



**HAL**  
open science

# Contribution à la simulation numérique des procédés de mise en forme - Application au formage incrémental et au formage superplastique

Camille Robert

## ► To cite this version:

Camille Robert. Contribution à la simulation numérique des procédés de mise en forme - Application au formage incrémental et au formage superplastique. Sciences de l'ingénieur [physics]. Arts et Métiers ParisTech, 2009. Français. NNT : 2009ENAM0028 . pastel-00005620

**HAL Id: pastel-00005620**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00005620>**

Submitted on 17 Jun 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Ecole doctorale n° 432 : Sciences des Métiers de l'Ingénieur

# THÈSE

pour obtenir le grade de

## Docteur

de

### **l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers**

### **Spécialité "Génie mécanique – procédés de fabrication"**

*présentée et soutenue publiquement  
par*

**Camille ROBERT**

Le 1<sup>er</sup> décembre 2009

**CONTRIBUTION A LA SIMULATION NUMERIQUE DES  
PROCEDES DE MISE EN FORME**

**APPLICATION AU FORMAGE INCREMENTAL ET AU  
FORMAGE SUPERPLASTIQUE**

*Directeur de thèse : Philippe DAL SANTO*

*Co-encadrement de la thèse : Arnaud DELAMEZIERE, Jean-Louis BATOZ*

Jury :

**M. Jean-Marc ROELANDT**, Professeur, Laboratoire Roberval, UTC, Compiègne ..... Président  
**Mme. Elisabeth MASSONI**, Maître de Recherche, CEMEF, Mines ParisTech, Paris ..... Rapporteur  
**M. Jean-Philippe PONTHOT**, Professeur, LTAS-MN2L, Université de Liège, Belgique ..... Rapporteur  
**M. Régis BIGOT**, Professeur, LCFC, Arts et Métiers ParisTech, Metz ..... Examineur  
**M. Sébastien THIBAUD**, Maître de Conférences, FEMTO-ST, UFC, Besançon ..... Examineur  
**M. Jean-Louis BATOZ**, Professeur, Laboratoire Roberval et AVENUES, UTC, Compiègne ..... Examineur  
**M. Philippe DAL SANTO**, PRAG-HDR, LAMPA, Arts et Métiers ParisTech, Angers ..... Examineur  
**M. Arnaud DELAMEZIERE**, Maître Assistant, ERMeP, GIP-InSIC, Saint-Dié-des-Vosges ..... Examineur  
**M. Bernard ARIAUX**, Auto Châssis International (groupe Renault), Le Mans ..... Invité  
**M. Alain POTIRON**, Professeur émérite, Université d'Angers ..... Invité  
**M. Marian RESZKA**, Institut Carnot ARTS, Paris ..... Invité

**Laboratoire Arts et Métiers ParisTech d'Angers**  
*Arts et Métiers ParisTech, centre d'Angers*

*Arts et Métiers ParisTech (Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers) est un Grand Etablissement  
dépendant du Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche, composé de huit centres :*  
AIX-EN-PROVENCE ANGERS BORDEAUX CHÂLONS-EN-CHAMPAGNE CLUNY LILLE METZ PARIS



# Remerciements

---

J'exprime toute ma reconnaissance à mes encadrants de thèse, Philippe Dal Santo, PRAG-HDR à Arts et Métiers ParisTech d'Angers et Arnaud Delamézière, Maître Assistant à l'Institut Supérieur d'Ingénierie de la Conception, sans oublier Jean-Louis Batoz, Professeur à l'Université Technologique de Compiègne, pour le soutien régulier qu'ils m'ont apporté tout au long de ces trois années, leurs encouragements et leurs conseils qui ont largement contribué à cette réussite. J'espère avoir été à la hauteur de cet encadrement de qualité et de la confiance qu'ils m'ont accordée en me proposant ce sujet.

Mes remerciements s'adressent également à mes rapporteurs, Elisabeth Massoni, Maître de Recherches à Mines ParisTech, et Jean-Philippe Ponthot, Professeur à l'Université de Liège, pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail en acceptant cette fonction, Jean-Marc Roelandt, Professeur à l'Université Technologique de Compiègne, qui m'a fait l'honneur de présider la soutenance ainsi qu'à Régis Bigot, Professeur à Arts et Métiers ParisTech de Metz, et Sébastien Thibaud, Maître de Conférences à l'Université de Franche-Comté, pour avoir examiné ce travail. Merci également aux invités d'être venu apporter leur vision sur mes travaux.

Je n'oublie pas l'ensemble des membres de mes deux structures d'accueil, l'Institut Supérieur d'Ingénierie de la Conception à Saint-Dié-des-Vosges et Arts et Métiers ParisTech centre d'Angers, qui m'ont permis de passer des moments agréables à ces deux extrémités de la France.

Enfin, je remercie vivement mes parents, mon frère et mes sœurs qui me soutiennent et m'encouragent depuis toujours.

Je terminerai par dédier cet aboutissement de mes études à ce qui m'a permis d'avancer chaque jour depuis toutes ces années et qui me donne la force et la motivation de continuer.

# Table des matières

---

LISTE DES FIGURES .....	iv
LISTE DES TABLEAUX .....	vii
NOTATIONS GENERALES.....	viii
CHAPITRE 1 INTRODUCTION GENERALE .....	1
1.1 GENERALITES.....	1
1.2 LE PROJET « FORMAGE AVANCE ».....	2
1.3 LES PROCEDES ETUDIES DANS LE PROJET .....	4
1.4 PROBLEMATIQUE ET OBJECTIFS.....	6
CHAPITRE 2 LE FORMAGE SUPERPLASTIQUE .....	9
2.1 GENERALITES SUR LA SUPERPLASTICITE .....	9
2.1.1 Introduction.....	9
2.1.2 Paramètres fondamentaux.....	9
2.1.3 Matériaux .....	11
2.1.4 Modèles de comportement.....	13
2.2 PRINCIPE DU PROCEDE DE FORMAGE SUPERPLASTIQUE .....	15
2.3 GESTION DE LA PRESSION DE FORMAGE .....	16
2.3.1 Etude bibliographique .....	16
2.3.2 Algorithmes mis en œuvre .....	20
2.4 APPLICATIONS.....	24
2.4.1 Forme axisymétrique.....	25
2.4.2 Forme complexe.....	33
CHAPITRE 3 LE FORMAGE INCREMENTAL.....	36
3.1 PRINCIPE DU PROCEDE .....	36
3.1.1 Mise en œuvre .....	36
3.1.2 Applications.....	38
3.1.3 Matériaux .....	38
3.2 PHENOMENES ASSOCIES AU FORMAGE INCREMENTAL .....	39
3.2.1 Formabilité .....	39
3.2.2 Caractérisation du comportement du matériau .....	40
3.2.3 Influence des paramètres sur la qualité de la pièce.....	40
3.3 ETAT DE L'ART DE LA SIMULATION NUMERIQUE .....	43
3.3.1 Simulation du procédé de formage incrémental .....	44
3.3.2 Méthodes utilisées pour diminuer les temps de simulation.....	45

3.4 CHAINE NUMERIQUE POUR LA SIMULATION .....	46
3.4.1 Création de la trajectoire .....	46
3.4.2 Conversion des trajectoires.....	47
3.5 VITESSE NUMERIQUE ADAPTEE .....	49
3.5.1 Schéma dynamique explicite.....	49
3.5.2 Critères de quasi-statisme.....	51
3.5.3 Profil de la vitesse.....	53
3.5.4 Modification de la vitesse .....	54
3.5.5 Résultats .....	56
3.6 CALCULS ELASTO-PLASTIQUES .....	67
3.6.1 Critères de plasticité.....	67
3.6.2 Théorie de l'écoulement plastique.....	69
3.6.3 Théorie de la déformation.....	72
3.6.4 Comparaison et validation .....	76
3.7 GESTION DU CONTACT .....	89
3.7.1 Les principaux algorithmes de contact.....	89
3.7.2 Approche simplifiée du contact .....	92
3.7.3 Comparaison et validation .....	108
CONCLUSION ET PERSPECTIVES .....	122
BIBLIOGRAPHIE .....	125
ANNEXE A COMPLEMENTS SUR LE CALCUL DU CORRECTEUR PLASTIQUE.....	134
A.1 CALCUL DU CORRECTEUR PLASTIQUE POUR LA METHODE DE L'ÉCOULEMENT PLASTIQUE	134
A.2 CALCUL DE L'INCREMENT DE DEFORMATION PLASTIQUE EQUIVALENT POUR LA THEORIE DE LA DEFORMATION INCREMENTALE.....	135
ANNEXE B COMPLEMENTS SUR L'APPROCHE SIMPLIFIEE DU CONTACT.....	137
B.1 CALCUL DU RAYON DE CONTACT .....	137
B.2 POSITIONNEMENT DE L'OUTIL .....	138
B.3 ESTIMATION DE LA VALEUR DE LA PRESSION APPLIQUEE .....	139
ANNEXE C PERSPECTIVES SUR L'ENCHAINEMENT DES PROCEDES.....	141
C.1 IDENTIFICATION DU COMPORTEMENT A FROID EN FONCTION DU TAUX DE DEFORMATION SUPERPLASTIQUE INITIAL .....	141
C.2 MISE EN ŒUVRE NUMERIQUE .....	147

# Liste des figures

---

Figure 1.1. Répartition des différents secteurs du travail des métaux (a) et des débouchés du secteur « découpage – emboutissage » (b) [Ses08] .....	1
Figure 2.1. Record du monde de traction uniaxiale [Hig92] .....	9
Figure 2.2. Variation de $m$ en fonction de la vitesse de déformation .....	10
Figure 2.3. Variation de $m$ en fonction de la température [Job96] .....	11
Figure 2.4. Paramètres matériaux pour le 7475 .....	14
Figure 2.5. Paramètres matériaux pour le TA6V .....	15
Figure 2.6. Gonflage superplastique [Lay82] .....	16
Figure 2.7. Algorithme par paliers.....	22
Figure 2.8. Correction proportionnelle proposée .....	23
Figure 2.9. Algorithme proportionnel .....	24
Figure 2.10. Matrice axisymétrique complexe.....	25
Figure 2.11. Simulation préliminaire .....	26
Figure 2.12. Résultats du post-traitement .....	27
Figure 2.13. Résultats de la correction logarithmique.....	28
Figure 2.14. Résultats de la correction par bandes.....	29
Figure 2.15. Résultats pour la correction proportionnelle proposée .....	30
Figure 2.16. Résultats pour la correction par bandes proposée.....	31
Figure 2.17. Temps CPU pour les différents algorithmes .....	32
Figure 2.18. Matrice (a) et $\frac{1}{4}$ de pièce (b) de forme complexe.....	33
Figure 2.19. Pression (a,b) et vitesse de déformation maximale (c,d) pour le TA6V.....	34
Figure 2.20. Pression (a,b) et vitesse de déformation maximale (c,d) pour le 7475 .....	34
Figure 3.1. Formage avec une machine AMINO [Aza04] .....	36
Figure 3.2. Principe du formage négatif [Kop05] .....	37
Figure 3.3. Principe du formage positif avec matrice [Kop05].....	37
Figure 3.4. Principe du formage positif avec contre-outil [Fra08].....	37
Figure 3.5. Exemple de pièces réalisées en formage incrémental.....	38
Figure 3.6. Courbes limites de formage [Pet07] .....	39
Figure 3.7. Exemple de parcours de l'outil [Aza04] .....	41
Figure 3.8. Influence du parcours de l'outil [Aza04] .....	42
Figure 3.9. Paramètres influents du parcours de l'outil .....	43
Figure 3.10. CAO modifiée en fonction de la trajectoire souhaitée .....	46
Figure 3.11. Exemple de couplage FAO/Calcul .....	47
Figure 3.12. Chaîne numérique .....	48
Figure 3.13. Déformée avec $E^{cin}(t)/E^{int}(t) < 5\%$ .....	52
Figure 3.14. Evolution des énergies en formage incrémental .....	52
Figure 3.15. Profil de position .....	54

Figure 3.16. Modification du profil de vitesse .....	55
Figure 3.17. Script de calcul avec vitesse adaptée .....	56
Figure 3.18. Géométrie du godet cylindrique et modèle éléments finis .....	57
Figure 3.19. Trajectoire de l'outil .....	57
Figure 3.20. Vitesse de l'outil avec un critère de 5% pour le contrôle des effets dynamiques .....	58
Figure 3.21. Vitesse de l'outil avec un critère de 0.5% pour le contrôle des effets dynamiques .....	59
Figure 3.22. Epaisseur finale du flan déformé .....	60
Figure 3.23. Comparaison de la diminution relative de l'épaisseur .....	61
Figure 3.24. Comparaison de la géométrie .....	62
Figure 3.25. Géométrie de la pyramide .....	63
Figure 3.26. Trajectoire de l'outil pour la pyramide .....	64
Figure 3.27. Vitesse de l'outil pour la pyramide .....	65
Figure 3.28. Comparaison avec l'expérimental.....	66
Figure 3.29. Diagramme de calcul du tenseur des contraintes par la théorie de l'écoulement plastique.....	71
Figure 3.30. Résolution graphique de l'écoulement plastique [Sim85].....	72
Figure 3.31. Principe de la déformation totale .....	73
Figure 3.32. Principe de la déformation incrémentale [Ram99].....	74
Figure 3.33. Résolution graphique de la déformation incrémentale.....	75
Figure 3.34. Diagramme de calcul par la déformation incrémentale .....	76
Figure 3.35. Trajet des contraintes .....	78
Figure 3.36. Evolution des contraintes pour les deux théories .....	79
Figure 3.37. Paramètres géométriques pour le test de Nakazima .....	80
Figure 3.38. Géométries initiale et finale pour le test de Nakazima .....	81
Figure 3.39. Gain de temps pour le test de Nakazima .....	82
Figure 3.40. Nombre d'éléments plastifiés .....	83
Figure 3.41. Erreur sur l'épaisseur pour le test de Nakazima .....	84
Figure 3.42. Réduction du temps CPU en fonction du nombre de points d'intégration .....	85
Figure 3.43. Comparaison de la géométrie pour 5 points d'intégration .....	87
Figure 3.44. Comparaison de l'épaisseur pour 5 points d'intégration .....	88
Figure 3.45. Influence du nombre de points d'intégration .....	89
Figure 3.46. Représentation de la méthode de pénalisation [Lin05].....	90
Figure 3.47. Comparaison algorithmes de contact/approche simplifiée .....	93
Figure 3.48. Principe de l'approche simplifiée .....	93
Figure 3.49. Schématisation des nœuds en contact .....	94
Figure 3.50. Hypothèse géométrique .....	95
Figure 3.51. Longueur à l'encastrement du modèle géométrique .....	96
Figure 3.52. Cas général pour $R_{imp}$ .....	97
Figure 3.53. Direction du déplacement.....	98

Figure 3.54. Amplitude du déplacement.....	99
Figure 3.55. Diagramme pour le déplacement des nœuds.....	100
Figure 3.56. Stratégie de positionnement de l’outil .....	101
Figure 3.57. Gestion des variations d’angles importantes.....	102
Figure 3.58. Diagramme pour les grands incréments de la trajectoire .....	102
Figure 3.59. Itérations pour l’approche simplifiée.....	104
Figure 3.60. Méthodologie pour les murs verticaux .....	105
Figure 3.61. Contact avec matrice.....	106
Figure 3.62. Algorithme général pour l’approche simplifiée .....	107
Figure 3.63. Comparaison de l’épaisseur entre l’approche simplifiée et vitesse adaptée ....	109
Figure 3.64. Comparaison de la géométrie entre l’approche simplifiée et vitesse adaptée. ....	110
Figure 3.65. Influence du pas de déplacement sur la géométrie .....	112
Figure 3.66. Influence du pas de déplacement sur l’épaisseur.....	113
Figure 3.67. Isovaleurs de l’épaisseur pour les différents cas .....	114
Figure 3.68. Différents temps de calcul .....	115
Figure 3.69. Influence de la pression de contact sur l’épaisseur .....	116
Figure 3.70. Influence de la pression de contact sur la géométrie .....	117
Figure 3.71. Influence du solvateur sur l’épaisseur.....	119
Figure 3.72. Influence du solvateur sur la géométrie .....	120
Figure B.1. Hypothèse géométrique .....	137
Figure B.2. Variables géométriques [Mar08] .....	139
Figure C.1. Dispositif expérimental de traction superplastique .....	142
Figure C.2. Eprouvettes après déformation superplastique .....	142
Figure C.3. Dispositif expérimental de traction à froid .....	143
Figure C.4. Courbes contrainte/déformation de traction à froid .....	143
Figure C.5. Micrographies après traction superplastique .....	146
Figure C.6. Evolution de la taille des grains.....	147
Figure C.7. Modélisation de l’écrouissage à froid en fonction du taux de déformation superplastique.....	148
Figure C.8. Evolution des paramètres rhéologiques en fonction du taux de déformation superplastique, (a) $\sigma_s$ , (b) $\epsilon_0$ .....	149

# Liste des tableaux

---

Tableau 2.1. Correction dans ABAQUS [Aba07a] .....	18
Tableau 2.2. Correction proposée par AOURA [Aou04].....	19
Tableau 3.1. Temps CPU pour calcul avec vitesse adaptée .....	60
Tableau 3.2. Erreur pour les calculs avec une vitesse adaptée .....	63
Tableau 3.3. Temps de calcul pour différentes tailles de déplacement de l'outil .....	115
Tableau 3.4. Temps de calcul avec et sans pression de contact .....	118
Tableau 3.5. Temps de calcul pour différentes tailles de déplacement de l'outil .....	121

# Notations générales

---

$\{ \}$	Vecteur
$\langle \rangle$	$\{ \}^T$ transposé d'un vecteur
$[ \ ]$	matrice
$\{\sigma\}$	$\langle \sigma_{11}; \sigma_{22}; \sigma_{12} \rangle^T$ vecteur des contraintes planes
$\{\varepsilon\}$	$\langle \varepsilon_{11}; \varepsilon_{22}; \gamma_{12} \rangle^T$ vecteur des déformations en contraintes planes
$[P]$	Matrice d'anisotropie
$[C^{el}]$	Matrice de raideur d'élasticité
$f$	Fonction de charge
$\sigma^{eq}$	Contrainte équivalente
$\sigma^y$	Contrainte d'écoulement
$X_k$	Variable X à l'incrément k
$X^{(i)}$	Variable X à l'itération i
$\Delta X$	Incrément de la variable X
$\varepsilon^{el}$	Déformation élastique
$\varepsilon^{pl}$	Déformation plastique

# Chapitre 1

## Introduction générale

---

Ces travaux de thèse s’inscrivent dans le cadre du projet «MP05 : Formage Avancé » labellisé par le pôle de compétitivité EMC<sup>2</sup> des Pays de la Loire. Ils ont été réalisés au sein des laboratoires du GIP-InSIC (Saint-Dié-des-Vosges) et du centre Arts et métiers ParisTech d’Angers.

### 1.1 Généralités

Les matériaux métalliques sont encore très présents dans les produits manufacturés et leur utilisation est souvent incontournable en particulier lorsque les critères de tenue mécanique sont prépondérants. On peut ainsi les retrouver dans de nombreux domaines comme les transports, l’électroménager, l’énergie, l’habitat...

D’après une étude du Service des Etudes et des Statistiques Industrielles (SESSI) du Ministère de l’Economie des Finances et de l’Industrie [Ses08], le secteur « découpage – emboutissage » est à la deuxième place, en chiffre d’affaire dans le secteur du travail des métaux. Ce secteur représente 38562 emplois en France et un chiffre d’affaire de 5806 millions d’euros.

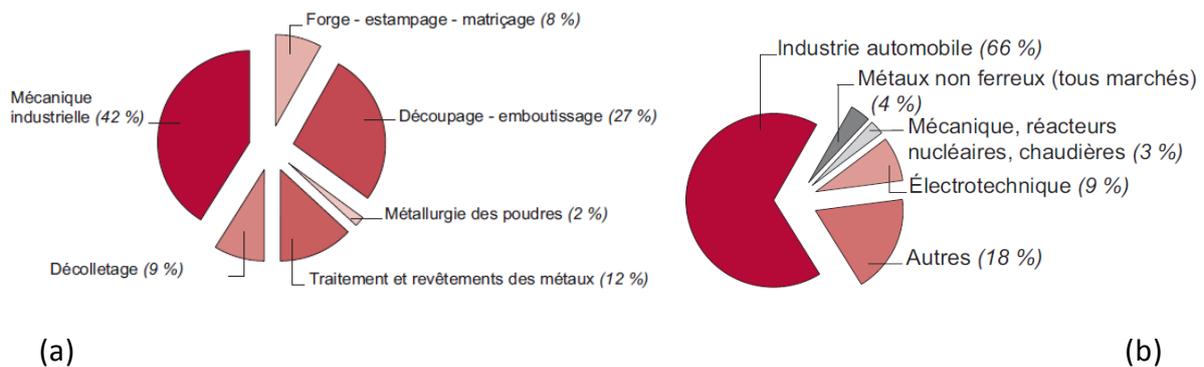


Figure 1.1. Répartition des différents secteurs du travail des métaux (a) et des débouchés du secteur « découpage – emboutissage » (b) [Ses08]

Cette étude montre également qu’une part très importante du chiffre d’affaire de ce secteur est réalisée par l’industrie automobile pour la mise en forme de tôles métalliques à haute valeur ajoutée. Le développement et/ou l’amélioration des procédés de mise en forme des tôles est un enjeu majeur pour répondre à l’évolution des contraintes fonctionnelles des produits. L’expertise acquise dans la maîtrise de ces

procédés permet de préserver des emplois et des compétences sur les sites industriels existants en évitant la délocalisation de nombreuses entreprises.

## **1.2 Le projet « Formage Avancé »**

Le Pôle de compétitivité EMC<sup>2</sup> a pour ambition de conforter des positions de leaders mondiaux dans la réalisation de grands ensembles métalliques et composites complexes sur les marchés de la plaisance, de l'aéronautique, de l'automobile et de la construction navale civile et militaire, de développer un espace d'excellence en matière de recherche et d'applications industrielles sur les technologies-clés liées à la mise en œuvre des matériaux métalliques et composites, aux procédés associés et à la maîtrise des processus industriels complexes.

Sur ce champ d'activités, le terrain de jeu est mondial. L'élargissement européen et l'accélération de la croissance asiatique font émerger des capacités de production mécanique en Europe centrale, en Corée du Sud, en Chine ... Dans ce contexte hyper concurrentiel, des entreprises des Pays de la Loire réalisent des ensembles métalliques et composites complexes de classe mondiale, en particulier dans les domaines de prédilection de ce pôle de compétitivité.

La maîtrise de cette complexité est aujourd'hui une des compétences distinctive du pôle EMC<sup>2</sup>. Il s'agit d'un atout majeur dans la compétition internationale qu'il convient de cultiver pour conforter en permanence ses avantages concurrentiels. Exceller dans la complexité réside tout autant dans la performance individuelle de chacun des composants que dans l'intelligence des interfaces et des assemblages. En région des Pays de la Loire ce sont plus de 90 000 emplois qui sont concernés par cet enjeu.

Pour répondre à ces attentes, Le pôle de compétitivité EMC<sup>2</sup> a labellisé le projet « Formage Avancé » en novembre 2005 sous la référence MP05.

Les objectifs du projet sont de développer les procédés de formage avancés relatifs aux emboutis profonds, aux tuyauteries et corps creux ainsi qu'aux structures raidies dans un but d'intégration de fonctions afin de gagner de la masse, miniaturiser les ensembles et réduire le nombre d'interfaces. On améliore ainsi la qualité, la précision et la durabilité des sous ensembles réalisés à partir de ces éléments.

Ces problématiques doivent être intégrées dès la conception des pièces et sous ensembles. Il est nécessaire de développer les outils permettant l'intégration des règles métiers relatives aux procédés, c'est-à-dire de développer des stratégies CFAO d'intégration d'ensembles et de sous ensembles dans une même pièce correspondant aux procédés visés. Il faut développer une plate-forme de compétences et une plate-

forme de logiciels intégrés utilisables et diffusables par et vers une communauté industrielle et scientifique extérieure au groupe d'acteurs du projet.

Le projet est proposé par deux partenaires spécifiant qui font partie des groupes industriels majeurs de la Région des Pays de la Loire à savoir :

- Auto Châssis International (groupe Renault),
- MECACHROME

Trois PME participent au projet :

- HYDRO-PROCESS, société spécialisée dans les techniques d'hydroformage et dans la conception et réalisation de machines et de pièces de toutes dimensions.
- CHASTAGNER DELAIZE, société spécialisée dans la conception et réalisation d'outillages de mise en forme des matériaux.
- ACB, société qui travaille dans le domaine de la superplasticité des matériaux, de l'élasto-formage, du soudage par friction linéaire et est considérée comme un fournisseur mondial de presses de formage superplastique.

Les partenaires universitaires sont représentés par :

- le Centre de Mise En Forme des matériaux (CEMEF - Mines ParisTech) ;
- le Centre de Recherche Outillages, Matériaux et Procédés (CROMeP - École des Mines d'Albi) ;
- l'Institut de recherche en Génie civil Et Mécanique (GeM - École Centrale de Nantes) ;
- l'Institut de Recherche en Communication et Cybernétique de Nantes (IRCCyN - École Centrale de Nantes) ;
- le Laboratoire Arts et métiers ParisTech d'Angers (LAMPA - Arts et Métiers ParisTech) ;
- l'École Nationale Supérieure de Micro-Mécanique de Besançon (FEMTO-ST - ENSMM) ;
- l'Institut Supérieur d'Ingénierie de la Conception de Saint-Dié-des-Vosges (ERMeP - GIP-InSIC).

La concrétisation de ce projet nécessite la formalisation d'un outil métier de simulation numérique permettant de prendre en compte dès la conception des pièces, les problématiques liées à leur mise en œuvre. La robustesse et l'adaptabilité de cet outil

aux besoins des différents partenaires seront assurées par TRANSVALOR, développeur du code FORGE®.

Enfin, la capitalisation des connaissances acquises, l'animation d'un réseau de compétences et la valorisation des résultats constituent un ensemble de tâches qui ont été confiées à un organisme régional, SYNERVIA.

### **1.3 Les procédés étudiés dans le projet**

Dans le cadre de ce projet, différents procédés de mise en forme des tôles minces sont étudiés pour répondre aux demandes des industriels. Ils sont :

#### **Le formage incrémental :**

Le formage incrémental consiste en la réalisation d'un étirage ou d'un estampage pour lequel une partie au moins de la forme obtenue est constituée par l'enveloppe des trajectoires d'un doigt de formage. Comparé aux techniques conventionnelles d'emboutissage profond, le point à partie duquel la compétitivité disparaît se situe à environ 500 pièces pour les pièces de grandes dimensions.

#### **L'étirage à chaud :**

Ce procédé est principalement destiné à la mise en forme de grandes dimensions (par exemple des panneaux de fuselage de plus de 10 m de long). L'étirage à chaud permet de conférer de la ductilité à des alliages aluminium haute performance dont les taux de déformation plastique admissible à la température ambiante sont très faibles.

La gamme classique dans ce cas est d'étirer la pièce juste après trempe. Le temps ouvert après trempe est de quelques heures seulement ce qui pose des problèmes complexes en termes d'organisation d'atelier. L'opération doit éventuellement être renouvelée (étirage en plusieurs passes) nécessitant le repositionnement de la pièce formée sur la machine, puis la réalisation d'un traitement de revenu, pendant lequel la pièce peut évoluer en forme (relaxation des contraintes internes).

Les sujets scientifiques concernent la possibilité d'appliquer le chauffage à une température suffisante (150°C à 300°C selon les alliages), la maîtrise des outillages et notamment des problèmes de dilatation différentielle et l'évaluation des comportements à chaud des matériaux utilisés.

#### **L'hydroformage :**

L'hydroformage consiste à déformer des tôles ou des tubes grâce à un liquide sous pression. Une matrice est nécessaire pour obtenir la géométrie souhaitée. L'avantage de ce procédé est qu'il permet de déformer la pièce dans des zones inaccessibles par

d'autres moyens. Ce procédé permet ainsi d'obtenir des géométries complexes, notamment des corps creux asymétriques.

Dans le domaine de l'automobile, les développements industriels de l'hydroformage s'appuient sur une approche empirique puisqu'il n'existe pas de simulation permettant de connaître les caractéristiques de charges et de contraintes avec une prédiction suffisante.

#### **L'emboutissage à chaud :**

L'emboutissage à chaud a l'avantage de mieux contrôler le retour élastique par rapport à l'emboutissage à froid. De plus, il permet de réaliser un traitement thermique (souvent une trempe dans l'outillage) pendant la phase de mise en forme.

Dans le domaine de l'automobile, le seul exemple d'emboutissage à chaud existant concerne la réalisation de pièces dédiées à la fonction crash (traverse extrême avant). Par contre il n'existe aucun développement de pièces participant à la fois aux fonctions endurance, fatigue et choc.

Les travaux concernant ce procédé, dans ce projet, sont de définir les modes de déformations des matériaux, les cinétiques mécaniques et thermiques, les caractérisations mécaniques des pièces pour pouvoir les intégrer dans les modèles de simulation, endurance et choc.

#### **Le formage superplastique :**

La mise en forme superplastique est une solution de mise en forme alternative qui permet l'obtention d'emboutis profonds avec intégration de fonctions. Les alliages à hautes caractéristiques mécaniques tels que les superalliages s'avèrent pratiquement indéformables par des procédés conventionnels car les outillages ne peuvent pas supporter les efforts appliqués. Le formage de ces matériaux fait appel à d'autres techniques plus élaborées telles que le gonflage superplastique qui peut être associé pour certains alliages au soudage par diffusion.

Un procédé alternatif pour réaliser des pièces aéronautiques consiste à utiliser des techniques de compression isobare de nano-poudres dans des moules à enveloppes perdues. Les difficultés rencontrées dans la réalisation de ces enveloppes par des procédés de mécano-soudage conventionnels nous conduisent à envisager leur réalisation en formage superplastique. La retouche et la finition des moules doivent éventuellement faire appel à l'enchaînement du procédé de superplasticité avec d'autres procédés de mise en forme (tel que par exemple le formage Incrémental).

### **L'enchaînement des procédés est également proposé :**

Les différents procédés, hydroformage, étirage à chaud, formage incrémental et le formage superplastique possèdent encore un potentiel de développement significatif en travaillant distinctement sur chaque procédé.

En considérant les associations de ces procédés entre eux, les développements rendus possibles ouvrent un champ d'étude nouveau : conception et réalisation d'organes en 5 à 20 fois moins de pièces sur des fonctions comme les collecteurs de vapeur dans la construction navale, les châssis avant et arrière dans l'automobile, les assemblages structuraux ou les ensembles de tuyauteries dans l'aéronautique.

Le potentiel de l'enchaînement de procédés est très élevé et peut conduire à un allègement de 30 à 50 %, à une sécurisation des organes en limitant le procédé d'assemblage au juste minimum, écartant ainsi les risques procédé et qualité associés.

Par contre il est indispensable au niveau scientifique d'être en mesure de développer des méthodologies de conception de ces gammes de fabrication, de caractérisation des pièces et des matériaux issus de ces formages successifs.

## **1.4 Problématique et objectifs**

Cette thèse est réalisée au sein de deux laboratoires :

- l'Equipe de Recherche en Mécanique et Plasturgie (ERMeP) de l'Institut Supérieur d'Ingénierie de la Conception (GIP-InSIC) ;
- le Laboratoire Arts et Métiers ParisTech d'Angers (LAMPA) du centre Arts et Métiers ParisTech d'Angers.

Elle s'inscrit dans les domaines de compétences communs à ces deux laboratoires : la simulation numérique et l'optimisation des procédés de mise en forme. Parmi les nombreux travaux déjà réalisés, on peut citer les thèses récentes de M. Azaoui [Aza07] et de E. Gildemyn [Gil08] et la participation des deux laboratoires aux projets OPTIMAT<sup>1</sup> et APOMAT COST 526<sup>2</sup>.

Ces travaux portent sur la simulation numérique des procédés de superplasticité et de formage incrémental. L'objectif concernant le procédé de formage superplastique est de proposer, par la simulation numérique, des conditions de mise en forme compatibles avec le comportement du matériau dans le domaine superplastique. Le formage incrémental est un procédé assez récent. Une chaîne numérique intégrant les outils de

---

<sup>1</sup> Projet national OPTIMAT (Optimisation des Procédés de Transformation des matériaux), 2002-2006

<sup>2</sup> Projet Européen APOMAT COST 526 (Automatic Process Optimization in Materials Technology), 2001-2005

CAO, FAO et de simulation a été réalisée pour permettre la prédiction numérique dans un contexte industriel. Les temps de calculs obtenus avec les méthodes de résolution conventionnelles, sont encore très importants.

Différentes stratégies sont proposées pour diminuer la durée d'une séquence de simulation en adaptant les paramètres numériques ou en utilisant un algorithme « rapide » pour la résolution de la loi de comportement élasto-plastique, et également par le développement d'un nouveau modèle de gestion du contact.

Le document s'intéresse à la présentation des travaux suivants :

- La simulation numérique du procédé de superplasticité

Cette partie présente les phénomènes physiques et les paramètres associés au procédé SPF<sup>3</sup> de mise en forme superplastique. Une étude bibliographique des différents algorithmes utilisés pour la gestion de la pression de formage est réalisée. Deux nouveaux algorithmes, basés sur l'étude bibliographique, sont ensuite présentés. Enfin, deux applications de mise en forme sont simulées pour comparer et valider les différents algorithmes.

- La simulation numérique du procédé de formage incrémental

Cette partie décrit dans un premier temps le procédé et les phénomènes qui y sont associés. Cette étude bibliographique présente notamment les facteurs influents sur la mise en forme, ainsi qu'un état de l'art de la simulation numérique de ce procédé. La mise en place de la chaîne numérique est ensuite détaillée. Elle utilise les outils de CAO, FAO et de simulation par éléments finis pour permettre une mise en œuvre robuste en environnement industriel.

Les trois derniers chapitres de cette partie présentent différentes méthodes permettant de réduire les durées des simulations, en vue de pouvoir réaliser l'optimisation de ce procédé dans des délais acceptables industriellement. Tout d'abord, la résolution par un solveur dynamique explicite est améliorée en adaptant la vitesse de l'outil au cours de la simulation. Le chapitre suivant porte sur la résolution numérique de la loi de comportement élasto-plastique, avec un algorithme utilisant la théorie de la déformation incrémentale. Enfin, le dernier chapitre décrit une approche simplifiée pour la gestion du contact entre l'outil et la tôle. Le principe général est d'imposer des déplacements sur les nœuds supposés en contact avec l'outil et en homogénéisant la zone de contact par l'application d'une pression locale.

---

<sup>3</sup> SuperPlastic Forming

Les perspectives d'évolution de ces travaux et en particulier les possibilités d'enchaînement des deux procédés sont présentées en conclusion de ce document et détaillées dans l'annexe C.

# Chapitre 2

## Le formage Superplastique

---

### 2.1 Généralités sur la superplasticité

#### 2.1.1 Introduction

Le phénomène de superplasticité a été observé pour la première fois en 1912 par Rosenhain [Ros12] avec un alliage de zinc-cuivre-aluminium. Par la suite, d'autres études ont montré un comportement similaire pour d'autres types de matériaux [Boc45, Pea54], mais il a fallu attendre 1959 [Loz59] pour définir le terme de « superplasticité ».

Dans les années 70, ce phénomène a fait l'objet de nombreuses études, et la mise en forme par gonflage superplastique est apparue.

Le formage superplastique est alors devenu peu à peu un procédé incontournable dans le domaine aéronautique grâce au taux d'allongement réalisable. Aujourd'hui, le record du monde est de 8000% [Hig92].

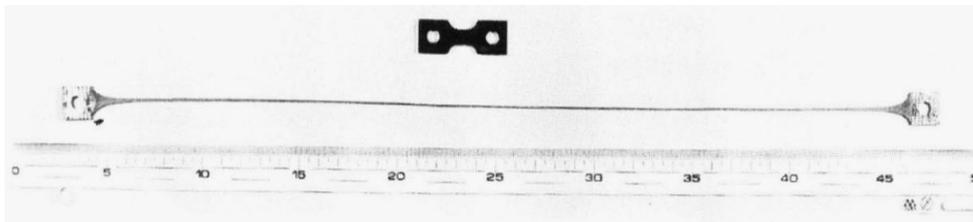


Figure 2.1. Record du monde de traction uniaxiale [Hig92]

#### 2.1.2 Paramètres fondamentaux

Trois paramètres ont une influence sur le domaine de superplasticité des alliages métalliques. Le respect de ces paramètres permet d'avoir ou non un comportement superplastique. Ils sont :

- la vitesse de déformation ;
- la taille des grains ;
- la température.

### Vitesse de déformation

De faibles vitesses de déformations sont nécessaires pour être dans le domaine superplastique. Elles sont généralement comprises entre  $10^{-5}$  et  $10^{-3} \text{ s}^{-1}$ . Pour de telles vitesses de déformation, une forte dépendance entre la contrainte et la vitesse de déformation est observée. Pour traduire cette dépendance, le coefficient de sensibilité de la contrainte d'écoulement à la vitesse de déformation, souvent noté  $m$ , est utilisé. Il correspond à la dérivée de la fonction  $\log(\sigma) = f(\log(\dot{\epsilon}))$ .

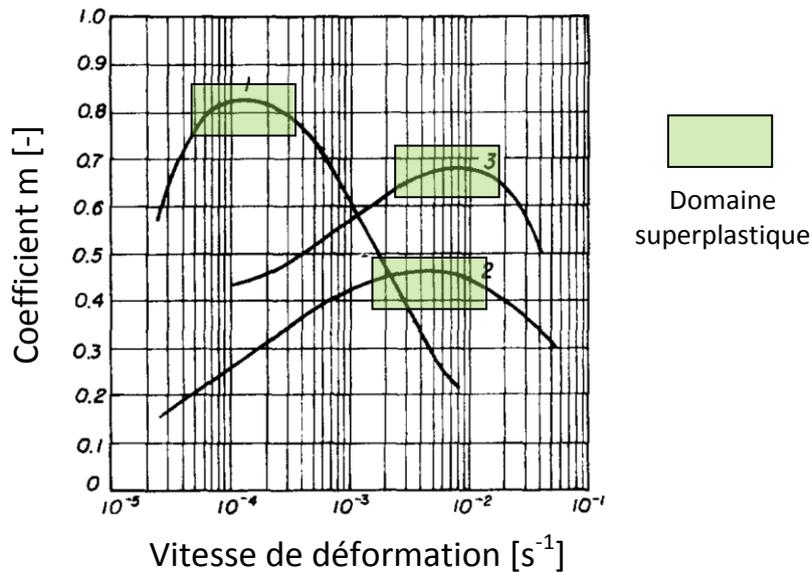


Figure 2.2. Variation de  $m$  en fonction de la vitesse de déformation

1 – Ti-6Al-4V [Lee66], 2 – Sn-5Pb [Jov68], 3 - Al-Cu eutectique [Hol66]

Comme le montre la figure 2.2, le domaine superplastique est atteint pour une plage de vitesses de déformation correspondant aux valeurs maximales de  $m$ .

Le domaine superplastique est en général défini pour des valeurs de  $m$  supérieures à 0.3 [Nie97]. Une valeur élevée de ce coefficient permet une grande elongation avant rupture [Lia86].

### Taille des grains

La taille de grains a une influence significative sur le comportement superplastique. Elle doit être suffisamment faible pour éviter une rupture prématurée. Elle est généralement comprise entre 1 et  $15 \mu\text{m}$  [Gho82, Ham82], ce qui favorise le glissement des grains entre eux. Cependant, pour certains alliages (alliage aluminium de type 7475 par exemple) il est possible d'observer une augmentation de la taille de grains en fonction de la température, de la déformation plastique et de la vitesse de déformation

[Bou08]. La prise en compte des effets de la taille de grain dans les modèles numériques est encore relativement complexe. Elle dépend beaucoup des familles de matériaux, des conditions de mise en œuvre et des moyens expérimentaux de caractérisation.

### Température

Un matériau ne peut avoir un comportement superplastique que dans une plage de température bien définie. La température minimale est de l'ordre de la moitié de la température de fusion du matériau [Job96].

La température a également une influence sur le coefficient de sensibilité  $m$ . La température optimale correspond à la valeur maximale de  $m$ .

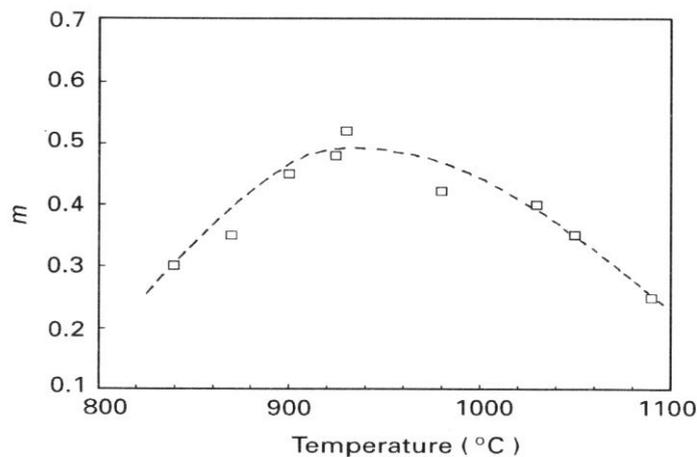


Figure 2.3. Variation de  $m$  en fonction de la température [Job96]

### 2.1.3 Matériaux

Pour observer un comportement superplastique, les matériaux doivent avoir une structure à grain fin, équiaxe et stable. Ils peuvent être répertoriés en trois catégories [Aou04] :

- Les alliages quasi-monophasés. Une fine distribution de précipité aux joints de grain freine le grossissement.
- Les alliages biphasés à structure microduplex. Deux phases en proportion sensiblement équivalente sont présentes.
- Les alliages eutectiques ou eutectoïde. Le grossissement des grains est inhibé par la dispersion importante de la deuxième phase.

Aujourd'hui, seules deux familles d'alliages présentent un intérêt pour les applications industrielles :

- les alliages d'aluminium ;
- les alliages de titane.

### **Les alliages de titane**

Les alliages de titanes sont très présents dans le domaine aéronautique. Cependant, ce sont des matériaux coûteux et difficilement formables avec des procédés conventionnels. Ils sont principalement mis en forme par le procédé de superplasticité.

Au cours de la déformation superplastique, pour ce type d'alliage, les phénomènes d'endommagement par cavitation sont quasiment négligeables [Gho82, Pil88], ce qui représente un avantage considérable sur la qualité mécanique des pièces mises en forme.

Parmi les alliages de titane ayant un comportement superplastique, le plus utilisé est le TA6V. Il fait partie des alliages biphasés, et le domaine superplastique apparaît pour des tailles de grain inférieures à  $20\mu\text{m}$ . La température de mise en forme est comprise entre  $840^\circ\text{C}$  et  $980^\circ\text{C}$  pour des vitesses de déformations variant de  $10^{-5}$  à  $10^{-3} \text{ s}^{-1}$  [Gho82].

### **Les alliages d'aluminium**

Les alliages d'aluminium présentent un intérêt industriel par leurs faibles coûts, par rapport aux alliages de titane, et par leur faible densité. Les principaux alliages industriels sont :

- la série 2000 dont l'élément d'addition principal est le cuivre ;
- la série 7000 dont l'élément d'addition principal est le Zinc ;
- la série 8000 dont l'élément d'addition principal est le lithium.

Les alliages de la série 7000 sont principalement utilisés dans le domaine aéronautique, et plus particulièrement le 7475.

Pour cet alliage, la température de mise en forme est comprise entre  $430^\circ\text{C}$  et  $530^\circ\text{C}$  pour des vitesses de déformation variant de  $10^{-4}$  à  $10^{-3} \text{ s}^{-1}$ .

Ces deux alliages, le TA6V et le 7475 seront utilisés dans ces travaux car ils représentent la majorité des alliages utilisées industriellement pour la mise en forme superplastique.

### 2.1.4 Modèles de comportement

Il existe de très nombreux modèles pour le comportement des matériaux dans le domaine superplastique. Ils peuvent être basés sur une approche phénoménologique (micro-modèles) ou sur des analyses qualitatives (macro-modèles).

Seuls quelques modèles, basés sur des analyses qualitatives, seront présentés car ils sont très largement utilisés pour la simulation numérique du procédé de superplasticité. Pour le lecteur intéressé par les modèles phénoménologiques, un résumé des principaux modèles a été écrit par Chandra [Cha02].

Le comportement superplastique est couramment modélisé par la relation suivante :

$$\sigma - \sigma_0 = K \dot{\varepsilon}^m \varepsilon^n \quad (2.1)$$

Avec

- $\sigma$  la contrainte équivalente ;
- $\varepsilon$  la déformation équivalente ;
- $\dot{\varepsilon}$  la vitesse de déformation équivalente ;
- $\sigma_0$  le seuil d'écoulement du matériau ;
- $K$  la consistance du matériau ;
- $n$  le coefficient d'écrouissage ;
- $m$  le coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation.

Cependant, le seuil d'écoulement est souvent négligeable [Boo98], la relation de comportement peut se mettre sous la forme de Norton-Hoff :

$$\sigma = K \dot{\varepsilon}^m \varepsilon^n \quad (2.2)$$

L'avantage de cette loi de comportement est qu'elle fournit une bonne approche du comportement superplastique, avec un minimum de paramètres expérimentaux.

Il est également possible de trouver des modèles polynomiaux, comme celui proposé par Ghosh et Hamilton [Gho82] :

$$\sigma = B\varepsilon + A_0 + A_1 \log(\dot{\varepsilon}) + A_2 \log(\dot{\varepsilon})^2 + A_3 \log(\dot{\varepsilon})^3 + A_4 \log(\dot{\varepsilon})^4 \quad (2.3)$$

Cette loi reproduit plus finement le comportement superplastique, mais elle est plus complexe à identifier expérimentalement.

Enfin, de nombreux modèles prenant en compte la taille des grains sont proposés dans de nombreux travaux, la thèse de Y. Aoura [Aou04] décrit de manière détaillée quelques modèles, parmi les plus utilisés industriellement.

### Modèle de comportement utilisé :

Deux types de matériaux seront utilisés dans ces travaux : un alliage de Titane, le TA6V et un alliage d'aluminium, le 7475.

Le modèle de comportement proposé est du type Norton-Hoff, dont les paramètres ont été déterminés par Y. Aoura [Aou04] pour ces deux matériaux. La caractérisation est réalisée par la méthode inverse sur la base d'essais biaxiaux précédemment développés par S. Boude et Z. Boulos [Bou94, Bou99].

### Paramètres matériaux pour le 7475 :

Les essais ont montré un coefficient d'écroissage constant de 0.1. Les autres paramètres dépendent de la vitesse de déformation :

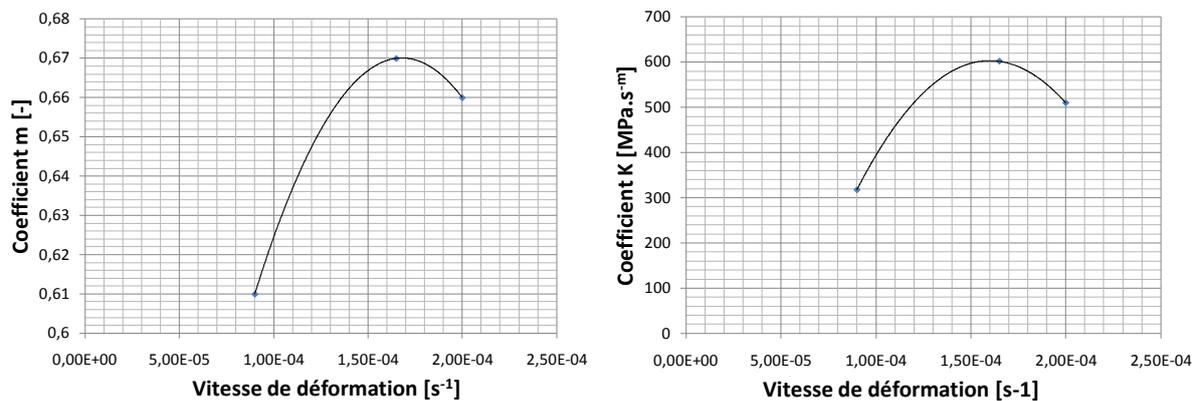


Figure 2.4. Paramètres matériaux pour le 7475

### Paramètres pour le TA6V :

Le coefficient d'écroissage est négligeable pour ce matériau. La contrainte est alors directement liée à la vitesse de déformation.

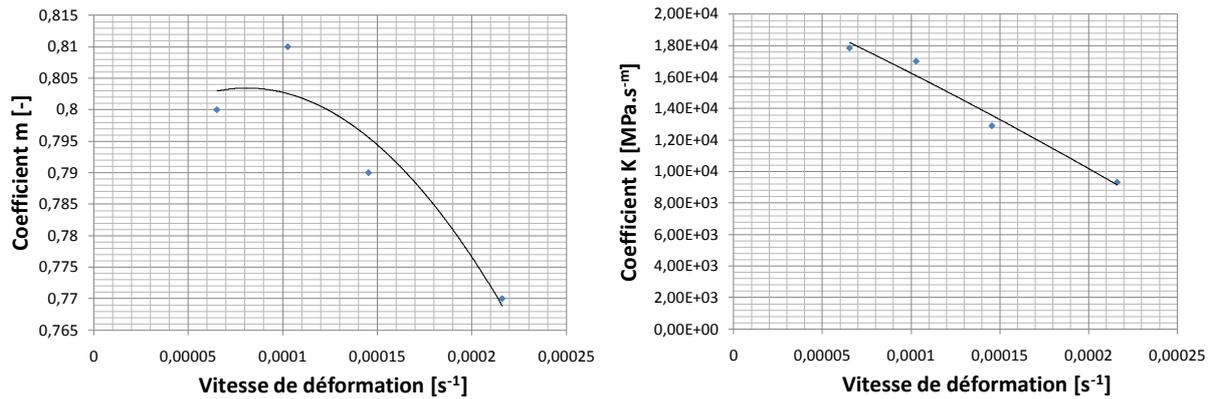


Figure 2.5. Paramètres matériaux pour le TA6V

Ces deux lois de comportement ont été introduites dans ABAQUS par le biais de procédures spécifiques (subroutines écrites en FORTRAN) de deux façons différentes :

- Avec les paramètres rhéologiques constants, la valeur de  $m$  et de  $K$  correspondant à la vitesse de déformation optimale.
- Avec les paramètres rhéologiques évoluant en fonction de la vitesse de déformation. Dans ce cas, l'évolution est supposée linéaire entre deux points de mesure. D'un point de vue numérique, lorsque les vitesses de déformations sortent de la plage considérée, les paramètres rhéologiques n'évoluent plus.

## 2.2 Principe du procédé de formage superplastique

La mise en forme superplastique consiste à déformer le matériau dans son domaine de superplasticité. L'avantage de cette solution est de pouvoir fabriquer des emboutis profonds présentant des niveaux de déformations très importants et difficilement réalisables par d'autres procédés conventionnels. Par contre, ce procédé est plutôt réservé aux petites séries car les temps de formage sont relativement longs (de l'ordre de plusieurs heures).

La mise en forme s'effectue à la température de déformation superplastique. Elle est réalisée par l'application sur le flan d'une pression gazeuse évolutive permettant de garantir une mise en forme dans le domaine superplastique. Le gaz utilisé est généralement de l'argon pour éviter les problèmes de corrosion. Le serrage est réalisé par un serre-flan étanche. Une matrice est nécessaire pour obtenir la géométrie souhaitée. Un schéma descriptif est présenté sur la figure suivante.

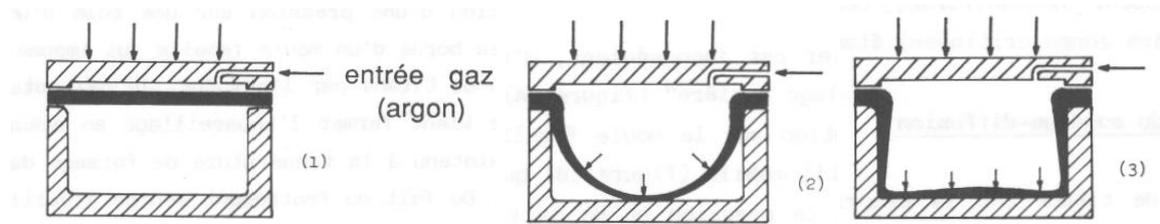


Figure 2.6. Gonflage superplastique [Lay82]

Sous l'effet de la pression, le flan se déforme progressivement et prend la forme de la matrice.

Remarque : Il est possible d'améliorer la mise en forme de certaines familles de pièces en injectant du gaz dans les deux chambres et en pilotant le procédé par le différentiel de pression.

## 2.3 Gestion de la pression de formage

La mise en œuvre du procédé de formage superplastique est très dépendante des paramètres de mise en forme. En effet, les conditions de formage superplastique doivent être garanties tout au long de l'opération de mise en forme, permettant ainsi une grande formabilité, une stabilité structurale [Lec77, Gri88] et une répartition homogène de l'épaisseur [Tho70, Sad94].

La pression de formage doit être contrôlée pour obtenir une vitesse de déformation optimale associée au domaine superplastique comme le montre la figure 2.2.

La simulation numérique du procédé est utilisée pour trouver des lois de pression optimales répondant aux conditions de formage superplastique.

### 2.3.1 Etude bibliographique

Actuellement, deux types de méthodes existent pour déterminer numériquement la pression de formage :

- utilisation d'un algorithme d'actualisation de la pression en fonction de la vitesse de déformation pendant la phase de simulation ;
- post-traitement des résultats d'une simulation préliminaire de référence.

### Algorithmes de correction proportionnelle

Dans le cas d'un algorithme proportionnel, la correction de la pression de formage est proportionnelle à la variation de la vitesse de déformation maximale.

Un des premiers algorithmes de ce type a été développé par Doltsinis et al. [Dol87]. La correction de la pression est égale au taux de variation de la vitesse de déformation :

$$P_{n+1} = \frac{\dot{\epsilon}^{opt}}{\dot{\epsilon}_n^{max}} P_n \quad (2.4)$$

Avec  $P_n$  la pression de formage à la fin de l'incrément « n »,  $\dot{\epsilon}^{opt}$  la vitesse de déformation optimale,  $\dot{\epsilon}_n^{max}$  la vitesse de déformation maximale de la tôle à l'incrément « n » et  $P_{n+1}$  la pression de formage à appliquer à l'incrément suivant.

L'avantage de cet algorithme est sa simplicité mais il provoque de fortes variations de la pression de formage autour de la valeur optimale de la vitesse de déformation induisant des instabilités du processus de simulation.

Xiang et al. [Xia01] ont proposé un autre algorithme en prenant en compte un facteur de proportionnalité  $\lambda$  empirique et spécifique à chaque famille de matériau :

$$P_{n+1} = \left(1 - \lambda \frac{\dot{\epsilon}_n^{max} - \dot{\epsilon}^{opt}}{\dot{\epsilon}_n^{max}}\right) P_n \quad (2.5)$$

L'inconvénient majeur réside dans l'obligation de déterminer par des corrélations expérimentales et numériques la valeur du coefficient de proportionnalité pour chaque matériau.

Hwang et al. [Hwa02] ont proposé un algorithme avec une correction logarithmique :

$$P_{n+1} = \left(1 - \ln\left(\frac{\dot{\epsilon}_n^{max}}{\dot{\epsilon}^{opt}}\right)\right) P_n \quad (2.6)$$

Cependant, l'opérateur logarithmique génère une pression de gonflage trop importante pour des vitesses de déformation inférieures à la vitesse optimale, ce qui pose des problèmes de recalage du processus de correction.

Récemment, Sorgente et al. [Sor08] ont modifié l'algorithme de Hwang et al. en recalant la correction sur le pas d'intégration ( $\Delta t$ ) pour limiter les variations trop brusques de la pression :

$$P_{n+1} = \left(1 - \ln\left(\frac{\dot{\epsilon}_n^{max}}{\dot{\epsilon}^{opt}}\right) \Delta t\right) P_n \quad (2.7)$$

### Algorithmes par bandes

Contrairement aux algorithmes proportionnels, les algorithmes par bandes corrigent la pression de formage par plages de vitesse de déformations. Bellet [Bel88] a proposé de fixer une tolérance autour de la vitesse de déformation optimale. La pression est modifiée uniquement si la vitesse de déformation maximale est en dehors de la zone de tolérance fixée.

Le code d'éléments finis ABAQUS propose un pilotage de la pression avec l'approche proposée par Bellet. Les différents paliers sont définis en fonction du rapport entre la vitesse de déformation maximale du flan, et la vitesse de déformation optimale :

$$r_{max} = \frac{\dot{\epsilon}^{max}}{\dot{\epsilon}^{opt}} \quad (2.8)$$

Le tableau ci-dessous définit la règle de correction intégrée par défaut dans le code ABAQUS :

Si	Alors
$r_{max} < 0.2$	$P_{n+1} = 2.0 P_n$
$0.2 \leq r_{max} < 0.5$	$P_{n+1} = 1.5 P_n$
$0.5 \leq r_{max} < 0.8$	$P_{n+1} = 1.2 P_n$
$0.8 \leq r_{max} < 1.5$	$P_{n+1} = P_n$
$1.5 \leq r_{max} < 3$	$P_{n+1} = 0.5 P_n$
$3 \leq r_{max}$	$P_{n+1} = 0.5 P_n$

Tableau 2.1. Correction dans ABAQUS [Aba07a]

Aoura [Aou04] a proposé un algorithme sur le même principe, mais adapté à un pilotage en contraintes (où la contrainte maximale est actualisée au pas de temps précédent) par le biais du rapport :

$$\chi = \frac{\sigma^{max}}{\sigma^{opt}} \quad (2.9)$$

Avec  $\sigma^{max}$  la contrainte équivalente maximale dans le flan, et  $\sigma^{opt}$  la contrainte équivalente optimale directement liée à la vitesse de déformation équivalente optimale par la loi de comportement. L'algorithme comprend un nombre plus important de paliers afin de gérer plus finement la correction de pression. Cette méthode a permis de générer des lois de pressions plus stables en évitant des sauts de pressions qui perturbent la mise en forme.

L'algorithme de contrôle de la pression est le suivant :

Si	Alors
$\chi < 0.75$	$P_{n+1} = 1.5 P_n$
$0.75 \leq \chi < 0.83$	$P_{n+1} = 1.1 P_n$
$0.83 \leq \chi < 0.92$	$P_{n+1} = 1.08 P_n$
$0.92 \leq \chi < 0.98$	$P_{n+1} = 1.007 P_n$
$0.98 \leq \chi < 1.008$	$P_{n+1} = P_n$
$1.008 \leq \chi < 1.02$	$P_{n+1} = \frac{P_n}{1.007} = 0.993 P_n$
$1.02 \leq \chi < 1.08$	$P_{n+1} = \frac{P_n}{1.08} = 0.926 P_n$
$1.08 \leq \chi < 1.167$	$P_{n+1} = \frac{P_n}{1.1} = 0.909 P_n$
$1.167 \leq r_{max}$	$P_{n+1} = \frac{P_n}{1.5} = 0.667 P_n$

Tableau 2.2. Correction proposée par AOURA [Aou04]

Cet algorithme a été implémenté dans la version 6.1 d'ABAQUS par l'intermédiaire de procédures spécifiques (subroutines écrites en FORTRAN). Il a permis d'améliorer la génération des lois de pression. Par contre, le pilotage s'effectue à partir du champ de contrainte d'un seul élément défini après l'étude d'une simulation préliminaire, ce qui ne permet pas de garantir le domaine superplastique dans l'ensemble du flan pendant l'opération de mise en forme.

### Algorithme par post-traitement

Pour prédire la loi de pression optimale, Carrino et al [Car03] ont proposé une méthode par post-traitement.

Cette méthode consiste à réaliser une première simulation de formage avec une pression constante (ou une évolution quelconque). La pression optimale est ensuite déduite par un post-traitement des résultats.

L'hypothèse utilisée prend en compte le fait que le rapport entre la contrainte équivalente maximale et la pression de formage est indépendant du mode de chargement. Ce rapport est égal à la déformation maximale équivalente définie par :

$$\bar{\varepsilon}_{max} = \sum(\dot{\varepsilon}^{max} \Delta t) \quad (2.10)$$

Avec  $\dot{\varepsilon}^{max}$  la vitesse de déformation équivalente maximale dans le flan, et  $\Delta t$  le pas de temps d'intégration.

Soit  $P_c$  une pression de formage de test quelconque. Il est possible d'écrire :

$$\begin{aligned}\bar{\varepsilon}_{max} &= f(t) \\ \frac{\sigma^{max}}{P_c} &= f(\bar{\varepsilon}_{max})\end{aligned}\tag{2.11}$$

Avec  $\sigma^{max}$  la contrainte équivalente maximale dans le flan déformé.

Soit  $P$  la pression de formage pour avoir la contrainte optimale  $\sigma^{opt}$  du domaine superplastique du matériau. Avec l'hypothèse :

$$\frac{\sigma^{opt}}{P} = \frac{\sigma^{max}}{P_c} = f(\bar{\varepsilon}_{max})\tag{2.12}$$

La pression de formage  $P$ , en fonction du temps  $t$  est alors obtenue par :

$$\begin{aligned}P &= \frac{\sigma^{opt}}{f(\bar{\varepsilon}_{max})} \\ t &= \frac{\bar{\varepsilon}_{max}}{\dot{\varepsilon}^{opt}}\end{aligned}\tag{2.13}$$

L'avantage de cette méthode est sa simplicité de mise en œuvre.

### 2.3.2 Algorithmes mis en œuvre

Les algorithmes utilisés pour la détermination de la loi de pression de formage ne prennent pas en compte les temps de réponse de la machine de formage superplastique. Dans les conditions réelles de formage, l'évolution de la consigne en pression peut de ce fait être plus progressive que celle obtenue numériquement par des paliers de pression. Pour avoir une prédiction numérique de la loi de pression en rapport avec la machine, ce paramètre sera pris en compte dans l'algorithme.

Deux protocoles sont possibles pour entrer la loi de pression dans les machines industrielles :

- à partir d'un fichier de données (temps/pression), ce qui permet d'intégrer des lois continues en fonction du temps ;
- par paliers, à partir des commandes de console machine.

Dans le premier cas, une loi de pression continue permet une mise en forme qui minimise les instabilités de pression, ce qui peut être intéressant pour des pièces de

formes complexes intégrant de nombreuses fonctions. Le deuxième cas permet de gagner du temps de cycle pour la réalisation d'emboutis profonds de forme élémentaire.

A cet effet, deux algorithmes sont proposés :

- un algorithme par bandes, pour obtenir une loi de pression par paliers ;
- un algorithme proportionnel, pour une loi de pression continue.

### **Algorithme par bandes**

Cet algorithme permet d'avoir une loi de pression par paliers successifs. Il prend en compte un seul intervalle sur la vitesse de déformation maximale du flan, paramétré par un facteur de centrage  $\alpha$ .

$$(1 - \alpha)\dot{\epsilon}^{opt} \leq \dot{\epsilon}^{max} \leq (1 + \alpha)\dot{\epsilon}^{opt} \quad (2.14)$$

Le principe général de cet algorithme est de maintenir une pression de consigne constante tant que la vitesse de déformation en tout point du flan déformé est comprise dans la plage optimale définie pour le matériau.

L'algorithme est présenté sur la figure suivante :

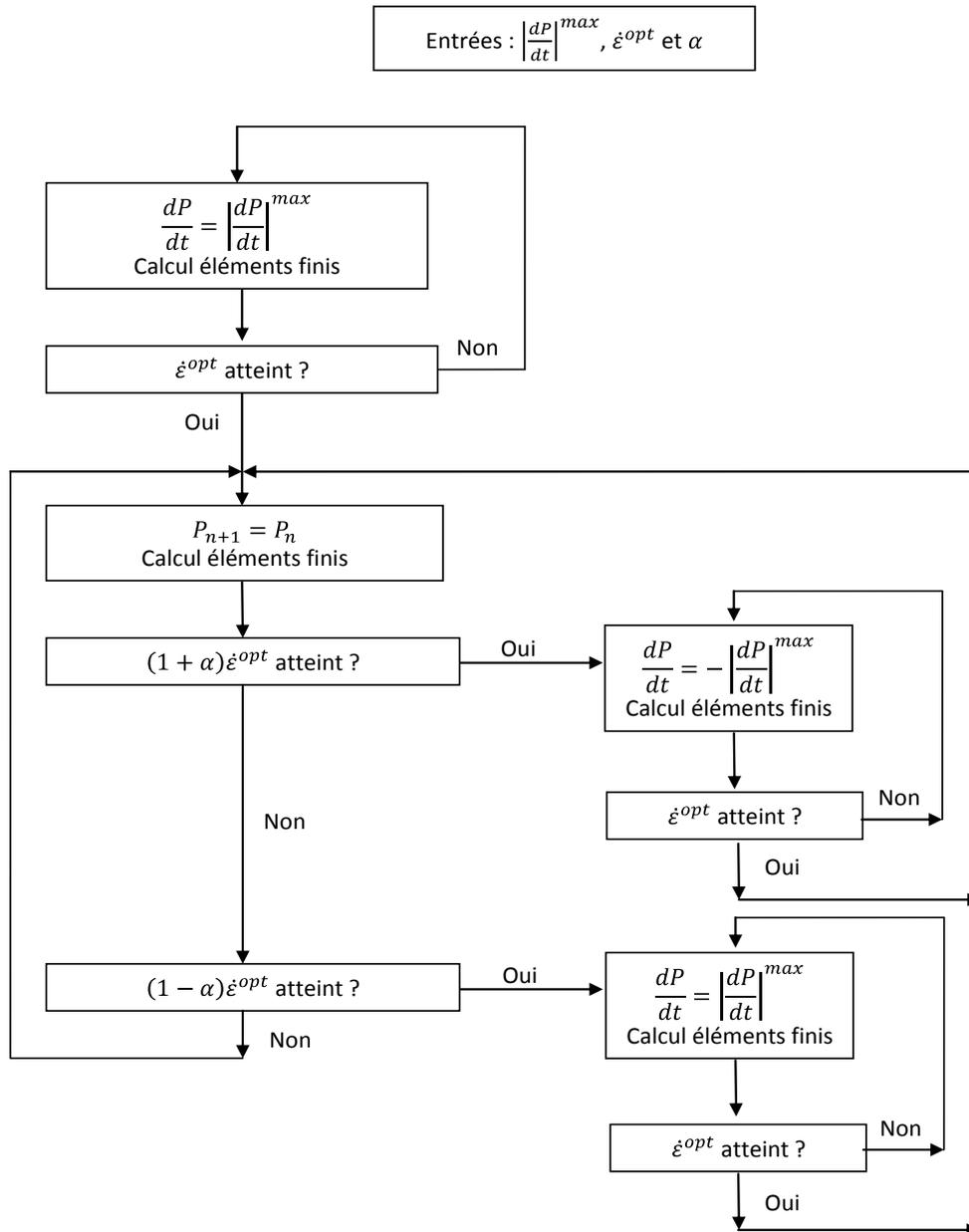


Figure 2.7. Algorithme par paliers

Pour une forme donnée, le nombre de paliers, ainsi que le respect du domaine de superplasticité dépend directement du coefficient  $\alpha$ .

### Algorithme proportionnel

Cet algorithme est basé sur les travaux de Y. Aoura [Aou04]. Les paliers sont remplacés par une correction continue pour réduire les oscillations de la vitesse de déformation, ainsi que de la pression de formage. Un polynôme du troisième ordre est utilisé pour lisser la loi de pression. Cet algorithme à été présenté au colloque national en calculs des structures à Giens en 2009 [Rob09c].

La règle de correction de la pression de formage prend la forme suivante :

$$P_{n+1} = (-5(r_{max} - 1)^3 - 0.5(r_{max} - 1) + 1)P_n \quad (2.15)$$

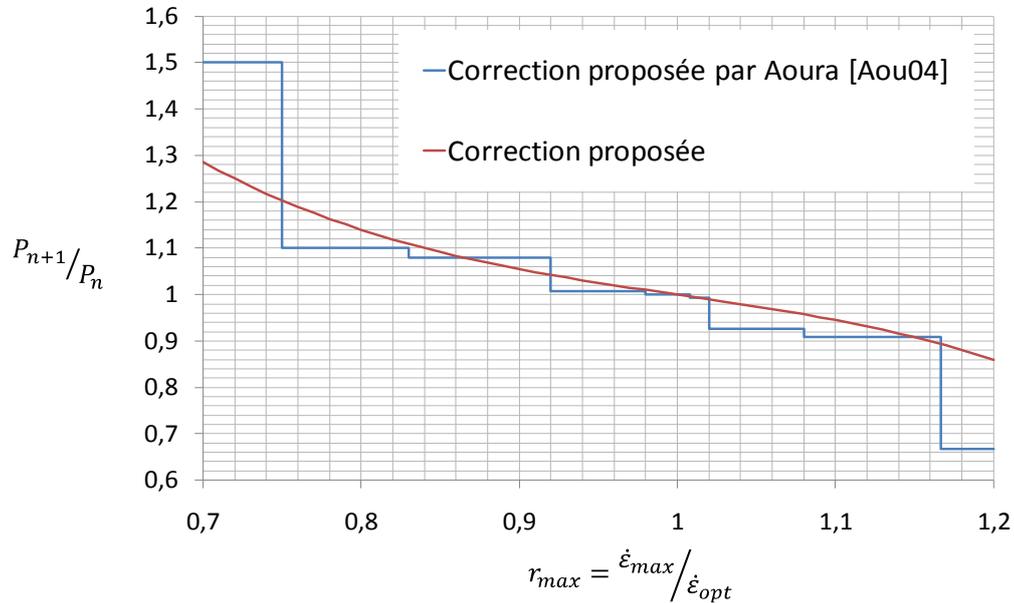


Figure 2.8. Correction proportionnelle proposée

Pour tenir compte du temps de réponse imposé par l'architecture de la machine de formage, la condition suivante est ajoutée :

$$\left| \frac{dP}{dt} \right| \leq \left| \frac{dP}{dt} \right|^{max} \quad (2.16)$$

Pour éviter de définir une pression de formage initiale, la valeur de la pression de formage pour le premier incrément est fixée à la valeur suivante :

$$P_1 = dt \left| \frac{dP}{dt} \right|^{max} \quad (2.17)$$

Avec  $dt$  le pas d'intégration numérique et  $\left| \frac{dP}{dt} \right|^{max}$  la variation de pression maximale admissible.

L'algorithme est présenté sur la figure suivante :

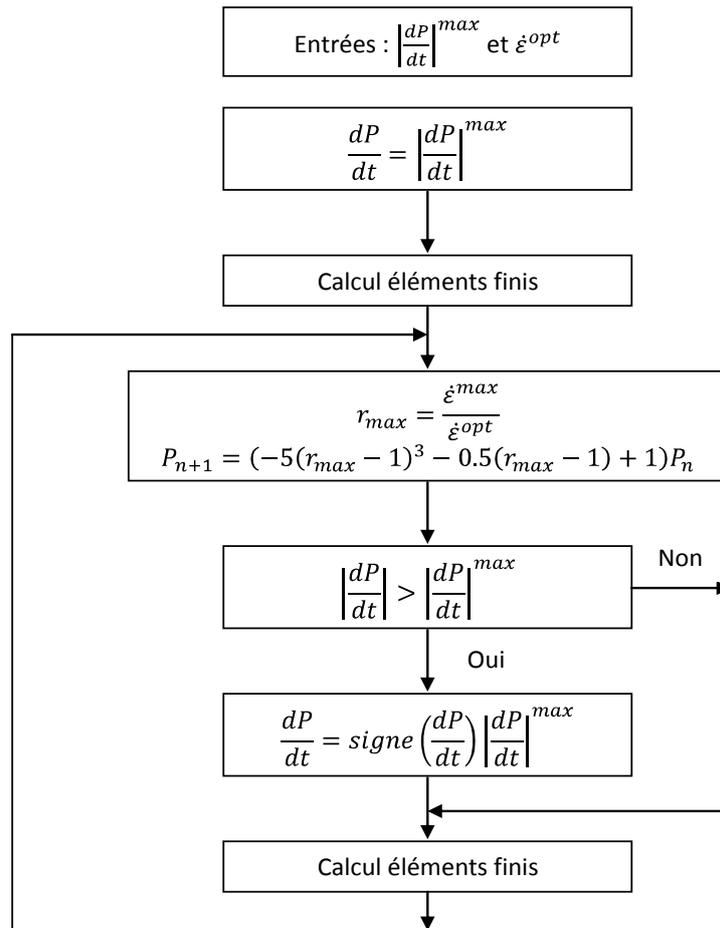


Figure 2.9. Algorithme proportionnel

Ces deux algorithmes sont couplés avec ABAQUS par l'intermédiaire de différentes procédures (subroutines utilisateur écrites en FORTRAN) :

- UEXTERNALDB pour la génération de la loi de pression ;
- CREEP pour la définition de la loi de comportement du matériau superplastique ;
- DLOAD pour appliquer la pression ;
- UVARM pour accéder à des valeurs temporelles de différents champs dont la vitesse de déformation maximale dans le flan.

## 2.4 Applications

Les algorithmes développés pour la gestion de la pression de formage sont comparés avec ceux issus de la littérature sur un cas-test axisymétrique. Une forme complexe est ensuite utilisée, avec les deux matériaux (TA6V et 7475), pour valider la robustesse de ces algorithmes.

### 2.4.1 Forme axisymétrique

La simulation de la mise en forme d'une pièce axisymétrique complexe est réalisée. Le flan initial est circulaire de rayon 145 mm et d'épaisseur 1.25 mm. Une matrice, dont les dimensions sont présentées sur la figure suivante, est utilisée. Les angles de dépouilles sont de 3°.

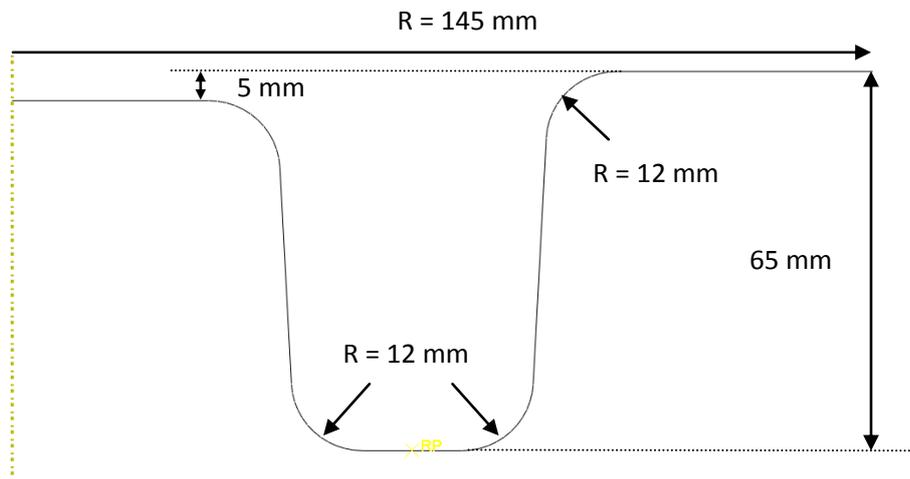


Figure 2.10. Matrice axisymétrique complexe

La matrice est modélisée par une surface analytique rigide. La tôle est encastrée sur le contour. Les éléments utilisés sont des membranes axisymétriques à 2 nœuds (MAX1). La taille initiale des éléments est de 1 mm, et le modèle a 875 degrés de liberté. Le coefficient de frottement entre la tôle et la matrice est de 0.1 [Aou04].

#### Comparaison des différents algorithmes

Cette comparaison a été présentée à la conférence COMPLAS en 2009 [Rob09d].

Dans un premier temps, les différents algorithmes sont comparés sur cette mise en forme. Le matériau utilisé est le TA6V avec des paramètres rhéologiques constants. La loi de comportement utilisée est :

$$\sigma = 17100\varepsilon^{0.81} \text{ MPa} \quad (2.18)$$

La vitesse de déformation optimale du domaine de superplasticité est de  $1.05 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ .

#### 1. Algorithme par post-traitement (proposé par Carrino et al [Car03]) :

La simulation préliminaire est effectuée avec une pression de formage évoluant linéairement. L'évolution de la pression de formage, ainsi que la vitesse de déformation

maximale obtenue numériquement dans le flan au cours de la déformation sont présentées sur la figure suivante.

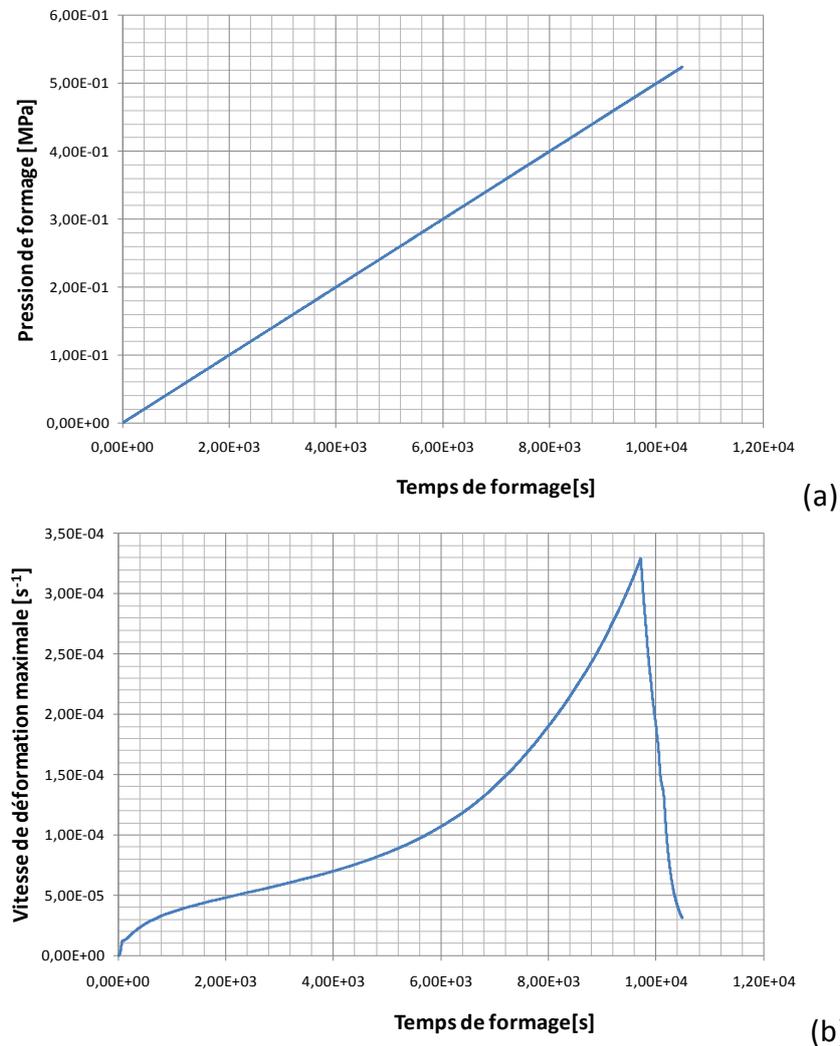


Figure 2.11. Simulation préliminaire

(a) Evolution de la pression, (b) vitesse de déformation maximale

Le post-traitement est réalisé pour obtenir l'évolution de la pression de formage. La mise en forme utilisant cette pression de formage est ensuite simulée pour obtenir la vitesse de déformation maximale au cours du temps. La figure suivante représente ces deux évolutions.

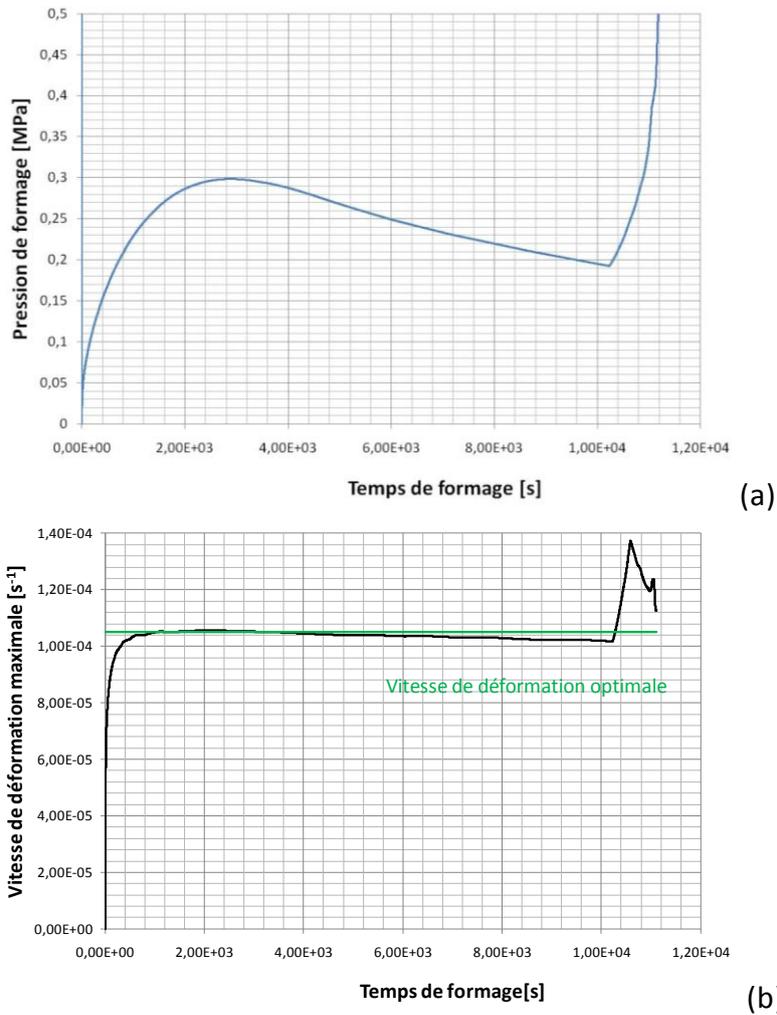


Figure 2.12. Résultats du post-traitement

(a) Evolution de la pression, (b) vitesse de déformation maximale

La vitesse de déformation maximale obtenue est relativement proche de la vitesse de déformation de contrôle (vitesse de déformation optimale). Il est cependant possible de noter une instabilité vers la fin du formage, au niveau de la discontinuité de la pression.

## 2. Algorithme proportionnel avec correction logarithmique :

L'algorithme proposé par Sorgent et al. [Sor08] est maintenant utilisé pour la mise en forme de ce cas-test. Les évolutions de la pression de formage, ainsi que la vitesse de déformation maximale, obtenus numériquement sont présentés sur la figure suivante.

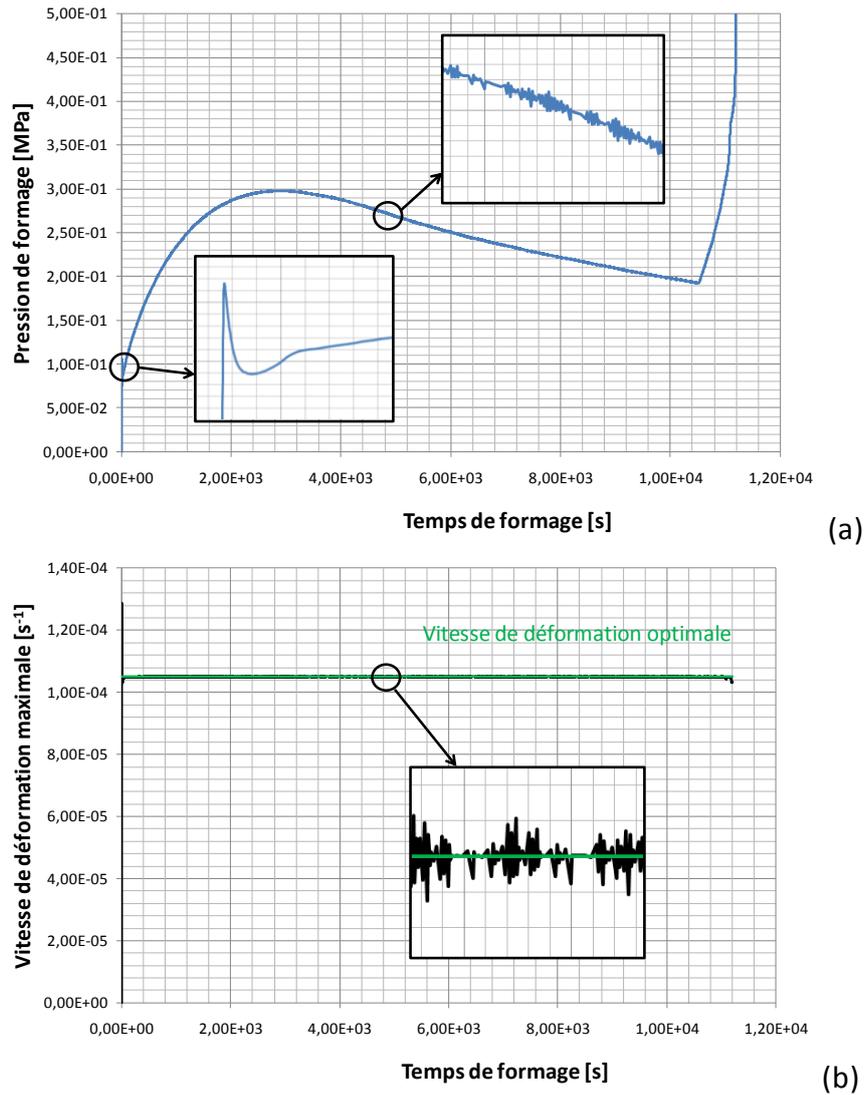


Figure 2.13. Résultats de la correction logarithmique

(a) Evolution de la pression, (b) vitesse de déformation maximale

Un accroissement trop important de la pression au début du formage est observé, ce qui provoque une première instabilité sur la vitesse de déformation. Tout au long de la mise en forme, de nombreuses instabilités de la pression de formage sont observées. Elles sont dues à une correction trop importante, ce qui provoque des instabilités sur la vitesse de déformation. Cependant, ces instabilités sont très faibles, et la consigne en vitesse de déformation est bien respectée.

3. Algorithme par bandes proposé par Y. Aoura :

L'algorithme proposé par Y. Aoura [Aou04] est maintenant utilisé pour la mise en forme de ce cas-test. La vitesse de déformation maximale est déterminée dans l'ensemble du flan. Les évolutions de la pression de formage, ainsi que la vitesse de déformation maximale, obtenus numériquement sont présentées sur la figure suivante.

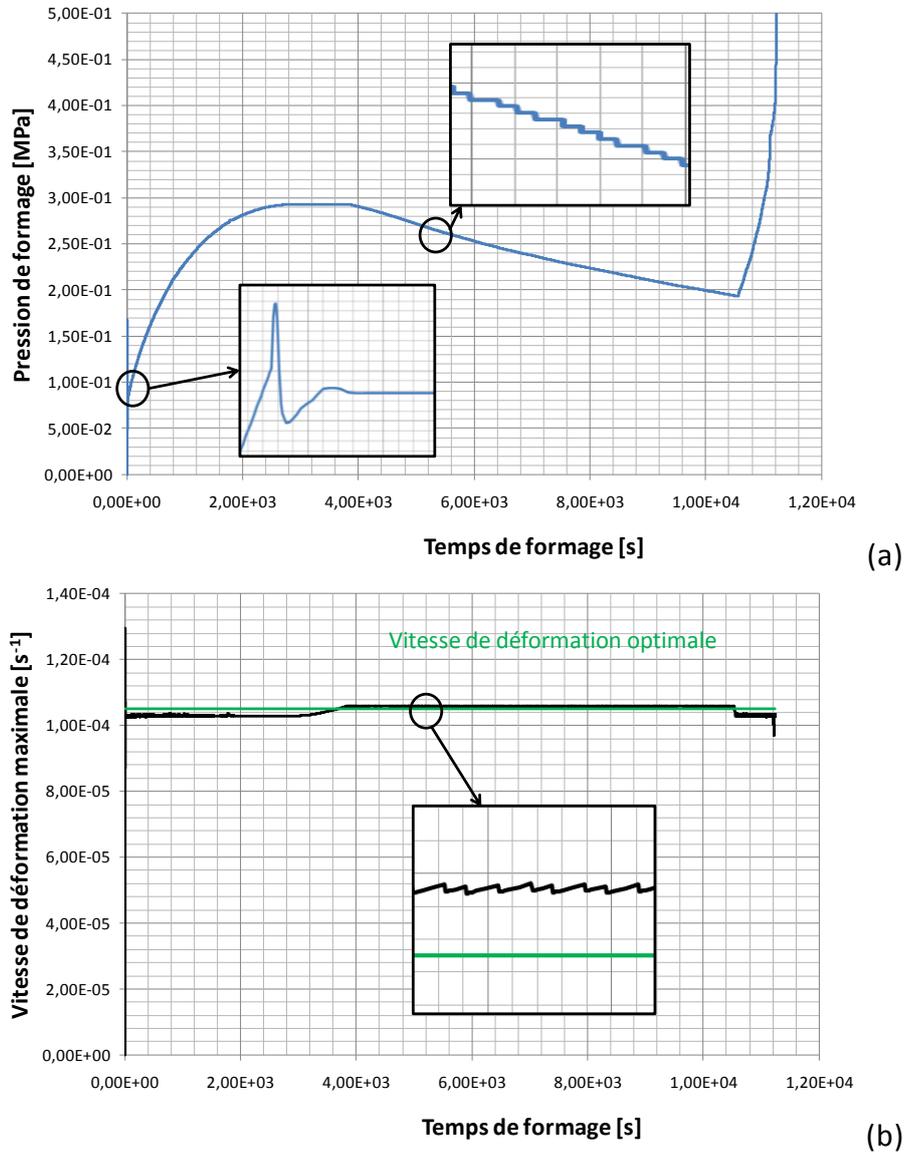


Figure 2.14. Résultats de la correction par bandes

(a) Evolution de la pression, (b) vitesse de déformation maximale

Un accroissement trop important de la pression au début du formage est observé, ce qui provoque une première instabilité sur la vitesse de déformation. Tout au long de la mise en forme, de nombreuses instabilités de la pression de formage sont observées. Elles sont dues aux différents paliers de l'algorithme, ce qui provoque des instabilités

sur la vitesse de déformation. Cependant, ces instabilités sont très faibles, et la consigne en vitesse de déformation est bien respectée.

4. Algorithme proportionnel mis en œuvre :

L'algorithme proportionnel qui a été développé est maintenant utilisé. Le temps de réponse de la pression utilisé est de 0.01 MPa/s. Les évolutions de la pression de formage, ainsi que la vitesse de déformation maximale, obtenues numériquement sont présentées sur la figure suivante.

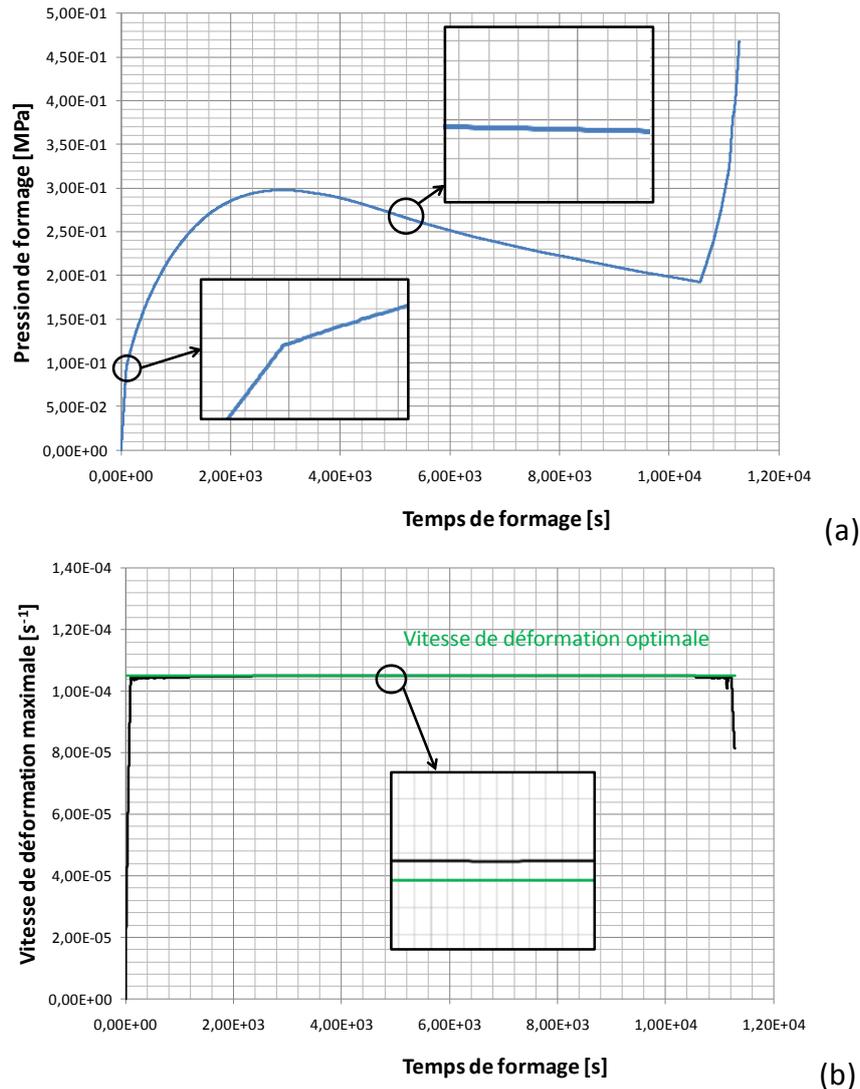


Figure 2.15. Résultats pour la correction proportionnelle proposée

(a) Evolution de la pression, (b) vitesse de déformation maximale

Une bonne stabilité de la pression de formage, ainsi que de la vitesse de déformation est observée. Cette stabilité est due à une correction de la pression de formage moins élevée que celle obtenue par un opérateur logarithmique, et à la valeur de l'accroissement de la pression limitée par la machine de formage.

## 5. Algorithme par bandes mis en œuvre :

L'algorithme par bandes qui a été développé, pour obtenir une pression de formage par paliers, est maintenant utilisé. Le temps de réponse de la pression utilisée est de 0.01 MPa/s. La tolérance du domaine superplastique utilisée est de 10% ( $\alpha = 0.1$ ). Cette tolérance est choisie pour avoir un bon compromis entre le nombre de paliers et le respect du domaine de superplasticité. Les évolutions de la pression de formage, ainsi que la vitesse de déformation maximale, obtenues numériquement sont présentées sur la figure suivante.

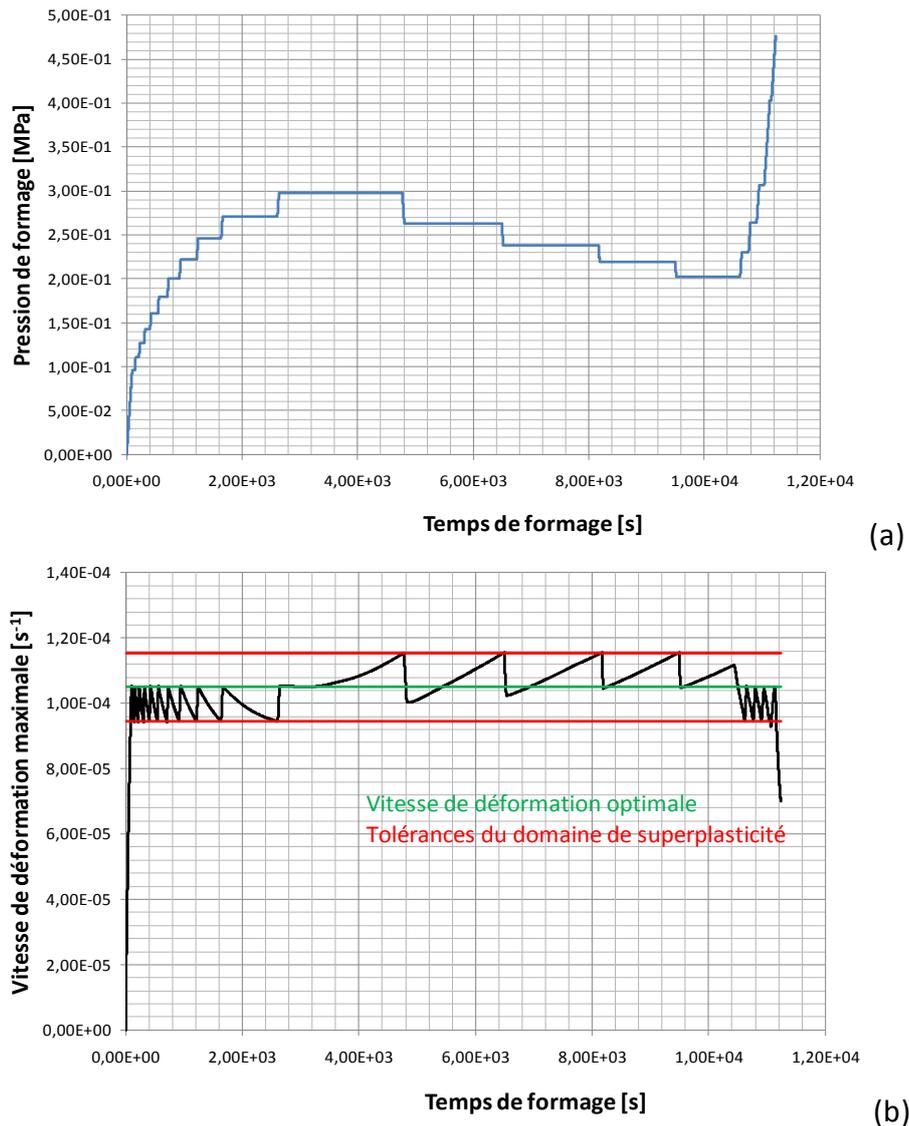


Figure 2.16. Résultats pour la correction par bandes proposée  
(a) Evolution de la pression, (b) vitesse de déformation maximale

La pression de formage ainsi obtenue est bien de la forme souhaitée. Il est possible de noter que le nombre de paliers obtenus dépend directement de la tolérance utilisée. Un bon contrôle de la vitesse de déformation est observé. La vitesse de déformation maximale du flan déformé ne dépasse pas la tolérance utilisée.

Temps de calcul :

Les temps de calcul pour les différents algorithmes sont présentés sur la figure suivante.

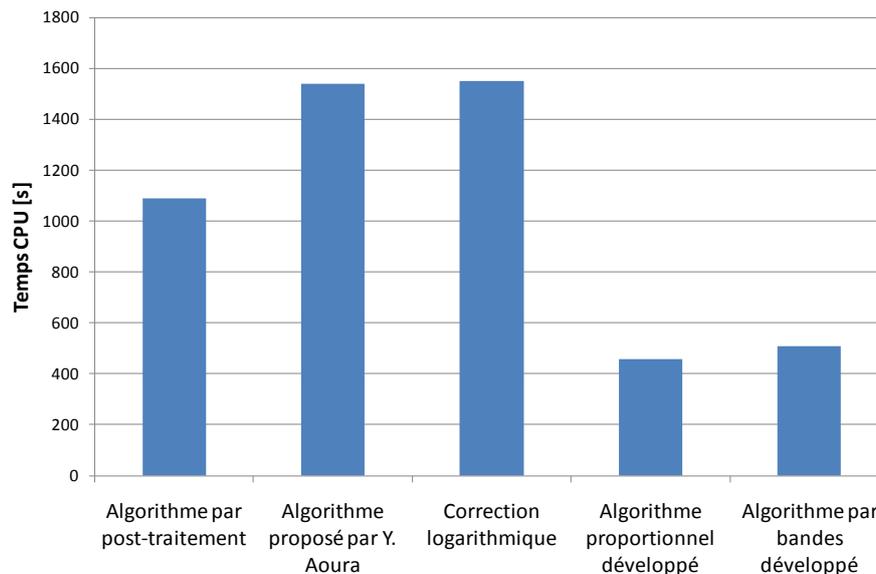


Figure 2.17. Temps CPU pour les différents algorithmes

Un rapport de temps CPU d'environ 3 est observé pour les deux algorithmes développés, par rapport à ceux du même type de la littérature (proposé par Y. Aoura et correction logarithmique). Cette diminution importante est due à une pression de formage plus stable, ce qui génère moins d'instabilités sur la vitesse de déformation.

Remarque :

Cette comparaison montre l'intérêt des algorithmes qui ont été développés :

- la vitesse de déformation maximale du flan est bien contrôlée ;
- très peu d'instabilités sont observées et permettent une réduction importante des temps de calculs.
- la loi de pression obtenue est relativement stable, ce qui est plus simple à mettre en œuvre dans un dispositif industriel.

De plus, ces algorithmes permettent une simulation plus réaliste en prenant en compte le temps de réponse de la machine.

### 2.4.2 Forme complexe

La simulation numérique d'une pièce de forme complexe est réalisée. La figure suivante montre les dimensions principales ainsi que le flan déformé obtenu par simulation (un quart).

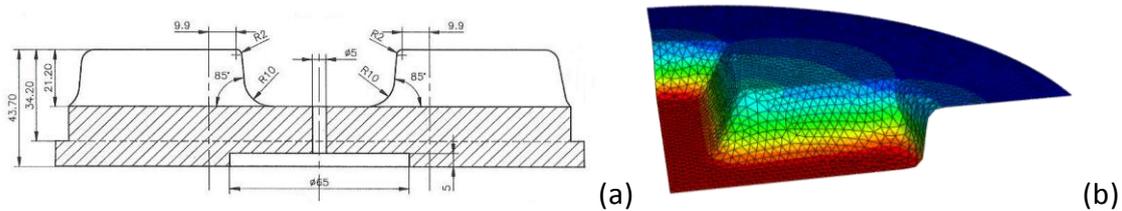


Figure 2.18. Matrice (a) et  $\frac{1}{4}$  de pièce (b) de forme complexe

La matrice est modélisée par une surface analytique ensuite discrétisée avec 5428 éléments (taille globale de 2 mm). La tôle est encastrée sur le contour. Les éléments utilisés sont des membranes à 3 nœuds (M3D3). La taille globale des éléments est de 2 mm, et le modèle a 28962 degrés de liberté. Le coefficient de frottement entre la tôle et la matrice est de 0.1. L'épaisseur initiale de la tôle est de 1.25 mm. Le quart de la tôle est modélisé en imposant les conditions de symétries. Le temps de simulation est de 5000 secondes, ce qui permet le remplissage complet de la matrice.

Les deux matériaux sont étudiés (TA6V et 7475) avec les modèles de comportements utilisant des paramètres rhéologiques évoluant en fonction de la vitesse de déformation.

L'algorithme par bandes qui a été développé, pour obtenir une pression de formage par paliers est utilisé. Avec un temps de réponse de la pression de 0.01 MPa/s. La tolérance du domaine superplastique utilisée est de 10% ( $\alpha = 0.1$ ).

Les évolutions de la pression de formage, ainsi que la vitesse de déformation maximale, obtenues numériquement sont présentées sur les deux figures suivantes pour les deux algorithmes (continu et par paliers). La première est pour la mise en forme du TA6V, et la seconde pour le 7475.

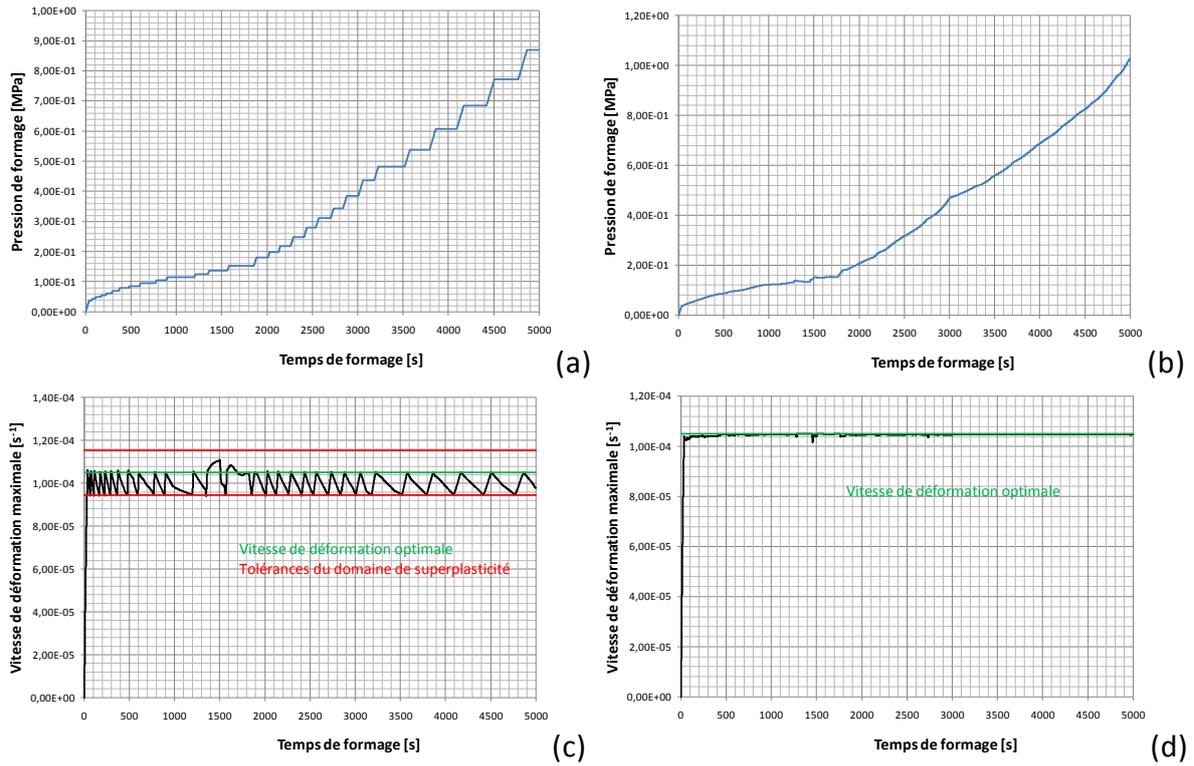


Figure 2.19. Pression (a,b) et vitesse de déformation maximale (c,d) pour le TA6V

(a,c) avec l’algorithme par paliers, (b,d) avec l’algorithme continu

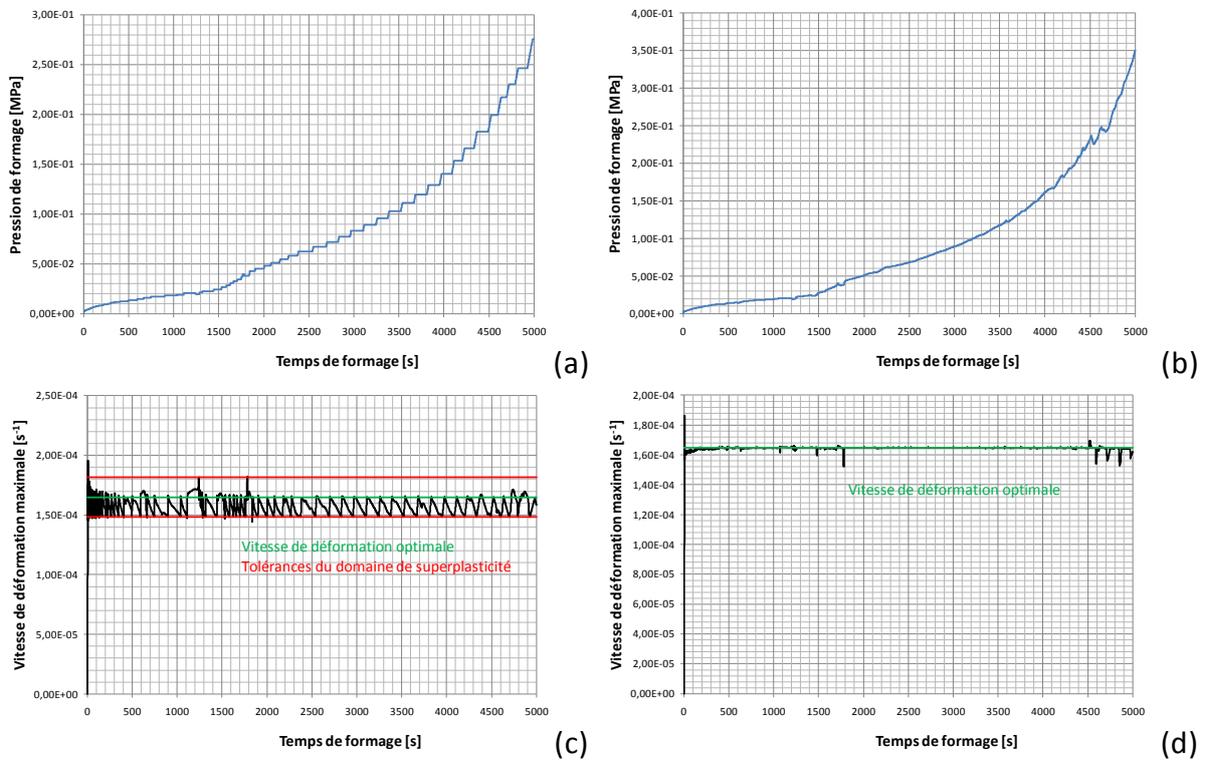


Figure 2.20. Pression (a,b) et vitesse de déformation maximale (c,d) pour le 7475

(a,c) avec l’algorithme par paliers, (b,d) avec l’algorithme continu

Dans le cas de l'algorithme par paliers, la vitesse de déformation maximale est bien dans la tolérance fixée sur le domaine de superplasticité. Le nombre de paliers est cependant important, surtout pour l'alliage d'aluminium. Il est possible d'augmenter le nombre de paliers en augmentant la tolérance sur le domaine superplastique, mais les risques de déchirures deviendraient plus importants.

L'algorithme continu est relativement stable pour la pression, mais la vitesse de déformation maximale est bruitée. Ces oscillations sont dues aux conditions de contact qui sont fortement non-linéaires (au moment où le centre de la pièce touche la matrice, et également à cause des faibles rayons de raccords). De plus, l'écouissage (pour le 7475) ajoute des non-linéarités sur la loi de comportement, ce qui augmente les instabilités sur la vitesse de déformation. Cependant, le domaine de superplasticité est très bien respecté.

### **Remarque générale**

Ces deux algorithmes sont stables et permettent de prédire une pression de formage optimale que ce soit avec des lois de comportement relativement évoluées (écouissage et paramètres rhéologiques évolutifs) ou des formes complexes.

# Chapitre 3

## Le formage incrémental

---

### 3.1 Principe du procédé

Ce procédé de mise en forme non conventionnelle est apparu en 1967 avec les travaux de Leszak [Les67]. Aujourd'hui, les machines dédiées à ce procédé sont principalement réalisées par la société Japonaise AMINO Corporation [Ami09]. Son utilisation dans le secteur industriel reste encore assez limitée mais représente une alternative intéressante et porteuse comme le montre le dépôt récent d'un brevet [Rot09].



Figure 3.1. Formage avec une machine AMINO [Aza04]

#### 3.1.1 Mise en œuvre

Le principe de ce procédé est de déformer localement la tôle à l'aide d'un outil à bout hémisphérique. La forme finale de la pièce est générée par la trajectoire de l'outil qui impose, ainsi à la tôle, une déformation incrémentale. Il existe deux façons de mettre en œuvre ce procédé :

- sans matrice (formage « négatif » ou « un point ») ;
- avec matrice (formage « positif » ou « multi points »).

Dans le cas du formage « négatif » seul l'outil hémisphérique est utilisé et la tôle est serrée sur son contour. Le parcours de l'outil suffit à obtenir la forme de la pièce. L'avantage est la très grande flexibilité, car un même outil, de forme simple, peut être utilisé pour un grand nombre de famille de pièces.

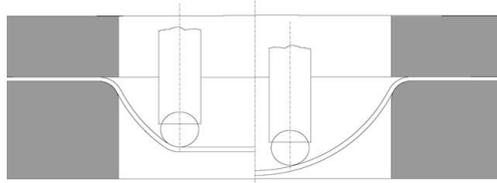


Figure 3.2. Principe du formage négatif [Kop05]

Le formage « positif » peut être lui-même mis en œuvre de deux façons :

- avec une matrice pleine ou partielle ;
- avec un contre-outil de forme hémisphérique.

Ce type de technique est utilisé pour améliorer la qualité géométrique de la pièce [Cer04]. Une matrice, qui peut être pleine ou partielle, est utilisée et le contour de la tôle est serré sous un serre-flan qui descend pendant le formage. Lors de la mise en forme, l'effort de l'outil sur la tôle est relativement faible [Amb06], il est possible d'utiliser une matrice avec un matériau de faible dureté (elle peut être réalisée en résine ou en polymère par exemple) et facilement usinable pour réduire les coûts de fabrication.

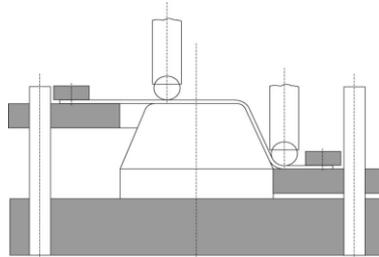


Figure 3.3. Principe du formage positif avec matrice [Kop05]

Il est également possible de remplacer la matrice par un contre-outil mobile à bout hémisphérique qui est constamment opposé à l'outil pendant le formage. Ce principe permet une mise en forme identique pour un coût d'outillage moindre. Par contre, la gestion de la trajectoire du contre outil n'est pas évidente pour des géométries complexes [Fra08] car les normales des outils aux points de contact doivent être les mêmes.

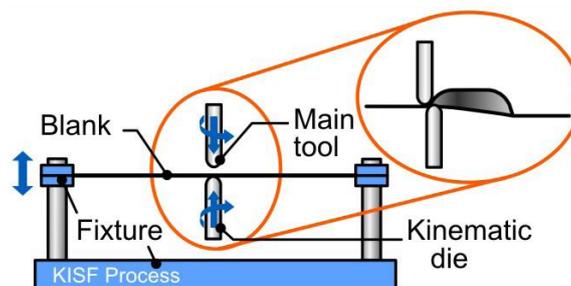


Figure 3.4. Principe du formage positif avec contre-outil [Fra08]

Une variante de ce procédé est de remplacer l'outil par un jet d'eau [Jur06]. Son utilisation est efficace pour des emboutis peu profonds avec des angles de formage peu élevés [Pet09].

### 3.1.2 Applications

Les applications sont assez variées mais ce procédé est destiné à la mise en forme de prototypes ou de petites séries car les temps de cycles sont importants (plusieurs minutes). Le formage incrémental est utilisé dans le domaine médical [Amb05], aéronautique ou micromécanique [Dej09]. Il existe également des applications plus atypiques comme les œuvres d'arts ou pour des caractérisations phénoménologiques de matériaux [Lie04] (afin d'analyser le phénomène de cavitation à déformation imposée). Il est également possible d'utiliser ce procédé pour des phases de finition [Ter07, Sil09].

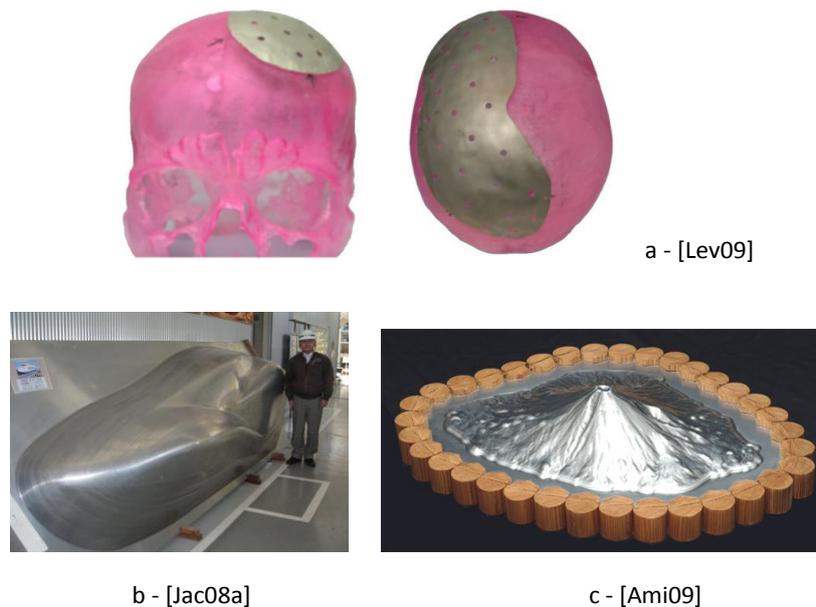


Figure 3.5. Exemple de pièces réalisées en formage incrémental

a – implant de crâne, b – nez du shinkansen (train japonais) à l'échelle 1/8, c – maquette d'un volcan

### 3.1.3 Matériaux

Les matériaux généralement utilisés sont des alliages d'aluminium, mais de nombreuses études se sont intéressées à la mise en forme pour d'autres familles de matériaux. Il est par exemple possible d'utiliser du Titane [Hus08] en apportant une attention particulière à la lubrification, des thermoplastiques [Le08], des PVC [Fra09], des

composites sandwichés [Jac08b], des alliages de Magnésium [Amb08] avec une mise en forme à chaud pour permettre une plus grande formabilité [Ji08] ou d'utiliser des métaux recyclés avec une épaisseur initiale non homogène car les courbes limites de formage sont similaires à celles observées avec une épaisseur homogène [Tak08].

## 3.2 Phénomènes associés au formage incrémental

### 3.2.1 Formabilité

Cette partie présente les résultats d'études expérimentales du procédé issus de la littérature. Ils s'intéressent plus particulièrement aux limites de formabilité des tôles mises en forme par formage incrémental. Ces résultats pourront être pris en compte dans les procédures de simulation numérique pour prédire la rupture ou la striction durant l'opération de formage. Elles seront principalement utilisées dans la suite de ces travaux de thèse, lors de l'optimisation des paramètres du procédé.

La figure 3.6 montre les courbes limites de formage associées au procédé de formage incrémental qui sont comparées à celles de l'emboutissage [Shi01, Kim02, Par03, Fil04]. L'analyse de ces courbes montre que le procédé de formage incrémental permet d'atteindre des niveaux de déformation plus importants qu'en emboutissage. Les courbes observées sont quasiment linéaires et peuvent être modélisées par deux droites [Pet07].

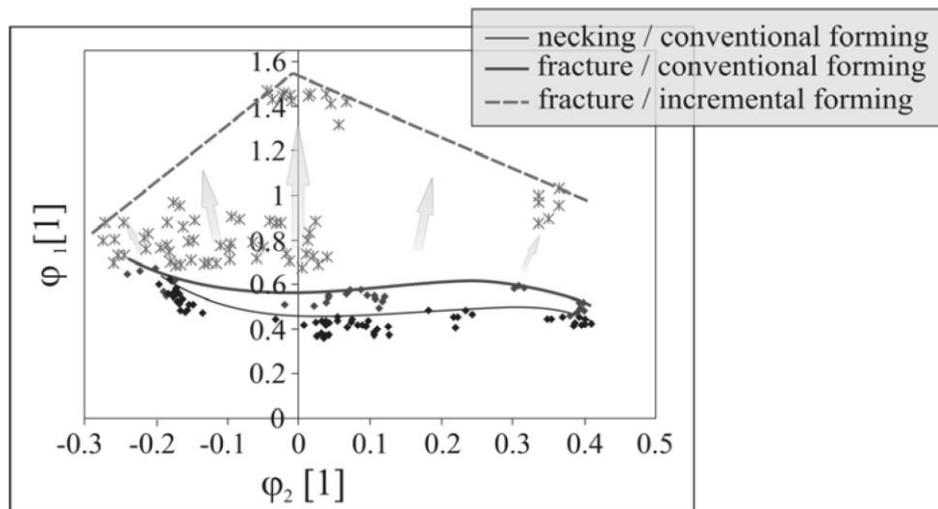


Figure 3.6. Courbes limites de formage [Pet07]

La courbe dépend d'une part du comportement matériau, mais également du mode de mise en forme imposé par le procédé. Kim et al. ont fait ressortir, sur la base de

l'analyse expérimentale d'une mise en forme à partir d'une trajectoire horizontale [Kim02], l'influence des paramètres suivants :

- La profondeur de passe : il a été observé une diminution de 10% à 15% des caractéristiques limites de formage pour une profondeur de passe variant de 0,1mm à 0,5mm.
- Le diamètre de l'outil : trois outils de diamètres 5mm, 10mm, et 15mm ont été utilisés. La meilleure formabilité a été constatée pour l'outil de diamètre 10 mm.

Une autre méthode pour prédire les limites de formage est d'observer l'évolution de l'effort de l'outil. Dufloy et al. [Duf07a] ont montré qu'une chute de l'effort au cours du formage peut traduire l'apparition de striction localisée.

### **3.2.2 Caractérisation du comportement du matériau**

Le type d'érouissage a une importance sur la mise en forme. Un modèle mixte (érouissage isotrope et cinématique) est parfois identifié pour certains types d'aluminium [Dec08], une meilleure prédiction numérique de l'effort de l'outil est alors observée. Le critère de plasticité est également important, car le procédé est également sensible à l'anisotropie plastique, et des zones de foisonnement peuvent apparaître [Flo07].

Cependant, l'identification expérimentale de la loi de comportement n'est pas aisée. Bouffieux et al. [Bou08] ont montré que des essais combinés de traction et de cisaillement ne sont pas adaptés à ce procédé. Decultot et al. [Dec08] proposent l'identification à partir de corrélations d'images à partir d'un banc d'essai de formage incrémental, Emmens et al. [Emm08] utilisent des essais de traction-flexion combinés pour simuler physiquement le procédé.

### **3.2.3 Influence des paramètres sur la qualité de la pièce**

Cette partie présente l'influence des paramètres du procédé sur la qualité géométrique des pièces mises en forme, sur la base des critères suivant :

- le respect des contraintes dimensionnelles de la géométrie moyenne ;
- l'homogénéité de l'épaisseur.

Les paramètres procédés (vitesse d'avance et de rotation de l'outil, force, stratégie du parcours, serrage des serre-flans) ont une influence directe sur la qualité de la pièce (épaisseur, géométrie, rugosité ...) [Cer06, Ham06, Kop05].

### Influence de la pression de serre-flan

S. Dejardin [Dej07] a constaté que pour une forme prismatique, l'influence de la pression de serre-flan n'est pas significative sur la qualité de la géométrie de la pièce finale. Par contre, l'évolution de l'épaisseur dans le flan est fortement liée au niveau de pression de serre-flan. Par ailleurs, une pression de 2% de la limite à rupture suffit à bloquer la tôle.

### Influence de la stratégie de parcours

La plupart des stratégies de parcours utilisent des trajectoires 3 axes (l'orientation de l'outil est constante). Mohamed Azaouzi [Aza04] décrit cinq catégories de trajectoires pour la mise en forme d'un godet cylindrique (nommées SG1 à SG5) avec deux déclinaisons possibles pour trois d'entre-elles, continue ou alternée. La figure suivante les récapitule :

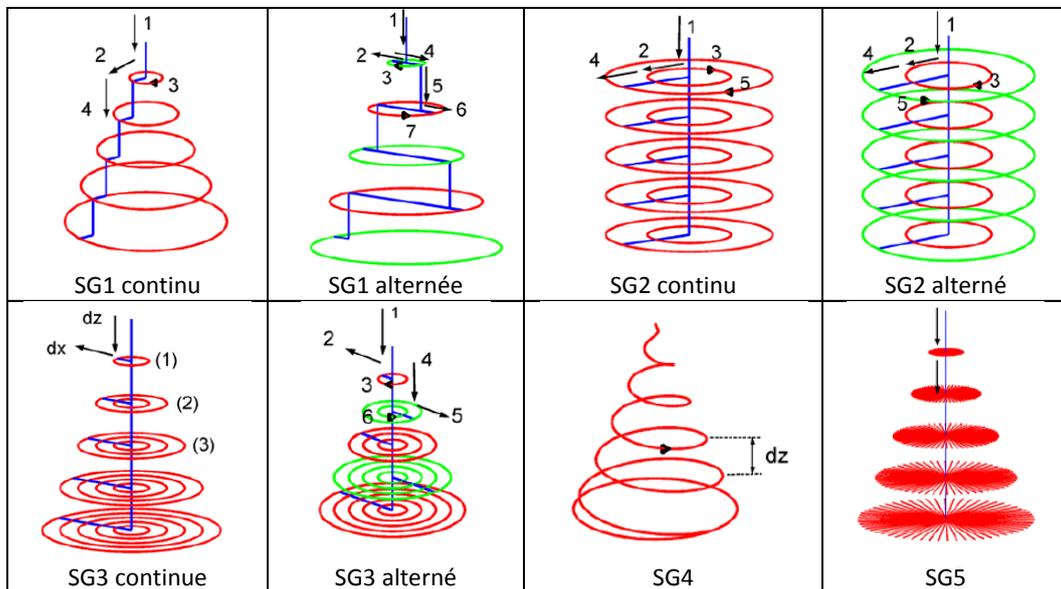


Figure 3.7. Exemple de parcours de l'outil [Aza04]

Pour la trajectoire SG1, l'outil dessine un cercle de petit diamètre, puis descend d'un pas et trace un cercle de plus grand diamètre.

Le parcours SG2 consiste à effectuer des mouvements circulaires, puis une fois le cercle achevé, à descendre d'un pas et à effectuer les mêmes mouvements que précédemment.

Le chemin SG3 est une combinaison entre SG1 et SG2, c'est-à-dire que le nombre de cercles sur un pas de descente donné, va augmenter en fonction du pas de descente.

Le trajet effectué par l'outil dans le cas du SG4 est une hélice conique.

Enfin, pour le SG5, à chaque incrément de descente, l'outil effectue des mouvements radiaux, avec une étendue croissante après chaque pas de descente.

La différence entre les parcours continu et alterné se situe au niveau de sens de rotation des formes circulaires, qui changera à chaque pas de descente.

L'intérêt du parcours alterné réside par le fait qu'il y a une variation d'épaisseur plus proche de la symétrie au niveau de l'angle  $0^\circ$  dans le cas du SG1, pour le SG2, il y aura une déformation résiduelle légèrement plus faible quand au SG3, il combine l'intérêt des deux parcours précédents.

Les exemples suivants montrent l'importance de la trajectoire de l'outil sur la qualité de la géométrie final.

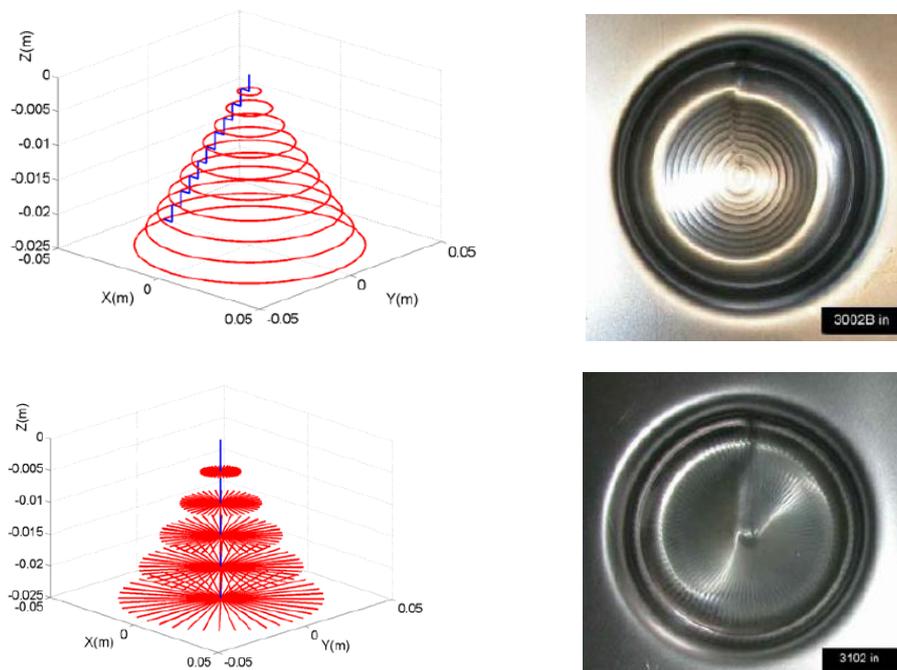


Figure 3.8. Influence du parcours de l'outil [Aza04]

La différence majeure entre les trajectoires se situe au niveau du SG5. En effet, il permet de « pousser » la matière en évitant ainsi une diminution trop faible d'épaisseur au niveau des zones de faible dépouille.

### Influence du contrôle et de la programmation de la trajectoire

Deux paramètres de gestion de la trajectoire sont importants pour garantir un formage optimal avec matrice : la profondeur de passe ainsi que la hauteur de crête [Att06, Att08]. Un déplacement de l'outil combiné (mode spirale : gestion simultanée d'un déplacement horizontal et vertical) permet une distribution de l'épaisseur plus homogène [Yam08].

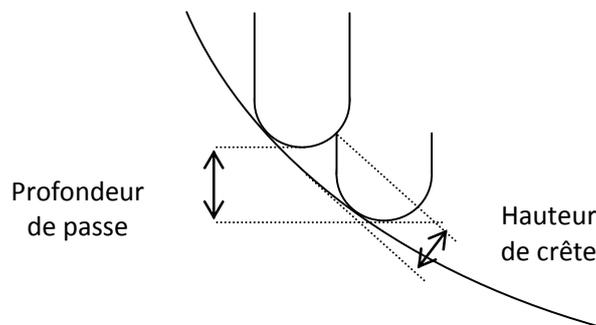


Figure 3.9. Paramètres influents du parcours de l'outil

### 3.3 Etat de l'art de la simulation numérique

A l'heure actuelle, le respect de la géométrie finale de la pièce constitue l'un des points les plus critiques pour les industriels et de nombreux travaux de recherche sont engagés pour résoudre ce problème. L'optimisation de la stratégie de parcours (type de trajectoire et gestion des paramètres de contrôle) semble constituer une solution intéressante pour améliorer la qualité des pièces mises en forme [Mic07].

Bambach et al. proposent l'utilisation d'algorithmes génétiques pour l'optimisation des parcours d'outil [Bam07b]. Cependant les temps de calculs nécessaires à la construction des configurations significatives sont très élevés. Il est important de chercher des solutions pour minimiser les temps CPU dans la boucle d'optimisation, en développant des procédures simplifiées pour la simulation numérique d'une étape de mise en forme.

### 3.3.1 Simulation du procédé de formage incrémental

Les principaux codes de calculs commerciaux utilisés pour la simulation du procédé de formage incrémental sont LS-DYNA<sup>®</sup>, ABAQUS<sup>®</sup>, MARC<sup>®</sup> ou PAM-STAMP<sup>®</sup>. Les résultats obtenus sont de bonne qualité, mais les temps de calcul sont encore très élevés [Kim02, Cer06, Mao06, Tan07] (plusieurs jours pour une pièce industrielle).

La simulation numérique par éléments finis du procédé de formage incrémental est généralement associée au type de modélisation suivante :

#### Type d'élément

Le maillage du flan déformable utilise le plus souvent des éléments coques avec 5 points d'intégration dans l'épaisseur pour prendre en compte les effets de flexion [Amb04, Cer06].

Quelques modèles utilisent des éléments volumiques pour capter des réponses locales, mais les temps de calcul sont très longs [Eyc07]. Pour obtenir de meilleurs résultats, en termes de prédiction de l'effort de l'outil, comparé aux éléments coques, un nombre supérieur à 3 éléments volumiques dans l'épaisseur doit être utilisé [Bou07].

#### Modélisation du comportement du matériau

La loi de comportement du matériau prend en compte des phénomènes suivants :

- élasto-plasticité avec écrouissage isotrope dans la plupart des cas. Certaines études ont pris en compte un écrouissage mixte pour la mise en forme de certains alliages légers [Dec08] ;
- anisotropie plastique, le plus souvent décrite par le critère de Hill et l'identification des coefficients de Lankford [Flo07] ;
- modélisation du comportement non linéaire par des lois puissances du type Hollomon ou Swift [Shi01, Bou07].

#### Modélisation et pilotage des outils

La modélisation des outils de mise en forme (poinçon hémisphérique, matrice, serre-flan) s'effectue généralement par des surfaces rigides.

Le pilotage de l'outil hémisphérique est réalisé par la génération de trajectoires en environnement intégré de CFAO et leurs conversions en conditions aux limites en

déplacement ou en vitesse (selon les types de schéma d'intégration temporelle et/ou les codes de calcul utilisés).

Le maintien du flan s'effectue par des conditions d'encastrement sur son contour dans la majeure partie des cas étudiés. Les travaux de Bouffieux et al. [Bou07] ont permis de mettre en œuvre des simulations numériques en modélisant les actions du serre-flan par des appuis élastiques. Cette approche est intéressante et plus réaliste, mais l'identification des raideurs d'appuis est assez délicate. Des travaux sont actuellement en cours dans le cadre du projet « Formage Avancé » pour introduire le contrôle du maintien de la pièce par la pression de serre-flan [Dej07].

### **Résolution du problème**

La résolution du problème spatial prend en compte l'hypothèse des grandes déformations.

L'utilisation d'un schéma d'intégration dynamique explicite [Yam08], en tenant compte de la gestion du comportement quasi-statique, est privilégiée par rapport aux schémas implicites beaucoup plus lents. Dans certains cas, il est possible d'utiliser un schéma mixte : explicite pour la mise en forme et implicite lors du retrait de l'outil (fin du contact entre l'outil et la pièce) [Amb07], mais le gain en précision par rapport au temps de calcul n'est pas significatif.

### **3.3.2 Méthodes utilisées pour diminuer les temps de simulation**

Afin de réduire le temps CPU, la majeure partie des simulations utilisent un solveur explicite. Dans cette configuration, un facteur de pondération de masse [Bam07], et/ou une vitesse de l'outil augmentée artificiellement [Yam08] permettent d'optimiser le gain de temps. Cependant, la valeur des coefficients est assez empirique et il n'existe pas de méthodes génériques reproductibles pour des familles de trajectoire d'outil.

Hadoush et al. [Had08] proposent un schéma implicite avec un maillage global relativement grossier. Ce maillage est densifié localement à chaque pas de temps dans la zone de contact avec l'outil. Une réduction de 40% du temps CPU, par rapport à un maillage à pas constant, est observée.

Brunssen et al. [Bru09] ont développé une méthode utilisant deux maillages superposés. La tôle est maillée de manière grossière pour simuler les phénomènes globaux, et un petit domaine autour de l'outil est maillé plus finement pour simuler les phénomènes locaux. Ce domaine suit l'outil au cours de la mise en forme. Les deux domaines sont ensuite assemblés pour prendre en compte, par superposition des champs de

contraintes et de déformation, l'ensemble du comportement. Cette approche permet d'avoir accès à des phénomènes locaux en minimisant le nombre de degrés de liberté du modèle. Cependant, aucune indication sur le gain de temps n'est présentée.

### 3.4 Chaîne numérique pour la simulation

La faisabilité, ainsi que la qualité géométrique et mécanique d'une pièce réalisée par le procédé de formage incrémental est très dépendante de la stratégie de trajectoire d'outil utilisée.

Cette partie présente le développement d'une chaîne numérique permettant d'intégrer des trajectoires d'outils paramétrables dans les procédures de simulation numérique.

#### 3.4.1 Création de la trajectoire

Dans un contexte industriel, la définition des pièces est réalisée dans un environnement de CAO<sup>4</sup>. Pour permettre une simulation robuste, et précise, il est important de piloter les simulations à partir des topologies conçues en CAO et des trajectoires d'outil générées avec les outils de FAO<sup>5</sup> intégrés. Cependant, les principaux logiciels de FAO sont adaptés à la définition de stratégies d'usinage basées uniquement sur des critères géométriques et ne s'interfacent pas directement avec les codes de simulation numérique par éléments finis.

Une évolution paramétrique des entités CAO qui pilotent la mise en forme est parfois nécessaire pour pouvoir adapter des gammes de trajectoires à la réalisation d'une pièce. La figure 3.10 montre un exemple d'une modification du modèle numérique d'un godet cylindrique réalisé en formage incrémental avec une trajectoire circulaire.

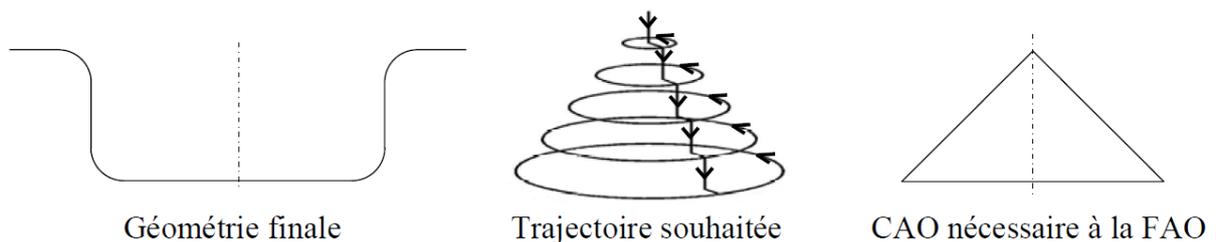


Figure 3.10. CAO modifiée en fonction de la trajectoire souhaitée

La chaîne numérique développée permet de transférer les trajectoires générées dans l'environnement CFAO du logiciel CATIA vers le code de calcul ABAQUS en les

<sup>4</sup> Conception Assistée par Ordinateur

<sup>5</sup> Fabrication assistée par Ordinateur

convertissant en conditions aux limites permettant de piloter l'outil hémisphérique de mise en forme modélisé par une surface rigide. Un format neutre et universel (APT<sup>6</sup>) est utilisé pour sauvegarder la trajectoire de l'outil, pour piloter la simulation numérique, et également pour le post-traitement en vue de la réalisation de la pièce par une machine à commande numérique. Le fichier APT (figure 3.11) est généré automatiquement à partir des trajectoires outils issues de la FAO de CATIA grâce à un script Visual Basic.

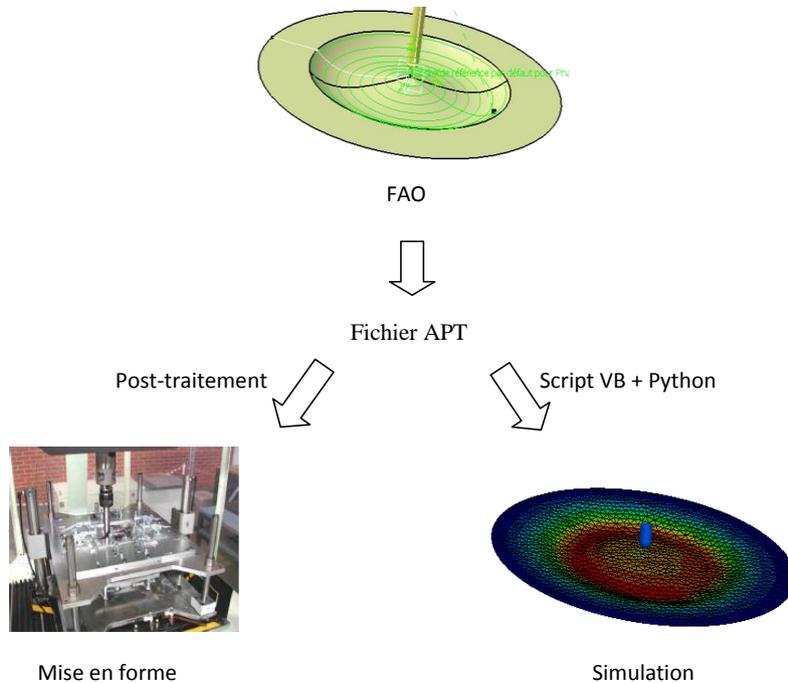


Figure 3.11. Exemple de couplage FAO/Calcul

### 3.4.2 Conversion des trajectoires

La seconde étape de cette chaîne numérique consiste à importer, dans la simulation numérique, la trajectoire issue de la FAO. Le fichier APT décrit les modes de contrôle de la commande numérique sur la base de positions successives de l'outil. Le pilotage de la simulation numérique s'effectue à partir d'un script en langage PYTHON, par une description temporelle de la position du centre d'outil.

Un autre script PYTHON crée le modèle éléments finis pour la simulation. La géométrie initiale de la tôle, le maillage en éléments coques, les outils en tant que surfaces rigides, le matériau, les conditions de contact ainsi que les conditions aux limites sont mis en place automatiquement. Les entrées du script sont limitées aux données minimales pour la simulation du procédé :

<sup>6</sup> Automatic Programmed Tool

- la géométrie de la tôle, de l'outil et de la matrice ;
- la loi de comportement du matériau de la tôle ;
- les facteurs de frottement (outil/tôle et matrice/tôle) ;
- la discrétisation globale du maillage ;
- le nombre de points d'intégration dans l'épaisseur des coques ;
- la vitesse moyenne de l'outil ;
- la trajectoire de l'outil (un fichier texte, un fichier APT, ou un fichier CATIA).

L'ensemble de la chaîne numérique est présentée par le diagramme sur la figure 3.12.

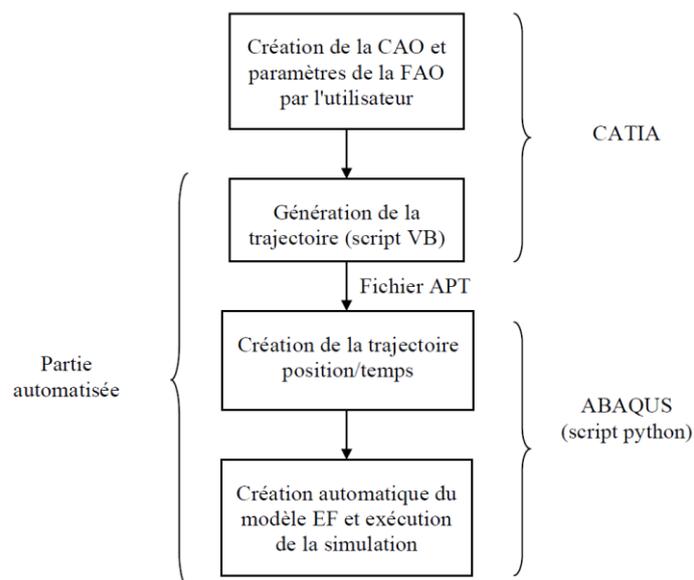


Figure 3.12. Chaîne numérique

Il est nécessaire de préciser que cette chaîne numérique ne prend pas en compte les défauts de la machine de formage. Ces défauts pouvant être considéré négligeables dans un premier temps. Cependant, une étude intéressante, proposée par Bigot et al [Big03], permet de les prendre en considération (pour le procédé d'emboutissage). Cette prise en compte permet d'avoir un modèle numérique encore plus fiable.

Les temps de calcul nécessaires à la simulation des modèles ainsi construits sont extrêmement élevés, ils peuvent être de l'ordre d'une semaine pour une pièce industrielle. La complexité de ces modèles est essentiellement dûe :

- Au caractère fortement non-linéaire du problème : grandes déformations ; loi de comportement élasto-plastique ; gestion du contact entre le flan et l'outil.
- Aux schémas de résolution : statique implicite, dynamique explicite ...
- Aux paramètres numériques : facteurs de pondération, maillage, formulation des éléments ...

Les chapitres suivants présentent quelques méthodes pour améliorer la résolution de ces problèmes, et ainsi, envisager une optimisation du procédé dans des temps adaptés à des conditions industrielles.

### 3.5 Vitesse numérique adaptée

Cette première méthode consiste à utiliser un schéma dynamique explicite et à adapter la vitesse de l'outil, qui dans ce cas, est vue comme un paramètre numérique, et ne reflète en rien la vitesse réelle du procédé, qui est de l'ordre de quelques centimètres par secondes.

#### 3.5.1 Schéma dynamique explicite

Ce schéma de résolution consiste à obtenir une solution à un pas de temps donné, sans vérification de l'équilibre et sans la construction d'une matrice tangente. Il a l'avantage d'être en général peu coûteux en temps de calcul. Il est conditionnellement stable, la stabilité est garantie par le choix d'un pas d'intégration relativement faible.

#### Résolution globale

Dans le code de calcul ABAQUS [Aba07b], le système global d'équations s'écrit sous la forme suivante pour un incrément  $i$  :

$$[M]\{\dot{U}_i\} = \{F_i^{ext}\} - \{F_i^{int}\} \quad (3.1)$$

Avec  $[M]$  la matrice de masse,  $\{F^{ext}\}$  le vecteur des forces externes et  $\{F^{int}\}$  le vecteur des forces internes. Cependant, pour les problèmes de grandes tailles, la matrice de masse est réécrite en matrice de masse condensée (diagonale), la résolution de cette équation est de ce fait triviale.

La solution est calculée grâce à un schéma d'intégration explicite en différences finies centrées. Les vecteurs des vitesses et des déplacements s'écrivent alors :

$$\begin{cases} \{\dot{U}_{i+\frac{1}{2}}\} = \{\dot{U}_{i-\frac{1}{2}}\} + \frac{\Delta t_{i+1} + \Delta t_i}{2} \{\ddot{U}_i\} \\ \{U_{i+1}\} = \{U_i\} + \Delta t_{i+1} \{\dot{U}_{i+\frac{1}{2}}\} \end{cases} \quad (3.2)$$

Pour calculer la solution initiale, la vitesse pour les demi-incréments est définie par :

$$\begin{cases} \{\dot{U}_{0+\frac{1}{2}}\} = \{\dot{U}_0\} + \frac{\Delta t_1}{2} \{\ddot{U}_0\} \\ \{\dot{U}_{0-\frac{1}{2}}\} = \{\dot{U}_0\} - \frac{\Delta t_0}{2} \{\ddot{U}_0\} \end{cases} \quad (3.3)$$

### Stabilité

L'opérateur par différences finies est conditionnellement stable, le pas de temps doit être inférieur à une certaine limite :

$$\Delta t \leq \min\left(\frac{L^e}{c^d} (\sqrt{1 + \xi^2} - \xi)\right) \quad (3.4)$$

Avec  $L^e$  la longueur caractéristique d'un élément,  $c^d$  la vitesse de propagation des ondes dans le milieu, et  $\xi$  un facteur d'amortissement.

La vitesse de propagation des ondes dans le milieu s'écrit, en assumant un comportement hypoélastique :

$$c^d = \sqrt{\frac{\hat{\lambda} + 2\hat{\mu}}{\rho}} \quad (3.5)$$

Avec  $\rho$  la masse volumique et :

$$\begin{cases} \hat{\mu} = \frac{\Delta S : \Delta e}{2\Delta e : \Delta e} \\ \hat{\lambda} = -\frac{\Delta P}{\Delta \varepsilon^{vol}} - \frac{2}{3}\hat{\mu} \end{cases} \quad (3.6)$$

Le tenseur  $S$  représente les contraintes déviatoriques,  $e$  le tenseur des déformations déviatorique,  $P$  la pression hydrostatique et  $\varepsilon^{vol}$  la déformation volumique.

### Viscosité volumique

Pour améliorer les résultats, en éliminant les vibrations de hautes fréquences, il est possible d'introduire un terme d'amortissement associé à la déformation volumique.

Avec des éléments coques, cet amortissement génère une force linéaire à la vitesse de déformation volumique. Elle est définie par :

$$f^{dv} = \xi \rho c^d L^e \dot{\varepsilon}^{vol} \quad (3.7)$$

Le facteur d'amortissement  $\xi$  est par défaut égal à 0.06 dans ABAQUS [Aba07b]. Cette valeur sera utilisée pour toutes les simulations en dynamique explicite.

### 3.5.2 Critères de quasi-staticisme

Lors de simulations en dynamique explicite, la vitesse a un rôle assez important car ses variations peuvent induire des effets d'inertie importants. Dans les conditions réelles de mise en œuvre de procédé de mise en forme, la vitesse de l'outil est faible et l'hypothèse d'un comportement quasi-statique peut être raisonnablement prise en compte. De plus, les lois de comportement du matériau généralement utilisées ne prennent pas en compte l'influence de la vitesse de déformation supposée négligeable dans le cas d'une mise en forme à froid.

Il est, ainsi, tout à fait possible d'augmenter numériquement la vitesse de l'outil pour diminuer le temps total de la simulation, la taille du pas de temps critique n'est pas affectée par cette méthode. Cependant, comme le schéma d'intégration explicite est sensible aux variations de vitesse, il est nécessaire de contrôler les effets dynamiques tout au long de la simulation pour qu'ils restent faibles.

Un critère classiquement utilisé en emboutissage est le rapport entre l'énergie cinétique et l'énergie interne.

$$\frac{E^{cin}(t)}{E^{int}(t)} < \varepsilon_1 \quad (3.8)$$

Ce rapport doit être inférieur à la tolérance  $\varepsilon_1$  tout au long du calcul.

Appliquons ce critère à un cas test de formage incrémental. La forme finale obtenue doit être un godet cylindrique.

Les résultats obtenus en terme de déformée (sans facteur d'échelle) sont présentés sur la figure suivante :

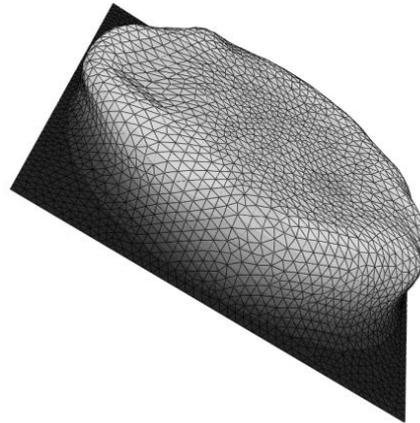


Figure 3.13. Déformée avec  $E^{cin}(t)/E^{int}(t) < 5\%$

Il est clair que ce critère donne de mauvais résultats pour ce cas-test. Cela est dû au procédé en lui-même. En effet, comme la déformation est localisée, seulement une petite zone de la pièce a une énergie cinétique significative, alors que l'énergie interne augmente continûment. A la fin de la mise en forme, l'énergie de déformation est beaucoup plus grande que l'énergie cinétique (voir figure suivante), et le rapport global des énergies ne peut pas prendre en compte les effets dynamiques locaux.

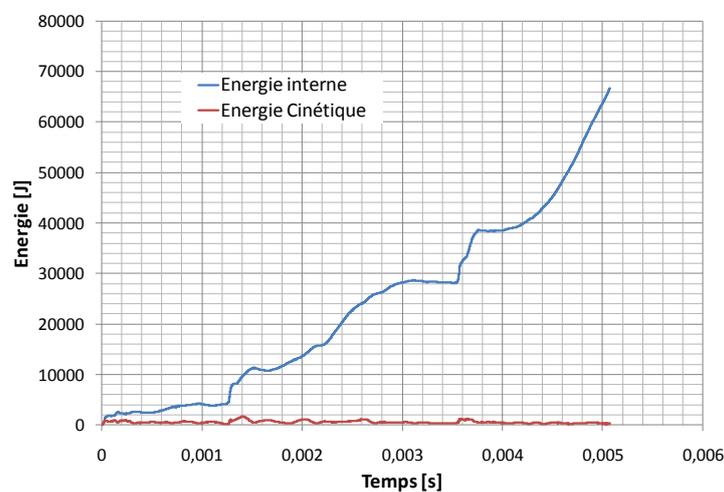


Figure 3.14. Evolution des énergies en formage incrémental

Afin de mieux prendre en compte les effets dynamiques locaux, il est possible d'utiliser le rapport entre l'énergie cinétique incrémentale et l'énergie interne incrémentale [Chu98]. Ce rapport doit être inférieur à une tolérance.

$$\left| \frac{dE^{cin}(t)}{dE^{int}(t)} \right| < \varepsilon_2 \quad (3.9)$$

La localisation du contact entre la pièce et l'outil génère des instabilités numériques qui perturbent les évolutions temporelles des différentes énergies et plus particulièrement celle de l'énergie cinétique qui n'est significative que dans la zone de contact. Pour éliminer ces oscillations, nous proposons un lissage linéaire, par la méthode des moindres carrés, entre deux déplacements de l'outil. Il permet ainsi d'obtenir les variations globales d'énergie entre ces deux positions.

Soit  $\overline{E^{cin}}(t)$  et  $\overline{E^{int}}(t)$  les énergies cinétiques et internes lissées linéairement.  $\Delta t$  représente un pas de temps entre deux incréments de déplacement de l'outil. Le critère s'écrit alors :

$$\left| \frac{\overline{E^{cin}}(t+\Delta t) - \overline{E^{cin}}(t)}{\overline{E^{int}}(t+\Delta t) - \overline{E^{int}}(t)} \right| < \varepsilon_3 \quad (3.10)$$

La validité de ce critère pour le contrôle des effets dynamiques est présentée sur des cas-tests de formage incrémental au paragraphe 3.5.5 .

### 3.5.3 Profil de la vitesse

Des instabilités numériques dues à des effets dynamiques peuvent apparaître lors des simulations en dynamique explicite, dans le cas de changements brusques de trajectoires [Bam07]. Il est recommandé de convertir les trajectoires de manière à ce que la vitesse de l'outil soit nulle en ces points singuliers.

Pour cela, un profil de la position de l'outil au cours du temps est utilisé entre deux points singuliers. Ce profil est proposé dans le code ABAQUS [Aba07a] pour un segment de droite. Soit :  $P_A$  et  $P_B$  deux points de la trajectoire avec un changement de direction. La position de l'outil au cours du temps entre ces deux points est définie tel que :

$$P = P_A + (P_B - P_A)\xi^3(10 - 15\xi + 6\xi^2) \quad (3.11)$$

Avec  $\xi$  un paramètre qui dépend du temps défini tel que :

$$\xi = \frac{t-t_A}{t_B-t_A} \quad (3.12)$$

Ainsi, la vitesse augmente de façon continue, pour atteindre son maximum entre ces deux points, puis diminue pour s'arrêter au point B comme le montre la figure 3.15.

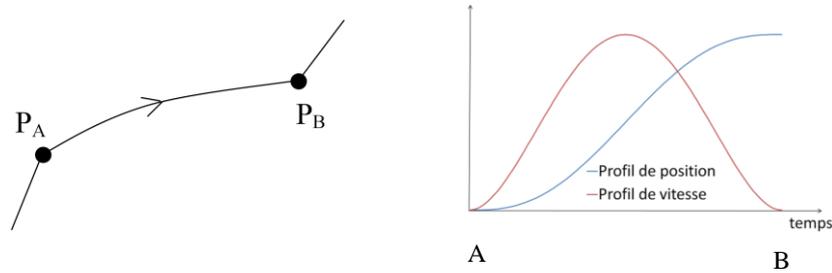


Figure 3.15. Profil de position

### 3.5.4 Modification de la vitesse

Dans le cas du formage incrémental, la vitesse de l'outil est considérée comme une variable de contrôle numérique de la simulation et non comme un paramètre procédé, sous réserve que les effets dynamiques restent faibles.

Une première idée est d'utiliser un cas-test, et de lancer plusieurs simulations jusqu'à ce que les effets dynamiques atteignent la tolérance choisie, et utiliser cette vitesse pour d'autres types de trajectoires.

Cette idée a l'avantage d'être simple. Par contre il n'est pas garanti que le profil de vitesse soit optimal en termes de gain de temps CPU et de limitation des effets dynamiques pour tout type de trajectoire. Si des effets dynamiques apparaissent, la vitesse doit être réduite et le calcul refait entièrement.

Pour remédier à ces problèmes, il a été décidé d'ajuster la vitesse de consigne en cours de simulation par analyse des effets dynamique sur des portions de trajectoire (voir figure 3.16).

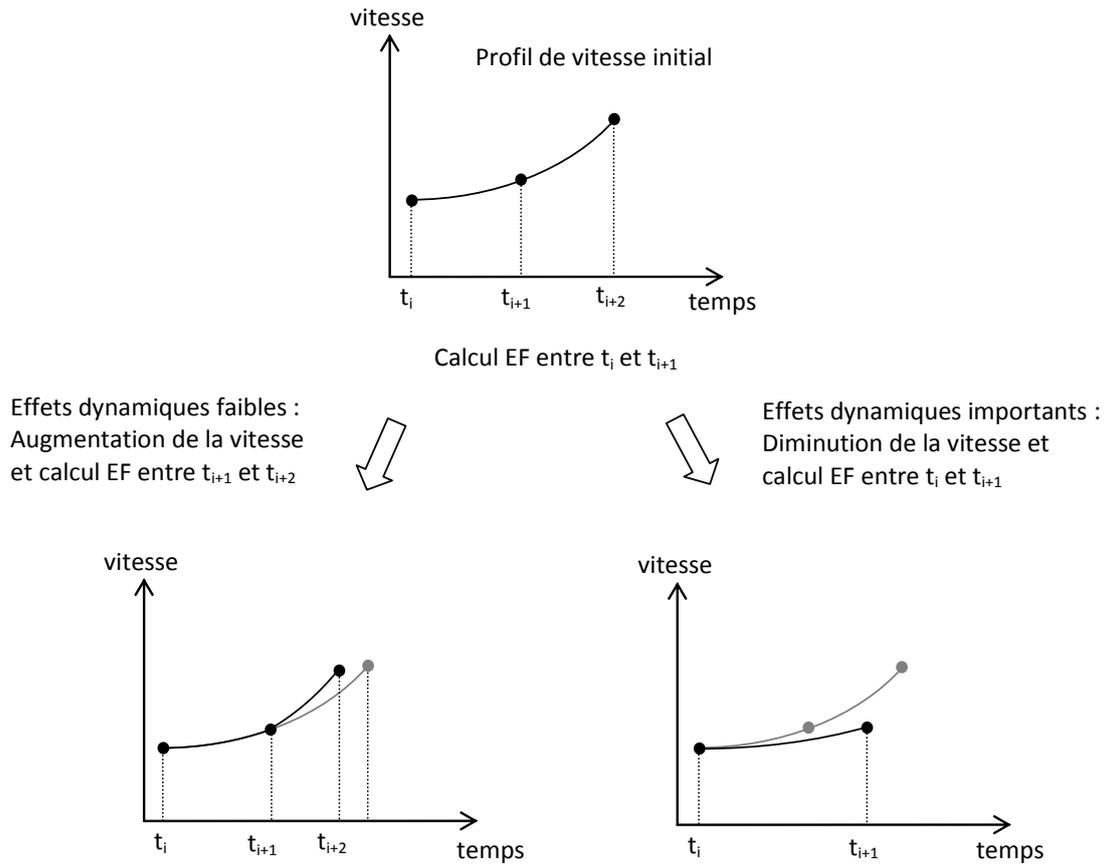


Figure 3.16. Modification du profil de vitesse

La trajectoire est découpée en incréments. Sur le premier incrément la simulation s'effectue avec une vitesse de consigne initiale. Les paramètres de simulation sont réajustés pour l'incrément suivant en fonction du niveau d'instabilité causé par les effets dynamiques en respectant la procédure suivante (voir figure 3.16) :

- Niveau d'instabilité critique dépassé :
  - diminution de la consigne en vitesse pour l'incrément  $T_i$  ;
  - nouvelle simulation de l'incrément  $T_i$  avec le profil corrigé.
- Niveau d'instabilité non atteint :
  - augmentation de consigne en vitesse pour l'incrément  $T_{i+1}$  ;
  - simulation de l'incrément  $T_{i+1}$  avec le profil actualisée.

Par contre ces procédures d'adaptation des profils doivent tenir compte de la stabilité des simulations au niveau des zones anguleuses (discontinuité de la tangente à la trajectoire) qui est conditionnée par une consigne de vitesse nulle au niveau du point singulier.

La figure 3.17, ci dessous présente un schéma d'adaptation des profils basé sur un facteur de correction temporel évalué empiriquement égale à 0,9 après analyse des résultats de simulation des principaux cas types.

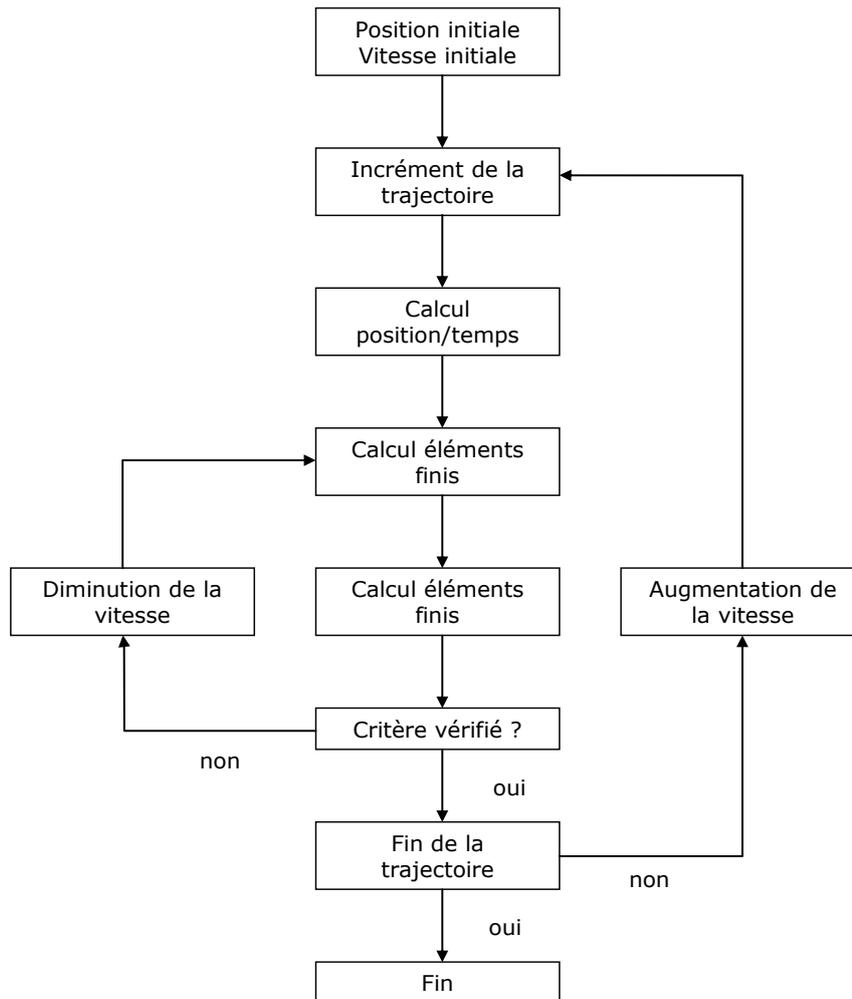


Figure 3.17. Script de calcul avec vitesse adaptée

### 3.5.5 Résultats

#### Premier cas-test : Mise en forme d'un godet cylindrique

La simulation est réalisée pour la mise en forme d'un godet cylindrique. La forme initiale du flan est un carré de 140 mm de côté et d'épaisseur 1.5 mm. Un outil hémisphérique

de 30 mm de diamètre est utilisé. La tôle est posée sur une plaque trouée qui modélise la table de la machine.

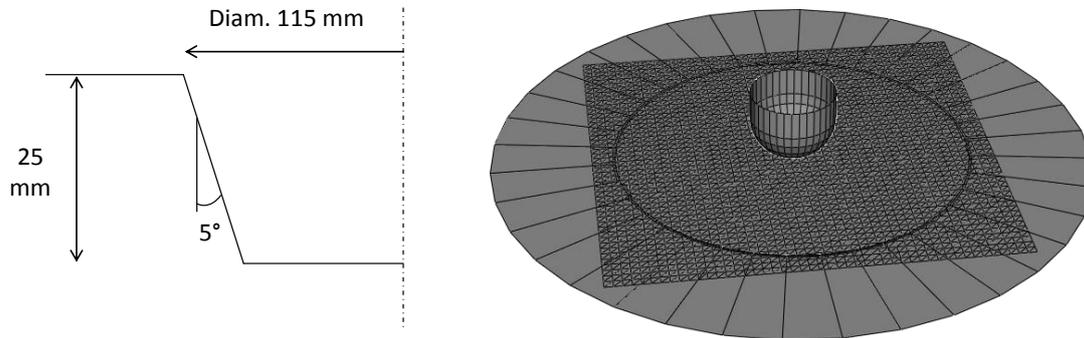


Figure 3.18. Géométrie du godet cylindrique et modèle éléments finis

L'outil et la plaque sont modélisés par des surfaces analytiques rigides. La tôle est encastree sur le contour. Les éléments utilisés sont des coques à 3 nœuds (S3) avec 7 points d'intégration dans l'épaisseur. La taille globale des éléments est de 3 mm, et le modèle a 13836 degrés de libertés. Le frottement, entre la tôle et l'outil ainsi qu'entre la tôle et la matrice, est supposé négligeable.

Le matériau utilisé est un alliage d'aluminium, supposé isotrope, dont les paramètres sont les suivant :

- $E = 69 \text{ GPa}$  ;
- $\nu = 0.3$  ;
- $\sigma^y = 150(0.013 + \bar{\epsilon}^{pl})^{0.214} \text{ MPa}$ .

La trajectoire de l'outil est circulaire avec un pas de descente de l'outil de 2.5 mm.

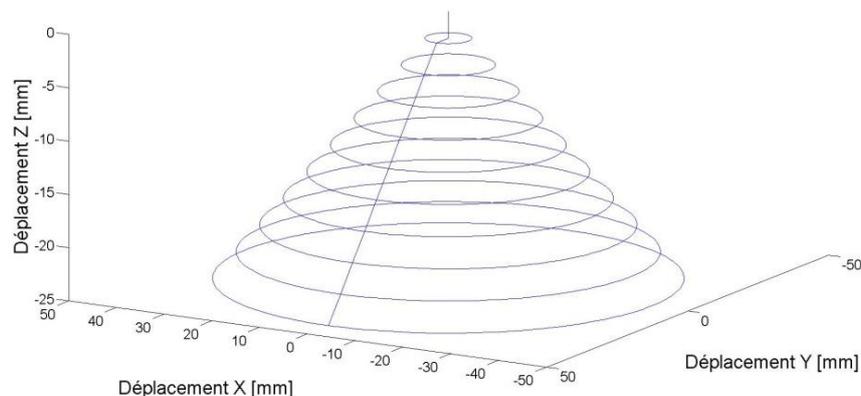


Figure 3.19. Trajectoire de l'outil

Plusieurs simulations sont effectuées en utilisant ou pas des vitesses adaptées.

- Pour les cas où la vitesse est adaptée, plusieurs niveaux de tolérance sont choisis pour contrôler les effets dynamiques (10%, 5%, 1% et 0.5%).
- Pour le cas sans vitesse adaptée, la vitesse d'avance moyenne de l'outil correspond à la vitesse initiale des calculs avec vitesse adaptée (2 m/s).

Comparaison des deux méthodes :

Les temps de calculs ainsi que l'évolution de la vitesse de l'outil seront comparés pour les différentes simulations. L'influence de la tolérance des effets dynamiques sera ensuite analysée sur l'épaisseur ainsi que sur la géométrie finale.

Influence de la vitesse de l'outil :

La figure suivante montre l'évolution de la vitesse de l'outil en fonction de la position pour une valeur du critère de 5%.

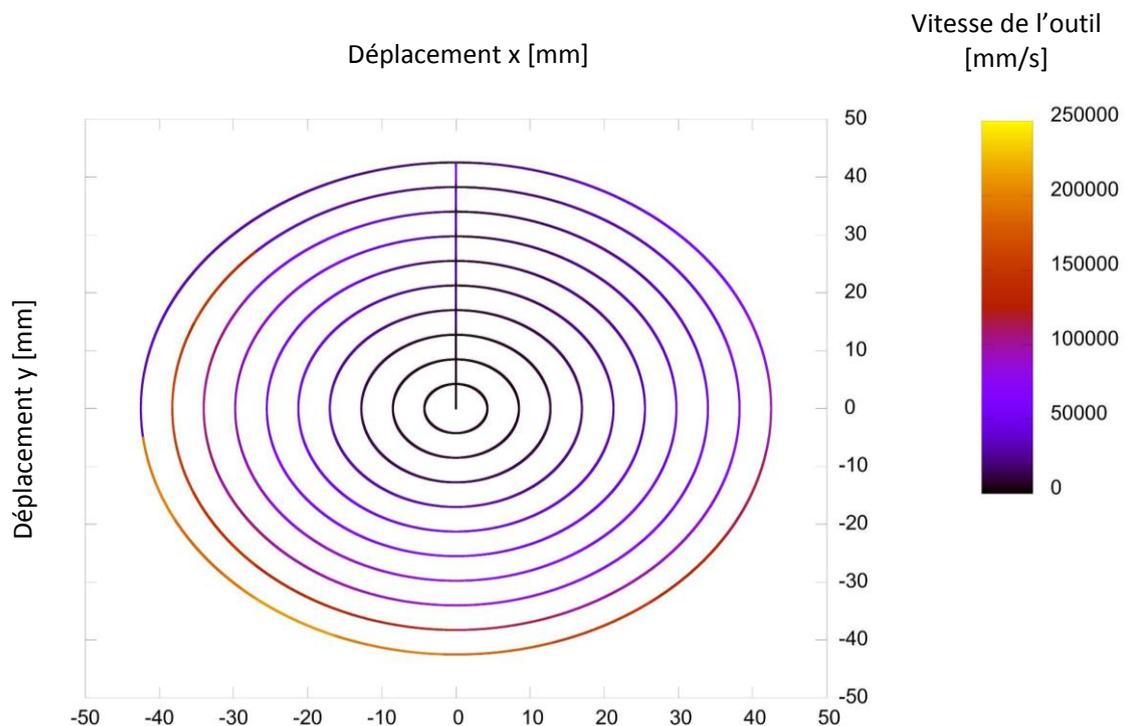


Figure 3.20. Vitesse de l'outil avec un critère de 5% pour le contrôle des effets dynamiques

La vitesse est relativement faible au début de la mise en forme puis augmente significativement vers la fin de la trajectoire. Pour une valeur du critère de contrôle des effets dynamiques de 5%, il est possible de noter que la vitesse maximale de l'outil est de 209.3 m/s. Le temps CPU de la simulation est de 4709 s.

La figure suivante montre l'évolution de la vitesse de l'outil pour une valeur du critère de 0.5%.

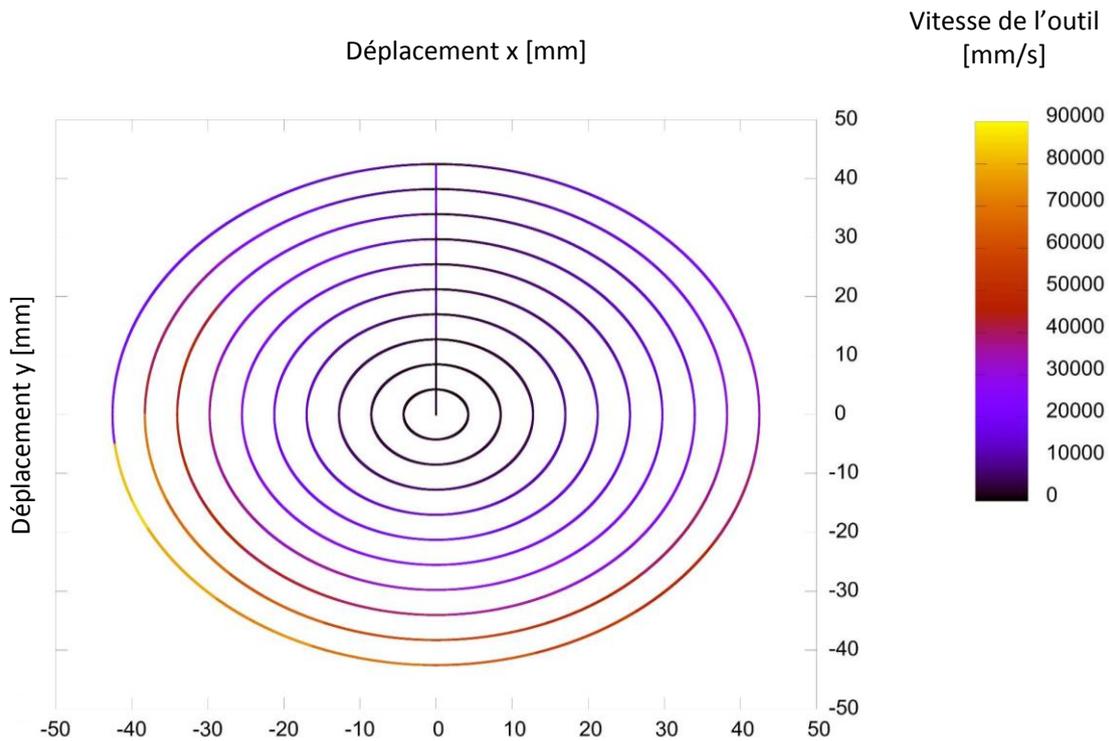


Figure 3.21. Vitesse de l'outil avec un critère de 0.5% pour le contrôle des effets dynamiques

A part l'échelle des vitesses qui est différente, le profil est sensiblement le même, avec une augmentation significative sur la fin de la trajectoire.

En utilisant un profil de vitesse constant, avec une vitesse moyenne de 2m/s (la vitesse moyenne initiale utilisée avec le profil adapté), le temps CPU est de 12855 s ( $T_{ref}$ ). Le tableau suivant récapitule les vitesses maximales ainsi que les temps CPU pour les différentes valeurs du critère quasi-statique.

Valeur du critère	0.5%	1%	5%	10%
Vitesse maximale de l'outil [m/s]	85.13	113.5	209.3	246.2
Temps CPU [s]	6780	6219	4709	4309
Temps CPU [H :min :s]	1 :53 :00	1 :43 :39	1 :18 :29	1 :11 :49
Rapport du temps CPU avec vitesse non adaptée ( $T_{ref}/T_{CPU}$ )	1.89	2.07	2.73	2.98

Tableau 3.1. Temps CPU pour calcul avec vitesse adaptée

La vitesse maximale de l'outil, l'énergie cinétique et les effets dynamiques croissent avec la valeur du critère. Par contre, l'énergie de déformation reste globalement constante, du fait de l'utilisation d'une trajectoire identique pour tous les cas.

Le gain de temps est en rapport avec la vitesse de l'outil, car pour une vitesse élevée, moins d'incrémentations sont nécessaires.

Analyse de l'évolution de l'épaisseur dans le flan

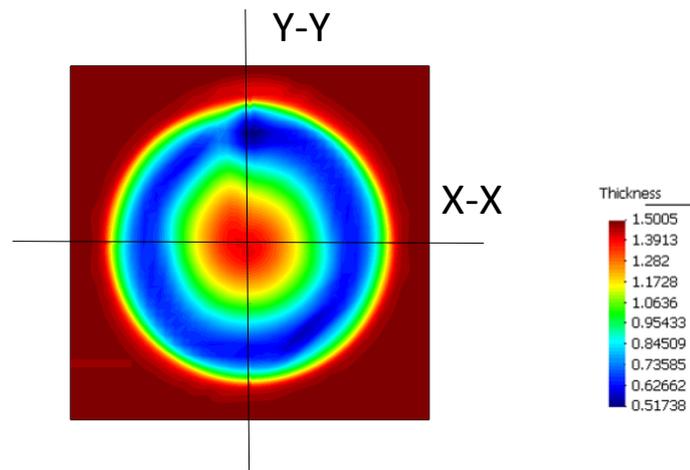
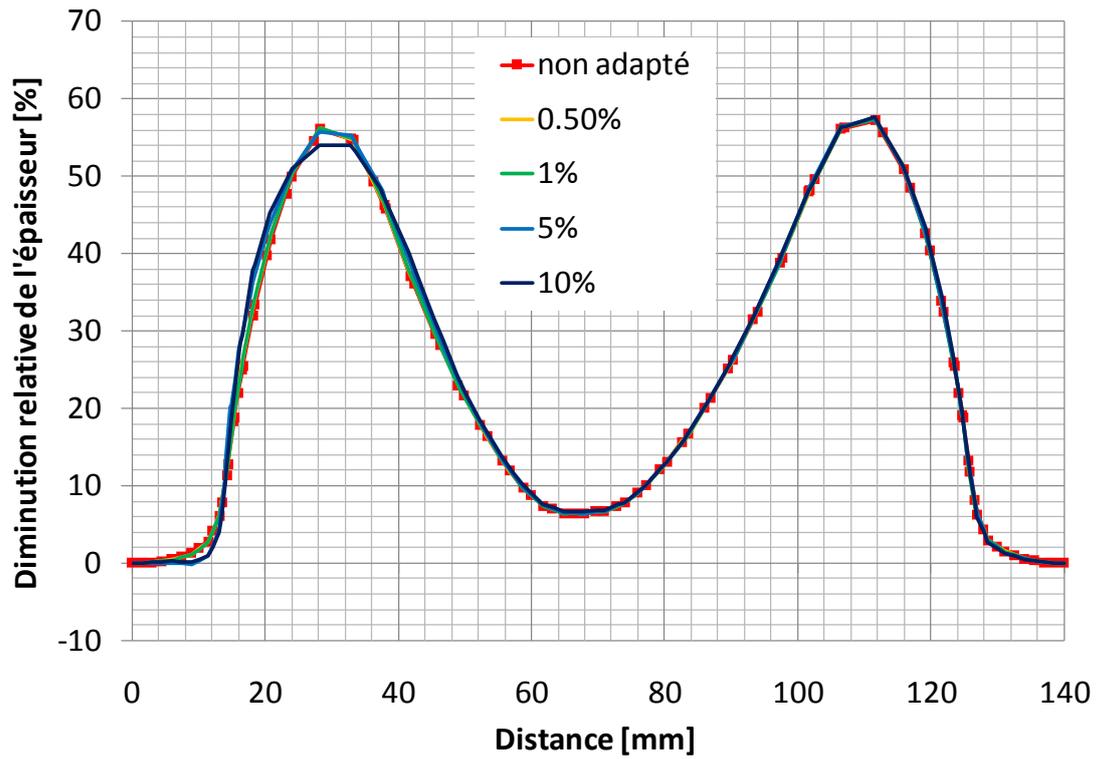
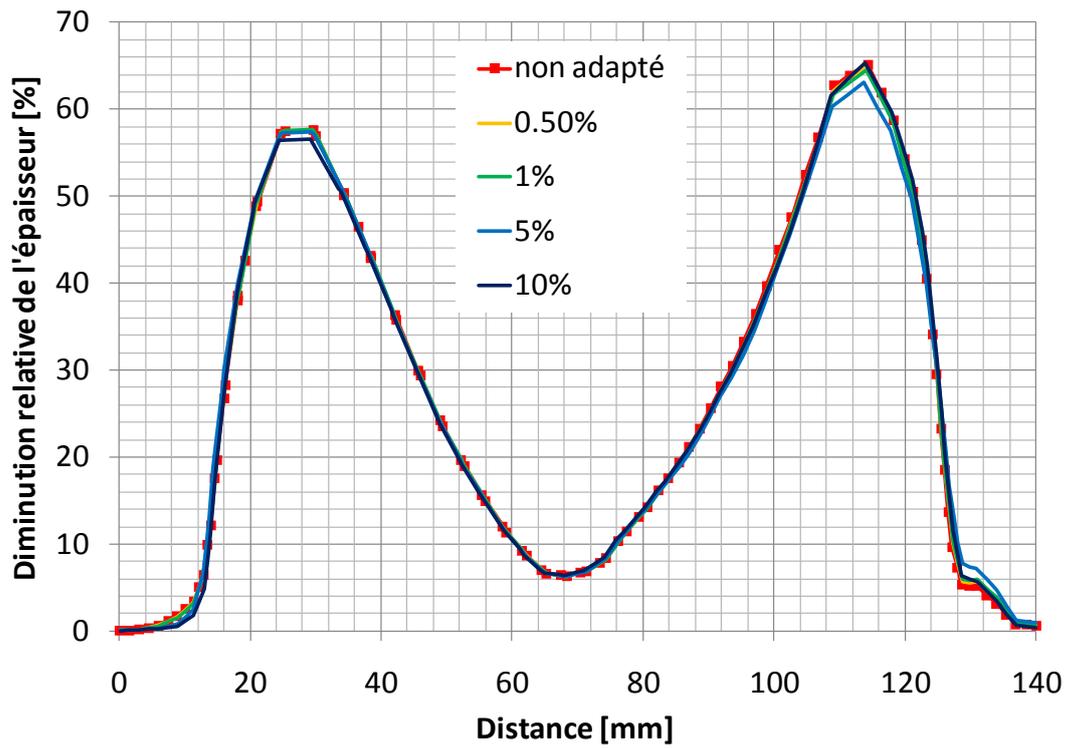


Figure 3.22. Épaisseur finale du flan déformé

La figure suivante montre la diminution relative de l'épaisseur, suivant les deux coupes (voir figure précédente) pour l'ensemble des cas traités.



(a)



(b)

Figure 3.23. Comparaison de la diminution relative de l'épaisseur

(a) Coupe X-X, (b) Coupe Y-Y

Pour ces deux sections, la diminution de l'épaisseur est bien prédite, en particulier pour la diminution maximale. Cependant, la prédiction est meilleure pour une valeur du critère de quasi-stabilité faible.

Comparaison de la géométrie finale pour chaque configuration :

La figure suivante montre la géométrie finale du flan, suivant les deux coupes pour l'ensemble des cas traités.

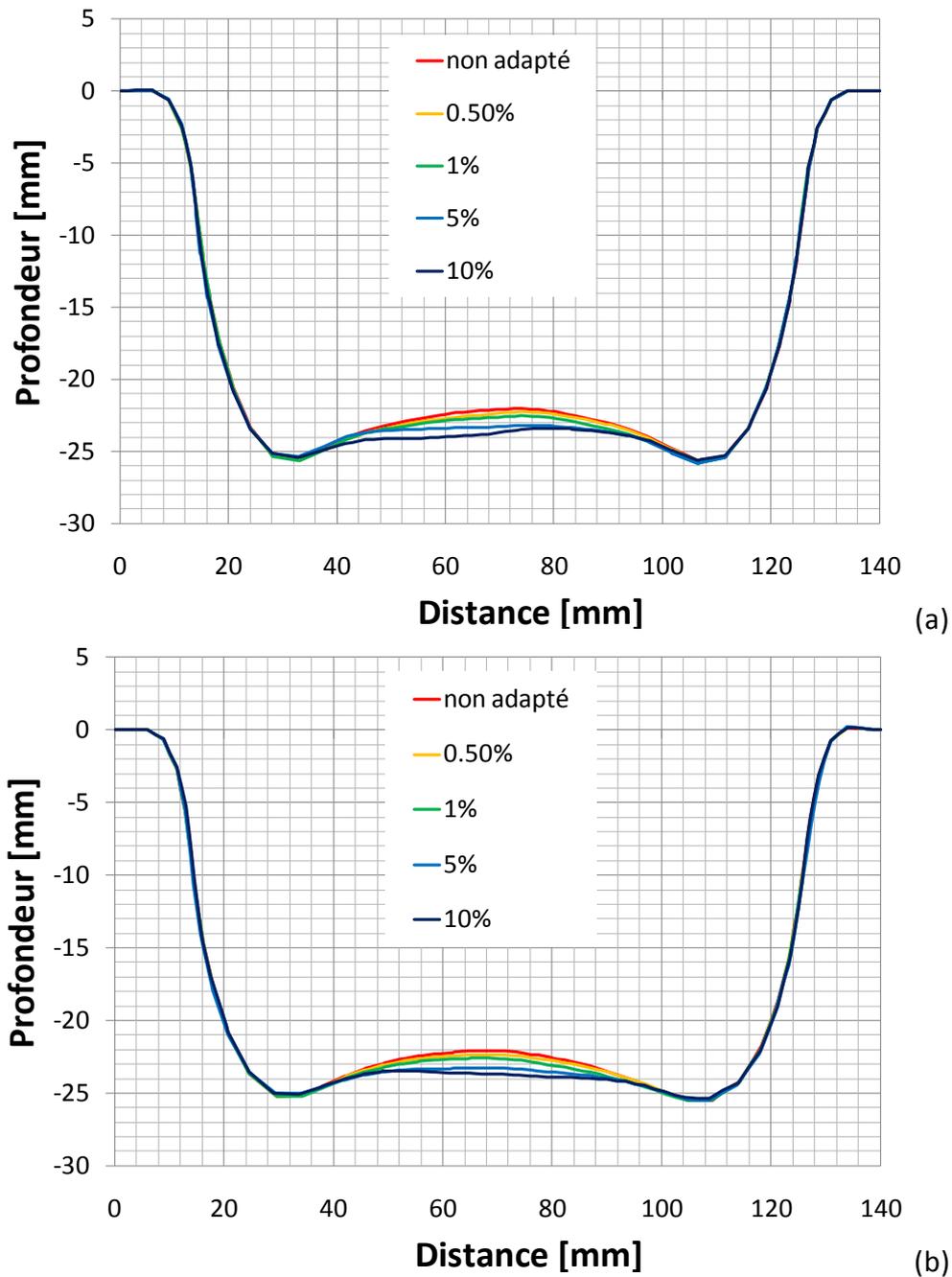


Figure 3.24. Comparaison de la géométrie

(a) Coupe X-X, (b) Coupe Y-Y

Le tableau suivant montre l'erreur sur la profondeur au centre du godet pour les différentes valeurs du critère. L'erreur est calculée avec comme référence le cas où la vitesse de l'outil n'est pas adaptée.

Valeur du critère	0.5%	1%	5%	10%
Ecart au centre du godet	0.27 mm	0.52mm	1.19mm	1.59mm
Erreur relative de la géométrie au centre du godet	1.22%	2.36%	5.39%	7.20%

Tableau 3.2. Erreur pour les calculs avec une vitesse adaptée

La géométrie est bien respectée sur la paroi cylindrique. Cependant, l'erreur sur la profondeur au centre de la pièce est tributaire de la tolérance utilisée pour contrôler les effets dynamiques. L'erreur devient acceptable pour une valeur du critère de 1%. Cependant, la valeur du critère dépend de la trajectoire de l'outil. Pour un cas-test similaire, présenté à la conférence AIP-PRIMECA en 2009 [Rob09b], avec un pas de descente de l'outil plus important, l'erreur sur la géométrie au centre du godet est faible pour une valeur du critère de 10%.

### Deuxième cas-test : Mise en forme d'une pyramide

Ce cas-test est issu du projet européen FLEXFORM [Fle06a]. Un des cas-tests proposé est de mettre en forme une géométrie pyramidale [Fle06b]. Deux des surfaces opposées ont des inclinaisons différentes. La pyramide a une profondeur de 36 mm et une base de 120x120 mm. La géométrie est détaillée sur la figure 3.25.

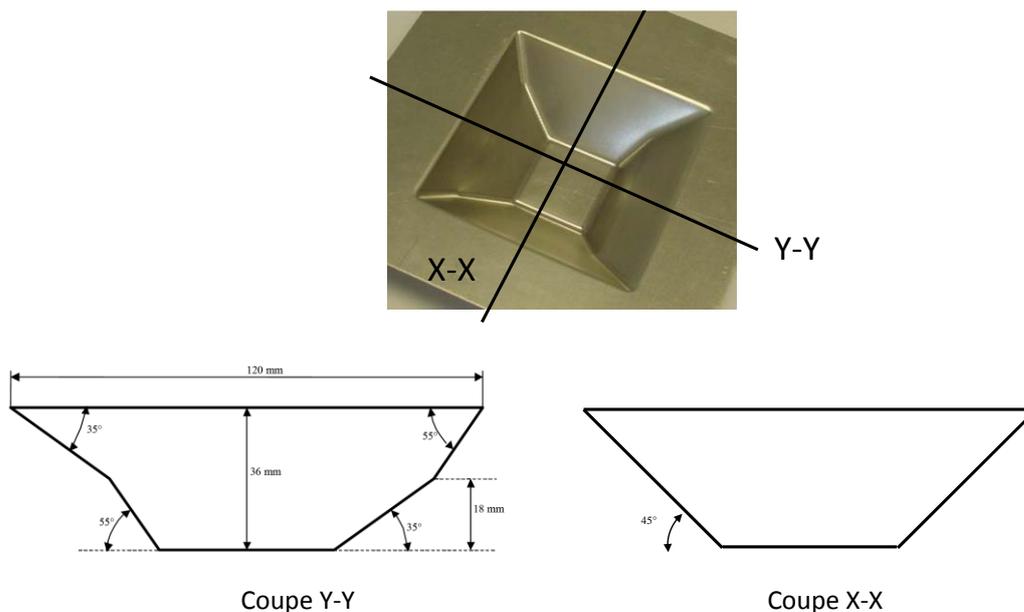


Figure 3.25. Géométrie de la pyramide

Une trajectoire d'outil alternée (voir figure 3.7) par palier est choisie pour la réalisation de la pyramide. Le pas de déplacement suivant l'axe de l'outil, entre chaque contour, est de 0.5 mm.

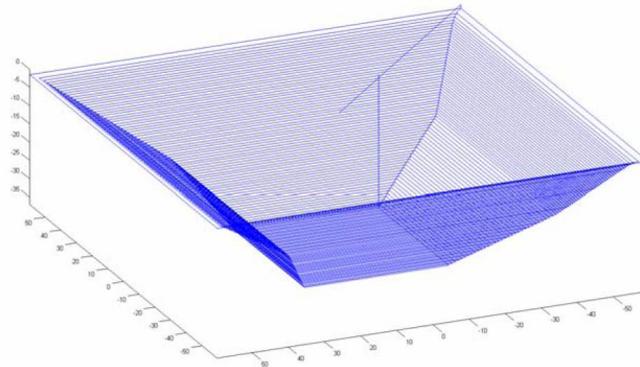


Figure 3.26. Trajectoire de l'outil pour la pyramide

Le flan initial est une tôle carrée de 200 mm de côté et de 1 mm d'épaisseur. Un outil hémisphérique de 10 mm de diamètre est utilisé. Une matrice, percée d'un trou carré de 130 mm de côté, modélise la table où repose la tôle.

L'outil est modélisé par une surface analytique rigide, et la matrice par une surface discrète rigide. Pour les deux contacts (outil/tôle et matrice/tôle), le frottement est supposé négligeable. La tôle est encastrée sur son contour. Les éléments utilisés sont des coques à 3 nœuds (S3), avec 5 points d'intégration dans l'épaisseur. La taille globale des éléments est de 2.5 mm (13936 éléments) et le modèle possède 41370 degrés de libertés.

Le matériau est un alliage d'aluminium (AA1050), dont les paramètres sont les suivants :

- $E = 70 \text{ GPa}$  ;
- $\nu = 0.33$  ;
- $\sigma^y = 119.52(0.000142 + \bar{\epsilon}^{pl})^{0.0235} \text{ MPa}$  ;
- $r_0 = 0.51, r_{45} = 0.75, r_{90} = 0.48$ .

Analyse des résultats :

La figure suivante montre l'évolution de la vitesse de l'outil en fonction de sa position.

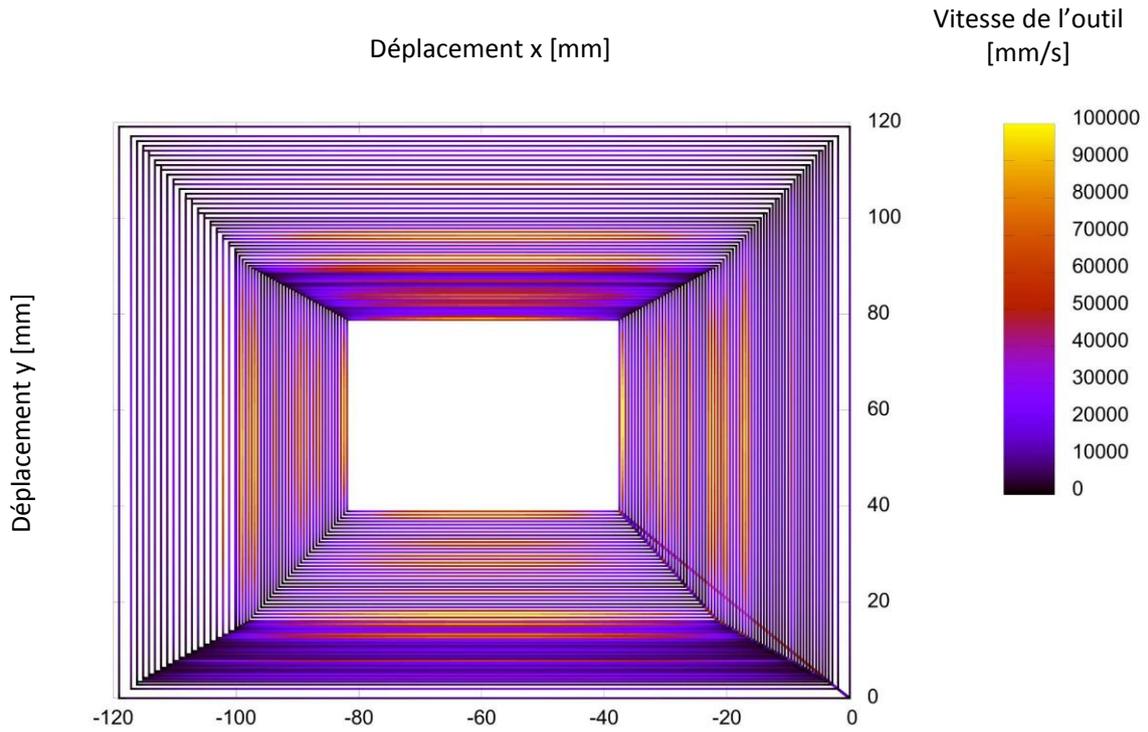
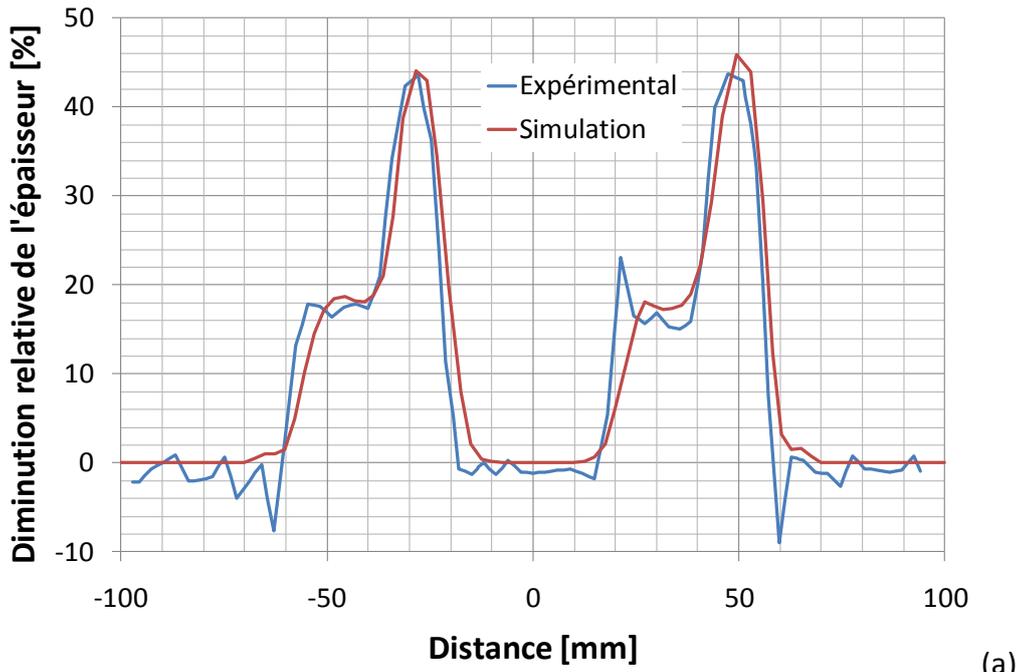


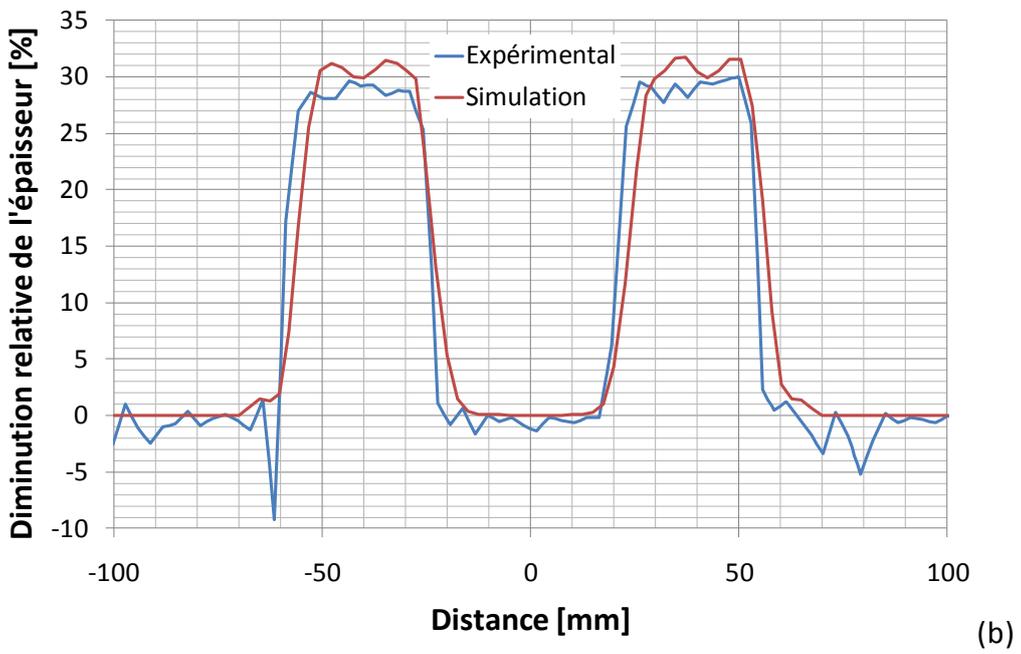
Figure 3.27. Vitesse de l'outil pour la pyramide

La vitesse est relativement peu élevée au début du formage. Elle augmente significativement au milieu et à la fin de la trajectoire. La vitesse maximale est de 97.9 m/s.

Les résultats, en termes d'épaisseur, sont comparés avec les valeurs obtenues expérimentalement pour les deux sections présentées sur la figure 3.25.



(a)



(b)

Figure 3.28. Comparaison avec l'expérimental

(a) Coupe Y-Y, (b) Coupe X-X

L'évolution de l'épaisseur obtenue par la simulation numérique avec une vitesse adaptée est proche de celle mesurée lors des essais expérimentaux.

Remarque générale :

Suite à ces différentes analyses, il est possible de constater que le critère énergétique utilisé pour vérifier les effets dynamiques permet d'optimiser les consignes en vitesse

d'avance de l'outil et de ce fait, de diminuer globalement les temps de simulation numérique pour le procédé de formage incrémental.

### 3.6 Calculs élasto-plastiques

Cette partie est consacrée à l'analyse de l'influence des modèles non linéaires de comportement des matériaux sur les performances des processus de simulation. Ces non linéarités ont une influence sur le temps de calcul.

Le procédé de formage incrémental est associé à une mise en forme à froid avec écrouissage et une faible sensibilité à la vitesse de déformation. L'objectif de la simulation est de prédire l'évolution locale de l'épaisseur du flan ainsi que la géométrie de la pièce finie en tenant compte du phénomène de retour élastique.

Dans ce cas, pour déterminer l'état de contraintes et de déformations dans le matériau, deux principes fondamentaux basés sur la théorie de la plasticité existent :

- la théorie de l'écoulement plastique ;
- la théorie de la déformation.

Après l'introduction de quelques critères de plasticité classiquement utilisés, les deux théories de la plasticité seront développées et comparées entre elles sur plusieurs cas-test.

#### 3.6.1 Critères de plasticité

La plasticité est un état de déformation irréversible de la matière lorsque le chargement dépasse une certaine limite. Cette limite est définie par une fonction, appelée fonction seuil ou fonction de charge, généralement notée  $f$ . Dans le cas d'un comportement élasto-plastique, avec écrouissage isotrope et sans écrouissage cinématique ni influence de la vitesse de déformation, cette fonction dépend du vecteur des contraintes ainsi que de la déformation plastique équivalente. Elle s'écrit :

$$f(\{\sigma\}, \bar{\varepsilon}^{pl}) = \sigma^{eq}(\{\sigma\}) - \sigma^y(\bar{\varepsilon}^{pl}) \quad (3.13)$$

La variable scalaire  $\sigma^{eq}$  ne dépend que des contraintes, et représente la contrainte équivalente, au sens du critère de plasticité. La deuxième variable,  $\bar{\sigma}(\bar{\varepsilon}^{pl})$ , représente la contrainte d'écoulement, et ne dépend que de la déformation plastique équivalente. La fonction de la contrainte d'écoulement est égale à la loi de l'écrouissage isotrope.

Les principales lois d'érouissages isotropes utilisées pour la mise en forme des matériaux métalliques sont :

- La loi d'Hollomon :  $\sigma^y = K(\bar{\varepsilon})^n$
- La loi de Swift :  $\sigma^y = K(\varepsilon_0 + \bar{\varepsilon}^{pl})^n$
- La loi de Ludwick :  $\sigma^y = \sigma_0 + K(\bar{\varepsilon}^{pl})^n$
- La loi de Voce :  $\sigma^y = \sigma_0 + \sigma_s \left( 1 - \exp\left(-\frac{\bar{\varepsilon}^{pl}}{\varepsilon_0}\right) \right)$

Au niveau de la contrainte équivalente, il existe de nombreux critères permettant de la modéliser.

Le critère de von Mises est l'un des critères de plasticité isotrope le plus utilisés pour les matériaux métalliques ductiles. Il est formulé en considérant qu'une pression hydrostatique n'a pas d'effet sur le phénomène de plasticité. La contrainte équivalente est définie par :

$$\sigma^{eq} = \sqrt{\langle \sigma \rangle [P] \{ \sigma \}} \quad (3.14)$$

Avec  $[P]$  définie, dans le cas des contraintes planes, par :

$$[P] = \begin{bmatrix} 1 & -0.5 & 0 \\ -0.5 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Pour prendre en compte le comportement orthotrope des tôles, le critère quadratique de Hill48 [Hil48] est largement utilisé. Trois paramètres matériaux, les coefficients de Lankford, sont nécessaires pour construire la matrice  $[P]$  :  $r_0$ ,  $r_{45}$  et  $r_{90}$ . Notons :

$$\left\{ \begin{array}{l} F = \frac{H}{r_{90}} \\ G = \frac{1}{r_0 + 1} \\ H = r_0 G \\ N = \frac{(r_0 + r_{90})(2r_{45} + 1)}{2(r_0 + 1)} \end{array} \right. \quad (3.16)$$

La matrice  $[P]$  s'écrit alors :

$$[P] = \begin{bmatrix} G + H & -H & 0 \\ -H & F + H & 0 \\ 0 & 0 & 2N \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Il est également possible d'utiliser un coefficient d'anisotropie moyen :

$$\bar{r} = \frac{1}{4}(r_0 + 2r_{45} + r_{90}) \quad (3.18)$$

La matrice devient alors :

$$[P] = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{\bar{r}}{1+\bar{r}} & 0 \\ -\frac{\bar{r}}{1+\bar{r}} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2\frac{1+2\bar{r}}{1+\bar{r}} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Le critère de von Mises se retrouve avec les trois coefficients de Lankford égaux à 1.

### 3.6.2 Théorie de l'écoulement plastique

La théorie de l'écoulement plastique est traditionnellement utilisée pour le calcul élasto-plastique. Le principe général est basé sur le travail minimum ce qui implique que la direction de la déformation plastique suit la normale à la surface de charge. Cette théorie est largement utilisée dans les codes de calcul commerciaux comme ABAQUS ou LS-DYNA et donne de très bons résultats en comparaison avec les observations expérimentales. Plusieurs auteurs comme Simo et Ortiz [Sim85] ou Crisfield [Cri91] ont présenté des algorithmes permettant la résolution numérique de cette théorie.

Les équations générales constitutives relient le vecteur des déformations élastiques au vecteur des contraintes par la relation linéaire suivante dans le cas des contraintes planes :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = [C^{el}] \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11}^{el} \\ \varepsilon_{22}^{el} \\ \varepsilon_{12}^{el} \end{Bmatrix} \quad (3.20)$$

Relation à laquelle il faut ajouter  $\sigma_{33} = 0$ , ce qui implique :

$$\varepsilon_{33} = -\frac{\nu}{1-\nu}(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}) \quad (3.21)$$

Avec  $[C^{el}]$  la matrice de raideur d'élasticité, elle s'exprime sous la forme :

$$[C^{el}] = E \begin{bmatrix} \frac{1}{1-\nu^2} & \frac{\nu}{1-\nu^2} & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu^2} & \frac{1}{1-\nu^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2(1+\nu)} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Les coefficients  $E$  et  $\nu$  représentent le module de Young et le coefficient de Poisson respectivement.

La loi d'écroissage sera modélisée par la fonction suivante afin de permettre au mieux le lissage de la courbe expérimentale.

$$\sigma^y = A + B(C + \bar{\epsilon}^{pl})^n \quad (3.23)$$

Il est possible de retrouver ainsi la loi d'écroissage de Ludwick avec  $C = 0$  ou la loi de Swift avec  $A = 0$ . Les paramètres  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $n$  de la loi d'écroissage doivent être déterminés expérimentalement.

La loi généralisée de l'écoulement plastique donne l'évolution de la déformation plastique en fonction de la normale à la fonction de charge :

$$\{\dot{\epsilon}^{pl}\} = \dot{\bar{\epsilon}}^{pl} \left\{ \frac{\partial f}{\partial \{\sigma\}} \right\} = \dot{\bar{\epsilon}}^{pl} \frac{[P]\{\sigma\}}{\sigma^{eq}} \quad (3.24)$$

En utilisant la condition de consistance ( $df = 0$ ), l'incrément de déformation plastique équivalente,  $\dot{\bar{\epsilon}}^{pl}$  peut être obtenu en fonction de la normale à la fonction de charge  $\left\{ \frac{\partial f}{\partial \{\sigma\}} \right\}$ , le module de l'écroissage actualisé  $\frac{\partial \sigma^y}{\partial \bar{\epsilon}^{pl}}$  et l'incrément du vecteur des déformations  $\{\dot{\epsilon}\}$ . La relation suivante est obtenue :

$$\dot{\bar{\epsilon}}^{pl} = \frac{\left\langle \frac{\partial f}{\partial \{\sigma\}} \right\rangle [C^{el}]\{\dot{\epsilon}\}}{\left\langle \frac{\partial f}{\partial \{\sigma\}} \right\rangle [C^{el}] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \{\sigma\}} \right\} + \frac{\partial \sigma^y}{\partial \bar{\epsilon}^{pl}}} \quad (3.25)$$

La première partie de l'algorithme de résolution utilise une prédiction élastique de la déformation. Si la fonction de charge ainsi obtenue est supérieure à zéro, le retour sur la fonction de charge est déterminé par des itérations jusqu'à convergence (la fonction de charge nulle).

Le calcul détaillé du correcteur plastique est présenté en annexe A.1.

Le schéma suivant présente l'algorithme associé à cette méthode.

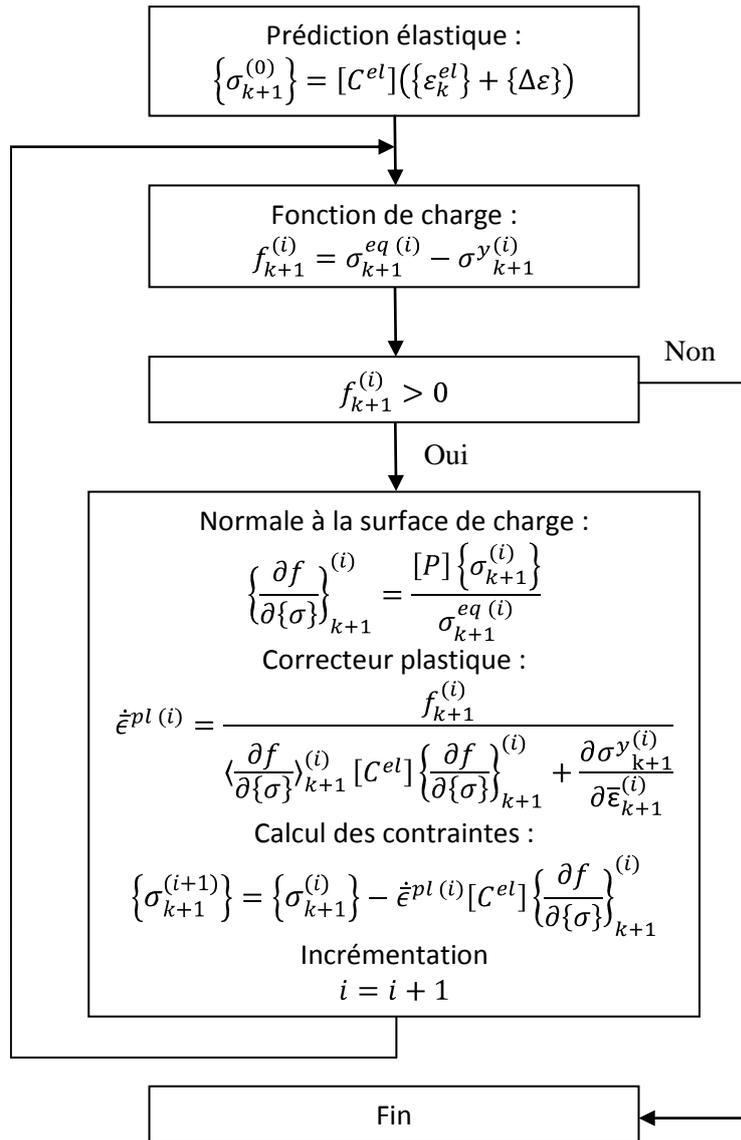


Figure 3.29. Diagramme de calcul du tenseur des contraintes par la théorie de l'écoulement plastique

La figure suivante montre l'évolution de la contrainte et de la fonction de charge pendant les itérations de plasticité. L'indice k représente les valeurs de l'incrément précédent, et k+1 à la fin de l'incrément actuel. L'exposant (i) représente l'itération i.

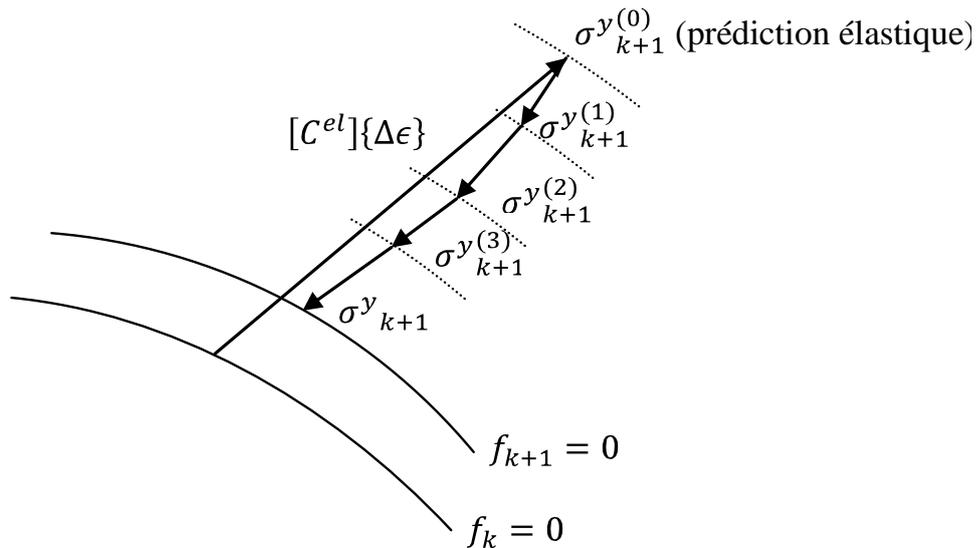


Figure 3.30. Résolution graphique de l'écoulement plastique [Sim85]

### 3.6.3 Théorie de la déformation

La théorie de la déformation a été initialement introduite par Hencky [Hen24]. Elle peut être appliquée sur la déformation totale ou sur l'incrément de déformation.

Dans le cas de la déformation totale, le chargement augmente proportionnellement au temps. Lemaitre et Chaboche [Lem88] ont proposé la relation suivante :

$$\{\sigma(M, t)\} = c(t)\{\sigma(M, t_f)\} \quad (3.26)$$

Avec  $\sigma(M, t)$  le tenseur des contraintes au point matériel  $M$  et au temps  $t$ ,  $t_f$  est le temps final du chargement et  $c(t)$  est une fonction du temps toujours croissante.

Avec ces hypothèses, il n'est pas possible de prendre en compte la phase de décharge qui est associée à la prédiction du phénomène de retour élastique. Cette théorie est aujourd'hui principalement implémentée dans l'Approche Inverse [Guo00] qui est généralement utilisée pour l'optimisation des procédés d'emboutissage. Le temps de calcul d'une simulation par cette approche est en effet très faible comparé aux méthodes incrémentales (solveur dynamique explicite par exemple).

Par contre, la théorie de la déformation totale ne prend pas en compte le trajet de chargement car l'état de contrainte est considéré proportionnel à chaque pas de temps durant toute la simulation.

La figure suivante montre schématiquement la méthode, l'état de contrainte se calcule directement à l'aide d'un module sécant  $E^s$  :

$$\sigma_A = E^s \varepsilon_A \quad (3.27)$$

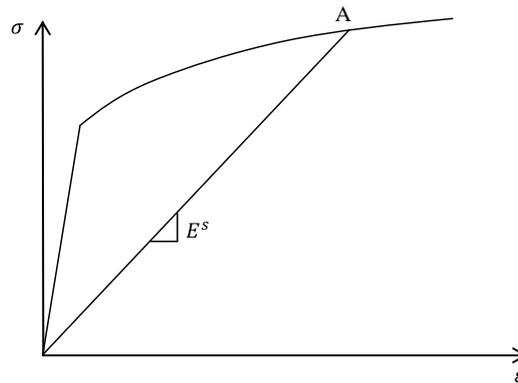


Figure 3.31. Principe de la déformation totale

Dans le cas de la théorie de la déformation incrémentale proposée par Chung et Richmond [Chu93], le chargement est considéré proportionnel au temps pour chaque incrément de déformation. Un algorithme efficace, utilisant cette théorie, a été proposé par Ramakrishnan et al. [Ram99] pour un matériau à comportement isotrope. Les résultats observés sont en bonne concordance avec les essais expérimentaux associés. L'avantage de cette théorie, comparé à celle de l'écoulement plastique est qu'il n'est pas nécessaire d'utiliser de schéma d'intégration [Yan86, Ger89]. Lubarda a montré que ces deux théories (déformation et écoulement plastique) sont équivalentes seulement pour un chargement proportionnel [Lub00].

La simulation numérique du formage incrémental nécessite la prise en compte du retour élastique. La théorie de la déformation totale n'est pas adaptée pour résoudre ce problème.

La théorie de la déformation incrémentale permet de prendre en compte, pour un incrément donné, le phénomène de charge ou de décharge. En effet, le chargement est considéré proportionnel pour un incrément de déformation et s'écrit sous la forme suivante [Chu93] :

$$\begin{aligned} \{\Delta\varepsilon(M, t)\} &= \alpha(t)\{\Delta\varepsilon(M, t_0 + \Delta t)\} \\ t &\in [t_0, t_0 + \Delta t] \end{aligned} \quad (3.28)$$

Avec  $\Delta\varepsilon(M, t)$  l'incrément du tenseur des déformations au point matériel  $M$  et au temps  $t$ ,  $t_0$  est le temps au début de l'incrément,  $\Delta t$  est le pas de temps de l'incrément et  $\alpha(t)$  est une fonction du temps toujours croissante.

Comme le chargement est considéré proportionnel, il est possible d'utiliser les variables équivalentes (de contraintes et de déformations) pour décrire le comportement du matériau pour un incrément de temps. La figure 3.32 présente le principe pour le cas

unidimensionnel. Le point matériel considéré a un état initial (noté A) de contrainte et de déformation. Le point B est l'état recherché à la fin de l'incrément. La contrainte en B est fonction de la déformation élastique en A ( $\varepsilon_A^{el}$ ), de l'incrément de déformation ( $\Delta\varepsilon$ ) ainsi que d'un module élasto-plastique ( $E^{ep}$ ) qui est lui-même fonction d'un module plastique ( $E^{pl}$ ) et du module de Young. La contrainte en B se calcule par l'expression suivante :

$$\sigma_B = E^{ep}(\varepsilon_A^{el} + \Delta\varepsilon) \quad (3.29)$$

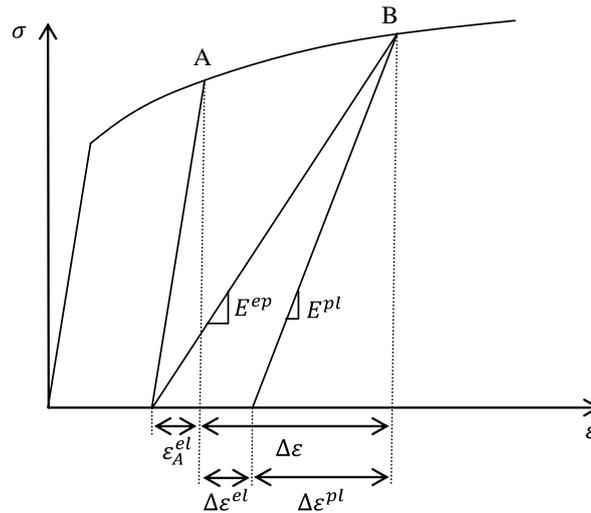


Figure 3.32. Principe de la déformation incrémentale [Ram99]

En décomposant la déformation en une partie purement élastique et une partie purement plastique, il est possible d'écrire :

$$\begin{aligned} \{\varepsilon_B^{el}\} &= \{\varepsilon_A^{el}\} + \{\Delta\varepsilon^{el}\} \\ \{\Delta\varepsilon^{pl}\} + \{\varepsilon_B^{el}\} &= \{\Delta\varepsilon\} + \{\varepsilon_A^{el}\} \end{aligned} \quad (3.30)$$

La variable  $\{\varepsilon^*\}$  est définie comme la somme de la déformation élastique au début de l'incrément, et de l'incrément de la déformation totale, c'est-à-dire :

$$\{\varepsilon_B^*\} = \{\varepsilon_A^{el}\} + \{\Delta\varepsilon\} \quad (3.31)$$

En reprenant la définition du module plastique  $E^{pl}$  défini dans la figure 3.32 :

$$E^{pl} = \frac{\sigma_B^y}{\Delta\varepsilon^{pl}} \quad (3.32)$$

L'incrément de déformation plastique obtenu par la loi normale généralisée (équation 3.24) peut être écrit en fonction du module plastique en remplaçant les différentielles par les incréments :

$$\{\Delta\varepsilon^{pl}\} = \frac{1}{E^{pl}} [P] \{\sigma_B\} \quad (3.33)$$

Comme la relation entre la déformation élastique et les contraintes s'écrit :

$$\{\varepsilon^{el}\} = [C^{el}]^{-1} \{\sigma\} \quad (3.34)$$

Les contraintes peuvent être obtenues en fonction de  $\{\varepsilon^*\}$  avec la relation suivante :

$$\{\sigma_B\} = \left( \frac{1}{E^{pl}} [P] + [C^{el}]^{-1} \right)^{-1} \{\varepsilon_B^*\} \quad (3.35)$$

En définissant  $[C^{ep}]$  comme une matrice élasto-plastique :

$$[C^{ep}] = \left( \frac{1}{E^{pl}} [P] + [C^{el}]^{-1} \right)^{-1} \quad (3.36)$$

L'analogie avec le cas unidimensionnel est obtenue :

$$\{\sigma_B\} = [C^{ep}] \{\varepsilon_B^*\} \quad (3.37)$$

Pour représenter graphiquement la résolution avec la fonction de charge, l'équation 3.35 peut être réécrite sous la forme suivante :

$$\left( \frac{1}{E^{pl}} [P] [C^{el}] \right) \{\sigma_k\} + \left( \frac{1}{E^{pl}} [P] [C^{el}] + [1] \right) \{\Delta\sigma\} = [C^{el}] \{\Delta\varepsilon\} \quad (3.38)$$

Le terme de droite représente la prédiction élastique. Cette équation est illustrée sur la figure suivante. Pour un incrément de déformation, l'incrément des contraintes est bien proportionnel à un scalaire ( $E^{pl}$ ).

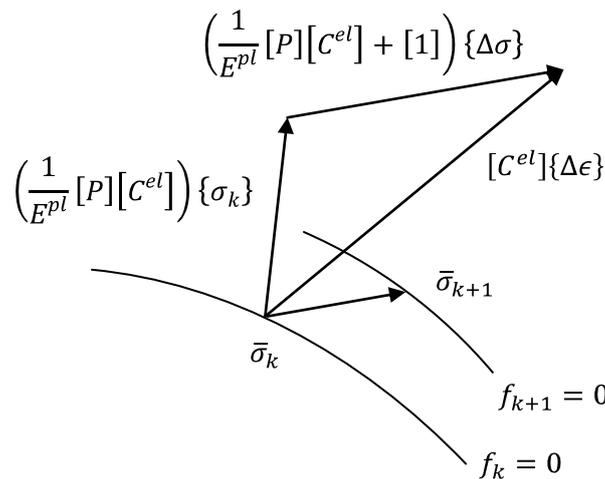


Figure 3.33. Résolution graphique de la déformation incrémentale

Il reste maintenant à déterminer l'incrément de déformation plastique équivalent. En effet, une fois connu, il est possible de calculer la contrainte équivalente grâce à la relation de comportement et le module plastique qui est le rapport entre les deux. Le

vecteur des contraintes peut ensuite être calculé. Le détail du calcul est présenté en annexe A.2.

La figure suivante montre l'architecture générale de l'implémentation de la théorie de la déformation incrémentale dans un code de calcul par éléments finis.

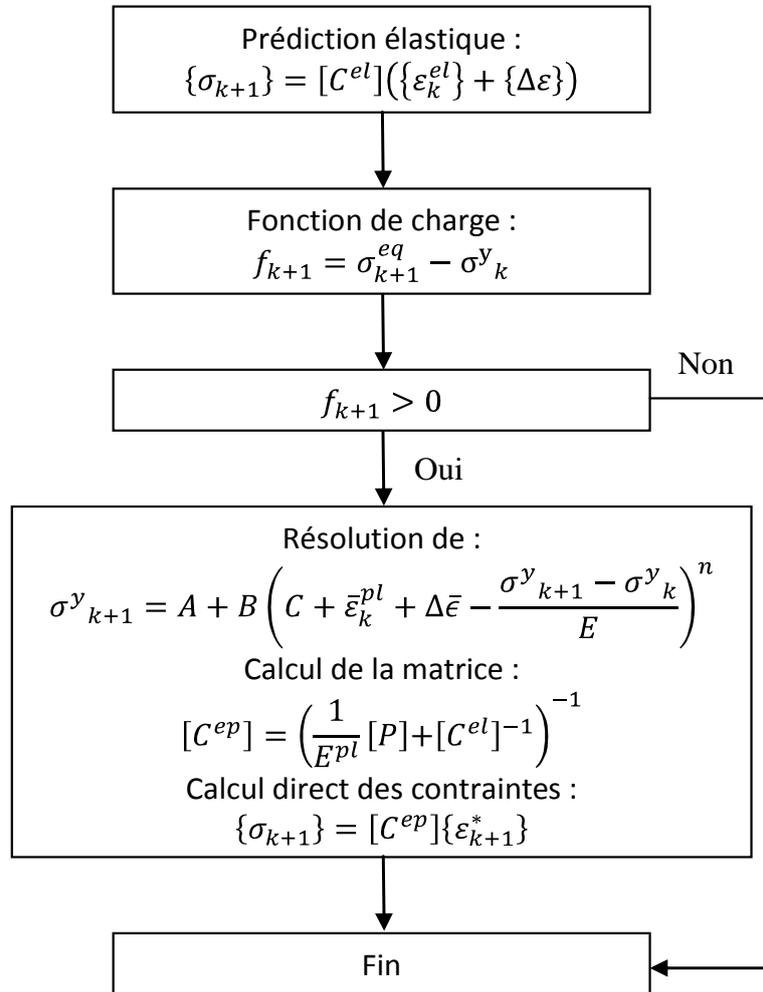


Figure 3.34. Diagramme de calcul par la déformation incrémentale

Cet algorithme, utilisant la théorie de la déformation incrémentale, a été présenté à la conférence ESAFORM en 2008 [Rob08].

### 3.6.4 Comparaison et validation

Pour comparer les deux algorithmes, les deux théories sont programmées dans ABAQUS par le biais de procédures spécifiques (VUMAT : subroutine utilisateur écrite en langage FORTRAN pour implémenter une loi de comportement lors de simulations utilisant un schéma explicite). Un calcul identique sera effectué avec un chargement imposé en

déformation sur un point matériel. Les algorithmes sont ensuite testés sur la mise en forme de tôles minces. Une première étude utilise le test de Nakazima (emboutissage), puis une seconde est effectuée sur un cas test de formage incrémental.

### Point matériel

Tout d'abord, une première comparaison est réalisée sans utiliser de code éléments finis. Les lois de comportement sont intégrées dans un programme spécifique écrit en FORTRAN avec, comme entrée, un trajet de déformation imposé. Le calcul s'effectue en un point soumis à un état plan de contrainte.

Considérons un point matériel avec un comportement élasto-plastique. Les paramètres matériaux sont les suivants :

- module de Young : 69000 MPa ;
- coefficient de Poisson : 0.33.

La loi d'écroutissage suit la loi de Swift :

$$\sigma^y = 150(0.013 + \bar{\varepsilon}^{pl})^{0.214} \text{ MPa} \quad (3.39)$$

Le comportement est supposé isotrope.

La déformation imposée est d'abord de la déformation uniaxiale, le tenseur de déformation est :

$$\langle \varepsilon_1 \rangle = \langle 0.5; 0; 0 \rangle \quad (3.40)$$

Le point est ensuite soumis à du cisaillement, en gardant la déformation uniaxiale déjà imposée :

$$\langle \varepsilon_2 \rangle = \langle 0; 0; 0.5 \rangle \quad (3.41)$$

La figure 3.35 montre le trajet des contraintes dans le repère principal. La théorie de l'écoulement plastique est utilisée. Plusieurs zones peuvent être observées :

- Entre le point A et D : les déformations  $\langle \varepsilon_1 \rangle$  sont appliquées.
- Entre le point D et F : les déformations  $\langle \varepsilon_2 \rangle$  sont ajoutées à  $\langle \varepsilon_1 \rangle$ .
- Entre le point A et B : le comportement est purement élastique, les contraintes suivent une droite de direction  $\langle \nu; 1 \rangle$ .

- Entre le point B et C : le comportement passe de purement élastique à quasiment purement plastique. Si le module de Young est plus faible, le point C sera soumis à une contrainte principale  $\sigma_I$  plus élevée que celle évaluée dans ce cas.
- Entre le point C et D : les déformations plastiques sont beaucoup plus grandes que les déformations élastiques, le comportement se rapproche d'un comportement purement plastique, les contraintes suivent une droite de direction  $\langle 0.5; 1 \rangle$ .
- Entre le point D et E : le comportement passe de déformation uniaxiale à un état de cisaillement pur. Une évolution de l'écroutissage existe.
- Entre le point E et F : les contraintes de cisaillement sont prépondérantes, elles suivent une droite de direction  $\langle -1; 1 \rangle$ .

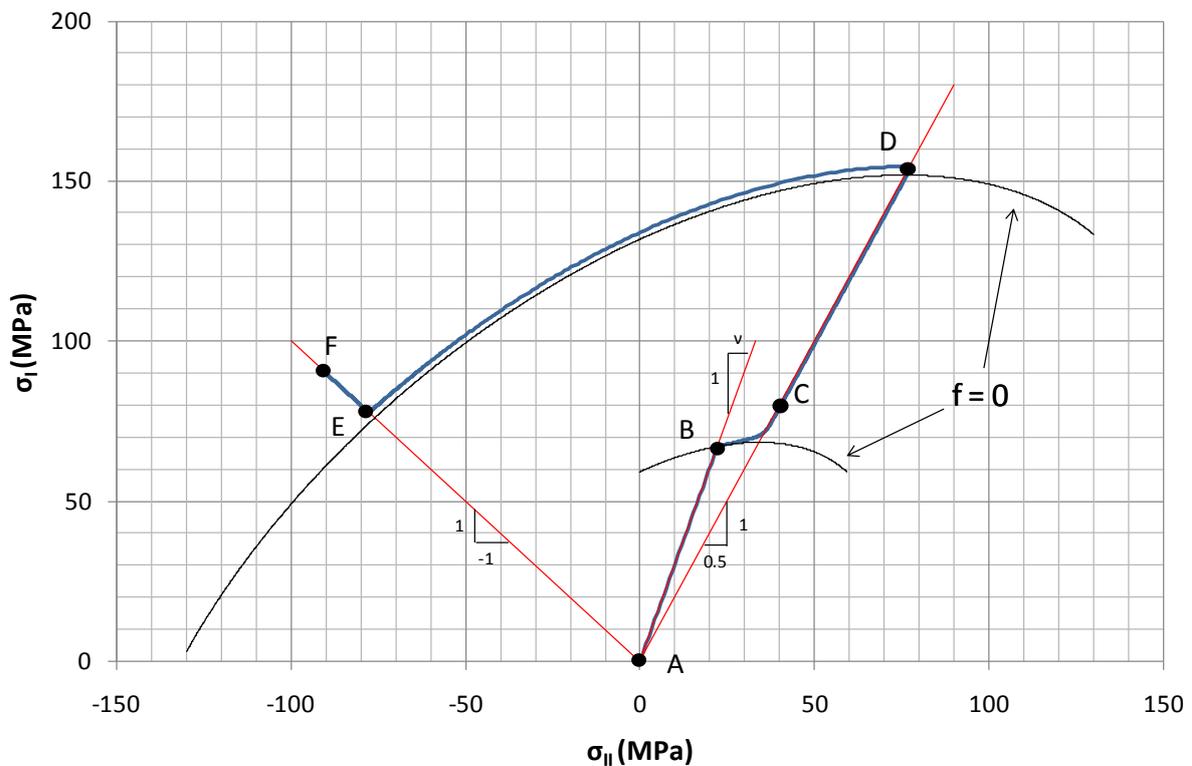


Figure 3.35. Trajet des contraintes

La figure suivante montre la différence entre les deux théories. On peut observer une très bonne concordance entre ces deux courbes. Cependant une légère instabilité apparaît en utilisant la théorie de la déformation incrémentale au niveau du point D (ajout de la déformation de cisaillement).

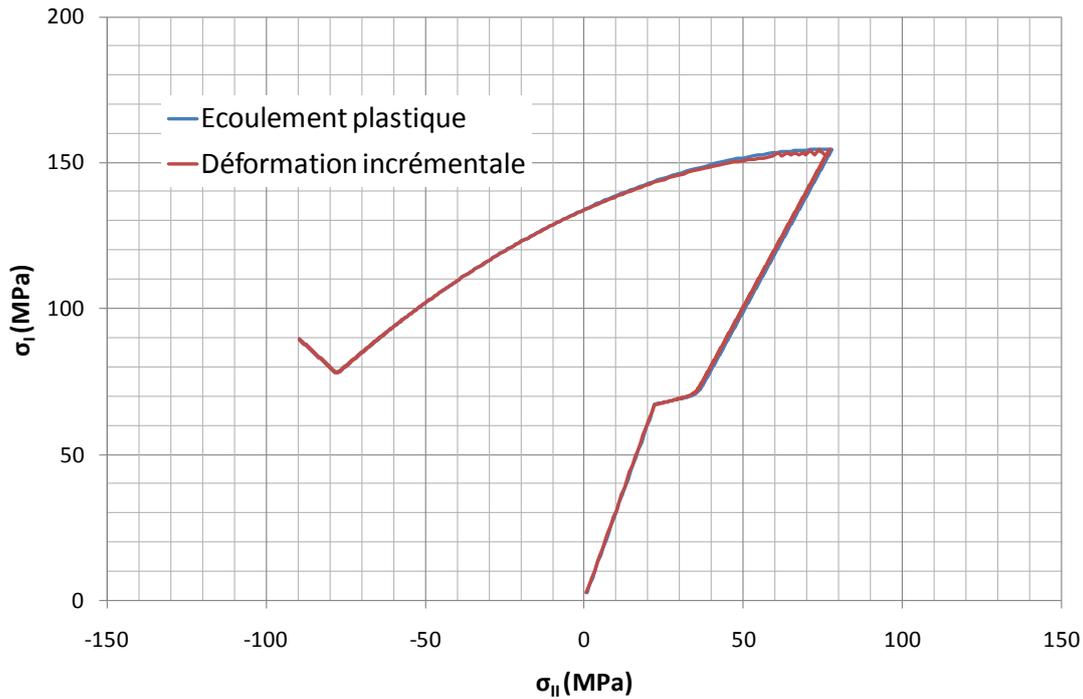


Figure 3.36. Evolution des contraintes pour les deux théories

Pour évaluer la différence du temps CPU pour la résolution de ce problème, les calculs sont effectués en boucle 1000 fois avec chacune des deux théories afin d'obtenir une estimation raisonnable des temps de calcul.

La réduction relative du temps CPU s'écrit :

$$\delta^{CPU} = \frac{t^{ecoul} - t^{def}}{t^{ecoul}} \quad (3.42)$$

Dans ce cas, la réduction du temps est de 77.2 %, ce qui est sensiblement élevé. Utiliser la théorie de la déformation incrémentale pour la simulation numérique des procédés de mise en forme semble être une bonne solution pour diminuer les temps de simulation.

### Test de Nakazima

Ce test [Nak68] est classiquement utilisé lors de la détermination expérimentale des courbes limite de formage pour les emboutis profonds. Knockaert [Kno01] a utilisé ce test, expérimentalement et numériquement. De bons résultats ont été obtenus, en comparaison avec l'expérimental, en utilisant la théorie de l'écoulement plastique. Dans notre étude, la simulation numérique de ce test permettra de valider la théorie de la déformation incrémentale sur la mise en forme d'un embouti profond.

Le matériau utilisé est un alliage d'aluminium dont les paramètres sont les suivants [Ben05] :

- $E = 70 \text{ GPa}$  ;
- $\nu = 0.3$  ;
- $\sigma^y = 26 + 466(0.0031 + \bar{\epsilon}^{pl})^{0.293} \text{ MPa}$  ;
- $r_0 = 0.45, r_{45} = 0.85, r_{90} = 0.35$ .

La force exercée sur le serre-flan est de 100 kN. Le diamètre de l'outil est de 75mm. Les paramètres géométriques de la tôle, d'épaisseur 1mm, ainsi que des outils sont présentés sur la figure suivante :

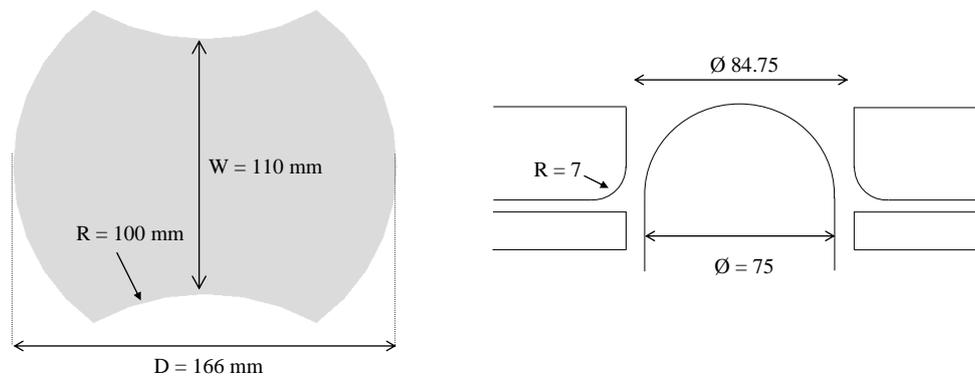


Figure 3.37. Paramètres géométriques pour le test de Nakazima

Le frottement entre la tôle et l'outil est supposé négligeable. Entre les autres outils (matrice et serre-flan) et le flan, le frottement est modélisé par la loi de Coulomb avec un coefficient de 0.06 [Ben05].

Expérimentalement, la striction est apparue pour un déplacement de l'outil de 40mm. La simulation utilise cette valeur du déplacement comme consigne de pilotage afin d'obtenir une grande plage de déformation.

Le quart de la tôle est modélisé en tenant compte des conditions de symétrie. Les éléments utilisés sont des coques à 3 nœuds (S3) et 5 points d'intégration de Simpson dans l'épaisseur. Les outils (poinçon, matrice et serre-flan) sont modélisés par des surfaces analytiques rigides. Le modèle éléments finis comporte 1405 éléments et 4554 degrés de liberté. Les joncs sur le serre-flan et la matrice sont modélisés par un encastrement sur la périphérie de la tôle.

Comparaison des temps de calcul :

Le calcul est réalisé en utilisant un schéma dynamique explicite avec un facteur de pondération de masse de 100. La vitesse de l'outil est de 40 mm/s. Un seul processeur est utilisé.

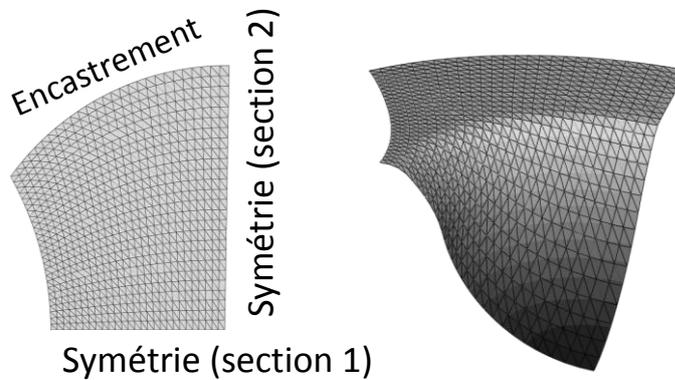


Figure 3.38. Géométries initiale et finale pour le test de Nakazima

Deux facteurs de comparaison du temps de calcul sont utilisés :

- un gain de temps global qui prend en compte le temps CPU total de la simulation (équation 3.42) en fonction du déplacement de l'outil.
- Un gain de temps incrémental, qui est défini comme le rapport du temps CPU pour 1% du déplacement total de l'outil :

$$\Delta\delta^{CPU} = \frac{\Delta t^{ecoul} - \Delta t^{def}}{\Delta t^{ecoul}} \quad (3.43)$$

Avec  $\Delta t^{ecoul}$  le temps CPU pour un déplacement de 1% du déplacement de l'outil avec la théorie de l'écoulement plastique, et  $\Delta t^{def}$  avec la théorie de la déformation incrémentale.

La figure suivante présente l'évolution des différents gains de temps en fonction du déplacement de l'outil.

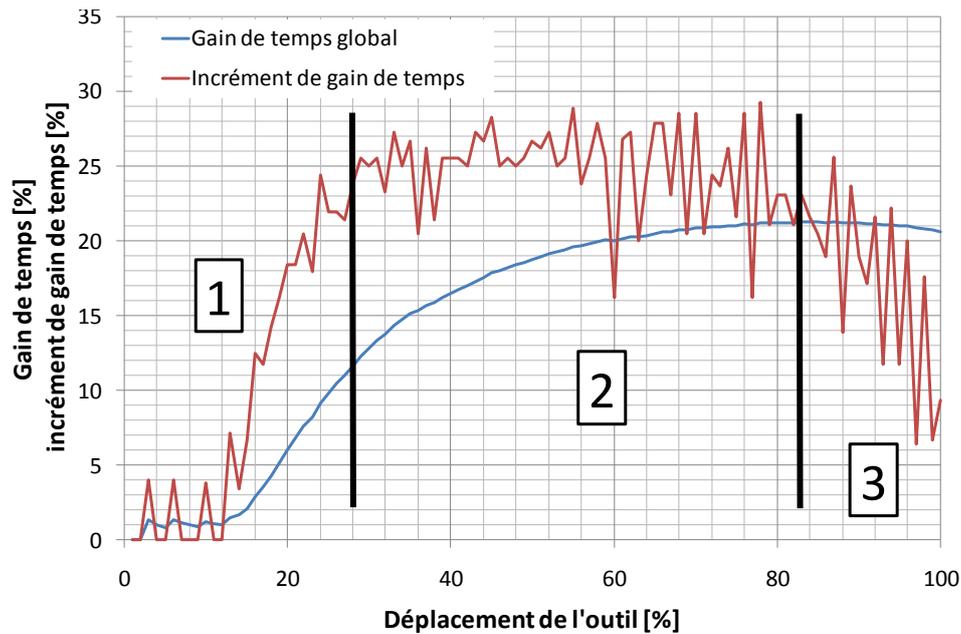


Figure 3.39. Gain de temps pour le test de Nakazima

Trois zones peuvent être observées :

- zone 1 : Les gains de temps augmentent ;
- zone 2 : Le gain de temps global continue à augmenter et l'incrément de gain de temps est globalement constant (environ 25%) ;
- zone 3 : Le gain de temps global est constant et l'incrément de gain de temps diminue.

Pour expliquer ces évolutions, regardons le nombre d'éléments qui sont dans le domaine plastique. La première courbe (en bleu) sur la figure suivante représente les éléments dont la déformation plastique équivalente existe ( $> 0$ ), la deuxième (en rouge) est le nombre d'éléments dont la déformation plastique équivalente a augmenté sur 1% du déplacement de l'outil.

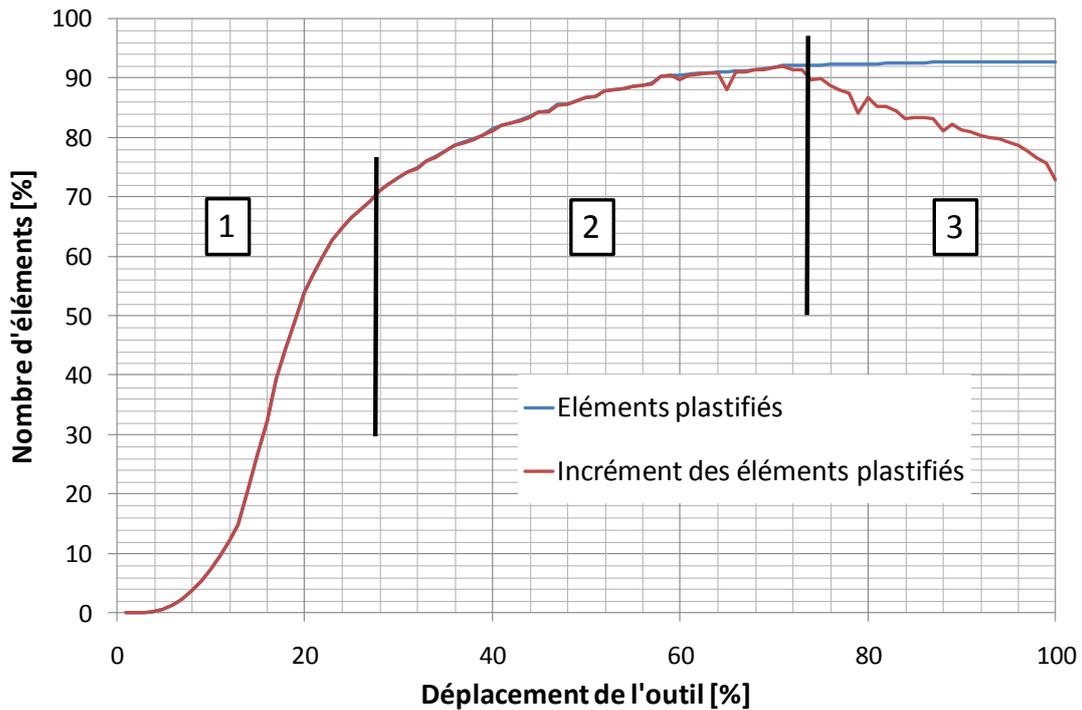


Figure 3.40. Nombre d'éléments plastifiés

Les trois zones observées pour le gain de temps sont visibles sur la figure précédente.

- Dans la première zone, les éléments commencent à plastifier et la majorité est dans le domaine élastique. Comme il n'y a pas de différence entre les deux théories au niveau de l'élasticité, le gain de temps est faible.
- La déformation plastique équivalente augmente pour la plupart des éléments pendant la deuxième phase, l'avantage de la théorie de la déformation incrémentale est significatif.
- Quelques éléments ne plastifient plus dans la dernière zone du fait de la localisation de la déformation (la striction commence à être observée expérimentalement), de plus, les non linéarités de contact et de grandes déformations sont prépondérantes par rapport aux non-linéarités dues à la loi de comportement et de ce fait, le gain de temps diminue.

Remarque générale :

La réduction du gain de temps est beaucoup moins importante que pour le cas précédent (point matériel). Cela est dû aux autres non-linéarités du problème (grandes déformations et contact) ainsi que tous les autres calculs (déplacements ...) liés à la résolution d'un problème par la méthode des éléments finis.

Comparaison de la déformée globale et de l'évolution de l'épaisseur :

En termes de qualité des résultats, les deux déformées se superposent. La figure suivante montre l'erreur relative sur l'épaisseur pour les deux sections (voir figure 3.38), elle est définie par :

$$\delta^{ep} = \frac{ep^{ecoul} - ep^{def}}{ep^{ecoul}} \quad (3.44)$$

Avec  $ep^{ecoul}$  l'épaisseur obtenue avec la théorie de l'écoulement plastique et  $ep^{def}$  l'épaisseur obtenue avec la théorie de la déformation incrémentale.

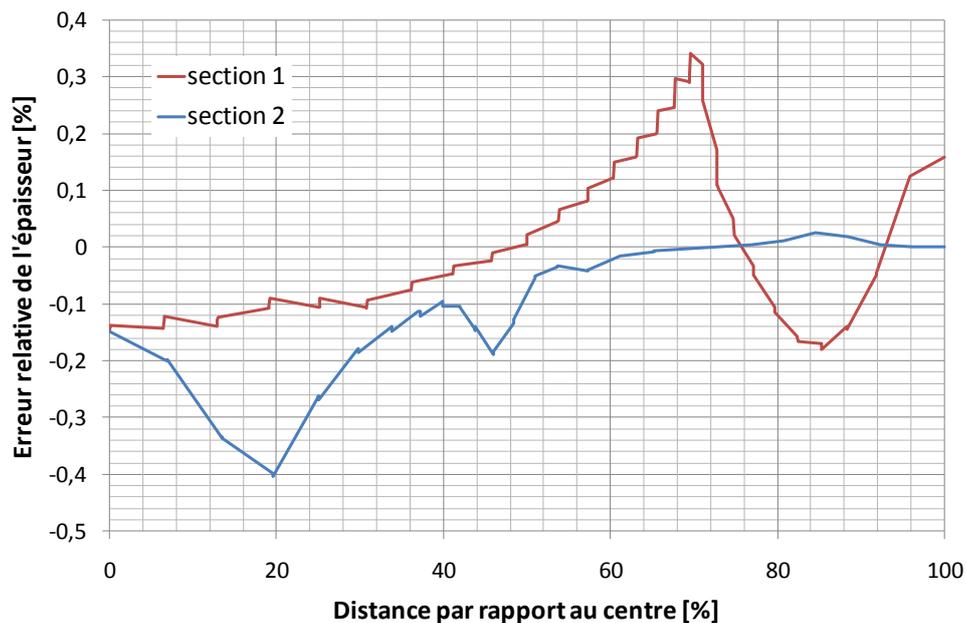


Figure 3.41. Erreur sur l'épaisseur pour le test de Nakazima

Les différences sont très faibles, (moins de 0.5% pour l'épaisseur), la théorie de la déformation incrémentale présente un grand intérêt pour la simulation numérique de ce type de procédé.

### Cas-test de formage incrémental

Ces deux théories de plasticité sont maintenant comparées sur un exemple de formage incrémental.

Le cas-test précédent (voir paragraphe 3.5.5 , premier cas-test) mettant en forme un godet cylindrique est repris.

Un schéma dynamique explicite, sans vitesse adaptée est utilisé. La vitesse de l'outil suit le profil défini précédemment et la vitesse moyenne est de 1 m/s. Le frottement est supposé négligeable.

Une simulation est réalisée avec la méthode de l'écoulement plastique, et une autre avec la théorie de la déformation incrémentale.

Les résultats sont comparés pour les différentes simulations en termes de réduction du temps de calcul, ainsi que sur la géométrie et sur l'évolution de l'épaisseur de la pièce mise en forme.

Influence du nombre de points d'intégration dans l'épaisseur :

Les simulations numériques sont réalisées avec 5, 7 et 9 points d'intégration dans l'épaisseur. Les résultats en termes de réduction du temps de calcul entre la théorie de la déformation incrémentale et la théorie de l'écoulement plastique sont récapitulés sur la figure suivante.

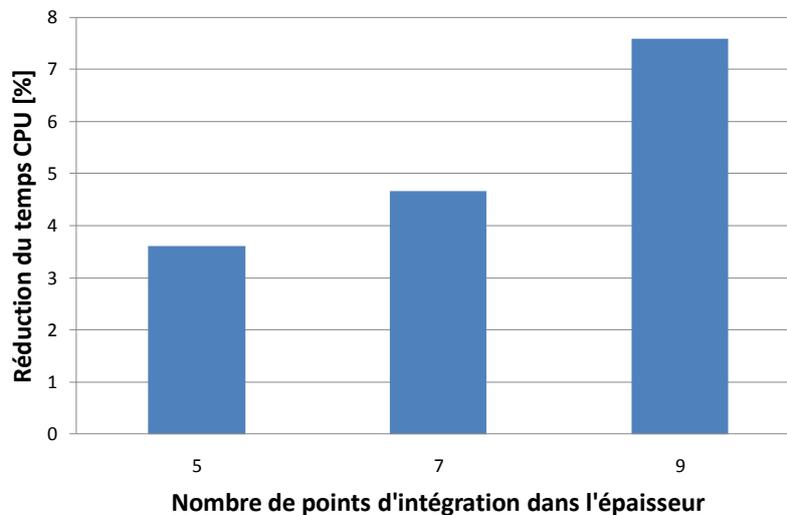


Figure 3.42. Réduction du temps CPU en fonction du nombre de points d'intégration

Plus le nombre de points d'intégration dans l'épaisseur est important, plus le temps de calcul est réduit en utilisant la théorie de la déformation incrémentale plutôt que la théorie de l'écoulement plastique.

Cela s'explique par l'augmentation du nombre de calculs élasto-plastiques liée au nombre important de points d'intégration.

Cependant la réduction du temps de calcul est relativement faible en comparaison avec la simulation du test de Nakazima. La raison est due à la spécificité du procédé de formage incrémental. En effet, seulement quelques éléments, autour de la zone de contact avec l'outil, sont dans le domaine plastique pour un incrément de temps donné. De plus, dans cette zone, les non-linéarités de contact sont prépondérantes et pénalisent les temps de calcul pour les deux méthodes.

L'utilisation de la théorie de la déformation incrémentale pour la simulation numérique du procédé de formage incrémental a peu d'influence sur le temps de calcul, hormis dans le cas de simulation nécessitant un nombre important de points d'intégration dans l'épaisseur.

Comparaison de la géométrie et de l'épaisseur :

Pour comparer ces résultats, deux coupes sur le flan sont utilisées. Elles sont présentées sur la figure 3.22.

Les comparaisons sont réalisées sur deux coupes (voir figure ci-dessous), après le retrait de l'outil.

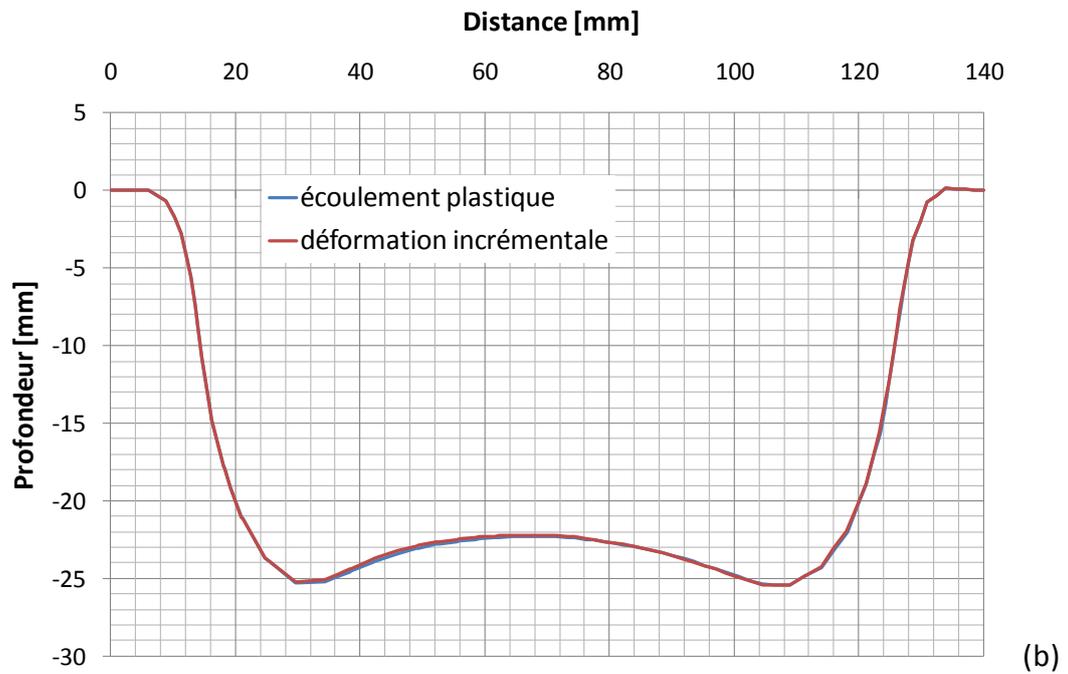
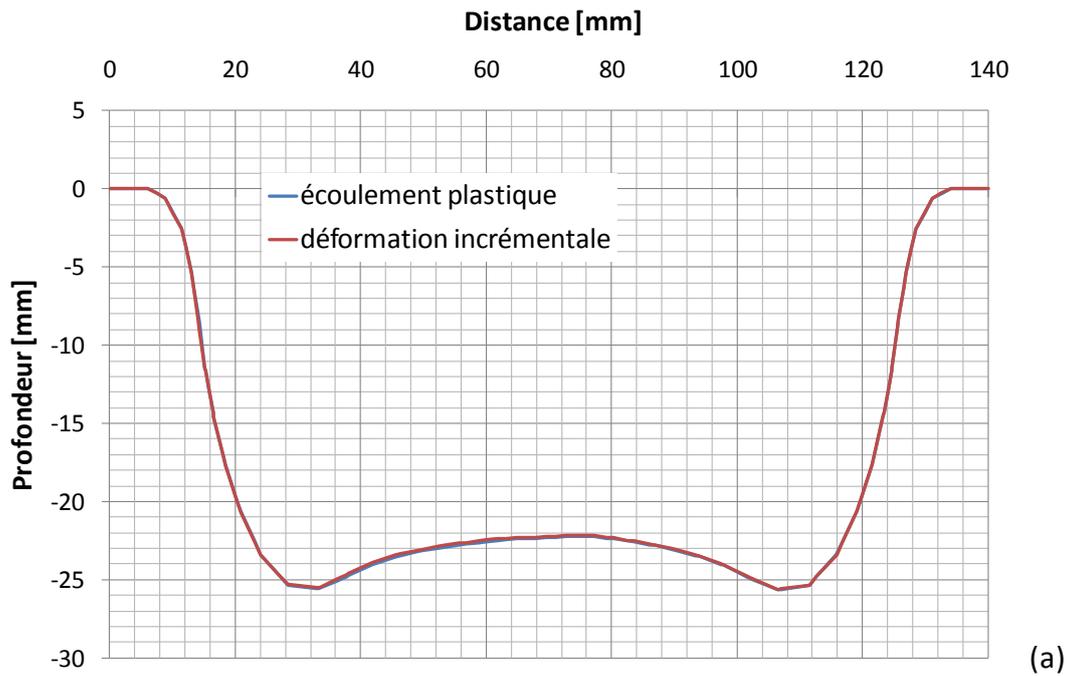


Figure 3.43. Comparaison de la géométrie pour 5 points d'intégration

(a) Coupe X-X, (b) Coupe Y-Y

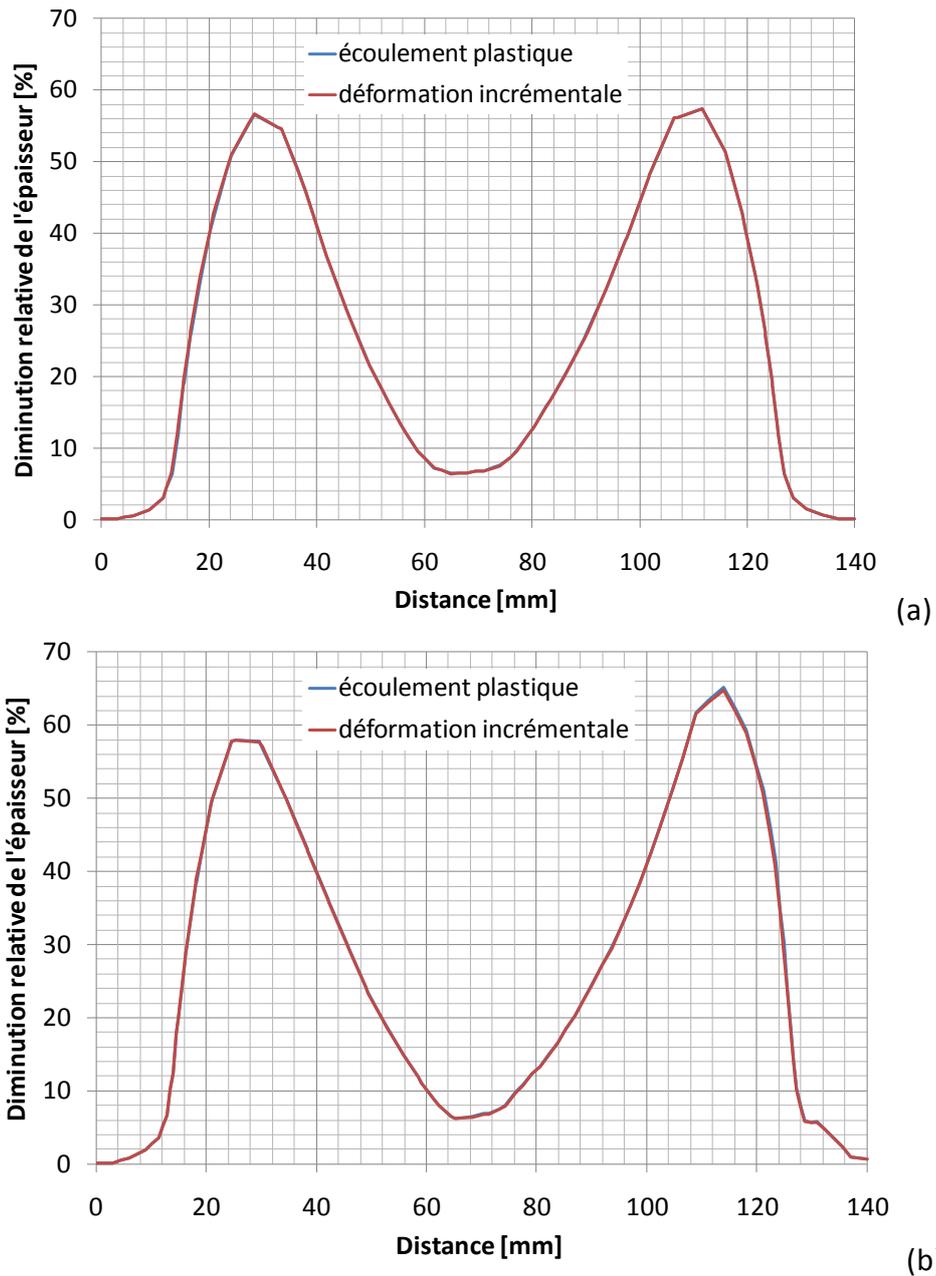


Figure 3.44. Comparaison de l'épaisseur pour 5 points d'intégration

(a) Coupe X-X, (b) Coupe Y-Y

Quelque soit la coupe, les résultats, en terme de géométrie et d'épaisseur, obtenus en utilisant la théorie de la déformation incrémentale ou la théorie de l'écoulement plastique, sont identiques.

Les résultats entre les deux théories en fonction du nombre de points d'intégration sont présentés sur la figure suivante :

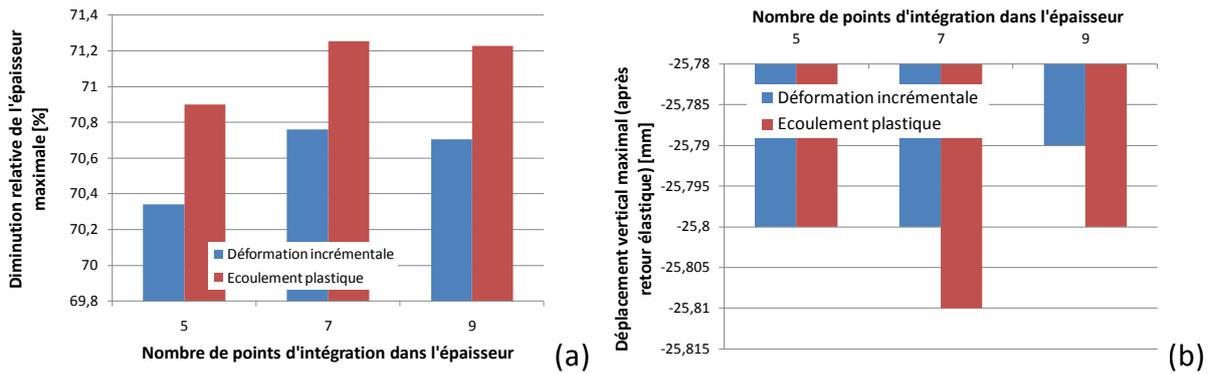


Figure 3.45. Influence du nombre de points d'intégration

(a) sur l'épaisseur, (b) sur la géométrie

On peut remarquer qu'en terme d'épaisseur, la théorie de la déformation incrémentale prédit une diminution de l'épaisseur plus faible, l'écart est d'environ 0.5% quelque soit le nombre de point d'intégration dans l'épaisseur.

Pour la géométrie l'écart est également très faible (0.01 mm) entre les deux théories de plasticité, quelque soit le nombre de points d'intégration.

Remarque générale :

La théorie de la déformation incrémentale peut donc être utilisée, de manière fiable, pour la simulation numérique du procédé de formage incrémental, mais le gain de temps global n'est pas significatif pour ce procédé.

### 3.7 Gestion du contact

La modélisation des phénomènes de contact entre les outils et la pièce est un facteur prépondérant pour la simulation numérique des procédés de mise en forme. La première partie présente un état de l'art général des principaux algorithmes généralement utilisés dans les codes de calcul industriels. La deuxième partie est le développement d'une approche simplifiée du contact pour le procédé de formage incrémental permettant un gain de temps significatif.

#### 3.7.1 Les principaux algorithmes de contact

Il existe plusieurs méthodes permettant de résoudre les problèmes de contacts entre deux solides [Moc99, Bar04, Lin05]. Cependant, les deux principales méthodes utilisées dans les codes de calculs pour la mise en forme des métaux sont :

- la méthode de pénalisation ;
- la méthode des multiplicateurs de Lagrange.

### Méthode de pénalisation

Cette méthode permet de gérer le contact entre deux corps déformables, soit entre un corps déformable et une surface rigide.

La figure suivante représente graphiquement le problème. Une surface rigide, représentée par le segment [AB], avec le repère associé : la normale entrante  $\vec{n}$ , et la composante tangentielle  $\vec{t}$ .  $K$  représente un nœud du second corps, déformable, de coordonnée  $\langle {}^K n_t, {}^K t_t \rangle^T$  à l'instant  $t$  dans le repère associé. Le point  $P$  est la projection orthogonale du nœud  $K$  sur le segment [AB] de coordonnées  $\langle {}^P n_t, {}^P t_t \rangle^T$ .

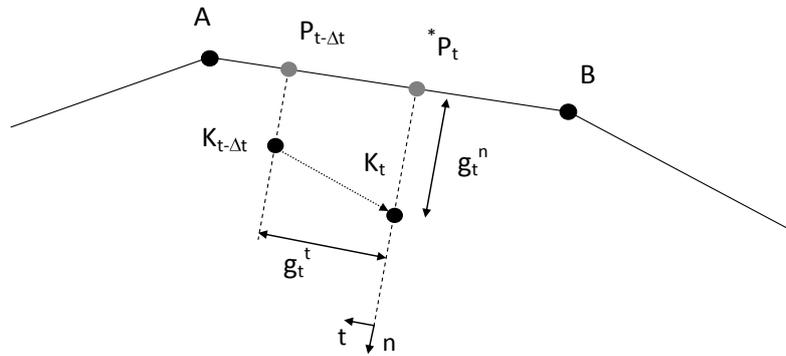


Figure 3.46. Représentation de la méthode de pénalisation [Lin05]

Avec cette méthode, une légère pénétration des deux corps est autorisée. Elle est définie par :

$$g_t^n = ({}^K n_t - {}^P n_t) > 0 \quad (3.45)$$

Durant un incrément de temps  $\Delta t$ , le nœud  $K$  se déplace de la position  $K_{t-\Delta t}$  à  $K_t$ . Le vecteur de pénétration nodal dans le repère local de contact est défini par :

$$\{g_t\} = \langle g_t^n, g_t^t \rangle^T \quad (3.46)$$

La projection orthogonale  $g_t^n$  de  $P_{t-\Delta t}$  à  ${}^*P_t$  correspond à la pénétration normale du nœud dans la surface rigide. Le déplacement tangential de ce nœud est évalué par  $g_t^t$ .

La méthode de pénalisation consiste à augmenter la fonctionnelle de l'énergie totale par une fonction de pénalisation :

$$\Pi^*(u_t) = \Pi(u_t) + \frac{K}{2} \langle g_t \rangle \{g_t\} \quad (3.47)$$

Avec  $\Pi(u_t)$  la fonctionnelle de l'énergie totale associée aux corps en contact,  $u_t$  le vecteur des déplacements nodaux.

En minimisant la fonctionnelle  $\Pi^*$ , il est possible de déterminer les actions de contact normale ( $F_t^n$ ) et tangentielle ( $F_t^t$ ) :

$$\begin{aligned} F_t^n &= F_{t-\Delta t}^n + k^n g_t^n \\ F_t^t &= F_{t-\Delta t}^t + k^t g_t^t \end{aligned} \quad (3.48)$$

La méthode de pénalisation introduit des raideurs, normale et tangentielle, au niveau des nœuds en contact. Deux coefficients de pénalité sont nécessaires,  $k^n$  et  $k^t$ .

L'avantage de cette méthode est qu'elle s'implémente relativement bien avec tout type de schéma d'intégration. Cependant, le choix des paramètres de pénalisation a une influence sur le processus de calcul. Le choix de ce critère de pénalité est déterminant pour garantir la cohérence des résultats [Lee93, Ju99].

Une valeur couramment utilisée a été proposée par Hallquist et al. [Hal85]. Dans ce cas, elle dépend de l'aire de la surface de l'élément en contact, de son volume, du module de compressibilité ainsi que d'un facteur d'échelle.

Chamoret et al. [Cha04] ou d'Arnoult et al. [Arn01] ont proposé d'autres méthodes permettant de faire évoluer les raideurs de contact en cours de simulation. Ces procédures ont permis d'améliorer la stabilité et la convergence des algorithmes.

### Méthode des multiplicateurs de Lagrange

La méthode des multiplicateurs de Lagrange introduit des variables supplémentaires (multiplicateurs de Lagrange) permettant de respecter la condition de non pénétration des nœuds d'une surface esclave (déformable), dans une surface maître (le plus souvent rigide). La taille du problème est de ce fait augmentée par les degrés de liberté associés aux déplacements normaux et tangentiels dans les zones de contact.

La fonctionnelle de l'énergie totale est définie par :

$$\Pi^*(u_t) = \Pi(u_t) + \langle \lambda_t \rangle \{g_t\} \quad (3.49)$$

Avec  $\langle \lambda_t \rangle = \langle \lambda_t^n, \lambda_t^t \rangle$  les multiplicateurs de Lagrange associés à chaque nœud en contact.

La formulation de l'équation d'équilibre permettant de minimiser cette fonctionnelle est alors :

$$\begin{aligned} [M]\{\ddot{u}_{t+\Delta t}\} + [C]\{\dot{u}_{t+\Delta t}\} + \{F_{t+\Delta t}^{int}\} + [G_{t+\Delta t}^{dep}]\{\lambda_{t+\Delta t}\} - \{F_{t+\Delta t}^{ext}\} &= 0 \\ [G_{t+\Delta t}^{dep}]\{X_{t+\Delta t}\} &\leq 0 \end{aligned} \quad (3.50)$$

Où  $[G_{t+\Delta t}^{dep}]$  est la matrice globale obtenue par assemblage des matrices élémentaires des contraintes de contact en déplacement.

Physiquement, les multiplicateurs de Lagrange correspondent aux actions de contact agissant sur les nœuds esclaves tel que :

$$F_{t+\Delta t}^c = [G_{t+\Delta t}^{dep}]\{\lambda_{t+\Delta t}\} \quad (3.51)$$

### Conclusion

Les algorithmes de contact présentés ci-dessus donnent de très bons résultats et ont été validés sur de nombreux cas-tests. Ils sont disponibles dans la majeure partie des codes de calcul industriels. Une étude comparative de plusieurs algorithmes de contacts, montrant notamment les temps de calculs, a été présentée par Chabrand et al. [Cha05]. Dans le cadre de la simulation numérique du procédé de formage incrémental, l'utilisation de ces algorithmes est associée à des temps de simulation très élevés. Ceci est dû à la localisation d'une forte non-linéarité au niveau du contact pièce/outil, mais également au nombre important d'incrémentes nécessaires pour pouvoir simuler la trajectoire complète pour la mise en forme d'une pièce industrielle.

### 3.7.2 Approche simplifiée du contact

Cette partie présente le développement d'une approche simplifiée du contact, dans le cadre du formage incrémental, permettant d'avoir une bonne approximation de la géométrie ainsi que de l'épaisseur de la tôle, tout en diminuant le temps de simulation. Le développement de cette approche simplifiée a été réalisé conjointement avec L. Ben Ayed, qui travaille dans le cadre du projet européen FLEXFORM [Fle06a]. Ces travaux ont été présentés à la conférence SHEMET en 2009 [Rob09a].

Le principe général de cette approche est d'appliquer des déplacements sur les nœuds qui sont supposés être en contact ou avoir été en contact avec l'outil pendant un incrément de temps.

La consigne de déplacement des nœuds respecte le critère d'interpénétration des deux surfaces et une correction géométrique pour tenir compte de la déformation globale du flan. Une pression pourra également être appliquée sur la zone de contact afin de limiter les singularités géométriques.

La précision et la rapidité de l'algorithme dépend du pas de déplacement de l'outil qui est un paramètre d'entrée imposé par l'utilisateur.

Le terme « approche simplifiée » est utilisé, et non « algorithme de contact », car dans cette méthode l'outil n'est pas pris en compte dans l'équilibre du système global.

La figure suivante montre schématiquement la différence entre un algorithme de contact et l'approche simplifiée. Avec un algorithme de contact, la tôle et l'outil sont pris en compte et l'algorithme minimise l'énergie de déformation avec la condition de non pénétration. La géométrie et les champs mécaniques sont ainsi obtenus. Dans le cas de l'approche simplifiée, un déplacement est imposé sur les nœuds supposés en contact avec l'outil (flèches rouges), les déplacements des autres nœuds (flèches vertes) ainsi que les autres champs mécaniques sont obtenus uniquement par l'équilibre de la tôle.

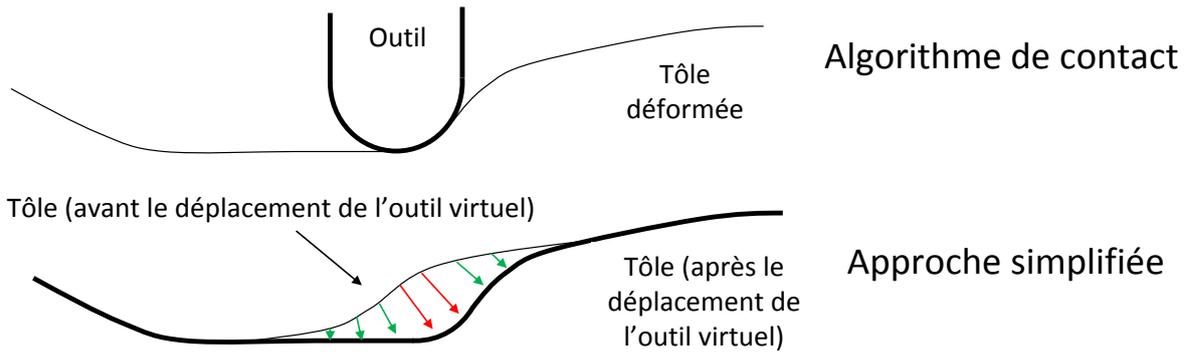


Figure 3.47. Comparaison algorithme de contact/approche simplifiée

Pour gérer l'avance de l'outil, des déplacements sont imposés sur les nœuds qui sont supposés en contact avec l'outil dans la configuration actuelle. La figure suivante montre schématiquement les déplacements à imposer sur un pas de déplacement (flèches bleues).

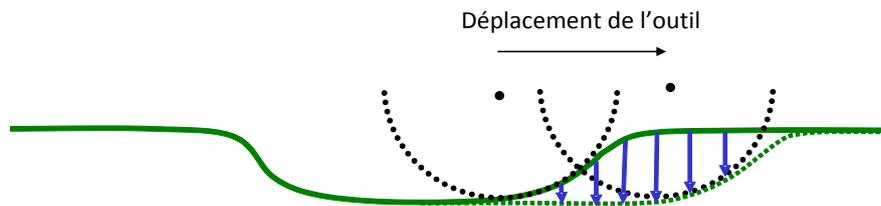


Figure 3.48. Principe de l'approche simplifiée

Dans toute cette partie, le frottement entre la tôle et l'outil est supposé négligeable. L'outil est également supposé infiniment rigide.

Pour le développement de cette approche simplifiée, plusieurs étapes sont nécessaires :

- trouver les nœuds qui sont en contact avec l'outil ;
- définir la direction de déplacement des nœuds ;
- gérer le pas de déplacement de l'outil.

Ces différentes étapes sont décrites dans les paragraphes suivants.

### Nœuds en contact

L'interpénétration entre les deux surfaces (outil/tôle) pour une position d'outil donnée n'est pas suffisante pour déterminer les nœuds sur lesquels il faut imposer des déplacements. Cela est d'autant plus vrai que le pas de déplacement de l'outil est grand. En effet, si tous les nœuds d'interpénétration entre les deux surfaces sont en contact à la fin de chaque incrément, une géométrie non conforme de la tôle est obtenue.

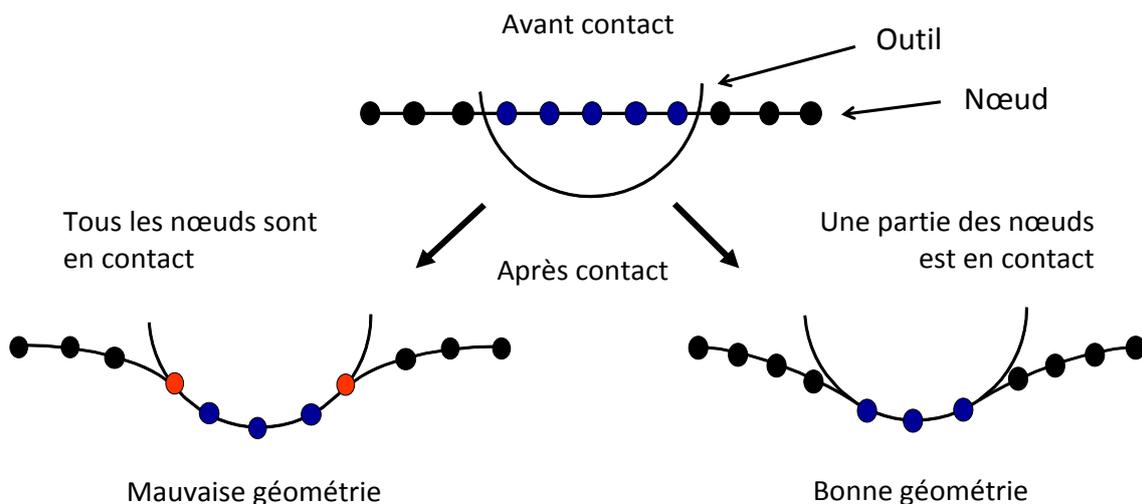


Figure 3.49. Schématisation des nœuds en contact

Hypothèse géométrique :

Une hypothèse, basée sur une approximation géométrique, permet de restreindre les conditions de déplacements dans la zone de contact. Seule une partie des nœuds présents dans la zone de l'outil seront soumis à une condition de déplacement afin de garantir la conformité géométrique de la zone de contact pièce/outil.

Deux arcs de cercles sont définis pour reproduire la géométrie du flan déformé. Un premier qui est superposé avec l'outil (zone de contact), et le second qui représente la

surface libre de la tôle. Pour assurer la continuité, les deux arcs ont la même tangente en leur point d'intersection.

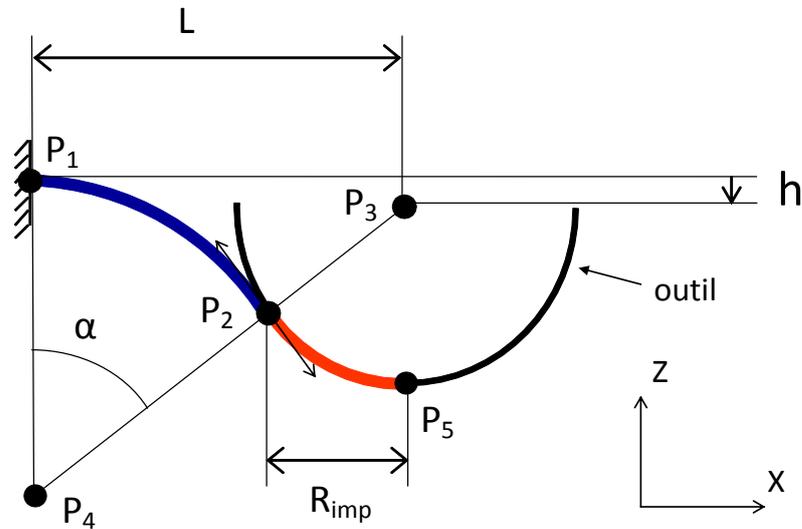


Figure 3.50. Hypothèse géométrique

Le point  $P_1$  est supposé suffisamment éloigné de la zone de contact. Le flan est considéré comme encastré en  $P_1$ . Le détail du calcul de du rayon de contact ( $R_{imp}$ ) est détaillé en annexe B.1.

Calcul de  $L$  et de  $h$  :

L'hypothèse géométrique nécessite la connaissance de la longueur  $L$  et la hauteur  $h$ . Prenons le cas d'un godet avec un fond plat (figure 3.51). Si  $L$  est trop grand (jusqu'à l'encastrement par exemple), l'hypothèse géométrique est faussée et les résultats de moins bonne qualité.

La longueur  $L$  est limitée afin de garantir la conformité géométrique du modèle par rapport à la réalité.

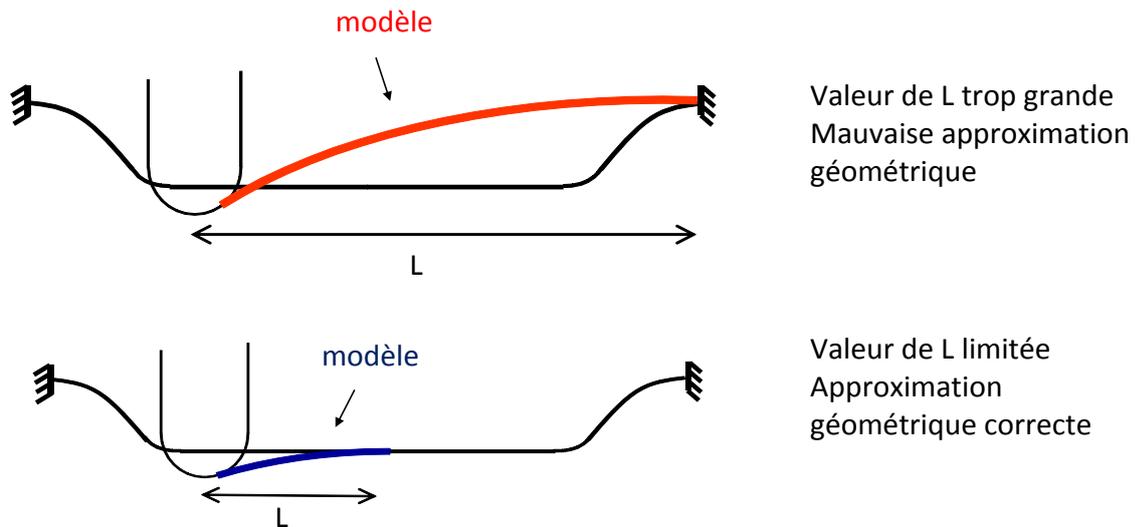


Figure 3.51. Longueur à l'encastrement du modèle géométrique

Une fois la distance  $L$  définie, il est possible de calculer la hauteur  $h$  grâce au maillage déformé.

Cas général :

Dans le cas général, le calcul s'applique sur chaque nœud en déterminant la position du point P1 dans un repère spécifique  $(z,t)$ .  $z$  correspond à l'axe vertical et  $t$  à un vecteur du plan horizontal défini par les projections du centre outil et du nœud considéré dans le plan horizontal.

Cette méthode est appliquée pour tous les nœuds à l'intérieur de l'outil pour calculer le rayon imposé ( $R_{imp}$ ).

Différentes valeurs de  $L$  ont été testées sur plusieurs cas-test, une valeur de cinq fois le rayon de l'outil semble être adaptée. Cette valeur est utilisée dans cette approche simplifiée.

Par contre dans les zones proches des conditions d'encastrement du flan,  $L$  est automatiquement limitée par l'interférence avec ces conditions (voir figure suivante).

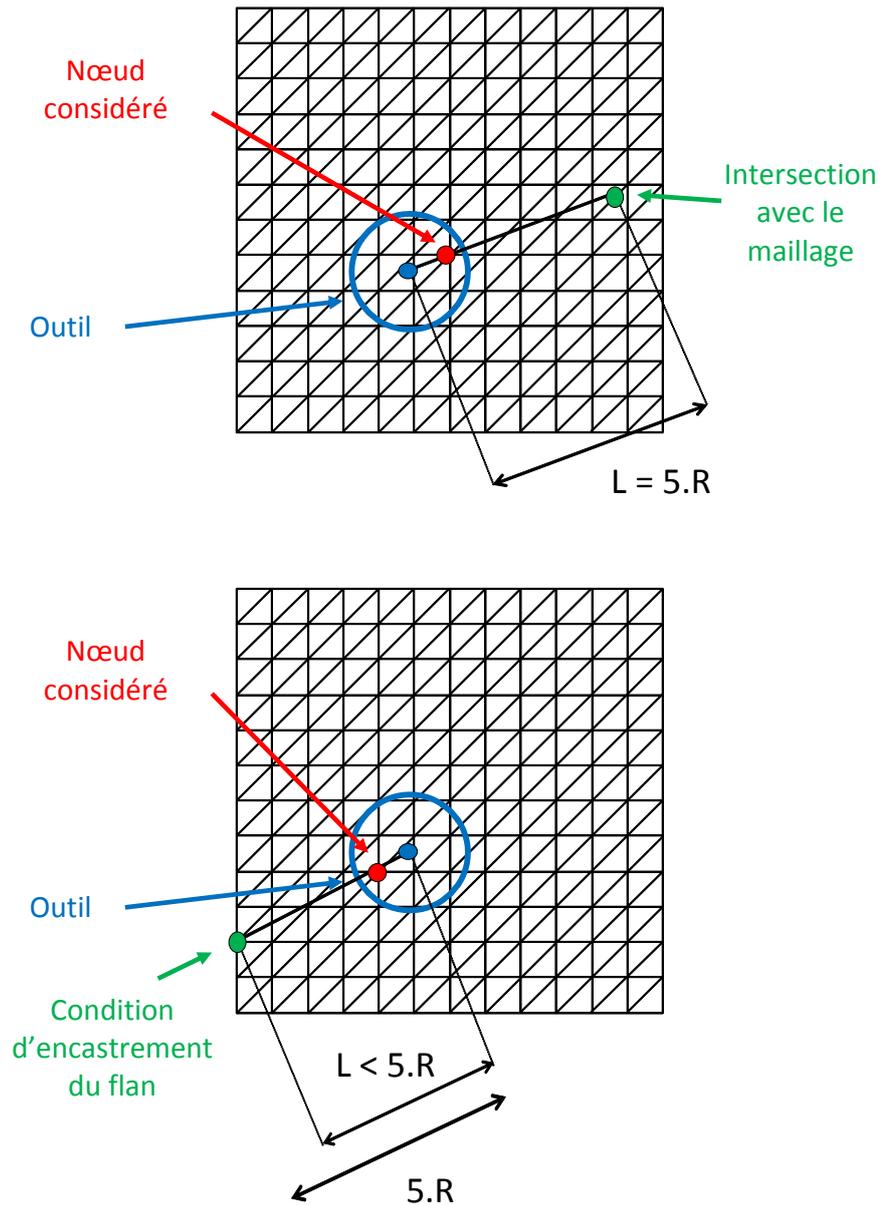


Figure 3.52. Cas général pour  $R_{imp}$

### Direction et amplitude des déplacements

Direction des déplacements :

Il est extrêmement difficile de connaître analytiquement la direction de déplacement d'un nœud qui est potentiellement en contact avec l'outil.

L'exemple ci-dessous décrit une phase simplifiée de mise en forme correspondant à une trajectoire en deux temps :

- prise de passe verticale ;
- mise en forme d'une rainure par un déplacement linéaire dans le plan horizontal.

Il est intéressant d'observer, entre deux positions ( $t_1$  et  $t_2$ ) d'outil assez distantes, le déplacement d'un nœud, la normale à la tôle à l'instant  $t_1$  ainsi que la direction entre la position d'outil (à l'instant  $t_2$ ) et la position du nœud (à l'instant  $t_1$ ). Ce dernier vecteur sera appelé « normale supposée à l'outil ».

La figure suivante représente les trois vecteurs pour deux nœuds en contact avec l'outil à la fin d'un incrément de déplacement d'outil. La « normale supposée à l'outil » au premier nœud est parallèle à l'axe de l'outil, tandis que celle associée au second nœud est de direction quelconque.

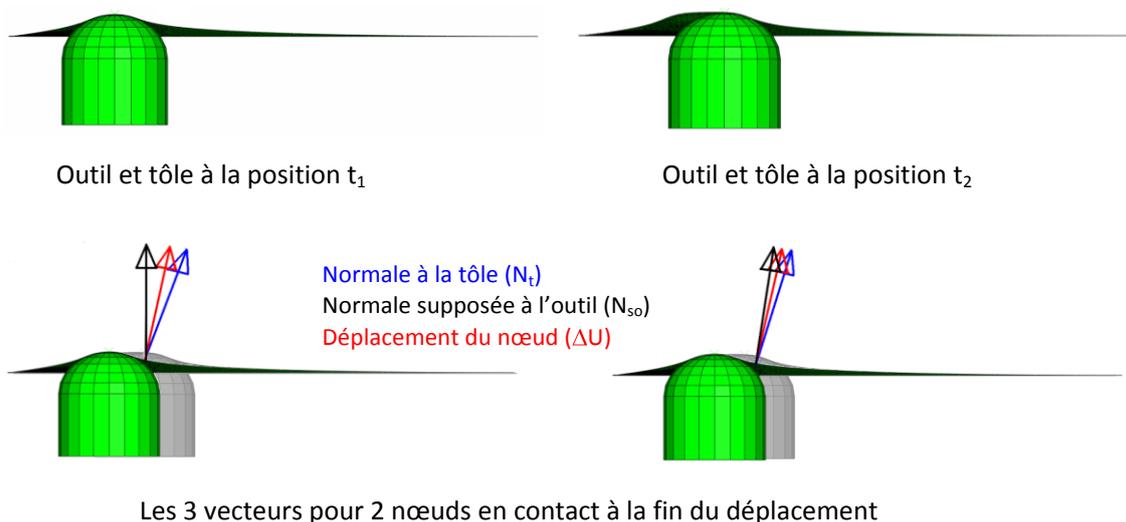


Figure 3.53. Direction du déplacement

Cette observation permet de prédire que la direction des déplacements des nœuds est à égale distance entre la normale à la tôle et la « normale supposée à l'outil ».

La relation suivante est utilisée pour prédire la direction du déplacement des nœuds :

$$\frac{\Delta \vec{U}}{\|\Delta \vec{U}\|} = \vec{n} = \frac{1}{2} (\vec{N}_t + \vec{N}_{so}) \quad (3.52)$$

Cette hypothèse est globalement réaliste et est prise en compte pour l'algorithme de gestion de l'interface outil/tôle.

Amplitude du déplacement :

Soit  $\vec{\Delta}$  le vecteur entre le nœud et le centre de l'outil. La direction du déplacement ( $\vec{n}$ ) est maintenant connue. L'amplitude du déplacement est notée  $\|\Delta\vec{U}\|$  et est obtenue par la résolution de l'équation suivante :

$$\|(\vec{\Delta} + (\|\Delta\vec{U}\|\vec{n}))\| = R \quad (3.53)$$

Avec R le rayon de l'outil.

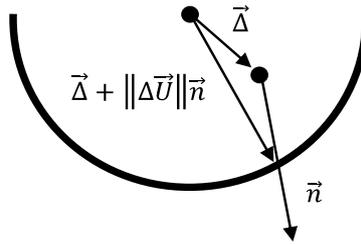


Figure 3.54. Amplitude du déplacement

Remarque :

La mise en place d'une condition de déplacement complète sur tous les nœuds d'un même élément revient à imposer dans l'élément un champ de déformation qui en aucun cas correspond au champ réel du flan déformé. Afin de remédier à ce problème, il a été choisi de piloter uniquement les déplacements dans la zone de contact suivant l'axe z.

La zone de contact a été définie dans le paragraphe précédent. Si la position estimée est en dehors de cette zone, aucune condition en déplacement n'est alors imposée sur le nœud.

La figure ci-dessous présente l'algorithme mis en place pour appliquer le déplacement vertical aux nœuds en contact pour une position d'outil donné

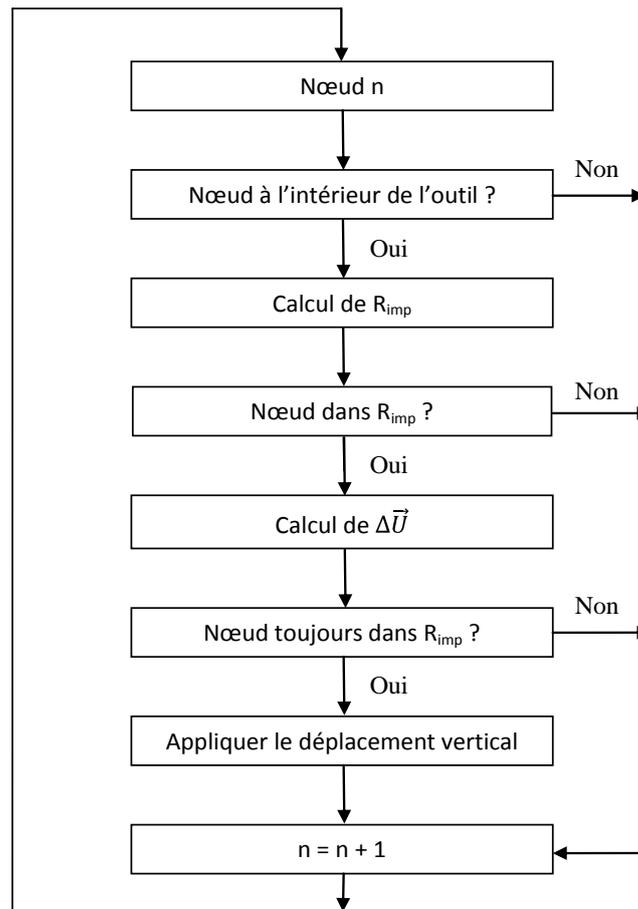


Figure 3.55. Diagramme pour le déplacement des nœuds

### Incrément de la trajectoire

Positionnement de l'outil :

Pour pouvoir utiliser des incréments de trajectoire les plus grands possibles, il est nécessaire d'adapter au mieux la position de l'outil (virtuel).

Soit  $P_i$  et  $P_{i+1}$  deux positions d'outil représentant un incrément. Pour un nœud situé entre ces deux positions, il n'est pas réaliste de maintenir l'outil à la position  $P_i$  ou  $P_{i+1}$ . Cette solution risque en effet d'induire un effet de bombement local de la surface déformée.

Pour éviter ce problème, il est possible de diminuer fortement la taille de l'incrément de déplacement, mais cette solution est pénalisante en termes de gain de temps.

Il est préférable de choisir, pour chaque nœud, une position d'outil intermédiaire entre  $P_i$  et  $P_{i+1}$ . Cette option permet de minimiser la distance entre le centre de l'outil et le nœud piloté.

La figure ci-dessous décrit la stratégie adoptée pour réaliser cette opération.

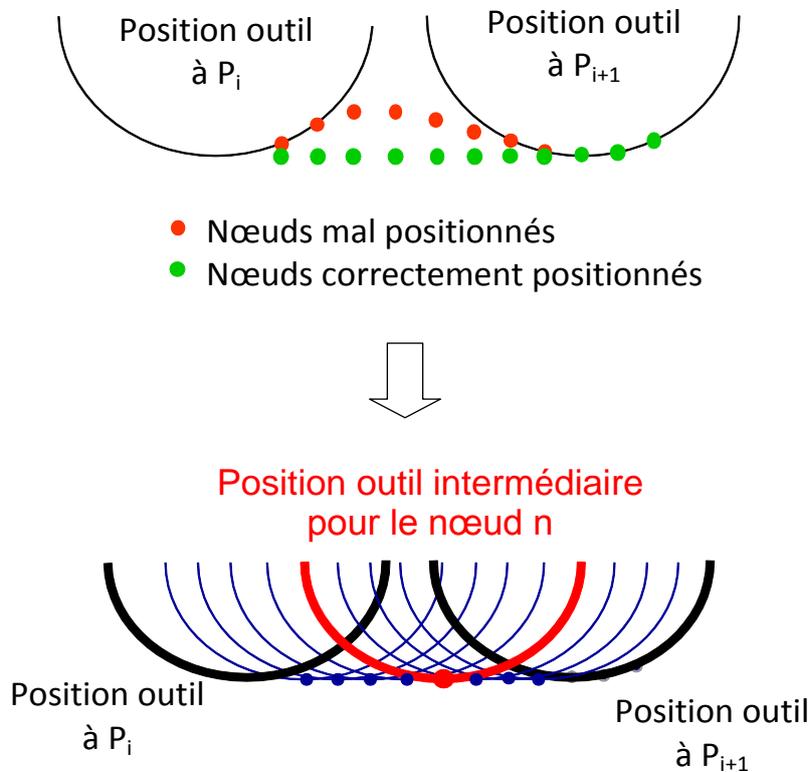


Figure 3.56. Stratégie de positionnement de l'outil

Le détail du positionnement de l'outil est présenté en annexe B.2.

Longueur de la trajectoire :

La taille de l'incrément de trajectoire est directement associée au gain de temps. Ce paramètre sert d'entrée à l'algorithme simplifié de gestion de l'interface pièce/outil. Plusieurs cas d'application sont détaillés dans la partie suivante.

La longueur de l'incrément est également dépendante de l'évolution de la tangente à la trajectoire. La variation d'angle maximale admissible pour le vecteur tangent est un paramètre utilisateur qui limite la taille des incréments. Lorsque cette valeur est atteinte (changement brusque de trajectoire) l'algorithme termine l'incrément en cours et réinitialise le suivant.

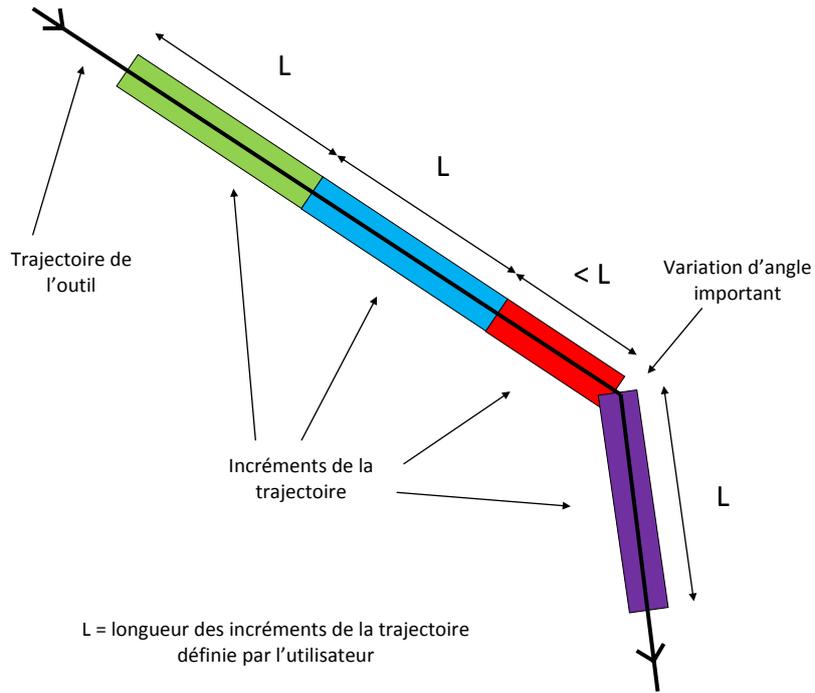


Figure 3.57. Gestion des variations d'angles importantes

L'algorithme permettant de gérer les incréments de déplacement de l'outil est présenté sur la figure suivante.

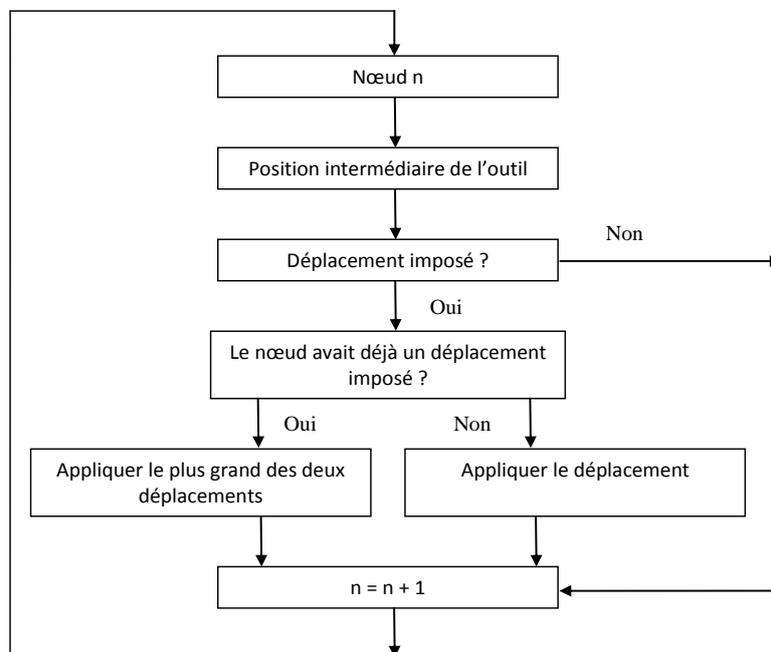


Figure 3.58. Diagramme pour les grands incréments de la trajectoire

Remarque :

Les paragraphes ci-dessus présentent l'approche simplifiée. Cependant, dans certaines configurations, les résultats obtenus, en termes d'épaisseur, ne sont pas réalistes. Pour résoudre ce problème, une méthode itérative est développée.

### **Itérations**

Malgré l'hypothèse géométrique sur la déformée du flan, certains nœuds peuvent avoir un déplacement très faible comparé au plus grand déplacement. Cela engendre une diminution de l'épaisseur trop grande qui n'est pas réaliste.

Dans certaines configurations, la variation de l'amplitude des consignes en déplacement pour des nœuds relativement proches peut être très importante. Ce phénomène crée des effets singuliers qui fournissent des résultats peu réalistes (forte diminution de l'épaisseur du flan due à des champs de déformation trop importants). Pour remédier à ce problème, les itérations sont effectuées en contrôlant l'application des conditions aux limites en ne gardant que les plus grands déplacements.

L'algorithme ci-dessous présente la procédure de contrôle de ces itérations.

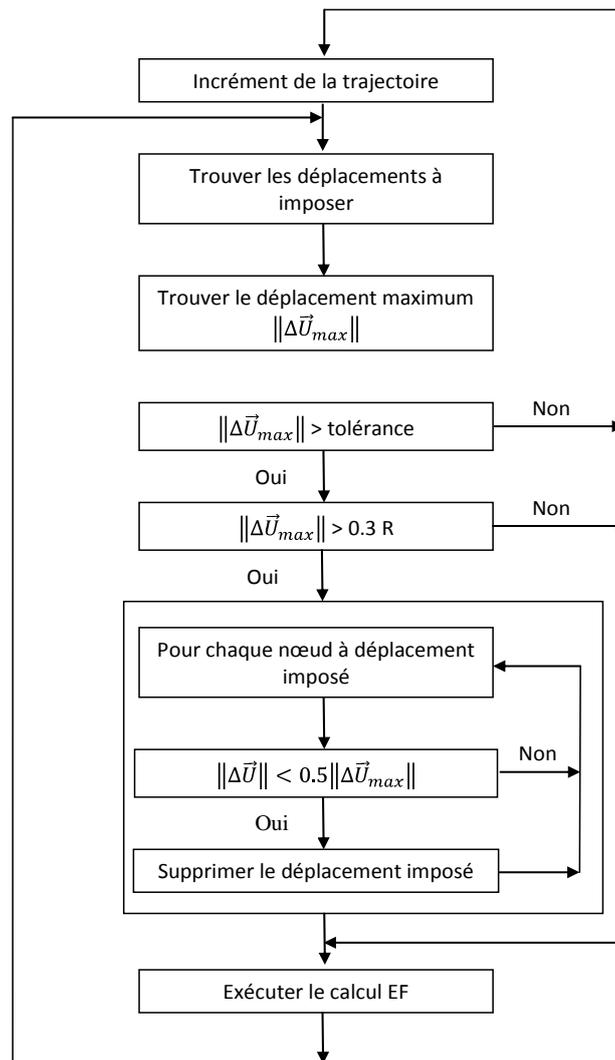


Figure 3.59. Itérations pour l'approche simplifiée

### Homogénéisation de la réponse de la zone de contact par application d'une pression de contact

La mise en place de conditions limites en déplacements est une solution astucieuse qui permet de remplacer, pour la simulation numérique du formage incrémental, la gestion du contact entre la pièce et l'outil. L'inconvénient de cette option est lié à la réponse locale de la tôle déformée dans la zone périphérique d'application des conditions aux limites. Pour remédier à ce problème, il est proposé de mettre en place dans cette zone un chargement en pression qui permettrait d'homogénéiser la réponse locale et de ce fait, améliorer la qualité des résultats.

La valeur de la pression appliquée est calculée analytiquement à partir des travaux de Silva et al. [Sil08], et Martins et al. [Mar08]. Elle est déterminée sur l'hypothèse du formage d'une pièce axisymétrique.

La pression est appliquée sur les éléments correspondant aux nœuds en contact potentiel avec l'outil, nœuds identifiés par la méthode explicitée au chapitre précédent.

Estimation de la valeur de la pression appliquée :

La formulation générale des éléments de coques prend en compte les effets de membrane, de cisaillement et de flexion. Par souci de simplification, la détermination de la pression appliquée, ne prend en compte que les effets de membrane.

La méthodologie de prédiction de la pression est détaillée en annexe B.3.

### Gestion des problèmes d'interpénétration du flan déformé avec le corps virtuel de l'outil

La partie précédente a pris en compte que tous les nœuds pilotés en déplacement se trouvent sur la partie hémisphérique de l'outil. Dans certaines configurations, il peut apparaître une interpénétration entre le flan déformé et le corps de l'outil virtuel. En particulier dans le cas de mise en forme de « parois verticales », comme le montre la figure suivante.

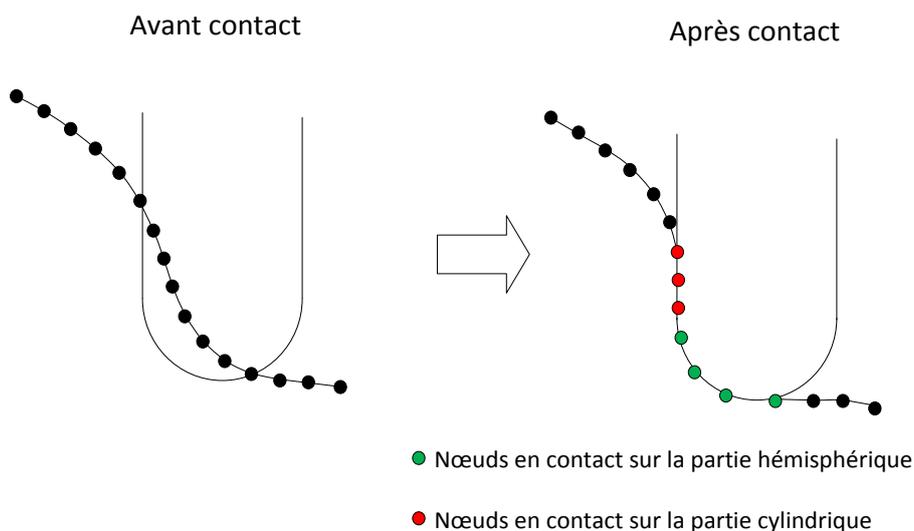


Figure 3.60. Méthodologie pour les murs verticaux

Pour résoudre ce problème, la gestion du contact s'effectue en deux phases :

- application des conditions en déplacement pour simuler uniquement le contact avec la partie hémisphérique ;
- gestion de l'interaction avec la partie cylindrique. Dans ce cas, seuls les déplacements dans le plan x-y seront imposés en laissant l'axe z libre.

### Cas particulier du formage avec modélisation du contact avec un serre-flan

Il est également possible de proposer une modélisation du contact avec un serre-flan. Dans ce cas les nœuds en contact avec le serre-flan, sont pilotés en déplacement suivant l'axe z. La figure suivante montre le schéma adopté pour modéliser un serre-flan fixe sur le centre, et un serre-flan mobile sur la périphérie.

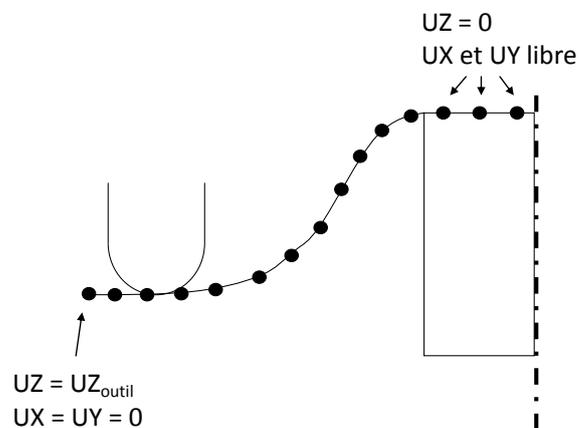


Figure 3.61. Contact avec matrice

### Algorithme général

L'algorithme général pour l'approche simplifiée du contact est détaillé sur le schéma suivant :

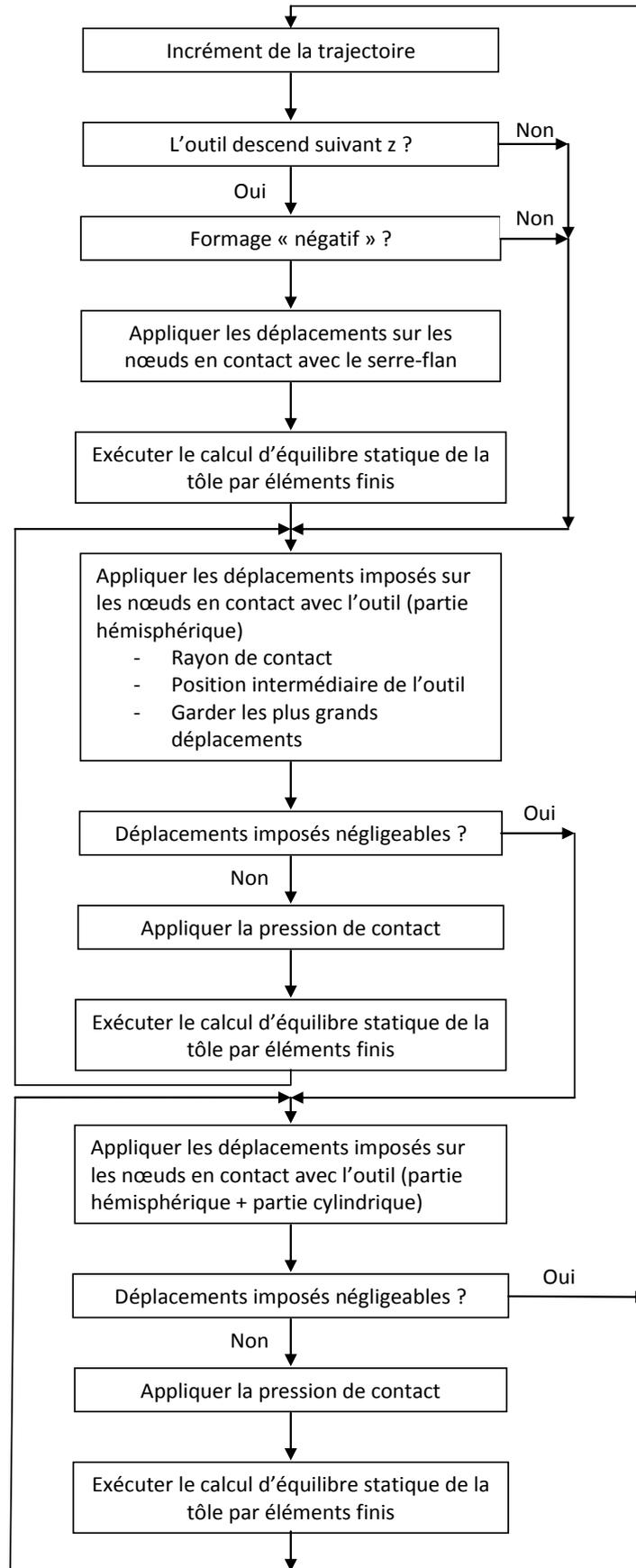


Figure 3.62. Algorithme général pour l'approche simplifiée

### 3.7.3 Comparaison et validation

L'approche simplifiée du contact développée est utilisée pour la simulation numérique de la mise en forme d'un cas-test. Les résultats sont comparés avec ceux obtenus par le schéma d'adaptation de la vitesse d'outil en calcul en dynamique proposé au paragraphe 3.5 . Cette étude rend compte de l'influence du pas de déplacement de l'outil, de la pression de contact ainsi que du choix du solveur sur la précision et la rapidité des calculs.

#### Introduction :

Le cas-test issu du projet européen FLEXFORM mettant en forme une géométrie pyramidale [Fle06b] est repris (paragraphe 3.5.5 , deuxième cas-test). La géométrie est détaillée sur la figure 3.25. La même trajectoire que dans l'étude précédente est utilisée (voir figure 3.7).

Le flan initial est une tôle carré de 200 mm de côté et de 1 mm d'épaisseur. Un outil hémisphérique de 10 mm de diamètre est utilisé. Une matrice, percée d'un trou carré de 130 mm de côté, modélise la table où repose la tôle.

Les éléments utilisés sont des coques à 3 nœuds (S3), avec 5 points d'intégration dans l'épaisseur. La taille globale des éléments est de 2.5 mm (13936 éléments) et le modèle possède 41370 degrés de libertés.

La table est modélisée par des déplacements suivant l'axe z nuls. La gestion du contact entre l'outil et la tôle utilise l'approche simplifiée qui a été développée.

Le matériau mis en forme est un alliage d'aluminium (AA1050), dont les paramètres rhéologiques sont les suivants :

- $E = 70 \text{ GPa}$  ;
- $\nu = 0.33$  ;
- $\sigma^y = 119.52(0.000142 + \bar{\varepsilon}^{pl})^{0.0235} \text{ MPa}$  ;
- $r_0 = 0.51, r_{45} = 0.75, r_{90} = 0.48$ .

L'influence du pas de déplacement de l'outil, ainsi que l'influence de la pression de contact sera étudiée. L'algorithme est également comparé avec le solveur statique implicite et le solveur dynamique explicite du code de calcul ABAQUS.

**Comparaison avec la vitesse adaptée :**

Les calculs sont réalisés en utilisant la correction en pression du schéma de contact et le solveur implicite. Le pas de déplacement de l'outil, paramètre d'entrée de l'algorithme, est fixé à 10 mm (diamètre de l'outil).

La figure suivante montre la diminution relative de l'épaisseur pour ces deux calculs :

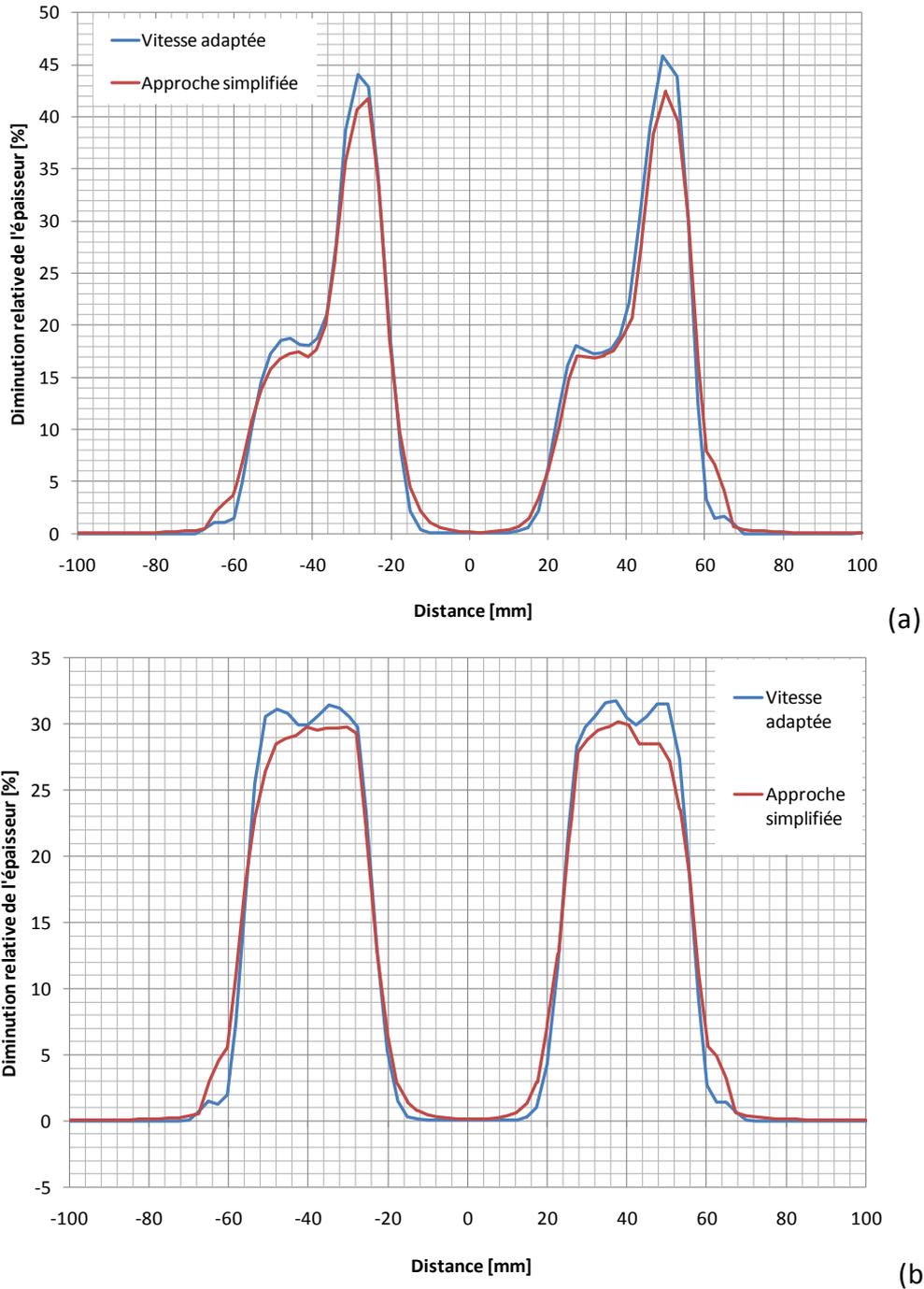


Figure 3.63. Comparaison de l'épaisseur entre l'approche simplifiée et vitesse adaptée

(a) Coupe Y-Y, (b) Coupe X-X

Une bonne approximation de la diminution de l'épaisseur est observée. L'erreur maximale est d'environ 3%.

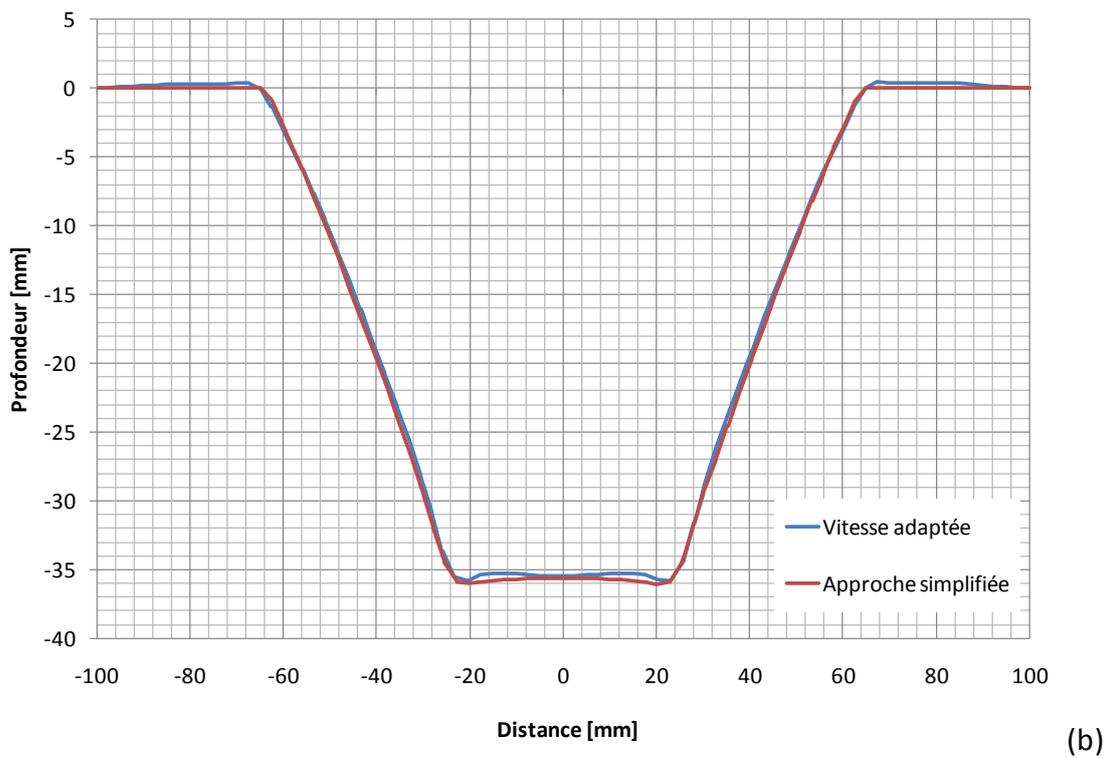
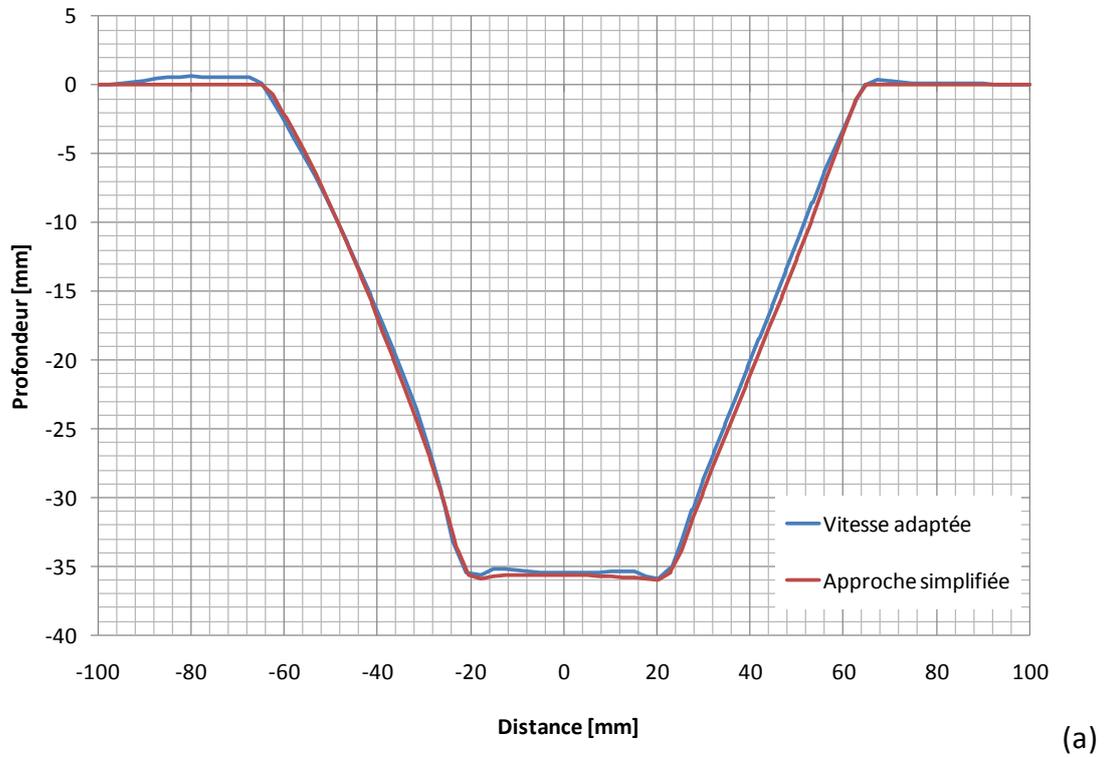


Figure 3.64. Comparaison de la géométrie entre l'approche simplifiée et vitesse adaptée

(a) Coupe Y-Y, (b) Coupe X-X

La géométrie de la tôle est bien prédite. Cependant, une différence de profondeur d'environ 1mm au niveau du fond est observée. Au niveau de la zone où repose la tôle, un écart d'environ 0.5 mm est également observé. Il est dû au modèle de contact utilisé pour le calcul avec la vitesse adaptée qui propose une modélisation de la table par une surface de contact, alors que pour l'approche simplifiée, les déplacements suivant l'axe vertical sont bloqués.

**Influence du pas de déplacement :**

Les calculs sont réalisés en utilisant la correction en pression de contact et le solveur implicite.

Le pas de déplacement de l'outil est un paramètre d'entrée de l'algorithme. Trois pas de déplacements sont utilisés :

- le diamètre de l'outil (taille 1) ;
- deux fois le diamètre de l'outil (taille 2) ;
- la distance entre deux changements de direction de la trajectoire (taille 3).

Les résultats sont comparés en termes de temps de calcul, d'épaisseur finale ainsi que de conformité de la géométrie du flan déformé.

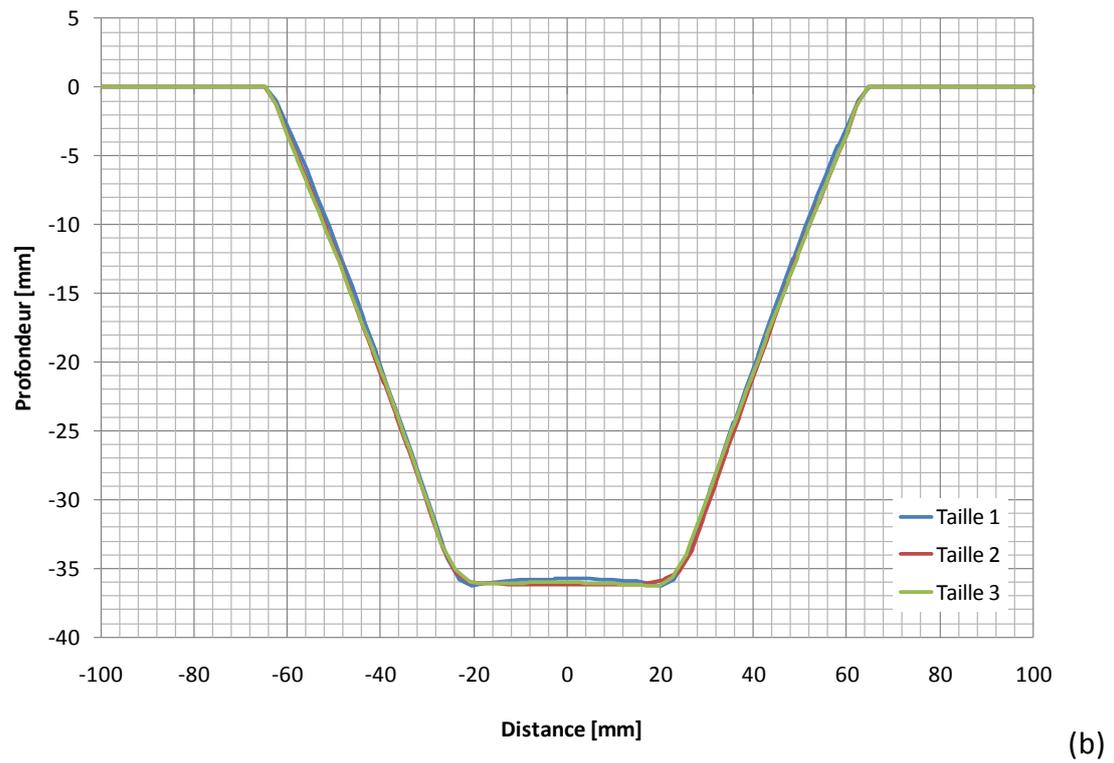
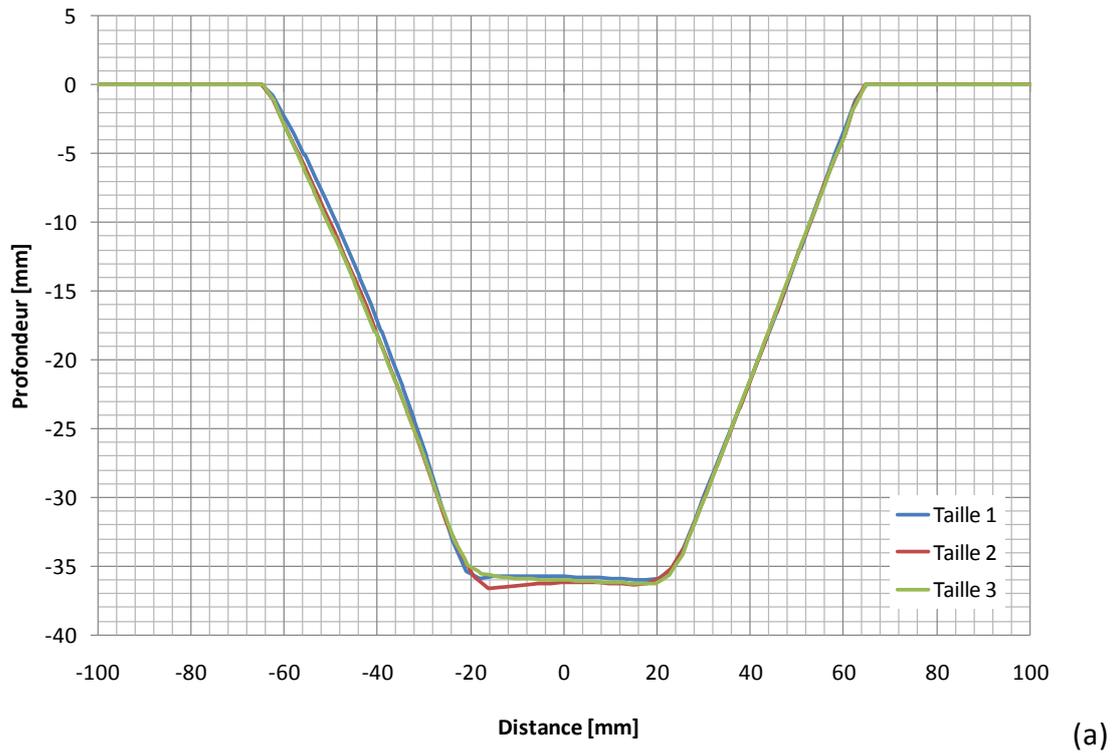


Figure 3.65. Influence du pas de déplacement sur la géométrie

(a) Coupe Y-Y, (b) Coupe X-X

Les figures ci-dessus montrent que l'influence du pas de déplacement de l'outil sur la géométrie est négligeable.

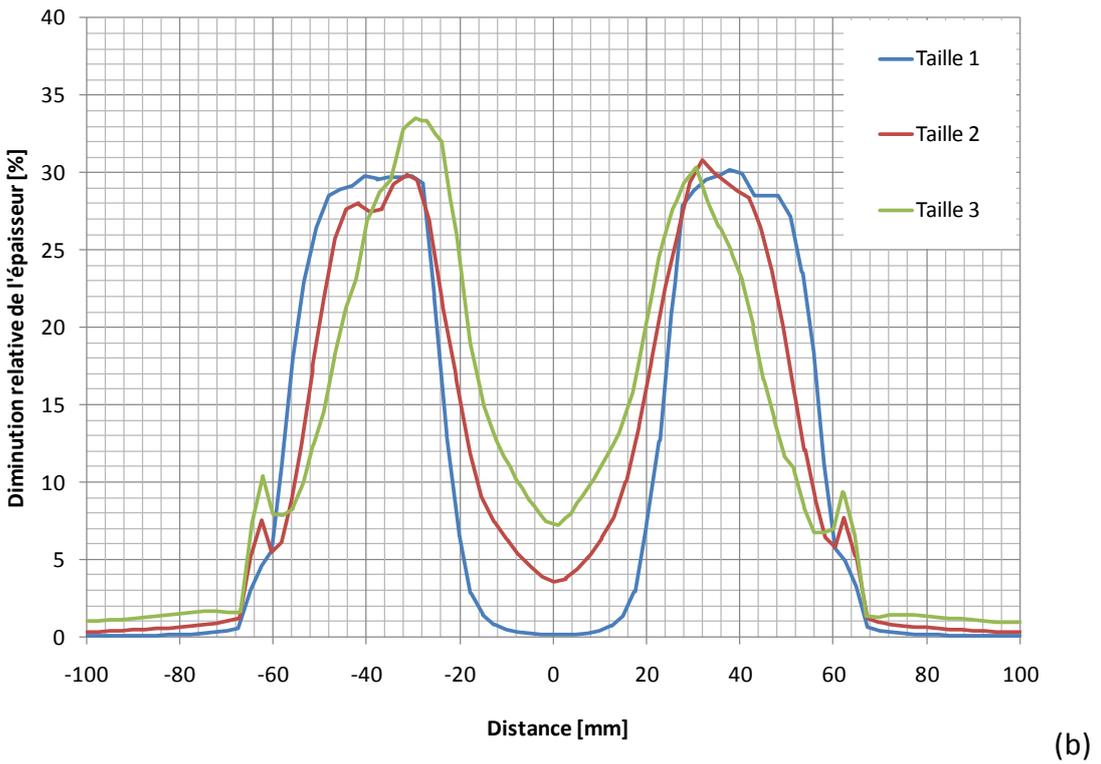
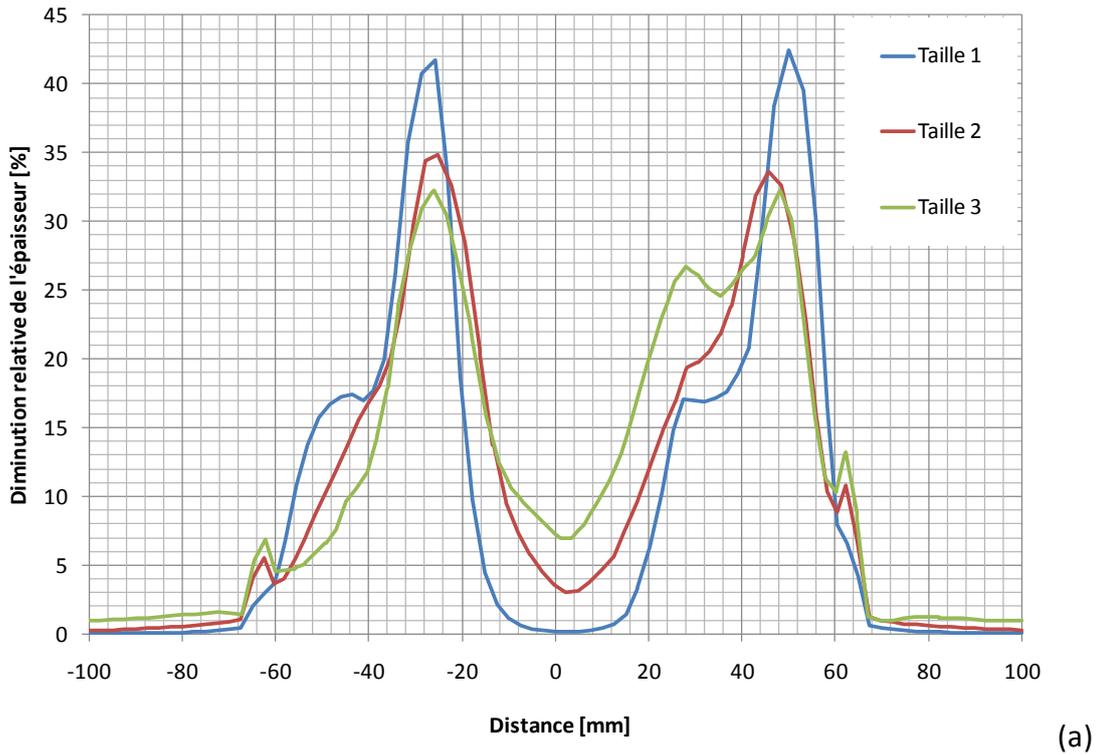


Figure 3.66. Influence du pas de déplacement sur l'épaisseur

(a) Coupe Y-Y, (b) Coupe X-X

Les figures ci-dessus montrent un accroissement localisé de l'erreur sur les épaisseurs en fonction du pas de déplacement. Cependant, la tendance globale de la répartition de l'épaisseur est respectée.

La figure suivante montre les isovaleurs de l'épaisseur pour les différents cas.

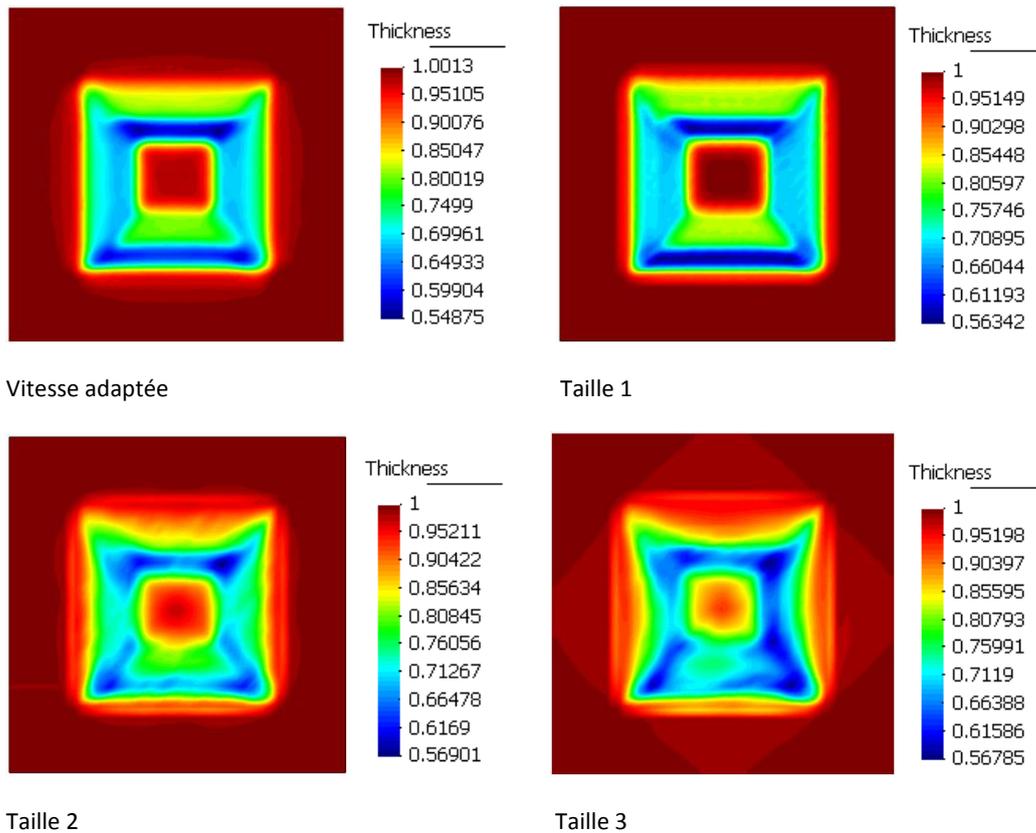


Figure 3.67. Isovaleurs de l'épaisseur pour les différents cas

Une très bonne corrélation est observée entre le calcul avec une vitesse adaptée et le calcul par approche simplifiée avec un déplacement de l'outil égal à son diamètre (taille 1). Malgré une répartition de l'épaisseur de moins bonne qualité pour les deux autres calculs (taille 2 et 3), l'épaisseur minimale est bien prédite. Cette bonne prédiction s'explique par l'arrêt de l'outil dans la zone où l'épaisseur est minimale (les coins). Le taux de triaxialité est en effet bien respecté dans cette zone.

#### Comparaison des temps CPU

Pour utiliser l'approche simplifiée avec le code de calcul ABAQUS, des phases de reprise (restart) sont nécessaires pour mener à bien la simulation complète de la mise en forme. Les temps de reprise des calculs ne sont pas forcément négligeables et doivent être pris en compte dans l'analyse comparative des différents schémas.

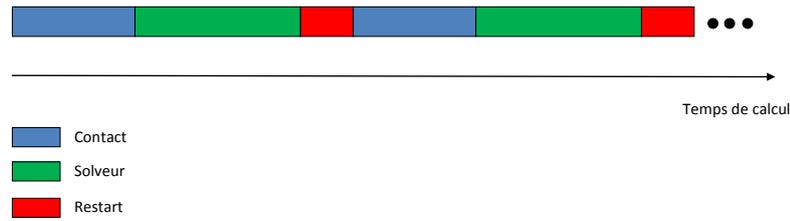


Figure 3.68. Différents temps de calcul

Le tableau suivant récapitule les différents temps. Le temps AS (approche simplifiée) représente le temps de solveur et de contact. Le rapport de temps est le ratio entre le temps de calcul avec la vitesse adaptée et le temps AS.

	Vitesse adaptée	Taille 1	Taille 2	Taille 3
Temps total de calcul	56h41min	47h55min	20h27min	11h39min
Temps pour le contact	-	6h28min	2h28	1h23
Temps AS	-	42h25min	19h07min	10h18min
Rapport du temps	1	1.34	2.97	5.50

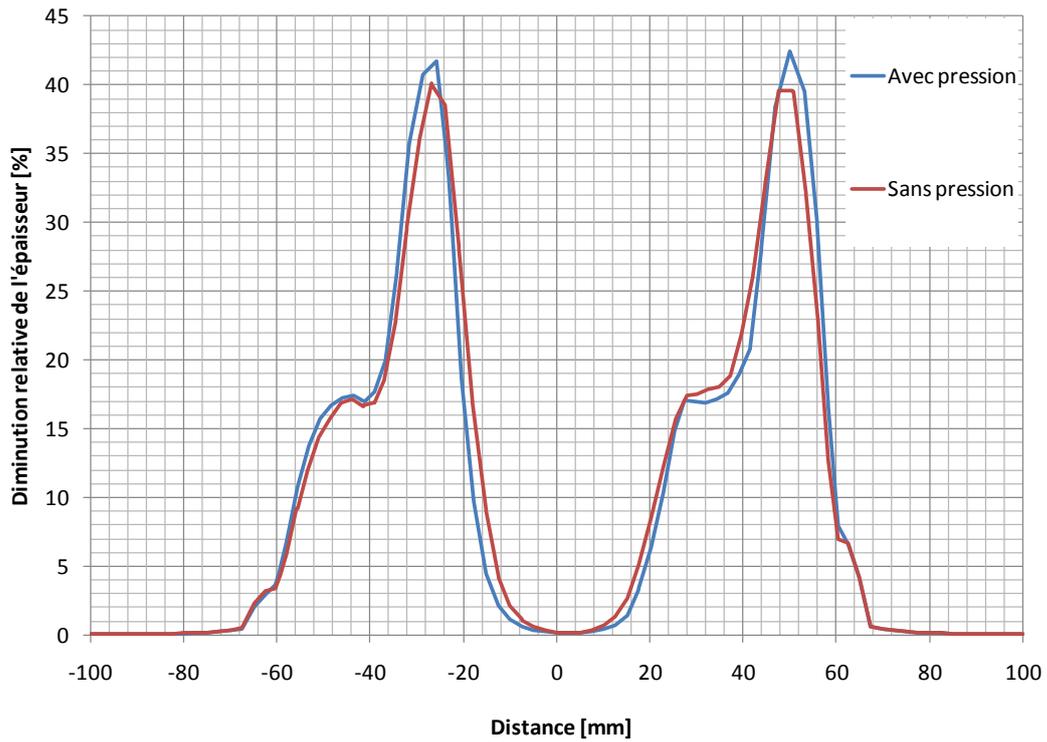
Tableau 3.3. Temps de calcul pour différentes tailles de déplacement de l’outil

Le gain de temps obtenu par l’approche simplifiée est non négligeable. Un rapport de 1.34 est obtenu pour une qualité des résultats quasiment identique.

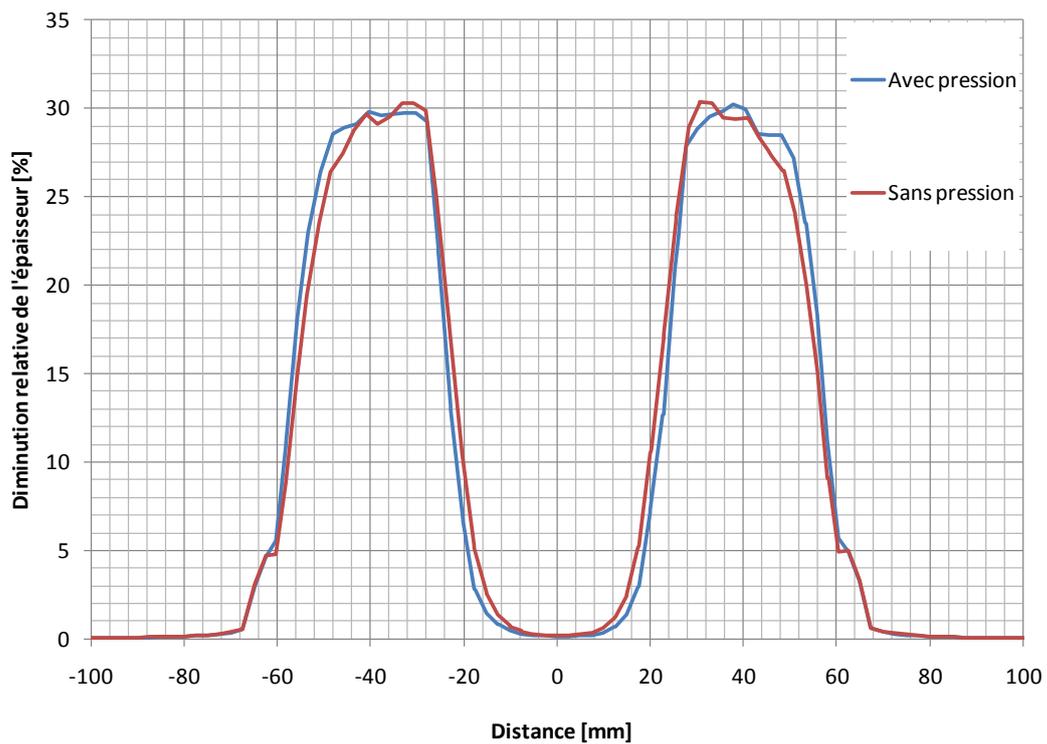
**Influence de la pression de contact :**

Dans cette partie, l’influence de la pression de contact est étudiée. Les calculs sont réalisés avec le solveur implicite. Un pas de déplacement égal au diamètre de l'outil (validé précédemment) est utilisé et les calculs sont effectués avec et sans pression de contact.

Les résultats sont comparés en termes de temps de calcul, de l’épaisseur finale ainsi que de conformité de la géométrie du flan déformé.



(a)



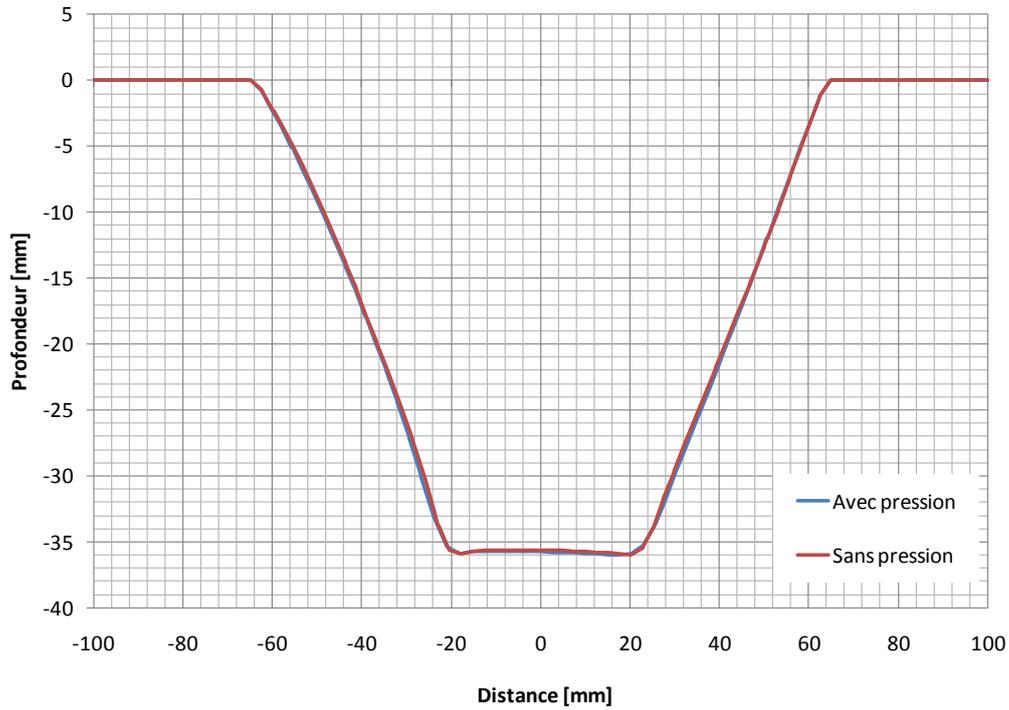
(b)

Figure 3.69. Influence de la pression de contact sur l'épaisseur

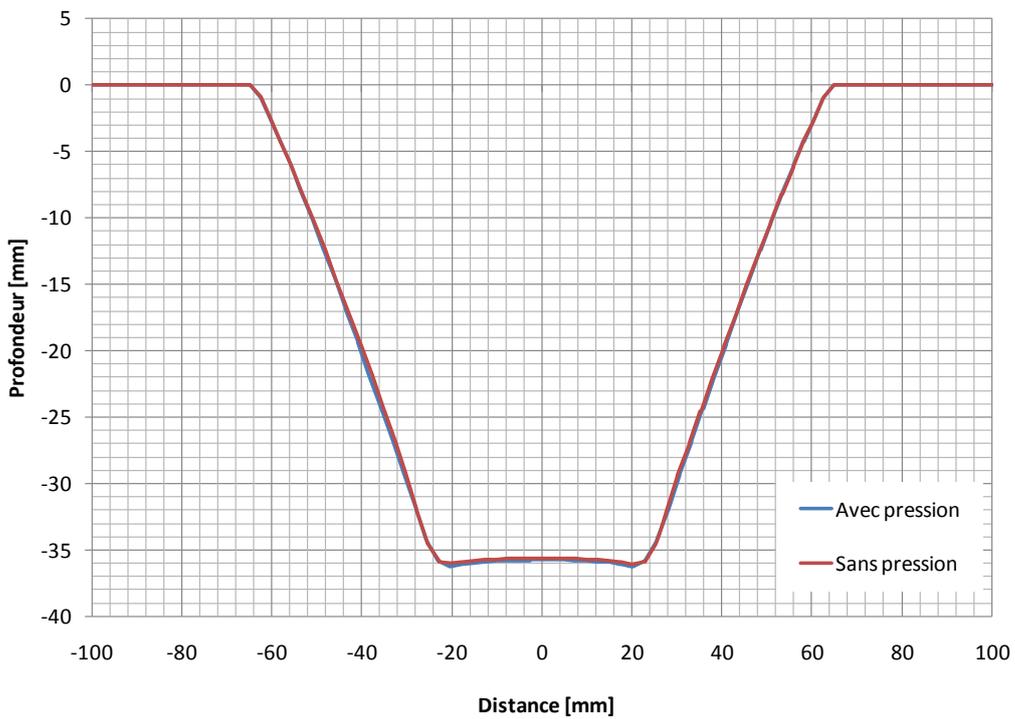
(a) Coupe Y-Y, (b) Coupe X-X

La pression de contact a peu d'influence sur la prédiction de l'épaisseur. On peut cependant noter que la diminution, sur la coupe Y-Y, est légèrement moins importante

sans application de pression de contact. L'erreur par rapport au calcul utilisant l'adaptation de vitesse est plus élevée (environ 5% au lieu de 3%).



(a)



(b)

Figure 3.70. Influence de la pression de contact sur la géométrie

(a) Coupe Y-Y, (b) Coupe X-X

La pression de contact a un effet négligeable sur la géométrie finale.

Comparaison des temps CPU.

Le tableau suivant présente les différents temps de calculs.

	Avec pression	Sans pression
Temps total de calcul	47h55min	51h30min
Temps pour le contact	6h28min	7h17min
Temps AS	42h25min	46h29min

Tableau 3.4. Temps de calcul avec et sans pression de contact

Le calcul avec pression de contact est plus rapide. Cette réduction de temps s'explique par un nombre d'itérations moins importantes imposées par l'algorithme d'approche simplifiée (diagramme de la figure 3.59) dues à l'homogénéisation de la zone de contact.

#### **Influence du solveur :**

Une comparaison entre le schéma statique implicite et dynamique explicite est effectuée.

Les calculs sont réalisés avec la pression de contact et le pas de déplacement de l'outil est égal à son diamètre. Pour les simulations explicites, deux vitesses pour le déplacement des nœuds sont utilisées :

- 5 m/s et
- 10 m/s.

Les résultats sont comparés en termes de temps de calcul, de l'épaisseur finale ainsi que conformité de la géométrie du flan déformé.

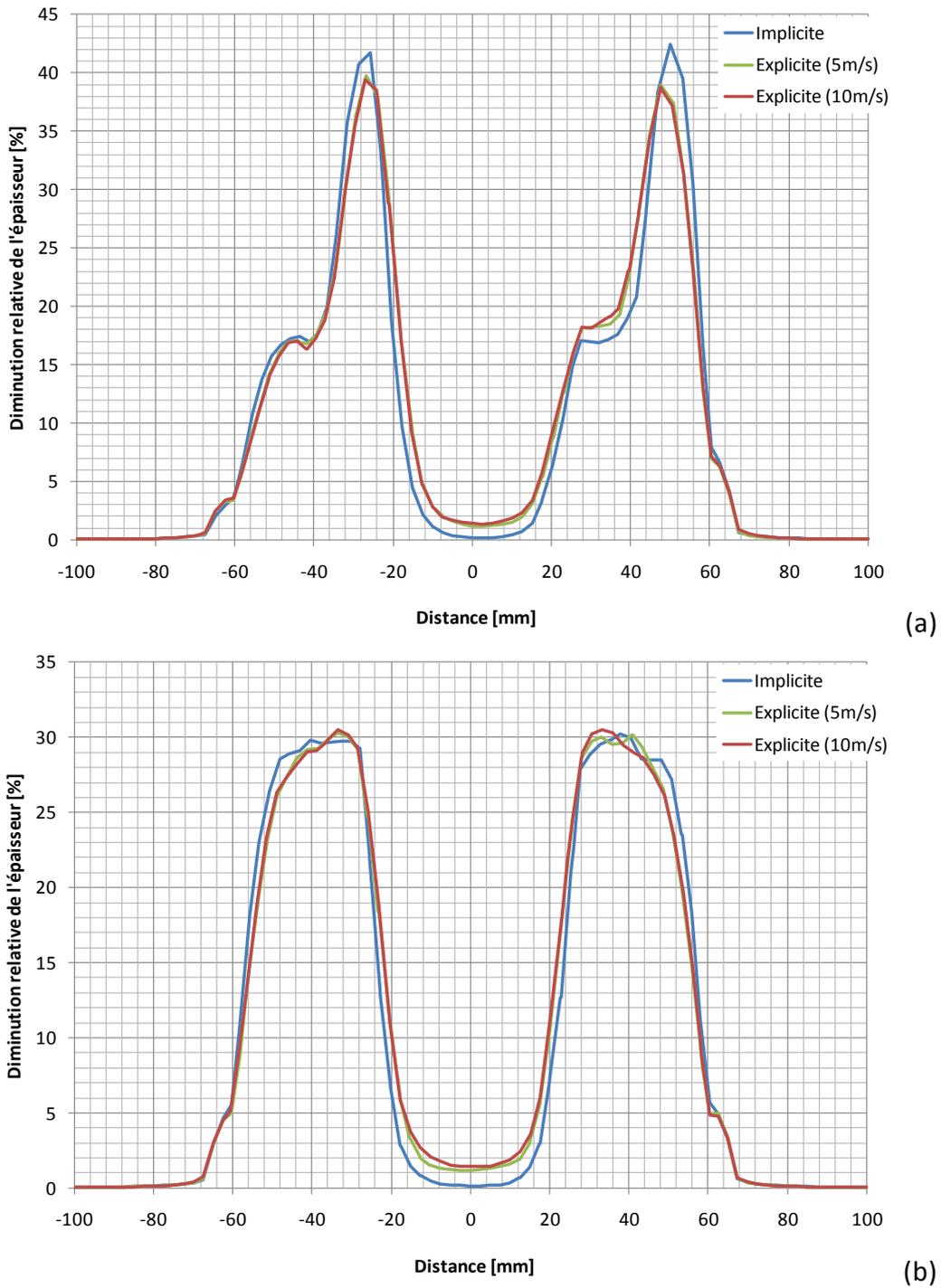


Figure 3.71. Influence du solveur sur l'épaisseur

(a) Coupe Y-Y, (b) Coupe X-X

Globalement, une bonne prédiction de l'épaisseur est obtenue avec un solveur en dynamique explicite. Cependant une erreur de 2% est constatée au centre de la pièce et de 3% sur la diminution maximale (coupe Y-Y).

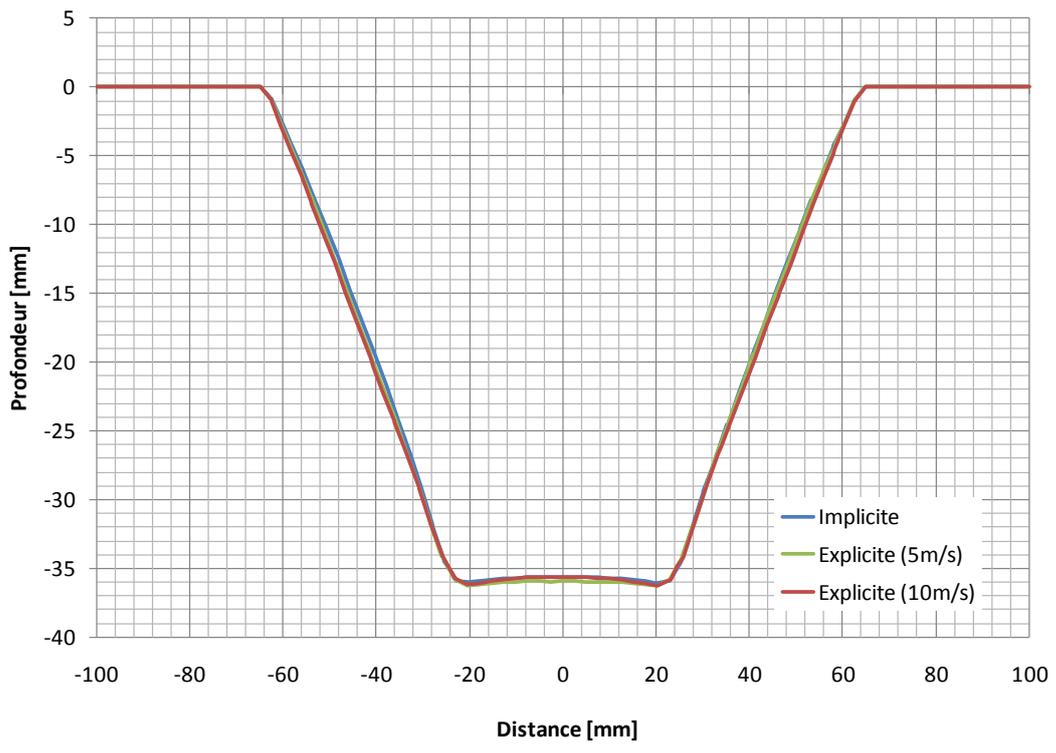
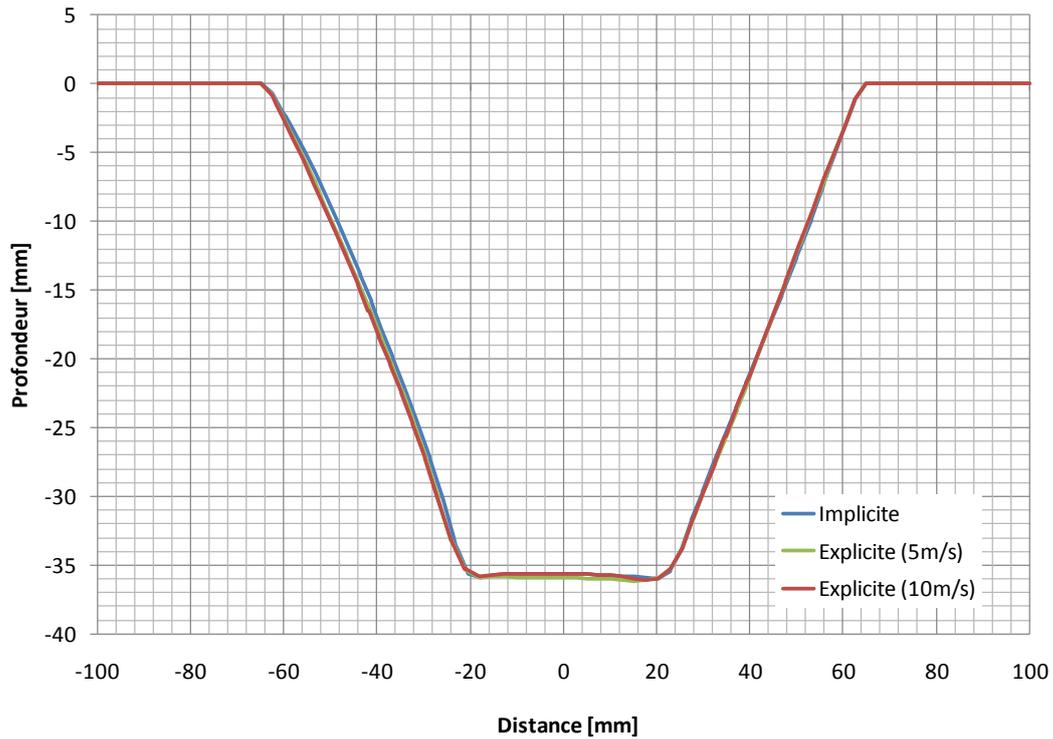


Figure 3.72. Influence du solveur sur la géométrie

(a) Coupe Y-Y, (b) Coupe X-X

La géométrie du flan déformé est bien respectée en utilisant un solveur en dynamique explicite, que ce soit pour une vitesse de déplacement des nœuds de 5m/s ou de 10m/s.

## Comparaison des temps CPU

	Implicite	Explicite (5m/s)	Explicite (10m/s)
Temps total de calcul	47h55min	53h05min	39h15min
Temps pour le contact	6h28min	9h42	6h59
Temps AS	42h25min	28h52min	26h35min
Rapport du temps	1	1.47	1.60

Tableau 3.5. Temps de calcul pour différentes tailles de déplacement de l'outil

Une diminution relativement importante du temps CPU est observée en utilisant un solveur explicite. Cependant, le temps de gestion du contact est plus important qu'avec un solveur implicite. Ceci étant dû à un nombre plus important d'itérations imposées par l'algorithme d'approche simplifiée (diagramme de la figure 3.59).

Cependant, une faible utilisation du processeur est constatée entre deux étapes de simulation (accès à des fichiers ?). Ce temps, qui semble incompressible, explique le faible gain de temps entre une vitesse de déplacement des nœuds de 5m/s et de 10m/s.

Le rapport de temps, issu de la comparaison entre le calcul avec adaptation de vitesse et la simulation par l'approche simplifiée avec un solveur explicite est de 2.13 pour une vitesse de déplacement des nœuds de 10m/s. Ce qui montre l'intérêt de l'approche simplifiée du contact pour la simulation de ce type de procédé.

**Conclusion des différentes méthodes :**

Pour réduire le temps de calcul pour le procédé de formage incrémental, trois méthodes ont été proposées. La première consiste à adapter les paramètres numériques. Pour cela, un schéma de résolution en dynamique explicite est utilisé et la vitesse de l'outil adaptée en fonction des effets dynamiques. Grâce à cette méthode, le gain de temps, comparé à une vitesse d'outil constante, est un rapport d'environ 2, suivant la tolérance du critère utilisée pour le cas-test du godet. La deuxième méthode est de réduire le temps de résolution dû aux non-linéarités du matériau. La théorie de la déformation incrémentale a été utilisée. Dans ce cas, le gain de temps est faible en comparaison avec la théorie de l'écoulement plastique, à cause du faible nombre d'éléments dans le domaine plastique pour un pas de temps donné. Enfin, une approche simplifiée du contact a été développée. Cette méthode a permis un gain de temps d'un rapport de 2.14, en comparaison avec le cas où la vitesse est adaptée, pour la géométrie pyramidale. Pour ces trois méthodes, la prédiction de la géométrie et des épaisseurs est de bonne qualité.

# Conclusion et perspectives

---

Ces travaux ont permis de répondre aux objectifs suivants :

- prédire la loi de pression pour la mise en forme superplastique en respectant le domaine de superplasticité ;
- proposer des méthodes numériques permettant une simulation robuste et rapide du procédé de formage incrémental.

Concernant le procédé de formage superplastique, une étude bibliographique a permis de faire ressortir les avantages et les défauts des algorithmes actuellement utilisés pour la prédiction de la pression de formage. Deux algorithmes ont été développés en fonction du protocole d'implémentation de la loi de pression dans les machines industrielles. Un rapport de temps de calcul d'environ 3 est observé par rapport aux algorithmes issus de la littérature. Ceci est dû à une stabilisation de la vitesse de déformation (correction de la pression de formage mieux contrôlée). Ces algorithmes ont également été validés sur la mise en forme d'une pièce complexe en utilisant des lois de comportement plus évoluées (paramètres rhéologiques non constants).

Il serait intéressant de poursuivre ces travaux en ajoutant un critère d'instabilité, comme le critère de Hart [Mon09] par exemple, afin de prédire les défauts de mise en forme. Ce critère pourrait être couplé avec les algorithmes proposés. La vitesse de déformation pourrait être adaptée en fonction de ce critère pour limiter les défauts de mise en forme.

La simulation numérique du procédé de formage incrémental est très coûteuse en temps CPU. Après avoir réalisé une chaîne numérique, entre la CFAO et le calcul, permettant d'intégrer directement différentes trajectoire de l'outil dans le modèle numérique, différents aspects permettant la réduction du temps de calcul ont été abordés :

- Adaptation des paramètres numériques

Un schéma de calcul en dynamique explicite a été étudié. La vitesse de l'outil (qui est vue comme un paramètre numérique) est adaptée pendant le calcul pour réduire le nombre total d'incrément de temps. Un critère permettant de contrôler les effets dynamiques est utilisé. La mise en forme d'un godet cylindrique a montré l'influence de la valeur du critère sur les résultats. La diminution de l'épaisseur est peu affectée par la valeur du critère, contrairement à la géométrie. Un bon compromis est obtenu pour une

valeur de 0.5% de ce critère. Dans ce cas, un rapport de temps de calcul d'environ 2 est observé entre un calcul avec et sans vitesse adaptée.

- Algorithme de calculs élasto-plastiques

La théorie de l'écoulement plastique permet d'obtenir de très bons résultats mais le temps de résolution est relativement long. Pour réduire le temps dû à la plasticité, la théorie de la déformation incrémentale est utilisée. Dans ce cas, le trajet de déformation est considéré comme étant proportionnel à l'incrément de déformation. Un algorithme, basé sur cette théorie a été développé et comparé avec la théorie de l'écoulement plastique. En considérant uniquement un point matériel (loi de comportement uniquement), le gain de temps est de 77.2% pour une très bonne qualité des résultats. La comparaison sur un cas-test d'emboutissage (test de Nakazima) a montré un gain de temps d'environ 20%. La différence s'explique par l'influence des autres non-linéarités (contact, grandes déformations, ...). L'erreur sur l'épaisseur finale est cependant très faible (moins de 0.5%). Enfin, cet algorithme a été testé sur la mise en forme d'un godet cylindrique par formage incrémental. Les résultats obtenus en termes d'épaisseur et de géométrie sont proches de ceux prédits avec la théorie de l'écoulement plastique, mais le gain de temps est faible (environ 4.5% pour un calcul avec 7 points d'intégrations dans l'épaisseur). Cette faible différence est due aux non-linéarités de contact prédominantes pour ce procédé mais également au faible nombre d'éléments qui sont dans le domaine plastique pour un pas de temps donné.

L'utilisation de la théorie de la déformation incrémentale permet d'obtenir de bons résultats, mais le gain de temps dépend du procédé. Son avantage pour le procédé de formage incrémental reste limité.

- Modélisation du contact

Les non-linéarités de contact ont un effet important sur le temps de simulation numérique de ce procédé. Une approche simplifiée de l'interface entre l'outil et la tôle a été développée. Le principe général de cette approche est d'imposer des déplacements sur certains nœuds, qui sont considérés en contact. Une pression est également appliquée sur la zone de recouvrement.

Cette approche a été testée pour la mise en forme d'une pièce pyramidale. Une bonne corrélation avec les résultats est obtenue en comparaison avec un calcul où la vitesse de l'outil est adaptée. L'influence du pas de déplacement de l'outil montre que pour une taille égale au diamètre de l'outil, les résultats en termes d'épaisseur et de géométrie sont de bonne qualité. Un pas de déplacement égal à la distance entre deux changements brusques de la trajectoire permet de prédire une bonne géométrie ainsi que l'épaisseur minimale en un temps de calcul très réduit (dans un rapport de 4). L'application d'une pression de contact permet d'obtenir une meilleure approximation de l'épaisseur, et également un meilleur gain de temps car le nombre d'itérations est

moins important. L'utilisation d'un solveur en dynamique explicite permet une réduction relativement importante du temps de calcul (un rapport de 1.6), mais la prédiction de l'épaisseur est un peu moins précise (écart d'environ 3%).

Une perspective intéressante serait de prendre en compte le critère permettant le contrôle des effets dynamiques (utilisé avec la vitesse de l'outil adaptée) pour piloter la vitesse de déplacement des nœuds. Une prédiction de l'épaisseur de meilleure qualité pourrait être observée, et éventuellement une réduction significative du temps de calcul.

Coupler cette approche avec un code spécifique en dynamique explicite permettrait de ne plus être pénalisé par les temps de reprise liés au logiciel ABAQUS. Adapter l'algorithme de l'approche simplifiée pour un calcul en parallèle peut être également envisagé pour réduire le temps de « contact » qui reste encore important (environ 7h pour le cas-test pyramidal avec un pas de déplacement de l'outil égal à son diamètre). Une recherche plus adaptée des nœuds qui sont en contact est également possible en limitant la boucle uniquement sur les nœuds proches de l'outil.

Grâce à la réduction des temps de calcul pour la simulation numérique du formage incrémental, une optimisation des paramètres du procédé, notamment de la trajectoire de l'outil, peut être envisagée avec des temps de simulation raisonnables. Cependant, il serait sûrement nécessaire d'ajouter un critère de rupture (le modèle d'endommagement de Gurson par exemple donne de bons résultats pour le procédé d'emboutissage [Rac02]), ou de striction (comme le critère modifié de force maximale), et également un critère de plissement pour prédire les limites de mise en forme.

Dans le cadre du projet « Formage Avancé », l'enchaînement des procédés est envisagé. Nous proposons de réaliser une préforme en formage superplastique, et les finitions en formage incrémental. Cet enchaînement permettrait de réduire les coûts d'outillages car une matrice générique pourrait être utilisée pour le procédé de formage superplastique. Le formage incrémental serait alors réalisé sans matrice. Une étude préliminaire est présentée en annexe C. Ce type d'enchaînement aurait un grand avantage pour la fabrication de pièces uniques, mais de topologies génériques (par exemple les prothèses médicales). Cependant, réaliser une préforme en formage incrémental et la forme finale en formage superplastique est une autre solution, qui peut permettre d'une part, de limiter l'amincissement localisé dû au formage incrémental, mais également de réduire le temps de cycle pour le formage superplastique.

# Bibliographie

---

- [Aba07a] Abaqus Analysis User's Manual, Version 6.7, Dassault Systèmes, 2007, [www.simulia.com](http://www.simulia.com)
- [Aba07b] Abaqus Theory Manual, Version 6.7, Dassault Systèmes, 2007, [www.simulia.com](http://www.simulia.com)
- [Amb04] G. Ambrogio, I. Costantino, L. De Napoli, L. Filice, L. Fratini, M. Muzzupappa, Influence of some relevant process parameters on the dimensional accuracy in incremental forming: a numerical and experimental investigation, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 153-154, pp. 501-505, 2004
- [Amb05] G. Ambrogio, L. De Napoli, L. Filice, F. Gagliardi, M. Muzzupappa, Application of incremental forming process for high customized medical product manufacturing, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 162-163, pp. 156-162, 2005
- [Amb06] G. Ambrogio, L. Filice, F. Micari, A force measuring based strategy for failure prevention in incremental forming, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol.177, pp. 413-416, 2006
- [Amb07] G. Ambrogio, L. Filice, L. Fratini, G. Ingarao, L. Manco, Measuring of geometrical precision of some parts obtained by asymmetric incremental forming process after trimming, *Materials Processing and design: Modeling, simulation and applications*, pp. 431-436, *Proceeding de NUMIFORM'07*, Porto, 2007
- [Amb08] A. Ambrogio, L. Filice, G.L. Manco, Warm incremental forming of magnesium alloy AZ31, *CIRP annals – Manufacturing technology*, Vol. 57, pp. 527-260, 2008
- [Ami09] AMINO Corporation, [www.amino.co.jp](http://www.amino.co.jp), 2009
- [Aou04] Y. Aoura, Contribution à la modélisation du comportement superplastique des alliages métalliques pour les procédés de mise en forme, thèse de doctorat, ENSAM d'Angers, 2004
- [Arn01] E. Arnoult, I. Guilloteau, B. Peseux, J. Bonini, Présentation d'un nouvel élément fini de contact, *Mécanique et Industries*, Vol. 2, No 1, pp. 32-42, 2001
- [Att06] A. Attanasio, E. Ceretti, C. Giardini, Optimization of tool path in two points incremental forming, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol.177, pp. 409-412, 2006
- [Att08] A. Attanasio, E. Ceretti, G. Giardini, L. Mazzoni, Asymmetric two points incremental forming: improving surface quality and geometric accuracy by tool path optimization, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 197, pp. 59-67, 2008
- [Aza04] M. Azaouzi, Modélisation du formage de tôles minces par déformation locale progressive, Rapport de DEA, UTC, Compiègne, 2004
- [Aza07] M. Azaouzi, Modélisation et optimisation numérique de l'emboutissage de pièces de précision en tôlerie fine, thèse de doctorat, INPL, GIP-InSIC, 2007

- [Bam07a] M. Bambach, G. Hirt, Error Analysis in explicit finite element analysis of incremental sheet forming. NUMIFORM'07, Materials processing and design: Modeling, simulation and applications, pp. 859-864, Porto, 17-21 juin 2007
- [Bam07b] M. Bambach, M. Cannamela, M. Azaouzi, G. Hirt, J.-L. Batoz, Computer-aided tool path optimization for single point incremental sheet forming, Advanced methods in material forming, Springer Verlag, pp. 233-250, 2007
- [Bar04] J. A. P. Barboza, Traitement du contact entre corps déformables et calcul parallèle pour la simulation 3D du forgeage multicorps, Thèse de doctorat, Ecole nationale supérieure des mines de Paris, CEMEF, 2004
- [Bel88] M. Bellet, Modélisation numérique du formage superplastique de tôles, thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1988
- [Ben05] L. Ben Ayed, Modélisation numérique de l'emboutissage et optimisation des outils serre-flan, Université Technologique de Compiègne, 2005
- [Big03] R. Bigot, S. Leleu, P. Martin, Forming Machine Qualification by Analysis of Manufactured Parts Geometry: Application to Aluminium Forming Process, International Journal of Advance Manufacturing Technology, Vol. 21, pp.476,-482, 2003
- [Boc45] A.A. Bochvar, Z.A. Sviderskaya, Superplasticity in Zinc-Aluminum alloy, Izv. Akad. Nauk. SSSR. Otdel. Tekh. Nauk., Vol. 9, pp. 821-827, 1945
- [Boo98] F. Boeshaghi, H. Garmestani, On the existence of threshold stress, Scripta Mat., Vol.38, No. 1, pp. 89-94, 1998
- [Bou07] C. Bouffieux, C. Henrard, J. Gu, J.R. Dufloy, A.-M. Habraken, H. Sol, Development of an inverse method for identification of materials parameters in the single point incremental forming process, Proceeding de IDDRG 2007, 8 pages sur cd-rom, Győr, Hongrie, 21-23 mai 2007
- [Bou08] S. Boude, J.-L. Lebrun, C. Fischer, Influence of superplastic forming conditions of 7475 alloy on its microstructure, 6th EUROSPF Conference, Carcassonne, 3-5 septembre 2008, 6 pages
- [Bou08] B. Bouffieux, P. Eyckens, C. Henrard, R. Aereens, A. Van Bael, H. Sol, J.R. Dufloy, Identification of material parameters to predict single point incremental forming forces, Proceedings de ESAFORM'08, 4 pages sur cd-rom, Lyon, 2004
- [Bou94] S. Boude, Maîtrise du procédé de formage superplastique et réalisation d'une installation pilote, thèse de doctorat, Ecole centrale de Nantes, 1994
- [Bou99] Z. Boulos., Interactions matériaux - procédé dans la mise en forme superplastique d'alliages réfractaires, thèse de doctorat, ENSAM centre d'Angers, 1999
- [Bru09] S. Brunssen, B. Wohlmuth, An overlapping domain decomposition method for the simulation of elastoplastic incremental forming processes, international journal for numerical methods in engineering, Vol. 77, pp. 1224-1246, 2009
- [Car03] L. Carrino, G. Giuliano, G. Napolitano, A posteriori optimization of the forming pressure in superplastic forming processes by the finite element method, Finite Elements in Analysis and Design, Vol. 39, pp. 1083-1093, 2003
- [Cer04] E. Ceretti, C. Giardini, A. Attanasio, Experimental and simulative results in

- sheet incremental forming on CNC machine, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 152, pp. 176-184, 2004
- [Cer06] I. Cerro, E. Maidagan, J. Arana, A. Rivero, P.P. Rodrigez, Theoretical and experimental analysis of the dieless incremental sheet forming process, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 177, pp. 404-408, 2006
- [Cha02] N. Chadra, Constitutive behavior of superplastic materials, *International journal of non-linear mechanics*, Vol.37, pp. 461-484, 2002
- [Cha04] D. Chamoret, P. Saillard, A. Rassineux, J.-M. Bergheau, New smoothing procedures in contact mechanics, *Journal of Computational and applied Mathematics*, Vol. 168, pp. 107-116, 2004
- [Cha05] P. Chabrand, F. Dubois, D. Graillet, R. Bo man, J.P. Ponthot, Numerical simulation of tribological devices used as a set of benchmarks for comparing contact algorithms, *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 41, pp. 637-665, 2005
- [Chu93] K. Chung, O. Richmond, A deformation theory of plasticity based on minimum work path, *International Journal of Plasticity*, Vol. 9, pp. 907-920, 1993
- [Chu98] W. J. Chung, J. W. Cho, T. Belytschko, On the dynamic effects of explicit FEM in sheet metal forming analysis, *Engineering Computation*, Vol. 15, No. 6, pp. 750-776, 1998
- [Cri91] M. A. Crisfield, *Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures*, Volume 1, John Wiley & Sons Ltd, 1991
- [Dec08] N. Decultot, V. Velay, L. Robert, G. Bernhart, E. Massoni, Behaviour modelling aluminum alloy sheet for single point incremental forming, *Proceedings de ESAFORM'08*, 4 pages sur cd-rom, Lyon, 2008
- [Dej07] S. Dejardin, S. Thibaud, J.C. Gelin, Experimental and numerical investigations in single point incremental sheet forming, *Materials Processing and design: Modeling, simulation and applications*, pp. 889-894, *Proceeding de NUMIFORM'07*, Porto, 2007
- [Dej08] S. Déjardin, *Aspect expérimentaux, modélisation, simulation et contrôle du formage incrémental des structures minces*, thèse de doctorat, Université de Franche-Comté, 2008
- [Del02] A. Delamézière, *Contribution à l'optimisation des paramètres du procédé d'emboutissage des tôles minces par l'approche inverse*, Thèse de doctorat, Université Technologique de Compiègne, 2002
- [Dol87] J. St. Doltsisnis, J. Luginsland, S. Nolting, Some developments in the numerical simulation of metal forming processes, *Proceedings of the International Conference on Computational Plasticity Models*, Barcelona, Vol. 2, pp. 875-899, 1987
- [Duf07a] J. Duflou, Y. Tunçkol, A. Szekeres, P. Vanherck, Experimental study on force measurements for single point incremental forming, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 189, pp. 65-72, 2007
- [Duf07b] J.R. Duflou, B. Callabaut, J. Verbert, H. De Baerdemaeker, Laser assisted incremental forming : formability and accuracy improvement, *Annals of the CIRP*, Vol. 56, issue 1, pp. 273-276, 2007
- [Duf08] J.R. Duflou, B. Callebaut, J. Verbert, H. De Baerdemaeker, Improved SPIF performance through dynamic local heating, *International journal of*

- machine tools & manufacture, Vol. 48, pp. 543-549, 2008
- [Emm08] W.C. Emmens, A.H. van den Boogaard, Tensile tests with bending: a mechanism for incremental forming, Proceedings de ESAFORM'08, 4 pages sur cd-rom, Lyon, 2004
- [Eyc07] P. Eyckens, S. He, A. Van Bael, P. Van Houtte, J. Duflou, Forming limit predictions for the serrated strain paths in single point incremental sheet forming, Materials Processing and design: Modeling, simulation and applications, pp. 141-146, Proceeding de NUMIFORM'07, Porto, 2007
- [Fil04] L. Filice, L. Fratini, F. Micari, Analysis of material formability in incremental forming, CIRP annals-Manufacturing technology, Vol. 51, issue 1, pp. 207-210, 2004
- [Fle06a] Projet européen FLEXFORM, début du projet : 1 septembre 2006, durée 3 ans, <http://www.ascammonline.com/flexform/index.html>
- [Fle06b] FP6 Collective Research Project Flexform, Development of a flexible manufacturing process for the low series production of metal parts for custom and special vehicles, Deliverable 1.5 Input parameters for the FEM-simulation, Projet européen, 1 Septembre 2006, durée 3 ans
- [Flo07] P. Flores, L. Duchêne, C. Bouffiu, T. Lelotte, C. Henrard, N. Pernin, A. Van Bael, S. He, J. Duflou, A.M. Habraken, Model identification and FE simulation: Effect of different yield loci and hardening laws in sheet forming, International journal of plasticity, Vol. 23, pp. 420-449, 2007
- [Fra08] V. Franzen, L. Kwiatkowski, G. Sebastiani, R. Shankar, A.E. Tekkaya, M. Kleiner, Dyna-Die: Towards full kinematic incremental forming, Proceedings de ESAFORM'08, 4 pages sur cd-rom, Lyon, 2004
- [Fra09] V. Franzen, L. Kwiatkowski, P.A.F. Martins, A.E. Tekkaya, Single point incremental forming of PVC, Journal of Materials Processing Technology, Vol. 209, pp. 462-469, 2009
- [Ger89] Y. Germain, K. Chung, R. H. Wagoner, A rigid-viscoplastic finite element program for sheet metal forming analysis, International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 31, No 1, pp. 1-24, 1989
- [Gho82] A.K. Ghosh, C.H. Hamilton, Influences of material parameters and microstructure on superplastic forming, Metallurgical transactions A, Vol. 13A, pp. 733-743, 1982
- [Gil08] E. Gildemyn, Caractérisation des procédés de fabrication de pièces de sécurité automobile. optimisation multiobjectifs de la mise en forme, thèse de doctorat, LPMI, Arts et Métiers ParisTech d'Angers, 2008
- [Guo00] Y. Q. Guo, J.-L. Batoz, H. Naceur, S. Bouabdallah, F. Mercier, O. Barlet, Recent developments on the analysis and optimum design of sheet metal forming parts using a simplified inverse approach, Computer and Structures, Vol. 78, No. 1, pp. 133-148, 2000
- [Guo04] Y. Q. Guo, Y. M. Li, F. Bogard, K. Debray, An efficient pseudo-inverse approach for damage modeling in the sheet forming process, Journal of material processing technology, Vol. 151, pp. 88-97, 2004
- [Had08] A. Hadoush, A.H. van den Boogaard, Time reduction in implicit single point incremental sheet forming simulation by refinement-derefinement, Proceedings de ESAFORM'08, 4 pages sur cd-rom, Lyon, 2004
- [Hal85] J. O. Hallquist, G. L. Goudreau, D. J. Benson, Sliding interfaces with contact-

- impact in large-scale Lagrangian computations, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 51, pp. 107-137, 1985
- [Ham06] M. Ham, J. Jeswiet, Single point incremental forming and the forming criteria for AA3003, *Annals of the CIRP*, Vol. 55, issue 1, pp. 241-244, 2006
- [Ham82] C.H. Hamilton, C.C. Bampton, N.E. Paton, superplasticity in high strength aluminum alloys, *Meta. Soc. Of AEIM*, pp. 173, 1982
- [Hen24] H. Hencky, Zur theorie plastischer deformationen und der hierdurch im material hervorgerufenen nachspannungen, *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, Vol. 4, pp. 323-335, 1924
- [Hig92] K. Higashi, unpublished research, University of Osaka Prefecture, 1992
- [Hil48] R. Hill, A Theory of the Yielding and Plastic Flow of Anisotropic Metals, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, Vol. 193, No. 1033, pp. 281-297, 1948
- [Hol66] D. H. Holt, W. A. Backofen, *Trans. Am. Soc. Metals* 59, 755, 1966
- [Hus08] G. Hussain, L. Gao, N. Hayat, Z. Cui, Y.C. Pang, Tool and lubrication for negative incremental forming of a commercially-pure Titanium sheet, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 203, pp. 193-201, 2008
- [Hwa02] Y.M. Hwang, H.S. Lay, J.C. Huang, Study on superplastic blow-forming of 8090 Al-Li sheets in an ellip-cylindrical closed-die, *International journal of machine tools & manufacture*, Vol. 42, No 12, pp. 1363-1372, 2002
- [Jac08a] K. Jackson, The Mechanics of Incremental Sheet Forming, Thèse de doctorat, Université de Cambridge, Department of engineering, 2008
- [Jac08b] K.P. Jackson, J.M. Allowood, M. Landert, Incremental forming of sandwich panels, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 204, pp. 290-303, 2008
- [Jac09] K. Jackson, J. Allwood, The mechanics of incremental sheet forming, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 209, pp. 1158-1174, 2009
- [Ji08] Y.H. Ji, J.J. Park, Formability of magnesium AZ31 sheet in the incremental temperature at warm temperature, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 201, pp. 354-358, 2008
- [Job96] D. Jobart, J.J. Blandin, Microstructure and superplasticity of Ti-25Al-10Nb-3V-1Mo intermetallic alloy, *Materials Science and Engineering A*, Vol. 207, Issue 2, pp. 170-180, 1996
- [Jov68] F. Jovane, An approximate analysis of the superplastic forming of a thin circular diaphragm: Theory and experiments, *Int. J. Mech. Sci. Pergamon Press*. Vol. 10, pp. 405-427, 1968
- [Ju99] S. H. Ju, R. E. Rowlands, A three dimensional frictional contact element whose stiffness matrix is symmetric, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 66, pp. 460-467, 1999
- [Jur06] B. Jurisevic, K. Kuzman, M. Junkar, Water jetting technology: an alternative in incremental sheet metal forming, *International journal of manufacturing technology*, Vol. 31, pp. 18-23, 2006
- [Kim02] Y.H. Kim, J.J. Park, Effect of process parameters on formability in incremental forming of sheet metal, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 130-131, pp. 42-46, 2002
- [Kno01] R. Knockaert, Numerical and experimental study of the strain localization during sheet forming operation, these de doctorat, Ecole Nationale

- Supérieure des Mines de Paris, 2001
- [Kop05] J. Kopac, Z. Kampus, Incremental sheet metal forming on CNC milling machine-tool, , Journal of Materials Processing Technology, Vol. 162-163, pp. 622-628, 2005
- [Lay82] D.B. Laycock, Superplastic Forming of Sheet Metal, Superplastic Forming of Structural Alloys, N.E. Paton and C.H., Hamilton eds. The Metal. Soc. of AIME, p. 257, 1982
- [Le08] V.S. Le, A. Ghiotti, G. Lucchetta, Preliminary studies on single point incremental forming for thermoplastic materials, Proceedings de ESAFORM'08, 4 pages sur cd-rom, Lyon, 2004
- [Lee66] D. Lee and W. A. Backofen, Deformation Processing of Anisotropic Material, Final Report, Contract No. 66-0068-d. Metal Processing Lab., M.I.T., Boston (U.S.A.), 1966
- [Lee93] S. H. Lee, Rudimentary considerations for adaptative gap/friction element based on the penalty method, Computer and structures, Vol. 47, pp. 1043-1046, 1993
- [Lem88] J. Lemaitre, J.-L. Chaboche, Mécanique des matériaux solides, édition Bordas, 1988
- [Les67] E. Leszak, Apparatus and Process for Incremental Dieless Forming, Brevet US3342051, publié le 19-09-1967
- [Lev09] Katholieke Universiteit Leuven, Department of Mechanical Engineering, Belgium, [www.mech.kuleuven.be](http://www.mech.kuleuven.be), 2009
- [Lia86] J. Lian, B. Baudalet, Necking development and strain to fracture under uniaxial tension, Materials Science and Engineering, Vol. 84, pp. 157-162, 1986
- [Lie04] W.B. Lievers, A.K. Pilkey, D.J. Lloyd, Using incremental forming to calibrate a void nucleation model for automotive aluminum sheet alloys, Acta Materialia, Vol. 52, pp. 3001-3007, 2004
- [Lin05] V. Linck, Modélisation numérique temporelle d'un contact frottant, Mise en évidence d'instabilités locales de contact, Conséquences tribologiques, Thèse de doctorat, Institut National des sciences Appliquées de Lyon, 2005
- [Loz59] M.G. Lozensky, Z.A. Simeonova, Superhigh plasticity of commercial iron under cyclic fluctuation of temperature, Acta Metall., Vol.7, pp. 709-715, 1959
- [Lub00] V. A. Lubarda, Deformation theory of plasticity revisited, Proceeding of Montenegrin Academy Science and Art, vol. 13, pp. 117-143, 2000
- [Mao06] F. Mao, J. H. Mo, S. H. Huang, Study on instability of the point bolster sheet metal dieless forming, Journal of Materials Processing Technology, Vol. 176, pp. 13-18, 2006
- [Mar08] P.A.F. Martins, N. Bay, M. Skjoedt, M.B. Silva, Theory of single point incremental forming, CIRP Annals - Manufacturing Technology Vol. 57, pp. 247-252, 2008
- [Mic07] F. Micari, G. Ambrogio, L. Filice, Shape and dimensional accuracy in single point incremental forming : State of the art and future trends, Journal of Materials Processing Technology, Vol. 191, pp. 390-395, 2007
- [Moc99] K. Mocellin, Contribution à la simulation numérique tridimensionnelle du forgeage à chaud : étude du contact multigrille, Thèse de doctorat, Ecole

- ationale supérieure des mines de Paris, CEMEF, 1999
- [Mon09] F. Montheillet, L. Briottet, Endommagement et ductilité en mise en forme, Les techniques de l'ingénieur, M3032, 2009
- [Nac04] H. Naceur, A. Delamézière, J.-L. Batoz, Y. Q. Guo, C. Knopf-Lenoir, Some improvements on the optimum process design in deep drawing using the inverse approach, Journal of Material Processing Technology, Vol. 146, No. 2, pp. 250-262, 2004
- [Nak68] K. Nakazima, T. Kikuma, K. Hasuka, Study on the formability of steel sheet, Yamata Technical Report, Vol. 264, pp. 141-154, 1968
- [Nie97] T.G. Nieh, J. Wadsworth, O.D. Cherby, Superplasticity in metals and ceramics, Cambridge university press, 1997
- [Par03] J.J. Park, Y.H. Kim, Fundamental studies on the incremental sheet metal forming technique, Journal of Materials Processing Technology, Vol. 140, pp. 447-453, 2003
- [Pea54] C.E. Pearson, Viscous properties of extruded eutectic alloy of Pb-Sn and Bi-Sn, Journal Institute of Metals, Vol. 54, pp. 111-123, 1954
- [Pet07] A. Petek, K. Kuzman, The determination of forming limit diagram for conventional and single point incremental sheet metal forming, Proceeding de IDDRG 2007, 8 pages sur cd-rom, Győr, Hongrie, 21-23 mai 2007
- [Pet09] A. Petek, B. Jurisevic, K. Kuzman, M. Junkar, Comparison of alternative approaches of single point incremental forming processes, Journal of Materials Processing Technology, Vol. 209, pp. 1810-1815, 2009
- [Pil88] J. Pilling, N. Ridley, Cavitation in superplastic alloys and the effect of hydrostatic pressure, Res. Mechanica, Vol. 23, pp. 31-63, 1988
- [Rac02] M. Rachik, J.M. Roelandt, A. Maillard, Some phenomenological and computational aspects of sheet metal blanking simulation, Journal of Materials Processing Technology, Vol. 128, pp. 256-265, 2002
- [Ram99] N. Ramakrishnan, K. M. Singh, R. K. Q. Suresh, N. Srinivasan, An algorithm based on total-elastic-incremental-plastic strain for large deformation plasticity, Journal of Material Processing Technology, Vol. 86, pp. 190-199, 1999
- [Rob08] C. Robert, P. Dal Santo, A. Delamézière, A. Potiron, J.-L. Batoz, On some computational aspects for incremental sheet metal forming simulations, 11<sup>th</sup> ESAFORM Conference on Material Forming, 23-25 Avril 2008, Lyon, France, Int. J. Mater Form ISSN 1960-6214, 4 pages sur CD-ROM
- [Rob09a] C. Robert, L. Ben Ayed, A. Delamézière, P. Dal Santo, J.-L. Batoz, On a simplified model for the tool and the sheet contact conditions for the SPIF process simulation, SHEMET'09, 13<sup>th</sup> International Conference on Sheet Metal, 6-8 Avril 2009, Birmingham (UK), Key Engineering Materials, Vols. 410-411, ISSN 1013-9826, pp 373-379
- [Rob09b] C. Robert, P. Dal Santo, A. Delamézière, J.-L. Batoz, Développement d'une chaîne numérique complète (CAO, FAO, Calcul) pour le procédé de formage incrémental des tôles minces, Colloque AIP-PRIMECA, La Plagne, 22-24 avril 2009, 9 pages sur clé USB
- [Rob09c] C. Robert, A. Delamézière, P. Dal Santo, J.-L. Batoz, Comparaison numérique entre le formage superplastique et le procédé de formage incrémental, 9<sup>ème</sup> Colloque national en calcul de structures, Giens, 25- 29

- mai 2009, 6 pages sur clef USB
- [Rob09d] C. Robert, P. Dal Santo, A. Delamézière, A comparison between different strain rate control strategies for superplastic forming obtained by numerical simulation, COMPLAS X, 10<sup>th</sup> International Conference on Computational Plasticity, Barcelone (Espagne), 2-4 septembre 09, 4 pages sur clef USB
- [Ros12] W. Rosenhain, D. Ewen, Intercrystalline cohesion in metals, Journal Institute of Metals, Vol. 8, No. 2, pp. 149-173, 1912
- [Rot09] J. Roth, Single point incremental forming of metallic materials using direct current, Brevet US2009/0044590A1, publié le 19-02-2009
- [Ses08] Service des Etudes et des Statistiques Industrielles (SESSI) du Ministère de l'Economie des Finances et de l'Industrie, Les services industriels du travail des métaux, étude thématique, <http://www.industrie.gouv.fr/sessi>, 2008
- [Shi01] M.-S. Shim, J.-J. Park, The formability of aluminum sheet in incremental forming, Journal of Materials Processing Technology, Vol. 113, pp. 654-658, 2001
- [Sil08] M.B. Silva, M. Skjoedt, P.A.F. Martins, N. Bay, Revisiting the fundamentals of single point incremental forming by means of membrane analysis, International Journal of Machine Tools & Manufacture Vol. 48, pp. 73-83, 2008
- [Sil09] M.B. Silva, M. Skjoedt, P. Vilaça, N. Bay, P.A.F. Martins, Single point incremental forming of tailored blanks produced by friction stir welding, Journal of Materials Processing Technology, Vol. 209, pp. 811-820, 2009
- [Sim85] J. C. Simo, M. Ortiz, A unified approach to finite deformation elastoplastic analysis based on the use of hyperelastic constitutive equation, Computer methods in applied mechanics and engineering, Vol. 49, pp. 221-245, 1985
- [Sor08] D. Sorgente, L. Tricarico, A numerical-experimental approach to material characterization and process analysis in the blow forming process, 6th EuroSPF conference, Carcassonne, 15 pages, 2008
- [Tak08] H. Takano, K. Kitazawa, T. Goto, Incremental forming of nonuniform sheet metal: Possibility of cold recycling process of sheet metal waste, International journal of machine tools & manufacture, Vol. 48, pp. 477-482, 2008
- [Tan07] S. Tanaka, T. Nakamura, K. Hayakawa, H. Nakamura, K. Motoruma, Residual stress in sheet metal parts made by incremental forming process, Materials Processing and design: Modeling, simulation and applications, pp. 780-, Proceeding de NUMIFORM'07, Porto, 2007
- [Ter07] T. Teramae, K. Manabe, K. Ueno, K. Nakamura, H. Takeda, Effect of material properties on deformation behavior in incremental tube-burring process using a bar tool, , Journal of Materials Processing Technology, Vol. 191, pp. 24-29, 2007
- [Xia01] Y. Xiang, S. Wu, Numerical simulation of cavity damage evolution in superplastic bulging process, J. of Mat. Proc. Tech., Vol. 116, pp. 224-230, 2001
- [Yam08] M. Yamashita, M. Gotoh, S.-Y. Atsumi, Numerical simulation of incremental forming of sheet metal, Journal of Materials Processing Technology, Vol. 199, PP. 163-172, 2008

- [Yan86] D. Y. Yang, Y. J. Kim, A rigid-plastic finite element formulation for the analysis of general deformation of planar anisotropic sheet metals and its applications, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 28, No. 12, pp. 825-840, 1986

# Annexe A

## Compléments sur le calcul du correcteur plastique

---

### A.1 Calcul du correcteur plastique pour la méthode de l'écoulement plastique

Le numérateur du correcteur plastique (équation 3.25) s'écrit sous la forme suivante :

$$\left\langle \frac{\partial f}{\partial \{\sigma\}} \right\rangle [C^{el}] \{\Delta \varepsilon\} = \left\langle \frac{[P] \{\sigma_{k+1}^{(i)}\}}{\sigma_{k+1}^{eq(i)}} \right\rangle \left( \{\sigma_{k+1}^{(i)}\} - \{\sigma_{k+1}^{(i-1)}\} \right) \quad (\text{A.1})$$

avec  $\sigma_{k+1}^{(-1)} = \sigma_k$ .

En développant, et en négligeant les termes de dérivé première, on trouve :

$$\left\langle \frac{\partial f}{\partial \{\sigma\}} \right\rangle [C^{el}] \{\Delta \varepsilon\} = \sigma_{k+1}^{eq(i)} - \frac{\langle \sigma_{k+1}^{(i-1)} \rangle [P] \{\sigma_{k+1}^{(i-1)}\}}{\sigma_{k+1}^{eq(i-1)} + \Delta \sigma_{k+1}^{eq(i)}} \quad (\text{A.2})$$

Comme  $\sigma_{k+1}^{eq(i-1)} \gg \Delta \sigma_{k+1}^{eq(i)}$ , il est possible d'écrire :

$$\left\langle \frac{\partial f}{\partial \{\sigma\}} \right\rangle [C^{el}] \{\Delta \varepsilon\} = \sigma_{k+1}^{eq(i)} - \sigma_{k+1}^{eq(i-1)} = f_{k+1}^{(i)} \quad (\text{A.3})$$

Alors :

$$\dot{\bar{\varepsilon}}^{pl(i)} = \frac{f_{k+1}^{(i)}}{\left\langle \frac{\partial f}{\partial \{\sigma\}} \right\rangle [C^{el}] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \{\sigma\}} \right\} + \frac{\partial \sigma^y}{\partial \bar{\varepsilon}^{pl}}} \quad (\text{A.4})$$

Et l'incrément de déformation plastique équivalent est la somme de toute les itérations, soit :

$$\Delta \bar{\varepsilon}_{k+1}^{pl} = \sum \dot{\bar{\varepsilon}}^{pl(i)} \quad (\text{A.5})$$

## A.2 Calcul de l'incrément de déformation plastique équivalent pour la théorie de la déformation incrémentale

Le travail plastique incrémental par unité de volume est :

$$dW^{pl} = \sigma^{eq} \Delta \bar{\varepsilon}^{pl} = \langle \sigma \rangle \{ \Delta \varepsilon^{pl} \} \quad (\text{A.6})$$

Avec la loi normale généralisée (équation 3.24), en remplaçant les différentielles par la forme incrémentale, et l'équation précédente, il est possible de démontrer que l'incrément de déformation plastique équivalent peut se mettre sous la forme :

$$\Delta \bar{\varepsilon}^{pl} = (\langle \Delta \varepsilon^{pl} \rangle [P^{-1}] \{ \Delta \varepsilon^{pl} \})^{1/2} \quad (\text{A.7})$$

Comme nous travaillons en grandes déformations, il est possible de faire l'hypothèse que l'anisotropie élastique est sensiblement égale à l'anisotropie plastique. Cette hypothèse est fréquemment utilisée dans l'Approche Inverse [Del02, Guo04, Nac04].

$$[C^{el}] = E [P^{-1}] \quad (\text{A.8})$$

En se référant au cas unidimensionnel, l'incrément de contrainte et l'incrément de déformation élastique sont reliés par :

$$\Delta \sigma^{eq} = E \Delta \varepsilon^{el} \quad (\text{A.9})$$

Il est alors possible de définir l'incrément de déformation élastique équivalent sous une forme similaire à l'incrément de déformation plastique équivalent :

$$\Delta \bar{\varepsilon}^{el} = (\langle \Delta \varepsilon^{el} \rangle [P^{-1}] \{ \Delta \varepsilon^{el} \})^{1/2} \quad (\text{A.10})$$

Par analogie avec le cas tridimensionnel, il est possible de partitionner l'incrément de déformation équivalent en une partie élastique et une partie plastique :

$$\Delta \bar{\varepsilon} = \Delta \bar{\varepsilon}^{el} + \Delta \bar{\varepsilon}^{pl} \quad (\text{A.11})$$

En reliant les équations de l'incrément de déformation plastique équivalent, l'incrément de déformation élastique équivalent et l'équation précédente, on obtient :

$$\Delta \bar{\varepsilon} = (\langle \Delta \varepsilon \rangle [P^{-1}] \{ \Delta \varepsilon \})^{1/2} \quad (\text{A.12})$$

Il est maintenant possible de calculer la contrainte équivalente en résolvant l'équation de la loi de comportement défini par la relation  $\sigma^y = A + B(C + \bar{\varepsilon}^{pl})^n$  (en utilisant l'algorithme de Newton-Raphson par exemple) :

$$\sigma^y_{k+1} = A + B \left( C + \bar{\varepsilon}_k^{pl} + \Delta \bar{\varepsilon} - \frac{\sigma^y_{k+1} - \sigma^y_k}{E} \right)^n \quad (\text{A.13})$$

Et l'incrément de déformation plastique équivalent est obtenu par :

$$\Delta \bar{\varepsilon}^{pl} = \Delta \bar{\varepsilon} - \frac{\sigma^y_{k+1} - \sigma^y_k}{E} \quad (\text{A.14})$$

# Annexe B

## Compléments sur l'approche simplifiée du contact

---

### B.1 Calcul du rayon de contact

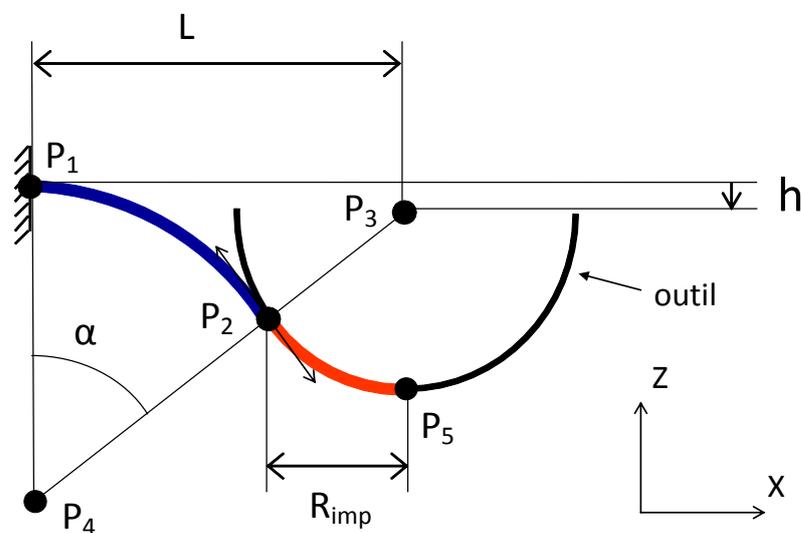


Figure B.1. Hypothèse géométrique

Le point  $P_1$  est supposé suffisamment éloigné de la zone de contact. Le flan est considéré comme encastré en  $P_1$ .

Le flan libre est représenté par l'arc de cercle bleu, de centre  $P_4$  et de rayon  $R_L$ . Il est délimité par les points  $P_1$  et  $P_2$ . La zone de contact est limitée par les points  $P_2$  et  $P_5$  appartenant à l'outil, de rayon  $R$  et de centre  $P_3$ .

La condition de raccord entre les deux arcs de cercles se transcrit par l'alignement de  $P_2$ ,  $P_3$  et  $P_4$ .

On pose :

$\alpha$ , l'angle entre la droite  $(P_3, P_4)$  et l'axe  $z$  ;

$h$ , la distance entre  $P_1$  et  $P_3$  projetée sur l'axe  $z$  ;

$L$ , la distance absolue entre  $P_1$  et  $P_3$  projetée sur l'axe  $x$ .

Il en résulte le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} (R + R_L) \sin(\alpha) \\ (R + R_L) \cos(\alpha) - h = R_L \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

Ce qui nous intéresse est la distance entre  $P_2$  et  $P_5$  projeté sur l'axe  $x$  (la distance de contact). Cette distance sera notée  $R_{imp}$  (rayon des déplacements imposés). Avec l'équation précédente, ce rayon s'écrit :

$$R_{imp} = R \sin\left(2 \tan^{-1}\left(\frac{R-h}{L}\right)\right) \quad (\text{B.2})$$

Il faut également ajouter la relation suivante pour limiter l'angle à l'intervalle  $[0 ; 90^\circ]$  :

$$0 \leq \frac{R-h}{L} \leq 1 \quad (\text{B.3})$$

## B.2 Positionnement de l'outil

Soit  $\vec{P}_n$  la position du nœud  $n$  et  $\vec{P}_j$  la position intermédiaire de l'outil pour le nœud  $n$ .

On pose :

$$\begin{aligned} \vec{u} &= \vec{P}_{i+1} - \vec{P}_i \\ \vec{v} &= \vec{P}_n - \vec{P}_i \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

$\vec{P}_j$  est déterminée à partir d'un scalaire  $dp$  tel que :

$$\vec{P}_j = dp \vec{u} + \vec{P}_i \quad (\text{B.5})$$

Un produit scalaire nul entre le vecteur  $\vec{u}$  et le vecteur  $\overrightarrow{P_n P_j}$  donne la distance minimale entre le nœud et le centre de l'outil.  $dp$  est égal à :

$$dp = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\|^2} \quad (\text{B.6})$$

Si  $dp$  est supérieur à 1, alors  $d = 1$ , et si  $dp$  inférieur à 0, alors  $dp = 0$  (la position de l'outil est entre  $P_i$  et  $P_{i+1}$ ).

### B.3 Estimation de la valeur de la pression appliquée

La valeur de la pression appliquée est calculée analytiquement à partir des travaux de Silva et al. [Sil08], et Martins et al. [Mar08]. Cette estimation s'effectue à partir d'un modèle axisymétrique correspondant à la mise en forme d'un godet circulaire. Les différentes variables géométriques sont présentées sur la figure suivante.

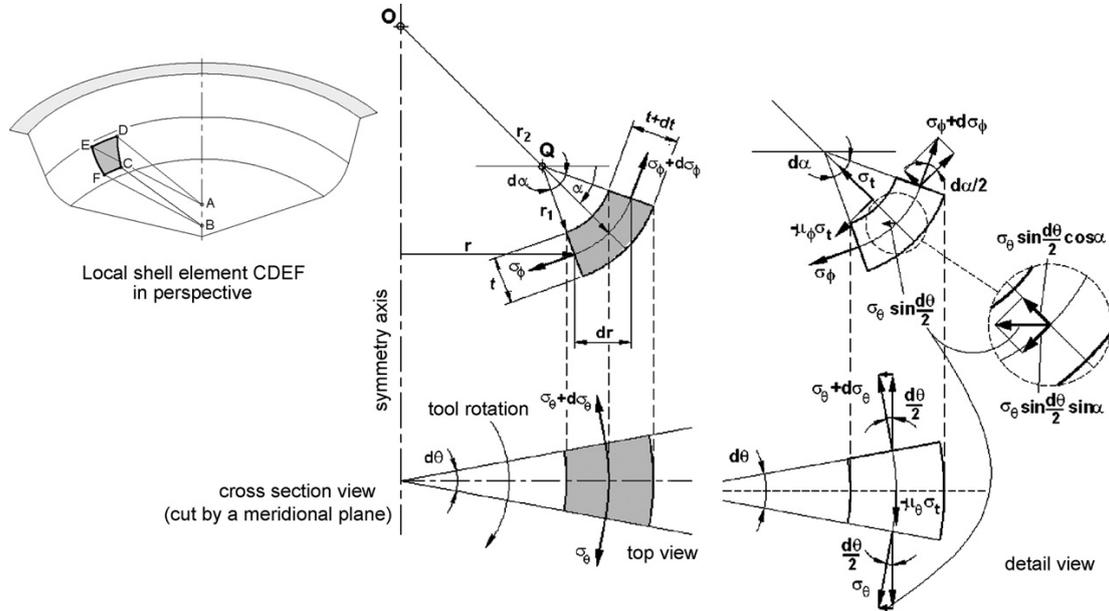


Figure B.2. Variables géométriques [Mar08]

Equilibre des forces dans la direction de l'épaisseur :

$$\begin{aligned}
 & \sigma_t r d\theta r_1 d\alpha \\
 & + \sigma_\phi r d\theta t \sin\left(\frac{d\alpha}{2}\right) \\
 & + (\sigma_\phi + d\sigma_\phi)(r + dr)d\theta(t + dt) \sin\left(\frac{d\alpha}{2}\right) \\
 & + \sigma_\theta r_1 d\alpha t \sin\left(\frac{d\theta}{2}\right) \\
 & + (\sigma_\theta + d\sigma_\theta)r_1 d\alpha t \sin\left(\frac{d\theta}{2}\right) \\
 & = 0
 \end{aligned} \tag{B.7}$$

Avec un développement limité du sinus et en négligeant les termes d'ordre supérieur à 2, on obtient :

$$\sigma_t r r_1 + \sigma_\phi r t + \sigma_\theta r_1 t = 0 \tag{B.8}$$

Et comme :

$$r_2 = \frac{r}{\cos(\alpha)} \tag{B.9}$$

L'équilibre dans l'épaisseur se réduit à :

$$\frac{\sigma_t}{t} + \frac{\sigma_\Phi}{r_1} + \frac{\sigma_\theta}{r_2} = 0 \quad (\text{B.10})$$

D'un point de vue géométrique :

$$\begin{aligned} r_2 &\gg r_1 \\ r_2 &\gg t \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

Il est possible de négliger le rapport de la contrainte circonférentielle sur  $r_2$  par rapport aux autres termes. Ce qui permet d'écrire la contrainte dans l'épaisseur avec la relation suivante :

$$\sigma_t = -\sigma_\Phi \frac{t}{r_1} \quad (\text{B.12})$$

D'un point de vue local, la déformation circonférentielle est négligeable devant les deux autres. Il est possible de considérer un état de déformations planes. Ce qui revient à dire :

$$d\varepsilon_\theta = 0 \quad (\text{B.13})$$

Et donc :

$$\sigma_\theta = \frac{1}{2}(\sigma_t + \sigma_\Phi) \quad (\text{B.14})$$

Les contraintes principales sont :

$$\begin{aligned} \sigma_I &= \sigma_\Phi > 0 \\ \sigma_{II} &= \sigma_\theta \\ \sigma_{III} &= \sigma_t < 0 \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

De plus, comme le rayon de l'outil est plus grand que l'épaisseur (en règle générale en formage incrémental) :

$$|\sigma_t| < |\sigma_\Phi| \quad (\text{B.16})$$

En considérant un matériau parfaitement plastique, et en utilisant le critère de Tresca, la contrainte méridienne devient :

$$\sigma_\Phi = \frac{\sigma^y}{1+t/r_1} \quad (\text{B.17})$$

Avec  $\sigma^y$  la contrainte d'écoulement.

Comme la pression de contact est la contrainte dans l'épaisseur (de signe opposé), la pression à appliquer sur les éléments en contact est :

$$p = \sigma^y \frac{t}{r_1+t} \quad (\text{B.18})$$

# Annexe C

## Perspectives sur l'enchaînement des procédés

---

### C.1 Identification du comportement à froid en fonction du taux de déformation superplastique initial

Afin de pouvoir mettre en œuvre numériquement la simulation de l'enchaînement du formage superplastique et du formage incrémental, il est nécessaire de connaître l'évolution du comportement du matériau après déformation superplastique.

Pour cela, des essais ont été effectués sur des éprouvettes. Le matériau est un alliage d'aluminium permettant un comportement superplastique (7475).

Dans un premiers temps, les éprouvettes sont soumises à une déformation superplastique. Différents taux de déformation sont réalisés :

- 20 % ;
- 40 % ;
- 60 % ;
- 80 %.

Les essais sont réalisés en traction, sur un prototype développé à Arts et Métiers ParisTech centre d'Angers [Bou94]. Le chauffage est réalisé par radiation. La température est contrôlée au centre de l'éprouvette grâce à un thermocouple de type K. La vitesse de déformation est contrôlée par le déplacement de la traverse. Une loi empirique permet de faire le lien entre le déplacement et la vitesse de déformation en fonction du comportement du matériau. La validité de cette loi à été vérifiée par la simulation numérique de l'essai de traction.

Le dispositif expérimental est présenté sur la figure suivante.

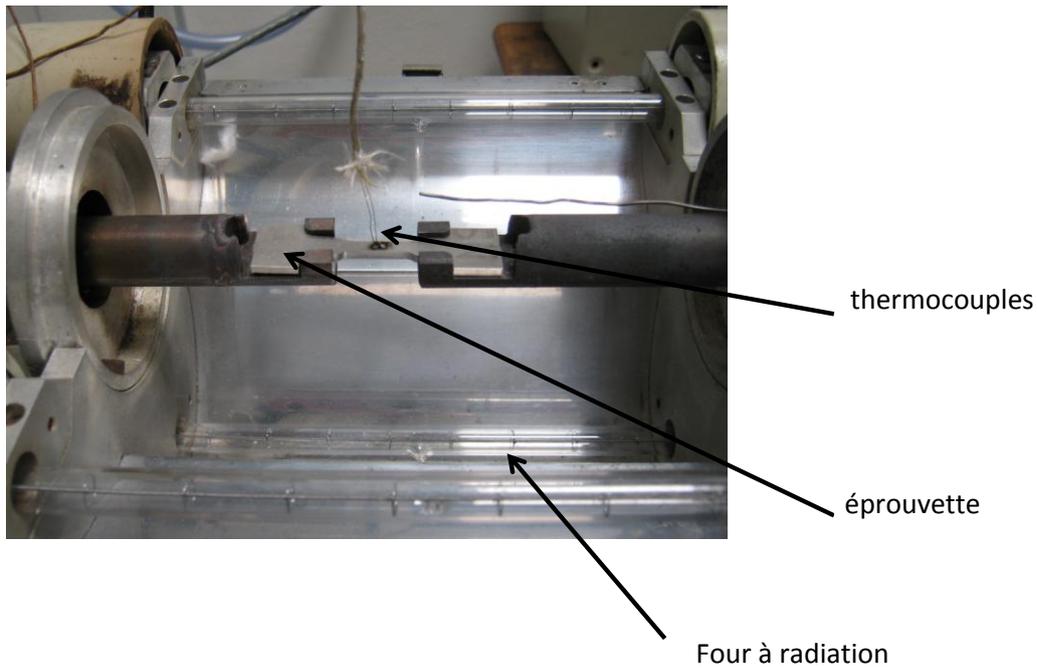


Figure C.1. Dispositif expérimental de traction superplastique

La figure suivante montre les éprouvettes après différents taux de déformation superplastique.



Figure C.2. Eprouvettes après déformation superplastique

Ensuite, un essai de traction à froid est effectué jusqu'à rupture. Pour cela, une machine de traction du type « Zwick » est utilisée avec des mors adaptés à l'éprouvette. La déformation est mesurée avec des extensomètres.

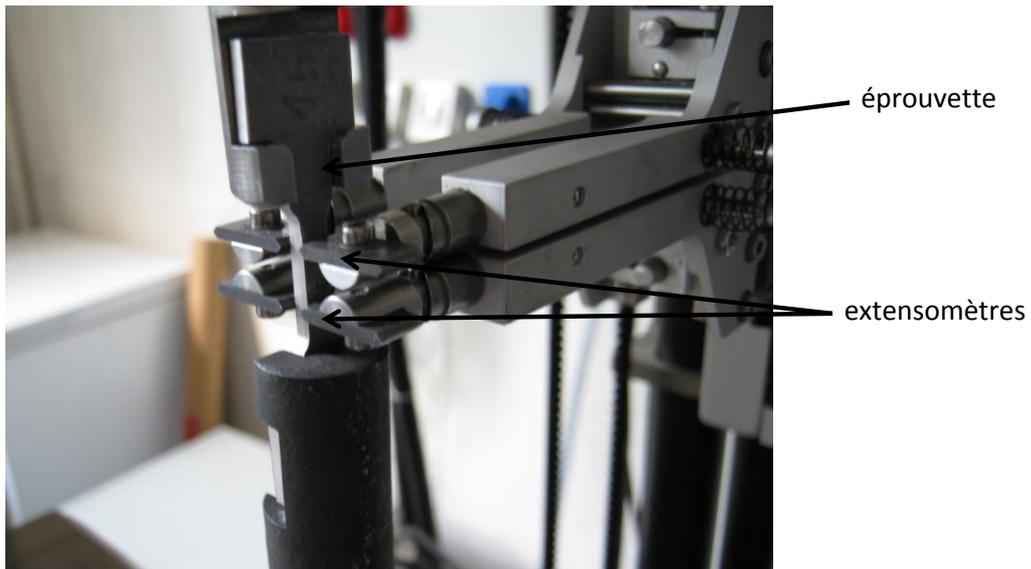


Figure C.3. Dispositif expérimental de traction à froid

La figure suivante présente les différentes courbes obtenues sur l'essai de traction à froid. La légende représente le taux de déformation superplastique initial. La courbe « 0 % » représente le comportement sans déformation superplastique préliminaire.

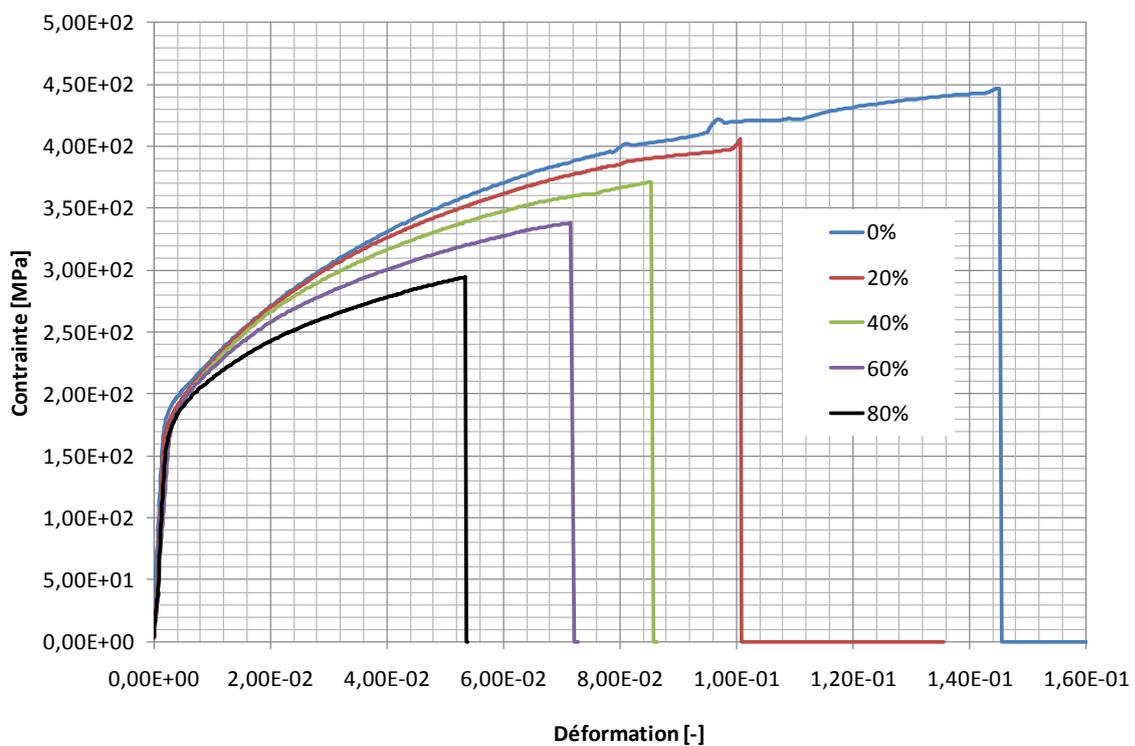
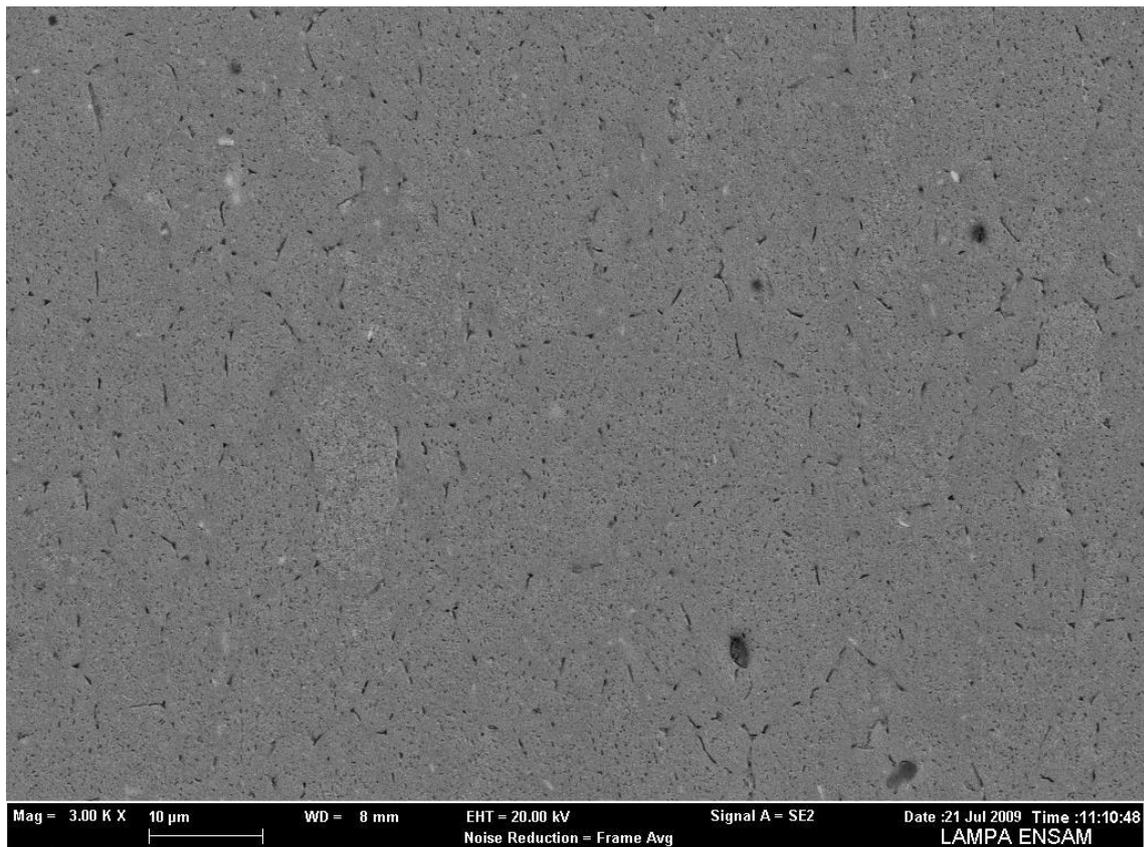


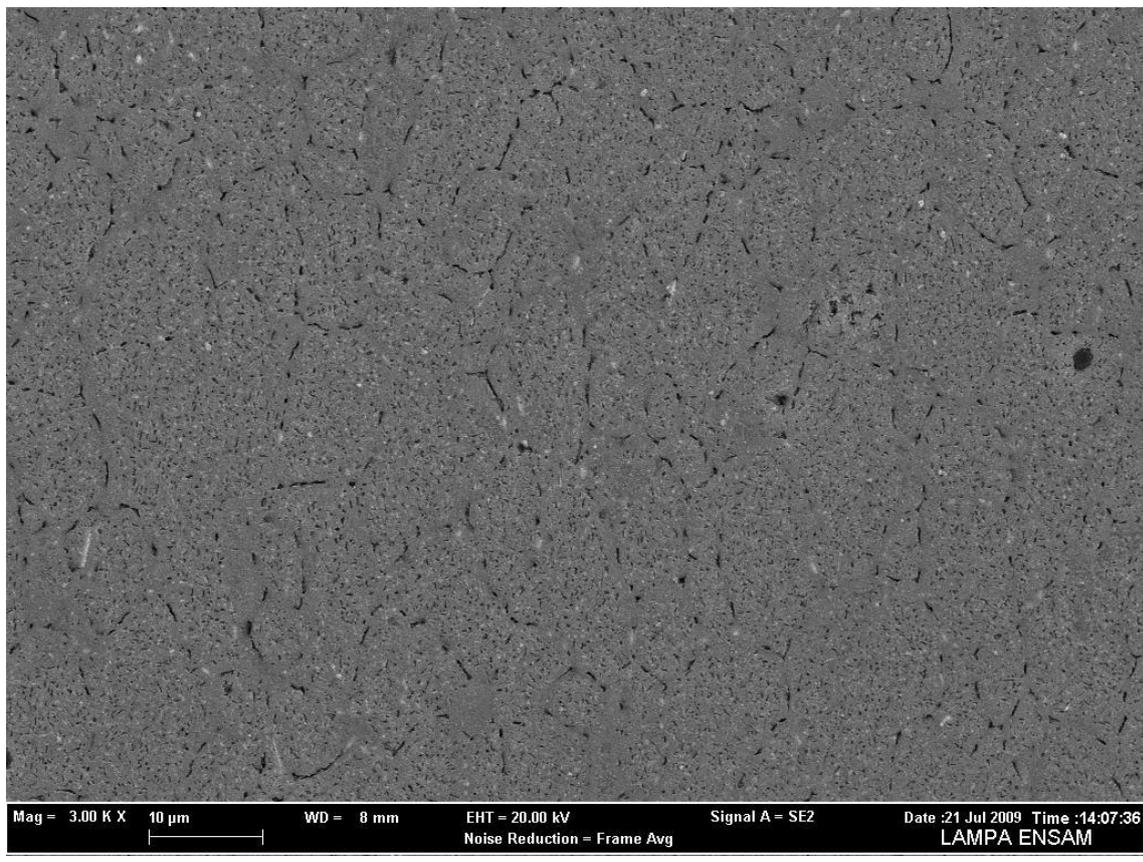
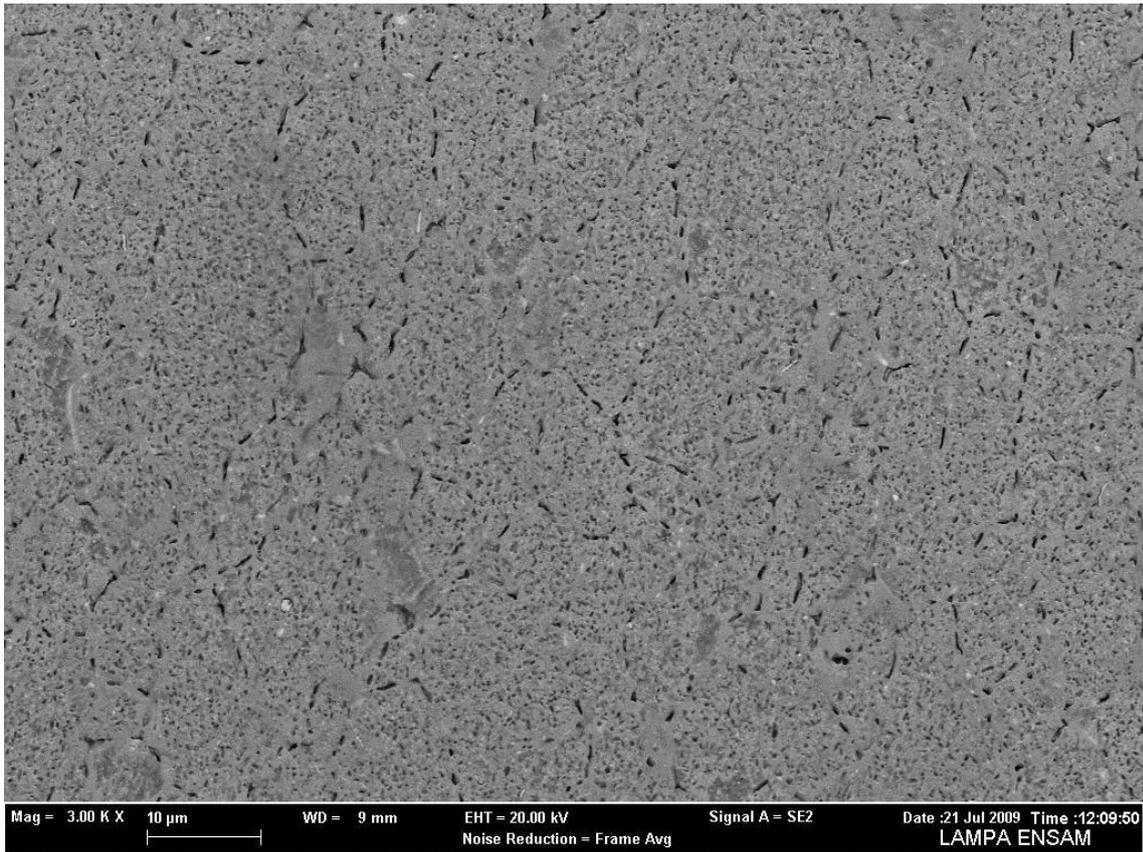
Figure C.4. Courbes contrainte/déformation de traction à froid

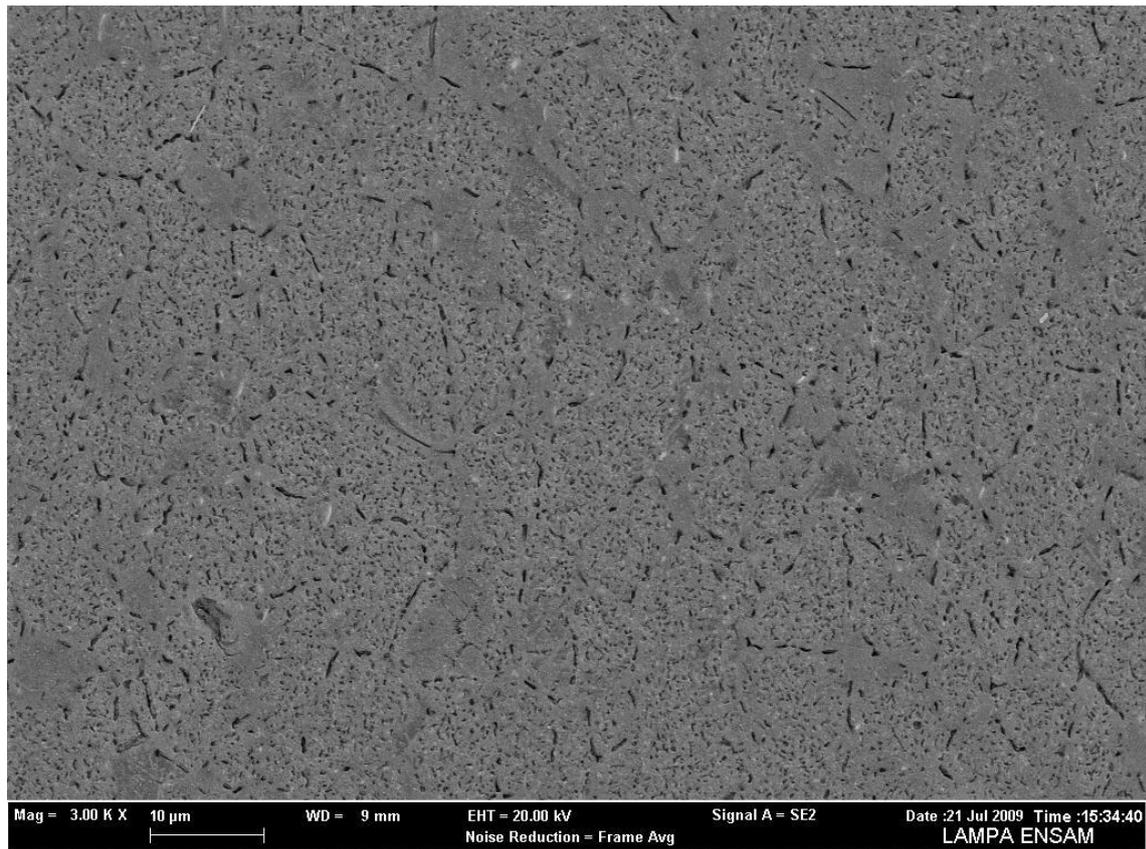
Une chute du durcissement par écrouissage est observée avec une augmentation du taux de déformation superplastique initial. Cependant, la limite d'élasticité reste globalement constante.

Afin de comprendre et de valider ces essais, des micrographies sont réalisées sur les éprouvettes après avoir effectué la déformation superplastique.

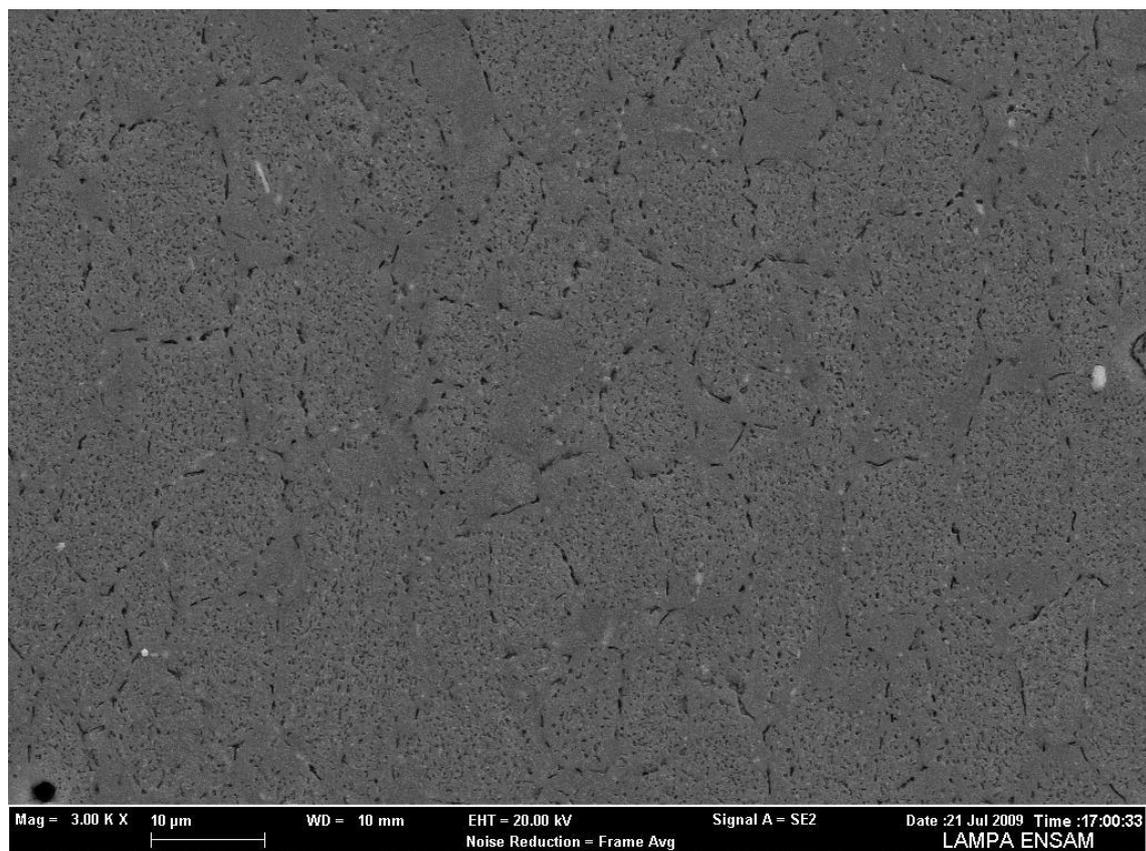


(a)





(d)



(e)

Figure C.5. Micrographies après traction superplastique

(a) Initiale, (b) après 20%, (c) après 40%, (d) après 60%, (e) après 80%

On peut observer une évolution de la taille des grains significative avec le taux de déformation superplastique. La figure suivante montre l'évolution.

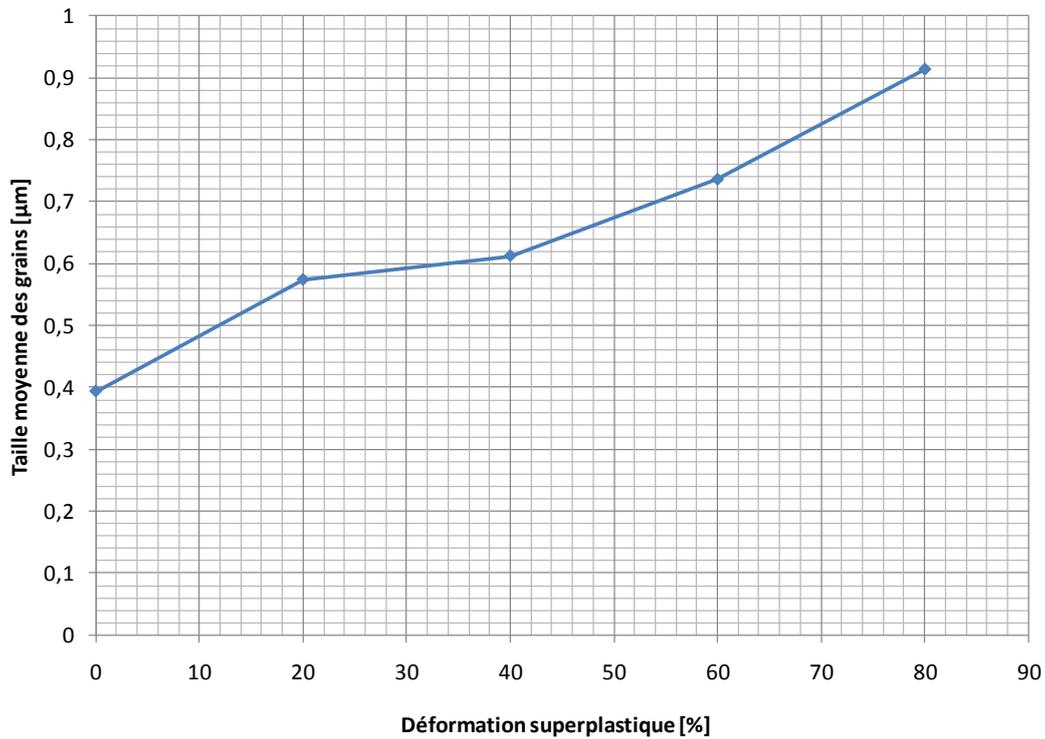


Figure C.6. Evolution de la taille des grains

Cette évolution justifie la diminution de la contrainte d'écoulement.

## C.2 Mise en œuvre numérique

La mise en œuvre numérique nécessite de modéliser l'écrouissage du matériau.

La limite d'élasticité est fixée à 165.0 MPa. Les courbes d'écrouissages sont modélisées par la loi de Voce.

$$\sigma^y = \sigma_0 + \sigma_s \left( 1 - \exp\left(-\frac{\bar{\varepsilon}^{pl}}{\varepsilon_0}\right) \right) \quad (\text{C.1})$$

La figure suivante montre les courbes d'écrouissages expérimentales ainsi que leurs modélisations.

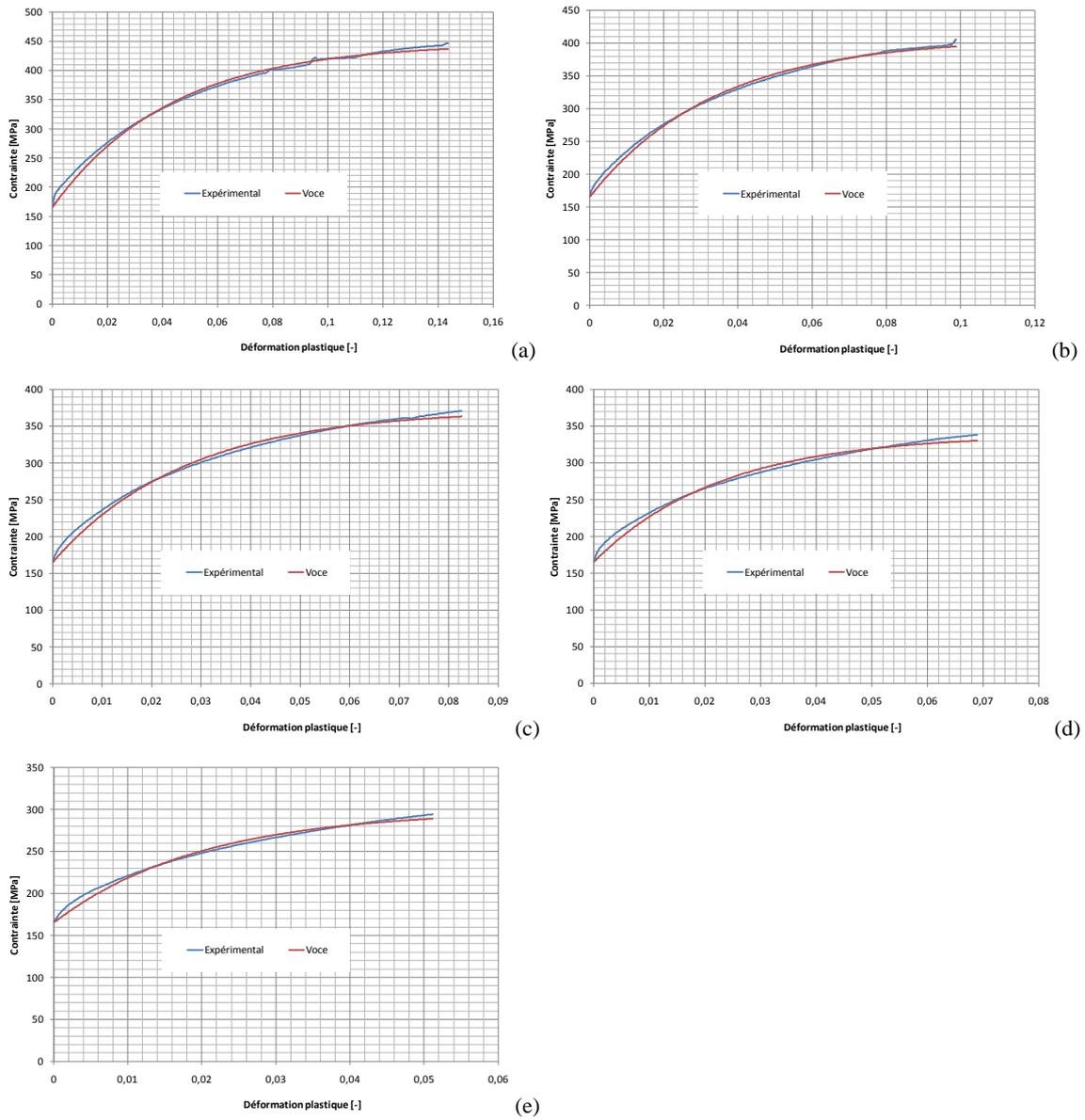


Figure C.7. Modélisation de l'érouissage à froid en fonction du taux de déformation superplastique

(a) Initiale, (b) après 20%, (c) après 40%, (d) après 60%, (e) après 80%

L'évolution des paramètres rhéologiques, en fonction du taux initial de déformation superplastique est présentée sur la figure suivante.

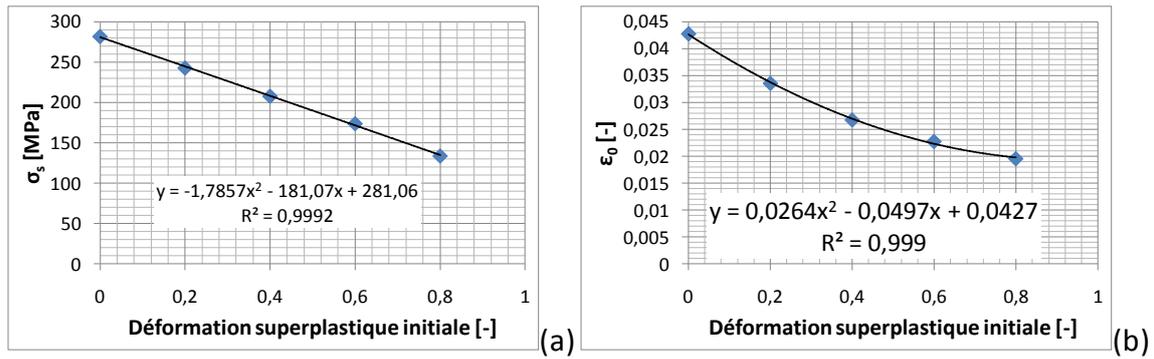


Figure C.8. Evolution des paramètres rhéologiques en fonction du taux de déformation superplastique, (a)  $\sigma_s$ , (b)  $\epsilon_0$

Nous proposons un lissage de ces points afin de déterminer la courbe d'écroissage pour chaque point matériel d'une pièce préformée en superplasticité. Les paramètres évoluent en fonction du taux de déformation superplastique par les fonctions suivantes :

$$\begin{cases} \sigma_s(\epsilon_{SPF}) = -1.786(\epsilon_{SPF})^2 - 181.1\epsilon_{SPF} + 281.1 \text{ MPa} \\ \epsilon_0(\epsilon_{SPF}) = 0.0264(\epsilon_{SPF})^2 - 0.0497\epsilon_{SPF} + 0.0427 \end{cases} \quad (C.2)$$

Avec  $\epsilon_{SPF}$  le taux de déformation superplastique initial.

Les travaux en cours portent sur l'exportation de certains champs (la géométrie, l'épaisseur et le taux de déformation superplastique) du flan déformé à partir la simulation du formage superplastique pour les importer directement dans la simulation du formage incrémental par approche simplifiée. Pour le moment, les champs de contraintes résiduelles ne sont pas pris en compte.

## CONTRIBUTION A LA SIMULATION NUMERIQUE DES PROCEDES DE MISE EN FORME – APPLICATION AU FORMAGE INCREMENTAL ET AU FORMAGE SUPERPLASTIQUE

**RESUME:** L'allègement de la masse des structures est au cœur des développements des industries de transport. Pour y parvenir, les pièces intègrent de plus en plus de fonctions, leurs géométries deviennent alors très complexes. Pour réaliser ces produits, les industriels ont recours à des stratégies d'optimisation utilisant des méta-modèles numériques prenant en compte l'enchaînement des étapes de conception et de fabrication des pièces. Cependant les temps de simulation sont encore très élevés. Ces travaux se sont intéressés à l'amélioration des protocoles de simulation numérique de procédés de mise en forme d'emboutis profonds. Dans un premier temps, ils ont permis de développer des méthodes numériques pour diminuer les temps de simulation du procédé de formage incrémental. Un schéma de résolution en dynamique explicite est utilisé avec une vitesse de l'outil adaptée. Cette méthode a permis de réduire significativement le temps CPU, tout en conservant une bonne prédiction des géométries et des épaisseurs. Les travaux se sont également intéressés à l'utilisation de la théorie de la déformation incrémentale pour diminuer le temps de résolution du calcul élasto-plastique. De bons résultats sont observés mais le gain de temps est faible (4.5%). Une approche simplifiée du contact a également été développée. De bons résultats sont obtenus avec un gain de temps d'un facteur 2.13 en comparaison de celui obtenu avec une vitesse adaptée. Dans un deuxième temps, une étude sur la réalisation d'emboutis profonds par formage superplastique a été menée de manière à pouvoir à terme enchaîner les deux procédés. Elle a porté sur la détermination d'une loi de pression optimale. Deux algorithmes ont été développés en fonction du protocole pour entrer la loi de pression dans les machines industrielles. Les algorithmes développés permettent un bon contrôle du domaine superplastique. Un temps de calcul réduit d'un facteur 3 est observé, en comparaison avec des méthodes issues de la littérature.

**Mots-clés:** *éléments finis, élasto-plasticité, contact, loi de pression, formage incrémental, superplasticité*

## CONTRIBUTION TO THE NUMERICAL SIMULATION OF SHEET METAL FORMING PROCESSES – APPLICATION TO INCREMENTAL SHEET FORMING AND SUPERPLASTIC FORMING

**ABSTRACT:** The industrial transport industry is constantly trying to reduce the mass of structural components. In order to do this, many components become multifunctional and their geometries become very complex. When manufacturing these components, engineers use various optimization strategies, incorporating numerical modeling methods, in order to take into account the design and manufacture steps. However, the simulation can be very time consuming. This work focus on the improvement of the numerical simulation of sheet metal forming processes for deep drawn components. Firstly, numerical methods have been developed to reduce the CPU time for the simulation of incremental sheet forming. A dynamic explicit scheme is use in which the velocity of the tool is varied. This method permits significant reduction of the CPU time, while maintaining good accuracy of the geometry and thickness. This work has also focused on the use of incremental deformation theory to reduce the calculation time for elasto-plastic analyses. Accuracy is maintained however a time gain of only 4.5% is achieved. In addition, a simplified approach has been developed to model the contact between the tool and the sheet. Good accuracy is observed with a reduction of the CPU by a factor of 2.13 compared with the variable tool velocity approach. Secondly, a study of the manufacturing of deep drawn parts by superplastic forming has been undertaken. This is because in the future it is expected that both of these processes will be used to form one part, in sequential operations. The aim was to determine an optimal pressure law by numerical simulation. Two algorithms have been developed. The appropriate algorithm to use depends on the type of forming machine available. The superplastic domain is well controlled with the algorithms developed. A reduction of the CPU time by a factor of 3 is observed in comparison with other algorithms found in the literature.

**Keywords:** *finite elements, elasto-plasticity, contact, pressure law, incremental sheet forming, superplasticity*