



HAL
open science

Analyse des écoulements inter-disques en vue d'optimiser les poussées axiales dans les machines hydrauliques utilisées en station hydro-électrique

Fadi Abdel Nour

► To cite this version:

Fadi Abdel Nour. Analyse des écoulements inter-disques en vue d'optimiser les poussées axiales dans les machines hydrauliques utilisées en station hydro-électrique. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Arts et Métiers ParisTech, 2010. Français. NNT : 2010ENAM0044 . pastel-00545605

HAL Id: pastel-00545605

<https://pastel.hal.science/pastel-00545605>

Submitted on 10 Dec 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École doctorale n°432 : Sciences des Métiers de l'Ingénieur

Doctorat ParisTech

T H È S E

pour obtenir le grade de docteur délivré par

l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers

Spécialité « Mécanique »

présentée et soutenue publiquement par

Fadi ABDEL NOUR

le 3 décembre 2010

**ANALYSE DES ÉCOULEMENTS INTER-DISQUES EN VUE
D'OPTIMISER LES POUSSÉES AXIALES DANS LES MACHINES
HYDRAULIQUES UTILISÉES EN STATION HYDRO-ÉLECTRIQUE**

Directeur de thèse : **Gérard BOIS**

Co-encadrement de la thèse : **Roger DEBUCHY**

Jury

M. Patrice LE GAL,
M. Patrick CHASSAING,
M. Bernard DESMET,
M. Friedrich-Karl BENRA,
M. Arthur DYMENT,
M. Giorgio PAVESI,
M. Gérard BOIS,
M. Roger DEBUCHY,

DR CNRS, IRPHE, Université d'Aix-Marseille I
Professeur émérite, IMFT, ISAE
Professeur d'Université, LME, ENSIAME
Professeur d'Université, Institut für Energie, Universität Duisburg-Essen
Professeur émérite, LML, Université de Lille 1
Professeur d'Université, Mecchine, Université de Padou
Professeur d'Université, LML, Arts et Métiers ParisTech
Maître de conférences, LML, Université d'Artois

Président
Rapporteur
Rapporteur
Examinateur
Examinateur
Examinateur
Examinateur

**T
H
È
S
E**

Avant-propos

Voici deux remarques importantes concernant la lecture de ce mémoire :

- ✚ J'ai fait le choix du point comme séparateur décimal selon les normes internationales au lieu de la virgule de la norme française. Cette modification a pour objectif de faciliter la lecture dans mon pays d'origine dont le gouvernement m'a attribué la bourse.
- ✚ Toujours dans le même objectif, l'annexe « F » regroupe l'ensemble des équations et quelques des tableaux importants, je conseille vivement de l'imprimer.

Je vous souhaite une bonne lecture...



Fadi ABDEL NOUR

Arts et Métiers ParisTech – Centre de Lille

Laboratoire de Mécanique de Lille – LML

Département Génie de l'eau – Faculté de Génie Civil – Université de Damas

2010

Remerciements

Cette thèse doit beaucoup aux nombreuses personnes qui m'ont encouragé, soutenu et conforté tout au long de ces années. Qu'elles trouvent dans ce travail l'expression de mes plus sincères remerciements.

Tout d'abord, je précise que ce travail a été effectué à l'École Nationale Supérieure des Arts et Métiers centre de Lille, au sein du Laboratoire de Mécanique de Lille. Il va de soi que je suis toujours attaché à la faculté de Génie Civil de l'université de Damas.

* * * * *

Je souhaite adresser mes chaleureux remerciements à M. le Professeur Gérard Bois pour avoir proposé le sujet et accepté d'encadrer cette thèse. Vous avez apporté à ce travail le meilleur de votre connaissance et vous avez toujours montré votre intérêt tout au long de ces quatre années. Merci pour votre gentillesse, votre disponibilité, vos conseils, votre aide très précieuse, et surtout, merci de vous être soucié de mon avenir.

Je me souviendrai de votre simplicité et votre modestie lors de cette première journée de travail, dès le moment où vous m'avez aidé à porter ce qui devait être mon bureau métallique pour les années à venir. Vous avez brisé une montagne de glace qui a définitivement fondu avec vos paroles émouvantes lors de ma soutenance.

Monsieur, j'espère avoir au moins réussi à répondre à votre interrogation lors de notre premier entretien !

* * * * *

Je ne trouve pas les mots pour exprimer mes pensées vis-à-vis de celui qui a consenti beaucoup d'efforts pour que ce travail aboutisse. Merci de ton aide pour la rédaction de ce manuscrit, en espérant qu'un jour tu aimeras autant mes fichiers « Word » que mes fichiers « Excel » !

Mr. Debuchy « si tu me permets : très cher Roger », je ne t'oublierai jamais, tu es une perle rare et pure. Je te prie de rester comme tu es, et de garder ta croyance à cette vie dure et amère. Le monde a besoin de gens comme toi. Je te suis d'autant plus reconnaissant que tu m'as sauvé durant cette expérience à l'étranger. Tu étais toujours là, présent, prêt à donner de ton temps, de ta connaissance et surtout de ton sens de l'humour qui a rendu mon long séjour étonnamment agréable. Une pensée particulière est adressée aux membres de la famille Debuchy (la charmante Delphine et le rigolo Baptiste) qui m'ont accueilli chaleureusement. J'apprécie votre gentillesse et votre simplicité.

* * * * *

J'adresse mes remerciements à Mr le Professeur Patrick Chassainq de l'ISAE et à Mr le Professeur Bernard Desmet de l'ENSIAME pour avoir été les rapporteurs de ce mémoire, pour avoir accepté de participer au jury de soutenance et pour l'ensemble des remarques et commentaires qu'ils m'ont adressés. Qu'ils trouvent ici le témoignage de ma gratitude, que j'adresse également à l'ensemble des membres du jury :

M. Patrice Le Gal (Directeur de recherche CNRS et président du jury), ainsi que Messieurs les Professeurs Friedrich-Karl Benra, Arthur Dymont et Giorgio Pavesi.

* * * * *

Je remercie également l'ensemble des professeurs et enseignants-chercheurs du département de génie de l'eau à la faculté de génie civil de l'Université de Damas. Je voudrais exprimer tout particulièrement à deux d'entre eux mes respects à la fois amicaux et professionnels. Il s'agit de Mr. le Professeur Wael Mualla et Mr. Mouhamed Hecham Altaïjar qui ont eu confiance dans ma capacité à continuer mes études et qui m'ont soutenu grâce à leurs précieuses idées.

* * * * *

Je tiens à remercier les techniciens Jannick, Patrick, Gérard et Jacques pour leur efficacité lors de leurs interventions sur le banc d'essais. Je remercie beaucoup Olivier Roussette (IR) pour ses efforts, sa disponibilité et ses conseils cruciaux. Merci aussi de m'avoir toujours remonté le moral !

* * * * *

Cela a été un réel plaisir de travailler et de publier aux côtés de Mr. le Professeur Guy Caignaert, Olivier Coutier-Delgoshia et Hiva Shamsborhan ou même à distance avec Sébastien Poncet de l'Université d'Aix-Marseille 1 et Hassan Naji de Polytech' Lille.

* * * * *

Je ne saurais oublier tous mes amis et collègues pour l'ambiance agréable dans laquelle s'est déroulé ce travail, leur sympathie et leur soutien durant toutes ces années de recherche. Je pense à Issam Takla, Hiva Shamsborhan, Patrick Cherdieu, Georges Aboud, Amjad Dahman, Omar Elshawa, Yasser et Zena Khaznadar, Didier Descamps, Antoine Dazin, Jacques Charley, Annie-Claude Bayeul-Laine, Sophie Simonet Henri Fresco et Sabine Robbe...

* * * * *

Je tiens enfin à témoigner tout mon amour à mes parents, à mon frère et à ma belle Fatma qui m'ont supporté durant ces longs jours, que ce soit dans mon pays d'origine ou ici en France. Je n'oublierai jamais les sacrifices consentis par la charmante Fatma pour que je garde mon calme et que je sois le plus à l'aise possible afin de rester productif, surtout pendant la période de rédaction. Merci chère Fatma.

* * * * *

Ce travail est dédié aux personnes qui méritent plus que des remerciements :

*à mes parents et à Wassim,
à Fatma.*

Table des Matières

<i>Table des Matières</i>	3
<i>Nomenclature</i>	7
Liste des Quantités Dimensionnées	7
Liste des Quantités Adimensionnées	8
Liste des Constantes	9
Liste des Sigles	10
<i>Introduction Générale</i>	15
1. Modélisation Théorique	23
1.1. Rappels Bibliographiques	23
1.1.1. Position du Problème	23
1.1.2. Les Équations de Base	25
1.1.3. Modélisation de l'Écoulement dans les Couches Limites	28
1.1.3.1. La Couche Limite sur un Disque Tournant	29
1.1.3.2. La Couche Limite sur un Disque Fixe	30

1.1.4. Modélisation de l'Écoulement dans le Noyau Central.....	31
1.1.4.1. La Cavité Isolée.....	31
1.1.4.2. La Cavité Soumise à un Flux Radial Centripète Forcé.....	34
1.1.5. Synthèse Générale.....	40
1.2. Développement de la Modélisation.....	42
1.2.1. Rappel des Hypothèses de Base.....	42
1.2.2. Hypothèses Nouvelles et Équations Générales du Modèle.....	42
1.2.3. Le Cas de la Cavité Isolée.....	48
1.2.4. Le Cas de la Cavité Soumise à un Flux Centripète Forcé.....	54
2. Moyens de Validation.....	61
2.1. Généralités & Définitions.....	61
2.2. Moyens Expérimentaux.....	63
2.2.1. Contexte de l'Étude.....	63
2.2.2. Description du Banc d'Essais.....	65
2.2.3. Essais Réalisés.....	67
2.2.4. Techniques de Mesures.....	69
2.2.4.1. Diaphragme.....	69
2.2.4.2. Prises de Pression Statique sur le Stator.....	70
2.2.4.3. Sonde à Trois Trous.....	71
2.2.4.4. Anémométrie à Fils Chauds.....	71
2.3. Simulation Numérique.....	90
2.3.1. Contexte de l'Étude.....	90
2.3.2. Le Code de Calcul & Les Cas Étudiés.....	91
2.3.3. Le Domaine & Le Maillage.....	92
2.3.4. Résultats & Discussion.....	96

3. La Cavité Isolée.....	103
3.1. Caractéristiques de l'Écoulement	103
3.2. Comparaison Avec les Modèles.....	116
3.2.1. Validation de la Solution Complète.....	116
3.2.2. La Solution Simplifiée.....	138
4. La Cavité Soumise à un Flux Centripète Forcé. 147	
4.1. Caractéristiques de l'Écoulement	147
4.2. Comparaison Avec les Modèles.....	156
4.2.1. La Solution Complète.....	156
4.2.2. La Solution Simplifiée.....	166
Conclusions & Perspectives.....	175
Listes des Références.....	181
Liste des Références.....	181
Liste des Publications Personnelles	186
Annexes	191
Annexe « A » : Premier Développement d'un Modèle « Hybride ».....	191
Annexe « B » : Raisonnement des Équations des Profils de la Vitesse Axiale.....	194
Annexe « C » : Logiciel d'Étalonnage et d'Acquisition.....	195

Annexe « D » : Résultats des Essais : AA11, AA12, AA13, AA21, AA22, AA23, AA31, AA32, AA33, AC12, AC14, AC15, AC22, AC24, AC25, AC32, AC34, AC35.....	199
Annexe « E » : Exemples des Profils des Vitesses et de la Pression Statique dans une Cavité Isolée en Utilisant la Solution Simplifiée.	237
Annexe « F » : Simplification de la Lecture.....	247

Nomenclature

Liste des Quantités Dimensionnées

ΔR	Différence entre les rayons du stator et du rotor.....	[m]
e_R, e_S	Epaisseurs du rotor et du stator.....	[m]
E	Tension mesurée par l'anémomètre à fil chaud.....	[V]
E_0	Tension mesurée par l'anémomètre à fil chaud à une vitesse nulle	[V]
H	Hauteur de la cavité.....	[m]
h	Hauteur de l'ouverture de la cavité à la périphérie $0 \leq h \leq H$	[m]
j	Distance radial du jeu existant entre le moyeu central et le stator.....	[m]
p	Pression statique.....	[Pa].....
p_{atm}	Pression atmosphérique	[Pa].....
p_t	Pression totale à mi-hauteur de la cavité.....	[Pa].....
p_p	Pression statique sur le stator à $r = R$	[Pa].....
q	Débit volume superposé.....	[m ³ /s].....
\tilde{q}	Débit calculé par l'intégrale des mesures de la vitesse radiale	[m ³ /s].....
q_N	Débit volume dans le noyau central	[m ³ /s].....
q_R, q_S	Débit volume dans les couches limites rotor et stator	[m ³ /s].....
r	Coordonnée radiale, distance à l'axe	[m]
R	Rayon extérieur du rotor	[m]
R_M	Rayon extérieur du moyeu central.....	[m]
T	Température	[°C].....
U_0	Ordre de grandeur de la vitesse radiale	[m/s]
v_e	Vitesse effective ou vitesse de refroidissement du fil chaud.....	[m/s]
v_t, v_n, v_b	Composantes de v_e dans le repère lié au fil chaud.....	[m/s]

v_r, v_θ, v_z	Vitesses radiale, tangentielle et axiale.....	[m/s].....
$\tilde{v}_{ri}, \tilde{v}_{\theta i}$	Vitesses radiale et tangentielle instantanées mesurées par les sondes.....	[m/s].....
$v_r'^2, v_\theta'^2$	Corrélations turbulentes moyennées suivant les directions r et θ	[m ² /s ²].....
$v_r'v_\theta'$	Corrélation turbulente croisée moyennée $r\theta$	[m ² /s ²].....
z	Distance axiale à la paroi intérieure du rotor à l'intérieur de la cavité.....	[m].....
δ_R, δ_S	Épaisseurs des couches limites sur le rotor et sur le stator respectivement.....	[m].....
μ	Viscosité dynamique du fluide.....	[kg/m/s].....
ν	Viscosité cinématique du fluide.....	[m ² /s].....
ρ	Masse volumique du fluide.....	[kg/m ³].....
Ω	Vitesse de rotation du rotor.....	[rad/s].....
ω	Vitesse de rotation du fluide hors couches limites.....	[rad/s].....
θ	Coordonnée tangentielle.....	[rad].....
Θ	Angle du fil chaud par rapport à la direction tangentielle.....	[rad].....

Liste des Quantités Adimensionnées

C_{qN}	Coefficient adimensionné du débit du noyau central.....	
	Pour un système non-soumis à un flux radial superposé.....	$\propto (K_B - K) r^{*a}$
	Pour un système soumis à un flux radial superposé.....	$= C_{qr}$
$C_{qN,i}$	Coefficient adimensionné du débit du noyau central à la position radiale r_i^*	
$C_{qN,p}$	Coefficient adimensionné du débit du noyau central à la périphérie.....	
C_{qp}	Valeur du coefficient local du débit à $r^* = 1$	$= q Re^{1/5} / (2\pi\Omega R^3)$
	$= Ro G Re^{1/5}$
C_{qr}	Coefficient local du débit défini par Poncet <i>et al.</i> [31].....	$= q Re_r^{1/5} / (2\pi\Omega r^3)$
	$= q Re^{1/5} r^{*-13/5} / (2\pi\Omega R^3)$
C_w	Coefficient global de débit.....	$= q / (vR)$
Ek	Nombre d'Ekman.....	$= (Re G^2)^{-1}$
G	Paramètre de forme de la cavité.....	$= H/R$
K	Coefficient d'entraînement.....	$= v_\theta^* _{z^*=1/2}$
$K_{q=0}$	Coefficient d'entraînement dans une cavité isolée.....	
K_B	Coefficient d'entraînement dans le cas d'un écoulement qui tourne ne bloc.....	
K_i	Coefficient d'entraînement à la position radiale r_i^*	

K_p	Pré-rotation, coefficient d'entraînement à $r^* = 1$
P^*	Pression statique adimensionnée..... = $(p - p_{atm}) / (\rho \Omega^2 R^2 / 2)$
p^*	Pression statique adimensionnée..... = $(p - p_p) / (\rho \Omega^2 r^2 / 2)$
p_B^*	Pression statique adimensionnée sur le stator à la position radiale r_B^*
p_i^*	Pression statique adimensionnée sur le stator à la position radiale r_i^*
p_t^*	Pression totale adimensionnée à mi-hauteur de la cavité..... = $(p_t - p_{atm}) / (\rho \Omega^2 R^2 / 2)$..
$p_{t,i}^*$	Pression totale adimensionnée à mi-hauteur de la cavité à la position radiale r_i^*
q^*	Débit volume superposé adimensionné..... = $q / (vr)$
q_N^*	Débit volume adimensionné dans le noyau central..... = $q_N / (vr)$
q_R^*, q_S^*	Débit volume adimensionné dans les couches limites rotor et stator..... = $q_R / (vr)$, = $q_S / (vr)$
r^*	Coordonnée radiale adimensionnée..... = r / R
r_0^*	La position radiale adimensionnée pour laquelle la pression totale adimensionnée est nulle.....
r_B^*	Position radiale adimensionnée à partir de laquelle le fluide tourne en bloc.....
Re	Nombre de Reynolds..... = $\Omega R^2 / \nu$
Re_F	Nombre de Reynolds basé sur la vitesse de rotation en bloc du fluide..... = $K \Omega R^2 / \nu$
Ro	Nombre de Rossby..... = $q / (2\pi \Omega R^2 H)$
Ro_M	Nombre de Rossby basé sur le rayon du moyeu..... = $q / (2\pi \Omega R_M R H) = Ro / \eta$..
V_r^*, V_θ^*, V_z^*	Vitesses radiale, tangentielle et axiale adimensionnées globalement
v_r^*, v_θ^*, v_z^*	Vitesses radiale, tangentielle et axiale adimensionnées localement..... = $v_r / (\Omega r)$, = $v_\theta / (\Omega r)$, = $v_z / (\Omega r)$..
$v_r'^{2*}, v_\theta'^{2*}$	Corrélations turbulentes adimensionnées suivant les directions r et θ = $v_r'^2 / (\Omega r)^2$, = $v_\theta'^2 / (\Omega r)^2$..
$v_r' v_\theta'^*$	Corrélation turbulente croisée $r\theta$ adimensionnée..... = $v_r' v_\theta' / (\Omega r)^2$
z^*	Distance axiale adimensionnée à la paroi intérieure du rotor..... = z / H
z_0^*	Position axiale adimensionnée pour laquelle la composante radiale de la vitesse est nulle.....
δ_R^*, δ_S^*	Épaisseurs adimensionnées des deux couches limites..... = δ_R / H , = δ_S / H
ε	Ratio sans dimension..... = $(V_r^* \partial V_r^* / \partial r^* + V_z^* \partial V_r^* / \partial z^*) / (V_\theta^{*2} / r^*)$
η	Paramètre géométrique sans dimension..... = R_M / R
λ_{Turb}	Coefficient global du débit défini par Owen & Rogers [27]..... = $q Re^{1/5} / (\Omega R^3)$
χ, ζ	Paramètres géométriques sans dimension..... = $\Delta R / H$, = j / H

Liste des Constantes

a	Constante de l'hypothèse (1.30) et dans les équations (1.32), (1.33) et de (1.36) à (1.45).....
a_1, b_1	Constantes du modèle (1.16).....

a_2, b_2	Constantes du modèle (1.17.D).....
a_3, b_3	Constantes du modèle (1.19).....
a_4, a_5	Constantes du modèle (1.21).....
A_5	Constante du modèle (1.46), (1.48) et des équations entre (1.50) et (1.55).....
B_5	Constante des équations (1.50), (1.52) et (1.53).....
B, n, E_0	Constantes de la loi de King (2.01).....
k, h	Coefficients de sensibilités directionnelles du fil chaud (2.03), (2.06) et (2.07).....
k_1, k_2	Coefficients de sensibilités directionnelles des fils chauds 1 et 2 de la sonde (2.04).....
α_R, γ_R	Constantes définies par Owen & Rogers [27] pour l'écoulement dans la couche limite rotor (1.12).....
α_S, γ_S	Constantes définies par Owen & Rogers [27] pour l'écoulement dans la couche limite stator (1.13).....
α, β, c, b	Constantes du modèle (1.17).....
φ	Constantes de la fonction de pondération dans le cas général (1.21).....
φ_1	Constante de la fonction de pondération pour une cavité isolée (1.29) et (1.35).....
φ_2	Constante de la fonction de pondération pour une cavité soumise à un flux superposé (1.46), (1.48) à (1.50)
ϕ_2	Constante de la fonction de pondération pour une cavité soumise à un flux superposé (1.46), (1.48) à (1.50)
ξ_1	Constante des équations (1.23)..... $= \frac{49\pi}{60} \alpha_R \gamma_R Re^{4/5}$
ξ_2, ξ_3	Constantes des équations (1.23)..... $= \frac{49\pi}{60} \frac{\alpha_R \gamma_R \Omega R}{G Re^{1/5}}, = Ro \Omega R$
ξ_4, ξ_5	Constantes de l'équation (1.26)..... $= \frac{49\pi}{60} \frac{\alpha_R \gamma_R}{G Re^{1/5}}, = Ro$
ξ_6	Constante de l'hypothèse (1.27).....
ξ_7	Constante des équations (1.28)..... $= \xi_4 / (\cos(\xi_6(1 - \delta_S^* - z_0^*)) - \cos(\xi_6(\delta_R^* - z_0^*)))$
ξ_8	Constante des équations (1.28)..... $= \xi_5 / (\cos(\xi_6(1 - \delta_S^* - z_0^*)) - \cos(\xi_6(\delta_R^* - z_0^*)))$

Liste des Sigles

CFD	Computational Fluid Dynamics.....
CTA	Anémométrie à température constante.....
DNS	Simulation Numérique Directe.....
FLUENT	Nom du code de calcul industriel.....
GAMBIT	Nom du générateur du maillage.....
LDA	Anémométrie Laser Doppler.....
LML	Laboratoire de Mécanique de Lille.....
RSM	Modèle de transport des tensions de Reynolds.....

Introduction Générale



Introduction Générale

Les écoulements de fluide en rotation ont fait l'objet de nombreuses études expérimentales, numériques ou théoriques, du fait de la diversité de leurs applications. En effet, ils peuvent se rencontrer dans des phénomènes naturels, mouvements océanographiques, mouvements atmosphériques, ainsi que dans de nombreuses applications techniques comme les unités de stockage d'informations. Le domaine d'application qui nous intéresse le plus est celui impliquant le fonctionnement des turbomachines et machines hydrauliques. Dans les différentes roues, les écoulements subissent une rotation forcée.

Dans les turbomachines actuelles (turbines à gaz, turboréacteurs, compresseurs centrifuges multi-étagés...), les conditions de fonctionnement de plus en plus sévères exposent les parties mobiles à des contraintes et excitations très variées. Ces phénomènes peuvent conduire à plus ou moins long terme à des problèmes de fiabilité, voire de destruction s'ils ne sont pas correctement maîtrisés. Les industriels étant intéressés par toute prévision susceptible de leur permettre un gain de durée de vie, de performance, de poids, sans perte de sécurité, il semble indispensable en premier lieu de connaître le plus finement possible les phénomènes hydrauliques ou aérodynamiques qui prennent place dans les espaces inter-disques.

Dans les géométries internes des systèmes de refroidissement des machines réelles, les disques tournent généralement à proximité d'un carter fixe ou d'autres parois en mouvement co-rotatif ou contra-rotatif (voir Kilic *et al.* [20]). Bien entendu, ces géométries sont complexes. Elles sont souvent modélisées par des systèmes formés de disques. Ces configurations ont un double intérêt, mathématique et pratique, d'une part parce que des modèles théoriques peuvent être trouvés à partir des équations de Navier-Stokes, d'autre part parce que la connaissance de la dynamique des fluides donne des indications pour les concepteurs de machines.

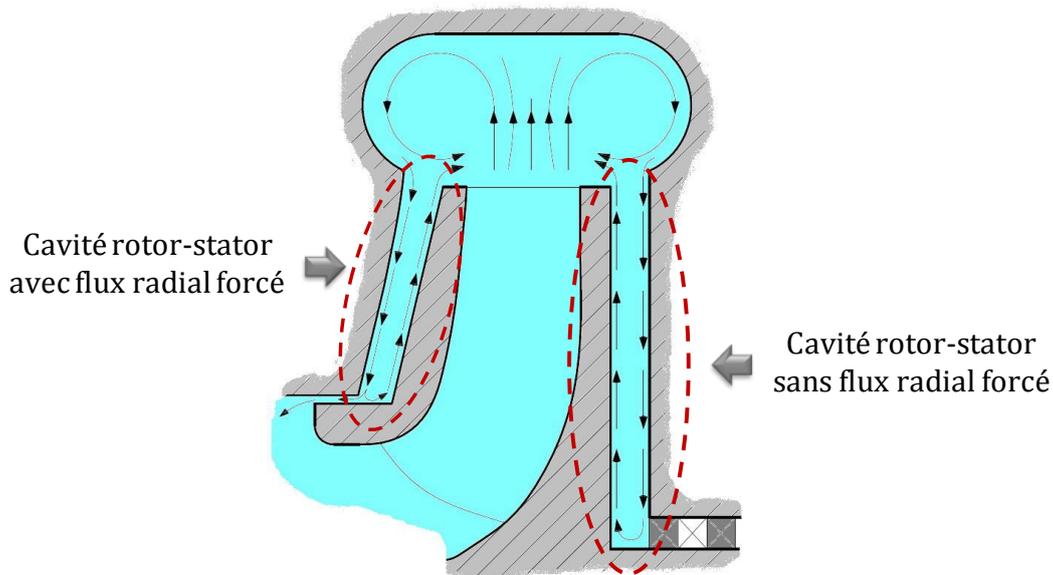


Figure (Intro.01) : Exemple de l'emplacement d'un système rotor-stator avec ou sans flux radial forcé dans une turbomachine.

Ainsi, von Kármán [43] a été le premier à considérer le problème d'un écoulement induit par un disque infini qui tourne dans un fluide au repos. Il a transformé les équations de Navier-Stokes en un système d'équations différentielles ne dépendant que d'une seule variable en supposant la vitesse axiale indépendante de la coordonnée radiale et en faisant la même hypothèse pour les deux autres composantes. Une solution numérique, obtenue en 1934 par Cochran [04], indique que le fluide est aspiré suivant l'axe de rotation du disque pour être rejeté radialement. Le disque joue alors le rôle d'un ventilateur centrifuge. En 1951, Batchelor [01] étudia deux nouveaux types d'écoulements. Le premier est constitué d'un disque tournant dans un fluide extérieur en rotation où la vitesse de fluide est inférieure à celle du disque. Le second est constitué d'un fluide entraîné par deux disques infinis parallèles et coaxiaux. Dans ce cas, il prévoit la formation d'une couche limite sur chacun des disques entre lesquelles le fluide tourne en rotation solide. En 1953, Stewartson [41] a obtenu une solution différente pour les écoulements entre deux disques infinis, l'un fixe, l'autre en rotation. Il conclut, en s'appuyant sur un développement asymptotique à grand nombre de Reynolds, qu'il n'existe qu'une seule couche limite située sur le disque en rotation et que l'écoulement extérieur à ce domaine ne tourne pas du tout. De cette controverse historique découlent de nombreux travaux visant à vérifier l'une ou l'autre de ces solutions. En 1968, Mellor *et al.* [25] montrent que les deux solutions sont possibles à valeur fixée du nombre de Reynolds. Kreiss & Parter [21] et Nguyen *et al.* [26] ont montré les conditions qui gèrent l'apparition de l'un ou l'autre de ces deux écoulements. Depuis, de nombreux résultats ont été obtenus, qui figurent notamment dans les ouvrages de références d'Owen & Rogers ([27] et [28]), ainsi que très récemment dans celui de Poncet [35].

Ce travail est consacré exclusivement aux configurations de type rotor-stator dans lesquelles l'écoulement fait apparaître les trois domaines, les couches limites séparées par un noyau central. Dans ce cas, la détermination du coefficient d'entraînement du fluide hors couches limites K , défini par le rapport entre la vitesse tangentielle du fluide dans le noyau central et celle du rotor au même rayon, est primordial. En effet, connaître cette grandeur physique permet en particulier de prévoir les coefficients de pression et d'effort sur le dispositif. De ce fait, de nombreuses études théoriques, expérimentales et numériques ont porté sur ce sujet.

Dans le cas d'une cavité soumise à un flux radial centripète forcé, Kurokawa & Toyokura [22], ont présenté un modèle permettant de déterminer la distribution radiale de K en fonction du coefficient global de débit C_{qr} . De leur côté, Poncet *et al.* ([31] ou [33]) ont obtenu une solution analytique permettant de relier K à C_{qr} selon une loi en puissance « 5/7 », en supposant que l'évolution des profils de vitesse dans les couches limites correspond à la loi en puissance « 1/7 » mentionnée par Schlichting [39]. De nombreuses données expérimentales et numériques sont en très bon accord avec ce modèle qui a été étendu aux régimes d'écoulements laminaire et turbulent, et à diverses configurations (systèmes rotor-stator avec et sans post-rotation, disque rugueux, équipé ou non d'ailettes). L'extension de ces modèles au cas de la cavité non soumise à un flux radial forcé, indique que la structure de l'écoulement est caractérisée par un coefficient d'entraînement constant, c'est-à-dire par un noyau central tournant en bloc comme le prévoit la théorie de Batchelor [01]. Cette propriété est confirmée par les résultats expérimentaux d'Itoh en 1990 [19] qui observe un coefficient d'entraînement approximativement égal à 0.43 dans le cas d'une cavité fermée. Il montre également que les régimes d'écoulement, turbulent vers la périphérie, et laminaire plus près de l'axe, peuvent coexister. La valeur du coefficient d'entraînement n'est pas universelle : Owen & Rogers [27] mentionnent une valeur théorique égale 0.382 dans le cas de disques infinis, Szeri *et al.* [42] obtiennent 0.313 dans un système rotor-stator avec un grand écart radial, résultat également obtenu par Dijkstra et van Heijst [15].

Le Laboratoire de Mécanique de Lille a développé plusieurs actions de recherche sur les écoulements en rotation. Citons d'abord les thèses de doctorat de Malesys [24] et de Rémy [38], dont les thèmes respectivement liés aux écoulements entre disques non parallèles avec précession et aux phénomènes d'instabilités, s'éloignent de nos priorités. Plus près de nos préoccupations, un premier travail a été consacré à l'influence d'un écoulement centripète forcé sur les propriétés de l'écoulement turbulent dans une cavité rotor-stator ouverte en périphérie. Lors de cette étude, soutenue par le pôle FIRTECH MEMTA (Mécanique et Énergétique des Machines Tournantes et Alternatives), Debuchy a montré que l'aspiration n'a que peu d'influence sur les propriétés de l'écoulement près de la périphérie, mais qu'elle joue un rôle majeur à l'approche de l'axe [09]. La suite de ce travail a été menée par Djaoui, qui a étudié expérimentalement

l'écoulement turbulent avec échange de chaleur dans une cavité de type rotor-stator en présence d'un flux radial forcé [12] ou [14]. Pour ce faire, il a fallu procéder à un aménagement spécifique de l'installation expérimentale existante. C'est lors de cette phase que des premiers essais ont montré la sensibilité de l'écoulement à la géométrie périphérique du système et que plusieurs régimes d'écoulement ont pu être observés dans une cavité isolée, c'est-à-dire non soumise à un flux radial forcé. Par la suite, l'objectif de la thèse réalisée par D'Haudt [06] a été de mieux comprendre les phénomènes régissant l'apparition de ces régimes d'écoulement dans le cas où la cavité est ouverte à l'atmosphère en périphérie. Il a ainsi pu observer, pour les différentes géométries périphériques et valeurs des paramètres sans dimension retenues (nombre d'Ekman Ek , paramètre de forme de la cavité G), que l'écoulement en bloc du noyau central, prévu par la théorie de Batchelor [01] dans le cas de disques infinis, ne peut apparaître que pour des taux de pré-rotation du fluide en entrée de cavité suffisamment élevés. L'interaction avec l'écoulement périphérique extérieur semble jouer un rôle important, ce qui est confirmé par des premières confrontations expériences/simulations numériques réalisées dans le cadre d'une collaboration avec l'Université de Florence (Italie). C'est dans ce contexte que commence cette étude, dont l'objectif est d'analyser ces phénomènes et d'étendre le cadre de l'étude au cas d'un écoulement centripète forcé.

Le mémoire est organisé en quatre chapitres, incluant chacun des rappels bibliographiques.

Le premier chapitre aborde l'aspect théorique du problème. Les solutions stationnaires de von Kármán [43], d'Ekman [16] et de Bödewadt [02], valables pour un disque infini, sont couplées à de nouvelles hypothèses qui prennent en compte les échanges radiaux de fluide hors couches limites ainsi que les conditions aux limites périphériques. Ceci permet d'aboutir à des lois analytiques originales pour les distributions radiales du coefficient d'entraînement du fluide, la pression statique pariétale et la pression totale. Ces lois sont établies dans le cas de cavités soumises ou non à un flux radial forcé. Il apparaît en particulier que l'écoulement en bloc du noyau central n'est pas la seule solution possible dans le cas de la cavité isolée.

Le second chapitre présente les moyens utilisés pour obtenir les données nécessaires à la validation des lois théoriques. Une partie du travail a été consacrée à l'aménagement du banc d'essais existant. Les principales caractéristiques de ce banc ainsi que l'instrumentation de mesure sont détaillées. L'objectif est d'obtenir des données expérimentales complémentaires à celles existantes dans la littérature, notamment en termes de taux de pré-rotation. L'aspect modélisation numérique du problème est également abordé à l'aide du code de calcul industriel FLUENT. Les choix retenus pour

effectuer les simulations numériques (modèle de turbulence, domaine de calcul, maillage, conditions aux limites) sont présentés.

Les deux chapitres suivants sont consacrés à la description des caractéristiques générales de l'écoulement et à la validation des modèles, respectivement dans le cas de la cavité isolée et dans celui de la cavité soumise à un flux centripète forcé. Le test des modèles nécessite l'ajustement de constantes pour lesquelles nous tentons systématiquement de trouver des lois empiriques les plus générales possible.

Chapitre - 1 - Modélisation Théorique



Chapitre

1. Modélisation Théorique

1.1. Rappels Bibliographiques

1.1.1. Position du Problème

L'écoulement étudié se produit dans une cavité annulaire délimitée par deux disques parallèles et coaxiaux. Le disque situé à la cote $z = 0$, de rayon R , est animé d'une vitesse de rotation Ω constante (rotor). Il est muni d'un moyeu central de rayon R_M matérialisant l'axe d'une machine réelle et qui permet d'éviter, sur un plan théorique, la singularité à $r = 0$. Le disque situé à la cote $z = H$, dont le rayon peut différer légèrement de celui du rotor, reste fixe (stator). L'écoulement est supposé stationnaire et axisymétrique, le fluide incompressible et isotherme.

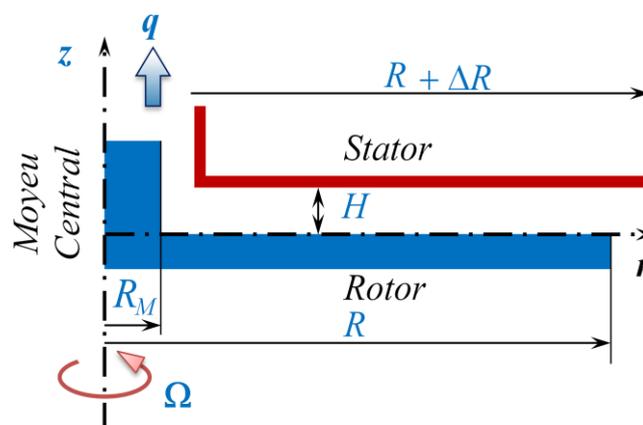


Figure (1.01) : schéma de la cavité dans un plan méridien

Pour une telle configuration, les principaux paramètres sans dimension sont le paramètre de forme de la cavité G et le nombre de Reynolds Re , auquel peut se substituer le nombre d'Ekman Ek . Ces paramètres sont définis de la manière suivante :

$$G = HR^{-1} ; Re = \Omega R^2 \nu^{-1} ; Ek = (G^2 Re)^{-1} \quad (1.01)$$

La structure d'un tel écoulement a été étudiée à de nombreuses reprises par le passé. En particulier, la classification proposée par Daily & Nece [07] fait apparaître quatre régimes d'écoulement possibles, laminaires ou turbulents, à couches limites séparées par un noyau central ou jointes. Le diagramme de la figure (1.02) permet de repérer ces différents régimes pour une cavité de type rotor-stator sans flux radial superposé :

- ✚ les deux régimes d'écoulement laminaire sont séparés par une courbe d'équation $Re G^{11/5} \approx 2.9$,
- ✚ le passage du régime laminaire à turbulent pour les écoulements à couches limites séparées s'effectue aux environs de $Re \approx 1.58 \times 10^5$,
- ✚ la frontière commune aux deux régimes d'écoulement turbulent satisfait l'équation $Re G^{16/3} \approx 7.8 \times 10^{-3}$,
- ✚ la frontière commune aux deux régimes d'écoulement à couches limites jointes satisfait l'équation $G^{10/9} Re \approx 366$,
- ✚ la frontière commune aux écoulements II et III satisfait l'équation $Re G^{16/15} \approx 4.6 \times 10^6$.

Ce travail porte sur le régime « IV » dans lequel l'écoulement est turbulent et possède deux couches limites séparées. Les hypothèses suivantes sont donc retenues :

$$G \ll 1 ; Re \gg 1 ; Ek \ll 1 \quad (1.02)$$

Comme l'indique la figure (1.01), la cavité est ouverte à l'atmosphère, ce qui nécessite de tenir compte des paramètres sans dimension liés à la géométrie périphérique du système. Ces paramètres sont difficiles à dénombrer avec exactitude : ils peuvent être liés à la différence de rayon des deux disques ΔR , à l'épaisseur e_S et e_R des parois fixe et mobile, à la présence de carters (non représentés sur le schéma)... Il convient également de tenir compte des grandeurs relatives à la géométrie près de l'axe : le rayon du moyeu R_M et le jeu j existant entre celui-ci et le stator. La liste des paramètres adimensionnés devient alors importante, puisqu'à ceux définis en (1.01), il est possible d'ajouter :

$$\chi = \frac{\Delta R}{H} \quad ; \quad \varepsilon_R = \frac{e_R}{H} \quad ; \quad \varepsilon_S = \frac{e_S}{H} \quad ; \quad \zeta = \frac{j}{H} \quad ; \quad \eta = \frac{R_M}{R} \quad (1.03)$$

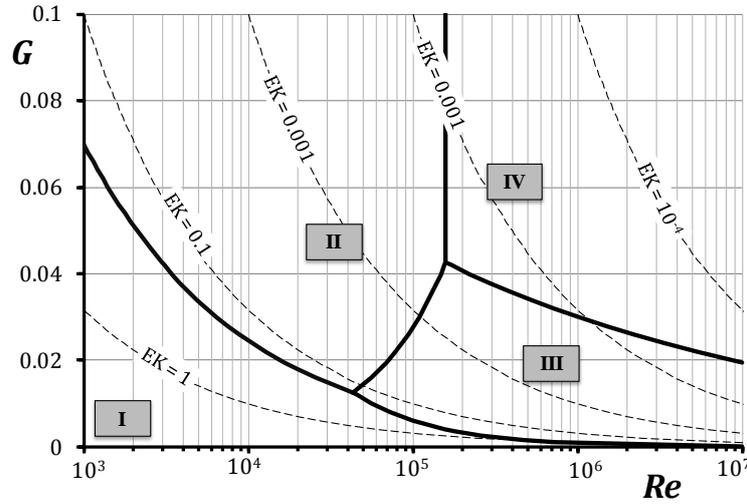


Figure (1.02) : Représentation des régimes d'écoulement selon Daily & Nece [07]

- Régime I : écoulement laminaire à couches limites jointes ;
- Régime II : écoulement laminaire à couches limites séparées ;
- Régime III : écoulement turbulent à couches limites jointes ;
- Régime IV : écoulement turbulent à couches limites séparées.

Le cas appelé « cavité isolée » correspond à un système rotor-stator soumis à aucun flux radial forcé et, de surcroît, fermé du côté de l'axe.

Lorsqu'un flux radial centripète est forcé, la cavité est ouverte du côté de l'axe et connectée à un système d'aspiration qui génère un débit volume q . Dans ce cas, il faut ajouter aux paramètres sans dimension (1.01) le nombre de Rossby défini par $Ro = \frac{U}{\Omega R}$, où U représente la vitesse débitante moyenne. Cette vitesse peut être définie comme le rapport du débit q et de l'aire de la section périphérique $2\pi RH$, ou de l'aire de la section au plus près du moyeu central $2\pi R_M H$. Quelle que soit la définition retenue, le nombre de Rossby est supposé petit devant l'unité dans le cadre de ce travail :

$$Ro = \frac{q}{2\pi \Omega R^3 G} \quad ; \quad Ro_M = \frac{Ro}{\eta} \ll 1 \quad (1.04)$$

1.1.2. Les Équations de Base

Soient les équations de Reynolds (1.05), écrites dans un système de coordonnées cylindriques (r, θ, z) , dans lequel les composantes radiale, circonférentielle et axiale de la vitesse moyenne v sont notées $v = (v_r, v_\theta, v_z)$. Les composantes de la vitesse en un point du rotor situé à une distance r de l'axe sont $(0, \Omega r, 0)$. $(0, 0, 0)$ et $(0, \Omega R_M, 0)$ sont

les composantes de la vitesse respectivement en un point du stator et sur le moyeu central. Dans ces équations, chaque grandeur de type vitesse et pression est décomposée en la somme d'une grandeur moyenne et d'une grandeur instantanée. Les forces extérieures sont négligeables et rappelons que l'écoulement est supposé axisymétrique et stationnaire.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(rv_r)}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (1.05.A)$$

$$v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{v_\theta^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left[\frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} - \frac{v_r}{r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} \right] - \left[\frac{1}{r} \frac{\partial(r v_r'^2)}{\partial r} + \frac{\partial(v_r' v_z')}{\partial z} - \frac{v_\theta'^2}{r} \right] \quad (1.05.B)$$

$$v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} + \frac{v_\theta v_r}{r} = \nu \left[\frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2} - \frac{v_\theta}{r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial r^2} \right] - \left[\frac{\partial(v_r' v_\theta')}{\partial r} + \frac{\partial(v_\theta' v_z')}{\partial z} + 2 \frac{v_r' v_\theta'}{r} \right] \quad (1.05.C)$$

$$v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left[\frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} \right] - \left[\frac{1}{r} \frac{\partial(r v_r' v_z')}{\partial r} + \frac{\partial(v_z'^2)}{\partial z} \right] \quad (1.05.D)$$

Il est d'usage de simplifier ces équations en adimensionnant chaque grandeur à l'aide d'une grandeur de référence, la grandeur normalisée correspondant étant de l'ordre de l'unité. Les seules composantes du tenseur de Reynolds qui subsistent dans ces équations si toutes les contraintes turbulentes sont supposées du même ordre de grandeur et petites devant les vitesses moyennes sont $\overline{v_r' v_z'}$ et $\overline{v_\theta' v_z'}$ (Debuchy 1993 [09]). La suite de cette partie est consacrée aux équations régissant l'écoulement dans le noyau central, où les effets de turbulence et de viscosité peuvent être négligés. Soient les grandeurs adimensionnées suivantes :

$$r^* = \frac{r}{R} ; \quad z^* = \frac{z}{GR} ; \quad V_r^* = \frac{v_r}{U_0} ; \quad V_\theta^* = \frac{v_\theta}{\Omega R} ; \quad V_z^* = \frac{v_z}{GU_0} ; \quad P^* = \frac{p - p_{atm}}{\frac{1}{2} \rho \Omega^2 R^2} \quad (1.06)$$

La combinaison des relations (1.05) et (1.06), compte tenu des hypothèses (1.02), conduit aux équations suivantes :

$$\frac{1}{r^*} \frac{\partial(r^* V_r^*)}{\partial r^*} + \frac{\partial V_z^*}{\partial z^*} = 0 \quad (1.07.A)$$

$$\left(\frac{U_0}{\Omega R} \right)^2 \left[V_r^* \frac{\partial V_r^*}{\partial r^*} + V_z^* \frac{\partial V_r^*}{\partial z^*} \right] - \frac{V_\theta^{*2}}{r^*} = -\frac{1}{2} \frac{\partial P^*}{\partial r^*} \quad (1.07.B)$$

$$\left(\frac{U_0}{\Omega R} \right)^2 \left[V_r^* \frac{\partial V_\theta^*}{\partial r^*} + V_z^* \frac{\partial V_\theta^*}{\partial z^*} + \frac{V_\theta^* V_r^*}{r^*} \right] = 0 \quad (1.07.C)$$

$$\left(\frac{U_0}{\Omega R} \right)^2 \left[V_r^* \frac{\partial V_z^*}{\partial r^*} + V_z^* \frac{\partial V_z^*}{\partial z^*} \right] = -\frac{1}{2} \frac{1}{G^2} \frac{\partial P^*}{\partial z^*} \quad (1.07.D)$$

Le choix de l'ordre de grandeur de la vitesse axiale est basé sur le principe de moindre dégénérescence de l'équation de continuité. Deux cas peuvent être discutés concernant celui de la vitesse radiale :

$$\frac{U_0}{\Omega R} \ll 1$$

L'échange radial de fluide dans le noyau central est inexistant ou très faible, l'ordre de grandeur de la vitesse radiale reste petit devant celui de la vitesse circumférentielle. Les équations (1.07.B), (1.07.C) et (1.07.D) se réduisent à l'équation d'équilibre radial :

$$\frac{V_\theta^{*2}}{r^*} = \frac{1}{2} \frac{dP^*}{dr^*} \quad ; \quad \frac{\partial P^*}{\partial z^*} = 0 \quad (1.08)$$

La pression statique P^* et la vitesse tangentielle V_θ^* adimensionnées sont indépendantes de la position axiale z^* dans le noyau central et reliées entre elles par la relation (1.08). Par la suite, le coefficient d'entraînement du fluide K , défini comme étant le rapport entre la vitesse circumférentielle du fluide à mi-hauteur de cavité et la vitesse de rotation de la paroi tournante au même rayon, sera fréquemment utilisé. La valeur particulière de ce coefficient d'entraînement à la périphérie de la cavité ($r^* = 1$), notée K_p , est appelée taux de pré-rotation du fluide.

$$K = \frac{v_\theta}{\Omega r} \Big|_{z^*=\frac{1}{2}} = \frac{V_\theta^*}{r^*} \Big|_{z^*=\frac{1}{2}} \quad ; \quad K_p = K \Big|_{r^*=1} \quad (1.09)$$

L'obtention de lois analytiques permettant d'aboutir aux distributions radiales de V_θ^* et P^* doit alors être basée sur la conservation globale du débit, écrite sous forme adimensionnée :

$$q_S^* - q_R^* = q^* \quad (1.10)$$

q_S^* et q_R^* sont respectivement les débits adimensionnés dans la couche limite du stator et du rotor. Ces débits sont obtenus à partir de la modélisation de l'écoulement dans la couche limite d'un disque fixe ou mobile. Des résultats importants extraits de l'ouvrage d'Owen & Rogers [27] seront rappelés dans le paragraphe suivant. q^* est le débit superposé adimensionné ($q^* = 0$ dans le cas de la cavité isolée).

$$\frac{U_0}{\Omega R} = 1$$

La vitesse radiale étant induite par l'effet centrifuge du rotor, elle est du même ordre de grandeur que la vitesse circumférentielle. Le système d'équations (1.07) s'écrit alors :

$$\frac{1}{r^*} \frac{\partial(r^* v_r^*)}{\partial r^*} + \frac{\partial v_z^*}{\partial z^*} = 0 \quad (1.11.A)$$

$$V_r^* \frac{\partial v_r^*}{\partial r^*} + V_z^* \frac{\partial v_r^*}{\partial z^*} - \frac{v_\theta^{*2}}{r^*} + \frac{1}{2} \frac{dP^*}{dr^*} = 0 \quad (1.11.B)$$

$$V_r^* \frac{\partial v_\theta^*}{\partial r^*} + V_z^* \frac{\partial v_\theta^*}{\partial z^*} + \frac{v_\theta^* v_r^*}{r^*} = 0 \quad (1.11.C)$$

$$\frac{\partial P^*}{\partial z^*} = 0 \quad (1.11.D)$$

Deux solutions distinctes, l'une adaptée au cas de la cavité isolée, l'autre à celui d'un système soumis à un flux radial forcé, ont été obtenues par Debuchy *et al.* [10] pour ce système.

Différentes solutions analytiques valables pour l'écoulement dans le noyau central, basées sur les deux hypothèses possibles $U_0 \ll 1$ et $U_0 = 1$ seront extraites de la littérature et commentées dans le paragraphe (1.1.4).

1.1.3. Modélisation de l'Écoulement dans les Couches Limites

Ce paragraphe a pour but de faire un rappel des solutions stationnaires et axisymétriques valides dans la couche limite d'un disque infini, fixe ou tournant, dans un fluide tournant en bloc. Les résultats présentés sont détaillés dans l'ouvrage d'Owen & Rogers [27] (1989). Dans ces configurations, écoulements laminaire et turbulent peuvent coexister. Ils sont alors séparés par une zone de transition. Le paramètre adimensionné qui régit le passage de l'un à l'autre de ces régimes est le nombre de Reynolds local basé sur la vitesse de rotation du disque, lorsque celui-ci tourne, ou du fluide, lorsque le disque est fixe.

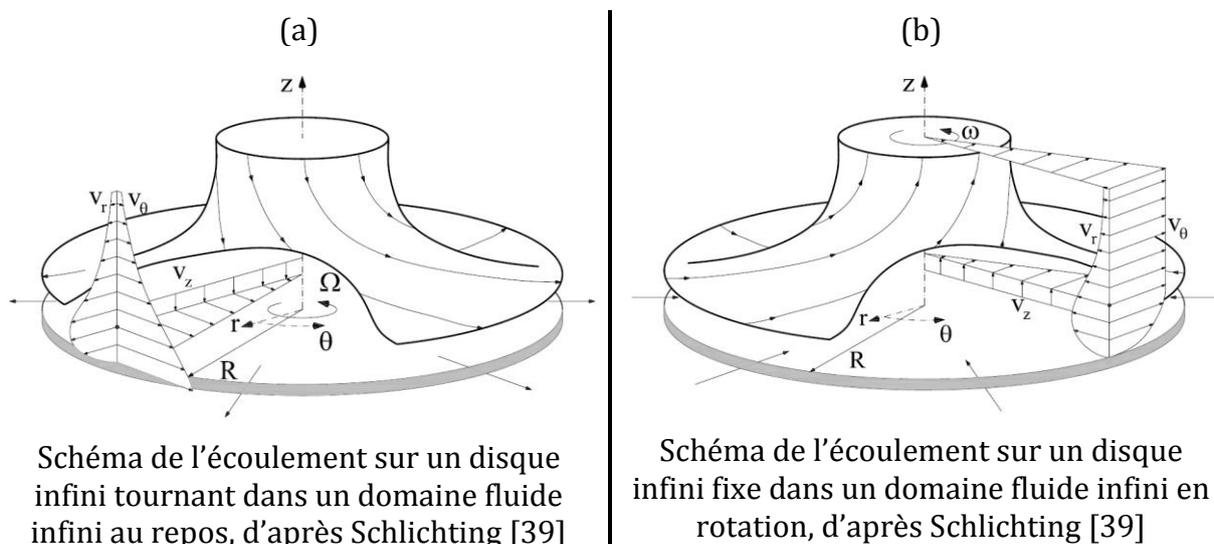


Figure (1.03)

Dans le cadre de notre travail, nous retiendrons plus particulièrement les résultats relatifs aux écoulements turbulents, qui pourront s'appliquer dans le cas de la cavité rotor-stator décrite au paragraphe (1.1.1), où le domaine situé près de l'axe est occulté par la présence du moyeu central.

1.1.3.1. La Couche Limite sur un Disque Tournant

L'écoulement laminaire sur un disque infini tournant dans un domaine fluide infini au repos, a été traité par von Kármán [43] (1921). Il s'agit d'un cas pour lequel une solution exacte des équations de Navier-Stokes, qui se réduisent à un système d'équations différentielles, peut être obtenue. Dans une mince couche près de la paroi, le fluide combine un mouvement de rotation et d'éjection radiale sous l'effet de la viscosité. Ce flux doit être compensé par une aspiration vers la couche limite dans la direction axiale, phénomène connu sous le nom de pompage d'Ekman [16]. Cet écoulement est schématisé sur la figure (1.03.a). Dans ce cas, l'épaisseur de la couche limite est indépendante du rayon et de la forme $\delta_R \approx 5.5 (\nu/\Omega)^{1/2}$. Le débit volume adimensionné entraîné dans cette couche limite, défini par $q_R^* = q_R (vr)^{-1}$, est donné par la relation $q_R^* = 2.779 (Re_r)^{1/2}$, où $Re_r = \Omega r^2 \nu^{-1}$ représente le nombre de Reynolds local basé sur la rotation du disque.

Lorsque le disque tourne à une vitesse constante Ω dans un fluide tournant à une vitesse angulaire $\omega = K\Omega$, le débit généré dans la couche limite du rotor est influencé par le coefficient d'entraînement du fluide K . Son expression, écrite sous forme adimensionnée pour un écoulement laminaire, est $q_R^* = \pi (1 - K) Re_r^{1/2}$. Seules les solutions obtenues pour $K \geq 0$ présentent un intérêt du point de vue de la physique du phénomène.

En ce qui nous concerne, nous utiliserons les expressions adimensionnées de l'épaisseur δ_R^* et du débit volume q_R^* , valables pour la couche limite turbulente près d'un rotor tournant à une vitesse constante Ω dans un fluide tournant en bloc à la vitesse angulaire $\omega = K\Omega$. Ces expressions, extraites de l'ouvrage d'Owen & Rogers [27], ont été déterminées analytiquement, à partir du calcul de l'intégrale de la quantité de mouvement, basées sur des lois de paroi en puissance « 1/7 » :

$$\frac{\delta_R^*}{r^*} G = \frac{\delta_R}{r} = \gamma_R |1 - K|^{3/5} (r^{*2} Re)^{-1/5} \quad (1.12.A)$$

$$q_R^* = \frac{q_R}{\nu r} = \frac{49\pi}{60} \alpha_R \gamma_R \text{signe}(1 - K) |1 - K|^{8/5} (r^{*2} Re)^{4/5} \quad (1.12.B)$$

$$\text{avec } \alpha_R(K) = \left[\frac{2300(1+8K)}{49(1789-409K)} \right]^{1/2} \quad \text{et } \gamma_R(K) = \left[\frac{81(1+\alpha_R^2)^{3/8}}{49(23+37K)\alpha_R} \right]^{4/5} \quad (1.12.C)$$

L'expression (1.12.B) indique que le débit est centrifugé lorsque $K < 1$, s'annule pour $K = 1$, et change de direction lorsque $K > 1$. Les termes $(1 - K)$ et (Re_r) , respectivement élevés à la puissance $8/5$ et $4/5$, sont à élever à la puissance 1 et $1/2$ lorsque l'écoulement est laminaire. La relation (1.12.C) indique que α_R et γ_R sont des fonctions du coefficient d'entraînement du fluide K . La figure (1.04) montre qu'il existe bien une influence importante de la variation de K sur γ_R , en particulier pour les faibles valeurs du taux de rotation. Toutefois, la variation de $(\alpha_R \times \gamma_R)$ est plus réduite $\{0.044, 0.085\}$, et ce pour K compris entre 0 et 3. Owen & Rogers [27] indiquent par ailleurs que l'utilisation des valeurs approximatives de α_R et γ_R à $K = 1$ pour des couches limites turbulentes peut s'avérer suffisante dans le cadre d'une première approche par un calcul itératif.

Ces valeurs sont $\alpha_R(1) = 0.553$, $\gamma_R(1) = 0.098$ et $\alpha_R(1) \times \gamma_R(1) = 0.054$.

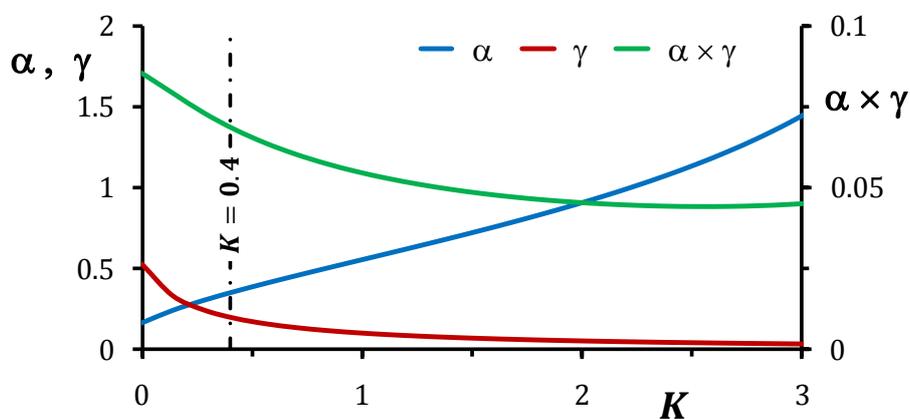


Figure (1.04) : Variation de α_R , γ_R et $\alpha_R \times \gamma_R$ en fonction de K .

1.1.3.2. La Couche Limite sur un Disque Fixe

Le cas d'un disque infini fixe ($\Omega = 0$) dans un domaine fluide infini tournant à une vitesse angulaire ω constante a été abordé par Bödewadt [02] en 1940, ainsi que par Lance & Rogers [23] en 1960. La structure de l'écoulement est schématisée sur la figure (1.03.b). Loin du disque, le fluide est en rotation solide. En se rapprochant de la paroi fixe, la vitesse tangentielle diminue. Le fluide est alors entraîné dans un mouvement radial centripète, spiralé, compensé par un flux axial comme dans le cas du disque tournant. La couche limite près du disque est appelée « couche limite de Bödewadt ». Lorsque la couche limite est laminaire, l'expression du débit volume adimensionné est de la forme $q_S^* = 4.239 Re_{\omega r}^{1/2}$ (débit centripète), où $Re_{\omega r} = \omega r^2 \nu^{-1}$ représente le nombre de Reynolds local basé sur la vitesse de rotation du fluide tournant en bloc.

Comme précédemment, nous basons notre modélisation sur les expressions relatives aux épaisseurs et débit adimensionnés valables pour une couche limite turbulente près d'un stator dans un fluide tournant en bloc à une vitesse de rotation ω . Les résultats

mentionnés dans Owen & Rogers [27] indiquent que $\frac{\delta_S^*}{r^*} G = \frac{\delta_S}{r} = \gamma_S (r^{*2} Re_\omega)^{-1/5}$ et $q_S^* = \frac{49\pi}{60} \alpha_S \gamma_S (r^{*2} Re_\omega)^{4/5}$.

Ces expressions sont utilisées dans le cas d'une cavité rotor-stator à couches limites séparées, où la vitesse de rotation du fluide ω est reliée à celle du disque Ω par la $\omega = K\Omega$, soit $Re_\omega = K Re$. Retenons donc les expressions suivantes :

$$\frac{\delta_S^*}{r^*} G = \frac{\delta_S}{r} = \gamma_S K^{-1/5} (r^{*2} Re)^{-1/5} \quad (1.13.A)$$

$$q_S^* = \frac{q_S}{\nu r} = \frac{49\pi}{60} \alpha_S \gamma_S K^{4/5} (r^{*2} Re)^{4/5} \quad (1.13.B)$$

Où α_S et γ_S sont également fonction de K .

1.1.4. Modélisation de l'Écoulement dans le Noyau Central

Le but de ce paragraphe n'est pas de dresser une liste exhaustive des solutions analytiques valables en dehors des couches limites d'un écoulement de type rotor-stator, mais de mentionner les principaux résultats utilisés dans le cadre de notre modélisation.

1.1.4.1. La Cavité Isolée

Le modèle proposé dans la littérature est celui de Batchelor [01] : les échanges de fluide dans la direction radiale ne s'effectuent qu'au travers des couches limites. Il y a nécessairement exacte compensation entre le débit éjecté par les effets centrifuges de la paroi tournante, défini en (1.12.B), et le débit circulant dans la couche limite du stator, défini en (1.13.B).

La relation (1.10), avec $q^* = 0$, conduit à une équation du second degré en K , dont le discriminant est toujours strictement supérieur à 0 : $K^2 - \left[\left(\frac{\alpha_S \gamma_S}{\alpha_R \nu R} \right)^{5/4} + 2 \right] K + 1 = 0$. Parmi les deux racines possibles, le choix se porte naturellement sur la valeur strictement inférieure à 1, qui est la plus réaliste par rapport à la physique du phénomène. Cette valeur est notée K_B . Le noyau central tourne en bloc, avec un coefficient d'entraînement K , défini par (1.09), tel que $K = K_B$. Dans le cas particulier où $\alpha_R = \alpha_S$ et $\gamma_R = \gamma_S$, l'équation $K^2 - 3K + 1 = 0$ aboutit à la solution $K_B \approx 0.382$. Cette valeur n'est pas unique : de nombreuses études expérimentales et numériques ([19], [36],...etc.) indiquent que le coefficient d'entraînement du noyau central dans le

cas d'une cavité à faible rapport d'aspect et fermée en périphérie est $K_B \approx 0.43$. Du point de vue théorique, ce résultat ne peut être obtenu que si $\alpha_R \gamma_R \neq \alpha_S \gamma_S$. Dijkstra et van Heijst [15] obtiennent $K_B \approx 0.313$ dans le cas de disques infinis et confirment ainsi les calculs numériques effectués par Rasmussen [37] douze ans plus tôt. Stepanoff [40] en 1932 avait été le premier à avancer la valeur de 0.5 pour K_B .

La solution correspondant à l'écoulement prévu par Batchelor [01] s'écrit :

$$K = K_B \quad ; \quad P^* = K_B^2 (r^{*2} - 1) \quad \text{avec} \quad K_B = \text{constante} \quad (1.14)$$

Dans la relation précédente, la pression adimensionnée, déduite de l'équation d'équilibre radial, est supposée nulle à $r^* = 1$. Cette condition peut-être ajustée. La solution (1.14) a également été déduite du système d'équations (1.11) dans ([10]).

Il est intéressant de s'arrêter sur les limites de la solution (1.14). Une étude de Picha et Eckert [29] réalisée en 1958 a mis en évidence l'influence des conditions aux limites sur la structuration de l'écoulement dans un système rotor-stator. Selon eux, les géométries fermées favorisent une structuration de type Batchelor, alors que les géométries ouvertes ou semi-fermées favorisent la structuration de type Stewartson [41], dans laquelle il n'existe qu'une seule couche limite, celle d'Ekman [16], en dehors de laquelle le fluide ne tourne pas. Il semble donc que la solution (1.14) montre ses limites dès lors que la cavité présente une ouverture périphérique qui permet une communication de fluide entre l'espace inter-disques et le milieu extérieur environnant.

C'est la constatation faite par Djaoui en 1998 [12] ou Djaoui *et al.* [13] qui ont mis en évidence l'influence du paramètre géométrique χ défini en (1.03), lié à une faible différence de rayon des deux disques. Il aboutit à la conclusion suivante : il existe un passage entre deux solutions distinctes qui se produit pour une faible variation du rayon du stator. Ce passage s'accompagne de variations importantes de la composante circumférentielle de la vitesse. Parmi les deux types d'écoulement observés, un seul correspond à la solution de Batchelor [01], observée près du moyeu central. Cette voie de recherche a été poursuivie par D'Hautd [06], dont l'objectif principal de la thèse a été de mieux comprendre les phénomènes régissant l'apparition d'un écoulement hors couches limites tournant en bloc. L'une des principales conclusions a été d'éliminer l'hypothèse de l'existence de plusieurs régimes d'écoulements, et d'avancer que la rotation solide du noyau central prévue par la théorie de Batchelor [01] ne peut se produire que lorsque les débits circulent uniquement dans les couches limites.

La figure (1.05) représente l'évolution du rapport q_R^*/q_S^* en fonction du coefficient d'entraînement du fluide K , donnée par l'équation $((1 - K)^2 / K)^{4/5} = q_R^*/q_S^*$, et ce pour

les hypothèses $\alpha_R = \alpha_S$ et $\gamma_R = \gamma_S$. La courbe indique clairement qu'il n'y a équilibre des débits circulant dans les couches limites que lorsque $K = K_B \approx 0.382$, la valeur du coefficient d'entraînement du fluide lorsque le noyau central est en rotation solide.

Dans le cas où $K \neq K_B$, le rapport des débits circulant dans les couches limites est tel que $q_R^*/q_S^* \neq 1$. Un échange radial de fluide doit nécessairement prendre place dans le noyau central pour assurer la conservation du débit. Cet échange correspond à un flux centripète lorsque $q_R^*/q_S^* > 1$, ou centrifuge lorsque $q_R^*/q_S^* < 1$.

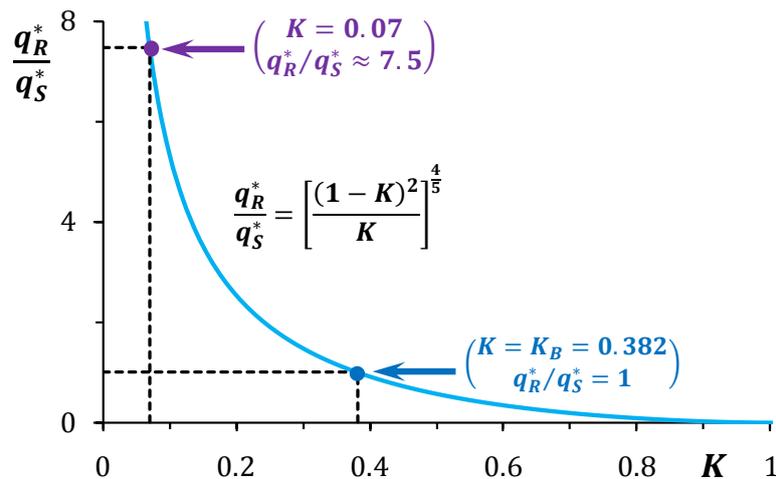


Figure (1.05) : Évolution du rapport de débits volumes suivant K (D'Hautd [06]).

C'est ce qui se produit à la périphérie de la cavité lorsque le taux de pré-rotation du fluide K_p diffère de K_B , comme le montre la figure (1.06) extraite de ([06]). K_p étant inférieur à K_B , la compensation dans le noyau central est équivalente à un écoulement centripète. De ce fait, K augmente depuis la périphérie vers le moyeu, jusqu'à atteindre la valeur $K_B \approx 0.382$ si l'extension radiale du domaine le permet. Le niveau de pré-rotation dépend des paramètres adimensionnés classiques (1.01) mais également des paramètres géométriques liés à la périphérie de la cavité, définis en (1.03).

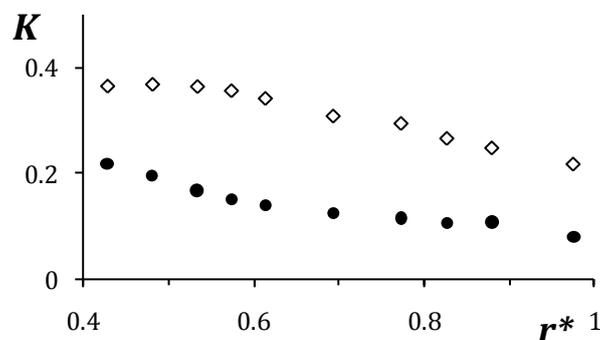


Figure (1.06) : Distributions radiales de K (résultats extraits de [06])
 $G = 0.08, Re = 1.47 \times 10^6, Ro = 0$ ● $\chi = 0.00$ ◇ $\chi = 0.27$

Dans les travaux de Debuchy 1993 [09], Djaoui [12] et D’Haudt [06], les valeurs de K_p sont toujours inférieures à K_B . Dans le cas de la cavité étudiée par Gassiat [18] et Poncet [30], le taux de pré-rotation du fluide est voisin de K_B , ou très légèrement supérieur.

1.1.4.2. La Cavité Soumise à un Flux Radial Centripète Forcé

$$\frac{U_0}{\Omega R} \ll 1$$

L’hypothèse selon laquelle les échanges de fluide dans la direction radiale ne s’effectuent qu’au travers des couches limites peut également être avancée dans le cas d’une cavité soumise à une aspiration radiale forcée de débit volume q . Cette hypothèse est à la base des modèles analytiques développés par Owen & Rogers [27] et Poncet *et al.* [33]. La condition $U_0 \ll \Omega R$ introduite dans les équations (1.07) conduit nécessairement à l’équation d’équilibre radial (1.08). Les informations nécessaires à l’obtention d’une loi analytique donnant l’évolution radiale du coefficient d’entraînement K sont obtenues à partir de la conservation globale du débit (1.10).

Le modèle développé par Owen & Rogers [27] est basé sur les débits de couches limites turbulentes définis en (1.12.B) et (1.13.B). Ces deux relations combinées à (1.10) conduisent à l’équation suivante :

$$\frac{\alpha_{SY_S}}{\alpha_{RY_R}} K^{4/5} - \text{signe}(1 - K)|1 - K|^{8/5} = \frac{60}{49\pi} \frac{\lambda_{Turb}}{\alpha_{RY_R}} r^{*-13/5}$$

avec $\lambda_{Turb} = q \frac{Re^{1/5}}{\Omega R^3}$ (1.15)

Le paramètre de débit adimensionné λ_{Turb} est positif pour un flux radial superposé centripète, négatif pour un débit centrifuge. La distribution radiale du coefficient d’entraînement représentée sur la figure (1.07.A) montre que K est une fonction décroissante de r^* lorsque le flux forcé est centripète. K tend vers la valeur de K_B à la périphérie de la cavité, valeur correspondant au coefficient d’entraînement du noyau central dans une cavité isolée. Cette dernière remarque implique que ce modèle ne peut pas être utilisé lorsque le taux de pré-rotation du fluide diffère largement de la valeur K_B , comme c’est le cas lorsque la cavité est ouverte en périphérie : l’hypothèse selon laquelle tout le débit circule dans les couches limites n’est pas valable. La relation (1.15) ne peut donc convenir que lorsque K_p est proche de K_B , comme c’est le cas dans l’étude réalisée par Poncet [30]. La figure (1.07.A) indique également que K est une fonction croissante de r^* lorsque le flux superposé est centrifuge. La solution $K = 0$ correspond à un écoulement de type Stewartson [41].

Une solution différente a été obtenue par Poncet *et al.* [33]. L'étude théorique reste basée sur l'hypothèse selon laquelle il n'existe aucun échange radial de fluide dans le noyau central de l'écoulement. L'estimation des débits de couches limites est basée sur l'analyse du cas d'un disque tournant de rayon infini (Schlichting [39]), et suppose que les profils de vitesse dans la couche d'Ekman [16] évoluent selon une loi de puissance classique en $(1/7)$ de type Blasius. L'épaisseur de la couche limite est obtenue en remplaçant $|1 - K|^{3/5}$ par $\left(\frac{K+1}{2}\right)^{7/5}$. Dans la couche de Bödewadt, le frottement radial est contrôlé par le flux radial (q_S), lui-même indépendant de la valeur de K . Dans ces conditions, la conservation globale du débit (1.10) fournit une loi analytique de la forme :

$$K = 2 \left(a_1 C_{qr} + b_1 \right)^{5/7} - 1, \quad C_{qr} = q Re_r^{1/5} / (2\pi\Omega r^3) \quad (1.16)$$

où a_1 et b_1 sont des constantes à ajuster à partir de résultats connus, expérimentaux ou numériques. Le paramètre adimensionné C_{qr} dans l'équation (1.16) est relié au paramètre λ_{Turb} par la relation $C_{qr} = \frac{1}{2\pi} \lambda_{Turb} r^{*-13/5}$. La distribution radiale de la pression peut alors être déduite de l'équation (1.08).

L'allure générale de cette solution reste proche de la solution (1.15). La figure (1.07.A) présente un exemple de comparaison entre les résultats déduits de (1.15) et de (1.16). La relation (1.16) a été représentée avec $a_1 = 5.9$ et $b_1 = 0.63$. Les constantes dans (1.15) ont été choisies de telle sorte que $K_B = 0.43$, ceci afin de faciliter la comparaison entre les deux modèles.

L'auteur observe un très bon accord entre la loi théorique (1.16) et un large éventail de résultats expérimentaux obtenus pour différentes valeurs du nombre de Reynolds et du paramètre de forme de la cavité. Il est remarquable de constater que les résultats restent valables pour des valeurs négatives de C_{qr} , c'est-à-dire dans le cas d'un écoulement centrifuge superposé, alors que l'écoulement présente les caractéristiques prévues par Stewartson [41] (figures (1.07.B) et (1.07.C)).

La figure (1.07.B) montre que la valeur de K pour $C_{qr} = 0$ correspond approximativement à $K_B \approx 0.45$, ce qui est cohérent avec la discussion faite dans le paragraphe précédent sur l'écoulement dans une cavité isolée. La même figure montre que l'ajustement du modèle avec les résultats expérimentaux de Debuchy [09] donnerait une valeur de K_B voisine de 0.06, ce qui est très éloigné de la réalité. Il semble donc que le passage de $C_{qr} \rightarrow 0$ à $C_{qr} = 0$ pose problème avec la solution (1.16) dans une cavité ouverte à la périphérie.

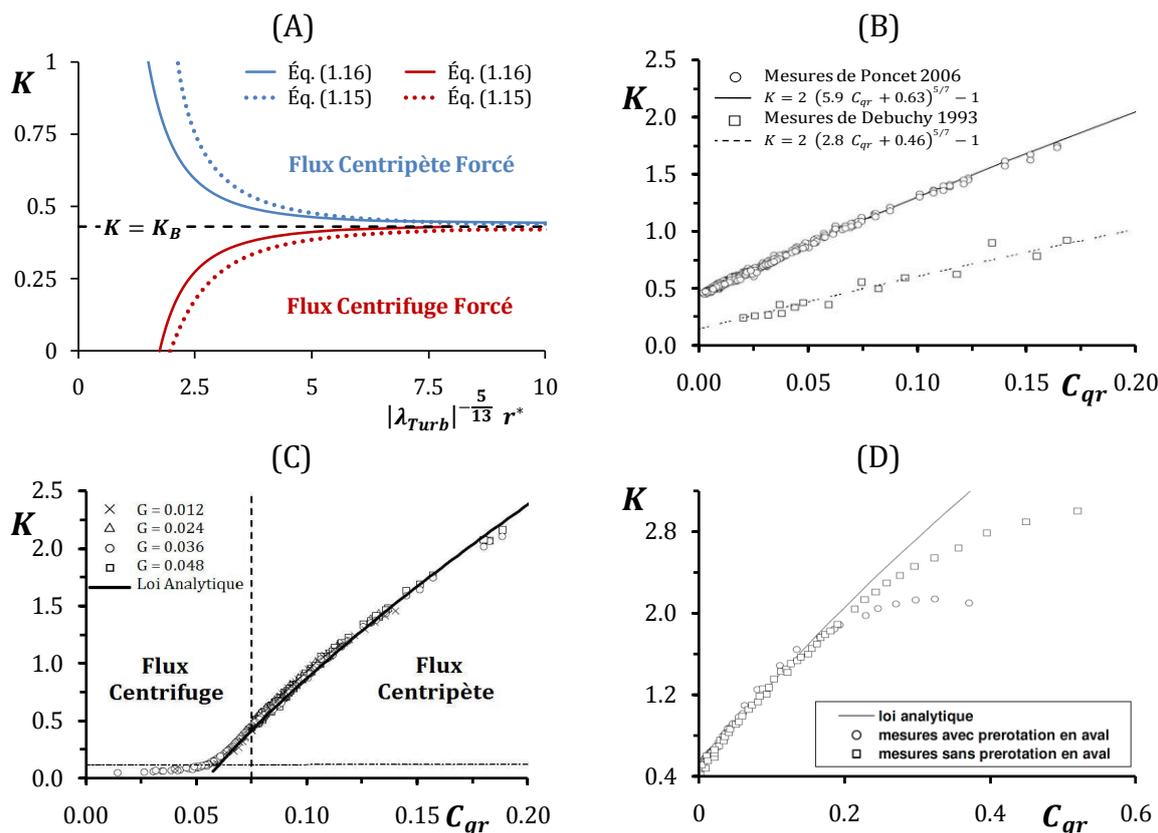


Figure (1.07) : (A) Évaluation de K en fonction de $|\lambda_{Turb}|^{-\frac{5}{13}} r^*$ selon Owen & Rogers [27] (ligne discontinue) avec $K_B = 0.43$ et selon Poncet *et al.* [33] (trait continu) avec $a_1 = 5.9$ et $b_1 = 0.63$. Confrontation entre la loi analytique de Poncet *et al.* [33], leurs résultats expérimentaux (B, C et D) et les résultats expérimentaux de Debuchy [09] (B).

Le modèle est également en défaut pour des valeurs de C_{qr} plus élevées ($C_{qr} \geq 0.2$). Le coefficient d'entraînement K devient alors largement surestimé par la théorie, soit à l'approche de l'axe pour un débit donné, soit lorsque le débit augmente à une position radiale donnée. L'hypothèse selon laquelle l'échange radial de fluide reste confiné dans les couches limites n'est probablement plus réaliste.

$$\frac{U_0}{\Omega R} = 1$$

Nous présentons les principaux résultats théoriques de Debuchy [09] dans le cadre d'une étude portant sur l'écoulement turbulent avec aspiration radiale entre un disque fixe et un disque tournant. Par rapport aux modélisations proposées par Owen & Rogers ou Poncet, l'originalité réside ici dans le fait que l'ordre de grandeur U_0 de la vitesse radiale dans (1.06) est supposé égal à ΩR , ce qui conduit aux équations (1.11). L'analyse théorique montre que l'aspiration doit avoir un effet négligeable dans une zone située près de la périphérie où l'écoulement est correctement approché par la solution sans aspiration. A l'inverse, une aspiration aussi faible soit-elle doit modifier considérablement les propriétés de l'écoulement par rapport au cas de la cavité isolée

dans une zone éloignée de la périphérie. La solution analytique des équations (1.11) fournit un champ de vitesse fonction de r^* et z^* , dans lequel les composantes radiale et circonférentielle sont issues de la superposition d'une rotation solide et d'un vortex :

$$V_r^* = \frac{-c r^*}{\sin \alpha} \sin 2\alpha(z^* - \frac{1}{2}) - \frac{b}{r^*} \sin(2\alpha(z^* - \frac{1}{2}) + \beta) \quad (1.17.A)$$

$$V_\theta^* = \frac{c r^*}{\sin \alpha} (\cos 2\alpha(z^* - \frac{1}{2}) - \cos \alpha) + \frac{b}{r^*} \cos(2\alpha(z^* - \frac{1}{2}) + \beta) \quad (1.17.B)$$

$$V_z^* = \frac{-c}{\alpha \sin \alpha} (\cos 2\alpha(z^* - \frac{1}{2}) - \cos \alpha) \quad (1.17.C)$$

$$K = a_2 + b_2 r^{*-2} \quad (1.17.D)$$

$$P^* = b^2 + c^2 - c^2 r^{*2} - \frac{b^2}{r^{*2}} \quad (1.17.E)$$

α , β , b et c sont des constantes à ajuster avec des résultats d'expérience. La distribution radiale du coefficient d'entraînement K est donnée par la relation (1.17.D), dans laquelle b_2 est une fonction du débit. (1.17.D) est déduite (1.17.B) en posant $z^* = \frac{1}{2}$, selon la définition (1.09). Il est impossible ici de faire apparaître le coefficient de débit C_{qr} introduit par Poncet, l'évolution radiale de K se faisant selon une loi en puissance « -2 » de r^* au lieu « $-\frac{13}{5}$ ». L'équation (1.17.A) indique que ce modèle prévoit bien une circulation radiale de fluide en dehors des couches limites. La solution obtenue n'est pas basée sur la loi de conservation globale de débit (1.10) mais vérifie la conservation de la masse, écrite sous la forme $(r^* \int_0^1 V_r^* dz^* = -Ro)$.

Cette dernière relation n'est qu'un exemple de quantités quasi-invariantes mises en évidence, qui s'écrivent sous la forme générale $(r^{*n+1} \int_0^1 V_r^* V_\theta^{*n} dz^* \approx \text{constante})$

La solution (1.17) n'est valable que pour le cas d'une cavité soumise à un flux radial centripète forcé. Elle conduit nécessairement à la solution (1.14) lorsque $q = 0$, c'est-à-dire dans d'une cavité isolée. Ce modèle est pris en défaut lors du passage de $q \rightarrow 0$ à $q = 0$, tout comme ceux présentés par Owen & Rogers ou Poncet.

🌈 Quelle hypothèse retenir : $\frac{U_0}{\Omega R} \ll 1$ ou $\frac{U_0}{\Omega R} = 1$?

Au regard de l'ensemble des résultats théoriques rappelés dans cette partie bibliographique, la question du choix de l'une ou l'autre des hypothèses $U_0 \ll \Omega R$ et $U_0 = \Omega R$ à considérer dans le système (1.10) peut se poser. Pour ces deux hypothèses, l'équation de continuité (1.07.A) reste valable et l'équation de quantité de mouvement (1.07.D) conduit nécessairement à $\frac{\partial P^*}{\partial z^*} = 0$.

Nous tentons d'apporter une réponse à cette question en estimant l'ordre de grandeur de la quantité $(V_r^* \partial V_r^* / \partial r^* + V_z^* \partial V_r^* / \partial z^*)$, négligée dans la relation (1.11.B) par rapport à la quantité (V_θ^{*2} / r^*) qui subsiste seule dans l'équation d'équilibre radial (1.08). Nous noterons par la suite ε le ratio défini par $(V_r^* \partial V_r^* / \partial r^* + V_z^* \partial V_r^* / \partial z^*) / (V_\theta^{*2} / r^*)$. L'expression de ε en fonction de r^* et z^* est déduite de manière explicite des relations (1.17.A), (1.17.B) et (1.17.C).

Trois cas-tests, le premier extrait de la thèse de Debuchy [09], les deux autres des travaux de Poncet [30], ont été retenus pour le calcul de ε . Pour chaque cas, les valeurs des principaux paramètres sans dimension sont indiquées dans le tableau (1.1) L'hypothèse (1.02) selon laquelle $G \ll 1$, $Re \gg 1$ ($Ek \ll 1$) est toujours respectée.

Pour le cas-test A, le travail d'ajustement des constantes α , β , b et c a déjà été réalisé dans [09] dans le cadre de la confrontation du modèle (1.17) avec l'expérience. Pour les cas-test B et C, nous avons procédé à l'ajustement des constantes à l'aide de la distribution radiale du coefficient d'entraînement du fluide hors couches limites et des profils suivant z^* des vitesses radiales et circonférentielles pour différentes positions radiales adimensionnées. Les détails sont fournis dans la référence [47]. Pour ces trois cas-tests, les valeurs obtenues pour les constantes α , β , b et c sont mentionnées dans le tableau (1.1).

Tableau (1.1)

	Debuchy 1993	Poncet 2005	
	Cas test A	Cas test B	Cas test C
R	375 mm	250 mm	
H	30 mm	9 mm	
ΔR	8 mm	3 mm	
η	0.24	0.15	
G	0.080	0.036	
Re	1.47×10^6	10^6	
Ek	1.06×10^{-4}	7.7×10^{-4}	
Ro	1.67×10^{-2}	2.61×10^{-2}	4.38×10^{-2}
Ro_M	6.95×10^{-2}	17.4×10^{-2}	29.2×10^{-2}
C_w	11,886	5,929	9,881
b	0.175	0.32	0.45
c	0.04	0.04	0.04
α	0.30	0.25	0.25
β	0.09	0.82	0.93

Pour chaque cas-test, la figure (1.08) montre l'évolution de la quantité ε , représentée à l'aide d'un maillage structuré dans un domaine délimité par $(0.24 \leq r^* \leq 1$ et $0.05 \leq z^* \leq 0.95)$.

La proximité des parois a été éliminée du fait que la solution n'est valable que dans le noyau central de l'écoulement, les conditions $\{V_r^* = 0 \text{ à } (z^* = 0 ; z^* = 1)\}$, $\{V_\theta^* = r^* \text{ à } (z^* = 0)\}$ et $\{V_\theta^* = 0 \text{ à } (z^* = 1)\}$ n'étant pas respectées. Dans tous les cas, la valeur absolue maximale de « ε » n'excède pas 13%, les valeurs absolues les plus élevées étant situées au voisinage de la périphérie de la cavité, du côté de la paroi fixe. La figure (1.09) représente la distribution radiale de ε à mi-hauteur de cavité pour les trois cas-tests. La valeur maximale de ε reste inférieure à 10% à $r^* = 1$ dans le cas-test A où le niveau de pré-rotation est assez faible. Quoiqu'il en soit, nous pouvons estimer que la quantité $(V_r^* \partial V_r^* / \partial r^* + V_z^* \partial V_r^* / \partial z^*)$, reste faible devant la quantité (V_θ^{*2} / r^*) . Ainsi, négliger les termes $(V_r^* \partial V_r^* / \partial r^* + V_z^* \partial V_r^* / \partial z^*)$ devant (V_θ^{*2} / r^*) , ce qui revient à utiliser la loi d'équilibre radial (1.08), est une hypothèse acceptable tant que le taux de pré-rotation du fluide ne devient pas très faible. La configuration A semble à la limite de la validité de cette hypothèse.

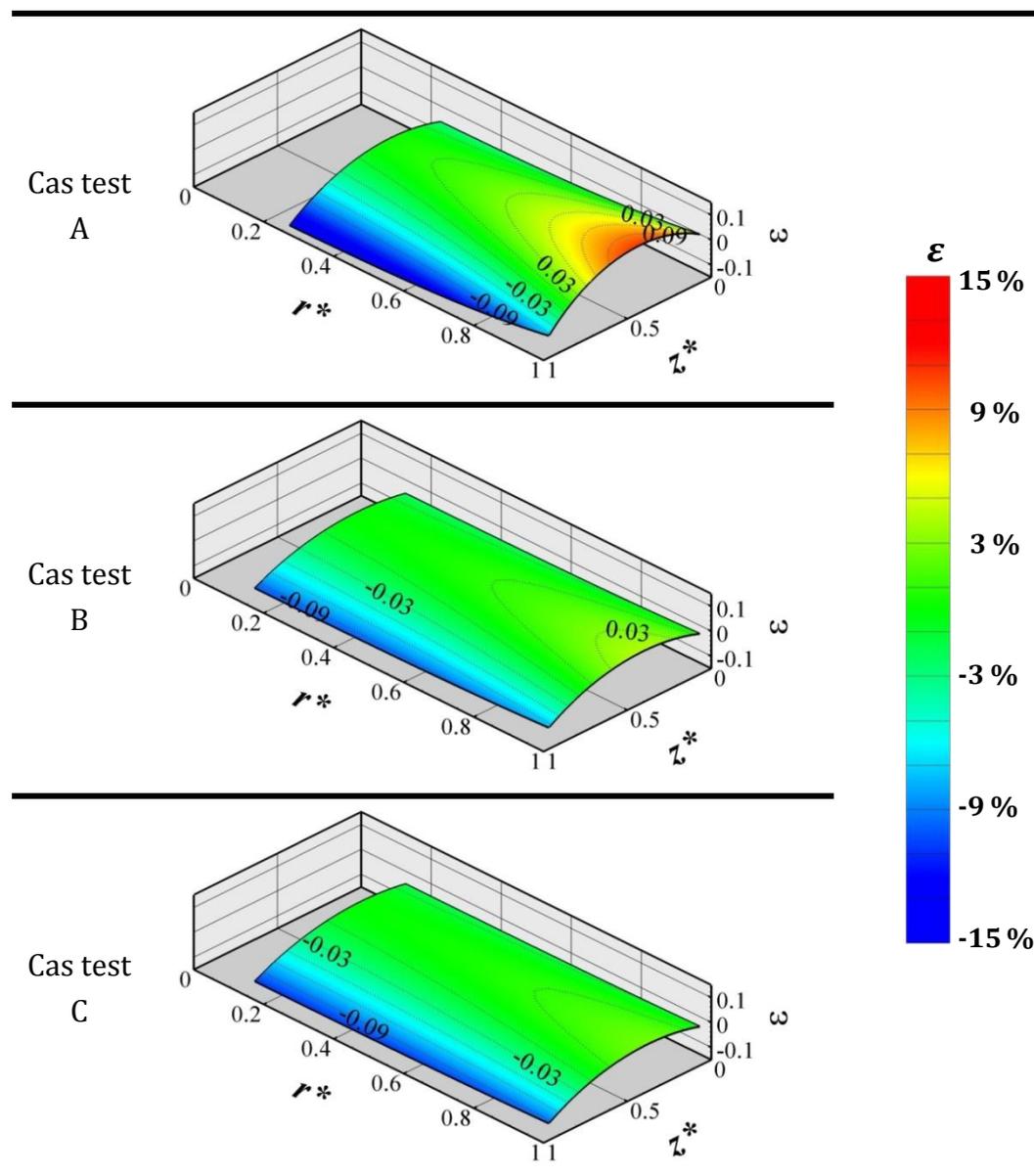


Figure (1.08) : Évolution du ratio « ε » pour les trois cas tests A, B et C.

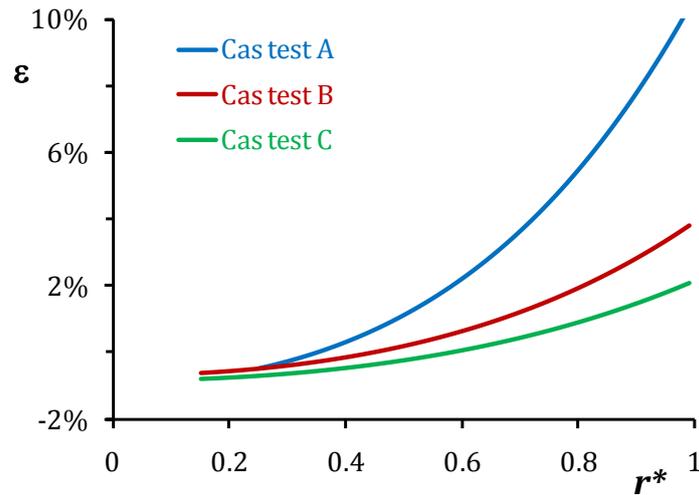


Figure (1.09) : Distribution radiale du ratio « ε » à mi-hauteur de la cavité pour les cas tests A, B et C.

1.1.5. Synthèse Générale

Le tableau suivant (1.2) regroupe les lois analytiques présentées dans cette partie de chapitre, valables dans le noyau central de l'écoulement dans une cavité rotor-stator, soumise ou non à un flux radial centripète forcé. Seuls les résultats concernant la distribution radiale du coefficient d'entraînement K sont rappelés.

Tableau (1.2)

Cavité Isolée	Cavité soumise à un flux superposé
Écoulement de type Batchelor $K = K_B$	Owen & Rogers [27] (1.15) $\text{signe}(1 - K) 1 - K ^{8/5} - \frac{\alpha_S \gamma_S}{\alpha_R \gamma_R} K^{4/5} = \frac{60}{49\pi} \frac{\lambda_{Turb}}{\alpha_R \gamma_R} r^{*-13/5}$ avec $\lambda_{Turb} = q \frac{Re^{1/5}}{\Omega R^3}$
	Poncet <i>et al.</i> [33] (1.16) $K = 2 (a_1 C_{qr} + b_1)^{5/7} - 1 \quad \text{avec} \quad C_{qr} = \frac{Re^{1/5}}{2\pi\Omega R^3} q r^{*-13/5}$
Écoulement de type Stewartson $K = 0$	Debuchy <i>et al.</i> [10] (1.17) $K = a_2 + b_2 r^{*-2} \quad \text{avec} \quad b_2 \propto q$

Le but est de faire la synthèse des principales remarques, hypothèses et voies d'amélioration concernant ces modèles.

Le système étudié présente une ouverture périphérique, ce qui induit un échange de fluide avec l'extérieur. Les caractéristiques de l'écoulement externe situé au voisinage de la périphérie entrent pour une bonne part en jeu dans les propriétés de l'écoulement inter-disques. L'influence des paramètres sans dimension liés à la géométrie périphérique est très difficile à étudier compte tenu de leur nombre (1.03).

- a. Nous proposons de tenir compte de cette influence par le biais d'une grandeur sans dimension, la plus simple d'accès possible et ayant une signification physique. Nous avons retenu le taux de pré-rotation du fluide K_p défini en (1.09). Le modèle devra donc être adapté au cas général correspondant à $K_p \neq K_B$ et la condition à la limite $K = K_p$ à $r^* = 1$ devra être explicite dans les solutions obtenues, ce qui n'est pas le cas dans les relations (1.15), (1.16) et (1.17).

Dans le cas de la cavité isolée ($q = 0$), tous les modèles présentés dans cette partie de chapitre aboutissent à l'unique solution (1.14). Or cette solution $K = K_B$ est incompatible avec la condition $K = K_p$ à $r^* = 1$ mentionnée au point a. dès lors que $K_p \neq K_B$. L'explication provient probablement du fait que les échanges de fluide dans la direction radiale en dehors des couches limites sont négligés. Ces échanges sont faibles mais leurs effets sur le niveau du coefficient d'entraînement K peuvent être importants. En conséquence la solution (1.14) n'est pas représentative des phénomènes réels qui se produisent dans une zone plus ou moins étendue située à proximité de la périphérie. Dans le cas de la cavité soumise à un flux radial forcé, il faut également modéliser ces échanges dans un domaine situé plus loin de la périphérie, où l'aspiration joue un rôle majeur.

- b. Il est indispensable de trouver une hypothèse permettant de prendre en compte l'écoulement en dehors des couches limites de manière la plus réaliste possible. Cette hypothèse doit être commune aux deux configurations avec et sans aspiration superposée. Dans le cas de la cavité isolée, l'échange radial de flux hors couche limite existe tant que le noyau central ne tourne pas en bloc. En présence d'une aspiration forcée, il devient de plus en plus important au fur et à mesure que r^* décroît et/ou q augmente.
- c. Il faut veiller à ce que les deux points précédents permettent d'assurer une bonne continuité des phénomènes physiques entre le cas de la cavité soumise à une très faible aspiration forcée ($q \rightarrow 0$) et celui d'un système isolé ($q = 0$), notamment lorsque $K_p \neq K_B$. Il s'agit ici de remédier à un défaut commun à toutes les solutions citées dans cette partie de chapitre.

1.2. Développement de la Modélisation

La deuxième partie de ce chapitre est consacrée au développement d'une modélisation en accord avec les remarques précédentes. La confrontation des solutions qui en découleront avec des résultats expérimentaux et numériques, inédits ou tirés de la littérature, sera effectuée dans les chapitres 3 et 4.

1.2.1. Rappel des Hypothèses de Base

Nous nous intéressons à l'écoulement se produisant hors couches limites, dans une cavité rotor-stator soumise ou non à un flux radial centripète forcé, ouverte en périphérie.

Récapitulons les principales notations et hypothèses.

Les paramètres sans dimension relatifs au problème sont :

$$G = HR^{-1} \ll 1; \quad Re = \Omega R^2 \nu^{-1} \gg 1; \quad Ek = (G^2 Re)^{-1} \ll 1; \quad Ro_M = \frac{q}{2\pi R_M H(\Omega R)} \ll 1$$

L'écoulement est régi par les équations de continuité et d'équilibre radial, écrites sous forme adimensionnée :

$$\frac{1}{r^*} \frac{\partial(r^* V_r^*)}{\partial r^*} + \frac{\partial V_z^*}{\partial z^*} = 0 \quad ; \quad 2 r^* K^2 = \frac{dP^*}{dr^*} \quad ,$$

$$r^* = \frac{r}{R} \quad ; \quad z^* = \frac{z}{GR} \quad ; \quad V_r^* = \frac{v_r}{U_0} \quad ; \quad V_\theta^* = \frac{v_\theta}{\Omega R} = K r^* \quad ; \quad V_z^* = \frac{v_z}{GU_0} \quad ; \quad P^* = \frac{p - p_{atm}}{\frac{1}{2} \rho \Omega^2 R^2}$$

avec $\frac{U_0}{\Omega R} \ll 1$

L'influence de la géométrie périphérique de la cavité est prise en compte par la condition à la limite $K = K_p$ à $r^* = 1$

1.2.2. Hypothèses Nouvelles et Équations Générales du Modèle.

L'équation d'équilibre radial seule ne permet pas d'obtenir une loi analytique pour K . Les informations complémentaires doivent être déduites des débits de couches limites, mais également des échanges de fluide dans le noyau central, lorsqu'ils existent.

Pour cela, deux domaines sont considérés :

- ✚ La couche limite près du rotor : dans ce domaine, les phénomènes sont essentiellement régis par les effets centrifuges. La relation (1.12.B) correspondant au débit adimensionné circulant dans la couche limite d'un disque tournant à une vitesse constante Ω dans un fluide tournant en bloc à une vitesse $K\Omega$ reste valable.
- ✚ Un domaine regroupant la couche limite près du stator et le noyau central de l'écoulement, où le débit volume adimensionné total est $q_S^* + q_N^*$. Nous proposons de modéliser ce débit total à partir de l'expression (1.13.B) dans laquelle nous introduisons la fonction $f(C_{qN})$ afin de tenir compte du flux hors couches limites. Dans cette fonction, C_{qN} est un paramètre adimensionné relatif à ce flux.

Les débits volumes adimensionnés sont donc définis de la manière suivante :

$$\begin{aligned} q_R^* &\propto \text{signe}(1 - K) |1 - K|^{\frac{8}{5}} (r^{*2} Re)^{\frac{4}{5}} \\ q_S^* + q_N^* &\propto f(C_{qN}) K^{\frac{4}{5}} (r^{*2} Re)^{\frac{4}{5}} \end{aligned} \quad (1.18)$$

L'équation de conservation de la masse et la relation (1.18) aboutissent à :

$$\text{signe}(1 - K) |1 - K|^{\frac{8}{5}} + b_3 f(C_{qN}) K^{\frac{4}{5}} = a_3 \frac{Re^{1/5}}{\Omega R^3} q r^{*-13/5} \quad (1.19)$$

En toute rigueur, les valeurs de a_3 et b_3 dépendent du coefficient d'entraînement, ce qui nécessite d'obtenir la solution de l'équation précédente par une méthode itérative. Par la suite, a_3 et b_3 sont supposées constantes car leurs variations restent faibles dans la gamme du taux de rotation du fluide étudiée.

L'expression du débit circulant dans la couche limite du rotor est également modifiée en vue de simplifier notablement toutes les expressions analytiques qui en découlent : q_R^* est supposé indépendant de la variation de K . Ainsi, q_R^* est défini à partir d'une valeur moyenne égale à K_B . Dans la suite de ce travail, nous utiliserons les hypothèses (1.20) en remplacement de (1.18).

$$\begin{aligned} q_R^* &\propto K_B^{\frac{4}{5}} (r^{*2} Re)^{\frac{4}{5}} \\ q_S^* &\propto K^{\frac{4}{5}} (r^{*2} Re)^{\frac{4}{5}} \\ q_N^* &\propto (f(C_{qN}) - 1) K^{\frac{4}{5}} (r^{*2} Re)^{\frac{4}{5}} \end{aligned} \quad (1.20)$$

Plusieurs types de fonctions ont été testés dans Debuchy *et al.* [47]. Les conclusions suggèrent de retenir une fonction de la forme $f(C_{qN}) = \exp(\varphi C_{qN})$ où φ est une constante, que la cavité soit soumise ou non à un débit forcé. Du point de vue de la physique du phénomène, cette fonction tend vers « 1 » lorsque C_{qN} tend vers « 0 », ce qui signifie que l'expression $q_S^* + q_N^*$ dans (1.20) correspond à (1.13.B) lorsque q_N^* tend vers « 0 ».

Le paramètre C_{qN} ne peut pas être défini de la même façon lorsqu'il y a ou non aspiration forcée. C'est de ce choix dont nous discuterons dans les paragraphes qui suivent.

L'application directe des hypothèses (1.20) dans l'équation de conservation du débit global $q_S^* + q_N^* - q_R^* = q^*$ donne les lois suivantes :

$$K = \left[\frac{a_4 q r^{*-13/5} + K_B^{4/5}}{e^{(\varphi C_{qN})}} \right]^{5/4} ; \quad K = \left[\frac{a_5 C_{qr} + K_B^{4/5}}{e^{(\varphi C_{qN})}} \right]^{5/4} \quad (1.21)$$

Lorsque φC_{qN} est petit, la fonction $e^{(\varphi C_{qN})}$ peut être remplacée par son développement limité au premier ordre. Les solutions qui découlent de cette simplification seront développées et présentées dans les deux cas avec ou sans aspiration forcée.

L'équation de continuité (1.07.A) peut être utilisée afin d'obtenir une solution pour les vitesses radiales et axiales adimensionnées.

Supposons que la vitesse radiale adimensionnée résulte d'un produit de fonctions à une seule variable, de telle sorte que :

$$V_r^* = \Psi(r^*) \times \frac{d\Phi(z^*)}{dz^*} \quad (1.22)$$

Le bilan des échanges radiaux indique que le débit dans le noyau central est : $q_N^* = q_R^* - q_S^* + q^*$. D'après (1.20), il est facile d'obtenir :

$$q_N^* = \frac{q_N}{v_r} = \frac{2\pi}{v} \int_{\delta_R}^{H-\delta_S} v_r dz = \xi_1 (K_B^{4/5} - K^{4/5}) r^{*8/5} + q^*$$

où $\xi_1 \approx \frac{49\pi}{60} \alpha_R \gamma_R Re^{4/5}$ est supposée constante. Cette dernière équation peut encore s'écrire de la manière suivante :

$$\begin{aligned}\xi_1(K_B^{4/5} - K^{4/5})r^{*8/5} + q^* &= \frac{2\pi U_0 H}{\nu} \int_{\delta_R^*}^{1-\delta_S^*} V_r^* dz^*, \text{ soit} \\ \xi_1(K_B^{4/5} - K^{4/5})r^{*8/5} + \frac{q}{\nu R} r^{*-1} &= \frac{2\pi U_0 H}{\nu} \Psi(r^*) \int_{\delta_R^*}^{1-\delta_S^*} d\Phi(z^*) dz^*\end{aligned}$$

$\delta_S^* = \frac{\delta_S}{H}$ et $\delta_R^* = \frac{\delta_R}{H}$ représentent respectivement les épaisseurs de couches limites adimensionnées, qui peuvent être estimées à partir des équations (1.12.A) et (1.13.A).

La fonction $\Psi(r^*)$ est donc de la forme :

$$\Psi(r^*) = \frac{U_0^{-1}}{\Phi(1-\delta_S^*) - \Phi(\delta_R^*)} \{ \xi_2(K_B^{4/5} - K^{4/5}) r^{*8/5} + \xi_3 r^{*-1} \}$$

où $\xi_2 = \frac{\nu \xi_1}{2\pi H} = \frac{49}{120} \alpha_R \gamma_R G^{-1} Re^{-1/5} \Omega R$ est supposée constante, $\xi_3 = \frac{q}{2\pi HR} = Ro\Omega R$ est une constante liée au débit forcé et $\xi_3/\xi_2 \propto C_{qp}$.

En remplaçant cette dernière expression de $\Psi(r^*)$ dans (1.22) on obtient :

$$V_r^* = \frac{U_0^{-1}}{\Phi(1-\delta_S^*) - \Phi(\delta_R^*)} \{ \xi_2(K_B^{4/5} - K^{4/5}) r^{*8/5} + \xi_3 r^{*-1} \} \frac{d\Phi(z^*)}{dz^*} \quad (1.23)$$

L'équation de continuité (1.11.A) permet d'écrire la vitesse axiale :

$$V_z^* = F(r^*) - \left(\frac{\Psi(r^*)}{r^*} + \frac{d\Psi(r^*)}{dr^*} \right) \Phi(z^*)$$

$F(r^*)$ est une « constante » d'intégration.

Les détails du raisonnement de cette dernière relation sont donnés en annexe « B ». La variation de l'épaisseur des couches limites dans la direction radiale ne doit influencer que très peu sur les profils de V_r^* et V_z^* . En négligeant les termes liés aux dérivées par rapport à r^* de δ_R^* et δ_S^* , l'équation précédente devient :

$$V_z^* = F(r^*) - \frac{U_0^{-1} \xi_2}{\Phi(1-\delta_S^*) - \Phi(\delta_R^*)} \left\{ \frac{13}{5} \left(K_B^{4/5} - K^{4/5} \right) r^{*3/5} - \frac{4}{5} r^{*8/5} K^{-1/5} \frac{dK}{dr^*} \right\} \Phi(z^*) \quad (1.24)$$

Il faut noter que seule la constante ξ_3 dépend du débit forcé, ce qui signifie que la vitesse axiale est indépendante du débit superposé dans la cavité.

Une fois que l'ajustement de la fonction K est réalisé, les relations (1.23) et (1.24) pour V_r^* et V_z^* contiennent encore les fonctions $F(r^*)$ et $\Phi(z^*)$ qui sont inconnues a priori. Notre objectif est de choisir ces fonctions en imposant des profils des vitesses réalistes à la périphérie du système, tout comme il faudrait le faire dans le cadre d'un calcul numérique, et de vérifier que la solution obtenue dans toute la cavité est physiquement acceptable. Les ajustements et comparaisons seront effectués uniquement au chapitre 3 à l'aide des données expérimentales et numériques.

En général, les profils des vitesses sont présentés dans la littérature sous une forme adimensionnée par rapport à la vitesse locale de la paroi tournante, soit Ωr . Aussi, les solutions obtenues seront donc exprimées sous la forme suivante :

$$v_r^* = \frac{v_r}{\Omega r} = \frac{U_0 V_r^*}{\Omega R r^*} \quad ; \quad v_\theta^* = \frac{v_\theta}{\Omega r} = \frac{V_\theta^*}{r^*} = K \quad ; \quad v_z^* = \frac{v_z}{\Omega r} = \frac{G U_0 V_z^*}{\Omega R r^*}$$

La modélisation permet également d'obtenir une solution pour la pression totale définie par $p_t = p + \frac{1}{2} \rho (V_r^2 + V_\theta^2 + V_z^2)$. En supposant que la composante circonférentielle de la vitesse est prédominante dans le noyau central, la distribution radiale de la pression totale adimensionnée, à mi-hauteur de cavité, est donnée par :

$$p_t^* = p^* + K^2 r^{*2} \quad \text{avec} \quad p_t^* = \frac{p_t - p_{atm}}{\frac{1}{2} \rho \Omega^2 R^2} \quad (1.25)$$

En résumé, les solutions analytiques peuvent être développées dans le cas d'une cavité isolée ou avec aspiration sur la base commune suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} v_\theta^*(r^*, z^*) = K(r^*) \\ v_r^*(r^*, z^*) = \frac{1}{\Phi(1-\delta_S^*) - \Phi(\delta_R^*)} \left\{ \xi_4 \left(K_B^{\frac{4}{5}} - K^{\frac{4}{5}} \right) r^{*\frac{3}{5}} + \xi_5 r^{*-2} \right\} \frac{d\Phi(z^*)}{dz^*} \\ v_z^*(r^*, z^*) = f(r^*) - \frac{G \xi_4}{\Phi(1-\delta_S^*) - \Phi(\delta_R^*)} \left\{ \frac{13}{5} \left(K_B^{\frac{4}{5}} - K^{\frac{4}{5}} \right) r^{*-\frac{2}{5}} - \frac{4}{5} r^{*\frac{3}{5}} K^{-\frac{1}{5}} \frac{dK}{dr^*} \right\} \Phi(z^*) \\ p^*(r^*, z^*) = p^*(r^*, 0.5) \\ p_t^*(r^*, z^*) = p^*(r^*, 0.5) + K^2 r^{*2} \end{array} \right. \quad (1.26)$$

où $\xi_4 = \frac{\xi_2}{\Omega R} = \frac{49}{120} \frac{\alpha_{RYR}}{Gr^{1/5}}$, $\xi_5 = \frac{\xi_3}{\Omega R} = Ro$ et $f(r^*) = G \frac{U_0}{\Omega R} F(r^*) r^{*-1}$.

Prenons un exemple simple :

$$\frac{d\Phi(z^*)}{dz^*} = \sin(\xi_6(z^* - z_0^*)) \quad \Rightarrow \quad \Phi(z^*) = -\frac{1}{\xi_6} \cos(\xi_6(z^* - z_0^*)) \quad (1.27)$$

$z_0^* = z_0/H$ représente la position axiale adimensionnée pour laquelle la vitesse radiale s'annule et donc pour laquelle la vitesse axiale atteint un extrémum en une position radiale donnée.

En remplaçant (1.27), les équations (1.26) deviennent :

$$\left\{ \begin{array}{l} v_\theta^*(r^*, z^*) = K \\ v_r^*(r^*, z^*) = \left\{ \xi_7 \left(K_B^{\frac{4}{5}} - K^{\frac{4}{5}} \right) r^{*\frac{3}{5}} + \xi_8 r^{*-2} \right\} \sin(\xi_6(z^* - z_0^*)) \\ v_z^*(r^*, z^*) = f(r_i^*) + G \frac{\xi_7}{\xi_6} \left\{ \frac{13}{5} \left(K_B^{\frac{4}{5}} - K^{\frac{4}{5}} \right) r^{*-\frac{2}{5}} - \frac{4}{5} r^{*\frac{3}{5}} K^{-\frac{1}{5}} \frac{dK}{dr^*} \right\} \cos(\xi_6(z^* - z_0^*)) \\ p^*(r^*, z^*) = p^*(r^*, 0.5) \\ p_t^*(r^*, z^*) = p^*(r^*, 0.5) + K^2 r^* \end{array} \right. \quad (1.28)$$

Avec $\xi_7 = \frac{\xi_4}{\cos(\xi_6(1-\delta_S^*-z_0^*)) - \cos(\xi_6(\delta_R^*-z_0^*))}$ et $\xi_8 = \frac{\xi_5}{\cos(\xi_6(1-\delta_S^*-z_0^*)) - \cos(\xi_6(\delta_R^*-z_0^*))}$.

Les paragraphes suivants sont respectivement consacrés à l'étude de la cavité isolée et soumise à un flux centripète forcé. Pour chaque configuration, nous faisons le choix du paramètre « C_{qN} », ce qui permet d'obtenir une solution pour (1.21). Les lois de distribution radiale du coefficient d'entraînement, de la pression statique déduite de (1.08) et de la pression totale à mi-hauteur de cavité (1.25), sont présentées à partir de deux méthodes de résolution de (1.21), l'une basée sur l'utilisation de la fonction $e^{(\varphi C_{qN})}$, l'autre sur son développement limité au premier ordre. Les solutions relatives aux profils des composantes radiale et axiale suivant z^* , issues de (1.28) sont également développées.

1.2.3. Le Cas de la Cavité Isolée

Dans une cavité isolée où $C_{qr} = 0$, l'équation (1.21) devient :

$$K = K_B / e^{(\varphi_1 C_{qN})} \quad (1.29)$$

Cette dernière relation aboutit à la solution (1.15) lorsque $C_{qN} = 0$, c'est-à-dire lorsque les échanges de fluide ne s'effectuent qu'au travers des couches limites. Dans le cas contraire, la discussion du paragraphe (1.1.4) suggère de choisir un coefficient de débit C_{qN} proportionnel à $(K_B - K)$ et dépendant de la position radiale, soit :

$$C_{qN} \propto (K_B - K) r^{*a} \quad (1.30)$$

où « a » une constante.

Étudions dans un premier temps la solution de l'équation (1.29) dans laquelle C_{qN} est défini en (1.30). La condition à la périphérie dans l'équation (1.30) s'écrit :

$$r^* = 1 \quad K = K_p \quad C_{qN} = C_{qN,p} \propto (K_B - K_p) \quad (1.31)$$

La constante φ_1 , qui est donnée par $\left[\ln(K_p/K_B) \right]^{-\frac{1}{C_{qN,p}}}$ permet de mettre l'équation (1.29) sous la forme suivante :

$$\frac{K}{K_B} = \left(\frac{K_p}{K_B} \right)^{\frac{C_{qN}}{C_{qN,p}}}$$

La solution (1.15) correspondant à un fluide tournant en bloc dans le noyau central est valable si $K_p = K_B$ à la périphérie. Dans le cas général où $K_p \neq K_B$ la solution de (1.29) avec C_{qN} défini en (1.30) est :

$$\frac{K}{K_B} = \left(\frac{K_p}{K_B} \right)^{\frac{K_B - K}{K_B - K_p} r^{*a}} \quad (1.32)$$

L'équation précédente ne permet pas d'exprimer directement K en fonction de r^* . Il est nécessaire d'utiliser une procédure itérative pour approximer la solution (1.32). Pour cela, la cavité représentée dans le plan méridien est discrétisée en éléments cylindriques dont la dimension radiale adimensionnée Δr_i^* est suffisamment petite pour que $C_{qn,i}$ puisse être supposé constant (figure (1.10)).

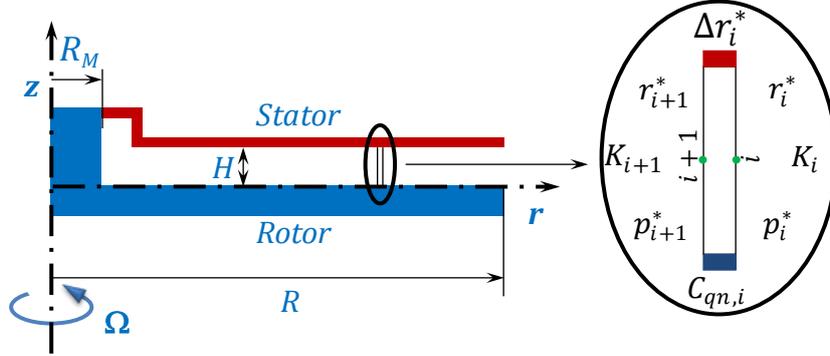


Figure (1.10) : Discrétisation de la cavité.

Le coefficient d'entraînement K_{i+1} à la position radiale r_{i+1}^* est calculé suivant l'équation (1.32) en utilisant la valeur de K_i à la position radiale $r_i^* = r_{i+1}^* + \Delta r_i^*$. La distribution radiale de la pression statique est déduite de l'équation (1.08) en remplaçant la dérivée par la variation. Il est également possible d'approximer la solution pour la distribution radiale de pression totale (1.25). Les équations sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{K_{i+1}}{K_B} &= \left(\frac{K_p}{K_B}\right)^{\left(\frac{K_B - K_i}{K_B - K_p}\right)} r_i^{*a}, & p_{i+1}^* &= p_i^* - 2K_{i+1}^2 r_{i+1}^* \Delta r_i^*, \\ p_{t,i+1}^* &\approx p_i^* + K_{i+1}^2 r_{i+1}^* \end{aligned} \quad (1.33)$$

Le calcul est initié à la position $r_0^* = 1$ où $K_0 = K_p$ et $p_0^* = 0$. L'allure de la distribution radiale de K pour $K_p < K_B$ et $a > 0$ est représentée sur la figure (1.11) à gauche : elle semble bien conforme aux observations expérimentales de la figure (1.06). L'allure des distributions radiales de pression statique et pression totale sont représentées sur les figures (1.11) au centre et (1.11) à droite.

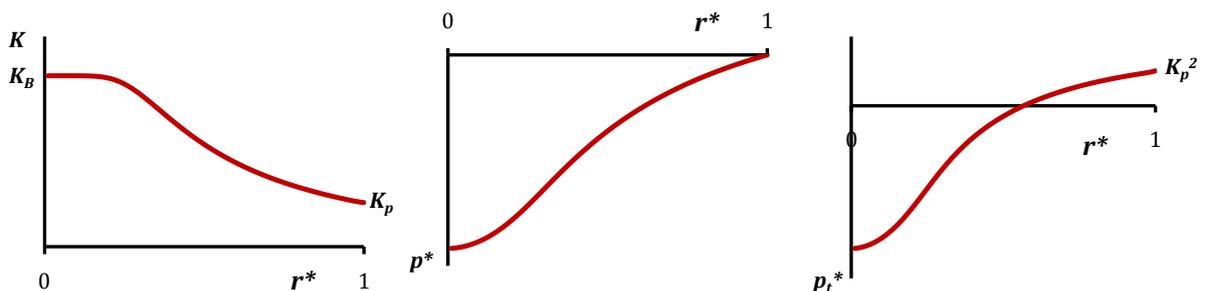


Figure (1.11) : Représentation de la solution (1.33) pour $K_p < K_B$ et $a > 0$

Les profils des composantes radiale et axiale de la vitesse peuvent être déduits directement des équations (1.28) et (1.33), qui deviennent :

$$\begin{cases} v_{\theta,i}^*(r^*, z^*) = K_i \\ v_{r,i}^*(r^*, z^*) = \xi_{7,i} \left\{ \left(K_B^{\frac{4}{5}} - K_i^{\frac{4}{5}} \right) r_i^{*\frac{3}{5}} \right\} \sin(\xi_6(z^* - z_0^*)) \\ v_{z,i}^*(r^*, z^*) = f(r_i^*) + G \frac{\xi_{7,i}}{\xi_6} \left\{ \frac{13}{5} \left(K_B^{\frac{4}{5}} - K_i^{\frac{4}{5}} \right) r_i^{*-\frac{2}{5}} - \frac{4}{5} r_i^{*\frac{3}{5}} K_i^{-\frac{1}{5}} \frac{\Delta K}{\Delta r_i^*} \right\} \cos(\xi_6(z^* - z_0^*)) \\ p_i^*(r^*, z^*) = p_i^*(r^*, 0.5) \end{cases} \quad (1.34)$$

où $\xi_{7,i} = \xi_7(\delta_{S,i}^*, \delta_{R,i}^*)$ et $\Delta K = K_i - K_{i+1}$.

Examinons dans un second temps le cas où $C_{qN} \rightarrow 0$, ce qui implique que la fonction $e^{(\varphi C_{qN})}$ peut être remplacée par son développement limité au premier ordre. L'équation (1.29) devient alors

$$K = K_B / [1 + \varphi_1 C_{qN}] \quad (1.35)$$

En introduisant la condition à la périphérie, la constante φ_1 s'écrit $\varphi_1 = \frac{1}{C_{qN,p}} \frac{K_B - K_p}{K_p}$.

En remplaçant ce résultat dans (1.35), il vient :

$$\left[1 + \frac{C_{qN}}{C_{qN,p}} \frac{K_B - K_p}{K_p} \right] K = K_B \quad (1.36)$$

Une fois encore, la solution (1.14) est obtenue lorsque $K_p = K_B$. Dans le cas général où $K_p \neq K_B$, en tenant compte de l'hypothèse (1.30) et de la condition à la périphérie (1.31) l'équation précédente s'écrit :

$$\left[1 + \frac{K_B - K}{K_p} r^{*a} \right] K = K_B$$

Il s'agit d'une équation du second degré en K , pour laquelle nous allons discuter les solutions possibles :

$$r^{*a}K^2 - (K_B r^{*a} + K_p)K + K_p K_B = 0 \quad (1.37)$$

Le discriminant de cette équation est :

$$\Delta = (K_B r^{*a} - K_p)^2 \geq 0 \quad (1.38)$$

À ($\Delta = 0$) correspond à l'unique solution $K = K_B$. Deux solutions distinctes peuvent être déduites dans le cas général où $K_p \neq K_B$ ($\Delta > 0$) :

$$K_{1,2} = \frac{1}{2} \left(K_B + \frac{K_p}{r^{*a}} \mp \left| K_B - \frac{K_p}{r^{*a}} \right| \right)$$

Ces deux solutions s'écrivent sous la forme :

$$\begin{cases} \oplus : \begin{cases} \text{si } r^{*a} \geq K_p/K_B & K_1 = K_B \\ \text{si } r^{*a} < K_p/K_B & K_1 = K_p r^{*-a} \end{cases} \\ \ominus : \begin{cases} \text{si } r^{*a} > K_p/K_B & K_2 = K_p r^{*-a} \\ \text{si } r^{*a} \leq K_p/K_B & K_2 = K_B \end{cases} \end{cases} \quad (1.39)$$

Sachant que $0 \leq r^* \leq 1$, les quatre solutions possibles sont résumées dans le tableau de synthèse (1.3) et représentées sur la figure (1.12).

Tableau (1.3) :

	$a < 0$	$a > 0$
$K_p < K_B$	La solution \oplus est inacceptable car elle ne respecte pas la condition à la périphérie. $r^* \leq 1 < r_B^* = (K_B/K_p)^{1/ a } :$ $K = K_p r^{* a } \quad (1.39.A)$	La solution \oplus est inacceptable car elle ne respecte pas la condition à la périphérie. $\text{Soit } r_B^* = (K_p/K_B)^{1/a} < 1$ $\left. \begin{array}{l} \text{si } r^* > r_B^* \quad K = K_p r^{*-a} \\ \text{si } r^* \leq r_B^* \quad K = K_B \end{array} \right\} (1.39.B)$
$K_p > K_B$	La solution \ominus est inacceptable car elle ne respecte pas la condition à la périphérie. $\text{Soit } r_B^* = (K_B/K_p)^{1/ a } < 1$ $\left. \begin{array}{l} \text{si } r^* \leq r_B^* \quad K = K_B \\ \text{si } r^* > r_B^* \quad K = K_p r^{* a } \end{array} \right\} (1.39.C)$	La solution \ominus est inacceptable car elle ne respecte pas la condition à la périphérie. $r^* \leq 1 < r_B^* = (K_p/K_B)^{1/a} :$ $K = K_p r^{*-a} \quad (1.39.D)$

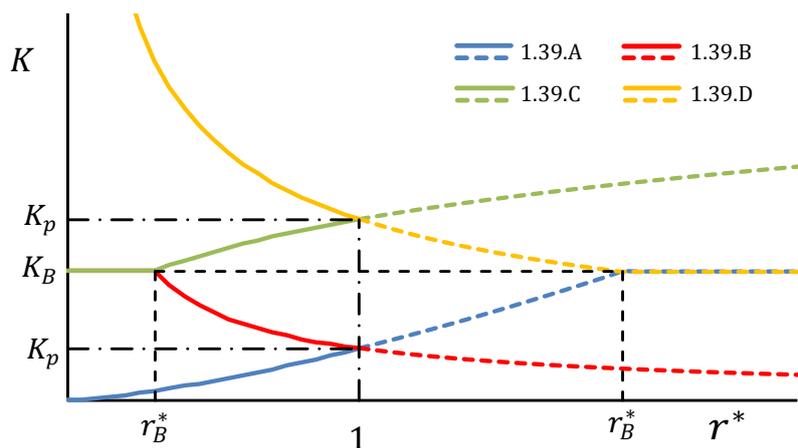


Figure (1.12) : Les quatre solutions (1.39)

Les deux solutions (1.39.A) et (1.39.D) dans lesquelles le déséquilibre des débits circulant dans les couches limites du rotor et du stator ne fait qu'augmenter au fur et à mesure que r^* diminue, ne correspond pas à la physique du phénomène observé (Figure (1.12)).

La conclusion majeure est que la puissance « a » de r^* dans l'hypothèse (1.30) doit être positive quand $K_p < K_B$, ce qui conduit à la solution analytique (1.39.B). Réciproquement, elle doit être négative quand $K_p > K_B$, la solution qui en découle étant donnée par (1.39.C). Les deux équations sont identiques compte tenu du signe de la puissance. Elles s'écrivent au final :

$$\begin{cases} \text{si } r^* \leq r_B^* & K = K_B \\ \text{si } r^* > r_B^* & K = K_p r^{*-a} \end{cases} \quad (1.40)$$

La pente de la distribution radiale du coefficient d'entraînement K présente une discontinuité à $r^* = r_B^*$: en cette position radiale, la tangente $\frac{dK}{dr^*}$ varie de 0 et $-a K_B \left(\frac{K_p}{K_B}\right)^{-\frac{1}{a}}$.

La distribution radiale de la pression statique est déduite de l'équation d'équilibre radial (1.08) à partir de (1.40) :

$$\begin{cases} \text{si } r^* \leq r_B^* \\ \text{si } r^* > r_B^* \end{cases} \begin{cases} \text{si } a = 1 & p^* = K_B^2 (r^{*2} - r_B^{*2}) + p_B^* \\ \text{si } a \neq 1 & p^* = 2K_p^2 \ln(r^*) \\ & p^* = \frac{K_p^2}{1-a} (r^{*2(1-a)} - 1) \end{cases} \quad (1.41)$$

Dans la solution (1.41), la pression statique adimensionnée, qui est définie à une constante près, est supposée nulle à la périphérie. Pour assurer la continuité de la fonction de la pression à $r^* = r_B^*$, la quantité p_B^* est introduite dans le modèle quand $r^* \leq r_B^*$. L'expression de p_B^* est donnée par l'équation suivante :

$$\begin{cases} \text{si } a = 1 & p_B^* = 2K_p^2 \ln(r_B^*) \\ \text{si } a \neq 1 & p_B^* = \frac{K_p^2}{1-a} (r_B^{*2(1-a)} - 1) \end{cases} \quad (1.42)$$

L'équation (1.08), qui s'écrit $\frac{dp^*}{dr^*} = 2K^2 r^* \geq 0$, indique que la pression statique à mi-hauteur de la cavité est une fonction croissante de la position radiale. Une solution explicite peut également être obtenue pour la distribution radiale de la pression totale adimensionnée à mi-hauteur de cavité à partir des équations (1.25), (1.40) et (1.41) :

$$\begin{cases} \text{si } r^* \leq r_B^* & p_t^* = K_B^2 (2r^{*2} - r_B^{*2}) + p_B^* \\ \text{si } r^* > r_B^* & \begin{cases} \text{si } a = 1 & p_t^* = K_p^2 (2 \ln(r^*) + 1) \\ \text{si } a \neq 1 & p_t^* = \frac{K_p^2}{1-a} ((2-a) r^{*2(1-a)} - 1) \end{cases} \end{cases} \quad (1.43)$$

où p_B^* est définie en (1.42).

Comme pour le coefficient d'entraînement K , la courbe de la pression totale présente une discontinuité de pente à $r^* = r_B^*$, $\frac{dp_t^*}{dr^*}$ variant de $2(a-2) K_B^2 \left(\frac{K_p}{K_B}\right)^{\frac{1}{a}}$ à $4K_B^2 \left(\frac{K_p}{K_B}\right)^{\frac{1}{a}}$. Il est également possible de prévoir que la courbe de la pression totale change de signe à la position radiale $r^* = r_0^*$, telle que :

$$r_0^* = \max \left\{ \begin{cases} \text{si } a = 1 & e^{-\frac{1}{2}} \approx 0.61 \\ \text{si } a \neq 1 & (2-a)^{\frac{1}{2a-2}} \end{cases} ; \left(\frac{K_p}{K_B}\right) \sqrt{\frac{1 - K_B^{\frac{1}{a}} - a K_p^{\frac{1}{a}}}{2(1-a) K_B^{\frac{1}{a}}}} \right\} \quad (1.44)$$

Les allures des distributions radiales de K , p^* et p_t^* , déduites des relations (1.40) à (1.44), sont représentées sur la figure (1.13). Elles sont très proches de celles issues de la solution (1.33), à l'exception du voisinage de la position radiale $r^* = r_B^*$, où cette solution (1.33) évite les discontinuités de pente pour le coefficient d'entraînement et la pression totale. Toutefois, l'avantage de l'utilisation du développement limité de la

fonction $e^{(\varphi C_{qN})}$ est de fournir des solutions analytiques explicites pour les distributions radiales de K, p^* et p_t^* .

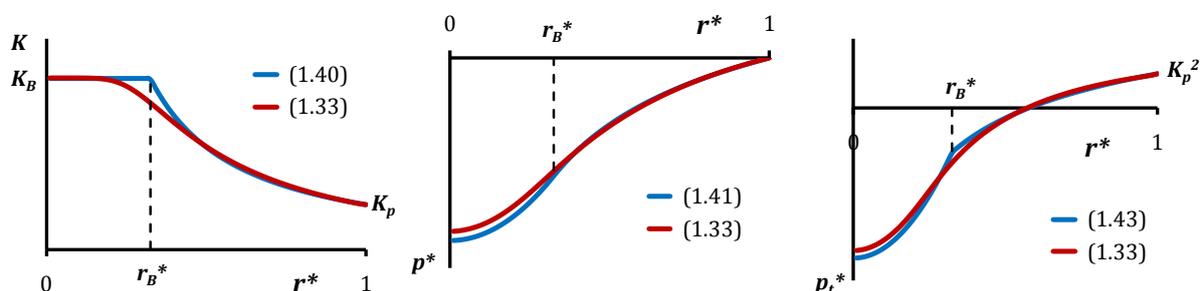


Figure (1.13) : Représentation des solutions (1.40) à (1.43) pour $K_p < K_B$ et $a > 0$

Les profils suivant z^* des composantes radiale et axiale de la vitesse peuvent être déduits directement des équations (1.28) et (1.40), selon les expressions suivantes :

$$\text{si } r^* > r_B^* \begin{cases} v_r^*(r^*, z^*) = \xi_7 \left\{ \left(K_B^{\frac{4}{5}} - K_p^{\frac{4}{5}} r^{*-\frac{4}{5}a} \right) r^{*\frac{3}{5}} \right\} \sin(\xi_6(z^* - z_0^*)) \\ v_z^*(r^*, z^*) = f(r^*) + G \frac{\xi_7}{\xi_6} \left\{ \frac{13}{5} K_B^{\frac{4}{5}} r^{*-2/5} + \left(\frac{4}{5} a - \frac{13}{5} \right) r^{*-2/5(1+2a)} K_p^{\frac{4}{5}} \right\} \cos(\xi_6(z^* - z_0^*)) \end{cases} \quad (1.45.A)$$

$$\text{si } r^* \leq r_B^* \begin{cases} v_r^*(r^*, z^*) = 0 \\ v_z^*(r^*, z^*) = f(r_B^*) + G \frac{\xi_7}{\xi_6} \cos(\xi_6(z^* - z_0^*)) \left\{ \frac{4}{5} a K_B^{\frac{2}{5a}(1+2a)} K_p^{-\frac{2}{5a}} \right\} \end{cases} \quad (1.45.B)$$

Afin d'assurer la continuité de la solution, les constantes précédentes sont introduites dans le cas de l'écoulement du noyau central qui tourne en bloc.

1.2.4. Le Cas de la Cavité Soumise à un Flux Centripète Forcé

Pour une cavité soumise à un flux centripète forcé, la remarque b. faite au paragraphe (1.1.5) suggère de choisir un coefficient de débit C_{qN} proportionnel au coefficient de débit adimensionné C_{qr} défini en (1.16). L'équation (1.21) devient alors :

$$K = \left[\frac{A_5 r^{*-13/5} + K_B^{4/5}}{e^{(4/5) \varphi_2 r^{*-13/5}}} \right]^{5/4} ; \quad K = \left[\frac{a_5 C_{qr} + K_B^{4/5}}{e^{(4/5) \varphi_2 C_{qr}}} \right]^{5/4} \quad (1.46)$$

où φ_2 est une constante, $A_5 = a_4 q$ et $\varphi_2 \propto \varphi_2 q$.

La figure (1.14) présente une comparaison entre la loi analytique (1.16) de Poncet [33], où $a_1 = 5.9$ et $b_1 = 0.63$, et la seconde relation de (1.46) dans laquelle la valeur de K_B est fixée à 0.44 pour que la comparaison ait un sens. L'influence de la fonction $f(C_{qN}) = e^{(4/5) \varphi_2 C_{qr}}$ introduite dans (1.20) est testée pour plusieurs valeurs de la constante φ_2 . Lorsque $\varphi_2 = 0$, c'est-à-dire lorsque tout le débit circule au travers des couches limites selon (1.20), la courbe issue de la relation (1.46) s'éloigne très rapidement de la loi (1.16). Par contre, les résultats sont très proches pour une valeur de $\varphi_2 = 1.0$, c'est-à-dire lorsque q_N^* défini en (1.20) n'est pas nul. Le développement limité de la fonction $e^{(4/5) \varphi_2 C_{qr}}$ peut alors être utilisé tant que C_{qr} reste petit. En augmentant la valeur de φ_2 , l'allure des courbes semble correspondre aux résultats présentés dans la figure (1.06.D), ce qui n'avait pas pu être modélisé à l'aide de la loi (1.16). Ces premiers éléments de comparaison nous confortent dans l'hypothèse qu'un débit doit exister dans le noyau central, et qu'il peut être modélisé dans le cas d'une cavité soumise à un flux centripète forcé par l'équation (1.20) dans laquelle $f(C_{qN})$ est de la forme $e^{(4/5) \varphi_2 C_{qr}}$, où φ_2 est une constante à ajuster. Notons que la condition à la périphérie n'a pas été introduite car les comparaisons ont été basées sur une configuration dans laquelle $K_p \approx K_B$.

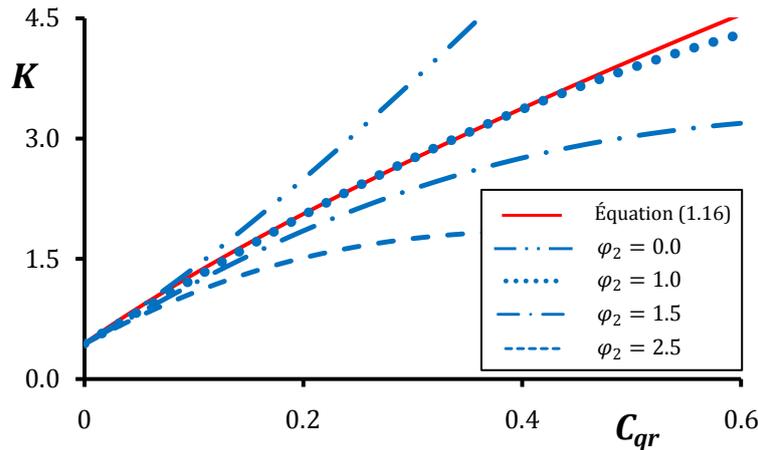


Figure (1.14) : Influence de la valeur de la constante φ_2 sur l'allure de la fonction de pondération de l'équation (1.46) avec $a_5 = 7.8$ et $K_B = 0.44$. Comparaison avec la loi en (1.16)

Afin de considérer la condition à la limite $K = K_p$ à $r^* = 1$, indispensable dans le cas d'une cavité ouverte en périphérie, nous proposons de remplacer la première relation de (1.20) par la suivante :

$$q_R^* \propto B_5 (r^{*2} Re)^{\frac{4}{5}} \quad (1.47)$$

Les équations (1.46) deviennent alors :

$$K^{4/5} = \frac{A_5 r^{*-13/5} + B_5}{e^{(4/5) \phi_2 r^{*-13/5}}} ; \quad K^{4/5} = \frac{a_5 C_{qr} + B_5}{e^{(4/5) \phi_2 C_{qr}}} \quad (1.48)$$

Étudions dans un premier temps la solution (1.48). La condition à la périphérie s'écrit :

$$\begin{aligned} K|_{r^*=1} &= K_p \\ C_{qr}|_{r^*=1} &= C_{qp} = \frac{q Re^{1/5}}{2\pi\Omega R^3} = Ro G Re^{1/5} = \frac{C_w}{2\pi Re^{4/5}} = \frac{\lambda_{Turb}}{2\pi} \end{aligned} \quad (1.49)$$

Dans ce cas la constante B_5 est donnée par :

$$B_5 = K_p^{4/5} e^{4/5 \phi_2} - A_5 ; \quad B_5 = K_p^{4/5} e^{(4/5) \phi_2 C_{qp}} - a_5 C_{qp} \quad (1.50)$$

En remplaçant (1.50) dans (1.48), la solution générale devient :

$$\left. \begin{aligned} K^{4/5} &= \frac{A_5 (r^{*-13/5} - 1)}{e^{(4/5) \phi_2 r^{*-13/5}}} + K_p^{4/5} e^{-4/5 \phi_2 (r^{*-13/5} - 1)} \\ K^{4/5} &= a_5 \frac{C_{qr} - C_{qp}}{e^{(4/5) \phi_2 C_{qr}}} + K_p^{4/5} e^{-4/5 \phi_2 (C_{qr} - C_{qp})} \end{aligned} \right\} \quad (1.51)$$

La première relation de (1.51) permet de représenter la distribution radiale de K , alors que la seconde permet de représenter la loi de variation de K en fonction de C_{qr} . Les profils des composantes radiale et axiale de la vitesse peuvent être obtenus en remplaçant l'expression de K en fonction de r^* donnée en (1.48) dans la deuxième et la troisième relations de (1.28). Examinons à présent le cas où $C_{qr} \rightarrow 0$. La fonction $e^{(4/5) \phi_2 C_{qr}}$ peut être remplacée par son développement limité au premier ordre. La seconde relation de (1.48) s'écrit alors :

$$K^{4/5} = \frac{a_5 C_{qr} + B_5}{1 + \frac{4}{5} \phi_2 C_{qr}} ; \quad K^{4/5} = \frac{A_5 r^{*-13/5} + B_5}{1 + \frac{4}{5} \phi_2 r^{*-13/5}} \quad (1.52)$$

En tenant compte de la condition à la périphérie (1.49), il vient :

$$\begin{aligned} B_5 &= K_p^{4/5} \left(1 + \frac{4}{5} \phi_2 C_{qp} \right) - a_5 C_{qp} \\ B_5 &= K_p^{4/5} \left(1 + \frac{4}{5} \phi_2 \right) - A_5 \end{aligned} \quad (1.53)$$

La relation s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \frac{K^{4/5}}{K_p^{4/5}} - 1 &= \left(a_5 K_p^{-4/5} - \frac{4}{5} \phi_2 \right) \left(\frac{C_{qr} - C_{qp}}{1 + \frac{4}{5} \phi_2 C_{qr}} \right) \\ \frac{K^{4/5}}{K_p^{4/5}} - 1 &= \left(A_5 K_p^{-4/5} - \frac{4}{5} \phi_2 \right) \left(\frac{r^{*-13/5} - 1}{1 + \frac{4}{5} \phi_2 r^{*-13/5}} \right) \end{aligned} \quad (1.54)$$

Cette dernière relation suggère que la quantité « $\frac{K^{4/5}}{K_p^{4/5}} - 1$ » est une fonction linéaire de la quantité « $\frac{C_{qr} - C_{qp}}{1 + \frac{4}{5} \phi_2 C_{qr}}$ ». Nous vérifierons ce résultat dans le chapitre 4 à l'aide de données expérimentales. Une autre forme d'écriture peut être proposée pour la relation (1.54) :

$$\begin{aligned} \left(K^{4/5} - \frac{5 a_5}{4 \phi_2} \right) \left(\phi_2 C_{qr} + \frac{5}{4} \right) &= \left(K_p^{4/5} - \frac{5 a_5}{4 \phi_2} \right) \left(\phi_2 C_{qp} + \frac{5}{4} \right) = const \\ \left(K^{4/5} - \frac{5 A_5}{4 \phi_2} \right) \left(\phi_2 r^{*-13/5} + \frac{5}{4} \right) &= \left(K_p^{4/5} - \frac{5 A_5}{4 \phi_2} \right) \left(\phi_2 + \frac{5}{4} \right) = const \end{aligned} \quad (1.55)$$

Ce dernier résultat indique que les quantités $\left(K^{4/5} - \frac{5 a_5}{4 \phi_2} \right) \left(\phi_2 C_{qr} + \frac{5}{4} \right)$ ou $\left(K^{4/5} - \frac{5 A_5}{4 \phi_2} \right) \left(\phi_2 r^{*-13/5} + \frac{5}{4} \right)$, définies à partir du coefficient d'entraînement du noyau central K et du coefficient de débit C_{qr} restent constantes quelle que soit la position radiale dans la cavité.

Chapitre - 2 - Moyens de Validation



Chapitre

2. Moyens de Validation

L'objectif de ce chapitre est de détailler les moyens, expérimentaux et numériques, utilisés pour obtenir les données nécessaires à la validation des modèles présentés au chapitre précédent. Le premier paragraphe résume les différents termes de vocabulaire spécifiques à l'étude et rappelle les définitions des paramètres sans dimension. La seconde partie est consacrée à la description de l'installation expérimentale, qui inclut principalement un banc d'essais de type rotor-stator et divers moyens de mesure et d'étalonnage permettant l'accès aux vitesses moyennes, grandeurs turbulentes, pression totale dans l'espace inter-disques et pression statique pariétale. Dans le troisième paragraphe, consacré à la modélisation numérique effectuée à l'aide du code de calcul industriel FLUENT, nous évoquerons en particulier les difficultés liées aux choix du domaine de calcul et des conditions aux limites. Chacun de ces deux paragraphes débute par une courte introduction bibliographique dont l'objectif est de montrer la complémentarité de nos travaux de recherche par rapport aux résultats déjà publiés.

2.1. Généralités & Définitions

Par souci de clarté, rappelons en premier lieu quelques termes de vocabulaire fréquemment utilisés dans ce mémoire. Les cavités de type rotor-stator étudiées peuvent être :

- ✚ ouvertes : cet adjectif dénote l'absence de paroi entre $z^* = 0$ et $z^* = 1$ à la périphérie des disques, à l'exemple de la figure (2.01.A) quand $h = H$;
- ✚ partiellement ouvertes : ceci indique la présence d'un carter en périphérie, obstruant en partie la frontière entre le domaine inter-disques et l'extérieur de la

cavité. L'échange de fluide entre ces deux régions reste possible, à l'exemple de la figure (2.01.A) quand $0 < h < H$;

- ✚ fermées : dans ce cas, un carter obstrue totalement la périphérie du système, rendant impossible tout échange de fluide avec l'extérieur. Cette configuration est obtenue sur la figure (2.01.A) quand $h = 0$.

Le terme cavité isolée, introduit dans le premier chapitre, indique que la section centrale d'aspiration est fermée, ce qui rend impossible tout flux radial superposé. Cette configuration peut être envisagée pour une cavité ouverte, partiellement ouverte ou fermée. Lorsque la section centrale est connectée à un dispositif d'aspiration, la cavité est alors soumise à un flux radial forcé. Cette configuration n'est possible que dans les cas d'une cavité ouverte ou partiellement ouverte. Nous supposons qu'elle peut également se produire dans le cas d'une cavité fermée, à la seule condition qu'il existe une légère fuite entre le carter et la périphérie des disques, comme le montre la figure (2.01.B).

Les définitions des paramètres sans dimension sont indiquées dans les deux tableaux suivants.

Tableau (2.1) :

Le nombre de Reynolds	$Re = \frac{\Omega R^2}{\nu}$
Le paramètre de forme de la cavité	$G = \frac{H}{R}$
Le coefficient de débit	$C_w = \frac{q}{\nu R}$
Le paramètre géométrique lié au moyeu central	$\eta = \frac{R_M}{R}$

D'autres paramètres sans dimension, déterminés à partir des quatre paramètres précédents, peuvent être utilisés. Ils sont mentionnés dans le tableau suivant :

Tableau (2.2)

Le nombre d'Ekman	$Ek = \frac{\nu}{\Omega H^2} = (G^2 Re)^{-1}$
Le nombre de Rossby	$Ro = \frac{q}{2\pi\Omega R^2 H} = \frac{1}{2\pi} C_w (G Re)^{-1}$
Le coefficient de débit adimensionné	$Ro_M = \frac{q}{2\pi\Omega R_M R H} = Ro \eta^{-1}$
Le coefficient de débit	$\lambda_T = \frac{q}{\nu^{\frac{1}{5}} \Omega^{\frac{4}{5}} R^{\frac{13}{5}}} = C_w Re^{-\frac{4}{5}}$
Le coefficient local de débit	$C_{qr} = \frac{q}{2\pi\nu^{\frac{1}{5}} \Omega^{\frac{4}{5}} r^{\frac{13}{5}}} = \frac{1}{2\pi} \lambda_T r^{*\frac{-13}{5}}$
Le coefficient de débit $C_{qp} = C_{qr} _{r=R}$	$C_{qp} = \frac{q}{2\pi\nu^{\frac{1}{5}} \Omega^{\frac{4}{5}} R^{\frac{13}{5}}} = \frac{1}{2\pi} \lambda_T = Ro G Re^{\frac{1}{5}}$

2.2. Moyens Expérimentaux

2.2.1. Contexte de l'Étude

Dans la littérature, au moins deux types de bancs d'essais ont été utilisés pour étudier les écoulements à couches limites séparées entre un rotor et un stator.

Le premier correspond aux systèmes totalement ou partiellement ouverts en périphérie. Ce type d'installation a été utilisé au Laboratoire de Mécanique de Lille (LML) dans le cadre des travaux réalisés par Debuchy [09], Djaoui [12] et D'Haudt [06]. C'est ce qui nous a amené, dans la continuité de cette dernière étude, à nous intéresser à l'influence des conditions périphériques, et plus particulièrement au taux de pré-rotation qui semble jouer un rôle important dans les caractéristiques générales des écoulements étudiés. Dans ces dispositifs, la pré-rotation peut varier de manière importante, surtout en l'absence de flux superposé.

L'autre famille inclut les cavités fermées ou fortement obstruées en périphérie par un carter fixe. Les échanges de fluide avec l'extérieur étant inexistantes ou très réduits, les variations du taux de pré-rotation sont plus faibles, tout au moins en l'absence de flux superposé. Citons, entre autres, les travaux réalisés par Owen & Rogers [27], Gassiat [18] et Poncet [30].

Dans les deux cas, la pré-rotation ne peut pas toujours être définie à $r^* = 1$ en raison de la présence d'une paroi. Nous suggérons alors de définir K_p comme étant le coefficient d'entraînement du fluide en dehors de la couche limite du carter périphérique (à $r^* = 1 - \epsilon$, $\epsilon \ll 1$). Examinons plus en détail deux exemples de banc d'essais appartenant à ces deux familles de dispositifs.

Une cavité rotor-stator ouverte ou partiellement fermée en périphérie a été utilisée par Debuchy [09] en 1993 pour étudier l'influence d'un flux centripète forcé. Dans ses travaux, le nombre de Reynolds et le paramètre de forme de la cavité ont été respectivement fixés à $Re = 1.47 \times 10^6$ pour la majeure partie des essais et $G = 0.08$, ce qui correspond bien à nos hypothèses (1.02). Dans le cas de la cavité soumise à un flux centripète forcé, plusieurs débits ont été testés, pour des valeurs maximales du nombre de Rossby égales à 16.7×10^{-3} , ce qui correspond à un coefficient de débit $C_{qp} = 24.2 \times 10^{-3}$. L'influence de la géométrie périphérie n'a pas été abordée dans cette thèse. Toutefois, la présence d'un carter extérieur, qui fixe la valeur du paramètre $\chi = \Delta R/H$ introduit par Djaoui [12] à $\chi = 0.27$ et celle du rapport d'obstruction périphérique à $h/H = 1$, ont certainement conditionné le niveau de pré-rotation du fluide, toujours voisin de 0.24. Cette remarque résulte des conclusions tirées par

D’Haudt en 2006, dont les travaux ont permis de mieux comprendre le rôle de la géométrie périphérique dans une cavité isolée et totalement ouverte. La figure (2.02) schématise quatre conditions périphériques testées dans [06]. L’une des conclusions de ce travail est que le niveau de pré-rotation est lié à l’origine du fluide entrant dans la cavité. Le niveau de K_p reste faible tant que la majeure partie du fluide entrant provient du domaine extérieur situé à proximité du stator, donc au repos. Il augmente au fur et à mesure que le fluide centrifugé par le rotor est réinjecté dans la cavité. En augmentant légèrement la valeur de G et/ou en diminuant celle de χ , il est possible de diminuer le taux de pré-rotation, jusqu’à environ 0.07. Le schéma simplifié d’une cavité ouverte ou partiellement ouverte, telle que celle utilisée par Debuchy et D’Haudt, est donné en figure (2.01.A). Tant que le coefficient d’obstruction périphérique h/H ne tend pas vers zéro, la cavité n’est pas de type fortement obstruée.

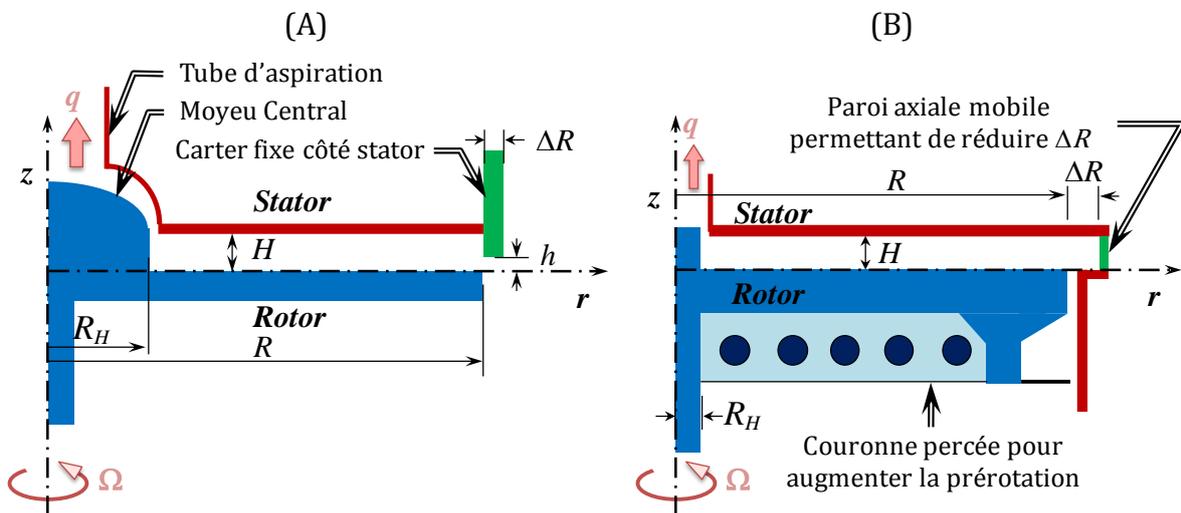


Figure (2.01) : Schéma des bancs d’essais utilisés par Debuchy [09] (A) et par Poncet [30] (B)

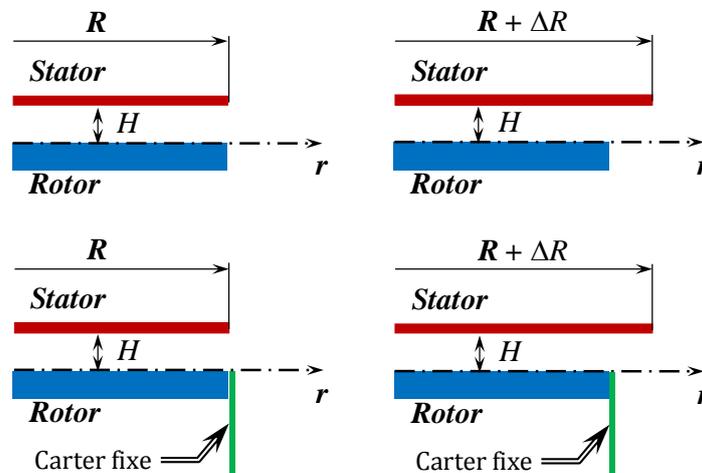


Figure (2.02) : Schéma des quatre conditions périphériques étudiées par D’Haudt [06].

L'écoulement turbulent dans une cavité rotor-stator fortement obstruée en périphérie a été abordé par Gassiat en 2000 [18] et Poncet en 2005 [30]. De nombreux résultats expérimentaux, obtenus dans un système sans et avec flux radial forcé, centripète ou centrifuge, ont notamment permis la validation de la loi analytique (1.16). Les conditions expérimentales testées correspondent aux valeurs maximales des principaux paramètres sans dimension suivantes : $G = 0.048$, $Re \approx 4.2 \times 10^6$ et $C_w \approx 18 \times 10^3$ (en valeur absolue). À la périphérie de la cavité, la pré-rotation est assurée par une couronne de solide au rotor, qui agit comme une pompe Pitot : le fluide entrant est entraîné en rotation en passant une série de trous qui augmentent sa vitesse tangentielle (les détails techniques sont fournis dans la référence [30]). De ce fait, les niveaux de pré-rotation sont supérieurs à 0.4. Notons que l'influence de la post-rotation a également été examinée en changeant la forme du moyeu central. Un schéma simplifié de cette installation est présenté sur la figure (2.01.B).

2.2.2. Description du Banc d'Essais

Notre banc d'essais est en grande partie identique à celui détaillé dans [06]. Nous n'en rappellerons donc que les principales caractéristiques.

La cavité est délimitée par deux disques parallèles et coaxiaux séparés par une distance H réglable. Le rotor, de rayon $R = 375 \text{ mm}$, est muni d'un moyeu central de rayon $R_M = 90 \text{ mm}$, qui simule l'axe d'une machine réelle ($\eta = 0.24$). L'ensemble est entraîné par un moteur équipé d'un variateur de fréquence, qui permet d'atteindre le taux de rotation maximal de $\Omega = 209 \text{ rad/sec}$ (soit 2000 tr/min). Dans cette étude, le rayon des deux disques est identique ($\chi = 0$). Il n'y a ni carter fixe positionné autour du rotor, comme dans [06], ni carter permettant une obstruction périphérique partielle de la cavité, comme dans [09]. L'introduction des différentes sondes de mesure dans la veine d'essais se fait par l'intermédiaire de dix alésages réalisés dans le stator. Leurs positions radiales sont indiquées dans le tableau (2.3). En l'absence de sonde, l'étanchéité est assurée par des bouchons lisses ajustés au diamètre des alésages. La figure (2.03), extraite de [06], présente un schéma (A) et une photographie (B) de ce banc d'essais

Tableau (2.3)

N° de la position	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
$r \text{ (mm)}$	160	180	200	215	230	260	290	310	330	366
$r^* = r/R$	0.427	0.480	0.533	0.573	0.613	0.693	0.773	0.827	0.880	0.976

La principale modification apportée au banc d'essais décrit dans [06] se situe au niveau de la partie centrale, qui est ici connectée à un dispositif d'aspiration pour permettre les

essais avec flux radial centripète superposé. Une vanne de réglage et un diaphragme normalisé (voir le paragraphe (2.2.4.1)) sont placés entre la conduite d'aspiration et un ventilateur. La vanne permet le réglage du débit d'aspiration en faisant varier la perte de charge. Le débit est déterminé par mesure de la pression différentielle en amont et en aval du diaphragme, à l'aide d'un micro-manomètre électronique. L'arrêt du ventilateur et la fermeture totale de la vanne de réglage permet d'isoler la cavité. Ce dispositif est schématisé sur la figure (2.04.A) et les photographies (2.04.B) montrent le ventilateur d'aspiration et le diaphragme.

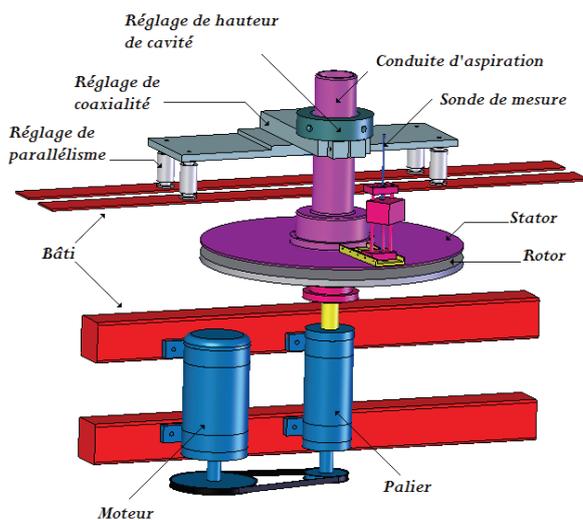


Figure (2.03) : Schéma 3D (Gauche) et photographie (Droite) du banc d'essais (extraits de [06]).

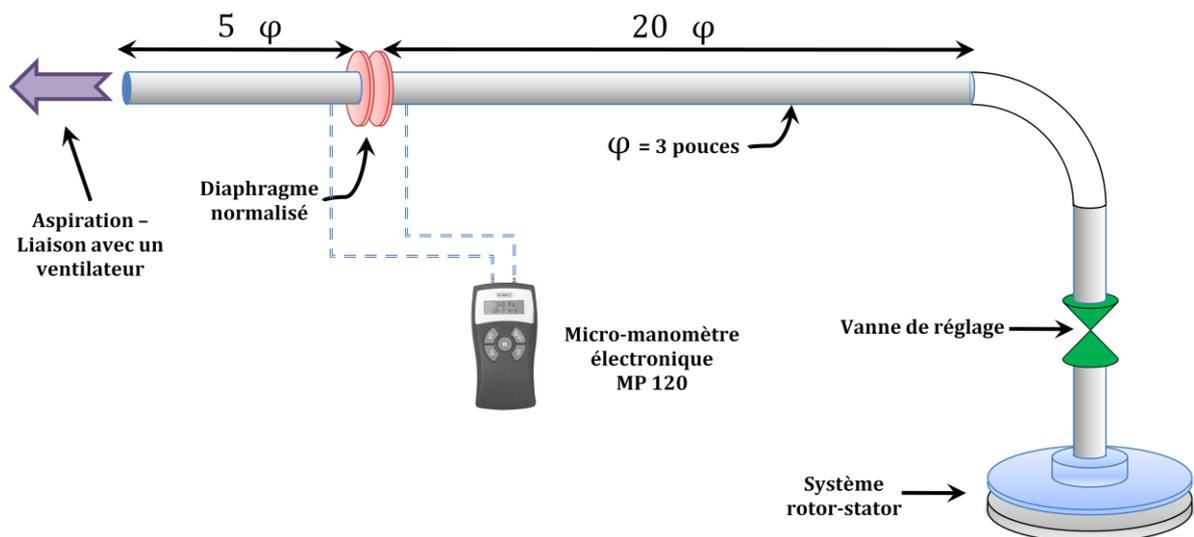


Figure (2.04.A) : Schéma du dispositif d'aspiration.

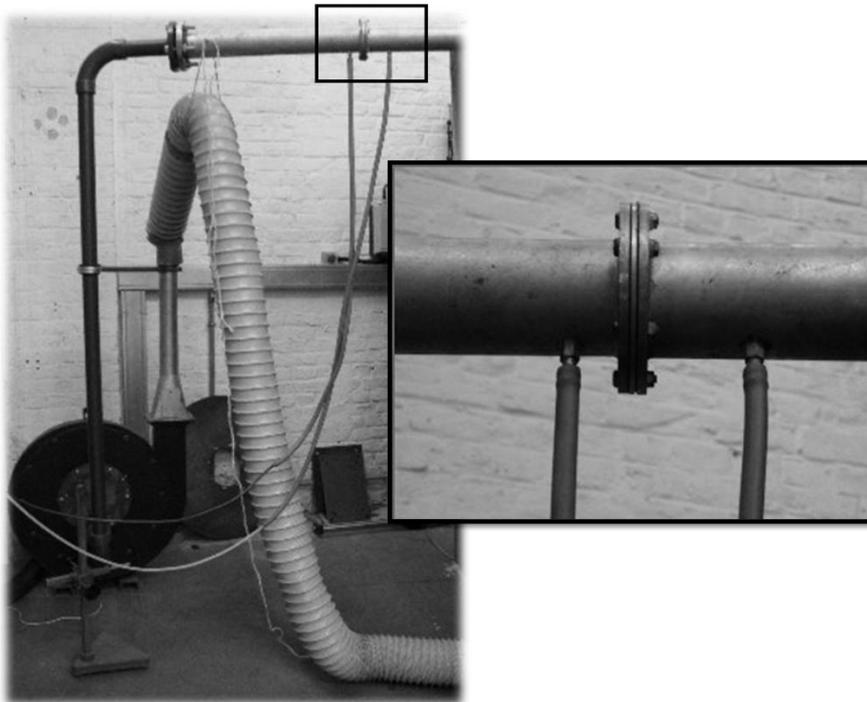


Figure (2.04.B) : Photographies du ventilateur d'aspiration et du diaphragme.

2.2.3. Essais Réalisés

Ce paragraphe est consacré à la description détaillée des conditions retenues pour notre programme d'essais. Les essais réalisés doivent permettre d'étudier séparément l'influence des différents paramètres sans dimension. L'ensemble des données est regroupé dans les tableaux suivants.

Tableau (2.4)

	$R + \Delta R$ mm	H mm	G	Ω tr/min	Re 10^6	q m^3/h	C_w 10^3			
A	375	A	20	0.053	1	1055	1.03	0	0	0
		C	30	0.080	2	1510	1.47	1	40	2.0
					3	1998	1.95	2	60	2.9
					3	75	3.7			
					4	80	3.9			
5	100				4.9					

Le tableau (2.4) indique la correspondance entre le nom de chaque essai et les conditions expérimentales. À titre d'exemple, à l'essai nommé « AC24 » correspond un stator de rayon 375 mm , une hauteur de cavité de 30 mm , une vitesse de rotation du rotor de 1510 tr/min et un débit d'aspiration de $80\text{ m}^3/h$. Les principaux nombres sans dimension sont : $G = 0.08$, $Re \approx 1.47 \times 10^6$ et $C_w \approx 3.9 \times 10^3$. Les trois autres paramètres qui en découlent sont : $Ek \approx 1.06 \times 10^{-4}$, $Ro \approx 7.95 \times 10^{-3}$ et $C_{qp} \approx 7.26 \times 10^{-3}$.

Les deux premiers caractères ont été introduits pour pouvoir compléter ces essais dans le futur, si nécessaire.

La figure (2.05) indique que les conditions dans lesquelles ces essais ont été réalisés correspondent au régime d'écoulement turbulent à couches limites séparées, selon la classification de Daily & Nece [07].

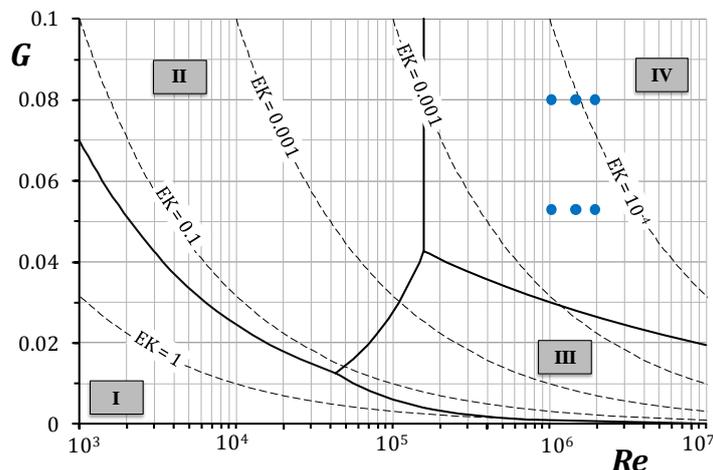


Figure (2.05) : Diagramme de Daily & Nece [07]

— Frontières des quatre régimes d'écoulement

- - - Courbes d'iso-valeurs du nombre d'Ekman

● Paramètres d'essais : AA10, AA20, AA30, AC10, AC20 et AC30.

Les tableaux suivants indiquent les valeurs des deux paramètres adimensionnés liés au débit d'aspiration : le nombre de Rossby Ro (Tableau (2.5)) et le coefficient du débit périphérique C_{qp} (Tableau (2.6)).

Tableau (2.5) : Valeurs du nombre de Rossby Ro

$10^3 \times Ro$	$G = 0.053$				$G = 0.080$			
$10^{-3} \times C_w$	0	2.0	2.9	3.7	0	2.9	3.9	4.9
$10^{-6} \times Re$	0	2.0	2.9	3.7	0	2.9	3.9	4.9
1.03	0	5.69	8.54	10.67	0	5.69	7.59	9.49
	AA10	AA11	AA12	AA13	AC10	AC12	AC14	AC15
1.47	0	3.98	5.96	7.46	0	3.98	5.30	6.63
	AA20	AA21	AA22	AA23	AC20	AC22	AC24	AC25
1.95	0	3.01	4.51	5.63	0	3.01	4.01	5.01
	AA30	AA31	AA32	AA33	AC30	AC32	AC34	AC35

Tableau (2.6) : Valeurs du coefficient du débit périphérique C_{qp}

$10^3 \times C_{qp}$	$G = 0.053$				$G = 0.080$			
$10^{-3} \times C_w$	0	2.0	2.9	3.7	0	2.9	3.9	4.9
$10^{-6} \times Re$	0	2.0	2.9	3.7	0	2.9	3.9	4.9
1.03	0	4.84	7.26	9.07	0	7.26	9.68	12.1
	AA10	AA11	AA12	AA13	AC10	AC12	AC14	AC15
1.47	0	3.63	5.45	6.81	0	5.45	7.26	9.08
	AA20	AA21	AA22	AA23	AC20	AC22	AC24	AC25
1.95	0	2.90	4.35	5.44	0	4.35	5.81	7.26
	AA30	AA31	AA32	AA33	AC30	AC32	AC34	AC35

Le tableau (2.7) reprend l'ensemble des valeurs des tableaux (2.5) et (2.6) et indique les symboles qui seront utilisés dans les chapitres 3 et 4 pour représenter les courbes correspondant aux différents essais.

Tableau (2.7) : paramètres sans dimension et symbole pour chaque essai.

Essais	G	Re	Ek	C_w	Ro	C_{qp}
1 AA10 ■	0.053	1.03×10^6	3.42×10^{-4}	0	0	0
2 AA11 ■		1.03×10^6	3.42×10^{-4}	2.0×10^3	5.69×10^{-3}	4.84×10^{-3}
3 AA12 		1.03×10^6	3.42×10^{-4}	2.9×10^3	8.54×10^{-3}	7.26×10^{-3}
4 AA13 ■		1.03×10^6	3.42×10^{-4}	3.7×10^3	10.7×10^{-3}	9.08×10^{-3}
5 AA20 ▲		1.47×10^6	2.39×10^{-4}	0	0	0
6 AA21 ▲		1.47×10^6	2.39×10^{-4}	2.0×10^3	3.98×10^{-3}	3.63×10^{-3}
7 AA22 		1.47×10^6	2.39×10^{-4}	2.9×10^3	5.97×10^{-3}	5.45×10^{-3}
8 AA23 ▲		1.47×10^6	2.39×10^{-4}	3.7×10^3	7.46×10^{-3}	6.81×10^{-3}
9 AA30 ×		1.95×10^6	1.80×10^{-4}	0	0	0
10 AA31 ×		1.95×10^6	1.80×10^{-4}	2.0×10^3	3.01×10^{-3}	2.90×10^{-3}
11 AA32 		1.95×10^6	1.80×10^{-4}	2.9×10^3	4.51×10^{-3}	4.36×10^{-3}
12 AA33 ×		1.95×10^6	1.80×10^{-4}	3.7×10^3	5.64×10^{-3}	5.44×10^{-3}
13 AC10 ●	0.080	1.03×10^6	1.52×10^{-4}	0	0	0
14 AC12 ●		1.03×10^6	1.52×10^{-4}	2.9×10^3	5.69×10^{-3}	7.26×10^{-3}
15 AC14 		1.03×10^6	1.52×10^{-4}	3.9×10^3	7.59×10^{-3}	9.68×10^{-3}
16 AC15 ●		1.03×10^6	1.52×10^{-4}	4.9×10^3	9.49×10^{-3}	12.1×10^{-3}
17 AC20 ◆		1.47×10^6	1.06×10^{-4}	0	0	0
18 AC22 ◆		1.47×10^6	1.06×10^{-4}	2.9×10^3	3.98×10^{-3}	5.45×10^{-3}
19 AC24 		1.47×10^6	1.06×10^{-4}	3.9×10^3	5.30×10^{-3}	7.27×10^{-3}
20 AC25 ◆		1.47×10^6	1.06×10^{-4}	4.9×10^3	6.63×10^{-3}	9.08×10^{-3}
21 AC30 +		1.95×10^6	0.80×10^{-4}	0	0	0
22 AC32 +		1.95×10^6	0.80×10^{-4}	2.9×10^3	3.01×10^{-3}	4.36×10^{-3}
23 AC34 		1.95×10^6	0.80×10^{-4}	3.9×10^3	4.01×10^{-3}	5.81×10^{-3}
24 AC35 +		1.95×10^6	0.80×10^{-4}	4.9×10^3	5.01×10^{-3}	7.26×10^{-3}

2.2.4. Techniques de Mesures

2.2.4.1. Diaphragme

Un diaphragme normalisé ISO à bord amont vif est installé sur une conduite horizontale de grande longueur, entre la vanne de réglage et le ventilateur. La mesure du débit d'aspiration est réalisée au moyen de deux prises de pression, l'une positionnée en amont du diaphragme à un diamètre équivalent, l'autre en aval à un demi-diamètre (figure (2.06.A)). La courbe reliant le débit volume circulant dans la conduite

d'aspiration à la mesure de pression différentielle aux deux prises est présentée sur la figure (2.06.B). La pression différentielle est mesurée à l'aide d'un micro-manomètre électronique type MP120 dont la précision est $\pm 2\%$ ou $\pm 1 Pa$ (Figure (2.07)).

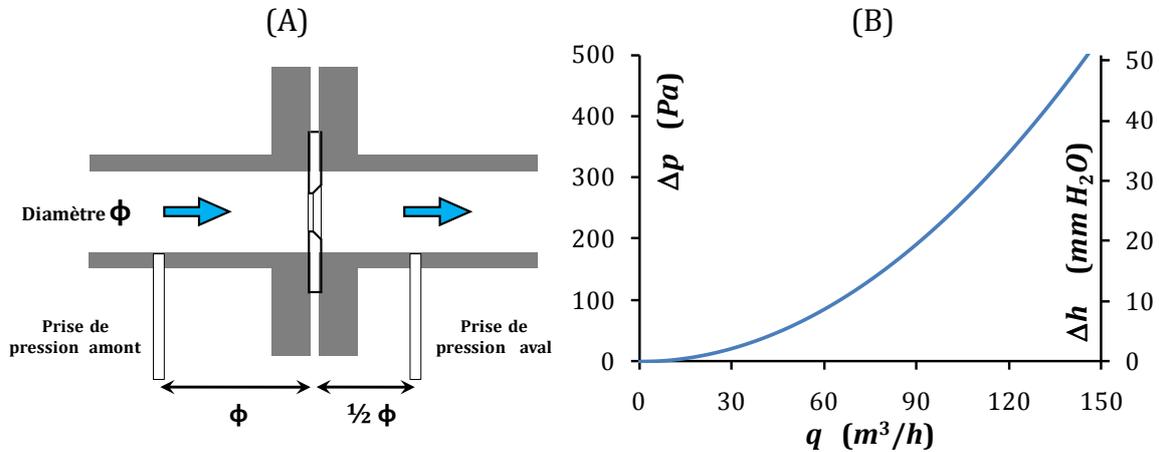


Figure (2.06) : Schéma du diaphragme (A) – Diagramme : débit volume vs différence de pression autour d'un diaphragme normalisé (B) (fluide : air).

2.2.4.2. Prises de Pression Statique sur le Stator

La pression statique sur le stator est mesurée à l'aide d'un capteur de pression différentielle de type Honeywell, connecté à des prises de pression implantées sur des bouchons amovibles (figure (2.08)). Cette technique a déjà été utilisée dans [06]. Notons que les mesures pour la position la plus proche de la périphérie n'ont pas pu être réalisées à cause de la difficulté d'implanter la prise de pression dans cet alésage.



Figure (2.07) : Photographie du micro-manomètre électronique – MP 120 – extraite KIMO.fr.

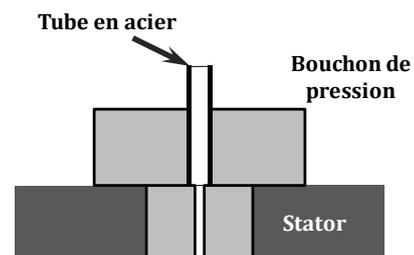


Figure (2.08) : Bouchon de pression.

2.2.4.3. Sonde à Trois Trous

Nous avons utilisé une sonde de pression à trois trous pour mesurer la pression totale à mi-hauteur de la cavité (la tête de la sonde est présentée sur le figure (2.09)). Ce type de données est nécessaire à la validation de nos modèles. L'objectif n'est donc pas, comme dans [06], d'avoir accès aux vitesses moyennes radiale et circumférentielle, qui sont mesurées par anémométrie à fils chauds. La sonde de pression, d'un diamètre total de 2 mm, est introduite axialement dans la cavité par les alésages du stator. Les deux prises de pression gauche (p_G) et droite (p_D) sont reliées au capteur différentiel Honeywell et utilisées pour positionner angulairement la sonde de telle sorte que les pressions p_G et p_D s'équilibrent. La prise de pression centrale est connectée à l'une des entrées du micro-manomètre électronique (Figure (2.07)), l'autre restant ouverte à l'atmosphère. Nous mesurons ainsi une pression totale différentielle. Comme pour les pressions statiques, la position située à $r^* = 0.976$ n'a pas été explorée.

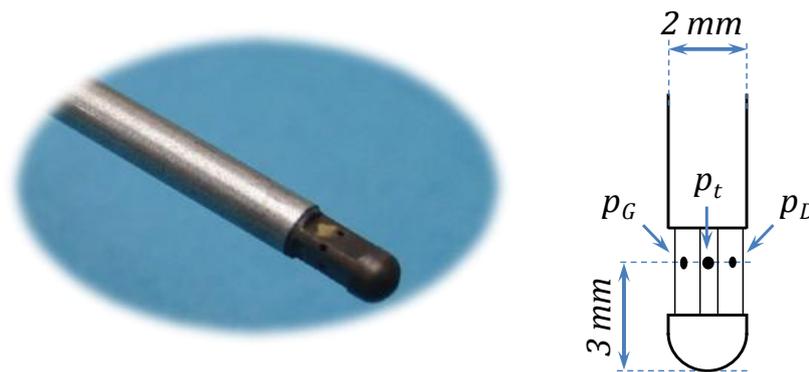


Figure (2.09) : Tête de la sonde trois trous.

2.2.4.4. Anémométrie à Fils Chauds

2.2.4.4.1. Généralités

L'anémométrie à fil chaud est une technique de mesures qui se base sur le transfert de chaleur entre un fluide en mouvement et un fil chauffé électriquement. Le fil, qui occupe la quatrième branche d'un pont de Wheatstone, est maintenu à une température constante par l'anémométrie (système CTA). La tension (E) de l'équilibrage du pont à la sortie de l'anémomètre est une fonction de la vitesse de refroidissement de fil (v_e) selon la loi de King donnée par l'équation suivante :

$$E^2 = E_0^2 + B \times v_e^n \quad (2.01)$$

E_0 est la tension à vitesse de refroidissement nulle. B, n sont les constantes de la loi de King obtenues à l'étalonnage. Une correction liée à la différence entre la température ambiante durant l'étalonnage et celle durant l'expérience est effectuée en utilisant l'équation suivante, selon un modèle qui est présenté par DANTEC Dynamics :

$$E_{\text{Corrigée}} = \left(\frac{T_{\text{Fil}} - T_{\text{Expérience}}}{T_{\text{Fil}} - T_{\text{Étalonnage}}} \right)^{\frac{1}{2}} E_{\text{Mesurée}} \quad (2.02)$$

L'utilisation de la sonde à fils chauds a été détaillée dans [06]. Un résumé est rappelé ci-après.

Soit un fil positionné dans un plan parallèle aux disques et dont la direction fait un angle Θ par rapport à la direction tangentielle. La vitesse du fluide s'exprime en coordonnées cylindriques : $\vec{v}_e = \tilde{v}_r \vec{e}_r + \tilde{v}_\theta \vec{e}_\theta + \tilde{v}_z \vec{e}_z$. Cette vitesse s'exprime également suivant les directions liées à la sonde : $\vec{v}_e = v_b \vec{i} + v_t \vec{j} + v_n \vec{k}$. Il est facile de déduire que :

$$\begin{cases} v_t = \tilde{v}_\theta \cos \Theta - \tilde{v}_r \sin \Theta \\ v_b = \tilde{v}_r \cos \Theta + \tilde{v}_\theta \sin \Theta \\ v_n = \tilde{v}_z \end{cases} \quad (2.03)$$

La figure (2.10) indique l'orientation du fil ainsi que les composantes de la vitesse du fluide dans le repère local, en coordonnées cylindriques.

En tenant compte des coefficients de sensibilité directionnelle k et h du fil dans un fluide en mouvement, nous obtenons :

$$\begin{aligned} v_e^2 &= v_b^2 + k^2 v_t^2 + h^2 v_n^2 \\ v_e^2 &= (k^2 \sin^2 \Theta + \cos^2 \Theta) \tilde{v}_r^2 + (k^2 \cos^2 \Theta + \sin^2 \Theta) \tilde{v}_\theta^2 \\ &\quad + (1 - k^2) \sin 2\Theta \tilde{v}_r \tilde{v}_\theta + h^2 \tilde{v}_z^2 \end{aligned} \quad (2.04)$$

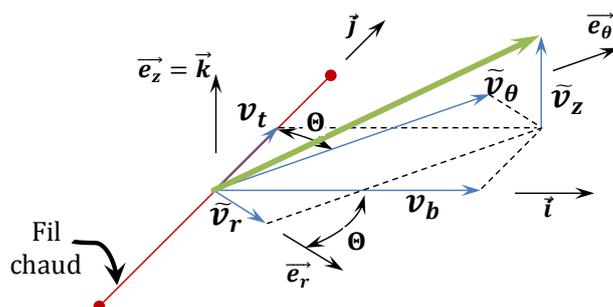


Figure (2.10) : Composantes de la vitesse de refroidissement.

2.2.4.4.2. Le Choix de la Sonde et l'Étalonnage

Dans cette étude, la sonde utilisée est identique à celle décrite dans [06]. Elle se compose de deux fils de $5\ \mu\text{m}$ de diamètre, orientés à 90° l'un par rapport à l'autre, situés dans un plan perpendiculaire à l'axe de la sonde. Le schéma de la figure (2.11) indique les principales dimensions.



Figure (2.11) : Sonde à fils chauds double utilisée.

L'étalonnage est réalisé en soufflerie. Chaque fil est étalonné séparément, ce qui nécessite deux étapes. L'axe du corps de la sonde reste toujours perpendiculaire à la direction de l'écoulement de soufflerie. Le fil à étalonner est positionné dans la direction perpendiculaire à l'écoulement, tandis que l'autre est parallèle. La vitesse de l'écoulement en sortie de soufflerie est mesurée à l'aide d'un tube de Pitot relié à un micro-manomètre électronique de type MP120, dont la précision est $\pm 2\%$ ou $\pm 1\ \text{Pa}$. La tension de sortie de l'anémomètre est mesurée par un système d'acquisition géré par le logiciel LabView. L'enregistrement des couples vitesse-tension permet de déterminer les coefficients de la loi de King du fil en cours d'étalonnage. Les directions sont inversées pour la deuxième étape de l'étalonnage. Nous avons estimé, par vérification après étalonnage de chaque fil, que l'erreur de mesure de la vitesse à ce stade n'excède pas 1% entre $3\ \text{m/s}$ et $40\ \text{m/s}$. L'une des difficultés majeures réside dans un positionnement angulaire précis des fils par rapport au jet de la soufflerie. En examinant l'évolution de la tension de sortie de l'anémomètre pour chaque fil en fonction de sa position angulaire, il est possible de repérer les extrêmes, qui correspondent à une valeur maximale lorsque le fil est perpendiculaire à l'écoulement, et à une valeur minimale lorsqu'il est parallèle. Cette méthode permet d'estimer que l'erreur de positionnement d'un fil lors de son étalonnage ne dépasse pas 0.1° . Le rapport entre les deux lois de King déduites dans les deux positions permet également de trouver le coefficient de sensibilité directionnelle pour chaque fil. Le coefficient de sensibilité directionnelle suivant l'axe du corps de la sonde est inutile puisque la composante axiale de la vitesse est négligée dans notre post-traitement. La figure (2.12) montre un schéma du dispositif d'étalonnage utilisé. La programmation à l'aide du logiciel LabView est présentée dans l'annexe « C ».

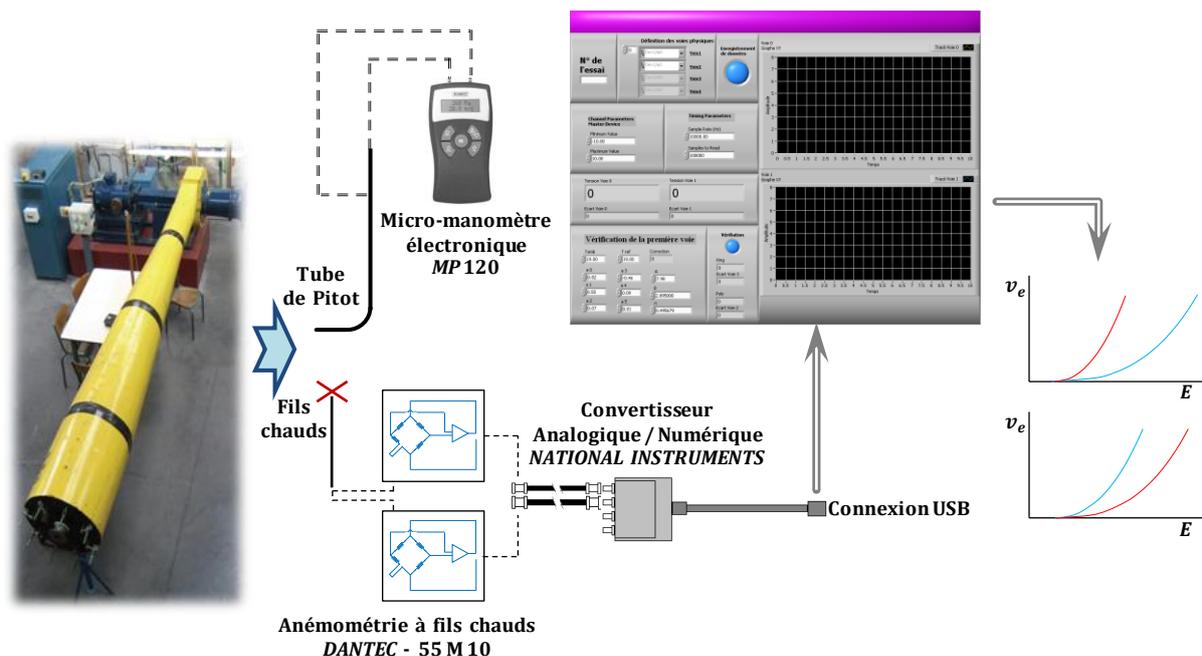


Figure (2.12) : Schéma de l'étalonnage.
Le logiciel de l'étalonnage est présenté dans l'annexe « C ».

2.2.4.4.3. Mesures - Résultats

La sonde est introduite dans la cavité par les alésages du stator, de telle sorte que les fils restent parallèles aux plans des disques. Rappelons que le choix du type de sonde ainsi que son positionnement dans la cavité repose sur l'hypothèse que la composante axiale de la vitesse est négligeable devant les deux autres. Cette hypothèse pourra être vérifiée à la lecture de nos résultats. Les deux fils sont placés respectivement à des angles correspondant à $\Theta_1 = +45^\circ$ et $\Theta_2 = -45^\circ$ par rapport à la direction tangentielle. L'acquisition des tensions (E_1, E_2) des deux anémomètres permet de déduire les deux vitesses de refroidissement (v_{e1}, v_{e2}) selon les deux lois de King (2.01) avec (2.02) déduites de l'étalonnage et d'obtenir deux équations de type (2.05) à deux inconnues $(\tilde{v}_r, \tilde{v}_\theta)$. La solution de ce système fournit les deux composantes radiale et tangentielle de la vitesse :

$$\begin{aligned} \tilde{v}_r &= \frac{1}{1-k_1^2 k_2^2} \left(\sqrt{v_{e2}^2 - k_2^2 v_{e1}^2} - \sqrt{v_{e1}^2 - k_1^2 v_{e2}^2} \right) \\ \tilde{v}_\theta &= \frac{1}{1-k_1^2 k_2^2} \left(\sqrt{v_{e2}^2 - k_2^2 v_{e1}^2} + \sqrt{v_{e1}^2 - k_1^2 v_{e2}^2} \right) \end{aligned} \quad (2.05)$$

\tilde{v}_r et \tilde{v}_θ sont les vitesses radiale et tangentielle instantanées.

Les relations (2.05) indiquent que la vitesse circulaire est calculée à partir de la somme de deux termes. La précision sur cette composante est bonne. Par contre, la

vitesse radiale est déduite par différence de deux termes qui peuvent être du même ordre de grandeur, notamment lorsque la vitesse radiale est très faible. Dans ce cas, il faut s'attendre à ce que les mesures soient peu précises, surtout lorsque v_r devient très faible. Néanmoins, ce sont les mesures de vitesses circonférentielles qui sont les plus importantes dans le cadre de la validation de notre modélisation.

Les relations (2.06) donnent les expressions permettant d'accéder aux deux composantes v_θ et v_r de la vitesse moyenne ainsi qu'aux corrélations turbulentes $v_\theta'^2$, $v_r'^2$ et à la corrélation croisée $v_\theta'v_r'$:

$$\begin{aligned} v_\theta &= \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \tilde{v}_{\theta i} \quad , \quad v_r = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \tilde{v}_{ri} \\ v_\theta'^2 &= \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\tilde{v}_{\theta i} - v_\theta)^2 \quad , \quad v_r'^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\tilde{v}_{ri} - v_r)^2 \\ v_\theta'v_r' &= \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\tilde{v}_{\theta i} - v_\theta)(\tilde{v}_{ri} - v_r) \end{aligned} \quad (2.06)$$

N étant le nombre de mesures d'une série d'acquisition. Pour cette étude, la fréquence d'acquisition est fixée à 10,000 Hz pour une durée de 10 sec, ce qui correspond à 100,000 valeurs enregistrées pour chaque point de mesure.

L'ajustement de la position angulaire de la sonde dans la cavité est délicat. La sonde est d'abord introduite dans la cavité à la position $r^* = 0.427$ pour un premier réglage angulaire approximatif. Plusieurs profils sont alors réalisés en cavité isolée pour différentes positions angulaires variant par pas de 0.5° . Un calcul de débit global par une méthode d'intégration numérique du profil de vitesse radiale par la méthode des trapèzes permet de régler la position angulaire.

Le programme développé dans le cadre de cette étude permet de déplacer axialement la sonde, d'acquérir simultanément les tensions de sortie des deux anémomètres à la fréquence choisie, de corriger les mesures en tenant compte de la variation de température par rapport à l'étalonnage, de déduire les vecteurs vitesses de refroidissement selon les lois de King, de sauvegarder les deux tensions instantanées, de calculer les valeurs moyennes des deux composantes de la vitesse et les trois corrélations du tenseur de Reynolds et de sauvegarder ces valeurs. La figure (2.13) montre l'interface de ce logiciel tandis que la programmation est présentée dans l'annexe « C ».

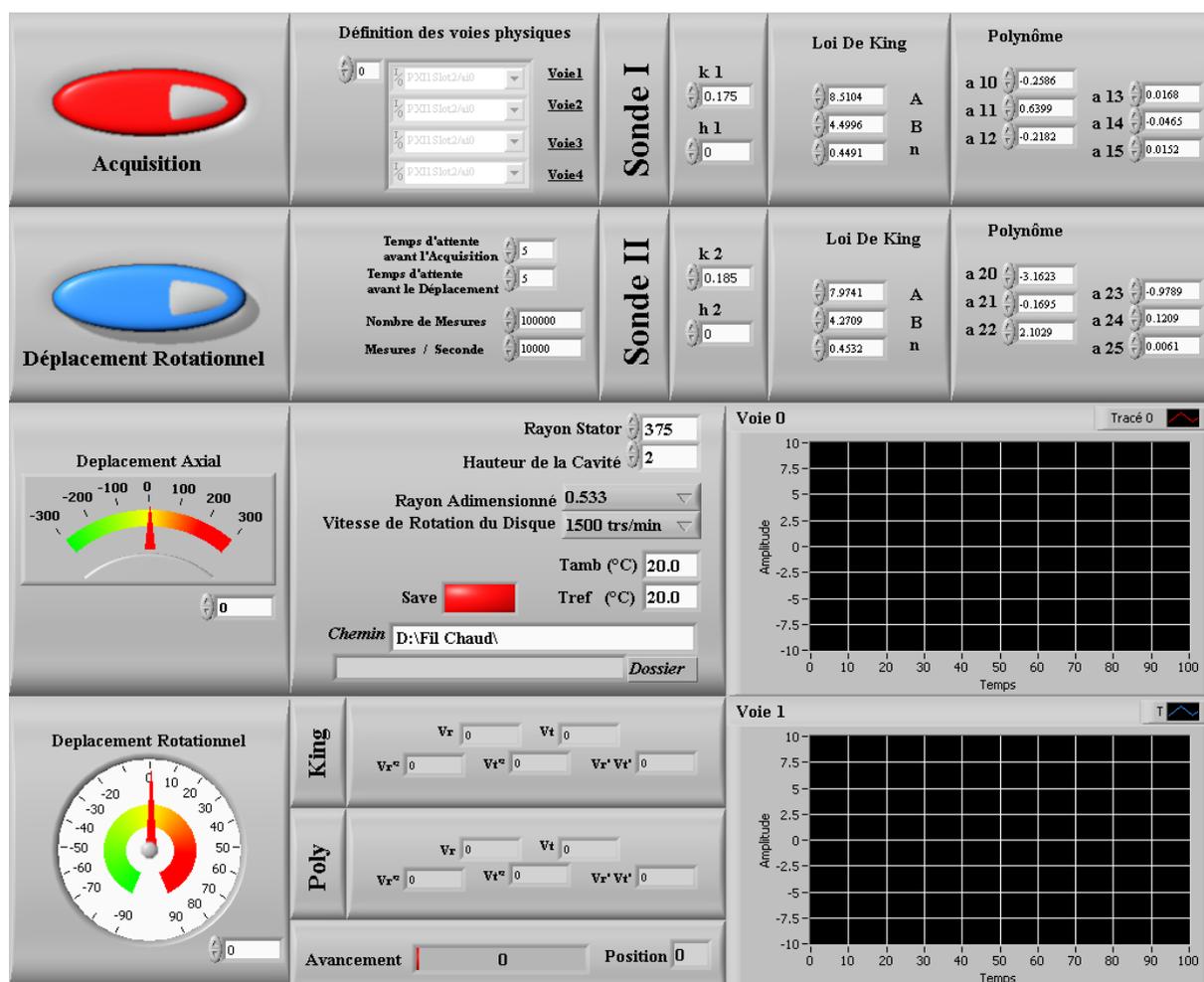


Figure (2.13) : Interface du logiciel de l'acquisition.
La programmation est présentée dans l'annexe « C ».

2.2.4.4.4. Corrections des Mesures de Fils Chauds

Les difficultés de positionnement angulaire de la sonde dans la cavité et la remarque concernant la précision de mesure pour la composante radiale de la vitesse nous ont conduits à proposer une méthode de correction des vitesses.

Rappelons que la vitesse effective mesurée par un fil chaud est déduite de la loi de King après étalonnage. En supposant que l'erreur d'orientation de la sonde est faible, de telle sorte que $\partial v_e / \partial \theta = 0$, on peut écrire :

$$\begin{aligned}
 & (k^2 \sin 2\theta - \sin 2\theta) \tilde{v}_r^2 + (-k^2 \sin 2\theta + \sin 2\theta) \tilde{v}_\theta^2 + 2(1 - k^2) \cos 2\theta \tilde{v}_r \tilde{v}_\theta \\
 & + 2(k^2 \sin^2 \theta + \cos^2 \theta) \tilde{v}_r \frac{\partial \tilde{v}_r}{\partial \theta} + 2(k^2 \cos^2 \theta + \sin^2 \theta) \tilde{v}_\theta \frac{\partial \tilde{v}_\theta}{\partial \theta} \\
 & + (1 - k^2) \sin 2\theta \left(\tilde{v}_r \frac{\partial \tilde{v}_\theta}{\partial \theta} + \tilde{v}_\theta \frac{\partial \tilde{v}_r}{\partial \theta} \right) = 0
 \end{aligned}$$

L'équation précédente peut s'écrire sous la forme générale suivante :

$$\begin{aligned}
& (1 - k^2)(\sin 2\Theta (\tilde{v}_\theta^2 - \tilde{v}_r^2) + 2 \cos 2\Theta \tilde{v}_r \tilde{v}_\theta) \partial \Theta \\
& + (2(k^2 \cos^2 \Theta + \sin^2 \Theta) \tilde{v}_\theta + (1 - k^2) \sin 2\Theta \tilde{v}_r) \partial \tilde{v}_\theta \\
& = -(2(k^2 \sin^2 \Theta + \cos^2 \Theta) \tilde{v}_r + (1 - k^2) \sin 2\Theta \tilde{v}_\theta) \partial \tilde{v}_r
\end{aligned} \tag{2.07}$$

Pour la position angulaire $\Theta_1 = +45^\circ$ correspondant au premier fil, on obtient :

$$\begin{aligned}
& (1 - k_1^2)(\tilde{v}_\theta^2 - \tilde{v}_r^2) \partial \Theta + ((k_1^2 + 1) \tilde{v}_\theta + (1 - k_1^2) \tilde{v}_r) \partial \tilde{v}_\theta \\
& = -((k_1^2 + 1) \tilde{v}_r + (1 - k_1^2) \tilde{v}_\theta) \partial \tilde{v}_r
\end{aligned} \tag{2.07.A}$$

Pour le deuxième fil, situé à $\Theta_2 = -45^\circ$, on a :

$$\begin{aligned}
& -(1 - k_2^2)(\tilde{v}_\theta^2 - \tilde{v}_r^2) \partial \Theta + ((k_2^2 + 1) \tilde{v}_\theta - (1 - k_2^2) \tilde{v}_r) \partial \tilde{v}_\theta \\
& = -((k_2^2 + 1) \tilde{v}_r - (1 - k_2^2) \tilde{v}_\theta) \partial \tilde{v}_r
\end{aligned} \tag{2.07.B}$$

La combinaison des deux équations (2.07.A) et (2.07.B) permet de déterminer les deux inconnues $\partial \Theta$ et $\partial \tilde{v}_\theta$:

$$\begin{cases}
\partial \tilde{v}_\theta = -\frac{(1 - k_1^2)((k_2^2 + 1) \tilde{v}_r - (1 - k_2^2) \tilde{v}_\theta) + (1 - k_2^2)((k_1^2 + 1) \tilde{v}_r + (1 - k_1^2) \tilde{v}_\theta)}{(1 - k_2^2)((k_1^2 + 1) \tilde{v}_\theta + (1 - k_1^2) \tilde{v}_r) + (1 - k_1^2)((k_2^2 + 1) \tilde{v}_\theta - (1 - k_2^2) \tilde{v}_r)} \partial \tilde{v}_r \\
\partial \Theta = -\frac{(k_1^2 + 1) \tilde{v}_r + (1 - k_1^2) \tilde{v}_\theta}{(1 - k_1^2)(\tilde{v}_\theta^2 - \tilde{v}_r^2)} \partial \tilde{v}_r - \frac{(k_1^2 + 1) \tilde{v}_\theta + (1 - k_1^2) \tilde{v}_r}{(1 - k_1^2)(\tilde{v}_\theta^2 - \tilde{v}_r^2)} \partial \tilde{v}_\theta
\end{cases} \tag{2.08}$$

Afin de simplifier ce dernier résultat, supposons que $k_1 = k_2 = k$. Dans la réalité, ces deux coefficients ne sont pas rigoureusement égaux, mais sont très proches. Les équations (2.08) deviennent alors :

$$\begin{cases}
\partial \tilde{v}_\theta = -\frac{\tilde{v}_r}{\tilde{v}_\theta} \partial \tilde{v}_r \\
\partial \Theta = -\frac{1}{\tilde{v}_\theta} \partial \tilde{v}_r
\end{cases} \tag{2.08.A}$$

Nous pouvons facilement passer aux valeurs moyennées en utilisant les équations (2.08.B) qui supposent que $\partial \Theta$ reste constant pour chaque échantillon de mesure.

$$\begin{cases} \partial v_\theta = -\frac{v_r}{v_\theta} \partial v_r \\ \partial \Theta = -\frac{1}{v_\theta} \partial v_r \end{cases} \quad (2.08.B)$$

Pour chaque essai, avec ou sans aspiration, il est possible d'estimer l'erreur de positionnement angulaire de la sonde $\partial\Theta$ qui représente la différence entre l'angle effectif de positionnement et l'angle théorique qui permettrait d'obtenir le débit réel de l'essai. En intégrant la deuxième équation de (2.08.B) suivant z devient :

$$\partial\Theta = -\frac{2\pi r \int_0^H \partial v_r dz}{2\pi r \int_0^H v_\theta dz} = \frac{\tilde{q} - q}{2\pi r \int_0^H v_\theta dz} \quad \text{où} \quad \tilde{q} = 2\pi r \int_0^H v_r dz \quad (2.09)$$

Dans l'équation précédente, \tilde{q} représente le débit déterminé à partir de l'intégration du profil de la vitesse radiale suivant z , obtenu par anémométrie à fils chauds. Cette quantité inclut les erreurs de mesure sur la vitesse radiale. q correspond au débit mesuré par le diaphragme et inclut à la fois les erreurs de mesure de la pression différentielle, ainsi que les légères variations de débit générées par le ventilateur tout au long d'un essai. La relation (2.09) montre que la correction d'angle à appliquer est proportionnelle à la différence entre ces deux débits. Elle dépend également de l'aire du profil de la vitesse tangentielle. Cette valeur est constante pour un rayon et un débit donnés, ce qui implique que la correction sur la vitesse radiale pour une position axiale est :

$$\partial v_r = -v_\theta \partial\Theta \quad (2.10)$$

La correction à effectuer sur la vitesse tangentielle pour la même position axiale est :

$$\partial v_\theta = v_r \partial\Theta \quad (2.11)$$

Les étapes de la procédure de correction des mesures par fils chauds sont les suivantes :

- A. Calculer $\partial\Theta$ à l'aide de l'équation (2.09).

N.B. : Dans cette étude toutes les intégrales numériques sur les valeurs expérimentales sont calculées par la méthode des trapèzes.

Appliquer les corrections sur les profils de vitesses radiale et tangentielle à partir des valeurs des corrections ∂v_r et ∂v_θ déduites de (2.10) et (2.11).

- B. Répéter l'étape précédente jusqu'à ce que l'écart entre \tilde{q} et q devienne très faible. La correction angulaire $\partial\theta$ est la somme des corrections obtenues au cours de ces itérations. En pratique, une seule itération est généralement suffisante. Trois itérations au maximum sont nécessaires pour obtenir $\tilde{q} = q$.

En théorie, la correction angulaire $\partial\theta$ ne doit pas varier tant que la sonde reste positionnée dans la cavité. Lors de nos campagne d'essais, la sonde doit être retirée puis replacée à chaque changement de rayon et pour chaque valeur de G testée. En conséquence, à G fixé et à rayon donné, la valeur de $\partial\theta$ devrait être indépendante du coefficient d'aspiration et du nombre de Reynolds. En pratique, ce n'est pas le cas, en raison des incertitudes de mesures. Aussi, pour appliquer cette méthode de correction, nous avons été partagés entre deux visions :

- ✚ Celle du numéricien, pour qui le débit obtenu par intégration d'un profil de vitesse radiale doit correspondre exactement au débit imposé par les conditions de l'essai ($\tilde{q} = q$), ceci pour chaque essai. Une première méthode de correction en découle.

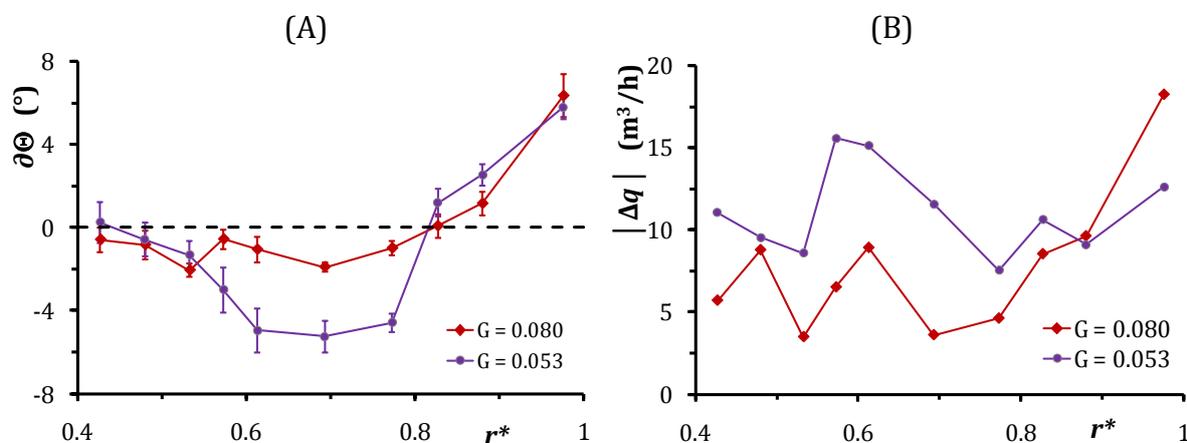
Méthode ① : une valeur de $\partial\theta$ est calculée pour chaque cas-test. Cette correction est appliquée aux résultats expérimentaux. Quel que soit l'essai, la condition $\tilde{q} = q$ est toujours vérifiée.

- ✚ Celle de l'expérimentateur, pour qui une seule correction devrait être appliquée tant que la sonde n'a pas été repositionnée dans la cavité.

Méthode ② : pour toute une série d'essais correspondant à un rayon donné et une valeur de G fixée, une valeur moyenne de $\partial\theta$ est calculée. La correction des mesures de cette série d'essais est appliquée à partir de cette valeur moyenne. Dans ce cas, le débit réel peut différer du débit calculé par intégration du profil de vitesse radiale.

C'est cette seconde méthode qui a été retenue pour la présentation de nos résultats dans les chapitres 3 et 4. Nous verrons que les écarts entre les deux méthodes restent généralement faibles, surtout en ce qui concerne la composante tangentielle de la vitesse (voir le paragraphe suivant 2.2.4.4.5). La figure (2.14.A) représente la distribution radiale des valeurs moyennes de la correction angulaire pour chaque valeur de G testée ($G = 0.053$; $G = 0.08$). Nous constatons que la plupart des valeurs de correction ne dépasse pas $\pm 2^\circ$, les maximales se situant à la périphérie. La méthode utilisée permet de maintenir la valeur absolue moyennée des écarts entre \tilde{q} et q aux environs de $9 \text{ m}^3/\text{h}$. Les résultats sont présentés sur la figure (2.14.B). Nous avons choisi de

retenir l'erreur Δq au lieu de l'erreur relative $\Delta q/\tilde{q}$ qui est impossible à calculer lorsque la cavité est isolée.



Distribution radiale de $\partial\theta$ pour tous les essais avec ou sans aspiration dans le tableau (2.7).

Distribution radiale de la valeur moyenne de $\Delta q = \tilde{q} - q$

Figure (2.14)

2.2.4.4.5. Comparaison des Résultats Sans et Avec Correction

Le but de cette partie est d'étudier l'influence de notre correction sur les profils de vitesses radiale et circumférentielle. Nous proposons de comparer trois courbes, la première correspondant aux mesures non corrigées, la deuxième aux mesures après application de la correction selon la méthode ①, la troisième après application de la correction selon la méthode ②. Les deux essais retenus (« AA30 » et « AA33 ») ont été sélectionnés car ils correspondent aux plus mauvais résultats de notre programme expérimental en termes d'écart entre débit réel q et débit calculé par intégration de la vitesse radiale \tilde{q} .

Les figures suivantes montrent les profils axiaux des composantes radiale (2.15) et tangentielle (2.16) de la vitesse pour l'essai « AA30 » où le débit réel est nul. Les deux profils corrigés sont quasiment superposés, ce qui indique que le choix d'une correction selon la méthode ② est réaliste. De notre point de vue, le résultat essentiel est que la correction apportée aux vitesses tangentielles reste très faible : la valeur maximale de correction pour cette composante de vitesse est de 0.014. C'est ce qui nous importe puisque ce sont les distributions radiales du coefficient d'entraînement du fluide qui seront utilisées en priorité dans le cadre de la validation de nos modèles théoriques.

Les figures (2.17) et (2.18) montrent les effets de la correction sur les résultats de l'essai « AA33 ». Dans ce cas, la cavité est soumise à un débit d'aspiration $q = 75 \text{ m}^3/h$. Une étude quantitative montre les différentes valeurs de correction, établies à partir des

grandeurs suivantes. Ces grandeurs n'ont été définies et utilisées que dans ce paragraphe. C'est la raison pour laquelle nous n'avons pas jugé utile de les reprendre dans la nomenclature.

- ✚ $v_{r,0}$ et $v_{\theta,0}$ sont les vitesses radiale et tangentielle mesurées par anémométrie à fils chauds sans correction ;
- ✚ $v_{r,1}$ et $v_{\theta,1}$ sont les mesures de $v_{r,0}$ et $v_{\theta,0}$ corrigées afin de respecter la condition $\tilde{q} = q$ (correction selon la méthode ①) ;
- ✚ $v_{r,2}$ et $v_{\theta,2}$ sont les mesures de $v_{r,0}$ et $v_{\theta,0}$ corrigées à partir d'une valeur moyenne de $\partial\theta$ correspondant à la série d'essais (correction selon la méthode ②).

Les corrections nécessitent de déterminer :

- ✚ $\tilde{q}_0 = 2\pi r \int_0^H v_{r,0} dz$, le débit estimé par intégration du profil de vitesse radiale non corrigé ;
- ✚ $\tilde{q}_1 = 2\pi r \int_0^H v_{r,1} dz$, le débit estimé par intégration du profil de vitesse radiale corrigé selon les étapes A et B. Dans ce cas, rappelons que l'on doit obtenir $\tilde{q}_1 = q$. $\partial\theta_1$ est la correction angulaire qui permet d'arriver à ce résultat.
- ✚ $\tilde{q}_2 = 2\pi r \int v_{r,2} dz$, le débit estimé par intégration du profil de vitesse radiale corrigé par une valeur angulaire moyenne $\partial\theta_2$, valable pour toute la série d'essais (figure (2.14.A)).

$\partial v_{r,max}^*$, $\partial v_{\theta,max}^*$ sont les valeurs maximales sur un rayon donné de la différence en valeur absolue entre les vitesses radiale et tangentielle avant et après corrections :

$$\begin{aligned} \partial v_{r,max}^* &= \max_{r^*=const} |v_{r,0}^* - v_{r,2}^*| \\ \partial v_{\theta,max}^* &= \max_{r^*=const} |v_{\theta,0}^* - v_{\theta,2}^*| \end{aligned}$$

$\partial v_{r,moy}^*$, $\partial v_{\theta,moy}^*$ sont les valeurs moyennées sur un rayon donné de la différence en valeur absolue entre les vitesses radiale et tangentielle avant et après corrections :

$$\partial v_{r,max}^* = \text{moyenne}_{r^*=const} |v_{r,0}^* - v_{r,2}^*|$$

$$\partial v_{\theta,max}^* = \text{moyenne}_{r^*=const} |v_{\theta,0}^* - v_{\theta,2}^*|$$

Le tableau (2.8) regroupe l'ensemble de ces valeurs pour l'essai « AA33 ».

Tableau (2.8) : Comparaison avant et après la correction apportée à l'essai « AA33 »

r^*		0.427	0.480	0.533	0.573	0.613	0.693	0.773	0.827	0.880	0.976
\bar{q}_0	m^3/h	-95.9	-104.4	-114.0	-175.4	-218.7	-221.5	-202.6	-32.7	7.1	131.1
\bar{q}_1	m^3/h	-74.9	-74.9	-74.9	-74.9	-75.0	-75.0	-75.0	-74.9	-74.9	-74.7
$\partial\theta_{\textcircled{1}}$	(°)	-1.2	-1.6	-1.9	-4.4	-6.3	-6.0	-4.8	1.5	2.9	6.4
$\partial\theta_{\textcircled{2}}$	(°)	0.3	-0.6	-1.3	-3.0	-5.0	-5.3	-4.6	1.2	2.5	5.8
\bar{q}_2	m^3/h	-100.4	-93.2	-87.1	-106.8	-105.8	-94.6	-80.3	-65.7	-65.7	-54.4
$\partial v_{r,ma}^*$	10^{-4}	23	50	99	280	411	392	340	90	179	437
$\partial v_{r,mo}^*$	10^{-4}	18	35	69	152	218	192	149	35	68	142
$\partial v_{\theta,ma}^*$	10^{-4}	6	12	24	57	94	79	62	30	59	102
$\partial v_{\theta,mo}^*$	10^{-4}	2	4	10	28	47	44	35	9	17	13

En conclusion, une méthode de correction est présentée à la fois pour pallier la difficulté de positionnement en rotation de la sonde dans la cavité et pour montrer que le problème de la précision des mesures sur la composante radiale de la vitesse, dont nous avons discuté plus haut, n'est pas trop pénalisant dans le cadre de notre travail. Une correction sur le positionnement de la sonde peut toujours être apportée de telle sorte que le débit obtenu par intégration égale celui superposé à la cavité. Ce n'est pas le type de correction que nous avons choisi de réaliser.

Toutefois, quelle que soit la méthode retenue, sans correction, avec corrections (selon les méthodes ① ou ②), la composante tangentielle de la vitesse n'est que très légèrement modifiée (au maximum 1% de la vitesse du rotor à la même position radiale dans le cas de l'essai le plus défavorable). Les écarts sont difficilement décelables à la lecture des profils. C'est ce qui nous importe en priorité dans le cadre de la validation de nos modèles. Les écarts observés sur les profils de vitesse radiale sont plus élevés mais ne modifient en rien les conclusions qui pourraient être déduites de la lecture de ces profils. Une comparaison avec un essai réalisé par D'Haudt extrait de [06] est également présentée sur les figures (2.19) et (2.20). Nos résultats expérimentaux, obtenus dans les mêmes conditions d'expérience, sont très voisins, ce qui nous donne confiance dans nos mesures et notre méthode de correction de données.

Dans la suite de ce document, tous les résultats expérimentaux relatifs aux vitesses moyennes radiale et tangentielle correspondent à des mesures modifiées selon la méthode de correction ②.

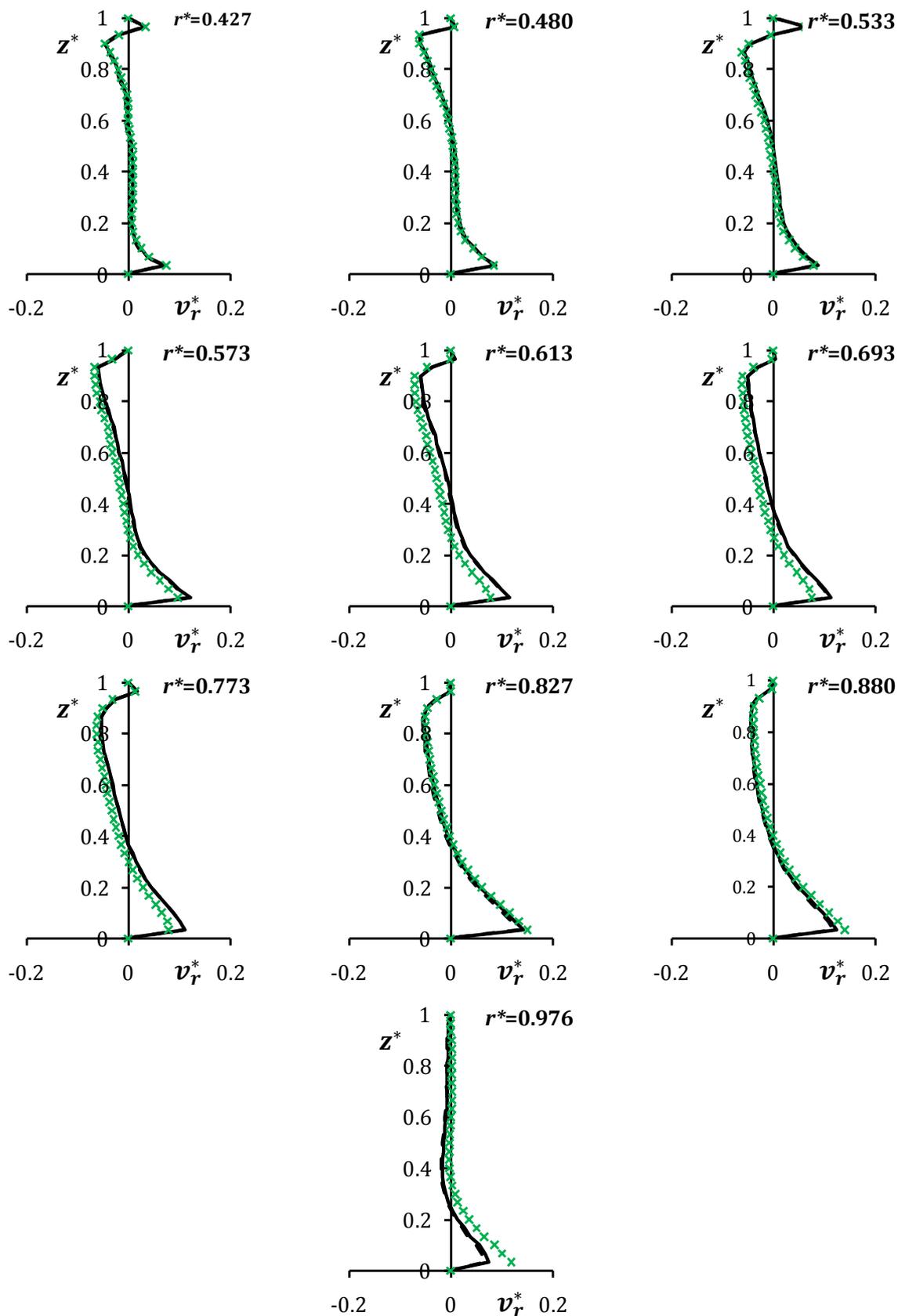


Figure (2.15) : Profils axiaux de la vitesse radiale de l'essai « AA30 »
 $G = 0.053$; $Re = 1.95 \times 10^6$; $Ek = 1.8 \times 10^{-4}$; $C_w = Ro = C_{qp} = 0$

× Résultats expérimentaux non corrigés

--- Résultats expérimentaux après correction selon la méthode ①.

— Résultats expérimentaux après correction selon la méthode ②.

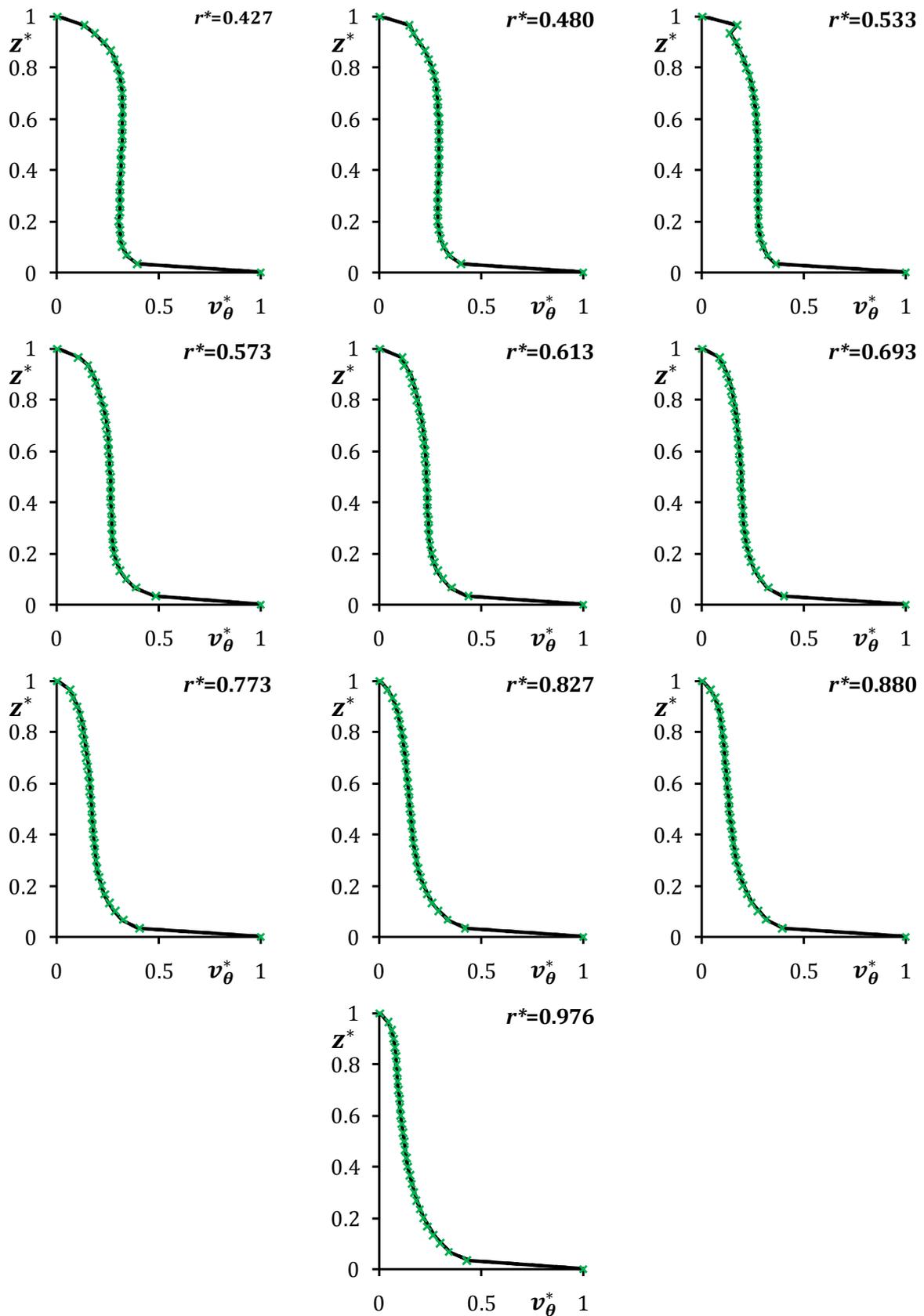


Figure (2.16) : Profils axiaux de la vitesse tangentielle de l'essai « AA30 »
Voir la légende de la figure (2.15).

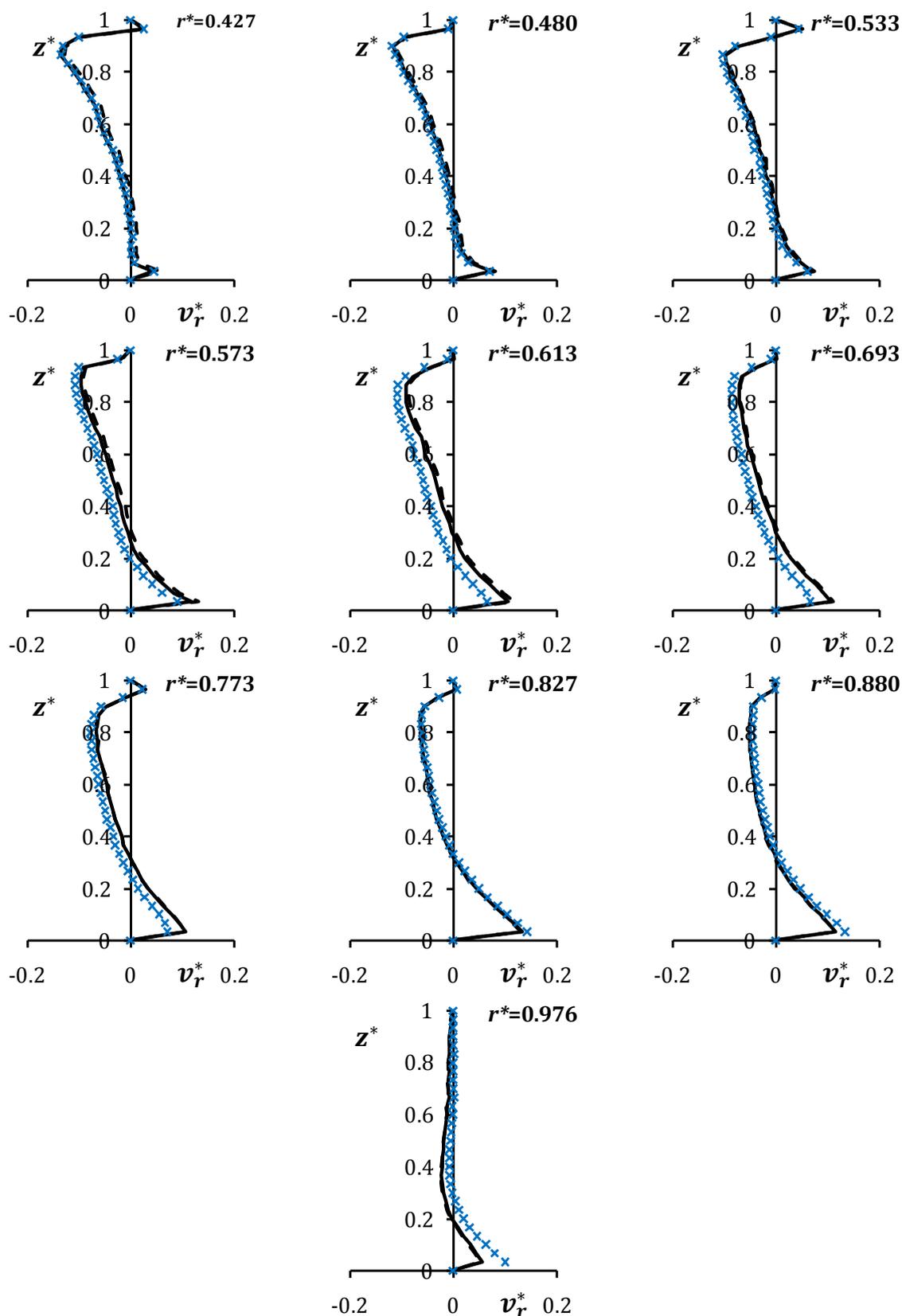


Figure (2.17) : Profils axiaux de la vitesse radiale de l'essai « AA33 »

$$G = 0.053 ; \quad Re = 1.95 \times 10^6 ; \quad C_w = 3.7 \times 10^3$$

$$Ek = 1.8 \times 10^{-4} ; \quad Ro = 5.63 \times 10^{-3} ; \quad C_{qp} = 5.44 \times 10^{-3}$$

× Résultats expérimentaux non corrigés

--- Résultats expérimentaux après correction selon la méthode ①.

— Résultats expérimentaux après correction selon la méthode ②.

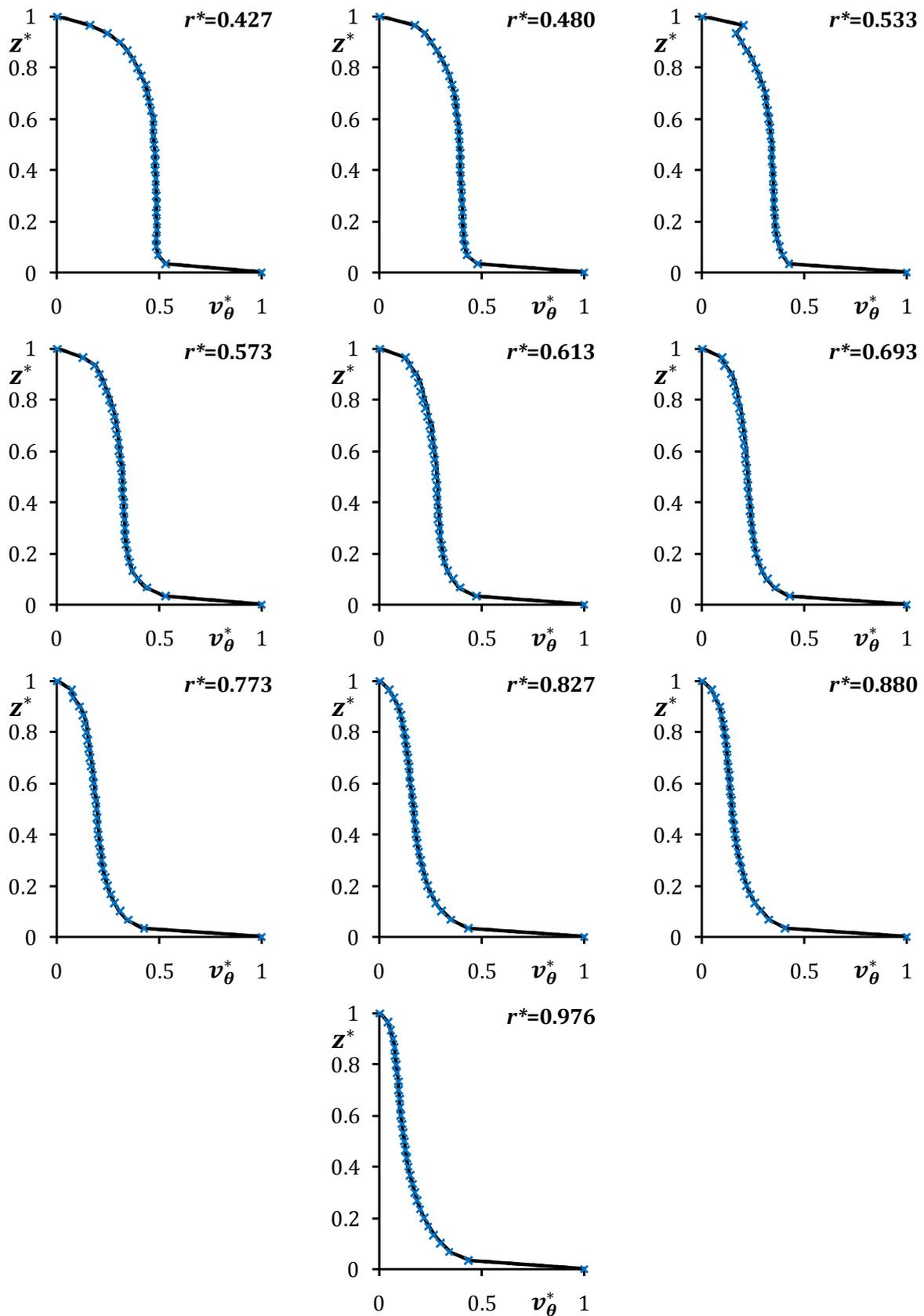


Figure (2.18) : Profils axiaux de la vitesse tangentielle de l'essai « AA33 » voir la légende de la figure (2.17).

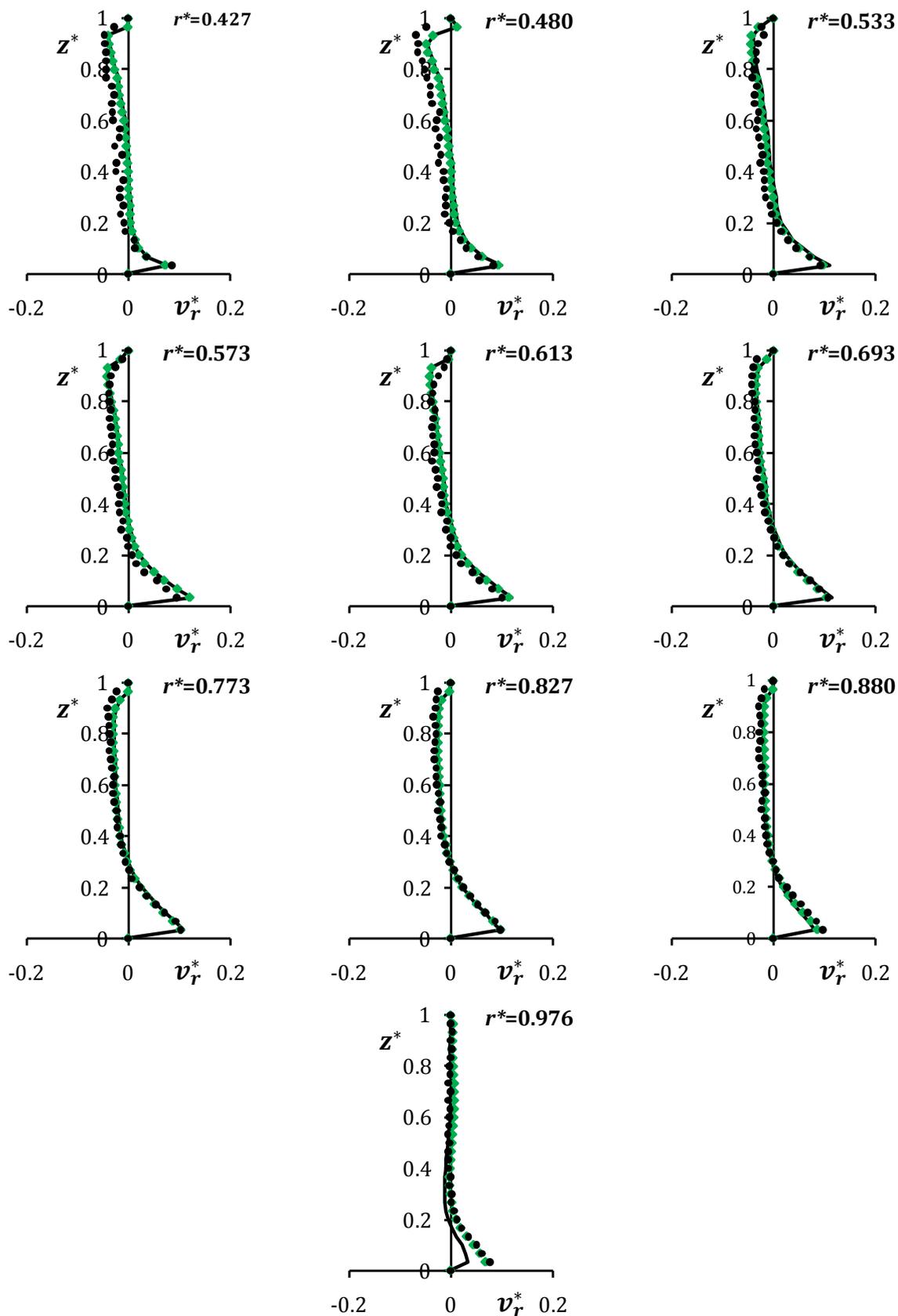


Figure (2.19) : Profils axiaux de la vitesse radiale de l'essai « AC20 »
 $G = 0.080$; $Re = 1.47 \times 10^6$; $Ek = 1.06 \times 10^{-4}$; $C_w = Ro = C_{qp} = 0$

- ◆ Résultats expérimentaux non corrigés
- Résultats expérimentaux de D'Hautd [06]
- Résultats expérimentaux après correction selon la méthode ②.

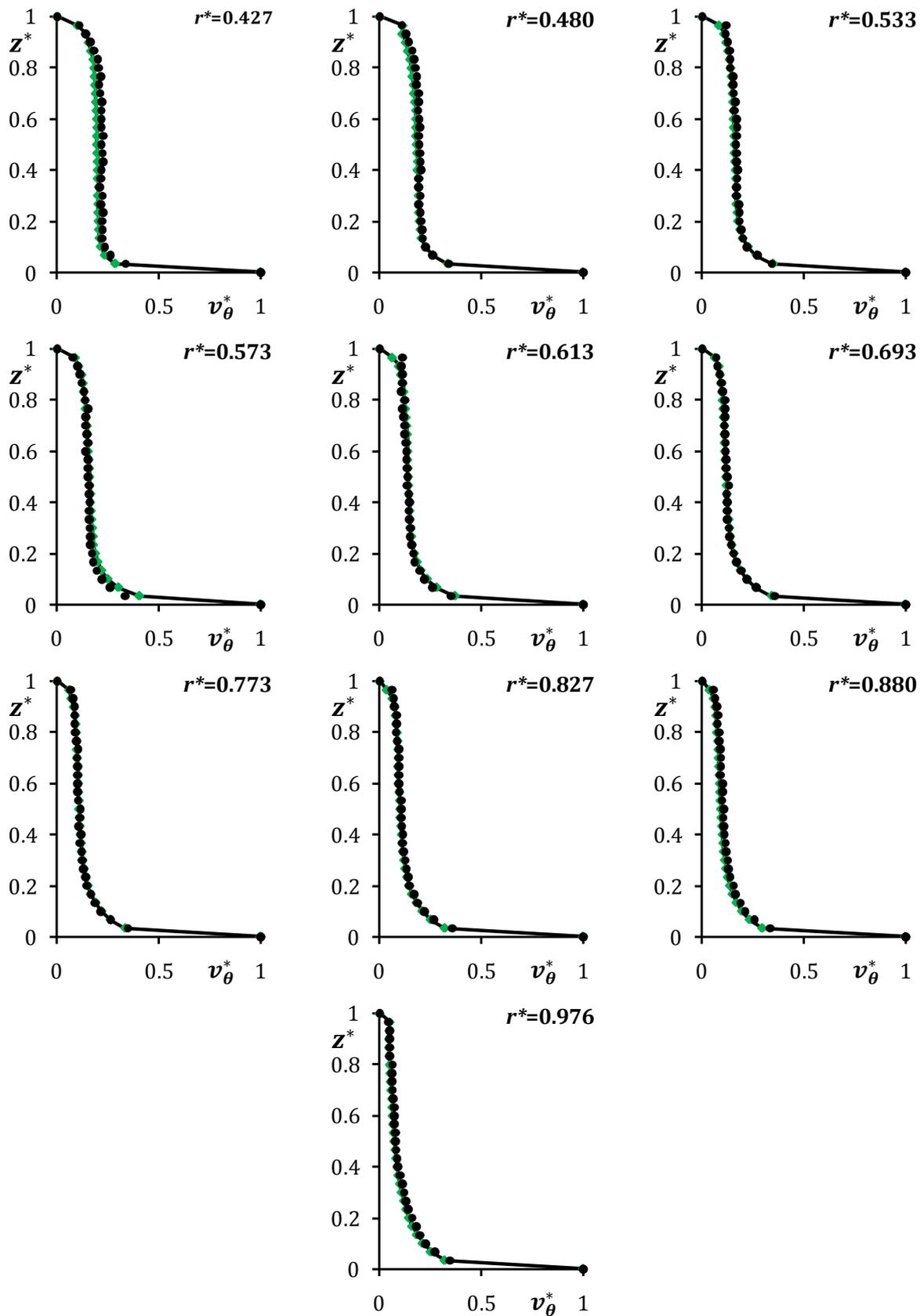


Figure (2.20) : Profils axiaux de la vitesse tangentielle de l'essai « AC20 » voir la légende de la figure (2.19).

2.3. Simulation Numérique

Ce paragraphe est consacré à la présentation de simulations numériques, réalisées à la fois dans le but de valider les hypothèses des modèles et les lois théoriques présentées au chapitre 1, et pour fournir des informations complémentaires inaccessibles à la mesure (composante axiale de la vitesse, écoulement externe à la cavité...).

L'étude numérique porte uniquement sur le cas de la cavité isolée. Lorsque la cavité est fermée, toutes les conditions aux limites à imposer aux frontières s'appliquent à des parois : les deux disques et les deux cylindres coaxiaux constituant le moyeu et le carter périphérique. Les principales difficultés sont rencontrées pour modéliser un système ouvert ou partiellement ouvert en périphérie. Dans ce cas, nous pensons qu'il s'avère nécessaire d'étendre le domaine de calcul à l'extérieur du système pour simuler l'écoulement périphérique, et plus particulièrement pour obtenir une valeur réaliste du taux de pré-rotation.

2.3.1. Contexte de l'Étude

Réaliser des prévisions numériques dans le cas d'écoulements en cavité rotor-stator nécessite de faire de nombreux choix. Pour ce faire, nous proposons de nous baser sur des travaux récents, réalisés sur les configurations les plus proches de celles décrites au paragraphe 2.2.1. Dans les références que nous citons, les calculs sont menés dans un plan méridien, selon l'hypothèse d'écoulement axisymétrique et stationnaire.

Intéressons nous en premier lieu au domaine de calcul, pour lequel deux choix possibles sont retenus dans la littérature. Il peut être strictement limité à la zone inter-disques, comme c'est le cas dans les travaux réalisés par Poncet *et al.* [34] ou Elena et Schiestel [17]. Ce choix est guidé par le fait que les résultats numériques sont comparés aux données expérimentales recueillies sur le banc d'essais décrit sur la figure (2.01.B), qui comporte une paroi verticale fixe très proche de la périphérie du système. Le domaine de calcul peut également être étendu à la région extérieure à la cavité. C'est le cas des simulations réalisées par Debuchy *et al.* [11], dont l'un des objectifs est d'étudier un système ouvert en périphérie (schéma de la figure (2.01.A) avec $h = H$). Ce type de calcul nécessite de tenir compte des phénomènes de réinjection du fluide à la périphérie du système.

Pour toutes ces simulations numériques, le système d'équations est fermé par un modèle de turbulence dont le choix conditionne également la qualité des résultats obtenus. De nombreux tests ont été réalisés par le passé. En se référant aux deux exemples cités précédemment, Poncet *et al.* [34] préconisent l'utilisation d'un modèle de transport des tensions de Reynolds (modèle RSM) dans le cadre d'une étude de

l'influence d'un flux radial superposé. D'autres travaux sont également basés sur l'utilisation des méthodes DNS (Simulation Numérique Directe) et LES (Large Eddy Simulation) pour étudier les écoulements en rotation [30].

D'Haudt [06] a testé trois modèles de turbulence intégrés au code de calcul industriel Fluent pour étudier l'influence de la géométrie périphérique d'une cavité rotor-stator isolée [06] : le modèle $k - \epsilon$ avec loi de paroi, le modèle $k - \omega$, qui permet une meilleure estimation de la turbulence au niveau des parois et enfin le modèle $k - \omega SST$ regroupant les points positifs de chacun des modèles précédents. Sur l'ensemble des résultats, c'est ce dernier modèle qui a permis d'obtenir la meilleure concordance entre expérience et numérique.

2.3.2. Le Code de Calcul & Les Cas Étudiés

Notre travail s'inscrit dans la continuité de cette dernière étude. Aussi, toutes les simulations numériques sont effectuées à l'aide de la version 6.1 du code Fluent. L'un des avantages de ce code est d'offrir un large choix de modèles de turbulence. Les nombreux tests complémentaires que nous avons réalisés, dont les résultats ne figurent pas dans ce mémoire, confirment le choix de retenir le modèle de turbulence $k - \omega SST$.

Quatre configurations, pour lesquelles il existe des résultats disponibles dans la littérature, sont retenues pour nos simulations numériques. Dans tous les cas, le rayon du rotor est $R = 375 \text{ mm}$, l'espace inter-disques est fixé à $H = 30 \text{ mm}$ et la vitesse de rotation égale 1510 tr/min . Les paramètres sans dimension sont donc identiques : $G = 0.08$, $Re = 1.47 \times 10^6$ (soit $Ek = 1.06 \times 10^{-4}$). Les différences entre ces cas-tests sont relatives à la géométrie périphérique du système. Le premier cas correspond à une cavité fermée. De nombreux résultats existent dans la littérature, parmi lesquels les mesures effectuées par Itoh *et al.* [19]. Dans la deuxième configuration, extraite des travaux de Debuchy *et al.* [10], la cavité est à demi-obstruée en périphérie par un carter fixe. Cette configuration correspond au schéma de la figure (2.01.A) avec $h/H = 0.5$. Le troisième cas-test est extrait de la référence [06]. Il s'agit d'un système totalement ouvert, muni d'un carter externe fixe de faible épaisseur, entourant le rotor. Le rôle de ce dispositif est d'isoler l'écoulement centrifugé par la paroi mobile extérieure à la cavité, sans obstruer la périphérie. Le quatrième cas-test, extrait de la même référence, correspond à la configuration précédente dépourvue de carter externe. Le tableau (2.9) regroupe les principales caractéristiques géométriques, liées à la périphérie des différents systèmes. Nous savons que le niveau de pré-rotation du fluide, qui est étroitement lié à ces caractéristiques, est susceptible de varier d'un cas-test à l'autre : c'est la raison pour laquelle nous avons fait le choix de ces configurations.

Tableau (2.9)

Cavité	χ	Carter côté rotor	h/H
Cas (1)	0	—	0
Cas (2)	0.27	sans	0.5
Cas (3)	0	avec	1
Cas (4)	0	sans	1

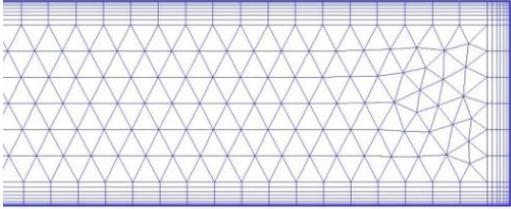
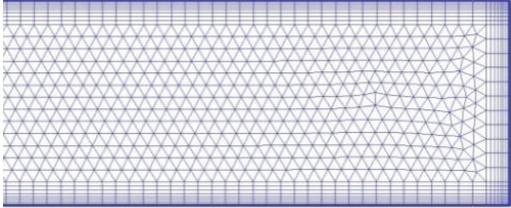
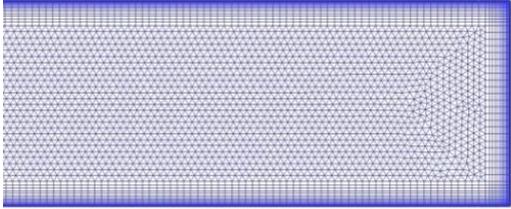
2.3.3. Le Domaine & Le Maillage

Dans tous les cas, le maillage est créé à l'aide du logiciel GAMBIT 2.3.

Parmi ces cas-tests, le cas (1) fait figure d'exception car il n'existe pas d'interaction avec l'extérieur de la cavité. De ce fait, le domaine de calcul est strictement limité à l'espace inter-disques. Ce cas est principalement utilisé pour apprécier la qualité du maillage dans cette région. Pour le cas (1), le calcul est effectué sur trois maillages différents dont les caractéristiques sont indiquées dans le tableau (2.10). La distribution radiale du coefficient d'entraînement du fluide pour chaque maillage est présentée sur la figure (2.21). Nous constatons que les résultats obtenus sont très proches : à l'exception du voisinage de la paroi périphérique, le noyau central tourne en bloc. Le niveau du coefficient d'entraînement est constant (voisin de 0.42) dans la plus grande partie de la cavité, ce qui est conforme à la solution prévue par Batchelor dans le cas de disques infinis. Compte tenu de ce résultat, nous avons choisi le maillage intermédiaire pour modéliser l'espace inter-disques de toutes nos configurations (nombre et de taille de mailles équivalents au « Maillage /2/ » du tableau (2.10)).

Lorsque la cavité est ouverte ou partiellement ouverte en périphérie, le domaine de calcul est systématiquement étendu à la région externe du système. La figure (2.22) indique sur un exemple que la dimension radiale du domaine équivaut à deux fois le rayon du rotor. Dans la direction axiale, l'extension du domaine équivaut à au moins trois fois et demie la hauteur de la cavité au-dessous du rotor et au-dessus du stator. Notons également que le domaine de calcul reproduit fidèlement la partie centrale de la cavité comprenant le tube d'aspiration, ce qui doit permettre dans le futur de modéliser facilement le cas de la cavité soumise à un flux centripète forcé. Comme dans les travaux de Debuchy *et al.* [11], une condition à la limite de type pression en sortie est imposée au loin de la cavité.

Tableau (2.10)

Schéma de la périphérie		Épaisseur de la première maille à côté de la paroi (mm)	Facteur de croissance des mailles de la couche limite	Taille des mailles dans le sens parallèle à la paroi (mm)	Nombre des éléments
	Maillage /1/	0.3	1.16	4	2300
	Maillage /2/	0.2	1.16	2	6900
	Maillage /3/	0.05	1.16	1	26000

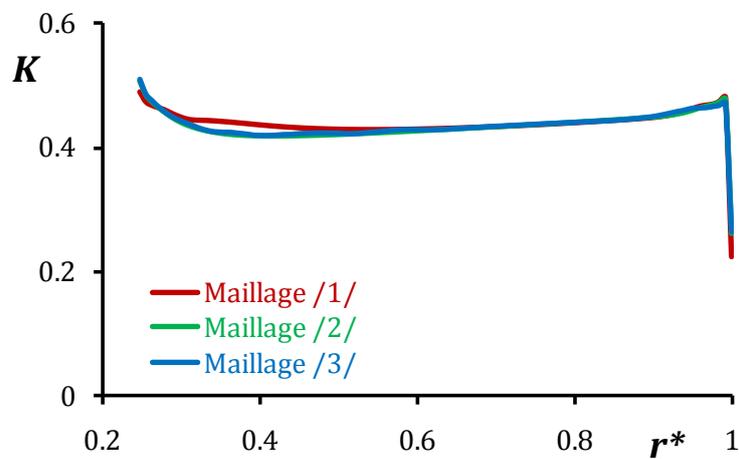


Figure (2.21) : Résultats du calcul numérique pour les trois maillages du tableau (2.10). Distribution radiale du coefficient d'entraînement.

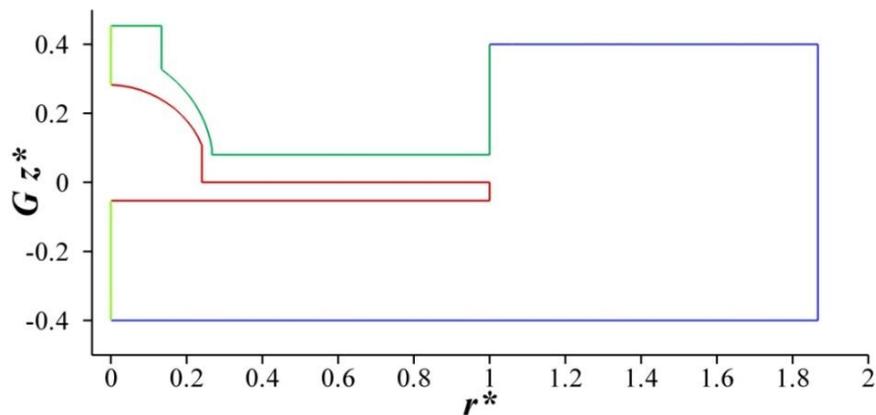


Figure (2.22) : Choix des conditions aux limites sur un exemple de cavité rotor-stator ouverte à la périphérie

- paroi tournante
- paroi fixe
- axe de rotation
- pression libre

Les différents maillages sont présentés sur la figure (2.23). Le maillage n'est pas structuré, la première maille est à « 0.1 mm » de la paroi fixe ou en rotation et le facteur de croissance de la taille du maillage des couches limites est de « 1.2 ».

La figure (2.24) présente un exemple de courbe de convergence obtenue dans le cas d'une cavité isolée, ouverte à la périphérie, sans carter fixe près du rotor (cas (4)). Le critère convergence basé sur la continuité n'est jamais inférieur à 10^{-1} ou 10^{-2} . Ce résultat n'est certes pas excellent. Toutefois, des tests complémentaires, non présentés dans ce mémoire, ont permis d'obtenir une valeur de 10^{-5} après suppression du domaine voisin de l'axe de rotation, ceci pour des résultats équivalents.

Le tableau suivant regroupe les valeurs maximales de « y^+ » dans la région interdiques, pour les différents cas-tests. Ces valeurs restent inférieures à 30.

Tableau (2.11)

Cas-tests	y^+
Cas (1)	< 19.6
Cas (2)	< 30.0
Cas (3)	< 21.3
Cas (4)	< 20.2

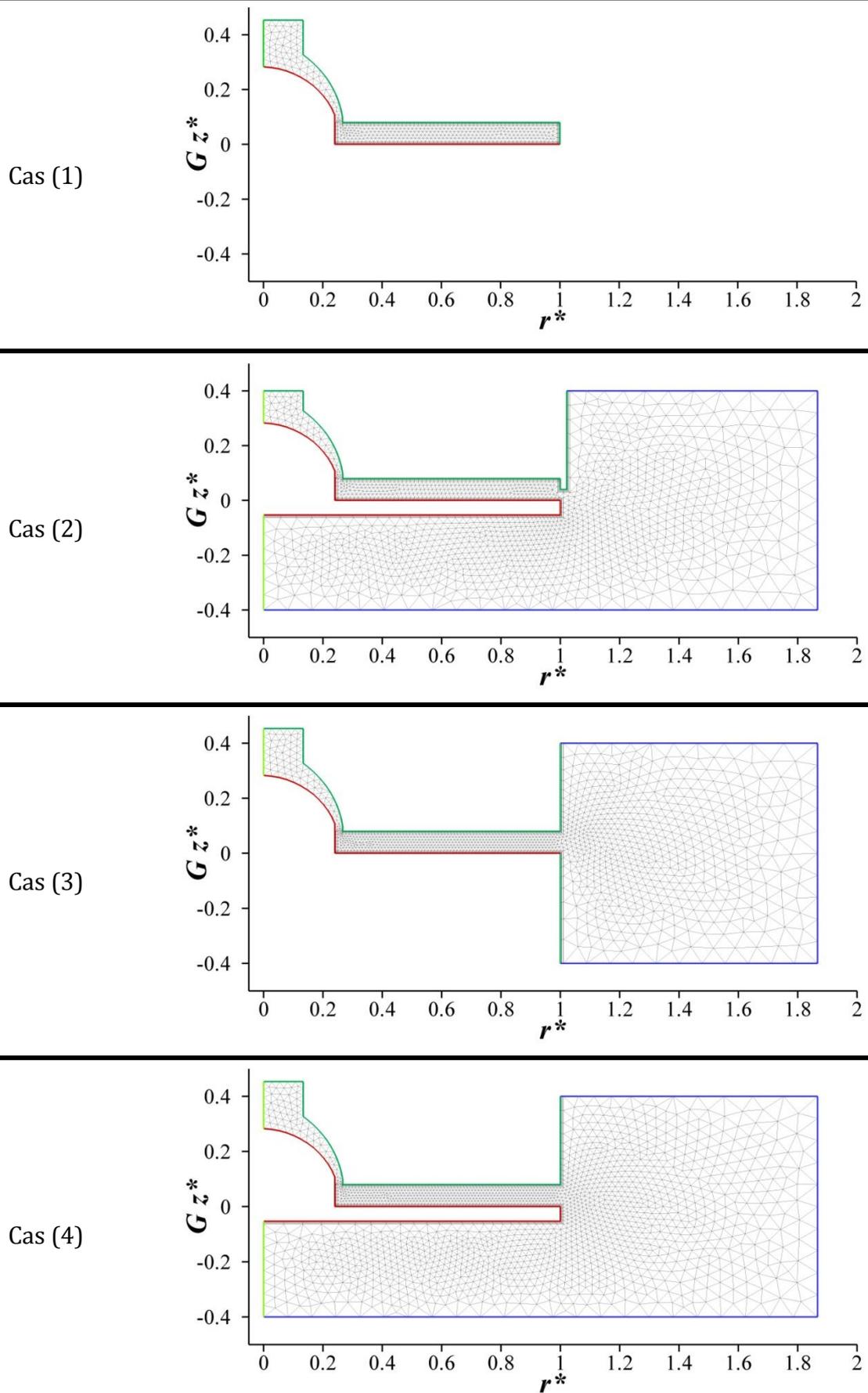


Figure (2.23) : Maillages pour les cas tests du tableau (2.9) – voir les légendes de la figure (2.22).

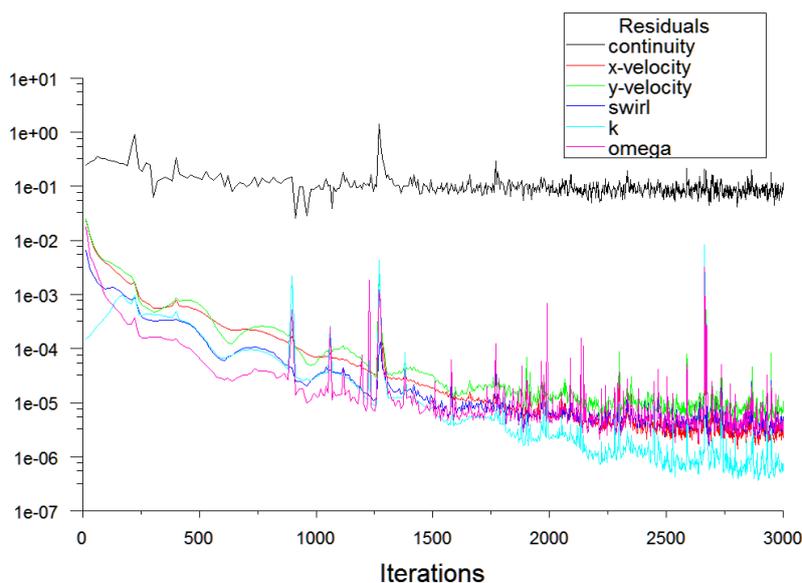


Figure (2.24) : Courbe de convergence sur un exemple de calcul

2.3.4. Résultats & Discussion

Une validation de nos résultats de calcul est réalisée à partir de données numériques et expérimentales extraites de la littérature.

Quelques résultats pour le cas (1) ont déjà été présentés lors des tests de maillage. Nos résultats numériques sont en bon accord avec la description de l'écoulement fournie par l'expérience ou par la théorie : les profils de vitesse sont divisés en trois domaines, deux couches limites séparées un noyau central qui tourne en bloc, sans mouvement radial de fluide (Figure (2.25.B)). Toutefois, nos prévisions indiquent que le coefficient d'entraînement reste voisin de 0.42 dans la majeure partie de la cavité, en dehors de la proximité des parois verticales (Figure (2.25.A et .C)). Dans le cas des essais réalisés par Itoh, la valeur de K diminue jusqu'à 0.33 lorsque r^* décroît, en raison d'une transition entre régimes d'écoulement turbulent et laminaire à l'approche de l'axe. Ce phénomène n'est pas identifié dans nos résultats de calcul, ce qui est probablement dû au modèle utilisé.

En ce qui concerne le cas test (3), nos résultats numériques sont comparés aux résultats expérimentaux de D'Hautt [06] et à des résultats de simulations réalisées à l'aide d'un code de calcul développé à l'IRPHE (Université d'Aix-Marseille II), utilisant un modèle de turbulence de type Reynolds Stress Model (RSM). Les détails de cette modélisation sont donnés dans la référence [46]. La figure (2.26) montre que nos résultats de simulation sont très proches de ceux issus du modèle RSM et de l'expérience, qu'il s'agisse des profils des vitesses radiale et tangentielle, ou de la distribution radiale du coefficient d'entraînement.

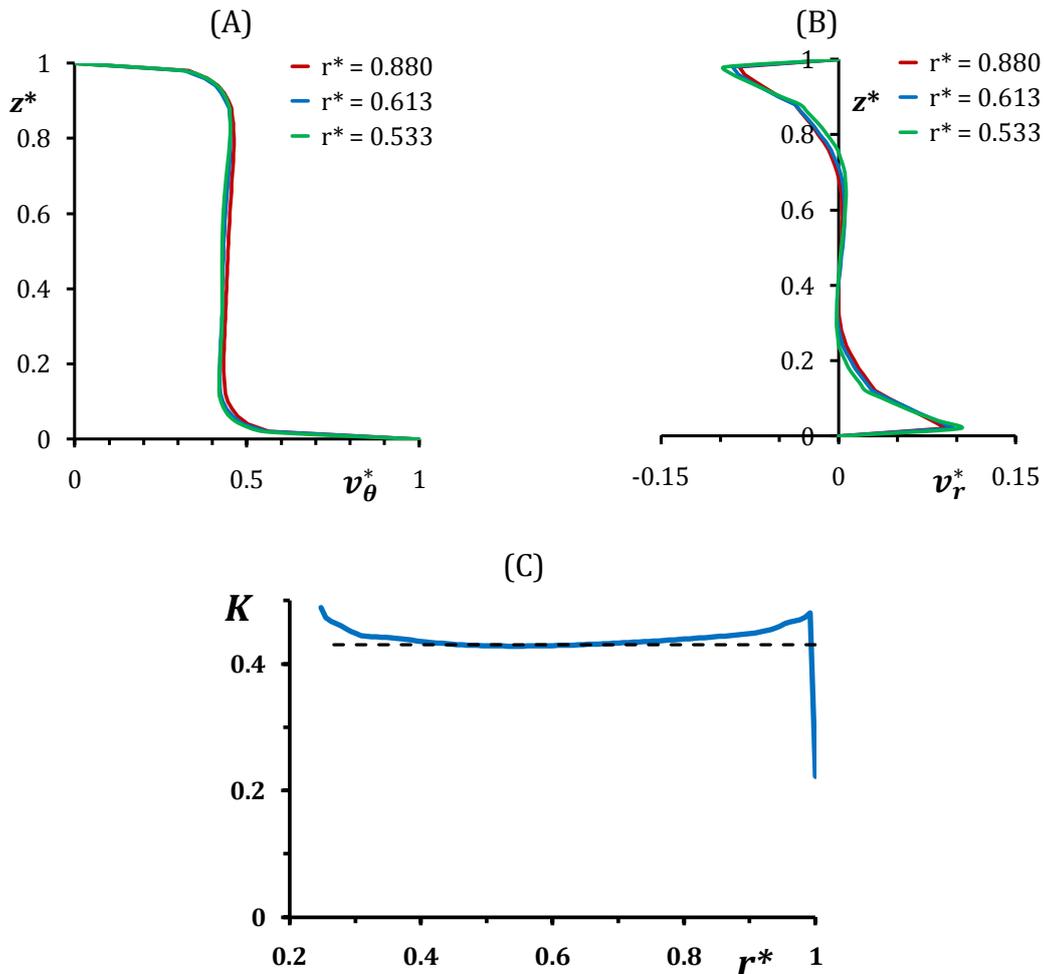


Figure (2.25) : Profils des vitesses tangentielle (A) et radiale (B) dans une cavité fermée à la périphérie (cas 1) et distribution radiale du coefficient d'entraînement (C) – calcul numérique.

Dans tous les cas où la cavité est ouverte ou partiellement ouverte en périphérie, la qualité des résultats numériques est étroitement liée au taux de pré-rotation, qui doit impérativement être conforme à la réalité. Ce taux de pré-rotation est imposé par une condition à la limite dans le cas où le domaine de calcul s'arrête à la périphérie. Comme nous l'avons mentionné plus haut, nous avons choisi d'étendre ce domaine lors des simulations des cas-tests 2, 3 et 4, afin que le niveau de K_p soit un résultat de calcul et non une valeur imposée.

Les figures (2.27) donnent des détails sur l'écoulement périphérique à l'aide des iso-valeurs de vitesses radiale (A) et tangentielle (B), ainsi que des projections des lignes de courant dans le plan méridien. Elles permettent de mettre en évidence l'interaction des écoulements circulant dans les deux régions, intérieure et extérieure au système.

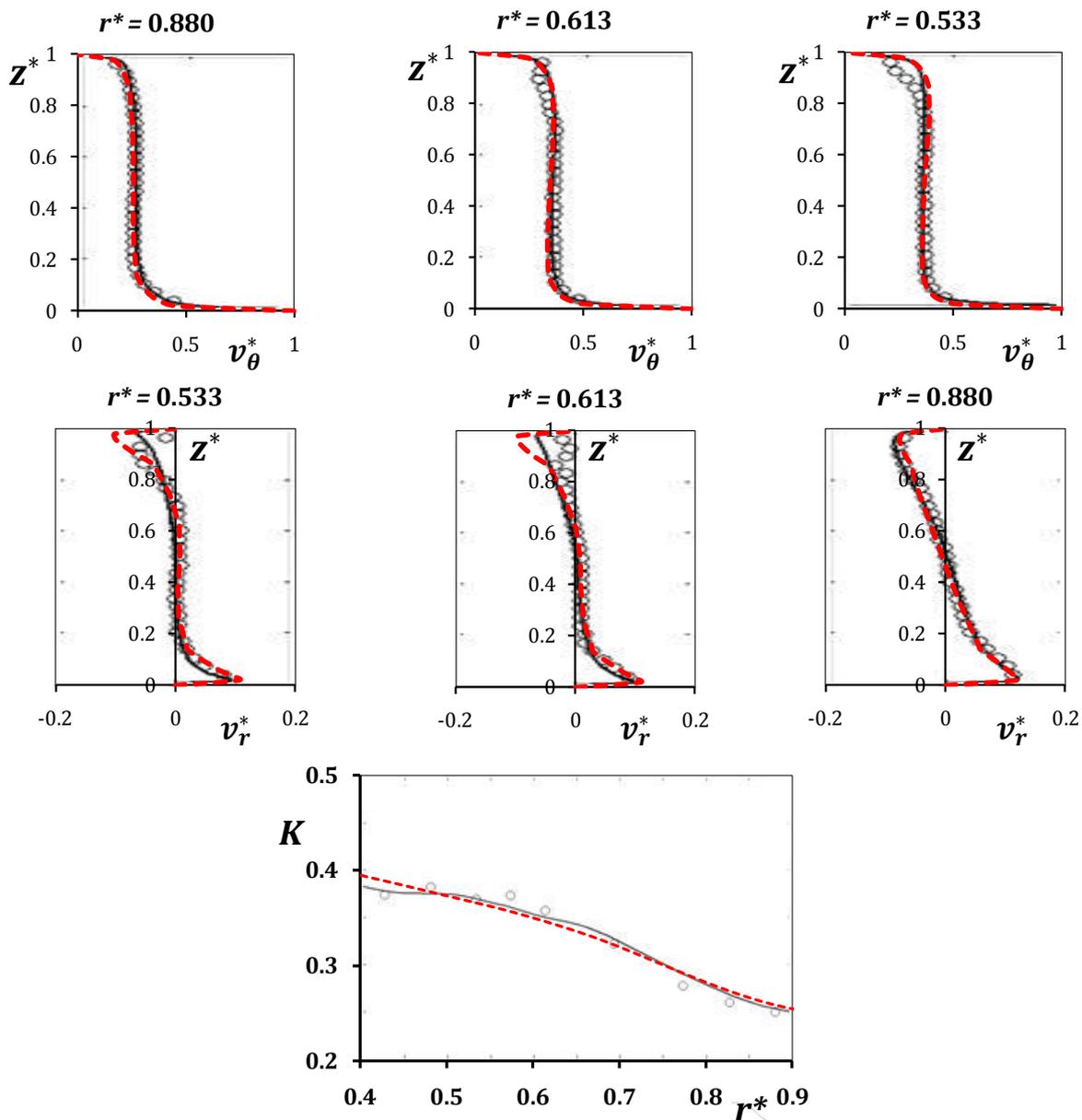


Figure (2.26) : Comparaison entre les mesures et deux modèles turbulence

--- calcul actuel avec un modèle de turbulence $k - \omega$ SST

— calcul à l'aide du modèle RSM de l'essai publié en [46]

○ mesures fils chauds de D'Hautd [06]

Profils de v_θ^* (1^{ère} ligne), de v_r^* (2^{ème} ligne) et la distribution de K (3^{ème} ligne)

$G = 0.08$, $Re = 1.47 \times 10^6$, $\chi = 0$ avec carter près du rotor (cas (3)).

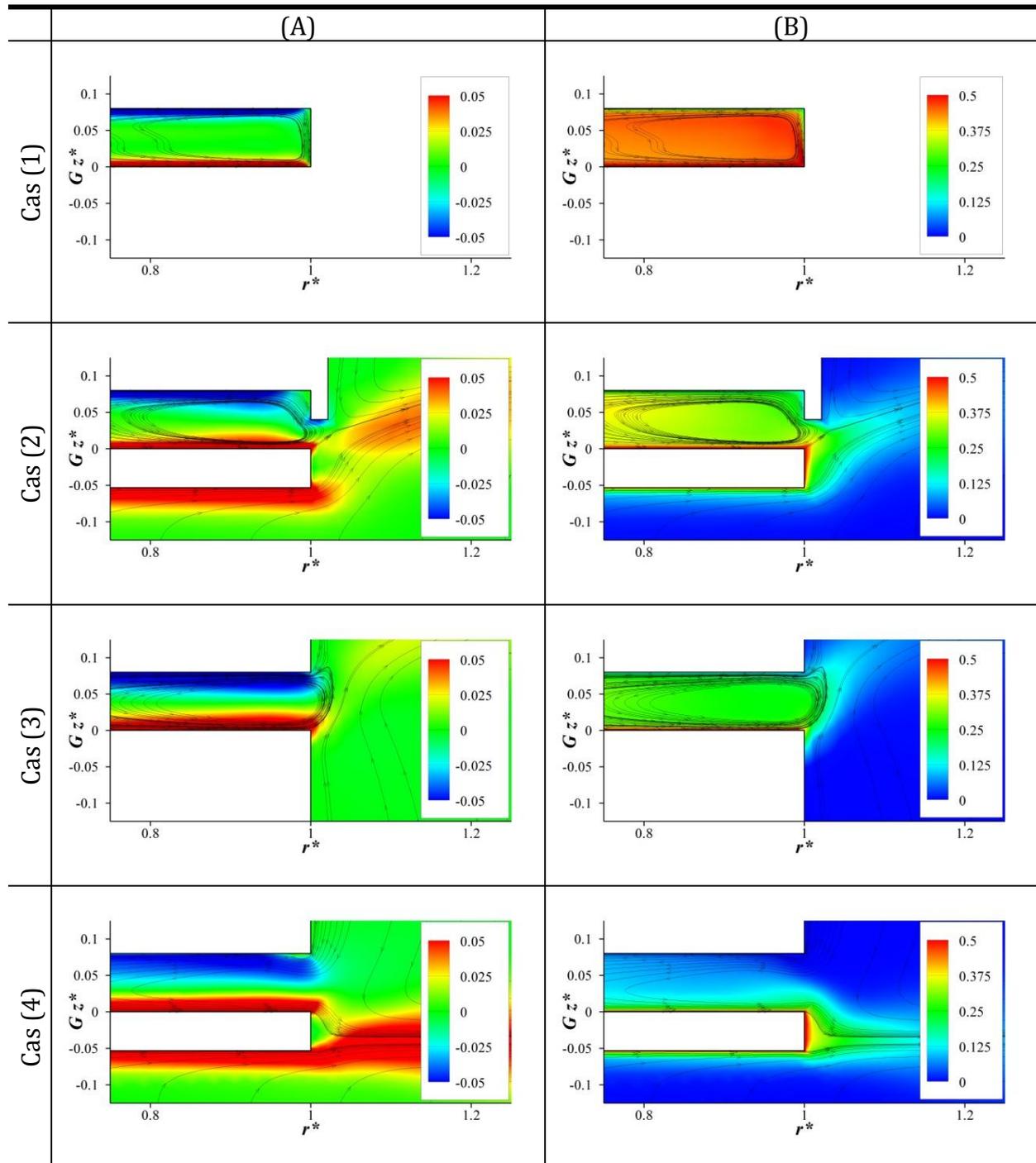


Figure (2.27) : Résultats des calculs numériques pour les quatre cas étudiés (Tableau (2.9)) dans la zone périphérique $G = 0.08$, $Re = 1.47 \times 10^6$
iso-contours : de v_r^* (A) ; de v_θ^* (B)

La figure (2.28) présente les profils des trois composantes de la vitesse moyenne pour deux positions radiales, l'une située à l'intérieur de la cavité ($r^* = 0.976$), l'autre à l'extérieur ($r^* = 1.03$). D'un point de vue qualitatif, les résultats sont conformes aux expériences réalisées par D'Hautd [06] : l'écoulement est très sensible à la géométrie périphérique qui influe notablement sur le niveau de pré-rotation du fluide. Notons également que la vitesse axiale, qui est négligée dans la cavité, peut devenir du même ordre de grandeur que la vitesse radiale à la périphérie extérieure ($r^* = 1.03$).

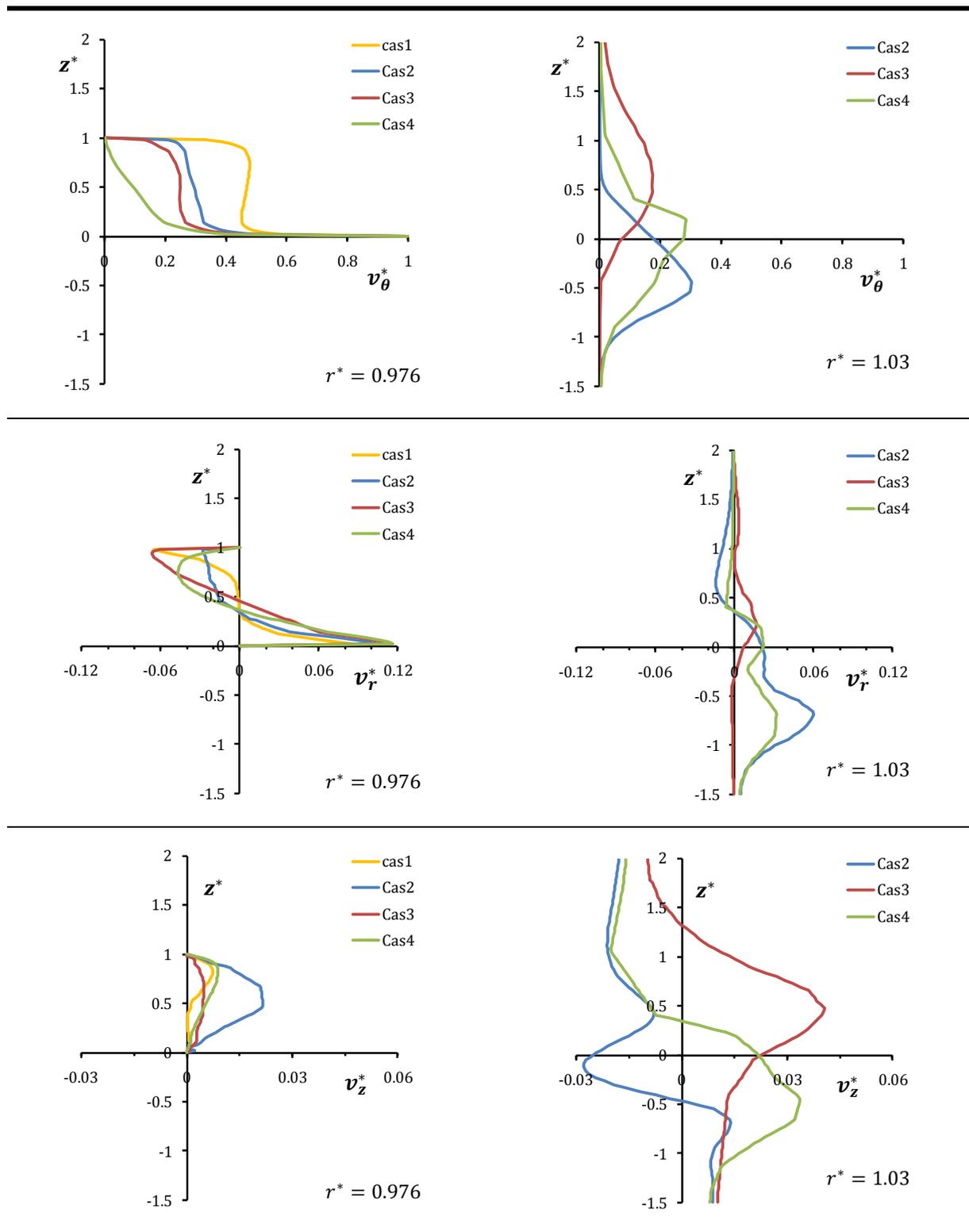


Figure (2.28) : Profils axiaux de v_θ^* , de v_r^* et de v_z^* pour trois cas- tests du tableau (2.9) – $G = 0.08$, $Re = 1.47 \times 10^6$

Ces quelques éléments de comparaison nous permettent d’avoir une confiance suffisante dans la qualité de nos résultats de calcul pour les utiliser dans le cadre de la validation de nos modèles théoriques. Les profils de vitesses, les distributions radiales du coefficient d’entraînement, de la pression statique sur le stator et de la pression totale à mi-hauteur de la cavité seront présentés dans le troisième chapitre.

Chapitre - 3 - La Cavité Isolée



Chapitre

3. La Cavité Isolée

Ce chapitre est consacré à l'étude de la cavité isolée. Le premier paragraphe décrit les caractéristiques générales de l'écoulement à partir de rappels bibliographiques et des résultats de simulations numériques que nous avons obtenus pour les quatre cas-tests mentionnés dans le chapitre précédent. Le second paragraphe inclut la validation de notre modélisation théorique. Il se subdivise en deux parties, l'une détaillant la validation de la solution « Complète », l'autre celle de la solution « Simplifiée ».

3.1. Caractéristiques de l'Écoulement

Lorsque $G \ll 1$, $Ek \ll 1$ ($Re \gg 1$), l'écoulement dans une cavité isolée de type rotor-stator permet de distinguer trois zones : deux couches limites près des disques séparées par un noyau central qui, le plus souvent, tourne en bloc. Ce mouvement de rotation solide du domaine central se caractérise à la fois par une composante radiale nulle de la vitesse et une composante circonférentielle approximativement égale à 0.4 fois la vitesse locale de la paroi tournante. C'est ce qui est observé sur la figure (3.01) extraite de Debuchy [10].

Dans le cas d'une cavité isolée dont la périphérie est partiellement obstruée par un carter fixe, les résultats expérimentaux tendent à se superposer lorsque l'on s'approche du centre ($r^* = 0.53$). Ils indiquent tous le même niveau de coefficient d'entraînement K_B , approximativement égal à 0.38, ceci pour quatre valeurs différentes du rapport d'obstruction périphérique h/H . Cette valeur de K_B n'est pas unique : pour une cavité fermée, le niveau du coefficient d'entraînement K_B est généralement voisin de 0.42. En contrepartie, peu d'explications ont été avancées dans la référence [10]

concernant les écarts entre les profils de vitesse tangentielle relevés près de la périphérie, à $r^* = 0.88$ (figure (3.01)).

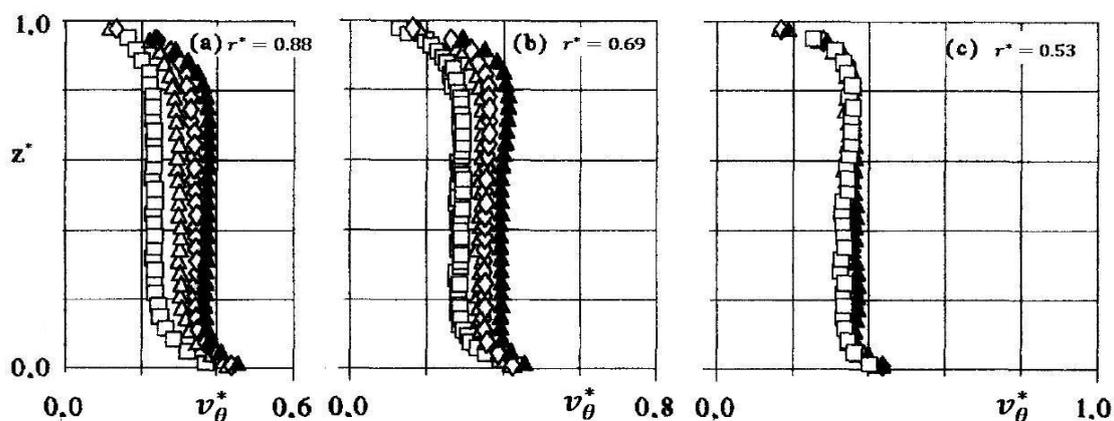


Figure (3.01) : Profils de vitesse tangentielle dans le cas d'une cavité isolée pour différentes valeurs du coefficient d'obstruction périphérique h/H

$$G = 0.08, \quad Re = 1.47 \times 10^6, \quad Ek = 1.06 \times 10^{-4}$$

$$\square \quad h/H = 1.00 \quad \Delta \quad h/H = 0.75 \quad \diamond \quad h/H = 0.50 \quad \blacktriangle \quad h/H = 0.25$$

Un premier travail réalisé par Djaoui en 1998 [12], portant sur les effets périphériques, a permis de mettre en évidence le fait que la rotation solide du noyau central n'est pas systématiquement observée dans le cas d'une cavité isolée. La conclusion est qu'il peut exister plusieurs régimes d'écoulement dont l'un conduit à la solution prévue par la théorie de Batchelor [01].

Plus tard, D'Haudt en 2006 [06] montre que la rotation solide du noyau central ne peut apparaître que lorsque le niveau de pré-rotation K_p du fluide en périphérie est suffisamment élevé, ou tout au moins assez voisin de la valeur K_B . Les différents paramètres sans dimension peuvent jouer un rôle important sur les niveaux de K_B et K_p . Comme prévu par Daily & Nece [07] ou Cheah S. C. *et al.* [03], le niveau de K_B dépend du paramètre de forme de la cavité G , résultat confirmé les mesures de D'Haudt [06] dans le cas d'une cavité isolée ouverte en périphérie. La figure (3.02) indique que le niveau de K_p augmente lorsque G diminue. Les essais réalisés dans le cadre de cette thèse confirment également ce résultat pour les trois valeurs de Reynolds étudiées (Figure (3.03)). Toutefois, les deux valeurs de K_p sont trop faibles pour pouvoir observer la rotation en bloc du noyau central. Par contre, l'étude de l'influence des paramètres sans dimension réalisée par D'Haudt dans le cadre de son travail de thèse [06] montre que la variation du nombre de Reynolds à valeurs de G fixées n'a que peu d'influence sur les propriétés de l'écoulement inter-disques.

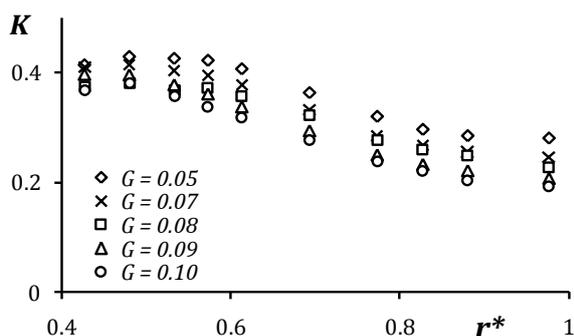


Figure (3.02) : Influence du paramètre de forme G sur l'écoulement $\chi = 0$ et $Re = 1.47 \times 10^6$ (D'Haudt [06])

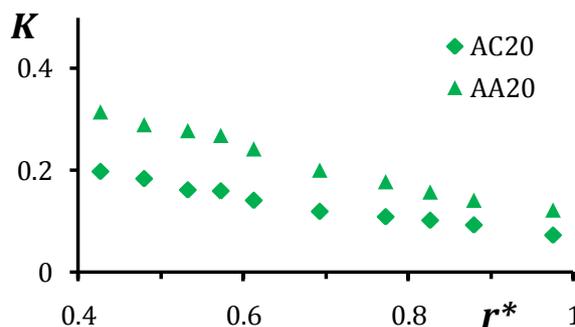


Figure (3.03) : Exemple de comparaison entre deux essais à $Re = 1.47 \times 10^6$
 $\blacktriangle G = 0.053, Ek = 2.39 \times 10^{-4}$
 $\blacklozenge G = 0.080, Ek = 1.06 \times 10^{-4}$

Le niveau de pré-rotation K_p est également lié à la géométrie périphérique de la cavité : il peut dépendre de la valeur du paramètre $\chi = \Delta R/H$, de la présence d'un carter fixe autour du rotor, de l'épaisseur du rotor... Le lien entre effets de bord et niveau de pré-rotation du fluide a été mis en évidence à partir de résultats de calculs numériques effectués à l'aide du code de calcul industriel FLUENT dans [11] ou [05]. À la périphérie de la cavité, le fluide éjecté près du rotor par effet centrifuge doit être compensé par une entrée de fluide équivalente du côté du stator. Le niveau de pré-rotation dépend de l'origine de cet écoulement de compensation. Si ce dernier provient du fluide extérieur situé du côté du stator, qui est au repos, le niveau de pré-rotation est faible. Il est d'environ 0.08 dans les conditions de la figure (3.04.A). Si l'écoulement de compensation provient pour la plus grande partie de la réinjection du fluide centrifugé par le rotor, il possède alors un taux de rotation plus élevé. Ce taux est d'environ 0.24 pour $\chi = 0.27$ dans le cas de la figure (3.04.B).

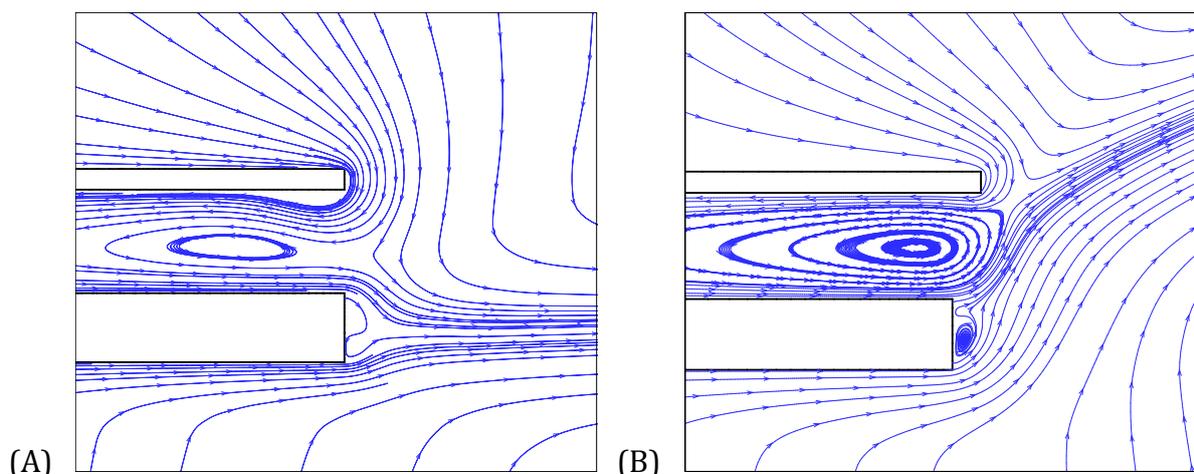


Figure (3.04) : Lignes de courant projetées dans un plan méridien à la périphérie de deux cavités rotor-stator selon D'Haudt [06] (modélisation numérique code FLUENT - modèle de turbulence $k - \omega SST$)
 $G = 0.08, Re = 1.47 \times 10^6, Ek = 1.06 \times 10^{-4}$. (A) : $\chi = 0$ (B) : $\chi = 0.27$

La figure (3.05) est basée sur une sélection de trois essais extraits de la référence [06], pour lesquels l'écoulement en périphérie présente des caractéristiques identiques (superposition des profils de vitesses radiale et circumférentielle adimensionnées, profils très voisins pour les trois corrélations turbulentes adimensionnées accessibles par la mesure au rayon $r^* = 0.976$). Les conditions d'expérience correspondent aux mêmes valeurs des paramètres adimensionnés classiques $G = 0.08, Re = 1.47 \times 10^6$ et $Ek = 1.06 \times 10^{-4}$ mais diffèrent par la géométrie périphérique de la cavité ($\chi = 0.27$ sans carter autour du rotor; $\chi = 0.00$ et $\chi = 0.27$ avec carter autour du rotor). Pour ces conditions d'essais, la figure (3.06) montre que les profils des deux composantes de la vitesse adimensionnée restent encore très voisins à l'approche de l'axe. Cette observation permet de conclure que c'est l'écoulement périphérique, quelle que soit la géométrie externe de la cavité, qui gouverne les propriétés de l'écoulement à l'intérieur de la cavité. C'est la raison pour laquelle les effets de bord ont été pris en compte le plus simplement possible, par le biais de la valeur de pré-rotation K_p

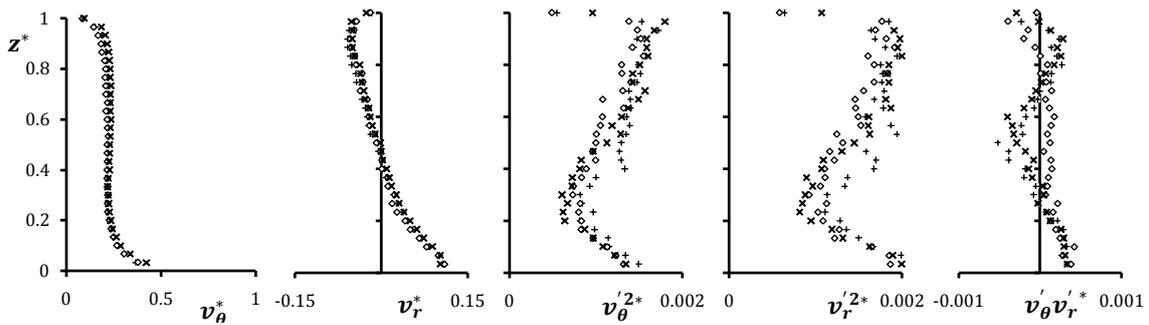


Figure (3.05) : Profils à $r^* = 0.976$ pour 3 essais de D'Hautd [06]

$G = 0.08, Re = 1.47 \times 10^6$ et $Ek = 1.06 \times 10^{-4}$

◇ $\chi = 0.27$ Sans Carter × $\chi = 0.00$ Avec Carter + $\chi = 0.27$ Avec Carter

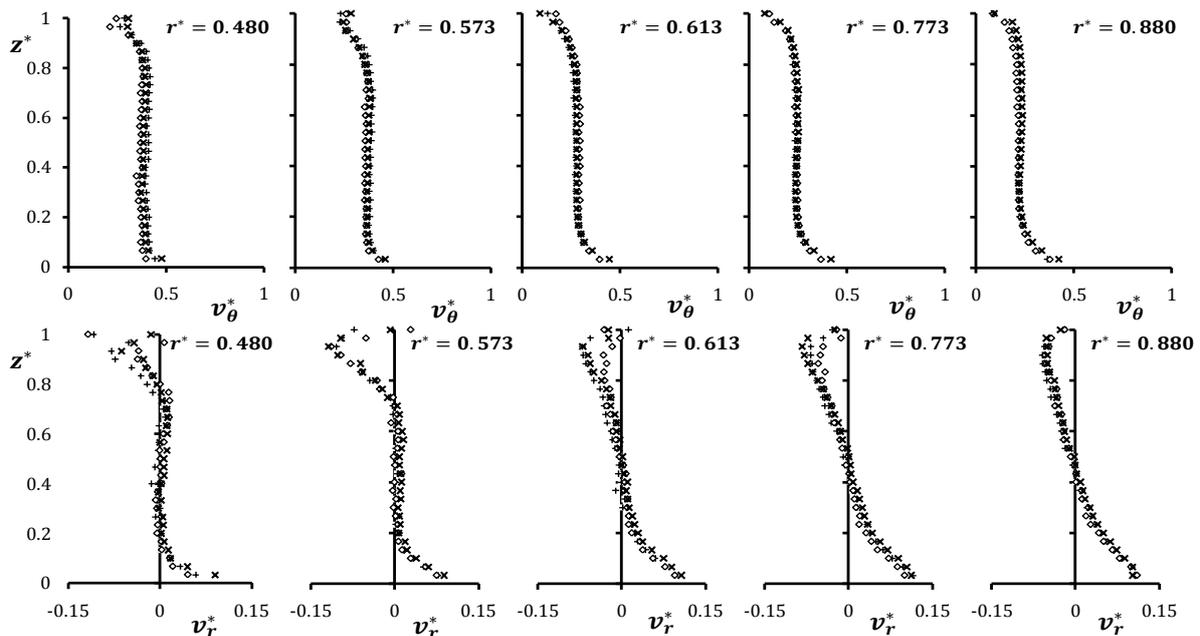


Figure (3.06) : Profils de v_θ^* (1^{ère} ligne) et v_r^* (2^{ème} ligne) pour 3 essais de D'Hautd [06] – voir les légendes de la figure (3.05)

La figure (3.07) extraite de Debuchy *et al.* [11] présente la distribution radiale du coefficient d'entraînement du fluide K pour différentes valeurs du paramètre χ . Il s'agit de résultats numériques obtenus à l'aide du code FLUENT, en utilisant le modèle de turbulence $k - \omega SST$. L'intérêt de faire varier le paramètre χ réside dans le fait de changer le niveau de pré-rotation. Dans le cas présent, le niveau de pré-rotation reste toujours inférieur à K_B . Les auteurs ont observé que l'écoulement en bloc du noyau central peut se produire à $K_B \approx 0.42$ pour des valeurs de χ supérieures à 0.4, à $K_B \approx 0.38$ pour le cas $\chi = 0.27$, ou ne pas apparaître du tout, pour $\chi = 0$ par exemple. Toutefois, il ne s'agit probablement pas de régimes d'écoulement différents : dans tous les cas, le coefficient d'entraînement augmente depuis la périphérie jusqu'à atteindre et se stabiliser autour de la valeur de K_B , si l'extension radiale de la cavité le permet. Seul un petit domaine, dont la dimension radiale est de l'ordre de grandeur de l'entrefer, peut échapper à ce comportement. Il s'agit du domaine périphérique où l'écoulement inter-disques n'est pas encore établi et où les recirculations dues aux bords des disques sont très importantes (figure 3.04).

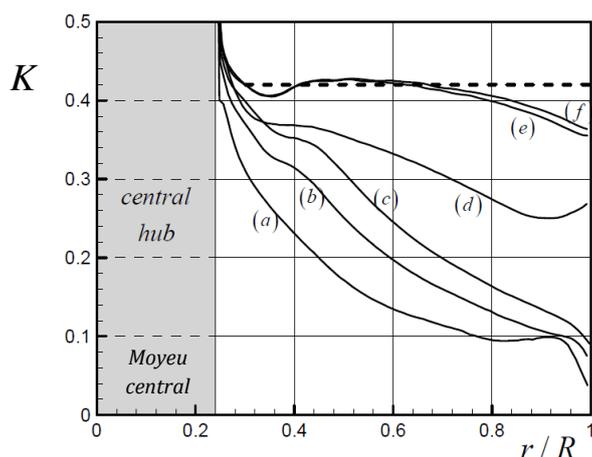


Figure (3.07) : Influence de χ sur la distribution radiale de K pour $G = 0.08$, $Re = 1.47 \times 10^6$, $Ek = 1.06 \times 10^{-4}$ (Figure extrait de [11])
(modélisation numérique code FLUENT - modèle de turbulence $k - \omega SST$)
(a) $\chi = 0$ (b) $\chi = 0.13$ (c) $\chi = 0.20$ (d) $\chi = 0.27$ (e) $\chi = 0.40$ (f) $\chi = 1.0$

Ce comportement général se retrouve sur les résultats expérimentaux obtenus par Gassiat en 2006 sur le banc d'essais de l'IRPHE (Figure (2.01.B) à droite). Nous avons retenu les distributions radiales du coefficient d'entraînement du fluide pour plusieurs valeurs du nombre de Reynolds Re . Nous pouvons dire, à la lumière de la figure (3.08), que le coefficient d'entraînement n'est pas constant, mais qu'il évolue depuis la valeur périphérique $K_p \approx 0.50 - 0.55$ jusqu'à atteindre la valeur de $K_B \approx 0.4$. Contrairement aux résultats présentés sur la figure (3.06), K est une fonction croissante du rayon car $K_p > K_B$.

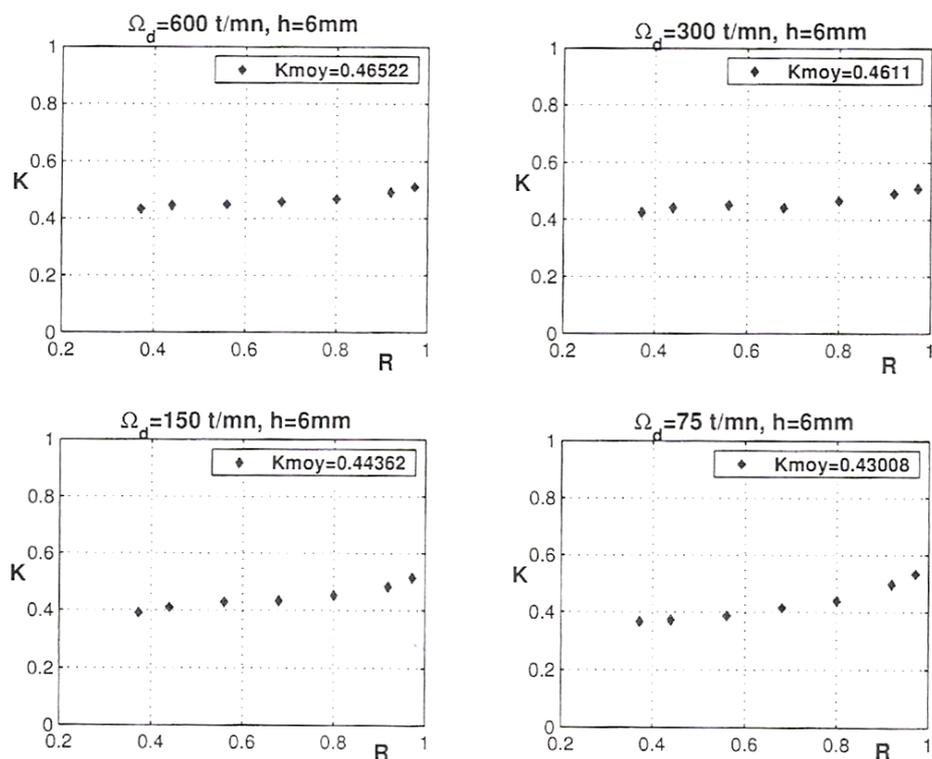


Figure (3.08) : Distribution radiale de K selon Gassiat [18] écoulement où $K_p > K_B$.

Une explication basée sur l'existence d'un écoulement circulant hors couches limites est avancée dans [06]. L'écoulement en bloc du noyau central à $K = K_B$ ne peut se produire que lorsque les débits de couches limites sont identiques. Lorsque la géométrie périphérique génère une pré-rotation $K_p \neq K_B$, les deux débits ne s'équilibrent pas ce qui implique qu'il y a nécessairement échange radial de fluide dans le noyau central. C'est ce qui nous a conduits à introduire une fonction dans (1.30). Lorsque $K_p < K_B$ l'écoulement débitant dans le noyau central est nécessairement centripète car les débits volumes de couches limites sont tels que $q_R > q_s$ (Figure (1.05)). De ce fait, le coefficient d'entraînement du fluide augmente lorsque r décroît, ce qui tend à rééquilibrer progressivement les débits de couches limites. Lorsque l'équilibre est atteint, le noyau central tourne en bloc. Le rééquilibrage s'opère en sens inverse dans le cas où $K_p > K_B$ (Figure (3.08)). Ce processus de rééquilibrage peut être observé en détail sur les figures suivantes.

La figure (3.09) représente les profils des vitesses radiale (1^{ère} ligne) et tangentielle (2^{ème} ligne) adimensionnées pour différentes positions radiales ainsi que les distributions radiales du coefficient d'entraînement du fluide et des pressions statique et totale adimensionnées (3^{ème} ligne) pour deux conditions périphériques différentes. La géométrie périphérique génère deux niveaux de pré-rotation approximativement égaux à 0.07 et 0.21, donc tous deux inférieurs à $K_B \approx 0.38$. Nous pouvons constater sur les profils de vitesse radiale à $r^* = 0.976$ que l'écoulement circule dans les deux cas en dehors des deux couches limites. Lorsque r^* décroît, l'équilibre entre les deux débits de

couches limites se rétablit progressivement (1^{ère} ligne) tandis que le niveau de la vitesse tangentielle augmente (2^{ème} ligne). En particulier, dans le cas où $\chi = 0.27$, la vitesse radiale est nulle dans le noyau central pour $r^* < 0.613$. Dans ce domaine, la vitesse tangentielle adimensionnée est voisine de 0.38 hors couches limites. La distribution radiale du coefficient d'entraînement confirme que le niveau de K augmente depuis la périphérie vers l'axe, jusqu'à se stabiliser lorsque la composante radiale de la vitesse s'annule ($\chi = 0.27$). Le comportement est similaire dans le cas où $\chi = 0.00$, mais ici, la valeur de la pré-rotation est trop faible ($K_p \approx 0.07$) ou l'extension radiale de la cavité trop petite pour permettre d'atteindre la solution prévue par Batchelor [01]. Ces résultats expérimentaux sont très voisins des distributions radiales obtenues numériquement et présentées sur la figure (3.07) (courbes (a) et (d)).

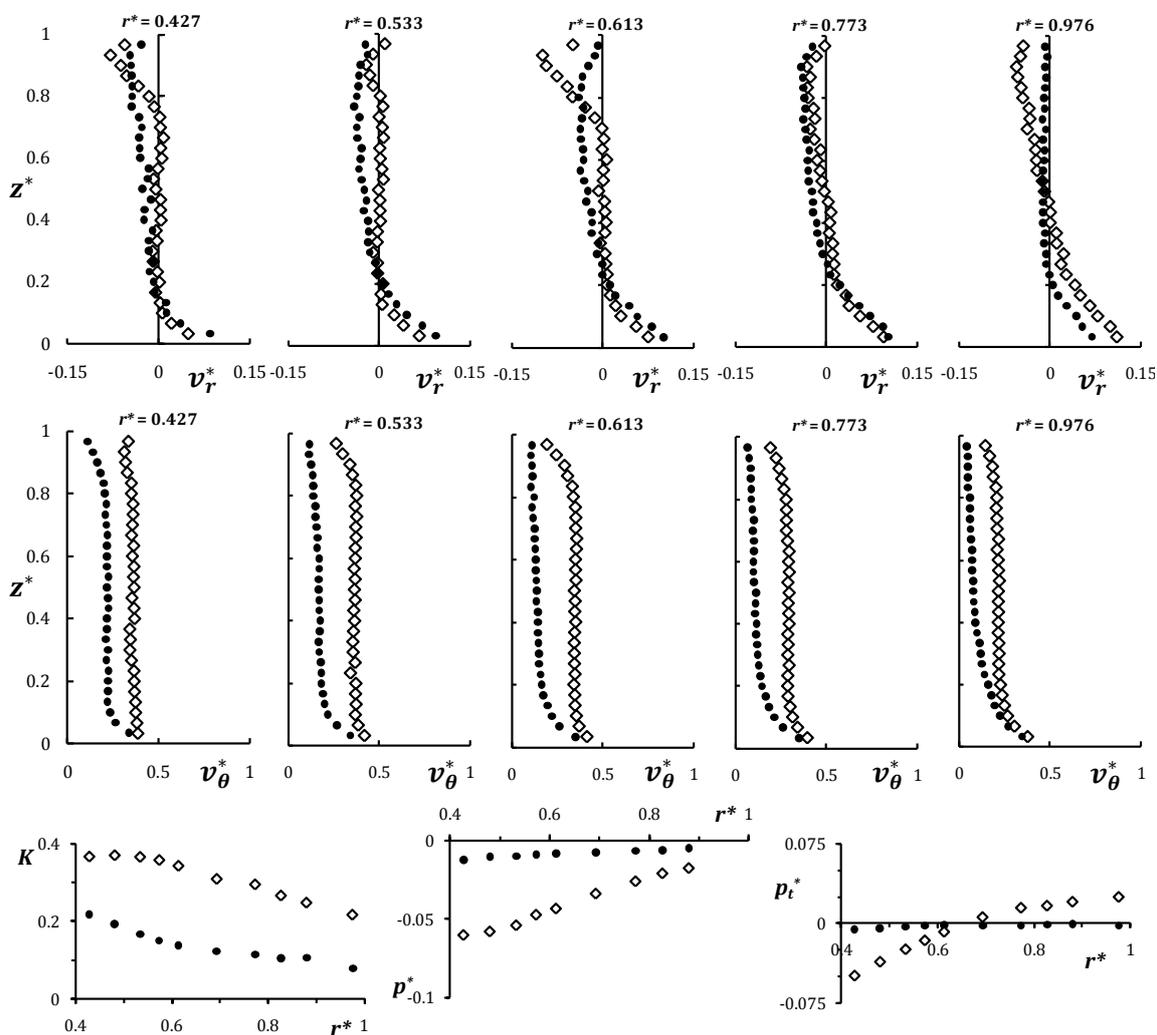


Figure (3.09) : Comparaison entre deux essais rotor-stator réalisés par D'Hautd [06]. $G = 0.08$, $Re = 1.47 \times 10^6$, $Ek = 1.06 \times 10^{-4}$

◆ $\chi = 0$, sans carter ● $\chi = 0.27$, sans carter

1^{ère} ligne : Profils de v_r^* (fils chauds) 2^{ème} ligne : Profils de v_θ^* (fils chauds)

3^{ème} ligne : Distributions radiales de K (fils chauds), de p^* (prise de pression sur le stator) et de p_t^* (sonde trois trous)

L'influence de la pré-rotation est également significative sur les distributions radiales de pression statique sur le stator et de pression totale en milieu de veine, et par conséquent sur la force axiale s'exerçant sur le carter et la partie tournante d'une machine réelle.

Pour les deux essais décrits précédemment, les profils obtenus pour les trois composantes du tenseur de Reynolds sont présentés sur la figure (3.10). Les deux premières lignes montrent respectivement les profils de $v_r'^{2*} = \frac{v_r'^2}{(\Omega r)^2}$ et $v_\theta'^{2*} = \frac{v_\theta'^2}{(\Omega r)^2}$ tandis que la troisième ligne montre les profils de $v_r'v_\theta'^* = \frac{v_r'v_\theta'}{(\Omega r)^2}$ suivant z^* .

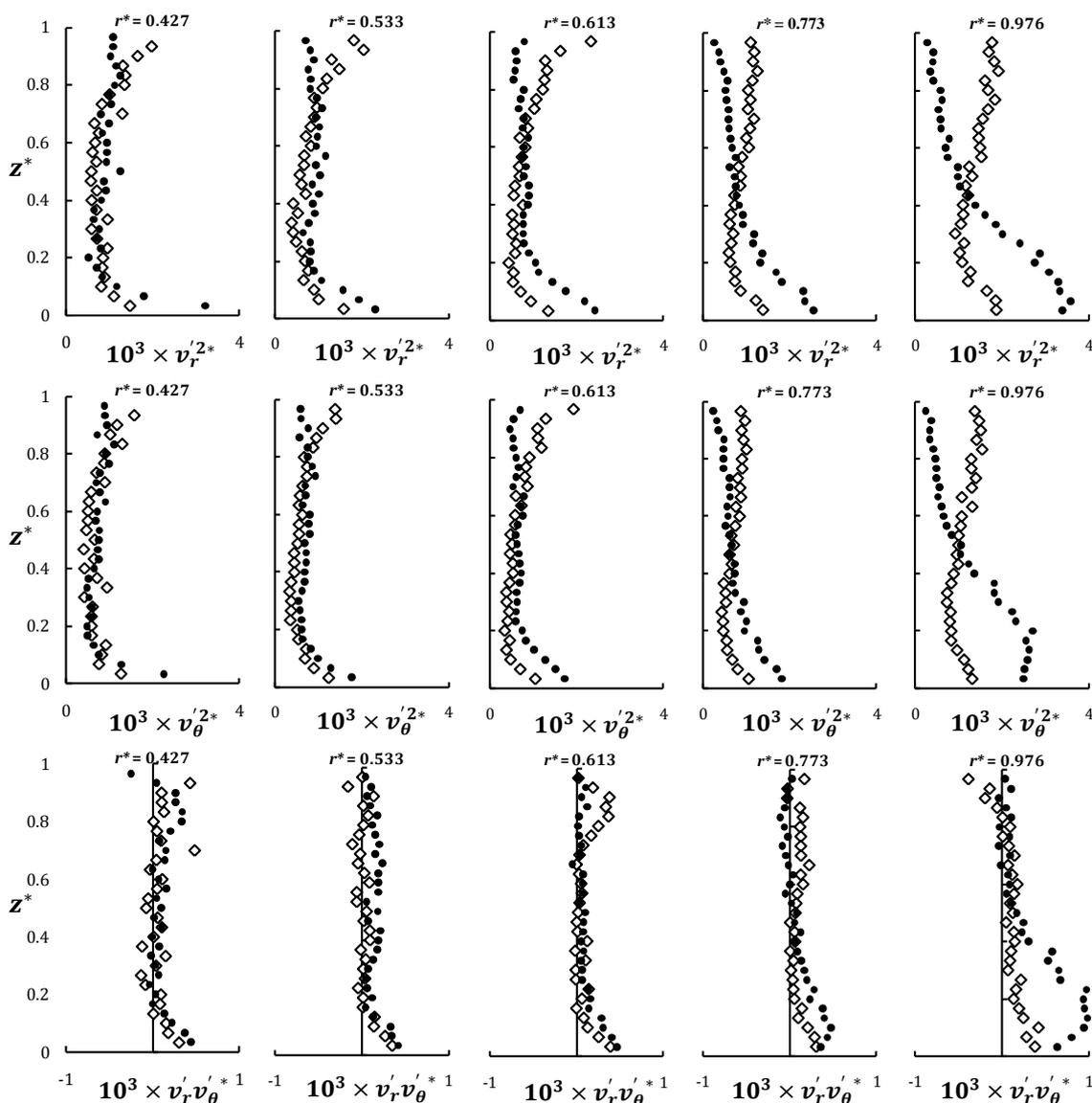


Figure (3.10) : Comparaison entre deux essais rotor-stator réalisés par D'Haudt [06] $G = 0.08, Re = 1.47 \times 10^6, Ek = 1.06 \times 10^{-4}$
 ♦ $\chi = 0$, sans carter ● $\chi = 0.27$, sans carter
 Profils axiaux de $v_r'^{2*}$ (1^{ère} ligne), de $v_\theta'^{2*}$ (2^{ème} ligne) et de $v_r'v_\theta'^*$ (3^{ème} ligne)

Nous remarquons que les corrélations radiale et tangentielle adimensionnées ne dépassent pas 4×10^{-3} et que la corrélation croisée est encore plus petite. Le niveau de

turbulence reste faible dans le noyau central ce qui corrobore l'une des hypothèses faites dans le cadre du développement des modèles analytiques à partir des équations de Navier-Stokes simplifiées. Plus proche de l'axe, la turbulence représentée par les trois corrélations précédentes diminue dans le noyau central et elle se concentre dans les deux couches limites. Le faible niveau de la composante $v'_r v'_\theta^*$ hors couches limites montre l'absence de la production de turbulence. Poncet *et al.* [31] ont obtenu de telles caractéristiques par voies expérimentale (mesures par LDA) et numérique (calculs utilisant le modèle de transport des tensions de Reynolds RSM), à l'intérieur d'une cavité rotor-stator isolée et fermée en périphérie, dans laquelle le noyau central est en rotation solide.

Les calculs numériques effectués dans le cadre de cette thèse pour les quatre configurations décrites dans le chapitre précédent confirment les propriétés observées dans une cavité isolée. Les résultats sont présentés sur les figures (3.11)   (3.14). En général, un taux de rotation du noyau central K plus faible que la valeur K_B atteinte dans le cas d'un mouvement de rotation solide s'accompagne toujours d'un échange radial de fluide en dehors des couches limites. Au contraire, l'écoulement radial reste confiné dans les deux couches limites lorsque la cavité est totalement fermée en périphérie (Figure (3.11.B)). La figure (3.11.A) montre que le noyau central tourne en bloc dans toute la cavité (couleur orange)   l'exception des zones proches des disques et des parois verticales situées à $r^* = \eta$ et $r^* = 1$. Prenons la figure (3.11.B) comme référence pour estimer qualitativement l'épaisseur et les débits de couches limites près des deux disques. Par comparaison, la figure (3.12.B) montre qu'il y a bien un flux radial circulant hors couches limites dans un domaine situé près de la périphérie. Dans ce domaine, la figure (3.12.A) indique clairement que le noyau central ne tourne pas encore en bloc. Ce mouvement se produit plus près de l'axe (couleur orange sur la figure (3.12.A)). Les mêmes remarques peuvent être faites dans le cas de la troisième configuration où l'extension radiale du domaine périphérique dans lequel le fluide circule hors couches limites est même plus importante (Figures (3.13.B) et (3.13.A)).

La quatrième configuration est significative car il y a circulation radiale de fluide hors couches limites sur toute la longueur de la cavité (couleur bleu sur la figure (3.14.B)). Ce débit, globalement centripète, freine la rotation du noyau central. De ce fait, même si la valeur de K augmente en s'approchant de l'axe, elle n'atteint jamais le niveau correspondant à la rotation solide du noyau central, probablement aux environs de 0.38 (couleur bleu et vert sur la figure (3.14.A)).

Dans tous les cas, le niveau de la composante axiale de la vitesse reste toujours faible et les contours de la pression statique indiquent que le gradient est nul suivant la direction axiale.

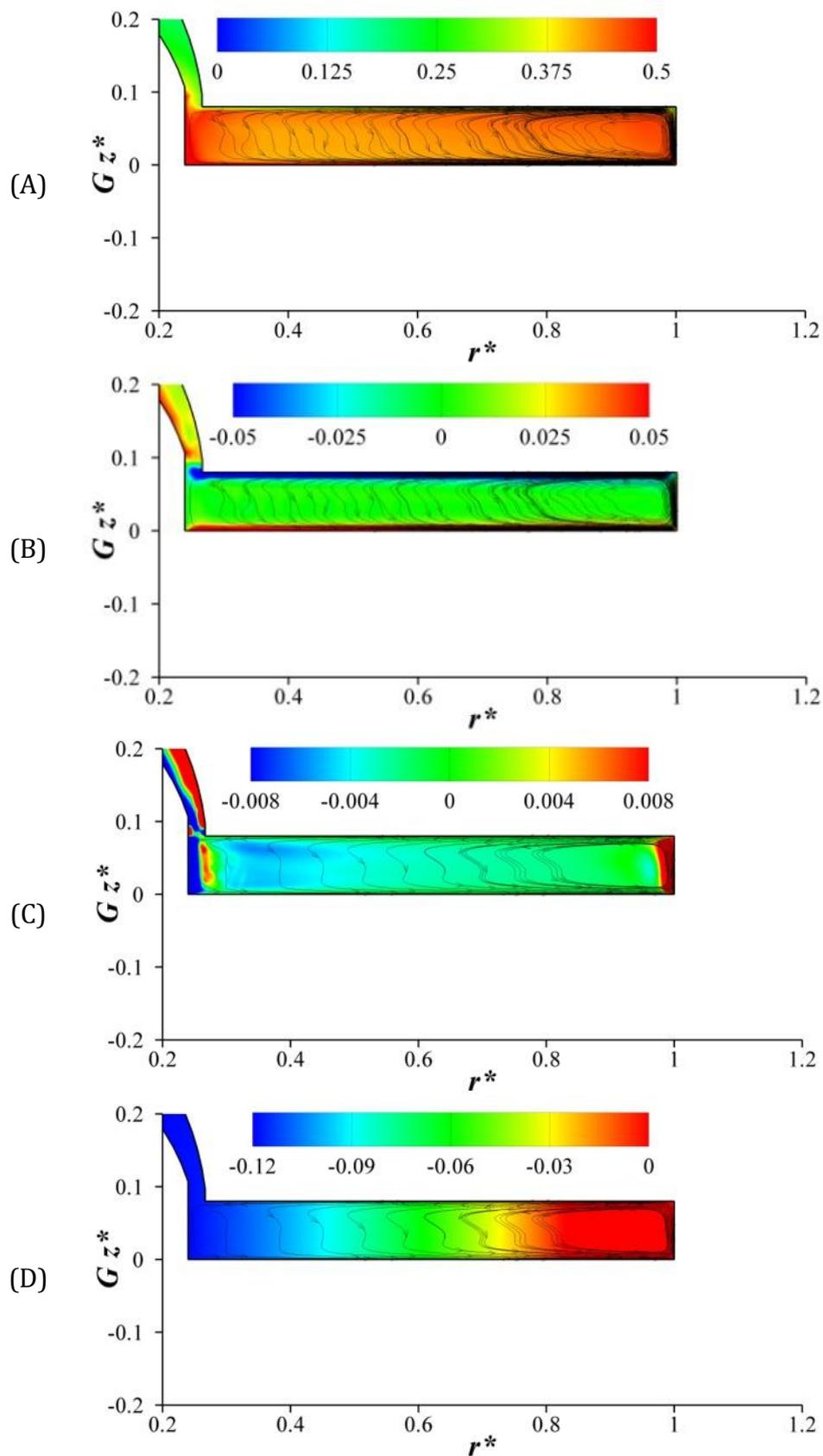


Figure (3.11) : Écoulement dans une cavité fermée à la périphérie
 $\chi = 0, h/H = 0$
 $G = 0.08, Re = 1.47 \times 10^6, Ek = 1.06 \times 10^{-4}$
 iso-contours : de v_θ^* (A) ; de v_r^* (B) ; de v_z^* (C) ; de p^* (D)

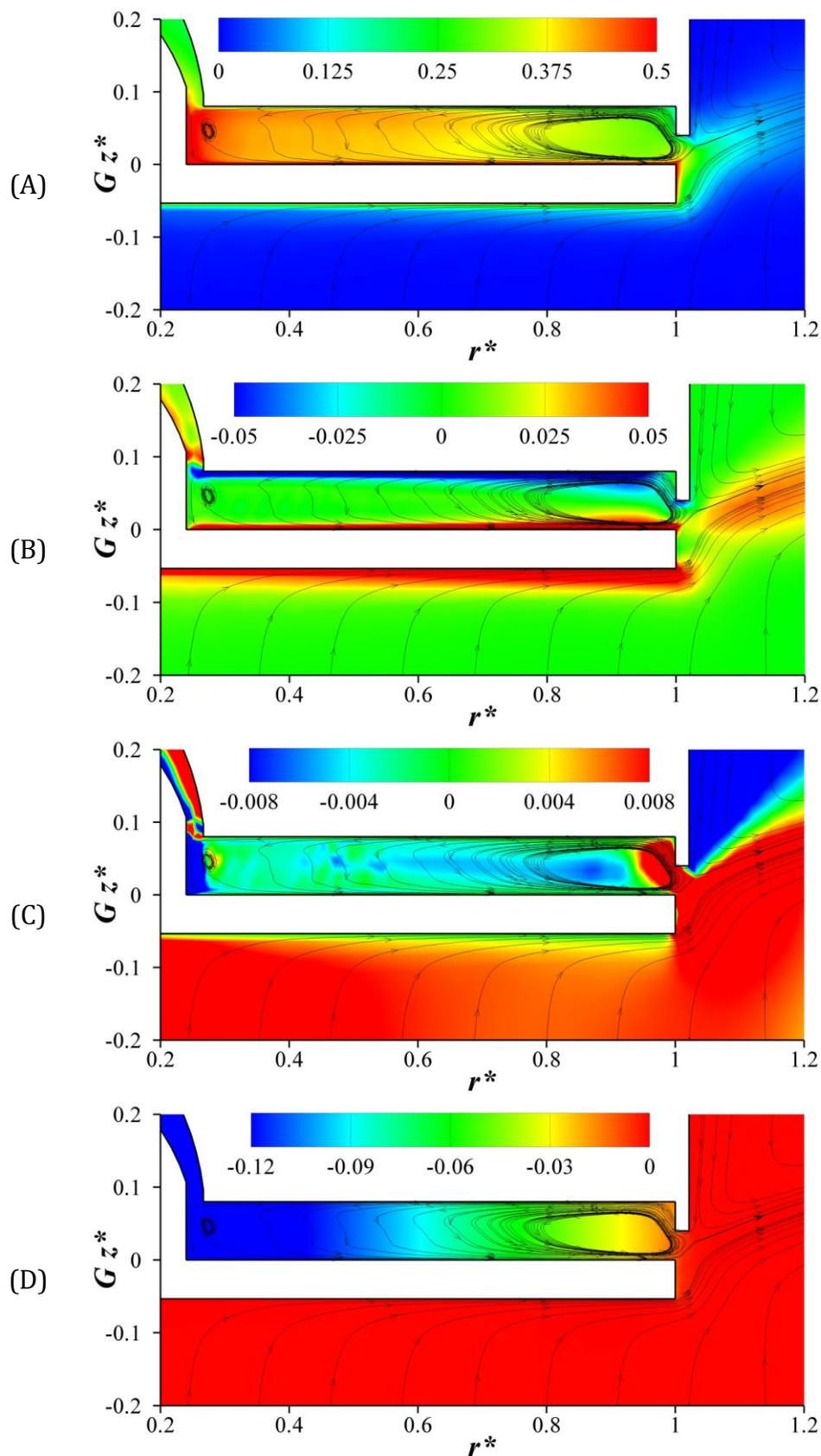


Figure (3.12) : Écoulement dans une cavité à moitié obstruée à la périphérie cavité étudiée expérimentalement par Debuchy [09]

$$\chi = 0.27, \quad h/H = 0.5 \text{ et sans carter}$$

$$G = 0.08, \quad Re = 1.47 \times 10^6, \quad Ek = 1.06 \times 10^{-4}$$

iso-contours : de v_θ^* (A) ; de v_r^* (B) ; de v_z^* (C) ; de p^* (D)

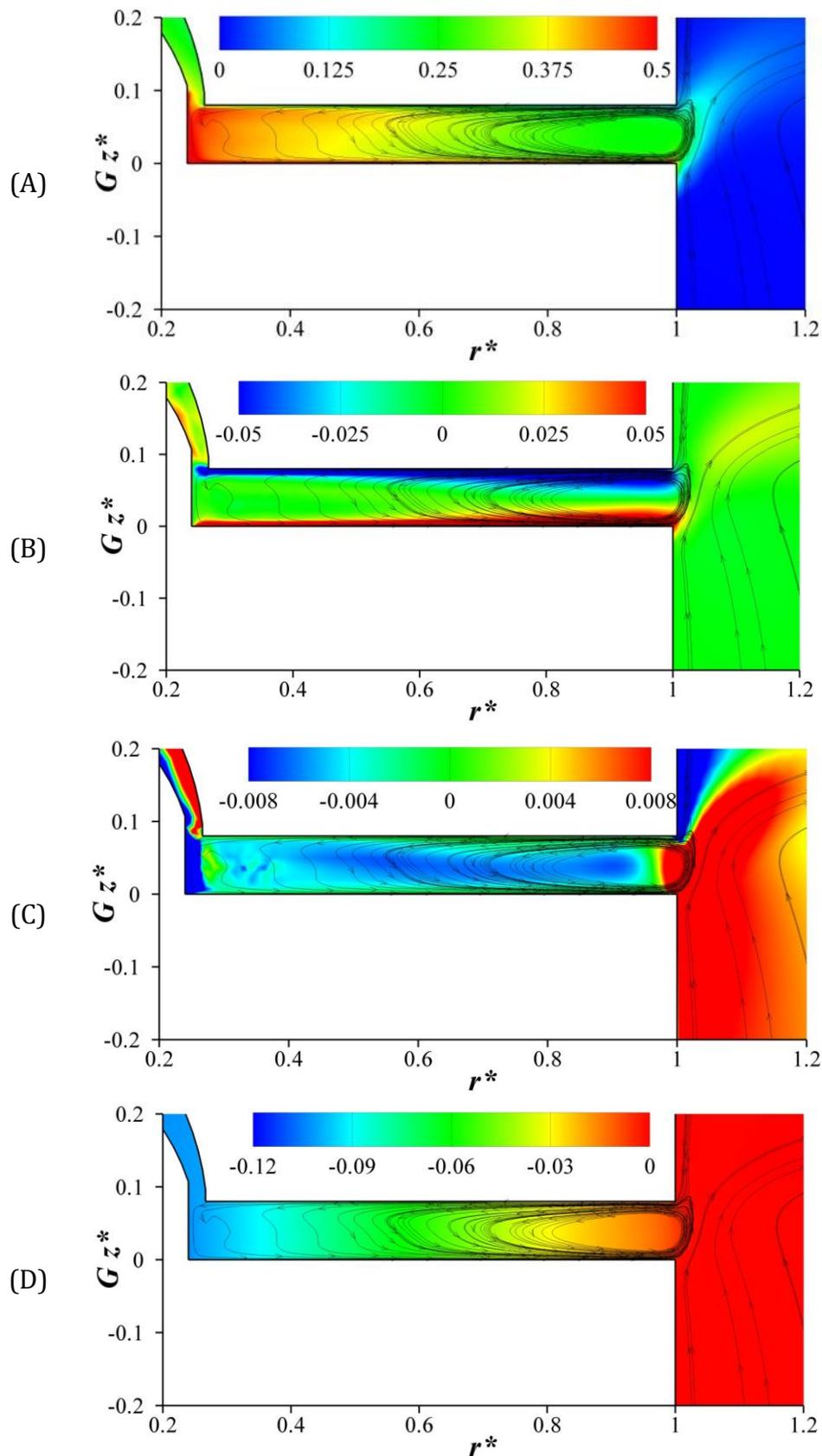


Figure (3.13) : Écoulement dans une cavité ouverte en périphérie – présence d’un carter fixe autour du rotor – cavité étudiée par D’Haudt [06]

$\chi = 0$, $h/H = 1$ et avec carter

$G = 0.08$, $Re = 1.47 \times 10^6$, $Ek = 1.06 \times 10^{-4}$

iso-contours : de v_θ^* (A) ; de v_r^* (B) ; de v_z^* (C) ; de p^* (D)

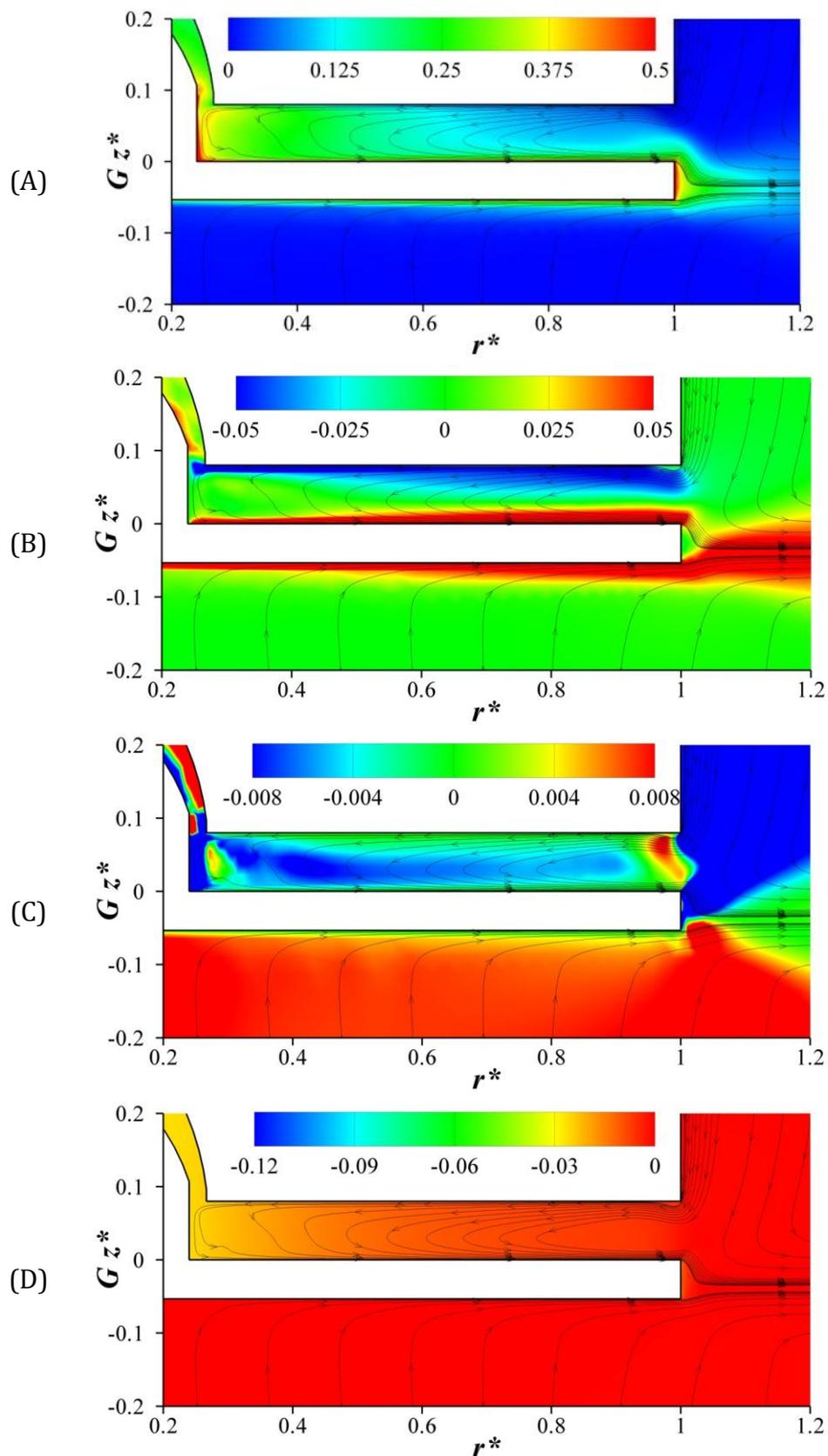


Figure (3.14) : Écoulement dans une cavité ouverte en périphérie
cavité étudiée expérimentalement par D'Hautd [06]

$\chi = 0$, $h/H = 0$ et sans carter

$G = 0.08$, $Re = 1.47 \times 10^6$, $Ek = 1.06 \times 10^{-4}$

iso-contours : de v_θ^* (A); de v_r^* (B); de v_z^* (C); de p^* (D)

3.2. Comparaison Avec les Modèles

L'objectif de ce paragraphe est de réaliser une confrontation entre la modélisation théorique développée dans le premier chapitre et un ensemble de données expérimentales et numériques, extraites de la littérature ou développées dans le cadre de ce travail.

Cette confrontation a un sens puisque les caractéristiques générales de l'écoulement dans une cavité isolée, brièvement rappelées dans le paragraphe précédent, ont été prises en compte dans le développement du modèle :

- ✚ le niveau de turbulence reste faible hors couches limites ;
- ✚ un flux radial peut circuler dans le noyau central en l'absence de flux radial forcé. Il est modélisé par la fonction $f(C_{qN}) = e^{(\varphi C_{qN})}$ introduite dans la relation (1.18) ;
- ✚ ce flux existe tant que K diffère de K_B , ce qui est conforme au choix fait en (1.30) ;
- ✚ les conditions en périphérie génèrent une pré-rotation K_p , prise en compte dans (1.31).

La validation est effectuée dans un premier temps à partir de l'utilisation de la fonction $f(C_{qN}) = e^{(\varphi C_{qN})}$. C'est ce que nous appelons « validation de la solution complète ». Puis nous examinons le cas de la « validation de la solution simplifiée » obtenue à partir du développement limité au premier ordre de la fonction $f(C_{qN}) = e^{(\varphi C_{qN})}$.

Dans tous les cas, la validation de la solution théorique nécessite l'ajustement de constantes. Les valeurs des constantes K_p et K_B sont ajustées à partir de la distribution radiale du coefficient d'entraînement. Rappelons que K_B doit rester proche de 0.38 ou 0.42. La valeur de la puissance a , qui apparaît dans les relations (1.33), puis (1.40) à (1.43), est ajustée afin d'obtenir le meilleur accord possible à la fois avec les distributions radiales de K et de pression statique adimensionnée. Les pressions totales en milieu de cavité ne sont pas utilisées dans l'ajustement des constantes.

Nous nous intéressons en dernier lieu à la validation des relations théoriques (1.34) et (1.45) permettant d'obtenir les profils des composantes radiale et axiale de la vitesse.

3.2.1. Validation de la Solution Complète

Dans le cas de la « solution complète », le tracé des distributions radiales du coefficient d'entraînement, des pressions statique et totale, nécessite d'utiliser un pas de calcul Δr_i^* dans la direction radiale. Nous avons toujours opté pour un maillage à pas Δr_i^* constant. Il aurait été possible d'effectuer les calculs en choisissant un pas Δr_i^* variable en

fonction de la position radiale de telle sorte à fixer $(K_{i+1} - K_i)$ à une valeur constante ou à fixer la fonction de pondération à une valeur constante par exemple.

Les calculs ont toujours été effectués pour $\Delta r_i^* = (1 - \eta)/(N - 1)$ où N est le nombre de positions radiales. Après plusieurs essais, nous avons jugé que $N = 100$, ce qui correspond à un pas $\Delta r_i^* = 7.7 \times 10^{-3}$, est un nombre de points suffisant. L'origine de la pression statique sur le stator est toujours $p^* = 0$ à $r^* = 1$, qu'il s'agisse de résultats expérimentaux, numériques ou analytiques.

La première étape de la validation de la « solution complète » est basée sur les quatre essais présentés au chapitre 2, pour lesquels les valeurs des principaux paramètres adimensionnés sont identiques ($G = 0.08, Re = 1.47 \times 10^6$ et $Ek = 1.06 \times 10^{-4}$) mais les niveaux de pré-rotation sont différents. Le tableau (3.01) regroupe les principales caractéristiques de ces essais et fournit les valeurs ajustées de K_p et K_B .

Tableau (3.1) :

	Cavité	χ	carter	h/H	K_p	K_B
Cas 1	figure (3.11)	0	-	0	0.460	0.430
Cas 2	figure (3.12)	0.27	sans	0.5	0.300	0.405
Cas 3	figure (3.13)	0	avec	1	0.220	0.382
Cas 4	figure (3.14)	0	sans	1	0.075	0.382

Pour le nombre de points $N = 100$, la valeur de a a été fixée à 0.55 pour tous les essais. La figure (3.15) montre clairement que la solution théorique (1.33) est en très bon accord à la fois avec l'expérience et les résultats de la modélisation numérique pour chaque configuration testée. La solution théorique (1.14) correspondant à un écoulement en bloc du noyau central quelle que soit la position radiale, est valide uniquement dans le cas de la cavité fermée, lorsque les échanges de fluides dans la direction radiale ne se font que dans les couches limites (Figure 3.11).

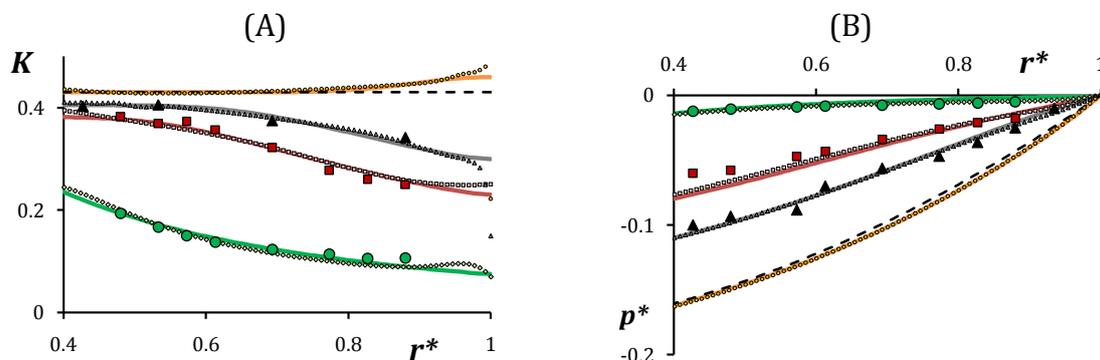


Figure (3.15) : Distribution radiale de K (A) et de p^* (B)

Résultats	Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4
Théoriques (1.33)	—	—	—	—
Expérimentaux		▲	■	●
Numériques	○	△	□	◇

— — — Solution théorique (1.14) avec un noyau central qui tourne en bloc

La seconde étape de validation est basée sur les essais réalisés par E. D'Haudt en 2006 dans le cas d'une cavité rotor-stator isolée et ouverte en périphérie ($h/H = 1$). Le tableau (3.02) indique les principales caractéristiques de ces essais. Les deux dernières colonnes de ce tableau indiquent les valeurs ajustées de la pré-rotation K_p et du coefficient d'entraînement K_B utilisées pour tracer les courbes théoriques à partir de l'équation (1.33). La valeur de la puissance a reste fixée à 0.55 pour l'ensemble des essais, ceci pour le pas de calcul $\Delta r_i^* = 7.7 \times 10^{-3}$.

Tableau (3.2) :

		G	Re $\times 10^6$	Ek $\times 10^{-4}$	χ	Carter	K_p	K_B
●	Test 01	0.08	1.47	1.06	0	sans	0.382	0.075
◇	Test 02	0.08	1.47	1.06	0.27	sans	0.382	0.22
×	Test 03	0.08	1.47	1.06	0	avec	0.382	0.22
+	Test 04	0.08	1.47	1.06	0.27	avec	0.4	0.22
○	Test 05	0.09	1.47	0.83	0	avec	0.382	0.205
□	Test 06	0.09	1.14	1.06	0	avec	0.382	0.205
△	Test 07	0.10	1.47	0.70	0	avec	0.382	0.19
—	Test 08	0.07	1.47	1.42	0	avec	0.41	0.23
*	Test 09	0.07	1.96	1.06	0	avec	0.41	0.23
■	Test 10	0.07	1.47	1.42	0	sans	0.382	0.1
▲	Test 11	0.07	1.96	1.06	0	sans	0.382	0.09
◆	Test 12	0.05	1.47	2.65	0	avec	0.42	0.26

Toutes les comparaisons entre les modèles analytiques proposés en (1.33) et (1.14) et les résultats expérimentaux de D'Haudt [06] pour les cas tests mentionnés dans le tableau (3.02) sont regroupées sur les figures (3.16), (3.17) et (3.18). Les courbes issues de la solution (1.33) sont en très bon accord avec les résultats expérimentaux, que ce soit pour la distribution radiale du coefficient d'entraînement (figures (3.16)), de la pression statique adimensionnée sur le stator (figures (3.17)) ou de la pression totale adimensionnée à mi-hauteur de la cavité (figures (3.18)), ceci dans la gamme suivante : $0.075 < K_p < 0.260$ et $0.382 < K_B < 0.420$. Il est évident que la solution proposée représente mieux l'écoulement dans le noyau central que la solution théorique prévue par Batchelor [01] (équations (1.14)). La prise en compte du niveau de pré-rotation et des échanges radiaux de fluide hors couches limites s'avère indispensable dans tous ces cas-tests.

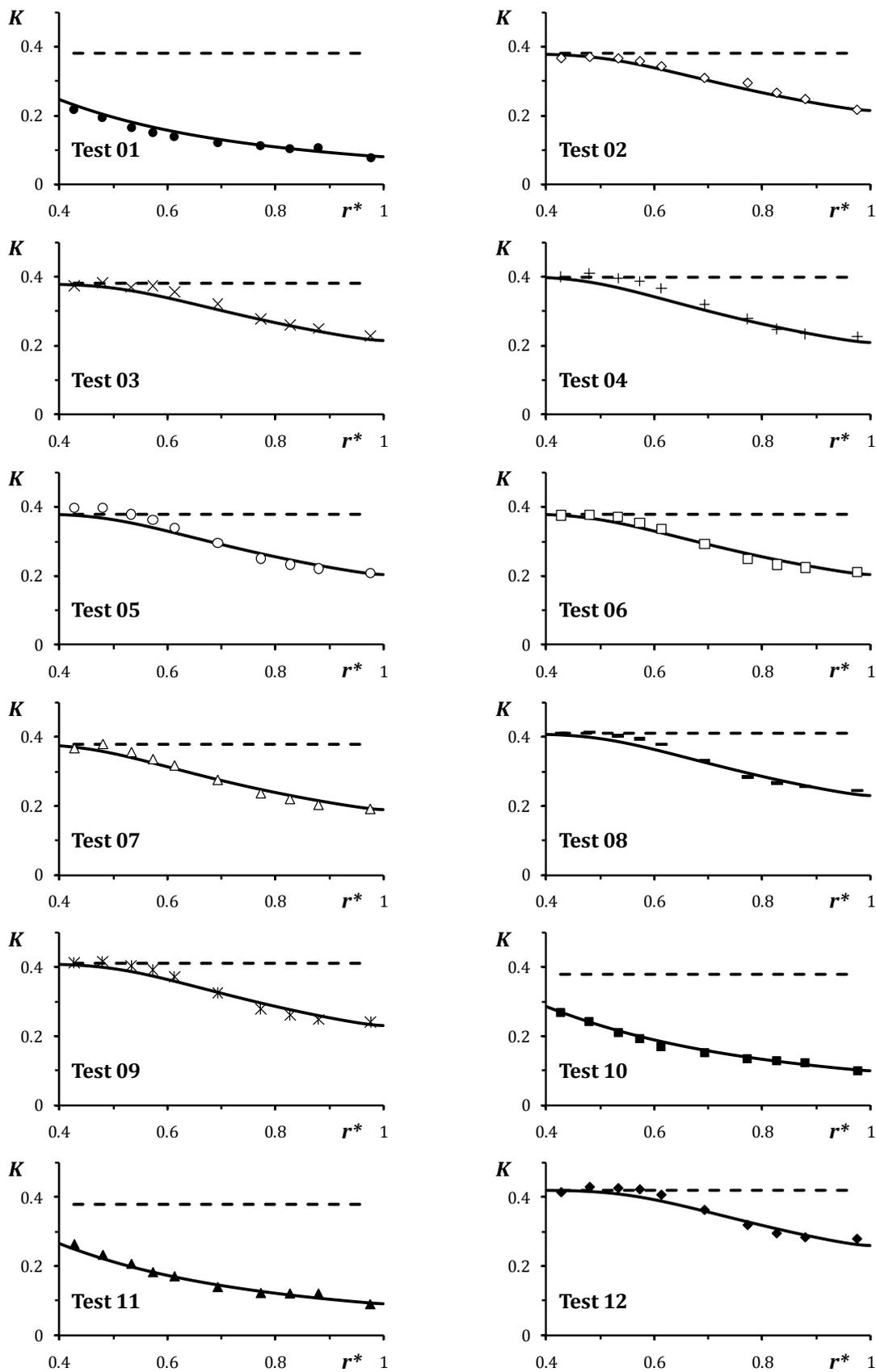


Figure (3.16) : Distribution radiale du coefficient d'entraînement K
 • ◊ × + ○ □ △ * ■ ▲ ◆ Résultats expérimentaux de D'Hautd [06]
 — Loi analytique (1.33)
 - - - Solution théorique (1.14).

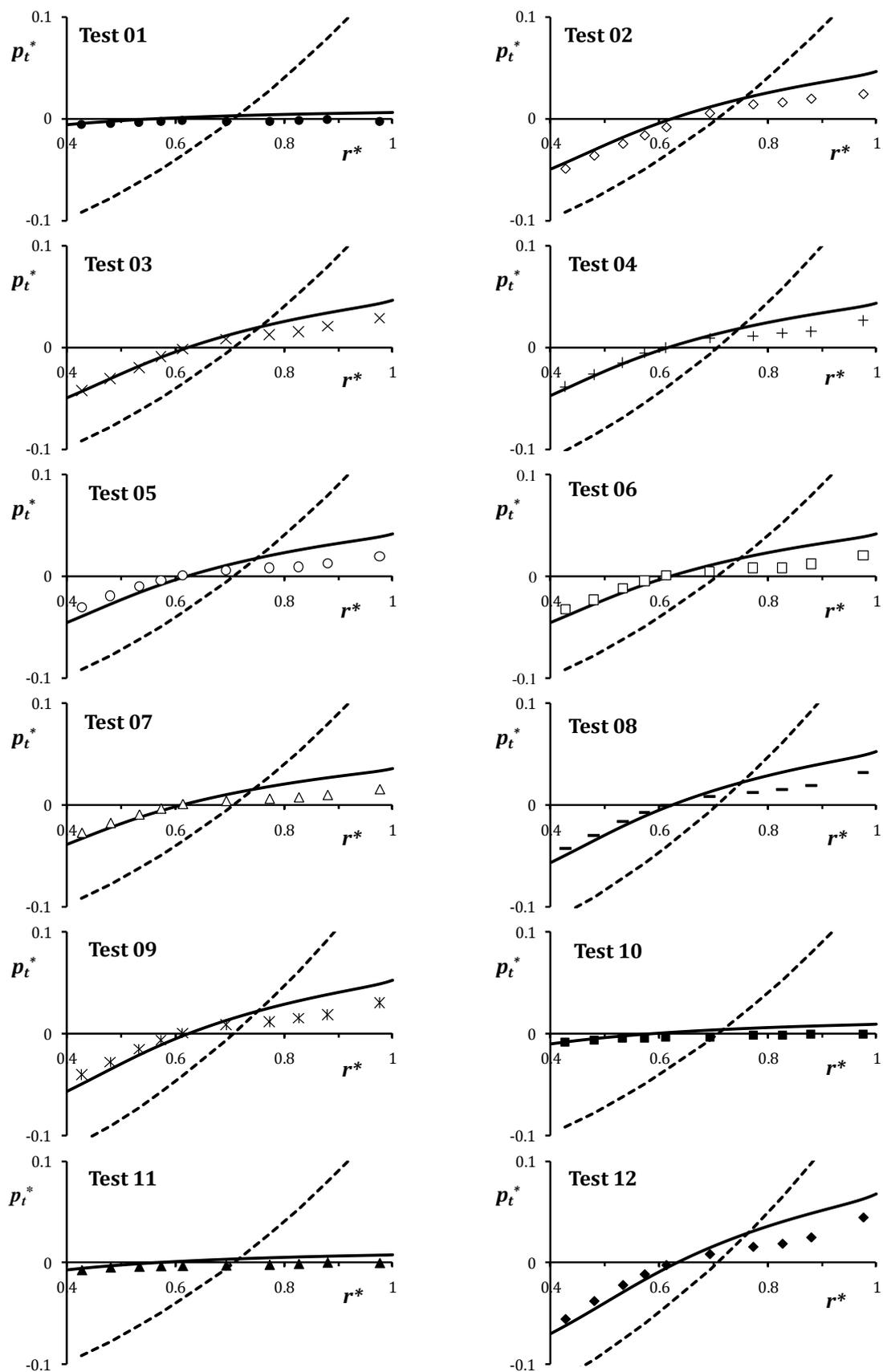


Figure (3.18) : Distribution radiale de la pression totale à mi-hauteur p_t^*
 • ◊ × + ○ □ △ — * ■ ▲ ◆ Résultats expérimentaux de D'Haudt [06]
 — Loi analytique (1.33)
 - - - Solution théorique (1.14).

La troisième étape de validation consiste à confronter la solution théorique aux résultats expérimentaux obtenus pour les six essais (AA10, AA20, AA30, AC10, AC20 et AC30) réalisés dans le cadre de ce travail. Nous savons d'ores et déjà que la pré-rotation dépend de G en l'absence de toute autre modification et que la valeur de nombre de Reynolds n'influe pas sur les propriétés de l'écoulement, dans la gamme de variation étudiée. Ainsi, étant donné que deux valeurs de G sont testées, il semble possible de regrouper les six essais en deux séries correspondant chacune à une valeur de pré-rotation : $K_p \approx 0.07$ pour les essais (AA10, AA20 et AA30) dans le tableau (2.7) et $K_p \approx 0.12$ pour les essais (AC10, AC20 et AC30) dans le tableau (2.7). Les deux pré-rotations sont relativement faibles, ce qui implique que la rotation solide du noyau central peut ne pas apparaître.

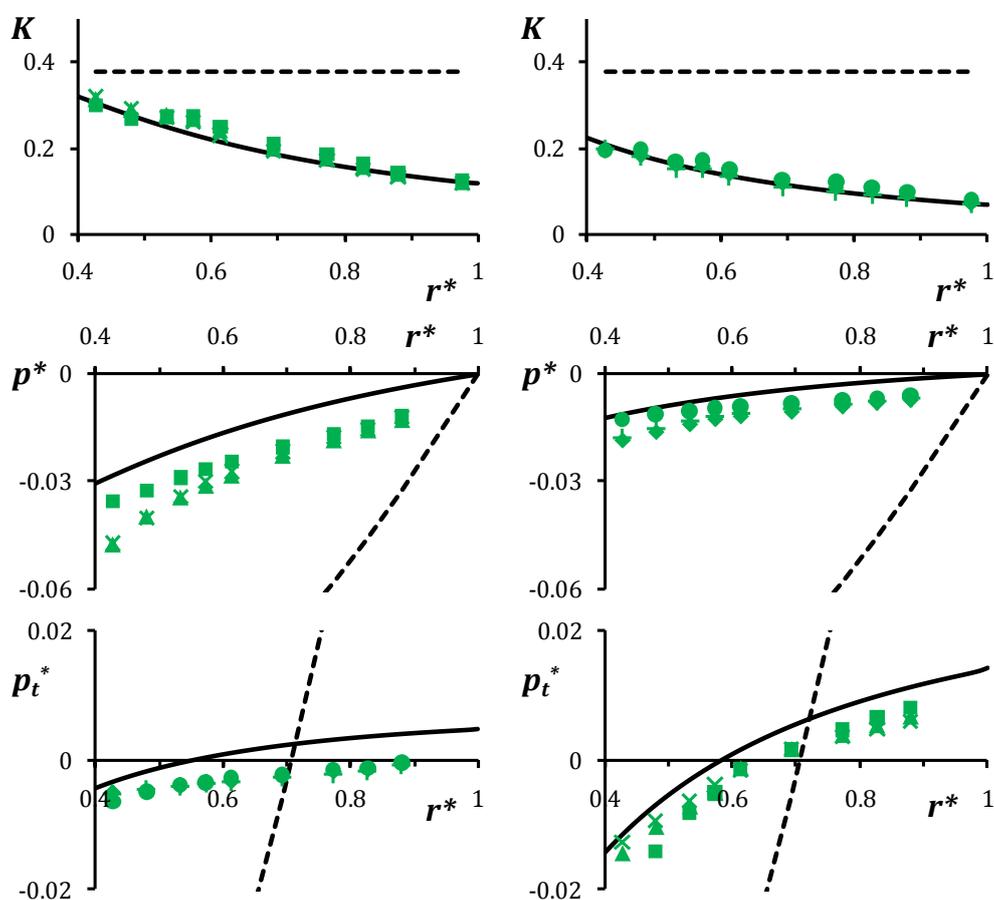


Figure (3.19) : Comparaison dans une cavité isolée

— Loi analytique (1.33)
 - - - Solution théorique (1.14)

Essai	G	Re	Ek
AA10	■	1.03×10^6	3.42×10^{-4}
AA20	▲	1.47×10^6	2.39×10^{-4}
AA30	×	1.95×10^6	1.80×10^{-4}
$K_p = 0.12$; $K_B = 0.382$; $a = 0.55$			

Essai	G	Re	Ek
AC10	●	1.03×10^6	1.52×10^{-4}
AC20	◆	1.47×10^6	1.06×10^{-4}
AC30	+	1.95×10^6	0.80×10^{-4}
$K_p = 0.07$; $K_B = 0.382$; $a = 0.55$			

Les distributions radiales théoriques sont calculées à partir des lois (1.14) et (1.33) avec les valeurs suivantes : $K_B = 0.382$, $a = 0.55$ et $\Delta r_i^* = 7.7 \times 10^{-3}$. Une fois de plus, nous obtenons un bon accord entre expérience et théorie pour la vitesse tangentielle adimensionnée à mi-hauteur (1^{ère} colonne – figure (3.19)), la pression statique adimensionnée mesurée sur le stator (2^{ème} colonne – figure (3.19)) ou pour la pression totale adimensionnée à mi-hauteur de cavité (3^{ème} colonne – figure (3.19)).

Il s'agit en dernier lieu de tester le modèle proposé en (1.34), permettant d'obtenir les profils suivant z^* des trois composantes de la vitesse ainsi que la pression statique. La confrontation porte sur les résultats numériques et expérimentaux correspondant aux cas-tests présentés sur les figures (3.12) à (3.14). Nous rappelons que les paramètres sans dimension sont identiques, les trois cas ne différant que par la géométrie périphérique et donc par le taux de pré-rotation. Bien évidemment, les profils de la vitesse tangentielle pour le cas de la cavité totalement fermée en périphérie sont des droites $v_\theta^* = K_B$, tandis que les vitesses radiales sont nulles dans le noyau central et les vitesses axiales sont des fonctions de la position radiale uniquement. C'est la raison pour laquelle cette configuration n'a pas été retenue. L'optimisation des résultats de la comparaison conduit au choix des constantes du modèle (1.34) indiqué dans le tableau (3.03). Pour faciliter les calculs, la valeur de ξ_7 a été ajustée pour chaque essai.

Tableau (3.3)

Cavité	χ	carter	h/H	K_p	K_B	a	z_0^*	ξ_6	ξ_7
Cas 2 figure (3.12)	0.27	sans	0.5	0.300	0.405		0.48		-0.6
Cas 3 figure (3.13)	0	avec	1	0.220	0.382	0.55	0.48	π	-0.4
Cas 4 figure (3.14)	0	sans	1	0.075	0.382		0.4		-0.2

La figure (3.20) montre les profils de la vitesse tangentielle dans une cavité à moitié obstruée en périphérie (voir [09]). La valeur de la pré-rotation est de 0.3 et la valeur du taux de rotation en bloc du noyau central de 0.405 (Tableau (3.01)). L'influence de la pré-rotation est limitée à un domaine proche de la périphérie comme le montrent les figures (3.12). Les profils sont divisés en trois parties : deux couches limites et une zone centrale où la vitesse tangentielle est indépendante de la position axiale. La loi est en bon accord avec les résultats numériques dans cette dernière zone, quelle que soit la position radiale. L'accord est également satisfaisant en ce qui concerne les profils de vitesse radiale malgré toutes les simplifications apportées, à l'exception du rayon le plus proche de la périphérie.

Toutefois, le modèle montre bien qu'il existe un gradient de vitesse radiale suivant z^* hors couches limites (figure (3.21)), qui diminue lorsque suivant r^* décroît, jusqu'à s'annuler lorsque l'écoulement prévu par Batchelor est atteint. L'accord est également

satisfaisant (sauf à $r^* = 0.976$) en ce qui concerne les profils de la vitesse axiale (figure (3.22)), dont le niveau est pourtant bien plus faible.

Nous remarquons que l'allure des profils évolue, passant d'une courbe sinusoïdale à des droites constantes dès lors que la vitesse radiale hors couches limites est nulle (figure (3.21)) et donc que le taux de rotation du noyau central atteint K_B (figure (3.20)). Un bon accord avec les profils de la pression statique calculés numériquement est également obtenu (figure (3.23)), même dans les couches limites.

Les deux autres cas correspondent aux essais étudiés expérimentalement par D'Haudt [06]. Les figures (3.24) à (3.31) montrent une comparaison entre les résultats numériques, expérimentaux et la loi analytique (1.34). Une fois de plus, la loi est en bon accord avec la plupart des résultats, la seule exception étant la position radiale $r^* = 0.976$ où les effets de recirculation sont probablement trop importants. Les figures (3.25) et (3.29) montrent clairement que la vitesse radiale dans le noyau central est positive du côté du rotor et négative du côté du stator, ceci tant que la vitesse tangentielle adimensionnée n'atteint pas K_B . Le gradient axial de v_r s'annule lorsque le noyau central tourne en bloc, ce qui peut être observé à $r^* < 0.533$ pour le cas-test 2, mais pas pour le cas-test 3. Les profils de vitesse axiale adimensionnée sont également en bon accord avec le calcul, de même que ceux de pression statique adimensionnée.

L'ensemble des résultats obtenus montre que le gain apporté par notre modèle théorique par rapport à la solution (1.14) est évident. Il s'avère donc important de tenir compte des effets produits par les échanges de fluide hors couches limites, ce que nous avons fait dans notre modélisation de manière réaliste.

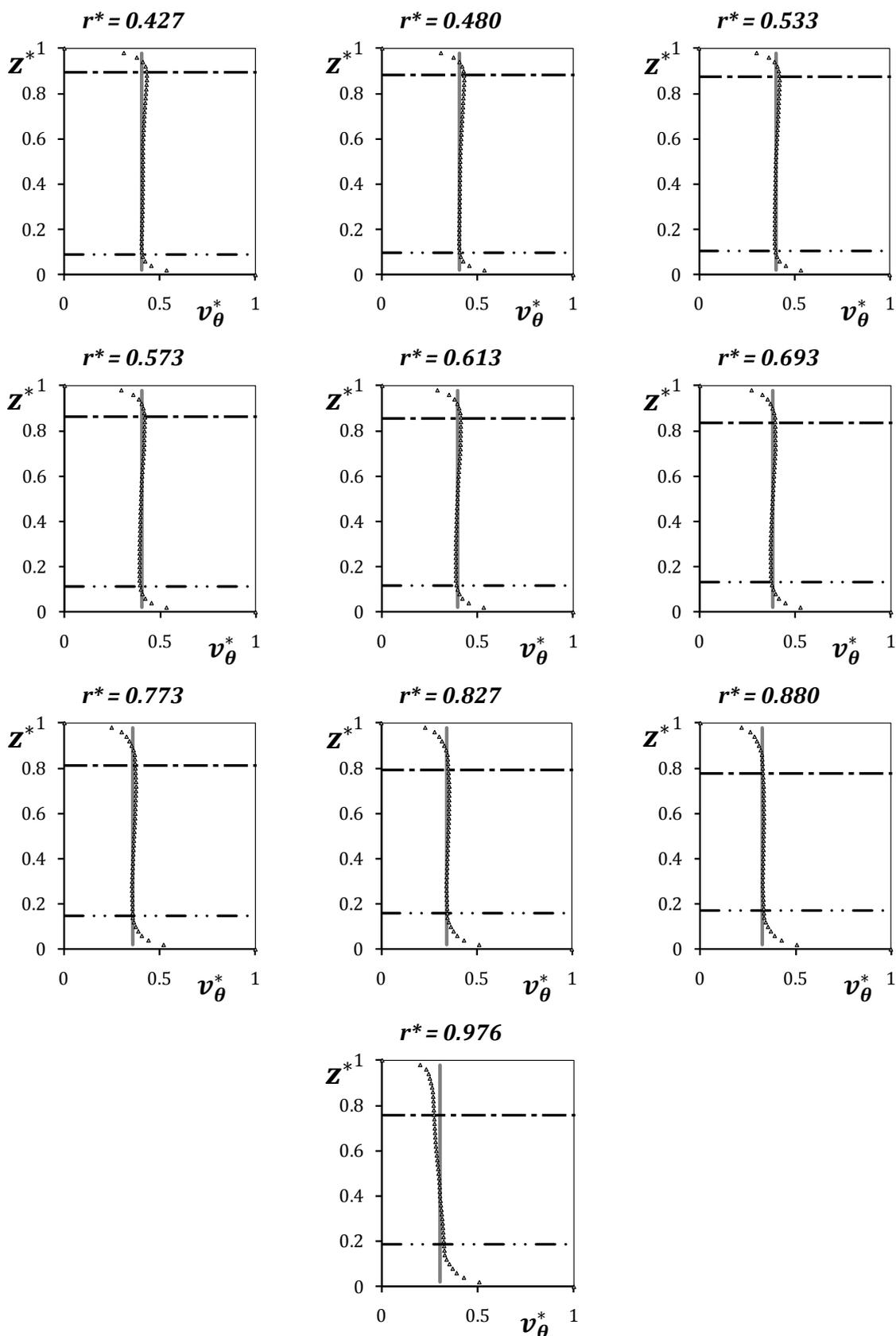


Figure (3.20) : Profils de v_{θ}^* (résultats : Figure (3.12.A))

$G = 0.08$, $Re = 1.47 \times 10^6$, $Ek = 1.06 \times 10^{-4}$

- Loi analytique (1.34) ▲▲▲▲▲ Résultats numériques
- . - Couche limite rotor (1.12.A) - . - Couche limite stator (1.13.A)

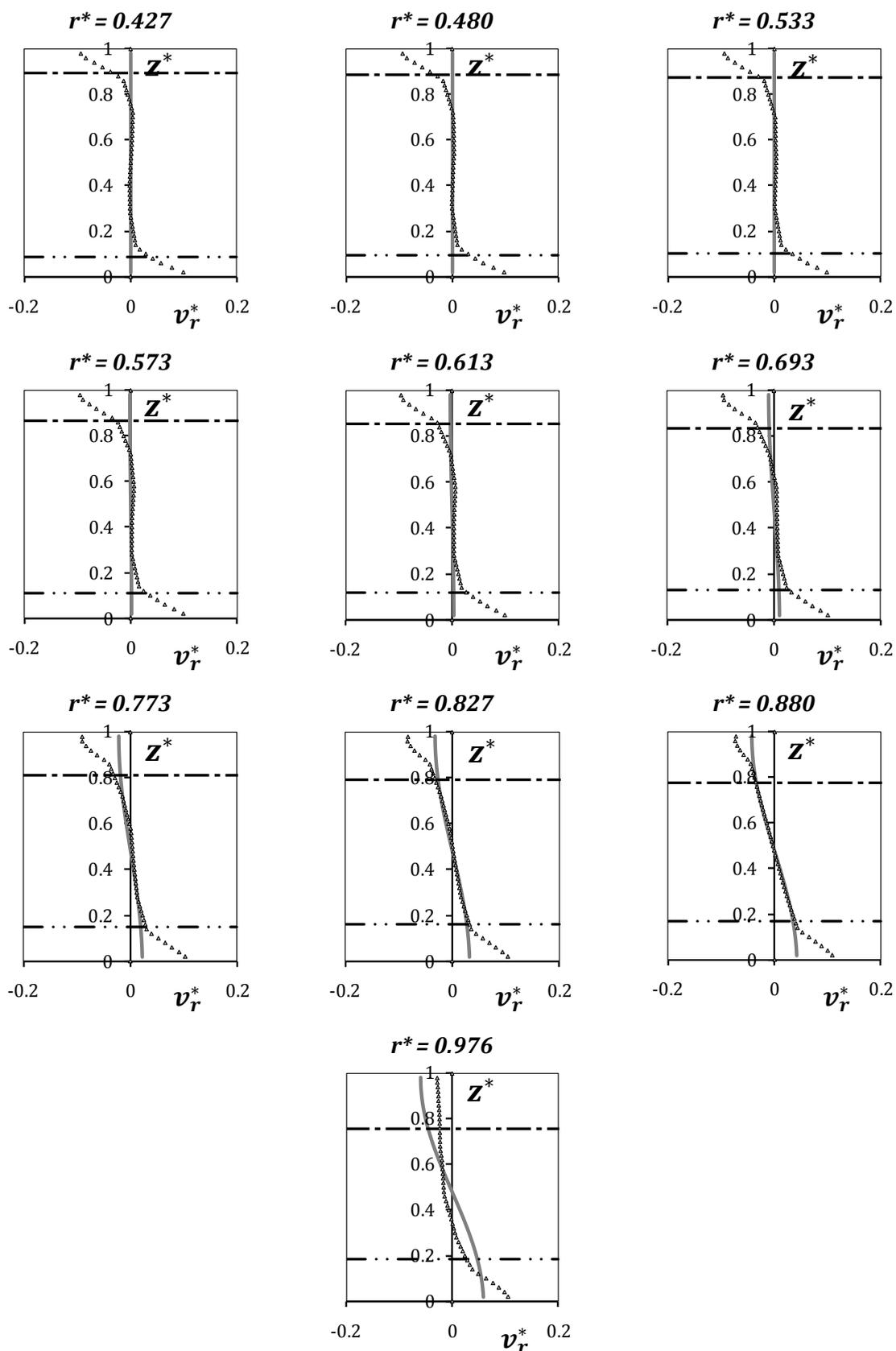


Figure (3.21) : Profils de v_r^* (résultats : Figure (3.12.B))

$G = 0.08$, $Re = 1.47 \times 10^6$, $Ek = 1.06 \times 10^{-4}$

- Loi analytique (1.34) ▲▲▲▲▲ Résultats numériques
- - - Couche limite rotor (1.12.A) - - - Couche limite stator (1.13.A)

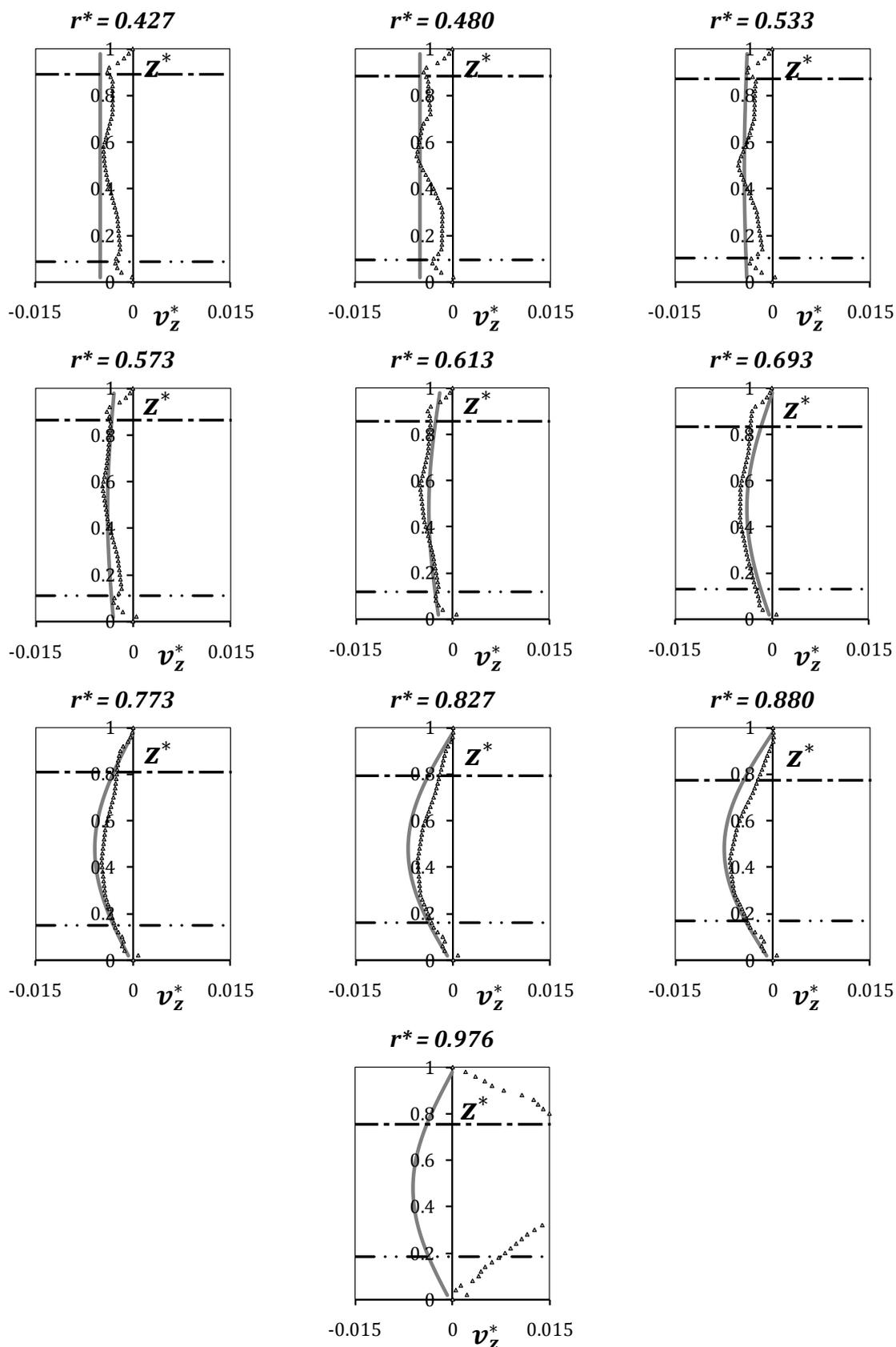


Figure (3.22) : Profils de v_z^* (résultats : Figure (3.12.C))

$G = 0.08$, $Re = 1.47 \times 10^6$, $Ek = 1.06 \times 10^{-4}$

- Loi analytique (1.34) ▲▲▲▲▲ Résultats numériques
- · - Couche limite rotor (1.12.A) - · - Couche limite stator (1.13.A)

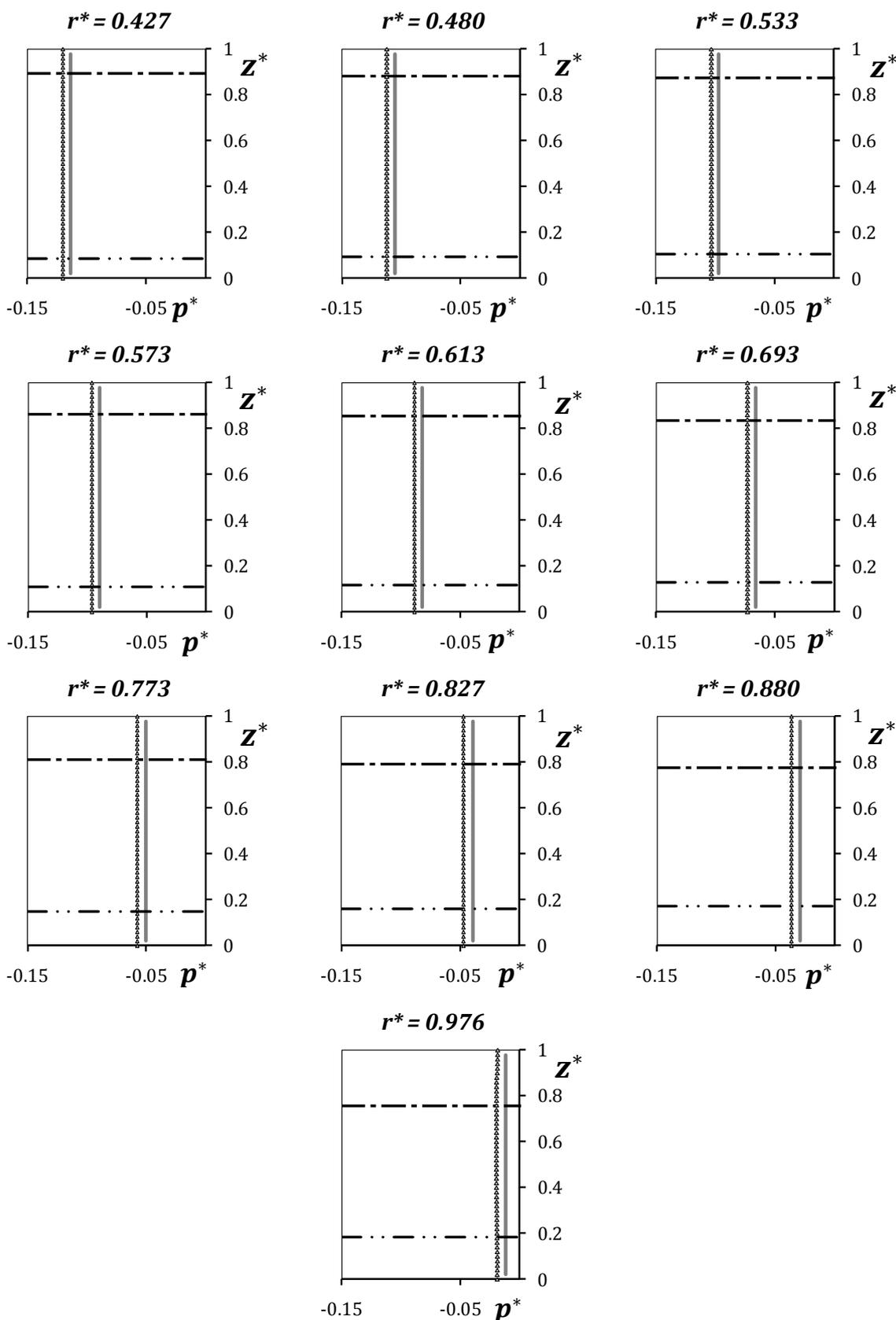


Figure (3.23) : Profils de p^* (résultats : Figure (3.12.D))

$G = 0.08$, $Re = 1.47 \times 10^6$, $Ek = 1.06 \times 10^{-4}$

- Loi analytique (1.34)
- ▲▲▲▲▲ Résultats numériques
- - - Couche limite rotor (1.12.A)
- . - Couche limite stator (1.13.A)

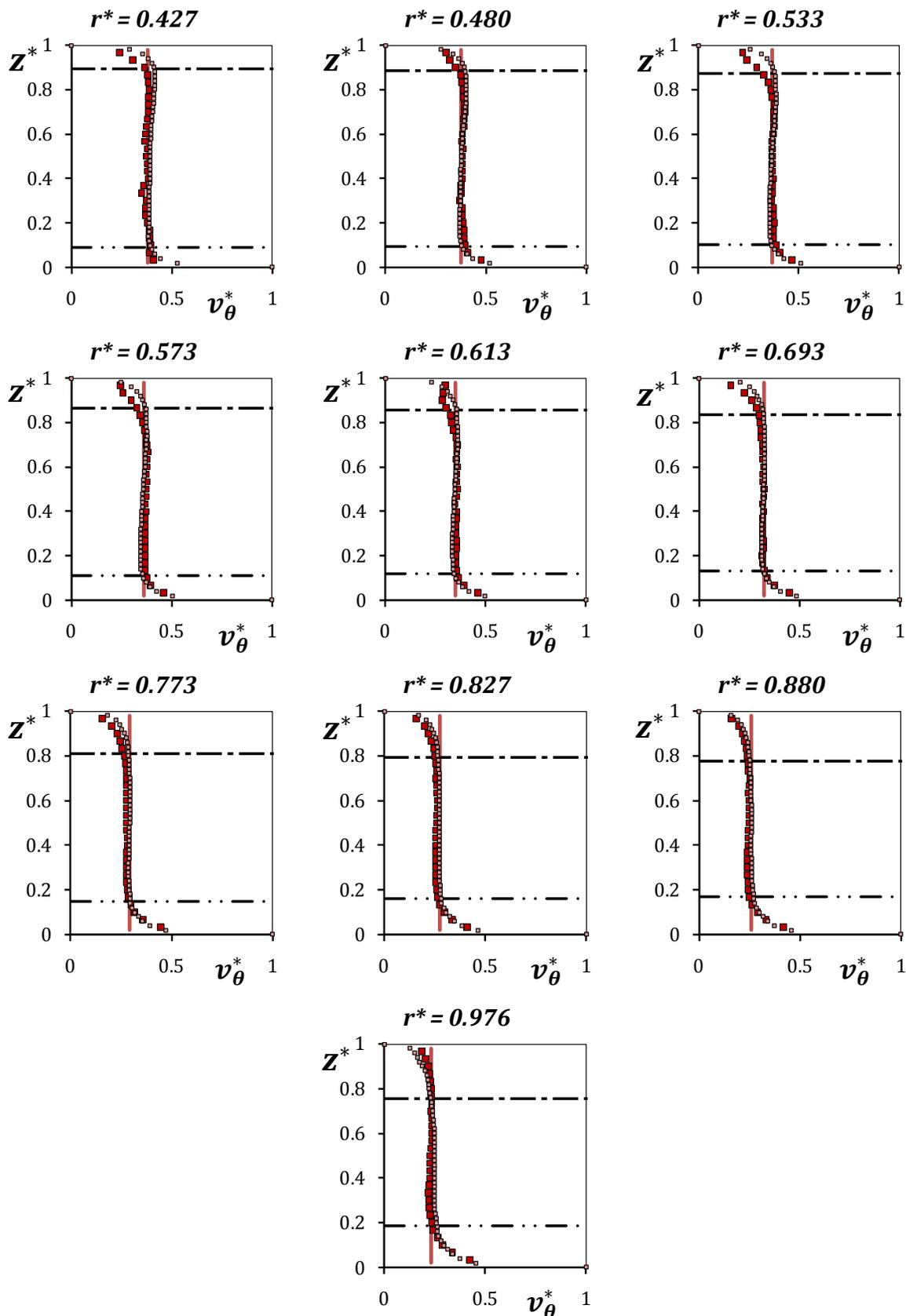


Figure (3.24) : Profils de v_θ^* (résultats : Figure (3.13.A))

$G = 0.08$, $Re = 1.47 \times 10^6$, $Ek = 1.06 \times 10^{-4}$

— Loi analytique (1.34) numérique ■ expérimental
 - . - Couche limite rotor (1.12.A) - - - Couche limite stator (1.13.A)

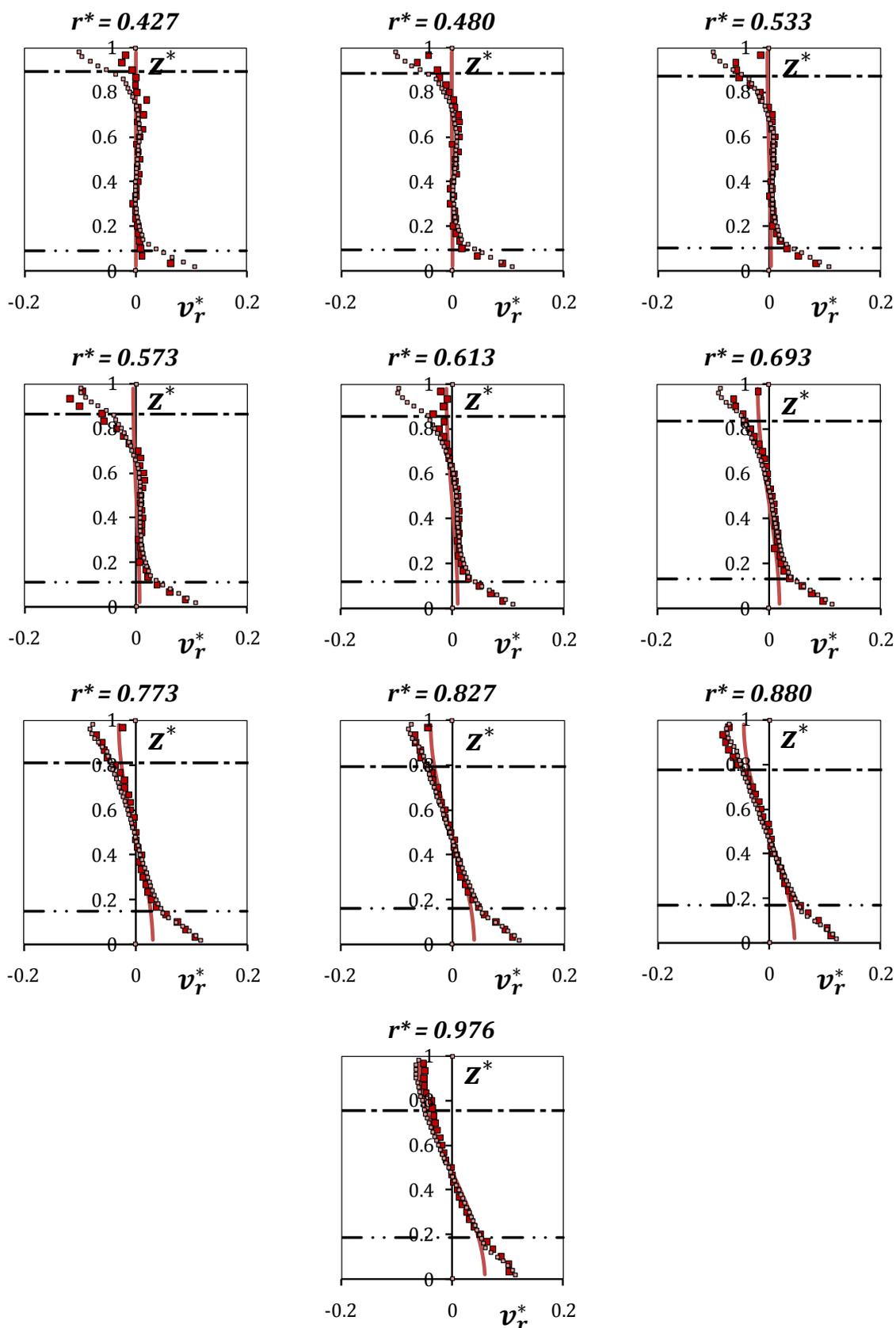


Figure (3.25) : Profils de v_r^* (résultats : Figure (3.13.B))

$G = 0.08$, $Re = 1.47 \times 10^6$, $Ek = 1.06 \times 10^{-4}$

- Loi analytique (1.34)
- numérique
- expérimental
- . - Couche limite rotor (1.12.A)
- . - Couche limite stator (1.13.A)

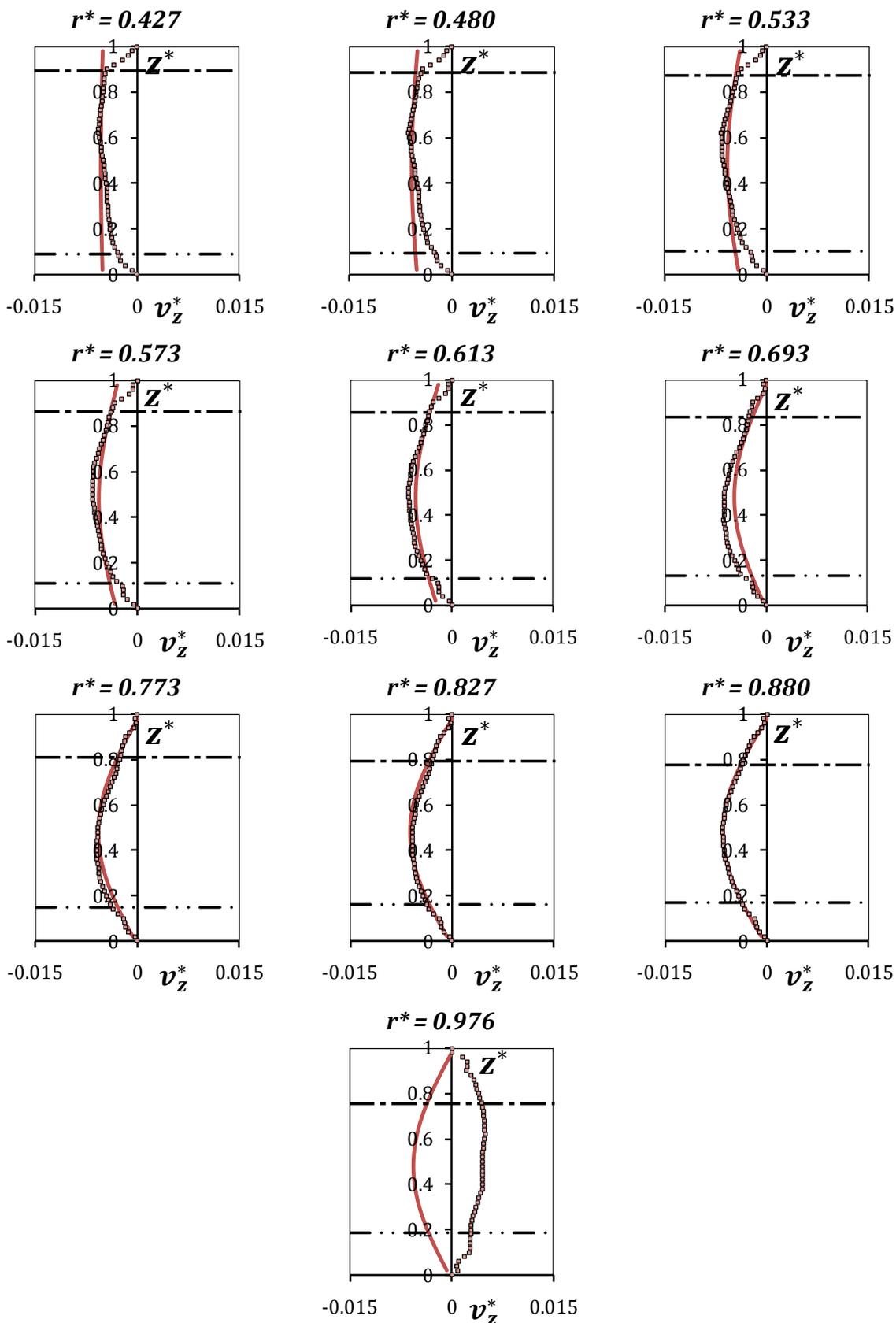


Figure (3.26) : Profils de v_z^* (résultats : Figure (3.13.C))

$G = 0.08$, $Re = 1.47 \times 10^6$, $Ek = 1.06 \times 10^{-4}$

— Loi analytique (1.34) numérique

- - - Couche limite rotor (1.12.A) - . - Couche limite stator (1.13.A)

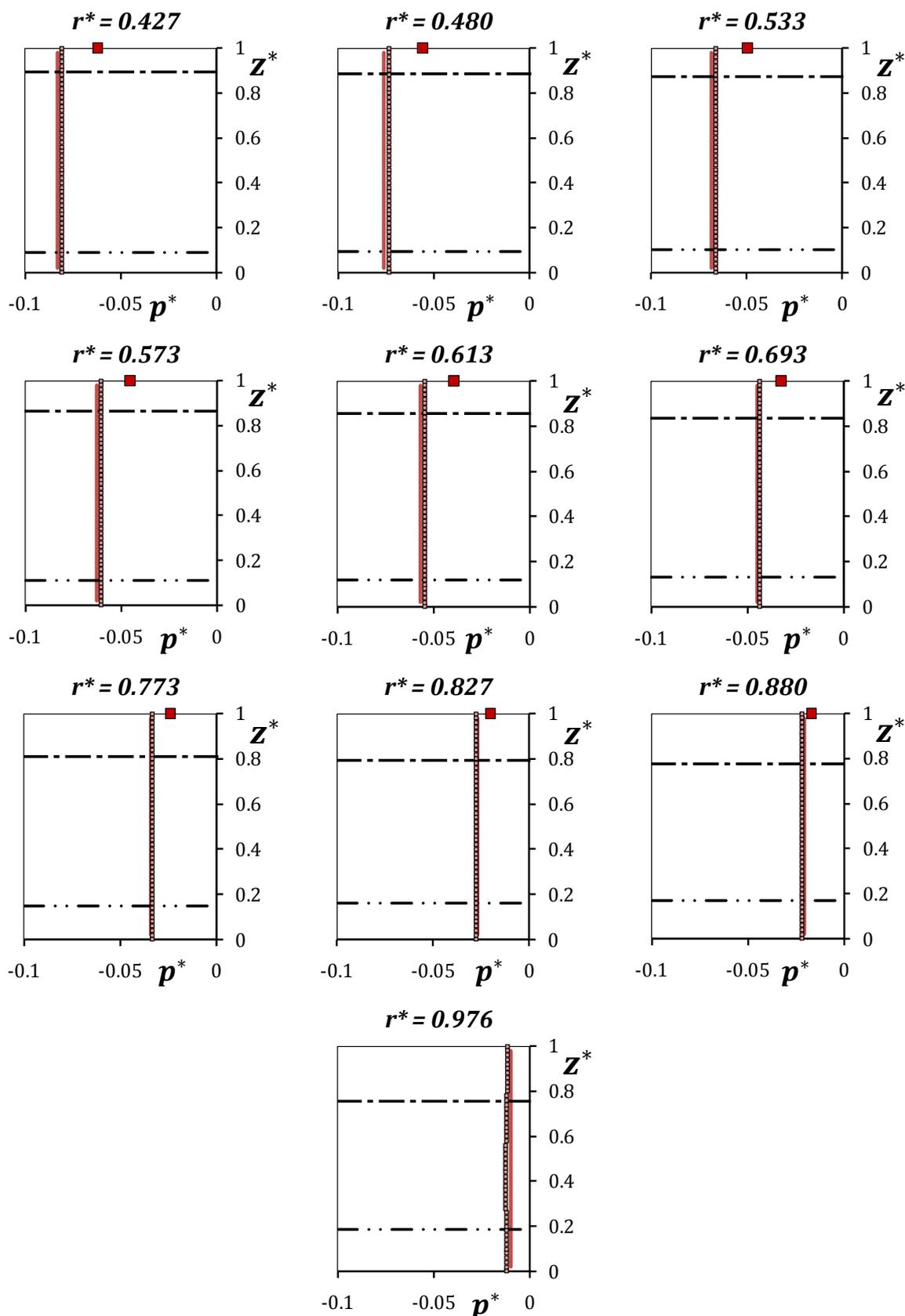


Figure (3.27) : Profils de p^* (résultats : Figure (3.13.D))

$G = 0.08$, $Re = 1.47 \times 10^6$, $Ek = 1.06 \times 10^{-4}$

— Loi analytique (1.34) numérique ■ expérimental
 - - - Couche limite rotor (1.12.A) - . - Couche limite stator (1.13.A)

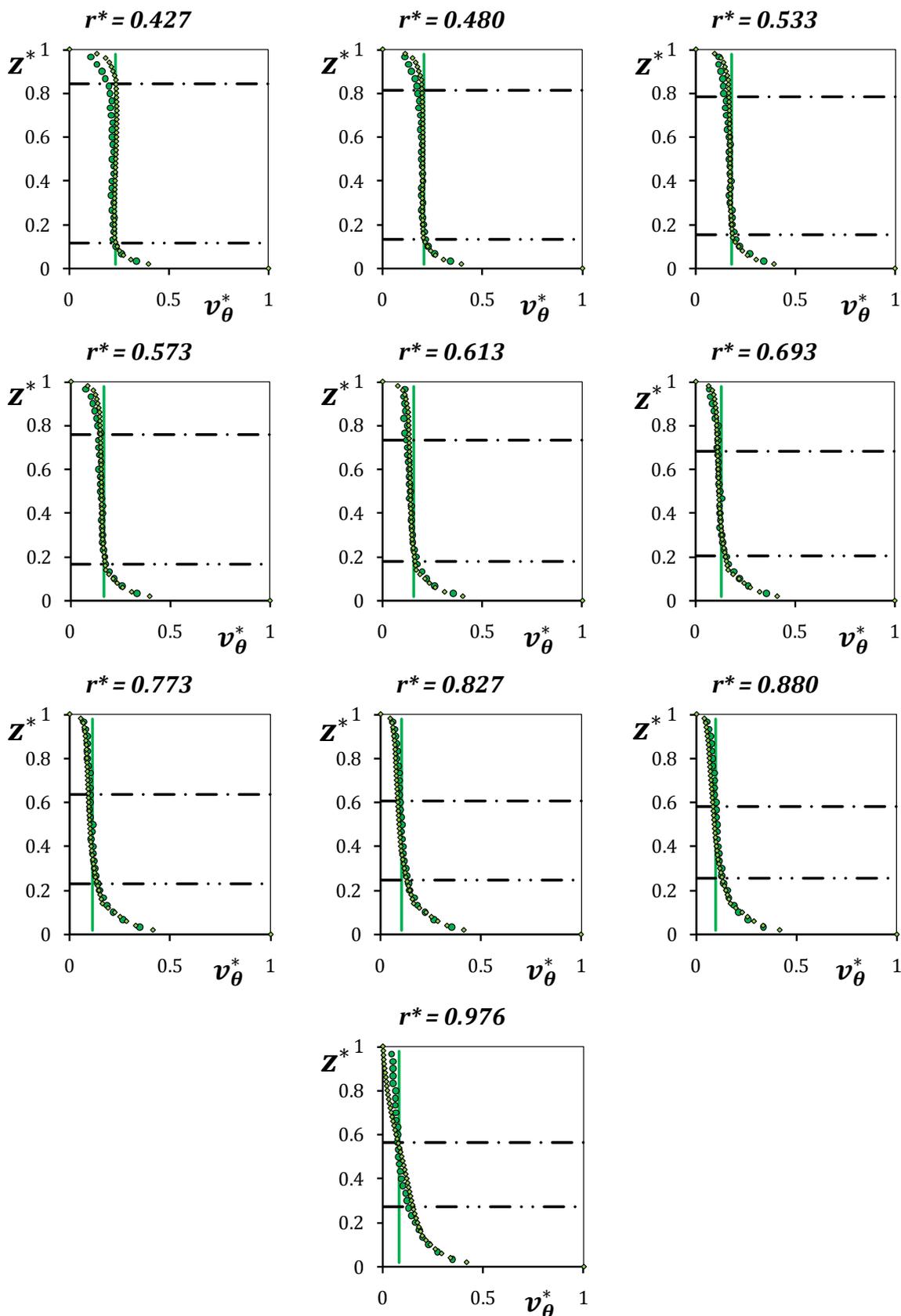


Figure (3.28) : Profils de v_{θ}^* (résultats : Figure (3.14.A))

$G = 0.08$, $Re = 1.47 \times 10^6$, $Ek = 1.06 \times 10^{-4}$

— Loi analytique (1.34) $\diamond\diamond\diamond\diamond$ numérique \bullet expérimental
 - - - Couche limite rotor (1.12.A) - . - Couche limite stator (1.13.A)

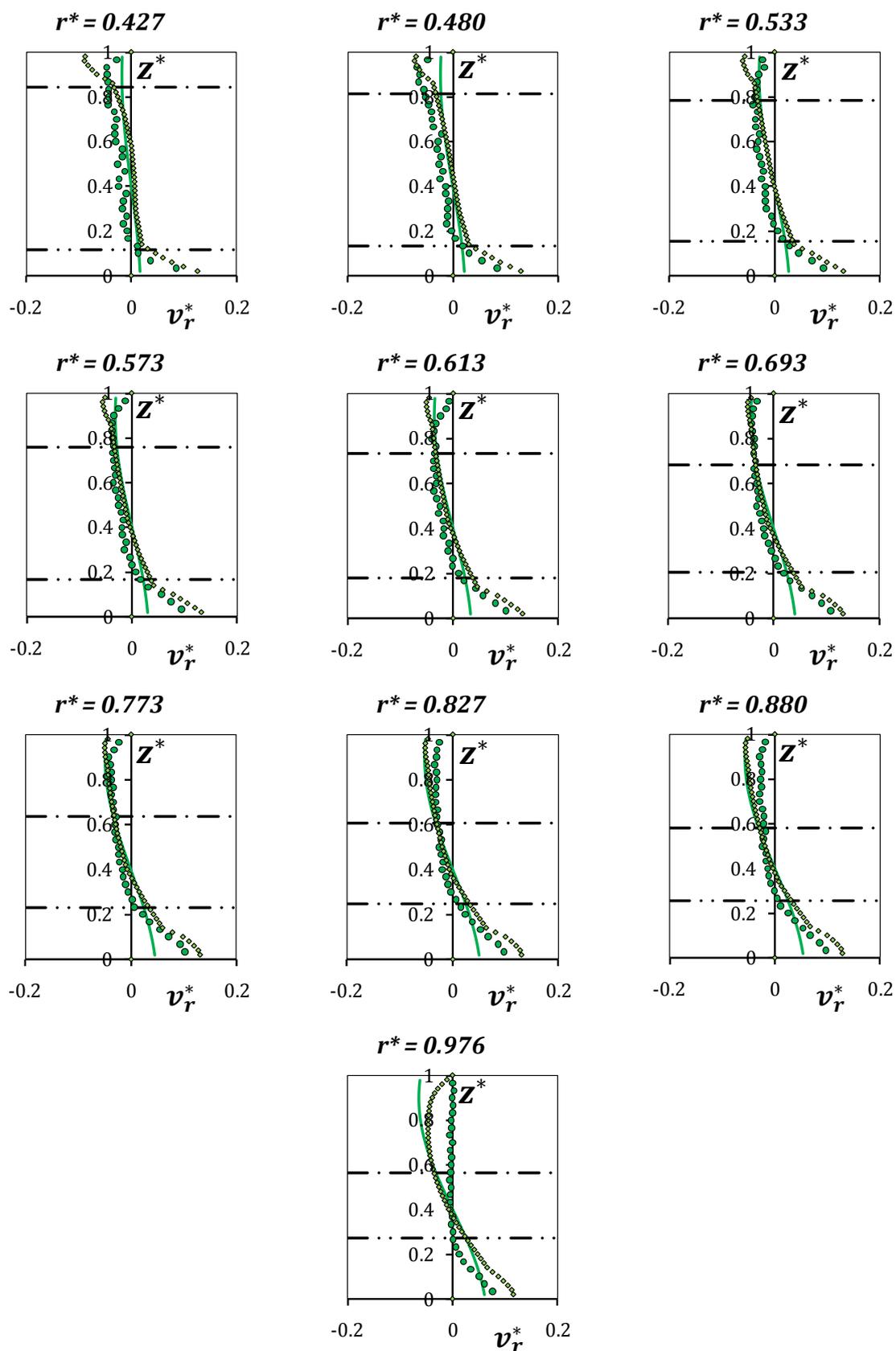


Figure (3.29) : Profils de v_r^* (résultats : Figure (3.14.B))

$G = 0.08$, $Re = 1.47 \times 10^6$, $Ek = 1.06 \times 10^{-4}$

- Loi analytique (1.34)
- numérique
- expérimental
- · - Couche limite rotor (1.12.A)
- - - Couche limite stator (1.13.A)

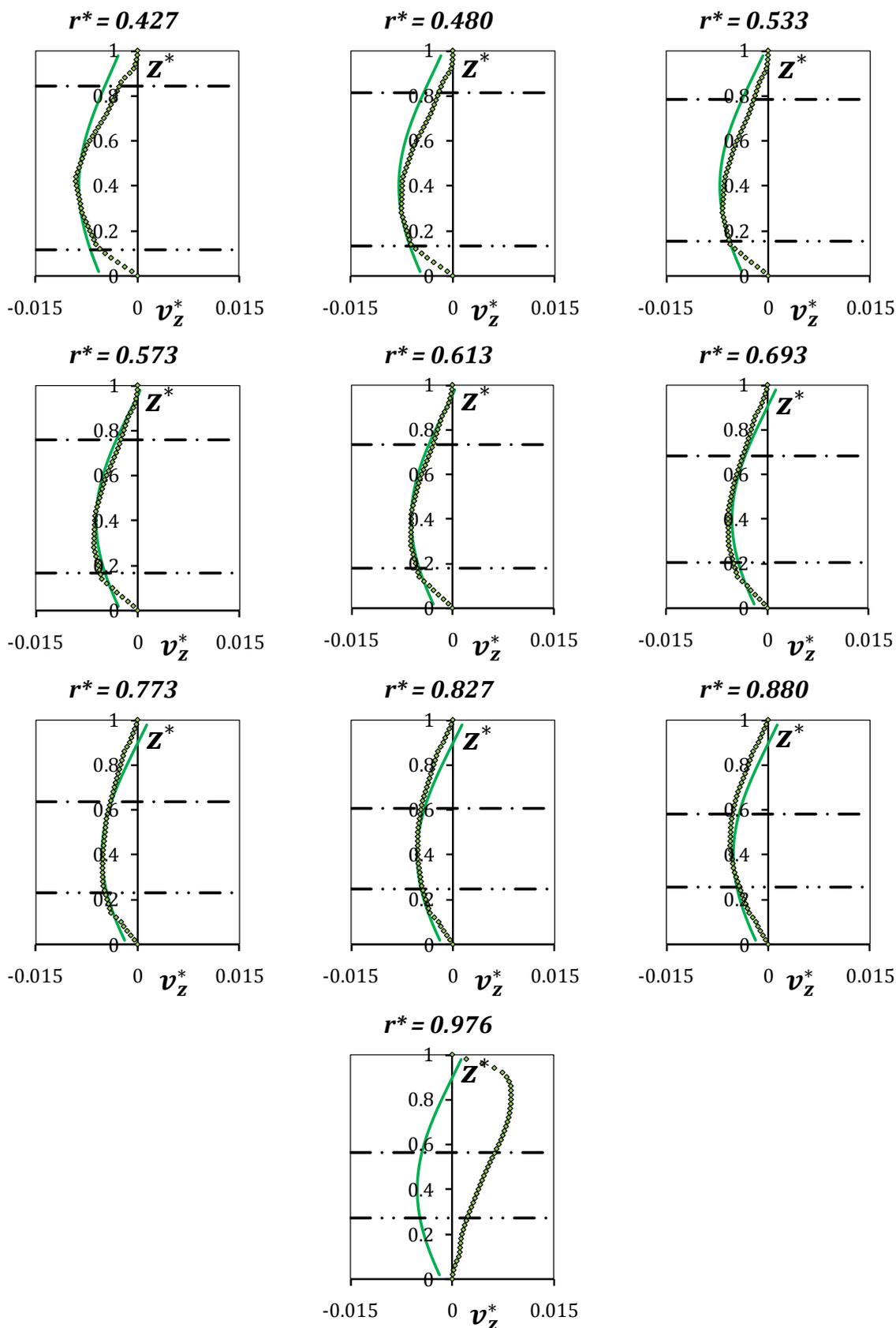


Figure (3.30) : Profils de v_z^* (résultats : Figure (3.14.C))

$G = 0.08$, $Re = 1.47 \times 10^6$, $Ek = 1.06 \times 10^{-4}$

— Loi analytique (1.34) numérique

- - - Couche limite rotor (1.12.A) - . - Couche limite stator (1.13.A)

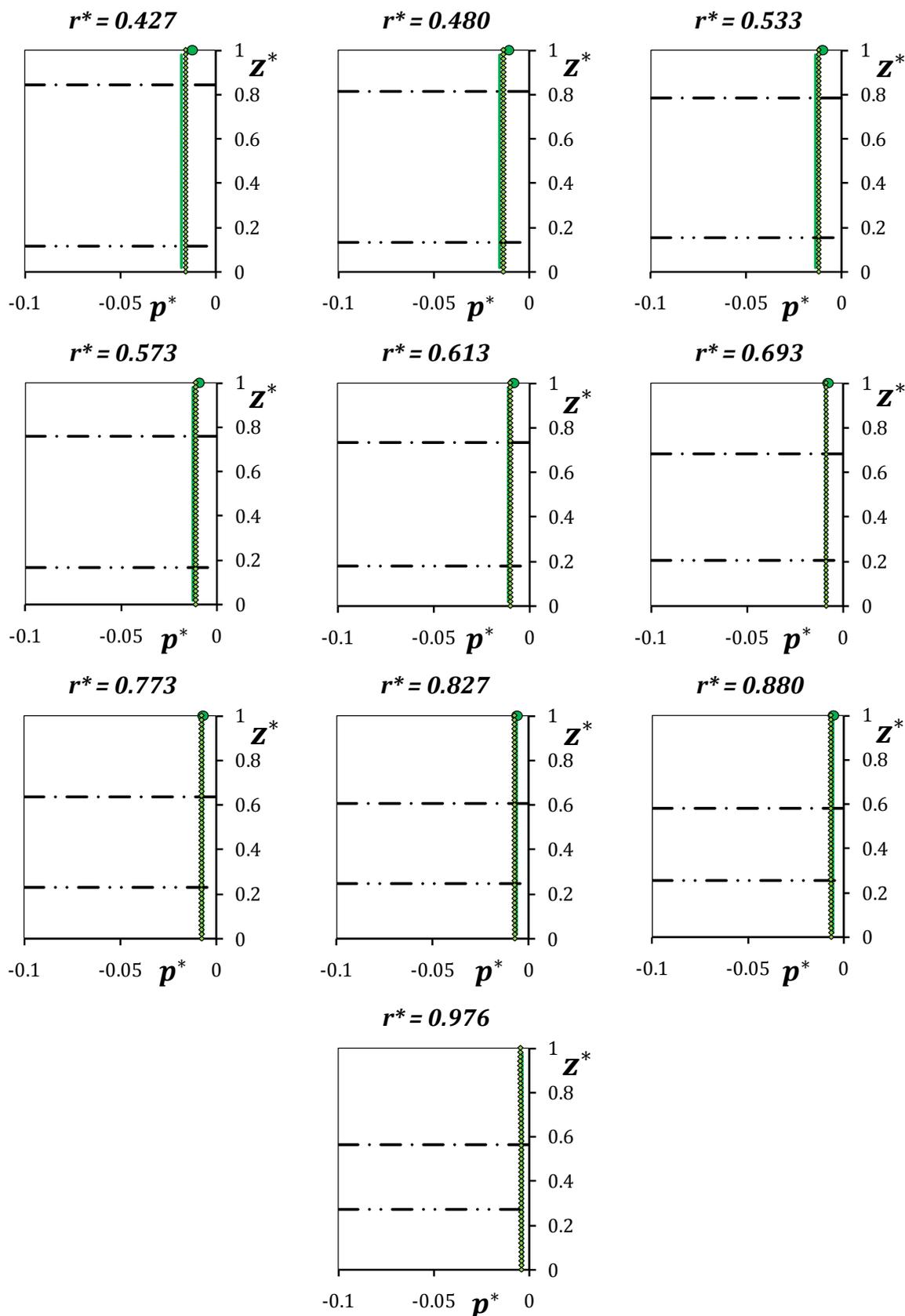


Figure (3.31) : Profils de p^* (résultats : Figure (3.14.D))

$G = 0.08$, $Re = 1.47 \times 10^6$, $Ek = 1.06 \times 10^{-4}$

- Loi analytique (1.34)
- numérique
- expérimental
- . - Couche limite rotor (1.12.A)
- - - Couche limite stator (1.13.A)

3.2.2. La Solution Simplifiée

La solution « simplifiée » est obtenue en remplaçant la fonction exponentielle dans (1.29) par son développement limité au premier ordre (1.35). L'intérêt majeur par rapport à la « solution complète » est d'aboutir à des fonctions explicites de la position radiale pour le coefficient d'entraînement K , la pression statique p^* et la pression totale p_t^* : il s'agit des relations (1.40), (1.41) et (1.43). Bien sûr, l'utilisation de ces relations nécessite toujours l'ajustement des valeurs de K_B , K_p et a . Les figures (3.32), (3.33) et (3.34) montrent une confrontation de cette solution avec tous les essais de D'Haudt [06]. La meilleure adéquation possible entre les résultats théoriques déduits des relations (1.40), (1.41) et (1.43) et l'expérience a été obtenue avec les valeurs du tableau (3.02). Notons en particulier que la valeur de la puissance a peut varier d'un essai à un autre, alors que les valeurs de K_B et de K_p sont celles mentionnées dans le tableau (3.02). Le tableau (3.04) indique également les résultats du calcul des grandeurs physiques particulières suivantes : la valeur de r_B^* , rayon pour lequel $K = K_B$, de la pression statique sur le stator à ce rayon $p_B^* = p^*(r^* = r_B^*)$ et de r_0^* , le rayon pour lequel la pression totale en milieu de veine s'annule ($p_t^* = 0$).

Tableau (3.4)

		K_B	K_p	a	r_B^* Eq. (1.40)	p_B^* Eq. (1.42)	r_0^* Eq. (1.44)
●	Test 01	0.382	0.075	1.26	0.290	-0.022	0.560
◇	Test 02	0.382	0.22	0.93	0.544	-0.054	0.678
×	Test 03	0.382	0.22	0.93	0.544	-0.054	0.678
+	Test 04	0.4	0.22	1.00	0.526	-0.057	0.664
○	Test 05	0.382	0.205	0.96	0.527	-0.053	0.667
□	Test 06	0.382	0.205	0.96	0.527	-0.053	0.667
△	Test 07	0.382	0.19	1.00	0.501	-0.050	0.651
—	Test 08	0.41	0.23	0.98	0.553	-0.062	0.678
*	Test 09	0.41	0.23	0.98	0.553	-0.062	0.678
■	Test 10	0.382	0.1	1.22	0.334	-0.028	0.569
▲	Test 11	0.382	0.09	1.24	0.313	-0.025	0.565
◆	Test 12	0.42	0.26	0.92	0.594	-0.068	0.699

Les figures (3.32), (3.33) et (3.34) montrent clairement un très bon accord entre les résultats expérimentaux et la théorie. L'influence de la pré-rotation est évidente et la rotation en bloc du noyau central n'apparaît pas systématiquement dans tous les essais : par exemple, la valeur de r_B^* pour des essais « Test 01 », « Test 10 » et « Test 11 » est inférieure au plus petit rayon adimensionné ($r^* = 0.427$) que nous sommes capables d'explorer expérimentalement. Les figures indiquent toujours les courbes déduites de la solution théorique (1.14) correspondant à la théorie prévue par Batchelor [01] dans le cas de disques infinis, ceci afin de montrer le gain apporté par notre modélisation. Par exemple, nous remarquons que la pression statique adimensionnée sur le stator déduite de (1.41) est toujours en bon accord avec l'expérience, les valeurs pouvant être six fois plus faibles que celles issues de la loi théorique (1.14).

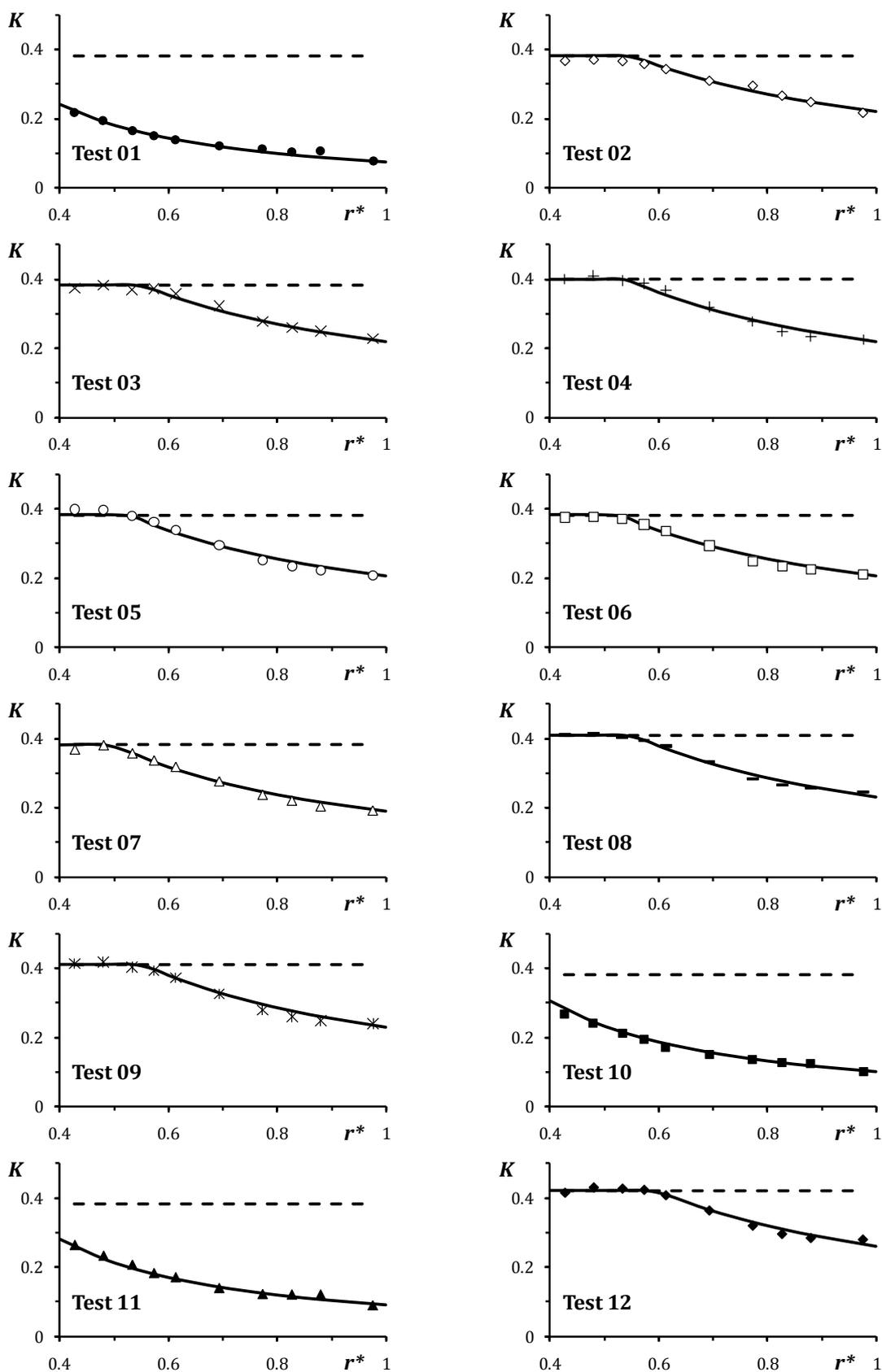


Figure (3.32) : Distribution radiale du coefficient d'entraînement K
 • ◊ × + ○ □ △ — * ■ ▲ ◆ Résultats expérimentaux de D'Haudt [06]
 — Loi analytique actuelle (1.40)
 - - - Solution théorique (1.14) avec un noyau central qui tourne en bloc

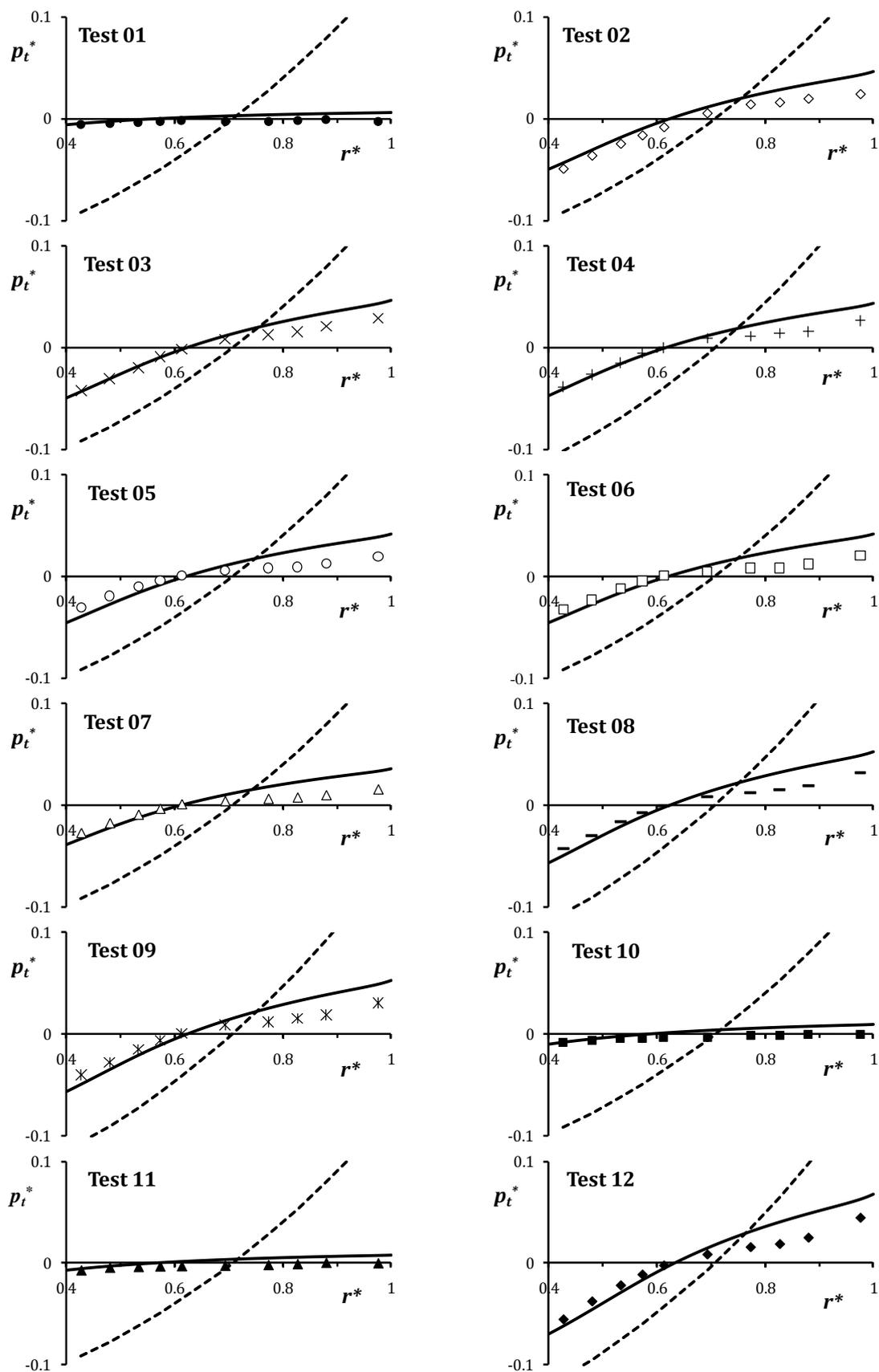


Figure (3.34) : Distribution radiale de la pression totale à mi-hauteur p_t^*

• ◊ × + ○ □ △ — * ■ ▲ ◆ Résultats expérimentaux de D'Haudt [06]

— Loi analytique actuelle (1.43)

- - - Solution théorique (1.14) avec un noyau central qui tourne en bloc

Comme dans le paragraphe précédent, notre solution théorique simplifiée est validée à l'aide des résultats expérimentaux obtenus dans le cadre de cette thèse, que nous avons regroupés en deux séries : les cas-tests « AA10, AA20 et AA30 » pour lesquels les valeurs des constantes du modèle sont $K_B = 0.382$, $K_p = 0.12$ et $a = 1.177$, les cas-tests « AC10, AC20 et AC30 » où $K_B = 0.382$, $K_p = 0.07$ et $a = 1.285$. La confrontation expérience/théorie, présentée sur la figure (3.35), montre un accord très satisfaisant.

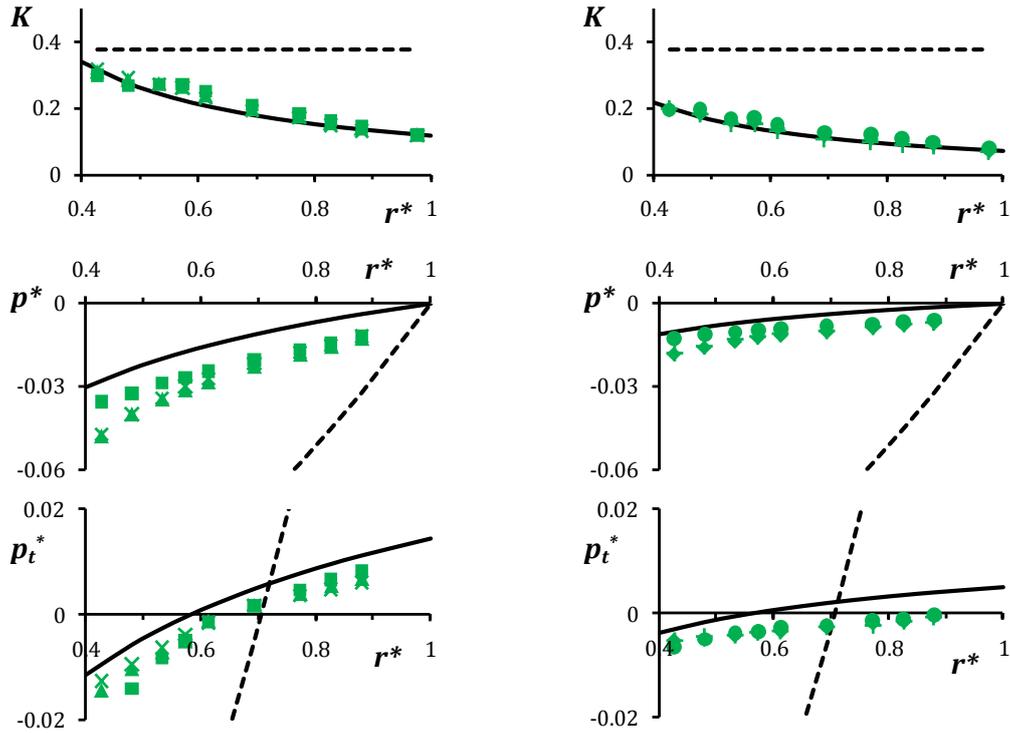


Figure (3.35) : K (1^{ère} colonne), p^* (2^{ème} colonne), p_t^* (2^{ème} colonne)

— Lois analytiques actuelles (1.40), (1.41) et (1.43)

- - - Solution théorique (1.14) avec un noyau central qui tourne en bloc

Essai	G	Re	Ek
AA10	0.053	1.03×10^6	3.42×10^{-4}
AA20		1.47×10^6	2.39×10^{-4}
AA30		1.95×10^6	1.80×10^{-4}
$K_p = 0.12; K_B = 0.382; a = 1.177$			

Essai	G	Re	Ek
AC10	0.080	1.03×10^6	1.52×10^{-4}
AC20		1.47×10^6	1.06×10^{-4}
AC30		1.95×10^6	0.80×10^{-4}
$K_p = 0.07; K_B = 0.382; a = 1.285$			

Les figures (3.36.A) et (3.36.B) montrent le regroupement sur une seule courbe théorique de l'ensemble des résultats expérimentaux précédents (les douze essais présentés dans le tableau (3.04) ainsi que les six essais sans flux superposé effectués dans cette thèse AA10, AA20, AA30, AC10, AC20 et AC30). Ce résultat montre qu'il est pertinent d'introduire la fonction $f(C_{qN})$ dans l'hypothèse (1.20) pour tenir compte de l'échange radial de fluide se produisant hors couches limites et de choisir le paramètre de débit C_{qN} selon (1.30) dans le cas d'une cavité isolée. La solution théorique prévue

par Batchelor [01] correspond à un seul point situé à l'intersection des lignes pointillées en rouge. Elle correspond toujours dans notre modélisation au cas particulier $K_p = K_B$.

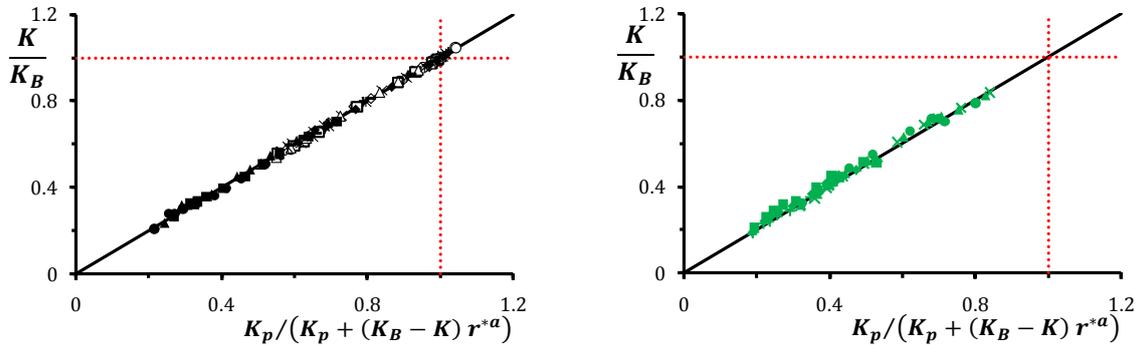


Figure (3.36) : L'influence de la fonction du débit hors couches limites

- ◇ × + ○ □ △ — * ■ ▲ ◆ les essais dans le tableau (3.4) [06]
- AA10 ▲ AA20 × AA30 ● AC10 ◆ AC20 + AC30

Le défaut majeur de la solution simplifiée réside dans le fait que la valeur de a diffère pour chaque essai. Il nous a semblé intéressant de chercher à la relier à des grandeurs physiques, notamment aux valeurs de K_B et K_p . La figure (3.37.A) montre que la valeur de a est liée à la différence entre les valeurs de K_B et K_p selon la loi empirique suivante : $a = 2.3 (K_p - K_B)^{0.5}$. Ce résultat indique bien que lorsque la pré-rotation du fluide tend vers K_B , la valeur de a tend vers 0, ce qui signifie que le coefficient d'entraînement du fluide hors couche limite reste constant et égal à K_B , comme le prévoit la solution (1.14). La figure (3.37.B) montre les évolutions de la puissance a et du rayon r_B^* en fonction du rapport entre K_p et K_B . Les relations (1.40), (1.41) et (1.45) permettent de tracer les profils suivant z^* des trois composantes de la vitesse et de la pression statique. Après ajustement des constantes, les résultats obtenus sont très proches de ceux présentés sur les figures (3.20) à (3.31). Deux cas-tests sont présentés en annexe « E ».

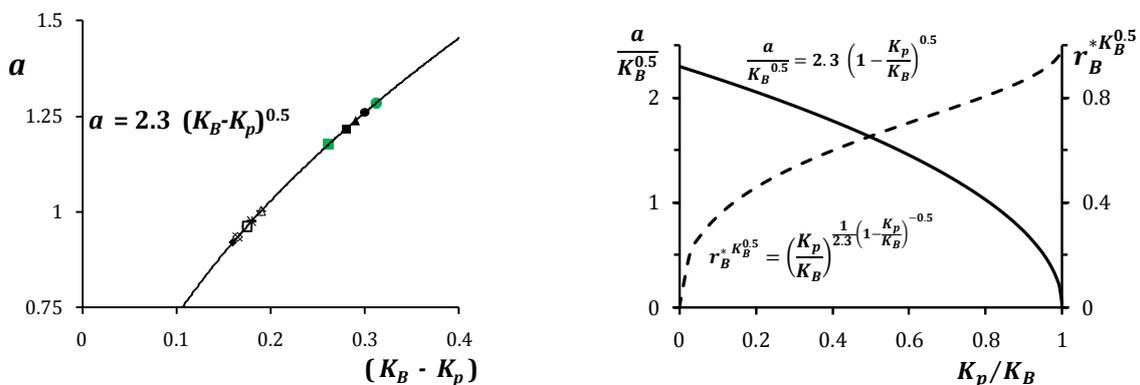


Figure (3.37) : La fonction de la puissance a

- ◇ × + ○ □ △ — * ■ ▲ ◆ les essais dans le tableau (3.4) [06]
- $a = 1.18$ pour ■ AA10, AA20 et AA30 ; $a = 1.29$ pour ● AC10, AC20 et AC30

*Chapitre - 4 -
La Cavité Soumise à un
Flux Centripète Forcé*



Chapitre

4. La Cavité Soumise à un Flux Centripète Forcé

Ce chapitre est consacré à l'étude de la cavité soumise à un flux radial centripète forcé. À l'instar du chapitre précédent, un premier paragraphe décrit les caractéristiques générales de l'écoulement. Dans le second paragraphe, nous testons la validité des solutions « complète » et « simplifiée » de notre modélisation théorique.

4.1. Caractéristiques de l'Écoulement

Lorsque $G \ll 1$, $Ek \ll 1$ ($Re \gg 1$), l'ensemble des travaux consacrés au cas de la cavité de type rotor-stator soumise à un flux radial centripète forcé montre que le coefficient d'entraînement K augmente de la périphérie vers l'axe. Le phénomène s'inverse lorsque le flux radial superposé est centrifuge, K étant alors une fonction croissante du rayon. Ce type d'écoulement a été le sujet de plusieurs recherches, notamment Daily *et al.* [08], Owen & Rogers [27] et Poncet [30]. Bien que cet écoulement ne fasse pas partie de l'objectif de cette recherche, une courte explication de sa nature est proposée dans ce paragraphe.

Debuchy [09] en 1993 a mis en évidence l'influence prépondérante du nombre de Rossby Ro , défini comme une aspiration normalisée par $Ro = \frac{q}{2\pi\Omega R^3 H} \ll 1$, sur les propriétés de l'écoulement inter-disques. Debuchy *et al.* [10] ont montré que la moindre aspiration centripète forcée engendre un effet vortex, mis en évidence par la solution analytique (1.17). Cet effet se traduit de la manière suivante : l'aspiration forcée ne modifie que très légèrement le taux de rotation du noyau central près de la périphérie

de la cavité. Par contre, la moindre aspiration augmente considérablement le niveau de la vitesse circonférentielle adimensionnée à l'approche de l'axe de rotation. La figure (4.01) extraite de [10], qui présente des profils de vitesse tangentielle adimensionnée pour trois positions radiales et quatre valeurs du nombre de Rossby, illustre ce phénomène. L'écoulement fait encore apparaître deux couches limites près du rotor et du stator, séparées par une zone centrale dans laquelle la vitesse tangentielle peut être considérée comme constante pour les valeurs les plus faibles du nombre de Rossby. Lorsque Ro augmente, un léger gradient de vitesse suivant z^* existe, les valeurs de v_θ^* étant légèrement plus faibles du côté de la couche limite stator.

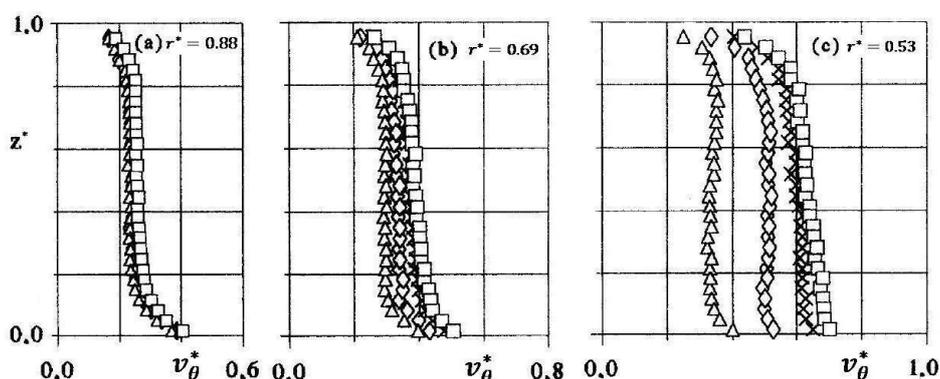


Figure (4.01) : Effet de l'aspiration sur les profils de la vitesse tangentielle valeurs expérimentales (Debuchy *et al.* [10])

Δ Cavité isolée ; \diamond $Ro \approx 0$; \times $Ro = 10.0 \times 10^{-3}$; \square $Ro \approx 16.7 \times 10^{-3}$.

Quelques résultats d'essais réalisés par Poncet [30] dans le cas d'une cavité rotor-stator avec flux centripète et centrifuge sont également présentés sur la figure (2.01.B). Au cours de ce travail, l'auteur a montré que l'ensemble des valeurs du coefficient d'entraînement K se place sur une courbe unique en choisissant comme paramètre adimensionné le coefficient local du débit C_{qr} , positif (flux centripète) ou négatif (flux centrifuge), ceci quelles que soient les valeurs du nombre de Reynolds Re , du rapport de forme de la cavité G et du coefficient global du débit C_w (voir les figures (1.07.C) et (1.07.D)). Ce résultat est détaillé dans la référence [31]. La figure (4.02) confirme que le coefficient d'entraînement K est une fonction décroissante du rayon lorsque la cavité est soumise à un flux centripète forcé. Il faut également noter que la vitesse tangentielle du fluide circulant hors couches limites peut être supérieure à celle du rotor : la figure (4.02) indique que le niveau maximal relevé pour le coefficient d'entraînement du fluide dans le noyau central est voisin de 3.0. Ce phénomène s'observe pour les plus grandes valeurs du coefficient de débit et les rayons les plus proches de l'axe. Il apparaît également que le niveau de K augmente lorsque le nombre d'Ekman Ek augmente ou/et lorsque le nombre de Rossby Ro augmente.

Poncet [30] a également étudié l'influence de la géométrie périphérique et de la variation du paramètre de débit adimensionné C_w sur les caractéristiques de l'écoulement dans une région extérieure à la cavité ($r^* = 1 + \epsilon$, où $\epsilon \ll 1$), voisine de la périphérie. La figure (4.03) indique que les niveaux de vitesse tangentielle adimensionnée dans le canal d'entrée et au niveau de l'espace inter-disques augmentent légèrement lorsque le débit adimensionné augmente (voir le schéma de la configuration correspondante sur la figure (2.01.B)). Il est donc possible qu'une variation de débit engendre une légère variation du taux de pré-rotation du fluide, ce qui peut avoir des conséquences importantes près de l'axe de la cavité. L'influence de la pré-rotation dans le cas d'une cavité soumise à un flux radial forcé sera l'objet d'une discussion dans un prochain paragraphe de cette étude.

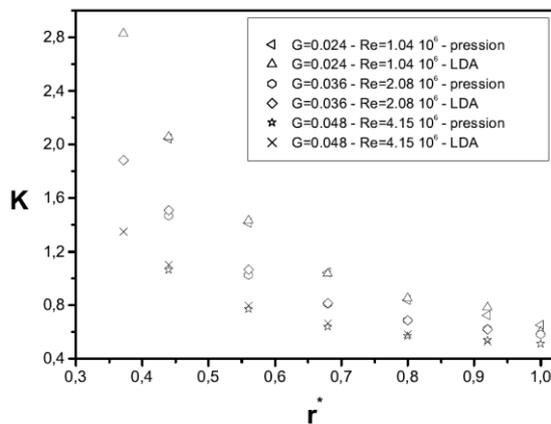


Figure (4.02) : Distribution radiale de K à $C_w = 10,317$ selon Poncet [30]

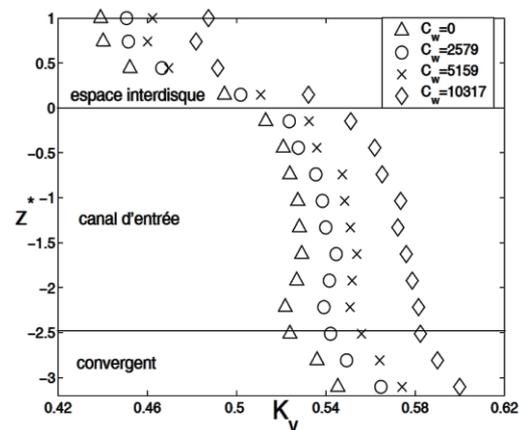


Figure (4.03) : Influence du débit d'aspiration sur K_v , ou la vitesse tangentielle adimensionnée à $r^* = 1 + \epsilon$ ($\epsilon \ll 1$) - extrait de Poncet [30]

Dans le cas d'une cavité soumise à un flux radial centrifuge, deux types de structuration d'écoulement sont généralement observés :

- ✚ celle prévue par Batchelor [01] où deux couches limites sont séparées par un noyau central en rotation ;
- ✚ celle prévue par Stewartson [41], dans laquelle il n'existe que la couche limite située près de la paroi tournante, alors que l'écoulement situé en dehors de cette zone ne tourne pas.

Poncet *et al.* [32] ont étudié le passage entre ces deux régimes d'écoulement. La structuration de type Batchelor est observée pour les plus petites valeurs du coefficient de débit (en valeur absolue), alors que la structuration de type Stewartson [41] existe lorsque celui-ci augmente (en valeur absolue). Cette observation se confirme sur la figure (4.04), qui montre les profils des composantes tangentielle et radiale de la vitesse en une position radiale fixée ($r^* = 0,56$), pour trois valeurs du débit adimensionné C_w .

Poncet a également présenté dans [30] une comparaison entre ses propres résultats numériques et expérimentaux et la loi empirique (4.01) de Daily *et al.* [08] (Figure (4.05)). Au vu de la forme générale de notre solution théorique (1.52), nous pensons qu'elle peut également faire l'objet d'une confrontation avec ces résultats. Toutefois, l'objectif principal de notre travail porte bien sur l'étude de l'écoulement dans une cavité rotor-stator soumise à un flux radial centripète forcé.

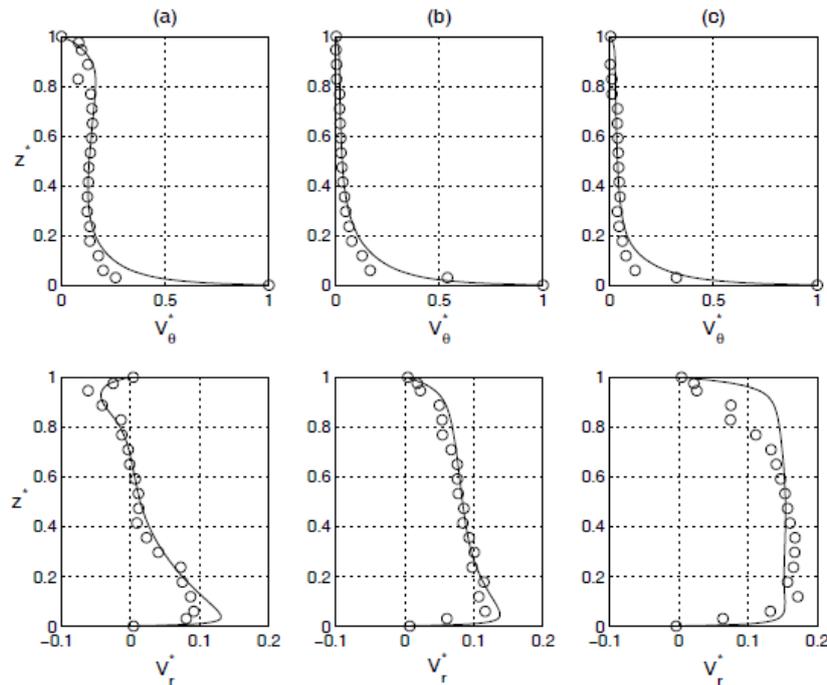


Figure (4.04) : Profils axiaux des vitesses moyennes radiale et tangentielle pour $G = 0.036, Re = 1.04 \times 10^6$ à $r^* = 0.56$ et en fonction du coefficient de débit (flux centrifuge) (extrait de Poncet [30])

(a) $C_w = -1,976$; (b) $C_w = -5,929$; (c) $C_w = -9,881$
 — modèle RSM ○ mesures par LDA.

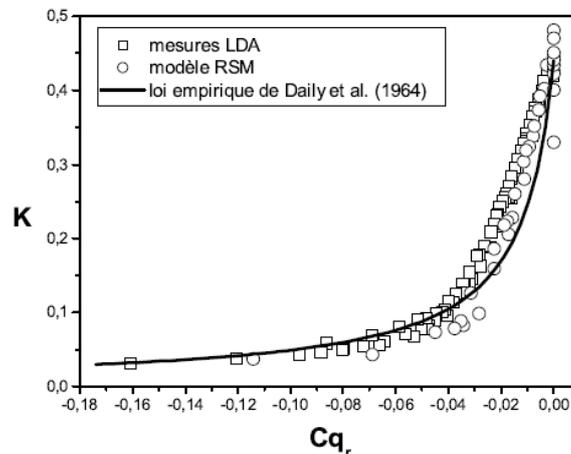


Figure (4.05) : K en fonction de C_{qr} - extrait de Poncet [30]

□ Mesures par LDA ○ Prévisions du modèle RSM
 — Loi empirique (4.01) de Daily *et al.* [08].

$$K = \frac{const_1}{1+const_2 \times C_{qr}} \quad (4.01)$$

Les résultats suivants sont issus de nos propres expériences. La figure (4.06) présente des profils des composantes tangentielle et radiale de la vitesse et de trois corrélations turbulentes pour l'une des configurations étudiées dans le cadre de ce travail de thèse (essai AA13). Cette fois encore, le niveau du coefficient d'entraînement du fluide dans le noyau central augmente à l'approche de l'axe de la cavité. Les profils de v_θ^* sont légèrement inclinés. Les profils de v_r^* indiquent clairement qu'il y a bien circulation radiale de fluide en dehors des couches limites.

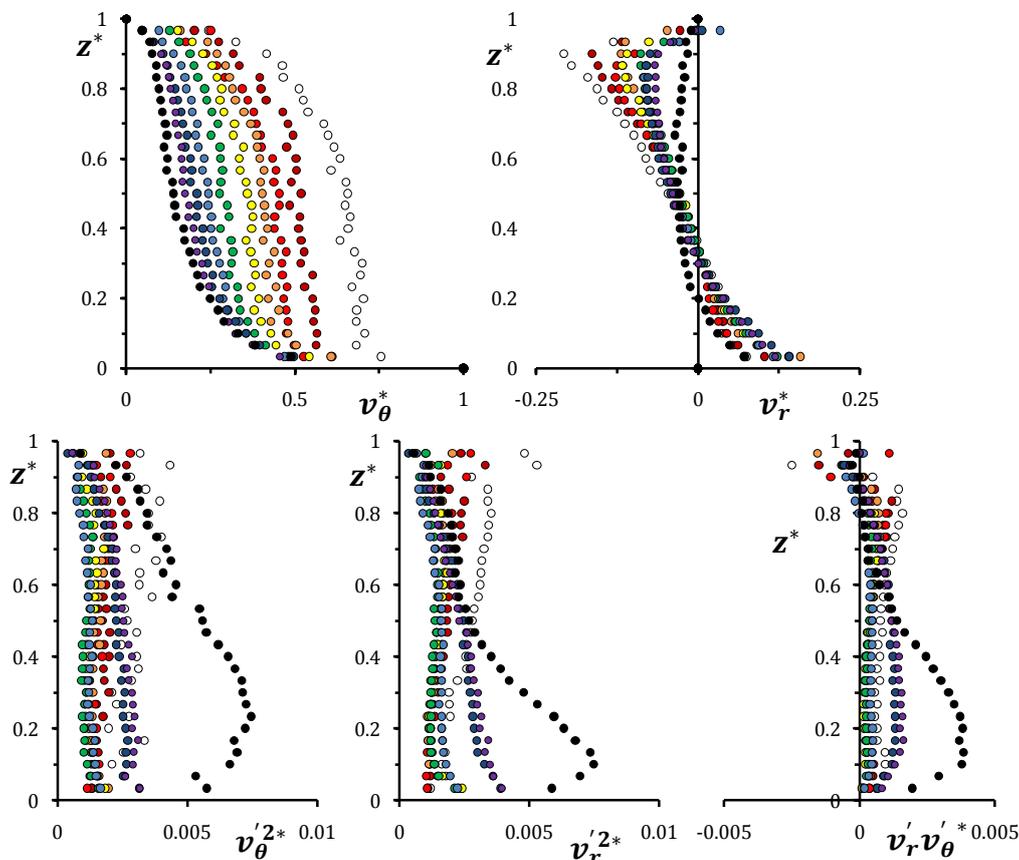


Figure (4.06) : Exemple d'un résultat obtenu par les fils chauds
 Essai AA13 - $G = 0.053$; $Re = 1.03 \times 10^6$; $Ek = 3.42 \times 10^{-4}$
 $C_w = 3.7 \times 10^3$; $Ro = 3.01 \times 10^{-3}$; $C_{qp} = 2.90 \times 10^{-3}$

l'influence de la position radiale

- $r^* = 0.427$
- $r^* = 0.533$
- $r^* = 0.613$
- $r^* = 0.773$
- $r^* = 0.880$
- $r^* = 0.480$
- $r^* = 0.573$
- $r^* = 0.693$
- $r^* = 0.827$
- $r^* = 0.976$

Lorsqu'un flux centripète est forcé, l'inclinaison des profils de v_r^* est de plus en plus importante lorsque r^* diminue, processus inverse de celui observé dans le cas de la cavité isolée. Les valeurs des deux corrélations turbulentes adimensionnées $v_r'^2$ et $v_\theta'^2$ ne dépassent pas 1% tandis que le niveau de $v_r'v_\theta'$ est encore plus petit. Seul le

profil le plus proche de la périphérie ($r^* = 0.976$) se démarque des autres, ce qui semble indiquer que l'écoulement est encore perturbé par les décollements et effets de recirculation dus à l'ouverture périphérique de la cavité, aux échanges de fluide avec l'extérieur, au contournement des disques. Ces observations sont communes à l'ensemble des résultats expérimentaux du programme d'essais détaillé dans le tableau (2.7). Afin de ne pas alourdir le chapitre, tous les profils sont fournis en annexe « D ». Les paragraphes qui suivent présentent quelques résultats concernant l'influence des paramètres sans dimension à partir de la distribution radiale du coefficient d'entraînement K . Dans tous nos essais, le niveau de pré-rotation reste inférieur à la valeur de K_B mise en évidence dans le cas de la cavité isolée. Les figures (4.07) permettent d'analyser l'influence du débit adimensionné. Nous avons choisi de superposer des courbes obtenues pour des valeurs fixées du nombre de Reynolds et du paramètre de forme de la cavité (et donc du nombre d'Ekman). Notons que le débit adimensionné peut être défini de plusieurs façons, à partir des paramètres C_w , Ro ou C_{qp} . Lorsque c'est possible, les figures comportent les résultats obtenus dans les mêmes conditions (mêmes valeurs de Re et de G) dans le cas de la cavité isolée. Six groupes d'essais peuvent être extraits de notre programme expérimental.

	$Re = 1.03 \times 10^6$	$Re = 1.47 \times 10^6$	$Re = 1.95 \times 10^6$
$G = 0.053$	AA10, AA11 AA12, AA13	AA20, AA21 AA22, AA23	AA30, AA31 AA32, AA33
$G = 0.080$	AC10, AC12 AC14, AC15	AC20, AC22 AC24, AC25	AC30, AC32 AC34, AC35

La figure (4.07.A) représente les distributions radiales du coefficient d'entraînement du fluide à mi-hauteur de la cavité. Les niveaux de pré-rotation obtenus pour ces résultats expérimentaux sont très inférieurs à ceux observés lors des essais de Poncet [30] et restent plus faibles que ceux des essais de Debuchy [09]. Néanmoins, les conclusions sont analogues à celles tirées lors de cette dernière étude : la présence d'une aspiration forcée n'a que peu d'effets sur les caractéristiques de l'écoulement dans un domaine périphérique plus ou moins étendu. Par contre, à l'approche du moyeu, la moindre aspiration change les caractéristiques de l'écoulement par rapport à la configuration de type cavité isolée. Cette propriété est évidente dans la région où l'écoulement tourne en bloc en l'absence d'aspiration forcée, puisque, dans cette même région, le niveau de K ne cesse d'augmenter à l'approche de l'axe lorsqu'il y a aspiration. En conséquence, les écarts se creusent au fur et à mesure que r^* décroît. Des différences importantes sont également visibles lorsque le noyau central n'atteint pas le régime de rotation en bloc pour la cavité isolée. Les résultats obtenus à très faible taux d'aspiration se démarquent nettement de ceux de la cavité isolée, ceci d'autant plus que l'on s'approche du moyeu. Dans la plupart des cas, le niveau de pré-rotation dépend peu du taux d'aspiration. Toutefois, sur l'une des courbes, il augmente légèrement lorsque le débit adimensionné augmente, ce que nous attribuons au phénomène de réinjection du fluide centrifugé

dans la couche limite du rotor, par analogie avec l'analyse faite dans le cas de la cavité isolée. Cependant, aucune donnée ne peut confirmer cette explication pour l'instant. La figure (4.07.B) représente les évolutions du coefficient d'entraînement du fluide à mi-hauteur de la cavité en fonction du coefficient de débit adimensionné C_{qr} . Les essais pour la cavité isolée, qui correspondent à la valeur $C_{qr} = 0$, n'ont pas été indiqués. Le regroupement des résultats sur une seule courbe, observé dans la littérature [30], n'est pas systématique. L'écart le plus important semble correspondre à la configuration pour laquelle le taux d'aspiration modifie la pré-rotation (essai AC15). Il semble donc que le paramètre C_{qr} , qui indéniablement joue un rôle majeur, ne permet pas à lui seul de tenir compte de l'ensemble des phénomènes rencontrés dans le cas d'une cavité soumise à un flux centripète forcé, ouverte en périphérie.

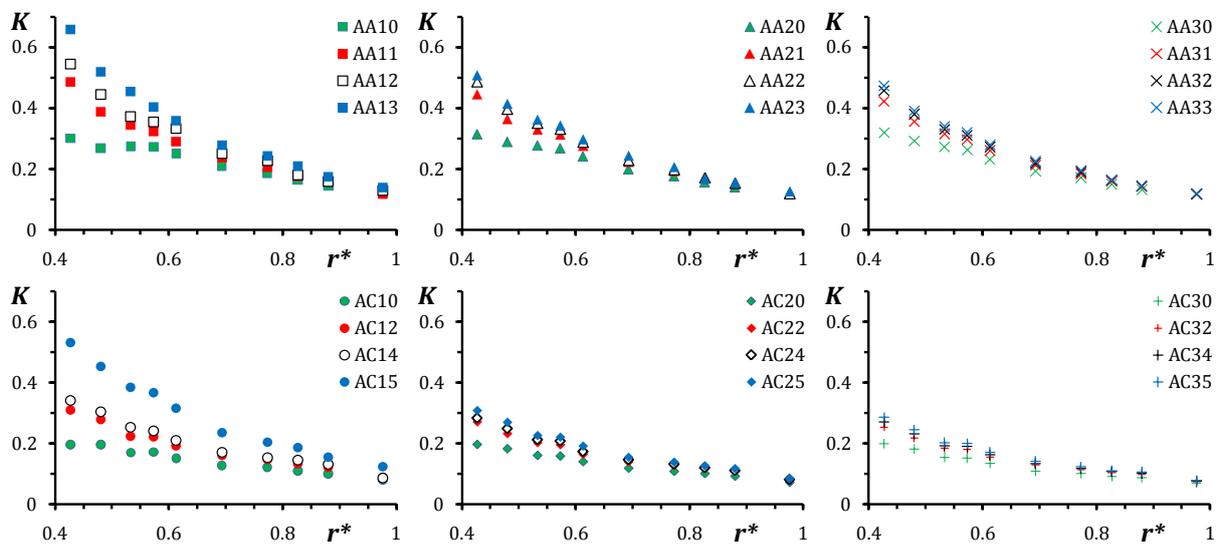


Figure (4.07.A) : Influence du débit adimensionné sur la distribution de K .

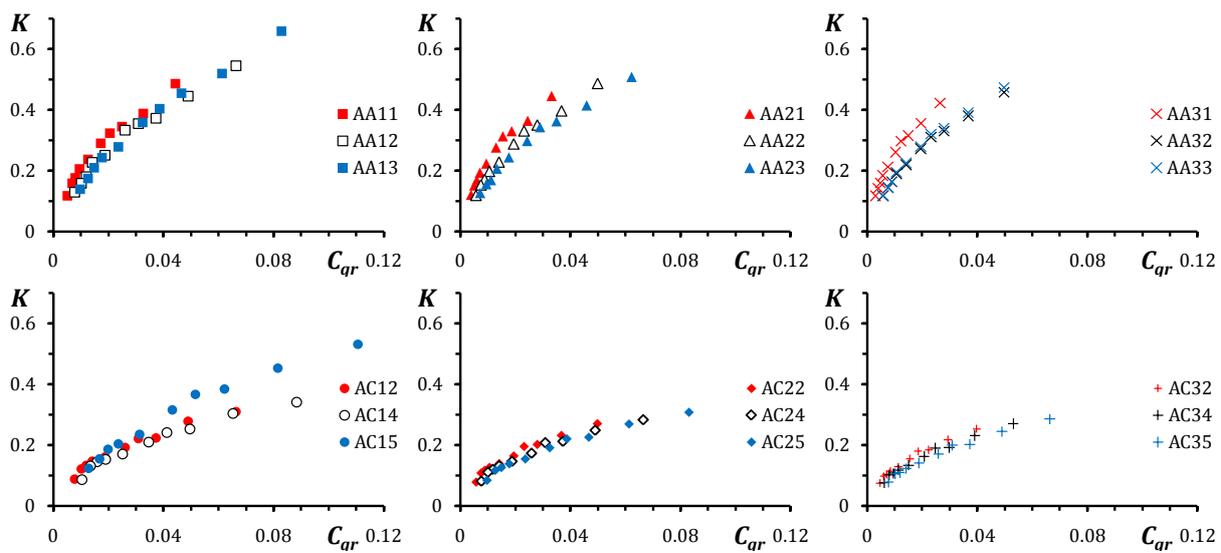


Figure (4.07.B) : Influence du débit adimensionné sur la courbe de type $K = f(C_{qr})$.

Les figures (4.08) présentent des résultats d'essais pour lesquels G varie alors que les valeurs de Re et C_w (ou C_{qp}) sont fixées. Les trois combinaisons suivantes sont extraites de notre programme d'essais :

AA12, AC12	$Re = 1.03 \times 10^6$	$C_w = 2.9 \times 10^3$	$C_{qp} = 7.26 \times 10^{-3}$
AA22, AC22	$Re = 1.47 \times 10^6$		$C_{qp} = 5.45 \times 10^{-3}$
AA32, AC32	$Re = 1.95 \times 10^6$		$C_{qp} = 4.35 \times 10^{-3}$

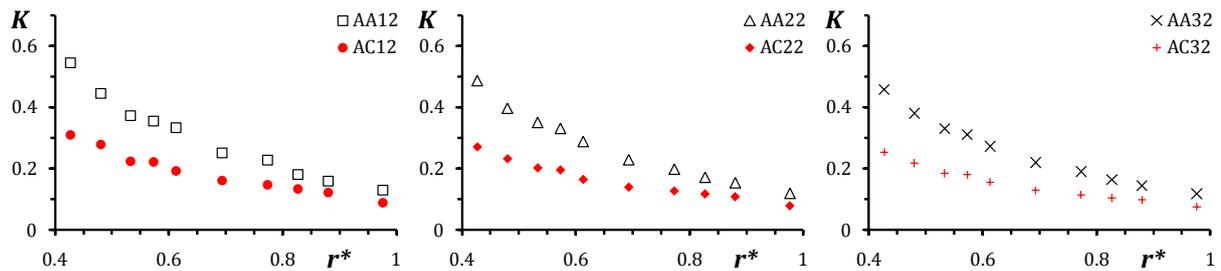


Figure (4.08.A) : Influence de G sur la distribution radiale de K .

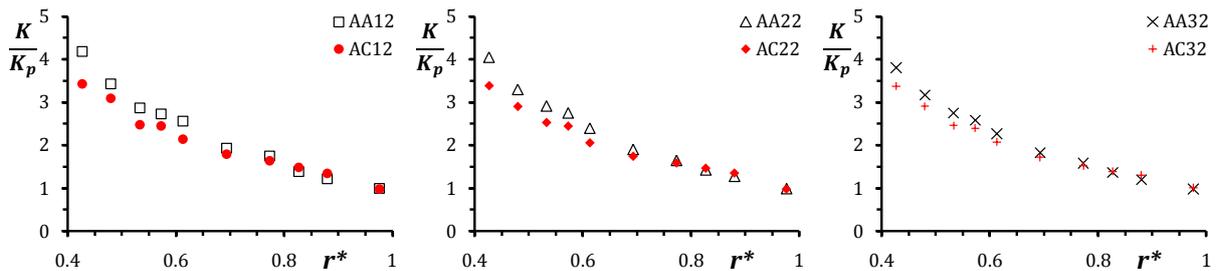


Figure (4.08.B) : Influence de G sur la distribution radiale de K/K_p .

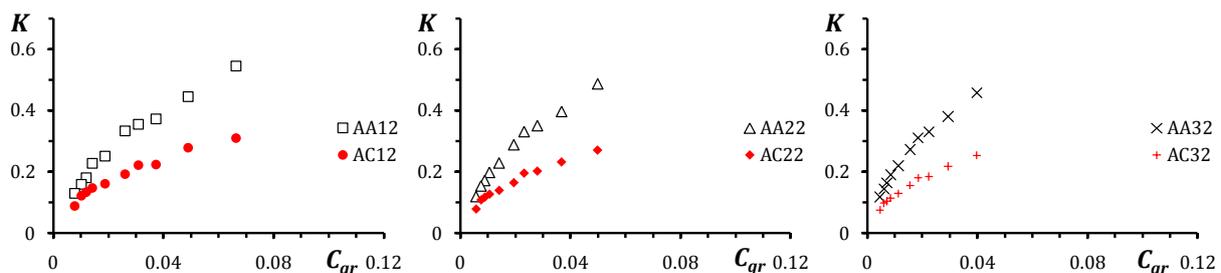


Figure (4.08.C) : Influence de G sur les courbes de type $K = f(C_{qr})$.

Les figures (4.09) présentent une sélection de résultats pour lesquels G varie alors que les valeurs de Re et Ro sont fixées. Comme précédemment, les trois combinaisons suivantes sont extraites de notre programme d'essais :

AA11, AC12	$Re = 1.03 \times 10^6$	$Ro = 5.69 \times 10^{-3}$
AA21, AC22	$Re = 1.47 \times 10^6$	$Ro = 3.98 \times 10^{-3}$
AA31, AC32	$Re = 1.95 \times 10^6$	$Ro = 3.01 \times 10^{-3}$

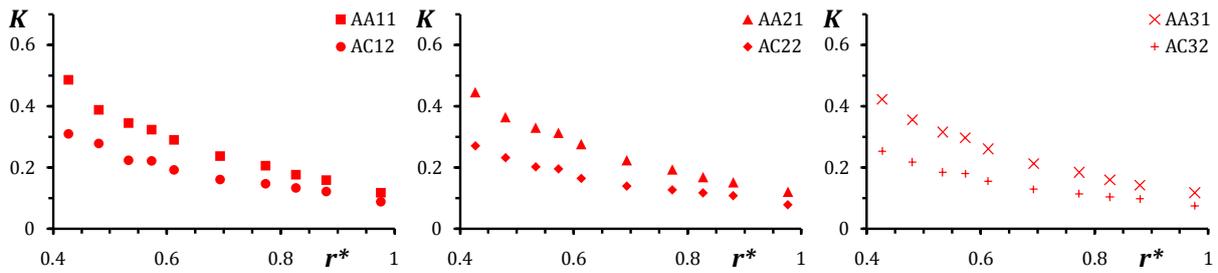


Figure (4.09.A) : Influence de G sur la distribution radiale de K .

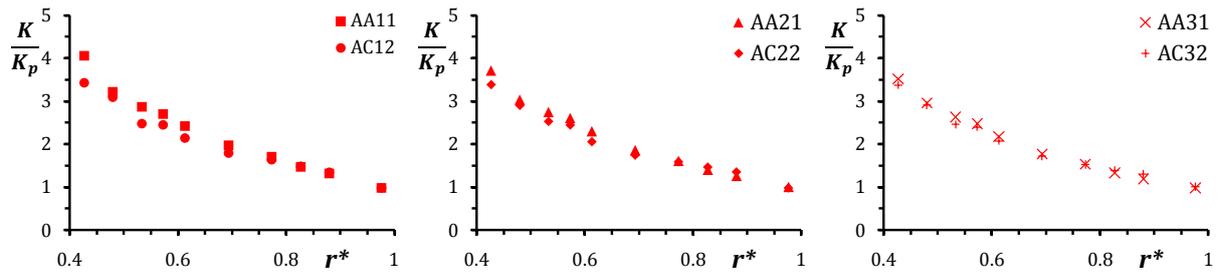


Figure (4.09.B) : Influence de G sur la distribution radiale de K/K_p .

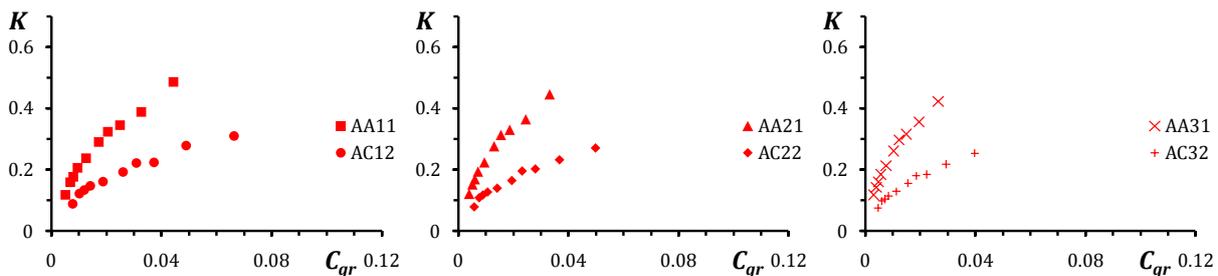


Figure (4.09.C) : Influence de G sur les courbes de type $K = f(C_{qr})$.

L'étude de l'écoulement dans une cavité isolée a montré que la variation du paramètre de forme de la cavité engendre une modification du niveau de pré-rotation du fluide, ce qui a pour conséquence l'apparition ou non de la rotation solide du noyau central. Compte tenu du fait qu'un flux centripète forcé n'a que peu d'effet sur les propriétés de l'écoulement près de la périphérie, par comparaison de la cavité isolée, il est prévisible que l'influence de G induise une variation du niveau de K_p lorsqu'il y a aspiration superposée. Cette variation doit s'opérer dans le sens suivant : K_p augmente lorsque G diminue. Par contre, la moindre modification du niveau de pré-rotation doit avoir des conséquences importantes à l'approche de l'axe, où il est établi que le taux d'aspiration joue un rôle majeur. C'est ce que nous constatons sur les figures (4.08.A) et (4.09.A) qui représentent la distribution radiale de K pour plusieurs valeurs de G , à nombre de Reynolds et niveau d'aspiration adimensionné fixés (la valeur de C_w est fixée sur les figures (4.08), celle de Ro sur les figures (4.09)). Pour la position radiale la plus proche du moyeu restant accessible à la mesure ($r^* = 0.427$), le coefficient d'entraînement est quasiment doublé sur la figure (4.08.A). Les figures (4.08.B) et (4.09.B) représentent les distributions radiales du rapport K/K_p dans les mêmes conditions. Il apparaît

clairement que les écarts constatés à l'approche du moyeu sont beaucoup moins importants, même s'ils existent encore. Cette remarque confirme bien le rôle essentiel du niveau de pré-rotation du fluide sur les propriétés de l'écoulement dans un système à flux centripète forcé. Cette fois encore, il est remarquable de constater sur les figures (4.08.C) et (4.09.C) qu'il est impossible d'obtenir un regroupement de nos résultats sur une seule courbe de type $K = f(C_{qr})$, comme dans les travaux de Poncet [30].

4.2. Comparaison Avec les Modèles

4.2.1. La Solution Complète

Poncet *et al.* [31] ont trouvé une bonne concordance entre l'ensemble de leurs données expérimentales et la courbe théorique déduite de la loi (1.16), ceci pour une large gamme de variation des paramètres adimensionnés $G, Re, C_w...$ L'intérêt majeur de ce résultat est de relier le coefficient d'entraînement du fluide à mi-hauteur de la cavité, donc la pression statique sur les parois, au seul paramètre adimensionné C_{qr} . La loi analytique (1.46) présentée dans le premier chapitre de ce mémoire est également en bon accord avec l'ensemble des résultats expérimentaux extraits de [31]. La figure (4.10) montre même une nette amélioration des résultats lorsque C_{qr} devient supérieur à 0.2. Il s'agit des données enregistrées aux rayons les plus proches du moyeu central et pour les débits les plus élevés. Dans ces conditions, il y a très certainement échange radial de fluide en dehors des couches limites, phénomène qui n'est pas pris en compte dans la modélisation aboutissant à la solution (1.16), mais qui est à la base des hypothèses retenues dans notre développement théorique. Nous pensons que le regroupement de toutes les données expérimentales sur une seule courbe nécessite que la pré-rotation reste voisine de K_B , la valeur du coefficient d'entraînement d'un fluide qui tourne en bloc dans le cas d'une cavité isolée (Figure (3.06)), fermée à la périphérie. Nous observons un très bon accord avec les deux groupes de résultats présentés par Poncet *et al.* [31] : sans post-rotation avec les constantes $a_5 = 9.15$, $K_B = 0.40$ et $\varphi_2 = 1.87$ et avec post-rotation après ajustement des constantes à $a_5 = 12$, $K_B = 0.40$ et $\varphi_2 = 3.35$. Comme dans le cas de la cavité isolée, les valeurs des constantes dépendent non seulement des conditions périphériques mais également des caractéristiques de l'écoulement à l'approche du moyeu central.

La validité de notre modèle s'étend également au cas de la cavité soumise à un flux centrifuge forcé, c'est-à-dire aux valeurs négatives de C_{qr} . La figure (4.11) montre que la solution (1.46) reste en bon accord avec les résultats expérimentaux extraits de [31]

jusqu'à $C_{qr} = -0.05$, ce qui représente une légère amélioration par rapport aux résultats obtenus jusqu'alors.

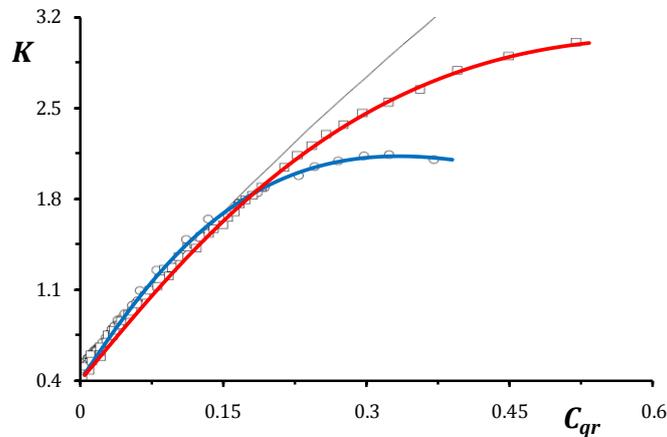


Figure (4.10) : Comparaison entre la loi analytique (1.46) et les résultats de Poncet *et al.* [31] – Mesures LDA avec (○) et sans (□) post-rotation
 ——— Modèle de Poncet *et al.* [31] (1.16) avec $a_1 = 5.9$ et $b_1 = 0.63$
 — Nouvelle loi analytique (1.46) avec $a_5 = 9.15$, $K_B = 0.40$ et $\varphi_2 = 1.87$
 — Nouvelle loi analytique (1.46) avec $a_5 = 12.0$, $K_B = 0.40$ et $\varphi_2 = 3.35$

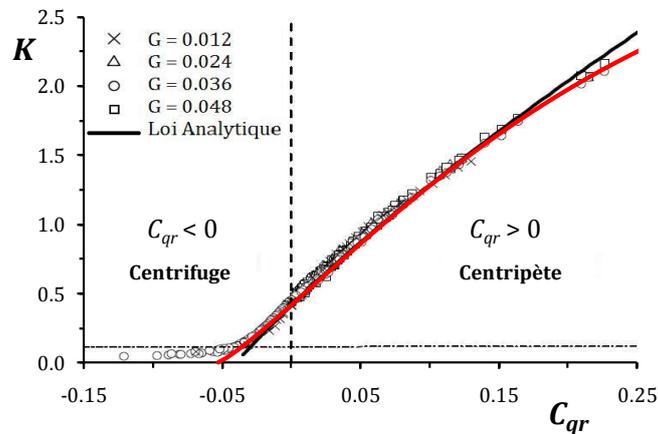


Figure (4.11) : Comparaison entre la loi analytique en (1.46) et les résultats de Poncet *et al.* [31] pour un écoulement rotor-stator avec un flux superposé centripète ou centrifuge
 ——— Modèle de Poncet *et al.* [31] (1.16) avec $a_1 = 5.9$ et $b_1 = 0.63$
 — Nouvelle loi analytique (1.46) avec $a_5 = 9.15$, $K_B = 0.40$ et $\varphi_2 = 1.87$

La figure (4.12) indique clairement que la loi analytique (1.46), avec les valeurs des constantes ajustées à $a_5 = 9.15$, $K_B = 0.40$ et $\varphi_2 = 1.87$ (valeurs adaptées aux essais extraits de [31]) ne peut pas rendre compte certaines propriétés observées dans nos propres expériences (tableau (2.7)). Ceci tient aux différences de conditions de pré-rotation et post-rotation entre les deux séries d'expériences. Dans notre cas, l'évolution de K en fonction du coefficient du débit local C_{qr} montre une grande dispersion des résultats : il est impossible d'obtenir une seule courbe de type $K = f(C_{qr})$ en raison des

variations importantes de la pré-rotation dans nos essais, comme évoqué plus haut. C'est également pour cette raison que Poncet *et al.* ([31]) ont été amenés à réajuster les valeurs des constantes du modèle (1.16) en tentant de valider leur solution théorique sur les résultats extraits de [09].

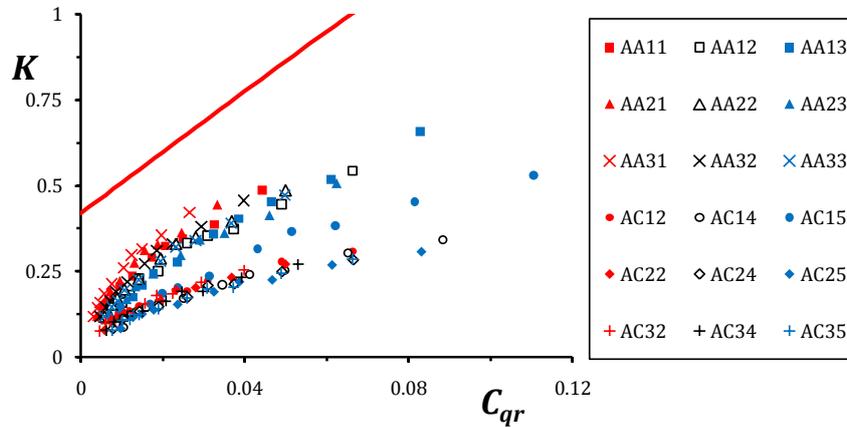


Figure (4.12) : Comparaison entre la loi analytique en (1.46) et les présents résultats pour un écoulement rotor-stator avec flux
 — Nouvelle loi analytique (1.46) avec $a_5 = 9.15$, $K_B = 0.40$ et $\varphi_2 = 1.87$

Pour prendre en compte l'influence de la pré-rotation, nous avons proposé dans le premier chapitre de remplacer la première relation de (1.20) par l'équation (1.47), ce qui a conduit à la solution (1.51). Le tableau (4.1) indique pour chaque essai les valeurs de C_{qp} , les valeurs estimées du niveau de pré-rotation K_p ainsi que les valeurs ajustées des constantes a_5 et φ_2 dans (1.51).

Tableau (4.1)

Essais	G	$C_{qp} \times 10^3$	K_p	a_5	φ_2
1 AA11	0.053	4.84	0.120	14.6	10.9
2 AA12		7.26	0.130	13.1	9.10
3 AA13		9.08	0.150	13.1	7.90
4 AA21		3.63	0.120	15.8	11.8
5 AA22		5.45	0.120	14.0	10.5
6 AA23		6.81	0.125	13.1	9.50
7 AA31		2.90	0.120	16.5	12.4
8 AA32		4.36	0.120	15.0	11.3
9 AA33		5.44	0.120	14.0	10.5
10 AC12	0.080	7.26	0.090	9.90	9.90
11 AC14		9.68	0.090	7.80	7.80
12 AC15		12.1	0.125	9.50	6.80
13 AC22		5.45	0.080	10.8	12.1
14 AC24		7.27	0.080	8.80	9.90
15 AC25		9.08	0.085	7.70	8.20
16 AC32		4.36	0.075	11.7	14.1
17 AC34		5.81	0.075	9.80	11.8
18 AC35		7.26	0.075	8.20	9.80

Les résultats de la comparaison entre nos résultats expérimentaux et la solution (1.51) sont présentés sur la figure (4.13). L'accord obtenu est très satisfaisant pour toutes les valeurs de K_p comprises entre 0.075 et 0.15 et pour C_{qp} variant de 2.9×10^{-3} à 12.1×10^{-3} .

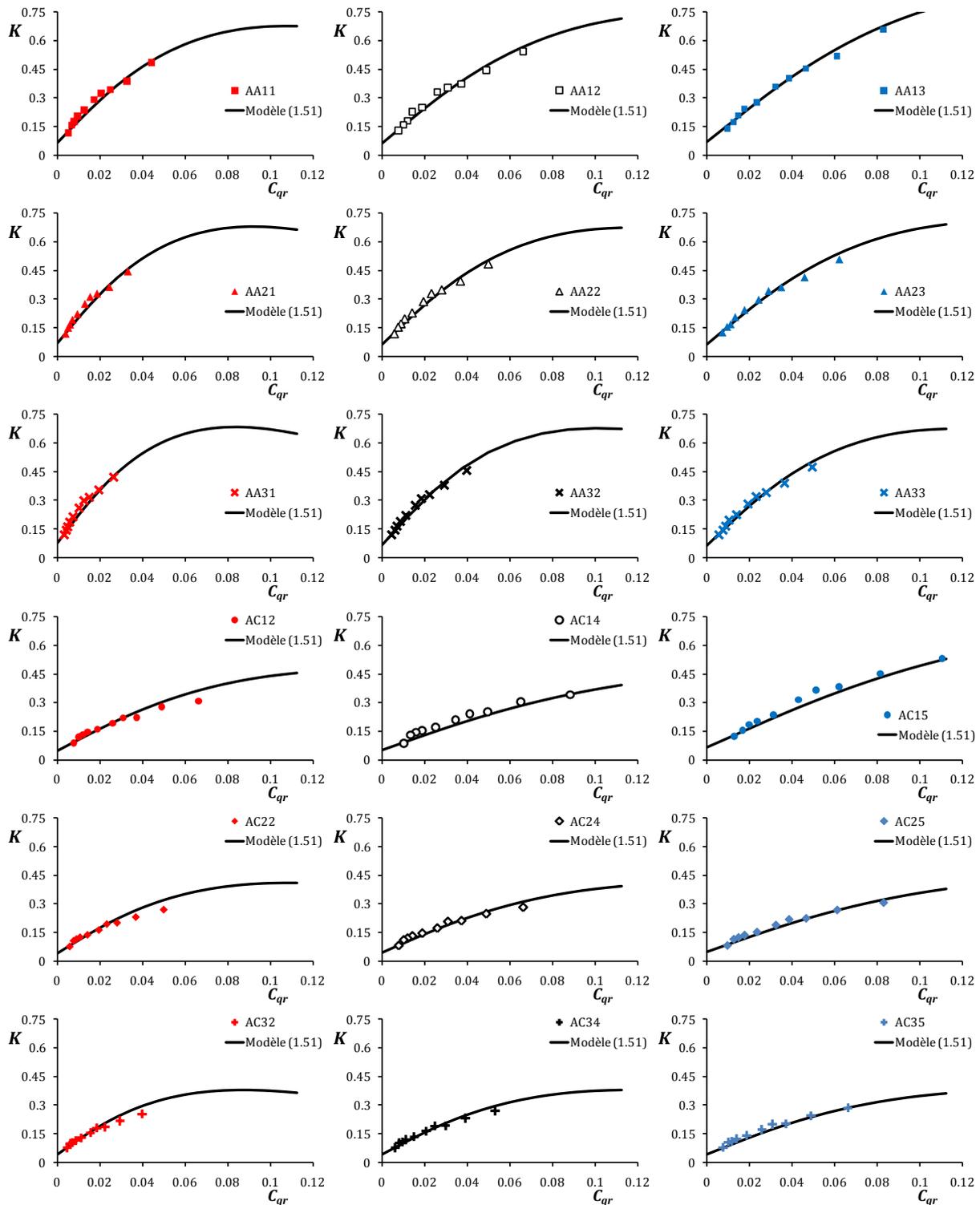


Figure (4.13) : Comparaison entre résultats expérimentaux et le nouveau modèle (1.51) avec les constantes du tableau (4.1).

L'ajustement précis des valeurs de a_5 et φ_2 s'avère délicat à réaliser. Nous avons toutefois cherché à relier les valeurs retenues pour ces deux constantes aux paramètres sans dimension K_p et C_{qp} relatives aux conditions périphériques du système rotor-stator. Ces résultats sont présentés sur la figure (4.14). Ils aboutissent à la relation empirique (4.02) :

$$a_5 = 30 \times e^{-15 \times \frac{C_{qp}}{K_p}} \quad \varphi_2 = 0.08 \times \frac{a_5}{K_p} = \frac{2.4}{K_p} \times e^{-15 \times \frac{C_{qp}}{K_p}} \quad (4.02)$$

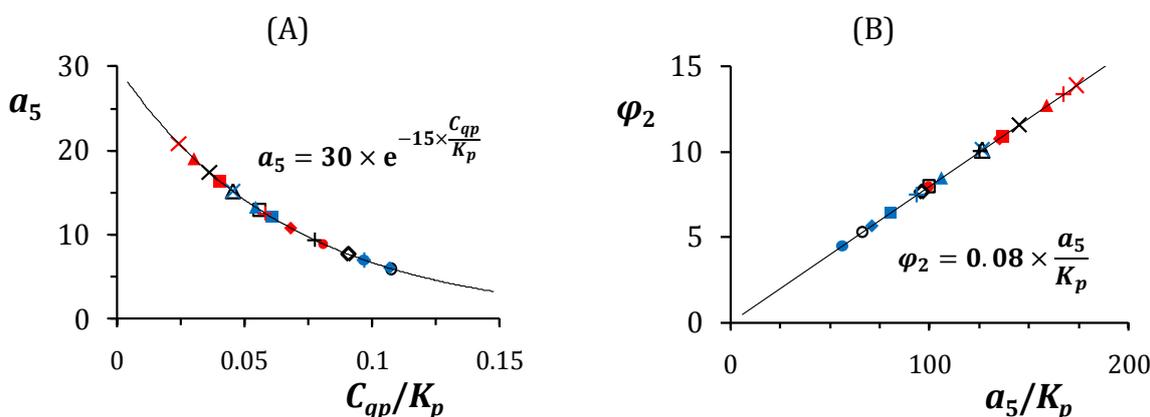


Figure (4.14) : Estimation des fonctions des deux constantes du modèle (1.51) pour les essais expérimentaux présentés dans le tableau (4.1).

Ainsi, le modèle (1.16) existant dans la littérature semble mal adapté au cas d'une cavité totalement ouverte en périphérie. Dans ce cas, l'analyse précédente suggère de retenir la solution suivante :

$$K = f(C_{qr}) = \left[a_5 \frac{C_{qr} - C_{qp}}{e^{(4/5 \varphi_2 C_{qr})}} + K_p^{4/5} e^{-4/5 \varphi_2 (C_{qr} - C_{qp})} \right]^{\frac{5}{4}} \quad (4.03)$$

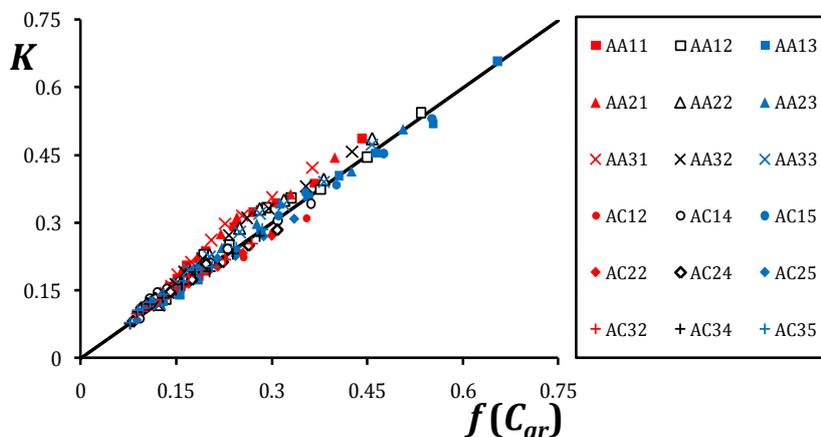


Figure (4.15) : Vérification de l'équation (1.51) ou de la relation équivalente (4.03).

Les représentations de type $K = f(C_{qr})$ peuvent atténuer les écarts réels entre modèle et données expérimentales. C'est une difficulté supplémentaire dans la phase d'ajustement des constantes. L'étape suivante de la confrontation porte sur les distributions radiales de K déduites de la première relation de (1.51), dans laquelle les constantes A_5 et ϕ_2 sont liées à a_5 et φ_2 comme suit :

$$A_5 = a_5 \times C_{qp} \quad \phi_2 = \varphi_2 \times C_{qp} \quad (4.04)$$

La figure (4.16) présente le résultat de cette confrontation pour tous les essais du tableau (4.1). Les constantes sont calculées à partir de la relation (4.04) et des valeurs de ce tableau. L'évolution radiale du coefficient d'entraînement du fluide à mi-hauteur de cavité semble correctement modélisée, quels que soient le taux de pré-rotation et la valeur du débit adimensionné.

La figure (4.17) fournit quelques éléments de comparaison entre la pression statique adimensionnée mesurée sur le stator et la modélisation théorique. Les pressions théoriques sont déterminées à l'aide de la première équation de (1.08) en remplaçant la dérivée par la variance, soit :

$$p_{i+1}^* = p_i^* - 2K_{i+1}^2 r_{i+1}^* \Delta r_i^* \quad (4.05)$$

Le pas de calcul choisi dans la direction radiale est $\Delta r^* = 1\%$. L'allure de la distribution de pression expérimentale est bien approchée par la solution théorique. Les écarts observés sont essentiellement dus au fait que la pression statique adimensionnée p^* n'est pas systématiquement nulle à la périphérie dans nos expériences. La pression théorique étant définie à une constante près, la concordance des résultats aurait pu être améliorée en introduisant un décalage de pression périphérique dans le modèle, ce qui ne présente pas de difficulté majeure.

Les mêmes remarques peuvent être faites sur la figure (4.18) qui présente quelques comparaisons entre expérience et théorie pour la pression totale à mi-hauteur de la cavité. Les valeurs théoriques de p_t^* sont obtenues à partir des valeurs théoriques de K et de la pression statique adimensionnée p^* , toutes deux remplacées dans la relation (1.25). L'allure générale des distributions radiales théoriques est correcte, mais un décalage de niveau existe, en raison d'une pression statique adimensionnée p^* négative $r^* = 1$.

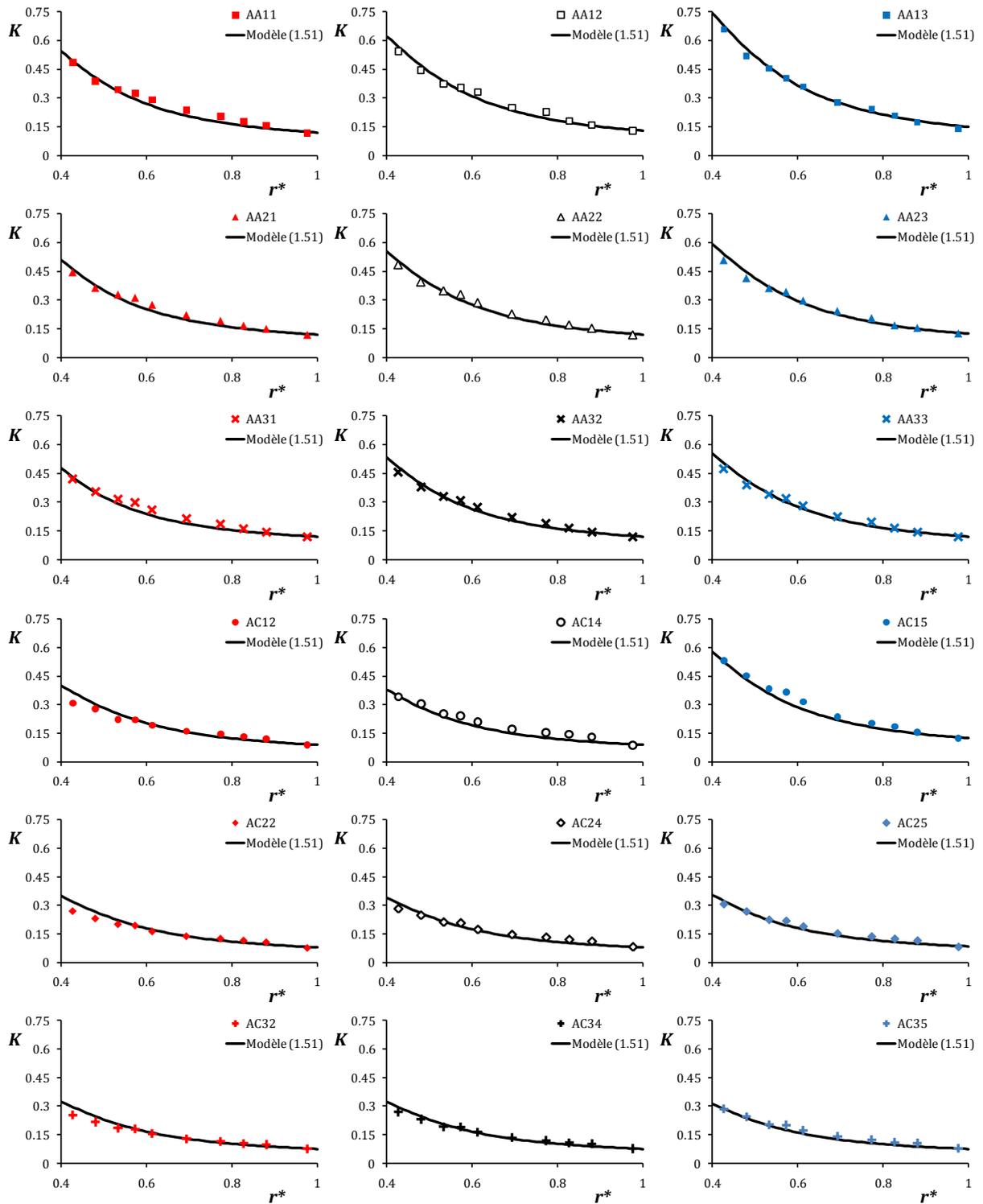


Figure (4.16) : Distribution radiale de K – Confrontation entre le modèle (1.51) et les mesures – essais du tableau (4.1).

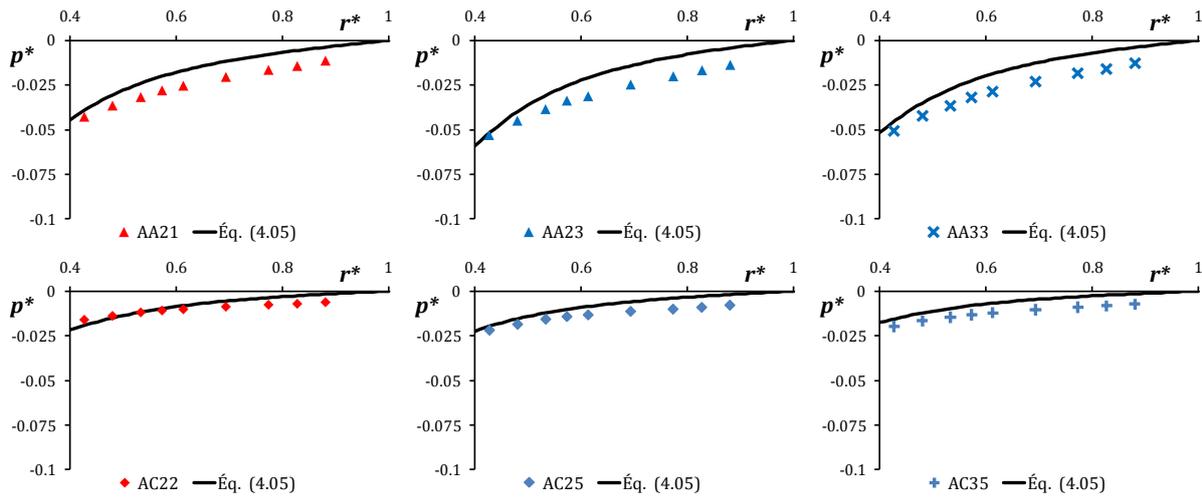


Figure (4.17) : Comparaison entre l'équation (4.05) et les mesures de la pression statique sur le stator des essais dans le tableau (4.1).

Notre modèle est testé à l'aide de résultats expérimentaux réalisés par Debuchy et extraits de la référence [09]. Le nombre de Reynolds et le rapport de forme de la cavité restent inchangés pour les trois essais retenus, dont les caractéristiques sont précisées dans le tableau (4.2). L'intérêt de cette confrontation réside dans le fait de tester la validité de la loi empirique (4.02) dans une gamme de pré-rotation plus élevée que la nôtre (tableau (4.1)). C'est manifestement la seule différence puisque la géométrie de la partie centrale de la cavité, et donc les conditions de post-rotation, sont identiques.

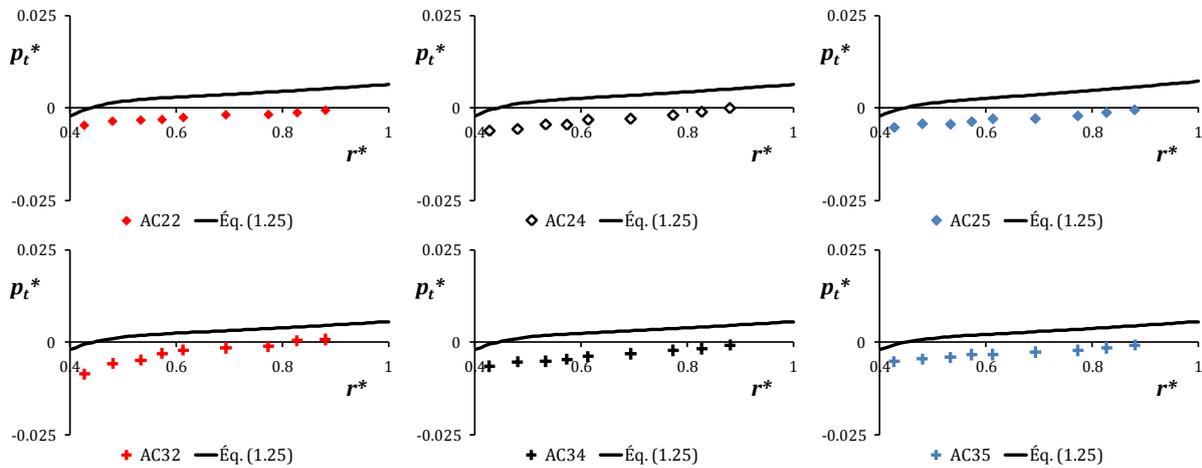


Figure (4.18) : Distribution radiale de la pression totale à mi-hauteur de la cavité des essais dans le tableau (4.1) – comparaison avec (1.25)

Tableau (4.2)

symbole de l'essai	χ	h/H	G	$Re \times 10^{-6}$	$C_w \times 10^{-3}$	$Ro \times 10^3$	$C_{qp} \times 10^3$	K_p
□	0.27	1	0.08	1.47	12.3	16.7	22.8	0.21
○	0.27	0.25	0.08	1.47	12.3	16.7	22.8	0.27
◇	0.27	0.25	0.08	1.47	7.41	10.0	13.7	0.25

Les distributions radiales théoriques de K sont calculées à partir de la première relation de (1.51), avec les valeurs des constantes a_5 et φ_2 déterminées grâce aux expressions (4.02) et (4.04). Elles sont en très bon accord avec les résultats expérimentaux, comme le montre la figure (4.19.A). Les distributions radiales théoriques de pression statique sont déduites de celles de K à l'aide de la relation (4.05). Pour chaque configuration, l'adéquation avec l'expérience est très bonne (Figure 4.22.B). Il en est de même pour les courbes théoriques de type $K = f(C_{qr})$, déduites de la relation (4.03). Les résultats correspondants sont présentés sur la figure (4.19.C). La loi analytique présentée par Poncet *et al.* dans [31] dans l'optique d'une confrontation avec les résultats extraits de [09] n'est valable que pour l'une des trois configurations testées. Du reste, les courbes expérimentales de type $K = f(C_{qr})$ tracées à partir des trois essais sélectionnés ne se regroupent pas sur un tracé unique.

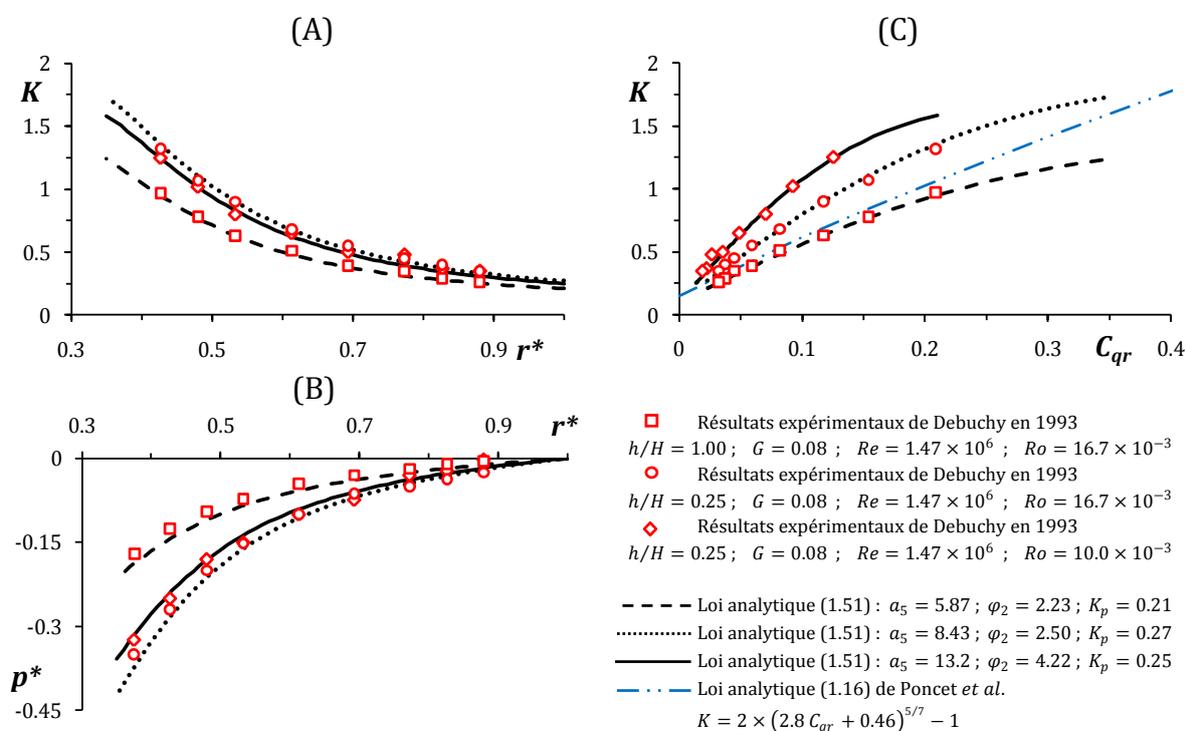


Figure (4.19) : Distribution radiale de K (A) et de p^* (B) et $K = f(C_{qr})$ en (C) - comparaison avec trois essais de Debuchy [09]

Notre relation empirique (4.02) a ses limites : son utilisation dans le cadre d'une confrontation avec les résultats de Poncet *et al.* [31] est un échec. L'application du modèle (1.51) engendre une surestimation des valeurs K , ce qui nécessite de réajuster des constantes dans les deux équations (4.02). Il faut alors remplacer (4.02) par la relation empirique de même forme :

$$a_5 = 10 \times e^{-6 \times \frac{C_{qp}}{K_p}} \quad \varphi_2 = 0.12 \times \frac{a_5}{K_p} = \frac{1.2}{K_p} \times e^{-6 \times \frac{C_{qp}}{K_p}} \quad (4.06)$$

Nous n'avons pas d'explication convenable au fait de devoir remplacer la loi (4.02) par (4.06) autre que le fait d'avancer l'influence de la géométrie centrale de la cavité (dimension du moyeu central, surface d'évacuation du fluide...) sur le niveau du coefficient d'entraînement du fluide hors couches limites lorsque r^* décroît.

La figure (4.20) montre les résultats du modèle (1.51) en utilisant les constantes a_5 et φ_2 calculées par les équations (4.06). Les comparaisons sont effectuées à l'aide de trois essais présentés sur la figure (4.02), dont les caractéristiques sont rappelées dans le tableau suivant :

Tableau (4.3)

symbole de l'essai	G	$Re \times 10^{-6}$	C_w	$Ro \times 10^3$	$C_{qp} \times 10^3$	K_p
□	0.048	4.15	10317	8.24	8.34	0.53
○	0.036	2.08	10317	21.9	14.5	0.60
◇	0.024	1.04	10317	65.8	25.2	0.71

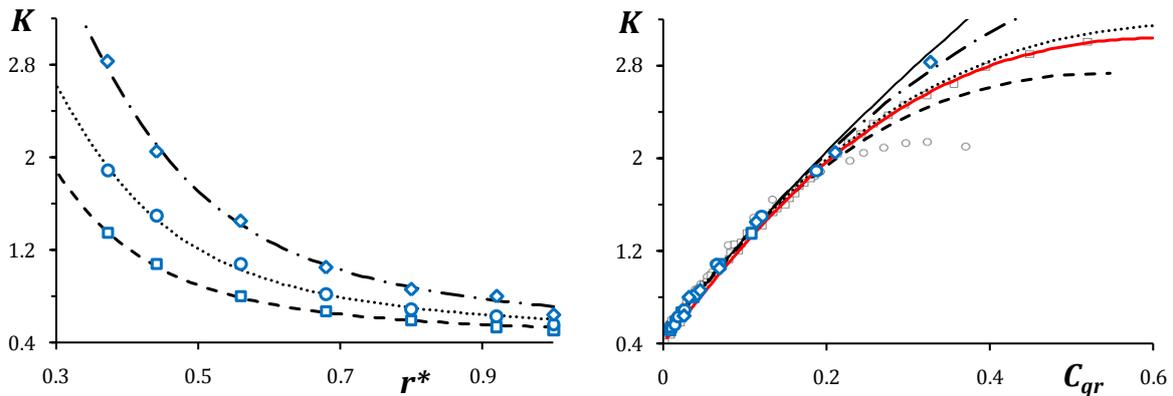


Figure (4.20) : Comparaison entre la loi (1.51) avec □ ○ ◇ trois essais de Poncet *et al.* [33] – Mesures LDA avec (○) et sans (□) post-rotation
 ——— Modèle de Poncet *et al.* [31] (1.16) avec $a_1 = 5.9$ et $b_1 = 0.63$
 ——— Nouvelle loi analytique (1.46) avec $a_5 = 9.15$, $K_B = 0.40$ et $\varphi_2 = 1.87$
 - - - - Nouvelle loi analytique (1.51) avec $a_5 = 9.10$ et $\varphi_2 = 2.06$
 Nouvelle loi analytique (1.51) avec $a_5 = 8.65$ et $\varphi_2 = 1.73$
 - . - . Nouvelle loi analytique (1.51) avec $a_5 = 8.08$ et $\varphi_2 = 1.37$

4.2.2. La Solution Simplifiée

Dans ce paragraphe, l'objectif est de tester la validité de la solution simplifiée (1.52) ou (1.54) présentée au chapitre 1. Il s'agit de vérifier que le développement limité au premier ordre de la fonction $f(C_{qN}) = e^{(4/5) \varphi_2 C_{qr}}$ introduite dans la relation (1.20) peut être utilisé dans le cas d'une cavité soumise à un faible flux radial superposé. Notons que la solution (1.56) fournit déjà une relation explicite pour la distribution radiale du coefficient d'entraînement K . De ce point de vue, l'utilisation du modèle simplifié ne présente aucun avantage, contrairement au cas de la cavité isolée.

La figure (4.21) présente une comparaison entre la solution théorique développée par Poncet *et al.* [31], la solution complète (1.46) et le modèle simplifié (1.52). Les écarts entre les trois lois sont très faibles pour $C_{qr} \leq 0.20$, ce qui montre que la solution (1.52) peut se substituer à (1.46) pour les plus petites valeurs de C_{qr} . Seule la solution (1.46) reste en très bon accord avec l'expérience lorsque $C_{qr} > 0.20$, alors que les résultats déduits de la solution simplifiée (1.52) restent très voisins de la loi (1.16) pour les valeurs positives de C_{qr} inférieures à 0.35.

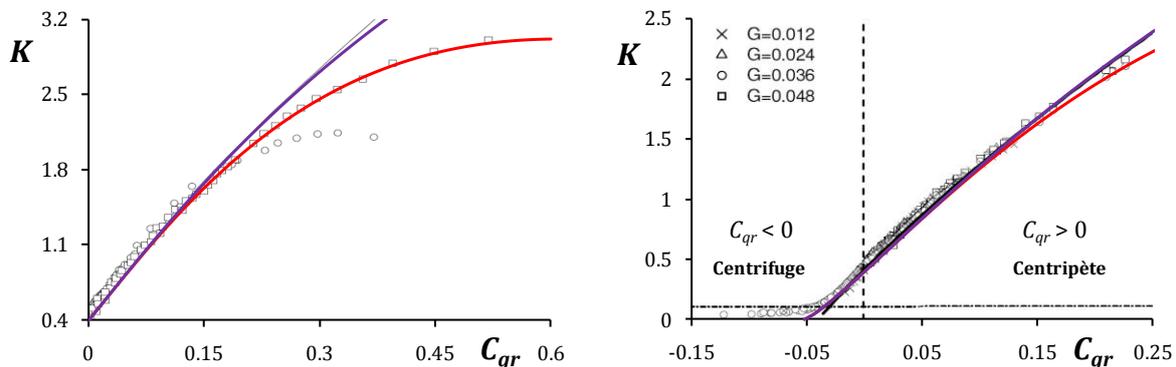


Figure (4.21) : Comparaison entre les lois (1.16), (1.46) et (1.52)
 ——— Modèle de Poncet *et al.* [31] (1.16)
 avec $a_1 = 5.9$ et $b_1 = 0.63$
 ——— Nouvelle loi analytique (1.46) avec la fonction exponentielle
 avec $a_5 = 9.15$, $K_B = 0.40$ et $\varphi_2 = 1.87$
 ——— Nouvelle loi analytique (1.52) avec le développement limité
 avec $a_5 = 9.15$, $K_B = 0.40$ et $\varphi_2 = 1.87$

Dans le cadre de la confrontation présentée sur la figure (4.21), les constantes des modèles (1.46) et (1.52) ont été ajustées pour permettre une comparaison avec les résultats présentés dans [31]. Ces résultats ne peuvent pas être directement appliqués dans le cas d'une cavité caractérisée par un faible taux de pré-rotation.

L'étape suivante consiste donc à valider la solution simplifiée (1.52), ainsi que les deux relations équivalentes (1.54) et (1.55) déduites du développement de cette solution, sur

l'ensemble des résultats du programme d'essais présenté dans le tableau (4.1). Ceci nécessite l'ajustement des deux constantes a_5 et φ_2 . Leurs valeurs, ainsi que celles de C_{qp} et de K_p pour chaque essai, sont regroupées dans le tableau (4.4).

Tableau (4.4)

Essais		G	C_{qp} $\times 10^3$	K_p	a_5	φ_2
1	AA11	■	4.84	0.120	27.3	38.7
2	AA12	□	7.26	0.130	21.6	28.8
3	AA13	■	9.08	0.150	20.2	23.9
4	AA21	▲	3.63	0.120	31.7	45.0
5	AA22	△	5.45	0.120	25.3	35.9
6	AA23	▲	6.81	0.125	22.1	30.3
7	AA31	×	2.90	0.120	34.8	49.3
8	AA32	×	4.36	0.120	29.0	41.1
9	AA33	×	5.44	0.120	25.3	35.9
10	AC12	●	7.26	0.090	14.9	26.6
11	AC14	○	9.68	0.090	10.0	17.8
12	AC15	●	12.1	0.130	11.7	16.5
13	AC22	◆	5.45	0.080	18.0	35.3
14	AC24	◇	7.27	0.080	12.8	25.1
15	AC25	◆	9.08	0.085	10.1	18.8
16	AC32	+	4.36	0.075	20.9	43.2
17	AC34	+	5.81	0.075	15.7	32.3
18	AC35	+	7.26	0.075	11.7	24.2

Les résultats de confrontation entre l'expérience et la solution théorique (1.54) pour la distribution radiale du coefficient d'entraînement sont présentés sur la figure (4.22). L'accord obtenu est très bon pour toute valeur de K_p comprise entre 0.075 et 0.15 et pour C_{qp} variant entre 2.9×10^{-3} et 12.1×10^{-3} .

Comme précédemment, nous avons cherché à relier les valeurs de a_5 et φ_2 aux deux paramètres adimensionnés C_{qp} et K_p . Les relations empiriques (4.07) sont déduites des courbes présentées sur la figure (4.23), tracées à partir des valeurs du tableau (4.4).

$$a_5 = 50 \times e^{-15 \times \frac{C_{qp}}{K_p}} \quad ; \quad \varphi_2 = 0.26 \times \frac{a_5}{K_p^{4/5}} = \frac{13}{K_p^{4/5}} \times e^{-15 \times \frac{C_{qp}}{K_p}} \quad (4.07)$$

Le choix de la fonction pour φ_2 est guidé par la forme de (1.54) et permet d'aboutir à une simplification de cette relation. Nous remarquons que les constantes dans les relations empiriques (4.02) et (4.07) sont différentes, ce qui est probablement lié à la différence de la fonction de pondération.

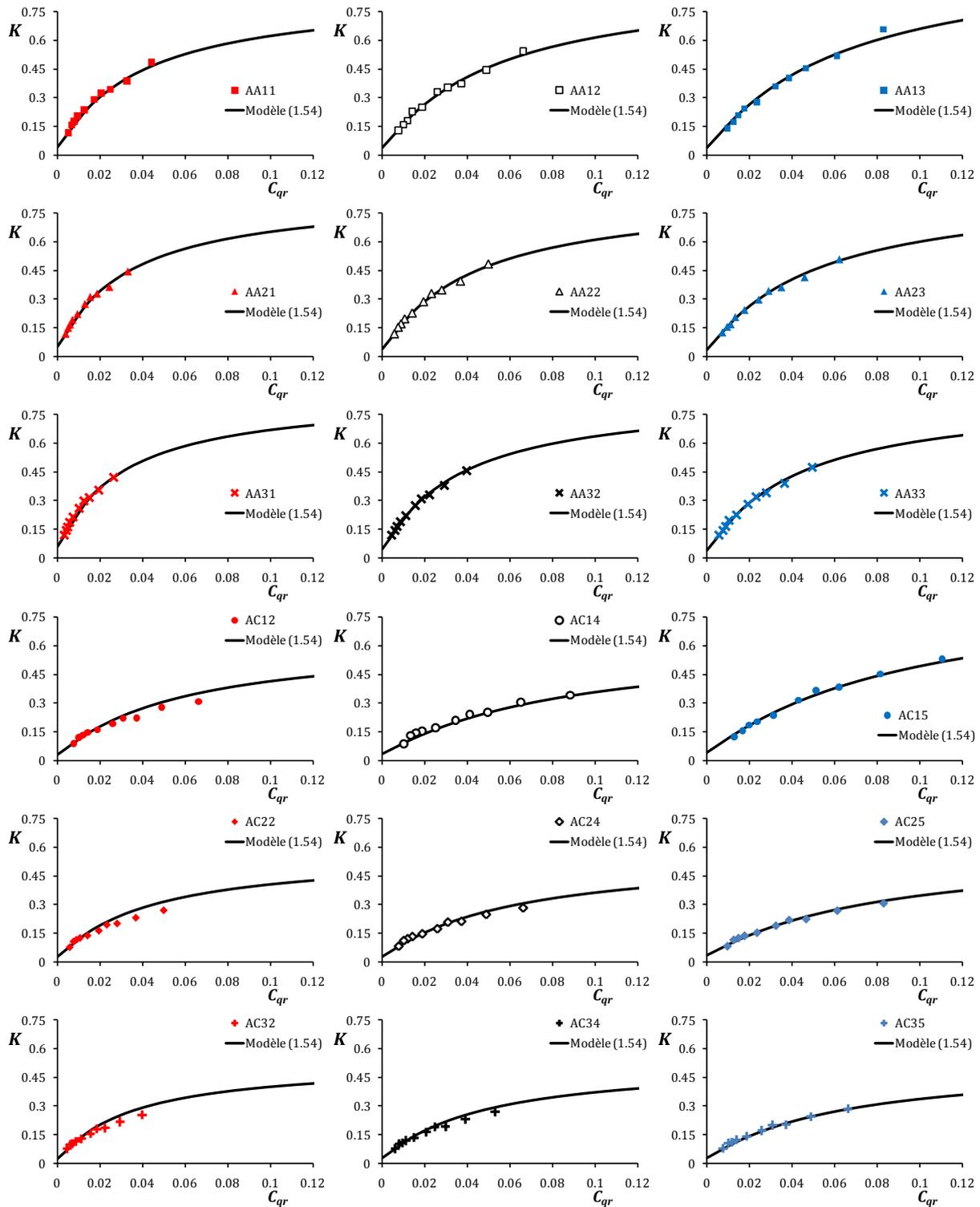


Figure (4.22) : Comparaison entre résultats expérimentaux et le nouveau modèle (1.54) avec les constantes présentées dans le tableau (4.4).

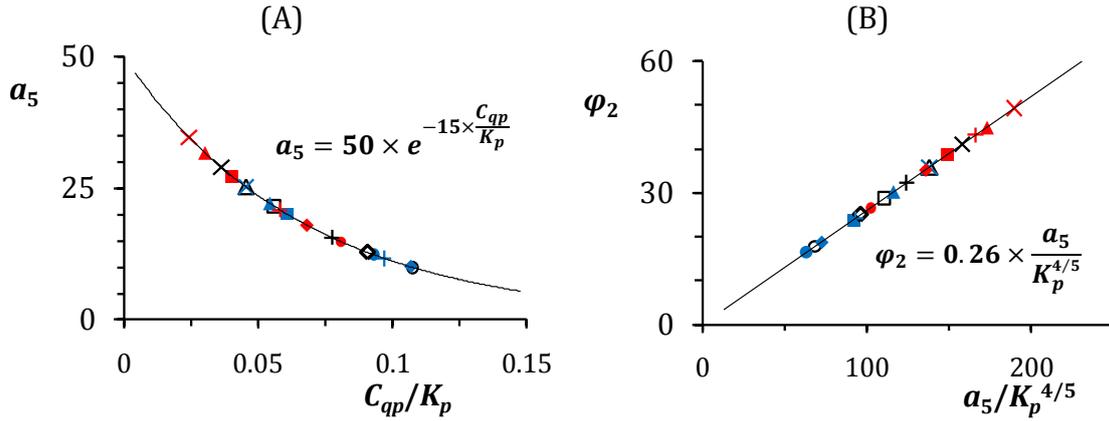


Figure (4.23) : Estimation des fonctions des deux constantes du modèle (1.51) pour les essais expérimentaux présentés dans le tableau (4.1).

La figure (4.24) montre que l'ensemble de nos résultats expérimentaux (tableau (4.4)) peut se regrouper sur une seule courbe d'après la relation (1.54) écrite sous la forme de deux fonctions, l'une de K (à gauche de l'égalité), l'autre de C_{qr} (à droite de l'égalité).

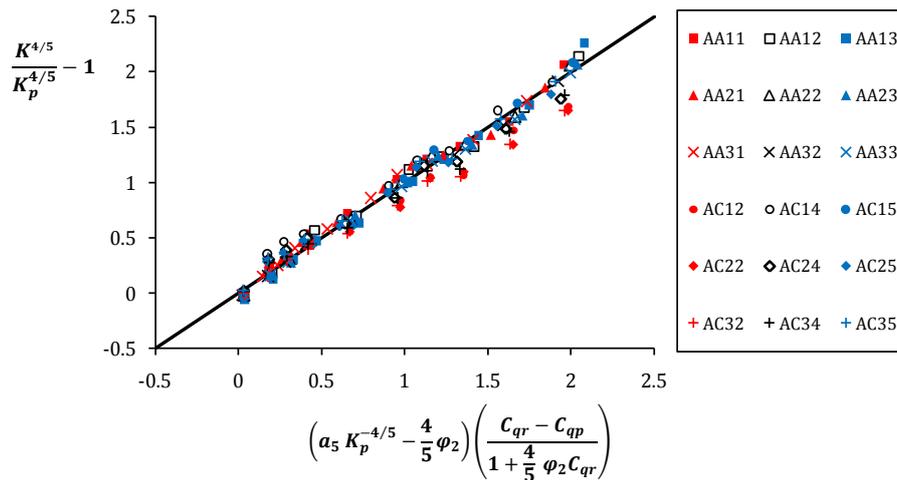


Figure (4.24) : Regroupement des résultats des essais dans le tableau (4.4) sur une seule courbe suivant l'équation (1.54).

L'ensemble des résultats précédents permet donc de déduire la relation suivante :

$$\left(\frac{K}{K_p}\right)^{4/5} - 1 = 3.807 \frac{C_{qr} - C_{qp}}{C_{qr} + \frac{5}{4} \varphi_2} \quad (4.08)$$

L'écriture de (1.54) sous la forme (1.55) permet de mettre clairement en évidence l'influence de la pré-rotation dans le cas d'une cavité rotor-stator soumise à un flux radial centripète superposé. En effet, la relation (1.55) indique que la quantité définie par $\left(K^{4/5} - \frac{5}{4} a_5 / \varphi_2\right) \left(\varphi_2 C_{qr} + \frac{5}{4}\right)$ reste constante quelle que soit la position radiale. Elle est donc fixée par sa valeur à $r^* = 1$, qui dépend en particulier du taux de pré-

rotation K_p . La figure (4.25) montre l'évolution radiale de cette quantité pour chaque essai ainsi que la valeur calculée à la périphérie. Cette figure indique de toute évidence l'importance de la mesure de la pré-rotation.

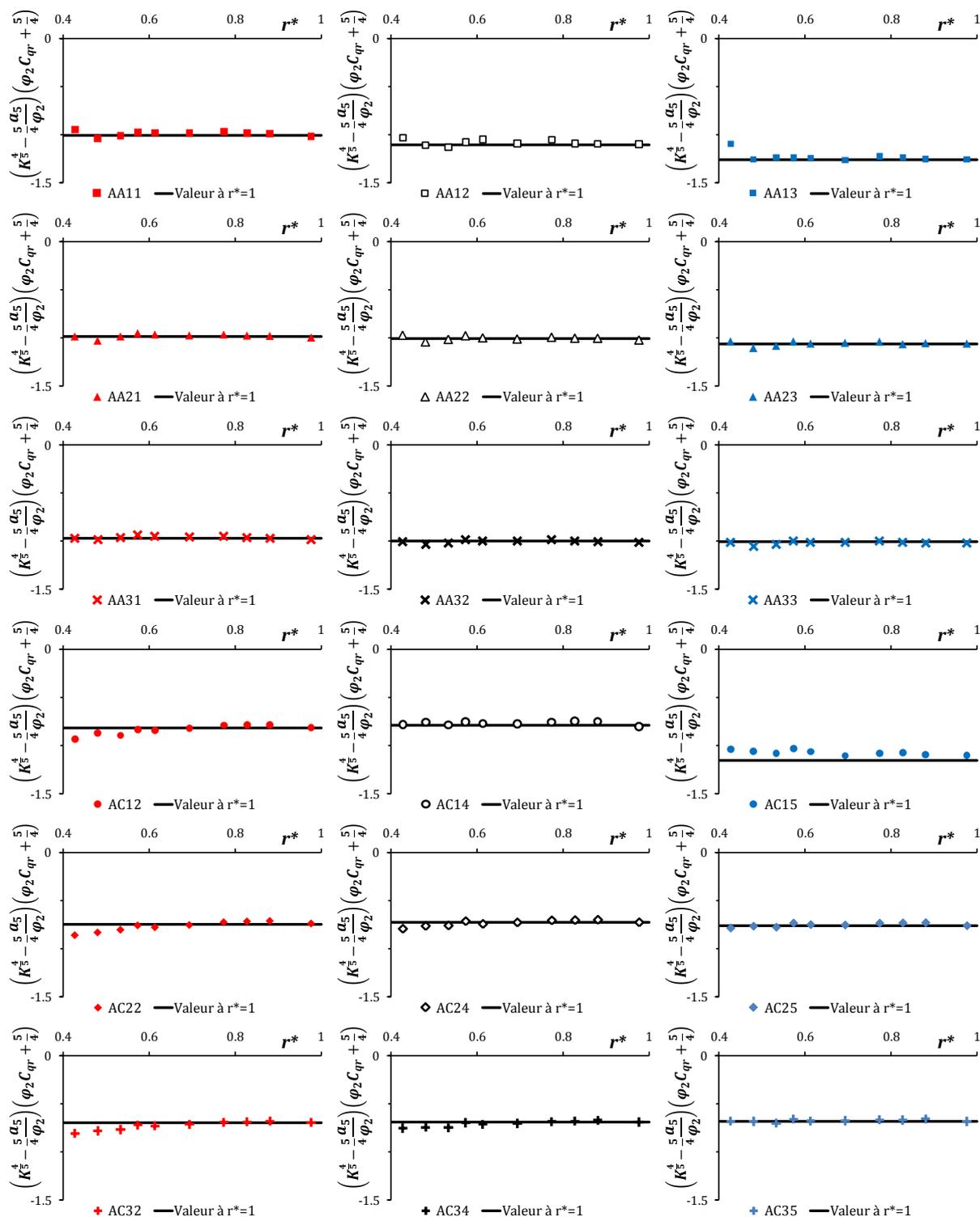


Figure (4.25) : Comparaison entre la quantité $\left(K^{4/5} - \frac{5 a_5}{4 \varphi_2}\right) \left(\varphi_2 C_{qr} + \frac{5}{4}\right)$ pour chaque position radiale et sa valeur à la périphérie $\left(K_p^{4/5} - \frac{5 a_5}{4 \varphi_2}\right) \left(\varphi_2 C_{qp} + \frac{5}{4}\right)$

La figure (4.26) présente la confrontation des distributions radiales expérimentales et théoriques du coefficient d'entraînement, pour tous les essais du tableau (4.4). L'accord obtenu est très bon.

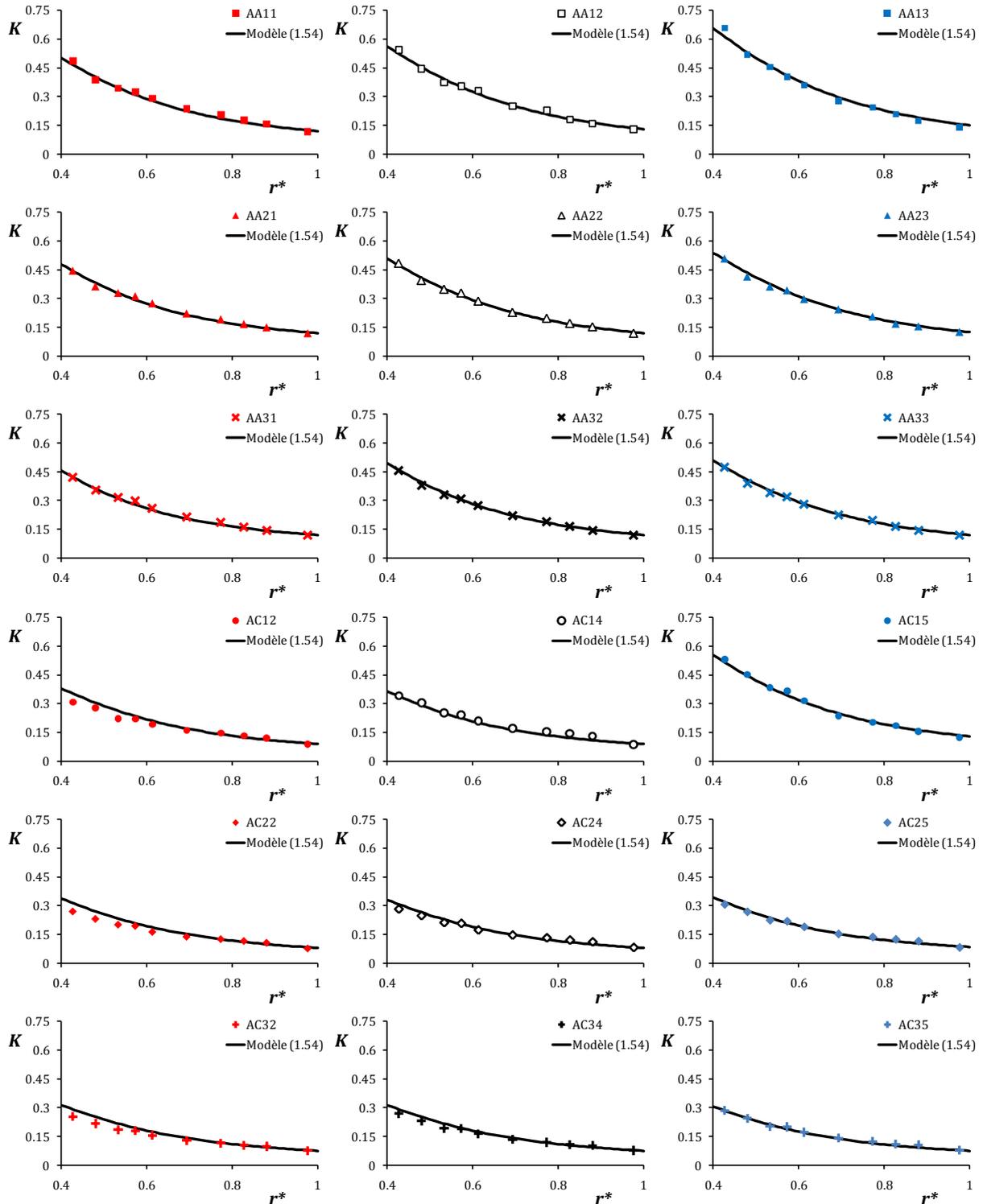


Figure (4.26) : Distribution radiale de K – Confrontation entre le modèle (1.54) et les mesures – essais du tableau (4.4).

Il en est de même sur les exemples de distributions radiales de pressions statiques et totales présentées sur les figures (4.27) et (4.28), remarques déjà faites sur les figures (4.16), (4.17) et (4.18).

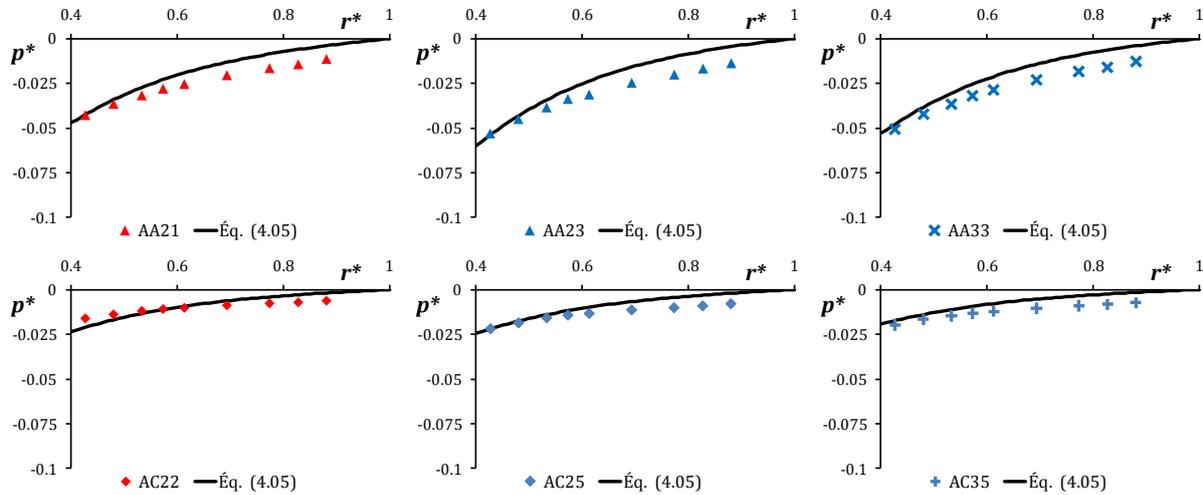


Figure (4.27) : Comparaison entre l'équation (4.05) et les mesures de la pression statique sur le stator des essais dans le tableau (4.4).

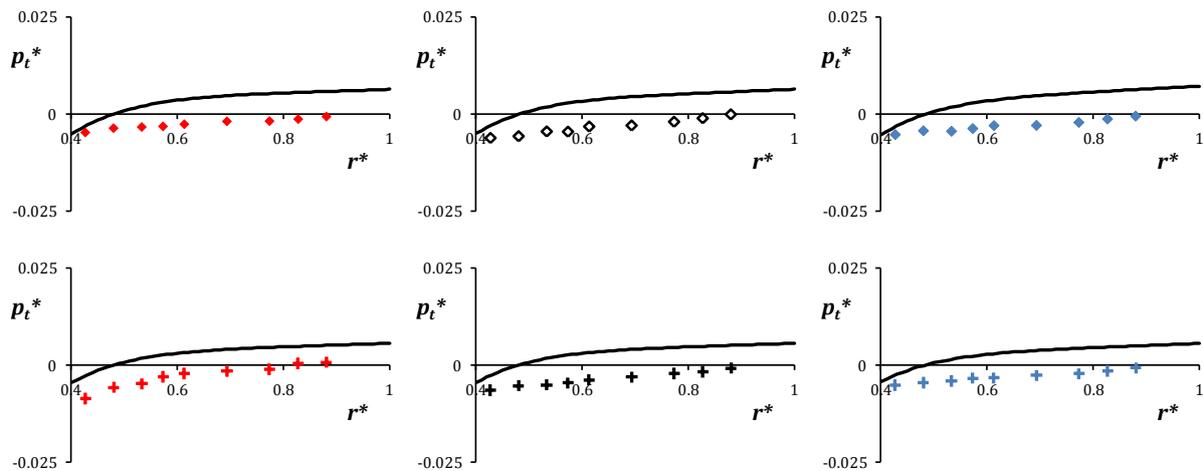


Figure (4.28) : Distribution radiale de la pression totale à mi-hauteur de la cavité des essais dans le tableau (4.4) – comparaison avec (1.25)

Conclusions & Perspectives



Conclusions & Perspectives

L'objectif principal de ce travail est d'aboutir à une connaissance plus approfondie des phénomènes aérodynamiques qui prennent place dans une cavité de type rotor-stator, ouverte à l'atmosphère en périphérie, soumise ou non à un flux radial centripète forcé. Le domaine d'étude se limite aux écoulements turbulents, de type Batchelor, c'est-à-dire se subdivisant deux couches limites séparées par un noyau central. Dans de telles configurations, un premier travail de thèse réalisé au Laboratoire de Mécanique de Lille a montré que l'interaction entre écoulement inter-disques et écoulement externe génère des modifications importantes des propriétés générales de l'écoulement. Ce premier travail, qui était limité au cas de la cavité isolée, se devait d'être complété et étendu au cas de la cavité soumise à un écoulement centripète forcé.

Dans cette optique, nous avons mis l'accent sur le développement de solutions analytiques, valables dans le noyau central de l'écoulement, permettant de modéliser en priorité la distribution radiale du coefficient d'entraînement du fluide. L'originalité de l'approche réside dans le fait que les deux configurations avec ou sans aspiration, n'ont pas été séparées, mais ont été abordées à partir d'hypothèses communes.

L'analyse des solutions théoriques et des résultats expérimentaux ou numériques de la littérature nous a permis de définir de nouvelles hypothèses :

- ✚ L'influence de l'ensemble des paramètres sans dimension liés à la géométrie périphérique du système s'avère délicate à réaliser en raison de sa complexité et de son coût. Elle peut être prise en compte par le biais d'une grandeur sans dimension ayant un sens physique et facilement accessible à la mesure. Nous supposons que la grandeur sans dimension prépondérante dans ce type d'écoulement est le taux de pré-rotation du fluide K_p , défini par le coefficient d'entraînement du fluide à mi-hauteur de cavité et à $r^* = 1$.
- ✚ Que la cavité soit soumise ou non à un flux forcé, un échange radial de fluide peut se produire dans le noyau central, en complément de celui présent dans les

couches limites. Dans une cavité isolée, cet échange existe dans un domaine situé à proximité de la périphérie, dès lors que le coefficient d'entraînement du fluide diffère de celui correspondant à la rotation solide du noyau central. Lorsqu'une aspiration est forcée, les échanges de fluides hors couches limites se renforcent à la fois à l'approche de l'axe et lorsque le taux d'aspiration superposé augmente.

Le développement de nos modèles est basé sur les solutions stationnaires de débits de couches limites sur un disque infini. Le débit centrifugé dans la couche limite du rotor est supposé identique à celui généré par un disque tournant à proximité d'un fluide en rotation solide, selon l'approche de von Kármán. Il doit être compensé par un débit qui circule à la fois dans la couche limite du stator et dans le noyau central. Ce débit de compensation est déterminé à partir de la solution de Bödewadt, dans laquelle nous introduisons une fonction originale afin de modéliser l'échange hors couches limites. Cette fonction dépend du paramètre adimensionné C_{qN} pour lequel nous proposons une formulation la plus réaliste possible dans chaque configuration, avec ou sans aspiration forcé.

Selon ces hypothèses, la conservation globale du débit permet d'obtenir plusieurs solutions théoriques pour l'évolution radiale du coefficient d'entraînement du fluide K . L'analyse mathématique permet de retenir celles pour lesquelles l'allure générale est physiquement réaliste et permet d'entreprendre un travail de validation.

Ce travail de validation est réalisé à l'aide de résultats existants dans la littérature et de nouvelles données expérimentales et numériques. Pour cela, un banc d'essais existant au Laboratoire a été aménagé dans le but de faire varier séparément les différents paramètres régissant l'écoulement, en particulier le taux d'aspiration et le niveau de pré-rotation périphérique. La partie principale du banc est composée de deux disques parallèles, coaxiaux, l'un fixe, l'autre en rotation. Les moyens métrologiques mis en œuvre permettent de mesurer les vitesses moyennes radiale et circonférentielle, ainsi que trois composantes du tenseur de Reynolds par anémométrie à fils chauds, la pression statique sur la paroi fixe ainsi que la pression totale dans le noyau central de l'écoulement, à mi-hauteur de cavité. Dans le cas de la cavité isolée, ces résultats sont complétés par des simulations numériques réalisées à l'aide du code de calcul FLUENT, dans la continuité des travaux déjà réalisés en collaboration avec l'Université de Florence (Italie).

La confrontation des lois théoriques avec les données expérimentales et numériques permet d'éclairer de nombreux phénomènes.

Dans le cas d'une cavité isolée, l'écoulement en bloc du noyau central prévu par la théorie de Batchelor dans le cas de disques infinis ne peut apparaître que lorsque les échanges de fluide se produisent exclusivement dans les couches limites. Or ce phénomène ne se produit pas toujours lorsque la cavité est ouverte en périphérie, comme celle étudiée par D'Hautdt par exemple. Lorsque le niveau de pré-rotation est plus faible que le taux de rotation solide du noyau central, les débits de couches limites sont déséquilibrés et un débit radial centripète doit circuler dans le noyau central. Le coefficient d'entraînement augmente à l'approche de l'axe, selon une loi en puissance de r^* d'après notre solution « simplifiée », ce qui tend à rééquilibrer les débits de couches limites. Ce résultat explique que la distribution radiale de K est voisine de celle observée dans le cas d'une faible aspiration forcée, du moins près de la périphérie et lorsque les niveaux de pré-rotation sont équivalents. Le processus de rééquilibrage cesse lorsque les échanges dans les couches limites s'équilibrent. Le noyau central tourne alors en bloc. Notre modèle est en très bon accord avec les nombreux résultats expérimentaux et théoriques testés. Il permet de prévoir l'apparition de la rotation solide du noyau central d'après l'extension radiale de la cavité et le niveau de pré-rotation du fluide, ce qui n'était pas possible jusqu'alors. Il permet également une estimation des distributions radiales de la pression pariétale et de la pression totale dans le cœur de l'écoulement plus réaliste que celle basée sur la théorie de Batchelor.

Pour une cavité soumise à une aspiration forcée, la première conclusion majeure est que nos résultats ne peuvent pas se regrouper sur une courbe unique de type $K = f(C_{qr})$, comme le prévoit les modèles de la littérature. La confrontation avec notre solution montre généralement un très bon accord, mais sous réserve d'ajuster correctement plusieurs constantes, ce qui est difficile à réaliser avec précision. Pour que notre loi soit exploitable, nous avons tenté de trouver des relations les plus générales possible pour la détermination de ces constantes. Pour l'instant, nous sommes parvenus à établir des lois empiriques basées sur deux paramètres sans dimension : le taux de pré-rotation et le coefficient de débit périphérique. Dans l'état actuel de l'avancement de nos travaux, il est possible d'estimer les distributions radiales du coefficient d'entraînement, de la pression pariétale et de la pression totale sur une installation expérimentale donnée, ce qui représente une avancée. Les résultats ne sont pas encore adaptables d'un banc d'essais à l'autre.

Cette dernière remarque indique que des perspectives peuvent largement être envisagées. Si nous nous sommes particulièrement intéressés aux effets générés par la géométrie périphérique de la cavité, nous nous interrogeons également sur l'influence des conditions centrales (géométrie du moyeu, géométrie de la section d'évacuation du fluide au niveau du moyeu...), notamment dans le cas de la cavité soumise à un flux forcé. Toutefois, nous restons confrontés à une difficulté majeure, celle du nombre de

configurations possibles et de leurs coûts et durée d'installation sur un plan expérimental.

Il reste l'utilisation des simulations numériques, qui représentent une aide essentielle à la compréhension des phénomènes. Les nombreuses difficultés que nous avons rencontrées pour obtenir des résultats numériques fiables montrent que cette voie de recherche mérite également beaucoup d'efforts. Dans notre cas, le problème majeur est lié à l'ouverture périphérique qui ne permet pas facilement de fixer les conditions aux limites à $r^* = 1$, comme c'est le cas dans une cavité fermée. De notre point de vue, il est indispensable de modéliser un domaine extérieur à la cavité pour obtenir les résultats les plus réalistes. Beaucoup de questions, en plus de celle du choix du modèle de turbulence, restent donc en suspend. Entre autres, celle des limites physiques du domaine à modéliser dans les directions radiale et axiale pour une configuration donnée car les résultats y sont très sensibles... Nous espérons qu'une suite sera donnée à ces travaux et que des réponses pourront être apportées à nos nombreuses interrogations.

Listes des Références



Listes des Références

Liste des Références

- [01] Batchelor G.K. 1951
« Note on a class of solutions of the Navier-Stokes equations representing steady rotationally symmetric flow. »
Q.J. Mech. Appl. Math., 4, 29-41.
- [02] Bödewadt U.T. 1940
« Die Dehströmung über festem Grunde. »
Z. Angew. Math. Mech., 20, 241-253.
- [03] Cheah S. C., Iacovides H., Jackson D. C., Ji. H., & Launder B. E. 1994
« Experimental investigation of enclosed rotor-stator disc flows. »
Experimental thermal and fluid science. vol. 9, n°4, 445-455.
- [04] Cochran. W.G. 1934
« The flow due to a rotating disk. »
Proc. Camb. Phil. Soc., 30 :365-375.
- [05] D’Haudt E., Della Gatta S., Debuchy R., Bois G., & Martelli F. 2006
« Assessment of experimental and numerical flow investigation in rotating-disc systems. »
Proceedings of ISROMAC-11, Honolulu, Hawaii USA.
- [06] D’Haudt E. 2006
« Etude expérimentale de l’influence des conditions périphériques sur un écoulement turbulent de type Rotor-Stator. »
Thèse de doctorat, l’Université des Sciences et Technologies de Lille.

- [07] Daily J.W., & Nece R.E. 1960
« Chamber dimension effects on induced flow and frictional resistance of enclosed. »
Rotating disks. ASME J. Basic Eng., 82: 217–232.
- [08] Daily J.W., Ernst W.D., & Asbedian. V.V. 1964
« Enclosed rotating disks with superposed throughflow. »
report 64, M.I.T, department of civil engineering.
- [09] Debuchy R. 1993
« Ecoulement turbulent avec aspiration radiale entre un disque fixe et un disque tournant. »
Thèse de doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille.
- [10] Debuchy R., Dymont A., Muhe H. & Micheau P. 1998
« Radial inflow between a rotating and a stationary disc. »
Eur. J. Mech., B/Fluids, 17, 791-810.
- [11] Debuchy R., Della Gatta S., D'Haudt E., Bois G., & Martelli F. 2007
« Influence of external geometrical modifications on the flow behavior of a rotor-stator system: numerical and experimental investigation. »
Proceedings of the I MECH E Part A Journal of Power and Energy, Volume 221, Number 6, pp. 857-863(7).
- [12] Djaoui M. 1998
« Etude expérimentale des écoulements turbulents de type rotor-stator avec aspiration radiale et transfert thermique. »
Thèse de Doctorat. Université de Lille.
- [13] Djaoui M., Malesys A., & Debuchy R. 1999
« Mise en évidence expérimentale de la sensibilité de l'écoulement de type rotor-stator aux effets de bord. »
C.R. Acad. Sci. Paris, t. 327, Série II b, 49-54.
- [14] Djaoui M., Dymont A., & Debuchy R. 2001
« Heat transfer in a rotor–stator system with a radial inflow. »
European journal of mechanics. B, Fluids 20, 371–398.
- [15] Dijkstra D. & Van Heijst G.J.F. 1983.
« The flow between two finite rotating disks enclosed by a cylinder. »
J.F.M., 128, 123-154.

-
- [16] Ekman V.W. 1905
« On the influence of the earth's rotation on ocean-currents. »
Ark. Mat. Astr. Fys., 2, 1-52
- [17] Elena L., & Schiestel R. 1995
« Turbulence modeling of confined flow in rotating disk systems. »
AIAA Journal, vol. 33, n°5.
- [18] Gassiat R. M. 2000
« Etude expérimentale d'écoulements centripètes avec pré-rotation d'un fluide confiné entre un disque tournant et un carter fixe. »
Thèse de Doctorat. Université d'Aix-Marseille II.
- [19] Itoh M., Yamada Y., Imao S., & Gonda M. 1990
« Experiments on turbulent flow due to an enclosed rotating disk. Engineering turbulence Modeling and Experiments. »
Ed. By W.Rodi, E.N. Garic, Elsevier, 659-668.
- [20] Kilic M., & Owen J. M. 2003
« Computation of Flow Between Two Disks Rotating at Different Speeds »
J. Turbomach. - April - Volume 125, Issue 2, 394, doi:10.1115/1.1539515
- [21] Kreiss H.O., & Parter S.V. 1983
« On the swirling flow between rotating coaxial disks: existence and nonuniqueness. »
Commun. Pure Appl. Math., vol 36, 53-84.
- [22] Kurokawa J., & Toyokura T. 1976
« Axial thrust, disc-friction torque and leakage loss of radial flow turbomachinery. »
Int. Conference on pump and turbine design and development, Glasgow.
- [23] Lance G.N. & Rogers M.H. 1962
« The axially symmetric flow of a viscous fluid between two infinite rotating disks. »
Proc. R. Soc. London A, 266:109-121.
- [24] Malesys A. 1997
« Etude expérimentale de l'écoulement entre disques non parallèles avec précession – Mesure des efforts aérodynamiques. Visualisations. »
Thèse de Doctorat. Université de Lille.

- [25] Mellor G.L., Chapple P.J., & Stokes V.K. 1968
« On the flow between a rotating and a stationary disk. »
J. Fluid Mech. 31, 95-112.
- [26] Nguyen N., Ribault J.P., & Florent P. 1975
« Multiple solutions for flow between coaxial disks. »
J. Fluid. Mech., 68(2) :369-388.
- [27] Owen J.M., & Rogers R.H. 1989
« Flow and heat transfer in rotating-disc systems. Vol 1: Rotor-stator systems. »
Research studies press LTD.
- [28] Owen J.M., & Rogers R.H. 1989
« Flow and heat transfer in rotating-disc systems. Vol 2: Rotating cavities. »
Research studies press LTD.
- [29] Picha K.G., & Eckert E.R.G. 1958
« Study of the air flow between coaxial disks rotating with arbitrary velocities in an open or enclosed space. »
In proceedings of 3rd U.S. Nat. Cong. Appl. Mech.
- [30] Poncet S. 2005
« Ecoulements de type rotor-stator soumis à un flux axial: de Batchelor à Stewartson. »
Thèse de doctorat, Université Aix-Marseille I.
- [31] Poncet S., Chauve M.P., & Le Gal P. 2005
« Turbulent rotating disk flow with inward through-flow. »
J. Fluid. Mech., 522, 253-262.
- [32] Poncet S., Chauve M.P., & Schiestel R. 2005
« Batchelor versus Stewartson flow structures in a rotor-stator cavity with throughflow. »
Phys. Fluids, 17, 075110.
- [33] Poncet S., Chauve M.P., & Le Gal P. 2008
« Lois analytiques pour les écoulements en cavité Rotor-Stator. »
Mécanique & Industries.
- [34] Poncet S., Schiestel R., & Chauve M.P. 2005
« Centrifugal flow in a Rotor-Stator cavity. »
Journal of Fluids Engineering. Vol. 127: 787-794. DOI: 10.1115/1.1949645.

-
- [35] Poncet S. 2010
« Écoulements de type rotor-stator soumis à un flux axial : de Batchelor à Stewartson »
Editions universitaires europeennes.
- [36] Randriamampianina A., Elena L., Fontaine J.P., & Schiestel R. 1997
« Numerical prediction of laminar, transitional and turbulent flows in shrouded rotor-stator systems. »
Phys. Fluids, 9(6):1696-1712.
- [37] Rasmussen H. 1971
« High Reynolds number flow between two infinite rotating disks. »
J. Aust. Math. Soc. 12, 483-501.
- [38] Rémy D. 2004
« Etude expérimentale par la tomographie et la P.I.V. des structures instationnaires dans une cavité rotor-stator avec aspiration. »
Thèse de Doctorat. Université de Lille.
- [39] Schlichting. H. 1979
Boundary-layer theory - 7th edition. McGraw-Hill Book Company, New-York.
- [40] Stepanoff A.J. 1932
« Pompes centrifuges et pompes hélices. »
Trans. ASME, 54 (15).
- [41] Stewartson K. 1953
« On the flow between two rotating coaxial disks. »
Proc. Camb. Phil. Soc. 49, 333-341.
- [42] Szeri A. Z., Giron A., Schneider S. J., Labbe F., & Kaufman H. N. 1983
« Flow between rotating disks. Part I. Basic Flow. »
J. Fluid Mech. 134, 103-131.
- [43] von Kármán T. 1921
« Über laminare und turbulente reibung. »
Z. Angew. Math. Mech., 1 (4), 233-252.

Liste des Publications Personnelles

Publications dans des Revues Avec Comité de Lecture

- [44] Debuchy R., Abdel Nour F., & Bois G., 2010
« An Analytical Modeling of the Central Core Flow in a Rotor-Stator System With Several Preswirl Conditions. »
J. Fluids Eng. - June 2010 - Vol 132, Issue 6, doi:10.1115/1.4001576.
- [45] Shamsborhan H., Coutier-Delgosha O., Caignaert G. & Abdel Nour F., 2010
« Experimental determination of the speed of sound in cavitating Flows, Experiments in Fluids. »
EXIF-D-10-00027R1.
- [46] Abdel Nour F., Poncet S., Debuchy R., & Bois G. 2009
« A Combined analytical, experimental and numerical investigation of turbulent air flow behaviour in a rotor-stator cavity. »
Mécanique & Industries 10 3-4, 195-201.
- [47] Debuchy R., Abdel Nour F., & Bois G. 2008
« On the Flow Behavior in Rotor-Stator System with Superposed Flow. International Journal of Rotating Machinery. »
Volume 2008, Article ID 719510.

Communications à des Congrès Avec Actes

- [48] Abdel Nour F., Debuchy R., Bois G, & Naji H. 2010
« On Numerical and Analytical Modelling of Flow Behaviour in a Rotor-Stator System without Superposed Flow: Experimental Comparison. »
ISROMAC 13.
- [49] Shamsborhan H., Coutier-Delgosha O., Caignaert G. & Abdel Nour F. 2010
« Measurement of the speed of sound in cavitating Flows. »
ISROMAC 13.
- [50] Shamsborhan H., Coutier-Delgosha O., Caignaert G. & Abdel Nour F. 2009
« Measurement of waves celerity in a duct with two-phase flow. »
Euro Noise 2009.

- [51] Abdel Nour F., Poncet S., Debuchy R., & Bois G. 2009
« Etude d'un écoulement turbulent en cavité rotor-stator ouverte en périphérie a faible taux de pré-rotation »
Le Congrès Français de Mécanique.
- [52] Abdel Nour F., Debuchy R., Bois G, & Naji H. 2009
« Experimental, theoretical and numerical study of a turbulent flow in a rotor-stator cavity with low pre-swirl velocity »
Proceedings of ASME 2009 Fluids Engineering Summer Meeting, paper FEDSM2009-78088.
- [53] Debuchy R., Poncet S., Abdel Nour F., & Bois G., 2009
« Experimental and numerical investigation of turbulent air flow behaviour in a rotor-stator cavity »
Proceedings of 8th European Turbomachinery Conference ETC8, Graz – Austria, A52, 23-27, pages 75-84.
- [54] Debuchy R., Abdel Nour F., & Bois G. 2008
« On the flow behaviour in a rotor-stator system with superimposed flow »
The 12th International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery, Honolulu, Hawaii.

Annexes



Annexes

Annexe « A » : Premier Développement d'un Modèle « Hybride »

Dans une cavité soumise à un très faible débit d'aspiration, et caractérisée par une valeur de pré-rotation K_p différente de K_B , le débit circulant dans le noyau central est dû à la fois au déséquilibre entre les débits de couches limites et au débit superposé. Le déséquilibre entre les débits de couches limites est plus élevé dans la région périphérique alors que les effets du débit superposé sont plus importants près de l'axe. Nous considérons que l'influence des débits de couches limites prend fin lorsque $K = K_B$. Pour cela la fonction de pondération proposée est composée des deux termes suivants déjà présentés dans le premier chapitre.

En général, le coefficient d'entraînement $K = f(q, r^*)$ est une fonction du débit et de la position radiale. Appelons par la suite $K_{q=0}$, la solution théorique pour le coefficient d'entraînement du fluide dans le cas d'une cavité isolée. $K_{q=0} = f(0, r^*)$ est une fonction de la position radiale uniquement quand $q = 0$.

L'hypothèse (1.30) devient :

$$C_{qN1} \propto (K_B - K_{q=0}) r^{*a} \quad (\text{A.01})$$

Dans le cas d'une cavité soumise à un flux radial on a choisi :

$$C_{qN2} = C_{qr} \quad (\text{A.02})$$

Supposons à présent que la fonction $f(C_{qN})$ qui apparaît dans l'expression (1.21) soit une combinaison de (A.01) et de (A.02). La conservation du débit donne :

$$K = \frac{(A_5 r^{*-13/5} + K_B^{4/5})^{5/4}}{e^{(\phi_1(K_B - K_{q=0}) r^{*a} + \phi_2 r^{*-13/5})}} \quad (\text{A.03})$$

Solution complète

La résolution de (A.03) nécessite de passer par deux étapes successives : la première consiste à chercher la solution correspondant à $K_{q=0}$ avant de trouver la solution du coefficient d'entraînement avec un débit centripète forcé. L'équation (A.03) devient :

$$K = \frac{(A_5 r^{*-13/5} + K_B^{4/5})^{5/4}}{e^{(\phi_2 r^{*-13/5})} \times \left(\frac{K_B}{K_p}\right)^{\frac{K_B - K_{q=0}}{K_B - K_p} r^{*a}}} \quad (\text{A.04})$$

Dans le cas d'une cavité avec très faible débit d'aspiration l'introduction de la condition à la périphérie permet de trouver la constante ϕ_2 .

$$\phi_2 = \frac{5}{4} \ln \left(\frac{A_5}{K_B^{4/5}} + 1 \right) \quad (\text{A.05})$$

Cette constante ne dépend pas de la valeur de la pré-rotation. Lorsque la pré-rotation vaut K_B , on retrouve la solution (1.46). L'introduction de (A.05) dans (A.04) donne la solution finale suivante :

$$K = \left(\frac{A_5 r^{*-13/5} + K_B^{4/5}}{(A_5 + K_B^{4/5}) r^{*-13/5}} \right)^{5/4} \times \frac{K_B^{r^{*-13/5}}}{\left(\frac{K_B}{K_p}\right)^{\frac{K_B - K_{q=0}}{K_B - K_p} r^{*a}}} \quad (\text{A.06})$$

Solution simplifiée

En remplaçant la fonction de pondération par son développement limité au premier ordre l'équation (A.02) devient :

$$K = \frac{(A_5 r^{*-13/5} + K_B^{4/5})^{5/4}}{1 + \phi_1 (K_B - K_{q=0}) r^{*a} + \phi_2 r^{*-13/5}} \quad (\text{A.07})$$

Pour une cavité isolée, la constante $\phi_1 = 1/K_p$ est obtenue en imposant la condition à la périphérie. Ceci conduit à une solution identique au modèle (1.40). L'introduction de la condition à la périphérie dans le cas d'une cavité soumise à un flux superposé permet de définir la constante ϕ_2 :

$$\phi_2 = \frac{(A_5 + K_B^{4/5})^{5/4} - K_B}{K_p} \quad (\text{A.08})$$

D'où (A.07) devient :

$$K = \frac{K_p (A_5 r^{*-13/5} + K_B^{4/5})^{5/4}}{K_p + (K_B - K_{q=0}) r^{*a} + K_p \phi_2 r^{*-13/5}} \quad (\text{A.09})$$

En tenant compte de l'équation (1.40), nous obtenons :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{si } r^* \leq r_B^* \\ \text{si } r^* > r_B^* \end{array} \right. \quad K = \begin{cases} \frac{(A_5 r^{*-13/5} + K_B^{4/5})^{5/4}}{1 + \phi_2 r^{*-13/5}} \\ \frac{K_p (A_5 r^{*-13/5} + K_B^{4/5})^{5/4}}{K_B (r^{*a} - r^{*-13/5}) + (A_5 + K_B^{4/5})^{5/4} r^{*-13/5}} \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

Annexe « B » : Raisonnement des Équations des Profils de la Vitesse Axiale.

L'équation de la continuité (1.07.A) peut être écrite de la manière suivante en prenant en compte la simplification (1.22) :

$$\frac{\partial V_z^*}{\partial z^*} = -\frac{1}{r^*} \frac{\partial(r^* \Psi(r^*))}{\partial r^*} \frac{d\Phi(z^*)}{dz^*} \quad \text{ou} \quad \frac{\partial V_z^*}{\partial z^*} = -\left[\frac{\Psi(r^*)}{r^*} + \frac{d\Psi(r^*)}{dr^*} \right] \frac{d\Phi(z^*)}{dz^*}$$

Ceci aboutit à :
$$V_z^* = -\left[\frac{\Psi(r^*)}{r^*} + \frac{d\Psi(r^*)}{dr^*} \right] \Phi(z^*)$$

Sachant que
$$\Psi(r^*) = \frac{U_0^{-1}}{\Phi(1-\delta_S^*)-\Phi(\delta_R^*)} \{ \xi_2 (K_B^{4/5} - K^{4/5}) r^{*8/5} + \xi_3 r^{*-1} \}$$

On a :

$$\frac{\Psi(r^*)}{r^*} = \frac{U_0^{-1}}{\Phi(1-\delta_S^*)-\Phi(\delta_R^*)} \{ \xi_2 (K_B^{4/5} - K^{4/5}) r^{*3/5} + \xi_3 r^{*-2} \}$$

$$\frac{d\Psi(r^*)}{dr^*} = \frac{U_0^{-1}}{\Phi(1-\delta_S^*)-\Phi(\delta_R^*)} \left\{ \frac{8}{5} \xi_2 (K_B^{4/5} - K^{4/5}) r^{*3/5} - \frac{4}{5} \xi_2 K^{-1/5} r^{*8/5} \frac{dK}{dr^*} - \xi_3 r^{*-2} \right\}$$

$$\frac{\Psi(r^*)}{r^*} + \frac{d\Psi(r^*)}{dr^*} = \frac{U_0^{-1}}{\Phi(1-\delta_S^*)-\Phi(\delta_R^*)} \left\{ \frac{13}{5} \xi_2 (K_B^{4/5} - K^{4/5}) r^{*3/5} - \frac{4}{5} \xi_2 K^{-1/5} r^{*8/5} \frac{dK}{dr^*} \right\}$$

D'où

$$V_z^* = -\frac{U_0^{-1}}{\Phi(1-\delta_S^*)-\Phi(\delta_R^*)} \left\{ \frac{13}{5} \xi_2 (K_B^{4/5} - K^{4/5}) r^{*3/5} - \frac{4}{5} \xi_2 K^{-1/5} r^{*8/5} \frac{dK}{dr^*} \right\} \Phi(z^*)$$

Annexe « C » : Logiciel d'Étalonnage et d'Acquisition

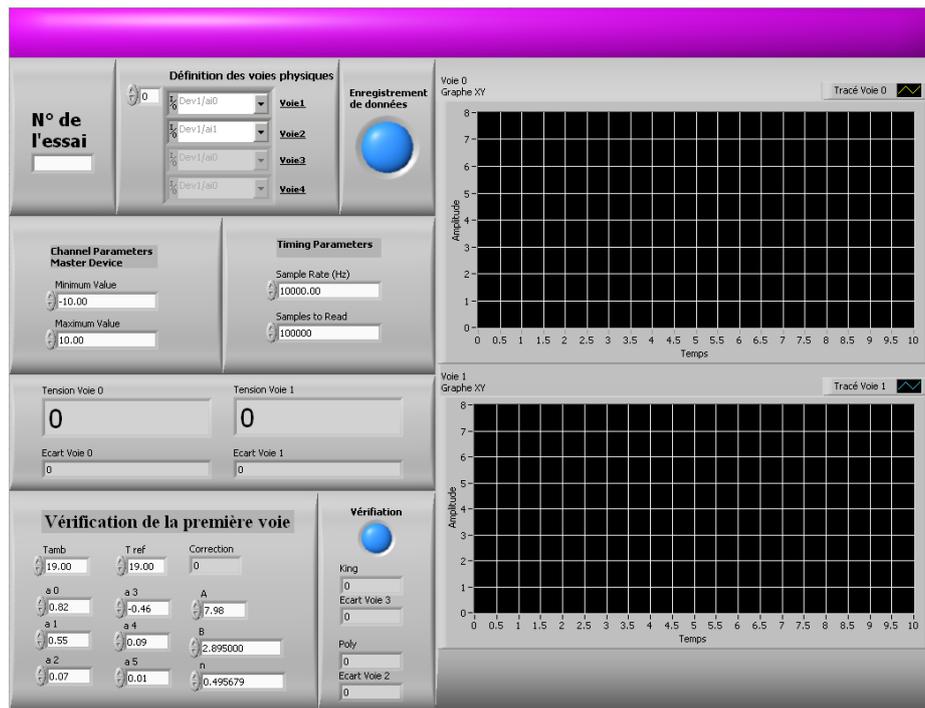


Figure (C.01) : Interface du logiciel d'étalonnage.

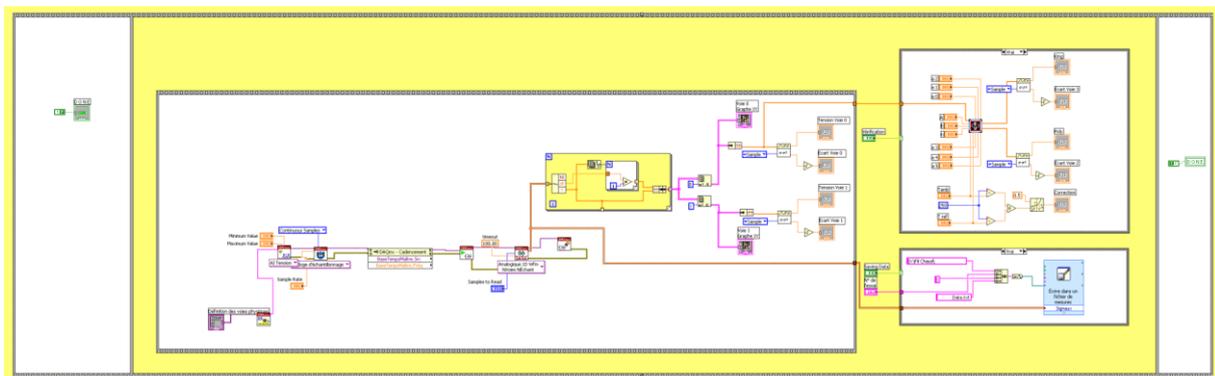


Figure (C.02) : Programmation du logiciel d'étalonnage.

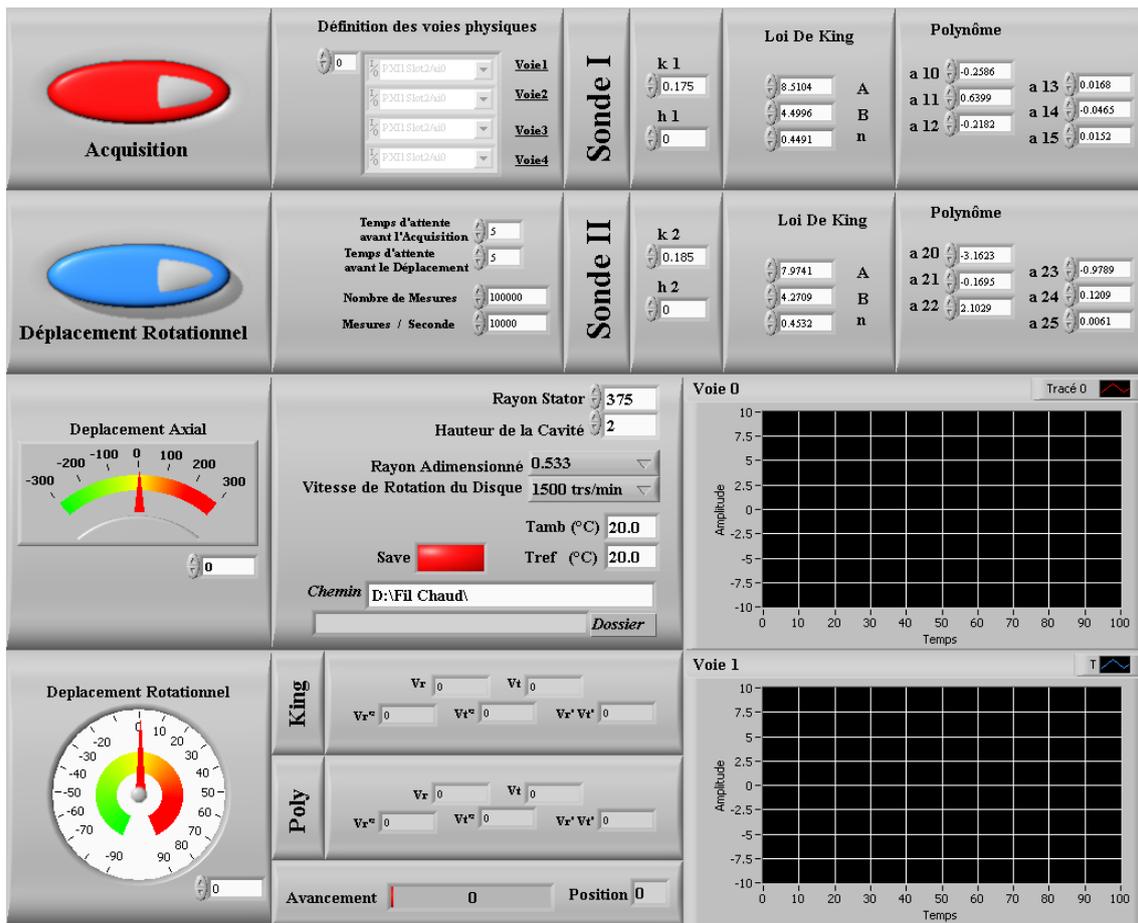


Figure (C.03) : Interface du présent logiciel d'acquisition.

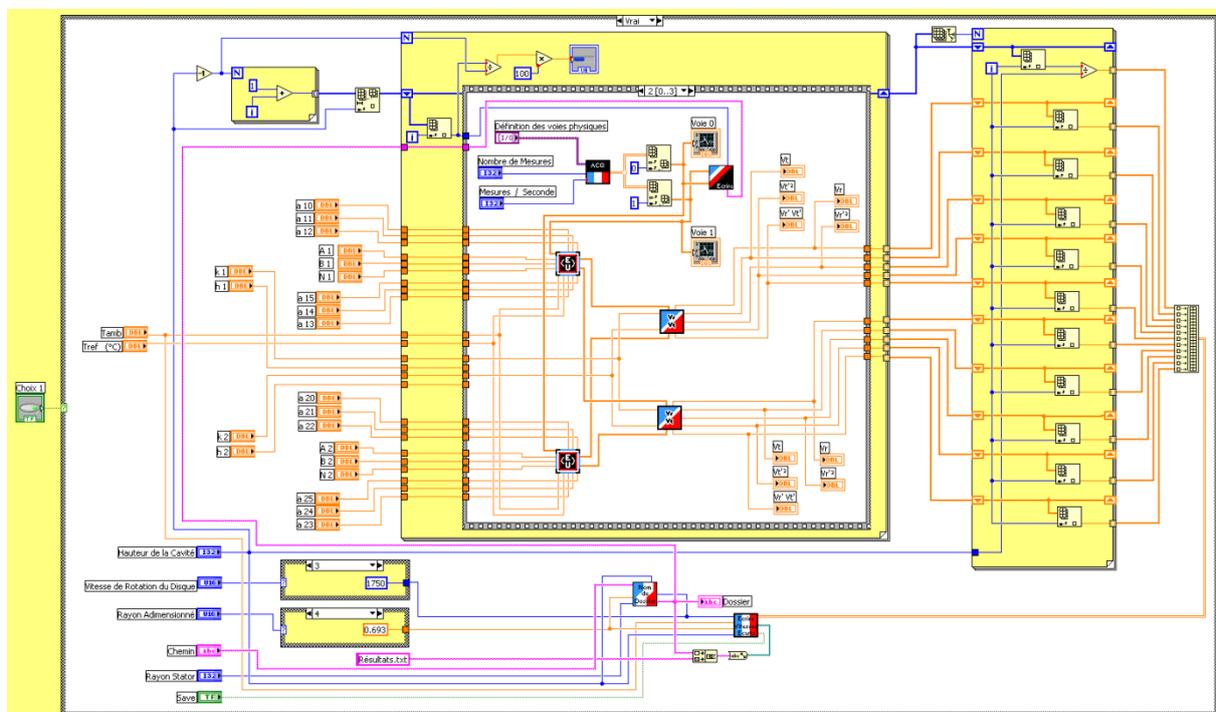


Figure (C.04) : Option « Acquisition ».

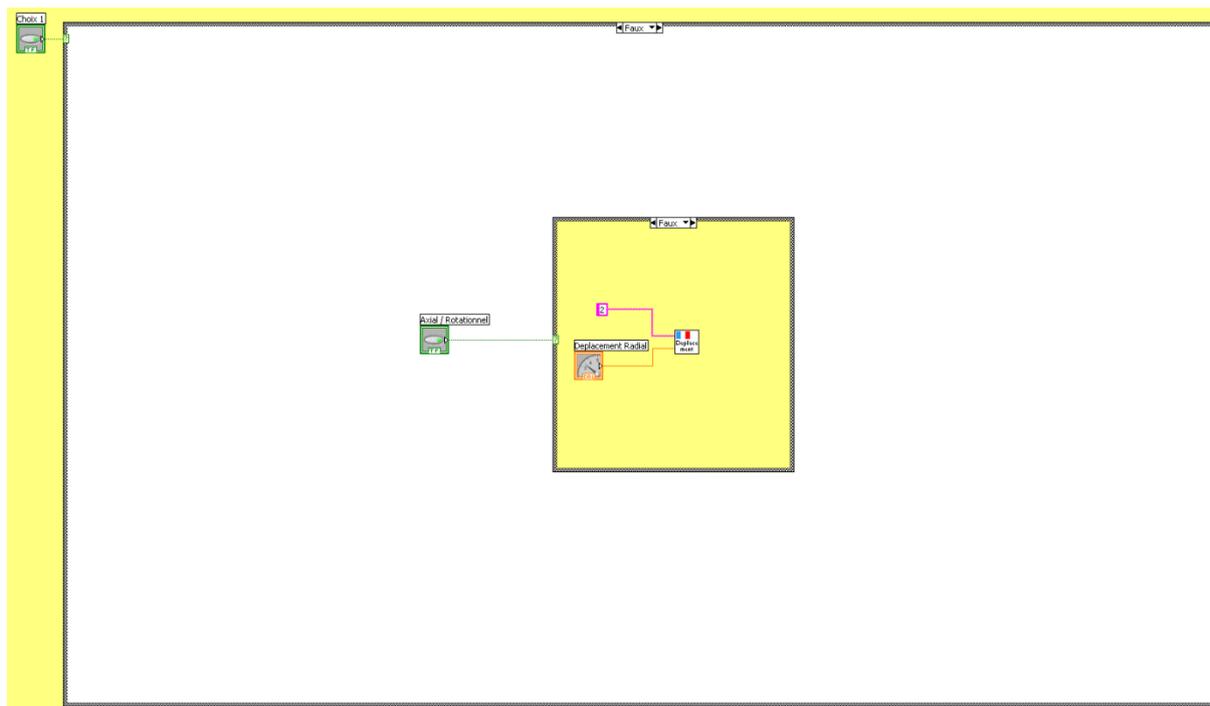


Figure (C.05) : Option « Rotation de la sonde autour de son axe ».

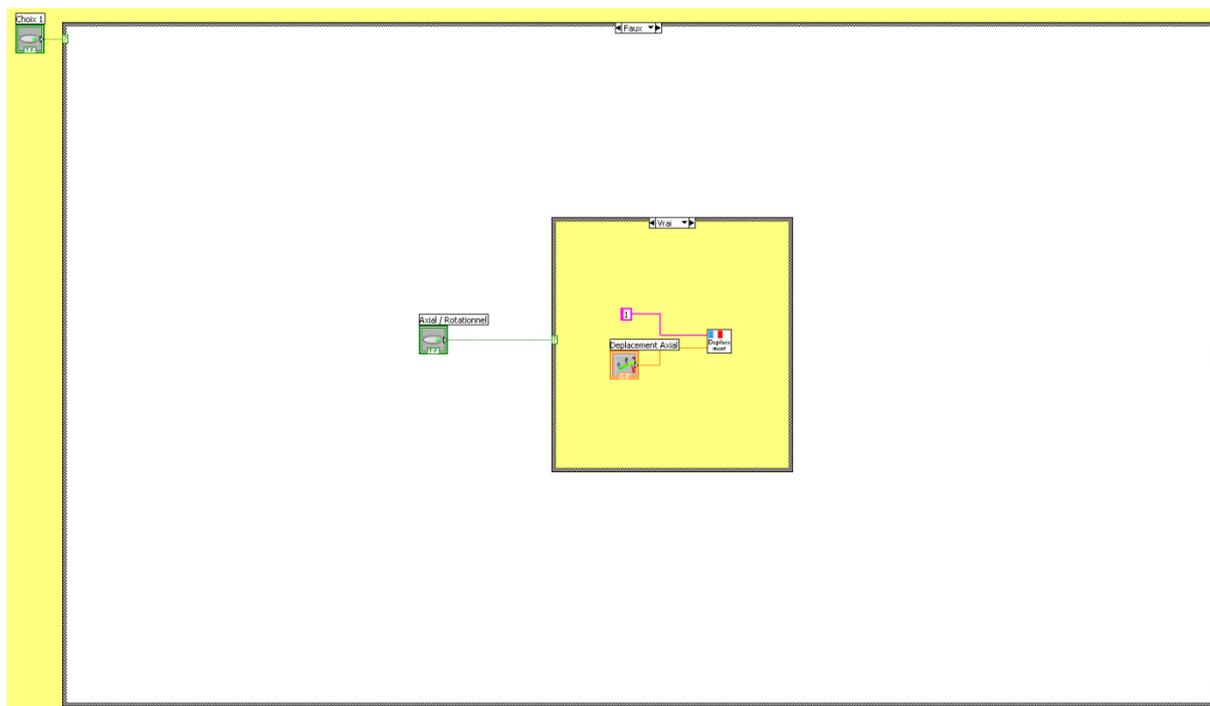


Figure (C.06) : Option « Déplacement axial de la sonde ».

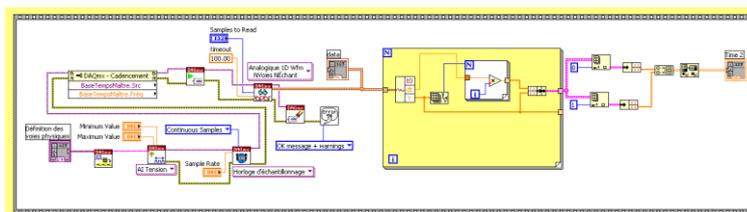


Figure (C.07) : Acquisition des deux tensions.

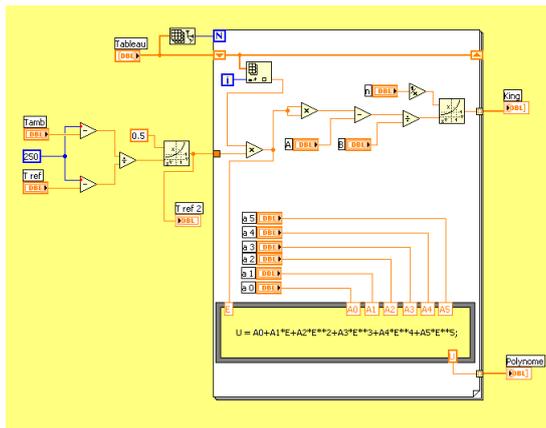


Figure (C.08) : Correction de la température et l'application de la loi de King.

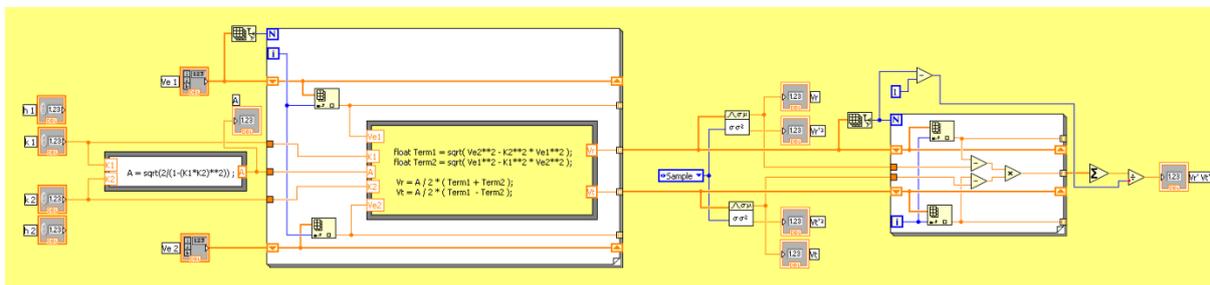


Figure (C.09) : Calcul des composantes radiale et tangentielle et des corrélations turbulentes.

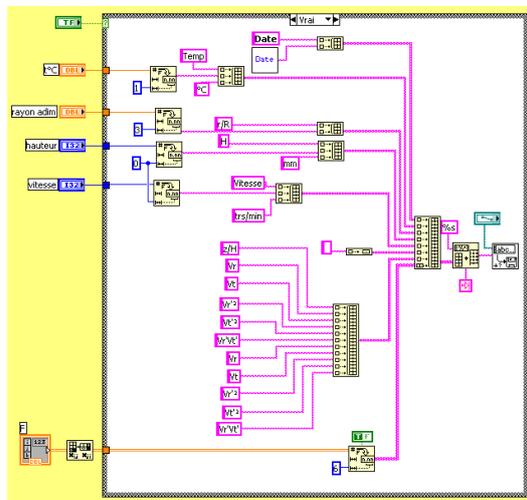
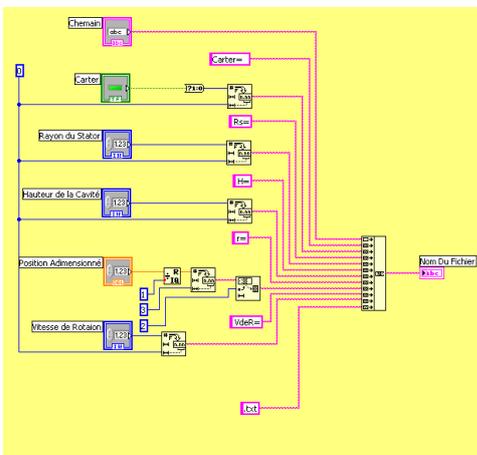


Figure (C.10) : Création du nom du fichier (à gauche) et du nom du répertoire (à droite).

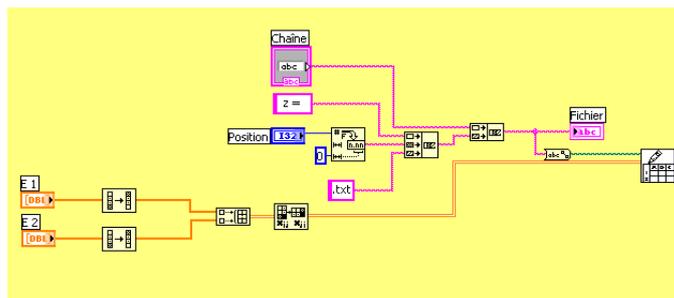


Figure (C.11) : Sauvegarde des valeurs instantanées

Annexe « D » : Résultats des Essais : AA11, AA12, AA13, AA21, AA22, AA23, AA31, AA32, AA33, AC12, AC14, AC15, AC22, AC24, AC25, AC32, AC34, AC35.

Tableau (D.1) : Rappel d'une partie du tableau (2.7).

Essais	G	Re	Ek	C_w	Ro	C_{qp}
1 AA11 ■	0.053	1.03×10^6	3.42×10^{-4}	2.0×10^3	5.69×10^{-3}	4.84×10^{-3}
2 AA12 		1.03×10^6	3.42×10^{-4}	2.9×10^3	8.54×10^{-3}	7.26×10^{-3}
3 AA13 ■		1.03×10^6	3.42×10^{-4}	3.7×10^3	10.7×10^{-3}	9.08×10^{-3}
4 AA21 ▲		1.47×10^6	2.39×10^{-4}	2.0×10^3	3.98×10^{-3}	3.63×10^{-3}
5 AA22 		1.47×10^6	2.39×10^{-4}	2.9×10^3	5.97×10^{-3}	5.45×10^{-3}
6 AA23 ▲		1.47×10^6	2.39×10^{-4}	3.7×10^3	7.46×10^{-3}	6.81×10^{-3}
7 AA31 ✕		1.95×10^6	1.80×10^{-4}	2.0×10^3	3.01×10^{-3}	2.90×10^{-3}
8 AA32 ✕		1.95×10^6	1.80×10^{-4}	2.9×10^3	4.51×10^{-3}	4.36×10^{-3}
9 AA33 ✕		1.95×10^6	1.80×10^{-4}	3.7×10^3	5.64×10^{-3}	5.44×10^{-3}
10 AC12 ●	0.080	1.03×10^6	1.52×10^{-4}	2.9×10^3	5.69×10^{-3}	7.26×10^{-3}
11 AC14 		1.03×10^6	1.52×10^{-4}	3.9×10^3	7.59×10^{-3}	9.68×10^{-3}
12 AC15 ●		1.03×10^6	1.52×10^{-4}	4.9×10^3	9.49×10^{-3}	12.1×10^{-3}
13 AC22 ◆		1.47×10^6	1.06×10^{-4}	2.9×10^3	3.98×10^{-3}	5.45×10^{-3}
14 AC24 		1.47×10^6	1.06×10^{-4}	3.9×10^3	5.30×10^{-3}	7.27×10^{-3}
15 AC25 ◆		1.47×10^6	1.06×10^{-4}	4.9×10^3	6.63×10^{-3}	9.08×10^{-3}
16 AC32 +		1.95×10^6	0.80×10^{-4}	2.9×10^3	3.01×10^{-3}	4.36×10^{-3}
17 AC34 +		1.95×10^6	0.80×10^{-4}	3.9×10^3	4.01×10^{-3}	5.81×10^{-3}
18 AC35 +		1.95×10^6	0.80×10^{-4}	4.9×10^3	5.01×10^{-3}	7.26×10^{-3}

AA11

$$G = 0.053; \quad Re = 1.03 \times 10^6; \quad Ek = 3.42 \times 10^{-4}$$

$$C_w = 2.0 \times 10^3; \quad Ro = 5.69 \times 10^{-3}; \quad C_{qp} = 4.84 \times 10^{-3}$$

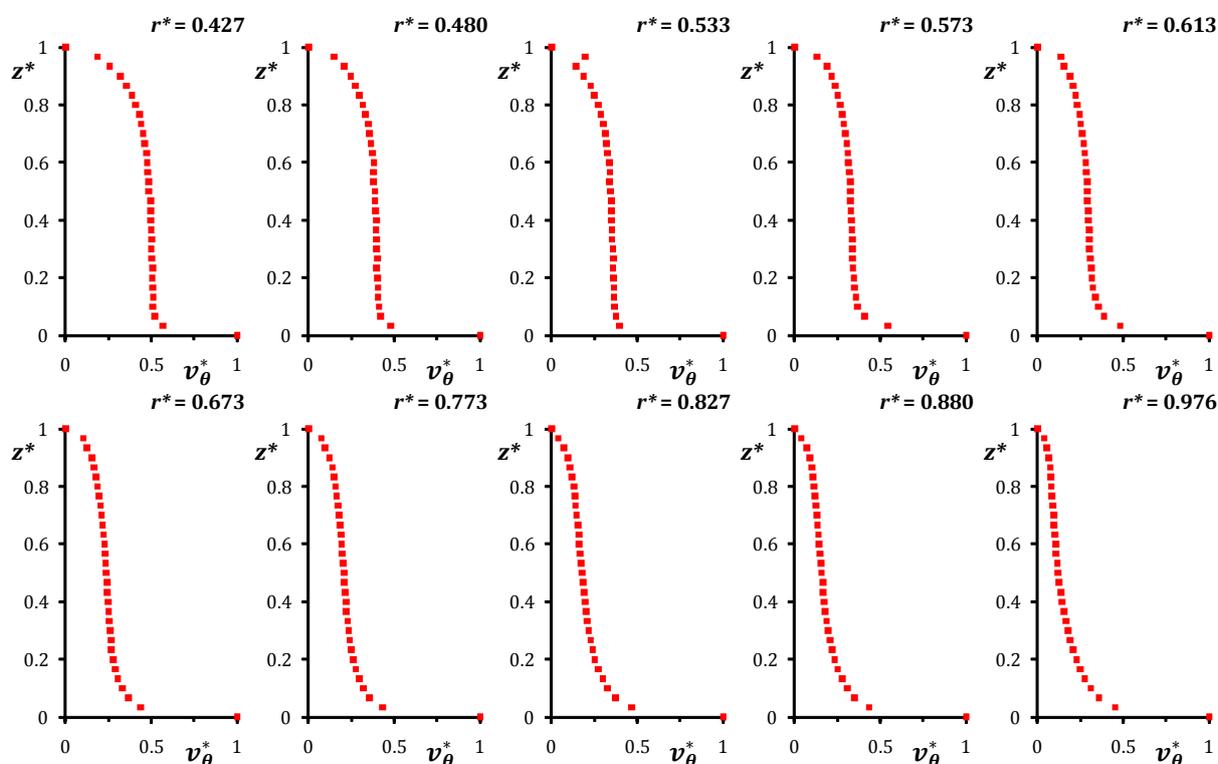


Figure (D.AA11.1) : Profils de la vitesse tangentielle.

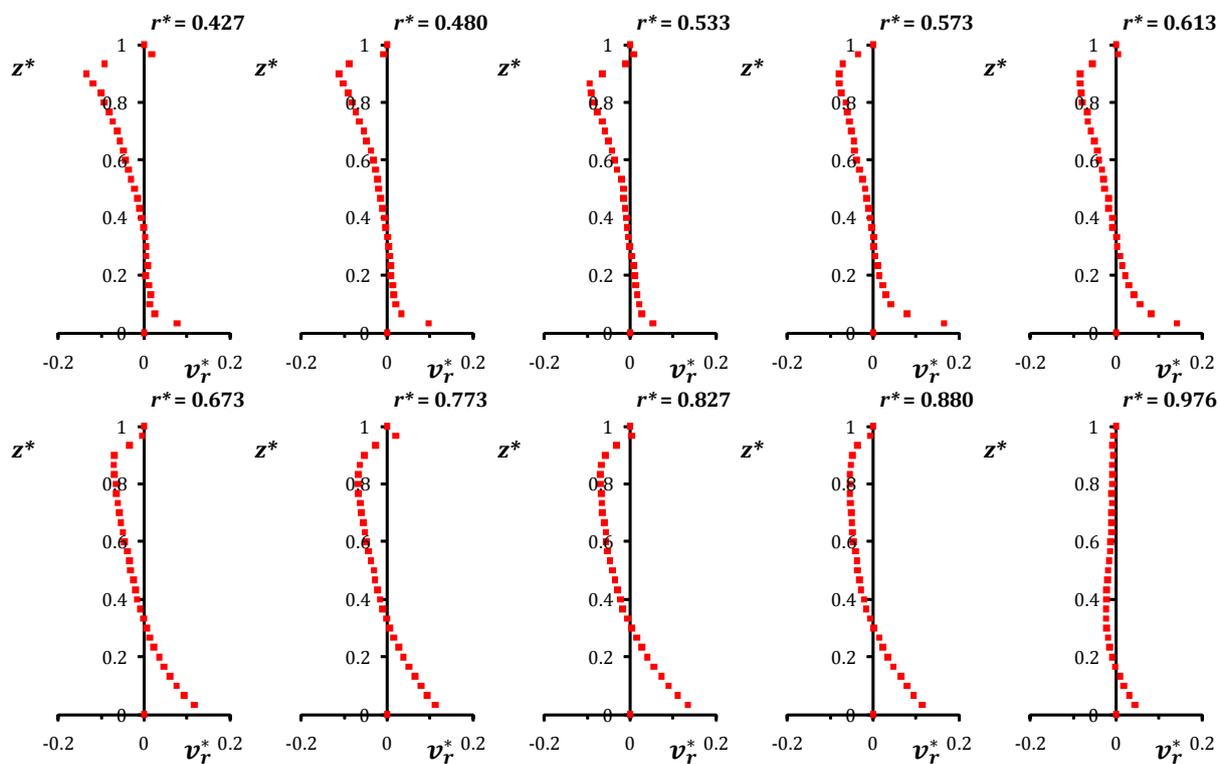


Figure (D.AA11.2) : Profils de la vitesse radiale.

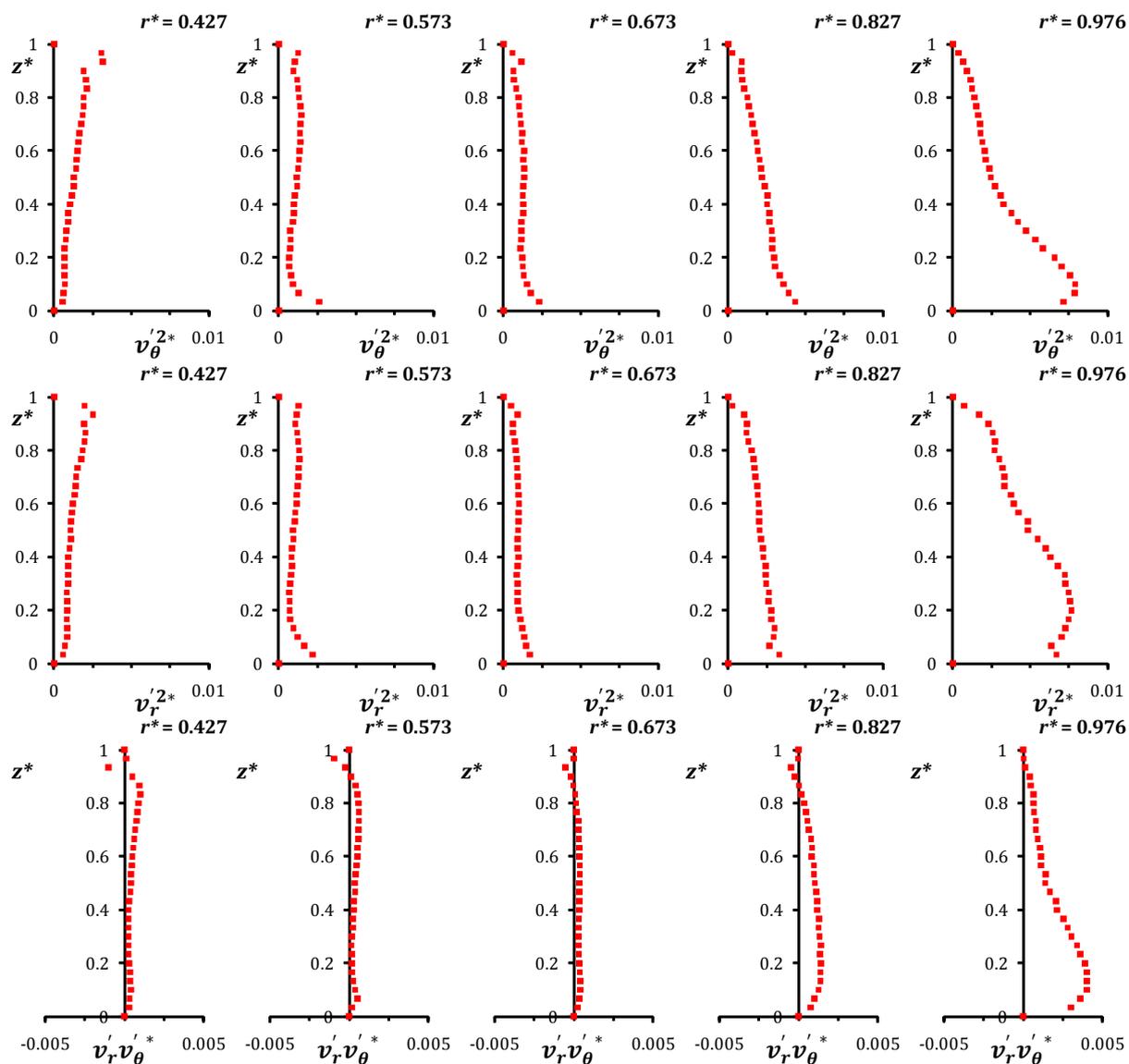


Figure (D.AA11.3) : Profils des corrélations turbulentes adimensionnées suivant θ (1^{ère} ligne) et r (2^{ème} ligne) et croisées $r\theta$ (3^{ème} ligne).

AA12

$$G = 0.053; \quad Re = 1.03 \times 10^6; \quad Ek = 3.42 \times 10^{-4}$$

$$C_w = 2.9 \times 10^3; \quad Ro = 3.98 \times 10^{-3}; \quad C_{qp} = 3.63 \times 10^{-3}$$

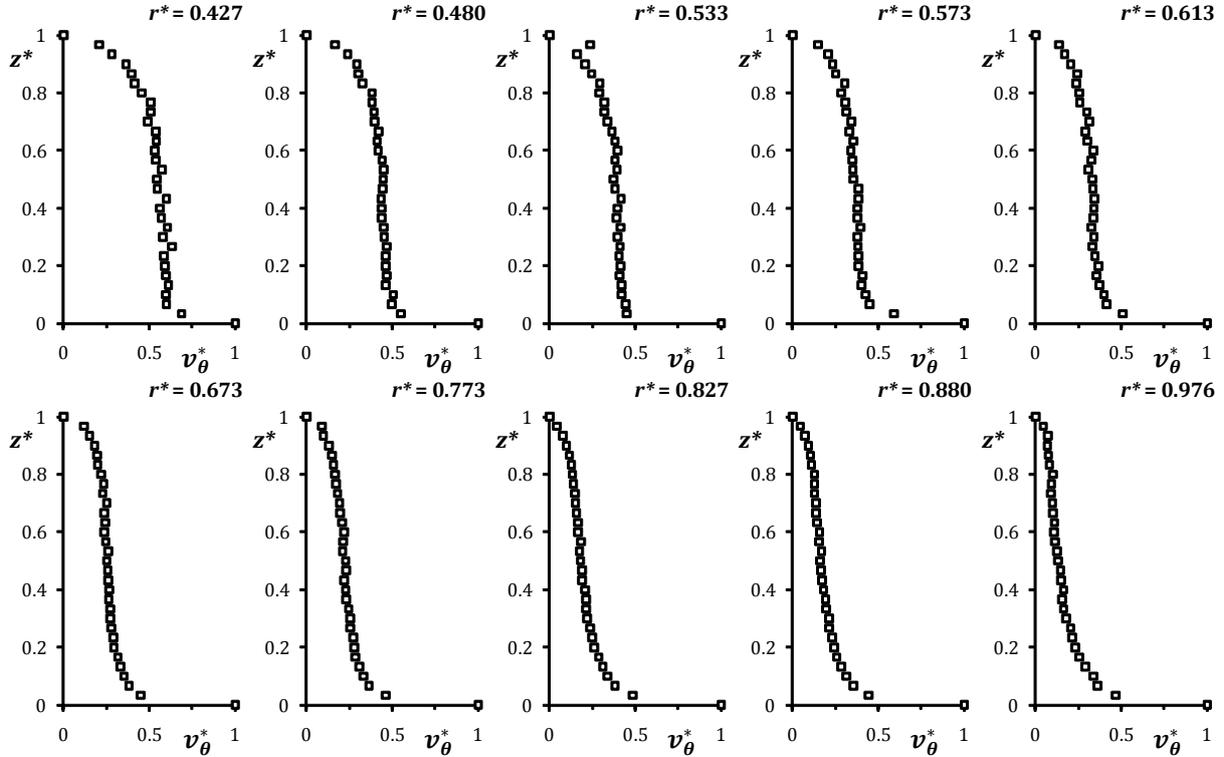


Figure (D.AA12.1) : Profils de la vitesse tangentielle.

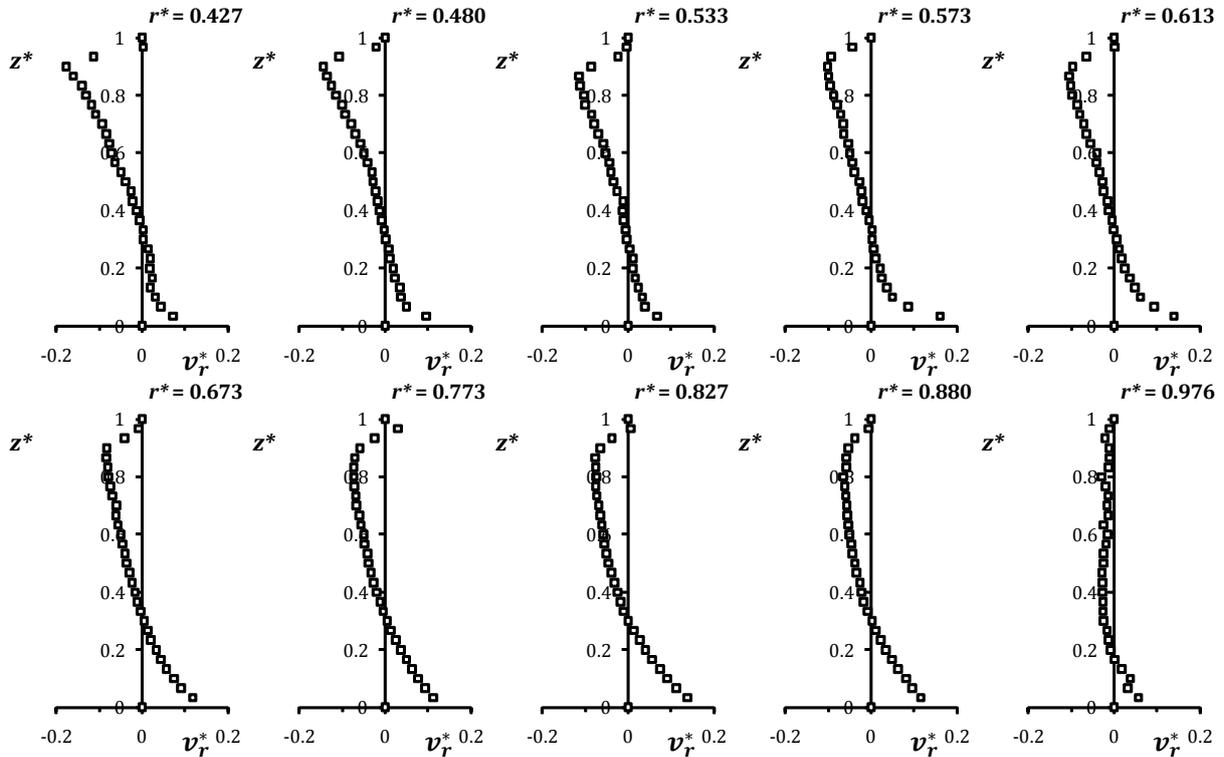


Figure (D.AA12.2) : Profils de la vitesse radiale.

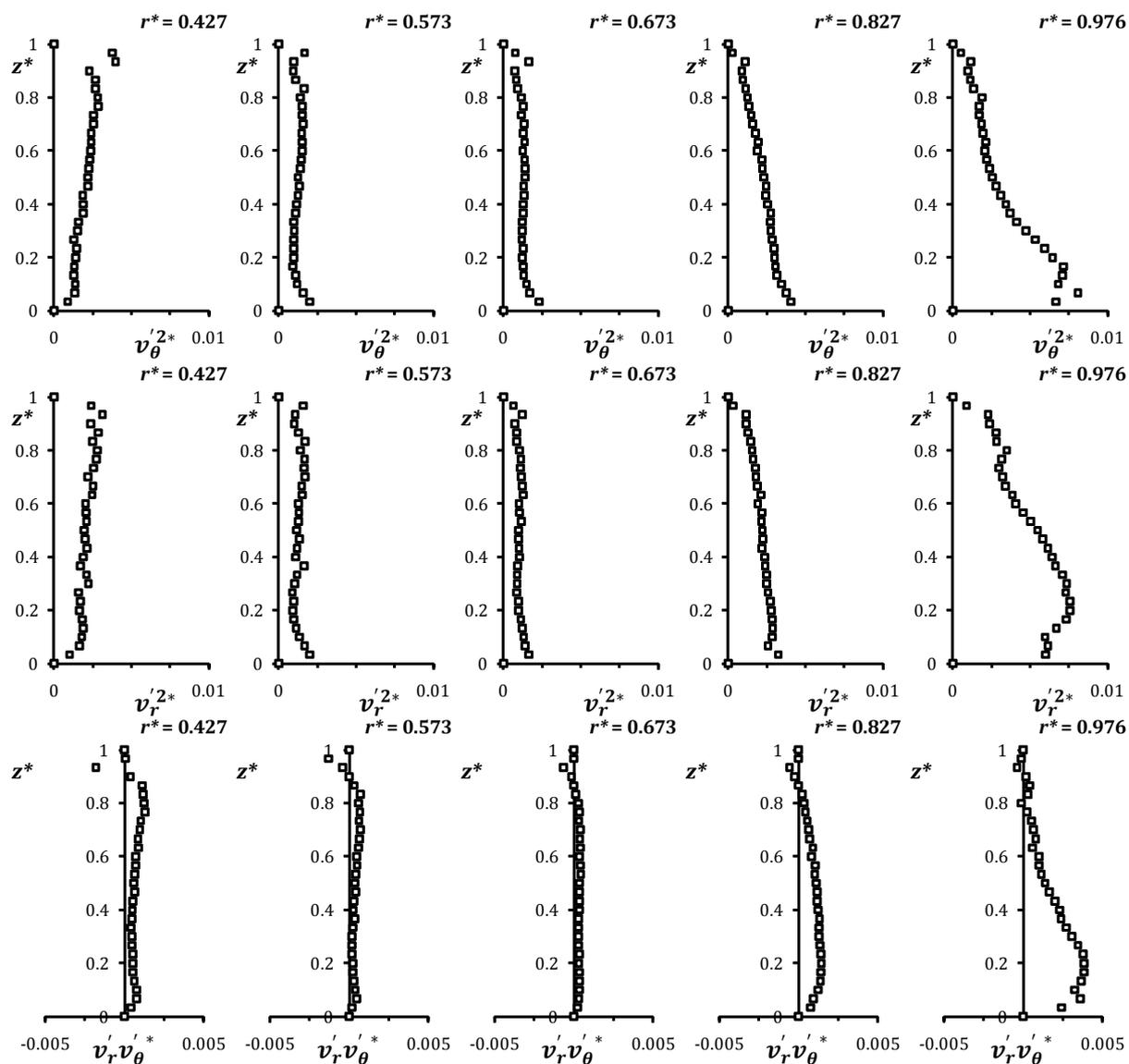


Figure (D.AA12.3) : Profils des corrélations turbulentes adimensionnées suivant θ (1^{ère} ligne) et r (2^{ème} ligne) et croisées $r\theta$ (3^{ème} ligne).

AA13

$$G = 0.053; \quad Re = 1.03 \times 10^6; \quad Ek = 3.42 \times 10^{-4}$$

$$C_w = 3.7 \times 10^3; \quad Ro = 3.01 \times 10^{-3}; \quad C_{qp} = 2.90 \times 10^{-3}$$

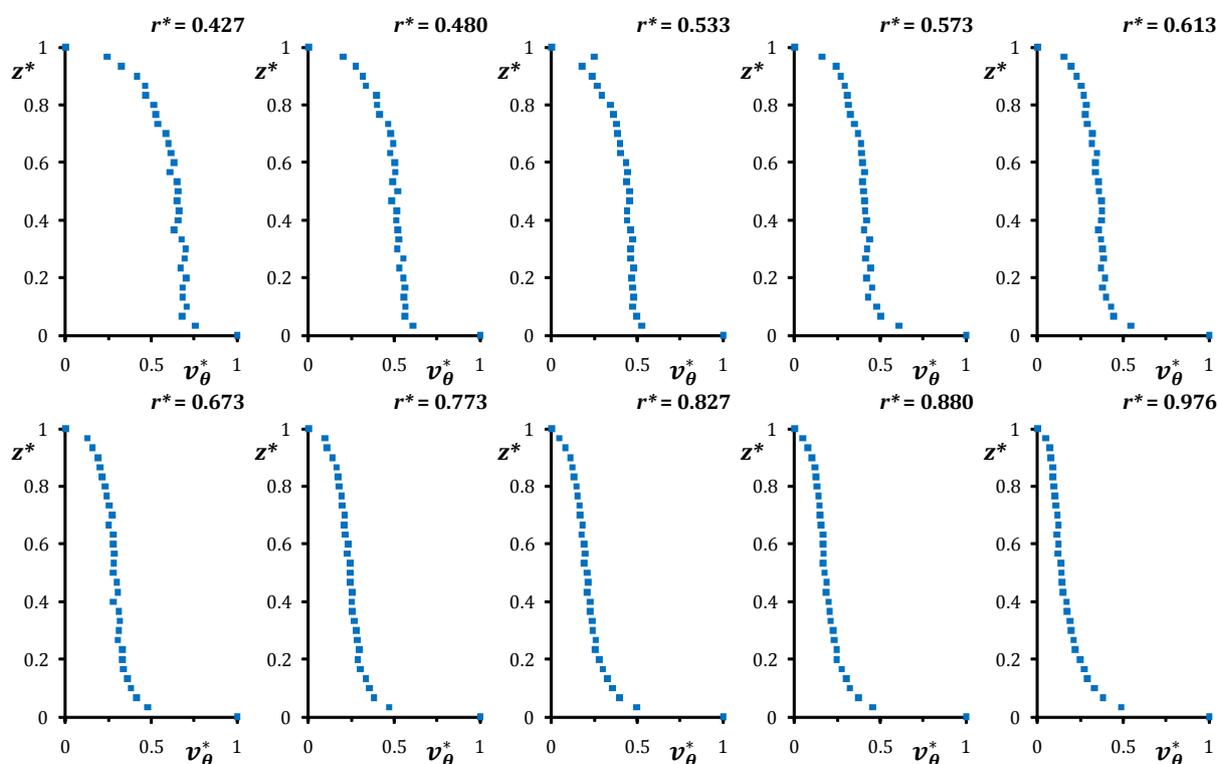


Figure (D.AA13.1) : Profils de la vitesse tangentielle.

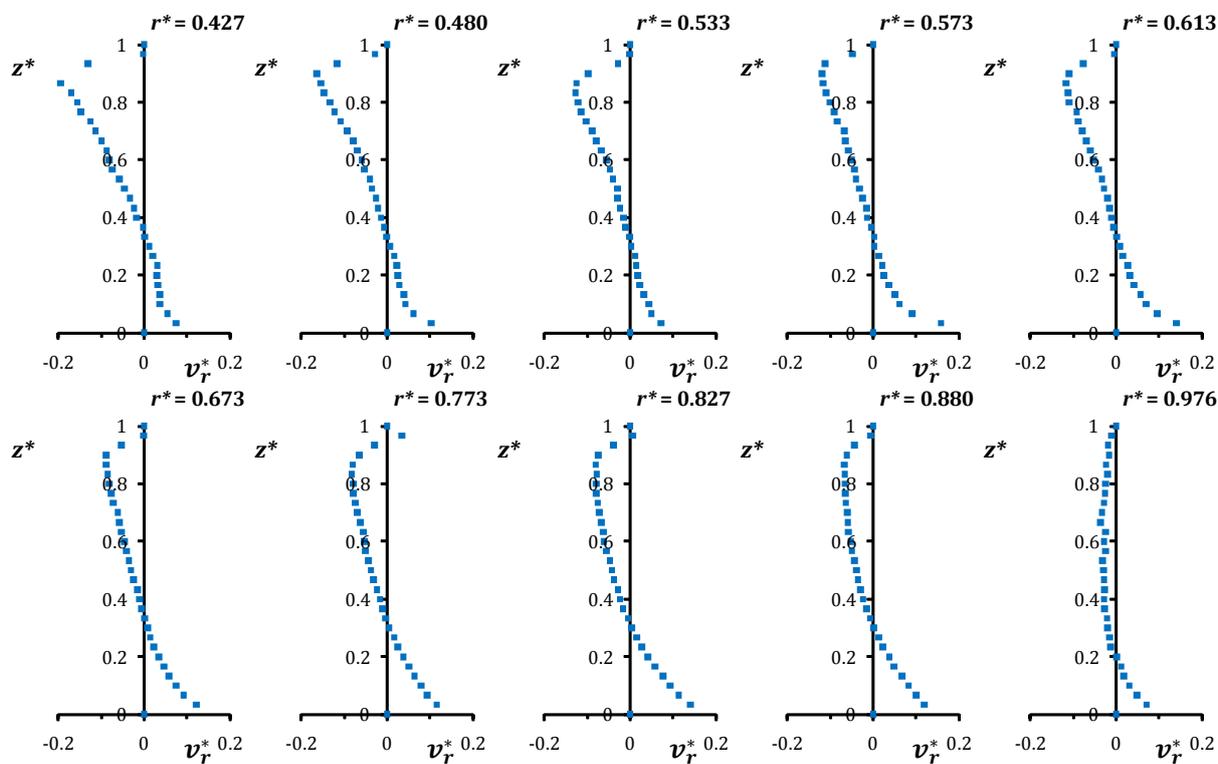


Figure (D.AA13.2) : Profils de la vitesse radiale.

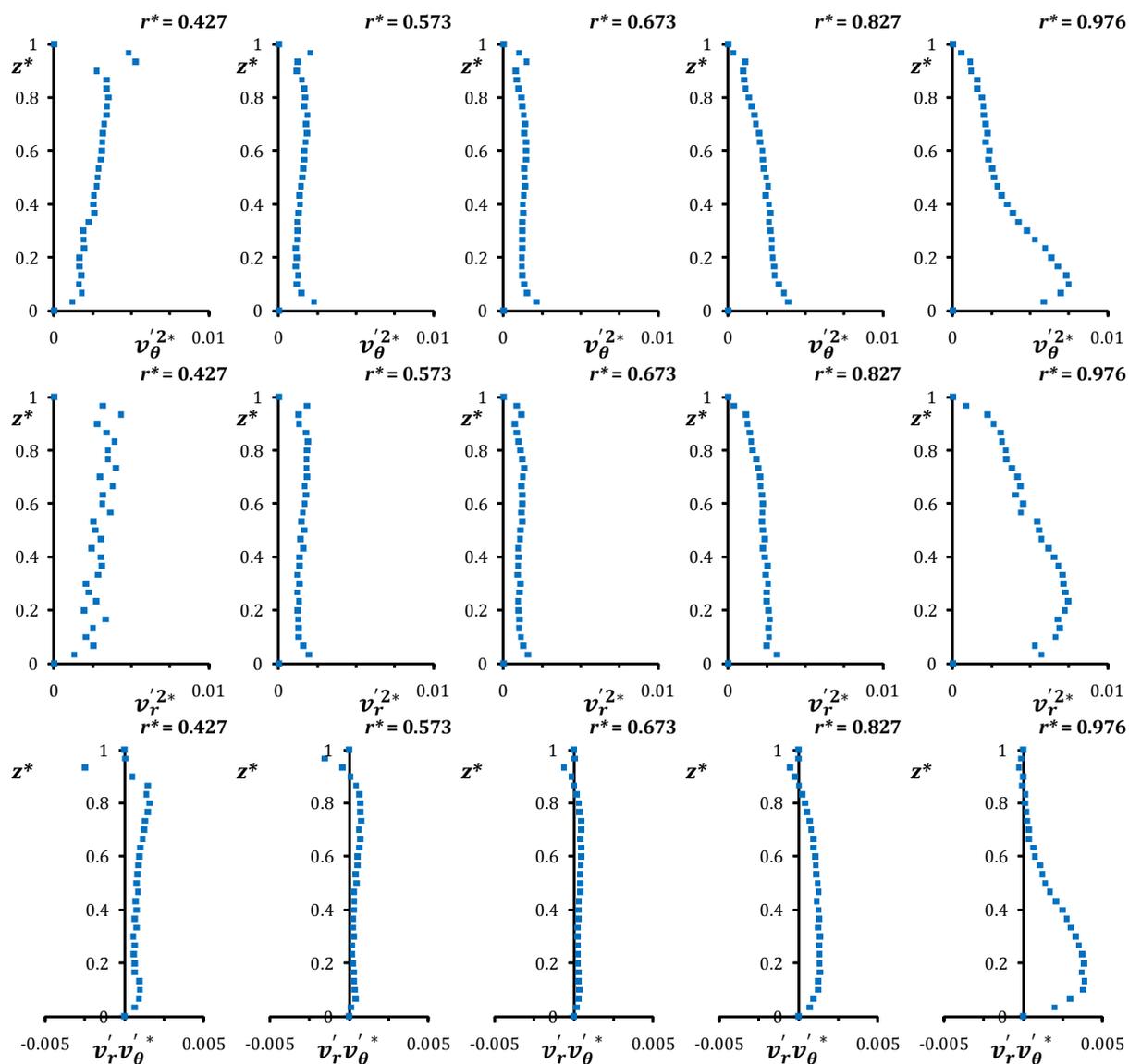


Figure (D.AA13.3) : Profils des corrélations turbulentes adimensionnées suivant θ (1^{ère} ligne) et r (2^{ème} ligne) et croisées $r\theta$ (3^{ème} ligne).

AA21

$$G = 0.053; \quad Re = 1.47 \times 10^6; \quad Ek = 2.39 \times 10^{-4}$$

$$C_w = 2.0 \times 10^3; \quad Ro = 8.54 \times 10^{-3}; \quad C_{qp} = 7.26 \times 10^{-3}$$

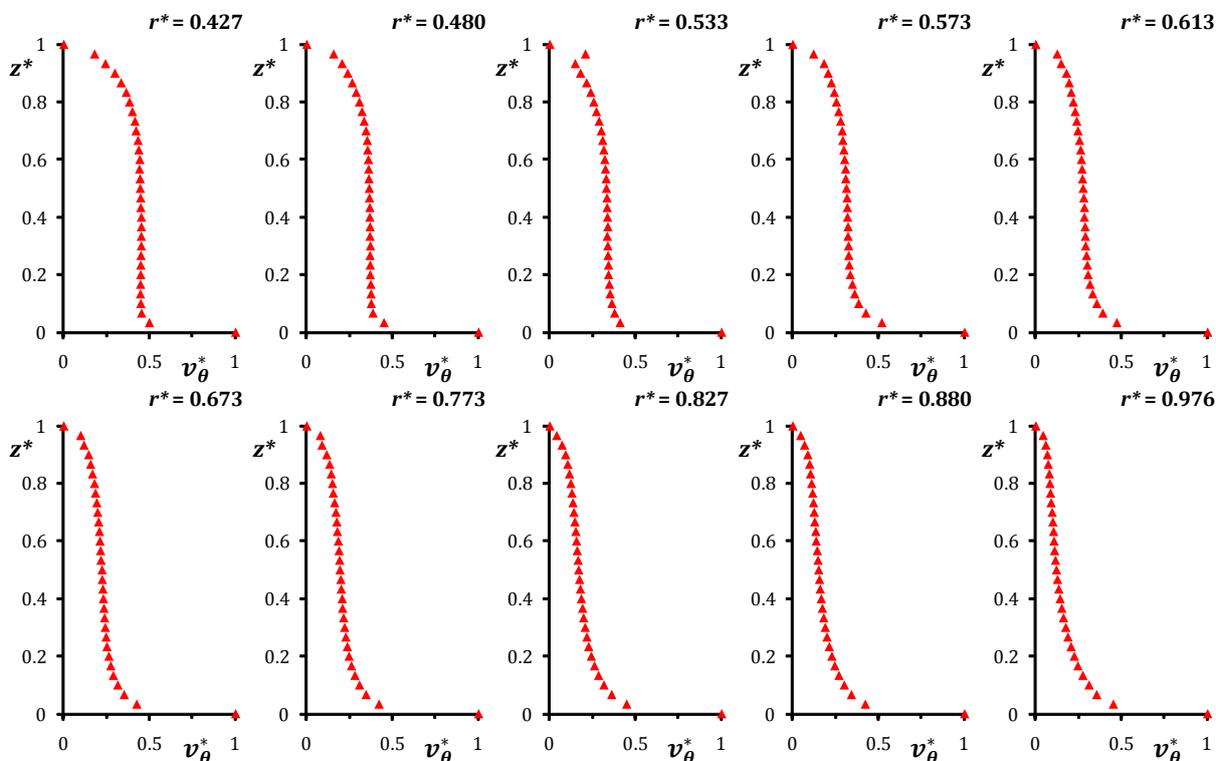


Figure (D.AA21.1) : Profils de la vitesse tangentielle.

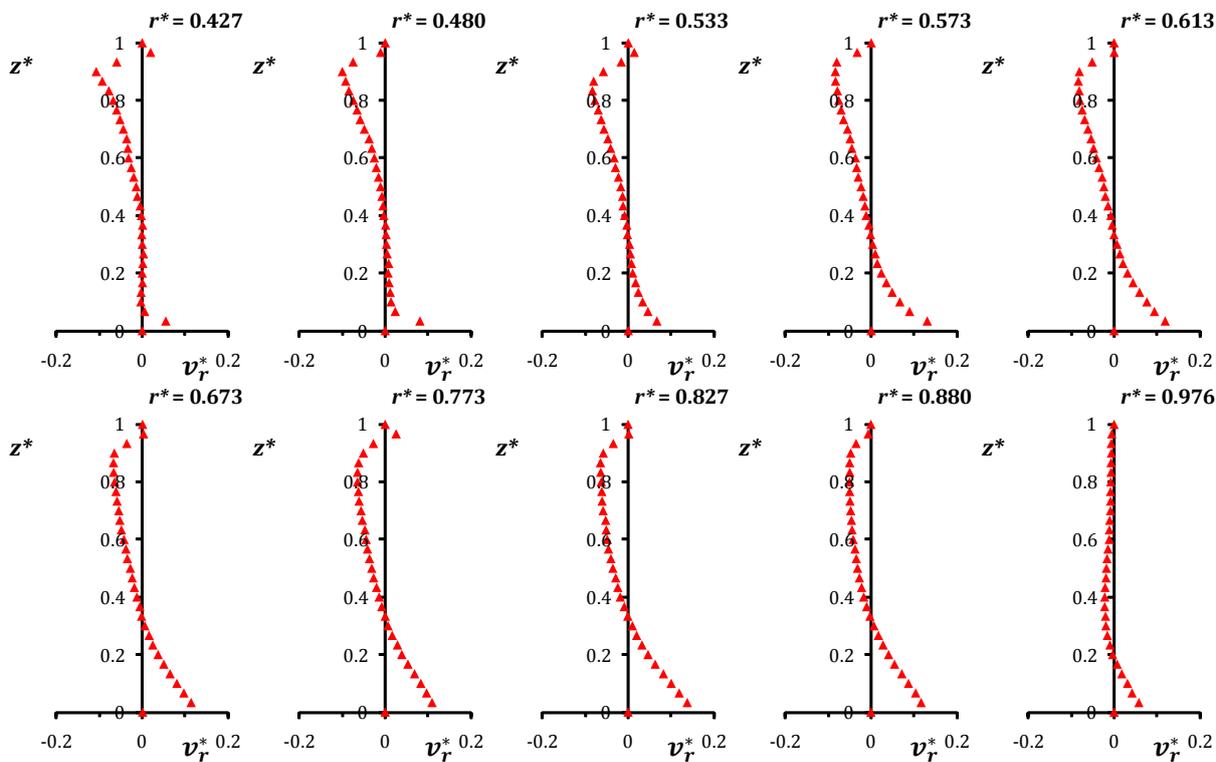


Figure (D.AA21.2) : Profils de la vitesse radiale.

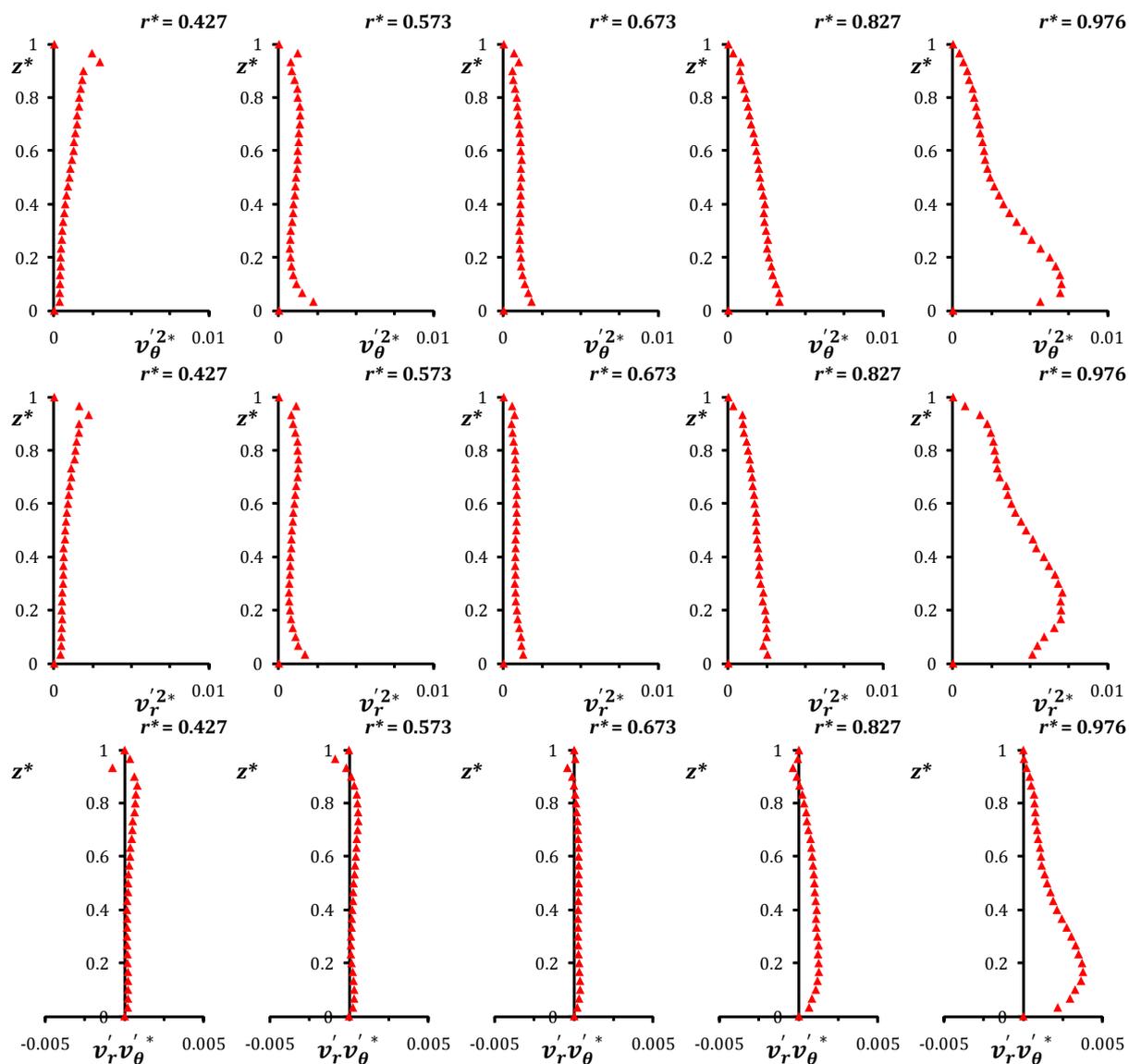


Figure (D.AA21.3) : Profils des corrélations turbulentes adimensionnées suivant θ (1^{ère} ligne) et r (2^{ème} ligne) et croisées $r\theta$ (3^{ème} ligne).

AA22

$$G = 0.053; \quad Re = 1.47 \times 10^6; \quad Ek = 2.39 \times 10^{-4}$$

$$C_w = 2.9 \times 10^3; \quad Ro = 5.69 \times 10^{-3}; \quad C_{qp} = 5.45 \times 10^{-3}$$

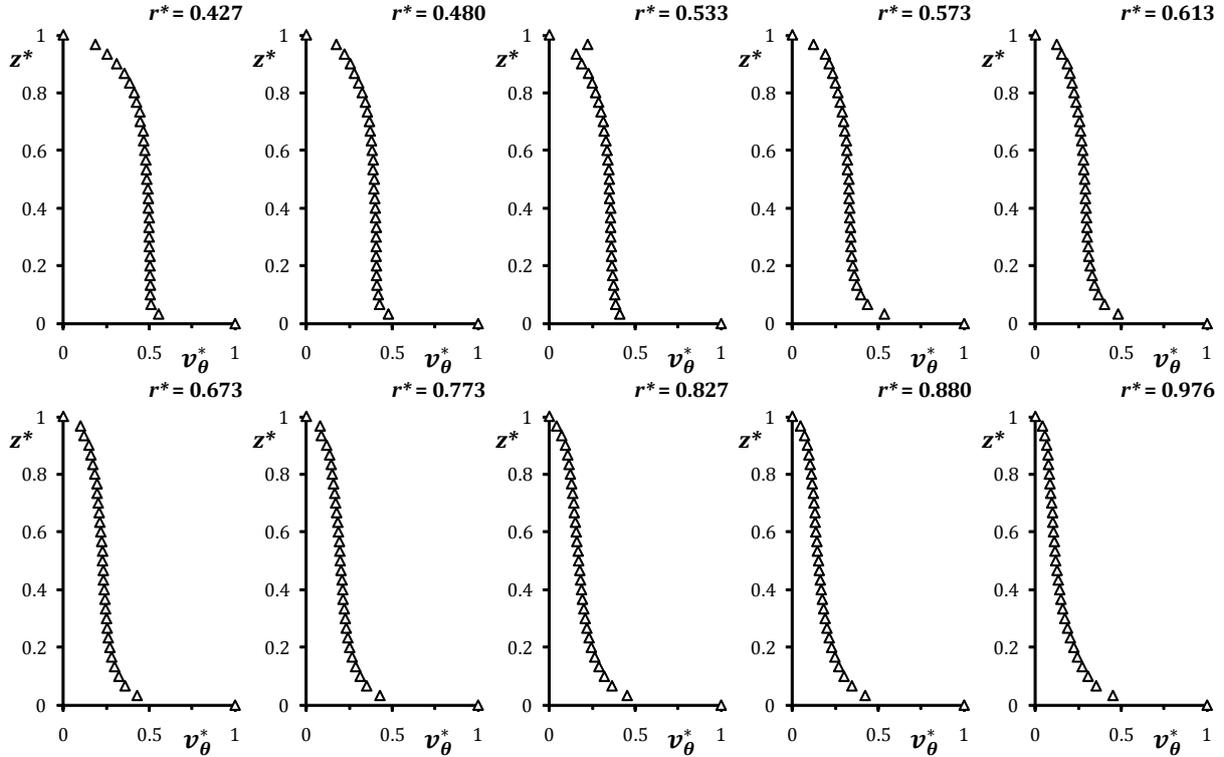


Figure (D.AA22.1) : Profils de la vitesse tangentielle.

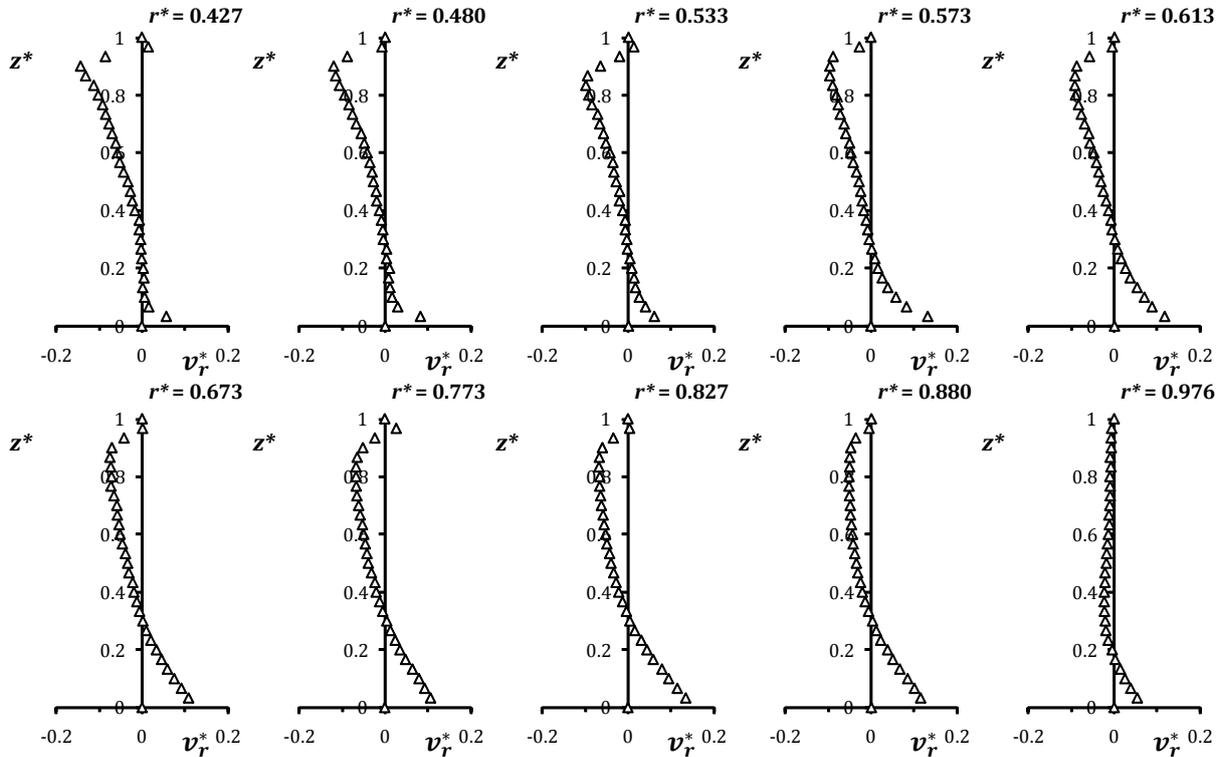


Figure (D.AA22.2) : Profils de la vitesse radiale.

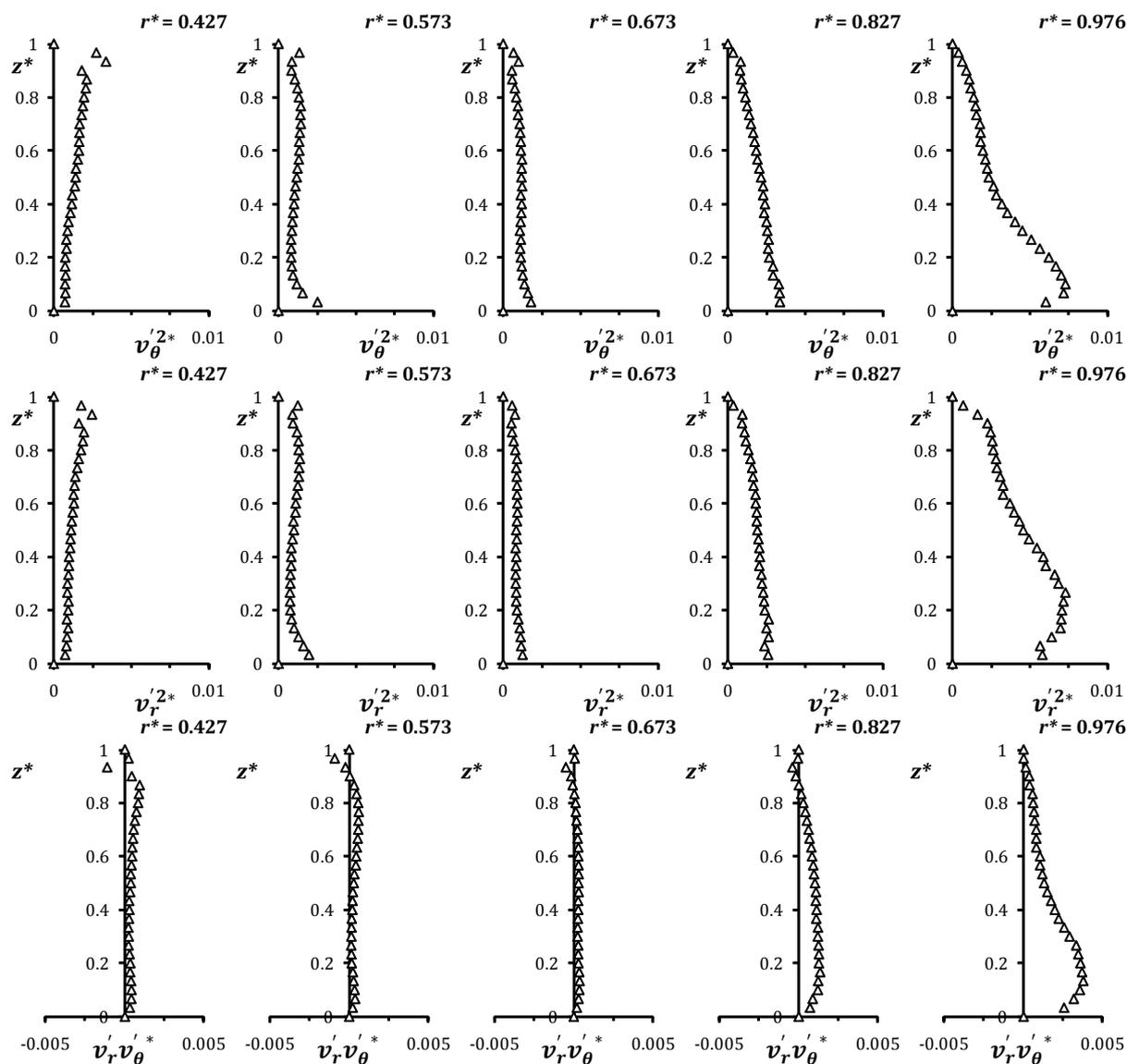


Figure (D.AA22.3) : Profils des corrélations turbulentes adimensionnées suivant θ (1^{ère} ligne) et r (2^{ème} ligne) et croisées $r\theta$ (3^{ème} ligne).

AA23

$$G = 0.053; \quad Re = 1.47 \times 10^6; \quad Ek = 2.39 \times 10^{-4}$$

$$C_w = 3.7 \times 10^3; \quad Ro = 4.51 \times 10^{-3}; \quad C_{qp} = 4.35 \times 10^{-3}$$

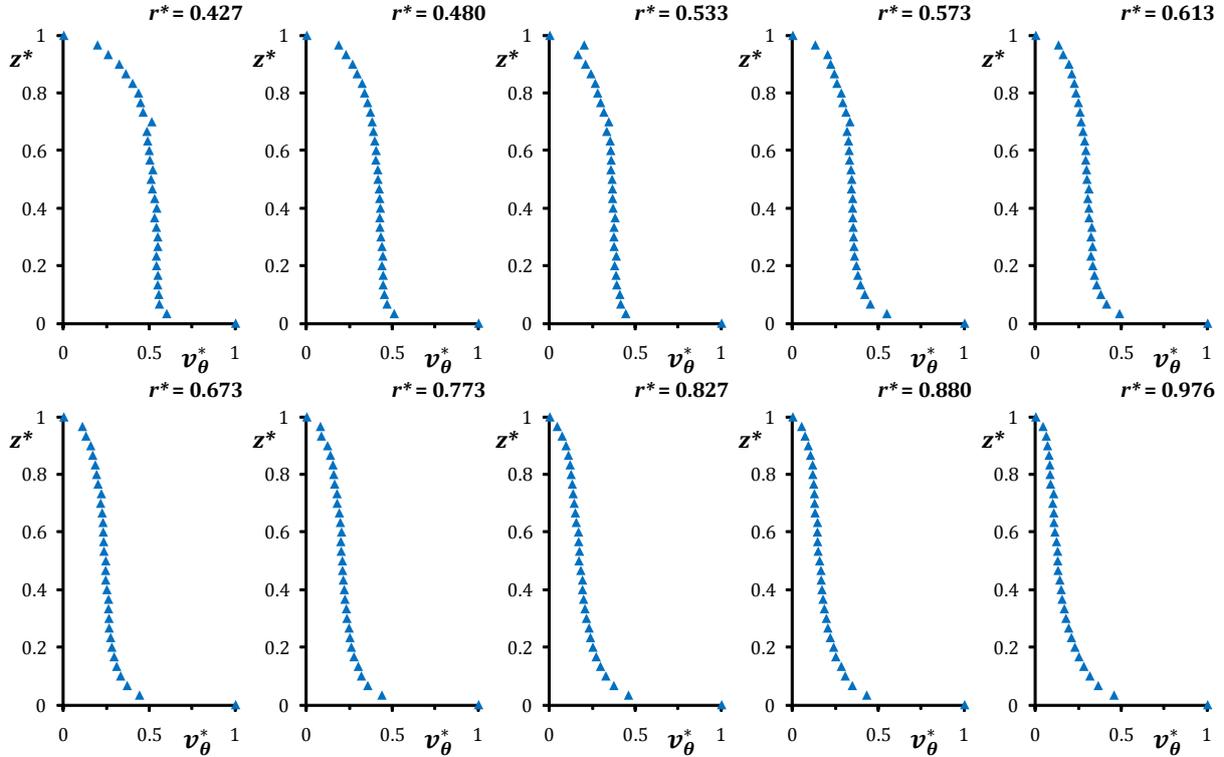


Figure (D.AA23.1) : Profils de la vitesse tangentielle.

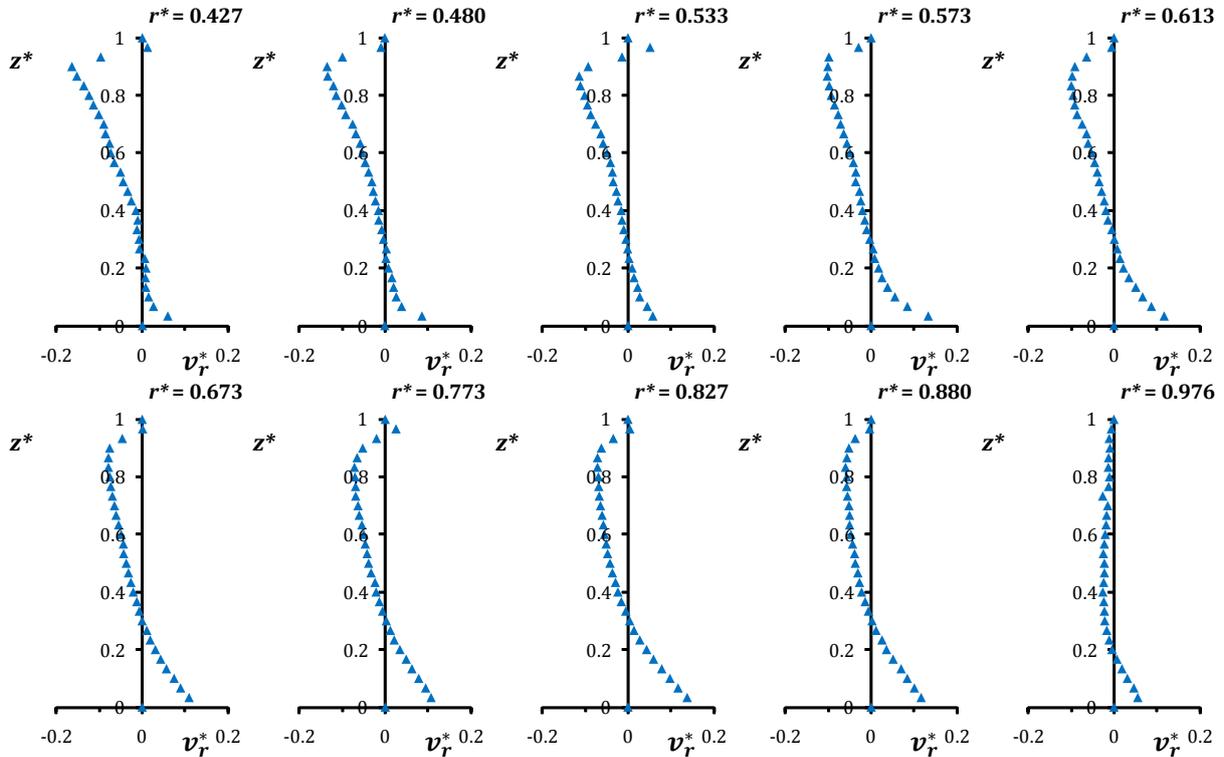


Figure (D.AA23.2) : Profils de la vitesse radiale.

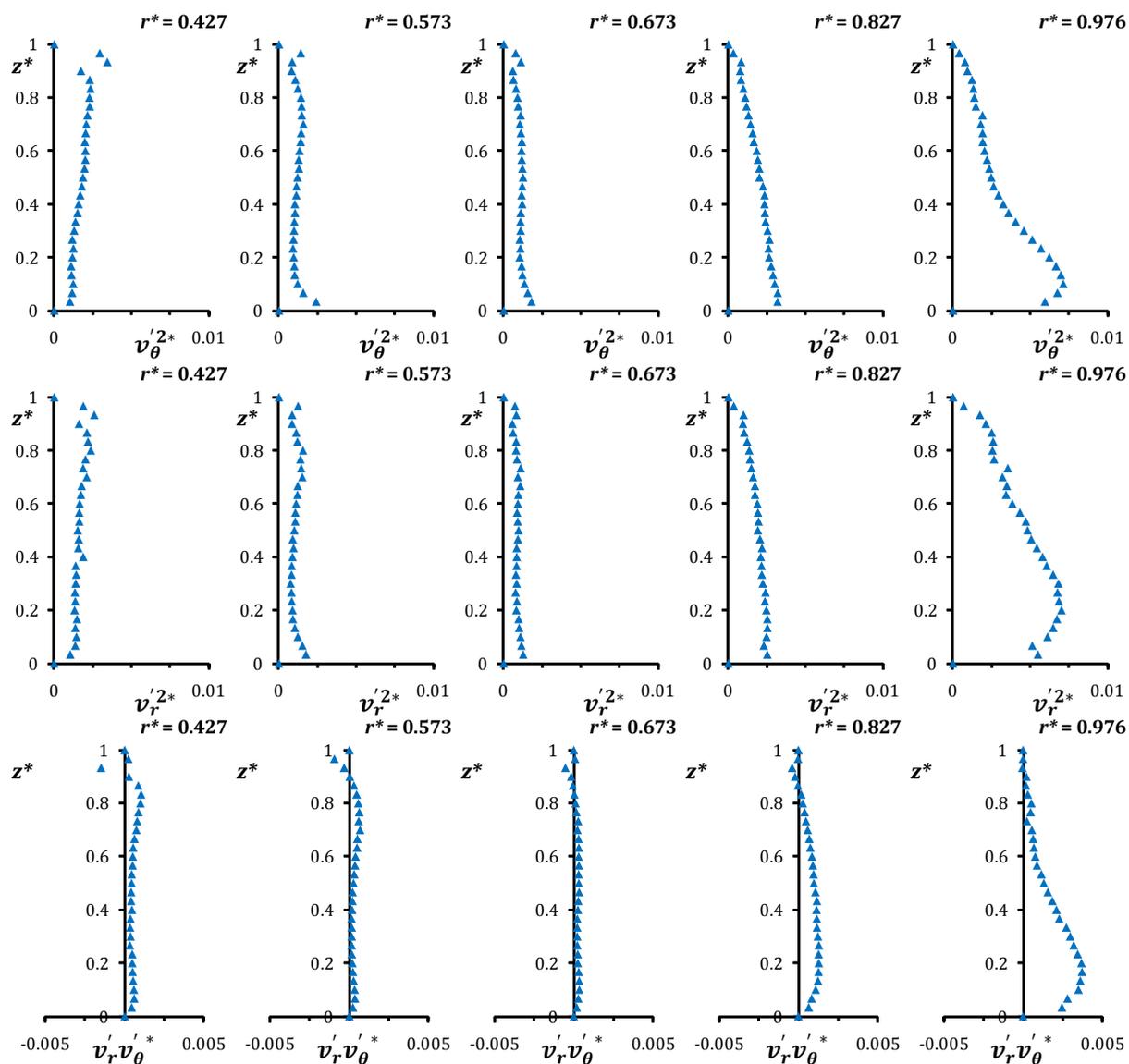


Figure (D.AA23.3) : Profils des corrélations turbulentes adimensionnées suivant θ (1^{ère} ligne) et r (2^{ème} ligne) et croisées $r\theta$ (3^{ème} ligne).

AA31

$$G = 0.053; \quad Re = 1.95 \times 10^6; \quad Ek = 1.80 \times 10^{-4}$$

$$C_w = 2.0 \times 10^3; \quad Ro = 10.67 \times 10^{-3}; \quad C_{qp} = 9.07 \times 10^{-3}$$

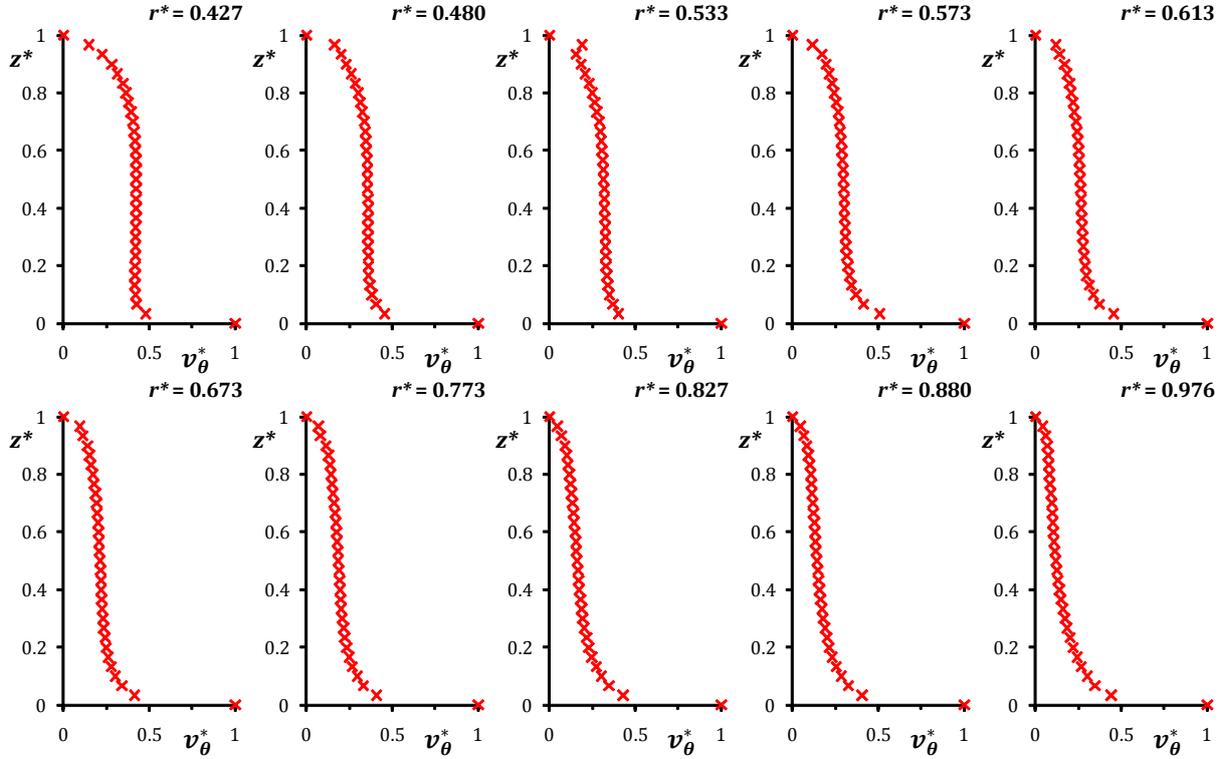


Figure (D.AA31.1) : Profils de la vitesse tangentielle.

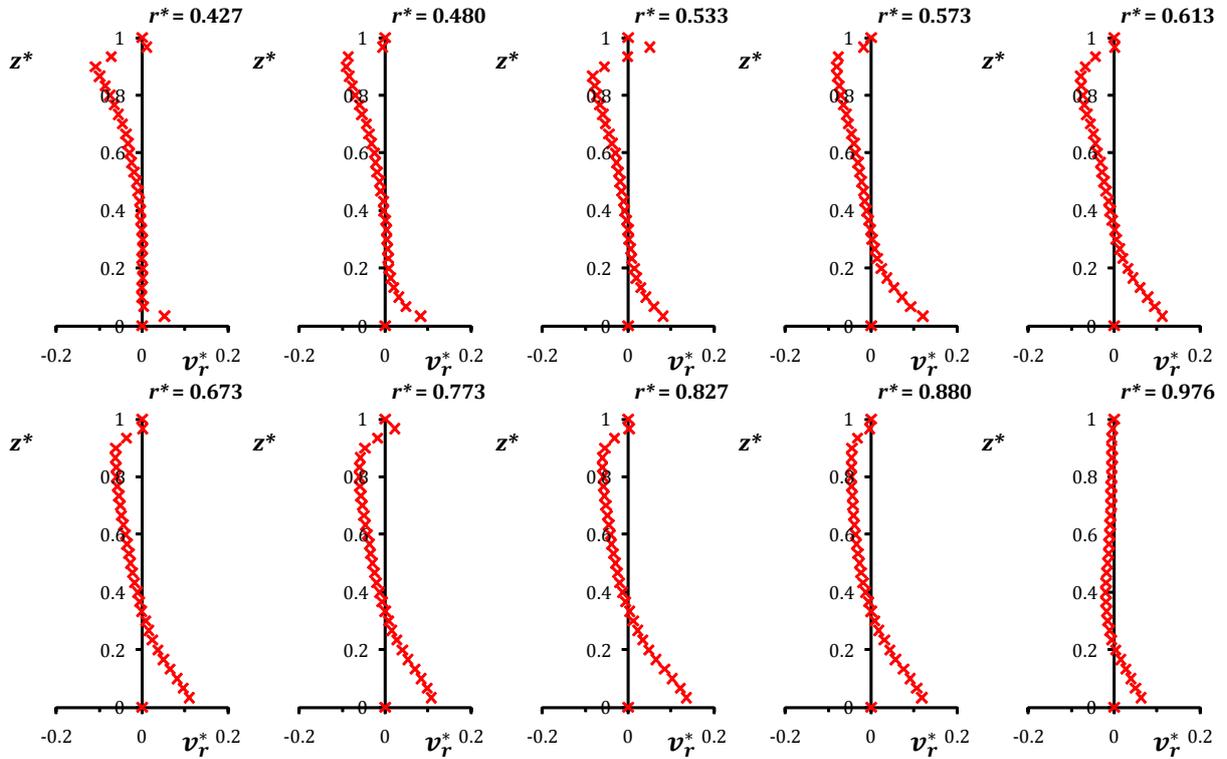


Figure (D.AA31.2) : Profils de la vitesse radiale.

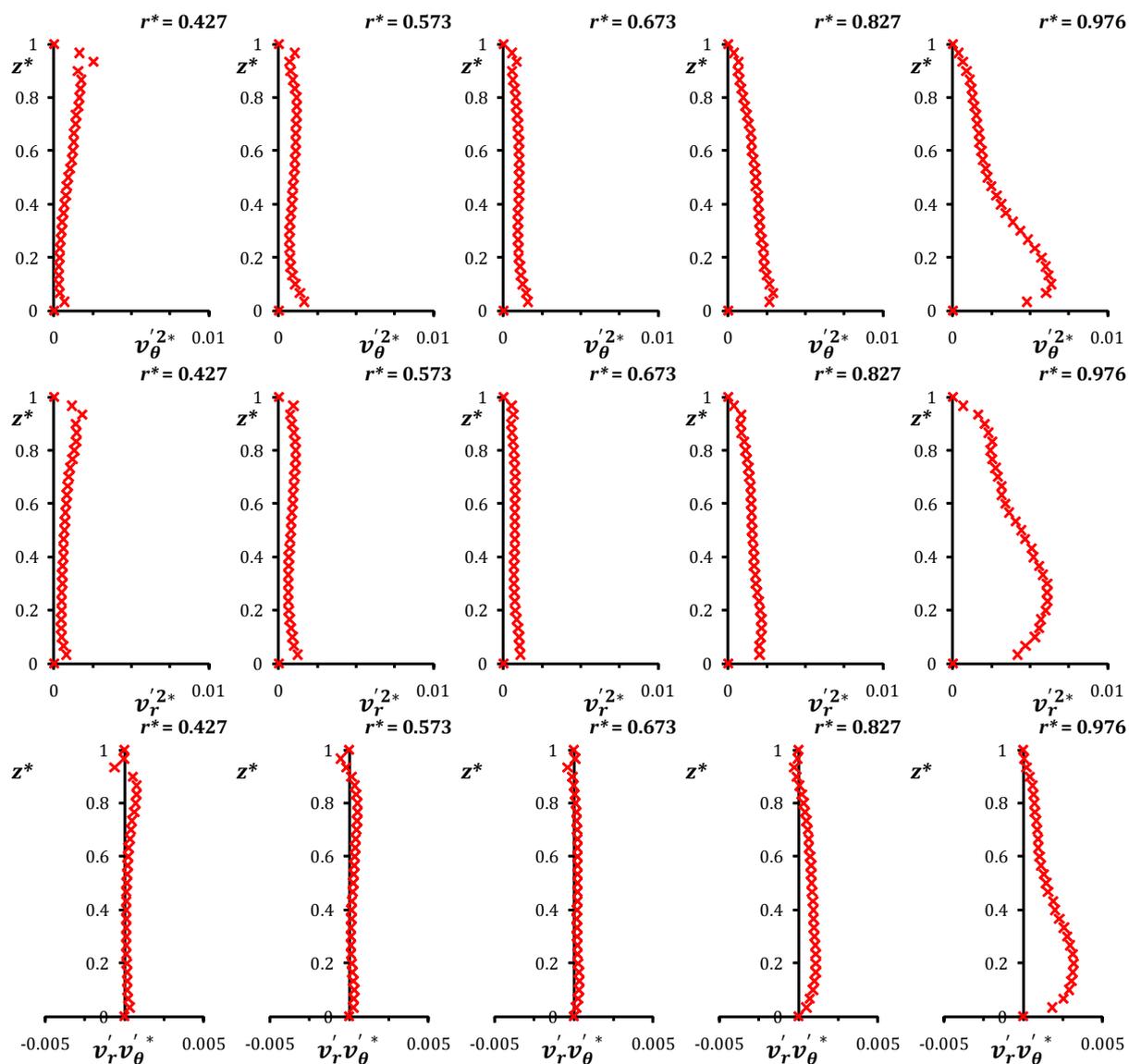


Figure (D.AA31.3) : Profils des corrélations turbulentes adimensionnées suivant θ (1^{ère} ligne) et r (2^{ème} ligne) et croisées $r\theta$ (3^{ème} ligne).

AA32

$$G = 0.053; \quad Re = 1.95 \times 10^6; \quad Ek = 1.80 \times 10^{-4}$$

$$C_w = 2.9 \times 10^3; \quad Ro = 7.46 \times 10^{-3}; \quad C_{qp} = 6.81 \times 10^{-3}$$

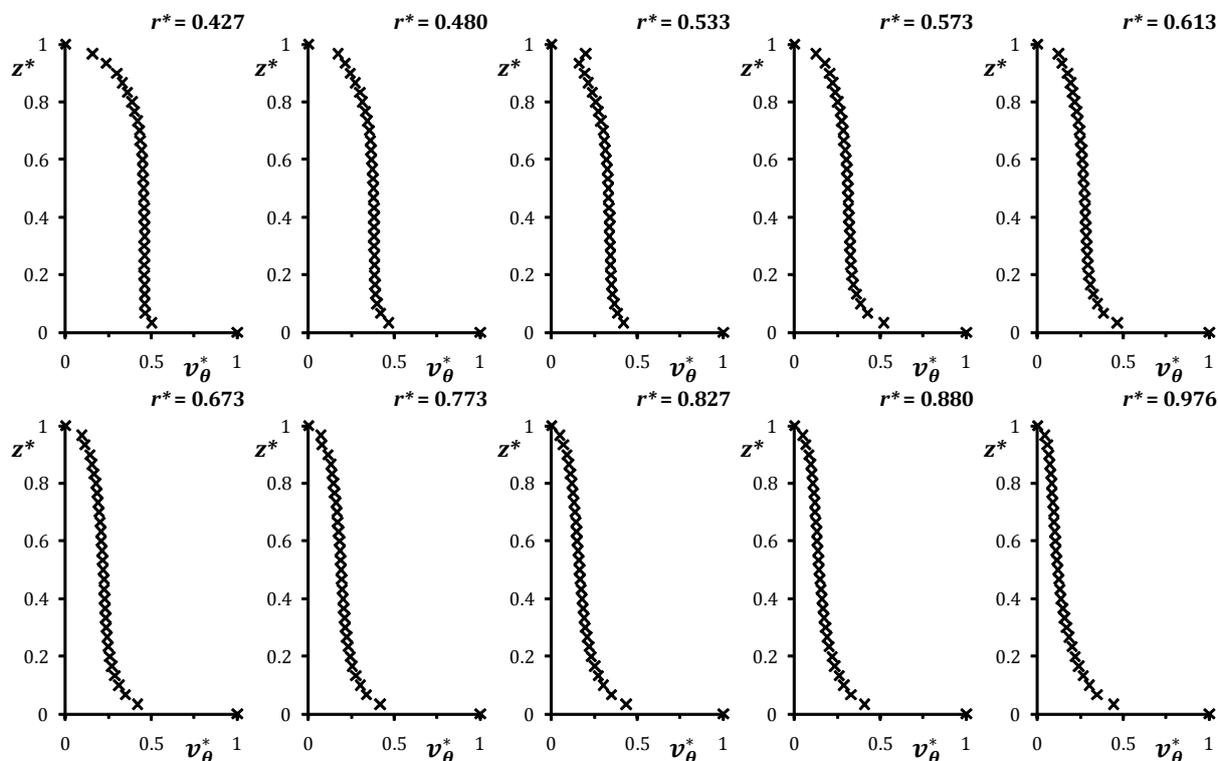


Figure (D.AA32.1) : Profils de la vitesse tangentielle.

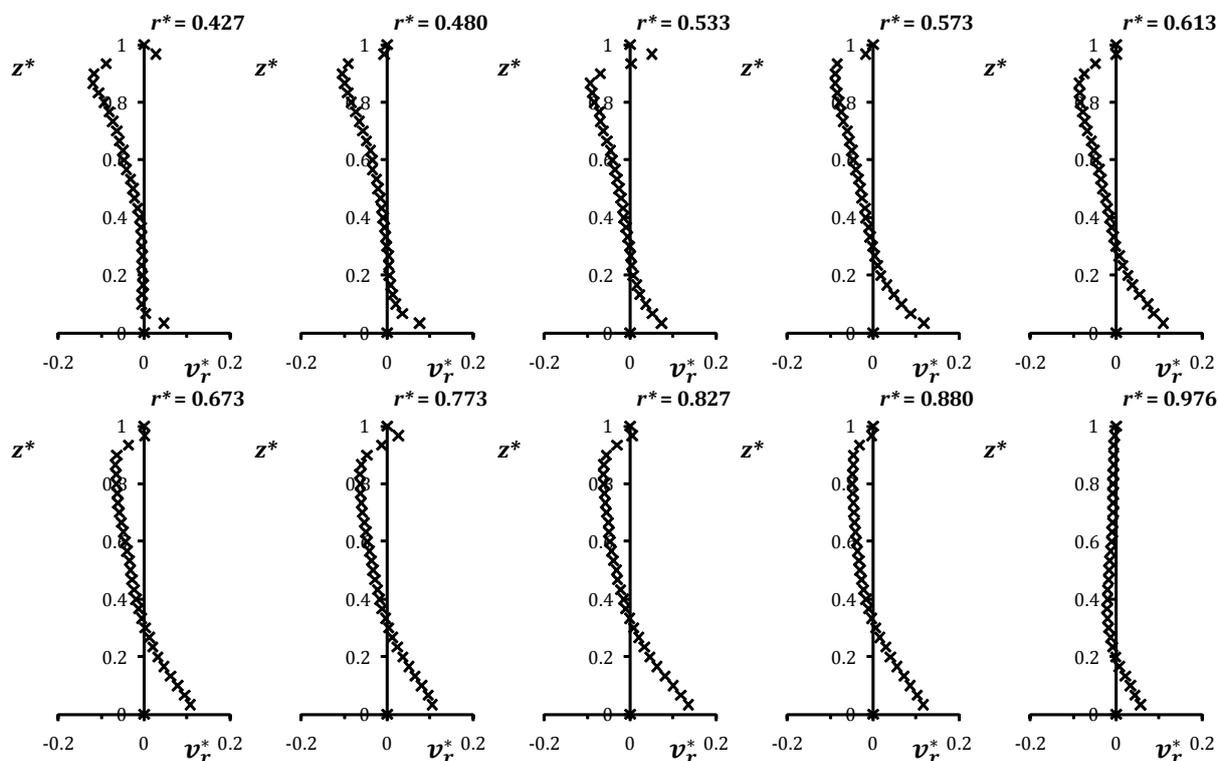


Figure (D.AA32.2) : Profils de la vitesse radiale.

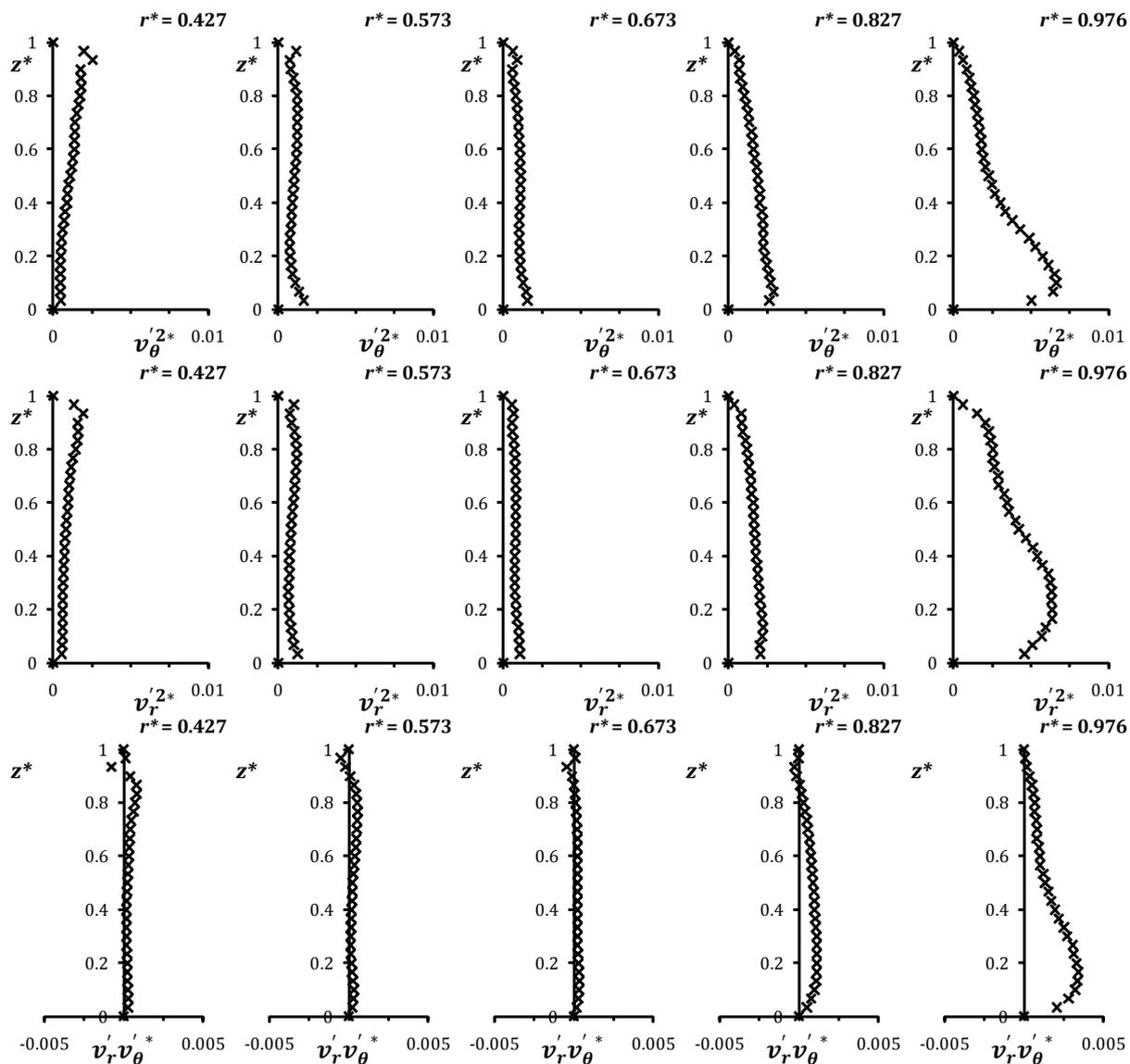


Figure (D.AA32.3) : Profils des corrélations turbulentes adimensionnées suivant θ (1^{ère} ligne) et r (2^{ème} ligne) et croisées $r\theta$ (3^{ème} ligne).

AA33

$$G = 0.053; \quad Re = 1.95 \times 10^6; \quad Ek = 1.80 \times 10^{-4}$$

$$C_w = 3.7 \times 10^3; \quad Ro = 5.63 \times 10^{-3}; \quad C_{qp} = 5.44 \times 10^{-3}$$

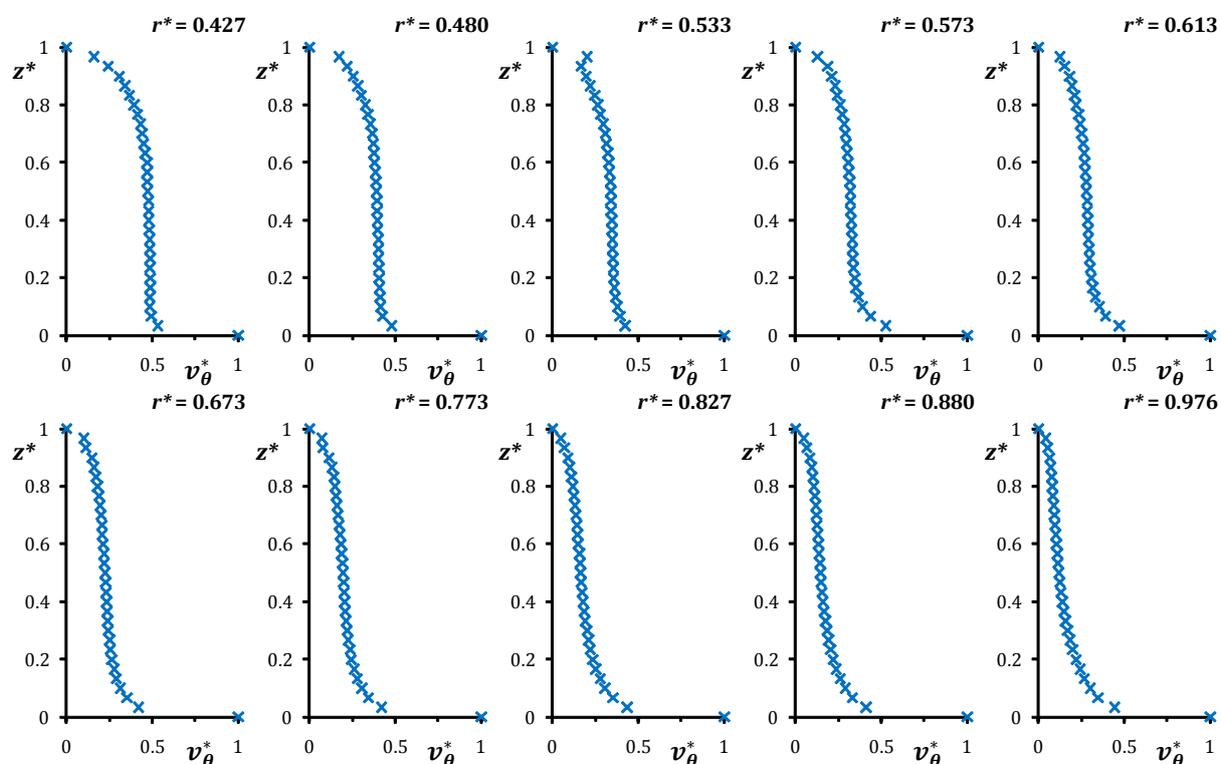


Figure (D.AA33.1) : Profils de la vitesse tangentielle.

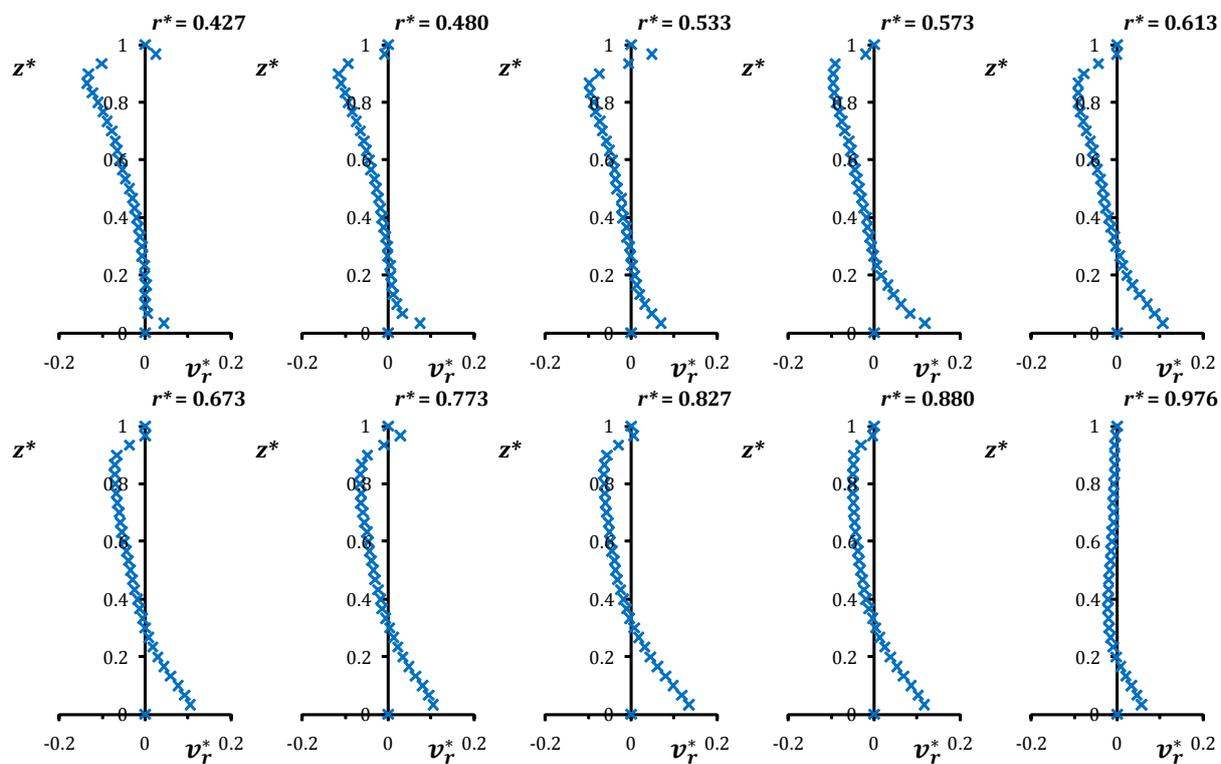


Figure (D.AA33.2) : Profils de la vitesse radiale.

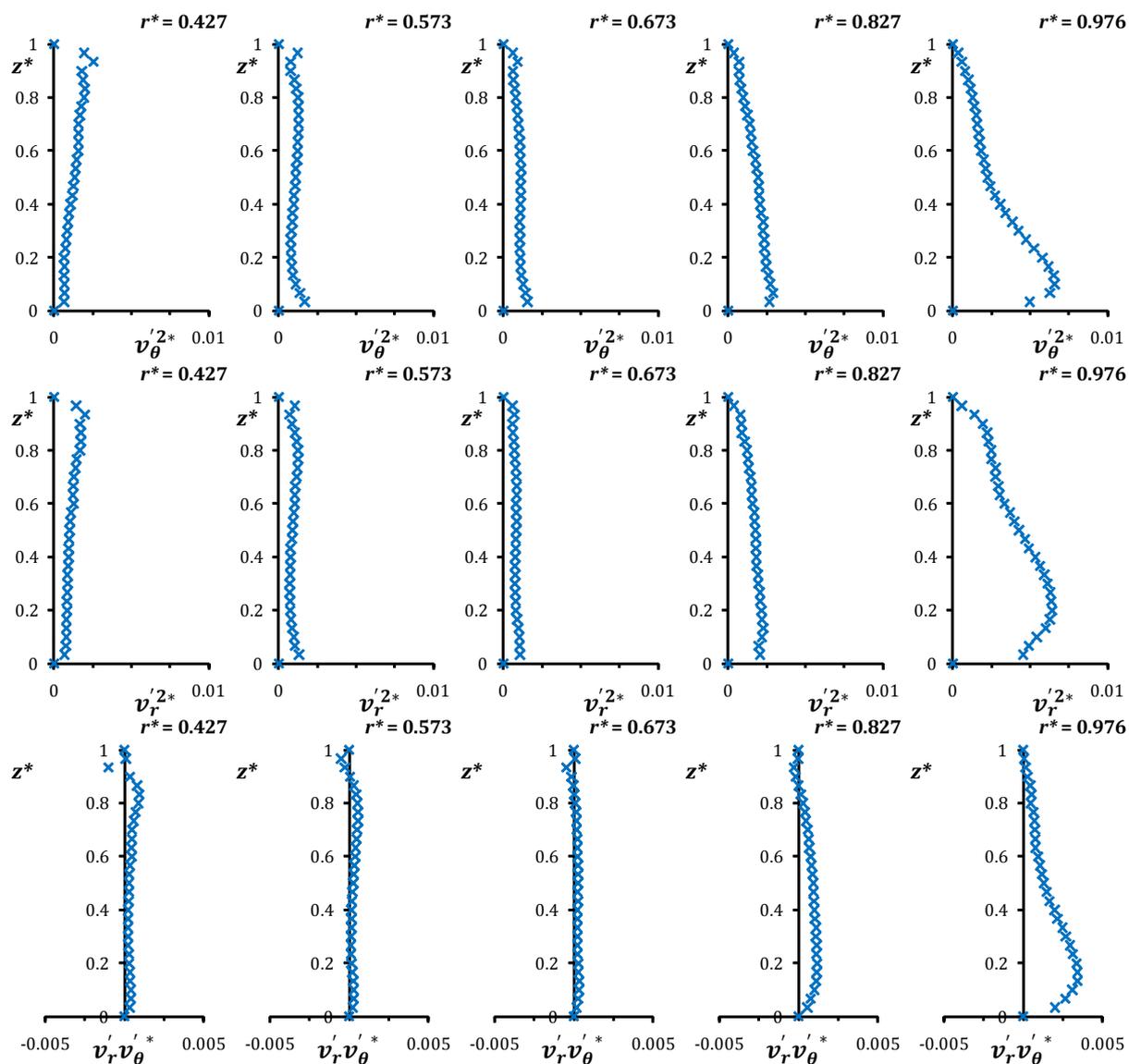


Figure (D.AA33.3) : Profils des corrélations turbulentes adimensionnées suivant θ (1^{ère} ligne) et r (2^{ème} ligne) et croisées $r\theta$ (3^{ème} ligne).

AC12

$$G = 0.080 ; \quad Re = 1.03 \times 10^6 ; \quad Ek = 1.52 \times 10^{-4}$$

$$C_w = 2.9 \times 10^3 ; \quad Ro = 5.69 \times 10^{-3} ; \quad C_{qp} = 7.26 \times 10^{-3}$$

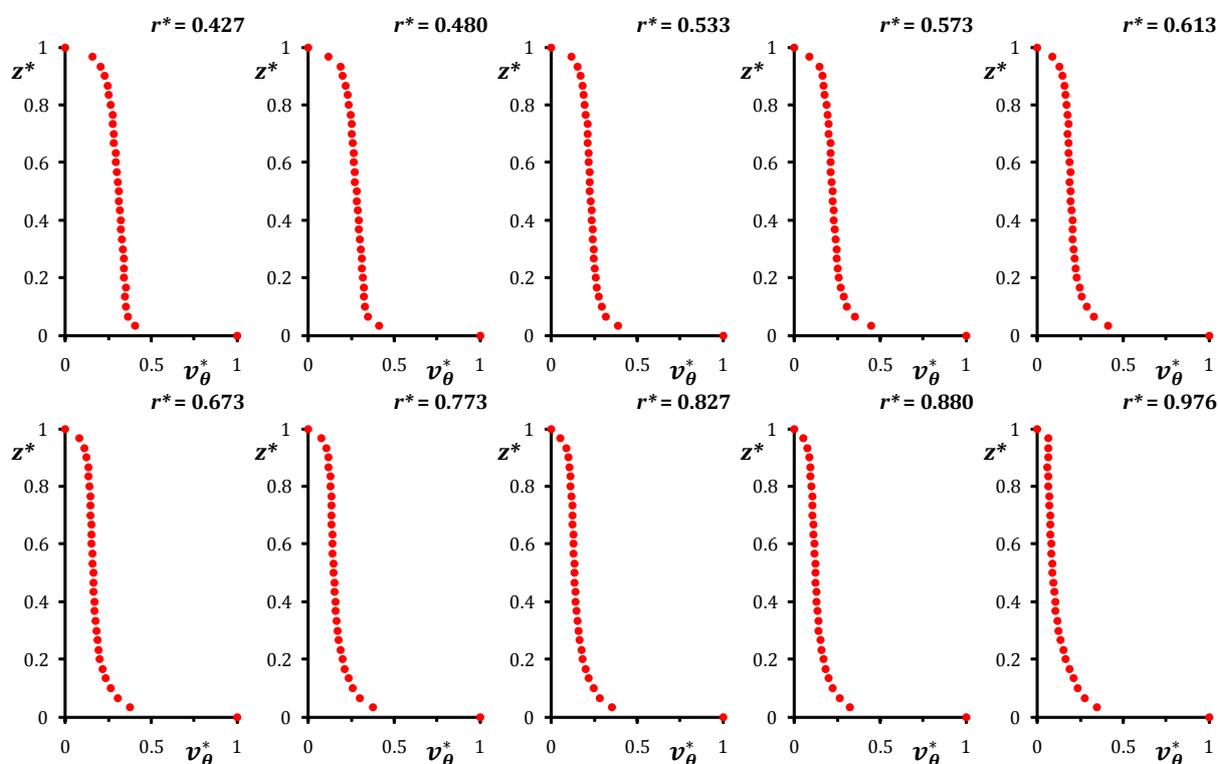


Figure (D.AC12.1) : Profils de la vitesse tangentielle.

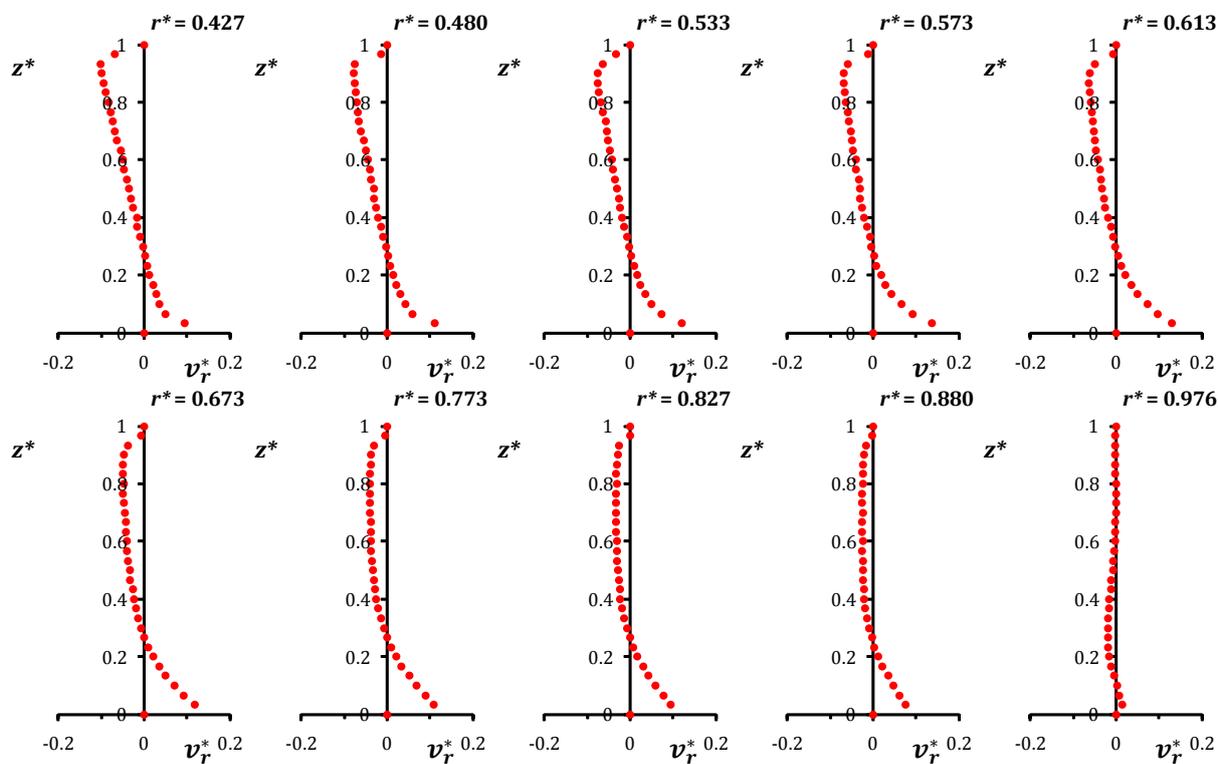


Figure (D.AC12.2) : Profils de la vitesse radiale.

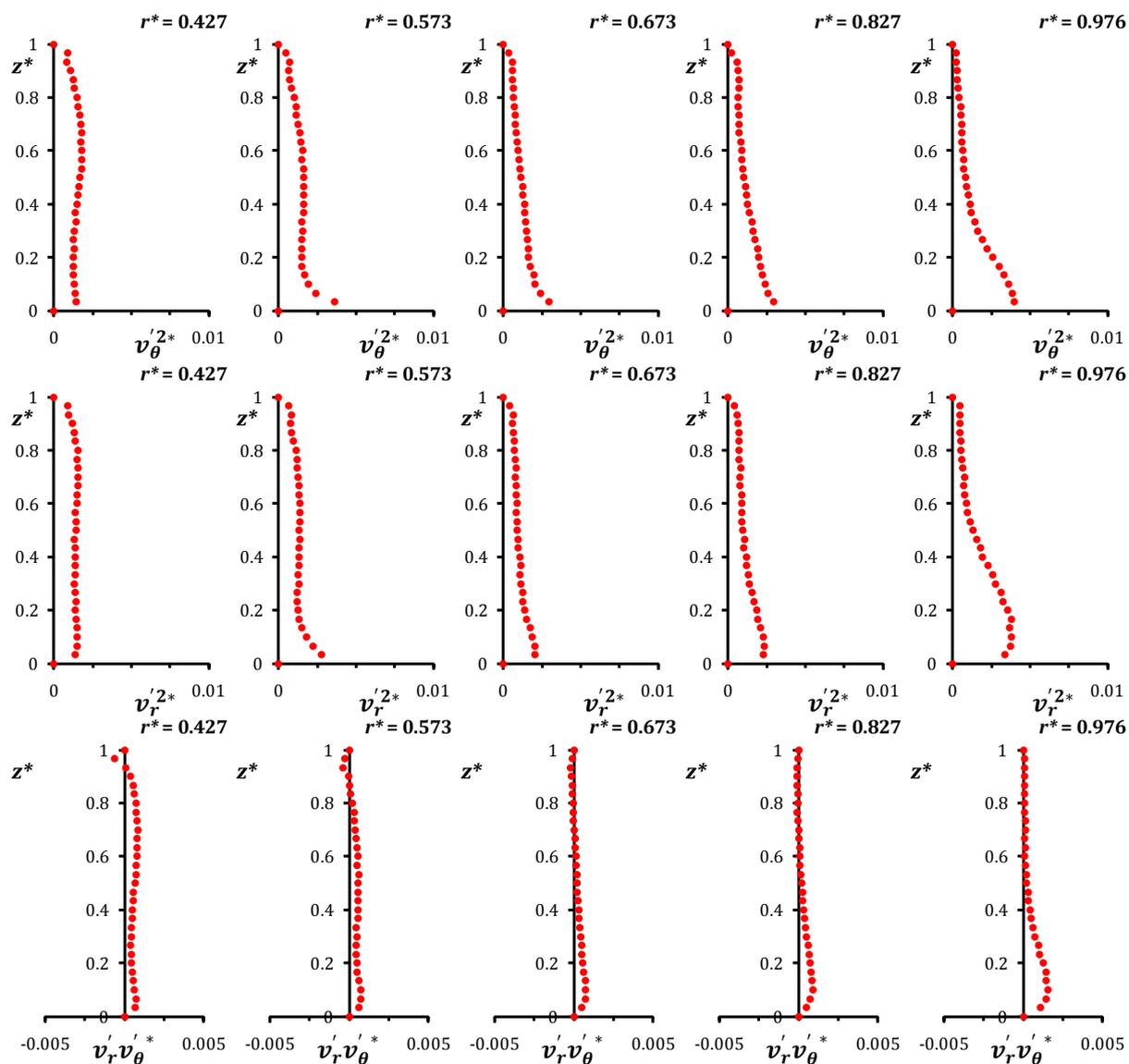


Figure (D.AC12.3) : Profils des corrélations turbulentes adimensionnées suivant θ (1^{ère} ligne) et r (2^{ème} ligne) et croisées $r\theta$ (3^{ème} ligne).

AC14

$$G = 0.080 ; \quad Re = 1.03 \times 10^6 ; \quad Ek = 1.52 \times 10^{-4}$$

$$C_w = 3.9 \times 10^3 ; \quad Ro = 7.59 \times 10^{-3} ; \quad C_{qp} = 5.45 \times 10^{-3}$$

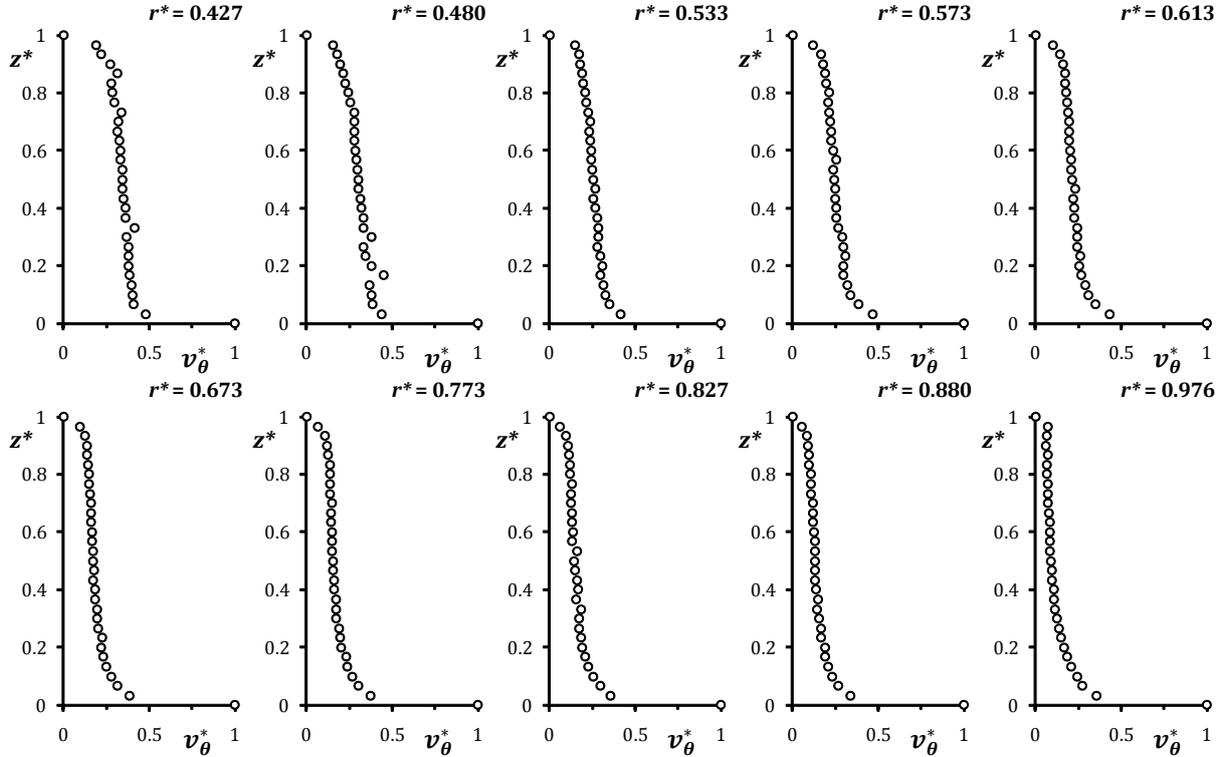


Figure (D.AC14.1) : Profils de la vitesse tangentielle.

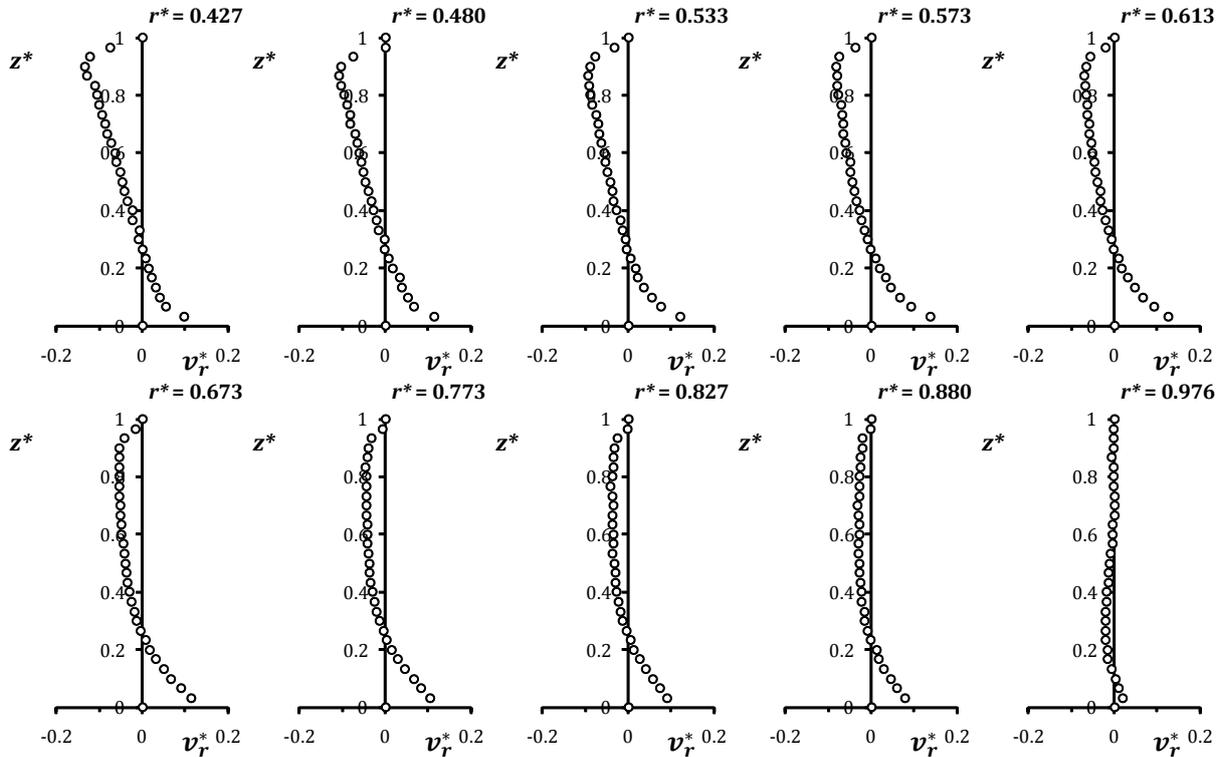


Figure (D.AC14.2) : Profils de la vitesse radiale.

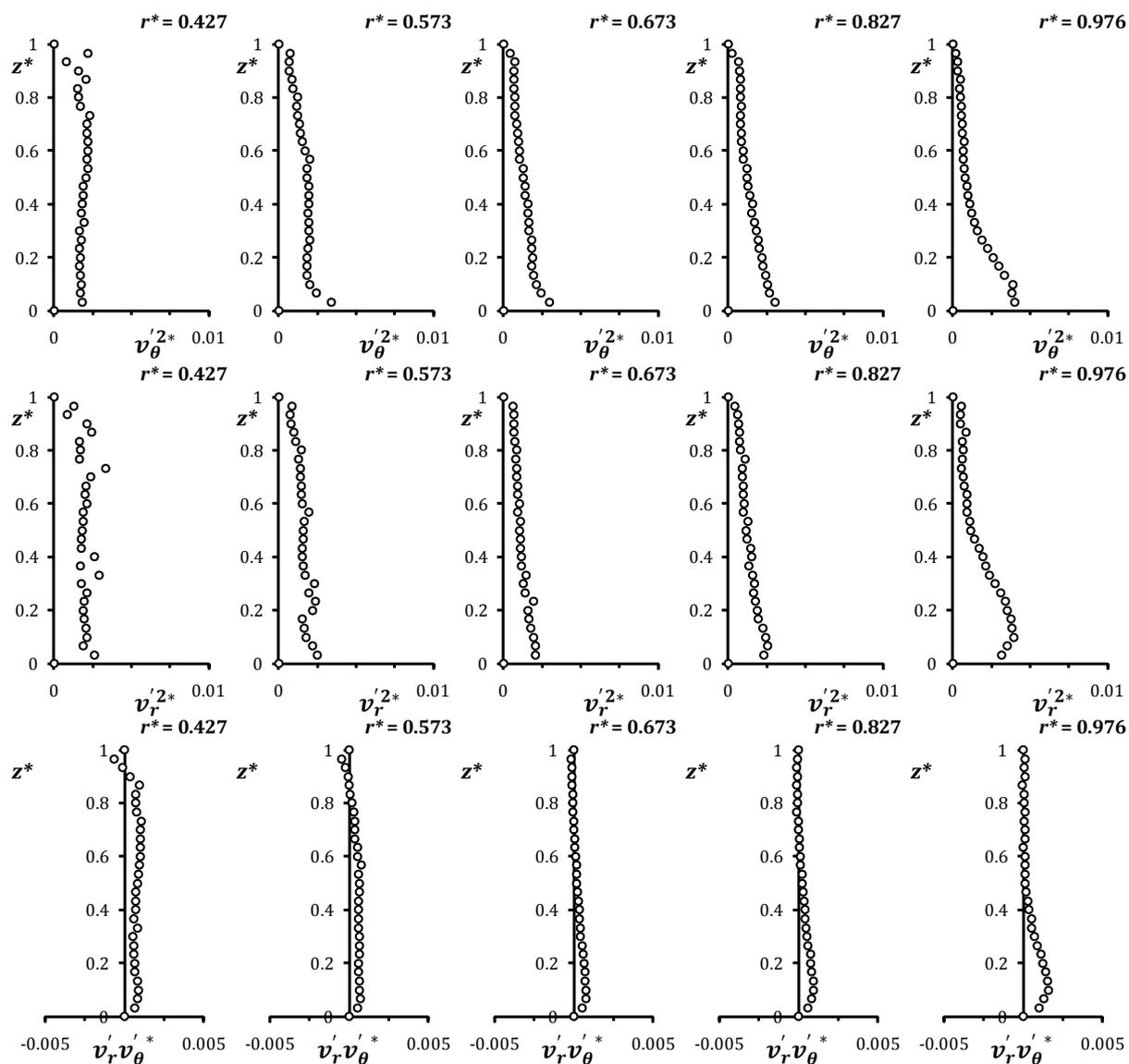


Figure (D.AC14.3) : Profils des corrélations turbulentes adimensionnées suivant θ (1^{ère} ligne) et r (2^{ème} ligne) et croisées $r\theta$ (3^{ème} ligne).

AC15

$$G = 0.080; \quad Re = 1.03 \times 10^6; \quad Ek = 1.52 \times 10^{-4}$$

$$C_w = 4.9 \times 10^3; \quad Ro = 9.49 \times 10^{-3}; \quad C_{qp} = 4.35 \times 10^{-3}$$

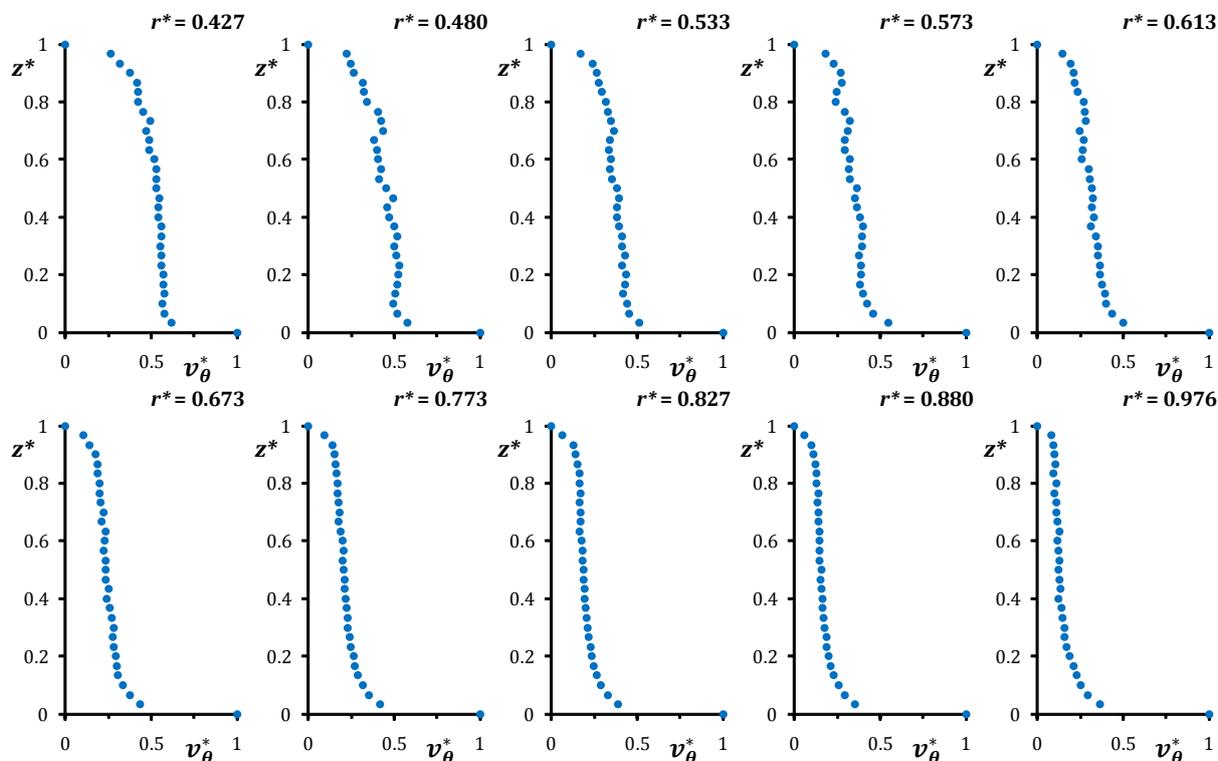


Figure (D.AC15.1) : Profils de la vitesse tangentielle.

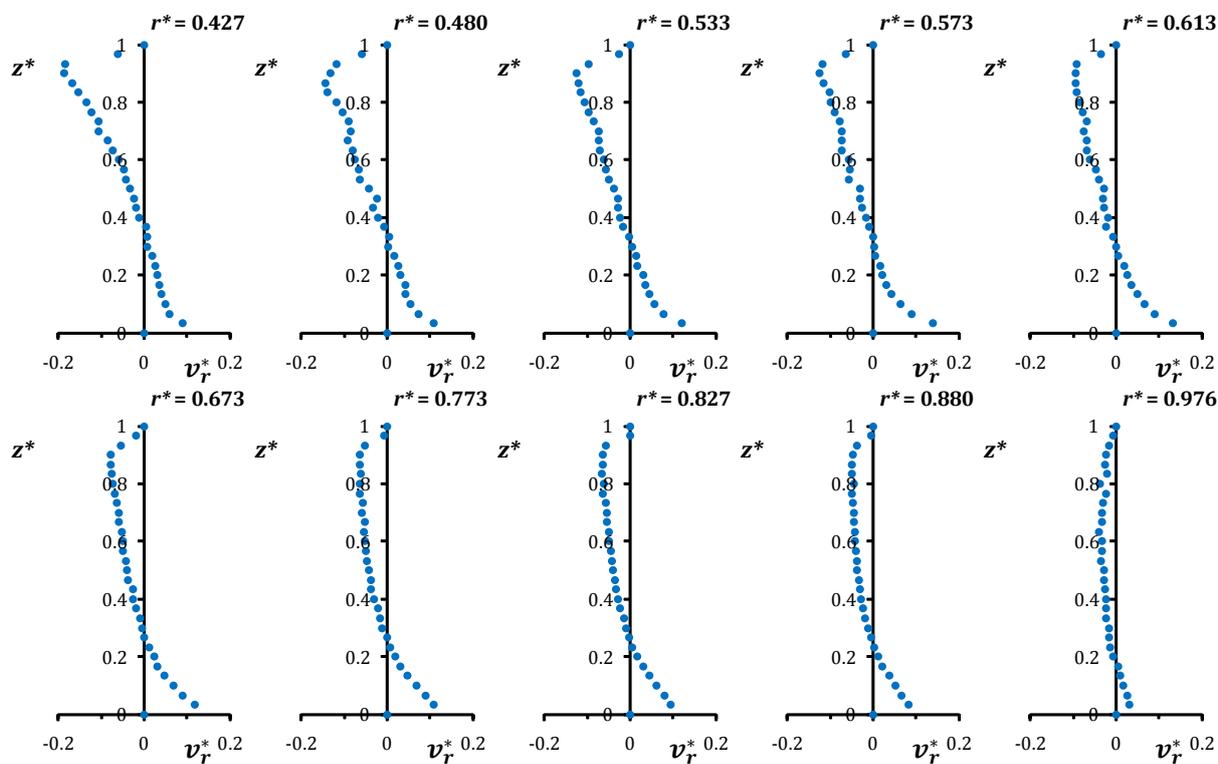


Figure (D.AC15.2) : Profils de la vitesse radiale.

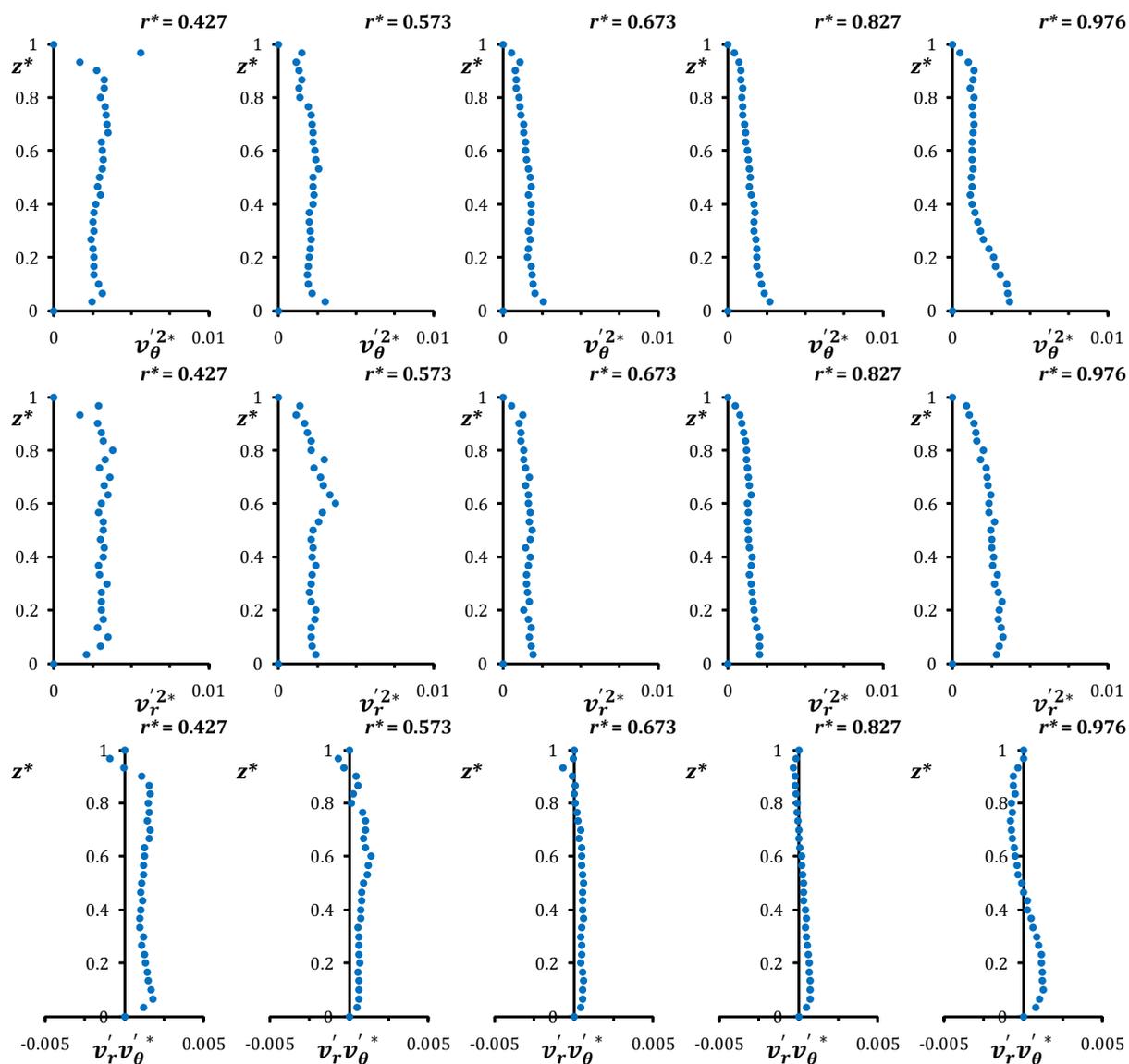


Figure (D.AC15.3) : Profils des corrélations turbulentes adimensionnées suivant θ (1^{ère} ligne) et r (2^{ème} ligne) et croisées $r\theta$ (3^{ème} ligne).

AC22

$$G = 0.080 ; \quad Re = 1.47 \times 10^6 ; \quad Ek = 1.06 \times 10^{-4}$$

$$C_w = 2.9 \times 10^3 ; \quad Ro = 3.98 \times 10^{-3} ; \quad C_{qp} = 9.68 \times 10^{-3}$$

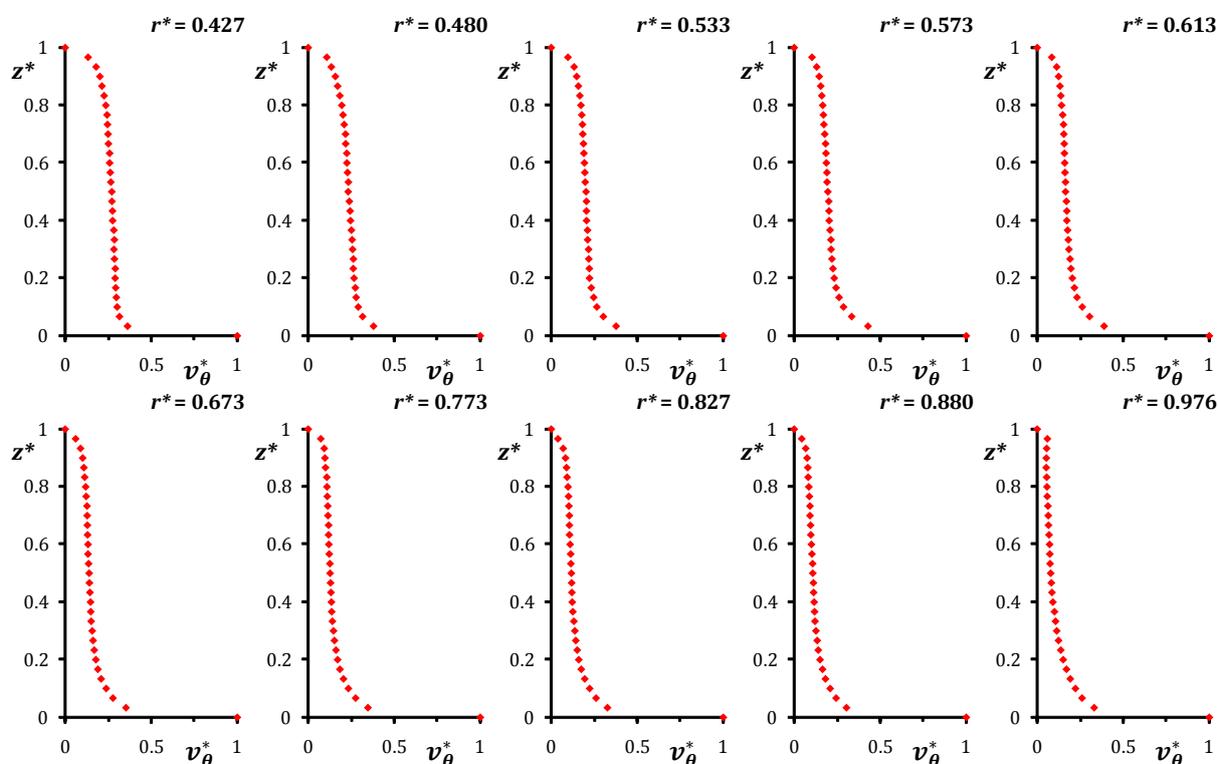


Figure (D.AC22.1) : Profils de la vitesse tangentielle.

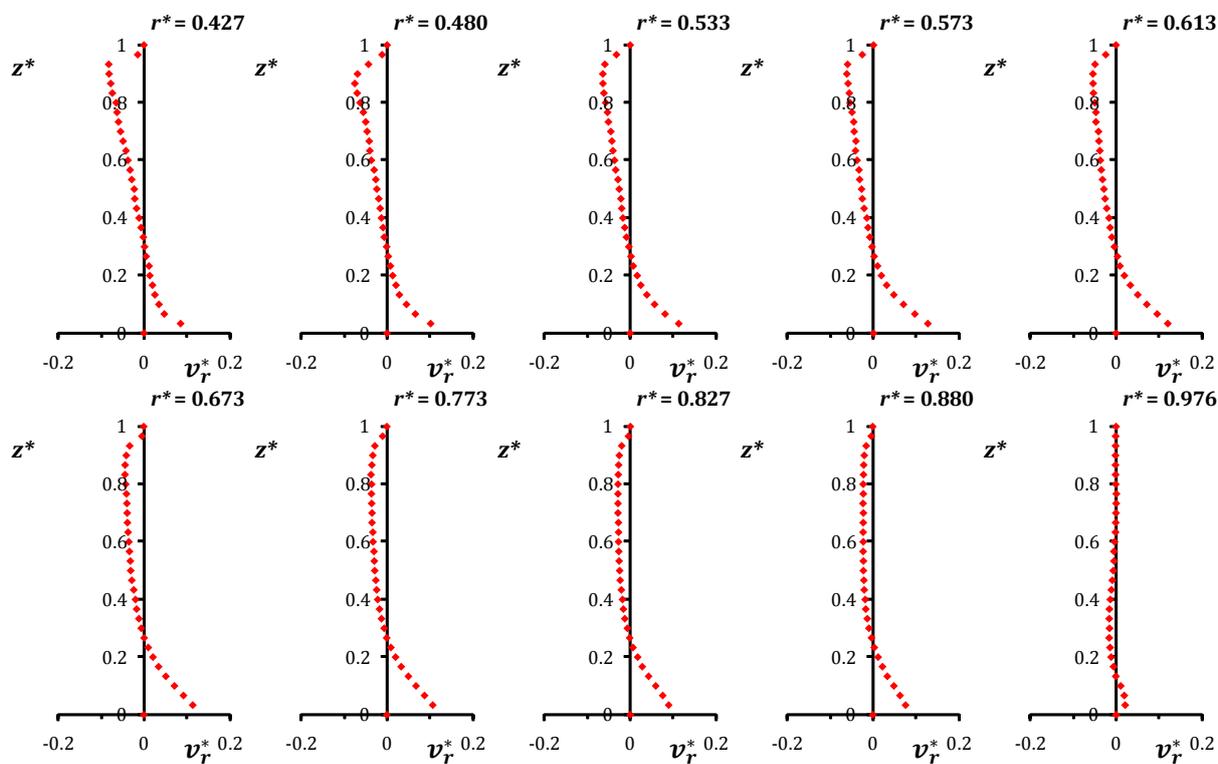


Figure (D.AC22.2) : Profils de la vitesse radiale.

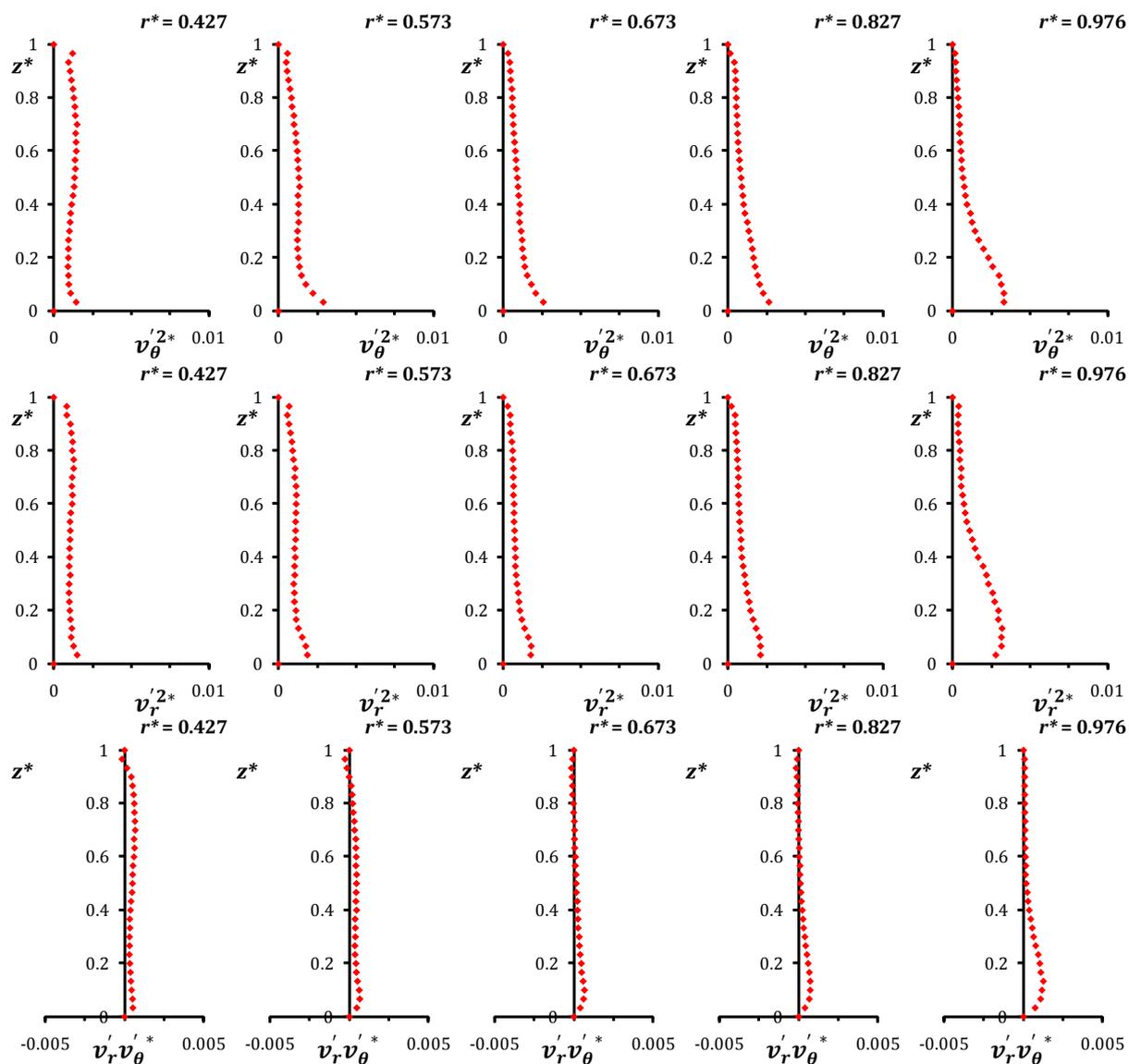


Figure (D.AC22.3) : Profils des corrélations turbulentes adimensionnées suivant θ (1^{ère} ligne) et r (2^{ème} ligne) et croisées $r\theta$ (3^{ème} ligne).

AC24

$$G = 0.080 ; \quad Re = 1.47 \times 10^6 ; \quad Ek = 1.06 \times 10^{-4}$$

$$C_w = 3.9 \times 10^3 ; \quad Ro = 5.30 \times 10^{-3} ; \quad C_{qp} = 7.26 \times 10^{-3}$$

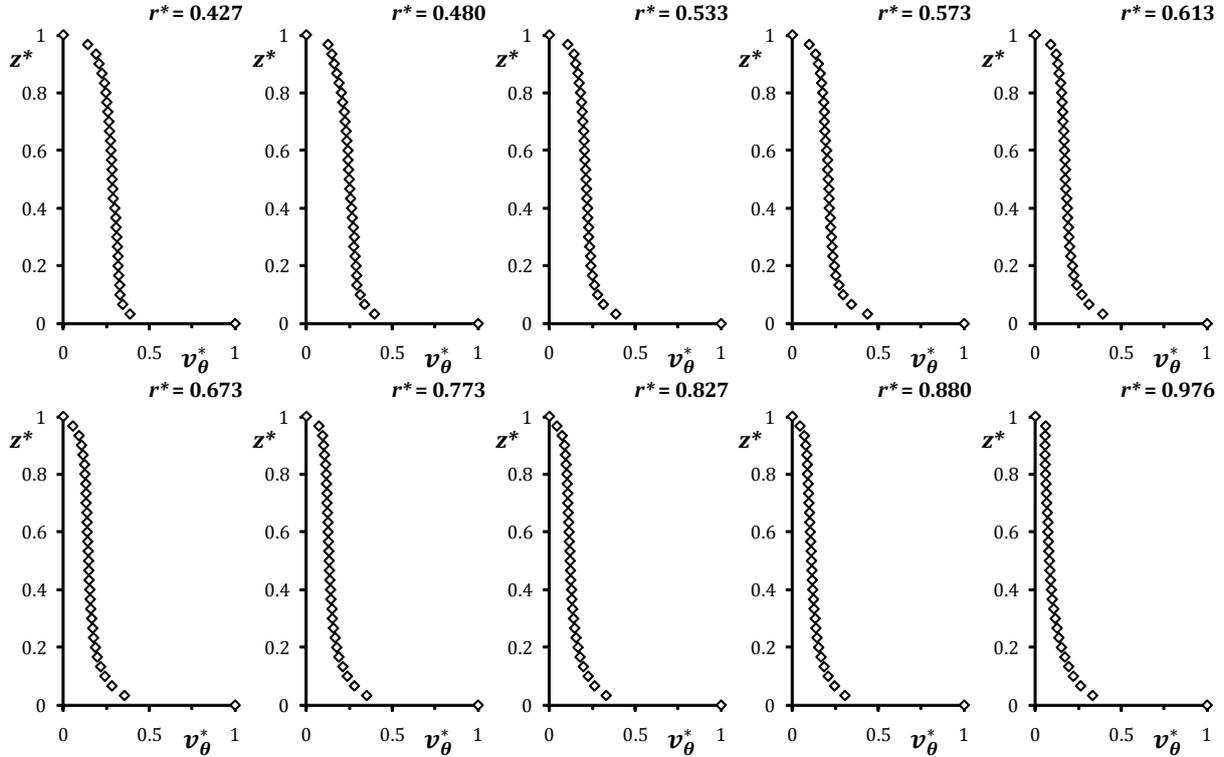


Figure (D.AC24.1) : Profils de la vitesse tangentielle.

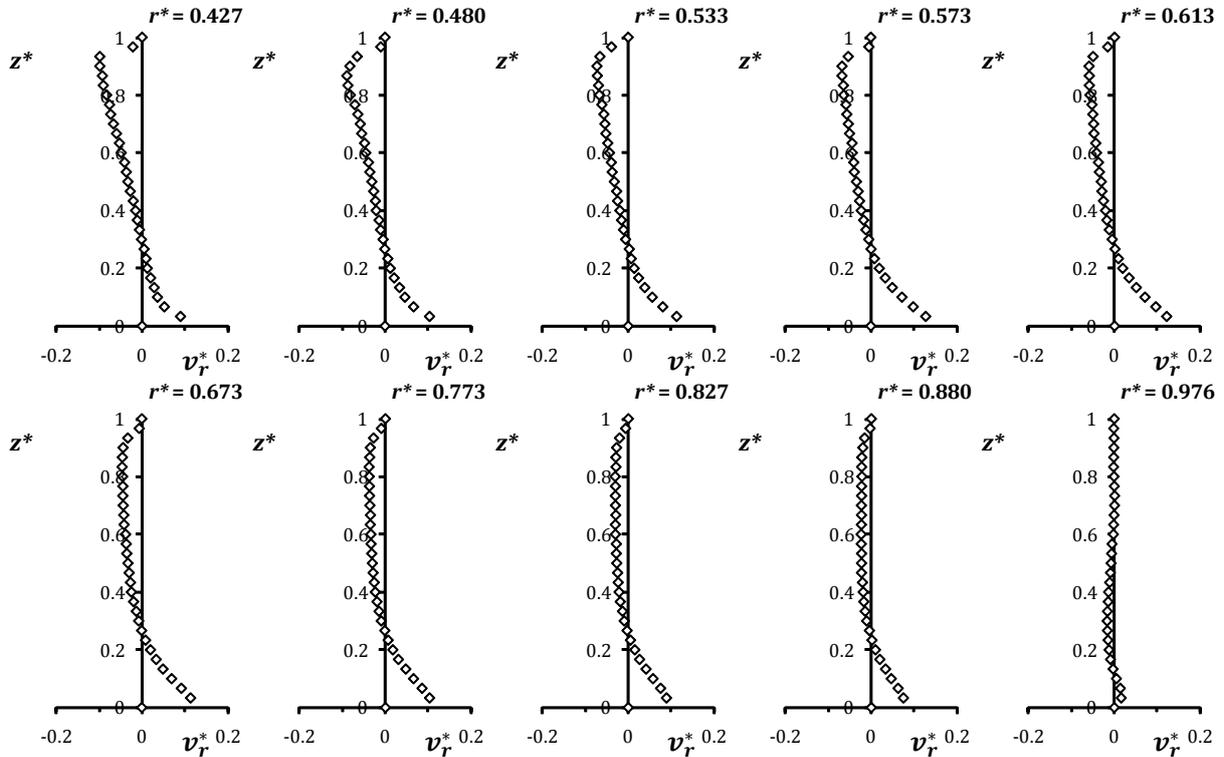


Figure (D.AC24.2) : Profils de la vitesse radiale.

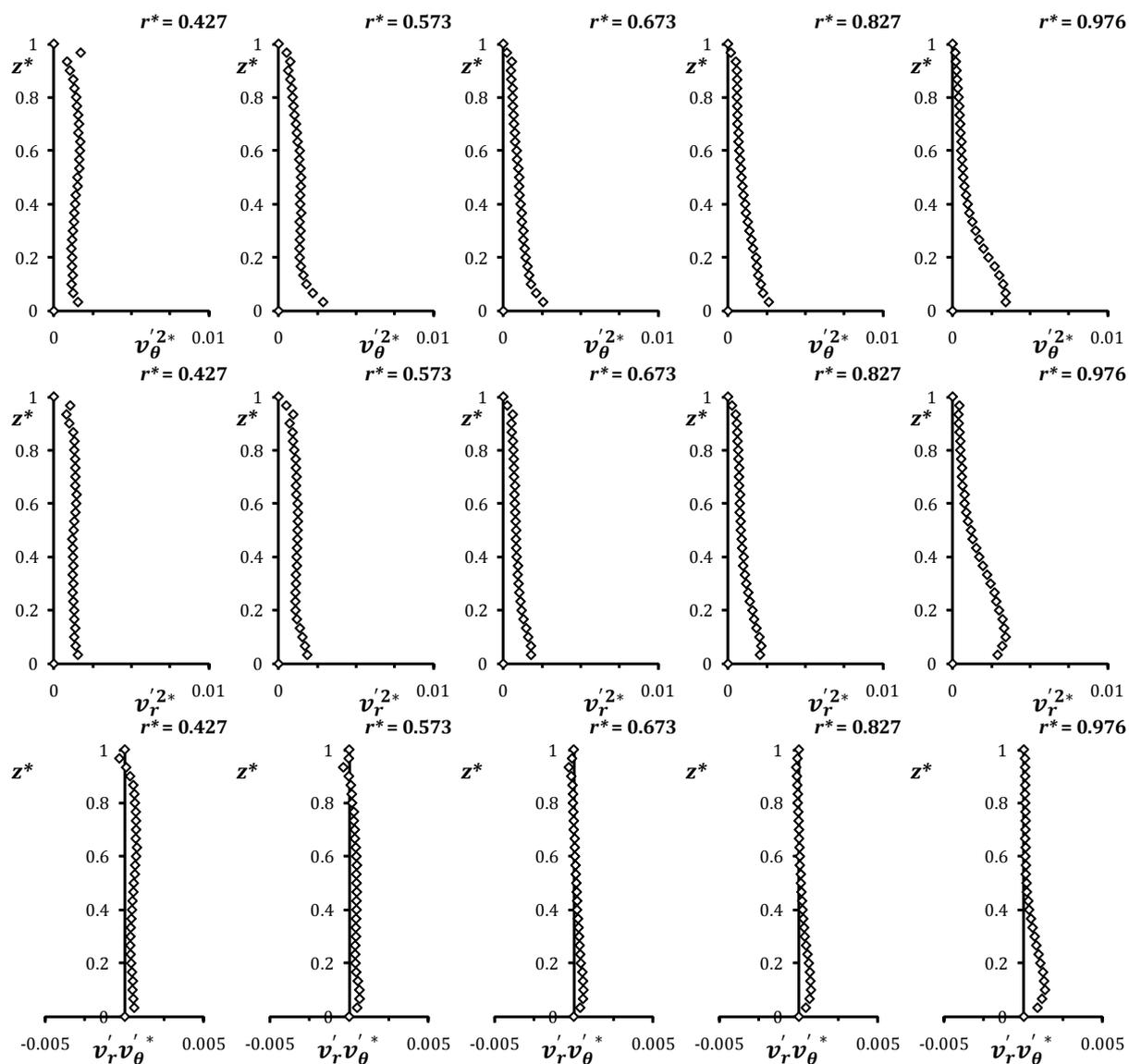


Figure (D.AC24.3) : Profils des corrélations turbulentes adimensionnées suivant θ (1^{ère} ligne) et r (2^{ème} ligne) et croisées $r\theta$ (3^{ème} ligne).

AC25

$$G = 0.080 ; \quad Re = 1.47 \times 10^6 ; \quad Ek = 1.06 \times 10^{-4}$$

$$C_w = 4.9 \times 10^3 ; \quad Ro = 6.63 \times 10^{-3} ; \quad C_{qp} = 5.81 \times 10^{-3}$$

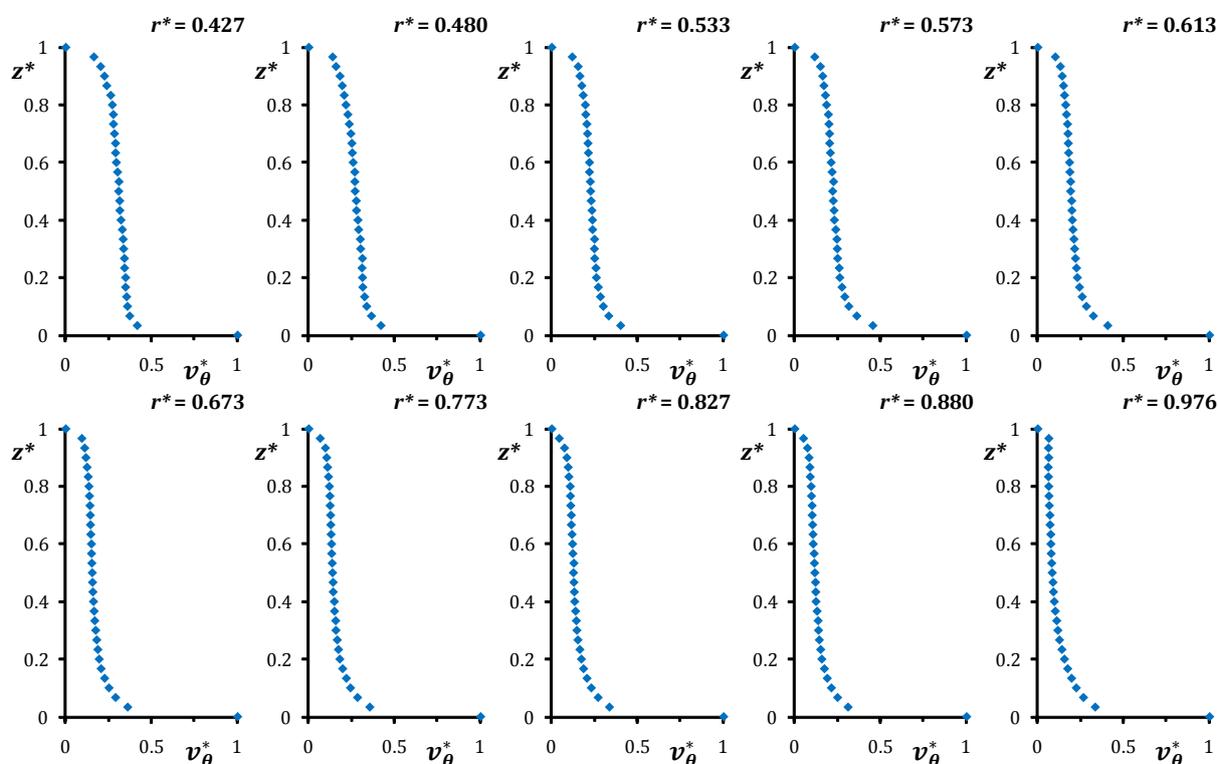


Figure (D.AC25.1) : Profils de la vitesse tangentielle.

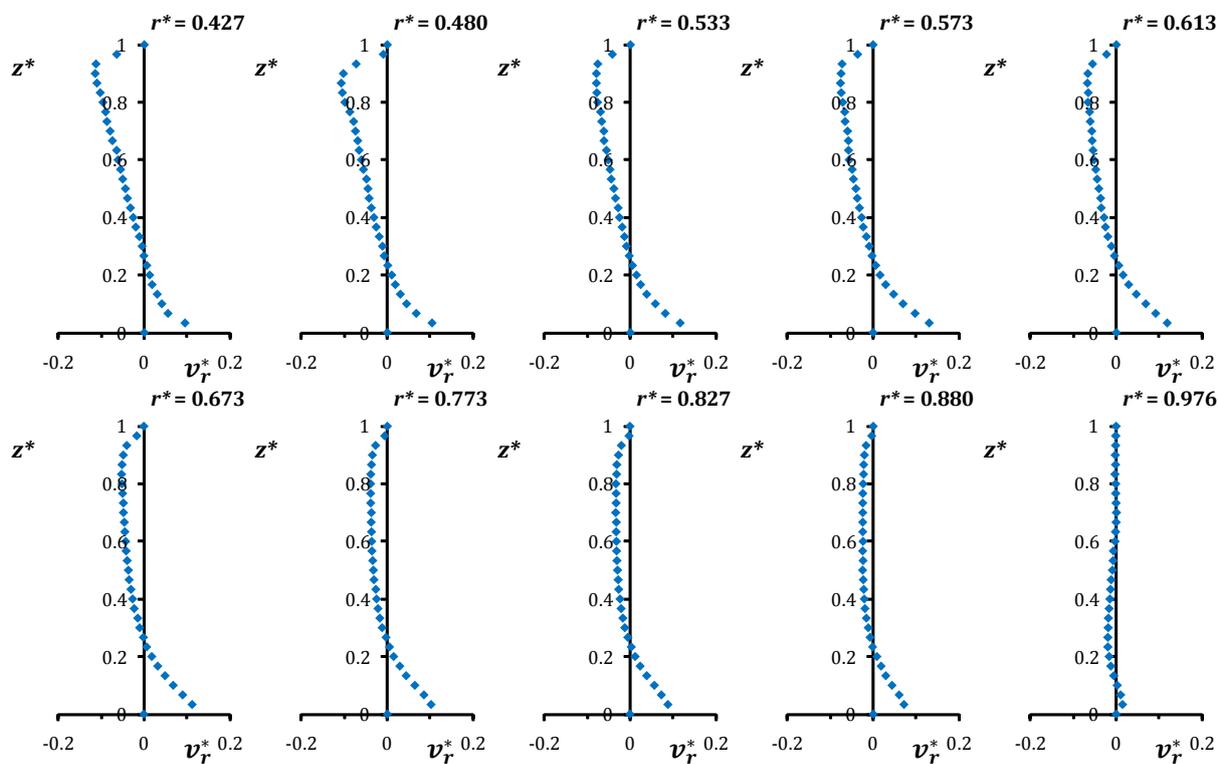


Figure (D.AC25.2) : Profils de la vitesse radiale.

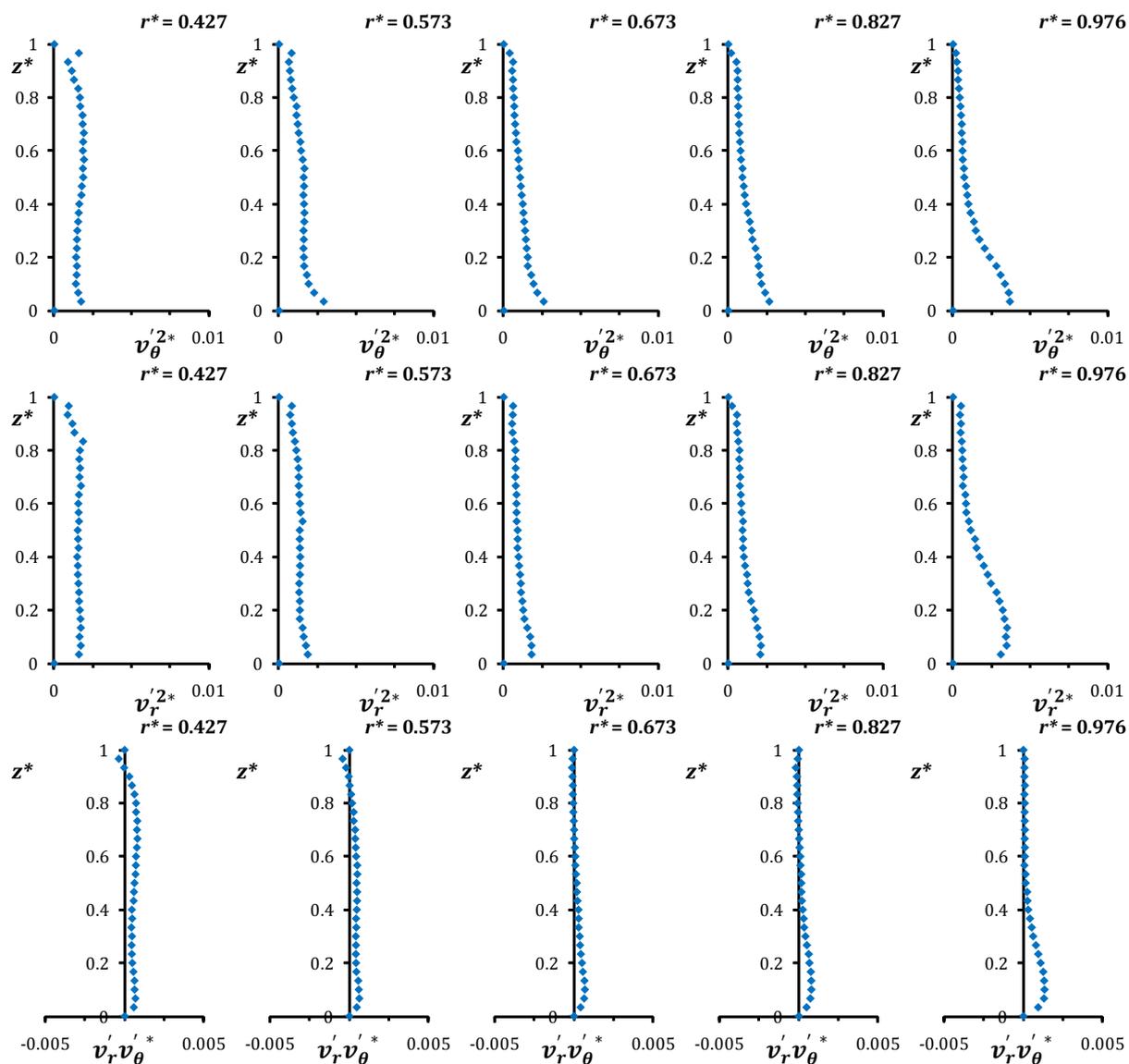


Figure (D.AC25.3) : Profils des corrélations turbulentes adimensionnées suivant θ (1^{ère} ligne) et r (2^{ème} ligne) et croisées $r\theta$ (3^{ème} ligne).

AC32

$$G = 0.080 ; \quad Re = 1.95 \times 10^6 ; \quad Ek = 0.80 \times 10^{-4}$$

$$C_w = 2.9 \times 10^3 ; \quad Ro = 3.01 \times 10^{-3} ; \quad C_{qp} = 12.10 \times 10^{-3}$$

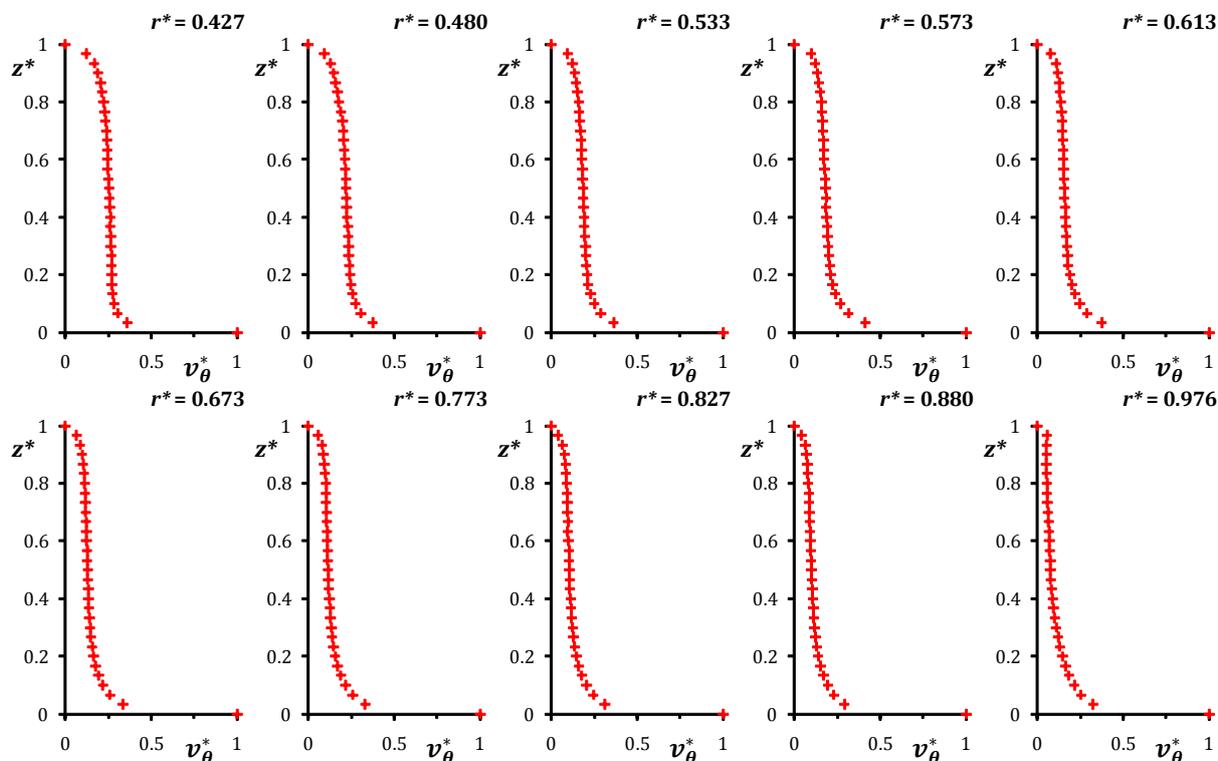


Figure (D.AC32.1) : Profils de la vitesse tangentielle.

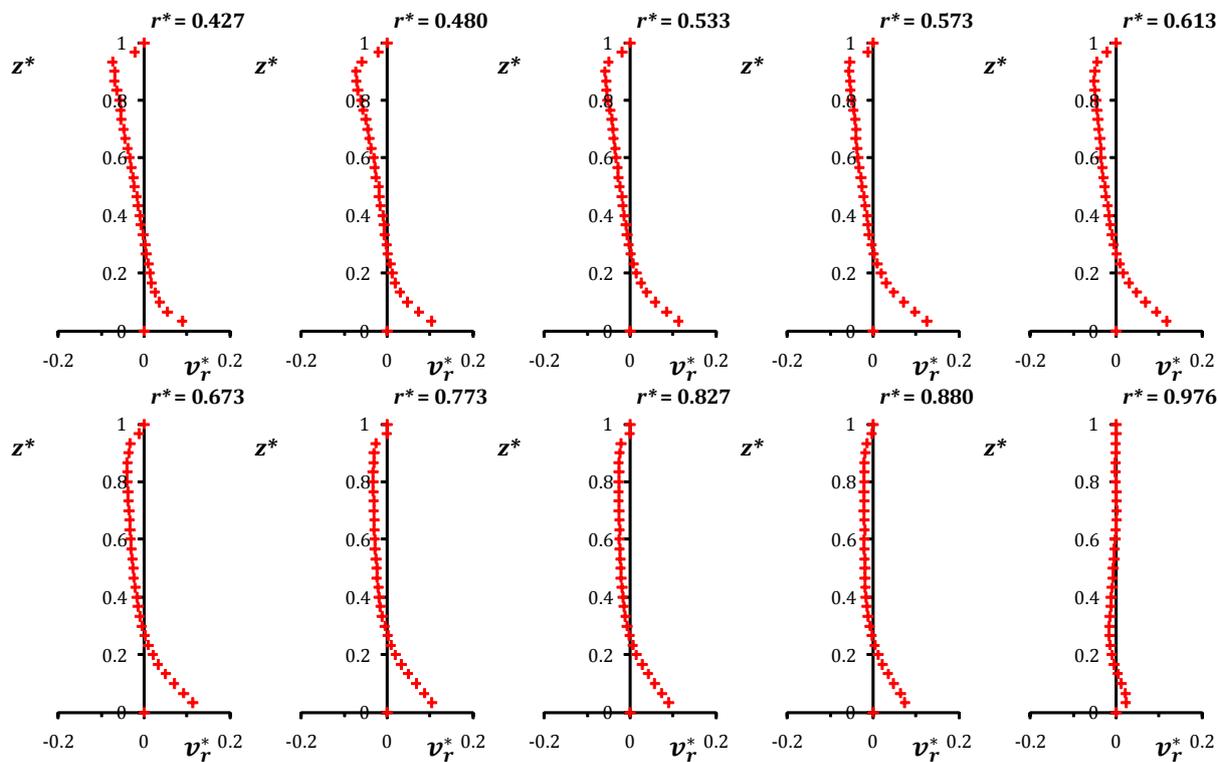


Figure (D.AC32.2) : Profils de la vitesse radiale.

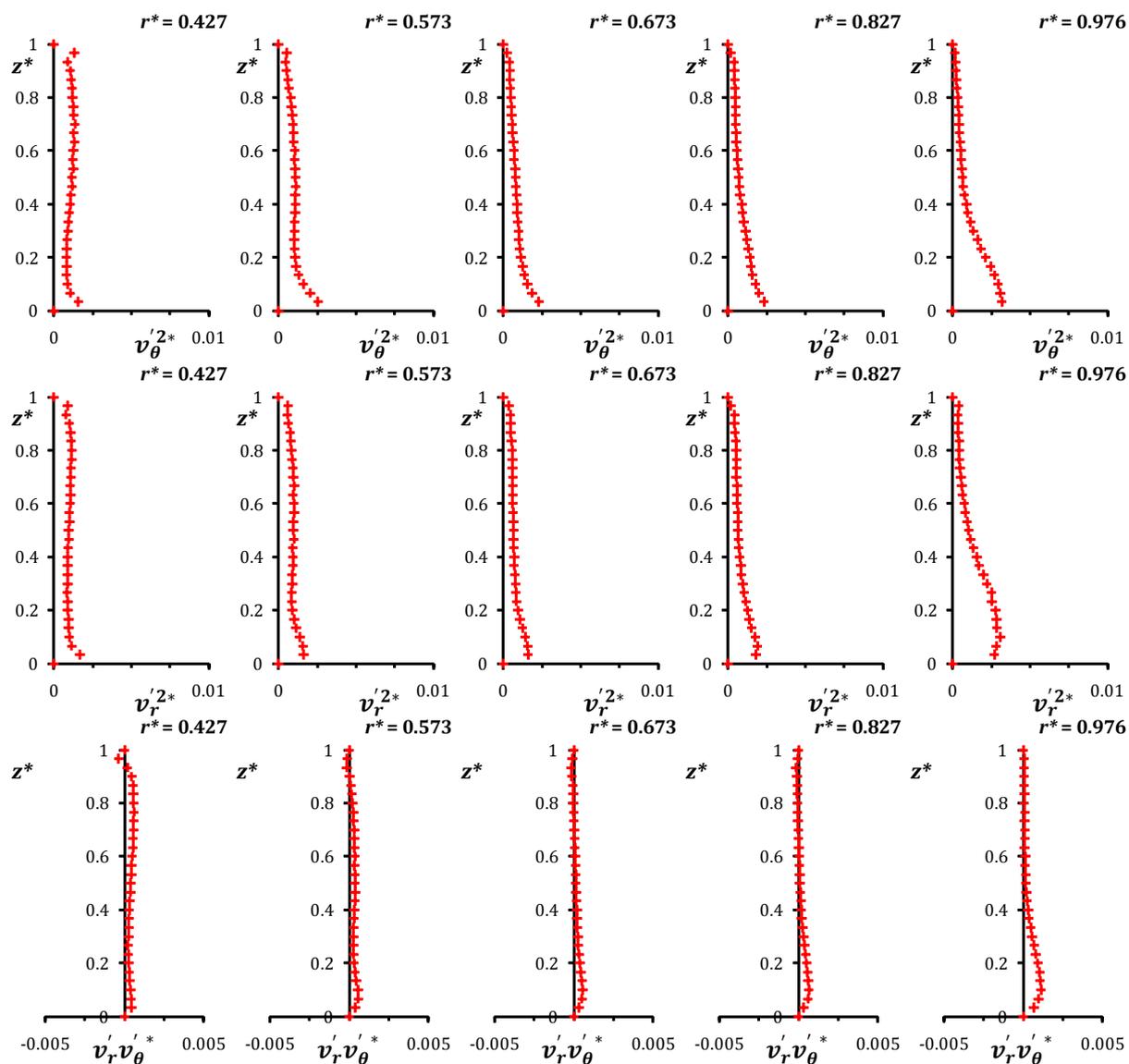


Figure (D.AC32.3) : Profils des corrélations turbulentes adimensionnées suivant θ (1^{ère} ligne) et r (2^{ème} ligne) et croisées $r\theta$ (3^{ème} ligne).

AC34

$$G = 0.080 ; \quad Re = 1.95 \times 10^6 ; \quad Ek = 0.80 \times 10^{-4}$$

$$C_w = 3.9 \times 10^3 ; \quad Ro = 4.01 \times 10^{-3} ; \quad C_{qp} = 9.08 \times 10^{-3}$$

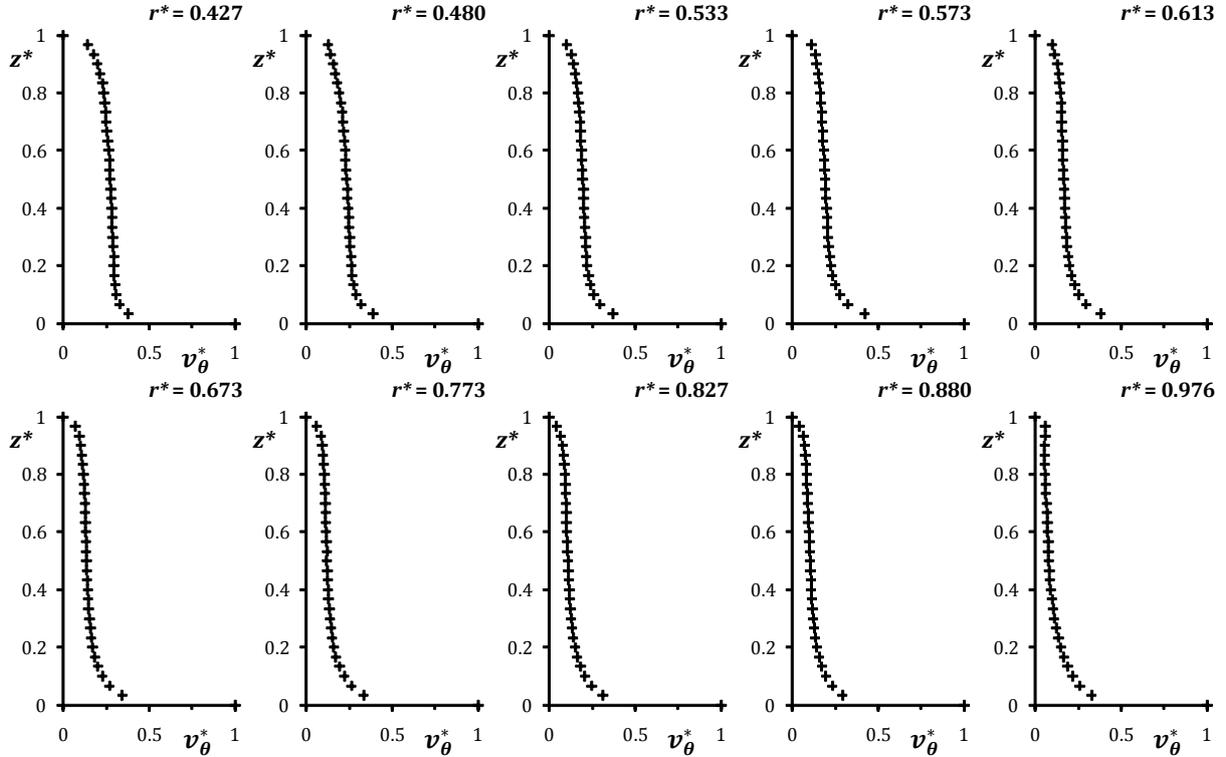


Figure (D.AC34.1) : Profils de la vitesse tangentielle.

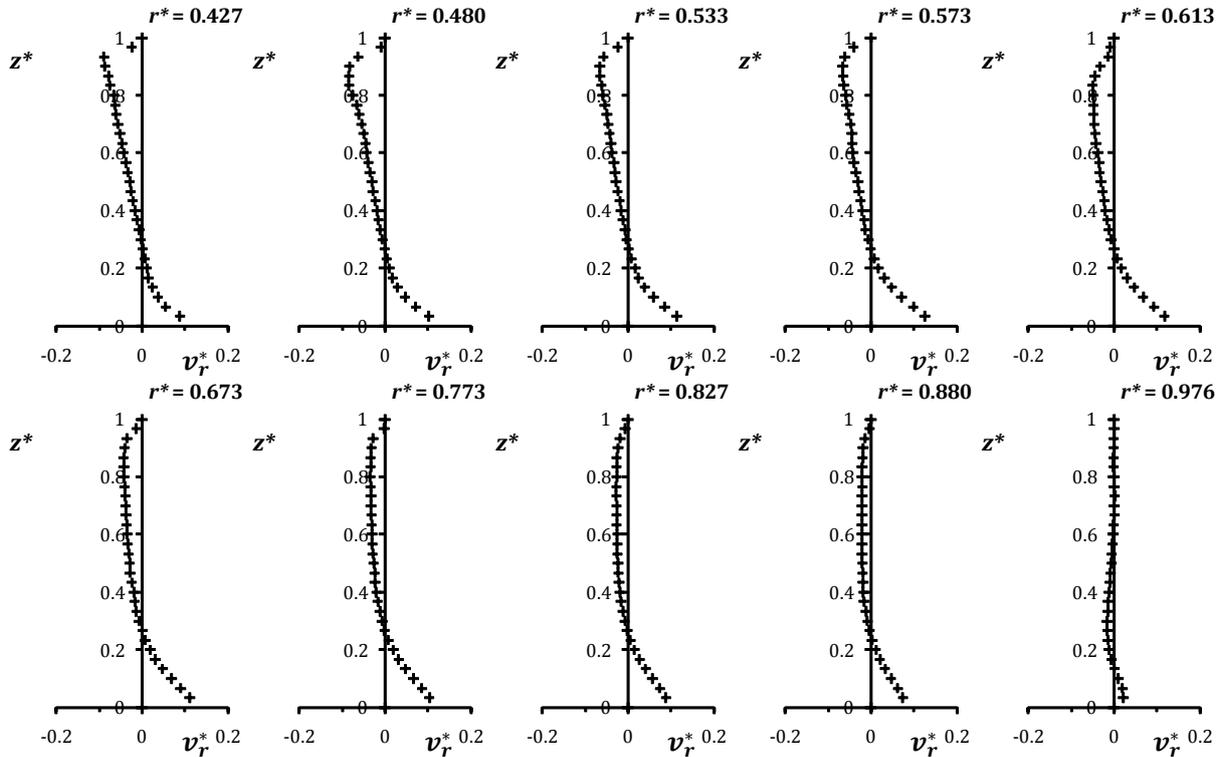


Figure (D.AC34.2) : Profils de la vitesse radiale.

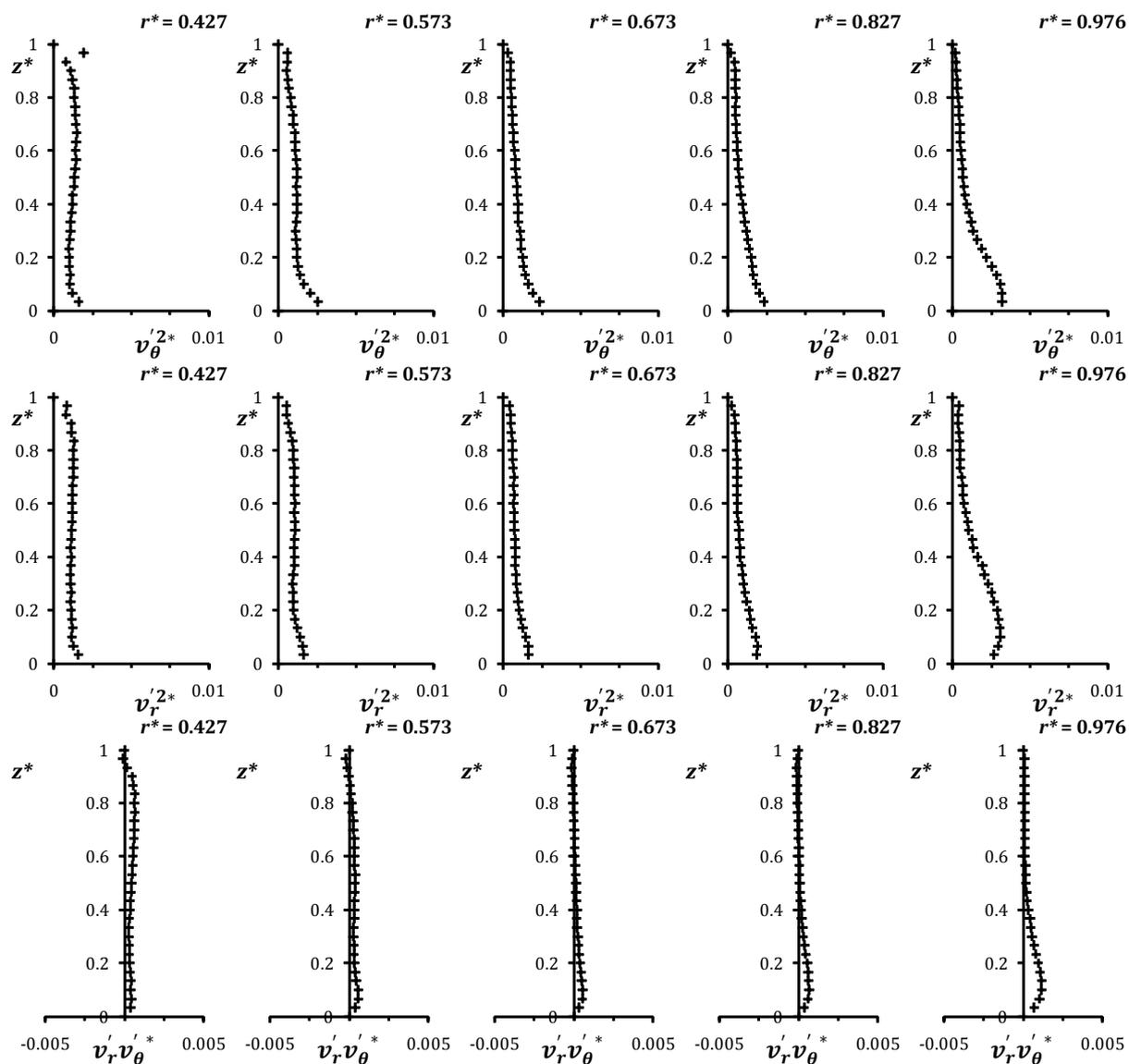


Figure (D.AC34.3) : Profils des corrélations turbulentes adimensionnées suivant θ (1^{ère} ligne) et r (2^{ème} ligne) et croisées $r\theta$ (3^{ème} ligne).

AC35

$$G = 0.080; \quad Re = 1.95 \times 10^6; \quad Ek = 0.80 \times 10^{-4}$$

$$C_w = 4.9 \times 10^3; \quad Ro = 5.01 \times 10^{-3}; \quad C_{qp} = 7.26 \times 10^{-3}$$

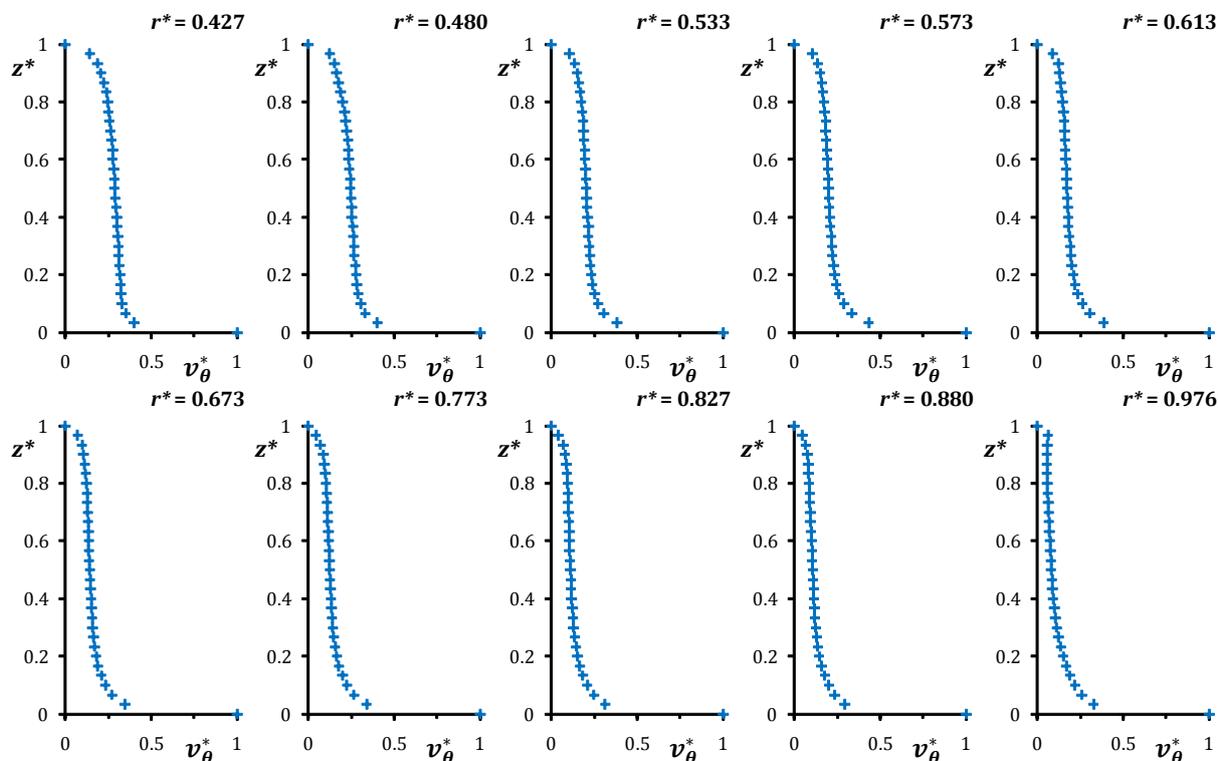


Figure (D.AC35.1) : Profils de la vitesse tangentielle.

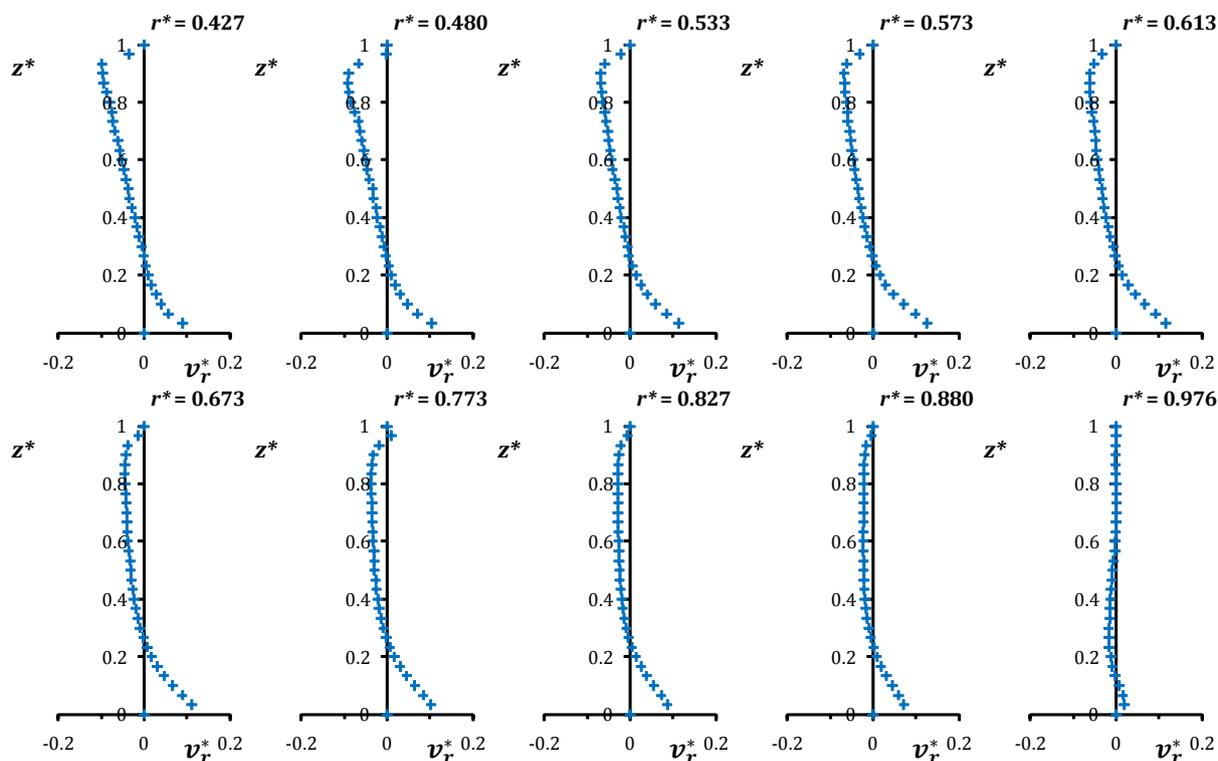


Figure (D.AC35.2) : Profils de la vitesse radiale.

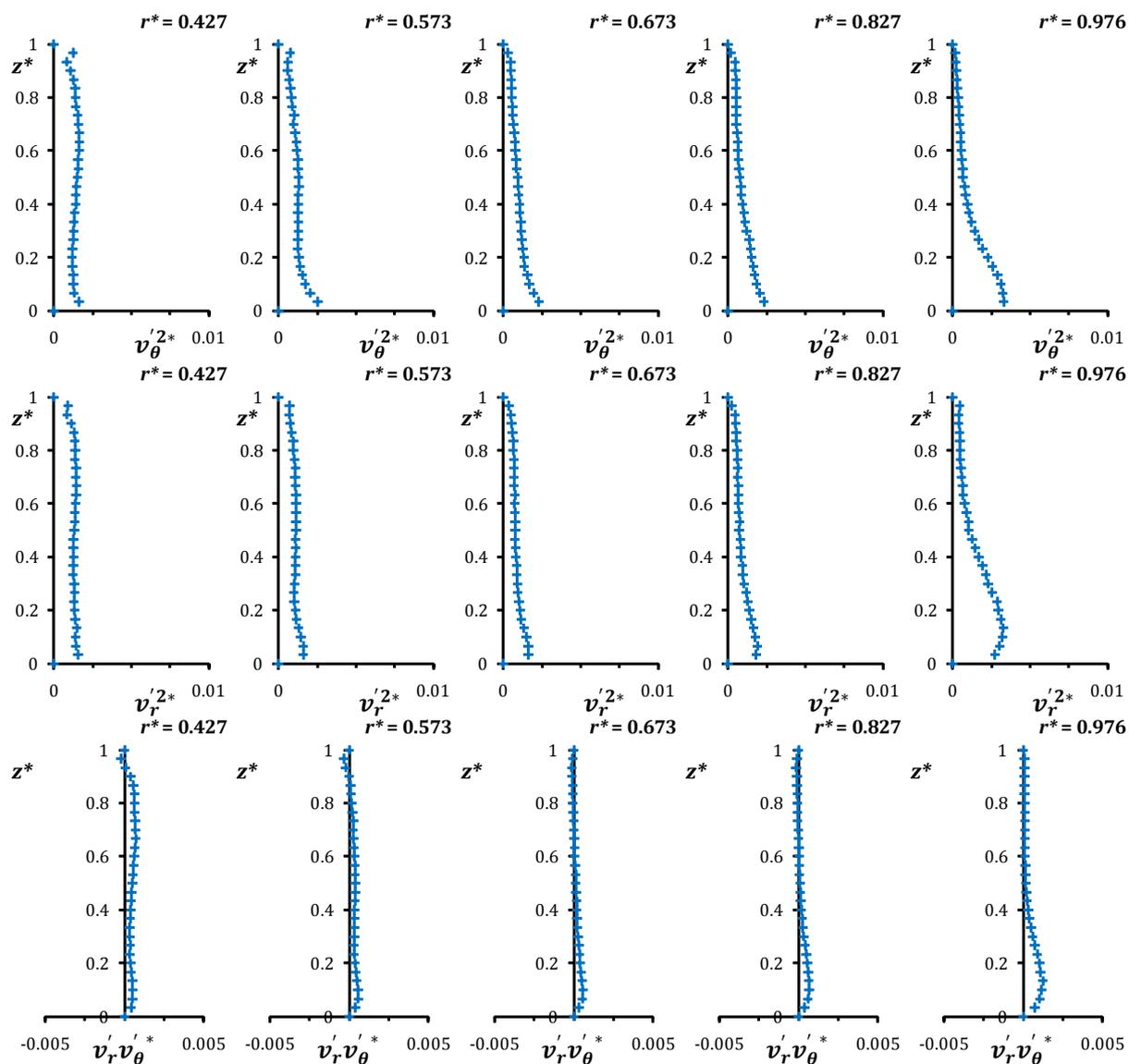


Figure (D.AC35.3) : Profils des corrélations turbulentes adimensionnées suivant θ (1^{ère} ligne) et r (2^{ème} ligne) et croisées $r\theta$ (3^{ème} ligne).

Annexe « E » : Exemples des Profils des Vitesses et de la Pression Statique dans une Cavité Isolée en Utilisant la Solution Simplifiée.

Nous présentons dans cette annexe les profils suivant z^* des trois composantes de la vitesse et de la pression statique déduits des relations théoriques (1.40), (1.41) et (1.45). Les résultats correspondant aux deux configurations présentées sur les figures (3.13) et (3.14) ont été retenus pour cette confrontation. Comme lors de la validation de la solution complète, la constante ξ_7 a été ajustée pour chaque essai. Les valeurs des constantes introduites dans les relations (1.40), (1.41) et (1.45) sont regroupées dans le tableau suivant :

Tableau (E.1)

Cavité	χ	carter	h/H	K_p	K_B	a	z_0^*	ξ_6	ξ_7
Cas 3 figure (3.13)	0	oui	1	0.220	0.382	0.926	0.48	π	-0.4
Cas 4 figure (3.14)	0	non	1	0.075	0.382	1.245	0.4		-0.2

Les comparaisons entre les résultats numériques, expérimentaux et théoriques, en considérant que les profils de la vitesse tangentielle et la pression statique sont indépendants de la position axiale dans le noyau central sont présentées sur les figures (E.01) à (E.08).

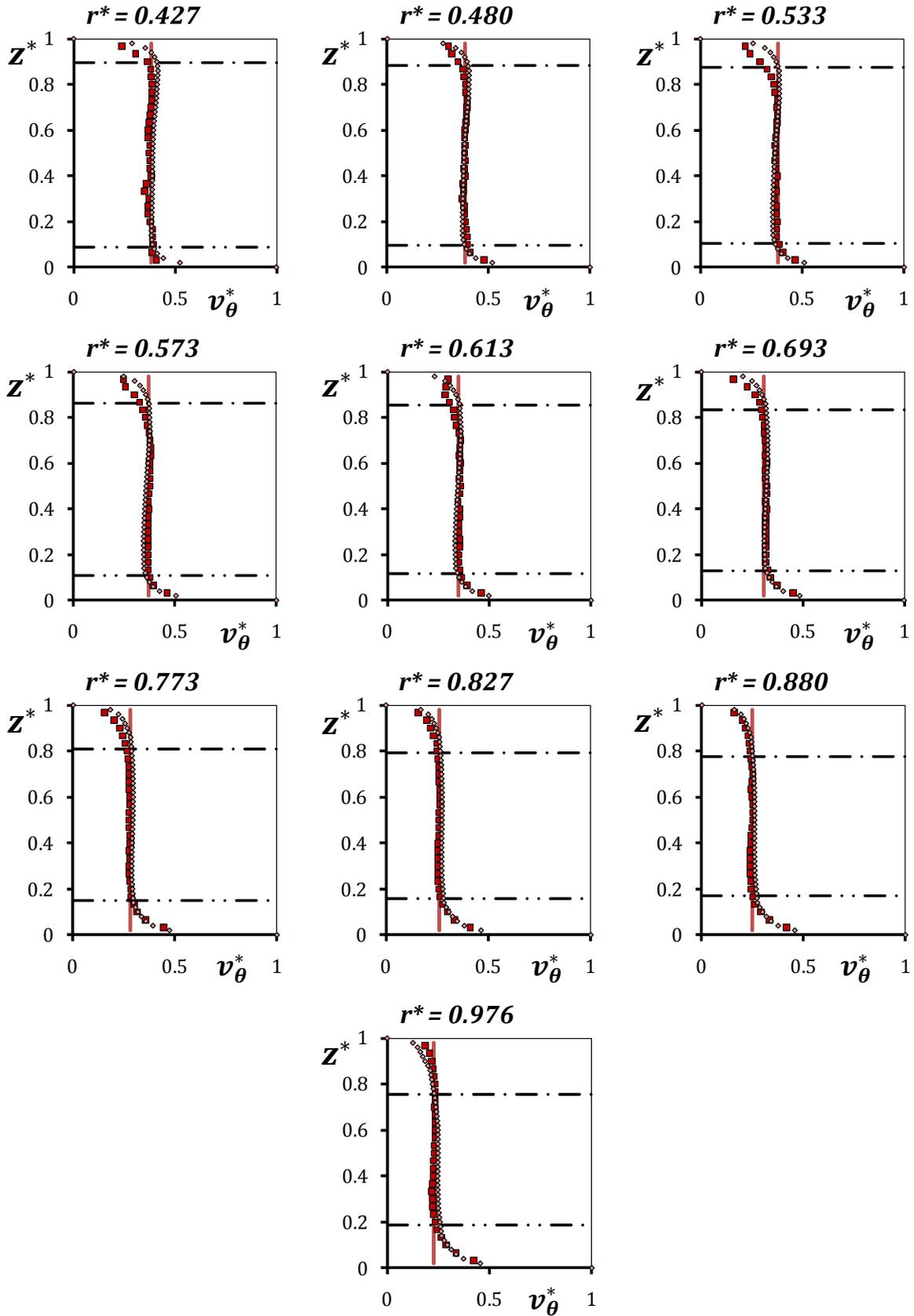
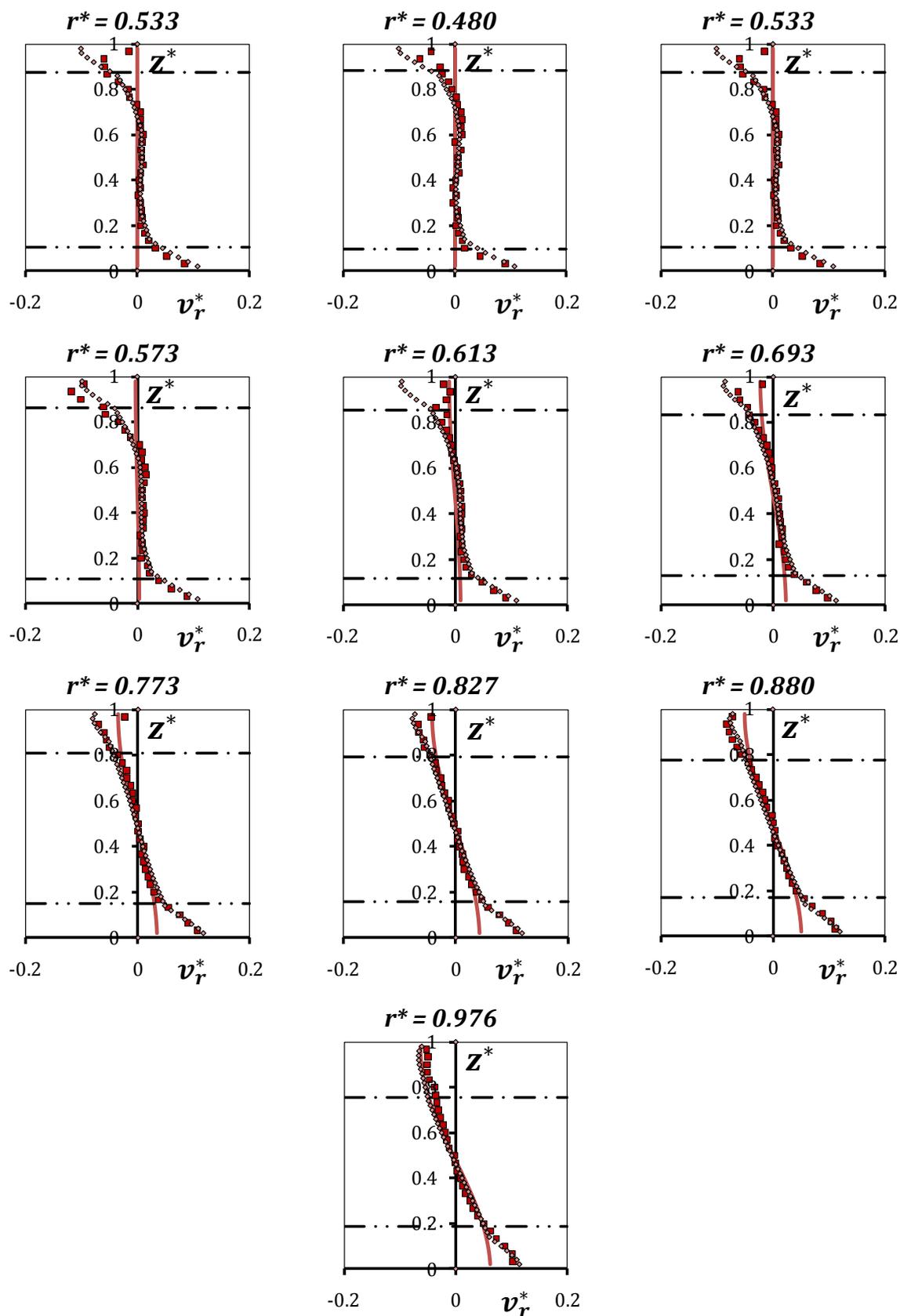


Figure (E.01) : Profils de v_θ^* (résultats : Figure (3.13.A))

$G = 0.08$, $Re = 1.47 \times 10^6$, $Ek = 1.06 \times 10^{-4}$

— Loi analytique (1.40) numérique ■ expérimental
 - . - Couche limite rotor (1.12.A) - . - Couche limite stator (1.13.A)

Figure (E.02) : Profils de v_r^* (résultats : Figure (3.13.B)) $G = 0.08$, $Re = 1.47 \times 10^6$, $Ek = 1.06 \times 10^{-4}$

— Loi analytique (1.45) numérique ■ expérimental
 - - - Couche limite rotor (1.12.A) - . - Couche limite stator (1.13.A)

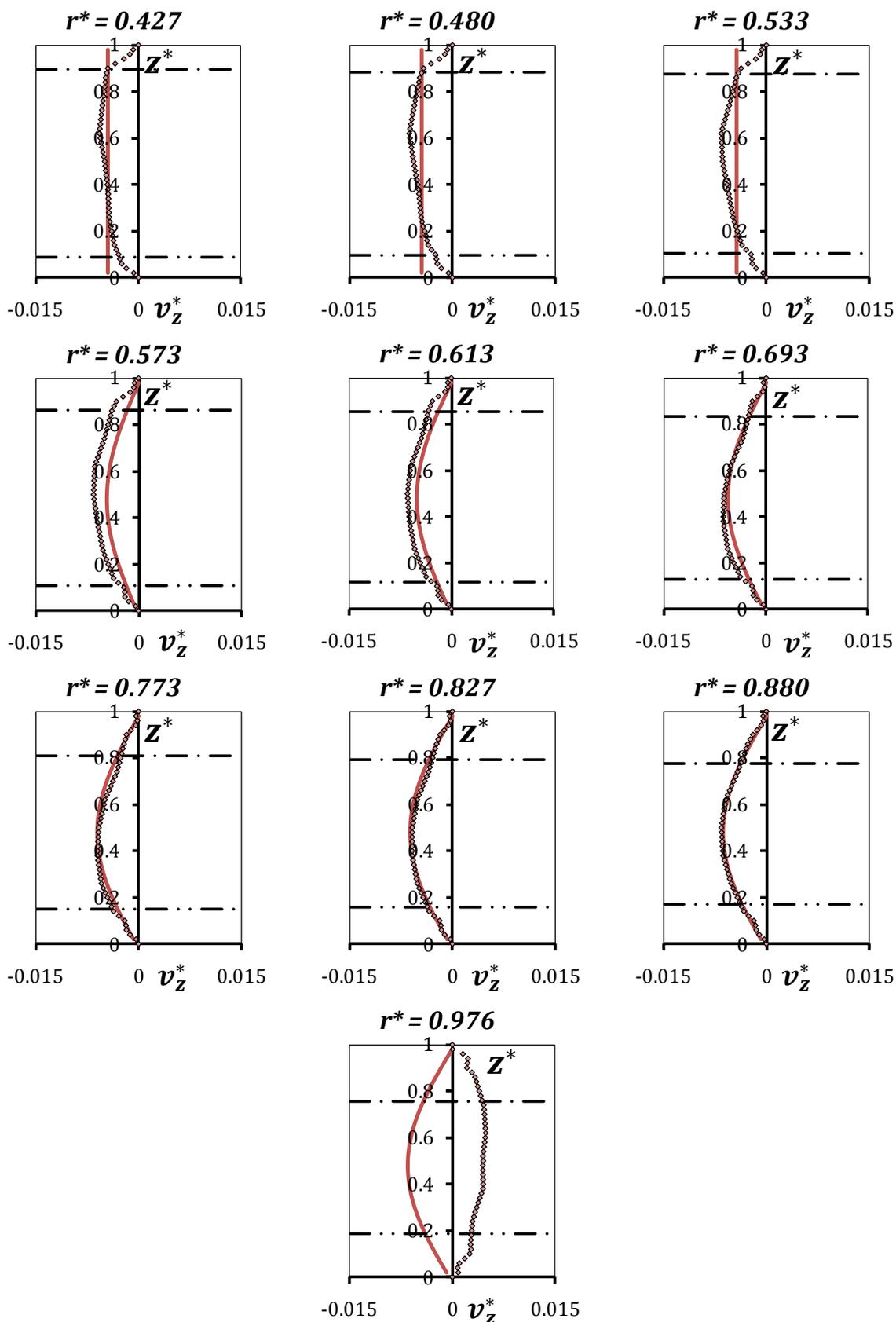
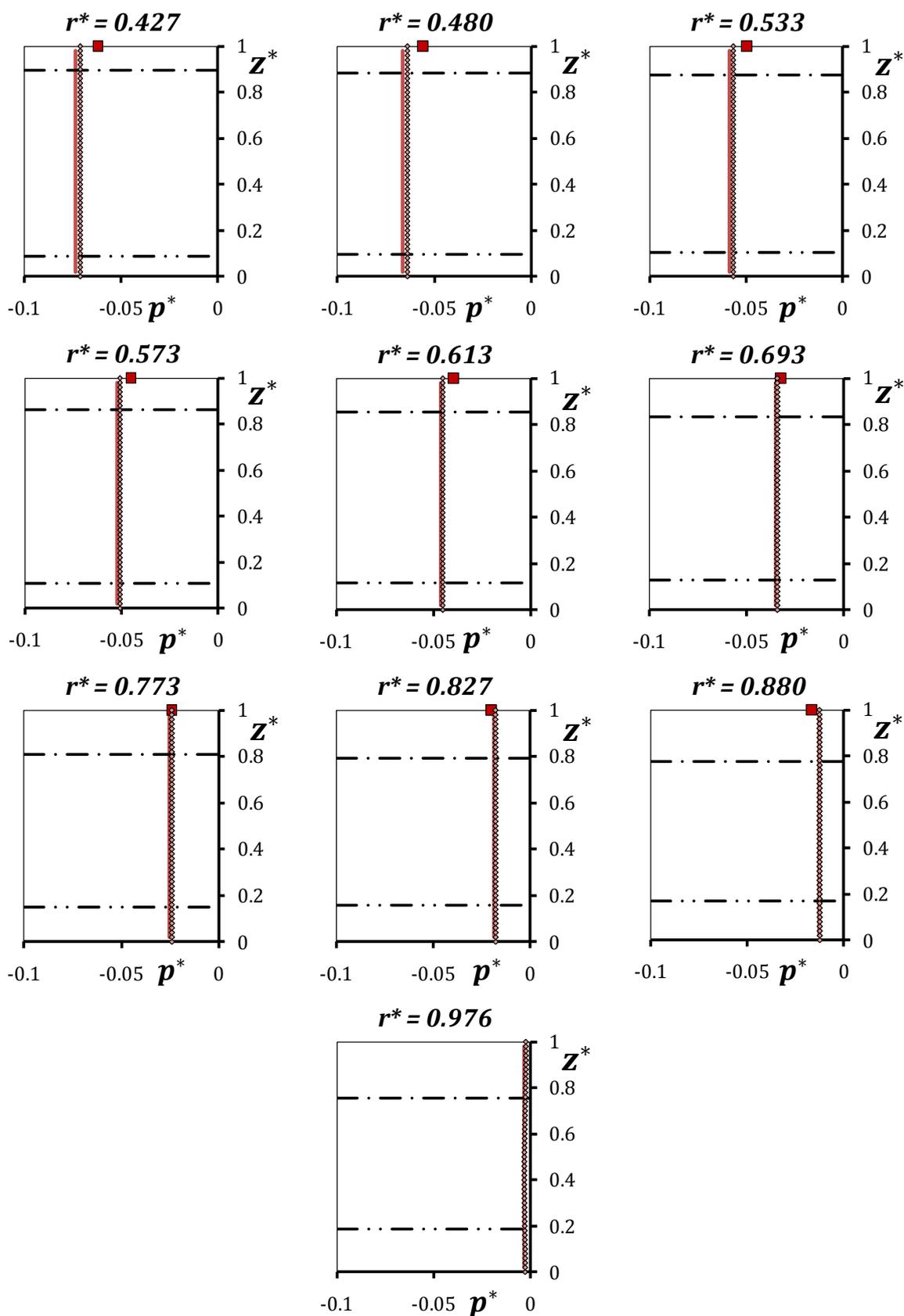


Figure (E.03) : Profils de v_z^* (résultats : Figure (3.13.C))

$G = 0.08$, $Re = 1.47 \times 10^6$, $Ek = 1.06 \times 10^{-4}$

- Loi analytique (1.45) numérique ■ expérimental
- . - Couche limite rotor (1.12.A) - . - Couche limite stator (1.13.A)

Figure (E.04) : Profils de p^* (résultats : Figure (3.13.D))
 $G = 0.08, Re = 1.47 \times 10^6, Ek = 1.06 \times 10^{-4}$

— Loi analytique (1.41) numérique ■ expérimental
- . - Couche limite rotor (1.12.A) - - - Couche limite stator (1.13.A)

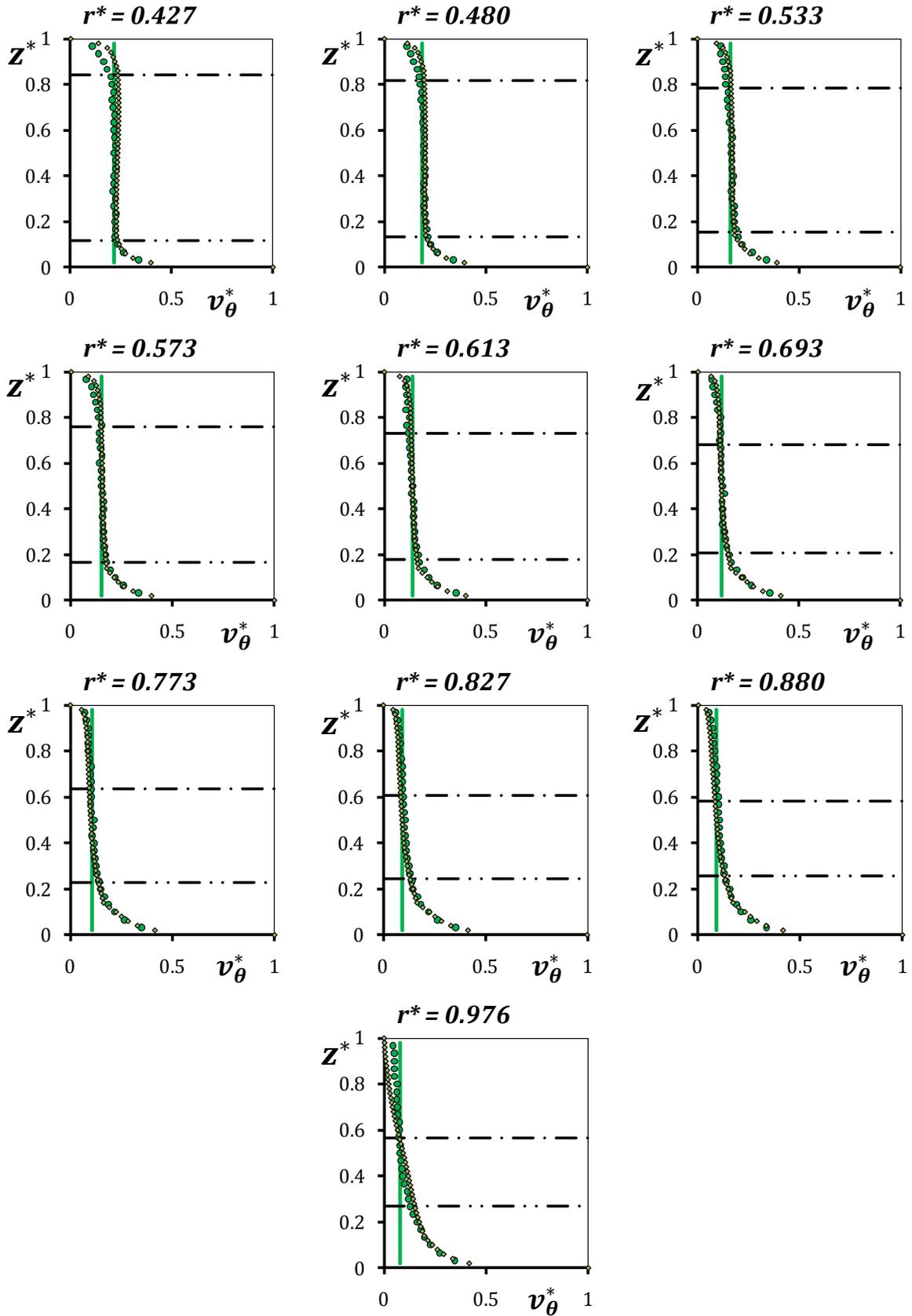
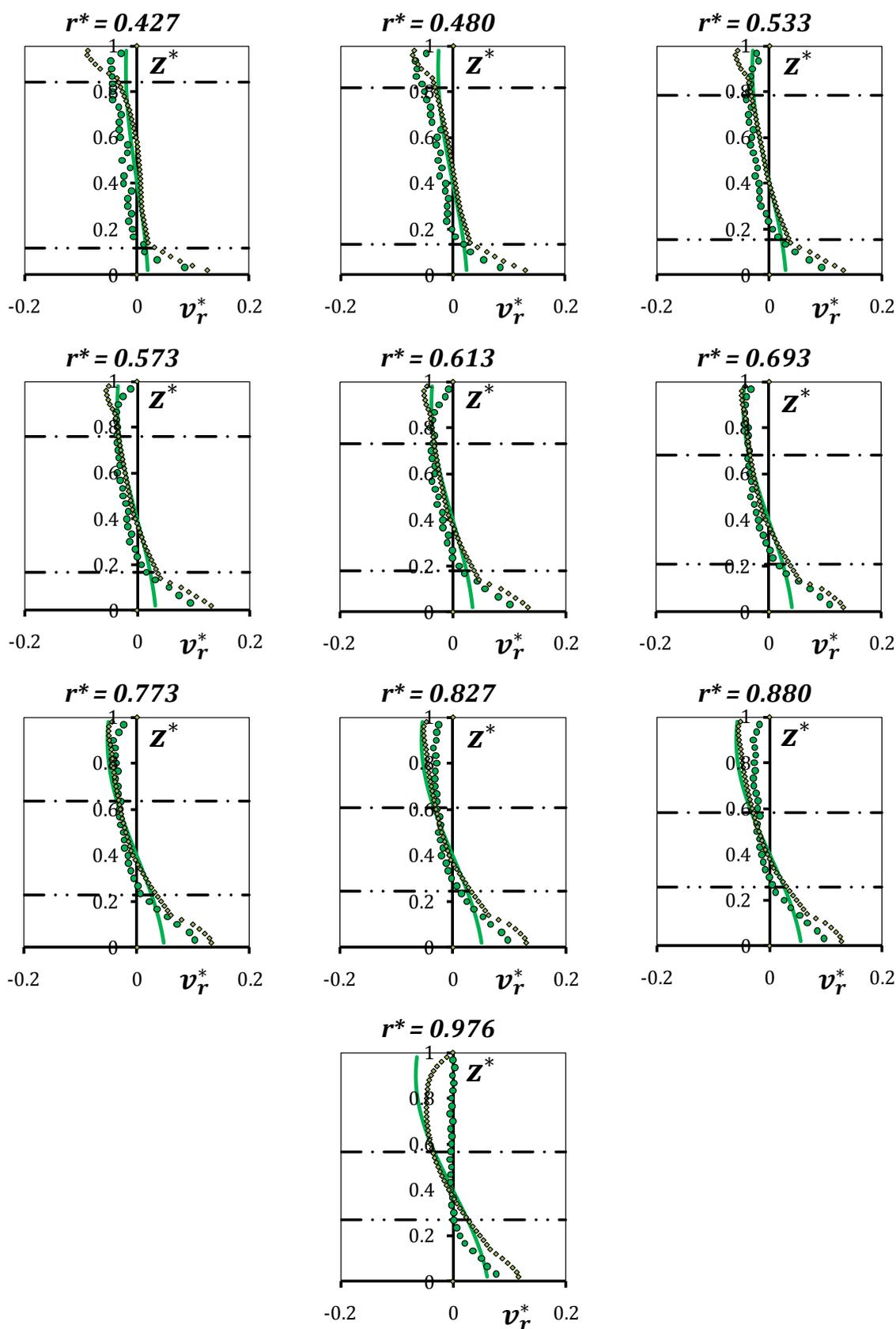


Figure (E.05) : Profils de v_{θ}^* (résultats : Figure (3.14.A))

$G = 0.08$, $Re = 1.47 \times 10^6$, $Ek = 1.06 \times 10^{-4}$

— Loi analytique (1.40) $\diamond\diamond\diamond\diamond$ numérique \bullet expérimental
 - . - Couche limite rotor (1.12.A) - - - Couche limite stator (1.13.A)

Figure (E.06) : Profils de v_r^* (résultats : Figure (3.14.B)) $G = 0.08$, $Re = 1.47 \times 10^6$, $Ek = 1.06 \times 10^{-4}$

— Loi analytique (1.45) $\diamond\diamond\diamond\diamond$ numérique \bullet expérimental
 - - - Couche limite rotor (1.12.A) - . - Couche limite stator (1.13.A)

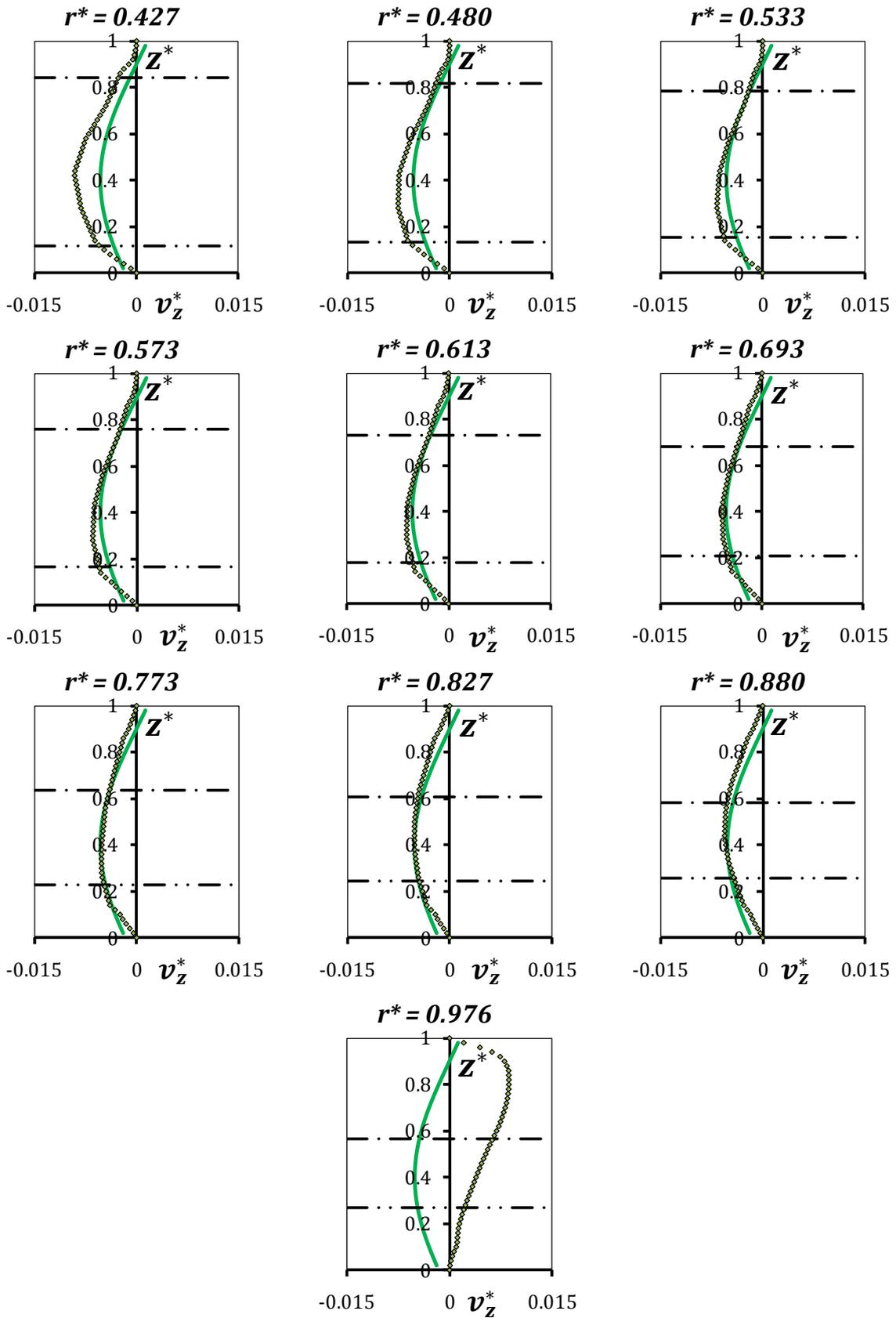
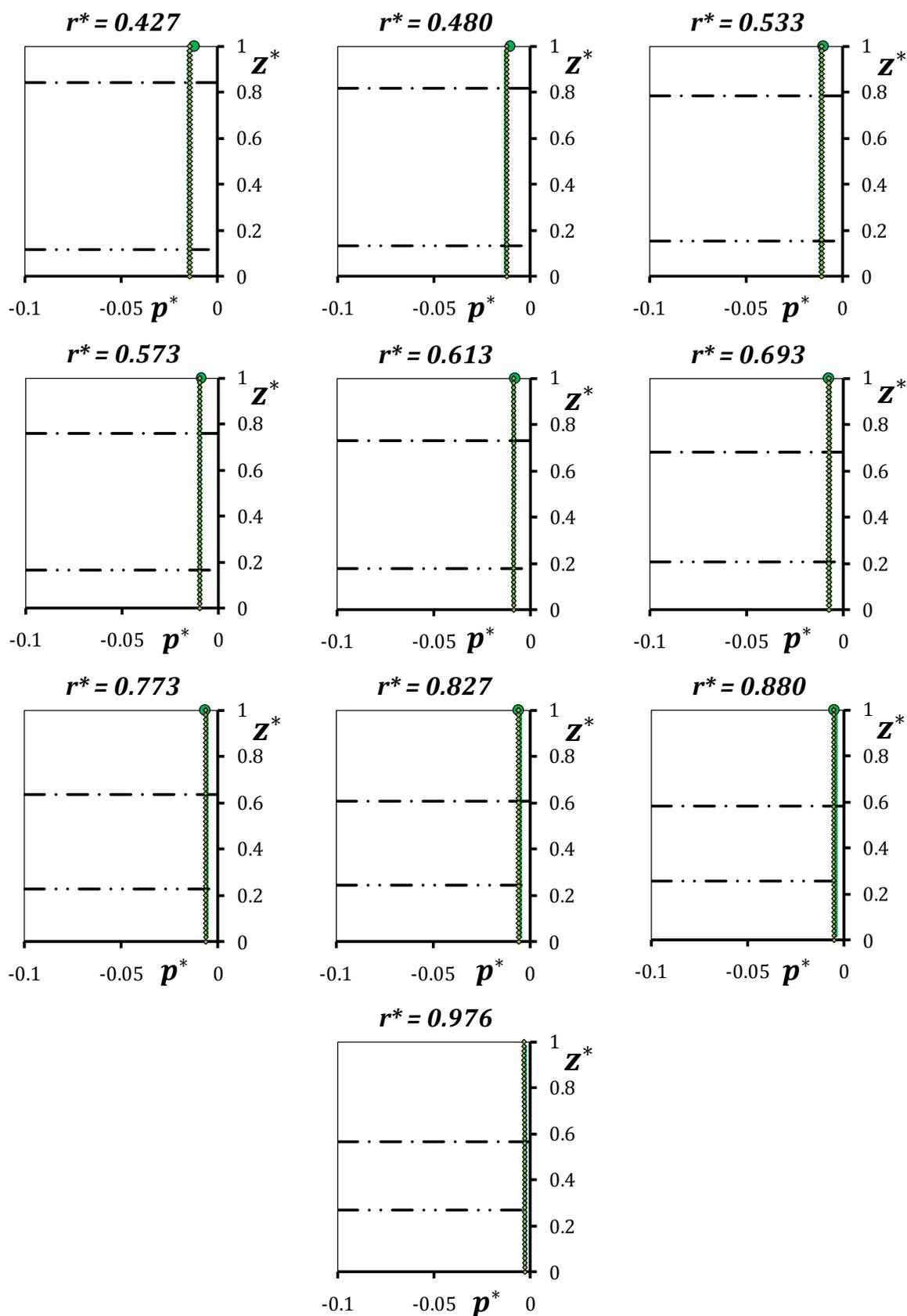


Figure (E.07) : Profils de v_z^* (résultats : Figure (3.14.C))

$G = 0.08$, $Re = 1.47 \times 10^6$, $Ek = 1.06 \times 10^{-4}$

- Loi analytique (1.45) ◊◊◊◊◊ numérique ● expérimental
- - - Couche limite rotor (1.12.A) - . - Couche limite stator (1.13.A)

Figure (E.08) : Profils de p^* (résultats : Figure (3.14.D))
 $G = 0.08, Re = 1.47 \times 10^6, Ek = 1.06 \times 10^{-4}$

— Loi analytique (1.41) $\diamond\diamond\diamond\diamond$ numérique \bullet expérimental
- . - Couche limite rotor (1.12.A) - - - Couche limite stator (1.13.A)

Annexe « F » : Simplification de la Lecture.

Pour une meilleure lecture je vous conseille, madame, monsieur, d'imprimer cette annexe ainsi que le tableau de nomenclature.

$$G = HR^{-1} ; Re = \Omega R^2 \nu^{-1} ; Ek = (G^2 Re)^{-1} \quad (1.01)$$

$$G \ll 1 ; Re \gg 1 ; Ek \ll 1 \quad (1.02)$$

$$\chi = \frac{\Delta R}{H} ; \varepsilon_R = \frac{e_R}{H} ; \varepsilon_S = \frac{e_S}{H} ; \zeta = \frac{j}{H} ; \eta = \frac{R_M}{R} \quad (1.03)$$

$$Ro = \frac{q}{2\pi \Omega R^3 G} ; Ro_M = \frac{Ro}{\eta} \ll 1 \quad (1.04)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(rv_r)}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (1.05.A)$$

$$v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{v_\theta^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left[\frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} - \frac{v_r}{r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} \right] - \left[\frac{1}{r} \frac{\partial(r \overline{v_r'v_r'})}{\partial r} + \frac{\partial(\overline{v_r'v_z'})}{\partial z} - \frac{\overline{v_\theta'^2}}{r} \right] \quad (1.05.B)$$

$$v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} + \frac{v_\theta v_r}{r} = \nu \left[\frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2} - \frac{v_\theta}{r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial r^2} \right] - \left[\frac{\partial(\overline{v_r'v_\theta'})}{\partial r} + \frac{\partial(\overline{v_\theta'v_z'})}{\partial z} + 2 \frac{\overline{v_r'v_\theta'}}{r} \right] \quad (1.05.C)$$

$$v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left[\frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} \right] - \left[\frac{1}{r} \frac{\partial(r \overline{v_r'v_z'})}{\partial r} + \frac{\partial(\overline{v_z'^2})}{\partial z} \right] \quad (1.05.D)$$

$$r^* = \frac{r}{R} ; z^* = \frac{z}{GR} ; V_r^* = \frac{v_r}{U_0} ; V_\theta^* = \frac{v_\theta}{\Omega R} ; V_z^* = \frac{v_z}{GU_0} ; P^* = \frac{p - p_{atm}}{\frac{1}{2} \rho \Omega^2 R^2} \quad (1.06)$$

$$\frac{1}{r^*} \frac{\partial(r^* V_r^*)}{\partial r^*} + \frac{\partial V_z^*}{\partial z^*} = 0 \quad (1.07.A)$$

$$\left(\frac{U_0}{\Omega R} \right)^2 \left[V_r^* \frac{\partial V_r^*}{\partial r^*} + V_z^* \frac{\partial V_r^*}{\partial z^*} \right] - \frac{V_\theta^{*2}}{r^*} = -\frac{1}{2} \frac{\partial P^*}{\partial r^*} \quad (1.07.B)$$

$$\left(\frac{U_0}{\Omega R} \right)^2 \left[V_r^* \frac{\partial V_\theta^*}{\partial r^*} + V_z^* \frac{\partial V_\theta^*}{\partial z^*} + \frac{V_\theta^* V_r^*}{r^*} \right] = 0 \quad (1.07.C)$$

$$\left(\frac{U_0}{\Omega R} \right)^2 \left[V_r^* \frac{\partial V_z^*}{\partial r^*} + V_z^* \frac{\partial V_z^*}{\partial z^*} \right] = -\frac{1}{2} \frac{1}{G^2} \frac{\partial P^*}{\partial z^*} \quad (1.07.D)$$

$$\frac{V_\theta^{*2}}{r^*} = \frac{1}{2} \frac{\partial P^*}{\partial r^*} ; \frac{\partial P^*}{\partial z^*} = 0 \quad (1.08)$$

$$K = \frac{v_\theta}{\Omega r} \Big|_{z^*=\frac{1}{2}} = \frac{V_\theta^*}{r^*} \Big|_{z^*=\frac{1}{2}} ; K_p = K|_{r^*=1} \quad (1.09)$$

$$q_S^* - q_R^* = q^* \quad (1.10)$$

$$\frac{1}{r^*} \frac{\partial(r^* V_r^*)}{\partial r^*} + \frac{\partial V_z^*}{\partial z^*} = 0 \quad (1.11.A)$$

$$V_r^* \frac{\partial V_r^*}{\partial r^*} + V_z^* \frac{\partial V_r^*}{\partial z^*} - \frac{V_\theta^{*2}}{r^*} + \frac{1}{2} \frac{\partial P^*}{\partial r^*} = 0 \quad (1.11.B)$$

$$V_r^* \frac{\partial V_\theta^*}{\partial r^*} + V_z^* \frac{\partial V_\theta^*}{\partial z^*} + \frac{V_\theta^* V_r^*}{r^*} = 0 \quad (1.11.C)$$

$$\frac{\partial P^*}{\partial z^*} = 0 \quad (1.11.D)$$

$$\frac{\delta_R^*}{r^*} G = \frac{\delta_R}{r} = \gamma_R |1 - K|^{3/5} (r^{*2} Re)^{-1/5} \quad (1.12.A)$$

$$q_R^* = \frac{q_R}{\nu r} = \frac{49\pi}{60} \alpha_R \gamma_R \text{signe}(1 - K) |1 - K|^{8/5} (r^{*2} Re)^{4/5} \quad (1.12.B)$$

$$\text{avec } \alpha_R(K) = \left[\frac{2300(1+8K)}{49(1789-409K)} \right]^{1/2} \text{ et } \gamma_R(K) = \left[\frac{81(1+\alpha_R^2)^{3/8}}{49(23+37K)\alpha_R} \right]^{4/5} \quad (1.12.C)$$

$$\frac{\delta_S^*}{r^*} G = \frac{\delta_S}{r} = \gamma_S K^{-1/5} (r^{*2} Re)^{-1/5} \quad (1.13.A)$$

$$q_S^* = \frac{q_S}{\nu r} = \frac{49\pi}{60} \alpha_S \gamma_S K^{4/5} (r^{*2} Re)^{4/5} \quad (1.13.B)$$

$$K = K_B ; P^* = K_B^2 (r^{*2} - 1) \text{ avec } K_B = \text{constante} \quad (1.14)$$

$$\frac{\alpha_S \gamma_S}{\alpha_R \gamma_R} K^{4/5} - \text{signe}(1 - K) |1 - K|^{8/5} = \frac{60}{49\pi \alpha_R \gamma_R} \lambda_{Turb} r^{*-13/5}$$

$$\text{avec } \lambda_{Turb} = q \frac{Re^{1/5}}{\Omega R^3} \quad (1.15)$$

$$K = 2 (a_1 C_{qr} + b_1)^{5/7} - 1 , C_{qr} = q Re_r^{1/5} / (2\pi \Omega r^3) \quad (1.16)$$

$$V_r^* = \frac{-c r^*}{\sin \alpha} \sin 2\alpha (z^* - \frac{1}{2}) - \frac{b}{r^*} \sin(2\alpha (z^* - \frac{1}{2}) + \beta) \quad (1.17.A)$$

$$V_\theta^* = \frac{c r^*}{\sin \alpha} (\cos 2\alpha (z^* - \frac{1}{2}) - \cos \alpha) + \frac{b}{r^*} \cos(2\alpha (z^* - \frac{1}{2}) + \beta) \quad (1.17.B)$$

$$V_z^* = \frac{-c}{\alpha \sin \alpha} (\cos 2\alpha (z^* - \frac{1}{2}) - \cos \alpha) \quad (1.17.C)$$

$$K = a_2 + b_2 r^{*-2} \quad (1.17.D)$$

$$P^* = b^2 + c^2 - c^2 r^{*2} - \frac{b^2}{r^{*2}} \quad (1.17.E)$$

$$\begin{aligned} q_R^* &\propto \text{signe}(1-K) |1-K| \frac{8}{5} (r^{*2} Re)^{\frac{4}{5}} \\ q_S^* + q_N^* &\propto f(C_{qN}) K^{\frac{4}{5}} (r^{*2} Re)^{\frac{4}{5}} \end{aligned} \quad (1.18)$$

$$\text{signe}(1-K) |1-K| \frac{8}{5} + b_3 f(C_{qN}) K^{\frac{4}{5}} = a_3 \frac{Re^{1/5}}{\Omega R^3} q r^{*-13/5} \quad (1.19)$$

$$\begin{aligned} q_R^* &\propto K_B^{\frac{4}{5}} (r^{*2} Re)^{\frac{4}{5}} \\ q_S^* &\propto K^{\frac{4}{5}} (r^{*2} Re)^{\frac{4}{5}} \\ q_N^* &\propto (f(C_{qN}) - 1) K^{\frac{4}{5}} (r^{*2} Re)^{\frac{4}{5}} \end{aligned} \quad (1.20)$$

$$K = \left[\frac{a_4 q r^{*-13/5} + K_B^{4/5}}{e^{(\varphi C_{qN})}} \right]^{5/4} ; \quad K = \left[\frac{a_5 C_{qr} + K_B^{4/5}}{e^{(\varphi C_{qN})}} \right]^{5/4} \quad (1.21)$$

$$V_r^* = \Psi(r^*) \times \frac{d\Phi(z^*)}{dz^*} \quad (1.22)$$

$$q_N^* = \frac{q_N}{v_r} = \frac{2\pi}{v} \int_{\delta_R}^{H-\delta_S} v_r dz = \xi_1 (K_B^{4/5} - K^{4/5}) r^{*8/5} + q^*$$

$$\xi_1 (K_B^{4/5} - K^{4/5}) r^{*8/5} + q^* = \frac{2\pi U_0 H}{v} \int_{\delta_R^*}^{1-\delta_S^*} V_r^* dz^*, \text{ soit}$$

$$\xi_1 (K_B^{4/5} - K^{4/5}) r^{*8/5} + \frac{q}{v_R} r^{*-1} = \frac{2\pi U_0 H}{v} \Psi(r^*) \int_{\delta_R^*}^{1-\delta_S^*} d\Phi(z^*) dz^*$$

$$\Psi(r^*) = \frac{U_0^{-1}}{\Phi(1-\delta_S^*) - \Phi(\delta_R^*)} \{ \xi_2 (K_B^{4/5} - K^{4/5}) r^{*8/5} + \xi_3 r^{*-1} \}$$

$$q_N^* = \frac{q_N}{v_r} = \frac{2\pi}{v} \int_{\delta_R}^{H-\delta_S} v_r dz = \xi_1 (K_B^{4/5} - K^{4/5}) r^{*8/5} + q^*$$

$$\xi_1 (K_B^{4/5} - K^{4/5}) r^{*8/5} + q^* = \frac{2\pi U_0 H}{v} \int_{\delta_R^*}^{1-\delta_S^*} V_r^* dz^*, \text{ soit}$$

$$\xi_1 (K_B^{4/5} - K^{4/5}) r^{*8/5} + \frac{q}{v_R} r^{*-1} = \frac{2\pi U_0 H}{v} \Psi(r^*) \int_{\delta_R^*}^{1-\delta_S^*} d\Phi(z^*) \quad (1.23)$$

$$\Psi(r^*) = \frac{U_0^{-1}}{\Phi(1-\delta_S^*) - \Phi(\delta_R^*)} \{ \xi_2 (K_B^{4/5} - K^{4/5}) r^{*8/5} + \xi_3 r^{*-1} \}$$

$$V_r^* = \frac{U_0^{-1}}{\Phi(1-\delta_S^*) - \Phi(\delta_R^*)} \{ \xi_2 (K_B^{4/5} - K^{4/5}) r^{*8/5} + \xi_3 r^{*-1} \} \frac{d\Phi(z^*)}{dz^*}$$

$$V_z^* = F(r^*) - \left(\frac{\Psi(r^*)}{r^*} + \frac{d\Psi(r^*)}{dr^*} \right) \Phi(z^*)$$

$$V_z^* = F(r^*) - \frac{U_0^{-1} \xi_2}{\Phi(1-\delta_S^*) - \Phi(\delta_R^*)} \left\{ \frac{13}{5} \left(K_B^{\frac{4}{5}} - K^{\frac{4}{5}} \right) r^{*\frac{3}{5}} - \frac{4}{5} r^{*\frac{8}{5}} K^{-\frac{1}{5}} \frac{dK}{dr^*} \right\} \Phi(z^*) \quad (1.24)$$

$$\begin{aligned} v_r^* &= \frac{v_r}{\Omega r} = \frac{U_0}{\Omega R} \frac{V_r^*}{r^*} ; \quad v_\theta^* = \frac{v_\theta}{\Omega r} = \frac{V_\theta^*}{r^*} = K ; \quad v_z^* = \frac{v_z}{\Omega r} = \frac{G U_0}{\Omega R} \frac{V_z^*}{r^*} \\ p_t^* &= p^* + K^2 r^{*2} \quad \text{avec} \quad p_t^* = \frac{p_t - p_{atm}}{\frac{1}{2} \rho \Omega^2 R^2} \end{aligned} \quad (1.25)$$

$$\begin{cases} v_\theta^*(r^*, z^*) = K(r^*) \\ v_r^*(r^*, z^*) = \frac{1}{\Phi(1-\delta_S^*) - \Phi(\delta_R^*)} \left\{ \xi_4 \left(K_B^{\frac{4}{5}} - K^{\frac{4}{5}} \right) r^{*\frac{3}{5}} + \xi_5 r^{*-2} \right\} \frac{d\Phi(z^*)}{dz^*} \\ v_z^*(r^*, z^*) = f(r^*) - \frac{G \xi_4}{\Phi(1-\delta_S^*) - \Phi(\delta_R^*)} \left\{ \frac{13}{5} \left(K_B^{\frac{4}{5}} - K^{\frac{4}{5}} \right) r^{*\frac{2}{5}} - \frac{4}{5} r^{*\frac{3}{5}} K^{-\frac{1}{5}} \frac{dK}{dr^*} \right\} \phi(z^*) \\ p^*(r^*, z^*) = p^*(r^*, 0.5) \\ p_t^*(r^*, z^*) = p^*(r^*, 0.5) + K^2 r^* \end{cases} \quad (1.26)$$

$$\frac{d\Phi(z^*)}{dz^*} = \sin(\xi_6(z^* - z_0^*)) \quad \Rightarrow \quad \Phi(z^*) = -\frac{1}{\xi_6} \cos(\xi_6(z^* - z_0^*)) \quad (1.27)$$

$$\begin{cases} v_\theta^*(r^*, z^*) = K \\ v_r^*(r^*, z^*) = \left\{ \xi_7 \left(K_B^{\frac{4}{5}} - K^{\frac{4}{5}} \right) r^{*\frac{3}{5}} + \xi_8 r^{*-2} \right\} \sin(\xi_6(z^* - z_0^*)) \\ v_z^*(r^*, z^*) = f(r^*) + G \frac{\xi_7}{\xi_6} \left\{ \frac{13}{5} \left(K_B^{\frac{4}{5}} - K^{\frac{4}{5}} \right) r^{*\frac{2}{5}} - \frac{4}{5} r^{*\frac{3}{5}} K^{-\frac{1}{5}} \frac{dK}{dr^*} \right\} \cos(\xi_6(z^* - z_0^*)) \\ p^*(r^*, z^*) = p^*(r^*, 0.5) \\ p_t^*(r^*, z^*) = p^*(r^*, 0.5) + K^2 r^* \end{cases} \quad (1.28)$$

$$K = K_B / e^{(\varphi_1 C_{qN})} \quad (1.29)$$

$$C_{qN} \propto (K_B - K) r^{*a} \quad (1.30)$$

$$r^* = 1 \quad K = K_p \quad C_{qN} = C_{qN,p} \propto (K_B - K_p) \quad (1.31)$$

$$\frac{K}{K_B} = \left(\frac{K_p}{K_B}\right)^{\frac{C_{qN}}{C_{qN,p}}}$$

$$\frac{K}{K_B} = \left(\frac{K_p}{K_B}\right)^{\frac{K_B-K}{K_B-K_p}} r^{*a} \quad (1.32)$$

$$\frac{K_{i+1}}{K_B} = \left(\frac{K_p}{K_B}\right)^{\frac{(K_B-K_i)}{K_B-K_p}} r_i^{*a}, \quad p_{i+1}^* = p_i^* - 2K_{i+1}^2 r_{i+1}^* \Delta r_i^*, \quad p_{t,i+1}^* \approx p_i^* + K_{i+1}^2 r_{i+1}^* \quad (1.33)$$

$$\begin{cases} v_{\theta,i}^*(r^*, z^*) = K_i \\ v_{r,i}^*(r^*, z^*) = \xi_{7,i} \left\{ \left(K_B^{\frac{4}{5}} - K_i^{\frac{4}{5}} \right) r_i^{*\frac{3}{5}} \right\} \sin(\xi_6(z^* - z_0^*)) \\ v_{z,i}^*(r^*, z^*) = f(r_i^*) + G \frac{\xi_{7,i}}{\xi_6} \left\{ \frac{13}{5} \left(K_B^{\frac{4}{5}} - K_i^{\frac{4}{5}} \right) r_i^{*-\frac{2}{5}} - \frac{4}{5} r_i^{*\frac{3}{5}} K_i^{-\frac{1}{5}} \frac{\Delta K}{\Delta r_i^*} \right\} \cos(\xi_6(z^* - z_0^*)) \\ p_i^*(r^*, z^*) = p_i^*(r^*, 0.5) \end{cases} \quad (1.34)$$

$$K = K_B / [1 + \varphi_1 C_{qN}] \quad (1.35)$$

$$\left[1 + \frac{C_{qN}}{C_{qN,p}} \frac{K_B - K_p}{K_p} \right] K = K_B$$

$$\left[1 + \frac{K_B - K}{K_p} r^{*a} \right] K = K_B \quad (1.36)$$

$$r^{*a} K^2 - (K_B r^{*a} + K_p) K + K_p K_B = 0 \quad (1.37)$$

$$\Delta = (K_B r^{*a} - K_p)^2 \geq 0 \quad (1.38)$$

$$K_{1,2} = \frac{1}{2} \left(K_B + \frac{K_p}{r^{*a}} \mp \left| K_B - \frac{K_p}{r^{*a}} \right| \right)$$

$$\begin{cases} \oplus: \begin{cases} \text{si } r^{*a} \geq K_p/K_B & K_1 = K_B \\ \text{si } r^{*a} < K_p/K_B & K_1 = K_p r^{*-a} \end{cases} \\ \ominus: \begin{cases} \text{si } r^{*a} > K_p/K_B & K_2 = K_p r^{*-a} \\ \text{si } r^{*a} \leq K_p/K_B & K_2 = K_B \end{cases} \end{cases} \quad (1.39)$$

$$\begin{cases} \text{si } r^* \leq r_B^* & K = K_B \\ \text{si } r^* > r_B^* & K = K_p r^{*-a} \end{cases} \quad (1.40)$$

$$\begin{cases} \text{si } r^* \leq r_B^* & p^* = K_B^2 (r^{*2} - r_B^{*2}) + p_B^* \\ \text{si } r^* > r_B^* & \begin{cases} \text{si } a = 1 & p^* = 2K_p^2 \ln(r^*) \\ \text{si } a \neq 1 & p^* = \frac{K_p^2}{1-a} (r^{*2(1-a)} - 1) \end{cases} \end{cases} \quad (1.41)$$

$$\begin{cases} \text{si } a = 1 & p_B^* = 2K_p^2 \ln(r_B^*) \\ \text{si } a \neq 1 & p_B^* = \frac{K_p^2}{1-a} (r_B^{*2(1-a)} - 1) \end{cases} \quad (1.42)$$

$$\begin{cases} \text{si } r^* \leq r_B^* & p_t^* = K_B^2 (2r^{*2} - r_B^{*2}) + p_B^* \\ \text{si } r^* > r_B^* & \begin{cases} \text{si } a = 1 & p_t^* = K_p^2 (2 \ln(r^*) + 1) \\ \text{si } a \neq 1 & p_t^* = \frac{K_p^2}{1-a} ((2-a) r^{*2(1-a)} - 1) \end{cases} \end{cases} \quad (1.43)$$

$$r_0^* = \max \left\{ \begin{cases} \text{si } a = 1 & e^{-\frac{1}{2}} \approx 0.61 \\ \text{si } a \neq 1 & (2-a)^{\frac{1}{(2a-2)}} \end{cases}; \left(\frac{K_p}{K_B}\right) \sqrt{\frac{1}{2(1-a)} \frac{K_B^{\frac{1}{a}-a} K_p^{\frac{1}{a}}}{K_B^{\frac{1}{a}}}} \right\} \quad (1.44)$$

$$\text{si } r^* > r_B^*$$

$$\begin{cases} v_r^*(r^*, z^*) = \xi_7 \xi_6 \left\{ \left(K_B^{\frac{4}{5}} - K_p^{\frac{4}{5}} r^{*\frac{4}{5a}} \right) r^{*\frac{3}{5}} \right\} \sin(\xi_6(z^* - z_0^*)) \\ v_z^*(r^*, z^*) = f(r^*) + G \xi_7 \left\{ \frac{13}{5} K_B^{\frac{4}{5}} r^{*\frac{4}{5a}} + \left(\frac{4}{5} a - \frac{13}{5} \right) r^{*\frac{-2}{5}(1+2a)} K_p^{\frac{4}{5}} \right\} \cos(\xi_6(z^* - z_0^*)) \end{cases} \quad (1.45.A)$$

$$\text{si } r^* \leq r_B^*$$

$$\begin{cases} v_r^*(r^*, z^*) = 0 \\ v_z^*(r^*, z^*) = f(r_B^*) + G \xi_7 \cos(\xi_6(z^* - z_0^*)) \left\{ \frac{4}{5} a K_B^{\frac{2}{5a}(1+2a)} K_p^{-\frac{2}{5a}} \right\} \end{cases} \quad (1.45.B)$$

$$K = \left[\frac{A_5 r^{*-13/5} + K_B^{4/5}}{e^{(4/5) \varphi_2 r^{*-13/5}}} \right]^{5/4}; \quad K = \left[\frac{a_5 C_{qr} + K_B^{4/5}}{e^{(4/5) \varphi_2 C_{qr}}} \right]^{5/4} \quad (1.46)$$

$$q_R^* \propto B_5 (r^{*2} Re)^{\frac{4}{5}} \quad (1.47)$$

$$K^{4/5} = \frac{A_5 r^{*-13/5} + B_5}{e^{(4/5) \phi_2 r^{*-13/5}}}; \quad K^{4/5} = \frac{a_5 C_{qr} + B_5}{e^{(4/5) \phi_2 C_{qr}}} \quad (1.48)$$

$$r^* = 1 \quad K = K_p \quad C_{qr} = C_{qp} = \frac{q Re^{1/5}}{2\pi\Omega R^3} = Ro G Re^{1/5} \quad (1.49)$$

$$B_5 = K_p^{4/5} e^{4/5 \phi_2} - A_5; \quad B_5 = K_p^{4/5} e^{(4/5) \phi_2 C_{qp}} - a_5 C_{qp} \quad (1.50)$$

$$\left. \begin{aligned} K^{4/5} &= \frac{A_5 (r^{*-13/5} - 1)}{e^{(4/5) \phi_2 r^{*-13/5}}} + K_p^{4/5} e^{-4/5 \phi_2 (r^{*-13/5} - 1)} \\ K^{4/5} &= a_5 \frac{C_{qr} - C_{qp}}{e^{(4/5) \phi_2 C_{qr}}} + K_p^{4/5} e^{-4/5 \phi_2 (C_{qr} - C_{qp})} \end{aligned} \right\} \quad (1.51)$$

$$K^{4/5} = \frac{a_5 C_{qr} + B_5}{1 + \frac{4}{5} \phi_2 C_{qr}}; \quad K^{4/5} = \frac{A_5 r^{*-13/5} + B_5}{1 + \frac{4}{5} \phi_2 r^{*-13/5}} \quad (1.52)$$

$$B_5 = K_p^{4/5} \left(1 + \frac{4}{5} \phi_2 C_{qp}\right) - a_5 C_{qp}; \quad B_5 = K_p^{4/5} \left(1 + \frac{4}{5} \phi_2\right) - A_5 \quad (1.53)$$

$$\frac{K^{4/5}}{K_p^{4/5}} - 1 = \left(a_5 K_p^{-4/5} - \frac{4}{5} \phi_2\right) \left(\frac{C_{qr} - C_{qp}}{1 + \frac{4}{5} \phi_2 C_{qr}}\right) \quad (1.54)$$

$$\frac{K^{4/5}}{K_p^{4/5}} - 1 = \left(A_5 K_p^{-4/5} - \frac{4}{5} \phi_2\right) \left(\frac{r^{*-13/5} - 1}{1 + \frac{4}{5} \phi_2 r^{*-13/5}}\right)$$

$$\left(K^{4/5} - \frac{5 a_5}{4 \phi_2}\right) \left(\phi_2 C_{qr} + \frac{5}{4}\right) = \left(K_p^{4/5} - \frac{5 a_5}{4 \phi_2}\right) \left(\phi_2 C_{qp} + \frac{5}{4}\right) = const$$

$$\left(K^{4/5} - \frac{5 A_5}{4 \phi_2}\right) \left(\phi_2 r^{*-13/5} + \frac{5}{4}\right) = \left(K_p^{4/5} - \frac{5 A_5}{4 \phi_2}\right) \left(\phi_2 + \frac{5}{4}\right) = const \quad (1.55)$$

$$K = \frac{const_1}{1 + const_2 \times C_{qr}} \quad (4.01)$$

$$a_5 = 30 \times e^{-15 \times \frac{C_{qp}}{K_p}} \quad \phi_2 = 0.08 \times \frac{a_5}{K_p} = \frac{2.4}{K_p} \times e^{-15 \times \frac{C_{qp}}{K_p}} \quad (4.02)$$

$$K = f(C_{qr}) = \left[a_5 \frac{C_{qr} - C_{qp}}{e^{(4/5) \phi_2 C_{qr}}} + K_p^{4/5} e^{-4/5 \phi_2 (C_{qr} - C_{qp})} \right]^{\frac{5}{4}} \quad (4.03)$$

$$A_5 = a_5 \times C_{qp} \quad \phi_2 = \phi_2 \times C_{qp} \quad (4.04)$$

$$p_{i+1}^* = p_i^* - 2K_{i+1}^2 r_{i+1}^* \Delta r_i^* \quad (4.05)$$

$$a_5 = 10 \times e^{-6 \times \frac{C_{qp}}{K_p}} \quad \phi_2 = 0.12 \times \frac{a_5}{K_p} = \frac{1.2}{K_p} \times e^{-6 \times \frac{C_{qp}}{K_p}} \quad (4.06)$$

$$a_5 = 50 \times e^{-15 \times \frac{C_{qp}}{K_p}}; \quad \phi_2 = 0.26 \times \frac{a_5}{K_p^{4/5}} = \frac{8.5}{K_p^{4/5}} \times e^{-15 \times \frac{C_{qp}}{K_p}} \quad (4.07)$$

$$\left(\frac{K}{K_p}\right)^{4/5} - 1 = 3.807 \frac{C_{qr} - C_{qp}}{C_{qr} + \frac{5}{4} \phi_2} \quad (4.08)$$

Le paramètre géométrique du moyeu central	$\eta = \frac{R_M}{R}$
Le nombre de Reynolds	$Re = \frac{\Omega R^2}{\nu}$
Le paramètre de forme de la cavité	$G = \frac{H}{R}$
Le coefficient de débit	$C_w = \frac{q}{\nu R}$
Le nombre d'Ekman	$Ek = \frac{\nu}{\Omega H^2} = (G^2 Re)^{-1}$
Le nombre de Rossby	$Ro = \frac{q}{2\pi\Omega R^2 H} = \frac{1}{2\pi} C_w (G Re)^{-1}$
Le coefficient de débit adimensionné	$Ro_M = \frac{q}{2\pi\Omega R_M R H} = Ro \eta^{-1}$
Le coefficient de débit	$\lambda_T = \frac{q}{\nu^{\frac{1}{5}} \Omega^{\frac{4}{5}} R^{\frac{13}{5}}} = C_w Re^{\frac{4}{5}}$
Le coefficient local de débit	$C_{qr} = \frac{q}{2\pi\nu^{\frac{1}{5}} \Omega^{\frac{4}{5}} r^{\frac{13}{5}}} = \frac{1}{2\pi} \lambda_T r^{*-\frac{13}{5}}$
Le coefficient de débit $C_{qp} = C_{qr} _{r=R}$	$C_{qp} = \frac{q}{2\pi\nu^{\frac{1}{5}} \Omega^{\frac{4}{5}} R^{\frac{13}{5}}} = \frac{1}{2\pi} \lambda_T = Ro G Re^{\frac{1}{5}}$

	$R + \Delta R$ mm		H mm	G		Ω tr/min	Re 10^6		q m^3/h	C_w 10^3
A	375	A	20	0.053	1	1055	1.03	0	0	0
		C	30	0.080	2	1510	1.47	1	40	2.0
					3	1998	1.95	2	60	2.9
							3	75	3.7	
							4	80	3.9	
							5	100	4.9	

$10^3 \times Ro$	$G = 0.053$				$G = 0.080$			
$10^{-3} \times C_w$	0	2.0	2.9	3.7	0	2.9	3.9	4.9
$10^{-6} \times Re$								
1.03	0	5.69	8.54	10.67	0	5.69	7.59	9.49
	AA10	AA11	AA12	AA13	AC10	AC12	AC14	AC15
1.47	0	3.98	5.96	7.46	0	3.98	5.30	6.63
	AA20	AA21	AA22	AA23	AC20	AC22	AC24	AC25
1.95	0	3.01	4.51	5.63	0	3.01	4.01	5.01
	AA30	AA31	AA32	AA33	AC30	AC32	AC34	AC35

$10^3 \times C_{qp}$	$G = 0.053$				$G = 0.080$			
$10^{-3} \times C_w$	0	2.0	2.9	3.7	0	2.9	3.9	4.9
$10^{-6} \times Re$								
1.03	0	4.84	7.26	9.07	0	7.26	9.68	12.10
	AA10	AA11	AA12	AA13	AC10	AC12	AC14	AC15
1.47	0	3.63	5.45	6.81	0	5.45	7.26	9.08
	AA20	AA21	AA22	AA23	AC20	AC22	AC24	AC25
1.95	0	2.90	4.35	5.44	0	4.35	5.81	7.26
	AA30	AA31	AA32	AA33	AC30	AC32	AC34	AC35

ANALYSE DES ÉCOULEMENTS INTER-DISQUES EN VUE D'OPTIMISER LES POUSSÉES AXIALES DANS LES MACHINES HYDRAULIQUES UTILISÉES EN STATION HYDRO-ÉLECTRIQUE

RESUME : Les propriétés de l'écoulement turbulent confiné dans une cavité délimitée par deux disques parallèles coaxiaux dont l'un est en rotation sont très sensibles à la géométrie périphérique du système. De récentes études ont montré que l'écoulement en bloc prévu par la théorie de Batchelor n'est pas systématiquement observé lorsque la cavité est isolée, c'est à dire non soumise à un flux forcé. L'objectif de cette thèse est de mieux comprendre ce phénomène et d'étendre le cadre de l'étude au cas d'un écoulement centripète forcé.

La première partie du travail aborde l'aspect théorique du problème. Un premier bilan des échanges de fluide dans les couches limites est réalisé à partir des solutions stationnaires de l'écoulement sur un disque, développées par von Kármán et Bödewadt. Ces solutions sont couplées à de nouvelles hypothèses permettant de tenir compte des échanges de flux hors couches limites et du taux de pré-rotation du fluide. Nous obtenons ainsi des solutions analytiques originales pour les distributions radiales du coefficient d'entraînement du fluide dans le noyau central, de la pression statique pariétale et de la pression totale, que la cavité soit isolée ou soumise à un flux radial forcé.

La seconde partie est consacrée aux moyens expérimentaux et numériques nécessaires à la validation de ces solutions théoriques. Elle inclut d'abord une description de l'installation expérimentale, des techniques de mesure, et du programme d'essais réalisé dans le cadre de cette thèse. Les simulations numériques sont réalisées à l'aide du code de calcul industriel FLUENT. Les détails concernant le choix du domaine de calcul, le maillage, les conditions aux limites et le modèle de turbulence retenus sont ensuite fournis.

La validation des solutions théoriques fait l'objet des deux derniers chapitres, respectivement consacrés aux cas de la cavité isolée et soumise à un écoulement centripète forcé. L'accord obtenu entre l'expérience, les résultats numériques et la théorie est généralement très bon, ce qui nous conforte dans le choix de nos hypothèses. L'analyse des résultats permet en particulier de comprendre le mécanisme d'apparition de l'écoulement en bloc prévu par Batchelor. Toutefois, l'utilisation des modèles n'est pas universelle car elle nécessite l'ajustement de constantes, pour lesquelles nous tentons de dégager des relations empiriques les plus générales, dans la mesure du possible.

Mots clés : Cavité rotor-stator, Écoulement turbulent, Anémométrie à fil chaud.

ANALYSIS OF INTER-DISKS FLOW IN ORDER TO OPTIMIZE THE AXIAL FORCE IN HYDRAULIC MACHINES USED IN HYDRO-ELECTRIC STATION

ABSTRACT: The properties of the turbulent flow confined in a cavity delimited by two parallel coaxial disks, one of which is in rotation, are very sensitive to the peripheral geometry of the system. Recent studies have shown that the solid body rotation flow predicted by the theory of Batchelor is not systematically observed when the cavity is isolated, i.e. without superimposed flow. The objective of this thesis is to better understand this phenomenon and extend the study to the case of the cavity with superimposed centripetal inflow.

The first part of the work handles with the theoretical aspects of the problem. A first conservation of mass of exchange of fluid is made from stationary solutions of the flow in the boundary layers, developed by von Kármán and Bödewadt. These solutions are coupled with new hypotheses to take account of circulation of flow outside the boundary layers and the rate of pre-swirl velocity. We obtain analytical solutions for the radial distributions of swirl ratio in the central core, of the static pressure on the stationary wall and of total pressure at the mid-high of the cavity, for the both cases with or without superposed radial inflow.

The second part is dedicated to the experimental and numerical "tools" needed to validate these theoretical solutions. This chapter includes firstly the description of the experimental setup, techniques of measurements, and the program of case studied in the framework of this thesis. Numerical simulations are performed using the industrial computing code FLUENT. Details regarding the choice of computational domain, grid mesh, boundary conditions and turbulence model used are provided secondly.

The validation of theoretical solutions is the subject of the last two chapters, devoted respectively to the cases of isolated cavities and of systems with superposed centripetal radial inflow. The agreement between the experiment, the numerical results and theory is generally very good, what comforts us on choosing the basic assumptions. The analysis of the results leads in particularly to understand the mechanism of apparition of the solid body rotation flow provided by Batchelor. However, the use of models is not universal because it requires adjustment of constants, for which we are trying to identify the most general empirical relationships possible.

Keywords : Rotor-stator cavity, Turbulent flow, Hot-wire anemometry.