



**HAL**  
open science

# Contribution à la surveillance d'un processus de forage pétrolier

Amadou Ba

► **To cite this version:**

Amadou Ba. Contribution à la surveillance d'un processus de forage pétrolier. Physique [physics]. Arts et Métiers ParisTech, 2010. Français. NNT : 2010ENAM0007 . pastel-00005989

**HAL Id: pastel-00005989**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00005989>**

Submitted on 15 Apr 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École doctorale n°432 : Sciences des Métiers de l'Ingénieur

## Doctorat ParisTech

# THÈSE

pour obtenir le grade de docteur délivré par

**l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers**

**Spécialité “ Automatique et Traitement du Signal ”**

*présentée et soutenue publiquement par*

**Amadou-Abdoulaye BA**

le 31 mars 2010

## **Contribution à la surveillance d'un processus de forage pétrolier**

Directeur de thèse : **Michel VERGÉ**

Co-encadrement de la thèse : **Nazih MECHBAL**

### **Jury**

**M. Dominique SAUTER**, Professeur, CRAN, Université Henri Poincaré  
**M. Houcine CHAFOUK**, Professeur, IRSEEM, ESIGELEC de Rouen  
**M. Frederic KRATZ**, Professeur, Institut PRISME, ENSI de Bourges  
**M. Henri DENOIX**, Ingénieur, Schlumberger  
**M. Rafel PONS**, Ingénieur, Schlumberger  
**M. Michel VERGÉ**, Professeur, PIMM, Arts et Métiers ParisTech  
**M. Nazih MECHBAL**, Maître de conférences, PIMM, Arts et Métiers ParisTech

Président  
Rapporteur  
Rapporteur  
Examinateur  
Examinateur  
Examinateur  
Examinateur

**T  
H  
È  
S  
E**



## Remerciements

*Le travail rapporté dans ce mémoire a été effectué dans le cadre d'une convention CIFRE (Convention Industrielle pour la Formation par la Recherche) entre la société Schlumberger, site de Clamart, et l'Ecole Nationale Supérieure des Arts et Métiers de Paris. J'exprime ma gratitude aux Ingénieurs de Schlumberger qui ont œuvré pour que cette thèse ait lieu et qui ont contribué à son bon déroulement. Je les remercie pour leur confiance et leur soutien.*

*J'adresse à mon directeur de thèse, Monsieur Michel Vergé, Professeur à l'Ecole Nationale Supérieure des Arts et Métiers et à mon co-directeur, Monsieur Nazih Mechbal, Maître de conférences à l'Ecole Nationale Supérieure des Arts et Métiers, mes sincères remerciements pour leur aide, leur patience et leurs encouragements. Je les remercie pour les qualités scientifiques et pédagogiques de leur encadrement et pour leur disponibilité. Je souhaite qu'ils reçoivent à travers ces lignes toutes les marques de ma reconnaissance.*

*J'exprime ma gratitude à Monsieur Houcine Chafouk, Professeur à l'Ecole Supérieure d'ingénieurs en Génie Electrique de Rouen et à Monsieur Frederic Kratz, Professeur à l'Ecole Nationale Supérieure d'Ingénieurs de Bourges d'avoir accepté de rapporter sur cette thèse. Je les remercie pour l'intérêt qu'ils ont accordé à cette étude.*

*Je remercie Monsieur Dominique Sauter, Professeur à l'Université Henri Poincaré de Nancy de m'avoir fait l'honneur de présider le jury. Je le remercie pour l'intérêt qu'il a porté à nos travaux.*

*Mes remerciements sont adressés à Slim Hbaieb, Ingénieur Schlumberger, pour m'avoir accompagné pendant mes deux premières années de thèse à travers son encadrement, sa densité humaine et ses qualités scientifiques. Je remercie Rafel Pons, Ingénieur Schlumberger, d'avoir été mon tuteur durant ma dernière année de thèse. Je le remercie de ses qualités humaines et de sa disponibilité.*

*J'exprime ma gratitude à Henri Denoix, Ingénieur Schlumberger, de m'avoir fait confiance et de m'avoir engagé dans le projet qu'il dirigeait. Je le remercie pour ses nombreux conseils et remarques.*

*Quand aux membres de ma famille je leur dis merci pour leurs soutiens moraux et matériels ainsi que leurs encouragements sans faille et sans relâche durant toutes mes études. Qu'ils soient certains de ma reconnaissance et de mon affection.*

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>Chapitre 1. Généralités sur le forage et position du problème</b>	<b>5</b>
1.1 Introduction	5
1.2 Description d'un processus de forage	7
1.2.1 Installation de forage	7
1.2.2 Garniture	9
1.2.3 Assemblage de fonds (Bottom Hole Assembly)	9
1.2.4 Méthodes de transmission des données	10
1.3 Progression du forage	11
1.3.1 Système de circulation du fluide	12
1.3.2 Trépans	12
1.4 Variables de forage	13
1.4.1 Facteurs mécaniques	14
1.4.2 Facteurs hydrauliques	14
1.5 Défauts possibles et modules à surveiller	15
1.5.1 Etat de l'art sur l'encrassement	15
1.5.2 Modèle d'interaction entre un trépan et une roche	18
1.5.3 Modèles de Detournay	18
1.5.4 Modèle d'un outil coupant	19
1.5.5 Energie spécifique E et résistance au forage S	21
1.5.6 Modèle d'interaction entre un trépan et une roche	21
1.5.7 Processus de coupe	21
1.5.8 Processus de frottement	22
1.5.9 Trépan lors de l'action de coupe	22
1.6 Défauts possibles sur le circuit hydraulique	25
1.7 Diagnostic de défauts sur les processus industriels	26
1.7.1 Introduction	26
1.7.2 Modules d'un système de surveillance	27
1.7.3 Méthodes de détection des défauts	28
1.7.4 Méthodes de détection des défauts développées	29
1.7.5 Estimateurs paramétriques	29
1.8 Approches de surveillance envisagées	30
1.8.1 Détection de l'encrassement	30
1.8.2 Détection de l'obturation	31
1.9 Conclusions	31
<b>Chapitre 2. Surveillance par Identification</b>	<b>33</b>
2.1 Introduction	33
2.2 Moindres Carrés Récursifs avec un Facteur d'Oubli	35
2.3 Moindres Carrés Récursifs avec un Facteur d'Oubli Variable	37

2.3.1	Méthode du gradient.....	37
2.3.2	Adaptation du facteur d'oubli suivant la méthode du gradient .....	37
2.3.3	Gradient de l'erreur quadratique dans l'espace des facteurs d'oubli .....	38
2.4	Moindres Carrés Récurifs avec un Facteur d'oubli et un pas variables .....	43
2.4.1	Evaluation des performances de l'algorithme avec des données simulées ...	45
2.4.2	Validation sur des données simulées.....	45
2.4.3	Evolution des pentes.....	46
2.4.4	Influence des conditions initiales .....	47
2.4.5	Evolution des facteurs d'oublis .....	49
2.4.6	Evolution du pas d'apprentissage.....	50
2.4.7	Evolution des erreurs quadratiques moyennes .....	51
2.5	Rappel sur la stabilité au sens de Lyapunov .....	52
2.5.1	Généralités.....	52
2.5.2	Stabilité.....	53
2.5.3	Stabilité asymptotique .....	53
2.5.4	Stabilité asymptotique globale .....	54
2.6	Deuxième méthode de Lyapunov.....	54
2.6.1	Théorèmes de stabilité.....	54
2.7	Stabilité par la seconde méthode de Lyapunov .....	54
2.8	Analyse de stabilité .....	55
2.8.1	Valeur maximum du pas .....	56
2.8.2	Evaluation des performances des moindres carrés récurifs avec un pas d'apprentissage adaptatif.....	59
2.8.3	Conclusions .....	61
<b>Chapitre 3. Filtres particuliers.....</b>		<b>63</b>
3.1	Introduction .....	63
3.2	Position du problème.....	65
3.3	Filtre de Kalman.....	65
3.4	Filtres particuliers pour le FDI .....	67
3.5	Utilisation des méthodes de Monte Carlo .....	68
3.5.1	Echantillonnage de Monte Carlo.....	68
3.5.2	Echantillonnage d'importance.....	69
3.5.3	Algorithme d'acceptation ou rejet.....	72
3.6	Statistique et estimation bayésienne.....	73
3.6.1	Statistique bayésienne .....	73
3.6.2	Estimation bayésienne réursive .....	74
3.7	Echantillonnage d'importance bayésien.....	76
3.7.1	Echantillonnage pondéré séquentiel.....	78
3.7.2	Distribution d'importance adéquate .....	79
3.7.3	Technique du ré-échantillonnage .....	81
3.7.4	Echantillonnage pondéré séquentiel avec ré-échantillonnage (ISR).....	84
3.8	Variantes des filtres particuliers .....	89
3.9	Généralités sur les modèles à saut.....	90
3.10	Filtre particulière rao-blackwellisé.....	91

3.10.1	Généralités.....	91
3.10.2	Fonctionnement du filtre particulaire rao-blackwellisé .....	91
3.11	Conclusions .....	94
<b>Chapitre 4.</b>	<b>Diagnostic par filtre particulaire .....</b>	<b>95</b>
4.1	Introduction .....	95
4.2	Filtres particuliers rao-blackwellisé pour le diagnostic.....	96
4.2.1	Formalisme et description des modèles .....	97
4.2.2	Etats de fonctionnement .....	98
4.2.3	Filtres particuliers rao-blackwellisés et régression linéaire.....	99
4.3	Fonctionnement de l’algorithme RBPF .....	101
4.3.1	Phase d’initialisation .....	101
4.3.2	Calcul et normalisation des poids.....	102
4.3.3	Ré-échantillonnage.....	102
4.3.4	Mise à jour du vecteur des paramètres par le filtre de Kalman.....	103
4.3.5	Estimation des paramètres du modèle.....	103
4.4	Application du RBPF à la détection des défauts .....	106
4.4.1	Influence du bruit de mesure.....	108
4.4.2	Influence du bruit de processus.....	110
4.4.3	Influence de la matrice de covariance $P$ .....	111
4.4.4	Influence du nombre de particules .....	112
4.5	Conclusions .....	114
<b>Chapitre 5.</b>	<b>Surveillance du trépan.....</b>	<b>115</b>
5.1	Introduction .....	115
5.2	Conditions d’expérimentation.....	116
5.2.1	Présentation des trépans .....	117
5.2.2	Présentation des roches .....	118
5.2.3	Fluides de forage utilisés.....	118
5.2.4	Présentation des mesures enregistrées.....	118
5.3	Description physique de l’interaction trépan-roche .....	119
5.4	Interprétations des mesures .....	119
5.4.1	Interprétation des mesures et conditions d’expérimentation.....	120
5.4.2	Conclusions sur les campagnes de mesures .....	126
5.4.3	Stratégie de surveillance du trépan.....	127
5.4.4	Traitement des mesures.....	127
5.5	Expression du couple en fonction de la force de poussée.....	128
5.5.1	Couple en fonction force de poussée fonctionnement sain.....	128
5.5.2	Couple en fonction force de poussée présence d’encrassement.....	129
5.5.3	Couple en fonction force de poussée trépan sain différentes roches.....	129
5.5.4	Couple en fonction force de poussée trépan encrassé différentes roches ...	130
5.6	Identification adaptative de la pente.....	131
5.6.1	Modèles d’interaction trépan-roche pour l’identification .....	132
5.6.2	Méthodes d’identification adaptatives pour la surveillance.....	133
5.6.3	Conclusions sur l’identification .....	139
5.6.4	Surveillance par filtres particuliers rao-blackwellisé .....	140

5.6.5	Conclusions .....	144
<b>Conclusions et Perspectives</b> .....		<b>146</b>
<b>Bibliographie</b> .....		<b>150</b>



## Notations associées au trépan

variable	Description
$a$	rayon du trépan
$c$	cohésion de la roche
$d$	profondeur de passe
$E$	énergie spécifique
$F$	force de coupe
$F^c$	force de coupe, composante de coupe
$F_n^c$	force de coupe, composante de coupe normale
$F_s^c$	force de coupe, composante de coupe tangentielle
$F^f$	force de coupe, composante de frottement
$F_n^f$	force de coupe, composante de frottement normal
$F_s^f$	force de coupe, composante de frottement tangentiel
$Q$	débit du fluide
$s$	section de coupe
$S$	résistance au forage
$T$	couple agissant sur le trépan, <i>TOB, Torque On Bit</i>
$T_c$	couple agissant sur le trépan, composante de coupe
$T_f$	couple agissant sur le trépan, composante de frottement
$W$	poids agissant sur le trépan, <i>WOB, Weight On Bit</i>
$W_c$	poids agissant sur le trépan, composante de coupe
$W_f$	poids agissant sur le trépan, composante de frottement
$\epsilon$	énergie spécifique intrinsèque
$\mu$	coefficient de frottement
$\xi$	coefficient caractérisant la coupe
$\Omega_t$	vitesse de rotation du trépan, RPM, <i>Revolution Per Minute</i>

$v$	vitesse de pénétration du trépan, ROP, <i>Rate Of Penetration</i>
$\gamma$	facteur de forme du trépan
$\Delta P$	pertes de charge entre les extrémités du trépan

## Notations associées aux méthodes d'identification

$f \rightarrow g$	$f$ tend vers $g$
$f \propto g$	$f$ est proportionnelle à $g$
$f \triangleq g$	$f$ est égale à $g$ par définition
$(i)$	numéro de la particule
$J$	critère quadratique
$k$	temps discrétisé
$\mathcal{K}$	gain de Kalman
$N$	longueur de la mesure
$N_p$	nombre de particules
$N_{eff}$	nombre de particules efficaces
$p(x_k/y_{k-1})$	densité de probabilité conditionnelle prédite
$p(x_k/y_k)$	densité de probabilité conditionnelle
$P$	matrice de covariance
$q$	densité proposée
$Q$	matrice de covariance du bruit de processus
$\mathcal{R}$	matrice de variance du bruit de mesure
$V$	fonction candidate de Lyapunov
$w(x^{(i)})$	poids d'importance associés aux particules $x^{(i)}$
$\tilde{w}(x^{(i)})$	poids d'importance normalisés
$x_{1:k} = (x_1, \dots, x_k)^T$	trajectoire du processus jusqu'à l'instant $k$
$x \sim f$	$x$ est distribuée selon la densité $f$
$y_{1:k} = (y_1, \dots, y_k)^T$	vecteur de mesure jusqu'à l'instant $k$

$\mathbb{E}\{\cdot\}$	espérance mathématique
$\mathbb{E}_p\{\cdot\}$	espérance par rapport à la densité de probabilité $p$
$\mathbb{P}r(\cdot)$	probabilité
$Var_p\{\cdot\}$	variance par rapport à la densité de probabilité $p$
$\mathcal{N}(m, \sigma^2)$	loi normale Gaussienne de moyenne $m$ et de variance $\sigma^2$
$\mathcal{U}(a, b)$	loi uniforme dans l'intervalle $[a, b]$
$\theta$	vecteur des paramètres
$\varphi$	vecteur de régression
$\lambda$	facteur d'oubli
$\varepsilon$	erreur <i>a priori</i>
$\eta$	pas d'apprentissage
$\nabla_x(\cdot) = \frac{\partial(\cdot)}{\partial x}$	symbole gradient par rapport à $x$
$v$	bruit de mesure
$\psi$	gradient du vecteur des paramètres
$I_{n \times n}$	matrice identité de dimension $n$
$\langle \cdot, \cdot \rangle$	produit scalaire entre deux vecteurs
$\alpha$	pseudo-pas d'apprentissage
$\sigma^2$	variance du bruit
$\cdot^T$	transposé
$\Phi$	constante permettant d'éviter les singularités
$\chi$	facteur de pondération
$\mathcal{S}$	gradient de la matrice de covariance $P$
$\delta_{x_0}$	mesure de Dirac au point $x_0$ , $\int f(x) \delta(x_0) dx = f(x_0)$

## Listes des abréviations pour le trépan

MWD	mesure pendant le forage, <i>Measurement While Drilling</i>
OBM	boue de forage à base d'huile, <i>Oil Based Mud</i>

PDC	pastille du trépan, <i>Polycrystalline Diamond Compact</i>
SBM	boue de forage synthétique, <i>Synthetic Based Mud</i>
WBM	boue de forage à base d'eau, <i>Water Based Mud</i>

## Listes des abréviations pour les méthodes d'identification

EQM	Erreur Quadratique Moyenne
FK	Filtre de Kalman
FO	Facteur d'Oubli
FOV	Facteur d'Oubli Variable
FP	Filtre Particulaire
<i>i.i.d.</i>	indépendantes et identiquement distribuées
IS	échantillonnage pondéré, <i>Importance Sampling</i>
ISR	échantillonnage pondéré avec ré-échantillonnage, <i>Importance Sampling Resampling</i>
MAP	Maximum A Posteriori
MC	Monte Carlo
MCR	Moindres Carrés Récursifs
MCR-FO	Moindres Carrés Récursifs avec un Facteur d'Oubli
MCR-FOVG	Moindres Carrés Récursifs avec un Facteur d'Oubli Variable suivant la méthode du Gradient
MCR-FOVG-PAA	Moindres Carrés Récursifs avec un Facteur d'Oubli Variable suivant la méthode du Gradient et à Pas d'Apprentissage Adaptatif
MCR-FOVG-PAA-TSL	Moindres Carrés Récursifs avec un Facteur d'Oubli Variable suivant la méthode du Gradient et à Pas d'Apprentissage Adaptatif via la Théorie de Stabilité de Lyapunov
MMSE	erreur quadratique moyenne minimale, <i>Minimum Mean Squared Error</i>

MPF	filtre particulaire marginalisé, <i>Marginalized Particle Filter</i>
RBPF	filtre particulaire rao-blackwellisé, <i>Rao-Blackwellization Particle Filter</i>

## Publications

- Ba, A., S. Hbaieb, N. Mechbal, and M. Vergé (2009a). Hydraulic process of an Oilfield Drilling System: On-line monitoring. In *28th IASTED International Conference, Modeling, Identification and Control*, Innsbruck, Austria.
- Ba, A., S. Hbaieb, N. Mechbal, and M. Vergé (2009b). Vibration analysis and Fault detection: Application to a Drilling Process. *16th ASME International Congress on Sound and Vibration*, Krakow, Poland.
- Ba, A., S. Hbaieb, N. Mechbal, and M. Vergé (2009c). Stochastic Adaptive Learning Rate in an identification method: An approach for on-line drilling processes monitoring. In *American Control Conference*, Saint Louis, Missouri, USA.
- Ba, A., S. Hbaieb, N. Mechbal, and M. Vergé (2009d). Adaptive filter based on Lyapunov Stability Theory: Application to on-line bit-rock interaction surveillance. In *2nd IFAC International Conference Intelligent Control System and Signal Processing*, Istanbul, Turkey.
- Ba, A., S. Hbaieb, N. Mechbal, and M. Vergé (2009e). Fault detection by Marginalized Particle Filters: Application to a drilling process. In *7th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes*, Barcelona, Spain.
- Ba, A., S. Hbaieb, N. Mechbal, and M. Vergé (2009f). On-line drilling processes monitoring by Marginalized Particle Filters. In *IEEE Aerospace Conference*, Big Sky, Montana, USA.
- Ba, A., R. Pons, S. Hbaieb, N. Mechbal, and M. Vergé (2009g). Particle filters for linear regression and fault diagnosis: An approach for on-line oilfield drilling processes monitoring. *48th IEEE Conference on Decision and Control & 28th Chinese Control Conference*, Shanghai, China.
- Ba, A., S. Hbaieb, N. Mechbal, and M. Vergé (2009h). Détection d'encrassement d'une tête de forage. *GDR-MACS-Journées Doctorale/Nationale d'Automatique*, Angers, France.
- Ba, A., S. Hbaieb, N. Mechbal, and M. Vergé (2009i). Intelligent adaptive filter: A way toward smart drilling processes. *IEEE Transaction on Automatic Control*. (Submitted).
- Ba, A., S. Hbaieb, N. Mechbal, and M. Vergé (2009j). Oilfield Drilling Processes monitoring by Identification and Estimation approaches. *IEEE Transaction on Automatic Control*. (Submitted).



## **Introduction Générale**

La dépendance énergétique de l'homme s'est accentuée conjointement aux évolutions sociales, démographiques et technologiques. Elle sera d'autant plus forte que les besoins des populations y sont liés en grande proportion. L'énergie primaire couvre 85 % des besoins mondiaux. Les moyens de transport qui assurent la mobilité des êtres et des matériels sont énergivores et sont principalement dominés par les énergies fossiles (le gaz, le charbon et le pétrole) et nucléaires. Les avantages que procure le pétrole lui permettent de supplanter le charbon en 1960 pour s'imposer en qualité d'énergie bon marché et devenir la première source d'énergie exploitée par l'humanité. Il s'agit de l'avènement d'un monde « pétrolisé ». Cette « pétrolisation » a accompagné, dynamisé et catalysé le développement technologique. Ce qui lui confère un pouvoir d'influence majeur sur les décisions politiques, économiques et environnementales. Le pétrole représente la plus lourde balance commerciale de la planète en qualité et en quantité et joue un rôle considérable sur le flux des devises.

### **Contexte de l'étude**

Pour satisfaire une demande mondiale de plus en plus forte et face à l'épuisement des gisements connus, des recherches des nappes dans des milieux profonds et hostiles s'imposent. Ces milieux à explorer nécessitent la mise en place des processus de forage performants. Les températures et les pressions élevées, l'humidité ainsi que l'hétérogénéité des roches sont autant de phénomènes susceptibles de rendre la production délicate. L'avenir de la production mondiale du pétrole dépend donc fortement d'un niveau technologique élevé. C'est dans cette optique, que les principales sociétés d'ingénierie pétrolière se sont lancées dans des programmes de recherche en vue de développer des processus de forage performants et extraire un pétrole de plus en plus rare et coûteux. Le prix journalier d'une plateforme pétrolière peut dépasser un million de dollars.

Le processus de forage évolue dans un milieu invisible et imprédictible, l'opérateur de forage (the driller) peut se retrouver dans une situation complexe où les dynamiques générées par le processus et celles de la roche sont couplées et les phénomènes physiques mal maîtrisés. L'obtention des performances désirées est guidée par l'intuition et l'expérience de l'opérateur qui ajuste les variables de forage pour parvenir aux rendements escomptés. Face à cette



manipulation partiellement hasardeuse, il est indispensable d'assurer à ces systèmes plus de disponibilité et de fiabilité.

La compréhension des phénomènes physiques régis par les processus de forage a nécessité le développement de modèles décrivant leurs comportements. L'apparition d'une technologie télémétrique sophistiquée et transmettant des données à des fréquences satisfaisantes a simplifié l'analyse et l'interprétation des mesures réalisées en temps-réel. La disponibilité des outils statistiques et des calculateurs performants combinés aux modèles et aux systèmes de transmission représente un tremplin pour l'automatisation voire l'optimisation des processus de forage. Ce qui suppose le développement des techniques de commande et des stratégies de surveillance.

La surveillance qui s'effectue à travers la détection et l'isolation des défauts, désignée en terme anglo-saxon par *Fault Detection and Isolation* (FDI), (Iserman, 2006) permet de déceler d'éventuelles anomalies et d'entreprendre des actions spécifiques en fonction des résultats du diagnostic, (Gertler et al., 1998). Cette opération requiert le traitement des différentes mesures accessibles sur le processus et la comparaison entre le comportement réel du système avec ses comportements de référence. Les comportements de référence peuvent décrire soit le fonctionnement normal lorsqu'il s'agit de la détection des défauts, ou les différents types de défauts lorsqu'il concerne l'analyse ou l'isolation des défauts.

Les processus de forage de par leurs natures complexes dues à leurs fortes intégrations (actionneurs, capteurs, dispositifs de commande,...) sont exposés à d'éventuels défauts capables d'altérer leurs fonctionnements. Pour diagnostiquer ces défauts, il est nécessaire de posséder un outil de surveillance tenant compte des spécificités de ces processus. Or, la réalisation d'un module chargé de la surveillance d'un système impose la hiérarchisation de quelques points : *La définition des objectifs ?* Quelles sont les composantes à surveiller et les défauts à détecter ? *La définition des critères ?* Quelles sont les performances attendues, sont-elles atteignables ? *La définition des systèmes à surveiller ?* Le modèle du système à surveiller est-il suffisant pour des tâches de diagnostic? Existe t-il des mesures fournissant les informations qui régissent directement le comportement du processus. A cela se greffent d'autres critères : la rapidité des réponses, la sensibilité aux variations des mesures et la robustesse des algorithmes aux erreurs de modélisations.

Le processus de forage lors de son fonctionnement, injecte de la boue sur la matière à perforer afin de faciliter l'extraction de la roche. La boue de forage lubrifie les différentes composantes du processus et évacue les déblais générés vers la surface. Durant cette opération, le processus de

forage est susceptible de présenter plusieurs types de défauts. Lorsqu'ils se caractérisent par un agrégat de matière composé de la boue et des déblais issus de l'opération de forage et se rapportent aux arrêtes de coupes du trépan (tête du processus de forage) : il s'agit de l'encrassement. Lorsqu'ils se rapportent au trou d'évacuation du trépan : c'est l'obturation de ces trous. De nombreuses études ont été menées afin de comprendre les caractéristiques de ces défauts et des méthodes pour y remédier ont été proposées. Les travaux publiés cherchent à optimiser la géométrie du trépan (Warren and Armagost, 1986), (Zijsling and Illerhaus, 1993), (Smith, 1995), ou définissent l'utilisation convenable des variables de forage (Cheatham and Nahm, 1985), (Cheatham and Nahm, 1990) ou proposent la sélection de la boue de forage (Cheatham and Nahm, 1990). Ces solutions présentent des limites provenant de la difficulté de connaître la rhéologie de la roche avant les opérations de forage.

## **Objectifs**

C'est pour surmonter les difficultés citées ci-dessus que s'est inscrite la logique de cette thèse dont le but consiste à proposer des algorithmes fonctionnant en temps-réel et permettant de détecter les défauts du trépan. Ces défauts éloignent le fonctionnement du trépan réel de celui du trépan modélisé : il s'ensuit des variations de certains paramètres du système. C'est dans ce contexte que nous proposons des stratégies de surveillance basées sur les méthodes d'identification, (Ljung, 1984), (Iserman, 1984).

## **Organisation du manuscrit**

Ce mémoire s'articule autour de cinq chapitres :

**Chapitre 1.** Ce chapitre présente les différents constituants de l'installation et de la garniture de forage ainsi que leurs interactions et leurs variables. Les défauts susceptibles de se produire sur le processus et pour lesquels nous développons des stratégies de surveillance, les modules correspondants et les modèles associés seront également mentionnés. Nous clôturons ce chapitre par le principe de fonctionnement des approches de détection et d'isolation des défauts.

**Chapitre 2.** Ce chapitre développe une approche effectuant une identification adaptative dont la particularité vient de la possibilité de rendre variable les arguments de réglage. Elle constitue l'extension des moindres carrés récurrents utilisant un facteur d'oubli variable suivant la direction du gradient. Sa spécificité réside dans son pas d'apprentissage adaptatif.

**Chapitre 3.** Ce chapitre passe en revue les différentes étapes nécessaires au fonctionnement des filtres particulaires. Il présente une de leurs variantes et sa condition d'utilisation. Il mentionne les travaux utilisant les filtres particulaires pour effectuer l'identification paramétrique et le

diagnostic. Différents exemples de simulation illustrent le fonctionnement et les performances de ses outils.

**Chapitre 4.** Ce chapitre concerne une stratégie de diagnostic utilisant une variante des filtres particulaires nommée le filtre particulaire rao-blackwellisé (RBPF). Nous montrons dans ce chapitre la possibilité d'utiliser le RBPF pour développer des procédures de surveillance. L'utilisation de cette méthode repose particulièrement sur la possibilité de définir plusieurs modèles linéaires décrivant l'évolution du processus dans ces différents modes de fonctionnement.

**Chapitre 5.** Dans ce chapitre nous présentons les conditions d'expérimentation, le matériel utilisé, les mesures obtenues et le comportement de l'encrassement. Nous testons les méthodes d'identification proposées dans les chapitres 2, 3 et 4 sur des données réelles mesurées sur le processus de forage. Enfin, ce chapitre montre la possibilité de détecter l'encrassement du trépan.

# Chapitre 1. Généralités sur le forage et position du problème

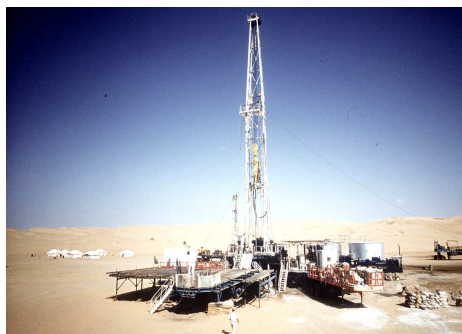
*Résumé* Un processus de forage est un dispositif qui assure l'extraction de la matière pour réaliser un puits. Cette tâche se déroule via la contribution de plusieurs organes qui se composent de deux groupes : l'installation de forage (plate-forme) située à la surface et la garniture qui opère dans le puits. Ce chapitre présente les composantes intrinsèques à l'installation et à la garniture de forage, leurs interactions et leurs variables. Les défauts susceptibles de se produire sur le processus et à détecter, leurs modules associés ainsi que leurs modèles seront évoqués. Enfin, le principe de fonctionnement des approches de détection et d'isolation des défauts (FDI) sera mentionné.

## 1.1 Introduction

L'exploration pétrolière ou gazière, que ce soit en mer (offshore) ou sur terre (onshore), nécessite un processus de forage pour extraire la matière et parvenir aux réservoirs d'hydrocarbures. L'acheminement des hydrocarbures impose de connecter les réservoirs à la surface par des canaux reliés à des systèmes de pompage (FIG. 1.1).



*Installation offshore*



*Installation onshore*



*Transfert des hydrocarbures*



*Système de pompage*

FIG. 1.1 — Différentes phases pour l'extraction des hydrocarbures

La production des hydrocarbures passe par le fonctionnement d'un processus de forage dont le plus répandu dans l'industrie pétrolière se nomme : *système de forage rotary* (FIG. 1.2). Son fonctionnement dépend de plusieurs organes regroupés en deux sous-ensembles : l'installation et la garniture de forage. L'installation de forage se situe à la surface et sert de support aux instruments nécessaires au pilotage de la garniture. La garniture représente la partie opérative dans le puits. L'application d'une force verticale, sur le trépan, orientée dans la direction du forage est nécessaire pour le déroulement des opérations. Cette action s'effectue parallèlement à la rotation du trépan dont les taillants désagrègent la roche.

La progression du forage requiert la circulation continue et en boucle fermée d'un fluide dont l'un des objectifs consiste à évacuer les déblais générés vers la surface. La nécessité de rechercher des gisements d'hydrocarbures dans des milieux de plus en plus profonds conduit à forer des puits qui s'étalent sur plusieurs kilomètres. Cela rend graduel le forage durant lequel plusieurs phases, séparées par la remontée à la surface de la garniture, sont nécessaires. Ces étapes ont pour but de favoriser la maintenance du processus et d'effectuer le tubage et la cimentation de la partie forée. Lorsque les poches contenant les hydrocarbures sont atteintes, les oléoducs ou les gazoducs sont installés afin d'acheminer le pétrole ou le gaz vers la surface.

Durant le fonctionnement, les processus de forage sont soumis à des situations pouvant susciter l'apparition des défauts. Parmi les défauts les plus préoccupants et se répertoriant dans le monde du forage on enregistre ceux liés aux systèmes de circulation du fluide et aux trépan. Ces défauts altèrent le fonctionnement du processus et augmentent les coûts de production à cause des arrêts. La compréhension de l'origine et de la nature de ces défauts ainsi que les méthodes envisageables pour les diagnostiquer nous conduisent à consacrer ce chapitre à la description des différents constituants du processus de forage, aux interactions entre leurs différentes composantes, aux dispositifs physiques délivrant les mesures et aux variables de forage disponibles.

Par ailleurs, il existe une batterie de modèles régissant le comportement des efforts lors de l'interaction entre un trépan et une roche. Nous présentons dans ce chapitre celui que nous avons retenu et les raisons qui ont déterminé son exploitation en vue d'élaborer une stratégie de surveillance. Enfin, un état de l'art relatif aux méthodes expliquant les défauts qui se produisent sur les modules à surveiller et le principe de fonctionnement d'une approche de détection et d'isolation des défauts (*FDI*) seront mentionnés.

## 1.2 Description d'un processus de forage

Le processus de forage rotary se découpe en deux grands ensembles : l'installation et la garniture de forage. La figure FIG. 1.2 présente les différents constituants d'un processus de forage.

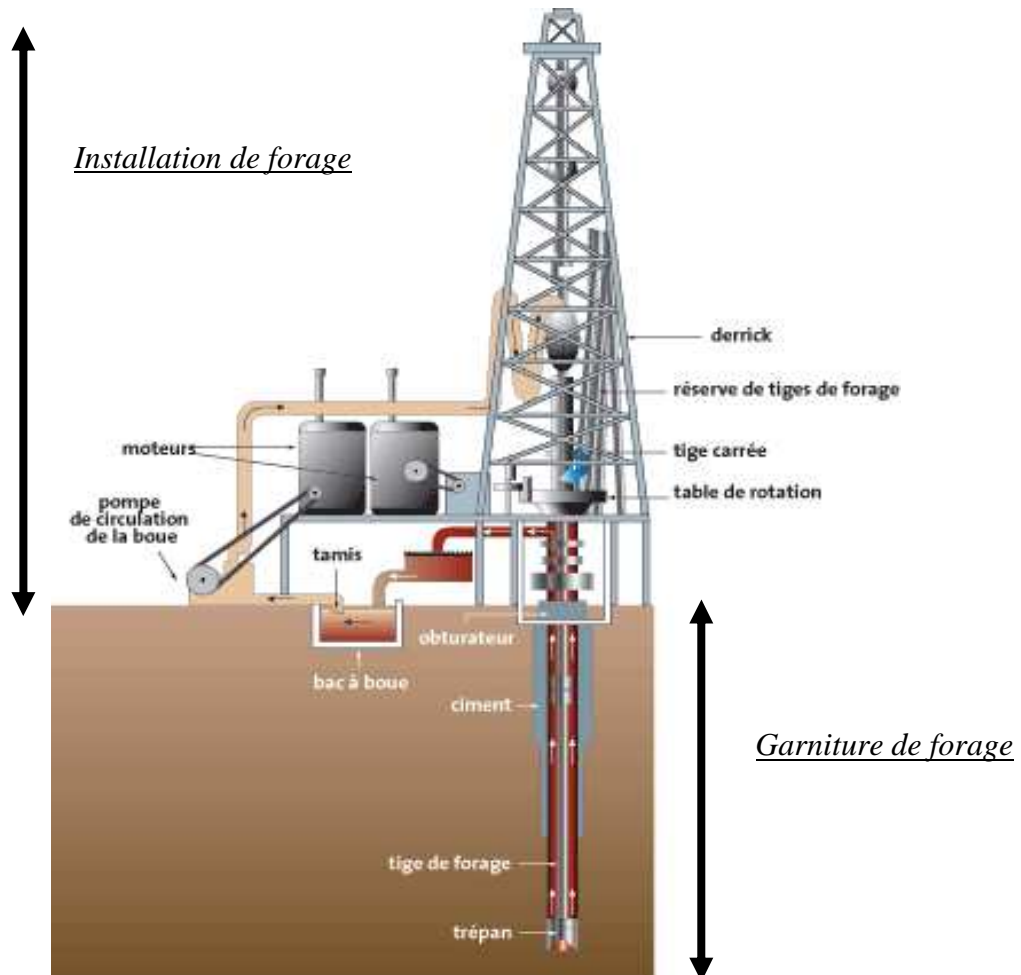


FIG. 1.2 — *Processus de forage*

### 1.2.1 Installation de forage

L'installation de forage possède plusieurs modules (FIG. 1.2) : le système hydraulique (pompe et bac à boue), le système d'alimentation (moteurs), les obturateurs, la table de rotation, les réserves des tiges de forage ainsi que le système de suspension qui renferme le derrick.

- *Système hydraulique*

La circulation du fluide dans le processus de forage est assurée par une pompe de circulation. La figure FIG. 1.2 présente une pompe connectée à un bac à boue et disposant d'un tamis pour le filtrage des déblais issus du forage avant la réinjection de ce fluide dans le puits. Plusieurs catégories de pompes de circulation existent dont la pompe à cavités progressives.

La pompe est rotative, volumétrique et constituée d'un engrenage composé de deux éléments hélicoïdaux : le rotor et le stator. La géométrie de l'ensemble comprend plusieurs séries de cavités séparées. La rotation du rotor dans le stator entraîne le déplacement axial du fluide de cavité en cavité, créant ainsi une action de pompage.



FIG. 1.3 — Pompe à cavité progressive

- ***Système d'alimentation***

Les moteurs électriques ou hydrauliques sont les sources d'alimentation les plus fréquentes dans l'industrie pétrolière. L'énergie produite est transmise sous forme électrique ou mécanique vers les différents constituants de l'installation : la pompe de circulation, le treuil et la table de rotation. La nécessité de réaliser des puits déviés incite l'utilisation des moteurs embarqués afin d'accéder aux poches latérales contenant des hydrocarbures.



FIG. 1.4 — Moteur embarqué dans une garniture de forage

- ***Système de rotation***

Le système de rotation regroupe une table de rotation (*rotary table*), une tige d'entraînement (*kelly*) et une tête d'injection (*top drive*).

- ***Système de suspension***

La tâche dédiée au système de suspension réside dans les déplacements du processus de forage (montée, descente) et dans le contrôle du poids appliqué sur l'outil. Il dispose d'un derrick, pouvant présenter une hauteur de plus de 80 mètres, un crochet et un treuil motorisé. Le derrick représente le point culminant de la plateforme. C'est une tour métallique qui soutient une tige au bout de laquelle se situe le trépan. La tige est rallongée au fur et à mesure que le trépan opère.

### **1.2.2 Garniture**

La garniture désignée aussi par arbre de forage, en raison de la mécanique de liaison qu'elle établit entre la motorisation rotative en surface (*table de forage*) et le trépan, correspond à la partie opérative dans le puits. Elle effectue plusieurs tâches dont la transmission de l'énergie nécessaire à la désagrégation de la roche, le guide et le contrôle de la trajectoire du puits, la transmission de la force de poussée ( $W$ ) ainsi que la circulation du fluide. Elle est constituée essentiellement des masses tiges (*Drill Collars*) et des trains de tiges (*Drill pipes*). A cela se greffent des accessoires tels que les stabilisateurs des masses tiges, les amortisseurs de choc, les systèmes de mesures etc.

- ***Trains de tiges (Drill pipes)***

Ils sont constitués de tuyaux en acier enchevêtrés les uns aux autres et pouvant s'étaler à des milliers de mètres. Ils transmettent le couple au trépan et servent de support aux masses tiges.

- ***Masses tiges (Drill Collars)***

Les masses tiges sont des tubes en acier se situant au-dessus des trains de tiges. Elles contribuent à la création du poids agissant sur le trépan et sont soumises à plusieurs contraintes engendrées par le diamètre du trépan, la production des pertes de charge minimales, la résistance au flambage et la rigidité.

### **1.2.3 Assemblage de fonds (Bottom Hole Assembly)**

L'assemblage de fond, *Bottom Hole Assembly (BHA)*, correspond à la partie inférieure de la garniture de forage et renferme les trains de tiges, les stabilisateurs ainsi que le trépan. Sa longueur fluctue entre 100 et 300 mètres et dépend de la pression envisagée.

- ***Stabilisateurs***

Ils se situent dans la garniture de forage et plus particulièrement dans les masses tiges et facilitent le contrôle de la trajectoire du trépan.



- **Mesures pendant le forage (*Measurement While Drilling, MWD*)**

De nombreux systèmes permettant l'acquisition des mesures sont incorporés dans le processus de forage et conditionnent le bon déroulement des opérations. Ils assurent la transmission des informations, pendant le forage, vers la surface. Les systèmes de mesures *MWD* sont transportés dans les puits en étant soit intégrés dans l'assemblage de fond soit embarqués dans les masses tiges. Ils délivrent les mesures relatives aux natures des roches, aux pressions dans le puits, aux températures, aux vibrations, aux chocs, aux couples etc...Quelques mesures peuvent être enregistrées dans les systèmes *MWD* et les autres sont transférées à la surface en utilisant le système télémétrique modulé par la boue ou d'autres sources de transmissions de données. Ces appareils de mesures ont révolutionné le monde du forage directionnel en permettant au processus de forage de se munir d'accéléromètres et de magnétomètres fournissant à la surface les inclinaisons et les azimuts des puits. Les mesures suivantes sont transmises par les systèmes *MWD* :

- la vitesse de rotation des trains de tiges et donc du trépan ;
- les types et sévérités des vibrations ;
- la température dans le puits ;
- le couple et le poids agissant sur le trépan ( $T$  et  $W$ ) ;
- le débit du fluide de forage.

L'augmentation de la fréquence d'acquisition de ces mesures permet d'effectuer en temps-réel un pilotage fin de la garniture de forage. La majorité des dispositifs *MWD* intègre ou est en liaison avec des dispositifs nommés digraphes pendant le forage (*Logging While Drilling, LWD*). Ils fournissent des mesures décrivant les propriétés de la formation et caractérisant des informations géologiques telles que, la porosité, la résistivité, l'inclinaison, la résonance magnétique, la pression de la formation etc...

#### **1.2.4 Méthodes de transmission des données**

Plusieurs méthodes permettant la transmission des données durant l'exploration des gisements existent. Parmi ces méthodes on note la télémétrie par modulation de boue (*Mud Pulse telemetry*), la télémétrie électromagnétique (*EM tool*), les trains de tiges câblées (*Wired drill pipe*) ainsi que les outils dits accessibles (*retrievable tools*). Cette section présente la télémétrie par modulation de boue et celle utilisant les trains de tiges câblées, parce qu'elles sont les plus répandues.

- ***Télémetrie par modulation de boue***

La télémetrie par modulation de boue est la méthode de transmission de données la plus utilisée par les systèmes (*MWD*). Son fonctionnement nécessite l'exploitation d'une valve modulant le débit de la boue de forage. La modulation de boue s'effectue en fonction de la donnée à transmettre et crée une fluctuation de pression représentant l'information à délivrer. Ces fluctuations se propagent dans le fluide de forage vers la surface où elles sont recueillies par des capteurs de pression. Enfin, elles sont traitées par des calculateurs pour reconstruire l'information transmise.

- ***Trains de tiges câblées***

Les trains de tiges câblées sont des instruments de transmission de mesures en pleine expansion. Ils utilisent des câbles électriques logés dans les différents modules des trains de tiges et transportent un signal électrique à la surface. L'avantage de ces systèmes vient de leurs capacités à présenter un taux de transmission de données important par rapport aux autres systèmes téléométriques. En 2006, les systèmes téléométriques utilisant des câbles électriques et transmettant des données à un mégabit par seconde ont été commercialisés.

### **1.3 Progression du forage**

Le forage est un processus graduel combinant plusieurs phases. Lors de chaque phase, l'assemblage de fond est remonté à la surface pour la maintenance du processus, pour le tubage et la cimentation de la partie forée. Le tubage consiste à déployer des tubes en acier dans le puits (*Casing*). Dans certaines situations, le tubage peut être enroulé (*Coil tubing*) et correspond au déploiement progressif d'un tube simultanément au forage. Dans toutes les situations le tubage permet de consolider les parois du puits au cours du forage, et de préparer les éléments nécessaires à la production une fois les réservoirs contenant les hydrocarbures atteints.

La cimentation consiste à cimenter l'annulaire à la fin de chaque phase de casing. Ce processus correspond à l'installation d'un anneau de ciment favorisant l'obtention d'un lien étanche et résistant entre le corps du tube et les parois du puits. Pendant le forage la partie basse du puits n'est pas couverte (*Open Hole*) tandis que sa partie supérieure est tubée : c'est le (*Cased Hole*).

Enfin, le bon déroulement du forage est conditionné par les états du système de circulation du fluide et du trépan.

### 1.3.1 Système de circulation du fluide

Une pompe hydraulique assure la circulation du fluide qui transite par les trains de tiges, puis sort du trépan et remonte par les espaces annulaires. L'espace annulaire désigne le domaine qui sépare la garniture de forage du puits. L'injection du fluide sur la roche à perforer s'effectue continuellement et permet l'évacuation des déblais vers la surface. Elle contribue également à la lubrification et au refroidissement des organes du processus de forage et à l'équilibre hydrostatique du puits.

En fonction des performances recherchées, plusieurs types de fluide peuvent être utilisés.

- ***Fluide de forage de type boue***

La boue de forage est un mélange d'eau ou d'huile, d'argile (*bentonite*), d'additifs chimiques (*polymères*) et de la baryte (*réglage du poids*). Elle permet l'évacuation des déblais et contribue à la compréhension de la nature géologique des milieux traversés. Le fluide doit être compatible avec les roches à forer pour garantir le bon déroulement du forage. A titre d'exemple, l'utilisation d'un fluide de forage de type eau favorise la dilatation de certaines formations et occasionne des gênes dans les opérations. Pallier cet inconvénient a nécessité à recourir au fluide de forage de type huile. La boue de forage permet également de contrebalancer la pression des fluides rencontrés en profondeur afin d'éviter d'éventuelles irrptions en surface. Le forage utilisant la boue peut favoriser la rentrée du liquide dans le puits, humidifier les déblais voire les compacter. Ce qui engendre l'encrassement du puits et empêche la circulation du fluide.

- ***Fluide de forage de type air ou gaz***

Les processus de forage utilisent plusieurs types de fluides dont l'air et le gaz. Contrairement à la boue de forage, un fluide gazeux exerce une faible pression au fond du puits. Par conséquent, son utilisation conduit à la dérégulation de la vitesse de pénétration et favorise une évacuation rapide des déblais. La présence de fluide liquide dans plusieurs formations limite son exploitation. L'utilisation d'un fluide de forage de type air ou gaz empêche l'obtention d'informations relatives aux pressions dans le puits.

### 1.3.2 Trépans

Une variété de trépans présentant des géométries spécifiques existent. Ils sont conçus pour forer une certaine gamme de roches et sont choisis en fonction des puits à réaliser. Ils se catégorisent en deux : les trépans tricônes et les trépans monobloc de type PDC (diamants synthétique polycrystalline). Les trépans tricônes sont principalement composés d'acier ou de carbure de tungstène. Tandis que les monoblocs de type PDC sont composés de diamants, ou de diamants

synthétiques. La grande différence entre ces deux familles de trépan réside dans leurs façons d'arracher la roche.



FIG. 1.5 — De gauche à droite trépan tricône et monobloc

- **Trépan tricônes**

Les trépan tricônes disposent de trois cônes rotatifs (*molettes libres*) qui embarquent des plaquettes de coupe conçues en fonction de la roche à forer. Ils peuvent être en acier, en carbure de tungstène ou en diamant. L'arrachage de la roche s'effectue lorsque les cônes effectuent des rotations autour du trépan. Le principal mode de destruction de la roche, par les taillants fixés sur les molettes, est le poinçonnement. Il se déroule par la pénétration verticale du taillant dans la roche sous l'effet d'un effort normal créant un champ de contraintes au voisinage du taillant. Lorsque les limites à la rupture sont atteintes un déblai se produit. Ce type de trépan est particulièrement adapté lorsque les roches à forer présentent une forte dureté.

- **Trépan monobloc**

La rotation du train de tiges entraîne celle du trépan. Ces trépan se composent de diamant naturel ou synthétique brasé sur du carbure de tungstène. Ils sont connus sous le nom PDC et détruisent la roche par cisaillement. Le cisaillement caractérise l'opération durant laquelle les taillants pénètrent la roche dans un mouvement parallèle à la surface de la roche et un déblai est obtenu dès que les limites à la rupture sont atteintes. L'emplacement des pastilles dans ce type de trépan est primordial pour son optimisation et présente une influence considérable sur la vitesse de pénétration de la garniture, sur l'équilibre du trépan ainsi que l'évacuation des déblais.

## 1.4 Variables de forage

Les variables de forage désignent les grandeurs physiques agissant sur les performances du processus et donc sur sa vitesse de pénétration, désignée par  $v$ . Elles se matérialisent par des facteurs mécaniques et hydrauliques.

### 1.4.1 Facteurs mécaniques

- ***Poids agissant sur le trépan (Weight On Bit, W)***

Le poids agissant sur le trépan représente un effort longitudinal de compression suivant l'axe de révolution du trépan. Cet effort permet aux taillants de s'incruster dans la roche et il est souvent utilisé de façon à tirer profit du poids des masses tiges. La valeur du poids dépend de la dimension et du type de trépan, de sa vitesse de rotation et du type de formation à forer. Une partie de ce poids provient de l'hydraulique créée par l'injection du fluide qui transite par les trains de tiges.

- ***Le couple agissant sur le trépan (Torque On Bit, T)***

Le moment transmis par la garniture de forage au trépan suivant son axe de révolution représente le couple agissant sur le trépan.

- ***La vitesse de rotation***

C'est la vitesse du trépan par rapport à son axe de révolution et sa valeur dépend du système de forage utilisé. Elle peut varier entre 50 et 1000 tr/min.

### 1.4.2 Facteurs hydrauliques

- ***Type de boue***

Le type de boue est choisi en fonction des performances recherchées et désigne les propriétés physico-chimiques du fluide de forage. Trois types de boues sont souvent employés : la boue à base d'eau (*Water Based Mud, WBM*), la boue à base d'huile (*Oil Based Mud, OBM*) et la boue synthétique (*Synthetic Based Mud, SBM*). Une boue synthétique est constituée d'un mélange d'eau et d'additifs chimiques.

- ***Débit et pression hydraulique***

Le débit et la pression hydraulique représentent les variables physiques qui doivent favoriser une bonne évacuation des déblais et éviter des problèmes d'encrassement du trépan ou du puits.

- ***Densité de la boue***

L'obtention des informations relatives au puits et particulièrement le contrôle de la pression dans le puits s'effectue à travers la densité de la boue. La boue de forage ramène à la surface les déblais, mais aussi du gaz contenu dans les roches. Cela fournit des indications sur la nature des fluides se situant dans le réservoir et représente un élément important dans le pilotage de la garniture.

Dans cette première partie de ce chapitre, ont été présentés les différents constituants d'un processus de forage, les interactions qui existent entre les différents organes, les systèmes de mesures et les mesures disponibles. Egalement, nous avons souligné les mécanismes nécessaires au déroulement d'un forage.

Pendant le forage le processus est exposé à des défauts, dans la suite nous nous focalisons sur les défauts les plus préoccupants.

## 1.5 Défauts possibles et modules à surveiller

Les fonctions du trépan et du système hydraulique sont fondamentales pour l'extraction et l'évacuation des déblais. Il est certain qu'un dysfonctionnement dans un organe a des répercussions sur le procédé de forage. Particulièrement, lorsqu'il provient du trépan ou du système hydraulique. Lorsque le défaut se distingue par un agrégat de matière composé de la boue de forage et des déblais issus de l'opération de forage et se rapporte aux arrêtes de coupe du trépan, il s'agit de l'encrassement. Lorsqu'il se rapporte au trou d'évacuation du trépan ou du système hydraulique, il s'agit des obturations. Les obturations des circuits hydrauliques des processus de forage n'ont pas, à l'instar de l'encrassement, fait l'objet de nombreuses études en raison de leurs instrumentations limitées. On peut néanmoins citer des travaux (Wang et al., 2000), (Wang et al., 2001), (Wang and Hu, 2006) qui utilisent l'analyse vibratoire.

### 1.5.1 Etat de l'art sur l'encrassement

La détection de l'encrassement d'un trépan s'inscrit dans le cadre de l'optimisation des performances des processus de forage. Plusieurs travaux ont été effectués pour comprendre l'origine, la nature et l'évolution de l'encrassement, (Zijsling and Illerhauss, 1993), (Smith, 1998), (Cooper and Sanjit, 1994).



FIG. 1.6 — Trépan en présence d'encrassement

Les pressions importantes par rapport aux valeurs usuelles, les formations argileuses, l'utilisation de l'eau comme fluide de forage ainsi que les variables de forage non compatibles avec la roche

à forer sont autant de facteurs induisant l'encrassement du trépan et dégradant les performances des processus de forage. Les principales conséquences de l'encrassement sont liées à la perte de contact entre le trépan et la roche, à la réduction de la vitesse de pénétration du trépan, à l'augmentation du couple agissant sur le trépan et aux difficultés d'évacuation des déblais. Les causes de l'encrassement du trépan et les méthodes pour y remédier ont fait l'objet de plusieurs travaux, (Ledgerwood and Salisbury, 1991), (Zijsling and Illerhauss, 1993), (Smith, 1998). Selon les études menées par Ledgerwood and Salisbury, (1991) l'encrassement du trépan se produit en raison de facteurs mécaniques et chimiques. Ils explicitent les deux facteurs en formulant les hypothèses suivantes : les facteurs mécaniques se produisent lors du processus de désagrégation de la roche, par l'action du trépan, à travers l'augmentation de la porosité de la formation et la variation correspondante de la pression de pore (pression à l'intérieur de la roche) : ce phénomène provoque la dilatation de la roche. Tandis que les facteurs chimiques proviennent de l'exposition de l'argile au phénomène d'hydratation pendant que le fluide de forage humidifie la surface du trépan. La combinaison des effets provenant de la faible pression de pore et de l'hydratation de la roche provoque des mouvements d'auto-aspiration des déblais autour du trépan et l'encrassement s'ensuit.

En considérant que l'architecture d'un trépan minimise l'impact de l'encrassement, plusieurs chercheurs et compagnies pétrolières travaillent sur cette thématique. Leurs travaux concernent l'optimisation de la géométrie du trépan et en particulier la longueur, le nombre et la répartition des PDC ainsi que l'écartement de l'angle des lames, (Warren et al., 1986), (Bourgoyne and Young, 1991), (Smith, 1995), (Talor et al., 1998). Leurs développements ont permis d'obtenir une conception facilitant l'évacuation des déblais, permettant d'optimiser la vitesse de pénétration et de préserver ainsi les performances des processus de forage. La seconde technique expérimentée afin d'éviter l'encrassement d'un trépan a concerné le fluide de forage. Pour valider cette hypothèse, Cheatam and Nahm, (1990) ont, durant leurs expérimentations, utilisé deux fluides de forage : l'eau (*Water-Based-Mud*) et l'huile (*Oil-Based-Mud*). Leurs travaux ont abouti à conclure que l'encrassement dépend du fluide de forage, du poids agissant sur le trépan et de la pression de surcharge. En outre, les auteurs précisent que ce phénomène se révèle progressif si le fluide de forage employé est l'eau alors qu'il peut être réduit si l'eau est substituée à l'huile. Les résultats des travaux menés par Rujhan et al., (2002) montrent que l'utilisation de l'huile (*OBM*) ou l'exploitation de la boue de forage synthétique (*SBM*) occasionne le problème de cohésion entre les déblais et permet d'éviter ou de réduire considérablement l'encrassement d'un trépan, notamment lors du forage d'une formation argileuse et particulièrement dans des profondeurs élevées et à de hautes pressions. Cependant,

en raison des exigences environnementales et économiques, ces fluides de forage sont peu utilisés. C'est dans ce contexte que les compagnies pétrolières ont été persuadées d'entreprendre des investissements majeurs pour améliorer les performances des trépan à travers leurs conceptions et de conserver l'eau comme fluide de forage.

D'autres variables d'ajustements ont été apportées pour accroître la rentabilité des processus de forage. En agissant sur les variables de forage, Cheatham and Nahm, (1985), ont montré que la diminution du poids agissant sur le trépan dans les premiers instants qui suivent l'apparition de l'encrassement permet de réduire sa gravité. Dans la continuité de leurs travaux, Cheatham and Nahm, (1990) affirment que l'encrassement peut devenir sévère donc irréversible en quinze secondes, d'où la nécessité de réaliser une détection précoce. De plus, une détection précoce permet sa réversibilité en diminuant le poids agissant sur le trépan et en nettoyant le trépan en off-bottom (le trépan et la roche n'étant pas en contact). Dans le cas contraire, l'encrassement devient irréversible. Les hypothèses mentionnées ci-dessus s'appliquent dans les conditions d'expérimentation effectuées par les auteurs, (Cheatham and Nahm, 1990). Dans d'autres situations ces hypothèses peuvent être erronées. Une suggestion supplémentaire provenant de Cheatham and Nahm, (1990) repose sur l'utilisation des données issues du forage. Ils affirment que le rapport entre le poids et le couple agissant sur le trépan est un indicateur du degré d'encrassement du trépan. Leur affirmation est incitée par la modification progressive de ce rapport au fur et à mesure que l'encrassement s'intensifie.

L'introduction des charges électro-négatives sur le trépan (Mc Calleb, 1977), (Paske et al., 1996), (Smith, 1995), l'optimisation des variables de forage, (King et al., 2001), l'addition d'une couche de fluoropolymère sur les PDC, (Mitchel, 2001), limitent l'apparition de l'encrassement lors du forage d'une formation argileuse. Cependant, les méthodes proposées se révèlent peu efficaces compte tenu de la rhéologie de la roche qui est imprévisible avant les opérations de forage.

Les raisons qui conduisent à la surveillance du trépan en vue de détecter l'encrassement sont liées aux conséquences dramatiques qu'il peut occasionner. Ces conséquences découlent de la mauvaise circulation du fluide, de la réduction de la durée de vie du trépan due à l'inefficacité de forage et à l'augmentation de la température, (Smith, 1995), (Smith, 1998). Cheatham and Nahm, (1990) ont montré que l'augmentation de la pression du fluide est un moyen pour réduire ou éviter l'encrassement lorsqu'il se produit en raison des instabilités mécaniques. L'utilisation des modèles mécaniques décrivant l'interaction entre le trépan et la roche a permis à Detournay and Richard, (2002) d'expliquer le comportement de l'encrassement.



Cette analyse bibliographique n'est pas exhaustive mais elle dégage des pistes à explorer en vue d'entreprendre une stratégie de détection de l'encrassement basée sur l'analyse, l'interprétation et le traitement des mesures. Dans cette perspective, les travaux de Cheatham and Nahm, (1990) préconisant que la pente qui caractérise l'expression du couple agissant sur le trépan ( $T$ ) en fonction de la force de poussée ( $W$ ) est un indicateur de l'encrassement, associés à ceux de Detournay and Richard, (2002) montrant via les modèles d'interaction entre un trépan et une roche que cette pente renferme peu la rhéologie de la formation, constituent le point de départ de notre étude.

### 1.5.2 Modèle d'interaction entre un trépan et une roche

L'obtention d'un modèle d'interaction entre un trépan et une roche revient à déterminer les composantes exprimant les efforts du trépan en fonction des variables de forage. Le premier modèle analytique décrivant le processus de coupe fut celui des métaux (*fraisage*) et a été proposé par Merchant, (1944). En s'appuyant sur les modèles de Merchant, plusieurs autres modèles ont été développés pour la coupe des roches (*forage*), (Sellami and Cordellier, 1990), (Detournay, 1990), (Kuru and Wojtanowicz, 1993) et (Simon, 1996). A cela s'ajoute le modèle empirique de Glowka, (1989). Notre application nous conduit à exploiter les modèles développés par Detournay, (1990). Nous avons retenu ce modèle à cause de sa relative facilité d'adaptation et d'exploitation dans le cadre de la surveillance et en temps-réel. D'amples détails sur les autres modèles peuvent être trouvés dans Gerbaud, (1999).

### 1.5.3 Modèles de Detournay

Le modèle de Detournay fournit une méthode de compréhension du forage lors de l'interaction entre une pastille et une roche. Ce modèle repose sur l'hypothèse que deux mécanismes sont présents lors du forage : le mécanisme de coupe de la roche et celui des frottements entre la roche et les pastilles. Cette hypothèse conduit à prédire, (Detournay, 1990), l'existence d'une dépendance linéaire entre le couple, la force agissant sur le trépan avec la profondeur de passe. De plus, la dépendance linéaire entre l'énergie spécifique  $E$  (travail nécessaire pour arracher un volume de roche) et la résistance au forage  $S$  est observée. Ces deux variables présentent des dimensions de puissance et s'expriment en ( $MPa$ ). Le diagramme  $E - S$  donne l'état admissible du forage représenté par une droite de frottement et fournit le point de coupe. Ce point de coupe caractérise la rupture d'un déblai et indique l'efficacité de forage. Le rendement au point de coupe vaut 1 et traduit l'utilisation totale du couple  $T$  pour la coupe de la roche. Cette situation représente le cas idéal dans lequel les frottements sont nuls. L'expression de  $E$  en fonction de  $S$  ou de  $T$  en fonction de  $W$  permet de déterminer certains paramètres géométriques décrivant l'état

du trépan lors du forage. Nous introduisons le modèle d'une pastille avant de présenter le cas du trépan.

### 1.5.4 Modèle d'un outil coupant

Detournay, (1990) développe deux modèles l'un correspondant à un outil coupant neuf et l'autre à un outil coupant usé.

- ***Outil coupant neuf***

Considérons un outil coupant décrivant une section  $s$  sur une roche horizontale. Le déplacement de cette pastille s'effectue suivant une vitesse horizontale connue et une profondeur de passe constante. La force de coupe  $F^c$  exercée par l'outil sur la roche se décompose en  $F_n^c$  et  $F_s^c$ , désignant respectivement ses composantes normales et tangentielles. Des études théoriques et expérimentales ont montré que sous certaines conditions, ces composantes sont proportionnelles à la section de coupe  $s$ . En s'inspirant des travaux de Merchant, (1944), Detournay, (1990) a établi les expressions suivantes :

$$F_s^c = \epsilon s \quad (1.1)$$

$$F_n^c = \zeta \epsilon s \quad (1.2)$$

Où :

$s$  représente la section de contact pastille-déblais,  $\zeta$  désigne le rapport entre la force verticale et horizontale agissant pour la coupe et  $\epsilon$  correspond à l'énergie spécifique intrinsèque de la roche.

$\epsilon$  est donné par :

$$\epsilon = \frac{2 \cos \alpha_{f_r} \cos (\alpha_c + \alpha_{f_{pr}})}{1 - \sin (\alpha_c + \alpha_{f_{pr}} + \alpha_{f_r})} [c + (p_b - p_p) \tan (\alpha_{f_r})] \quad (1.3)$$

Où :

$c$  correspond à la cohésion de la roche,  $\alpha_c$  est l'angle de coupe,  $\alpha_{f_r}$  désigne l'angle de frottement interne de la roche,  $\alpha_{f_{pr}}$  représente l'angle de frottement pastille-roche,  $p_b$  correspond à la pression de la boue et  $p_p$  est la pression de pore, cette quantité est déterminée en fonction du degré de perméabilité de la roche.

En considérant que la pastille s'est déplacée d'une distance  $l$ , que l'énergie fournie est  $F_s^c l$  et que le volume de roche arraché est  $sl$  alors l'énergie dissipée est déterminée par  $\epsilon$ . Cette énergie dépend des propriétés mécaniques et physiques de la roche (cohésion, l'angle de frottements

internes, porosité, etc.... ), la pression du fluide, celle de pore, l'angle de coupe vers l'arrière de la pastille et l'angle de frottement issus de l'interaction entre le trépan et la roche. Notons que  $\zeta$  est donné par :

$$\zeta = \tan(\alpha_c + \alpha_{f_{pr}}) \quad (1.4)$$

L'indépendance entre l'énergie spécifique intrinsèque  $\epsilon$  et la profondeur de passe est justifiée lorsque la profondeur de passe est limitée à un certain intervalle. Au delà de cet intervalle, l'hypothèse formulée par Detournay, (1990) n'est plus acceptable.

- ***Outil coupant usé***

La seconde hypothèse formulée par Detournay, (1990) concerne l'utilisation d'un outil coupant usé.

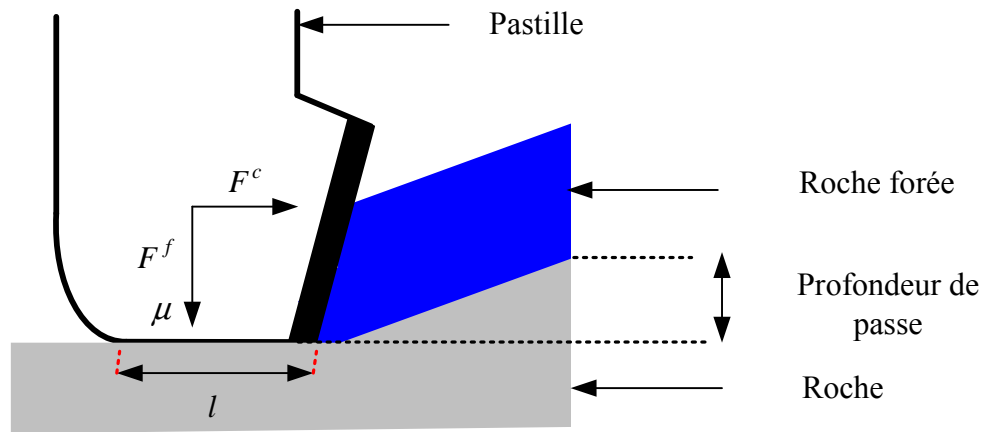


FIG. 1.7 — Interaction entre une pastille et une roche

La force  $F$ , se décompose en deux composantes : la composante de coupe  $F^c$  et la composante de frottement  $F^f$ . La force de coupe associée à la composante normale et tangentielle  $F_n^c$  et  $F_s^c$  obéit aux relations (1.1) et (1.2). L'existence de frottement lors de l'interaction entre le trépan et la roche relie les composantes  $F_n^f$  et  $F_s^f$  par :  $F_s^f = \mu F_n^f$  où  $\mu$  désigne le coefficient de frottement. Partant de ces équations des relations, (Detournay, 1990) pour les forces tangentielles  $F_s = F_s^c + F_s^f$  et normales  $F_n = F_n^c + F_n^f$  sont établies. Ainsi, en tenant compte de (1.1) la composante  $F_s$  s'exprime par :

$$F_s = \epsilon s + \mu F_n^f \quad (1.5)$$

En remplaçant  $F_n^f$  par  $F_n - F_n^c$ , et en tenant compte de la relation (1.2), l'équation (1.5) devient :

$$F_s = (1 - \mu\zeta)\epsilon s + \mu F_n \quad (1.6)$$

### 1.5.5 Energie spécifique $E$ et résistance au forage $S$

L'énergie spécifique et la résistance au forage sont définies par :

$$E = \frac{F_s}{s} \quad (1.7)$$

$$S = \frac{F_n}{s} \quad (1.8)$$

$E$  représente l'énergie nécessaire pour arracher un volume donné de roche. Pour une pastille neuve  $E = \epsilon$  et  $S = \zeta\epsilon$ , pour une pastille usée, la dépendance linéaire suivante :  $E = E_0 + \mu S$  est obtenue avec  $E_0$  définie par :  $E_0 = (1 - \mu\zeta)\epsilon$ .

Dans cette section nous avons présenté les modèles de Detournay, (1990) lors de l'interaction entre une pastille et une roche. Dans le cas d'une pastille usée, les hypothèses formulées considèrent que l'usure de la pastille se produit dès l'enlèvement de la matière. C'est à partir de là que Detournay, (1990) généralise l'approche au cas correspondant à l'interaction entre un trépan et une roche.

### 1.5.6 Modèle d'interaction entre un trépan et une roche

Le modèle d'interaction entre un trépan et une roche représente la généralisation du modèle traduisant l'interaction entre une pastille et une roche. L'approche considère la présence simultanée de deux mécanismes : l'un est lié à la coupe de la roche et l'autre au frottement entre la roche et le trépan, (Detournay and Richard, 2002). D'où la décomposition des efforts en deux parties : les efforts de coupe et les efforts de frottement. L'effort associé au processus de coupe est proportionnel à la profondeur de passe  $d$ , tandis que l'effort associé au frottement et se situant tout au long du chanfrein est associé à un coefficient de frottement  $\mu$ . En utilisant ces concepts, Detournay and Richard, (2002) définissent les expressions du couple agissant sur le trépan  $T$  et de la force de poussée  $W$  par les relations suivantes :

$$T = T_c + T_f \quad (1.9)$$

$$W = W_c + W_f \quad (1.10)$$

où  $c$  désigne la composante de coupe et  $f$  la composante de frottement.

### 1.5.7 Processus de coupe

L'hypothèse affirmant la proportionnalité entre la force de coupe et la section  $s$ , conduit à écrire  $T_c$  et  $W_c$  proportionnels à la profondeur de passe  $d$  :

$$T_c = \frac{\epsilon a^2 d}{2} \quad (1.11)$$

$$W_c = \xi \epsilon a d \quad (1.12)$$

Où :

$a$  désigne le rayon du trépan,  $\epsilon$  représente l'énergie spécifique intrinsèque,  $\xi$  est un nombre qui caractérise le rapport entre  $W$  et  $T$ . Et pour un trépan parfait :

$$\frac{T_c}{W_c} = \frac{a}{2\xi} \quad (1.13)$$

La profondeur de passe  $d$  est définie par :

$$d = \frac{2\pi v}{\Omega_t} \quad (1.14)$$

Où  $\Omega_t$  désigne la vitesse de rotation du trépan et  $v$  la vitesse de pénétration

### 1.5.8 Processus de frottement

Le processus de frottement se caractérise par un paramètre  $\gamma$  qui représente le facteur de forme du trépan et établit une relation de proportionnalité entre  $T_f$  et  $W_f$  à partir des paramètres  $a$ ,  $\mu$  et  $\gamma$  :

$$\gamma = \frac{2T_f}{\mu a W_f} \quad (1.15)$$

Où :

$\mu$  désigne le coefficient de frottement entre le trépan et la roche et  $\gamma$  caractérise l'orientation de la surface du contact de frottement. La variable  $\gamma$  renferme l'influence de la géométrie du trépan sur la redistribution des efforts au niveau de chaque PDC porté par le trépan et donc sur le couple  $T$  et la force de poussée  $W$ . Elle doit satisfaire l'encadrement suivant :  $1 \leq \gamma \leq \frac{4}{3}$  pour que l'expression linéaire entre  $T$  et  $W$  soit valide.

### 1.5.9 Trépan lors de l'action de coupe

Detournay and Richard, (2002) combinent les expressions (1.9), (1.11) et (1.15) et obtiennent :

$$T = T_c + \mu a \frac{\gamma}{2} W_f \quad (1.16)$$

$$T = \frac{1}{2} \epsilon a^2 d + \mu a \frac{\gamma}{2} W_f \quad (1.17)$$

$$T = \frac{1}{2} \epsilon a^2 d + \mu a \frac{\gamma}{2} (W - W_c) \quad (1.18)$$

En tenant compte de (1.12) on obtient :

$$T = \frac{1}{2}\epsilon a^2 d + \mu a \frac{\gamma}{2}(W - \xi \epsilon a d) \quad (1.19)$$

$$T = \frac{1}{2}\epsilon a^2 d(1 - \mu \xi \gamma) + \mu a \frac{\gamma}{2} W \quad (1.20)$$

Cette équation représente la contrainte entre  $T$ ,  $W$ , et  $d$

Partant de (1.21) on obtient (1.22) :

$$\beta = \mu \xi \gamma \quad (1.21)$$

$$T = \frac{1}{2}\epsilon a^2 d(1 - \beta) + \mu a \frac{\gamma}{2} W \quad (1.22)$$

Noter que  $\beta$  dépend du type de roche,  $\gamma$  caractérise le trépan (nombre de dents, type, profil etc.).

Le paramètre  $\mu$  représente le frottement : c'est donc un indicateur des défauts susceptibles de se produire sur le trépan. Par conséquent :

$$\frac{2T}{a^2} = (1 - \beta)\epsilon d + \mu \gamma \frac{W}{a} \quad (1.23)$$

divisons par la profondeur de passe  $d$ , il vient :

$$\frac{2T}{a^2 d} = (1 - \beta)\epsilon + \mu \gamma \frac{W}{ad} \quad (1.24)$$

A partir de la relation (1.24), Detournay and Richard, (2002) définissent l'énergie spécifique en fonction de la résistance au forage par la relation suivante :

$$E = E_0 + \mu \gamma S \quad (1.25)$$

avec  $E_0 = (1 - \beta)\epsilon$

- $E$  désigne l'énergie spécifique (MPa)
- $S$  représente la contrainte de coupe (MPa)

Leurs expressions sont données par :

$$S = \frac{W}{ad} \quad (1.26)$$

$$E = \frac{2T}{a^2 d} \quad (1.27)$$

Ces expressions donnent une signification au diagramme  $E - S$  qui permet d'évaluer l'efficacité du trépan. Si le trépan est en contact avec la roche et s'il n'y a pas de frottement (cas idéal),  $T_c$  et  $W_c$  sont proportionnels à  $d$ . Alors :

$$E = E_0 = \epsilon \text{ et } S = \xi \epsilon$$

Cela montre que  $\epsilon$  est une variable qui caractérise la coupe parfaite, sans frottement. L'énergie spécifique intrinsèque dépend de la roche et des conditions de coupe. Detournay and Richard, (2002) définissent le rendement du trépan par :

$$\bar{\eta} = \frac{\epsilon}{E} \quad (1.28)$$

Les travaux de Detournay and Richard, (2002) montrent que deux plans d'étude peuvent être exploités. Le plan  $(T, W)$  et le plan  $(E, S)$ . Le plan  $(E, S)$  est obtenu à partir de celui de  $(T, W)$  étant donné que  $E$  est proportionnel à  $T$  et  $S$  à  $W$ . L'apparition d'un défaut sur le trépan change la valeur de la pente.

- **Condition optimale de forage**

Lorsqu'il n'y a pas de pertes par frottement  $T$  et  $W$  sont proportionnels à la profondeur de passe, dans des conditions constantes (roche, pression du fluide de forage, pression de pore). L'exploitation de  $E$  et  $S$  fournit les conditions optimales de forage suivantes :

$$E = \epsilon \quad (1.29)$$

$$S = \zeta\epsilon \quad (1.30)$$

L'énergie spécifique intrinsèque  $\epsilon$  dépend des propriétés mécaniques de la roche, de la pression de pore, de la pression du fluide, de  $\alpha_c$  et de  $\alpha_{fpr}$ .

- **Condition de forage normale**

Le modèle fournissant le comportement du trépan lors de son interaction avec la roche montre qu'une relation linéaire existe entre  $E$  et  $S$  lorsque la coupe et les frottements sont présents simultanément.

$$E = E_0 + \mu\gamma S \quad (1.31)$$

Avec  $E_0 = (1 - \beta)\epsilon$  et  $\beta = \mu\gamma\zeta$

L'expression de  $E$  en fonction de  $S$  fournit les états possibles du trépan lors de son interaction avec une roche. L'état du forage optimal satisfait aussi la relation de proportionnalité entre  $E$  et  $S$ . Cependant, seuls les états caractérisés par  $E > \epsilon$  ou  $S > \zeta$  sont admissibles et correspondent aux conditions normales de forage.

- **Diagramme  $E, S$**

La relation (1.25) peut être illustrée graphiquement par le diagramme  $E, S$ . La relation entre  $E$  et  $S$  est représentée sur ce diagramme par une droite de frottement de pente  $\mu\gamma$  interceptant l'axe  $E$

en  $E_0$ . Cette droite passe par le point de coupe et représente les états admissibles du trépan lors de son interaction avec la roche. Le point de coupe se situe à l'interaction de la droite de frottement avec la droite passant par l'origine du plan et incliné de  $\zeta^{-1}$  sur l'axe des  $S$ . Considérons l'existence d'une droite horizontale passant par le point de coupe. La distance verticale entre cette droite et un point sur la droite de frottement représente la composante de l'énergie spécifique qui est dissipée dans les frottements.

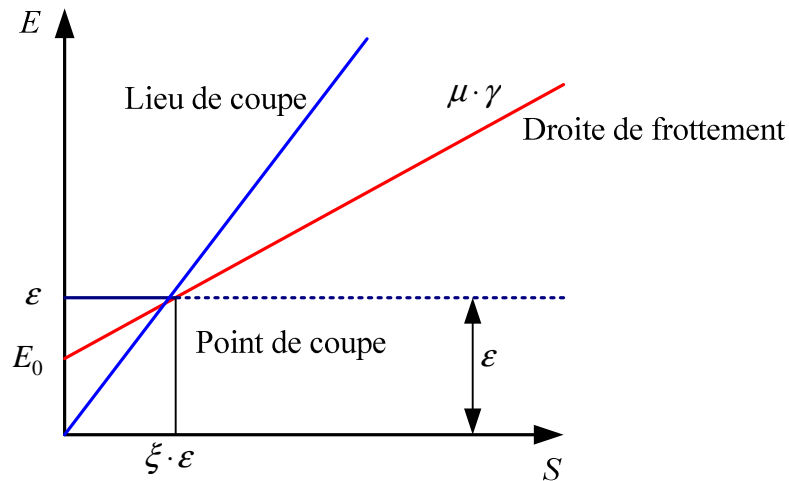


FIG. 1.8 — Diagramme  $E$  en fonction de  $S$

Dans cette section nous avons présenté les modèles mécaniques développés dans le cas de l'interaction entre une pastille et une roche puis dans le cas correspondant à l'interaction entre un trépan et une roche. Ce trépan comporte plusieurs outils coupants souvent constitués de pastilles en diamant. Pour notre étude ce modèle d'interaction trépan-roche est suffisant pour élaborer une stratégie de surveillance. Cette suffisance réside dans la liaison rigide qui lie le trépan et l'arbre du moteur et évitant par conséquent la dissipation d'effort lors du transfert d'énergie. Signalons que Detournay and Richard, (2002) proposent une extension de ces modèles pour étudier le couplage de torsion entre le trépan et l'arbre qui connecte le trépan au moteur. Ce modèle devient nécessaire lorsque l'arbre qui lie le trépan au moteur présente une longueur importante.

## 1.6 Défauts possibles sur le circuit hydraulique

Le circuit hydraulique est composé de quatre organes : un moteur électrique, une boîte de vitesse, une pompe et un tuyau. A cela s'ajoutent plusieurs capteurs : le resolver qui est un système de transmission de position, le Quartzdyne qui représente un capteur de pression ainsi que les capteurs de courant. Différents types de défauts peuvent se produire sur le circuit hydraulique. L'obturation du circuit hydraulique en amont et en aval de la pompe ainsi que la présence des déblais dans la pompe sont les défauts potentiels.



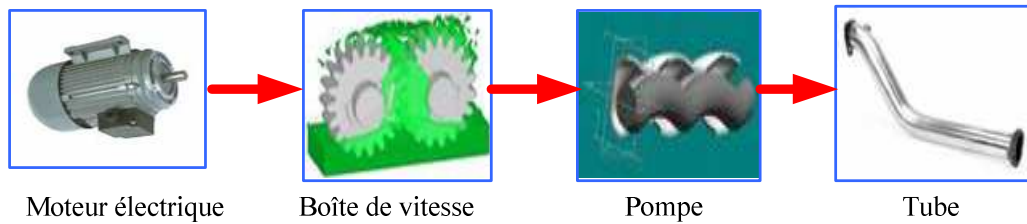


FIG. 1.9 — Circuit hydraulique du processus de forage

La modélisation du circuit hydraulique est effectuée en utilisant la méthode « Bonds graph ». C'est une technique de modélisation des systèmes physiques en utilisant la continuité de la puissance. La figure FIG. 1.10 présente le modèle du système hydraulique.

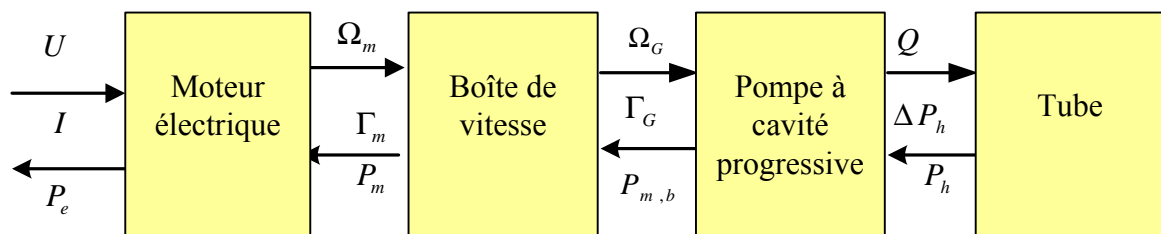


FIG. 1.10 — Modèle du circuit hydraulique

Ce modèle montre que le moteur transforme la puissance électrique en puissance mécanique que la boîte de vitesse conserve cette puissance mécanique et que la pompe transforme cette puissance mécanique en puissance hydraulique. Cette puissance hydraulique permet l'évacuation du fluide. L'apparition d'un défaut dans le circuit hydraulique se caractérise par la variation des paramètres du modèle. Nous avons adopté une démarche expérimentale pour relier ses variables. Il s'agit d'exploiter les mesures correspondant aux fonctionnements sains et de déterminer les paramètres de référence qui servent à élaborer une technique de diagnostic.

## 1.7 Diagnostic de défauts sur les processus industriels

### 1.7.1 Introduction

La recherche d'une rentabilité élevée des installations industrielles en général et des processus de forage en particulier impose, à ces systèmes, un niveau d'automatisation plus rigoureux et plus performant. Leurs complexités liées à leurs fortes intégrations deviennent alors inévitables et entraînent la baisse de leurs fiabilités. Ainsi, les objectifs ciblés en gain de productivité et de performance ne peuvent être atteints. Pour éviter de telles situations et afin d'accroître la disponibilité des systèmes industriels, l'optimisation des conditions de fonctionnement devient nécessaire. Ce qui implique l'élaboration des techniques de surveillance permettant de détecter,

de localiser et de caractériser les défauts : il s'agit de la conception d'un module de diagnostic s'effectuant à partir des mesures reflétant le fonctionnement du processus. Le module de diagnostic sert de système amont au module de reconfiguration dont le but est de préserver certaines des performances escomptées du processus.

### 1.7.2 Modules d'un système de surveillance

Iserman, (2006) propose un schéma (FIG. 1.11) explicitant les différents modules d'un système de surveillance. Ce schéma vise à montrer les étapes nécessaires à la détection, la dépendance entre le dispositif de commande et le module de surveillance ainsi que le rôle de l'opérateur dans la gestion du système de surveillance. La surveillance doit permettre le suivi permanent du comportement du processus en vue d'une détection rapide des défauts et d'une intervention précoce. La stratégie de commande et de surveillance caractérise le système de détection et de gestion des défauts. Les informations récoltées par la partie commande qui utilise les entrées-sorties du processus sont transmises au bloc d'évaluation des signaux se situant dans la zone de surveillance. Lorsque le signal dépasse un seuil fixé, une alarme se déclenche et notifie la présence d'un défaut, ainsi l'opérateur est informé des conditions de fonctionnement de son processus et doit envisager la tâche à entreprendre en fonction de la sévérité du défaut diagnostiqué. Ce type de méthodes, n'est capable de détecter que des défauts importants.

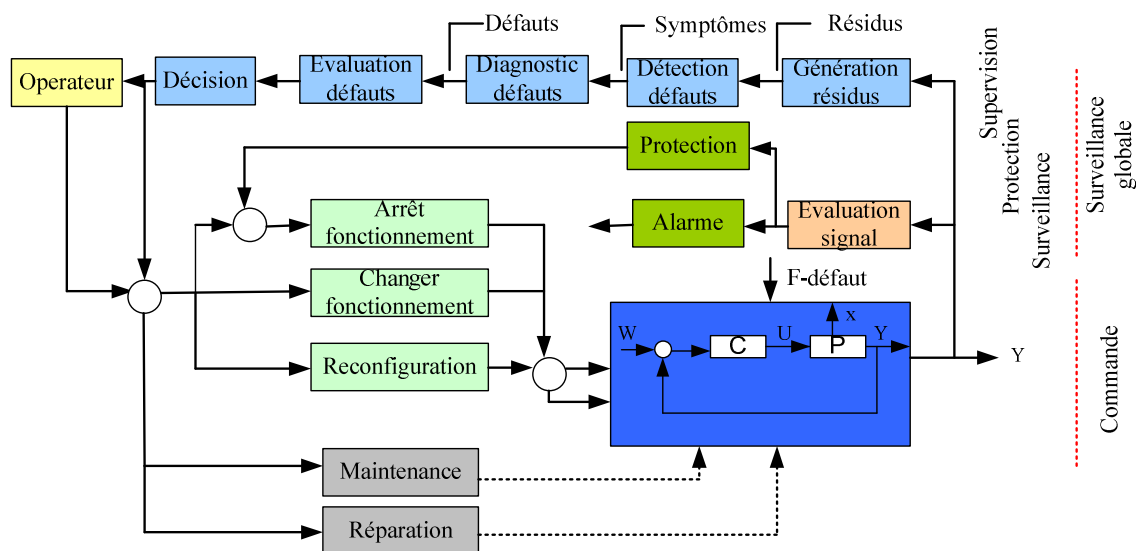


FIG. 1.11 — Système de gestion de la stratégie de détection des défauts

Dans la majorité des cas, le système s'arrête avant la détection en raison des systèmes de protection. La seconde phase passe par la génération des résidus. Les résidus sont des signaux potentiellement indicateurs des défauts. Ils sont obtenus dans certains cas à partir de la différence entre les variables mesurées et celles calculées sur le même processus. Ils doivent être nuls en absence de défauts et doivent être différents de zéro dans le cas contraire. La détection représente

un processus qui vérifie la cohérence entre un comportement observé et un comportement de référence.

### 1.7.3 Méthodes de détection des défauts

Plusieurs méthodes de détection des défauts existent et sont rapportées dans la littérature (Iserman, 2006), (Blanke et al., 2006), (Gertler, 1998), (Chen and Paton, 1999), (Ding, 2008), Iserman, (2006) propose un schéma (FIG. 1.12) récapitulant différentes méthodes de détection et explicite un large panel d'approches dites avec ou sans modèles physiques. Les méthodes dites sans modèles physiques utilisent des modèles de données (*base d'apprentissage*) ou des modèles spectraux (*analyses par transformées de Fourier ou d'ondelettes*).

Deux grandes classes de diagnostic figurent dans ce schéma. Le diagnostic qualitatif et le diagnostic quantitatif. Nous ne fournissons pas les significations de toutes ces méthodes, des détails sont donnés dans de nombreux ouvrages comme celui d'Iserman, (Iserman, 2006).

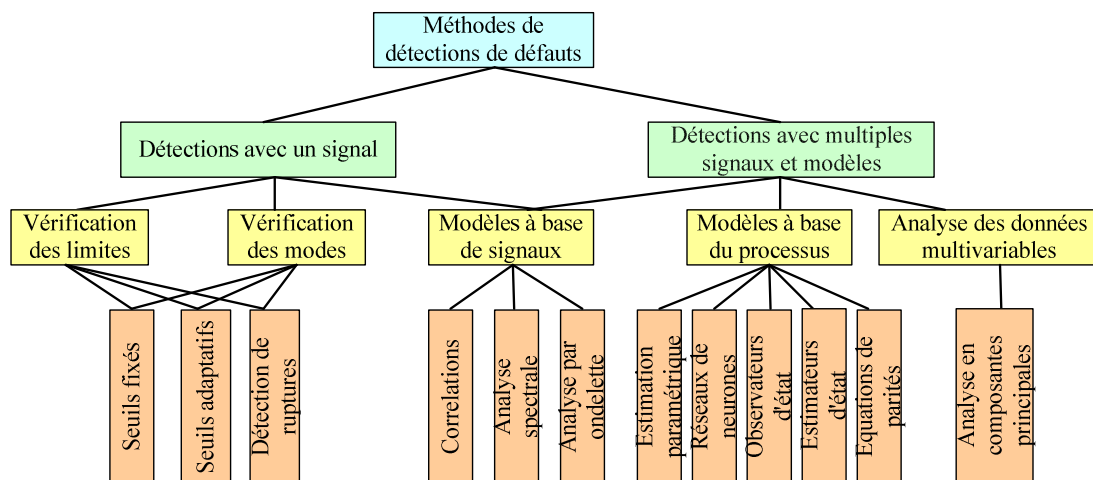


FIG. 1.12 — Différentes méthodes de détection des défauts

- **Diagnostic qualitatif**

Il utilise les connaissances qui reposent sur le savoir d'experts et sur un ensemble de données issu de l'installation à surveiller et conduisent à des méthodes basées sur l'intelligence artificielle. Ces méthodes ont pour objectif de tenter d'imiter le processus cognitif humain. Deux voies principales d'application se distinguent : l'une symbolique ou formelle et l'autre connexionniste. La première explicite et formalise les connaissances humaines et les mécanismes d'inférence. La seconde cherche à reproduire le mode de représentation de la connaissance dans le cerveau humain. L'intelligence artificielle recouvre, la reconnaissance des formes, les systèmes experts, les réseaux de neurones et les systèmes d'inférences floues.

- **Diagnostic quantitatif**

Il conduit à des méthodes de génération des résidus et repose sur l'estimation d'état ou paramétrique du système via les espaces de parité, les méthodes d'estimation d'état ou paramétriques.

Lorsque le diagnostic est accompli, la reconfiguration des actions représente la seconde étape. Cette reconfiguration doit se focaliser sur la remise en état du fonctionnement normal en maintenant ou en compensant le défaut ou en reconfigurant la loi de commande du système. Les stratégies de réactions envisageables sont de deux natures : le traitement du défaut (*aspect maintenance*), et l'acceptation du défaut (*accommodation des pannes*). En résumé, l'objectif de la reconfiguration est la correction des défauts par leur compensation lorsque cette situation est plausible et la modification des lois et stratégies de commande dans les cas complexes.

### 1.7.4 Méthodes de détection des défauts développées

Dans notre étude les méthodes de détection des défauts abordées font références aux approches basées sur les estimateurs d'état, les estimateurs paramétriques et sur les détections de ruptures. La description du processus de forage et des défauts à détecter montre que les défauts se traduisent par des variations paramétriques. C'est dans ce cadre que notre choix s'est orienté vers les méthodes d'identification afin de déceler les variations paramétriques caractérisant la présence des défauts. L'exigence de rapidité de la détection implique que les techniques d'identification doivent posséder des arguments de réglage adaptatifs.

### 1.7.5 Estimateurs paramétriques

L'estimation paramétrique permet de déterminer les paramètres d'un modèle caractérisant l'évolution d'un processus, (Ljung, 1984).

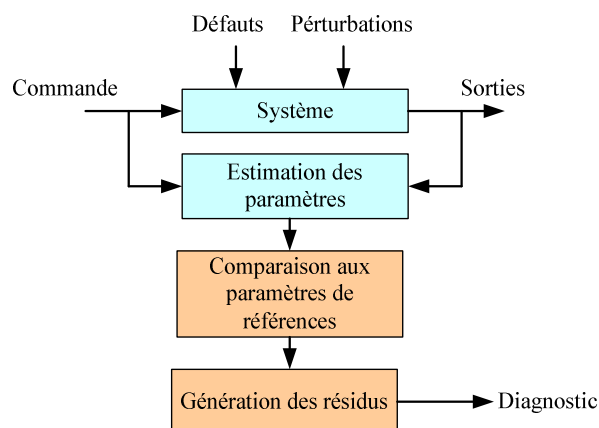


FIG. 1.13 — Estimation paramétrique

Les techniques les plus utilisées reposent sur les moindres carrés, les filtres de Kalman et leurs variantes. Ces approches intègrent systématiquement la génération des résidus qui résulte de la comparaison entre les valeurs mesurées et leurs estimés : il s'agit de l'erreur de prédiction. L'estimation bayésienne, les variables instrumentales et l'estimation au sens du maximum de vraisemblance sont des outils d'estimation paramétriques.

## 1.8 Approches de surveillance envisagées

La stratégie de surveillance adoptée afin de détecter d'éventuels défauts sur le processus est décrite dans cette section. Elle est conçue de façon à répondre à certaines spécifications : détecter les défauts rapidement, éviter de fausses alarmes et tirer des conjectures fiables sur la santé du système. Atteindre ces objectifs nécessite des compromis, car une détection précise retarde la détection, une détection rapide favorise les fausses alarmes, la fiabilité dans la prise de décision est partiellement dépendante des éléments précédents. C'est dans ce cadre que nous proposons des approches répondant à ces spécifications.

### 1.8.1 Détection de l'encrassement

L'expression de  $T$  en fonction de  $W$  ou de  $E$  en fonction de  $S$  permet d'obtenir un nuage de points caractérisant les conditions de fonctionnement du processus de forage. L'application des méthodes d'identification permet d'identifier les pentes et donc de décider de la santé du processus. L'approche adoptée passe dans un premier temps par le traitement des mesures  $T$  et  $W$  puis dans un second temps par la surveillance de l'évolution temporelle de la pente pour détecter un éventuel saut de moyenne conséquence d'un changement dans le processus. Dans la figure FIG. 1.14  $T_f$  et  $W_f$  désignent le couple agissant sur le trépan et la force de poussée filtrés.

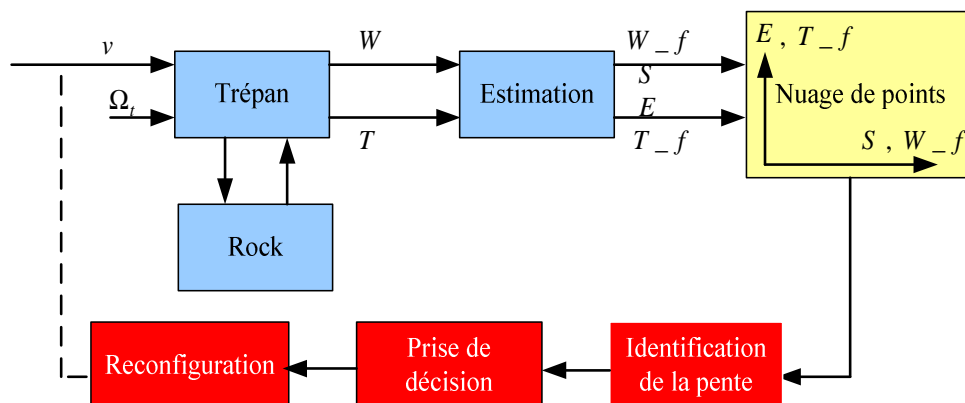


FIG. 1.14 — Approche pour la surveillance du trépan

## 1.8.2 Détection de l'obturation

L'obtention des équations physiques régissant le comportement du processus hydraulique est nécessaire pour élaborer une technique de surveillance. Ces équations sont liées aux phénomènes physiques mis en jeu et leurs paramètres varient en fonction des conditions de fonctionnement. Le milieu changeant que caractérise le monde du forage rend difficile la détermination théorique des paramètres qui lient les variables physiques. Il convient alors de relier certaines variables physiques entre elles par le biais des mesures. Cela revient à identifier un nombre réduits de paramètres. Les paramètres identifiés sont les frottements (secs et visqueux) et la restriction du tuyau. L'identification en temps-réel de ses paramètres renseigne sur l'état de fonctionnement du processus.

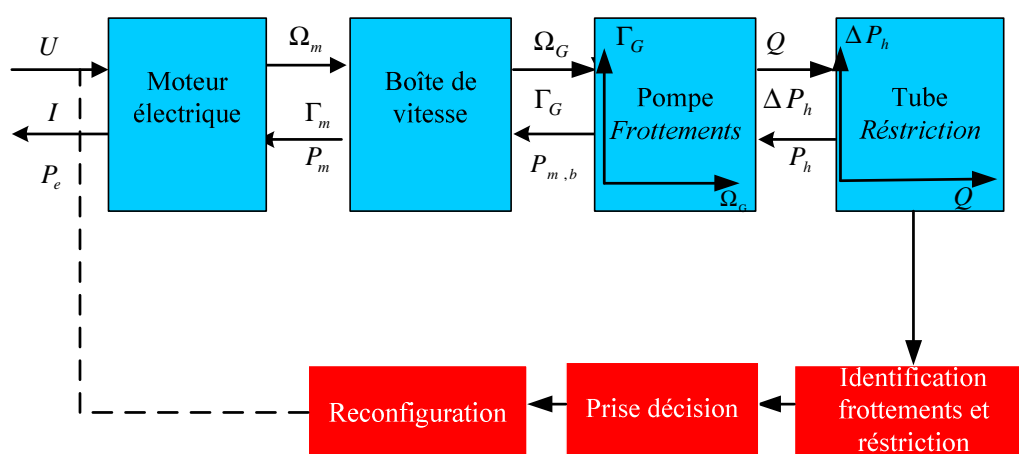


FIG. 1.15 — Approche pour la surveillance du circuit hydraulique

La restriction du tuyau est obtenue à partir de l'expression de  $\Delta P_h$  en fonction de  $Q$ . Puis, les frottements secs et visqueux sont déterminés à travers l'expression du couple de la pompe  $\Gamma_G$  en fonction de la vitesse de rotation  $\Omega_G$  de la pompe. Pour surveiller le circuit hydraulique le détail des approches proposées est donné dans (Ba et al., 2009a), (Ba et al., 2009b). Dans la suite, les approches développées sont dédiées au trépan.

## 1.9 Conclusions

La description du processus de forage, des différents organes qui le composent, des modules à surveiller et du principe de fonctionnement d'un algorithme *FDI* ont été présentés dans ce chapitre. Un accent particulier sur l'enjeu majeur que représente la surveillance du trépan et du circuit hydraulique a été mis en évidence. Un état de l'art relatif aux différentes approches proposées dans la littérature afin de limiter l'impact de l'encrassement a été proposé. Cette analyse de l'existant montre qu'actuellement les méthodes proposées ne permettent pas de surveiller le trépan en temps-réel. Cela a permis de définir les lignes directrices de la thèse. La

contribution de cette thèse résulte donc de l'élaboration d'une technique de surveillance en vue de détecter les défauts susceptibles de se produire sur le trépan et sur le circuit hydraulique. Ces détections doivent s'effectuer le plutôt possible afin d'entreprendre des actions correctrices efficaces.

Le manque d'instrumentation des processus de forage dans le passé a limité le développement des techniques de surveillance dans ce domaine. Néanmoins, pour comprendre l'encrassement beaucoup de méthodes ont été développées. Après l'analyse de ces méthodes nous avons extrait des modèles mécaniques permettant de réaliser la surveillance du trépan en temps-réel. Les problématiques posées ont montré que les défauts à surveiller se manifestent par des variations paramétriques ce qui a orienté nos études vers les méthodes d'identification. Outre que nous proposons des stratégies de surveillance de quelques composantes du processus de forage en temps-réel, cette thèse contribue à l'extension de quelques méthodes d'identification et montre leurs utilisations pour le diagnostic. Cette dualité permet de répondre aux exigences actuelles de détection rapides et fiables des défauts.

Dans les chapitres qui suivent, nous présentons les techniques développées sur des données simulées afin de vérifier la validité des approches proposées, leurs conditions de fonctionnement et leurs limites. La méthode des moindres carrés récursifs utilisant un facteur d'oubli variable suivant la méthode du gradient ayant un pas d'apprentissage adaptatif et vérifiant la condition de stabilité sera présentée. Puis, une méthode utilisant les filtres particulaires sera développée et ses performances dans le cadre du diagnostic seront mentionnées. Enfin, toutes ces techniques seront appliquées sur des données réelles issues du forage. Ce point fait l'objet du chapitre 5.

## Chapitre 2. Surveillance par Identification

---

*Résumé* Ce chapitre présente une approche effectuant une identification paramétrique. Sa particularité réside dans la possibilité de rendre variable le facteur d'oubli et le pas d'apprentissage suivant la direction du gradient. Puis, nous analysons la convergence de l'algorithme par la théorie de stabilité de Lyapunov. L'avantage des algorithmes proposés repose sur leur capacité à déceler les variations paramétriques lorsqu'elles sont naissantes. Ce qui présente une qualité majeure dans le contexte d'un diagnostic rapide et fiable des défauts susceptibles de se produire sur les processus industriels.

---

### 2.1 Introduction

1795, c'est l'année où l'élaboration des concepts fondamentaux des moindres carrés furent introduits par Carl Frédéric Gauss afin de prédire le mouvement des planètes et des astéroïdes (Sorenson, 1970). Cette date marque l'avènement d'une théorie dont l'intérêt a permis l'essor de plusieurs variantes. Entraînant dans son sillage le développement des moindres carrés généralisés, des variables instrumentales, des maximums de vraisemblances entre autres techniques d'identification bénéficiant d'une considération certaine (Ljung, 1984), (Haykin, 1996). Pour répondre aux évolutions technologiques et permettre l'analyse et l'interprétation des mesures à la cadence des acquisitions, l'année 1950 voit l'introduction de la version récursive des moindres carrés (MCR). En dépit de son intérêt majeur, elle peut présenter des difficultés caractérisées par :

- la décroissance du gain d'adaptation, (Haykin, 1996) ;
- la perte du suivi des paramètres variant dans le temps ;
- la qualité d'identification inappropriée, conséquence des conditions initiales mal maîtrisées.

Ces aspects ont permis la réalisation d'approches permettant d'aboutir à des mises en œuvre exploitables et efficaces. Une des solutions apportées consiste à introduire un facteur d'oubli (MCR-FO), borné entre zéro et un, pour limiter l'influence des données anciennes au détriment des mesures récentes. Ainsi, un meilleur suivi des paramètres estimés est obtenu (Ding and Xiao, 2007), (Niedzwiecki, 2007), (Paeleologu et al., 2008). Les MCR-FO dont le but consiste à identifier les paramètres d'une représentation mathématique traduisant le comportement d'un processus physique présentent plusieurs limitations. Notamment, la capacité de dissocier les changements introduits dans la dynamique du système (apparition d'un défaut dans un processus) des phases transitoires, le niveau et les caractéristiques des bruits incorporés dans les variables mesurées, à cela s'ajoute la complexité de l'algorithme. L'élaboration d'une stratégie



de surveillance fonctionnant en temps-réel et utilisant les MCR-FO est motivée par leurs caractères récursifs et s'effectue par la comparaison entre les paramètres identifiés en ligne et ceux servant de référence, (Gertler 1998), (Iserman, 2006).

Des travaux (Ljung, 1984), (Haykin, 1996) ont montré que les performances des MCR-FO peuvent se dégrader durant les phases transitoires en raison du choix difficile associé aux arguments de réglage et particulièrement au facteur d'oubli (FO) :

- la forte valeur du FO fournit une bonne stabilité au détriment d'une identification paramétrique approximative ;
- la faible valeur du FO fournit une meilleure identification paramétrique, mais les instabilités peuvent se produire.

Ces scénarios sont à l'origine du développement des facteurs d'oublis variables qui visent à attribuer une valeur au FO durant les régimes permanents et à le réduire lorsque les phases transitoires se produisent.

C'est au début des années 80, que les facteurs d'oublis variables ont été introduits par Fortescue et al., (1981). Leurs propositions résultent de l'utilisation de l'erreur quadratique moyenne afin de bénéficier des informations que cette erreur fournit sur l'influence des anciennes mesures. Par suite, les facteurs d'oublis variables (FOV) ont fait l'objet d'une forte expansion (Haykin, 1996), (Song et al., 2000), (Cooper, 2000), (So et al., 2003), (Leung and So, 2005), (Malik, 2006).

Parmi les approches proposées, nous exploitons, compte tenu de ses bonnes performances, celle qui ajuste le facteur d'oubli suivant la direction du gradient (FOVG), (So et al., 2003), (Malik, 2006). Néanmoins, ces performances peuvent s'altérer lorsque le choix du pas d'apprentissage n'est pas adapté (Jacobs, 1988) :

- une faible valeur du pas, conduit la méthode du gradient à maintenir une direction fixe et un apprentissage lent ;
- une forte valeur du pas entraîne des instabilités donc un apprentissage peu maîtrisé.

C'est dans cette optique que nous proposons un compromis qui résulte de l'extension des FOVG. Il s'agit de rendre le FO et le pas d'apprentissage adaptatifs suivant la direction du gradient, MCR-FOVG-PAA (Ba et al., 2009c). Puis, cette adaptation s'effectue en garantissant la convergence de l'algorithme, MCR-FOVG-PAA-TSL (Ba et al., 2009d). L'avantage des algorithmes proposés se distingue par leurs capacités à accélérer la vitesse de convergence des MCR-FO durant les phases transitoires. Ce résultat est atteint par un paramétrage du facteur d'oubli visant à ne pas nécessairement respecter la direction du gradient, mais celle entraînant la convergence la plus rapide. Les performances des algorithmes en termes de suivi des paramètres

et de détection des défauts seront illustrées en utilisant des données simulées et seront comparées aux performances obtenues avec les MCR-FOVG et les MCR-FO.

## 2.2 Moindres Carrés Récurrents avec un Facteur d'Oubli

La méthode des moindres carrés exploite toutes les données disponibles. Cette procédure est valable lors de son application pour des études hors ligne (*moindres carrés simples*) et en temps-réel (*moindres carrés récurrents*). Or, l'apparition d'un défaut sur un processus modifie ses paramètres. Il s'ensuit que les derniers échantillons relevés vont d'avantage refléter le comportement réel du système. Ainsi, pour améliorer les performances de l'algorithme en termes de suivi des paramètres et prendre en compte de manière efficace d'éventuels changements, il est utile d'introduire une fonction de pondération privilégiant les mesures récentes au détriment des mesures anciennes. La fonction de pondération doit être incorporée dans le critère quadratique dont la minimisation permet de passer des équations de récurrence des moindres carrés récurrents (MCR) à celles des moindres carrés récurrents avec un facteur d'oubli (MCR-FO). L'identification paramétrique d'un modèle mathématique décrivant l'évolution d'un processus physique s'opère à travers :

- le choix d'une structure paramétrique pour le modèle ;
- le choix d'un critère à minimiser que nous désignons par  $J$ ;
- l'optimisation permettant d'aboutir aux paramètres minimisant ce critère.

L'algorithme d'identification s'établit à partir de la représentation d'état (2.1) caractérisant le modèle d'un système physique :

$$\begin{cases} \theta_{k+1} = \theta_k \\ y_k = \varphi_k^T \theta_k + \omega_k \end{cases} \quad (2.1)$$

Avec  $1 \leq k \leq N$ ,  $\theta_k$  désigne le vecteur des paramètres de dimension  $p$ ,  $y_k$  représente la mesure à l'instant  $k$ ,  $y_k \in \mathbb{R}$ ,  $\varphi_k^T$  est le vecteur de régression,  $\varphi_k^T \in \mathbb{R}^{p \times 1}$ ,  $\omega_k$  caractérise le bruit de mesure et  $N$  désigne le nombre d'échantillons.

Pour limiter l'influence des observations passées, on introduit un facteur de pondération  $\chi_{k+1}$  dans le critère quadratique (2.2), (Ljung, 1984) :

$$J_{k+1} = \sum_{k=0}^{N-1} \chi_{k+1} \varepsilon_{k+1}^2 \quad (2.2)$$

Lorsque :

- $\chi_{k+1} < 1$  les mesures les plus récentes sont privilégiées
- $\chi_{k+1} = 1$  le même poids affecte toutes les mesures

avec  $\varepsilon_{k+1} = y_{k+1} - \varphi_{k+1}^T \hat{\theta}_k$ , désignant l'erreur *a priori*. Les conditions justifiant les propriétés décrites ci-dessus sont fournies dans (Ljung, 1984). Particulièrement,  $\chi_{k+1}$  doit respecter la relation  $\chi_{k+1} = (1 - \lambda)\lambda^{N-1-k}$ , avec  $\lambda < 1$ . Cette condition traduit le filtrage de l'erreur *a priori*  $\varepsilon_{k+1}^2$  par un filtre du premier ordre dont le gain statique est égal à  $1/1 - \lambda$ . Le gain statique du filtre montre que lorsque  $\lambda$  tend vers l'unité le nombre de mesures prises en considération dans le critère augmente et lorsque  $\lambda$  tend vers zéro ce nombre diminue. La dernière situation permet à l'estimation des paramètres de suivre d'éventuelles variations paramétriques. La figure FIG. 2.1 illustre le schéma d'un processus d'identification :

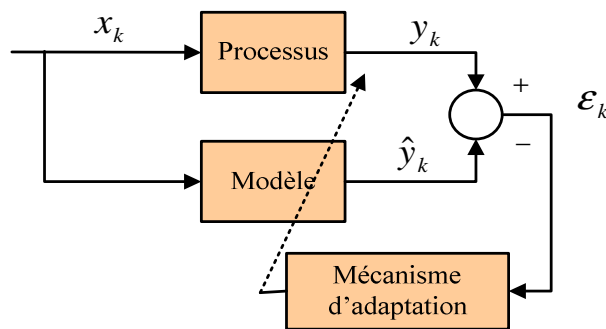


FIG. 2.1 — Processus d'identification paramétrique

La minimisation du critère quadratique (2.2) permet d'obtenir les équations suivantes :

$$\mathcal{K}_{k+1} = \frac{P_k \varphi_{k+1}}{\lambda + \varphi_{k+1}^T P_k \varphi_{k+1}} \quad (2.3)$$

$$P_{k+1} = \lambda^{-1} [P_k - \mathcal{K}_{k+1} \varphi_{k+1}^T P_k] \quad (2.4)$$

$$\varepsilon_{k+1} = y_{k+1} - \varphi_{k+1}^T \hat{\theta}_k \quad (2.5)$$

$$\hat{\theta}_{k+1} = \hat{\theta}_k + \mathcal{K}_{k+1} \varepsilon_{k+1} \quad (2.6)$$

Où  $\mathcal{K}_{k+1}$ , désigne le gain d'adaptation et  $P_{k+1}$  représente la matrice de covariance. Le détail des équations des MCR-FO est présenté dans de nombreux ouvrages dont celui de Haykin, (1996). Les relations ((2.3) et (2.4)) montrent la présence du facteur d'oubli qui règle le compromis entre l'adaptabilité de l'algorithme et sa stabilité. Durant les phases transitoires, caractérisant par exemple l'apparition d'un défaut, la forte valeur du FO entraîne un lent suivi, et par conséquent, une détection tardive. La résolution de ce problème nous amène à proposer l'utilisation, dans le cadre du diagnostic, des moindres carrés récursifs exploitant le facteur d'oubli variable. Les facteurs d'oublis variables (FOV) ont connu un grand essor durant ces dernières années et leurs utilisations sont classiques dans les systèmes de communication pour éliminer des échos, (Haykin, 1996), (Song et al., 2000), (Cooper, 2000). Leurs natures adaptatives et stables en font des outils intéressants pour l'élaboration des techniques de diagnostic permettant une détection

précoce et en temps-réel des défauts. Dans ce travail (Ba et al., 2009c), (Ba et al., 2009d), nous nous intéressons aux méthodes utilisant un FOV et plus précisément celle qui l'ajuste suivant la direction du gradient.

## 2.3 Moindres Carrés Récursifs avec un Facteur d'Oubli Variable

Cette section présente la méthode des moindres carrés récursifs avec un facteur d'oubli variable suivant la méthode du gradient (MCR-FOVG). Le rappel de la méthode du gradient permet de faciliter la compréhension des MCR-FOVG.

### 2.3.1 Méthode du gradient

La recherche du minimum d'une fonction  $f(x)$  a parfois une solution analytique, mais il est plus courant d'utiliser une méthode d'optimisation numérique. Parmi les méthodes numériques, la méthode du gradient appelée aussi la méthode de la plus forte pente est un algorithme d'optimisation très répandu. Il minimise un critère quadratique et son fonctionnement s'effectue récursivement et proportionnellement à l'opposé du vecteur gradient de la fonction au point courant. A l'issue d'un certain nombre d'itérations, l'algorithme converge vers une solution représentant le minimum local de la fonction (Haykin, 1996), (Nocedal and Stephen, 1999).

Pour formuler mathématiquement la méthode d'optimisation du gradient, considérons que l'on se situe en un point  $x$ , puis calculons la fonction  $f(x)$  et son gradient  $\nabla(f(x))$ . Lorsque  $\nabla(f(x)) \neq 0$ , (ce qui signifie que le point n'est pas un extremum) alors  $g = -\nabla(f(x))$  est la direction de la plus forte pente de  $f$  en  $x$ .

L'évolution de la position de  $x$ , en formant un nouveau point, pour décroître vers le minimum local est conditionnée par l'utilisation d'un pas d'apprentissage positif  $\eta > 0$  et contribue à la mise à jour de la relation  $x_k = x_{k-1} - \nabla(f(x_k))$ . Lorsque le choix du pas d'apprentissage est bien adapté de bonnes performances sont obtenues.

### 2.3.2 Adaptation du facteur d'oubli suivant la méthode du gradient

L'utilisation de la direction du gradient permet de rendre le facteur d'oubli variable et d'aboutir à l'algorithme des MCR-FOVG. Varier le facteur d'oubli suivant la méthode du gradient revient à effectuer une optimisation non linéaire dans l'espace des facteurs d'oublis. Cette variation s'effectue en recherchant le minimum du critère  $\tilde{J}$  défini par  $\tilde{J}_{k+1} = \mathbb{E}[\varepsilon_{k+1}^2]/2$  et en utilisant les propriétés de distance. Un développement limité du premier ordre du critère  $\tilde{J}$  au voisinage d'un point  $\lambda$  dans l'espace des FO permet d'obtenir la relation (2.7) :

$$\tilde{J}(\lambda + \Delta\lambda) = \tilde{J}(\lambda) + \Delta\tilde{J}(\lambda) \quad (2.7)$$

$$\tilde{J}(\lambda + \Delta\lambda) = \tilde{J}(\lambda) + \left(\frac{\partial\tilde{J}}{\partial\lambda}\right)^T \Delta\lambda \quad (2.8)$$

Le vecteur  $\Delta\lambda$  qui maximise la variation de  $\tilde{J}$  doit être colinéaire au vecteur gradient, cela impose un choix de direction opposé au gradient.

$$\Delta\lambda = -\eta \left(\frac{\partial\tilde{J}}{\partial\lambda}\right) \quad (2.9)$$

Dans ces conditions, on en déduit que :

$$\tilde{J}(\lambda + \Delta\lambda) < \tilde{J}(\lambda) \quad (2.10)$$

L'équation (2.9) montre que l'algorithme explore la direction de la plus forte pente et fournit l'équation récursive du facteur d'oubli.

$$\lambda_{k+1} = \lambda_k - \eta \nabla_{\lambda}(\tilde{J}_{k+1}) \quad (2.11)$$

Où :

$\nabla_{\lambda}(\tilde{J}_{k+1})$  désigne le gradient de  $\tilde{J}$  par rapport à  $\lambda$ , noté  $\left(\frac{\partial\tilde{J}}{\partial\lambda}\right)$  et  $\eta$  est une constante faible et positive nommée pas d'apprentissage.

L'absence de variation paramétrique conduit  $\nabla_{\lambda}(\tilde{J}_{k+1})$  à conserver une moyenne nulle et permet au facteur d'oubli de maintenir une valeur sensiblement égale à sa valeur précédente  $\lambda_{k+1} \approx \lambda_k$ . L'apparition d'un changement paramétrique entraîne l'augmentation de  $\nabla_{\lambda}(\tilde{J}_{k+1})$  et la diminution du facteur d'oubli. L'implantation du FO nécessite donc de déterminer l'expression récursive de  $\nabla_{\lambda}(\tilde{J}_{k+1})$ .

### 2.3.3 Gradient de l'erreur quadratique dans l'espace des facteurs d'oubli

La minimisation du critère  $\tilde{J}_{k+1} = \mathbb{E}[\varepsilon_{k+1}^2]/2$  dans l'espace des facteurs d'oubli fournit la récursivité de  $\nabla_{\lambda}(\tilde{J}_{k+1})$ . Ainsi, le gradient de  $\tilde{J}$  par rapport à  $\lambda$  est donné par :

$$\begin{aligned} \nabla_{\lambda}(\tilde{J}_{k+1}) &= \frac{\partial\tilde{J}_{k+1}}{\partial\lambda} = \frac{1}{2} \mathbb{E} \left[ \frac{\partial\varepsilon_{k+1}^2}{\partial\lambda} \right] \\ &= \mathbb{E} \left[ \frac{\partial\varepsilon_{k+1}}{\partial\lambda} \varepsilon_{k+1} \right] \end{aligned} \quad (2.12)$$

Le gradient de l'erreur *a priori* est donné par :

$$\begin{aligned}\frac{\partial(\varepsilon_{k+1})}{\partial\lambda} &= \frac{\partial}{\partial\lambda} [y_{k+1} - \varphi_{k+1}^T \hat{\theta}_k] \\ &= -\varphi_{k+1}^T \frac{\partial \hat{\theta}_k}{\partial \lambda}\end{aligned}\quad (2.13)$$

En posant  $\nabla_\lambda(\hat{\theta}_k) = \frac{\partial \hat{\theta}_k}{\partial \lambda}$ , l'équation (2.13) devient :

$$\frac{\partial(\varepsilon_{k+1})}{\partial\lambda} = -\varphi_{k+1}^T \nabla_\lambda(\hat{\theta}_k) \quad (2.14)$$

Et l'équation (2.12) se réécrit par :

$$\nabla_\lambda(\tilde{J}_{k+1}) = -\mathbb{E} \left[ \varphi_{k+1}^T \left( \nabla_\lambda(\hat{\theta}_k) \right) \varepsilon_{k+1} \right] \quad (2.15)$$

Or, l'équation (2.3) montre que :

$$\mathcal{K}_{k+1} = \frac{P_k \varphi_{k+1}}{\lambda + \varphi_{k+1}^T P_k \varphi_{k+1}} \quad (2.16)$$

$$= \frac{\lambda^{-1} P_k \varphi_{k+1}}{1 + \lambda^{-1} \varphi_{k+1}^T P_k \varphi_{k+1}} \quad (2.17)$$

Donc :

$$\mathcal{K}_{k+1} + \lambda^{-1} \mathcal{K}_{k+1} \varphi_{k+1}^T P_k \varphi_{k+1} = \lambda^{-1} P_k \varphi_{k+1} \quad (2.18)$$

Ou encore :

$$\mathcal{K}_{k+1} = \lambda^{-1} P_k \varphi_{k+1} - \lambda^{-1} \mathcal{K}_{k+1} \varphi_{k+1}^T P_k \varphi_{k+1} \quad (2.19)$$

L'équation (2.19) peut se réécrire par :

$$\mathcal{K}_{k+1} = [\lambda^{-1} P_k - \lambda^{-1} \mathcal{K}_{k+1} \varphi_{k+1}^T P_k] \varphi_{k+1} \quad (2.20)$$

Or, (2.4) donne :

$$P_{k+1} = \lambda^{-1} P_k - \lambda^{-1} \mathcal{K}_{k+1} \varphi_{k+1}^T P_k \quad (2.21)$$

Donc :

$$\mathcal{K}_{k+1} = P_{k+1} \varphi_{k+1} \quad (2.22)$$

La combinaison des équations (2.6) et (2.22) donne :

$$\hat{\theta}_{k+1} = \hat{\theta}_k + P_{k+1} \varphi_{k+1} \varepsilon_{k+1} \quad (2.23)$$

Le calcul du gradient de (2.23) par rapport à  $\lambda$  conduit à :

$$\nabla_\lambda(\hat{\theta}_{k+1}) = \nabla_\lambda(\hat{\theta}_k) + \nabla_\lambda(P_{k+1}) \varphi_{k+1} \varepsilon_{k+1} + P_{k+1} \varphi_{k+1} [-\varphi_{k+1}^T \nabla_\lambda(\hat{\theta}_k)] \quad (2.24)$$

Or,  $\mathcal{K}_{k+1} = P_{k+1} \varphi_{k+1}$ , donc (2.24) devient :

$$\nabla_{\lambda}(\hat{\theta}_{k+1}) = \nabla_{\lambda}(\hat{\theta}_k) + \nabla_{\lambda}(P_{k+1})\varphi_{k+1}\varepsilon_{k+1} - \mathcal{K}_{k+1}[\varphi_{k+1}^T \nabla_{\lambda}(\hat{\theta}_k)] \quad (2.25)$$

Ou encore :

$$\nabla_{\lambda}(\hat{\theta}_{k+1}) = (I - \mathcal{K}_{k+1}\varphi_{k+1}^T)\nabla_{\lambda}(\hat{\theta}_k) + \nabla_{\lambda}(P_{k+1})\varphi_{k+1}\varepsilon_{k+1} \quad (2.26)$$

Posons :  $\psi_k = \nabla_{\lambda}(\hat{\theta}_k)$  et  $\mathcal{S}_k = \nabla_{\lambda}(P_k)$  alors l'équation (2.26) devient :

$$\psi_{k+1} = (I - \mathcal{K}_{k+1}\varphi_{k+1}^T)\psi_k + \mathcal{S}_{k+1}\varphi_{k+1}\varepsilon_{k+1} \quad (2.27)$$

Dans l'équation (2.27) le gradient  $\mathcal{S}_{k+1}$  est inconnu. Calculons donc le gradient  $\mathcal{S}_{k+1}$  de la matrice de covariance  $P_{k+1}$  par rapport à  $\lambda$  :

$$\mathcal{S}_{k+1} = \frac{\partial(\lambda^{-1}[P_k - \mathcal{K}_{k+1}\varphi_{k+1}^T P_k])}{\partial \lambda} \quad (2.28)$$

Reprenons l'équation (2.28) et développons les calculs pour obtenir  $\mathcal{S}_{k+1}$  en fonction de  $\mathcal{S}_k$ , soit :

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{k+1} &= \frac{\partial(\lambda^{-1})}{\partial \lambda} [P_k - \mathcal{K}_{k+1}\varphi_{k+1}^T P_k] \\ &\quad + \lambda^{-1} \left[ \frac{\partial P_k}{\partial \lambda} - \frac{\partial[\mathcal{K}_{k+1}\varphi_{k+1}^T P_k]}{\partial \lambda} \right] \end{aligned} \quad (2.29)$$

Ce qui conduit à :

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{k+1} &= -\lambda^{-2}[P_k - \mathcal{K}_{k+1}\varphi_{k+1}^T P_k] \\ &\quad + \lambda^{-1} \left[ \frac{\partial P_k}{\partial \lambda} - \frac{\partial[\mathcal{K}_{k+1}]}{\partial \lambda} \varphi_{k+1}^T P_k \right. \\ &\quad \left. - \mathcal{K}_{k+1} \frac{\partial[\varphi_{k+1}^T]}{\partial \lambda} P_k - \mathcal{K}_{k+1}\varphi_{k+1}^T \frac{\partial P_k}{\partial \lambda} \right] \end{aligned} \quad (2.30)$$

Or,  $\frac{\partial[\varphi_{k+1}^T]}{\partial \lambda} = 0$  et nous avons posé que :  $\mathcal{S}_k = \frac{\partial P_k}{\partial \lambda}$ , donc :

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{k+1} &= -\lambda^{-2}[P_k - \mathcal{K}_{k+1}\varphi_{k+1}^T P_k] \\ &\quad + \lambda^{-1} \left[ \mathcal{S}_k - \frac{\partial[\mathcal{K}_{k+1}]}{\partial \lambda} \varphi_{k+1}^T P_k - \mathcal{K}_{k+1}\varphi_{k+1}^T \mathcal{S}_k \right] \end{aligned} \quad (2.31)$$

On sait d'après (2.4) que :  $P_{k+1} = \lambda^{-1}[P_k - \mathcal{K}_{k+1}\varphi_{k+1}^T P_k]$ , donc (2.31) se réécrit par :

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{k+1} &= -\lambda^{-1}P_{k+1} + \lambda^{-1}\mathcal{S}_k - \lambda^{-1} \frac{\partial[\mathcal{K}_{k+1}]}{\partial \lambda} \varphi_{k+1}^T P_k \\ &\quad - \lambda^{-1}\mathcal{K}_{k+1}\varphi_{k+1}^T \mathcal{S}_k \end{aligned} \quad (2.32)$$

Posons :

$$X = -\lambda^{-1} \frac{\partial[\mathcal{K}_{k+1}]}{\partial \lambda} \varphi_{k+1}^T P_k \quad (2.33)$$

Donc (2.32) se réécrit par :

$$\mathcal{S}_{k+1} = -\lambda^{-1}P_{k+1} + \lambda^{-1}\mathcal{S}_k + X - \lambda^{-1}\mathcal{K}_{k+1}\varphi_{k+1}^T\mathcal{S}_k \quad (2.34)$$

Détaillons l'expression  $X$  donnée par (2.33). Pour cela, commençons par calculer  $\frac{\partial[\mathcal{K}_{k+1}]}{\partial\lambda}$ .

On sait d'après (2.3) que :

$$\mathcal{K}_{k+1} = \frac{P_k \varphi_{k+1}}{\lambda + \varphi_{k+1}^T P_k \varphi_{k+1}}$$

Donc :

$$\frac{\partial[\mathcal{K}_{k+1}]}{\partial\lambda} = \frac{\partial}{\partial\lambda} \left( \frac{P_k \varphi_{k+1}}{\lambda + \varphi_{k+1}^T P_k \varphi_{k+1}} \right) \quad (2.35)$$

Rappelons que  $\mathcal{S}_k = \frac{\partial P_k}{\partial\lambda}$  et que  $\varphi_{k+1}$  est constante, donc  $\frac{\partial\varphi_{k+1}}{\partial\lambda} = 0$

Ce qui permet de réécrire (2.35) par :

$$\frac{\partial[\mathcal{K}_{k+1}]}{\partial\lambda} = \frac{(\mathcal{S}_k \varphi_{k+1})(\lambda + \varphi_{k+1}^T P_k \varphi_{k+1}) - (P_k \varphi_{k+1})(1 + \varphi_{k+1}^T \mathcal{S}_k \varphi_{k+1})}{(\lambda + \varphi_{k+1}^T P_k \varphi_{k+1})^2} \quad (2.36)$$

En simplifiant, on obtient :

$$\frac{\partial[\mathcal{K}_{k+1}]}{\partial\lambda} = \frac{\mathcal{S}_k \varphi_{k+1}}{(\lambda + \varphi_{k+1}^T P_k \varphi_{k+1})} - \frac{(P_k \varphi_{k+1})(1 + \varphi_{k+1}^T \mathcal{S}_k \varphi_{k+1})}{(\lambda + \varphi_{k+1}^T P_k \varphi_{k+1})^2} \quad (2.37)$$

Reprenons (2.33),

$$X = -\lambda^{-1} \frac{\partial[\mathcal{K}_{k+1}]}{\partial\lambda} \varphi_{k+1}^T P_k$$

Et injectons (2.37) dans (2.33), on obtient :

$$X = -\lambda^{-1} \left[ \frac{\mathcal{S}_k \varphi_{k+1}}{(\lambda + \varphi_{k+1}^T P_k \varphi_{k+1})} - \frac{(P_k \varphi_{k+1})(1 + \varphi_{k+1}^T \mathcal{S}_k \varphi_{k+1})}{(\lambda + \varphi_{k+1}^T P_k \varphi_{k+1})^2} \right] \varphi_{k+1}^T P_k \quad (2.38)$$

En développant (2.38) il vient :

$$X = \left[ \frac{-\lambda^{-1} \mathcal{S}_k \varphi_{k+1} \varphi_{k+1}^T P_k}{(\lambda + \varphi_{k+1}^T P_k \varphi_{k+1})} + \frac{\lambda^{-1} P_k \varphi_{k+1} \varphi_{k+1}^T P_k}{(\lambda + \varphi_{k+1}^T P_k \varphi_{k+1})^2} + \frac{\lambda^{-1} P_k \varphi_{k+1} \varphi_{k+1}^T \mathcal{S}_k \varphi_{k+1} \varphi_{k+1}^T P_k}{(\lambda + \varphi_{k+1}^T P_k \varphi_{k+1})^2} \right] \quad (2.39)$$

Pour simplifier l'expression (2.39), reprenons l'expression  $\mathcal{K}_{k+1} = \frac{P_k \varphi_{k+1}}{\lambda + \varphi_{k+1}^T P_k \varphi_{k+1}}$  et calculons sa

transposée. En utilisant les propriétés du calcul matriciel, la relation :  $\mathcal{K}_{k+1}^T = \left( \frac{P_k \varphi_{k+1}}{\lambda + \varphi_{k+1}^T P_k \varphi_{k+1}} \right)^T$

devient :



$$\mathcal{K}_{k+1}^T = \frac{\varphi_{k+1}^T P_k}{\lambda + \varphi_{k+1}^T P_k \varphi_{k+1}}$$

Reprenons la relation (2.39) et réécrivons-la sous la forme (2.40) :

$$\begin{aligned} X = & \left[ -\lambda^{-1} \mathcal{S}_k \varphi_{k+1} \left( \frac{\varphi_{k+1}^T P_k}{\lambda + \varphi_{k+1}^T P_k \varphi_{k+1}} \right) \right. \\ & + \lambda^{-1} \left( \frac{P_k \varphi_{k+1}}{\lambda + \varphi_{k+1}^T P_k \varphi_{k+1}} \right) \left( \frac{\varphi_{k+1}^T P_k}{\lambda + \varphi_{k+1}^T P_k \varphi_{k+1}} \right) \\ & \left. + \lambda^{-1} \left( \frac{P_k \varphi_{k+1}}{\lambda + \varphi_{k+1}^T P_k \varphi_{k+1}} \right) \varphi_{k+1}^T \mathcal{S}_k \varphi_{k+1} \left( \frac{\varphi_{k+1}^T P_k}{\lambda + \varphi_{k+1}^T P_k \varphi_{k+1}} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.40)$$

On identifie clairement dans la relation (2.40)  $\mathcal{K}_{k+1}$  et sa transposée  $\mathcal{K}_{k+1}^T$ , donc la relation (2.40) se simplifie et devient :

$$X = [-\lambda^{-1} \mathcal{S}_k \varphi_{k+1} \mathcal{K}_{k+1}^T + \lambda^{-1} \mathcal{K}_{k+1} \mathcal{K}_{k+1}^T + \lambda^{-1} \mathcal{K}_{k+1} \varphi_{k+1}^T \mathcal{S}_k \varphi_{k+1} \mathcal{K}_{k+1}^T] \quad (2.41)$$

En remplaçant  $X$  de (2.41) dans (2.34) on obtient :

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{k+1} = & -\lambda^{-1} P_{k+1} + \lambda^{-1} \mathcal{S}_k - \lambda^{-1} \mathcal{S}_k \varphi_{k+1} \mathcal{K}_{k+1}^T + \lambda^{-1} \mathcal{K}_{k+1} \mathcal{K}_{k+1}^T \\ & + \lambda^{-1} \mathcal{K}_{k+1} \varphi_{k+1}^T \mathcal{S}_k \varphi_{k+1} \mathcal{K}_{k+1}^T - \lambda^{-1} \mathcal{K}_{k+1} \varphi_{k+1}^T \mathcal{S}_k \end{aligned} \quad (2.42)$$

L'équation (2.42) se réécrit par :

$$\mathcal{S}_{k+1} = \lambda^{-1} (I - \mathcal{K}_{k+1} \varphi_{k+1}^T) \mathcal{S}_k (I - \varphi_{k+1} \mathcal{K}_{k+1}^T) - \lambda^{-1} P_{k+1} + \lambda^{-1} \mathcal{K}_{k+1} \mathcal{K}_{k+1}^T \quad (2.43)$$

Connaissant  $\mathcal{S}_{k+1}$  la relation (2.27) devient calculable. Toutes les inconnues de l'expression du facteur d'oubli variable suivant la direction du gradient sont connues, cela permet l'implantation de la relation (2.44).

$$\lambda_{k+1} = \lambda_k - \eta \nabla_{\lambda} (\tilde{J}_{k+1}) \quad (2.44)$$

Avec, d'après (2.15) :

$$\nabla_{\lambda} (\tilde{J}_{k+1}) = -\mathbb{E}[\varphi_{k+1}^T \psi_k \varepsilon_{k+1}] \quad (2.45)$$

Puisque le gradient est calculé à chaque instant, la relation (2.45) se réduit à :

$$\nabla_{\lambda} (\tilde{J}_{k+1}) = -\varphi_{k+1}^T \psi_k \varepsilon_{k+1} \quad (2.46)$$

Ainsi, la relation de récurrence du facteur d'oubli devient :

$$\lambda_{k+1} = \lambda_k + \eta \varphi_{k+1}^T \psi_k \varepsilon_{k+1} \quad (2.47)$$

Notons que  $\lambda_k$  doit respecter les encadrements suivants  $0 < \lambda_k \leq 1$ . Désignons par  $\lambda_-$  et  $\lambda_+$  les bornes de  $\lambda_k$ . Adoptons la notation suivante  $[\cdot]_{\lambda_-}^{\lambda_+}$  pour indiquer que le gradient entre crochet est borné.

Les MCR-FOVG se résument par l'algorithme suivant :

### Algorithme des MCR-FOVG

- 1ère étape Les étapes classiques des moindres carrés récurrents avec un FOV

$$\mathcal{K}_{k+1} = \frac{P_k \varphi_{k+1}}{\lambda_k + \varphi_{k+1}^T P_k \varphi_{k+1}}$$

$$P_{k+1} = \lambda_k^{-1} [P_k - \mathcal{K}_{k+1} \varphi_{k+1}^T P_k]$$

$$\varepsilon_{k+1} = y_{k+1} - \varphi_{k+1}^T \hat{\theta}_k$$

$$\hat{\theta}_{k+1} = \hat{\theta}_k + \mathcal{K}_{k+1} \varepsilon_{k+1}$$

- 2ème étape Les étapes nécessaires à l'adaptabilité du FO avec la méthode du gradient

$$\nabla_{\lambda}(\tilde{J}_{k+1}) = -\varphi_{k+1}^T \psi_k \varepsilon_{k+1}$$

$$\lambda_{k+1} = [\lambda_k - \eta \nabla_{\lambda}(\tilde{J}_{k+1})]_{\lambda_-}^{\lambda_+}$$

$$\mathcal{S}_{k+1} = \lambda_{k+1}^{-1} (I - \mathcal{K}_{k+1} \varphi_{k+1}^T) \mathcal{S}_k (I - \varphi_{k+1} \mathcal{K}_{k+1}^T) - \lambda_{k+1}^{-1} P_{k+1} \\ + \lambda_{k+1}^{-1} \mathcal{K}_{k+1} \mathcal{K}_{k+1}^T$$

$$\psi_{k+1} = (I - \mathcal{K}_{k+1} \varphi_{k+1}^T) \psi_k + \mathcal{S}_{k+1} \varphi_{k+1} \varepsilon_{k+1}$$

Dans cette méthode, le pas d'apprentissage est fixe et conditionne les performances de l'algorithme. La faible valeur du pas d'apprentissage impose la direction du gradient à maintenir une direction fixe et un apprentissage lent tandis qu'une forte valeur du pas entraîne une divergence. Pour parvenir à un compromis, nous proposons de rendre le pas d'apprentissage adaptatif suivant la direction du gradient.

## 2.4 Moindres Carrés Récurrents avec un Facteur d'oubli et un pas variables

L'approche utilisant le facteur d'oubli variable suivant la méthode du gradient et à pas d'apprentissage adaptatif FOVG-PAA impose au FO de suivre une direction entraînant l'accélération de la convergence même lorsqu'elle ne respecte pas la direction réelle du gradient. Plusieurs approches étudiant le pas d'apprentissage adaptatif sont rapportées dans la littérature. Particulièrement, Almeida et al., (1998) explorent celle aboutissant à la mise à jour des poids

d'un réseau de neurones en utilisant l'algorithme de retro-propagation de l'erreur et en considérant un pas d'apprentissage adaptatif. Nous proposons une adaptation de cette approche en substituant les poids du réseau de neurones par le FO et en mettant simultanément et récursivement le FO et le pas d'apprentissage à jour. D'après la relation (2.46) on a :  $\nabla_{\lambda}(\tilde{J}_{k+1}) = -\varphi_{k+1}^T \psi_k \varepsilon_{k+1}$ , où  $\psi_k$  est donné par (2.27), ce qui permet de déterminer le FO et le pas d'apprentissage :

- l'expression du facteur d'oubli s'écrit par  $\lambda_{k+1} = \lambda_k + \eta_k \varphi_{k+1}^T \psi_k \varepsilon_{k+1}$  ;
- le pas d'apprentissage est donné par  $\eta_{k+1} = \eta_k + \alpha \langle \nabla_{\lambda}(\tilde{J}_k), \nabla_{\lambda}(\tilde{J}_{k+1}) \rangle$ .

Dans l'expression du pas d'apprentissage le symbole  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  représente le produit scalaire usuel dans  $\mathbb{R}^n$  et  $\alpha$  désigne le pseudo-pas d'apprentissage. Egalement, cette relation indique que le pas d'apprentissage dépend essentiellement du gradient de l'erreur quadratique  $\tilde{J}$  par rapport au facteur d'oubli et du pseudo-pas d'apprentissage. L'algorithme des moindres carrés récursifs avec un facteur d'oubli variable suivant la direction du gradient et à pas d'apprentissage adaptatif se résume par :

#### Algorithme des MCR-FOVG-PAA

- 1ère étape Les étapes classiques des moindres carrés récursifs

$$\mathcal{K}_{k+1} = \frac{P_k \varphi_{k+1}}{\lambda_k + \varphi_{k+1}^T P_k \varphi_{k+1}}$$

$$P_{k+1} = \lambda_k^{-1} [P_k - \mathcal{K}_{k+1} \varphi_{k+1}^T P_k]$$

$$\varepsilon_{k+1} = y_{k+1} - \varphi_{k+1}^T \hat{\theta}_k$$

$$\hat{\theta}_{k+1} = \hat{\theta}_k + \mathcal{K}_{k+1} \varepsilon_{k+1}$$

- 2ème étape Les étapes nécessaires à l'adaptabilité du FO

$$\nabla_{\lambda}(\tilde{J}_{k+1}) = -\varphi_{k+1}^T \psi_k \varepsilon_{k+1}$$

$$\lambda_{k+1} = [\lambda_k - \eta_k \nabla_{\lambda}(\tilde{J}_{k+1})]_{\lambda_-}^{\lambda_+}$$

$$\mathcal{S}_{k+1} = \lambda_{k+1}^{-1} (I - \mathcal{K}_{k+1} \varphi_{k+1}^T) \mathcal{S}_k (I - \varphi_{k+1} \mathcal{K}_{k+1}^T) - \lambda_{k+1}^{-1} P_{k+1} + \lambda_{k+1}^{-1} \mathcal{K}_{k+1} \mathcal{K}_{k+1}^T$$

$$\psi_{k+1} = (I - \mathcal{K}_{k+1} \varphi_{k+1}^T) \psi_k + \mathcal{S}_{k+1} \varphi_{k+1} \varepsilon_{k+1}$$

- 3ème étape La mise à jour du pas d'apprentissage

$$\eta_{k+1} = \eta_k + \alpha \langle \nabla_{\lambda}(\tilde{J}_k), \nabla_{\lambda}(\tilde{J}_{k+1}) \rangle$$

Lorsqu'il n'y a pas de variation paramétrique  $\nabla_{\lambda}(\tilde{J}_k) \approx 0$  ce qui rend le produit scalaire  $\langle \nabla_{\lambda}(\tilde{J}_k), \nabla_{\lambda}(\tilde{J}_{k+1}) \rangle \approx 0$ , par conséquent  $\eta_{k+1} \approx \eta_k$ . Lorsqu'une variation paramétrique se produit  $\langle \nabla_{\lambda}(\tilde{J}_k), \nabla_{\lambda}(\tilde{J}_{k+1}) \rangle$  augmente, ce qui entraîne l'augmentation du pas d'apprentissage et conduit à l'accélération de la convergence. Nous avons présenté les différentes étapes nécessaires au fonctionnement des MCR-FOVG-PAA. Dans la suite de ce chapitre nous évaluons ses performances en termes d'identification paramétrique et en les comparant avec celles obtenues avec les MCR-FOVG et les MCR-FO.

### 2.4.1 Evaluation des performances de l'algorithme avec des données simulées

Valider l'algorithme proposé en utilisant des données simulées permet de vérifier ses performances et d'évaluer ses limites. Cela passe par la sélection des différents arguments de réglage et permet de savoir à quelles performances il faudrait s'attendre. L'intérêt de cette étape réside également dans la définition des conditions dans lesquelles les données expérimentales doivent être exploitées pour obtenir des résultats satisfaisants. Par exemple, lorsqu'au-delà d'un certain niveau de bruit, les performances de l'algorithme ne seront plus garanties il conviendrait alors de filtrer les données expérimentales avant leur exploitation. Un autre avantage présenté par l'analyse des performances en utilisant des données simulées repose sur la possibilité d'évaluer les temps de réponse de l'algorithme et de proposer à l'avance une stratégie de reconfiguration qui corresponde aux spécifications souhaitées. Alors, évaluons les performances des MCR-FOVG-PAA, en comparaison avec celles obtenues avec les MCR-FOVG et les MCR-FO. Les données utilisées sont construites de façon à reproduire l'interaction entre un trépan et une roche. Dans le chapitre 1, il a été montré que le modèle d'interaction entre un trépan et une roche (Detournay, 1990) décrit une relation linéaire entre le couple et la force de poussée :  $T = T_0 + \frac{\mu\gamma a}{2}W$ . Ces modèles indiquent que l'apparition d'un défaut lors de cette interaction se caractérise par le changement de pente  $\frac{\mu\gamma a}{2}$ . Les données retenues sont proches des données expérimentales dans le cas du fonctionnement avec et sans le trépan encrassé.

### 2.4.2 Validation sur des données simulées

Cette section se limite à l'identification des pentes et à la détection des défauts caractérisés par les changements de pentes et traduisant les différents états du trépan. Dans ce cadre, nous simulons les équations (2.48) et (2.49) suivantes :

$$T_1 = 0.03W_1 + 1 + \omega \quad (2.48)$$

$$T_2 = 0.015W_2 + 12 + \omega \quad (2.49)$$

L'équation (2.48) simule l'évolution du trépan et en absence d'encrassement. Elle présente une pente égale à 0.03. L'équation (2.49) décrit le comportement du trépan encrassé. La pente devient égale à 0.015. Dans les équations (2.48) et (2.49) le bruit  $\omega$  est centré et de variance  $\sigma^2$ . Pour la simulation, le passage du fonctionnement sain au fonctionnement encrassé a lieu à l'échantillon 500. Pour identifier les paramètres définis aux équations (2.48) et (2.49) nous exploitons les propriétés des MCR-FOVG-PAA, des MCR-FOVG et celles des MCR-FO.

### 2.4.3 Evolution des pentes

L'évolution des pentes obtenues à partir des MCR-FO, des MCR-FOVG et des MCR-FOVG-PAA est présentée dans cette partie. Notons que la phase d'initialisation représente une étape importante de l'identification paramétrique et conditionne les performances de l'algorithme. En fonction de l'algorithme utilisé et des performances visées les conditions initiales doivent être adaptées. Nous présentons les différentes pentes obtenues avec les différents arguments de réglage. Lorsque les mêmes arguments de réglage sont présents dans les trois méthodes d'identification, ils sont choisis identiques :  $\theta(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $P(0) = 200I_{2 \times 2}$ ,  $\lambda(0) = 0$  et  $\sigma = 0.001$ . Pour les MCR-FOVG et les MCR-FOVG-PAA les arguments de réglage suivants sont retenus  $\psi(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $S(0) = 200I_{2 \times 2}$ ,  $\eta(0) = 0.001$ . Pour les MCR-FOVG-PAA nous utilisons l'argument de réglage  $\alpha = 0.01$ . Les résultats de simulation apparaissent à la figure FIG. 2.2.

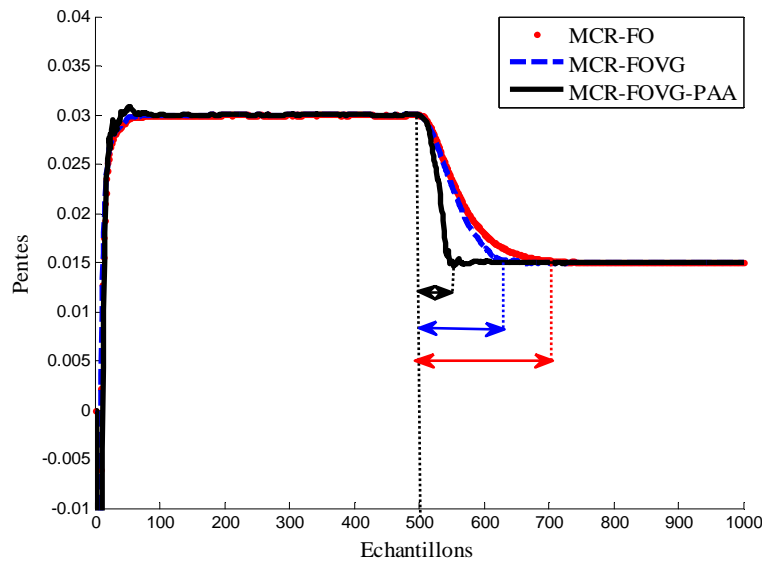


FIG. 2.2 — Evolution des pentes identifiées

Environ cinquante échantillons après l'initialisation sont nécessaires avant l'obtention d'un régime établi. Ces échantillons représentent un régime transitoire qui dépend des conditions initiales et correspondent au nombre d'échantillons nécessaires avant la stabilisation de l'algorithme d'identification. Le régime permanent dure environ 450 échantillons et présente une pente égale à 0.03 en moyenne. Au 500<sup>ième</sup> échantillon, l'algorithme d'identification réagit. Cet échantillon représente le début d'un régime transitoire caractérisant le passage du fonctionnement sain au fonctionnement défaillant. A l'issue de ce régime transitoire, un régime permanent d'une valeur égale à 0.015 se produit et confirme l'installation de l'encrassement. Ces pentes montrent que les performances diffèrent selon la méthode d'identification utilisée. Les trois algorithmes d'identification sont sensibles à la présence de ce type de défauts puisque toutes les pentes réagissent dès l'apparition du défaut et convergent vers la même valeur finale 0.015. Notons que les MCR-FOVG-PAA sont les plus prompts à détecter ces défauts comparés aux MCR-FOVG et aux MCR-FO. Cela provient de l'adaptabilité du pas d'apprentissage qui accélère la convergence de l'algorithme lors du passage du fonctionnement sain au fonctionnement défaillant. Avec les conditions de simulation décrites précédemment, le temps de réponse de chaque algorithme est donné par le tableau TAB. 2.1. Ce tableau montre que le temps de réponse  $T_r$ , exprimé en nombre d'échantillons, le plus faible est obtenu avec les MCR-FOVG-PAA.

	$\lambda(1)$	$\eta(1)$	$\alpha$	$T_r$
MCR-FO	0.97	.	.	200
MCR-FOVG	0.97	0.01	.	125
MCR-FOVG-PAA	0.97	0.01	0.01	50

TAB. 2.1 — Pas d'apprentissage et temps de réponse

#### 2.4.4 Influence des conditions initiales

Afin de vérifier la validité des algorithmes proposés, nous effectuons une analyse de sensibilité vis-à-vis des arguments de réglage. Pour cela, nous faisons varier le pseudo-pas d'apprentissage et nous analysons son influence sur le temps de réponse. Etant donné que l'étude de sensibilité des MCR-FOVG par rapport aux autres arguments de réglage a fait l'objet de développements, nous évaluons dans cette étude l'influence du pseudo-pas d'apprentissage. En considérant un pseudo-pas d'apprentissage donné par  $\alpha = 0.001$  et en choisissant les mêmes conditions initiales que celles définies à la section (2.4.2), on obtient les pentes présentées à la figure FIG. 2.3. En

comparant la pente obtenue avec les MCR-FOVG-PAA comme le montre la figure FIG. 2.2, avec celle obtenue avec le même algorithme comme l'indique la figure FIG. 2.3, on constate que le temps de réponse devient plus important lorsque le pseudo-pas d'apprentissage diminue.

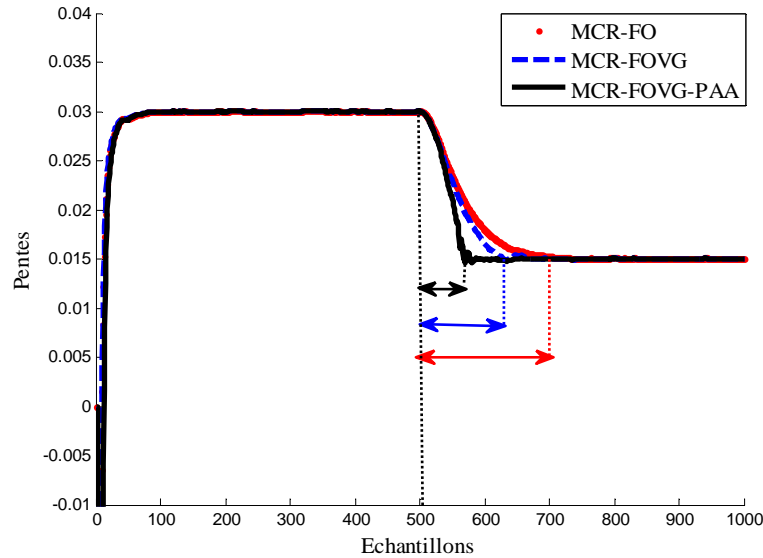


FIG. 2.3 — Evolution des pentes identifiées

Les arguments de réglage ayant permis l'obtention des résultats de simulation présentés à la figure FIG. 2.3 et le temps de réponse correspondant aux différents algorithmes sont récapitulés au tableau TAB. 2.2.

	$\lambda(1)$	$\eta(1)$	$\alpha$	$T_r$
MCR-FO	0.97	.	.	200
MCR-FOVG	0.97	0.01	.	125
MCR-FOVG-PAA	0.97	0.01	0.001	80

TAB. 2.2 — Pas d'apprentissage et temps de réponse

L'étude de l'influence du pas montre que la diminution du pseudo-pas d'apprentissage  $\alpha$  de 0.001 à 0.0001, fournit les résultats de simulation donnés à la figure FIG. 2.4.

Les conditions de simulation ayant permis d'obtenir la figure FIG. 2.4 et les temps de réponse associés sont récapitulés dans le tableau TAB. 2.3.

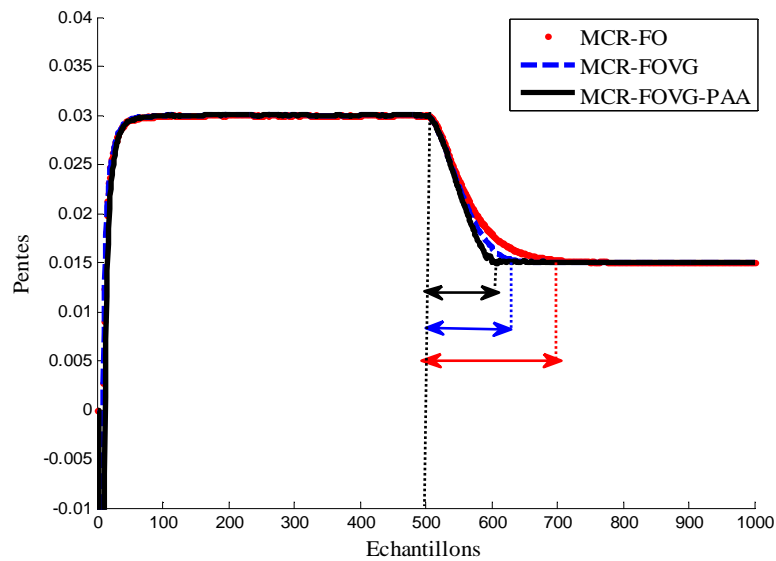


FIG. 2.4 — Evolution des pentes identifiées

Ces simulations montrent que les performances de l'algorithme des MCR-FOVG-PAA tendent vers celles des MCR-FOVG lorsque le pseudo-pas d'apprentissage diminue.

	$\lambda(1)$	$\eta(1)$	$\alpha$	$T_r$
MCR-FO	0.97	.	.	200
MCR-FOVG	0.97	0.01	.	125
MCR-FOVG-PAA	0.97	0.01	0.0001	115

TAB. 2.3 — Pas d'apprentissage et temps de réponse

Les tableaux présentés dans ce paragraphe mettent en évidence le rôle du pseudo-pas d'apprentissage.

### 2.4.5 Evolution des facteurs d'oublis

La stratégie de diagnostic que nous avons élaborée est essentiellement basée sur l'adaptabilité du facteur d'oubli afin de permettre un suivi rapide de l'algorithme des MCR-FOVG-PAA lors des variations paramétriques. L'évolution des facteurs d'oublis obtenus à partir des MCR-FOVG et des MCR-FOVG-PAA est fournie à la figure FIG. 2.5. Fournir une interprétation des facteurs d'oublis impose de corrélérer leurs évolutions avec celles des pentes décrites dans la section (2.4.4). La figure FIG. 2.5 montre la présence de deux régimes transitoires, le premier provient de l'insuffisance d'échantillons pour permettre aux pentes de s'établir. Le second régime transitoire caractérise le passage du fonctionnement sain au fonctionnement défaillant (trépan encrassé).



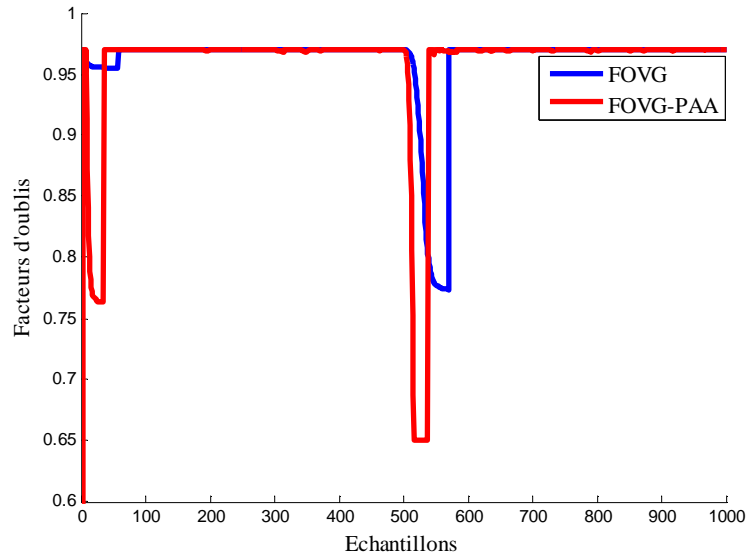
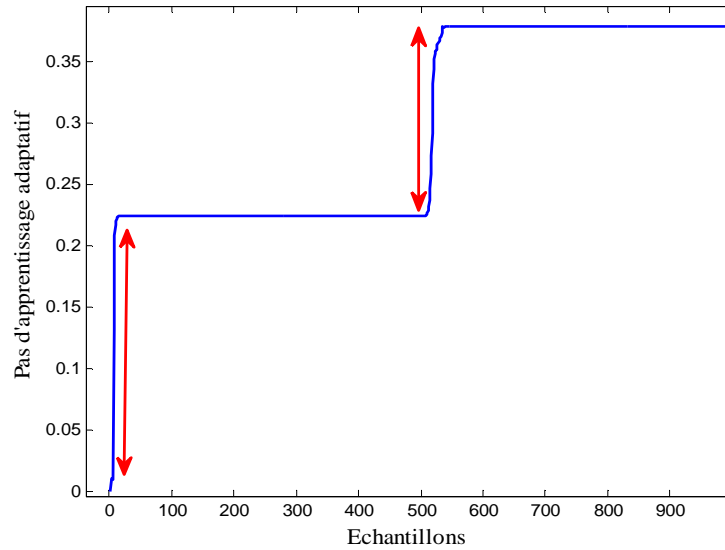


FIG. 2.5 — Evolution des facteurs d'oubli

L'apparition d'un changement de paramètre identifié entraîne l'augmentation de l'erreur quadratique moyenne ce qui a pour conséquence la réduction du facteur d'oubli. Pour assurer de bonnes performances à l'algorithme des MCR-FOVG-PAA et lui permettre de conserver son efficacité dans les régimes permanents il convient de détecter la fin de chaque diminution du FO et de le restaurer à sa valeur initiale, cela permet d'éviter l'utilisation d'un facteur d'oubli faible durant les régimes permanents et d'autoriser de fortes fluctuations sur les paramètres à estimer. Remarquons que la descente la plus rapide est opérée par les MCR-FOVG-PAA et provient de l'accélération de la convergence durant les phases transitoires.

### 2.4.6 Evolution du pas d'apprentissage

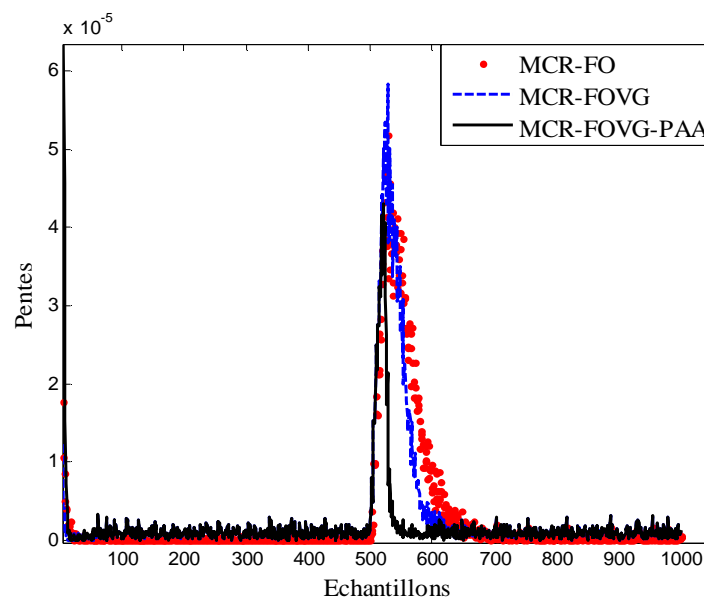
La spécificité des MCR-FOVG-PAA réside dans l'adaptabilité du pas d'apprentissage lorsque des changements se produisent (FIG. 2.6). Observons deux régimes transitoires et deux régimes permanents dans l'évolution du pas d'apprentissage. Le premier régime transitoire est le reflet de celui observé sur l'évolution des pentes et des facteurs d'oubli et provient de l'insuffisance d'échantillons pour permettre à la pente de s'établir. Le second régime transitoire provient de l'encrassement du trépan. Le pas d'apprentissage réagit à chaque apparition d'un régime transitoire.

FIG. 2.6 — *Pas d'apprentissage adaptatif*

Notons que ce pas d'apprentissage n'est pas saturé mais il reste constant lorsqu'un régime permanent se produit.

### 2.4.7 Evolution des erreurs quadratiques moyennes

L'erreur quadratique moyenne (EQM) permet d'analyser les performances des algorithmes d'identification. La faible valeur de l'EQM est un indicateur de performance. La figure FIG. 2.7 présente les erreurs quadratiques moyennes obtenues à partir des MCR-FOVG-PAA, des MCR-FOVG et des MCR-FO.

FIG. 2.7 — *Erreurs Quadratiques Moyennes*

Les erreurs quadratiques moyennes possèdent des valeurs faibles et sont toutes convergentes vers la même valeur finale. Le 500<sup>ième</sup> échantillon qui caractérise le début de l'encrassement montre les réactions des trois algorithmes avec des vitesses de convergence différentes. L'amplitude de l'erreur quadratique moyenne obtenue avec l'algorithme des MCR-FOVG-PAA est la plus faible, elle est suivie respectivement par celles obtenues avec les MCR-FOVG et les MCR-FO. Pour éviter la divergence de l'algorithme, nous proposons de déterminer le domaine dans lequel sa convergence est garantie en utilisant la théorie de stabilité de Lyapunov (TSL).

## 2.5 Rappel sur la stabilité au sens de Lyapunov

### 2.5.1 Généralités

Les critères de Nyquist ou de Routh-Hurwitz sont très répandus pour étudier la stabilité des systèmes linéaires. En revanche, la plupart des travaux menés en vue d'étudier la stabilité des systèmes non linéaires reposent sur les travaux d'A. Lyapunov. En effet, en 1892, Lyapunov a proposé des méthodes permettant d'étudier la stabilité des systèmes non linéaires. Ces méthodes sont connues sous le nom de première et seconde méthode de Lyapunov. De nombreux ouvrages présentent les détails relatifs aux méthodes de Lyapunov (Lasalle and Lefschitz, 1961), (Hahn, 1963), (Willems, 1970), (Vidyasagar, 1978). On peut citer également des ouvrages plus récents et présentant ces méthodes de manières plus succinctes (Fossard and Normand-Cyrot, 1993), (Khalil, 2002).

Notre étude concerne les systèmes discrets nous rappelons les travaux qui s'y réfèrent. Soit le système dynamique régit par l'équation (2.50) :

$$x_{k+1} = f(x_k) \quad (2.50)$$

Où  $f$  est une fonction de  $\mathbb{R}^n$  dans  $\mathbb{R}^n$ , supposée continue,  $k \in \mathbb{N}$ . Considérons que  $x_e$  est un point d'équilibre (ou un point singulier) de l'équation (2.50) ce qui signifie que (Fossard and Normand-Cyrot, 1993) :

$$x_e = f(x_e) \quad (2.51)$$

Le changement de variable  $y_k = x_k - x_e$ , permet de ramener cet équilibre à l'origine :

$$y_{k+1} = g(y_k) \quad (2.52)$$

Il apparaît donc clairement que  $y_k = 0$  est solution de l'équation (2.52). Ce qui ramène l'examen de la stabilité de  $x_e$  donnée dans (2.51) à celui de la stabilité du point d'équilibre donné par l'équation (2.52) (Fossard and Normand-Cyrot, 1993). En considérant que la stabilité du système

est donnée par  $x_{k+1} = f(x_k)$ , que  $f(0) = 0$  et que (2.52) satisfait la condition de Lipschitz (rappelée ci-dessous), alors il existe une solution unique de l'équation (2.52) pour une condition initiale  $x_0$  donnée.

*Rappel* Une fonction  $f$  est dite L-Lipschitzienne si pour toute fonction  $f: \mathbb{U} \times \mathbb{I} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f$  vérifie la condition suivante :

$$\exists L > 0 \text{ tel que } \forall k \in I, \forall (x_k, y_k) \in \mathbb{U}^2 \Rightarrow \|f(x_k) - f(y_k)\| \leq L \|x_k - y_k\|$$

Notons que la stabilité de l'équilibre relativement aux solutions de (2.51) se nomme stabilité au sens de Lyapunov, (Fossard and Normand-Cyrot 1993). Pour faciliter la compréhension de la stabilité au sens de Lyapunov nous rappelons quelques notions relatives à la stabilité.

## 2.5.2 Stabilité

*Définition 2.1* Le point d'équilibre du système  $x_{k+1} = f(x_k)$  est dit stable au sens de Lyapunov si pour tout nombre réel  $\varepsilon > 0$  et une condition initiale donnée, il existe un nombre réel  $\delta(\varepsilon) > 0$  tel que pour toute condition initiale satisfaisant l'inégalité (2.53) :

$$\|x_0\| < \delta(\varepsilon) \tag{2.53}$$

On ait :

$$\|x_k\| < \varepsilon \text{ pour } k > k_0. \tag{2.54}$$

Le symbole  $\|\cdot\|$  désigne une norme. La stabilité au sens de Lyapunov est un concept local, puisqu'elle ne renseigne pas sur la valeur de  $\delta(\varepsilon)$  à choisir. A l'opposé, le système est considéré instable si pour un  $\varepsilon$  donné et pour un  $\delta(\varepsilon)$  suffisamment petit il existe une solution ne satisfaisant pas l'inégalité  $\|x_k\| < \varepsilon$ .

## 2.5.3 Stabilité asymptotique

*Définition 2.2* Le point d'équilibre est dit asymptotiquement stable lorsqu'il est stable et tout déplacement partant de l'origine converge vers l'origine lorsque  $k \rightarrow \infty$ .

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|x_k\| \rightarrow 0 \tag{2.55}$$

Il s'agit, également, d'un concept local dans la mesure où la définition n'informe pas sur l'amplitude de l'écart par rapport au point d'équilibre afin que le système converge vers l'origine après son déplacement.

## 2.5.4 Stabilité asymptotique globale

*Définition 2.3* Le point d'équilibre est dit globalement asymptotiquement stable lorsqu'il est asymptotiquement stable et que partant de n'importe quel point de l'espace d'état on converge à l'origine, lorsque  $k \rightarrow \infty$ . Cette définition est particulièrement intéressante en pratique puisque la valeur de l'écart par rapport à l'équilibre n'est pas prise en compte.

## 2.6 Deuxième méthode de Lyapunov

La deuxième méthode de Lyapunov analyse les problèmes de stabilité. Son principe repose sur l'examen d'une fonction énergie.

### 2.6.1 Théorèmes de stabilité

Dans cette section nous présentons le théorème de stabilité du point d'équilibre de l'équation définie en (2.51).

- *Théorème de stabilité*

Le point d'équilibre (2.51) est dit stable s'il existe une fonction scalaire  $V(x_k) > 0$  aux alentours du point d'équilibre tel que  $\Delta V(x_k) \leq 0$  dans ce domaine.

- *Théorème de stabilité asymptotique*

Le point d'équilibre (2.51) est dit asymptotiquement stable s'il existe une fonction scalaire  $V(x_k) > 0$  aux alentours de l'origine vérifiant la condition  $\Delta V(x_k) \leq 0$  dans ce domaine.

- *Théorème de stabilité asymptotique globale*

Le point d'équilibre est dit globalement asymptotiquement stable s'il existe une fonction scalaire  $V(x_k) > 0$  telle que :

- $V(x_k) > 0$
- $\Delta V(x_k) < 0$
- $V(x_k) \rightarrow \infty$  lorsque  $\|x_k\| \rightarrow \infty$

Dans la suite nous présentons la stabilité par la seconde méthode de Lyapunov, puisque c'est l'approche que nous utilisons pour borner le pas d'apprentissage.

## 2.7 Stabilité par la seconde méthode de Lyapunov

La seconde méthode de Lyapunov a pour but d'étudier la stabilité au voisinage d'un point d'équilibre. Elle utilise des fonctions auxiliaires dans le but de conclure sur la stabilité de l'équilibre. Ces fonctions sont nommées fonctions candidates de Lyapunov, (Fossard and

Normand-Cyrot, 1993). En utilisant l'équation (2.51), la stabilité de l'équilibre  $x_e$  est donnée par le théorème suivant.

**Théorème 2.1** Soient  $x_e$  un point d'équilibre du système (2.51) et  $V : \mathbb{U} \rightarrow \mathbb{R}$ , la fonction continue et définie dans le voisinage  $\mathbb{U} \subset \mathbb{R}^n$  de  $x_e$ . Si :

- (i)  $V(x_e) = 0$  et  $V(x_k) > 0, \forall x_k \neq x_e$
- (ii)  $\Delta V(x_k) = V(x_{k+1}) - V(x_k) \leq 0, \forall x_k \in \mathbb{U} \setminus \{x_e\}$

Alors l'équilibre  $x_e$  est stable. Si de plus,

- (iii)  $\Delta V(x_k) = V(x_{k+1}) - V(x_k) < 0, \forall x_k \in \mathbb{U} \setminus \{x_e\}$

Alors l'équilibre  $x_e$  est asymptotiquement stable. Deux définitions découlent du théorème 1, (Fossard and Normand-Cyrot, 1993) :

**Définition 2.4** Lorsqu'une fonction  $V(x_k)$  satisfaisant les conditions (i) et (ii) ou (i) et (iii) de ce théorème existe, alors elle est appelée fonction candidate de Lyapunov. La propriété (i) montre que la fonction  $V(x_k)$  est une fonction définie positive dans  $\mathbb{U}$ . Si on a  $V(x_e) = 0$  et  $V(x_k) \geq 0 \forall x_k \neq x_e$ , la fonction  $V(x_k)$  est une fonction semi-définie positive.

**Définition 2.5** Si les propriétés (i) et (ii) du théorème 2.1 sont satisfaites  $\forall x_k \in \mathbb{R}^n$ , l'équilibre  $x_e$  est unique et il est globalement stable, si les propriétés (i) et (iii) du théorème 2.1 sont vérifiées  $\forall x_k \in \mathbb{R}^n$ , alors il devient globalement asymptotiquement stable. En utilisant les différentes étapes du théorème 2.1 il est possible de borner le pas d'apprentissage.

## 2.8 Analyse de stabilité

Cette section présente l'utilisation de la stabilité au sens de Lyapunov pour borner le pas d'apprentissage adaptatif. Soit le point d'équilibre donné par l'erreur *a priori*  $\varepsilon_k$ , alors en prenant en considération le théorème et les définitions données au paragraphe (2.7), on obtient :

- Choisir une fonction candidate de Lyapunov  $V(\varepsilon_k)$  vérifiant les conditions suivantes
  - Si  $\varepsilon_k = 0$  alors  $V(\varepsilon_k) = 0$
  - Si  $\varepsilon_k \neq 0$  alors  $V(\varepsilon_k) > 0$
  - Si  $\varepsilon_k = \infty$  alors  $V(\varepsilon_k) = \infty$
- Calculer  $\Delta V(\varepsilon_k)$  et vérifier  $\Delta V(\varepsilon_k) = V(\varepsilon_{k+1}) - V(\varepsilon_k) < 0$

Si  $V(\varepsilon_k) > 0$  et  $\Delta V(\varepsilon_k) < 0$  alors  $V(\varepsilon_k)$  est une fonction candidate de Lyapunov et  $\varepsilon_k$  converge asymptotiquement vers zéro quand le temps tend vers l'infini.

### 2.8.1 Valeur maximum du pas

La fonction candidate de Lyapunov utilisée repose sur l'erreur quadratique moyenne  $\tilde{J}$  et exploite la relation de récurrence du facteur d'oubli variable suivant la direction du gradient (2.44). En choisissant  $V(\varepsilon_k) = \frac{\varepsilon_k^2}{2}$ , la convergence de l'algorithme d'identification est garantie lorsque le théorème 2.2 est vérifié

*Théorème 2.2* si la mise à jour du facteur d'oubli s'effectue suivant la direction du gradient et si le pas d'apprentissage adaptatif vérifie la condition de stabilité alors la convergence de l'algorithme est garantie si et seulement si :

$$0 < \eta_k < \frac{2}{(\varphi_{k+1}^T \psi_k)^2 + \Phi}$$

où  $\Phi$  désigne une constante positive permettant d'éviter les singularités.

**Preuve :**

Reprenons l'erreur *a priori*  $\varepsilon_{k+1} = y_{k+1} - \varphi_{k+1}^T \hat{\theta}_k$  et considérons la fonction candidate de Lyapunov  $V(\varepsilon_k)$  définie précédemment par :  $V(\varepsilon_k) = \frac{\varepsilon_k^2}{2}$ .

La fonction candidate de Lyapunov vérifie les conditions données dans le paragraphe (2.8)

- Si  $\varepsilon_k = 0$  alors  $V(\varepsilon_k) = 0$
- Si  $\varepsilon_k \neq 0$  alors  $V(\varepsilon_k) > 0$
- Si  $\varepsilon_k = \infty$  alors  $V(\varepsilon_k) = \infty$

A chaque itération, la variation de la fonction  $V(\varepsilon_k)$  se calcule par :

$$\Delta V(\varepsilon_k) = V(\varepsilon_{k+1}) - V(\varepsilon_k) \tag{2.56}$$

$$= \frac{1}{2}(\varepsilon_{k+1}^2 - \varepsilon_k^2) \tag{2.57}$$

$$= \frac{1}{2}(\varepsilon_{k+1} + \varepsilon_k)(\varepsilon_{k+1} - \varepsilon_k) \tag{2.58}$$

$$= \frac{1}{2}\Delta\varepsilon_k(\varepsilon_{k+1} + \varepsilon_k) \tag{2.59}$$

Or,  $\varepsilon_{k+1} = \Delta\varepsilon_k + \varepsilon_k$ , en remplaçant cette relation dans (2.59) on obtient :

$$= \frac{1}{2}\Delta\varepsilon_k(\Delta\varepsilon_k + 2\varepsilon_k) \tag{2.60}$$

$$= \Delta\varepsilon_k \left( \frac{1}{2}\Delta\varepsilon_k + \varepsilon_k \right) \tag{2.61}$$

L'apparition d'un changement dans l'évolution du processus se répercute sur l'erreur *a priori* et entraîne la variation du FO,  $\lambda_k$ . Cette variation s'approxime par un développement limité du premier ordre :

$$\Delta \varepsilon_k = \left( \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial \lambda} \right) \Delta \lambda_k \quad (2.62)$$

Or, on sait d'après (2.61) que :

$$\Delta V(\varepsilon_k) = \Delta \varepsilon_k \left( \frac{1}{2} \Delta \varepsilon_k + \varepsilon_k \right) \quad (2.63)$$

En remplaçant (2.62) dans (2.63) on obtient :

$$\Delta V(\varepsilon_k) = \left[ \left( \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial \lambda} \right) \Delta \lambda_k \right] \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial \lambda} \right) \Delta \lambda_k + \varepsilon_k \right] \quad (2.64)$$

De plus, la relation (2.14) montre que :

$$\frac{\partial \varepsilon_{k+1}}{\partial \lambda} = -\varphi_{k+1}^T \psi_k$$

Et la relation (2.47) donne :

$$\lambda_{k+1} = \lambda_k + \eta_k \varphi_{k+1}^T \psi_k \varepsilon_{k+1}$$

Cette relation se réécrit sous la forme :

$$\lambda_{k+1} - \lambda_k = \eta_k \varphi_{k+1}^T \psi_k \varepsilon_{k+1} \quad (2.65)$$

$$\Delta \lambda_{k+1} = \eta_k \varepsilon_{k+1} \varphi_{k+1}^T \psi_k \quad (2.66)$$

En introduisant (2.14) et (2.66) dans (2.64) on obtient la relation (2.67) :

$$\Delta V(\varepsilon_{k+1}) = (-\varphi_{k+1}^T \psi_k) (\eta_k \varepsilon_{k+1} \varphi_{k+1}^T \psi_k) \left[ \frac{1}{2} (-\varphi_{k+1}^T \psi_k) (\eta_k \varepsilon_{k+1} \varphi_{k+1}^T \psi_k) + \varepsilon_{k+1} \right] \quad (2.67)$$

La relation (2.67) se reformule par :

$$\Delta V(\varepsilon_{k+1}) = -\eta_k \varepsilon_{k+1}^2 (\varphi_{k+1}^T \psi_k)^2 + \frac{1}{2} \eta_k^2 \varepsilon_{k+1}^2 (\varphi_{k+1}^T \psi_k)^4 \quad (2.68)$$

Et conduit à :

$$\Delta V(\varepsilon_{k+1}) = \frac{1}{2} \eta_k \varepsilon_{k+1}^2 (\varphi_{k+1}^T \psi_k)^2 (-2 + \eta_k (\varphi_{k+1}^T \psi_k)^2) \quad (2.69)$$

La condition de stabilité est satisfaite lorsque  $\Delta V(\varepsilon_{k+1}) < 0$ , cela correspond à :

$$\frac{1}{2} \eta_k \varepsilon_{k+1}^2 (\varphi_{k+1}^T \psi_k)^2 (-2 + \eta_k (\varphi_{k+1}^T \psi_k)^2) < 0 \quad (2.70)$$

Or,  $\eta_k > 0$  donc  $\Delta V(\varepsilon_{k+1}) < 0$ , correspond à :



$$-2 + \eta_k (\varphi_{k+1}^T \psi_k)^2 < 0 \quad (2.71)$$

On obtient donc le critère suivant :

$$0 < \eta_k < \frac{2}{(\varphi_{k+1}^T \psi_k)^2} \quad (2.72)$$

Pour éviter d'éventuelles divisions par zéro, une constante positive  $\Phi$  est ajoutée au dénominateur.

$$0 < \eta_k < \frac{2}{(\varphi_{k+1}^T \psi_k)^2 + \Phi} \quad (2.73)$$

Les bornes limites du pas d'apprentissage sont définies par :

$$0 < \eta_k < \frac{2}{\max_k (\varphi_{k+1}^T \psi_k)^2 + \Phi} \quad (2.74)$$

Posons :

$$\rho = \frac{2}{\max_k (\varphi_{k+1}^T \psi_k)^2 + \Phi} \quad (2.75)$$

En reprenant l'algorithme des MCR-FOVG-PAA et en bornant le pas d'apprentissage adaptatif par la relation (2.75) on aboutit à la relation (2.76) :

$$\eta_k = [\eta_{k-1} + \alpha \langle \nabla_\lambda (\tilde{J}_{k-1}), \nabla_\lambda (\tilde{J}_k) \rangle]_0^\rho \quad (2.76)$$

Cet encadrement présente l'avantage de garantir la stabilité de l'algorithme tout en permettant l'adaptation du pas d'apprentissage. En effet, les MCR-FOVG-PAA présentés dans la section (2.4) utilisent la direction du gradient pour obtenir le facteur d'oubli et le pas d'apprentissage adaptatifs. Il est répandu que la direction du gradient peut se bloquer sur des minima locaux. Or, l'utilisation de la stabilité au sens de Lyapunov ne nécessite pas la minimisation d'une fonction coût mais la construction d'une surface énergie ayant un seul minimum global. L'exploitation de  $\Delta \lambda_{k+1}$  (2.66) pour trouver les conditions dans lesquelles  $\Delta V(\varepsilon_{k+1}) < 0$  crée un ajustement adaptatif du FO lorsque le temps tend vers l'infini. La condition de stabilité qui borne le pas d'apprentissage est donnée par :  $0 < \eta_k < \frac{2}{\max_k (\varphi_{k+1}^T \psi_k)^2 + \Phi}$ . Cette expression montre l'existence d'une variable  $r$  vérifiant  $0 < r < 1$  telle que :

$$\eta_k = \frac{2r}{\max_k (\varphi_{k+1}^T \psi_k)^2 + \Phi} \quad (2.77)$$

Il est donc possible de varier  $r$  aux alentours des zones de stabilité afin d'obtenir un pas d'apprentissage adaptatif  $\eta_k$ . Le nouvel algorithme obtenu est baptisé MCR-FOVG-PAA-TSL :

Algorithme des MCR-FOVG-PAA-TSL

- 1ère étape Moindres carrés récurrents avec un FO

$$\mathcal{K}_{k+1} = \frac{P_k \varphi_{k+1}}{\lambda_k + \varphi_{k+1}^T P_k \varphi_{k+1}}$$

$$P_{k+1} = \lambda_k^{-1} [P_k - \mathcal{K}_{k+1} \varphi_{k+1}^T P_k]$$

$$\varepsilon_{k+1} = y_{k+1} - \varphi_{k+1}^T \hat{\theta}_k$$

$$\hat{\theta}_{k+1} = \hat{\theta}_k + \mathcal{K}_{k+1} \varepsilon_{k+1}$$

- 2ème étape Moindres carrés récurrents avec un FOVG-PAA-TSL

$$\eta_k = \frac{2r}{\max_k (\varphi_{k+1}^T \psi_k)^2 + \Phi}$$

- 3ème étape Moindres carrés récurrents avec un FOVG

$$\nabla_{\lambda}(\tilde{J}_{k+1}) = -\varphi_{k+1}^T \psi_k \varepsilon_{k+1}$$

$$\lambda_{k+1} = [\lambda_k - \eta_k \nabla_{\lambda}(\tilde{J}_{k+1})]_{\lambda_{-}}^{\lambda_{+}}$$

$$\mathcal{S}_{k+1} = \lambda^{-1} (I - \mathcal{K}_{k+1} \varphi_{k+1}^T) \mathcal{S}_k (I - \varphi_{k+1} \mathcal{K}_{k+1}^T) - \lambda^{-1} P_{k+1} + \lambda^{-1} \mathcal{K}_{k+1} \mathcal{K}_{k+1}^T$$

$$\psi_{k+1} = (I - \mathcal{K}_{k+1} \varphi_{k+1}^T) \psi_k + \mathcal{S}_{k+1} \varphi_{k+1} \varepsilon_{k+1}$$

## 2.8.2 Evaluation des performances des moindres carrés récurrents avec un pas d'apprentissage adaptatif

Cette section évalue les performances des MCR-FOVG-PAA-TSL en utilisant l'exemple traité dans la section (2.4.1). Comparons les performances fournies par les MCR-FOVG-PAA-TSL avec celles données par les MCR-FOVG-PAA et observons l'influence apportée par l'adaptabilité du pas d'apprentissage dans les deux cas. Les simulations que nous effectuons conservent les mêmes arguments de réglage que ceux utilisés lors de l'évaluation des performances des MCR-FOVG-PAA. Simulons quelques scénarios en faisant varier la constante  $r$ . Puis, comparons les résultats obtenus avec les MCR-FOVG-PAA-TSL avec le meilleur résultat obtenu en utilisant les MCR-FOVG-PAA. Le premier cas présente un exemple où  $r = 0.9$ . La figure FIG. 2.8 montre le passage du fonctionnement sain au fonctionnement défaillant. L'évolution des pentes montrent que les meilleures performances sont obtenues avec les MCR-FOVG-PAA-TSL.

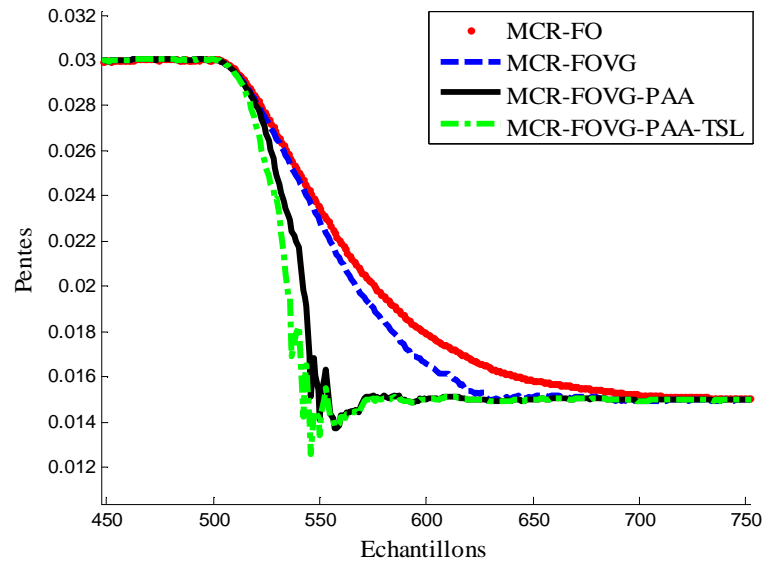


FIG. 2.8 — Evolution des pentes identifiées

On note que le régime transitoire fournit par cette méthode d'identification est la plus courte. De plus, toutes les pentes convergent vers la même valeur finale.

	$\lambda(1)$	$\eta(1)$	$\alpha$	$r$	$T_r$
MCR-FO	0.97	.	.	.	200
MCR-FOVG	0.97	0.01	.	.	125
MCR-FOVG-PAA	0.97	0.01	0.01	.	50
MCR-FOVG-PAA-TSL	0.97	0.01	.	0.9	40

TAB. 2.4 — Pas d'apprentissage et temps de réponse

Les conditions de simulation ayant permis d'obtenir la figure FIG. 2.8 et les temps de réponse associés sont récapitulés dans le tableau TAB. 2.4. Le second cas simule une situation dans laquelle  $r = 0.7$ . La figure FIG. 2.9 montre que la diminution de  $r$  fait tendre la méthode des MCR-FOVG-PAA-TSL vers la méthode des MCR-FOVG-PAA. Le tableau TAB. 2.5 récapitule les valeurs des arguments de réglage et le temps de repose obtenu.

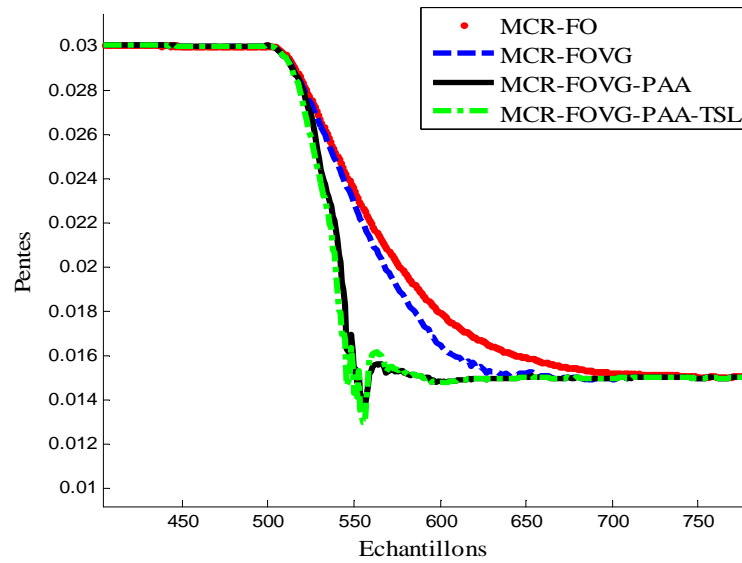


FIG. 2.9 — Evolution des pentes identifiées

Les tableaux présentés dans ce paragraphe mettent en évidence le rôle de la constante  $r$  dans l'amélioration du suivi des paramètres identifiés. Nous avons développé dans cette section une approche permettant d'effectuer l'identification paramétrique avec des arguments de réglage adaptatifs tout en présentant l'avantage de garantir la convergence de l'algorithme.

	$\lambda(1)$	$\eta(1)$	$\alpha$	$r$	$T_r$
MCR-FO	0.97	.	.	.	200
MCR-FOVG	0.97	0.01	.	.	125
MCR-FOVG-PAA	0.97	0.01	0.01	.	50
MCR-FOVG-PAA-TSL	0.97	0.01	.	0.7	50

TAB. 2.5 — Pas d'apprentissage et temps de réponse

### 2.8.3 Conclusions

Les performances de l'identification paramétrique dépendent du bon choix des conditions initiales. Les moyennes des paramètres identifiés proches des paramètres exacts, la variance des paramètres identifiés faible, la réduction de la durée des régimes transitoires traduisant une qualité de suivi convenable, ainsi que la convergence de l'algorithme représentent les objectifs souhaités. Ils ne sont atteints que lorsque les arguments de réglage sont optimisés. C'est pour répondre à ces spécifications que le travail développé dans ce chapitre illustre une méthode

d'identification caractérisant une variante des MCR, constituant l'extension des MCR-FOVG et se nommant MCR-FOVG-PAA.

Les performances obtenues par les MCR-FOVG-PAA nous ont conduits à proposer une extension qui repose sur la théorie de stabilité. Il s'agit des MCR-FOVG-PAA-TSL dont la spécificité dérive de l'adaptabilité du pas. Elle est régie par des arguments de réglage que sont le facteur d'oubli initial et le pas d'apprentissage initial tout en présentant des qualités de convergence satisfaisantes. Le développement de cette approche est motivé par la nécessité d'obtenir une méthode d'identification réalisant la surveillance et permettant de détecter les défauts précoces. Cela a été mis en évidence en utilisant des données simulées présentant des similitudes avec les données expérimentales. Ces similitudes sont liées aux paramètres du modèle lors de ses différents états, l'instant d'apparition du défaut et la variance des mesures.

Plusieurs résultats de simulation ont montré le rôle essentiel des arguments de réglage dans les performances de l'algorithme. Ces performances sont caractérisées par la qualité des paramètres identifiés comparés aux paramètres réels et s'interprètent par la réduction du temps de réponse. L'influence du pseudo-pas d'apprentissage et son réglage a été mentionnée à travers des tableaux récapitulant plusieurs simulations effectuées. Une des raisons permettant aux algorithmes des MCR-FOVG, MCR-FOVG-PAA et des MCR-FOVG-PAA-TSL de présenter des variances sensiblement égales pour les paramètres identifiés en régime permanent est une conséquence de la restauration du facteur d'oubli à la fin de chaque descente. Ce qui permet d'éviter des fluctuations provenant éventuellement des faibles valeurs du FO.

Dans ce chapitre nous avons proposé des méthodes déterministes présentant des avantages pour le diagnostic. Pour mieux prendre en compte le cadre stochastique du procédé de forage nous proposons d'explorer des approches basées sur les algorithmes de Monte Carlo que nous développons dans les chapitres 3 et 4.

## Chapitre 3. Filtres particuliers

---

*Résumé* Les algorithmes séquentiels de Monte Carlo appelés aussi filtres particuliers sont des techniques d'estimation basées sur la simulation. Ils exploitent les informations accessibles sur les processus et leurs lois d'évolution. Leurs utilisations nécessitent la génération de plusieurs échantillons pondérés simulant la trajectoire réelle du système. Ainsi, les phases de prédiction et de correction se déroulent pour fournir l'estimation d'état. Ce chapitre débute par la position du problème puis il aborde un état de l'art montrant l'utilisation du filtrage particulier pour le FDI. Ensuite, nous présentons les différentes étapes permettant son obtention. Ses variantes, ses conditions d'utilisation et ses limites seront également mentionnées.

---

### 3.1 Introduction

L'estimation de  $\pi$  en 1777 fut l'occasion pour *Buffon* d'utiliser le premier une théorie qui tire son nom d'un casino situé à Monaco : Monte Carlo, (Solomon, 1978). La version moderne de cette approche a permis en 1940 la résolution des problèmes rencontrés dans la physique durant la seconde guerre mondiale, (Metropolis and Ulam, 1949). Il s'agissait du projet *Manhattan* qui a vu l'utilisation des principes de Monte Carlo par *John Von Neumann*, *Stanislaw Ulam*, *Niick Metropolis* du *Los Alamos Laboratory* pour prédire le résultat d'une simulation nucléaire lors de la collision entre un neutron et un proton (absorption ou rebondissement). L'expansion de cette théorie fait bénéficier à la statistique de ses avantages depuis 1950. Dès lors, elle s'introduit progressivement dans le domaine du traitement statistique du signal pour dépasser les limitations induites par le filtrage stochastique dédié aux systèmes linéaires (Doucet et al., 2001a), (Arulampalam et al., 2002), (Djuric et al., 2003).

La compréhension des algorithmes séquentiels de Monte Carlo pour le filtrage nécessite la connaissance du filtrage linéaire ainsi que de ses limites. Ces filtres linéaires ont fait l'objet d'extensions pour aboutir aux algorithmes séquentiels de Monte Carlo. Rappelons que c'est en 1940 que fut introduit le premier filtre linéaire, dans le cadre des recherches militaires menées au *MIT*, par *Norbert Wiener* et *Andrew Kolmogorov*, (Chen, 2003). L'extension de ce filtre est due à Kalman vingt ans plus tard : le *filtre de Kalman* (Kalman and Bucy 1960). Le filtre de Kalman est utilisable lorsque les modèles décrivent des processus variant dans le temps. Il permet l'estimation optimale de l'état d'un système, lorsque le bruit est gaussien, dans un contexte stochastique et à la cadence des mesures disponibles. Ses performances sont garanties lorsqu'il exploite une représentation d'état linéaire et que les variations paramétriques susceptibles de se produire au cours du temps sont lentes. L'amélioration des performances de ce filtre a occasionné le développement de nombreuses variantes dont le *Filtre de Kalman étendu*. Ce filtre

linéarise le modèle d'un système autour d'un régime stationnaire. Mentionnons que la présence de fortes non linéarités dans un processus altère son fonctionnement et peut provoquer une divergence, (Chen, 2003).

Pour surmonter cette difficulté plusieurs travaux ont été menés durant ces dernières décennies et ont abouti à des méthodes performantes. L'une des plus prometteuses repose sur les algorithmes séquentiels de Monte Carlo connus aussi sous le nom : filtres particulaires (FP), (Gordon, 1993), (Doucet et al., 2001a), (Lee and Chia, 2002), (Laroque et al., 2002). Les FP sont des estimateurs adaptés aux modèles généraux décrivant des systèmes non linéaires et/ou non Gaussiens. Ils emploient des hypothèses probabilistes et s'appuient particulièrement sur la loi des grands nombres. Ces filtres permettent d'estimer l'état d'un système (Doucet et al., 2001a) et leurs mises en œuvre nécessitent la génération d'un ensemble d'échantillons aléatoires nommé particules. *Chaque particule est pondérée et simule un état probable du processus.* La pondération des particules permet d'évaluer le degré de confiance que l'on doit leur attribuer dans leur représentation de l'état réel du système (De Freitas, 2002).

L'utilisation des FP dans le secteur de l'automatique date de 1960, mais leur développement a été freiné en raison des limitations de calcul imposées par les calculateurs d'alors. Les progrès réalisés dans le secteur des calculateurs ont permis en 1980 la réapparition des méthodes de calcul numérique pour le filtrage bayésien, (Doucet et al., 2001a), (Chen, 2003). En dépit de ces avancées considérables, l'utilisation des filtres particulaires fut limitée par les inconvénients notoires qu'ils présentaient : leurs divergences se produisaient compte tenu des poids négligeables générés après un certain nombre d'itérations, (Djuric et al., 2003). Ainsi, la représentativité des particules qui devraient être les plus informatives dans l'estimation d'état du processus est réduite et les performances de l'approche deviennent dégradées. Gordon, (1993) montre que pour limiter la divergence il faut la duplication des particules disposant des poids importants au détriment de celles présentant des poids faibles. L'étape consistant à trier les particules et à en éliminer une partie se nomme l'étape de ré-échantillonnage. Le fonctionnement des FP nécessite donc d'une étape de ré-échantillonnage précédée de deux autres étapes : celle de prédiction durant laquelle les particules évoluent suivant la représentation d'état du processus et l'étape de correction qui ajuste les poids en fonction des observations connues, (Dahia, 2005).

Ce chapitre présente l'utilisation des méthodes de Monte Carlo, puis il aborde le concept d'échantillonnage d'importance et les méthodes de générations des lois. Les filtres particulaires reposent sur l'estimation bayésienne. Les estimateurs bayésiens seront donc mentionnés pour montrer l'évolution de l'échantillonnage d'importance vers sa version séquentielle, conduisant

aux filtres particuliers. Un accent particulier sera mis sur leurs limitations pour justifier leurs variantes développées (Arulampalam et al., 2002).

## 3.2 Position du problème

Le filtrage statistique bayésien a pour objectif d'estimer la densité de probabilité *a posteriori* de la séquence des états pour des observations disponibles,  $p(x_{0:k}/y_{1:k})$ . L'estimation s'effectue le plus fréquemment pour la densité marginale  $p(x_k/y_{1:k})$ . Pour traduire cette situation, considérons la représentation d'état (3.1) :

$$\begin{cases} x_{k+1} = f_k(x_k, v_k) \\ y_k = h_k(x_k) + \omega_k \end{cases} \quad (3.1)$$

Où  $v_k$  et  $\omega_k$  sont respectivement les bruits de processus et de mesure. Lorsque la fonction  $f_k$  est linéaire en  $x_k$  et  $v_k$ , la fonction  $h_k$  est linéaire en  $x_k$  et les bruits d'évolution  $v_k$  et de mesure  $\omega_k$  sont Gaussiens, alors le modèle (3.1) est un modèle linéaire et Gaussien. L'utilisation de ce type de modèle pour l'estimation d'état peut se limiter à l'exploitation du filtre de Kalman.

En revanche, pour des fonctions  $f_k$  et  $h_k$  non linéaires ou pour des bruits  $v_k$  et  $\omega_k$  non Gaussiens, le filtre de Kalman (FK) devient peu approprié. Dans ce contexte, le filtre de Kalman étendu (*Extended Kalman Filter*) ou le filtre de Kalman sans parfum (*Unscented Kalman Filter*) est couramment utilisé. Le filtre de Kalman étendu fonctionne à partir d'une linéarisation autour d'un point d'équilibre des fonctions non linéaires d'évolution et de mesure. Tandis que le filtre de Kalman sans parfum effectue une approximation de la densité de probabilité par un nuage de points en utilisant la transformée sans parfum (*Unscented Transform*) (Chen, 2003).

Ces deux estimateurs effectuent une approximation de la densité *a posteriori* par une distribution Gaussienne. C'est pour dépasser cette limitation que les filtres particuliers et leurs variantes ont été développés.

Dans la suite de ce chapitre, nous ferons particulièrement référence à un algorithme faisant appel au filtre de Kalman ce qui nécessite le rappel de son fonctionnement.

## 3.3 Filtre de Kalman

Reprenons la représentation d'état (3.1) et considérons qu'elle peut se mettre sous la forme :

$$\begin{cases} x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k + v_k \\ y_k = C_k x_k + \omega_k \end{cases} \quad (3.2)$$

Où  $x_k$  est le vecteur d'état à l'instant  $k$ ,  $A_k \in \mathbb{R}^{n \times n}$  est la matrice d'évolution de l'état,  $u_k \in \mathbb{R}^p$  est le vecteur de commande à l'instant  $k$ ,  $B_k \in \mathbb{R}^{n \times p}$  est la matrice des gains d'entrées,



$C_k \in \mathbb{R}^{q \times n}$  est la matrice des gains de sorties,  $y_k \in \mathbb{R}^q$  est la sortie du système à l'instant  $k$ ,  $v_k$  est le bruit d'évolution de l'état à l'instant  $k$  et  $\omega_k \in \mathbb{R}^q$  est le bruit de mesure. Les bruits d'évolution et de mesure sont supposés, Gaussiens, blancs et centrés :

$$\mathbb{E}[\omega_k \omega_j^T] = Q_k \delta_{kj} \quad (3.3)$$

$$\mathbb{E}[v_k v_j^T] = \mathcal{R}_k \delta_{kj} \quad (3.4)$$

$$\mathbb{E}[v_k \omega_j^T] = 0 \quad \forall k, j \quad (3.5)$$

Où  $\mathcal{R}_k$  et  $Q_k$  sont les matrices de variance covariance des bruits et  $\delta_{kj}$  représente le symbole de Kronecker :

$$\delta_{kj} = \begin{cases} 1 & k = j \\ 0 & k \neq j \end{cases} \quad (3.6)$$

L'état et l'observation sont Gaussiens puisqu'ils se déduisent des bruits  $v_k$  et  $\omega_k$  et des conditions initiales distribuées selon une densité de probabilité Gaussienne.

$$x_0 \sim \mathcal{N}(\hat{x}_{0/0}, P_{0/0}) \quad (3.7)$$

A partir de ces conditions initiales, les équations des filtres de Kalman discrets sont données par :

$$P_{k+1/k} = A_k P_{k/k} A_k^T + Q_k \quad (3.8)$$

$$\hat{x}_{k+1/k} = A_k x_{k/k} + B u_k \quad (3.9)$$

$$K_{k+1} = P_{k+1/k} C_k^T (C_k P_{k+1/k} C_k^T + \mathcal{R}_{k+1})^{-1} \quad (3.10)$$

$$\hat{x}_{k+1/k+1} = \hat{x}_{k+1/k} + K_{k+1} (y_{k+1} - C_k \hat{x}_{k+1/k}) \quad (3.11)$$

$$P_{k+1/k+1} = (I - K_{k+1} C_k) P_{k+1/k} \quad (3.12)$$

Lorsque les hypothèses précédentes sur les bruits sont vérifiées on obtient :

$$\mathbb{E}[v_k] = 0 \quad (3.13)$$

$$\mathbb{E}[v_k v_j^T] = 0 \quad k \neq j \quad (3.14)$$

$$\mathbb{E}[v_k v_k^T] = S_{k+1} = C_k P_{k+1/k} C_k^T + \mathcal{R}_{k+1} \quad (3.15)$$

Nous avons rappelé dans cette section les équations de récurrence du filtre de Kalman. Ces équations faciliteront par la suite la compréhension d'une variante des filtres particuliers.

### 3.4 Filtres particuliers pour le FDI

Les caractéristiques des filtres particuliers pour des systèmes régis par des comportements non-linéaires et/ou non Gaussiens, ont encouragé leurs utilisations pour le diagnostic. Cette motivation vient de la nécessité de dépasser les limitations engendrées par les modèles décrivant les systèmes linéaires. Particulièrement, dans le cadre du FDI où la précision du modèle conditionne les performances et les résultats du système de diagnostic, il est utile de prendre en compte le maximum d'informations accessibles sur les processus. Des travaux utilisant les FP pour le FDI existent, (Morales- Mendez et al., 2003), (Orchard, 2006).

La robotique représente une des applications qui tire le plus profit des avantages procurés par les filtres particuliers (Verma, 2005). De Freitas, (2002) présentent l'utilisation d'un ensemble de filtres particuliers pour surveiller des robots mobiles.

En outre, la combinaison des filtres particuliers et d'une stratégie FDI a conduit à Morales-Menendez et al., (2003) à développer une approche de surveillance possédant la spécificité d'utiliser un FP pour déterminer une fonction densité de probabilité *a posteriori* servant à diagnostiquer un défaut. L'approche FDI développée dans leur étude associe simultanément l'estimation paramétrique avec les tests d'hypothèses.

Un module de pronostic vient se greffer à celui du diagnostic dans les travaux d'Orchard (Orchard, 2006). La stratégie développée dans son étude concerne les systèmes non linéaires et non Gaussiens et considère l'implantation de deux modules autonomes. Le premier module est un système FDI utilisant les propriétés d'un processus physique représenté par un système hybride. Le second module est un filtre particulier estimant la fonction densité de probabilité de l'état du système. Ce système de diagnostic fonctionne à partir du calcul de probabilité permettant de décider de l'état du système. Lorsqu'un défaut est détecté, l'état estimé à partir de la fonction densité de probabilité ayant notifié l'occurrence du défaut devient la condition initiale pour la phase pronostic.

Kadirkamanathan et al., (2002) montrent comment les résidus issus d'un modèle et calculés par un FP peuvent servir à l'élaboration d'une stratégie de surveillance. Koutsoukos et al., (2002) proposent l'utilisation des FP pour discriminer les différents états d'un système de propulsion. De Freitas, (2002) combine les filtres particuliers avec le filtre de Kalman pour détecter les différents états d'un système physique. La méthode développée passe par la définition d'une représentation d'état générale dans laquelle plusieurs états non linéaires peuvent représenter l'évolution du processus. Retrouver ces états en utilisant la représentation d'état initialement définie fut l'objectif de la méthode proposée.

Pour faciliter la mise en œuvre des filtres particuliers pour le diagnostic nous rappelons son principe de fonctionnement.

### 3.5 Utilisation des méthodes de Monte Carlo

Evaluer une valeur numérique par des procédés aléatoires peut conduire à utiliser les méthodes de Monte Carlo. Elles exploitent des échantillons simulés pour approximer, par exemple, une fonction densité de probabilité. Lorsque les densités de probabilités ne peuvent être approximées par des méthodes analytiques, l'utilisation des techniques de Monte Carlo peut se révéler particulièrement efficace. Les méthodes de Monte Carlo se répartissent en trois catégories, (Chen, 2003) :

- l'échantillonnage de Monte Carlo : dédié à l'estimation ;
- le calcul de Monte Carlo : pour la conception des générateurs de variables aléatoires ;
- l'optimisation de Monte Carlo : pour l'optimisation des problèmes mathématiques.

Ces dernières années ont vu un développement pléthorique des méthodes de Monte Carlo, mais ce chapitre limite l'étude aux échantillonnages de Monte Carlo (Doucet et al., 2001a), (Lee and Chia, 2002), (Laroque et al., 2002).

#### 3.5.1 Echantillonnage de Monte Carlo

Exposons les notions mathématiques nécessaires pour l'échantillonnage de Monte Carlo (Doucet et al., 2001a). Considérons que pour toute fonction  $f$  bornée de  $\mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$  et une densité de probabilité  $p(x)$  connue, l'espérance de  $f(x)$  est donnée par (3.16) :

$$\mathbb{E}_p[f(x)] = \int f(x) p(x) dx \quad (3.16)$$

Le but consiste à déterminer l'intégrale (3.16) donc à calculer l'espérance de  $f(x)$ . Cependant, la complexité de la densité de probabilité  $p(x)$  rend difficile l'évaluation analytique de cette intégrale. Cela conduit à recourir à l'échantillonnage de Monte Carlo. Soit  $x$  une variable aléatoire dans  $\mathbb{R}^d$  et distribuée selon la densité de probabilité  $p(x)$  et soient  $(x^{(i)})_{i=1, \dots, N_p}$  des variables aléatoires *i.i.d* sur  $\mathbb{R}^d$  et disposant la même loi que  $x$ . Le principe de l'échantillonnage de Monte Carlo consiste à générer  $N_p$  réalisations de la variable aléatoire  $x$ , distribuée selon la densité de probabilité  $p(x)$ , notées :

$$(x^{(i)})_{i=1, \dots, N_p} \sim p(x) \quad (3.17)$$

et ceci pour remplacer la distribution continue  $p(x)$  par une distribution empirique que nous désignons par  $P(x)$  comme le montre (3.18), (Billingsley, 1995), (Dodge, 1993) :

$$P(x) = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \delta(x - x^{(i)}) \quad (3.18)$$

Pour que la distribution empirique  $P(x)$  remplace correctement la distribution continue  $p(x)$  il faudrait que le nombre de réalisations  $N_p$  soit élevé. En utilisant (3.18), l'intégrale (3.16) devient :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}_p[f(x)] &\approx \int f(x) P(x) dx \\ &= \int f(x) \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \delta(x - x^{(i)}) dx \\ &= \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \int f(x) \delta(x - x^{(i)}) dx \\ &= \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} f(x^{(i)}) = \hat{f}_{N_p}(x) \end{aligned} \quad (3.19)$$

La loi des grands nombres indique que lorsque le nombre d'échantillons  $N_p$  est important la moyenne empirique tend vers l'espérance presque sûrement (*p.s.*), (Doucet et al., 2001a).

$$\hat{f}_{N_p}(x) = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} f(x^{(i)}) \xrightarrow{N \rightarrow +\infty} \mathbb{E}_p[f(x)] \quad (3.20)$$

On montre que (Chen, 2003) :

$$\mathbb{E}[\hat{f}_{N_p}] = \mathbb{E}[f], \text{Var}[\hat{f}_{N_p}] \approx \frac{1}{N_p} \text{Var}[f] = \frac{\sigma^2}{N_p}, \sigma^2 = \int [f(x) - \mathbb{E}[f(x)]]^2 p(x) dx$$

Où :  $\sigma^2$  désigne la variance de  $f$ .

### 3.5.2 Echantillonnage d'importance

L'objectif de l'échantillonnage d'importance, (*importance sampling*) (Marshall, 1956), consiste à proposer une distribution, que nous désignons par distribution proposée  $q(x)$  (*proposal distribution*), qui entraîne la réalisation de valeurs influentes prises par une variable aléatoire dans le but d'approximer la densité de probabilité cible  $p(x)$  (*target distribution*). Les raisons de la substitution de  $p(x)$  par  $q(x)$  en vue de générer des variables aléatoires ayant des valeurs influentes sont souvent dictées par la difficulté de connaître avec précision  $p(x)$ . L'obtention des

valeurs influentes des variables aléatoires générées à partir de  $q(x)$  impose de construire  $q(x)$  de façon à ce que son support couvre celui de  $p(x)$ . Pour obtenir une somme pondérée qui approxime (3.16), réécrivons (3.16) sous la forme (3.21) :

$$\begin{aligned}\mathbb{E}_p[f(x)] &= \int f(x) p(x) dx \\ &= \int f(x) \frac{p(x)}{q(x)} q(x) dx \\ &= \int f(x) w(x) q(x) dx\end{aligned}\quad (3.21)$$

Avec :  $w(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$ .

En générant  $N_p$  particules indépendantes et distribuées selon la densité de probabilité  $q(x)$ , notées par :  $(x^{(i)})_{i=1, \dots, N_p} \sim q(x)$  et en utilisant le même cheminement qui a permis d'aboutir à

(3.19) on obtient (3.22) :

$$\hat{f}_{N_p} = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} w(x^{(i)}) f(x^{(i)}) \quad (3.22)$$

Où  $w(x^{(i)}) = \frac{p(x^{(i)})}{q(x^{(i)})}$  est appelé le poids d'importance. Pour s'assurer que la somme des poids vaut 1,  $\sum_{i=1}^{N_p} w(x^{(i)}) = 1$ , le poids d'importance est normalisé :

$$\hat{f}_{N_p} = \frac{\frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} w(x^{(i)}) f(x^{(i)})}{\frac{1}{N_p} \sum_{j=1}^{N_p} w(x^{(j)})} = \sum_{i=1}^{N_p} \tilde{w}(x^{(i)}) f(x^{(i)}) \quad (3.23)$$

La relation (3.23) fournit une estimation de l'espérance de  $f$ .

Avec :

$$\tilde{w}(x^{(i)}) = \frac{w(x^{(i)})}{\sum_{j=1}^{N_p} w(x^{(j)})} \quad (3.24)$$

(Chen, 2003) ont montré que la variance de cette estimation est donnée par :

$$\text{Var}[\hat{f}] = \frac{1}{N_p} \text{Var}[f(x)w(x)]$$

$$= \frac{1}{N_p} \int \left[ \frac{(f(x)p(x))^2}{q(x)} \right] dx - \frac{(\mathbb{E}_p[f(x)])^2}{N_p} \quad (3.25)$$

L'équation (3.25) montre que la réduction de la variance de l'estimation  $\hat{f}$  s'effectue lorsque la distribution proposée  $q(x)$  est choisie de façon à coïncider avec  $p(x)$ . La qualité de l'estimation est conditionnée par l'écart qui existe entre les deux distributions  $p(x)$  et  $q(x)$ . Lorsque cet écart est important les poids deviennent peu représentatifs et plusieurs particules auront une contribution négligeable dans l'approximation de la fonction densité de probabilité  $p(x)$  (Doucet et al., 2001a), (Arulampalam et al., 2002).

### Exemple 3.1

L'objet de cet exemple consiste à expliquer par simulation la méthode d'échantillonnage d'importance. Pour cela, on cherche à approximer la densité de probabilité  $p(x)$  (*représentant la distribution cible*) donnée par :  $p(x) = 0.6 \times \mathcal{N}(x, 2, 1) + 0.4 \times \mathcal{N}(x, -2, 1)$  en utilisant une distribution proposée gaussienne  $q(x)$  donnée par  $q(x) = 1 \times \mathcal{N}(x, 0, 4)$ . Cette distribution gaussienne  $q(x)$  génère les particules  $(x^{(i)}) \sim q(x)$  et elle est construite de façon à ce que son support couvre celui de  $p(x)$ . Les poids d'importance sont obtenus en calculant le rapport :  $w(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$ . Lors de la simulation, 50 particules ont été utilisées,  $N_p = 50$ . La figure FIG. 3.1 présente les résultats de la simulation. Elle montre la distribution cible qui représente la densité à approximer  $p(x)$  et la distribution proposée  $q(x)$ . Dans cette figure, les particules générées à partir de  $q(x)$  sont représentées par des cercles. L'abscisse de chaque cercle indique la position d'une particule (la valeur de la variable aléatoire générée) et l'ordonnée de chaque cercle correspond au poids associé à la particule. La figure FIG. 3.1 montre que les particules suivent le profil de la densité de probabilité  $p(x)$  en dépit de leurs générations à partir de  $q(x)$ . Cela provient de la pondération des particules qui utilise les deux densités  $p(x)$  et  $q(x)$ ,  $w(x^{(i)}) = \frac{p(x^{(i)})}{q(x^{(i)})}$ . Enfin, avec cette méthode la densité  $p(x)$  est approchée par :

$$P(x) = \sum_{i=1}^{N_p} w(x^{(i)}) \delta(x - x^{(i)})$$

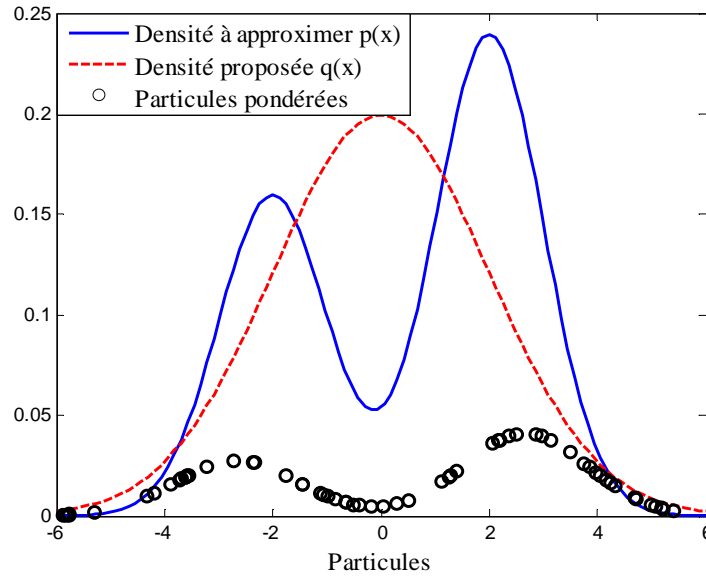


FIG. 3.1 — Distribution discrète obtenue à partir des particules pondérées

Il existe des situations dans lesquelles les particules générées se situent dans des zones ne favorisant pas une bonne estimation de la densité de probabilité  $p(x)$ . Dans de tels cas, on a souvent recours à des méthodes permettant d'accepter ou de rejeter les particules générées. Parmi ces méthodes, l'approche la plus connue se nomme algorithme d'acceptation/ rejet.

### 3.5.3 Algorithme d'acceptation ou rejet

Comme son nom l'indique, l'objectif de l'algorithme d'acceptation/rejet consiste à accepter ou à rejeter les particules générées, (Tanizaki, 1999). Pour expliquer son fonctionnement, considérons que  $p(x)$  représente la densité à partir de laquelle on souhaite générer  $x$ . Cependant, supposons que  $p(x)$  n'est connue qu'à une constante  $\gamma_1$  près et qu'il existe une densité de probabilité  $p_1(x)$  connue telle que  $p(x) = \gamma_1 p_1(x)$ . Considérons qu'il soit possible de générer  $x$  à partir de  $q(x)$  mais que  $q(x)$  n'est aussi connue qu'à une constante  $\gamma_2$  près. Cela signifie qu'il existe une densité de probabilité  $q_1(x)$  telle que :  $q(x) = \gamma_2 q_1(x)$ . Donc le rapport  $\frac{p(x)}{q(x)}$  devient égal à  $\gamma \frac{p_1(x)}{q_1(x)}$  avec  $\gamma = \frac{\gamma_1}{\gamma_2}$ . Soit  $h(x) = \frac{p_1(x)}{q_1(x)}$  le quotient des deux lois, lorsqu'il est possible de borner  $h(x)$  en tout  $x$  par la constante  $c_1$ ,  $\frac{p_1(x)}{q_1(x)} \leq c_1$  ce qui est équivalent à  $\frac{p(x)}{q(x)} \leq c$  en tout  $x$ , alors la procédure d'échantillonnage acceptation/rejet est donnée par :

**L'algorithme acceptation/rejet**

- 
- (1) Générer une variable aléatoire uniforme  $u \sim [0, 1]$
  - (2) Générer une variable aléatoire  $x \sim q(x)$
  - (3) Si  $u \leq \frac{p(x)}{cq(x)}$  retourner  $x$  sinon aller à l'étape 1
- 

L'algorithme d'acceptation/rejet (Chen, 2003) montre que la probabilité d'acceptation d'une variable aléatoire générée est inversement proportionnelle à la constante  $c$ . Une très faible valeur de  $c$  conduit à l'acceptation des échantillons peu représentatifs en raison du taux de rejet faible. Tandis qu'une très forte valeur de  $c$  rend l'algorithme inefficace compte tenu du taux d'acceptation faible. L'algorithme acceptation/rejet produit des résultats satisfaisants lorsque la borne supérieure de la distribution est connue. Les particules générées en dessous de la courbe  $cq(x)$  seront rejetées lorsqu'elles se situent entre  $p(x)$  et  $cq(x)$ . En revanche, lorsque les particules se situent en dessous de  $p(x)$  ces particules seront acceptées.

Les méthodes de générations des lois introduites précédemment sont inexploitablement en temps-réel en raison de l'absence de récursivité. Leurs évolutions vers des versions séquentielles passent par le filtrage bayésien. Le paragraphe (1.4) introduit la terminologie associée à ce type de filtrage et les différentes étapes conduisant à ses équations de récurrences.

## 3.6 Statistique et estimation bayésienne

### 3.6.1 Statistique bayésienne

La théorie bayésienne permet de modéliser des incertitudes en prenant en compte les informations *a priori* et les observations dont on dispose. Pour faciliter sa compréhension, nous introduisons les concepts fondamentaux. Trois éléments sont inhérents à la statistique bayésienne, (Ho and Lee, 1964) :

- *La normalisation* : pour une information *a priori*  $p(x)$  connue et une vraisemblance  $p(y/x)$  donnée, l'information *a posteriori*  $p(x/y)$  s'obtient par la formule de Bayes :

$$p(x/y) = \frac{p(x, y)}{p(y)} = \frac{p(y/x)p(x)}{\int p(y/x)p(x)dx} \quad (3.26)$$

- *La marginalisation* : Lorsque la densité de probabilité jointe  $(x, z)$  est disponible, la densité de probabilité marginale est définie par :

$$p(x/y) = \int p(x, z/y) dz \quad (3.27)$$



- *L'espérance* : pour une fonction densité de probabilité conditionnelle connue, l'espérance est définie par :

$$\mathbb{E}_{p(x/y)}[f(x)] = \int f(x) p(x/y) dx \quad (3.28)$$

L'inférence bayésienne considère toutes les inconnues (les états, les paramètres, les informations *a priori*) comme des variables aléatoires. Elle utilise les informations *a priori* pour déterminer la probabilité conditionnelle de l'état pour les observations connues. Ces probabilités sont données par l'estimation bayésienne récursive.

### 3.6.2 Estimation bayésienne récursive

L'estimation bayésienne récursive fournit le filtrage bayésien séquentiel à partir de deux hypothèses, (Chen, 2003) :

- L'état suit un processus de Markov de premier ordre :  $p(x_k/x_{0:k-1}) = p(x_k/x_{k-1})$
- Les observations sont indépendantes conditionnellement aux états  $p(y_k/x_k, y_{k-1}, \dots, y_1) = p(y_k/x_k)$

Ainsi, nous obtenons la densité de probabilité d'avoir l'état pour des observations disponibles en adoptant la méthodologie suivante :

$$\begin{aligned} p(x_k/y_{1:k}) &= \frac{p(y_{1:k}/x_k)p(x_k)}{p(y_{1:k})} \\ &= \frac{p(y_k, y_{1:k-1}/x_k)p(x_k)}{p(y_k, y_{1:k-1})} \end{aligned} \quad (3.29)$$

Or :

$$p(y_k, y_{1:k-1}/x_k) = p(y_k/y_{1:k-1}, x_k)p(y_{1:k-1}/x_k)$$

Donc la relation (3.29) devient :

$$p(x_k/y_{1:k}) = \frac{p(y_k/y_{1:k-1}, x_k)p(y_{1:k-1}/x_k)p(x_k)}{p(y_k/y_{1:k-1})p(y_{1:k-1})} \quad (3.30)$$

On sait que :

$$p(y_{1:k-1}/x_k) = \frac{p(x_k/y_{1:k-1})p(y_{1:k-1})}{p(x_k)}$$

Alors, la relation (3.30) devient :

$$p(x_k/y_{1:k}) = \frac{p(y_k/y_{1:k-1}, x_k)p(x_k/y_{1:k-1})p(y_{1:k-1})p(x_k)}{p(y_k/y_{1:k-1})p(y_{1:k-1})p(x_k)} \quad (3.31)$$

En utilisant l'indépendance entre les observations conditionnellement aux états et en simplifiant on obtient :

$$p(x_k/y_{1:k}) = \frac{p(y_k/x_k)p(x_k/y_{1:k-1})}{p(y_k/y_{1:k-1})} \quad (3.32)$$

La densité *a posteriori* (3.32) est caractérisée par trois termes :

- L'*information a priori*  $p(x_k/y_{1:k-1})$  définissant la connaissance du modèle

$$p(x_k/y_{1:k-1}) = \int p(x_k/x_{k-1})p(x_{k-1}/y_{1:k-1})dx_{k-1} \quad (3.33)$$

Dans la relation (3.33),  $p(x_k/x_{k-1})$  désigne la densité de probabilité représentant la transition entre les états.

- La *vraisemblance* est définie par  $p(y_k/x_k)$ , densité de probabilité associée à la mesure.
- L'*évidence* est définie par  $p(y_k/y_{1:k-1}) = \int p(y_k/x_k)p(x_k/y_{1:k-1})dx_k$ .

La densité de probabilité *a posteriori* complète  $p(x_{0:k}/y_{1:k})$ , ou marginale  $p(x_k/y_{1:k})$ , permet d'estimer la valeur du vecteur caché  $x_k$ . Le cadre bayésien facilite l'estimation de deux grandeurs :

- le MMSE (*Minimum Mean Squared Error*)
- le MAP (*Maximum A Posteriori*)

Le MMSE est défini par :

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k/k}^{MMSE} &= \mathbb{E}[x_k/y_{1:k}] \\ &= \int x_k p(x_{0:k}/y_{1:k}) dx_{0:k} \\ &= \int x_k p(x_k/y_{1:k}) dx_k \end{aligned} \quad (3.34)$$

Le MAP est donné par :

$$\hat{x}_{k/k}^{MAP} = \operatorname{argmax}_{x_k} [p(x_k/z_{1:k})] \quad (3.35)$$

La formule (3.32) fournit l'estimation bayésienne séquentielle. En l'introduisant dans l'échantillonnage d'importance on obtient l'échantillonnage d'importance bayésien.

### 3.7 Echantillonnage d'importance bayésien

Dans ce paragraphe nous introduisons l'expression récursive du poids d'importance pour aboutir à l'échantillonnage d'importance bayésien. Cela nécessite d'utiliser l'expression récursive de  $p(x_{0:k}/y_{1:k})$  qui s'obtient à partir de (3.32) et de disposer de la forme récursive de la distribution proposée  $q(x)$ . Puis, de déterminer l'expression du poids. Doucet et al., (2001a), proposent un moyen de construction séquentielle de la distribution  $q(x)$  comme le montre (3.36) :

$$q(x_{0:k}/y_{1:k}) = q(x_0) \prod_{t=1}^k q(x_t/x_{0:t-1}, y_{1:t}) \quad (3.36)$$

Puisque les observations sont indépendantes conditionnellement aux états et le système est décrit par un processus markovien alors l'échantillonnage d'importance peut se dérouler séquentiellement. Considérons que la notation  $\mathbb{E}_{p(\cdot/y_{1:k})}[f(x_{0:k})]$  désigne l'espérance de  $f(x_{0:k})$  pour toute densité de probabilité conditionnellement à  $y_{1:k}$ . Alors, lorsque la distribution proposée  $q(x_{0:k}/y_{1:k})$  est choisie, on obtient :

$$\mathbb{E}_{p(\cdot/y_{1:k})}[f(x_{0:k})] = \int f(x_{0:k}) \frac{p(x_{0:k}/y_{1:k})}{q(x_{0:k}/y_{1:k})} q(x_{0:k}/y_{1:k}) dx_{0:k} \quad (3.37)$$

On sait que :  $p(x_{0:k}/y_{1:k}) = \frac{p(y_{1:k}/x_{0:k})p(x_{0:k})}{p(y_{1:k})}$

Donc :

$$w(x_{0:k}) = \frac{p(x_{0:k}/y_{1:k})}{q(x_{0:k}/y_{1:k})} = \frac{p(y_{1:k}/x_{0:k})p(x_{0:k})}{p(y_{1:k})q(x_{0:k}/y_{1:k})} \quad (3.38)$$

Posons :

$$w(x_{0:k}) = \frac{p(y_{1:k}/x_{0:k})p(x_{0:k})}{q(x_{0:k}/y_{1:k})} \quad (3.39)$$

Ainsi, (3.38) devient :

$$\frac{p(x_{0:k}/y_{1:k})}{q(x_{0:k}/y_{1:k})} = \frac{w(x_{0:k})}{p(y_{1:k})} \quad (3.40)$$

Et (3.37) devient :

$$\mathbb{E}_{p(\cdot/y_{1:k})}[f(x_{0:k})] = \int f(x_{0:k}) \frac{w(x_{0:k})}{p(y_{1:k})} q(x_{0:k}/y_{1:k}) dx_{0:k} \quad (3.41)$$

$$= \frac{1}{p(y_{1:k})} \int f(x_{0:k}) w(x_{0:k}) q(x_{0:k}/y_{1:k}) dx_{0:k} \quad (3.42)$$

Or :

$$p(y_{1:k}) = \int p(y_{1:k}/x_{0:k}) p(x_{0:k}) dx_{0:k} \quad (3.43)$$

En utilisant (3.43), la relation (3.42) s'écrit :

$$\mathbb{E}_{p(\cdot/y_{1:k})}[f(x_{0:k})] = \frac{\int f(x_{0:k}) w(x_{0:k}) q(x_{0:k}/y_{1:k}) dx_{0:k}}{\int p(y_{1:k}/x_{0:k}) p(x_{0:k}) dx_{0:k}} \quad (3.44)$$

En exploitant (3.39), la relation (3.44) devient :

$$\mathbb{E}_{p(\cdot/y_{1:k})}[f(x_{0:k})] = \frac{\int f(x_{0:k}) w(x_{0:k}) q(x_{0:k}/y_{1:k}) dx_{0:k}}{\int w(x_{0:k}) q(x_{0:k}/y_{1:k}) dx_{0:k}} \quad (3.45)$$

Il s'ensuit que :

$$\mathbb{E}_{p(\cdot/y_{1:k})}[f(x_{0:k})] = \frac{\mathbb{E}_{q(x_{0:k}/y_{1:k})}[f(x_{0:k})w(x_{0:k})]}{\mathbb{E}_{q(x_{0:k}/y_{1:k})}[w(x_{0:k})]} \quad (3.46)$$

En générant des particules *i.i.d*  $\{x_{0:k}^{(i)}\}$  à partir de  $q(x_{0:k}/y_{1:k})$  on peut approximer (3.46) par :

$$\mathbb{E}_{p(\cdot/y_{1:k})}[f(x_{0:k})] = \frac{\frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} f(x_{0:k}^{(i)}) w(x_{0:k}^{(i)})}{\frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} w(x_{0:k}^{(i)})} \quad (3.47)$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{i=1}^{N_p} \tilde{w}(x_{0:k}^{(i)}) f(x_{0:k}^{(i)}) \\ &\triangleq \hat{f}(x_{0:k}^{(i)}) \end{aligned} \quad (3.48)$$

Où :

$$\tilde{w}(x_{0:k}^{(i)}) = \frac{w(x_{0:k}^{(i)})}{\sum_{j=1}^{N_p} w(x_{0:k}^{(j)})} \quad (3.49)$$

La relation (3.49) représente le poids normalisé. L'équation (3.48) fournit l'estimation d'une fonction  $f$  lorsque des particules *i.i.d* sont générées. Pour estimer récursivement le poids on reprend la relation (3.36) et on obtient :

$$\begin{aligned} q(x_{0:k}/y_{1:k}) &= q(x_k/x_{0:k-1}, y_{1:k}) q(x_{0:k-1}/y_{1:k-1}) \\ &= q(x_0) \prod_{t=1}^k q(x_t/x_{0:t-1}, y_{1:t}) \end{aligned} \quad (3.50)$$

On sait d'après la relation (3.39) que le poids d'importance peut s'écrire :

$$w(x_{0:k}^{(i)}) = \frac{p(y_{1:k}/x_{0:k}^{(i)})p(x_{0:k}^{(i)})}{q(x_{0:k}^{(i)}/y_{1:k})} \quad (3.51)$$

D'une façon générale lorsque les observations sont indépendantes conditionnellement aux états alors on a :

$$p(y_{1:k}/x_{0:k}) = \prod_{j=1}^k p(y_j/x_j) \quad (3.52)$$

Et pour un système dynamique markovien on a :

$$p(x_{0:k}) = p(x_0) \prod_{j=1}^k p(x_j/x_{j-1}) \quad (3.53)$$

En utilisant (3.50), (3.52) et (3.53), l'équation (3.51) devient :

$$w(x_{0:k}^{(i)}) = \frac{p(y_k/x_k^{(i)})p(y_{1:k-1}/x_{0:k-1}^{(i)})p(x_{0:k-1}^{(i)})p(x_k^{(i)}/x_{k-1}^{(i)})}{q(x_k/x_{0:k-1}, y_{1:k})q(x_{0:k-1}/y_{1:k-1})} \quad (3.54)$$

L'équation (3.54) se réécrit par :

$$w(x_{0:k}^{(i)}) = \frac{p(y_{1:k-1}/x_{0:k-1}^{(i)})p(x_{0:k-1}^{(i)})}{q(x_{0:k-1}/y_{1:k-1})} \frac{p(y_k/x_k^{(i)})p(x_k^{(i)}/x_{k-1}^{(i)})}{q(x_k/x_{0:k-1}, y_{1:k})} \quad (3.55)$$

Pour faciliter les notations posons :  $w(x_{0:k}^{(i)}) = w_k^{(i)}$ , puis en effectuant une analogie avec (3.51) on obtient :

$$w_k^{(i)} = w_{k-1}^{(i)} \frac{p(y_k/x_k^{(i)})p(x_k^{(i)}/x_{k-1}^{(i)})}{q(x_k/x_{0:k-1}, y_{1:k})} \quad (3.56)$$

Cette relation de récurrence montre que le poids d'importance se détermine à chaque instant en partant d'un poids initial.

### 3.7.1 Echantillonnage pondéré séquentiel

Dans cette section nous présentons les conditions à satisfaire et améliorant la qualité de l'estimation de l'algorithme d'échantillonnage pondéré séquentiel lorsque le poids d'importance (3.56) est utilisé. Notons que le poids d'importance (3.56) peut fournir des valeurs faibles caractérisant sa dégénérescence. Le problème de dégénérescence des poids peut dégrader fortement les performances de l'échantillonnage pondéré séquentiel. Lorsque la dégénérescence se produit, la variance du poids d'importance croît au cours du temps. Ce qui impose un coût de calcul important pour la mise à jour des particules dont les contributions à l'approximation de la

fonction densité de probabilité sont négligeables. Un moyen d'éviter la dégénérescence consiste à choisir un nombre appelé *nombre d'échantillons efficace*  $N_{eff}$  (Doucet et al., 2001a) :

$$N_{eff} = \frac{N_p}{1 + Var\left(\tilde{w}(x_{0:k}^{(i)})\right)} \quad (3.57)$$

Où  $\tilde{w}(x_{0:k}^{(i)})$  est le poids d'importance normalisé défini par (3.49). Ce nombre d'échantillons efficace  $N_{eff}$  ne peut être déterminé analytiquement mais son estimé  $\hat{N}_{eff}$  s'obtient par :

$$\hat{N}_{eff} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{N_p} \left(\tilde{w}(x_{0:k}^{(i)})\right)^2} \quad (3.58)$$

Soulignons que  $N_p$  doit être supérieur à  $N_{eff}$ . L'autre façon de réduire la dégénérescence passe par l'augmentation du nombre de particules. Cette solution s'accompagne d'une implantation algorithmique nécessitant un temps de calcul élevé. Il s'agit donc d'une solution peu appropriée pour des utilisations temps-réel. Pour contourner cette difficulté plusieurs approches ont été proposées (Chen, 2003) dont les plus répandues sont l'utilisation d'une densité d'importance adéquate ainsi que la technique du ré-échantillonnage, (Arulampalam et al., 2002).

### 3.7.2 Distribution d'importance adéquate

Le but de cette section est de présenter la méthode permettant d'obtenir la densité d'importance adéquate. Cette densité d'importance adéquate présente l'avantage de simplifier l'expression du poids. La densité d'importance adéquate s'obtient en utilisant la densité  $q(x_k^{(i)}/x_{0:k-1}^{(i)}, y_{1:k})$  pour minimiser la variance de  $\tilde{w}(x_{0:k}^{(i)})$  et maximiser parallèlement  $N_{eff}$ . La densité d'importance minimisant la variance de  $\tilde{w}(x_{0:k}^{(i)})$  conditionnellement à  $x_{0:k-1}^{(i)}$  et  $y_{1:k}$  s'obtient en adoptant la méthodologie suivante, (Doucet et al., 2001a).

On sait que :

$$\mathbb{E}_{q(\cdot/x_{0:k-1}^{(i)}, y_k)} \{w(x_{0:k}^{(i)})\} = \int w(x_{0:k}^{(i)}) q(x_k^{(i)}/x_{0:k-1}^{(i)}, y_k) dx_k^{(i)} \quad (3.59)$$

En utilisant (3.56), l'expression (3.59) devient :

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}_{q(\cdot/x_{0:k-1}^{(i)}, y_k)} \{w(x_{0:k}^{(i)})\} \\ &= \int w(x_{0:k-1}^{(i)}) \frac{p(y_k/x_k^{(i)})p(x_k^{(i)}/x_{k-1}^{(i)})}{q(x_k/x_{0:k-1}, y_{1:k})} q(x_k^{(i)}/x_{0:k-1}^{(i)}, y_k) dx_k^{(i)} \end{aligned} \quad (3.60)$$

Or,

$$p(y_k/x_{k-1}^{(i)}) = \int p(y_k/x_k^{(i)})p(x_k^{(i)}/x_{k-1}^{(i)}) dx_k^{(i)}$$

Donc (3.60) devient :

$$\mathbb{E}_{q(\cdot/x_{0:k-1}^{(i)}, y_k)} \{w(x_{0:k}^{(i)})\} = w(x_{0:k-1}^{(i)}) p(y_k/x_{k-1}^{(i)}) \quad (3.61)$$

L'expression de la variance du poids d'importance est donnée par :

$$\text{Var}_{q(\cdot/x_{0:k-1}^{(i)}, y_k)} \{w(x_{0:k}^{(i)})\} = \mathbb{E}_{q(\cdot/y_{1:k}, x_{0:k})} \{w(x_{0:k}^{(i)})^2\} - \mathbb{E}_{q(\cdot/y_{1:k}, x_{0:k})} \{w(x_{0:k}^{(i)})\}^2 \quad (3.62)$$

En faisant les développements, présentés dans (Doucet et al., 2001a), on obtient une variance minimale lorsque la relation (3.62) est nulle. Puis, la densité d'importance (3.63) s'obtient :

$$q(x_k^{(i)}/x_{0:k-1}^{(i)}, y_{1:k}) = p(x_k^{(i)}/x_{k-1}^{(i)}, y_k) \quad (3.63)$$

Cette densité est donc optimale au sens de la minimisation de la variance. En injectant (3.63) dans (3.56), on obtient :

$$w_k^{(i)} = w_{k-1}^{(i)} \frac{p(y_k/x_k^{(i)})p(x_k^{(i)}/x_{k-1}^{(i)})}{p(x_k^{(i)}/x_{k-1}^{(i)}, y_k)} \quad (3.64)$$

Or, comme :

$$p(x_k^{(i)}/x_{k-1}^{(i)}, y_k) = \frac{p(y_k/x_k^{(i)})p(x_k^{(i)}/x_{k-1}^{(i)})}{p(y_k/x_{k-1}^{(i)})} \quad (3.65)$$

En utilisant (3.65), la relation (3.64) peut s'écrire :

$$w(x_{0:k}^{(i)}) = w(x_{0:k-1}^{(i)})p(y_k/x_{k-1}^{(i)}) \quad (3.66)$$

La relation (3.66) montre l'expression du poids d'importance simplifié lorsque la densité d'importance adéquate est utilisée. Cette expression indique que la densité d'importance  $q(x_k/x_{k-1}^{(i)}, y_{1:k})$  est optimale puisque pour  $x_{k-1}^{(i)}$  connue. Alors,  $w(x_{0:k}^{(i)})$  conserve la même valeur indépendamment des échantillons générés par  $q(x_k/x_{k-1}^{(i)}, y_{1:k})$ . Afin de fixer les idées nous illustrons cet échantillonnage par l'exemple 3.2.

**Exemple 3.2 :**

Cet exemple explique l'algorithme utilisant l'échantillonnage pondéré séquentiel. Il reprend toutes les conditions de simulation présentées dans l'exemple 3.1.

La seule différence qui existe entre cet exemple et l'exemple 3.1 réside dans l'estimation récursive du poids.

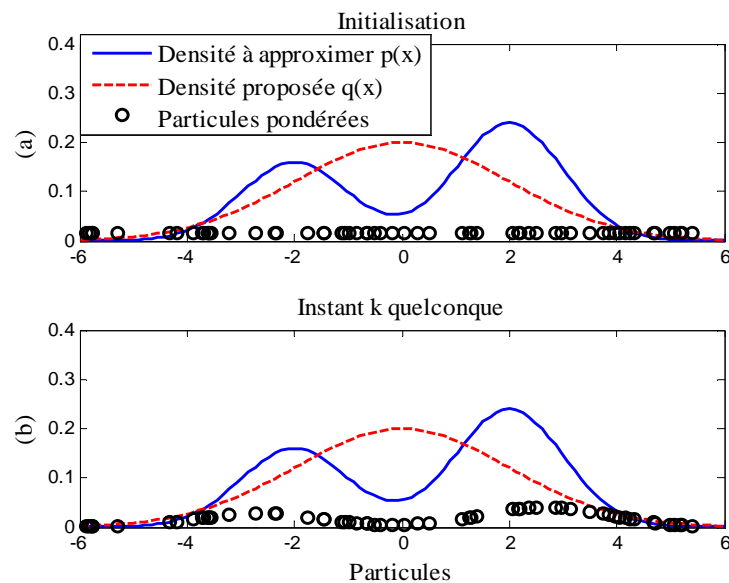


FIG. 3.2 — Illustration de L'échantillonnage d'importance

La figure FIG. 3.2 présente la densité à approximer  $p(x)$ , la densité proposée  $q(x)$  et les particules pondérées. Cette figure est obtenue à un instant  $k$ . Elle montre qu'à l'instant initial toutes les particules présentent le même poids (FIG. 3.2 (a)) et qu'à un instant  $k$  donné les particules présentent des poids différents (FIG. 3.2 (b)). Cette dernière situation permet d'obtenir l'estimation de  $p(x)$ . La figure FIG. 3.2 (b) montre la présence des régions dans lesquelles la contribution des particules est négligeable dans l'estimation de  $p(x)$ . Ce qui nécessite de concentrer ces particules dans les régions de fortes densités de probabilité et passe par une étape dite de ré-échantillonnage.

### 3.7.3 Technique du ré-échantillonnage

La technique du ré-échantillonnage vise à réduire l'effet de la dégénérescence des particules et représente une alternative à l'utilisation de la densité d'importance adéquate, (Green, 1995), (Kitagawa, 1996). Ce phénomène se produit lorsque  $N_{eff}$  est inférieur à un seuil fixé. Durant l'étape de ré-échantillonnage, les particules et leurs poids d'importance associés  $\{x^{(i)}, \tilde{w}(x_{0:k}^{(i)})\}$  sont remplacés par de nouvelles particules avec des poids d'importance égaux  $\tilde{w}(x_{0:k}^{(i)}) = 1/N_p$ . Le processus de ré-échantillonnage peut s'opérer de plusieurs façons nous en présentons deux. La première s'effectue à chaque instant d'échantillonnage tandis que la deuxième impose de générer une séquence de seuils (constants ou variables au cours du temps). Cette séquence de seuils est dédiée à superviser la variance du poids et le ré-échantillonnage n'est autorisé que lorsque la variance du poids d'importance dépasse le seuil fixé. Lorsque le bruit de processus est faible ou nul le ré-échantillonnage successif appauvrit le système de particules et entraîne la



dégénérescence des poids. En dépit des avantages procurés par le ré-échantillonnage, il présente des inconvénients liés notamment à la perte de la diversité des particules. Plusieurs algorithmes de ré-échantillonnage ont été proposés dans la littérature (Chen, 2003), (Doucet et al., 2001a) mais ce chapitre se limite au ré-échantillonnage multinomial puisqu'il s'agit de celui que nous utilisons dans toute la suite.

**Algorithme : ré-échantillonnage multinomial**

- 
- Générer une distribution uniforme  $u \sim \mathcal{U}(0, 1)$ , puis construire une distribution cumulative pour le poids d'importance,  $s_i = \sum_{j=1}^i \tilde{w}^j$ .
  - Trouver  $s_i$  tel que  $s_{i-1} \leq u_j \leq s_i$ , la particule ayant pour index  $i$  est maintenue.
  - Pour  $\{x^{(i)}, \tilde{w}^{(i)}\}$  disponible et  $j = 1, \dots, N_p$  générer de nouvelles particules  $x^{(j)}$  en dupliquant  $x^{(i)}$  en fonction du poids  $\tilde{w}^{(i)}$  associé.
  - Réinitialiser les poids,  $w(i) = \frac{1}{N_p}$ .
- 

Le ré-échantillonnage multinomial génère uniformément, à partir des anciennes particules,  $N_p$  nouvelles particules. Chaque particule est dupliquée  $N_i$  fois. En d'autres termes chaque particule produit  $N_i$  descendants (au aucun descendant) à la génération suivante. Pour faciliter la compréhension de la technique du ré-échantillonnage, donnons un exemple, (Dahia, 2005) :

**Exemple 3.3**

Considérons les cinq particules  $x^{(i)}$ ,  $i = 1, \dots, 5$  auxquelles sont associées respectivement les poids  $\{w^{(i)}\}_{i=1}^5 = \{0.105, 0.26, 0.085, 0.43, 0.12\}$  (voir FIG. 3.3), et supposons que l'on dispose de 5 variables aléatoires uniformes  $u^{(i)} \in [0, 1]$ ,  $i = 1, \dots, 5$  par exemple  $\{u^{(i)}\}_{i=1}^5 = \{0.07, 0.27, 0.32, 0.68, 0.88\}$ . Ces variables aléatoires seront comparées à la somme cumulative des poids  $s_i$  portée sur l'axe des ordonnées.

Lorsque la variable aléatoire générée  $u^{(j)}$  se situe dans l'intervalle  $[s_i, s_{i-1}]$  alors la particule de poids  $w^{(j)} = s_i - s_{i-1}$  est maintenue. Puis de nouvelles particules  $\{x'^{(i)}\}_{i=1}^5 = \{x^{(1)}, x^{(2)}, x^{(2)}, x^{(4)}, x^{(5)}\}$  sont obtenues. La séquence des particules montre que la particule  $x^{(2)}$  est dupliquée au détriment de la particule  $x^{(3)}$  qui est éliminée. Ensuite, les poids sont réinitialisés à  $\frac{1}{N_p}$ . La figure FIG. 3.3 schématise l'exemple 3.3, les index des particules sont représentés en abscisse. La somme cumulative des poids caractérise le poids de la particule courante additionné aux poids de toutes les particules précédentes. Ces sommes sont représentées en ordonnées.

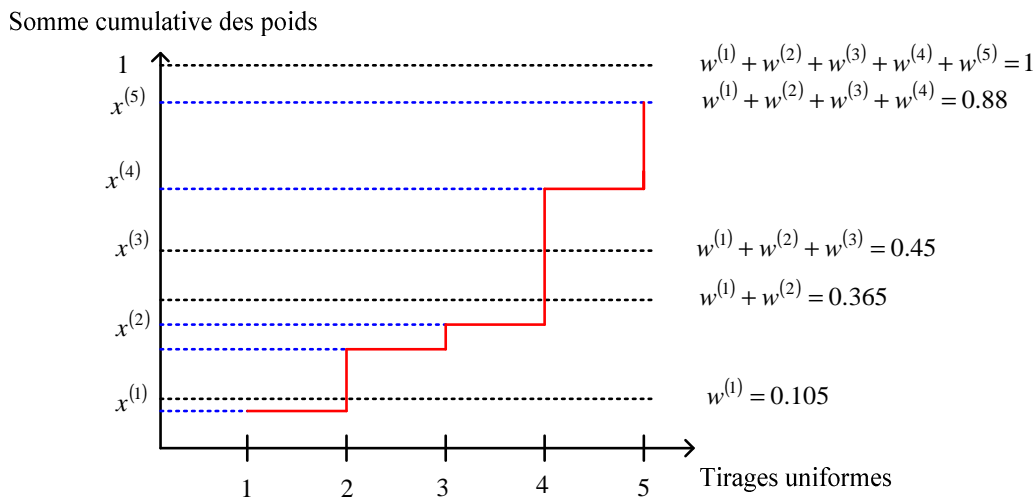


FIG. 3.3 — Sélection des particules selon l'importance de leurs poids

Ensuite, le tirage successif de l'index des  $N_p$  particules est effectué.

Pour montrer l'influence du ré-échantillonnage dans l'algorithme d'échantillonnage pondéré séquentiel nous proposons l'exemple 3.4.

*Exemple 3.4*

Reprenons l'exemple 3.2 et conservons les mêmes conditions de simulation.

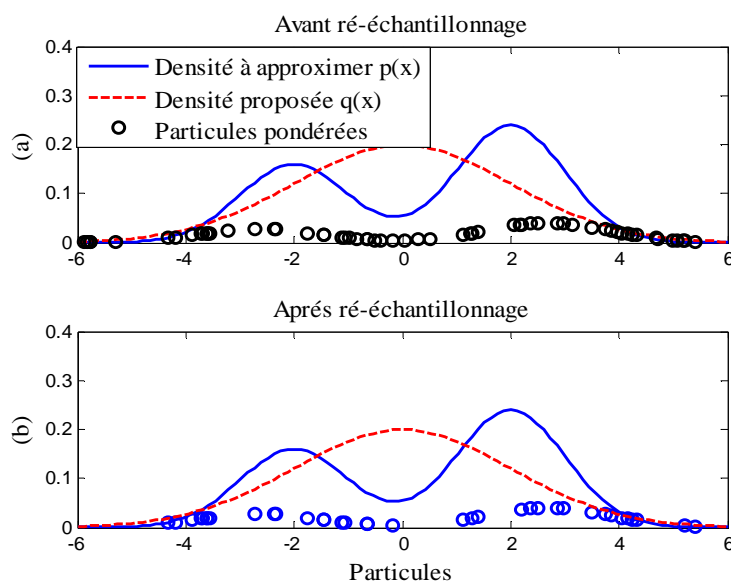


FIG. 3.4 — Densités avant et après ré-échantillonnage

Ensuite, injectons dans l'algorithme d'échantillonnage pondéré séquentiel l'étape du ré-échantillonnage multinomial. La figure FIG. 3.4 présente la densité à approximer  $p(x)$ , la densité proposée  $q(x)$  et les particules pondérées. La figure FIG. 3.4 (a) présente les particules

pondérées avant l'étape de ré-échantillonnage et la figure FIG. 3.4 (b) montre les résultats obtenus après le ré-échantillonnage. La figure FIG. 3.4 (b) montre que les particules appartenant aux zones de faibles probabilités ont été éliminées au profit des particules appartenant aux zones de fortes probabilités. En concentrant les particules dans ces régions de fortes probabilités l'estimation de l'état devient plus précise.

### 3.7.4 Echantillonnage pondéré séquentiel avec ré-échantillonnage (ISR)

L'algorithme du filtre particulaire qui provient de l'échantillonnage pondéré séquentiel avec ré-échantillonnage est présenté dans cette section. Les filtres particulaires approximent la loi *a posteriori*  $p(x_{0:k}/y_{1:k})$  par une estimation discrète. Cette estimation est constituée d'une somme finie de Dirac pondérés. Elle est cumulée en des points désignés par particules (Doucet et al., 2001a), (Gordon et al., 1993).

$$P(x_{0:k}/y_{1:k}) = \sum_{i=1}^{N_p} w(x_{0:k}^{(i)}) \delta(x_k - x_k^{(i)}) \quad (3.67)$$

La relation (3.66) montre que le poids  $w(x_{0:k}^{(i)})$  s'exprime par :

$$w(x_{0:k}^{(i)}) = w(x_{0:k-1}^{(i)}) p(y_k/x_{k-1}^{(i)})$$

Puisque l'étape de ré-échantillonnage est appliquée à chaque itération, cela réduit  $w(x_{0:k-1}^{(i)})$  à  $w(x_{0:k-1}^{(i)}) = \frac{1}{N_p}$  et conduit à la formulation suivante du poids :  $w(x_{0:k}^{(i)}) \propto p(y_k/x_{0:k}^{(i)})$ .

L'algorithme du filtre particulaire se résume par :

**Filtre particulière**

## 1 – Initialisation

- Pour  $i = 1, \dots, N_p$ , générer  $x_0^{(i)} \sim p(x_0)$  avec  $w_0^{(i)} = \frac{1}{N_p}$

2 – Pour  $k = 1, \dots, K$ 

- Propager les particules :

- Pour  $i = 1, \dots, N_p$ , générer  $x_k^{(i)} \sim q(x_k/x_{k-1}^{(i)})$  et  $\tilde{x}_{0:k}^{(i)} \sim (x_{0:k-1}^{(i)}, x_k^{(i)})$

## 3 – Mettre à jour les poids :

- Pour  $i = 1, \dots, N_p$ , évaluer les poids d'importance  $w(x_{0:k}^{(i)}) \propto p(y_k/x_{0:k}^{(i)})$
- Pour  $i = 1, \dots, N_p$ , normaliser les poids d'importance

$$\tilde{w}(x_{0:k}^{(i)}) = \frac{w(x_{0:k}^{(i)})}{\sum_{j=1}^{N_p} w(x_{0:k}^{(j)})}$$

## 4 – Ré-échantillonnage

- Pour  $i = 1, \dots, N_p$ , tirer avec remise  $x_{0:k}^{(i)}$  parmi  $(\tilde{x}_{0:k}^{(i)})_{i=1, \dots, N_p}$  proportionnellement à  $(w(x_{0:k}^{(i)}))_{i=1, \dots, N_p}$

5 – Utiliser les particules et leurs poids associés  $(x_{0:k}^{(i)}, \frac{1}{N_p})_{i=1, \dots, N_p}$  pour approcher la distribution *a posteriori*  $p(x_{0:k}/y_{1:k})$

L'exemple 3.5 montre l'influence du nombre de particules sur l'estimation d'état d'un processus.

**Exemple 3.5**

Appliquons l'algorithme des filtres particulières sur un exemple fortement non linéaire. Les filtres particuliers déterminent les poids et les positions des particules puis fournissent l'état d'évolution du processus. Soit le système d'équation non linéaire (3.68), (Arulampulam et al., 2002) :

$$\begin{cases} x_k = \frac{x_{k-1}}{2} + \frac{25x_{k-1}}{1+x_{k-1}^2} + 8 \cos(1.2k) + v_k \\ z_k = \frac{x_k^2}{20} + n_k \end{cases} \quad (3.68)$$

$v_k$  et  $n_k$  sont des variables aléatoires Gaussiennes de moyennes nulles et de variances égales à 5. Etablissons un lien entre cette représentation d'état et l'algorithme des filtres particulaires. L'estimation d'état de ce système dynamique passe par reproduire la trajectoire du processus pour chaque particule ( $i$ ). Donc le système dynamique devient (3.69) :

$$\begin{cases} x_k^{(i)} = \frac{x_k^{(i-1)}}{2} + \frac{25x_k^{(i-1)}}{1 + (x_k^{(i-1)})^2} + 8 \cos(1.2k) + v_k \\ z_k^{(i)} = \frac{(x_k^{(i)})^2}{20} + n_k \end{cases} \quad (3.69)$$

A chaque instant la variable aléatoire  $x_k^{(i-1)}$  est générée et permet le calcul de  $x_k^{(i)}$  et de  $z_k^{(i)}$ . Cette étape correspond à la propagation des particules. D'où l'absence de recursivité dans la mise à jour de l'état du processus. Pour un nombre de particules  $N_p$  donné, la représentation d'état du processus explore à chaque instant  $N_p$  différentes trajectoires. Puis vient le calcul et la normalisation des poids, en considérant que la densité des poids est Gaussienne on utilise la variable  $z_k^{(i)}$  calculée pour la mise à jour des poids. Les trajectoires explorées par les particules sont ensuite fusionner en utilisant les poids dans le but d'obtenir l'estimation d'état du système. Simulons la représentation d'état pour différents nombres de particules et observons l'évolution de l'état du processus.

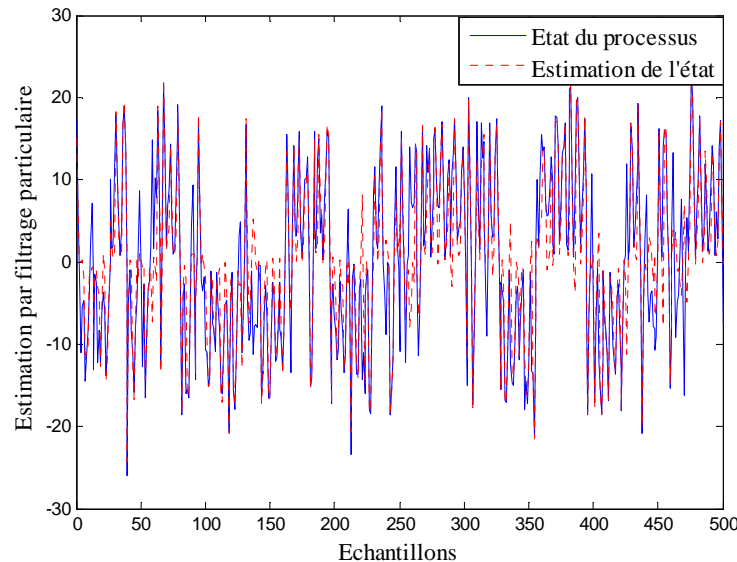
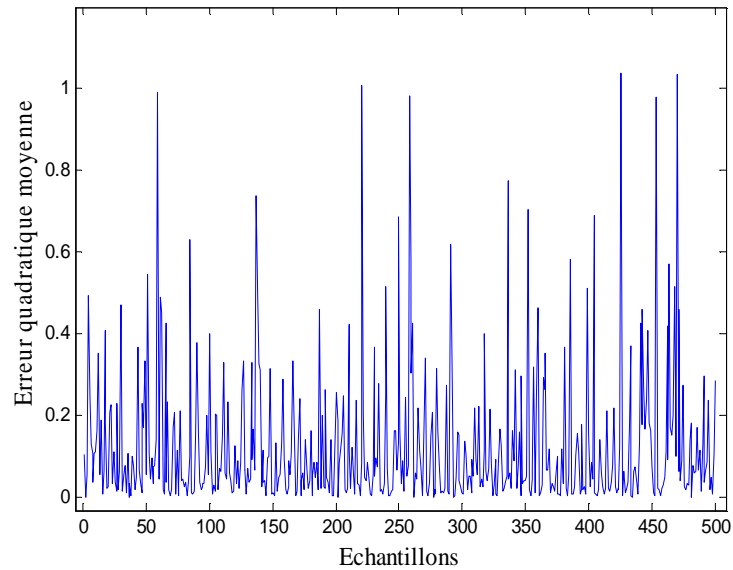
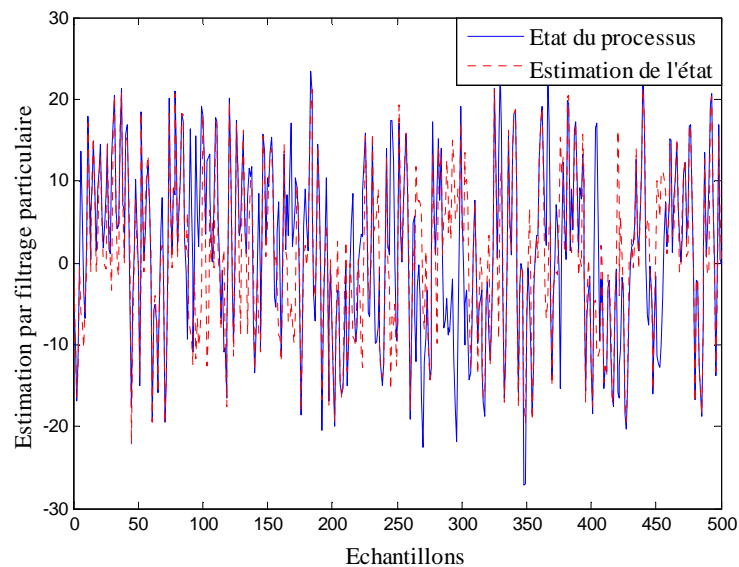


FIG. 3.5 — Estimation d'état par filtrage particulaire ( $N_p = 500$ )

La figure FIG. 3.5 présente un exemple où l'on utilise un nombre de particules égal à 500. Cette figure montre que l'estimation de l'état par les filtres particulaires suit l'état réel avec de bonnes performances (FIG. 3.6).

FIG. 3.6 — Erreur quadratique moyenne pour ( $N_p = 500$ )

En modifiant le nombre de particules de 500 à 50 on obtient les courbes de la figure FIG. 3.7.

FIG. 3.7 — Estimation d'état par filtrage particulaire ( $N_p = 50$ )

Les résultats donnés à la figure FIG. 3.7 confirment la réduction de la qualité de l'estimation avec la diminution du nombre de particules. Cette simulation fournit l'erreur quadratique moyenne donnée à la figure FIG. 3.8 et montre que cette erreur augmente avec la diminution du nombre de particules.

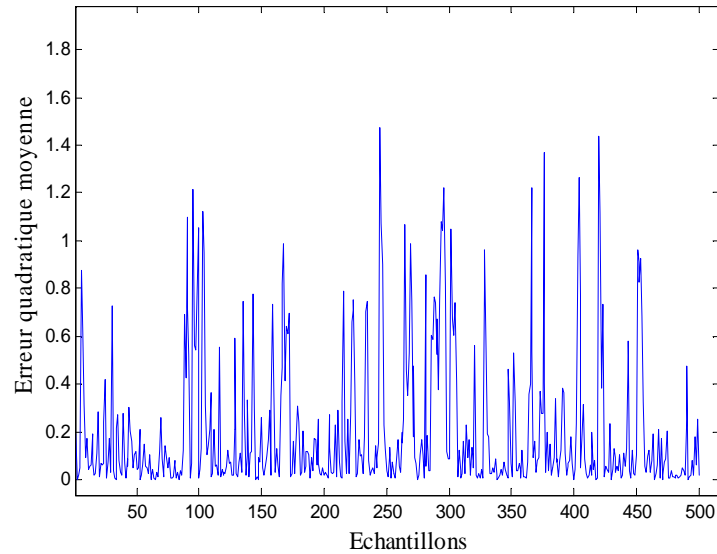


FIG. 3.8 — Erreur quadratique moyenne pour ( $N_p = 50$ )

Les différents résultats présentés dans l'exemple 3.5 soulignent que l'erreur quadratique moyenne diminue lorsque le nombre de particules est important. Cet exemple a montré le fonctionnement des filtres particulaires sur un exemple non linéaire. L'utilisation des filtres particulaires est également adaptée pour les systèmes linéaires comme le montre l'exemple 3.6.

### Exemple 3.6

Cet exemple montre le fonctionnement des filtres particulaires en utilisant un exemple linéaire. Soit le système d'équation linéaire (3.70) :

$$\begin{cases} x_k = x_{k-1} + v_{k-1} \\ y_k = x_k + n_k \end{cases} \quad (3.70)$$

En considérant que  $v_{k-1}$  et  $n_k$  sont des bruits blancs Gaussiens de variances égales à 1. Les résultats de simulation pour un nombre de particules égales à 200 fournissent les courbes de la figure FIG. 3.9.

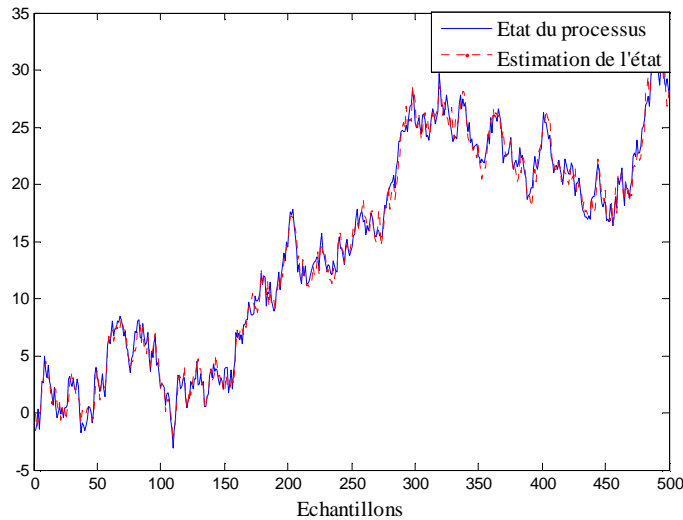


FIG. 3.9 — Densités Estimation d'état par filtrage particulaire ( $N_p = 200$ )

La figure FIG. 3.9 montre l'estimation de l'état du processus en utilisant un système linéaire. Cependant, les filtres particulaires sont rarement utilisés pour l'estimation d'état des systèmes linéaires, puisque dans ce cas, le filtre de Kalman est optimal si le bruit est gaussien (Doucet et al., 2001a).

### 3.8 Variantes des filtres particulaires

En général, l'obtention d'une bonne qualité d'estimation en utilisant les filtres particulaires est conditionnée par un nombre de particules élevé ce qui augmente le temps de calcul. C'est en ce sens que les variantes des FP ont été développées et elles ont pour but d'éviter l'appauvrissement des poids et parvenir à une bonne qualité d'estimation en utilisant un nombre de particules réduit. On cherche donc à prendre en considération les spécificités du système afin de réduire la partie de l'espace où les particules doivent être générées. En d'autres termes, si certaines composantes de l'état sont linéaires des voies à explorer se présentent avec la particularité de fournir de meilleures performances. Il s'agit des méthodes d'estimation présentant également l'avantage d'être moins coûteuses en temps de calcul que l'approximation particulaire. Nous avons évoqué l'existence de plusieurs variantes des filtres particulaires (Chen, 2003), dans ce chapitre nous présentons la variante nommée le filtre particulaire rao-blackwellisé. Cette variante repose sur le principe des modèles à saut, ce qui nous conduit à introduire les notions relatives à ce type de modèles.



### 3.9 Généralités sur les modèles à saut

Les modèles représentés par des équations d'état à commutations (*Switching State Space Model*) ont pour but de commuter entre différents modèles suivant la valeur prise par une variable discrète spécifiant le modèle à choisir. Les modèles à saut se composent :

- d'une variable indicatrice que nous désignons par  $z_k = 1 \dots d$ ,  $d$  représente le nombre de modèles, cette fonction indicatrice permet de sélectionner le modèle à utiliser ;
- un ensemble de  $d$  modèles d'évolution et de mesure  $p(x_k/x_{k-1}, z_k)$  et  $p(y_k/x_k, z_k)$  pour différentes valeurs de  $d$ .

Ainsi, l'inférence bayésienne a pour objectif de calculer la densité *a posteriori*  $p(x_{0:k}, z_{1:k}/y_{1:k})$  lorsque les observations  $y_k$ , les lois d'observation  $p(y_k/x_k, z_k)$ , les lois d'évolution de l'état  $p(x_k/x_{k-1}, z_k)$  ainsi que les lois d'évolution de la variable discrète sont connues  $p(z_k/z_{k-1})$  sont connues.

Le deuxième modèle répandu dans la littérature est le modèle à saut markovien (*Jump Markov System*). Il s'agit d'un modèle permettant de définir une chaîne de Markov de noyau de transition  $\mathbb{P}r(z_k/z_{k-1})$  afin d'obtenir la variable indicatrice discrète.

Lorsque les modèles  $p(x_k/x_{k-1}, z_k)$  et  $p(y_k/x_k, z_k)$  se représentent sous la forme de modèles linéaires Gaussiens alors ils se nomment système dynamique conditionnellement linéaire (*Conditionnally Linear Dynamic System*) si la transition de l'état discret est markovienne, il s'agit d'un système linéaire à saut markovien, (*Jump Markov Linear System*, JMLS).

Un système dynamique conditionnellement linéaire se représente sous la forme :

$$\begin{cases} z_k \sim p(z_k/z_{k-1}) \\ x_{k+1} = A_k(z_{k+1})x_k + B_k(z_{k+1})u_k + v_k \\ y_k = C_k(z_k)x_k + \omega_k \end{cases} \quad (3.71)$$

Où  $x_k$  représente le vecteur d'état à l'instant  $k$ ,  $v_k$  représente un bruit blanc Gaussien de matrice de covariance  $Q_k$ ,  $u_k$  est une entrée connue,  $A_k(z_{k+1})$  est la matrice d'évolution de l'état,  $B_k(z_{k+1})$  représente la matrice de commande,  $y_k$  représente l'observation à l'instant  $k$ ,  $\omega_k$  est un bruit blanc Gaussien de matrice de covariance  $R_k$  et  $C_k(z_k)$  représente la matrice d'observation. L'objectif de ces approches consiste à estimer la densité de probabilité  $p(x_{0:k}, z_{1:k}/y_{1:k})$ .

## 3.10 Filtre particulaire rao-blackwellisé

### 3.10.1 Généralités

Le filtre particulaire rao-blackwellisé que nous notons par la suite RBPF permet de réduire la variance de l'estimation. Pour expliquer cette technique, reprenons la formule du poids d'importance donnée par :

$$w(x_{0:k}) = \frac{p(x_{0:k}/y_{1:k})}{q(x_{0:k}/y_{1:k})} \quad (3.72)$$

Avec  $p(x_{0:k}/y_{1:k})$  la densité de probabilité à approximer et  $q(x_{0:k}/y_{1:k})$  la densité de probabilité proposée et à partir de laquelle on génère les particules. On considère que le support de  $q(x_{0:k}/y_{1:k})$  couvre celui de  $p(x_{0:k}/y_{1:k})$ . Supposons qu'il soit possible de décomposer le vecteur d'état en deux parties :

$$x_{0:k} = \begin{bmatrix} x_{0:k}^1 \\ x_{0:k}^2 \end{bmatrix} \quad (3.73)$$

L'utilisation de la méthode de décomposition de la variance permet d'exprimer la variance totale des poids d'importance par la somme de la moyenne des variances conditionnelles et de la variance des moyennes conditionnelles : Il s'agit de la variance totale,

$$\begin{aligned} \text{Var}_{q(x_{0:k}/y_{1:k})}[q(x_{0:k})] &= \text{Var}_{q(x_{0:k}^1/y_{1:k})} \left\{ \mathbb{E}_{q(x_{0:k}^2/x_{0:k}^1, y_{1:k})} [q(x_{0:k})/x_{0:k}^1] \right\} \\ &\quad + \mathbb{E}_{q(x_{0:k}^1/y_{1:k})} \left\{ \text{Var}_{q(x_{0:k}^2/x_{0:k}^1, y_{1:k})} [q(x_{0:k})/x_{0:k}^1] \right\} \end{aligned} \quad (3.74)$$

Après démonstration (Chen, 2003) a montré que :

$$\text{Var}_{q(x_{0:k}/y_{1:k})}[q(x_{0:k})] > \text{Var}_{q(x_{0:k}^1/y_{1:k})}[q(x_{0:k}^1)] \quad (3.75)$$

Cette relation montre que le RBPF est une technique de réduction de variance.

### 3.10.2 Fonctionnement du filtre particulaire rao-blackwellisé

Reprenons l'idée consistant à séparer l'espace d'état en deux parties :

$$x_{0:k} = \begin{bmatrix} x_{0:k}^1 \\ x_{0:k}^2 \end{bmatrix} \quad (3.76)$$

En utilisant la règle de Bayes, la densité de probabilité *a posteriori* se décompose en :

$$\begin{aligned} p(x_{0:k}/y_{1:k}) &= p(x_{0:k}^1, x_{0:k}^2/y_{1:k}) \\ &= p(x_{0:k}^2/x_{0:k}^1, y_{1:k})p(x_{0:k}^1/y_{1:k}) \end{aligned} \quad (3.77)$$

Rappelons que l'estimation de l'état au sens MMSE est donnée par :

$$\hat{x}_{0:k} = \mathbb{E}[x_{0:k}/y_{1:k}] = \int x_{0:k} p(x_{0:k}/y_{1:k}) dx_k \quad (3.78)$$

En utilisant (3.77) la relation (3.78) devient :

$$\hat{x}_{0:k} = \int \left[ \int (x_{0:k}^1, x_{0:k}^2) p(x_{0:k}^2/x_{0:k}^1, y_{1:k}) dx_{0:k}^2 \right] p(x_{0:k}^1/y_{1:k}) dx_{0:k}^1 \quad (3.79)$$

Si  $x_{0:k}^2$  peut être déterminé analytiquement lorsque  $x_{0:k}^1$  est connu alors l'utilisation des filtres particuliers se limite à générer des particules pour estimer la densité de probabilité  $p(x_{0:k}^1/y_{1:k})$ . L'utilisation de l'estimation de  $p(x_{0:k}^1/y_{1:k})$  permettra de déterminer  $p(x_{0:k}^2/x_{0:k}^1, y_{1:k})$ . Lorsque l'espace d'état peut être séparé en deux parties, les propriétés de réduction de variance dont dispose le RBPF fournissent une estimation d'état meilleure que celle fournie par le FP. Le RBPF permet d'effectuer une partie de l'estimation analytiquement et l'autre partie en utilisant les méthodes de Monte Carlo.

Considérons que  $\hat{x}_k^{Ns}$  représente l'estimation définie en (3.78), obtenue en utilisant  $N_p$  particules et l'algorithme du filtre particulière. Et que  $\hat{x}_k^{Nr}$  désigne la même estimée en utilisant  $N_p$  particules mais en substituant le FP par le RBPF. Alors, le théorème de la limite centrale stipule que lorsque  $N_p$  est élevé on obtient :

$$\hat{x}_k^{Ns} \sim \mathcal{N}(\hat{x}_k, \text{Var}(\hat{x}_k^{Ns})) \quad (3.80)$$

$$\hat{x}_k^{Nr} \sim \mathcal{N}(\hat{x}_k, \text{Var}(\hat{x}_k^{Nr})) \quad (3.81)$$

$$\text{Var}(\hat{x}_k^{Ns}) \geq \text{Var}(\hat{x}_k^{Nr}) \quad (3.82)$$

Pour les détails concernant ces résultats (Doucet et al., 2001a) est une bonne référence.

Lorsqu'il est possible de décomposer l'espace d'état en deux parties : une partie linéaire et une partie non linéaire, alors l'utilisation du RBPF permet d'estimer la partie linéaire en utilisant un filtre de Kalman conditionnellement à la partie non linéaire qui se détermine par un filtre particulière (Doucet et al. 2001a).

Ce qui revient à estimer avec les FP  $p(x_{0:k}^2/y_{1:k})$  et de se servir de cette densité pour déterminer analytiquement  $p(x_{0:k}^1, x_{0:k}^2/y_{1:k})$ . On obtient ainsi la représentation d'état suivante :

$$\begin{cases} x_k^1 = A_k(x_k^2)x_{k-1}^1 + B_k(x_k^2)v_k \\ y_k = C_k(x_k^2)x_k^1 + D_k(x_k^2)\omega_k \end{cases} \quad (3.83)$$

Où  $x_k^2$  désigne un processus markovien de loi transition  $p(x_k^2/x_k^1)$  avec  $v_k \sim \mathcal{N}(0, I)$  et  $\omega_k \sim \mathcal{N}(0, I)$ .

**Algorithme Filtre particulière rao-blackwellisé**

## 1– Initialisation

Echantillonner  $(x_0^2) \sim p(x_0^2)$  avec  $w((x_0^2)^{(i)}) = \frac{1}{N_p}$  fixer  $\{(x_0^1)^{(i)}, (P_{0/0})^{(i)}\}_{i=1}^{N_p}$

2 – Pour  $k = 1, \dots, K$ 

- Pour  $i = 1, \dots, N_p$ , générer  $N_p$  échantillons à partir de :  
 $((x_k^2)^{(i)}) \sim p((x_k^2)^{(i)} / y_{1:k}, (x_{0:k-1}^2)^{(i)})$
- Pour  $i = 1, \dots, N_p$ , mise à jour des matrices,  $A_k((x_k^2)^{(i)})$ ,  $B_k((x_k^2)^{(i)})$ ,  $C_k((x_k^2)^{(i)})$  et  $D_k((x_k^2)^{(i)})$  pour chacune des trajectoires  $(x_{0:k}^2)^{(i)}$

3 – Mise à jour du vecteur d'état à partir du *filtre de Kalman*

$$(\hat{x}_{k/k-1}^1)^{(i)} = A_k((x_k^2)^{(i)})(x_{k-1}^1)^{(i)}$$

$$(P_{k/k-1}^1)^{(i)} = A_k((x_k^2)^{(i)})(P_{k-1/k-1}^1)^{(i)}A_k((x_k^2)^{(i)})^T + B_k((x_k^2)^{(i)})Q B_k((x_k^2)^{(i)})^T$$

$$(S_k^1)^{(i)} = C_k((x_k^2)^{(i)})(P_{k/k-1}^1)^{(i)}C_k((x_k^2)^{(i)})^T + D_k((x_k^2)^{(i)})D_k((x_k^2)^{(i)})^T$$

$$(\mathcal{K}_k^1)^{(i)} = (P_{k/k-1}^1)^{(i)}C_k((x_k^2)^{(i)})^T((S_k^1)^{(i)})^{-1}$$

$$(\hat{x}_{k/k}^1)^{(i)} = (\hat{x}_{k/k-1}^1)^{(i)} + (\mathcal{K}_k^1)^{(i)}(y_k - C_k((x_k^2)^{(i)})(\hat{x}_{k/k-1}^1)^{(i)})$$

$$(P_{k/k}^1)^{(i)} = (I - (\mathcal{K}_k^1)^{(i)}C_k((x_k^2)^{(i)}))(P_{k/k-1}^1)^{(i)}$$

4 – Pour  $i = 1, \dots, N_p$ ,

- a. Evaluer les poids d'importance

$$w((x_{0:k}^2)^{(i)}) \propto w((x_{0:k-1}^2)^{(i)})p(y_k / y_{1:k-1}, (x_{0:k}^2)^{(i)})$$

$$w((x_{0:k}^2)^{(i)}) \propto w((x_{0:k-1}^2)^{(i)})$$

- b. Normaliser les poids  $\tilde{w}_k^{(i)} = \frac{w((x_{0:k}^2)^{(i)})}{\sum_{j=1}^N w((x_{0:k}^2)^{(j)})}$

## 5 – Ré-échantillonnage

*Ré-échantillonnage multinomial pour dupliquer les particules présentant des poids forts au détriment des particules disposant des poids faibles.*

## 6 – Estimations d'état et de la matrice de covariance

On constate dans l'algorithme du filtrage particulière rao-blackwellisé l'échantillonnage de l'état  $x_k^2$  pour ensuite mettre en œuvre une batterie de filtres de Kalman correspondant à chacune des réalisations de  $x_k^2$ . Ce qui permet d'estimer l'état du processus et la matrice de covariance associée. Dans le chapitre 4, cet algorithme est repris avec plus de détail.

## 3.11 Conclusions

Un état de l'art, non exhaustif, soulignant des applications utilisant le filtrage particulaire dans un cadre général a été présenté dans ce chapitre. Cet état de l'art montre la jeunesse de cet outil dans l'optique de la surveillance. Pour mieux appréhender cette approche, nous avons présenté les étapes nécessaires à sa compréhension. Ces étapes regroupent :

- les différentes équations permettant l'obtention des filtres particulaires ;
- son mécanisme de fonctionnement ;
- une variante que nous exploiterons dans la suite pour réaliser la surveillance.

Ce chapitre offre également des exemples de simulation facilitant la compréhension des filtres particulaires. Lors de ces simulations, nous avons explicité le formalisme de ces estimateurs dans un cadre général en simulant un exemple fortement non linéaire. En outre, nous avons évalué l'influence du nombre de particules et l'apport de l'algorithme de ré-échantillonnage sur l'estimation. Pour montrer que le filtrage particulaire est adapté aux systèmes linéaires nous avons simulé un modèle linéaire et la qualité de l'estimation d'état obtenue a été mise en évidence.

Notons que la meilleure estimation s'obtient au prix du nombre de particules élevées. Ce qui requiert un temps de calcul conséquent et nécessite des calculateurs puissants. Enfin, pour s'affranchir de ces difficultés, nous avons mentionné le développement de nombreuses variantes parmi lesquelles celle que nous utilisons dans le chapitre 4.

## Chapitre 4. Diagnostic par filtre particulaire

---

*Résumé* Dans le chapitre 3 nous avons montré la possibilité d'utiliser les filtres particuliers pour effectuer l'identification paramétrique. Nous avons présenté une de ses variantes, le filtre particulaire rao-blackwellisé (RBPF), ses avantages et ses conditions d'utilisation. L'objet de ce chapitre consiste à exploiter cette variante en vue d'élaborer des procédures de surveillance fonctionnant en temps-réel. Par ailleurs, le RBPF représente un outil qui présente l'avantage de combiner simultanément la détection et le diagnostic. Nous montrons l'influence des arguments de réglage sur les performances du RBPF en utilisant diverses simulations.

---

### 4.1 Introduction

Le RBPF fut développé à l'origine pour dépasser les limitations engendrées par le filtrage particulaire, provenant particulièrement de la nécessité de posséder un nombre élevé de particules afin d'aboutir à une qualité d'estimation satisfaisante (Doucet et al., 2001b), (Schön et al., 2005). Actuellement, le RBPF connaît un essor important en raison de ses propriétés de réduction de variance et se voit utiliser pour différents objectifs. Dans ce chapitre, nous proposons son adaptation au diagnostic.

Dans le chapitre 2 nous avons développé de nouvelles méthodes d'identification qui ont souligné la sensibilité des régimes transitoires des paramètres identifiés vis-à-vis des arguments de réglage associés au facteur d'oubli. Ces algorithmes ont montré leurs capacités à détecter rapidement les défauts se caractérisant par une variation paramétrique. Néanmoins, il s'agit de méthodes d'identification qui reposent sur les MCR. Elles représentent donc des approches déterministes. Par conséquent, leur utilisation dans le cadre du diagnostic des processus industriels particulièrement ceux du forage pétrolier nécessite leurs combinaisons avec des tests statistiques (tests de Wald, tests Cusum, etc...) en vue d'améliorer la fiabilité dans les prises de décisions.

La stratégie de diagnostic proposée dans ce chapitre utilise les propriétés du RBPF et représente une alternative à la méthode d'identification proposée dans le chapitre 2. Elle est basée sur une approche stochastique en utilisant les arguments de réglage du filtre de Kalman et le nombre de particules. Son fonctionnement (Doucet et al., 2002), (Schön et al., 2005) repose sur la possibilité d'établir des modèles régissant l'évolution du processus dans différentes classes de fonctionnement. Avec le RBPF, il s'agit donc d'estimer les paramètres d'un modèle en utilisant sa représentation d'état. Cette représentation d'état doit être conçue de façon à intégrer simultanément la ou les parties saines et défaillantes du processus. Ainsi, le filtre particulaire

intégré dans le RBPF déterminera l'état d'évolution du système et servira au filtre de Kalman dans la mise à jour des paramètres du modèle.

Les spécificités du RBPF lui permettant d'identifier les paramètres des modèles proviennent de sa capacité à fournir l'estimation simultanée des différents états d'un système :

- les états d'évolutions (*états discrets*);
- les paramètres associés aux différents états (*états continus*).

Les premiers travaux effectuant l'identification paramétrique et utilisant le RBPF remontent aux années 2000, (Li et al., 2003), (Schön and Gustafsson, 2003), (Li et al., 2004), (Daly et al., 2005). Particulièrement, Li et al., (2003) et Schön and Gustafsson, (2003) présentent l'utilisation du RBPF pour estimer les différents états d'un processus ainsi que les paramètres associés. De Freitas, (2002) montre la possibilité d'utiliser le RBPF pour déterminer les modes de fonctionnement d'un système à partir de sa représentation d'état. Gustafsson et al., (2006) exposent un état de l'art relatif aux différentes utilisations du RBPF et Karlsson et al., (2006) complètent cette étude par l'analyse de la complexité en temps de calcul du RBPF.

La majeure partie des travaux effectués (Doucet et al., 2001b), (Li et al., 2003) réside dans l'utilisation des données simulées où l'état discret est généré aléatoirement et le filtre particulière a pour but de retrouver ces états. Ce chapitre se focalise sur l'utilisation du RBPF pour effectuer l'identification paramétrique et le diagnostic des défauts et a fait l'objet des publications suivantes (Ba et al., 2009e), (Ba et al., 2009f).

Une des raisons nous ayant conduit à utiliser le RBPF pour la régression linéaire et le diagnostic provient d'une introduction potentielle d'une non linéarité dans un processus lorsqu'un défaut apparaît (par exemple variation paramétrique). Cela se matérialise par le passage du processus d'un état linéaire sain à un état linéaire défaillant. Dans ce contexte, il est possible de définir des modèles représentant les modes de fonctionnement du processus et de les englober dans un modèle. L'utilisation du RBPF permet d'estimer les différents modes de fonctionnement du processus et les paramètres associés.

## 4.2 Filtres particuliers rao-blackwellisé pour le diagnostic

La contribution majeure de ce chapitre réside dans l'adaptation du RBPF pour la régression linéaire et le diagnostic. Nous entamons cette partie par la description des modèles, puis nous montrons la possibilité d'utiliser le RBPF pour le diagnostic. Ainsi, deux points se distinguent dans ce chapitre :

- la définition précise des modèles de fonctionnement afin d'aboutir à une approche de diagnostic fournissant des résultats satisfaisants. Ces modèles sont destinés à traduire les différents états du processus (sains et défectueux) et doivent être pris en compte lorsqu'ils sont considérés par le filtre particulaire comme représentatifs de l'état de fonctionnement du système.
- la mise en place de l'algorithme du filtrage particulaire rao-blackwellisé pour les modèles ayant une représentation d'état linéaire et à bruit additif gaussien connaissant l'état discret. Nous désignons par état discret le type de fonctionnement du processus.

Nous analysons par la suite l'influence des différents arguments de réglage sur les performances de l'algorithme. Cette analyse de sensibilité est motivée par la nécessité de disposer d'algorithmes facilement implantables et présentant des arguments de réglage aisés à choisir. Dans ce chapitre, cette analyse de sensibilité a été effectuée en utilisant des simulations proches des mesures tirées d'une expérimentation.

Les données simulées que nous avons construites pour l'analyse des performances du RBPF considèrent deux régimes de fonctionnement : le fonctionnement sain du trépan et l'encrassement du trépan. L'étude que nous menons s'intéresse à la régression linéaire pour identifier les paramètres d'un modèle régissant le fonctionnement d'un processus de forage et ceci dans le but de détecter des défauts qui se manifestent par des changements de pentes (voir chapitre 1). Ces changements de pentes peuvent se représenter par des changements de vecteurs de régression.

### 4.2.1 Formalisme et description des modèles

Dans le chapitre 3, l'étude du fonctionnement du RBPF a souligné la nécessité de disposer de plusieurs modèles linéaires pour la mise en œuvre de cette méthode. Ainsi, nous avons défini une représentation d'état linéaire conditionnellement à l'état de fonctionnement du processus. L'étude que nous menons concerne la régression linéaire. Pour cela, reprenons la représentation d'état du processus définie dans le chapitre 3 et rappelée par l'équation (4.1) :

$$\begin{cases} z_k \sim p(z_k/z_{k-1}) \\ x_{k+1} = A_k(z_{k+1})x_k + B_k(z_{k+1})u_k + v_k \\ y_k = C_k(z_k)x_k + \omega_k \end{cases} \quad (4.1)$$

Récrivons cette équation sous la forme d'un modèle de régression linéaire en ne considérant que l'entrée aléatoire  $v_k$  ( $u_k = 0$ ). Dans ce cas, la matrice d'état  $A$  est la matrice identité  $I_{n \times n}$ , et la matrice des gains de mesure  $C$  est remplacée par le vecteur de régression  $\varphi^T$ . Enfin, substituons le vecteur d'état  $x_k$  par le vecteur des paramètres  $\theta_k$ . Dans l'équation (4.1),  $z_k$



représente l'état discret du processus, dans notre cas nous considérons que cette variable décrit le mode de fonctionnement du système. Ainsi, la représentation d'état (4.1) devient (4.2) :

$$\begin{cases} z_k \sim p(z_k/z_{k-1}) \\ \theta_{k+1} = \theta_k + v_k \\ y_k = \varphi_k^T(z_k)\theta_k + \omega_k \end{cases} \quad (4.2)$$

La mise en œuvre du RBPF pour la régression linéaire requiert donc la disponibilité de plusieurs modèles de régression linéaires distincts. Cette situation revient à considérer des vecteurs des paramètres différents. Par conséquent, la diversité des vecteurs de régression peut être représentée par :

$$\varphi = [\varphi_1 \quad \cdots \quad \varphi_\xi]^T \quad (4.3)$$

Où  $\xi$  désigne le nombre de vecteurs de régression. L'existence d'une matrice de transition respectant le processus markovien autorise le passage entre les différents modèles de régression. En représentant  $Z_k$  par cette matrice de transition, on obtient  $Z_k = p(z_k/z_{k-1})$ . Puisque la variable  $z_k$  s'obtient à partir de chaque particule ( $i$ ) elle peut se noter  $z_k^{(i)}$ . Rappelons qu'avec le RBPF la partie associée au filtre particulière contribue à l'estimation de l'état discret du processus  $z_k$  pour ensuite permettre au filtre de Kalman de mettre à jour le vecteur des paramètres  $\theta_k$ . L'une des particularités du RBPF réside dans l'existence d'un état discret que nous notons  $z_k$  effectuant la sélection entre les modèles disponibles. C'est-à-dire le mode de fonctionnement sain ou défaillant du processus. Le fonctionnement sain se caractérisant par  $z_k = 1$  et le fonctionnement défaillant se traduisant par  $z_k = 2$ . Le type de fonctionnement sera pris en compte lors du processus d'identification paramétrique conditionnellement à la valeur de  $z_k$ . Les performances du système de diagnostic dépendront de la justesse des modèles définis vis-à-vis du comportement réel du système.

### 4.2.2 Etats de fonctionnement

L'apparition d'un défaut sur un processus fait migrer le système d'un mode de fonctionnement vers un autre. Lorsque les paramètres des modèles représentant le processus en fonctionnement sain sont connus, la variation de ces paramètres définit les modèles correspondant aux fonctionnements défaillants du système. L'existence d'un état discret  $z_k^{(i)}$  prenant une valeur dans l'ensemble  $z_k^{(i)} = \{1, 2, \dots, \xi\}$  permet de choisir le vecteur de régression le plus approprié à l'identification :

$$\varphi_{\xi}\{z_k^{(i)}\} = \left[ \varphi_1 = \varphi(z_k^{(i)} = 1) \quad \cdots \quad \varphi_{\xi} = \varphi(z_k^{(i)} = \xi) \right]^T \quad (4.4)$$

Pour notre étude nous choisissons  $\xi$  égal à deux et représentant le modèle de fonctionnement sain donné par  $\xi = 1$  et le modèle de fonctionnement défaillant est pris en compte lorsque  $\xi = 2$ . Donc (4.4) devient :

$$\varphi_{\xi}\{z_k^{(i)}\} = \left[ \varphi_1 = \varphi(z_k^{(i)} = 1) \quad \varphi_2 = \varphi(z_k^{(i)} = 2) \right]^T \quad (4.5)$$

Nous avons proposé dans cette étude la prise en compte de deux modèles dont l'un traduit le fonctionnement sain du processus et l'autre le fonctionnement défaillant. La représentation d'état (4.2) a permis d'expliquer la possibilité d'englober dans le modèle global deux types de fonctionnement du système. Dans la section (4.2.3) nous présentons les étapes nécessaires à l'obtention des différents modes de fonctionnement du processus ainsi que les paramètres associés.

### 4.2.3 Filtres particuliers rao-blackwellisés et régression linéaire

L'approche bayésienne est un moyen permettant d'effectuer l'estimation paramétrique. L'utilisation de ses principes conduit à l'estimation du vecteur d'état  $x_k$ . Ce vecteur d'état englobe les différents modes de fonctionnement du processus :

- l'état de fonctionnement du processus  $z_k$  ;
- les paramètres associés  $\theta_k$ .

Nous représentons  $x_k$  par :

$$x_k = \begin{bmatrix} z_k \\ \theta_k \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Dans notre étude, l'état discret  $z_k$  possède deux valeurs indiquant le mode de fonctionnement sain et défaillant du système. Tandis que le vecteur des paramètres est composé de la pente et de l'ordonnée à l'origine de la droite  $T(W)$ . Soit le vecteur des paramètres à estimer :

$$\theta_k = \begin{cases} \theta_{1k} \\ \theta_{2k} \end{cases} \quad (4.7)$$

avec  $\theta_{1k}$  le vecteur des paramètres regroupant la pente et l'ordonnée à l'origine en absence de défaut et  $\theta_{2k}$  représentant le vecteur des paramètres englobant la pente et l'ordonnée à l'origine en présence de défaut. Nous considérons que le modèle utilisant le vecteur des paramètres  $\theta_{1k}$  correspond à  $z_k = 1$  tandis que le modèle utilisant le vecteur des paramètres  $\theta_{2k}$  correspond à  $z_k = 2$ . L'objectif consiste donc à déterminer  $z_k$  et  $\theta_k$ , représentant respectivement les différents

états discrets et les vecteurs des paramètres correspondants à partir d'une estimation récursive de  $p(x_k/y_{1:k})$ . C'est-à-dire en utilisant la fonction densité de probabilité d'avoir l'état conditionnellement aux observations disponibles. Pour cela, nous nous inspirons de la relation (3.79) du chapitre 3, et nous l'adaptions au cadre de régression linéaire pour obtenir la relation (4.8) :

$$\hat{x}_{0:k} = \int \left[ \int (\theta_k, z_k) p(\theta_k/z_k, y_{1:k}) d\theta_k \right] p(z_k/y_{1:k}) dz_k \quad (4.8)$$

Dans la relation (4.8),  $\hat{x}_{0:k}$  représente l'estimation simultanée de l'état d'évolution du processus noté  $z_k$  et du vecteur des paramètres correspondants. Pour chaque particule donnée ( $i$ ), l'état de fonctionnement du processus  $z_k^{(i)}$  est estimé. Cette estimation s'effectue par filtrage particulaire et se déroule lorsque la séquence des mesures  $y_{1:k}$  est disponible. Par conséquent, elle permet l'obtention de la densité de probabilité  $p(z_k^{(i)}/y_{1:k})$  contenue dans la relation (4.8). L'obtention de cette densité de probabilité associée à la disponibilité de  $y_{1:k}$  permet de déterminer la densité de probabilité Gaussienne  $p(\theta_k/z_k^{(i)}, y_{1:k})$ . Cela conduit à l'obtention d'un seul modèle linéaire donné par la représentation d'état suivante.

$$\begin{cases} z_k^{(i)} \sim p(z_k^{(i)}/z_{k-1}^{(i)}) \\ \theta_k = \theta_{k-1} + v_k \\ y_k = \varphi_k^T(z_k^{(i)})\theta_k + \omega_k \end{cases} \quad (4.9)$$

Cette représentation d'état indique que pour chaque état discret  $z_k^{(i)}$  généré le système d'équation devient unique. L'utilisation du filtre de Kalman permet d'estimer les paramètres de ce type de modèles. Enfin, l'estimation de  $z_k^{(i)}$  par le filtre particulaire permet par la suite au filtre de Kalman de mettre à jour les paramètres du modèle  $p(\theta_k/z_k^{(i)}, y_{1:k})$ . Le filtre particulaire estime  $z_k^{(i)}$  et nécessite donc les tirages de Monte Carlo. Cela indique que si  $N_p$  tirages se déroulent en vue d'estimer  $z_k^{(i)}$  alors  $N_p$  filtres de Kalman seront nécessaires dans le but de déterminer le vecteur des paramètres  $\theta_k$ . Il s'ensuit que le RBPF requiert  $N_p$  filtres de Kalman fonctionnant en parallèle pour estimer les paramètres du processus. Dans la section (4.3) qui suit nous présentons les différentes étapes nécessaires à l'identification paramétrique et au diagnostic à partir du RBPF.

## 4.3 Fonctionnement de l'algorithme RBPF

Cette partie présente le fonctionnement du filtre RBPF, et comment obtenir  $z_k^{(i)}$  et  $\theta_k$ . Les différentes étapes présentées dans la section précédente ont montré de façon explicite que le RBPF est un estimateur qui combine deux approches d'identification que sont : le filtre particulière et le filtre de Kalman.

Pour illustrer le fonctionnement du RBPF, considérons qu'à l'instant  $k$  la particule numéro  $(i)$  est définie par le triplet  $\{z_k^{(i)}, \theta_k^{(i)}, \mathcal{K}_k^{(i)}\}$  où  $\mathcal{K}_k^{(i)}$  désigne le gain du filtre de Kalman,  $\theta_k^{(i)}$  le vecteur des paramètres et  $z_k^{(i)}$  l'état de fonctionnement du processus. Ces variables sont définies pour la particule  $(i)$  à l'instant  $k$ .

Cinq phases sont essentielles pour le fonctionnement du RBPF :

- l'initialisation ;
- le calcul et la normalisation des poids ;
- le ré-échantillonnage ;
- la mise à jour du vecteur des paramètres et de la matrice de covariance associés à chaque particule ;
- l'estimation des paramètres du processus.

### 4.3.1 Phase d'initialisation

Les  $N_p$  particules générées au début de l'algorithme permettent de déterminer les états de fonctionnement du processus (fonctionnements sains ou défectueux). Ces particules sont propagées à chaque instant et ont pour objet d'imiter la trajectoire réelle du système. A l'initialisation, l'état de fonctionnement du processus est donné par :  $z_{0/-1}^{(i)} \sim p(z_0)$ . D'autres variables sont également initialisées : le vecteur des paramètres et la matrice de covariance associée au vecteur des paramètres, soit :  $\{\theta_{0/-1}^{(i)}, P_{0/-1}^{(i)}\}$ . A cela s'ajoutent les poids d'importance, les bruits de mesure et de processus. La phase d'initialisation conditionne les performances de l'algorithme. Il est donc nécessaire de choisir les arguments de réglage entraînant les meilleures performances. Pour cela, une analyse de sensibilité de l'algorithme RBPF par rapport aux arguments de réglage est effectuée dans ce chapitre. Cette analyse de sensibilité se déroule en modifiant les conditions initiales et en évaluant les réponses de l'algorithme. Cette étape permettra de décider des arguments de réglage à retenir lors de l'utilisation des bases de données avec le RBPF.

### 4.3.2 Calcul et normalisation des poids

Les poids dont le rôle consiste à évaluer le degré de confiance que l'on doit attribuer aux particules dans leurs représentations du type de fonctionnement du processus doivent être calculés précisément. Cela est d'autant plus nécessaire que les performances d'un système de diagnostic se mesurent dans sa capacité à fournir des résultats fiables.

Le calcul et la normalisation des poids s'effectuent en utilisant la loi normale  $\mathcal{N}$  de moyenne  $y_{k/k-1}^{(i)}$  avec  $y_{k/k-1}^{(i)} = \varphi_k^T(z_{k/k-1}^{(i)})\theta_k$  et de variance  $S_k^{(i)}$ . En reprenant la formule  $S_k^{(i)}$  présentée dans le chapitre 3 dans la section (3.10.2) et en remplaçant la matrice des gains de mesures  $C$  par le vecteur de régression  $\varphi_k^T$ , on obtient :

$$S_k^{(i)} = \mathcal{R}_k + \varphi_k^T(z_{k/k-1}^{(i)})P_{k/k-1}^{(i)}\varphi_k(z_{k/k-1}^{(i)}) \quad (4.10)$$

L'équation (4.10) montre que le calcul et la mise à jour de  $S_k^{(i)}$  sont conditionnés par la connaissance du type de fonctionnement  $z_k^{(i)}$  fournit par le filtre particulaire. La connaissance de  $S_k^{(i)}$  et de  $y_{k/k-1}^{(i)}$  détermine la loi normale gaussienne associée à chaque particule et définie par :  $\mathcal{N}(y_{k/k-1}^{(i)}, S_k^{(i)})$ . Ensuite, elle conduit à l'obtention de  $p(y_k/y_{1:k}^{(i)}, z_{k/k-1}^{(i)}) \sim \mathcal{N}(y_{k/k-1}^{(i)}, S_k^{(i)})$ . Qui à son tour permet le calcul des poids à chaque instant selon la relation (4.11) :

$$w_k^{(i)} = p(y_k/y_{1:k}^{(i)}, z_{k/k-1}^{(i)}) \quad (4.11)$$

Puisque le poids  $w_k^{(i)}$  est une probabilité qui indique un degré de confiance, ce poids est normalisé à chaque instant.

$$\tilde{w}_k^{(i)} = \frac{w_k^{(i)}}{\sum_{j=1}^N w_k^{(j)}} \quad (4.12)$$

Le problème de dégénérescence a été expliqué dans le chapitre 3 dans la section (3.7.3). Pour éviter ce phénomène, l'étape de ré-échantillonnage multinomial est appliquée à chaque instant.

### 4.3.3 Ré-échantillonnage

Rappelons que le ré-échantillonnage multinomial a pour objectif de remplacer l'état de fonctionnement du processus le moins probable par l'état de fonctionnement du processus le plus probable.

$$\Pr(z_{k/k}^{(i)} = z_{k/k-1}^{(j)}) = \tilde{w}_k^{(j)} \quad (4.13)$$

A l'issue de l'étape de ré-échantillonnage le vecteur des paramètres estimés et la matrice de covariance associée sont déterminés pour les états de fonctionnement retenus.

### 4.3.4 Mise à jour du vecteur des paramètres par le filtre de Kalman

Dans cette section, les équations de récurrence du filtre de Kalman, comme présentées dans le chapitre 3, sont reprises et adaptées au contexte de régression linéaire. Ce qui implique que la matrice des gains de mesures est remplacée par le vecteur de régression. A la suite de l'estimation de  $z_k^{(i)}$ , le filtre de Kalman est utilisé pour déterminer, la variance  $S_k^{(i)}$ , le gain de Kalman  $\mathcal{K}_k^{(i)}$ , le vecteur des paramètres  $\hat{\theta}_{k/k}^{(i)}$  et la matrice de covariance associée au vecteur des paramètres  $P_{k/k}^{(i)}$ . Les étapes du filtre de Kalman dans ce cas peuvent être vues comme similaires au cas du filtre de Kalman classique excepté le remplacement du vecteur de régression  $\varphi_k^T$ , par le vecteur de régression où l'état de fonctionnement du processus est pris en compte :  $\varphi_k^T(z_{k/k-1}^{(i)})$ . Puisque  $N_p$  particules seront utilisées pour l'estimation de  $z_{k/k-1}^{(i)}$  alors  $N_p$  filtre de Kalman seront nécessaires. Les équations de récurrences du filtre de Kalman dans le cadre de l'utilisation du RBPF pour la régression linéaire et le diagnostic sont données par :

$$S_k^{(i)} = \mathcal{R}_k + \varphi_k^T(z_{k/k-1}^{(i)})P_{k/k-1}^{(i)}\varphi_k(z_{k/k-1}^{(i)}) \quad (4.14)$$

$$\mathcal{K}_k^{(i)} = P_{k/k-1}^{(i)}\varphi_k^T(z_{k/k-1}^{(i)})(S_k^{(i)})^{-1} \quad (4.15)$$

$$\hat{\theta}_{k/k}^{(i)} = \hat{\theta}_{k/k-1}^{(i)} + \mathcal{K}_k^{(i)} \left( y_k - \varphi_k^T(z_{k/k-1}^{(i)})\hat{\theta}_{k/k-1}^{(i)} \right) \quad (4.16)$$

$$P_{k/k}^{(i)} = P_{k/k-1}^{(i)} - K_k^{(i)}S_k^{(i)}(K_k^{(i)})^T \quad (4.17)$$

Les équations (4.14), (4.15), (4.16) et (4.17) représentent respectivement la variance de l'estimation, le gain de Kalman, le vecteur des paramètres et la matrice de covariance associée au vecteur des paramètres. Ces différentes étapes permettent d'obtenir l'estimation du vecteur des paramètres et la matrice de covariance associée, soient  $\hat{\theta}_{k/k}^{(i)}$  et  $P_{k/k}^{(i)}$ .

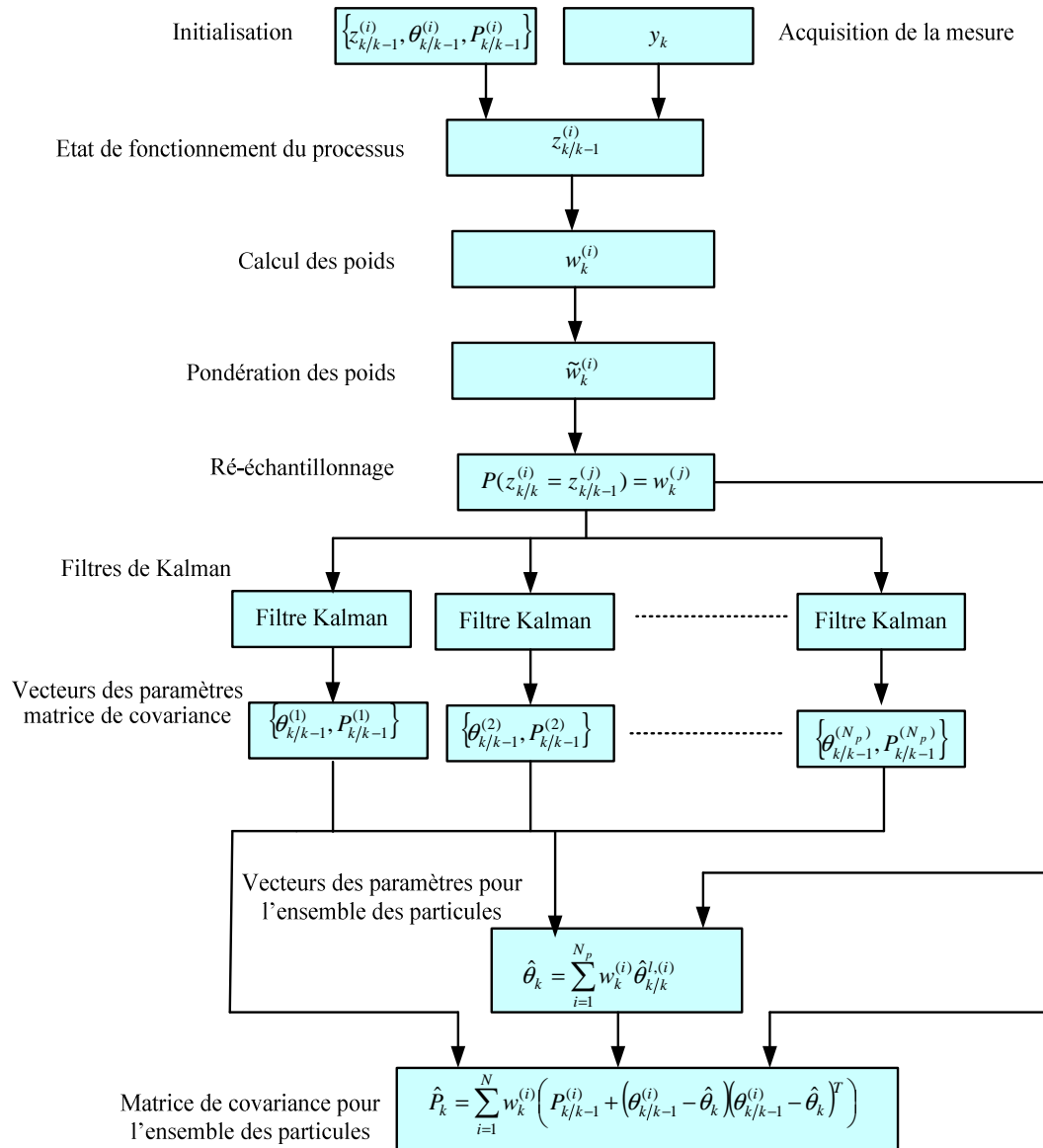
### 4.3.5 Estimation des paramètres du modèle

Les poids obtenus (4.12) associés au vecteur des paramètres (4.16) permettent d'estimer le vecteur des paramètres global du processus. Cette estimation est obtenue en combinant les estimées issues de chaque filtre de Kalman avec les poids correspondants à chaque particule. Nous désignons par estimées issues de chaque filtre de Kalman l'estimation du vecteur des paramètres correspondant à chaque tirage de Monte Carlo.

$$\hat{\theta}_k = \sum_{i=1}^{N_p} \tilde{w}_k^{(i)} \hat{\theta}_{k/k}^{L,i} \quad (4.18)$$

Les différentes étapes nécessaires au fonctionnement du RBPF dans le but d'effectuer la régression linéaire et le diagnostic des défauts ont été exposées dans cette section. Nous résumons ces différentes étapes par l'organigramme suivant :

**Organigramme du RBPF pour chaque période d'échantillonnage**



Organigramme RBPF pour la régression linéaire

Nous synthétisons ci-dessous les différentes étapes de l'algorithme expliquées ci-dessus.

## Résumé de l'algorithme RBPF pour la Régression linéaire

### 1– Initialisation

Générer  $z_{0/-1}^{(i)} \sim p(z_0)$  et  $w((z_0)^{(i)}) = \frac{1}{N_p}$ , initialiser :  $\{\theta_{0/-1}^{(i)}, P_{0/-1}^{(i)}\}_{i=1}^{N_p}$

### 2 – Pour $k = 1, \dots, K$

- Pour  $i = 1, \dots, N_p$  générer  $N_p$  particules à partir de :  
 $(z_k)^{(i)} \sim p((z_k)^{(i)}/y_{1:k}, (z_{0:k-1})^{(i)})$
- Pour  $i = 1, \dots, N_p$ , mise à jour du vecteur de régression, et  $\varphi_k^T(z_{k/k}^{(i)})$  pour chacune des trajectoires  $(z_k)^{(i)}$

- Pour  $i = 1, \dots, N_p$ , Evaluer les poids d'importance

$$w((z_k)^{(i)}) \propto p(y_k/y_{1:k}, (z_k)^{(i)}) \propto \mathcal{N}\left(\varphi_k^T(z_{k/k}^{(i)})\theta_{k/k-1}^{(i)}, S_k^{(i)}\right)$$

Normaliser les poids

$$\tilde{w}_k^{(i)} = \frac{w_k^{(i)}}{\sum_{j=1}^{N_p} w_k^{(j)}}$$

### 3 – Ré-échantillonnage

- *Ré-échantillonner en dupliquant les particules présentant des poids forts au détriment des particules présentant des poids faibles.*

4 – Mise à jour du vecteur des paramètres et de la matrice de covariance à partir du filtre de Kalman.

$$S_k^{(i)} = \mathcal{R}_k + \varphi_k^T(z_{k/k}^{(i)})P_{k/k-1}^{(i)}\varphi_k(z_{k/k}^{(i)})$$

$$\mathcal{K}_k^{(i)} = P_{k/k-1}^{(i)}\varphi_k^T(z_{k/k}^{(i)})(S_k^{(i)})^{-1}$$

$$\theta_{k/k}^{(i)} = \theta_{k/k-1}^{(i)} + \mathcal{K}_k^{(i)}(y_k - \varphi_k^T(z_{k/k}^{(i)})\theta_{k/k-1}^{(i)})$$

$$P_{k/k}^{(i)} = P_{k/k-1}^{(i)} - \mathcal{K}_k^{(i)}S_k^{(i)}(\mathcal{K}_k^{(i)})^T$$

### 5 – Estimation d'état

$$\hat{\theta}_k = \sum_{i=1}^{N_p} \tilde{w}_k^{(i)} \hat{\theta}_{k/k}^{l,i}$$

Nous avons expliqué dans la section (4.3) le principe de fonctionnement de l'algorithme RBPF. Ensuite, nous avons émis des possibilités d'adaptation du RBPF au diagnostic. Dans le but



d'évaluer les performances de cette approche en diagnostic nous traitons l'exemple de simulation ci-dessous.

## 4.4 Application du RBPF à la détection des défauts

La stratégie de détection des défauts utilisant le RBPF s'effectue en définissant des modèles correspondants à différentes classes de fonctionnement. Par conséquent, dans cet exemple une situation présentant de fortes similitudes avec un résultat d'une expérimentation est considérée et les performances obtenues sont analysées. Cette analyse de performance s'effectue en agissant sur les différents arguments de réglage.

### Exemple 4.1

Débutons cet exemple par construire des modèles reproduisant l'encrassement du trépan. Cette situation se manifeste par des augmentations de  $T$  et de  $W$ , entraînant la diminution de la pente lors de l'expression de  $T$  en fonction de  $W$ . Les valeurs numériques fournies dans cet exemple présentent de grandes similarités avec celles obtenues lors d'un essai.

Soient  $T_1$  et  $W_1$  simulant respectivement l'évolution du couple et de la force de poussée en fonctionnement sain. Et  $T_2$  et  $W_2$  les évolutions respectives du couple et de la force de poussée lorsque l'encrassement se produit. Supposons que le bruit est donné par  $\omega = 5 \text{ rand}(1)$ .

Désignons par  $t_1$  le temps correspondant au fonctionnement du processus en régime sain et par  $t_2$  celui qui représente l'évolution du processus en régime défaillant. Les paramètres des modèles sont choisis de façon à se rapprocher de ceux obtenus expérimentalement lors du fonctionnement sain et défaillant du trépan.

- Construction du couple  $T$

$$T_1 = 0.0866t_1 + 10 + \omega \quad (4.19)$$

$$T_2 = 0.2405t_2 + \omega \quad (4.20)$$

Les équations (4.19) et (4.20) présentent respectivement l'évolution du couple au cours du temps pour deux modes de fonctionnement.  $T_1$  représente le couple en fonctionnement sain et  $T_2$  représente le couple en fonctionnement défaillant et les valeurs 0.0866 et 0.2405 sont proches des valeurs obtenues lors des campagnes d'essais.

En adoptant la même méthodologie qui a permis d'obtenir  $T_1$  et  $T_2$  nous construisons les forces de poussées  $W_1$  et  $W_2$ .

- Construction de la force de poussée  $W$

$$W_1 = 4.9024t_1 + 482.4 + \omega \quad (4.21)$$

$$W_2 = 21.4960t_2 + \omega \quad (4.22)$$

Nous considérons que l'encrassement se produit au 250<sup>ième</sup> échantillon. L'objectif consiste à identifier la pente obtenue lors de l'expression de  $T$  en fonction de  $W$  en utilisant le RBPF. Précisons que  $T$  renferme les évolutions de  $T_1$  et  $T_2$  et que  $W$  englobe celle de  $W_1$  et  $W_2$ . Après calcul la pente obtenue en fonctionnement sain est de l'ordre de 0.018 et celle obtenue en fonctionnement défaillant est de l'ordre de 0.011. Lors de ces simulations nous analysons l'influence des arguments de réglage sur les performances du RBPF :

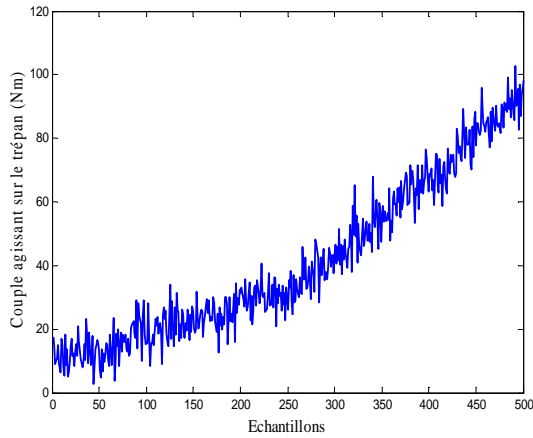
- variance des paramètres identifiés ;
- temps de réponse.

L'analyse de ces performances va s'effectuer à partir de la variation :

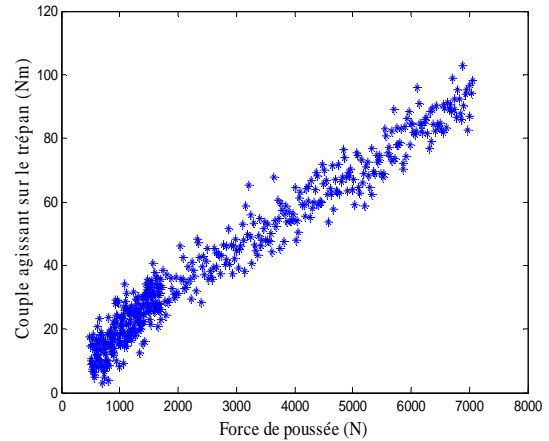
- de la variance du bruit de mesure  $\mathcal{R}$  ;
- de la variance du bruit de processus  $\mathcal{Q}$  ;
- de la matrice de covariance du vecteur des paramètres  $P$  ;
- du nombre des particules  $N_p$  .

Pour appréhender l'influence d'un argument de réglage, lorsque celui-ci est modifié les autres sont maintenus constants. Les premières figures rapportées dans cette section sont obtenues en utilisant à l'initialisation les arguments de réglage suivants :  $\mathcal{R} = 10$ ,  $\mathcal{Q} = (fQ_{ref})^2$  avec  $f = 10^{-10}$  et  $Q_{ref} = \text{diag}(1, 1)$ ,  $P = 200 I_{2 \times 2}$ ,  $\theta_{init} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  et  $N_p = 200$ .

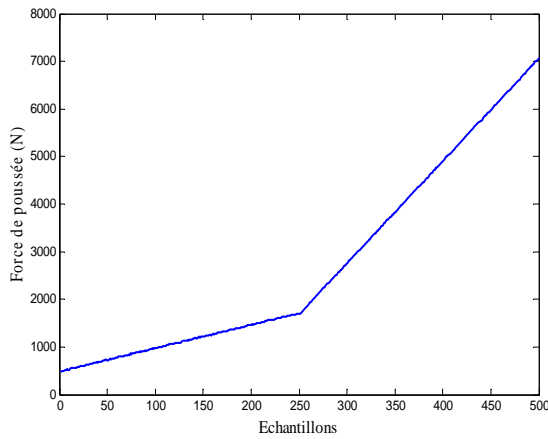
Ainsi, nous aboutissons aux courbes présentées à la figure FIG. 4.1. Dans cette figure, sont indiquées l'évolution temporelle du couple (FIG. 4.1 (a)), l'évolution temporelle de la force de poussée (FIG. 4.1 (c)), le nuage de points obtenus à la suite de  $T$  en fonction de  $W$  (FIG. 4.1(b)) et l'évolution temporelle de la pente identifiée avec le RBPF (FIG. 4.1 (d)).



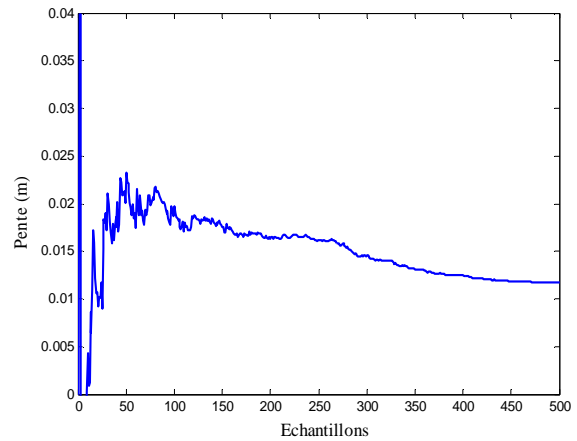
(a) Evolution temporelle du couple



(b) Couple en fonction de la force de poussée



(c) Evolution temporelle de la force de poussée



(d) Evolution temporelle de la pente

FIG. 4.1 — Evolution des pentes identifiées

Le couple agissant sur le trépan et la force de poussée présentent la même variance. Cependant, la disproportion de valeurs entre ces deux mesures, le couple étant de l'ordre de la dizaine de Nm et la force de poussée du millième de N, crée visuellement une amplification du bruit sur le couple agissant sur le trépan. Les évolutions temporelles de  $T$  et de  $W$  permettent d'observer le défaut introduit au 250<sup>ème</sup> échantillon. La pente identifiée (FIG. 4.1 (d)) montre une forte oscillation au début de l'identification provenant du faible nombre d'échantillons. La pente identifiée présente deux régimes établis, le premier représente le fonctionnement sain et le second désigne le trépan encrassé. Dans la suite de ce paragraphe, nous mettons l'accent sur l'influence des arguments de réglage dans la qualité de l'identification paramétrique.

#### 4.4.1 Influence du bruit de mesure

Evaluons les performances du RBPF en analysant l'influence de la variance du bruit de mesure  $\mathcal{R}$  sur le temps de réponse (temps nécessaire à l'installation du défaut) ainsi que sur la variance

des paramètres identifiés. Dans toute la suite, la variance des paramètres identifiés est fournie lorsque la pente se situe dans un régime établi. Nous ne faisons pas de distinction entre la variance en fonctionnement sain et en fonctionnement défaillant puisque qu'en régime établi et sur cette simulation ces deux variances sont sensiblement égales. Nous désignons dans tous les tableaux récapitulatifs par  $\theta_{1sain}$  la pente en fonctionnement sain et par  $\theta_{1def}$  la pente en fonctionnement défaillant. En attribuant à  $\mathcal{R}$  différentes valeurs nous obtenons les temps de réponses, les paramètres identifiés et leurs variances fournis au tableau TAB. 4.1 :

$\mathcal{R}$	5	10	15	20	25	50
$\theta_{1sain}$	.	0.018	0.018	0.018	0.018	.
$\theta_{1def}$	.	0.011	0.011	0.011	0.011	.
$T_r$	.	50	55	72	115	.
$Var(\theta)$	.	$\sim 10^{-9}$	$\sim 10^{-9}$	$\sim 10^{-9}$	$\sim 10^{-9}$	.

TAB. 4.1 — Influence du bruit de mesure sur les performances du RBPF

L'analyse de ce tableau montre que lorsque la variance  $\mathcal{R}$  est inférieure à 5 ou supérieure à 50 les résultats obtenus sont inexploitable. En revanche lorsque  $\mathcal{R}$  se situe entre 10 et 25, les paramètres identifiés sont proches des paramètres exacts. De plus, ces paramètres présentent des faibles variances.

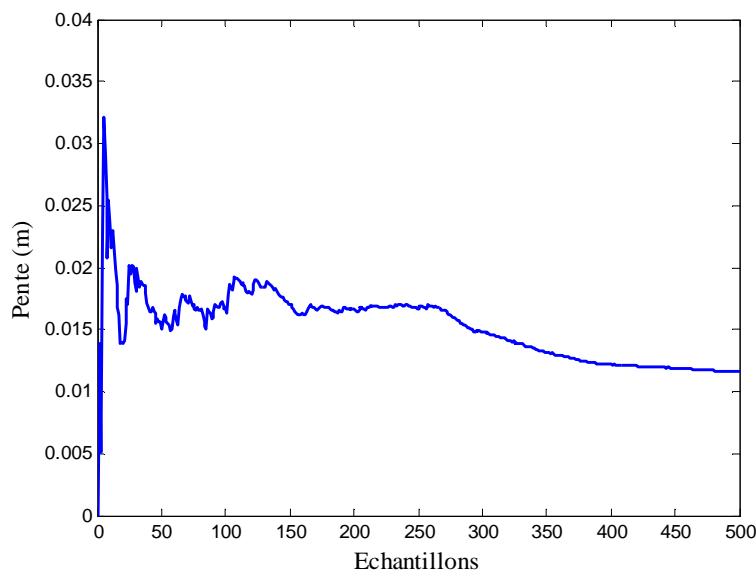


FIG. 4.2 — Evolution de la pente identifiée par RBPF

Notons également que l'évolution progressive de  $\mathcal{R}$  de 10 à 25 s'accompagne parallèlement de l'augmentation du temps de réponse du RBPF. Ce tableau informe, pour des arguments de réglage fixés, sur la valeur de  $\mathcal{R}$  à choisir afin d'aboutir aux performances escomptées. La figure FIG. 4.2 montre la pente identifiée avec les arguments de réglage fixés et  $\mathcal{R} = 20$ . La pente identifiée indique sa bonne réaction à l'introduction du défaut. La figure FIG. 4.2 montre la bonne convergence de la pente à la valeur définie théoriquement pour les conditions initiales retenues. Cette section a montré l'évaluation des performances en agissant sur le bruit de mesures et a indiqué le domaine dans lequel les performances du RBPF restent garanties.

#### 4.4.2 Influence du bruit de processus

Nous modifions  $Q$  dans cette section et nous analysons son influence sur les performances de la méthode rapportée au tableau TAB. 4.2.

$Q$	$10^{-10}I$	$10^{-8}I$	$10^{-7}I$	$10^{-5}I$	$10^{-4}I$	$10^{-3}I$
$\theta_{1sain}$	0.018	0.018	0.018	0.018	0.018	.
$\theta_{1def}$	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	.
$T_r$	50	73	100	130	150	.
$Var(\theta)$	$10^{-9}$	$4 \cdot 10^{-9}$	$8 \cdot 10^{-9}$	$1.5 \cdot 10^{-8}$	$5 \cdot 10^{-8}$	.

TAB. 4.2 — Influence du bruit de processus sur les performances du RBPF

Le tableau récapitulatif montre que la matrice de covariance du bruit de processus contribue au filtrage des paramètres identifiés. Puisque la diminution de  $Q$  diminue la variance des paramètres identifiés. Parallèlement, cette diminution réduit le temps de réponse. Ce tableau montre que la variance des paramètres identifiés est faible. De plus, l'augmentation de  $Q$  au-delà de  $10^{-3}I$  conduit à des performances inacceptables :

- niveau de bruit élevé ;
- divergence de l'algorithme.

La figure FIG. 4.3 présente un exemple de simulation obtenue avec  $Q = 10^{-8}I$ .

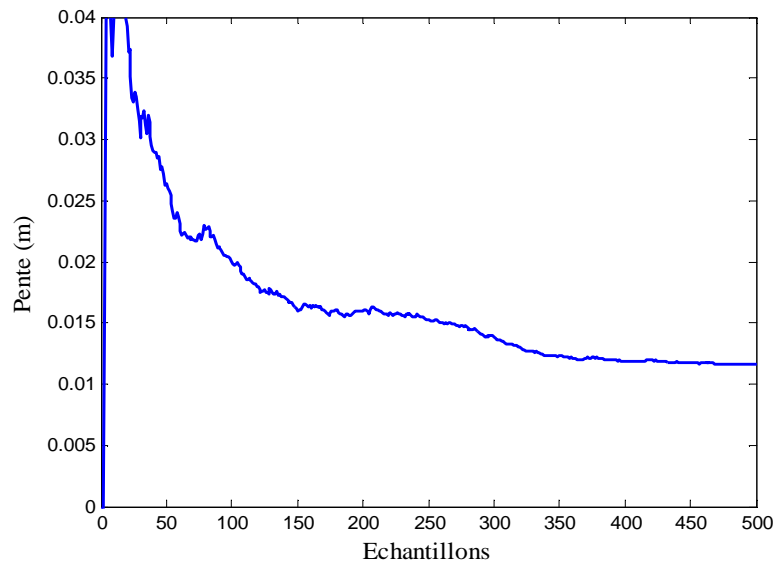


FIG. 4.3 — Evolution de la pente identifiée par RBPF

La figure FIG. 4.3 montre la pente qui réagit à l'introduction du défaut au 250<sup>ème</sup> échantillon. Elle montre également de faibles variances sur l'évolution de la pente. Cette section montre donc les valeurs du bruit de processus à retenir afin d'aboutir à de bonnes performances.

#### 4.4.3 Influence de la matrice de covariance $P$

La matrice de covariance  $P$  agit sur la variance des paramètres identifiés et sur la convergence de l'algorithme. Sa valeur initiale doit être élevée afin de garantir une bonne qualité d'adaptation du RBPF.

$P$	$I$	$50I$	$100I$	$150I$	$200I$	$250I$
$\theta_{1sain}$	.	0.018	0.018	0.018	0.018	0.018
$\theta_{1def}$	.	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011
$T_r$	.	140	75	50	50	50
$Var(\theta)$	.	$7 \cdot 10^{-8}$	$5 \cdot 10^{-8}$	$2 \cdot 10^{-8}$	$10^{-9}$	$10^{-9}$

TAB. 4.3 — Influence de la matrice de covariance du vecteur des paramètres

Ce tableau indique que le temps de réponse varie en fonction de l'augmentation de  $P$ . De plus, la variance des paramètres identifiés diminuent avec l'augmentation de  $P$ . La figure FIG. 4.4 présente un cas de fonctionnement où les arguments de réglage sont conservés identiques que ceux utilisés précédemment excepté  $P = 50I$ .

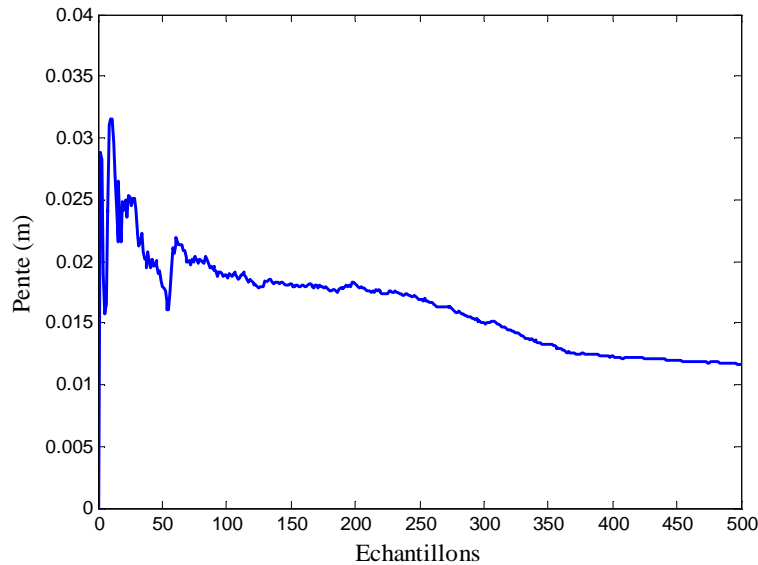


FIG. 4.4 — Evolution de la pente identifiée par RBPF

La figure FIG. 4.4 montre la réaction de la pente à l'introduction du défaut et la variance des paramètres identifiés qui est faible.

#### 4.4.4 Influence du nombre de particules

Dans cette section nous évaluons l'influence du nombre de particules sur les performances obtenues. Pour cela, nous faisons varier le nombre de particules de 10 à 200.

$N_p$	10	20	50	100	150	200
$\theta_{1sain}$	.	0.017	0.018	0.018	0.018	0.018
$\theta_{1def}$	.	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012
$T_r$	.	200	130	77	50	50
$Var(\theta)$	.	$10^{-6}$	$3 \cdot 10^{-8}$	$1 \cdot 10^{-8}$	$3 \cdot 10^{-9}$	$10^{-9}$

TAB. 4.4 — Influence du nombre de particules

Ce tableau montre l'influence du nombre de particules sur les performances du RBPF. En effet, lorsque le nombre de particules augmente, le temps de réponse ainsi que la variance des paramètres identifiés diminuent. Ce résultat est prévisible, puisque l'augmentation du nombre de particules permet de mieux représenter l'évolution du processus par les tirages de Monte Carlo. Par conséquent, la fusion des différentes informations fournies par les particules, conduit à une qualité d'estimation meilleure. La figure FIG. 4.5 présente l'évolution de la pente identifiée par le filtre RBPF en utilisant 100 particules et les autres arguments de réglage sont maintenus intacts.

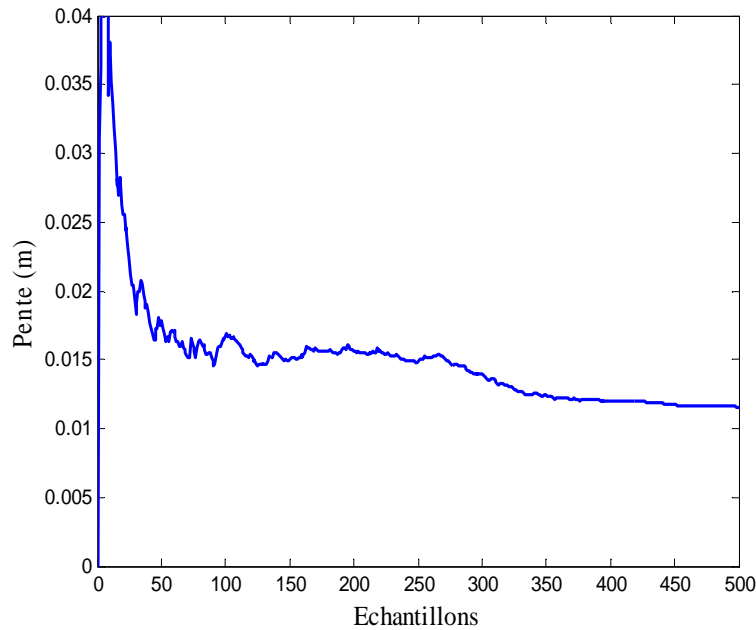


FIG. 4.5 — Evolution de la pente identifiée par RBPF

La figure FIG. 4.6 présente un exemple de simulation où 10 particules sont utilisées. Avec, cette figure il est impossible d'affirmer que l'algorithme a réagit à l'introduction du défaut au 250<sup>ème</sup> échantillon.

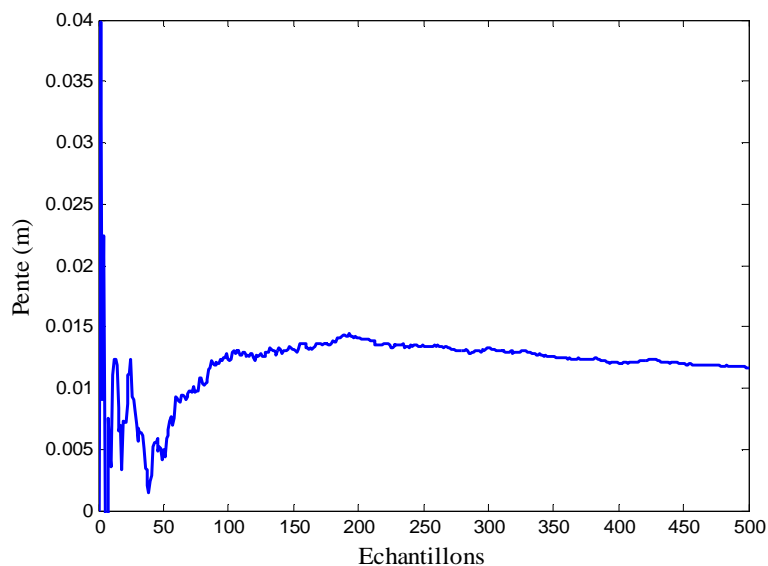


FIG. 4.6 — Evolution de la pente identifiée par RBPF

L'obtention de meilleures performances dans ce cas est conditionnée par l'utilisation des particules supérieure à 10. En l'occurrence l'utilisation de 200 particules conduit à l'obtention de meilleures performances. Nous avons montré dans cette section l'influence du nombre de particules sur les performances du RBPF pour l'identification paramétrique et le diagnostic.



## 4.5 Conclusions

La variante des filtres particulières nommée RBPF a été développée dans ce chapitre afin d'élaborer une technique de diagnostic. Plusieurs simulations ont souligné l'efficacité de cette méthode pour développer une méthode de diagnostic basée sur l'identification paramétrique. Nous avons analysé l'influence des arguments de réglage suivants :

- variance du bruit de mesure  $\mathcal{R}$  ;
- matrice de covariance du bruit de processus  $Q$  ;
- matrice de covariance du vecteur des paramètres  $P$  ;
- nombre des particules  $N_p$ .

Les simulations ont permis d'analyser les avantages du RBPF. Particulièrement, l'analyse de la sensibilité du RBPF par rapport à ces arguments de réglage a souligné leurs influences sur le temps de réponse, sur la valeur et sur la variance des paramètres identifiés.

Nous avons montré à partir des arguments de réglage les zones admissibles de la méthode d'identification paramétrique et permettant l'obtention de bonnes performances pour le diagnostic.

Le bon fonctionnement de la méthode nécessite la connaissance précise des modèles de fonctionnement sains et des modèles de fonctionnement défectueux. Dans cet exemple, nous avons choisis deux modèles. Il est également possible d'utiliser plusieurs modèles. Dans notre étude le paramètre pente du trépan encrassé est réduit de 50 % par rapport à celle du trépan sain. Les simulations avec une réduction de l'ordre de 20 % fournissent des résultats acceptables, mais le temps de réponse est fortement augmenté.

## Chapitre 5. Surveillance du trépan

---

*Résumé* L'optimisation des performances d'un processus de forage impose la mise en place des stratégies de surveillance en vue de diagnostiquer les défauts potentiels. Ce chapitre traite la surveillance du trépan pour le diagnostic de l'encrassement. C'est dans ce cadre qu'une campagne de tests a été menée pour comprendre l'évolution de ce défaut. Les conditions d'expérimentation générant l'encrassement du trépan et les mesures décrivant son comportement seront présentées dans ce chapitre. Puis, le filtrage particulaire ainsi que les méthodes d'identification développés et validés sur des données simulées, dans les chapitres précédents, seront appliqués aux données expérimentales en vue de montrer la faisabilité d'une procédure de surveillance optimisant les performances d'un processus de forage.

---

### 5.1 Introduction

Les outils de diagnostic développés dans les chapitres précédents ont pour rôle d'assister, de guider et de faciliter la conduite du processus de forage par son opérateur. Ces réalisations sont justifiées par la difficulté d'extraire des caractéristiques temporelles des informations renseignant sur le procédé de forage en raison de l'environnement incertain auquel le processus est assujéti. Cet environnement caractérisé par des roches hétérogènes, des pressions et des températures variables et élevées conduit les évolutions temporelles des mesures à renfermer des caractéristiques complexes dont les interprétations deviennent insuffisantes dans l'optique d'un pilotage précis, d'une optimisation, et d'une fiabilisation du processus de forage.

La mise en œuvre des méthodes d'identification proposées dans les chapitres 2, 3 et 4 contribue à l'amélioration des performances du processus de forage à travers une surveillance permettant de détecter des défauts potentiels. Dans ce chapitre, l'étude se centralise sur le diagnostic de l'encrassement du trépan. Pour cela, rappelons que dans le chapitre 1, ont été présentés des modèles mécaniques expliquant l'interaction entre le trépan et la roche et fournissant des paramètres indépendants des caractéristiques de la roche. Par conséquent, la surveillance de ces paramètres serait révélatrice du comportement de ce trépan. Ainsi, l'identification de ces paramètres en ligne à partir des approches d'identification développées montre la faisabilité d'une procédure de détection fonctionnant en temps-réel. Assurer de meilleures performances à ces méthodes d'identification lors de l'exploitation des bases de données expérimentales, nécessite l'étude, l'analyse et la compréhension des caractéristiques de l'encrassement. Ce qui a conduit à réaliser plusieurs campagnes d'essais. Ce chapitre commence par la présentation des conditions d'expérimentation ayant permis l'obtention des mesures. Ensuite, l'interprétation de ces mesures en soulignant les situations décrivant le trépan sain, le trépan encrassé et le trépan obturé est effectuée. Puis, se déroule la validation expérimentale des modèles d'interaction entre le trépan et la roche. Cette phase s'est effectuée en déterminant les valeurs des pentes pour

différents cas. Enfin, nous appliquons les méthodes d'identification proposées sur les mesures expérimentales afin de détecter de façon précoce le trépan encrassé.

## 5.2 Conditions d'expérimentation

Le processus de forage utilisé lors des campagnes d'essais permet de choisir des variables de forage couvrant un large panel de fonctionnement. Il représente un système à échelle réduite permettant de tester les performances des trépan.

Les campagnes de mesures ont été réalisées en forant différentes roches de 25 cm de diamètre. Durant ces expérimentations, différentes boues et variables de forage ont été utilisées. L'opération de forage s'est déroulée avec une pression géostatique, de confinement et de pore fixée. En outre, nous avons effectué les tests avec un débit et une pression de fluide constants. Le processus de forage utilisé dispose d'une force de poussée  $W$  variant entre 0 et 20 tonnes, d'une vitesse de rotation du trépan  $\Omega_t$  qui varie entre 0 et 1000 *tr/mn* et d'une vitesse de pénétration  $v$  qui varie entre 0 et 60 *m/h*.

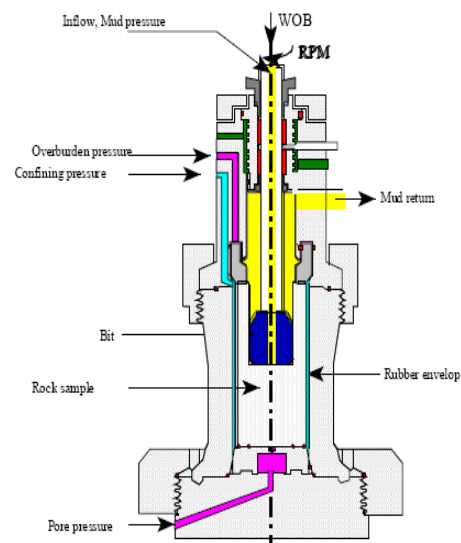


FIG. 5.1 — Banc et Cellule de forage

D'une manière générale, le forage peut se dérouler en fixant la force de poussée ce qui revient à réguler la pression dans le piston hydraulique ou en stabilisant la vitesse de pénétration ce qui correspond à la régulation du débit d'huile dans ce même piston. C'est la dernière situation qui fut retenue lors de nos applications.

De même, nous avons maintenu constants le débit du fluide et la vitesse de rotation du trépan. Dans certains cas, la vitesse de pénétration a été variée. L'utilisation de ce banc de tests a permis d'évaluer l'influence de la roche, de la vitesse de rotation, du débit de fluide et de la vitesse de

pénétration sur la génération de l'encrassement. Dans ce chapitre, est présentée également l'influence des conditions matérielles et des variables de forage sur la provocation de ce défaut. Particulièrement, l'accent est mis sur l'interprétation physique des mesures en soulignant la présence et l'absence de défaut afin de montrer par la suite la nécessité de disposer des méthodes d'identification effectuant le diagnostic.

### 5.2.1 Présentation des trépan

La campagne d'essais que nous avons effectuée a utilisé trois différents trépan (FIG. 5.2). L'objectif a été de déterminer face aux conditions de fonctionnement définies, le trépan dont la conception réduit le risque d'encrassement. Ces trépan comportent des plaquettes de coupe destinées à désagréger la roche, elles sont donc exposées aux défauts caractérisés par leurs encrassements, leurs usures ou leurs cassures. Les approches proposées permettent la détection des défauts cités ci-dessus mais nous centralisons l'étude sur la détection de l'encrassement. Dans ce contexte, commençons par distinguer les caractéristiques des différents trépan utilisés. De gauche à droite, nous désignons ces trois trépan par *Trépan 1*, *Trépan 2* et *Trépan 3*.



FIG. 5.2 — Différents trépan utilisés

- Le trépan 1 est muni d'un profil en cône profond et 9.84 cm de diamètre.
- Le trépan 2 est une version améliorée du trépan 1 et il possède quatre trous d'évacuation du fluide et un diamètre de 9.525 cm.
- Le trépan 3 possède une forme optimisée pour l'admission du fluide et il est conçu pour éviter l'encrassement. Ce trépan de diamètre 9.525 cm dispose d'un profil parabolique et de quatre trous d'admission du fluide.

L'utilisation de ces trépan a contribué au forage de trois roches.

## 5.2.2 Présentation des roches

De nombreuses roches existent et elles se distinguent par leur dureté qui est généralement caractérisée par leur résistance à la compression. Trois roches ont été forées durant nos expérimentations :

- la craie ayant une résistance à la compression de 2.5 MPa ;
- le calcaire possédant une résistance à la compression de 40 Mpa ;
- le grès disposant d'une résistance à la compression de 35 Mpa.

Ces différentes roches ont été choisies de façon à inciter la génération de l'encrassement. Durant les opérations deux fluides ont été utilisés.

## 5.2.3 Fluides de forage utilisés

Les fluides de forage employés sont l'eau et le flopro. Le flopro présente une viscosité plus forte que l'eau et il est supposé favoriser l'évacuation des déblais en les maintenant dans le fluide. Les tests ont été réalisés avec des fluides de forage qui circulent en mode dit renversé (reverse mode). Ce mode de circulation correspond à l'aspiration du fluide du trépan vers la surface.

Les différentes roches forées, la variété de fluide utilisée ainsi que les divers trépan exploités ont conduit à récolter des mesures traduisant différents modes de fonctionnement.

## 5.2.4 Présentation des mesures enregistrées

Les capteurs présents dans le processus de forage ont permis l'acquisition, à la fréquence de 50 Hz, des mesures présentées au tableau TAB. 5.1.

<i>Variable</i>	<i>Signification</i>
$t$	temps ( <i>secondes</i> )
$l$	Position du trépan ( <i>cm</i> )
$W$	force de poussée mesurée par une jauge de contrainte ( <i>tonnes</i> )
$T$	couple sur le trépan, mesuré par une jauge de contrainte ( <i>daN.m</i> )
$P_{av}$	pression mesurée en aval du trépan ( <i>bars</i> )
$P_{ap}$	pression mesurée en amont du trépan ( <i>bars</i> )
$\Omega_t$	vitesse de rotation du trépan ( <i>tr/mn</i> )

TAB. 5.1 — Mesures enregistrées

La vitesse  $v$  de pénétration du trépan est calculée à partir de sa position et a servi de consigne pendant toute la campagne de mesures. Les variables  $v$  et  $\Omega_t$  permettent le calcul de la profondeur de passe  $d$ . La profondeur de passe représente le déplacement du processus à l'issue de chaque révolution du trépan. Enfin, la diversité des conditions d'expérimentation a entraîné l'obtention des mesures traduisant différentes situations.

### 5.3 Description physique de l'interaction trépan-roche

Faciliter l'interprétation des mesures nécessite de rappeler que la vitesse de pénétration  $v$  représente la consigne, que  $\Omega_t$  est une grandeur d'entrée du processus et que  $T$  et  $W$  sont les sorties obtenues à la suite de l'interaction entre le trépan et la roche.

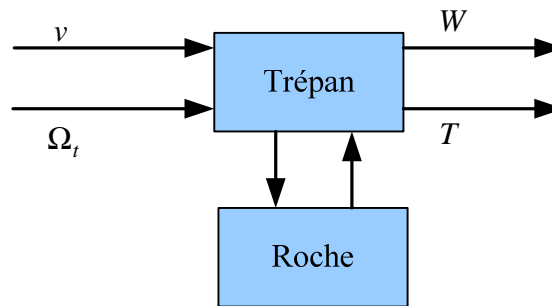


FIG. 5.3 — Interaction trépan-roche

Quatre remarques découlent de la figure FIG. 5.3 :

- Pour une roche homogène et un trépan sain, lorsque  $v$  et  $\Omega_t$  sont constantes, alors les mesures  $T$  et  $W$  doivent être constantes.
- Pour une roche homogène et un trépan sain lorsque  $v$  et  $\Omega_t$  sont variables alors les mesures  $T$  et  $W$  doivent être variables.
- Pour une roche homogène lorsque  $v$  et  $\Omega_t$  sont constantes et les mesures  $T$  et  $W$  sont variables alors le trépan est défaillant.
- Pour une roche hétérogène, lorsque  $v$  et  $\Omega_t$  sont constantes alors les mesures  $T$  et  $W$  sont imprédictibles.

Le dernier scénario complique la surveillance du trépan. Pour appréhender ces différents phénomènes, nous avons utilisé des roches homogènes.

### 5.4 Interprétations des mesures

Les mesures obtenues durant la campagne d'essais sont interprétées dans cette section. Notamment, nous présentons celles qui décrivent la présence de forage, l'absence de forage, la présence d'encrassement, l'absence d'encrassement et l'obturation du trépan. Dans tout ce

paragraphe, nous interprétons les évolutions temporelles des variables  $T$ ,  $W$ ,  $v$ ,  $\Omega_t$ ,  $\Delta P$ , ( $\Delta P = P_{ap} - P_{av}$ ) et  $d$ . Cette interprétation est précédée d'un tableau récapitulatif indiquant les conditions de coupe.

### 5.4.1 Interprétation des mesures et conditions d'expérimentation

Le tableau TAB. 5.2 présente les conditions de coupe associées aux variables de forage présentées à la figure FIG. 5.4.

<i>Variables</i>	<i>Valeurs</i>	<i>Matériel</i>	<i>Types</i>
$Q$	37 (l/min)	Roche	calcaire
$\Omega$	600 (tr/min)	Fluide	flopro
$v$	2 (m/h)	Trépan	Trépan1

(a) Variables de forage

(b) Conditions matérielles

TAB. 5.2 — Conditions d'expérimentation conduisant au fonctionnement sain pour une consigne en échelon

Lors de cette campagne d'essais  $v$  et  $\Omega_t$  sont maintenues constantes par conséquent  $d$  est constante. L'absence d'interaction entre le trépan et la roche du début du fonctionnement jusqu'au 4000<sup>ième</sup> échantillon, fournit les mesures  $T$  et  $W$  présentant des valeurs moyennes nulles. L'échantillon 4000 caractérise le début d'un régime transitoire de  $T$  et de  $W$  indiquant l'entrée progressive du trépan dans la roche. A l'issue de ce régime transitoire, un régime permanent s'établit à partir du 4100<sup>ième</sup> échantillon. Il représente le fonctionnement sain du trépan qui se caractérise par des valeurs moyennes constantes  $T$  et  $W$  lorsque  $v$  est une consigne en échelon lors du forage d'une roche homogène. En dépit de l'homogénéité de la roche, elle renferme des fragments qui sont à l'origine des fluctuations (à coups) générées sur les efforts lors de l'interaction entre les pastilles et la roche. Ces fluctuations dépendent du volume du fragment à arracher et représentent en partie le bruit de processus. De plus, quelques pics apparaissent sur les mesures  $T$  et  $W$ , ils résultent de ceux générés par  $v$  et proviennent de la qualité des asservissements. La mesure  $\Delta P$  montre quelques fluctuations correspondant à des obturations éphémères du trépan.

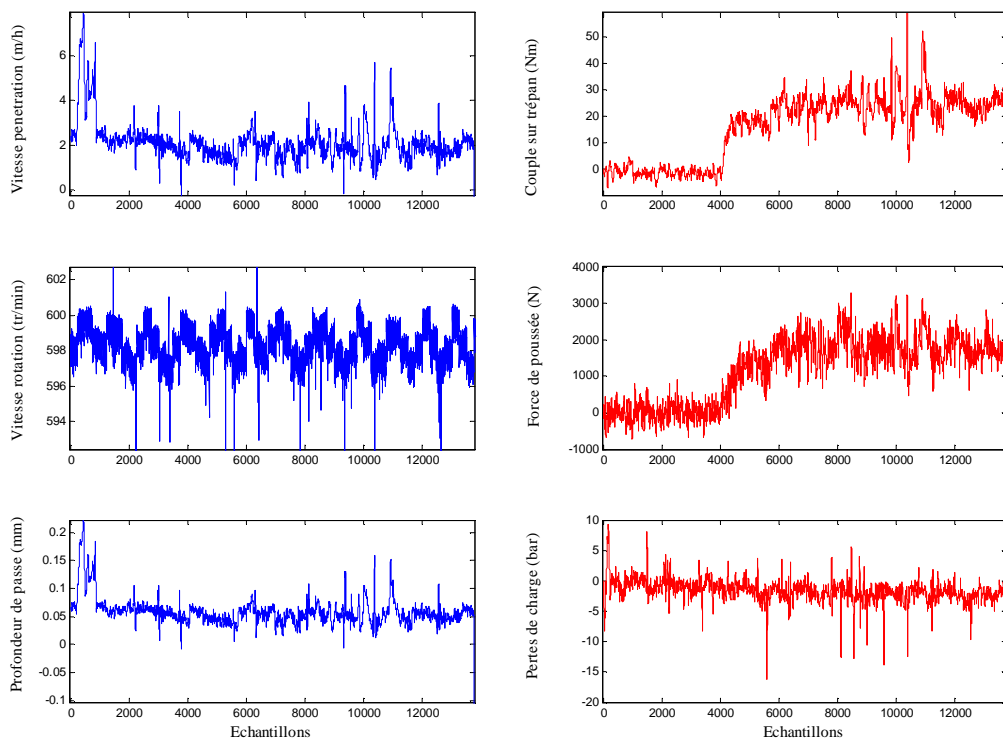


FIG. 5.4 — Absence d'encrassement pour une consigne en échelon

Le tableau TAB. 5.3 présente les valeurs des variables de forage utilisées durant l'essai associé à la figure FIG. 5.5.

<i>Variables</i>	<i>Valeurs</i>
$Q$	18.5 (l/min)
$\Omega$	600 (tr/min)
$v$	0-15 (m/h)

(a) Variables de forage

<i>Matériel</i>	<i>Types</i>
Roche	grès
Fluide	flopro
Trépan	Trépan2

(b) Conditions matérielles

TAB. 5.3 — Conditions d'expérimentation conduisant au fonctionnement sain pour une consigne en rampe

Cette figure présente un cas de fonctionnement durant lequel  $v$  est variable (consigne en rampe). La particularité de cet essai comparé à celui qui a permis l'obtention de la figure FIG. 5.4 réside dans la variation progressive de  $T$  et de  $W$  traduisant une conséquence de la variation de  $v$ . Ce mode de fonctionnement est justifié par :



- la nécessité de générer un ensemble de mesures, avec une excitation suffisamment variée du processus, afin d'obtenir un nuage de points permettant d'identifier une pente représentative lorsque  $T$  est exprimé en fonction de  $W$  ;
- le besoin de déterminer la valeur limite de  $v$  évitant l'encrassement pour des conditions de coupe spécifiées.

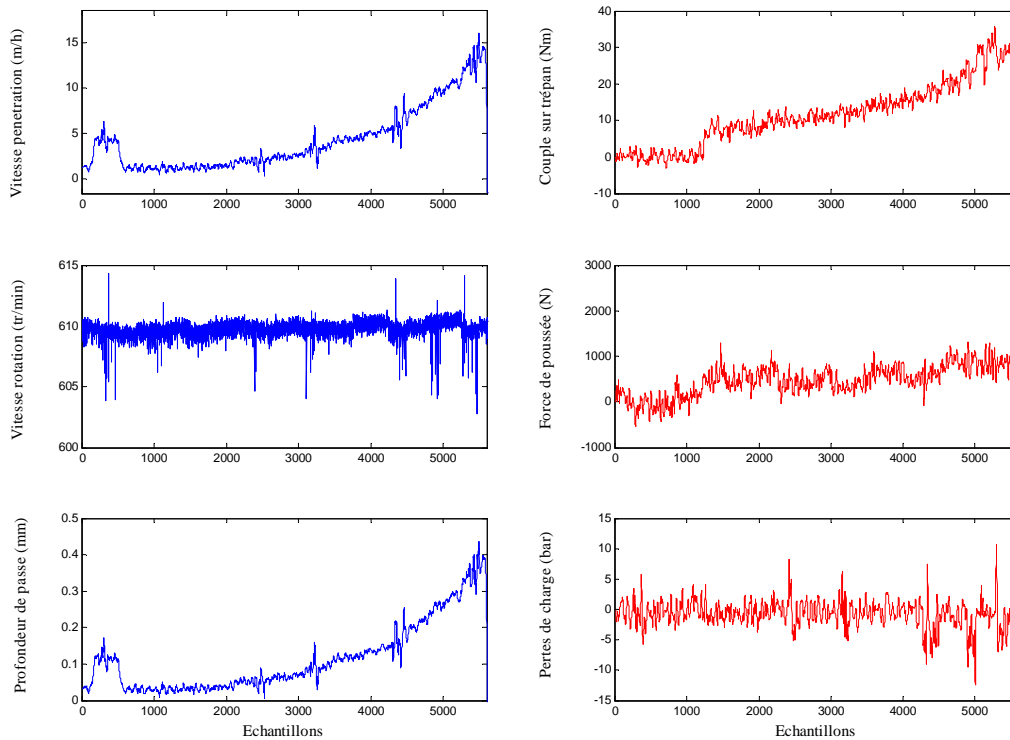


FIG. 5.5 — Absence d'encrassement pour une consigne en rampe

Dans la figure FIG. 5.5, hormis la variation progressive de  $v$  ayant entraînée celle de  $T$  et de  $W$ , les évolutions des mesures présentent des similarités avec la figure FIG. 5.4.

Variables	Valeurs
$Q$	18.5 (l/min)
$\Omega$	400 (tr/min)
$v$	5 (m/h)

(a) Variables de forage

Matériel	Types
Roche	calcaire
Fluide	eau
Trépan	Trépan3

(b) Conditions matérielles

TAB. 5.4 — Conditions d'expérience conduisant au trépan encrassé pour d'une consigne en échelon

Les figures FIG. 5.4 et FIG. 5.5 sont obtenues à partir des conditions de coupe favorisant le fonctionnement sain. Des conditions d'essais provoquant l'encrassement (FIG. 5.6) ont été également retenues. Le tableau TAB. 5.4 présente les conditions de coupe associées à ce mode de fonctionnement. L'évolution des courbes (FIG. 5.6) montre la présence de trois régimes de fonctionnement. Le premier est régi par l'absence de forage et se traduit par des efforts nuls pour une vitesse de pénétration non nulle. Ce mode de fonctionnement se note du début de fonctionnement jusqu'à l'échantillon 1500. Cet échantillon représente l'entrée du trépan dans la roche et représente le début d'un régime transitoire s'étalant sur une vingtaine d'échantillons. A la suite de ce régime transitoire s'installe un régime permanent pendant 500 échantillons. Ce régime permanent qui s'interprète par des efforts constants pour une consigne en échelon dans une roche homogène représente le fonctionnement sain du processus.

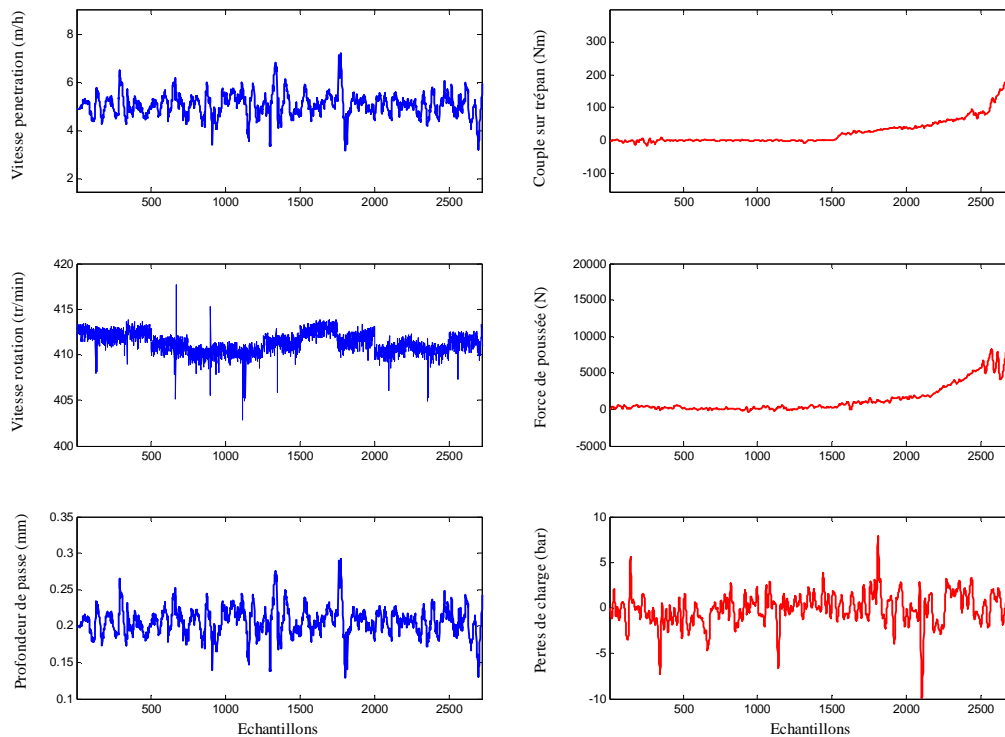


FIG. 5.6 — Présence d'encrassement pour une consigne en échelon

Enfin, l'encrassement qui se manifeste par l'augmentation des efforts pour une vitesse de pénétration constante dans une roche homogène s'observe à partir du 2000<sup>ième</sup> échantillon. L'encrassement qui est régi par l'augmentation des efforts est une conséquence du remplissage progressif des orifices du trépan par la boue de forage et les déblais issus de la coupe. Néanmoins, le même comportement sur l'évolution des efforts se remarque lors du passage d'une roche tendre vers une roche dure. Ce phénomène dérive des efforts visant à compenser

l'apparition progressive de la dureté de la roche. Enfin, nos campagnes de mesures ont révélé que l'évolution de l'encrassement entraîne une perte progressive de contact entre les pastilles et la roche, ce qui a pour effet la réduction des fluctuations (à coups) des mesures  $T$  et  $W$ . Nous avons présenté (FIG. 5.6) l'encrassement lorsque la consigne  $v$  est un échelon. Pour une consigne en rampe l'encrassement peut également se produire (FIG. 5.7). Soient les conditions de coupe définies à la table TAB. 5.5.

<i>Variables</i>	<i>Valeurs</i>	<i>Matériel</i>	<i>Types</i>
$Q$	37 (l/min)	Roche	grès
$\Omega$	400 (tr/min)	Fluide	flopro
$v$	0-15 (m/h)	Trépan	Trépan1

(a) Variables de forage

<i>Matériel</i>	<i>Types</i>
Roche	grès
Fluide	flopro
Trépan	Trépan1

(b) Conditions matérielles

TAB. 5.5 — Conditions d'expérience conduisant au trépan encrassé pour d'une consigne en rampe

La figure FIG. 5.7 issue de ces conditions de coupe (TAB. 5.5) présente de grande similitude avec la figure FIG. 5.5.

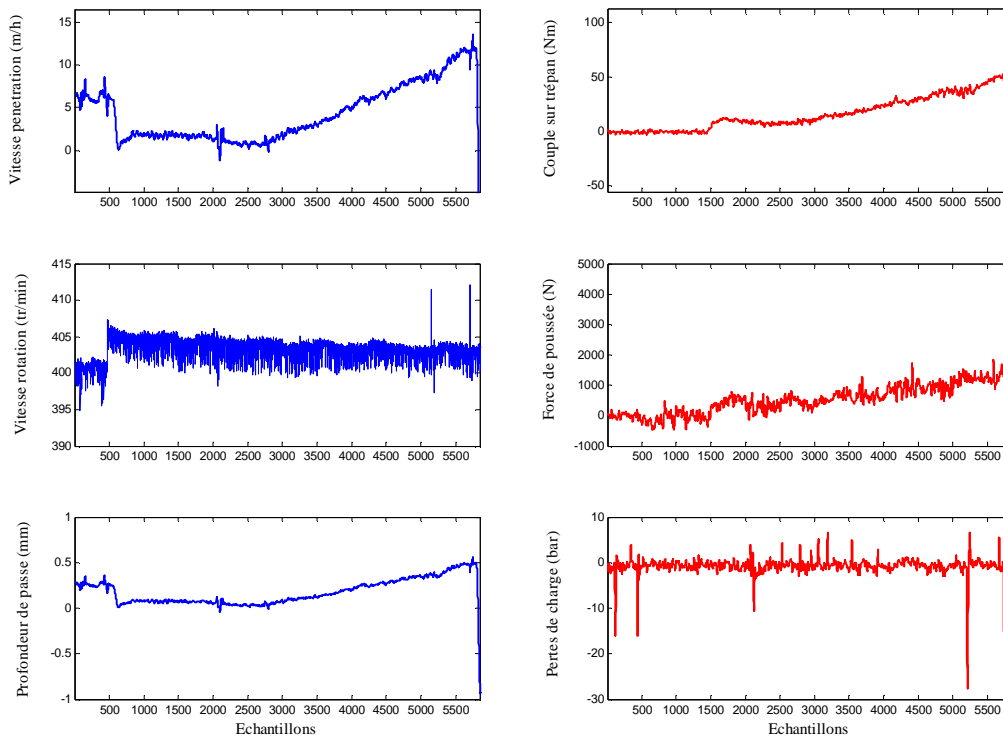


FIG. 5.7 — Présence d'encrassement pour une consigne en rampe

Une des spécificités de cet essai repose sur l'augmentation subite de  $T$  et de  $W$  au 6000<sup>ième</sup> échantillon, conséquence de l'encrassement du trépan. Nous avons expliqué que l'encrassement est un défaut qui correspond au recouvrement des pastilles par un agrégat de matière composé de la boue de forage et des déblais issus de la coupe. Les figures FIG. 5.6 et FIG. 5.7 ont présenté des situations mettant en évidence ce type de défaut. Un second défaut se produisant sur le trépan est l'obturation du trou et il se réalise lorsque cet agrégat de matière se rapporte au trou d'évacuation du trépan. L'encrassement et l'obturation peuvent également se produire simultanément. Le tableau TAB. 5.6 correspond aux conditions d'expérimentation favorisant simultanément ces deux défauts.

<i>Variables</i>	<i>Valeurs</i>	<i>Matériel</i>	<i>Type</i>
$Q$	37 (l/min)	Roche	calcaire
$\Omega$	600 (tr/min)	Fluide	flopro
$v$	5 (m/h)	Trépan	Trépan1

(a) Variables de forage

(b) Conditions matérielles

TAB. 5.6 — Conditions d'expérimentation pour un trépan encrassé et obturé et une consigne en échelon

Les courbes obtenues à partir des conditions de coupe données au tableau TAB. 5.6 sont fournies à la figure FIG. 5.8. Ces courbes présentent un scénario où l'obturation et l'encrassement se produisent. Concernant l'encrassement nous retrouvons les situations expliquées à la figure FIG. 5.6 et prouvant l'existence de l'encrassement. La particularité de cet essai repose sur la présence de l'obturation. Cette obturation se constate dans l'évolution des pertes de charge, qui s'écartent de leur valeur nominale au 1500<sup>ième</sup> échantillon pour croître en valeur absolue. Ce qui est révélateur de l'obturation du trépan. Comparée aux figures précédentes, la figure FIG. 5.8 révèle la présence de deux défauts. L'encrassement qui se produit au 1100<sup>ième</sup> échantillon et l'obturation qui s'ensuit au 1500<sup>ième</sup> échantillon. Cela conduit à affirmer que lors de cet essai l'obturation du trépan a été une conséquence de l'encrassement et se justifie par la difficulté d'évacuer les déblais lorsque l'encrassement se produit. Par suite, l'accumulation des déblais dans le puits va favoriser l'obturation.

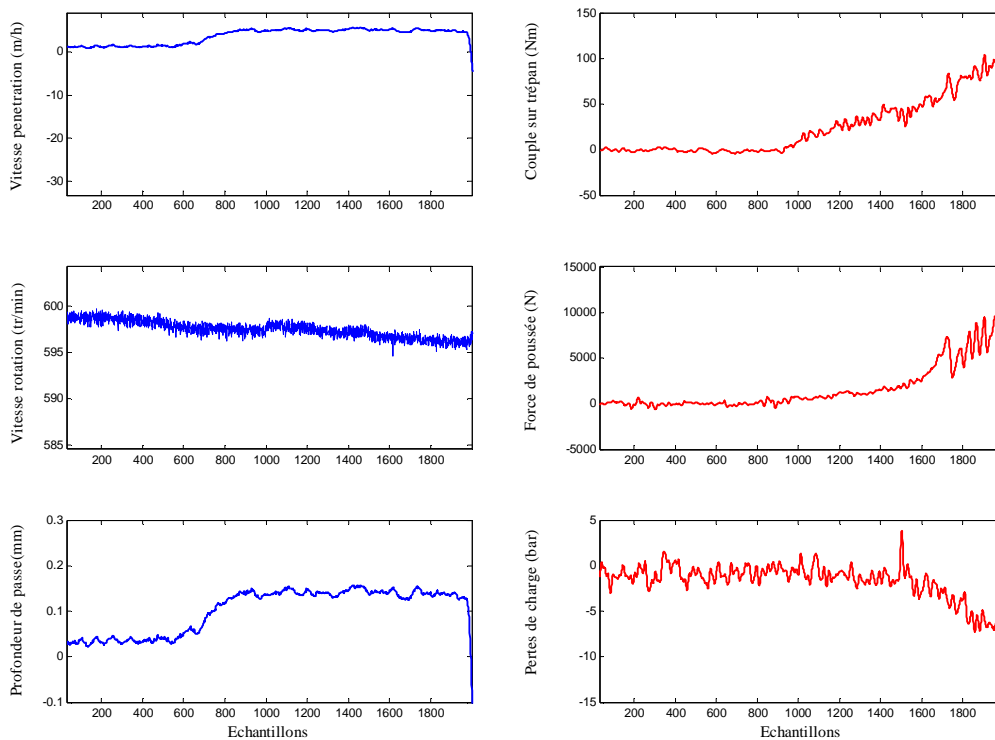


FIG. 5.8 — *Présence d'encrassement et d'obturation consigne en rampe*

L'obturation se caractérise par un changement de moyenne des pertes de charge, par conséquent un test statistique servant à déceler un saut de moyenne sur la mesure des pertes de charge suffirait à sa détection.

## 5.4.2 Conclusions sur les campagnes de mesures

Cinq des quinze bases de données obtenues durant les campagnes d'essais ont été interprétées dans cette section. Nous avons mis l'accent sur les différents scénarios possibles :

- forage des roches avec un trépan sain en utilisant une consigne en échelon et ensuite en rampe ;
- forage des roches entraînant l'encrassement du trépan en utilisant une consigne en échelon et en rampe ;
- forage d'une roche conduisant à l'obturation du trépan lors de l'utilisation d'une consigne en échelon.

Ces différents modes de fonctionnement dépendent des conditions de coupe :

- variables de forage que sont le couple, la force de poussée, la vitesse de pénétration, le débit du fluide, la vitesse de rotation du trépan etc...;

- les conditions matérielles données par la roche, le trépan, le fluide de forage etc... .

Ces campagnes d'essais ont montré la répétitivité des fonctionnements sains à conditions d'expérimentation identiques. De ces conditions d'expérimentation dépendent également la dynamique de l'encrassement, (le temps nécessaire au remplissage des orifices du trépan) le niveau des bruits ainsi que la durée des régimes de fonctionnement. Nous avons indiqué que l'encrassement du trépan se répercute sur le couple et la force de poussée tandis que l'obturation interfère sur les pertes de charge. Cela conduit à mentionner que les méthodes de détection de ces deux défauts seront distinctes. Dans la suite, nous consacrons l'étude aux stratégies de surveillance du trépan pour détecter particulièrement l'encrassement.

### 5.4.3 Stratégie de surveillance du trépan

La méthode de surveillance du trépan réside dans l'utilisation des modèles mécaniques présentés dans le chapitre 1. L'expression du couple  $T$  en fonction de la force de poussée  $W$  permet de déterminer les paramètres décrivant le comportement du trépan.

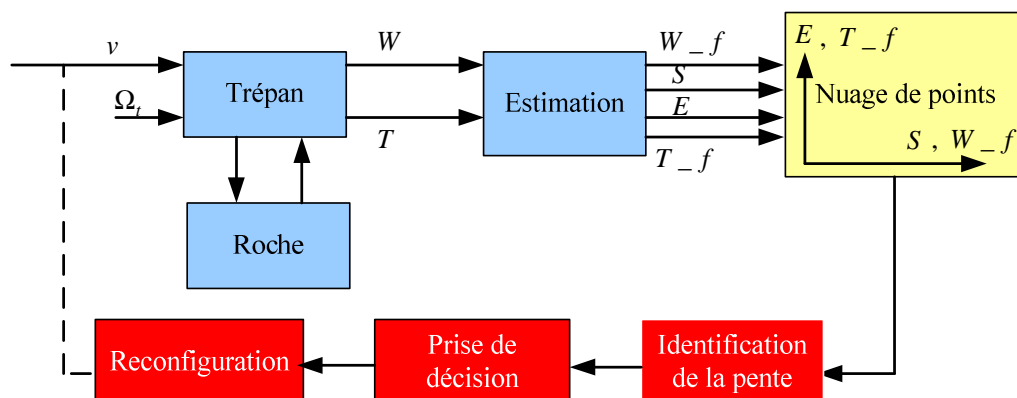


FIG. 5.9 — Stratégie de surveillance proposée

Le traitement des mesures est une étape préliminaire à l'expression du couple  $T$  en fonction de la force de poussée  $W$ . Ce traitement facilite la mise en œuvre des méthodes de diagnostic.

### 5.4.4 Traitement des mesures

Il est certain que le niveau de bruit doit être réduit, que les valeurs manquantes doivent être construites et les valeurs aberrantes lissées, il y a lieu donc d'implanter des filtres effectuant ces tâches dans la chaîne de traitement des données. Pour cela, à la suite de l'élimination des valeurs aberrantes à partir d'une méthode de seuillage nous avons adopté un filtre passe bas pour la réduction du niveau de bruit. La phase de prétraitement est essentielle pour garantir à l'algorithme la réception des données traduisant la dynamique réelle du processus et améliorant conséquemment la qualité des paramètres identifiés. Préalablement au développement de la

technique de détection à partir des méthodes d'identification il est essentiel d'exploiter les données obtenues en vue de valider les modèles d'interaction entre le trépan et la roche présentés au chapitre 1.

## 5.5 Expression du couple en fonction de la force de poussée

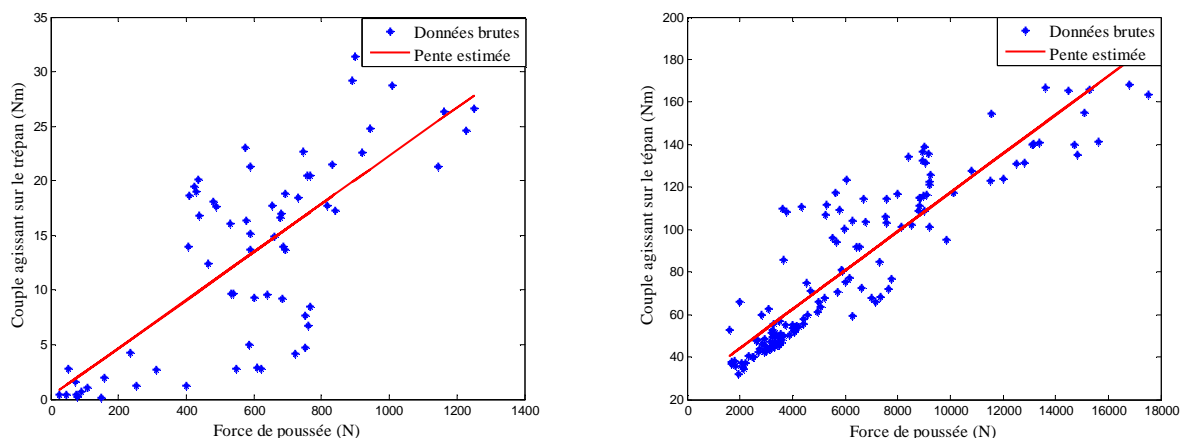
Nous avons présenté dans le chapitre 1 des modèles mécaniques montrant que l'interaction entre le trépan et la roche fournit une pente indépendante de la roche. Puis, nous avons expliqué que la validité des hypothèses permettant l'obtention de ces modèles dépend du processus de forage utilisé. Dans cette partie, nous exploitons les données récoltées durant les campagnes de mesures, en vue d'évaluer expérimentalement l'influence de la roche sur les pentes lors de son interaction avec le trépan. Ainsi, nous procédons par quatre étapes :

- expression de  $T$  en fonction de  $W$  en fonctionnement sain pour les mêmes roches ;
- expression de  $T$  en fonction de  $W$  en présence d'encrassement pour les mêmes roches ;
- expression de  $T$  en fonction de  $W$  en fonctionnement sain pour différentes roches ;
- expression de  $T$  en fonction de  $W$  en fonctionnement défaillant pour différentes roches.

Ces étapes servent à la compréhension expérimentale de l'influence de la roche sur la pente.

### 5.5.1 Couple en fonction force de poussée fonctionnement sain

Pour analyser les valeurs des pentes nous utilisons, dans cette section, les mesures obtenues lors du forage de deux roches identiques dans des conditions d'expérimentation différentes.



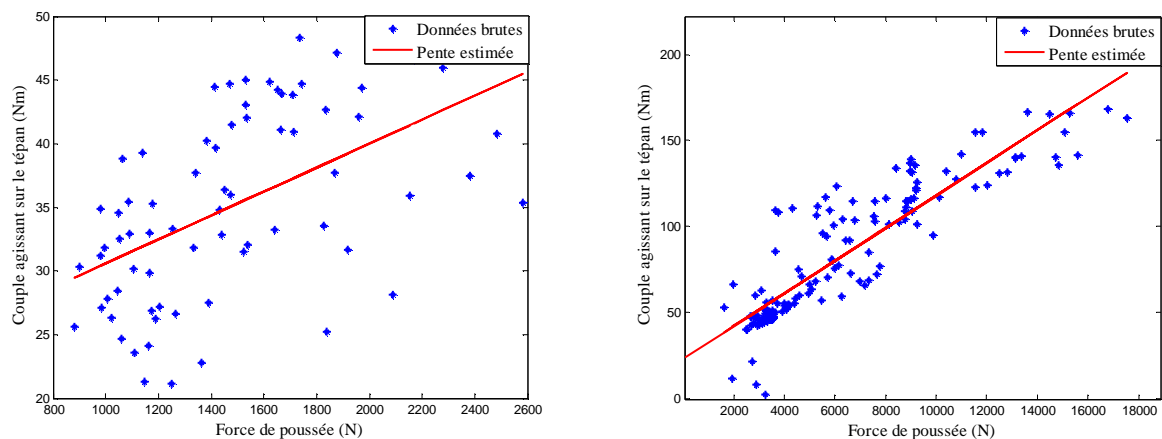
(a) forage du grès lors de la première expérimentation (b) forage du grès lors de la seconde expérimentation

FIG. 5.10 —  $T$  en fonction de  $W$  en fonctionnement sain données brutes et estimation des pentes

L'idée consiste à évaluer les valeurs des pentes identifiées à partir de l'expression de  $T$  en fonction de  $W$  (FIG. 5.10). La méthode des moindres carrés simples a été utilisée pour estimer les valeurs de ces pentes. Dans les deux cas, les pentes présentent des valeurs sensiblement égales à 0.0225. En outre, d'autres bases de données analysées fournissent des pentes sensiblement similaires. Les pentes identifiées montrent que lorsque les roches sont identiques et le fonctionnement est sain alors leurs valeurs sont pratiquement égales à 0.0225. Toutefois, l'obtention de ces résultats est conditionnée par un processus suffisamment excité afin d'obtenir des nuages de points fournissant des pentes représentatives du fonctionnement du processus.

### 5.5.2 Couple en fonction force de poussée présence d'encrassement

Exploisons les bases de données correspondant aux forages de deux roches identiques pour des conditions d'expérimentation différentes et entraînant l'encrassement. Pour des roches identiques, la figure FIG. 5.11 montre que la présence de l'encrassement modifie les valeurs des pentes obtenues lors du fonctionnement sain et les rend sensiblement égales à leur moitié.



(a) forage du grès lors de la première expérimentation      (b) forage du grès lors de la seconde expérimentation

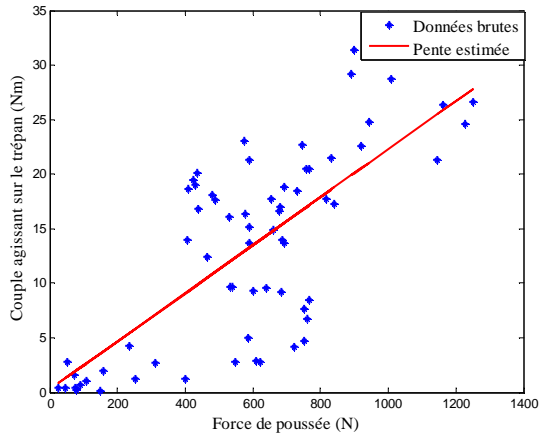
FIG. 5.11 —  $T$  en fonction de  $W$  en fonctionnement encrassé et estimation des pentes

Analysons les valeurs des pentes identifiées dans les cas de fonctionnement correspondant à l'utilisation de deux roches différentes.

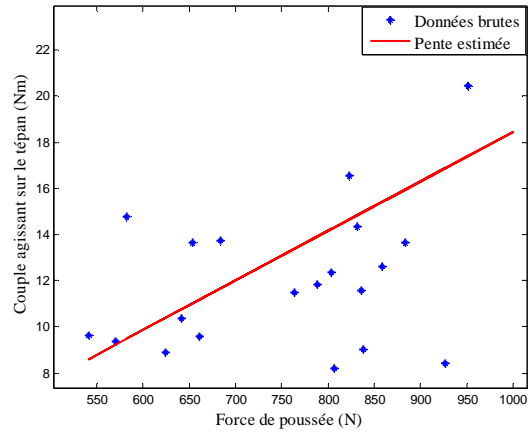
### 5.5.3 Couple en fonction force de poussée trépan sain différentes roches

Cette partie est déterminante pour la validation des modèles d'interaction entre le trépan et la roche. Dans le chapitre 1, nous avons expliqué à partir des modèles mécaniques que l'expression de  $T$  en fonction de  $W$  fournit une pente indépendante des caractéristiques de la roche. Les résultats suivants montrent la validité de ce modèle.





(a) forage du grès



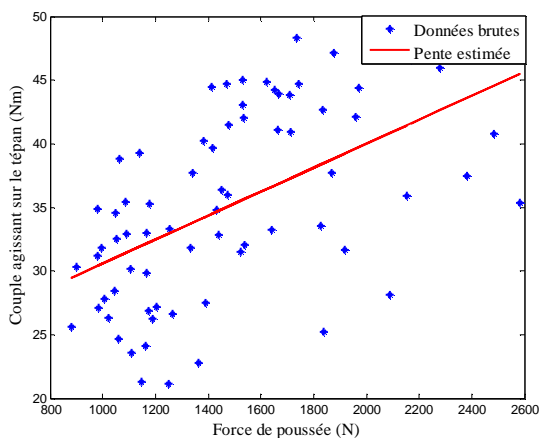
(b) forage du calcaire

FIG. 5.12 —  $T$  en fonction de  $W$  en fonctionnement sain et estimation des pentes

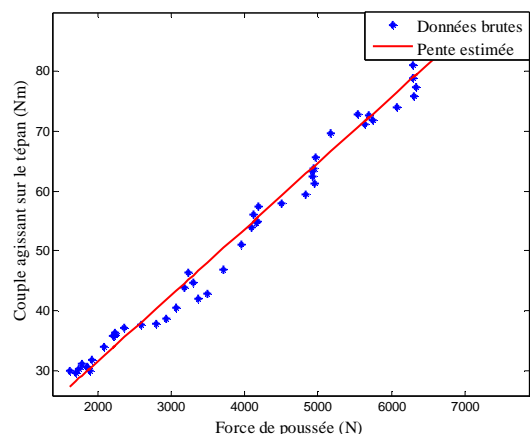
En exploitant les mesures obtenues lors du forage dans le grès puis dans le calcaire avec des conditions de coupe différentes, nous obtenons les courbes données à la figure FIG. 5.12. Les pentes obtenues présentent des valeurs qui sont sensiblement égales à 0.0224. Examinons la validité de ces conditions pour le fonctionnement encrassé. Dans ce contexte, considérons deux roches différentes.

### 5.5.4 Couple en fonction force de poussée trépan encrassé différentes roches

Nous avons vu que la pente de  $T(W)$  est supposée être indépendante de la roche. Nous le vérifions dans cette section.



(a) forage du grès



(b) forage du calcaire

FIG. 5.13 —  $T$  en fonction de  $W$  en fonctionnement encrassé et estimation des pentes

Les deux pentes identifiées indiquent que pour deux roches différentes et en présence d'encrassement leurs valeurs seront sensiblement égales. L'encrassement produit des pentes presque égales à 0.0121. Lorsqu'un encrassement se produit sur le trépan la valeur de la pente est modifiée et converge vers la moitié de la valeur correspondant au fonctionnement sain. Récapitulons les valeurs des pentes pour différents cas de fonctionnement et pour l'utilisation de roches différentes.

	Valeur des pentes forage grès		Valeur des pentes forage calcaire	
	<i>trépan sain</i>	<i>trépan encrassé</i>	<i>trépan sain</i>	<i>trépan encrassé</i>
<i>Base de données 1</i>	0.0222	0.0115	.	.
<i>Base de données 2</i>	0.0228	0.0113	.	.
<i>Base de données 3</i>	0.0229	0.012	.	.
<i>Base de données 4</i>	.	.	0.0224	0.013
<i>Base de données 5</i>	.	.	0.0215	0.0105
<i>Base de données 6</i>	.	.	0.0231	0.0121

TAB. 5.7 — Valeurs des pentes pour six bases de données exploitées

Pour chaque roche forée nous avons exploité trois bases de données et nous observons à partir du tableau récapitulatif que l'influence de la roche est négligeable sur les valeurs des pentes et ceci pour différentes conditions d'expérimentation. Ce tableau indique que lors du fonctionnement sain les pentes sont sensiblement égales pour différentes roches. De même, l'encrassement du trépan fournit des valeurs de pentes pratiquement identiques. Lorsque le défaut se produit, la valeur de la pente est presque divisée par environ deux. Il est donc possible de mettre en œuvre les méthodes d'identification que nous avons proposées pour surveiller l'encrassement du trépan en temps-réel.

## 5.6 Identification adaptative de la pente

L'utilisation des méthodes d'identification proposées dans le chapitre 2, l'exploitation des bases de données ainsi que l'emploi des modèles d'interaction entre le trépan et la roche vont fournir l'évolution temporelle de la pente en temps-réel.

### 5.6.1 Modèles d'interaction trépan-roche pour l'identification

Les contraintes temps-réel nous ont conduits à recourir aux techniques de régression linéaire récurrente. Particulièrement, nous avons opté pour l'utilisation de la méthode des moindres carrés récurrents afin de disposer d'une approche adaptative permettant de distinguer le fonctionnement sain de l'encrassement du trépan. Reprenons les modèles d'interaction entre le trépan et la roche présentés dans le chapitre 1 où nous avons indiqué que la relation entre  $T$  et  $W$  est donnée par :

$$T = \frac{1}{2} \epsilon a^2 d (1 - \beta) + \mu a \frac{\gamma}{2} W \quad (5.1)$$

Dans les chapitres 2 et 4, en vue de prévoir les performances lors de l'exploitation des mesures issues des campagnes de tests, nous avons construit des pentes en utilisant des données simulées et reproduisant celles obtenues lors d'une expérimentation. Dans cette section, nous cherchons à identifier des pentes en utilisant les données obtenues lors des campagnes de tests. Pour identifier ces pentes, réécrivons l'équation (5.1) sous une évolution temporelle :

$$T_k = \frac{1}{2} \epsilon_k a^2 d_k (1 - \beta_k) + \frac{\mu_k a \gamma_k}{2} W_k + \omega_k \quad (5.2)$$

Dans la relation (5.2),  $k$  désigne le temps discret et  $\omega_k$  représente le bruit de mesure. Cette relation peut se mettre sous la forme suivante :

$$T_k = [W_k \quad 1] \begin{bmatrix} \frac{\mu_k a \gamma_k}{2} \\ \frac{1}{2} \epsilon_k a^2 d_k (1 - \beta_k) \end{bmatrix} + \omega_k \quad (5.3)$$

Or, le vecteur de régression d'un modèle de régression linéaire est donné par :

$$y_k = \varphi_k^T \theta_k + \omega_k \quad (5.4)$$

L'analogie entre les équations (5.3) et (5.4) donne :

$$\varphi_k^T = [W_k \quad 1] \text{ et } y_k = T_k \quad (5.5)$$

Le vecteur des paramètres est donné par :

$$\theta_k = \begin{bmatrix} \theta_{1k} \\ \theta_{2k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\mu_k a \gamma_k}{2} \\ \frac{1}{2} \epsilon_k a^2 d_k (1 - \beta_k) \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

Nous avons indiqué en utilisant les données expérimentales que l'encrassement se manifeste par le changement de pente  $\theta_{1k}$ . Cela conduit à l'application des méthodes d'identification que nous avons proposées dans les chapitres 2, 3, et 4 en vue de surveiller  $\frac{\mu_k a \gamma_k}{2}$ . Afin d'estimer les

paramètres représentatifs de l'encrassement, les MCR doivent être utilisés de façon à limiter l'influence des anciennes données au détriment des récentes mesures. C'est dans ce cadre que les MCR-FO ont été privilégiés.

Détecter l'encrassement de manière précoce a entraîné lors de l'exploitation des bases de données, à corrélérer l'évolution de l'encrassement avec le facteur d'oubli. Cependant, cette situation fut compliquée par plusieurs aspects. Notamment, la difficulté de connaître avec précision le temps nécessaire à l'installation du défaut, en d'autres termes il est difficile de déterminer le nombre d'échantillons pour le remplissage des orifices de coupe. Ce temps est modifié pour des conditions de coupe différentes et varie en fonction du débit du fluide, des pressions, de la vitesse de pénétration du processus, de la nature de la roche etc...

Rappelons que pour des conditions de coupe données lorsque la valeur du facteur d'oubli est faible, cela permet une adaptation rapide des paramètres identifiés mais cette identification s'effectue avec une forte variance ce qui peut déclencher des fausses alarmes. Tandis qu'une forte valeur du facteur d'oubli conduirait à une détection trop tardive. Ces deux cas montrent la difficulté de choisir des arguments de réglage pour une utilisation générale. C'est dans cette perspective que nous avons proposé l'utilisation des moindres carrés récursifs possédant un facteur d'oubli adaptatif.

### **5.6.2 Méthodes d'identification adaptatives pour la surveillance**

Pour ne pas être astreint à ajuster les arguments de réglage lors de chaque exploration d'un puits pétrolier nous avons jugé utile de développer des procédures fonctionnant en temps-réel et possédant des arguments de réglage adaptatifs. C'est dans cette optique que nous avons développé, dans le chapitre 2, des méthodes d'identification rendant variable le facteur d'oubli. L'adaptation du facteur d'oubli est conçue de façon à ce qu'elle ne s'effectue que lorsque l'encrassement est en cours d'apparition. Cette approche réduit le choix du facteur d'oubli à sa valeur la plus élevée possible afin d'éviter de fortes variances sur les paramètres à identifier. Cette valeur du facteur d'oubli sera réduite lorsqu'un défaut apparaît, ce qui a pour conséquence une adaptation rapide et fiable des paramètres identifiés et conduit à une détection précoce de l'encrassement.

Les méthodes proposées dans cette section pour assister le foreur dans sa conduite du processus sont les MCR-FOVG, MCR-FOVG-PAA et les MCR-FOVG-PAA-TSL, (voir chapitre 2). Dans cette partie, ces trois méthodes sont appliquées aux données expérimentales dans le but de montrer la faisabilité d'une procédure de détection de l'encrassement. Ces algorithmes ont fait l'objet de validation avec des bases de données simulées et en utilisant différents arguments de

réglage. Dans cette section nous retenons les arguments de réglage ayant conduit aux meilleures performances en simulation.

Des nombreuses bases de données obtenues durant nos campagnes de mesures nous en exploitons trois dans cette section. Chacune de ces trois bases de données renferme des caractéristiques particulières venant notamment de la variété des conditions d'expérimentation. Lors de l'exploitation de ces bases de données nous avons retenu les conditions initiales suivantes :

	$\lambda(1)$	$P(1)$	$\theta(1)$	$\psi(1)$	$S(1)$	$\eta(1)$	$\alpha$	$r$
MCR-FOVG	0.97	200	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	200	0.01	.	.
MCR-FOVG-PAA	0.97	200	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	200	0.01	0.01	.
MCR-FOVG-PAA-TSL	0.97	200	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	200	0.01	.	0.9

TAB. 5.8 — Arguments de réglage des méthodes d'identification

Dans toute la suite de ce paragraphe nous présentons les évolutions temporelles de  $T$ ,  $W$ , et de  $T$  en fonction de  $W$  puis de l'évolution temporelle de la pente identifiée avec les trois méthodes d'identification.

- **Base de données 1 et méthodes d'identification**

Les évolutions temporelles de  $T$  et de  $W$  ont été interprétées dans la section (5.4). Nous mettons plus l'accent dans cette section sur l'expression de  $T$  en fonction de  $W$  et sur l'identification de la pente obtenue à partir de ce nuage de points et en utilisant les trois méthodes d'identification proposées. L'expression de  $T$  en fonction de  $W$  (FIG. 5.14 (b)), montre que lorsque la force de poussée évolue entre 0 et 2000 N, deux tendances se dégagent :

- la première correspond à celle dont la valeur du couple fluctue entre 0 et 10 Nm. Cette situation traduit des régimes transitoires et s'éloigne du comportement théorique attendu.
- puis une seconde phase s'établit et durant laquelle le couple  $T$  varie entre 20 et 50 Nm, il s'agit du fonctionnement sain du trépan. On voit alors apparaître un premier nuage de points auquel est associée la pente en fonctionnement sain.

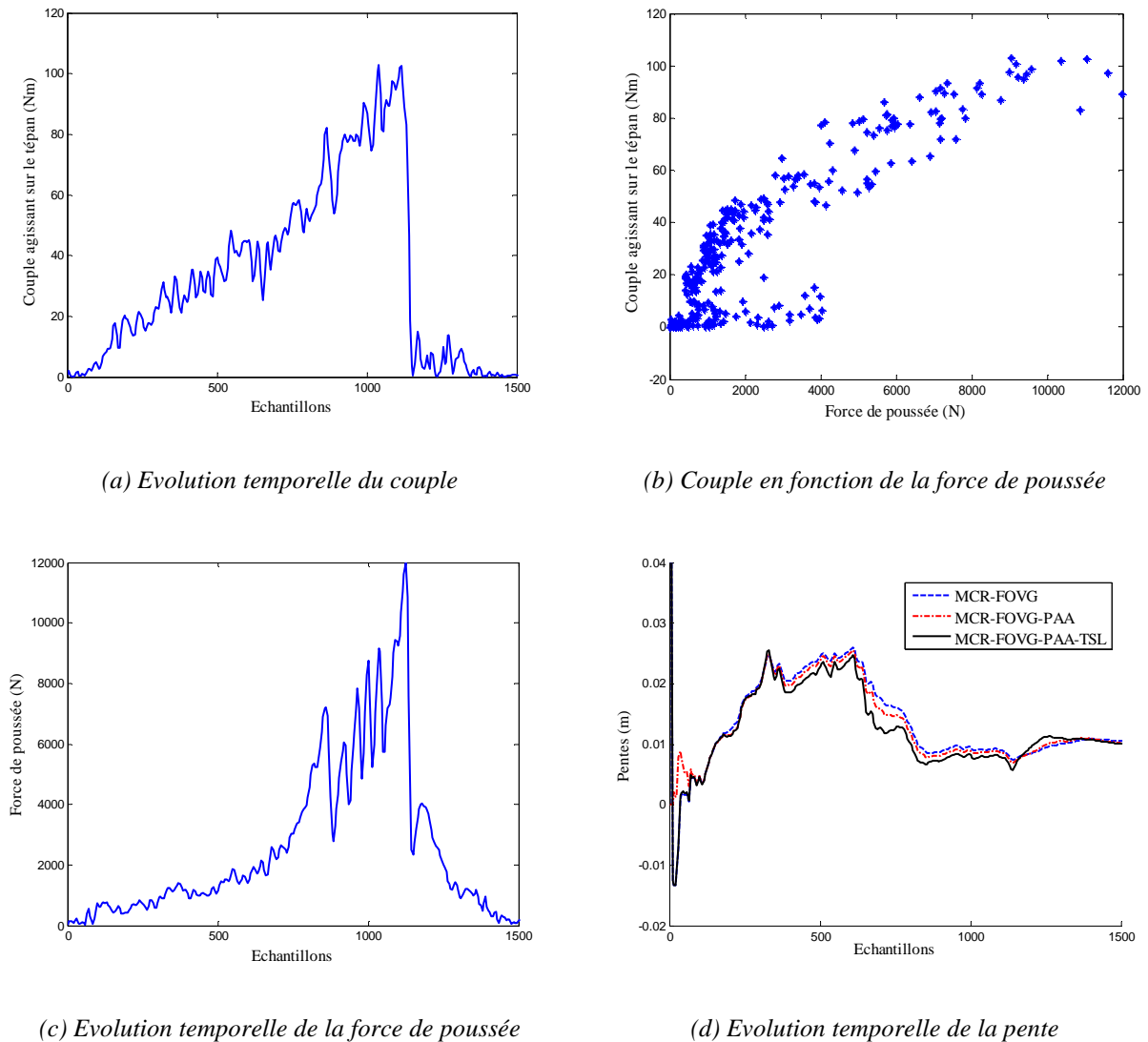


FIG. 5.14 — Exploitation de la base de données 1

A partir de l'abscisse 2000 N nous observons une seconde tendance et durant laquelle  $T$  varie entre 50 et 100 Nm. Cette situation représente le fonctionnement défaillant du trépan.

Les méthodes d'identification proposées aux chapitres précédents fournissent les évolutions temporelles des pentes en temps-réel (FIG. 5.14 (d)). Ces pentes montrent la présence d'un régime transitoire jusqu'au 350<sup>ième</sup> échantillon puis on observe des pentes relativement constantes et ayant des valeurs se situant entre 0.02 et 0.025. Ce scénario traduit pendant 300 échantillons le fonctionnement sain du trépan. Ensuite, un régime transitoire caractérisant le passage du trépan sain au trépan encrassé se produit. A partir du 800<sup>ième</sup> échantillon les pentes se stabilisent en fonctionnement défaillant.

Cette figure montre aussi l'évolution des pentes obtenues à partir des trois méthodes d'identification proposées. Ces pentes indiquent que le régime transitoire le plus court est obtenu

avec les MCR-FOVG-PAA-TSL. Ils sont suivis par les MCR-FOVG-PAA puis viennent les MCR-FOVG. Les pentes convergent avec les trois méthodes d'identification. La convergence rapide opérée par les MCR-FOVG-PAA-TSL montre que cette méthode d'identification représente un outil de diagnostic qui conduirait à une détection précoce de l'encrassement. Ce qui prouve son efficacité dans le cadre expérimental (utilisation des données réelles) et montre l'avantage qu'elle procurerait dans le contexte industriel.

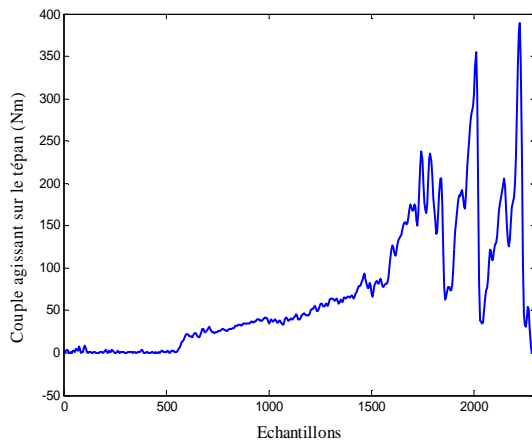
- **Base de données 2 et méthodes d'identification**

La deuxième base de données présente des caractéristiques différentes de la première. En effet, nous désirons observer les réponses des méthodes d'identification aux scénarios caractérisés par :

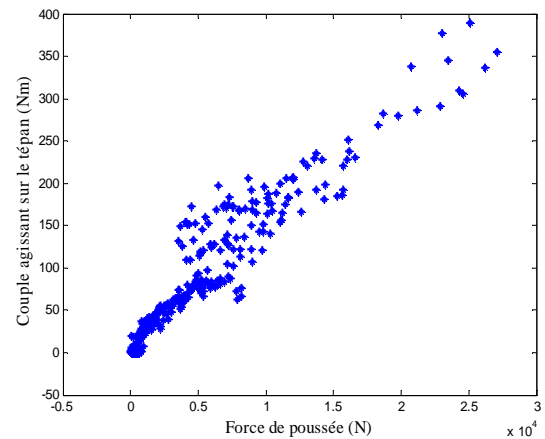
- l'absence de forage ;
- le régime transitoire traduisant l'entrée progressive du trépan dans la roche ;
- le forage en fonctionnement sain ;
- le régime transitoire correspondant au passage du fonctionnement sain au fonctionnement défaillant ;
- le régime de fonctionnement défaillant.

De manière similaire à l'exploitation de la première base de données, nous analysons l'évolution temporelle de la pente de  $T(W)$  obtenue à partir des trois méthodes d'identification. L'expression de  $T$  en fonction de  $W$  montre que pour une force de poussée variant entre 0 et 7000 N et pour un couple évoluant entre 0 et 75 Nm une première tendance se dégage : il s'agit du fonctionnement sain. Puis, lorsque la force de poussée évolue entre 7000 N et 29000 N et pour un couple changeant entre 75 et 395 Nm une seconde tendance se dessine : c'est l'encrassement.

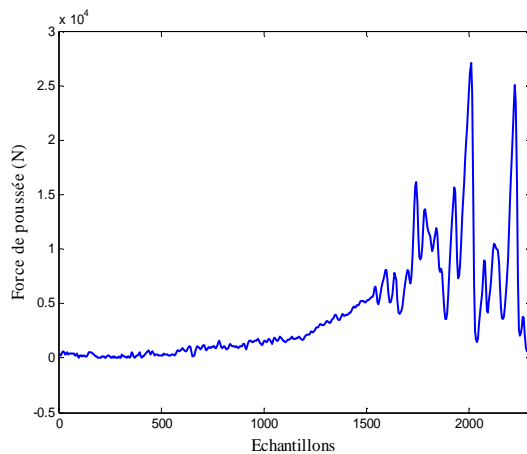
L'évolution temporelle des pentes identifiées (FIG. 5.15 (d)) montre que du début de fonctionnement jusqu'à l'échantillon 550 les pentes présentent des valeurs sensiblement nulles, elles sont dues aux faibles valeurs de  $T$  et de  $W$  comme l'affirment leurs allures temporelles. Puis un régime transitoire se produit, ce régime transitoire renferme les conditions initiales des différentes méthodes d'identification ainsi que le passage d'un mode de fonctionnement du processus sans forage à une entrée progressive du trépan dans la roche.



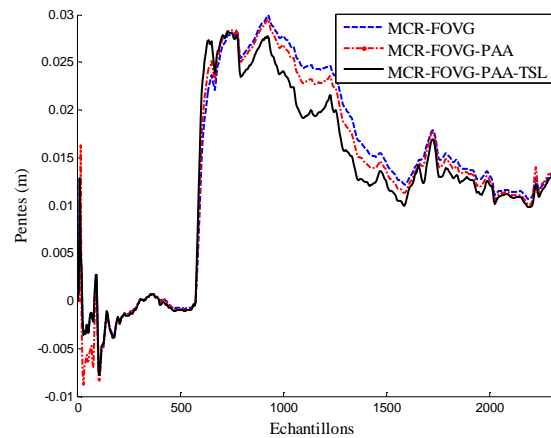
(a) Evolution temporelle du couple



(b) Couple en fonction de la force de poussée



(c) Evolution temporelle de la force de poussée



(d) Evolution temporelle de la pente

FIG. 5.15 — Exploitation de la base de données 2

A l'issue de ce régime transitoire, un régime permanent correspondant au forage en fonctionnement sain s'établit. Ce régime permanent dure jusqu' au 1300<sup>ième</sup> échantillon. Ensuite, un régime transitoire correspondant au passage du fonctionnement sain au fonctionnement défaillant se produit. Les trois méthodes d'identification opèrent des vitesses de convergences différentes. La situation observée lors de l'exploitation de la première base de données et concernant la convergence la plus rapide réalisée par les MCR-FOVG-PAA-TSL se reproduit avec cette base de données. Les pentes se stabilisent à la même valeur nominale avec les trois méthodes d'identification.

Dans les deux cas de fonctionnement, outre que la pente est noyée dans le bruit comme le montre  $T$  en fonction de  $W$ , la visualisation de ce nuage de points (FIG. 5.15 (b)) indique la difficulté d'en extraire les différents modes de fonctionnement et conduit à la nécessité de disposer des



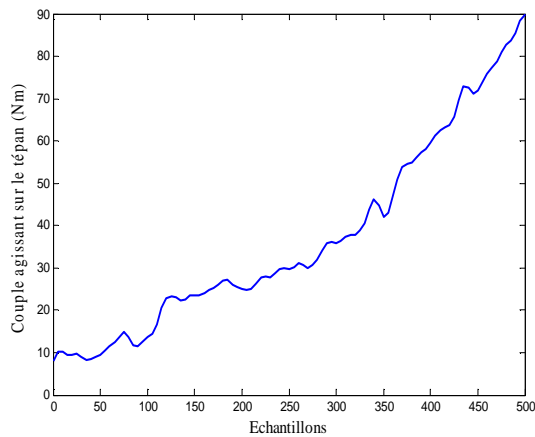
méthodes d'identification performantes permettant d'extraire des pentes représentatives du fonctionnement du trépan.

De plus, les deux premières bases de données sont obtenues en considérant deux roches identiques. Les mesures présentées dans la base de données 3 correspondent à une roche différente des deux premières.

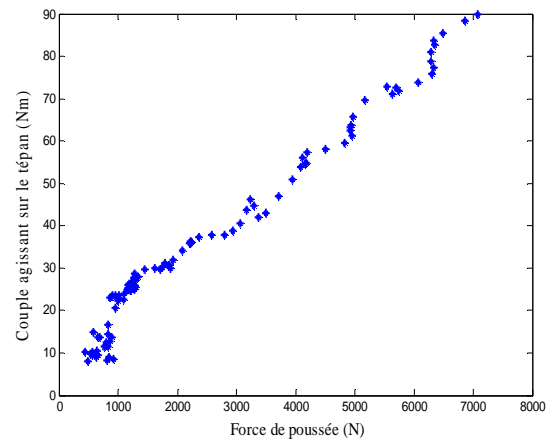
- **Base de données 3 et méthodes d'identification**

Pour mettre en évidence les différents modes de fonctionnement l'application des méthodes d'identification sur la troisième base de données est précédée de la phase de traitement durant laquelle les domaines ne reflétant pas le forage sont éliminés. Dans cette section, il s'agit donc d'exploiter uniquement la phase de passage du fonctionnement sain à celui du trépan encrassé et d'analyser l'apport du traitement des mesures en amont à l'application des méthodes d'identification.

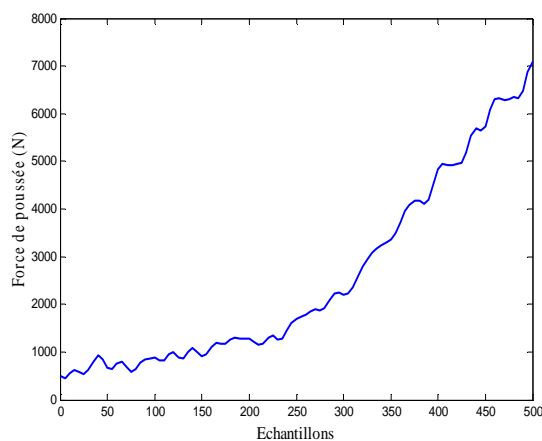
Les évolutions temporelles de  $T$  (FIG. 5.16 (a)) et de  $W$  (FIG. 5.16 (c)) montrent les domaines de fonctionnement retenus. C'est ainsi que deux zones se distinguent clairement dont la première correspondant au fonctionnement sain et qui dure environ 250 échantillons et la seconde au fonctionnement défaillant qui occupe environ 250 échantillons également. Des profils de ces deux courbes deux tendances sont mises en évidence dans le nuage de points issu de l'expression de  $T$  en fonction de  $W$  (FIG. 5.16 (b)). Les pentes sont nettement identifiées par les méthodes proposées (FIG. 5.16 (d)). Les courbes de la figure FIG. 5.16 (d) montrent des pentes plus lisses que celles présentées sur les deux figures précédentes (FIG. 5.14 (d) et FIG. 5.15 (d)). Dans cette figure, le premier régime transitoire dure 100 échantillons et provient des conditions initiales, contrairement aux deux premières figures qui renfermaient également le transitoire correspondant à l'entrée du trépan dans la roche. Le régime de fonctionnement sain fluctue entre 0.029 et 0.024 pendant l'intervalle d'échantillons [150 250]. Puis, se produit un régime transitoire correspondant au passage du fonctionnement sain au fonctionnement défaillant avec des vitesses de convergences différentes.



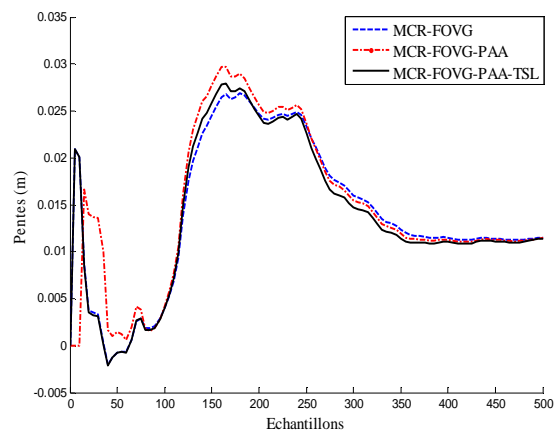
(a) Evolution temporelle du couple



(b) Couple en fonction de la force de poussée



(c) Evolution temporelle de la force de poussée



(d) Evolution temporelle de la pente

FIG. 5.16 — Exploitation de la base de données 3

De même, comparée aux deux premières figures (FIG. 5.14 (d) et FIG. 5.15(d)), cette figure montre que la phase de traitement avant l'application des méthodes d'identification contribue à la diminution de la variance des paramètres identifiés.

### 5.6.3 Conclusions sur l'identification

L'utilisation de trois bases de données distinctes a montré la possibilité de détecter l'encrassement à partir des trois méthodes d'identification adaptatives que nous avons proposées. Nous avons souligné les meilleures performances fournies par les MCR-FOVG-PAA-TSL. Ces performances sont déterminées par la convergence rapide que cette méthode opère et qui entraîne conséquemment la réduction du temps nécessaire au passage du fonctionnement sain au fonctionnement défaillant.

Lors de l'exploitation des deux premières bases de données, nous avons utilisé les mesures brutes, puis lors de l'utilisation de la troisième base de données nous l'avons précédée d'une phase de traitement. Les résultats obtenus ont montré que la phase de traitement permet d'identifier une pente plus informative des modes de fonctionnement.

La méthode de diagnostic que nous avons proposée représente une étape nécessaire à l'optimisation des performances des processus de forage. Face aux incertitudes de modèles, aux bruits difficilement maîtrisables et aux exigences de décisions fiables, des approches permettant d'améliorer les fiabilités dans les prises de décisions s'imposent. Nous proposons pour répondre à ces exigences, et dans le but de mieux prendre en compte les spécificités du système liées aux différents bruits présents dans les mesures et à la nature aléatoire de la roche, de mettre en œuvre des techniques de diagnostic basées sur les filtres particulières que nous avons présentés aux chapitres 3 et 4.

Les trois méthodes d'identification proposées dans cette section ont pour but de contribuer à la fiabilisation des processus de forage, nous présentons un tableau récapitulatif montrant l'intérêt que présente l'une des méthodes par rapport à l'autre.

	<i>Temps de calcul</i>	<i>Temps de réponse</i>	<i>Fiabilité</i>	<i>Temps réel</i>
MCR-FOVG	++	+	++	++
MCR-FOVG-PAA	++	++	+	++
MCR-FOVG-PAA-TSL	++	+++	+++	++

TAB. 5.9 — Tableau récapitulatif des performances obtenues avec les méthodes d'identification

+ acceptable ; ++ bon ; +++ conséquent.

#### 5.6.4 Surveillance par filtres particulières rao-blackwellisé

Le fonctionnement des filtres particulières présenté et étudié dans le chapitre 3 a montré la possibilité d'utiliser une des leurs variantes nommée le filtre particulière rao-blackwellisé (RBPF) en vue de bâtir une stratégie de diagnostic. Dans le chapitre 4, nous avons confirmé cette situation à partir des données simulées présentant les conditions d'utilisation, les performances et les limites de cet outil. Dans la section 5.4 de ce chapitre et lors de l'exploitation des bases de données, nous avons présenté les valeurs des pentes pour différents cas de fonctionnement et nous avons souligné que leurs valeurs sont quasiment équivalentes, et ceci pour plusieurs cas de fonctionnement sains. De plus, les valeurs des pentes sont pratiquement divisées par deux dans

les cas de fonctionnement défaillants. Partant de là, il est donc possible de définir des modèles de fonctionnement sain et défaillant et de les regrouper dans une représentation hybride en vue d'élaborer une technique de diagnostic par RBPF. Pour illustrer les performances du RBPF pour le diagnostic en utilisant des bases de données réelles nous reprenons les trois bases de données utilisées dans la section (5.6.2).

- **Base de données 1 et RBPF**

Dans cette section les différentes courbes présentées à la figure FIG. 5.17 sont identiques à celles exposées lors de l'exploitation de la base de données 1 et présentées à la figure FIG. 5.14 excepté l'évolution temporelle de la pente qui est obtenue à partir du RBPF.

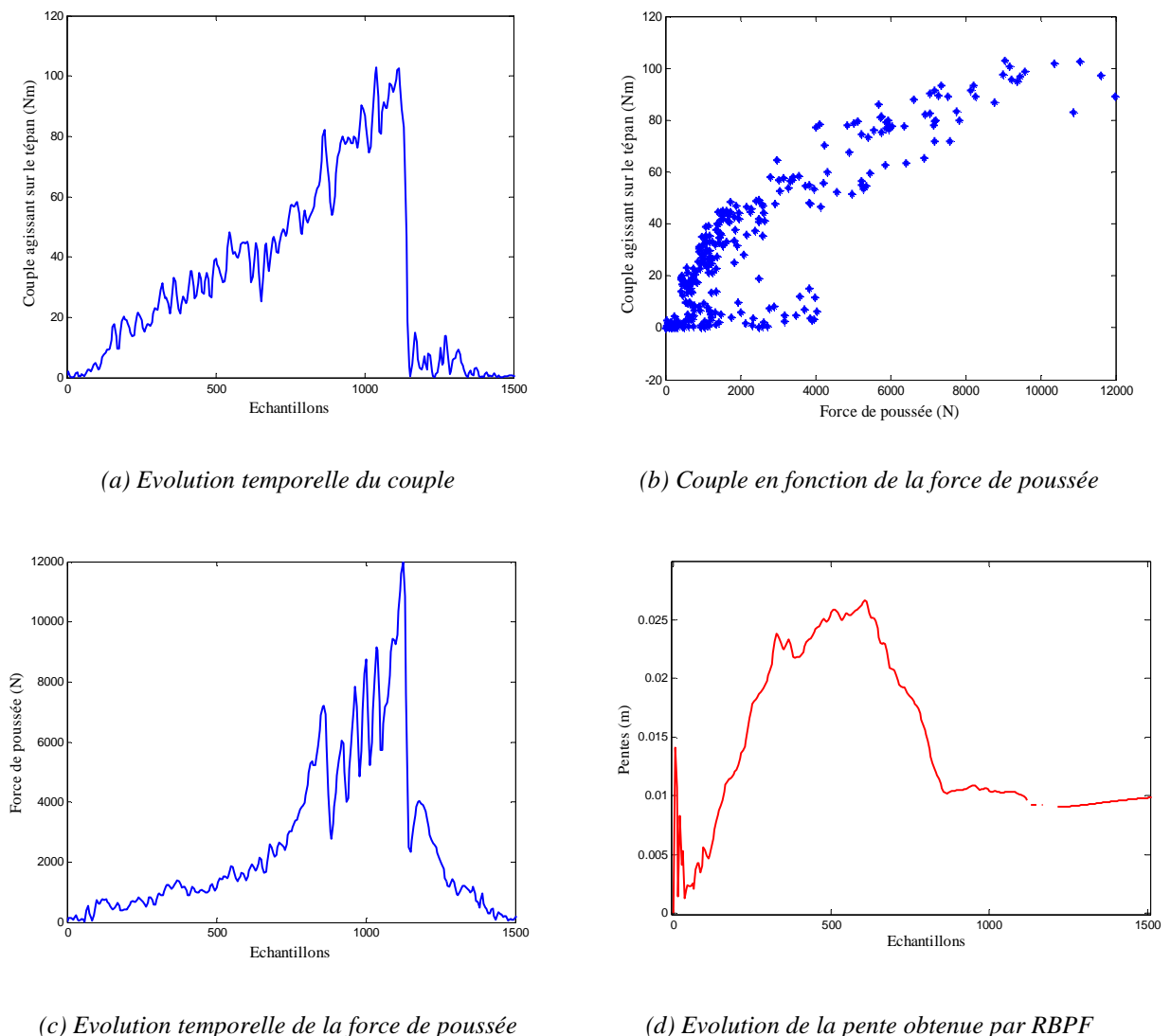


FIG. 5.17 — Exploitation de la base de données 1 par RBPF

L'identification de la pente effectuée à partir du RBPF est obtenue en utilisant les arguments de réglage produisant les meilleures performances et soulignées dans le chapitre 4. Il y a donc

transposition des arguments de réglage des simulations aux bases de données réelles. Rappelons les différents arguments de réglage retenus pour l'identification de la pente : à l'initialisation les arguments de réglage suivants sont adoptés :  $\mathcal{R} = 10$ ,  $\mathcal{Q} = (fQ_{ref})^2$  avec  $f = 10^{-10}$  et  $Q_{ref} = \text{diag}(1, 1)$ ,  $P = 200I_{2 \times 2}$ ,  $\theta_{init} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  et  $N_p = 200$ . La signification de ces arguments de réglage est donnée au chapitre 4.

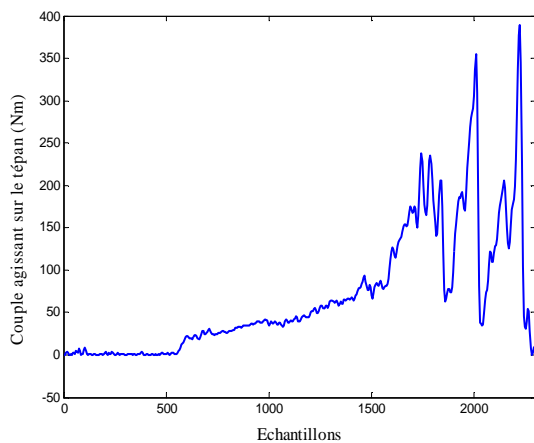
L'association de ces conditions initiales avec l'algorithme RBPF permet d'obtenir la pente présentée à la figure FIG. 5.17 (d). Nous retrouvons sensiblement des courbes similaires à celles fournies à la figure FIG. 5.14 (d). En revanche, notons les différences qui subsistent. Au vue de l'évolution de la pente on constate que les arguments de réglage représentés par la variance du bruit de mesure  $\mathcal{R}$  et la matrice de covariance du bruit de processus  $\mathcal{Q}$  contribuent à fournir une pente plus douce que celle obtenue à la figure FIG. 5.14 (d). Les deux arguments de réglage  $\mathcal{R}$  et  $\mathcal{Q}$  permettent également de mieux prendre en compte les caractéristiques physiques contenues dans le nuage de points issu de l'expression de  $T$  en fonction de  $W$ . Rappelons que durant l'interprétation des bases de données dans la section (5.5) nous avons souligné que lorsque l'encrassement du trépan se produit les fluctuations des efforts (bruit de processus) diminuent (voir FIG. 5.17 (b)) en raison de la perte de contact entre les pastilles du trépan et la roche, le réglage de la matrice  $\mathcal{Q}$  permet donc de mieux considérer cette spécificité.

Nous retrouvons les différents régimes transitoires et permanents avec les caractéristiques physiques qui leurs sont associées et qui ont été présentées à la section 5.6.2. Pour mieux préciser ces différents modes de fonctionnement, rappelons que le premier correspond au régime transitoire et représente l'entrée progressive du trépan dans la roche pendant une durée de 280 échantillons environ; puis le régime permanent qui suit cette phase correspond au fonctionnement sain du trépan pendant 350 échantillons et ensuite vient un régime transitoire correspondant au passage du fonctionnement sain au fonctionnement défaillant d'une durée de 200 échantillons et enfin la pente se stabilise sur un régime défaillant prouvant la convergence du RBPF. Dans cette section nous avons utilisé 200 particules. En d'autres termes, 200 tirages de Monte Carlo ont été effectués. La diminution du nombre de particules dégrade la qualité de la pente obtenue.

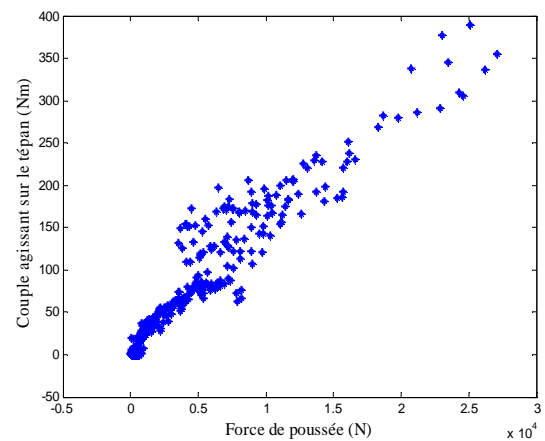
- **Base de données 2 et RBPF**

L'exploitation de la base de données 2 a été effectuée en considérant des arguments de réglage identiques à ceux présentés lors de l'interprétation des résultats obtenus pour la base de données 1. Précisons également que la figure FIG. 5.18 présente les mêmes courbes que celles exposées à

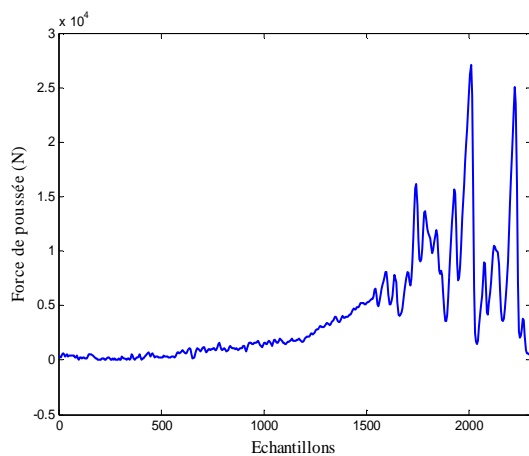
la figure FIG. 5.15 excepté l'évolution de la pente qui est obtenue à partir du RBPF. 200 particules sont utilisées pour identifier la pente. L'évolution de la pente montre que du début de fonctionnement jusqu'à l'échantillon 600 la pente présente une valeur sensiblement égale à zéro. Cela provient des faibles valeurs de  $T$  et de  $W$  comme l'indiquent leurs évolutions temporelles et traduit l'absence de contact entre le trépan et la roche. Puis un régime transitoire correspondant à l'entrée progressive du trépan dans la roche se produit sur les évolutions temporelles de  $T$  et de  $W$  et se note sur celles de la pente.



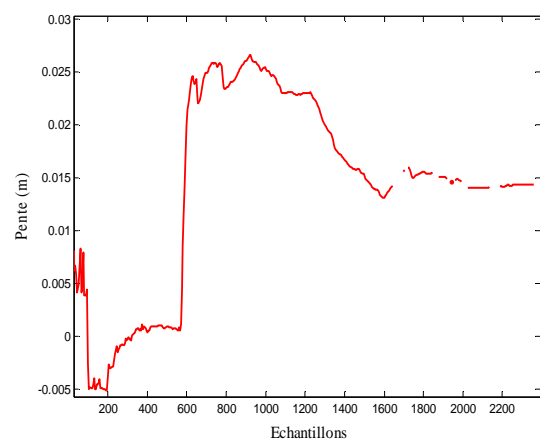
(a) Evolution temporelle du couple



(b) Couple en fonction de la force de poussée



(c) Evolution temporelle de la force de poussée



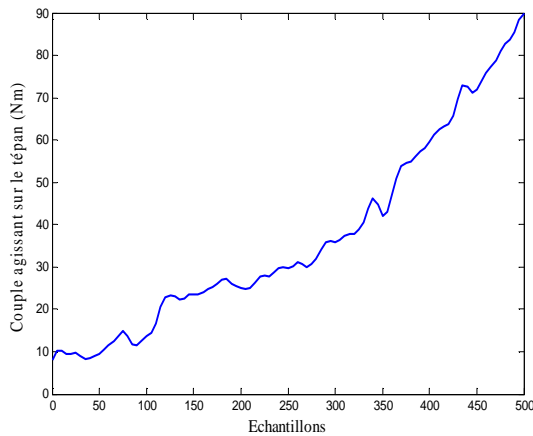
(d) Evolution e de la pente obtenue par les RBPF

FIG. 5.18 — Exploitation de la base de données 2

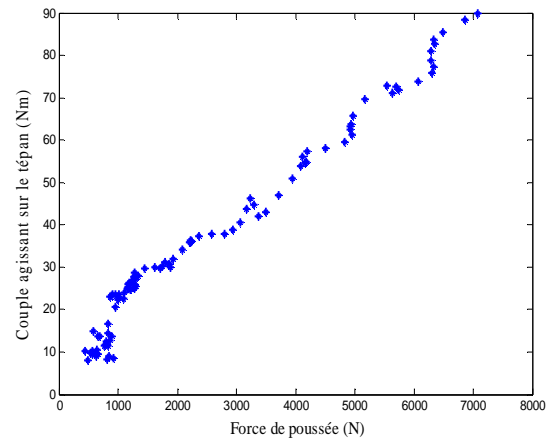
Ce régime transitoire de la pente renferme également les conditions initiales de l'algorithme RBPF. On constate la bonne convergence de la pente.

- **Base de données 3 et RBPF**

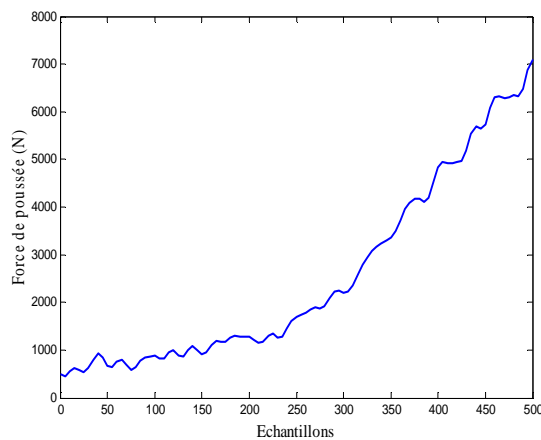
Nous retenons les mêmes valeurs pour les arguments de réglage que les cas précédents et un nombre de particules fixé à 200. Egalement, les courbes présentées à la figure FIG. 5.19 sont identiques à celles présentées à la figure FIG. 5.16, excepté l'évolution de la pente obtenue par RBPF.



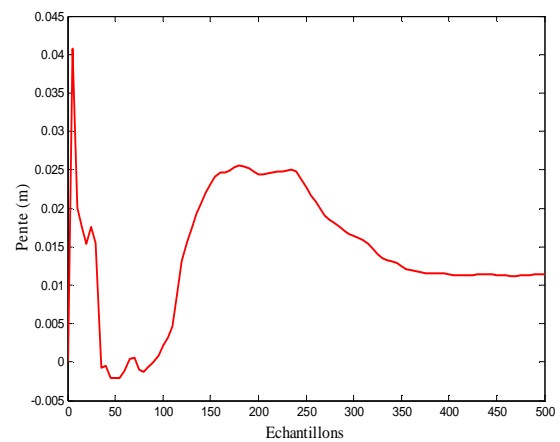
(a) Evolution temporelle du couple



(b) Couple en fonction de la force de poussée



(c) Evolution temporelle de la force de poussée



(d) Evolution temporelle de la pente

FIG. 5.19 — Exploitation de la base de données 3

On retrouve les différents modes de fonctionnement comme ceux présentés à la figure FIG. 5.16 (d) avec des performances meilleures pour l'identification de la pente.

### 5.6.5 Conclusions

A la suite de l'interprétation des mesures présentant le comportement du tépan dans ses différents états : sain et défaillant, nous avons montré la démarche à suivre pour diagnostiquer ce

type de défaut. Différents outils d'identification pour le diagnostic avec des performances spécifiques ont été proposés :

- les méthodes d'identification utilisant les variantes des MCR ;
- le filtre particulaire rao-blackwellisé.

L'utilisation des variantes des MCR a montré des performances satisfaisantes. Parmi les variantes des MCR proposées, nous avons montré que les meilleures performances sont obtenues avec les MCR-FOVG-PAA-TSL. Pour mieux tenir en considération le caractère stochastique du procédé de forage nous avons proposé d'explorer les approches basées sur les filtres particulaires. Les campagnes de mesures que nous avons effectuées nous ont conduit à utiliser les RBPF. L'adaptation de cet algorithme au cadre du diagnostic et son application sur des données réelles a présenté de bonnes performances. Le tableau suivant présente les performances obtenues avec le RBPF.

	<i>Temps de calcul</i>	<i>Temps de réponse</i>	<i>Fiabilité</i>	<i>Temps-réel</i>
RBPF	+++	++	++	+

TAB. 5.10 — *Tableau récapitulatif des performances obtenues avec les RBPF*

+ *acceptable* ; ++ *bon* ; +++ *conséquent*



## Conclusions et Perspectives

Ce mémoire porte sur l'élaboration des stratégies de détection en vue de diagnostiquer les défauts qui se produisent sur les trépan des processus de forage. Les études menées ont fait l'objet de développements caractérisés par les méthodes d'identification que sont : les MCR-FOVG, les MCR-FOVG-PAA et les MCR-FOVG-PAA-TSL. A cela s'ajoute une variante des filtres particuliers qui a été adaptée au cadre du diagnostic.

Le travail effectué durant cette thèse montre l'intérêt que les industries pétrolières, particulièrement Schlumberger, accordent aux développements des outils contribuant à l'amélioration de la productivité des systèmes de forage dont la motivation trouve son origine dans :

- la disponibilité de plus en plus accrue des systèmes de transmission des données à des fréquences permettant le développement d'outils de diagnostic fonctionnant en temps-réel ;
- la disponibilité de calculateurs possédant des puissances de calcul conduisant à l'analyse, à l'interprétation et au traitement des mesures de manière efficace et garantissant un diagnostic rapide et fiable ;
- la possibilité de modéliser les phénomènes physiques régissant le comportement du système de forage.

Préalablement au développement des procédures de surveillance nous avons analysé, comme indiqué dans le chapitre 1, les différents organes qui composent un processus de forage. Ce qui a dégagé le rôle clé tenu par le trépan et a montré la nécessité de sa surveillance. Le développement d'une technique de détection des défauts sur le trépan repose sur l'existence d'un modèle mécanique représentant l'interaction entre le trépan et la roche.

La structure du modèle que nous avons retenu a conduit à réaliser la surveillance par des méthodes d'identification, comme le montrent les chapitres 2, 3 et 4. En effet, dans le chapitre 2, nous avons proposé des méthodes d'identification qui étendent les performances des moindres carrés récursifs avec un facteur d'oubli en réduisant le temps de convergence des paramètres.

Listons ces approches :

- les MCR-FOVG ont été proposés pour la surveillance afin de trouver un compromis entre la possibilité d'assurer un suivi précis des paramètres identifiés, c'est à dire la détection rapide des défauts, et la capacité de s'affranchir de fortes fluctuations générant potentiellement des fausses alarmes ;
- les MCR-FOVG-PAA constituent, en raison du pas d'apprentissage adaptatif, l'extension des MCR-FOVG. Leur particularité vient de l'accélération de la convergence des paramètres identifiés par rapport aux MCR-FOVG et ils présentent de meilleures performances ;
- les MCR-FOVG-PAA-TSL représentent une extension des MCR-FOVG-PAA en adaptant le pas d'apprentissage de la méthode du gradient.

Ces algorithmes ont été implantés de façon à restaurer le facteur d'oubli à sa valeur initiale à la suite de l'apparition du défaut. Cela a pour conséquence la préservation de leurs performances dans les régimes permanents. Le caractère déterministe de ces outils (chapitre 2) a entraîné le développement d'autres méthodes d'identification :

- dans le chapitre 3 nous avons présenté les algorithmes séquentiels de Monte Carlo, une de leurs variantes et son principe de fonctionnement. Ce chapitre a montré la possibilité d'utiliser cette variante pour le diagnostic ;
- dans le chapitre 4 nous avons montré la faisabilité d'une procédure de surveillance utilisant la variante des filtres particuliers présentés dans le chapitre 3. Les performances de cette approche ont été soulignées avec des données simulées.

L'application de ces algorithmes sur les mesures issues des campagnes de tests a montré leurs performances sur des données réelles et la possibilité de bâtir une technique de surveillance du trépan. Dans le chapitre 5 on trouve :

- l'interprétation des mesures expérimentales en soulignant les conditions d'expérimentation et les divers modes de fonctionnement ;
- la validation expérimentale du modèle mécanique en analysant plusieurs cas de fonctionnement ;
- l'application des algorithmes développés sur les mesures récoltées et la distinction entre le trépan sain et celui encrassé.

En résumé, deux grandes approches représentées par les variantes des MCR et des FP ont été proposées pour effectuer la surveillance d'un processus de forage. Les diverses expérimentations et les conditions d'utilisation de ces méthodes montrent que dans le cadre industriel les variantes des MCR peuvent être privilégiées en raison de leur facilité d'implantation, de leur adéquation avec l'exigence temps-réel et de leur consommation en temps de calcul relativement faible.

## Perspectives

La continuation des travaux effectués se situerait dans différentes directions : théoriques et pratiques.

### Perspectives théoriques

Les méthodes d'identification développées dans cette thèse peuvent être étendues. Dans le chapitre 2 nous avons proposé l'utilisation d'un facteur d'oubli variable suivant la direction du gradient. L'extension de ce travail sera de :

- remplacer le facteur d'oubli par un poids de réseau de neurones dont la mise à jour s'opère par la rétro-propagation. L'avantage de cette approche serait de choisir à l'entrée du réseau de neurones un vecteur de facteurs d'oublis, elle pourrait fournir des performances satisfaisantes en permettant un meilleur apprentissage ;
- mettre en œuvre des poids de pondération adaptatifs dans le RBPF pour améliorer la sélection des différents états possibles.
- créer une dépendance entre l'évolution de l'état discret et le vecteur des paramètres en vue de mieux concentrer la génération des particules.
- insérer une boucle d'itération de Monte Carlo dans l'algorithme RBPF proposé pour le diagnostic afin de réaliser un tri des particules plus efficace ;
- optimiser l'algorithme de segmentation amorcé (Ba et al., 2009g) en diminuant le temps de calcul qui lui est associé et en le rendant plus exploitable à des utilisations en temps-réels.

### Perspectives pratiques

Le but des travaux effectués était de développer des approches permettant la surveillance des processus de forage. Les perspectives suivantes peuvent être envisagées :

- implantation des algorithmes proposés dans le système d'exploitation du processus de forage.
- implantation de la stratégie de reconfiguration que nous avons développée. Elle conduirait à la modification de la consigne donc de la vitesse de pénétration du processus dans les premiers instants suivants l'apparition de l'encrassement. Il s'agirait d'une commande tolérante aux défauts avec reconfiguration de la commande.

Dans l'avenir, il est également possible de développer des modules embarqués et chargés de la surveillance de chacune des composantes d'un processus de forage et ajustant automatiquement les consignes lorsqu'un défaut est diagnostiqué. Ce qui fournirait un jour un système de forage autonome voire totalement intelligent.

## Bibliographie

- Almeida, L. B., T. Langlois, J. D. Amaral, and A. Plankhov (1998). In *On-line Learning in Neural Networks, chapter Parameter adaptation in Stochastic Optimization*, Cambridge University Press, 111–134.
- Arulampalam, S., S. Maskell, N. Gordon, and T. Clapp (2002). A tutorial on particle filters for on-line non-linear/non-gaussian bayesian tracking. *IEEE Transactions on Signal Processing* (50), 241–254.
- Ba, A., S. Hbaieb, N. Mechbal, and M. Vergé (2009a). Hydraulic process of an Oilfield Drilling System: On-line monitoring. In *28th IASTED International Conference, Modeling, Identification and Control*, Innsbruck, Austria.
- Ba, A., S. Hbaieb, N. Mechbal, and M. Vergé (2009b). Vibration analysis and Fault detection: Application to a Drilling Process. *16th ASME International Congress on Sound and Vibration*, Krakow, Poland.
- Ba, A., S. Hbaieb, N. Mechbal, and M. Vergé (2009c). Stochastic Adaptive Learning Rate in an identification method: An approach for on-line drilling processes monitoring. In *American Control Conference*, Saint Louis, Missouri, USA.
- Ba, A., S. Hbaieb, N. Mechbal, and M. Vergé (2009d). Adaptive filter based on Lyapunov Stability Theory: Application to on-line bit-rock interaction surveillance. In *IFAC International Conference Intelligent Control System and Signal Processing*, Istanbul, Turkey.
- Ba, A., S. Hbaieb, N. Mechbal, and M. Vergé (2009e). Fault detection by Marginalized Particle Filters: Application to a drilling process. In *7th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes*, Barcelona, Spain.
- Ba, A., S. Hbaieb, N. Mechbal, and M. Vergé (2009f). On-line drilling processes monitoring by Marginalized Particle Filters. In *IEEE Aerospace Conference*, Big Sky, Montana, USA.
- Ba, A., S. Hbaieb, N. Mechbal, and M. Vergé (2009g). Particle filters for linear regression and fault diagnosis: An approach for on-line oilfield drilling processes monitoring. *48th IEEE Conference on Decision and Control & 28th Chinese Control Conference*, Shanghai, China.
- Billingsley, P. (1995). *Probability and Measure*. John Wiley and Sons, New York.
- Blanke, M., C. Frei, F. Kraus, R. J. Patton, and M. Staroswiecki (2006). *Diagnosis and Fault – Tolerant Control*. Springer.
- Bourgoyne, A. T. and F. S. Young (1991). *Applied drilling engineering*. In SPE Text Book series.
- Cheatham, C. and J. Nahm (1985). Effects of selected mud properties on rate of penetration in full-scale shale drilling simulations. In *SPE/IADC Drilling Conference*, New Orleans, Louisiana, USA.

- Cheatham, C. and J. Nahm (1990). Bit balling in water-reactive shale during full-scang rate test. In *SPE/IADC Drilling Conference*, Houston, Texas, USA.
- Chen, J. and R. J. Paton (1999). Robust Model-Based Fault diagnosis for Dynamic Systems. *Kluwer Academic Publishers*.
- Chen, Z. (2003). Bayesian filtering: from kalman filters to particle filters and beyond. *Technical report, Adaptive System Laboratoty, Mac-Master University, On Canada*. [http://soma.crl.mcmaster.ca/~zhechen/download/ieee\\_bayesian.ps](http://soma.crl.mcmaster.ca/~zhechen/download/ieee_bayesian.ps), 2003.
- Cooper, G. A. and R. Sanjit (1994). Prevention of bit balling by electro-osmosis. In *SPE Western Regional Meeting*, Long Beach, California, USA.
- Cooper, J. E. (2000). On-line physical parameter estimation with adaptive forgetting factors. *Mechanical Systems and Signal Processing* (14), 705-730.
- Dahia K. (2005). *Nouvelles méthodes de filtrage particulière application au recalage de navigation inertielle par mesures altimétriques*. Thèse, Université Joseph Fourier.
- Daly, M. J., J. P. Reilly, and M. R. Morelande (2005). Rao-blackwellised particle filtering for blind system identification. In *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Philadelphia, PA, USA.
- De Freitas, N. (2002). Rao-blackwellised particle filtering for fault diagnosis. In *IEEE Aerospace Conference*, Big Sky, Montana, USA.
- Detournay, E. (1990). A method of interpreting the drilling response of a PDC bit. *Technical Report*, Schlumberger.
- Detournay, E. and T. Richard (2002). Influence of bit rock interaction on stick slip vibration of PDC bits. In *Annual Technical Conference and Exhibition*, San Antonio, Texas, USA.
- Ding, S. X. (2008). Model-Based Fault Diagnosis techniques-Design Schemes, Algorithms, and Tools. *Springer-Verlag*.
- Ding, F. and Y. Xiao (2007). A finite data-window least squares algorithm with a forgetting factor for dynamical modeling. *Applied Mathematics and Computation* (186), 184–192.
- Djuric, P., J. H. Kotecha, J. Zhang, Y. Huang, T. Ghirmai, M. F. Bugallo, and J. Míguez (2003). Particle filtering. *IEEE Signal Processing Magazine* (20), 19–38.
- Dodge, Y. (1993). *Dictionnaire encyclopédique statistique*. Springer.
- Doucet, A., N. De Freitas, and N. Gordon (2001a). *Statistics for Engineering and Information Science*. Springer.
- Doucet, A., N. Gordon, and V. Krishnamurthy (2001b). Particle filters for state estimation of jump markov linear systems. *IEEE Transactions on Signal Processing* (49), 613–624.
- Doucet, A., A. Logothetis, and V. Krishnamurthy (2002). Stochastic sampling algorithms for state estimation of jump markov linear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, (45), 188–202.
- Fortescue, T. R., L. S. Kershenbaum, and B.E. Ydstie (1981). Implementation of self-tuning regulators with variable forgetting factors. *Automatica* (6), 3141–3150, 1981.
- Fossard, A. J. and D. Normand-Cyrot (1993). *Systèmes non linéaires 2, Stabilité Stabilisation*. Masson.

- Gerbaud, L. (1999). *Optimisation de l'interaction PDC-roche : application à la conception d'outils pour le forage pétrolier en petit diamètre. Thèse, Ecole des Mines de Paris.*
- Gertler, J. (1998). *Fault Detection and Diagnosis in Engineering Systems.* New York.
- Glowka, D. A. (1989). Use of single cutter data in the analysis of PDC bit designs: development of a PDC cutting force model. *Journal of Petroleum Technology*, 143–156.
- Gordon., N. (1993). *Bayesian methods for tracking. PhD thesis, University of London.*
- Green, P.J. (1995). Reversible jump markov chain monte carlo computation and bayesian model determination. *Biometrika* (82), 711–732.
- Gustafsson, F., T. Schön, B. Thomas, R. Karlsson, and P. J. Nordlund (2006). State-of-the-art for the marginalized particle filter. In *2006 IEEE Nonlinear Statistical Signal Processing Workshop*, Cambridge, UK.
- Hahn, W. (1963). *Theory and Application of Lyapunov's Direct Method.* Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Haykin, S. (1996). *Adaptive Filter Theory.* Prentice Hall, 3 rd edition.
- Ho, Y. C. and R. K. Lee (1964). A bayesian approach to problems in stochastic estimation and control. *IEEE Transactions on Automatic Control* (9), 333–339.
- Iserman, R. (1984). Process fault diagnosis based on modelling and estimation methods-A survey. *Automatica* (20), 387–404.
- Iserman, R. (2006). *Fault-Diagnosis Systems.* Springer-Verlag.
- Jacobs, R. A. (1988). *Increase rate of convergence through learning rate adaptation.* Neural Networks, 295–307.
- Kadirkamanathan, V., P. Li, M. H. Jaward, and S. G. Fabri (2002). Particle filtering-based fault detection in non-linear stochastic systems. *International Journal of Systems Science* (33), 259–265.
- Kalman, R. E., and R. S. Bucy (1960). New results in linear filtering and prediction theory. *Transaction ASME* (82), 34–45.
- Karlsson, R., T. Schon, and F. Gustafsson (2006). Complexity analysis of the marginalized particle filter. *IEEE Transactions on Signal Processing* (53), 4408–4411.
- Khalil, H. K. (2002). *Nonlinear Systems.* Prentice Hall, 2002.
- King, C. H., D. P. Mitchel, and J. L. Puckett (2001). Method and system for increasing drilling efficiency. *US Patent 6233498.*
- Kitagawa, G. (1996). Non-Gaussian state-space modeling of non-linear state space models. *Journal American Statistic Association* (5), 1–25.
- Koutsoukos, X., J. Kurien, and F. Zhao (2002). Monitoring and diagnosis of hybrid systems using particle filtering models. In *International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems*, Perpignan, France.
- Kuru, E. and A. K. Wojtanowicz (1993). Mathematical modelling of PDC bit drilling process based on a single-cutter mechanics. *Journal of Energy Resources Technology* (115), 247-256.

- Larocque, J. R., J. P. Reilly, and W. Ng (2002). Particle filters for tracking an unknown number of sources. *IEEE Transactions on Signal Processing* (50), 2926–2937.
- Lasalle, J. P. and S. Lefschetz (1961). *Stability by Lyapunov's Direct method with Applications*. Academic Press, New York.
- Ledgerwood, L. W. and D. P. Salisbury (1991). Bit balling and wellbore instability of downhole shales. In *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, Dallas, Texas.
- Lee, D. S. and N. K. Chia (2002). A particle algorithm for sequential bayesian parameter estimation and model selection. *IEEE Transactions on Signal Processing* (50), 326–336.
- Leung, S. H. and C. F. So (2005). Gradient-based variable forgetting factor rls algorithm in time-varying environments. *IEEE Transaction Signal processing* (53), 3141–3150.
- Li, P., R. Goodal, and V. Kadiramanathan (2003). Parameter estimation of railway vehicle dynamic model using rao-blackwellised particle filter. In *European Control Conference*, Cambridge, UK.
- Li, P., R. Goodal, and V. Kadiramanathan (2004). Estimation of parameters in a linear state space model using a rao-blackwellised particle filter. *IEEE Proceedings Control Theory and Applications* (151), 727–738.
- Ljung, L. (1984). *System identification*. Englewood Cliffs NJ: Prentice-Hall.
- Malik, M. B. (2006). State space recursive least square with adaptive memory. *Signal Processing* (86), 1365–1374.
- Marshall, A. (1956). The use of multi-stage sampling schemes in Monte Carlo computations. In *Symposium on Monte Carlo Methods*, M. Meyer Ed. New York: Wiley, 123–140.
- Mc Calleb, S. (1977). Repulsing clays on drill bits. *US Patent* 554883.
- Merchant, M. E. (1944). Basic mechanics of the metal cutting process. *Jouranal of Applied Mechanics*, 168–175.
- Metropolis, N. and S. Ulam (1949). The Monte Carlo method. *American Statistic Association* (44), 335–341.
- Mitchel, D. (2001). Method and system for optimizing rate of penetration in drilling operations. *US Patent* 6192998.
- Morales-Mendez, R., N. De Freitas, and D. Poole (2003). Real-time monitoring of complex industrial processes with particle filters. In *Adv. Neural Info. Process. Syst.* 15, Cambridge, MA: MIT Press.
- Niedzwiecki, M. (2007). On the lower smoothing bound in identification of time-varying systems. *Automatica* (44), 459–464.
- Nocedal, J. and Stephen J. W. (1999). *Numerical Optimization*. Springer.
- Orchard, M. E. (2006). *A particle filtering-based framework for On-line Fault Diagnosis and Failure Prognosis*. PhD thesis, Georgia Institute of Technology.
- Paeleologu, C., J. Benesty, and S. Ciochina (2008). A robust variable forgetting factor recursive least square algorithm for system identification. *IEEE Signal Processing Letters* (15), 597–600.



- Paske, W. C., P. F. Rodney, and O. Ronald (1996). Emf sacrificial anode sub and method to deter bit balling. *US Patent 5509490*.
- Rujhan, M., M. Z. Zakaria, S. Radford, D. Eckstrom, and H. Christensen (2002). Innovative low-friction coating reduces PDC balling and doubles rop drilling shales with wbm. In *IADC/SPE Drilling Conference*, Dallas, Texas, USA.
- Schön, T. and F. Gustafsson (2003). Particle filters for system identification of state-space models linear in either parameters or states. In *13th IFAC Symposium on System Identification*, Rotterdam, Netherlands.
- Schön, T., F. Gustafsson, and P. Nordlund (2005). Marginalized particle filters for mixed linear/nonlinear state-space models. *IEEE Transactions on Signal Processing* (53), 2279–2289.
- Sellami, H. and P. Cordellier (1990). Calcul d'un outil PDC en forage pétrolier profond-logiciel de simulation drisim-3d. *Technical Report, Ecole des mines de Paris*.
- Simon, C. (1996). *Modélisation du comportement directionnel des outils de forage monoblocs en formations anisotropes. Thèse de l'école des Mines de Paris*.
- Smith, J. R. (1995). *Drilling Over-Pressured Shales with PDC Bits: A study of Rock Characteristics and Field Experience Offshore Texas. PhD Thesis, Louisiana State University*.
- Smith, J. R. (1998). Addressing the problem of PDC bit performance in deep shales. In *IADC/SPE Asia Pacific Drilling Technology*, Jakarta, Indonésie
- So, C. F., S. C. Ng, and S. H. Leung (2003). Gradient based variable forgetting factor rls algorithm. *Signal Processing* (83), 1163–1175.
- Solomon, H. (1978). *Buffon needle problem, extensions and estimation*, chapter 1, 1–24. Geometric of probability.
- Song, S., J. S. Lim, S. Baek, and K.-M.Sung (2000). Gauss newton variable forgetting factor recursive least squares for time varying parameters tracking. *Electronics Letters* (36), 988–990.
- Sorenson, H. W. (1970). Least Squares Estimation: from Gauss to Kalman. *IEEE Spectrum* (7), 63-68.
- Talor, S., A. Besson, D. Minto, and I. S. Mampuk (1998). Unique PDC bit technologies combine to consistently reduce drilling time in interbedded formations. In *IADC/SPE Asia Pacific Drilling Technology*, Jakarta, Indonosie.
- Tanizaki, H. (1999). On the nonlinear and no normal filter using rejection sampling. *IEEE Transactions on Automatic Control* (44), 314–319.
- Verma, V. (2005). *Partile Filters for Robot Fault Diagnosis. PhD thesis, Robotics Institute Carnegie Mellon University*.
- Vidyasagar, M. (1978). *Nonlinear Systems Analysis*. Prentice Hall.
- Wang, J. P. and H. Hu (2006). Vibration-based fault diagnosis of pump using fuzzy technique. *Measurement* (39), 176–185.
- Wang, J. P., W. Wang, and X. Zhao (2000). Vibration testing and its characteristics analysis for five plunger pump. *Journal of Oilfield Equipment* (30), 9–22.

- Wang, J. P., W. Wang, and X. Zhao (2001). The fault method of five plunger pump based on vibration signal analysis. *Journal of Xi'an Petroleum Institute* (16), 19–22.
- Warren, T. M. and W. K. Armagost (1986). Laboratory drilling performance of PDC bits. In *Society of Petroleum Engineers* (3), 125-135.
- Williems, J. L. (1970). *Stability Theory of Dynamical Systems*. Thomas Nelson.
- Zijsling, D. H. and R. Illerhaus (1993). Eggbeater PDC drill bit design eliminates balling in water-based drilling fluids. In *SPE/IADC Drilling Conference*, Amsterdam, Pays Bas.



## Contribution à la surveillance d'un processus de forage pétrolier

**RESUME :** La contribution de cette thèse résulte de la nécessité d'optimiser les processus de forage pétrolier à partir du diagnostic de l'encrassement d'un trépan. Pour diagnostiquer ce type de défaut, trois méthodes d'identification ont été proposées. La première méthode nommée MCR-FOVG (**M**oindres **C**arrés **R**écursifs à **F**acteur d'**O**ubli **V**ariable suivant la direction du **G**radient) réduit la durée des régimes transitoires en fournissant une convergence rapide des MCR-FO et donc une détection précoce des défauts. La seconde méthode désignée par MCR-FOVG-PAA où PAA représente (**P**as d'**A**pprentissage **A**daptatif) est une extension des MCR-FOVG. Ici, l'accélération de la convergence provient du pas d'apprentissage adaptatif. Pour assurer la stabilité des MCR-FOVG-PAA nous avons proposé de déterminer la valeur maximum du pas. Cette démarche a entraîné l'obtention d'un algorithme fournissant de meilleures performances. Cet algorithme est nommé MCR-FOVG-PAA-TSL où TSL désigne (**T**héorie de **S**tabilité de **L**yapunov). Afin de mieux tenir compte du caractère stochastique du procédé de forage, nous avons utilisé les algorithmes de Monte Carlo et nous avons retenu une de leurs variantes représentée par le RBPF. Puis, nous avons montré sa possibilité d'exploitation dans le cadre du diagnostic. Ces approches ont été testées sur des bases de données issues des campagnes de mesures et ont montré des performances satisfaisantes en termes de détection rapide et fiable de l'encrassement.

**Mots clés :** FDI, moindres carrés, méthodes de Monte Carlo, processus de forage

## Contribution to an oilfield drilling processes monitoring

**ABSTRACT :** During the PhD thesis our works have been directed towards identification approaches serving as tools for on-line monitoring procedures dedicated particularly to oilfield drilling processes. Several approaches have been proposed. The role of the first proposed method denoted by GVFF-RLS (**G**radient **V**ariable **F**orgetting **F**actor **R**ecursive **L**east **S**quare) is to reduce the transient stage duration by providing a rapid convergence of the FF-RLS. Consequently, this approach allows fast fault detections. Then, an extension of the GVFF-RLS named SALR-GVFF-RLS has been developed. Note that, the SALR stands for (**S**tochastic **A**daptive **L**earning **R**ate) and its specificity is to accelerate the GVFF-RLS convergence by rendering the learning rate adaptive. The SALR-GVFF-RLS provides better performances than GVFF-RLS do. In order to ensure the stability of SALR-GVFF-RLS, we have developed an approach giving the maximum value of the learning rate and led to a new algorithm called LST-GVFF-RLS where the LST accounts for (**L**yapunov **S**tability **T**heory). The LST-GVFF-RLS, besides providing a fast convergence it guarantees the stability of the algorithm. In order to take into account the particularity of a drilling process we have explored approaches using Sequential Monte Carlo methods and we have used one of their variants (RBPF). Then, we have emphasized its possibility of exploitation for fault detection strategies. These approaches have been tested on data bases obtained from field tests and highlighted interesting performances in terms of fast and reliable fault detection of bit balling.

**Keywords :** FDI, least square, Monte Carlo methods, drilling process