HAL
open science

Les déterminants de la tarification dynamique

Régis Chenavaz

To cite this version:

Régis Chenavaz. Les déterminants de la tarification dynamique. Sciences de l'Homme et Société. Télécom ParisTech, 2010. Français. NNT : . pastel-00006282

HAL Id: pastel-00006282

https://pastel.hal.science/pastel-00006282v1

Submitted on 2 Sep 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Télécom ParisTech

Département SES

Thèse

présentée en première version en vue d'obtenir le grade

de Docteur, spécialité « Economie »

par

Régis CHENAVAZ

Les déterminants de la tarification dynamique

Thèse soutenue le 23 juin 2010 devant le jury composé de :

Marc Bourreau	Professeur, Télécom ParisTech	Président
Benoît Leloup	Maître de Conférences, Télécom ParisTech	Directeur
Corina Paraschiv	Maître de Conférences, Université Paris V	Examinatrice
Thierry Pénard	Professeur, Université Rennes I	Rapporteur
Dominique Torre	Professeur, Université Nice Sophia Antipolis	Rapporteur
Patrick Waelbroeck	Maître de Conférences, Télécom ParisTech	Directeur

A mon frère

Avertissement

Télécom ParisTech n'entend donner aucune approbation ou improbation aux opinions émises dans les thèses.

Les opinions émises dans les thèses doivent être considérées comme propres à leur auteur.

Je permets le prêt de cette thèse par Télécom ParisTech à d'autres institutions ou individus dans un but académique.

J'autorise également Télécom ParisTech à reproduire, intégralement ou en partie, cette thèse par photocopie ou par tout autre moyen à la demande d'institutions ou d'individus dans un but académique.

Remerciements

Ce travail a bénéficié de l'aide de nombreuses personnes que je tiens à remercier ici.

J'exprime ma profonde gratitude envers Benoît Leloup et Patrick Waelbroeck qui m'ont fait le plaisir de diriger ma thèse. Je les remercie pour leur aide et leur soutien au cours de ces années. Ils ont su me donner à la fois les encouragements et les conseils nécessaires à la réalisation de ce travail de thèse.

Je souhaite remercier Dominique Torre et Thierry Pénard qui m'ont fait l'honneur d'être rapporteurs de cette thèse.

Mes remerciements vont aussi à Marc Bourreau, responsable du Workshop Recherche où j'ai pu, avec grand profit, présenter mes travaux et bénéficier de conseils très enrichissants.

Je remercie très chaleureusement Corina Paraschiv pour le plaisir que j'ai eu de travailler avec elle sur les questions empiriques.

Je remercie également Télécom ParisTech et en particulier Laurent Gille et Christian Licoppe, directeurs successifs du département de Science Economiques et Sociales, pour m'avoir accueilli au sein de leur équipe et offert d'aussi bonnes conditions de travail.

Je tiens également à remercier ici l'ensemble des membres du département et en particulier Maya Bacache et Ludovic Lebart, pour leur aide, leurs remarques et leurs conseils bienveillants. Je remercie aussi les économistes du département David Bounie, Michel Gensollen, Thomas Houy et Gérard Pogorel. Merci aussi aux doctorants et anciens doctorants Benjamin Chevallier, Joeffrey Drouard, Germain

Gaudin, Bruno Karoubi, Serge Pajak et Marianne Verdier pour l'ambiance du "bureau". Merci également à Marie Baquero, à Corinne Chevalier et à Marie-Josée Vatin pour leur aide dans mes démarches administratives.

Mes remerciements vont également à François Dubois et à Lidi Etienne pour leur aide irremplaçable pour la compréhension des méthodes de simulation.

Je remercie également ma famille et en particulier mes parents pour m'avoir toujours soutenu et encouragé dans ce que j'ai souhaité entreprendre.

Paris, le 2 juillet 2010.

Table des matières

Table des matières ix

Introduction générale 1

Question de recherche 1

Démarche 4

Apports 8

Tarification dynamique sur un marché biface 8

Tarification dynamique et innovation 10

Dynamique du prix de référence 12

Plan de thèse 15

1 Revue de littérature 17

1.1 Introduction 17

1.1.1 Les modèles de tarification dynamique 17

1.1.2 Les politiques de tarification 19

1.1.3 Caractéristiques des modèles de tarification dynamique 22

1.2 Les fondements de la tarification dynamique . . . 25

1.2.1 Le monopole et l'oligopole dynamiques 25

1.2.2 La conjecture de Coase 29

1.2.3 Outils analytiques et questions traitées 34

1.3 Les modèles de diffusion 36

1.3.1 Préliminaires 36

1.3.2 Le modèle de Bass de base 41

1.3.3 Le modèle de Bass généralisé 48
1.3.4 La diffusion multiproduits 52
1.3.5 Estimation des modèles 59
1.4 Le monopole dynamique 61
1.4.1 Prix de réservation et taille du marché 61
1.4.2 Les règles numériques de tarification 63
1.4.3 Les règles formelles de tarification 67
1.4.4 Extensions 71
1.5 Les modèles d'innovation 76
1.5.1 Innovation de produit et de procédé 76
1.5.2 Innovation et tarification 78
1.6 Les modèles de concurrence 83
1.6.1 Préliminaires 83
1.6.2 L'oligopole dynamique 85
1.6.3 La compatibilité 87
1.7 Conclusion 89

2 Tarification dynamique sur un marché biface 91
2.1 Introduction 91
2.2 Revue de littérature 99
2.2.1 La tarification de nouveau produit 99
2.2.2 Les marchés bifaces 102
2.3 Le modèle général 104
2.3.1 Construction des fonctions de demande 104
2.3.2 Intégration des effets dynamiques 107
2.3.3 Le problème 111
2.4 Sous-classe de fonctionnelle de demande 116
2.4.1 Externalités de réseau intramarché et intermarché . 116
2.4.2 Externalité intermarché 125
2.4.3 Résumé des résultats analytiques 128

2.5 Simulation 131
2.5.1 Tarification de premier-rang 134
2.5.2 Tarification de second-rang 138
2.5.3 Résumé des résultats numériques 139
2.6 Conclusion 140

3 Tarification dynamique, innovation de produit et de procédé **145**
3.1 Introduction 145
3.2 Revue de littérature 149
3.2.1 La tarification dynamique 149
3.2.2 L'innovation 150
3.3 Le modèle général 152
3.3.1 Construction des fonctions de demande et de coût . 153
3.3.2 Innovation de produit et innovation de procédé . . . 156
3.3.3 Le problème 158
3.4 Sous-classe de fonctionnelle de demande 166
3.4.1 Le sentier temporel optimal 167
3.4.2 L'équilibre intertemporel 174
3.5 Simulation 179
3.5.1 Représentations graphiques 181
3.5.2 Mesure des effets direct et indirect 185
3.6 Conclusion 187

4 Dynamique du prix de référence **191**
4.1 Introduction 191
4.2 Revue de littérature 195
4.2.1 Point de référence 197
4.2.2 Aversion aux pertes 199
4.2.3 Comptabilité mentale 200

4.3 Modèle conceptuel 201
4.3.1 Prix de référence sur le marché immobilier 201
4.3.2 L'adaptation du prix de référence du vendeur 203
4.3.3 La manipulation du prix de référence de l'acheteur . 205
4.4 Expérimentation 207
4.5 Résultats 209
4.5.1 Adapatation du prix de référence du vendeur 209
4.5.2 Prix de vente sur un marché en hausse et sur un marché en baisse 214
4.5.3 Prix de référence sur un marché en hausse et sur un marché en baisse 217
4.5.4 Manipulation du prix de référence de l'acheteur par le vendeur 219
4.5.5 Autres résultats 223
4.6 Conclusion 224

Conclusion générale 229
Synthèse des travaux 229
Tarification dynamique sur un marché biface 229
Tarification dynamique et innovation 231
Dynamique du prix de référence 232
Pistes de recherches 234

A Annexes 237
A.1 Le management science 239
A.2 Eléments de commande optimale 243
A.2.1 Les approches alternatives de l'optimisation dynamique 243
A.2.2 Preuve du principe du maximum 249
A.2.3 Interprétation économique 257

A.2.4 Limites de l'optimisation dynamique 261
A.3 Preuve et simulations 263
A.3.1 Preuve chapitre 2 263
A.3.2 Simulation chapitre 2 266
A.3.3 Simulation chapitre 3 273
A.4 Eléments de théorie de la décision 281
A.4.1 L'utilité espérée 281
A.4.2 Modélisation de la *prospect theory* 289
A.4.3 Les régularités empiriques 293

Bibliographie **297**

Introduction générale

Question de recherche

Dans cette thèse, nous nous intéressons aux déterminants de la tarification dynamique. Tarifer consiste à fixer un prix pour un bien ou un service. Le caractère dynamique ou intertemporel fait référence à la prise en compte du temps dans l'analyse. La tarification dynamique concerne donc la fixation du prix d'un produit au cours du temps. Ainsi, nous étudions les facteurs fondamentaux qui influent sur la fixation du prix d'un produit au cours du temps. La question des déterminants de la tarification dynamique est importante dans la théorie économique. En effet, le prix d'un bien est l'un des principaux facteurs qui participent aux recettes de la firme (Ravindran, 2007). Par ailleurs, la prise en compte d'une évolution temporelle est de nature à modifier sensiblement la tarification d'un produit et à augmenter le profit de la firme de manière significative.

A priori, selon les caractéristiques des biens et des marchés étudiés, différents éléments sont susceptibles de participer à la détermination de la tarification intertemporelle. Au niveau de la demande, il peut s'agir des effets de diffusion, des externalités de réseau ou de l'ensemble des prix des biens comparables. Au niveau de l'offre, la dynamique de la tarification peut dépendre de celle des coûts, et donc du niveau d'innovation, de l'organisation interne de la firme, du type de bien produit ou du niveau de marge réalisé. Les caractéristiques des biens et les conditions productives sont susceptibles

d'être influencées par les stratégies de la firme, notamment par les politiques d'innovation ou de compatibilité des produits, ou par les choix sur l'organisation interne (Chatterjee, 2009). Par ailleurs, au-delà des conditions objectives, il existe aussi des déterminants psychologiques qui affectent le comportement des agents sur un marché. Il s'agit en particulier du contexte de la transaction, de la familiarité d'un agent avec le marché ou du sentiment de réaliser une " bonne " affaire (Giraud et Gironde, 2008). L'importance de ces différents facteurs a priori dépend des spécificités de chaque produit et de chaque marché.

La tarification dynamique introduit l'élément temporel dans la question de la tarification. La prise en compte de la dynamique constitue un enjeu de taille pour le développement de la théorie économique. Une compréhension globale de la tarification dynamique requiert une approche d'ouverture pour faire appel, au-delà de la théorie économique standard, à certains concepts développés en marketing et en psychologie (Mazumdar et al., 2005).

L'introduction explicite de la dynamique dans l'analyse de la question de la tarification est susceptible de conduire à des changements significatifs dans les résultats. En effet, si l'attention des économistes continue à se porter sur l'équilibre, les propriétés de celui-ci sont affectées par les effets dynamiques. Le niveau des prix est modifié. Par ailleurs, les caractéristiques des dynamiques hors équilibre sont sources de nouvelles interrogations. La question de l'évolution des prix et donc la forme de la politique de tarification optimale dans un cadre dynamique se pose (Jorgensen et Zaccour, 2004).

Pour traiter de ces points, l'économiste recourt aux outils d'optimisation. En général, ces outils s'appliquent à des problèmes sta-

tiques. L'analyse statique est très utile ; elle dégage les équilibres potentiels d'un modèle et permet l'étude de ses propriétés. La statique comparative permet de savoir comment la modification d'un paramètre affecte l'équilibre d'un modèle (Chiang et Wainwright, 2005). Il est nécessaire de réaliser que, par sa nature, la statique comparative ignore le processus d'ajustement d'un ancien équilibre à un nouveau. Elle néglige aussi le temps nécessaire à ce processus d'ajustement. En conséquence, en raison de l'instabilité inhérente potentielle d'un modèle, l'analyse statique ne permet pas d'étudier la question simple mais essentielle de la stabilité d'un équilibre. Cette question est capitale car si l'analyse statique insiste sur l'existence d'un équilibre particulier mais que ce dernier n'est pas stable, alors il perd beaucoup de son intérêt.

L'économie dynamique permet de poser la question du niveau d'une variable de décision tout au long d'un intervalle de temps. Cet intervalle peut s'interpréter comme la durée d'un cycle de vie. La solution au problème prend la forme d'un sentier temporel optimal à tout instant pour chacune des variables de choix. L'analyse dynamique permet aussi d'étudier la stabilité des équilibres ainsi que la vitesse de convergence vers ces équilibres. Il est essentiel de pouvoir traiter ces questions. En effet, même si la stabilité de l'équilibre est assurée, est-il pertinent de chercher à l'atteindre si la durée de convergence est très longue ; de l'ordre de plusieurs dizaines d'années ? L'économie dynamique est fondamentale car elle apporte des réponses à ces questions tant au niveau théorique que pratique (Dockner et al., 2000).

La plupart des modèles statiques conduisent à une règle de tarification basée sur l'égalisation du coût marginal courant au revenu marginal courant. Cette règle ne prend pas en compte certains élé-

ments dynamiques majeurs. Il peut s'agir de la courbe d'apprentissage au niveau de l'offre, des effets de diffusion au niveau de la demande, des effets de saturation pour les biens durables, de l'incertitude sur les technologies futures ou des réactions concurrentielles (Kalish, 1983). L'analyse dynamique permet quant à elle de modéliser explicitement ces facteurs. Leur prise en compte nuance les règles issues d'une analyse strictement statique et offre des explications et des prescriptions robustes dans un cadre intertemporel (Robinson et Lakhani, 1975).

Dans un cadre statique, le décideur maximise sa fonction objectif (le profit ou l'utilité) pour la seule période courante. Dans un cadre dynamique, le décideur maximise son objectif intertemporel. Il est donc contraint, dans sa prise de décision, de réaliser un arbitrage entre ses objectifs courants et ses objectifs futurs. C'est la prise en compte des objectifs futurs qui modifie la règle de décision. Fudenberg et Tirole (2001) identifient deux autres raisons d'utiliser des modèles dynamiques plutôt que des modèles statiques. Tout d'abord, les industries non-stationnaires, qu'elles soient en croissance ou en déclin, requièrent des modèles explicitement dynamiques. Par ailleurs, même si l'environnement est stationnaire, le comportement et la performance d'une industrie mature dépendent directement de son histoire. Or, la dépendance à l'histoire est mieux prise en compte par une modélisation explicitement dynamique.

Démarche

Le *management science* applique les méthodes de recherche opérationnelle aux problématiques de la firme (Ravindran, 2007). Cette approche est apparue pendant la Seconde Guerre Mondiale lorsque les

problèmes d'ingénierie militaire furent trop complexes pour qu'une personne ou une discipline puisse y répondre seule. Pour traiter les problèmes liés par exemple à la trajectoire des fusées, au déploiement des forces ou au ravitaillement des troupes, des groupes de scientifiques de différentes disciplines travaillèrent ensemble. Après la guerre, ces scientifiques appliquèrent ces méthodes aux questions rencontrées par les firmes. Dès ses débuts, le *management science* est ainsi une approche pluridisciplinaire et pragmatique. Il utilise les méthodes pertinentes pour répondre aux questions de la firme. Cela explique l'ouverture du *management science* à différents champs théoriques pour aborder une question (Eliashberg et Lilien, 1993). A l'origine, le *management science* a surtout fait appel aux sciences de l'ingénieur en utilisant en particulier l'optimisation et la simulation numérique. Il a aussi contribué au développement de méthodes plus qualitatives comme les méthodes expérimentales, qui permettent de mesurer l'importance des effets psychologiques (Hopp, 2004). L'application de chacune de ces méthodes dépend de la nature du problème rencontré et donc du type de modèle posé.

Bell et al. (1988) suggèrent une taxonomie épistémologique des différents types de modèles. Ils distinguent les modèles de type normatif, descriptif et prescriptif. Dans l'approche normative, l'intérêt porte sur le choix rationnel et les modèles sont construits sur des axiomes, des hypothèses, considérés comme souhaitables. Un modèle normatif se base donc sur une cohérence logique des décisions et en déduit la manière dont un individu devrait les prendre. Un modèle descriptif montre comment les agents décident effectivement et quelles décisions ils prennent. Le modèle descriptif est jugé selon sa capacité à prédire les comportements réels. Un modèle prescriptif aide à la décision d'un individu dans un contexte particulier. Il est

évalué de manière pragmatique : le modèle prescriptif est validé si le décideur le trouve utile et s'il lui permet de prendre de meilleures décisions (Smith et Von Winterfeldt, 2004). Si les trois types de modèles sont développés dans des travaux différents, ils coexistent (Bell et al., 1988). En effet, les modèles prescriptifs, qui aident à la décision, s'appuient sur des principes normatifs préalables. Ils tiennent aussi compte de résultats descriptifs de nature à remettre en cause la validité empirique de ces principes. Par ailleurs, les fondements d'un modèle sont d'autant plus forts que le modèle repose sur des principes normatifs, qu'il est descriptif des décisions réelles et qu'il peut servir de support à l'aide à la décision.

Nous traitons notre question de recherche avec une approche de *management science*. Ainsi, nous étudions la question de la tarification dynamique dans des contextes particuliers. En effet, selon le type de bien, les déterminants de la tarification dynamique ne sont pas forcément les mêmes. Dans cette thèse, nous présentons trois travaux de recherche. Le premier travail dégage ces déterminants sur un marché biface, en s'intéressant plus particulièrement au marché des logiciels de type client-serveur. Le deuxième travail met en évidence les déterminants de la tarification d'une firme qui gère sa politique d'innovation. Le troisième travail caractérise les déterminants de la dynamique du prix de référence sur le marché immobilier. En phase avec les méthodes du *management science*, dans les deux premiers travaux, nous proposons des modélisations formelles et dégageons des règles de tarification normatives et, dans le troisième travail, nous réalisons une étude empirique descriptive des effets psychologiques liés à l'évaluation d'un bien. Ces deux approches sont complémentaires dans l'étude de la tarification dynamique et permettent de fournir des prescriptions plus adaptées.

Une partie de la littérature en *management science* analyse les politiques de tarification associées à la diffusion de nouveaux produits. Cette littérature, dont les premiers résultats numériques et analytiques sont dus respectivement à Robinson et Lakhani (1975) et à Kalish (1983), caractérise la forme des politiques de tarification sur l'ensemble du cycle de vie du produit (Bayus et al., 2000). Cette forme est fonction des différents effets dynamiques qui existent à la fois au niveau de la demande (bouche à oreille, externalité de réseau, effet de saturation) et au niveau de l'offre (apprentissage de l'activité de production). La prise en compte de la concurrence est initiée par Dockner et Jorgensen (1988). La particularité de cette littérature est de travailler non sur des fonctions spécifiques mais sur les propriétés de fonctions générales. En modélisant de manière stylisée le comportement des acteurs dans un cadre dynamique, cette littérature utilise l'optimisation dynamique et en particulier la commande optimale pour déduire des principes normatifs de tarification (Rao, 1993 ; Chatterjee, 2009).

Une branche du management science, la tarification comportementale, s'intéresse aux effets du prix qui ne s'expliquent pas par le seul niveau objectif du prix lui-même. Une partie de cette littérature tente de comprendre les effets des prix de référence internes. Le but pour les modèles développés est de rendre compte de la réalité des comportements. L'expérimentation est beaucoup utilisée dans ces travaux qui mettent en évidence les concepts d'aversion aux pertes, d'effet de cadrage (Kahneman et Tversky, 1979, 1991) et de comptabilité mentale (Thaler, 1985). Cette littérature a surtout été développée dans un cadre d'analyse statique. Toutefois, le contexte dynamique, notamment en ce qui concerne l'adaptation du prix de référence, commence à être étudié (Krishna, 2009). Les individus traitent l'in-

formation qu'ils reçoivent. Or le prix fait partie de cette information. Ainsi, l'analyse comportementale, en faisant appel à la psychologie, développe certains concepts concernant le comportement face au prix (Russo et Carlson, 2003 ; Ofir et Winer, 2003). Ces travaux utilisent la démarche expérimentale qui permet de mesurer les effets psychologiques.

En ligne avec le *management science*, nous abordons la question des déterminants de la tarification dynamique en caractérisant des contextes particuliers. Nous développons des modèles pour dégager des principes de tarification. Ces modèles concernent les marchés bifaces et la politique d'innovation de la firme. Basés sur l'hypothèse de rationalité du décideur, ils sont intéressants pour fournir des prescriptions et aider à la décision. Toutefois, en pratique, des biais psychologiques affectent le comportement des décideurs. Il est donc important d'en tenir compte. Dans ce but, nous étudions de manière empirique la dynamique du prix de référence. Pour mesurer les effets dynamiques liés au prix de référence, nous réalisons une étude expérimentale.

Apports

Tarification dynamique sur un marché biface

Dans le premier travail, nous posons la question des déterminants de la politique de tarification dynamique d'une firme opérant sur un marché biface et dégageons des principes de tarification normatifs. Un marché biface se définit comme un marché pour lequel une ou plusieurs plateformes permettent l'interaction entre des utilisateurs finaux et tentent d'avoir les différents côtés à bord avec une tarification adaptée (Rochet et Tirole, 2006).

La littérature sur la tarification dynamique, qui traite des externalités de réseau, est basée sur la diffusion de nouveaux produits. Cette littérature n'a que peu traité de la tarification multiproduit (Dockner et al., 2000). La diffusion multiproduit a beaucoup été étudiée, mais sans que soit prise en compte la tarification (Bayus et al., 2000). La littérature sur les marchés bifaces tient quant à elle compte de la tarification multiproduit et des externalités de réseau mais se cantonne à un cadre statique (Rochet et Tirole, 2006). Notre travail est le premier à utiliser conjointement ces différentes composantes. En nous appuyant sur ces différentes littératures, nous pouvons traiter de la question de la tarification dynamique sur un marché biface.

Notre analyse prend en compte les externalités de réseau directes et indirectes dans un cadre dynamique. L'accent est mis sur les interactions de la demande sur un marché biface dans un cadre dynamique. Le marché étudié dans ce chapitre est celui des logiciels de type client-serveur. Le problème est modélisé avec les techniques de commande optimale sur la base d'éléments de la littérature sur la tarification dynamique de nouveaux produits et de la littérature sur les marchés bifaces. Nous considérons la dynamique du comportement optimal sur l'ensemble du cycle de vie du produit. Ainsi, l'analyse est restreinte au sentier temporel optimal et exclut l'équilibre intertemporel.

Nous montrons que les externalités de marché sont le premier déterminant de la politique de tarification dynamique. Par ailleurs, alors que l'on peut s'attendre à ce que les externalités directes et indirectes aient le même impact sur la politique de tarification, nous montrons que ce n'est vrai que pour une classe particulière de fonctionnelles de demande. Cette classe importante, composée de fonctionnelles multiplicativement séparables entre les externalités de ré-

seau et le prix, ne comprend par exemple pas le cas simple des fonctionnelles additivement séparables. Ce résultat est robuste à l'introduction d'effets temporels. Les élasticités prix, la taille du marché et les conditions initiales n'ont qu'un faible impact sur la forme de la politique de tarification. En outre, des simulations numériques montrent que lorsque le logiciel client est offert, le profit n'est que très peu dégradé par rapport à la tarification optimale du bien.

Tarification dynamique et innovation

Dans le deuxième travail, nous analysons les déterminants de la politique de tarification d'une firme qui engage à la fois une politique d'innovation de produit et d'innovation de procédé. L'innovation de produit augmente la qualité du bien et l'innovation de procédé réduit le coût de production. Au niveau de la firme, les interactions entre les préférences des consommateurs, liées à la qualité du bien, et les conditions de production, liées aux deux types d'innovation, sont explicitement prises en compte. Nous déduisons de notre travail des principes de tarification normatifs.

Pour traiter la question de recherche, nous mobilisons des éléments de la littérature sur la tarification dynamique et de celle sur l'innovation de produit et de procédé. La première littérature n'a jamais traité de la question de ces deux types d'innovation (Voros, 2006) et la seconde n'a pas intégré explicitement la tarification dans son analyse (Lambertini et Mantovani, 2009). L'un des apports de ce travail est de rapprocher ces deux littératures pour donner un modèle qui corresponde aux faits stylisés en intégrant explicitement à la fois la question de la tarification et celle de l'innovation. Le problème est modélisé par la commande optimale. L'approche suivie

permet l'étude à la fois du sentier temporel optimal, c'est-à-dire la dynamique hors équilibre, et de l'équilibre intertemporel.

Le principal résultat est que la tarification imite la dynamique du coût de production et est indépendante de la qualité du produit. Ainsi, l'innovation de procédé est le principal déterminant de la politique de tarification dynamique ; l'innovation de produit ne jouant qu'un rôle secondaire. Les simulations numériques illustrent le comportement du modèle qui vérifie les faits stylisés. En effet, l'innovation de produit est relativement plus importante que l'innovation de procédé en début qu'en fin de cycle de vie du produit. Ainsi, l'innovation de procédé augmente au cours du temps et conduit à une baisse des coûts et donc des prix au cours du temps.

Pour modéliser un problème de tarification dynamique, trois outils sont disponibles : le calcul des variations, la programmation dynamique et la commande optimale. Le calcul des variations permet d'étudier la stabilité des équilibres mais échoue à caractériser la forme d'une politique de tarification. La programmation dynamique a l'avantage de permettre de manière directe la réalisation de simulations numériques. Elle ne donne toutefois pas facilement de résultats analytiques. La commande optimale assure l'étude de la stabilité des équilibres, la caractérisation des politiques de tarification et la simulation numérique. Par ailleurs, elle facilite le travail à partir de formes fonctionnelles générales et de leurs propriétés et non seulement à partir de fonctions spécifiques. Cette caractéristique facilite l'obtention de résultats de portée plus générale. Pour ces raisons, nous utilisons la commande optimale dans les deux premiers chapitres. Pour faciliter la lecture de la thèse, nous présentons le détail de l'outil de commande optimale en annexe. Le lecteur intéressé

y trouvera en particulier la démonstration du principe du maximum et son interprétation économique.

Dynamique du prix de référence

Dans le troisième travail, nous posons la question des déterminants de la dynamique du prix de référence en nous intéressant au marché immobilier. Nous étudions cette question aussi bien pour les acheteurs que pour les vendeurs. Cette question est capitale pour comprendre une partie du fonctionnement de ce marché. Comme le marché immobilier est cyclique, les agents ont connaissance de différents prix au cours du temps pour des biens équivalents. Par ailleurs, les vendeurs disposent d'informations privées sur le bien mis en vente. Ils peuvent décider de les révéler aux acheteurs si c'est dans leur intérêt. De manière similaire, les acheteurs peuvent aussi avoir connaissance de ces informations par hasard ou par une recherche active. Ces différentes informations concernent en particulier le prix du bien immobilier à des moments particuliers (prix d'achat initial, pic historique, estimation par un expert, offre alternative).

Pour traiter de cette question, nous nous basons sur les implications empiriques de la *prospect theory* (Kahneman et Tversky, 1979, 1992), de la comptabilité mentale (Thaler, 1985) et de la théorie du dévoilement d'information (Verrechia, 1990). En ligne avec les travaux d'économie expérimentale de Kahneman et Tversky (1979), nous utilisons la méthodologie des scenarii hypothétiques. Les données sont recueillies par un questionnaire en ligne auto-administré. Plusieurs scenarii sont présentés aux répondants qui sont tour à tour en situation de vendeur ou d'acheteur. La base de données permet de contrôler les caractéristiques sociodémographiques. Cette méthode

permet de décrire les comportements effectifs des agents et de mesurer les éventuels biais psychologiques. Elle évite de faire l'hypothèse que les individus se comportent de manière rationnelle et donc que leur comportement n'est affecté par aucun biais.

L'étude de la dynamique du prix de référence est encore très préliminaire dans la littérature. Par ailleurs, celle-ci ne traite que du vendeur sur le marché financier (Arkes et al., 2008). Notre apport consiste à étudier la dynamique du prix de référence sur le marché immobilier. De plus, notre approche nous permet aussi de caractériser le comportement du vendeur et celui de l'acheteur. Notre travail vérifie l'existence d'aversion aux pertes sur le marché immobilier. En outre, le prix de référence s'adapte deux fois plus vite sur un marché haussier que sur un marché baissier. Enfin, le vendeur peut facilement manipuler le prix de référence de l'acheteur par une stratégie de révélation d'information appropriée et l'impact de nouvelles informations augmente avec la qualité de la source informationnelle.

Les méthodologies du premier et du deuxième travail sont similaires. A chaque fois, nous nous appuyons sur la littérature sur la tarification dynamique et sur une autre littérature (sur les marchés bifaces dans le premier cas et sur l'innovation dans le second). Les liens créés entre deux littératures indépendantes l'une de l'autre facilitent la caractérisation de politiques de tarification originales. Nous résolvons le problème d'optimisation intertemporelle à l'aide de l'outil de commande optimale, obtenons des résultats analytiques et réalisons des simulations numériques. L'approche retenue permet de travailler, non pas sur des fonctions de demande particulières mais sur les propriétés de fonctionnelles, spécifiables de différentes manières. Cela permet de dégager des principes de tarification relativement généraux. Grâce aux simulations numériques, le décideur a

la possibilité d'explorer différents scenarii et de voir les impacts sur la tarification et les ventes. Elles permettent aussi de mesurer les différents effets mis en évidence de manière analytique. Le lecteur peut alors mieux apprécier la portée et les limites des principes normatifs pour la formulation de prescriptions aux décideurs.

Dans le troisième travail, si le thème porte sur le prix dans un cadre dynamique, la question de recherche et donc la méthodologie pour y répondre sont tout à fait différentes. La question n'est plus de déterminer la décision optimale à partir d'hypothèses sur les comportements des agents mais d'observer les choix réels des décideurs. Il s'agit d'un travail descriptif des effets psychologiques, sources de biais. Dans ce cadre, l'établissement d'un questionnaire permet de construire les données à traiter. Les résultats sont donc de nature empirique et non de nature analytique ou numérique. La méthodologie permet de contrôler les réponses pour les variables sociodémographiques. Ce travail facilite l'anticipation des comportements réels sur le marché immobilier. La finalité est donc différente des deux autres travaux qui mettent en avant des principes de tarification normatifs. Toutefois, la connaissance des comportements réels permet d'affiner les prescriptions pour les adapter au contexte. Ce troisième travail est donc tout à fait complémentaire des deux premiers.

Les deux premiers travaux dégagent les règles à suivre pour un agent qui maximisent une fonction objectif. Or, en pratique, il existe des biais psychologiques systématiques dans le comportement des agents. Il est important d'en tenir compte pour mieux comprendre, modéliser et prévoir le comportement des agents. Le troisième travail traite de ces différents biais. Ainsi les deux premiers travaux qui suivent une approche normative et le troisième qui suit une approche descriptive sont-ils complémentaires.

Plan de thèse

Afin de mieux préciser le cadre de nos travaux, le premier chapitre réalise une revue de littérature sur la tarification dynamique. Cette revue part des premiers travaux sur cette question avec le monopole dynamique d'Evans (1924). Elle traite de la conjecture de Coase (1972) en développant les conditions pour lesquelles le monopole intertemporel se concurrence lui-même. Les modèles de diffusion développés depuis Bass (1969) sont exposés. Dans ce chapitre, nous nous intéressons plus particulièrement aux modèles formels de tarification qui permettent de réaliser des simulations numériques (Robinson et Lakhani, 1975) et donnent des résultats analytiques (Kalish, 1983). Cette revue de littérature nous amène à conclure à l'existence d'opportunité de recherche dans la littérature. De manière plus précise, la tarification dynamique multiproduit n'est que peu développée (en particulier pour les marchés bifaces) et la tarification dynamique associée à la gestion de l'innovation est encore fragmentaire.

Le deuxième chapitre pose la question des déterminants de la tarification dynamique d'une firme qui opère sur un marché biface. Dans ce cadre, nous montrons que les externalités intermarché ont le même impact que les externalités intramarché. Les externalités de réseau sont le premier déterminant de la politique de tarification avant les élasticités de la demande au prix. Des simulations numériques illustrent le comportement du modèle.

Dans le troisième chapitre, nous nous demandons quels sont les déterminants de la tarification dynamique d'une firme qui investit conjointement en innovation de produit (qui augmente la qualité du bien) et en innovation de procédé (qui réduit les coûts de production). Nous montrons que la tarification imite la dynamique du

coût de production et est indépendante de la qualité du bien. Ainsi, l'innovation de procédé est le premier déterminant de la tarification dynamique.

Dans le quatrième chapitre, nous nous demandons quels sont les déterminants de la dynamique du prix de référence sur le marché immobilier. Nous répondons à cette question par une étude empirique. Les résultats montrent que l'adaptation du prix de référence du vendeur est deux fois plus rapide sur un marché haussier que sur un marché baissier. Par ailleurs, le vendeur peut facilement manipuler le prix de référence de l'acheteur par une stratégie de révélation d'information privée.

Revue de littérature 1

1.1 Introduction

1.1.1 Les modèles de tarification dynamique

Les modèles de tarification poursuivent quatre objectifs (Monroe et Della Bitta, 1978 ; Jorgensen 1986 ; Winer, 2005 ; Rao et Kartono, 2009). Tout d'abord, ils décrivent l'environnement de la politique de tarification. Ensuite, ils expliquent la forme des politiques de tarification observées. Par ailleurs, ces modèles proposent des règles ou des principes de tarification au décideur. Enfin, ils permettent de prévoir les ventes, les politiques de tarification et le profit qui en découle pour différents scenarii.

Les modèles qui expliquent le mieux la tarification dans un cadre concurrentiel prennent leur source dans trois littératures principales : l'économie dynamique, la diffusion de nouveaux produits et la théorie des jeux non-coopératifs. L'économie dynamique, dont les racines remontent au monopole dynamique d'Evans (1924), a proposé des modèles et des outils nécessaires à de la tarification dans un cadre intertemporel. Les modèles de diffusion de nouveau produit développés en *management science*, en particulier depuis Bass (1969) mettent l'accent sur l'impact des externalités de production et des effets de diffusion sur les ventes d'un bien. La théorie des jeux

non coopératifs permet de modéliser et de comprendre les interactions stratégiques existantes entre les acteurs du marché (Jorgensen, 1986).

Les modèles de tarification sont construits sur le cycle de vie d'un produit (Dockner *et al.*, 2000). Le choix du prix par la firme impacte les ventes et donc les profits (Mahajan *et al.*, 1990 ; Jorgensen et Zaccour, 2004). Ainsi, il est intéressant de caractériser les politiques de tarification de la firme qui maximise le profit, sur la base d'hypothèses de comportement des consommateurs et des firmes. En ce sens, les modèles de tarification suivent un objectif normatif (Mahajan *et al.*, 2000). Les règles normatives peuvent avoir une origine analytique ou numérique. Les résultats analytiques sont préférables car plus généraux. Toutefois, il n'est pas toujours possible d'en obtenir en raison de la complexité du problème. La simulation numérique peut donc être nécessaire pour comprendre les caractéristiques d'un modèle (Jorgensen *et al.*, 2007). Dans les deux travaux de recherche que nous consacrons à la modélisation des politique de tarification, nous suivons la démarche de cette littérature.

Plusieurs articles fondent la tarification dynamique. Evans (1924) est le premier à étudier la tarification dynamique. Il s'intéresse à l'existence d'un équilibre. Roos (1925) généralise les travaux précédents aux duopoles. Bass (1969) propose le premier modèle de diffusion pour les biens durables. Robinson et Lakhani (1975) étudient numériquement la tarification dynamique en intégrant des effets de diffusion. Kalish (1983) caractérise de manière analytique les différentes politiques de tarification selon les types d'effets dynamiques. Dockner *et al.* (2000) poursuivent cette approche dans un cadre oligopolistique. Chatterjee (2009) et Seetharaman (2009) proposent des revues de littérature récentes sur le sujet.

1.1.2 Les politiques de tarification

Les différents types de tarification

Dans la résolution des problèmes de tarification, il existe trois types de prix optimal (Dockner et Jorgensen, 1988) : le prix myope optimal, le prix constant optimal et le prix dynamique optimal. Le prix myope optimal correspond au prix qui maximise le profit courant. Il est équivalent au prix qui maximise le profit intertemporel quand le taux d'intérêt tend vers l'infini (l'agent a dans ce cas une préférence illimitée pour le présent). C'est en fait le prix du cadre statique. Le prix constant optimal est le prix constant sur toute la période des ventes qui maximise le profit intertemporel. Il a du sens lorsqu'il n'est pas possible pour la firme de modifier son prix. Le prix dynamique optimal est le prix courant qui maximise le profit intertemporel. Il prend donc en considération les effets dynamiques sur les prix futurs. Le prix myope optimal sert souvent de point de comparaison au prix dynamique optimal. La différence entre les deux prix s'explique par les effets dynamiques (Seetharaman, 2009).

L'impact des effets dynamiques sur la tarification

En *management science*, deux questions principales se posent pour la tarification (Kalish, 1983). La première est de savoir quel est le niveau du prix dynamique optimal par rapport au prix myope. La seconde est de caractériser le schéma du prix dynamique optimal au cours du temps. Puisque les données sont rarement disponibles publiquement, il est difficile de comparer le prix dynamique optimal au prix myope optimal. En revanche, les prix pratiqués au cours du temps sont observables, notamment pour les biens vendus sur

internet [1]. Il est donc possible d'en déduire la forme intertemporelle des politiques de tarification (Bass 1969 ; Mahajan et al 1990 ; Bass *et al.* 1994 ; Rao et Kartono, 2009)

Impact sur le niveau des prix courants La firme réalise un arbitrage entre les profits courants et les profits futurs selon sa préférence pour le présent (capturée par le taux d'actualisation [2]). La décroissance de la courbe d'apprentissage sur les coûts crée une incitation à baisser le prix courant qui maximise le profit intertemporel. En effet, un prix plus bas permet de vendre (donc de produire) plus aujourd'hui. Cela permet de baisser davantage les coûts futurs et ainsi d'augmenter les futurs profits (Kalish 1983 ; Seetharaman, 2009).

De la même manière, les effets de bouche à oreille positifs incitent à proposer un prix plus bas que celui qui maximise le profit courant. En effet, un prix plus bas aujourd'hui augmente les ventes, donc la base installée, ce qui augmente la diffusion du produit par la suite donc les profits futurs. D'un autre côté, l'effet de saturation incite à augmenter le prix courant. En effet, un prix courant plus élevé permet de vendre moins aujourd'hui et donc de préserver un plus grand marché par la suite, donc des ventes et des profits futurs plus élevés.

Impact sur la forme de la tarification intertemporelle Différents facteurs affectent la forme des politiques de tarification (Dockner et Jorgensen, 1988 ; Rao et Kartono, 2009). Il s'agit en particulier des effets d'apprentissage sur les coûts et des effets de diffusion au niveau de la demande. La structure du marché est aussi importante. En effet, une firme en situation de monopole ou de concurrence (effective ou

1. En effet, les méthodes de *parsing* permettent de récupérer automatiquement les informations souhaitées sur internet pour la constitution de bases de données.
2. Le taux d'actualisation pour la firme est souvent le taux d'intérêt.

potentielle) n'agit pas de la même manière. Le type de bien (durable ou non durable) est un autre déterminant. Le taux d'intérêt, comme mesure de l'importance relative des profits courants et futurs, influence la forme de la politique de tarification. Les interactions entre ces différents facteurs créent la base pour les différentes formes de politique de tarification intertemporelle : l'écrémage, la pénétration et la courbe en U inversé (succession des deux précédentes).

Les formes des politiques de tarification

La politique d'écrémage L'écrémage (ou *skimming*) est la situation pour laquelle les prix diminuent graduellement dans le temps. Cette situation arrive lorsque les coûts diminuent avec l'expérience, pour les biens durables et lorsque la firme peut s'engager sur les prix (Stockey, 1979 ; Bass et Bultez, 1982 ; Kalish, 1983). Cette politique permet l'extraction intertemporelle du surplus du consommateur (Mahajan *et al.* 1990). La politique d'écrémage implique un prix initial plus élevé que le prix myope.

La politique de pénétration La politique de pénétration décrit des prix qui augmentent avec le temps. Elle apparait en particulier lorsque le bouche à oreille est positif ou lorsqu'il existe des effets de réseau. L'intuition est que la firme tarifie moins cher le bien lors de son introduction. Ainsi, un plus grand nombre de consommateurs l'achètent. Cela arrive lorsque les innovateurs (premiers adopteurs) ont un effet positif fort sur les imitateurs (adopteurs suivants). Un bas prix d'introduction encourage (subventionne) ces premiers à acheter le produit. Ainsi, lorsque le produit est bien établi, les prix peuvent augmenter parce que la contribution aux ventes des adop-

teurs suivants décroit avec le temps (Mahajan, 1990). La politique de pénétration génère un prix initial plus faible que le prix myope.

La politique de pénétration suivie de l'écrémage La politique de pénétration suivie de l'écrémage représente une courbe en U inversé pour les prix. Les prix augmentent au début puis diminuent. Cette politique apparait lorsque les déterminants de la pénétration l'emportent au début et ceux de l'écrémage ensuite (Kalish 83, 84, Xie et Sirbu 95). C'est le cas en particulier pour les biens durables qui ont des externalités de réseau comme les ordinateurs ou les logiciels. En effet, au début du cycle de vie, les effets positifs de diffusion l'emportent sur les effets négatifs de la saturation. En fin de cycle, c'est le contraire. La politique de pénétration et la politique de pénétration suivie de l'écrémage sont les plus étudiées dans la littérature (Mahavan *et al.* 1990) et observées en pratique (Krishnan *et al.* 1999).

1.1.3 Caractéristiques des modèles de tarification dynamique

La littérature sur les modèles de tarification dynamique basés sur la diffusion de produit que nous utilisons dans nos travaux connaissent deux caractéristiques principales. D'une part, ils ne prennent pas en compte les anticipations des agents. D'autre part, ces modèles caractérisent des relations à un niveau macroéconomique.

Absence d'anticipation

La faiblesse majeure de la plupart des modèles de tarification dynamique est de ne pas considérer d'anticipation de la part des consommateurs (Mahajan *et al.*, 1990 ; Chatterjee, 2009). C'est surtout vrai pour les modèles basés sur des processus de diffusion où

l'introduction d'anticipations complique trop l'analyse pour donner des résultats analytiques (Xie et Sirbu, 1995 ; Dockner *et al.*, 2000). Les acheteurs ne sont sensibles qu'aux états courants des variables pertinentes, c'est à dire le prix courant et les ventes passées pour leurs décisions d'achat. Ils n'anticipent pas l'évolution des prix dans leur décision. Or ces anticipations sont de nature à changer les résultats des modèles, notamment en ce qui concerne les politiques de discrimination par le prix comme le montre la littérature issue de la conjecture de Coase (1972).

En réalité, certains travaux ont pris en compte des anticipations rationnelles (Jorgensen et Zaccour, 2004 ; Chatterjee, 2009). Il s'agit en particulier de Besanko et Winston (1990) et de Chatterjee et Crosbie (2000). Chan *et al.* (2009) proposent une synthèse de cette littérature. Les politiques de prix sont caractérisées en partie par des méthodes analytiques et surtout par des simulations numériques. Cela montre que la prise en compte des anticipations mène à des problèmes trop complexes pour donner seulement des résultats analytiques. La prise en compte de ces anticipations diminue à la fois le prix courant et la pente de la politique de tarification intertemporelle, mais les résultats qualitatifs ne sont pas fondamentalement différents.

Par ailleurs, même sans la présence d'anticipation, les modèles expliquent bien les données observées (Bass *et al.* 1994, Krishnan *et al.* 1999, Bass 2004). Il ont été appliqués avec succès aux biens technologiques comme le téléphone portable, la télévision par satellite et les accès à internet (Bass, 2004 ; Ladron *et al.*, 2007), à la diffusion de différentes catégories de produits liées (Van den Bulte et Joshi, 2007) et à la diffusion dans un contexte international (Talukdar *et al.*, 2002).

Des relations entre des données agrégées

Les modèles de diffusion postulent des relations entre des variables à un niveau agrégé (Mahajan *et al.*, 1990 ; Chatterjee, 2009). Une variable d'intérêt classique est le niveau des ventes à une date particulière. L'analyse est faite à un niveau macroéconomique et non à un niveau microéconomique (Chatterjee *et al.*, 2000). Cette approche facilite l'analyse mais pose le problème du fondement au niveau du comportement individuel. La question demeure de savoir si les modèles de diffusion peuvent se construire en agrégeant les demandes de consommateurs qui maximisent leur fonction d'utilité. En effet, comme les caractéristiques individuelles (revenu, préférences, attitude face au risque) diffèrent, tous les individus n'ont pas la même probabilité d'achat du bien au même moment (Mahajan *et al.*, 1990).

Si une littérature qui traite de l'agrégation des demandes individuelles existe, elle n'est pas très développée (Roberts et Lattin, 2000). Notons en particulier les travaux de Silk et Urban (1978), de Oren et Schwartz (1988) et de Roberts et Urban (1988) qui postulent la maximisation par les individus d'une fonction d'utilité particulière. Ils partent du postulat qu'une probabilité d'achat idiosyncratique est assignée à chaque individu. Ainsi, le taux de diffusion est spécifique à chaque consommateur. Le problème majeur de cette approche de la maximisation de l'utilité individuelle est que les solutions aux problèmes sont très difficilement calculables (Chatterjee *et al.*, 2000), même dans un cadre statique (Roberts et Lattin, 2000).

1.2 Les fondements de la tarification dynamique

Il ne s'agit pas ici d'être exhaustif sur l'histoire de la tarification dynamique. L'objectif est de montrer les fondements de cette littérature et certains de ses développements. Nous nous intéressons ici plus particulirement aux premières analyses de la tarification dynamique qui utilisent le calcul des variations et à la conjecture de Coase. Nous mettons ensuite en relief les questions posées et les réponses apportées au regard du développement des outils d'optimisation dynamique.

1.2.1 Le monopole et l'oligopole dynamiques

Les fondateurs

Les premiers travaux qui intègrent la dynamique des prix s'intéressent à l'existence d'un équilibre et non à la forme des politiques de tarification. Evans (1924) propose l'une des premières applications du calcul des variations à l'analyse d'un problème économique. Il est le premier à caractériser le comportement du monopole dans un cadre dynamique où le temps t évolue sur l'intervalle $[0, T]$. Il retient une fonction de coût quadratique et introduit la dynamique au niveau de la demande. La demande D dépend du prix ainsi que de l'évolution du prix au cours du temps[3] $\dot{p}$. En omettant les arguments temporels des fonctions, nous avons

$$D(p, \dot{p}) = ap + b + h\dot{p}, \tag{1.1}$$

3. La variation de toute fonction f par rapport au temps t , $\frac{df}{dt}$, est notée par la suite $\dot{f}$.

où $(a, b, h) \in \mathbb{R}^3$ sont les paramètres du modèle.

Le problème de la firme est de maximiser le profit sur $[0, T]$. T est l'horizon temporel supposé fini et suffisamment court pour justifier des fonctions de demande et de coût fixes ainsi que l'omission d'un facteur d'actualisation. Ce problème de calcul de variations nécessite que le prix initial p_0 et le prix final p_T soient donnés. Ces hypothèses sont assez fortes puisque, en pratique, ces conditions aux bornes relèvent en pratique de choix discrétionnaires par la firme [4].

Evans (1924) montre qu'il existe toujours un équilibre unique. Ce résultat généralise en fait celui du monopole statique de Cournot [5] (1927) pour lequel $h = 0$. Toutefois, Evans (1924) ne parvient pas à obtenir un résultat général sur la forme d'une politique de tarification intertemporelle.

Alors qu'à cette époque, la théorie des jeux n'est pas encore développée [6], Roos (1925) généralise le modèle précédent au duopole. Les hypothèses sur les fonctions de demande et de coût sont identiques.

Tintner (1937) reprend le cadre monopolistique d'Evans (1924) en ne spécifiant ni la fonction de demande ni celle de coût. Il travaille sur les propriétés analytiques de fonctions générales. Il propose une fonction de demande qui dépend du prix et des dérivées du prix par rapport au temps. Tintner (1937) interprète l'intégration dans la fonction de demande des différentes dérivées du prix comme la capture des anticipations des agents sur les évolutions futures des

4. p_T pourrait d'ailleurs être laissé à la discrétion de la firme. Auquel cas, il faudrait reformuler le problème en terme de commande optimale et rajouter une condition de transversalité.

5. Si l'ouvrage est publié en 1927, les travaux de Cournot sont bien antérieurs puisqu'il décède en 1877.

6. La théorie des jeux est théorisée dans l'ouvrage de Von Neumann et Morgenstern, *Theory of Games and Economic Behavior* (1944) dans le cadre statique et par Isaacs (1965) et Friedman (1971) dans le cadre dynamique.

prix. La fonction de demande (1.1) devient

$$D = D(p, \dot{p}, \ddot{p}, ...)$$

Dans le cas particulier de Evans (1924) où la demande dépend du prix et de la première dérivée du prix $D = D(p, \dot{p})$, Tintner aboutit à un résultat analytique simple qui sert de règle d'optimisation : à l'optimum, la firme choisit toujours un prix tel que $\epsilon_{\pi\dot{p}}$ soit égal à

$$\epsilon_{\pi\dot{p}} = 1 - \frac{\pi_s}{\pi},$$

avec $\epsilon_{\pi\dot{p}}$ l'élasticité partielle du profit par rapport au taux de variation du prix, π_s le flux de profit du monopole statique et π le flux de profit du monopole dynamique. Ce résultat est à mettre en relation avec celui du monopole statique pour lequel l'élasticité du profit par rapport au prix est nulle : $\epsilon_{\pi\dot{p}} = 0$. Ainsi, alors que le monopoleur dans un cadre statique choisit le prix de manière à ce que l'élasticité du profit par rapport au prix soit nulle, le monopoleur dynamique considère l'élasticité partielle du profit par rapport au taux de changement du prix. Ce résultat illustre clairement la manière dont la prise en compte des effets dynamiques modifie les règles d'optimisation issues du cadre statique.

Dans les modèles que nous venons d'aborder, l'intégration de la dynamique porte sur la demande qui prend en compte les différentes variations du prix. Cette modélisation permet d'appliquer les techniques du calcul des variations qui traitent ces problèmes d'optimisation. La question, dans ce cadre, n'est pas d'étudier la forme de la politique de tarification mais de vérifier l'existence et la stabilité de l'équilibre sur le marché. Si les limites des outils issus du calcul des

variations[7] ne permettent pas de répondre à cette première question, la réponse à cette deuxième question est néanmoins possible.

Les contemporains

Le problème d'Evans (1924) et de Roos (1925) a été repris bien plus tard par Fershtman et Kamien (1987) qui fondent la littérature sur les *sticky-prices*. Ils analysent, pour le cas du duopole, l'équilibre de Nash d'*open-loop* en horizon infini. En posant $q = q_1 + q_2$ où q_i $(i = 1, 2)$ est la quantité vendue par la firme i, la dynamique est donnée par

$$\dot{p} = s\left(d - q + ap\right).$$

Ces auteurs s'intéressent principalement aux relations entre l'équilibre de Nash du jeu dynamique et l'équilibre de Cournot statique (obtenu lorsque $s \to \infty$) ainsi que les implications des différentes structures informationnelles[8]. Fershtman et Kamien (1987) calculent l'équilibre de la firme en horizon infini dans le cas du duopole. Dockner et Gaunersdorfer (2002) calculent en horizon fini et infini les équilibres de Nash d'*open-loop* et de *close-loop* pour n firmes.

Les différentes formes de politique de tarification se rencontrent. Elles peuvent être liées à une volonté de discrimination des consommateurs de la part des firmes (politique d'écrémage), à une logique de développement de la base installée (politique de pénétration) ou à la saturation du marché (courbe en U inversé). La mesure de ces différents déterminants est la source de nombreuses contributions.empiriques. Bils et Klenow (2004), par exemple, signalent l'im-

7. Rappelons que la commande optimale ne se diffuse véritablement qu'à partir de la traduction en anglais des travaux de Pontriaguine *et al.* (1962).

8. Le lecteur intéressé par les différents équilibres dans les jeux différentiels peut consulter Dockner *et al.* (2000).

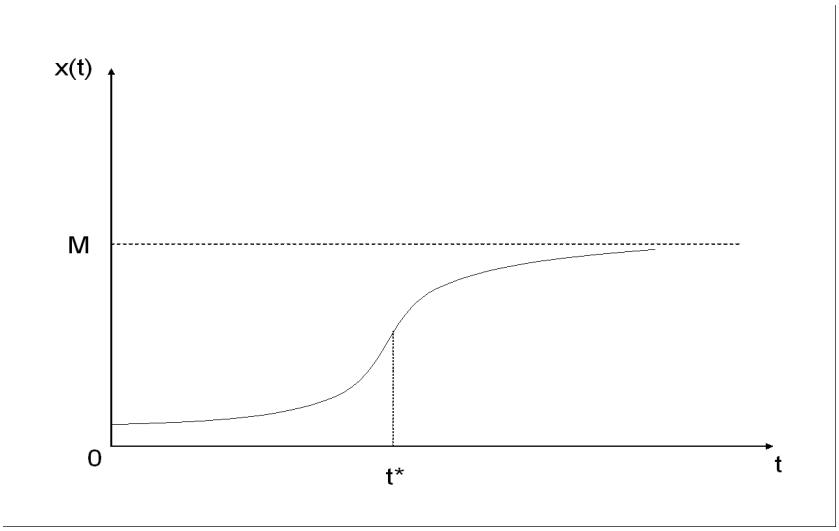
portance en pratique des *sticky-prices* et Noel (2007) les mesure sur le marché de détail du carburant.

Nous voyons donc que la question du monopole intertemporel est étudiée depuis les débuts de l'économie dynamique avec Evans (1924) et Tintner (1937). La généralisation des résultats au duopole est immédiate avec Roos (1925). Ces questions sont demeurées importantes en économie comme l'attestent les travaux de Fershtman et Kamien (1987) ou de Dockner et Gaunersdorfer (2002). Des développement sont réalisés pour tenir compte des anticipations des agents, en particulier par Noel (2007) ou Mackowiak et Widerholt (2009).

1.2.2 La conjecture de Coase

Intuition

La prise en compte des anticipations rationnelles des différents acteurs (firme en place et consommateurs) commence avec la conjecture de Coase (1972). Coase (1972) s'interroge sur la possibilité théorique de la politique d'écrémage. Selon lui, le monopole intertemporel de biens durables, lorsque les consommateurs anticipent l'évolution des prix, s'il ne peut s'engager de manière crédible sur la politique de prix, se concurrence lui-même intertemporellement et tarifie au coût marginal. Le monopole est ainsi face à un problème d'incohérence dynamique.



L'intuition est qu'en première période, le monopoleur pratique le prix de monopole A et propose la quantité M, maximisant ainsi son profit. En seconde période, il remarque qu'il peut encore profiter de la demande insatisfaite en vendant sa production à un prix plus bas. Il continue ainsi jusqu'à épuiser la demande en vendant au prix B, c'est à dire au coût marginal, la dernière quantité du bien. Le monopole aura vendu au final la quantité Q. Si les consommateurs anticipent cette pratique, alors la demande devient infiniment élastique au prix et ils n'acceptent d'acheter qu'au coût marginal puisqu'ils anticipent que ce sera le prix de la dernière période. Paradoxalement, le monopole intertemporel perd tout pouvoir de marché s'il ne peut s'engager sur les prix. Les solutions possibles pour sortir de cette impasse sont pour le monopole de rendre ses engagements de prix crédibles ou de diminuer la durabilité du bien. Ces deux pratiques sont de nature à lui rendre un certain pouvoir de marché.

La conjecture de Coase intègre des anticipations rationnelles des consommateurs sur l'évolution future des prix. C'est donc différent des modèles issus de l'article fondateur de Evans (1924) où les anticipations des consommateurs sont données.

Vitesse d'ajustement des prix

Bulow (1982) et Stokey (1981) formalisent la conjecture de Coase. Stockey (1981) montre que cette conjecture tient avec un modèle continu, mais pas forcément avec un modèle discret. Dans le modèle discret, si la période nécessaire à l'ajustement de la production est courte alors l'équilibre réalisé se rapproche de celui de la conjecture de Coase (lorsque la durée de la période tend vers zéro, la limite du modèle discret est le modèle continu). En revanche, lorsque la durée de la période s'allonge, le monopole retrouve son pouvoir de marché. Cette situation est en effet équivalente à celle où le monopoleur s'engage de manière crédible sur des prix pour la durée de la période de production. Gul et Sonnenschein (1986) montrent que pour des fonctions de demande plus générales, le profit intertemporel du monopoleur est nul lorsque la durée entre deux réajustements de prix tend vers zéro. Ainsi, paradoxalement, plus le monopoleur peut changer rapidement le prix de son bien pour satisfaire la demande, plus il perd son pouvoir de monopole.

Bulow (1982) remarque aussi que le monopole peut éviter la conjecture de Coase en proposant du *leasing* plutôt que de la vente. L'intuition est que le monopole loue en seconde période des produits déjà utilisés en première période. Ainsi le monopole internalise la manière dont ses décisions de seconde période affectent la valeur de son produit en première période.

La décroissance des coûts

Le prix de certains produits, comme les produits technologiques tels que les ordinateurs ou les consoles, décline au cours du temps (Stokey, 1979). C'est aussi le cas d'autres biens comme les livres ou les films qui, lors de leur lancement sont vendus à un prix unique

pour tous les consommateurs. Leur prix diminue ensuite avec le temps lorsque le bien change de support (un livre est d'abord distribué en édition reliée puis en format de poche, un film sort en premier lieu au cinéma, puis en DVD puis passe à la télé). Si dans certains cas, la baisse de ces prix peut-être attribuée à la baisse des coûts de production associés au support du bien, cela sert souvent à tirer profit des différences entre les prix de réservation des consommateurs.

Stokey (1979) montre que lorsque le vendeur peut s'engager sur des prix futurs, la discrimination intertemporelle n'est jamais optimale si les coûts de production sont nuls (la conjecture de Coase est vérifiée). Dans ce cas, l'entreprise vend toute sa production en première période. En revanche, si les coûts de production sont suffisamment importants et décroissants avec le temps (en raison de l'apparition de nouvelles technologies), alors la firme peut pratiquer une politique d'écrémage. La décroissance des coûts peut être exogène et liée à l'apparition de technologies de production moins couteuses. Elle peut aussi être endogène et venir de l'apprentissage de l'activité de production (Arrow, 1962). Dans tous les cas, qu'il y ait ou non discrimination intertemporelle, l'entreprise profite de son pouvoir de monopole, respectivement en augmentant le prix et en ne vendant le produit qu'en première période ou en commençant les ventes avec un prix élevé qui diminue ensuite graduellement.

La prise en compte des externalités de réseau

Pour Bensaid et Lesne (1996), la conjecture de Coase est remise en cause lorsque le bien présente des externalités de réseau. Lorsque ces externalités sont suffisamment importantes, les prix de la firme augmentent au cours du temps. Economides (2000) retrouve ce ré-

sultat dans un modèle à deux périodes. L'intuition du résultat est que, en présence d'externalités de réseau positives, la valeur que le consommateur attribue au bien augmente continuellement avec la base installée (donc avec les ventes passées). Ainsi au fur et à mesure de la diffusion du bien, la disponibilité à payer des consommateurs augmente et le monopole peut en tirer partie. Remarquons que dans ce cas, la politique de tarification mise en place n'est plus l'écrémage étudié initialement dans la conjoncture de Coase mais la politique de pénétration.

Applicabilité de la conjecture de Coase

Tout d'abord, pour Stokey (1979), la discrimination intertemporelle par les prix est envisageable pour des biens durables. La caractéristique d'un bien durable est de ne nécessiter qu'un seul achat comme un ordinateur ou un téléphone portable. Il s'oppose au bien à achat répété comme l'abonnement à internet. Ensuite, la firme est en situation monopolistique (ou elle doit avoir un certain pouvoir de marché pour lever la contrainte de tarification au coût marginal) et peut s'engager sur des prix. Enfin, les consommateurs disposent d'un prix de réservation différent (dû à une différence dans l'évaluation de la valeur du bien et/ou dans leur impatience à consommer).

Waldman (2003) ajoute que, pour que la conjecture de Coase soit correcte, les stratégies des acheteurs ne doivent pas dépendre du comportement passé du monopole. Ainsi, la formation de la réputation du vendeur n'est pas possible. Toutefois, comme Ausubel et Deneckere (1989) le montrent, si la formation de la réputation est possible et si le coût marginal est supérieur ou égal à la plus faible valeur de réservation du consommateur, alors il existe des équilibres

tels que le monopole retrouve une partie ou l'ensemble de son pouvoir de monopole.

Enfin, la conjecture de Coase ne s'applique pas si les coûts diminuent ou la qualité augmente suffisamment vite (Stockey, 1979). La diminution des coûts peut être exogène (le progrès technique se diffuse) ou endogène (indirect et liée à l'apprentissage en production ou direct et liée à un investissement en innovation). De la même manière l'augmentation de la qualité peut être exogène ou endogène. Elle est indirecte en présence d'externalité de réseau (Bensaid et Lesne, 1996 ; Economides, 2000) ou directe avec un investissement (Saha, 2007).

1.2.3 Outils analytiques et questions traitées

Les développements successifs de l'analyse de la tarification dynamique ont été contraints par les outils d'optimisation dynamique disponibles. Les premiers travaux sur le monopole dynamique (Evans, 1924 ; Tintner, 1937) utilisent les techniques du calcul des variations. Bien que le développement de cet outil commence dès les *Principia* de Newton en 1687, le résultat le plus important de cette branche des mathématiques est *l'équation d'Euler*, formulée en 1744. Les conditions d'utilisation de cet outil nécessitent que soient donnés à la fois le prix intial et le prix terminal. Pouvoir donner à l'avance ce dernier prix constitue une hypothèse forte de cette approche. En particulier, si Evans (1924) montre qu'il existe une politique de tarification convergente, la forme de la politique de tarification est difficile à identifier. En développant un modèle plus général, Tintner (1937) arrive à des résultats analytiques simples et élégants et identifie les différences entre les règles d'optimisation des cadres statiques et dynamiques. Ainsi, malgré des limites du réalisme de la situation

étudiée inhérentes à l'outil utilisé, le calcul des variations a été utilisé à partir des années 1920 par les économistes. Il a permis l'étude de la tarification intertemporelle et a apporté des résultats intéressants et originaux.

La théorie du contrôle optimal généralise le calcul des variations. Il faut attendre Pontriaguine (1962) pour que la connaissance de cet outil se diffuse. Le principal résultat de cette branche est connu sous le nom de *principe du maximum*. Dans cette théorie, l'attention porte sur la variable de contrôle (le prix dans la tarification dynamique). Elle permet donc de caractériser plus finement les politiques de tarification. Elle a permis en particulier la modélisation de la conjecture de Coase (1972) par Stockey (1979, 1981) ou Bulow (1982). C'est grâce à cet outil que les conditions d'application de cette conjecture ont été dégagées. Une fois encore, le traitement de ces questions est rendu possible grâce à l'avancée des outils d'analyse.

La prise en compte des interactions stratégiques entre les acteurs et donc l'étude de la concurrence dans un cadre dynamique a dû attendre le développement des jeux différentiels. La théorie des jeux différentiels généralise la théorie du contrôle optimal en modélisant les décisions intertemporelles de plusieurs acteurs. Les premiers auteurs à travailler sur ce sujet sont en particulier Isaacs (1965) et Friedman (1971). L'application de cet outil au duopole dynamique se fait avec Fershtman et Kamien (1987).

Notons qu'un délai pour la diffusion et l'utilisation des différents outils d'optimisation dynamique par les économistes a toujours été nécessaire. La durée de ce délai s'est toutefois réduite entre chaque outil. En outre, la succession des méthodes d'analyse a permis la résolution de problèmes à la fois plus généraux, plus réalistes et plus complexes.

1.3 Les modèles de diffusion

Les modèles de diffusion sont les premiers à caractériser les effets dynamiques au niveau de l'offre et au niveau de la demande. En raison de leur importance pour la tarification dynamique, nous les présentons dans cette revue de littérature.

1.3.1 Préliminaires

La place des modèles de diffusion

La littérature sur les modèles de diffusion est incontournable en *management science* (Putsis *et al.*, 1997 ; Bass, 2001, 2004). A ce titre, Frank Bass, l'un des pionniers de la littérature sur la diffusion qui développele le modèle de Bass (1969) est élu en 1977 Président de The Institute of Management Science (TIMS), l'ancêtre d'INFORMS. Un modèle de diffusion décrit l'évolution des ventes d'un nouveau produit en intégrant les différents effets dynamiques à la fois au niveau de l'offre et au niveau de la demande (Vives, 1999). Au niveau de l'offre, c'est principalement l'impact de l'expérience de la production qui est étudié. Au niveau de la demande, les phénomènes de bouche à oreille, de réduction de l'incertitude sur les caractéristiques du produit, les externalités de réseau ainsi que les effets de saturation sont pris en compte. Les ventes passées, via ces différents effets dynamiques, influencent les ventes courantes. La modélisation explicite de ces effets sur les conditions de production et sur la demande courante permet d'appréhender leurs impacts. Cela permet en particulier d'expliquer les ventes de nouveaux produits ainsi que la forme des politiques de tarification qui leur sont associées. La littérature sur les modèles de diffusion poursuit ce but de manière systématique.

Les modèles de diffusion, utilisés tout d'abord pour décrire l'évolution des ventes de nouveaux produits, se sont diffusés à de nouveaux champs disciplinaires. L'économie de l'innovation en particulier utilise ces modèles pour l'analyse de la diffusion des technologies (Stoneman, 2001).

Les objectifs des modèles de diffusion

La prévision La prévision des ventes est historiquement le premier objectif des modèles de diffusion (Mahajan et Wind, 1992). La première application de ces modèles concerne la prévision des ventes de biens durables (Bass, 1969). Ils ont ensuite été appliqués aux services, aux biens technologiques (aux composants électroniques, aux biens télécom, à la télévision haute définition ou à la télévision par satellite en particulier), aux biens médicaux, à l'agriculture, ou à l'éducation (Krishnan *et al.*, 2000 ; Bass *et al.*, 2001). Ces modèles servent autant pour les biens de type B2C que B2B (Bass, 2004). De nombreuses compagnies ont utilisé des modèles de diffusion pour prévoir leurs ventes parmi lesquelles Eastman Kadak, RCA, IBM, Sears et ATT (Jiang *et al.*, 2006). Différentes techniques ont été développées pour la prévision suivant l'existence ou non de données disponibles (Chatterjee *et al.*, 2000). L'utilisation des méthodes de prévision s'est généralisée. Les prévisions peuvent par exemple être simplement réalisées sur le site http ://www.bassbasement.org/.

La description Les modèles de diffusion suivent une approche analytique qui décrit l'importance d'un phénomène de diffusion. Ainsi, ils peuvent servir de support pour expliquer les données et tester des hypothèses particulières quant à la diffusion d'un processus (Bass, 1980 ; Mahajan *et al.*, 1990) ou permettre d'estimer les paramètres

d'une spécification particulière d'un modèle (Chatterjee *et al.*, 2000). Ainsi, Rao et Yamada (1988) utilisent les modèles de diffusion pour tester l'impact des attributs perçus d'un produit sur la forme de sa diffusion. Rangaswamy et Gupta (2000) s'intéressent à la vitesse de diffusion d'internet par rapport aux autres media. Ladron *et al.* (2007) analysent le sens de la causalité entre la diffusion des ordinateurs personnels et d'internet.

Les effets dynamiques

Chatterjee (2009) discute les différents effets dynamiques qui impactent la tarification. Il montre comment ils ont été modélisés dans la littérature.

L'apprentissage Lors de la production de certains produits, l'observation montre que la productivité courante est liée à la production passée. En fait, la productivité dépend de l'expérience passée dans la production d'un bien particulier. Ce phénomène d'apprentissage par la pratique est documenté dans de nombreuses activités et mis en évidence de manière empirique par le Boston Consulting Group (1972). C'est le cas notamment de la construction aéronautique, des semi-conducteurs ou dans la chimie (Fudenberg et Tirole, 1983). L'étude de cette question commence avec Alchian (1959) et Hirsh (1952). Arrow (1962) formalise cette intuition et utilise la production passée comme *proxy* pour l'expérience accumulée. L'apprentissage par la pratique implique que la productivité augmente avec la production cumulée. Cette augmentation de la productivité se reflète dans la décroissance des coûts de production unitaires. Notons que dans une situation oligopolistique, un phénomène intéressant est l'appropriation de l'apprentissage d'une firme par les autres. Il

s'agit d'effets de bord (*spillover*) de l'apprentissage. Nous ne développerons pas ce point qui apparait surtout pour des firmes en concurrence pour des produits nécessitant de la recherche et développement.

Les effets de diffusion Les effets de diffusion concernent l'ensemble des phénomènes liés à une plus haute pénétration du marché qui impactent la probabilité d'achat. Ces phénomènes incluent une plus grande connaissance du marché grâce au bouche à oreille (Rogers et Shoemaker, 1971), l'auto-publicité du produit, la réduction de l'incertitude liée à une meilleure réputation du produit (Bass, 1969 ; Dolan et Jeuland, 1981 ; Kalish, 1983 ; Schmalensee, 1982 ; Rao et Kartono, 2009).

Le bouche à oreille est un effet d'imitation. Il constitue une influence interne sur les ventes. Il est lié aux interactions sociales des acheteurs passés qui font connaître le produit. Plus le nombre d'acheteurs d'un produit est important, plus le bouche à oreille est fort. Notons que cet effet est souvent supposé positif et qu'il a donc un effet positif sur les ventes. C'est le cas pour un produit de bonne qualité. Le bouche à oreille peut aussi être négatif. C'est ce qui arrive lorsque les acheteurs découvrent que le produit ne leur convient pas.

Dans le cas de biens durables, c'est à dire des biens pour lesquels une unité seulement est vendue à chaque acheteur, chaque nouvelle vente réduit le marché futur. Au fur et à mesure des ventes, il reste de moins en moins de demande non déjà satisfaite, ce qui réduit les ventes futures (Bass, 1969 ; Kalish, 1983).

Les externalités de réseau La disponibilité à payer pour certains produits augmente avec la base installée (l'ensemble des utilisateurs de ce produit). Ce phénomène constitue une externalité de réseau

positive. Le concept d'externalité de réseau, défini par Rohlfs (1974), signifie que la valeur d'un produit pour un utilisateur dépend du nombre des autres utilisateurs de ce produit. De manière plus précise, la valeur d'adhérer à un réseau dépend du nombre de personnes connectées à ce réseau (Katz et Shapiro, 1985, 1994 ; Farrell et Saloner, 1986, Arthur, 1989 ; Economides, 1996). L'augmentation de la valeur d'un produit avec la base installée découle de trois facteurs : l'échange, la stabilité et les bénéfices extrinsèques. Economides (1996) insiste sur l'échange possible de contenus ou de programmes entre les utilisateurs d'un bien de réseau. Cette caractéristique augmente la valeur du bien de réseau. Par ailleurs, pour Katz et Shapiro (1992), les utilisateurs préfèrent les biens pour lesquels existe une base installée conséquente car elle reflète la stabilité de long terme du produit sur le marché. Il s'agit d'une source de réduction d'incertitude quant à la future utilisation possible du bien. Ce point est d'autant plus important que l'utilisation du produit est liée à la présence d'autres biens. Les consommateurs préfèrent un bien davantage susceptible de recueillir des bénéfices complémentaires avec des contenus liés comme des manuels, des livres, des extensions ou du personnel qualifié (Parker et Van Alstyne, 2005). En troisième lieu, les consommateurs actuels forment des anticipations sur la taille future d'un réseau (Katz et Shapiro, 1985). C'est une différence fondamentale avec les marchés conventionnels. Le concept de *mindshare* est utilisé pour décrire la connaissance d'un produit par les consommateurs et pour apprécier un futur succès (Parker et Van Alstyne, 2005). Il capture donc en partie les anticipations des consommateurs sur le déploiement futur d'un produit. Plusieurs études suggèrent que ces externalités de réseau sont de nature à freiner ou à accélérer l'adoption d'un produit voire même

à pousser à l'adoption d'un produit à technologie inférieure (Farrell et Saloner, 1985).

1.3.2 Le modèle de Bass de base

Préliminaires

L'article fondateur sur les modèles de diffusion est dû à Bass (1969). Le modèle est appelé Modèle de Base de Bass (MBB) par la suite dans la littérature. Cet article a été désigné par les membres d'INFORMS[9] comme l'un des dix articles parus dans la revue *Management Science* dont l'impact a été le plus fort. De nombreux modèles ultérieurs se réduisent au MBB sous certaines conditions. Par ailleurs, le MBB a été appliqué à de nombreux biens technologiques comme la télévision par satellite, le téléphone par satellite, les projecteurs LCD, les technologies médicales, les téléphones sans fil et sur IP, les composants électroniques, ainsi qu'à l'accès à internet (Bass, 1995, 2004). En outre, ce modèle est la composante principale de modèles plus généraux qui traitent de la diffusion de générations successives de technologies (Norton et Bass, 1987, 1992 ; Schmidt et Druehl, 2005), de la diffusion entre différentes catégories de produits (DeKimpe *et al.*, 2000 ; Mahajan *et al.*, 2000, Van den Bulte et Joshi, 2007) et de la diffusion dans un contexte international (Putsis *et al.* 1997 ; Talukdar *et al.*, 2002). L'adaptation du MBB permet aussi de traiter de questions de compatibilité entre produits (Xie et Sirbu, 1995). Les résultats issus des modèles de diffusion ont une influence aussi bien théorique que pratique (Bass, 2004). Cela justifie donc de présenter le MBB de manière complète.

Le MBB modélise deux groupes d'acheteurs. Bass (1969) appelle le premier groupe les "innovateurs" et le deuxième les "imitateurs".

9. Institute for Operations Research and the Management Science.

Ces deux groupes sont aussi connus sous le nom d'*early adopters* et de *late adopters*. Pour Lekvall et Wahlbin (1973), les innovateurs et les imitateurs subissent respectivement une influence externe (la publicité par exemple) et une influence interne (le bouche à oreille). Rappelons que des travaux précédents ont modélisé séparément ces deux effets. Fourt et Woodlock (1960) modélisent la seule influence externe (publicité) et Mansfield (1961) intègre la seule influence interne (bouche à oreille). Le MBB analyse conjointement l'impact de ces deux influences sur les ventes courantes.

Le MBB permet de prévoir et d'expliquer l'évolution et la forme des courbes de ventes sur l'ensemble du cycle de vie du produit (Van den Bulte et Stremersch, 2004, Van den Bulte et Joshi, 2007). Ce modèle n'intègre pas le prix et ne donne donc pas d'idées sur la forme et les propriétés des politiques de tarification. Toutefois, une grande partie de la littérature sur la tarification intertemporelle (Robinson et Lakhani, 1975 ; Kalish, 1983 ; Krishnan *et al.*, 1999 ; Dockner *et al.*, 2000 ; Ladron *et al.*, 2007 ; Chatterjee, 2009) et des modèles de qualité (Jorgensen et Zaccour, 2004) est issue des modèles de diffusion.

Présentation probabiliste

Bass (1969) propose une interprétation probabiliste de son modèle de ventes. Le MBB modélise la probabilité conditionnelle de vendre un bien à la date t à un consommateur, sachant qu'il n'a pas déjà acheté le bien. Cette probabilité conditionnelle est proportionnelle à l'importance des innovateurs dans la population capturée par p. Elle est aussi proportionnelle au niveau de bouche à oreille q généré par les personnes ayant déjà acheté le produit. $(p, q) \in \mathbb{R}^{2+}$ sont ainsi respectivement les coefficients d'innovation et d'imitation.

Il s'agit de coefficients de contagion sociale (Van den Bulte et Stremersch, 2004).

Avec $f(t)$ la densité des ventes courantes en t, $F(t)$, la répartition des ventes courantes en t, la probabilité de vente conditionnelle en t est donnée par :

$$\frac{f(t)}{1-F(t)} = p + qF(t) \tag{1.2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{dF}{(p+(q-p)F - qF^2)} = dt. \tag{1.3}$$

L'équation (1.2) signifie que la probabilité conditionnelle qu'un achat soit effectué en t sachant qu'il n'a pas encore été réalisé est une fonction linéaire du nombre d'acheteurs précédents [10] (Bass, 1969).

En posant $F(0) = 0$ (la base installée est nulle au début du cycle de vie du produit), la solution de l'équation différentielle (1.3) est :

$$F(t) = \frac{1-e^{-(p+q)t}}{1+\frac{q}{p}e^{-(p+q)t}}, \tag{1.4}$$

et la fonction de densité :

$$f(t) = \frac{\frac{(p+q)^2}{p}e^{-(p+q)t}}{\left(1+\frac{q}{p}e^{-(p+q)t}\right)^2}. \tag{1.5}$$

En différenciant (1.5) par rapport à t, nous obtenons le moment du pic d'adoption donné par :

$$t^* = \frac{\ln\frac{q}{p}}{p+q}. \tag{1.6}$$

Jian *et al.* (2006) montrent que le MBB est symétrique autour de t^*. Nous utilisons la notation $\dot{x}(t)$ pour la dérivée de toute variable x par rapport au temps t. Le montant des ventes courantes $\dot{x}(t)$ est

10. En suivant Mansfield (1986), ce résultat vient de l'expansion de série de Taylor au premier ordre de la fonction de probabilité conditionnelle $\frac{f(t)}{1-F(t)} = Z\left(\frac{q}{M}\right)$ où $M > 0$ est la taille du marché.

donné par

$$\dot{x}(t) = Mf(t).$$

Les ventes courantes en t^* sont données en substituant (1.6) dans (1.5) et en multipliant par M. Ainsi :

$$\dot{x}(t^*) = \frac{M(p+q)^2}{4q}. \tag{1.7}$$

Les ventes cumulées en t^* sont $x(t^*) = \int_0^{t^*} \dot{x}(t)\,dt$, soit :

$$x(t^*) = \frac{M(q-p)}{2q}.$$

Présentation en termes de ventes courantes

De nombreuses extensions du MBB sont faites dans la littératures (Kalish, 1983 ; Xie et Sirbu, 1995 ; Jorgensen *et al.*, 2000, Van den Bulte et Joshi, 2007). Les modèles proposés font référence à une interprétation en termes de ventes du MBB. Comme cette interprétation est très utilisée et que nous nous en servons par la suite dans le travail de thèse, nous la décrivons ci-dessous.

En notant que $MF(t) \equiv x(t)$ et $Mf(t) \equiv \dot{x}(t)$, (1.2) peut se réécrire comme :

$$\begin{aligned} f(t) &= \left(p + \frac{q}{M}x(t)\right)\left(1 - \frac{x(t)}{M}\right) \\ &\Leftrightarrow \dot{x} = \left(p + \frac{q}{M}x(t)\right)(M - x(t)). \end{aligned} \tag{1.8}$$

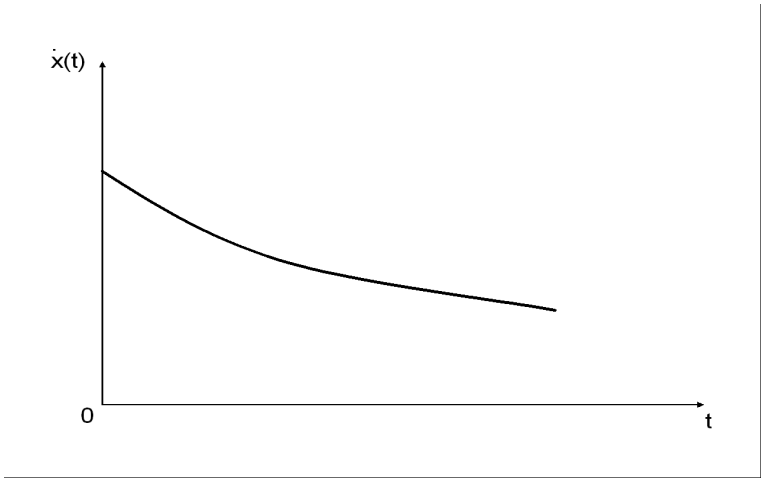
Par la suite, nous omettrons à des fins d'allégement de l'écriture l'argument t des fonctions. En faisant les changements de variable $a \equiv p$ et $b \equiv \frac{q}{M}$, en subsituant dans (1.8), l'évolution des ventes

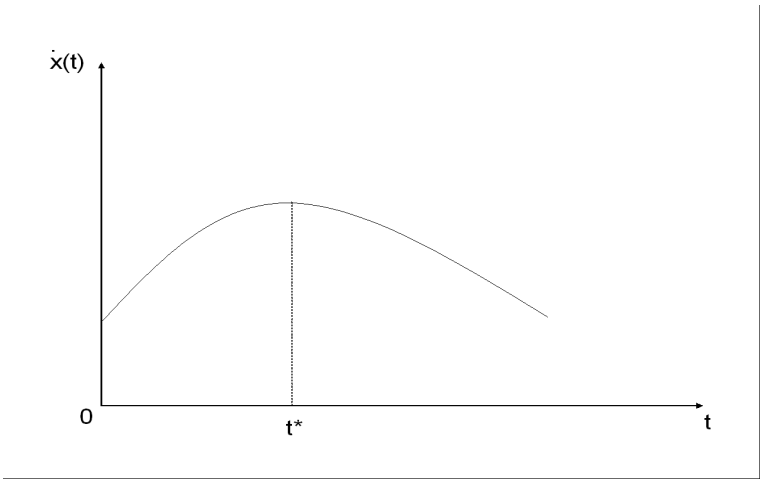
courantes $\dot{x}(t)$ au cours du temps est :

$$\dot{x} = (a + bx)(M - x). \tag{1.9}$$

Le terme $(M - x)$ capture l'effet de saturation du marché. En effet, au lancement du produit, les ventes sont faciles. Par la suite, plus le volume total des ventes x se rapproche de la capacité d'absorption du marché M, moins les ventes sont fortes. Cet effet est typique lorsque le bien est durable parce que les acheteurs n'ont pas besoin de le racheter. Il disparaît pour la diffusion sur un marché de bien non durable. Le terme $(a + bx)$ implique que la vente dépend linéairement des coefficients d'innovation a et d'imitation b. Ils sont par la suite souvent utilisés dans la littérature, notamment par Dockner et Jorgensen (1988), Xie et Sirbu (1995), Dockner *et al.* (2000).

Bass (1969) montre en particulier que lorsque le coefficient d'innovation a est supérieur (resp. inférieur) au coefficient d'imitation multiplié par la capacité du marché bM, les ventes diminuent dans le temps (ref figure) (resp. augmentent puis décroissent).

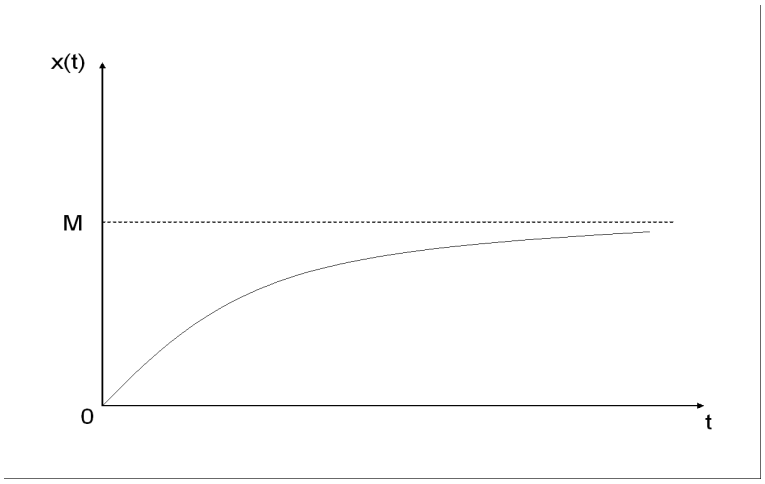


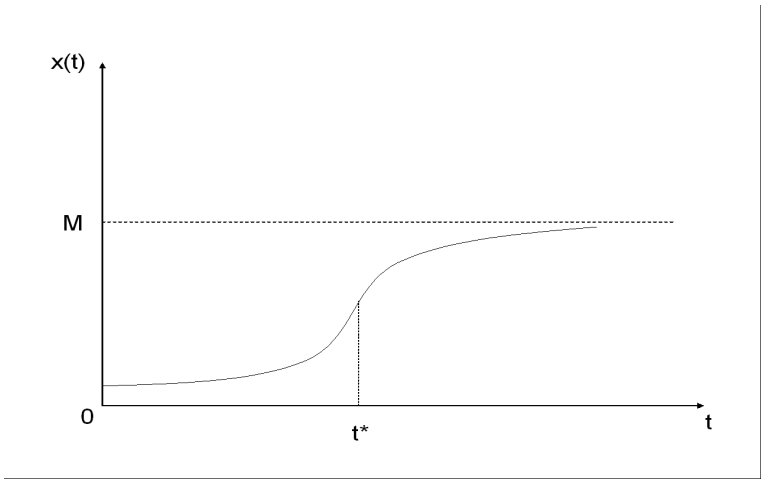


Le premier cas est celui où l'effet de bouche à oreille est faible $(a > bM)$ ou négatif (les consommateurs sont informés par les précédents acheteurs que le produit n'est pas intéressant et ne l'achètent pas). Dans le deuxième cas, le bouche à oreille est positif et suffisamment fort. En début de cycle, les ventes augmentent car les premiers acheteurs recommandent le produit alors que peu de personnes l'ont encore acheté. Par la suite, lorsque beaucoup de consommateurs ont acheté, le marché devient saturé. Les ventes déclinent alors lorsque ce second effet de saturation l'emporte sur le premier. C'est ce deuxième cas qui est le plus analysé dans la littérature. Pourtant, les nouveaux produits ne parviennent pas à avoir du succès pour 40 à 90% d'entre eux (Mahajan *et al.*, 2000). La littérature sur les nouveaux produits se concentre donc implicitement sur les produits qui parviennent à rencontrer les besoins des consommateurs. Ils n'expliquent de ce fait pas la dynamique des ventes d'une grande partie de produits.

Dans les premier et deuxième cas, les courbes de diffusion sont respectivement concave et en forme de S. Le retournement de courbure de la courbe en S a lieu au point où l'effet de saturation l'emporte sur l'effet de bouche à oreille. Avant ce point, les ventes

croissent exponentiellement. Elles décroissent après le point d'inflexion de manière exponentielle.





Ce deuxième graphique est intéressant à la fois d'un point de vue théorique, et surtout d'un point de vue pratique. En effet, il montre que lorsque le bouche à oreille est élevé, les ventes d'un nouveau produit augmentent de manière exponentielle. Du coup, les vendeurs du bien, s'ils extrapolent les ventes futures en fonction de l'évolution des ventes passées peuvent devenir exagérément optimistes. En effet, ils risquent de ne pas tenir compte de l'effet de saturation (Bass, 2004). A ce titre, le MBB constitue un cadre utile pour prévoir le point d'inflexion de la courbe des ventes. Cela permet d'anticiper la baisse exponentielle des ventes qui arrive nécessairement avec l'effet de saturation. Par ailleurs, Bass (1995) et Mahajan *et al.* (1995, 2000)

rappellent que les processus de diffusion en S sont très courants en pratique.

1.3.3 Le modèle de Bass généralisé

Le MBB explique bien la courbe d'adoption empirique pour de nombreux nouveaux produits, alors même qu'il ne prend pas en compte de variable de décision pour la firme (Bass *et al.* 1994). En effet, la "courbe de Bass", selon laquelle les ventes courantes augmentent jusqu'à un pic puis déclinent, existe même en présence de grandes variations de prix (Bass, 2004). Bass *et al.* (1994) proposent une généralisation du MBB appelée Modèle de Bass Généralisé (MBG). Ils montrent que le MBG, sous certaines conditions, se réduit au MBB. En ce sens, le MBG est une construction plus générale que le MBB. Il permet d'expliquer pourquoi le MBB, qui n'intègre pas de variable de décision, explique les données empiriques de ventes de produits influencées par ces variables. C'est la raison pour laquelle, alors que le MBB n'inclut pas de variable de décision, il est utilisé dans les études empiriques pour prévoir l'évolution des ventes même si, depuis Lakhani et Robinson (1975), les modèles peuvent intégrer ces variables de décision.

Le MBG est construit de manière à introduire des variables de décision, tout en se réduisant au MBB sous des conditions de régularité plausibles. La généralisation du taux de diffusion du MBB implique le membre droit de l'équation (1.2). La généralisation la plus évidente est de permettre aux paramètres p et q de varier au cours du temps. En préservant le caractère fondamental de l'équation précédente, Bass *et al.* (1994) proposent avec $A : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ la

fonction de décision :

$$\frac{f(t)}{1-F(t)} = (p + qF(t))\, A(t)\,. \tag{1.10}$$

$A(t)$ capture l'effet courant de la dynamique des variables *marketing* telles que le prix ou la publicité sur la probabilité conditionnelle d'adoption en t. Cette variable peut aussi capturer les effets de retard. La fonction d'effort de *marketing* permet de déplacer le taux de diffusion vers le haut ou vers le bas. (1.10) n'est pas la forme la plus générale puisque p et q pourraient dépendre du choix de $A(t)$ et en particulier de la tarification. Elle assure toutefois d'obtenir une solution qui soit proche de celle du MBB.

La résolution [11] de (1.10) donne :

$$F(t) = \frac{1 - pe^{-(A(t)-A(0))(p+q)}}{1 + \frac{q}{p}e^{-(A(t)-A(0))(p+q)}}. \tag{1.11}$$

$A(t)$ peut s'analyser comme l'impact du prix, du niveau de publicité ou de la qualité du produit en t. En ce sens, la fonction des ventes cumulées (1.11) est donc une fonction de cette variable de *marketing* cumulée.

La fonction de densité s'obtient en différenciant (1.11) par rapport à t :

$$f(t) = \frac{A(t)\,\frac{(p+q)^2}{p}e^{-(A(t)-A(0))(p+q)}}{\left(1 + \frac{q}{p}e^{-(A(t)-A(0))(p+q)}\right)^2}. \tag{1.12}$$

Le taux d'adoption dépend donc à la fois de la politique de *marketing* courante $A(t)$ et de l'effort de la politique de *marketing* cumulée $A(t) - A(0)$. Bass *et al.* (1994) montrent que si $A(t)$ est connu pour tout t alors l'équation (1.12) explicite le lien fonctionnel entre f et

11. En posant $F(0) = 0, pe^{-(A(t)+C)(p+q)} = 1$ et avec la constante d'intégration $C = \frac{\ln p}{p+q} - A(0)$.

t. Notons que si $A(t) = 1$ pour tout t, alors $f(t)$ donnée par (1.12) est identique à $f(t)$ donnée par (1.5). Par ailleurs, si A est inconnu mais largement corrélé au temps alors le MBB, même si mal spécifié, donnera une description acceptable du schéma de diffusion. Ainsi, si les données sont générées par (1.12), (1.5) en donnera une bonne description. Il s'agit d'un exemple classique du principe selon lequel lorsque certaines variables sont omises, mais fortement corrélées à d'autres incluses dans le modèle (t), une mauvaise spécification du modèle permet une bonne explication des données. Ainsi, d'un point de vue de prévision, même en omettant certaines variables, (1.5) donne une base de travail acceptable. Toutefois, afin de comprendre, d'un point de vue théorique, les mécanismes liés aux variables de décision et obtenir des prescriptions sur leur utilisation, il est important de spécifier correctement le modèle.

Rappelons que selon (1.6), les ventes courantes sont symétriques autour de t^*. Comme le rappellent Mahajan *et al.* (1990), plusieurs modèles de diffusion ont été développés autour de modifications du MBB. Ces modèles permettent des distributions asymétriques autour du pic d'adoption. Ils sont en ce sens plus flexibles que le MBB. Une fonction bien choisie pour $A(t)$ en (1.12) permet tout moment pour le pic d'adoption et donne une grande variété de forme pour la fonction de densité (1.12).

Prenons le cas particulier où la variable de décision $A(t)$ dépend linéairement du temps. Ainsi $A(t) = ct$. En substituant dans (1.12) avec $A(t) = 0$, nous obtenons :

$$f(t) = \frac{\frac{(p'+q')^2}{p'} e^{-(p'+q')t}}{\left(1 + \frac{q}{p} e^{-(p'+q')t}\right)^2}, \tag{1.13}$$

où $p' = cp$ et $q' = cq$. Nous remarquons qu'en présence d'un ni-

veau de décision sur le prix ou sur le niveau de publicité constant, d'un point de vue empirique, (1.13) est équivalente à (1.12) . Dans ce cas, le MBB explique aussi bien les données que le MBG spécifié en (1.13) . Notons que le moment du pic d'adoption dépend de l'effort du *marketing* courant c. En différenciant (1.13) par rapport à t et en résolvant pour t^*, nous obtenons :

$$t^*(c) = \frac{\ln \frac{q}{p}}{c(p+q)}. \tag{1.14}$$

Le moment du pic d'adoption t^* diminue donc avec l'effort de *marketing*. En substituant (1.14) dans (1.13) et en résolvant en $\dot{x}(t^*(c))$ où $\dot{x}(t) = Mf(t)$ et M le marché final total pour le produit, nous obtenons :

$$\dot{x}(t^*(c)) = \frac{M(p+q)^2}{4q}c. \tag{1.15}$$

Les ventes courantes au moment du pic varient de manière directement proportionnelle au niveau de la variable de décision c. Bass *et al.* (1994) montrent qu'un grand nombre de modèles de la littérature sont équivalents au modèle de Bass lorsque les variables de décisions prises en compte sont constantes au cours du temps. Ainsi en est-il du premier modèle qui intègre les variables de décision (Robinson et Lakhani, 1975). D'autres travaux étendront le MBG. Krishnan *et al.* (1999) en particulier postulent que le prix affecte à la fois la taille du marché et la vitesse de diffusion du produit. Le grand intérêt du MBG par rapport aux modèles de tarification est de pouvoir expliquer les données concernant l'évolution de ventes même en l'absence de données sur les prix (Bass, 2004). C'est en ce sens un modèle robuste à la tarification, même s'il n'est pas un modèle de tarification. De manière plus précise, le MBG peut prendre en compte les don-

nées concernant la tarification du produit et évaluer leur impact sur la diffusion du bien. Toutefois, il ne peut déterminer la politique de tarification optimale. Dans le MBG, le prix est donc une variable exogène (donnée) et non endogène (issue du modèle). Il permet ainsi de faire le lien entre les modèles de diffusion purs (c'est à dire qui n'incluent pas la tarification) et les modèles de tarification qui reposent sur des effets de diffusion (et dont la détermination de la tarification optimale est l'objectif).

1.3.4 La diffusion multiproduits

La diffusion simultanée de produits

La généralisation de la diffusion monoproduit au cas multiproduits offre un cadre plus réaliste pour la compréhension des relations interproduits. La littérature sur la diffusion multiproduits part de l'hypothèse que toutes les relations interproduits ne sont pas forcément substituables. Les bases installées de produits complémentaires augmentent les ventes futures de chacun des produits considérés. Bayus *et al.* (2000) montrent en particulier que les ventes des ordinateurs personnels et des logiciels se sont renforcées les unes les autres pendant ving-cinq ans. Peterson et Mahajan (1978) sont les premiers à modéliser les ventes d'un marché en fonction de la base installée (des ventes passées) d'un autre bien. Ils proposent

$$\begin{cases} \dot{x_1} = (a + bx_1 + cx_2)(M_1 - x_1) \\ \dot{x_2} = (d + ex_2 + fx_1)(M_2 - x_2) \end{cases} . \tag{1.16}$$

pour étudier les effets de diffusion multiproduits. Notons que le prix n'est pas pris en compte ici. Il ne s'agit que d'un modèle de vente et non d'un modèle de tarification.

Le système de diffusion (1.16) est généralisé par Van Den Bulte et Joshi (2007). En appliquant ce modèle sur 33 séries temporelles différentes, ils montrent qu'une mauvaise spécification du modèle (en particulier l'omission d'un paramètre) modifie systématiquement l'estimation des autres paramètres. La prise en compte des différentes canaux de diffusion est donc fondamentale.

La diffusion peut aussi se faire par des effets de contagion au niveau international. Dans ce cas, en généralisant le système (1.16), l'indice i se réfère à la diffusion d'un même produit dans le pays i avec $i = (1, ..., n)$ où n est le nombre de pays considérés. A ce titre, Putsis *et al.* (1997) montrent l'importance, au sein des pays de l'Union Européenne de la prise en compte, pour étudier la diffusion d'un produit dans un pays particulier, de la diffusion de ce produit dans les autres pays de l'Union. Talukdar *et al.* (2002) s'intéressent à la diffusion des multinationales entre différents pays. Ils soulignent que l'augmentation de 1% de la participation d'un pays dans les échanges internationaux et du niveau d'urbanisation facilite la diffusion des produits. Ce résultat suggère donc que, à l'échelle internationale, les coefficients b, c, e et f sont significatifs.

Kalish *et al.* (1995) analysent une firme qui propose un bien dans plusieurs pays. Ils se demandent si, pour tirer au mieux profit des effets de diffusion, il est préférable de vendre le bien dans tous les pays simultanément ou s'il vaut mieux le proposer d'abord dans le marché domestique puis séquentiellement dans les autres pays. Ils montrent que la stratégie d'entrée séquentielle sur les différents marchés domine la stratégie d'entrée simultanée.

Le cas multiproduits permet de meilleures prévisions et donc une politique de tarification plus efficace (Bayus *et al* , 2000 ; Mahajan *et al.*, 2000). Pourtant, alors qu'il existe des études empiriques (Gupta

et al. 1999 ; Gallaugher et Wang, 2002 ; Ladròn *et al.*, 2007), l'analyse formelle de marchés dynamiques de plusieurs produits complémentaires n'est pas réalisée (Schocker *et al.* 2004). C'est surprenant car l'intérêt des prescriptions pour le praticien est important. Ainsi, les modèles de diffusion ont été appliqués à la diffusion multiproduits, mais ils n'ont pas pris en compte l'impact de la tarification.

La diffusion de générations successives de produits

Les générations de produits successives peuvent être considérées comme un cas particulier des interactions multiproduits où chaque génération successive domine technologiquement la génération précédente (Bayus *et al.*, 2000). Cela signifie que les interactions ne vont que dans un sens et la nouvelle génération a un impact négatif sur les ventes des générations passées.

Un premier modèle de substitution technologique est dû à Fisher et Pry (1971). Par la suite, Norton et Bass (1987, 1992), Wilson et Norton (1989) et Mahajan et Muller (1996) étudient la diffusion et la date optimale pour l'introduction des générations successives. Le modèle de Fisher et Pry postule que les nouvelles technologies supplantent complètement les anciennes. Par ailleurs, ces auteurs se basent sur des parts de marché absolues ce qui ne permet pas de prévoir le niveau des ventes relatives pour chaque nouvelle génération de produit.

Pour Norton et Bass (1987), les produits technologiques se succèdent par génération et les nouvelles technologies remplacent continuellement les anciennes. La sortie d'une nouvelle génération de produit implique une amélioration par rapport aux générations précédentes (Mahajan *et al.*, 1990). Ainsi, les détenteurs de produits d'une génération passée achètent petit à petit les produits de la nou-

velle génération au fur et à mesure du développement de ses applications. Toutefois, quels que soient leurs avantages, les nouvelles générations technologiques ne sont pas adoptées instantanément par les consommateurs, mais plutôt selon un processus de diffusion continu (Norton et Bass, 1987). Le modèle fondateur est celui de Norton et Bass (1987). L'intérêt de comprendre l'impact des nouvelles générations technologiques sur les anciennes se renforce avec la réduction du délai entre deux générations successives. Ce modèle est en fait une extension à plusieurs générations du MBB.

La logique de diffusion entre des générations technologiques successives identifiée par Norton et Bass (1987) est la suivante. L'arrivée d'une nouvelle technologie peut augmenter la taille du marché potentiel en permettant de nouvelles applications. Les acheteurs de biens liés à l'ancienne technologie peuvent aussi passer à la nouvelle. Ces effets de substitution réduisent le marché (et peut-être les ventes) des biens des technologies passées de différentes manières. Tout d'abord, une partie des consommateurs qui auraient acheté un produit d'une technologie passée prennent le produit de la nouvelle technologie. Ensuite, certains consommateurs de la technologie passée peuvent aussi acheter la nouvelle et abandonner l'ancienne. Toutefois, surtout lorsque le délai entre deux générations technologiques est court, la demande pour les technologies passées peut augmenter, même si le processus de diffusion vers la nouvelle technologie a débuté.

Le modèle de Norton-Bass capture conjointement les effets de diffusion et de substitution. Il permet d'expliquer et de prévoir l'impact des nouvelles technologies sur les anciennes. Le système d'équations du modèle de Norton-Bass représente les ventes courantes de produits avec achat continu. Le système suivant représente trois géné-

rations successives.

$$\begin{cases} S_1(t) = F(t-\tau_1)\, m_1 \left[1 - F(t-\tau_2)\right] \\ S_2(t) = F(t-\tau_2)\left[m_2 + F(t-\tau_1)\, m_1\right]\left[1 - F(t-\tau_3)\right] \\ S_3(t) = \left[m_3 + F(t-\tau_2)\right]\left[m_2 + F(t-\tau_1)\, m_1\right] \end{cases} \tag{1.17}$$

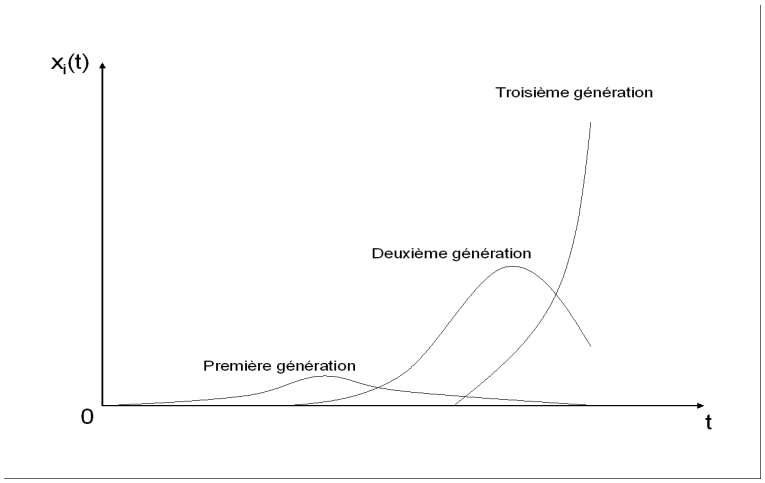
où $m_i = x_i M_i$. M_i est le nombre incrémental de derniers adopteurs de la $i$ème génération de produit (en faisant l'hypothèse qu'il n'y a pas d'autre génération), x_i est le taux moyen d'achat répété parmi les adopteurs de la $i$ème génération et $t - \tau_i$ est le temps passé depuis l'introduction de la génération i. La fonction de répartition des ventes courantes en t pour la génération i est

$$F_i(t) = \frac{1 - e^{-(p_i+q_i)(t-\tau_i)}}{1 + \frac{q_i}{p_i} e^{-(p_i+q_i)(t-\tau_i)}}. \tag{1.18}$$

Norton et Bass (1992) montrent que si les coefficients p et q varient entre les générations successives, cela ne permet pas, dans la plupart des cas, d'améliorer beaucoup l'explication des données par le modèle. Ainsi, en simplifiant et en gardant p et q identiques pour toutes les générations, (1.18) devient

$$F_i(t) = \frac{1 - e^{-(p+q)(t-\tau_i)}}{1 + \frac{q}{p} e^{-(p+q)(t-\tau_i)}}. \tag{1.19}$$

Le résultat (1.19) montre que le moment τ_i de l'introduction du produit i est déterminant pour le profil de ses ventes. L'évolution des ventes issues de (1.17) est illustrée sur la figure suivante.



Le système d'équations pour trois générations (1.17) peut être généralisé à tout nombre de générations (Voire en particulier Mahajan *et al.*, 1995). Par ailleurs, ce modèle a été estimé pour un grand nombre de catégories de produits différentes (Bass, 2004). La forme des ventes issues d'un système comme (1.17) est généralement celle de migration et de croissance du marché entre générations. Le marché se déplace d'une génération à l'autre et chaque génération successive augmente la taille du marché. Les analogies avec les générations précédentes permettent facilement d'estimer p, q et m à chaque génération successive. Ainsi la prévision des ventes pour les biens des générations futures ne requiert que de savoir le moment de l'introduction des nouvelles innovations.

Les modèles de type Norton-Bass ont été appliqués à de nombreux produits technologiques comme les téléphones sans fil ou les serveurs (Bass, 2004), les composants électroniques (Mahajan *et al.*, 2000 ; Schmidt et Druehl, 2005) et les PC (Bayus *et al.* 2000). Peu de travaux généralisent le modèle de Norton-Bass pour intégrer l'impact des prix. Jun et Park (1999) et Danaher *et al.* (2001) constituent deux exceptions notables. Jun et Park (1999) et Danaher *et al.* (2001) appliquent leur modèle respectivement au marché des *mainframes* d'IBM et au marché européen des téléphone cellulaires. Ils montrent

que la politique de tarification explique une part importante de la dynamique de diffusion des générations successives de produits.

Une partie de la littérature s'intéresse au délai optimal entre les différentes générations (Wilson et Norton, 1989 ; Mahajan et Muller, 1996). La détermination de la date optimale pour l'introduction d'une nouvelle génération de produit est importante. En effet, différents effets opposés sont en jeux. D'une part, un effet de cannibalisation réduit la demande des produits d'ancienne génération. D'autre part, chaque génération successive développe son propre marché. Le moment d'introduction d'une nouvelle génération influe donc à la fois sur la diffusion des anciens produits via un mécanisme de substitution et sur sa propre diffusion (Mahajan *et al.* 2000). Mahajan et Muller (1996) soutiennent que seul un modèle de diffusion permet de caractériser le moment optimal pour introduire une nouvelle génération de produits. Ho *et al.* (2002) soulignent que, s'il existe des contraintes sur les capacités de production, et si toute la demande ne peut être servie, alors il peut être optimal de retarder la mise sur le marché d'un produit, le temps de constituer des stocks. Dans ce cas, les stocks sont substituables à la capacité productive.

L'arrivée des biens numériques a vu le délai se réduire entre les différentes générations technologiques (Bass, 2004). Avec l'émergence des technologies numériques et la croissance du nombre de produits qui évoluent rapidement en générations successives, les modèles de diffusion à générations successives ont pris de l'importance. Notons que le modèle de Norton-Bass est un modèle de vente. En effet, il ne prend en compte aucune variable de décision comme le prix ou le niveau de publicité de la part de la firme. Bayus (1992) généralise le modèle de Norton-Bass pour prendre en compte l'impact de la tarification sur la diffusion de deux générations successives de

produits (Télévision noir et blanc contre télévision couleur, lecteur de cassettes contre lecteur de CD). Bayus (1992) montre de manière analytique et par simulation numérique que les prix peuvent être croissants ou décroissants pour la première génération de produits et qu'ils sont toujours décroissants pour la seconde génération de produits.

1.3.5 Estimation des modèles

Pour des raisons théoriques autant que pratiques, les modèles de diffusion ont beaucoup été estimés. Ces estimations servent en particulier à prévoir les ventes futures et les politiques de prévision associées ou à valider les prescriptions des modèles normatifs (Urban, 1993 ; Chatterjee *et al.*, 2000). Mahajan *et al.* (1990) et Putsis et Srinavan (2000) montrent que les méthodes sont différentes selon qu'il n'existe pas encore de données (le produit n'est pas encore vendu) ou que les données sont disponibles (le produit est déjà vendu).

Le cas où il n'existe pas de données est le domaine d'application le plus important des modèles de diffusion (Jiang *et al.*, 2006). C'est le cas où des estimations de ventes peuvent être réalisées avant que le produit soit lancé. L'estimation des paramètres p, q et M (respectivement effets d'innovation et d'imitation et taille du marché) se fait par analogie ou par enquête (Bass, 2004). L'analogie est réalisée avec les ventes précédentes de produits équivalents dans le même pays ou avec les ventes du même produit vendu dans un pays proche. Les enquêtes se font soit auprès des firmes qui peuvent avoir une estimation des effets d'innovation et d'imitation soit auprès des consommateurs qui expriment leurs intentions d'achat (Mahajan *et al.*, 1995). En pratique, $p + q$ varie en général entre $0,3$ et $0,7$. Par ailleurs, p est souvent faible. Du coup, son estimation par entretien n'est pas

toujours robuste. Ainsi, il est préférable de combiner ces différentes méthodes. Bass *et al.* (2001) proposent des exemples d'application de la calibration du MBB basés sur des analogies. Lilien *et al.* (1981), Bayus (1993), Bass *et al.* (2001) ont respectivement appliqué cette méthode pour les prévisions des ventes de médicament, de télévision haute définition et de télévision par satellite. Une fois que les différents coefficients sont estimés, il est ensuite possible de simuler les ventes et les politiques de tarification grâce à des méthodes numériques. Jorgensen *et al.* (2007) proposent une revue de littérature de ces différentes méthodes.

Lorsque les données sont disponibles, l'analyse économétrique classique est possible (Seetharaman, 2009). Chatterjee *et al.* (2000) font une revue de littérature des modèles descriptifs pour la prévision des ventes et la tarification associée. Rao et Kartono (2009) développent cette revue de littérature dans un contexte international. Mahajan *et al.* (1990) et Putsis et Srinivasan (2000) détaillent les différentes méthodes économétriques utilisées et Chan *et al.* (2009) passent en revue les diffférents modèles structurels de tarification. Les auteurs passent en revue les méthodes d'estimation lorsque les paramètres sont constants ou varient avec le temps. Zettelmeyer et Stoneman (1993) testent différentes spécifications des modèles de diffusion. Les processus stationnaires et non stationnaires sont discutés ainsi que l'estimation des équations simples et simultanées. Xie *et al.* (1997) et Putsis (1998) signalent que les modèles stochastiques expliquent mieux les données que les modèles déterministes.

A partir d'une analyse sur plusieurs produits, Van den Bulte (2000) montre que les différences entre les diffusions (donc les différences entre les paramètres p et q) s'expliquent par les variations de pouvoir d'achat des ménages, les changements démographiques

et les évolutions des caractéristiques des produits. Ladron *et al.* (2007) donnent un exemple d'application pour le lien entre la diffusion d'internet et des ordinateurs personnels. Rangaswamy et Gupta (2000) donnent plusieurs pistes pour calibrer les modèles de diffusion à partir de données issues d'internet. Van den Bulte et Stremersch (2004) et Van den Bulte et Joshi (2007) mesurent le ratio $\frac{p}{q}$ dans des pays de cultures différentes. Ils montrent en particulier que ce ratio dépend du niveau d'inégalité des revenus dans un pays. Talukdar *et al.* (2002) montre, à partir d'une base de données qui inclue 60% de la population mondiale, que la diffusion d'un produit (liée aux paramètres p et q) est plus rapide dans les pays en développement que dans les pays développés. Ils soulignent aussi qu'une participation plus importante aux échanges internationaux d'un pays (de 1%) augmente la pénétration potentielle d'un produit sur son marché (de $0,5\%$).

1.4 Le monopole dynamique

1.4.1 Prix de réservation et taille du marché

Le MBB et Robinson et Lakhani (1975) font l'hypothèse que la taille du marché M est déterminée au moment de l'introduction du produit et demeure inchangée sur l'ensemble du cycle de vie du produit (Shariff et Ramanathan, 1981 ; Kalish, 1985). Pourtant, d'un point de vue théorique, il n'y a pas de raison pour que la population des acheteurs reste constante. Au contraire, le modélisateur pourrait considérer une population d'acheteurs potentiels variable (Mahaja *et al.* ,1990).

Dans la littérature, jusqu'aux modèles issus de Robinson et Lakhani (1975), la taille du marché est constante et le prix n'affecte

les ventes que via le taux d'adoption. Mahajan et Petersonn (1978, 1982) sont les premiers à remarquer que la taille du marché potentiel M dépend de certaines variables clefs (prix ou qualité du produit, publicité, richesse du consommateur). En faisant dépendre explicitement la taille du marché total M du prix p, l'équation d'évolution des ventes courantes (1.9) du modèle initial de Bass devient :

$$\dot{x} = (a + bx)(M(p) - x), \tag{1.20}$$

avec $\frac{dM}{dp} < 0$. Notons que la spécification (1.20) n'est pas un cas particulier de l'équation des ventes du MBG. En effet, les fonctions du prix et de la base installée ne sont pas multiplicativement séparables.

$M(p)$ s'interprète comme le nombre total de consommateurs dont le prix de réservation est supérieur à p. Les premiers auteurs à introduire la notion de prix de réservation dans les modèles de diffusion sont Dolan et Jeuland (1981) et Kalish (1983, 1985). Ils lèvent l'hypothèse selon laquelle l'ensemble des consommateurs possède la même disponibilité à payer pour le même bien. Le prix de réservation w est simplement le montant maximum qu'un consommateur est prêt à payer pour un bien. Il représente la valeur du bien pour le consommateur en termes monétaires. Si w est distribué de manière aléatoire dans la population (Xie et Sirbu, 1995) selon une fonction de densité z, le marché potentiel est donné par :

$$M(p) = \int_p^{\infty} z(w)\, dw. \tag{1.21}$$

La taille du marché, lorsqu'elle dépend du niveau des prix comme dans (1.21), représente en fait la demande qui s'adresse au

marché $g(p)$. Nous avons donc

$$g(p) = \int_p^{\infty} f(w)\, dw. \tag{1.22}$$

Cette équation représente la demande dynamique potentielle. La demande est dynamique car elle évolue au cours du temps. Son évolution dépend de facteurs exogènes comme le temps ainsi que de facteurs endogènes comme les ventes passées. Cette demande est potentielle car elle n'est pas satisfaite instantanément La demande potentielle courante n'est donc pas égale aux ventes courantes. Cela permet de capturer le mécanisme de lissage des ventes. En pratique, lorsqu'un client potentiel dispose d'une disponibilité à payer supérieure au prix d'un bien, il n'achète pas forcément ce bien tout de suite. Plus ou moins de temps peut s'écoluer avant qu'il n'effectue son achat. Le nombre de ventes réalisées croît toutefois avec le nombre d'individus dont la disponibilité à payer est supérieure au prix courant et qui n'ont pas encore réalisé un achat. Elle croît avec le taux de diffusion du bien $h(x)$ Cela justifie de proposer pour la modélisation des ventes courantes

$$\dot{x} = h(x)\,(g(p) - x)\,, \tag{1.23}$$

où $\dot{x}$ et $g(p)$ représentent respectivement les ventes courantes et la demande dynamique potentielle (ou demande dynamique).

1.4.2 Les règles numériques de tarification

Si le MBG permet d'intégrer la tarification pour expliquer les données de ventes, ce modèle n'est pas pensé pour caractériser une politique de tarification. En effet, dans le MBB, la politique de tarifi-

cation est prise ex-post, c'est à dire une fois connue, pour expliquer l'évolution des ventes. Ainsi, la tarification n'est pas une variable de décision endogène qui vise à maximiser le profit. Notons d'ailleurs que les différentes présentations du MBB ne résolvent pas un problème d'optimisation (Bass *et al.*, 1994). Une transformation élémentaire du MBB permet de faire apparaître le taux de diffusion des ventes de x. Cette transformation est une source d'enrichissement du modèle. Elle permet l'inclusion de variable de décision (comme le niveau de prix ou l'investissement en publicité) de manière à ce que la forme des ventes du produit soit similaire à celle du MBB (Bass, 2004). Il est intéressant d'avoir un modèle qui caractérise les effets des variables de décision sur les ventes aussi bien d'un point de vue théorique que pratique. En effet, les actions de la firme influencent le processus de diffusion du produit. Il peut être dans l'intérêt de la firme d'accélérer ou de ralentir le processus de diffusion (Kuester *et al.*, 2000). Cette extension permet de répondre à la critique selon laquelle le modèle de Bass (1969) incomplet parce qu'il ne combine pas les effets de contagion (qui assurent une part de la dynamique du modèle) à des variables économiques traditionnelles comme le prix.

Dans la théorie sur le monopole dynamique, le prix est endogène. Il est le résultat d'un processus d'optimisation. C'est différent du MBG qui prend en compte le prix de manière exogène,. En effet, le prix ne résulte pas de la maximisation du profit intertemporel. Seul est pris en compte l'impact du prix sur les ventes. En ce sens, dans le MBG, la variable de prix est passive.

Remarquons que, en posant $A = bM^2$ et $\alpha = \frac{a}{bM}$, (1.9) peut s'écrire

$$\dot{x} = A\left(1 - \frac{x}{M}\right)\left(\alpha + \frac{x}{M}\right), \tag{1.24}$$

où A est le taux de diffusion du bien x. Dans (1.24), il est constant.

Le MBB, alors qu'il permet d'expliquer l'évolution des ventes décrit une firme "passive" en ce sens qu'elle ne manipule pas de variable stratégique pour maximiser son profit. En particulier, elle ne décide ni du prix de son bien, ni du niveau de publicité. Il s'agit pourtant de variables élémentaires du *marketing-mix* de la firme (Jorgensen *et al.*, 2007). Ce manque du modèle est comblé par Robinson et Lakhani (1975) qui remarquent que le taux de diffusion pourrait être généralisé et devenir une fonction du prix, ou de la publicité. La capture de l'effet prix sur les ventes est très simple. Avec le prix du produit $p(t)$, le taux de diffusion du produit devient $A = A(p)$. L'équation de la variation des ventes (1.24) est :

$$\dot{x} = A(p)\left(1 - \frac{x}{M}\right)\left(\alpha + \frac{x}{M}\right). \tag{1.25}$$

Robinson et Lakhani (1975) proposent la spécification $A(p) = e^{-kp(t)}$, avec $k > 0$ l'élasticité de la demande au prix. Ainsi, (1.25) devient

$$\dot{x} = \left(1 - \frac{x}{M}\right)\left(\alpha + \frac{x}{M}\right)e^{-kp(t)}. \tag{1.26}$$

Une hypothèse supplémentaire est que le marché ne peut être saturé instantanément, même en présence de bas prix. Cette hypothèse permet de capturer l'effet de la diffusion des ventes dans le temps. Par ailleurs, la dynamique est introduite au niveau de l'offre en faisant dépendre le coût unitaire de production c des quantités précédemment produites comme Arrow (1962).

Le problème posé par Robinson et Lakhani (1975) est, en choisissant le prix à chaque instant t, de maximiser le profit intertemporel en

$$\max_p \pi = \int_0^T e^{-\delta t}\left(p - c\left(x, \dot{x}, t\right)\right)\dot{x}dt,$$

sous la contrainte d'évolution des ventes (1.26). Il s'agit d'un problème de commande optimale.

Robinson et Lakhani (1975) aboutissent à trois résultats principaux. Tout d'abord, ils dégagent une règle de tarification simple : la politique de tarification imite le processus de diffusion. Ainsi, le prix augmente (resp. baisse) lorsque les ventes augmentent (resp. diminuent). Ce résultat, issu d'une simulation numérique, a ensuite été démontré formellement pour des fonctions de ventes plus générales par Kalish (1983). Ensuite, le prix dynamique optimal est toujours plus faible que le prix myope optimal (le prix myope optimal correspondant au prix du problème statique). Ce résultat est important puisque l'observation d'un prix bas de la part d'une firme ne signifie plus l'absence de pouvoir de marché comme dans le cas statique. Cela peut être par exemple la conséquence d'une volonté de pénétration du marché (la courbe des prix est croissante). Ce résultat suggère aussi qu'une politique de tarification intertemporelle de la part de la firme profite au consommateur (Jorgensen et Zaccour, 2004). Enfin, les simulations des auteurs montrent que les profits actualisés sont bien supérieurs, lorsqu'est mise en place une tarification basée sur l'optimisation intertemporelle, à ceux obtenus par une optimisation dans un cadre statique. Les consommateurs et la firme ont donc intérêt à ce que la tarification soit faite à partir d'une optimisation dynamique et non d'une optimisation statique.

Notons que la modélisation des ventes selon (1.26) peut se faire dans le cadre du MBG. La différence est que, dans Robinson et Lakhani (1975), le choix du prix permet la maximisation du profit intertemporel alors qu'il n'y a pas d'optimisation dans le MBG. Robinson et Lakhani (1975) ont initié un grand courant de recherche en *marketing* en généralisant le MBB pour étudier la tarification intertempo-

relle (Bass, 1980 ; Kalish, 1983, 1985 ; Jorgensen, 1986 ; Xie et Sribu, 1995 ; Dockner *et al.*, 2000).

1.4.3 Les règles formelles de tarification

Familles de fonctions de demande

Kalish (1983) étudie la tarification intertemporelle d'un monopole en généralisant les modèles et résultats précédents. Il garde les effets dynamiques au niveau de l'offre (effet d'apprentissage) et au niveau de la demande (effets de diffusion). Kalish (1983) propose tout d'abord une fonction de ventes courantes générale qui dépend conjointement du prix courant et des ventes passées. Il la spécifie de différentes manières par la suite. Cela lui permet de bien contrôler la robustesse des résultats par rapport aux différentes formes fonctionnelles. Ce modèle généralise beaucoup de précédentes contributions et sert de base à de nombreux développement ultérieurs dans le cadre du monopole ou de l'oligopole (Dockner et Jorgensen, 1988 ; Xie et Sirbu, 1995 ; Dockner *et al.*, 2000).

Le coût unitaire ou coût marginal c est une fonction de l'expérience dont les ventes cumulées sont le *proxy*. Nous avons : $c = c(x(t))$. En outre, selon Jorgensen et Zaccour (2004), l'apprentissage au niveau de la production implique $dc(x)/dx \leq 0$. La demande courante (ou les ventes courantes) $\dot{x}(t)$ sont une fonction du prix courant $p(t)$ et des ventes cumulées $x(t)$. Ainsi,

$$\dot{x}(t) = f(x, p), x(0) = x_0. \tag{1.27}$$

Par hypothèse, l'augmentation du prix du bien diminue les ventes courantes $\partial f / \partial p < 0$. Cette hypothèse est cohérente avec le caractère normal du bien. L'effet de la diffusion d'un bien (les ventes

passées) sur les ventes courantes, $\partial f / \partial x$, n'est lui pas uniforme. En effet, lors de l'introduction d'un "bon" produit, l'effet sera positif en raison du bouche à oreille qui permet de connaître la qualité du produit. Au contraire, dans le cas de bien durable, l'effet est négatif. La raison est que chaque vente additionnelle enlève un acheteur du marché, ce qui réduit la demande courante.

Dans le cas où la fonction de demande est formulée de manière générale comme dans (1.27), la politique de tarification n'est pas facilement interprétable. Kalish (1983) spécifie donc la fonction de demande pour obtenir des résultats moins généraux mais plus précis. En éliminant les effets de diffusion, (1.27) est :

$$\dot{x}(t) = g(p), x(0) = x_0. \tag{1.28}$$

Dans ce cas, si le taux d'actualisation est non nul, les prix diminuent dans le temps. La politique mise en place est une politique d'écrémage.

Avec une fonctionnelle de demande où les effets prix et les effets de diffusion sont multiplicativement séparables, nous avons

$$\dot{x}(t) = f(x) g(p), x(0) = x_0. \tag{1.29}$$

Cette fonctionnelle est très utilisée dans la littérature (Bayus, 1995 ; Dockner *et al.* 2000 ; Chatterjee, 2009). L'avantage de cette forme fonctionnelle est de donner des résultats analytiques relativement précis pour une forme fonctionnelle peu contrainte. Par ailleurs, Jain et Rao (1990) testent plusieurs formes fonctionnelles pour les ventes courantes. Ils montrent que les spécifications pour lesquelles les effets prix et les effets diffusion sont multiplicativement séparables expliquent le mieux les données en leur disposition.

En négligeant l'apprentissage en production et le taux d'actualisation, la politique de tarification imite le processus de diffusion. Ainsi, lorsque $df/dx > 0$ (resp. $df/dx < 0$), les prix sont croissants (resp. décroissants). Jorgensen et Zaccour (2004) soulignent que pour les biens durables comme pour les produits électroniques, où $df/dx < 0$ en raison de l'effet de saturation, les prix déclinent bien dans le temps. La politique de tarification est donc en U inversé.

Notons que dans le cas où il n'y a pas d'effet de diffusion au niveau de la demande et seulement l'effet d'apprentissage au niveau de l'offre, $dg/dp < 0$ et $dc(x)/dx \leq 0$, les prix sont décroissants dans le temps (Kalish, 1983 ; Jorgensen et Zaccour, 2004). La politique d'écrémage est une conséquence attendue de la décroissance des coûts avec le niveau de la production.

Formes fonctionnelles

L'effet prix La forme la plus simple pour la fonction de demande $g(p)$ est la forme linéaire :

$$g(p) = a - bp. \tag{1.30}$$

Cette fonction est utilisée en particulier par Rao (1988), Jorgensen et Zaccour (2004) ou Lambertini et Mantovani (2009).

Une autre forme utilisée pour $g(p)$ est l'exponentielle.

$$g(p) = Ke^{-sp}, \tag{1.31}$$

où s est l'élasticité de la demande.

Cette forme est utilisée dès 1975 par Robinson et Lakhani. C'est aujourd'hui la forme la plus souvent utilisée (Dockner et Zaccour, 2004).

La dernière forme est la fonction puissance de type

$$g(p) = K(sp)^{-\mu}, \tag{1.32}$$

où μ est l'élasticité de la demande au prix. Cette spécification est implémentée par Bass (1980), Bass et Bultez (1982). Bayus *et al.* (2000) et Dockner *et al.* (2000) proposent une revue de littérature de l'utilisation de cette fonction.

Les externalités de réseau La fonction f qui prend en compte des externalités de réseau s'écrit comme lorsqu'il existe des effets de diffusion (Liu et Chintagunta, 2009) :

$$f(x) = a + bx. \tag{1.33}$$

Si le bien est durable, alors il faut prendre en compte la saturation du marché. Dans ce cas, Bass (1969) et Robinson et Lakhani (1975) proposent

$$f(x) = (a + bx)(N - x). \tag{1.34}$$

Dans ce dernier cas, les effets de réseau sont uniformes. Easingwood *et al.* (1983) capturent une diffusion non uniforme selon les externalités de réseau avec

$$f(x) = \left(a + x^b\right)(N - x). \tag{1.35}$$

Pour la présentation et la discussion d'autres formes fonctionnelles, le lecteur peut consulter Jain et Rao (1990) ou Bayus (1995). Liu et Chintagunta (2009)font une revue de littérature de la tarification avec externalité de réseau et réalisent des simulations numériques. La conclusion de cette littérature est qu'en présence d'exter-

nalités de réseau, le prix démarre plus bas, le temps de développer la base installée. Ensuite, lorsque les externalités jouent, le prix est plus élevé. Cela implique une politique de tarification de pénétration.

1.4.4 Extensions

Les travaux sur la tarification dynamique du monopole constituent le socle de la littérature. Sur cette base ont pu se développer des modèles plus complexes pour répondre à de nouvelles questions. La relative simplicité des modèles précédents a l'avantage d'aboutir à des résultats analytiques. L'étude de questions plus complexes implique d'accepter des résultats issus de simulation numérique.

La publicité

La publicité est une caractéristique importante de la vie économique moderne. Elle participe à la décision d'achat et au processus de diffusion d'un produit. Bagwell (2007) détaille les trois approches sur la publicité : la *persuasive view,* l'*informative view et* la *complementary view.* Pour la *persuasive view,* la publicité impacte la demande en changeant les préférences des consommateurs et en créant une loyauté à une marque (Robinson, 1933). L'*informative view* suppose que la publicité affecte la demande par l'information qu'elle procure (Stigler, 1961). Pour la *complementary view*, la publicité touche la demande en exerçant une influence complémentaire dans la fonction d'utilité du consommateur avec le bien soumis à la publicité (Stigler et Becker, 1977).

L'une des premières contributions dans un cadre dynamique est celle de Nerlove et Arrow (1962) qui considèrent un stock de *goodwill*. Le *goodwill* représente la connaissance du produit dans le marché. Il est influencé par la publicité. Nerlove et Arrow (1962) proposent un

modèle où le prix et l'investissement en publicité sont déterminés de manière conjointe. Dockner *et al.* (2000) étudient cette situation dans un contexte oligopolistique. D'autres modèles n'utilisent pas le concept de *goodwill* et analysent plutôt la persistance et la diminution des effets de la publicité dans le temps (Vidale et Wolfe, 1954 ; Kalish 1985 ; Jorgensen et Zaccour, 2004 ; Danaher, 2008)

Gasmi, Laffont et Vuong (1992) proposent une analyse empirique de la concurrence en termes de prix et de publicité entre Coca-Cola et Pepsi-Cola pour la période 1968-86. Kadiyali (1996) étudie le marché du film photographique sur la période 1970-90 où Kodak était en situation de monopole puis a dû faire face à l'entrée de Fuji. Les deux firmes ont ajusté à la fois leurs prix et le niveau de la publicité en raison de leurs interactions. Nous ne traiterons pas davantage de la publicité dans notre travail. Le lecteur intéressé par cet aspect pourra lire les revues de littérature de Sethi et Thompson (2000), Dockner *et al.* (2000) ou de Jorgensen et Zaccour (2004).

Yield management

Les méthodes de tarification dynamique sont utilisées depuis la fin des années soixantes-dix en *yield management*. Les méthodes de *yield management* s'appliquent dans certaines industries comme l'hôtellerie, le transport aérien, la location de voiture qui se caractérisent par une offre fixe à court terme et un produit périssable. Elmaghraby et Keskinocak (2003) et Kimes (2009) proposent une revue de littérature des méthodes de tarification dans ce contexte. Trois facteurs favorisent le développement de ces pratiques (Zhao et Zheng, 2000) : la facilité de constitution de données sur la demande, la facilité de modification des prix et la facilité d'analyse de l'impact de la modification des prix sur l'évolution de la demande. Gallego et Ryzin

(1997) considèrent le cas où l'évolution de la demande suit un processus stochastique. Maglaras et Messner (2006) étudient le cas de la tarification multi-produits. Ils montrent que le problème de la firme est équivalent lorsqu'il s'agit d'allouer les ressources de la firme à la production des différents produits lorsque les prix sont fixes. Pour Dong *et al.* (2009), dans le cas où la firme propose des produit substituables, les déterminants du prix sont le niveau des stocks et les différences entre la qualité des produits.

Incertitude sur la demande

Plusieurs auteurs relâchent l'hypothèse de connaissance de la demande faite par simplication dans les modèles précédents (Chatterjee, 2009). La demande est estimée avant le début des ventes. L'apprentissage de la firme se fait sur la réalisation de la demande au périodes précédentes. Cet apprentissage lui permet d'établir le prix de la période courante. La politique de tarification est mise en place alors que l'apprentissage sur la demande est réalisée en temps réel par la firme. Dans les travaux de Balvers et Cosimano (1990) et Petruzzi et Dada (2002), la demande courante dépend de paramètres constants mais inconnus par la firme. Burnetas et Smith (2000) étudient un problème similaire avec des paramètres variables. Aviv et Pazgal (2005) et Lin (2006) montrent par des séries de simulations numériques que les estimations permettent d'améliorer sensiblement le profit, même si les estimations ne sont pas toujours justes. Leloup et Deveaux (2001), Dimicco *et al.* (2003) et Leloup (2003) proposent des applications au commerce électronique. Bertsimas et Perakis (2006) étudient le cas oligopolistique et avancent que la politique d'optimisation dynamique qui maximise le profit intertemporel augmente le profit espéré par une firme davantage que les autres

méthodes et ce, quelle que soit la politique de tarification pratiquée par les autres firmes.

Demande et prix de référence

Une littérature s'intéresse à la tarification dynamique lorsque les préférences des consommateurs sont dépendants de points de référence (Seetharaman, 2009). Helson (1964) prédit que les consommateurs considérent un prix particulier en le comparant à un prix passé qui sert de prix de référence. Briesch *et al.* (1997) suggèrent au regard de résultats empiriques que le prix passé de la firme est le meilleur candidat comme prix de référence. En se basant sur la *prospect theory* formulée par Kahneman et Tversky (1979, 1992) et synthétisée par Kalyanaram et Winer, (1995), Popescu et Wu (2007) considèrent le problème de tarification dynamique d'un monopole lorsque la demande est sensible à l'historique de la tarification de la firme. Dans ce cadre, les consommateurs ont des biais psychologiques dans leur décision d'achat. Lorsque la firme fait varier le prix de son bien, les consommateurs forment un prix de référence qui s'adapte en fonction des perceptions sur les prix. Popescu et Wu (2007) montrent que, dans ce cas, lorsque les consommateurs perçoivent des hausses (resp. des baisses) de prix, la politique optimale est la pénétration (resp. l'écrémage).

Marchés multi-produits et marchés bifaces

La question de la tarification multi-produits se pose naturellement après celle de la tarification mono-produit. D'ailleurs, cette généralisation offrirait un cadre d'analyse plus réaliste pour la compréhension des relations interproduits. Les prévisions réalisées seraient plus robustes et les politiques de tarification proposées plus perti-

nentes (Bayus *et al* , 2000 ; Mahajan *et al.*, 2000 ; Chatterjee, 2009). Les études empiriques sont développées. Elles concernent par exemple l'analyse des navigateurs internet et des logiciels complémentaires (Gallaugher et Wang, 2002) ou le marché des ordinateurs individuels et son lien avec celui de l'accès à internet (Ladròn *et al.*, 2007). Pourtant, l'analyse formelle de marchés dynamiques de plusieurs produits complémentaires, en dépit de l'intérêt évident des prescriptions pour le praticien, est restée limitée (Schocker *et al.* 2004). Certains modèles théoriques comme ceux de Peterson et Mahajan (1978) ou Bayus *et al.* (2000) prennent bien en compte différents produits mais demeurent lacunaires. En effet, ces modèles, basés sur le paradigme des systèmes dynamiques, ne prennent pas en compte de variable de décision comme le prix de la part de la firme.

Dans un cadre statique, se développe la théorie des marchés bifaces. Un marché biface se définit comme un marché pour lequel une ou plusieurs plateformes permet l'interaction entre des utilisateurs finaux et tente d'avoir les différents côtés à bord avec une tarification adaptée (Rochet et Tirole, 2006). La littérature sur le marchés bifaces suggère que beaucoup de marchés sujets aux externalités de réseau se caractérisent par la présence de deux côtés distincts. Les consommateurs d'un bien sur un marché biface ne consomment pas nécessairement le bien complémentaire. Des exemples de marchés bifaces sont par exemple le marché des jeux video avec d'un côté les joueurs et de l'autre les éditeur ou le marché des journaux avec les annonceurs et les lecteurs. Les interactions entre les deux côtés du marché induisent de fortes complémentarités entre les produits. Chaque côté a intérêt à ce que l'autre côté détienne le bien en question. Cette complémentarité croisée entre produits génère des externalités. Une même firme produit et tarifie les deux biens complémentaires. Pour

l'instant, cette littérature se cantonne à un cadre d'analyse statique. Or il serait intéressant de traiter du cadre dynamique. Ainsi, un lien est à tisser entre les littératures sur la tarification dynamique et sur les marchés bifaces.

1.5 Les modèles d'innovation

Le prix n'est pas la seule variable de décision de la firme. La question se pose de savoir comment une firme détermine simultanément la tarification et le niveau d'une autre variable de décision. En raison de son importance tant théorique que pratique, nous développons ci-dessous le cas du choix conjoint de la tarification et des niveaux d'innovation.

1.5.1 Innovation de produit et de procédé

Utterback et Abernathy (1975) sont les premiers à distinguer innovation de produit et innovation de procédé. L'innovation de produit augmente la qualité du produit et l'innovation de procédé diminue le coût de production (Saha, 2007 ; Lambertini et Mantovani, 2009). Une robustesse plus importante d'un logiciel ou une plus grande portabilité d'un type de document sont des exemples d'innovation de produit. Une technique de production plus avantageuse qui diminue les matières premières nécessaires à la fabrication d'un produit constitue un exemple d'innovation de procédé. Il existe plusieurs sources à l'innovation de produit : elle vient en particulier de la différenciation accrue entre produits qui réduit leur substituabilité (Lin et Saggi, 2002). Elle est aussi liée à l'introduction de nouvelles variétés (Lambertini, 2003, 2004 ; Lin, 2004).

La littérature empirique reconnaît que de nombreuses firmes en-

treprennent les deux types d'innovation (Lambertini et Mantovani, 2009). Certains auteurs suggèrent que l'innovation de produit devance l'innovation de procédé (Abernathy et Utterback, 1975, 1982 ; Klepper, 1996). De manière plus nuancée la thèse dominante soutient que, même si les firmes mènent conjointement ces deux types d'innovation, la part de l'innovation de procédé augmente au cours du temps (Adner et Levinthal, 2001 ; Saha, 2007). D'autres travaux avancent que les firmes conduisent conjointement et de manière équilibrée les deux types d'innovation (Pine *et al.*, 1993). Filson (2001, 2002) observe cette caractéristique à partir de données de longue durée pour la production de voitures, d'ordinateur personnel, de disques durs et d'imprimantes. Imai (1992) en particulier, étudie la gestion d'un portefeuille de R&D par des firmes japonaises. Il mesure que ces firmes consacrent un ratio moyen de 40/60 entre innovation de produit et innovation de procédé. La différence entre ces deux caractérisation de la dynamique de l'innovation (une évolution contre un niveau stable) s'explique par le fait que dans le premier cas, les auteurs caractérisent la dynamique d'innovation sur le cycle de vie du produit alors que dans le second cas, ils considèrent l'équilibre intertemporel de la firme dans sa politique d'innovation. Comme ces deux types de dynamique sont étudiées empiriquement, il serait intéressant qu'un même modèle puisse en rendre compte. A notre connaissance, seul Lambertini et Mantovani (2009) y parviennent.

En général, la littérature théorique traite séparément innovation de produit et innovation de procédé (Lambertini et Mantovani, 2009). Leur analyse conjointe débute à partir des années quatre-vingt-dix (Athey et Schmutzler, 1995 ; Lambertini et Orsini, 2000 ; Mantovani, 2006). Par ailleurs, alors que le processus d'innovation est dyna-

mique par nature, beaucoup de contributions sont faites dans un cadre statique (Voros, 2002 ; Lambertini, 2003 , 2004 ; Lin, 2004). Amir (1996) est une première contribution qui caractérise les interactions entre innovation de produit et innovation de procédé dans un cadre explicitement dynamique. Il propose l'analyse d'un équilibre markovien dans un jeu stochastique avec des complémentarités dynamiques.

1.5.2 Innovation et tarification

La plupart de la littérature sur l'innovation qui entreprend l'analyse conjointe des innovations de produit et de procédé néglige la tarification (Abernathy et Utterback, 1975, 1982 ; Pline *et al.*, 1993 ; Klepper, 1996 ; Mantovani, 2006). Une partie majoritaire de la littérature étudie l'offre (Utterback et Abernathy, 1975 ; Lambertini et Mantovani, 2009) et une partie minoritaire prend en compte la demande et les préférences des consommateurs (Adner et Levinthal, 2001 ; Saha, 2007). Quelques auteurs intègrent la question de la tarification, mais, en raison de la complexité de l'analyse, la plupart des résultats de cette littérature sont de nature numérique (Bayus, 1995 ; Mukhopadhyay et Kouvelis, 1997, 1999 ; Adner et Levinthal, 2002 ; Voros, 2006 ; Saha, 2007).

Lambertini et Mantovani (2009) étudient ces trois variables mais ne traitent pas la tarification de manière explicite (elle est modélisée comme une variable d'état de manière très spécifique). L'intérêt de leur approche est de caractériser à la fois la dynamique du sentier optimal et l'équilibre intertemporel.

A notre connaissance, peu de travaux analysent conjointement le prix et les niveaux d'innovation de produit et de procédé comme variables de choix explicites pour la firme. Bayus (1995) analyse la

tarification dynamique conjointement aux innovations de produit et de procédé (ce sont trois variables de décision pour la firme) pour un bien durable. En suivant Bass (1969) et Robinson et Lakhani (1975), le bien connait des effets de diffusion au niveau de la demande et des effets d'apprentissage au niveau de l'offre. Bayus (1995) utilise une fonction de vente de type multiplicativement séparable en le prix et les ventes passées du type (1.29). C'est la fonction de demande du MBG (1.24) étudiée par Robinson et Lakhani (1975). Bayus généralise cette fonction en modélisant un effet temporel de manière multiplicativement séparable. Ainsi, (1.24) devient

$$\dot{x} = \left(1 - \frac{x}{M}\right)\left(\alpha + \frac{x}{M}\right) A\left(p\right) W\left(t\right)$$

où $W\left(t\right)$ est l'effet temporel en t.

L'effet temporel peut capturer de manière exogène un effet de mode, l'évolution de la qualité ou l'impact de la concurrence (Bayus, 1995 ; Voros, 2002, 2006). Le caractère exogène de l'effet temporel ne permet qu'une analyse préliminaire du phénomène. Il est toutefois intéressant de pouvoir capturer simplement un effet temporel. Cela peut déboucher sur une analyse plus complète par la suite. Les résultats qu'il obtient sont de nature numérique sauf pour un cas très particulier. Il montre que dans le cas où les innovations de produit et de procédé sont indépendantes, où le taux d'intérêt est nul et où les coûts de l'innovation ne sont pas pris en compte, alors les prix et les dépenses de R&D diminuent au cours du temps.

Adner et Levinthal (2001) étudient conjointement la tarification, l'innovation de produit et de procédé. La firme choisit le niveau d'innovation et le prix. Ils montrent que, en début de cycle de produit, l'innovation de produit est relativement plus importante que l'inno-

vation de procédé et que c'est le contraire en fin de cycle. Par ailleurs, le prix décline au cours du temps jusqu'à devenir constant. La faiblesse de leur apport vient de la nature uniquement numérique de leurs résultats.

Une autre approche intègre les préférences du consommateur pour expliquer la part entre innovation de produit et innovation de procédé. Adner et Levinthal (2001) ainsi que Saha (2007) avancent que les changements technologiques sont issus de l'interaction entre le développement technologique et les demandes de consommateurs hétérogènes. Ainsi, les firmes financent les deux activités au même moment et, selon les caractéristiques du marché, consacrent plus de ressources à une activité qu'à l'autre. Ils montrent que lorsque le marché est suffisamment développé, il existe un équilibre stable entre l'innovation de produit et l'innovation de procédé.

Mukhopadhyay et Kouvelis (1997, 1999) analysent conjointement la tarification et la seule innovation de produit dans un cadre oligopolistique. Le prix et la qualité du produit sont modélisés comme deux variables de commande. Or, en réalité, la qualité est le résultat d'un investissement en innovation. Elle devrait donc être modélisée comme une variable d'état (qui dépend du niveau d'innovation). Par ailleurs, il n'y a pas d'innovation de procédé et de nombreux résultats sont obtenus par simulation numérique. Ils montrent en particulier que le prix doit être, à chaque instant, tel que le bénéfice marginal lié à l'augmentation du revenu égalise la perte marginale liée à la réduction de la part de marché et au taux de pénétration du marché. Ils montrent aussi que le niveau de qualité doit être tel que, à chaque instant, le coût d'ajustement du niveau de qualité égalise l'expansion du marché et l'augmentation de la part de marché.

Lambertini et Mantovani (2009) s'intéressent aux innovations de

produit et de procédé ainsi qu'à la tarification d'un bien. L'intérêt de leur approche est de caractériser de manière analytique à la fois le sentier temporel optimal (le niveau de chaque variable $\forall t \in [0, T]$) et l'équilibre intertemporel (le niveau de variables lorsque $t \to +\infty$). Ce travail souffre de deux limites principales.

Tout d'abord, pour simplifier l'analyse, le prix p n'est pas une variable de commande mais une variable d'état. Il dépend linéairement de la qualité du produit q

$$p(t) = a - q(t).$$

Comme en pratique, le prix est fixé par la firme (supposée disposer d'un pouvoir de marché), il est préférable de le modéliser comme une variable de commande (de choix). C'est d'autant plus important que les résultats liés à la forme de la politique de prix sont ensuite confrontés à des données empiriques.

Ensuite, afin de faciliter l'analyse, la spécification de l'évolution des états est simple, mais pas vraiment satisfaisante. En effet, l'évolution de la qualité est donnée par

$$\dot{q} = q(t)\left(r_q(t) - \delta_q\right), \tag{1.36}$$

où $r_q(t)$ et δ_q sont respectivement l'investissement en innovation de produit et le taux de dégradation de la qualité (dû à l'obsolescence de la technologie). L'équation (1.36) signifie que la qualité augmente avec l'investissement en innovation de produit (choisi par la firme) et diminue selon un taux autonome (exogène). Cette spécification est très facile à utiliser pour l'analyse. En effet, à l'équilibre intertemporel où $\dot{q} = 0$, nous avons

$$r_q^* = \delta_q.$$

Ce résultat est facile car direct, mais aussi évident. En outre, les hypothèses sur lesquelles il repose ne sont pas totalement satisfaisantes. En effet, l'équation (1.36) implique que la qualité q augmente avec l'effort d'innovation r_q (ce qui est tout à fait normal), mais de manière proportionnelle à la qualité (ce qui est plus discutable). Une manière plus satisfaisante serait de proposer pour (1.36) une spécification du type

$$\dot{q} = h\left(r_q\left(t\right)\right) - \delta_q q\left(t\right) \tag{1.37}$$

où h est une fonction croissante en r_q et indépendante de q. Ainsi, l'équilibre intertemporel caractérisé par $\dot{q} = 0$ donne

$$h\left(r_q^*\right) = \delta_q q^*,$$

ce qui permet un ajustement entre les variables riche et non trivial.

La dynamique de l'évolution du coût est similaire à (1.36). En effet, elle est donnée par

$$\dot{c} = c\left(t\right)\left(r_c\left(t\right) - \delta_c\right), \tag{1.38}$$

avec $r_c\left(t\right)$ et δ_c respectivement l'investissement en innovation de procédé et le taux de dégradation du coût. L'équation (1.38) appelle aux mêmes commentaires que l'équation (1.36).

La simplicité des spécifications de Lambertini et Mantovani (2009) a l'avantage de permettre de trouver des solutions analytiques à la fois pour le sentier temporel optimal et pour l'équilibre intertemporel. La comparaison entre ces deux résultats donne leur résultat principal. Ils montrent qu'innovation de procédé et innovation de produit peuvent être substituables sur le sentier temporel alors qu'elles sont toujours complémentaires à l'équilibre intertemporel.

Un travail intéressant serait de prolonger Lambertini et Mantovani (2009) en modélisant le prix comme une variable de choix par la firme, en retenant des spécifications plus satisfaisantes que (1.36) et (1.38) pour les états (du type de (1.37)), tout en caractérisant de manière analytique le sentier temporel et l'équilibre intertemporel.

1.6 Les modèles de concurrence

1.6.1 Préliminaires

Dans le cadre statique, il existe beaucoup de travaux qui prennent en compte la concurrence (Ofir et Winer, 2003). Pourtant, Jorgensen (1986) puis Krishnan *et al.* (1999) remarquent que, dans le cadre dynamique, une grande partie de la littérature se cantonne au cadre monopolistique. Pour certains auteurs comme Kalish (1988) ou Bayus (1995), les résultats du monopole semblent se généraliser en situation oligopolistique. Ainsi, il n'est pas besoin d'étudier explicitement les interactions concurrentielles. D'autres auteurs comme Moorthey (1993) ou Dockner *et al.* (2000) soutiennent que, s'il n'existe pas de spécificité au cadre oligopolistique par rapport au cadre concurrentiel, c'est que la modélisation ne prend pas en compte toutes les interactions entre les produits et/ou entre les acteurs. Ainsi, Krishnan *et al.* (1999) et Dockner *et al.* (2000) suggèrent que la littérature future intègre des effets de concurrence pour dégager des règles de tarification intertemporelle. En effet, la dynamique des interactions concurrentielles est fondamentale pour comprendre la croissance d'une catégorie de produits (Fudenberg et Tirole, 1986 ; Kuester *et al.*, 2000). Les types de produits qui attirent davantage de producteurs se diffusent plus rapidement et les produits qui se diffusent plus rapidement attirent plus de producteurs. A l'exception

de Dockner et Jorgensen (1988, 2000) qui traitent le cas de n concurrents, la plupart des modèles sont duopolistiques (Mahajan et Mueller, 1993 ; Kuester *et al.*, 2000). Ces modèles permettent d'expliquer une grande variété de schémas de tarification (Vives, 1999). Chatterjee (2009) et Chan *et al.* (2009) proposent une revue de littérature des modèles qui prennent en compte la concurrence. Le premier auteur insiste sur les modèles normatifs et les seconds sur les modèles structurels.

L'introduction de la concurrence modifie le comportement de la firme en place (*incumbent*) de différentes manières (Kuester *et al.*, 2000). D'une part, une firme peut diminuer la vitesse de diffusion de son produit pour envoyer un signal d'étroitesse du marché aux entrants potentiels. Elle peut aussi souhaiter accélérer la vitesse de diffusion pour bénéficier d'une plus grande base installée si le bien est sujet aux externalités de réseau.

La question de l'entrée est abondamment traitée dans la littérature où se dégage un consensus (Kuester *et al.*, 2000, Jorgensen et Zaccour, 2004). Le premier entrant bénéficie d'un avantage à plusieurs niveaux. Il profite de l'apprentissage sur la technologie, se crée une réputation de *leader* sur ce marché et une clientèle potentiellement captive s'il met en place des *switching-costs*. En raison de ces effets, les pionniers ont une part de marché de long terme plus importante que les autres. Le problème du pionnier est l'exposition au risque d'échec et au *free-riding* des entrants potentiels qui peuvent entrer par la suite en bénéficiant d'un saut technologique (Lieberman et Montgomery, 1988).

La littérature traite de la concurrence entre les firmes en place et de l'entrée (Moorthy, 1993 ; Shankar *et al.*, 1998, 1999 ; Chatterjee *et al.*, 2000). Nous nous contenterons ici de la concurrence entre

firmes en place. Il s'agit souvent de la généralisation directe des modèles du cadre monopolistique (Fudenberg et Tirole, 1986 ; Dockner et Jorgensen, 1988 ; Dockner *et al.*, 2000 ; Jorgensen et Zaccour, 2004). La question qui se pose dans ce cas est de savoir si l'oligopole se comporte comme un monopole et imite son comportement ou si les comportements stratégiques de firmes et les interactions entre les produits modifient le comportement de l'oligopole (Dockner *et al.*, 2000). Les domaines d'applications de la concurrence sont potentiellement nombreux. Alpcan et Basar (2007) proposent une application à la tarification des systèmes de communication sans fil. Shen et Basar (2007) ainsi que Friesz *et al.* (2007) s'intéressent à la tarification des réseaux.

1.6.2 L'oligopole dynamique

Dockner et Jorgensen (1988) , Dockner *et al.* (2000) et Jorgensen et Zaccour (2004) généralisent au cas oligopolistique le monopole dynamique de Kalish (1983). Chatterjee (2009) passe en revue cette littérature. Pour une introduction aux techniques des jeux différentiels, le lecteur peut se référer à Dockner *et al.* (2000) ainsi qu'à Jorgensen *et al.* (2007). Dockner et Jorgensen (1988) écrivent l'article fondateur de l'oligopole dynamique. Nous présentons les différentes spécifications proposées. Les auteurs débutent l'analyse avec une fonction de demande courante générale

$$\dot{x}_i = f_i\left(p_1, p_2, ..., p_n, x_1, x_2, ..., x_n\right), i = 1, ..., n. \tag{1.39}$$

Le modèle général qui prend en compte effets d'apprentissage au niveau de la production et effets de diffusion au niveau de la demande conduit à des résultats qui ne sont pas facilement inter-

prétables. En suivant Kalish (1983), les auteurs spécifient donc leur modèle pour obtenir des résultats analytiques précis.

En ne gardant que les effets de ventes de son propre bien et les prix de tous les biens multiplicativement séparables, (1.39) devient

$$\dot{x}_i = k_i\left(x_1\right) q_i\left(p_1, p_2, ..., p_n\right), i = 1, ..., n. \tag{1.40}$$

Dans ce cas, pour un taux d'intérêt nul, les prix augmentent (resp. baissent) au cours du temps lorsque dk_i/dx_1 est positif (resp. négatif) pour tout i. Notons qu'a priori, dk_i/dx_1 est positif au début du cycle des ventes et négatif à la fin. La politique de tarification est donc une courbe en U inversé.

Les auteurs considèrent aussi les ventes cumulées pour l'ensemble des firmes du bien x (mais non les ventes cumulées de chaque firme x_i). (1.40) est

$$\dot{x}_i = g\left(x\right) q_i\left(p_1, p_2, ..., p_n\right), i = 1, ..., n. \tag{1.41}$$

En spécifiant l'impact du prix de manière linéaire et en négligeant les impacts de l'actualisation et de l'apprentissage au niveau de l'offre, les prix augmentent (resp. baissent) au cours du temps lorsque dg/dx est positif (resp. négatif). La tarification suit encore une courbe en U inversé.

Le dernier cas traite du duopole et les ventes courantes dépendent du seul prix du bien i et des ventes passées des deux biens.

$$\dot{x}_i = k_i\left(x_1, x_j\right) q_i\left(p_i\right), i, j = 1, 2; i \neq j. \tag{1.42}$$

Dans ce cas, en négligeant l'actualisation et l'apprentissage en

production, les prix augmentent (resp. baissent) au cours du temps lorsque $\partial k_i / \partial x_i$ est positif (resp. négatif).

Au final, le résultat principal déduit de ces différents cas est que les prix augmentent au début du cycle (les effets d'imitation dominent) et diminuent en fin de cycle (les effets de saturation sont forts). Ainsi la politique de tarification qui émerge est celle du U inversé.

Les résultats plus hauts ne sont pas liés au choix du prix comme variable de décision de la part des firmes. Rao et Bass (1985) analysent le cas où les firmes, en situation oligopolistique, vendent des produits indifférenciés. Le prix est commun pour l'ensemble des firmes qui choisissent leur niveau de production En isolant différents effets dynamiques, les résultats sont similaires à ceux de Dockner et Jorgensen (1988). En effet, avec l'effet de saturation, les prix déclinent dans le temps. Avec des effets de diffusion positifs, les prix augmentent dans le temps.

1.6.3 La compatibilité

Au niveau de l'offre, les externalités de réseau peuvent déterminer le choix d'une technologie par une firme (Kuester *et al.*, 2000). Les standards sont parfois imposés par les autorités administratives ou par un regroupement de firmes, mais résultent souvent d'un choix de la part de la firme dominante du marché (Tirole, 1995). Quand les choix technologiques sont imposés par les forces du marché, les firmes dominantes peuvent réaliser la compatibilité en choisissant individuellement une technologie ou collectivement en encourageant les autres firmes à adopter la même technologie (Farrell et Saloner, 1995). Les firmes peuvent aussi décider de ne pas rendre leurs produits compatibles (Xie et Sirbu, 1995).

Tant que la question de la compatibilité entre les produits n'est pas résolue au sein d'une industrie considérée, les consommateurs tendent à retarder l'adoption d'un produit technologique (Kuester *et al.*, 2000). L'impact du choix de compatibilité avec la concurrence mérite donc d'être étudié. Les travaux de Farrell et Saloner (1985, 1986), Katz et Shapiro (1985, 1986) et d'Economides (1996a, 1996b, 1998) examinent ces questions et donnent des éléments pour le développement des modèles de diffusion (Chatterjee *et al.*, 2000).

Certains marchés se caractérisent par la compatibilité de leur produit avec les autres. Dans ce cas, l'utilité d'un consommateur pour un produit dépend aussi de la pénétration des produits compatibles (Xie et Sirbu, 1995). Les questions de compatibilité sont particulièrement importantes pour les marchés de biens technologiques où la standardisation permet l'utilisation conjointe des produits, la minimisation des apprentissages pour l'utilisation des produits et la réduction de l'incertitude quant aux nouvelles technologies.

Pour Tirole (1995), les externalités peuvent être directes ou indirectes. Une externalité directe apparait lorsque l'utilité d'un consommateur augmente avec la base installée du même réseau (par exemple le nombre de téléphones du même réseau). Les externalités indirectes sont issues de la base installée des biens compatibles.

Les externalités de réseau ont des conséquences au niveau de la demande et au niveau de l'offre. Au niveau de la demande, les externalités de réseau aboutissent à un problème de coordination des consommateurs pour le choix du standard à acheter. Ainsi, les consommateurs peuvent retarder l'achat du bien pour réduire l'incertitude quant à son utilité finale (Katz et Shapiro, 1986). Les politiques qui réduisent cette incertitude gagnent donc de l'importance (Kuester *et al.*, 2000). Dans certains cas pourtant, la mise sur le mar-

ché d'un produit délibérément non compatible peut constituer un signal de capacité par la firme à contrôler le marché futur.

1.7 Conclusion

Cette revue de littérature est consacrée à la tarification dynamique. La première section à décrit les principes et les limites des modèles de tarification dynamique et à exposé les différentes formes de politique de tarification (écrémage, pénétration et combinaison des deux). La deuxième section a présenté les travaux fondateurs des modèles de tarification dynamique. Ces modèles datent des années 20 . En raison des limites de l'outil d'optimisation disponible à l'époque, ils ne peuvent que caractériser l'existence d'un équilibre mais non la forme de la politique de tarification. La troisième section est consacrée aux modèles de diffusion dont l'origine remonte aux années soixante. Ces modèles ne prennent pas en compte la tarification comme variable de décision. Néanmoins, ils sont à des modèles de tarification dynamique présentés de la quatrième section. Cette section retrace l'origine des règles numériques et analytiques de la tarification de la firme en situation de monopole. Elle pose les principes et les méthodes des modèles actuels de tarification dynamique. La cinquième section, qui distingue innovation de produit et innovation de procédé, montre comment l'innovation a été analysée conjointement à la tarification dynamique. La dernière section introduit la question de la concurrence et pose la question du comportement oligopolistique, des stratégies d'entrée et de compatibilité entre produits concurrents.

Cette revue de littérature permet de vérifier que la question de la tarification dynamique est essentielle. Cette question se pose dans

une grande variété de contextes et nourrit de nombreux travaux. Ce chapitre signale aussi que des liens intéressants à réaliser avec d'autres littératures ne sont pas encore faits ou seulement de manière fragmentaire. En particulier, la question de la tarification dynamique sur un marché biface, alors qu'elle est primordiale pour les prescriptions qui en découlent n'est pas faite. Par ailleurs, l'analyse conjointe de la tarification dynamique et de l'investissement en innovation est encore très partielle.

2 Tarification dynamique sur un marché biface

2.1 Introduction

Parmi les logiciels liés à internet, beaucoup d'applications fonctionnent selon une architecture client-serveur. Dans cet environnement, les logiciels clients faisant partie du réseau envoient des requêtes aux serveurs, fournisseurs de services. Ces services concernent la fourniture de contenu comme des fichiers, une connexion internet, du courrier, l'heure ou des nouvelles. Un type de logiciel client-serveur particulier concerne le courrier électronique. L'éditeur de logiciel Qualcomm fournit le client de courrier (Eudora Client) et le serveur de courrier (Eudora Worldmail Server).

Un autre type de logiciel client-serveur concerne l'accès au World Wide Web. L'éditeur Microsoft par exemple propose à la fois le logiciel client ou navigateur (Internet Explorer) et le logiciel serveur (Internet Information Services). La communauté du logiciel libre développe le navigateur Firefox et le serveur Apache. Chaque navigateur peut lire le système standard de description de texte HyperText Markup Language (HTML) (ou l'eXtensible Markup Language (XML)) et utiliser le système standard de transfert de données HyperText

Transfert Protocol (HTTP). Pour accéder à un document, le navigateur utilise le protocole HTTP et envoie une requête au serveur web qui gère le fichier désiré. Le serveur web envoie le document au navigateur. Le navigateur interprète le code HTML du document et en donne une image. Un même logiciel client peut se connecter indifféremment à différents logiciels serveurs et un même logiciel serveur peut répondre à plusieurs clients successivement (Jain et Kannan, 2002 ; Christ et Avi-Itzhak, 2002). Par la suite, pour plus de concision, nous utiliserons avec le même sens les termes client et serveur pour désigner respectivement logiciel client et logiciel serveur.

Le client internet n'est pas un produit isolé. Il est complémentaire du serveur internet (Windrum, 2004). Il peut arriver que des navigateurs différents lisent une même page internet de manière spécifique. Par exemple, la technologie ActiveX, développée par Microsoft, fonctionne mieux sur Internet Explorer que sur un navigateur alternatif (Chiaravutthi, 2006). Dans ce cas, les externalités de réseau découlent de ce que les webmestres sont incités à développer leur site pour le navigateur le plus utilisé. Ainsi, le navigateur qui peut voir le plus grand nombre de sites et dans le meilleur format est préféré par les utilisateurs (Jenkins *et al.* ,2005). Par ailleurs, un navigateur internet possède ses propres Application Programming Interfaces (API). Ces applications spécifiques au navigateur créent des liens avec des logiciels tiers. Ces logiciels permettent par exemple la lecture de flux d'information en continue (flux RSS), l'accès à des documents en pdf (Adobe Acrobat), la recherche d'information (Google Toolbar) voir le téléchargement de fichier avec un client BitTorrent. Lorsque de plus nombreux utilisateurs adoptent un navigateur particulier, les développeurs de logiciels indépendants sont davantage incités à dé-

velopper des applications sur ce support, ce qui renforce l'intérêt de ce navigateur pour les utilisateurs (Windrum, 2004).

Les principaux clients internet sont Internet Explorer et Firefox qui détiennent respectivement 44,8% et 45,4% des parts de marché (w3schools, 2009). Google est entré sur le marché en septembre 2008 avec Chrome qui équipe 3,8% des navigateurs suivi par Safari et Opera (resp. 2,9% et 2,3%) . Ces chiffres sont à prendre avec précaution en raison de la possibilité d'avoir plusieurs navigateurs (*multi-homing*). Le marché des serveurs internet est dominé par Apache et Internet Information Services (resp. 52,3% et 33,9% des parts de marché selon Netcraft en 2009). Les serveurs Nginx et Sun ont des parts négligeables. Le marché est donc dominé par deux éditeurs principaux (Microsoft et la communauté du logiciel libre) et est contesté par le nouvel entrant Google. Remarquons que ce marché n'a pas toujours été duopolistique. En effet, en 2003, Internet Explorer détenait 84,9% de parts de marché (contre 7,2% pour Mozilla/Firefox). Au niveau des serveurs, Apache représentait 71% des serveurs internet en 2005. Si le marché des logiciels client-serveur est aujourd'hui plutôt duopolistique et permet l'entrée, il a, à certains moments, été monopolistique.

Le fonctionnement du marché de l'industrie du client-serveur internet diffère en plusieurs points de celui d'autres marchés plus conventionnels. Tout d'abord, les clients et serveurs internet sont utilisés par des groupes de consommateurs distincts suivant qu'ils veulent fournir ou accéder à du contenu. L'utilisateur qui souhaite consulter un site internet ne souhaite pas forcément en héberger un. Ainsi, le consommateur de l'un des biens n'a pas nécessairement vocation à acheter l'autre (Parker et Van Alstyne, 2005). Notons aussi que ces deux groupes d'utilisateurs, bien qu'ils soient en relation, ne

réalisent pas forcément de transaction commerciale entre eux. Leurs interactions sont possibles grâce à leurs logiciels respectifs proposés par l'éditeur qui servent de plateforme entre les deux groupes (Rochet et Tirole, 2006).

Ensuite, les logiciels sont sujets aux externalités de réseaux. Cela signifie que la valeur du logiciel client (resp. serveur) augmente avec la base installée d'utilisateurs de ce client (resp. serveur) (Rohlfs, 1974 ; Farrell et Saloner, 1986). La première raison vient de la spécificité du logiciel qui nécessite un apprentissage particulier. Ainsi, plus le logiciel est répandu, plus la connaissance de son utilisation est bénéfique. Les clients et serveurs internet connaissent donc des externalités concernant le même produit. Comme ces externalités ont lieu pour le marché du même bien, elles sont appelées externalité de réseau intramarché (Gallaugher et Wang, 2002). Par ailleurs, un logiciel client a d'autant plus de valeur qu'il accède à des services et donc que les logiciels serveurs sont nombreux. De manière équivalente, la valeur d'un serveur augmente avec le nombre de clients qu'il peut servir. Ainsi, en raison de leur complémentarité, les clients et serveurs internet sont sujets aux externalités de réseau intermarché (les externalités existent pour le marché du bien complémentaire) (Gallaugher et Wang, 2002 ; Chiaravutthi, 2006). Notons l'existence des externalités intermarché pour le produit complémentaire de la firme comme pour tout autre produit compatible (Jain et Kannan, 2002 ; Jenkins *et al.*, 2005 ; Windrum, 2004 ; Chiaravutthi, 2006).

En outre, les firmes capables de capturer une part de marché pour le bien complémentaire bénéficient d'une part de marché et d'un prix plus élevés pour l'autre bien (Schilling 2002 ; Windrum, 2004 ; Chiaravutthi, 2006). Ainsi, il est plus profitable pour une firme de fournir les deux produits complémentaires que pour deux firmes

de les proposer indépendamment. Cela explique que la même firme propose à la fois le client et le serveur pour un service considéré. De plus, comme les logiciels de type client-serveur sont des biens numériques, ils se caractérisent par un coût marginal nul ou négligeable (Gallaugher et Wang, 2002). Cette propriété est importante puisqu'elle assure au producteur une flexibilité dans la politique de tarification plus grande pour les deux biens complémentaires. Elle facilite donc le *versioning* ou les subventions de manière plus importante que pour les biens conventionnels (Bakos et Brynjolfsson, 1999). Elle permet même la tarification à un prix nul pour l'un des biens (Windrum, 2004 ; Chiaravutthi, 2006).

Enfin, les logiciels client-serveur internet connaissent des effets dynamiques (Gallaugher et Wang, 2002 ; Jenkins *et al.*, 2005). En effet, comme il s'agit d'un secteur technologique, le rôle des *early adopters* (ou innovateurs) est de premier plan dans la diffusion du produit par le bouche à oreille auprès des *late adopters* (ou imitateurs). Le bouche à oreille réduit l'incertitude quant aux caractéristiques du produit en véhiculant des informations sur sa qualité et sa sécurité notamment (Gallaugher et Wang, 2002). De plus, les navigateurs et serveurs internet sont des biens durables. Ainsi, au fur et à mesure que les consommateurs achètent le produit, le marché potentiel restant se réduit et les ventes suivantes sont moins faciles (Bass, 1969 ; Kalish, 1983). En outre, étant donnée la complémentarité entre les deux biens, la diffusion de l'un facilite celle de l'autre (Ladròn *et al.* 2007). Comme le prix d'un produit agit directement sur sa diffusion, il agit aussi indirectement sur la diffusion du produit complémentaire. Le prix pratiqué sur les deux produits doit assurer la croissance conjointe des ventes de manière "équilibrée". La politique de tarification simultanée pour les deux biens devient donc plus complexe.

Pour résumer, les logiciels de type client-serveur sont deux biens complémentaires vendus par un même éditeur (ou plateforme). L'utilité associée à la possession de chaque logiciel est liée à la taille de la base installée de logiciels clients et de logiciels serveurs. Les externalités associées à la détention d'un logiciel sont de type club. Ces logiciels sont soumis à des effets dynamiques (de diffusion) où la diffusion d'un logiciel impacte la diffusion de l'autre. Les dimensions qui émergent du problème sont donc celles de la tarification, des externalités et de la diffusion.

La question qui se pose pour l'éditeur de logiciel de type client-serveur est celle des politiques de tarification simultanées à adopter pour les deux biens. La réponse à cette question est a priori complexe puisque les biens connaissent à la fois des externalités de marché et des effets de diffusion. En particulier, alors qu'il est intuitif que les externalités intramarché et intermarché impactent la tarification d'un bien, il est moins évident de connaître l'impact relatif de chaque effet. Les deux types d'externalités ont-elles le même impact sur la politique de tarification ? Par ailleurs, il n'est pas facile non plus de savoir comment se conjuguent effets liés à l'élasticité au prix et effets liés aux externalités de réseaux quant à leur influence sur la forme de la tarification. Quelle est l'importance relative des effets prix et des effets réseaux dans la tarification d'un bien ? Par ailleurs, quelles modifications peuvent amener à ces politiques des effets temporels comme des effets de mode, des effets liés au marketing ? Enfin, quelles sont les conditions favorables à l'émergence d'une politique de prix nul pour l'un des bien ? Une politique de prix nul réduit-elle fortement le profit ? De manière plus générale, nous nous demandons quels sont les déterminants et les formes des poli-

tiques de tarification intertemporelle pour une plateforme de marché biface dont les biens sont soumis à des effets dynamiques.

La réponse à ces questions nécessite la mobilisation des littératures sur la diffusion de nouveaux produits et sur les marchés bifaces (MB). Chacune de ces littératures apportent une réponse partielle au problème. Dans la littérature sur la diffusion, la branche qui traite de la tarification intertemporelle, alors qu'elle prend en compte le prix du produit et les effets dynamiques, ne considère qu'un seul bien (Bass, 1969 ; Kalish, 1983). La branche sur la diffusion multiproduit analyse les complémentarités entre plusieurs biens ainsi que les effets dynamiques mais n'intègre pas leur prix (Bayus *et al.* 2000). La littérature sur les MB retient plusieurs biens ainsi que leurs prix mais se restreint à un cadre statique (Rochet et Tirole, 2006).

Pour répondre à notre question de recherche, nous mobilisons conjointement les effets dynamiques dans la diffusion de plusieurs produits ainsi que leurs prix. Nous mobilisons donc les trois types de littérature plus haut, qui, si elles ont modélisé ces trois éléments deux à deux, ne les ont pas étudiés ensemble. Cette démarche nous semble nécessaire pour répondre à la question de la tarification simultanée de logiciels de type client serveur par une plateforme.

Alors que l'on peut s'attendre à ce que les externalités de réseau directe et indirecte aient le même impact sur la forme de la politique de tarification, nous montrons que cette intuition est fausse dans le cas général. Elle n'est d'ailleurs pas vérifiée pour des fonctionnelle de demande simple comme lorsque l'effet prix et les externalités de réseau sont aditivement séparables. En revanche, lorsque la fonctionnelle de demande est multiplicativement séparable en le prix et les bases installées, et seulement dans ce cas, l'impact sur la politique de tarification de l'externalité de réseau directe est le même que celui

de l'externalité indirecte. Par ailleurs, en présence de la seule externalité de réseau intramarché, lorsque le taux d'actualisation est nul, la politique de tarification est de forme croissante (resp. décroissante) lorsque l'externalité est positive (resp. négative). L'élasticité de la demande au prix ne modifie pas ce résultat. Enfin, ces résultats sont robustes à l'introduction, selon certaines formes fonctionnelles, de chocs temporels exogènes sur la fonction de demande courante. Nous montrons aussi par simulation qu'un prix nul, résultat d'une politique de tarification de second rang, est préférable pour le client lorsqu'il existe une différence entre les externalités de réseau indirectes. Cette politique de tarification de second rang ne détériore que très peu le profit intertemporel.

Nous simplifions la situation réelle actuelle en considérant un monopole. En effet, le marché des clients-serveurs a été étudié comme un duopole pour des analyses empiriques (Jenkins *et al.*, 2005 ; Chiaravutthi, 2006). Toutefois, ce marché a aussi été monopolistique (Netcrast, 2009 ; w3schools, 2008). Les résultats éclairent donc le passé monopolistique de ce marché. Il s'agit aussi d'une première approche que nous complèterons ultérieurement en introduisiant la concurrence.

Ce travail est important car un grand nombre de marchés de produits technologiques comme les systèmes d'exploitation ou les services de télécommunication sont à la fois bifaces et soumis à des effets dynamiques (Ladròn *et al.* 2007). Un autre exemple de marché comportant ces particularités est le marché de la rencontre en ligne (Rochet et Tirole, 2006). Les particularités de ces marchés sont la diffusion par une plateforme de produits complémentaires adressés à des catégories distinctes de consommateurs. Ces produits sont su-

jets à des externalités de réseau intra et intermarché. Il n'y a pas de paiement entre les utilisateurs finaux.

Dans la deuxième partie, nous présentons les littératures. Le modèle général est présenté dans la troisième partie et spécifié dans la quatrième pour obtenir des résultats plus précis. Dans la cinquième partie, nous proposons une simulation numérique du modèle. La sixième partie conclue.

2.2 Revue de littérature

Nous résumons ici certains éléments développés dans le chapitre consacré à la revue de littérature sur la tarification dynamique.

2.2.1 La tarification de nouveau produit

Basée sur l'article fondateur de Bass (1969) sur la diffusion de nouveaux produits, la littérature sur la tarification de nouveaux produits est conséquente (Mahajan et Muller, 1979 ; Mahajan *et al.* 1990 ; Mahajan *et al.* 2000 ; Chatterjee, 2009 ; Liu et Chintagunta, 2009). Cette littérature modélise les ventes d'un nouveau produit tout au long de son cycle de vie. Dans les modèles de diffusion, les ventes courantes dépendent de la base installée du produit (ou ventes passées) (Bass, 1969) et du prix courant (Robinson et Lakhani, 1975). L'impact des ventes passées sur les ventes courantes existe en raison d'une part du bouche à oreille, d'autre part de l'intérêt croissant pour un produit utilisé par de plus nombreux utilisateurs et enfin par la saturation du marché. Comme les premiers consommateurs ne tiennent pas compte de la conséquence de leur achat sur l'utilité des autres consommateurs, ces effets constituent des externalités. En pratique, les externalités sont une caractéristique importante de

nombreux nouveaux produits et expliquent en partie la forme des ventes cumulées au cours du temps (Mahajan *et al.* 2000, Ladròn *et al.* 2007).

Traditionnellement, la littérature sur la diffusion considère l'achat d'un nouveau produit par des consommateurs qualifiés d'*early adopters*, qui par la suite, influencent les *late adopters*. Le lien entre ces deux groupes se fait par le bouche à oreille. Il est lié à une meilleure connaissance du produit au fur et à mesure qu'il pénètre le marché. Cette connaissance est permise par l'expérience des innovateurs partagée auprès des imitateurs. C'est le cas notamment des produits technologiques pour lesquels l'incertitude est plus forte (Ladròn *et al.* 2007).

La disponibilité à payer pour certains produits augmente avec la base installée (les ventes passées ou l'ensemble des consommateurs de ce produit). Ce phénomène constitue une externalité de réseau positive. Le concept d'externalité de réseau, défini par Rohlfs (1974), signifie que la valeur d'un produit pour un utilisateur dépend du nombre des autres utilisateurs de ce produit. De manière plus particulière, la valeur d'adhérer à un réseau dépend du nombre de personnes connectées à ce réseau (Katz et Shapiro, 1985, 1994 ; Farrell et Saloner, 1986, Arthur, 1989 ; Economides, 1996). Des exemples d'applications empiriques sont en particulier Brynjolfsson et Kemerer (1996) pour le marché des tableurs, Saloner et Shepard (1995) pour celui des distributeurs de billets et Gallaugher et Wang (2002) pour les applications de client-serveur internet. Lin et Chintagunta (2009) proposent une revue de littérature sur la tarification de biens à externalités de réseau.

La caractéristique d'un bien durable est de ne pas être détruit lors de son utilisation, même s'il peut s'user au cours du temps.

Ainsi, la taille d'un marché majore les ventes possibles d'un bien durable (Bass, 1969 ; Kalish, 1983 ; Xie et Sirbu, 1995). Donc, plus un bien a déjà été vendu, moins il sera facile à vendre par la suite. Les logiciels clients-serveurs possèdent cette caractéristique de bien durable. La saturation du marché, qui augmente avec la diffusion du bien, constitue un troisième effet dynamique. Cet effet réduit les ventes futures de la firme.

Depuis Robinson et Lakhani (1975), les modèles de diffusion permettent de caractériser la forme des politiques de tarification intertemporelle et d'expliquer les évolutions des prix observées (Mahavan *et al.* 90). Ils montrent comment les effets de dynamiques impactent la politique de tarification. Les trois formes de base pour les politiques de tarification, selon Jorgensen (1986), sont : la pénétration (le prix démarre bas et augmente progressivement), le *skimming* ou écrémage (le prix démarre haut et diminue de manière monotone), la pénétration suivie de l'écrémage. Ces deux dernières politiques sont les plus étudiées dans la littérature sur la diffusion et observées en pratique (Karshenas et Stoneman, 1993 ; Bass, 1995).

La généralisation de la diffusion monoproduit au cas multiproduit offre un cadre plus réaliste pour la compréhension des relations interproduits. Elle permet de meilleures prévisions et une politique de tarification plus efficace (Bayus *et al* , 2000 ; Mahajan *et al.*, 2000 ; Chatterjee, 2009). Alors qu'il existe des études empiriques (Gupta *et al.* 1999 ; Gallaugher et Wang, 2002 ; Ladròn *et al.*, 2007), l'analyse formelle de marchés dynamiques de plusieurs produits complémentaires, en dépit de l'intérêt évident des prescriptions pour le praticien, est restée limitée (Schocker *et al.* 2004). Certains modèles théoriques comme ceux de Peterson et Mahajan (1978) ou Bayus *et al.* (2000) existent. Ces modèles, basés sur le paradigme des systèmes

dynamiques, ne prennent donc pas en compte de variable de décision comme le prix de la part de la firme.

La littérature sur la diffusion de nouveaux produits permet, dans sa branche sur la tarification dynamique, de traiter de la tarification pour un seul bien soumis à des effets dynamiques et, dans sa branche sur la diffusion multiproduit, de caractériser la diffusion de plusieurs biens soumis à des effets de diffusion croisés. Cette littérature apporte donc une réponse partielle au problème qui nécessite l'analyse conjointe de la tarification et d'effets dynamiques multiproduit.

2.2.2 Les marchés bifaces

La littérature théorique sur les marchés bifaces (MB) suggère que beaucoup de marchés sujets aux externalités de réseau se caractérisent par la présence de deux côtés distincts. Les consommateurs d'un bien sur un marché biface ne consomment pas nécessairement le bien complémentaire. En particulier, l'utilisateur de navigateur internet n'a pas besoin d'un serveur. Ce cas est différent de celui de l'acheteur du rasoir qui achète des lames par la suite et est soumis à un effet de cliquet intertemporel (Rochet et Tirole, 2006).

Les interactions entre les deux côtés du marché induisent de fortes complémentarités entre les produits. Chaque côté a intérêt à ce que l'autre côté détienne le bien en question. Cette complémentarité croisée entre produits génère des externalités. La littérature sur les MB étend le concept d'externalité de réseau intramarché à une situation intermarché.

Deux types d'externalités sont identifiées sur un MB : une externalité d'usage, typique d'un système de paiement (Rochet et Tirole, 2006) et une externalité de club ou de *membership* présente sur un

système de communication (Armstrong, 2006). L'externalité d'usage est présente en particulier dans un système de paiement parce que chaque utilisation de la carte entraine une externalité pour l'acheteur et pour le commerçant. Sur un système de communication, la détention d'un téléphone permet à chaque utilisateur d'appeler ou de se faire appeler. Cette externalité à faire partie d'un groupe est une externalité de club. Ces deux types d'externalités ne sont pas exclusives l'une de l'autre. Dans notre travail, nous ne retenons que l'externalité de *membership* car c'est elle qui influe sur les logiciels de type client-serveur.

La valeur pour le consommateur final ne vient pas de la détention des deux produits, mais de l'interaction avec les détenteurs du produit complémentaire (Parker et Van Alstyne, 2005). Selon Rochet et Tirole (2006), la croissance de la base installée d'un côté du marché impacte la structure de prix au profit du fournisseur du bien complémentaire. Il y a donc une incitation pour le producteur d'un bien à proposer le bien complémentaire. Les firmes proposant les deux biens sont appelées plateformes. L'internalisation des externalités de réseau intermarché leur confère un avantage concurrentiel.

Par cette internalisation, la plateforme se propose d'avoir "les deux côtés à bord" en choisissant un prix adapté en termes de niveau et de structure. Parker et Van Alstyne (2005) montrent que la structure de prix dépend des externalités intermarché. Une politique de tarification optimale peut être, en particulier, de proposer durablement un bien pour un prix nul. Cela est possible lorsque le coût de production marginal est négligeable. Ainsi, une firme peut subventionner une partie arbitrairement importante du marché. La proposition selon laquelle un prix négatif permet la maximisation du

profit global est intéressante d'un point de vue pratique (Parker et Van Alstyne 2005).

Plusieurs études constatent qu'il existe des externalités de réseau sur le marché des clients et serveurs web (Gallaugher et Wang, 2002 ; Chiaravutthi, 2006). Par ailleurs, ces auteurs indiquent que la relation entre part de marché pour les navigateurs internet et prix de serveurs internet montre que le marché des logiciels internet est biface.

La littérature sur les MB explique la tarification par une plateforme de biens soumis à des externalités mais reste dans un cadre statique. Elle apporte une réponse partielle à notre problème puisque la dimension dynamique est fondamentale sur le marché des biens technologiques.

2.3 Le modèle général

2.3.1 Construction des fonctions de demande

Kalish (1983,1985) propose une analyse de tarification où la demande potentielle est une fonction du prix et de la base installée (c'est à dire du cumul des ventes passées du bien, génératrices d'externalités de réseau). Xie et Sirbu (1995) formule une fonction de demande qui intègre à la fois l'hétérogénéité du prix de réservation, l'impact du prix du bien et la base installée d'utilisateurs.

Nous proposons deux fonctions de demande potentielle, chacune pour deux marchés distincts dont les biens sont complémentaires et servis par une même plateforme. Ces fonctions prennent en compte, à chaque instant, l'hétérogénéité de la disponibilité à payer, le prix du bien, la base installée du bien considéré ainsi que la base installée du bien complémentaire.

Fonction d'utilité nette

En suivant Katz et Shapiro (1992), Xie et Sirbu (1995) et Rochet et Tirolle (2006), la fonction d'utilité nette du consommateur représentatif U à valeurs dans $\mathbb{R}$ est telle que :

$$U = w - p, \tag{2.1}$$

où $w \geq 0$ est la disponibilité à payer et $p \geq 0$ le prix du bien. U est donc le surplus que l'agent obtient pour le bien vendu p lorsque sa disponibilité à payer est w. Par hypothèse, l'agent achète le bien lorsque $U \geq 0$.

Hétérogénéité des prix de réservation

Soit un marché monopolistique sans externalité de demande. Par hypothèse, la population est hétérogène et chaque agent valorise le produit à un niveau $w \geq 0$ où w est distribué dans la population suivant une fonction de densité $z(w)$. En suivant Xie et Sirbu (1995), la demande potentielle en fonction de p est :

$$D(p) = \int_p^{+\infty} z(w)\, dw.$$

Sans perte de généralité et pour simplification de l'analyse, nous normalisons $D(p) \in [0,1]$. D est donc la fraction de la population dont l'utilité nette est positive lorsque qu'elle paye le prix p et en retire le bénéfice w [1].

1. Nous vérifions avec la règle de Leibnitz que la demande est décroissante avec le prix du produit : $\frac{\partial D(p)}{\partial p} = -f(p) \leq 0$.

Externalité de réseau intramarché

Considérons maintenant l'effet d'une externalité de demande directe. En suivant Economides (2000), la fonction d'utilité nette (2.1) avec ajout de l'externalité directe devient :

$$U = w + ax - p, \tag{2.2}$$

avec $a \in \mathbb{R}$, indicateur de l'importance de cette externalité. Cette fonction d'utilité est en ligne avec Katz et Shapiro (1994) qui capturent l'externalité de réseau en considérant un fonction d'utilité croissante avec la taille du réseau.

Le nombre de ventes initiales est donné par $x(0) = x_0 > 0$. La taille du marché est constante et donnée par $x(T) = x_T$. Avec l'externalité directe de la demande, la fonction de demande déduite de (2.2) dépendant de la base installée $x \in [x_0, x_T]$ est selon Xie et Sirbu (1995) :

$$D(p, x) = \int_p^{+\infty} z(w, x)\, dw,$$

où $z(w, x)$ est la fonction de densité du bénéfice du produit sur la population entière. Elle mesure la partie des ventes cumulées dans la population totale. Dans le cas des biens durables, elle correspond à la base installée.

Externalités de réseau intermarché

Considérons maintenant le cas d'un monopole qui propose deux biens i et j. En suivant Xie et Sirbu (1995) et Rochet et Tirole (2006), l'intégration d'externalités de réseau croisées entre les biens i et j

donne les fonctions d'utilité :

$$\begin{aligned} U_i &= w_i + a_i x_i + b_i x_j - p_i, \\ \text{pour } i, j &= 1, 2 \text{ avec } i \neq j, \end{aligned} \tag{2.3}$$

où $b_i \in \mathbb{R}$, l'indicateur de l'externalité indirecte de la base installée du bien j sur l'utilité retirée de la consommation du bien i. Par la suite, nous utiliserons les conventions suivantes : les indices i et j prennent les valeurs 1 ou 2 avec toujours $i \neq j$.

Notons que lorsque $b_i > 0$, l'externalité croisée (ou indirecte ou intermarché) est positive. C'est l'hypothèse de la littérature sur les MB que nous garderons par la suite.

De (2.3) nous tirons les fonctions de demande potentielle :

$$D_i\left(p_i, x_i, x_j\right) = \int_{p_i}^{+\infty} z_i\left(w_i, x_i, x_j\right) dw_i. \tag{2.4}$$

Avec l'hypothèse que les externalités de réseau croisées sont positives, la demande dynamique satisfait :

$$\frac{\partial D_i}{\partial x_j} \geq 0. \tag{2.5}$$

2.3.2 Intégration des effets dynamiques

Nous suivons Kalish (1985), Xie et Sirbu (1995), qui retiennent, pour la diffusion d'un bien durable, un taux de vente linéaire en la demande non satisfaite $(D_i - x_i)$ et le taux de diffusion B_i : $[x_{i0}, x_{iT}] \times [x_{j0}, x_{jT}] \to \mathbb{R}^+$. Les processus sont déterministes et évoluent selon la variable temporelle continue $t \in [0, T]$

$$B_i = B_i\left(x_i, x_j\right). \tag{2.6}$$

La demande courante (ou les ventes courantes) peut s'exprimer comme

$$\begin{aligned} \frac{dx_i(t)}{dt} &= \dot{x}_i = B_i\left(x_i, x_j\right)\left(D_i\left(p_i, x_i, x_j\right) - x_i\right), \qquad (2.7) \\ \text{avec } D_i &\geq x_i. \end{aligned}$$

Nous adoptons dorénavant la notation par un point pour désigner la dérivée par rapport au temps. Remarquons que si $B_i\left(x_i, x_j\right) = 0$, alors il n'y a pas de convergence. De manière similaire, si $B_i\left(x_i, x_j\right)$ tend vers $+\infty$, la convergence est instantanée. Nous faisons l'hypothèse comme Kalish (1983) et Xie et Sirbu (1995) que si p_i, x_i et x_j évoluent de manière à ce que $D_i \leq x_i$, alors les ventes du bien i s'arrêtent. Nous nous intéressons au cas où $D_i \geq x_i$.

Remarquons la différence entre la demande potentielle (2.4) et la demande courante (ou ventes courantes car, par hypothèse, la demande courante est instantanément servie) (2.7). La demande potentielle correspond à la part de la population de consommateurs dont la disponibilité à payer est supérieure au prix du bien. Elle comprend les consommateurs qui ont déjà acheté le bien, comme ceux qui l'acheteront par la suite. La demande potentielle n'est pas immédiatement satisfaite mais se réalise de manière progressive. Cela permet de capturer l'effet de lissage de la diffusion dans les ventes de produit. Les ventes courantes représentent les ventes à l'instant t.

Le processus de diffusion connait un effet d'imitation lorsque

$$\frac{\partial B_i}{\partial x_i} > 0.$$

L'analyse se situe en temps continu. Une plateforme en situation de monopole sert deux côtés interdépendants d'un marché. La demande courante pour le bien i, $\dot{x}_i(t) \geq 0$ est servie immédiatement

et il n'y a pas de stock. Le niveau de la demande courante est égal à celui des ventes courantes et de la production courante. La demande potentielle D_i ne se réalise pas instantanément et évolue de manière continue en $t \in [0, T]$ avec T donné. La base installée ou les ventes cumulées de i est $x_i(t) \in [x_{i0}, x_{iT}]$ donné. Par ailleurs, comme dans Kalish (1983), Xie et Sirbu (1995), Bensaid et Lesne (1996), Dockner *et al.* (2000) les agents ne réalisent pas d'anticipation sur les futurs niveaux des prix.

Rappelons la différence entre la demande potentielle D_i qui mesure la part de la population de consommateurs dont la disponibilité à payer pour le bien i excède son prix $(w_i \geq p_i)$ et la demande courante $\dot{x}_i$ qui donne les ventes de i en t. En particulier, lorsque le bien i est largement diffusé, D_i est bien plus elevé que $\dot{x}_i$.

Les ventes courantes sont positives ou nulles car, dans ce modèle, il n'y a pas de rachat ni de marché secondaire. Les ventes courantes $\dot{x}_i(t)$ dépendent du prix du produit considéré $p_i(t) > 0$ mais pas du prix de l'autre produit $p_j(t)$, hypothèse à la base de la littérature sur les MB. Cela permet de capturer le fait que les utilisateurs finaux n'internalisent pas les externalités que leur achat implique sur l'autre côté. Ces ventes courantes $\dot{x}_i(t)$ dépendent aussi des ventes cumulées précédentes du même produit $x_i(t)$ et du produit de l'autre côté $x_j(t)$. Rappelons que nous supposons que les consommateurs ne forment pas d'anticipation sur les prix. La demande courante sur le côté i est donc telle que :

$$\dot{x}_i(t) = f_i\left(p_i(t), x_i(t), x_j(t)\right). \tag{2.8}$$

Le coût de production du bien i est fonction des quantités produites cumulées de ce même bien $x_i(t)$. Ainsi, $c_i : [0, x_{iT}] \to \mathbb{R}^+$ est

donné par :

$$c_i = c_i\left(x_i\left(t\right)\right).$$

Dorénavant, lorsque le contexte sera évident et pour plus de clarté, nous omettrons les arguments des fonctions.

Nous faisons l'hypothèse que les ventes diminuent avec le prix,

$$\frac{\partial f_i}{\partial p_i} \leq 0, \tag{2.9}$$

et que les coûts de production présentent des effets d'apprentissage sur le produit considéré,

$$\frac{dc_i}{dx_i} \leq 0. \tag{2.10}$$

Cet effet est d'autant plus fort que les coûts fixes sont conséquents, ce qui est le cas pour les logiciels de type client-serveur. En effet, comme tout bien numérique, la production pour la première unité est bien plus coûteuse que pour les suivantes. Par ailleurs, la production cumulée du bien i n'impacte pas le coût de production du bien j.

En raison de l'externalité intermarché, les ventes courantes d'un bien augmentent avec les ventes cumulées de l'autre bien, i.e.

$$\frac{\partial f_i}{\partial x_j} \geq 0. \tag{2.11}$$

Cette hypothèse reprend l'idée que plus nombreux sont les utilisateurs du logiciel client (resp. serveur), plus les ventes courantes du logiciel serveur (resp. client) seront fortes.

(2.9) et (2.11) impliquent

$$\frac{\partial^2 f_i}{\partial x_j \partial p_i} \leq 0, \tag{2.12}$$

qui signifie que l'externalité de réseau intermarché est d'autant plus faible que le prix est élevé.

L'effet des ventes passées sur la demande d'un même produit, à la différence des trois précédents effets n'est pas forcément uniforme. En effet, à l'introduction d'un bien nouveau, les ventes passées peuvent influer positivement les ventes futures. Cela arrive lorsque ces ventes passées permettent de faire connaître le produit ou de réduire l'incertitude sur sa qualité (bouche à oreille positif). En revanche, pour un bien durable, le marché se rétrécit avec les ventes passées, laissant moins d'opportunités de vente. Dans ce cas, les ventes passées affectent négativement les ventes courantes. Les études empiriques (Karshenas et Stoneman, 1993 ; Bass, 1995) montrent qu'en début de cycle de vie du produit, l'effet de diffusion domine l'effet de saturation. En fin de vie du produit, l'effet de saturation est plus important que l'effet de diffusion.

2.3.3 Le problème

En suivant l'exposition faite dans la revue de littérature sur la tarification dynamique, le profit courant $\pi(t)$ à valeurs dans $\mathbb{R}$ est tel que

$$\pi(t) = \sum_{i=1}^{2} (p_i - c_i(x_i))\, \dot{x}_i.$$

En suivant les approches présentées dans le chapitre de revue de littérature sur la tarification dynamique, sans perte de généralité, nous ne prenons pas en compte de valeur résiduelle pour la fonction objectif.

Soit $\mathbf{p}(t) = (p_1(t), p_2(t)), \forall t \in [0, T]$ une stratégie de prix à la date t et $r \geq 0$ le taux d'intérêt. Le problème du monopole qui propose deux produits dont les ventes sont liées est de déterminer

la stratégie de tarification $\mathbf{p}^*$ qui maximise le profit intertemporel. Le programme du monopole est :

$$\begin{aligned}
\mathbf{p}^* &= \arg\max_{\mathbf{p}(t)} \int_0^T e^{-rt} \pi(t)\, dt && (2.13)\\
\text{sous contraintes} &: \dot{x}_i = f_i\left(p_i, x_i, x_j\right), && (2.14)\\
\text{avec } x_i(0) &= x_{i0} \text{ donné.}\\
\text{pour } i, j &= 1, 2 \text{ avec } i \neq j.
\end{aligned}$$

Nous introduisons les contraintes (2.14) dans la fonction objectif en les multipliant avec les prix cachés $e^{-rt}\lambda_i(t)$ pour former le Hamiltonien :

$$\begin{aligned}
& H\left(p_1, p_2, x_1, x_2, \lambda_1, \lambda_2\right) && (2.15)\\
= \; & e^{-rt}\left(\sum_{i=1}^{2}\left(p_i - c_i\left(x_i\right) + \lambda_i\right) f_i\left(p_i, x_i, x_j\right)\right).
\end{aligned}$$

Le principe du maximum, dont les conditions et l'interprétation économique sont en annexe, donne les conditions suivantes :

$$\begin{aligned}
\dot{x}_i &= f_i\left(p_i, x_i, x_j\right), \text{ avec } x_i(0) = x_{i0}, && (2.16)\\
\dot{\lambda}_i &= -\frac{\partial H}{\partial x_i} + r\lambda_i\\
&= -\left(p_i - c_i\left(x_i\right) + \lambda_i\right)\frac{\partial f_i}{\partial x_i} - c_i'\left(x_i\right) f_i && (2.17)\\
&\quad - \left(p_j - c_j\left(x_j\right) + \lambda_j\right)\frac{\partial f_j}{\partial x_i} + r\lambda_i,\\
\text{avec } \lambda_i(T) &= 0, && (2.18)\\
\text{pour } i, j &= 1, 2 \text{ et } i \neq j.
\end{aligned}$$

Comme la fonction objectif (2.13) ne prend pas en compte de valeur résiduelle, en ligne avec les éléments sur la commande optimale présentés en annexe, la condition de transversalité (2.18) est nulle en

$t = T$. La maximisation du Hamiltonien implique les conditions du premier ordre :

$$p_i = c_i - \lambda_i - \frac{f_i}{\frac{\partial f_i}{\partial p_i}}, \tag{2.19}$$

qui peut se réécrire comme dans Kalish (1983)

$$p_i = \frac{\eta_i}{\eta_i - 1} \left(c_i - \lambda_i \right), \tag{2.20}$$

où η_i est l'élasticité de la demande pour le bien i :

$$\eta_i \equiv -\frac{\partial f_i}{\partial p_i} \frac{p_i}{f_i}. \tag{2.21}$$

Nous vérifions que la règle de tarification donnée par (2.20) ressemble à la règle de tarification du monopole dans le cadre statique (règle d'Amoroso-Robinson quand $\lambda_i = 0$). La différence est la présence du prix caché λ_i qui intègre dans la tarification actuelle ses implications dans le profit futur. Le prix caché donne l'impact sur l'objectif (le profit) du relâchement de la contrainte d'une unité. Dans notre contexte, il s'agit de la valeur à la date $t \in [0, T]$ de vendre une unité supplémentaire du bien i. C'est en raison des effets dynamiques que la production d'une unité supplémentaire affecte les profits futurs. Ainsi, la vente d'une unité supplémentaire du bien i aujourd'hui développera les ventes du bien j par la suite et donc augmentera les futurs profits. Dans ce cas, $\lambda_i > 0$ et le prix courant qui maximise le profit intertemporel est inférieur à celui qui maximise le profit courant. Ce prix du bien i faible, permet de développer les ventes du même bien aujourd'hui qui stimuleront, à leur tour, les ventes du bien j demain. En fait, si $\lambda_i > 0$, il existe une incitation à proposer un prix inférieur à celui qui maximiserait le profit courant

pour développer les ventes courantes et ainsi accroître les profits futurs grâce aux effets dynamiques.

– Niveau de λ_i

Pour voir l'évolution du prix caché au cours du temps, nous substituons (2.20) dans (2.17) et obtenons avec (2.21) et après réarrangement :

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_i = r\lambda_i + \dot{c}_i - \frac{\frac{\partial f_i}{\partial x_i} p_i}{\eta_i} - \frac{\frac{\partial f_j}{\partial x_i} p_j}{\eta_j} \\ \lambda_i(T) = 0 \end{cases} \tag{2.22}$$

dont la solution est :

$$\lambda_i(t) = \int_t^T e^{-r(s-t)} \left(\frac{\frac{\partial f_i}{\partial x_i} p_i}{\eta_i} + \frac{\frac{\partial f_j}{\partial x_i} p_j}{\eta_j} - \dot{c}_i \right) ds. \tag{2.23}$$

Nous vérifions que lorsqu'il n'y a pas d'externalité croisées, $\frac{\partial f_j}{\partial x_i} = 0$ et (2.22) comme (2.23) se réduisent aux résultats de Kalish (1983) qui apparaissent comme des cas particuliers. L'interprétation de λ_i et de ses variations est faite dans l'annexe.

– Variations de p_i

Les conditions du second ordre impliquent :

$$\frac{\partial^2 H}{\partial p_i^2} \leq 0 \Leftrightarrow 2 - \frac{\frac{\partial^2 f_i}{\partial p_i^2} f_i}{\left(\frac{\partial f_i}{\partial p_i}\right)^2} \geq 0. \tag{2.24}$$

Ces conditions du second ordre sont les mêmes que dans Kalish (1983), Xie et Sirbu (1995) et Dockner *et al.* (2000). L'introduction d'externalités croisées ne les modifie pas.

En dérivant (2.20) par rapport à t, en substituant (2.20) dans le

résultat et en réarrangeant, nous obtenons [2] :

$$\dot{p}_i\left(2-f_i\frac{\frac{\partial^2 f_i}{\partial p_i^2}}{\left(\frac{\partial f_i}{\partial p_i}\right)^2}\right) = -r\lambda_i - 2f_i\frac{\frac{\partial f_i}{\partial x_i}}{\frac{\partial f_i}{\partial p_i}} + f_i^2\frac{\frac{\partial^2 f_i}{\partial p_i \partial x_i}}{\left(\frac{\partial f_i}{\partial p_i}\right)^2} \tag{2.25}$$
$$-f_j\frac{\frac{\partial f_j}{\partial x_i}}{\frac{\partial f_j}{\partial p_j}} - f_j\frac{\frac{\partial f_i}{\partial x_j}}{\frac{\partial f_i}{\partial p_i}} + f_i f_j\frac{\frac{\partial^2 f_i}{\partial p_i \partial x_j}}{\left(\frac{\partial f_i}{\partial p_i}\right)^2},$$

avec λ_i donné par (2.23) . Le lecteur trouvera en annexe le niveau et l'interprétation de p_i.

Les trois premiers termes du membre de droite sont identiques à ceux de Kalish (1983). Ils sont uniquement liés aux effets prix et diffusion du bien i. Les trois derniers termes quantifient les impacts liés aux externalités croisées. Les quatrième et cinquième termes prennent respectivement en compte l'impact de la diffusion de i sur les ventes de j et l'impact de la diffusion de j sur les ventes de i. Le sixième terme, capture l'externalité intermarché selon le niveau du prix.

De manière plus précise, le membre de gauche est positif en raison des conditions du second ordre (2.24). Le premier terme du membre de droit est du signe opposé à λ_i. λ_i est du signe de l'impact sur le profit d'une vente courante supplémentaire [3]. Le deuxième terme capture l'externalité intramarché. Il est du signe de $\frac{\partial f_i}{\partial x_i}$. Le troisième terme représente l'impact du niveau de l'externalité intramarché en fonction du niveau du prix. Selon (2.12), il est négatif. Les quatrième et cinquième termes correspondent à des effets croi-

2. Le membre de gauche et les trois premiers termes du membre de droite sont identiques au résultat de Kalish (1983). Nous vérifions que lorsque les externalités croisées sont nulles $\left(\frac{\partial f_j}{\partial x_i} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j} = 0\right)$, les trois derniers termes du membre de droite disparaissent. Nous retrouvons donc le résultat de Kalish (1983). En se rappelant avec (2.24) que sur le sentier optimal, le signe du terme entre parenthèses est positif, le signe de la dérivée du prix par rapport au temps est le même que celui du membre de droite de l'équation (2.25).

3. Le niveau de λ_i est discuté plus en détail dans l'annexe.

sés entre les diffusion de i et de j. Le quatrième terme est du signe de $\frac{\partial f_i}{\partial x_i}$ et le cinquième est positif en raison de (2.11). Le sixième terme prend en compte le niveau de l'externalité de j sur i en fonction de p_i. Il est négatif selon (2.12).

Le résultat important qui découle de (2.25) est que dans le cas général, contrairement à l'intuition, l'impact des externalités directe et indirecte n'est pas nécessairement le même sur la politique de tarification.

Les résultats précédents sont robustes puisqu'ils tiennent pour des fonctions de demande très générales. En effet, ces fonctions sont jointes dans l'ensemble de leurs arguments et nous n'avons considéré que leurs propriétés. Ces résultats ne sont toutefois ni précis ni facilement interprétables. Ils ne peuvent pas non plus servir de base à des règles de prescription simples. Ainsi, il demeure intéressant de spécifier davantage les fonctions de demande courante pour gagner en précision ce qui est perdu en généralité.

2.4 Sous-classe de fonctionnelle de demande

2.4.1 Externalités de réseau intramarché et intermarché

Nous étudions maintenant le cas où l'interaction entre le prix de i et les ventes cumulées de i et de j prennent une forme spécifique : les fonctions des bases installées et de prix sont multiplicativement séparables. Cette sous-classe de fonctionnelles est intéressante pour plusieurs raisons. Tout d'abord, il s'agit d'une manière simple et naturelle de modéliser la relation entre les prix et les externalités liées aux bases installée. Ensuite, de nombreux modèles utilisent des cas particulier de cette forme. Enfin, les modèles issus de ce type de fonctionnelle possèdent de "bonnes" propriétés analytiques (Xie et Sirbu,

1995). Dockner *et al.* (2000) et Chatterjee (2009) rappellent que deux types de fonctions multiplicativement séparables sont utilisés dans la littérature : les fonctions exponentielles, les fonctions à isoélasticité et les fonctions linéaires.

Types de fonctionnelles multiplicativement séparables

Dans la littérature, beaucoup de fonctionnelles utilisées se ramènent à un cas particulier de fonctionnelle multiplicativement séparable et capturent l'effet des prix avec une fonction exponentielle. En généralisant Robinson et Lakhani (1975), nous considérons une fonctionnelle où les effets de réseaux sont uniformes

$$\dot{x}_i = f_i = \left(a + bx_i + cx_j\right) e^{-sp_i} \text{ avec } x_i\left(0\right) = x_{i0} \text{ donné.} \tag{2.26}$$

De manière similaire, la généralisation de Easingwood *et al.* (1983) capture une diffusion non uniforme selon les externalités de réseau avec

$$\dot{x}_i = f_i = \left(a + \left(x_i\right)^b + \left(x_j\right)^c\right) e^{-sp_i} \text{ avec } x_i\left(0\right) = x_{i0} \text{ donné.}$$

Dans ces deux cas, la fonctionnelle caractérise l'évolution des ventes courantes d'un bien à achat répété où $(a, b, c) \in \mathbb{R}^{3*+}$ et correspondent respectivement aux coefficients d'innovation, d'externalité intramarché et d'externalité intermarché et $s > 0$ est l'élasticité de la demande courante au prix. Cette équation peut servir d'approximation à l'évolution des ventes de logicies client-serveur dont la licence est temporaire.

En suivant Bass (1980), Dolan et Jeuland (1981), Bass et Bultez (1982), la fonctionnelle peut être généralisée pour capturer l'effet de la durabilité du bien. (2.26) devient

$$\dot{x}_i = f_i = (N_i - x_i)\left(a + bx_i + cx_j\right) e^{-sp_i} \text{ avec } x_i(0) = x_{i0} \text{ donné,}$$

où $N_i > 0$ représente la taille exogène du marché pour le bien i. Notons que si la taille du marché est endogène et dépend de x_i et de x_j, alors le résultat (2.29) est toujours valide. Elle n'est plus valide si la taille du marché pour le bien i dépend du prix de i (lorsque $N_i = N_i(p_i)$).

D'autres fonctionelles de type isoélastique[4] sont utilisées pour capturer l'effet prix (Bayus et al., 2000 ; Dockner et al., 2000). Avec ce type de fonction, (2.26) est

$$\dot{x}_i = f_i = \left(a + bx_i + cx_j\right)(sp)^{-\mu}, \text{ avec } x_i(0) = x_{i0} \text{ donné,}$$

où $\mu > 0$ est l'élasticité de la demande courante au prix.

Les fonctions linéaires permettent aussi de capturer l'effet prix. En suivant, Rao (1988), Dockner et Jorgensen (1988) ou Jorgensen et Zaccour (2004),

$$\dot{x}_i = f_i = \left(a + bx_i + cx_j\right)(d - ep_i), \text{ avec } x_i(0) = x_{i0} \text{ donné,}$$

Résultats

Avec des fonctionelles capturant l'impact des externalités et l'élasticité au prix, (2.16) devient

$$\begin{cases} \dot{x}_i = q_i(p_i)\, h_i\left(x_i, x_j\right) \\ x_i(0) = x_{i0}. \end{cases} \tag{2.27}$$

Cette spécification est plus générale que d'autres qui ne prennent

4. Les fonctions à isoélasticité sont des fonctions puissance.

pas en compte de variable de contrôle comme Bayus *et al.* (2000) qui utilisent $\dot{x}_i = h_i\left(x_j, x_j\right)$ avec $x_i\left(0\right) = x_{i0}$.

Notons que (2.11) implique

$$\frac{dq_i}{dp_i} \leq 0 \tag{2.28}$$

En substituant (2.27) dans (2.25) , l'évolution du prix devient

$$\dot{p}_i\left(2 - q_i \frac{\frac{d^2 q_i}{dp_i^2}}{\left(\frac{dq_i}{dp_i}\right)^2}\right) = -r\lambda_i - \left(q_i\right)^2 \frac{\frac{\partial h_i}{\partial x_i}}{\frac{dq_i}{dp_i}} - \left(q_j\right)^2 \frac{\frac{\partial h_j}{\partial x_i}}{\frac{dq_j}{dp_j}} \tag{2.29}$$

Proposition 2.1 *Pour des fonctionnelles de demande multiplicativement séparables en le prix et la base installée, l'évolution du prix du bien considéré dépend autant de l'effet direct que de l'effet indirect.*

Démonstration. Immédiat lorsque $r = 0$ selon (2.29) où le deuxième (resp. troisième) terme du membre de droite constitue l'effet direct (resp. indirect) sur la variation du prix de i. Avec une fonctionnelle multiplicativement séparable, les deuxième et troisième termes du membre de droite de (2.25) se simplifient pour donner le deuxième terme du membre de droite de (2.29). Ensuite, le quatrième terme de (2.25) donne le troisième terme de (2.29). Les cinquième et sixième terme de (2.25), de signe opposé, s'annulent exactement dans (2.29).

■

Les deux premiers terme de (2.29) sont identiques au cadre monoproduit de Kalish (1983). La modélisation du marché biface implique le troisième terme.

Lorsque le taux d'actualisation r est faible ou lorsque la durée du cycle de vie du produit T est réduite, r peut être approximé par zéro. Dans ce cas, lorsque les effets liés aux externalités intramarché et intermarché sont simultanément positifs (resp. négatifs),

le prix du bien est croissant (resp. décroissant). Ce résultat est tout à fait intuitif. En revanche, lorsque les deux effets sont opposés, la réponse à cette question est plus délicate et dépend des formes fonctionnelles retenues. Nous montrons que pour des formes fonctionnelles du type (2.27), couramment utilisées dans la littérature, l'effet direct a le même impact que l'effet indirect. Ce résultat a l'avantage d'être à la fois simple pour un usage prescriptif et robuste à toute forme fonctionnelle multiplicativement séparable entre les fonctions de prix et d'effets de réseaux.

Ce résultat s'explique parce que si toutes les externalités impactent la tarification d'un bien, les effets de ces externalités ne s'atténuent pas avec la distance de l'externalité par rapport au bien. Ainsi, l'effet direct n'est pas plus important que l'effet indirect. La distance est donc neutre.

Notons que la sous-classe de fonctionnelle de demande particulière considérée, si elle est importante, ne prend pas en compte certaines fonctions de demande simples. La proposition 2.1 ne s'applique par par exemple à la fonction de demande suivante

$$\dot{x}_i = f_i = a + bx_i + cx_j - ep_i, \text{ avec } x_i(0) = x_{i0} \text{ donné.}$$

En effet, dans ce dernier cas, le prix et les bases installées sont additivement séparables et non multiplicativement séparable. L'analyse empirique est donc importante pour dégager la meilleure spécification fonctionnelle de la demande. Cela permet de savoir si la proposition 2.1 s'applique. Les conditions d'applications de cette proposition sont suffisamment restrictives pour qu'elle ne soit pas triviale. En effet, si cette proposition parait intuitive, son cadre d'application n'est pas évident a priori. Il est en effet nécessaire que la fonction-

nelle de demande soit multiplicativement séparable en le prix et la base installée.

L'éditeur de logiciels de type client-serveur, dans l'élaboration de sa politique de tarification pour le logiciel serveur et pour le logiciel client tient compte autant, pour la tarification du serveur, des externalités liées à la base installée des serveurs qu'à celles liées à la base installée des clients (c'est pareil pour la tarification du logiciel client). Les deux types d'externalités directes et indirectes sont égales. Lorsque l'éditeur propose les logiciels client-serveur, les deux types d'externalités devraient être positives car l'effet positif lié au bouche à oreille (supposé positif) l'emporte sur l'effet négatif venant de la saturation du marché. Les deux effets favorisent une politique de prix croissants au cours du temps (politique de pénétration du marché). Un conflit peut apparaître entre ces deux effets seulement lorsque le marché arrive à maturité. En effet, l'externalité intermarché reste positive alors que l'externalité intramarché devient négative en raison de la saturation progressive du marché. Ainsi, au début du cycle de vie du couple de produits client-serveur, les prix des logiciels client et serveur augmentent dans le temps. Ce n'est qu'à la fin du cycle de vie, lorsque l'effet négatif de la saturation du marché est aussi important que l'effet positif lié à l'externalité intermarché que les prix des logiciels baissent. Dans cette situation, la politique de prix suit une courbe en U inversé. Notons qu'en raison de l'existence du bien complémentaire qui introduit un effet dynamique positif, le moment où le prix du logiciel diminue est retardé. En outre, la baisse du prix du bien est atténuée.

Choc temporel

La demande pour les biens technologiques comme les logiciels client-serveur est sensible aux effets temporels comme les effets de mode, les effets d'annonce (Kuester et al., 2000) ou aux résultats d'une campagne marketing. Etant donnée l'importance de ces phénomènes, il est intéressant d'apprécier leur impact sur les politiques de tarification. Les résultats plus haut tiennent pour des fonctions de demande courante plus générales qui intègrent des chocs exogènes liés au temps de manière multiplicativement séparable.

La fonction d'effet temporel sur les ventes courantes du bien i, $l_i : [0, T] \to \mathbb{R}^+$ est donnée par $l_i = l_i(t)$. Le choc temporel est positif (resp. négatif), c'est-à-dire qu'il augmente (resp. diminue) la demande courante de i lorsque $l_i > 1$ (resp. $l_i < 1$). Lorsque $l_i = 1$, le choc temporel est nul.

Les effets de mode sont le plus souvent positifs et commencent à la sortie d'un nouveau bien puis s'estompent avec le temps. Les fonctions suivantes sont des exemples de modélisation qui capturent cet effet.

$$\begin{aligned} l_i(t) &= e^{ke^{-gt}}, \\ \text{ou } l_i(t) &= 1 + ke^{-gt}, \end{aligned} \tag{2.30}$$

où $k > 0$ et $g > 0$ sont respectivement des indicateurs de l'importance initiale et de la décroissance de l'effet de mode. Ces fonctions sont toutefois facilement modifiables pour obtenir différents effets temporels.

Avec $l_i(t)$, (2.27) s'écrit comme

$$\begin{cases} \dot{x}_i = q_i(p_i)\, h_i(x_i, x_j)\, l_i(t) \\ x_i(0) = x_{i0}. \end{cases} \tag{2.31}$$

Après substitution de (2.31), (2.25) devient :

$$\dot{p}_i \left(2 - q_i \frac{\frac{d^2 q_i}{dp_i^2}}{\left(\frac{dq_i}{dp_i}\right)^2} \right) = -r\lambda_i - (q_i)^2 \frac{\frac{\partial h_i}{\partial x_i}}{\frac{dq_i}{dp_i}} l_i - (q_j)^2 \frac{\frac{\partial h_j}{\partial x_i}}{\frac{dq_j}{dp_j}} l_j. \tag{2.32}$$

Proposition 2.2 *La proposition 2.1 est robuste à l'introduction d'une fonction temporelle multiplicativement séparable.*

Démonstration. Comparaison entre (2.29) et (2.32) en se rappelant $l \in \mathbb{R}^{+*}$. ■

Les résultats liés à la fonction de demande courante (2.27) sont généralisables comme dans Kalish (1983) lorsque (2.27) intègre un élément temporel exogène capturé par la fonction $l_i(t)$.

Avant d'aller plus loin, nous avons besoin de deux définitions quant aux différents types d'effets qui peuvent toucher à la politique de tarification.

Definition 2.1 *Un paramètre a un effet qualitatif sur la politique de tarification dynamique s'il en modifie le signe du coefficient directeur.*

Definition 2.2 *Un paramètre a un effet quantitatif sur la politique de tarification dynamique s'il enmodifie le niveau du coefficient directeur mais non le signe.*

En l'absence d'un effet qualitatif mais en présence d'un effet quantitatif, une politique de tarification croissante (resp. décroissante) demeure croissante (resp. décroissante) mais sa pente est modifiée.

Proposition 2.3 *Les élasticités prix direct des biens i et j ont un effet quantitatif et un effet qualitatif sur la forme de la politique de tarification du bien i* $(i, j = 1, 2; i \neq j)$.

Démonstration. Immédiat avec (2.32). ■

Les élasticités-prix de la demande du bien i et du bien j sont susceptibles de remettre en cause la forme de la politique de tarification du bien i. Il est surprenant que ces deux élasticités soient déterminantes pour la politique de tarification d'un seul bien. Il est donc important de bien connaître ces deux élasticités étant donnée leur impact potentiel.

Proposition 2.4 *L'introduction d'une fonction temporelle multiplicativement séparable pour la demande courante de bien i et de bien j a un effet quantitatif et un effet qualitatif.*

Démonstration. Immédiat avec (2.32). ■

En ce qui concerne la tarification du serveur, l'introduction d'effets de mode (ou les autres effets temporels comme les effets d'annonce ou ceux du marketing) sur le serveur ou sur le client peuvent avoir un effet qui augmente ou diminue le caractère croissant ou décroissant de son prix. Ces effets de mode peuvent aussi inverser la tendance haussière ou baissière de la politique de prix L'effet de mode est à priori décroissant dans le temps (Kalish, 1985). Nous pouvons donc supposer que s'il y a des effets qualitatifs, il interviendront au début de l'effet de mode. Les effets quantitatifs leur succèderont. L'introduction de cet effet temporel dans l'analyse est importante car elle peut changer non seulement l'importance de la pente d'une politique de tarification (les prix augmentent ou diminuent plus ou moins vite) mais aussi le sens de la pente (des prix à la hausse peuvent devenir à la baisse et vice-versa). Il est donc essentiel

de modéliser les effets temporels pour l'éditeur qui met en place une politique de tarification intertemporelle.

2.4.2 Externalité intermarché

En ne conservant que des externalités intermarché (indirectes ou croisées), comme dans la littérature sur les marchés bifaces, la demande courante est

$$\begin{cases} \dot{x}_i = q_i\left(p_i\right) h_i\left(x_j\right) \\ x_i\left(0\right) = x_{i0}, \end{cases} \tag{2.33}$$

qui, substitué dans (2.25) donne

$$\dot{p}_i \left(2 - q_i \frac{\frac{d^2 q_i}{dp_i^2}}{\left(\frac{dq_i}{dp_i}\right)^2} \right) = -r\lambda_i - \left(q_j\right)^2 \frac{\frac{\partial h_j}{\partial x_i}}{\frac{dq_j}{dp_j}}. \tag{2.34}$$

Proposition 2.5 *Pour une demande courante séparable entre le prix du bien i et la base installée de j et pour un taux d'intérêt nul, le prix optimal est croissant.*

Démonstration. Evident selon (2.34) en se rappelant (2.11) et (2.9). ■

La proposition 2.5 implique que le prix optimal de i augmente lorsque la base installée de j développe la demande de i. En d'autres termes, des effets positifs des ventes de j sur la demande de i induisent un prix initialement bas de i pour stimuler la demande de j qui, à son tour, stimulera la demande de i. La politique de tarification est donc la pénétration (prix qui augmente de manière monotone). Remarquons que si l'externalité croisée est négative, contrairement à l'hypothèse (2.11), le prix de i est relativement plus élevé et diminue de manière monotone.

Ce résultat implique que la courbe de prix imite le processus de

diffusion. Il s'agit d'un résultat très robuste en théorie de la diffusion, mis en avant par Robison et Lakhani (1975) de manière numérique et démontré de manière formelle par Kalish (1983). Il est donc tout à fait naturel de le retrouver ici lorsque le processus de diffusion vient d'externalité intermarché. L'apport de cet article se comprend au regard de (2.29). Ce résultat montre que l'impact sur la forme de la courbre de tarification de l'externalité de réseau indirecte est la même que celui de l'externalité de réseau directe. Nous en déduisons donc que dans le cas où les ventes ne dépendent que des externalités indirectes, la courbe de la politique de tarification est autant accentuée que lorsque les ventes dépendent seulement des externalités directes. Ce résultat est important d'un point de vue théorique et d'un point de vue pratique. Les règles de tarification isssues du contexte où les externalités de réseau sont directes peuvent s'appliquer telles quelles lorsque les externalités de réseau sont indirectes.

Il est important de considérer aussi les cas où les utilisateurs sans véritablement payer davantage connaissent un coût d'acquisition du bien plus élevé. En effet, le prix n'est pas forcément monétaire. En ce qui concerne les logiciels client-serveur, l'obtention du logiciel, même si elle est gratuite, peut nécessiter l'ouverture d'un compte et la révélation de certaines informations. L'apparition de ces stratégies de la part des éditeurs montre qu'ils peuvent plus en demander aux utilisateurs sans forcément les faire payer. Cette pratique est utilisée notamment par les plateformes de téléchargement pair à pair. Même si toutes sont gratuites au sens financiers, leur accès est plus ou moins difficile (ouverture de compte, nécessité de parrainage ou de réciprocité dans les partages). De manière similaire, la demande sur les sites de rencontre en ligne est surtout liée aux externalités intermarché et peu aux externalités intramarché. Cette caractéristique

explique qu'un site de rencontre en ligne tel que Meetic mène une politique de type pénétration.

Proposition 2.6 *Lorsque le taux d'intérêt est nul, l'élasticité au prix a un effet quantitatif mais non qualitatif sur la forme de la politique de tarification*

Démonstration. Même preuve que pour la proposition (2.5). ■

A titre illustratif, remarquons que lorsque (2.33) est spécifié selon

$$\begin{cases} \dot{x}_i = \left(a + bx_j\right) e^{-sp_i} \\ x_i\left(0\right) = x_{i0}, \end{cases}$$

ou selon

$$\begin{cases} \dot{x}_i = \left(a + \left(x_j\right)^b\right) \left(sp_i\right)^{-\mu}, \\ x_i\left(0\right) = x_{i0}, \end{cases}$$

p_i est croissant sur $[0, T]$ quelle que soit la valeur de $s > 0$. Dans les deux cas, il existe un effet de la sensibilité de la demande courante au prix (capturé par $q_i\left(p_i\right)$) sur l'intensité de l'augmentation ou de la baisse intertemporelle du prix mais non sur le caractère haussier ou baissier du prix. Ce résultat affine la proposition (2.5).

En présence d'un élément d'évolution temporelle des ventes courantes $l_i\left(t\right)$, (2.33) devient :

$$\begin{cases} \dot{x}_i = q_i\left(p_i\right) h_i\left(x_j\right) l_i\left(t\right), \\ x_i\left(0\right) = x_{i0}, \end{cases} . \tag{2.35}$$

Dans ce cas, (2.34) est :

$$\dot{p}_i \left(2 - \frac{\frac{d^2 q_i}{dp_i^2} q_i}{\left(\frac{dq_i}{dp_i}\right)^2}\right) = -r\lambda_i - \left(q_j\right)^2 \frac{\frac{\partial h_j}{\partial x_i}}{\frac{dq_j}{dp_j}} l_i. \tag{2.36}$$

Proposition 2.7 *L'introduction d'un effet temporel $l_i\left(t\right)$ de manière multiplicativement*

séparable sur la demande courante de i a un effet quantitatif mais pas d'effet qualitatif sur la politique de tarification de i.

Démonstration. Evident selon (2.36) . ■

Le caractère croissant ou décroissant du prix du bien n'est pas impacté par la fonction temporelle, peu importe sa forme croissante ou décroissante. Ce résultat est surprenant car si la demande courante subit une forte hausse (resp. baisse) liée au temps $l_i(t)$, alors il serait intuitif que la firme fixe un prix continuellement plus haut (resp. plus bas). En fait, l'effet final sur l'évolution du prix sera juste tempérée par l'effet de $l_i(t)$ mais le signe ne sera pas impacté. La politique de tarification subit le même déplacement $l_i(t)$ que la demande courante.

Proposition 2.8 *L'introduction d'un effet temporel $l_j(t)$ de manière multiplicativement séparable sur la demande courante de j n'a ni effet quantitatif ni effet qualitatif sur la politique de tarification de i.*

Démonstration. Evident selon (2.36) . ■

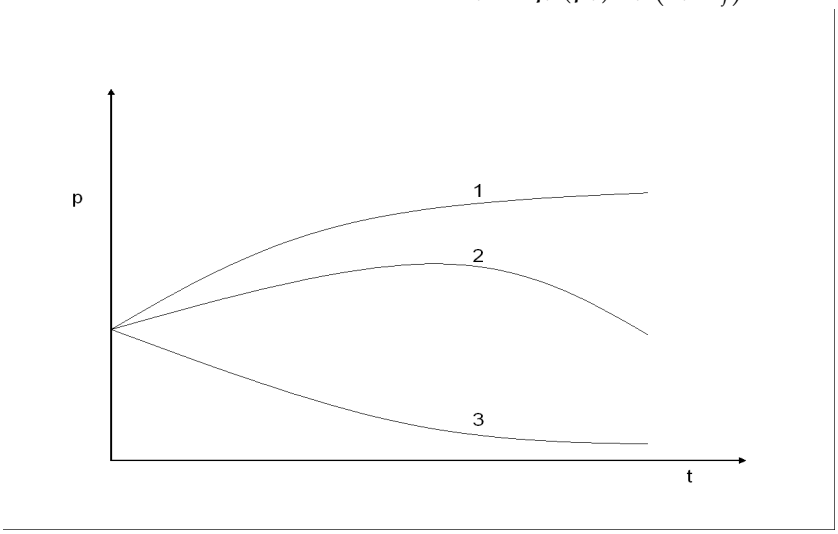
L'évolution temporelle des ventes courantes du bien j n'a d'effet ni sur le caractère haussier ou baissier du prix de i, ni sur l'ampleur de cette hausse ou de cette baisse. La robustesse du résultat (2.34) aux effets temporels croisés est donc totale. Il est ici surprenant que l'existence d'un effet de mode sur le serveur, dont les ventes développent celle du client demeure sans effet ni quantitatif ni qualitatif sur la tarification du client.

2.4.3 Résumé des résultats analytiques

Nous résumons les différentes propositions ci-dessous. Il s'agit des cas pour lesquels le coût de production et le taux d'intérêt sont nuls. Nous considérons les deux cas suivant que nous retenons les

deux types d'externalités (intra et intermarché) ou que nous retenons seulement l'externalité intermarché.

– Externalités intra et intermarché : $\dot{x}_i = q_i(p_i)\, h_i(x_i, x_j)$



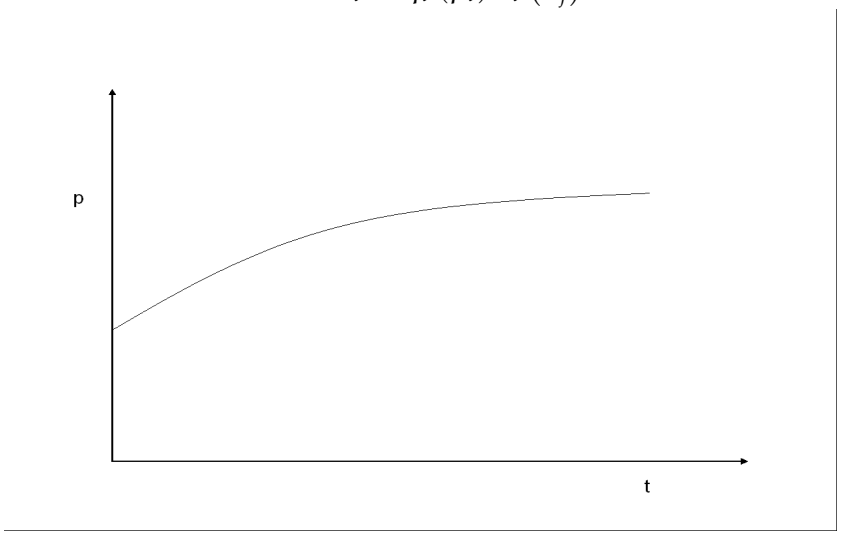
En présence d'externalités intra et intermarché, nous retrouvons les formes classiques des politiques de tarification. Si les deux externalités sont positives alors nous retrouvons la politique de pénétration sur la courbe 1 (le prix augmente continuellement). Si l'externalité intramarché est négative (en raison d'un effet de saturation) et que son impact est supérieur à la moitié de l'impact de l'externalité intermarché (proposition 2.1) alors la tarification suit une politique d'écrémage (courbe 3). La courbe 3 est en U inversé. Elle apparait lorsque l'effet lié à la saturation du marché est faible au début du cycle puis important en fin de cycle. Selon la proposition 2.1, la pente change de signe lorsque l'effet indirect est deux fois plus important que l'effet direct.

Sur ce type de modèle, les élasticités-prix des demandes ainsi que les effets temporels ont des effets quantitatif et qualitatif sur la forme de la politique de tarification de i (propositions 2.3 et 2.4). Cela signifie qu'ils remettent en cause non seulement l'importance de la pente de la courbe de tarification mais aussi son sens.

Ainsi, dans le cas où nous modélisons les deux types d'externalité (intra et intermarché), toutes les formes de politiques de tarification sont envisageables. Ces formes ne sont pas robustes ni aux élasticités prix de la demande ni à l'introduction d'effets temporels.

Notons aussi que, sur la courbe en U inversé, à partir du moment où le prix décroit, cela signifie que le marché commence à saturer. Il peut s'agir d'un signal avant coureur de la sortie d'un nouveau produit qui se substituerait à l'ancien. Cette idée s'applique en particulier à la successison des versions des logiciels serveurs internet ainsi qu'aux systèmes d'exploitation.

– Externalité intermarché : $\dot{x}_i = q_i\left(p_i\right) h_i\left(x_j\right)$



En ne retenant que l'externalité intermarché, la proposition 2.5 montre que seule subsiste la politique de pénétration (les prix sont continuellement croissants). Ce résultat est robuste. En effet, sur ce modèle, l'élasticité-prix n'a qu'un effet quantitatif mais pas d'effet qualitatif (proposition 2.6). De la même manière, la proposition 2.7 montre qu'un effet temporel qui impacterait les ventes de i n'aurait qu'un effet quantitatif mais pas d'effet qualitatif sur la politique de tarification de i. Ainsi, à chaque fois, si la pente de la politique de tarification peut être modifiée par l'élasticité-prix ou un effet temporel, son signe demeure toujours positif. Notons par ailleurs, selon la

proposition 2.8, qu'un effet temporel sur les ventes de j n'a ni effet quantitatif ni effet qualitatif sur la tarification de i.

Ce résultat explique bien les politiques tarifaires des sites de rencontre où seule l'externalité intermarché est pertinente. Dans cette industrie, même si l'accès au site peut être gratuite au début (le temps que le site obtienne une masse critique d'utilisateurs), l'accès devient petit à petit payant et les prix augmentent. C'est en particulier le cas du premier sites français, Meetic, dont les prix ont continûment augmenté depuis son entrée sur le marché. Notons que si la politique de pénétration est très répandue sur ce secteur, elle n'exclut pas la gratuité et le financement par la publicité. Toutefois, même dans ce dernier cas, les sites peuvent devenir en partie payant en proposant un compte de type premium qui dispose de davantage de fonctionnalités (cas du troisième site français Adopte Un Mec qui déclare vouloir rester gratuit tout en développant ce type de stratégie).

2.5 Simulation

– Première approche

Afin d'illustrer davantage le comportement du modèle, nous réalisons ci-après des simulations numériques. Le modèle de tarification que nous étudions se compose d'un système de quatre équations non linéaires dont les conditions aux bornes sont en deux points. En effet, il y a deux conditions initiales (données par le modélisateur) et deux conditions terminales (issues des conditions de transversalité).

Il est possible de simuler un modèle avec des conditions aux bornes en deux points si les équations d'évolutions sont linéaires. De la même manière, il n'est pas difficile de simuler un modèle dont

les équations d'évolution ne sont pas linéaires si les conditions aux bornes ne sont données que pour un seul point.

Dans le cas que nous étudions, en revanche, il n'y a pas de méthode dont la convergence est assurée a priori. Nous avons appliqué, à l'aide du solveur ode23 sous matlab, l'algorithme de Runge et Kutta d'ordre 4 associée à une méthode de tir par interpolation linéaire, ainsi que la méthode de Lobatto avec le solveur bvp4c sous matlab. Dans les deux cas, les méthodes n'ont pas convergé et les résidus ont été très élevés.

Par ailleurs, la linéarisation locale du système que nous étudions, si elle permet d'appliquer une méthode de simulation numérique convergente, fait perdre aux fonctionnelles de demande courante leur principale propriété nécessaire : la séparabilité multiplicative entre les fonctions de réseau et de prix. Cette voix n'est donc pas appropriée pour simuler le modèle.

– Seconde approche

La simulation du problème initial n'est pas possible étant donnés les schémas numériques actuels. En suivant Robinson et Lakhani (1975) et Sethi et Thompson (2000), nous transformons le problème à simuler pour le rendre compatible avec les méthodes numériques existantes. Nous simplifions le problème de deux manières.

Tout d'abord, nous transformons les conditions initiales sur les ventes cumulées x_{i0} en conditions finales x_{iT}. Ces conditions finales s'interprètent comme les prévisions des ventes cumulées à la fin du cycle de vie des produits. Alors que x_{i0} est facilement observable, x_{iT} constitue une prévision. La connaissance de x_{iT} constitue donc une hypothèse. Cette hypothèse est plus ou moins forte selon les cas. Alors que les ventes finales pour un tout nouveau produit sont difficiles à prédire, la prédiction des ventes finales d'une nouvelle

génération d'un produit déjà existant est plus simple. L'hypothèse de la connaissance de x_{iT} n'est donc pas forcément si forte. Elle permet de passer de la simulation d'un système d'équations différentielles avec conditions initiales et conditions terminales à la simulation d'un système avec seulement des conditions terminales.

Par ailleurs, pour simplifier l'analyse, nous étudions le cas d'un marché biface pur. C'est à dire que seules demeurent les externalités de réseau intermarché. Les effets de saturation ne sont donc pas pris en compte. La simulation reste toutefois pertinente pour le début d'un cycle de vie du produit. C'est aussi à ce moment que l'impact des effets dynamiques est le plus intéressant.

– Spécification

Nous simulons les ventes suivantes

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = (a_1 + b_1 x_2)\, e^{-s_1 p_1},\ x_1(T) = x_{1T} \\ \dot{x}_2 = (a_2 + b_2 x_1)\, e^{-s_2 p_2},\ x_2(T) = x_{2T} \end{cases} . \tag{2.37}$$

Pour la simulation, nous prenons pour (2.37) des paramètres conformes à Robinson et Lakhani (1975) et à Bass et al. (2001). Par ailleurs, nous souhaitons nous concenter sur les effets liés aux seules externalités intermarché. Nous simulons le système issu des équations (2.16), (2.20) et (2.22) selon la méthode suivie par Sethi et Thompson (2000). Le programme de simulation est implémenté sur Matlab et est disponible en annexe.

Sur le marché du client-serveur, nous faisons plusieurs hypothèses pour les simulations. Tout d'abord, l'externalité de réseau intermaché est plus forte pour la demande des serveurs que pour celles des clients ($b_2 > b_1$). Dans les deux cas, l'externalités de réseau est positive, toutefois, il est plus important pour un serveur de pouvoir servir beaucoup de clients que pour un client d'avoir accès

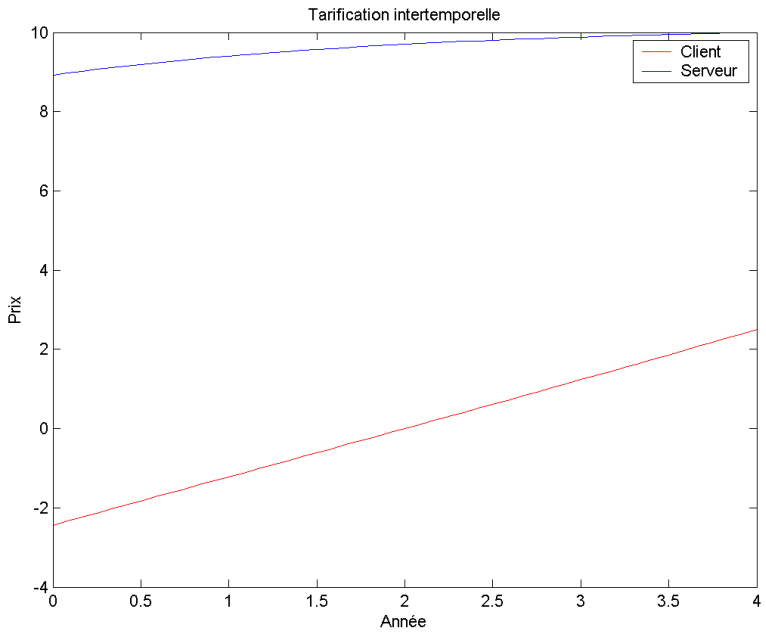
à beaucoup de serveurs. Ensuite, l'élasticité de la demande par rapport au prix est plus élevée pour la demande de clients que pour la demande de serveurs ($s_1 > s_2$). En effet, la disponibilité à payer des firmes qui achètent le serveur est plus forte que celles des particuliers qui achètent le client. Enfin, le marché des clients est plus important que le marché des serveurs ($x_{1T} > x_{2T}$). Cela respecte la caractéristique de ce marché selon laquelle plusieurs clients accèdent à un même serveur.

En prenant des valeurs pour les paramètres qui respectent ces hypothèses et qui sont comparables avec les plages de paramètres retenues dans la littérature (Robinson et Lakhani, 1975 ; Xie et Sirbu, 1995 ; Bass et al., 2001), nous retenons : $a_1 = a_2 = 0.1$, $b_1 = 0.1$, $b_2 = 0.35$, $s_1 = 0.4$, $s_2 = 0.1$, $x_{1T} = 10^7$, $x_{2T} = 5 * 10^6$, $r = 0.04$. Par ailleurs, la durée du cycle de vie du produit est de $D = 4$ ans et les prix sont mis à jour tous les mois. Dans cette simulation, nous retenons l'hypothèse classique dans la littérature selon laquelle les ventes sont positives ou nulles (Kalish, 1983 ; Xie et Sirbu, 1995 ; Dockner et al., 2000).

Notre approche nous conduit à distinguer une tarification de premier rang (les deux prix sont calculés à l'optimum) et une tarification de second rang (le prix du client est nul).

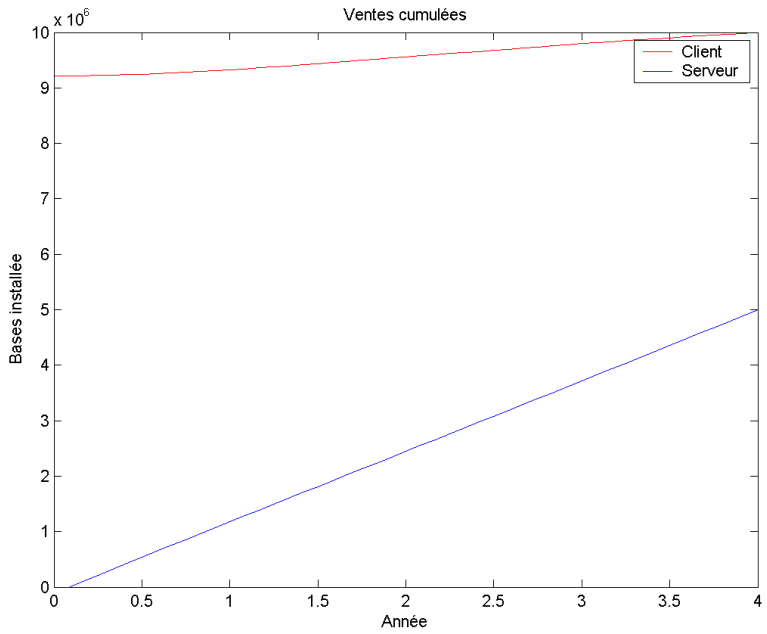
2.5.1 Tarification de premier-rang

La tarification qui maximise le profit intertemporel est reportée sur le graphique ci-dessous.

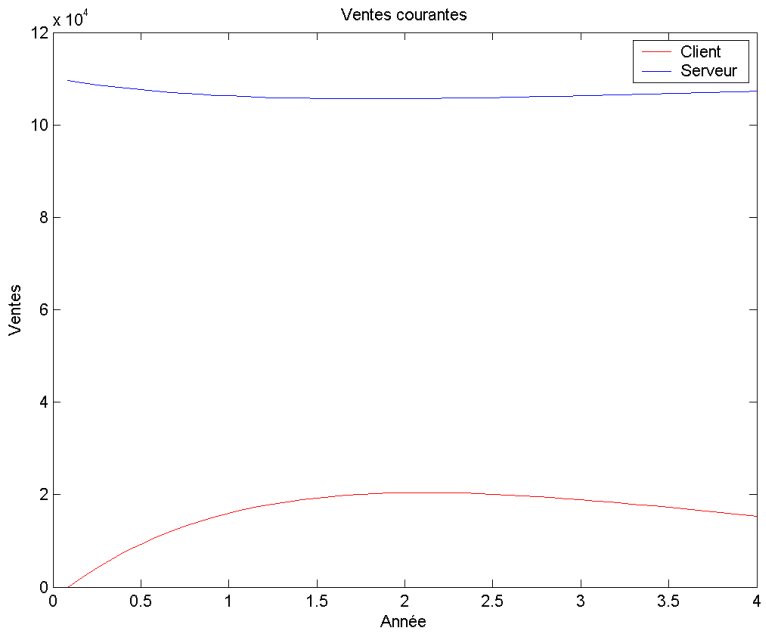


Sur ce graphique, les prix sont croissants. Nous vérifions donc la propostion 2.5 alors que le taux d'intérêt est de 4%. Par ailleurs, le prix du serveur est significativement plus élevé que le prix du client. Il y a deux raisons à cela. D'une part, l'élasticité de la demande au prix des serveurs est inférieure à celle des clients $(s_1 > s_2)$. La firme ne peut donc tarifer le client à un prix trop élevé. D'autre part, l'élasticité de réseau est plus forte pour la demande des serveurs que pour celle des clients $(b_2 > b_1)$. Ainsi, en raison de ce différentiel, le prix du serveur est plus élevé pour subventionner le prix du client plus bas. Il s'agit d'un résultat classique dans la théorie du marché biface (Rochet et Tirole, 2006).

La politique de prix conduit à la diffusion suivante pour les deux logiciels.



La diffusion des logiciels serveurs est graduelle. Elle commence très bas et augmente continuement jusqu'à la prévision de la taille du marché. Ce démarrage bas s'explique par le prix élevé des serveur. Au contraire, en ce qui concerne le client, la diffusion est presque immédiate. En effet, le prix (négatif ici) incite la plupart des acheteurs à acquérir le logiciel client dès le lancement du produit. Le graphique des ventes courantes (mensuelles) permet de mieux apprécier ce point.



Les ventes des deux types de logiciel sont presque constantes au cours du temps après la première année. Etant donné le prix très incitatif du client, la plupart des acheteurs l'ont acheté en début de cycle. Cela explique la faible diffusion du client par la suite. Au contraire, en ce qui concerne le serveur, le prix élevé explique sa faible diffusion en début de cycle. Ainsi, les ventes de serveur sont par la suite bien plus élevées que les ventes de clients.

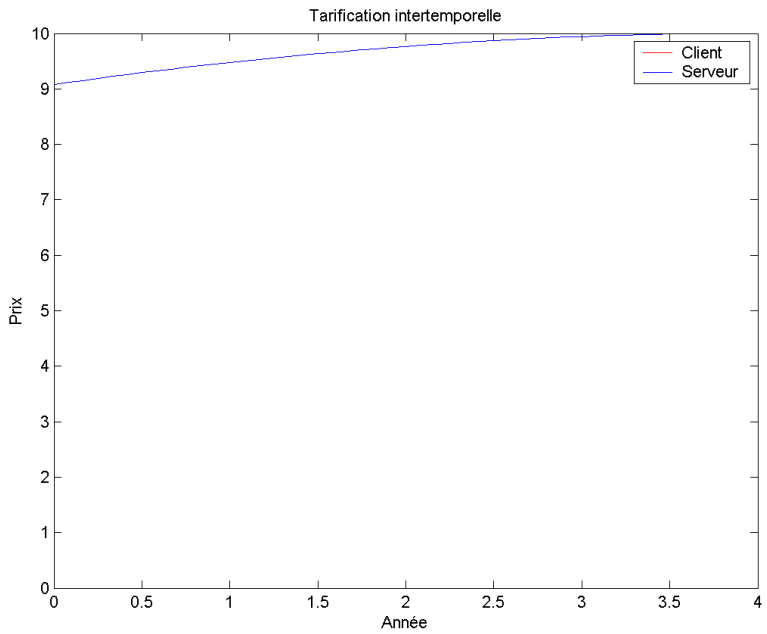
Notons que le profit intertemporel associé à cette politique de tarification et à la diffusion des deux types de logiciels est $\Pi_1 = 4.558 * 10^7$. Par ailleurs, même s'il s'agit de la politique de tarification qui maximise le profit intertemporel, en pratique, il est difficile de proposer un bien pour un prix négatif comme c'est le cas dans cet exemple. Il s'agit d'un résultat de premier-rang théorique qui n'est pas réalisable. En effet, si le prix était négatif, beaucoup d'individus se feraient payer pour acheter le client sans forcément l'utiliser. Ainsi, les acheteurs du logiciel serveur ne profiteraient pas des externalités de réseau. Cette caractéristique explique d'ailleurs pourquoi les prix des biens ne sont jamais négatifs. Pourtant, la proposition

d'un prix négatif pour le client apparait pour une plage importante de paramètres. Il est donc important de pouvoir proposer une autre politique tarifaire.

2.5.2 Tarification de second-rang

Un politique tarifaire alternative peut consister à proposer un prix nul pour le logiciel client. Le client est donc offert. Cette politique de tarification est un second-rang. Elle permet de faciliter au mieux la diffusion du client pour stimuler les ventes du serveur sans pour autant tarifer à un prix négatif. Un prix nul pour le client modifier la diffusion de ce logiciel. Ainsi, il impacte le prix du serveur et donc la diffusion du serveur. Si d'un point de vue pratique, la tarification au premier-rang n'est pas possible, il est important de savoir si la tarification au second-rang a un impact important sur la tarification du serveur, la diffusion des deux biens et implique une perte de profit conséquente.

La tarification de second-rang pour les logiciels est



Alors que la tarification du client a été profondément modifiée

parce qu'elle est nulle, la politique de tarification du serveur n'est pas très différente. En effet, le prix du serveur est un tout petit peu plus élevé. Il est donc intéressant de noter que lorsque la tarification du client est largement modifiée, la firme ne doit pas beaucoup changer la politique de tarification pour le serveur. Ce résultat est important en pratique.

En ce qui concerne la diffusion du produit, la politique de tarification n'a pas d'influence notable ni sur les ventes courantes, ni sur les ventes cumulées. Du coup, se pose la question de l'impact d'une tarification de type second-rang par rapport à une tarification de type premier-rang sur le profit intertemporel La simulation montre que pour la tarification de premier rang le profit est de $\Pi_1 = 4.558 * 10^7$ et que pour la tarification de second rang, le profit est de $\Pi_2 = 4.4242 * 10^7$. Le taux de différence entre les deux niveaux de profit est de $(\Pi_1 - \Pi_2)/\Pi_1 = 2,9354\%$. Ce faible taux entre les deux types de profit est robuste sur l'ensemble des plages de paramètres utilisés dans différentes simulations.

2.5.3 Résumé des résultats numériques

Les différentes simulations montrent que le premier déterminant pour passer d'une politique de premier rang à une politique de second rang est un fort différentiel entre les externalités de réseau. Ce déterminant peut être renforcé ou atténué par un différentiel entre les élasticités prix et l'importance des marchés finaux, mais reste prépondérant. C'est donc cohérent avec la proposition 2.5 qui pointe l'importance des externalités de réseaux par rapport aux autres paramètres du modèle.

La simulation montre donc qu'une politique de second rang, alors qu'elle est très facile à mettre en place, ne diminue pas sen-

siblement le profit intertemporel et ne modifie pas beaucoup ni la tarification du serveur, ni la diffusion du client et du serveur. Ce résultat est d'une part conforme avec le résultat de la théorie des marchés bifaces et explique pourquoi la plupart des logiciels clients sont gratuits alors que la plupart des logiciels clients sont payants. Il va toutefois au-delà de la théorie des marchés bifaces car il montre donc que cette politique n'est pas aussi couteuse qu'elle pourrait sembler a priori. Il est donc très avantageux de mettre en place une politique de second-rang.

Notons que les paramètres retenus peuvent très facilement être modifiés pour simuler un autre type de marché. Le marché de la rencontre en-ligne en particulier se caractérise de la manière suivante : tout d'abord, la disponibilité à payer des femmes est plus faible que celle des hommes. Ensuite, le nombre d'hommes inscrits est plus important que celui des femmes. Enfin, les hommes sont plus sensibles au nombre de femmes que le contraire. La simulation du modèle avec des paramètres respectant ces critères explique aussi que le prix d'un abonnement pour une femme soit moins cher (ou gratuit) que celui d'un abonnement d'homme.

2.6 Conclusion

Dans ce travail, nous avons montré quelles sont les formes et les déterminants des politiques de tarification pour une plateforme de MB dont les biens connaissent des effets dynamiques. En utilisant la littérature sur la diffusion et sur les MB nous obtenons plusieurs résultats. Tout d'abord, l'intuitions selon laquelle les externalités directe et indirecte ont le même impact sur la politique de tarification n'est pas valide dans le cas général. Nous montrons que cette in-

tuition n'est vérifiée que lorsque les fonctionnelles de demande sont multiplicativement séparables en le prix et les bases installées. Bien que cette famille de fonctionnelle soit importante, elle ne comprend pas certaines formes très simples et naturelles comme les fonctionnelles additivement séparables. Nous montrons aussi que, avec la seul externalité indirecte, la politique de tarification est croissante. Nous simulons numériquement les politiques de tarification et la diffusion des produits. Nous montrons qu'une politique de second - rang pour laquelle le logiciel client est gratuit émerge lorsqu'il existe une différence entre les deux externalités indirectes. Cette politique de second-rang ne dégrade toutefois que très peu le profit.

A l'éditeur de logiciels de type client-serveur, nous pouvons proposer les principes de tarification suivants. Tout d'abord, si l'éditeur peut approximer les fonctions de demande par une fonctionnelle multiplicativement séparable, alors il doit donner la même importance à l'externalité intramarché qu'à l'externalité intermarché. En outre, la forme de la politique de tarification est sensible aux élasticités-prix ainsi qu'aux effets temporels. Ensuite, lorsque seule demeure l'externalité de réseau intramarché la nature et la force des externalités sont le premier déterminant des politiques de tarification avant l'élasticité de la demande au prix. Par ailleurs, lorsque le taux d'actualisation est nul, la forme de la politique de tarification est une politique de pénétration (les prix sont croissants dans le temps). Il s'agit d'un résultat robuste. En effet, l'élasticité de la demande au prix et les effet temporels comme les effets de mode n'ont qu'un effet quantitatif mais aucun effet qualitatif sur la forme des politiques de tarification. Enfin, lorsqu'il existe une différence entre les externalités de réseau directe et indirecte, l'éditeur a tout intérêt à proposer le client pour un prix nul. Il s'agit d'une pratique courante

dans ce secteur. Les résultats montrent que cette pratique ne détériore que peu le profit. La méthode permet de proposer à l'éditeur une politique de tarification pour tout le cycle de vie de ses logiciels ainsi que réaliser des prévisions des ventes et du profit.

Ces prescriptions s'appliquent au-delà des logiciels de type client-serveur. Ils concernent par exemple la tarification simultanée d'un système d'exploitation et d'un client internet (c'est la présence de API qui facilite les externalité intermarché pour Chiararutthi, 2006) . L'industrie de la rencontre en ligne est un autre domaine où ces prescriptions sont envisageables

Ces prescriptions concernent le cas où une même firme gère elle-même les deux biens proposés à des catégories distinctes de consommateurs et que son objectif est la maximisation du profit. Elles ne s'appliquent donc pas comme telles à la tarification de produits issus du logiciel libre. En effet, dans ce dernier cas, même si les logiciels et surtout les services qui leur sont associés peuvent être facturés (libre ne veut pas dire gratuit), la communauté du logiciel libre est organisée différemment d'une firme classique. En particulier, la maximisation du profit ne peut pas être retenue comme objectif de la communauté et la décentralisation de la gestion des projets rend les politiques jointes plus délicates à coordonner.

Selon Coase (1972), le monopole intertemporel de biens durables, lorsque les consommateurs anticipent l'évolution des prix, s'il ne peut s'engager sur des prix, se concurrence lui-même intertemporellement et tarifie au coût marginal. Le monopole est ainsi face à un problème d'incohérence dynamique. La conjecture de Coase est aussi remise en cause en présence d'externalités positives de réseaux. Bensaid et Lesne (1996) et Economides (2000) montrent que si ces dernières sont suffisantes, alors les prix d'équilibre augmentent

avec le temps. Grâce à ces externalités, le monopole peut s'engager crédiblement sur une augmentation des prix (politique de pénétration). Notre proposition selon laquelle le prix d'un bien est croissant lorsque la demande courante est séparable en le prix du bien i et la base installée de j et pour un taux d'intérêt nul, ne serait donc pas remise en cause par l'introduction d'anticipation rationnelle sur les prix.

Comme Xie et Sirbu (1995), Dockner *et al.* (2000), nous n'intégrons pas d'anticipation sur les prix en raison de la complexité de l'analyse de ces anticipations. Comme ces auteurs, nous comprenons bien qu'intégrer des anticipations serait de nature à modifier les résultats. Toutefois, les modèles de tarification basés sur des processus de diffusion, même s'il n'intègrent pas d'anticipations, expliquent bien les données (Karshenas et Stoneman, 1993 ; Bass, 1995). Cette hypothèse permet au modèle de gagner en simplicité au prix d'une perte de réalisme.

Le marché des logiciels clients-serveurs a connu un passé monopolistique (w3schools, 2008 ; Netcraft, 2009). Les résultats de ce modèle sont donc intéressants pour expliquer cette période. Ils offrent certaines intuitions pour expliquer la situation actuelle qui est duopolistique et contestable. En effet, comme le remarquent Dockner *et al.* (2000), dans certains jeux différentiels, les résultats sont qualitativement proches du cas monopolistique. Toutefois, pour ces auteurs, cela peut venir d'un manque d'interdépendance entre les produits et/ou d'une insuffisance dans la prise en compte des comportement stratégiques. Notre modèle ne constitue donc qu'une première étape pour l'analyse du marché actuel et demande à être complété.

L'internet est un ensemble de technologies complexes (Datta *et al.*, 2003) qui impliquent beaucoup d'interactions entre des compo-

sants produits par de nombreux fournisseurs (Windrum, 2004). Les navigateurs internet sont complémentaires de nombreux autres composants (Jenkins *et al.* 2005). Ces éléments concernent le contenu (media et services), le matériel (PC, serveurs, routeurs), le logiciel (email, lecteur de documents) ou les protocoles de communication (WWW, TCP/IP, FTP). En ce qui concerne la complémentarité entre système d'exploitation et navigateur, Chiararutthi (2006) montre que, en particulier en raison des API, le navigateur Internet Explorer (resp. Netscape Navigator ou Firefox) est lié au système d'exploitation Windows (resp. Unix). Par ailleurs, en raison de ces politiques de compatibilité, Internet Explorer (resp. Firefox) a plus de fonctionnalités s'il se connecte à un serveur Internet Information Services (resp. Apache). La sortie au cours du temps de différentes versions de logiciels client-serveur pose la question de la durée de chaque version ainsi que celle de leur succession. Alors que l'importance des coûts fixes constitue une barrière à l'entrée qui explique le nombre réduits d'éditeurs de logiciels client-serveur, le lancement du nouveau navigateur Chrome par Google souligne la contestabilité du marché.

Le jeu de ces acteurs est suffisamment fort pour modifier les politiques de tarification (Mahajan *et al.*, 2000 ; Rochet et Tirole, 2006). Le présent modèle pourrait donc être généralisé en introduisant de la concurrence pour analyser ces situations. Ainsi, il serait possible d'étudier les interactions entre plusieurs plateformes, au niveau de leurs politiques de tarification et/ou de la compatibilité entre produits. Il pourrait aussi être intéressant d'analyser l'entrée potentielle d'un acteur sur ce type de marché.

3 Tarification dynamique, innovation de produit et de procédé

3.1 Introduction

Beaucoup de firmes, notamment dans les domaines technologiques, mènent conjointement des politiques d'innovation de produit et d'innovation de procédé (Lambertini et Mantovani, 2009). L'innovation de produit améliore la qualité perçue par le consommateur et l'innovation de procédé réduit les coûts de production. Conjointement à la gestion de l'innovation, la firme décide de la tarification. Les politiques de tarification et d'innovation dépendent à la fois de la dynamique de la demande et de la dynamique de l'offre. La première est liée aux préférences des consommateurs et la seconde à l'organisation interne de la firme (Saha, 2007).

Plusieurs faits stylisés sont identifiés dans la littérature. Tout d'abord, sur le cycle de vie du produit, le prix décroit. Si le cycle est suffisamment long, le prix diminue de moins en moins vite jusqu'à devenir constant (Adner et Levinthal, 2001). Ensuite, la firme mène simultanément innovation de produit et innovation de procédé. En début de cycle, elle privilégie l'innovation de produit et l'in-

novation de procédé en fin de cycle (Klepper, 1996). Sur des durées plus longues, il existe un équilibre entre les deux types d'innovation (Imai, 1992).

La question qui se pose est celle des déterminants de la politique de tarification dynamique d'une firme qui investit à la fois en innovation de produit et en innovation de procédé. Comme deux effets se conjuguent, la réponse à cette question n'est pas évidente. Le premier effet est attendu. L'innovation de procédé réduit le coût de production. Comme la tarification de la firme suit l'évolution du coût, elle est directement liée à l'effort de l'innovation de procédé. Le deuxième effet est indéterminé. Alors que l'innovation de produit augmente la qualité, l'impact de l'amélioration de la qualité sur la tarification est ambigu. La firme peut être incitée à augmenter ses marges en tarifant plus cher (l'effet prix est positif). Elle peut aussi préférer augmenter les quantités vendues en baissant les prix (l'effet quantité est négatif). Les effets prix et quantité jouent tous les deux en sens contraire. Le résultat final n'est donc pas évident a priori.

Deux littératures apportent des éléments de réponse à cette question de recherche. La littérature sur la tarification dynamique, en travaillant sur des classes de fonctions de demande, donne des résultats relativement généraux. Cette littérature a étudié la diffusion de produits innovants et l'apprentissage de l'activité productive. Elle en déduit les conséquences sur la politique de tarification (Robinson et Lakhani, 1975 ; Kalish, 1983 ; Dockner et al., 2000 ; Chatterjee, 2009). Toutefois, la politique d'innovation explicite qui conduit à l'amélioration de la qualité d'un produit ou qui permet la réduction du coût n'est pas capturée.

La littérature sur l'innovation propose l'analyse des innovations de produit et de procédé mais néglige souvent la tarification (Aber-

nathy et Utterback, 1975, 1982 ; Pline et al., 1993 ; Klepper, 1996 ; Mantovani, 2006). Une partie majoritaire de la littérature se concentre sur l'offre (Abernathy et Utterback, 1975 ; Lambertini et Mantovani, 2009) et une partie minoritaire intègre la demande (Adner et Levinthal, 2001 ; Saha, 2007). Notons que la plupart des contributions se fait dans un cadre statique (Lambertini, 2003, 2004 ; Lin, 2004).

Quelques travaux intègrent la question de la tarification à celle de l'innovation mais l'analyse demeure incomplète. Adner et Levinthal (2001) et Saha (2007), étudient la tarification et les deux types d'innovations mais limitent leur analyse à des simulations numériques. Lambertini et Mantovani (2009) étudient ces trois variables mais ne traitent pas la tarification de manière explicite (elle est modélisée comme une variable d'état de manière spécifique). Ces auteurs sont les seuls à caractériser à la fois le sentier optimal et l'équilibre intertemporel. A notre connaissance, seuls Bayus (1995) et Voros (2006) analysent de manière analytique conjointement la tarification et l'innovation de produit et de procédé. Ils utilisent toutefois des fonctions de demande spécifiques et n'étudient pas l'équilibre intertemporel. En outre, les résultats ne sont valables que dans certains cas particuliers, notamment lorsque le taux d'actualisation est nul.

Ce travail modélise, avec l'outil de la commande optimale, le comportement optimal d'un monopole qui tarifie un produit et réalise un arbitrage dans l'allocation des ressources de R&D entre innovation de produit et innovation de procédé. Il mobilise des éléments de la littérature sur la tarification (les fonctions de demande générales) et de la littérature sur l'innovation (les évolutions de la qualité et du coût). Pour caractériser la politique de tarification, le modèle prend en compte à la fois la demande de consommateurs hétérogènes et la dynamique des innovations de produit et de procédé. Le

prix et les innovations de produit et de procédé sont des variables de décision de la firme. Les ventes courantes, la qualité du produit et le coût de production sont des variables d'état.

Il s'agit du premier travail qui modélise à la fois le prix et les investissements en innovation de produit et de procédé comme variables de décision et qui caractérise à la fois le sentier temporel optimal et l'équilibre intertemporel. Une hypothèse principale est retenue. La firme dispose d'une allocation fixe consacrée à la R&D à répartir entre l'innovation de produit et l'innovation de procédé. Pour des fonctions de demande multiplicativement séparables entre le prix et la qualité, l'effet prix (positif) et l'effet quantité (négatif) d'une modification de la qualité sur le prix s'annulent exactement. Ainsi, la dynamique de la tarification ne dépend que de la dynamique du coût de production et non de celle de la qualité du produit. Ce résultat, issu de la seule condition d'optimalité sur le prix, est indépendant des formes de l'innovation et du taux d'intérêt. Toutefois, les conditions de l'innovation de produit jouent sur la répartition de l'allocation de R&D entre les deux types d'innovation. Ainsi, elles modifient le niveau de l'innovation de procédé et donc la dynamique du prix. Cet effet est indirect. Les simulations numériques, pour lesquelles les politiques de tarification et d'innovation sont conformes à l'ensemble des faits stylisés, montrent que l'effet indirect est négligeable par rapport à l'effet direct. Ainsi, la dynamique de l'innovation de procédé est le principal déterminant de la politique de tarification.

La section 2 propose une revue de la littérature sur la tarification et sur l'innovation. La section 3 présente le modèle général, qui est spécifié dans la section 4. Une simulation numérique illustre le modèle dans la section 5. La section 6 conclut.

3.2 Revue de littérature

Nous résumons ici certains éléments présentés dans la revue de littérature consacrée à la tarification dynamique.

3.2.1 La tarification dynamique

La littérature sur la tarification dynamique traite de l'innovation principalement en étudiant la diffusion des nouveaux produits. Elle modélise des effets de diffusion au niveau de la demande (bouche à oreille, externalités de réseau, effets de saturation) et des effets d'apprentissage au niveau de l'offre. En intégrant ces effets, Robinson et Lakhani (1975) réalisent des simulations numériques des politiques de tarification. Kalish (1983) dégage de manière analytique des principes normatifs de tarification. Dockner et al. (2000) ainsi que Jorgensen et Zaccour (2004) intègrent la gestion des stocks. La particularité de la littérature sur la tarification dynamique est de travailler sur les propriétés des fonctions de demande et non sur des formes spécifiques (Kalish, 1983 ; Xie et Sirbu, 1995 ; Dockner et al. 2000 ; Jorgensen et Zaccour, 2004 ; Chatterjee, 2009). Cette approche donne des résultats robustes pour différentes classes de fonctions de demande. Toutefois, les garanties formelles des principes de tarification dégagés ne sont valables que pour un taux d'actualisation nul.

Cette littérature n'a cependant pas traité explicitement de la gestion de l'innovation (Kalish, 1983 ; Jorgensen et Zaccour, 2004). En effet, au niveau de la demande, elle s'intéresse à la diffusion d'un produit innovant dont les caractéristiques sont données. La politique d'innovation qui conduit à la production d'un nouveau produit ou à l'amélioration de la qualité d'un produit existant n'est pas prise en compte. Au niveau de l'offre, la littérature sur la tarification dyna-

mique modélise les effets d'expérience (dont le *proxy* est la production passée) qui réduisent le coût de production. L'évolution du coût n'est toutefois pas liée à une politique d'innovation explicite mais est la conséquence de l'apprentissage de l'activité productive. Des exceptions notables sont Mukhopadhyay et Kouvelis (1997, 1999) qui proposent une analyse conjointe de la tarification et de l'innovation de produit par simulation numérique. Le prix et la qualité du produit sont modélisés comme deux variables de commande. Or, en réalité, la qualité est le résultat d'un investissement en innovation. Elle devrait donc être modélisée comme une variable d'état (qui dépend du niveau d'innovation).

3.2.2 L'innovation

Depuis Utterback et Abernathy (1975), la littérature distingue innovation de produit et innovation de procédé. L'innovation de produit améliore la qualité du bien et l'innovation de procédé réduit le coût de production (Saha, 2007 ; Lambertini et Mantovani, 2009). Une synchronisation des transferts de données plus facile ou une meilleure reconnaissance vocale constituent des exemples d'innovation de produit. Une nouvelle technique de production qui réduit le nombre de pièces défectueuses est un exemple d'innovation de procédé. L'innovation de produit a plusieurs sources : elle vient d'une part de la différenciation accrue entre produits qui réduit leur substituabilité (Lin et Saggi, 2002). Elle est liée d'autre part à l'introduction de nouvelles variétés (Lambertini 2003, 2004 ; Lin 2004). En suivant Saha (2007) et Lambertini et Mantovani (2009), nous considérons que l'innovation de produit augmente la qualité perçue du bien.

Il existe un consensus dans la littérature empirique pour reconnaître que de plus en plus de firmes se structurent de manière à

entreprendre les deux types d'innovation (Lambertini et Mantovani, 2009). Une première approche suggère que l'innovation de produit précède l'innovation de procédé dans le cycle de vie du produit (Abernathy et Utterback, 1975, 1982 ; Klepper, 1996). De manière plus nuancée, la thèse dominante avance que la part de l'innovation de procédé augmente au cours du temps même si les firmes mènent conjointement ces deux types d'innovation (Adner et Levinthal, 2001 ; Saha, 2007). Une seconde approche affirme que les firmes conduisent simultanément les deux types d'innovation sans qu'il existe véritablement de cycle (Pine et al., 1993). Imai (1992) étudie des firmes japonaises qui gèrent un portefeuille de R&D. Il montre qu'elles sont caractérisées par un ratio moyen de 40/60 entre innovation de produit et de procédé. Filson (2001, 2002) trouve aussi un équilibre entre les deux types d'innovation dans les secteurs de l'automobile, des ordinateurs personnels, des disques durs, des moniteurs et des imprimantes. La différence entre ces deux approches de la dynamique de l'innovation s'explique par le fait que dans le premier cas, les auteurs s'intéressent à la dynamique d'innovation sur le cycle de vie d'un produit particulier et que dans le second cas, ils considèrent l'équilibre intertemporel de la firme dans sa politique d'innovation sur de longues périodes, de manière déconnectée d'un cycle de vie de produit.

Très souvent, la littérature théorique traite ces deux types d'innovation séparément (Lambertini et Mantovani, 2009). L'analyse conjointe n'a débuté que récemment (Athey et Schmutzler, 1995 ; Lambertini et Orsini, 2000 ; Mantovani, 2006). En outre, même si le processus d'innovation est dynamique par nature, de nombreuses contributions sont réalisées dans un cadre statique (Lambertini, 2003, 2004 ; Lin, 2004). Amir (1996) constitue une première contribution

qui caractérise les interactions entre innovation de produit et innovation de procédé dans un cadre explicitement dynamique. Il analyse un équilibre markovien dans un jeu stochastique avec des complémentarités dynamiques.

Adner et Levinthal (2001) étudient conjointement la tarification, l'innovation de produit et de procédé. La faiblesse de leur approche tient en la nature uniquement numérique de leurs résultats. Ils montrent qu'en début de cycle de produit l'innovation de produit est relativement plus importante que l'innovation de procédé et que c'est le contraire en fin de cycle. Par ailleurs, le prix décline au cours du temps jusqu'à devenir constant.

Une approche plus récente intègre les préférences du consommateur pour expliquer la part entre évolution de produit et innovation de procédé. Adner et Levinthal (2001) ainsi que Saha (2007) avancent que les changements technologiques sont issus de l'interaction entre le développement technologique et les demandes de consommateurs hétérogènes. Ainsi, les firmes financent les deux activités au même moment et, selon les caractéristiques du marché, consacrent plus de ressources à une activité qu'à l'autre. Ils montrent que, lorsque le marché est suffisamment développé, il existe un équilibre stable entre l'innovation de produit et l'innovation de procédé.

3.3 Le modèle général

Nous étudions une firme en situation de monopole (elle est supposée disposer d'un pouvoir de marché). Dans ce but, nous développons un modèle de commande optimale en temps continu $t \in [0, T]$, où T est la durée du cycle de vie du produit, et à facteur d'escompte exponentiel $r \geq 0$. A chaque instant t, le monopole choisit à la fois

le prix et la répartition de l'allocation de R&D entre innovation de produit et innovation de procédé. L'innovation de produit affecte la qualité perçue par les consommateurs. L'innovation de procédé réduit le coût unitaire de production et il n'y a pas de coût fixe. Les consommateurs sont hétérogènes quant à leur disponibilité à payer et à leur intérêt pour la qualité du bien. Nous ne considérons pas d'anticipation.

3.3.1 Construction des fonctions de demande et de coût

En suivant Xie et Sirbu (1995), la fonction d'utilité nette du consommateur représentatif U, à valeurs dans $\mathbb{R}$ est telle que :

$$U = w - p, \tag{3.1}$$

où $w \geq 0$ est la disponibilité à payer et $p \geq 0$ le prix du bien. U est donc le surplus que l'agent obtient pour le bien vendu p lorsque sa disponibilité à payer est w. Par hypothèse, l'agent achète le bien lorsque $U \geq 0$.

Par hypothèse, la population est hétérogène et chaque agent valorise le produit à un niveau $w \geq 0$ où w est distribué dans la population suivant une fonction de densité $z(w)$. Selon Xie et Sirbu (1995), la demande potentielle en fonction de p est :

$$D(p) = \int_p^{+\infty} z(w)\, dw.$$

Sans perte de généralité et pour simplification de l'analyse, nous normalisons $D(p) \in [0, 1]$. D est donc la fraction de la population dont l'utilité nette est positive lorsque qu'elle paye le prix p et en retire le bénéfice w.

Le produit est caractérisé par un seul attribut (unidimensionnel), la qualité $q \in \mathbb{R}^+$. En incorporant l'effet de la qualité du produit, la fonction d'utilité nette (3.1) devient :

$$U = w + aq - p, \tag{3.2}$$

avec $a \in \mathbb{R}$, indicateur de la sensibilité à la qualité.

La demande potentielle déduite de (3.2) , dépendant de la qualité $q \in \mathbb{R}^+$, s'écrit

$$D(p,q) = \int_p^{+\infty} z(w,q)\, dw,$$

où $z(w,q)$ est la fonction de densité du bénéfice du produit sur la population entière. Elle mesure la partie des ventes cumulées dans la population totale.

La demande courante pour le bien, $\dot{x}(t) \geq 0$ est servie immédiatement. Il n'y a pas de stock. Le niveau des ventes courantes est donc égal à celui de la production courante. La demande potentielle D ne se réalise pas instantanément et évolue de manière continue en $t \in [0,T]$ avec T donné. Les ventes cumulées du bien sont $x(t) \in [x_0, x_T]$ avec (x_0, x_T) donnés. Par ailleurs, comme les littératures sur la tarification dynamique et sur l'innovation que nous avons citées, les agents ne réalisent pas d'anticipation sur les futurs niveaux de prix et de qualité.

Rappelons la différence entre la demande potentielle D qui mesure la part de la population de consommateurs dont la disponibilité à payer pour le bien excède son prix $(w \geq p)$ et la demande courante $\dot{x}$ qui donne les ventes du bien à l'instant t.

Les ventes courantes sont positives ou nulles car nous écartons les possibilités de rachat et de marché secondaire. En généralisant Lambertini et Mantovani (2009) qui spécifient des ventes linéaires, la

demande courante dépend conjointement du prix et de la qualité du produit. La demande courante est donc telle que :

$$\dot{x} = f(p, q). \tag{3.3}$$

Le coût de production est lié au coût unitaire $c \in \mathbb{R}^+$ ainsi qu'aux quantités produites du bien $\dot{x}(t)$ Ainsi, le flux de coût est donné par :

$$c\dot{x}(t).$$

Nous faisons l'hypothèse que les ventes diminuent avec le prix, et augmentent avec la qualité

$$\frac{\partial f}{\partial p} \leq 0, \frac{\partial f}{\partial q} \geq 0, \tag{3.4}$$

en utilisant la notation $\frac{\partial f}{\partial p}$ pour la dérivée partielle de la fonction f par rapport à la variable p.

Par ailleurs, nous excluons les effets de diffusion. Ainsi, les ventes courantes sont indépendantes des ventes passées. Cela implique en particulier qu'il n'y a pas de bouche à oreille ou d'externalité de réseau. En outre, les coûts de production ne présentent pas d'effets d'apprentissage. Ils ne dépendent donc pas de la production passée. Ainsi,

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 0, \frac{dc}{dx} = 0. \tag{3.5}$$

Le profit courant $\pi(t)$ à valeurs dans $\mathbb{R}$ est tel que

$$\pi(t) = (p - c)\dot{x}. \tag{3.6}$$

3.3.2 Innovation de produit et innovation de procédé

La firme dispose d'un budget R constant consacré à la R&D. Elle choisit la répartition de R entre innovation de produit et innovation de procédé. Cette situation caractérise le cas où le montant d'un budget de R&D est décidé en amont (par le conseil d'administration) et où, en aval, le directeur décide de sa répartition entre les différents types d'innovation. Les montants alloués à l'innovation de produit et à l'innovation de procédé sont respectivement r_q et r_c. Ces montants représentent respectivement l'innovation de produit et l'innovation de procédé. Nous avons

$$r_q + r_c = R. \tag{3.7}$$

La qualité du bien augmente avec l'effort d'innovation de produit r_q. Le coût de production diminue avec l'effort d'innovation de procédé r_c. La littérature empirique (Imai, 1986, 1992) souligne que les processus peuvent évoluer de manière autonome sans que le sens soit déterminé. Ainsi

$$\dot{q} = h_q\left(r_q, q\right), \tag{3.8}$$

$$\dot{c} = h_c\left(r_c, c\right), \tag{3.9}$$

avec

$$\frac{\partial h_q}{\partial r_q} > 0, \ \frac{\partial h_c}{\partial r_c} < 0. \tag{3.10}$$

De manière plus spécifique, la qualité du produit augmente avec l'innovation de produit r_q et évolue de manière autonome selon le taux $\delta_q \in [-1, 1]$. Lorsque $\delta_q > 0$, comme dans Lambertini et Mantovani (2009), δ_q capture l'obsolescence de la technologie au cours du temps. L'hypothèse de la détérioration continue est documentée

aussi bien dans l'industrie que dans les services (Imai, 1986 ; Liker et Meier, 2006). Par ailleurs, lorsque $\delta_q < 0$, le processus s'améliore au cours du temps (Bayus, 1995 ; Li et Rajagopalan, 1998 ; Voros, 2006). Cela capture une forme d'apprentissage dont le *proxy* n'est pas la production passée, comme pour Robinson et Lakhani (1975) ou Kalish (1983), mais le niveau du coût lui-même. Dans ce cas, toute amélioration est cumulative (Saha, 2007). Si l'horizon temporel T est fini, alors δ_q peut être négatif ou nul. Dans le cas où T est infini, alors, sans perte de généralité, δ_q doit être strictement positif pour des raisons techniques [1]. Dans ce cas, nous gardons la seule hypothèse de la détérioration continue des processus.

Avec le coefficient d'efficacité de l'innovation de produit $\gamma_q \in R^+$, (3.8) devient

$$\dot{q} = \gamma_q \ln\left(r_q\right) - \delta_q q. \tag{3.11}$$

De manière similaire, $\delta_c \in [0,1]$ et $\gamma_c \in R^+$ sont le taux de dégradation autonome et le coefficient d'efficacité de l'innovation de procédé. Avec (3.7), la dynamique du coût (3.9) est

$$\dot{c} = \delta_c c - \gamma_c \ln\left(R - r_q\right), \tag{3.12}$$

Avec, sans perte de généralité, R tel que $\ln\left(r_q\right) \geq 0$ et $\ln\left(R - r_q\right) \geq 0$, pour que l'impact de l'innovation soit positif.

Les équations d'évolution (3.11) et (3.12) sont des versions dynamiques des technologies de R&D linéaires utilisées dans Lambertini (2003, 2004) et Lin (2004) semblables à celles de Lambertini et Mantovani (2009) [2]. Pour la concision de la présentation, nous utilisons

1. $\delta_q > 0$ assure la convergence de la fonction objectif nécessaire pour appliquer la commande optimale.

2. Il est possible d'utiliser des technologies non-linéaires ou d'intégrer des effets de seuil pour l'évolution des états. Ces ajouts compliquent grandement l'analyse sans modifier la nature qualitative des résultats.

ces formes spécifiques. Toutefois, les résultats sur les politiques de tarification sont généralisables aux formes (3.8) et (3.9). En outre, comme la question qui nous intéresse est celle de la tarification, il est possible, sans perte de généralité, d'utiliser des formes aussi spécifiques pour l'innovation.

L'arbitrage issu de (3.7) et les dynamiques issues de (3.11) et (3.12) permettent de modéliser différents types d'innovation. Il peut s'agir en particulier de l'innovation issue de la gestion d'un service de R&D ou de cercles de qualité.

3.3.3 Le problème

Soient $p(t)$ et $r_q(t)$ respectivement une stratégie de prix et d'innovation à la date $t \forall t \in [0, T]$ et $r \geq 0$ le taux d'intérêt. Le problème du monopole est de déterminer les stratégies de tarification p^* et d'innovation r_q^* qui maximisent le profit intertemporel. En ligne avec les travaux présentés dans le chapitre de revue de littérature sur la tarification dynamique, sans perte de généralité, nous ne considérons pas de valeur résiduelle pour la fonction objectif. Nous avons :

$$\begin{aligned}
\left(p^*, r_q^*\right) &= \arg\max_{p, r_q} \int_0^T e^{-rt} \pi dt \\
\text{sous contraintes} &: \dot{x} = f(p, q), && (3.13) \\
\dot{q} &= \gamma_q \ln\left(r_q\right) - \delta_q q && (3.14) \\
\dot{c} &= \delta_c c - \gamma_c \ln\left(R - r_q\right) && (3.15) \\
\text{avec } x(0) &= x_0,\ q(0) = q_0,\ c(0) = c_0.
\end{aligned}$$

Nous introduisons les contraintes (3.13) dans la fonction objectif en les multipliant avec les prix cachés $e^{-rt}\lambda_x(t)$, $e^{-rt}\lambda_q(t)$, $e^{-rt}\lambda_c(t)$

pour former le Hamiltonien :

$$\begin{aligned} & H\left(p, r_q, x, q, c, \lambda_q, \lambda_c\right) \\ = \; & e^{-rt}\left((p-c) f(p, q)+\lambda_q\left(\gamma_q \ln\left(r_q\right)-\delta_q q\right)+\lambda_c\left(\delta_c c-\gamma_c \ln\left(R-r_q\right)\right)\right). \end{aligned} \tag{3.16}$$

Par la suite, nous allégeons l'écriture en omettant les variables des fonctions lorsqu'elles sont évidentes. La maximisation du Hamiltonien implique la condition du premier ordre sur p

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial p} &= 0 \Rightarrow \\ p &= c-\frac{f}{\frac{\partial f}{\partial p}}. \end{aligned} \tag{3.17}$$

(3.17) peut se réécrire comme

$$p=\frac{\eta}{\eta-1} c, \tag{3.18}$$

où η est l'élasticité de la demande pour le bien :

$$\eta \equiv-\frac{\partial f}{\partial p} \frac{p}{f}. \tag{3.19}$$

La règle de tarification donnée par (3.18) est celle du cadre statique (règle d'Amoroso-Robinson). Elle est différente de la règle de tarification du monopole dynamique de Kalish (1983). Ce résultat s'explique par l'absence d'effet lié à la production passée au niveau de la demande comme au niveau de l'offre (hypothèse (3.5)) . Pour autant, le prix n'est pas constant sur le cycle de vie du produit. En effet, la dynamique du prix est liée à celles de la qualité et du coût qui dépendent de la politique d'innovation. La qualité et le coût apparaissent respectivement dans le premier et le second terme du membre de droite de (3.17) . Le résultat (3.18) n'est pas lié à la

spécification des évolutions de la qualité et du coût (3.11) et (3.12). Il se généralise à (3.8) et (3.9) .

La condition du premier ordre sur r_q donne

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial r_q} &= 0 \Rightarrow \\ r_q &= \frac{R}{1-\frac{\gamma_c \lambda_c}{\gamma_q \lambda_q}}. \end{aligned} \tag{3.20}$$

Selon (3.20) , r_q est une solution intérieure. Cela signifie que, conformément au fait stylisé (Adner et Levinthal, 2001 ; Saha, 2007), il existe toujours un niveau minimal d'innovation de produit et de procédé. Le résultat (3.20) vérifie que l'intensité de l'effort d'innovation est liée à la fois au prix caché des deux types d'innovation et à leur efficacité respective.

Le principe du maximum implique

$$x_i = f(p,q), \text{ avec } x(0) = x_0, \tag{3.21}$$

$$\dot{\lambda}_q = -\frac{\partial H}{\partial q} + r\lambda_q, \text{ avec } \lambda_q(T) = 0, \tag{3.22}$$

$$\dot{\lambda}_c = -\frac{\partial H}{\partial c} + r\lambda_c, \text{ avec } \lambda_c(T) = 0. \tag{3.23}$$

Comme développé dans les annexes sur la commande optimale, en l'absence de valeur résiduelle pour la fonction objectif, les conditions de transversalité implique que λ_q et λ_c sont nuls en $t = T$. Nous avons donc

$$\dot{\lambda}_q = -\frac{\partial f}{\partial q}(p-c) f + (r+\delta_q)\lambda_q, \text{ avec } \lambda_q(T) = 0, \tag{3.24}$$

$$\dot{\lambda}_c = f + (r-\delta_c)\lambda_c, \text{ avec } \lambda_c(T) = 0, \tag{3.25}$$

En substituant (3.17) dans (3.24), les solutions sont

$$\lambda_q(t) = \int_t^T e^{-\left(r+\delta_q\right)(s-t)} \frac{\partial f}{\partial q}(p-c) f(p,q)\, ds, \tag{3.26}$$

$$\lambda_c(t) = -\int_t^T e^{-(r-\delta_c)(s-t)} f(p,q)\, ds, \tag{3.27}$$

qui permettent de vérifier

$$\lambda_q(t) \geq 0, \ \forall t \in [0,T], \tag{3.28}$$

$$\lambda_c(t) \leq 0, \ \forall t \in [0,T]. \tag{3.29}$$

Dans les annexes consacrées à la commande optimale, nous montrons que $\lambda(t)$ représente le prix caché de la variable d'état qui lui est associée. Ainsi, $\lambda_q(t)$ s'interprète comme le prix caché de la contrainte de la qualité sur le profit en t. Il mesure l'impact sur le profit d'une amélioration de la qualité d'une unité. Comme la fonction de demande (3.21) est croissante avec la qualité, il est normal que toute amélioration de la qualité augmente les ventes et donc le profit. C'est ce qu'implique (3.28). De manière similaire, $\lambda_c(t)$ est le prix caché de la contrainte du coût sur le profit en t. Si le coût augmente, alors le profit baisse. (3.29) montre que l'augmentation du coût a un impact négatif sur le profit.

Par ailleurs, (3.24) et (3.28) impliquent que le niveau de covariables d'état diminue avec le taux d'intérêt. Cet effet est attendu puisque, lorsque le taux d'intérêt augmente, le profit courant est davantage considéré au détriment des profits futurs. Ainsi, comme le capture la baisse de $\lambda_q(t)$ et de $\lambda_c(t)$, l'impact des innovations est moins fort sur le profit intertemporel.

Selon (3.24) et (3.28), $\dot{\lambda}_q$ peut être positif ou négatif. Toutefois, en raison de la condition de transversalité $\left(\lambda_q(T) = 0\right)$, $\dot{\lambda}_q(T) < 0$.

Ainsi, nous avons

$$\exists t_1 \in [0, T] \,/\, \dot{\lambda}_q(t) < 0, \ \forall t \in [t_1, T]. \tag{3.30}$$

Ce résulat vérifie qu'il existe un temps $t_1 \in [0, T]$ à partir duquel λ_q est décroissant. C'est attendu avec la condition de transversalité $\lambda_q(T) = 0$ et la positivité de λ_q (selon (3.28)).

Selon (3.25) et (3.29), $\dot{\lambda}_c$ peut être positif ou négatif. Avec la condition de transversalité $(\lambda_c(T) = 0)$, $\dot{\lambda}_c(T) > 0$. Ainsi, nous avons

$$\exists t_2 \in [0, T] \,/\, \dot{\lambda}_c(t) > 0, \ \forall t \in [t_2, T]. \tag{3.31}$$

De manière similaire à λ_q, il existe un temps t_2 à partir duquel λ_c est croissant.

– Variation de r_q

L'évolution au cours du temps de r_q est donnée en dérivant (3.20) par rapport à t

$$\dot{r}_q = \frac{\frac{\gamma_c}{\gamma_q}\left(\frac{\dot{\lambda}_x\lambda_q - \lambda_c\dot{\lambda}_q}{(\lambda_q)^2}\right)}{\left(1 - \frac{\gamma_c\lambda_c}{\gamma_q\lambda_q}\right)^2}$$

Le premier facteur du numérateur et le dénominateur sont positifs. Ainsi,

$$\operatorname{sgn}(\dot{r}_q) = \operatorname{sgn}\left(\dot{\lambda}_c\lambda_q - \lambda_c\dot{\lambda}_q\right) \tag{3.32}$$

A priori, le signe de $\dot{r}_q$ est indéterminé. En substituant (3.24) et (3.25) , nous obtenons

$$\begin{aligned}
\operatorname{sgn}(\dot{r}_q) &= \operatorname{sgn}\left((f + (r - \delta_c)\lambda_c)\lambda_q - \lambda_c\left(-\frac{\partial f}{\partial q}(p - c) f + (r + \delta_q)\lambda_q\right)\right) \\
&= \operatorname{sgn}\left(\left(\lambda_q + \frac{\partial f}{\partial q}(p - c)\lambda_c\right) f - (\delta_q + \delta_c)\lambda_q\lambda_c\right).
\end{aligned} \tag{3.33}$$

Proposition 3.1 *Pour $\delta_q + \delta_c = 0$, l'effort d'innovation de produit augmente avec le niveau de λ_q et diminue avec le niveau de λ_c.*

Démonstration. Evident avec (3.33) en se rappelant (3.28) et (3.29) ■

Nous vérifions que lorsque λ_q (resp. λ_c), le prix caché de la qualité (resp. du coût) est important, alors l'innovation de produit (resp. de procédé) augmente (resp. diminue). Ce résultat tient lorsque $\delta_q = -\delta_c$. C'est le cas lorsqu'il existe une détérioration autonome sur un type d'innovation et un apprentissage autonome sur l'autre de même niveau ou lorsque qu'il n'y a pas d'effet autonome ($\delta_q = \delta_c = 0$). La proposition 3.1 tient aussi lorsque les taux δ_q et δ_c sont suffisamment faibles (ou lorsque l'horizon temporel T est suffisamment court) pour être approximés par zéro. Par ailleurs, même lorsque δ_q et δ_c sont tous les deux de même signe et significativement non nul, comme il s'agit de taux, leur somme ne peut être très élevée. En effet, il est peu vraisemblable que la qualité ou le coût se détériorent de davantage de 10% en pratique. Ainsi, a priori, le domaine d'application de la proposition 3.1 est relativement large.

En suivant Abernathy et Utterback (1975, 1982) et Adner et Levinthal (2001), au début du cycle de vie du produit, l'intérêt des consommateurs pour la qualité est important, et, en fin de cycle, la firme s'intéresse au coût de production. Cela permet de justifier l'hypothèse suivante

$$\lambda_q \text{ est relativement plus élevé que } \lambda_c \text{ en début qu'en fin de cycle.} \tag{3.34}$$

Cette hypothèse n'est pas forte car elle est bien documentée dans la littérature empirique. En outre, les simulations empiriques de la section 5 la vérifient. La proposition 3.1 et l'hypothèse 3.34 permettent de déduire que l'effort d'innovation de produit est plus im-

portant en début qu'en fin de cycle. Cette implication du modèle est liée à la dynamique entre les préférences des consommateurs et les possibilités technologiques de la firme. Elle est en phase avec les faits stylisés mis en avant dans la littérature sur le management de l'innovation (Utterback et Abernathy, 1975 ; Porter, 1983 ; Pline et al. 1993 ; Klepper, 1996). En effet, au début d'un cycle, l'innovation sert surtout à développer le produit pour qu'il soit en phase avec les attentes du marché (il doit satisfaire aux préférences des consommateurs). Elle permet notamment de faire évoluer les fonctionnalités du produit. Une fois que le produit a "trouvé son marché", l'innovation permet à la firme de gérer son organisation interne. Elle augmente donc la marge en réduisant les coûts de production alors que les consommateurs sont satisfaits des caractéristiques du produit. L'allocation de R&D est donc comparativement davantage consacrée à l'innovation de produit en début de cycle et à l'innovation de procédé en fin de cycle.

Comme λ_q est lié aux préférences des consommateurs pour la qualité et λ_c à l'impact du coût sur le profit et qu'ils déterminent l'évolution r_q, cela signifie que, le "côté de l'offre" (traditionnellement analysé avec Dosi, 1982, Sahal, 1985) et le "côté de la demande" (dont l'analyse est plus récente avec Adner et Levinthal, 2001, Saha, 2007 ou Lambertini et Mantovani, 2009) déterminent conjointement la politique d'innovation de produit et de procédé.

Cette approche duale réalise une synthèse entre les deux approches dominantes sur le changement technologique (Adner et Levinthal, 2001). La première, le *market pull*, suggère que l'innovation est tirée par le marché (Schmookler, 1966) alors que la seconde, le *techno push*, considère l'organisation interne de la firme comme facteur clef de l'innovation (Dosi, 1982). Même si ces deux explica-

tions prises séparément permettent de comprendre certains aspects du changement technologique, les caractéristiques les plus saillantes s'éclairent en considérant ces deux approches ensemble.

– Variations de p

La condition du second ordre sur p implique :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 H}{\partial p^2} &\leq 0 \Rightarrow \\ 2 - \frac{\frac{\partial^2 f}{\partial p^2} f}{\left(\frac{\partial f}{\partial p}\right)^2} &\geq 0. \end{aligned} \tag{3.35}$$

Cette condition est la même que dans Kalish (1983), Xie et Sirbu (1995) et Dockner *et al.* (2000).

En dérivant (3.17) par rapport à t, en substituant (3.17) dans le résultat et en réarrangeant, nous obtenons :

$$\dot{p}\left(2 - \frac{\frac{\partial^2 f}{\partial p^2} f}{\left(\frac{\partial f}{\partial p}\right)^2}\right) = \dot{c} + \dot{q}\left(\frac{\frac{\partial^2 f}{\partial p \partial q} f - \frac{\partial f}{\partial p}\frac{\partial f}{\partial q}}{\left(\frac{\partial f}{\partial p}\right)^2}\right). \tag{3.36}$$

En raison de la condition du second ordre (3.35), le deuxième facteur du membre de gauche est positif. Ainsi, pour des fonctions de demande générales, nous vérifions que le prix du bien augmente avec le coût du produit. Remarquons toutefois que le prix n'évolue pas identiquement avec le coût. En effet, il est possible que le prix augmente relativement plus ou moins que le coût selon la spécification de la fonction de demande.

L'équation (3.36) permet de vérifier l'intuition selon laquelle l'impact d'une amélioration de la qualité sur le prix n'est pas évident. En effet, au numérateur du membre de droite, le premier terme est négatif et le second terme est positif. L'effet d'une augmentation de la

qualité sur le prix (augmentation ou diminution) dépend de l'importance relative de ces deux effets.

Le résultat (3.36) est robuste. En effet, il est directement issu de la condition du premier ordre sur p (3.17) et de sa dérivation par rapport à t. Ce résultat est donc indépendant de toute forme de dynamique d'innovation. Il tient donc pour les formes générales des dynamiques d'innovation (3.8) et (3.9). Toutefois, en ce qui concerne l'impact de la qualité sur le prix, le résultat (3.36), bien que très général, n'est ni précis ni immédiatement interprétable. Il ne peut pas servir de base à la proposition de règle de tarification simple, à la prévision ou à la validation d'hypothèse. Ainsi, il est intéressant de spécifier davantage la fonction de demande courante pour gagner en précision ce qui est perdu en généralité.

3.4 Sous-classe de fonctionnelle de demande

Une spécification de la demande qui implique une fonction encore relativement générale et peu contrainte est la forme multiplicativement séparable entre le prix et la qualité. Cette sous-classe de fonctionnelles est intéressante pour plusieurs raisons. Tout d'abord, il s'agit d'une manière simple et naturelle de modéliser la relation entre le prix et la qualité. En outre, cette forme explique les données pour de nombreux biens (Jain et Rao, 1990). Enfin, les modèles issus de ce type de fonctionnelle possèdent de "bonnes" propriétés analytiques (Xie et Sirbu, 1995). Ils donnent des résultats précis pour un domaine d'application relativement général. Ces raisons expliquent que de nombreux modèles utilisent des cas particuliers de cette forme. Dockner *et al.* (2000) rappellent que trois types de fonctionnelles multiplicativement séparables sont utilisées dans la

littérature : les fonctions exponentielles, les fonctions isoélastiques et les fonctions linéaires.

Pour interpréter plus finement les résultats de cette section, il est intéressant de distinguer effet direct et effet indirect.

Definition 3.1 *Effet direct : Un paramètre a un effet direct sur une variable s'il impacte cette variable sans intermédiaire.*

Definition 3.2 *Effet indirect : Un paramètre a un effet indirect sur une variable s'il n'impacte cette variable que par l'intermédiaire de variable auxiliaire.*

3.4.1 Le sentier temporel optimal

Qualité et tarification

Avec des fonctionnelles capturant l'impact de la qualité et du prix, (3.21) devient

$$\begin{cases} \dot{x} = h(p)\, l(q) \\ x(0) = x_0. \end{cases} \tag{3.37}$$

Notons que (3.4) implique

$$\frac{dh}{dp} \leq 0, \ \frac{dl}{dq} \geq 0. \tag{3.38}$$

En substituant (3.37) dans (3.36) , l'évolution du prix est

$$\dot{p}\left(2 - \frac{h_{pp}h}{(h_p)^2}\right) = \dot{c}, \tag{3.39}$$

qui pour des fonctions de demande de type exponentielle ou isoélastique se simplifie selon

$$\dot{p} = \dot{c} \tag{3.40}$$

Proposition 3.2 *Sur le sentier optimal, pour une fonction de demande multiplicative-*

ment séparable en la qualité et le prix, la dynamique du prix est déterminée par l'évolution du coût et est indépendant de l'évolution de la qualité.

Démonstration. Immédiat avec (3.39) en se rappelant (3.11) et (3.12). ■

Les variations du coût sont répercutées sur le prix. Par ailleurs, l'effet prix (positif) et l'effet quantité (négatifs) liés à la qualité du bien s'annulent exactement pour des fonctions multiplicativement séparables. Ainsi, les variations de la qualité n'ont pas d'impact sur la variation du prix. Dans ce cas, la courbe de la politique de tarification imite la courbe de la dynamique du coût. La proposition 3.2 n'est liée ni à la dynamique d'innovation de produit ni à celle d'innovation de procédé. En effet, elle ne dépend que de la condition d'optimalité sur p. Elle est donc robuste aux équations d'évolution générales (3.8) et (3.9).

Pour une fonction de type exponentielle (Bayus, 1995 ; Voros, 2002) ou isoélastique, la répercussion du coût sur le prix est complète (le second facteur du membre de gauche vaut 1). Le résultat (3.40) ne tient pas pour une fonction de demande linéaire. C'est le résultat plus général (3.39) qui s'applique. Dans ce cas, toute variation du coût peut être répercutée de manière plus ou moins forte sur le prix. Ainsi, une augmentation du coût de 1 peut conduire à augmenter le prix de 1/2 ou de 2. L'impact de l'hypothèse de linéarité de la fonction de demande faite par Lambertini et Mantovani (2009) est donc important.

Lorsque l'allocation de R&D est davantage consacrée à l'innovation de procédé au cours du temps (proposition 3.1 et hypothèse 3.34), alors $\dot{c}$ est négatif. Cela implique que le prix soit décroissant au cours du temps. Ce résultat est différent de celui d'Adner et Levinthal (2001) pour qui le prix est longtemps décroissant puis constant.

Il est toutefois cohérent avec les exemples empiriques concernant les ordinateurs, les imprimantes et les modems de ces auteurs pour lesquels les prix sont toujours décroissants même s'ils diminuent de moins en moins vite.

Le déclin des prix des biens technologiques est bien documenté dans la littérature (Filson, 2001, 2002 ; Saha, 2007). Il est lié à la diminution de la disponibilité à payer pour des améliorations de la qualité des biens. Typiquement, au début d'un cycle, les utilisateurs s'intéressent beaucoup aux caractéristiques d'un bien et à l'amélioration de sa qualité. Leur disponibilité à payer est élevée pour des améliorations de la qualité du bien. Puis, avec le temps, le produit est vendu à des consommateurs dont la disponibilité à payer est faible. Ces consommateurs se contentent des fonctionnalités de base pour le produit et sont plus sensibles aux baisses de prix qu'aux augmentations de qualité.

Corollaire 3.1 *Sur le sentier optimal, l'innovation de procédé a un effet direct sur la tarification.*

Démonstration. Immédiat. ■

Au regard de la proposition 3.2, la définition 3.1 implique que, comme la dynamique du prix de vente du produit imite celle du coût de production, l'innovation de procédé a un effet direct sur la tarification. L'innovation de procédé est donc un déterminant important de la politique de tarification. Elle a aussi un effet indirect sur la politique de tarification. A priori, cet effet indirect est moins fort que l'effet direct. Les simulations numériques permettront de le vérifier.

Corollaire 3.2 *Sur le sentier optimal, l'innovation de produit a un effet indirect sur la tarification.*

Démonstration. Immédiat. ■

La proposition 3.2 signifie que l'évolution de la qualité n'a aucun impact sur l'évolution du prix. Comme la dynamique du prix de vente est indépendante de celle de la qualité du produit, l'innovation de produit n'a pas d'effet direct sur la tarification. La proposition 3.2 n'implique toutefois pas nécessairement que la dynamique de prix soit indépendante des conditions de l'innovation de produit. En effet, toute modification des conditions de l'innovation de produit implique une nouvelle répartition de l'allocation de R&D selon la règle (3.20) et les niveaux des covariables d'état donnés par (3.26) et (3.27). Un changement de l'effort d'innovation de procédé r_c modifie la dynamique du coût $\dot{c}$ et donc celle du prix $\dot{p}$ en raison de (3.12) et de (3.39). L'innovation de produit (comme l'innovation de procédé) a donc un effet indirect sur la tarification.

Il est raisonnable de supposer que, de part leur nature respective, l'effet direct domine l'effet indirect. Ce point est vérifié dans la simulation numérique. Ainsi, au regard de l'analyse du sentier temporel, l'innovation de procédé est le principal déterminant de la politique de tarification. L'innovation de produit n'a qu'un impact secondaire.

Proposition 3.3 *Sur le sentier temporel optimal, le taux d'intérêt a un effet indirect sur la politique de tarification.*

Démonstration. Immédiat avec (3.39), (3.20), (3.26) et (3.27). ■

Il est intéressant de constater que le taux d'intérêt n'a pas d'impact direct sur la politique de tarification. Ce résultat vient de l'hypothèse (3.5) qui stipule l'absence d'effet lié aux ventes (au niveau de la demande comme de la production). En revanche, comme le taux d'intérêt diminue le niveau des covariables d'état selon (3.26) et (3.27), il impacte les efforts respectifs d'innovation de produit et de procédé selon (3.20). Le taux d'intérêt a donc un effet indi-

rect sur la tarification. Ce résultat est important car il signifie que, contrairement aux modèles de tarification qui prennent en compte les ventes passées comme Robinson et Lakhani (1975), Kalish (1983), Bayus (1995) ou Voros (2006), le taux d'intérêt n'est pas de nature à remettre en cause la forme de la politique de tarification. En effet, le taux d'intérêt n'a qu'un impact indirect sur la tarification. Les simulations numériques vérifient de surcroît la faiblesse de cet effet.

La proposition 3.3 n'est pas liée à la forme fonctionnelle multiplicativement séparable de la demande. En effet, elle peut être déduite de (3.36) au lieu de (3.39). En outre, même s'il est issu des dynamiques d'évolution spécifiques (3.11) et (3.12), il est robuste aux formes générales (3.8) et (3.9). Ce résultat a donc une portée générale.

Effet temporel

Avec des fonctionnelles capturant l'impact d'effets temporels de manière multiplicativement séparable, (3.21) devient

$$\begin{cases} \dot{x} = l(q)\, h(p)\, m(t) \\ x(0) = x_0. \end{cases} \tag{3.41}$$

Proposition 3.4 *La proposition* 3.2 *est robuste à l'introduction multiplicativement séparable d'effets temporels.*

Démonstration. Substitution de (3.41) dans (3.36). ■

La fonction d'effet temporel sur les ventes courantes, $m : [0, T] \to \mathbb{R}^+$ est donnée par $m = m(t)$. Le choc temporel est positif (resp. négatif), c'est-à-dire qu'il augmente (resp. diminue) la demande courante de i lorsque $m > 1$ (resp. $m < 1$). Lorsque $m = 1$, le choc temporel est nul.

Les effets temporels peuvent servir à modéliser l'érosion de la qualité perçue due à l'impact de la concurrence. Voros (2002, 2006) suggère que la concurrence, qui s'intensifie au cours du temps, augmente les attentes des consommateurs quant à la qualité du bien. Ainsi, avec le temps, la demande diminue pour le même bien à mêmes niveaux de prix et de qualité. Cet effet est appelé phénomène d'inflation des attentes sur la qualité des consommateurs. L'équation des ventes (3.41) permet de modéliser cet effet avec

$$\frac{dm}{dt} < 0.$$

Voros (2006) spécifie

$$m(t) = 1 - k(t),$$

qui représente la proportion d'inflation de la qualité avec

$$\begin{aligned} 0 &< k(t) \leq 1, \\ \frac{dk}{dt} &> 0. \end{aligned}$$

Ainsi, les effets temporels constituent une première approche pour intégrer la concurrence dans le modèle, même si une approche plus satisfaisante impliquerait de modéliser la situation concurrentielle avec l'outil des jeux différentiels.

En l'absence de prise en compte explicite des effets de diffusion dans l'équation des ventes (3.3), l'introduction d'un effet temporel constitue aussi une première manière de capturer les externalités positives (bouche à oreille, externalité de réseau) et négatives (saturation du marché). En suivant Bayus (1995), nous pouvons intégrer les effets de diffusion dans le modèle de tarification en reprenant l'évolution des ventes du modèle de Bass (1969).

Si l'évolution des ventes est donnée par

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \left(u + \frac{v}{M}x\right)\left(1 - \frac{x}{M}\right), \\ x(0) &= 0, \end{aligned}$$

où u est le coefficient d'innovation, v le coefficient d'imitation et M la taille du marché, en posant $m(t) = \dot{x}(t)$ la résolution de l'équation précédente donne l'effet temporel

$$m(t) = M\frac{\frac{(u+v)^2}{p}e^{-(u+v)t}}{\left(1 + \frac{v}{u}e^{-(u+v)t}\right)^2}.$$

Les effets temporels peuvent aussi être des effets de mode. Ils sont le plus souvent positifs et commencent à la sortie d'un nouveau bien puis s'estompent avec le temps. Les fonctions suivantes sont des exemples de modélisation qui capturent cet effet.

$$\begin{aligned} m(t) &= e^{ke^{-gt}}, \\ \text{ou } m(t) &= 1 + ke^{-gt}, \end{aligned} \tag{3.42}$$

où $k > 0$ et $g > 0$ sont respectivement des indicateurs de l'importance initiale et de la décroissance de l'effet de mode.

Les effets temporels peuvent capturer différentes caractéristiques des marchés comme l'inflation de la qualité due à la concurrence (Voros, 2006), les effets de diffusion (Bayus, 1995) ou les effets de mode. Ces modélisations sont des premières approches qui demandent à être complétées. Toutefois, elles permettent de donner les premières intuitions sur les conséquences d'un phénomène. Il est intéressant de constater que, dans le modèle, l'introduction d'effets temporels de manière multiplicativement séparable sur les ventes courantes n'a

aucun effet sur la tarification courante. L'effet temporel est nul car il n'y a pas d'effet de demande ou de production lié aux ventes passées (hypothèse (3.5)).

3.4.2 L'équilibre intertemporel

Pour calculer un équilibre intertemporel, il est nécessaire de spécifier davantage le modèle. Nous retenons pour (3.3)

$$\dot{x} = e^{aq-sp}. \tag{3.43}$$

Avec cette fonction de demande courante, (3.17), (3.26), et (3.27), deviennent respectivement

$$\begin{aligned} p &= c + \frac{1}{s} && (3.44) \\ \dot{\lambda}_q &= -\frac{a}{s}e^{aq-sp} + \left(r + \delta_q\right)\lambda_q,\ \lim_{+\infty}\lambda_q q = 0 && (3.45) \\ \dot{\lambda}_c &= e^{aq-sp} + \left(r - \delta_c\right)\lambda_c,\ \lim_{+\infty}\lambda_c c = 0 && (3.46) \end{aligned}$$

et les équations (3.7), (3.11), (3.12), (3.20) demeurent inchangées.

A l'équilibre intertemporel

$$\dot{q} = \dot{c} = \dot{\lambda}_c = \dot{\lambda}_q = 0$$

Nous en déduisons l'existence d'un équilibre intertemporel

unique $\left(r_q^*, r_c^*, p^*, q^*, c^*, \dot{x}^*, \lambda_q^*, \lambda_c^*\right)$ avec

$$r_q^* = \frac{R}{1+\frac{\gamma_c s\left(r+\delta_q\right)}{\gamma_q a\left(r-\delta_c\right)}}, \tag{3.47}$$

$$r_c^* = \frac{R}{1+\frac{\gamma_q a\left(r-\delta_c\right)}{\gamma_c s\left(r+\delta_q\right)}}, \tag{3.48}$$

$$p^* = \frac{\gamma_c}{\delta_c}\ln\left(\frac{R}{1+\frac{\gamma_q a\left(r-\delta_c\right)}{\gamma_c s\left(r+\delta_q\right)}}\right)+\frac{1}{s}, \tag{3.49}$$

$$q^* = \frac{\gamma_q}{\delta_q}\ln\left(\frac{R}{1+\frac{\gamma_c s\left(r+\delta_q\right)}{\gamma_q a\left(r-\delta_c\right)}}\right), \tag{3.50}$$

$$c^* = \frac{\gamma_c}{\delta_c}\ln\left(\frac{R}{1+\frac{\gamma_q a\left(r-\delta_c\right)}{\gamma_c s\left(r+\delta_q\right)}}\right), \tag{3.51}$$

$$\dot{x}^* = \frac{R^{\left(a\frac{\gamma_q}{\delta_q}-s\frac{\gamma_c}{\delta_c}\right)}\left(1+\frac{\gamma_q a\left(r-\delta_c\right)}{\gamma_c s\left(r+\delta_q\right)}\right)^{s\frac{\gamma_c}{\delta_c}}}{e\left(1+\frac{\gamma_c s\left(r+\delta_q\right)}{\gamma_q a\left(r-\delta_c\right)}\right)^{a\frac{\gamma_q}{\delta_q}}}, \tag{3.52}$$

$$\lambda_q^* = \frac{aR^{\left(a\frac{\gamma_q}{\delta_q}-s\frac{\gamma_c}{\delta_c}\right)}\left(1+\frac{\gamma_q a\left(r-\delta_c\right)}{\gamma_c s\left(r+\delta_q\right)}\right)^{s\frac{\gamma_c}{\delta_c}}}{s\left(r+\delta_q\right)e\left(1+\frac{\gamma_c s\left(r+\delta_q\right)}{\gamma_q a\left(r-\delta_c\right)}\right)^{a\frac{\gamma_q}{\delta_q}}}, \tag{3.53}$$

$$\lambda_c^* = -\frac{R^{\left(a\frac{\gamma_q}{\delta_q}-s\frac{\gamma_c}{\delta_c}\right)}\left(1+\frac{\gamma_q a\left(r-\delta_c\right)}{\gamma_c s\left(r+\delta_q\right)}\right)^{s\frac{\gamma_c}{\delta_c}}}{\left(r-\delta_c\right)e\left(1+\frac{\gamma_c s\left(r+\delta_q\right)}{\gamma_q a\left(r-\delta_c\right)}\right)^{a\frac{\gamma_q}{\delta_q}}}. \tag{3.54}$$

Les résultats (3.47) et (3.48) vérifient le fait stylisé de la littérature empirique selon lequel deux types d'innovations sont menés simultanément sur la longue période (Imai, 1992 ; Pline et al., 1993). Il tranche avec les modèles qui suggèrent qu'un seul type d'innovation est mené à la fois. Il correspond au résultat (3.20), de l'analyse du sentier temporel optimal, selon lequel la firme mène de front l'innovation de produit et l'innovation de procédé. Ce résultat est donc

robuste à deux concepts d'analyse différents de la commande optimale.

L'analyse par les concepts de sentier temporel optimal et d'équilibre intertemporel permet de réconcilier des résultats empiriques a priori incompatibles. En effet, Abernathy et Utterback (1975, 1982) et Klepper (1996) mettent en évidence un cycle dans les politiques d'innovation alors que Imai (1992), Pine et al. (1993) et Filson (2001, 2002) observent un équilibre. La différence entre ces deux types de résultats s'explique par le fait que dans le premier (resp. second) cas, les auteurs travaillent sur des séries relativement courtes (resp. longues). Ainsi, l'outil de commande optimale est le sentier temporel optimal pour modéliser le cycle et l'équilibre intertemporel pour modéliser un équilibre. Le modèle développé dans ce travail, qui donne à la fois le sentier temporel et l'équilibre intertemporel, permet donc de vérifier ces deux faits stylisés.

Les résultats (3.53) et (3.54) permettent de déduire

$$\begin{aligned} \lambda_q^* &> 0, \\ \lambda_c^* &< 0. \end{aligned}$$

Cela signifie qu'à l'équilibre intertemporel, le prix caché de la qualité est positif et le prix caché du coût est négatif, ce qui est cohérent avec les résultats (3.28) et (3.29) du sentier temporel optimal.

Les ventes courantes n'augmentent pas forcément avec le montant alloué à la R&D R. En effet, selon (3.52), les ventes augmentent lorsque l'effet qualité $a\frac{\gamma_q}{\delta_q}$ est supérieur à l'effet coût $s\frac{\gamma_c}{\delta_c}$. Lorsque l'effet qualité domine, la firme pratique plus d'innovation de produit. Elle a davantage intérêt à augmenter la qualité du bien pour en vendre plus et plus cher. Au contraire, lorsque l'effet coût domine,

la firme pratique plus d'innovation de procédé. La firme maximise ses profits en augmentant sa marge et en réduisant les coûts de production. Etant donné le cycle de vie du produit et la transition entre innovation de produit et innovation de procédé, l'effet qualité domine au début du cycle alors que l'effet coût domine en fin de cycle.

Proposition 3.5 *A l'équilibre intertemporel, l'innovation de procédé a un effet direct sur la tarification.*

Démonstration. Immédiat avec (3.44), (3.49) et (3.47). ■

Toute modification des conditions de l'innovation de procédé a un effet direct sur la tarification. Le résultat γ_c ou le taux δ_c montre en effet que lorsque le coefficient γ_c ou le taux δ_c sont modifiés, alors l'impact est direct sur le niveau de p^*. Les conditions de l'innovation de procédé ont donc un impact direct sur la tarification. En particulier, l'effet direct implique que p^* augmente avec γ_c et diminue avec δ_c. En outre, les paramètres γ_c et δ_c influent sur l'arbitrage entre le niveau d'innovation de produit et le niveau d'innovation de procédé selon (3.47). Or le niveau du prix est aussi lié à cet arbitrage comme le montre (3.49). Ainsi, les conditions de l'innovation de l'innovation de procédé ont aussi un effet indirect sur la tarification.

Proposition 3.6 *A l'équilibre intertemporel, l'innovation de produit a un effet indirect sur la tarification.*

Démonstration. Immédiat avec (3.49) et (3.47). ■

Selon (3.47), toute modification des conditions de l'innovation de produit (c'est à dire de γ_q et/ou de δ_q) modifie l'arbitrage sur la part de l'allocation de R&D consacrée à l'innovation de procédé. Selon (3.49) , tout nouvel arbitrage impacte le prix de l'équilibre intertemporel p^*. Ainsi, l'innovation de produit a un effet indirect sur la politique de tarification. Toutefois, encore selon (3.49) , l'unique

effet des conditions d'innovation de produit est lié à un nouvel arbitrage entre les niveaux d'innovation. Il n'y a pas d'effet direct sur le niveau de la tarification.

Les propositions 3.5 et 3.6 de l'équilibre intertemporel impliquent que l'innovation de procédé soit le principal déterminant de la politique de tarification. L'innovation de produit n'a qu'un impact secondaire. Ces propositions correspondent aux corrolaires (3.1) et (3.2) du sentier temporel optimal. Il s'agit donc de résultats robustes puisqu'ils tiennent avec deux concepts d'analyse différents de la commande optimale.

Proposition 3.7 *A l'équilibre intertemporel, le taux d'intérêt a un effet indirect sur la tarification.*

Démonstration. Immédiat avec (3.49) et (3.47). ■

Comme sur le sentier temporel optimal, à l'équilibre intertemporel, le taux d'intérêt n'a aucun effet direct sur la tarification selon (3.49). Ce résultat est issu de l'absence d'effet lié aux ventes ou à la production passée (hypothèse (3.5)). Toutefois, le taux d'intérêt a une influence sur le niveau de l'innovation de procédé selon (3.47). Ainsi, il a un effet indirect sur la tarification. Ce résultat implique que, contrairement aux modèles de tarification basés sur la diffusion du produit (Robinson et Lakhani, 1975 ; Kalish, 1983), le taux d'intérêt n'a qu'un faible impact sur la tarification. En effet, le taux d'intérêt n'a qu'un impact indirect sur la tarification comme le suggère la proposition 3.7 et les vérifications par simulations numériques.

Les propositions 3.5, 3.6 et 3.7 de l'équilibre intertemporel correspondent respectivement aux corollaires 3.1 et 3.2 et à la proposition 3.3 du sentier temporel optimal. Il s'agit donc de résultats robustes.

3.5 Simulation

Pour vérifier qu'il existe bien des plages des paramètres plausibles pour lesquelles le modèle vérifie l'ensemble des faits stylisés, il est intéressant de simuler numériquement le modèle. Les simulations ne permettent pas de mesurer directement l'importance spécifique des effets directs et des effets indirects. En effet, pour l'innovation de procédé, les impacts des deux effets sont mélangés. Toutefois, pour l'innovation de produit, seul l'impact de l'effet indirect est mesuré puisqu'il n'y a pas d'effet direct. Les simulations éclairent donc sur l'impact global d'une modification des conditions des différents types d'innovation. Le niveau de ces différents impacts permet de déduire le principal déterminant des politiques de tarification et de s'assurer de la faiblesse de l'effet indirect par rapport à l'effet direct.

Pour la simulation, la forme de la fonction de demande est

$$\dot{x} = (a + bq)\, e^{-sp}, \tag{3.55}$$

avec $x(T) = x_T$ donné.

La fonction (3.55) est multiplicativement séparable en la qualité et le prix. En outre, l'effet prix est capturé par une exponentielle. Ainsi, le prix évolue directement selon le coût selon (3.40). La demande est croissante avec la qualité, décroissante avec le prix et indépendante des ventes passées. Elle satisfait donc aux hypothèses (3.4) et (3.5). Nous utilisons la forme (3.55) car elle est plus facile à simuler. Cette forme fonctionnelle a été utilisée depuis le travail fondateur en simulation de la tarification de Robinson et Lakhani (1975). Elle possède toutefois les mêmes propriétés qualitatives que (3.43) qui permet de caractériser plus facilement l'équilibre intertemporel de manière analytique

L'évolution de la qualité et du coût est donnée par

$$\dot{q} = \gamma_q \ln\left(1 + r_q\right) - \delta_q q, \tag{3.56}$$

$$\dot{c} = \delta_c c - \gamma_c \ln\left(1 + r_c\right), \tag{3.57}$$

avec $q(T) = q_T$ et $c(T) = c_T$ donnés.

Les formes fonctionnelles (3.56) et (3.57) sont conformes à l'hypothèse (3.10) selon laquelle la qualité (resp. le coût) augmente (resp. diminue) avec l'effort d'innovation de produit (resp. de procédé).

L'allocation de R&D R est normalisée à 1. Ainsi, selon (3.7),

$$r_q + r_c = 1. \tag{3.58}$$

Avec les spécifications (3.55), (3.56), (3.57) et (3.58), la condition du premier ordre sur r_q est

$$r_q = \frac{2\gamma_q\lambda_q + \gamma_c\lambda_c}{\gamma_q\lambda_q - \gamma_c\lambda_c} \tag{3.59}$$

Les implications qualitatives de (3.59) sont les mêmes que (3.20). La différence principale est que (3.59) ne garantit pas une solution intérieure.

Nous simulons le système formé par (3.17), (3.59), (3.58), (3.56), (3.57), (3.45) et (3.46) avec des plages de paramètres plausibles qui maintiennent une solution intérieure pour r_q

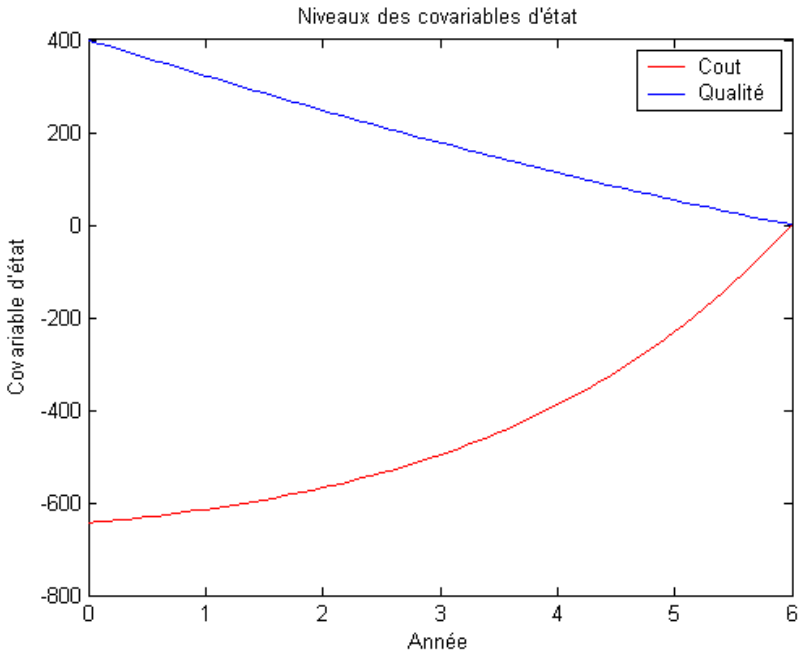
$$\begin{aligned} x_T &= 2000,\ a = 3,5x_T,\ b = 0,3,\ s = 0,15,\ \delta_q = 0,06, \\ \delta_c &= -0,02,\ \gamma_q = 6,\ \gamma_c = 2,\ q_T = 20,\ c_T = 15,\ r = 0,1,\ T = 6. \end{aligned}$$

Les différentes variables sont simulées pour une période de six ans en suivant Sethi et Thompson (2000). Le programme de simu-

lation est implémenté sous Matlab et est disponible en annexe. Le taux δ_c est négatif. Cela implique qu'il n'y a pas de détérioration autonome du processus qui augmente le coût de production. Au contraire, $\delta_c < 0$ capture un processus d'apprentissage autonome qui permet de faire diminuer le coût. Ce processus d'apprentissage n'est pas lié à la production passée comme dans Robinson et Lakhani (1975) ou Kalish (1983) mais au niveau du coût lui-même comme dans Voros (2006).

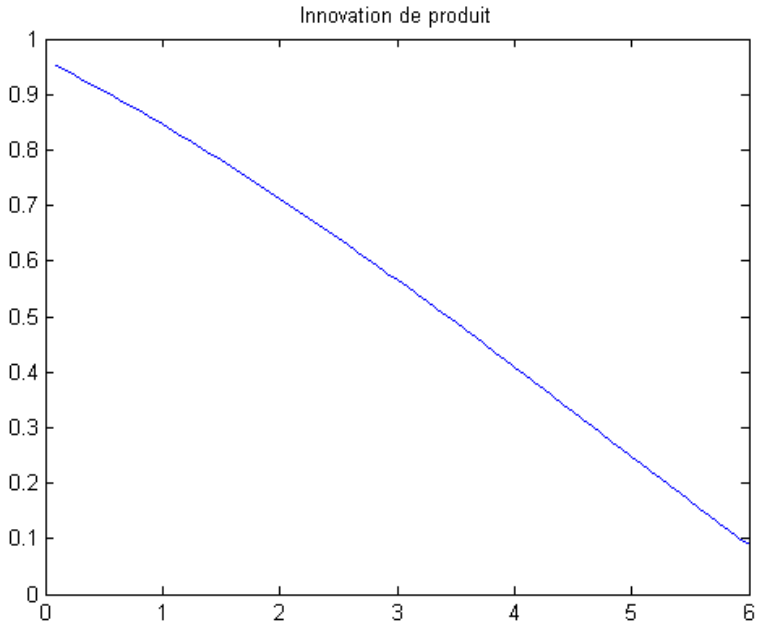
3.5.1 Représentations graphiques

Le niveau des covariables d'état est donné sur le cycle de vie du produit par

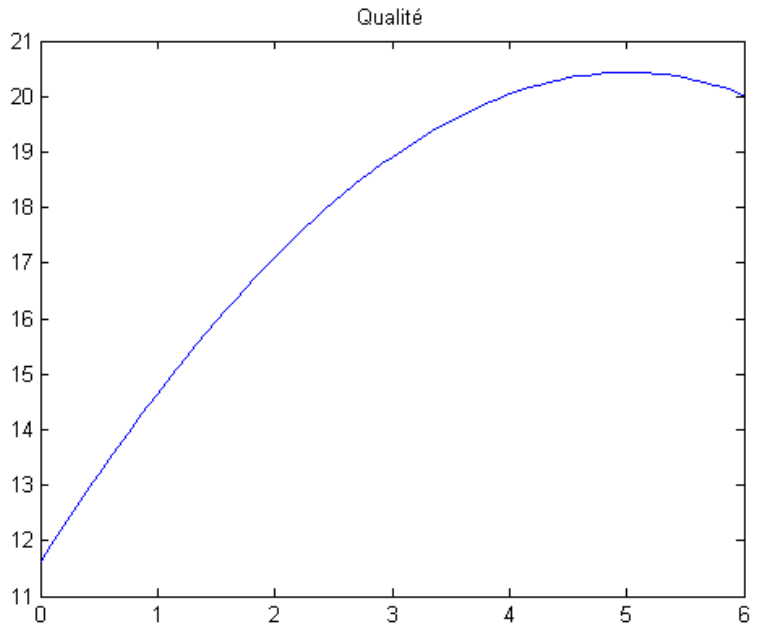


Selon cette représentation, comme le prédisent (3.28) et (3.29), λ_q est positif et λ_c négatif. Par ailleurs, en conformité avec (3.30) et (3.31), λ_q et λ_c sont respectivement décroissant et croissant. Ce graphique vérifie l'hypothèse 3.34 selon laquelle λ_q est comparativement plus élevé que λ_c en début qu'en fin de période.

L'innovation de produit r_q est

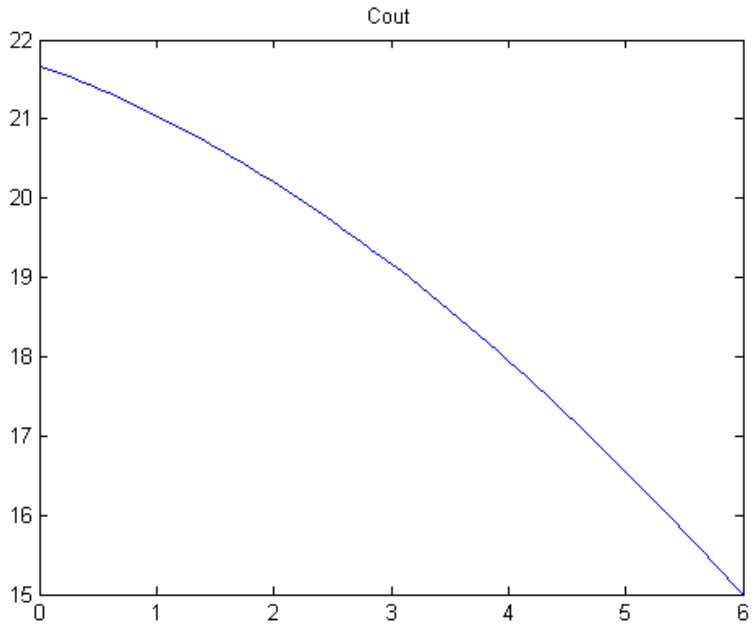


Ce graphique vérifie le fait empirique selon lequel l'innovation de produit décline au cours du temps au profit de l'innovation de procédé. Cette politique d'innovation conduit aux évolutions de la qualité et du coût suivantes



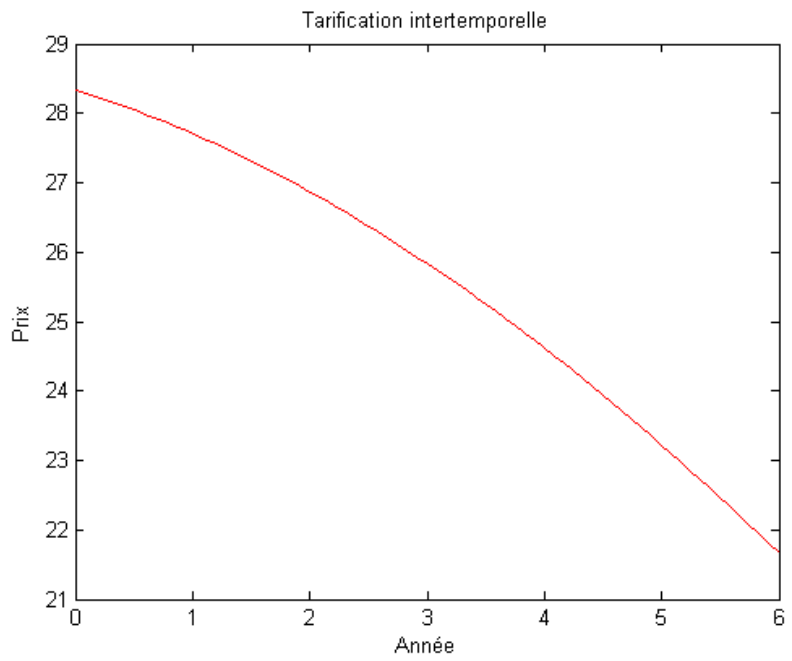
En début de cycle, la qualité augmente fortement car l'innovation de produit est élevée. Comme l'innovation de produit décroit

au cours du temps ($\dot{r}_q < 0$) et que la qualité tend à se détériorer ($\delta_q < 0$), le niveau de la qualité augmente de moins en moins vite, stagne et diminue en fin de cycle lorsque l'innovation de produit est faible.



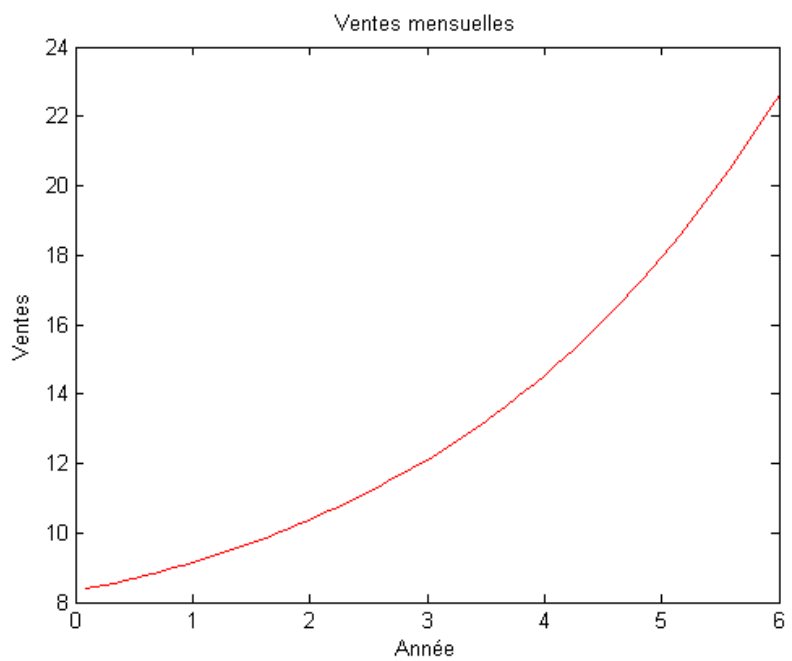
Le coût décroît durant le cycle de vie du produit. Cela est dû à la fois à l'innovation de procédé qui augmente (car l'innovation de produit diminue) et à l'apprentissage qui réduit le coût de manière autonome ($\delta_c < 0$).

L'évolution du coût détermine celle du prix



Selon (3.40), comme le prix imite l'évolution du coût, le prix diminue. Pour que le prix soit croissant, il faut que le coût le soit aussi. Plusieurs simulations numériques montrent que δ_c doit être suffisamment élevé (de l'ordre de 10%) pour obtenir une courbe de coût croissante (et donc une courbe de tarification croissante).

Selon (3.55), l'évolution de la qualité et du prix déterminent l'évolution des ventes.



Comme la qualité augmente et le prix diminue, les ventes augmentent sur le cycle de vie du produit. A la fin du cycle, nous observons un retournement de concavité de la courbe des ventes. Elle est liée à la détérioration de la qualité à la fin de la période.

La simulation numérique montre que, pour certaines plages de valeurs des paramètres, le modèle rend bien compte des faits stylisés mis en évidence dans la littérature empirique. En effet, la part consacrée à l'innovation de produit diminue au cours du temps au profit de l'innovation de procédé. Par ailleurs, les coûts et le prix du bien sont décroissants.

3.5.2 Mesure des effets direct et indirect

Il est maintenant intéressant de mesurer la manière dont la politique de tarification évolue avec les paramètres du modèle. Cela permet en particulier de mieux apprécier l'impact relatif des effets direct et indirect et donc l'idée selon laquelle le premier déterminant de la politique de tarification est l'innovation de procédé. Lorsque les valeurs des paramètres changent, c'est l'ensemble de la courbe de tarification qui est modifiée. Pour faciliter les comparaisons, nous menons la discussion avec la valeur du prix en $t = 0$. C'est en effet en ce point que les effets dynamiques sont les plus importants. Par ailleurs, un effet en ce point se retrouve sur l'ensemble de vie du produit.

Avec les valeurs des paramètres plus haut, $p(0) = 28,34$. Nous modifions les paramètres du modèle d'unité et observons l'impact sur $p(0)$. En ce qui concerne les paramètres des évolutions de la qualité (3.56) et du coût (3.57), les simulations mesurent les variations d'une unité de γ_q et γ_c (c'est un coefficient) et de 1% de δ_q, δ_c

et de r (ce sont des taux). Les résultats sont

	Valeur initiale	$\Delta r = 1\%$
$p(0)$	$28,34$	$28,31$
$\lvert\Delta p(0)\rvert$	0	$0,03$
$\frac{\lvert\Delta p(0)\rvert}{p(0)}$	0	$0,11\%$

Cette simulation mesure que l'effet indirect sur la tarification (proposition 3.3) est très faible. En effet, une augmentation de 1% de r ne modifie le prix que de 0,11%. Ainsi, le taux d'intérêt n'est pas un paramètre susceptible de remettre en cause la politique de tarification comme dans Kalish (1983) ou Voros (2006).

	$\Delta\gamma_q = 1$	$\Delta\gamma_c = 1$	$\Delta\delta_q = 1\%$	$\Delta\delta_c = 1\%$
$p(0)$	$27,70$	$30,87$	$28,40$	$27,7$
$\lvert\Delta p(0)\rvert$	$0,64$	$2,53$	$0,06$	$0,64$
$\frac{\lvert\Delta p(0)\rvert}{p(0)}$	$2,26\%$	$8,93\%$	$0,21\%$	$2,26\%$

Ces résultats montrent que toute modification des paramètres de l'innovation de procédé (qui affecte le coût) est de nature à changer la politique de tarification davantage que la modification des paramètres de l'innovation de produit (qui affecte la qualité). Les simulations mettent en évidence que l'impact de l'augmentation de l'efficacité de l'effort d'innovation est quatre fois plus élevé pour l'innovation de procédé que pour l'innovation de produit. Le graphique sur l'effort d'innovation montre que $r_q(0) = 0,96$ et donc que $r_c(0) = 0,04$. C'est en $t = 0$ que r_q est le plus élevé. Cela signifie que c'est le point pour lequel l'efficacité de l'innovation de procédé est la moins forte par rapport à l'efficacité de l'innovation de produit. Par ailleurs, l'impact d'une variation de l'amélioration du coût

est dix fois plus important que celui de la détérioration de la qualité. L'innovation de procédé a un impact direct et un impact indirect sur la tarification et l'innovation de produit n'a qu'un impact indirect. Toutefois, les simulations permettent de vérifier numériquement que l'effet direct est plus important que l'effet indirect.

Ainsi, seuls les paramètres qui ont un effet direct sur la politique de tarification (c'est à dire les paramètres qui touchent à l'innovation de procédé selon (3.40)) sont de nature à modifier sensiblement la politique de tarification. Les paramètres n'ayant qu'un effet indirect via une nouvelle répartition de l'allocation de R&D entre innovation de produit et innovation de procédé (celle liée à l'innovation de produit et à l'actualisation selon (3.59), (3.26) et (3.27)) ne modifient que faiblement la tarification. Les simulations numériques vérifient donc bien que l'innovation de procédé est le principal déterminant de la politique de tarification de la firme et que l'innovation de produit n'a qu'un rôle secondaire.

Bien que ces simulations numériques soient réalisées pour le sentier temporel optimal, elles donneraient des résultats équivalents pour l'équilibre intertemporel.

3.6 Conclusion

Dans ce travail, nous développons un modèle de commande optimale pour étudier la dynamique d'un monopole confronté à la fois à la tarification et à la répartition de l'allocation de R&D entre innovation de produit et innovation de procédé. L'innovation de produit augmente la qualité du bien perçue par le consommateur et l'innovation de procédé réduit le coût de production.

En phase avec la littérature sur le changement technologique,

nous vérifions que l'innovation de produit est relativement plus importante que l'innovation de procédé en début qu'en fin de cycle de vie du produit. Le principal déterminant de la politique de tarification est l'effort d'innovation de procédé. L'innovation de procédé augmente dans le temps, faisant baisser le coût de production et donc le prix. Toutefois, l'innovation de produit joue sur l'arbitrage entre les deux types d'innovation et donc modifie le niveau de l'innovation de procédé. L'innovation de produit agit donc indirectement sur la politique de tarification. Ce résultat est robuste sur le sentier temporel optimal et à l'équilibre intertemporel. Les simulations numériques vérifient que toute variation équivalente des paramètres concernant les conditions d'innovation a un impact bien plus important sur la politique de tarification pour l'innovation de procédé que pour l'innovation de produit. L'innovation de procédé est donc le premier déterminant de la politique de tarification.

Ces résultats analytiques sont obtenus pour une sous-classe importante de fonctions de demande avec l'étude conjointe de la tarification, des innovations de produit et de procédé. Ils sont donc plus robustes que les résultats issus de seules simulations numériques (Adner et Levinthal, 2001 ; Saha, 2007) ou que les résultats analytiques portant sur seulement deux de ces facteurs comme variables de décision (Saha, 2007, Lambertini et Mantovani, 2009). Par ailleurs, nous caractérisons à la fois le sentier temporel optimal et l'équilibre intertemporel. L'analyse est donc plus complète que l'ensemble de la littérature qui, à l'exception de Lambertini et Mantovani (2009), ne traite que du sentier temporel.

En ce qui concerne la gestion de la R&D, la firme doit mener conjointement innovation de procédé et innovation de produit. La firme réalise toujours les deux types d'innovation. Sur une courte

période, l'allocation des ressources de R&D entre ces deux types d'innovation dépend du cycle de vie du produit. Sur une longue période, il existe un équilibre entre innovation de produit et innovation de procédé.

Comme l'ensemble de la littérature (Adner et Levinthal, 2001 ; Saha, 2007 ; Lambertini et Mantovani, 2009), nous ne considérons pas d'anticipation sur les prix en raison de la complexité de l'analyse de ces anticipations. Comme ces auteurs, nous comprenons bien qu'intégrer des anticipations serait de nature à modifier les résultats. Toutefois, les modèles de tarification, même s'ils ne prennent pas en compte d'anticipations, expliquent bien les données (Karshenas et Stoneman, 1993). Cette hypothèse permet au modèle de gagner en simplicité au prix d'une perte de réalisme.

Pour simplifier l'analyse, nous avons considéré le cas où le budget consacré à la R&D est constant. En pratique, il peut être intéressant de faire évoluer ce budget au cours du temps. L'introduction de cette variable de décision compliquerait l'analyse mais ne modifierait pas la nature qualitative des résultats. En effet, nous vérifierions que l'investissement global en R&D serait faible en fin de cycle. Toutefois, les prix et le ratio innovation de produit/procédé resteraient décroissants sur le sentier optimal et constants à l'équilibre intertemporel.

Ce travail peut être poursuivi dans différentes directions. Une première piste serait d'introduire de l'incertitude quant à l'impact du prix et des investissements en innovation. Une autre piste serait d'étudier explicitement la dynamique de la concurrence.

4 Dynamique du prix de référence

4.1 Introduction

Pour beaucoup d'individus, l'achat de leur résidence principale constitue le plus gros investissement financier qu'ils réalisent durant leur vie. La décision d'achat d'un bien immobilier nécessite de prendre en considération un nombre important de facteurs. Tout d'abord, il faut considérer, en plus du prix du bien, les coûts directement liés à l'achat tels que les frais d'agence et les frais de notaire. Bien que ces coûts directs soient certainement très importants, les consommateurs sont souvent plus préoccupés par des coûts indirects liés à un déménagement tels que l'apprentissage d'un nouvel environnement ou la constitution d'un nouveau réseau social. Bien évidement, changer d'appartement présente également des avantages potentiels. Les individus cherchent généralement une meilleure localisation, la proximité des transports et des commerces, la proximité d'une école pour les enfants ou un appartement plus grand. A l'exception de certaines situations particulières, pour que les individus décident d'acheter un appartement, il faut que les bénéfices potentiels de la décision d'achat dépassent les coûts associés.

D'après la théorie économique standard qui utilise le paradigme de la maximisation de l'utilité espérée [1], en l'absence de contraintes particulières liées à l'évolution défavorable des prix du marché immobilier, aux taux d'intérêt ou aux crédits en cours (Stein, 1995), un agent rationnel qui envisage un déménagement devrait ignorer dans son processus de décision le prix d'achat de son ancien appartement pour se focaliser uniquement sur le prix actuel de marché du bien qu'il souhaite vendre. En ce sens, le prix d'achat initial d'un appartement devrait être perçu comme un coût irrécouvrable (Einio et al., 2007). La théorie économique standard a toutefois du mal à expliquer le comportement observé de la part des vendeurs de biens immobiliers, qui comparent souvent le prix de marché de leur appartement à un point de référence qui peut être, par exemple, le prix auquel l'appartement a été acheté (Genesove et Mayer, 2001). Le point de référence est un prix interne que les consommateurs utilisent comme élément de comparaison pour juger le prix d'un produit qu'ils envisagent d'acheter ou de vendre (Zollinger, 1993 ; Winer 1986). Pour comprendre l'importance du point de référence dans les situations de décision, considérons deux propriétaires qui possèdent tous les deux des appartements dont le prix de marché est de 100 000 euros. Le premier propriétaire a acheté son appartement au prix de 80 000 euros, alors que, le deuxième propriétaire a acheté le sien au prix de 95 000 euros. Tous les deux utilisent leur prix initial d'achat comme point de référence. Il est facile de comprendre qu'en dépit d'un prix de marché identique pour les deux biens, le premier vendeur qui bénéficie d'un gain de 20 000 euros par rapport à son prix de référence est plus heureux que le deuxième vendeur qui ne bénéficie que d'un gain 5 000 euros par rapport à son prix de référence. Cet exemple

1. Le lecteur intéressé trouvera en annexe des éléments de la théorie de théorie de la décision.

montre que le point de référence que le décideur utilise peut avoir un impact important sur son évaluation de la situation et, parfois, sur ses décisions d'achat ou de vente.

En plus d'être différent d'un individu à l'autre, le point de référence d'un individu peut évoluer au cours du temps. Par exemple, un consommateur qui a acheté un appartement à un prix de 100 000 euros et qui souhaite le vendre peut considérer comme référence, soit le prix actuel du marché, soit le prix initial d'achat de l'appartement, soit une combinaison des deux. Par ailleurs, sur un marché qui a connu des hausses ou des baisses de prix, les évaluations intermédiaires de la valeur de l'appartement ainsi que les anticipations de l'évolution future des prix peuvent avoir un impact sur la fixation du prix. Bien que plusieurs études aient montré l'importance de ces variables dans la fixation du prix sur le marché immobilier (Einio et al., 2007 ; Genesove et Mayer, 2001 ; Engelhardt, 2003 ; Gneezy, 2002), à notre connaissance aucune étude ne s'est intéressée au rôle relatif de ces différentes informations dans la construction des points de référence des vendeurs de biens immobiliers.

Dans ce travail, nous étudions le prix de référence sur le marché immobilier. De manière plus précise, comme le marché immobilier est cyclique, nous essayons de comprendre comment l'évolution du marché influence le prix de référence des vendeurs. La compréhension de l'adaptation du prix de référence sur le marché immobilier est importante pour prédire les réactions potentielles des évolutions futures de ce marché. Nous considérons plusieurs *scenarii* quant à l'évolution du marché immobilier. Certains *scenarii* sont favorables et d'autres défavorables aux vendeurs. Nous mesurons l'impact de différentes variables comme le prix de marché actuel, le prix d'achat

initial, les prix intermédiaires ainsi que les pics historiques (maximum et minimum).

Dans les transactions immobilières, le vendeur dispose de davantage d'informations que l'acheteur et peut les dévoiler à sa guise. Toutefois, l'acheteur peut s'engager dans une recherche active d'information pour mieux évaluer la valeur du bien. Il est intéressant de mesurer quel peut être l'impact d'une stratégie de dévoilement d'information de la part du vendeur ou de la recherche informationnelle de la part de l'acheteur sur le prix de référence de ce dernier. Pour étudier la dynamique du prix de référence de l'acheteur sur le marché immobilier, nous étudions différents *scenarii* déclinés selon la connaissance du prix auquel le vendeur a acheté le bien et selon la connaissance d'offres alternatives par d'autres acheteurs potentiels.

Il existe dans la littérature un intérêt important pour l'étude du prix de référence (Winer, 2005). Toutefois, comme la plupart des résultats concernent les biens de consommation courante, ils ne sont pas directement applicables au marché immobilier. En raison de la faible fréquence de leur achat et de leur cycle de vie important, les appartements sont des biens durables. Par ailleurs, à l'exception notable d'Arkes et al. (2008) qui étudient cette question dans le contexte des marchés financiers, il n'existe pas de travaux sur l'adaptation du prix de référence au regard de l'évolution du marché. C'est précisément le but de ce travail.

Le chapitre est organisé comme suit. La section 2 introduit les concepts de point de référence, d'aversion aux pertes et de comptabilité mentale. La section 3 décrit le modèle conceptuel. La section 4 présente notre méthode expérimentale. Les principaux résultats obtenus sont présentés en section 5. La section 6 conclue.

4.2 Revue de littérature

La prospect theory, développée par Kahneman et Tversky en 1979, est une des premières théories à mettre l'accent sur les aspects psychologiques de la prise de décision individuelle. Ce modèle introduit deux notions importantes pour la modélisation du comportement individuel, celle de point de référence et celle d'aversion aux pertes. Nous présentons en annexe la modélisation du modèle de prospect theory et certaines régularités empiriques qu'il explique.

La notion de point de référence permet de modéliser le fait qu'un individu évalue les conséquences d'un choix non pas en termes de leur impact sur son niveau global de richesse, mais en termes de changements, gains ou pertes, par rapport à un état de référence (Kahneman et Tversky, 1979). Kahneman et Tversky (1979) n'expliquent pas clairement comment les décideurs choisissent leur point de référence, mais ils suggèrent que différents facteurs, comme le statu quo, les expériences passées, les normes sociales et les niveaux d'aspiration peuvent déterminer la référence utilisée. Par ailleurs, le point de référence est sensible aux effets de cadrage, il peut donc être influencé par la manière de présenter la situation.

L'aversion aux pertes signifie que le décideur est plus sensible à un changement négatif par rapport à l'état de référence qu'à un changement positif de la même ampleur (Kahneman et Tversky, 1979 ; Tversky et Kahneman, 1991). Autrement dit, le décideur est plus sensible à une perte qu'à un gain équivalent. Plusieurs études (Tversky et Kahneman, 1992 ; Pennings et Smidts, 2003 ; Abdealloui et alii, 2007) mettent en évidence un coefficient moyen d'aversion aux pertes de l'ordre de 2, ce qui signifie qu'une perte a deux fois plus d'impact psychologique que le gain correspondant. En raison de l'aversion aux pertes, il devient très important de déterminer com-

ment une situation est présentée au décideur, comme un gain ou comme une perte, car la prise de risque est différente dans les deux domaines. En effet, lorsqu'ils ont le choix entre une perte sure de 50 euros et une perte de 100 euros qui a une chance sur deux de se produire, la plupart des individus préfèrent éviter la perte sure et choisissent l'alternative risquée. En revanche, lorsqu'ils ont le choix entre un gain sûr de 50 euros et un gain de 100 euros qui a une chance sur deux de se réaliser, la majorité des individus préfèrent obtenir le gain sûr. Autrement dit, les individus sont averses au risque dans le domaine des gains, mais cherchent le risque dans le domaine des pertes (Tversky et Kahneman, 1991).

En plus du point de référence et de l'aversion aux pertes, la prospect theory met en évidence un autre effet psychologique lié à la quantité appelé sensibilité marginale décroissante : dans le domaine des gains ainsi que dans le domaine des pertes, chaque euro additionnel, gagné ou perdu, vaut moins que l'euro gagné ou perdu précédemment (Tversky et Kahneman, 1979). Par exemple, la différence entre 100 et 200 (-100 et –200) semble plus grande que la différence entre 1100 et 1200 (-1100 et –1200). Un effet direct de la sensibilité marginale décroissante est qu'un individu va préférer deux gains séparés de 100 euros et de 200 euros à un seul gain regroupé de 300 euros, alors qu'il va préférer subir une seule perte de 300 euros, plutôt que deux pertes consécutives une de 100 euros et une autre de 200 euros. Thaler (1985) propose une théorie qui explique comment les individus catégorisent mentalement leurs transactions financières en gains ou pertes de manière à mieux contrôler l'utilisation de leurs ressources connue dans la littérature sous le nom de comptabilité mentale.

4.2.1 Point de référence

Dans la littérature marketing, la plupart des recherches sur le point de référence se sont intéressée au prix et en particulier, à l'impact des prix des références sur les choix. La prise en considération d'un prix de référence dans les modèles de choix des marques permet de modéliser plus efficacement le comportement des consommateurs (Kalwani et al., 1990 ; Mayhew et Winer, 1992 ; Putler, 1992). En comparant le prix actuel d'un produit avec un prix de référence interne, le consommateur perçoit les variations de prix soit comme des « gains » qui peuvent l'inciter à acheter, soit comme des « pertes » qui peuvent le freiner dans sa décision d'achat. Plusieurs manières de spécifier le point de référence d'un consommateur lors d'un achat de produit ont été proposées (Heidhues et Köszegi, 2005), à savoir : le statu quo (acheter est toujours perçu comme une perte), le prix habituel pour le bien (uniquement une augmentation du prix par rapport au prix habituel représente une perte) ou le dernier prix payé pour le bien (payer plus que la ou les dernières fois est perçu comme une perte). Le dernier prix payé (Gabor et Granger, 1964) ou un indice basé sur les derniers prix payés (Rajendran et Tellis, 1994) ont été utilisés avec succès dans plusieurs modèles de choix de la marque. Bien que l'utilisation du prix de la dernière marque achetée comme point de référence permette de décrire correctement le comportement des consommateurs fidèles (Mayhew et Winer 1992), ce modèle s'avère moins adapté pour décrire le comportement des consommateurs peu fidèles qui changent souvent de marque. Dans ce cas, la marque achetée fréquemment peut s'avérer une meilleure référence que la dernière marque achetée (Winer 1986).

Le point de référence peut dépendre également des conditions sur le marché et des anticipations faites par l'individu (Heidhues et

Köszegi, 2005). Ainsi, le point de référence peut être proche du statu quo si l'acheteur s'attend à acheter le bien rarement ou à pouvoir l'acheter très peu cher. Si l'entreprise pratique toujours le même prix et le consommateur s'attend à acheter à ce prix, c'est alors ce prix habituel qui va être utilisé comme référence. Si le consommateur s'attend à payer un prix aléatoire et il n'a pas un prix de référence unique, alors il va comparer le prix avec tous les prix disponibles et prendre la moyenne des sensations de gain – perte. Au-delà de la multitude des théories disponibles concernant le point de référence, la réflexion par rapport aux prix de référence internes est compliquée par le fait que les données montrent que les consommateurs n'ont souvent pas une bonne connaissance des prix, bien que les acheteurs soient plus exacts concernant les prix des biens qu'ils achètent régulièrement que les autres prix (Hirn, 1986 ; Dickson et Sawyer, 1990). Il est intéressant de noter que la littérature marketing s'est intéressée en premier lieu à l'influence du prix de référence sur les décisions d'achat des consommateurs. Cependant, le concept de prix de référence est important non seulement pour les décisions d'achat, mais également pour les décisions de vente ou, plus généralement, pour la fixation des prix.

Sur les marchés immobiliers, la notion de point de référence est essentielle pour comprendre la prise de décision des propriétaires d'appartements qui désirent vendre leurs biens. Toutefois, la formation des prix de référence des vendeurs d'appartements représente un problème difficile du point de vue empirique, la raison principale étant que le point de référence est une variable interne et n'est donc pas directement observable. La plupart des résultats présentés précédemment concernant le prix de référence ne sont pas directement applicables au marché immobilier car les auteurs se sont inté-

ressés à l'achat de biens de consommations courants, alors que, de part leur faible fréquence d'achat et leur longue durée de vie, les biens immobiliers sont des biens durables. Par ailleurs, le point de référence d'un propriétaire d'appartement n'est pas nécessairement stable dans le temps. Cependant, à l'heure actuelle, aucune étude ne permet de comprendre comment les vendeurs de biens immobiliers construisent leur point de référence et comment ce point de référence évolue au cours du temps en s'adaptant à l'évolution du marché immobilier.

4.2.2 Aversion aux pertes

En étudiant le marché immobilier à Boston, Genesove et Mayer (2001) montrent que les vendeurs d'appartements ont tendance à fixer des prix de vente plus élevés s'ils doivent subir une perte par rapport à leur prix d'achat. L'observation que les vendeurs sont réticents à subir une perte lors de la revente de leur bien immobilier suggère l'existence d'une aversion aux pertes (Einio et al., 2007 ; Genesove et Mayer, 2001). En utilisant des données réelles sur le marché immobilier finlandais, Einiö et al. (2007) montre que cette réticence à subir des pertes est encore forte pour des pertes de petit montant même deux ans après la date d'achat et même si l'individu est plus riche ou qu'il a l'habitude d'acheter et de vendre des biens immobiliers. Par ailleurs, l'aversion aux pertes existe pour les biens destinés à l'investissement locatif ainsi que pour les biens les plus chers. Toutefois, elle est moins forte lorsque le bien échangé est utilisé pour des raisons d'investissement (Einio et al., 2007).

Une conséquence directe de l'aversion aux pertes est qu'un nombre relativement élevé d'appartements sont vendus au prix initial d'achat plutôt qu'à un prix impliquant de faibles gains ou de

faibles pertes (Genesove et Mayer, 2001). Les vendeurs sont réticents à vendre quand le prix de marché est plus bas que leur prix d'achat pour éviter une perte, mais, en même temps, ils acceptent des prix plus bas que les prix de marché si l'évolution du marché immobilier leur a été favorable. L'aversion aux pertes peut également avoir un effet adverse sur la décision de déménager en conduisant à des décisions sous optimales. Engelhardt (2003) montre, en ce sens, qu'en période de baisse des prix sur le marché immobilier, les agents sont plus réticents à déménager ce qui affecte la mobilité sur le marché du travail, à un moment où elle serait sans doute nécessaire.

4.2.3 Comptabilité mentale

Lorsque le marché immobilier connaît des hausses ou des baisses, le prix de référence des propriétaires d'appartement est susceptible d'évoluer. Cette adaptation du point de référence est directement liée à la manière dont les propriétaires catégorisent mentalement les gains et les pertes (Heath et Soll, 1996). Dans sa théorie de la comptabilité mentale, Thaler (1995) montre que les individus adaptent leur manière de comptabiliser les gains et les pertes qu'ils ont subit précédemment pour se sentir au mieux avec leurs résultats financiers. Ces considérations hédoniques influencent donc la manière dont un individu adapte son point de référence suite à un changement de prix (Arkes et al., 2008). Si le point de référence de l'individu s'adapte complètement au changement de prix (il ferme son ancien compte mental en intégrant tous les gains ou pertes réalisés), il évaluera les prochaines évolutions des prix par rapport au prix actuel. Dans ce cas, les gains/pertes antérieurs sont ségrégués du futur compte mental. Toutefois, si le point de référence ne s'adapte pas complètement au changement de prix, une partie des gains/pertes antérieurs sera

inclue dans le compte mental futur. L'adaptation du point de référence correspond donc à la fermeture du compte mental initial, fermeture qui réinitialise le point de référence et ségrégue les conséquences des évolutions passées du prix des conséquences de ses évolutions futures.

Pour un individu hédoniste, l'adaptation de son point de référence après un gain n'est pas nécessairement appréciée de la même manière que l'adaptation de son point de référence après une perte. Fermer un compte mental génère une satisfaction immédiate après un gain et une insatisfaction immédiate après une perte (Prelec et Loewenstein, 1998). En raison des conséquences hédoniques immédiates, l'individu est donc plus incité à fermer un compte après un gain qu'après une perte (Arkes et al., 2008). Par conséquent, on peut s'attendre à ce que l'adaptation du point de référence soit plus rapide dans le domaine des gains que dans le domaine des pertes. Ces résultats sont compatibles avec l'idée que les vendeurs de biens immobiliers tentent d'atteindre l'équilibre dans leur comptabilité mentale en considérant tout gain ou perte en liaison avec le prix initial d'achat (Shefrin et Statman 1985). La volonté d'atteindre l'équilibre force les propriétaires à attendre plus longtemps pour vendre leur appartement sur un marché immobilier en baisse (Genesove et Mayer 2001, Einiö et al. 2007).

4.3 Modèle conceptuel

4.3.1 Prix de référence sur le marché immobilier

La littérature sur le marché immobilier insiste sur l'importance du prix de référence pour les vendeurs. Toutefois, il n'existe pas de consensus dans la littérature sur la nature. Kahneman et Tversky

(1979) n'expliquent pas comment le décideur choisit son prix de référence. Ils suggèrent toutefois que différents facteurs comme le status quo, l'expérience passée et les normes sociales l'affectent. Par ailleurs, étant donné que le prix de référence est sujet aux effets de cadrage, il est influencé par la manière de présenter le problème de choix au décideur. Sur le marché immobilier, la réticence observée à vendre sur un marché baissier ainsi que la volonté de vendre sans baisse de prix par rapport à l'achat implique que, pour certains vendeurs, le prix d'achat initial soit le prix de référence. Spranca et al. (1991) avancent que le prix d'achat initial d'un bien immobilier constitue un prix de comparaison naturel car il permet de savoir si la transaction débouche sur un gain ou sur une perte. Cet effet de comparaison permet de considérer le prix d'achat initial comme prix de référence (Shefrin et Statman, 1985). Toutefois, comme le marché immobilier connaît des évolutions importantes (Einiö et al., 2008 ; Genesove and Mayer, 2001 ; Engelhardt, 2003 ; Stein, 1995), le prix de référence du vendeur peut évoluer depuis l'achat initial. Le prix de référence du vendeur peut ainsi s'adapter, de manière complète ou partielle, à un niveau entre le prix initial et le prix actuel du marché. Chen et Rao (2002) montrent que, après la présentation d'un stimulus, le prix de référence s'adapte mais seulement de manière incomplète. Cela suggère donc une adaptation partielle du prix de référence du vendeur sur le marché immobilier. A partir d'une approche expérimentale, Gneezy (2002) vérifie que les pics historiques sur le marché immobilier sont aussi des candidats pour être prix de référence. La méthode utilisée par Gneezy (2002) ne permet pas de mesurer précisément le prix de référence, ni de comparer l'importance relative du pic historique sur un marché haussier et sur un marché baissier. D'autres travaux suggèrent que les anticipations sur

le prix futur d'un bien influence le prix de référence (Koszegi and Rabin, 2006). Mazumdar et al. (2005) indiquent que toute information supplémentaire concernant le prix de marché de biens similaires a un impact significatif sur les anticipations de prix de biens durables comme les appartements.

Sur le marché immobilier, il existe donc plusieurs types de prix pouvant servir de référence au décideur. Dans ce travail, nous essayons de mieux comprendre l'impact relatif du prix d'achat initial, du prix de marché actuel, des pics historiques (maximum et minimum) et de l'anticipation des prix sur la formation du prix de référence du vendeur. De plus, à la différence des études précédentes, nous étudions l'importance relative de ces variables à la fois sur un marché haussier et sur un marché baissier.

4.3.2 L'adaptation du prix de référence du vendeur

Le prix de référence du vendeur sur le marché immobilier peut s'adapter à l'évolution, haussière ou baissière, de la valeur de marché de l'appartement. La dynamique du prix de référence a été observée dans différentes situations de décision (Bleichrodt, 2007) comme dans le choix en univers risqué (Kahneman et Tversky, 1979) ou dans le choix intertemporel (Prelec and Loewenstein, 1998). Toutefois, peu de travaux traitent de l'adaptation du prix de référence au regard de l'évolution du marché (Arkes et al., 2008). Arkes et al. (2008) mesurent l'adaptation du prix de référence d'un investisseur pour lequel le prix des actifs financiers fluctue. Ils montrent que l'adaptation du prix de référence de l'investisseur est cohérente avec la CM puisqu'elle est plus importante dans le domaine des gains que dans celui des pertes. Dans la théorie de la CM, la clôture d'un compte implique une satisfaction immédiate après un gain et à une

insatisfaction après une perte. (Prelec and Loewenstein, 1998). Appliqué au marché de l'immobilier, cela signifie que l'adaptation du prix de référence est plus importante sur un marché haussier que sur un marché baissier. En effet, l'adaptation du prix de référence sur le marché immobilier est directement liée à la manière dont les propriétaires catégorisent mentalement les gains et les pertes sur les opérations d'achat et de vente de leur appartement (Heath and Soll, 1996). Le propriétaire d'un appartement dont la valeur de marché a augmenté est plus heureux si, lorsque le prix a augmenté, son prix de référence s'est complètement adapté au prix de marché courant que s'il est resté au prix d'achat initial. En effet, en raison de la sensibilité marginale décroissante, l'impact d'une augmentation future de la valeur de marché est plus important s'il est interprété comme un nouveau gain. Toutefois, si le prix de référence du propriétaire s'adapte après une baisse du prix de marché, une nouvelle baisse serait plus pénible pour le propriétaire en raison de l'impact plus important des pertes que des gains. En raison de ces principes hédoniques, le décideur est plus enclin à fermer un compte après un gain qu'après une perte (Arkes et al., 2008). Ainsi, nous pouvons supposer que l'adaptation du prix de référence est plus rapide après un gain qu'après une perte. Cette implication est compatible avec l'idée que, sur le marché immobilier, les vendeurs essayent d'atteindre l'équilibre dans leur comptabilité mentale en considérant le prix de vente par rapport au prix d'achat initial (Shefrin and Statman, 1985). Elle explique aussi que les vendeurs acceptent d'attendre plus longtemps pour vendre leur bien sur un marché immobilier baissier (Genesove and Mayer, 2001 ; Einiö et al., 2008). Toutefois, le rôle du prix d'achat initial d'un appartement pourrait être moins important sur un marché haussier parce que les vendeurs réalisent un gain. En conclusion,

nous pouvons faire l'hypothèse que l'adaptation du prix de référence du vendeur est plus importante sur un marché immobilier en hausse que sur un marché en baisse.

4.3.3 La manipulation du prix de référence de l'acheteur

La majeure partie de la recherche sur le prix de référence consacrée au marché immobilier s'intéresse au vendeur. Or, le prix de marché résulte de l'interaction entre l'offre et la demande. En cas de litige sur le prix d'un bien immobilier, un accord entre le vendeur et l'acheteur apparaitra plus facilement si l'acheteur accepte de payer davantage et le vendeur de recevoir moins (Einiö et al., 2008). Ainsi, la compréhension de la formation du prix de référence par l'acheteur sur le marché immobilier est importante. Le prix de référence est lié à la structure informationnelle à laquelle ont accès les agents (Penno, 1997, Core, 2001). Le marché immobilier est caractérisé par une asymétrie informationnelle en raison de l'hétérogénéité des biens. Ils sont donc difficiles à évaluer (Garmaise and Moskowitz, 2004). Même si le vendeur et l'acheteur ont accès à la même information concernant le marché immobilier, le vendeur dispose d'informations privées sur l'appartement qu'il vend. Cette asymétrie est de nature à renforcer l'impact d'une information additionnelle sur le prix de référence de l'acheteur. En ce sens, Einiö et al. (2008) suggèrent que l'information privée du vendeur pourrait être utilisée stratégiquement dans le processus de négociation avec un acheteur potentiel. Par exemple, le prix d'achat initial pourrait être un signal crédible d'un minimum acceptable dans la négociation, même si le vrai prix de réservation est inférieur (Einiö et al., 2008). Ainsi, lorsque le prix de marché d'un appartement est en-dessous du prix d'achat initial, la révélation de ce prix par le vendeur pour-

rait affecter le prix de référence de l'acheteur potentiel. Cette manipulation informationnelle peut facilement apparaître car le marché immobilier est illiquide et le mécanisme de prix est donc lent à faire circuler l'information à ses participants (Garmaise and Moskowitz, 2004). La divulgation d'information (information disclosure) dépend de différents facteurs comme les coûts de divulgation, la qualité de l'information et l'asymétrie informationnelle. De manière plus précise, certains travaux montrent que la divulgation informationnelle est plus importante lorsque le coût de révélation est faible et l'asymétrie informationnelle forte (Penno, 1997) et lorsque la qualité de l'information est élevée (Verrechia, 1990). Ces facteurs sont caractéristiques du marché immobilier. En effet, pour le vendeur, le coût de révélation du prix d'achat initial est nul. Verrechia (1983) indique que dans ce cas, le vendeur révèle toujours l'information qui sert ses intérêts et jamais celle qui lui nuit. Cette stratégie de révélation des bonnes nouvelles (*good news*) et de mise sous silence des mauvaises nouvelles (*bad news*) augmente le gain espéré du vendeur (Shavell, 1994). Même si la stratégie du vendeur implique de ne pas divulguer les mauvaises nouvelles, l'acheteur est susceptible de les apprendre. En effet, il peut en avoir connaissance soit par accident, soit par une recherche active d'information (Shavell, 1994). Comme les travaux de recherche se sont focalisés sur la révélation d'information par le vendeur, l'impact des bonnes et des mauvaises nouvelles sur le prix de référence de l'acheteur est peu connu. Toutefois, en raison de l'aversion aux pertes, nous pouvons supposer que l'impact des mauvaises nouvelles est plus important que celui des bonnes. En outre, Verrechia (1990) observe que l'incitation à divulguer l'information augmente avec sa qualité qu'il s'agisse de bonne ou de mauvaise nouvelle. En effet, une qualité du canal informationnel plus impor-

tante augmente l'impact sur l'autre partie. Appliqués au marché immobilier, ces résultats suggèrent que, comme il s'agit d'informations récentes, la révélation des offres alternatives faites au vendeur a un impact plus important sur l'évolution du prix de référence de l'acheteur que la révélation du prix initial.

4.4 Expérimentation

Notre étude expérimentale s'est déroulé sur la période février-mars 2008. Les données ont été collectées à l'aide d'un questionnaire auto-administré hébergé sur un site Internet spécialisé dans la réalisation d'enquêtes en-ligne. Le questionnaire a été envoyé d'une part, à des personnes en recherche active d'informations concernant le marché immobilier sur des forums spécialisés dans l'immobilier et, d'autre part, au personnel enseignant et administratif ainsi qu'à des étudiants de dernier cycle dans plusieurs écoles d'ingénieur et de commerce.

Le questionnaire comportait huit scénarii hypothétiques et le temps nécessaire pour le remplir a été d'une dizaine de minutes. Dans chaque scénario, le répondant était mis dans la posture d'un vendeur d'appartement qui souhaite vendre son bien immobilier. Des informations concernant le prix d'achat, le prix de marché de l'appartement et/ou l'évolution des prix étaient fournies au répondant qui devrait préciser le prix minimum pour lequel il était prêt à vendre son appartement. Une faiblesse potentielle de l'étude est l'utilisation de questions hypothétiques à la place de données réelles. Cependant, pour estimer la variation du point de référence, il est nécessaire de contrôler l'information dont le répondant dispose. Comme il n'est pas possible d'estimer la variation du point de référence à

partir des choix effectués par les individus, nous n'avons pas pu travailler à partir de données réelles. La méthode du questionnaire hypothétique, malgré ses faiblesses, est donc la seule possible pour mesurer la variation du point de référence. Par ailleurs, à commencer par les travaux de Kahneman et Tversky (1979), cette méthode est largement utilisée en théorie de la décision pour étudier l'impact de différents éléments d'information sur la prise de décision, précisément l'objectif de notre étude. Toutefois, nous avons pris la précaution d'informer les répondants qu'on attendait d'eux qu'ils s'imaginent face à une décision réelle et qu'ils donnent leur avis tout en sachant qu'il n'y avait pas de bonne ou de mauvaise réponse. Nous leur avons également précisé que les données collectées étaient strictement confidentielles. Par ailleurs, nous avons posé plusieurs questions de contrôle pour connaître la familiarité des répondants avec le marché de l'immobilier, en plus de leur âge et de leur niveau de revenu.

587 personnes ont participé à l'étude. Apres avoir éliminé les questionnaires incomplets, un total de 566 questionnaires a été retenu pour l'analyse. La moyenne d'age de répondants est d'environ 30 ans. Deux tiers des répondants sont des hommes. Un tiers de notre échantillon a déjà effectué un achat immobilier et un tiers des répondants ont déclaré envisager l'achat d'un appartement au cours des deux prochaines années. Par ailleurs, les répondants montrent une connaissance relativement bonne du marché car ils déclarent un prix moyen du mètre carré à Paris de 5424 euros, valeur qui, même si elle sous-estime légèrement la réalité du marché se situe relativement proche des chiffres officiels de la période. En effet, le prix moyen du mètre-carré sur Paris varie entre 5048 euros dans le 19ème arron-

dissement à 9763 euros dans le 6ème arrondissement (Chambre des notaires de Paris, 2008).

4.5 Résultats

4.5.1 Adapatation du prix de référence du vendeur

La mesure de l'adaptation du prix de référence que nous utilisons est basée sur l'échelle de satisfaction (insatisfaction) proposée par Arkes et al. (2008). Pour étudier l'adaptation du prix de référence du vendeur, nous demandons aux répondants quel niveau de prix aujourd'hui leur donnerait la même satisfaction (insatisfaction) qu'un changement antérieur du prix de l'appartement. Soient p_1 le prix de l'appartement en t_0 et p_2 le prix pour lequel en t_1 le répondant a le même niveau de satisfaction (insatisfaction) qu'un changement de prix précédent pour l'appartement. Soient R_0 et R_1 respectivement le prix de référence du vendeur en t_0 et en t_1. Ces deux prix de référence ne sont pas directement observables. Toutefois, l'objectif de l'étude est de mesurer l'adaptation du prix de référence ΔR, la différence entre R_1 and R_0. Dans la PT, le vendeur éprouve la même satisfaction en comparant le prix de marché p_1 au prix de référence R_0 qu'en comparant p_2 au prix de référence R_1. En faisant l'hypothèse que la fonction de valeur est la même entre t_0 et t_1 (Arkes et al., 2008), la différence entre p_1 and R_0 devrait être identique à la différence entre p_2 and R_1. Ainsi,

$$p_1 - R_0 = p_2 - R_1.$$

L'adaptation du prix de référence peut être calculée comme la variation du prix de l'appartement demandée au vendeur entre t_1 et

t_0 :

$$\Delta R = R_1 - R_0 = p_2 - p_1.$$

– *Scenarii*

Pour mesurer l'adaptation du point de référence, nous avons proposé aux répondants les deux *scenarii* suivants, le premier correspondant à un marché immobilier en hausse et le deuxième correspondant à un marché immobilier en baisse :

Hausse : « *Vous avez acheté un appartement il y a 4 ans, au prix de 100 000 euros. Il y a deux ans vous avez été heureux d'apprendre, de la part d'un expert immobilier, que votre appartement valait 120 000 euros. Depuis, le marché de l'immobilier a continué d'augmenter. Quelle doit être l'évaluation du prix de l'appartement aujourd'hui pour que vous soyez aussi satisfait que lorsque vous avez appris la première augmentation du prix ?* »

Baisse : « *Vous avez acheté un appartement il y a 4 ans, au prix de 100 000 euros. Il y a deux ans vous avez été déçu d'apprendre, de la part d'un expert immobilier, que votre appartement valait 80 000 euros. Depuis, le marché de l'immobilier a continué de baisser. Quelle doit être l'évaluation du prix de l'appartement aujourd'hui pour que vous soyez aussi déçu que lorsque vous avez appris la première baisse du prix ?* »

– Résultats

Le Tableau 1 résume les deux *scenarii* présentés aux répondants, ainsi que leurs réponses. Le Tableau 2 présente les détails concernant l'adaptation du point de référence par les sujets. Nous avons distingué cinq comportements type en fonction de l'évolution du point de référence du vendeur immobilier : la non adaptation (le point de référence du vendeur ne s'adapte pas suite à l'évolution du prix de marché), l'adaptation totale (lorsque le prix de marché de l'appartement évolue de 20 000, le point de référence évolue dans la même direction de 20 000 euros), l'adaptation partielle (lorsque le

prix de marché de l'appartement évolue de 20 000, le point de référence évolue dans la même direction de moins de 20 000 euros), la sur-adaptation (lorsque le prix de marché de l'appartement évolue de 20 000, le point de référence évolue dans la même direction de plus de 20 000 euros) et finalement l'adaptation négative (lorsque le prix de marché de l'appartement évolue de 20 000, le point de référence évolue dans la direction opposée).

Tableau 1

Scenarii d'adaptation du point de référence

Scenarii	**Evolution du marché**	**Données**		**Résultats**	
		Prix d'achat (il y a 4 ans)	Prix intermédiaire (il y 2 ans)	Prix (aujourd'hui) (moyenne)	Variation du point de référence
Scenario 1	Hausse	100 000	120 000	139 436	19 436
Scenario 2	Baisse	100 000	80 000	69 313	10 687

Tableau 2

Adaptation du point de référence sur un marché immobilier en hausse et en baisse

	Marché en hausse		**Marché en baisse**	
	Prix demandé en milliers d'euros	%	Prix demandé en milliers d'euros	%
Adaptation négative	Moins de 120	0	Plus de 80	2
Pas d'adaptation	120	4	80	14
Adaptation partielle	Entre 120 et 140	27	Entre 60 et 80	62
Adaptation complète	140	33	60	18
Sur-adaptation	Plus de 140	36	Moins de 60	4

Sur un marché immobilier en hausse, les participants à l'étude ont considéré, en moyenne, qu'une hausse additionnelle du prix de

l'appartement de 120 000 euros à 139 436 euros apporterait la même satisfaction que la hausse initiale du prix de 100 000 euros à 120 000 euros. Cela implique que, après un premier gain dû à l'évolution favorable du marché, la variation moyenne du point de référence des vendeurs pour le bien sur un marché immobilier en hausse a été de 19 436. Concernant l'adaptation du point de référence, il est intéressant de noter que la proportion de répondants n'ayant pas du tout adapté leur point de référence sur un marché immobilier en hausse est extrêmement faible. En effet, pour 96% des répondants nous avons constaté une adaptation (compète ou partielle) ou une sur-adaptation du point de référence. Le pourcentage relativement élevé de sur-adaptation du point de référence (36%) dans un contexte de hausse de prix montre un excès d'optimisme dû à l'évolution favorable du marché immobilier.

Sur un marché immobilier en baisse, les participants à l'étude ont considéré, en moyenne, qu'une baisse additionnelle du prix de l'appartement de 80 000 euros à 69 313 euros apporterait la même déception que la baisse initiale du prix de 100 000 euros à 80 000 euros. Après une première perte due à l'évolution défavorable du marché, la variation moyenne du point de référence des vendeurs du bien immobilier sur un marché en baisse a été donc de 10 687 euros. Concernant l'adaptation du point de référence sur un marché immobilier en baisse, nous constatons que le comportement dominant est l'adaptation partielle (62% des répondants), suivi par l'adaptation complète (18%). 14% des répondants n'ont pas adapté leur point de référence dans les pertes. Uniquement 4% ont sur-adapté leur point de référence ce qui correspond à une forme de pessimisme quant à l'évolution future du marché. Nous remarquons également

2% d'adaptation négative qui montre que ces individus anticipent un retournement de cycle.

En comparant les deux *scenarii* d'évolution du marché immobilier, nous constatons que l'adaptation moyenne du point de référence après un gain est de 19 436, alors que l'adaptation après une perte est de 10 683. Nous pouvons donc conclure que l'adaptation du point de référence des vendeurs de biens immobiliers est plus importante sur un marché immobilier en hausse que sur un marché immobilier en baisse, un résultat compatible avec la comptabilité mentale. Nous constatons également que, sur un marché en hausse, les comportements dominants sont l'adaptation (complète ou partielle) ou la sur-adaptation du point de référence, alors que sur un marché immobilier en baisse, le comportement dominant est l'adaptation partielle. Cette observation suggère que le prix de marché a un rôle plus important sur un marché en hausse que sur un marché en baisse, un résultat compatible avec l'aversion aux pertes. Par ailleurs, nous pouvons remarquer que le prix de référence semble correspondre plus à une anticipation de la performance attendue sur un marché immobilier en hausse, alors qu'il correspond davantage à un niveau d'aspiration sur un marché immobilier en baisse. En effet, si nous considérons que l'anticipation de l'évolution du marché correspond à une extrapolation de la tendance passée, alors les répondants devraient anticiper une augmentation du prix de 20 000 euros sur le marché en hausse et une baisse du prix de 20 000 euros sur le marché en baisse. Alors que les réponses correspondent à cette anticipation sur le marché en hausse, elles sont largement plus optimistes sur le marché en baisse ce qui suggère que, sur un marché en baisse, les aspirations soient plus importantes que les attentes.

4.5.2 Prix de vente sur un marché en hausse et sur un marché en baisse

Pour étudier la formation des prix de vente sur un marché immobilier, nous avons demandé aux répondants de préciser le prix minimum auquel ils acceptent de vendre un appartement dont ils étaient propriétaires depuis quatre ans. Des évolutions du marché immobilier à la hausse et à la baisse ont été considérées. Les répondants ont été systématiquement informés du prix d'achat de l'appartement (100 000 euros) ainsi que du prix de marché de ce bien quatre ans plus tard (soit 120 000 euros sur le marché en hausse, soit 80 000 euros sur le marché en baisse). Des prix intermédiaires étaient également précisés dans certains *scenarii*.

– *Scenarii*

6 *scenarii* ont été proposés au total aux sujets dont 3 scénarii de hausse de prix et 3 *scenarii* de baisse de prix. Les scénarii standards sur un marché immobilier en hausse et sur un marché immobilier en baisse sont présentés ci-dessous :

Hausse : « *Vous avez acheté un appartement, il y a quatre ans, au prix de 100 000 euros. Vous souhaitez le vendre aujourd'hui. Pour cela vous faites estimer la valeur du bien par un expert immobilier. L'expert vous apprend que votre appartement vaut 120 000 euros. Quel est le prix minimum auquel vous acceptez de vendre l'appartement ?* ».

Baisse : « *Vous avez acheté un appartement, il y a quatre ans, au prix de 100 000 euros. Vous souhaitez le vendre aujourd'hui. Pour cela vous faites estimer la valeur du bien par un expert immobilier. L'expert vous apprend que votre appartement vaut 80 000 euros. Quel est le prix minimum auquel vous acceptez de vendre l'appartement ?* ».

Les deux autres scénarii de hausse de prix et les deux autres scénarii de baisse de prix ont été construits de la même manière à la différence que les répondants ont eu également accès à un prix intermédiaire concernant la valeur de leur appartement. Sur le marché immobilier en hausse, le prix intermédiaire montrait soit une hausse linéaire du marché (« *Il y a deux ans vous avez appris, de la part d'un expert immobilier, que votre appartement valait 110 000 euros* »), soit un pic maximum du marché (« *Il y a deux ans vous avez appris, de la part d'un expert immobilier, que votre appartement valait 140 000 euros* »). Sur le marché immobilier en baisse, le prix intermédiaire montrait soit une baisse linéaire du marché (« *Il y a deux ans vous avez appris, de la part d'un expert immobilier, que votre appartement valait 90 000 euros.*»), soit un pic minimum du marché (« *Il y a deux ans vous avez appris, de la part d'un expert immobilier, que votre appartement valait 60 000 euros.*»).

– Résultats

Le Tableau 3 résume les six *scenarii* présentés aux répondants ainsi que les réponses obtenues. Le tableau montre que, sur un marché immobilier en hausse, les vendeurs ont tendance à fixer des prix de vente relativement proches du prix de marché. Toutefois, il est intéressant de noter que, dans le scénario standard de hausse de prix, les vendeurs acceptent en moyenne un prix de vente de 117 094 euros, valeur qui est donc inférieure au prix de marché pour le bien (120 000). Cette différence de prix peut venir de l'incertitude liée au fait que même si l'information est fournie par un expert, elle ne constitue pas une garantie de trouver un acquéreur pour l'appartement à ce prix. Par ailleurs, différents types d'experts existent sur le marché immobilier tels que les agents immobiliers, les sites d'évaluation en ligne ou les notaires. Chaque type d'expert peut proposer une évaluation différente du même bien. Le degré de confiance dans

l'avis de l'expert que nous n'avons pas intégré dans cette étude pourrait expliquer partiellement l'acceptation d'un prix inférieur au prix du marché par les vendeurs. Nous remarquons également que la présence d'un prix intermédiaire concernant l'évolution du marché semble influencer le niveau du prix de vente. Alors que le prix de vente est légèrement plus élevé (118 155 euros) si la croissance du marché a été linéaire, le prix de vente (121 527) est supérieur au prix de marché lorsque le marché immobilier a connu un pic historique par le passé.

Sur un marché immobilier en baisse, les vendeurs ont tendance à fixer un prix de vente (87 304) supérieur au prix du marché (80 000) et, de manière générale, relativement éloigné du prix de marché. Sur ce marché, la présence d'un prix intermédiaire a pour rôle de baisser le prix de vente. Le prix de vente est plus faible (86 272) si la croissance du marché a été linéaire, et encore plus faible (84 986) si le prix intermédiaire démontre un pic négatif. Toutes ces différences de prix sont significatives de point de vue statistique (t-test, p<0,01).

Tableau 3
Scenarii d'évolution du prix de marché

Scenarii	**Evolution de prix**	**Données**		**Résultats**	
		Prix d'achat (il y a 4 ans)	Prix intermédiaire (il y 2 ans)	Prix de marché (aujourd'hui)	Prix de vente (moyenne)
Scenario 3	Hausse Standard	100 000	-	120 000	117 094
Scenario 4	Hausse Linéaire	100 000	110 000	120 000	118 155
Scenario 5	Hausse Pic Maximum	100 000	140 000	120 000	121 527
Scenario 6	Baisse Standard	100 000	-	80 000	87 304
Scenario 7	Baisse Linéaire	100 000	90 000	80 000	86 272
Scenario 3	Baisse Pic minimum	100 000	60 000	80 000	84 986

4.5.3 Prix de référence sur un marché en hausse et sur un marché en baisse

Les résultats précédents suggèrent que le rôle du prix de marché comme référence est plus accentué sur un marché immobilier en hausse que sur un marché en baisse. En effet, la différence entre le prix moyen de vente de l'appartement et le prix de marché est de 2 906 sur le marché en hausse alors qu'elle est de 7 304 sur le marché en baisse. Toutefois, si nous étudions les comportements individuels, nous observons que 24% des vendeurs sur un marché en hausse et 22% sur un marché en baisse ont fixé systématiquement un prix de vente égal au prix de marché. Autrement dit, 24% des répondants ont fixé un prix de vente égal à 120 000 euros dans les trois *scenarii* correspondant à des marchés en hausse (hausse standard, hausse linéaire et hausse pic maximum) et 22% des répondants ont fixé un prix de vente égal à 80 000 euros dans les trois *scenarii* correspondant à des marchés en baisse (baisse standard, baisse linéaire et baisse pic minimum). Indépendamment de l'évolution, favorable ou défavorable, du marché immobilier, le prix de marché joue donc un rôle de référence fort pour certains vendeurs. Il est également intéressant à noter que 10% des répondants ont fixé simultanément un prix égal au prix du marché dans les deux domaines (pour les six *scenarii*), montrant que le prix de marché est la seule variable qui défini leur comportement.

Le Tableau 4 montre la distribution des prix de vente pour chacun des six scénarii.

Tableau 4

Distribution des prix de vente

	Prix	Hausse Standard (%)	Hausse Linéaire (%)	Hausse Pic (%)	Prix	Baisse Standard (%)	Baisse Linéaire (%)	Baisse Pic (%)
	Moins	0%	0%	0%	Plus	3%	3%	4%
Prix achat	100 000	3%	2%	3%	100 000	20%	15%	16%
		1%	0%	1%		2%	1%	1%
Prix linéaire	110 000	18%	14%	10%	90 000	22%	22%	11%
		23%	20%	11%		8%	14%	9%
Prix marché	120 000	45%	51%	43%	80 000	34%	34%	46%
	plus	10%	13%	34%	moins	11%	12%	13%

S'ils n'utilisent pas le prix de marché comme référence, les vendeurs demandent systématiquement des prix inférieurs au prix de marché sur un marché en hausse (uniquement 10% demandent plus que le prix de marché), alors qu'ils demandent systématiquement des prix supérieurs au prix de marché sur un marché en baisse (uniquement 11% acceptent moins que le prix de marché). Ce résultat est cohérent avec l'existence d'une aversion aux pertes sur le marché immobilier.

Le prix moyen de vente de l'appartement se situe systématiquement entre le prix d'achat et le prix de marché, ce qui suggère que le prix d'achat joue également un rôle important de référence. Plus précisément, les vendeurs intègrent le prix d'achat dans leur décision en acceptant un prix inférieur au prix de marché sur un marché en hausse et en demandant un prix supérieur au prix de marché sur un marché en baisse. Il est intéressant à noter que, sur un marché en hausse, aucun répondant n'accepte de vendre son bien immobilier à un prix inférieur au prix d'achat. Le rôle du prix d'achat comme

référence est plus important sur un marche en baisse. En effet, sur un marché en baisse, 23% des répondants n'acceptent pas de vendre leur bien à un prix inférieur au prix d'achat en montrant de l'aversion aux pertes. Toutefois, l'aversion aux pertes n'est pas un comportement général, car 34% des propriétaires acceptent de vendre au prix du marché et 11% à un prix inférieur au prix de marché.

La présence d'un prix intermédiaire semble favoriser l'adaptation du point de référence des vendeurs. Toutefois, ce résultat basé sur des moyennes est à nuancer car le point de référence ne dépend pas du tout du prix intermédiaire pour 39% des vendeurs sur le marché immobilier en hausse et 48% des vendeurs sur le marché immobilier en baisse. Lorsque le prix intermédiaire affecte le comportement, il l'affecte essentiellement à la hausse sur le marché en hausse et à la baisse sur le marché en baisse. Le rôle d'un pic historique du marché immobilier pourrait être de favoriser l'anticipation par le vendeur d'un retournement du marché. Toutefois, les données obtenues semblent contredire cette interprétation en termes d'anticipation car le prix de vente s'est déplacé dans la direction du pic et non pas dans la direction contraire. En effet, le pourcentage des vendeurs demandant un prix supérieur au prix de marché passe de 10%-13% à 34% sur un marché en hausse, alors que le pourcentage des vendeurs demandant un prix inférieur ou égal au prix de marché passe de 45%-46% à 59% sur un marché en baisse.

4.5.4 Manipulation du prix de référence de l'acheteur par le vendeur

Dans les *scenarii* plus hauts, nous avons caractérisé la dynamique du prix de référence sur le marché immobilier pour le seul vendeur.

– *Scenarii*

Les cinq *scenarii* suivants concernent le prix de référence de l'acheteur sur le marché immobilier. Ils permettent de vérifier plus particulièrement la possibilité de manipuler le prix de référence de l'acheteur par le vendeur en dévoilant de l'information privée. Le *scenario* de contrôle pour étudier le prix de référence de l'acheteur est le suivant :

"Vous souhaitez acheter un appartement. Après une recherche d'information, vous vous apercevez que le bien que vous souhaitez acquérir s'échange entre 90 000 et 110 000 Euros. Jusqu'à quel prix maximum seriez-vous prêt à acheter cet appartement ?"

Nous étudions deux types de dévoilement d'information qui sont de nature à influencer le prix de référence du vendeur : le prix d'achat initial de l'appartement par le vendeur (*"Vous apprenez que le vendeur a acheté le bien pour 120 000 / 80 000 euros."*) et une offre alternative d'un autre acheteur potentiel (*"Vous apprenez qu'un autre acheteur a fait une offre de 120 000 / 80 000 euros pour l'appartement."*). Dans les deux cas, l'information peut être dans l'intérêt de l'acheteur ou du vendeur. En nous plaçant du côté du vendeur, nous appellerons ces deux types d'information comme bonne nouvelle et mauvaise nouvelle.

– Résultats

Le tableau 5 présente les cinq *scenarii* ainsi que les prix moyens donnés par les répondants.

Tableau 5

Scenarii de manipulation du prix de référence de l'acheteur

Scenarii	Manipulation informationnelle	Données		Résultats	
		Niveau	Prix de marché moyen	Prix d'achat	Adaptation du prix de de référence
Scenario 10	-	-	100 000	104335	-
Scenario 11	Prix d'achat initial	120 000	100 000	108 134	3 799
Scenario 12	Prix d'achat initial	80 000	100 000	96 993	-7 342
Scenario 13	Offre d'un autre acheteur	120 000	100 000	111 391	7 056
Scenario 14	Offre d'un autre acheteur	80 000	100 000	94 101	- 10 234

Le tableau 6 présente la distribution des prix d'achat selon le prix de marché moyen.

Tableau 6

Distribution des prix d'achat

Scenario	Scenario 3	Scenario 10	Scenario 11	Scenario 12	Scenario 13	Scenario 14
Rôle	Vendeur	Acheteur	Acheteur	Acheteur	Acheteur	Acheteur
Manipulation	quelconque	quelconque	Prix d'achat 120	Prix d'achat 80	Offre alternative 120	Offre alternative 80
Moins	39,15%	13,72%	8,73%	50,13%	8,48%	64,59%
100 000	39,40%	31,42%	15,71%	28,93%	12,72%	16,96%
Plus	21,45%	54,86%	75,56%	20,95%	78,81%	18,45%

Sur le marché immobilier où le prix moyen de biens similaires est de 100 000 euros, le prix de vente minimum moyen est de 98 138 euros, alors que le prix d'achat maximum moyen est de 104 335 euros. Il est intéressant que les vendeurs acceptent un prix de vente

en-dessous du prix de marché. (t-test =-4,94, p<0,001), et, que les acheteurs acceptent un prix d'achat au-dessus du prix de marché (t-test =11,13, p<0,001). En outre, la différence entre les prix de vente et d'achat est statistiquement significative (t-test=-10,56, p<0,001) avec 58% des répondants qui donnent un prix d'achat au-dessus du prix de vente. Ce comportement facilite les transactions sur le marché immobilier. La distribution de prix relative au prix de marché moyen du tableau 6 montre que seuls 13,72% des répondants souhaitent acheter en-dessous du prix de marché alors que 54,86% acceptent de payer un prix plus élevé que celui du marché. Toutefois, 39,15% des répondants acceptent de vendre à un prix plus bas que le prix de marché alors que seulement 21,45% souhaitent vendre à un prix plus haut.

Nos résultats montrent que toute information privée révélée à l'acheteur influence significativement son prix de référence. L'impact minimal d'une information additionnelle sur le prix qu'accepte de payer un acheteur est de 3 799 euros (Tableau 5). A la fois l'offre faite par un autre acheteur (t-test, t=-14,89 and t=17,98, p<0,001) et la connaissance du prix d'achat initial par le vendeur (t-test, t=15,5 and t=21,58, p<0,001) ont un impact sur la disponibilité à acheter. Toutefois, une offre alternative par un autre acheteur a plus d'impact que la connaissance du prix d'achat initial (t-test, t=8,2 and t=6,57, p<0,001). L'impact est plus important lorsque le prix de référence est bas que lorsqu'il est élevé (t-test, t=23,42 and t=27,17, p<0,001). Ce résultat est cohérent avec l'aversion aux pertes.

Les données montrent que l'augmentation du prix de référence de l'acheteur est 1,86 fois plus élevée lorsqu'il a connaissance d'une offre alternative que lorsqu'il a connaissance du prix d'achat initial de l'appartement. De plus, le prix de référence de l'acheteur

diminue lorsqu'il est informé d'une offre alternative 1,39 fois plus que lorsqu'il connaît le prix d'achat initial. Nous pouvons donc en conclure que l'information concernant les offres alternatives a plus d'impact sur l'évolution du prix de référence du vendeur que l'information qui concerne le prix d'achat initial. Ce résultat tient dans le domaine des gains comme dans celui des pertes. Une explication possible pour ce phénomène est que le prix d'achat initial est un signal basé sur une information passée alors qu'une offre alternative est un signal basé sur une information actuelle. Le signal lié à l'offre alternative est donc de meilleure qualité que celui lié au prix initial. Ce résultat empirique valide les propositions théoriques de la littérature sur le dévoilement d'information (Verrechia, 1983, 1990).

La baisse du prix de référence de l'acheteur liée à la révélation d'un prix d'achat initial bas pour le vendeur est 1,93 fois plus importante que l'augmentation du prix de référence suite à la connaissance d'un prix d'achat initial élevé. En ce qui concerne les offres alternatives, ce coefficient est de 1,45. L'impact des mauvaises nouvelles sur l'adaptation du prix de référence est ainsi plus important que celui des bonnes. Ce résultat est cohérent avec l'aversion aux pertes des répondants.

4.5.5 Autres résultats

Comme notre étude a été réalisée à la fois sur des propriétaires réels et de non-propriétaires, nous nous sommes interrogés sur les éventuelles différences de comportement de ces deux groupes. La seule différence significative entre les deux groupes concerne l'adaptation du point de référence sur un marché immobilier en hausse et sur un marché immobilier en baisse (t-test, $p<0{,}01$). Sur le marché en hausse, les propriétaires réels ont fourni un prix de vente infé-

rieur à celui fourni par les non-propriétaires. Sur le marché en baisse, les propriétaires réels ont fourni un prix de vente supérieur à celui fourni par les non-propriétaires. Ces données montrent que le point de référence des répondants ayant déjà effectué un achat immobilier par le passé s'adapte moins vite à la fois sur un marché immobilier en hausse et sur un marché immobilier en baisse. Une explication possible de cette différence d'adaptation du point de référence serait qu'avoir expérimenté déjà l'évolution du marché immobilier temporise l'optimisme/pessimisme quant à son évolution future. Toutefois, aucune différence significative entre les deux groupes quant à leur stratégie de fixation du prix n'a été observée. Aucun effet des autres variables (sexe, intention d'acheter un bien immobilier ou connaissance du marché immobilier) n'a été observé.

4.6 Conclusion

L'introduction de la notion de point de référence dans les modèles de prise de décision rend compte d'un aspect psychologique important dans les situations pratiques où la manière de présenter la situation ou le niveau d'aspiration du décideur peuvent influencer l'issue du choix. Notre papier a proposé une application de la notion de point de référence au marché de l'immobilier. Alors que la littérature s'est surtout intéressée au prix de référence dans un cadre statique (Arkes et al. ; 2008), nous étudions le prix de référence à la fois du vendeur et de l'acheteur dans un cadre dynamique. Tout d'abord, nous mesurons l'impact relatif du prix d'achat initial, des pics historiques (maximum et minimum) et du prix de marché actuel sur le prix de référence du vendeur sur un marché immobilier successivement haussier et baissier. Nous montrons que l'adaptation du prix de

référence est significative dans les marchés haussier et baissier et que l'existence d'un prix intermédiaire facilite l'adaptation. De manière plus précise et en cohérence avec Arkes et al. (2008) l'adaptation du prix de référence est plus rapide sur un marché immobilier haussier que baissier. Les résultats montrent aussi que les vendeurs ne sont pas enclins à vendre lorsque le prix est inférieur au prix d'achat initial alors qu'ils acceptent un prix inférieur au prix de marché s'ils réalisent un gain par rapport au prix d'achat. Ce résultat implique l'existence d'aversion aux pertes. Nos résultats sont cohérents avec les implications de la prospect theory (Kahneman and Tversky ; 1979, 1991, 1992) et de la comptabilité mentale (Thaler, 1985). Par ailleurs, nous confirmons de manière empirique les propositions théoriques de la littérature sur le dévoilement d'information initiée par Verrechia (1983, 1990). En effet, nos résultats indiquent clairement que le vendeur peut facilement manipuler le prix de référence de l'acheteur en dévoilant de l'information privée qui concerne le prix initial d'achat ou des offres alternatives faites par d'autres acheteurs potentiels. Nous montrons aussi que la révélation d'informations récentes et la révélation de mauvaises nouvelles a respectivement plus d'impact que la révélation d'informations passées et de bonnes nouvelles.

Plusieurs prolongations intéressantes de notre étude sont possibles. En premier lieu, notre étude, basée sur l'utilisation de scénarii hypothétiques, nous a conduits à observer une adaptation différente du point de référence pour les propriétaires et pour les non-propriétaires. Ce résultat suggère qu'une étude plus approfondie sur des propriétaires pourrait permettre de mieux comprendre le rôle de l'expérience du vendeur sur l'adaptation du point de référence. En deuxième lieu, la littérature sur l'immobilier s'est plus intéressée à la situation de vente et beaucoup moins à la situation d'achat. Il

serait intéressant pour la recherche future sur le marché immobilier d'essayer de mieux comprendre la formation des points de référence des acheteurs. Ce sujet est intéressant dans la mesure où le vendeur peut potentiellement réagir par rapport au prix d'achat de l'appartement alors que l'acheteur n'a pas ce type de référence pour le bien qu'il envisage d'acheter. Par contre, l'acheteur peut comparer une offre avec d'autres offres d'appartements. En s'intéressant aux acheteurs de biens immobiliers, il serait intéressant d'étudier la manipulation stratégique de l'information par l'agence immobilière ou par le vendeur afin d'affecter le point de référence de l'acheteur. Les agences immobilières peuvent, par exemple, affecter la référence des acheteurs potentiels en communiquant systématiquement le prix de mise en vente pour les appartements qu'elles ont vendus plutôt que le prix réel de la transaction. Le vendeur, lui, pourrait affecter la référence de l'acheteur en lui communiquant son prix d'achat de l'appartement pour justifier un prix de vente plus élevé. Il serait intéressant de voir comment ces informations affectent la disponibilité à payer pour l'appartement. En troisième lieu, nous pourrions nous attendre à ce que le comportement des propriétaires immobiliers soit différent en fonction de la raison d'achat : investissement immobilier ou habitation. Les propriétaires pourraient sur-estimer la valeur de l'appartement où ils ont habité soit en raison du lien affectif, soit puisqu'en disposant de toutes les informations concernant le bien ils sont plus optimistes quant à sa qualité, alors qu'ils manquent d'information sur la qualité moyenne des autres biens. Le point de référence pourrait alors avoir un rôle plus ou moins important selon qu'il s'agit d'un investissement immobilier ou non. A première vue, le point de référence pourrait avoir un rôle plus important pour les biens où les gens habitent que pour ceux qu'ils gèrent pour réaliser

des investissements, car un investisseur est plus susceptible d'avoir une approche rationnelle et éviter les biais de comportements tels que l'utilisation d'un point de référence. Toutefois, pour un investissement immobilier, les vendeurs peuvent être encore plus réticents à subir des pertes ce qui peut conduire à un effet plus important du point de référence dans ce cas. Le prix de référence pourrait être plus lié aux opportunités d'investissement de l'argent immobilisé dans le bien qu'à l'évolution du marché immobilier.

Conclusion générale

L'introduction de la dynamique dans la question de la tarification permet le développement de problématiques plus réalistes et plus fines que dans le cadre statique. En effet, au niveau analytique, l'attention des économistes ne se concentre plus seulement sur les conditions d'existence et sur les caractéristiques des équilibres mais s'étend à l'analyse de la dynamique hors équilibre elle-même. Au niveau psychologique, les effets en jeu dans une situation dynamique sont plus complexes que dans une situation statique. Pour traiter du cadre dynamique et répondre aux questions qui s'y posent, il est nécessaire d'utiliser de nouvelles méthodologies d'analyse. Les principes normatifs de tarification et les effets psychologiques sont enrichis dans un cadre explicitement dynamique, ce qui modifie les résultats du cadre statique.

Dans cette conclusion, nous rappelons les principaux résultats de cette thèse sur la tarification dynamique puis discutons des pistes de recherche que nous explorerons par la suite.

Synthèse des travaux

Tarification dynamique sur un marché biface

Dans le premier travail de recherche, nous avons caractérisé la politique de tarification dynamique de l'éditeur de logiciels de type client-serveur. Ce problème a été modélisé comme un marché biface dans un cadre dynamique et résolu à l'aide de la commande

optimale. Nous nous sommes appuyés sur les littératures sur la tarification de nouveaux produits et sur les marchés bifaces.

Le premier résultat dégagé est que les externalités de réseau sont le premier déterminant de la politique de tarification. Par ailleurs, dans le cas général, les externalités de réseau indirectes n'ont pas le même impact que les externalités de réseau directes sur la politique de tarification d'un bien. En particulier, cette intuition ne s'applique pas dans le cas simple des fonctionnelles additivement séparables. Elle est toutefois valide dans le cas des fonctionnelles de demande multiplicativement séparables en le prix et les externalités. Ainsi, pour cette classe importante de fonctionnelles de demande, les principes de tarification de la firme monoproduit sont généralisables à la firme qui propose les deux produits d'un marché biface. Lorsque les deux externalités sont présentes, tout type de politique de tarification peut émerger (politique de pénétration, d'écrémage ou combinaison des deux). En outre, l'élasticité de la demande au prix, les effets temporels et le taux d'intérêt sont de nature à changer la forme de la tarification. Toutefois, lorsque l'externalité directe est négligeable, seule subsiste la politique de pénétration (les prix sont croissants). L'élasticité de la demande au prix, les effets temporels et le taux d'intérêt n'ont qu'un effet de niveau sur la politique de tarification mais pas d'effet qualitatif.

Afin de mieux apprécier l'impact de différentes pratiques managériales, nous avons réalisé des simulations numériques du modèle. Nous avons étudié le cas où les externalités de réseaux sont conséquentes et de niveau inégal. Dans ce cas, nous avons vérifié qu'une politique de tarification du premier ordre, pour laquelle le prix d'un bien est négatif, implique un profit plus élevé qu'une politique de tarification du second ordre, où le prix du bien est imposé nul. Tou-

tefois, la mise en place de cette politique du second ordre ne conduit qu'à une faible perte de profit.

Appliqués à l'industrie des logiciels de type client-serveur, ces résultats sont à la base de prescriptions pour les éditeurs de logiciels. Tout d'abord, lorsque l'externalité directe est négligeable par rapport à l'externalité indirecte, l'éditeur devrait mettre en place une politique de prix croissants. Le niveau de l'élasticité de la demande au prix et d'éventuels effets temporels (liés à la mode ou à la concurrence par exemple), même s'il agit sur le niveau des prix, n'est pas de nature à remettre en cause la forme croissante de la politique de tarification. Ensuite, lorsque la politique de tarification de premier rang implique un prix négatif pour l'un des biens, alors l'éditeur peut proposer un prix nul pour ce bien. Cette pratique est courante sur les marchés bifaces. Notre apport a consisté à montrer qu'elle n'est que peu coûteuse par rapport à un profit théorique de premier ordre. Ces prescriptions s'appliquent au-delà des logiciels de type client-serveur. L'industrie de la rencontre en ligne est un autre domaine où elles sont envisageables.

Tarification dynamique et innovation

Dans le deuxième travail de recherche, nous avons analysé la politique de tarification d'une firme qui mène un politique d'innovation dans un cadre dynamique. Ce problème a été étudié avec la théorie de la commande optimale. Les littératures pertinentes pour étudier cette situation sont celles sur la tarification dynamique de nouveaux produits et sur l'innovation de produit et de procédé.

Le résultat principal a été que, pour une fonctionnelle de demande multiplicativement séparable en le prix et la qualité, la dynamique du prix imite celle du coût de production et est indépen-

dante de la qualité du bien. Ainsi, l'innovation de procédé est le premier déterminant de la politique de tarification avec un impact direct. L'innovation de produit, elle, a un impact indirect sur la tarification. En effet, toute modification des conditions de l'innovation de produit implique un nouvel arbitrage sur les niveaux d'effort que la firme consacre aux deux types d'innovation, ce qui conduit à modifier le niveau de l'innovation de procédé et donc le prix qui en dépend. Nous pouvons conjecturer que l'effet indirect de l'innovation de produit sur la tarification est faible par rapport à l'effet direct de l'innovation de procédé. Ces résultats sont robustes sur le sentier temporel optimal (dynamique hors équilibre) et à l'équilibre intertemporel.

Pour vérifier cette conjecture, nous avons réalisé des simulations numériques. Les faits stylisés montrent, d'une part, que la politique de tarification est décroissante et, d'autre part, que l'innovation de produit est privilégiée au début de vie du cycle du produit alors que l'innovation de procédé prend de l'importance en fin de cycle. Les plages de paramètres retenues ont conduit à des politiques de tarification et d'innovation compatibles avec ces faits stylisés. Dans ce cadre, les simulations ont bien mesuré que l'impact des effets indirects de l'innovation de produit est faible au regard de celui des effets directs de l'innovation de procédé.

Dynamique du prix de référence

Dans le troisième travail de recherche, nous avons caractérisé la dynamique du prix de référence du vendeur et de l'acheteur sur le marché immobilier. Pour traiter de cette question, nous nous sommes basés sur les implications de la prospect theory, de la comptabilité mentale et de la théorie du dévoilement d'informations. Les

données ont été recueillies avec un questionnaire en-ligne auto-administré.

Les données vérifient l'existence de l'aversion aux pertes sur le marché immobilier. Par ailleurs, sur un marché haussier, le prix de référence du vendeur s'adapte en moyenne deux fois plus vite que sur un marché baissier. Cela implique que l'impact du prix d'achat initial (resp. du prix de marché) soit comparativement plus important sur un marché baissier que haussier (resp. sur un marché haussier que baissier). A ce titre, alors que le prix de référence peut facilement s'adapter complètement aux nouvelles informations disponibles sur un marché haussier, il ne s'adapte que rarement complètement sur un marché baissier. Enfin, les vendeurs peuvent facilement manipuler le prix de référence du vendeur en révélant de l'information privée. Dans ce cadre, l'impact de cette révélation d'information augmente avec la qualité de la source d'information révélée et les mauvaises nouvelles ont un impact (négatif) plus prononcé que les bonnes (impact positif).

L'ensemble de ces travaux a permis de répondre à la question des déterminants de la tarification dynamique dans des contextes particuliers. Les approches sont différentes et complémentaires. En effet, les deux premiers travaux sont normatifs et mobilisent l'outil formel de la commande optimale. Le troisième travail est descriptif et utilise l'analyse statistique de données issues de questionnaires. La diversité des travaux permet de suivre le fil conducteur des déterminants de la tarification dynamique à différents niveaux. Cette approche volontairement éclectique a favorisé le travail interdisciplinaire. En effet, les approches normative et descriptive ont été l'occasion de travailler avec des économistes, des gestionnaires et des statisticiens. Ce travail de recherche a aussi permis l'acquisition d'un

bagage technique qui comprend la commande optimale, la simulation numérique, l'établissement de questionnaires et l'analyse de données.

Pistes de recherches

Ce travail de thèse est l'aboutissement de trois travaux de recherche originaux. Ils ne sont toutefois que le début d'un travail de recherche et demandent à être complétés dans différentes voies. En ce qui concerne les deux chapitres sur le principe normatif de tarification, il serait intéressant d'introduire de la concurrence. La concurrence, dans un problème d'optimisation dynamique, s'analyse avec les jeux différentiels. D'une manière générale, la question se pose de savoir si les résultats du monopole tiennent dans le cadre oligopolistique. Lorsque la généralisation du monopole à l'oligopole est simple, c'est souvent le cas. Toutefois, la prise en compte d'interactions riches entre les produits et/ou les stratégies des joueurs est de nature à modifier la nature qualitative des résultats. En outre, il serait intéressant d'introduire de l'incertitude dans ces modèles. En effet, nous avons supposé les processus déterministes. Or, en pratique, les processus peuvent être en partie aléatoires. L'intégration de cette caractéristique permettra d'enrichir les modèles en les rendant plus proches de la réalité. Il peut aussi être intéressant d'estimer et calibrer ces modèles de tarification. Cela permettra de réaliser des prévisions et de tester des hypothèses sur la diffusion d'un produit ou sur la forme de la politique de tarification.

De manière plus spécifique, pour le chapitre consacré aux marchés bifaces, l'introduction de la concurrence pose la question des stratégies de compatibilité. Les firmes peuvent être incitées à coopé-

rer pour utiliser des standards. La question de l'entrée sur le marché et de son moment est aussi essentielle sur ce type de marché. Par ailleurs, l'évolution de la demande n'est pas nécessairement déterministe. La prise en compte explicite de l'incertitude effective liée à la demande aurait l'avantage de réaliser des prévisions plus conformes à la réalité. Ce travail constitue une première étape qui demande à être complétée pour comprendre les questions de la concurrence et de l'incertitude, qui sont particulièrement intéressantes lorsque les biens génèrent des externalités de réseau. Un autre point à développer sur un marché de type biface est celui de l'investissement en marketing à réaliser pour les deux biens. La question de la politique de marketing dynamique peut être couplée à celle de la tarification dynamique. Cette analyse serait intéressante puisque, en pratique, ces deux politique sont souvent élaborées conjointement.

En ce qui concerne le chapitre sur l'innovation de produit et de procédé, l'introduction de la concurrence dans le modèle permet d'étudier les questions relatives aux liens entre la demande et l'innovation des firmes via les caractéristiques des produits. Elle permet aussi de traiter des externalités d'innovation. Ces questions sont d'autant plus intéressantes que les innovations de produit et de procédé impliquent potentiellement des stratégies riches et complexes. En outre, dans ce type de problème, l'incertitude a plusieurs sources. Elle ne vient pas seulement de la demande mais aussi de l'impact de l'innovation à la fois sur la qualité du produit et sur le coût de production. L'intégration explicite de l'incertitude dans ce modèle est donc de nature à l'enrichir en le rendant plus conforme à la réalité.

Alors que les deux premiers travaux sont analytiques et impliquent des principes normatifs, le troisième travail est empirique et descriptif des choix réels. Il est donc d'une nature différente mais

complémentaire des deux premiers pour la compréhension de la tarification dynamique. Ce travail, consacré à la dynamique du prix de référence sur le marché immobilier, répond à certaines questions et en suscite d'autres qui appellent à de nouveaux travaux. En particulier, le comportement du vendeur est susceptible de changer selon l'usage de location ou de vente réservé à l'appartement. En outre, l'effet de dotation pourrait être de nature à ce qu'il surestime la valeur de l'appartement dans lequel il vit alors qu'il manque d'information sur la qualité des autres appartements. Par ailleurs, la littérature a peu étudié l'acheteur de bien immobilier. Une piste de recherche pertinente serait de poursuivre dans cette voie pour non seulement étudier le comportement de l'acheteur mais aussi pour le comparer à celui du vendeur. Il serait aussi judicieux de rendre compte des différents effets en les contrôlant par une mesure individuelle de l'aversion aux pertes et de l'attitude envers le risque. Nous pourrions dégager avec ces mesures des classifications concernant les types de comportements des individus. Ces travaux seront à réaliser en laboratoire selon une démarche d'économie expérimentale dont les protocoles permettent de contrôler finement les conditions d'expérimentation. Une autre piste est de travailler à partir de données réelles. En effet, alors que les études sur la base de données de questionnaires sont courantes en économie, il peut exister certains biais dans les réponses ; les répondants ne connaissent pas forcément les informations exactes ou ne souhaitent pas les révéler.

Annexes A

A.1 Le management science

Le management science est l'application de la recherche opérationnelle aux problématiques de la firme. Les termes de management science et de recherche opérationnelle sont d'ailleurs souvent utilisés l'un pour l'autre (Eliashberg et Lilien, 1993 ; Ravindran, 2007). Alors que certains modèles et techniques de la recherche opérationnelle apparaissent bien plus tôt, la littérature retient que la recherche opérationnelle débute pendant la Seconde Guerre Mondiale (Gass, 2002 ; Haley, 2002 ; Ravindran, 2007). Beaucoup de questions stratégiques et tactiques liées à l'effort militaire des Alliés étaient trop compliquées pour qu'un individu, une équipe ou même un champ disciplinaire puisse y répondre tout seul. Pour traiter les problèmes rencontrés par les militaires, des groupes de scientifiques de différentes disciplines ont travaillé ensemble. Ils étudièrent des questions d'ingénierie militaire comme la commande des fusées, l'allocation des ressources entre les unités, le transport des troupes ou le déploiement optimal des navires. Ces groupes étaient dits « en charge de la recherche opérationnelle », d'où le nom de la discipline.

A la fin de la Seconde Guerre Mondiale, la plupart des scientifiques de ces équipes retournèrent à la vie civile, soit dans l'industrie soit à l'Université. Ils appliquèrent les principes de la recherche opérationnelle aux problèmes du management dans l'industrie. Le développement des ordinateurs au début des années cinquante permit l'avancée rapide de la recherche opérationnelle (Eliashberg et Lilien, 1993). Ils facilitèrent le calcul de solutions pour des problèmes majeurs du monde économique. C'est le début du management science caractérisé par Beer (1967) comme « the business use of Operations Research ».

Le management science vise à éclairer les questions qui se posent

pour la firme et à apporter des réponses aux problèmes du management. Il présente donc des solutions pour l'amélioration des politiques stratégiques (tarification, publicité, canal de distribution), de l'organisation de la firme (structure organisationnelle, nature des liens entre les services), des processus opérationnels (gestion des stocks, files d'attente, gestion de la qualité, réduction des déchets) et de la prise de décision (approches normatives et comportementales, aide à la décision). Les méthodes du management science sont la modélisation, formelle et littéraire, la falsification et la calibration de modèles par des approches quantitatives et qualitatives et la simulation numérique (informs.org).

La société savante Operations Research Society of America (ORSA) est fondée en 1952 pour répondre aux besoins de la profession. En raison des applications de la recherche opérationnelle aux problématiques industrielles, le terme de management science apparaît. En 1953 est créé The Institute of Management Science (TIMS) dont le but est de développer le savoir scientifique pour la compréhension et la pratique du management (Bass, 2001 ; Ravindran, 2007). Les journaux scientifiques de ces deux communautés, ainsi que des conférences jointes de leurs membres, participèrent à la construction d'un ensemble disciplinaire cohérent. Ainsi, en 1995, ORSA et TIMS fusionnèrent pour créer l'INstitute For Operations Research and Management Science (INFORMS). INFORMS publie 12 journaux académiques parmi lesquels Management Science, Operations Research, Marketing Science, Organization Science et Decision Analysis. Les journaux édités par INFORMS sont reconnus dans la communauté scientifique internationale. En effet, plusieurs journaux sont classés A* par l'Agence d'Evaluation de la Recherche et de l'Enseignement Supérieur (AERES) dans les champs de l'économie et de la gestion.

Le succès du management science débouche sur l'introduction de cours dans de nombreuses universités américaines du niveau undergraduate jusqu'au doctorat. Dans les années soixante, les développements de la discipline concernent la programmation linéaire et non linéaire, la théorie des graphes, l'optimisation dynamique, la théorie des files d'attente et des stocks, la simulation ou la théorie de la décision. Les méthodes du management science sont appliquées d'abord dans l'industrie (en particulier pétrolière), puis dans les services comme les banques, les entreprises de communication ou de transport.

S'il est possible aujourd'hui de voir le management science comme un ensemble cohérent et unifié de techniques et de modèles, à l'origine, il s'agissait d'une activité d'équipes interdisciplinaires (Ravindran, 2007). Ainsi, il est nécessaire de se rappeler que bon nombre de résultats du management science sont dus à sa nature œcuménique.

A la fin des années quarante, le management science est une branche interdisciplinaire des mathématiques appliquées et des sciences de l'ingénieur. Elle utilise en particulier la modélisation formelle, les statistiques et l'algorithmique pour améliorer la capacité d'une firme à prendre les meilleures décisions pour arriver à la solution optimale (ou proche) dans les questions complexes qui se posent à elle. Typiquement, le management science aide à la maximisation (du profit, du revenu, de la notoriété d'un produit) ou à la minimisation (du coût, du risque) d'une fonction objectif. Ainsi, à ses débuts, le management science aide la firme à réaliser ses objectifs en utilisant différentes méthodes issues des sciences de l'ingénieur. Par la suite, surtout à partir des années soixante, pour mieux répondre aux problématiques de la firme, le management science

adopte aussi des démarches qualitatives. Pour tester ou calibrer les modèles, la conduite d'entretiens pour le recueil de données se généralise. Le management science participe aussi au développement de méthodes expérimentales pour mesurer l'impact des effets psychologiques (Hopp, 2004). Ainsi, alors que les méthodes formelles sont très présentes en management science, elles ne sont pas exclusives d'approches qualitatives (Eliashberg et Lilien, 1993).

En management science, le champ disciplinaire a une certaine homogénéité. Par exemple, dans une revue de littérature sur la tarification dynamique, Elmaghraby et Keskinocak (2003) citent en grande majorité des articles parus dans le même champ. Toutefois, en raison des la construction de la discipline à partir d'équipes pluridisciplinaires, l'approche en management science est pragmatique. Elle met en place les méthodes les plus adaptées à la résolution des problèmes effectifs de la firme. Cela explique l'ouverture de cette discipline à d'autres champs théoriques lorsqu'ils sont pertinents pour aborder une question. Ainsi, dans un article sur les marchés bifaces paru dans Management Science, Parker et Van Alstyne (2005) s'appuient beaucoup sur les apports de l'économie industrielle (Katz et Shapiro, 1985 ; Arthur, 1989 ; Caillaud et Jullien, 2003 ; Rochet et Tirole, 2004). C'est aussi le cas dans un article d'Abdellaoui et al. (2007), en théorie de la décision, où les auteurs font référence à plusieurs sources de psychologie (Tversky et Fox, 1995 ;Gonzalez et Wu, 1999 ; Schunk et Betsch, 2006). Ces exemples montrent que, si le management science constitue un corpus homogène, ses contributeurs peuvent facilement s'appuyer sur d'autres disciplines.

A.2 Eléments de commande optimale

A.2.1 Les approches alternatives de l'optimisation dynamique

Trois approches existent pour traiter un problème d'optimisation dans un cadre dynamique : le calcul des variations, la commande optimale (*optimal control*) et la programmation dynamique.

Le calcul des variations

Le calcul des variations est historiquement la première approche de l'optimisation dynamique. Isaac Newton initie cette méthode dans ses *Principia* (1687). En calcul des variations, le problème est le suivant

$$\begin{aligned} \text{Maximiser ou minimiser } V[y] &= \int_0^T F\left[t, y(t), y'(t)\right] dt \\ \text{avec } y(0) &= y_0 \\ \text{et } y(T) &= y_T, \end{aligned}$$

où T, y_0 et y_T sont donnés.

La fonction objectif V de ce problème comprend l'intégrale d'une fonctionnelle F et une seule variable y dont le point initial et le point terminal sont donnés. C'est le problème fondamental (ou problème le plus simple) du calcul des variations. Pour résoudre le problème, les fonctions sont supposées continues et continûment différentiables. Cette hypothèse est nécessaire puisque les méthodes à la base du calcul des variations sont proches de celles du calcul différentiel. La différence principale est que, au lieu de traiter une différentielle dx qui change la valeur de $y = f(x)$, le calcul des va-

riations traite de la variation d'une courbe entière $(y(t), t \in [0, T])$ qui affecte la valeur de la fonctionnelle $V[y]$.

Le résultat le plus important du calcul des variations est dû à Euler (1744). Il s'agit d'une condition nécessaire du premier ordre. L'équation d'Euler est la suivante

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial F}{\partial y'}\right), \forall t \in [0, T].$$

L'équation d'Euler a été appliquée à la tarification à partir des années vingt. Evans (1924) puis Tintner (1937) utilisent cette approche pour l'étude du monopole. Leur problème est le suivant

$$\begin{aligned} \text{Maximiser } \Pi[p] &= \int_0^T \pi\left[t, p(t), p'(t)\right] dt \\ \text{avec } p(0) &= p_0 \\ \text{et } p(T) &= p_T, \end{aligned}$$

où T, p_0 et p_T sont donnés.

Dans ce cas, l'équation d'Euler est

$$\frac{\partial \pi}{\partial p} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \pi}{\partial p'}\right), \forall t \in [0, T].$$

Cette application permet de mieux comprendre le calcul des variations. Tout d'abord, l'évolution du prix $p'(t)$ dépend du prix précédent $p(t)$. Le prix n'est donc pas une variable de décision pour la firme puisqu'il dépend du prix passé. Ensuite, les niveaux p_0 et p_T sont supposés connus et donnés à l'avance. Or, ils sont déterminants pour la caractérisation de la politique de tarification intertemporelle de la firme. Il s'agit d'un hypothèse forte et critiquable. En effet, p_0 et p_T devraient être endogènes au problème d'optimisation et non donnés de manière exogène. Par ailleurs, le calcul des variations ne

permet de caractériser que des solutions intérieures. Les limites du calcul des variations ont conduit au développement de la théorie de la commande optimale.

La commande optimale

La commande optimale permet de s'affranchir de certaines limites du calcul des variations. Dans la théorie de la commande optimale, il existe trois (au lieu de deux) types de variables différentes. En plus de la variable temporelle t et de la variable d'état y, cette théorie met en avant une troisième variable, la variable de commande u. L'importance de cette dernière variable qui permet la réalisation d'un choix véritable est telle qu'elle donne son nom à la théorie.

L'attention portée sur la variable de commande u implique que la variable d'état y soit secondaire. Le sentier temporel de la variable d'état est déterminé par le choix de la variable de commande lorsque la condition initiale sur l'état y_0 est donnée. Dans un problème de commande optimale, $y(t)$ dépend de $u(t)$.

$$\dot{y} = f(t, y(t), u(t)), \tag{A.1}$$

où la notation $\dot{x}$ désigne la dérivée d'une variable x par rapport à t.

Cette équation est appelée équation d'évolution de l'état ou équation d'état. Elle définit, à chaque instant, l'évolution de l'état en fonction de la valeur de la variable d'état $y(t)$, du choix par le décideur du niveau de la commande $u(t)$ et du temps t. Une fois déterminé le sentier temporel optimal pour la commande noté $u^*(t)$ (nous utilisons par la suite la notation $x^*(t)$ pour désigner le sentier temporel

optimal de toute variable $x(t)$), l'équation d'état f et l'état initial y_0 déterminent le sentier temporel optimal de l'état $y^*(t), \forall t$.

Dans les modèles de tarification dynamique qui intègrent les effets de diffusion, la variable d'état est le niveau ces ventes cumulées x. L'évolution de l'état, c'est à dire le niveau des ventes courantes $\dot{x}$, est lié à la fois au temps, aux niveau cumulé des ventes passées et au niveau du prix courant p. $(A.1)$ devient

$$\dot{x} = f(t, x(t), p(t)),$$

avec le niveau des ventes initiales $x(0) = x_0$ donné.

Le résultat le plus important dans la théorie de la commande optimale est connu sous le nom de principe du maximum. Il s'agit d'une condition du premier ordre due au russe Lev Pontriaguine et à ses co-auteurs (Pontriaguine et al., 1962). Notons que le mathématicien américain Hestense développe ce principe de manière indépendante puis généralise la théorie de la commande optimale (Hestenes, 1949, 1965, 1966).

En raison de sa puissance et de sa relative facilité d'utilisation, la commande optimale est beaucoup appliquée en économie. Elle permet de traiter des problèmes dans des champs aussi différents que la finance, l'économie de l'environnment, l'économie industrielle, l'économie du politique, la macroéconomie ou le management science.

Une troisième approche est retenue en optimisation dynamique : la programmation dynamique.

La programmation dynamique

L'américain Richard Bellman propose la programmation dynamique[1] (Bellman, 1953). La programmation dynamique caractérise en premier lieu la valeur optimale de la fonction objectif V^* plutôt que le sentier d'état optimal $y^*(t)$ (comme dans le calcul des variations) ou le sentier de la commande optimale $u^*(t), \forall t$ (comme dans la commande optimale) (Kamien et Schwartz, 1991).

Le principe de base de la programmation dynamique est le principe d'optimalité. La période de planification $[0, T]$ est décomposée en sous-périodes dans lesquelles a lieu le processus d'optimisation. L'idée est que l'état résultant des décisions passées est considéré comme une condition initiale. Ainsi, quelles que soient les conditions initiales et les commandes à un instant particulier, le sentier reste optimal pour les périodes suivantes du problème. Formellement,

$$\begin{aligned} V^*(t_0, y_0) &= \underset{u}{\text{Max}} \int_{t_0}^{T} F[t, y(t), u(t)]\, dt \\ \text{avec } \dot{y} &= f(t, y(t), u(t)), \\ \text{et } y(t_0) &= y_0, \end{aligned}$$

$V^*(t_0, y_0)$ est la fonction de valeur optimale qui se définie comme la meilleure valeur possible au point t_0 et à l'état y_0. Cette fonction est définie pour $t_0 \in [0, T]$.

Le principe d'optimalité implique que

$$\frac{\partial V(t,x)}{\partial t} = \underset{u}{\text{Max}} \left[F[t, y, u] + \frac{\partial V(t,x)}{\partial x} f(t, y, u) \right] \tag{A.2}$$

1. A l'époque, le terme de programmation s'entend dans le sens de planification et non dans le sens informatique actuel.

L'équation $(A.2)$ généralise des travaux antérieurs en mécanique de William Hamilton et de Carl Jacobi. Elle est donc connue sous le nom d'équation d'Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB).

La programmation dynamique, si elle peut traiter les mêmes types de problèmes, est plus difficile à appliquer que la commande optimale pour obtenir des résultats analytiques. En effet, cette première nécessite la résolution d'équation aux dérivées partielles alors que cette dernière ne traite que des équations aux dérivées ordinaires. Or, il est plus facile de résoudre de manière analytique un problème basé sur des équations différentielles ordinaires que sur des équations aux dérivées partielles Cette différence explique que l'utilisation de la commande optimale se soit plus diffusée que celle de la programmation dynamique (Abraham-Frois et Goergen, 2002).

Toutefois, alors que la commande optimale s'applique pour des problèmes où le temps est continu, la programmation dynamique s'applique aussi bien pour des problèmes en temps continu que discret. L'application du principe d'optimalité en temps discret permet l'implémentation directe de méthodes de simulation numériques. Cela constitue une raison du succès de la méthode lorsque des résultat analytiques ne sont pas obligatoires. C'est le cas en particulier en finance pour la tarification des options.

A.2.2 Preuve du principe du maximum

Trois variables principales sont naturelles dans un problème de commande : le temps t, l'état y, et la commande u. Dans le processus de résolution du problème, une quatrième variable apparait. C'est la covariable d'état notée λ. La covariable d'état est similaire au multiplicateur de Lagrange. Elle évalue le prix caché de la variable d'état à laquelle elle est associée à chaque instant t. Par la suite, afin d'alléger l'écriture, nous omettrons les arguments temporels lorsqu'ils sont évidents.

A l'image du Lagrangien dans l'optimisation statique, le Hamiltonien permet de résoudre un problème d'optimisation intertemporel. Il se définit par

$$H(t, y, u, \lambda) = F(t, y, y) + \lambda(t) f(t, y, u)$$

Dans le calcul des variations, la condition du premier ordre est donnée par l'équation d'Euler (équation différentielle du second ordre unique). C'est différent dans la commande optimale. En effet, la condition du premier ordre donnée par le principe du maximum implique deux équations différentielles du premier ordre, l'une sur la variable d'état y et l'autre sur la covariable d'état λ. En outre, le Hamiltonien doit être maximisé (ou minimisé) par rapport à la commande u à chaque instant t. Pour un problème à horizon temporel fini et donné, les conditions données par le principe du maximum

sont les suivantes :

$$\begin{aligned}
\underset{u}{\mathrm{Max}} H(t, y, u, \lambda)\, \forall t &\in [0, T] && (A.3)\\
\dot{y} &= \frac{\partial H}{\partial \lambda} && (A.4)\\
y(0) &= y_0 && (A.5)\\
\dot{\lambda} &= -\frac{\partial H}{\partial y} && (A.6)\\
\lambda(T) &= 0. && (A.7)
\end{aligned}$$

Dans le cas d'une solution intérieure, $(A.3)$ est remplacée par une condition du premier ordre ($\frac{\partial H}{\partial u} = 0$) et une condition du second ordre ($\frac{\partial^2 H}{\partial u^2} < 0$ pour un maximum). L'équation $(A.4)$ n'est autre que l'équation d'état $(A.1)$. La condition $(A.5)$ est la condition initiale sur l'état. Elle est donnée dans le problème d'optimisation. Le système formé par les équations $(A.4)$ et $(A.6)$ est appelé système canonique. Nous utiliserons ce système canonique dans la suite de la thèse pour les travaux sur la tarification dynamique d'une firme qui opère sur un marché biface et d'une firme qui mène un politique d'innovation. La dernière condition $(A.7)$ est appelée condition de transversalité. Elle capture l'idée que la valeur (le prix caché) de l'état à la fin de l'horizon de planification est nulle.

Le principe du maximum donne donc une condition sur la commande (qui n'apparait jamais sous forme différentielle) et un système de deux équations différentielles du premier ordre (une pour l'état et une pour la covariable) avec une condition initiale sur l'état et une condition terminale sur la covariable.

La démonstration complète et rigoureuse du principe du maximum tient sur quarante pages dans l'ouvrage de Pontriaguine et al. (1962). Nous ne faisons qu'exposer les intuitions les plus importantes en nous appuyant sur Chiang (1992) et Kamien et Schwartz (1991).

Par hypothèse, la variable de commande u n'est pas contrainte. u^* est donc une solution intérieure. Par ailleurs, le Hamiltonien est supposé différentiable par rapport à u. Nous pouvons donc utiliser la condition d'optimalité $\frac{\partial H}{\partial u} = 0$ pour la maximisation du Hamiltonien en u. En outre, le niveau initial de l'état $y(0)$ est donné par y_0 et le niveau terminal de l'état $y(T)$ est libre. Le temps t court sur la période $[0, T]$ où T est l'horizon temporel supposé fini.

Le problème est donc

$$\begin{aligned} \underset{u}{\text{Max}}\ V &= \int_0^T F[t, y, u]\, dt && \text{(A.8)} \\ \text{avec } \dot{y} &= f(t, y, u) && \text{(A.9)} \\ \text{et } y(0) &= y_0. && \text{(A.10)} \end{aligned}$$

Dans un premier temps, pour le développement du principe du maximum, nous intégrons l'équation d'état dans la fonction objectif. Nous exprimons ensuite la fonction objectif sous la forme du Hamiltonien.

Si la variable y suit toujours l'équation d'évolution, alors

$$\left[f(t, y, u) - \dot{y}\right] = 0, \forall t \in [0, T].$$

En multipliant cette dernière expression par le multiplicateur de Lagrange $\lambda(t)$, nous avons encore

$$\lambda(t)\left[f(t, y, u) - \dot{y}\right] = 0, \forall t \in [0, T].$$

De la même manière pour la somme sur $[0, T]$

$$\int_0^T \lambda(t)\left[f(t, y, u) - \dot{y}\right] dt = 0. \qquad \text{(A.11)}$$

Ainsi, nous pouvons ajouter l'intégrale $(A.11)$ à la fonction objectif $(A.8)$ sans affecter la solution. Nous pouvons donc travailler avec la nouvelle fonction objectif

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &= V + \int_0^T \lambda(t)\left[f(t,y,u) - \dot{y}\right] dt \\ &= \int_0^T \left[F[t,y,u] + \lambda(t)\left[f(t,y,u) - \dot{y}\right]\right] dt. \end{aligned} \tag{A.12}$$

$\mathbf{V}$ a la même valeur que V lorsque l'équation d'évolution $(A.9)$ est respectée.

La substitution du Hamiltonien

$$H(t,y,u,\lambda) = F(t,y,y) + \lambda(t) f(t,y,u)$$

dans $(A.12)$ donne la nouvelle forme fonctionnelle

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &= \int_0^T \left[H(t,y,u,\lambda) - \lambda(t)\dot{y}\right] dt \\ &= \int_0^T H(t,y,u,\lambda)\, dt - \int_0^T \lambda(t)\dot{y} dt. \end{aligned} \tag{A.13}$$

En intégrant par parties la deuxième intégrale de $(A.13)$, nous avons

$$-\int_0^T \lambda(t)\dot{y} dt = -\lambda(T) y_T + \lambda(0) y_0 + \int_0^T y(t)\dot{\lambda} dt.$$

En substituant ce résultat dans $(A.13)$, la nouvelle fonction objectif peut être réécrite comme

$$\mathbf{V} = \int_0^T \left[H(t,y,u,\lambda) + y(t)\dot{\lambda}\right] dt - \lambda(T) y_T + \lambda(0) y_{0.} \tag{A.14}$$

L'expression $\mathbf{V}$ comprend trois termes. Le premier terme est une intégrale. Il intervient sur l'ensemble de la période $[0,T]$. Les

deuxième et troisième termes ne dépendent respectivement que de $t = T$ et de $t = 0$.

La valeur de **V** dépend des sentiers temporels des trois variables y, u et λ et des valeurs retenues pour T et y_0.

La variable λ, en tant que multiplicateur de Lagrange, diffère fondamentalement de y et de u en ce sens que le choix du sentier de $\lambda(t)$ ne modifie pas la valeur de **V** aussi longtemps que l'équation d'état $\dot{y} = f(t, y, u)$ est respectée, c'est à dire aussi longtemps que

$$\dot{y} = \frac{\partial H}{\partial \lambda} \forall t \in [0, T] \tag{A.15}$$

L'équation $(A.15)$ est donc une condition nécessaire à la maximisation de **V**. C'est l'une des trois conditions du principe du maximum. Notons que l'équation $(A.15)$ n'est pas un résultat à obtenir puisqu'il s'agit de l'équation d'évolution de l'état donnée dans le problème à résoudre.

Nous nous intéressons maintenant au sentier de $u(t)$ et à celui de $y(t), \forall t$. Si $u^*(t)$ est connu et s'il est perturbé par une courbe de $p(t)$, nous pouvons générer des sentiers de commande de voisinage u, pour chaque ϵ tels que

$$u(t) = u^*(t) + \epsilon p(t), \tag{A.16}$$

. En raison de l'équation d'état $(A.9)$, pour chaque ϵ, le sentier temporel de l'état $y^*(t)$ est perturbé par une courbe $q(t)$. Les sentiers d'état de voisinage sont

$$y(t) = y^*(t) + \epsilon q(t). \tag{A.17}$$

En outre, si T et y_T sont variables, nous avons aussi

$$\begin{aligned} T &= T^* + \epsilon \Delta T \\ \text{et } y_T &= y_{T^*} + \epsilon \Delta y_T, \end{aligned}$$

ce qui implique que

$$\begin{aligned} \frac{dT}{d\epsilon} &= \Delta T \\ \text{et } \frac{dy_T}{d\epsilon} &= \Delta y_T. \end{aligned} \tag{A.18}$$

En substituant les expressions u et y dans $(A.16)$ et $(A.17)$ dans $(A.14)$, nous exprimons $\mathbf{V}$ en fonction de ϵ. La nouvelle forme de $\mathbf{V}$ est ainsi

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &= \int_0^{T(\epsilon)} \left[H\left(t, y^*(t) + \epsilon q(t), u^*(t) + \epsilon p(t), \lambda\right) \right] dt \\ &+ \int_0^{T(\epsilon)} \left[\dot{\lambda}\left(y^*(t) + \epsilon q(t)\right) \right] dt - \lambda(T) y_T + \lambda(0) y_{0.} \end{aligned} \tag{A.19}$$

Nous appliquons la condition d'optimalité

$$\frac{d\mathbf{V}}{d\epsilon} = 0 \tag{A.20}$$

sur $(A.19)$. En appliquant la formule de Leibnitz, le premier terme devient

$$\int_0^{T(\epsilon)} \left[\frac{\partial H}{\partial y} q(t) + \frac{\partial H}{\partial u} p(t) + \dot{\lambda} q(t) \right] dt + \left[H + \dot{\lambda} y \right]_{t=T} \frac{dT}{d\epsilon}. \tag{A.21}$$

Par ailleurs, la dérivée du second membre de $(A.19)$ est

$$-\lambda(T) \frac{dy_T}{d\epsilon} - y_T \frac{d\lambda(T)}{dT} \frac{dT}{d\epsilon} = -\lambda(T) \Delta y_T - y_T \dot{\lambda}(T) \Delta T. \tag{A.22}$$

Le terme $\lambda(0)\, y_0$ de $(A.19)$ est une constante. Il disparait donc dans le processus de différenciation. Ainsi, $\frac{d\mathbf{V}}{d\epsilon}$ est donc la somme de $(A.21)$ et de $(A.22)$. En utilisant $(A.18)$, nous pouvons réécrire le terme $(A.19)$ de la manière suivante

$$\left[\dot{\lambda} y\right]_{t=T} \frac{dT}{d\epsilon} = \dot{\lambda}(T)\, y_T \Delta T.$$

En raison de la condition du premier ordre $(A.20)$, la somme de $(A.21)$ et de $(A.22)$ est égale à 0. Ainsi, après réarrangement, la condition du premier ordre est

$$\int_0^{T(\epsilon)} \left[\left(\frac{\partial H}{\partial y} + \dot{\lambda}\right) q(t) + \frac{\partial H}{\partial u} p(t)\right] dt + [H]_{t=T}\, \Delta T - \lambda(T)\, \Delta y_T = 0. \tag{A.23}$$

Les trois composants de cette dérivée font appel à différents éléments. L'intégrale contient deux courbes de perturbation arbitraires $p(t)$ et $q(t)$ alors que les deux autres termes font appels à des valeurs arbitraires pour ΔT et Δy_T. Par conséquent, chacun des trois termes doit être égal nul pour que la condition du premier ordre soit respecté. En imposant que l'intégrale soit nulle, nous déduisons deux conditions

$$\begin{aligned} \dot{\lambda} &= -\frac{\partial H}{\partial y} \\ \text{et } \frac{\partial H}{\partial u} &= 0. \end{aligned} \tag{A.24}$$

La première équation donne l'équation d'évolution de la covariable d'état (ou équation de la covariable). La deuxième équation est le principe d'optimalité classique du cadre statique. Dans les applications de la théorie de la commande optimale que nous traitons dans la suite, la fin de la période T est fixée et l'état final y_T est libre. Ainsi, ΔT est nul mais Δy_T est non nul. Pour que $\lambda(T)\, \Delta y_T$ soit nul,

il faut donc imposer

$$\lambda(T) = 0, \tag{A.25}$$

qui est la condition de transversalité $(A.7)$.

Notons que si l'état final y_T est fixé, alors $(A.23)$ permet de comprendre que la condition de transversalité n'est pas nécessaire. $(A.25)$ est remplacé par

$$y(T) = y_T,$$

avec y_T donné.

Par ailleurs, lorsque la fin de la période T est libre, alors la condition $(A.23)$ implique que $[H]_{t=T}\,\Delta T$ soit nul. La nouvelle condition de transversalité qui émerge est

$$[H]_{t=T} = 0. \tag{A.26}$$

Rappelons que si l'équation d'état $(A.11)$ est vérifiée, le sentier de la covariable λ $(A.12)$ n'a pas d'impact sur la fonction objectif. Pourtant, λ ne peut être choisi de manière arbitraire. En effet, elle suit l'équation d'évolution particulière $(A.24)$ et est contrainte par les conditions de transversalité $(A.25)$ (si la valeur de l'état final $y(T)$ est libre) et $(A.26)$ (si l'horizon T est libre).

A.2.3 Interprétation économique

Le principe du maximum a une interprétation économique directe mise en évidence par Dorfman (1969). Nous illustrons ce principe en prenant l'exemple d'une firme qui maximise son profit intertemporel sur l'intervalle $[0, T]$ en vendant un produit sujet à des externalités de réseau. La variable de commande (c'est à dire la variable de décision) est le prix p. La variable d'état est le niveau de la base installée (ou des ventes cumulées) x. La firme commence la politique de tarification en $t = 0$ avec le niveau de la base installée $x(0) = x_0$. Notons que si la période considérée par la firme commence avec la commercialisation du produit, alors $x_0 = 0$. Il se peut aussi que les ventes aient déjà commencé avant que le firme ne se pose le problème de commande optimale. Dans ce cas, $x_0 > 0$ .Le niveau de la base finale $x(T)$ est libre. A chaque instant, le profit courant dépend du niveau de la base installée (ou de la base), du prix et du temps. Ainsi la fonction de profit courant est $\pi(t, x, p)$. Les ventes courantes (donc l'évolution de la base installée au cours du temps) dépendent du prix, de la base installée et du temps. La fonction d'état est donc $\dot{x} = f(t, x, p)$. Le problème de commande optimale est

$$\begin{aligned} \underset{p}{\text{Max}}\ \Pi &= \int_0^T \pi(t, x, p)\, dt && \text{(A.27)} \\ \text{s.c. } \dot{x} &= f(t, x, p) && \text{(A.28)} \\ \text{avec } x(0) &= x_0, \end{aligned}$$

où $x(T)$ est libre et T est donné.

Nous avons suggéré que λ est similaire à un multiplicateur de Lagrange et s'interprète comme un prix caché. Pour confirmer cette proposition, adaptons $(A.14)$ au contexte du problème en substi-

tuant les sentiers optimaux pour les variables. Nous avons

$$\Pi^{*}=\int_{0}^{T}\left[H\left(t,x^{*},p^{*},\lambda^{*}\right)+x^{*}\left(t\right)\dot{\lambda}^{*}\right]dt-\lambda^{*}\left(T\right)x^{*}\left(T\right)+\lambda^{*}\left(0\right)x_{0.}$$

La différentiation partielle de Π^{*} par rapport au niveau initial (donné) et au niveau final (libre) des ventes cumulées donne

$$\begin{aligned}\frac{\partial\Pi^{*}}{\partial x_{0}} &= \lambda^{*}\left(0\right)\\ \text{et } \frac{\partial\Pi^{*}}{\partial x^{*}\left(T\right)} &= -\lambda^{*}\left(T\right).\end{aligned}$$

Ainsi, $\lambda^{*}\left(0\right)$, la valeur initiale optimale de la covariable, est une mesure de la sensibilité du profit intertemporel optimal Π^{*} à la base installée (la base) à l'instant initial x_{0}. En d'autres termes, l'augmentation d'une unité (infinitésimale) de x_{0} augmente Π^{*} d'un niveau $\lambda^{*}\left(0\right)$. Nous pouvons donc interpréter $\lambda^{*}\left(0\right)$ comme le prix caché de la base initiale. Avec la seconde dérivée partielle, la valeur terminale du sentier optimal de la covariable, $\lambda^{*}\left(T\right)$, est l'opposée du taux de variation de Π^{*} par rapport à la base finale. Cela signifie que réaliser une vente de plus que le niveau optimal à la fin de la période considérée impute Π^{*} d'un montant $\lambda^{*}\left(T\right)$. Ainsi, $\lambda^{*}\left(T\right)$ est une mesure du prix caché de la base finale. De manière générale, $\lambda^{*}\left(t\right)$ est le prix caché de la base à l'instant t.

Le Hamiltonien du problème $(A.28)$ est le suivant

$$H=\pi\left(t,x,p\right)+\lambda\left(t\right)f\left(t,x,p\right). \tag{A.29}$$

Le premier terme du membre de droite est le profit courant en t qui dépend de la base et du prix courant. Le second terme comprend les ventes courantes. La multiplication des ventes courantes

par le prix caché $\lambda(t)$ les convertit en valeur monétaire. Ainsi, le second terme du Hamiltonien représente le taux de change de la valeur de la base en fonction de la politique de prix p. Le premier terme capture l'effet sur le profit courant de la tarification alors que le second terme capture l'effet sur le profit futur. Ces deux effets peuvent être de sens opposé. En particulier, avec des externalités de réseau positives, il peut être intéressant de vendre moins cher aujourd'hui (sacrifier le profit courant) pour développer la base (donc augmenter la demande future) et tarifer plus cher par la suite (pour augmenter le profit futur). De manière similaire, une politique de tarification peut favoriser le profit courant en sacrifiant une partie du profit futur. Le Hamiltonien permet donc, en intégrant à la fois le profit courant et le profit futur, de considérer le profit intertemporel.

Le principe du maximum requièrt la maximisation du Hamiltonien par rapport à la variable de commande. Cela signifie que la firme doit maximiser le profit intertemporel en choisissant p de manière adaptée. Cela implique de mettre en balance le profit courant et le profit futur. Pour analyser cet arbitrage de manière plus précise, nous considérons

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial p} &= \frac{\partial \pi}{\partial p} + \lambda(t)\frac{\partial f}{\partial p} = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{\partial \pi}{\partial p} = -\lambda(t)\frac{\partial f}{\partial p}. \end{aligned}$$

Cette condition montre que le prix optimal p^* doit égaliser toute augmentation marginale du profit courant à toute diminution marginale du profit futur.

Le principe du maximum implique deux équations d'évolution. L'équation d'évolution de la variable d'état (ici la base x) est donnée dans les conditions du problème. Elle spécifie de quelle manière

le prix affecte les ventes courantes $\dot{x}$. L'équation d'évolution de la covariable d'état est

$$\begin{aligned} \dot{\lambda} &= -\frac{\partial H}{\partial x} = -\frac{\partial \pi}{\partial x} - \lambda(t)\frac{\partial f}{\partial x} \\ &\Leftrightarrow -\dot{\lambda} = \frac{\partial \pi}{\partial x} + \lambda(t)\frac{\partial f}{\partial x}. \end{aligned}$$

Le membre de gauche est le taux de dépréciation du prix caché de la base. Ce taux doit être égal à la somme de $\frac{\partial \pi}{\partial x}$ et de $\lambda(t)\frac{\partial f}{\partial x}$ qui représentent la contribution marginale de la base respectivement au profit courant et au profit futur. Le principe du maximum nécessite que le prix caché de la base installée se détériore au niveau auquel elle contribue aux profits courant et futur de la firme.

La condition de transversalité $(A.25)$ est

$$\lambda(T) = 0.$$

Elle signifie que le prix caché de la base installée doit être nul à la fin de la période d'intérêt. En raison de l'horizon temporel T rigide, seuls comptent les profits réalisés pendant la période $[0, T]$. Ainsi, quel que soit l'impact de la base sur des ventes ultérieures à T, ces dernières n'auraient aucun impact sur le profit intertemporel (considéré sur la période $[0, T]$). Cela explique donc que la base en T n'ait aucune valeur économique pour la firme. Ainsi, le prix caché de la base installée est-il nul en T.

A.2.4 Limites de l'optimisation dynamique

Les techniques issues de l'optimisation dynamique en général et de la commande optimale en particulier permettent de donner des résultats aux problèmes intertemporels. Toutefois, même pour des problèmes simples, les techniques de résolutions peuvent être longues et les solutions difficiles à interpréter. S'il est possible de travailler sur les propriétés de fonctions générales (Kalish 1983, Dockner et al. 2000), les modèles recourent souvent à des fonctions très spécifiques (Bass 1969, Bass et al. 1994) pour pouvoir obtenir des résultats analytiques. En outre, les simplifications induites par ces spécifications ne sont pas toujours satisfaisantes du point de vue de l'interprétation économique (Chiang, 1992).

C'est aussi pour simplifier l'analyse que les auteurs font l'hypothèse que les paramètres du problème, comme le taux d'intérêt, demeurent constants tout le long de la période considérée. Bien qu'il existe en pratique des paramètres économiques qui soient remarquablement stables au cours du temps, ce n'est pas une propriété très répandue. Cette hypothèse de constance des paramètres devient plus problématique lorsque l'horizon temporel est infini. En réalité, pour Chiang (1992), le coût en terme de complexité pour l'analyse, de relâcher ces hypothèses simplificatrices peut être très élevé. Il existe donc un dilemme entre simplification du problème et réalisme de l'analyse. Dans les applications pratiques qui utilisent des valeurs de paramètres spécifiques, il est possible de reformuler le problème à chaque fois que la valeur des paramètres change sensiblement. Pourtant, même dans ce cas, l'hypothèse de constance est retenue dans la nouvelle formulation du problème.

En raison de la complexité de la résolution des systèmes d'équations différentielles, les modèles économiques tendent aussi à limiter

le nombre de variables considérées. Le nombre de variables endogènes, expliquées par le modèles, et même celui de variables exogènes, prises comme telles par le modèle, est réduit. Même avec l'aide de logiciels de calcul formel, comme Maple, ou de calcul numérique, comme Matlab, cette difficulté demeure.

A.3 Preuve et simulations

A.3.1 Preuve chapitre 2

– Niveau de λ_i

Rappelons que selon (2.23)

$$\lambda_i(t) = \int_t^T e^{-r(s-t)} \left(\frac{\frac{\partial f_i}{\partial x_i} p_i}{\eta_i} + \frac{\frac{\partial f_j}{\partial x_i} p_j}{\eta_j} - \dot{c}_i \right) ds.$$

Kalish (1983) remarque en étudiant (2.23) que lorsque l'effet de diffusion direct est uniformément positif $\left(\frac{\partial f_i}{\partial x_i} \geq 0\right)$ alors le prix caché de la contrainte $\lambda_i(t)$ l'est aussi. Cet effet de diffusion est uniformément positif lorsque le bouche à oreille est positif (les utilisateurs passés recommandent le produit) et lorsqu'il n'y a pas d'effet de saturation (comme dans le cas de bien à achat répété). L'introduction d'externalités croisées positives en (2.11) entre les deux côtés du marché augmente la valeur de λ_i. Cette augmentation de λ_i est d'autant plus forte que l'externalité croisée $\frac{\partial f_j}{\partial x_i}$ et le prix du bien sur l'autre marché p_j sont importantes et d'autant moins forte que l'élasticité des ventes sur l'autre maché η_j est forte. En particulier, si p_j est nul ou si η_j tend vers l'infini, alors la présence d'externalités croisées n'impacte pas λ_i. Rappelons que lorsque $\lambda_i > 0$, toute vente courante supplémentaire augmente les profits futurs. En fait, comme nous supposons que les externalités croisées sont positives en (2.11), elles augmentent nécessaire la valeur de $\lambda_i(t)$ quel que soit son niveau en leur absence, sauf si le prix p_j est nul ou l'élasticité de la demande η_j tend vers l'infini. Toutefois, dans le cas de biens durables, en fin de cycle, le marché est saturé, et toute vente courante diminue la demande future. Ainsi lorsque t se rapproche de T, $\frac{\partial f_i}{\partial x_i}$ devient facilement négatif.

– Variations de λ_i

Par ailleurs, dans le cas où le taux d'intérêt est nul (r est suffisamment faible pour que zéro en soit une approximation ou la période de planification est suffisamment courte pour que l'impact de l'actualisation soit négligeable) et que l'effet de diffusion direct est uniformément positif $\left(\frac{\partial f_i}{\partial x_i} \geq 0\right)$, alors, comme dans Kalish (1983) selon (2.22), λ_i le prix caché des ventes courantes du bien i diminue. La différence est que λ_i diminue d'autant plus vite que $\frac{\partial f_j}{\partial x_i}$ et p_j sont élevés et que η_j est faible. Remarquons que lorsque λ_i est positif, il est nécessaire que son niveau diminue en raison de la condition de transversalité $\lambda_i(T) = 0$. En définitive, l'introduction d'une externalité intermarché implique que lorsque $\dot{\lambda}_i$ est positif (resp. négatif), λ_i augmente (resp. diminue) d'autant moins (resp. plus) vite que $\frac{\partial f_j}{\partial x_i}$ et p_j sont élevés et que η_j est faible.

– Niveau de p_i

En substituant (2.23) dans (3.18), nous obtenons :

$$p_i = \frac{\eta_i}{\eta_i - 1}\left(c_i - \int_t^T e^{-r(s-t)}\left(\frac{\frac{\partial f_i}{\partial x_i}p_i}{\eta_i} + \frac{\frac{\partial f_j}{\partial x_i}p_j}{\eta_j} - \dot{c}_i\right)ds\right).$$

Ce résultat implique que le prix du bien i dépend de l'externalité croisée $\frac{\partial f_j}{\partial x_i}$, du prix du bien j et de l'élasticité des ventes du bien j, η_j. Ainsi, le prix intermporel optimal est d'autant plus faible par rapport au prix courant optimal que $\frac{\partial f_j}{\partial x_i}$ et p_i sont élévés et que η_j est faible. Comme nous supposons que le coût de production courant dépend de la production passée du seul même bien (il n'y a pas d'externalité croisée en production, i.e. $\frac{\partial c_i}{\partial x_j} = 0$ pour $i \neq j$), le prix caché des ventes du bien i (2.23) et le prix courant (3.18) ne dépendent pas du coût du bien j. Nous remarquons que si le niveau du prix de i dépend de l'élasticité directe du prix du bien i et de l'élasticité directe du prix

du bien j, il ne dépend pas de l'élasticité indirecte du prix du bien i sur la demande du bien j. Ce résultat vient de ce que la fonction d'utilité du bien i ne dépend pas du prix de j. Dans notre cas, il n'y a pas d'effet prix croisé (c'est à dire qu'il n'y a pas d'opération monétaire entre les deux côtés du marché).

A.3.2 Simulation chapitre 2

Voici le programme informatique

```
%Simulation des politiques de tarification
    intertemporelle d'un monopole
%sur un marché biface pur.
%Régis Chenavaz
%Le 13 avril 2009

clear

%Valeur des paramètre Bass et al. (2001)
%Coefficient d'innovation a=0.16 (Bass et al.,
    2001)

%Valeur des paramètre Robinson et Lakhani (1975)
%Estimation : X=10^7
%Elasticité de la demande au prix s=0.35
%5 ans avec des changements de prix tous les
    trimestres soit N=20
%Taux d'actualisation r=0.04
%Niveau des ventes cumulées x en t=T xT=85% de X
%Attention, il faut xT<X

%Definition et initialisation des constantes
%Coefficients d'innovation
a1=0.1;
a2=0.1;
%Coefficient d'externalité intermarché
```

```
b1=0.1;
b2=0.35;
%Elasticité de la demande au prix
s1=0.4;
s2=0.1;
%Taille du marché potentiel
X1=10^7;
X2=0.5*10^7;
%Nombre de périodes
N=48;
%Durée de la période (années)
D=4;
%Pas de temps
Delta_t=D/N;
%Taux d'actualisation
r=0.04;
%Niveau des ventes cumulées x en t=T
x1T=X1;
x2T=X2;
%Valeur de la covariable d'état l en t=T lT=0 (
    condition de transversalité)
l1T=0;
l2T=0;

%Définition du vecteur de temps t (1:N+1)
t=zeros(N+1,1);
for i=1:N+1
    t(i)=(i-1)*Delta_t;
end
```

```
%Définition du vecteur t2 (un deuxième vecteur de
    temps 1:N pour x_cour)
t2=zeros(N,1);
for i=1:N
    t2(i)=(i)*Delta_t;
end
%Définition du vecteur des prix p
p1=zeros(N+1,1);
p2=p1;
%Définition du vecteur des ventes cumulées x
x1=zeros(N+1,1);
x2=x1;
%Initialisation de x(T) à xT
x1(N+1)=x1T;
x2(N+1)=x2T;
%Définition du vecteur des ventes courantes x_cour
     sur N et non N+1
%En effet, il n'est pas possible de calculer
    x_cour(0)=x(0)-x(-1)
%car le schéma numérique donne x(0) mais non x(-1)
x1_cour=zeros(N,1);
x2_cour=x1_cour;
%Définition du vecteur de la covariable d'état l
l1=zeros(N+1,1);
l2=l1;
%Initialisation de l(T) à lT
l1(N+1)=l1T;
l2(N+1)=l2T;
```

```
%Implémentation du schéma numérique explicite d'
    Euler (Sethi et Thompson,
%2000)
for i=1:N
    %Prix
    %Si politique de prix P1 "libre"
    p1(N+2-i)=1/s1-(l1(N+2-i))*exp(r*t(N+2-i));
    %Si politique de prix P1 "fixé à 0"
    %p1(N+2-i)=0;
    p2(N+2-i)=1/s2-(l2(N+2-i))*exp(r*t(N+2-i));
    %Ventes cumulées (les ventes peuvent etre
        négatives)
    x1(N+1-i)=-((a1+b1*x2(N+2-i))*exp(-s1*p1(N+2-i
        )))*Delta_t+x1(N+2-i);
    x2(N+1-i)=-((a2+b2*x1(N+2-i))*exp(-s2*p2(N+2-i
        )))*Delta_t+x2(N+2-i);
    %Niveau de la covariable d'état
    l1(N+1-i)=(b2*(exp(-s2*p2(N+2-i))))*(p2(N+2-i)*
        exp(-r*t(N+2-i))+l2(N+2-i)))*Delta_t+l1(N+2-
        i);
    l2(N+1-i)=(b1*(exp(-s1*p1(N+2-i))))*(p1(N+2-i)*
        exp(-r*t(N+2-i))+l1(N+2-i)))*Delta_t+l2(N+2-
        i);
end

%Prix en t=1 (dans la boucle p est calculée de 2 à
    N+1, il manque donc p(1))
%Si p1 "libre"
p1(1)=1/s1-l1(1)*exp(r*t(1));
```

```
%Si p1 "fixé à 0"
%p1(1)=0;
p2(1)=1/s2-l2(1)*exp(r*t(1));

%Ventes courantes a priori
for i=1:N
    x1_cour(N+1-i)=x1(N+2-i)-x1(N+1-i);
    x2_cour(N+1-i)=x2(N+2-i)-x2(N+1-i);
end

%Ventes courantes a posteriori (ne peuvent etre
   négatives)
for i=1:N
    if x1_cour(i)>0
        x1_cour(i)=x1_cour(i);
    else
        x1_cour(i)=0;
    end
end
 for i=1:N
    if x2_cour(i)>0
        x2_cour(i)=x2_cour(i);
    else
        x2_cour(i)=0;
    end
end

%Ventes cumulées a posteriori 1
%avec des ventes courantes non négatives
```

```
for i=1:N
    x1(N+1-i)=x1(N+2-i)-x1_cour(N+1-i);
    x2(N+1-i)=x2(N+2-i)-x2_cour(N+1-i);
end
%Ventes cumulées a posteriori 2 (non négatives)
for i=1:N+1
    if x1(i)>0
        x1(i)=x1(i);
    else
        x1(i)=0;
    end
end
 for i=1:N+1
    if x2(i)>0
        x2(i)=x2(i);
    else
        x2(i)=0;
    end
end

%Profit intertemporel
%Calcul à partir de t=2 en raison du démarrage de
   x_cour en t=2
profit=0;
for i=1:N
    profit=profit+(p1(N+2-i)*x1_cour(N+1-i)+p2(N
       +2-i)*x2_cour(N+1-i))*exp(-r*t(N+2-i));
end
```

```
%Réprésentations graphiques
figure(1)
plot(t,l1,'r',t,l2,'b')
title('Covariable d''état')
xlabel('Année')
ylabel('Covariable d''état')
legend('Client','Serveur')
figure(2)
plot(t,x1,'r',t,x2,'b')
title('Ventes cumulées')
xlabel('Année')
ylabel('Bases installée')
legend('Client','Serveur')
figure(3)
plot(t2,x1_cour,'r',t2,x2_cour,'b')
title('Ventes courantes')
xlabel('Année')
ylabel('Ventes')
legend('Client','Serveur')
figure(4)
plot(t,p1,'r',t,p2,'b')
title('Tarification intertemporelle')
xlabel('Année')
ylabel('Prix')
legend('Client','Serveur')
profit
```

A.3.3 Simulation chapitre 3

Voici le programme informatique

```
%Simulation de la politique de tarification
    couplée à l'investissement en
%innovagtion de produit et en innovation de
    qualité
%Régis Chenavaz
%Le 1 juin 2009

clear

%Definition et initialisation des constantes
%Marché final
xT=200000;
%Ventes indépendentes de la qualité
a=8000;
%Sensibilité à la qualité
b=0.3;
%Elasticité de la demande au prix
s=0.15;
%Taux de dégradation
dc=-0.01;
dq=+0.05;
%Coefficient d'efficacité
gc=04;
gq=02;
%Taux d'actualisation
r=0.15;
```

```
%Etats à la fin du cycle
cT=15;
qT=10;
%Durée de la période (années)
D=6;
%Nombre de périodes
N=12*D;
%Pas de temps
Delta_t=D/N;
%Valeur des covariables d'état l en t=T lT=0 (
    condition de transversalité)
%avec la contrainte que lqT ne puisse etre négatif
lcT=10^(-10);
lqT=10^(-10);

%Définition du vecteur de temps t (1:N+1)
t=zeros(N+1,1);
for i=1:N+1
    t(i)=(i-1)*Delta_t;
end
%Définition du vecteur t2 (un deuxième vecteur de
    temps 1:N pour x_cour)
t2=zeros(N,1);
for i=1:N
    t2(i)=(i)*Delta_t;
end
%Définition du vecteur des prix p
p=zeros(N+1,1);
%Définitions des vecteurs de cq
```

```
rq=zeros(N+1,1);
rc=rq;
%Définition du vecteur des ventes cumulées x
x=zeros(N+1,1);
%Initialisation de x(T) à xT
x(N+1)=xT;
%Définition du vecteur des ventes courantes x_cour
    sur N et non N+1
%En effet, il n'est pas possible de calculer
   x_cour(0)=x(0)-x(-1)
%car le schéma numérique donne x(0) mais non x(-1)
x_cour=zeros(N,1);
%Définition des vecteur q et c
q=zeros(N+1,1);
c=q;
%Initialisation de q et de c
q(N+1)=qT;
c(N+1)=cT;
%Définition du vecteur de la covariable d'état l
lq=zeros(N+1,1);
lc=lq;
%Initialisation de l(T) à lT
lc(N+1)=lcT;
lq(N+1)=lqT;

%Implémentation du schéma numérique explicite d'
   Euler (Sethi et Thompson,
%2000)
for i=1:N
```

```
    %Niveau des variables de commande
    %Prix
   p(N+2-i)=c(N+2-i)+1/s;
    %Cercle de qualité
   rq(N+2-i)=1/(1-(gc*lc(N+2-i))/(gq*lq(N+2-i)));
   %Contrainte : proportion entre 0 et 1
  if rq(N+2-i)>0
        rq(N+2-i)=rq(N+2-i);
   else
    rq(N+2-i)=0;
end
if rq(N+2-i)<1
rq(N+2-i)=rq(N+2-i);
else
 rq(N+2-i)=1;
end
  rc(N+2-i)=1-rq(N+2-i);

   %Variables d'état
    %Cout
    c(N+1-i)=-(dc*c(N+2-i)-gc*log(1+rc(N+2-i)))*
        Delta_t+c(N+2-i);
    %Qualité
    q(N+1-i)=-(gq*rq(N+2-i)-dq*(log(1+q(N+2-i))))*
        Delta_t+q(N+2-i);
    %Ventes cumulées
   x(N+1-i)=-((a+b*q(N+2-i))*exp(-s*p(N+2-i)))*
       Delta_t+x(N+2-i);
   %Co-variables d'état
```

```
    %Cout
    lc(N+1-i)=-((a+b*q(N+2-i))*exp(-s*p(N+2-i))+(r-
        dc)*lc(N+2-i))*Delta_t+lc(N+2-i);
    %Qualité
    lq(N+1-i)=-(-(b/s)*exp(s*p(N+2-i))+(r+dq)*lq(N
        +2-i))*Delta_t+lq(N+2-i);
end

%Variables de controle en t=1 (dans la boucle p
    est calculée de 2 à N+1, il manque donc p(1))
p(1)=c(1)+1/s;
rq(1)=1/(1-(gc*lc(1))/(gq*lq(1)));
rc(1)=1-rq(1);

%Ventes courantes a priori
for i=1:N
    x_cour(N+1-i)=x(N+2-i)-x(N+1-i);
end

%Ventes courantes a posteriori (ne peuvent etre
    négatives)
for i=1:N
    if x_cour(i)>0
        x_cour(i)=x_cour(i);
    else
        x_cour(i)=0;
    end
end
```

```
%Ventes cumulées a posteriori 1
%avec des ventes courantes non négatives
for i=1:N
    x(N+1-i)=x(N+2-i)-x_cour(N+1-i);
end

%Ventes cumulées a posteriori 2 (non négatives)
for i=1:N+1
    if x(i)>0
        x(i)=x(i);
    else
        x(i)=0;
    end
end

%Retraitement de rq et de rc(car le rq(N+1) n'a
   pas de sens)
rq2=zeros(N,1);
rc2=rq2;
for i=1:N
    rq2(i)=rq(i);
    rc2(i)=rc(i)
end

%Profit intertemporel
%Calcul à partir de t=2 en raison du démarrage de
   x_cour en t=2
profit=0;
for i=1:N
```

```
    profit=profit+(p(N+2-i)*x_cour(N+1-i))*exp(-r*
        t(N+2-i));
end

%Réprésentations graphiques
figure(1)
plot(t,lc,'r',t,lq,'b')
title('Niveaux des covariables d''état')
xlabel('Année')
ylabel('Covariable d''état')
legend('Cout','Qualité')
figure(2)
plot(t2,x_cour,'r')
title('Ventes mensuelles')
xlabel('Année')
ylabel('Ventes')
figure(3)
plot(t,x,'r')
title('Ventes cumulées')
xlabel('Année')
ylabel('Bases installée')
figure(4)
plot(t,p,'r')
title('Tarification intertemporelle')
xlabel('Année')
ylabel('Prix')
figure(5)
plot(t,c)
title('Cout')
```

```
figure(6)
plot(t,q)
title('Qualité')
figure(7)
plot(t2,rq2)
title('Innovation de produit')
profit
```

A.4 Eléments de théorie de la décision

A.4.1 L'utilité espérée

Le paradoxe de Saint-Petersbourg

Nicolas Bernoulli (1713) pose un problème connu comme "le paradoxe de Saint-Petersbourg" [2]. Il propose à la cour de Saint-Petersbourg la lotterie suivante : Le joueur lance une pièce de monnaie jusqu'à ce qu'il tire face. Le joueur gagne un ducat s'il tire face au premier coup, deux ducats s'il tire face au second coup, quatre ducats s'il tire face au troisième coup. Il obtient en fait 2^n ducats s'il tire face au $n$ème coup. Le gain espéré de ce jeu est infini. Bernoulli se demande combien les joueurs seraient prêt à payer pour participer à ce jeu. A priori, les joueurs devraient proposer à Bernoulli un montant très élevé pour participer à cette loterie. En effet, l'espérance de gain d'une lotterie à espérance infinie moins un coût fixe est infinie. Si un joueur maximise son gain espéré comme le propose Pascal (1670), alors il doit participer à la loterie si son prix est fixe. En effet, quelque soit le niveau du prix de la loterie, l'espérance de gain est infinie. Or, à la cour, personne ne souhaite payer une somme fixe élevée pour la loterie. David Bernoulli (1738), suivi par Laplace (1814), résout le paradoxe en postulant que le décideur, dans ses choix entre des actions risquées, maximise son utilité espérée (*emolumentum*) et non son gain espéré. La fonction d'utilité est spécifiée de manière logarithmique. Cette fonction concave capture l'idée que la valeur psychologique de la richesse n'augmente pas proportionnellement à la richesse mais qu'il y a une utilité marginale décroissante de la richesse. Heukelom (2007) remarque que la relation logarithmique

2. Pour le détail de la lotterie proposée par Nicolas Bernoulli, le lecteur peut consulter Gironde et Giraud (2008).

entre la monnaie et l'utilitée faite par Bernoulli (1738) correspond à la relation logarithmique entre le stimulus et la réponse de la loi de Weber-Fechner et psychophysique. Gironde et Giraud (2008) soulignent donc que la théorie de l'utilitée de Bernoullli étend "à des grandeurs non physiques, les valeurs monétaires, la loi de Weber-Fechner, dont l'énoncé est postérieur".

Axiomatisation de l'utilité espérée

En développant cette idée, Von Neuman et Morgenstern (1944) proposent la règle de décision de l'Utilité Espérée (UE). Dans leur axiomatique, ils précisent de quelle manière un individu "cohérent" évalue et classe des loteries en environnement risqué. Ils postulent des hypothèses (ou axiomes) sur la relation de préférence d'un décideur rationnel entre différentes loteries. Von Neuman et Morgenstern (1944) montrent qu'une fonction d'utilité ordinale [3] peut être déduite des préférences des individus qui respectent ces axiomes. L'UE est donc une théorie normative de la prise de décision qui montre le choix optimal d'un agent qui maximise son utilité espérée.

Savage (1954) propose un ensemble d'axiomes pour des préférences sur des loteries qui lui permet de déduire simultanément l'existence de probabilités subjectives sur des évènements et d'utilités pour les résultats. Il combine ainsi les idées de la théorie de l'utilité en économie et des probabilités subjectives en statistiques au sein de la théorie de l'utilitée espérée subjective (Smith et Winterfeldt, 2004). L'UE (au sens large) s'applique donc lorsqu'il existe des probabilités objective et subjective. Cela concerne l'environnement risqué et la partie de l'environnement incertain pour laquelle

3. La mesure cardinale de l'utilité mesure l'utilité liée à la consommation d'un panier de bien. La mesure ordinale de l'utilité permet le classement les paniers de biens en fonction de l'utilité liée. L'utilité ordinale est donc moins contraignante que l'utilité cardinale.

l'incertitude est mesurable par des probabilités subjectives. Le cadre est donc large puisqu'il y a très souvent des probabilités (au moins subjectives) dans chaque problème de décision.

De nombreux champs disciplinaires se basent sur cette théorie. L'UE est, par exemple, à la base de développements en finance avec le calcul de l'espérance d'utilité de la valeur actualisée nette, en *management science* (Dockner et al., 2000), en théorie des jeux (Binmore, 1992) ou en économie industrielle (Tirole, 1988).

Présentons l'axiomatique à la base de l'UE de Von Neumann et Morgenstern (1944) [4]. Formellement, l'incertitude est décrite par un ensemble d'états du monde $\Omega = \{\omega_1, ..., \omega_n\}$ partitionné par la famille des parties $P(\Omega)$ telle que $\text{Card}(P(\Omega)) = 2^n$. Un élément de $P(\Omega)$ est un événement. Une variable aléatoire f est une fonction qui associe à chaque ω_i un résultat x_i. L'ensemble des résultats est noté $X \subset \mathbb{R}$. Soit l'ensemble des variables aléatoires $A = \{f : \Omega \to X\}$. Dans le cas risqué, les distributions de probablité induites par les variables aléatoires sont connues par le décideur. La distribution de la variable aléatoire f est notée x_f. Une relation de préférence est une relation binaire notée R qui signifie littéralement "est préféré ou indifférent à". Elle compare des distributions de probabilité associées à des évènements (ou des loteries), c'est à dire des projets risqués de la forme $x = ((x_i, p_i), i = 1, ..., n)$ avec x_i le $i$ème résultat et p_i la probabilité qu'il se réalise. Notons que x_i peut donc être positif ou négatif. Il s'agit d'un gain dans le premier cas et d'une perte dans le second.

Soit $L = \left\{ x_f : X \to [0,1], f \in A / \sum_{i=1}^{n} x_f(x_i) = 1 \right\}$ l'ensemble des distributions de probabilités. La règle de décision de l'UE dévelop-

4. Pour un exposé plus détaillé des axiomes de l'UE avec probabilités objectives et subjectives, le lecteur peut consulter Abdellaoui (2004).

pée par Von Neumann et Morgenstern (1944) se fonde sur plusieurs axiomes portant sur la relation de préférence $\succcurlyeq$.

d'abord 4 définitions sur R puis axiomatis sur >

Définition 1 (Préodre complet). Une relation de préférence R est un préordre complet si elle est complète, réflexive et transitive c'est à dire si :

– $\forall l \in L, \forall (f, g) \in A^2, l_f \; R \; l_g$ ou $l_g \; R \; l_f$ (complétude).

La complétude implique qu'il est toujours possible de comparer deux loteries.

– $\forall l \in L, \forall f \in A, l_f \; R \; l_f$ (réflexivité).

L'hypothèse de réflexivité signifie qu'une loterie est préférée ou indifférente à elle-même. Il s'agit d'une condition technique.

– $\forall l \in L, \forall (f, g, h) \in A^3, \left(l_f \; R \; l_g \text{ et } l_g \; R \; l_h\right) \Rightarrow l_f \; R \; l_h$ (transitivité).

Si la relation de préférence est transitive, alors si f est préférée ou indifférente à g et g est préférée ou indifférente à h, alors f est préférée ou indifférente à h. Il s'agit d'un principe normatif.

Axiome 1. La relation de préférence $\succcurlyeq$ est un préordre complet.

Définition 2 (Monotonie) Une relation de préférence R est monotone si

– $\forall l \in L, \forall (f, g) \in A^2, \forall \omega \in \Omega, f(\omega) \geq g(\omega) \Rightarrow l_f \; R \; l_g$.

La monotonie d'une relation de préférence implique que si f domine stochastiquement au premier ordre g, alors f est toujours préférée à g. En d'autres termes, cela signifie que si, pour tous les états de la nature, l'utilité associée à la loterie f est supérieure ou égale à l'utilité associée à la loterie g, alors la loterie f est préférée ou indifférente à la loterie g. Ce principe est normatif.

Axiome 2. La relation de préférence $\succcurlyeq$ est monotone.

Définition 3 (Continuité). Une relation de préférence R est continue si

– $\forall l \in L, \forall (f, g, h) \in A^3 / \; l_f \; R \; l_g \; R \; l_h,$

$\exists (\alpha, \beta) \in]0, 1[\; / \; \alpha l_f \oplus (1 - \alpha) \, l_h \; R \; l_g \; R \; \beta l_f \oplus (1 - \beta) \, l_h.$

La continuité est une condition technique.

Axiome 3. La relation de préférence $\succcurlyeq$ est continue.

Définition 4 (Indépendance). Une relation de préférence R est indépendante si

– $\forall \alpha \in [0, 1], \forall (f, g, h) \in A^3, \; l_f \; R \; l_g \Rightarrow \alpha l_f \oplus (1 - \alpha) \, l_h \; R \; \alpha l_g \oplus (1 - \alpha) \, l_h.$

L'indépendance signifie que si la loterie f est préférée ou indifférente à la loterie g, alors les loteries f et h sont préférées ou indifférentes aux loteries g et h. En pratique, cette propriété implique d'ignorer ce que les conséquences de deux décisions ont en commun. La propriété d'indépendance est aussi appelée principe de la chose sûre. Il s'agit d'un principe normatif.

Axiome 4. La relation de préférence $\succcurlyeq$ est indépendante.

Nous remarquons que certains axiomes sont techniques et nécessaires à l'application des outils mathématiques. Ils n'appellent pas à commentaire. D'autres axiomes sont normatifs, au sens où il est souhaitable qu'un agent rationnel les suive. Les tests sur la rationalité des décideurs portent sur les axiomes normatifs ou sur leurs implications.

Si les quatre axiomes précédents sont respectés par une relation de préférences $\succcurlyeq$, alors il existe une fonction $U : X \to \mathbb{R}$, telle que la valeur d'une loterie $V(x)$ est évaluée par un agent doté d'une richesse initiale W en calculant :

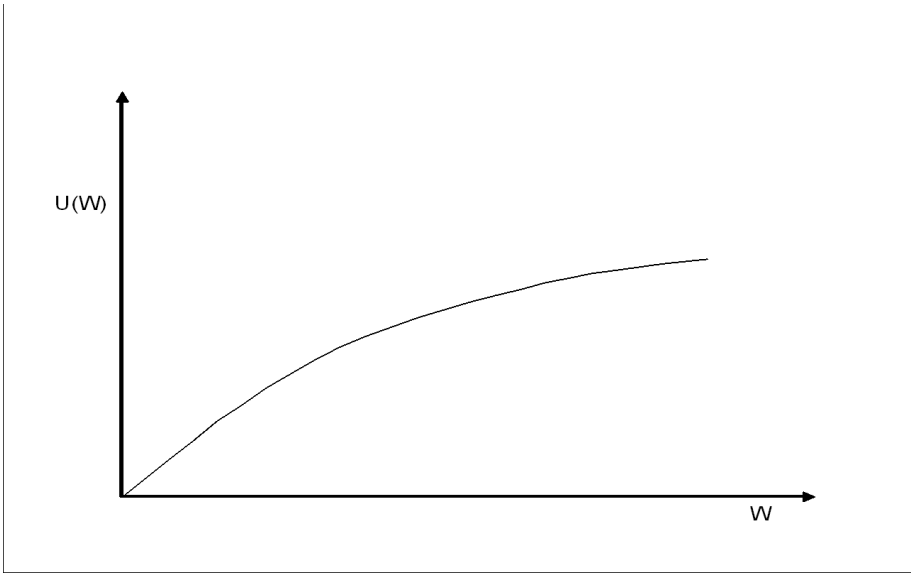
$$V(x) = \sum_i p_i U(W + x_i) = E[U(W + x)],$$

où x_i est la probabilité dégénérée $(x_i, 1)$ d'obtention de x_i avec la probabilité 1. La fonction $V : L \to R$ est donc une fonction d'espérance d'utilité. Cette fonction est unique à une transformation monotone croissante près. Ainsi, l'utilité espérée de $W + x$ est la moyenne des utilitées associées à la richesse finale, pondérées par leur probabilité d'occurence.

La théorie des préférences révélées (Samuelson, 1948) montre que si les choix d'un agent respectent certains axiomes de cohérence dans les préférences sur l'espace des loteries, alors il se comporte comme s'il maximisait une fonction d'utilité U particulière. Il est donc possible d'éliciter une fonction d'utilité pour un agent en observant ses choix. Schumpeter (1954) remarque que "l'utilité était considérée comme une réalité psychique, une sensation devenue évidente par introspection, indépendamment de toute observation externe".

L'aversion au risque

En raison de l'utilité marginale décroissante (toute richesse supplémentaire fait plaisir à l'agent, mais de moins en moins en raison de l'hypothèse de non-satiété), la fonction d'utilité est supposée concave. Graphiquement :



Etant donné le choix entre deux options, l'une impliquant un niveau d'utilité U_0 certain et l'autre impliquant une loterie dont l'espérance d'utilité est U_0, un décideur averse au risque préfère l'utilité certaine et un décideur risquophile préfère la loterie. Un décideur neutre face au risque est indifférent entre les deux options. En pratique, la plupart des individus sont averses au risque et préfèrent un résultat sûr de 1000 euros qu'une chance sur deux de gagner 2000 euros ou rien (Levy, 1992).

La courbure de la fonction d'utilité est un indicateur de l'aversion au risque du décideur (Friedman et Savage, 1948). Ainsi, si $U'' < 0$, la fonction d'utilité est concave et le décideur est averse au risque (risquophobe). Si $U'' = 0$, la fonction d'utilité est linéaire et le décideur est neutre au risque. Si $U'' > 0$, alors la fonction d'utilité est convexe et le décideur a un goût pour le risque (risquophile). L'aversion au risque implique l'existence d'une prime de risque. Elle équivaut au montant qu'un individu doit recevoir pour être indifférent entre un montant certain (le critère est l'utilité de l'espérance) et une loterie de même espérance de gain (le critère est l'espérance de l'utilité). Notons que la prime de risque est nulle pour un décideur neutre au risque et qu'elle est négative pour un décideur risquophile. Arrow (1971) et Pratt (1964) proposent une mesure de la courbure de la fonction d'utilité. Ils en déduisent une mesure de l'aversion au risque. Ainsi, l'indice absolu d'aversion au risque est la quantité

$$A_A(W) = -\frac{U''(W)}{U'(W)}$$

où W est la richesse. L'indice relatif d'aversion au risque dépend de la richesse

$$A_R(W) = -\frac{U''(W)}{U'(W)}W.$$

En raison de l'utilité marginale décroissante (U est concave), plus un agent est riche et moins il est averse au risque. Par ailleurs, un agent infiniment riche serait neutre par rapport au risque ($\lim_{W \to +\infty} U''(W) = 0$).

Notons que dans le cadre de l'UE, l'utilité d'un agent dont la richesse initiale W est de 1000 et qui subit une perte x_i de 100 est $U(1000 - 100) = U(900)$. Par ailleurs, l'utilité de ce même agent, si sa richesse initiale est de 800 et qui gagne 100 est de $U(800 + 100) = U(900)$. Les utilités de cet agent sont donc les mêmes car elles sont liées à la richesse finale de 900 dans les deux cas. L'utilité est liée à l'unique richesse finale et non au fait d'avoir réalisé un gain ou une perte. Le chemin et la manière qui conduisent à la richesse finale (gain ou perte par rapport à une situation antérieure) n'ont pas d'impact. Il n'y a donc pas de biais lié à un gain ou à une perte puisque seul le résultat final est pris en compte dans l'utilité de l'agent.

Lorsque les agents disposent d'une information nouvelle sur les caractéristiques du problème de décision, ils révisent leurs croyances en appliquant la règle de Bayes. Ainsi, alors que beaucoup de travaux sur l'UE portent sur le cadre statique, l'UE permet donc aussi d'étudier les aspects dynamiques des processus de décision (Gironde et Giraud, 2008).

A.4.2 Modélisation de la *prospect theory*

La PT diffère de l'UE sur plusieurs points (Kahneman et Tversky, 1979, 1992). Tout d'abord, les décideurs évaluent leurs perspectives en termes de gains ou de pertes par rapport à un point de référence plutôt que par rapport à un résultat final net. Par ailleurs, les pertes sont perçues comme plus importantes que les gains de même niveau, ce qui caractérise une aversion aux pertes. Ensuite, les agents sont averses au risque dans la région des gains et recherchent le risque dans celle des pertes. En outre, la sensibilité marginale des agents aux gains et aux pertes est décroissante. Enfin, les agents transforment les probabilités objectives et surestiment en particulier les faibles probabilités.

Formellement, sous des préférences de type PT, la loterie

$$x = \left(\left(x_i, p_i\right), i = 1, ..., n\right)$$

est évaluée en calculant une fonction de valeur $V(x)$ définie par :

$$V(x) = V\left(x^+\right) + V\left(x^-\right) = \sum_{i=m+1}^{n} \pi_i^+ v\left(x_i\right) + \sum_{i=1}^{m} \pi_i^- v\left(x_i\right),$$

où $x^+ = \max(0, x)$; $x^- = -\max(0, -x)$. Cette manière d'écrire la fonction d'évaluation signifie que x est défini en termes de gains et de pertes nets par rapport à un point de référence et que les résultats de la loterie sont classés par ordre croissant. Les résultats sont séparés en deux catégories : les m premiers sont des pertes et les $n - m$ suivants des gains. La fonction d'évaluation est définie sur ces deux domaines avec différents poids de décision π_i et une fonction de valeur spécifique v.

La fonction de valeur de la PT est similaire à celle de la fonction

d'utilité de l'UE mais est définie différemment dans les gains et les pertes. En outre, l'UE analyse les loteries alors que la PT analyse les conséquences des loteries (Bleichrodt et al., 2001). Une formulation paramétrique standard de la fonction d'évaluation est :

$$v(y) = \begin{cases} y^{\alpha} \text{ si } y \geq 0 \\ -\lambda(-y)^{\beta} \text{ si } y < 0, \end{cases} \tag{A.30}$$

où $\lambda > 1$ capture l'aversion aux pertes et $0 < \alpha, \beta \leq 1$ pour intégrer la sensibilité marginale décroissante. La fonction de valeur est concave dans les gains, convexe dans les pertes. Elle est coudée en 0 en raison du coefficient d'aversion aux pertes λ.

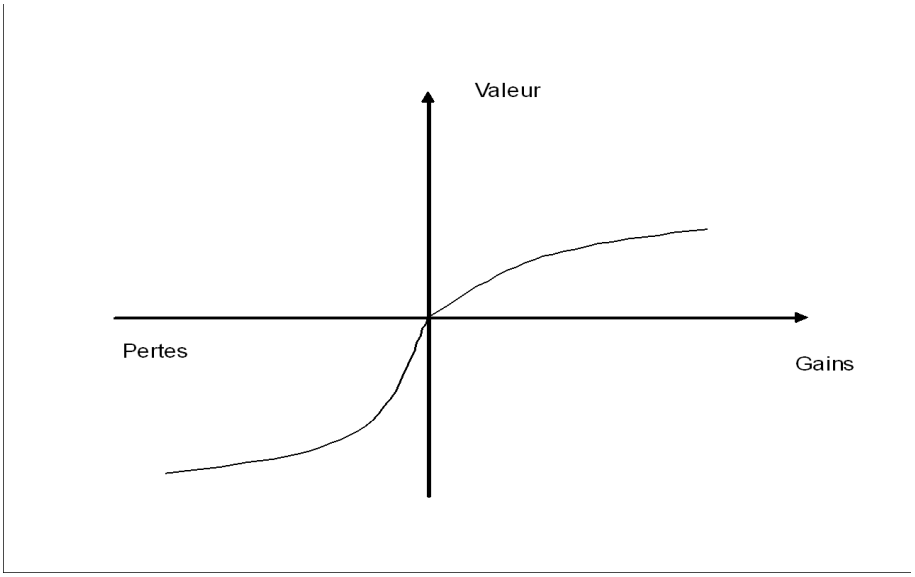
Les probabilités associées avec les résultats de la loterie sont transformées par une fonction non linéaire w définie séparément sur la distribution des probabilités cumulées des gains et des pertes.

$$\begin{aligned}
\pi_1^- &= w^-(p_1) \\
\pi_i^- &= w^-(F_x(x_i)) - w^-(F_x(x_{i-1})) \\
&= w^-\left(\sum_{j=1}^{i} p_j\right) - w^-\left(\sum_{j=1}^{i-1} p_j\right) \text{ avec } 2 \leq i \leq m \\
\pi_1^+ &= w^+(p_n) \\
\pi_i^+ &= w^+(1 - F_x(x_{i-1})) - w^+(1 - F_x(x_i)) \\
&= w^+\left(\sum_{j=1}^{n} p_j\right) - w^+\left(\sum_{j=i+1}^{n} p_j\right) \text{ avec } m \leq i \leq n,
\end{aligned}$$

avec $\pi(0) = 0$ et $\pi(1) = 1$ (les agents ne déforment pas la certitude).

La fonction de transformation des probabilités est généralement de forme S-inversé dans la littérature (Kahneman et Tversky, 1979 ; Abdellaoui et al. 2007 ; Broihanne *et al.*, 2008).

Ci-dessous, une représentation d'une fonction de valeur tirée de Kahneman *et al.* (1991).



La courbure de la fonction de valeur associée à une fonction de transformation des probabilités non-linéaire donne un modèle d'attitude face au risque plus riche que celui de l'UE(Bleichrodt et al., 2001 ; Abdellaoui et al., 2007 ; Broihanne *et al.*, 2008). En effet, l'agent représentatif est averse au risque pour les gains à forte probabilité et pour les pertes à faible probabilité et il recherche le risque pour les gains à faible probabilité et les pertes à forte probabilité. Les implications en terme d'attitude face au risque du modèle de CPT sont plus complètes que celles de l'UE. En effet, dans l'UE, la courbure de la fonction d'utilité est constante dans l'espace des loteries. Ainsi un individu est soit risquophile (il recherche le risque), soit risquophobe (il est averse au risque) et le demeure pour toutes les loteries. Les implications des choix modélisés par la PT expliquent qu'un individu achète un billet de loterie et souscrive simultanément à une police d'assurance.

Tversky et Kahneman (1992) proposent les fonctions paramétriques de poids de probabilité pour les poids des décisions sui-

vantes :

$$
\begin{aligned}
w^{-}(p) &= \frac{p^{\delta-}}{\left(p^{\delta-}+(1-p)^{\delta-}\right)^{\frac{1}{\delta-}}} \\
w^{+}(p) &= \frac{p^{\delta+}}{\left(p^{\delta+}+(1-p)^{\delta+}\right)^{\frac{1}{\delta+}}}.
\end{aligned}
$$

A.4.3 Les régularités empiriques

L'aversion aux pertes est une composante fondamentale de la PT. Elle permet d'expliquer plusieurs phénomènes empiriques importants : l'effet de dotation, l'effet de cadrage et l'asymétrie de l'élasticité de la demande. Ces régularités empiriques constituent des biais de comportement dans le cadre de l'UE car elles impliquent que les agents ne sont pas rationnels (au sens où ils ne maximisent pas l'UE). Toutefois, elles s'expliquent très bien dans le paradigme de la PT.

L'effet de dotation

Les concepts de point de référence et d'aversion aux pertes expliquent l'effet de dotation (*endowment effect*). L'effet de dotation permet de comprendre que les individus propriétaires d'un objet lui accordent une plus grande valeur que les individus qui n'en sont pas propriétaires (Kahneman *et al.*, 1990, 1991 ; Sen et Johnson, 1997 ; Strahilevitz et Loewenstein, 1998). Si l'effet de dotation est d'autant plus important que la valeur du bien est élevée comme pour un appartement, il est vérifié même pour des biens de faible valeur comme des tasses à café (Levy, 1992). En d'autres termes, il existe une différence significative entre la disponibilité à payer et la disponibilité à recevoir des individus. La disponibilité à payer est la somme qu'un agent est prêt à donner pour l'acquisition d'un bien. La disponibilité à recevoir est la somme qu'un agent demande pour se séparer d'un bien. Cette différence s'explique parce que l'achat du bien par les non-propriétaires est perçu comme un gain et la vente de ce bien par les propriétaires est perçue comme une perte. En raison de l'aversion aux pertes, la perte a un impact psychologique plus important que le gain. Ainsi, les propriétaires du bien demandent une somme plus importante pour s'en séparer que les non propriétaires pour l'acqué-

rir ce qui caractérise l'effet de dotation. Les études expérimentales mesurent une disponibilité à payer pouvant être de 1,4 à 16,5 fois plus importante que la disponibilité à recevoir pour le même bien (Kahneman *et al.*, 1990). Ces travaux montrent aussi que l'effet dotation augmente avec le temps de possession de l'objet. L'effet de dotation contredit les implications de l'UE selon lesquelles les disponibités à payer et à recevoir devraient être égales car la valeur d'un bien pour un individu est constante.

L'effet de cadrage

En raison de l'aversion aux pertes, la manière de présenter une situation à un décideur est fondamentale (Tversky et Kahneman, 1986, 1992). Ainsi, le contexte de la situation est important et le choix n'est pas le même selon que le décideur perçoit un gain ou une perte. Les décideurs sont donc sensibles aux effets de cadrage ou *framing effects* (Fleishman, 1988). En effet, "la valeur subjective du prospect considéré est supposé convexe pour les pertes et concave pour les gains" (Egidi, 2008). Tversky et Kahneman (1981) illustrent l'importance de l'effet de cadrage avec l'exemple suivant. Des répondants placés en situation hypothétique ont le choix entre deux programmes médicaux A et B. Si aucun programme n'est appliqué, 600 personnes meurent. Les conséquences des deux programmes sont présentées aux premier groupe en termes de personnes sauves et au second groupe en termes de personnes mortes. Les présentations sont les suivantes : dans le programme A, 200 personnes sont sauvées (400 meurent). Dans le programme B, la probabilité est d'un tiers que 600 personnes soient sauvées (que personne ne meure) et de deux tiers que personne ne soit sauvé (que 600 personnes meurent). Alors que les deux problèmes sont objectivement les mêmes, la manière de les

présenter influe sur le choix du programme par les répondants. En effet, une majorité importante des répondants du premier groupe (72%) préfère le programme A. Au contraire, dans le second groupe, une plus grande majorité (78%) préfère le programme B.

L'effet de cadrage constitue un biais psychologique car différentes formulations logiquement équivalentes du même problème de décision ne devraient pas affecter les préférences du décideur. L'effet de cadrage remet donc en cause l'hypothèse de l'UE selon laquelle les préférences sont invariantes à différentes représentations du même problème de choix (Levy, 1992).

L'asymétrie de l'élasticité de la demande

Les études empiriques montrent que l'augmentation des ventes due à une baisse des prix est inférieure à la baisse des ventes suite à une augmentation des prix (Putler, 1992 ; Hardie *et al.*, 1993). Ce fait stylisé peut s'expliquer par le fait que les consommateurs comparent le prix du bien avec leur prix de référence. Ainsi, toute augmentation de prix engendre une perte et toute baisse de prix un gain. En raison de l'aversion aux pertes, les réactions sont plus fortes pour l'augmentation du prix que pour sa baisse. La manière de présenter une variation de prix est donc importante (Paraschiv et L'Haridon, 2008). Ainsi, en pratique, lorsque les entreprises fixent leur prix, elles doivent prendre en compte le prix de référence et l'aversion aux pertes des consommateurs pour proposer le cadrage le plus approprié. Pour Levy (1992), l'asymétrie de l'élasticité de la demande explique que les vendeurs proposent des réductions sur le prix des biens lorsque les consommateurs payent en espèce plutôt qu'une surcharge lorsqu'ils payent par carte. Il s'agit d'un cadrage du résultat

en termes de gains plutôt qu'en termes de pertes qui impliqueraient une plus forte réduction de la demande.

Bibliographie

[1] Abdellaoui, M., H. Bleichrodt, C. Paraschiv, 2007, "Measuring loss aversion under prospect theory : a parameter-free approach", *Management Science*, Vol. 53, pp.1659-1674.

[2] Abernathy, W., J. Utterback, 1982, "Patterns of Industrial Innovation", In Readings in the Management of Innovation, Eds. M. Tushman, W. Moore, Pitman, Boston.

[3] Abraham-Frois, G., A. Goergen, 2002, "A propos du principe du Maximum", *Revue Economique*, Vol. 53, pp. 7-27.

[4] Adner, R., D. Levinthal, 2001, "Demand heterogeneity and technology evolution : Implications for Product and Process Innovation", *Management Science*, Vol. 47, pp. 611-628.

[5] Alchian, A., 1959, " An Airframe Production Function ", *The RAND Journal of Economics*, Vol. 11, N°1, pp. 108-123.

[6] Alpcan, T., T. Basar, 2007, "A Hybrid Noncooperative Game Model for Wireless Communications", In Advances in Dynamic Game Theory, Eds. S. Jorgensen, M. Quincampoix, T. Vincent, Kluwer.

[7] Amir, E., 1996, "Adapting to Network and Client Variability via On-demand Dynamic Distillation", In Proceedings of the 7th International Conference on Architectural Support for Programming Languages and Operating Systems, pp. 160-170.

[8] Arkes, H., D. Hirshleifer, D. Jiang, S. Lim, 2008, "Reference Point Adaptation : Tests in the Domain of Security Trading",

Organizational Behavior and Human Decision Processes, Vol. 105, pp. 67-81.

[9] Arrow, K., 1962, "The Economic Implications of Learning by Doing", *The Review of Economic Studies*, Vol. 29, N°3, pp. 155-173.

[10] Athey, S., A. Schmutzler, 1995, "Product and Process Flexibility in an Innovation Environment", *The RAND Journal of Economics*, Vol. 26, pp. 557-574.

[11] Armstrong, M., 2006, "Competition in two-sided markets", *The RAND Journal of Economics*, Vol. 37, pp. 668-691.

[12] Arrow, K., 1971, "Essays in the Theory of Risk Bearing", Chicago, Markham.

[13] Arthur, W., 1989, "Competing technologies, increasing returns, and lock-in by historical events", *Economic Journal*, Vol. 99, pp. 116-131.

[14] Ausubel, L., R. Deneckere, 1989, "Reputation in Bargaining and Durable Goods Monopoly", *Econometrica*, Vol. 57, N°3, pp. 511-531.

[15] Aviv, Y., A. Pazgal, 2005, "A Partially Observed Markov Decision Process for Dynamic Pricing", *Management Science*, Vol. 51, pp. 1400-1416.

[16] Bagwell, K., 2007, "The Economic Analysis of Advertising", In Handbook of Industrial Organization, Eds. M. Armstrong et R. Porter, Vol. 3, Elsevier.

[17] Bakos, Y., E. Brynjolfsson, 1999, "Bundling Information Goods : Pricing, Profits and Efficiency", *Management Science*, Vol. 45, pp. 1613-1631.

[18] Balvers, R., R. Cosimano, 1990, "Actively Learning about Demand and the Dynamics of Price Adjustment", *The Economic Journal*, Vol. 100, pp. 882-898.

[19] Bass, F., 1969, "A New Product Growth for Model Consumer Durable", *Management Science*, Vol. 15, pp. 215-227.

[20] Bass, F., 1980, "The Relationship Between Diffusion Rates, Experience Curve, and Demand Elasticities for Consumer Durable Technological Innovations", *Journal of Business*, Vol. 53, pp. 51-67.

[21] Bass, F., A. Bultez, 1982, "A Note on Optimal Strategic Pricing of Technological Innovations", *Marketing Science*, Vol. 1, pp. 371-378.

[22] Bass, F., T. Krishnan, S. Jain, 1994, "Why the Bass Model Fits without Decision Variables", *Marketing Science*, Vol. 13, pp. 203-223.

[23] Bass, F., 1995, "Empirical Generalizations and Marketing Science : A Personal View", *Marketing Science*, Vol. 14, pp. G6-G19.

[24] Bass, F., 2001, “Some History of the TIMS/INFORMS College on Marketing as Related to the Development of Marketing Science”, *Marketing Science*, Vol. 20, pp. 360-363.

[25] Bass, F., K. Gordon, L. Ferguson, M. Githens, 2001, "DIRECTV : Forecasting Diffusion of a New Technology prior to Product Launch", *Interfaces*, Vol. 31 (3, Part 2 of 2) S82-S93.

[26] Bass, F., 2004, "Comments on "A New Product Growth for Model Consumer Durables" : The Bass Model", *Management Science*, Vol. 50, N°12, Ten Most Influential Titles of Management, pp. 1833-1840.

[27] Bayus, B., 1992, "The Dynamic Pricing of Next Generation Consumer Durables", *Marketing Science*, Vol. 11, pp. 251-263.

[28] Bayus, B., 1993, "High-Definition Television : Assessing demand Forecast for a Next Generation Consumer Durable", *Management Science*, Vol. 39, pp. 1569-1585.

[29] Bayus, B., 1995, "Optimal Dynamic Policies for Product and Process Innovation", *Journal of Operations Management*, Vol. 12, pp. 173-185.

[30] Bayus, B., N. Kim, A. Schoker, 2000, "Growth Models for Multiproduct Interactions : Current Status and New Directions", In New-Product Diffusion Models, Eds. V. Mahajan, E. Muller, Y. Wind, Boston, MA, Kluwer, pp. 141-164.

[31] Beer, S., 1967, "Management Science : The Business Use of Operations Research", Aldus.

[32] Bell, D., H. Raiffa, A. Tversky, 1988, "Descriptive, Normative and Prescriptive Interactions in Decision Making", Cambridge University Press.

[33] Bellman, R., 1953, "Dynamic Programming", Princeton University Press.

[34] Bensaid, B., J.-P. Lesne, 1996, “Dynamic Monopoly Pricing with Network Externalities”, *International Journal of Industrial Organization*, Vol. 14, pp. 837-855.

[35] Bernoulli, D., 1738, "Specimen theoriae novae de mensura sortis", Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitane, Vol. 5, pp. 175-192. Traduit en anglais par L. Sommer, sous le titre, "Exposition of a New Theory on the Measurement of Risk. Papers of the Imperial Academy of Sciences in Petersburg", *Econometrica*, Vol. 22, pp. 23-26, 1954.

[36] Bernoulli, N., 1713, "Ars Conjectandi", Traduit en allemand par R. Haussner sous le titre "Wahrscheinlichkeitsrechnung", Ostwald's Klassiker der Exakten Wissenschaften, 1899, pp. 107-108, Englemann, Leipzig.

[37] Bertismas, D., G. Perakis, 2006, "Dynamic Pricing ; A Learning Approach", In Mathematical and Comutational Models for Congestion Charging, Eds. S. Lawphongpanich, D. Hearn, M. Smith, Springer US.

[38] Besanko, D., W. Winston, 1990, "Optimal Price Skimming by a Monopolist facing Rational Consumers", *Management Science*, Vol. 36, N°5, pp. 555-567.

[39] Bils, M., P. Klenow, 2004, "Some Evidence on the Importance of Sticky Prices", *Journal of Political Economy*, Vol. 112, pp. 947-985.

[40] Binmore, K., 1992, "Fun and Games : a Text on Game Theory", D. C. Heath and Company, Lexington, Massachussetts.

[41] Black, F., 1995, "Exploring General Equilibrium", Cambridge Mass, MIT Press.

[42] Bleichrodt, H., J. Pinto, P. Wakker, 2001, "Making Descriptive Use of Prospect Theory to Improve the Prescriptive Use of Expected Utility", *Management Science*, Vol. 47, pp. 1498-1514.

[43] Bleichrodt, H., 2007, "Reference-dependent utility with shifting reference points and incomplete preferences", *Journal of Mathematical Psychology*, Vol. 51, pp. 266–276.

[44] Boiteux, M., 1960, "On the Management of Public Monopolies Subject to Budgetary Constraints", *Journal of Economic Theory*, Vol. 3, pp. 219-240.

[45] Bolton, L., L. Warlop, J.Alba, 2003, "Consumer Perceptions of Price (Un)Fairness" , *Journal of Consumer Research*, Vol. 29, pp. 474-491.

[46] Botelho, A., L. Ligia Costa Pinto, 2004, "The Diffusion of Cellular Phones in Portugal", *Telecommunications Policy*, Vol. 28, pp. 427-437.

[47] Botimer, T., P. Belobaba, 1999, "Airline Pricing and Fare Product Differentiation : A New Theoretical Framework", *The Journal of the Operational Research*, Vol. 50, pp. 1085-1097.

[48] Boyd, A., I. Bilegan, 2003, "Revenue Management and E-Commerce" , *Management Science*, Vol. 49, pp. 1363-1386.

[49] Briesch, R., L., Krishnamurthi, T. Mazundar, S. Raj, 1997, "A Comparative Analysis of Reference Price Models", *Journal of Consumer Research*, Vol. 24, pp. 202-214.

[50] Broihanne, M., M. Merli, P. Roger, 2008, "Solving some financial puzzles with prospect theory and mental accounting : A survey", *Revue d'Economie Politique*, Vol. 118, N°4, pp. 475-512.

[51] Brynjolfsson, E., C. Kemerer, 1996, "Network Externality in Microcomputer Software : An Econometric Analysis of the Spreadsheet Market", *Management Science*, Vol. 49, pp. 1627-1647.

[52] Bulow, J., 1982, "Durable Goods Monopolists", *Journal of Political Economy*, Vol. 90, N°2, pp. 314-332.

[53] Burnetas, A., C. Smith, 2000, "Adaptative Ordering and Pricing for Perishable Products", *Operational Research*, Vol. 48, pp. 436-443.

[54] Caillaud, B., B. Jullien, 2003, "Chicken & Egg : Competition Among Intermediation Service Providers" , *The RAND Journal of Economics*, Vol. 32, pp. 309-328.

[55] Campbell, M., 1999, "Perceptions of Price Unfairness : Antecedents and Consequences" , *Journal of Marketing Research*, Vol. 36, pp. 187-199.

[56] Chan, T., V. Kadiyali, P. Xiao, 2009, "Structural models of Pricing" , In Handbook of Pricing Research in Marketing, Ed. V. Rao, EE.

[57] Chatterjee R., J. Eliashberg, V. Rao, 2000, "Dynamic Models Incorporating Competition", In New Product Diffusion Models, Eds. V. Mahajan, E. Muller, Y. Wind, Kluwer, Boston, MA.

[58] Chatterjee, R. , 2009, "Strategic Pricing of New Product and Services", In Handbook of Pricing Research in Marketing, Ed. V. Rao, EE.

[59] Chen, H., A. Rao, 2002, "Close Encounters of Two Kinds : False Alarms and Dashed Hopes", *Marketing Science*, Vol. 21, pp. 160-177.

[60] Chiang, A., 1992, "Elements of Dynamic Optimization", Waveland Press, Inc.

[61] Chiang, A., K. Wainwright, 2005, "Fundamentals Methods of Mathematical Economics", McGrawHill.

[62] Chiaravutthi, Y., 2006, "Firms' Strategies and Network Externalities : Empirical Evidence from the Browser War", *The Journal of High Technology Management Research*, Vol. 17, pp. 27-42.

[63] Chintagunta, P., E. Erdem, P. Rossi, M. Wedel, 2006, "Structural Modeling in Marketing : Review and Assesment" , *Marketing Science*, Vol. 25, pp. 604-616.

[64] Christ, D., B. Avi-Itzhak, 2002, "Equilibrium for a Pair of Competing Servers with Convex Costand Balking", *Management Science*, Vol. 48, pp. 813-820.

[65] Coase, R., 1972, "Durability and Monopoly" , *Journal of Law and Economics*, Vol. 15, pp. 143-149.

[66] Core, J., 2001, "A review of the empirical disclosure literature : discussion", *Journal of Accounting and Economics*, Vol. 31, pp. 441-456.

[67] Danaher, P., B. Hardie, W. Putsis, 2001, "Marketing-Mix Variables and the Diffusion of Successive Generations of a Technological Innovation", *Journal of Marketing Research*, Vol. 38, pp. 501-514.

[68] Danaher, P., 2008, "Advertising Models", In Handbook of Marketing Decision Models, Ed. B. Wierenga, Sringer Science.

[69] Datta, A., K. Dutta, H. Thomas, D. Vandermeer, 2003, "World Wide Wait : A Study of Internet Scalability and Cache-Based Approaches to Alleviate It", *Management Science*, Vol. 49, pp. 1425-1444.

[70] De Kimpe, A., P. Parker, M. Sarvary, 2000, "Multimarket and Global Diffusion", In New-Product Diffusion Models, Eds. V. Mahajan, E. Muller, Y. Wind, Kluwer, Boston, MA.

[71] Dimicco, J., P. Maes, A. Greenwald, 2003, "Learning Curve : A Simulation-Based Approach to Dynamic Pricing", *Electronic Commerce Research*, Vol. 3, pp. 245-276.

[72] Dockner, E., S. Jorgensen, 1988,"Optimal Advertising Policies for Diffusion Models of New Product Innovation in Monopolistic Situations", *Management Science*, Vol. 34, pp. 119-130.

[73] Dockner, E., S. Jorgensen, 1988, "Optimal Pricing Strategies for New Products in Dynamic Oligopolies", *Marketing Science*, Vol. 7, pp. 315-334.

[74] Dockner, E., S. Jorgensen, N. Long, G. Sorger, 2000, "Differential Games in Economics and Management Science", Cambridge University Press.

[75] Dockner, E., A. Gaunersdorfer, 2002, "On the Profitability of Horizontal Mergers in Industries with Dynamic Competition", *Japan and the World Economy*, Vol. 13, Issue 13, pp. 195-216.

[76] Dolan, R., A. Jeuland, 1981, "Experience Curves and Dynamic Demand Models : Implications for Optimal Pricing Strategies", *Journal of Marketing*, Vol. 45, pp. 52-73.

[77] Dong, L., P. Kouvelis, Z. Tian, 2009, "Dynamic Pricing and Inventory Control of Substitute Products", *Manufacturing & Service Operations Management*, Vol. 11, pp. 317-339.

[78] Dorfman, R., 1969, "An Economic Interpretation of Optimal Control Theory", *American Economic Review*, Vol. 59, pp. 817-831.

[79] Dosi, G., 1982, "Technological Paradigms and Technological Trajectories", *Research Policy*, Vol. 11, pp. 147-162.

[80] Easingwood, C., V. Mahajan, E. Muller, 1983, "A Nonuniform Influence Innovation Diffusion Model of New Product Acceptance", *Marketing Science*, Vol. 2, pp. 273-295.

[81] Economides, N., 1996, "The Economics of Networks", *International Journal of Industrial Organization*, Vol. 14, pp. 673-699.

[82] Economides, N., 2000, "Durable Goods Monopoly with Network Externalities with Application to the PC Operating Sys-

tems Market", *Quaterly Journal of Electronic Commerce*, Vol. 4, N°3.

[83] Egidi, M., 2008, "Le Processus Dual du Raisonnement : Origines, Problèmes et Perspectives", In Economie et Cognition, Ed. B. Walliser, Ophrys.

[84] Einiö, M., M. Kaustia, V. Puttonen, 2008, "Price setting and the reluctance to realize losses in apartment markets", *Journal of Economic Psychology*, Vol. 29, pp. 9-34.

[85] Elmagrhraby, E., P. Keskinocak, 2003, "Dynamic Pricing in the Presence of Inventory Considerations : Research Overview, Current Practices, and Future Directions", *Management Science*, Vol. 49, pp. 1287-1309.

[86] Eliashberg, J., G. Lilien, 1993, "Mathematical Marketing Models : Some Historical Perspectives and Future Projections", In Handbook in OR & MS, Vol. 5, Eds. J. Eliashberg, G. Lilien, Elsevier.

[87] Engelhardt, G., 2003, "Nominal Loss Aversion, Housing Equity Constraints, and Household Mobility : Evidence from the United States", *Journal of Urban Economics*, Vol. 53, pp. 171-195.

[88] Euler, L., 1744, "Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes, sive solutio problematis isoperimetrici lattissimo sensu accepti".

[89] Evans, G., 1924, "The Dynamics of Monopoly", *American Mathematical Monthly*, Vol. 31, pp. 77-83.

[90] Farrell, J., G. Saloner, 1985, "Standardization, Compatibility, and Innovation", *The RAND Journal of Economics*, Vol. 16, pp. 70-83.

[91] Farrell, J., G. Saloner, 1986, "Installed Base and Compatibility : Innovation, Product Preannouncements, and Predation", *American Economic Review*, Vol. 16, pp. 70-83.

[92] Fershtman, C., M. Kamien, 1987, "Dynamic Duopolistic Competition with Sticky Prices", *Econometrica*, Vol. 55, pp. 1151-1164. 1325-1348.

[93] Filson, D., 2001, "The Nature and Effects of Technological Change over the Industry Life Cycle", *Review of Economic Dynamics*, Vol. 4, pp. 460-494.

[94] Filson, D., 2002, "Product and Process Innovation in the Life Cycle of an Industry", *Journal of Economic Behavior and Organization*, Vol. 49, pp. 97-112.

[95] Fisher, J., R. Pry, 1971, "A Simple Substitution Model of Technological Change", *Technological Forecasting and Social Change*, Vol. 3, pp. 75-88.

[96] Fleishman, J., 1988, "The effects of decision framing and others' behavior on cooperation in a social dilemma", *Journal of Conflict Resolution*, Vol. 32, pp. 162-180.

[97] Fourt, L., J. Woodlock, 1960, "Early Prediction of Market Success for New Grocery Products", *The Journal of Marketing*, Vol. 25, N°2, pp. 31-38.

[98] Friedman, A., 1971, "Differential Games", Wiley, New York.

[99] Friesz, T., R. Mookherjee, M. Rigdon, 2007, "Formulating and Solving Service Network Pricing and Ressource Allocation Games as Differential Variational Inequalities", In Advances in Dynamic Game Theory, Eds. S. Jorgensen, M. Quincampoix, T. Vincent, Kluwer.

[100] Fudenberg, D., J. Tirole, 1983, "Sequential Bargaining with Incomplete Information", *The Review of Economic Studies*, Vol. 50, N°2, pp. 221-247.

[101] Fudenberg, D., J., Tirole, 2001, "Dynamic Models of Oligopoly", Routledge.

[102] Gallaugher, J., Y. Wang, 2002, "Understanding Network Effects in Software Markets : Evidence from Web Server Pricing", *MIS Quarterly*, Vol. 26, pp. 303-327.

[103] Gallego, G., G. Van Ryzin, 1997, "A Multiproduct Dynamic Pricing Problem and its Applications to Network yield management", *Operations Research*, Vol. 45, pp. 24-41.

[104] Garmaise, M., T. Moskowitz, 2004, "Confronting Information Asymmetries : Evidences from Real Estate Markets", *The Review of Financial Studies*, Vol. 17, pp. 405-437.

[105] Gasmi, F., Laffont, J.-J., Q. Vuong, 1992, "An Econometric Analysis of some Duopolistic Games in Prices and Advertising", In Advances in Econometrics, http ://www.scientificcommons.org/33966284

[106] Gass, S., "Great moments in histORy", *ORMS Today*, Vol. 29, pp. 31-37.

[107] Genesove, D., C. Mayer, 2001, "Loss aversion and seller behavior : Evidence from the housing market", *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 116, pp. 1233-1260.

[108] Giraud, R., S. Gironde, 2008, "Le tournant cognitif en économie de la décision et des comportements", In Economie et Cognition, Ed. B. Walliser, Ophrys.

[109] Gneezy, U., 2002, Updating the Reference Point : Experimental Evidence. Working paper, University of Chicago, Graduate School of Business.

[110] Gonzalez, R., G. Wu, 1999, "On the Form of the Probability Weighting Function", *Cognitive Psychology*, Vol. 38, pp. 129-166.

[111] Greenleaf, A., 1995, "The Impact of Reference Price Effects on the Probability of Price Promotions", *Marketing Science*, Vol. 14, pp. 82-104.

[112] Gul, H., H. Sonnenschein, 1988, "On Delay in Bargaining with One-sided Uncertainty", *Econometrica*, Vol. 56, N°3, pp. 601-611.

[113] Gupta, S., D. Jain, M. Sawhney, 1999, "Modeling the Evolution of Markets with Indirect Network Externalities : An Application to the Digital Television", *Marketing Science*, Vol. 18, pp. 396-416.

[114] Haley, K., 2002, "War and peace : the first 25 years of OR in Great Britain", *Operations Research*, Vol. 50, Jan-Fév.

[115] Halkin, H., 1974, "Necessary Conditions for Optimal Control Problems wiht Infinite Horizons", *Econometrica*, Vol. 42, pp. 267-272.

[116] Hardie, B., E. Johnson, P. Fader, 1993, "Modeling Loss Aversion and Reference Dependence Effects", *Marketing Science*, Vol. 12, pp. 378-394.

[117] Heath, C., J. Soll, 1996, "Mental budgeting and consumer decisions", *Journal of Consumer Research*, Vol. 23, pp.40-52.

[118] Helson, M., 1964, "Adapation Level Theory", Harper and Row, New York.

[119] Hestenes, M., 1949, "A General Problem in the Calculus of Variations with Applications to Paths of Least Time", Rand Report

[120] Hestenes, M., 1965, "On Variational Theory and Optimal Control Theory", *Journal of SIAM*, Series A, Control, Vol. 3, pp. 23-48.

[121] Hestenes, M., 1966, "Calculus of Variations and Optimal Control Theory", Wiley.

[122] Heukelom, F., 2007, "Kahneman and Tversky and the Origin of Behavioral Economics", Working Paper, Tinbergen Institute.

[123] Hirsh, W., 1952, "Firm Progress Radios", *Econometrica*, Vol. 24, N°2, pp. 136-143.

[124] Ho, T., S. Savin, C. Terwiesch, 2002, "Managing Demand and Sales Dynamics in New product Diffusion under Supply Constraint", *Management Science*, Vol. 48, pp. 187-206.

[125] Hopp, W., 2004, "Fifty years of management science", *Management Science*, Vol. 50, pp. 1-7.

[126] Imai, M. , 1986, "Kaizen : The Key to Japan's Competitive Success", Mc Graw Hill Higher Education.

[127] Imai, K., 1992, "The Japanese Pattern of Innovation and its Evolution". In Technology and the Wealth of Nations, Eds. N. Rosenberg, R. Laudan, D. Mowery, Standford University Press.

[128] Isaacs, R., 1965, "Differential Games", Wiley, New York.

[129] Iyengar, R., S. Gupta, 2009, "Nonlinear Pricing", In Handbook of Pricing Research in Marketing, Ed. V. Rao, EE.

[130] Jain, D., R. Rao, 1990, "Effects of Price on the Demand for Durables : Modeling, Estimation, and Findings", *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 8, pp. 163-170.

[131] Jain, S., P. Kannan, 2002, "Pricing of Information Products on Online Servers : Issues, Models, and Analysis", *Management Science*, Vol. 48, pp. 1123-1142.

[132] Jenkins, M., P. Liu, R. Matzkin, D. McFadden, 2005, "Browser War - Econometric Analysis of Markov Perfect Equilibrium in Markets with Network Effects", Working Paper, University of California, Berkeley.

[133] Jones, P., 1999, "Yield Management in UK Hotels : A Systems Analysis", *The Journal of the Operational Research*, Vol. 50, pp. 1111-1119.

[134] Jorgensen, S., 1986, "Optimal Dynamic Pricing in an Oligopolistic Market : A Survey", In Dynamic Games and Applications in Economics, Ed. T. Basar, Springer Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Vol. 265, pp. 179-237.

[135] Jorgensen, S., G. Zaccour, 2004, "Differential Games in Marketing", Kluwer.

[136] Jorgensen, S., M. Quincampoix, T. Vincent, 2007, "Advances in Dynamic Game Theory", Springer.

[137] Jun, D., Y. Park, 1999, "A Choice-Based Diffusion Model for Multiple Generations of Products", *Technological Forecasting and Social Change*, Vol. 61, pp. 45-58.

[138] Kadiyali, V., 1996, "Entry, its Deterence, and it Accommodation : A Study of the US Photographic Film Industry", *The RAND Journal of Economics*, Vol. 27, N°3, pp. 452-478.

[139] Kahneman, D., A. Tversky, 1979, "Prospect theory : An analysis of decision under risk", *Econometrica*, Vol. 47, pp. 263-292.

[140] Kalish, S., 1983, "Monopolist Pricing with Dynamic Demand and Production Cost", *Marketing Science*, Vol. 2, pp. 135-159.

[141] Kalish, S., 1985, "A new Product Adoption Model with Price, Adverstising, and Uncertainty", *Management Science*, Vol. 31, pp. 1569-1585.

[142] Kalish, S., 1988, "Pricing new Products from Birth to Decline : An Expository Review", In Issues in Pricing, ed. T. Devinney, Lexington Books.

[143] Kalish, S., V. Mahajan, E. Mueller, 1995, "Waterfall and Sprinkler New-Product Strategies in Competitive Global Markets", *International Journal of Research in Marketing*, Vol. 12, pp. 105-119.

[144] Kalwani, M., C. Yim, H. Rinne, Y. Sugita, 1990, "A price expectations model of customer brand choice", *Journal of Marketing Research*, Vol. 27, pp.251-262.

[145] Kalyanaram, G., R. Winer, 1995, "Empirical Genaralizations from Reference Price and Asymmetric Price Response Research", *Marketing Science*, Vol. 14, pp. 161-169.

[146] Kamien, M., N. Schwartz, 1991, "Dynamic Optimization", Elsevier.

[147] Karshenas, M., P. Stoneman, 1993, "Rank, Stock, Order and Epidemic Effect in the Diffusion of New Process Technologies : An Empirical Model", *The RAND Journal of Economics*, Vol. 24, pp. 503-528.

[148] Katz, M., C. Shapiro, 1985, "Network Externalities, Competition and Compatibility", *American Economic Review*, Vol. 75, pp. 424-440.

[149] Katz, M., C. Shapiro, 1986, "Technology Adoption in the Presence of Network Externalities", *Journal of Political Economy*, Vol. 94, pp. 822-841.

[150] Katz, M., C. Shapiro, 1992, "Production Introduction with Network Externalities", *The Journal of Industrial Economics*, Vol. 40, pp. 55-83.

[151] Katz, M., C. Shapiro, 1994, "System Competition and Network Effects", *Journal of Economic Perspectives*, Vol. 8, pp. 822-841.

[152] Kim, N., D. Chang, A. Shocker, 2000, "Modeling Inter-Category Dynamics for a Growing Information Technology Industry : The Case of the Wireless Telecommunications Industry", *Management Science*, Vol. 46, pp. 496-512.

[153] Kimes, S., 2009, "Pricing and Revenue Management", In Handbook of Pricing Research in Marketing, Ed. V. Rao, EE.

[154] Klepper, S., 1996, "Entry, Exit and Innovation Over the Product Life Cycle", *American Economic Review*, Vol. 86, pp. 562-583.

[155] Koszegi, B., M. Rabin, 2006, "A Model of Refe rence-Dependent Preferences", *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 121, pp.1133-1165.

[156] Kouvelis, P., S. Mukhopadhyay, 1997, "A Differential Game Theoretic Model for Duopolistic Competition on Design Quality", *Operations Research*, Vol. 45, pp. 886-893.

[157] Kouvelis, P., S. Mukhopadhyay, 1999, "Modeling the Design Quality Competition for Durable Products", *IIE Transactions*, Vol. 31, pp. 865-880.

[158] Krishna, A., 2009, "Behavioral Pricing", In Handbook of Pricing Research in Marketing, Ed. V. Rao, EE.

[159] Krishnan, T., F. Bass, D. Jain, 1999, "Optimal Pricing Strategy for New Products", *Management Science*, Vol. 45, N°12, pp. 1650-1663.

[160] Krishnan, T., F. Bass, V. Kumar, 2000, "Impact of a Late Entrant on the Diffusion of a New Product/service", *Journal of Marketing Research*, Vol. 37, pp. 269-278.

[161] Kuester, S., T. Gatignon, H. Robertson, 2000, "Firm Strategy an Speed of Diffusion", In New Product Diffusion Models, Eds. V. Mahajan, E. Muller, Y. Wind, Kluwer, Boston, MA.

[162] Ladron, A., A. Elberse, W. Putsis, 2007, "Diffusion of Complementary Products with Networks Effects : A Model and Application", Working Paper.

[163] Lambertini, L., R. Orsini, 2000, "Process and Product Innovation in a Vertically Differentiated Monopoly", *Economics Letters*, Vol. 68, pp. 333-337.

[164] Lambertini, L., 2003, "The Monopolist's Optimal R&D Portfolio". *Oxford Economic Papers*, Vol. 55, pp. 561-578.

[165] Lambertini, L., 2004, "Process and Product R&D by a Multiproduct Monopolist : a Reply to Lin", *Oxford Economic Papers*, Vol. 56, pp. 745-749.

[166] Lambertini, L., A. Mantovani, 2009, "Process and Product Innovation by a Multiproduct Monopolist : A Dynamic Approach", *International Journal of Industrial Organization*, Vol. 27, pp. 508-518.

[167] Laplace, P.-S., 1814, "Essai Philosophique sur la probabilité", In Oeuvres Complètes de Laplace, t. VII, Paris, Gauthier-Villars, 1886.

[168] Lekvall, P., C. Wahlbin, 1973, "A Study of some Assumptions Underlying Innovations Diffusion Functions", *The Swedish Journal of Economics*, Vol. 75, N°4, pp. 362-377.

[169] Leloup, B., L. Deveaux, 2001, "Dynamic Pricing on the Internet : Theory and Simulations", *Electronic Commerce Research*, Vol. 1, pp. 265-276.

[170] Leloup, B., 2003, "Pricing with Local Interactions on Agent-Based Electronic Marketplaces", *Electronic Commerce Research and Applications*, Vol. 2, pp. 187-198.

[171] Levy, J., 1992, "An Introduction to Prospect Theory", *Political Psychology*, Vol. 13, pp. 171-186.

[172] Li, G., S. Rajagopalan, 1998, "Process Improvement", *Management Science*, Vol. 44, pp. 1517-1532.

[173] Lieberman, M., D. Montgomery, 1988, "First-Mover Advantage", *Strategic Management Journal*, Vol. 9, pp. 41-58.

[174] Liler, J., D. Meier, 2006, "The Toyota Way Fieldbook", Mc Graw-Hill.

[175] Lilien, G., A. Rao, S. Kalish, 1981, "Bayesian Estimation and Control of Detailing Effort in a Repeat Purchase Dissusion Environment", *Management Science*, Vol. 27, pp. 493-506.

[176] Lin, P., K Sagi, 2002, "Product Differenciation, Process R&D, and the Nature of Market Competition", *European Economic Review*, Vol. 46, pp. 201-211.

[177] Lin, P., 2004, "Process and Product R&D by a Multiproduct Monopolist", *Oxford Economic Papers*, Vol. 56, pp. 735-743.

[178] Lin, K., 2006, "Dynamic Pricing with Real-Time Demand Learning", *European Journal of Operational Research*, Vol. 174, pp. 522-538.

[179] Liu, H., P. Chintagunta, 2009, "Pricing under Network Effects", In Handbook of Pricing Research in Marketing, Ed. V. Rao, EE.

[180] Mackowiak, B., M. Wiederholt, 2009, "Optimal Sticky Prices under Rational Inattention", *American Economic Review*, Vol. 99, pp. 769-803.

[181] Maglaras, C., J. Meisner, 2006, "Dynamic Pricing Strategies for Multi-Product Revenue Management Problems", *Manufacturing & Service Operations Management*, Vol. 8, pp. 136-148.

[182] Mahajan, V., E. Muller, 1979, "Innovation Diffusion and New Product Growth Models in Marketing", *Journal of Marketing*, Vol. 43, pp. 55-71.

[183] Mahajan, V., E. Muller, F. Bass, 1990, "New Product Diffusion Models in Marketing : A Review and Directions for Research", *Journal of Marketing*, Vol. 54, pp. 1-26.

[184] Mahajan, V., J. Wind, 1992, "New Product Models : Practice, Shortcomings and Desired Improvements", *Journal of Product Innovation Management*, Vol. 9, Issue 2, pp. 128-139.

[185] Mahajan, V., E. Muller, F. Bass, 1993, "New-Product Diffusion Models", In Handbook in OR & MS, Vol. 5, Eds. J. Eliashberg, G. Lilien, Elsevier.

[186] Mahajan, V., E. Muller, F. Bass, 1995, "Diffusion on New Products : Empirical Generalizations and Managerial Uses", *Marketing Science*, Vol. 14, Part 2 of 2, Special Issue on Empirical Generalizations in Marketing, pp. G79-G88.

[187] Mahajan, V., E. Muller, 1996, "Timing, Diffusion and Substitution of Successive Generations of Technological Innovations : The IBM Mainframe Case", *Technological Forecasting and Social Change*, Vol. 51, pp. 109-132.

[188] Mahajan, V., E. Muller, Y. Wind, 2000, "New-Product Diffusion Models : From Theory to Practice", In New Product Diffusion

Models, Eds. V. Mahajan, E. Muller, Y. Wind, , Kluwer, Boston, MA.

[189] Maler, K.-G., J. Vincent, 2009, In Handbook of Environmental Economics, Vol. 3, Eds. K-G Maler, J. Vincent, North-Holland.

[190] Mansfield, E., 1961, "Technical Change and the Rate of Imitation", *Econometrica*, Vol. 29, N°4, pp. 741-766.

[191] Mansfield, E., 1986, "Patents and Innovation : An Empirical Study", *Management Science*, Vol. 32, N°2, pp. 173-181.

[192] Mantovani, A., 2006, "Complementarity Between Product and Process Innovation in a Monopoly Setting", *Economic of Innovation and New Technology*, Vol. 15, pp. 219-234.

[193] Mauss, M., 1925, "Essai sur le don. Forme et raison de l'échange dans les sociétés archaïques", Nouvelle édition, Quadrige/Presses universitaires de France, 2007.

[194] Mayhew, G., R. Winer, 1992, "An Empirical Analysis of Internal and External Reference Price Effects Using Scanner Dat", *Journal of Consumer Research*, Vol. 19, pp. 62-70.

[195] Mazumdar, T., P. Papatla, 2000, "An Investigation of Reference Price Segments", *Journal of Marketing Research*, Vol. 37, pp. 246-258.

[196] Mazumdar, T., S. Raj, I. Sinha, 2005, "Reference price research : Review and propositions", *Journal of Marketing*, Vol. 69, pp. 84-102.

[197] Michel, P., 1982, "On the Transversality Condition in Infinite Horizon Optimal Problems", *Econometrica*, Vol. 50, pp. 975-985.

[198] Monroe, K., A. Della Bitta, 1978, "Models for Pricing Decisions", *Journal of Marketing Research*, Vol. 15, N°3, pp. 413-428.

[199] Monroe, K., 2002, "Pricing : Making Profitable Decisions", Mc Graw Hill.

[200] Moorthey, S., 1993, "Competitive Marketing Strategies : Game-Theoretic Models", In Handbook in OR & MS, Vol. 5, Eds. J. Eliashberg, G. Lilien, Elsevier.

[201] Mukhopadhyay, S., P. Kouvelis, 1997, "A Differential Game Theoritic Model for Duopolistic Competition on Design Quality", *Operations Research*, Vol. 45, pp. 886-893.

[202] Mukhopadhyay, S., P. Kouvelis, 1997, "Modeling the Design Quality Competition for Durable Products", *IEE Transactions*, Vol. 31, N°9, pp. 865-880.

[203] Nagle, T., R. Holden, 2002, "The Strategy and Tactics of Pricing : A Guide to Profitable Decision Making", Prentice Hall.

[204] Nerlove, M., K. Arrow, 1962, "Optimal Advertising Policy under Dynamic Conditions", *Economica*, Vol. 29, N°114, pp. 129-142.

[205] Newton, I., 1687, "Philosophiae Naturalis Principia Mathematica".

[206] Noel, M., 2007, "Edgeworth Price Cycles, Cost-Based Pricing, and Sticky Pricing in Retail Gasoline Markets", *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 89, pp. 324-334.

[207] Norton, J., F. Bass, 1987, "A Diffusion Theory Model of Adoption an Substitution for Successive Generations of High-Technology Products", *Management Science*, Vol. 39, N°9, pp. 1069-1086.

[208] Norton, J., F. Bass, 1992, "Evolution of Technological Change : The Law of Capture", *Sloan Management Review*, Vol. 32, N°2, pp. 66-77.

[209] Ofir, C., R. Winer, 2003, "Pricing : Economic and Behavioral Models", In Handbook of Marketing, Eds. B. Weitz, R. Wensley, SAGE.

[210] Oren, S., R. Schwartz, 1988, "Diffusion of New Products in Risk-Sensitive Markets", *Journal of Forecasting*, Vol. 7, pp. 273-287.

[211] Paraschiv, C., O. L'Haridon, 2008, "Aversion aux pertes : origine, composantes et implication marketing", *Recherche et Applications en Marketing*, Vol. 23, N°2, pp. 67-83.

[212] Parker, G., M. Van Alstyne, 2005, "Two-Sided Network Effects : A Theory of Information Product Design", *Management Science*, Vol. 51, pp. 1494-1504.

[213] Pascal, B., 1670, "Pensées", Classiques Larousse, Librairie Larousse, Paris, pp. 97-103, 1987

Pennings J., A. Smidts, 2003, "The shape of utility functions and organizational behaviour", *Management Science*, Vol. 49, pp.1251-1263.

[214] Penno, M., 1997, "Information Quality and Voluntary Disclosure", *The Accounting Review*, Vol. 72, pp. 275-284.

[215] Peterson, R., V. Mahajan, 1978, "Multi-product Growth Models", In Research in Marketing, Ed. J. Seth, Vol. 1, pp. 201-231, JAI Press.

[216] Petruzzi, N., M. Dada, "Dynamic Pricing and Inventory control with Learning", *Naval Research Logistics*, Vol. 49, pp. 303-325.

[217] Pigneur, Y., 2001, "Yield management, des prix à la tête ou au goût du client ?", http ://www.hec.unil.ch/yp/Pub/01-pme6.pdf

[218] Pinder, J., 2005, "Using Revenue Management to Improve Pricing and Capacity Management in Programme Management", *The Journal of the Operational Research*, Vol. 56, pp. 75-87.

[219] Pine, B., B. Victor, A. Boyton, 1993, "Making Mass Customization Work", *Harvard Business Review*, Vol. 71, pp. 108-119.

[220] Pontriaguine, L., V. Boltyanskii, R. Gamkrelidze, E. Mishchenko, 1962, "The Mathematical Theory of Optimal Processes", Interscience.

[221] Popescu, I., Y. Wu, 2007, "Dynamic Pricing Strategies with Reference Effects", *Operations Research*, Vol. 55, pp. 413-429.

[222] Porter, M., 1983, "The Technological Dimension of Competitive Strategy", *Research on Technological Innovation, Management and Policy*, Vol. 1, pp. 1-33.

[223] Pratt, J., 1964, "Risk Aversion in the Small and in the Large", *Econometrica*, Vol. 32, pp. 122-136.

[224] Prelec, D., G. Loewenstein, 1998, "The Red and the Black : Mental accounting of savings and debt", *Marketing Science*, Vol. 17, pp.4-28.

[225] Putler, P., 1992, "Incorporating reference price effects into a theory of consumer choice", *Marketing Science*, Vol. 11, pp. 1281-1292.

[226] Putsis, W., S. Balasubramanian, E. Kaplan, S. Sen, 1997, "Mixing Behavior in Cross-Country Diffusion", *Marketing Science*, Vol. 16, pp. 354-369.

[227] Putsis, W., 1998, "Parameter Variation and New Product Diffusion", *Journal of Forecasting*, Vol. 17, pp. 231-257.

[228] Putsis, W., V. Srinivasan, 2000, "Estimation Techniques for Macro Diffusion Models", In New-Product Diffusion Models, Bos-

ton, Eds. V. Mahajan, E. Muller, Y. Wind, MA, Kluwer, pp. 141-164.

[229] Ramsey, F., 1927, "A Contribution to Theory of Taxation", *Economic Journal*, Vol. 37, pp. 47-61.

[230] Rangaswamy, A., S. Gupta, 2000, "Innovation Adoption and Diffusion in the Digital Environment : Some Research Opportunities", In New Product Diffusion Models, Eds. V. Mahajan, E. Muller, Y. Wind, Kluwer, Boston, MA.

[231] Rao, R., F. Bass, 1985, "Competition, Strategy, and Price Dynamics : A Theoritical and Empirical Investigation", *Journal of Marketing Research*, Vol. 22, pp. 283-296.

[232] Rao, A., M., Yamada, 1988, "Forecasting With a Repeat Purchase Diffusion Model", *Management Science*, Vol. 34, pp. 734-752.

[233] Rao, R., 1988, "Strategic Pricing of Durables under Competition", In Issues in Pricing, Ed. R. Deviney, Lexington.

[234] Rao, V., 1993, "Pricing Research in Marketing : The State of the Art", In Handbooks in Operation Research and Management Science, Vol. 5, Marketing, North-Holland.

[235] Rao, V., B. Kartano, 2009, "Pricing Objectives and Strategies : A Cross-Country Survey", In Handbook of Pricing Research in Marketing, Ed. V. Rao, EE.

[236] Ravindran, A., 2007, "Operations Research and Management Science Handbook", CRC Press Inc.

[237] Roberts, J., G. Urban, 1988, "Modeling Multi Attribute Utility, Risk and Belief Dynamics for New Consumer Durable Brand Choice", *Management Science*, Vol. 34, pp. 167-185.

[238] Roberts, J., J. Lattin, 2000, "Disaggregate-Level Diffusion Models", In New-Product Diffusion Models, Boston, Eds. V. Mahajan, E. Muller, Y. Wind, MA, Kluwer, pp. 141-164.

[239] Robertson, A., D. Soopramanien, R. Fildes, 2007, "Segmental New-Product Diffusion of Residential Broadband Services", *Telecommunications Policy*, Vol. 31, pp. 265-275.

[240] Robinson, J., 1933, "The Economics of Imperfect Competition", MacMillan, Londres.

[241] Robinson, B., C. Lakhani, 1975, "Dynamic Price Models for New Product Planning", *Management Science*, Vol. 21, pp. 1113-1122.

[242] Rochet, J.-C., J. Tirole, 2004, "Two-Sided Markets : An Overview", Working Paper, Toulouse School of Economics.

[243] Rochet, J.-C.,J. Tirole, 2006, "Two-Sided Markets : A Progress Report", *The RAND Journal of Economics*, Vol. 35, pp. 645-667.

[244] Rogers, E., F. Shoemaker, 1971, "Communication of Innovations ; A Cross-cultural Approach", The Free Press, New York.

[245] Rohlfs, J., 1974, "A Theory of Interdependent Demand for a Communications Service", *Bell Journal of Economics*, Vol. 5, pp. 16-37.

[246] Roos, C., 1925, "A Mathematical Theory of Competition", *American Journal of Mathematics,* Vol. 47, pp. 163-175.

[247] Rudd, J., K. Whelan, 2006, "Can Rational Expectations Sticky-Price Models Explain Inflation Dynamics", *American Economic Review*, Vol. 96, pp. 303-320.

[248] Russo, E., K. Carlson, 2003, "Individual Decision-Making"', In Handbook of Marketing, Eds. B. Weitz, R. Wensley, SAGE.

[249] Saha, S., 2007, "Consumer Preferences and Product and Process R&D", *The RAND Journal of Economics*, Vol. 38, pp. 250-268.

[250] Sahal, D., 1985, "Technological Guideposts and Innovation Avenues", *Research Policy*, Vol. 14, pp. 61-82.

[251] Saloner, G., A. Shepard, 1995, "Adoption of Technologies with Network Effects : An Empirical Examination of the Adoption of Automated Teller Machines", *The RAND Journal of Economics*, Vol. 26, pp. 479-501.

[252] Samuelson, P., 1948, "Consumption Theory in Terms of Revealed Preference", *Economica*, N.S., Vol. 15, pp. 242-253.

[253] Sauvant, A., 2007, "Yield management : le secret des différents tarifs", http ://www.linternaute.com/voyager/pratique/yield-management/yield-management.shtml

[254] Savage, L., 1954, "The Foundations of Statistics", J. Wiley, New York.

[255] Schilling, M., 2002, "Technology Success and Failure in Winner-Take-All Markets : The Impact of Learning Orientation, Timing, and Network Externalities", *Academy of Management Journal*, Vol. 45, pp. 387-398.

[256] Schmalensee, R., 1982, "Product Differentiation Advantages of Pioneering Brands", *The American Economic Review*, Vol. 72, N°3.

[257] Schmidt, G., C. Druehl, 2005, "Changes in Product Attributes and Costs as Drivers of New Product Diffusion and Substitution", *Production and Operations Management*, Vol. 14, pp. 272-285.

[258] Schmookler, J., 1966, "Invention and Economic Growth", Harvard University Press, Cambridge, MA.

[259] Schumpeter, J., 1954, "History of Economic Analysis", Georges Allen and Unwin.

[260] Schunk, D., C. Betsch, 2006, "Explaining Heterogeneity in Utility Functions by Individual Differences in Decision Modes", *Journal of Economic Psychology*, Vol. 27, pp. 386-401.

[261] Schocker, A., B. Bayus, N. Kim, 2004, "Product Complements and Substitutes in the Real World : The Relevance of "Other Products"", *Journal of Marketing*, Vol. 68, N°1, pp. 28-40.

[262] Seetharaman, S., 2009, "Dynamic Pricing", In Handbook of Pricing Research in Marketing, Ed. V. Rao, EE.

[263] Sen, S., E. Johnson, 1997, "Mere-Possession Effects without Possession in Consumer Choice", *Journal of Consumer Research*, Vol. 24, pp. 105-117.

[264] Sethi, S., G. Thompson, 2000, "Optimal Control Theory : Applications to Management Science and Economics, Second Edition", Kluwer Academic Publishers.

[265] Shankar, V., G. Carpenter, L. Krishnamurthi, 1998, "Later Move Advantage : How Innovative Late Entrants Outsell Pioneers", *Journal of Marketing Research*, Vol. 35, pp. 54-70.

[266] Shankar, V., G. Carpenter, L. Krishnamurthi, 1999, "The Advantage of Entry in the Growth Stage of the Product Life Cycle : An Empirical Analysis", *Journal of Marketing Research*, Vol. 36, pp. 269-276.

[267] Shavell, S., 1994, "Acquisition and Disclosure of Information Prior to Sale", *The RAND Journal of Economics*, Vol. 25, pp. 20-36.

[268] Shefrin, H., M. Statman, 1985, "The disposition to sell winners too early and ride losers too long : Theory and evidence", *Journal of Finance*, Vol. 40, pp. 777-790.

[269] Shefrin, H., R. Thaler, 1988, "The Behavioral life-cycle hypothesis", *Economic Inquiry*, Vol. 6, pp. 609-643.

[270] Shell, K., 1969, "Application of Pontryagin's Maximum Principle to Economics", In Mathematical Systems Theory and Economics, Eds. H. Kuhn, G. Szegö, Springer Verlag, Vol. 1, pp. 241-292.

[271] Shen, H., T. Basar, 2007, "Incentive-Based Pricing for Network Games with Complete and Incomplete Information", In Advances in Dynamic Game Theory, Eds. S. Jorgensen, M. Quincampoix, T. Vincent, Kluwer.

[272] Shocker, A., B. Bayus, N. Kim, 2004, "Product Complements and Substitutes in the Real World : The Relevance of "Other" Products", *Journal of Marketing*, Vol. 68, pp. 28-40.

[273] Shy, O., 1996, "Industrial Organization : Theory and Applications", Cambridge University Press.

[274] Shy, O., 2001, "The Economics of Network Industries", Cambridge University Press.

[275] Shy, O., 2008, "How to Price, A Guide to Pricing Techniques and Yield Management", Cambridge University Press.

[276] Silk, A., G. Urban, 1978, "Pretest Market Evaluation of New Packaged Goods : A Model and Measurement Methodology", *Journal of marketing Research*, Vol. 15, pp. 171-191.

[277] Simon, C., L. Blume, 1994, "Mathematics for Economists", WW Norton & Co.

[278] Smith, J., D. Von Winterfeldt, 2004, "Decision Analysis in Management Science", *Management Science*, Anniversary Article, Vol. 50, pp. 561-574.

[279] Snowdon, B., H. Vane, 2005, "Modern Macroeconomics : Its Origins, Development and Current State", Edward Elgar, Publishing.

[280] Spranca, M., E. Minsk, J. Baron, 1991, "Omission and commission in judgment and choice", *Journal of Experimental Social Psychology*, Vol. 27, pp.76-105.

[281] Spremann, K, 1985, "The Signalling of Quality by Reputation", In Optimal Control Theory and Economic Analysis, Ed. G. Feichtinger, North-Holland.

[282] Stein, J., 1995, "Prices and Trading Volume in the Housing Market : A model with down-payment effects", *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 110, pp. 379-406.

[283] Stern, L., A. El-Ansary, 1992, Marketing Channels, Prentice Hall.

[284] Stigler, G., 1961, "The Economics of Information", *The Journal of Political Economy*, Vol. 69, N°3, pp. 213-231.

[285] Stigler, G., G. Becker, 1977, "De Gustibus Non Est Disputandum", *American Economic Review*, Vol. 67, N°2, pp. 76-90.

[286] Stockey, N., 1979, "Intertemporal Price Discrimination", *Quaterly Journal of Economics*, Vol. 93, N°3, pp. 534-544.

[287] Stockey, N., 1981, "Rationale Expectations and Durable Goods Pricing", *The Bell Journal of Economics*, Vol. 12, N°1, pp. 112-128.

[288] Stoneman, P., 2001, "The Economics of Technological Diffusion", Willey-Blackwell.

[289] Strahilevitz, M., G. Loewenstein, 1998, "The effect of ownership history on the valuation of objects", *Journal of Consumer Research*, Vol. 25, pp. 276-289.

[290] Talukdar, D., K. Shudhir, A. Ainslie, 2002, "Investigating New Product Difusion Across Products and Countries", *Marketing Science*, Vol. 21, pp. 97-114.

[291] Thaler, R. ,1985, "Mental accounting and consumer choice", *Marketing Science*, Vol. 4, pp. 199-214.

[292] Thaler, R. , 1999, "Mental Accounting Matters", *Journal of Behavioral Decision Making*, Vol. 12, pp. 183-206.

[293] Tintner, G., 1937, "Monopoly over Time", *Econometrica*, Vol. 5, pp. 160-170.

[294] Tirole, J., 1988, "The Theory of Industrial Organization", The MIT Press.

[295] Tversky, A., D. Kahneman, 1991, "Loss Aversion in Riskless Choice : A Reference-Dependent Model", *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 106, pp. 1039-1062.

[296] Tversky, A., D. Kahneman, 1992, "Advances in Prospect Theory : Cumulative Representation of Uncertainty", *Journal of Risk and Uncertainty*, Vol. 5, pp.297-323.

[297] Tversky, A., C. Fox, 1995, “Weighting Risk and Uncertainty”, *Psychological Review*, Vol. 102, pp. 269-283.

[298] Urban, G., 1993, "Pretest Market Forecasting", In Handbooks in OR & MS, Vol. 5, Eds. J. Eliashberg, G. Lilien, Elsevier.

[299] Utteback, J., W. Abernathy, 1975, "A Dynamic Model of Process and Product Innovation", *Omega 3*, Vol. 6, pp. 639-656.

[300] Van den Bulte, C., 2000, "New Product Diffusion Acceleration : Measurement and Analysis", *Marketing Science*, Vol. 19, pp. 366-380.

[301] Van den Bulte, C., S. Stremersch, 2004, "Social Contagion and Income Heterogeneity in New Product Diffusion : A Meta-Analytic Test", *Marketing Science*, Vol. 23, pp. 530-544.

[302] Van den Bulte, C., Y. Joshi, 2007, "New Product Diffusion with Influentials and Imitators", *Marketing Science*, Vol. 26, pp. 400-421.

[303] Varian, H., 1985, "Price Discrimination and Social Welfare», *American Economic Review*, Vol. 75, pp. 870-875.

[304] Varian, H., 1992, "Microeconomics Analysis", WW Norton & Co.

[305] Verrechia, R. , 1983, "Discretionary Disclosure", *Journal of Accounting and Economics*, Vol. 5, pp. 179-194.

[306] Verrechia, R., 1990, "Information Quality and Discretionary Disclosure", *Journal of Accouting and Economics*, Vol. 12, pp. 365-380.

[307] , Vidale, M., H. Wolfe, 1954, "An Operations-Research Study of Sales Response to Advertising", *Operations Research*, Vol. 5, N°3, pp. 370-381.

[308] Vives, X., 1999, "Oligopoly Pricing : Old Ideas and New Tools", MIT Press, Cambridge, Mass.

[309] Von Neumann, J., O. Morgenstern, 1944, "Theory of games and economic behavior", Princeton University Press.

[310] Voros, J., 2002, "Product Balancing under Conditions of Quality Inflation, Cost Pressures and Growth Strategies", *European Journal of Operational Research*, Vol. 141, pp. 153-166.

[311] Voros, J., 2006, "The Dynamics of Price, Quality and Productivity Improvement Decisions", *European Journal of Operational Research*, Vol. 170, pp. 809-823.

[312] Waldman, M., 2003, "Durable Goods Theory for Real World Markets", *Journal of Economic Perspectives*, Vol. 17, N°1, pp. 131-154.

[313] Wilson, L., J. Norton, 1989, "Optimal Entry Time for a Product Line Extension", *Marketing Science*, Vol. 8, pp. 1-17.

[314] Windrum, P., 2004, "Leveraging technological externalities in complex technologies : Microsoft's exploitation of standards in the browser wars", *Research Policy*, Vol. 33, pp. 385-394.

[315] Winer, R., 1988, "Behavioral Perspectives on Pricing : Buyers' Subjective Perceptions of Price Revisited", In Issues in Pricing : Theory and Research, Ed. T. Devinney, Lexington Books.

[316] Winer, R., 2005, "Pricing", Marketing Science Institute, Cambridge.

[317] Xia, L., K. Monroe, J. Cox, 2004, "The Price is Unfair ! A Conceptual Framework of Prices Adjustment"', *Journal of Consumer Research*, Vol. 21, pp. 342-354.

[318] Xie, J., M. Sirbu, 1995, "Price Competition and Compatibility in the Presence of Positive Demand Externalities", *Management Science*, Vol. 41, pp. 909-926.

[319] Zettelmeyer, F., P. Stoneman, "Testing Alternative models of New Product Diffusion", *Economics of Innovation and New Technology*, Vol. 2, pp. 283-308.

[320] Zhao, W., Y. Zheng, 2000, "Optimal Dynamic Pricing for Perishable Assets with Nonhomogeneous Demand", *Management Science*, Vol. 46, pp. 375-388.

[321] http ://www.w3schools.com/browsers/browsers_stats.asp

[322] http ://news.netcraft.com/archives/web_server_survey.html

Titre Les déterminants de la tarification dynamique

Résumé Cette thèse traite de la tarification dans un cadre dynamique. En utilisant une approche interdisciplinaire, nous présentons trois travaux des recherche qui se focalisent sur les déterminants de la tarification dynamique. Dans le premier travail, nous caractérisons la politique de tarification intertemporelle d'une firme qui opère sur un marché biface. Nous dégageons les conditions pour que les externalités directes aient le même impact sur la tarification que les externalités indirectes. Dans le second travail, nous étudions la tarification dynamique d'une firme qui conduit des politiques d'innovation de produit et d'innovation de procédé. Nous montrons que l'innovation de procédé est le premier déterminant de la politique de tarification. Dans le troisième travail, nous réalisons une étude empirique et mesurons la dynamique du prix de référence sur le marché immobilier aussi bien pour le vendeur que pour l'acheteur. Nos résultats montrent en particulier que le prix de référence s'adapte deux fois plus vite sur un marché haussier que sur un marché baissier.

Mots-clés Tarification dynamique, marché biface, innovation, prix de référence