

Thermo-Hydro-Mechanical analysis of Soil-Vegetation-Atmosphere Interaction

Sahar Hemmati

▶ To cite this version:

Sahar Hemmati. Thermo-Hydro-Mechanical analysis of Soil-Vegetation-Atmosphere Interaction. Engineering Sciences [physics]. Ecole des Ponts ParisTech, 2009. English. NNT: . pastel-00005609

HAL Id: pastel-00005609 https://pastel.hal.science/pastel-00005609

Submitted on 4 Dec 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THESE

Présentée et soutenue publiquement pour l'obtention du diplôme de

Docteur de l'École Nationale des Ponts et Chaussées

Discipline : Géotechnique

par

Sahar HEMMATI

Etude de l'Interaction Sol-Végétation-Atmosphère avec une approche couplée Thermo-Hydro-Mécanique

UR NAVIER/CERMES

Soutenue le 27 mars 2009, devant le jury composé de :

M. Yves COQUET M. Jean-Marie FLEUREAU M. David TOLL M. Marc VINCENT M. Ernest YANFUL M. Behrouz GATMIRI M. Yu-Jun CUI Rapporteur Rapporteur Examinateur Examinateur Examinateur Co-directeur Directeur de thèse

À Siavash

À mes parents, Fatemé et Ali

En mémoire de mon grand-père Hashem, et de mon oncle Behzad

REMERCIEMENTS

Les travaux présentés dans cette thèse ont été réalisés au CERMES (équipe Géotechnique de l'UR Navier) de l'ENPC, en collaboration avec le BRGM. Je remercie ces établissements de m'avoir accueillie et soutenue pendant ma thèse.

J'adresse tous mes remerciements à Yves Coquet, président du jury, et à Jean-Marie Fleureau pour avoir accepté d'évaluer ces recherches en tant que rapporteurs.

Je remercie vivement David Toll, Marc Vincent et Ernest Yanful qui m'ont fait l'honneur de bien vouloir participer à mon jury de thèse.

Je souhaite exprimer toute ma gratitude à Yu-Jun Cui qui a dirigé cette thèse et qui m'a guidée tout au long de ce parcours passionnant. Je le remercie pour ses encouragements et ses précieux conseils scientifiques.

J'exprime ma profonde reconnaissance à Behrouz Gatmiri, pour avoir encadré et suivi mon travail avec intérêt depuis mes premiers pas dans le domaine de la recherche, en Master jusqu'à la fin de la thèse.

Je remercie chaleureusement Marc Vincent du BRGM d'avoir suivi le projet, de m'avoir fait confiance et d'avoir apporté un soutien continu pendant la thèse.

Je tiens aussi à remercier Christine King et Hormoz Modaressi du BRGM et Pierre Delage, directeur du CERMES qui ont fourni une aide précieuse par les nombreuses discussions pendant les réunions du comité de pilotage qui ont toutes été très enrichissantes.

Je tiens aussi à remercier Emmanuel De Laure, Alain Jeandillou, Xavier Boulay et Jérémy Thiriat pour leur grande aide pendant l'expérimentation.

Je remercie également Christian Mathon, Emmanuelle Plat, Emilie Vanaudheusden, Sylvestre Le Roy pour avoir mis à ma disposition les données in-situ, ainsi que les supports techniques.

Je voudrais remercier Mathieu Martin et Louis Lecat, stagiaires scientifiques, pour leur contribution à ce travail de recherche.

Je remercie tous mes amis au CERMES, au BRGM et ailleurs pour leur encouragement, leur soutien ainsi que pour la bonne ambiance.

J'exprime toute ma gratitude particulièrement à mes parents, Fatemé et Ali, à mes frères, Saber et Asef, et à tous mes proches qui m'ont toujours soutenue et encouragée.

Enfin, je termine en remerciant spécialement mon époux, Siavash, pour sa présence à mes côtés, pour son soutien sans faille, pour son amour indéfectible et pour son enthousiasme permanent envers les progrès de mes recherches.

Sahar

« La connaissance a deux ailes, l'opinion une seule ; l'opinion est défectueuse et son vol est court.»

Djalâl-od-Dîn Rûmî (XIII^e siècle)

Résumé:

L'objectif de ce travail est d'étudier, par une approche numérique bidimensionnelle, l'effet de l'interaction sol-végétation-atmosphère et de l'extraction par des racines d'arbres isolés sur le comportement thermo-hydro-mécanique des sols argileux sensibles au retrait-gonflement. Le cas de l'interaction sol-végétation-atmosphère a été étudié en se basant sur les données obtenues sur le site de Mormoiron instrumenté par le BRGM avec des sondes capacitives Humitub et des extensomètres. Afin d'exploiter les données de teneur en eau enregistrée, on a commencé par un travail expérimental d'étalonnage en laboratoire.

L'étalonnage a été réalisé sur différents matériaux. L'influence de la variation de température et du type de sol sur la mesure de teneur en eau a été étudiée. Les résultats semblent montrer que les sondes capacitives comme Humitub ne sont pas adaptées à des sols argileux comme l'argile de Mormoiron. Les études bibliographiques ont aussi montré la dépendance importante des mesures effectuées par cette méthode capacitive vis-à-vis de la fréquence, surtout dans le cas des sols ayant une capacité d'échange cationique élevée.

Un modèle bidimensionnel de l'interaction sol-végétation-atmosphère et un modèle bidimensionnel d'extraction d'eau par des racines ont été développés afin de décrire les effets climatiques et végétaux sur le comportement thermo-hydro-mécanique d'un milieu non saturé. Ces modèles ont été implantés dans le code de calcul aux éléments finis θ -STOCK (Gatmiri, 1997). La vérification du modèle de l'interaction sol-végétation atmosphère a été faite par le biais d'une comparaison des résultats de calcul avec les données in situ disponibles sur le site de Mormoiron et les données météorologiques de la station Carpentras. Les calculs ont été ensuite étendus à des périodes particulièrement sèches et particulièrement humides. La modélisation d'une période plus longue de 20 ans a été également effectuée. Le modèle d'extraction par des racines a été vérifié sur quelques études de cas rapportés par Biddle (1998), en utilisant les données météorologiques de la station de Londres et en considérant l'effet de l'interaction sol-végétation-atmosphère sur la surface du sol. L'ensemble des résultats obtenus montre la pertinence de l'approche numérique adoptée. Cette étude de modélisation a été finalement complétée en considérant une fondation superficielle d'une maison. Les résultats ont montré clairement le rôle de la présence d'un arbre, ainsi que l'importance de sa distance de la maison sur les tassements du sol.

Abstract:

The aim of this work is to study, by a two-dimensional numerical approach, the effect of soil-vegetation-atmosphere interaction and water uptake by roots of isolated trees on the thermo-hydro-mechanical behaviour of the swelling-shrinking clayey soils. The case of soil-vegetation-atmosphere interaction is studied based on the data obtained on the Mormoiron site, instrumented by BRGM with Humitub capacitive probes and extensometers. Exploitation of the water content data needed the calibration of the Humitub probe, which constitutes an experimental work performed in the laboratory.

The calibration is performed on different materials. The influence of the variations of the temperature and also the effect of soil type on the measurement of the water content are studied. The results seem to show that the capacitive probes like Humitub are not adapted for the clayey and carbonated soils, like Mormoiron clay. The bibliographic studies showed the important dependence of the measurements done by the capacitive method to the frequency, particularly in the case of the soils with a high ion exchange capacity.

A two-dimensional soil-vegetation-atmosphere model and a two-dimensional root water uptake model are developed in order to describe the climatic and vegetal effects on the thermo-hydro-mechanical behaviour of an unsaturated medium. These models are implemented in the θ -STOCK finite element code (Gatmiri, 1997). The verification of the soil-vegetation-atmosphere interaction model is done based on a comparison of the calculation results with the in-situ data available on Mormoiron site and meteorological data of the Carpentras station. The calculations are then extended to the particularly dry and particularly moist periods. A longer period of 20 years is also modelled. The root water uptake model is verified on some case studied reported by Biddle (1998), using the meteorological data of London station end considering the effect of soil-vegetation-atmosphere interaction on the soil surface. The obtained results show the pertinence of the adopted numerical approach. This modelling study is finally completed by considering a shallow foundation of a light building. The obtained results clearly show the role of the presence of a tree, and also the importance of its distance from the building on the soil settlements.

Sommaire

PRINC	IPAUX	SYMBOLES ET ABREVIATIONS	9			
INTRO	DUCTI	ON GENERALE				
CHAPI	TRE 1.	MESURE DE TENEUR EN EAU PAR LA METHODE CAP	ACITIVE			
			17			
1.1	Intro	luction	17			
1.2	Princ	ipe de la méthode capacitive				
1.3	1.3 Aspects théoriques des sondes capacitives					
1.4	Facte	urs influençant les mesures				
1.4	4.1	Effet de la densité sèche apparente				
1.4	4.2	Effet du contact sol-électrodes				
1.4	4.3	Effet de la géométrie				
1.4	4.4]	Effet de la salinité	25			
1.4	4.5 1	Effet de la température				
1.4	4.6 1	Effets du type de sol et de la fréquence				
1.5	Etalo	nnage de la sonde Humitub				
1.	5.1 1	Humitub				
1.	5.2 \$	Système d'acquisition et d'enregistrement (OSIRIS)				
1.5	5.3 1	Logiciel d'exploitation : IRIS CONCEPT				
1.:	5.4 1	Montages expérimentaux et programmes des essais				
	1.5.4.1	Matériaux étalons et etude du rayon d'influence				
	1.5.4.2	Echantillons de sable et de limon				
	1.5.4.3	Echantillon de sol de Mormoiron				
1.5	5.5 1	Effet de la configuration de la sonde				
1.:	5.6 1	Effet de contact sol-sonde				
1.:	5.7]	Effet de la température	41			
1.:	5.8 1	Effet du type de sol				
1.6	Conc	lusion				
CHAPI	TRE 2.	EVAPOTRANSPIRATION ET EXTRACTION PAR DES RAC	CINES. 47			
2.1	Intro	luction				
2.2	Evap	otranspiration	47			
2.2	2.1	Bilan énergétique				

2.2.2 E	Evapotranspiration à partir d'une surface non saturée		
2.2.2.1	Rôle de la pression de vapeur d'une surface non saturée		
2.2.2.2	Rôle de la résistance de surface dans le cas non saturé		
2.2.3 N			
2.2.4 N	Aodèle SVAT (Boulet et al. 2000)		
2.3 Archit	ecture des racines et de la zone enracinée	61	
2.4 Modèl	les d'extraction par les racines		
2.4.1 A	Approche microscopique		
2.4.2 A	Approche macroscopique		
2.5 Terme	e d'extraction, S		
2.5.1 N	Modèles 1D, 2D et 3D d'extraction d'eau par les racines (Vrugt et	al. 2001)	
		70	
2.5.2 N	Aodèle 1D d'extraction de Li et al. (2006)		
2.5.3 N	Modèle présenté par Indraratna et al. (2006)		
2.6 Concl	usion		
CHAPITRE 3.	MODELISATION NUMERIQUE		
3.1 Introd	uction		
3.2 Code	θ-STOCK		
3.2.1 C	Constituant eau		
3.2.1.1	Transfert de l'humidité (eau liquide + vapeur)		
3.2.1.2	Conservation de la masse d'humidité (eau liquide + vapeur)		
3.2.2	Constituant air		
3.2.2.1	Transfert de l'air		
3.2.2.2	Conservation de la masse d'air		
3.2.3 C	Comportement du squelette solide		
3.2.3.1	Equation d'équilibre		
3.2.3.2	Loi de comportement incrémentale		
3.2.3.3	Surface d'état en indice des vides		
3.2.3.4	Surface d'état en degré de saturation :		
3.2.4 E	Equations de chaleur		
3.2.5 C	Conditions initiales		
3.2.6 C	Condition aux limites		
3.2.6.1	Conditions aux limites mécaniques		
3.2.6.2	Conditions aux limites hydriques		

3.2.6.3 Conditions aux limites correspondant au constituant air	95
3.2.6.4 Conditions aux limites thermiques	96
3.3 Modèle d'interaction sol-végétation-atmosphère	96
3.3.1 Conditions aux limites thermiques dans le cas de l'interaction	1 Sol-
Végétation-Atmosphère	97
3.3.2 Conditions aux limites hydriques dans le cas d'interaction Sol-Végé	tation-
Atmosphère	100
3.3.2.1 Résistance à la diffusion de vapeur, r_v	101
3.3.2.2 Coefficient de culture K _c	105
3.4 Modèle d'extraction par des racines	106
3.5 Discrétisation et résolution du système	109
3.5.1 Discrétisation spatiale	109
3.5.2 Discrétisation temporelle	109
3.5.3 Implantation des conditions aux limites Sol-Végétation-Atmosphère	110
3.5.4 Stabilité et Précision	115
3.5.5 Algorithme de θ - STOCK	116
3.6 Conclusion	119
CHAPITRE 4. ANALYSE NUMERIQUE BIDIMENSIONNELLE PAR ELEM	ENTS
FINIS DE L'INTERACTION SOL-VEGETATION-ATMOSPHERE	121
4.1 Introduction	121
4.2 Modélisation de l'interaction Sol-Végétation-Atmosphère	121
4.2.1 Détermination des paramètres thermo-hydro-mécaniques	121
4.2.2 Détermination des conditions initiales	122
4.2.3 Déterminations des conditions aux limites sur la surface	122
4.3 Analyse numérique du site de Mormoiron (2007-2008)	122
4.3.1 Détermination des paramètres thermo-hydro-mécaniques	122
4.3.2 Détermination des Conditions initiales	125
4.3.3 Détermination des conditions aux limites	125
4.3.3.1 Présentation des données météorologiques	126
4.3.4 Résultats de calculs	128
4.3.4.1 Variation de la température	128
4.3.4.2 Evapotranspiration cumulée	129
4.3.4.3 Variation du degré de saturation	129
4.3.4.4 Evolution du tassement et du gonflement	131

4.4 Ana	lyse numérique du site de Mormoiron pour 5 périodes différentes	
4.4.1	Détermination des conditions aux limites	
4.4.1.1	Présentation des données météorologiques	
4.4.2	Résultats de calculs	
4.4.2.1	Variation de la température	
4.4.2.2	2 Variation du degré de saturation	
4.4.2.3	B Evolution du tassement et du gonflement	
4.5 Ana	lyses numériques du site de Mormoiron (Période 1987-2008)	
4.5.1	Variation du déficit de la pression de vapeur dans l'air	
4.5.2	Résultats de calculs	
4.5.2.	Variations de la température	
4.5.2.2	2 Variations de la teneur en eau volumique	
4.5.2.2	B Evolution du tassement et du gonflement	
4.6 Con	clusions	
CHAPITRE 5	5. ANALYSE NUMERIQUE BIDIMENSIONNELLE PAR E	LEMENTS
FINIS DE L'EX	TRACTION D'EAU PAR DES RACINES	
5.1 Intro	oduction	
5.2 Mét	hodologie générale de la modélisation	
5.2.1	Détermination des paramètres liés à l'arbre	
5.3 Ana	lyse numérique d'une rangée de tilleuls	
5.3.1	Détermination des paramètres thermo-hydro-mécaniques	
5.3.2	Détermination des conditions initiales	
5.3.3	Conditions aux limites	
5.3.4	Détermination des paramètres liés à l'arbre	
5.3.5	Discussions	
5.4 Ana	lyse numérique d'un marronnier d'Inde	
5.4.1	Détermination des paramètres thermo-hydro-mécaniques	
5.4.2	Détermination des conditions initiales	
5.4.3	Détermination des paramètres liés à l'arbre	
5.4.4	Conditions aux limites sur la surface du sol	
5.4.5	Résultats de calculs	
5.4.5.	Cas 1, arbre seul	
5.4.5.2	2 Cas 2, Maison seule	
5.4.5.3	3 Cas 3 et 4, Arbre et Maison	

	5.4.5.4	Comparaison du Cas 2 (maison seule) avec Cas 3 (maison+arbre)	168
5.5	Discus	ssions sur la zone d'influence d'un arbre	169
5.6	Conclu	usions	172
CONC	CLUSION	S GENERALES ET PERSPECTIVES	173
REFE	RENCES	BIBLIOGRAPHIQUES	177
ANNE	EXE : LES	S FORMES INTEGRALES DES MATRICES	189

PRINCIPAUX SYMBOLES ET ABREVIATIONS

Symbole	Définition
С	capacité d'un condensateur
C_t	capacité totale d'un circuit
$g_{\scriptscriptstyle m}$	coefficient géométrique
$\sigma_{\scriptscriptstyle ion}$	conductivité ionique
F	fréquence
ω	fréquence angulaire
L	inductance
ε	permittivité
${\cal E}_0$	permittivité du vide
\mathcal{E}_r	permittivité relative
\mathcal{E}'_r	partie réelle de la permittivité relative
\mathcal{E}_r''	partie imaginaire de la permittivité relative
μ	perméabilité magnétique relative
K_a	permittivité apparente
\mathcal{E}_{a}	permittivité de l'air
\mathcal{E}_{w}	permittivité de l'eau
\mathcal{E}_{s}	permittivité des grains solides
G_e	somme des pertes diélectriques
θ	teneur en eau volumique
$ ho_s$	densité des grains solides
$ ho_{d}$	densité sèche
R_{si}	rayonnement solaire
R_n	rayonnement net
G	flux de chaleur du sol
Н	flux de chaleur sensible
λE	flux de chaleur latente
$ ho_a$	densité de l'air
\mathcal{E}_{air}	émissivité de l'air
\mathcal{E}_{sol}	émissivité de la surface du sol
C _p	capacité calorifique de l'air sous la pression atmosphérique
T_s	température de la surface du sol
T_a	température de l'air
r _a	résistance aérodynamique
r _v	résistance à la diffusion de la vapeur d'eau
e_{s}	pression de vapeur à la surface
e_a	pression de vapeur de l'air

e_{d}	pression de vapeur saturante
λ	chaleur latente de l'eau
γ	constante psychrométrique
Δ	pente de la courbe représentant la variation de la pression de vapeur saturante
p_{atm}	pression atmosphérique
<i>r</i> _{leaf}	résistance d'une feuille
LAI	indice de surface foliaire
T_p	transpiration potentielle
E_p	évaporation potentielle
E_{tp}	évapotranspiration potentielle
<i>θ-STOCK</i>	
D	tenseur d'élasticité
σ_{ij}	tenseur de contrainte totale
Ε	indice des vides
Ν	porosité
δ_{ij}	symbole de Kronecker
$p_{_W}$	pression de liquide
p_{g}	pression de gaz
p_{atm}	pression atmosphérique
S_r	degré de saturation
μ_{w}	viscosité de l'eau
$ ho_w, ho_v, ho_g$	densité de liquide, de vapeur et de gaz
$\theta_w, \theta_v, \theta_a$	teneur en liquide, en vapeur et en air volumique
Н	humidité relative
R	constant de gaz
Ψ	potentiel capillaire dans le sol
h_{fg}	chaleur latente de changement de phase liquide-vapeur
λ_s	conductivité thermique du solide
λ_{v}	conductivité thermique de la vapeur
λ_a	conductivité thermique de l'air
λ_w	conductivité thermique de l'eau
λ_F	coefficient homogénéisé de la diffusion de Fourier
D_{TV}	diffusivité thermique de la vapeur
$D_{ heta\!v}$	diffusivité isothermique de la vapeur
D_{TW}	diffusivité thermique du liquide
$D_{ heta W}$	diffusivité isothermique du liquide
D_W	diffusivité gravitaire
U	vitesse de liquide
V	vitesse de vapeur

H_{c}	constant de Henry
C_{ps}, C_{pw}, C_{pg}	capacité calorifique de solide, de l'eau et du gaz
Q	flux de chaleur
Φ	énergie par unité de volume d'un système ouvert

INTRODUCTION GENERALE

Avec les changements du climat global, nous connaissons de plus en plus de sécheresses dans le monde (Blight 1997, Biddle 1983, etc.). En France, la sécheresse survenue de 1989 à 1991 et surtout durant l'été 2003 a montré la grande vulnérabilité des constructions individuelles avec des fondations superficielles. Plusieurs centaines de milliers d'habitations ont été touchées et les indemnisations apportées dans le seul cadre du régime des catastrophes naturelles ont été évaluées par la Caisse Centrale de Réassurance en 2006 à 4,3 milliards d'euros, plaçant la sécheresse en deuxième position des causes d'indemnisation, derrière les inondations (Vincent et al. 2008).

Les analyses des désordres constatés ont montré que, dans la plupart des cas, les sinistres sont liés au phénomène de retrait-gonflement des argiles (Arbizzi et al. 2008, Ducreux et Marand 2008, parmi d'autres). De plus, on a constaté que la végétation, quand elle est présente à la proximité d'une construction, représente un facteur de sinistre aggravant pour la construction concernée. Ceci montre clairement la nécessité de bien comprendre le phénomène de retrait-gonflement des sols argileux et l'effet de la végétation.

Quand un massif de sol est soumis à l'évapotranspiration à l'interface sol-végétationatmosphère, le sol se rétracte aussi bien verticalement qu'horizontalement. La rétractation verticale est le principal responsable du tassement alors que la rétraction horizontale est responsable des ouvertures de fissures en surface du massif. A cause de la fissuration, les propriétés thermiques, hydrauliques et mécaniques changent, engendrant des changements de mécanismes pour le tassement vertical. On note que la présence d'un bâtiment représente dans une certaine mesure une aire imperméabilisée pour le massif de sol soumis à l'évapotranspiration. En effet, la zone sous le bâtiment est protégée, contrairement à la zone autour du bâtiment qui est soumise à l'effet direct du climat et de la végétation. C'est ainsi que d'importants tassements différentiels pourraient se produire entre les différentes zones, ce qui explique la plupart des dommages causés à des constructions. Les dommages sont généralement caractérisés par l'apparition de fissures sur les façades, d'orientations diverses et souvent concentrées dans les angles et traversant les portes et fenêtres (www.argiles.fr).

Vu l'importance du thème lié à la sécheresse, de nombreux projets de recherche sont menés qui sont en général multidisciplinaires. On cite notamment le projet ARGIC (Analyse du Retrait-Gonflement et de ses Incidences sur les Constructions) qui est un projet ANR- RGCU coordonné par Marc Vincent du BRGM et qui implique treize partenaires de statuts divers et de disciplines très variées (géologie, mécanique des sols, interaction sol-structure, minéralogie des argiles, pédologie, météorologie, écophysiologie, etc.). Le projet ARGIC comprend trois modules, A, B et C. Le module A est consacré à l'étude des effets de la sécheresse sur les constructions : comprendre et modéliser les interactions sol-structure ; examiner la pathologie des dommages consécutifs à l'aléa sur des constructions individuelles ; identifier les techniques les plus adaptées de réparation des désordres ; caractériser les moyens de prévention de ce risque pour les constructions neuves et pour le bâti existant. Le module B a pour objectif principal la caractérisation hydro-thermo-mécanique des matériaux sensibles à la sécheresse par des essais in situ et en laboratoire afin d'identifier d'indicateurs simples d'aptitude au retrait-gonflement et de sinistralité sécheresse relatifs aux sols. Le module C étudie les mécanismes de propagation de la sécheresse dans le sol en fonction des caractéristiques intrinsèques du sol, de l'évolution des conditions climatiques (précipitations, température, vent, ensoleillement, etc.) et de l'influence locale de la végétation arborée.

Le travail de cette thèse s'inscrit dans le cadre du module C du projet ARGIC (Tessier et al. 2008), et il a bénéficié d'un soutien financier du BRGM. L'objectif principal est d'étudier l'effet de l'interaction sol-végétation-atmosphère et de l'extraction d'eau par des racines sur la réponse du sol en termes de variations de teneur en eau et de tassement. Une approche numérique bidimensionnelle est développée pour modéliser le comportement couplé thermohydro-mécanique d'un sol non saturé soumis aux effets climatique et végétal. L'accent est mis sur l'effet des arbres isolés. Le premier cas étudié concerne le site de Mormoiron instrumenté par le BRGM avec suivis de teneur en eau volumique par la méthode capacitive et de tassement par extensomètres. Vu que l'exploitation des données de la teneur en eau volumique nécessitait un travail de l'étalonnage de la sonde capacitive utilisée sur le site, Humitub, on a commencé par un travail expérimental en laboratoire sur cette sonde. Pour étudier l'effet des arbres isolés, quelques études de cas ont été choisies dans la littérature. Le modèle numérique développé est ensuite étendu à d'autres scénarios : périodes sèches, périodes humides, arbres isolés avec l'interaction sol-végétation-atmosphère, arbres isolés avec l'interaction sol-végétation-atmosphère plus maison (Hemmati et Cui 2009). On note que comme terminologie utilisée dans ce mémoire, dans l'appellation sol-végétationatmosphère le terme « végétation » désigne un couvert homogène comme le gazon, l'effet des arbres étant inclus dans « l'extraction d'eau par des racines ».

Le mémoire est structuré en cinq chapitres.

Le premier chapitre est consacré à l'étalonnage de la sonde Humitub. On commence par une synthèse bibliographique sur la méthode capacitive en mettant l'accent sur les facteurs influençant les mesures par cette méthode. On présente ensuite l'étude expérimentale d'étalonnage sur la sonde.

Le deuxième chapitre concerne une étude bibliographique sur les méthodes de calcul d'évaporation et d'évapotranspiration en utilisant les données météorologiques ainsi que sur les méthodes de calcul de l'extraction d'eau par des racines.

Le troisième chapitre est dédié à la présentation de l'implantation des modèles de l'interaction sol-végétation-atmosphère et de l'extraction d'eau par les racines dans le code de calcul aux éléments finis θ -STOCK (Gatmiri, 1997). On commence par la présentation de la formulation générale thermo-hydro-mécanique pour des milieux poreux non saturés. On présente ensuite la proposition d'un modèle d'interaction basé sur l'échange énergétique du système Sol-Végétation-Atmosphère, et d'un modèle bidimensionnel de l'extraction d'eau par des racines. Dans ce modèle le terme d'extraction est fonction de la succion du sol, de la distribution de densité des racines et de la distribution de la transpiration potentielle dans la profondeur.

La vérification et l'application du modèle Sol-Végétation-Atmosphère proposé sont présentées dans le quatrième chapitre. Le modèle est vérifié avec les mesures in situ disponibles en utilisant les caractéristiques thermo-hydro-mécaniques du sol concerné ainsi que les données météorologiques. La modélisation est ensuite généralisée pour analyser les périodes particulièrement sèches et humides, et enfin pour une durée plus longue de 20 ans.

Le cinquième chapitre est consacré à la vérification et aux applications du modèle d'extraction d'eau par des racines. Le modèle est d'abord vérifié avec quelques études de cas présentées par Biddle (1998). La modélisation est ensuite généralisée au cas de présence d'un arbre à différentes distances d'une maison. La maison fonctionne comme un chargement mécanique et une imperméabilisation sur les éléments surfaciques en dessous de la fondation. Les résultats de ces calculs sont finalement comparés afin de faire ressortir l'effet de l'arbre isolé sur le tassement du sol.

CHAPITRE 1. MESURE DE TENEUR EN EAU PAR LA METHODE CAPACITIVE

1.1 Introduction

Il existe actuellement trois techniques pour mesurer la teneur en eau des sols : la technique d'étuvage, la technique nucléaire (par exemple, sonde à neutron) et la technique électromagnétique. La dernière est devenue une technique de plus en plus utilisée parce qu'elle permet des mesures rapides, continues et non destructives.

La technique électromagnétique est basée sur la relation entre la teneur en eau et la permittivité des sols. Elle comprend les méthodes suivantes :

- 1. la rétrodiffusion des micro-ondes actives (Ulaby, 1974) ;
- la réflectométrie temporelle TDR (Topp et al. 1982, Heimovaara 1994, Robinson et al. 2003, Lin 2003);
- la méthode capacitive (Dean et al. 1987, Gaudu et al. 1993, Dean 1994, Evett et steiner 1995, Eller et Denoth 1996, Robinson et al. 1998, Kelleners et al. 2004 et 2005).

Dans ce chapitre on ne s'intéresse qu'à la méthode capacitive. Afin de caractériser l'effet de la sécheresse sur les constructions, le BRGM a mis en place depuis 2004 deux sites expérimentaux instrumentés avec des sondes capacitives de type Humitub (Vincent *et al.* 2006, 2007) pour le suivi en continu des variations de la teneur en eau volumique à différentes profondeurs. Les déplacements du sol sont également suivis en utilisant des extensomètres (Plat et al. 2008). Le premier site concerne un climat méditerranéen (Mormoiron dans le Vaucluse) et le second concerne un climat océanique (Mignaloux-Beauvoir). Comme la sonde Humitub utilisée nécessite un étalonnage sur un massif homogène de sols concernés, on a décidé de réaliser cet étalonnage en laboratoire. Compte tenu de la complexité des sondes basées sur le principe capacitif, on a choisi de réaliser une étude assez large en investiguant différents facteurs qui pourraient influencer les mesures capacitives. D'abord le principe de la méthode capacitive est présenté. Ensuite la théorie concernée par cette méthode est décrite avec les équations d'énergie d'un circuit d'oscillateur. Les facteurs influençant la mesure sont discutés sur la base des données existantes trouvées

dans la littérature. On présente finalement les résultats de mesure de teneur en eau à l'aide de la sonde capacitive Humitub.

1.2 Principe de la méthode capacitive

L'introduction des deux électrodes d'une sonde capacitive dans un sol crée un condensateur. La méthode capacitive est basée sur la mesure de la permittivité diélectrique relative du sol à l'aide d'un pont capacitif ou d'un circuit électrique résonant.

La permittivité ε est une quantité physique qui décrit les interactions entre un champ électrique et un milieu diélectrique. Ainsi, la permittivité est liée aux propriétés de transmission d'un champ électrique par un matériau. Pour un matériau donné de permittivité ε , on définit la permittivité relative ε_r par rapport à la permittivité du vide. La permittivité relative, également appelée constante diélectrique, est adimensionnelle et supérieure à 1.

La permittivité est liée à l'asymétrie de la charge électrique dans la molécule d'eau. Lorsque les molécules d'eau se situent dans un champ électrique alternatif, elles s'alignent avec le champ (Figure 1.1). Le processus d'orientation stocke l'énergie électrique. Cette orientation des molécules ou le stockage d'énergie se manifeste dans la partie réelle de la permittivité relative présentée dans l'équation (1). L'énergie peut être perdue soit par la conductivité ionique, soit par l'incapacité des molécules de suivre la vitesse du champ alternatif. Dans ce cas, les molécules se relaxent et l'énergie est perdue sous forme de chaleur. La perte d'énergie est décrite par la partie imaginaire de l'équation (1), appelée perte diélectrique (Robinson *et al.* 2003).

$$\varepsilon_r = \varepsilon_r' - j\varepsilon_r'' \tag{1}$$



Figure 1.1 : Orientation des molécules d'eau, sans et avec champ appliqué (d'après Robinson et al. 2003)

La permittivité relative de l'eau libre à 25°C est égale à 78,5, celle des constituants solides du sol est comprise entre 4,5 et 10 (Keller, 1989 ; Robinson et Friedman, 2003) et celle de l'air est égale à 1. Par conséquent la permittivité diélectrique relative d'un matériau poreux est très dépendante de sa teneur en eau. Le comportement diélectrique global d'un sol dépend de la permittivité diélectrique relative, de l'arrangement et de la concentration volumique de chacun de ses constituants élémentaires, en particulier ceux de l'eau. En général, il est nécessaire de faire un étalonnage spécifique pour un matériau donné pour établir la relation entre sa teneur en eau et sa permittivité relative. Une alternative à l'étalonnage direct est l'utilisation des modèles de mélange diélectrique. Ces modèles physiques sont souvent combinés avec des approches empiriques (Wraith et al. 2005). Gardner *et al.* 1998 utilisaient un modèle de mélange triphasique simple pour analyser la contribution des composants de sol à la permittivité :

$$\varepsilon^{\alpha} = \varepsilon^{\alpha}_{a} \left(1 - \frac{\rho_{d}}{\rho_{s}} - \theta \right) + \varepsilon^{\alpha}_{s} \frac{\rho_{d}}{\rho_{s}} + \varepsilon^{\alpha}_{w} \theta \tag{2}$$

où ρ_d est la densité sèche et ρ_s est la densité des grains solides. $\varepsilon_a, \varepsilon_s$ et ε_w sont respectivement la permittivité de l'air, des grains solides et de l'eau et α est une constante dépendant du type de sol, prise égale à 0,46 par Roth *et al.* (1992) et à 0,66 par Jacobsen et Schjonning (1994).

On peut citer aussi l'équation présentée par Whalley (1993) pour les mesures de teneur en eau à l'aide d'un TDR :

$$\sqrt{\varepsilon_r} = \theta \left(\sqrt{\varepsilon_w} - 1 \right) + \frac{\rho_d}{\rho_s} \left(\sqrt{\varepsilon_s} - 1 \right) + 1$$
(3)

Une équation empirique pour les sols sans matières organiques (Topp et al. 1980) s'est montrée satisfaisante pour la plupart des sables et des limons, c'est-à-dire pour les sols qui ne contiennent pas de quantité importante d'argile:

$$\theta = (-530 + 292K_a - 5, 5K_a^2 + 0, 043K_a^3) \times 10^{-4}$$
(4)

où θ est la teneur en eau volumique et K_a est la permittivité apparente. Topp et al. (1980) ont également présenté une équation pour des sols organiques avec une porosité plus élevée et une quantité d'eau adsorbée plus importante (Schaap et al.1996) :

$$\theta = (-252 + 415K_a - 14, 4K_a^2 + 0, 22K_a^3) \times 10^{-4}$$
(5)

Topp et al. (1980), en se basant sur les résultats d'une étude sur différents matériaux, ont indiqué une précision moyenne d'étalonnage d'environ $\pm 0,013$ pour les sols minéraux et $\pm 0,018$ pour les sols organiques. La précision peut être améliorée par un étalonnage spécifique du sol.

Minéral	Jones et Friedman (2000) 100 Hz	Olhoeft (1979) 1 MHz	Fiaci (1959) 2,5 MHz	Von Hippel (1954) 30 MHz	Keller (1989) Fréquence s de radio	Clark (1996)	Robinson (2004) TDR Méthode d'immersion
Quartz		4,5		4,27-4,34	4,19-5,00		$4,4(\pm 0,3)$
Calcite		8,8			7,8-8,5		$9,1(\pm 0,3)$
Biotite mica		6,3			6,19-9,30		$6,0(\pm 0,5)$
Phlogopite mica	6,35				5,90-6,5		$5,8(\pm 0,6)$
Talc		5,8				5,8	$5,3(\pm 0,7)$
Kaolinite		11,8	5,24				$5,1(\pm 0,7)$
Illite		10	8,44				$5,8(\pm 0,2)$
Montmorillonite		207	10,41				5,5 (estimation par extrapolation)

Les permittivités moyennes des minéraux trouvées dans la littérature sont données dans le Tableau 1.1.

Tableau 1.1 : Les permittivités des minéraux (Robinson 2004)

On peut voir que la permittivité relative de la plupart des minéraux déterminée avec différentes méthodes est comprise entre 4 et 12. Une exception concerne la montmorillonite qui a une valeur de 207, qui ne doit pas être correcte en réalité. Une analyse plus approfondie montre que la valeur mesurée dépend aussi de la méthode de mesure. Ceci sera discuté dans la partie 1.4.6.

1.3 Aspects théoriques des sondes capacitives

La capacité mesurée par une sonde capacitive peut être reliée à la permittivité relative d'un milieu en considérant l'équation suivante:

$$C = g_m \varepsilon_r \varepsilon_0 \tag{6}$$

où $C(L^{-2}T^{4}M^{-1}I^{2})$ est la capacité en Farad (F), $g_{m}(L)$ est un coefficient géométrique lié au champ électrique pénétrant dans les milieux mesurés, ε_{r} est la permittivité relative (sans dimension) et $\varepsilon_{0}(L^{-3}T^{4}M^{-1}I^{2})$ est la permittivité du vide égale à 8,8542×10⁻¹² Fm⁻¹. La capacité peut être évaluée en mesurant la fréquence de résonance dans un circuit d'oscillateur :

$$F = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_t}} \tag{7}$$

où F (T^{-1}) est la fréquence de résonance exprimée en Hertz (Hz), L $(L^2T^{-2}MI^{-2})$ est l'inductance totale du circuit exprimée en Henry (H) et C_t est la capacité totale du circuit. Un bon exemple des circuits équivalents de la sonde capacitive est le circuit considéré par Kelleners et al. (2004, Figure 1.2).



Figure 1.2 Le circuit équivalent de la sonde capacitive (d'après Kelleners et al. 2004)

La permittivité relative d'un milieu peut être représentée par une quantité complexe qui a une partie réelle décrivant le stockage d'énergie, et une partie imaginaire décrivant les pertes d'énergie. La valeur de la permittivité diélectrique change en fonction de la fréquence du champ électromagnétique appliquée :

$$\varepsilon_r(\omega) = \varepsilon'_r(\omega) - j\varepsilon''_r(\omega) \tag{8}$$

où $j^2 = -1$ et $\omega = 2\pi F$ (T^{-1}) est la fréquence angulaire, avec F (T^{-1}) la fréquence exprimée en Hz. La partie imaginaire $\varepsilon''_r(\omega)$ est la somme d'un terme de conductivité et d'un terme de relaxation (Kraus 1984) :

$$\varepsilon_r''(\omega) = \frac{\sigma_{ion}}{\omega\varepsilon_0} + \varepsilon_{r,rel}''(\omega)$$
(9)

où $\sigma_{ion}(L^{-3}T^{3}M^{-1}I^{2})$ est la conductivité ionique exprimée en SM^{-1} , et $\varepsilon_{r,rel}''(\omega)$ représente la perte due à la relaxation diélectrique.

Pour tenir compte d'effet de la perte diélectrique dans la permittivité apparente mesurée, Robinson *et al.* (2003) ont proposé la relation suivante :

$$K_{a} = \frac{\mu\varepsilon'}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \left\{ \frac{1}{\varepsilon'} \left(\varepsilon_{rel}'' + \left(\frac{\sigma_{ion}}{2\pi F \varepsilon_{0}} \right) \right) \right\}^{2}} \right)$$
(10)

où μ est la perméabilité magnétique relative du milieu, égale à 1 pour la plupart des sols.

La capacité du milieu, C, est également une quantité complexe :

$$C = C' - j \left(\frac{g_m \sigma_{ion}}{\omega} + g_m \varepsilon_{r,rel}'' \varepsilon_0 \right)$$
(11)

où C' est la partie réelle.

On peut écrire l'équation (11) sous une autre forme :

$$j\omega C = j\omega C' + G_e \tag{12}$$

où $G_e = g_m \omega \varepsilon_r'' \varepsilon_0 = g_m \sigma_{ion} + g_m \omega \varepsilon_{r,rel}'' \varepsilon_0 (L^{-2}T^3 M^{-1}I^2)$ est la somme des pertes diélectriques.

Dans le cas d'un isolant parfait, la partie imaginaire de la permittivité est nulle et donc $G_e = 0$. Comme la plupart des matériaux ne sont pas des isolants parfaits, en particulier les sols qui contiennent une solution conductrice ionique, les pertes d'énergie pourraient être plus au moins importante suivant la nature du sol (équation (10)).

1.4 Facteurs influençant les mesures

En plus de la teneur en eau du sol, plusieurs autres facteurs peuvent influencer les mesures des sondes capacitives :

- la densité sèche apparente (Roth et al. 1992, Jacobsen et Schjonning 1993, Gardner et al. 1998);
- le type et la structure du sol (Tran Ngoc Lan et al. 1972 et 1974, Manière et al. 1974, Kuraz 1981, Bell et al. 1987, Campbell 1990) ;

- la température (Hoekstra et Delaney 1974, Kuraz 1981, Campbell 1990) ;
- la salinité (Tran Ngoc Lan et al. 1970, Kuraz 1981);
- la géométrie du capteur (Dean 1994) ;
- la fréquence (Dean 1994, Eller et Denoth (1996), Robinson *et al*.2003, Kelleners *et al*.
 2004 et 2005) ;
- le contact sol-sonde (Dean et al. 1987, Gaudu et al. 1993).

Parmi les paramètres qui influencent la mesure de permittivité, la température correspond à une condition d'environnement pour le milieu. Le contact sol-sonde dépend du mode de mise en place et éventuellement de la perte de contact à cause de retrait du sol. La fréquence et la géométrie sont des paramètres liés à la sonde et les autres paramètres dépendent du sol concerné.

1.4.1 Effet de la densité sèche apparente

Le rôle de la densité sèche apparente se manifeste directement dans l'équation d'un mélange triphasique (équations (2) et (3)). Comme la permittivité d'un mélange dépend de la contribution volumique de chacun de ses constituants, la permittivité d'un sol change en fonction de sa densité sèche.

1.4.2 Effet du contact sol-électrodes

Gaudu *et al.* 1993 ont étudié l'effet du contact matériau-sonde sur la mesure de la permittivité. Pour ce faire, ils ont mis une couche de paraffine sur les électrodes et puis réalisé des mesures dans l'alcool et dans l'air. Les résultats sont présentés sur la Figure 1.3. Sachant que la permittivité relative de l'alcool est de 25 et que celle de la paraffine est de 3, largement inférieures à la permittivité de l'eau, les résultats montrent la diminution significative de la permittivité de l'alcool mesurée avec l'augmentation de l'épaisseur de paraffine sur les électrodes. En revanche pour l'air qui a une permittivité relative de 1, on a observé une légère augmentation de la permittivité en fonction de l'épaisseur de paraffine. On peut conclure que la permittivité mesurée avec la sonde est la permittivité d'une combinaison des deux matériaux. On peut ainsi penser que s'il n'y a pas un contact parfait entre le sol et les électrodes, ce qu'on mesure est la permittivité combinée du sol et du matériau placé entre le sol et les électrodes : l'air, tubage ou autres matériaux isolants.



Figure 1.3 Effet du contact matériau-électrodes (Gaudu et al. 1993)

1.4.3 Effet de la géométrie

La géométrie de la sonde est un des facteurs influençant la relation entre la teneur en eau et le paramètre mesuré par la sonde capacitive. Cette influence est prise en compte dans l'étalonnage de la sonde. Dean (1994) a étudié trois types de sondes capacitives appelées IH ayant des géométries différentes comme présentées sur la Figure 1.4. Les résultats ont montré non seulement l'influence significative de la configuration des sondes et des électrodes sur les relations teneur en eau-fréquence obtenues, mais aussi l'effet de la taille des électrodes d'une même sonde sur cette relation.



Figure 1.4 Les différents types de sonde IH (Dean 1994)

Les résultats d'étalonnages de deux sondes de surface (Figure 1.4.b) avec des tailles d'électrode de 5 cm et de 10 cm, sont présentés sur la Figure 1.5 et les équations

correspondantes montrent clairement l'influence importante de la géométrie sur la courbe d'étalonnage.



Figure 1.5 Etalonnage des sondes de surface IH (Dean 1994)

5cm:
$$F = \frac{0,336400}{\sqrt{\theta}} - 0,077325\sqrt{\theta} + 1,58137$$
 (13)

10*cm*:
$$F = \frac{1,81007}{\theta^{0,13287}}$$
 (14)

où F est la fréquence et θ est la teneur en eau volumique.

1.4.4 Effet de la salinité

La conductivité ionique est le paramètre le plus important pour les pertes d'énergie. En effet, dans des sols salins, les mesures sont plutôt dépendantes de la salinité du sol que de la teneur en eau ; lorsque la conductivité ionique est élevée la mesure devient insensible à la permittivité (Kellener, 2004). Dans ce type de sols, la conductivité ionique varie avec la température. De plus, les pertes diélectriques dues à la conductivité ionique diminuent avec la fréquence, comme on peut le constater à travers l'équation (9).

L'influence de la salinité de l'eau sur les mesures de teneur en eau volumique mesurée par une sonde capacitive MCAP et par un TDR a été étudiée par Baumhardt *et al.* (2000), en ajoutant de l'eau salée pendant 10 heures dans une colonne de sol. Comme la teneur en eau du sol saturé a été indépendante de la concentration de la solution, la teneur en eau saturée restait constante. Lorsque le front de remouillage de l'eau saline est arrivé au niveau des électrodes de TDR, ces capteurs ne génèrent plus d'ondes de forme interprétable ; il n'y a plus de mesures correctes. Contrairement au TDR, le système MCAP a continué à suivre la variation de la teneur en eau dans ces conditions. Mais comme la teneur en eau volumique mesurée par la sonde est arrivée à 0,60 qui est plus grande que la porosité du sol de 0,40, on conclut que la mesure n'est pas correcte. Ce problème est dû à la salinité de l'eau. Les fluctuations observées pendant une journée correspondent à l'influence de la température.



Figure 1.6 : Schéma (non à l'échelle) montrant la position relative des capteurs de température et de teneur en eau dans chaque colonne de sol (gauche). Teneurs en eau mesurées par la sonde capacitive MCAP avant et après la restauration avec l'eau salée (droite) (d'après Baumhardt et al. 2000)

1.4.5 Effet de la température

L'effet de la température sur la mesure de la permittivité dépend des propriétés thermiques des matériaux. Par exemple, l'effet de la température sur la permittivité mesurée de l'air est moins marqué que sur la mesure de permittivité de l'alcool.

La variation de température extérieure influence non seulement la température du milieu (par exemple, eau, sol), mais aussi d'autres paramètres mesurés par une sonde capacitive. L'influence de la température peut être caractérisée par un étalonnage propre des capteurs. Cette influence peut être importante dans le cas où les températures journalières fluctuent d'une façon significative. Elle est maximale dans la zone proche de la surface et diminue avec la profondeur. Il est évident qu'il faut bien identifier cette influence dans l'étalonnage ; mais ceci représente souvent une tâche difficile à cause de la connexion physique entre les conducteurs et les circuits de capteurs (Jones *et al.* 2005).

1.4.6 Effets du type de sol et de la fréquence

Le rôle de la fréquence peut être expliqué par le principe de mesure et par la définition de la permittivité. Lorsque les molécules d'eau sont placées dans un champ électrique alternatif, elles s'alignent avec le champ. De plus, si la fréquence n'est pas très élevée, les cations de la double couche peuvent aussi former de grands dipôles et tourner autour des particules d'argile suivant l'évolution du champ électrique (Hasted, 1973). À haute fréquence, les grands dipôles créés sur la paroi des pores ne peuvent plus réagir assez rapidement pour suivre le champ électrique ; donc ils cessent de contribuer à la permittivité (Dean, 1994). La permittivité sera donc uniquement fonction de la teneur en eau.

Eller et Denoth (1996) ont montré l'influence dominante de la teneur en eau sur la permittivité à des fréquences élevées, les paramètres spécifiques du sol tels que la granulométrie, la composition chimique et la densité apparente ayant une influence négligeable à haute fréquence. On note tout de même qu'à des fréquences basses, l'effet de la granulométrie, de la texture (arrangement géométrique de la fraction solide du sol) et de la composition chimique peut devenir important (Gschnitzer et Eller, 1994).

D'après Kelleners *et al.* (2005), l'interprétation des mesures électromagnétiques permet d'évaluer directement la teneur en eau des sols si le sol est non-conducteur et si toutes les molécules d'eau dans le sol tournent librement en fonction du champ électromagnétique appliqué. C'est le cas des milieux non dispersés comme les sols sableux avec l'eau déionisée et dans la gamme de fréquences inférieures à 17 GHz (la fréquence de relaxation des molécules de l'eau libre). L'interprétation des mesures électromagnétique dans les sols salins et dans les sols fins est plus compliquée. La conductivité ionique et l'interaction argile-eau-ion peuvent affecter la mesure de permittivité relative. L'importance de ces processus dépend généralement de la fréquence de mesure. Par conséquent, la permittivité relative est fonction à la fois de la teneur en eau et de la fréquence. Si la permittivité relative du milieu change avec la fréquence, la vitesse de propagation du champ émis varie en fonction de la fréquence. De tels milieux sont appelés milieux diélectriques dispersés. (Von Hippel 1954, Kraus 1984).

D'après Kelleners et al. (2004), dans le cas des sols fins et des sols salins (milieux dispersés), il n'y a pas de relation nette entre la teneur en eau du sol et la mesure de permittivité. La Figure 1.7 montre les relations fréquence-teneur en eau volumique pour un sable, une bentonite et une argile limoneuse (Kelleners *et al.* 2005). Elles ont été établies en supposant que la perte diélectrique soit nulle. On voit que seulement dans le cas de sable on a une bonne concordance avec la formule de Topp (1980).



Figure 1.7 : Fréquence normalisée en fonction de la teneur en eau. Résultats pour un sable, une bentonite et une argile limoneuse saline. Les courbes ont été déterminées en supposant qu'aucune perte diélectrique n'existe (Kellener et al. 2005)

Une perte diélectrique importante peut influencer les relations fréquence-permittivité. Premièrement, il s'avérerait impossible de corréler la fréquence de résonance avec la permittivité et donc avec la teneur en eau du sol en raison de la non unicité de la relation fréquence-permittivité des milieux dispersés. Deuxièmement, pour les sols salins, la sonde est plus sensible à la salinité qu'à la teneur en eau. Troisièmement, la sensibilité de la fréquence à la conductivité ionique implique que le capteur est également sensible à la température du sol parce que la conductivité ionique est fonction de la température du sol. Une augmentation de la fréquence diminue la perte diélectrique. Cependant, la fréquence de fonctionnement doit rester en dessous de la fréquence de relaxation de l'eau du sol (Kellener *et al.* 2004).

Les propriétés diélectriques et les conductivités électriques ont été mesurées par Saarenkto (1998) pour quatre sols argileux à différentes densités et à différentes teneurs en eau à partir d'un état sec jusqu'à la limite de plasticité. La dépendance des parties réelles et imaginaires de la permittivité diélectrique des sols, mesurée avec un analyseur de réseau de surface HP dans une gamme de fréquence de 30 MHz à 3,0 GHz est présentée sur la Figure 1.8.



Figure 1.8 : Parties réelles (gauche) et imaginaires (droite) de la permittivité relative pour les sols séchés à l'étuve et les sols humides en fonction de la fréquence (d'après Saarenketo, 1998)

L'eau dans les sols peut être classée en fonction de ses propriétés électriques comme:

- 1. une couche d'eau liée, également appelée l'eau hygroscopique (Figure 1.9),
- 2. une couche d'eau capillaire,
- 3. eau libre.

La partie imaginaire de la valeur diélectrique d'un sol correspond principalement à la couche extérieure de l'eau absorbée et à une partie de la couche de l'eau capillaire qui comporte également deux couches de propriétés électriques différentes.



Figure 1.9 : Structure de l'eau liée dans le sol (Saarenketo, 1998)

D'après Saarenketo (1998), si la capacité d'échange cationique CEC d'un matériau est faible, les molécules d'eau sont arrangées d'une manière ordonnée autour des particules de sol et les valeurs diélectriques de l'eau liée restent presque indépendantes de la fréquence. Si la CEC est élevée, la structure moléculaire de l'eau liée sera perturbée et les molécules d'eau peuvent suivre plus facilement l'évolution du champ et donc la valeur diélectrique est plus grande. Ce type de matériaux est également très dispersé, en particulier à des fréquences
inférieures à 400 MHz. On note aussi que la partie imaginaire de la permittivité de la couche d'eau absorbée augmente avec la CEC. (Figure 1.10).



Figure 1.10 : La partie imaginaire de la permittivité relative en fonction de la CEC pour les sols humides (Saarenketo, 1998)

L'influence de la densité et du type de sol sur la mesure de la teneur en eau est présentée respectivement sur la Figure 1.11 et la Figure 1.12. Les CEC de l'argile kaolinitique, de l'argile d'Eddy et de l'argile de Beaumont sont égales à 3,2, 8,5 et 38,2 (meq/l), respectivement.



Figure 1.11 : Permittivité relative de l'argile de Beaumont en fonction de la teneur en eau massique à différentes densités (Saarenketo, 1998)



Figure 1.12 : Permittivité relative en fonction de la teneur en eau massique pour deux argiles différentes (Saarenketo, 1998)

Kelleners et al. (2005) ont mesuré la permittivité d'un milieu non-dispersé (sable fin) et d'un milieu fortement dispersé (bentonite), à l'aide de la méthode capacitive et de TDR. En utilisant un analyseur de réseau aux fréquences inférieures à 500 MHz, les permittivités mesurées ont été surestimées, tandis qu'à une fréquence de 500 MHz, les mesures sont stables et proches de la formule de Topp (Figure 1.13). On en déduit que pour résoudre le problème lié à la mesure de la permittivité de la bentonite, on peut appliquer de très hautes fréquences. En effet, à une fréquence supérieure à 500 MHz, la permittivité n'est plus dépendante de la fréquence de la sonde, et elle dépend uniquement de la teneur en eau. Ceci est déjà observé par Saarenketo (1998, Figure 1.8).



Figure 1.13 Permittivité réelle en fonction de la teneur en eau volumique pour une bentonite. Les résultats de l'analyseur pour 5 fréquences différentes ont été comparés avec la formule de Topp (Kelleners *et al.*, 2005)

En conclusion, le rôle de la fréquence des sondes est très important pour les milieux dispersés comme les sols fins ayant une capacité d'échange cationique élevée et les sols salins

ayant une conductivité électrique élevée. Dans de tels milieux la partie imaginaire de la permittivité ou la perte diélectrique est importante et donc la permittivité mesurée ne peut pas être relié directement à la teneur en eau. Quand la fréquence est supérieure à 400 MHz, l'effet de la fréquence est négligeable et les mesures deviennent interprétables.

1.5 Etalonnage de la sonde Humitub

Dans cette étude, la sonde Humitub est utilisée pour mesurer la teneur en eau volumique des sols. L'étalonnage de la sonde a été réalisé à l'aide des mesures dans différents matériaux afin d'étudier différents facteurs influençant la mesure.

1.5.1 Humitub

La sonde Humitub est une sonde capacitive destinée à mesurer la teneur en eau volumique des sols. Le diamètre de la sonde est de 50 mm. Deux électrodes annulaires forment le capteur de permittivité. La sonde possède aussi un capteur de température et est munie d'une carte de mesure composée d'un générateur de fréquence à 40 MHz. Le signal de sortie de cette sonde est une intensité électrique comprise entre 4 et 20 mA. Un système d'acquisition des données appelé OSIRIS est utilisé.



Figure 1.14 Sonde Humitub

Les trois configurations différentes de la sonde sont présentées dans le Tableau 1.2.

Configuration		Caractéristiques				
1	Mormoiron	épaisseur de l'électrode = 10 mm ; écartement = 10 mm				
2	M2	épaisseur de l'électrode = 8 mm ; écartement = 8 mm ; les vis en plastique				
3	Poitiers	épaisseur de l'électrode = 10 mm ; écartement = 11,8 mm				
Tableau 1.2 : Sondes Humitub						

1.5.2 Système d'acquisition et d'enregistrement (OSIRIS)

Le système d'acquisition des données OSIRIS permet d'effectuer des mesures provenant de tout type de capteurs (Figure 1.15). L'élément de base du système est composé d'une unité centrale et de modules de multiplexage à 16 voies d'entrée ; 32 modules peuvent être connectés à la centrale. Le système est conçu de telle manière que n'importe quel type de capteur (sortie en tension, courant, pont, demi-pont, quart de pont, corde vibrante, compteur, fréquencemètre, etc.) peut être connecté à n'importe quelle voie d'un module. Tous les types de capteurs classiques peuvent y être connectés pour effectuer des mesures de pression, déplacement, déformation, rotation, inclinaison, température, force, débit, pluie, etc. La possibilité de transmettre les données et les alarmes par téléphone à travers une liaison modem permet au système d'enregistrement d'assurer le suivi en temps réel in situ (IRIS instruments, 1994).



Figure 1.15 Centrale OSIRIS

1.5.3 Logiciel d'exploitation : IRIS CONCEPT

Le logiciel IRIS CONCEPT permet de configurer l'ensemble des centrales et des modules grâce à des menus déroulants interactifs (CONCEPT, IRIS instruments, 1994):

- choix des voies et des cartes de mesure ;
- gestion des paramètres de chaque capteur ;

- étalonnage des capteurs ;
- gestion de l'horloge et du système de réveil ;
- programmation des seuils ;
- gestion des alarmes ;
- récupération des données ;
- filtrage des données suivant différents formats (binaire, ASCII) ;
- représentation graphique des données.

1.5.4 Montages expérimentaux et programmes des essais

L'étalonnage de la sonde Humitub est réalisé en trois phases. Dans un premier temps, la sonde est placée dans les matériaux étalons tels que l'air, l'éthanol et l'eau, qui ont des valeurs de permittivité connues. Ensuite la sonde est placée dans des échantillons de sable et de limon préparés avec différentes teneurs en eau. Et finalement la sonde est placée dans un massif de sol de Mormoiron. Les préparations des échantillons et le programme des essais sont présentés dans ce qui suit.

1.5.4.1 Matériaux étalons et etude du rayon d'influence

Les essais sont effectués respectivement avec 30 litres d'eau pure, 30 litres d'éthanol, et dans l'air. Les permittivités relatives des matériaux étalons sont présentées dans le Tableau 1.3.

Matériau	Air	Éthanol	Eau	
Permittivité relative	1	25	80	

Tableau 1.3 : Permittivités des matériaux étalons

Afin de choisir les volumes de récipient et du matériau pour les mesures de teneur en eau à l'aide de la sonde capacitive, les dimensions de la zone d'influence de la sonde doivent être connues. Le rayon d'influence verticale de la sonde est étudié en mettant l'électrode supérieur de la sonde immergée dans l'éthanol au niveau de l'interface air-éthanol au départ et en l'éloignant ensuite de la surface jusqu'à ce que la mesure se stabilise à 14,96 mA, valeur pour éthanol. Les résultats sont présentés sur la Figure 1.16.



Figure 1.16 : Rayon d'influence vertical de la sonde Humitub

La mesure du rayon d'influence horizontal est effectuée en déplaçant la sonde immergée dans l'éthanol contenu dans un récipient plastique de 27 cm de diamètre. L'expérience est réalisée deux fois et les résultats sont très similaires. Le résultat est présenté sur la Figure 1.17 et montre l'effet de la paroi de la cuve plastique sur la mesure, quand la distance entre la sonde et la paroi est petite.



Figure 1.17 : Rayon d'influence horizontal de la sonde Humitub

On voit sur la figure qu'un récipient de diamètre de 27 cm serait suffisant pour s'affranchir de l'effet de bord. La distance entre la surface du matériau et l'électrode supérieure de la sonde doit être de 5 cm au moins en considérant le rayon d'influence vertical.

1.5.4.2 Echantillons de sable et de limon

Le sable de Fontainebleau et le limon de Jossigny ont été choisis pour étalonner la sonde afin d'étudier l'effet du type de sol. Les échantillons ont été compactés autour de la sonde dans un moule de 21 cm de diamètre.

Afin de limiter l'effet de la densité, on a préparé les échantillons à une densité sèche similaire pour chaque matériau. Le Tableau 1.4 et le Tableau 1.5 présentent les caractéristiques des échantillons préparés à différentes teneurs en eau. Les différentes mesures ont été réalisées à une température de 20 °C.

Echantillon	Masse de sable (kg)	Volume d'eau (L)	Hauteur du massif (m)	Volume du massif (m ³)	Teneur en eau volumique	Densité du massif (Mg m ⁻³)
1	20	0	0,39	1,35 x 10 ⁻²	0	1,48
2	20	1	0,4	1,39 x 10 ⁻²	0,07	1,51
3	20	2	0,43	1,50 x 10 ⁻²	0,13	1,47
4	20	3	0,43	1,49 x 10 ⁻²	0,20	1,54
5	20	4	0,425	1,48 x 10 ⁻²	0,27	1,62

Echantillon	Masse de limon (kg)	Volume d'eau (L)	Hauteur du massif (m)	Volume du massif (m ³)	Teneur en eau I volumique	Densité du massif (Mg m ⁻³)
6	18	0	0,4	1,39 x 10 ⁻²	0	1,29
7	18	0,9	0,42	1,45 x 10 ⁻²	0,06	1,30
8	18	1,8	0,44	1,53 x 10 ⁻²	0,12	1,29
9	18	2,7	0,44	1,53 x 10 ⁻²	0,18	1,36

Tableau 1.4 Echantillons du sable de Fontainebleau

Tableau 1.5 : Echantillons de limon de Jossigny

1.5.4.3 Echantillon de sol de Mormoiron

L'objectif de cette partie est d'étalonner cette sonde dans le sol prélevé sur le site expérimental de Mormoiron afin d'exploiter les données enregistrées sur ce site instrumenté avec les mêmes sondes capacitives. Les mesures sont effectuées en faisant varier la teneur en eau du sol. Des prélèvements d'échantillons au niveau des électrodes à différentes étapes sont également effectués pour la détermination de la teneur en eau par étuvage.

Le sol prélevé a donc été séché à la température ambiante et ensuite broyé en utilisant un rouleau métallique, et tamisé à 5 mm. Environ 500 kg de sol ont été préparés. Cette quantité de sol a été stockée dans un bac étanche afin d'homogénéiser sa teneur en eau. La préparation et le stockage des matériaux sont présentés sur les Figure 1.18 à Figure 1.20. Le sol a été compacté à une teneur en eau d'environ 7% et à une masse volumique proche de celle in situ de 1,4 Mg/m³. Les étapes de mise en place du sol sont les suivantes :

- installer le robinet et le tuyau de vidange au fond de la cuve ; le tuyau transparent permet de visualiser le front d'eau ;
- installer une couche de géotextile anticontaminant au fond de la cuve ;
- mettre en place une couche de gravier au fond de la cuve pour le drainage ;
- installer le géotextile anticontaminant disposé sur le gravier pour limiter l'entrée du matériau compacté dans la couche de sable ;
- prendre la masse nécessaire pour avoir une couche de 3 cm de matériau compacté à la densité voulue ;

- compacter à l'aide du compacteur spécial dans la cuve tout en contrôlant la hauteur de la couche ;
- installer la sonde au milieu de la cuve après le compactage de deux couches de 3 cm ;
- fixer la sonde au support ;
- compacter le sol dans la cuve par couches de 3 cm en contrôlant la densité du sol compacté jusqu'au niveau voulu ;
- prévoir un couvercle étanche pour limiter l'évaporation.

Les étapes de mise en place du sol et de la sonde sont présentées sur la Figure 1.21.



Figure 1.18 : Broyage du sol



Figure 1.19 : Tamisage à 5mm



Figure 1.20 : Stockage du sol



Figure 1.21 : Mise en place du sol par compactage et installation de la sonde

1.5.5 Effet de la configuration de la sonde

On présente les résultats obtenus avec les trois sondes dans les différentes configurations.



Figure 1.22. Effet de la configuration ou effet de la géométrie

La Figure 1.22 montre les intensités électriques des différentes configurations en fonction de la permittivité des matériaux étalons. Le sable sec n'est pas un matériau à étalonner, mais les résultats sont présentés sur la Figure 1.22 pour avoir une référence générale sachant que la permittivité du quartz est d'environ 5. Pour les trois configurations, on observe par extrapolation, que la permittivité maximale mesurable par les sondes est d'environ 40 qui correspond à la limite supérieure en intensité, égale à 20mA. De plus, on n'a pas constaté de stabilisation des mesures dans l'eau, ce qui peut être expliqué par la permittivité de l'eau égale à 80, largement supérieure à 40, la limite de mesure de la sonde.

1.5.6 Effet de contact sol-sonde

L'effet du contact sol-sonde a été étudié avec du sable. On a choisi environ 44 kg de sable de Fontainebleau. En ajoutant de l'eau, on a constaté que l'intensité mesurée par la sonde augmente. Comme la distribution de l'eau dans le sable n'était pas homogène, on a essayé d'interpréter les résultats avec le volume d'eau ajouté. Par calcul, on a estimé à 9 litres d'eau environ à ajouter pour atteindre la saturation du sol. Deux phénomènes ont été constatés :

- la variation de la réponse du capteur en fonction de l'augmentation de la teneur en eau est très faible ;
- après avoir ajouté 7 litres d'eau, la pente change brusquement et ensuite on observe une forte fluctuation.

On a refait cet essai en appliquant une couche de latex isolant sur les électrodes. Cette fois-ci il a été possible de continuer jusqu'à l'état saturé sans observer de phénomènes d'instabilité. La pente de la courbe donnant l'intensité en fonction du volume d'eau ajouté

dans le cas avec isolant est encore plus faible que dans le cas sans isolant (Figure 1.23). On peut l'expliquer par l'effet de la paraffine sur les électrodes présenté dans la partie 1.4.2.

Le saut observé au début des mesures est lié au retard de la progression du front d'humidification. La sonde utilisée dans cet essai est celle de la configuration 1 (Tableau 1.2).



Figure 1.23 Mesure de la permittivité en fonction du volume d'eau ajouté dans le sable

Il faut rappeler que les essais sur les étalons (air, éthanol et eau) ont déjà montré que la sonde ne fonctionne pas dans l'eau, même avec isolant. On peut en déduire que la limite de permittivité mesurable par la sonde sans isolant est inférieure à la permittivité du sable saturé.

1.5.7 Effet de la température

L'effet de la température a été étudié avec des mesures dans l'air en utilisant la sonde de la configuration 1, et avec les mesures sur les échantillons de sable sec et de limon sec en utilisant la sonde de la configuration 2. La température de l'air a été diminuée en utilisant des glaçons (sans contact avec la sonde). On a utilisé un radiateur chauffant quand il fallait augmenter la température. On a aussi laissé fonctionner la sonde à la température ambiante variable pendant plusieurs jours. La Figure 1.24 montre que le changement de température de 17 °C à 27 °C n'a pas d'influence sur le signal de sortie du capteur de permittivité et que l'intensité correspondant à la permittivité de l'air reste toujours à une valeur d'environ 8,1 mA dans l'air.



Figure 1.24 Effet de la température sur la permittivité de l'air, mesuré par la sonde Humitub

L'effet de la température a été ensuite étudié dans des sols. Pour des températures basses, les sols secs ont été placés dans un réfrigérateur pour baisser la température jusqu'à 4°C. La sonde Humitub de configuration 2 a été placée dans le sol refroidi et ensuite le sol a été compacté autour de la sonde. Pour l'essai à haute température, les échantillons ont été placés dans un bain d'eau chauffé à l'aide d'une pompe thermostat. Dans les deux cas, les mesures continues ont été effectuées jusqu'à ce que la température arrive à la température ambiante.



Figure 1.25: Effet de la température sur la mesure de la sonde Humitub dans le massif de sol sec (Hemmati *et al.* 2008)

Les résultats sont présentés sur la Figure 1.25. On constate que d'une part lorsque la température augmente, la permittivité mesurée augmente pour les deux sols et d'autre part l'effet de température sur la mesure dans le sable est plus important que dans le limon.

1.5.8 Effet du type de sol

Pour l'étalonnage de la sonde Humitub de configuration 2, deux matériaux ont été utilisés : le sable de Fontainebleau et le limon de Jossigny. Les échantillons ont été préparés par compactage à différentes teneurs en eau. Les densités et les teneurs en eau des échantillons préparés sont présentées dans le Tableau 1.4 et le Tableau 1.5. Les mesures de la sonde sont montrées sur la Figure 1.26. La sonde n'a pas donné de mesures sur l'échantillon de sable à une teneur en eau de 27%. Ceci est dû à la limite supérieure de la sonde (20 mA). Les résultats présentés sur la Figure 1.26 montrent que la variation de la permittivité avec la teneur en eau dépend du type de sol. La variation mesurée pour le limon est plus importante que celle mesurée pour le sable. La pente relativement faible de la courbe d'étalonnage pour le sable par rapport à celle pour le limon implique que la mesure de teneur en eau réalisée dans le sable serait moins précise que celle réalisée dans le limon. De plus, comme on a montré que l'influence de la température sur la mesure dans le sable (Figure 1.25) est aussi plus importante, on en conclut que la sonde est plus adaptée au limon qu'au sable.



Figure 1.26 : Etalonnage de la sonde Humitub dans le sable et le limon (Hemmati et al. 2008)

Afin de mieux comprendre les phénomènes observés sur l'étalonnage de la sonde Humitub, on a étalonné en parallèle une sonde TDR en utilisant les mêmes matériaux. En comparant les résultats présentés sur la Figure 1.27, on constate que la sonde TDR est moins sensible au type de sol par rapport à la sonde Humitub. Dans le cas du sable, la pente de la courbe d'étalonnage est plus forte que celle de l'Humitub, ce qui permettrait une plus grande sensibilité dans la pratique. Dans le cas du limon, la sonde Humitub présente une sensibilité supérieure à celle de la TDR.



Figure 1.27 : Etalonnage d'un TDR dans le sable et limon et effet du type de sol

L'essai dans l'argile a été beaucoup plus compliqué que ceux effectués dans les autres matériaux. On peut comprendre cette complexité à travers l'étude bibliographique sur les sondes capacitives. La seule valeur obtenue par la sonde de configuration 1 est de 10,3 mA dans l'argile de Mormoiron très sèche (w = 7%). En ajoutant de l'eau dans l'argile, bien avant d'arriver à une valeur stable on a déjà observé des fluctuations entre 4 et 20 mA. Les deux sondes de configurations 1 et 2 n'ont pas fonctionné du tout, ni dans la cuve préparée ni dans les échantillons intacts prélevés sur le site.

La sonde de configuration 2 a donné quelques mesures au laboratoire du BRGM en mettant du sable autour de la sonde. Il est évident qu'il faut utiliser ces résultats avec précaution vu l'effet de contact sol-sonde. La permittivité mesurée dans ce cas est influencée par le sable. En introduisant la sonde de configuration 3 dans les échantillons intacts prélevés sur le site de Mormoiron, on n'a pas observé une diminution continue de la mesure avec la diminution de la teneur en eau ; seules quelques stabilités de courte durée ont été observées. Malgré cela, on a prélevé des échantillons aux moments de ces stabilités pour la détermination de la teneur en eau par étuvage. Les résultats obtenus sont présentés dans le Tableau 1.6 et sur la Figure 1.28.

Teneur en eau volumique	14,6 %	21,9 %	34,8 %	30,7 %
Mesure correspondante (mA)	13,47	14,25	15,91	9,7

Tableau 1.6 : Teneurs en eau volumiques déterminées et réponse de la sonde de configuration 3



Figure 1.28 : Etalonnage de la sonde de configuration 3 dans le sol de Mormoiron

1.6 Conclusion

Dans ce chapitre on a présenté premièrement le principe de la méthode capacitive et la théorie concernée par cette méthode. Les facteurs influençant la mesure sont discutés sur la base des données existantes trouvées dans la littérature. La synthèse bibliographique présentée a montré l'effet de la densité sèche apparente, du contact sol-électrodes, de la géométrie de sonde, de la salinité, de la température, du type de sol et de la fréquence de la sonde. Le rôle de la fréquence sur les mesures de teneur en eau s'est avéré très important pour les milieux dispersés ayant une conductivité ionique ou une capacité d'échange cationique élevée.

On a présenté ensuite, les résultats de mesure de teneur en eau volumique à l'aide d'une sonde capacitive Humitub. L'influence de différents paramètres sur les mesures est étudiée. Le rayon d'influence de la sonde est de 7 cm. L'effet de contact sol-sonde a été bien mis en évidence en mettant un isolant autour des électrodes. Cette observation est en bon accord avec les résultats trouvés dans la littérature qui montrent l'effet important d'une couche de paraffine autour d'une sonde capacitive. L'effet de la température s'est avéré plus important dans un sable que dans un limon. La courbe d'étalonnage a montré une plus grande pente pour le limon que pour le sable, montrant une plus grande sensibilité de la sonde Humitub pour un matériau limoneux. Cette dépendance a été confirmée par les courbes d'étalonnage d'une sonde TDR. En effet, on a observé également une pente plus grande pour le limon avec la sonde TDR. En ce qui concerne l'étalonnage dans le sol de Mormoiron, les résultats obtenus sont plutôt décevants considérant les efforts consacrés à la préparation d'échantillon

et l'attente du travail d'étalonnage. Les résultats semblent montrer que les sondes capacitives comme Humitub ne sont pas adaptées à des sols argileux comme le sol de Mormoiron.

CHAPITRE 2. EVAPOTRANSPIRATION ET EXTRACTION PAR DES RACINES

2.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à une étude bibliographique sur les méthodes de calcul d'évaporation et d'évapotranspiration ainsi que sur les modèles de l'extraction d'eau par des racines. Dans la première partie on montre comment les différentes méthodes de calcul d'évapotranspiration sont déduites des équations physiques de base. Les hypothèses existantes dans les différentes méthodes sont également présentées et les rôles des différents termes sont discutés. Dans la deuxième partie les différents modèles d'extraction d'eau par des racines, unidimensionnel (1D) dans le cas de la végétation homogène et bidimensionnel (2D) dans le cas d'un arbre isolé ou d'une rangée d'arbres sont passés en revue.

2.2 Evapotranspiration

L'évapotranspiration correspond à un processus de transfert d'eau du sol vers l'atmosphère par l'évaporation au niveau de la surface du sol et par la transpiration des végétaux. Dans le bilan énergétique, l'énergie consommée pour l'évapotranspiration correspond à la chaleur latente.

2.2.1 Bilan énergétique

Quand le rayonnement solaire arrive à l'interface sol-atmosphère, il est adsorbé par l'atmosphère, l'eau et le sol. Le bilan énergétique peut être donc représenté par l'équation suivante :

$$R_n = H + \lambda E + G \tag{15}$$

où R_n est le rayonnement net solaire, H est le flux de la chaleur sensible, λE est le flux de la chaleur latente et G est le flux de la chaleur du sol. La Figure 2.1 montre les mesures typiques de différents termes du bilan énergétique sur l'interface.



Figure 2.1 : Mesures typiques de rayonnement net solaire R_n , de chaleur sensible H, de chaleur du sol G, et de chaleur latente $\lambda E = L_e$ (Blight 2002)

En supposant que le rayonnement net solaire R_n et la chaleur du sol G puissent être mesurés, on peut calculer la chaleur latente λE , si le rapport de Bowen $H/\lambda E$ est connu. Ce rapport peut être dérivé des équations de transfert de la chaleur et de la vapeur d'eau dans l'air. La chaleur sensible se présente sous la forme suivante :

$$H = \rho_a c_p \frac{\left(T_s - T_a\right)}{r_a} \tag{16}$$

où ρ_a est la densité de l'air, c_p est la capacité calorifique de l'air sous la pression atmosphérique, T_s est la température de la surface du sol, T_a est la température de l'air mesurée à un niveau donné (en général à 2 m au dessus de la surface de sol) et r_a est la résistance aérodynamique.

La chaleur latente transférée dans l'air peut être présentée comme :

$$\lambda E = \frac{\lambda \varepsilon \rho_a}{p_{atm}} \frac{\left(e_s - e_d\right)}{r_v} \tag{17}$$

où e_s est la pression de vapeur à la surface, e_d est la pression de vapeur dans l'air mesurée au même niveau que T_a , r_v est la résistance à la diffusion de vapeur d'eau, λ est la chaleur latente d'eau, ε est le rapport entre le poids moléculaire de la vapeur d'eau et celui de l'air sec, et p_{atm} est la pression atmosphérique.

Le rapport de Bowen peut s'écrire comme :

$$\frac{H}{\lambda E} = \gamma \frac{(T_s - T_a)/r_a}{(e_s - e_d)/r_v}$$
(18)

où r_a et r_v sont respectivement les résistances aérodynamiques à la diffusion de la chaleur et de la vapeur d'eau, et $\gamma = c_p p_a / \lambda \varepsilon$ est la constante psychrométrique. Penman (1948) a introduit l'équation suivante en supposant que la surface du sol est saturée et que la température de la surface du sol et celle de l'air sont proches:

$$\Delta = \frac{e_s - e_a}{T_s - T_a} \tag{19}$$

où Δ est la pente de la courbe représentant la variation de la pression de vapeur saturante $e_{z,sat}$ en fonction de la température T_z , et e_a est la pression de vapeur saturante à la température T_a . La pente Δ peut être déterminée à la température T_a . En reportant l'équation (19) dans l'équation (18), on trouve :

$$\frac{H}{\lambda E} = \frac{\gamma \left(e_s - e_a \right) / r_a}{\Delta \left(e_s - e_a \right) / r_v}$$
(20)

On peut réécrire l'équation (20) sous la forme suivante:

$$\frac{H}{\lambda E} = \frac{\gamma}{\Delta} \left(1 - \frac{e_a - e_d}{e_s - e_d} \right) \frac{r_v}{r_a}$$
(21)

En l'absence de la chaleur ajoutée ou supprimée du système, on peut supposer que $T_s \approx T_a$. Cela implique que $e_s \approx e_a$. En introduisant cette hypothèse dans l'équation (17), on trouve l'expression suivante pour la chaleur latente λE_a :

$$\lambda E_a = \frac{\lambda \varepsilon \rho_a}{p_{atm}} \frac{e_a - e_d}{r_v}$$
(22)

Les équations (22) et (17) conduisent à :

$$\frac{E_a}{E} = \frac{e_a - e_d}{e_s - e_d} \tag{23}$$

En reportant l'équation (23) dans l'équation (21) on obtient :

$$\frac{H}{\lambda E} = \frac{\gamma}{\Delta} \left(1 - \frac{E_a}{E} \right) \frac{r_v}{r_a}$$
(24)

En reportant l'équation (15) dans l'équation (24), on trouve :

$$E = \frac{\Delta (R_n - G) / \lambda + \gamma \frac{r_v}{r_a} E_a}{\Delta + \gamma \frac{r_v}{r_a}}$$
(25)

L'équation (25) peut être réécrite sous une autre forme en introduisant l'équation (22) :

$$E = \frac{\Delta (R_n - G) / \lambda + \gamma \frac{\varepsilon \rho_a}{p_a} \frac{(e_a - e_d)}{r_a}}{\Delta + \gamma \frac{r_v}{r_a}}$$
(26)

Le terme $\frac{\Delta(R_n - G)/\lambda}{\Delta + \gamma \frac{r_v}{r_a}}$ représente l'évaporation due à la radiation solaire et le terme

 $\frac{\gamma \frac{r_v}{r_a} E_a}{\Delta + \gamma \frac{r_v}{r_a}}$ correspond à l'évaporation aérodynamique.

Dans le cas de l'eau libre ou de surface de sol saturé, on a $r_a = r_v$, et donc l'équation (25) se réduit à l'équation de Penman (1948):

$$E_0 = \frac{\Delta (R_n - G) / \lambda + \gamma E_a}{\Delta + \gamma}$$
(27)

De plus, en reportant $r_a = r_v$ dans l'équation (26), l'équation de Penman (1948) peut être réécrite et adaptée à une culture humide dans l'agronomie (Monteith 1965; Rijtema 1965) :

$$E_{t,wet} = \frac{\frac{\Delta(R_n - G)}{\lambda} + \gamma \frac{\varepsilon \rho_a}{p_a} \frac{e_a - e_d}{r_a}}{\Delta + \gamma}$$
(28)

$$E_{t,wet} = \frac{\Delta(R_n - G) + c_p \rho_a \frac{(e_a - e_d)}{r_a}}{(\Delta + \gamma)\lambda}$$
(29)

Dans le cas d'une culture sèche, il est nécessaire de prendre en compte la résistance liée au couvert végétal à la diffusion de la vapeur d'eau r_c et dans ce cas $r_v = r_c + r_a$. En reportant cette expression de r_v dans l'équation (26) on trouve l'équation de Penman-Monteith (1965) :

$$E_{t,dry} = \frac{\Delta(R_n - G) + c_p \rho_a \frac{(e_a - e_d)}{r_a}}{\left(\Delta + \gamma \left(1 + \frac{r_c}{r_a}\right)\right)\lambda}$$
(30)

Cette équation est valable pour une culture sèche qui couvre complètement la surface du sol saturé.

La valeur de r_c varie de 30 s/m pour les cultures à 150 s/m pour les forêts. Dans le cas de l'existence d'une couche d'eau sur les feuilles des végétations, ce paramètre devient zéro et on retrouve l'équation (29).

La résistance du couvert végétal, r_c , est fonction de la radiation solaire, du déficit de pression de vapeur et de teneur en eau du sol. Elle dépend aussi du type de sol et du type de culture ou de l'essence d'arbre. Cette résistance n'est pas directement mesurable mais peut être déterminée expérimentalement en utilisant l'équation (30). r_c peut être relié à la résistance d'une feuille r_{leaf} , mesurée par un podomètre, et l'indice de surface foliaire, *LAI* qui correspond au rapport entre la surface totale développée par le feuillage du végétal et la surface occupée au sol par ce végétal :

$$r_c = \frac{r_{leaf}}{0,5LAI} \tag{31}$$

Dans le cas où ces mesures ne sont pas disponibles, la valeur de r_{leaf} peut être supposée égale à 100 s/m.

La résistance aérodynamique r_a , en utilisant le principe de similarité de Monin-Obukhov en supposant l'état stable, peut être exprimée par :

ou

$$r_{a} = \frac{\ln\left(\frac{z-d}{z_{om}}\right)\ln\left(\frac{z-d}{z_{ov}}\right)}{K^{2}u_{z}}$$
(32)

où z est l'élévation à laquelle la vitesse du vent est mesurée, d est la hauteur de déplacement, z_{0m} est la rugosité, z_{0v} est la rugosité pour la vapeur d'eau, K est la constante von Karman et u_z est la vitesse du vent à la hauteur z. Le déplacement d dépend de la hauteur de la plante concernée h et est estimé souvent par :

$$d = 0,67h$$

$$z_{0m} = 0,123h$$

$$z_{0v} = 0,1z_{0m}$$
(33)

Les différentes équations existantes dans la littérature pour la résistance aérodynamique sont présentées au Tableau 2.1. (Les paramètres sont présentés pour le cas non stable).

Source	r _{ah}	Type/Hypothèse
Choudhury et al. (1986)	$r_{ah} = \frac{1}{k^2 u} \left[\ln \left(\frac{Z - d}{Z_{0m}} \right) \right] \left[\ln \left(\frac{Z - d}{Z_{0h}} \right) \right] \left(1 - \beta R i_B \right)^{-3/4} \qquad \beta = 5$	Semi-empirique $Z_{0m} \neq Z_{0h}$
Verma et al. (1976)	$r_{ah} = \frac{1}{k^2 u} \left[\ln \left(\frac{Z - d}{Z_{0m}} \right) \right]^2 \left(1 - 16Ri_B \right)^{-1/4}$	Empirique $Z_{0m} = Z_{0h}$
Hatfield et al. (1983)	$r_{ah} = \frac{1}{k^2 u} \left[\ln \left(\frac{Z - d}{Z_{0m}} \right) \right]^2 \left(1 + \beta R i_B \right) \qquad \beta = 5$	Empirique $Z_{0m} = Z_{0h}$
Mahrt et Ek (1984)	$r_{ah} = \frac{1}{k^2 u} \left[\ln \left(\frac{Z - d}{Z_{0m}} \right) \right]^2 \left[\frac{1 + c \left(-Ri_B \right)^{1/2}}{1 + c \left(-Ri_B \right)^{1/2} - 15Ri_B} \right]$	Empirique $Z_{0m} = Z_{0h}$
	$c = \left[75k^2 \left(\frac{Z + Z_{0m}}{Z_{0m}} \right)^{1/2} \right] / \left[\ln \left(\frac{Z + Z_{0m}}{Z_{0m}} \right) \right]^2$	
Xie (1988)	$r_{ah} = \frac{1}{k^2 u} \left[\ln\left(\frac{Z-d}{Z_{0m}}\right) \right]^2 \left\{ 1 + \left[\ln\left(\frac{Z-d}{Z_{0m}}\right) \right]^{-1} \left[1 - 16\left(-Ri_B\right) \ln\left(\frac{Z-d}{Z_{0m}}\right) \right]^{-1/2} \right\}$	Empirique $Z_{0m} = Z_{0h}$
Viney (1991)	$r_{ah} = \frac{1}{k^2 u} \left[\ln \left(\frac{Z - d}{Z_{0m}} \right) \right] \left[\ln \left(\frac{Z - d}{Z_{0h}} \right) \right] \left[a + b \left(-Ri_B \right)^c \right]^{-1}$	Semi-empirique $Z_{0m} \neq Z_{0h}$
	$a = 1,10591 - 0,0552 \ln \left\{ 1,72 + \left[4,03 - \ln \left(\left(Z - d \right) / Z_{0m} \right) \right]^2 \right\}$	
	$b = 1,9117 - 0,2237 \ln \left\{ 1,86 + \left[2,12 - \ln \left(\left(Z - d \right) / Z_{0m} \right) \right]^2 \right\}$	
	$c = 0,8437 - 0,1243 \ln \left\{ 3,49 + \left[2,79 - \ln \left(\left(Z - d \right) / Z_{0m} \right) \right]^2 \right\}$	

Tableau 2.1 : Différentes équations pour la résistance aérodynamique d'après Shaomin Liu et al. (2007)

Il faut rappeler que dans les équations de Penman (1948), de Monteith (1965), de Rijtema (1965) et de Penman-Monteith (1965), la surface de sol est supposée d'être couverte d'une couche d'eau. Par conséquent, l'évaporation ou l'évapotranspiration calculée par ces méthodes correspond à des potentiels d'évaporation ou d'évapotranspiration.

2.2.2 Evapotranspiration à partir d'une surface non saturée

Les hydrologues et les géotechniciens ont tenté d'évaluer l'évapotranspiration à partir d'un sol non saturé depuis des décennies. Un exemple de répartition énergétique de R_n selon les divers processus en fonction des conditions hydriques du sol et du couvert végétal est présenté dans le Tableau 2.2. On peut voir que la contribution des différents termes dépend du type de couvert végétal et de la succion ou du degré de saturation du sol. L'effet du type de couvert végétal apparaît dans le terme r_c . L'influence de la succion se manifeste dans la pression de vapeur de la surface du sol e_s , et aussi dans la résistance de surface, r_s .

Système végétal	$\frac{R_n}{(Wm^{-2})}$	$\frac{\lambda E}{(Wm^{-2})}$	$\lambda E/R_n$	$\frac{H}{(Wm^{-2})}$	H/R_n	$H/\lambda E$	G (Wm^{-2})	G/R_n
Forêt d'hévéa								
Sans stress	625	487	0,77	116	0,18	0,23	22	0,03
Stress hydrique	538	196	0,36	322	0,59	1,64	20	0,03
Culture de riz								
Sans stress	548	431	0,78	90	0,16	0,21	28	0,05
Stress hydrique	546	311	0,61	170	0,33	0,55	25	0,05
Culture de manioc								
Sans stress	352	292	0,82	18	0,05	0,06	52	0,15
Stress hydrique	316	181	0,57	70	0,22	0,39	65	0,21
Sol nu	430	52	0,12	230	0,55	4,50	142	0,33

Tableau 2.2 : Exemples de répartition énergétique de R_n en fonction des conditions hydriques du sol et ducouvert végétal (Monteny *et al.* 1981, 1985, dans Monteny et Zeller 1985)

2.2.2.1 Rôle de la pression de vapeur d'une surface non saturée

La Figure 2.2 (d'après Holmes 1961 et Gray 1970), montre la relation entre l'évaporation réelle E de la surface de sables et d'argiles à partir d'un état presque saturé ainsi que l'évaporation potentielle E_p , d'une surface couverte d'une couche d'eau.

Holmes (1961) a montré que l'évaporation réelle est égale à l'évaporation potentielle, pour les sables comme pour les argiles, quand la teneur en eau est élevée ou proche de la capacité au champ. Le rapport E/E_p pour les deux types de sols commence à diminuer quand la réserve en eau diminue et arrive au point de flétrissement permanent pour les plantes, i.e., à une succion de 1,5 MPa. La Figure 2.2 montre que quand l'eau devient de moins en moins disponible, le rapport E/E_p varie sensiblement en fonction du type de sol et du taux de séchage. Par exemple, le rapport E/E_p pour le sable en cours de séchage rapide est sensiblement inférieur à celui du séchage lent lorsque la disponibilité de l'eau est à mi-chemin entre la capacité au champ et le point de flétrissement permanent. La courbe de l'argile indique un taux d'évaporation plus élevé. En résumé, la Figure 2.2 montre que le taux d'évaporation réelle par rapport au taux d'évaporation potentielle est fonction de la disponibilité de l'eau, du type de sol, et du taux de séchage.



Figure 2.2 : Courbes de séchage de sable et d'argile montrant AE/PE en fonction de la disponibilité d'eau (d'après Holmes, 1961)

Wilson *et al.* (1997) ont réalisé des essais d'évaporation en laboratoire sur trois sols différents : le sable de Beaver Creek, le limon Custom, et l'argile de Regina. Les surfaces des sols ont été saturées et soumises à une évaporation jusqu'à un état de séchage complet. Le taux d'évaporation réel pour chaque sol a été mesuré. En parallèle, le taux d'évaporation potentielle a été déterminé sur une surface couverte d'une couche d'eau. Le rapport de l'évaporation réelle sur l'évaporation potentielle, appelé aussi l'évaporation normalisée du sol, a été alors évalué en fonction du temps de séchage, de la teneur en eau et de la succion du sol. En négligeant la résistance de surface, Wilson *et al.* (1997) ont proposé l'expression suivante pour le rapport E/E_p en fonction de la pression de vapeur actuelle du sol :

$$\frac{E}{E_p} = \frac{e_s - e_a}{e_{vs} - e_a} \tag{34}$$

où e_s est la pression de vapeur de la surface du sol $e_s = h_{rs}e_{vs}$, avec h_{rs} l'humidité relative dans le sol et e_{vs} la pression de vapeur saturante à la température de surface du sol. $e_a = h_r e_d$ avec h_r l'humidité relative dans l'air et e_d la pression de vapeur saturante à la température de l'air. L'humidité relative dans le sol peut être reliée à la succion du sol par la loi de Kelvin :

$$h_{rs} = \exp\left(\frac{\psi g W_{v}}{RT}\right)$$
(35)

où ψ est la succion totale et W_{ν} est la masse moléculaire de l'eau. Si les températures de l'eau, du sol et de l'air sont égales, les pressions de vapeur saturante dans le sol et dans l'air sont égales aussi et on obtient dans ce cas :

$$\frac{E}{E_p} = \frac{\exp\left(\frac{\psi g W_v}{RT}\right) - h_r}{1 - h_r}$$
(36)

Dans le cas où les températures du sol, de l'eau et de l'air ne sont pas égales, il faut calculer la pression de vapeur saturante de chaque constituant en fonction de sa température. L'équation (36) donne la valeur de E/E_p en fonction de la succion totale à la surface du sol. La pertinence de cette équation a été vérifiée par comparaison avec les données expérimentales. En effet, la Figure 2.3 montre un bon accord entre les valeurs de E/E_p calculées avec l'équation (36) et les valeurs mesurées expérimentalement pour le sable, le limon et l'argile (Wilson *et al.* 1997).



Figure 2.3. Comparaison entre les mesures de E/E_p et les calculs (d'après Wilson *et al.*, 1997)

2.2.2.2 Rôle de la résistance de surface dans le cas non saturé

La résistance de surface représente la résistance à la diffusion de vapeur à travers des ouvertures des stomates et la surface foliaire totale (r_c) ainsi que la surface du sol (r_s) . La

résistance aérodynamique r_a représente la résistance au-dessus de la végétation. Dans le cas où la surface du sol n'est pas saturée, une résistance supplémentaire pour la diffusion de vapeur r_s doit être prise en compte, i.e. $r_v = r_a + r_s$ pour une surface nue ou une culture humide, et $r_v = r_a + r_c + r_s$ pour une culture sèche. De plus, on ne peut plus dans ce cas relier directement la pression de vapeur de la surface du sol à sa température car la pente Δ correspond à l'état saturé. Autrement dit, la simplification de Penman (1948) dans l'équation (19) ne sera plus valable. On reviendra donc aux deux équations de base (16) et (17).

La formulation de la résistance de surface joue un rôle important dans les modèles basés sur le bilan énergétique. Le processus dominant de l'évaporation à partir d'un sol nu est la diffusion de vapeur à travers la couche superficielle. La Figure 2.4 donne une illustration schématique de la résistance à la diffusion de vapeur à partir d'une surface nue non saturée. Ce processus est fonction des paramètres physiques du sol tels que la teneur en eau, les gradients de pression de vapeur, la température, la succion et la taille des pores (Philip 1957, Van Bavel et Hillel 1976). Il est également fonction de la turbulence de l'air à l'interface solatmosphère (Fukuda 1955, Farrel et al. 1966, Scotter et Raats 1969 et Ishihara et al. 1992). La modélisation de ce processus nécessite un modèle capable de décrire ce qui se passe dans le premier millimètre du sol à partir de l'interface sol-atmosphère (Camillo et al. 1983). Mahfouf et Noilhan (1991) ont réalisé une étude comparative des différentes formulations et ont conclu qu'il est difficile d'établir une relation entre l'évaporation et la teneur en eau de la couche superficielle : on a besoin de mesures indépendantes de la résistance de surface à différentes teneurs en eau et sur différents sols. Van de Griend et Owe (1994) ont mesuré la résistance de surface d'un limon fin sableux à l'aide d'une chambre environnementale dans laquelle on imposait une circulation rapide d'air. Les résultats obtenus les ont conduit à proposer la relation exponentielle suivante :

$$r_{s} = r_{sl} \exp\left(\alpha \left(\theta_{\min} - \theta\right)\right) \tag{37}$$

où $\theta \le \theta_{\min}$ est la teneur en eau volumique du premier centimètre de sol à partir de la surface, et θ_{\min} est une teneur en eau volumique seuil au-delà de laquelle on atteint l'évaporation potentielle.



Figure 2.4. Illustration schématique de la résistance à la diffusion de vapeur à partir d'une surface nue avec une couche de sol humide (A) et avec une couche de sol sec (B) (Van de Griend et Owe 1994)

Pour étalonner et utiliser cette équation, la température de la surface du sol et la teneur en eau du premier centimètre de sol doivent être connues.

2.2.3 Modèle SiSPAT (Braud et al. 1993)

Braud et al. (1993) ont développé un modèle de transfert sol-végétation-atmosphère appelé SiSPAT. Ce modèle qui utilise les données météorologiques (la radiation solaire, la température de l'air, l'humidité relative de l'air, la vitesse du vent et la précipitation), peut être divisé en quatre parties principales.

- Dans le sol, les équations couplées de transfert de la chaleur et de la masse d'eau (liquides et vapeur) sont résolues.
- Dans l'atmosphère, la résistance aérodynamique est calculée en considérant la condition stable.
- A l'interface sol-végétation-atmosphère, une couche de végétation est considérée avec deux bilans énergétiques, l'un pour la fraction du sol nu et l'autre pour la fraction de la végétation.
- L'extraction par des racines est supposée être égale à la transpiration par des feuilles. L'interception, l'infiltration et le ruissellement ont été considérés.

Dans ce modèle deux bilans énergétiques ont été considérés, l'un pour le sol nu et l'autre pour la végétation, la capacité calorifique de la végétation étant supposée d'être négligeable :

$$R_{ng} = H_g + \lambda E_g + G \qquad \text{pour la surface du sol} R_{nv} = H_v + \lambda E_v \qquad \text{pour la végétation}$$
(38)

Où *R* est la radition solaire, *H* est la chaleur sensible de l'air, *G* est le flux de chaleur dans le sol, λE est la chaleur latente d'évaporation. Les indices « *g* » et « *v* » désignent le sol et la végétation, respectivement.

La Figure 2.5 montre le schéma de la partition des flux de la chaleur latente et de la chaleur sensible entre la surface de sol et la végétation. Les équations présentées par Taconet *et al.* (1986) sont utilisées pour évaluer les résistances aérodynamiques entre la surface du sol et le couvert végétal en fonction de la vitesse du vent et de l'indice de surface foliaire.



Figure 2.5. Schéma de la partition des flux de la chaleur sensible et de la chaleur latente entre la surface du sol et la végétation. Les variables soulignées sont calculées à l'interface. (Braud *et al.* 1993)

Dans le sol, l'extraction par des racines a été modélisée en considérant l'analogie électrique avec plusieurs résistances : sol, racines, xylèmes (Figure 2.6). La résistance des stomates dépend de la radiation solaire, du potentiel hydrique foliaire et de l'indice de surface foliaire.



Figure 2.6 : Schéma d'analogie électrique du transfert d'eau à l'intérieur d'une plante

Afin d'étalonner et de valider ce modèle, les résultats d'essais en place dans un champ de soja ont été utilisés. L'étalonnage a été effectué pendant 3 jours dans une période humide. L'intervalle des données météorologiques était de 30 minutes. Le flux de chaleur sensible audessus du couvert végétal a été déduit de la vitesse du vent et des profils de température. Dans le sol, la pression d'eau, la teneur en eau et la température ont été mesurées à plusieurs profondeurs. Le flux de chaleur du sol a été calculé à partir des profils de température. Le flux de chaleur latente a été obtenu à partir du bilan énergétique. La hauteur de la végétation, l'indice de surface foliaire et le potentiel hydrique foliaire ont également été déterminés. Les mesures complètes sont disponibles pour une durée de 7 jours : 2 jours en condition sèche et 5 jours en condition humide. Un assez bon accord entre le modèle et les mesures a été obtenu pour les profils de teneur en eau et de température du sol et pour le potentiel hydrique foliaire.

2.2.4 Modèle SVAT (Boulet et al. 2000)

Un modèle de transfert sol-végétation-atmosphère (SVAT) a été présenté par Boulet *et al.* (2000), dans le cadre d'un programme intitulé « Semi-Arid Land Surface Atmosphere » (SALSA), pour les applications à grande échelle et pour l'utilisation de télédétection. L'élévation à laquelle les données climatiques sont enregistrées a été considérée comme niveau de référence. Ce modèle utilise le concept de la capacité d'infiltration et d'évaporation pour décrire l'infiltration et l'extraction d'eau d'un réservoir d'une profondeur d_r correspondant à la profondeur moyenne d'infiltration et d'évaporation. La durée considérée est divisée, suivant les conditions atmosphériques, en périodes de précipitations et périodes interprécipitations. Les phénomènes d'évaporation et d'infiltration sont décrits dans trois cas

représentatifs: dans le cas avec une énergie ou une précipitation limitée, dans le cas avec un taux fixé par la teneur en eau du sol et dans le cas avec une teneur en eau résiduelle. Le choix d'une couche unique pour sol-végétation permet d'utiliser directement les données de télédétection, ce qui représente une facilité importante.

Le modèle est illustré sur la Figure 2.7. T_s , T_a et T_0 sont respectivement la température de surface, la température aérodynamique de l'air et la température de référence ; θ_0 est la teneur en eau volumique initiale ; z_a , d et z_m sont la hauteur de référence, de déplacement et de rugosité, respectivement; r_s est la résistance de surface.



Figure 2.7 : Représentation du modèle à une seule couche / un seul réservoir

Dans ce modèle la chaleur latente actuelle est calculée à l'aide de l'équation suivante :

$$\lambda E = \beta \lambda E_p \tag{39}$$

où $\beta = \theta/\theta_s$ avec θ la teneur en eau actuelle et θ_s la teneur en eau à la saturation ; E_p est l'évaporation potentielle.

Le flux de chaleur du sol est considéré comme une fraction de rayonnement net solaire :

$$G = \xi_s e^{-0.4LAI} R_n \tag{40}$$

La relation entre la température aérodynamique T_0 et la température de surface T_s est empirique, fonction de la température de l'air et de l'indice de surface foliaire LAI. ξ_s est une constante. (Chehbouni et al., 1997) :

$$\chi = \frac{T_0 - T_a}{T_s - T_a} = \frac{1}{e^{\nu/(\nu - LAI)} - 1}$$
(41)

où v est une constante. Dans ce modèle, la méthode d'évaluation de l'évapotranspiration potentielle est similaire à la méthode Penman-Moteith. Pour prendre en compte la correction de la stabilité, la résistance aérodynamique est calculée en utilisant la méthode présentée par Choudhury et al. (1986).

2.3 Architecture des racines et de la zone enracinée

Le système racinaire d'une plante correspond à l'ensemble de la structure de la plante audessous de la terre (Berntson 1994) et peut être caractérisé par un ensemble de différents paramètres comme la morphologie, la topologie, la distribution et l'architecture (Lynch 1995). En général les arbres ont tendance à développer des systèmes racinaires plus profonds tandis que les arbustes ont des racines plus concentrées dans la zone superficielle (Becker and Castillo 1990). Le besoin d'extraire de l'eau de façon efficace détermine non seulement l'étendue mais aussi la densité du système racinaire.

Le développement racinaire est gouverné par les propriétés du sol et de l'essence de l'arbre considéré, ainsi qu'en fonction de l'eau disponible. En effet, chaque essence d'arbre génère un type de racine qui lui est propre. Néanmoins, la croissance racinaire se fait à partir de trois catégories initiales, décrites ci-dessous (Figure 2.8) :

• Type pivotant: racine à développement vertical de diamètre important prospectant le sol sur plusieurs dizaines de centimètre à un mètre.

- Type traçant ou ligneux: racine à croissance horizontale, proche de la surface du sol.
- Type oblique: racine se développant latéralement et verticalement.



Figure 2.8 : Différents types de racines (Waissen 1991)

Une recommandation est faite pour guider la sélection de la géométrie de la zone racinaire. Les rapports de la distance d'influence de certaines espèces sur leur hauteur sont présentés dans le Tableau 2.3.

D/H	espèce	Ref.
< 0.5	Une rangée d'ormes	Bozozuk, 1962
<1.5	Une rangée d'arbres	Biddle, 1983
<0.7	Un eucalyptus isolé	Cameron, 2001
<1.5	Une rangée d'eucalyptus	Cameron, 2001
0.5 to 1	Eucalyptus dans l'argile	Jaska et al. 2002
0.8 to 1.1	Une rangée d'eucalyptus dans l'argile	Jaska et al. 2002
1	Arbre isolé	Blight, 2003
1.5	Une rangée d'arbres	Blight, 2003

Tableau 2.3 Rapport de la distance d'influence de certaines espèces sur leurs hauteurs (d'après Fityus et
al. 2007)

2.4 Modèles d'extraction par les racines

Les arbres jouent un rôle essentiel dans le changement de teneur en eau des sols. Dans le cas des sols argileux susceptibles d'avoir un phénomène important de retrait-gonflement, les arbres sont concernés dans au moins 80% des cas de déclarations de sinistres dus au retrait-gonflement (Biddle 1998). La transpiration des feuilles pendant l'été est en général au-delà de l'apport d'eau par les précipitations et par d'autres sources, conduisant à un déficit hydrique en été. Ce déficit est dans la plupart des cas récupéré au cours de l'hiver qui suit. Pour des sols argileux, ces changements de teneur en eau peuvent causer des variations de volume importantes. Si de telles variations de volume se produisent au-dessous des fondations, ils peuvent causer des dommages aux bâtiments. L'ampleur de ces variations de volume dépend des propriétés des sols dont la perméabilité qui est essentielle pour le développement et la récupération du déficit d'humidité. Dans la plupart des cas, le déficit d'humidité du sol et les mouvements du sol liés aux variations de volume sont saisonniers, avec recouvrement durant chaque hiver. Seulement dans des circonstances exceptionnelles un déficit persistant se développe. Les mouvements saisonniers peuvent être stabilisés rapidement et efficacement en réduisant l'influence des arbres.

L'extraction d'eau par les racines est le résultat du déficit de succion entre le sol et les racines. Les modèles existants en la matière peuvent être classés en deux catégories : modèles microscopiques et macroscopiques.

2.4.1 Approche microscopique

Les modèles microscopiques considèrent le flux radial d'eau vers une racine simple. Dans cette approche, la racine est assimilée à un puits cylindrique infiniment long de rayon uniforme. Ce type de modèles microscopiques permet de décrire raisonnablement le processus d'extraction des racines. Cette approche a été adoptée pour la première fois par Phillip (1957) qui a considéré le système des racines comme un réseau cylindrique de puits dans un volume cylindrique de sol. La conductivité et la diffusivité hydraulique du sol ont été supposées indépendantes de la teneur en eau ; l'évaporation a été supposée constante dans le temps. Plusieurs chercheurs (Gardner 1960 ; Cowen 1965 ; Passioura et Cowen 1968 ; Molz et Remson 1970 ; Hillel et al. 1975 ; Molz et Hornberger 1973) ont adopté cette approche microscopique en modifiant le modèle de régime permanent de Philip (1957). Cependant, de tels modèles microscopiques ne sont pas efficaces pour les raisons suivantes :

- Les conditions du régime permanent existent rarement, puisque le système des racines est un système dynamique. La géométrie du système enraciné dépend du temps et les racines se développent dans des directions variées.
- La perméabilité change le long de la racine et avec le temps (tubérisation, vieillissement).
- L'extraction des racines est plus efficace avec de jeunes racines. Puisque la longueur d'une jeune racine n'est pas directement liée à la somme de la longueur des racines, il y a différentes activités d'absorption dépendant de l'âge et de la position des racines en utilisant l'approche microscopique.
- L'évaluation expérimentale des propriétés géométriques et physiques des racines n'est pas pratique en raison de la difficulté liée à l'identification des racines.
- La limite principale des modèles microscopiques est qu'ils ne peuvent pas être expérimentalement évalués et que les conditions aux limites ne peuvent pas être facilement définies.

2.4.2 Approche macroscopique

Dans les modèles macroscopiques, le système des racines est considéré comme une unité globale qui ne tient pas compte de l'effet des racines individuelles. L'extraction d'eau par les racines est représentée par un terme volumique d'extraction dans l'équation d'écoulement non saturé. Les conditions aux limites sont appliquées sur la surface du système composé du sol et de racines, et sur la nappe phréatique. Ces modèles macroscopiques admettent également l'interaction avec le processus de transpiration. Gardner (1964) a proposé un modèle mathématique macroscopique pour décrire l'extraction d'eau par un système non uniforme de racines. L'intérêt principal de cette étude est la détermination de la distribution des racines associées à chaque incrément de profondeur. Ce modèle a été validé en utilisant les données expérimentales d'un champ de sorgho, avec une très bonne concordance obtenue entre l'extraction d'eau théorique et expérimentale. Les modèles macroscopiques d'extraction proposés par Whisler et al. (1968) ; Nimah et Hanks (1973) ; Feddes et al. (1974, 1976, 1978) ; Afshar et Marino (1978) ; Rowse et al. (1978) ; Belmans et al. (1983), sont dans la continuité des travaux de Gardner (1964), en simplifiant le terme d'extraction dans l'équation d'écoulement. Une expression plus rationelle, représentant la fonction de la distribution des

racines, a été utilisée. Certains de ces modèles ont été également confrontés aux données in situ, et à l'analyse de la sensibilité des paramètres du système racines-sol.

Feddes et al. (1978) ont proposé un modèle macroscopique d'extraction d'eau par des racines, dans lequel le potentiel de transpiration est d'abord distribué dans la zone enracinée et est réduit ensuite à l'extraction réelle en appliquant une fonction réductrice. Basés sur ce concept, de nombreux modèles d'extraction d'eau ont été développés.

Singh et Kumar (1985) ont utilisé la méthode des éléments finis unidimensionnelle pour déterminer le mouvement de l'eau dans un champ irrigué. Le terme d'extraction a été dérivé en résolvant l'équation unidimensionnelle de Richards pour un régime permanent en coordonnées polaires en considérant la racine comme une partie du domaine d'écoulement. La racine est assimilée à un puits linéaire et le terme de résistance de racine est introduit en utilisant un facteur de contact de racine proposé par Herkelrath et al. (1977). Cette étude est originale dans la mesure où elle emploie une analyse microscopique dans un modèle macroscopique d'extraction d'eau. Le profil hydrique du sol calculé pour une période de 9 jours n'est pourtant pas en bonne concordance avec les données obtenues sur le site, ce qui montre l'incertitude sur les valeurs de la conductivité hydraulique du sol.

Protopapas et Bras (1987) ont développé un modèle d'extraction d'eau et un modèle de distribution de racines comme deux composants d'un modèle de croissance de plantes. Les objectifs de cette étude étaient de présenter un modèle de croissance de racine, capable de décrire le polymorphisme de la distribution des racines dans la profondeur lié aux processus physiques, biologiques et hydrologiques de la croissance des plantes, et à l'extraction d'eau dans différents modes d'irrigation.

Marino et Tracy (1988) ont étudié le mouvement vertical de l'eau sous la zone enracinée d'une plante. Le terme d'extraction des racines a été choisi en fonction du gradient de la pression d'eau entre l'interface sol-racine et le sol. Une équation différentielle partielle décrivant l'écoulement d'eau vertical dû à une racine, couplée à l'équation d'écoulement d'eau du sol est résolue, tout en tenant compte d'une distribution de densité enracinée. Le modèle a été validé en utilisant les données in situ obtenues par King et Hanks (1973).

Gardner (1991) a développé un modèle d'extraction pour décrire l'extraction d'eau par des racines en utilisant seulement deux paramètres : le paramètre lié à la profondeur de racine et le paramètre lié à la quantité d'eau extractible pour définir le terme d'extraction dans l'équation régissante. Un modèle développé en supposant un comportement non-linéaire des racines a été utilisé.
Thorburn et Ehleringer (1995) ont indiqué que le système racinaire est très complexe. Selon leur étude, les racines prennent de l'eau de la source la plus disponible, et que l'eau prise par les racines ne provient pas entièrement du sol environnant.

La description de la distribution du potentiel de transpiration est basée soit sur la distribution des racines (Feddes et al. 1978 ; Van Dam et al. 1997 ; Simunek et al. 1998 ; Li et al. 1999) soit sur la distribution des racines et la disponibilité de l'eau du sol (Li et al. 2001). L'extraction d'eau par des racines peut être réduite quand les concentrations des sels solubles dépassent les valeurs spécifiques de seuils pour les plantes (Homaee 1999).

Plusieurs fonctions de distribution de racines ont été considérées dans le concept d'extraction d'eau. Ces fonctions peuvent être linéaires (Hoogland et al. 1981 ; Hayhoe et De Jong 1988 ; Prasad 1988) ou non linéaires (Raats 1974 ; Jarvis 1989 ; Tiktak et Bouten 1992 ; Vrugt et al. 2001). Les fonctions linéaires qui demandent seulement le minimum de données comme la profondeur des racines, sont en général moins précises que les fonctions non linéaires qui font intervenir au moins un paramètre empirique à déterminer en utilisant des données expérimentales. La plupart des fonctions de distribution des racines est déterminée par des mesures locales, avec un nombre limité de types de végétation. En conséquence, de tels modèles ne sont pas très utiles à l'échelle régionale et globale où la distribution des racines peut être très hétérogène.

Trois fonctions de charge hydraulique, proposées respectivement par Feddes et al. (1978), Van Genuchten (1987) et Tiktak et Bouten (1992), sont généralement utilisées dans la modélisation de l'extraction d'eau. Chacune des trois contient des paramètres empiriques et donc un travail préalable de calibration et de validation est indispensable, si aucune valeur appropriée ne peut être trouvée dans la littérature. Pour les simulations aux échelles régionales, de telles calibrations et validations de paramètres prennent du temps à cause de la grande variabilité des sols et des végétations, et sont souvent impossibles à cause du manque de données.

L'application des modèles d'écoulement multidimensionnels nécessite la caractérisation spatiale d'extraction d'eau des racines. Des modèles disponibles sont en grande partie limités à une seule dimension (Feddes et al., 1974 ; Molz, 1981 ; Jarvis, 1989), décrivant les variations de l'extraction d'eau avec la profondeur du sol tout en prenant en compte la réduction de l'extraction par le dessèchement à différentes profondeurs. Les exceptions concernent les modèles bidimensionnels proposés par Neuman et al. (1975) et Warrick et al. (1980). Cependant, leur application à différents types de distribution de racines est assez limitée. Coelho et Or (1996) ont proposé une fonction bivariante de distribution gaussienne de

densité de racines (normale, semi-log-normale et log-normale) pour la description de l'extraction d'eau des racines dans le cas des cultures irriguées.

En raison des limitations des modèles existants pour les grandes échelles, un modèle plus flexible a été développé par Li et al. (2006). Ce modèle est basé sur une fonction de distribution asymptotique de racines (Gale et Grigal, 1987) et sur une nouvelle fonction réductrice de la charge hydraulique. Dans ce modèle, les paramètres empiriques de réduction ne sont pas les entrées indispensables; à la place de cela, la réduction de la charge hydraulique est déterminée par des succions calculées, la courbe de rétention d'eau du sol, la demande de l'eau de l'atmosphère, et le taux maximal du potentiel de transpiration. La fonction asymptotique de distribution de racines implique un seul paramètre, qui est disponible pour les différents climats (Jackson et al. 1996 ; Jackson et al. 1997). Le nouveau modèle a été confronté à des mesures de teneur en eau de différents sols pour différentes cultures et différentes conditions climatiques au Canada (Li et al. 2006). En conclusion, la plupart des modèles existants sont similaires dans l'approche, seule la fonction d'extraction diffère.

2.5 Terme d'extraction, S

La plupart des modèles d'extraction d'eau est dérivée du modèle macroscopique de Feddes et al. (1978). Les différences résident en général dans la méthode de détermination des paramètres. Dans le modèle de Feddes *et al.* (1978), le potentiel de transpiration est distribué uniformément dans la zone enracinée.

$$S_{\max} = \frac{T_p}{z_r} \tag{42}$$

où S_{\max} est l'extraction d'eau maximale et z_r est la profondeur maximale des racines. L'extraction est réduite à chaque profondeur par une fonction réductrice α .

$$S = \alpha(\psi) S_{\max} \tag{43}$$

 α est présentée sur la Figure 2.9 et décrite par l'équation (44):



Figure 2.9: Fonction réductrice α (d'après Feddes et al., 1978)

$$\alpha(\psi) = 0 \qquad \psi < \psi_{an}$$

$$\alpha(\psi) = 1 \qquad \psi_{an} \le \psi < \psi_{d}$$

$$\alpha(\psi) = \frac{\psi_{w} - \psi}{\psi_{w} - \psi_{d}} \qquad \psi_{d} \le \psi < \psi_{w}$$

$$\alpha(\psi) = 0 \qquad \psi < \psi_{an}$$
(44)

où ψ_{an} est la succion à l'état de capacité au champ et ψ_{w} est la succion au point de flétrissement.

Prasad (1988) a proposé un terme linéaire d'extraction d'eau fonction du temps et a supposé un taux d'extraction égal à zéro au fond de la zone enracinée. La fonction d'extraction d'eau suggérée par Prasad (1988) est écrite comme :

$$S(z,t) = \alpha(h) \frac{2T_p(t)}{z_r} \left(1 - \frac{z_j}{z_r}\right)$$
(45)

où z_j est la profondeur des racines au jour j, S(z,t) est le taux d'extraction d'eau, considéré positif dans le sens du sol vers les racines, $T_p(t)$ est le potentiel de transpiration au jour t, et $\alpha(h)$ est une fonction réductrice dépendant de la charge hydraulique. Dans l'équation (45), le taux d'extraction d'eau est proportionnel à la profondeur z_j , qui est fonction du temps. À l'humidité optimale du sol, l'extraction d'eau est égale au potentiel de transpiration. Quand l'humidité du sol est limitée, l'extraction d'eau est réduite par une fonction réductrice α qui est obtenue en vérifiant les trois conditions de la charge hydraulique, et est montrée sur la Figure 2.10 et par l'équation (46).



Figure 2.10: Fonction réductrice en fonction du potentiel de pression capillaire

$$\alpha(h) = 0 \quad \text{pour } h < h_4$$

$$\alpha(h) = \frac{h - h_4}{h_3 - h_4} \quad \text{pour } h_4 \le h < h_3$$

$$\alpha(h) = 1 \quad \text{pour } h_3 \le h < h_2 \quad (46)$$

$$\alpha(h) = \frac{h - h_1}{h_2 - h_1} \quad \text{pour } h_2 \le h < h_1$$

$$\alpha(h) = 0 \quad \text{pour } h > h_1$$

La charge hydraulique h doit être moins grande que h_1 et plus grande que h_4 qui indiquent l'état du déficit en oxygène et du point de flétrissement, respectivement ; h_3 dépend de la demande d'évaporation. Ainsi, l'extraction optimale aura lieu quand h se trouve entre h_2 et h_3 . On considère que l'extraction d'eau est nulle quand le sol est plus humide qu'un certain point d'anaérobiose h_1 ou quand le sol est plus sec que le point de flétrissement (h_2). Puisque beaucoup de plantes sont développées dans des endroits différents et dans des conditions environnementales très diverses, il est extrêmement difficile de déterminer expérimentalement les caractéristiques des racines pour une plante donnée. Ainsi, de nombreuses équations empiriques ont été développées pour prévoir la croissance des racines dans le temps. Parmi elles, on peut citer celle formulée par Borg et Grimes (1986) en se basant sur 150 observations *in situ* pendant la saison de croissance pour 48 cultures différentes. Il s'agit d'une fonction sinusoïdale, dérivée d'une analyse de régression:

$$z_{j} = z_{r} \left[0, 5 + 0, 5 \sin \left(3, 303 \frac{DAP}{DTM} - 1, 47 \right) \right]$$
(47)

où DAP et DTM sont les nombres de jours après semis et jour de la maturité.

2.5.1 Modèles 1D, 2D et 3D d'extraction d'eau par les racines (Vrugt et al. 2001)

En se basant sur le modèle de Raats (1974), Vrugt et al., (2001) a développé un modèle unidimensionnel d'extraction d'eau, comme suit.

$$\beta(z) = \left[1 - \frac{z}{Z_m}\right] \exp\left(-\left(p_z/Z_m\right)|z^* - z|\right)$$
(48)

$$S_{\max}(z) = \frac{\beta(z)T_p}{\int_0^{Z_m} \beta(z)dz}$$
(49)

$$T_{arbre} = \int_0^{Z_m} S(h, z) dz$$
(50)

$$T_p = E_{tp} - E_p \tag{51}$$

où β est une fonction de distribution spatiale du potentiel d'extraction d'eau avec la profondeur, $Z_m(L)$ est la profondeur maximale d'enracinement, p_z et $z^*(L)$ sont des paramètres empiriques. Ces paramètres servent à prévoir l'extraction d'eau nulle à la profondeur de $z = Z_m$ et pour tenir compte d'un taux maximal d'extraction d'eau à une profondeur donnée Z_0 ($0 \le Z_0 \le Z_m$). p_z est égal à 1 pour $z > z^*$. S_{max} est l'extraction d'eau normalisée. T_p est le potentiel de transpiration. Ils ont montré six différentes configurations possibles de distribution d'absorption d'eau, en considérant Z_m égal à 1 m (Figure 2.11).



Figure 2.11: Différents modèles 1D d'extraction d'eau des racines avec la profondeur (Vrugt et al. 2001)

Les valeurs des paramètres pour les différents modèles sont présentées dans le Tableau 2.4. Dans le cas de A, B, C et D, l'absorption d'eau maximale se situe à la surface du sol, tandis que, dans les deux autres cas (E et F), l'absorption maximale est à 0,2 m et 0,5 m de profondeur, respectivement.

Modèle	Littérature	z *	p_z
А	Raats, 1974	0,00	-
В	Prasad, 1988	1,00	0,01
С	Hoffman and van Genuchten, 1983	0,20	1,00
D		0,20	10,00
Е		1,00	1,00
F		1,00	2,0

Tableau 2.4 : Valeurs des paramètres pour différentes distributions de racines sans stress hydrique sur la Figure 2.11 (Vrugt et al. 2001)

Dans le cas axisymétrique, le modèle devient (Vrugt et al., 2001) :

$$\beta(r,z) = \left(1 - \frac{z}{Z_m}\right) \left(1 - \frac{r}{R_m}\right) \exp\left(-\left[\left(p_z/Z_m\right)|z^* - z| + \left(p_r/R_m\right)|r^* - r|\right]\right)$$
(52)

$$S_{\max}(r,z) = \frac{\pi R^2 \beta(r,z) T_p}{2\pi \int_0^{Z_m} \int_0^{R_m} r \beta(z) dr dz}$$
(53)

$$T_{arbre} = \frac{2\pi}{\pi R^2} \int_0^{Z_m} \int_0^{R_m} rS(h, r, z) \, dr \, dz \tag{54}$$

où R_m et la longueur maximale dans la direction radiale. r^* , z^* , p_z et p_r sont des paramètres empiriques. $p_z et p_r$ égalent à 1 pour $z > z^* et r > r^*$ respectivement. Quatre différentes configurations de distributions de potentiel d'extraction 2D sont présentées sur la Figure 2.12.



Figure 2.12: Quatre configurations de distribution spatiale bidimensionnelle du potentiel d'extraction d'eau des racines (Vrugt et al. 2001)

Les paramètres correspondants des différentes distributions du potentiel d'extraction sont présentés dans le Tableau 2.5.

Б.	Paramètres d'adaptation					
Figure	Z_m	R _m	\mathbf{z}^{*}	r*	p_z	p_r
А	1,00	2,00	0,00	0,00	1,00	1,00
В	1,00	2,00	0,20	0,00	1,00	1,00
С	1,00	2,00	0,00	1,00	1,00	4,00
D	1,00	2,00	0,20	1,00	5,00	2,00

Tableau 2.5 : Valeurs des paramètres pour la distribution 2D des racines sur la Figure 2.12.

Dans le cas tridimensionnel, le modèle prend la forme suivante (Vrugt et al. 2001) :

$$\beta(x, y, z) = \left(1 - \frac{x}{X_m}\right) \left(1 - \frac{y}{Y_m}\right) \left(1 - \frac{z}{Z_m}\right) \exp\left(-\left[\left(p_x/X_m\right)|x^* - x| + \left(p_y/Y_m\right)|y^* - y| + \left(p_z/Z_m\right)|z^* - z|\right]\right)$$
(55)

$$S_{\max}(x, y, z) = \frac{X_m Y_m \beta(x, y, z) T_p}{\int_0^{X_m} \int_0^{Y_m} \int_0^{Z_m} \beta(x, y, z) dz \, dy \, dx}$$
(56)

$$T_{arbre} = \frac{1}{X_m Y_m} \int_0^{X_m} \int_0^{Y_m} \int_0^{Z_m} S(h, x, y, z) \, dz \, dy \, dx \tag{57}$$

où $X_m(L)$ et $Y_m(L)$ sont les longueurs maximales d'enracinement dans les directions x et y, p_x , p_y et $x^*(L)$, $y^*(L)$ sont des paramètres empiriques. $p_x et p_y$ égalent à 1 pour $x > x^*$ et $y > y^*$ respectivement.

Pour prévoir l'extraction d'eau par les racines dans différentes conditions hydriques, une fonction de réponse sol-eau-charge a été proposée (Van Genuchten, 1987) :

$$\alpha(h) = \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{h(x, y, z, t)}{h_{50}}\right)^p\right]}$$
(58)

où *h* est la charge hydraulique à une position spatiale donnée, $h_{50}(L)$ est la charge hydraulique sous laquelle le taux d'extraction d'eau est réduit de 50%, et *p* (sans dimension) est un paramètre d'adaptation. On prend habituellement le paramètre *p* égal à 3 (Van Genuchten et Gupta, 1993).

Les propriétés hydrauliques non saturées pour les trois modèles ont été définies par les équations suivantes (Van Genuchten 1980, Mualem, 1976) :

$$S_e = \frac{\theta(h) - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \left[1 + \left(\alpha \left|h\right|\right)^n\right]^{-m} \qquad et \quad m = \frac{n-1}{n}$$
(59)

$$K(\theta) = K_s S_e^{0.5} \left[1 - \left(1 - S_e^{1/m}\right)^m \right]^2$$
(60)

où θ_s est la teneur en eau volumique à l'état saturé, θ_r est la teneur en eau volumique résiduelle, α et *n* sont des paramètres de forme et K_s est la conductivité hydraulique saturée.

2.5.2 Modèle 1D d'extraction de Li et al. (2006)

La fonction $\alpha(h)$ proposée par Li et al. (2006) est basée sur l'analogie entre la loi d'Ohm et les relations sol-eau-atmosphère-végétation et sur une étude expérimentale réalisée par Denmead et Shaw (1962). La fonction $S_{max}(h,z)$ est basée sur la distribution asymptotique des racines qui prend en compte la compensation de la charge hydraulique : la charge hydraulique à la couche superficielle fortement enracinée peut être compensée par l'extraction d'eau des couches plus profondes et faiblement enracinées. Il faut noter que beaucoup de modèles hydrologiques tels que SWAP (Van Dam et al., 1997), HYDRUS (Simunek et al., 1998), et SWIF (Tiktak et Bouten 1992), considèrent une distribution du potentiel de transpiration dans la zone enracinée sans considération particulière de la disponibilité de l'eau dans le sol. Ces distributions simples attribuent une grande partie du potentiel de transpiration à la couche superficielle bien que peu d'eau y soit disponible par rapport aux couches plus profondes. Ainsi, le modèle d'extraction d'eau qui suit le modèle de la distribution des racines peut être considéré comme pertinent seulement dans le cas avec des profils de teneur en eau uniformes (Olson et Rose 1988); il n'est pas satisfaisant pour une période sèche. Similaire à la méthode proposée par Li et al. (2001), qui a été aussi examinée par Braud et al. (2005), une distribution du potentiel de transpiration dans la zone enracinée selon à la fois la distribution des racines et le profil de la teneur en eau du sol a été proposée par Li et al. (2006). La nouvelle expression pour $S_{\max}(h, z)$ est :

$$S_{\max}(h,z) = \frac{T_p \alpha(h) f(z)}{\int_0^{d_r} \alpha(h) f(z) dz}$$
(61)

où T_p est le taux du potentiel de transpiration (LT^{-1}) ; d_r est la profondeur d'enracinement (L); f(z) est une fraction spécifique des racines en profondeur z (sans dimension), c'est-àdire, la fraction des racines dans un intervalle unitaire de profondeur. Les fonctions $\alpha(h)$ et f(z) sont définies dans ce qui suit.

La disponibilité de l'eau du sol change avec la charge hydraulique ou la teneur en eau. Li et al. (2006) ont divisé la gamme complète de la charge hydraulique en trois parties :

de la saturation (la succion nulle, h₀) à la capacité au champ (h_{fc} qui correspond à h₁ sur la Figure 2.10);

• de la capacité au champ au point de flétrissement permanent (h_{pwp} qui correspond à

 h_4 sur la Figure 2.10);

• au-dessous du point de flétrissement.

La teneur en eau du sol dans la partie entre h_{fc} et h_{pwp} est habituellement considérée comme la teneur en eau disponible, et par conséquent la fonction réductrice pour cette partie est maximale. En utilisant l'analogie avec la loi d'Ohm pour un courant électrique, Van den Honert (1948) a décrit le régime permanent de l'écoulement de l'eau comme un processus caténaire par les sections successives :

$$q = -\frac{\Delta h}{R} = -\frac{h_{racine} - h}{R_{sol}} = -\frac{h_{feuille} - h_{racine}}{R_{plant}} = -\frac{h_{feuille} - h}{R_{sol} + R_{plant}}$$
(62)

h, h_{racine} et $h_{feuille}$ sont respectivement les charge hydrauliques dans le sol, à la surface des racines, et dans les feuilles; R_{sol} et R_{plante} sont les résistances d'écoulement du sol et de la plante. Bien que l'écoulement permanent de l'eau soit rarement atteint, l'équation fournit des éclaircissements sur les relations sol-eau-atmosphère-végétation : le flux d'eau, q, ou le débit de transpiration, T, est proportionnel au gradient hydraulique (h) et inversement proportionnel à la résistance (R). Selon Gardner (1964), la résistance du sol (R_{sol}) est inversement proportionnelle à la conductivité hydraulique (K), exprimée comme (Hillel et al. 1976) :

$$R_{sol} = \frac{1}{BKL} \tag{63}$$

où *B* est une constante empirique et *L* est la somme de la longueur des racines actives. Par conséquent, le flux d'eau (*q*) est proportionnel à la conductivité hydraulique (*K*). Puisque la conductivité hydraulique (*K*) est proportionnelle à la charge hydraulique ou à la teneur en eau du sol (θ), le flux d'eau (*q*) provenant de la résistance du sol (R_{sol}) est proportionnel à la charge hydraulique ou à la teneur en eau. Pour simplifier le raisonnement, on peut employer la charge hydraulique ou la teneur en eau pour étudier l'influence de la conductivité hydraulique (*K*) et donc l'influence de la résistance du sol (R_{sol}) sur le flux d'eau (*q*). Par exemple, lorsqu'un sol sableux devient non saturé, les grands pores se vident rapidement, la conductivité hydraulique diminue suite à la diminution de la charge hydraulique. En revanche,

dans un sol argileux avec de petits pores, certains pores restent complètement saturés en eau, donnant lieu à une conductivité hydraulique élevée, même à faible charge hydraulique. Ainsi, la teneur en eau d'un sol argileux et sa conductivité hydraulique ne diminuent pas très rapidement et peuvent être nettement plus grandes que celles d'un sol sableux soumis à la même charge hydraulique (Scott 2000). En conséquence, le flux d'eau (q) peut être considéré comme proportionnel à la différence de potentiel $(h - h_{racine})$ ou simplement à la charge hydraulique du sol (h).

Puisque la fonction réductrice (α) est le rapport de la transpiration réelle au potentiel de transpiration, α est proportionnel au flux d'eau. (α est égal à 1 quand q atteint le potentiel de transpiration; α est égal à 0 quand q est égal à 0). Par conséquent, α est également proportionnel à la charge hydraulique (h_{sol}) ou à la teneur en eau (θ). Afin d'établir la relation entre α et (h_{sol} , θ) pour tous types de sols, h_{sol} et θ ont besoin d'être normalisés :

$$H(h) = \frac{h - h_{pwp}}{h_{fc} - h_{pwp}}$$
(64)

$$\Theta(h) = \frac{\theta(h) - \theta(h_{pwp})}{\theta(h_{fc}) - \theta(h_{pwp})}$$
(65)

où H et Θ sont respectivement la charge hydraulique et la teneur en eau normalisées, toutes les deux s'étendant de 0 au point de flétrissement permanent à 1 à la capacité au champ.

D'après la fonction réductrice de Feddes et al. (1978), dans laquelle α est supposé être directement proportionnel à la disponibilité de l'eau du sol (exprimée en fonction de la charge hydraulique), la même hypothèse de linéarité est utilisée, mais avec la disponibilité de l'eau du sol exprimée comme la moyenne géométrique de *H* et de Θ pour tenir compte des rôles joués par la charge hydraulique du sol et par la résistance du sol. Cette hypothèse de linéarité est une simplification des relations sol-eau-végétation.

La fonction de base de réduction est considérée comme la moyenne géométrique de H(h) et $\Theta(h)$:

$$\alpha(h) = \left[H(h)\Theta(h) \right]^{0.5} \tag{66}$$

- α reste égal à 1 (aucun stress hydrique ne se produit) quand $(H\Theta)^{0.5}$ est supérieur ou égal à la valeur du point de réduction (T_p/T_m) ,
- α diminue linéairement avec $(H\Theta)^{0.5}$ quand $(H\Theta)^{0.5}$ chute au-dessous du point de réduction,
- α diminue à 0 quand $(H\Theta)^{0.5}$ diminue à 0. Ces concepts peuvent être formulés avec l'équation (67) et avec la valeur du point de réduction (T_p/T_m) :

$$\alpha(h) = Min\left(\frac{\left[H(h)\Theta(h)\right]^{0.5}}{\left(T_p/T_m\right)}, 1\right) \quad pour \quad h_{pwp} \le h \le h_{fc}$$
(67)

L'équation (67) est illustrée sur la Figure 2.13 avec différentes valeurs du point de réduction.



Figure 2.13 : fonction réductrice (α) en fonction de la moyenne géométrique de H et de Θ , pour les charges hydrauliques comprises entre la capacité au champ et le point de flétrissement permanent.

On note que cette nouvelle fonction est basée sur l'analogie avec la loi d'Ohm ; elle n'inclut pas de paramètres liés à la résistance du sol et à la charge hydraulique sur la surface des racines. En revanche, les fonctions plus physiques (Federer, 1979 ; Guswa et al., 2002) font en général intervenir la densité des racines et les résistances du sol et des plantes, qui ne sont

pas faciles à déterminer, surtout pour les simulations à grande échelle, comme à l'échelle régionale.

Une fonction réductrice pour la charge hydraulique comprise entre la saturation (la charge hydraulique est h_0) et la capacité au champ (la charge hydraulique est h_{fc}) a été développée par Li *et al.* (2006). La charge hydrique a été définie comme une fonction sigmoïdale de la teneur en eau du sol :

$$\alpha(h) = \frac{1}{1 + \exp\left(12,254\left\{0,054 - \left[\theta(h_0) - \theta(h)\right] / \left[\theta(h_0) - \theta(h_{fc})\right]\right\}\right)} \quad pour \quad h_{fc} \le h \le 0 \ (68)$$

L'équation (68) est représentée par la Figure 2.14.



Figure 2.14: Fonction réductrice (α) pour les charges hydrauliques comprises entre la saturation et la capacité au champ

Enfin, la définition de la fonction réductrice quand h est inférieure à h_{pwp} est :

$$\alpha(h) = 0 \qquad pour \quad h < h_{pwp} \tag{69}$$

La fraction spécifique des racines f(z), qui est l'autre composante dans l'équation (61), est dérivée d'une distribution de racine asymptotique proposée par Gale et Grigal (1987) :

$$Y = 1 - \beta^2 \tag{70}$$

où Y est la fraction cumulée des racines entre la surface et la profondeur z. Ici β est un paramètre empirique qui détermine la distribution des racines avec la profondeur. Le paramètre β est disponible pour de nombreux biomes normaux, y compris les forêts boréales, tempérées, et tropicales, arbustes, prairies, déserts et toundra (Jackson et al. 1996 ; Jackson et al. 1997). La fonction spécifique pour fraction des racines f(z) est dérivée de l'équation (70):

$$f(z) = \frac{dY}{dz} = \frac{d}{dz} \left(1 - \beta^2\right) = -\beta^2 \ln \beta$$
(71)

où β est proposé par Li et al. (2006) comme :

$$\beta = 0.01^{\frac{1}{d_r}} \tag{72}$$

L'équation (72) est dérivée de l'équation (70) basée sur l'hypothèse que toute la fraction des racines de la surface du sol jusqu'à la profondeur d'enracinement de d_r , soit de 0,99. Comme l'équation (70) est asymptotique, la valeur de β ne peut pas être définie si toute la fraction des racines est égale à 1,0.

2.5.3 Modèle présenté par Indraratna et al. (2006)

Dans le modèle 2D proposé par Indraranta et al. (2006), le terme d'extraction est exprimé par l'équation suivante :

$$S = \alpha(\psi) S_{\max} \tag{73}$$

où $\alpha(\psi)$ est la fonction réductrice proposée par Feddes *et al.* (1978). Cette fonction est présentée sur la Figure 2.10 et dans l'équation (44).

$$S_{\max}(r, z, t) = G(\beta) F(T_p)$$
(74)

où $G(\beta)$ est la fonction de distribution de densité des racines et $F(T_p)$ est la fonction de distribution de transpiration potentielle sur la profondeur z:

$$G(\beta) = \frac{\tanh(k_{3}\beta)}{\int_{V(t)} \tanh(k_{3}\beta)}$$
avec
$$\int_{V(t)} G(\beta) dV = 1$$
(75)

Où β est la densité de racines et k_3 est un coefficient expérimental.

$$\beta(r, z, t) = \beta_{\max}(t) \exp(-k_1 |z - z^*(t)| - k_2 |r - r^*(t)|)$$
(76)

où β_{max} est la densité maximale de racines, et k_1 et k_2 sont des paramètres empiriques (selon Landsberg, 1999). Cette distribution est très similaire à la distribution présentée par Vrugt *et al.* (2001).

L'avantage de ce modèle par rapport au modèle présenté par Vrugt *et al.* (2001) est la prise en compte du potentiel de transpiration dans la profondeur selon Nimah et Hanks (1973) :

$$F(T_{p}) = \frac{T_{P}(1 + k_{4}(z_{\max} - z))}{\int_{V(t)} G(\beta)(1 + k_{4}(z_{\max} - z))dV}$$
(77)

où T_p est la transpiration potentielle, z_{max} est la profondeur maximale des racines et k_4 est un coefficient expérimental.

2.6 Conclusion

Dans ce chapitre une synthèse bibliographique sur les différents modèles d'interaction solvégétation-atmosphère et d'extraction par des racines a été réalisée. Dans les formulations, l'effet de la présence d'un couvert végétal apparaît directement dans sa résistance à la diffusion de vapeur. L'effet de la succion apparaît dans la pression de vapeur à la surface du sol, ainsi que dans la résistance de surface à la diffusion de vapeur. Les contributions des différents termes du bilan énergétique sur la surface changent en fonction de la succion du sol et du couvert végétal.

Pour les échanges hydriques dans la zone racinaire, on a analysé différents modèles existants dans la littérature. Le terme d'extraction maximale est fonction de la transpiration potentielle. Dans certain modèles comme celui proposé par Feddes *et al.* (1978), ce terme d'extraction maximale est distribué uniformément sur la profondeur. En revanche dans les

modèles plus complexes comme ceux proposés par Prasad (1988), Vrugt *et al.* (2001), Li *et al.* (2001) et Indraratna *et al.* (2006), ce terme est fonction à la fois de la distribution de densité des racines et de la distribution de la transpiration potentielle dans la profondeur.

CHAPITRE 3. MODELISATION NUMERIQUE

3.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à la présentation et l'implantation des modèles d'interaction solvégétation-atmosphère et de l'extraction d'eau par les racines des arbres dans le code de calcul aux éléments finis θ-STOCK. Cette implantation est réalisée afin de pouvoir modéliser le comportement des sols sensibles au retrait-gonflement sous chargements thermique et hydraulique liés aux conditions climatiques et aux arbres. Les analyses numériques sont effectuées en déformation plane en utilisant des modèles de comportement formulés en 2D.

Dans la première partie, on présente la formulation thermo-hydro-mécanique pour des milieux poreux non saturés. Le modèle utilisé est un modèle élastique non linéaire basé sur les travaux de Kondner et Duncan dans lequel la compatibilité avec la notion de la surface d'état en indice des vides pour la description du comportement volumique est assuré (Gatmiri, 1995, 1997). L'équation de transfert d'eau dans le cas d'un sol non saturé est établie en considérant à la fois la phase liquide et la phase gazeuse (Gatmiri 1997). Cela est basé sur l'approche de Philip et de Vries (1957) puisque cette dernière prend en compte les transferts de la vapeur d'eau et de la phase liquide sous l'effet des gradients de température et de teneur en eau de façon réaliste du point de vue géotechnique. On présente ensuite les équations concernant l'air interstitiel. L'effet de la présence de chaleur dans le milieu poreux non saturé est pris en compte.

Dans la deuxième partie, un modèle d'interaction sol-végétation-atmosphère est présenté. Ce modèle est basé sur l'échange énergétique du système sol-végétation-atmosphère. Les composants de ce bilan serviront à décrire et à prévoir d'une part le régime thermique du sol et d'autre part le taux d'évapotranspiration.

On présente ensuite un modèle d'extraction d'eau par des racines. Il s'agit d'un modèle 2D où le terme d'extraction est une fonction de la succion de sol, de la distribution de densité des racines, et de la distribution de la transpiration potentielle dans le sol.

Ces deux modèles, le modèle d'interaction sol-végétation-atmosphère et le modèle d'extraction d'eau par des racines, sont implantés dans le code θ -STOCK, permettant de déterminer les conditions aux limites hydriques et thermiques sur la surface du sol ainsi que le

terme d'extraction dans la zone racinaire. Les conditions aux limites sur la surface du sol sont fonction des paramètres climatiques (radiation solaire, précipitation, température de l'air, vitesse du vent, humidité relative) d'une part et d'état du sol (la température et la succion) d'autre part. Le terme d'extraction est considéré comme une fonction de la transpiration potentielle, de la distribution de densité des racines et de la succion du sol.

A la fin de ce chapitre, on présente la méthode d'analyse numérique adoptée.

3.2 Code θ -STOCK

Les recherches en thermo-hydro-mécanique des géomatériaux sur le plan numérique au CERMES ont été initiées par Gatmiri en 1993 afin de répondre aux problèmes posés dans le stockage de déchets nucléaires en grande profondeur, qui concerne les barrières ouvragées et géologiques. Ces recherches ont abouti au développement d'un code de calcul aux éléments finis intégrant les spécificités des couplages THM dans les barrières de stockage (Gatmiri 1997).

Avec le soutien d'EDF, le code développé a été complété et perfectionné ; il est devenu code θ -STOCK permettant la modélisation du comportement THM des sols saturés (milieu biphasiques) et non saturés (milieu polyphasiques) pour la problématique du stockage (aval du cycle) (Gatmiri 1997). Dans le cadre de ce développement, le couplage thermo-hydromécanique a été dans un premier temps abordé pour un milieu poreux saturé, puis la modélisation du comportement des sols non saturés sous l'effet de la température a été entreprise. En se basant sur les travaux expérimentaux existants, un élargissement au comportement est la prise en compte du mécanisme de transfert des phases vapeur, liquide et gazeuse sous l'effet du gradient de température ainsi que de l'effet inverse qui concerne l'influence du transfert de l'humidité sur le transfert de l'énergie dans un milieu déformable non saturé. Les premières applications de ce modèle se sont avérées très encourageantes (Gatmiri 1997).

L'approche proposée pour les sols saturés, qui est une extension du modèle isotherme de Biot, ainsi que l'approche utilisée pour les sols non saturés ignorent délibérément le niveau microscopique et supposent que les concepts et les principes de la mécanique des milieux continus sont applicables aux grandeurs macroscopiques mesurables. Le cadre général des deux approches est celui de la thermo-poro-mécanique. Les chargements envisagés sont thermiques, hydrauliques et mécaniques. Les champs utilisés sont donc le déplacement du squelette, les pressions du fluide et du gaz et la température du milieu poreux. Les trois phénomènes mécanique, hydraulique et thermique peuvent interagir fortement. Ils sont traités ici comme des phénomènes complètement couplés. Ainsi un cadre thermo-hydro-mécanique rigoureux a été établi pour les applications géo-environnementales. Les extensions proposées dans ce mémoire sont dans la poursuite des développements antérieurs.

Le milieu poreux considéré est une superposition de trois milieux continus. Un squelette déformable avec les pores connectés (les pores occlus font partie intégrante du squelette), deux fluides qui sont présents et s'écoulent à travers des pores sous différentes formes (liquide, vapeur, air sec). Le milieu est décrit par les variables géométriques telles que les déplacements et les variables d'état telles que les pressions des constituants et la température. Les grandeurs mécaniques, hydrauliques et thermiques sont aussi nécessaires pour définir le milieu.

Les variables indépendantes utilisées dans cette approche sont:

Les contraintes nettes $\sigma_{ij} - \delta_{ij} p_j$, la succion $p_g - p_w$ et la température T, donc les champs descriptifs du milieu poreux sont constitués de six inconnues :

- 3 déplacements $u_x(\underline{x},t), u_y(\underline{x},t), u_z(\underline{x},t)$;
- 2 pressions $p_1(\underline{x},t), p_2(\underline{x},t)$ qui sont $p_w(\underline{x},t), p_g(\underline{x},t)$ dans le cas considéré ;
- la température $T(\underline{x}, t)$.

Dans cette partie, très brièvement, les points principaux de l'approche développée par Gatmiri et ses collaborateurs depuis 1993 sont présentés, qui concernent le transfert de chaleur, le transfert d'humidité et les déformations de squelette solide pour un milieu non saturé. Les surfaces d'état thermique en indice des vides et en degré de saturation, utilisées pour décrire les effets couplés de la température, de l'humidité et de la déformation de squelette sont brièvement expliquées. La forme intégrale des équations de champ et les discrétisations spatiale et temporelle utilisées sont décrites. L'algorithme général du code θ -STOCK est présenté.

Dans la formulation développée, deux théories ont été modifiées et combinées afin de décrire le comportement couplé des milieux poreux non saturés sous l'échauffement. D'une part, la théorie non linéaire pour la description du comportement isotherme des sols non saturés sous les effets couplés de contrainte nette et de succion est étendue aux conditions non isothermes (Gatmiri 1997). Dans cette extension, les notions des surfaces d'état en indice des

vides et en degré de saturation, exposées dans les travaux de Gatmiri (1995-1998) sont utilisées. D'autre part, la théorie de transfert de chaleur et d'humidité de Philip de Vries a été modifiée afin de prendre en compte la déformation du squelette. Cette formulation complètement couplée a été présentée dans une nouvelle formulation basée sur la succion, ce qui est plus adaptée pour une combinaison avec la théorie de la déformation des sols non saturés.

Dans la version actuelle de θ -STOCK, les modèles de comportement suivants ont été intégrés pour les sols non saturés :

- 1. modèle élastique linéaire ;
- 2. modèle élastique non-linéaires ;
- modèle thermo-élasto-plastique basée sur l'extension du modèle de Barcelone connu sous le nom de BBM (Basic Barcelona Model) aux effets thermiques.

Ce code a été conçu pour être en mesure d'analyser la réponse d'un ouvrage géotechnique dans son environnement naturel dans différents états d'humidité (secs, saturés et non saturés), sous des sollicitations mécaniques et thermiques. Ainsi, trois types d'éléments (secs, saturés et non saturés) ont été définis dans le code. Le code est divisé en trois blocs distincts, qui peuvent fonctionner séparément ou ensemble. A l'état actuel, le code peut être utilisé pour la modélisation des comportements thermo-hydro-mécaniques des milieux secs, saturés et non saturés, avec une approche élastique linéaire, non-linéaire, et élastoplastique.

3.2.1 Constituant eau

L'humidité est composée de deux phases : l'eau liquide et la vapeur. Comme indiqué par Philip et de Vries (1957), le terme «transfert de liquide» est utilisé pour le transfert, qui se produit exclusivement en phase liquide. Le transfert d'eau en phase gazeuse est appelé «transfert de vapeur».

3.2.1.1 Transfert de l'humidité (eau liquide + vapeur)

Le transfert de vapeur d'eau dans un sol non saturé a été décrit en se basant sur l'approche de Philipe et de Vries (1957). Le transfert en phase liquide a été décrit par la loi de Darcy généralisée. Pour définir l'écoulement d'humidité dans le matériau, les équations concernent les transferts de vapeur et de liquide ont été combinées (équation (78), Gatmiri 1997).

$$\frac{q}{\rho_w} = \frac{q_{vap}}{\rho_w} + \frac{q_{liq}}{\rho_w} = V + U = -D_T \nabla T - D_\theta \nabla \theta - D_w \nabla Z$$
(78)

où D_T est la diffusivité thermique de l'humidité, qui est égale à la somme des diffusivités thermiques de l'eau liquide et de la vapeur. D_{θ} est la diffusivité isotherme de l'humidité, qui est égale à la somme des diffusivités isothermes de l'eau liquide et de la vapeur. $D_w \nabla Z$ est la partie gravitationnelle de l'équation.

$$D_{w} = K_{w} = K_{wz0} \left(\frac{S_{r} - S_{ru}}{1 - S_{ru}} \right)^{b} \left(\frac{\mu_{r}}{\mu_{T}} \right)$$
(79)

Un schéma de variation de perméabilité à l'eau en fonction de la température et du degré de saturation est présenté sur la Figure 3.1.



Figure 3.1 : Variation de perméabilité à l'eau avec la température et le degré de saturation

3.2.1.2 Conservation de la masse d'humidité (eau liquide + vapeur)

L'équation de conservation de la masse d'humidité est écrite en considérant le même concept utilisé pour le transfert de l'humidité :

$$\frac{\partial \left(\theta \rho_{w} + \left(n - \theta\right) \rho_{v}\right)}{\partial t} = \frac{\partial \left(nS_{r}\rho_{w} + n\left(1 - S_{r}\right)\rho_{v}\right)}{\partial t} = -div\left(\rho_{w}\left(U + V\right)\right)$$
(80)

où V est la vitesse de la vapeur, U est la vitesse de l'eau liquide, θ est la teneur en eau volumique, n est la porosité, S_r est le degré de saturation en eau et ρ_w et ρ_v sont respectivement la densité de l'eau et da la vapeur.

L'introduction des surfaces d'état thermique en degré de saturation et en indice des vides, est un point important de l'approche développée par Gatmiri et Delage (1995). Ces surfaces sont décrites dans les sections suivantes. La surface d'état thermique en degré de saturation relie la variation du degré de saturation aux états de la succion, de la température et de la contrainte nette. La notion de la courbe de rétention d'eau, qui ne considère que l'effet de succion sur la variation de teneur en eau, est étendue à la surface d'état thermique, aux variations de la température et de la contrainte nette qui se produisent dans le sol.

En combinant les deux équations (78) et (80), la forme finale de l'équation différentielle de l'humidité dans un sol non saturé est obtenue :

$$nS_{r}\left(\frac{\partial\rho_{w}}{\partial T}\Big|_{P_{w}=cte}\right)\frac{\partial T}{\partial t} + nS_{r}\left(\frac{\partial\rho_{w}}{\partial P_{w}}\Big|_{T=cte}\right)\frac{\partial P_{w}}{\partial t} + \left(\rho_{w}-\rho_{v}\right)n\frac{\partial S_{r}}{\partial t} + \left(S_{r}\rho_{w}+\rho_{v}\left(1-S_{r}\right)\right)\frac{\partial n}{\partial t} + n\left(1-S_{r}\right)\frac{\partial\rho_{v}}{\partial t} = \operatorname{div}\left(\rho_{w}D_{w}\nabla Z\right) + \operatorname{div}\left(\rho_{w}D_{T}\nabla T\right) + \operatorname{div}\left(\rho_{w}D_{p}\nabla\left(P_{g}-P_{w}\right)\right)$$
(81)

3.2.2 Constituant air

3.2.2.1 Transfert de l'air

En considérant les effets du gradient de la pression et de la température pour décrire l'écoulement de l'air dans un cadre thermo-hydro-mécanique, la vitesse de l'air dans un sol non saturé est décrite par l'équation suivante :

$$V_{g} = \frac{q_{g}}{\rho_{g}} = -\frac{K_{g}}{\gamma_{g}} \frac{\partial P_{g}}{\partial T} \nabla T - K_{g} \left(\nabla \left(\frac{P_{g}}{\gamma_{g}} \right) + \nabla Z \right)$$
(82)

où V_g est le vecteur de vitesse, q_g est le vecteur de flux, ρ_g est la masse volumique, K_g est la perméabilité à l'air, P_g est la pression du gaz et γ_g est le poids spécifique du gaz. Dans ces équations, on suppose que la pression du gaz dépend de la température.

La perméabilité à l'air du milieu K_g , dépend de la granulométrie, de l'indice des vides et de la distribution des pores, du type de sol et du degré de saturation (Lloret et Alonso 1980, Gatmiri 1992, 1997, Thomas et He 1995, 1998) :

$$K_g = c \frac{\rho_g g}{\mu_g} \left[e \left(1 - S_r \right) \right]^d \tag{83}$$

Un schéma de la variation de la perméabilité relative au gaz en fonction de l'indice des vides e et du degré de saturation S_r est présenté sur la Figure 3.2.



Figure 3.2 : Variation de la perméabilité à l'air avec la température et le degré de saturation

3.2.2.2 Conservation de la masse d'air

L'équation différentielle de la conservation de la masse d'air est écrite comme (Gatmiri 1997) :

$$\frac{\partial}{\partial t} \Big[n\rho_g \left(1 - S_r + H_c S_r \right) \Big] = -\operatorname{div} \left(\rho_g V_g \right) - \operatorname{div} \left(\rho_g H_c U \right) + \rho_w \operatorname{div} V \tag{84}$$

où H_c est la constante de Henry, qui correspond à la dissolution de l'air dans l'eau. Le premier terme du côté droit de cette équation est lié à l'écoulement du gaz en raison du gradient de pression de gaz, et le deuxième terme décrit le mouvement de l'air dissous dans l'eau. La perte de gaz par condensation de vapeur est représentée par le troisième terme. Ainsi, l'équation différentielle partielle générale du transfert de gaz dans le cas non saturé peut être déduite :

$$\rho_{g}\left(1-S_{r}\left(1-H_{c}\right)\right)\frac{\partial n}{\partial t}+n\left(1-S_{r}\left(1-H_{c}\right)\right)\frac{\partial \rho_{g}}{\partial t}-\left(1-H_{c}\right)n\rho_{g}\frac{\partial S_{r}}{\partial t}=$$

$$\operatorname{div}\left[\left(\rho_{g}\frac{K_{g}}{\gamma_{g}}\frac{\partial P_{g}}{\partial T}+H_{c}\rho_{g}D_{Tw}-\rho_{w}D_{Tv}\right)\nabla T\right]+\operatorname{div}\left[\left(\rho_{g}\frac{K_{g}}{\gamma_{g}}-H_{c}\rho_{g}D_{Pw}+\rho_{w}D_{Pv}\right)\nabla P_{g}\right] (85)$$

$$+\operatorname{div}\left[\left(H_{c}\rho_{g}D_{Pw}-\rho_{w}D_{Pv}\right)\nabla P_{w}\right]+\operatorname{div}\left[\left(K_{g}\rho_{g}+H_{c}\rho_{g}D_{w}\right)\nabla Z\right]$$

3.2.3 Comportement du squelette solide

En considérant les deux variables d'état, la succion et la contrainte nette, l'équation d'équilibre et la loi constitutive d'un milieu isotrope non linéaire et non isotherme est basée sur des équations isothermes présentées comme dans ce qui suit:

3.2.3.1 Equation d'équilibre

$$\left(\sigma_{ij} - \delta_{ij}p_g\right)_{,i} + p_{g,i} + b_i = 0 \tag{86}$$

3.2.3.2 Loi de comportement incrémentale

Dans le cas de petites déformations, la loi de comportement du squelette solide d'un sol non saturé, sous l'effet de chaleur et de succion est donnée par l'équation suivante :

$$d\left(\sigma_{ij} - \delta_{ij}P_{g}\right) = Dd\varepsilon - Fd\left(P_{g} - P_{w}\right) - CdT$$

$$F = DD_{s}^{-1} \quad \text{avec} \quad D_{s}^{-1} = \beta_{s}m \quad \text{où} \quad \beta_{s} = \frac{1}{1+e}\frac{\partial e}{\partial\left(P_{g} - P_{w}\right)}$$

$$F = DD_{T}^{-1} \quad \text{avec} \quad D_{T}^{-1} = \beta_{T}m \quad \text{où} \quad \beta_{T} = \frac{1}{1+e}\frac{\partial e}{\partial T}$$
(87)

Où D est une matrice contrainte-déformation non-linéaire dépendant de la température et de la contrainte.

3.2.3.3 Surface d'état en indice des vides

Afin de calculer le module de déformation volumique, la déformation volumique peut être prise en compte par le biais d'une surface d'état en indice des vides, qui dépend de la contrainte, de la succion et de la température. En utilisant la même approche que Gatmiri (1995), la formulation d'une surface d'état en indice des vides est proposée comme (Gatmiri 1997) :

$$e = \frac{1 + e_0}{\left[a(\frac{\sigma - p_g}{p_{atm}}) + b(1 - \frac{\sigma - p_g}{\sigma_e})(\frac{p_g - p_w}{p_{atm}})\right]^{1 - m}} \exp\left[\frac{e_e(T - T_0)}{K_b(1 - m)}\right] \exp\left[c_e(T - T_0)\right]$$
(88)

Grâce à cette équation, la compatibilité avec le comportement non linéaire du sol est également assurée.

La Figure 3.3 montre un exemple de cette surface d'état pour deux températures différentes.



Figure 3.3 : Surface d'état en indice des vides pour deux températures différentes en fonction de la contrainte nette et de la succion

3.2.3.4 Surface d'état en degré de saturation :

Bien que le comportement contrainte-déformation ait été déjà couplé à la température, la description du couplage de la teneur en eau volumique avec la température est également nécessaire pour la modélisation d'un sol non saturé soumis à la contrainte et à la succion.

Sur la base des données expérimentales, la surface d'état du degré de saturation est proposée (voir la Figure 3.4 pour deux températures différentes) :

$$S_r = 1 - \left[a_s + b_s\left(\sigma - p_g\right)\right] \left[1 - \exp\left(c_s\left(p_g - p_w\right)\right)\right] \exp\left(d_s\left(T - T_0\right)\right)$$
(89)

où a_s, b_s, c_s et d_s sont des constantes.



Figure 3.4 : Surface d'état du degré de saturation pour deux températures différentes en fonction de la succion et la contrainte nette

3.2.4 Equations de chaleur

Le transfert de chaleur sensible et latente dans un milieu poreux non saturé est décrit comme :

$$Q = -\lambda_F gradT + \rho_w h_{fg} V_v + \rho_v V_g h_{fg} + \left[C_{Pw} \rho_w V_w + C_{pv} \rho_w V_v + C_{pg} \rho_g V_g \right] (T - T_0)$$
(90)

où C_{pw}, C_{pv} et C_{pg} sont les capacités spécifiques de l'eau, de la vapeur et du gaz. T_0 est une température de référence, h_{fg} est la chaleur latente de vaporisation et λ_F est le coefficient de diffusion de chaleur de Fourier qui varie en suivant la relation suivante:

$$\lambda_F = (1 - n)\lambda_s + \theta\lambda_w + (n - \theta)\lambda_v \tag{91}$$

où λ_s , λ_w et λ_v sont respectivement, les coefficients de diffusion de chaleur du sol, de l'eau et de la vapeur respectivement.

Dans l'équation (90), le premier terme est lié au flux de chaleur par conduction, les deux termes suivants représentent le phénomène d'évaporation et le dernier décrit le flux de chaleur par convection des phases liquide, vapeur et gaz. L'équation de conservation de l'énergie dans un milieu poreux peut être exprimée par :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \operatorname{div} Q = 0 \tag{92}$$

où Q est le flux de chaleur et Φ est la quantité de chaleur du sol qui est exprimée par :

$$\Phi = C_T \left(T - T_0 \right) + \left(n - \theta \right) \rho_{\nu} h_{fg}$$
⁽⁹³⁾

La chaleur spécifique du mélange C_{T} est déterminée par la pondération de chaleur spécifique de chacune des phases, pour chaque fraction volumique (de Vries 1963, Fredlund et Rahadjo 1993, parmi d'autres) :

$$C_T = (1-n)\rho_s C_{Ps} + \theta \rho_w C_{Pw} + (n-\theta)\rho_v C_{Pv} + (n-\theta)\rho_g C_{Pg}$$
(94)

L'équation différentielle générale de transfert de chaleur dans un milieu poreux non saturé est obtenue en combinant les équations (91), (92), (93), (94) :

$$C_{T} \frac{\partial T}{\partial t} + (T - T_{0}) \frac{\partial C_{T}}{\partial T} + (1 - S_{r}) \rho_{v} h_{fg} \frac{\partial S_{r}}{\partial T} + n(1 - S_{r}) h_{fg} \frac{\partial \rho_{v}}{\rho_{t}} - \operatorname{div} \left[\lambda_{F}(\theta) \nabla T \right] + C_{pv} \rho_{w} \operatorname{div} \left[\left(-D_{Tv} \nabla T - D_{Pv} \nabla \left(P_{w} - P_{g} \right) \right) (T - T_{0}) \right] + C_{pv} \rho_{w} \operatorname{div} \left[\left(-D_{Tv} \nabla T - D_{Pv} \nabla \left(P_{w} - P_{g} \right) \right) (T - T_{0}) \right] + C_{pg} \operatorname{div} \left[\left(-\rho_{g} \frac{K_{g}}{\gamma_{g}} \frac{\partial P_{g}}{\partial T} \nabla T - \rho_{g} K_{g} \left(\nabla P_{g} / \gamma_{g} + \nabla Z \right) \right) (T - T_{0}) \right] + D_{fg} \operatorname{div} \left[\left(-\rho_{v} \frac{K_{g}}{\gamma_{g}} \frac{\partial P_{g}}{\partial T} \nabla T - \rho_{v} K_{g} \left(\nabla P_{g} / \gamma_{g} + \nabla Z \right) \right) (T - T_{0}) \right] + D_{fg} \operatorname{div} \left[-\rho_{v} \frac{K_{g}}{\gamma_{g}} \frac{\partial P_{g}}{\partial T} \nabla T - \rho_{v} K_{g} \left(\nabla P_{g} / \gamma_{g} + \nabla Z \right) \right] + \rho_{w} h_{fg} \operatorname{div} \left[-D_{Tv} \nabla T - D_{Pv} \nabla \left(P_{w} - P_{g} \right) \right] = 0$$

3.2.5 Conditions initiales

Les conditions initiales du problème sont déterminées à partir des données du cas considéré. La contrainte verticale initiale est calculée à partir du poids des sols, ou un chargement vertical supplémentaire. Par exemple dans le problème d'interaction solvégétation-atmosphère, les profils de degré de saturation initial et de température initiale déterminés sur le site sont utilisés comme les conditions initiales hydriques et thermiques. Les conditions initiales de notre problème se présentent comme suit :

$$\dot{a} \quad t = 0 \begin{cases} T(x, y, t) = T_0(x, y) \\ S_r(x, y, t) = S_{r0}(x, y) \\ F(x, y, t) = F_0(x, y) \end{cases}$$
(96)

Le profil de succion initiale du sol est calculé à partir du profil de degré de saturation initial.

3.2.6 Condition aux limites

Les conditions aux limites pour un problème thermo-hydro-mécanique sont de quatre types : mécanique, hydrique, thermique et les conditions spécifiques pour le constituant air. Pour chaque constituant du milieu, deux types de conditions aux limites se présentent : celles de type Dirichlet sur les inconnues, et celles de type Neumann sur les flux correspondants à chaque inconnue.

3.2.6.1 Conditions aux limites mécaniques

Les conditions aux limites en déplacements du solide sont considérées sur une partie Γ_u de la frontière Γ du domaine Ω et les conditions aux limites en forces sont considérées sur une partie Γ_{σ} de Γ . La relation suivante relie ces deux parties de la frontière Γ :

$$\Gamma = \Gamma_{\sigma} \bigcup \Gamma_{u} \qquad \text{et} \qquad \Gamma_{\sigma} \bigcap \Gamma_{u} = \emptyset$$

• Conditions de déplacements imposés :

Sur la partie Γ_u de la frontière considérée on se donne les conditions aux limites correspondant aux déplacements du solide. Cela prend la forme suivante :

$$u(x,t) = u^*(x,t) \qquad \forall x \in \Gamma_u$$

On peut supposer que ce déplacement est égal à zéro. Dans le cas contraire, il faudrait que la condition d'équilibre entre le champ de contraintes créés et le champ de contraintes initiales soit vérifiée. En général, ces conditions aux limites en déplacements correspondent à des conditions d'encastrement à l'interface avec le domaine extérieur du problème.

• Conditions aux limites en contraintes

Il est possible d'imposer des forces de surface distribuées telles que T^* sur la partie Γ_{σ} de la frontière. On définit le champ de vecteurs de contraintes comme suit :

$$T - \sigma \cdot n = 0$$

Où n est la normale à la frontière vers l'extérieur. La condition aux limites s'écrit alors :

$$T(x,t) = T^*(x,t) \qquad \forall x \in \Gamma_{\sigma}$$

3.2.6.2 Conditions aux limites hydriques

De même que précédemment, ces conditions sont de deux types. Ainsi, le deuxième « partitionnement » de la frontière Γ se fait en deux parties : Γ_h , qui correspond aux pressions de l'humidité imposées et Γ_{Qh} qui correspond aux flux imposés. Elles sont représentées par :

$$\Gamma = \Gamma_h \bigcup \Gamma_{Qh} \quad \text{et} \quad \Gamma_h \cap \Gamma_{Qh} = \emptyset$$

• Conditions de pressions imposées :

Les pressions d'eau sont souvent imposées au contact de surface libre ou de réservoirs sur la partie Γ_w de la frontière Γ . Elles sont exprimées par P_w^* :

$$P_{w}(x,t) = P_{w}^{*}(x,t) \qquad \forall x \in \Gamma_{w}$$

• Conditions de débits imposés :

On représente les flux imposés en fonction de la vitesse d'infiltration:

$$\rho_{w}(U+V)n-(\overline{q}_{(w+v)})=0 \qquad \forall x \in \Gamma_{\mathcal{Q}(w+v)}$$

Ou $\overline{q}_{(w+v)}$ est le flux d'humidité.

3.2.6.3 Conditions aux limites correspondant au constituant air

Ces conditions sont soit des pressions imposées, soit des flux imposés comme pour l'humidité. En réalisant un troisième « partitionnement » de la frontière Γ en deux parties Γ_g et Γ_{Og} , ces conditions s'écrivent :

$$\Gamma = \Gamma_g \bigcup \Gamma_{Qg} \qquad \text{et} \qquad \Gamma_g \cap \Gamma_{Qg} = \emptyset$$

• Conditions de pressions de gaz imposées

Cela se produit en général, au contact des surfaces libres où la pression est égale à la pression atmosphérique. D'autres conditions comme le contact avec un réservoir peuvent aussi rentrer dans ce cadre. On représente ces conditions par P_g^* :

$$P_{g}(x,t) = P_{g}^{*}(x,t) \qquad \forall x \in \Gamma_{g}$$

• Conditions de débits imposés :

Sur la partie Γ_{Qg} de la frontière, les flux imposés en fonction de la vitesse de l'air sont comme suit :

$$\rho_a \left(V_g + H_c U \right) n - \left(\overline{q}_g \right) = 0 \qquad \forall x \in \Gamma_{Qg}$$

 \overline{q}_{g} étant le flux de gaz sortant.

3.2.6.4 Conditions aux limites thermiques

En faisant un quatrième « partitionnement » de Γ concernant les températures imposées sur Γ_T et les flux de chaleur imposés sur Γ_{OT} , on obtient :

$$\Gamma = \Gamma_T \bigcup \Gamma_{QT} \qquad \text{et} \qquad \Gamma_T \cap \Gamma_{QT} = \emptyset$$

• Conditions aux températures imposées

Ainsi, sur la partie Γ_T de la frontière, on impose les conditions aux limites suivantes:

$$F(x,t) = F^*(x,t) \qquad \forall x \in \Gamma_T$$

• Conditions de flux de chaleur imposés

Les flux de chaleur peuvent être imposés et peuvent éventuellement être nuls. Sur la partie Γ_{OT} , les conditions retenues s'écrivent :

$$(Q)n - (\overline{q}_h) = 0 \qquad \forall x \in \Gamma_{OT}$$

3.3 Modèle d'interaction sol-végétation-atmosphère

Dans cette partie, on présente le modèle d'interaction Sol-Végétation-Atmosphère implanté dans le code θ -STOCK. Dans ce modèle, la surface du sol peut être nue, ou couverte d'une couche homogène de végétation. Les entrées pour le modèle sont les données météorologiques : Rayonnement solaire R_{si} , Précipitation P, Température de l'air T_a Humidité relative h_r , Vitesse du vent u_a et Ruissellement R_{off} . Les conditions aux limites hydriques $I_{nf}(t)$ et thermiques G(t) sont calculées à partir des données météorologiques et de l'état thermo-hydro-mécanique du sol. Un schéma de cette modélisation est présenté sur la Figure 3.5.



Figure 3.5 : Schéma de la modélisation d'interaction Sol-Végétation-Atmosphère

3.3.1 Conditions aux limites thermiques dans le cas de l'interaction Sol-Végétation-Atmosphère

Les conditions aux limites thermiques à l'interface sol-végétation-atmosphère sont déterminées à partir des données météorologiques.

Comme on l'a déjà présenté dans le chapitre 3, le bilan énergétique peut être représenté par l'équation suivante :

$$R_n = H + \lambda E_t + G \tag{97}$$

où R_n est le rayonnement net solaire, H est le flux de la chaleur sensible, λE_t est le flux de la chaleur latente et G est le flux de la chaleur du sol. Le terme mesuré existant dans les données climatiques est le rayonnement solaire global R_{si} . Le rayonnement net solaire peut être calculé à partir du rayonnement solaire R_{si} , albédo a, de la température de la surface du sol T_s et de la température de l'air T_a .

$$R_n = (1-a)R_{si} - \varepsilon_{sol}\sigma T_s^4 + \varepsilon_{air}\sigma T_a^4$$
(98)

où ε_{sol} est l'émissivité de la surface du sol, ε_{air} est l'émissivité de l'air, et $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} Wm^{-2} K^{-4}$ est la constante de Stefan-Boltzmann. En supposant que le seul terme mesuré dans le bilan énergétique est le rayonnement solaire, la chaleur sensible est calculée avec l'équation suivante :

$$H = \rho_a c_p \frac{\left(T_s - T_a\right)}{r_a} \tag{99}$$

où ρ_a est la densité de l'air, c_p est la capacité spécifique de l'air, T_s est la température de la surface, T_a est la température de l'air mesurée à un niveau donné, et r_a est la résistance aérodynamique.

La chaleur latente peut être exprimée comme :

$$\lambda E_t = \frac{\lambda \varepsilon \rho_a}{p_a} \frac{\left(e_s - e_d\right)}{r_v} \tag{100}$$

où e_s est la pression de vapeur à la surface, e_d est la pression de vapeur dans l'air mesurée au même niveau que T_a , r_v est la résistance à la diffusion de vapeur d'eau, λ est la chaleur latente d'eau, ε est le rapport du poids moléculaire de la vapeur d'eau à celui de l'air sec, et p_a est la pression atmosphérique. Les détails pour le calcul de r_v sont présentés dans la partie 3.3.2.1.

Le flux de chaleur du sol peut être calculé par :

$$G = R_n - \lambda E_t - H \tag{101}$$

Le couvert végétal fait de l'ombre sur la surface du sol, intercepte le rayonnement net, et réduit le réchauffement de la surface du sol parce qu'une partie du rayonnement net est consacrée au réchauffement des feuilles du couvert végétal (Blight 2002). L'effet de la végétation sur les différents termes du bilan énergétique et sur la température de la surface est présenté sur la Figure 3.6. On peut constater qu'en général le flux de la chaleur du sol et par conséquent la température de la surface du sol dans le cas de présence d'un couvert végétal est moins important par rapport au sol nu.



Figure 3.6 : Effets de la végétation sur l'évaporation d'une surface de sol (Blight 2002)

Dans certaines méthodes comme celle de Penman, de FAO Penman-Monteith, etc., la chaleur du sol est considérée comme une donnée d'entrée. Dans ces méthodes, si le flux de chaleur du sol n'est pas mesuré, il est considéré comme une fraction de R_n . Le flux de chaleur dans la méthode de FAO Penman-Monteith avec un couvert végétal est présenté dans le Tableau 3.1.

Période	G G > 0 (le sol se réchauffe pendant le jour) $G < 0$ (nuit)				
Heure et plus court	$G_{heure} = 0, 1R_n$	$G_{heure} = 0, 5R_n$			
Jour et dix jours	$G_{jour} pprox 0$				
Mois	$G_{mois,i} = 0,07 \left(T_{mois,i+1} - T_{mois,i-1} \right)$)			
141015	$G_{mole,i} = 0.14 \left(T_{mole,i} - T_{mole,i-1} \right)$				

Tableau 3.1 : Le flux de chaleur du sol utilisé dans la méthode de FAO Penman-Monteith

La contribution de la chaleur du sol due à la présence d'un couvert végétal peut être diminuée en fonction de l'indice de surface foliaire (Boulet *et al.* 2000) qui dépend de la saison et de l'espèce du couvert végétal :

$$G = \xi_s e^{-0.4LAI} R_n \tag{102}$$

Le terme réducteur de flux de chaleur dû à la présence d'un couvert végétal dans l'équation (102) $(e^{-0.4LAI})$ est présenté sur la Figure 3.7. On suppose que l'indice foliaire du couvert végétal *LAI* est une fonction sinusoïdale du temps pendant une année qui atteint sa valeur maximale à la fin juin (Figure 3.7). Par conséquent, la contribution de la chaleur du sol atteint sa valeur minimale le même jour.



Figure 3.7 : Indices de surface foliaire et la fonction conductrice de flux de chaleur du sol en présence d'un couvert végétal

Dans la méthode proposée, G est calculé directement à l'aide de l'équation (101). Afin de tenir compte de l'effet de l'ombre de couvert végétal, la limite supérieure de G est choisie comme une fraction du rayonnement solaire net :

$$G_{\max} = \xi R_n \tag{103}$$

Le coefficient ξ dépend du type de couvert végétal. En considérant les données existant dans la littérature, ξ diminue avec l'augmentation de *LAI* et varie généralement entre 3% et 20%. Le flux de la chaleur du sol, *G*, est imposé comme les conditions aux limites thermiques sur la surface du sol (Figure 3.5).

3.3.2 Conditions aux limites hydriques dans le cas d'interaction Sol-Végétation-Atmosphère

Le bilan de masse hydrique sur la surface peut être écrit sous la forme suivante :

$$I_{nf} = P - E_t - R_{off} \tag{104}$$

où I_{nf} est l'infiltration qui est calculée et imposée comme conditions aux limites hydriques sur la surface du sol (Figure 3.5), $P(\text{mmjour}^{-1})$ est la précipitation et R_{off} est le ruissellement. La précipitation et le ruissellement sont des donnés météorologiques et l'évapotranspiration est calculée en utilisant l'équation suivante en se basant sur le flux de la chaleur latente (équation (17)) :

$$E_t = \frac{\varepsilon \rho_a}{p_a} \frac{(e_s - e_d)}{r_v}$$
(105)

La pression de la vapeur du sol peut être calculée comme le produit de la pression de vapeur saturante à la température de la surface et l'humidité relative de la surface. La pression de vapeur saturante à la température de la surface peut être calculée par :

$$e_{vs} = 610,8 \exp\left(\frac{17,27T}{T+237,3}\right)$$
 (106)

L'humidité relative de la surface peut être calculée avec la succion du sol :

$$h_{rs} = \exp\left(\frac{\psi g W_{\nu}}{RT}\right) \tag{107}$$

où ψ est la succion totale. La pression de vapeur de la surface du sol est donc calculée par :

$$e_s = h_{rs} e_{vs} \tag{108}$$

De même, la pression de vapeur dans l'air peut être calculée par :

$$\boldsymbol{e}_{d} = \boldsymbol{h}_{r} \boldsymbol{e}_{a} \tag{109}$$

où h_r est l'humidité relative dans l'air et e_a est la pression de vapeur saturante qui est fonction de la température de l'air, T_a :

$$e_a = 610,8 \exp\left(\frac{17,27T_a}{T_a + 237,3}\right)$$
(110)

3.3.2.1 Résistance à la diffusion de vapeur, r_v

Les équations (17) et (105) sont valables dans plusieurs conditions : la surface du sol avec ou sans végétation, la surface du sol saturée ou non saturée. Il faut noter que la résistance à la diffusion de vapeur r_v dépend de la condition considérée. Les différentes combinaisons possibles pour la résistance à la diffusion de vapeur sont présentées dans le Tableau 3.2 et sur la Figure 3.8. r_a est la résistance aérodynamique, r_s est la résistance de la surface de sol, et r_c
est la résistance du couvert végétal. Dans le cas présent on s'intéresse à un couvert végétal homogène, en supposant l'équilibre thermique entre le sol et le couvert végétal.

Combinaison	Résistance à la diffusion de vapeur r_v	Cas similaire
Surface nue et saturée	$r_v = r_a$	Penman
Surface nue et non saturée	$r_v = r_s + r_a$	
Surface saturée avec couvert végétal	$r_v = r_c + r_a$	Penman-Monteith FAO Penman-Monteith
Surface non saturée avec couvert végétal	$r_v = r_s + r_c + r_a$	





Figure 3.8 : Différentes combinaisons de résistance à la diffusion de vapeur considérées dans θ -STOCK

Il faut noter que si le couvert végétal n'est pas homogène ou la condition d'équilibre thermique entre le couvert végétal et la surface du sol n'existe pas, le système de résistance à la diffusion de vapeur ainsi qu'à la diffusion de chaleur sensible devient plus complexe. Dans ce cas, on ne peut plus se contenter des données météorologiques standards et de l'état hydrique et thermique du sol. Un schéma d'un modèle de transfert à deux couches est présenté sur la Figure 3.9. On note que ce modèle nécessite des mesures plus complexes afin d'étalonner les différents paramètres liés au site considéré, à l'espèce végétale et à la nature de la période analysée (sèche ou humide), comme discuté dans le chapitre 3 sur le modèle SISPAT (Braud *et al.* 1993). Ce modèle ne sera pas utilisé dans le cadre de notre étude.



Figure 3.9 : Schéma d'un système de transfert à deux couches (Demarty et al. 2002)

• La résistance aérodynamique r_a

La résistance aérodynamique est calculée en utilisant la méthode de Choudhury et al. (1986). Ces auteurs ont présenté les relations suivantes pour l'état stable $(T_s > T_a)$ et pour l'état non stable $(T_s < T_a)$:

$$r_{a} = r_{a0} \frac{1}{\left(1 + R_{i}\left(T_{s} - T_{a}\right)\right)^{\eta}}$$

$$où \begin{cases} \eta = 0,75 \quad \text{si} \quad T_{s} > T_{a} \\ \eta = 2 \quad \text{si} \quad T_{s} < T_{a} \end{cases}$$
(111)

 R_i est le nombre de Richardson :

$$R_i = \frac{5g(z_a - d)}{u_a^2 T_a} \tag{112}$$

 r_{a0} est la résistance aérodynamique dérivée d'un profil de vent logarithmique :

$$r_{a0} = \frac{\ln\left(\frac{z_a - d}{z_{om}}\right) \ln\left(\frac{z_a - d}{z_{ov}}\right)}{K^2 u_a}$$
(113)

où u_a est la vitesse du vent mesurée à l'élévation z_a , d est la hauteur de déplacement, z_{0m} est le paramètre de rugosité, z_{0v} est le paramètre de rugosité pour la vapeur d'eau, K est la

constante de von Karman. La hauteur de déplacement *d* dépend de la hauteur du végétal *h* et est souvent estimée par :

$$d = 0,67h$$

$$z_{0m} = 0,123h$$

$$z_{0v} = 0,1z_{0m}$$
(114)

• La résistance du couvert végétal r_c

La résistance du couvert végétal est fonction du rayonnement solaire, du déficit de pression de vapeur et de la teneur en eau du sol. La relation entre cette résistance et les conditions environnementales varie d'une espèce à l'autre et dépend également du type du sol. Cette relation ne peut pas être déterminée par des mesures directes. Elle est habituellement déterminée expérimentalement en se basant sur l'équation de Penman-Monteith ou en mesurant l'évapotranspiration d'une façon indépendante, par exemple, par des lysimètres ou par une approche micro météorologique. Dans cette approche, la résistance aérodynamique doit être connue. En réalité, à cause des gradients de température qui se produisent dans la couche de couvert végétal, la détermination précise de la température de surface du sol est très difficile. Cela implique que les valeurs publiées concernant r_c présentent une certaine incertitude (de Bruin, 1982).

Parfois r_c est présenté comme une fonction de la résistance d'une seule feuille r_{leaf} , et de l'indice de surface foliaire *LAI*, comme suit :

$$r_c = \frac{r_{leaf}}{0.5LAI} \tag{115}$$

Dans le cas où ces mesures ne sont pas disponibles, les valeurs de r_{leaf} et r_c peuvent être supposées égales à 100 s/m et 70 s/m respectivement. Ces valeurs sont valables pour le calcul d'évapotranspiration d'un couvert végétal hypothétique appelé également de « référence » avec une hauteur de 0,12 m et un albédo de 0,23, ce qui correspond au cas d'une vaste surface de gazon vert de hauteur uniforme, qui fait une ombre complète sur le sol.

• La résistance de la surface de sol *r*_s

Dans le cas où la surface du sol n'est pas saturée, la résistance supplémentaire de la surface de sol à la diffusion de la vapeur r_s doit être prise en compte. La résistance de surface doit

être mesurée à différentes teneurs en eau et pour les différents types de sol. Van de Griend et Owe (1994) ont mesuré la résistance d'une surface d'un limon fin sableux dans une chambre de circulation rapide d'air. Ils ont proposé la relation exponentielle suivante :

$$r_{s} = r_{sl} \exp\left(\alpha \left(\theta_{\min} - \theta\right)\right) \tag{116}$$

où $\theta \leq \theta_{\min}$ est la teneur en eau du premier centimètre de sol, et θ_{\min} est une teneur en eau au-delà de laquelle le sol atteint l'évaporation potentielle. Les paramètres de cette relation doivent être étalonnés pour le sol considéré.

Comme les résultats de Wilson *et al.* (1997) présentés dans le chapitre 3 l'ont montré, en considérant la succion comme variable, le taux d'évaporation réelle peut être correctement calculé sans tenir compte de l'effet de la résistance de la surface du sol.

3.3.2.2 Coefficient de culture K_c

L'évapotranspiration qu'on calcule à l'aide de l'équation (105) en prenant la résistance du couvert végétal égale à 70 m/s, est une évapotranspiration réelle à partir d'un sol saturé ou non saturé, avec un couvert végétal homogène de référence. Pour les autres espèces, l'évapotranspiration réelle peut être reliée à l'évapotranspiration réelle de référence E_{tr} , via un coefficient de culture K_c :

$$E_{tc} = K_c E_{tr} \tag{117}$$

Le coefficient de culture K_c dépend de l'espèce considérée et de sa durée da vie, et de la saison. Dans la méthode Penman-Monteith, l'évapotranspiration potentielle des différentes cultures est reliée à l'évapotranspiration potentielle de référence en utilisant ce facteur K_c :

$$E_{tpc} = K_c E_{tpr} \tag{118}$$

Les exemples pour K_c et E_{tpr} sont présentés sur la Figure 3.10 et sur la Figure 3.11 respectivement (les données présentées sont d'après Bos *et al.* 2002).



Figure 3.10 : Kc pour différentes espèces d'après Bos et al. (2002)



Figure 3.11 : Evapotranspiration potentielle de référence d'après Bos et al. (2002). (r_c = 70 s/m)

3.4 Modèle d'extraction par des racines

L'extraction par des racines est modélisée en utilisant un modèle 2D avec les termes d'extraction, distribués sur la profondeur et sur la largeur de la zone racinaire ($S(\psi, r, z, t)$, voir Figure 3.12). Notons que l'intégral de l'extraction sur un volume V correspond à la transpiration de l'arbre (Tr(t)). Les termes d'extraction sont calculés à partir des données de l'arbre d'une part, et de l'état thermo-hydro-mécanique du sol à la fin de l'étape précédente de calcul d'autre part. Dans le cas d'utilisation des données météorologiques journalières, les termes d'extraction sont aussi calculés jour par jour.



Figure 3.12 : Schéma de la modélisation d'extraction d'eau par des racines

Comme évoqué dans le chapitre 3, dans les modèles plus complexes (Vrugt *et al.* 2001, Li *et al.* 2006, Indraratna *et al.* 2006), l'extraction d'eau par des racines a été considérée en fonction de la succion du sol, de la distribution de densité des racines, et de la transpiration potentielle. On considère une relation non linéaire entre la densité des racines et l'extraction d'eau selon Landsberg (1999) et une distribution linéaire de potentiel de transpiration proposée par Nimah et Hanks (1973). Le terme d'extraction est exprimé par l'équation suivante :

$$S = \alpha(\psi) S_{\max} \tag{119}$$

où $\alpha(\psi)$ est une fonction réductrice proposée par Feddes *et al.* (1978). Cette fonction est représentée par la Figure 3.13 et l'équation (44).

$$\alpha(\psi) = 0 \qquad \psi < \psi_{FC}$$

$$\alpha(\psi) = 1 \qquad \psi_{FC} \le \psi < \psi_{MSWD}$$

$$\alpha(\psi) = \frac{\psi_{PWP} - \psi}{\psi_{PWP} - \psi_{MSWD}} \qquad \psi_{MSWD} \le \psi < \psi_{PWP}$$

$$\alpha(\psi) = 0 \qquad \psi > \psi_{PWP}$$
(120)

où ψ est la succion totale ; l'indice *FC* correspond à la capacité au champ ; l'indice *MSWD* correspond à une succion au-delà de laquelle l'extraction diminue ; l'indice *PWP* correspond au point de flétrissement.



Figure 3.13 : Fonction réductrice α

$$S_{\max}(r, z, t) = G(\beta)F(T_p)$$
(121)

où $G(\beta)$ est une fonction de distribution de densité des racines et $F(T_p)$ est une fonction de distribution de transpiration potentielle dans la profondeur *z* (Indraratna *et al.*, 2006):

$$G(\beta) = \frac{\tanh(k_{3}\beta)}{\int_{V(t)} \tanh(k_{3}\beta)}$$
avec
$$\int_{V(t)} G(\beta) dV = 1$$
(122)

Où β est la densité des racines et k_3 est un coefficient expérimental.

$$\beta(r,z) = \beta_{\max} \exp(-k_1 |z - z^*| - k_2 |r - r^*|)$$
(123)

où β_{\max} est la densité maximale et k_1 et k_2 sont des paramètres empiriques.

$$F(T_{p}) = \frac{T_{p}(1 + k_{4}(z_{\max} - z))}{\int_{V(t)} G(\beta)(1 + k_{4}(z_{\max} - z))dV}$$
(124)

où T_p est la transpiration potentielle, z_{max} est la profondeur maximale des racines et k_4 est un coefficient expérimental.

3.5 Discrétisation et résolution du système

Compte tenu de la complexité des équations différentielles partielles régissant le modèle proposé, le développement de solutions analytiques semble très difficile, même pour des configurations simples. Les approches numériques connues, telles que les différences finies, les éléments finis ou la méthode d'éléments de frontières peuvent être utilisées pour résoudre le système des équations établies, avec les conditions aux limites générales. Les formes intégrales de Bubnov-Galerkin des équations de champ sont utilisées comme la base de la forme matricielle discrétisée dans l'espace et dans le temps.

3.5.1 Discrétisation spatiale

La méthode des résidus pondérés est appliquée, et les fonctions de pondération de type Galerkin sont utilisés pour discrétiser le domaine spatial Ω . La forme matricielle globale des équations, représentée en termes des inconnus sur les nœuds, est la suivante :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -[K_{TT}] & -[K_{Tw}] & -[K_{Ta}] \\ 0 & -[K_{wT}] & -[K_{ww}] & 0 \\ 0 & -[K_{aT}] & -[K_{aw}] & -[K_{aa}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ T \\ P_w \\ P_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [R] & [R_{uT}] & [R_{uw}] & [R_{ua}] \\ [C_{Tu}] & [C_{Tw}] & [C_{Ta}] \\ [C_{wu}] & [C_{TT}] & [C_{Ta}] \\ [C_{ww}] & [C_{wa}] \\ [C_{au}] & [C_{aT}] & [C_{aw}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U} \\ \dot{T} \\ \dot{P}_w \\ \dot{P}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{F}_{\sigma} \\ F_T \\ F_w \\ F_a \end{bmatrix} (125)$$

Les termes de cette matrice sont présentés dans l'annexe A.

3.5.2 Discrétisation temporelle

La discrétisation temporelle par la θ -méthode est décrite par l'équation suivante :

$$\int_{0}^{t_{1}} u(t)dt = \left[(1-\theta)u_{o} + \theta u_{1} \right] \Delta t = \left[u_{0} + \theta \Delta u \right] \Delta t$$
(126)

$$\int_{t_0}^{t_1} \dot{u}(t)dt = \Delta u \tag{127}$$

où u_0 et u_1 sont les valeurs de la variable u à l'instant t_0 et t_1 respectivement. Le pas de temps est $\Delta t = t_1 - t_0$ et θ indique le type d'interpolation, $\theta = 0$ correspond au schéma

explicite (méthode Euler progressive). Cette méthode ne donne pas de résultats satisfaisants pour les équations différentielles mal conditionnées. En prenant $\theta = 1$, la résolution devient implicite (méthode d'Euler rétrograde) et avec $\theta = 1/2$, on obtient l'algorithme de Crank-Nicholson. Ainsi le choix de θ influence la stabilité et la précision de l'algorithme numérique. Pour $\theta \ge 1/2$ le schéma est inconditionnellement stable quelle que soit la condition initiale, et la seule contrainte est celle de la précision.

3.5.3 Implantation des conditions aux limites Sol-Végétation-Atmosphère

Dans la suite, l'indice k désigne le numéro de l'incrément de chargement (load step) ou (time step) dans θ -STOCK, et i désigne le numéro de l'itération en cours (iter). Les parties écrites <u>sur fond gris</u> correspondent aux conditions aux limites implantées pour la modélisation de l'interaction Sol-Végétation-Atmosphère et pour l'extraction d'eau par des racines. L'indice « **surf** » correspond à l'interaction Sol-Végétation-Atmosphère, et l'indice « **root** » correspond à l'extraction d'eau par des racines.

La formulation variationnelle du problème est discrétisée dans l'espace par la méthode de Galerkin, et discrétisée dans le temps par la θ -méthode (entre les instants t_k et t_{k+1}). On utilise la méthode de Newton-Raphson modifiée (avec rigidités initiales). En utilisant les mêmes notations que dans (Gatmiri et Arson 2008), on obtient l'équation matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} [R_{uu}] & [R_{ut}] & [R_{uw}] & [R_{ua}] \\ [C_{Tu}] & [C_{TT}] + \theta \Delta t [K_{TT}] & [C_{Tw}] + \theta \Delta t [K_{Tw}] & [C_{Ta}] + \theta \Delta t [K_{Ta}] \\ [C_{wu}] & [C_{wT}] + \theta \Delta t [K_{wT}] & [C_{ww}] + \theta \Delta t [K_{ww}] & [C_{wa}] \\ [C_{au}] & [C_{aT}] + \theta \Delta t [K_{aT}] & [C_{aw}] + \theta \Delta t [K_{aw}] & [C_{aa}] + \theta \Delta t [K_{aa}] \end{bmatrix}_{k,1} \begin{bmatrix} \{\Delta P_w\} \\ \{\Delta P_w\} \\ \{\Delta P_a\} \\ \{\Delta P_a\} \\ \{\Delta F_{\sigma}\} \\ \theta \Delta t \{\Delta F_{T}\} \\ \theta \Delta t \{\Delta F_{w}\} \\ \theta \Delta t \{\Delta F_{a}\} \end{bmatrix}_{k+1} + \Delta t \begin{bmatrix} 0 \\ \{F_{T}\}_{k} - [K_{TT}]_{k,1} \{T\}_{k,i-1} - [K_{Tw}]_{k,1} \{P_{w}\}_{k,i-1} - [K_{Ta}]_{k,1} \{P_{a}\}_{k,i-1} \\ \{F_{w}\}_{k} - [K_{wT}]_{k,1} \{T\}_{k,i-1} - [K_{aw}]_{k,1} \{P_{w}\}_{k,i-1} - [K_{aa}]_{k,1} \{P_{a}\}_{k,i-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (128) \\ (128) \\ (128) \\ (128) \end{bmatrix}$$

A l'échelle élémentaire, les incréments de force sont définis comme suit :

$$\left\{\Delta F_{\sigma}^{e}\right\}_{k+1} = \int_{V_{e}} \left\{N\right\}^{T} \left\{\Delta f_{v}\right\}_{k+1} dV + \int_{S_{e}} \left\{N\right\}^{T} \left\{\Delta f_{S}\right\}_{k+1} dS$$
(129)

$$\theta \left\{ \Delta F_T^e \right\}_{k+1} = -\int_{S_{e,Q_T}} \left\{ N \right\}^T \left(\Delta \tilde{q}_T \right)_{k+1} dS - \int_{S_e} \rho_w \left[\nabla N \right]^T \Delta T C_{Tw} \left\{ \Delta Z \right\} dS - \int_{S_{e,Q_T}} \left\{ N \right\}^T \left(\Delta \tilde{q}_{surfT} \right)_{k+1} dS$$
(130)

$$\theta \left\{ \Delta F_w^e \right\}_{k+1} = -\int_{S_{e,Q_w}} \left\{ N \right\}^T \left(\Delta \tilde{q}_w \right)_{k+1} dS - \int_{S_e} \rho_w \left[\nabla N \right]^T \left[K_w \right]_{k,1} \left\{ \Delta Z \right\} dS$$

$$-\int_{V_e} \left\{ N \right\}^T \left(\Delta \tilde{q}_{root} \right)_{k+1} dV - \int_{S_{e,Q_w}} \left\{ N \right\}^T \left(\Delta \tilde{q}_{surfw} \right)_{k+1} dS$$
(131)

$$\theta\left\{\Delta F_a^e\right\}_{k+1} = -\int_{S_{e,Q_a}} \left\{N\right\}^T \left(\Delta \tilde{q}_a\right)_{k+1} dS - \int_{V_e} \rho_a \left[\nabla N\right]^T \left(\left[K_a\right]_{k,1} + H\left[K_w\right]_{k,1}\right) \left\{\Delta Z\right\} dS \quad (132)$$

Lors du processus itératif, le système est en déséquilibre temporaire tant que la convergence n'est pas atteinte. Le vecteur résidu $\{\Psi\}_{k,i}$ est défini comme suit :

$$\{\Psi\}_{k,i} = \begin{cases} \{\Delta F_{\sigma}\}\\ \theta\Delta t \{\Delta F_{T}\}\\ \theta\Delta t \{\Delta F_{w}\}\\ \theta\Delta t \{\Delta F_{w}\}\\ \theta\Delta t \{\Delta F_{a}\} \end{cases} + \Delta t \begin{cases} 0\\ \{F_{T}\}_{k} - [K_{TT}]_{k,1} \{T\}_{k,i-1} - [K_{Tw}]_{k,1} \{P_{w}\}_{k,i-1} - [K_{Ta}]_{k,1} \{P_{a}\}_{k,i-1} \\ \{F_{w}\}_{k} - [K_{wT}]_{k,1} \{T\}_{k,i-1} - [K_{ww}]_{k,1} \{P_{w}\}_{k,i-1} \\ \{F_{a}\}_{k} - [K_{aT}]_{k,1} \{T\}_{k,i-1} - [K_{aw}]_{k,1} \{P_{w}\}_{k,i-1} - [K_{aa}]_{k,1} \{P_{a}\}_{k,i-1} \\ \{F_{a}\}_{k} - [K_{aT}]_{k,1} \{T\}_{k,i-1} - [K_{aw}]_{k,1} \{P_{w}\}_{k,i-1} - [K_{aa}]_{k,1} \{P_{a}\}_{k,i-1} \\ \{F_{a}\}_{k} - [K_{aT}]_{k,1} \{T\}_{k,i-1} - [K_{aw}]_{k,1} \{P_{w}\}_{k,i-1} - [K_{aa}]_{k,1} \{P_{a}\}_{k,i-1} \\ \{F_{a}\}_{k} - [K_{aT}]_{k,1} \{T\}_{k,i-1} - [K_{aw}]_{k,1} \{P_{w}\}_{k,i-1} - [K_{aa}]_{k,1} \{P_{a}\}_{k,i-1} \\ \{F_{a}\}_{k} - [K_{aT}]_{k,1} \{T\}_{k,i-1} - [K_{aw}]_{k,1} \{P_{w}\}_{k,i-1} - [K_{aa}]_{k,1} \{P_{a}\}_{k,i-1} \\ - \begin{bmatrix} [R_{uu}] & [R_{ut}] & [R_{uw}] & [R_{ua}] \\ [C_{Tu}] & [C_{TT}] + \theta\Delta t [K_{TT}] & [C_{Tw}] + \theta\Delta t [K_{Tw}] & [C_{Ta}] + \theta\Delta t [K_{Ta}] \\ [C_{wu}] & [C_{wT}] + \theta\Delta t [K_{wT}] & [C_{ww}] + \theta\Delta t [K_{ww}] & [C_{wa}] \\ \{\Delta P_{w}\}_{k,i} \\ \{\Delta P_{a}\}_{k,i} \\ \end{bmatrix}$$

En tenant compte des expressions (128) à (132), on peut écrire l'équation (133) comme :

$$\begin{split} \left\{\Psi\right\}_{k,l} &= \\ & \left\{\sum_{ab} \left(\int_{V_{a}} \left\{N\right\}^{T} \left\{\Delta f_{v}\right\}_{k+1} dV + \int_{S_{a}} \left\{N\right\}^{T} \left\{\Delta f_{s}\right\}_{k+1} dS\right) - \theta \sum_{ab} \int_{S_{a},Q_{T}} N^{T} \left\{\Delta \tilde{q}_{aadT}\right\}_{k+1} dS\right) \\ & \Delta t \left(\left\{\Delta F_{T}\right\}_{k+1} - \theta \sum_{ab} \left(\int_{S_{a},Q_{T}} \left\{N\right\}^{T} \left(\Delta \tilde{q}_{w}\right)_{k+1} dS\right) - \theta \sum_{ab} \int_{S_{a},Q_{T}} N^{T} \left\{\Delta \tilde{q}_{aadT}\right\}_{k+1} dS - \theta \sum_{ab} \left(\int_{V_{c},Q_{a}} \left\{N\right\}^{T} \left(\Delta \tilde{q}_{root}\right)_{k+1} dV\right)\right) \\ & \Delta t \left(\left\{\Delta F_{a}\right\}_{k+1} - \theta \sum_{cb} \left(\int_{S_{c},Q_{a}} \left\{N\right\}^{T} \left(\Delta \tilde{q}_{w}\right)_{k+1} dS\right) - \theta \sum_{ab} \int_{S_{c},Q_{a}} N^{T} \left\{\Delta \tilde{q}_{aadT}\right\}_{k+1} dS - \theta \sum_{ab} \left(\int_{V_{c},Q_{a}} \left\{N\right\}^{T} \left(\Delta \tilde{q}_{root}\right)_{k+1} dV\right)\right) \\ & \Delta t \left(\left\{\Delta F_{a}\right\}_{k+1} - \theta \sum_{cb} \left(\int_{S_{c},Q_{a}} \left\{N\right\}^{T} \left(\Delta \tilde{q}_{w}\right)_{k+1} dS\right)\right) \\ & -\Delta t \left\{\begin{bmatrix}0 \\ \left[K_{rT}\right]_{k,1} \left\{T\right\}_{k,i-1} + \left[K_{rw}\right]_{k,1} \left\{P_{w}\right\}_{k,i-1} + \left[K_{rw}\right]_{k,1} \left\{P_{w}\right\}_{k,i-1} \\ \left[K_{wT}\right]_{k,1} \left\{T\right\}_{k,i-1} + \left[K_{ww}\right]_{k,1} \left\{P_{w}\right\}_{k,i-1} \\ \left[K_{wT}\right]_{k,1} \left\{T\right\}_{k,i-1} + \left[K_{ww}\right]_{k,1} \left\{P_{w}\right\}_{k,i-1} \\ & -\sum_{cdr} \left(\int_{V_{c}} \rho_{w} \left[\nabla N\right]^{T} \left(\Delta F_{w}\right] \left\{\Delta Z\right\} dS\right) \\ & -\sum_{cdr} \left(\int_{V_{c}} \rho_{w} \left[\nabla N\right]^{T} \left[K_{w}\right] + H\left[K_{w}\right] \right) \left\{\Delta Z\right\} dS\right) \\ & -\sum_{cdr} \left(\int_{V_{c}} \rho_{w} \left[\nabla N\right]^{T} \left[K_{w}\right] + H\left[K_{w}\right] \left\{\Delta Z\right\} dS\right) \\ & -\sum_{cdr} \left(\int_{V_{c}} \rho_{w} \left[\nabla N\right]^{T} \left(K_{w}\right] + H\left[K_{w}\right] \left\{\Delta Z\right\} dS\right) \\ & -\sum_{cdr} \left(\int_{V_{c}} \rho_{w} \left[\nabla N\right]^{T} \left[K_{w}\right] + H\left[K_{w}\right] \left\{\Delta Z\right\} dS\right) \\ & -\sum_{cdr} \left(\int_{V_{c}} \rho_{w} \left[\nabla N\right]^{T} \left[K_{w}\right] + H\left[K_{w}\right] \left\{K_{w}\right\} \left[K_{w}\right] \\ & \left\{\Delta T\right\} \\$$

Dans θ -STOCK, le calcul est effectué en quatre phases. Les quatre termes à calculer à l'échelle de la structure sont définis comme suit :

$$\{r\}_{k,i} = \{rr\}_{k+1} + \sum_{elt=1}^{Nelt} \{qcond\}_{k,i-1}^{elt} + \sum_{elt=1}^{Nelt} \{qz\}_{k,1}^{elt} - \sum_{elt=1}^{Nelt} \{ra\}_{k,i}^{elt}$$
(135)

Avec :

$$\{rr\}_{k+1} = \begin{cases} \sum_{ell} \{\Delta F_{\sigma}^{e}\}_{k+1} \\ \sum_{ell} \{\Delta F_{Qv}^{e}\}_{k+1} \\ \sum_{ell} \{\Delta F_{Qv}^{e}\}_{k+1} \\ \sum_{ell} \{\Delta F_{Qv}^{e}\}_{k+1} \end{cases} = \\ \begin{cases} \sum_{ell} \{\Delta F_{Qv}^{e}\}_{k+1} \\ \sum_{ell} \{\Delta F_{Qv}^{e}\}_{k+1} dV + \int_{Se,\sigma} \{N\}^{T} \{\Delta f_{S}\}_{k+1} dS \} \\ \Delta t \left(\{F_{T}\}_{k} - \theta \sum_{ell} \int_{Se,Q_{T}} \{N\}^{T} \{\Delta \tilde{q}_{T}\}_{k+1} dS - \theta \sum_{ell} \int_{Se,Q_{T}} N^{T} \{\Delta \tilde{q}_{surfT}\}_{k+1} dS \} \\ \Delta t \left(\{F_{w}\}_{k} - \theta \sum_{ell} \int_{Se,Q_{w}} \{N\}^{T} \{\Delta \tilde{q}_{w}\}_{k+1} dS - \theta \sum_{ell} \int_{Se,Q_{w}} N^{T} \{\Delta \tilde{q}_{surfv}\}_{k+1} dS - \theta \sum_{ell} \int_{Se,Q_{w}} N^{T} \{\Delta \tilde{q}_{root}\}_{k+1} dV \end{pmatrix} \\ \Delta t \left(\{F_{T}\}_{k} - \theta \sum_{ell} \int_{Se,Q_{w}} \{N\}^{T} \{\Delta \tilde{q}_{w}\}_{k+1} dS - \theta \sum_{ell} \int_{Se,Q_{w}} N^{T} \{\Delta \tilde{q}_{surfv}\}_{k+1} dS - \theta \sum_{ell} \int_{Se,Q_{w}} N^{T} \{\Delta \tilde{q}_{root}\}_{k+1} dV \end{pmatrix} \\ \Delta t \left(\{F_{T}\}_{k} - \theta \sum_{ell} \int_{Se,Q_{w}} \{N\}^{T} \{\Delta \tilde{q}_{w}\}_{k+1} dS - \theta \sum_{ell} \int_{Se,Q_{w}} N^{T} \{\Delta \tilde{q}_{w}\}_{k+1} dS - \theta \sum_{ell} \int_{Se,Q_{w}} N^{T} \{\Delta \tilde{q}_{w}\}_{k+1} dV \right) \\ \Delta t \left(\{F_{T}\}_{k} - \theta \sum_{ell} \int_{Se,Q_{w}} \{N\}^{T} \{\Delta \tilde{q}_{w}\}_{k+1} dS - \theta \sum_{ell} \int_{Se,Q_{w}} N^{T} \{\Delta \tilde{q}_{w}\}_{k+1} dS \right) \\ (136) \end{cases}$$

$$\left\{ qcond \right\}_{k,i-1}^{elt} = -\Delta t \begin{cases} 0 \\ \left[K_{TT}\right]_{k,1} \left\{T\right\}_{k,i-1} + \left[K_{Tw}\right]_{k,1} \left\{p_{w}\right\}_{k,i-1} + \left[K_{Ta}\right]_{k,1} \left\{p_{a}\right\}_{k,i-1} \\ \left[K_{wT}\right]_{k,1} \left\{T\right\}_{k,i-1} + \left[K_{ww}\right]_{k,1} \left\{p_{w}\right\}_{k,i-1} \\ \left[K_{aT}\right]_{k,1} \left\{T\right\}_{k,i-1} + \left[K_{aw}\right]_{k,1} \left\{p_{w}\right\}_{k,i-1} + \left[K_{aa}\right]_{k,1} \left\{p_{a}\right\}_{k,i-1} \end{cases}$$
(137)

$$\left\{qz\right\}_{k,1}^{elt} = \Delta t \begin{cases} 0 \\ -\int_{Se} \rho_w [\nabla N]^T \Delta T C_{Tw} \{\Delta Z\} dS \\ -\int_{Ve} \rho_w [\nabla N]^T [K_w] \{\Delta Z\} dS \\ -\int_{Ve} \rho_a [\nabla N]^T ([K_a] + H[K_w]) C_{Tw} \{\Delta Z\} dS \end{cases}_{k,1}$$
(138)

$$\left\{ ra \right\}_{k,i}^{elt} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{uu} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} R_{uT} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} R_{ux} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} R_{uw} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} R_{ua} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} C_{Tu} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} C_{TT} \end{bmatrix} + \theta \Delta t \begin{bmatrix} K_{TT} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} C_{Tw} \end{bmatrix} + \theta \Delta t \begin{bmatrix} K_{Tw} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} C_{Ta} \end{bmatrix} + \theta \Delta t \begin{bmatrix} K_{Ta} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \Delta T \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \Delta p_w \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} C_{uu} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} C_{uT} \end{bmatrix} + \theta \Delta t \begin{bmatrix} K_{uT} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} C_{uw} \end{bmatrix} + \theta \Delta t \begin{bmatrix} K_{uw} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} C_{ua} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} C_{uu} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} C_{aT} \end{bmatrix} + \theta \Delta t \begin{bmatrix} K_{aT} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} C_{aw} \end{bmatrix} + \theta \Delta t \begin{bmatrix} K_{aw} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} C_{aa} \end{bmatrix} + \theta \Delta t \begin{bmatrix} K_{aa} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \Delta p_w \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \Delta p_a \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \Delta p_a \end{bmatrix} \\ \end{bmatrix}_{k,i}$$
(139)

(140)

Le vecteur des charges extérieures $({rr}_{k+1})$ imposées pendant l'incrément courant (entre $t_k \ et \ t_{k+1})$ est calculé dans la subroutine bargo, qui fait appel aux subroutines loadnode, flotnode, flounode, flounode, flousurf, flowsurf et flowroot.

Les calculs des forces surfaciques à partir des charges nodales imposées en contrainte, en flux de température, en flux d'eau et en flux d'air, sont effectués dans les subroutines « loadnode », « flotnode », « flownode » « floanode » respectivement. Dans « loadnode » le calcul est immédiat, puisqu'on impose directement des incréments de contrainte aux nœuds concernés. Une intégration spatiale pondérée permet de traduire ces conditions aux limites en contraintes linéiques (surfacique si on est en 3D). Dans les subroutines « flotnode », « flownode », « flownode », « flownode », « flownode », », », », « flownode », la force $\{F_k\}$ n'est pas mémorisée. Le calcul s'effectue à partir des flux imposés à l'incrément de chargement (loadstep) courant ($(\tilde{q})_{k+1}$) et à l'incrément de chargement précédent ($(\tilde{q})_k$).

Les débits surfaciques imposés, liés aux données sur la météorologie et sur le couvert végétal, sont calculés dans les nouvelles subroutines « **flowsurf** » et « **flotsurf** » (pour les transferts d'eau et de chaleur respectivement). Les débits volumiques relatifs aux échanges d'eau dans la zone racinaire sont calculés dans la nouvelle subroutine « **flowroot** ».

Pour un élément, le calcul dans flowsurf est effectué comme suit :

$$\left\{ \Delta F_{\mathcal{Q}w}^{e} \right\}_{k} = -(1-\theta) \Delta t S_{elt} \left(\tilde{q}_{surfw} \right)_{k-1} - \theta \Delta t S_{elt} \left(\tilde{q}_{surfw} \right)_{k}$$

$$\left\{ \Delta F_{\mathcal{Q}w}^{e} \right\}_{k} = -\Delta t \int_{S_{e,\mathcal{Q}w}} \left\{ N \right\}^{T} \left[\left(\tilde{q}_{surfw} \right)_{k-1} + \theta \left(\left(\tilde{q}_{surfw} \right)_{k} - \left(\tilde{q}_{surfw} \right)_{k-1} \right) \right] dS$$

$$\left\{ \Delta F_{\mathcal{Q}w}^{e} \right\}_{k} = \Delta t \left(\left\{ F_{w} \right\}_{k-1} - \theta \int_{S_{e,\mathcal{Q}w}} \left\{ N \right\}^{T} \left(\Delta \tilde{q}_{surfw} \right)_{k} dS \right)$$

$$(141)$$

Dans la subroutine « **flotsurf** », le calcul pour un élément est effectué selon les opérations suivantes :

$$\left\{ \Delta F_{QT}^{e} \right\}_{k} = -(1-\theta) \Delta t S_{elt} \left(\tilde{q}_{surfT} \right)_{k-1} - \theta \Delta t S_{elt} \left(\tilde{q}_{surfT} \right)_{k} \left\{ \Delta F_{QT}^{e} \right\}_{k} = -\Delta t \int_{S_{e,QT}} \left\{ N \right\}^{T} \left[\left(\tilde{q}_{surfT} \right)_{k-1} + \theta \left(\left(\tilde{q}_{surfT} \right)_{k} - \left(\tilde{q}_{surfT} \right)_{k-1} \right) \right] dS$$

$$\left\{ \Delta F_{QT}^{e} \right\}_{k} = \Delta t \left(\left\{ F_{w} \right\}_{k-1} - \theta \int_{S_{e,QT}} \left\{ N \right\}^{T} \left(\Delta \tilde{q}_{surfT} \right)_{k} dS \right)$$

$$(142)$$

Et dans le cas de la présence de racines, en utilisant la subroutine « flowroot », on a :

$$\left\{ \Delta F_{\mathcal{Q}w}^{e} \right\}_{k} = -(1-\theta) \Delta t V_{elt} \left(\tilde{q}_{root} \right)_{k-1} - \theta \Delta t V_{elt} \left(\tilde{q}_{root} \right)_{k} \left\{ \Delta F_{\mathcal{Q}w}^{e} \right\} = -\Delta t \int_{V_{e}} \left\{ N \right\}^{T} \left[\left(\tilde{q}_{root} \right)_{k-1} + \theta \left(\left(\tilde{q}_{root} \right)_{k} - \left(\tilde{q}_{root} \right)_{k-1} \right) \right] dV$$

$$\left\{ \Delta F_{\mathcal{Q}w}^{e} \right\}_{k} = \Delta t \left(-\theta \int_{V_{e}} \left\{ N \right\}^{T} \left(\Delta \tilde{q}_{root} \right)_{k} dV \right)$$

$$(143)$$

3.5.4 Stabilité et Précision

Les conditions de la stabilité et de la précision de l'algorithme de la solution des équations complètement couplés de sol non saturé sont décrites en détail par Gatmiri et Magnin (1994) et Gatmiri *et al.* (1998). Pour les éléments quadrilatéraux isoparamétriques qui sont utilisés dans le θ -STOCK, les critères de la précision sont définis pour un nœud interne d'éléments comme suit:

Les critères de la limite inférieure liés au transfert d'eau :

$$\Delta t \ge \frac{\alpha_3 n^2 \left(\Delta h\right)^2}{6\theta C_w \left(n^2 + 1\right)}, \Delta t \ge \frac{\alpha_3 n^2 \left(\Delta h\right)^2}{3\theta C_w \left(2n^2 - 1\right)}, \Delta t \ge \frac{\alpha_3 n^2 \left(\Delta h\right)^2}{3\theta C_w \left(2 - n^2\right)}$$
(144)

Les critères de la limite inférieure liés au transfert d'air :

$$\Delta t \ge \frac{\alpha_3 n^2 \left(\Delta h\right)^2}{6\theta C_a \left(n^2 + 1\right)}, \Delta t \ge \frac{\alpha_3 n^2 \left(\Delta h\right)^2}{3\theta C_a \left(2n^2 - 1\right)}, \Delta t \ge \frac{\alpha_3 n^2 \left(\Delta h\right)^2}{3\theta C_a \left(2 - n^2\right)}$$
(145)

où :

$$\alpha_{3} = -eg_{2} - S_{r}g_{3} \qquad et \qquad \beta_{2} = (1 - S_{r})(g_{4} - g_{3}) - e(g_{2} - g_{1})$$
$$g_{1} = \frac{\partial S_{r}}{\partial (\sigma - u_{a})}, g_{2} = \frac{\partial S_{r}}{\partial (u_{a} - u_{w})}, g_{3} = \frac{\partial e}{\partial (\sigma - u_{a})}, g_{4} = \frac{\partial e}{\partial (u_{a} - u_{w})}$$

Il faut noter qu'une grande valeur peut être choisie pour la limite inférieure pour éviter des oscillations spatiales. Comme on peut le constater, ces critères dépendent des deux surfaces d'état en indice des vides et en degré de saturation, ainsi que de leurs dérivés.

3.5.5 Algorithme de θ -STOCK

Les parties principales de θ -STOCK sont gérées directement par le module « Markaz », présenté sur la Figure 3.14. Ce programme est divisé en cinq grandes parties, et chaque partie comporte plusieurs sous-programmes comme indiqué dans ce qui suit:

- 1. acquisition des données d'entrées et calcul des conditions initiales ;
- acquisition des données météorologiques et des données d'arbre dans un deuxième fichier ;
- calcul des conditions aux limites sur la surface d'interaction Sol-Végétation-Atmosphère et des termes d'extraction dans la zone racinaire;
- 4. génération des forces nodales et acquisition des données dans les pas de temps ;
- génération des forces nodales à partir des conditions aux limites d'interaction Sol-Atmosphère-Végétation et des termes d'extraction ;
- génération de la matrice de rigidité générale et application des conditions aux limites ;
- 7. création du système de la solution des équations finales ;
- 8. autres calculs.

Les points 2, 3 et 5 sont implantés pour la modélisation d'interaction Sol-Atmosphère-Végétation et d'extraction d'eau par des racines.



Figure 3.14 : Organigramme général de θ-STOCK

Les Figure 3.15 et Figure 3.16 montrent une description plus détaillée du bloc de Stiff, qui est le cœur de la troisième partie. Il faut noter que les matrices de rigidité élémentaires sont calculées avec des différentes procédures appelées respectivement Stif4D (éléments secs), Stif4C (éléments saturés) et Stif4U (éléments non saturés) dans une configuration de déformation plane. Un suffixe AXI est ajouté aux noms des subroutines pour le cas axisymétrique.



Figure 3.15 : Organigramme pour calculer les matrices de rigidité pour les trois types d'éléments dans le module de déformation plane



Figure 3.16 : Organigramme pour calculer les matrices de rigidité pour les trois types d'éléments dans le module axisymétrique

3.6 Conclusion

En se basant sur la synthèse bibliographique réalisée dans le chapitre 2 sur les différents modèles d'interaction sol-végétation-atmosphère et d'extraction par des racines, on a adopté une méthode basée sur les échanges énergétique à la surface du sol pour la modélisation de l'interaction sol-végétation-atmosphère. Pour les échanges hydriques dans la zone racinaire, après avoir analysé différents modèles existants, on a finalement adopté un modèle 2D relativement complexe qui permet de prendre en compte l'effet de la distribution de densité des racines, de la succion du sol et de la distribution du potentiel de transpiration.

Les deux modèles adoptés, le modèle d'interaction sol-végétation-atmosphère et le modèle d'extraction d'eau par des racines, sont implantés dans le code θ -STOCK (Gatmiri 1997), permettant de déterminer les conditions aux limites hydriques et thermiques sur la surface du sol ainsi que le terme d'extraction dans la zone racinaire. La méthode d'analyse numérique globale a été présentée à la fin de ce chapitre.

CHAPITRE 4. ANALYSE NUMERIQUE BIDIMENSIONNELLE PAR ELEMENTS FINIS DE L'INTERACTION SOL-VEGETATION-ATMOSPHERE

4.1 Introduction

Le présent chapitre est consacré à la vérification et aux applications du modèle d'interaction Sol-Végétation-Atmosphère développé et implanté dans le code θ -STOCK. Cette approche numérique permet de modéliser de façon couplée la réponse thermo-hydro-mécanique du sol sous des sollicitations climatiques, végétales et mécaniques.

Ce chapitre est divisé en trois parties. Premièrement, on présente la vérification de l'approche en confrontation avec les données de mesures disponibles. Le modèle est vérifié en utilisant une série de mesures de tassement et des données météorologiques sur le site de Mormoiron. La période de janvier 2007 à mai 2008 a été choisie en raison de la disponibilité des données in situ. Les paramètres hydro-mécaniques du sol sont issus des résultats des essais réalisés par Fleureau *et al.* (2007). Les analyses sont ensuite étendues aux périodes considérées comme particulièrement sèches et particulièrement humides. Une analyse générale sur une période plus longue de 20 ans est également effectuée.

4.2 Modélisation de l'interaction Sol-Végétation-Atmosphère

La méthodologie proposée pour la modélisation thermo-hydro-mécanique des sols sous l'effet de l'interaction Sol-Végétation-Atmosphère est en trois étapes qui sont présentées dans ce qui suit :

4.2.1 Détermination des paramètres thermo-hydro-mécaniques

Cette étape consiste en la description et en la caractérisation du profil géotechnique du sol. Les paramètres mécaniques, thermiques et hydriques du sol sont déterminés en se basant sur des résultats d'essais in situ et en laboratoire. Les conductivités thermique et hydrique, la surface d'état en indice des vides et en degré de saturation sont déterminées pour les différentes couches de sol concernées.

4.2.2 Détermination des conditions initiales

Les conditions initiales thermiques et hydriques sont déterminées à partir des profils de température et de teneur en eau du sol. Les conditions initiales des éléments de la surface ont un effet non négligeable sur les conditions aux limites surtout pendant les premiers pas de calcul.

4.2.3 Déterminations des conditions aux limites sur la surface

Les conditions aux limites sur la surface du sol, pour chaque pas de calcul, sont déterminées à partir des données météorologiques du pas de calcul actuel d'une part, et de l'état thermo-hydro-mécanique du sol à la fin du pas précédent d'autre part. Dans le cas de l'utilisation des données météorologiques journalières, les conditions aux limites sont aussi déterminées jour par jour.

4.3 Analyse numérique du site de Mormoiron (2007-2008)

Une période de 17 mois a été considérée en raison de la disponibilité des mesures in situ sur le site de Mormoiron. La vérification du modèle a été effectuée à travers une comparaison entre les calculs et les mesures.

4.3.1 Détermination des paramètres thermo-hydro-mécaniques

Les paramètres du modèle ont été déterminés à partir des résultats expérimentaux disponibles, obtenus par Fleureau et al. (2007). Pour la surface d'état en indice des vides présentée sur la Figure 4.1, les paramètres sont déterminés à partir des données expérimentales concernant le retrait du sol. La surface d'état en degré de saturation est basée sur la courbe de rétention d'eau déterminée au laboratoire (Figure 4.2).



Figure 4.1 : Surface d'état en indice des vides

Dans la surface d'état en degré de saturation et la surface d'état en indice des vides, le degré de saturation et l'indice des vides sont fonction de la contrainte nette et de la succion. Dans notre problème, les différentes contraintes correspondent à différentes profondeurs. Ces surfaces nous permettent donc d'avoir différentes courbes de rétention d'eau et différentes courbes de retrait à différentes profondeurs, ce qui est plus réaliste que la considération d'une courbe de retrait unique et d'une courbe de rétention d'eau unique pour toutes les profondeurs.



Figure 4.2 : Surface d'état en degré de saturation

Le Tableau 4.1 présente les paramètres mécaniques utilisés.

Paramètre mécanique		Valeur
ν	Coefficient de Poisson	0,35
$ ho_{s}$	Masse volumique des grains solides	2750 kg/m3
K_l	Coefficient du module de chargement	25,5
K_u	Coefficient du module de déchargement	25,5
K_{b}	Coefficient du module de déformation volumique	28
т	Exposent de la loi non linéaire	0,855
P_{atm}	Pression d'atmosphère	102 kPa
a_{e}	Paramètre de la surface d'état en indice des vides	67,6
$b_{_{e}}$	Paramètre de la surface d'état en indice des vides	6,39
C_e	Paramètre de la surface d'état en indice des vides	-0,25E-4
e_0	Paramètre de la surface d'état en indice des vides	1,4
$\sigma_{_c}$	Paramètre de la surface d'état en indice des vides	8 x 10 ⁶ Pa
a_s	Paramètre de la surface d'état en degré de saturation	0,8
b_s	Paramètre de la surface d'état en degré de saturation	-0,247 x10 ⁻⁵
C_{s}	Paramètre de la surface d'état en degré de saturation	-0,206 x10 ⁻⁶
d_s	Paramètre de la surface d'état en degré de saturation	0,1 x10 ⁻⁴

Tableau 4.1 : Paramètres mécaniques utilisés

Les paramètres thermiques utilisés sont présentés au Tableau 4.2.

Paramètre thermique		Valeur
$h_{fg}\left(J.kg^{-1} ight)$	Chaleur latente	2,4E+6
$\lambda_a \left(J.m^{-1}.s^{-1}.^{\circ}C^{-1} ight)$	Conductivité thermique du gaz	0,0258
$\lambda_s \left(J.m^{-1}.s^{-1}.^{\circ}C^{-1} \right)$	Conductivité thermique du solide	2
$\lambda_{_{\scriptscriptstyle W}}ig(J.m^{^{-1}}.s^{^{-1}}.°C^{^{-1}}ig)$	Conductivité thermique du liquide	0,6
$C_p^s\left(J.kg^{-1}.^\circ C^{-1} ight)$	Capacité calorifique du solide	800,0
$C^w_pig(J.kg^{-1}.^{\circ}C^{-1}ig)$	Capacité calorifique du liquide	4180,0
$C_p^{ m v}ig(J.kg^{-1}.^{\circ}C^{-1}ig)$	Capacité calorifique de la vapeur	1870,0
$C^a_pig(J.kg^{-1}.^\circ C^{-1}ig)$	Capacité calorifique du gaz	1000,0

Tableau 4.2 : Paramètres thermiques

La perméabilité est fonction à la fois de la succion et de l'indice des vides. Elle est déterminée en utilisant l'expression proposée par Gatmiri (1997) :

$$K_{w} = K_{w0} \cdot 10^{\alpha e} \cdot \left(\frac{S_{r} - S_{ru}}{1 - S_{ru}}\right)^{d} \left(\frac{\mu_{w}(T_{r})}{\mu_{w}(T)}\right)$$
(146)

Paramètre Hydraulique		Valeur
K_{w0}	Perméabilité intrinsèque (m/s)	2,2E-9
α	coefficient	2
d	coefficient	3
S_{ru}	Degré de saturation résiduel	0,05

Tableau 4.3 Paramètres hydrauliques

4.3.2 Détermination des Conditions initiales

Les profils de température et de teneur en eau du sol sont utilisés pour l'évaluation des conditions initiales thermiques sur les nœuds et des degrés de saturation initiaux des éléments. Le profil de la teneur en eau mesurée en laboratoire à la fin de l'année 2006, présenté sur la Figure 4.3, est utilisé pour calculer le profil du degré de saturation initial dans l'analyse numérique.



Figure 4.3 : Profil de la teneur en eau massique initiale (mesuré in situ le 19 décembre 2006, donnée BRGM)

4.3.3 Détermination des conditions aux limites

Les conditions aux limites sur la surface du sol sont déterminées dans toutes les étapes de chargement en fonction des données météorologiques actuelles et de l'état du sol à la fin de l'étape précédente. Les infiltrations ou les conditions aux limites hydriques sont calculées à l'aide de l'équation du bilan hydrique. Les ruissellements sont omis :

$$q_w = I_{nf} = P - E_t \tag{147}$$

Toutes les conditions aux limites sont montrées sur la Figure 4.4.



Figure 4.4 : Conditions aux limites du problème de l'interaction sol-végétation-atmosphère

4.3.3.1 Présentation des données météorologiques

Les données météorologiques journalières de la station de Carpentras situé à 11 km du site de Mormoiron, à l'exception de la vitesse du vent, ainsi que la précipitation du site de Mormoiron sont disponibles pour la période considérée. On dispose donc des précipitations, de l'humidité relative de l'air, de la température de l'air mesurée à 2 m de la surface de sol, du rayonnement solaire. La vitesse du vent à 2 m de la surface de sol a été estimée en considérant la valeur moyenne sur les dix dernières années ; par exemple, la vitesse du vent au 01/05/2007 est prise égale à la moyenne de la vitesse du vent au 1^{er} mai des années 1997 à 2006. L'ensemble des données météorologiques pour la période considérée est présenté sur la Figure 4.5.



Figure 4.5 : Données météorologiques pendant la période de janvier 2007 - mai 2008

4.3.4 Résultats de calculs

Les résultats obtenus pour la simulation d'une période de 17 mois (janvier 2007 à mai 2008) sont présentés dans les paragraphes suivants. Les variations de la température et du tassement ont été comparées avec les résultats disponibles sur le site à différentes profondeurs.

4.3.4.1 Variation de la température

La variation de température calculée pour différentes profondeurs (Figure 4.7) est comparée avec les mesures in situ (Figure 4.8). L'origine de l'évolution de température pendant les différentes saisons est le régime thermique du sol. La chaleur du sol est une partie de l'énergie de rayonnement solaire. Les deux autres parties sont la chaleur latente et la chaleur sensible. Pour le cas des sols avec un couvert végétal homogène, la contribution de la chaleur latente est très élevée par rapport à la chaleur du sol. Pour les sols nus, plus le sol est sec, plus la chaleur du sol est importante. L'évolution du rayonnement net solaire et de la chaleur du sol est présentée sur la Figure 4.6.



Figure 4.6 : Evolution de Rn et de G, Janvier 2007 à Mai 2008



Figure 4.7 : Variations de la température du sol (calculées), Janvier 2007 à Mai 2008



Figure 4.8 : Variations de la température du sol (mesurées), Janvier 2007 à Mai 2008

La variation de la température dans le sol est le résultat de la variation saisonnière de flux de la chaleur du sol G en fonction des autres termes du bilan énergétique. La variation de température diminue avec la profondeur. Les températures calculées montrent une bonne concordance avec les mesures in situ. (Figure 4.7 et Figure 4.8)

4.3.4.2 Evapotranspiration cumulée

L'évapotranspiration accumulée est calculée et présentée sur la Figure 4.9. La somme d'évapotranspiration calculée pour l'année 2007 (à partir du 11 janvier) est de 533 mm. La somme d'évapotranspiration pour l'année 2008 jusqu'au 31 mai est de 126 mm.



Figure 4.9 : Evapotranspiration cumulée

4.3.4.3 Variation du degré de saturation

La Figure 4.10 présente la variation du degré de saturation pour la période considérée. Le profil du degré de saturation initial présenté sur la Figure 4.11, pour le 11 janvier 2007, le jour où les premières mesures sont disponibles, est déterminé à partir du profil de teneur en eau déterminé fin 2006 au laboratoire (Figure 4.3). Pour le premier mètre de profondeur, le degré de saturation initial considéré est de 0,85. L'allure générale du degré de saturation montre une

diminution dans toutes les couches à partir de la fin d'avril jusqu'au milieu de septembre. La Figure 4.12 montre la variation d'indice des vides dans le premier mètre de profondeur. Comme la surface d'état en indice des vides est fonction du degré de saturation et aussi de la contrainte nette, on peut observer les indices des vides différents pour les profondeurs différentes même à l'état initial. La variation du degré de saturation ainsi que la variation de l'indice des vides présentent une bonne corrélation avec la variation du tassement présentée sur la Figure 4.13.



Figure 4.10 : Variation du degré de saturation calculé, janvier 2007 à mai 2008



Figure 4.11 : Evolution du profil du degré de saturation



Figure 4.12 : Variation de l'indice des vides calculé, janvier 2007 à mai 2008

4.3.4.4 Evolution du tassement et du gonflement

Les déplacements verticaux mesurés par des extensomètres sur le site de Mormoiron à 20, 50 et 100 cm de profondeur sont comparés avec les résultats d'analyse numérique sur la Figure 4.13. Le tassement maximal sur le site est observé au mois de septembre ; il est d'environ 4 cm, à 20 cm de profondeur. Le gonflement maximal sur le site est observé au mois de mai, d'environ 1 cm. Les jours dans lesquels des gonflements importants ont été observés, se corrèlent bien avec les jours ayant des précipitations importantes.



Figure 4.13 : Variation du déplacement vertical, janvier 2007 à mai 2008

La variation du tassement à différentes profondeurs montre une bonne concordance globale avec les mesures. On observe tout de même une différence au niveau de la réponse à la précipitation. En effet, le calcul montre que chaque précipitation engendre systématiquement un gonflement du sol ; ceci en fonction de la profondeur du sol : le gonflement est d'autant plus important que le sol est proche de la surface. En revanche, ce gonflement immédiat n'a pas été toujours détecté par les mesures. Cela est probablement au fait que les conditions à l'interface sol-atmosphère considérées dans le calcul ne correspondent pas tout à fait aux conditions réelles sur le site.

4.4 Analyse numérique du site de Mormoiron pour 5 périodes différentes

En utilisant la méthodologie générale présentée précédemment, les cinq périodes suivantes ont été modélisées :

- janvier 1988 à décembre 1991 avec l'effet cumulé de plusieurs années successives de sécheresse, avec une forte sinistralité recensée ;
- 2. septembre 1993 à décembre 1994, une période très humide ;
- mars 1997 à décembre 1999, deuxième vague de sècheresse ayant provoqué de nombreux sinistres ;
- 4. janvier à décembre 2003, période de canicule estivale ;
- 5. janvier à décembre 2005, sécheresse estivale avec sinistralité importante.

Les calculs commencent à partir du 1^{er} janvier de chaque année. A cette date, la température et le rayonnement solaire sont très proches de leurs valeurs minimales annuelles, et le degré de saturation du sol est proche de sa valeur maximale annuelle. Les mêmes profils du degré de saturation et de température du sol ont été choisis pour les cinq périodes considérées en raison du manque de données. Ce choix a l'avantage de permettre de mieux comparer l'influence des différents scénarios météorologiques puisque l'état initial du sol a été considéré comme identique pour tous les scénarios. Afin d'être plus proche des conditions initiales pour les périodes intéressées, le calcul commence à partir de l'année qui précède chaque période considérée.

Le ruissellement n'est pas à négliger pendant les périodes humides. En l'absence des mesures directes, les ruissellements sont calculés à l'aide de la méthode US-SCS, proposée par le service de conservation des sols des Etats-Unis. (USDA-SCS National Engineering Handbook, 1973). Les numéros des courbes de ruissellement (Runoff Curve Number) *CN*, sont fonction du type de sol, du couvert végétal, et de la teneur en eau du sol. La valeur de

CN varie entre 30 et 100. Plus le sol est perméable et moins le sol est humide, plus le numéro des courbes est petit, conduisant à moins de ruissellement. Pour les précipitations fortes, le ruissellement représente un pourcentage important (Figure 4.14).



 Figure 4.14 : Variation du rapport ruissellement/précipitation en fonction de CN et de la précipitation

 Le ruissellement dans la méthode US-SCS est calculé à l'aide des équations suivantes :

$$R_{off} = \frac{(P - 0, 2S)^2}{(P + 0, 8S)} \quad \text{si} \quad P \ge 0, 2S$$

$$R_{off} = 0 \qquad \text{si} \quad P < 0, 2S$$

$$S = 25, 4 \left(\frac{1000}{CN} - 10\right)$$
(148)

où *CN* est le numéro des courbe de ruissellement (également appelé CN_{II} à la teneur en eau moyenne), et *P*(*mm*/*jour*) est la précipitation journalière.

$$CN_{I} = 0,39CN_{II} \exp(0,009CN_{II})$$
(149)

$$CN_{III} = 1,95CN_{II} \exp(-0,00663CN_{II})$$
(150)

Pour un sol argileux peu perméable et sensible au retrait-gonflement, avec un couvert végétal de type gazon, les numéros des courbes de ruissellement sont présentés dans le Tableau 4.4. Les valeurs de CN_{II} sont extraites de « USDA-SCS National Engineering Handbook » (1973). Les valeurs de CN_{I} et CN_{III} sont calculées à l'aide des équations (149) et (150).

Engazonnement	CN _I (sèche)	CN_{II}	CN _{III} (humide)
faible	77	89	96
moyen	70	84	94
bon	64	80	92

Tableau 4.4 : Numéros des courbes de ruissellement pour un sol argileux peu perméable et sensible au retrait-gonflement

Les précipitations annuelles sont présentées sur la Figure 4.15. En considérant les valeurs présentées dans le Tableau 4.4, on a choisi CN = 91 pour les périodes plutôt humides et CN = 67 pour les périodes plutôt sèches (Tableau 4.5).



Figure 4.15 : Précipitations annuelles

	Précipitation (mm/an)	CN
1987	833	91
1988	637	91
1989	330	67
1990	523	67
1991	616	67
1992	832	91
1993	812	91
1994	857	91
1995	686	91
1996	792	91
1997	535	67
1998	457	67
1999	687	67
2000	803	91
2001	547	67
2002	997	91
2003	633	67
2004	452	67
2005	508	67
2006	519	67
2007	463	67
2008	343	67

Tableau 4.5 : Précipitations et numéros des courbes de ruissellement

4.4.1 Détermination des conditions aux limites

Les conditions aux limites journalières sont déterminées à partir des données météorologiques et de l'état du sol.

4.4.1.1 Présentation des données météorologiques

Les données météorologiques journalières de la station de Carpentras sont disponibles pour toutes ces périodes. Elles incluent les précipitations, l'humidité relative de l'air, la température de l'air mesurée à 2 m de la surface de sol, le rayonnement solaire et la vitesse du vent à 2 m de la surface de sol. L'ensemble des données météorologiques pour les périodes considérées à partir du 1^{er} janvier 1987, est présenté sur la Figure 4.16 à la Figure 4.20.



Figure 4.16 : Rayonnement solaire



Figure 4.17 : Précipitations



Figure 4.18 : Température de l'air



Figure 4.20 : Humidité relative

La Figure 4.14, calculée à l'aide de l'équation (148), montre qu'avec CN = 67, le ruissellement est nul pour les précipitations plus petites que 30 mm/ jour, tandis qu'avec CN = 91 le ruissellement existe pour toutes les précipitation plus grande que 5 mm/ jour. De plus, pour une précipitation de 50 mm/ jour par exemple, le ruissellement est inférieur à 10%

pour CN = 67. En revanche, il arrive à plus de 50% de la précipitation avec CN = 91. Ceci montre que pour les précipitations journalières mesurées (Figure 4.17) les ruissellements peuvent être négligés pendant les périodes sèches (CN = 67), alors qu'en revanche, pendant les périodes humides (CN = 91), ils doivent être considérés dans l'équation du bilan hydrique.

4.4.2 Résultats de calculs

Dans la présentation des résultats, les variations du degré de saturation, de la température et du tassement sont comparées entre les différentes périodes.

4.4.2.1 Variation de la température

Les évolutions de la chaleur du sol pour les différentes périodes et par conséquent les variations de la température calculées à différentes profondeurs et pour les différentes périodes étudiées sont similaires. Ceci peut être expliqué par la similitude des variations de rayonnement solaire et de la température de l'air dans toutes les périodes.

4.4.2.2 Variation du degré de saturation

La Figure 4.21 présente la variation du degré de saturation pendant les cinq périodes considérées. Le profil du degré de saturation initial considéré au 1^{er} janvier est le même pour toutes les périodes modélisées et est identique à celui mesuré in situ fin 2006 (déjà pris en compte pour la période 2007-2008). Il faut noter qu'en réalité l'état initial pour toutes les périodes n'est pas identique ; mais cette étude permet de comparer raisonnablement les variations des deux ou quelques années consécutives. Par exemple on peut voir que dans la période 1987-1991, la variation la plus importante correspond à l'année 1989. On peut également observer que la différence entre le degré de saturation entre l'hiver 2002 et l'été 2003 est plus importante par rapport aux autres années.

Les variations d'indice des vides sont présentées sur la Figure 4.22. Comme pour le degré de saturation, la variation maximale d'indice des vides est observée en 2003.

Les variations du tassement présentées dans la prochaine partie reflètent mieux le niveau d'influence climatique sur le sol pendant les différentes périodes puisque le tassement représente une mesure correspondant à la déformation de toutes les couches de sol concernées.










Figure 4.22 : Variations d'indice des vides

4.4.2.3 Evolution du tassement et du gonflement

Les déplacements verticaux pour les 5 périodes considérées sont présentés sur la Figure 4.23.





Figure 4.23. Variations du déplacement vertical

Le tassement maximal annuel du sol a été produit en été 2003 suite à l'hiver pluvial de l'année 2002 : 9 cm environ à 20 cm de profondeur. Les résultats de la période de janvier 1988 à décembre 1991 montrent bien l'effet cumulé de plusieurs années successives de sécheresse. Le tassement du sol entre l'hiver 1989 et l'été 1990 est d'environ 10 cm. Le gonflement du sol dans la période 1993-1994 montre un bon accord avec l'humidité élevée de cette période. La période 1997-1999 est une période sèche par rapport à l'année 1996. En effet, le gonflement du sol à la fin de 1996 montre que cette année était une année humide et ensuite on a une vague de sécheresse à partir de 1997, avec un tassement d'environ 7 cm à la fin de l'été 1998. La tendance générale du tassement à partir de 2004 est compatible avec la sécheresse observée en 2005. Les variations de tassement calculées pour chaque période montrent une bonne concordance avec les évolutions du degré de saturation du sol. Ceci confirme la pertinence de l'approche utilisée et le bon fonctionnement du modèle développé.

4.5 Analyses numériques du site de Mormoiron (Période 1987-2008)

Afin d'étudier l'évolution à long terme de l'état du sol sous l'influence des différentes conditions climatiques, on a choisi de modéliser, dans cette partie, une période de 20 ans pour le site de Mormoiron en utilisant les données météorologiques de la station de Carpentras. Cette étude permet de s'approcher aux conditions initiales plus réalistes pour chaque période intéressée. Elle permet aussi de comparer les différentes années de façon globale. On aura en plus la possibilité d'étudier la tendance générale de l'assèchement du sol à long terme.

Dans ce calcul, en l'absence des données de ruissellement, celles-ci ont été estimées suivant la méthode proposée précédemment. Ce calcul nous permet d'évaluer les variations des teneurs en eau, des tassements, etc. pour les périodes annuelles ou pour plusieurs années consécutives ; On note qu'en revanche la prévision de l'évolution de l'état du sol pour une période aussi longue pourrait présenter des erreurs cumulées importantes.

Avant d'aborder la modélisation de l'interaction sol-atmosphère pour la période choisie, on présente une analyse des données météorologiques de la station de Carpentras. Elle est réalisée afin d'avoir une idée sur la tendance générale de l'évolution de l'humidité pendant la période étudiée en se basant sur le calcul de la variation du déficit de la pression de vapeur dans l'air.

4.5.1 Variation du déficit de la pression de vapeur dans l'air

L'évolution du déficit de la pression de vapeur dans la période 1987-2008 est présentée sur la Figure 4.24. La différence du déficit annuel de la pression de vapeur entre les deux années consécutives, surtout au passage d'une année relativement humide à une année relativement sèche montre une bonne concordance avec les années de sécheresse généralement identifiées comme 1988-1991, 2003.



Figure 4.24. Variation du déficit de la pression de vapeur de l'air

4.5.2 Résultats de calculs

Les variations de température du sol, du degré de saturation, et du tassement sont présentées dans cette partie.

4.5.2.1 Variations de la température

Les évolutions du rayonnement net et de la chaleur du sol sur 20 ans sont présentées sur la Figure 4.25. La variation de température calculée à 50 cm de profondeur est présentée sur la Figure 4.26.



Figure 4.25. Evolutions de R_n et de G



Figure 4.26 : Variations de la température (1987-2008)

4.5.2.2 Variations de la teneur en eau volumique

Les évapotranspirations annuelles calculées sont présentées sur la Figure 4.27. L'allure générale est en bonne concordance avec la variation du déficit de pression de vapeur de l'air présentée sur la Figure 4.24. Les infiltrations journalières calculées à partir des précipitations (mesurées), de l'évapotranspiration (calculées) et des ruissellements (calculés à l'aide de la méthode US-SCS) seront appliquées comme conditions aux limites sur la surface du sol.



Figure 4.27 : Evapotranspirations cumulées (1987-2008)

Dans les calculs précédents, l'état initial pour toutes les périodes a été considéré d'être identique. Dans les calculs qui sont présentés dans la suite, faute de données pour l'année 1987, on a commencé par un état initial correspondant à celui du 11 janvier 2007 (sauf pour le profil de teneur en eau qui est toujours celui mesuré in situ le 19 décembre 2006).

La variation du degré de saturation est présentée sur la Figure 4.28. La variation maximale est observée pour l'année 2003. On note que la même observation a été faite à la lumière des résultats de calcul pour une durée plus courte. Les périodes soutenues de sécheresse de 1988-1991, 1997-1999 peuvent être clairement identifiées. Les variations d'indices des vides et de teneurs en eau volumiques sont présentées sur la Figure 4.29 et la Figure 4.30, respectivement.



Figure 4.28 : Variations du degré de saturation

En considérant le degré de saturation obtenu au début de l'année 2007, de 0,85 environ, on peut conclure que l'état initial choisi pour l'année 1987 n'est pas loin de la réalité, puisque le

calcul montre qu'après vingt ans, on arrive à la valeur du degré de saturation réel au début de l'année 2007.



Figure 4.29. Variations de l'indice des vides



Figure 4.30. Variations de la teneur en eau volumique

La variation annuelle maximale de teneur en eau est observée pour 2003, de l'ordre de 8%.

4.5.2.3 Evolution du tassement et du gonflement

Les résultats d'analyse numérique présentés sur la Figure 4.31 représentent les tassements calculés à différentes profondeurs. L'allure générale montre une bonne concordance avec la variation du déficit de la pression de vapeur de l'air présentée sur la Figure 4.24.



Figure 4.31. Variation du déplacement vertical

On peut clairement distinguer les périodes de sécheresse (1988-1991, 1997-1999, 2003) et les périodes relativement humides comme on a discuté dans la section 4.4.2. On peut voir aussi que le tassement maximal calculé pour chaque année est presque le même par les calculs à court terme et par les calculs à long terme. Néanmoins, si l'on analyse le tassement cumulé, on observe que ce dernier arrive à 14 cm environ au bout de 20 années, ce qui paraît important. Il est vrai que ceci est compatible avec l'évolution générale climatique présentée sur la Figure 4.24 qui montre une tendance vers la sécheresse, mais on peut penser aussi à la non considération de l'évolution des propriétés hydro-mécaniques du sol (rétention d'eau, perméabilité, etc.).

4.6 Conclusions

Dans ce chapitre, une analyse bidimensionnelle d'interaction sol-végétation-atmosphère a été effectuée en utilisant les données in situ disponibles pendant la période 2007-2008. Une méthodologie générale de modélisation par éléments finis d'interaction sol-végétation-atmosphère en utilisant le modèle développé dans le code θ -STOCK est présentée. L'évapotranspiration a été calculée en utilisant les données météorologiques ainsi que les propriétés du sol et du couvert végétal. En l'absence de mesures de ruissellement, celles-ci ont été estimées en utilisant la méthode US-SCS. La comparaison des résultats de calcul avec les

données in situ disponibles au cours de la période 2007-2008 a montré le bon fonctionnement du modèle développé.

Les résultats de modélisation pour les 5 périodes intéressées montrent une bonne concordance avec les données climatiques au niveau des années sèches et humides.

Enfin la modélisation d'une période sur 20 ans a été effectuée en utilisant les données météorologiques de la station Carpentras et les paramètres du sol de Mormoiron. Les périodes de sécheresse identifiés à travers les résultats de calcul sont cohérentes avec celles identifiées en considérant les conditions climatiques. On a observé également que les tassements maximaux annuels sont similaires pour les calculs à court terme et à long terme. Néanmoins, le tassement cumulé sur 20 années paraît important. Même ce phénomène paraît compatible avec l'évolution générale climatique présentée sur la Figure 4.24, on peut penser tout de même que la non considération de l'évolution des propriétés hydro-mécaniques du sol (rétention d'eau, perméabilité, etc.) pourrait avoir grand impact sur le calcul du tassement cumulé.

CHAPITRE 5. ANALYSE NUMERIQUE BIDIMENSIONNELLE PAR ELEMENTS FINIS DE L'EXTRACTION D'EAU PAR DES RACINES

5.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à la vérification et aux applications du modèle d'extraction par des racines, implanté dans le code θ-STOCK. Une méthodologie générale pour la modélisation de l'extraction d'eau par des racines est présentée. Dans un premier temps, le modèle est vérifié pour une étude de cas sur une rangée de tilleuls, présentée par Biddle (1998). Dans un deuxième temps le cas d'un marronnier d'Inde rapporté par Biddle (1998) est étudié. Le choix de cet exemple est lié à l'assèchement relativement important observé dans cette étude de cas. En considérant la zone d'influence de cet arbre, on a mis en place artificiellement une fondation souple d'un bâtiment léger sur la surface à deux distances différentes de l'arbre. Les tassements calculés pour les quatre conditions suivantes sont comparés: arbre sans maison, arbre situé à 10 m du centre de la maison, arbre situé à 6,5 m du centre de la maison et maison sans arbre. La largeur de la maison est de 6 m et une contrainte verticale de 100 kPa est imposée pour prendre en compte le poids de la maison. Un flux hydrique nul est considéré sous la maison, ce qui correspond à une imperméabilisation hydrique. Les données climatiques de la station de Londres sont utilisées pour déterminer les conditions aux limites thermiques et hydriques sur la surface du sol. La durée de la modélisation est de sept mois à partir du 1^{er} avril 1991.

En déterminant la distribution du taux de l'extraction par les racines d'arbre dans la zone racinaire à chaque pas de temps, l'extraction d'eau est imposée proportionnellement sur les éléments de cette zone. Dans cette étude, il est supposé que l'arbre est bien développé et que les dimensions de la zone racinaire n'évoluent pas au cours du temps, conformément à l'état de l'arbre dans la période de l'étude par Biddle (1998).

5.2 Méthodologie générale de la modélisation

L'extraction par des racines dépend de la transpiration potentielle de l'arbre d'une part et de l'état du sol d'autre part. La méthodologie de la modélisation de l'extraction par des racines peut être divisée en quatre étapes. Les trois premières étapes sont similaires à celles de la modélisation dans le cas sans arbres. La quatrième étape est la détermination des paramètres liés l'arbre.

5.2.1 Détermination des paramètres liés à l'arbre

La transpiration potentielle et la zone d'influence d'un arbre dépendent de l'espèce considérée. Le développement racinaire pour une essence donnée est gouverné par les propriétés du sol. L'architecture des racines est définie par les racines de gros diamètre. Cependant, l'absorption d'eau n'est pas forcément faite par ces racines qui servent principalement à l'ancrage physique de l'arbre et ce sont les ramifications secondaires fines qui absorbent l'eau et les éléments minéraux du sol. Dans le modèle utilisé, la fonction de distribution de densité des racines qui adsorbent de l'eau, est utilisée pour le terme d'extraction. On note qu'une mesure continue de teneur en eau à différentes profondeurs et à différentes distances du tronc de l'arbre est nécessaire pour définir la fonction de la distribution de densité des racines.

5.3 Analyse numérique d'une rangée de tilleuls

Afin de valider le modèle implanté dans θ -STOCK, quelques études de cas présentées par Biddle (1998) ont été modélisées. On présente ici une étude de cas concernant une rangée de tilleuls de 17 m de hauteur. Les arbres sont à « Woodside Park » enracinées dans l'argile de Londres. Les mesures de teneur en eau ont été réalisées à 3,4 m, 6,8 m et 13,6 m de la rangée des arbres à différentes profondeurs. Une mesure a été réalisée à une distance de deux fois la hauteur des arbres (34 m), qui est supposée de ne pas être affectée par les racines des arbres. Une modélisation en déformation plane, avec des éléments quadrilatéraux a été réalisée. Le maillage global se compose de 943 nœuds et de 880 éléments (Figure 5.1). La durée climatique considérée est de 6 mois.



Figure 5.1. Schéma du modèle

5.3.1 Détermination des paramètres thermo-hydro-mécaniques

Les profils du sol à différentes distances de la rangée sont présentés sur la Figure 5.2. Le sol concerné est l'argile de Londres jusqu'à 3 m de profondeur.

Profil du sol	Dis l'arbre × 1	tance hautei	du tro 1r (en	onc de 1979)		3.4 0.2	6.8 0.4	13.6 0.8	34.0 2.0
Essais de classification du sol :						° 🔛			
Distance du tronc d l'arbre	le 3,4	3,4	6,8	6,8		1.0			
Profondeur (m)	1	2	1	2	(m)				
Limite de plasticité	33	29	30	38	ndeur	2.0			
Limite de liquidité	82	66	89	76	Profe				
Indice de plasticité	49	37	59	48		3.0		<u>}i</u>	<u>}i</u>
% Retrait linéaire	14,4	10,8					臣		

Figure 5.2 : Profils de sol à différentes distances de la rangée d'arbres (Biddle 1998)

Les surfaces d'état en degré de saturation et en indice des vides utilisées sont présentées sur la Figure 5.3. Ces surfaces ont été calibrées en se basant sur les courbes de retrait et de rétention d'eau de l'argile de Londres. L'indice des vides initial du sol est estimé en considérant la teneur en eau maximale du sol présentée par Biddle (1998).



Figure 5.3 : Surfaces d'état en indice des vides et en degré de saturation

La perméabilité du sol à l'état saturé est prise égale à $5x10^{-10}$ m/s. Cette valeur est une valeur moyenne pour l'argile de Londres. On note que l'étendue de la zone influencée par l'extraction dépend largement de la perméabilité du sol.

5.3.2 Détermination des conditions initiales

Le profil de degré de saturation initial est déterminé à partir des profils de la teneur en eau volumique moyenne au printemps. Les mesures présentées par Biddle (1988) sont les teneurs en eau volumiques et les réductions des teneurs en eau volumiques en différents points par rapport aux teneurs en eau moyennes au printemps. On note qu'au printemps, le sol est presque saturé comme on peut le voir sur la Figure 5.4.

5.3.3 Conditions aux limites

En raison de la symétrie, un flux nul est imposé le long de la frontière gauche du maillage. Le modèle de l'interaction sol-atmosphère (Hemmati et al. 2008) est utilisé pour calculer et pour imposer le flux de l'humidité et de la chaleur le long de la face supérieure des éléments. Les données météorologiques de la station de Londres sont utilisées dans ce calcul.

5.3.4 Détermination des paramètres liés à l'arbre

Le Tableau 5.1 montre les paramètres utilisés dans le modèle, qui sont déterminés en se basant sur les données disponibles dans la littérature.



Figure 5.4 : Les profils de teneur en eau à 3,4 m de la rangée d'arbres

Paramètre	Valeur	Référence
$\psi_{\scriptscriptstyle FC}$	4,9 kPa (sols argileux)	Feddes et al. (1976)
$\psi_{\scriptscriptstyle MSWD}$	40 kPa	Feddes et al. (1978)
$\psi_{\scriptscriptstyle PWP}$	1500 kPa (point de flétrissement; 1,5MPa $\leq \psi \leq$ 2MPa)	Feddes et al. (1978)
r_{0}, Z_{0}	7 m, 0,5 m (estimés en se basant sur les mesures sur site)	
$r_{\rm max}, z_{\rm max}$	14 m, 1,2 m (estimés en se basant sur les mesures sur site)	
T_p	75 litres/jour	
k_{1}, k_{2}	10 et 0,05 (coefficients de distribution de densité des racines verticale et horizontale)	
$eta_{ ext{max}}$	25 m ⁻²	Landsberg (1999)
k_3	0,0874 m ⁻¹	Landsberg (1999)
<i>k</i> ₄	0 (la saturation potentielle est distribuée uniformément dans la profondeur)	

Tableau 5.1: Paramètres du modèle

5.3.5 Discussions

Les réductions de la teneur en eau volumique du site au 27 septembre 1984 par rapport à la teneur en eau moyenne du printemps sont comparées avec les résultats de la simulation. Une bonne concordance est observée entre les réductions de teneur en eau in situ et les résultats de la simulation après 6 mois, c'est-à-dire, depuis le démarrage de transpiration par des feuilles.

Les diminutions de la teneur en eau volumique mesurées depuis le printemps (début de la transpiration) au 27 septembre 1984 (6 mois) sont comparées avec les résultats de la simulation sur la Figure 5.5. Une bonne concordance est observée.



Distance du tronc d'arbre (m)

Figure 5.5 : Comparaison des réductions de teneur en eau mesurée in situ (gauche) et calculée après 6 mois (droite)

Les diminutions de teneur en eau après 3 mois et après 6 mois sont présentées sur la Figure 5.6. On peut observer un changement de situation au niveau de l'extraction maximale dans le temps. Il faut noter que dans cet exemple, la distribution de la densité des racines n'évolue pas au cours du temps et le changement de l'extraction maximale est dû au changement du degré de saturation seulement. Les tassements du sol après 3 mois et après 6 mois sont présentés sur la Figure 5.7. Une augmentation du tassement du sol et une propagation de la zone influencée par l'extraction des racines avec le temps sont observés.



Figure 5.6 : Diminutions de la teneur en eau après 3 mois (gauche) et après 6 mois (droite) d'évapotranspiration



Figure 5.7 : Tassement du sol calculé (en mètre) après 3 mois (gauche) et après 6 mois (droite) d'évapotranspiration

5.4 Analyse numérique d'un marronnier d'Inde

Une étude de cas concernant un marronnier d'Inde de 12 m de hauteur en 1981 et de 14 m de hauteur en 1994, à « Berham Park » dans une zone enherbée est considérée. L'arbre est situé au sud d'un groupe composé de quelques marronniers d'Inde de taille similaire, et de plusieurs aubépines plus petites. Les tubes d'accès pour mesurer la teneur en eau sont situés à l'ouest de la rangée des arbres. Les mesures de teneur en eau ont été réalisées à 2,4 m, 4,8 m,

7,2 m, 9,6 m et 24,0 m de l'arbre et à différentes profondeurs. Une modélisation en déformation plane avec des éléments quadrilatéraux est effectuée. On considère une dimension géométrique de 90 m de largeur et de 30 m de profondeur (Figure 5.8).



Figure 5.8. Schéma du modèle

5.4.1 Détermination des paramètres thermo-hydro-mécaniques

Les profils géologiques du sol à différentes distances de l'arbre sont présentés sur la Figure 5.9. L'argile de Londres va jusqu'à 3 m de profondeur.

Profil du sol l'a	Dis rbre ×	stance du tronc de hauteur (en 1981)		2.4	4.8	7.2	9.6	24.0
Essais de classificatio					0.8 XXX	<u>2.0</u>		
Distance du tronc de l'arbre	2,4	4,8	(u					
Profondeur (m)	2	1,5	eur (1	1.0	臣	E	圜	臣
Limite de plasticité	27	29	ofonde	. 圉		薑		
Limite de liquidité	84	67	Pro	2.0	圉			圜
Indice de plasticité	57	38		3.0		<u>1</u>	1	<u>1</u>
% Retrait linéaire	12,4	12,1						

Figure 5.9 : Profils du sol à différentes distances d'une rangée d'arbres (Biddle 1988)

Les surfaces d'état en degré de saturation et en indice des vides utilisées dans cette modélisation sont similaires à celles présentées sur la Figure 5.3. La perméabilité à l'état saturé est prise égale à $2x10^{-9}$ m/s.

5.4.2 Détermination des conditions initiales

Le profil du degré de saturation initiale est déterminé à partir des profils de la teneur en eau volumique moyenne au printemps. Considérant que dans cette période le sol est presque saturé comme on peut voir sur la Figure 5.10, le degré de saturation initial est pris égal à 90%.



Figure 5.10 : Les profils de teneur en eau à une distance de 2,4 m de la rangée d'arbres

5.4.3 Détermination des paramètres liés à l'arbre

Le Tableau 5.1 montre les paramètres utilisés dans le modèle, déterminés en se basant sur les données disponibles trouvées dans la littérature.

Paramètre	Valeur	Ref.
$\psi_{\scriptscriptstyle FC}$	4,9 kPa (sols argileux)	Feddes et al. (1976)
$\psi_{\scriptscriptstyle MSWD}$	40 kPa	Feddes et al. (1978)
$\psi_{\scriptscriptstyle PWP}$	1500 kPa (point de flétrissement; 1,5MPa $\leq \psi \leq 2MPa$)	Feddes et al. (1978)
r_{0}, Z_{0}	5 m, 0,3 m (estimés en se basant sur les mesures sur site)	
$r_{\rm max}, z_{\rm max}$	7 m, 1m (estimés en se basant sur les mesures sur site)	
T_p	160 litres/jour	
k_{1}, k_{2}	10 et 0,05 (coefficients de distribution de la densité des racines verticale et horizontale)	
$eta_{ ext{max}}$	25 m ⁻²	Landsberg (1999)
k_3	0,0874 m ⁻¹	Landsberg (1999)
k_4	(la saturation potentielle est distribuée uniformément dans la profondeur)	

Tableau 5.2: Paramètres du modèle

5.4.4 Conditions aux limites sur la surface du sol

Les conditions aux limites sont déterminées à partir des données climatiques mensuelles de la station de Londres. Le ruissellement mesuré pendant cette période est égal à 0. Les précipitations moyennes journalières et les infiltrations calculées sont présentées sur la Figure 5.11.



Figure 5.11 : Précipitations et infiltrations journalières

5.4.5 Résultats de calculs

Les résultats seront présentés en quatre cas différents (voir Tableau 5.3).

Vu que les mesures de teneur en eau volumique sont disponibles en fin d'octobre 1991, un premier calcul a été effectué, qui a pour objectif principal la vérification du modèle en comparant les mesures et les calculs. La Figure 5.12 montre cette comparaison et on y observe une concordance satisfaisante.

Combinaison	Cas
Arbre seul	1
Maison seule	2
Arbre à 6,5 m du centre de maison	3
Arbre à 10 m du centre de maison	4

Tableau 5.3 : les quatre cas considérés



Figure 5.12 : Comparaison des diminutions de la teneur en eau volumique entre les mesures (gauche) et les calculs (droite)

5.4.5.1 Cas 1, arbre seul

Les diminutions de la teneur en eau volumique dans le cas 1 après 3 mois, 6 mois et 7 mois sont présentées sur la Figure 5.13. Les isovaleurs sont présentées pour une zone de 40 m de largeur et de 15 m de profondeur. La dimension géométrique considérée est de 90 m de largeur et de 30 m de profondeur.





Les tassements calculés sont montrés sur la Figure 5.14. La zone influencée par des racines et par l'interaction sol-végétation-atmosphère peut être distinguée sur ces figures.





Les variations du tassement et de la diminution de teneur en eau volumique à différentes distances du tronc d'arbre (0, 7 et 14 m) sont présentées sur la Figure 5.15 et sur la Figure 5.16 respectivement. On observe que plus on s'éloigne de l'arbre, plus les variations de teneur en eau volumique et de tassement sont petites. Le tassement maximal se produit au-dessous du tronc d'arbre et atteint 11,5 cm. La zone d'influence de l'arbre est un cercle d'un rayon d'environ 12 m comme on peut le distinguer sur la Figure 5.14. A une distance de 14 m, les

variations de teneur en eau et par conséquent les évolutions du tassement sont seulement dues à l'interaction sol-atmosphère. Le tassement maximal engendré par des racines est égal à : 11,5 cm (total) - 1,4 cm (interaction sol-atmosphère) = 9,9 cm. Les différences entre la courbe « Au-dessous du tronc d'arbre» et celle « A 14 m du tronc d'arbre » sur la Figure 5.15 et sur la Figure 5.16 montrent les diminutions de teneur en eau et des tassements, dues à l'extraction par des racines.



Figure 5.15 : Diminutions de teneur en eau volumique, Cas 1



Figure 5.16 : Variations du tassement, Cas 1

5.4.5.2 Cas 2, Maison seule

Une fondation souple d'une largeur de 6 m est considérée sur la surface du sol en imposant un flux hydrique nul et un chargement mécanique de 100 kPa. Les conditions aux limites sur les autres éléments de la surface sont déterminées en utilisant les données météorologiques comme dans le Cas 1. Les tassements après 3 mois, 6 mois et 7 mois dus à l'interaction solatmosphère sont présentés sur la Figure 5.17.



Figure 5.17 : Tassement du sol (en mètre) après 3 mois (a), 6 mois (b) et 7 mois (c), maison sans arbre

Les variations de teneur en eau et de tassement sont présentées sur la Figure 5.18 et la Figure 5.19 respectivement. On a étudié ces variations en 3 points représentatifs : au centre de la maison, à coté de la maison, et en un point assez loin de la maison.



Figure 5.18 : Variations de teneur en eau, Cas 2



Figure 5.19 : Variations du tassement, Cas 2

Dans le premier mois, le tassement au centre de la maison est maximal, ce qui est à cause du chargement mécanique imposé dans le premier pas de calcul. En imposant les conditions aux limites hydriques sur les autres éléments, le tassement correspondant aux nœuds à coté de la maison ainsi qu'à l'extérieur de la fondation augmente tandis que, juste au-dessous de la fondation, la teneur en eau volumique ne présente pas une évolution significative. Le tassement différentiel maximal en dessous de la maison est de 10 mm, observé au milieu du mois de septembre 1991. La différence maximale de tassement entre le centre de la maison et un point assez loin de la maison est de 18 mm, observée aussi au milieu du mois de septembre. Cette différence reste ensuite constante jusqu'à fin d'octobre. On peut ainsi conclure que l'effet de l'interaction sol-atmosphère dans le cas étudié est relativement faible.

5.4.5.3 Cas 3 et 4, Arbre et Maison

Afin d'évaluer l'effet de l'arbre sur la maison, deux modélisations sont effectuées en considérant deux distances différentes entre l'arbre et la maison. Dans le cas 3, une partie de la maison est fondée sur la zone racinaire. La distance entre le tronc d'arbre et le centre de la maison est de 6,5 m. Dans le cas 4, la fondation est placée juste à côté de la zone racinaire (7 m autour de l'arbre). La distance entre le tronc d'arbre et le centre de la maison est donc de 10 m. Les tassements provoqués par la présence de l'arbre pour les cas 3 et 4 sont montrés respectivement sur la Figure 5.20 et la Figure 5.21. On peut bien y distinguer l'interaction de la zone d'influence de la maison avec la zone d'influence d'arbre. On peut aussi constater que la présence de la maison n'a pas d'influence importante sur la zone d'influence d'arbre, parce que la plupart de baisse de teneur en eau dans cette zone est due à l'extraction d'eau par des racines. Comme l'extraction d'eau se produit dans la profondeur, et l'imperméabilisation de la surface par la maison ne présente pas un effet significatif sur le puisement d'eau.



Figure 5.20 : Tassement du sol (en mètre) après 3 mois (a), 6 mois (b) et 7 mois (c), arbre à 6,5 m du centre de la maison, Cas 3



Figure 5.21 : Tassement du sol (en mètre) après 3 mois (a), 6 mois (b) et 7 mois (c), arbre à 10 m du centre de la maison, Cas 4

Les variations de la teneur en eau et du tassement du côté gauche de la maison (côté proche de l'arbre), au centre de la maison et du côté droit de la maison (côté loin de l'arbre) sont comparées sur la Figure 5.22 et la Figure 5.23.



Figure 5.22 : Variations de la teneur en eau volumique, Cas 3 et 4



Figure 5.23 : Variations du tassement, Cas 3 et 4

Les tassements différentiels maximaux, i.e. la différence entre les déplacements du côté loin et du côté proche d'arbre, pour les cas 3 et 4 après 7 mois, sont calculés ; ils sont de 75 mm et de 28 mm respectivement. Le centre de la maison a un tassement maximal de 35 mm dans le cas 3 et de 2 mm dans le cas 4. On peut bien distinguer l'effet de la distance entre arbre et la maison.

5.4.5.4 Comparaison du Cas 2 (maison seule) avec Cas 3 (maison+arbre)

Les variations de la teneur en eau et des tassements au-dessous de la maison sont comparées sur la Figure 5.24 et la Figure 5.25 entre les cas 2 et 3.



Figure 5.24 : Variations de la teneur en eau volumique, Cas 2 et 3



Figure 5.25 : Variations du tassement, Cas 2 et 3

On observe que le tassement à côté de la maison est toujours plus important qu'au centre de la maison surtout du côté proche de l'arbre. Ceci met clairement en évidence l'effet de l'arbre sur le tassement du sol. En examinant le tassement différentiel, on observe que suivant le cas, il peut être très différent : 10 mm dans le cas 2 et 75 mm dans le cas 3.

5.5 Discussions sur la zone d'influence d'un arbre

Pour avoir une idée sur la zone influencée par les racines d'un arbre, on a fait une comparaison entre les différents scénarios d'assèchement provoqués par une seule essence d'arbre. Cette comparaison est basée sur les données in situ rapportées par Biddle (1998). Huit études de cas avec un marronnier d'inde sont montrées sur la Figure 5.26. La hauteur de l'arbre ainsi que le type de sol pour les différentes études de cas sont présentés dans le Tableau 5.4.

H	auteur de l'arbre	Type de sol		Hauteur de l'arbre	Type de sol
(a)	15 m	Argile de Londres	(b)	14 m	Argile de Londres
(c)	14 m	Argile de Londres	(d)	12 m	Argile de Londres
(e)	14 m	Argile de Gault	(f)	20 m	Argile de Gault
(g)	14 m	Argile d'oxford	(h)	15 m	Argile de Boulder

Tableau 5.4 : Hauteur de l'arbre et type de sol

On constate que pour le même arbre avec des hauteurs similaires et dans le même type de sol, la zone d'assèchement et la variation de la teneur en eau volumique n'est pas forcément identique même si le climat est le même. Dans la partie 5.4, on a essayé de modéliser le cas (c) présenté sur la Figure 5.26, avec une diminution importante de teneur en eau. On observe dans ce cas que la zone d'influence de l'arbre est même moins grande que la hauteur de l'arbre, ce qui est bien compatible avec les résultats de la modélisation. Une analyse approfondie sur les études de cas existantes dans la littérature laisse conclure que le rayon d'influence par des racines est normalement inférieur à 1,5 fois la hauteur des arbres. Quant à la profondeur de la zone racinaire, on voit qu'elle varie entre 1 m et 3 m dans les cas présentés.



Figure 5.26 : Zones influencées par des racines d'un marronnier d'Inde (Biddle, 1998)

5.6 Conclusions

Dans ce chapitre, on a commencé par vérifier le modèle implanté dans θ -STOCK par le biais d'une analyse de l'effet de l'extraction d'eau par des racines, présentée en termes de variations de teneur en eau volumique et de tassements. Les variations de teneur en eau volumique le long d'une rangée de tilleuls mesurées par Biddle (1998) ont été considérées. Les données météorologiques de la station de Londres sont utilisées pour déterminer les conditions aux limites à l'interface sol-atmosphère. Une bonne concordance entre les mesures et les calculs a été obtenue, tant au niveau de la variation de la teneur en eau volumique qu'au niveau du tassement correspondant. Ceci montre la pertinence de l'approche numérique adoptée. Ensuite une analyse d'extraction par des racines d'un marronnier d'Inde est effectuée. Ceci a pour but d'étudier un cas avec une diminution importante de teneur en eau du sol due à la transpiration potentielle élevée. Les données météorologiques de la station de Londres sont utilisées pour déterminer les conditions aux limites à l'interface sol-atmosphère. Une bonne concordance entre les mesures et les calculs a été également obtenue pour la variation de la teneur en eau volumique comme pour la variation du tassement. L'effet de l'interaction sol-atmosphère dans la même période est étudié sur une maison seule. Ensuite la présence de l'arbre à proximité de la maison à deux différentes distances a été étudiée. La comparaison des résultats montre que l'influence de l'extraction d'eau par des racines augmente avec la diminution de la distance entre l'arbre et la maison. Dans le cas de la maison avec et sans arbre, la variation du tassement calculé en dessous de la maison est plus importante sur les façades qu'au centre de la maison, ce qui est compatible avec la condition d'isolation hydrique au centre de la maison.

CONCLUSIONS GENERALES ET PERSPECTIVES

Dans le cadre du projet ARGIC (Analyse du Retrait-Gonflement et de ses Incidences sur les Constructions), on s'est intéressé à la modélisation numérique de la réponse des massifs de sols argileux soumis à différentes sollicitations : la contrainte appliquée par un bâtiment, les échanges thermiques et hydriques entre le sol et l'atmosphère, la transpiration des arbres isolés par l'extraction d'eau de leurs racines. L'approche adoptée pour la modélisation est une approche thermo-hydro-mécanique couplée, qui est aussi la spécificité de la modélisation réalisée par rapport à des méthodes existantes qui ne considèrent pas l'aspect mécanique en général. Etant donné que la vérification de l'outil numérique développé nécessitait l'utilisation des données de mesure sur le site expérimental de Mormoiron, on a commencé par un travail expérimental au laboratoire qui consistait à étalonner une sonde de teneur en eau volumique appelée Humitib utilisée par le BRGM sur le site de Mormoiron.

En se basant sur une étude bibliographique sur la méthode capacitive utilisée pour la mesure de teneur en eau, on a étudié l'influence de différents paramètres sur les mesures par cette méthode. Pour éviter l'effet de bord, on a montré qu'il est nécessaire de placer la sonde Humitub à plus de 7 cm du bord. L'effet de contact sol-sonde a été bien mis en évidence en mettant un isolant autour des électrodes. Cette observation est en bon accord avec les résultats trouvés dans la littérature qui montrent l'effet important d'une couche de paraffine autour d'une sonde capacitive. L'effet de la température s'est avéré plus important dans un sable que dans un limon. La courbe d'étalonnage présente une plus grande pente pour le limon que pour le sable, montrant une plus grande sensibilité de la sonde Humitub pour un matériau limoneux. Cette dépendance a été confirmée par les courbes d'étalonnage d'une sonde TDR. En effet, on a observé également une pente plus grande pour le limon avec la sonde TDR. En ce qui concerne l'étalonnage dans le sol de Mormoiron, les résultats obtenus sont plutôt décevants considérant les efforts consacrés à la préparation d'échantillons et l'attente du travail d'étalonnage. Les résultats semblent montrer que les sondes capacitives comme Humitub ne sont pas adaptées à des sols argileux et carbonatés comme le sol de Mormoiron.

Une synthèse bibliographique sur les différents modèles d'interaction sol-végétationatmosphère et d'extraction par des racines a été réalisée, qui nous a amené à adopter une méthode basée sur les échanges énergétique sur la surface du sol pour la modélisation de l'interaction sol-végétation-atmosphère. Pour les échanges hydriques dans la zone racinaire,
on a analysé différents modèles existants et on a finalement adopté un modèle 2D relativement complexe, qui permet de prendre en compte l'effet de la distribution de densité des racines, de la succion du sol et de la distribution du potentiel de transpiration dans le sol.

Les modèles adoptés ont été implantés dans un code aux éléments finis θ -STOCK développé par Gatmiri (1997). Une analyse bidimensionnelle de l'interaction sol-végétationatmosphère a été menée en considérant une méthodologie spécifique proposée. La vérification de ce modèle est faite par le biais d'une comparaison des résultats de calcul avec les données in situ disponibles sur le site de Mormoiron : les variations de température et de tassement dans la profondeur. La comparaison entre les calculs et les mesures a montré le bon fonctionnement du modèle développé. Les calculs ont été ensuite étendus à des périodes particulièrement sèches et particulièrement humides. On a constaté encore une fois une bonne concordance entre les calculs et les mesures tant au niveau des variations de teneur en eau volumique qu'au niveau des variations du tassement. La modélisation d'une période plus longue de 20 ans a été également effectuée afin de vérifier d'éventuelles erreurs cumulées numériques sur une telle durée. On a obtenu des résultats similaires à ceux dans le cas de calculs pour des durées courtes.

La vérification et la généralisation du modèle d'extraction par des racines implanté dans θ -STOCK ont été réalisées en s'appuyant sur quelques études de cas rapportés par Biddle (1998) et en utilisant les données météorologiques de la station de Londres. On a tenu en compte aussi l'effet de l'interaction sol-végétation-atmosphère sur la surface du sol en considérant une couche de gazon sur la surface. Une bonne concordance entre les mesures et les calculs a été obtenue, montrant la pertinence de l'approche numérique adoptée.

L'étude de l'effet de l'interaction sol-végétation atmosphère et l'extraction par des racines a été finalement complétée en considérant une fondation superficielle d'une maison, à différentes distances d'un arbre. Les résultats ont montré clairement que la présence d'un arbre à côté d'une maison a pour conséquence de diminuer la teneur en eau et d'augmenter le tassement du sol ; cet effet est d'autant plus important que la distance maison-arbre est petite.

Ce travail a permis aussi d'ouvrir quelques perspectives. Premièrement, il serait intéressant de tenir compte de l'effet de l'ouverture des fissures sur la surface du sol lors de l'assèchement et la fermeture des fissures lors de la réhumidification sur les mécanismes d'interaction sol-végétation-atmosphère, sur les propriétés thermo-hydro-mécanique du sol, sur les propriétés des arbres etc. La fissuration du sol aura certainement un effet fondamental sur la réponse du sol soumis à différentes sollicitations. De plus, il serait aussi intéressant d'approfondir le modèle de comportement thermo-hydro-mécanique des sols en prenant en compte l'hystérésis hydraulique. Finalement, en ce qui concerne l'extraction d'eau par les racines, on doit mentionner que la géométrie de la zone racinaire considérée dans notre travail est relativement simple. Elle peut être en réalité beaucoup plus complexe car le développement du système racinaire dépend de l'essence, de l'état de compacité du sol, de la distribution de l'humidité dans le sol etc. Il s'agit en plus d'un processus dynamique. Beaucoup reste à faire dans ce domaine.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- 1. Afshar, A., Marino, M.A. (1978) Model for simulating soil water content considering evaporation. J. Hydro., 37, 309–322.
- Arbizzi, S., Kreziak, C., Barraud, D., Larrere, F., Souvignet, S., Nagel, B., (2008) Analyse d'une base des données « pathologies liées à la sécheresse » et mise en relation avec les sols support. Symposium international Sécheresse et constructions, SEC 2008, 1-3 Septembre 2008, Marne la vallée, France, 385-391.
- Baumhardt, R.L., Lascano, R.J., Evett, S.R. (2000) Soil material, temperature, and salinity effects on calibration of multisensor capacitance probes. Soil Sci. Soc. Amer. J. 64:1940–1946.
- 4. Becker, P. & Castillo, A. (1990) Root architecture of shrubs and saplings in the understory of a tropical moist forest in law-land Panama, Biotropica, 22, 242-249
- 5. Bell J.P., Dean T.J., Hodnett M.G. (1987) Soil moisture measurement by an improved capacitance technique, Part II. Field techniques, evaluation and calibration. J Hydrol 93, 79-90.
- 6. Belmans, C., Wesseling, J.G., Feddes, R.A. (1983). Simulation model of the water balance for the cropped soil: SWATRE, J. Hydro., 63, 271–275.
- 7. Bernston, G. (1994) Modelling root architecture: are there tradeoffs between efficiency and potential of resource acquisition New Phytologist 127:483-493.
- 8. Biddle P.G. (1998) Tree root damage to buildings, Volume 2, Patterns of soil drying in proximity to trees on clay soils.
- 9. Biddle, P.G., (1983) Pattern of soil drying and moisture dficit in the vicinity of trees on clay soils, Géotechnique, 33, No. 2, 107-126.
- 10. Blight, G.E. (1997) Interactions between the atmosphere and the earth. Géotechnique 47(4), 715-767.
- 11. Blight, G.E. (2002) Measuring evaporation from soil surfaces for environmental and geotechnical purposes. Water SA Vol. 28 No. 4, 381-394.
- 12. Bos, M.G., Vos, J., Feddes, R.A. (2002) CRIWAR 2.0: A simulation model on Crop Irrigation Water Requirements. International Institute for Land Reclamation and Improvement, ILRI Publication 46, Wageningen, The Netherlands.
- 13. Boulet, G., Chehbouni, A., Braud, I., Vauclin, M., Haverkamp, R., Zammit, C. (2000) A simple water and energy balance model designed for regionalization and remote sensing data utilization. Agricultural and Forest Meteorology, 105(1–3), 117–132.
- 14. Bozozuk, M. (1962) Soil shrinkage damages shallow foundations at Ottawa, Canada, Div. of Building Research NRCC Canada, Research paper 63.
- Braud, I., Noilhan, J., Bessemoulin, P., Mascart, P., Haverkunpf, R. and Vauclin, M., (1993) Bare ground surface heat and water exchanges under dry conditions: observations and parameterization. Boundary-Layer Meteorol., 66: 173-200.

- Camillo, P.J., Gurney R.J., Schmugge T.J, (1983) A soil and atmospheric boundary layer model for evapotranspiration and soil moisture studies, Water Resour. Res. 19, 371-380.
- 17. Campbell, J.E. (1990) Dielectric properties and influence of conductivity in soils at one to fifty Megahertz. Soil Sci Soc Am J 54, 332-341.
- 18. Carslaw H.S., Jaeger J.C. (1959) Conduction of heat in solids, University Press, Oxford.
- Chehbouni, A., Lo Seen, D., Njoku, E.G., Lhomme, J.-P., Monteny, B., Kerr, Y. (1997) Estimation of sensible heat flux over sparsely vegetated surfaces. J. Hydrol. 188/189, 855–868.
- Choudhury, B.J., Reginato, R.J., Idso, S.B. (1986) An analysis of infrared temperature observations over wheat and calculation of latent heat flux. Agric. For. Meteorol. 37, 75–88.
- 21. Clark, S.P. (1966) Handbook of physical constants. Geographical Society of America, New York.
- 22. Clausnitzer, V., Hopmans, J.W. (1994) Simultaneous modeling of transient threedimensional root growth and soil water flow, Plant Soil, 164, 299–314.
- 23. Coelho, F.E., Or, D. (1996) A parametric model for two-dimensional water uptake intensity by corn roots under drip irrigation, Soil Sci. Soc. Am. J., 60, 1039–1049.
- 24. Cowen, I.R. (1965) Transport of water in the soil-plant-atmosphere system. J. Appl. Ecology, 2, 221–239.
- 25. de Bruin, H.A.R. (1982) The Energy Balance of the Earth's Surface : A Practical Approach. Thesis, Agricultural University, Wageningen.
- 26. de Vries D.A. (1958) Simultaneous transfer of heat and moisture in porous media. Trans Am Geophys Un 39(5), 909–16.
- 27. Dean T.J. (1994), The IH capacitance probe for measurement of soil water content, British Institute of Hydrology Report No.125.
- 28. Dean T.J., Bell J.P., Baty J.B. (1987) Soil moisture measurement by improved capacitance technique, Part I. Sensor design and performance, J Hydrol 93, 67-78.
- 29. Denmead, O.T., Shaw, R.H. (1962) Availability of soil water to plants as affected by soil moisture content and meteorological conditions. Agron. J., 54, 385–390.
- Ducreux, G.H., Marand, A.B. (2008) Etudes de cas de fissurations de bâtiments liées à la déssication du sol. Importance de la configuration initiale de l'ouvrage. Symposium international Sécheresse et constructions, SEC 2008, 1-3 Septembre 2008, Marne la vallée, France, 393-398.
- 31. Eller H., Denoth A. (1996) A capacitive soil moisture sensor, Journal of Hydrology, 185, 137-146.
- 32. Evett S.R., Steiner J.L. (1995) Precision of neutron scattering and capacitance type soil water content gauge from field calibration, Soil Science Society of America Journal, 59 (4), 961-968.

- 33. Farrell, D.A., Greacen, E.L., Gurr, C.G. (1966) Vapor transfer in soil due to air turbulence, Soil Sci., 102(5), 305-313.
- 34. Feddes, R.A., Bresler, E., Neuman, S.P. (1974) Field test of a modified numerical model for water uptake by root systems. Water Resour. Res., 10, 1199–1206.
- Feddes, R.A., Kowalik, P.J., Malink, K.K., Zaradny, H. (1976) Simulation of field water uptake by plants using a soil water dependent root extraction function. J. Hydro., 31, 13–26.
- 36. Feddes, R.A., Kowalik, P.J., Zaradny, H. (1978) Simulation of field water use and crop yield. Wageningen Center for Agriculture and Documentation, Wageningen, The Netherlands.
- 37. Federer, C.A. (1979) A soil-plant-atmosphere model for transpiration and availability of soil water. Water Resour. Res., 15, 555–562.
- Ficai, C. (1959) Caractéristiques des matières argileuses établies en mesurant les constants et les pertes diélectriques dans le domaine de fréquence compris entre 30 kHz et 3 MHz. Bull. Soc. Franc. Ceram. 42, 7–16.
- 39. Fityus, S., Cameron, D. & Driscol., C. (2007) Observation of root architecture and their implications for modelling water movement in partially saturated soils, 3rd Asian Conf. on Unsat. Soils, 207-212.
- 40. Fleureau, J.M., Guellati, Z., Nguyen, D. and Souli H. (2007) Synthèse des essais réalisés au LMSSMat sur le matériau du site de Mormoiron, Annexe de rapport BRGM, Projet ANR-05-PRGCU-005, Rapport semestriel d'activité n°3.
- 41. Fredlund D.G., Rahardjo H. (1993). Soil Mechanics for Unsaturated Soils. John Wiley & Sons.
- 42. Fukuda, H. (1955) Air and vapor movement in soil due to wind gustiness, Soil Sci., 79, 249-256.
- 43. Gale, M.R., Grigal, D.F. (1987) Vertical root distributions of northern tree species in relation to successional status. Can. J. For. Res., 17, 829–834.
- 44. Gardner C.M.K., Dean T.J., Cooper J.D. (1998) Soil water content measurement with a high-frequency capacitance sensor. J. Agirc. Engng Res., 71, 395-403, Article No. ag980338.
- 45. Gardner, W.R. (1960) Dynamic aspects of water availability to plants, Soil Sci., 89, 63–73.
- 46. Gardner, W.R. (1964) Relation of root distribution to water uptake and availability. Agronomy J., 56, 41–45.
- 47. Gardner, W.R. (1991) Modeling water uptake by roots. Irrig. Sci., Berlin, 12, 109-114.
- 48. Gatmiri B. (1997) Analysis of fully coupled behaviour of unsaturated porous media under stress, suction and temperature gradient. Technical report, CERMES, Ecole Nationale des Ponts et Chausses, Paris, France.
- 49. Gatmiri B. (2002) Framework of a nonlinear fully coupled thermo-hydro-mechanical behavior of unsaturated porous media. In Keynote lecture of the 3rd Iranian int

conference on geotechnical engineering and soil mechanics, Tehran, Iran, 9-11 December 2002.

- 50. Gatmiri B., Delage P. (1997) A Formulation of fully coupled Thermal-Hydraulic-Mechanical behaviour of saturated porous media, Numerical approach. International journal for numerical and analytical methods in geomechanics, 21, 199-225.
- 51. Gatmiri B., Delage P., Cerrolaza M. (1998) UDAM: powerful finite element software for the analysis of unsaturated porous media. Int J Adv Eng Software 29(1), 29–43.
- 52. Gatmiri B., Hoor A. (2007) Excavation effect on the thermo-hydro-mechanical behaviour of a geological barrier. Phys Chem Earth, 32(8–14), 947–56.
- 53. Gatmiri B., Jenab B. (1998) On the effects of parameters in a nonlinear thermohydromechanical soil model. In 4th European conf. on numerical methods in geotech engineering, Udine, Italy, 14–16 October, 293–303.
- 54. Gatmiri B., Jenab-Vossoughi B. (2000) Effects of heat convection and phase changes on heat and fluid transfer in unsaturated porous media. In Heat Transfer 2000, Madrid, 26–28 June, p. 6.
- 55. Gatmiri B., Jenab-Vossoughi B. (2002) Effects of heat convection and phase changes on heat and fluid transfer in unsaturated porous media. In UNSAT 2002, Recife, Brazil, 77–82.
- 56. Gatmiri B., Jenab-Vossoughi B., Delage P. (1999) Validation of θ-STOCK, finite element software for the analysis of thermo-hydro-mechanical behaviour of engineered clay barriers. In Proc NAFEMS WORLD CONGRESS 99 effective engineering analysis, vol. 1, 645–56.
- 57. Gatmiri B., Magnin P. (1994) Minimum time step criterion in FE analysis of unsaturated consolidation: Model UDAM. In Proc 3rd Eur spec conf. on num meth in geo eng., Manchester, UK.
- 58. Gatmiri B., Seyedi M. (2001) Thermohydromechanical behaviour of nonlinear and inelastic saturated porous media. In 6th int workshop on key issues wastes isolation research (KIWIR), Paris, 28–30 November, 423–63.
- 59. Gatmiri B., Seyedi M., Delage P., Fry J.J. (1997) A new suction-based mathematical model for thermo-hydro-mechanical behavior of unsaturated porous media. NUMOG VI, Canada, 2–4 July, 291–6.
- 60. Gatmiri B., Tavakoli S., Moussavi J., Delage P. (1995) Numerical approach of elastoplastic consolidation of unsaturated soils. In: First international conference on unsaturated soils, Paris, France, 1057–64.
- Gatmiri, B., Arson C. (2008). "Θ-STOCK, a Powerful tool of thermohydromechanical behaviour and damage modelling of unsaturated porous media", Computers and Geotechnics, 35, 6, 890-915.
- 62. Gaudu J.C., Mathieu J.M., Fumanel J.C., Bruckler L., Chanzy A., Bertuzzi P., Stengel P., Guennelon R. (1993) Mesure de l'humidité des sols par une méthode capacitive: analyse des facteurs influençant la mesure, Agronomie, 13, 57-73.

- 63. Gray, D.M. (1970) Handbook on the principals of hydrology. Canadian National Committee for the International Hydrological Decade, National Research Council of Canada, Ottawa.
- 64. Gschnitzer, A. and Eller, H. (1994) Entwicklung eines feldtauglichen kapazititven MeBgeriites zur Bestimmung der Bodenfeuchte. Diploma Thesis, University of Innsbruck.
- 65. Guswa, A.J., Celia, M.A., Rodriguez-Iturbe, I. (2002) Models of soil moisture dynamics in ecohydrology: A comparative study. Water Resour. Res., 38(9), No. 1166.
- 66. Hasted, J.B. (1973) Aqueous Dielectrics John Wiley & Sons, New York.
- 67. Hatfield, J. L., Perrier, A., and Jackson, R. D. (1983) Estimation of evapotranspiration at one-time-of-day using remotely sensed surface temperature, Agric. Water Manage., 7, 341–350.
- 68. Hayhoe, H.N., De Jong, R. (1988) Comparison of two soil water models for soybeans. Can. Agric. Eng., 30, 5–11.
- 69. Heimovaara, T.J. (1994) Frequency domain analysis of time domain reflectometry waveforms. 1. Measurement of the complex dielectric permittivity of soils. Water Res. Research 30 (2), 189–199.
- 70. Hemmati, S., Cui, Y.-J., (2009) Analyse numérique bidimensionnelle par éléments finis de l'interaction sol-végétation-atmosphère, Contribution de l'Ecole des Ponts ParisTech CERMES au Module C de projet Argic : «Mécanismes de propagation de la sécheresse dans le sol et modélisation».
- 71. Hemmati, S., Cui, Y.J., Martin, M., Vincent, M., Vanoudheusden, E. (2008) Calibration of a water content capacitive probe. Symposium international Sécheresse et constructions, SEC 2008, 1-3 Septembre 2008, Marne la vallée, France, 143-148.
- 72. Herkelrath, D., Miller, E.F., Gardner, W.R. (1977) Water uptake by plants. I: Divided root experiments; II: The root contact model. Soil Sci. Soc. Am. J., 120, 385–399.
- 73. Hillel, D., Talpaz, H., Van Keulen, H. (1976) A macroscopic-scale model of water uptake by a nonuniform root system and of water and salt movement in the soil profile. Soil Sci., 121, 242–255.
- 74. Hillel, D., Van Beek, C.G.E.M., Talpaz, H. (1975) A microscopic scale model of soil water uptake and salt movement to plant roots. Soil Sci., 120, 385–399.
- 75. Hoekstra P., Delaney A. (1974) Dielectric properties of soil at UHF and microwave frequencies. J. Geographysical Res 79, 1699-1708.
- 76. Hoffman, G.J., van Genuchten. M.Th. (1983) Soil properties and efficient water use: Water management for salinity control. p. 73-85. In H.M. Taylor et al. (eds): Limitation to efficient water use in crop production. Am. Soc. Agron., Madison, WI.
- Holmes, R.M. (1961) Estimation of soil moisture content using evaporation data. Proceedings of Hydrology Symposium, No. 2 Evaporation. Queen's Printer, Ottawa, 184-196.

- 78. Homaee, M., (1999). Root water uptake under non-uniform transient salinity and water stress, Ph.D. thesis, pp. 169, Agric. Univ. Wageningen, Wageningen, Netherlands.
- 79. Hoogland, J.C., Feddes, R.A., Belmans, C. (1981). Root water uptake model depending on soil water pressure head and maximum extraction rate. Acta Hortic., 119, 123–131.
- 80. Indaratna B., Fatahi B., Khabbaz H. (2006). "Numerical analysis of matric suction effects of tree roots, Geotechnical Engineering, 159 (GE2), 77-90.
- Inoue, M., J. Simunek, J. W. Hopmans, and V. Clausnitzer, (1998). In situ estimation of soil hydraulic functions using a multistep soil-water extraction technique. Water Resour. Res., 34, 1035–1050.
- 82. IRIS Instruments (1994), Système d'acquisition et d'enregistrement des données : OSIRIS, Guide de l'utilisateur.
- 83. Ishihara, Y., Shimojima, E. Harada, H. (1992) Water vapor transfer beneath bare soil where evaporation is influenced by a turbulent surface wind, J. Hydrol., 131, 63-104.
- Jackson, R.B., Canadell, J. Ehleringer, J.R. Mooney, H.A., Sala, O.E., Schulze, E.D. (1996). A global analysis of root distributions for terrestrial biomes. Oecologia, 108, 389–411.
- 85. Jackson, R.B., Mooney, H.A., Schulze, E.D. (1997) A global budget for fine root biomass, surface area, and nutrient contents. Proceedings of the National Academy of Sciences, USA, 94, 7362-7366.
- Jacobsen O.H., Schjonning P. (1993) A laboratory calibration of time-domain reflectometry for soil water measurement including effects of bulk density and texture. Journal of Hydrology 1993, 151, 147-157.
- Jarvis, N. J. (1989). A simple empirical model of root water uptake. J. Hydro., 107, 57–72.
- Jaska, M., Kaggwa, W. Woodburn, J. and Sinclair, R. (2002). Influence of large gun trees on the soil suction profile in expansive soils, Australian Geomechanics, 36, 23-33.
- Jones, S. B., Blonquist Jr., J. M., Robinson, D. A., Philip Rasmussen, V. and Or, D. (2005) Standardizing Characterization of Electromagnetic Water Content Sensors: Part 1. Methodology. Vadose Zone Journal 4:1048–1058.
- 90. Jones, S.B., Friedman S.P. (2000) Particle shape effects on the effective permittivity of anisotropic or isotropic media consisting of aligned or randomly oriented ellipsoidal particles. Water Resour. Res. 36:2821–2833.
- 91. Kelleners T.J., Robinson D.A., Shouse P.J., Ayars, J.E. and Skaggs, T.H. (2005) Frequency dependence of the complex permittivity and its impact on dielectric sensor calibration in soils, Soil Science Society of America Journal, 69, 67-76.
- Kelleners T.J., Soppe R.W.O., Robonson D.A., Schaap M.G., Ayars J.E. and Skaggs T.H. (2004), Calibration of capacitance probe sensors using electric circuit theory, Soil Science Society of America Journal, 68, 430-439.

- Keller, G.V. (1989) Electrical properties. Section V In R.S. Carmichael (ed) CRC practical handbook of physical properties of rocks and minerals. CRC Press Inc., Boca Raton, FL.
- 94. King, I.G., and Hanks, R.J. (1973). Irrigation management for control of quality of irrigation return flow. Envir. Protection Technol. Series EPAR2-73-265, U.S. Environmental Protection Agency, Washington, D.C.
- 95. Kraus, J.D. (1984) Waveguides and resonators. In: Electromagnetics. McGraw-Hill Book Co, Singapore. 534-611.
- 96. Kuraz V. (1981) Testing a field dielectric soil moisture meter. Geotech Test J 4, 3, 111-116.
- 97. Landsberg, J.J. (1999) The Way Trees Use Water. Water and Salinity Issues in Agroforestry No. 5, RIRDC Publication No. 99/37, Australia, 1-24.
- 98. Li K.Y., De Jong R., Coe M.T., Ramankutty N. (2006) Root Water Uptake based upon a new water stress reduction and asymptotic root distribution function, Earth Interactions, 10(14): 1-21.
- 99. Li, K., De Jong, R., Boisvert, J.B. (2001) An exponential root-water-uptake model with water stress compensation. J. Hydrol., 252, 189–204.
- 100. Li, K.Y., Boisvert, J.B., De Jong, R. (1999) An exponential root-water-uptake model. Can. J. Soil Sci., 79, 333–343.
- 101. Lin, C.-P. (2003) Frequency domain versus travel time analysis of TDR waveforms for soil moisture measurements. Soil Sci. Soc. Am. J. 67:720–729.
- 102. Lloret A., Alonso E.E. (1980) Consolidation of unsaturated soils including swelling and collapse behaviour. Géotechnique 30(4), 449–77.
- 103. Lynch, J. 1995. Root architecture and plant productivity, Plant Physiology, 109, 7-13.
- 104. Mahfouf J.F., Noilhan J. (1991) Comparative study of various formulations of evaporation from bare soil using in situ data, J. Clim. Appt. Meteorol., 30(9), 1354-1365, 1991.
- 105. Mahrt, L. and Ek, M. (1984) The influence of atmospheric stability on potential evaporation, J. Clim. Appl. Meteorol., 23, 222–234.
- 106. Manière G., Luc J.P., Baran R. (1974) Utilisation des sondes capacitives en hydrologie, Bull Liaison Labo P Ch 74, 10-16.
- 107. Marino, M.A., Tracy, J.C. (1988) Flow of water through root-soil environment. Irrig. Drain. Engrg., 114, 558–604.
- 108. Molz, F.J. and Hornberger, G.M. (1973) Water transport through plant tissue in the presence of a diffusible solute. Soil Sci. Soc. Am. Proc., 37, 383–387.
- 109. Molz, F.J., (1981) Models of water transport in the soil-plant system: A review. Water Resour. Res., 17, 1245–1260.
- 110. Molz, F.J., Remson, I. (1970) Extraction term models of soil moisture use by transpiring plants. Water Resour. Res., 6(5), 1346–1356.

- 111. Monteith, J.L. (1965) Evaporation and the environment. In: The State and Movement of Water in Living Organisms, Proceedings of the 19th Symposium, Soc. Exp. Biol., Swansea. Cambridge University Press, Cambridge, pp. 205–234.
- 112. Monteny B.A. et Zeller B. (1985) Interactions végétation-atmosphère et leurs impacts sur les caractéristiques climatiques. Compte-rendu du séminaire « Climat et développement », 15-16 octobre, 1985. Edition de l'ORSTOM, Institut français de recherche scientifique pour le développement en coopération, Collection Colloques et séminaires, Paris 1986, pp. 157–166.
- 113. Mualem, Y. (1976) A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. Water Resour. Res., 12, 513–522.
- 114. Neuman, S.P., Feddes, R.A., Bresler, E. (1975) Finite element analysis of twodimensional flow in soil considering water uptake by roots. I, Theory, Soil Sci. Soc. Am. J., 35, 224–230.
- Nimah, M.N., Hanks, R.J. (1973) Model for estimating soil water, plant, and atmospheric interrelations. I. Description and sensitivity. Soil Sci. Soc. Am. Proc., 37, 522–527.
- Olhoeft, G.R. (1979) Tables of room temperature electrical properties for selected rocks and minerals with dielectric permittivity statistics. USGS Open File Rep. 79-993. USGS, Reston, VA.
- 117. Olson, K.A., Rose, C.W. (1988) Patterns of water withdrawal beneath an irrigated peach orchard on a red-brown earth. Irrig. Sci., 9, 89–104.
- 118. Passioura, J.B., Cowen, I.R. (1968) On solving the nonlinear diffusion equation for the radial flow of water to roots. Agr. Meteorology, 5, 129–134.
- 119. Penman H.L. (1948) Natural evaporation from open water, bare soil and grass, Proc. Roy. Meteorol. Soc., London, A 193: 120-145.
- 120. Philip J.R., de Vries D.A. (1957) A moisture movement in porous materials under temperature gradients. Trans Am Geophys Un, 38, 222–232.
- 121. Philip, J.R. (1957) The physical principles of water movement during the irrigation cycle. Proc., Int. Congress on Irrig. Drain., 8, 124–154.
- 122. Plat, E., Vincent, M., Le Roy, S., Fleureau, J.M., Masrouri, F., Pantet, A. (2008) Suivi expérimental des profils hydriques et des déformations dans deux sols argileux sujets au retrait-gonflement. Symposium international Sécheresse et constructions, SEC 2008, 1-3 Septembre 2008, Marne la vallée, France, 195-201.
- 123. Prasad, R. (1988) A linear root water uptake model. J. Hydro., 99, 297–306.
- 124. Protopapas, A.L., Bras, R.L. (1987) A model for water uptake and development of root system. Soil Sci., 144, 352–366.
- 125. Raats, P.A.C. (1974) Steady flows of water and salt in uniform soil profiles with plant roots. Soil Sci. Soc. Amer. Proc., 38, 717–722.
- 126. Richards, L.A. (1931) Capillary conduction of liquids through porous media. Physics 1, 318–333.

- 127. Rijtema, P.E. (1965) An analysis of actual evapotranspiration. Agric. Res. Rep. 689, Pudoc, Wageningen, 107 p.
- 128. Robinson D.A. (2004) Measuring of solid dielectric permittivity of clay minerals and granular samples using a time domain reflectometry immersion method, Vadose zone Journal, 3, 705-713.
- 129. Robinson D.A. and Freidman S.P. (2003), A method for measuring the solid particle permittivity or electrical conductivity of rocks, sediments and granular materials, Journal of Geophysical Research, Vol. 108, No. B2, 2076.
- Robinson D.A., Gardner C.M.K., Evans J., Cooper J.D., Hodnett, M.G. and Bell, J.P. (1998) The dielectric calibration of capacitance probes for soil hydrology using an oscillation frequency response model, Hydrology and Earth System Science, 2(1), 111-120.
- 131. Robinson, D.A., Jones, S.B., Wraith, J.M., Or, D., Friedman, S.P. (2003) Advances in dielectric and electrical conductivity measurement using time domain reflectometry: simultaneous measurement of water content and bulk electrical conductivity in porous media. In: Special Issue: Advances in Measurements at and Below the Ground Surface. Vadose Zone J. 2, 444–475.
- 132. Robinson, D.A., Schaap, M., Jones, S.B., Friedman, S.P., Gardner C.M.K (2003) Considerations for improving the accuracy of permittivity measurement using TDR: Air/water calibration, effects of cable length. Soil Sci. Soc. Am. J. 67: 62–70.
- 133. Roth, C.H., Malicki, M.A. & Plagge, R. (1992) Empirical evaluation of the relationship between soil dielectric constant and volumetric water content as the basis for calibrating soil moisture measurements by TDR. Soil Science, 43: 1-13.
- 134. Rowse, H.R., Stone, D.A., Gerwitz, A. (1978) Simulation of the water distribution in soil. Plant Sci., 49, 534–550.
- 135. Saarenketo T. (1998) Electrical properties of water in clay and silty soils, Journal of Applied Geophysics 40, 73-88.
- 136. Schaap, M., de Lange, L., Heimovaara. T.J. (1996) TDR calibration of organic forest floor media. Soil Technol. 11:205–217.
- 137. Scott, H.D. (2000) Soil Physics-Agricultural and Environmental Application. Iowa State University Press, 421 p.
- 138. Scotter, D.R., Raats P.A.C., (1969) Dispersion of water vapor in soil due to air turbulence, Soil Sci., 108(3), 170-176.
- Shaomin Liu, Lu L., Mao D., Jia L. (2007) Evaluating parameterizations of aerodynamic resistance to heat transfer using field measurements, Hydrol. Earth Syst. Sci., 11, 769–783.
- 140. Simunek, J., Sejna, M., Van Genuchten, M.Th., (1999) The Hydrus-2D Software Package for Simulating the Two-Dimensional Movement of Water, Heat, and Multiple Solutes in Variably-Saturated Media. Colorado School of Mines, US Salinity Laboratory, Agricultural Research Service, US Department of Agriculture, Riverside, CA.

- 141. Singh, S. R., and Kumar, A. (1985) Analysis of soil water dynamics. J. Agric. Engrg., 222, 50.
- 142. Taconet, O., Bernard, R. and Vidal-Madjar, D., (1986) Evapotranspiration over an agricultural region using a surface flux/temperature model based on NOAA-AVHRR data. J. Clim. Appl. Meteorol., 25, 284-307.
- 143. Tessier, D., Cui, Y.-J., Vincent, M., Coquet, Y., Hemmati, S., Bréda, N., Lefèvre, Y., Plat, E., Tang, A.M., Ta, A.N. (2008) Évolution des transferts hydriques dans les sols argileux sous l'influence des conditions climatiques et de la végétation, Rapport de projet Argic-Module C.
- 144. Thomas H.R., He Y. (1995) Analysis of coupled heat, moisture and air transfer in a deformable unsaturated soil. Géotechnique 45, 677–89.
- 145. Thomas H.R., He Y. (1998) Modelling the behaviour of unsaturated soil using an elastoplastic constitutive model. Géotechnique 48, 589–603.
- Thorburn, P.J., Ehleringer, J.R. (1995) Root water uptake of field growing plants indicated by measurements of natural-abundance deuterium. Plant and Soil, 177, 225– 232.
- 147. Tiktak, A., W. Bouten, (1992) Modelling soil water dynamics in a forested ecosystem III: Model description and evaluation of discretization. Hydrol. Process., 6, 455–465.
- 148. Topp, G.C., Davies, J.L., Annan, A.P. (1982) Electromagnetic determination of soil water content using TDR: I. Applications to wetting front and sleep gradients. Soil Sci Soc Am J 56, 672-678.
- Topp, G.C., Davis, J.L., Annan, A.P., (1980) Electromagnetic determination of soil water content: measurements in coaxial transmission lines. Water Resources Research, 16:574-582.
- Tran Ngoc Lan, Chaigne P., Philippe A. (1972) Expérimentation d'une méthode capacitive pour l'évaluation de l'humidité des sols. Bull Liaison Labo P Ch 60, 155-165.
- 151. Tran Ngoc Lan, Jallet A. (1974) Mesure par capacité électrique de la teneur en eau des sables sur bande transporteuse. Bull Liaison Labo P Ch 71, 109-115.
- 152. Ulaby F.T. (1974) Radar measurement of soil moisture content, IEEE Trans Antennas Propag AP-22, 2, 257-265.
- 153. USDA-SCS National Engineering Handbook, 1973.
- 154. Van Bavel, C.H.M., Hillel. D. (1976) Calculating potential and actual evaporation from bare soil surface by simulation of concurrent flow of water and heat. Agric. Meteorol. 17:453–476.
- 155. Van Dam, J.C., J. Huygen, J.G. Wesseling, R.A. Feddes, P. Kabat, P.E. V. Van Walsum, P. Groenendijk, and C.A. Van Diepen, (1997). Theory of SWAP version 2.0: Simulation of water flow, solute transport and plant growth in the Soil-Water-Atmosphere-Plant environment. DLO-Winand Staring Centre, Department of Water Resources, Wageningen Agriculture University, Wageningen, Netherlands, 167 p.
- 156. van de Griend, AA., Owe M. (1994) Bare soil surface resistance to evaporation by vapor diffusion under semiarid condition, Water Resources Research 30-2, 181-188.

- 157. Van den Honert, T. H. (1948) Water transport in plants as catenary process. Discuss. Faraday Soc., 3, 146–153.
- 158. Van Genuchten, M.T. (1980) A closed form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. Soil. Sci. Soc. Am. J., 44, 892–898.
- 159. Van Genuchten, M.T. (1987) A numerical model for water and solute movement in and below the root zone", Res. Rep. 121, U.S. Salinity Lab., Agric. Res. Serv., U.S. Dep. of Agric., Riverside, Calif.
- 160. Verma, S. B., Rosenberg, N. J., Blad, B. L., and Baradas, M. W. (1976) Resistanceenergy balance method for predicting evapotranspiration: Determination of boundary layer resistance and evaluation of error effects, Agronomy J., 68, 776–782.
- 161. Vincent M., Plat E., Le Roy S., Surdyk N., Dubus I. avec la collaboration de Martin M. (2007) – Suivi de l'évolution en profondeur de la dessiccation des sols argileux en période de déficit hydrique. Rapport final de phase 2. Rapport BRGM/RP-55845-FR, 161 p., 112 ill., 2 ann.
- 162. Vincent, M., Bouchut, J., Fleureau, J.M., Masrouri F., Oppenheim, E., Heck, J.V., Ruaux, N., Le Roy, S., Dubus, I. and Surdyk N. 2006. "Etude des mécanismes de déclenchement du phénomène de retrait gonflement des sols argileux et de ses interactions avec le batî," Rapport final. BRGM/RP-54862-FR, 378 p.
- 163. Vincent, M., Hédou, F., Chirouze, M., Plat, E., Leroy, S. (2008) Cartographie à l'échelle départemmentale de l'aléa Retrait-Gonflement des sols argileux à des fins préventives. Symposium international Sécheresse et constructions, SEC 2008, 1-3 Septembre 2008, Marne la vallée, France, 55-62.
- 164. Viney, N. R. (1991) An empirical expression for aerodynamic resistance in the unstable boundary layer, Boundary-Layer Meteorol., 56, 381–393.
- 165. von Hippel, A.R. (1954) Dielectrics materials and applications. (ed.) MIT Press, Cambridge, MA.
- 166. Vrugt, J.A., Bouten, W., Weerts, A.H. (2001) Information content of data for identifying soil hydraulic parameters from outflow experiments. Soil Sci. Soc. Am. J., 65, 19–27.
- 167. Vrugt, J.A., Hopmans, J.W., Simunek, J. (2001) Calibration of a two-dimensional root water uptake model. Soil Sci. Soc. Amer. J., 65, 1027–1037.
- 168. Waissen, F. (1991) Le fichier écologique des essences. Group interuniversitaire F.S.A.Gx-UCL-ULB-ULG. Définition de l'aptitude des stations forestières, 45 p.
- Warrick, A.W., Lomen, D.O., Fard, A.A. (1980) Linearized moisture flow with root extraction for three dimensional, steady conditions. Soil Sci. Soc. Am. J., 44, 911– 914.
- 170. Whalley, W.R., (1993) Considerations on the use of time-domain reflectometry (TDR) for measuring soil water content. Soil Science, 44:1-9.
- 171. Whisler, F.D., Klute, A., Millington, R.J. (1968) Analysis of steady state evapotranspiration from a soil column. Soil Sci. Soc. Am. Proc., 32, 167–174.
- 172. Wilson, G.W., Fredlund, D.G., Barbour, S.L. (1997) The effect of soil suction on evaporative fluxes from soil surfaces. Canadian Geotechnical Journal, 34, 145–155.

- 173. Wraith, J.M., Robinson, D.A., Jones, S.B, Long, D.S. (2005) Spatially characterizing apparent electrical conductivity and water content of surface soils with time domain reflectometry. Computers and Electronics in Agriculture 46, 239–261.
- 174. Xie, X. (1988) An improved energy balance-aerodynamic resistance model used estimation of evapotranspiration on the wheat field, Acta Meteorology Sinica (in Chinese), 46(1), 102–106.

ANNEXE : LES FORMES INTEGRALES DES MATRICES

Avec les termes de couplage correspondant à la partie mécanique :

$$\begin{bmatrix} R_{uu} \end{bmatrix} = \int_{\Omega} B^{T} . D . B d\Omega$$
$$\begin{bmatrix} R_{uT} \end{bmatrix} = \int_{\Omega} B^{T} . C . N d\Omega$$
$$\begin{bmatrix} R_{uw} \end{bmatrix} = \int_{\Omega} B^{T} . F . N d\Omega$$
$$\begin{bmatrix} R_{ua} \end{bmatrix} = \int_{\Omega} B^{T} (m - F) . N d\Omega$$
$$\{F_{\sigma}\} = \int N^{T} . \overline{\sigma} . d_{\Gamma} + \int N b_{i} d\Omega$$

Les termes de couplage thermique :

$$\begin{bmatrix} C_{TU} \end{bmatrix} = \int_{\Omega} N^{T} [D_{3U}] B d\Omega \qquad \text{où} \qquad \begin{bmatrix} D_{3U} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m^{T} [IV] + \underline{g}_{1} [V] D \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} C_{TT} \end{bmatrix} = \int_{\Omega} N^{T} [D_{3T}] N d\Omega \qquad \text{où} \begin{bmatrix} D_{3T} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (g_{3} - C\underline{g}_{1})[V] + [VI] \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} C_{Tw} \end{bmatrix} = \int_{\Omega} N^{T} [D_{3w}] N d\Omega \qquad \text{où} \begin{bmatrix} D_{3w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\underline{g}_{1}F - \underline{g}_{2})[V] \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} C_{Tg} \end{bmatrix} = \int_{\Omega} N^{T} [D_{3Pg}] N d\Omega \qquad \text{où} \begin{bmatrix} D_{3Pg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (g_{2} - F\underline{g}_{1})[V] \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} K_{TT} \end{bmatrix} = \int_{\Omega} (\nabla N)^{T} [\lambda + [fx1](T - T_{0}) + \rho_{w}D_{Tv}h_{fg} + \rho_{v}K_{a}\beta_{Pa}h_{fg}] \nabla N d\Omega$$
$$fx1 = \rho_{w}C_{w}D_{Tw} + \rho_{w}C_{v}D_{Tv} + \rho_{a}K_{a}\beta_{Pa}C_{pa}$$
$$\begin{bmatrix} K_{Tw} \end{bmatrix} = \int_{\Omega} (\nabla N)^{T} [(\rho_{w}C_{w}D_{Pw} + \rho_{w}C_{v}D_{Pv})(T - T_{0}) + \rho_{w}D_{Pv}h_{fg}] \nabla N d\Omega$$
$$\begin{bmatrix} K_{Ta} \end{bmatrix} = \int_{\Omega} (\nabla N)^{T} [(C_{a}K_{a}\rho_{a}(T - T_{0}) + \rho_{v}K_{a}h_{fg})] \nabla N d\Omega$$

Les termes de couplage correspondant à l'eau :

$$\begin{bmatrix} C_{wv} \end{bmatrix} = \int_{\Omega} N^{T} \begin{bmatrix} Am^{T} + B'\underline{g}_{1}D \end{bmatrix} B d\Omega$$
$$\begin{bmatrix} C_{wT} \end{bmatrix} = \int_{\Omega} N^{T} \begin{bmatrix} E + B'(g_{3} - \underline{g}_{1}C) + nS_{r}\beta_{T} \end{bmatrix} N d\Omega$$

$$\begin{bmatrix} C_{ww} \end{bmatrix} = \int_{\Omega} N^{T} \begin{bmatrix} B' \left(\underline{g}_{1} F - g_{2} \right) + n S_{r} \beta_{P} \end{bmatrix} N d\Omega$$

$$\begin{bmatrix} C_{wa} \end{bmatrix} = \int_{\Omega} N^{T} \begin{bmatrix} B' \left(g_{2} - \underline{g}_{1} F \right) \end{bmatrix} N d\Omega$$

$$\begin{bmatrix} K_{wT} \end{bmatrix} = \int_{\Omega} \left(\nabla N \right)^{T} \begin{bmatrix} D_{TT} \end{bmatrix} \nabla N d\Omega \qquad \text{où} \quad D_{TT} = \rho_{w} \left(D_{Tv} + D_{Tw} \right)$$

$$\begin{bmatrix} K_{ww} \end{bmatrix} = \int_{\Omega} \left(\nabla N \right)^{T} \begin{bmatrix} D_{P} \end{bmatrix} \nabla N d\Omega \qquad \text{où} : D_{P} = \rho_{w} \left(D_{Pv} + D_{Pw} \right)$$

Et les termes de couplage correspondant à l'air :

$$\begin{split} & \left[C_{au}\right] = \int_{\Omega} N^{T} \left[D_{2u}\right] B d\Omega \ ; \ D_{2u} = \left[m^{T} \rho_{a} \left(1 - S_{r} \left(1 - H_{c}\right)\right) + \left[\alpha_{ss} g_{1} + \left(1 - H_{c}\right) n \rho g_{1}\right] D\right] \right] \\ & \left[C_{gr}\right] = \int_{\Omega} N^{T} \left[n(1 - S_{r} (1 - H_{c})) \alpha_{T} + \left(g_{3} - g_{1} C\right) \left[\alpha_{sr} - (1 - H_{c}) n \rho_{s}\right]\right] N d\Omega \\ & \left[C_{gw}\right] = \int_{\Omega} N^{T} \left[n\left(1 - S_{r} \left(1 - H_{c}\right)\right) \alpha_{p} + \left(g_{2} - g_{1} F\right) \left(\alpha_{sr} - (1 - H_{c}) n \rho_{s}\right)\right] N d\Omega \\ & \left[C_{gg}\right] = \int_{\Omega} N^{T} \left[n(1 - S_{r} (1 - H_{c})) \alpha_{p} + \left(g_{2} - g_{1} F\right) \left(\alpha_{sr} - (1 - H_{c}) n \rho_{s}\right)\right] N d\Omega \\ & \left[K_{aT}\right] = \int_{\Omega} \left(\nabla N^{T}\right) \left[\frac{-K_{a}\rho_{a}}{\gamma_{a}} \beta_{pa} - H_{c}\rho_{a} D_{fw} + \rho_{w} D_{fv}\right] \nabla N d\Omega \\ & \left[K_{aw}\right] = \int_{\Omega} \left(\nabla N\right)^{T} \left[\frac{-K_{a}\rho_{a}}{\gamma_{a}} \rho_{a}\right] \nabla N d\Omega \\ & \left[K_{aw}\right] = \int_{\Omega} \left(\nabla N\right)^{T} \left[\frac{-K_{a}}{\gamma_{a}} \rho_{a}\right] \nabla N d\Omega \\ & \left[K_{au}\right] = \int_{\Omega} \left(\nabla N\right)^{T} \left[\frac{-K_{a}}{\gamma_{a}} \rho_{a}\right] \nabla N d\Omega \\ & \left[K_{au}\right] = \int_{\Omega} \left(\nabla N\right)^{T} \left[\frac{-K_{a}}{\gamma_{a}} \rho_{a}\right] \nabla N d\Omega \\ & \left[K_{au}\right] = \int_{\Omega} \left(\nabla N\right)^{T} \left[\frac{-K_{a}}{\gamma_{a}} \rho_{a}\right] \nabla N d\Omega \\ & \left[K_{au}\right] = \int_{\Omega} \left(\nabla N\right)^{T} \left[\frac{-K_{a}}{\gamma_{a}} \rho_{a}\right] \nabla N d\Omega \\ & \left[K_{au}\right] = \int_{\Omega} \left(\nabla N\right)^{T} \left[\frac{-K_{a}}{\gamma_{a}} \rho_{a}\right] \nabla N d\Omega \\ & \left[K_{au}\right] = \int_{\Omega} \left(\nabla N\right)^{T} \left[\frac{-K_{a}}{\gamma_{a}} \rho_{a}\right] \nabla N d\Omega \\ & \left[K_{au}\right] = \int_{\Omega} \left(\nabla N\right)^{T} \left[\frac{-K_{a}}{\gamma_{a}} \rho_{a}\right] \nabla N d\Omega \\ & \left[K_{au}\right] = \int_{\Omega} \left(\nabla N\right)^{T} \left[\frac{-K_{a}}{\gamma_{a}} \rho_{a}\right] \nabla N d\Omega \\ & \left[K_{au}\right] = \int_{\Omega} \left(\nabla N\right)^{T} \left[\frac{-K_{a}}{\gamma_{a}} \rho_{a}\right] \nabla N d\Omega \\ & \left[K_{au}\right] = \int_{\Omega} \left(\nabla N\right)^{T} \left[\frac{-K_{a}}{\gamma_{a}} \rho_{a}\right] \nabla N d\Omega \\ & \left[K_{au}\right] = \int_{\Omega} \left(\nabla N\right)^{T} \left[\frac{-K_{a}}{\gamma_{a}} \rho_{a}\right] \nabla N d\Omega \\ & \left[K_{au}\right] = \int_{\Omega} \left(\nabla N\right)^{T} \left[\frac{-K_{a}}{\gamma_{a}} \rho_{a}\right] \nabla N d\Omega \\ & \left[K_{au}\right] = \int_{\Omega} \left(\nabla N\right)^{T} \left[\frac{-K_{a}}{\gamma_{a}} \rho_{a}\right] \nabla N d\Omega \\ & \left[K_{au}\right] = \int_{\Omega} \left(\nabla N\right)^{T} \left[\frac{-K_{a}}{\gamma_{a}} \rho_{a}\right] \nabla N d\Omega \\ & \left[K_{au}\right] = \int_{\Omega} \left(\nabla N\right)^{T} \left[\frac{K_{a}}{\gamma_{a}} \rho_{a}\right] \nabla N d\Omega \\ & \left[K_{au}\right] = \int_{\Omega} \left(\nabla N\right)^{T} \left[\frac{K_{a}}{\gamma_{a}} \rho_{a}\right] \nabla N d\Omega \\ & \left[K_{au}\right] = \int_{\Omega} \left(\nabla N\right)^{T} \left[\frac{K_{a}}{\gamma_{a}} \rho_{a}\right] \nabla N d\Omega \\ & \left[K_{au}\right] = \int_{\Omega} \left(\nabla N\right)^{T} \left[\frac{K_{a}}{\gamma_{a}} \rho_{a}\right] \nabla N d\Omega \\ & \left[K_{au}\right] = \int_{\Omega}$$

$$\begin{aligned} \alpha_{T} &= \frac{\rho_{a}}{T + 273} \\ \alpha_{p} &= \frac{\left(1 + \frac{H_{c}S_{r}}{1 - S_{r}}\right)}{R_{g}\left(T + 273\right)} \\ \alpha_{Sr} &= \frac{P_{a} + P_{atm}}{R_{g}\left(T + 273\right)} \frac{H_{c}}{(1 - S_{r})^{2}} \\ A &= \rho_{w}S_{r} + \rho_{v}\left(1 - S_{r}\right) + nS_{r}\left(1 - S_{r}\right)A_{n} \\ B' &= n\left(\rho_{w} - \rho_{v}\right) + n^{2}\left(1 - S_{r}\right)A_{n} \\ E &= n\left(1 - S_{r}\right)\left(\rho_{v}A_{0} - 4975.9nS_{r}A_{n}\right) \\ \beta_{T} &= \frac{\partial\rho_{w}}{\partial T}\Big|_{P_{w}=cte} , \quad \beta_{P} &= \frac{\partial\rho_{w}}{\partial P_{w}}\Big|_{T=cte} \\ \rho_{w} &= \rho_{w0}\left(1 + \beta_{P}\rho_{w} + \beta_{T}T\right) \\ I &= S_{r}\rho_{w}C_{Pw} - n\left(\rho_{v}C_{Pv} + C_{Pg}\rho_{a}\right) + A_{n}n^{2}\left(1 - S_{r}\right)C_{Pv} \\ III &= n\left(1 - T_{0}\right) + (1 - S_{r})\rho_{v}h_{fg} + n\left(1 - S_{r}\right)h_{fg}A_{n}.S_{r} \\ V &= II\left(T - T_{0}\right) + n\left(1 - S_{r}\right)\rho_{v}h_{fg} + n^{2}\left(1 - S_{r}\right)h_{fg}.A_{n} \\ VI &= C_{T} + III\left(T - T_{0}\right) + n\left(1 - S_{r}\right)h_{fg}\left(A_{0}\rho_{v} - 4975.9nS_{r}A_{n}\right) \\ A_{0} &= \frac{1}{\rho_{o}}\frac{d\rho_{0}}{dT} \\ A_{n} &= \frac{1}{S_{r}}\frac{\partial\rho_{v}}{\partial n} = \frac{1}{n}\frac{\partial\rho_{v}}{\partial S_{r}} \end{aligned}$$