



Horloge à réseau optique au Strontium : une 2ème génération d'horloges à atomes froids

Rodolphe Le Targat

► To cite this version:

Rodolphe Le Targat. Horloge à réseau optique au Strontium : une 2ème génération d'horloges à atomes froids. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Télécom ParisTech, 2007. Français. NNT : . pastel-00553253

HAL Id: pastel-00553253

<https://pastel.hal.science/pastel-00553253>

Submitted on 6 Jan 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

LABORATOIRE DES SYSTÈMES DE
RÉFÉRENCE TEMPS-ESPACE
DU LABORATOIRE NATIONAL DE MÉTROLOGIE ET D'ESSAIS



THÈSE DE DOCTORAT
DE L'ÉDITE DE PARIS

Spécialité Electronique et Communications

présentée par Rodolphe LE TARGAT

pour obtenir le grade de Docteur de
l'ÉDITE de PARIS

Sujet de Thèse :

**Horloge à réseau optique au Strontium :
une 2ème génération d'horloges à atomes froids**

Soutenue le 13 juillet 2007 devant le jury composé de :

M.	Emmanuel ROSENCHE	Président du jury
Mme.	Saïda GUELLATI	Rapporteur
M.	Ekkehard PEIK	Rapporteur
M.	Didier ERASME	Membre invité
M.	Christophe SALOMON	Directeur de thèse
M.	Pierre LEMONDE	Directeur de thèse

Table des matières

Remerciements	7
Introduction	11
1 Horloges optiques à réseau	17
1.1 Limites actuelles des horloges atomiques	17
1.2 Discussion sur les effets statistiques et systématiques	20
1.2.1 Stabilité de fréquence	20
1.2.2 Effets systématiques favorisés dans un horloge optique	21
1.2.3 Effets liés aux degrés de liberté externes	23
1.3 Approches possibles pour un standard basé sur une transition optique sur des atomes piégés	28
1.3.1 Piégeage des ions	28
1.3.2 Réseau optique pour atomes neutres	30
1.3.3 Intérêts et enjeux d'une horloge basée sur l'atome de Strontium	45
2 Réalisation d'une source à 461 nm pour le refroidissement des atomes de Strontium	51
2.1 Introduction	51
2.2 Génération de seconde harmonique	52
2.2.1 Quasi accord de phase	52
2.2.2 Coefficient de conversion associé à un faisceau gaussien	56
2.3 La cavité de surtension	57
2.3.1 Principe de la cavité de surtension	57
2.3.2 Adaptation de mode	60
2.3.3 Adaptation d'impédance	60
2.3.4 Optimisation des paramètres	61
2.3.5 Stabilité de la cavité	63
2.4 Réalisation expérimentale et caractérisation de la source	64
2.4.1 Assemblage et asservissement	64

2.4.2	Caractérisation de la cavité	67
2.5	Refroidissement des atomes de Strontium	71
2.5.1	Description de la chaîne ultra-vide	71
2.5.2	Le ralentissement Zeeman	75
2.5.3	Piège Magnéto-Optique	78
2.6	Conclusion	79
3	Montage expérimental	81
3.1	Caractéristiques du piège dipolaire	81
3.1.1	Force dipolaire et réseau optique	81
3.1.2	Réalisation expérimentale du piège dipolaire	83
3.2	Asservissement de la profondeur du potentiel	87
3.2.1	Asservissement de Hänsch-Couillaud	87
3.2.2	Asservissement de la puissance	90
3.2.3	Asservissement de l'offset	92
3.2.4	Evaluation de la stabilité du piège	92
3.3	Drain atomique	94
3.3.1	Limites des processus de refroidissement	94
3.3.2	Principe du drainage atomique	95
3.3.3	Mise en oeuvre du montage	97
3.4	Refroidissement des atomes piégés	105
3.4.1	Position du problème, choix du type de refroidissement	106
3.4.2	Spectroscopie de la transition $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$	107
3.4.3	Caractéristiques du refroidissement	110
3.4.4	Mise en oeuvre	115
3.5	Laser d'horloge	118
3.5.1	Description de la cavité ultra-stable	118
3.5.2	Principe de l'asservissement de Pound-Drever-Hall	119
3.5.3	Mise en oeuvre	119
3.5.4	Spectre de bruit du laser	122
3.6	Détection	122
3.7	Conclusion	124
4	Etude du piège dipolaire et de ses effets systématiques sur le fonctionnement de l'horloge	127
4.1	Température des atomes dans le piège	127
4.1.1	Dynamique des atomes dans le piège	127
4.1.2	Etude du spectre en fonction de la température	130
4.1.3	Conclusion	133
4.2	Mesure de fréquence	135
4.2.1	Optimisation de la résonance	135

4.2.2	Asservissement du laser d'horloge	139
4.3	Etude du déplacement lumineux	139
4.3.1	Polarisabilité scalaire et longueur d'onde magique	141
4.3.2	Discussion sur la composante tensorielle du déplacement lumineux	143
4.3.3	Evaluation expérimentale de la longueur d'onde magique et de l'annulation du déplacement lumineux	146
4.4	Effets d'ordre élevé	149
4.4.1	Description théorique de l'hyperpolarisabilité	150
4.4.2	Evaluation expérimentale de l'amplitude de l'hyperpolarisabilité	152
4.5	Conclusion	158
5	Caractérisation de l'horloge	161
5.1	Principe des mesures de fréquence avec un laser femtoseconde	161
5.1.1	Principe du peigne de fréquence	162
5.1.2	Asservissement des fréquences	164
5.1.3	Mesure de la fréquence du laser d'horloge	166
5.2	Evaluation de l'exactitude de l'horloge et mesure de la fréquence de référence	168
5.2.1	Effets résiduels du réseau	170
5.2.2	Effet Zeeman du premier ordre	172
5.2.3	Effets des collisions	175
5.2.4	Effets de second plan	176
5.2.5	Bilan d'exactitude, discussion	178
5.2.6	Valeur de la fréquence	180
	Conclusion	183
A	Calcul de la polarisabilité	189
A.1	Cas Général	189
A.2	Application au calcul de la polarisabilité de 3P_1	190
	Bibliographie	191

Remerciements

Ce travail de thèse a été effectué à l'Observatoire de Paris, au sein du LNE-SYRTE, laboratoire des SYstèmes de Référence Temps-Espace du Laboratoire National de métrologie et d'Essais. Philip Tuckey, directeur de l'unité lorsque je suis arrivé en septembre 2003, a su résoudre avec bonne humeur toutes les difficultés administratives pour me permettre d'intégrer le laboratoire. Je le remercie donc ici en premier lieu, pour son efficacité, mais surtout pour la décontraction dont il ne se sépare jamais. Noël Dimarcq a pris le relais de Philip, il assure maintenant avec énergie les plus hautes fonctions au sein du laboratoire. Je tiens à remercier le LNE pour avoir financé ma thèse, ainsi que les membres du jury pour avoir accepté d'examiner mon travail : Emmanuel Rosencher en tant que président du comité, Saïda Guellati et Ekkehard Peik en tant que rapporteurs et Didier Erasme en tant que membre invité et représentant de l'Ecole Doctorale Télécom ParisTech.

Cette thèse n'aurait bien sûr pas été possible sans la qualité de l'encadrement de Pierre Lemonde. Sa culture scientifique m'a souvent impressionné, je pense qu'il a répondu à toutes les questions que je lui ai posées en quatre ans, et il y en a eu un grand nombre. Son sens de l'humour à toute épreuve et son dynamisme furent pour nous une grande source de motivation, je me permets de lui rappeler cette phrase du philosophe Cristiano Marques Gomes : *Matar um leão a cada jogo*. Notre coexistence dans le même bureau, rythmée par une revue quotidienne de la presse spécialisée, ou encore par des réflexions linguistiques sur le bon emploi du terme *cygneaux*, a souvent donné lieu à des échanges vifs, mais enrichissants. Plus sérieusement, je le remercie aussi d'avoir participé avec une assiduité déconcertante à mon système de notation "croix rouges/croix vertes", sorte de permis à points pour directeur de thèse, et pour toutes les petites astuces qu'il m'a enseignées. Sachez donc qu'il ne faut pas mordre les câbles BNC. Sachez aussi que lequipe.fr ne doit pas être votre moteur de recherche par défaut. Christophe Salomon était co-directeur de ma thèse et avait lui-même encadré celle de Pierre, il a donc hérité du titre de 'Grandadvisor'. Je regrette de n'avoir pu interagir plus avec lui, mais ses suggestions ont toujours été très judicieuses.

J'ai eu le plaisir de partager la presque totalité de cette période avec Xavier Baillard, à partir de janvier 2004. L'expérience a pu progresser de façon décisive

grâce au nouveau laser ultrastable qu'il a assemblé, exploite d'autant plus grand qu'il a été réalisé avec seulement neuf doigts, le dixième étant à l'époque indisponible. Xavier a su apporter une bonne humeur constante au sein de l'équipe, notamment en restant serein dans les passages délicats. Il a aussi souvent hérité des tâches un peu ingrates, notamment les tâches informatiques, que j'affecte assez peu, je l'en remercie. Il a supporté mes analyses sportives avec résignation, même si je regrette de ne pas être parvenu à l'intéresser au "noble art du football" après tant d'années d'effort. J'ai également eu le plaisir d'effectuer la première partie de ma thèse avec Anders Brusch, danois de son état, qui a considérablement contribué à l'obtention des premiers résultats de l'horloge proprement dite. Une grande partie du travail décrit dans ce manuscrit a été réalisée en étroite collaboration avec lui. Je le remercie notamment pour m'avoir donné le goût de travailler en anglais. Le choix de la musique dans la "cave" a souvent donné lieu à d'âpres négociations entre nous trois, mais je garde un excellent souvenir de ces journées passées avec eux à chercher des *signaux*, d'abord en vain, jusqu'à l'observation des premiers atomes piégés, en mai 2005. Les résultats se sont ensuite enchaînés très rapidement, d'autant plus que Mathilde Fouché nous a rejoint à partir de septembre 2005, apportant avec elle son expérience et une énergie hors du commun. Mon seul regret est que le passage où nous avons dû enrouler ensemble un tuyau de cuivre autour du nouveau ralentisseur Zeeman n'ait pas été filmé ... mais nous avons laissé un message à l'intérieur du blindage magnétique avant de le refermer, à l'attention des prochains malchanceux.

Après presque quatre ans sur l'expérience, j'ai eu l'opportunité de travailler avec toutes les personnes qui ont fait partie de l'équipe depuis le début du projet en 2000. Irène Courtilot m'a fait bénéficier de sa grande expérience sur la manipe, elle m'a aussi expliqué en détail le mode d'emploi du directeur de thèse. Audrey Quessada-Vial a effectué de nombreux calculs très utiles pour l'expérience, elle a aussi su apporter une touche artistique à l'équipe, notamment à travers son goût pour la peinture. A la fin de ma thèse, j'ai eu le plaisir de travailler avec le placide Jérôme Lodewyck, le caustique Philip Grabow Westergaard et le surprenant Arnaud Lecallier, je leur souhaite bonne chance pour leur futur.

André Clairon et Sébastien Bize m'ont apporté une aide précieuse, leurs explications sur de nombreux points m'ont beaucoup aidé, particulièrement pendant la rédaction de ce manuscrit. La disponibilité, la simplicité et la très grande culture scientifique d'André rendent les discussions avec lui très agréables. Ses intuitions face à un problème ont été pour moi une grande source d'apprentissage. Sébastien me regardait souvent entrer dans son bureau avec un oeil noir ... mais je ne suis néanmoins jamais venu à bout de sa patience, même mes questions les plus farfelues entraînaient des réponses claires et illustrées. Sachez ensuite que "on n'est jamais à l'abri d'une bonne idée". Philippe Laurent m'a souvent fait partager sa vision colorée de la physique, avec néanmoins un code couleur qui n'appartient

qu'à lui. Daniele Rovera et Yann Lecoq ont quant à eux amplement contribué aux mesures de fréquences du printemps 2006, je profite d'ailleurs de l'occasion pour citer ici nos collègues de la *Physikalisch-Technische Bundesanstalt*, Harald Schnatz, Burghard Lipphardt et Gesine Grosche, sans qui la campagne de mesures de décembre 2006 n'aurait pas été possible. Je remercie également les autres membres permanents du laboratoire avec lesquels j'ai moins eu l'occasion d'interagir : Franck Pereira Dos Santos, et son inventivité pour trouver des surnoms aux doctorants, Arnaud Landragin, et ses techniques de ski fracassantes, Jean-Jacques Zondy, qui nous a beaucoup aidé pour les sources laser *bleues*, Peter Rosenbusch, Peter Wolf, David Holleville, Pierre Urich, Stéphane Guérandel, Ouali Acef, Roland Barillet ou encore Emeric de Clerq.

L'expérience 'strontium' a été développée à un rythme soutenu, notamment grâce aux compétences de différents services 'clés' du laboratoire. Le département radiofréquences et électronique nous a rendu de nombreux services et a toujours fait preuve d'une grande vitesse de réaction. Giorgio Santarelli, qui dirigeait à l'époque cette section, a été mon premier voisin de bureau quand je suis arrivé à l'Observatoire. J'ai donc eu la chance de recevoir ses conseils pour les *Bleus* et de partager avec lui son calendrier 2003, douze mois de printemps autant que je m'en souviens. Sachez enfin que "les freestylers peuvent se cacher partout". Un grand merci à lui et à ses collègues Michel Lours, Laurent Volodimer, Michel Dequin et Pascale Pichel. Le service de mécanique, dirigé par Jean-Pierre Aoustin épaulé par Laurent Pelay, a également toujours réalisé un travail d'une qualité remarquable, même dans l'urgence. Une manip de physique ne pourrait pas vivre sans les ajustements continus de la 'méca'. En descendant à la cave, on passe par l'entresol, et au milieu des pompes turbo, des fours et des tombacs, on trouve Annie Gérard. Un merci tout spécial à elle, pour son aide en toutes circonstances, particulièrement pour les problèmes d'ultravide.

L'équipe administrative du LNE-SYRTE, malgré des changements d'effectif fréquents, a toujours assuré le bon fonctionnement du laboratoire. Un grand merci à Catherine Laurent, notre gestionnaire, dont les sourires illuminaient nos journées, à Yertha Baïdomti dont le rire résonne encore dans les couloirs du deuxième étage, à l'artistique Anne Thomson, ou encore à Katia Vadet, Pascale Baudoin, Annick Bounoure et Véronique Benayoun. Mon ignorance en informatique a laissé Pascal Blondé ou David Cathelineau bouche bée plus d'une fois ... ils m'ont cependant toujours aidé avec une grande efficacité.

J'en arrive à la partie concernant l'équipe de thésards avec qui j'ai eu le plaisir de partager de nombreux bons moments pendant mon passage à l'Observatoire. Il y a tout d'abord Frédéric Chapelet, ses fous-rires irrépressibles et sa grande gentillesse. De nature discrète, il fait pourtant preuve d'un grand caractère, et je le remercie pour les nombreux petits conseils qu'il m'a donnés "mine de rien". A l'autre bout de l'échelle de l'introversion, on trouve Julien Le Gouët, dont la

facilité à aborder les gens et à les faire sourire m'a souvent épaté. J'ai l'impression d'avoir découvert le fantasque Jacques Millo assez tard ... le duo de choc qu'il forma avec Julien s'est avéré capable d'exploits assez originaux. Loïc Duchaye a rejoint la section fréquences un peu plus tard. De caractère fédérateur, il a beaucoup contribué à la bonne ambiance au labo. Dans l'équipe gyromètre à atomes froids, Benjamin Canuel et Alexandre Gauguier interféraient constructivement pour former une équipe que j'appréciais beaucoup, leurs pseudo-disputes (qu'à mon avis ils répétaient longuement avant de les jouer en public) étaient dignes du Café de la Gare. François Narbonneau enfin, organisait régulièrement des activités récréatives, ou 'séminaires externes', des plus variées, bravo à lui pour ses efforts. Un merci particulier à Natascia Castagna, qui a su faire preuve de modestie le 10 juillet 2006, et à Tanja Mehlstäubler, que j'ai rencontrée dès le début de ma thèse, pour leur amitié depuis de nombreuses années. Je dois aussi citer les autres étudiants ou post-docs que j'ai eu le plaisir de cotoyer : Thomas Zanon, François-Xavier Esnault, Stéphane Trémine, Stéphanie Perrin, Rodolphe Boudot, Harold Marion, Céline Vian, Michel Abgrall, Ivan Maksimovic, Patrick Cheinet, Florence Yver-Leduc, Kasper Therkildsen, Philippe Merck, François Impens, Michael Petersen, Friedemann Reinhardt, Clément Lacroute ...

Merci à ma famille, particulièrement à mes parents qui m'ont regardé traverser ces longues études avec patience, mais aussi aux autres, qui m'ont toujours demandé si ma thèse avançait ... bravo en particulier à ceux qui sont venus de loin pour la soutenance ! Je pense enfin à tous ces amis sans lesquels la vie ne serait pas la même : merci à Cyril et Jeremy, qui m'ont toujours prêté une oreille attentive, merci à Ji-Hyun et Sylvain, Laurence et Olivier C., Jing-Jing et Loïc, Anne-Laure, après tout ce temps ..., François, Nicolas et Carole, Clémence et Xavier, Olivier G., Anthony, rencontré pendant mon année en Californie, et je n'oublie évidemment pas Julie et sa gentillesse inégalable.

Introduction

La question des unités de mesure occupe une place primordiale en Physique, et les références sur lesquelles elles reposent font débat depuis plus de deux siècles. Lors de la 11^{ème} Conférence Générale des Poids et Mesures, en 1960, fut adopté le *Système International d'unités* (SI) qui est celui en vigueur aujourd'hui, et qui repose sur sept unités de base considérées comme complètement indépendantes les unes des autres : le mètre, le kilogramme, la seconde, l'ampère, le kelvin, la mole et la candela. Toutes les autres, dites unités dérivées, peuvent s'exprimer comme une combinaison de ces éléments de base.

Avant cette date, la première définition de l'unité de temps était la suivante :

"La seconde est la 1/86400^{ème} partie du jour solaire moyen"

Cependant, la durée du jour fluctue de manière aléatoire, et de plus le ralentissement de la rotation de la terre, dû à l'attraction de la lune, entraîne une augmentation d'une dizaine de millisecondes par siècle de la durée de ce jour solaire moyen. Ainsi cette définition de la seconde ne répondait pas au critère de pérennité que doit suivre une échelle de temps. En 1960, à la conférence mentionnée précédemment, il fut décidé de se baser sur la révolution de la terre autour du soleil pour assurer une meilleure stabilité à long terme, mais cette approche, peu pratique, ne fut utilisée que pour des besoins astronomiques.

Les progrès réalisés dans la réalisation des horloges atomiques à cette époque ont permis de refonder de manière complètement différente la définition de l'unité de temps, afin qu'elle repose non plus sur l'année mais sur une transition atomique. En 1967, à la 13^{ème} Conférence Générale des Poids et Mesures, la définition suivante a été adoptée :

"La seconde est la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de Césium 133."

L'unité de temps est aujourd'hui réalisée par des étalons atomiques de fréquence avec une incertitude relative de l'ordre de 10^{-16} [1, 2], ce qui en fait la

grandeur physique dont la réalisation est la plus exacte. Il s'est dès lors avéré naturel de relier d'autres unités à la seconde, c'est le cas du mètre, qui est, depuis 1983, défini comme "la longueur du trajet parcouru dans le vide par la lumière pendant une durée de $1/299\,792\,458$ de seconde". Une tentative similaire est en cours pour le kilogramme, qui est quant à lui défini comme la masse du prototype international du kilogramme, en platine iridié. Il est mesuré de temps à autre après un procédé de nettoyage bien précis visant à éliminer les contaminations sur sa surface. Mais cette méthode n'empêche pas des fluctuations de l'ordre de $10\ \mu\text{g}$ par siècle en masse, et une nouvelle approche a donc été initiée : c'est le projet de balance du Watt qui vise à relier le kilogramme aux unités électriques et donc aux unités de fréquences [3, 4].

Les performances des horloges atomiques permettent notamment de tester des théories de physique fondamentale. Les fréquences atomiques dépendent de plusieurs constantes dites fondamentales, comme la constante de structure fine α ou encore le rapport de la masse de l'électron sur celle du proton, mais les scientifiques s'interrogent sur l'éventuelle dérive de leurs valeurs sur des échelles de temps très longues. Dans ce contexte, les mesures de grande précision de fréquences atomiques effectuées en laboratoire et accumulées depuis plusieurs années peuvent permettre de donner une limite supérieure de ces variations [5, 6, 7]. Aucun effet n'a encore été résolu par cette approche, mais il est à noter que d'autres groupes, se basant sur des observations cosmologiques, ont rapporté avoir constaté un effet [8], ce qui donne lieu à des controverses sur le sujet [8, 9]. Il est donc important de disposer du plus grand nombre possible d'espèces atomiques sur lesquels mener des études en laboratoire, c'est une des raisons qui a amené notre laboratoire à initier une nouvelle d'horloge basée sur l'atome de Mercure, en plus de celles déjà opérationnelles et fonctionnant avec le Césium, le Rubidium ou le Strontium. Les horloges atomiques permettent également d'effectuer des tests sur l'invariance de Lorentz. On teste par exemple la valeur de la fréquence de la transition de référence lorsque l'on change l'orientation du spin des atomes [10], ou bien encore lorsque l'on compare entre elles des horloges réparties dans le monde [11]. Une autre approche est d'étudier la valeur de la fréquence propre d'une cavité de référence, sur laquelle l'horloge est asservie, l'orientation de l'axe de la cavité changeant à cause de la rotation de la terre [12, 13], ou encore de comparer deux cavités, l'une fixe et l'autre montée sur une plate-forme tournante [14].

De nombreuses applications de la vie quotidienne font appel à des étalons atomiques de fréquence, les réseaux de télécommunications par exemple sont synchronisés avec des horloges, et les satellites ont besoin d'une référence de temps pour évaluer leur positionnement et émettre des signaux radio-fréquences. Ainsi, les satellites du réseau américain GPS, et ceux de la future constellation européenne GALILEO, possèdent des horloges embarquées fonctionnant avec des

atomes non refroidis.

Plusieurs projets en cours ont pour but d'envoyer dans l'espace des horloges à atomes refroidis. Le projet PHARAO/ACES par exemple permettra de placer en orbite une horloge qui utilisera la microgravité pour augmenter les temps d'interaction avec les atomes, et la comparaison avec une horloge au sol permettra une mesure du déplacement gravitationnel [15, 16]. Dans le cadre du programme Cosmic Vision lancé par l'ESA, certains projets dans lesquels notre laboratoire est impliqué poursuivent le même type de finalité, comme le projet SAGAS (*Search for Anomalous Gravitation using Atomic Sensors*), qui propose de combiner une horloge à ion et un accéléromètre à atomes froids pour explorer la gravitation à grande distance et apporter des éléments de réponse notamment au sujet de l'anomalie Pioneer [17], ou le projet EGE (*Einstein Gravity Explorer*), qui vise à effectuer des mesures précises de l'espace-temps avec des horloges atomiques, par exemple pour caractériser les modifications induites en présence de gravité.

La première génération d'horloges à atomes froids, basées sur une transition micro-onde des atomes de Césium ou de Rubidium, a commencé à être développée au début des années 1990. Néanmoins, il apparaît clairement maintenant que leur exactitude sera limitée à un niveau de 10^{-16} de la fréquence atomique.

Parallèlement, la perspective de réaliser une référence avec une transition dans le domaine optique a très tôt été considérée comme prometteuse, d'une part parce que le facteur de qualité naturel est 4 à 5 ordres de grandeur plus élevé, d'autre part parce que la plupart des effets systématiques sont indépendants de la fréquence en valeur absolue et donc on progresse également de 4 ou 5 ordres de grandeur en valeur relative. Mais le développement de véritables horloges a été néanmoins retardé par plusieurs problèmes, pour lesquels des solutions élégantes ont récemment été proposées :

- Les mesures de fréquences dans le domaine optique ont longtemps été difficiles à réaliser [18], les premières chaînes de mesures étaient très lourdes à mettre en oeuvre [19, 20], il a fallu attendre la fin des années 90 et la proposition de T. Hänsch pour que les lasers femtosecondes soient utilisés comme un peigne de fréquence pouvant atteindre le domaine optique [21, 22, 23].
- L'oscillateur local qui vient interroger les atomes doit posséder des caractéristiques spectrales qui sont compatibles avec la largeur de raie expérimentale nécessaire. Dans le cas des fontaines de notre laboratoire, la source micro-onde utilisée est un Oscillateur Cryogénique à Résonateur en Saphir (OCRS) développé par la University of Western Australia. Il a permis, par rapport aux résonateurs à Quartz, de faire progresser d'un ordre de grandeur

la stabilité, aujourd'hui limitée par le signal sur bruit qui a atteint le bruit de projection quantique. Dans le cas d'une transition optique, l'effort pour améliorer le spectre des lasers fait l'objet d'un travail très actif depuis plus de 25 ans. Les problèmes techniques, comme les interférences parasites, le bruit de l'électronique ou encore les vibrations, ont été essentiellement résolus [24], mais il reste des problèmes plus fondamentaux, comme le bruit thermique contre lequel on lutte en rigidifiant la cavité. Les meilleurs résultats rapportés aujourd'hui sont des largeurs inférieures à 1 Hz, soit environ 10^{-15} de la fréquence optique [24, 25, 26].

L'effet du bruit du laser est de deux ordres : d'une part, il limite la largeur de raie que l'on peut obtenir expérimentalement, et d'autre part l'effet Dick, qui correspond à la contribution du bruit de fréquence du laser aux harmoniques de la fréquence de cycle de l'horloge, limite le rapport signal sur bruit [27]. Des résonances d'environ 1 Hz ont été observées [28], mais le rapport signal sur bruit est très loin d'être à la limite quantique, ce qui laisse potentiellement la place pour l'améliorer de 3 ordres de grandeur.

- Enfin, l'effet du mouvement des atomes sur la fréquence de la transition est une des limitations principales pour les horloges. Le combat contre ce phénomène a commencé avec l'absorption saturée [29, 30, 31, 32] qui permet d'obtenir des résonances Sub-Doppler, mais si on regarde plus finement, les effets résiduels restent problématiques, comme l'effet Doppler du second ordre qui est très difficile à contrôler si on ne refroidit pas les atomes. De plus, les effets liés au mouvement augmentent proportionnellement à la fréquence, on ne gagne rien en valeur relative en passant en domaine optique. Les expériences menées sur une transition optique d'atomes de Calcium refroidis et interrogés en chute libre ont montré qu'il serait difficile de passer en dessous d'une incertitude de 10^{-15} [33, 34].

Il s'avère en réalité nécessaire de s'affranchir de la phase de vol pour envisager de progresser par rapport aux fontaines, il faut donc piéger les atomes dans un potentiel statique, pour atteindre un régime dit de Lamb-Dicke. Quand ils sont dans ce régime, le confinement spatial des atomes dans le piège est suffisamment fort pour que les effets du mouvement s'effacent presque complètement, à l'exception de l'excitation résiduelle des bandes latérales du piège. Se placer dans ce régime de confinement sans que le potentiel ne provoque un important déplacement de fréquence est relativement simple dans le cas des ions [35] pour lesquels des pièges radio-fréquence ont été mis au point dès le milieu des années 1950 [36]. Mais pour les atomes neutres, ce n'est que récemment qu'une réponse spécifique a été apportée, elles consiste à les capturer dans un réseau optique qui ne provoque pas de déplacement lumineux différentiel [37].

Le concept d'horloge à réseau optique a donc été proposé en 2001 pour s'affranchir des effets systématiques liés au mouvement de l'atome (effet Doppler et effet de recul dans les fontaines), puis cette approche a été complétée par l'idée d'opérer le réseau à une longueur d'onde dite magique qui annule le déplacement de fréquence différentiel du premier ordre sur la transition d'horloge. Les avantages de cette nouvelle méthode laissent entrevoir une maîtrise du mouvement résiduel qui serait compatible avec un niveau d'exactitude de l'ordre de 10^{-17} ou 10^{-18} . Dans notre laboratoire, le projet a débuté en 1999 après que le choix se soit porté sur l'atome de Strontium, et quand ce travail de thèse a commencé, en 2003, une mesure directe de la fréquence de la transition d'horloge avait été effectuée pour la première fois par notre groupe, avec une incertitude de 20 kHz. Mais à ce stade, la faisabilité de la proposition d'horloge à réseau optique restait encore à démontrer, c'est sur ce sujet que porte l'essentiel de ce qui va être décrit dans ce manuscrit.

Les limites imposées par les fontaines atomiques sont discutées dans le détail dans le chapitre 1, ce qui permet d'établir le profil que doit avoir une nouvelle configuration pour qu'une exactitude de l'ordre de 10^{-17} ou 10^{-18} soit envisageable. Nous verrons également pourquoi le choix s'est porté sur l'atome de Strontium pour notre horloge.

Les chapitres 2 et 3 sont consacrés à la description du montage expérimental et des différentes étapes du cycle de fonctionnement de l'horloge. On verra notamment en détail la source bleue à 461 nm que nous avons développée pour disposer d'une réserve de puissance suffisante pour produire le piège magnéto-optique d'atomes de Strontium. Un nouveau système ultra-vide a également été mis en place, il comporte notamment une chambre à vide compacte, avec de nombreux accès optiques et des hublots adaptés au réseau optique. L'approche originale que nous avons adoptée pour accumuler les atomes dans le piège est ensuite détaillée, ainsi que l'étape de refroidissement qui précède la phase de spectroscopie elle-même.

Les effets du piège sur la fréquence atomique de référence représentent une question capitale, la faisabilité de l'horloge aurait en effet pu être condamnée par le déplacement de fréquence du deuxième ordre en la profondeur du réseau. Nous avons mené une évaluation expérimentale qui prouve que les performances ne seront pas limitées par cet effet, c'est l'objet du chapitre 4.

Enfin, l'évaluation de l'horloge, décrite dans le chapitre 5, avait un double enjeu. Tout d'abord, pour pouvoir situer notre expérience par rapport aux autres horloges, nous avons effectué une caractérisation de l'influence des différents effets systématiques sur la transition, et nous rapportons une exactitude de l'ordre de 10^{-15} [38]. D'autre part, un doute important était apparu lorsque les deux premières mesures de la fréquence de référence du Strontium rapportées avec

une précision de l'ordre de 10^{-14} présentaient un désaccord de plusieurs 10^{-13} , [39, 40]. Mais la troisième mesure que nous avons réalisée s'est avérée être en très bon accord avec l'une des deux valeurs précédentes [41], ce qui a définitivement validé la faisabilité de ce type d'horloge.

Chapitre 1

Horloges optiques à réseau

1.1 Limites actuelles des horloges atomiques

Les fontaines atomiques, basées sur une transition micro-onde du Césium ou du Rubidium, ont été développées depuis le début des années 1990 [42, 43] pour devenir les premières horloges à fournir une référence de fréquence avec des atomes froids [44]. Elles constituent jusqu'à présent l'état de l'art de la spécialité, offrant des performances un ou deux ordres de grandeur supérieures à celles des horloges à jet thermique, qui étaient auparavant le seul étalon primaire [45]. Ces avancées ont été rendues possibles par la résolution de plusieurs questions clefs au cours des 15 dernières années, les efforts ayant porté notamment sur l'amélioration du rapport signal sur bruit, qui a été ramené au niveau du bruit quantique [27], et sur la maîtrise du déplacement de fréquence induit par les collisions entre atomes froids [46].

La stabilité relative de fréquence est généralement évaluée par l'écart type d'Allan $\sigma_y(\tau)$, qui est un estimateur statistique du bruit de la mesure après un temps d'intégration τ [47]. Pour une horloge atomique pulsée, dans le cas d'un bruit blanc de fréquence, cet écart type peut se mettre sous la forme :

$$\sigma_y(\tau) = \eta \frac{\delta\nu}{v_{at}} \frac{1}{S/N} \sqrt{\frac{T_c}{\tau}} \quad (1.1)$$

Le facteur sans dimension η est de l'ordre de 1 et dépend de la procédure d'interrogation des atomes. La stabilité est essentiellement déterminée par le rapport signal sur bruit S/N sur un cycle de durée T_c et par le facteur de qualité expérimental $Q_{exp} = v_{at}/\delta\nu$. Dans le cas des fontaines, le rapport signal sur bruit est à la limite de projection quantique [27], il est donc proportionnel à la racine du nombre d'atomes N . Le facteur de qualité expérimental est limité d'une part par la largeur de la résonance $\delta\nu$, le temps de vol des atomes ne permettant pas de résoudre

mieux que 1 Hz environ, et par la valeur absolue de la fréquence ν_{at} , de l'ordre de 10^{10} Hz. La meilleure stabilité rapportée pour les fontaines est $1,6 \cdot 10^{-14}/\sqrt{\tau}$ [48], une stabilité typique est représenté sur la figure 1.1.

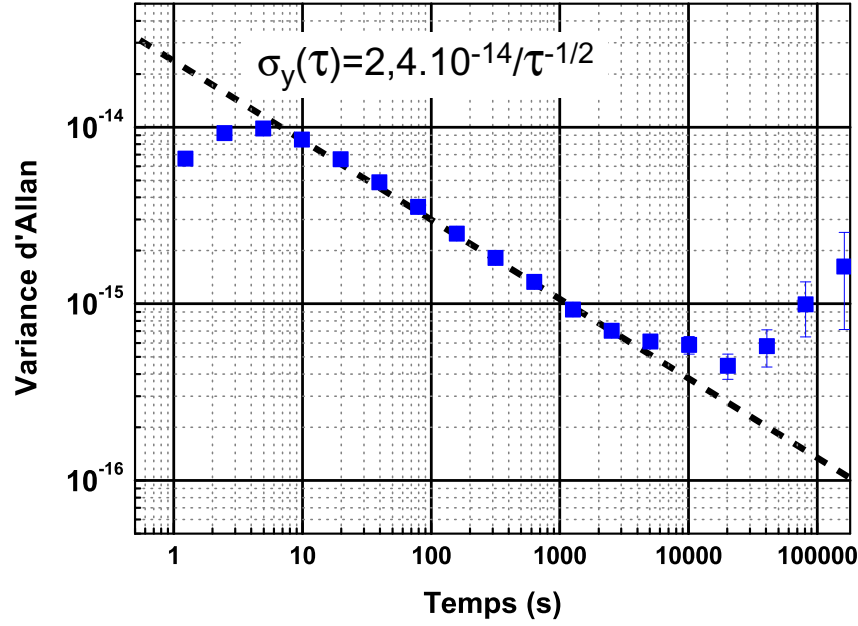


FIGURE 1.1 – Écart type d'Allan de la fontaine FO2 comparée à l'oscillateur ultrastable asservi sur le maser de référence. Dans la mesure où quelques cycles sont nécessaires pour s'asservir sur les atomes, les premiers points, correspondant à la stabilité à très court terme, sont à écarter. Pour les temps supérieurs à 10000 s, l'augmentation de l'écart type traduit la dérive du maser de référence sur le long terme. L'ajustement par une courbe proportionnelle à $\tau^{-1/2}$ se fait sur les points intermédiaires.

Cette limite fixe un premier horizon quant à l'exactitude de l'horloge, c'est-à-dire l'incertitude sur les effets systématiques susceptibles de déplacer sa fréquence par rapport à celle des atomes non perturbés ν_{at} . En effet, l'évaluation de l'exactitude s'effectue grâce à un ensemble de mesures de durée τ , l'incertitude sur chaque point étant au mieux la résolution de la mesure, c'est-à-dire la barre d'erreur statistique $\sigma_y(\tau)$. Le bilan présenté dans le tableau 1.1 [2] correspond aux meilleures valeurs rapportées jusqu'à présent pour les fontaines, soit environ $4 \cdot 10^{-16}$ [1, 2]. En pratique, l'incertitude sur la plupart des effets est limitée par la résolution : un niveau de 10^{-16} correspond à 7 heures d'intégration si la stabilité vaut $1,6 \cdot 10^{-14}/\sqrt{\tau}$, et un temps d'intégration plus long ne serait pas réaliste, une incertitude statistique de 10^{-17} ne permettrait d'obtenir un point de mesure que tous les 3 mois. Dans certains cas néanmoins, comme l'effet Doppler, c'est le

	Correction (10^{-16})	Incertitude (10^{-16})
Effet Zeeman quadratique	-1920,4	0,1
Rayonnement du corps noir	168,7	0,6
Collisions froides et cavity pulling	129,3	1,3
Pureté spectrale et fuites micro-ondes		0,5
Ramsey/Rabi pulling		<0,1
Recul micro-onde		<1,4
Effet Doppler du premier ordre		3,0
Effet Doppler du second ordre		<0,1
Collisions avec le gaz résiduel		<1,0
Exactitude		3,8
Déplacement vers le rouge	-65,4	1,0
Exactitude avec le déplacement vers le rouge		3,9

TABLE 1.1 – Bilan d’incertitude relative de la fontaine FO2 du LNE-SYRTE. Les données concernent uniquement l’atome de Césium, pour chaque effet on donne la correction pour compenser le biais par rapport la fréquence de référence ν_{at} , et d’incertitude sur cette correction, en unité 10^{-16} . L’exactitude est définie comme la racine de la somme quadratique de toutes les incertitudes. Les lignes en couleur indiquent que l’incertitude est due au manque de contrôle sur l’effet lui-même, alors que pour les autres, c’est la résolution de la mesure qui impose une limitation.

manque de contrôle sur l’effet lui-même qui impose l’incertitude.

Améliorer un bilan d’exactitude comme celui du tableau 1.1 impose donc d’une part d’améliorer la résolution, et d’autres part d’apporter une solution spécifique aux effets prédominants, mais ces deux tâches sont difficiles à réaliser dans le cas des fontaines :

- Une amélioration de la stabilité est rendue complexe pour plusieurs raisons. La possibilité la plus simple, démontrée expérimentalement, est d’augmenter N et donc le rapport signal sur bruit tout en restant à la limite de projection quantique, mais l’incertitude liée aux collisions en est linéairement affectée. Dans le bilan d’incertitude présenté dans le tableau 1.1, on voit par exemple que si N était multiplié par un facteur 100, les collisions augmenteraient proportionnellement, ce qui détériorerait l’exactitude de presque deux ordres de grandeur. Cet exemple est une illustration du fait que les performances d’une horloge sont un compromis entre stabilité et exactitude. Une autre piste en cours d’investigation est d’améliorer le rapport signal sur bruit

en introduisant des corrélations quantiques entre les atomes. Des propositions de "Spin Squeezing" ont été formulées, le but étant de préparer des fonctions d'onde de type non plus statistique mais intriqué, les plus favorables possibles à la spectroscopie de la transition d'horloge, ce qui pourrait offrir une amélioration potentielle de $\sqrt{N}$ sur Q_{exp} [49, 50]. Mais la mise en oeuvre s'avère fastidieuse, la faisabilité expérimentale n'a pas encore été démontrée, et il resterait de plus à prouver que cette approche n'induirait pas d'effets systématiques supplémentaires.

- Par ailleurs, dans le bilan d'exactitude 1.1, certains effets systématiques imposent désormais d'autres contraintes, relativement fortes, à de nouveaux développements sur ce type d'horloge. L'incertitude sur l'effet Doppler du premier ordre, prédominante pour le moment, pourrait être potentiellement mieux décrite grâce à des solutions analytiques des champs micro-ondes dans la cavité d'interaction [51], les spécialistes espèrent ainsi atteindre un contrôle de l'ordre de 10^{-16} . Autre effet important, les collisions entre atomes froids ont déjà fait l'objet d'un travail poussé (paragraphe 1.2.2), l'incertitude mentionnée dans le tableau est réalisée grâce à une évaluation différentielle en fonction de la densité atomique, et il semble aujourd'hui peu vraisemblable de parvenir à améliorer significativement ce chiffre. On se trouve globalement dans une situation où un ensemble d'effets difficiles à évaluer avec une précision meilleure que 10^{-16} , ce qui apparaît en conséquence assez nettement maintenant comme la limite ultime de ce type d'horloge.

Il se pose alors la question de savoir si une autre approche a une potentialité plus grande, et dans quelles conditions un autre atome que le Césium ou le Rubidium serait susceptible de fournir une nouvelle référence. Dans la partie qui suit, on va s'attacher à démontrer que le passage à une fréquence ν_{at} dans le domaine optique ouvre de nouveaux axes de progression pour la stabilité, tout en améliorant la plupart des effets systématiques.

1.2 Discussion sur les effets statistiques et systématiques

1.2.1 Stabilité de fréquence

En passant d'une fréquence micro-onde à une fréquence optique, toutes choses étant égales par ailleurs, on repousse de plus de 4 ordres de grandeur la limite quantique de la stabilité relative de fréquence. Si on atteignait ce niveau de $10^{-18}/\sqrt{\tau}$,

des intégrations de 1 seconde seraient suffisantes pour obtenir un point de mesure de fréquence de barre d'erreur statistique négligeable. Ceci laisse entrevoir une marge d'amélioration considérable, mais certains paramètres ne sont pas encore aussi bien maîtrisés dans le domaine optique que dans le domaine micro-onde. En effet, la largeur de raie que l'on peut atteindre est de l'ordre de 1 Hz avec les meilleurs lasers [24, 25, 26], et des résonances atomiques de cet ordre de grandeur ont effectivement été observées [28], ceci équivaut à la résolution obtenue dans les fontaines. En revanche, on se trouve actuellement dans une situation où le rapport signal sur bruit pour une transition optique est limité par les sources de bruit technique. Dans le cas où on néglige le bruit de grenaille des photons et le bruit associé aux fluctuations du nombre d'atomes, la stabilité s'écrit [27] :

$$\sigma_y(\tau) = \eta \frac{\delta\nu}{\nu_{at}} \left(\frac{1}{N} + \gamma \right)^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{T_c}{\tau}} \quad (1.2)$$

où γ représente un excès de bruit dû à l'effet Dick [52, 53], c'est-à-dire la contribution du bruit de fréquence de la source d'interrogation. Dans la cas des fontaines $\gamma_{\mu o}$ est négligeable devant $1/N$ ($\gamma_{\mu o} < 10^{-6}$ [27]), mais avec le savoir-faire actuel sur les lasers, γ_{laser} est de l'ordre de 1, ce qui limite le rapport signal sur bruit à 1 environ. On ne peut donc pas encore atteindre la limite quantique, mais des niveaux de stabilité de quelques $10^{-15}/\sqrt{\tau}$ ont été démontrés expérimentalement [54, 55, 56, 28].

1.2.2 Effets systématiques favorisés dans un horloge optique

Effets améliorés par le changement de fréquence

L'exactitude d'une horloge est limitée par le niveau de contrôle des différents effets systématiques, mais dans presque tous les cas, la valeur absolue des incertitudes ne dépend pas de la valeur de ν_{at} . Il y a donc un grand intérêt à utiliser une transition optique plutôt que micro-onde pour réduire l'incertitude relative.

L'évaluation de l'effet des collisions entre atomes froids a été l'un des principaux axes d'effort sur les fontaines. Les résultats obtenus pour le Césium [57, 58] ont conduit à de nouveaux développements, comme les fontaines utilisant le Rubidium [59, 60], pour lequel on a montré que le déplacement de fréquence induit était au moins 30 fois plus petit. Une autre piste, pour le Césium, serait d'ajuster la température du nuage atomique à une valeur qui annulerait les collisions, pour un ratio donné entre les populations de l'état fondamental et de l'état excité de la transition de référence du Césium [61, 62]. C'est finalement la méthode du passage adiabatique qui a permis de résoudre le problème [46] : si on fait fonctionner l'horloge alternativement avec des densités N_1 et $N_2 \simeq 2N_1$, cette technique per-

met de mesurer le rapport N_2/N_1 au niveau du pourcent. Cela correspond pour l'effet des collisions à une incertitude relative de $1,0 \cdot 10^{-16}$ environ dans le tableau 1.1, c'est donc une des contributions importantes dans le bilan d'exactitude.

Le déplacement de fréquence induit provient de la différence de longueur de diffusion entre les deux états de la transition d'horloge [63], mais il n'est pas intrinsèquement dépendant de la différence d'énergie. Les deux termes à prendre en compte dans le potentiel d'interaction entre deux particules séparées d'une distance r sont proportionnels à $1/r^3$ (interaction dipole-dipole) et à $1/r^6$ (interaction de Van der Waals). Dans le cas d'une transition d'horloge, a priori faiblement permise, le dipole est faible et donc le premier terme est négligeable. La contribution en $1/r^6$ est particulièrement importante pour l'atome de Césium, l'amplitude absolue de l'effet a une probabilité importante d'être moins élevée avec un autre atome, même si cette assertion demande à être vérifiée pour l'isotope utilisé. A densité égale, il est donc plausible d'espérer améliorer l'incertitude relative liée aux collisions comme le rapport des fréquences si on passe à une transition optique.

L'effet Zeeman ne dépend pas non plus directement de la différence d'énergie, mais du fait que les sous-structures Zeeman des deux niveaux de la transition n'ont pas nécessairement la même dépendance en champ magnétique. En pratique, on parvient toujours à s'affranchir du premier ordre de l'effet, soit en préparant les atomes alternativement dans des sous-niveaux m_F de signe opposé, ce qui permet des transitions $m_F \rightarrow m'_F$ puis $-m_F \rightarrow -m'_F$ qui fournissent en plus une évaluation continue du champ magnétique, soit en se référant sur une transition $m_F = 0 \rightarrow m_F = 0$. Dans le cas du Césium, la sensibilité au champ magnétique des sous-niveaux Zeeman est élevée, de l'ordre de $700 \text{ Hz/G}/m_F$, et d'autre part, à cause du gradient de champ magnétique, les atomes dont l'état interne est $-m_F$ sont lancés dans une direction sensiblement différente de celle pour les atomes dont l'état est $+m_F$, ce qui rend la maîtrise des trajectoires plus difficile. C'est donc l'option $m_F = 0 \rightarrow m_F = 0$ qui est la plus fiable pour les fontaines, les atomes sont sélectionnés par un pulse π accordé spécifiquement sur cette transition. Ceux qui ne sont pas dans l'état $m_F = 0$ et participent néanmoins aux interactions entraînent un léger brouillage des franges, mais le champ magnétique résiduel est évalué une dizaine de fois par jour ce qui permet de connaître l'incertitude liée à cette contribution à mieux que 10^{-17} .

Le véritable effet à prendre en compte est donc l'effet Zeeman du second ordre, et, à sensibilité des sous-niveaux au champ magnétique égale, une transition optique permet d'améliorer l'incertitude comme le rapport des fréquences.

Enfin, la plupart des autres effets, comme l'effet des impuretés spectrales de

l'oscillateur d'interrogation, des fuites micro-ondes ou le déplacement dû à l'excitation des raies voisines, voient leur incertitude réduite lorsque le facteur de qualité expérimental augmente.

Cas du rayonnement du Corps Noir

Le rayonnement du Corps noir est un cas particulier, son influence est étroitement liée à la structure interne de l'atome utilisé. L'effet est décrit par le tenseur de polarisabilité statique $\underline{\alpha}$ qui prend en compte le couplage Stark des niveaux d'horloge $|a_i\rangle$ ($|g\rangle$ ou $|e\rangle$) avec les états $|b\rangle$ présentant le couplage dipolaire électrique le plus important avec $|a_i\rangle$ (l'expérience a montré qu'il était nécessaire de prendre en compte le continuum dans la somme) :

$$\alpha_{mn}(|a_i\rangle) = -\frac{1}{\hbar} \sum_{|b\rangle} \frac{\langle a_i | \mathbf{d} \cdot \mathbf{e}_n | b \rangle \langle b | \mathbf{d} \cdot \mathbf{e}_m | a_i \rangle + \langle a_i | \mathbf{d} \cdot \mathbf{e}_m | b \rangle \langle b | \mathbf{d} \cdot \mathbf{e}_n | a_i \rangle}{E_{a_i} - E_b} \quad (1.3)$$

Dans le cas du Césium, la transition de référence implique les états $m_F = 0$ de deux sous-niveaux hyperfins de $^6S_{1/2}$, $|F = 3, m_F = 0\rangle$ et $|F = 4, m_F = 0\rangle$. Le déplacement de fréquence au premier ordre est le même pour les deux états, et l'effet différentiel relatif résiduel vaut environ $1,7 \cdot 10^{-14}$ à 300 K selon des évaluations théoriques [64, 65, 66] et expérimentales [67], ce qui est reporté dans le bilan expérimental 1.1. Mais si les deux niveaux qui entrent en jeu proviennent de la structure électronique, comme c'est le cas pour toutes les horloges optiques en cours de développement, l'ordre principal n'est plus négligeable : dans le cas de la transition $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ de l'atome de Strontium, les calculs théoriques ont montré que le biais était environ trois fois plus faible que pour le Césium, soit $5,5 \cdot 10^{-15}$ [37, 68]. Si on suppose qu'on peut contrôler les deux déplacements avec la même précision, c'est-à-dire 0,2%, l'incertitude relative attendue pour le Strontium est de $2 \cdot 10^{-17}$. On peut donc espérer un gain, même si, ultimement, le choix d'un atome présentant une sensibilité encore moindre, comme le Mercure, ouvrirait la perspective de la gamme des 10^{-18} .

1.2.3 Effets liés aux degrés de liberté externes

La problématique est toute autre pour les effets liés au mouvement, qui ne dépendent pas, en valeur relative, de la fréquence atomique. Dans la mesure où l'effet Doppler est une des limites les plus fortes pour les fontaines, l'espoir de créer une référence de plus grande performance dépend de la capacité de maîtriser ce problème à un meilleur niveau, ce qui nécessite de changer complètement d'approche, en s'affranchissant de la phase de vol des atomes.

Interrogation d'atomes libres en phase de vol

Dans le cas des fontaines, la micro-onde utilisée lors des deux phases d'interaction avec les atomes n'est jamais parfaitement stationnaire, et puisque les atomes sont libres, ils sont donc soumis à l'effet Doppler. Celui-ci constitue d'ailleurs la principale limitation de l'exactitude, même s'il a historiquement fait l'objet de multiples efforts :

- Les atomes ont été refroidis au maximum pour atteindre une température légèrement inférieure à $1\ \mu\text{K}$, ce qui permet déjà de gagner deux ou trois ordres de grandeur sur la vitesse d'agitation thermique dans le référentiel en mouvement (1 m/s contre 100 m/s à $T = 300\ \text{K}$).
- L'interaction s'effectue dans une cavité de très grande qualité (finesse $\simeq 10000$), le gradient de phase est donc très petit (de l'ordre de quelques dizaines de $\mu\text{radians/cm}$).
- La trajectoire des atomes a été configurée de façon à être symétrique par rapport au champ micro-onde : la vitesse est $+V$ pendant la première moitié de l'interaction, et $-V$ pendant la seconde, ce qui permet théoriquement d'annuler l'effet Doppler du premier ordre. Néanmoins, en pratique, cette symétrie n'est pas parfaite, l'angle n'est jamais exactement nul entre la fontaine et la trajectoire verticale des atomes, et donc ces derniers ne passent pas au même endroit dans la cavité.

La contribution relative de l'effet Doppler a ainsi été portée à $3 \cdot 10^{-16}$ dans le bilan d'exactitude 1.1. Ce chiffre est intrinsèquement indépendant de la fréquence ν_{at} , et pour atteindre le même niveau avec une fréquence optique, il faudrait donc acquérir une maîtrise de l'effet équivalente à celle que l'on a accumulé depuis 50 ans sur les étalons micro-ondes. Les expériences menées dans le domaine optique par exemple avec l'atome de Calcium en chute libre ont montré qu'il était difficile de descendre en dessous d'une incertitude résiduelle de quelques 10^{-15} [33, 34] à cause de plusieurs obstacles : les faisceaux d'interrogation, qui ne sont pas parfaitement alignés et dont les fronts d'onde ne sont pas exactement plans (rayon de courbure de l'ordre de 40 m), et le mouvement atomique (agitation thermique résiduelle et effet de la gravité) sont sources de déplacement de fréquence. Il faut donc envisager de changer radicalement de régime et de contrôler les degrés de liberté externes des atomes. En les piégeant de façon statique, dans un potentiel externe, on montre que l'effet du mouvement sur la spectroscopie est qualitativement différent.

Cas d'atomes piégés dans un potentiel : régime de Lamb-Dicke

Lorsqu'un potentiel externe, harmonique pour simplifier, conduit la dynamique des atomes, leur mouvement peut être décrit classiquement par :

$$X(t) = X_{at} \sin(\Omega t) \rightarrow V(t) = V_{at} \cos(\Omega t) \quad \text{avec} \quad V_{at} = X_{at} \Omega \quad (1.4)$$

et l'onde associée à la source de fréquence angulaire ω_0 qui vient interroger les atomes se met sous la forme :

$$E = E_s \cos(\omega_s t + k_s X(t)) = E_s \cos\left(\omega_s t + \frac{\omega_s V_{at}}{\Omega c} \sin(\Omega t)\right) \quad (1.5)$$

On peut la réécrire en une décomposition spectrale en utilisant les fonctions de Bessel du premier ordre J_n :

$$E = E_s \left[\begin{aligned} &J_0\left(\frac{\omega_s V_{at}}{\Omega c}\right) \cos[\omega_s t] \\ &-J_1\left(\frac{\omega_s V_{at}}{\Omega c}\right) (\cos[(\omega_s - \Omega)t] - \cos[(\omega_s + \Omega)t]) \\ &+J_2\left(\frac{\omega_s V_{at}}{\Omega c}\right) (\cos[(\omega_s - 2\Omega)t] + \cos[(\omega_s + 2\Omega)t]) \\ &-J_3\left(\frac{\omega_s V_{at}}{\Omega c}\right) (\cos[(\omega_s - 3\Omega)t] - \cos[(\omega_s + 3\Omega)t]) \\ &+ \dots \end{aligned} \right] \quad (1.6)$$

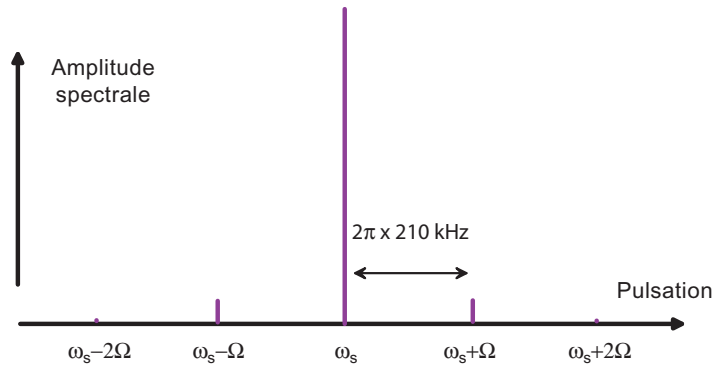


FIGURE 1.2 – Spectre du champ effectif vu par les atomes pour $\Omega/2\pi = 210$ kHz, ce qui correspond à un paramètre de Lamb-Dicke $\eta = 0.14$.

Le champ électrique vu par les atomes présente des bandes latérales espacées symétriquement du pic central d'un multiple de la fréquence d'oscillation Ω . La porteuse à ω_s n'est pas décalée, et aucun des pics n'est élargi par des effets motionnels, le piégeage dans un puits de potentiel a donc permis de discrétiser le spectre et de s'affranchir de l'effet Doppler du premier ordre. Les bandes latérales du spectre constituent la seule contribution résiduelle du mouvement. Par ailleurs, on sait que :

$$\lim_{\eta \rightarrow 0} J_0(\eta) = 1 \quad \text{et} \quad \lim_{\eta \rightarrow 0} J_n(\eta) = 0 \quad \text{si} \quad n \neq 0 \quad (1.7)$$

On définit alors le paramètre de Lamb-Dicke $\eta = k_s X_{at}$, et le critère de Lamb-Dicke :

$$\frac{\omega_s V_{at}}{\Omega c} \ll 1 \quad \text{soit} \quad k_s X_{at} \ll 1 \quad (1.8)$$

Plus l'extension spatiale du mouvement des atomes piégés est petite devant la longueur d'onde de la source qui vient les interroger, plus on concentre l'essentiel de l'énergie dans la porteuse, en même temps que les bandes latérales s'éloignent. Cette approche, introduite par R. Dicke en 1953 [69], se révèle être la clef de voûte de l'utilisation des réseaux optiques à des fins métrologiques.

Approche semi-classique du régime de Lamb-Dicke

Le même problème peut être traité en utilisant les états propres de l'atome et ceux du potentiel piégeant. On représente l'atome par un système à deux niveaux $|g\rangle$ et $|e\rangle$, séparés en énergie de $\hbar\omega_{at}$, la transition entre les deux états possédant un moment dipolaire électrique $\mathbf{d}_{at}$. On néglige l'émission spontanée en supposant que la durée de vie du niveau excité est très grande par rapport au temps de cycle typique de l'horloge. L'hamiltonien décrivant l'état interne de l'atome est donc :

$$\hat{H}_{int} = \hbar\omega_{at}|e\rangle\langle e| \quad (1.9)$$

Le couplage entre les deux niveaux de l'atome est induit par un laser sonde, représenté par un champ électrique $\mathbf{E}_s$, de fréquence angulaire ω_s et de vecteur d'onde k_s orienté selon l'axe x . On introduit la pulsation de Rabi $\Omega = -\mathbf{d}_{at}\mathbf{E}_s/\hbar$ pour décrire l'interaction :

$$\hat{H}_s = \hbar\Omega \cos(\omega_s t - k_s \hat{x})|e\rangle\langle g| + c.c. \quad (1.10)$$

La dynamique externe des atomes est dictée par un potentiel externe pour lequel on fait l'hypothèse qu'il est identique pour $|g\rangle$ et pour $|e\rangle$, et la partie correspondante de l'hamiltonien peut se mettre sous la forme générale :

$$\hat{H}_{ext} = \sum_m \hbar \omega_m |m\rangle \langle m| \quad (1.11)$$

Dans le cadre le plus général, m peut être une variable continue, auquel cas les sommes sont remplacées par des intégrales. L'état atomique peut s'écrire sous la forme :

$$|\psi_{at}\rangle = \sum_m \left(a_m^g e^{-i\omega_m t} |m, g\rangle + a_m^e e^{-i(\omega_{at} + \omega_m)t} |m, e\rangle \right) \quad (1.12)$$

Lorsque la durée de vie de l'état $|e\rangle$ est grande, on considère qu'il n'y a pas de relaxation dans le système, son évolution est alors complètement décrite par l'équation de Schrödinger $i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi_{at}\rangle = (\hat{H}_{int} + \hat{H}_s + \hat{H}_{ext}) |\psi_{at}\rangle$. L'approximation du champ tournant, en supposant que $\omega_{at} \gg \delta = \omega_s - \omega_{at}$, conduit au système couplé suivant :

$$\begin{aligned} i\dot{a}_m^g &= \sum_{m'} \frac{\Omega^*}{2} e^{i\Delta(m', m)t} \langle m | e^{-ik_s \hat{x}} | m' \rangle a_{m'}^e \\ i\dot{a}_m^e &= \sum_{m'} \frac{\Omega}{2} e^{-i\Delta(m', m)t} \langle m | e^{ik_s \hat{x}} | m' \rangle a_{m'}^g \end{aligned} \quad (1.13)$$

avec $\Delta(m', m) = \delta + \omega_m - \omega_{m'}$. Les éléments de matrice du type $\langle m | e^{-ik_s \hat{x}} | m' \rangle$ montrent d'une part qu'il existe un couplage entre l'évolution de l'état interne de l'atome et celle des degrés de liberté externes, et d'autre part que la fonction d'onde $|\psi_{at}\rangle$ possède une dépendance spatiale. L'expression des $|m\rangle$ est donc décisive pour évaluer les effets du mouvement. Deux cas limites apportent un éclairage intéressant :

- Si le potentiel est fortement confinant, l'extension Δx_0 des fonctions $|m\rangle$ est faible dans l'espace des positions. Si la condition $\Delta x_0 \ll \lambda$, leur distribution Δp_0 dans l'espace des impulsions est à l'inverse très large devant le recul $\hbar k_s$. Ces états sont alors peu sensibles à l'action de l'opérateur de translation $e^{-ik_s \hat{x}} : e^{-ik_s \hat{x}} |m\rangle \simeq |m\rangle$. C'est en fait le piège lui-même qui a absorbé l'énergie de recul, la conservation de l'impulsion est toujours assurée¹. On a donc $\langle m | e^{-ik_s \hat{x}} | m' \rangle \simeq \delta_{m, m'}$, et la dépendance spatiale disparaît des équations 1.13.

1. Des photons du faisceau formant le potentiel sont en permanence absorbés par les atomes et redistribués entre les différents modes spatiaux du piège. L'impulsion des photons de la sonde entre dans le nouveau bilan de conservation de l'impulsion totale, et l'énergie de ces photons est redistribuée à l'objet macroscopique qu'est le piège, le changement des niveaux d'énergie propres de ce dernier est donc négligeable.

Dans le cas plus spécifique d'un potentiel harmonique, l'atome de masse m_{at} oscille à une pulsation ω_0 , l'état fondamental du piège a une extension spatiale $\Delta x_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{2m_{at}\omega_0}}$ et impulsionnelle $\Delta p_0 = \sqrt{\frac{\hbar m_{at}\omega_0}{2}}$ [70]. Le paramètre de Lamb-Dicke introduit précédemment peut se réécrire sous plusieurs formes :

$$\eta = k_s \Delta x_0 = \frac{\hbar k_s}{2\Delta p_0} = \sqrt{\frac{\omega_{rec}}{\omega_0}} \quad (1.14)$$

où ω_{rec} est la pulsation associée à l'énergie de recul E_{rec} encaissée par l'atome lorsqu'il absorbe un photon de la sonde : $E_{rec} = \frac{\hbar^2 k_s^2}{2m_{at}}$. On retrouve le fait que le régime de confinement spatial fort $\eta \ll 1$ correspond effectivement à $\hbar k_s \ll \Delta p_0$.

- Si au contraire on se place dans la limite des atomes libres, le potentiel externe prend la forme $\hat{H}_{ext} = \frac{\hbar^2 \hat{\vec{k}}^2}{2m_a}$, où $\hbar \vec{k}$ est l'impulsion de l'atome et m_a sa masse. Les états propres sont alors les ondes planes $|\vec{k}\rangle = e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}}$, et $|g, \vec{k}\rangle$ est couplé à $|e, \vec{k} + \vec{k}_s\rangle$ avec une différence d'énergie $\hbar\Delta(\vec{k}, \vec{k} + \vec{k}_s) = \hbar\left(\delta + \frac{\hbar\vec{k}\cdot\vec{k}_s}{m_a} + \frac{\hbar^2\hat{\vec{k}}_s^2}{2m_a}\right)$. Les deux derniers termes entre parenthèses représentent respectivement l'effet Doppler et l'effet de recul.

1.3 Approches possibles pour un standard basé sur une transition optique sur des atomes piégés

En piégeant les atomes dans un potentiel externe, on dispose d'un moyen de contrôle efficace sur les effets du mouvement, ce qui lève une interrogation majeure qui pesait sur l'intérêt d'un standard à transition optique. Deux types de systèmes sont candidats à la mise en œuvre de ce type de référence, soit un piège radio-fréquence contenant un très petit nombre d'ions piégés, soit un piège dipolaire chargé d'atomes neutres.

1.3.1 Piégeage des ions

Les premières références de fréquence optique basées sur des atomes piégés ont été réalisées avec des ions [71], pour lesquels les techniques de piégeage ont été maîtrisées à partir des années 1950 [36]. Le confinement des ions est excellent

même avec des champs électriques modestes, ce qui entraîne un faible déplacement des énergies propres. De plus, la charge est un paramètre de contrôle externe, les deux niveaux de la transition d'horloge voient exactement le même potentiel de piégeage. Ces avantages ont mis en lumière très tôt la compatibilité métrologique d'une telle approche.

Les équations de Maxwell montrent qu'il est impossible de piéger des particules chargées avec un champ magnétique ou un champ électrique statique, il faut donc avoir recours à des approches plus compliquées, comme le piège de Paul ou le piège de Penning. Ce dernier combine un champ électrostatique mais aussi champ magnétique, qui constitue un véritable obstacle à l'étude de transition de référence, dans la mesure où il est difficile de le maîtriser à un niveau permettant de contrôler l'effet Zeeman. C'est donc le piège de Paul qui est retenu, un champ électrique radiofréquence est généré par des électrodes en forme d'hyperboloïdes de révolution. L'application d'un champ statique superposé à un champ radiofréquence, $u_0 + v_0 \cos(\Omega t)$, conduit à un confinement stable pour certaines combinaisons de u_0 , v_0 , Ω et du rapport charge/masse de l'ion. La moyenne temporelle de cette configuration fait apparaître un pseudo potentiel qui imprime un macro-mouvement aux ions. Ils restent confinés, parfois pendant plusieurs mois, autour des zéros du champ, ce qui évite un déplacement de fréquence dû au potentiel lui-même. Mais un micro-mouvement, à la fréquence Ω , est superposé à ce mouvement principal, et si un trop grand nombre d'atomes sont piégés, la répulsion coulombienne entraîne un étalement du nuage, et le couplage entre macro et micro-mouvement induit un chauffage radio-fréquence. Un refroidissement par laser est alors nécessaire pour amener l'énergie cinétique de cette assemblée à un niveau où le régime de Lamb-Dicke est établi et où le terme de correction relativiste en $(V/c)^2$ (effet Doppler du second ordre) n'induit pas de décalage de fréquence trop important :

$$\frac{\Delta v_{2,Dop}}{v_{at}} = \frac{\langle V \rangle^2}{c^2} = \frac{k_B T}{m_{at} c^2} \quad (1.15)$$

où k_B est la constante de Boltzman et T la température du nuage atomique. Par exemple, pour un déplacement relatif de 10^{-17} avec l'ion $^{88}\text{Sr}^+$, il faut descendre à une température de 10 mK. En pratique, la mise en oeuvre du refroidissement laser n'a été mise en oeuvre que pour un tout petit nombre d'ions.

Une alternative pour piéger plusieurs ions est un piège de Paul linéaire : dans les deux directions transverses, les ions sont là encore piégés par un champ RF, mais seul un champ statique, créant un potentiel très plat, assure le confinement longitudinal. Il n'y a alors qu'un macro-mouvement qui, combiné à la répulsion coulombienne, permet d'obtenir une chaîne d'ions. L'inconvénient de cette géométrie est qu'elle génère aussi un champ électrique quadrupolaire qui conduit à un

déplacement de fréquence, les horloges obtenues peuvent donc avoir une bonne stabilité mais il est difficile d'envisager une exactitude inférieure à 10^{-14} [72].

La maîtrise des effets systématiques sur les ions fait actuellement l'objet de nombreuses recherches, focalisées sur quelques espèces atomiques précises. Pour certains ions, comme $^{199}\text{Hg}^+$, $^{88}\text{Sr}^+$ ou $^{171}\text{Yb}^+$, c'est l'incertitude due à l'effet quadrupolaire électrique qui domine, dans la mesure où le moment quadrupolaire associé à la transition de référence va interagir avec les gradients de champ électrique résiduels [73, 74]. Ces perturbations ne sont pas évitables facilement, les parois matérielles étant extrêmement proches de l'ion, elles peuvent capturer des charges, mais plusieurs méthodes ont été développées pour évaluer précisément cette incertitude [73, 75, 76]. Pour d'autres types d'ions, comme l'Aluminium [77, 78] ou l'Indium [79, 80], il n'y a pas d'effet quadrupolaire, mais ces espèces sont difficiles à manipuler à cause de problèmes techniques, le refroidissement de l'espèce atomique peut notamment s'avérer difficile. Une parade a récemment été imaginée et démontrée expérimentalement : on prépare un système intriqué mettant en jeu un ion "d'horloge" et un ion "de contrôle". L'ensemble est refroidi, de façon dite "sympathique", grâce à une transition fortement permise de l'ion de contrôle, et l'ion d'horloge, ainsi porté dans l'état fondamental du piège, est alors susceptible de servir de référence de fréquence. C'est le cas par exemple de l'ion $^{27}\text{Al}^+$ que l'on peut binômer avec l'ion $^9\text{Be}^+$ [81, 77].

La limitation intrinsèque des horloges à ion repose fondamentalement sur le fait que seuls quelques ions (N) tout au plus peuvent contribuer au signal ($N=7$ ions dans le cas de la référence [82]). La détection des populations se fait pas la méthode de l'étagère de Dehmelt [83, 84]. Le rapport signal sur bruit est limité à $\sqrt{N}$, ce qui affecte la limite quantique de la stabilité, et pose de fortes contraintes sur le bruit de fréquence du laser qui sonde les atomes. De plus certaines contraintes expérimentales apparaissent, il est nettement plus complexe de tester les paramètres de l'horloge, il faut effectuer des moyennes sur les données pour dégager des informations.

Les meilleurs niveaux de contrôle sur les effets systématiques rapportés à ce jour² ont été obtenus, avec l'ion $^{27}\text{Al}^+$ (4.10^{-17} [78]), avec l'ion $^{199}\text{Hg}^+$ ($7.2.10^{-17}$ [74]), avec l'ion $^{88}\text{Sr}^+$ (2.10^{-15} [73]), et avec l'ion $^{171}\text{Yb}^+$ ($1.5.10^{-15}$ [6]).

1.3.2 Réseau optique pour atomes neutres

La configuration idéale est donc de conserver un régime de confinement fort, comme dans les horloges à ions, mais en travaillant avec un grand nombre d'atomes,

2. Afin de pouvoir comparer entre elles les valeurs des horloges optiques elles-mêmes, les contributions des fontaines utilisées comme référence ont été retirées

comme dans les fontaines, pour avoir un rapport signal à bruit important. Ceci est réalisable en utilisant à la place des ions des atomes neutres, entre lesquels les interactions seront beaucoup plus faibles.

Les pièges dipolaires constituent une façon efficace et non dissipative de manipuler des atomes neutres [85, 86, 87]. Ils n'ont été réalisables qu'à partir des années 1980, il était en effet nécessaire de disposer de lasers suffisamment puissants et de méthodes de refroidissement des atomes, les profondeurs des pièges n'étant que de quelques centaines de microKelvins en général, ce qui est à comparer à plusieurs milliers de Kelvin dans le cas des pièges de Paul. Puis, au début des années 1990, les réseaux optiques ont été mis en oeuvre, ouvrant la perspective d'un confinement suffisamment important pour atteindre le régime de Lamb-Dicke [88].

Il faut néanmoins s'assurer que cette approche permet de contrôler la perturbation induite sur les énergies atomiques, puisque le processus de piégeage par la force dipolaire, proportionnelle à E^2 (E est le champ électrique), repose sur le déplacements des niveaux eux-mêmes. Alors que dans le cas des ions c'est sur la charge externe que porte l'action, proportionnelle à E , et très peu sur la structure électronique interne. En pratique, dans le cas d'un piège dipolaire désaccordé sur le rouge des transitions atomiques, pour une profondeur de 10 énergies de recul à 813 nm (on verra plus loin que c'est un régime de fonctionnement judicieux), le déplacement lumineux sur des atomes de ^{87}Sr est de 35 kHz, soit environ 10^{-10} d'une fréquence optique. Pour atteindre une exactitude de 10^{-17} , il faudrait contrôler le potentiel effectif vu par les atomes au niveau de 10^{-7} , ce qui pose de réels problèmes techniques sur la maîtrise de la polarisation et de la puissance du laser piège, ainsi que sur la distribution des atomes dans le réseau. On pourrait penser qu'un piège désaccordé sur le bleu des transitions résoudrait le problème, dans la mesure où on piège aux minimums d'intensité, mais on doit garder la même profondeur pour ne pas altérer le confinement, ce qui fait que le déplacement lumineux est au moins égal $\frac{\hbar\omega_{osc}}{2}$, soit encore plusieurs dizaines de kHz, la position du problème est donc presque inchangée. De façon plus générale, le régime de Lamb-Dicke est établi lorsque $\omega_{osc} > \omega_{rec}$, ce qui de toutes façons implique un déplacement de plusieurs kiloHertz, difficile à maîtriser au niveau requis. Des expériences ont été réalisées pour faire la spectroscopie, dans un piège dipolaire bleu, d'une raie micro-onde, pour laquelle l'énergie de recul est beaucoup plus petite. Ceci autorise l'utilisation de potentiels beaucoup moins confinants, mais le déplacement lumineux reste de l'ordre de 10^{-10} de la fréquence de référence [89].

Il faut donc une propriété supplémentaire pour que ce type de confinement puisse conduire à un fonctionnement en mode horloge. Hidetoshi Katori a fait la proposition, en 2001, d'utiliser un piège dipolaire tel que le potentiel lumineux vu par les atomes soit identique, à l'ordre prédominant, pour les deux niveaux

de la transition de référence. Il s'agit donc d'annuler le déplacement lumineux différentiel :

$$v_{horloge} = v_{at} - \frac{1}{4h} \underbrace{[\alpha_{|e\rangle}(\lambda_l, \varepsilon_l) - \alpha_{|g\rangle}(\lambda_l, \varepsilon_l)]}_{=0?} \mathcal{E}_l^2 + \dots \quad (1.16)$$

où α est la polarisabilité dynamique du niveau considéré, $\mathcal{E}_l$ le champ du laser piège, ε_l sa polarisation, et λ_l sa longueur d'onde.

La proposition théorique vise à produire une annulation insensible à la profondeur et à la polarisation du piège, en s'appuyant sur deux propriétés spécifiques :

1. Si les deux états de la transition sont tels que $J = 0$, leur polarisabilité est purement scalaire, et le déplacement lumineux ne dépend pas de la polarisation du laser piège [90, 91]. Les transitions $J = 0 \rightarrow J = 0$ sont complètement interdites par les règles de sélection à un photon, mais peuvent être faiblement permises à cause des couplages induits par la structure hyperfine, sans que soit affecté son caractère essentiellement $J = 0 \rightarrow J = 0$. La raie possède donc une très faible largeur naturelle, ce qui est une caractéristique décisive pour en faire une bonne référence de fréquence. Ainsi, la transition $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ présente une largeur naturelle de 5 mHz [78] pour $^{27}\text{Al}^+$, de 0,8 Hz [80] pour $^{115}\text{In}^+$ en ce qui concerne les ions, et 1 mHz dans le cas du Strontium 87 neutre. Par contre, si on utilisait une configuration $J = 0 \rightarrow J = 1$ par exemple, il a été démontré [92] qu'il existait plusieurs longueurs d'onde d'annulation des déplacements différentiels, en fonction des sous-niveaux m_F , et de la polarisation du faisceau piège. Il serait difficile dans ce cas de se référencer sur une raie ($m = 0 - m = 0$ par exemple), la longueur d'onde magique associée dépendrait beaucoup de ε_l , qui est un paramètre difficile à maîtriser.
2. Pour certains atomes, dont le Strontium [37] justement, pour lequel la proposition initiale avait été formulée, mais aussi pour d'autres, dont la structure est similaire pour les niveaux de plus basse énergie, il existe une longueur d'onde "magique" λ_{mag} , pour laquelle :

$$\alpha_{|e\rangle}(\lambda_{mag}, \varepsilon_l) = \alpha_{|g\rangle}(\lambda_{mag}, \varepsilon_l) \quad (1.17)$$

où la dépendance en ε_l a disparu grâce au point 1. Par définition de la polarisabilité, cette égalité ne dépend pas de la valeur du champ électrique, et donc pas de la profondeur du piège. La propriété 1.17 est aisément réalisable du point de vue technique, sa dépendance en longueur d'onde étant peu critique autour de la valeur magique : dans le cas du Strontium 87 ($\lambda_{mag} \simeq 813$ nm),

il sera montré plus loin qu'un contrôle à 10^{-4} nm près est suffisant pour que le déplacement lui-même soit au niveau de $2 \cdot 10^{-17}$ pour $U_0 = 10 E_r$.

Il convient cependant de vérifier que cette proposition théorique est applicable expérimentalement. A cause du caractère tensoriel de α , il reste une dépendance résiduelle en polarisation, de l'ordre de 10^{-5} du déplacement lumineux [37]. Si ce dernier vaut 36 kHz, l'effet systématique peut être de l'ordre de 10^{-15} de la fréquence de référence, il est nécessaire de vérifier qu'on peut le contrôler au niveau de 10^{-2} . Ensuite, même si l'ordre prédominant, en U_0/E_r , du déplacement de fréquence est annulé, il faut également s'assurer que les termes d'ordre supérieurs qui n'apparaissent pas dans le développement 1.16, essentiellement le terme quadratique en $(U_0/E_r)^2$, ne présentent pas une amplitude telle qu'elle pourrait compromettre la faisabilité de l'horloge.

Enfin, même si les atomes sont piégés dans un potentiel dipolaire, il convient d'étudier l'impact de leur dynamique résiduelle dans le bilan d'exactitude. Dans la mesure où les effets de déplacement de fréquence, à tout ordre, sont diminués à faible profondeur de piégeage, il faut notamment évaluer quelle profondeur de piégeage est compatible avec un objectif de 10^{-17} . L'approche théorique et numérique suivante a pour but d'apporter une réponse quantitative sur ce point, en montrant quelles sont les conditions nécessaires pour atteindre le régime de Lamb-Dicke dans un réseau optique.

Cas d'un potentiel périodique

C'est essentiellement selon la direction de propagation du laser sonde que le mouvement de l'atome doit être contrôlé, on se place donc dans le cas d'un potentiel périodique de type réseau optique à 1 dimension formé par une onde à 813 nm stationnaire selon la direction x . Le hamiltonien externe devient alors :

$$\hat{H}_{ext}^I = \frac{\hbar^2 \hat{\vec{K}}^2}{2m_a} + \hat{H}_{res} \quad \text{avec} \quad \hat{H}_{res} = \frac{U_0}{2} (1 - \cos(2k_\ell \cdot \hat{x})) \quad (1.18)$$

où U_0 est la profondeur des puits, et $\vec{k}_\ell = k_\ell \vec{e}_x$ le vecteur d'onde du laser piège. La situation générale (U_0 quelconque) est assez différente de celle du piège harmonique, les puits adjacents ne sont pas indépendants entre eux, ils sont couplés par effet tunnel, ce qui se traduit dans leur spectre d'énergie par une structure de bande [93]. Cette délocalisation équivaut à un mouvement résiduel, qui conduit à l'existence d'effets systématiques liés à la dynamique des atomes en réseau.

Les états propres $|n, q\rangle$ de 1.18 sont indexés par deux nombres quantiques, n étant le numéro de la bande et q la quasi impulsion selon l'axe x . On explicite ces états grâce au théorème de Bloch, en tenant compte du fait que les solutions sont

périodiques en q avec une période de $2k_\ell$, et on se restreint donc à la première zone de Brillouin $q \in]-k_\ell; k_\ell]$. Avec la représentation en ondes planes, on a :

$$\hat{H}_{ext}^I |\kappa\rangle = \left(\frac{\hbar^2 \kappa^2}{2m_a} + \frac{U_0}{2} \right) |\kappa\rangle - \frac{U_0}{4} (|\kappa + 2k_\ell\rangle + |\kappa - 2k_\ell\rangle) \quad (1.19)$$

Le problème se ramène donc à une diagonalisation de matrice de Toeplitz, afin d'explicitier les énergies propres $\hbar\omega_{n,q}$, et les vecteurs propres $|n, q\rangle$ comme une superposition d'ondes planes :

$$\begin{aligned} \hat{H}_{ext}^I |n, q\rangle &= \hbar\omega_{n,q} |n, q\rangle \\ |n, q\rangle &= \sum_{i=-\infty}^{\infty} C_{n, \kappa_{i,q}} |\kappa_{i,q}\rangle \\ \sum_{i=-\infty}^{\infty} C_{n, \kappa_{i,q}}^2 &= 1 \end{aligned} \quad (1.20)$$

avec $\kappa_{i,q} = q + 2ik_\ell$, avec i entier relatif. Une résolution numérique, du type de celle décrite dans la référence [94], permet de calculer la structure de bande pour différentes valeurs de la profondeur U_0 [95] (figure 1.3). Il est commode d'évaluer cette dernière par rapport à l'énergie de recul de l'atome quand il absorbe un photon du réseau à λ_{mag} : $E_r = \frac{\hbar^2 k_\ell^2}{2m_a}$, soit environ 3,45 kHz dans le cas d'un atome de Strontium 87 dans un piège à 813 nm.

A faible profondeur, dans le cas $U_0 = 2E_r$ par exemple, la structure est très proche de celle de l'atome libre qui est reportée en pointillés (parabole $\frac{\hbar^2 \kappa^2}{2m_a} + \frac{U_0}{2}$ repliée dans la première zone de Brillouin). Mais quand le piège devient profond, l'extension spatiale selon x des fonctions d'ondes diminue, et le fond du puits de potentiel s'approche $\hat{H}_{res} \simeq U_0(k_\ell x)^2$. Les bandes sont de plus en plus étroites et se rapprochent des énergies propres E_n^{eq} du modèle de l'oscillateur harmonique de raideur équivalente avec une fréquence d'oscillation ω_0 :

$$\frac{1}{2} m_a \omega_0^2 x^2 = U_0 (k_\ell x)^2 \quad \text{soit} \quad \frac{E_n^{eq}}{E_r} = \left(\frac{1}{2} + n \right) \frac{\hbar\omega_0}{E_r} = (1 + 2n) \sqrt{\frac{U_0}{E_r}} \quad (1.21)$$

Pour $U_0 = 50E_r$, on constate que les bandes des premiers niveaux deviennent étroites et proches des énergies E_n^{eq} représentées par des flèches.

Incertitude sur la fréquence de la transition

Plusieurs types de transition sont possibles, ce que l'on peut mettre en évidence par les équations d'évolution des coefficients $a_{n,q}^g$ et $a_{n,q}^e$, en substituant dans le système 1.13 $\langle m| \rightarrow \langle n, q|$ et $|m'\rangle \rightarrow |n', q + k_s\rangle$:

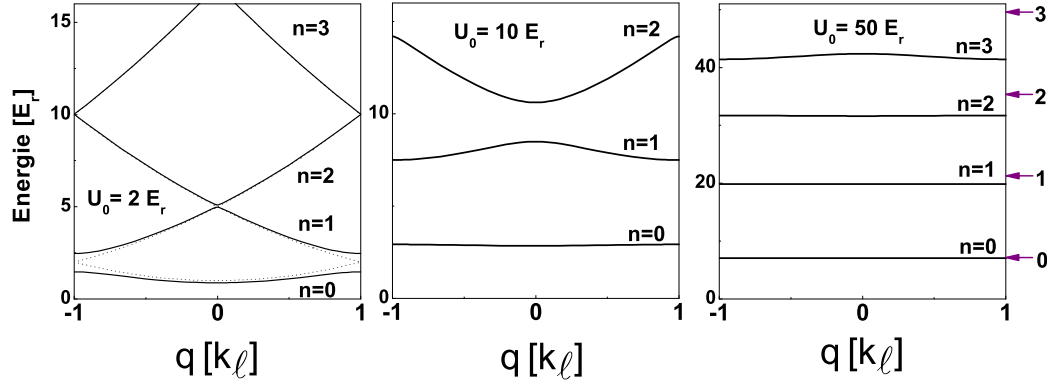


FIGURE 1.3 – Structures de bandes pour $U_0 = 2, 10$ ou $50 E_r$. En abscisse, le quasi vecteur d'onde est rapporté à l'échelle de k_ℓ , et en ordonnée l'énergie est rapportée à E_r . Pour $U_0 = 2 E_r$, la courbe en pointillés correspond au cas de l'atome libre, l'origine des énergies ayant été réajustée. Pour $U_0 = 50 E_r$, les flèches à droite du graphe correspondent au cas de l'atome dans un oscillateur harmonique de raideur équivalente.

$$\begin{aligned}
 i\dot{a}_{n,q}^g &= \sum_{n'} \frac{(\Omega_q^{n',n})^*}{2} e^{i\Delta_q^{n',n}t} a_{n',q+k_s}^e \\
 i\dot{a}_{n,q+k_s}^e &= \sum_{n'} \frac{\Omega_q^{n,n'}}{2} e^{-i\Delta_q^{n,n'}t} a_{n',q}^g
 \end{aligned} \tag{1.22}$$

avec $\Omega_q^{n,n'} = \Omega \sum_i C_{n',\kappa_{i,q}} C_{n,\kappa_{i,q+k_s}}$ et $\Delta_q^{n,n'} = \delta + \omega_{n',q}^I - \omega_{n,q+k_s}^I$. A cause de la structure des états propres 1.20, l'interaction avec le laser sonde conduit au couplage d'un état donné $|n, q\rangle$ avec tous les états $|n', q+k_s\rangle$, avec une force d'oscillateur $\Omega_q^{n,n'}/\Omega$ et un écart de fréquence $\Lambda_{n,n',q} = \omega_{n',q+k_s}^I - \omega_{n,q}^I$, reportés sur la figure 1.4.

On représente sur la figure 1.5 les transitions $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$ dans l'espace des q , pour une profondeur $U_0 = 10 E_r$, en considérant à ce stade que le potentiel effectif vu par les deux niveaux est exactement identique. Les flèches pleines correspondent à la porteuse ($n = n'$), et les flèches pointillées se traduisent dans le spectre par des bandes latérales correspondent à des couplages d'un niveau $|n\rangle$ à un niveau $|n' \neq n\rangle$. Quand la profondeur du potentiel augmente, les forces $\Omega_q^{n,n'}/\Omega$ des transitions $|n\rangle \rightarrow |n' \neq n\rangle$ deviennent indépendantes de q et diminuent asymptotiquement comme $U_0^{-|n'-n|/4}$ (fig. 1.4). Les bandes latérales ont donc de moins en moins de poids, tout en s'éloignant de la porteuse (fig. 1.4), elles entraînent des

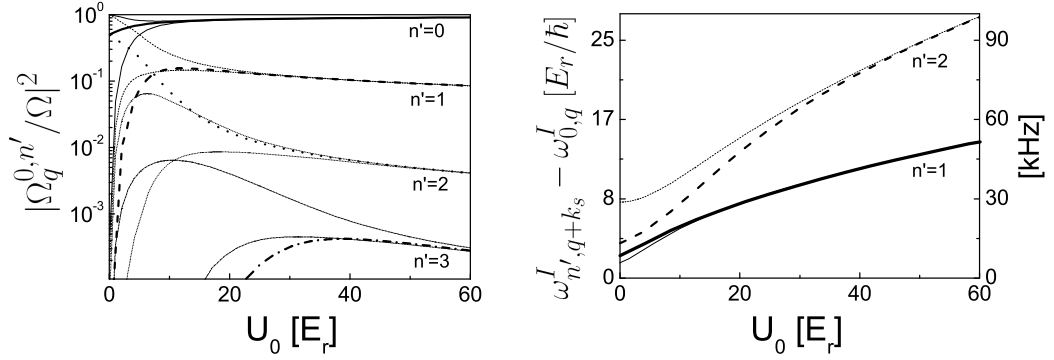


FIGURE 1.4 – Gauche : forces relatives des transitions $n = 0 \rightarrow n'$. Les atome sont préparés dans des états q initiaux différents : $|n = 0, q = -k_\ell\rangle$ (lignes épaisses), $|n = 0, q = -k_\ell/2\rangle$ et $|n = 0, q = k_\ell/2\rangle$ (lignes fines). Droite : écarts de fréquence entre la porteuse et les premières bandes latérales, pour des atomes préparés dans des états initiaux $|n = 0, q = -k_\ell\rangle$ (lignes épaisses) et $|n = 0, q = 0\rangle$ (lignes fines). Dans les deux cas, la profondeur des puits a été ramenée à l'échelle de l'énergie de recul E_r .

effets négligeables sur la porteuse.

Le cas qui induit le déplacement de fréquence le plus important est celui d'une interférence cohérente entre deux transitions aboutissant au même n' : si par exemple la fonction d'onde de départ est de la forme $|\psi\rangle \simeq \frac{|n=0\rangle + \varepsilon|n=1\rangle}{\sqrt{1+\varepsilon^2}}$, les transitions $|n = 0\rangle \rightarrow |n' = 0\rangle$ et $|n = 1\rangle \rightarrow |n' = 0\rangle$ interfèrent et induisent sur la porteuse un décalage de l'ordre de :

$$\delta\nu_{\text{pulling}} = \frac{\Delta^2}{\Delta_q^{1,0}} \varepsilon \frac{\Omega_q^{1,0}}{\Omega} \quad (1.23)$$

où Δ est la largeur de raie supposée commune aux deux transitions. Si par exemple on fait les hypothèses $\varepsilon = 0,33$, (90 % des atomes en $|n = 0\rangle$), $\Delta = 10$ Hz et $U_0 = 10E_r$, on a $\eta \simeq 0,4$ et on trouve que le déplacement de fréquence est au pire de l'ordre de $2 \cdot 10^{-4}$ Hz, ce qui conduit à négliger les bandes latérales dans la suite.

Par ailleurs, le déplacement et l'élargissement de la porteuse ($n = n'$) doivent être étudiés avec plus de prudence, à cause de la largeur non nulle des bandes d'énergie. Celle-ci vaut $\hbar(\omega_{n,q=k_\ell} - \omega_{n,q=0})$, la résolution numérique utilisée précédemment [95] permet d'extraire les valeurs en fonction de la profondeur du réseau (figure 1.5). On considère le cas le plus simple, en supposant que seul l'état $|n = 0\rangle$ est peuplé, deux cas limites peuvent alors être distingués :

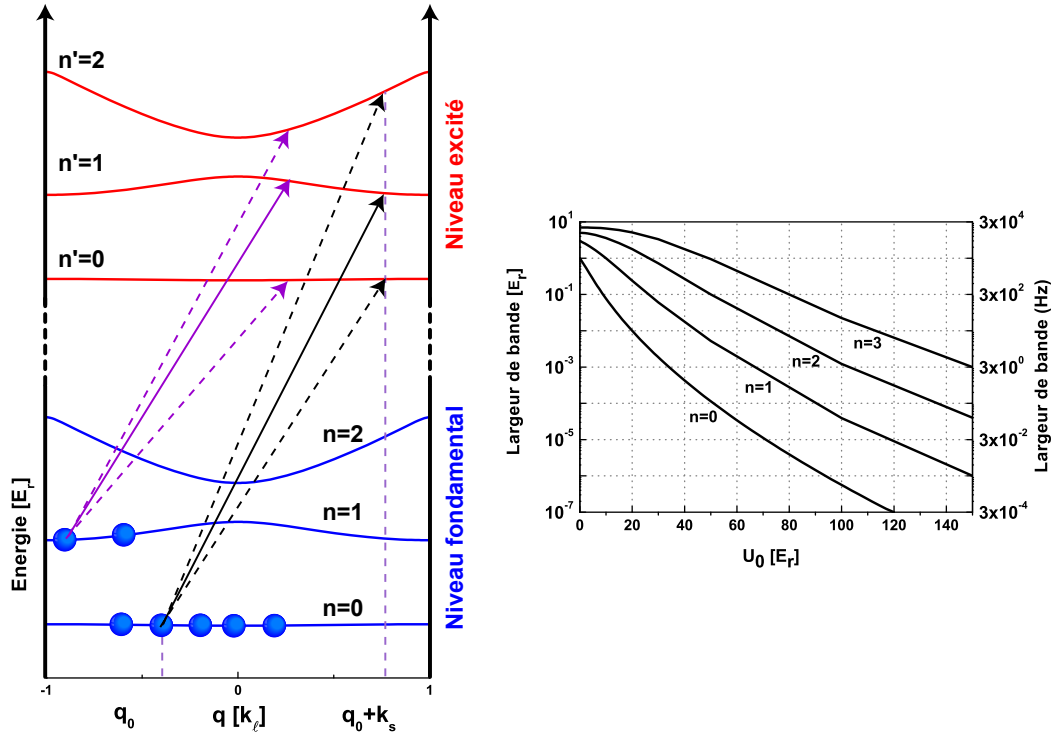


FIGURE 1.5 – Gauche : Diagrammes des transitions $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$ dans l'espace des q . Si on part d'un état q_0 déterminé, l'état final est $q_0 + k_s$ (modulo $2k_s$). Droite : Largeurs des premières bandes $n = 0, 1, 2$ ou 3 .

- Le système se trouve dans un état pur $|n, q\rangle$, il n'y a pas d'élargissement de la porteuse dans ce cas, mais un déplacement d'énergie $\hbar(\omega_{n,q} - \omega_{n,q+k_s})$ qui est, dans le cas le plus défavorable, égal à la largeur de la bande. D'après la figure 1.5, on constate que pour atteindre une incertitude de l'ordre de 10^{-17} en valeur relative, soit $5 \cdot 10^{-3}$ mHz, il est nécessaire d'opérer le piège avec une profondeur au moins égale à $90 E_r$.
- Si, au contraire, la bande $n = 0$ est uniformément peuplée, l'état final couvre la première zone de Brillouin exactement de la même façon. Il n'y a alors pas de déplacement, mais un élargissement inhomogène de la résonance. La figure 1.6 montre la forme de la porteuse pour différentes profondeurs de potentiel ($U_0 = 20, 30, 40$ et $100 E_r$), avec une fréquence de Rabi $\Omega = 10$ Hz. On constate que en dessous de $U_0 = 40 E_r$, le contraste commence à baisser, la largeur de la résonance s'éloigne de la fréquence de Rabi et de-

vient très dépendante de la profondeur du piège. On n'est donc plus dans une situation idéale du point de vue métrologique.

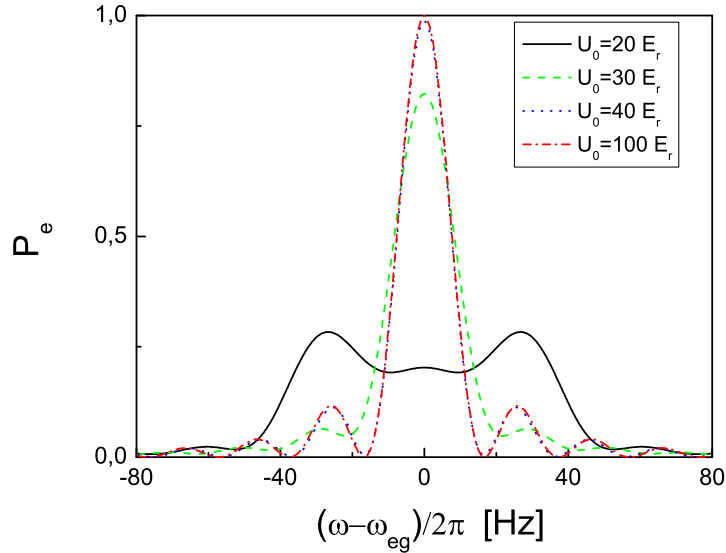


FIGURE 1.6 – Forme des résonances pour la porteuse dans les cas $U_0 = 20, 30, 40$ et $100E_r$, lorsque la bande $n = 0$ est uniformément peuplée. La résolution numérique a été effectuée pour une fréquence de Rabi $\Omega = 10$ Hz, et avec un temps d'interaction qui maximise la probabilité de transition P_e à résonance.

Ces deux situations correspondent aux deux cas extrêmes qui peuvent être obtenus lorsque l'on peuple uniquement la bande $n = 0$. Dans la réalité, on se trouve dans une situation intermédiaire, et la résonance subit à la fois un déplacement et un élargissement. Dans tous les cas, la réponse à apporter pour rendre ces effets négligeables est de réduire la largeur de la bande fondamentale, et donc d'accroître la profondeur du piège.

Expérimentalement, il est assez simple de placer au moins 90% des atomes dans cette bande, mais il est nettement plus compliqué de maîtriser la quasi impulsion. Pour peupler uniformément les différents états $|n = 0, q\rangle$, il faudrait par exemple peupler l'état $|n = 0\rangle$ d'un piège très profond, quand la bande est quasi plate, puis ouvrir le piège de façon adiabatique pour aboutir à une profondeur permettant un travail métrologique : les états $|q\rangle$ seraient alors bien repartis. Cette approche n'est pas facilement réalisable, il est difficile de s'assurer qu'on ouvre le potentiel sans imprimer aux atomes une impulsion supplémentaire. Un cas raisonnable est par exemple de considérer que l'on maîtrise le peuplement de la bande sur 1/10 de sa largeur, une incertitude de 50 mHz est alors nécessaire pour at-

teindre un niveau relatif de 10^{-17} , et le graphe 1.5 indique que cela équivaut à une profondeur de $70E_r$.

Il est cependant plus favorable de travailler avec un réseau moins profond pour des raisons liées aux effets systématiques, mais aussi pour des considérations techniques. Tout d'abord, on maîtrise plus facilement le déplacement lumineux résiduel, et on veut limiter au maximum l'amplitude de l'effet quadratique, sur lequel aucune prédiction théorique fiable n'existe pour les différents atomes susceptibles de fournir une référence de fréquence optique. Pour le Strontium plus spécifiquement, l'étude [37] a abouti à une sensibilité de $-2 \mu\text{Hz}/E_r^2$ (soit $2 \cdot 10^{-17}$ en valeur relative à $U_0 = 70E_r$), mais ce chiffre peut être mis en question à cause du manque de fiabilité du modèle théorique, comme cela sera expliqué plus loin. Il est également pratique, sur un plan expérimental, de pouvoir faire fonctionner l'horloge sur une grande plage de valeurs pour la profondeur, pour pouvoir tester certains effets systématiques. Enfin, pour certains atomes, la polarisabilité est très faible, ou bien il est difficile de disposer de grandes puissances à la longueur d'onde magique. L'atome de Mercure est concerné par les deux problèmes, avec un réseau optique devant être opéré dans l'ultra-violet (340,5 nm). Il est donc nécessaire de disposer d'une configuration permettant de travailler à de faibles profondeurs de piégeage, afin ne pas compromettre la faisabilité de la référence.

Cas d'un potentiel périodique avec gravité

Cette contrainte sur la profondeur des puits est beaucoup moins forte si le piège est soumis à une accélération constante. L'effet tunnel entre puits adjacents, à l'origine du mouvement résiduel, est fortement inhibé si on ajoute une composante linéaire à l'hamiltonien. Les puits de potentiel sont décalés les uns par rapport aux autres comme le montre la figure (1.7), ce qui entraîne la disparition de la structure de bande. Par exemple, dans le cas d'un réseau optique 1D orienté verticalement, un terme linéaire décrivant la gravité vient s'ajouter à l'hamiltonien externe :

$$\hat{H}_{ext}^H = \frac{\hbar^2 \hat{\mathbf{K}}^2}{2m_a} + \frac{U_0}{2} (1 - \cos(2k_\ell \cdot \hat{x})) + m_a g \hat{x} \quad (1.24)$$

Il n'existe pas d'état lié pour cette forme d'hamiltonien, les fonctions d'onde ne sont pas complètement localisées dans le puits initial, et une fraction de la distribution de probabilité de présence se trouve dans une zone de l'espace où le piège ne peut plus contenir l'atome, qui finira par retomber dans le continuum (transition de Landau-Zener [96]) (figure 1.7). Dans la base des états de Bloch, ceci correspond au couplage entre les bandes à cause du terme linéaire dans l'hamiltonien. Mais l'échelle de temps de cet effet tunnel est longue et augmente exponentiellement avec la profondeur du réseau [96, 97]. Dans le cas du Strontium, même si

U_0 ne vaut que $5E_r$, la durée de vie de l'état fondamental d'un puits donné est environ 10^{10} s, ce qui est à comparer au temps de cycle de l'horloge, typiquement 1 s. On peut donc négliger le couplage par la gravité entre la bande fondamentale et les bandes excitées, et considérer qu'on n'est en présence que d'états $|n = 0\rangle$.

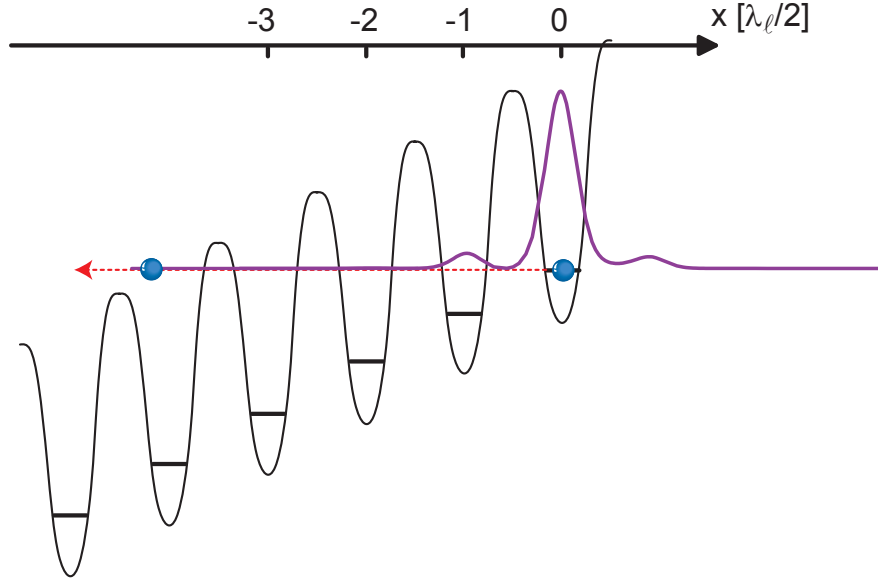


FIGURE 1.7 – Localisation d'une fonction d'onde de type Wannier-Stark dans un réseau de période $\lambda_\ell/2$ dont la dégénérescence est levée par la gravité. L'atome finit par s'échapper, son énergie pouvant correspondre à un état libre selon la région de l'espace.

On se restreint à la diagonalisation de $\hat{H}_{ext}^I$ dans le sous-espace du niveau fondamental, avec une équation aux valeurs propres sous la forme :

$$\begin{aligned}\hat{H}_{ext}^I |W_m\rangle &= \hbar \omega_m^I |W_m\rangle \\ |W_m\rangle &= \int_{-k_\ell}^{k_\ell} dq b_m(q) |q\rangle\end{aligned}\tag{1.25}$$

où m est un nouveau nombre quantique, les $\hbar \omega_m^I$ sont les nouvelles énergies propres, et les $|q\rangle$ sont les fonctions de Bloch des états propres de $\hat{H}_{ext}^I$ pour $n=0$, décrites dans 1.20. Les coefficients $b_m(q)$ sont des fonctions périodiques ($b_m(q + 2ik_\ell) = b_m(q)$) qui obéissent à une équation différentielle que l'on déduit de 1.25 :

$$\hbar (\omega_q^I - \omega_m^I) b_m(q) + im_a g \frac{db_m(q)}{dq} = 0\tag{1.26}$$

En s'appuyant sur la condition de normalisation des fonctions d'onde et la périodicité des $b_m(q)$, on résout l'équation précédente pour aboutir aux expressions :

$$\begin{aligned} \omega_m^H &= \omega_0^I + m\Delta_g \\ b_m(q) &= \frac{1}{\sqrt{2k_\ell}} e^{-\frac{i\hbar}{m a g}(q\omega_m^H - \gamma(q))} \end{aligned} \quad (1.27)$$

avec $\omega_0^H = \frac{1}{2k_\ell} \int_{-k_\ell}^{k_\ell} dq \omega_q^I$ et $\hbar\Delta_g = m a g \lambda_\ell / 2$ d'une part et $\frac{d\gamma(q)}{dq} = \omega_q^I$ et $\gamma(0) = 0$ d'autre part. Les $|W_m\rangle$ sont généralement appelés états de Wannier-Stark [97], et leur profil a déjà été tracé sur la figure 1.7. Chaque $|W_m\rangle$ est une superposition d'états de quasi impulsion définie, et l'énergie propre associée ne dépend que du nombre quantique m , il n'y a plus de structure de bande dans cette configuration. Si on observe la représentation 1.8 de ces fonctions d'onde dans l'espace des positions, on observe que $|W_m\rangle$ est bien localisée dans le m -ième puits, qui contient le pic principal de la probabilité de présence, avec des rebonds dans les puits adjacents. Cependant, ces rebonds s'éteignent de façon exponentielle avec la profondeur U_0 . Il est facile de montrer à partir de 1.25, 1.27 et 1.20 que l'état $|W_{m+1}\rangle$ est une simple translation de l'état $|W_m\rangle$ dans un puits décalé de $\lambda_\ell/2$, c'est-à-dire dans le puits adjacent à celui qui accueille $|W_m\rangle$. Dans l'espace des impulsions, quand la profondeur du réseau s'accroît, l'état tend vers une gaussienne, c'est-à-dire vers l'état lié fondamental de l'oscillateur harmonique équivalent si l'atome reste confiné dans un seul puits (fig 1.8).

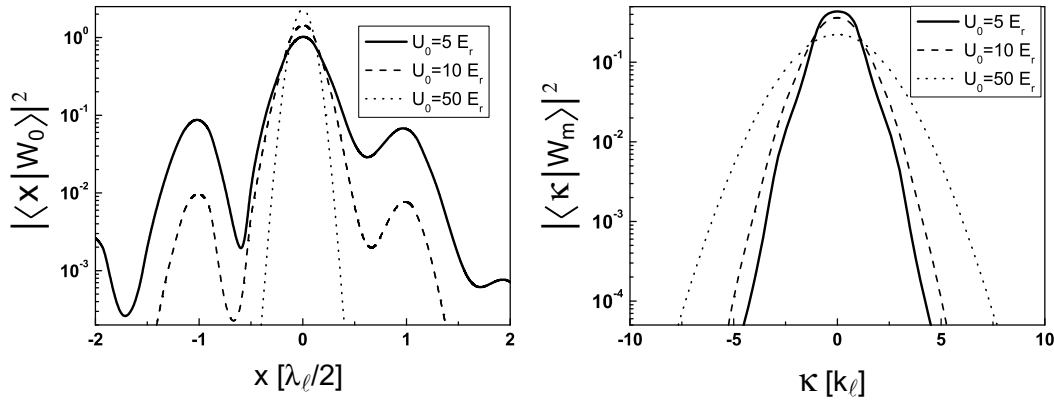


FIGURE 1.8 – Profil des fonctions de Wannier-Stark dans l'espace de positions (à gauche) et dans l'espace des quasi-impulsions (à droite).

Les effets du mouvement sont maintenant décrits par le couplage des états de Wannier-Stark les uns avec les autres par le laser sonde. L'élément de matrice

correspondant se calcule en utilisant 1.20 et 1.25 :

$$\langle W_m | e^{ik_s \hat{x}} | W_{m'} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} d\kappa b_m^*(\kappa + k_s) b_{m'}(\kappa) C_{0,\kappa} C_{0,\kappa+k_s} \quad (1.28)$$

En utilisant les propriétés de symétrie par translation et le fait que $b_m(\kappa) = b_m^*(-\kappa)$, on montre notamment que :

$$\langle W_m | e^{ik_s \hat{x}} | W_{m+j} \rangle = e^{i\pi j k_s / k_\ell} \langle W_m | e^{ik_s \hat{x}} | W_{m-j} \rangle \quad (1.29)$$

Les équations couplées 1.13 entre les coefficients de la fonction d'onde peuvent être explicitées (le coefficient a_m est maintenant associé à l'état $|W_m\rangle$), sous la forme :

$$\begin{aligned} i\dot{a}_m^g &= \sum_{m'} \frac{\Omega_{m-m'}^*}{2} e^{-i\pi m' \frac{k_s}{k_\ell}} e^{i\Delta_{m-m'} t} a_{m'}^e \\ i\dot{a}_m^e &= \sum_{m'} \frac{\Omega_{m'-m}}{2} e^{i\pi m \frac{k_s}{k_\ell}} e^{-i\Delta_{m'-m} t} a_{m'}^g \end{aligned} \quad (1.30)$$

où $\Omega_m = \Omega \langle W_0 | e^{ik_s \hat{x}} | W_m \rangle$ est la fréquence de Rabi effective entre des niveaux m et m' , et $\Delta_m = \omega - \omega_{eg} + m\Delta_g$ est le décalage de fréquence lié à cette transition.

Si on se place dans le cas d'un état de Wannier-Stark pur, l'atome considéré est essentiellement localisé dans un seul puits, et on suppose que l'on est en mesure expérimentalement de placer quasiment tous les atomes dans la bande fondamentale $n = 0$. Le schéma 1.9 illustre les différentes transitions possible, le couplage résiduel induit par le laser sonde entre deux fonctions $|W_m\rangle$ très proches peut amener l'atome à se transférer dans un puits voisin. Cela peut être interprété comme un effet tunnel assisté par laser.

En présence de gravité, les atomes effectuent donc des oscillations de Bloch avec une fréquence $\Delta_g/2\pi$ (soit 873 Hz dans le cas du Strontium 87), ce qui donne naissance aux bandes latérales que l'on observe sur le graphe de la résolution numérique (figure 1.10). Ce mouvement dans l'espace de vitesses est moyenné lorsque le temps d'interrogation des atomes est grand devant la période des oscillations de Bloch (soit $\Omega_{Bloch} \gg \Omega_{Rabi}$), l'effet Doppler du premier ordre n'apparaît plus que par le biais du couplage résiduel des bandes latérales.

Les propriétés spectrales de cette configuration créent d'excellentes conditions pour le fonctionnement de l'horloge. Tout d'abord, la transition $|g, W_m\rangle \rightarrow |e, W_m\rangle$ se fait à une fréquence qui est exactement ν_{at} . La structure de bande a disparu et a été remplacé par un spectre discret, comme c'est le cas quand on passe d'une particule libre à une particule dans un potentiel harmonique, c'est une amélioration déterminante puisqu'il n'y a plus d'élargissement de la porteuse. Par ailleurs, les forces d'oscillateur associées aux bandes latérales, détaillées sur la figure 1.11,

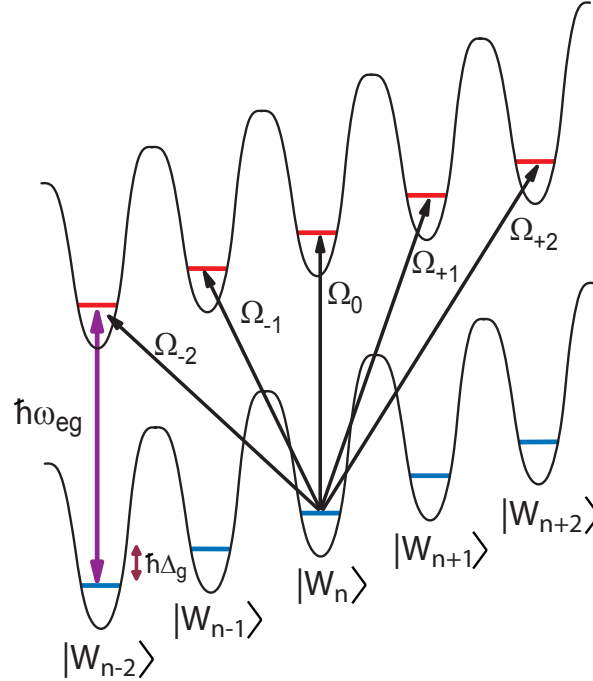


FIGURE 1.9 – Echelle de Wannier-Stark. Un état $|W_m\rangle$ donné peut se coupler avec les états de Wannier-Stark associées aux puits adjacents

possèdent deux caractéristiques importantes : elles diminuent très rapidement avec la profondeur du réseau (pour $U_0 = 10E_r$, même les premières bandes sont quasi éteintes), et elles sont parfaitement égales pour deux bandes symétriques par rapport à la porteuse, ce qui n'entraîne donc aucun pulling différentiel. On est donc dans une situation beaucoup plus favorable que dans le cas d'un réseau non soumis à une accélération, une profondeur de $10E_r$ est suffisante pour atteindre les objectifs en terme d'exactitude relative.

La cas le plus défavorable à considérer est la situation où la fonction d'onde est une superposition cohérente de fonctions de Wannier-Stark, chaque puits ayant une phase propre par rapport aux autres. Ceci conduit à une interférence entre les différentes contributions aux bandes latérales, et les phases de deux bandes symétriques par rapport à la fréquence ν_{eg} sont a priori différentes. La probabilité de transition de la porteuse peut être modifiée de l'ordre de Ω_1/Δ_g par le couple de premières bandes latérales. Dans le cas de deux puits ayant le même poids dans la fonction d'onde, le déplacement de fréquence associé est alors de l'ordre de $\frac{\Omega_0^2}{\Delta_g} \frac{\Omega_1}{\Omega_0}$, pour un temps d'interaction proche d'un pulse π . Par exemple, pour une

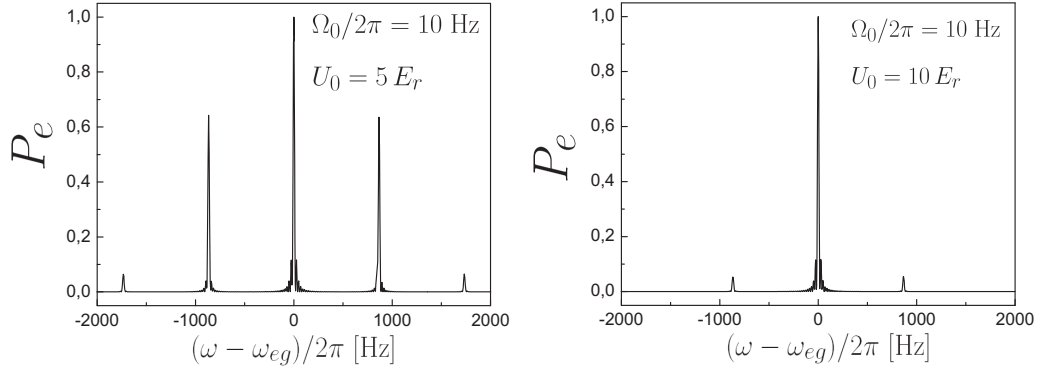


FIGURE 1.10 – Spectre théorique de l’interrogation d’un état de Wannier Stark pur, avec des profondeurs de réseau $U_0 = 5 E_r$ et $U_0 = 10 E_r$. Les bandes latérales correspondent au passage d’un atome d’un puits à l’un de ses deux premiers voisins, au delà la probabilité de transition est négligeable.

profondeur de $10 E_r$ et $\Omega_0/2\pi = 10$ Hz, le décalage est de l’ordre de $2 \cdot 10^{-2}$ Hz, ce qui représente plusieurs fois 10^{-17} . Une résolution numérique des équations 1.30 pour différents états initiaux du système, et pour une profondeur $U_0 = 5 E_r$ est représentée sur la figure 1.12. On remarque que le décalage oscille à une fréquence $\Delta_g/2\pi$, ce terme apparaît dans les équations couplées 1.30 lorsque $|m - m'| = 1$, c’est-à-dire lorsque l’on couple la première bande latérale. L’incertitude induite, (de l’ordre de 10^{-15}), affecterait les performances ultimes de l’horloge, mais on constate que pour les temps $t_n = (n + \frac{1}{2}) \frac{2\pi}{\Delta_g}$, le décalage de fréquence s’annule quelle que soit l’écriture de la fonction d’onde initiale. On possède alors un moyen très efficace de contrôler cet effet d’interférence, on choisit un temps d’interaction t tel que l’égalité précédente soit respectée et tel qu’on soit proche d’un pulse π pour que le contraste soit maximum :

$$\exists n \in \mathbb{N} / t = t_n \quad \text{et} \quad t \simeq \pi/\Omega \quad (1.31)$$

Dans la mesure où les deux échelles de temps sont très différentes ($\Omega^{-1} \gg \Delta_g^{-1}$), on trouve facilement un temps t répondant aux deux conditions, et comme Δ_g est parfaitement connu (potentiellement au niveau de 10^{-9}), l’annulation se fait à un niveau de précision largement suffisant pour atteindre une exactitude de 10^{-17} . Il reste à étudier le fait qu’à cause des bandes latérales, la porteuse est légèrement dissymétrique, et, selon la profondeur de modulation utilisée pour asservir le laser d’horloge sur cette raie, il peut y avoir un déplacement, comme le montre les résultats numériques reportés sur la figure 1.13. Pour une résonance de largeur $2\Omega_0/2\pi = 20$ Hz, avec une profondeur de $5 E_r$, le déplacement ne dépasse

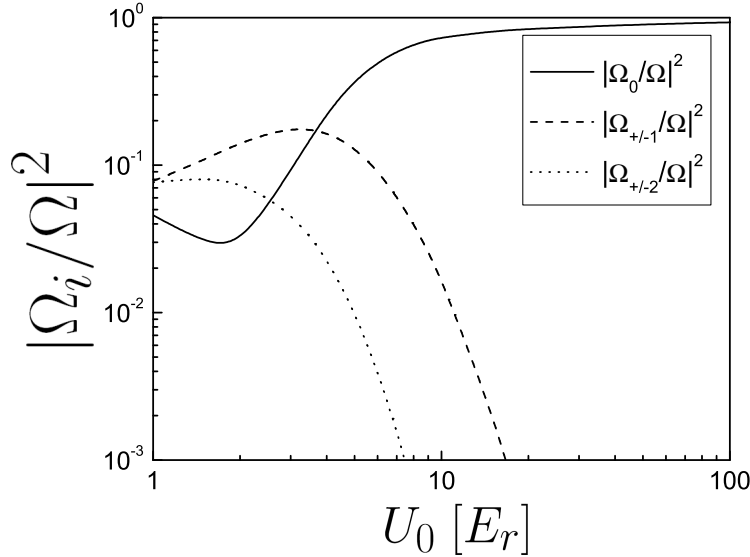


FIGURE 1.11 – Forces d’oscillateur de la porteuse et des premières bandes latérales en fonction de la profondeur du potentiel.

cependant pas 0,3 mHz, soit 10^{-18} en valeur relative, cet effet ne pose donc aucun problème.

1.3.3 Intérêts et enjeux d’une horloge basée sur l’atome de Strontium

Une horloge basée sur une transition optique, avec des atomes neutres en réseau, apparaît donc comme une approche combinant les avantages des références de fréquence basées sur les ions, notamment en terme de maîtrise des effets liés au mouvement, mais avec un rapport signal sur bruit potentiellement aussi bon que celui atteint par les fontaines. La dernière question est de sélectionner l’atome que l’on veut utiliser, et ce choix relève d’un compromis entre les caractéristiques métrologiques intrinsèques à une espèce et les contraintes techniques qui sont associées à sa manipulation.

Description de l’atome de Strontium

Le Strontium est un alcalino-terreux, il se trouve abondamment dans la nature, où il se présente sous quatre formes isotopiques, trois bosoniques et une fermionique, dans les proportions suivantes [98] :

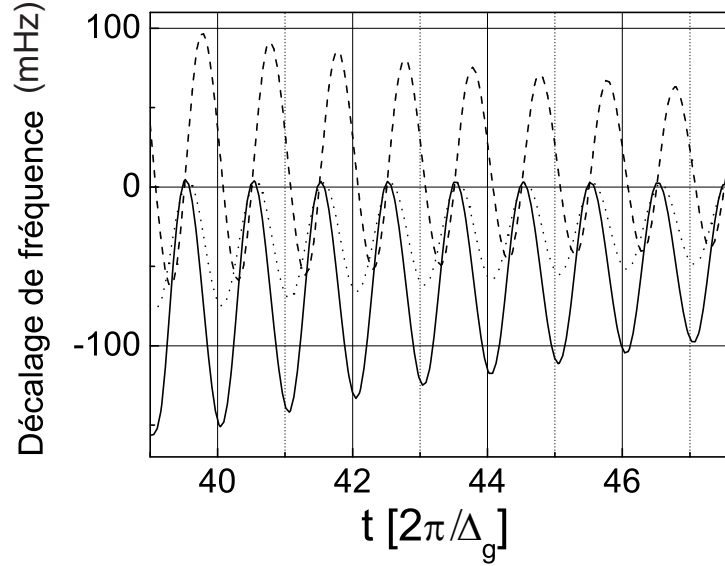


FIGURE 1.12 – Décalage de fréquence de la porteuse en fonction du temps d'interaction du laser sonde lorsque la fonction d'onde initiale est une superposition cohérente de plusieurs états de Wannier-Stark. Différentes fonctions d'onde initiales sont testées : ligne continue : $a_n^g(t=0) = a_{n+1}^g(t=0)$ pour tout n , ligne discontinue : $a_n^g(t=0) = a_{n+1}^g(t=0)e^{i\pi/2}$, ligne pointillée : $a_{-1}^g(t=0) = a_0^g(t=0)$, les autres coefficients étant nuls. On se place dans une configuration où $\Omega_0/2\pi=10$ Hz et $U_0 = 5E_r$, le temps d'interaction correspondant t correspondant à un pulse π est $t\Delta_g/2\pi = 43,70$. Les cas où les phases relatives sont bien définies entraînent les déplacement de fréquence les plus importants, si les phases sont aléatoires, on a une moyenne et la situation est plus favorable.

TABLE 1.2 – Liste des différents isotopes disponibles pour l'atome de Strontium

Isotope	Abondance	Spin nucléaire
^{84}Sr	0,56 %	0
^{86}Sr	9,86 %	0
^{87}Sr	7,00 %	9/2
^{88}Sr	82,58 %	0

L'isotope fermionique 87 s'avère être un candidat particulièrement intéressant pour une application métrologique, pour plusieurs raisons :

- La structure des niveaux de plus basse énergie (figure 1.14) est très favo-

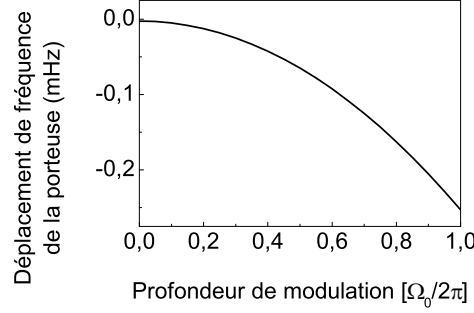


FIGURE 1.13 – Déplacement de fréquence de la porteuse en fonction de la profondeur de modulation de l’asservissement. Ici encore $\Omega_0/2\pi=10$ Hz et $U_0 = 5 E_r$, avec un temps d’interaction fixe respectant les critères 1.31, l’état initial étant celui en trait plein sur le figure 1.12.

nable, tant pour la manipulation des atomes que pour la spectroscopie, et les sources nécessaires pour exciter les transitions correspondantes sont relativement faciles à réaliser. La transition $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$, de largeur $\Gamma = 32$ MHz, permet un refroidissement Doppler efficace, bien que limité à une température de l’ordre du milliKelvin. Cette opération requiert un laser à 461 nm, qui n’est pas disponible commercialement, mais qui s’obtient facilement grâce au doublement de fréquence d’un laser à 922 nm (chapitre 2). La transition $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$, de largeur $\Gamma = 7,6$ kHz, permet potentiellement de descendre près de la température de recul [99, 100], de l’ordre du microKelvin, et le laser nécessaire (689 nm) peut être par exemple une simple diode à cavité étendue, asservie sur une cavité ultrastable pour rendre sa largeur compatible avec celle de la transition.

Par ailleurs, comme cela a été indiqué auparavant, le spin nucléaire non nul ($I = 9/2$) de cet isotope induit un couplage hyperfin entre 3P_0 et 1P_1 , la transition $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ à 698 nm devient faiblement permise dans ces conditions, ce qui la place dans une position idéale pour être utilisée comme référence. Sa largeur naturelle est de l’ordre de 1 mHz [101], ce qui ne constituera pas une limite expérimentale à court terme puisque les meilleurs lasers présentent une largeur supérieure de trois ordres de grandeur. Là encore, la source peut être une diode laser asservie sur une cavité ultrastable.

- L’existence d’une longueur d’onde magique pour le couple ($^1S_0, ^3P_0$) permet de se placer dans la configuration décrite dans le paragraphe 1.3.2, c’est-à-dire l’annulation du déplacement lumineux induit par le réseau, et la faible sensibilité de $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ à la polarisation du laser piège à cause du carac-

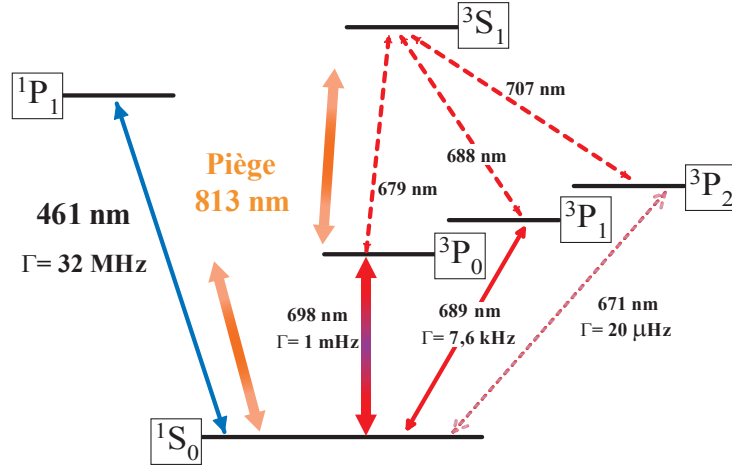


FIGURE 1.14 – Niveaux de plus basse énergie de l'atome de Strontium 87. Les deux flèches épaisses symbolisent l'effet du piège dipolaire sur les niveaux 1S_0 et 3P_0 . Les transitions $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ et $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ peuvent efficacement être utilisées pour refroidir les atomes, la transition $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ est celle sur laquelle on veut se baser pour l'horloge. L'état 3S_1 peut servir de relais vers les états 3P_i , particulièrement les deux métastables 3P_0 et 3P_2 .

rière quasi $J = 0 \rightarrow J = 0$ de la transition. De plus, le faisceau du piège à $\lambda_{mag} (^{87}\text{Sr}) \simeq 813,42 \text{ nm}$ peut provenir par exemple d'un laser Titane-Saphir, potentiellement très puissant.

- Enfin, quand on refroidit des atomes, il reste essentiellement des collisions dans l'onde s, mais ces dernières deviennent interdites avec des fermions que l'on a polarisés pour les mettre dans le même état interne. Avec l'isotope 87 du Strontium, on s'expose donc à un faible déplacement de la fréquence d'horloge dû aux collisions entre atomes froids.

On peut par ailleurs remarquer que l'isotope bosonique 88 possède des avantages complémentaires de ceux du 87 : il est très abondant, et peut servir de référence si on rend la transition $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ faiblement permise, par exemple en mélangeant 3P_0 avec 3P_1 grâce à un champ magnétique [102]. Une comparaison de deux horloges fonctionnant en parallèle et basées sur ces deux isotopes peut permettre de tirer des conclusions déterminantes au sujet des déplacements collisionnels sur le Strontium 88.

Cadre du travail de thèse réalisé

Toutes ces propriétés n’avaient pas encore été pleinement appréhendées lorsque le choix du LNE-SYRTE s’est porté sur l’atome de Strontium, en 1999. La structure interne, avec notamment deux niveaux métastables disponibles (3P_0 et 3P_2), et la faisabilité technique des lasers nécessaires ont été des points déterminants, mais le concept d’horloge à réseau optique n’est apparu qu’en 2001. Il avait d’ailleurs été envisagé au début de construire une horloge au Strontium de type fontaine, à l’instar de ce qui a été réalisé pour l’atome de Calcium [33, 34].

Le premier piège magnéto-optique de ce projet a été obtenu en 2002 [103], et la transition d’horloge $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ a été observée fin 2002, pour la première fois de façon directe [104], ce qui a permis d’évaluer la valeur de la fréquence avec une incertitude de 20 kHz à l’époque. Ceci constituait le premier pas vers la réalisation d’un nouveau standard, mais, lorsque ce travail de thèse a débuté en 2003, plusieurs questions restaient encore en suspens quant à la faisabilité d’une horloge à réseau optique, la proposition de H. Katori demandant à être validée expérimentalement.

En premier lieu, il était nécessaire de vérifier le niveau d’annulation du déplacement lumineux différentiel que l’on parvenait à atteindre. Par exemple, pour remplir l’objectif de 10^{-17} d’incertitude relative avec un déplacement de 35 kHz, il faut contrôler l’annulation avec une précision de 10^{-7} du déplacement de chacun des niveaux. Ensuite, rien ne garantit a priori que les termes suivants de l’action du potentiel sont suffisamment faibles pour ne pas perturber l’horloge. Le terme du second ordre, appelé hyperpolarisabilité, traduit essentiellement l’existence de couplage à deux photons à une longueur d’onde donnée :

$$v_{horloge} = v_{at} - \frac{1}{4h} \underbrace{[\alpha_{|e\rangle}(\lambda_\ell) - \alpha_{|g\rangle}(\lambda_\ell)]}_{=0 @ \lambda_{mag}} \mathcal{E}_\ell^2 - \frac{1}{64h} [\gamma_{|e\rangle}(\lambda_\ell) - \gamma_{|g\rangle}(\lambda_\ell)] \mathcal{E}_\ell^4 + \dots \quad (1.32)$$

Une évaluation théorique des coefficients γ , effectuée pour $\lambda = 800$ nm, prédisait un déplacement quadratique $|\Delta v^{(4)}|$ inférieure à 2 μ Hz par énergie de recul au carré [37]. Mais cette évaluation dépendait de forces d’oscillateur mal connus entre les niveaux, et il s’est avéré par la suite que la longueur d’onde magique valait en fait environ 813,42 nm, or certaines transitions à deux photons sont très proches de cette valeur (à 813,36 nm et 818,57 nm), ce qui pouvait potentiellement changer la valeur de $|\Delta \gamma|$ de plusieurs ordres de grandeur. Ce problème laissait jusque récemment un doute sur la viabilité d’une référence de fréquence basée sur l’atome de Strontium : si on suppose qu’on peut contrôler U_0 à 1% près, pour atteindre un niveau de contrôle de 10^{-17} avec une profondeur $U_0 = 10 E_r$, il faut s’assurer que l’on a $|\Delta v^{(4)}| < 2.10^{-3}$ Hz par énergie de recul au carré. L’éva-

luation que nous avons effectuée (paragraphe 4.4) a permis de démontrer que ce critère était en effet rempli.

Un autre interrogation était survenue lorsque les deux premières mesures de la valeur absolue de la fréquence d’horloge $^1S_0 - ^3P_0$ du Strontium 87, d’une précision affichée de l’ordre de 10^{-14} , avaient été réalisées par deux groupes indépendants [39, 40]. Les deux résultats se trouvaient en désaccord de 83 Hz, avec des barres d’erreur inférieures à 20 Hz dans les deux cas. Ce désaccord, de l’ordre de $2 \cdot 10^{-13}$ en valeur relative, pouvait laisser penser qu’un effet systématique majeur n’était pas maîtrisé et entraînait la non reproductibilité d’une telle horloge. Ce doute a été levé par une troisième mesure indépendante que nous avons réalisée (chapitre 5), et qui se trouve être en excellent accord avec la mesure réalisée au JILA [40].

Chapitre 2

Réalisation d'une source à 461 nm pour le refroidissement des atomes de Strontium

2.1 Introduction

Avant de charger les atomes de Strontium dans le piège dipolaire, un refroidissement initial est nécessaire si on veut qu'une fraction significative de la distribution de vitesse soit capturée par le potentiel. On produit un nuage d'atomes froids en réalisant un Piège Magnéto-Optique basé sur la transition bleue $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ à 461 nm. Cette dernière est fortement cyclante ($\Gamma_{461}/2\pi = 32$ MHz), le refroidissement est donc rapide, et il présente une température Doppler limite de l'ordre du milliKelvin. L'intensité de saturation associée est $I_{sat} = 43$ mW/cm², si l'on veut s'approcher de cette valeur pour tous les faisceaux de piégeage, on évalue les besoins à environ 200 mW de lumière bleue.

Il n'existe pas de diodes commerciales puissantes à 461 nm, seuls des lasers à colorant sont disponibles, mais ils sont peu pratique d'utilisation, il est nécessaire notamment de les stabiliser en fréquence et de changer le colorant souvent. L'approche communément utilisée est de faire appel à processus d'optique non linéaire. L'approche traditionnelle consiste à doubler une source à 922 nm en fréquence avec un cristal de niobate de Potassium (KNbO₃), des efficacités de conversion de l'ordre de 50 % ont été démontrées, ce qui permet d'obtenir des puissances de l'ordre de 200 mW [105, 106]. Mais il est nécessaire de chauffer le cristal assez fort pour atteindre un régime d'accord de phase non critique, or, comme on est à la limite d'une transition de phase du cristal, ceci présente le risque de le dégrader. Une autre solution est d'utiliser un cristal non linéaire qui sert en même temps de guide d'onde, mais le mode spatial n'est pas de très bonne qualité,

et, d'autre part, dans la mesure où ne peut pas le pomper avec une puissance trop importante, on est limité à une centaine de milliWatts en sortie [107].

En 2000, notre équipe avait réalisée une première source qui effectuait la somme entre la fréquence d'un laser YAG à 1064 nm et d'une diode à 813 nm dans un cristal de phosphate de potassium (KTP). Même si ce matériau présente un coefficient non linéaire intrinsèque plus faible que celui du KNbO_3 , l'efficacité de conversion demeure néanmoins très bonne dans la mesure où l'angle de double réfraction est nettement plus faible. Mais cette source fournissait une puissance limitée à une centaine de milliWatts, elle s'est de plus révélée assez difficile à maîtriser pour la plupart des utilisateurs. Plus récemment, des lasers à semi-conducteur pouvant délivrer des puissances de l'ordre du Watt dans le proche infrarouge sont apparus sur le marché, nous avons donc entrepris en 2003 la construction d'une nouvelle source bleue basée sur le doublage de fréquence d'un MOPA (Master Oscillator-Power Amplifier) à 922 nm dans un cristal périodiquement polarisé de KTP (PPKTP).

Dans ce chapitre, après des rappels d'optique non-linéaire sur le doublage de fréquence, la réalisation de ce nouveau laser bleu est détaillée et ses performances sont discutées. Nous avons également élaboré une chaîne ultra-vide munie de hublots adaptés aux besoins du réseau optique, elle sera décrite en même temps que les performances du ralentisseur Zeeman et du Piège Magnéto-Optique qui avaient été mis en place et décrits précédemment [101] seront rappelées.

2.2 Génération de seconde harmonique

2.2.1 Quasi accord de phase

Processus de conversion

L'emploi d'un cristal non centrosymétrique fait apparaître dans les équations de Maxwell un terme de polarisation non linéaire $\mathbf{P}^{NL}$. On se limite ici au premier terme non linéaire, $\mathbf{P}^{(2)}$, qui provient de l'interaction de deux champs $\mathbf{E}_{\omega_1}$ et $\mathbf{E}_{\omega_2}$, leurs pulsations ω_1 et ω_2 pouvant par exemple s'additionner pour faire apparaître un champ $\mathbf{E}_{\omega_3}$ de pulsation $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$. Ce processus est décrit par le biais du tenseur de susceptibilité $\chi^{(2)}(\omega_1 + \omega_2; \omega_1; \omega_2)$, dans le repère (O,x,y,z) correspondant aux axes optiques du milieu :

$$\mathcal{P}_{\omega_3,i}^{(2)} = \epsilon_0 \sum_{j,k} \chi_{i,j,k}^{(2)} \mathcal{E}_{\omega_1,j} \mathcal{E}_{\omega_2,k} \quad (2.1)$$

où $\mathbf{E}_{\omega_i}$ et $\mathbf{P}_{\omega_i}^{(2)}$ sont décrits par des fonctions enveloppes $\overrightarrow{\mathcal{E}}_{\omega_i}(\mathbf{x})$ et $\overrightarrow{\mathcal{P}}_{\omega_i}(\mathbf{x})$, dont l'amplitude varie lentement à l'échelle de la longueur d'onde λ_i :

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_{\omega_i} &= \frac{1}{2} \left(\overrightarrow{\mathcal{E}}_{\omega_i}(\mathbf{x}) e^{i(\omega_i t - \mathbf{k}_i \cdot \mathbf{x})} + \overrightarrow{\mathcal{E}}_{\omega_i}^*(\mathbf{x}) e^{-i(\omega_i t - \mathbf{k}_i \cdot \mathbf{x})} \right) \\ \mathbf{P}_{\omega_i}^{(2)} &= \frac{1}{2} \left(\overrightarrow{\mathcal{P}}_{\omega_i}(\mathbf{x}) e^{i(\omega_i t - \mathbf{k}_i \cdot \mathbf{x})} + \overrightarrow{\mathcal{P}}_{\omega_i}^*(\mathbf{x}) e^{-i(\omega_i t - \mathbf{k}_i \cdot \mathbf{x})} \right)\end{aligned}\quad (2.2)$$

Dans le cas du doublage de fréquence, deux champs identiques $\mathbf{E}_{\omega_1} = \mathbf{E}_{\omega_2} = \mathbf{E}_\omega$ interagissent pour générer un champ $\mathbf{E}_{2\omega}$. Si on suppose par exemple que les champs sont des ondes planes polarisées selon l'axe (Oz) et se propagent selon l'axe (Ox), les équations couplées qui décrivent la dynamique du système prennent la forme [108] [109] :

$$\frac{d\mathcal{E}_\omega(x)}{dx} = -i \frac{\omega}{2n_\omega c} \chi^{(2)}(x) \mathcal{E}_{2\omega}(x) \mathcal{E}_\omega^*(x) e^{-i\Delta k x} \quad (2.3)$$

$$\frac{d\mathcal{E}_{2\omega}(x)}{dx} = -i \frac{\omega}{n_{2\omega} c} \chi^{(2)}(x) \mathcal{E}_\omega^2(x) e^{i\Delta k x} - \frac{\beta}{2} \mathcal{E}_{2\omega} \quad (2.4)$$

$\chi^{(2)}(x)$ désigne maintenant le coefficient scalaire de $\underline{\chi}^{(2)}$ qui correspond à la conversion ($\underline{\chi}_{3,3,3}^{(2)}$ dans le cas présent), n_ω et $n_{2\omega}$ sont les indices de réfraction associés aux champs dans la direction de polarisation, $\Delta k = k_{2\omega} - 2k_\omega$ est le désaccord de phase entre les deux ondes, et β est le coefficient de pertes linéaires du milieu pour la seconde harmonique (on a supposé pour écrire ce système que les pertes linéaires étaient quasi nulles pour l'onde pompe).

La résolution de ce système dans le cas général est complexe, mais on remarque que l'on a la relation suivante :

$$\frac{d}{dx} \left(\left| \sqrt{\frac{n_\omega}{\omega}} \mathcal{E}_\omega \right|^2 + \left| \sqrt{\frac{n_{2\omega}}{2\omega}} e^{\frac{\beta}{2}x} \mathcal{E}_{2\omega} \right|^2 \right) = 0 \quad (2.5)$$

Cette équation, de type Manley-Rowe, traduit simplement le fait que le flux total de photons est conservé. On fait l'hypothèse à ce stade que $\mathcal{E}_\omega$ est peu affecté par le processus de conversion (approximation de non déplétion de la pompe) et donc que $\mathcal{E}_\omega(x) = \text{Constante} = \mathcal{E}_0$. Cette hypothèse pourra être vérifiée à posteriori grâce à 2.5.

Lorsque l'on résout le système en faisant tout d'abord l'hypothèse que $\chi^{(2)}(x)$ est constant et que β est nul, on obtient l'expression suivante :

$$\mathcal{E}_{2\omega}(L) = -i \frac{\omega}{n_{2\omega} c} \chi^{(2)} \mathcal{E}_0^2 \frac{e^{i\Delta k L} - 1}{i\Delta k} \quad (2.6)$$

On introduit l'expression de la puissance par unité de surface, en considérant que le faisceau est restreint à une section d'aire A :

$$I_{\omega_i} = \frac{P_{\omega_i}}{A} = \frac{\epsilon_0 c}{2} n_i |\mathcal{E}_i|^2 \quad (2.7)$$

et on combine 2.6 et 2.7 sous la forme :

$$P_{2\omega}(L) = 2 \frac{(\omega \chi^{(2)} L)^2}{n_{\omega} n_{2\omega}^2 c^3 \epsilon_0} \frac{P_0^2}{A} \text{sinc}^2 \left(\frac{\Delta k}{2} L \right) \quad (2.8)$$

Le rôle du désaccord de phase est fondamental dans la construction de la seconde harmonique. Si Δk est nul, la puissance $P_{2\omega}$ croît quadratiquement avec la longueur d'interaction L , mais dans le cas contraire, il y a un échange permanent d'énergie entre l'onde fondamentale et la seconde harmonique, avec une périodicité spatiale $2\pi/\Delta k$, ce qui limite l'efficacité de la conversion comme le montrent les courbes tracées sur la figure 2.1.

Quasi accord de phase

A cause de la dispersion optique, la condition d'accord de phase n'est généralement pas respectée, mais une méthode consiste à introduire une modulation de type créneau de période Λ sur le profil de $\chi^{(2)}(x)$, le matériau est dit périodiquement polarisé. Ceci équivaut à retourner le sens de la non linéarité à chaque fois que l'échange d'énergie va se faire en défaveur de la second harmonique (figure 2.1). On doit alors ajouter un quasi vecteur d'onde pour compléter la conservation de l'impulsion totale :

$$k_{2\omega} - 2k_{\omega} - \frac{2n\pi}{\Lambda} = 0 \quad (2.9)$$

C'est dans le cas $n=1$ que la conversion est la plus efficace, l'intégration de 2.4 en tenant compte de 2.9 donne le même résultat que 2.6 à l'accord de phase, χ_2 est simplement remplacé par $\chi_{2,eff} = \frac{2}{\pi} \chi_2$, et on obtient :

$$P_{2\omega}(L_c) = 2 \frac{\omega^2}{n_{\omega} n_{2\omega}^2 c^3 \epsilon_0} \left(\chi_{eff}^{(2)} \right)^2 \frac{P_0^2}{A} (L_c)^2 \quad (2.10)$$

Evaluation des pertes

Une partie de la seconde harmonique générée est absorbée par le cristal, c'est ce que décrit le terme $-\frac{\beta}{2} \mathcal{E}_{2\omega}$ de 2.4. On résout l'équation en le supposant non nul mais avec $\beta\Lambda \ll 1$, et dans le cas d'un quasi accord de phase et on trouve :

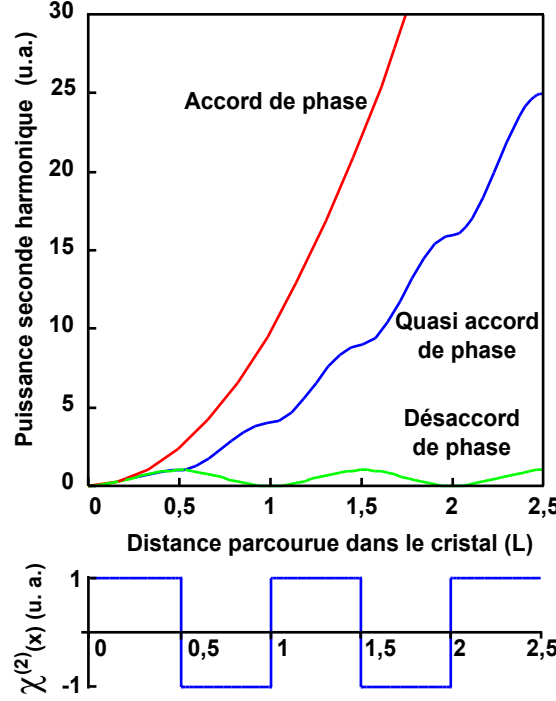


FIGURE 2.1 – Profil de la puissance de la seconde harmonique selon la valeur du désaccord de phase Δk

$$P_{eff}(X) = 2 \frac{\omega^2}{n_\omega n_{2\omega}^2 c^3 \epsilon_0} \left(\chi_{eff}^{(2)} \right)^2 \frac{P_0^2}{A} (L_c)^2 \left(\frac{1 - e^{-\beta X/2}}{\beta L_c/2} \right)^2 \quad (2.11)$$

Cette expression de la puissance effective P_{eff} ne correspond à la solution exacte que pour $X = n\Lambda$ entre 0 et L_c , mais elle décrit le comportement de la fonction. La puissance absorbée a l'expression suivante :

$$P_{abs} = \int_0^{L_c} \beta P_{eff}(X) dX \Rightarrow \frac{P_{abs}}{P_{eff}} = \frac{\beta L_c - 3 - e^{-\beta L_c} + 4e^{-\beta L_c/2}}{(1 - e^{-\beta L_c/2})^2} \simeq -\frac{\beta L_c}{3} \quad (2.12)$$

Le coefficient d'absorption β varie beaucoup d'un cristal l'autre, car on est en limite de la fenêtre de transparence, qui peut se décaler un peu d'une réalisation à l'autre. Nous avons pu le mesurer en générant du bleu avec une deuxième cristal

que nous avions prévu en réserve, le résultat trouvé pour notre exemplaire s'est révélé être relativement élevé : $\beta \simeq 0,15 \text{ cm}^{-1}$. On obtient $P_{abs} \simeq 0,1P_{eff}$ pour une longueur de cristal $L_c = 2 \text{ cm}$.

Cette modélisation permet de tenir compte des deux phénomènes concomitants : la majeure partie du bleu généré est effectivement disponible à la sortie de la cavité, le reste étant absorbé par le cristal. On définit alors les coefficients de conversion $\Gamma_{eff} = P_{eff}/P_0^2$ et $\Gamma_{abs} = P_{abs}/P_0^2$ respectivement associés aux deux processus. Le coefficient de conversion total peut alors s'écrire comme :

$$\Gamma = \Gamma_{eff} + \Gamma_{abs} = 1,1\Gamma_{eff} \quad (2.13)$$

2.2.2 Coefficient de conversion associé à un faisceau gaussien

Choix du cristal non linéaire

Dans un processus de quasi accord de phase, toutes les ondes sont polarisées selon un des axes optiques, le vecteur de Poynting et le vecteur d'onde sont donc colinéaires, il n'y a pas de double réfraction, ou "walkoff" en anglais. Les matériaux dans lesquels ce type de conversion est possible sont donc très pratiques à utiliser. Le PPLN (Periodically Poled Lithium Niobate) et le PPKTP (Periodically Poled Potassium Titanyl Phosphate) sont les deux types de cristaux les plus adaptés à la génération de lumière visible, à cause de leur fenêtre de transparence et de leurs coefficients non linéaires élevés.

Le montage expérimental est considérablement plus simple lorsque le cristal est utilisé à température ambiante, or le PPLN peut subir des dommages photo-réfractifs importants dans ces conditions, le PPKTP est donc en fait celui que nous avons sélectionné. Il s'agit d'un matériau transparent de 350 nm à 4,4 μm , biaxe, et l'axe selon lequel la non linéarité est la plus forte est désigné comme axe 3. La composante de $\chi^{(2)}$ mise en jeu est appelée d_{33} selon les notations habituelles de la piézo-électricité (tous les champs polarisés selon l'axe 3). La condition de quasi accord de phase (2.9) s'écrit :

$$\Lambda = \frac{\lambda_\omega}{2[n_{2\omega}(T_c) - n_\omega(T_c)]} \quad (2.14)$$

Les indices de réfraction dépendent de la température, c'est donc cette dernière que l'on ajuste pour atteindre la température d'accord de phase T_c qui permet de remplir la condition 2.14. Pour le KTP, les valeurs connues à $T=30^\circ\text{C}$ sont $n_{\omega,0} = 1,918$ et $n_{2\omega,0} = 1,837$ ce qui donne $\Lambda \simeq 5,6 \mu\text{m}$. Le fabricant ajuste donc la périodicité lors de la fabrication pour que T_c soit dans l'intervalle qui lui a été spécifié.

Conversion d'un faisceau gaussien dans un cristal de PPKTP

Dans la réalité, il faut considérer que le faisceau pompe a un profil gaussien pour évaluer le coefficient de conversion. On estime $d_{eff} = 9,5$ pm/V, grâce à des mesures préliminaires. Avec un waist situé au centre du cristal et en l'absence de walkoff, celui-ci s'écrit [110] [111] :

$$\Gamma_{eff} = \frac{2\omega^2 d_{eff}^2}{\pi \epsilon_0 c^3 n_\omega^2 n_{2\omega}} L_c k_\omega e^{-\beta_{2\omega} L_c} h(a, L, \sigma) \quad \text{avec} \quad d_{eff} = \frac{2}{\pi} d_{33} \quad (2.15)$$

$$h(a, L, \sigma) = \frac{1}{2L} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{\exp[-a(\tau + \tau' + L) - i\sigma(\tau - \tau')]}{(1 + i\tau)(1 - i\tau')} d\tau d\tau' \quad (2.16)$$

avec $k_\omega = 2\pi n_\omega / \lambda_\omega$, $a = (\beta_\omega - \beta_{2\omega}/2) z_R \simeq -\beta z_R/2$, où z_R est la longueur de Rayleigh de l'onde pompe de waist w_0 : $z_R = k_\omega w_0^2/2$. $L = L_c/z_R$ est le paramètre de focalisation, et $\sigma = (\Delta k - 2\pi/\Lambda) z_R$ est le désaccord de phase effectif normalisé. Une étude plus poussée montrerait que ce n'est pas exactement $\sigma = 0$ qui maximise h . On constate également que Γ_{eff} est une fonction complexe de L_c , un cristal trop long n'est pas forcément optimum. Sur la figure 2.2, on trace Γ_{eff} en fonction du waist w_0 , qui est finalement le seul paramètre ajustable de l'expression 2.15 pour un cristal donné.

Si on fait tendre w_0 vers l'infini, on a $L_c \ll z_R$, et avec, à nouveau, l'hypothèse $\beta\Lambda \ll 1$, on obtient les expressions suivantes :

$$h(a, X, \sigma) \simeq \frac{1}{2X z_R} e^{\beta X/2} \left(\frac{e^{\beta X/4} - e^{-\beta X/4}}{\beta/2} \right)^2 \quad (2.17)$$

$$\Gamma_{eff}(X) \simeq \frac{2\omega^2 \chi_{2,eff}^2}{\pi \epsilon_0 c^3 n_\omega^2 n_{2\omega}} \frac{1}{w_0^2} \left(\frac{1 - e^{-\beta X/2}}{\beta/2} \right)^2 \quad (2.18)$$

Là aussi, cette expression n'est exacte que pour $X = n\Lambda \in [0, L_c]$ avec n entier. On retrouve l'expression 2.11 obtenue en onde plane, sur une surface de focalisation effective $A = w_0^2$.

2.3 La cavité de surtension

2.3.1 Principe de la cavité de surtension

Nous avons réalisé une nouvelle source à 461 nm par doublage de fréquence d'un laser pompe à 922 nm. Le cristal non linéaire de PPKTP est placé dans

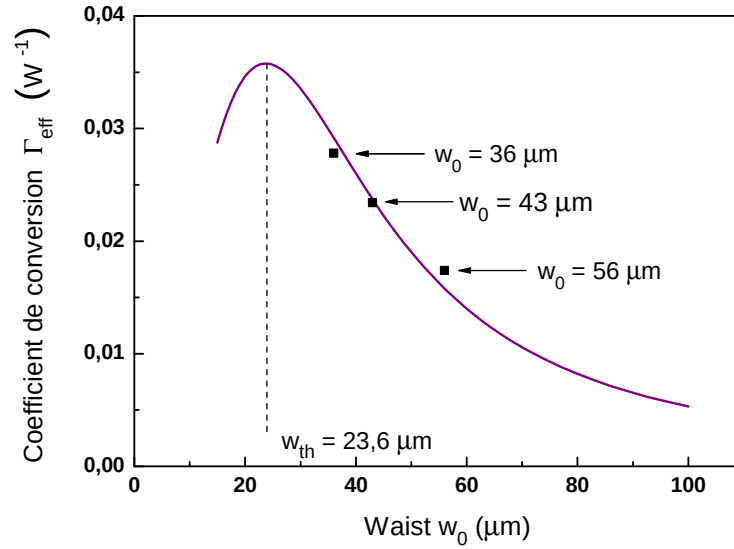


FIGURE 2.2 – Coefficient de conversion en fonction du waist du faisceau pompe. La ligne solide représente les valeurs théoriques pour $d_{\text{eff}} = 9,5 \text{ pm/V}$, et les trois points correspondent à des valeurs déduites expérimentalement de trois configurations différentes. Le waist théorique optimal pour maximiser Γ_{eff} est $w_{\text{th}} = 23,6 \text{ }\mu\text{m}$.

une cavité de surtension résonante à la fréquence fondamentale, dans laquelle on injecte la pompe, on amplifie ainsi la puissance effective disponible pour la conversion de fréquence (dans la suite, cette puissance intracavité est désignée par P_c).

Le choix de la géométrie de la cavité a été déterminé par plusieurs éléments :

- Dans une configuration linéaire, la phase relative entre l'onde fondamentale et la seconde harmonique est modifiée par la réflexion sur la face arrière de la cavité. Si par exemple cette variation vaut π , le champ de la seconde harmonique généré au retour peut interférer destructivement avec celui issu du premier passage, les photons associés sont alors en partie reconvertis en photons de la pompe. Si, pour minimiser ce risque, on opte pour un miroir arrière le plus transparent possible pour la seconde harmonique, on perd le bénéfice que pourraient apporter des interférences constructives.
- Par ailleurs, l'efficacité de conversion est une fonction complexe de la longueur du cristal, elle n'est pas nécessairement améliorée si la longueur ef-

fective du cristal est doublée comme c'est le cas avec une cavité en ligne. Par contre, l'absorption de notre cristal à 461 nm étant relativement élevée ($\beta_{2\omega} \sim 0,15 \text{ cm}^{-1}$), les effets thermiques peuvent devenir considérables si le cristal est traversé deux fois.

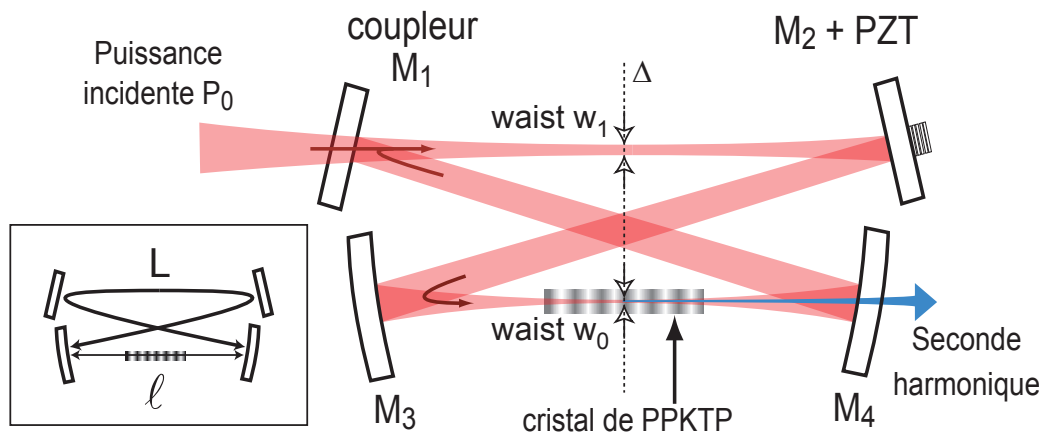


FIGURE 2.3 – Cavité de surtension

C'est donc finalement une configuration en anneau qui a été retenue : la cavité est constituée de quatre miroirs (figure 2.3), répartis autour d'un axe de symétrie central Δ . A la longueur d'onde fondamentale, le coupleur d'entrée M_1 a un facteur de transmission en puissance T_1 , les photons transmis sont guidés par trois autres miroirs M_2 , M_3 et M_4 parfaitement réfléchissants avant de revenir sur M_1 . Ils effectuent ainsi plusieurs tours successifs, ce qui permet à P_c de s'établir. Par ailleurs, M_4 est transparent pour la seconde harmonique générée par le cristal de PPKTP, de longueur $L_c = 2 \text{ cm}$, placé entre M_3 et M_4 .

L'optimisation du fonctionnement de ce type de montage comporte plusieurs aspects. D'une part, afin de maximiser le couplage, il faut mettre en forme le mode spatial du laser pour qu'il vienne s'adapter le plus fidèlement possible au mode TEM_{00} de la cavité (adaptation de mode). D'autre part, on détermine les caractéristiques optimales du résonateur lui-même, d'une part en adaptant le couplage de la pompe aux pertes de la cavité (adaptation d'impédance), d'autre part en s'assurant que la disposition des miroirs permet au faisceau de garder ses propriétés géométriques tour après tour (stabilité de la cavité).

2.3.2 Adaptation de mode

Le mode TEM_{00} est le mode fondamental de la cavité, son profil spatial est celui d'un mode gaussien, c'est donc le plus pratique à utiliser. Pour des raisons de symétrie, au milieu du bras des miroirs plans M_1 - M_2 se trouve un premier waist w_1 , et au milieu du bras des miroirs sphériques M_3 - M_4 se trouve un second waist w_0 . Étant donnée la nature des miroirs employés, il n'y a pas d'autre points de focalisation que ces deux-là. Dans la mesure où le processus non linéaire est le plus efficace quand le rayon est focalisé au centre du cristal, on fait coïncider ce dernier avec w_0 (figure 2.3).

Le profil du laser pompe n'est pas parfaitement gaussien, et si on le décompose dans la base des modes propres de la cavité, seule la projection sur le TEM_{00} sera couplée dans le résonateur. Le reste sera réfléchi par le coupleur d'entrée, la cavité se comporte comme un filtre spatial. On essaie donc, dans la mesure du possible, de superposer le laser à ce mode TEM_{00} , en s'adaptant au waist w_1 en valeur et en position.

2.3.3 Adaptation d'impédance

Lorsque l'on fait, pour la pompe, le bilan énergétique sur un tour de cavité, si le gain, acquis grâce à la transmittivité T_1 du coupleur d'entrée, est égal aux pertes, le couplage est optimum : on dit qu'on est adapté en impédance. Il faut donc recenser les différentes sources de déperdition d'énergie de la pompe (figure 2.4) :

- Les pertes linéaires α sont dues aux imperfections des réflexions sur les miroirs et des transmissions des faces du cristal, ainsi qu'à l'absorption dans le KTP. La perte d'énergie vaut αP_c .
- Les pertes non linéaires sont le résultat de la conversion qui se produit dans le cristal. Comme cela a été expliqué dans la section 2.2, deux processus sont concomittants : la majeure partie du bleu généré est effectivement disponible à la sortie de la cavité ($P_{\text{bleu}} = \Gamma_{\text{eff}} P_c^2$), le reste étant absorbé par le cristal ($P_{\text{abs}} = \Gamma_{\text{abs}} P_c^2$). Dans la suite, on pose $\Gamma = \Gamma_{\text{eff}} + \Gamma_{\text{abs}}$.

On note P_r la puissance réfléchiée par la cavité, et à résonance, on peut exprimer P_c et P_r en fonction de P_0 (fraction $K(P_l)$ de la puissance laser totale P_l adaptée au mode TEM_{00} de la cavité), $R_1 = 1 - T_1$, α et Γ [112] :

$$P_c = \frac{(1 - R_1) P_0}{\left[1 - \sqrt{R_1 (1 - p)}\right]^2} \quad (2.19)$$

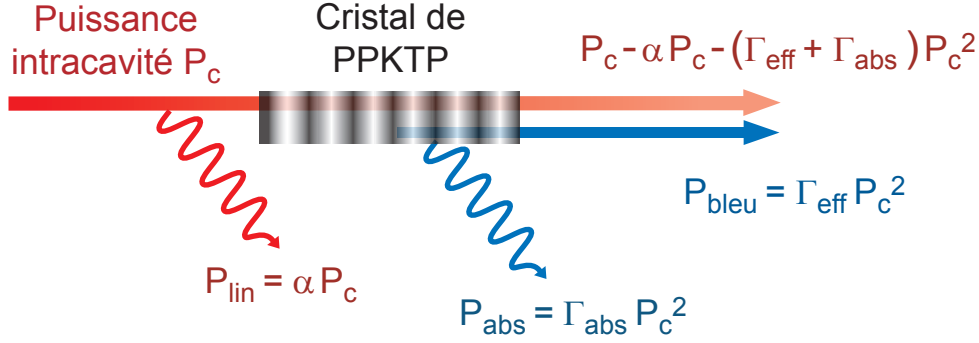


FIGURE 2.4 – Bilan d'énergie de la cavité

$$P_r = \frac{[\sqrt{R_1} - \sqrt{1-p}]^2 P_0}{[1 - \sqrt{R_1}(1-p)]^2} \quad (2.20)$$

où p représente les pertes intracavité ramenées à l'échelle de P_c :

$$p = \frac{\text{Pertes}}{P_c} = \alpha + \Gamma P_c \quad (2.21)$$

On obtient donc l'équation implicite (2.19) sur P_c , qui servira de base à l'optimisation des paramètres exposée dans le section 2.3.4. On remarque d'autre part que la puissance réfléchie P_r (2.20) est nulle lorsque :

$$1 - R_1 = p \quad (2.22)$$

ce qui correspond précisément à l'adaptation d'impédance, le maximum d'énergie est alors transféré du laser à la cavité.

2.3.4 Optimisation des paramètres

Avant de passer à la réalisation pratique de la cavité de surtension, une étude théorique permet d'évaluer les valeurs à donner aux grandeurs qui sont ajustables, c'est-à-dire essentiellement R_1 et le waist w_0 à l'intérieur du cristal, afin d'obtenir l'efficacité de conversion $\eta = P_{\text{bleu}}/P_0$ la plus élevée possible.

Lorsque les paramètres α , Γ et P_0 sont fixés, on peut considérer (2.19) comme une équation à deux variables du type $f(P_c, R_1) = 0$, et on peut adapter l'impédance en optimisant par rapport à R_1 :

$$\frac{\partial f}{\partial R_1} = 0 \Leftrightarrow -P_0 + \left(1 - \sqrt{R_1(1-p)}\right) P_c \frac{\sqrt{1-p}}{\sqrt{R_1}} = 0 \quad (2.23)$$

De (2.22) et de (2.23), on obtient facilement :

$$P_c^{adapt} = \frac{1}{\Gamma} \left[-\frac{\alpha}{2} + \sqrt{\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 + \Gamma P_0} \right] \quad (2.24)$$

On dispose alors d'une expression explicite de la puissance de bleu théorique :

$$P_{bleu}^{adapt} = \Gamma_{eff} \left(P_c^{adapt} \right)^2 = \frac{\Gamma_{eff}}{\Gamma^2} \left[-\frac{\alpha}{2} + \sqrt{\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 + \Gamma P_0} \right]^2 \quad (2.25)$$

Il est clair que cette fonction est strictement croissante avec P_0 , on fait donc l'évaluation avec $P_0 = 310mW$ (on verra par la suite que ce chiffre correspond au maximum de puissance de pompe que l'on puisse coupler dans la cavité), on choisit d'autre part $\alpha = 2\%$, valeur qui sera très bien vérifiée par la suite.

Le seul paramètre ajustable pour maximiser la puissance de bleu est finalement Γ_{eff} (on a fixé $\Gamma = 1$, Γ_{eff} dans la section 2.2), qui est déterminé par w_0 . On trace donc l'efficacité de conversion η en fonction de ce waist (figure 2.5).

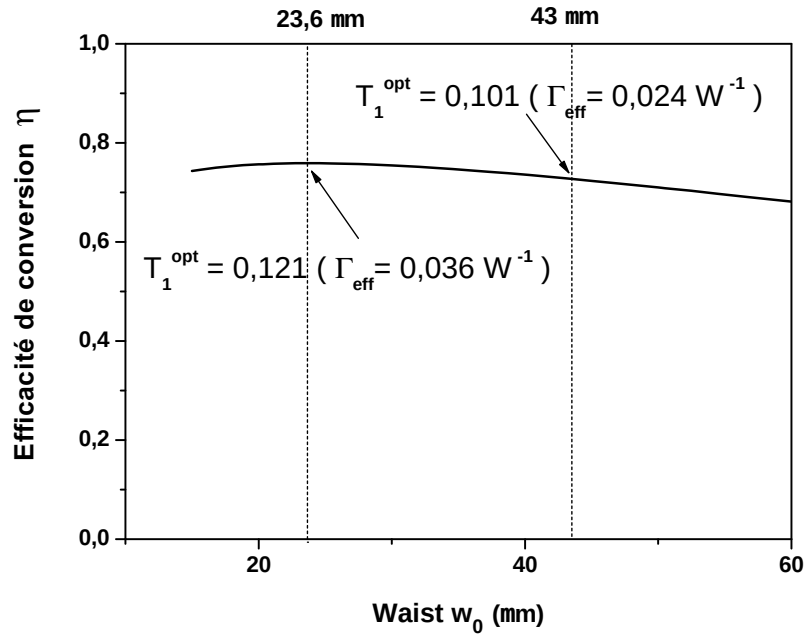


FIGURE 2.5 – Efficacité de conversion en fonction du waist dans le cristal

Même si, localement, la conversion est proportionnelle au carré de l'intensité lumineuse de la pompe, on remarque que le rendement global du processus est pratiquement constant entre 20 et 50 μm : il vaut 76 % à l'optimum, pour $w_0 = 23,6 \mu m$, et il ne diminue qu'à 71 % pour $w_0 = 50 \mu m$. Le choix du waist du faisceau n'est donc pas critique concernant l'efficacité du doublage, mais il peut par contre avoir des conséquences sur la stabilité thermique de la cavité : si le faisceau est trop focalisé à l'intérieur du cristal, un effet de lentille thermique s'amorce [113], et il devient difficile d'évacuer l'énergie absorbée, ce qui entraîne des fluctuations sur la puissance de sortie de la seconde harmonique.

Nous avons donc choisi de construire une cavité avec un waist supérieur à 40 μm , la distance de Rayleigh associée est alors d'au moins 6 mm, et le positionnement du cristal n'est ainsi pas critique. Dans ces conditions, la puissance intracavité est supérieure à 3 W, la puissance de bleu attendue est environ 230 mW, et l'équation 2.5 permet de valider l'hypothèse de non déplétion de la pompe faite dans le paragraphe 2.2.1 :

$$|\Delta P_c| = \frac{e^{\alpha_{2\omega} L_c} \Delta P_{2\omega}}{2} \Rightarrow \frac{|\Delta P_c|}{P_c} < 0,052 \ll 1 \quad (2.26)$$

2.3.5 Stabilité de la cavité

Pour assurer la stabilité de la cavité, le rayon doit avoir conservé, après un tour, les mêmes propriétés géométriques. Pour vérifier que l'on est dans cette situation, on utilise la méthode des matrices ABCD, qui est détaillée dans la référence [114], dont on ne donne ici que le résultat. On note ℓ la longueur du bras M_3-M_4 , L celle du bras $M_3-M_2-M_1-M_4$, R le rayon de courbure des miroirs sphériques, ℓ_c désigne la longueur du cristal et n_ω l'indice de refraction du KTP à la longueur d'onde fondamentale. On pose la notation :

$$\delta = (\ell - \ell_c) + \frac{\ell_c}{n_\omega} \quad (2.27)$$

La condition de stabilité de la cavité s'écrit alors :

$$0 < \left(1 - \frac{\delta}{R}\right) \left(1 - \frac{L}{R}\right) < 1 \quad (2.28)$$

On peut en déduire l'expression suivante pour les waists :

$$w_i^2 = \frac{\lambda |B_i|}{\pi \sqrt{1 - A_i^2}} \quad i = 0 \text{ ou } 1 \quad (2.29)$$

où A_i et B_i sont les coefficients de la matrice de transfert ABCD pour un tour de cavité en partant du plan de focalisation du waist w_i , λ est la longueur d'onde de la pompe dans le vide. On a par conséquent besoin de connaître :

$$A_0 = A_1 = 1 - \frac{2\delta}{R} - \frac{2L}{R} + \frac{2\delta L}{R^2} \quad (2.30)$$

$$B_0 = \delta + L - \frac{2\delta L}{R} - \frac{\delta^2}{R} + \frac{\delta^2 L}{R^2} \quad (2.31)$$

$$B_1 = \delta + L - \frac{2\delta L}{R} - \frac{L^2}{R} + \frac{\delta L^2}{R^2} \quad (2.32)$$

La longueur de notre cristal de PPKTP est $\ell_c = 2$ cm, le rayon de courbure des miroirs sphériques utilisés est $R = 100$ mm, et nous avons finalement choisi $\ell = 132$ mm et $L = 440$ mm. On observe sur la figure 2.6 que les différentes contraintes sont respectées : d'une part, on est dans la zone de stabilité, loin des bords, ce qui évite que la cavité ne soit trop sensible aux réglages, d'autre part le waist dans le cristal vaut $w_0 = 43 \mu\text{m}$, et est donc suffisamment grand pour réduire les effets thermiques.

2.4 Réalisation expérimentale et caractérisation de la source

2.4.1 Assemblage et asservissement

Montage expérimental

Le laser pompe, un MOPA de marque Toptica, est constitué d'une diode à cavité étendue fermée par un réseau en configuration Littrow, qui injecte un amplificateur à semiconducteur, chacune de ces deux parties étant protégée de la suite du montage par un isolateur optique. Le laser fournit 450 mW à 922 nm, son caractère monomode est contrôlé en analysant une partie du faisceau par un résonateur Fabry-Pérot. Le faisceau est de qualité relativement moyenne, mais peu divergent, on l'adapte au mieux au mode de la cavité avec un télescope ($f=100$ mm et $f=40$ mm) suivi d'une lentille de couplage¹ ($f=400$ mm).

1. En optique gaussienne, on montre facilement qu'un faisceau quasi parallèle, de longueur d'onde λ et de waist w a pour image par une lentille convergente de distance focale f un faisceau dont le waist w' est situé dans le plan focal image et vaut :

$$w' = \frac{f\lambda}{\pi w} \quad (2.33)$$

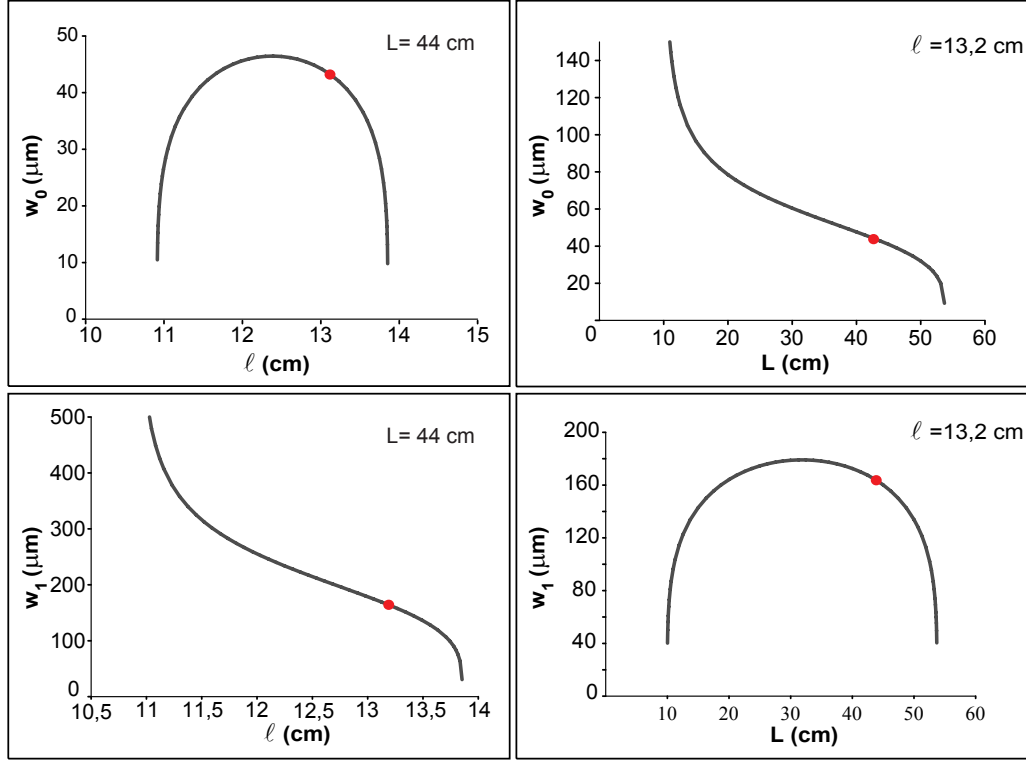


FIGURE 2.6 – Dépendance des waists w_0 et w_1 en fonction des longueurs L et ℓ

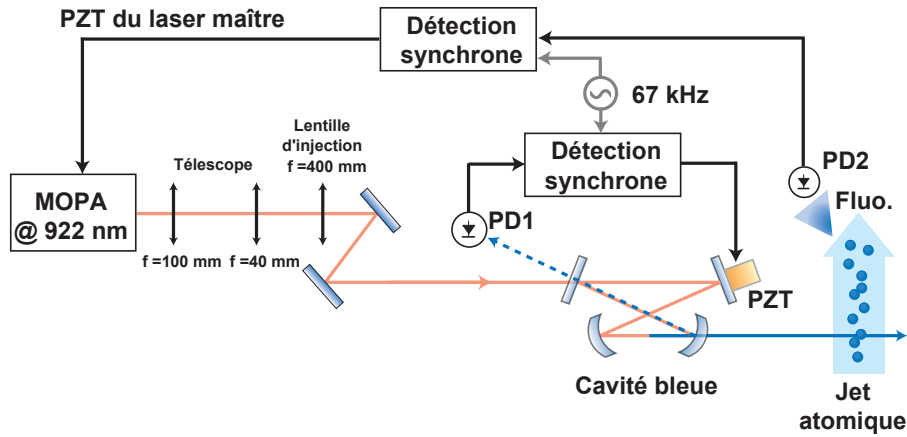


FIGURE 2.7 – Montage expérimental de la cavité de doublage et du système d'asservissement

Les miroirs, de la marque VLOC, répondent aux hypothèses formulées pour le calcul, M_1 et M_2 sont plans, alors que M_3 et M_4 ont un rayon de courbure $R = 100$ mm. La valeur optimale de R_1 pour un waist de $w_0 = 43 \mu\text{m}$ serait environ 90%, comme le montre la figure 2.5, mais les calculs initiaux pour la cavité étaient basés sur le waist $w_0^{opt} = 23,6 \mu\text{m}$ qui maximisait la conversion, ce sont donc des coupleurs d'entrée tels que $R_1 = 88\%$ dont nous disposons. Cette différence ne fait cependant perdre que 1% de rendement. Les miroirs M_2 , M_3 et M_4 ont un traitement haute réflexion à 922 nm : $R_\omega > 99,9\%$, et M_4 transmet très bien la seconde harmonique puisque $T_{2\omega} \simeq 98\%$.

Le cristal de PPKTP lui-même vient de la société Raicol Crystals, ses dimensions sont $1 \times 2 \times 20\text{mm}$, l'axe de quasi-accord de phase est parallèle au côté de 1 mm. La périodicité d'alternance de la non linéarité a été ajustée par le fabricant afin que l'accord de phase puisse être réalisé près de la température ambiante. Le cristal est placé dans une monture en cuivre régulée en température par un élément Peltier. L'ensemble de la structure peut se déplacer verticalement et s'incliner, afin de pouvoir modifier la zone et l'angle d'incidence sur le cristal.

On place les miroirs (figure 2.7) de façon à avoir les dimensions retenues dans 2.3.5, en prenant soin de monter M_2 sur un actuateur piézoélectrique afin de pouvoir moduler la longueur de la cavité. Avec $L = 44$ cm et $\ell = 13,2$ cm, l'angle de réflexion sur les optiques est alors de 11° , ce qui conduit à un faible astigmatisme. Les miroirs doivent être positionnés finement pour que le mode TEM_{00} soit mis en forme :

- Le réglage de la cavité commence par l'optimisation de la puissance de lumière bleue obtenue en simple passage de la pompe dans le cristal (en interdisant le retour M_4 - M_1). Pour ça, on utilise M_2 et M_3 , ainsi que les réglages de hauteur et d'orientation du cristal.
- Ensuite on passe en configuration résonateur, en ouvrant le bras M_4 - M_1 , et on balaye la longueur de la cavité pour observer les franges Fabry-Pérot transmises. Les miroirs M_1 et M_4 sont ajustés afin de maximiser l'amplitude des franges associées au mode TEM_{00} , c'est dans cette configuration que le faisceau se superpose exactement à lui-même après un tour.

Asservissements de la source

Deux asservissements sont nécessaires au fonctionnement de la source : le premier est effectué sur la cavité elle-même pour la maintenir à résonance, afin d'obtenir le maximum de puissance, et le second ajuste la fréquence du laser pompe pour que la seconde harmonique générée soit accordée avec la fréquence de la

transition $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$.

Pour obtenir la puissance intracavité la plus élevée, le déphasage total du faisceau pompe après un tour complet doit être un multiple de 2π , ce qui implique de contrôler la longueur du résonateur. On module le courant du laser pompe à 67 kHz, et une petite partie non utilisée de la seconde harmonique à 461 nm est détectée par la photodiode PD1 (figure 2.7) et analysée par une détection synchrone. Le signal d'erreur généré est intégré, et utilisé pour contrôler l'offset de l'actuateur piézoélectrique qui soutient le miroir M_2 , avec une bande passante de 1 kHz environ.

Par ailleurs, la fréquence de la seconde harmonique doit être asservie sur la résonance atomique qui est utilisée pour la première étape de refroidissement, puis des modulateurs acousto optiques vont créer des décalages nécessaires à la réalisation du piège. Une petite partie du faisceau bleu est donc prélevée et envoyée vers un jet de strontium indépendant, qui contient tous les isotopes. Avec la photodiode PD2, on détecte la fluorescence de l'isotope bosonique ^{88}Sr , beaucoup plus abondant que le l'isotope fermionique ^{87}Sr , sur la transition $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$, et une seconde détection synchrone permet d'asservir la cale piézo électrique qui contrôle la longueur, et donc la fréquence, de la cavité étendue de la diode maître du MOPA.

Le faisceau asservi sur les atomes est donc exactement à résonance de la transition pour le Strontium 88, et très proche de résonance (quelques dizaines de MégaHertz, comme on le voit sur la figure 2.15) pour le Strontium 87 avec lequel on veut travailler au final. Une petite partie de la puissance est redirigée vers la chambre à vide principale, ce faisceau est utilisé comme pousseur (voir paragraphe 2.5.3).

2.4.2 Caractérisation de la cavité

Les données que la cavité fournit doivent d'une part être proches des mesures qui ont été effectuées sur les miroirs et le cristal avant qu'ils ne soient employés, et d'autre part corroborer les valeurs utilisées pour les prévisions théoriques. La réflectivité R_1 du coupleur d'entrée est une quantité facile à mesurer, et dans la mesure où ce n'est pas une grandeur critique du problème, on tient pour acquis la valeur de 88% que l'on a mesurée. Il convient par contre d'évaluer soigneusement les valeurs les coefficients de pertes linéaires α et non linéaires Γ .

Mesures des pertes

La transmission du 922 nm par le miroir de sortie M_4 a été calibrée à $1.2 \cdot 10^{-5} \pm 10\%$ et les puissances de 922 et de 461 nm sont évaluées à l'aide d'un puissance-mètre thermique avec une incertitude de 5%. On trace ($P_{\text{bleu}} = \Gamma_{\text{eff}} P_c^2$) (figure

2.8a) et on en déduit $\Gamma_{eff} = 0,0233 \pm 2.10^{-4} \text{ W}^{-1}$ par extrapolation. Cette valeur correspond parfaitement à la valeur obtenue quand le cristal avait été testé en simple passage ($\Gamma_{eff}^{sp} = 0.023 \text{ W}^{-1}$).

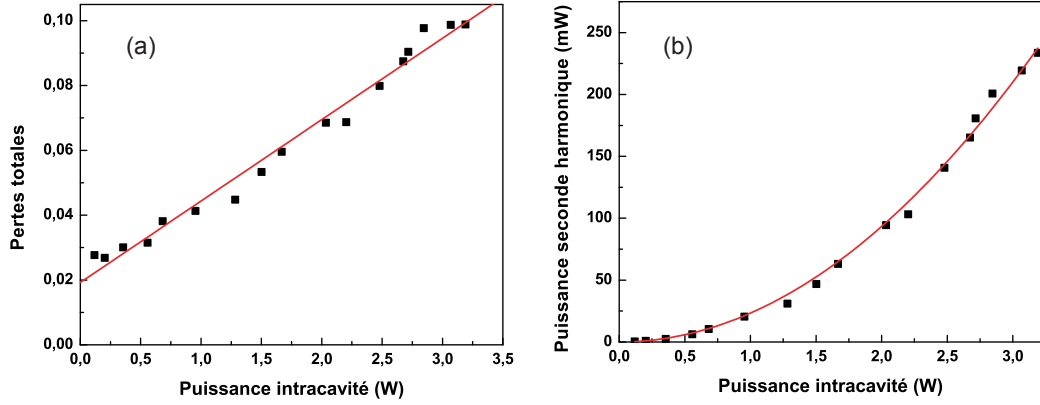


FIGURE 2.8 – Mesure de la puissance de seconde harmonique P_{bleu} (a) et des pertes totales p de la cavité (b) en fonction de la puissance intracavité, avec des fits respectivement parabolique ($\Gamma_{eff}.x^2$) et linéaire($\alpha + \Gamma x$)

L'évaluation des pertes linéaires est un problème plus complexe dans la mesure où l'information n'est pas directement disponible sans faire d'hypothèses sur les autres inconnues. De plus, le mode spatial du MOPA varie en fonction de sa puissance de sortie, le coefficient d'adaptation de mode n'est donc pas une fonction constante, c'est une quantité délicate à mesurer dont on essaie de s'affranchir. On peut notamment utiliser le contraste des franges de la lumière réfléchiée par la cavité (P_{ext} est la puissance non adaptée au mode de la cavité, donc $P_l = P_0 + P_{ext}$ et P_r^{total} est la puissance totale réfléchiée) :

$$\begin{aligned}
 C &= \frac{P_l - P_r^{total}}{P_l} \\
 &= \frac{(P_{ext} + P_0) - (P_{ext} + P_r)}{P_l} \\
 &= K(P_l) [1 - R]
 \end{aligned} \tag{2.34}$$

où R se déduit de l'équation 2.20 :

$$R = \frac{[\sqrt{R_1} - \sqrt{1-p}]^2}{[1 - \sqrt{R_1(1-p)}]^2} \tag{2.35}$$

On remarque que le contraste est au mieux égal au coefficient d'adaptation de mode, ce qui se produit dans le cas d'une adaptation d'impédance idéale ($R = 0$). De 2.19 et 2.34, on déduit une expression des pertes indépendante du coefficient d'adaptation de mode :

$$p = \frac{C \cdot P_0}{P_c} \quad (2.36)$$

On trace p en fonction de P_c (figure 2.8b), on interpole par une droite de type $\alpha + \Gamma P_c$ et on en déduit $\alpha^{exp} = 1,9 \pm 0,18\%$ et $\Gamma^{exp} = 0,0251 \pm 9,10^{-4} \text{ W}^{-1}$. Une autre approche consiste à supposer qu'à puissance maximale, on est dans une situation de quasi adaptation d'impédance, on déduit alors de 2.34 que $K(P_l^{max} = 420 \text{ mW}) \simeq C = 73\%$. On passe ensuite à un régime sans conversion ($\Gamma = 0$), par exemple lorsque le cristal est loin de la température d'accord de phase, et on observe le contraste C_0 des franges réfléchies :

$$C_0 = K(P_l^{max}) \frac{(1 - R_1)\alpha}{(1 - \sqrt{R_1(1 - \alpha)})^2} \quad (2.37)$$

De $C_0 = 35\%$, on déduit de cette approche $\alpha^{exp} \simeq 2,1\%$. Enfin, on pourrait étudier la finesse de la cavité, par exemple dans un régime sans génération de seconde harmonique, mais cette méthode est assez difficile à mettre en oeuvre, le comportement de l'actuateur piézoélectrique est très non linéaire, et les rapports mesurés ne sont donc pas fiables.

Les mesures de α réalisées sont donc en très bon accord avec la valeur de 2% choisie pour les simulations, et avec les mesures préliminaires réalisées hors cavité, qui montrent que le cristal d'une part et l'ensemble des miroirs M_2 , M_3 et M_4 d'autre part présentent chacun des pertes linéaires environ égales à 1%. Le rapport $\Gamma^{exp}/\Gamma_{eff}^{exp} \simeq 1,08$ est proche de l'hypothèse de départ (rapport 1, 1) pour décrire l'absorption du bleu par le cristal.

Coefficient non linéaire du KTP et acceptance en température

Nous avons en réalité étudié différentes géométries pour la cavité, de façon à caractériser l'effet de la focalisation du faisceau pompe intracavité au sein du cristal. Les waists suivants ont ainsi été essayés : $w_0 = 56, 43, 36 \mu\text{m}$, et les coefficients de conversion non linéaires ont été reportés sur le graphique 2.2. Les points sont très proches de la courbe théorique, ce qui valide le modèle décrit par les équations 2.15 et 2.16, et le choix de $d_{eff} = 9,5 \text{ pm/V}$.

Si on développe les indices de réfraction pour faire apparaître le premier ordre de la dépendance en température, on obtient :

$$n_i(T) = n_{i,0} + n_{i,1} \cdot (T - T_c) \text{ pour } i = \omega \text{ ou } 2\omega \quad (2.38)$$

Dans la mesure où $n_{\omega,1} = 15.10^{-6} \text{ K}^{-1}$ et $n_{2\omega,1} = 31.10^{-6} \text{ K}^{-1}$, l'approximation est tout-à-fait valable pour des températures proches de T_c . En posant $\Delta n_1 = n_{2\omega,1} - n_{\omega,1}$, on peut faire apparaître la dépendance en température de Γ_{eff} si on réécrit le coefficient σ de 2.16 en tenant compte de 2.14 :

$$\sigma(T) = \frac{\omega}{c} \Delta n_1 (T - T_c) z_R \quad (2.39)$$

L'acceptance en température peut être définie comme la plage de température sur laquelle le coefficient de conversion non linéaire est plus grand que la moitié de son maximum. Sur la figure 2.9, on reporte d'une part des points obtenus expérimentalement, et d'autre part la courbe théorique de Γ_{eff} en fonction de la température, d'après 2.15 et 2.16. Cette courbe est très proche d'un comportement en sinus cardinal carré, qui correspondrait au cas de l'onde plane et qui est aussi reporté sur le graphique (les deux courbes sont translatées pour que leurs maximums correspondent à la température de quasi accord de phase constatée expérimentalement). On remarque que l'accord entre les mesures effectuées et les valeurs attendues est particulièrement bon, surtout dans la mesure où aucun ajustement n'a été nécessaire.

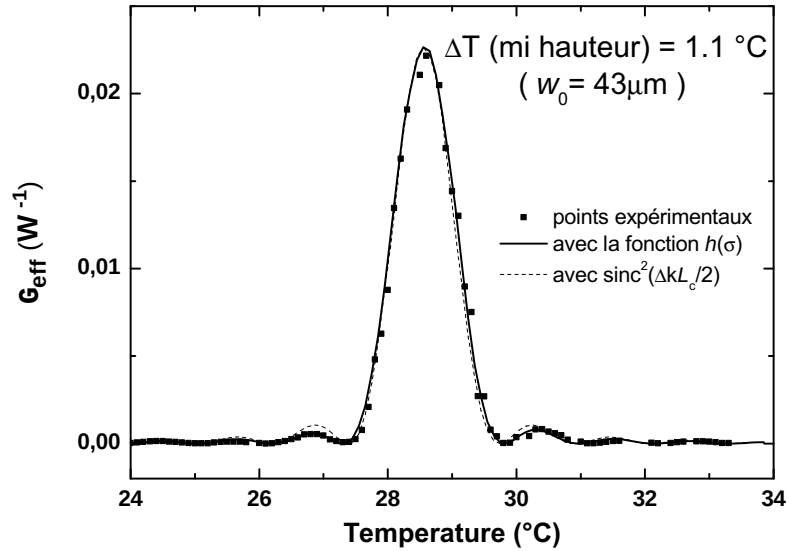


FIGURE 2.9 – Coefficient de conversion non linéaire en fonction de la température. Les points correspondent aux mesures expérimentales, les lignes traduisent le comportement théorique pour un faisceau parallèle (trait discontinu) ou gaussien (trait continu).

2.5 Refroidissement des atomes de Strontium

Avant d'être piégés dans le réseau optique, les atomes sont ralentis par un ralentisseur Zeeman et prérefroidis dans un PMO (Piège Magnéto-Optique) basé sur la transition à 461 nm. Cette partie de l'expérience a été mise en place dès le début du projet par Irène Courtilot, elle s'est avérée très performante, on fait juste dans cette section un rappel des principaux points.

On décrit aussi le système ultra-vide dans lequel les atomes se propagent et sont capturés. Pour s'adapter au réseau optique, nous avons procédé à la mise en place d'une nouvelle chambre à vide, plus compacte, avec de nombreux accès optiques, et des hublots adaptés à la longueur d'onde du piège dipolaire. Des supports latéraux, en forme de couronnes, ont également été ajoutés afin de servir de montures pour des bobines ou pour des fibres optiques.

2.5.1 Description de la chaîne ultra-vide

Jet atomique principal

Le Strontium à l'état naturel se présente sous la forme de pépites qui s'oxydent très vite à l'air libre, il est donc conservé dans une tube étanche. Tous les isotopes sont présents, dans les proportions indiquées dans le tableau 1.2. Le four qui sert à produire un jet d'atomes de strontium est constitué de deux tubes de type CF16 en Inox, le premier ("réserve") contenant les pépites elles-mêmes, et le second ("spacer") servant à fixer environ 200 éjecteurs, des microtubes en monel (8 mm de long, 200 μm de diamètre intérieur) dont le but est de collimater le jet en sélectionnant les atomes dont la vitesse transverse est faible, typiquement inférieure à 10 m/s.

Le four (photo 2.10) est assemblé avec des joints en nickel, qui garantissent une étanchéité à des températures supérieures à 700°C, puis on l'entoure d'un élément chauffant en fibre de céramique de la marque Watlow, qui permet de le chauffer à 550°C (on veille à maintenir les éjecteurs plus chauds que la réserve pour éviter que les atomes ne s'y déposent). C'est la température typique à laquelle il faut porter les pépites pour obtenir un jet important (10^{12} atomes/s). Grâce à la très bonne isolation offerte par la fibre en céramique, il est possible de garder un gradient de température supérieur à 400°C entre l'intérieur et l'extérieur de l'élément chauffant.

Une croix de pompage accueille le four et deux pompes ioniques MECA2000 de débit 25 l/s, disposées sur les côtés avec des joints en cuivre, permettent de maintenir en aval du four une pression inférieure à 10^{-5} Pa. La croix est surplombée par une vanne qui permet si besoin de faire un pré-vidage dans le système avant que les pompes ioniques ne prennent le relais. La suite du montage est

constitué d'un tube autour duquel on met la bobine du ralentisseur Zeeman et de la chambre à vide dans laquelle on capturera les atomes dans le réseau optique et où se feront les interactions avec tous les différents lasers. Dans la mesure où il est primordial que la pression soit la plus basse possible dans cette zone de capture, un tube de pompage différentiel (10 cm de long, 4 mm de diamètre intérieur) s'intercale entre la croix et le tube Zeeman, ce qui permet, en association avec une troisième pompe ionique proche de la chambre à vide, d'établir dans cette dernière une pression à peu près 100 fois plus faible que près du four.

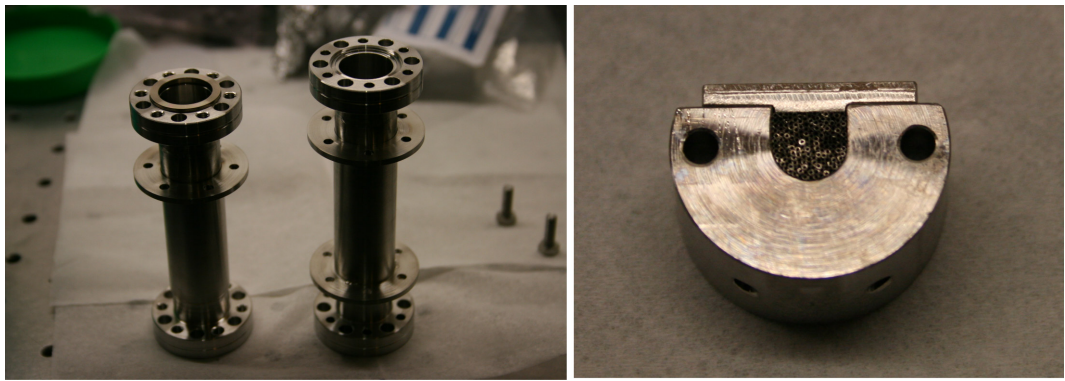


FIGURE 2.10 – Photos du jet atomique principal. Gauche : Tubes CF 16 pour le réservoir et le spacer. Droite : détail des éjecteurs et de leur montures

Tube Zeeman et Chambre à vide

Le tube Zeeman est en inox amagnétique, il fait 40 cm de long, il est entouré par une bobine qui va permettre de procéder au ralentissement des atomes (paragraphe 5.2.2), elle-même insérée dans un blindage magnétique. On évite ainsi que les champs importants mis en oeuvre ne s'étendent dans la chambre à vide où ils pourraient entraîner des perturbations à l'endroit même où les interactions lumière-atomes ont lieu. De plus on gagne un facteur deux sur le courant nécessaire dans la bobine.

La chambre à vide est par ailleurs placée juste après la sortie du ralentisseur, afin que le jet des atomes ralentis n'ait pas le temps de diverger. Elle est en Fortal, un alliage amagnétique, composé d'Aluminium et d'une série d'additifs, facile à usiner, et permettant une bonne évacuation de la chaleur dissipée par les bobines du PMO. Le seul inconvénient est que le matériau est susceptible de se mater. Ceci empêche l'utilisation de joints cuivre, il est nécessaire de connecter la chambre aux autres pièces de la chaîne avec des joints mous en indium. Une autre alterna-

tive aurait été d'utiliser du titane, matériau amagnétique et dur, mais évacuant très mal la chaleur et beaucoup plus cher.

La chambre (figure 2.12) est constituée d'un cylindre plat de section octogonale. Chacune des huit faces a une ouverture, deux sont utilisées pour se raccorder au reste de la chaîne et permettre le passage du jet atomique, les 6 autres sont fermées par des hublots de 30 mm de diamètre avec des joints indium. La base et le sommet du cylindre présentent pour leur part des hublots plus larges (70 mm de diamètre). Sur chacune de ces deux faces, on vient fixer une bobine pour le PMO (paragraphe 2.5.3) équipée d'un circuit de refroidissement, et une couronne, toujours en Dural, qui sert de support à différents éléments comme des bobines de compensation du champ magnétique résiduel ou encore des collimateurs de sortie de fibre optique.

Enfin, dans le prolongement de la zone de capture se trouve le hublot Zeeman qui permet au faisceau du ralentisseur de passer, dans le sens opposé au jet atomique. Une connexion latérale permet de connecter la troisième pompe ionique dont le rôle a été évoqué précédemment.

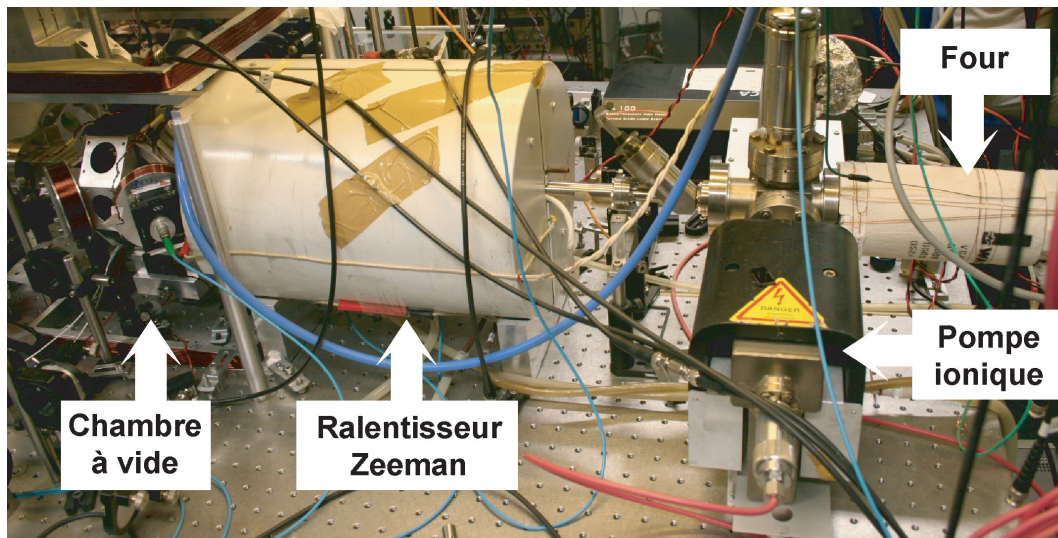


FIGURE 2.11 – Chaîne ultravide complète

Jet atomique secondaire

Un deuxième jet atomique (figure 2.13), indépendant du premier, est utilisé pour asservir certains lasers sur les transitions atomiques auxquelles ils sont associés. La pression de vapeur du Strontium est très basse, l'utilisation d'une simple

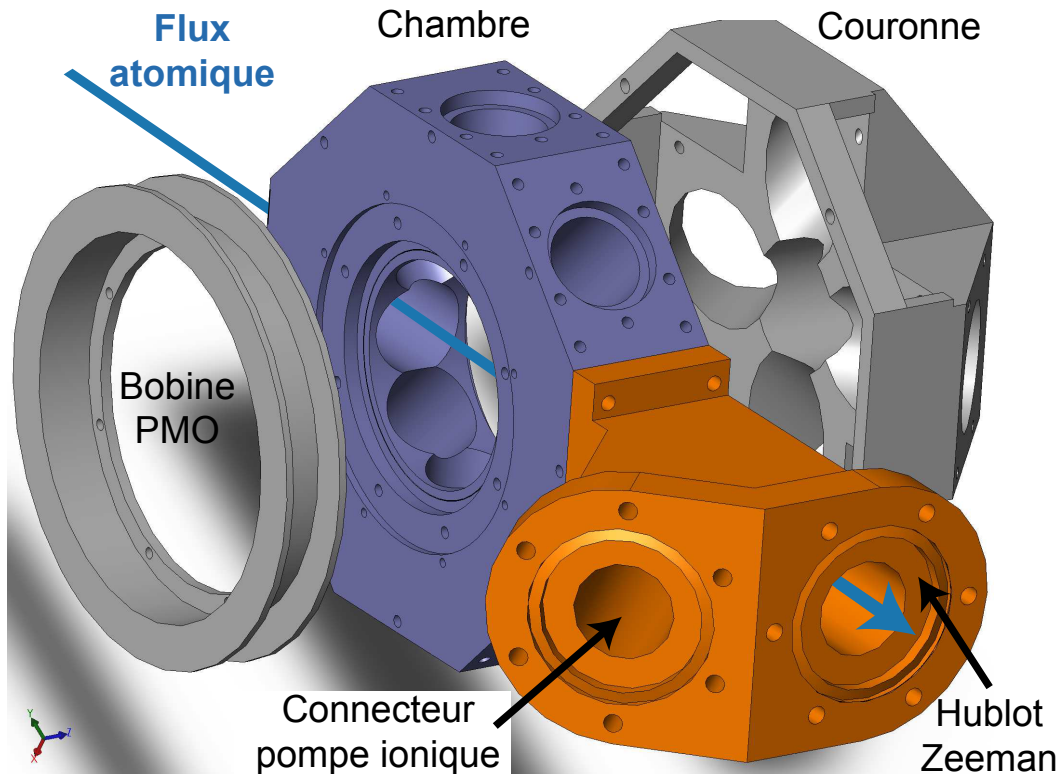


FIGURE 2.12 – Vue éclatée de certaines pièces de la chambre à vide : la chambre elle-même, une des deux bobines du PMO, une des couronnes utilisées comme support, et la dérivation qui termine la chaîne en connectant la dernière pompe ionique, et en laissant passer le faisceau Zeeman.

cellule dans laquelle on ferait de l'absorption saturée nécessiterait de toute façon un chauffage important (400°C) à l'endroit même où les lasers interagiraient avec les atomes, ce qui est susceptible d'entraîner des problèmes. De plus, à haute température, le Strontium devient très corrosif, les fenêtres de la cellule devraient être en Saphir pour résister.

Le four est exactement identique au premier, il est relié à une croix de pompage qui permet d'utiliser une pompe ionique pour atteindre un niveau de vide de 10^{-6} Pa. Le jet traverse ensuite une première zone d'interaction permettant au laser bleu de venir interroger les atomes, puis une seconde zone que l'on utilise pour asservir deux lasers rouges à 688 et 689 nm dont le rôle sera expliqué plus loin. Dans cette deuxième zone d'interaction, deux bobines en configuration Helmholtz génère un champ magnétique, orienté dans la direction du jet, qui permet de résoudre la

structure Zeeman des niveaux mis en jeu. Enfin, à la verticale de chacune des deux zones d'interaction, deux photodiodes sont disposées de façon à observer la fluorescence associée aux transitions à 461 nm ($\Gamma_{461}/2\pi = 32$ MHz, résistance de contre réaction de la détection : 500 k Ω), et à 689 nm ($\Gamma_{689}/2\pi = 7,6$ kHz, résistance : 100 M Ω).

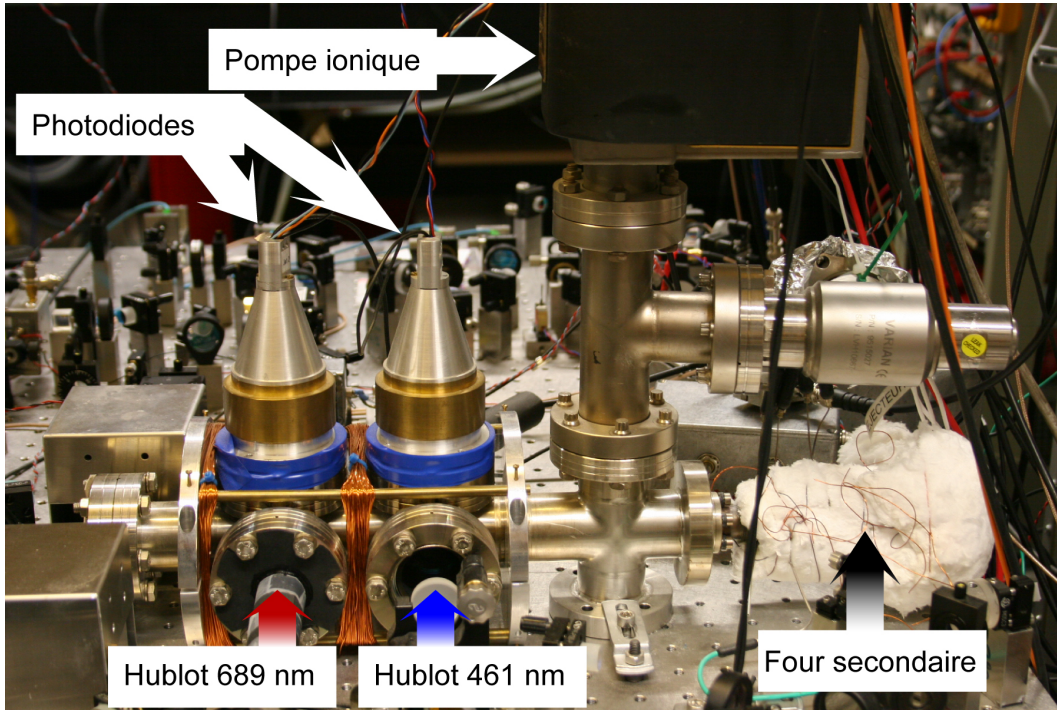


FIGURE 2.13 – Photo du jet atomique secondaire

2.5.2 Le ralentissement Zeeman

Principe

Le ralentisseur Zeeman ([115]) utilise la force de pression de radiation du laser à 461 nm, de vecteur d'onde $\mathbf{k} = -k \cdot \mathbf{e}_z$, sur les atomes qui se propagent selon l'axe z :

$$\mathbf{F}_{pr} = -\hbar k \frac{\Gamma_{461}}{2} \frac{s}{1 + s + 4 \frac{\Delta^2}{\Gamma_{461}^2}} \mathbf{e}_z \quad (2.40)$$

où s , le paramètre de saturation, est le rapport de l'intensité laser I sur l'intensité de saturation de la transition $I_{sat} = 43$ mW/cm², et Δ , le désaccord total, vaut :

$$\Delta(z, v) = \delta - kv(z) - \frac{m_q g \mu_B}{\hbar} B(z) \quad (2.41)$$

où $\delta = \omega_L - \omega_0$ est le désaccord entre la fréquence du laser et celle de la résonance atomique, m_q et g sont le nombre quantique magnétique et le facteur de Landé de l'atome dans son état 1P_1 , μ_B est le magnéton de Bohr, B est le champ magnétique et v la vitesse de l'atome. Si on utilise un faisceau dont la polarisation est circulaire (droite ou gauche), on a un couplage vers le sous-état $m_q = \pm 1$, et le déplacement Zeeman est non nul.

Lorsque l'atome décélère, l'effet Doppler associé diminue, mais on adapte le profil de $B(z)$ pour que la force reste toujours quasiment à résonance (en réalité, on reste toujours décalé un peu sur le rouge de la transition dans le référentiel de l'atome pour entraîner un refroidissement). Des simulations numériques ont permis d'établir quel serait le profil optimum [101].

Réalisation expérimentale

L'utilisation d'un faisceau convergeant focalisé à la sortie du four (figure 2.14) permet un meilleur recouvrement entre le laser et le jet atomique, et d'autre part, on refroidit ainsi les atomes dans la direction transverse, ce qui diminue l'expansion du jet. En pratique, le faisceau possède un waist de $16 \mu\text{m}$, il est focalisé à 83 cm du hublot Zeeman de la chambre à vide, et sa puissance est environ de 15 mW. Un décalage $\Delta(\text{Zeeman})/2\pi = -503 \text{ MHz}$ optimise le nombre d'atomes ralentis.

La bobine du ralentisseur est réalisée de façon à produire un champ magnétique adapté [101]. Dans la mesure où il est nécessaire de dissiper plusieurs centaines de Watts dans les conditions normales de fonctionnement, nous avons amélioré le système initial en enroulant le plus près possible du bobinage un tuyau en cuivre de 6 mm de diamètre externe. L'ensemble a ensuite été recouvert d'un mélange de ciment et de carbure de calcium pour que la chaleur soit efficacement véhiculée vers ces tuyaux, dans lesquels circule de l'eau pour refroidir le système.

Après optimisation des différents paramètres, on a mesuré que la vitesse longitudinale des atomes passait d'environ 500 m/s à la sortie du four à environ 25 m/s après le ralentisseur. La fraction d'atomes capturés est environ de 3%.

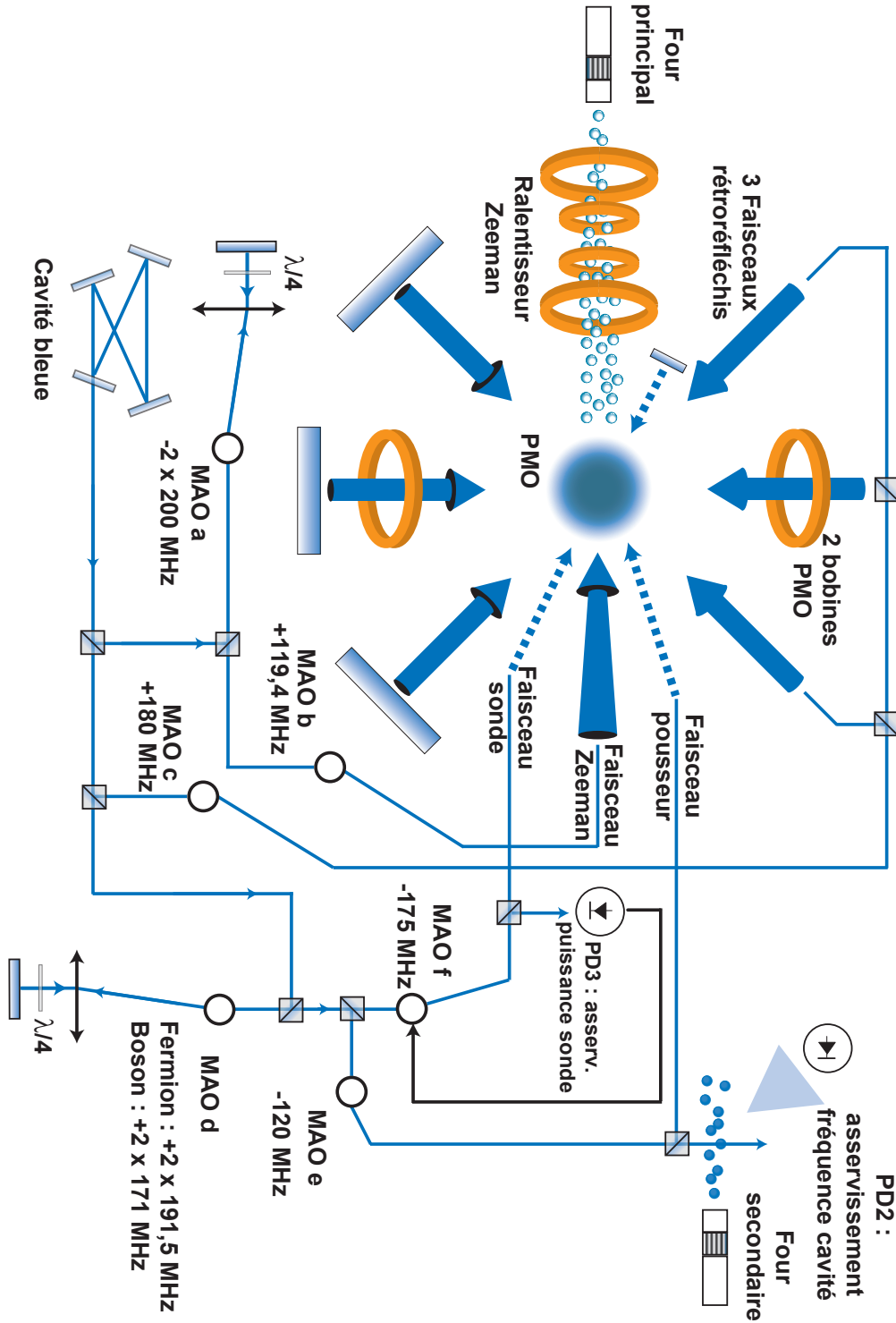


FIGURE 2.14 – Schéma expérimental associé au laser à 461 nm. Le faisceau à la sortie de la cavité de doublage est partagé entre les différents besoins : faisceau d'asservissement, faisceau Zeeman, 3 faisceaux rétro réfléchis pour le PMO, ainsi qu'un faisceau sonde et un faisceau pousseur.

2.5.3 Piège Magnéto-Optique

Le PMO ([116]) repose sur la combinaison d'un gradient de champ magnétique et de la force Doppler exercée par deux faisceaux contrapropageants, qui produisent une force de rappel pour les atomes dans l'espace des positions et dans l'espace des vitesses.

Dans le cas de notre expérience (figure 2.14), le gradient de champ est environ de 2 mT/cm pendant la phase de capture, qui dure typiquement 200 ms. Les bobines sont arrêtées pendant la fin du cycle pour ne pas entraîner de perturbation magnétique. Trois faisceaux rétro réfléchis couvrent toutes les directions de l'espace, ils ont chacun une puissance d'environ 6 mW et un waist de 1 cm. Ils sont désaccordés d'environ 40 MHz de la transition atomique, alors que l'optimum théorique pour la température est de 16 MHz, mais l'optimisation conduit à trouver un compromis entre la température du nuage et le nombre d'atomes que l'on parvient à charger. En changeant la fréquence de MAO d, on cible soit l'isotope fermionique, soit l'isotope bosonique. Les décalages isotopiques sont rappelés sur la figure 2.15.

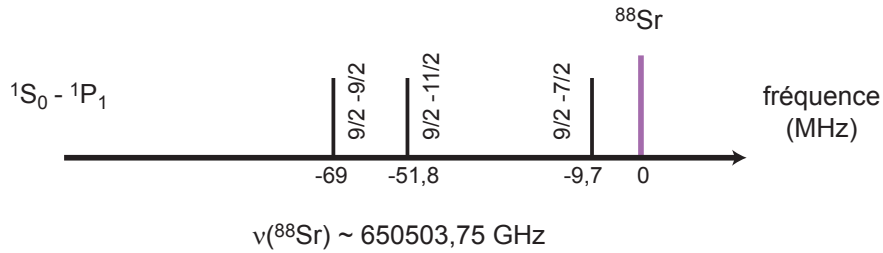


FIGURE 2.15 – Décalages isotopiques, en MHz, entre le Strontium 88 et la structure hyperfine du Strontium 87.

Un faisceau sonde permet d'envoyer des pulses bleus très brefs (10 ms) pour faire fluorescer les atomes. Sa puissance a été asservie à environ 1,5 mW, sa fréquence est décalée de 14 MHz (resp. 55 Mhz) par rapport à la transition du Strontium 87 (resp. 88). Les atomes sont alors détectés par une photodiode très sensible intégrée à la chambre à vide. Conformément à ce qui avait été mesuré précédemment [101], on capture environ 10^6 atomes de Strontium 87 dans un PMO de 3 mm de diamètre à une température de 2 mK, ou alors 10^7 atomes de Strontium 88 dans un PMO de 8 mm de diamètre à une température de 5 mK.

Enfin, nous avons également mis en place un faisceau "pousseur", qui est exactement à résonance de la transition pour le Strontium 88, et très proche de résonance pour le Strontium 87. Ce rayon est vertical, très fin, il vient percer le PMO

en poussant localement les atomes hors du nuage, ce qui produit une trace visuelle très claire. On verra dans la suite que pour s'assurer que le PMO est bien traversé par le piège dipolaire, on superpose ce dernier sur le faisceau pousseur.

Une perspective de développement de cet aspect de l'expérience serait de défléchir les atomes juste avant le ralentisseur Zeeman. Ceci permettrait de pré-réduire la distribution de vitesse avant le ralentisseur et de se débarrasser des atomes les plus chauds. De plus, avec cette approche, la chambre à vide ne serait plus dans l'axe du four, ce qui serait susceptible de diminuer l'effet du rayonnement du corps noir. Par ailleurs, les atomes non capturés ne provoqueraient plus de collisions avec les atomes froids, et ils ne viendraient plus se déposer sur le hublot Zeeman.

2.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons démontré la grande efficacité du doublage de fréquence obtenu avec un cristal de PPKTP, avec une efficacité de conversion de 50% pour passer de 922 nm à 461 nm, et une grande facilité d'emploi. Nous avons obtenu une puissance d'environ 230 mW de lumière bleue, ce qui permet notamment de disposer pour le ralentisseur Zeeman et le PMO basés sur la transition $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ de faisceaux dont l'intensité est proche de la saturation. Mais cette étape ne constitue qu'un prérefroidissement : dans le chapitre 3, on verra qu'elle est associée à un "rangement" des atomes sélectif en vitesse dans les états métastables 3P_0 et 3P_2 , ce qui permet d'accumuler les atomes dans le réseau optique, avant qu'un deuxième refroidissement ne soit mis en oeuvre pour les amener vers les états motionnels de plus basse énergie du piège.

La construction d'une nouvelle source bleue a débuté, elle sera associée au second système à vide, indépendant du premier, que nous souhaitons mettre en place. Étant donné que les effets thermiques sont importants dans le cristal, il serait dangereux de le soumettre à une puissance de pompe intracavité plus élevée, la nouvelle source est donc basée sur une deuxième cavité de surtension complètement indépendante de celle qui vient d'être décrite.

Chapitre 3

Montage expérimental

3.1 Caractéristiques du piège dipolaire

Le piège dipolaire constitue l'élément central du montage expérimental, il permet de placer les atomes dans le régime de Lamb-Dicke nécessaire au fonctionnement de l'horloge. Comme cela a été évoqué dans le chapitre 1, la configuration retenue se présente sous la forme d'un réseau optique vertical à une dimension, dont les caractéristiques géométriques vont déterminer le profil et la profondeur du potentiel. La conception technique du piège et de son asservissement ont été réalisés par Anders Brusch.

3.1.1 Force dipolaire et réseau optique

La force dipolaire trouve son origine dans le gradient d'intensité de l'onde lumineuse $\mathcal{E}_\ell(\mathbf{r}) \cos(\omega_\ell t + \phi(\mathbf{r}))$ qui interagit avec les atomes. Dans tout ce chapitre, on suppose que le piège dipolaire est opéré à une longueur d'onde $\lambda_\ell=813$ nm. On se place dans le cas d'un atome à deux niveaux $|g\rangle$ et $|f\rangle$, séparés d'une énergie $\hbar\omega_{at}$ et présentant un élément de couplage dipolaire électrique d_{at} . Lorsque l'on néglige la largeur Γ de la transition, on montre en théorie semi-classique que cette force dérive du potentiel U_{dip} dépendant de la position [70] :

$$U_{dip}(\mathbf{r}) = -\frac{d_{at}^2}{2\hbar c \epsilon_0} I(\mathbf{r}) \left(\frac{1}{\omega_{at} - \omega_\ell} + \frac{1}{\omega_{at} + \omega_\ell} \right) \quad (3.1)$$

Il s'agit du déplacement lumineux des énergies propres de l'atome, proportionnel à l'intensité du champ par unité de surface $I(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} \epsilon_0 c \mathcal{E}_\ell^2(\mathbf{r})$. Lorsque le faisceau est désaccordé sur le rouge de la transition atomique ($\omega_\ell < \omega_{at}$), les atomes sont attirés vers les zones de plus forte intensité lumineuse, qui minimisent leur énergie potentielle (schéma 3.1), on réalise donc un piège au niveau du waist de l'onde.

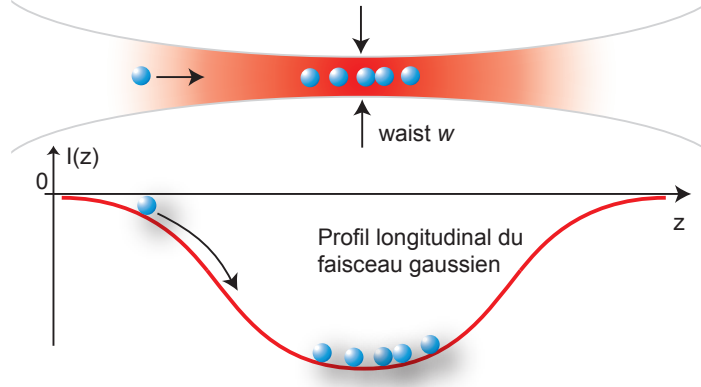


FIGURE 3.1 – Les atomes évoluent dans un puits de potentiel dont la profondeur est proportionnelle à l'intensité de l'onde lumineuse

La solution stationnaire de l'équation pilote pour le cas d'un système à deux niveaux montre également que les atomes sont presque tous dans l'état fondamental à l'équilibre, ce qui permet de faire deux remarques complémentaires. Tout d'abord, le déplacement lumineux 3.1 est donc relatif au niveau $|g\rangle$, on peut le redéfinir comme suit :

$$\Delta E_{|g\rangle}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{4}\alpha_g \mathcal{E}_\ell^2(\mathbf{r}) \quad \text{avec} \quad \alpha_g = \frac{d_{at}^2}{\hbar} \left(\frac{1}{\omega_{at} - \omega_\ell} + \frac{1}{\omega_{at} + \omega_\ell} \right) \quad (3.2)$$

où α_g est la polarisabilité dynamique de l'atome dans l'état $|g\rangle$. Par ailleurs, l'émission spontanée est proportionnelle à $\Gamma\sigma_{ff}$, elle est donc très faible dans le cas d'un paramètre de saturation peu élevé, on dispose donc d'un potentiel non dissipatif et non chauffant.

La mise en oeuvre de cette force sous la forme d'un réseau optique vertical permet de piéger les atomes dans des puits espacés de $\lambda_\ell/2$, dans lesquels la qualité du confinement est suffisante pour contrôler les effets systématiques liés au mouvement (chapitre 1). Même si une faible profondeur de piégeage U_0 est préférable pour le fonctionnement ultime de l'horloge, on veut aussi pouvoir disposer de puits très profonds pour la phase de validation, notamment pour la phase de chargement des atomes dans le piège, ou encore pour tester l'effet de l'hyperpolarisabilité, proportionnelle à U_0^2 . On insère donc le faisceau du piège dans un cavité linéaire, dont le facteur de surtension multiplie la profondeur du réseau.

Le champ intracavité associé correspond au mode TEM_{00} du résonateur, il est

stationnaire dans la direction longitudinale z , et gaussien dans le plan transverse paramétré par $r = \sqrt{x^2 + y^2}$. Les états motionnels sont quantifiés et repérés par les nombres quantiques n_z et n_r . On considère que le waist w du faisceau est constant à l'échelle de longueur avec laquelle on travaille, typiquement la taille du PMO, et on peut alors écrire l'amplitude du champ comme $\mathcal{E}_\ell(r, z) = \mathcal{E}_0 e^{-\frac{r^2}{w^2}} \cos(k_\ell z)$. Dans le cadre le plus général, en tenant compte de la gravité, le potentiel total $U_i(r, z)$ vu par les atomes dans l'état $|i\rangle$ (figure 3.2) peut s'exprimer sous la forme :

$$U_i(r, z) = U_{0,i} \left(1 - e^{-\frac{2r^2}{w^2}} \cos^2(k_\ell z) \right) + mgz \quad (3.3)$$

où $U_{0,i}$ est la profondeur du piège. Un terme constant a été ajouté à l'expression 3.3 afin que le potentiel soit nul à l'origine, pour des raisons qui apparaîtront au début du chapitre suivant. On remarque que l'intensité maximale du champ par unité de surface I_0 et la puissance intracavité P sont reliées par $I_0 = \frac{8P}{\pi w^2}$, où le facteur 8, au lieu de l'habituel facteur 2, vient du fait que l'onde est rétro-réfléchiée et que le fond du potentiel correspond à une interférence constructive. La profondeur $U_{0,i}$ s'exprime alors en fonction de P et de la polarisabilité α_i de l'état interne :

$$U_{0,i} = \frac{1}{4} \alpha_i \mathcal{E}_0^2 = \frac{1}{4} \alpha_i \frac{2}{c \epsilon_0} I_0 = \frac{1}{4} \alpha_i \frac{2}{c \epsilon_0} \frac{8P}{\pi w^2} \quad (3.4)$$

Sauf mention du contraire, U_0 désigne dans la suite le potentiel commun à $|^1S_0\rangle$ et $|^3P_0\rangle$. Par exemple, pour atteindre une profondeur $U_0 = 1000 E_r$, il est nécessaire d'avoir d'avoir une puissance intracavité de 7 W environ si on focalise sur un waist de 90 μm .

3.1.2 Réalisation expérimentale du piège dipolaire

Caractéristiques géométriques

Une faible valeur du waist w du faisceau piège entraîne un potentiel très profond (equation 3.4), mais le choix de la valeur relève d'un compromis entre plusieurs éléments :

- On doit trouver une configuration géométrique telle que la stabilité de la cavité de surtension soit assurée mais également non critique.
- La longueur de Rayleigh z_r associée au waist du piège doit être suffisamment grande pour permettre de contrôler la superposition du col du faisceau avec le PMO.

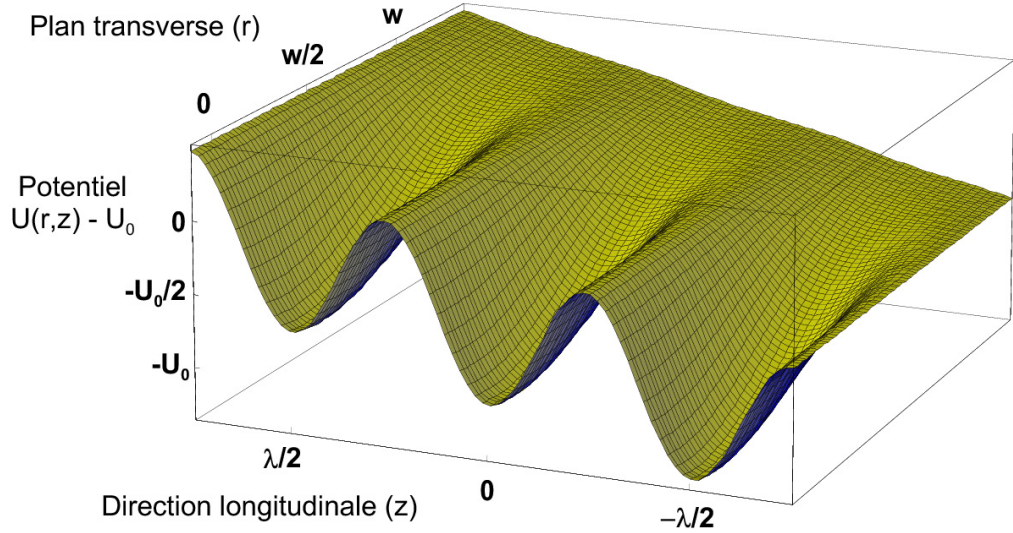


FIGURE 3.2 – Représentation du potentiel du piège dipolaire dans un plan (r,z) , où r est une direction quelconque du plan transverse. La pente associée au terme mgz a été volontairement accentuée : dans le cas $U_0 = 10E_r$ par exemple, deux minima consécutifs ne sont décalés que de $U_0/40$.

- Enfin, d'autres faisceaux, plus étroits, vont être alignés sur l'axe du piège. On veut pouvoir les superposer de façon non critique avec le col du piège, leur longueur de Rayleigh doit donc rester de l'ordre du centimètre, ce qui correspond à des faisceaux dont les waists seraient d'environ $50 \mu\text{m}$, on fixe ainsi une borne inférieure pour w .

La cavité de surtension est délimitée par un coupleur d'entrée M_1 et un miroir arrière M_2 monté sur un actuateur piézoélectrique, ces deux optiques étant des ménisques, de rayons de courbures respectifs 200 mm et 125 mm (figure 3.3). A l'intérieur de ce résonateur on trouve deux hublots de la chambre à vide, et une lame M_3 positionnée à 45° par rapport à la verticale et qui se comporte comme un miroir à 813 nm. Comme pour la cavité à 461 nm, on utilise les matrices ABCD pour évaluer l'expression du waist intracavité en fonction de la longueur géométrique D_{gom} de la cavité [114], l'insert de la figure 3.3 montre que pour un waist théorique $w_{th} = 86 \mu\text{m}$, on est encore dans une zone où la dépendance en D_{gom} n'est pas trop critique. Cette valeur laisse la possibilité d'aligner des faisceaux encore plus fins sur l'axe du piège, et par ailleurs, elle correspond à une longueur de Rayleigh de 29 mm, il y a donc une marge considérable pour la superposition sur le PMO, qui fait environ 3 mm de diamètre. Dans la mesure où l'on veut que

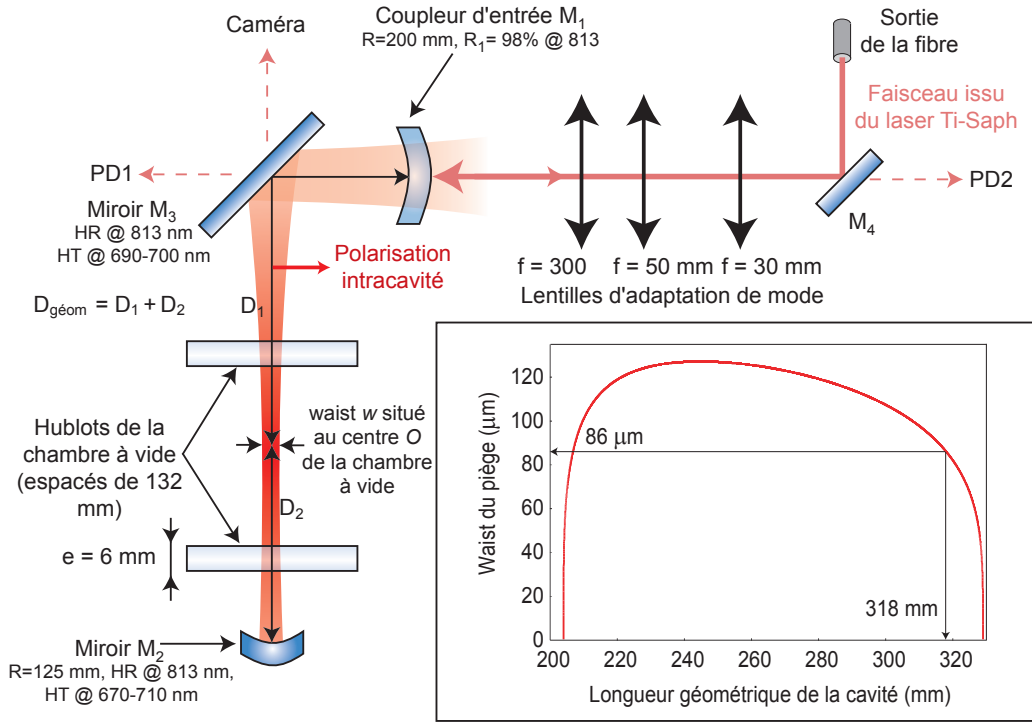


FIGURE 3.3 – La cavité M_1 - M_2 contient deux hublots de la chambre à vide et une lame M_3 réfléchissante à 813 nm. Trois lentilles (deux pour un télescope et une lentille d'injection) adapte le faisceau incident au mode TEM_{00} de la cavité, les photodiodes PD1 et PD2 permettent de visualiser respectivement les franges en transmission et en réflexion de la cavité.

le waist soit situé au milieu O de la chambre à vide, on calcule que le miroir M_1 doit être à une distance géométrique $D_1 = 198$ mm de O et M_2 à $D_2 = 120$ mm.

Grâce à une caméra placée à la verticale de la lame à 45° , on peut effectuer une mesure de la divergence du faisceau, et déduire une valeur expérimentale du waist $w_{\text{exp}} = 89 \mu\text{m}$.

Montage et procédure d'alignement

Le faisceau du piège dipolaire est généré par un laser Titane-Saphir de la société Teknoscan, modèle TIS-SF-07, monomode, dont la puissance de sortie est environ 800 mW. Dans la mesure où la valeur exacte de λ_{mag} et les effets des transitions à deux photons proches de λ_{mag} n'étaient pas bien connus initialement, ce type de laser est particulièrement adapté dans la mesure où il permet de parcourir une vaste plage du spectre (la courbe d'accordabilité de notre modèle s'étend de

790 nm à 850 nm environ). Le laser est pompé par un laser Verdi 10 Watts (V10) de la société Coherent, à 532 nm.

Le rayon du laser Ti :Saph traverse un modulateur acousto-optique, qui sert à asservir la puissance du piège. Le modulateur fonctionne à 80 MHz, et on parvient à transférer 80% de la puissance dans l'ordre +1. On couple ensuite une fibre à maintien de polarisation optimisée pour 813 nm avec une efficacité d'environ 70%, afin de transférer la lumière vers le banc optique principal. Du fait des intensités lumineuses élevées mises en jeu, l'injection s'effectue d'abord à faible puissance, en s'alignant sur deux diaphragmes de protection en amont de la fibre. Cette dernière filtre spatialement le faisceau, la puissance totale disponible en sortie est environ $P_0 = 450$ mW avant que trois lentilles, de longueurs focales 30, 75 et 300 mm, ne l'adaptent au mode TEM₀₀ du résonateur. L'ajustement de la position des lentilles s'effectue en se basant sur le fait que si le faisceau est bien adapté à la cavité, l'onde réfléchie par cette dernière doit se rétrocoupler exactement dans la fibre, ce que l'on peut vérifier par exemple en mesurant l'ordre 0 de la lumière sortant du MAO du laser Titane-Saphir au retour.

Lorsque la longueur de la cavité est modulée, les franges en transmission peuvent être observées par la photodiode PD1 grâce à la transmission résiduelle de M₃, et les franges en réflexion mesurée par la photodiode PD2 qui capte une partie de la lumière réfléchie par la cavité. Mais malgré ces deux signaux, l'alignement de la cavité est plus complexe que prévu, l'allure des franges s'est avérée peu reproductible à cause d'un défaut de M₁ et M₂ difficile à détecter au premier abord : les deux faces de ces ménisques ne sont pas parfaitement parallèles entre elles, et donc une rotation de la monture entraîne un désalignement de la cavité. Dans la mesure où le coupleur M₁ en particulier est souvent retiré pour être nettoyé, nous avons repéré son orientation pour accroître la reproductibilité de son positionnement.

Pour que le piège dipolaire soit bien centré sur le PMO, on utilise comme référence le poussoir bleu (chapitre 2) : ce faisceau est accordé en fréquence sur la résonance $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ du Strontium 87, il traverse le nuage atomique verticalement en laissant une signature très nette puisqu'il expulse localement les atomes, on peut donc le positionner visuellement de façon à ce qu'il "perce" le PMO en son centre. On superpose le faisceau du piège sur le poussoir en se basant sur deux points de repère, l'un juste avant la cavité et l'autre juste après. On aligne ensuite le résonateur en optimisant le rétrocouplage dans la fibre avec M₁ et les franges en transmission de la cavité avec M₂. Mais cette dernière étape désaligne légèrement les faisceaux à cause des déformations des optiques évoquées dans le paragraphe précédent, il faut donc itérer la démarche plusieurs fois. Une fois que la démarche a convergé, on cache le poussoir et c'est le piège dipolaire qui constitue la référence de direction pour toute la suite du montage.

Puissance intracavité

Les pertes linéaires sont essentiellement dues aux hublots de la chambre à vide, on considère que M_2 et M_3 réfléchissent toute la lumière. Des mesures préliminaires ont permis d'établir une déperdition d'environ 0,5% par passage de hublot, soit $\alpha = 2\%$ après un aller-retour, mais l'usage a cependant montré que ce chiffre dépendait beaucoup de la position du faisceau, il s'est parfois avéré nécessaire de le translater très légèrement pour descendre les pertes. On choisit donc un coupleur d'entrée qui réfléchit $R_1 = 98\%$ de la puissance pour satisfaire au mieux l'adaptation d'impédance.

Une calibration de l'ensemble M_3 + photodiode PD1 a permis d'établir l'échelle $1 \text{ V} = 4,27 \text{ W}$ intracavité. Cette équivalence sera vérifiée a posteriori grâce à la relation qui existe entre puissance intracavité P_c et fréquence d'oscillation dans le piège. En conditions nominales, on mesure environ $P_c = 12,8 \text{ W}$. Par ailleurs, le contraste C des franges en réflexion est mesuré par la photodiode PD2, et la formule $\alpha = C \cdot \frac{P_0}{P_c}$ permet d'évaluer les pertes linéaires : on mesure nominalement $C = 70\%$, et on a donc $\alpha = 2,5\%$.

Enfin, on utilise ces valeurs pour évaluer la puissance intracavité théorique. Avec la même approche que celle du chapitre 2, on a :

$$P_c \simeq \frac{(1 - R_1)CP_0}{(1 - \sqrt{R_1(1 - \alpha)})^2} \quad (3.5)$$

On trouve que, théoriquement, P_c doit valoir 12,5 W, il y a donc un bon accord avec ce qui a été mesuré expérimentalement.

3.2 Asservissement de la profondeur du potentiel

Le réseau optique doit être suffisamment stable pour que les atomes ne soient pas chauffés après leur capture, ce qui diminuerait le temps de vie effectif du piègeage. Par ailleurs, il doit être possible de changer, rapidement et sans perdre les atomes, la profondeur du potentiel entre les différentes phases de la séquence temporelle. Ces exigences nous ont poussé à mettre en place une chaîne constituée de trois asservissements dont le temps de réponse n'excède pas quelques microsecondes.

3.2.1 Asservissement de Hänsch-Couillaud

Principe de la méthode

Pour asservir la cavité du piège dipolaire, on veut éviter de moduler la longueur de la cavité de surtension, qui se traduirait par une modulation du dépla-

cement lumineux subi des atomes. Par ailleurs, un processus de chauffage paramétrique des atomes apparaît si la profondeur du potentiel est modulée à 2 fois la fréquence d'oscillation dans le piège, ce qui implique d'éviter les intervalles de fréquence [100 Hz ; 1 kHz] et [40 kHz ; 500 kHz] (ces chiffres seront justifiés plus loin). On opte pour la méthode de stabilisation Hänsch-Couillaud, avec une légère modification par rapport au schéma initial décrit dans la référence [117]. Initialement, c'est un polariseur qui avait été placé dans la cavité par Hänsch et Couillaud pour autoriser une des polarisations et éteindre l'autre, mais la qualité de la polarisation sélectionnée se fait toujours au détriment des pertes linéaires, compromettant ainsi le facteur de surtension du résonateur. Pour parer à ce problème, nous avons initialement choisi de placer une lame $\lambda/4$ intracavité, quasi parfaitement transparente à 813 nm. Les axes optiques sont alors parfaitement définis et les phases des deux modes propres du résonateur sont séparés de π sur un aller-retour, en conséquence, lorsque la longueur de la cavité est ajustée pour que les interférences soient constructives pour l'une des polarisations, elles sont destructives pour l'autre. Mais dans la mesure où cette technique utilise la différence de phase entre les deux modes, il s'est finalement avéré que la différence entre les phases prises à la réflexion des polarisations s et p associées à la lame M_3 était suffisante pour les discriminer. La lame $\lambda/4$ a donc été retirée du montage. Globalement, nous avons estimé que la fraction de l'énergie se trouvant dans la mauvaise polarisation était inférieure à 10^{-3} (le cube séparateur de polarisation qui précède la cavité éteint la mauvaise polarisation à mieux que 10^{-2} de l'énergie, ce chiffre doit encore être multiplié par le facteur de couplage dans la cavité lorsqu'elle est à résonance pour la bonne polarisation, on considère donc que 10^{-3} est même une estimation pessimiste).

Une partie du signal réfléchi par la cavité est ensuite décomposée par un analyseur formé d'une lame $\lambda/4$ et d'un cube séparateur de polarisation. La mise en oeuvre pratique est légèrement différente, mais dans le principe, les axes de la lame sont alignés sur les axes s et p de M_3 , mais ils sont à 45° de ceux du cube, de telle sorte que l'on décompose le signal réfléchi dans des directions qui ne sont pas les directions propres de la cavité. Les intensités correspondant aux faisceaux finalement obtenus sont détectés par deux photodiodes, et la différence des deux signaux permet de fabriquer un signal d'erreur adapté à l'asservissement de la cavité.

Expression du signal d'erreur

Des tests préalables nous ont permis de montrer que les pertes étaient inférieures selon la direction p , c'est donc sur ce mode propre que nous avons choisi d'utiliser la cavité. On note T_1 la transmittivité du coupleur d'entrée ($R_1 + T_1 = 1$), δ la phase prise par l'onde p de la cavité et ε la différence entre les phases prises

par les ondes s et p lors de la réflexion sur M_3 ($\varepsilon = 2(\delta_s - \delta_p)$ pour un aller-retour). On considère que l'onde incidente sur la cavité est plane, d'amplitude $\mathcal{E}_0$ et polarisée linéairement selon une direction formant un petit angle θ avec la direction p . On peut alors écrire l'amplitude des signaux réfléchis :

$$\mathcal{E}_p^{(r)} = \mathcal{E}_0 \cos(\theta) \left(\sqrt{R_1} - T_1 \frac{e^{i\delta}}{1 - \sqrt{R_1} e^{i\delta}} \right) \quad (3.6)$$

$$\mathcal{E}_s^{(r)} = \mathcal{E}_0 \sin(\theta) \left(\sqrt{R_1} - T_1 \frac{e^{i(\delta+\varepsilon)}}{1 - \sqrt{R_1} e^{i(\delta+\varepsilon)}} \right) \quad (3.7)$$

Après le passage dans l'analyseur décrit précédemment, les champs réfléchis et transmis par le cube peuvent s'écrire :

$$\mathcal{E}_{a,b} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & \pm 1 \\ \pm 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{E}_p^{(r)} \\ \mathcal{E}_s^{(r)} \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

Les intensités correspondantes en sortie sont donc :

$$I_{a,b} = \frac{1}{2} c \varepsilon_0 |\mathcal{E}_{a,b}|^2 = \frac{1}{2} c \varepsilon_0 \left| \frac{\mathcal{E}_p^{(r)} \pm i \mathcal{E}_s^{(r)}}{\sqrt{2}} \right|^2 \quad (3.9)$$

Un calcul montre que que l'on peut exprimer leur différence $\Delta I = I_a - I_b$ sous la forme :

$$\Delta I = I_0 2 \sin(\theta) \cos(\theta) \frac{2T_1 (2\sqrt{R_1} \cos(\delta + \varepsilon/2) - (R_1 + 1) \cos(\varepsilon/2))}{\left[(1 - \sqrt{R_1})^2 + 4\sqrt{R_1} \sin^2 \frac{\delta}{2} \right] \left[(1 - \sqrt{R_1})^2 + 4\sqrt{R_1} \sin^2 \frac{\delta + \varepsilon}{2} \right]} \quad (3.10)$$

avec $I_0 = \frac{1}{2} c \varepsilon_0 E_0^2$. Les courbes associées aux ΔI pour différentes valeurs de ε sont reportées sur la figure 3.4, on peut montrer que l'on obtient un signal autour de $\delta = 0$ d'erreur seulement si $|\cos(\frac{\varepsilon}{2})| < \frac{2\sqrt{R_1}}{R_1 + 1}$, soit $0,02 < |\varepsilon|$, avec $-\pi < \varepsilon \leq \pi$. Ceci correspond au fait que le déphasage entre les ondes s et p doit être suffisamment grand pour pouvoir résoudre les résonances associées, dont la largeur est déterminée par la finesse de la cavité.

Mise en oeuvre de l'asservissement

En sortie de fibre, la lame $\lambda/2$ Foxtrot (figure 3.5) permet d'ajuster la polarisation du faisceau pour que le maximum de puissance soit transmis par le cube

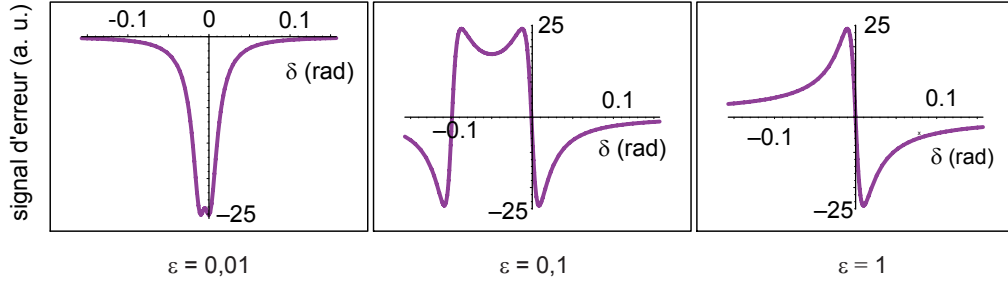


FIGURE 3.4 – Signaux d’erreur en fonction du déphasage autour de $\delta = n2\pi$, l’échelle ayant été recalée autour de $\delta = 0$. La courbe associée à 3.10 ne s’annule pas exactement en $\delta = 0$, mais en pratique le signal obtenu expérimentalement est de toute façon déformé. Comme on le verra plus loin (paragraphe 3.2.3), un asservissement supplémentaire, qui corrige l’offset global du signal d’erreur, a été mis en place pour parer à ce problème.

Tango, ce qui minimise les pertes, contrairement à la lame semi-réfléchissante utilisée dans la méthode originelle. La lame $\lambda/2$ Charlie permet de s’aligner sur l’axe p de la cavité, tout en gardant un angle θ non nul pour ne pas éteindre le signal d’erreur 3.10. Bien que la lumière réfléchi par le résonateur soit au retour quasi entièrement transmise par le cube Tango, une fraction de la lumière est réfléchi à cause des défauts du cube. Sa polarisation est non déterminée, mais on utilise la lame $\lambda/2$ Romeo pour la réaligner le mieux possible sur la direction p du montage et ainsi se rapprocher du cas théorique. La lame $\lambda/4$ India et le cube Delta jouent ensuite le rôle d’analyseur qui a été décrit précédemment, ils décomposent le signal en deux composantes σ^+ et σ^- détectées par les photodiodes PD_a et PD_b , la différence est ensuite traitée par un double intégrateur, dont la sortie asservit la longueur de la cavité en contrôlant l’actuateur piézoélectrique sur lequel est monté le miroir M_2 . La bande passante de cete boucle a été portée à environ 10 kHz en insérant l’actuateur dans une monture lourde, de forte inertie.

3.2.2 Asservissement de la puissance

Ce premier niveau de contrôle assure l’asservissement de la cavité sur son mode TEM_{00} , mais il ne peut par contre pas éviter les fluctuations de la puissance intracavité, qui dépend de la puissance P_0 disponible après la fibre. Par ailleurs, la bande passante est limitée à une dizaine de kiloHertz. Un deuxième étage est donc nécessaire pour rétroagir sur ce paramètre : lorsque l’asservissement de Hänsch-Couillaud est actif, la photodiode $PD1$ compare la puissance intracavité P_c à un consigne extérieure P_{ref} , très stable dans le temps, et un double intégrateur vient contrôler la puissance de sortie du modulateur acousto-optique injectant la fibre

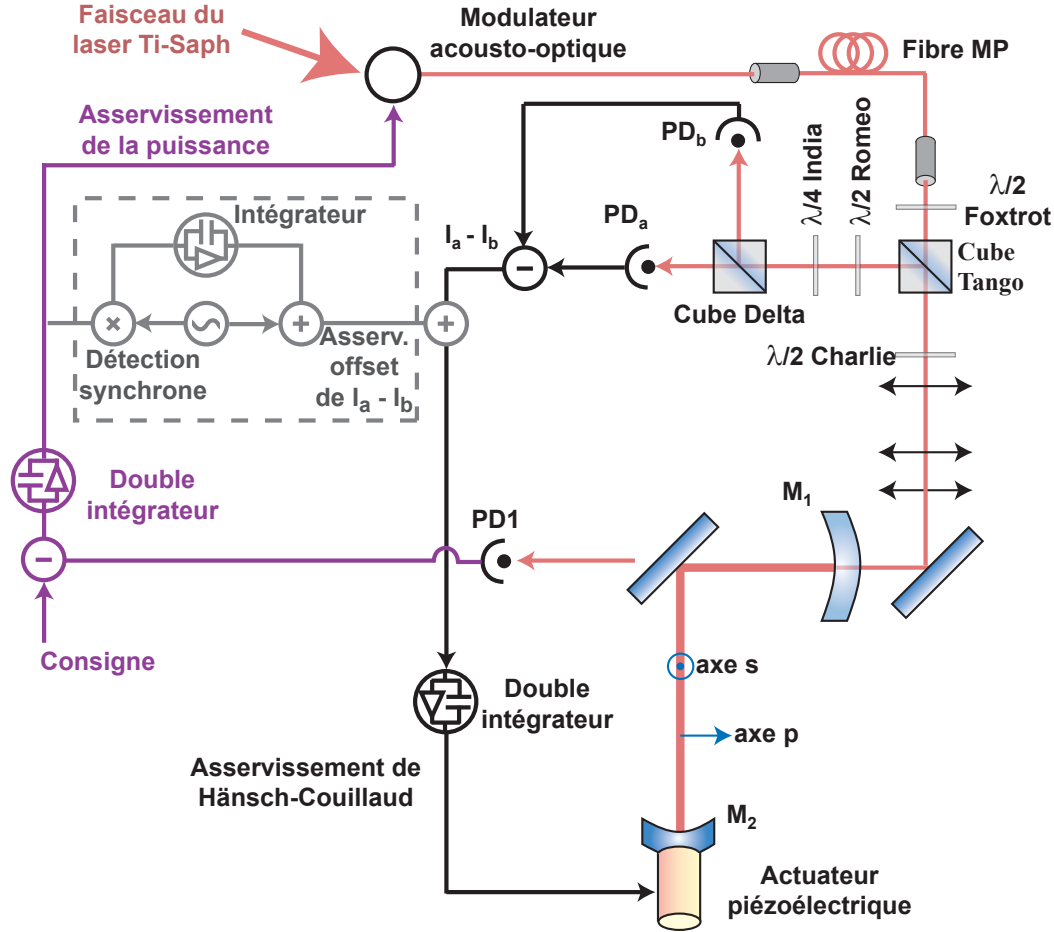


FIGURE 3.5 – Asservissements du piège dipolaire. Le premier étage de contrôle asservit la longueur de la cavité selon la méthode Hänsch-Couillaud, modifiée en définissant les axes propres de la cavité non pas par un polariseur mais par les axes s et p imposés par la réflexion du faisceau sur la lame intracavité à 45° . Le deuxième étage consiste à rétroagir sur la puissance d'entrée P_0 pour asservir la puissance intracavité. Enfin le troisième étage corrige l'offset que l'on peut avoir sur le signal d'erreur du premier étage.

pour annuler la différence $P_c - P_{ref}$.

Cet asservissement possède une bande passante d'environ 100 kHz, il diminue considérablement le bruit sur l'intensité intracavité (figure 3.6) et permet de contrôler cette dernière indépendamment de la longueur de la cavité. On est ainsi en mesure de changer la profondeur du potentiel en quelques microsecondes, notamment lorsque l'on passe de la phase de piégeage à celle d'interrogation. En pratique, quelques millisecondes sont nécessaires afin d'assurer le passage adia-

batique des atomes d'une configuration à une autre.

3.2.3 Asservissement de l'offset

Le signal d'erreur obtenu expérimentalement pour l'asservissement de Hänsch-Couillaud 3.10 est toujours déformé par rapport au cas idéal représenté sur la figure 3.4. On ajoute donc un dernier étage de contrôle pour s'asservir au sommet des franges de la cavité, ce qui d'une part maximise la puissance, et d'autre part rejette les fluctuations résiduelles de longueur de la cavité, qui deviennent d'ordre deux. Par ailleurs, cette approche permet le contrôle des fluctuations de l'offset du signal d'erreur 3.10 sur le long terme, dues à des phénomènes thermiques.

On somme un offset sur le signal $I_a - I_b$, on le module lentement, à une fréquence de 1 Hz, et on détecte de façon synchrone la réponse sur l'asservissement de puissance (figure 3.5). Un intégrateur simple étage rétroagit sur l'offset par le biais d'un sommateur, l'ensemble ayant une bande passante de 0,1 Hz environ.

3.2.4 Evaluation de la stabilité du piège

Grâce à ces trois étages de contrôle, le piège dipolaire peut rester asservi pendant plusieurs heures. Il est cependant nécessaire d'évaluer le niveau de stabilité du potentiel effectif vu par les atomes, en mesurant la densité spectrale de puissance du bruit d'intensité intracavité, $S_\varepsilon(\nu)$, où $\varepsilon(t) = \frac{I(t) - I_0}{I_0}$. La mesure se fait avec une photodiode placée derrière la lame à 45°, reliée à un analyseur de spectre. Les résultats sont représentés sur le graphique 3.6, on constate que l'ajustement du gain de l'asservissement fait baisser le spectre du bruit pour les basses fréquences, et que, en ajoutant encore l'asservissement sur la puissance et celui sur l'offset, on amène le bruit au niveau de celui du détecteur au-delà de 1 kHz. Le taux de chauffage Γ_ε associé à l'énergie moyenne $\langle E \rangle$ dans la cavité, et à une fréquence d'oscillation ν_{osc} peut s'exprimer sous la forme [118] :

$$\frac{d\langle E \rangle}{dt} = \Gamma_\varepsilon \langle E \rangle \quad \text{avec} \quad \Gamma_\varepsilon = \pi^2 \nu_{osc}^2 S_\varepsilon(2\nu_{osc}) \quad (3.11)$$

On extrapole le comportement de la courbe correspondants à tous les asservissements actifs, limitée à 10^{-12} Hz^{-1} pour les hautes fréquences à cause de la bande passante du détecteur : on suppose ainsi qu'entre 50 et 100 Hz, S_ε reste inférieure à 10^{-9} Hz^{-1} , et qu'au delà de 10 kHz, S_ε vaut 10^{-13} Hz^{-1} (on néglige la remontée dans les spectres attendue vers 800 kHz à cause de relaxations dans le cristal du laser Titane Saphir). En s'appuyant sur le graphe et sur ces hypothèses, on déduit que pour un piège de grande profondeur, avec des fréquences d'oscillation typiques longitudinale $\nu_z=245 \text{ kHz}$ et transverse $\nu_t=500 \text{ Hz}$, on a $\Gamma_{\varepsilon,z} = 5,9 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ et $\Gamma_{\varepsilon,t} = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. A faible profondeur, par exemple $\nu_z=22 \text{ kHz}$ et $\nu_t=50$

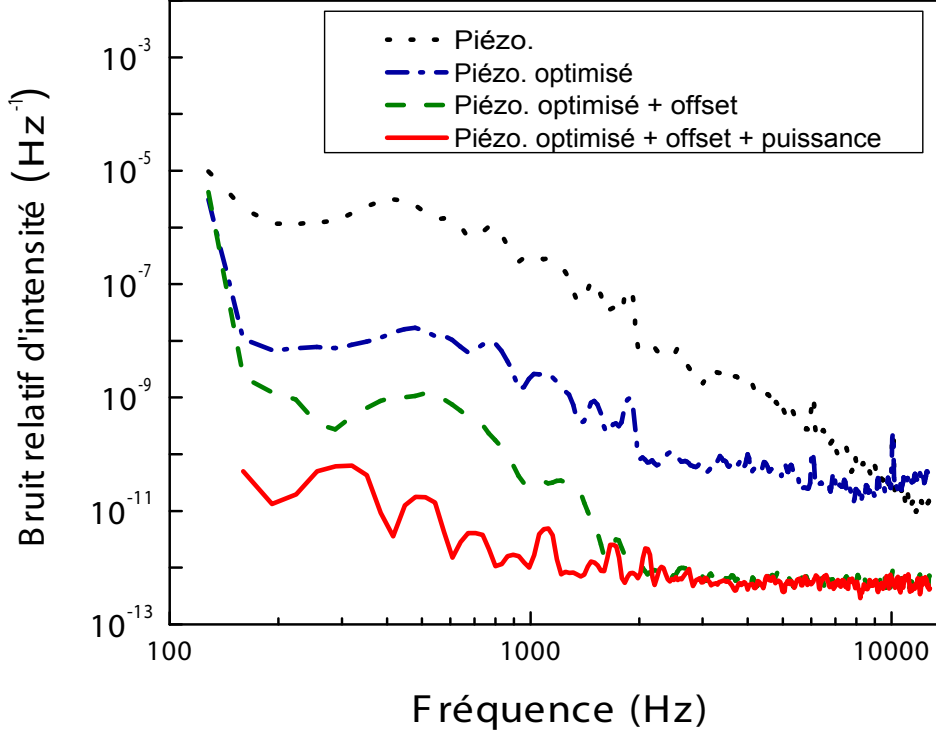


FIGURE 3.6 – Bruit relatif d'intensité intracavité, avec les différents asservissements rajoutés successivement. Les deux courbes les plus hautes correspondent à l'asservissement de la cale piézoélectrique par la méthode de Hänsch-Couillaud avec un gain quelconque (points noirs) et avec un gain optimisé (points-tirets bleus). Pour observer l'effet de l'asservissement de l'offset indépendamment de celui de la puissance sur lequel il s'appuie, on le simule en se plaçant manuellement au sommet de la frange alors que le contrôle optimisé du piézo est actif, ce qui permet d'obtenir la troisième courbe (tirets verts). Enfin, la dernière courbe (trait plein rouge) correspond au cas où tous les étages de contrôle sont actifs, le bruit est limité à environ 10^{-12} Hz^{-1} par le bruit de la photodiode au delà de 1 kHz.

Hz pour $U_0 = 10 E_r$, on obtient $\Gamma_{\varepsilon,z} = 4,8 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ et $\Gamma_{\varepsilon,t} = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Dans tous les cas, le temps de chauffage caractéristique $1/\Gamma_\varepsilon$ est grand devant les temps de cycle typiques de moins d'une seconde qui sont utilisés, on conclut donc que le bruit d'intensité n'est pas un facteur susceptible de diminuer la durée de vie des atomes dans le piège.

3.3 Drain atomique

3.3.1 Limites des processus de refroidissement

Le chargement du piège dipolaire doit permettre de placer dans le régime de Lamb-Dicke un grand nombre d'atomes en un temps aussi court que possible, il est nécessaire de trouver une stratégie efficace pour respecter ces critères.

Le piège magnéto-optique (PMO) bleu¹ permet d'obtenir un nuage d'environ 10^6 atomes froids à une température de 2 mK. Dans la mesure où la structure hyperfine de 1P_1 est mal résolue, le refroidissement sub-Doppler basé sur cette transition n'apporte pas d'amélioration déterminante [119]. Si on superpose le piège dipolaire avec le nuage, seuls les atomes qui sont dans le potentiel et dont l'énergie cinétique est inférieure à la profondeur du piège au moment où on arrête les faisceaux de refroidissement sont capturés. On ne peut donc collecter qu'une faible fraction de la distribution de vitesse, et il n'y a pas assez d'atomes pour obtenir un bon rapport signal sur bruit (mettre un chiffre). Deux solutions peuvent être envisagées pour améliorer la capture : soit on procède à une étape de refroidissement supplémentaire avant de charger le piège, soit on utilise une approche qui permet d'accumuler les atomes dans le potentiel.

Le refroidissement Doppler sur la raie étroite $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$, de largeur $\Gamma_{689}/2\pi = 7,6$ kHz, présente une limite Doppler de l'ordre de 200 nK. Pour des faisceaux de l'ordre de 2 cm de diamètre, on peut calculer que les atomes dont la vitesse est inférieure à $V_{689} \simeq 2,5$ m/s sont arrêtés, ce refroidissement est donc impossible à mettre en oeuvre juste après le ralentisseur Zeeman, où la vitesse longitudinale des atomes est piquée autour de $V_0 = 22$ m/s [101]. En revanche, un PMO rouge peut tout-à-fait être envisagé s'il s'appuie sur un nuage atomique pré-refroidi par le PMO bleu pour lequel $\sqrt{\langle V^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}} \simeq 0,75$ m/s.

Cette approche est celle utilisée par les groupes d'Hidetoshi Katori[120, 100] et John Hall [99], elle est particulièrement simple pour le Strontium 88, du fait de l'absence de sous-structure dans le niveau fondamental, et des pièges de densité 10^{12} cm⁻³ à $T \simeq 400$ nK ont été réalisés [120]. Le problème est plus difficile pour l'isotope fermionique 87, l'état 3P_1 présente une structure hyperfine résolue à l'échelle de la largeur naturelle du niveau, contrairement à l'état 1P_1 sur lequel s'appuie le PMO bleu. La sensibilité magnétique μ_e de 3P_1 est beaucoup plus grande que celle μ_g de 1S_0 , on peut montrer que ceci conduit à un confinement limité à une portée de $\frac{\hbar\delta}{m_F\mu_e b'}$, où b' est le gradient du champ magnétique, m_F le nombre magnétique et δ le désaccord laser. Pour $b' = 3$ G/cm et $\delta = \Gamma_{689}$, on constate que le piégeage est limité à 240 microns, on ne peut donc capturer qu'une fraction réduite des atomes ayant une vitesse inférieure à la vitesse de cap-

1. Ici, "bleu" désigne la transition $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ et "rouge" la transition $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$

ture dans la mesure où le PMO bleu a un rayon de 1,5 mm environ. Par ailleurs, plus les atomes vont vers les sous-niveaux Zeeman extérieurs, plus les coefficients de Clebsch-Gordan sont différents pour les transitions σ^+ et σ^- , et les atomes ne voient plus du tout les mêmes forces de rappel selon leur m_F . En plus du laser désaccordé sur le rouge de la transition $|^1S_0, F = 9/2\rangle \rightarrow |^3P_1, F = 11/2\rangle$ correspondant à un PMO classique, un laser supplémentaire légèrement sur le rouge de la transition $|^1S_0, F = 9/2\rangle \rightarrow |^3P_1, F = 9/2\rangle$ est nécessaire pour assurer le repompage des atomes dans un sous-état qui leur permet de toujours voir une grande force de rappel. Des nuages de 10^6 atomes à 2 μK ont pu être réalisés, mais le temps nécessaire au chargement est supérieur à 100 ms [100], et par ailleurs le diamètre typique de l'assemblée, 240 microns, rend sa superposition avec le piège dipolaire expérimentalement difficile à mettre en oeuvre.

Dans la mesure où l'on souhaite limiter au maximum le temps mort, c'est-à-dire la fraction du cycle qui est dédiée à la préparation des atomes et non pas à leur interrogation, il apparaît que cette approche n'est pas optimale. Nous avons donc imaginé une stratégie de chargement totalement différente, qui consiste à accumuler les atomes dans le piège dipolaire directement pendant la phase de refroidissement du nuage par le PMO bleu.

3.3.2 Principe du drainage atomique

Le "drain atomique" est une approche qui consiste à découpler, pour les atomes, la dynamique liée au PMO bleu et celle due au réseau optique. Si on se contente de superposer les deux pièges, les atomes captés par le potentiel dipolaire s'échappent dès qu'ils sont dans leur état interne fondamental, état dans lequel ils sont exposés aux photons des forces Doppler bleues. Pour accumuler les atomes, il est donc nécessaire de les empêcher de revenir en 1S_0 lorsqu'ils sont capturés dans le piège dipolaire. Nous avons choisi d'étager les atomes dans les états métastables 3P_0 et 3P_2 lorsque la probabilité qu'ils soient capturés par le potentiel dipolaire est la plus élevée.

Expérimentalement, le PMO bleu est traversé par le réseau optique vertical formé par une onde stationnaire dont le waist est centré sur le PMO pour que les puits soient les plus profonds possibles à la hauteur du nuage d'atomes (figure 3.7). Le drain atomique est constitué de deux autres faisceaux, à 689 et 688 nm, accordés respectivement sur les transitions $|^1S_0\rangle \rightarrow |^3P_1\rangle$ et $|^3P_1\rangle \rightarrow |^3S_1\rangle$, alignés et centrés sur le réseau optique. Les atomes pris par le drain sont alors transférés en 3S_1 , qui se désexcite spontanément dans 67% des cas vers les niveaux métastables 3P_0 ou 3P_2 , dont les durées de vie sont bien plus longues que les temps de cycle, ou bien, dans 33% des cas, vers 3P_1 puis éventuellement 1S_0 , états dans lesquels ils sont à nouveau candidats au drainage. Par ailleurs, les faisceaux du drain ont un waist nettement inférieur à celui du réseau, de telle sorte qu'ils "pointent" l'endroit

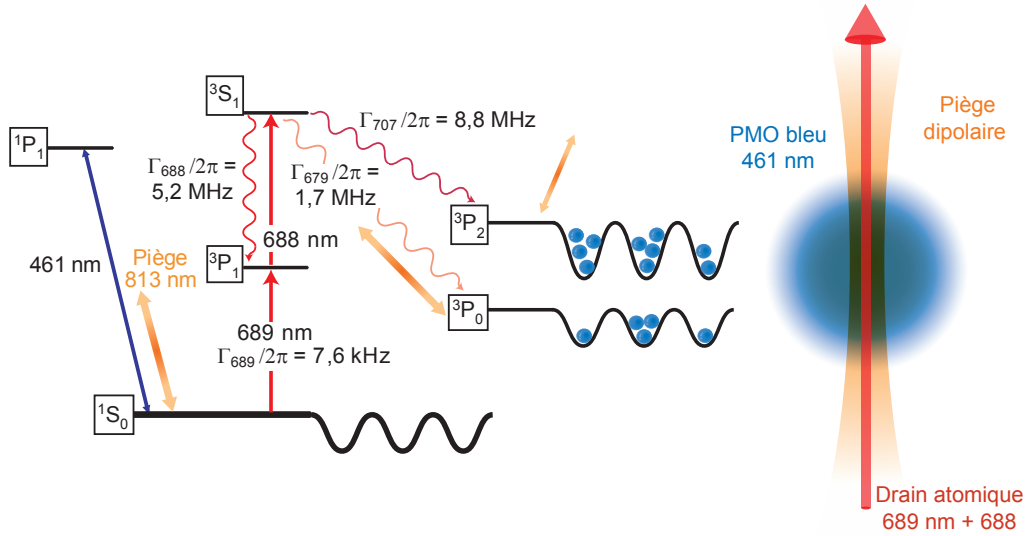


FIGURE 3.7 – En même temps que les faisceaux du PMO sont actifs, les deux lasers du drain atomiques entraînent les atomes qui sont au centre du piège, où le potentiel est le plus profond, vers l'état 3S_1 . Ceux qui se désexcitent spontanément en 3P_0 et 3P_2 sont "étagés", c'est-à-dire isolés de la dynamique du PMO, et susceptibles de tomber dans le potentiel, les autres recommencent le cycle et ont une probabilité de rejoindre les états métastables.

où le potentiel dipolaire vaut U_0 , c'est-à-dire l'endroit où la probabilité de capture dans le piège est la plus élevée : lorsque les atomes sont drainés dans les états métastables, ceux dont l'énergie cinétique est plus petite que U_0 sont capturés dans le réseau optique et y demeurent puisqu'ils sont isolés des faisceaux du PMO. On a ainsi sélectionné les atomes les moins rapides, que l'on va accumuler dans la mesure où la rethermalisation du piège magnéto-optique produit continûment de nouveaux atomes lents qui entretiendront le processus.

Cette étape est suivie par une courte séquence de repompage visant à ramener les atomes des deux états métastables vers le fondamental (figure 3.8). Il est au préalable nécessaire d'éteindre les faisceaux du PMO et ceux du drain atomique, afin que 1S_0 ne soit couplé avec aucun autre état, ainsi que le champ dans les bobines du PMO dans la mesure où l'on veut maîtriser le profil du champ magnétique pour la suite. On active pour cela deux nouveaux lasers, appelés repompeurs dans la suite, alignés sur le piège dipolaire et respectivement ajustés sur les transitions $|^3P_0\rangle \rightarrow |^3S_1\rangle$ (679 nm) et $|^3P_2\rangle \rightarrow |^3S_1\rangle$ (707 nm). En utilisant 3P_1 comme relais,

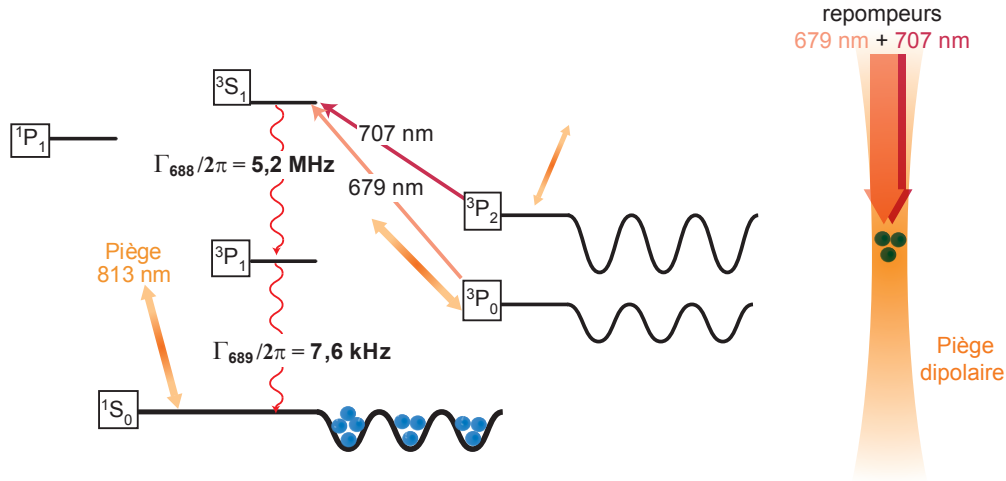


FIGURE 3.8 – Lorsque la phase de drainage atomique est achevée, on éteint tous les faisceaux associés, puis on allume deux lasers repompeurs à 679 nm et 707 nm qui amènent les atomes des états métastables vers 3S_1 , d'où ils se désexcitent soit vers 3P_1 avant de retomber en 1S_0 , soit vers 3P_0 ou 3P_2 où ils sont repompés à nouveau.

tous les atomes reviennent en 1S_0 en un temps de l'ordre de la milliseconde. Afin de s'assurer que tous les atomes vont être repompés, les fréquences de ces lasers sont modulées (paragraphe 3.3.3) pour couvrir toutes les transitions hyperfines potentiellement réalisables (figure 3.11). On évite ainsi d'avoir à s'asservir sur des raies qui sont d'une part a priori difficiles à observer, et qui sont d'autre part réparties sur plusieurs GigaHertz pour chacune des deux familles de transitions.

3.3.3 Mise en oeuvre du montage

Sources lasers

Les différents lasers utilisés dans cette approche de chargement du piège sont des diodes laser en cavité étendue. Pour la gamme de longueur d'onde allant de 688 nm à 698 nm, donc notamment pour les deux lasers du drain atomique, on dispose de filtres interférentiels que l'on place dans la cavité pour rendre la source monomode [121]. Ces filtres ont été fournis par la société *Research Electro-Optics*, ils sont constitués d'un empilement de couches qui induisent des interférences multiples de la lumière incidente. Pour un angle d'incidence donné,

seule la longueur d'onde pour laquelle les interférences sont constructives est transmise, dans une fenêtre de $\pm 0,1$ nm, le reste du spectre est réfléchi. Aux longueurs d'onde pour lesquelles il n'y a pas de filtre disponible, à 679 nm et à 707 nm, un réseau de diffraction en réflexion ferme la cavité étendue et sert également à sélectionner un mode particulier. Dans les deux cas, les lasers possèdent une largeur spectrale typique de 50 kHz si on ne tient compte que du bruit blanc (plutôt 200 kHz si on prend en compte la remontée en $1/f$ due au bruit de scintillation à basse fréquence), avec des modes espacés d'environ 2 GHz quand on balaye le courant.

Le laser à 689 nm correspond à la transition $|^1S_0, F = 9/2\rangle \rightarrow |^3P_1, F = 9/2\rangle$, dont la largeur naturelle est environ 7,6 kHz, il est donc nécessaire de contrôler la source par une référence externe pour réduire sa largeur spectrale. Sur un banc optique annexe, on référence le laser sur une cavité ultra-stable avec la méthode de Pound-Drever-Hall [122] (figure 3.9). Cette technique sera vue plus en détail dans la description du laser d'horloge, mais on estime ici que le laser ainsi asservi a une largeur inférieure à 100 Hz. Afin de combler l'écart entre la fréquence du mode de la cavité et celle de la transition atomique, on dispose deux modulateurs acousto-optiques MAO1 et MAO2 avant d'injecter une diode laser esclave qui augmente la puissance laser disponible. Enfin, deux fibres à maintien de polarisation transfèrent la lumière vers le banc optique principal.

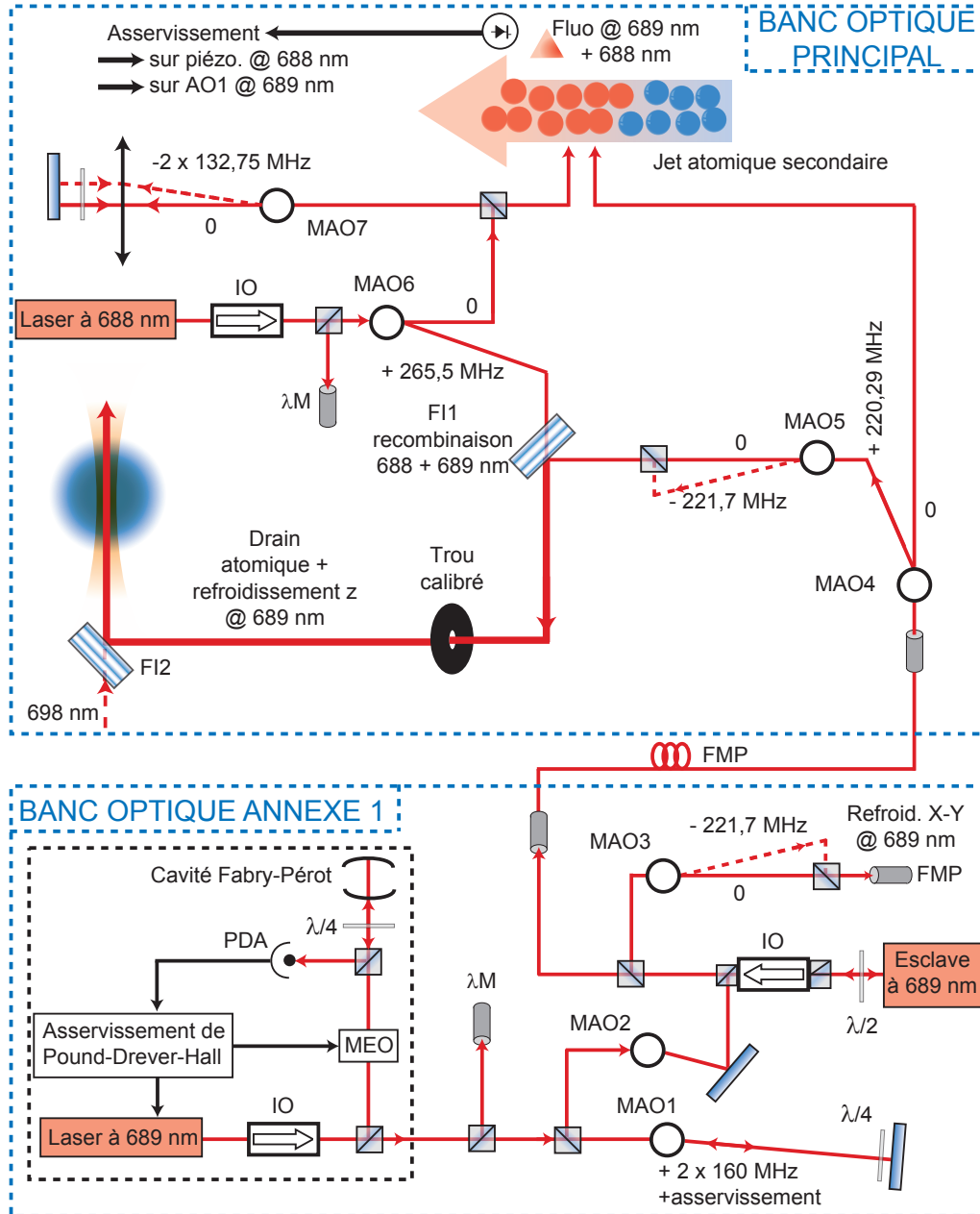


FIGURE 3.9 – Montage optique des lasers à 688 et 698 nm. FMP : Fibre à Maintien de Polarisation, MEO : Modulateur Electro-Optique, MAO : Modulateur Acousto-Optique, FI : Filtre Interférentiel, PDA : Photodiode à Avalanche, IO : Isolateur Optique, λM : Lambdamètre. Les chemins en pointillés remplacent les chemins en trait plein lorsqu'on passe du ^{87}Sr au ^{88}Sr .

Pour contrôler en fréquence les lasers impliqués dans le drain atomique, on adopte une approche similaire à celle choisie pour le laser à 461 nm, c'est-à-dire en utilisant l'isotope 88. Il est d'une part plus abondant que le 87, et d'autre part il possède une structure Zeeman beaucoup plus simple du fait de la nullité du spin nucléaire : 1S_0 ne présente que $m_F = 0$, et la dégénérescence entre les niveaux $m_F = -1, 0, +1$ de 3P_1 et 3S_1 est levée en appliquant un champ magnétique extérieur avec une paire de bobines en configuration Helmholtz. Deux faisceaux, à 689 et 688 nm, sont envoyés vers le petit jet atomique avant d'être rétro-réfléchis. Les atomes traversent en premier lieu le faisceau à 689 nm, on observe un creux d'absorption saturée de 200 kHz de large environ pour les trois transitions $|^1S_0, m_F = 0\rangle \rightarrow |^3P_1, m_F = -1, 0, +1\rangle$, et on ajuste la fréquence pour que le niveau d'arrivée soit $m_F = 0$. Immédiatement après, les atomes traversent le faisceau à 688 nm de telle sorte que le niveau $^3P_1, m_F = 0$ soit encore suffisamment peuplé, le coefficient de Clebsch-Gordan est nul pour une transition $J = 1, m = 0 \rightarrow J = 1, m = 0$, on n'observe donc que les deux transitions $|^3P_1, m_F = 0\rangle \rightarrow |^3S_1, m_F = -1, +1\rangle$. Pour asservir les deux lasers, on sonde successivement les deux résonances en appliquant une modulation carrée de 100 kHz de profondeur et on détecte de façon synchrone la réponse sur la fluorescence des atomes. Le signal d'erreur généré est intégré numériquement pour s'asservir à mi-hauteur du pic d'absorption saturée de la transition $|^1S_0, m = 0\rangle \rightarrow |^3P_1, m = 0\rangle$ en agissant sur le modulateur MAO1 en double passage qui injecte l'esclave à 689 nm, et à mi-hauteur du creux entre les transitions $|^3P_1, m = 0\rangle \rightarrow |^3S_1, m_F = \pm 1\rangle$ en contrôlant la cale piézoélectrique de la cavité étendue du laser à 688 nm. Nous avons estimé que le contrôle des fréquences se faisait avec une incertitude de 4 kHz pour la source à 689 nm, et de 4 MHz pour celle à 688 nm. Enfin, on décale les fréquences avec les modulateurs MAO4 et MAO6 pour combler les écarts isotopiques avec le Strontium 87 (figure 3.10), les transitions les plus facilement accessibles étant $|^1S_0, F = 9/2\rangle \rightarrow |^3P_1, F = 9/2\rangle$ et $|^3P_1, F = 9/2\rangle \rightarrow |^3S_1, F = 9/2\rangle$ (figure 3.10).

Les repompeurs sont également installés sur le banc optique annexe pour des raisons d'encombrement, et leurs fréquences sont modulées très rapidement, on se dispense ainsi de les asservir sur des raies atomiques difficiles à observer. Cette approche permet de repomper de manière très simple tous les sous-états de 3P_2 , qui possède 5 niveaux hyperfins (figure 3.11).

Avec un lambdamètre, on se centre au milieu de l'intervalle que l'on souhaite couvrir, puis on module de ± 4 GHz, ce qui correspond à peu près à couvrir 4 modes laser successifs. Mais comme cela est souligné par le graphe 3.12, il n'est pas suffisant de moduler uniquement le courant de la diode, il resterait de nombreuses zones non couvertes, puisque un mode n'est accordable que sur $\delta f \simeq 100$ MHz par le courant, alors que deux modes successifs sont séparés de $\Delta f \simeq 2$ GHz. Entre deux périodes T_i de la modulation d'intensité dans la diode, on fait donc dériver lentement la longueur de la cavité étendue en modulant le courant de la cale

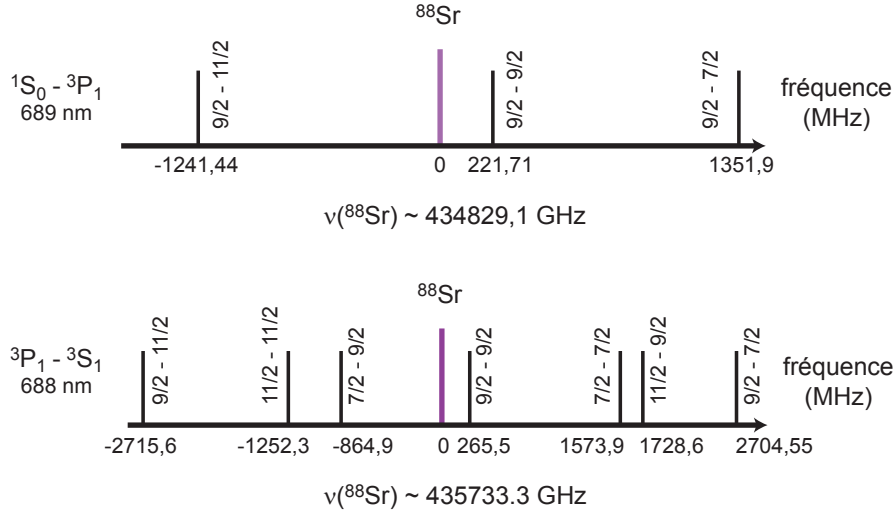


FIGURE 3.10 – Fréquences des transitions $|^1S_0\rangle \rightarrow |^3P_1\rangle$ et $|^3P_1\rangle \rightarrow |^3S_1\rangle$ entre les niveaux hyperfins. Dans les deux cas, la fréquence est donnée par rapport à la transition correspondante pour le boson, unique du fait de l'absence de structure hyperfine.

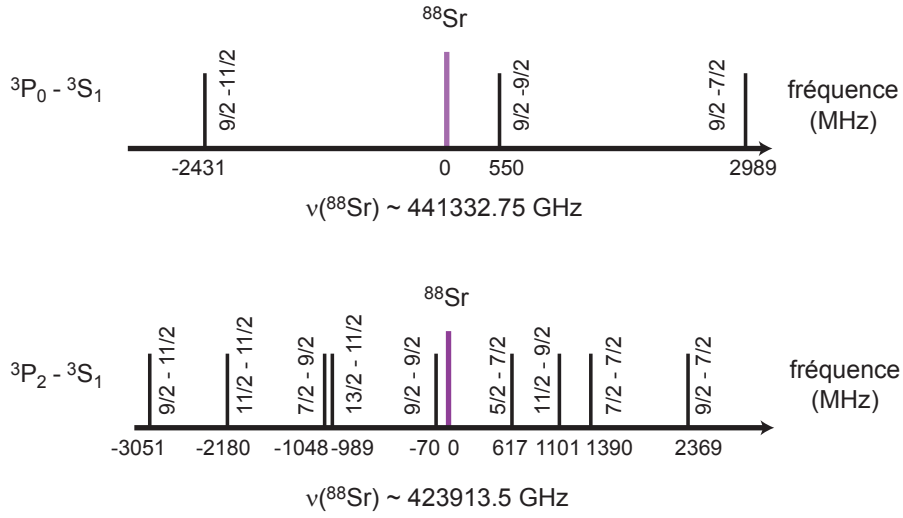


FIGURE 3.11 – Fréquences des transitions $|^3P_0\rangle \rightarrow |^3S_1\rangle$ et $|^3P_2\rangle \rightarrow |^3S_1\rangle$ entre les niveaux hyperfins. Dans les deux cas, la fréquence est donnée par rapport à la transition correspondante pour le boson, unique du fait de l'absence de structure hyperfine.

piézoélectrique avec une période T_p beaucoup plus longue, et avec une amplitude telle qu'elle couvre tout l'intervalle spectral libre $ISL \simeq 1$ GHz. Pour qu'il y ait un recouvrement entre un mode donné et sa transformée après un temps T_i , il faut a priori qu'il y ait entre les périodes la relation :

$$\frac{ISL}{T_p} T_i \leq \delta f \Rightarrow f_i \geq 10 f_p \quad (3.12)$$

On a donc choisi de moduler la cale piézoélectrique au maximum de sa bande passant, environ $f_p = 1$ kHz, et le courant de la diode à $f_i = 14$ kHz. Il s'est avéré en fait que la sensibilité à la condition 3.12 n'était pas très critique. Pour combler l'écart Δf , il faut qu'un mode se décale de l'ordre de $\frac{\Delta f}{\delta f} = 20$ fois, ce qui prend un temps $20T_i \simeq 1$ ms.

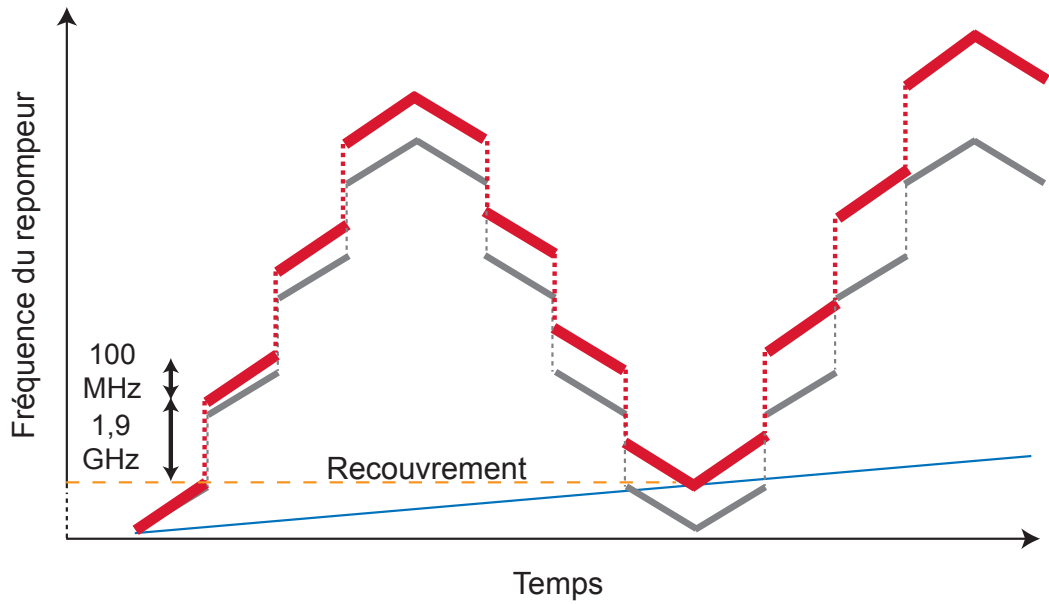


FIGURE 3.12 – Bande de fréquence couverte par un laser repompeur. En trait fin bleu : Variation de la fréquence quand seule la longueur de la cavité est modulée, en trait moyen gris : variation de la fréquence quand seul le courant de la diode est modulée, en trait épais rouge : lorsque les deux modulations sont actives simultanément, on parvient à couvrir une zone continue de fréquence, on optimise a priori en assurant un recouvrement entre deux passages successifs sur le même mode.

Enfin, la question de la polarisation des repompeurs ne se pose pas, il existe effectivement des états noirs qui potentiellement pourraient laisser certaines combinaisons de sous-états magnétiques isolées, mais lorsque la fréquence de ces lasers

est modulée plus vite que la durée de vie de ces états noirs, ils ne sont pas stables et sont donc repompés. Expérimentalement, on ajuste la vitesse de modulation jusqu'à ce que l'efficacité du processus de repompage soit proche de 1.

Ajustement des paramètres des faisceaux

Les paramètres des faisceaux du drain atomique doivent être ajustés, d'une part pour permettre une bonne efficacité du processus décrit précédemment, et d'autre part pour que la mise en oeuvre expérimentale soit réalisable.

Le drain atomique doit être plus étroit spatialement que le piège dipolaire pour que les atomes ciblés soient préférentiellement ceux qui sont proches de l'axe, c'est-à-dire là où le potentiel est le plus profond. Les deux lasers impliqués (à 688 et 689 nm) doivent donc posséder un waist inférieur à $90 \mu\text{m}$, nous avons choisi une valeur commune de $w_d = 50 \mu\text{m}$, ce qui correspond à une longueur de Rayleigh $z_R = 11 \text{ mm}$. Un piège dipolaire encore plus fin spatialement permettrait d'augmenter l'efficacité de capture des atomes, mais, si le drain est par exemple deux fois plus étroit, la valeur de z_R associée rendrait alors la superposition des waists des différents faisceaux très critique, les valeurs choisies résultent donc d'un compromis.

La puissance des deux lasers du drain détermine à quelle distance de l'axe les atomes vont être étagés en 3P_0 ou 3P_2 , il est donc nécessaire de trouver un compromis pour maximiser la capture par le piège dipolaire. Si les puissances sont trop faibles, le transfert vers les états métastables n'est pas opérant, et à l'inverse si elles sont trop élevées, le transfert aura lieu en moyenne plus loin de l'axe, là où la profondeur plus faible du potentiel entraînera la capture d'un nombre plus faible d'atomes. En se basant sur l'optimisation du nombre d'atomes dans le piège, on a finalement opté pour des puissances $P_{689} = 3 \mu\text{W}$ et $P_{688} = 30 \mu\text{W}$. On peut alors s'assurer que le temps de séjour moyen T_s des atomes dans le tube formé par le drain reste grand devant le temps de pompage optique T_{po} de 1S_0 vers les états métastables.

Les caractéristiques des faisceaux des lasers repompeurs sont beaucoup moins critiques, on leur donne un waist de $200 \mu\text{m}$ pour couvrir tout le faisceau du piège dipolaire. Les puissances vues par les atomes sont $P_{679} = 500 \mu\text{W}$, soit $I_{679} \simeq 10^3 \times I_{sat,679}$, et $P_{707} = 200 \mu\text{W}$, soit $I_{707} \simeq 10^2 \times I_{sat,707}$. Sur la figure 3.13, on représente la fluorescence des atomes ramenés en 1S_0 en fonction du temps (la détection sera détaillée en fin de chapitre), on constate que conformément à la prévision tirée de la figure 3.12, un temps typique d'une milliseconde est suffisant pour repomper tous les atomes. En pratique, on prend quelques millisecondes supplémentaires.

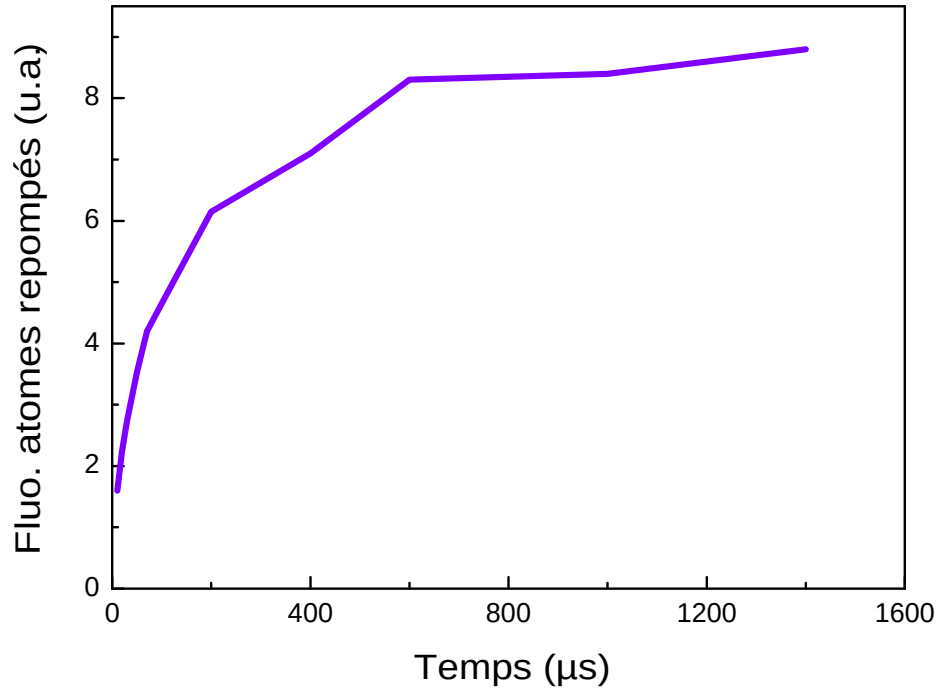


FIGURE 3.13 – Fluorescence des atomes repompés en 1S_0 en fonction du temps. Après une milliseconde, on constate que le taux de repompage ne varie quasiment plus. Les points anguleux proviennent simplement de la résolution temporelle.

Procédures d'alignement

L'alignement des deux lasers du drain atomique l'un avec l'autre est critique, ce qui nous a poussé à améliorer notre approche au cours du temps. Après avoir été ajustés par les modulateurs MAO3 et MAO4 sur les fréquences propres de l'isotope fermionique, les deux faisceaux sont tout d'abord recombinaés par un filtre interférentiel FI1 qui transmet le laser à 688 nm et réfléchit celui à 689 nm, puis on leur fait traverser un trou de filtrage spatial de 20 μm de diamètre, qui leur donne ainsi un waist commun, en taille et en position. Dans la mesure où les longueurs d'onde sont quasiment les mêmes, ils sont ensuite toujours imagés au même endroit, on les considère comme un tout dans la suite.

Le drain atomique doit être aligné sur le réseau optique pour que l'on soit en mesure de pointer le centre du piège dipolaire avec une précision inférieure au

waist ($50 \mu\text{m}$). On prend deux points de référence situé environ 1 m en amont et 1 m en aval du PMO pour confondre les deux faisceaux en champ lointain, puis on image les waists sur la caméra située à la verticale de la chambre, qui permet d'affiner la superposition, avec une précision que l'on évalue à mieux que $10 \mu\text{m}$, ce qui est suffisant par rapport au waist de $50 \mu\text{m}$ du drain à insérer dans le waist de $90 \mu\text{m}$ du piège.

Les repompeurs enfin sont également recombinaés par un filtre interférentiel avant d'être injectés dans une fibre optique que l'on amène à la verticale du PMO. L'alignement n'est pas aussi critique que le précédent, on se contente d'orienter la sortie de fibre pour que les faisceaux passent par le trou calibré situé de l'autre côté du PMO et qui a servi à donner un point fixe au drain atomique.

3.4 Refroidissement des atomes piégés

Plusieurs effets systématiques sont étroitement liés à la température de l'assemblée, qui invite à amener celle-ci à un niveau le plus bas possible. L'évaluation des effets dépendant de la profondeur U_0 du potentiel ne peut se faire précisément que si celui-ci est bien défini, ce qui est particulièrement critique pour l'hyperpolarisabilité, proportionnelle à U_0^2 . Il est donc nécessaire que les atomes voient le potentiel effectif le plus uniforme possible, ce qui implique qu'ils soient localisés au fond des puits. Ensuite, si l'assemblée est trop chaude, on va être très sensible à l'alignement du faisceau sonde sur la direction du piège, ce qui augmente la sensibilité à l'effet Doppler. Enfin, la largeur des raies entourant la porteuse est également liée à la température des atomes, le refroidissement permet donc de prévenir un pulling excessif sur la résonance d'horloge. Par ailleurs, la stabilité peut également être affectée : lorsque l'on fait la spectroscopie de la transition de référence, même si on ne change pas de niveau vibrationnel, la fréquence de Rabi dépend de l'état n_z , donc si de nombreux niveaux sont peuplés, cela résulte en une perte de contraste de la résonance quel que soit le temps d'interrogation choisi, le rapport signal sur bruit s'en trouve donc dégradé.

Si les atomes sont capturés dans un piège dont la profondeur maximale est $260 \mu\text{K}$, seuls quelques pourcents sont dans l'état fondamental si on suppose que la température est du même ordre de grandeur. L'objectif fixé au chapitre 1 de 90% des atomes dans l'état motionnel $n_z = 0$ équivaut à une température de $0,5 \mu\text{K}$ à $U_0 = 10E_r$, soit environ $6 \mu\text{K}$ à profondeur maximale. Une étape de refroidissement supplémentaire est donc nécessaire pour réduire la distribution des atomes dans les états externes n_z .

Elle doit s'accompagner d'un refroidissement dans le plan transverse dans la mesure où le potentiel longitudinal effectif dépend de la quantification du mouvement dans ce plan comme on peut le voir sur la figure 3.14. Les transitions de type

$(n_z, n_r) \rightarrow (n_z + 1, n'_r)$, rendues possibles notamment par les processus collisionnels, sont essentiellement empêchées si la distribution des n_r est réduite. De plus, lorsque l'on va ouvrir le potentiel de façon adiabatique pour la phase de spectroscopie proprement dite, on veut s'assurer que l'on garde les atomes dans le piège, ce qui implique la encore de réduire leur distribution dans toutes les directions.

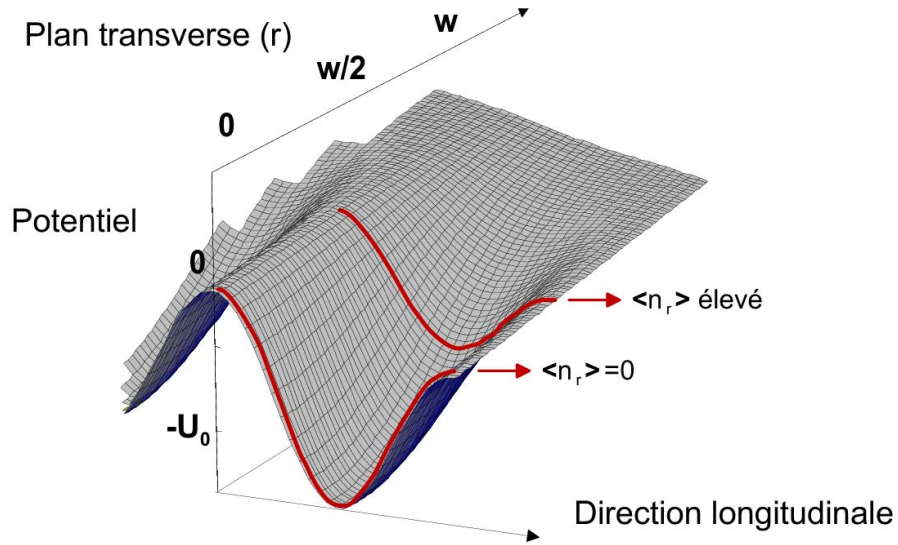


FIGURE 3.14 – Potentiel effectif vu par les atomes. On a zoomé sur un des puits du réseau et on adopte un point de vue classique : plus n_r est grand, plus en moyenne l'atome voit un potentiel longitudinal faible : $\omega_z(r') < \omega_z(r)$ si $r' > r$.

3.4.1 Position du problème, choix du type de refroidissement

Seuls les atomes les plus lents sont sélectionnés par le processus de chargement du piège dipolaire, le refroidissement sur la raie étroite $|g\rangle = |^1S_0, m_F = 9/2\rangle \rightarrow |e\rangle = |^3P_1, m_F = 9/2\rangle$, de fréquence $\omega_{689}/2\pi$ et de largeur $\Gamma_{689}/2\pi = 7,6$ kHz, devient efficace. On continue à se baser sur le niveau hyperfin 9/2 de $|^3P_1\rangle$, toujours à cause de l'accessibilité de sa fréquence. La stratégie la plus adaptée pour réduire l'énergie associée au mouvement externe de l'atome est le refroidissement par bande latérale, qui s'appuie sur les niveaux de quantification n du piège lui-même (figure 3.15) [123, 124]. Un laser de fréquence $\omega_{\text{las}}/2\pi$ est désaccordé de façon à exciter la bande latérale rouge de la transition ($n \rightarrow n - 1$), puis, par émission spontanée, le processus le plus probable est de se désexciter dans le même niveau vibrationnel ($n - 1 \rightarrow n - 1$). Cette stratégie est possible dans la direction longitudinale, dans la mesure où les bandes latérales sont résolues (280

kHz à comparer à une largeur naturelle de 7,6 kHz), mais ce n'est en revanche pas du tout le cas pour le plan transverse (570 Hz contre 7,6 kHz), dans lequel on se contente d'un refroidissement Doppler classique.

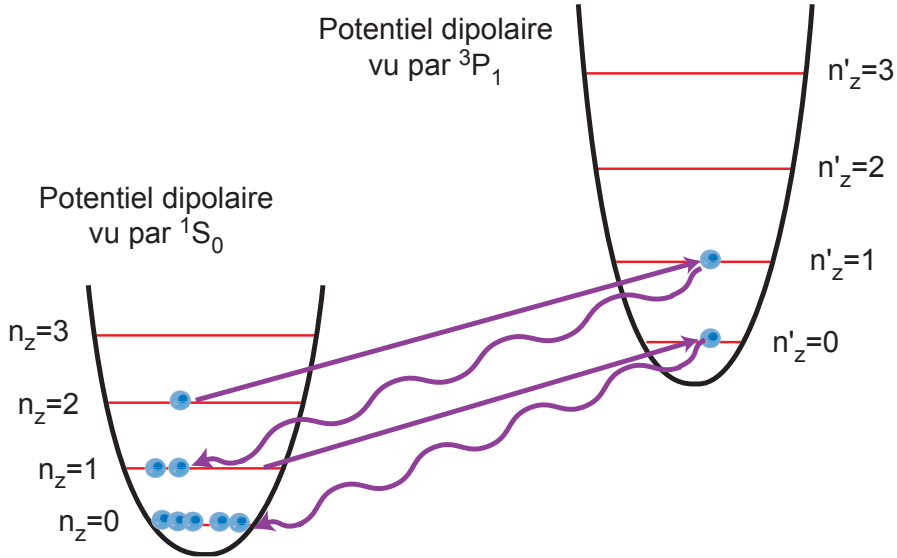


FIGURE 3.15 – Principe du refroidissement par bande latérale. Le laser de refroidissement est calé sur une transition $n \rightarrow n - 1$, puis l'émission spontanée se fait préférentiellement comme $n - 1 \rightarrow n - 1$. On note ici que le potentiel vu par l'atome est différent selon que l'état interne est 1S_0 ou 3P_1 . Le caractère anharmonique du piège a été négligé ici, les niveaux sont équidistants les uns des autres.

Dans le cas de l'état $|^3P_1, 9/2, m_F\rangle$, le déplacement lumineux dépend du sous niveau magnétique que l'on considère. Ceci rend plus complexe le processus de refroidissement, les bandes latérales rouges associées aux différents nombres m_F sont séparées et leur répartition est entrelacée avec celle des bandes bleues qui à l'inverse représentent un processus de chauffage concurrent du refroidissement. Il est donc nécessaire d'évaluer l'efficacité du processus en fonction du décalage de fréquence du laser $\delta = \omega_{\text{las}} - \omega_{689}$ et de sa puissance.

3.4.2 Spectroscopie de la transition $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$

Le niveau $5s5p\ ^3P_1, F = 9/2$ est couplé par le laser formant le piège dipolaire aux niveaux $5sns\ ^3S_1$ pour $n \geq 6$, $5snd\ ^3D_1$ et $5snd\ ^3D_2$ pour $n \geq 4$, en tenant compte de tous les niveaux hyperfins. A la différence du déplacement lumineux ν_0

sur le niveau 1S_0 , celui sur $^3P_1, F = 9/2$ dépend du sous-niveau Zeeman m_F que l'on considère. Le calcul complet est assez difficile à mener, mais on peut supposer que la polarisation du piège est parfaitement linéaire, et négliger les écarts de fréquence entre les niveaux hyperfins. Dans ce cas, le calcul détaillé dans l'annexe A montre que le déplacement lumineux de $5s5p\ ^3P_1, F = 9/2$ peut être mis sous la forme $-\nu_1 - \nu_2 \cdot \Sigma_1(m_F)$, avec :

TABLE 3.1 – Coefficients $\Sigma_1(m_F)$

m_F	$\Sigma_1(m_F)$
$\pm 1/2$	0,4949
$\pm 3/2$	0,4545
$\pm 5/2$	0,3737
$\pm 7/2$	0,2525
$\pm 9/2$	0,0909

La fréquence de la transition $(5s^2\ ^1S_0) \rightarrow (^3P_1, F = 9/2, m_F)$ tenant compte des déplacements lumineux, y compris celui (ν_0) de 1S_0 , est de la forme :

$$\nu_{1S_0 \rightarrow 3P_1}(m_F) = \nu_{1S_0 \rightarrow 3P_1}^0 - \frac{1}{4h} (\alpha_{3P_1}(m_F) - \alpha_{1S_0}) E^2 \quad (3.13)$$

$$= \nu_{1S_0 \rightarrow 3P_1}^0 - (\nu_1 + \nu_2 \cdot \Sigma_1(m_F) - \nu_0) \quad (3.14)$$

et le déplacement lumineux différentiel vaut donc :

$$\Delta\nu(m_F) = \nu_{1S_0 \rightarrow 3P_1}(m_F) - \nu_{1S_0 \rightarrow 3P_1}^0 = \nu_0 - \nu_1 - \nu_2 \cdot \Sigma_1(m_F) \quad (3.15)$$

Le spectre expérimental (figure 3.16) de la transition est difficilement observable par une excitation directe, la force d'oscillateur de la transition est trop faible, il est plus simple d'accumuler les atomes dans les états métastables 3P_0 et 3P_2 . Un laser à 689 nm, orienté selon l'axe longitudinal du piège, proche de résonance émet un premier pulse, plus court (10 μs) que le temps de vie de $|^3P_1\rangle$ (20 μs), ce qui transfère une fraction de la population en $^3P_1, F = 9/2$. Puis un laser à 688 nm, accordé sur $^3P_1, F = 9/2 \rightarrow ^3S_1, F = 9/2$, est utilisé pendant 20 μs , et étage une majorité des atomes dans les états métastables. Les deux sources utilisées sont celles mises en place pour le drain. Pour minimiser le déplacement de fréquence par le laser à 689 nm, on limite sa puissance à quelques microWatts (pour 1 microWatt, on calcule que le déplacement de 3P_1 par le laser à 689 nm désaccordé de la transition $^3P_1 \rightarrow ^3S_1$ est de l'ordre de 150 Hz), et on répète le

cycle précédent plusieurs centaines de fois pour dépeupler au maximum l'état fondamental, en on détecte enfin la baisse de fluorescence associé à une fréquence donnée du laser à 689 nm.

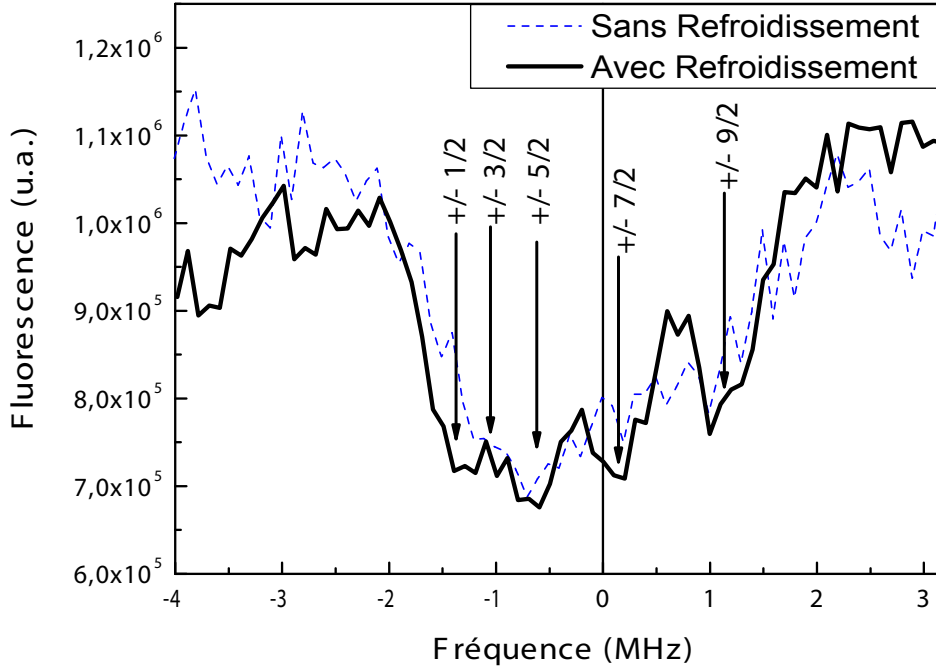


FIGURE 3.16 – Spectre de la transition $^1S_0 \rightarrow ^3P_1, 9/2$, avec (noir trait plein) et sans (bleu trait pointillé) refroidissement pour une profondeur de réseau $U_0 = 1520E_r$. Les transitions associées aux sous-niveaux m_F de $^3P_1, 9/2$ apparaissent après une phase de refroidissement. L'origine des fréquences correspond à la transition non perturbée, lorsque les atomes sont libres.

Il apparaît effectivement une baisse de fluorescence, de largeur totale environ 4 MHz, mais pour faire apparaître la structure Zeeman de $^3P_1, F = 9/2$, le refroidissement, qui sera étudié au paragraphe suivant, s'est avéré nécessaire. Une première observation permet de déterminer le sens du spectre : on sait, d'après le tableau 3.1, que la variation de la fréquence (équation 3.15) est monotone avec $|m_F|$, mais, à cause de la mauvaise connaissance des forces d'oscillateur, il n'est pas a priori possible de savoir le signe de v_2 dans la mesure où les contributions à α_{3P_1} de 3D_1 et 3D_2 d'une part et de 3S_1 d'autre part sont de signes opposés. Par contre, on constate que les résonances dans la sous-structure sont beaucoup plus rapprochés sur la gauche que sur la droite, ce qui correspond au fait que les

$\Sigma_1(m_F)$ sont de plus en plus proches lorsque $|m_F|$ diminue. On en déduit que le creux le plus à gauche du spectre correspond à $m_F = \pm 1/2$ et celui le plus à droite à $m_F = \pm 9/2$. Les deux flèches correspondantes sont utilisées pour trouver les coefficients de 3.15, sachant que ν_0 vaut 5,44 MHz pour la profondeur de piège de $1520 E_r$ à laquelle le spectre (fig. 3.16) a été observé :

$$\nu_1 = 3,69 \text{ MHz} \quad \text{et} \quad \nu_2 = 6,36 \text{ MHz} \quad (3.16)$$

On en déduit les fréquences théoriques correspondant aux autres $|m_F|$ ($\pm 3/2$, $\pm 5/2$, $\pm 7/2$), et on ajoute les flèches correspondantes sur la figure. La transition associée à $m_F = \pm 3/2$ est trop proche de celle à $\pm 1/2$ pour être clairement résolue, mais celles liées à $\pm 5/2$, $\pm 7/2$ et $\pm 9/2$ apparaissent distinctement. On peut également déduire la pulsation d'oscillation longitudinale $\omega(m_F)$ dans le potentiel U vu par l'état $^3P_1, 9/2, m_F$ grâce à la relation $\Delta\nu(m_F) = \frac{m_a}{2\hbar k_z^2} (\omega_z^2 - \omega^2(m_F))$, les résultats sont résumés dans le tableau 3.2.

TABLE 3.2 – Déplacement lumineux différentiel $\Delta\nu(m_F)$ sur la transition $^1S_0, 9/2 \rightarrow ^3P_1, 9/2$ en fonction de m_F , pulsation d'oscillation $\omega(m_F)$ et profondeur du piège dipolaire $U(m_F)$ dans l'état $^3P_1, 9/2, m_F$. Ces données correspondent à un piège d'une profondeur de $1520 E_r$ pour l'état 1S_0 , dont les caractéristiques sont également rappelées.

état	m_F	$\Delta\nu(m_F)$ (MHz)	$\omega(m_F)/2\pi$ (kHz)	$U(m_F)$ (MHz)
$^3P_1, 9/2$	$\pm 1/2$	-1,37	313	6,81
	$\pm 3/2$	-1,11	307	6,55
	$\pm 5/2$	-0,60	295	6,04
	$\pm 7/2$	0,17	275	5,27
	$\pm 9/2$	1,20	247	4,24
$^1S_0, 9/2$	tous	$\times$	$\omega_z/2\pi = 280 \text{ kHz}$	$U_0 = 5,44 \text{ MHz}$

3.4.3 Caractéristiques du refroidissement

On considère un piège dipolaire à une dimension, de paramètre de Lamb-Dicke $\eta = \sqrt{\frac{\omega_{rec}}{\omega_z}}$, où $\hbar\omega_{rec}$ est l'énergie de recul associée au laser d'interaction, à 689 nm dans le cas présent, et $\omega_z/2\pi$ est la fréquence d'oscillation longitudinale dans le potentiel tel qu'il est vu par l'état 1S_0 , soit 280 kHz pour $U_0 = 1520 E_r$.

Même si la pulsation d'oscillation $\omega(m_F)$ dans l'état excité est quasi identique à ω_z , on prend le soin de les distinguer pour des raisons qui apparaîtront dans la suite. Les états motionnels propres n sont ceux associés à la direction longitudinale z du piège, ils liés aux opérateurs création $a^\dagger$ et annihilation a . Dans la mesure où le paramètre de Lamb-Dicke vérifie la relation $\eta \simeq 0,13 \ll 1$, on considère que seules les transitions associées à la porteuse ($\Delta n = 0$), à la première bande latérale rouge ($\Delta n = -1$) et à la première bande latérale bleue ($\Delta n = +1$) sont possibles, avec des forces de couplage valant [35] :

$$\Omega_{n,n'} = \Omega_0 \eta_{n,n'} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \eta_{n,n'} = 1 & \text{si } n' = n \\ \eta_{n,n'} = \eta \sqrt{n} & \text{si } n' = n - 1 \\ \eta_{n,n'} = \eta \sqrt{n+1} & \text{si } n' = n + 1 \end{cases} \quad (3.17)$$

Les états propres motionnels $|n\rangle$ et $|n'\rangle$ ne sont pas rigoureusement les mêmes lorsque les deux potentiels sont différents, on peut montrer avec la théorie des perturbations que la définition des $\eta_{n,n'}$ reste la même au premier ordre.

A l'équilibre, la population de l'état excité $|e, n'\rangle$ se déduit des solutions stationnaires des équations de Bloch optiques [125], mais avec une intensité lumineuse I corrigée d'un facteur $\eta_{n,n'}^2$ pour tenir compte de la fréquence de Rabi effective :

$$\sigma_{ee}^{n \rightarrow n'}(\delta) = \frac{1}{2} \frac{\eta_{n,n'}^2 \frac{I}{I_{sat}}}{1 + \eta_{n,n'}^2 \frac{I}{I_{sat}} + 4 \left(\frac{\delta - \Delta(m_F) - [(n'+1/2) \cdot \omega(m_F) - (n+1/2) \cdot \omega_z]}{\Gamma_{689}} \right)^2} \quad (3.18)$$

où $\delta = \omega_{las} - \omega_{689}$.

Les taux d'émission spontanée sont également modifiés : de la référence [126], on sait que dans le cas de l'atome libre, $\Gamma_{689} \propto |\langle e | \hat{D} | g \rangle|^2$, avec $\hat{D}$ opérateur dipolaire électrique. Lorsque le mouvement externe est quantifié par les états n , on déduit de [35] que :

$$\Gamma_{n' \rightarrow n} \propto \left| \langle e | \hat{D} | g \rangle \times \langle n' | e^{i\eta(a+a^\dagger)} | n \rangle \right|^2 \simeq \left| \langle e | \hat{D} | g \rangle \right|^2 \times \left| \langle n' | 1 + i\eta(a+a^\dagger) | n \rangle \right|^2 \quad (3.19)$$

On trouve finalement que :

$$\Gamma_{n' \rightarrow n} = \Gamma_{689} \eta_{n,n'}^2 \quad (3.20)$$

Le taux de chauffage $\Gamma_{+,n}$ à partir du niveau n est la somme de deux termes, correspondant aux deux chemins possibles pour aller de n à $n+1$:

- soit on excite la porteuse, puis la désexcitation se fait selon la bande latérale rouge ($n \rightarrow n \rightarrow n+1$)
- soit on excite la bande latérale bleue, puis la désexcitation se fait selon la porteuse ($n \rightarrow n+1 \rightarrow n+1$)

L'expression de $\Gamma_{+,n}$ est alors :

$$\Gamma_{+,n}(\delta) = \Gamma_{n \rightarrow n+1} \cdot \sigma_{ee}^{n \rightarrow n}(\delta) + \Gamma_{n+1 \rightarrow n+1} \cdot \sigma_{ee}^{n \rightarrow n+1}(\delta) \quad (3.21)$$

De la même façon, on définit un taux de refroidissement $\Gamma_{-,n}$ à partir de l'état n , qui vaut, en sommant là aussi sur les deux chemins possibles ($n \rightarrow n \rightarrow n-1$) et ($n \rightarrow n-1 \rightarrow n-1$) :

$$\Gamma_{-,n}(\delta) = \Gamma_{n \rightarrow n-1} \cdot \sigma_{ee}^{n \rightarrow n}(\delta) + \Gamma_{n-1 \rightarrow n-1} \cdot \sigma_{ee}^{n \rightarrow n-1}(\delta) \quad (3.22)$$

Les équations de taux mettent en évidence la dynamique des populations P_n des états n , et en particulier celles associées aux deux états motionnels les plus bas en énergie. Dans un premier temps, on considère le cas où un seul état m_F est disponible :

$$\frac{dP_n}{dt} = \Gamma_{+,n-1} \cdot P_{n-1} + \Gamma_{-,n+1} \cdot P_{n+1} - (\Gamma_{+,n} + \Gamma_{-,n}) P_n \quad (3.23)$$

$$\frac{dP_0}{dt} = \Gamma_{-,1} \cdot P_1 - \Gamma_{+,0} \cdot P_0 \quad (3.24)$$

En pratique, on fait l'hypothèse qu'à la fin du processus de refroidissement, les niveaux $n=0$ et $n=1$ sont les seuls à être peuplés, et à l'équilibre, on tire de 3.24 le rapport :

$$\frac{P_0}{P_1} = \frac{\Gamma_{-,1}}{\Gamma_{+,0}} \quad (3.25)$$

On trace ce rapport en fonction du désaccord de fréquence pour des paramètres de saturation $s = I/I_{sat}$ de 2500 et 25000 (figure 3.17), en supposant $\Delta(m_F) = 0$ et $\omega(m_F) = \omega_z$. On retrouve bien le fait que le transfert vers l'état motionnel fondamental $n=0$ est optimisé lorsque le laser est accordé sur la bande latérale rouge de la transition ($\omega_{las} - \omega_{689} = \omega_z$). Les courbes correspondent à des rapports I/I_{sat}

de 2500 et 25000, cette dernière valeur étant environ celle que l'on a expérimentalement, on a alors environ 95% d'atomes en $n = 0$, ce qui remplit l'objectif fixé au chapitre 1. Cette proportion serait encore meilleure si on diminuait s , mais il est également nécessaire de trouver un compromis avec la puissance requise pour la phase de drainage atomique, on ne peut donc pas pour l'heure descendre la puissance du laser pour optimiser le seul refroidissement. Une amélioration dans les travaux à venir consistera à dissocier les puissances disponibles à 689 nm pour ces deux parties de la séquence temporelle.

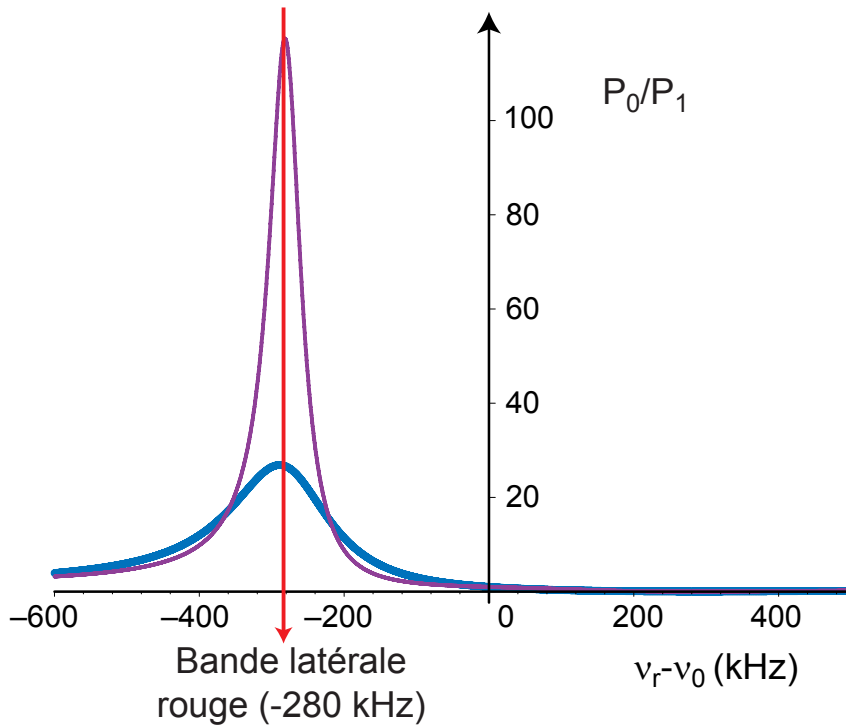


FIGURE 3.17 – Rapport P_0/P_1 à l'état stationnaire de la phase de refroidissement, en fonction du désaccord entre le laser et la transition, en ne prenant pas en compte la structure Zeeman. Trait violet fin : $I/I_{sat} = 2500$, trait bleu épais : $I/I_{sat} = 25000$.

On doit en fait prendre en compte tous les sous-niveaux m_F , et si on suppose que les dynamiques des populations associées sont découplées les unes des autres, on peut écrire l'équation 3.24 pour chacun des m_F . L'équation de taux associée au niveau fondamental est obtenue simplement par sommation :

$$\sum_{m_F} \left[\frac{dP_0(m_F)}{dt} \right] = \sum_{m_F} [\Gamma_{-,1}(m_F) \cdot P_1(m_F) - \Gamma_{+,0}(m_F) \cdot P_0(m_F)] \quad (3.26)$$

L'émission spontanée et les faisceaux de refroidissement selon les directions x et

y redistribuent en permanence les m_F entre eux, on considère que les populations $P_0(m_F)$ sont toutes égales entre elles, de même que les $P_1(m_F)$, soit $P_0(m_F) = P_0/10$ et $P_1(m_F) = P_1/10$. L'équation 3.26 devient :

$$\left[\frac{dP_0}{dt} \right] = \sum_{m_F} [\Gamma_{-,1}(m_F)] \frac{P_1}{10} - \sum_{m_F} [\Gamma_{+,0}(m_F)] \frac{P_0}{10} \quad (3.27)$$

et à l'état stationnaire, on obtient donc :

$$\frac{P_0}{P_1} = \frac{\sum_{m_F} \Gamma_{-,1}(m_F)}{\sum_{m_F} \Gamma_{+,0}(m_F)} \quad (3.28)$$

On trace le résultat en fonction du désaccord de fréquence (figure 3.18), en prenant le déplacement différentiel $\Delta(m_F = \pm 1/2)$ comme référence ($\delta' = \delta + 2\pi\Delta(m_F = \pm 1/2)$) pour se baser sur l'écart de fréquence par rapport à la transition qui est la plus déplacée vers le rouge par le piège dipolaire, c'est-à-dire celle dont l'état final est $^3P_1, 9/2, m_F = \pm 1/2$.

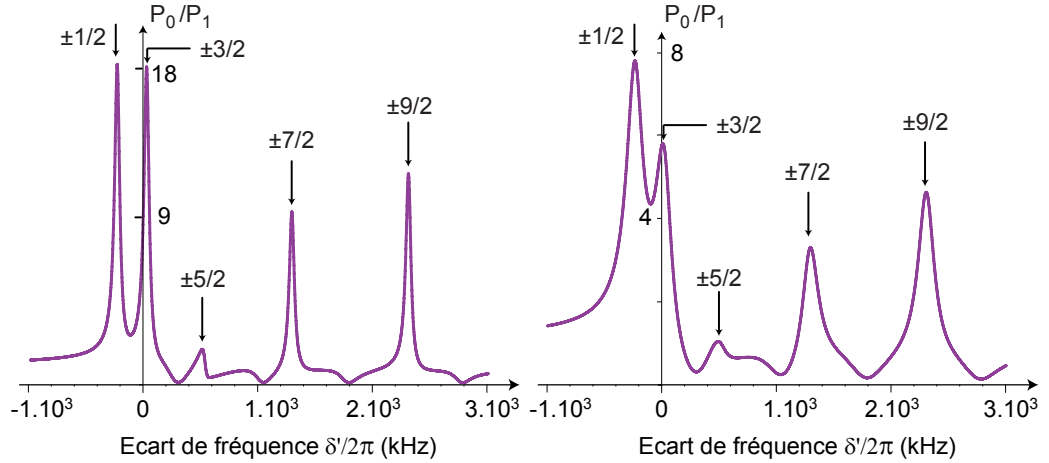


FIGURE 3.18 – Rapport P_0/P_1 à l'état stationnaire de la phase de refroidissement, en fonction du désaccord entre le laser et la transition $^1S_0, 9/2 \rightarrow ^3P_1, 9/2, m_F = \pm 1/2$ en prenant en compte tous les sous-niveaux Zeeman. Gauche : $I/I_{sat} = 2500$, Droite : $I/I_{sat} = 25000$.

Le rapport des populations présente un pic à chaque fois que l'on est accordé sur la bande latérale rouge, avec des effets d'interférences plus ou moins marqués selon l'écart à la bande bleue la plus proche. Les niveaux $\pm 3/2$ et $\pm 5/2$ par

exemple étant séparés de presque exactement deux fois la fréquence d'oscillation, la compétition entre le chauffage sur $\pm 3/2$ et le refroidissement sur $\pm 5/2$ résulte en un maximum très peu marqué. C'est en s'accordant sur le rouge de la transition qui est déjà la plus décalée vers le rouge à cause du déplacement lumineux du piège que l'on maximise le ratio P_0/P_1 , on doit donc s'accorder sur la bande latérale rouge de $^1S_0, 9/2 \rightarrow ^3P_1, 9/2, m_F = \pm 1/2$. A faible saturation, lorsque les raies sont moins élargies, cet effet d'interférence est moindre, et les maximums sont plus hauts, mais comme indiqué précédemment, on souhaite que le laser à 689 nm garde suffisamment de puissance pour la phase de drainage. Par ailleurs, plus la puissance est faible, plus le temps pour atteindre l'équilibre, supposé dans le cas du résultat 3.28, sera long. Pour un paramètre I/I_{sat} de 25000, on atteint $P_0/P_1 = 8$, ce qui correspond environ à 90% des atomes dans $n = 0$, on est donc dans une situation conforme à ce que l'on attendait.

3.4.4 Mise en oeuvre

Si seuls les deux premiers niveaux étaient peuplés, on obtient un taux caractéristique peuplement pour $n = 0$ de $\left(1 + \frac{P_0}{P_1}\right) \Gamma_{+,0}$. Avec un paramètre $I/I_{sat}=25000$ et un désaccord de 280 kHz, on obtient un taux de $9\Gamma_{+,0} \simeq 9 \times 0,5\Gamma_{689}$ soit un temps de quelques microsecondes. En pratique, le temps caractéristique nécessaire au processus de refroidissement est environ de 40 ms, à cause du fait qu'à la température initiale (260 μ K), beaucoup de niveaux sont peuplés. Par ailleurs, à cause de l'anharmonicité du piège, les niveaux vibrationnels se rapprochent de plus en plus quand n augmente, et le modèle tel qu'il a été présenté est moins efficace pour les niveaux hauts puisque la répartition des bandes latérales "chauffantes" bleues devient difficile à maîtriser, ce qui diminue également l'efficacité du processus. Pour contrer cet dérive de l'écart entre les niveaux, une amélioration future possible sera d'appliquer une rampe de fréquence sur le décalage de fréquence δ , ou une combinaison de plusieurs fréquences.

Le refroidissement longitudinal est pris en charge par le même faisceau en simple passage que celui utilisé pour le drain atomique. Les axes x et x sont rendus indépendants de l'axe z , afin de mieux pouvoir optimiser les fréquences et les puissances nécessaires (figure 3.19). L'esclave à 689 nm injecte une deuxième fibre à maintien de polarisation, le faisceau de sortie est partagé en deux polarisations orthogonales, décalées chacune par un MAO d'une quantité très proche, pour s'accorder sur la raie d'intercombinaison de l'isotope fermionique, comme cela a été fait pour l'axe z . Mais les deux modulateurs fonctionnent à deux fréquences très légèrement différentes (un écart de 20 kHz est suffisant), et après recombinaison par un cube, les deux rayons résultants, qui sont injectés dans deux nouvelles fibres MP, possèdent donc des polarisations modulées. Ceci permet d'éviter de

créer des états noirs dans le processus de refroidissement transverse, puisque l'on module plus vite que la largeur naturelle des niveaux (7,6 kHz). Les faisceaux en sortie pointent selon x et selon x , et sont rétro réfléchis après avoir traversé le nuage atomique, on crée une configuration Doppler où le piège dipolaire joue le rôle du potentiel de rappel.

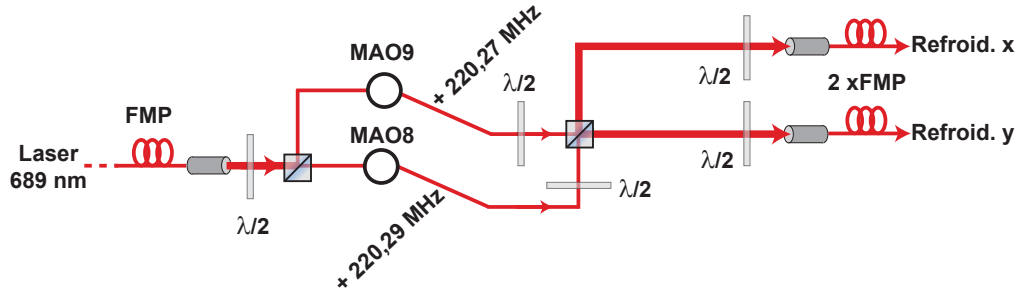


FIGURE 3.19 – Préparation des faisceaux pour le refroidissement dans le plan transverse. Deux polarisations linéaires orthogonales à deux fréquences sensiblement différentes sont entrelacées pour moduler la polarisation des faisceaux finalement injectés dans les fibres.

Les valeurs des fréquences de MAO4 (figure 3.9), MAO8 et MAO9 (figure 3.19) sont en fait ajustées en fonction de la profondeur du piège dipolaire (les valeurs indiquées, respectivement 220,29 MHz, 220,29 MHz et 220,27 MHz, correspondent à une profondeur $U_0^{max} = 1520 E_r$). Les variations de fréquence sont néanmoins suffisamment petites pour ne pas entraîner de désalignement problématique des faisceaux. MAO4 comble la différence de fréquence entre la transition $|^1S_0\rangle \rightarrow |^3P_1\rangle$ pour l'isotope 88 et la bande latérale rouge de la transition $|^1S_0\rangle \rightarrow |^3P_1, F = 9/2, m_F = \pm 1/2\rangle$ pour l'isotope 87. Sa fréquence de fonctionnement théorique, exprimée en MégaHertz, s'écrit, si on se réfère au tableau 3.2 :

$$\begin{aligned}
 \nu_{MAO}(U_0) &= \nu_{DI} + \Delta\nu(\pm 1/2) - \frac{\omega(\pm 1/2) + \frac{1}{2}[\omega(\pm 1/2) - \omega_z]}{2\pi} \\
 &= 221,71 - 1,37 \frac{U_0}{U_0^{max}} - 0,33 \sqrt{\frac{U_0}{U_0^{max}}}
 \end{aligned} \tag{3.29}$$

où $\nu_{DI} = 221,71$ MHz est le décalage isotopique pour cette transition entre les isotopes 87 et 88. Pour différentes profondeurs U_0 , le refroidissement a été optimisé et la fréquence $\nu_{MAO}(U_0) - \nu_{DI}$ est reportée sur la figure 3.20. On observe qu'il y a un bon accord entre les points expérimentaux et la courbe théorique, les écarts peuvent être expliqués par plusieurs facteurs :

- tout d'abord, comme cela apparaît sur les courbes 3.18, le refroidissement est efficace à plusieurs fréquences, il n'est donc pas forcément évident de le détecter si on s'appuie sur un autre sous-niveau que $m_F = \pm 1/2$.
- d'autre part, l'asservissement du laser à 689 nm sur le petit jet atomique peut être exposé à un déplacement de fréquence, soit par effet Doppler si le faisceau n'est pas suffisamment orthogonal au jet atomique ou si sa réflexion n'est pas bien superposée, soit si le faisceau à 688 nm, très proche spatialement, déplace le niveau 3P_1 .

L'évaluation de la température finale après refroidissement s'appuie sur la spectroscopie des atomes dans le piège, elle est présentée en détail dans la section 4.1.

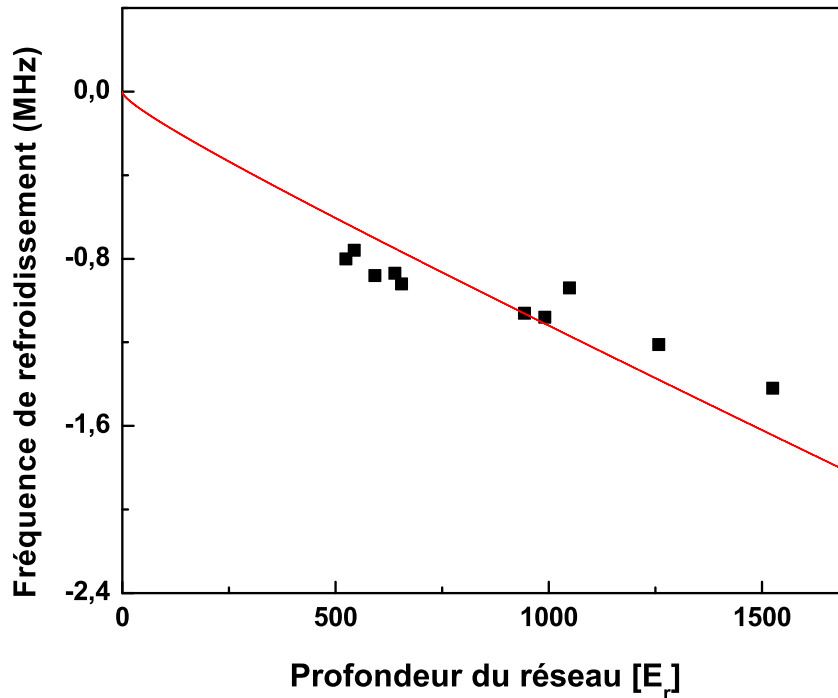


FIGURE 3.20 – Fréquence de MAO4 optimisant le refroidissement des atomes dans le piège, en fonction de la profondeur du potentiel. On a retranché à la fréquence le décalage isotopique, soit 221,71 MHz, les points noirs sont les points expérimentaux, et la courbe rouge correspond au comportement théorique décrit par l'équation 3.29

3.5 Laser d'horloge

Le laser d'horloge à 698 nm est utilisé à l'issue de la phase de préparation pour interroger les atomes sur la raie $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$. Ultimement, c'est la largeur spectrale du laser qui limite la largeur de la résonance que l'on obtient, il convient donc d'apporter un soin tout particulier au spectre de bruit de fréquence de cette source. Le niveau de stabilité envisagé dans le chapitre 1 est conditionné par le fait de posséder une source de quelques Hertz de large, comme cela avait déjà été mis en oeuvre dans plusieurs groupes [24, 25, 26]. Un laser à cavité étendue classique a une largeur de quelques centaines de kiloHertz, mais on réduit fortement la largeur de sa densité spectrale de puissance du bruit de fréquence en l'asservissant sur une cavité Fabry-Pérot ultrastable. Le montage tel qu'il va être décrit dans cette partie a été entièrement réalisé par Xavier Baillard et Audrey Quessada-Vial.

3.5.1 Description de la cavité ultra-stable

La cavité FP1 est composée de deux miroirs identiques contactés optiquement sur un barreau en ULE (Ultra-Low Expansion glass), matériau dont le coefficient d'expansion thermique est très faible à température ambiante, de l'ordre de $0 \pm 1.10^{-8} \text{ K}^{-1}$. Les miroirs sont espacés de $L = 10 \text{ cm}$, ce qui correspond à un intervalle spectral libre de 1,5 GHz environ. La finesse de la cavité utilisée est 24500, les résonances sont donc d'une largeur d'environ 61 kHz. Les fréquences propres s'écrivent $\nu_n = n \cdot \frac{c}{2L}$, et on note n_0 la valeur de n telle que $\nu_s - \nu_n$ soit la plus petite possible.

Cette cavité est posée sur un support en Invar en forme de V, afin que les points de contact soient bien définis. Des joints en Viton sont intercalés entre les deux pour améliorer l'amortissement des vibrations haute fréquence. L'ensemble est placé dans une enceinte ultra-vide, qui joue le rôle d'un premier blindage thermique et acoustique, et qui permet de limiter les fluctuations d'indice de réfraction entre les miroirs. On atteint une pression de l'ordre de 2.10^{-7} Pa grâce à une pompe ionique de 25 l/s similaire à celles utilisées pour le système à vide principal. Il est crucial d'atteindre ce niveau de pression dans la mesure où des fluctuations de l'ordre de 5.10^{-6} Pa entraînerait une incertitude de l'ordre de 0,5 Hz sur le sommet de la résonance, sur lequel on va venir s'asservir, il est nécessaire d'avoir un ordre de grandeur de mieux pour atteindre l'objectif fixé en terme de largeur spectrale.

Trois cylindres en aluminium viennent ainsi entourer la cavité elle-même, et une stabilisation de température supplémentaire a été installée sur l'enceinte extérieure pour limiter les fluctuations de fréquence sur le long terme.

3.5.2 Principe de l'asservissement de Pound-Drever-Hall

Ce type d'asservissement a été initialement développé par R. Pound en 1946 ([127]) et généralisé au domaine optique par Drever et Hall au début des années 1980 ([122]). Grâce à un modulateur électro-optique, on module à la fréquence $\Omega/2\pi$ la phase de l'onde incidente $E_s(t)$, ce qui fait essentiellement apparaître, en plus de la porteuse à $\omega = \omega_s$, les bandes latérales à $\omega = \omega_s \pm \Omega_s$ si l'indice de modulation β reste suffisamment petit :

$$E_s(t) = E_{s,0} \exp[i(\omega_s t + \beta \sin \Omega t)] \quad (3.30)$$

Pour un pic donné, le champ réfléchi par la cavité Fabry-Pérot $E^r(\omega)$ par rapport au champ incident $E^i(\omega)$ a pour expression, avec des miroirs de coefficient de réflexion en amplitude r :

$$F(\omega) = \frac{E^r(\omega)}{E^i(\omega)} = r \frac{1 - e^{i2\omega L/c}}{1 - r^2 e^{i2\omega L/c}} \quad (3.31)$$

Les trois composantes du champ réfléchi sont détectées par une photodiode à avalanche, l'intensité lumineuse reçue est démodulé à la fréquence $\Omega/2\pi$. On obtient un signal d'erreur proportionnel à la partie imaginaire de la fonction complexe $F(\omega_s) \cdot F^*(\omega_s + \Omega) - F^*(\omega_s) \cdot F(\omega_s - \Omega)$, et centré sur ν_{n_0} . La fréquence du laser est ajustée en rétroagissant simultanément sur le courant de la diode et sur la longueur de la cale piézoélectrique de la cavité étendue.

3.5.3 Mise en oeuvre

Le schéma du système (figure 3.21) est similaire à celui du laser à 689 nm : on utilise un laser à cavité étendue avec un filtre interférentiel intracavité, une partie du faisceau est prélevée et modulée en phase par un modulateur électro-optique à 50 MHz avant d'être analysé par la cavité ultra-stable FP1, comme décrit auparavant. Le faisceau réfléchi est récupéré par une photodiode à avalanche, et démodulé à 50 MHz pour aboutir au signal d'erreur évoqué dans la paragraphe précédent. L'asservissement se fait par le biais d'un circuit proportionnel-double intégrateur agissant sur le courant de la diode, et d'un autre circuit intégrateur agissant sur la longueur de la cale piézoélectrique de la cavité du laser. La bande passante de l'ensemble de la rétroaction est de l'ordre de 3 MHz.

Le banc optique sur lequel les composants sont disposés est posé sur une table de compensation active des vibrations de la marque *HWL*, afin de découpler le laser des bruits basse fréquence qui pourraient être transmis par le sol. En pratique, cette plate-forme s'est révélée efficace au dessus de 1 Hz. Afin de parfaire l'isolation thermique et acoustique, l'ensemble est enfermé dans un coffre en Dural quasi hermétique. Finalement, à l'équilibre thermique, on atteint une dérive de

la fréquence de référence inférieure à 10^{-16} s^{-1} , ce qui correspond à une stabilisation de température de l'ordre de 10^{-8} degré sur la seconde, le coefficient de dilatation de l'ULE étant de l'ordre de 10^{-8} K^{-1} .

La lumière de ce laser maître asservi traverse un MAO en double passage, alimenté par un synthétiseur radiofréquence, ce qui permet de contrôler avec précision l'écart de fréquence entre la cavité de référence et la transition atomique $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$. Une fibre optique à maintien de polarisation amène ensuite la lumière sur le banc optique principal, et on injecte un laser esclave dont le faisceau est recombinaison avec le drain atomique au niveau du filtre interférentiel FI2 dessiné sur la figure 3.9. Afin que le front d'onde soit le plus plan possible lorsque les atomes sont sondés sur la transition d'horloge par ce laser, nous avons fait en sorte que le waist de ce dernier soit d'environ $200 \mu\text{m}$ au niveau du PMO. Une seconde fibre, du même type, permet d'amener une fraction de la lumière du laser maître vers le laser femtoseconde qui permet de mesurer la fréquence de la cavité ultra-stable. Néanmoins, à cause de la longueur du cordon (30 m, à cause de l'éloignement des deux expériences), il a été nécessaire de mettre en place un système de compensation du bruit de phase introduit par la fibre, qui permet une annulation au niveau de $3.10^{-16}/\tau^{-1}$ [128].

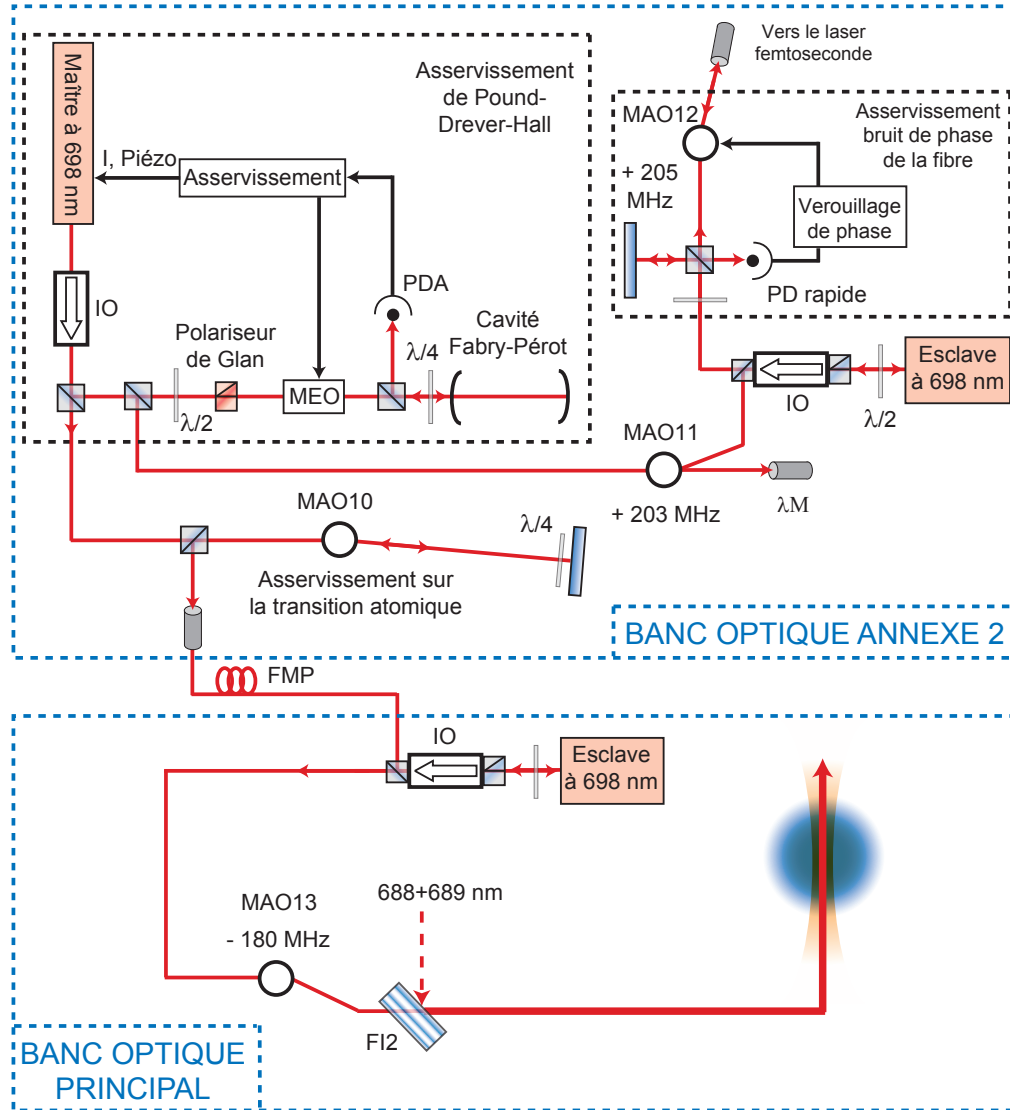


FIGURE 3.21 – Description du laser d’horloge ultrastable à 698 nm. Installé sur un banc optique annexe isolé thermiquement et acoustiquement, le laser est stabilisé sur un mode donné de la cavité ultrastable par un asservissement de Pound-Drever-Hall. Après un MAO en double passage qui comble la différence entre ν_{n_0} et ν_{at} , le faisceau passe par une fibre PM pour rejoindre le banc optique principal et injecte un laser esclave qui va interroger les atomes. Un second laser esclave du banc annexe permet d’envoyer via une seconde fibre PM une partie de la lumière vers le laser femtoseconde qui va mesurer la fréquence de la cavité. Le bruit de phase introduit par cette fibre est compensée par un asservissement sur la phase de l’entrée RF du MAO12.

3.5.4 Spectre de bruit du laser

La partie basse fréquence du bruit du laser est la plus intéressante, c'est dans cette gamme que les atomes sont le plus sensibles, alors qu'ils filtrent le bruit aux fréquences plus grandes que la fréquence de Rabi. Pour mesurer la densité spectrale de puissance du bruit de fréquence, une deuxième cavité, FP2, quasi identique à la première, est nécessaire. On couple le faisceau asservi sur FP1 dans FP2 et on génère un deuxième signal d'erreur de type Pound-Drever-Hall, le bruit de ce signal d'erreur est la somme des bruits des deux asservissements. Le spectre, enregistré avec un FFT, est représenté sur la figure 3.22. En dessous de 100 Hz, le niveau est en fait meilleur une fois que le banc optique est isolé des vibrations, mais on ne dispose pas de suffisamment de résolution pour détecter les valeurs exactes dans la mesure où c'est alors le bruit de vibration de FP2, qui n'est pas isolée, qui l'emporte. Entre 100 Hz et 10 kHz, on atteint un palier de bruit blanc d'environ $10^{-1} \text{ Hz}^2/\text{Hz}$.

La largeur spectrale $\Delta\nu$ du laser se calcule à partir de la densité spectrale de puissance de bruit de phase du laser $S_\phi(f) = S_\nu(f)/f^2$. On veut déterminer quelle fraction de cette distribution correspond à une rotation de π de la phase, ce qui se traduit par [129] :

$$\int_{\Delta\nu/2}^{\infty} S_\phi(f) df = \frac{2}{\pi} \quad (3.32)$$

Le laser tel qu'il a été réalisé par Xavier Baillard possède une largeur spectrale $\Delta\nu_{\text{laser}} \simeq 30 \text{ Hz}$.

3.6 Détection

La détection des populations s'effectue en détectant la fluorescence des atomes sur la transition fortement cyclante $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$. Un faisceau sonde à 461 nm est dirigé vers la zone de piégeage avant d'être rétro-réfléchi, il est orienté à 45° du jet atomique pour diminuer la fluorescence due aux atomes chauds. Cette approche présente néanmoins l'inconvénient de chasser tous les atomes du piège à chaque détection, une amélioration future sera d'essayer de détecter en absorption pour tenter de ne pas décharger entièrement le réseau optique à chaque cycle.

A cause du faible nombre d'atomes N dans le piège et de la lumière parasite à 813 nm, il s'est avéré nécessaire d'observer la fluorescence avec une caméra perfectionnée (Hamamatsu C9100 CCD), fournissant un grand rapport signal à bruit, avec un haut rendement quantique η_q , et un faible bruit de conversion. On place devant l'objectif une lentille qui permet de capter la lumière dans un angle solide $\Omega/4\pi = 4,72 \cdot 10^{-4}$ et un filtre de transmission 0,8 à 461 nm et $1,4 \cdot 10^{-4}$

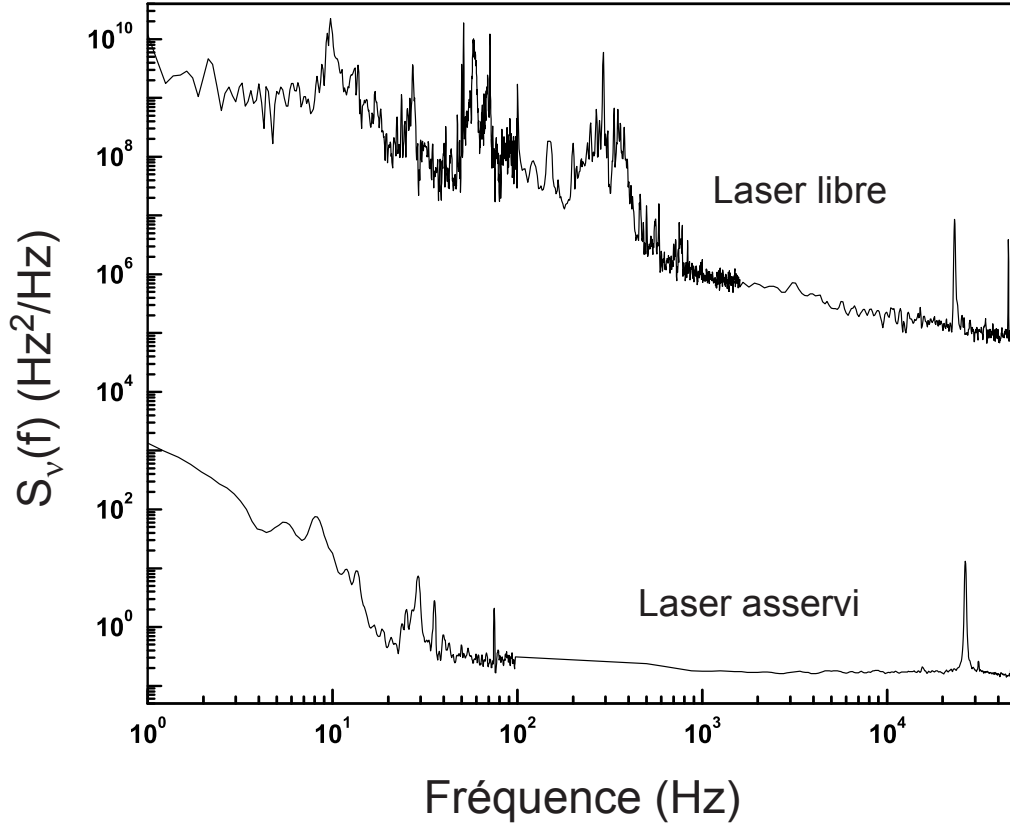


FIGURE 3.22 – Densité spectrale de puissance du bruit de fréquence du laser en régime libre (haut) et asservi (bas). Les spectres sont obtenus en asservissant le laser sur une autre cavité ultra-stable indépendante et en mesurant le bruit de ce deuxième signal d’erreur ainsi généré.

à 813 nm, puis on optimise la polarisation du faisceau sonde pour que la caméra soit dans la direction la plus favorable possible du diagramme de rayonnement. La caméra est déclenchée en même temps que la sonde bleue, et elle intègre pendant une durée Δt . Le signal de fluorescence S vu par la caméra est proportionnel à N :

$$S = G \cdot N \cdot \Gamma_{461} \frac{1}{2} \frac{s}{s+1} \Delta t \cdot \eta_q \cdot F \cdot \frac{\Omega}{4\pi} \quad (3.33)$$

où F est le facteur de transmission à 461 nm de l’ensemble objectif+filtre et G le gain de l’acquisition. Si on mesure la fluorescence du PMO bleu sans drain

atomique, on trouve $N = 7 \cdot 10^5$, ce qui est compatible avec la valeur mesurée avec une photodiode. Après la phase de capture dans le réseau optique et de repompage, on laisse un petit délai pour que les atomes non piégés puissent quitter la zone d'interaction et on détecte la fluorescence de ceux qui ont été capturés, on trouve alors que le taux de chargement est environ 1%, soit $N = 10^4$.

La mesure de la probabilité de transition P_c associée à la transition d'horloge permet de s'affranchir des fluctuations du nombre d'atomes d'un cycle à l'autre. Après la phase de spectroscopie par le laser à 698 nm, un premier pulse bleu permet de détecter le nombre N_g d'atomes restés en 1S_0 , ce qui a également pour conséquence de les expulser du réseau. Puis on repompe les N_e atomes qui avait été transférés en 3P_0 vers $1S_0$ et un nouveau pulse bleu vient détecter cette deuxième population. On mesure alors P_c :

$$P_c = \frac{N_e}{N_g + N_e} \quad (3.34)$$

3.7 Conclusion

Le déroulement de la séquence temporelle de l'expérience est décrite par le schéma 3.23. Le temps de cycle de l'horloge est essentiellement dominé par la phase combinant le PMO bleu et la drain atomique, qui dure quelques centaines de millisecondes. Ensuite, le premier repompage accompagne pendant quelques millisecondes le début de la phase de refroidissement 3D sur la raie étroite à 689 nm, qui elle se prolonge pendant une quarantaine de millisecondes. Le réseau optique est actif en permanence, et avant que la spectroscopie ne commence, il est possible si besoin d'ajuster sa profondeur en ouvrant le piège de façon adiabatique [130] afin de conserver les facteurs de peuplement des états motionnels dans les différentes directions. Après l'interrogation de la transition d'horloge, de durée ajustable, on revient de la même façon à la profondeur maximale, et on détecte successivement les populations en 1S_0 , puis en 3P_0 après une deuxième phase de repompage. La partie de la séquence où les lasers du drain ne sont pas actifs est utilisée pour les asservir sur leur raie atomique respective, ce qui nécessite en pratique 6 ou 7 ms.

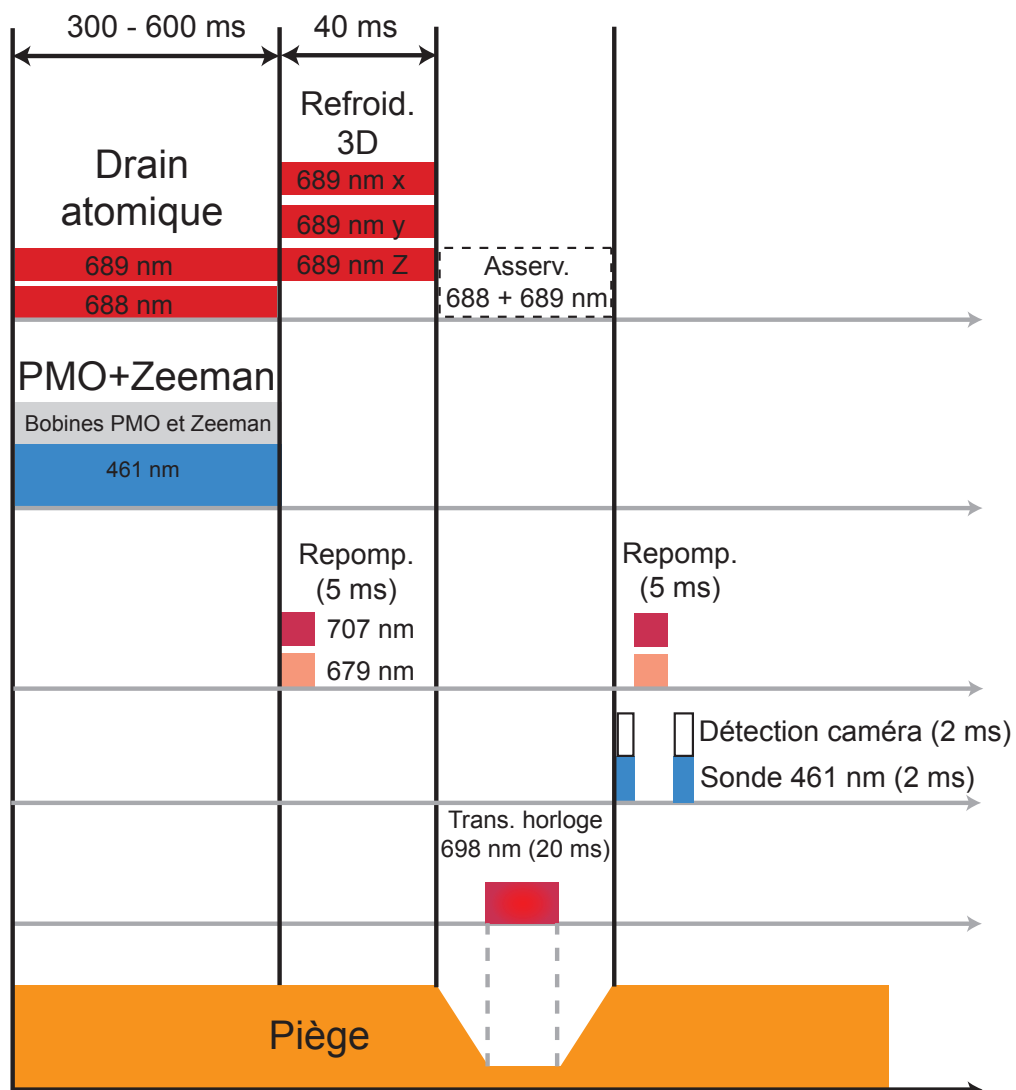


FIGURE 3.23 – Séquence temporelle du cycle de l'horloge. Les durées sont indicatives, elles peuvent être ajustées en fonction des besoins.

Chapitre 4

Etude du piège dipolaire et de ses effets systématiques sur le fonctionnement de l'horloge

4.1 Température des atomes dans le piège

Comme cela a été expliqué au chapitre précédent (3.4), l'enjeu du processus de refroidissement sur raie étroite est d'amener les atomes à évoluer dans des potentiels les plus semblables possibles. Des mesures sur le spectre de la transition d'horloge permettent d'évaluer la qualité de ce refroidissement à 3 dimensions sur l'assemblée atomique.

4.1.1 Dynamique des atomes dans le piège

On reprend l'expression du réseau optique (équation 3.3) à une dimension, avec un profondeur U_0 qui a la même valeur pour les deux niveaux 1S_0 et 3P_0 lorsque le laser piège est à la longueur d'onde magique :

$$U(r, Z) = U_0 \left(1 - e^{-\frac{2r^2}{w^2}} \cos^2(k_\ell Z) \right) + mgZ \quad (4.1)$$

Lorsque la profondeur du piège est grande devant la température des atomes, ceux-ci restent localisés dans un puits déterminé. On se limite donc à des mouvements de petite amplitude, on peut développer ce potentiel autour de l'origine, et on obtient, en s'arrêtant aux termes d'ordre 4 :

$$U(r, Z) \underset{0}{\sim} U_0 \left(k_\ell^2 Z^2 + \frac{2r^2}{w^2} - \frac{2k_\ell^2 Z^2 r^2}{w^2} - \frac{k_\ell^4 Z^4}{3} - \frac{2r^4}{w^4} \right) + mgZ \quad (4.2)$$

Le terme en mgZ invite à réécrire le potentiel sous une forme un peu différente, en utilisant la variable $z = Z + \frac{mg}{2U_0 k_\ell^2}$ pour mettre en avant les termes harmoniques, et évaluer le poids des différents ordres :

$$U(r, z) \underset{0}{\sim} \underbrace{\frac{1}{2}m\omega_z^2 z^2 + \frac{1}{2}m\omega_r^2 r^2}_{U_{ext}} - \underbrace{\frac{2U_0 k_\ell^2}{w^2} r^2 z^2}_W - \underbrace{\frac{k_\ell^4 U_0}{3} z^4 - \frac{2U_0}{w^4} r^4}_{U^{(4)}} + \underbrace{\frac{2mg}{w^2} r^2 z + \frac{2k_\ell^2 mg}{3} z^3 + \frac{m^3 g^3}{6U_0^2 k_\ell^2} z}_{U^{(3)}} \quad (4.3)$$

où l'on a enlevé les termes constants et défini les pulsations d'oscillations ω_z selon l'axe longitudinal et ω_r dans le plan transverse¹ :

$$\frac{1}{2}m\omega_z^2 = U_0 k_\ell^2 \quad \text{et} \quad \frac{1}{2}m\omega_r^2 = \frac{2U_0}{w^2} \quad (4.4)$$

Les termes de U_{ext} correspondent à l'approximation harmonique, tous les autres sont traités comme des perturbations. W est associé à un couplage entre les composantes transverses et longitudinale du mouvement, $U^{(3)}$ est l'ensemble des termes impairs issus de la transformation, et $U^{(4)}$ représente le premier ordre des corrections traduisant l'anharmonicité.

Le mouvement est en première approximation celui d'un oscillateur harmonique à 3 dimensions, l'approche quantique de la résolution du problème de l'oscillateur harmonique [70] invite à définir les opérateurs création $\hat{a}_i^\dagger$ et annihilation $\hat{a}_i$ associés aux opérateurs de position et d'impulsion dans les différentes directions i (les relations sont les mêmes pour l'axe y que pour l'axe x) :

$$\hat{x}^2 = \frac{\hbar\omega_r w^2}{8U_0} \left(\hat{a}_x^\dagger + \hat{a}_x \right)^2 \quad \text{et} \quad \hat{p}_x^2 = -\frac{2m\hbar\omega_r}{4} \left(\hat{a}_x - \hat{a}_x^\dagger \right)^2 \quad (4.5)$$

$$\hat{z}^2 = \frac{\hbar\omega_z}{4U_0 k_\ell^2} \left(\hat{a}_z^\dagger + \hat{a}_z \right)^2 \quad \text{et} \quad \hat{p}_z^2 = -\frac{2m\hbar\omega_z}{4} \left(\hat{a}_z - \hat{a}_z^\dagger \right)^2 \quad (4.6)$$

Les opérateurs $\hat{a}_i$ et $\hat{a}_i^\dagger$ et les états nombres propres $|n_i\rangle$ qui leur sont associés

1. En réalité, on a : $\frac{1}{2}m\omega_z^2 = U_0 k_\ell^2 \left[1 - \frac{m^2 g^2}{2U_0^2 k_\ell^2} \right]$ et $\frac{1}{2}m\omega_r^2 = \frac{2U_0}{w^2} \left[1 - \frac{m^2 g^2}{4U_0^2 k_\ell^2} \right]$, mais le poids relatif des termes en $\frac{m^2 g^2}{U_0^2 k_\ell^2}$ est seulement de l'ordre de 10^{-5} pour $U_0 = 10 E_r$.

répondent aux propriétés habituelles : $\hat{a}_i^\dagger |n_i\rangle = \sqrt{n_i+1} |n_i+1\rangle$, $\hat{a}_i |n_i\rangle = \sqrt{n_i} |n_i-1\rangle$, $[\hat{a}_i, \hat{a}_i^\dagger] = 1$ et $\hat{N}_i |n_i\rangle = n_i |n_i\rangle$ avec $\hat{N}_i = \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i$. Le Hamiltonien externe ne prenant en compte que les termes harmoniques de 4.3 s'exprime comme :

$$\hat{H}_{ext} = \frac{1}{2m} \mathbf{p}^2 + \frac{1}{2} m \omega_r^2 (x^2 + y^2) + \frac{1}{2} m \omega_z^2 z^2 \quad (4.7)$$

$$= \hbar \omega_r \left(\hat{N}_x + \hat{N}_y + 1 \right) + \hbar \omega_z \left(\hat{N}_z + \frac{1}{2} \right) \quad (4.8)$$

Le terme de couplage W entre les directions longitudinale et transverses peut alors s'écrire sous la forme :

$$\hat{W} = -\frac{\hbar \omega_z \hbar \omega_r}{16 U_0} (\hat{a}_z^\dagger + \hat{a}_z)^2 \left[(\hat{a}_x^\dagger + \hat{a}_x)^2 + (\hat{a}_y^\dagger + \hat{a}_y)^2 \right] \quad (4.9)$$

La théorie des perturbations indique que la correction du premier ordre à l'énergie des états propres $|n\rangle = |n_x\rangle |n_y\rangle |n_z\rangle$ de 4.7 est $\langle n | \hat{W} | n \rangle$, ce qui permet d'explicitier le fait que la fréquence des bandes latérales obtenues lorsque l'on sonde selon l'axe z présente une correction qui dépend des nombres quantiques radiaux n_x et n_y . Une image classique est de considérer qu'un atome qui n'est pas au fond du potentiel voit une onde stationnaire moins profonde. La correction s'exprime sous la forme (le signe $+$ correspond à la bande latérale bleue, et le signe $-$ à la rouge) :

$$\Delta E_{\pm} = E_{n_x, n_y, n_z \pm 1} - E_{n_x, n_y, n_z} \quad (4.10)$$

$$= \pm \hbar \omega_z \left[1 - \frac{\hbar \omega_r}{4 U_0} (n_x + n_y + 1) \right] \quad (4.11)$$

On constate donc que l'on peut utiliser les bandes latérales pour caractériser la dynamique des atomes dans le piège. Le poids des corrections dues à W et $U^{(4)}$ est évalué par les quantités :

$$\varepsilon_W = \langle n | \frac{\hat{W}}{\frac{1}{2} m \omega_z^2 z^2} | n \rangle = \frac{\hbar \omega_r k_\ell^2}{m \omega_z^2} (n_x + n_y + 1) \quad (4.12)$$

$$\varepsilon_x = \langle n | \frac{\hat{U}_x^{(4)}}{U_0 \hat{x}^2 / w^2} | n \rangle = \langle n | \frac{-U_0 \hat{x}^4 / w^4}{U_0 \hat{x}^2 / w^2} | n \rangle = -\frac{\hbar}{2 m_{at} \omega_r w^2} (2 n_x + 1) \quad (4.13)$$

$$\varepsilon_z = \langle n | \frac{\hat{U}_z^{(4)}}{U_0 k_\ell^2 \hat{z}^2} | n \rangle = \langle n | \frac{-U_0 k_\ell^4 \hat{z}^4 / 3}{U_0 k_\ell^2 \hat{z}^2} | n \rangle = -\frac{\hbar k_\ell^2}{6 m_{at} \omega_z} (2 n_z + 1) \quad (4.14)$$

Pour évaluer les ordres de grandeur, on suppose que $\omega_x = 2\pi \cdot 500$ Hz et $\omega_z = 2\pi \cdot 245$ kHz. L'hamiltonien W peut être traité perturbativement si $\langle \epsilon_W \rangle \ll 1$ (la valeur moyenne porte sur les nombres n), par exemple $\langle \epsilon_W \rangle < 1/10$ est réalisé lorsque $\langle n_x + n_y \rangle < 2000$. Il sera justifié plus loin que cette condition est remplie, et que l'on a des peuplement moyens de l'ordre de $\langle n_x \rangle \simeq 600$ et $\langle n_z \rangle \simeq 0,05$. Lorsqu'on utilise ces valeurs dans les équations 4.13 et 4.14, on trouve $\langle \epsilon_x \rangle \simeq 1,2 \cdot 10^{-2}$ et $\langle \epsilon_z \rangle \simeq 1,4 \cdot 10^{-3}$, on néglige ces corrections dans la suite. Enfin, les termes $U^{(3)}$ ne sont pas à prendre en compte, ils sont impairs et donc, au premier ordre de la théorie des perturbations, ils apportent une modification nulle aux termes diagonaux du Hamiltonien $\hat{H}_{ext}$.

En conclusion, les atomes évoluent dans un potentiel harmonique dont la raideur dans le plan transverse est différente de celle dans la direction longitudinale, et que le seul terme perturbatif à considérer est le couplage W entre les mouvements dans ces deux sous-espaces.

4.1.2 Etude du spectre en fonction de la température

Les processus de refroidissement sont différents dans la direction longitudinale (refroidissement par bande latérale) et dans le plan transverse (refroidissement Doppler), on doit donc évaluer séparément les deux températures associées T_z et T_r .

Considérations générales

Lors de l'interrogation des atomes selon l'axe longitudinal avec le laser à 698 nm, on fait notamment apparaître la porteuse ($\Delta n_z = 0$) et les bandes latérales correspondant à $\Delta n_z = \pm 1$. Mais, si tous les états n_z contribuent à la bande bleue, seuls les états tels que $n_z \geq 1$ contribuent par contre à la bande rouge, les atomes en $n_z = 0$ étant déjà au minimum d'énergie, le rapport r des hauteurs (bleu sur rouge) permet de déduire la proportion d'atomes dans l'état motionnel fondamental. Par ailleurs, l'équation 4.10 montre que le profil de ces raies est dicté par l'excitation transverse des atomes et donc par la population des états motionnels radiaux. La figure 4.1 (a) montre des spectres enregistrés dans les conditions identiques sauf en ce qui concerne les faisceaux de refroidissement. Lorsque ces derniers sont éteints, les bandes latérales sont larges et quasi symétriques par rapport à la porteuse, mais lorsque l'on active le refroidissement longitudinal, le rapport r devient nettement supérieur à 1, et la largeur des bandes latérales diminue, à cause du couplage des mouvements relatifs aux différentes directions. Enfin, quand on ajoute aussi le refroidissement radial, les bandes s'affinent nettement et le r augmente encore à cause de la redistribution des m_F par les faisceaux transverses. On met

donc ainsi en lumière la complémentarité du refroidissement par bande latérale selon z et du refroidissement Doppler selon x et y .

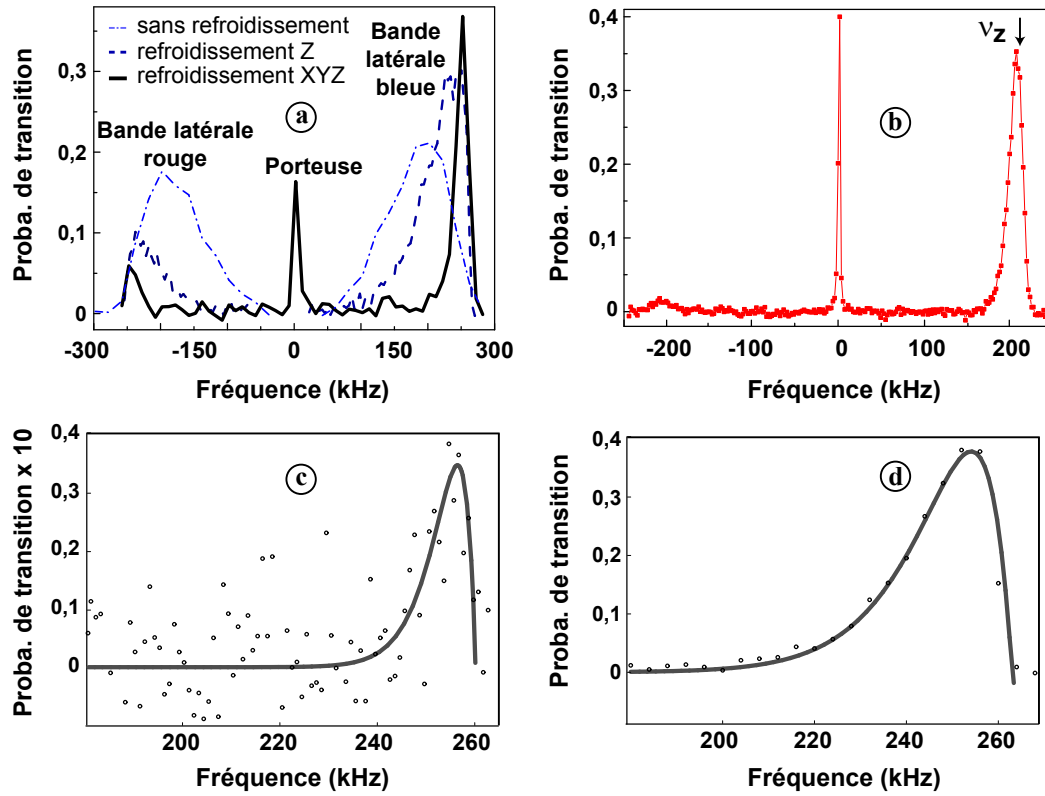


FIGURE 4.1 – Spectre de la transition $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ faisant apparaître la porteuse et les premières bandes latérales motionnelles. Pour (a), (b) et (d), afin d’amplifier les bandes latérales, on a choisit un temps d’interaction $\tau = 250$ ms et une puissance de sonde $P_{698} = 1,5$ mW. On est très loin des conditions normales d’opération, proches d’un pulse π , on a ici $\Omega_{Rabi}\tau \simeq 860\pi$. (a) : Allure du spectre à $U_0 = 1360E_r$ (soit $v_r = 520Hz$ et $v_z = 255$ kHz) pour différentes configurations (sans refroidissement, seulement selon l’axe z , et selon toutes les directions). (b) : Spectre moyenné lorsque tous les refroidissements sont actifs, pour $U_0 = 940E_r$. (c) : Détail de la bande latérale bleue pour un temps d’interaction court (1 ms), avec la courbe ajustée décrite par l’équation 4.22. Pour cette figure, la puissance de sonde a été ajustée (1 mW) pour maintenir des conditions optimales pour la porteuse, la bande latérale a ainsi la même amplitude que celle que l’on a en fonctionnement nominal. On peut vérifier que pour cette valeur de la puissance l’élargissement par saturation est négligeable devant la largeur de raie observée. En ordonnée, la probabilité de transition a été multipliée par 10 pour que le maximum soit de l’ordre de 0,4 pour pouvoir se comparer à la courbe suivante. (d) Détail de la bande latérale bleue pour un temps d’interaction long (250 ms), avec la courbe ajustée.

Température longitudinale

Si N est le nombre total d'atomes dans le réseau et N_0 le nombre d'atomes occupant l'état motionnel $n_z = 0$, le rapport r de l'amplitude des bandes latérales s'exprime comme :

$$r = \frac{N}{N - N_0} \Rightarrow \frac{N_0}{N} = 1 - \frac{1}{r} \quad (4.15)$$

La distribution des atomes se fait selon une statistique de Maxwell-Boltzman, puisque l'on est très loin de la température de Fermi. On peut donc écrire que, dans une direction i , la probabilité de se trouver dans l'état n_i est :

$$p(n_i) = \left(1 - e^{-\frac{h\nu_i}{k_B T_i}}\right) e^{-n_i \frac{h\nu_i}{k_B T_i}} \quad \text{pour } n_i \geq 0 \quad (4.16)$$

$$\langle n_i \rangle = \frac{1}{e^{\frac{h\nu_i}{k_B T_i}} - 1} \quad (4.17)$$

De 4.15 et 4.16, on déduit une relation qui relie directement le spectre à la température longitudinale :

$$T_z = \frac{h\nu_z}{k_B \ln(r)} \quad (4.18)$$

La figure 4.1 (b) représente un spectre moyenné correspondant à des conditions telles que $U_0 = 940 E_r$, soit $\nu_z = 212$ kHz et $\nu_r = 430$ Hz. Les hauteurs des bandes latérales ont un rapport $r = 23$, soit 95% des atomes en $|n_z = 0\rangle$ et $T_z = 3 \mu\text{K}$. Pour $U_0 = 1360 E_r$, on montre que l'on a $T_z = 4 \mu\text{K}$.

Température transverse

Lorsque l'on se trouve dans des conditions de température suffisamment basses, l'expression perturbative 4.10 est valable, et l'on peut faire un modèle simple pour déduire les températures. On suppose que la probabilité de transition $(n_x, n_y, n_z) \rightarrow (n_x, n_y, n_z \pm 1)$ est proportionnelle à la population dans l'état (n_x, n_y, n_z) , c'est à dire à :

$$f(n) = \left(1 - e^{-\frac{h\nu_z}{k_B T_z}}\right) e^{-n_z \frac{h\nu_z}{k_B T_z}} \left(1 - e^{-\frac{h\nu_r}{k_B T_r}}\right)^2 e^{-(n_x + n_y) \frac{h\nu_r}{k_B T_r}} \quad (4.19)$$

On pose $n_r = n_x + n_y$, le facteur de dégénérescence associé vaut $n_r + 1$ (nombre de couples (n_x, n_y) pouvant donner n_r). La bande latérale bleue correspond à une

sommation des $f(n)$ sur tous les états n_z , on obtient finalement que la probabilité de transition associée vaut :

$$a(n_r) = A. \left(1 - e^{-\frac{h\nu_r}{k_B T_r}}\right)^2 e^{-n_r \frac{h\nu_r}{k_B T_r}} (n_r + 1) \quad (4.20)$$

où A est une constante multiplicative. Par ailleurs, si on réécrit 4.10 dans le cas "bleu" sous la forme :

$$\nu = \nu_z \left[1 - \frac{\nu_t}{4U_0/h} (n_r + 1)\right] \quad (4.21)$$

où ν est la fréquence effective de la transition, on déduit finalement :

$$a(\nu) = A. \left(1 - e^{-\frac{h\nu_r}{k_B T_r}}\right)^2 e^{-\frac{h\nu_r}{k_B T_r}} e^{\frac{4U_0}{k_B T_r} \left(1 - \frac{\nu}{\nu_z}\right)} \frac{4U_0}{h\nu_r} \left(1 - \frac{\nu}{\nu_z}\right) \quad (4.22)$$

A partir de cette équation, on ajuste une courbe aux points expérimentaux de la bande latérale bleue (figure 4.1 (c) et (d)). Pour un temps d'interaction court (1 ms, figure (c)), on est proche du mode de fonctionnement nominal de l'horloge, avec des bandes latérales de faible amplitude et très bruitées. On a pu vérifier que la ratio r , et donc T_z , étaient inchangés, et d'autre part on observe que la température radiale vaut environ $T_r = 15 \mu\text{K}$. En revanche, lorsque l'interaction est plus longue (250 ms, figure (d)), on est au-delà du temps de cohérence du laser et la probabilité est proche de 0,5, la raie est alors distordue et la température radiale observée, $T_r = 35 \mu\text{K}$, est peu représentative.

La validation de ce modèle peut également s'effectuer en sondant les atomes avec un faisceau à 698 nm orienté horizontalement. Dans la mesure où dans cette direction (x par exemple), les atomes ne sont pas dans le régime de Lamb-Dicke, la largeur du spectre obtenu est la largeur Doppler. Le résultat expérimental (figure 4.2) montre une largeur Doppler de 92 kHz. On peut comparer cette valeur avec la largeur Δf_0 attendue à mi-hauteur :

$$\Delta f_0 = 2\sqrt{2\ln 2} f_0 \sqrt{\frac{\langle v_x^2 \rangle}{c^2}} = 2\sqrt{2\ln(2)} f_0 \sqrt{\frac{k_B T}{m_a c^2}} \quad (4.23)$$

Avec $T_r = 15 \mu\text{K}$, on obtient $\Delta f_0 = 123 \text{ kHz}$, ce qui est en correctement en accord avec le résultat trouvé par l'ajustement du spectre de la figure 4.2.

4.1.3 Conclusion

Le modèle est validé par le fait que les approximations initiales sont vérifiées, pour $T_z = 4 \mu\text{K}$ et $T_r = 15 \mu\text{K}$ on obtient $\langle n_z \rangle = 0,05$ et $\langle n_x \rangle = \langle n_y \rangle = 600$, W est donc bien une perturbation.

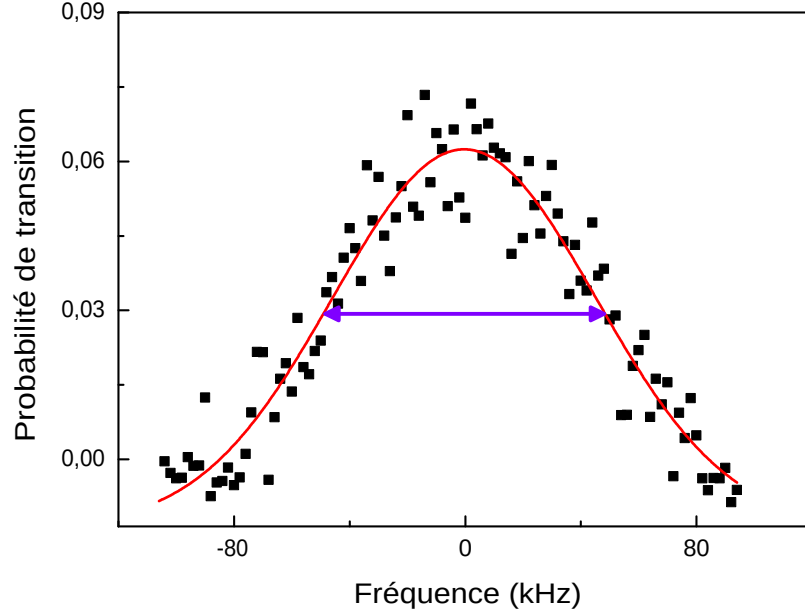


FIGURE 4.2 – Profil Doppler de la résonance d’horloge lorsque la sonde est orientée horizontalement.

Pour $U_0 = 1360 E_r$, la profondeur du réseau est environ 5 MHz, mais le potentiel effectif vu par les atomes dépend de n_r (figure 3.14), la dispersion sera de l’ordre de $\langle n_r \rangle \times v_r \simeq 0,5$ MHz. Les atomes voient donc le même potentiel à 10% près.

Lorsque l’on ouvre adiabatiquement le piège pour faire la spectroscopie de la transition d’horloge, le rapport v_i/T_i est conservé, donc si on passe d’une profondeur de $1360 E_r$ à une profondeur de $10 E_r$, on aboutit à $v_z = 22$ kHz et à T_z de $0,35 \mu\text{K}$, on atteint donc l’exigence annoncée au paragraphe 3.4 ($0,5 \mu\text{K}$). Dans le plan transverse, on s’assure que les atomes ne sont pas expulsés par l’ouverture du potentiel en constatant que pour $U_0 = 10 E_r$, $v_r = 45 \text{ Hz} = 1,3 \cdot 10^{-2} E_r$, le potentiel peut donc contenir de l’ordre de 800 niveaux si on le suppose harmonique (en réalité le caractère gaussien du faisceau augmente ce nombre). Avec $\langle n_x \rangle = \langle n_y \rangle = 600$, la distribution est donc suffisamment resserrée pour empêcher les pertes d’atomes. L’utilité d’un réseau 3D sera discutée dans la section 5.2.5.

4.2 Mesure de fréquence

4.2.1 Optimisation de la résonance

Effet Zeeman sur la transition $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$

L'intérêt particulier d'utiliser $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ comme transition d'horloge a été souligné au chapitre 1. Mais la sensibilité au champ magnétique des deux niveaux mis en jeu est différente, ce qui pose un problème qui doit être traité spécifiquement.

En l'absence de mélange des états, le facteur de Landé serait identique pour les états 1S_0 et 3P_0 , et égal au facteur de Landé nucléaire g_I . Mais dans la mesure où la structure hyperfine entraîne la contamination de 3P_0 par 3P_1 et 1P_1 , il apparaît un facteur de Landé différentiel δg . Lorsque l'on effectue la transition entre les deux états avec une polarisation π , le nombre magnétique m_F est donc conservé, et l'effet Zeeman du premier ordre associé à un champ extérieur B exprimé en Gauss se met alors sous la forme [131] :

$$\Delta_B^{(1)} \nu = -\delta g m_F \mu_0 B \simeq 110 \times m_F \text{ Hz/G} \quad (4.24)$$

où $\mu_0 = \mu_B/h$, et μ_B est le magnéton de Bohr. Par ailleurs, l'effet Zeeman du second ordre ne constitue pas en lui-même une difficulté supplémentaire puisqu'il est essentiellement indépendant du nombre m_F , et vaut pour le Strontium 87 :

$$\Delta_B^{(2)} \nu = -\alpha B^2 \quad \text{avec} \quad \alpha = 0,233 \text{ Hz/G}^2 \quad (4.25)$$

La dépendance relative en m_F n'est que de 10^{-6} de la valeur de $\Delta_B^{(2)} \nu$, soit $5 \cdot 10^{-22}$ de la fréquence optique pour un champ typique de 1 Gauss, on n'a pas à en tenir compte.

Pour un champ magnétique non nul, si on suppose que les m_F sont équipéplés après la phase de refroidissement sur raie étroite, l'étalement de fréquence des différentes transitions $m_F \rightarrow m_F$ à cause de l'effet Zeeman du premier ordre entraîne un élargissement et une perte de contraste. Mais si ces sous-transitions sont résolues, l'effet peut être au contraire avantageusement utilisé en alternant les mesures entre deux m_F de signe opposé, notamment en utilisant les états $m_F = \pm 9/2$, qui peuvent être peuplés par pompage optique :

$$\left. \begin{aligned} \nu_{+9/2} &= \nu_{at} - \delta g 9/2 \mu_0 B - \alpha B^2 \\ \nu_{-9/2} &= \nu_{at} + \delta g 9/2 \mu_0 B - \alpha B^2 \end{aligned} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{aligned} \frac{\nu_{-9/2} + \nu_{+9/2}}{2} &= \nu_{at} - \alpha B^2 \\ \frac{\nu_{-9/2} - \nu_{+9/2}}{2} &= \delta g 9/2 \mu_0 B \end{aligned} \right. \quad (4.26)$$

La somme de deux fréquences permet de s'affranchir de l'effet Zeeman du premier ordre et la différence amène à une calibration précise du champ B vu par les atomes. Cette approche est optimale vis-à-vis du fonctionnement de l'horloge.

Néanmoins, elle n'a été mise en place que récemment dans notre montage expérimental et sera décrite en détail dans la thèse de Xavier Baillard. Nous avons dans un premier temps utilisé une méthode plus simple qui consiste à entourer le piège de trois couples de bobines en configuration Helmholtz pour annuler au mieux le champ magnétique résiduel dans toutes les directions de l'espace, c'est la technique qui est décrite dans ce texte.

Optimisation de l'interrogation

Si on se réfère au schéma 3.21, chaque cycle permet d'obtenir la probabilité de transition en fonction de la fréquence du MAO10 en double passage, commandée par un synthétiseur dont on balaye la fréquence avec un pas ajustable. Pour minimiser la largeur de la raie, on augmente progressivement le temps d'interrogation T , on repousse ainsi la limite Fourier de la résonance et on se rapproche de la limite $\delta\nu_{laser}$ imposée par le laser d'horloge. A chaque fois, on optimise la forme de la raie, en diminuant la puissance du faisceau sonde, et on s'arrête lorsque le contraste commence à chuter, on est alors approximativement dans le cas d'un pulse π , T correspond donc au premier maximum des oscillations de Rabi. Ces dernières sont représentées sur la figure 4.3 dans le cas d'une puissance de 0,2 mW, ce qui correspond à $T \simeq 0,8$ ms, mais lorsque T se rapproche de $T_{coh} = \frac{1}{\delta\nu_{laser}}$, les oscillations sont de moins en moins contrastées, l'amortissement dû à la cohérence du laser l'emporte et la probabilité de transition tend asymptotiquement vers 0,5.

On ajuste également à chaque étape l'intensité des différents courants dans les trois paires de bobines pour compenser l'élargissement dû au champ magnétique résiduel, qui écarte les niveaux de la sous-structure.

Après itération de ces différentes optimisations, on obtient typiquement un profil de résonance comme celui représenté sur la figure 4.4, de largeur expérimentale $\Delta\nu_{exp} = 48$ Hz, soit un facteur de qualité d'environ 10^{13} , pour un temps d'interrogation $T = 15$ ms. La puissance effectivement vue par les atomes est difficile à mesurer directement, mais si on suppose que l'on est à la limite de résolution Fourier, on peut calculer qu'une largeur à mi-hauteur de 48 Hz de la probabilité de transition de Rabi pour $T = 15$ ms correspond à $\nu_{Rabi} = 43$ Hz ([47]), soit une puissance de l'ordre de $1 \mu\text{W}$, si on suppose que l'intensité de saturation vaut $0,4 \cdot 10^{-12} \text{ W/cm}^{-2}$ [101].

Les courants dans les bobines équivalent à la compensation d'un champ résiduel total de 300 mG environ. Par ailleurs, avec une polarisation quelconque

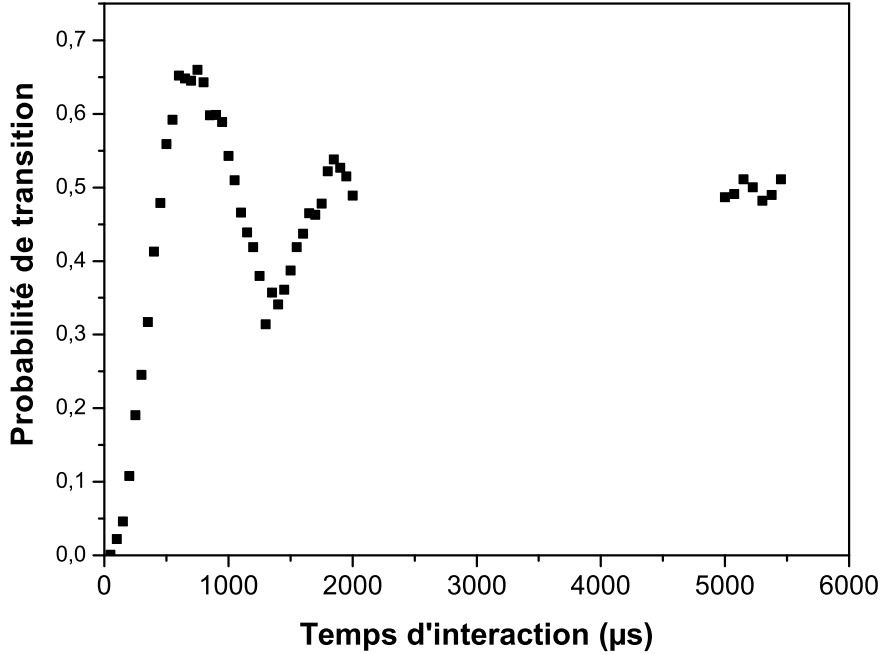


FIGURE 4.3 – Oscillations de Rabi sur la transition d’horloge dans le cas d’une puissance de sonde de 0,2 mW environ. L’amortissement du contraste vient du fait que les coefficients de Clebsch Gordan ne sont pas les mêmes pour tous les sous niveaux m_F , ce qui entraîne un brouillage au bout de quelques millisecondes. Par ailleurs, l’intensité lumineuse n’est pas tout-à-fait homogène pour toute l’assemblée d’atomes. L’autre échelle de temps à prendre en considération est le temps de cohérence du laser, de l’ordre de 30 ms, au delà duquel la probabilité reste stabilisée à 0,5.

du laser sonde par rapport à la direction du champ magnétique résiduel B_{res} , on peut montrer que les raies les plus extrêmes, en l’occurrence $7/2 \rightarrow 9/2$ et $-7/2 \rightarrow -9/2$ sont éloignées de 1350 Hz/G ([131]). La largeur de 50 Hz de la résonance de la figure 4.4 amène à penser que, en plus des 30 Hz imposé par le laser, environ 20 Hz sont ajoutés par la dispersion de la sous-structure Zeeman, on en déduit que le défaut d’annulation de B_{res} est dans ce cas de l’ordre de 15 mG.

La transition d’horloge sur l’isotope bosonique a été observée dans des conditions suggérées dans le chapitre 1 : en couplant l’état 3P_0 à l’état 3P_1 par un champ magnétique statique, on rend la transition faiblement permise [102], ce que nous avons observé et décrit dans la référence [132]. Mais les profils deviennent très bruités autour de 30 Hz (figure 4.5), et il s’est avéré difficile d’obtenir des largeurs de cet ordre sur une base régulière, tant pour le fermion que pour le boson. Ceci qui laisse à penser que c’est la largeur spectrale du laser lui-même qui consti-

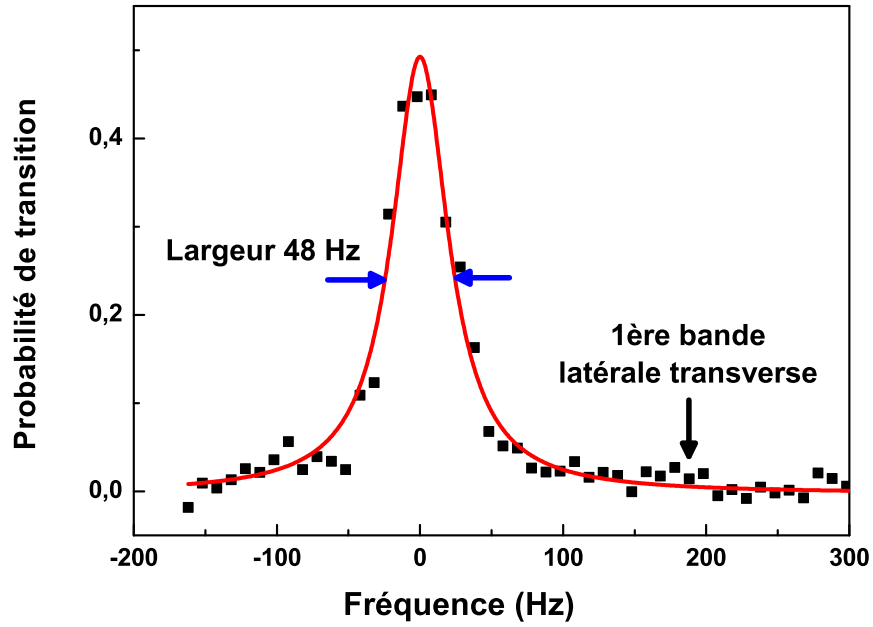


FIGURE 4.4 – Profil expérimental de la porteuse pour la transition $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ (points). L'ajustement par une lorentzienne (courbe rouge) permet d'évaluer la largeur à mi-hauteur de la résonance, soit environ 50 Hz.

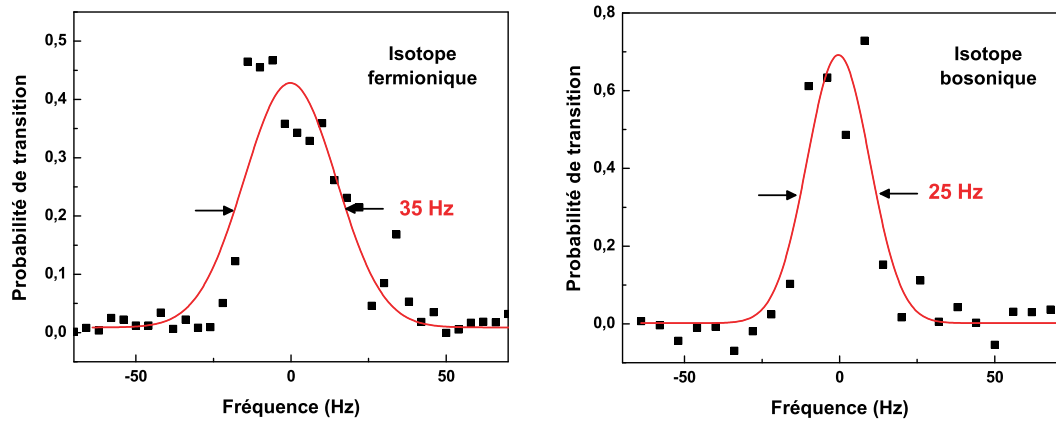


FIGURE 4.5 – Profils de la porteuse dans le cas du fermion ^{87}Sr et du boson ^{88}Sr quand on est proche de la largeur du laser.

tue la limitation actuelle, on se trouve d'ailleurs dans la gamme de la largeur de raie calculée dans la partie 3.5.4 : $\Delta\nu_{\text{laser}} \simeq 30$ Hz. Un axe principal du projet

va d'ailleurs consister à asservir le laser d'horloge sur une cavité de référence de finesse plus élevée et de plus grande stabilité mécanique.

4.2.2 Asservissement du laser d'horloge

Pour asservir le laser sonde sur la transition atomique de référence, on rétroagit sur la fréquence du MAO10 (figure 3.21) qui comble le désaccord entre la cavité et les atomes. On sonde alternativement d'un côté (cycle $n - 1$) puis de l'autre (cycle n) de la résonance (figure 4.4), la différence entre les deux probabilités de transition correspondantes, respectivement P_{n-1} et P_n , fournit un signal d'erreur $\varepsilon_n = P_n - P_{n-1}$. On déduit la fréquence centrale ν_n en fonction de ν_{n-1} , en ajustant le gain K de la boucle :

$$\nu_n = \nu_{n-1} + K \cdot \varepsilon_n \quad (4.27)$$

Parallèlement, le faisceau issu du MAO sonde les atomes à une fréquence ν_{n+1}^s , à une distance ν_{mod} (que l'on fixe à $\delta\nu_{exp}/2$ en début de séquence) de la fréquence centrale précédente ν_n :

$$\nu_n^s = \nu_n + (-1)^n \cdot \nu_{mod} \quad (4.28)$$

Sur la figure 4.6, on représente les fréquences ν_n pour une intégration d'environ 1200 cycles avec un piège dipolaire fonctionnant près de la longueur d'onde magique et à une profondeur importante. Les fluctuations lentes que l'on observe sont la signature des fluctuations de la fréquence propre de la cavité sur laquelle est référencé le laser. Pour faire des mesures des déplacements de fréquence induit par le piège, on doit s'affranchir de ces fluctuations, ce qui nous a poussé à utiliser une méthode différentielle qui sera décrite dans le paragraphe 4.3.3.

4.3 Etude du déplacement lumineux

Plusieurs éléments font que l'annulation du déplacement différentiel de fréquence telle qu'elle a été proposée par H. Katori est imparfaite, cette approche demande donc des vérifications :

1. Tout d'abord, le déplacement du premier ordre en U_0 n'est pas purement scalaire, il y a un effet de la structure magnétique de 1S_0 et de 3P_0 , qui ne sont pas déplacés de la même manière selon la polarisation du laser piège. On s'assure dans le paragraphe 4.3.2 que cette correction ne pose pas de problème.

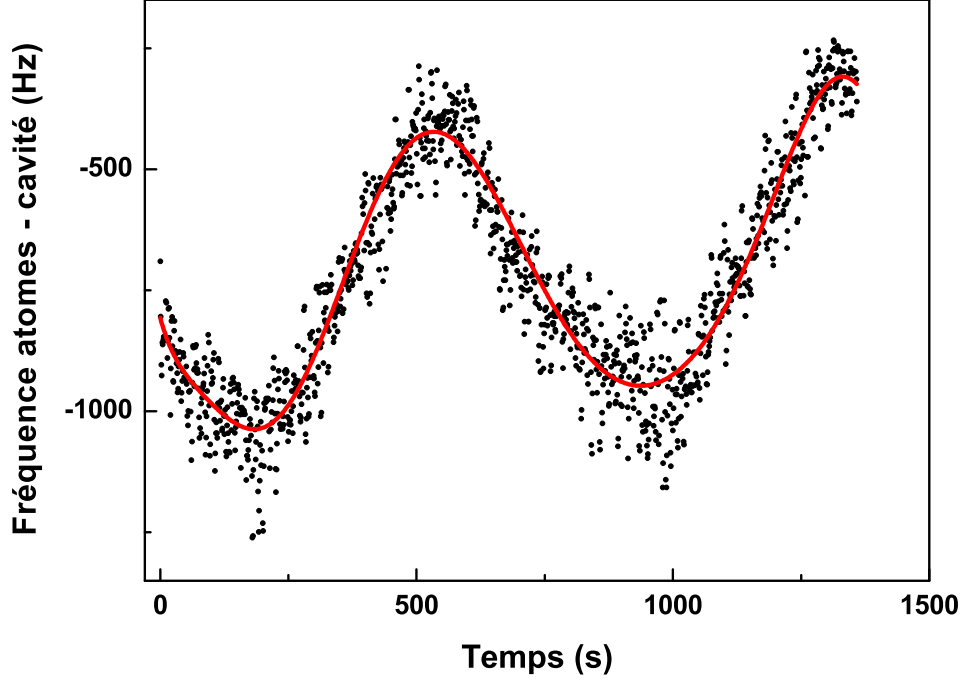


FIGURE 4.6 – Fréquences d’asservissement en fonction du temps, pour une intégration d’une vingtaine de minutes, à $\lambda_\ell = 813,3596$ nm et $U_0 = 1340 E_r$. Les fluctuations correspondent à l’oscillation de la cavité de référence.

2. Ensuite, le déplacement du deuxième ordre n’a a priori aucune raison de s’annuler, la faisabilité de l’horloge est donc étroitement conditionnée à l’amplitude de ce terme, étudiée en détail dans la section 4.4.

La vérification du point 1 valide l’hypothèse de l’existence d’une longueur d’onde magique pour l’atome de Strontium, mais sa valeur réelle ne peut être démontrée qu’expérimentalement (paragraphe 4.3.3), à cause de la mauvaise connaissance des forces d’oscillateur utilisées dans l’évaluation théorique [37]. De plus, pour que le piège puisse effectivement être utilisé dans une configuration magique, il faut évaluer la criticité de l’annulation en fonction de la longueur d’onde du piège, qui va déterminer l’incertitude sur le déplacement résiduel de fréquence du premier ordre.

4.3.1 Polarisabilité scalaire et longueur d'onde magique

Polarisabilité scalaire pour un atome multi-niveaux

L'approche développée dans la paragraphe 3.1.1 n'est valide que pour un modèle à deux niveaux, lorsque le piège est largement hors résonance, on doit prendre en compte le couplage d'un état $|i\rangle$ avec tous les états $|j\rangle$ susceptibles de contribuer à la polarisabilité dynamique. Si on considère l'isotope bosonique 88 du Strontium, le noyau n'a pas de spin nucléaire, l'état de structure fine 3P_0 est par conséquent pur, et la transition $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ est complètement interdite par les règles de sélection à un photon. Mais dans le cas de l'isotope fermionique 87, l'atome possède un spin nucléaire $I = 9/2$, l'hamiltonien de structure hyperfine couple l'état 3P_0 avec les états 1P_1 et 3P_1 , la transition $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ devient donc faiblement permise par couplage dipolaire électrique. On ne se trouve donc plus exactement dans le cas d'une transition $J = 0 \rightarrow J = 0$, et une structure hyperfine complexe multiplie le nombre de termes à prendre en compte pour évaluer le déplacement lumineux. Cependant, l'écart hyperfin étant petit devant les désaccords entre le laser piège et les transitions atomiques impliquées dans la polarisabilité dynamique, on peut considérer dans un premier temps que l'on a toujours des états $J = 0$ (figure 4.7), dont le déplacement lumineux ne présente qu'une composante scalaire dans la mesure où les fonctions d'onde associées sont de symétrie sphérique dans l'espace des positions. Il n'y a donc pas à ce stade de dépendance en polarisation, et l'expression de la polarisabilité dynamique peut être généralisée sous la forme :

$$\alpha_{|i\rangle} = -\frac{1}{\hbar} \sum_j |d_{ij}|^2 \left(\frac{1}{\omega_i - \omega_j - \omega_\ell} + \frac{1}{\omega_i - \omega_j + \omega_\ell} \right) \quad \text{avec} \quad d_{ij} = \langle i | \mathbf{d} | j \rangle \quad (4.29)$$

Longueur d'onde magique

Le développement de la fréquence ν_H de la transition d'horloge en fonction du champ électrique créant le potentiel lumineux s'écrit alors, avec $|g\rangle = |^1S_0\rangle$ et $|e\rangle = |^3P_0\rangle$:

$$\begin{aligned} \nu_H(\mathbf{r}) &= \left[\nu_{|e\rangle} - \frac{1}{4\hbar} \alpha_{|e\rangle}(\lambda_\ell) \mathcal{E}_\ell^2(\mathbf{r}) + O(\mathcal{E}_\ell^4(\mathbf{r})) \right] - \left[\nu_{|g\rangle} - \frac{1}{4\hbar} \alpha_{|g\rangle}(\lambda_\ell) \mathcal{E}_\ell^2(\mathbf{r}) + O(\mathcal{E}_\ell^4(\mathbf{r})) \right] \\ &= \nu_{at} - \frac{1}{4\hbar} [\alpha_{|e\rangle}(\lambda_\ell) - \alpha_{|g\rangle}(\lambda_\ell)] \mathcal{E}_\ell^2(\mathbf{r}) + O(\mathcal{E}_\ell^4(\mathbf{r})) \end{aligned} \quad (4.30)$$

Les règles de sélection sur les transitions et l'amplitude des $|d_{ij}|$ montrent que

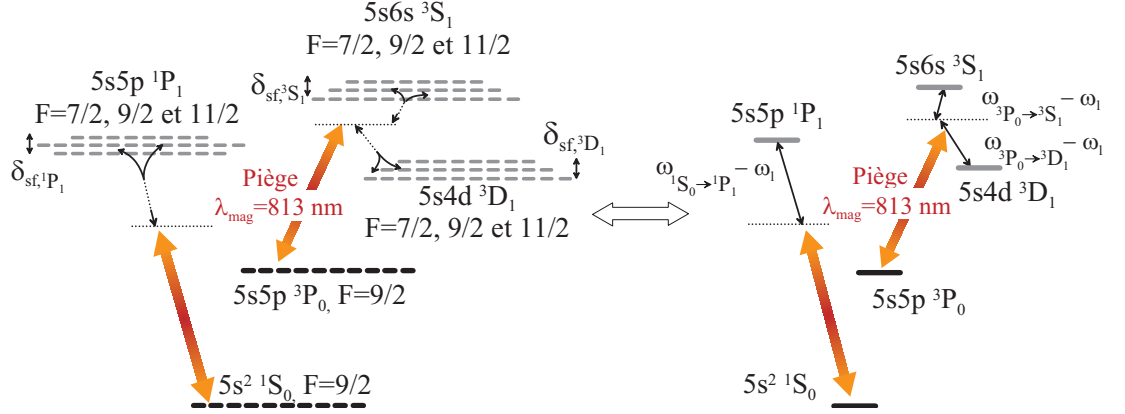


FIGURE 4.7 – Gauche : Structure des niveaux de plus basse énergie à prendre en compte dans la polarisabilité dynamique. Droite : Système simplifié, en négligeant la structure hyperfine, mais équivalent au précédent pour évaluer l'ordre principal du déplacement lumineux.

le niveau fondamental $5s^2\ ^1S_0$ est couplé essentiellement aux niveaux $5snp\ ^1P_1$, et l'état excité $5s5p\ ^3P_0$ aux niveaux $5sns\ ^3S_1$ et $5snd\ ^3D_1$, où n est le nombre quantique principal. Les états les plus proches sont ceux qui ont le plus d'influence, ce qui permet d'esquisser le profil général du déplacement lumineux $-1/4\alpha\mathcal{E}_\ell^2$ de chacun des niveaux d'horloge (figure 4.8 gauche) dans la gamme des transitions de plus basse énergie. Étant donné le comportement des courbes aux voisinages des divergences associées aux résonances, les deux profils se croisent nécessairement, ce qui prouve l'existence d'une longueur d'onde magique pour le strontium. Une évaluation théorique a été menée en sommant les contributions au déplacement lumineux jusqu'aux états $n = 11$ [37, 91], et le résultat pour les deux états de la transition d'horloge est tracé sur la figure 4.8 droite. Les deux courbes se croisent vers $\lambda \simeq 800\text{ nm}$, l'écart à la valeur expérimentale $\lambda_{\text{mag}} \simeq 813\text{ nm}$ s'explique par l'incertitude sur les valeurs des $|d_{ij}|$. A partir de ces courbes, pour une profondeur de piège de $10E_r$, on peut montrer que le déplacement résiduel de fréquence est limité à 10^{-17} en valeur relative dès lors que l'on maintient la fréquence du piège à moins de 20 MHz de sa valeur magique, or ce niveau de contrôle ne pose aucun problème technique.

Poids des couplages ordres multipolaires plus élevés

La description complète de la polarisabilité doit prendre en compte non seulement le couplage dipolaire électrique (E_1), mais aussi les autres, notamment les couplages dipolaire magnétique (M_1) et quadrupolaire électrique (E_2) :

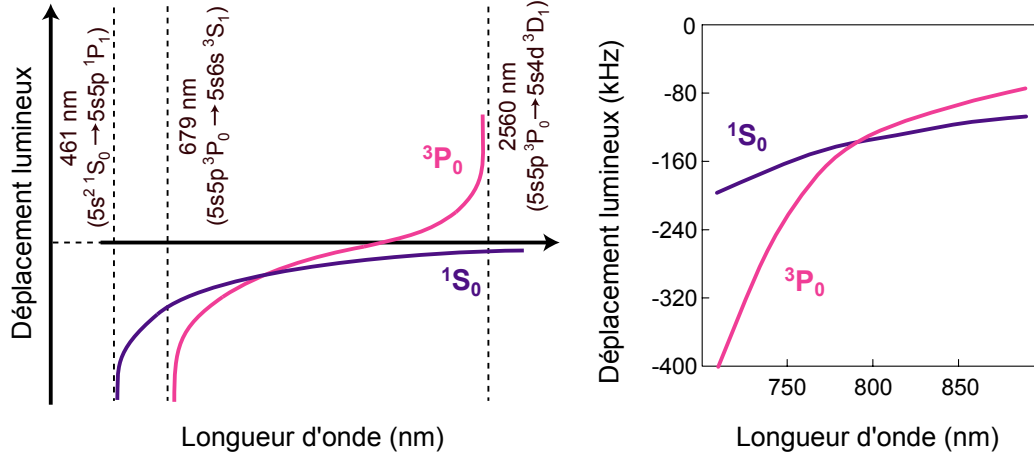


FIGURE 4.8 – Gauche : Profil général du déplacement lumineux pour les deux niveaux d’horloges, au voisinage des transitions de plus basse énergie. Les divergences des profils sont associées à ces résonances. Droite : Profils calculés numériquement en tenant compte des contributions des niveaux électroniques jusqu’au orbitales $n=11$, pour une intensité du laser piège de 10 kW/cm^2

$$\alpha_{|i\rangle}(\lambda_\ell) = \alpha_{|i\rangle, E_1}(\lambda_\ell) + \alpha_{|i\rangle, M_1}(\lambda_\ell) + \alpha_{|i\rangle, E_2}(\lambda_\ell) \quad (4.31)$$

Cependant, même si la valeur λ_{mag} n’a été déterminée qu’avec le seul couplage E_1 , c’est à dire que l’on a $\alpha_{|1S_0\rangle, E_1}(\lambda_{mag}) = \alpha_{|3P_0\rangle, E_1}(\lambda_{mag})$, la correction apportée par les deux autres termes ne constitue pas un problème. D’une part, ces contributions supplémentaires sont scalaires, elles n’entraînent donc qu’un déplacement de la longueur d’onde magique. De plus, l’évaluation théorique [37] a montré que $\alpha_{M_1}(\lambda_\ell) \simeq \alpha_{E_2}(\lambda_\ell) \simeq 10^{-7} \times \alpha_{E_1}(\lambda_\ell)$ pour les deux niveaux, la correction est de toute façon négligeable devant l’incertitude sur les $|d_{ij}|$, il n’était donc pas nécessaire de la prendre en compte dans le modèle.

4.3.2 Discussion sur la composante tensorielle du déplacement lumineux

On prend maintenant en compte la structure hyperfine de l’atome, pour faire apparaître le déplacement lumineux tensoriel. La généralisation tensorielle de 4.29 s’écrit :

$$\alpha_{mn,|i\rangle} = -\frac{1}{\hbar} \sum_j \left(\frac{\langle i|\mathbf{d}\cdot\mathbf{e}_m|j\rangle\langle j|\mathbf{d}\cdot\mathbf{e}_n|i\rangle}{\omega_i - \omega_j - \omega_\ell} + \frac{\langle i|\mathbf{d}\cdot\mathbf{e}_n|j\rangle\langle j|\mathbf{d}\cdot\mathbf{e}_m|i\rangle}{\omega_i - \omega_j + \omega_\ell} \right) \quad (4.32)$$

L'amplitude de la partie tensorielle par rapport à la partie scalaire, pour un état $|j\rangle$ déplaçant un état $|i\rangle$, est à peu près proportionnelle à $\delta_{sf,j}/\delta_{ij}$, rapport entre la largeur de la structure hyperfine du niveau $|j\rangle$ et le désaccord $\delta_{ij} = |\omega_i - \omega_j| - \omega_\ell$ avec le laser de piégeage. Pour $|^3S_1\rangle$ et $|^3D_1\rangle$ par rapport $|^3P_0\rangle$, ces ratios valent respectivement $8,1 \cdot 10^{-5}$ et $5,4 \cdot 10^{-6}$, alors que pour $|^1P_1\rangle$ par rapport à $|^1S_0\rangle$, il ne vaut que $2,1 \cdot 10^{-7}$. Le déplacement tensoriel de $|^3P_0\rangle$ est a priori deux ordres de grandeur plus grand que celui de $|^1S_0\rangle$.

Si on suppose que le champ magnétique B est parallèle à la polarisation du laser formant le réseau optique, on peut réécrire le déplacement de fréquence pour les niveaux d'horloge, en tenant compte de l'effet Zeeman et du déplacement lumineux, sous la forme générale ([131]) :

$$\Delta\nu_e = -m'_F(g_I + \delta g)\mu_0 B - \alpha B^2 - \kappa_e^S \frac{U_0}{E_r} - \kappa_e^V \xi m'_F \frac{U_0}{E_r} - \kappa_e^T (3m_F'^2 - F(F+1)) \frac{U_0}{E_r} \quad (4.33)$$

$$\Delta\nu_g = -m_F g_I \mu_0 B - \kappa_g^S \frac{U_0}{E_r} - \kappa_g^V \xi m_F \frac{U_0}{E_r} - \kappa_g^T (3m_F^2 - F(F+1)) \frac{U_0}{E_r} \quad (4.34)$$

où les coefficients κ^S , κ^V et κ^T sont proportionnels respectivement aux composantes scalaire, vectorielle et tensorielle de rang 2 de la polarisabilité dynamique 4.32, ils ne dépendent que de la longueur d'onde. Le coefficient $\xi = \sin(2\varepsilon)$ est le degré d'ellipticité de la polarisation du faisceau piège, dont la polarisation s'écrit, dans le cas d'une propagation selon l'axe z , sous la forme générale :

$$\mathbf{e} = \cos(\varepsilon)\mathbf{e}_x + i\sin(\varepsilon)\mathbf{e}_y \quad (4.35)$$

$$= -\sin(\varepsilon - \pi/4)\mathbf{e}_{-1} - \cos(\varepsilon - \pi/4)\mathbf{e}_{+1} \quad (4.36)$$

avec $\mathbf{e}_{\pm 1} = \mp(\mathbf{e}_x \pm i\mathbf{e}_y)/\sqrt{2}$. $\varepsilon = 0$ correspond à une polarisation linéaire, et $\varepsilon = \pm\pi/4$ à des polarisation $\sigma^\pm$, l'intervalle $[-\pi/4; \pi/4]$, suffit à décrire tous les cas.

La figure 4.9 montre le déplacement de fréquence tensoriel $\Delta\nu_e + \kappa_e^S \frac{U_0}{E_r}$ théorique (on a donc retranché le déplacement scalaire) en fonction de l'angle de polarisation ε . Les courbes associées à $+m_F$ et $-m_F$ sont symétriques par rapport à une valeur centrale égale à $-\alpha B^2 - \kappa_e^T (3m_F^2 - F(F+1)) \frac{U_0}{E_r}$.

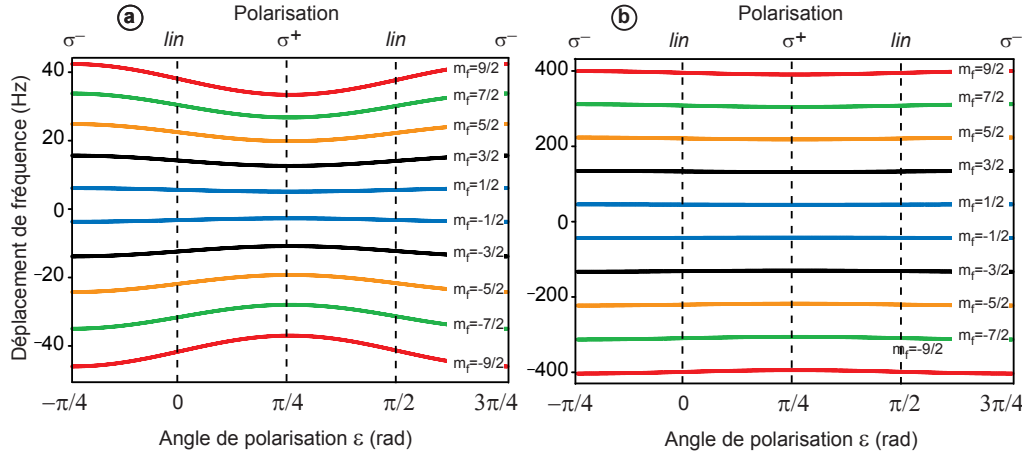


FIGURE 4.9 – Profil du déplacement de fréquence de $|3P_0\rangle$, en fonction du sous-niveau Zeeman considéré, en tenant compte de tous les termes sauf du déplacement lumineux scalaire. Les courbes sont tracées pour $U_0 = 10E_r$, avec $\kappa_e^V = 0,1 \text{ Hz}/E_r$ (dédit de [37]), $\kappa_e^T = 9.10^{-3} \text{ Hz}/E_r$, $g_I\mu_0 = -185 \text{ Hz}/G$ et $\delta g\mu_0 = -109 \text{ Hz}/G$ ([131]). Le champ magnétique $B = 30 \text{ mG}$ (graphe a) correspond à un champ résiduel, alors que $B = 300 \text{ mG}$ (graphe b) est le champ typique utilisé pour le pompage optique. Avec un champ magnétique plus faible, on note que l'on aurait des anticroisements entre les courbes.

Dans le cas d'une transition π ($m_F \rightarrow m_F$), on a un déplacement de fréquence de la transition égal à :

$$v_H(m_F) = v_{at} - \delta g\mu_0 m_F B - \alpha B^2 - \Delta\kappa^S \frac{U_0}{E_r} - \Delta\kappa^V \xi m_F \frac{U_0}{E_r} - \Delta\kappa^T (3m_F^2 - F(F+1)) \frac{U_0}{E_r} \quad (4.37)$$

Si on interroge successivement deux m_F de signes opposés, on peut annuler les termes en m_F en faisant la demi somme des fréquences obtenues, on s'affranchit ainsi de l'effet Zeeman du premier ordre et la composante vectorielle de la polarisabilité :

$$\frac{v_H(-m_F) + v_H(m_F)}{2} = v_{at} - \left[\Delta\kappa^S(\lambda_\ell) + \Delta\kappa^T(\lambda_\ell) (3m_F^2 - F(F+1)) \right] \frac{U_0}{E_r} - \alpha B^2 \quad (4.38)$$

Dans l'expression entre crochets de l'équation 5.7, le terme scalaire est nul pour λ_{mag}^S mais il possède une dynamique $10 \text{ Hz}/E_r/\text{nm}$: en changeant un peu λ_ℓ , il est possible de compenser le terme tensoriel, évalué à $9(23) \cdot 10^{-3} \text{ Hz}/E_r$ dans la référence [131] dont on peut supposer qu'il varie peu en valeur absolu. Ainsi, $\Delta\kappa^T$

a juste pour effet de déplacer la longueur d'onde magique, au plus de quelques 10^{-2} nm. Il reste le terme en B^2 , qui peut être évalué grâce à la demi différence des fréquences :

$$\frac{\nu_H(-m_F) - \nu_H(m_F)}{2} = \delta g \mu_0 m_F B + \Delta \kappa^V \xi m_F \frac{U_0}{E_r} \quad (4.39)$$

Le premier terme de cette équation est utilisé pour évaluer le champ B et ainsi corriger le terme αB^2 de 5.7. On s'affranchit facilement du second terme pour deux raisons :

- D'une part il est négligeable devant le premier, du fait de la qualité de la polarisation linéaire dans la cavité. On a supposé que seulement 10^{-3} de l'énergie était dans la mauvaise polarisation (paragraphe 3.2.1), ce qui limite le rapport des champs à $\sqrt{10^{-3}}$ et donc on a : $\xi \leq \sqrt{10^{-3}} \simeq 3.10^{-2}$. Pour $B = 0,3$ G et $U_0 = 10E_r$, on évalue $\frac{\Delta \kappa^V \xi m_F U_0 / E_r}{\delta g \mu_0 m_F B} \leq 10^{-3}$.
- D'autre part, grâce aux mesures différentielles alternant les profondeurs U_0 , on peut de toute façon évaluer et corriger ce terme.

Par cette approche, on s'affranchit à la fois de l'effet Zeeman et des composantes tensorielles de rang 1 et 2 de la polarisabilité, ces termes ne compromettent donc pas la faisabilité de l'horloge.

4.3.3 Evaluation expérimentale de la longueur d'onde magique et de l'annulation du déplacement lumineux

Mesures différentielles

Les fluctuations de fréquence de la cavité de référence du laser ont une échelle de temps typique de l'ordre de la minute, les mesures de fréquence doivent donc être effectuées à une cadence plus élevée. La meilleure solution pour s'affranchir du bruit basse fréquence de la cavité est d'effectuer des mesures différentielles en fonction de la profondeur du piège, c'est-à-dire d'entrelacer des séries de points à différentes profondeurs. Sur la figure 4.10 (a), les mesures sont faites toutes les secondes, on a mêlé des séries de 19 points à quatre profondeurs différentes, et on répète cette séquence typiquement une vingtaine de fois (figure 4.10 (b)), ce qui représente une intégration de 20 ou 30 minutes.

Pour filtrer les fluctuations de la cavité, on ramène toutes les données sur un même plan en retranchant à chaque point le déplacement lumineux attendu, on

ajuste ensuite l'ensemble de ces nouveaux points par un polynôme de degré N . Dans la mesure où l'on veut suivre les fluctuations lentes, liées à des processus thermiques, sans suivre le détail du bruit de chacun des asservissements, N a une influence : on constate sur la figure 4.10 (c) qu'entre $N = 5$ et $N = 12$, la fréquence ne varie que d'une fraction de la barre d'erreur, nous avons choisi d'appliquer un polynôme de degré $N = 10$ dans tous les cas. La barre d'erreur attribuée à chaque point est l'incertitude statistique, c'est-à-dire la valeur de la variance d'Allan après un temps d'intégration τ (figure 4.10 (e)).

Enfin, on considère à nouveau individuellement les quatre ensembles de points initiaux, et à chacun on retrace le polynôme avant de faire la moyenne de ces points corrigés. Pour chacune des quatre profondeurs, on obtient un point correspondant au déplacement de fréquence (figure 4.10 (d)) dont la barre d'erreur est l'écart type d'Allan.

Mesure de λ_{mag} , criticité sur l'annulation du déplacement lumineux

Les mesures de fréquences différentielles donnent un ensemble de points de fréquence correspondant à différentes profondeurs du réseau. On s'applique à maintenir la longueur d'onde du piège constante pendant le cycle de mesure en la mesurant avec un λ damètre, ce qui permet un contrôle au niveau de quelques 10^{-4} nm. On extrapole dans un premier temps les points expérimentaux par une droite, et on constate que leur distribution est compatible avec un comportement linéaire en la profondeur, en tous cas au niveau de résolution permis par le bruit de la mesure.

Sur la figure 4.11 (a) sont représentés des ensembles de points associés à plusieurs longueurs d'onde, ainsi que les ajustements du premier ordre. La technique de mesure expliquée en 4.3.3 ne permet pas de trouver la valeur absolue de la fréquence, mais seulement les écarts entre les fréquences associées aux différentes profondeurs, les ensembles de points sont donc translatés en ordonnée pour que les droites passent toutes par zéro, ce qui correspond à l'hypothèse d'un déplacement nul pour $U_0 = 0$. Les pentes de ces droites sont reportées sur la figure 4.11 (b), la longueur d'onde magique correspond à une pente nulle, c'est-à-dire au cas où la fréquence est complètement indépendante de la profondeur. Les points expérimentaux sont ajustés par une droite qui permet de déterminer la valeur magique avec une précision meilleure d'un ordre de grandeur par rapport aux deux déterminations effectuées par d'autres équipes [133] :

$$\lambda_{mag} = 813,428(1)\text{nm} \quad (4.40)$$

Pour cette valeur de la longueur d'onde, le déplacement de fréquence entre la profondeur nulle et la profondeur la plus élevée (environ 5 MHz) est au plus de 5 Hz en tenant compte des barres d'erreur. Avec cette résolution, susceptible

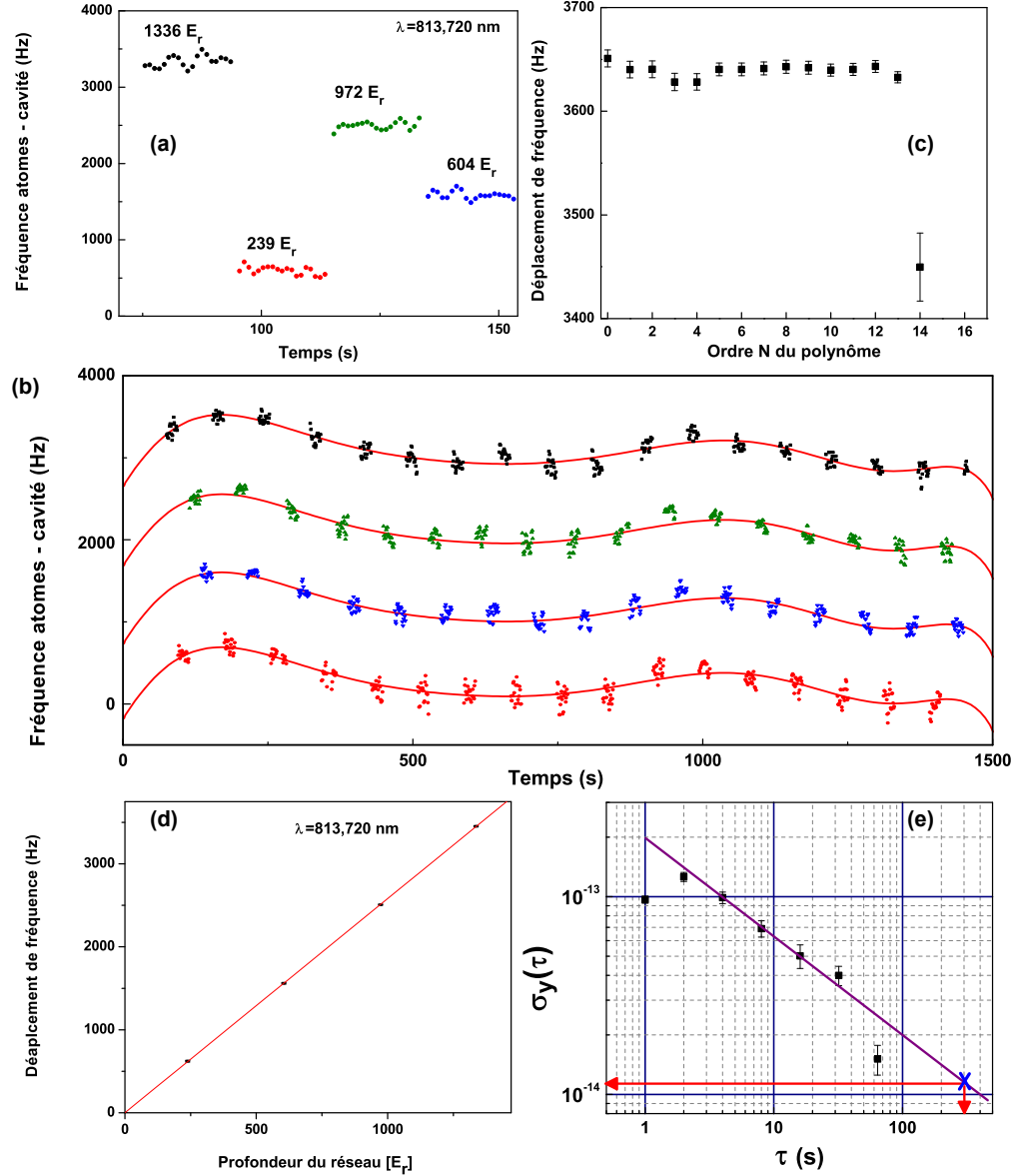


FIGURE 4.10 – (a) Points de fréquence ν_n du MAO10 lorsque le laser est asservi sur la transition atomique, pour 4 profondeurs différentes, à $\lambda_\ell = 813,720$ nm. (b) Séquence de la figure (a) répétée une vingtaine de fois, les fluctuations de la cavité sont filtrées avec un polynôme de degré 10. (c) Fréquence à profondeur maximale en fonction du degré du filtre polynômial. (d) Points de fréquence correspondant aux moyennes des points corrigés des fluctuations de la cavité, pour chaque profondeur. On ne connaît pas la valeur absolue de la fréquence, mais on fixe comme condition que le déplacement est nul à profondeur nulle. (e) Variance d'Allan associée aux mesures à une profondeur ($\tau = 300$ s).

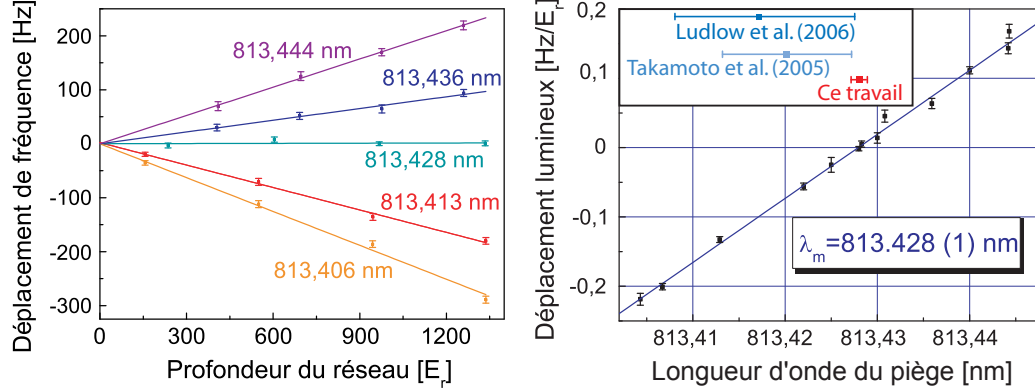


FIGURE 4.11 – Evaluation de la longueur d’onde magique. (a) Déplacements de fréquence en fonction de la profondeur du réseau pour différentes longueur d’onde de piège, avec les ajustements du premier ordre. Les pentes des droites sont reportées sur le graphe (b), la pente nulle correspond à la longueur d’onde magique.

d’être encore améliorée, on est d’ores et déjà capable d’annuler le déplacement lumineux différentiel au niveau de 10^{-6} du potentiel, ce qui correspond, pour un profondeur $U_0 = 10 E_r$, à 40 mHz, soit 10^{-16} de la fréquence optique.

Enfin, on peut discuter la criticité du contrôle de la longueur d’onde du piège : de 4.11 (b) on déduit que pour une profondeur de $10 E_r$, on a un déplacement lumineux différentiel de 1 Hz par 10^{-2} nm, soit encore 10^{-17} de v_{at} pour un contrôle de 20 MHz, on retrouve la valeur théorique. Ce niveau de contrôle est facile à atteindre, il assure une incertitude dans la gamme de 10^{-18} sur le déplacement résiduel.

4.4 Effets d’ordre élevé

A la longueur d’onde magique, on est donc capable de contrôler l’annulation du déplacement différentiel de fréquence du premier ordre en U_0 à un niveau de 10^{-18} . Néanmoins, le terme suivant du développement de la fréquence, en U_0^2 n’a aucune raison de s’annuler a priori, ce qui peut remettre complètement en question la faisabilité d’une horloge basée sur cette approche. Comme on va le voir, le calcul théorique de cet effet ne s’est pas avéré fiable, une évaluation expérimentale de son amplitude était donc absolument nécessaire.

4.4.1 Description théorique de l'hyperpolarisabilité

Origine de l'effet

Le développement de la fréquence de la transition d'horloge à l'ordre 2 en U_0 s'écrit comme :

$$\nu_H(\mathbf{r}) = \nu_{at} - \frac{1}{64h} [\gamma_e(\lambda_{mag}, \epsilon) - \gamma_g(\lambda_{mag}, \epsilon)] \mathcal{E}_\ell^4(\mathbf{r}) + O(\mathcal{E}_\ell^6(\mathbf{r})) \quad (4.41)$$

On peut le présenter sous la forme plus intuitive :

$$\nu_H(\mathbf{r}) = \nu_{at} - \Delta\beta \frac{U_0^2}{E_r^2} + O\left(\frac{U_0^3}{E_r^3}\right) \quad (4.42)$$

avec $\Delta\beta = \beta_e(\lambda_{mag}, \epsilon) - \beta_g(\lambda_{mag}, \epsilon)$. Le terme en U_0^2 , ou terme d'hyperpolarisabilité, correspond aux processus à deux photons susceptibles de déplacer les niveaux d'horloges. Dans la mesure où il évolue comme le carré de l'intensité, il convient d'être prudent quant à son effet sur la fréquence d'horloge. Deux transitions à deux photons (figure 4.12) partant du niveau $|^3P_0\rangle$ sont proches de résonance lorsque le piège dipolaire fonctionne à $\lambda_{mag} = 813,42$ nm :

- $5s5p^3P_0 \rightarrow 5s7p^1P_1$, à $2\lambda_1 = 2 \times 813,36$ nm, qui est a priori interdite par les règles de sélection
- $5s5p^3P_0 \rightarrow 5s4f^3F_2$, à $\lambda_2 = 2 \times 818,57$ nm
- Après ces deux transitions, la plus proche est $5s5p^3P_0 \rightarrow 5s7p^3P_0$, à $2\lambda_3 = 2 \times 796,3$ nm, à plus de 17 nm

L'évaluation théorique des coefficients β explicitée dans les références [37, 91] est en réalité approximative pour eux raisons :

- Les éléments de couplage entre les différents niveaux sont mal connus, ce qui a un effet nettement plus problématique que dans la cas de la polarisabilité, dans la mesure où tous les niveaux intermédiaires contribuent dans le cas des couplages à deux photons à l'origine de l'hyperpolarisabilité.
- le calcul de [37, 91] a été effectué à $\lambda_\ell = 800$ nm, et, à cette longueur d'onde, le poids respectif des trois transitions citées est complètement différent, $^3P_0 \rightarrow ^3P_0$ est 5 fois plus près par exemple.

La valeur numérique avancée dans les deux références, $\Delta\beta \simeq 1,5\mu\text{Hz}/E_r^2$ pourrait donc être changée de plusieurs ordres de grandeur. L'effet d'hyperpolarisabilité évoluant comme U_0^2 , il faut être extrêmement prudent quant à son amplitude : si on suppose que l'on maîtrise la puissance intracavité à 1% près, il faut avoir $\Delta\beta < 2 \text{ mHz}/E_r^2$ pour que l'incertitude associée à l'effet soit au niveau de 10^{-17} pour $U_0 = 10E_r$. Un prérequis à la faisabilité de l'horloge passe nécessairement par une évaluation expérimentale de cet effet.

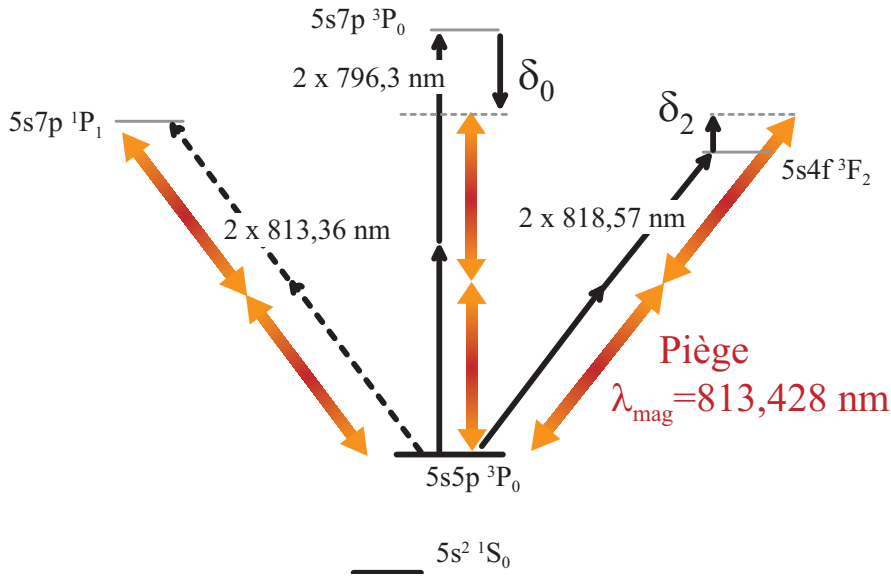


FIGURE 4.12 – Structure des niveaux d'énergie susceptibles de contribuer à l'hyperpolarisabilité dynamique. Essentiellement deux transitions à deux photons issues de 3P_0 sont à considérer, l'une à $2 \times 813,36 \text{ nm}$, a priori interdite par les règles de sélection, la seconde à $2 \times 818,57 \text{ nm}$. Une troisième, à $2 \times 796,3 \text{ nm}$, est très éloignée de résonance.

Discussion sur l'influence de la polarisation

Bien que la polarisation intracavité soit linéaire et de très bonne qualité, on peut se demander quelle est l'amplitude de la dépendance de $\Delta\beta$ vis-à-vis de ε . En s'inspirant de la référence [102], on exprime $\Delta\beta$ comme la somme de deux contributions $\beta^{(0)}$ et $\beta^{(2)}$ respectivement associées aux transitions vers 3P_0 et 3F_2 (on suppose, comme cela va être démontré plus loin, que la transition vers 1P_1 est sans influence) :

$$\Delta\beta = \beta^{(0)} + \beta^{(2)} \quad (4.43)$$

avec

$$\beta^{(0)} = \frac{b_0(\lambda_{mag})}{\delta_0} \frac{\cos^2(2\varepsilon)}{3} \quad \text{et} \quad \beta^{(2)} = \frac{b_2(\lambda_{mag})}{\delta_2} \frac{3 - \cos^2(2\varepsilon)}{3} \quad (4.44)$$

Lorsque l'on passe d'une polarisation linéaire ($\varepsilon = 0$) à une polarisation circulaire ($\varepsilon = \pm\pi/4$), $\beta^{(0)}$ s'annule et $\beta^{(2)}$ est multiplié par 3/2, l'ordre de grandeur de $\Delta\beta(\varepsilon = \pm\pi/4)$ ne peut qu'être inférieur à celui de $\Delta\beta(\varepsilon = 0)$. En faisant toutes les mesures en polarisation linéaire, on évalue donc de toute façon le cas le plus défavorable. Cette même référence [102] suggère qu'il pourrait exister pour le strontium une polarisation magique ε_{mag} , pour laquelle ce terme d'hyperpolarisabilité s'annulerait, mais il faudrait alors aussi évaluer l'impact de ε_{mag} sur le terme vectoriel de la polarisabilité.

On mentionne enfin le fait que le terme suivant du développement de fréquence, en U_0^3 , associé aux transitions à trois photons, est négligeable, tout comme le sont les termes d'ordre supérieur. Si on ajoute l'énergie de trois photons à 813,42 nm à celle du niveau $|^3P_0\rangle$, on est au delà de la limite d'ionisation, et si on l'ajoute à celle de $|^1S_0\rangle$, le seul état susceptible de contribuer, $5p^2\ ^1D_2$, n'est pas accessible à cause des règles de sélection. À partir de quatre photons, on est obligatoirement au delà de la limite d'ionisation.

4.4.2 Évaluation expérimentale de l'amplitude de l'hyperpolarisabilité

Transition $5s5p^3P_0 \rightarrow 5s7p^1P_1$ à $\lambda_1=813,36$ nm

Du fait de son caractère $J = 0 \rightarrow J = 1$, cette transition est a priori interdite à l'ordre principal par les règles de sélection à deux photons. Néanmoins, elle est particulièrement proche (32 GHz) de la valeur démontrée de la longueur d'onde magique, il est donc nécessaire d'étudier spécifiquement son influence.

Pour évaluer les déplacements de fréquence quadratiques en U_0 de la transition d'horloge, on utilise les points de fréquence en fonction de la profondeur du potentiel, pour une longueur d'onde donnée, comme sur la figure 4.11 (a). Mais on ajuste cette fois-ci les points non plus par une droite mais par un polynôme d'ordre 2, et le coefficient quadratique est reporté sur la figure 4.13 en fonction de la longueur d'onde du piège. On observe que la plupart des points sont compatibles avec une valeur nulle, il apparaît clairement que l'on peut borner supérieurement l'effet quadratique associé à cette transition par $0,07 \text{ mHz}/E_r^2$ dans toute la gamme de longueur d'onde explorée. Le comportement attendu de l'hyperpolarisabilité est proportionnelle à $\frac{1}{\delta}$, avec $\delta = \omega_\ell - \omega_1$. La position exacte de la transition n'est pas

bien connue, mais dans la mesure où les points de mesures reportés sur la figure 4.13 sont espacés de 1 GHz environ, on peut donner une borne supérieure à la contribution de cette transition sur le coefficient quadratique à la longueur d'onde magique :

$$\Delta\beta(\lambda_{mag} \leftarrow \lambda_1) < 70 \mu\text{Hz}/E_r^2 \times \frac{1 \text{ GHz}}{32 \text{ GHz}} \simeq 2 \mu\text{Hz}/E_r^2 \quad (4.45)$$

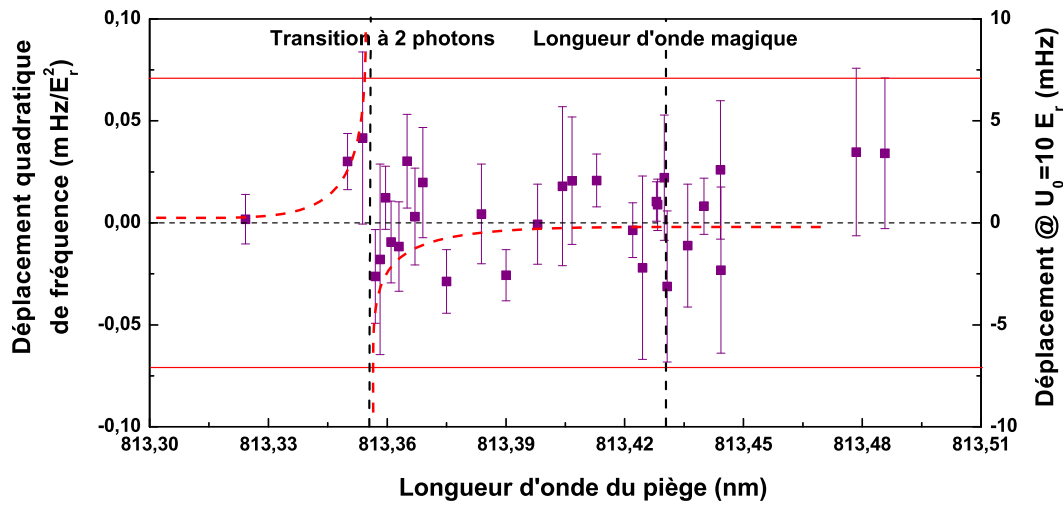


FIGURE 4.13 – Déplacement quadratique de fréquence de la transition d’horloge, par unité de recul (échelle de gauche), ou en valeur absolue pour $U_0 = 10 E_r$ (échelle de droite) quand le piège fonctionne près de 813,36 nm. Autour de la longueur d’onde de la transition à deux photons, aucun effet n’est résolu, on place une borne supérieure sur les points à $\pm 0,07 \text{ Hz}/E_r$. La courbe rouge correspond à un ajustement en $\frac{1}{\omega_l - \omega_1}$

Transition $5s5p^3P_0 \rightarrow 5s4f^3F_2$ à $\lambda_2=818,57 \text{ nm}$

On attend a priori pour cette nouvelle transition à deux photons, permise, un déplacement de fréquence quadratique beaucoup plus marqué. Comme on s’éloigne de la longueur d’onde magique, l’effet du premier ordre commence à déformer les raies de façon significative (figure 4.14), on les élargit en augmentant la puissance du laser à 698 nm jusqu’à environ 1 mW pour garder un contraste maximum, pour un temps d’interaction typique de 20 ms.

Des intégrations ont été effectuées au voisinage de la valeur attendue, et les coefficients quadratiques ont été reportés sur la figure 4.15. En plus de l’effet de la transition à deux photons en elle-même, on s’attend à observer un déplacement

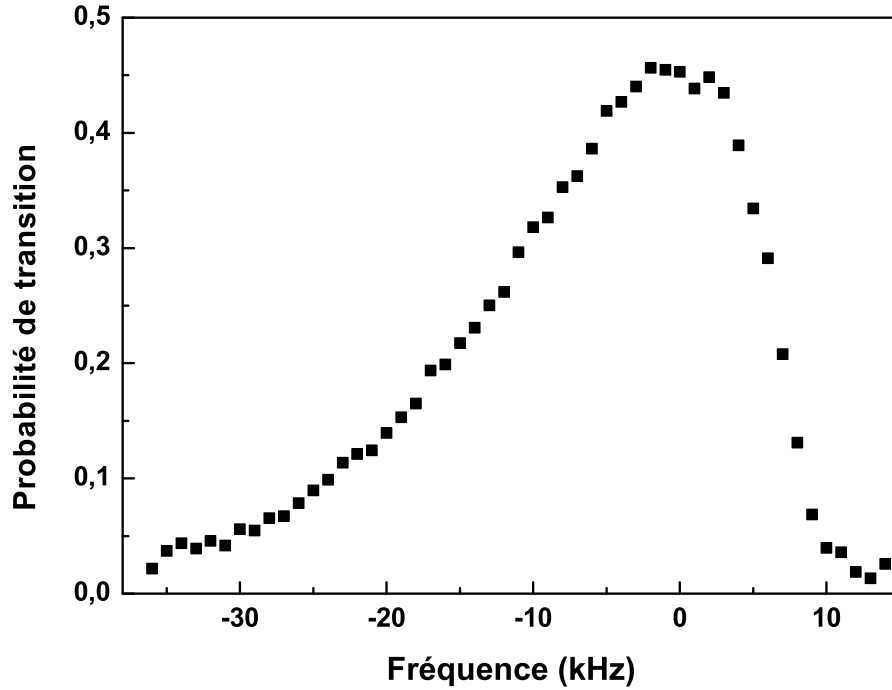


FIGURE 4.14 – Profil de la porteuse lorsque le piège fonctionne à $\lambda_\ell = 818,5537$ nm. Pour amplifier le contraste de la résonance, on utilise une puissance $P_{698} = 2$ mW, pendant une interaction de 200 ms.

quadratique dû au fait que le déplacement lumineux ne s’annule plus et que les atomes voient des profondeurs potentiellement assez différentes en valeur absolue à cause de leur température finie. Les mesures effectuées à plusieurs GigaHertz de part et d’autre de la transition à deux photons ont indiqué que cette contribution s’élevait à environ $0,8 \text{ mHz}/E_r^2$.

A proximité de la transition à deux photons, on constate cette fois-ci que les valeurs des déplacements sont beaucoup plus importantes, l’échelle de la figure 4.15 est 100 fois plus grande que celle de la figure 4.13. La structure des mesures est difficile à interpréter clairement, car le niveau excité $5s4f^3F_2$ présente 5 niveaux de structure hyperfine, dont les contributions peuvent interférer entre elles. Il a néanmoins été possible de situer les longueurs d’onde associées à chacune des 5 sous-transitions possibles en mesurant la largeur de la transition d’horloge : en effet, à résonance, le couplage entre $5s5p^3P_0$ et $5s4f^3F_2$ entraîne un déplacement lumineux différent pour chaque sous-niveau m_F de 3P_0 , et le spectre de la transition d’horloge présente une structure qui l’élargit de façon considérable (figure 4.16 (a)) par rapport au cas hors résonance (figure 4.16 (b)). La largeur de la résonance $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ en fonction de la longueur d’onde du piège est représentée sur la

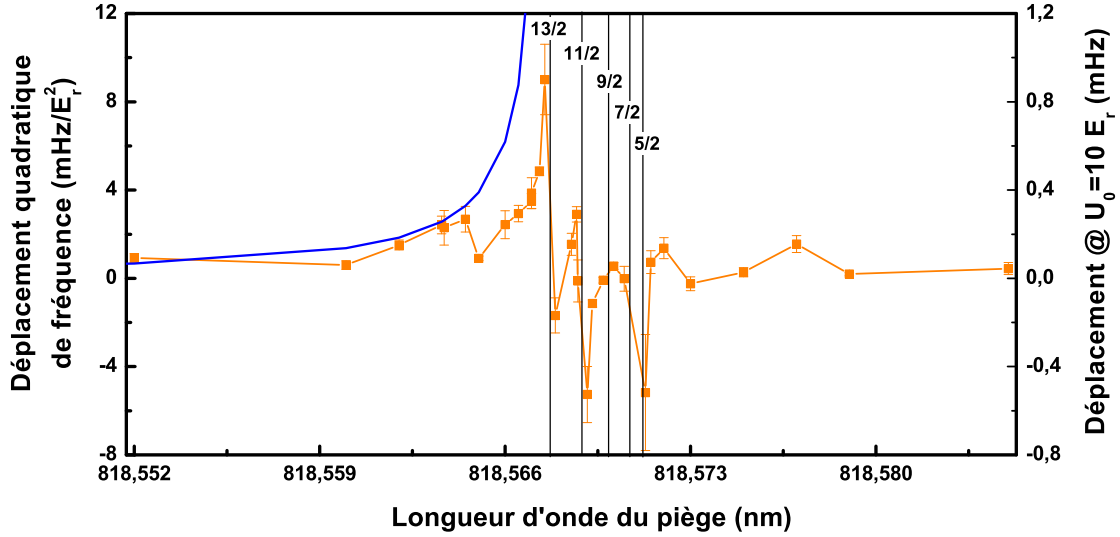


FIGURE 4.15 – Déplacement quadratique de fréquence de la transition d’horloge, par unité de recul (échelle de gauche), ou en valeur absolue pour $U_0 = 10 E_r$ (échelle de droite) quand le piège fonctionne près de 818,57 nm. La courbe bleue est proportionnelle à $\frac{1}{\omega_\ell - \omega_{2,13/2}}$, et elle est ajustée de façon à englober les points de mesure.

figure 4.16 (c), les 5 transitions hyperfines apparaissent nettement. De plus nous avons expérimentalement constaté que pour ces valeurs, une fraction importante des atomes (figure 4.16 (d)) étaient perdus et sortaient du piège quand le laser d’horloge était également à résonance, ce que nous avons attribué à un processus d’ionisation à 3 photons à 818,57 nm.

Si par exemple on trace le déplacement de fréquence quadratique (sans le déplacement lumineux donc) de part et d’autre de la longueur d’onde correspondant au niveau hyperfin $F = 13/2$ de 3F_2 , on trouve des comportements de signes opposés, comme cela est représenté sur le graphe 4.17, avec des déplacements différentiels qui atteignent plusieurs kiloHertz pour des réseaux de grande profondeur.

On borne supérieurement les points reportés sur le figure 4.15 par une courbe proportionnelle à $\frac{1}{\omega_\ell - \omega_{2,F=13/2}}$ (le niveau $F=13/2$ étant le plus proche de λ_{mag}) qui enveloppe les mesures. Extrapolée à $\lambda_\ell = \lambda_{mag}$, elle indique que la contribution de cette seconde transition à deux photons à la longueur d’onde magique est au plus de :

$$\Delta\beta(\lambda_{mag} \leftarrow \lambda_2) < 2 \mu\text{Hz}/E_r^2 \quad (4.46)$$

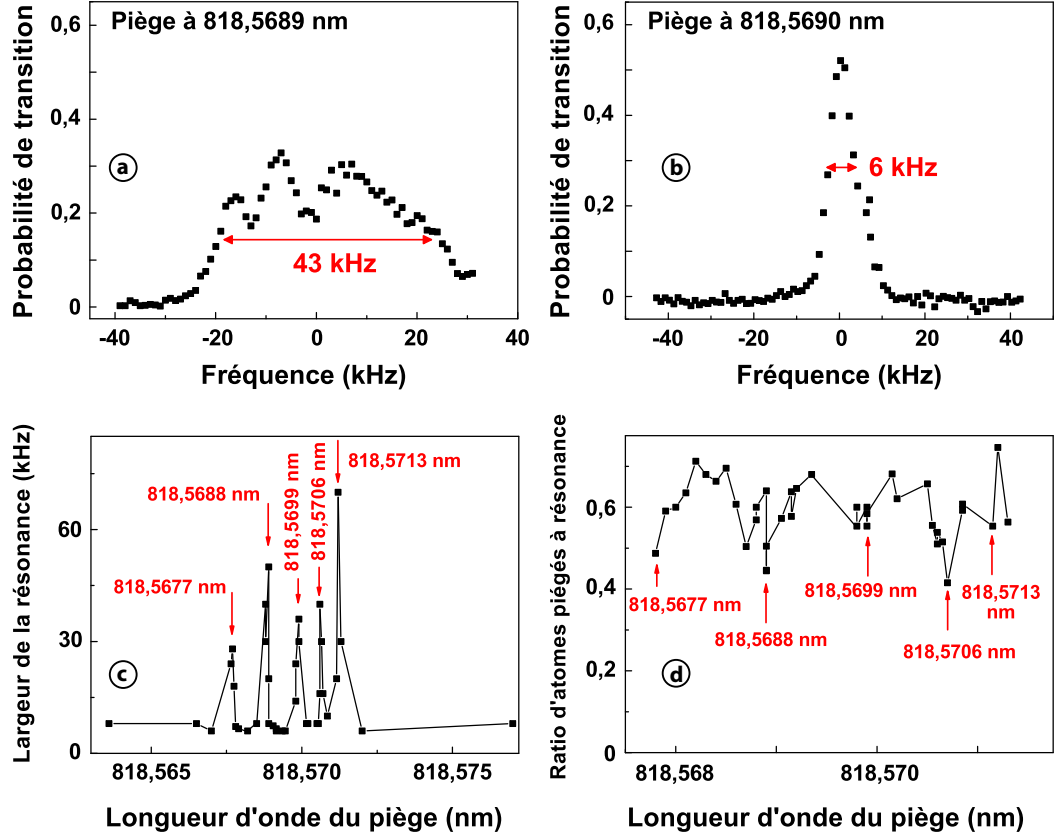


FIGURE 4.16 – (a) Spectre de la porteuse pour la transition d’horloge lorsque le laser piège est accordé (au sens deux photons) sur la transition hyperfines $5s5p^3P_0$, $F = 9/2 \rightarrow 5s4f^3F_2$, $F' = 11/2$. (b) Spectre de la même porteuse avec le laser piège désaccordé. (c) Largeur à mi-hauteur de la structure de la résonance en fonction de la longueur d’onde du piège, à proximité de la transition à deux photons. (d) Ratio d’atomes conservés en fonction de la longueur d’onde du piège.

Evaluation directe du déplacement quadratique de fréquence à λ_{mag}

L’étude des deux transitions à deux photons a donc permis d’évaluer que chacune contribuait à l’hyperpolarisabilité à la longueur d’onde magique avec un poids très faible. Pour confirmer ces mesures, nous avons évalué le coefficient quadratique à la longueur d’onde magique directement à partir des mesures de fréquence effectué à $\lambda_{mag} = 813,428$ nm, les résultats sont représentés sur la figure 4.18. On trouve une valeur moyenne égale à :

$$\Delta\beta(\lambda_{mag}) = 4 \pm 4 \mu\text{Hz}/E_r^2 \text{ soit } 0,4 \pm 0,4 \text{ mHz pour } U_0 = 10E_r \quad (4.47)$$

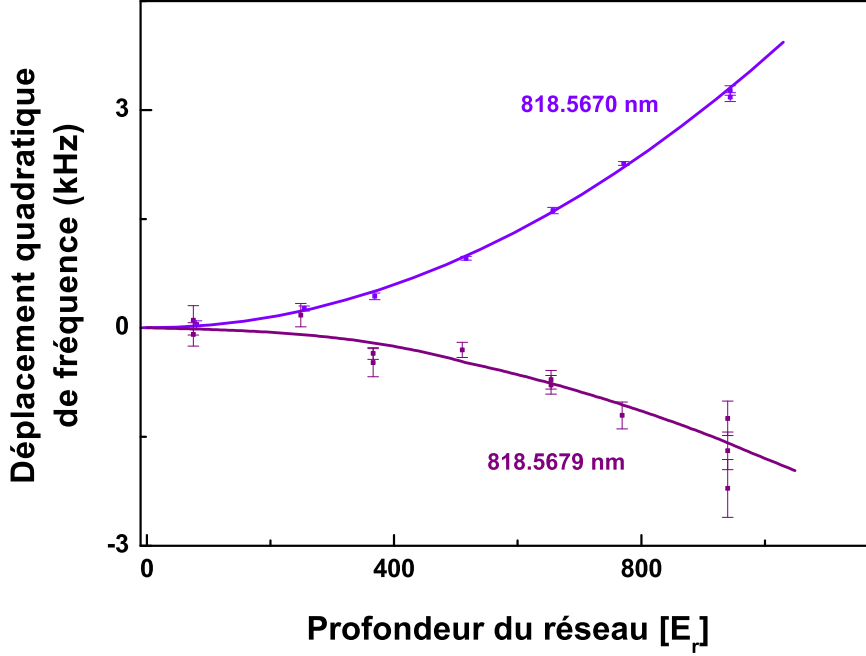


FIGURE 4.17 – Déplacement de fréquence quadratique de la transition d’horloge à 818,5670 nm et 818,5679 nm, de chaque côté de la transition à deux photons évaluée à 818,5677 nm. Le déplacement linéaire a été retiré pour mettre en avant le terme du deuxième ordre.

En tenant compte de la barre d’erreur, on évalue que le déplacement de fréquence pour $U_0 = 10 E_r$ est au plus de $2 \cdot 10^{-18}$ de la fréquence de référence, cet effet ne constitue donc pas du tout un problème.

Discussion

Dans la mesure où $^3P_0 \rightarrow ^3F_2$ s’est révélée avoir un faible impact et qu’aucun effet manifeste n’a été résolu à la longueur d’onde magique, nous avons renoncé à étudier la résonance $^3P_0 \rightarrow ^3P_0$.

Par ailleurs, les effets d’ordre supérieur à 2 n’ont pas été évalués, mais, d’une part, l’amplitude des termes est a priori de plus en plus faible lorsque l’ordre augmente, et d’autre part, même pour des profondeurs de l’ordre de $1000 E_r$, on n’a observé aucune déviation en U_0^3 par exemple.

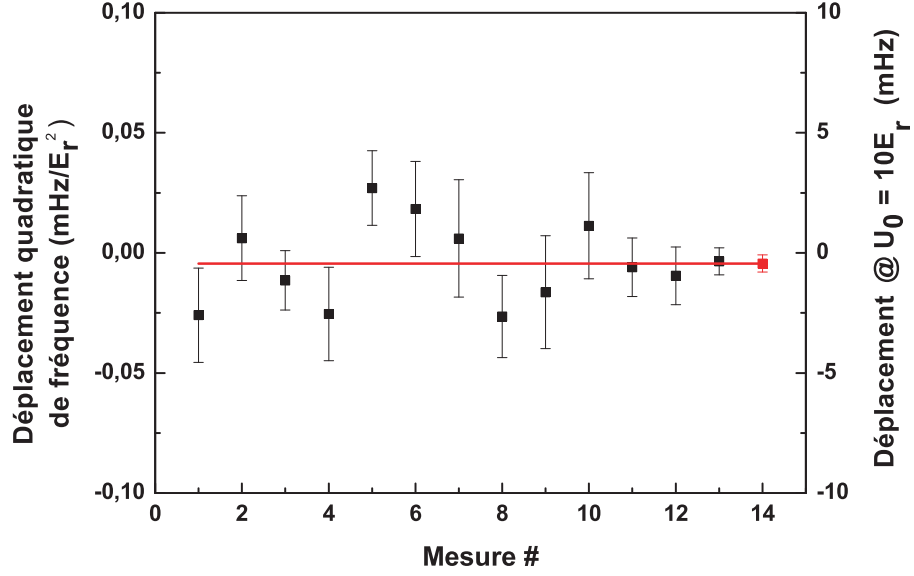


FIGURE 4.18 – Coefficient quadratique du déplacement de fréquence à la longueur d’onde magique, évalué pour 13 mesures indépendantes. En rouge : la moyenne avec sa barre d’erreur.

4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré qu’à l’issue du processus de refroidissement sur raie étroite, la température des atomes dans le piège était de l’ordre de $4 \mu\text{K}$ dans la direction longitudinale, soit 95% des atomes dans l’état motionnel fondamental $n_z = 0$, et de $15 \mu\text{K}$ dans la direction radiale. Dans ces conditions, tous les atomes évoluent dans des potentiels de même profondeur à 10% près, ce qui nous a permis de prouver expérimentalement que les effets systématiques liés au réseau optique ne constituait pas un obstacle à la faisabilité de l’horloge :

- La longueur d’onde magique a été évaluée avec une précision de 10^{-3} nm près : $\lambda_{mag} = 813,428(1)$ nm. De plus, l’annulation du déplacement lumineux différentiel est peu critique en λ_ℓ , il reste en valeur absolue inférieur à 10^{-17} à la profondeur de référence $U_0 = 10E_r$ si on contrôle la fréquence du laser piège à 20 MHz près, ce qui est facilement réalisable.
- Il a été démontré que l’hyperpolarisabilité ne constituerait pas une limitation à l’exactitude dans la mesure où le déplacement de fréquence induit est inférieur en valeur à 10^{-17} , toujours à la profondeur de référence. Les ordres supérieurs sont négligeables.

Le contrôle de ces effets conforte la perspective d'une référence de fréquence dépassant les performances des fontaines atomiques, ce qui lève le dernier obstacle identifié à une exactitude sub 10^{-16} . Pour procéder à une évaluation complète de l'horloge, l'étape suivante a consisté à évaluer l'ensemble des effets systématiques, c'est ce qui va être présenté dans le chapitre 5.

Chapitre 5

Caractérisation de l'horloge

5.1 Principe des mesures de fréquence avec un laser femtoseconde

Pour mesurer la valeur de la fréquence de la transition d'horloge, il est nécessaire de la relier à la définition, c'est-à-dire à la transition de référence de l'atome de Césium. Mais comparer une fréquence optique, de l'ordre de plusieurs 10^{14} Hz, à une fréquence micro-onde de 9.10^9 GHz s'est longtemps avéré être une tâche particulièrement difficile. Il était nécessaire de mettre en oeuvre une chaîne de générations d'harmoniques pour combler les 5 ordres de grandeur de différence, donnant ainsi naissance à des systèmes complexes et difficiles à opérer [18, 19, 20].

Mais à la fin des années 90, Ted Hänsch a proposé d'utiliser les lasers femtosecondes, dont les impulsions ultra-courtes présentent dans le domaine des fréquences un spectre de modes équidistants [21, 22, 23]. Après l'élargissement de la courbe de gain du laser par une fibre à cristaux photoniques, on crée, par verrouillage des modes les uns avec les autres, une "règle" dans l'espace des fréquences capable de couvrir une octave dans le domaine optique. Dans la mesure où les graduations de cette règle sont asservies sur une référence fournie par les fontaines, on dispose ainsi d'un moyen direct d'établir un lien fréquence optique - fréquence micro-onde.

La mise en oeuvre a été réalisée initialement à partir de lasers Titane-Saphir [23, 134], c'est sur une source de ce type, pompée par un Verdi 10 W, que l'équipe de Daniele Rovera a construit le peigne de fréquence du LNE-SYRTE que nous avons utilisé pour nos premières campagnes de mesure (2002-2003, avril 2006). Mais plus récemment, une nouvelle approche a été développée, elle s'appuie sur des lasers à fibre dopée à l'Erbium [135, 136, 137, 138], beaucoup plus simples à faire fonctionner et de longue durée de vie. Nous avons eu l'opportunité en

novembre 2006 de réaliser une nouvelle série de mesures avec un peigne de fréquence de ce type grâce à une collaboration avec une équipe de la PTB, qui a transporté son système dans notre laboratoire.

5.1.1 Principe du peigne de fréquence

Mode impulsif

Lorsque $N = 2n + 1$ modes de même amplitude E_0 , cohérents en phase, lasent simultanément, l'amplitude du mode impulsif $E(t)$ peut s'écrire sous la forme :

$$E(t) = \sum_{k=-n}^n E_k \cos[2\pi(f_c + kf_r)t] \quad (5.1)$$

où f_c est la fréquence centrale et f_r l'intervalle spectral libre de la cavité.

Le champ électrique est représenté en fonction du temps sur la figure 5.1. Avec une période de répétition de $1/f_r$, les N modes interfèrent constructivement pour délivrer un pulse dont la durée est de l'ordre de $\Delta T = 1/Nf_r$. Dans le cas du laser femtoseconde du LNE-SYRTE, le taux de répétition vaut environ 840 MHz et 20000 modes oscillent simultanément, ce qui correspond à $\Delta T \simeq 50$ fs. Pour le laser à fibre de la PTB, le taux de répétition est de l'ordre de 100 MHz et la durée de l'impulsion de l'ordre de 85 fs [135].

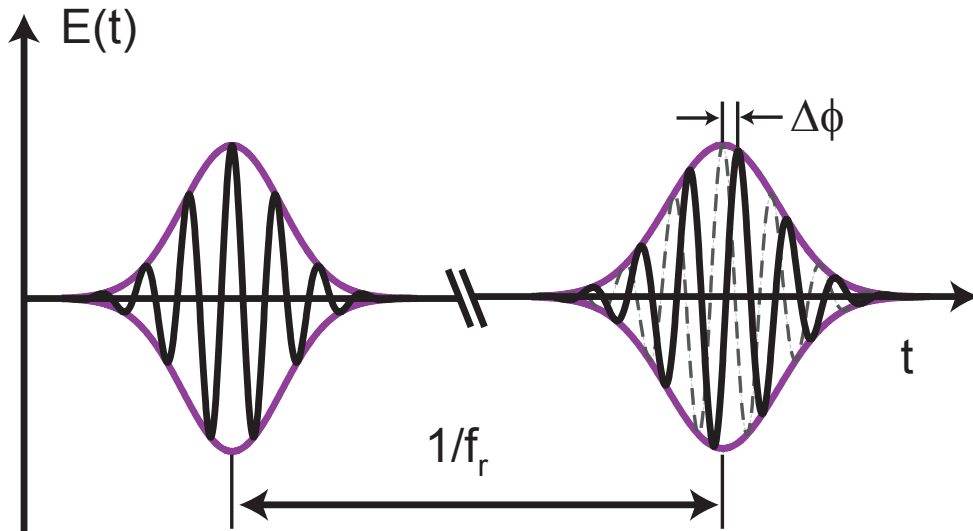


FIGURE 5.1 – Profil de $E(t)$ en fonction du temps, avec $N = 15$ pour l'exemple.

Dans le domaine fréquentiel, deux modes successifs sont espacés de f_r (figure 5.2), et la fréquence du mode n peut s'écrire sous la forme :

$$f_n = nf_r + f_0 \quad (5.2)$$

Le décalage f_0 de l'origine du peigne vient du fait que la porteuse du champ E se déplace à la vitesse de phase alors que l'enveloppe se déplace à la vitesse de groupe. Ceci correspond à une différence de phase $\Delta\phi$ (figure 5.1), et on peut montrer que dans l'espace des fréquences, on a : $f_0 = f_r \frac{\Delta\phi}{2\pi}$.

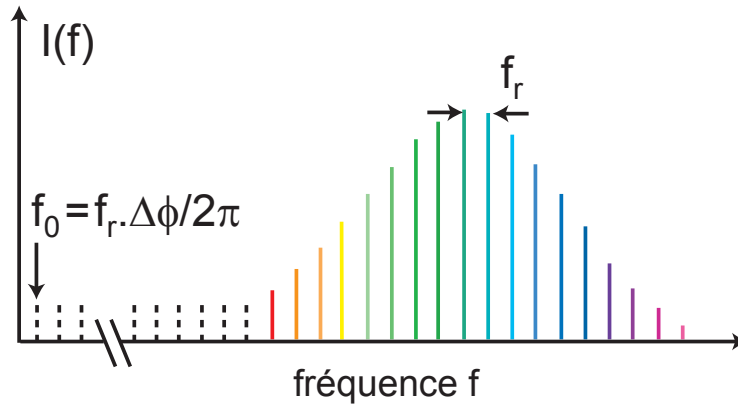


FIGURE 5.2 – Peigne de fréquence du laser femtoseconde. Les dents du peigne sont espacées de f_r , la dent n du peigne a une fréquence $f_n = nf_r + f_0$.

Le verrouillage de mode peut être effectué de plusieurs façons pour favoriser le régime impulsionnel par rapport au régime continu. Dans les lasers Titane-Saphir, on utilise le fait que l'indice de réfraction n à l'intérieur du cristal pour une pulsation ω suit la loi de Kerr Optique :

$$n(\omega, I) = n_0(\omega) + n_2(\omega)I \quad (5.3)$$

où I est l'intensité laser. Le profil gaussien du faisceau induit donc une variation de l'indice du cristal dans le plan transverse, ce qui crée une lentille convergente qui focalise le faisceau quand il progresse dans le cristal. Dans le cas d'un laser à fibre, la technique utilisée est un mécanisme de rotation non linéaire de la polarisation, qui se comporte comme un absorbant saturable.

Pour favoriser le mode impulsionnel, dont le waist est plus petit que celui du mode continu dans la mesure ou l'intensité crête est beaucoup plus élevée,

d'une part on ajuste la taille du faisceau venant du Verdi avec lequel on pompe le cristal, et d'autre part on règle la cavité de façon à ce qu'il y ait moins de pertes par diffraction pour le cas pulsé que pour le cas continu multimode. Pour faire basculer le système en mode impulsionnel, il suffit ensuite de perturber la longueur de la cavité, par exemple en tapotant l'un des miroirs de la cavité.

Enfin, un dernier aspect à prendre en compte est la disparité des vitesses de groupe dans la cavité : à cause de la dépendance en fréquence de l'indice de réfraction du cristal ou de la fibre, la durée d'un tour de résonateur est différente selon le mode considéré, ce qui empêche de maintenir le régime impulsionnel. Pour contrer cet effet, trois des quatre miroirs de la cavité du laser Titane-Saphir sont des miroirs à dispersion négative ("chirped mirror" en anglais). Une autre technique, utilisé avec le laser à fibre, consiste à insérer deux prismes dispersifs [135] en silicium pour rééquilibrer les délais entre les modes.

5.1.2 Asservissement des fréquences

Taux de répétition

Pour que l'écart entre les modes du peigne soit maintenu constant, on asservit f_r sur une référence extérieure à 1 GHz. Ce signal est dérivé de l'oscillateur local sur lequel s'appuie les fontaines, il s'agit l'oscillateur cryogénique à résonateur en Saphir (OCRS), lui-même asservi sur les temps longs sur un maser à hydrogène. Cette approche permet en conséquence d'évaluer la fréquence optique par rapport à une référence micro-onde.

Dans le cas du laser Titane-Saphir, on prélève à la sortie de la cavité une partie du faisceau que l'on envoie vers une photodiode rapide. Dans la limite de la bande passante de cette dernière, le signal qu'elle délivre présente des composantes à toutes les harmoniques de f_r . Avec un filtre passe-bande, on filtre spécifiquement la n -ième harmonique correspond au battement entre les modes espacés de $n.f_r$ (dans notre cas, on a choisi $n=11$), et on la mélange avec une chaîne micro-onde asservie sur l'oscillateur cryogénique, à l'aide d'un mélangeur hyperfréquence. Le battement obtenu est mélangé avec un signal RF provenant d'un synthétiseur commercial bas bruit de phase pour fournir le signal d'erreur pour le verrouillage de phase. On rétroagit sur la longueur de la cavité du laser par le biais d'une cale piézoélectrique sur laquelle est monté l'un des miroirs.

Pour le laser à fibre, le principe est identique, une partie résiduelle du faisceau intracavité est prélevée et l'asservissement se fait sur une cale piézoélectrique contrôlant la longueur de la cavité linéaire.

Mesure de f_0

La mesure de la fréquence à l'origine f_0 permet de fixer complètement le peigne de fréquence. A la sortie de la cavité laser, le spectre du laser couvre quelques dizaines de nanomètres. Pour l'élargir afin qu'il couvre une octave dans le domaine optique, on fait passer le faisceau dans une fibre dite à cristaux photoniques, en silice, qui présente un réseau hexagonal de trous d'air. Le coeur de cette fibre a de très faibles dimensions, de l'ordre de 1 ou 2 μm , en couplant une puissance importante à l'intérieur (entre 200 et 250 mW), on parvient à engendrer des champs électriques très élevés. Ces derniers permettent d'amplifier différents processus non-linéaires (comme le mélange à quatre ondes ou l'automodulation de phase) qui interfèrent les uns avec les autres et engendrent de nombreuses harmoniques tout en préservant la cohérence de phase [139]. Le détail du spectre obtenu est difficilement prévisible, mais il permet de couvrir du bleu au proche infrarouge dans le montage du LNE-SYRTE (figure 5.3), et de 920 nm à 2 μm pour celui de la PTB.

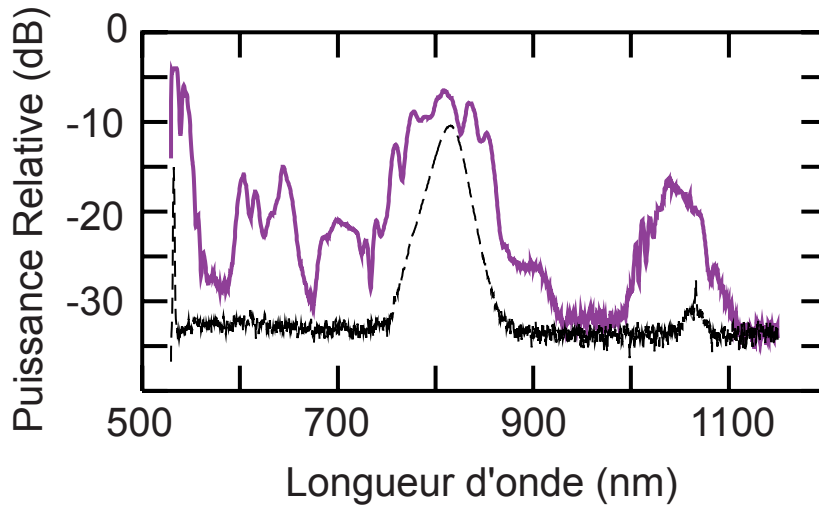


FIGURE 5.3 – Spectre du laser femtoseconde avant et après élargissement par la fibre à cristal photonique

Pour déterminer f_0 , la technique consiste à mesurer la différence de fréquence entre le n -ième mode, doublé en fréquence dans un cristal de KTP ou de BBO selon la longueur d'onde, et le $2n$ -ième mode. On a alors :

$$2(f_0 + n.f_r) - (f_0 + 2n.f_r) = f_0 \quad (5.4)$$

En pratique, le filtre qui prélève la partie du spectre qui est doublée a une bande passante de quelques nanomètres, on génère ainsi les secondes harmoniques d'environ un millier de modes dans le cristal non linéaire. Toutes ces fréquences vont ensuite pouvoir participer à la vérification de l'égalité 5.4, ce qui fournit un signal plus important.

Performances du système

Les performances des peignes de fréquences peuvent être caractérisées par la largeur des dents du peigne et par la stabilité. Alors que les peignes basés sur des lasers femtosecondes ont assez rapidement montré des largeurs de raie inférieures au Hertz, ce n'est que récemment que des solutions ont été trouvées pour les systèmes utilisant des laser à fibre [137]. Il a été montré que le bruit blanc d'amplitude sur le laser qui pompe le système provoquait un mouvement de respiration des dents de part et d'autre d'une fréquence central fixe, mais des compensations réduisant ce bruit permette d'atteindre des largeurs sub-Hertz pour f_0 [138]. Un résultat du même ordre peut être obtenu sur f_r en verrouillant en phase une des raies du peigne sur un laser continu de référence [137].

La stabilité de mesure d'un peigne de fréquence décroît a priori comme τ^{-1} sur les temps courts, des mesures récentes effectuées en comparant deux peignes à fibre l'un contre l'autre ont montré une erreur statistique de l'ordre de $5 \cdot 10^{-18}$ sur la seconde. Après quelques secondes d'intégration, le bruit de mesure associé au peigne de fréquence devient complètement négligeable par rapport à celui des horloges auxquelles on se compare, quelles qu'elles soient.

5.1.3 Mesure de la fréquence du laser d'horloge

La fréquence du laser ultrastable est dans le spectre couvert par le peigne femtoseconde après élargissement par la fibre à cristal photonique (directement avec le dispositif basé sur le laser Titane Saphir, et après doublage de fréquence du peigne dans le cas du laser à fibre), on peut donc la mesurer avec ce dispositif.

Le schéma expérimental simplifié est présenté par la figure 5.4. Le laser maître à 698 nm asservi sur la cavité de référence injecte un laser esclave décalé de +203 MHz par MAO11 (figure 3.21), celui-ci est utilisé pour envoyer, via une fibre optique à maintien de polarisation, une centaine de microWatts vers le laser femtoseconde. Ce transfert introduit du bruit de phase qui est compensé grâce à une interaction sur MAO12 (+205 MHz, figure 3.21) qui précède la fibre. A la sortie, on effectue un battement avec la dent du peigne la plus proche, ceci fournit une fréquence de battement f_b , qui est sommée, par un nouveau battement, avec f_0 obtenue par la méthode exposée au paragraphe 5.1.2. La quantité $f_0 + f_b$ est dans le domaine radio-fréquence, on la mesure facilement avec un compteur. Par ailleurs,

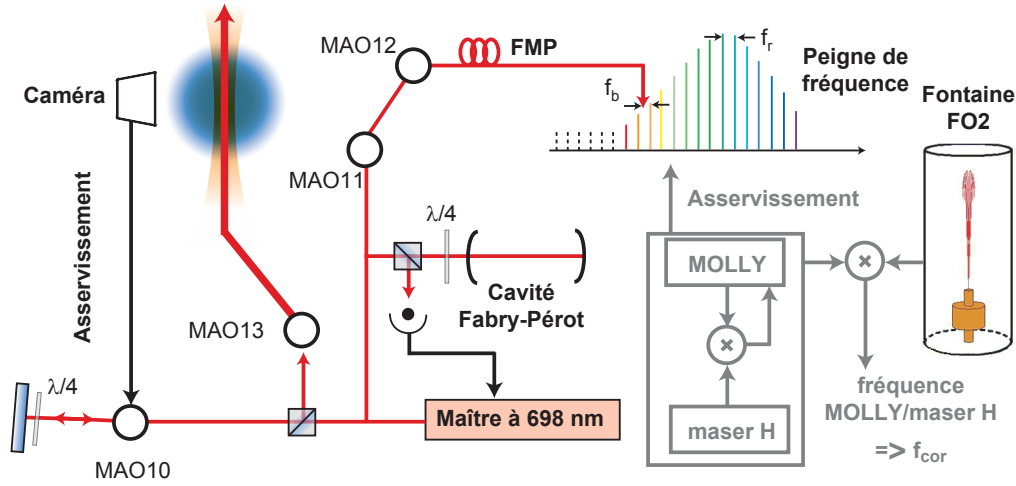


FIGURE 5.4 – Schéma expérimental simplifié de la mesure de la fréquence atomique par le peigne de fréquence référencé à la fontaine micro-onde FO2.

le numéro n de la dent du peigne a été déterminé au préalable à l'aide d'un lambdamètre, et a posteriori, on corrige la mesure de fréquence d'une quantité f_{cor} qui traduit l'évaluation par la fontaine de l'erreur commise à un instant donné lorsque le peigne est asservi sur l'oscillateur OCRS+Maser. On dispose ainsi de toutes les informations pour déterminer la fréquence absolue de la cavité ultrastable (en MHz) :

$$f_{\text{cavité}} = (f_0 + n f_r + f_b) - 203 - 205 + f_{\text{cor}} \quad (5.5)$$

Comme cela a été expliqué dans la description de la boucle d'asservissement (paragraphe 4.2.2), on rétroagit sur MAO10 (figure 3.21) pour asservir le laser d'horloge sur la transition atomique. En tenant compte d'un dernier MAO (MAO13 à 180 MHz) qui suit le laser esclave qui interroge les atomes, on obtient que la fréquence atomique vaut (en MHz) :

$$f_{\text{at}} = f_{\text{cavité}} + 2 \cdot f_{\text{MAO}} - 180 \quad (5.6)$$

Puisque les mesures de $f_{\text{cavité}}$ et f_{MAO} ne sont pas effectuées dans la même pièce, elles sont synchronisées pour que l'égalité 5.6 soit valable à tout instant. Sur la figure 5.5, on rapporte, en fonction du temps et sur une durée d'environ une heure, les mesures de la fréquence de la cavité, fournies par le peigne, celle du MAO en double passage, fournies par la boucle d'asservissement, et la somme des deux

en tenant compte des différentes corrections. Dans la configuration représentée, on entrelace des séries d'une trentaine de points correspondant aux transitions $9/2 \rightarrow 9/2$ et $-9/2 \rightarrow -9/2$. La fréquence moyenne entre les deux correspond à la fréquence de l'atome non perturbé, à une correction près due à l'effet Zeeman du second ordre. La moyenne de ces moyennes est reporté à la fin du graphe (c).

La barre d'erreur sur la mesure correspond à nouveau à la variance d'Allan après un temps d'intégration τ . Après 3000 secondes (figure 5.6), avec une variance typique de $5.10^{-14}/\sqrt{\tau}$, on constate qu'on parvient à une résolution de l'ordre de 10^{-15} , soit 0,5 Hz.

5.2 Evaluation de l'exactitude de l'horloge et mesure de la fréquence de référence

Au fil des chapitres, nous avons décrit l'influence des principaux effets sur la fréquence de référence. Pour faire le bilan d'exactitude de l'horloge, on mesure expérimentalement cette fréquence en faisant varier différents paramètres (profondeur du piège, le champ magnétique, ...), ceci permet d'évaluer le niveau de contrôle que l'on parvient à atteindre sur les effets systématiques.

Par ailleurs, ces mesures ont permis de réaliser, via le peigne de fréquence, une comparaison avec les fontaines au Césium de notre laboratoire, on peut donc se raccorder à la définition de la seconde et en déduire une valeur absolue de la fréquence d'horloge du Strontium. Cet atome étant l'un des candidats les plus prometteurs pour la mise en place d'une référence basée sur une transition optique, plusieurs groupes dans le monde travaillent activement sur le sujet depuis plusieurs années, et trois d'entre eux ont fourni des évaluations de la fréquence : celui d'Hidetoshi Katori à l'Université de Tokyo, celui de Jun Ye au JILA à Boulder, et le notre. La première mesure directe a été réalisée par notre groupe à la fin de l'année 2002, l'incertitude était alors de l'ordre de 20 kHz [104]. A partir de 2005, des mesures dont l'incertitude était de l'ordre de quelques 10^{-14} en valeur relative ont été rapportées, mais les deux premières d'entre elles présentaient un écart de 80 Hz [39, 40], soit environ $1,4.10^{-13}$, soit encore 4 fois la barre d'erreur alors annoncée à 20 Hz, ce qui avait brutalement jeté un doute sur les potentialités réelles d'une horloge de ce type. La troisième mesure, effectuée par notre équipe [41], s'est trouvée être en très bon accord avec la mesure du groupe de Jun Ye [40], ce qui a levé le doute.

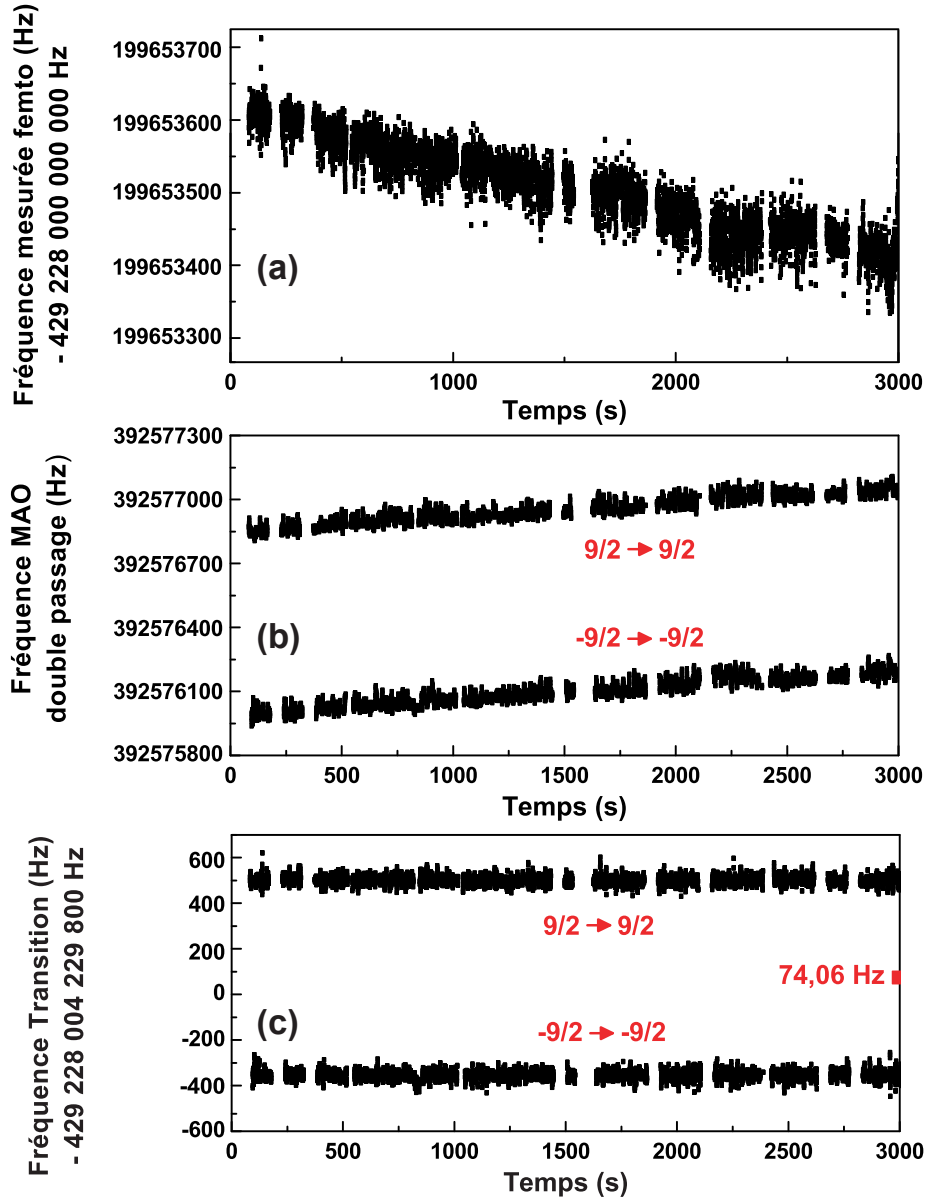


FIGURE 5.5 – Procédure de mesure de la fréquence atomique. (a) : Mesure de la fréquence de la cavité ultrastable par le peigne de fréquence. La mesure représentée dure environ 3000 secondes. (b) : Fréquence du MAO en double passage asservi sur la transition atomique, les instants de mesure étant synchronisés avec ceux de (a). (c) : Somme des graphes (a) et (b), en tenant compte des corrections apportées par les différents MAO et par la correction f_{cor} du maser.

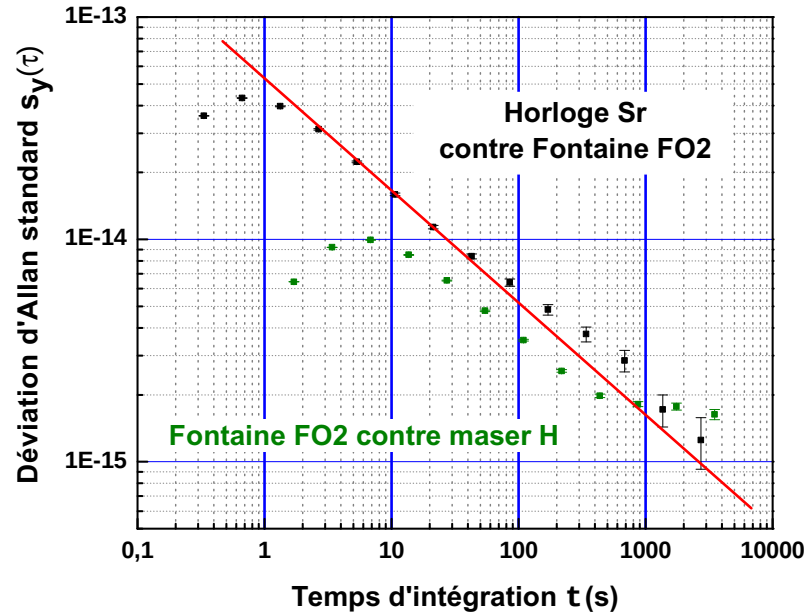


FIGURE 5.6 – Variance d’Allan de la comparaison de l’horloge au Strontium 87 contre la fontaine FO2, via le laser femtoseconde. La résolution de la mesure après un temps τ suit un comportement en $5 \cdot 10^{-14} \cdot \tau^{-1/2}$. Pour les temps longs, certains points s’écartent de cette droite, ce que l’on peut expliquer par le fait que les deux horloges ne sont pas situées spatialement au même endroit, elles ne subissent donc pas par exemple les mêmes fluctuations de température.

5.2.1 Effets résiduels du réseau

L’effet du réseau optique sur les atomes a été évalué en détail dans la section 4.3, on a montré que l’on maîtrisait le déplacement de fréquence différentiel au niveau de 10^{-6} du déplacement des niveaux. La mesure de la fréquence absolue de la transition en fonction de la profondeur du potentiel nous a permis d’améliorer encore la résolution que l’on parvient à atteindre. On maintient le piège à $\lambda_\ell = 813,428$ nm pendant chaque intégration, et on mesure la fréquence en fonction de la profondeur du piège, comme ceci est représenté sur la figure 5.7.

La qualité de l’annulation est soulignée par le fait qu’il y a 6 ordres de grandeur entre le facteur d’échelle de l’axe des abscisses (profondeur du potentiel) et celui de l’axe des ordonnées (déplacement de fréquence). La dispersion des mesures est compatible avec leurs barres d’erreur, et en ajustant les points expérimentaux par

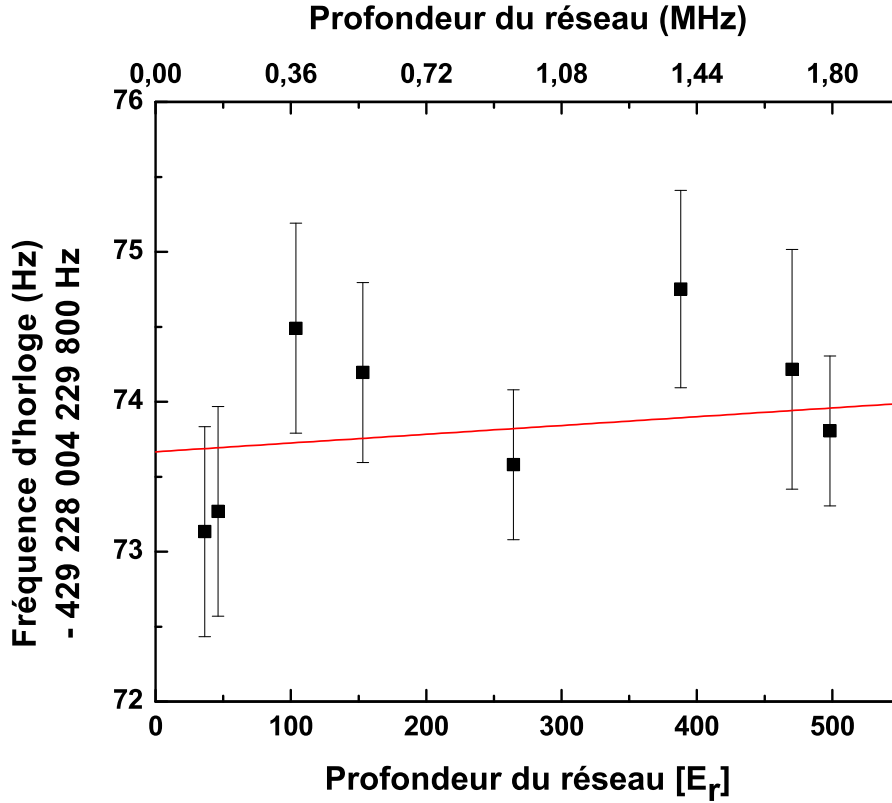


FIGURE 5.7 – Mesure de la fréquence de la transition d’horloge, en fonction de la profondeur du réseau optique. Le zéro de la fréquence a été recalé à 429 228 004 229 800 pour s’affranchir des décimales connues avec certitude. La profondeur du réseau est régulièrement recalibrée à partir de la fréquence des bandes latérales. La droite rouge correspond à l’ajustement des points par une fonction linéaire.

une droite (en rouge), on trouve que l’annulation est de l’ordre de 0,5 Hz ($3 \cdot 10^{-7}$ de U_0) pour les profondeurs maximales, l’effet à $U_0 = 100 E_r$ est donc de l’ordre de $0,1 \pm 0,1$ Hz.

La longueur d’onde du piège est contrôlée par un lambdamètre dont la précision est au mieux de quelques 10^{-4} nm, ce qui équivaut justement, d’après le graphe 4.11, à un déplacement de fréquence différentiel de l’ordre de 1 Hz pour $U_0 = 500 E_r$. Une amélioration future, lorsque l’incertitude sur cet effet deviendra prépondérante, sera d’asservir le laser Titane-Saphir qui fournit le faisceau du piège sur une référence atomique ou sur une cavité externe.

5.2.2 Effet Zeeman du premier ordre

Evaluation en champ nul

Pour des raisons qui ont été expliquées dans le paragraphe 4.2.1, nous avons tout d'abord travaillé en minimisant le champ magnétique, ce qui nous a permis d'obtenir des résonances du type de celle représentée sur la figure 4.4. Le champ résiduel peut entraîner un déplacement de fréquence pour deux raisons :

- Si à l'issue du processus de refroidissement sur la transition $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ il y a un déséquilibre entre les populations des sous-niveaux m_F de 1S_0 , la forme de la résonance est dissymétrique, et l'asservissement commet une erreur systématique lorsqu'il fournit la valeur de la fréquence pour un cycle donné. On teste cette dépendance en faisant varier la profondeur de modulation de la boucle d'asservissement de la sonde sur les atomes (eq. 4.28).
- La direction du champ résiduel est inconnue, et en fonction de son orientation par rapport à la polarisation du laser sonde, des variations peuvent apparaître dans le profil de la raie puisqu'on ne maîtrise pas le poids relatif des couplages π et $\sigma^\pm$. Pour évaluer le degré de contrôle, on fait des mesures en faisant varier l'angle entre la polarisation du laser sonde et celle du laser piège, toutes deux linéaires.

Les résultats sont représentés sur la figure 5.8. On ne constate pas de dépendance évidente de la fréquence en fonction de ces paramètres, la dispersion des points, environ 5 Hz, est compatible avec la barre d'erreur sur les mesures. Elle correspond à une annulation du champ résiduel au niveau de 10 mG, on retrouve le chiffre avancé dans le chapitre précédent. Par ailleurs, de la symétrie du profil, on peut déduire que les sous-états $\pm m_F$ sont équilibreés.

Utilisation du pompage optique

Dans un deuxième temps, pour s'affranchir beaucoup plus efficacement de l'effet Zeeman du premier ordre, nous avons utilisé l'approche $\{-m_F, +m_F\}$ décrite dans le paragraphe 4.3.2. Après la phase de refroidissement sur raie étroite, on active un champ magnétique de biais B (typiquement 1 Gauss) pour lever la dégénérescence entre les sous-niveaux magnétiques de 1S_0 et de 3P_1 , puis on pompe optiquement, pendant environ 30 ms, les atomes vers l'un des deux sous-niveaux extrêmes de 1S_0 , alternativement $m_F = -9/2$ et $m_F = +9/2$. On applique ensuite un pulse sonde de polarisation parallèle au champ B pour effectuer les transitions π $m_F = -9/2 \rightarrow m_F = -9/2$ ou $m_F = 9/2 \rightarrow m_F = 9/2$, ce qui permet d'obtenir un spectre comme celui représenté sur la figure 5.9. Les résonances ont une

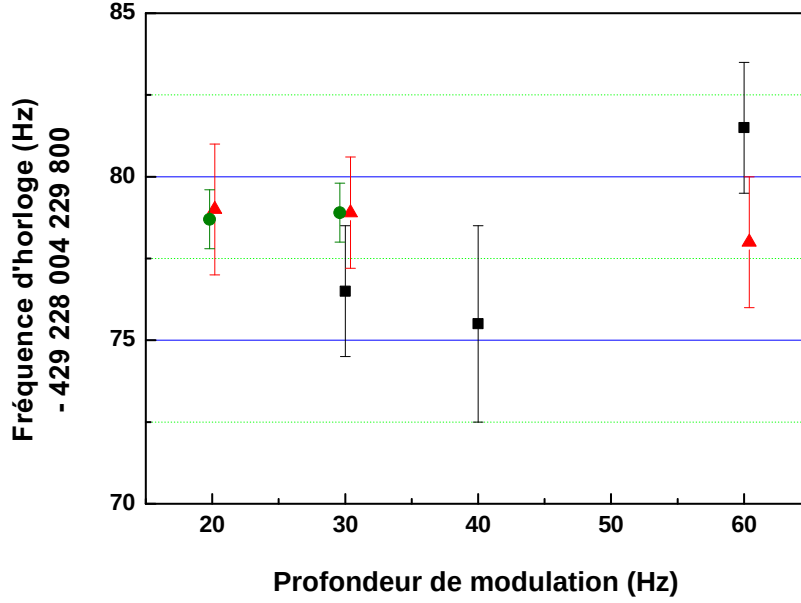


FIGURE 5.8 – Mesure de la fréquence de la transition d’horloge, en fonction de la profondeur de modulation de la boucle d’asservissement de l’horloge, pour différents angles θ entre les polarisations de la sonde et du faisceau piège. ■ : $\theta = 0$, ● : $\theta = \pi/4$, ▲ : $\theta = \pi/2$

largeur à mi-hauteur de 30 Hz, on retrouve la limite imposée par le laser lui-même.

La boucle de l’horloge est identique à celle décrite dans le cas d’une résonance unique (paragraphe 4.2.2), mais elle asservit le laser alternativement sur les sous-transitions $\pm 9/2$. On rappelle que dans ces conditions, la fréquence moyenne est insensible à l’effet Zeeman du premier ordre, s’il n’y a pas de dérive systématique du champ entre deux mesures successives :

$$\frac{\nu_H(-m_F) + \nu_H(m_F)}{2} = \nu_{at} - \left[\Delta\kappa^S(\lambda_\ell) + \Delta\kappa^T(\lambda_\ell) (3m_F^2 - F(F+1)) \right] \frac{U_0}{E_r} - \alpha B^2 \quad (5.7)$$

Les termes liés au déplacement lumineux s’annulent à la longueur d’onde magique, à un niveau qui a été vérifié dans le paragraphe précédent. Les points ainsi corrigés sont reportés sur la figure 5.10 en fonction du champ magnétique. Il ne reste plus que l’effet Zeeman du second ordre, dont le coefficient a été évalué

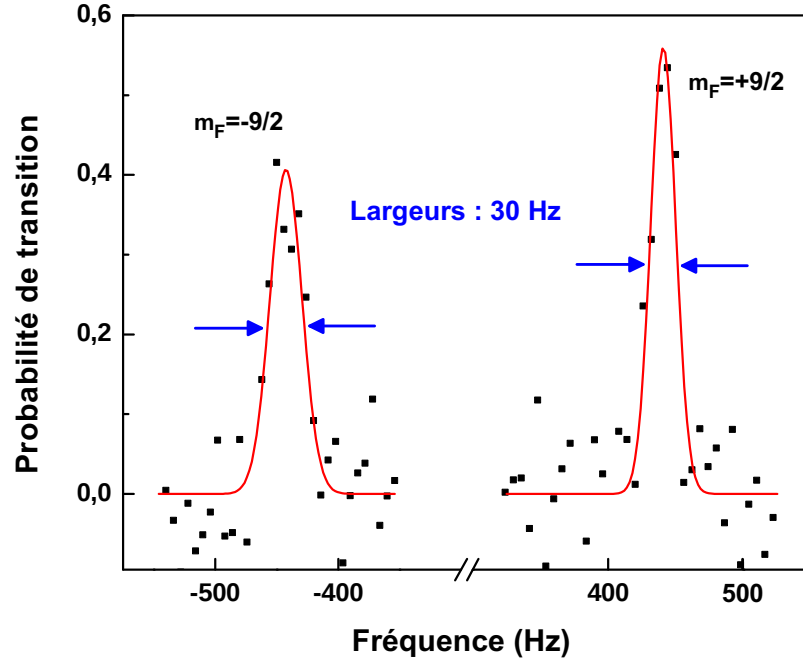


FIGURE 5.9 – Spectre des transitions d’horloge $m_F = -9/2 \rightarrow m_F = -9/2$ et $m_F = 9/2 \rightarrow m_F = 9/2$ après pompage optique en présence d’un champ de biais $B=0,87$ G. En pompant, on peuple sélectivement les sous-états extrêmes $m_F = -9/2$ ou $m_F = +9/2$, puis on applique le laser sonde avec une polarisation π par rapport au champ magnétique.

théoriquement : $\alpha = 0.233 \text{ Hz/G}^2$ [131]. La courbe rouge correspond au comportement théorique en fonction de B , on voit que les points suivent très bien la courbure, seule l’ordonnée à l’origine a été laissée libre. A la valeur de référence du champ $B=0,87$ G, le déplacement théorique vaut environ 0,15 Hz.

Pour tester l’annulation du premier ordre, on reporte sur la figure 5.11 les mêmes points auxquels on a retranché le terme $-\alpha.B^2$, on constate que la dispersion des points est de l’ordre de $\pm 0,5$ Hz, pour des champs allant de 0 à 5 Gauss. L’incertitude sur l’annulation de l’effet Zeeman corrigé du biais de deuxième ordre est a priori proportionnelle au champ, on en déduit qu’elle est inférieure à 0,1 Hz pour le champ de référence $B = 0,87$ G.

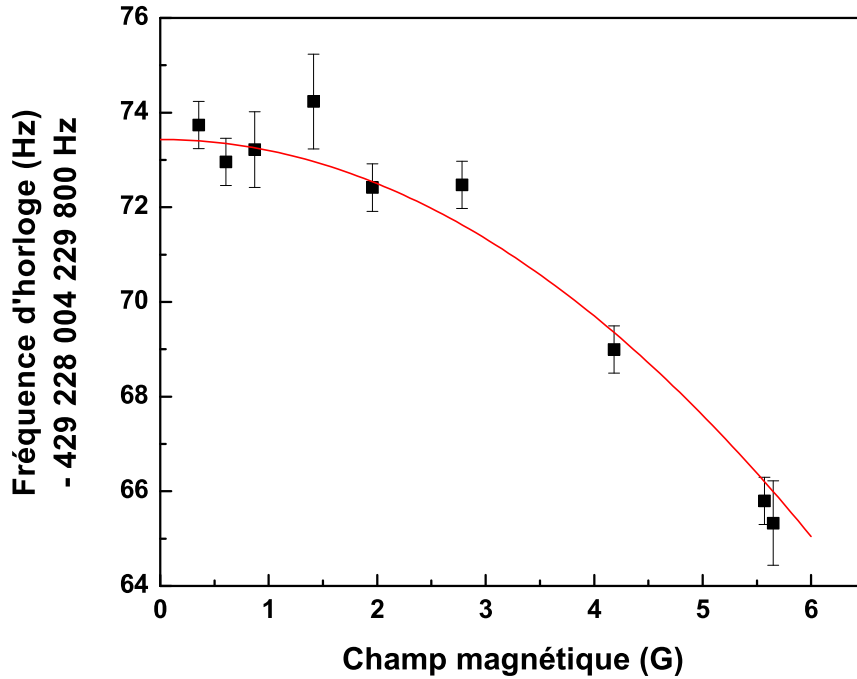


FIGURE 5.10 – Mesure de la fréquence de la transition d’horloge en fonction du champ magnétique de biais. L’ajustement (parabole rouge) est de type $f_0 - \alpha B^2$, la courbure est forcée à la valeur théorique, seule la fréquence à l’origine f_0 est ajustable.

5.2.3 Effets des collisions

On évalue ensuite l’effet des collisions sur la fréquence d’horloge, on fait pour cela varier la densité des atomes dans le piège. Les mesures reportées sur le graphe 5.12 ont été effectuées pour des atomes non polarisés. La barre d’erreur sur les points traduit uniquement l’incertitude statistique, l’effet du champ magnétique, alors mal maîtrisé, n’est pas représenté. Il induit un déplacement de fréquence, commun à toutes les mesures, qui peut être de l’ordre de 5 Hz (figure 5.8), ce qui explique les écarts de fréquence entre le graphe 5.12 et le graphe 5.7 par exemple. A densité moyenne $n_0 = 10^{11}$ atomes/cm³, le déplacement de fréquence était évalué à 1 ± 1 Hz.

A basse température, les collisions se font essentiellement dans l’onde s, et ce processus est interdit pour des fermions dont l’état interne est identique. Le taux de collisions est donc proportionnel à la fraction d’atomes qui ne sont pas en $m_F = 9/2$, si c’est ce sous-état auquel on s’intéresse. Dans le cas non polarisé, si on suppose que les m_F sont équipéuplés, cette fraction vaut 90%, alors que dans le

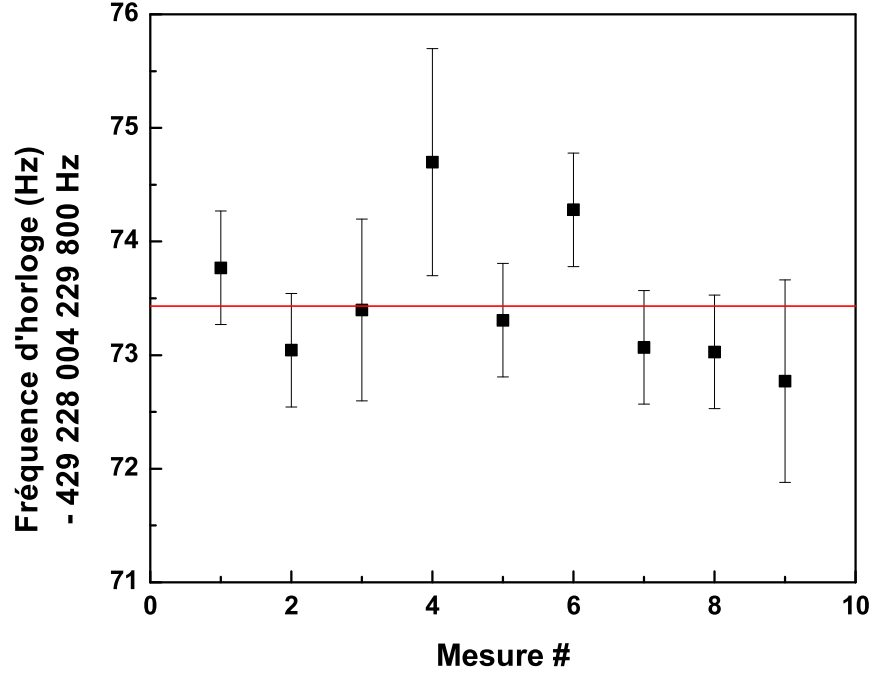


FIGURE 5.11 – Mesure de la fréquence de la transition d’horloge corrigée de l’effet Zeeman du second ordre théorique.

cas polarisé, on s’est assuré qu’au plus 20% des atomes n’étaient pas en $m_F = 9/2$. Par ailleurs, à cause d’une puissance de piégeage plus faible lorsque nous avons effectué les mesures avec les atomes polarisés, le nombre d’atomes était environ deux fois moindre. Au final, nous avons estimé que le taux de collisions avait été divisé par 8, ce qui conduit à un effet de $0,1 \pm 0,1$ Hz sur la fréquence.

Si on compare au cas du Césium, un déplacement de fréquence de l’ordre de $3 \cdot 10^{-21} \text{ cm}^3$ a été rapporté [63], et si on suppose qu’on améliore ce chiffre comme le rapport des fréquences, on trouverait pour le Strontium $6 \cdot 10^{-26} \text{ cm}^3$, soit 1,2 Hz en valeur absolue pour $n_0 = 5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$. Le chiffre évalué expérimentalement est meilleur, ceci semble confirmer l’hypothèse du paragraphe 1.2.2 indiquant qu’il est possible d’avoir un gain supérieur au rapport des fréquences.

5.2.4 Effets de second plan

Plusieurs effets, non limitants à ce stade, doivent encore être mentionnés pour que le bilan d’exactitude soit exhaustif. Deux sortes de raies sont susceptibles de provoquer le déplacement de la résonance d’horloge :

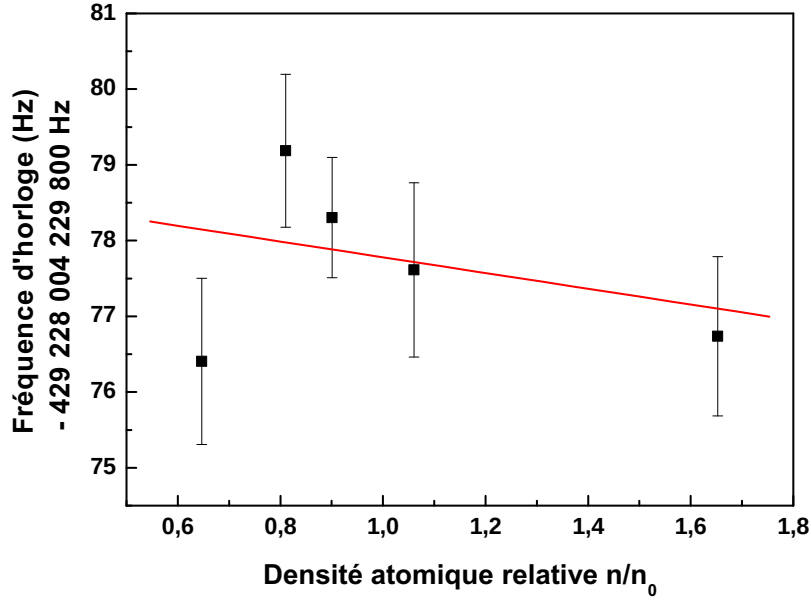


FIGURE 5.12 – Mesure de la fréquence de la transition d’horloge en fonction du la densité des atomes dans le piège. La densité moyenne vaut $n_0 = 10^{11}$ atomes/cm³.

- On a vu que le l’effet résiduel significatif du mouvement pour les atomes piégés dans un régime de Lamb-Dicke était l’excitation des bandes latérales du piège. L’effet Doppler du 2ème ordre, premier terme de la correction relativiste, est négligeable. En observant la figure 4.4, on constate que la première bande latérale transverse, à $\delta = 200$ Hz pour $U_0 = 200 E_r$, nest dans le bruit de la mesure, le rapport des hauteurs entre la porteuse et la bande, que l’on suppose toutes deux de largeur $\Delta = 30$ Hz, est au plus $r = 0,03$. De l’équation 1.23, on peut déduire que le pulling est au plus de $\frac{\Delta^2}{\delta} r$, soit moins de 0,2 Hz. Le pulling est en réalité un effet différentiel entre des raies situées de part et d’autre de la porteuse, à la même distance mais avec des hauteurs potentiellement différentes, on évalue l’effet à $0 \pm 0,2$ Hz sur la porteuse.
- Lors de la phase de spectroscopie, l’excitation résiduelle des sous-transitions autres que $-9/2 \rightarrow -9/2$ ou $9/2 \rightarrow 9/2$ reste possible. La figure 5.11 nous permet d’affirmer que l’incertitude est inférieure à 0,5 Hz.

Pour l'ensemble des effets de pulling, on fixe le niveau de correction à $0 \pm 0,5$ Hz.

L'effet du Corps Noir a été calculé théoriquement pour le Strontium à $-2,38 \pm 0,03$ Hz pour $T = 301$ K [68], mais la barre d'erreur est à considérer avec précaution car l'évaluation est difficile, comme en atteste l'erreur commise dans la référence [37] sur la prédiction de la longueur d'onde magique, qui est un calcul proche de celui pour ce rayonnement. Par ailleurs, on suppose que l'on maîtrise la température de l'enceinte à vide au niveau de 1 K, ceci entraîne une incertitude de environ 1% sur l'effet, soit 2.10^{-2} Hz, on évalue donc au final la correction à $2,38 \pm 0,05$ Hz. Une évaluation expérimental de l'effet fait partie des perspectives de développement de l'horloge : en mesurant la polarisabilité dynamique, on peut déduire les éléments de couplage qui interviennent dans l'expression de la polarisabilité statique et ainsi fournir une valeur expérimentale du déplacement de fréquence induit par le rayonnement du Corps Noir.

Enfin, il faut mentionner le déplacement lumineux dû à la sonde elle-même, qui provoque un couplage entre les niveaux d'horloge et d'autres niveaux de la structure, comme cela a été évoqué pour le faisceau du piège dipolaire. De la figure 4.8, on peut déduire que lorsque l'atome est soumis à un laser de longueur d'onde $\lambda = 698$ nm et de puissance $1 \mu\text{W}$ (puissance évaluée au paragraphe 4.2.1), on a un déplacement lumineux différentiel de $-0,05$ Hz environ sur la transition. Ce chiffre peut être confirmé d'une autre façon : lorsque l'horloge fonctionne avec l'isotope bosonique [132], on utilise une puissance sonde environ 2000 fois plus grande (5 mW) et on a trouvé un déplacement de 74 Hz, ce qui permet de déduire par proportionnalité un déplacement de l'ordre de $-0,05$ Hz pour l'isotope fermionique. A cause des difficultés liées à la calibration d'une puissance laser aussi faible (de l'ordre du microWatt), il est prudent de penser que l'incertitude sur ce chiffre est de l'ordre de la valeur elle-même, ce qui correspond à un effet de $0,05 \pm 0,05$ Hz.

5.2.5 Bilan d'exactitude, discussion

On résume dans le tableau 5.2.5 les effets systématiques tels qu'il ont été évalués pour l'isotope 87, l'exactitude finale est de l'ordre de 1,1 Hz, soit $2,6.10^{-15}$. L'étude pour l'isotope 88 n'est pas détaillée ici, elle le sera dans la thèse de Xavier Baillard, on mentionne simplement que l'exactitude trouvée est 7.10^{-14} .

La dernière entrée du tableau, appelée incertitude de mesure, désigne une dispersion anormale des points que nous avons observée sur une des séries de mesure, correspondant au point à $B = 1,45$ G sur la figure 5.10. Cette série est représentée sur la figure 5.13, à côté d'une série "typique" obtenue dans des conditions expérimentales similaires, uniquement avec un champ différent ($B = 0,87$ G). Dans le

	Correction Hz	Incertitude Hz	Incertitude relative (10^{-15})
Effet Zeeman	0,15	0,1	
Déplacement lumineux dû au réseau @ $100 E_r$	-0,1	0,1	
Déplacement du 2eme ordre dû au réseau @ $100 E_r$	0	0,1	
Rayonnement du corps noir	2,38	0,05	
Collisions froides	0,1	0,1	
Pulling par les autres raies	0	0,5	
Déplacement lumineux dû à la sonde	0,05	0,05	
Incertitude de mesure	0	1	
Exactitude	2,58	1,1	2,65

cas normal, le χ^2 réduit est proche de 1, alors qu'il vaut 4,3 dans le cas qui pose problème. Nous n'avons pas clairement identifié la source de l'erreur, il a donc été décidé de conserver cette série et d'ajouter une incertitude de mesure dans le bilan 5.2.5. L'hypothèse la plus probable a posteriori est que l'un des lasers esclaves à 698 nm était mal injecté, ce qui provoquerait un effet systématique.

Différentes pistes vont être explorées dans un futur proche par notre équipe pour réduire l'incertitude sur les principaux effets. Le pulling par le couplage résiduel des raies voisines de la porteuse est le terme prédominant à ce stade, on peut le diminuer en travaillant avec des résonances plus fines, ou encore en abaissant encore la température des atomes. Pour lutter plus spécifiquement contre le couplage des bandes latérales du piège, il est envisagé de passer d'un réseau optique 1D à un réseau optique 3D, les bandes latérales transverses seraient alors repoussées loin de la porteuse et n'induirait plus qu'un déplacement de fréquence de l'ordre de 10^{-18} . Cette approche serait mise en oeuvre en ajoutant deux ondes stationnaires dans les deux directions transverses à des longueurs d'onde légèrement différentes de λ_{mag} , on a vu dans le chapitre 4 qu'un décalage de 20 MHz ne posait pas de problème au niveau de 10^{-17} . De cette façon, on évite les interférences entre les différents axes qui rendrait la polarisation difficile à contrôler, et qui induirait des fluctuations de potentiel. Les transitions parasites entre les niveaux de la structure Zeeman peuvent pour leur part être mieux maîtrisées en augmentant l'efficacité du pompage optique pour placer la plus grande fraction d'atomes dans les états $m_F = \pm 9/2$, et en améliorant la qualité de la polarisation du laser sonde, en la filtrant avec un polariseur de Glan positionné mécaniquement de façon à améliorer le parallélisme entre le champ magnétique et la polarisation.

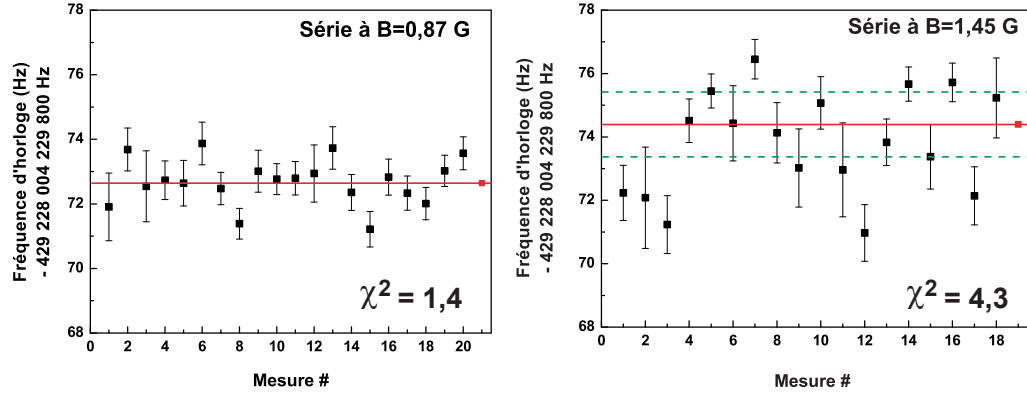


FIGURE 5.13 – Séries de points de fréquences, corrigés de tous les effets systématiques. La série de gauche, réalisée avec un champ $B=0,87$ G est typique de ce que l'on obtient, avec des barres d'erreur compatible avec la moyenne (χ^2 réduit : 1,4). En revanche, la série de droite, qui correspond à $B=1,45$ G, tous les autres paramètres étant inchangés, présente une dispersion trop grande et asymétrique (χ^2 réduit : 4,3), ce qui semble évoquer un problème d'injection ou de verrouillage de phase du laser esclave. Il faut ajouter une incertitude de 1 Hz autour de la moyenne pour que le χ^2 soit proche de 1.

L'abaissement de la température des atomes et l'augmentation du taux de polarisation permettraient de diminuer les collisions entre atomes froids. L'utilisation d'un réseau 3D permettrait aussi d'abaisser le nombre moyen d'atomes par puits du réseau de environ une dizaine à moins de un. Ces axes d'effort sont particulièrement importants, ils permettraient de garder un contrôle sur les effets collisionnels si on augmentait le nombre d'atomes piégés.

L'incertitude sur les effets dus au réseau, au premier comme au deuxième ordre, pourraient être diminués en interrogeant les atomes avec un potentiel moins profond, ce qui implique de les refroidir d'avantage, plus particulièrement dans la direction transverse, où on ne veut pas que l'ouverture adiabatique du potentiel entre la phase de capture et la phase d'interrogation provoque des pertes d'atomes. Dans un réseau 3D, un refroidissement par bande latérale deviendrait possible dans toutes les directions.

Enfin, on peut noter qu'une étude plus poussée de l'effet Zeeman peut être réalisée en testant les transitions $9/2 \rightarrow 7/2$, on obtiendrait de cette façon des informations supplémentaires sur l'effet du champ sur la structure Zeeman.

5.2.6 Valeur de la fréquence

La valeur de la fréquence est tirée de la moyenne effectuée sur tous les points de mesures après qu'ils ont été corrigés des effets systématiques étudiés dans les

paragraphe précédents. On trouve une fréquence pour la transition d'horloge du Strontium 87 valant (l'erreur statistique est négligeable) :

$$\nu_{87} = 429\,228\,004\,229\,873,7 \pm 1,1 \text{ Hz} \quad (5.8)$$

L'historique des mesures depuis 2005 est résumé sur le graphe 5.14, on observe effectivement que l'écart entre les deux premières mesures n'est pas du tout compatible avec leurs barres d'erreur, mais que la troisième est en accord avec celle du JILA. Les valeurs rapportées ensuite s'accordent toutes entre elles, l'équipe de l'Université de Tokyo ayant corrigé sa valeur en octobre 2006, et les barres d'erreur s'affinent à un rythme spectaculaire.

Les expériences des différents groupes sont totalement indépendantes entre elles, les caractéristiques du piège (waist, profondeur, ...) et les méthodes de chargement sont propres à chaque cas, ce qui donne un relief tout-à-fait particulier à l'excellent accord des mesures entre elles. La barre d'erreur est aujourd'hui comparable à l'écart de fréquence entre les fontaines à travers le monde.

La cohérence de la mesure est renforcée par le fait qu'il s'agit du seul cas où trois groupes différents ont rapporté une valeur, qui plus est avec des barres d'erreur similaires. Pour l'ion $^{88}\text{Sr}^+$, deux groupes ont donné une valeur [73, 140], mais l'une d'elle a une barre d'erreur de 50 Hz [140].

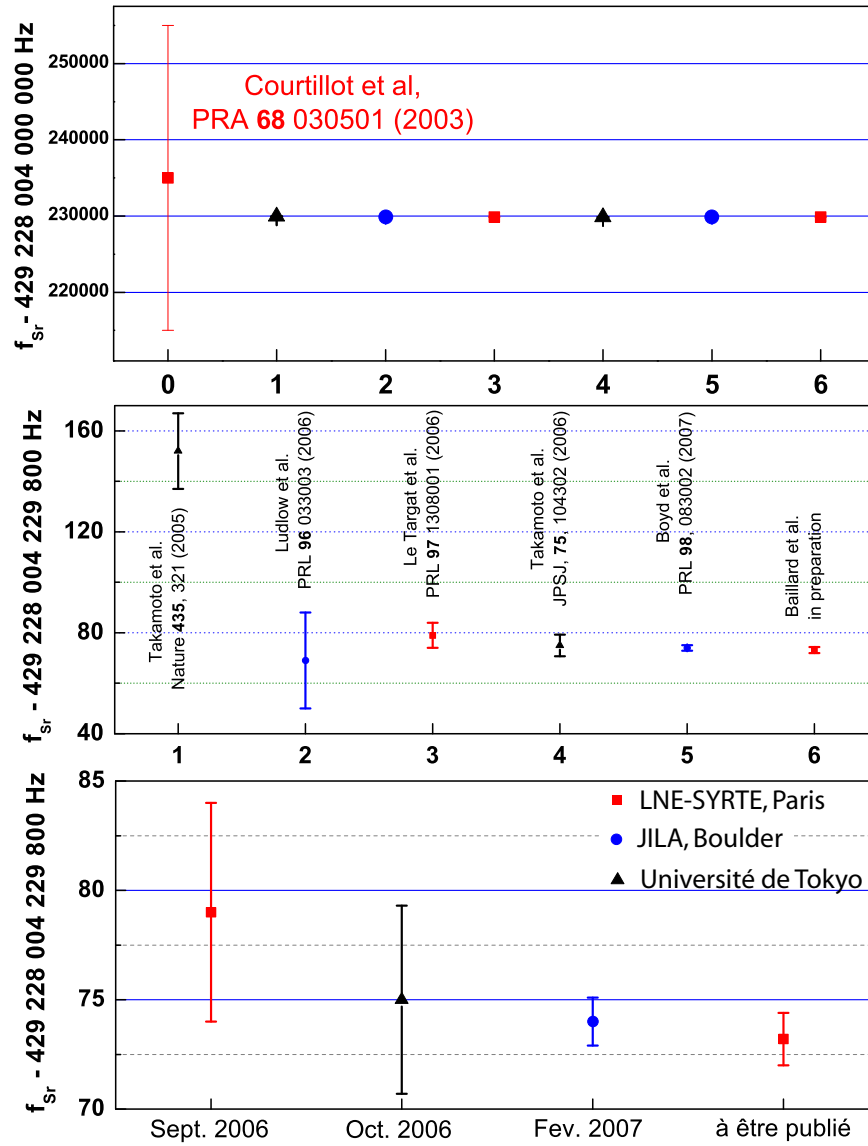


FIGURE 5.14 – Historique de la mesure de la fréquence $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ du Strontium 87 depuis 2003

Conclusion

Le concept d'horloge à réseau optique est apparu en 2001, il s'est imposé comme une solution tout-à-fait adaptée pour s'affranchir des effets du mouvement des atomes, qui constituent la principale limite, à l'heure actuelle, pour les fontaines micro-onde [1, 2], mais aussi pour les horloges optiques avec des atomes en chute libre [33, 34]. La faisabilité de cette proposition était soumise à plusieurs conditions, notamment le niveau d'annulation du déplacement lumineux, et surtout l'amplitude des effets du deuxième ordre en la profondeur du piège, qui ne s'annulent pas a priori à la longueur d'onde magique. La méconnaissance des éléments de couplage entre les différents états de l'atome rendaient peu fiable l'évaluation théorique qui avait été effectuée, une démonstration expérimentale était donc nécessaire, elle a été le fil conducteur de ce travail de thèse.

Dans le premier chapitre, les principaux enjeux du passage d'une horloge du domaine micro-onde au domaine optique ont été expliqués. Les fontaines sont aujourd'hui près de leurs performances ultimes, tant sur le plan de la stabilité, où le rapport signal sur bruit et le facteur de qualité expérimental ne peuvent plus être significativement améliorés, que sur celui de l'exactitude, où plusieurs effets systématiques sont proches de leur limite de contrôle, de l'ordre de 10^{-16} . L'utilisation d'une fréquence du domaine optique repousse de 4 ordres de grandeur la limite du bruit de projection quantique sur la stabilité et l'incertitude relative sur la plupart des effets systématiques. Seuls les incertitudes liées au mouvement des atomes et, a priori, l'effet du rayonnement du corps noir, qui dépend étroitement de la structure interne de l'atome utilisé, ne sont pas diminués par cette approche. L'utilisation d'un réseau optique offre le bénéfice singulier de prendre en charge spécifiquement les effets du mouvement, et une nouvelle génération d'horloges peut dès lors être imaginée. Dans ce contexte, la raie d'intercombinaison $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$, faiblement permise par nature, et insensible à la polarisation du réseau optique, est une excellente candidate pour devenir une référence. Le Strontium s'avère être particulièrement adapté à ce type d'approche, puisque certaines qualités intrinsèques de l'atome ouvrent l'horizon d'une exactitude à un niveau de 10^{-18} : la sensibilité au rayonnement du corps noir est suffisamment faible ($-5, 5 \cdot 10^{-15}$ en valeur relative) pour que l'effet puisse être contrôlé à ce niveau, et la

transition de référence possède une largeur naturelle de l'ordre du milliHertz pour l'isotope fermionique 87, ce qui ne constitue pas une limite expérimentale puisque les meilleures sources laser permettent d'atteindre une résolution de l'ordre du Hertz. Par ailleurs, plusieurs autres transitions internes offrent des possibilités de refroidissement tout-à-fait complémentaires, et toutes les longueurs d'onde nécessaires à la manipulation, au piégeage et à l'interrogation des atomes sont relativement faciles à obtenir. La question du choix de l'atome "idéal" se pose, on peut mentionner que les atomes de Strontium, d'Ytterbium et de Mercure semblent aujourd'hui être ceux présentant le plus d'avantages pour la réalisation d'une horloge optique. Le Mercure, dont la structure des niveaux d'énergie les plus bas est similaire, même s'il ne s'agit pas d'un alcalino-terreux, apparaît particulièrement prometteur, dans la mesure où la sensibilité au rayonnement du corps noir est 20 fois plus faible que pour le strontium. Néanmoins, les longueurs d'onde nécessaires à la manipulation des atomes de Mercure sont difficiles à fournir, ce qui constitue à l'heure actuelle une difficulté technique.

Dans les chapitres 2 et 3, on a détaillé le montage expérimental tel que nous l'avons progressivement conçu. Il était crucial de disposer d'une source à 461 nm puissante et facile d'emploi afin d'optimiser au mieux la première étape de refroidissement des atomes que constitue le PMO bleu. Plusieurs points originaux dans notre procédure de préparation des atomes peuvent également être rappelés en conclusion : tout d'abord, le drainage consiste à charger le piège dipolaire en prélevant les atomes les plus froids du PMO pour les accumuler temporairement dans les états métastables 3P_0 et 3P_2 , cette approche permet d'augmenter significativement la part de la distribution de vitesse qui est capturée. Ensuite, pour que les atomes expérimentent tous des potentiels les plus semblables possibles, nous avons mis en oeuvre un refroidissement 3D des atomes une fois ceux-ci chargés dans le réseau : refroidissement par bande latérale dans la direction longitudinale, combiné à un refroidissement Doppler dans le plan transverse. Les températures atteintes sont respectivement de l'ordre de $4 \mu\text{K}$ et de $10 \mu\text{K}$, et on a montré que ce niveau était suffisant pour s'affranchir du principal effet résiduel du mouvement dans le réseau : le pulling de la transition d'horloge par les bandes latérales du piège.

Le chapitre 4 constitue le coeur de la démonstration expérimentale du concept d'horloge à réseau optique, la valeur expérimentale de la longueur magique a été établie à $\lambda_{mag} = 813,428(1) \text{ nm}$, et le niveau de l'annulation du déplacement lumineux différentiel dû au piège est de l'ordre de 10^{-17} dès lors que l'on contrôle la fréquence du laser formant le réseau à 20 MHz près. Le déplacement de fréquence du second ordre, proportionnel à U_0^2 , a été évalué comme étant de l'ordre de 10^{-18} pour $U_0 = 10E_r$, on valide ainsi définitivement la faisabilité de ce type d'horloge.

Enfin, l'étude menée dans le chapitre 5 a permis de lever un doute qui avait

surgi à partir de 2005 lorsque les deux premières mesures [39, 40] à un niveau de résolution de 10^{-14} de la transition d'horloge du Strontium 87 s'étaient avérées être en désaccord dans une mesure hors de proportion par rapport aux performances ultimes visées. Il avait alors été envisagé qu'un effet systématique majeur n'avait pas été appréhendé, mais la troisième mesure, effectuée par notre équipe au printemps 2006 [41], est en excellent accord avec la mesure du JILA [40]. Depuis, une deuxième campagne de mesure a été menée à l'automne 2006 en collaboration avec l'équipe *Frequenzmessungen und nichtlineare Optik* de la PTB, et nous avons ainsi pu atteindre une résolution de l'ordre de 10^{-15} sur la valeur de la fréquence du Strontium 87, ce qui est au niveau des fréquences les mieux mesurées au monde aujourd'hui [38, 141, 75].

Plusieurs pistes sont en cours d'investigation au sein de notre groupe afin de continuer à améliorer la stabilité de l'horloge :

- La priorité est de stabiliser le laser sonde sur une cavité de plus grande finesse pour atteindre une largeur spectrale inférieure à 1 Hz, ce qui permettra d'obtenir des résonances expérimentales plus fines, et de diminuer l'effet Dick, c'est-à-dire la contribution du bruit de phase du laser d'interrogation à la stabilité de fréquence de l'horloge.
- Cette contribution diffère selon la technique d'interrogation des atomes utilisée : pour le moment, c'est une méthode Rabi qui est mise en oeuvre, mais une approche de type Ramsey permettra d'augmenter la stabilité, particulièrement lorsque le rapport cyclique d (rapport du temps d'interrogation sur le temps de cycle) se rapproche de 1 [142]. Lorsque d augmente, l'effet d'échantillonnage diminue, et le rapport signal sur bruit, s'il est limité par les bruits techniques, augmente. Une technique de chargement du piège plus rapide serait alors profitable, par exemple un schéma d'interaction en V combinant les refroidissements sur les transitions $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ et $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$.
- Lorsque l'on diminue l'effet Dick, on se rapproche de la limite du bruit de projection quantique, qui est réalisée par les fontaines. Il deviendrait alors particulièrement intéressant d'augmenter le nombre d'atomes contribuant au signal, soit en améliorant l'efficacité de capture, soit en conservant des atomes dans le réseau d'un cycle sur l'autre. La technique actuelle de détection des populations des états 1S_0 et 3P_0 se fait par fluorescence, ce qui vide le piège à chaque fois, mais une détection par absorption d'un faisceau par les atomes piégés nécessiterait beaucoup moins de puissance dans cette

sonde, et les atomes, subissant moins l'émission spontanée, seraient susceptibles d'être recyclés. Le rapport cyclique se rapprocherait ainsi de 1.

Il est ainsi tout-à fait envisageable d'atteindre une stabilité de l'ordre de $10^{-16}/\sqrt{\tau}$, ce qui correspondrait à une résolution de mesure au niveau de 10^{-17} après 100 secondes d'intégration.

Si la stabilité devient meilleure que celle des fontaines, celles-ci deviennent alors les principales contributrices au bruit de la mesure. Pour s'affranchir de cette limite, nous avons débuté la construction d'une seconde horloge, afin de pouvoir réaliser des comparaisons directes Strontium-Strontium.

Bien qu'une nouvelle définition de la seconde ne soit pas encore à l'ordre du jour pour le CIPM (Comité International des Poids et Mesures), le Strontium 87 neutre fait parti des 4 espèces recommandées pour la réalisation secondaire de la seconde, avec l'atome neutre ^{87}Rb et les ions $^{88}\text{Sr}^+$, $^{199}\text{Hg}^+$ et $^{171}\text{Yb}^+$. Mais au delà de cet aspect purement métrologique, le développement des horloges optiques à atomes neutres, depuis le début des années 2000, permet d'atteindre une résolution de mesure sur les niveaux d'énergie interne de l'atome qui ouvre la perspective de nouveaux tests pour caractériser certains effets physiques, sur des échelles de grandeurs extrêmement variables.

Par exemple, l'utilisation d'un réseau optique permet de localiser des atomes à proximité immédiate d'une surface macroscopique, à des distances de l'ordre de 0,6 à 10 μm . A cette échelle, les potentiels d'interaction dominants atomes-surface sont ceux dictés par l'électrodynamique quantique (Casimir-Polder et Van der Waals). L'interrogation d'atomes dans cette configuration pourraient permettre de détecter des variations de fréquences de l'ordre de 10^{-4} Hz [143].

De nombreuses applications se dessinent par ailleurs quant aux perspectives qu'ouvrirait la spatialisation d'horloges optiques [15, 144]. La comparaison d'horloges distantes est actuellement problématique, on sait déterminer le potentiel gravitationnel à 3.10^{-17} près ?? par rapport à une référence régionale, mais sur de plus grandes échelles, ce chiffre peut atteindre quelques 10^{-16} . Ces effets pourraient être mieux contrôlés avec une horloge spatiale "maîtresse" dont l'orbite serait évaluée en permanence. On peut ainsi imaginer synchroniser des horloges sur terre avec celle en orbite, ou encore cartographier le potentiel de gravitation terrestre en comparant des horloges à la surface du globe à celle dans l'espace. Des comparaisons entre des horloges sur différentes orbites permettraient également de mesurer le déplacement de fréquence vers le rouge prédit par Einstein, c'est-à-dire la modification du temps propre dû au potentiel gravitationnel [145].

Actuellement, les comparaisons d'horloges "sol" éloignées se font par l'intermédiaire du système GPS et du protocole de transfert TWSTFT, mais la stabilité

du lien est limitée à quelques 10^{-16} sur une journée de mesure, ceci ne permettra pas d'accéder aux performances ultimes des horloges futures. Une autre approche consiste à utiliser une liaison par fibre optique, un système de ce type est déjà en place entre notre laboratoire et le LPL de Villeneuve, distant de 44 km, pour distribuer une référence micro-onde. Il se base sur une source à 1,55 micron modulée en amplitude par un signal à 1 GHz étalonné par les fontaines et atteint une stabilité de l'ordre de 10^{-18} sur la journée. Un nouveau projet, le LOUS (Lien Optique Ultra-Stable), est en cours d'élaboration. En utilisant le réseau fibré européen pour les télécommunications, il aura pour but de transférer directement une porteuse optique, référencé aux horloges optiques via un peigne femtoseconde, sur des distances de l'ordre de 1000 km. Il deviendrait envisageable de distribuer un étalon de fréquence sur une échelle aussi vaste que l'Europe.

Enfin, les horloges constituent une arme majeure pour les tests de physique fondamentale, comme le principe d'équivalence. La variation de fréquence d'une transition atomique est reliée aux trois constantes fondamentales que sont la constante de structure fine α , la masse de l'électron m_e et celle du proton m_p [146] :

$$\frac{\delta(v/R_y)}{v/R_y} = \kappa_\alpha \frac{\delta(\alpha)}{\alpha} + \kappa_e \frac{\delta(m_e/\Lambda_{QCD})}{m_e/\Lambda_{QCD}} + \kappa_p \frac{\delta(m_p/\Lambda_{QCD})}{m_p/\Lambda_{QCD}} \quad (5.9)$$

où R_y est la constante de Rydberg, et Λ_{QCD} l'échelle de masse de la chromodynamique quantique, et où les coefficients κ_α , κ_e et κ_p dépendent de l'atome qui est étudié. Le niveau auquel ces constantes fondamentales varie est un problème totalement ouvert pour l'heure, il est même objet de controverse dans la mesure ou des mesures effectuées sur les mêmes sources se contredisent au sujet de la constante de structure fine [8, 9]. D'autres groupes font état d'une mise en évidence d'une variation du rapport m_e/m_p [147]. En accumulant des comparaisons croisées entre les horloges de notre laboratoire basées sur 4 espèces atomiques différentes (Césium, Rubidium, Strontium et bientôt Mercure), nous augmenterons considérablement les chances de résoudre une éventuelle variation. Le lien optique s'inscrit également dans ce projet, il permettra d'impliquer des horloges fonctionnant dans d'autres groupes que le notre.

Si des variations étaient mises en évidence, un problème fondamental se poserait, c'est la manière même dont la seconde est définie qui serait remise en cause. Les modèles décrivant les mécanismes entraînant ces variations seraient probablement complexes, et les horloges constitueraient le meilleur outil pour tester ces nouveaux aspects de la physique.

Annexe A

Calcul de la polarisabilité

A.1 Cas Général

On considère l'opérateur dipolaire électrique $\hat{D} = e\hat{r}$ entre deux états $|g\rangle = |n_g, J_g, I, F_g, m_g\rangle$ et $|e\rangle = |n_e, J_e, I, F_e, m_e\rangle$, où n est le nombre quantique principal, et I le spin du noyau, les autres notations étant sans ambiguïté. La composante q de cette quantité (avec $q = 0, \pm 1$ selon que la polarisation du laser d'interaction est π, σ^+ ou σ^-) peut s'écrire comme [126] :

$$d_{ge} = \langle e|D_q|g\rangle = \langle n_e, J_e, I, F_e, m_e|D_q|n_g, J_g, I, F_g, m_g\rangle = (-1)^{1+I+J_e+F_e+F_g-m_e} \sqrt{2F_e+1} \\ \times \sqrt{2F_g+1} \begin{pmatrix} F_e & 1 & F_g \\ -m_e & q & m_g \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} F_e & 1 & F_g \\ J_g & I & J_e \end{Bmatrix} \langle J_e||D||J_g\rangle \quad (\text{A.1})$$

où $\langle J_e||D||J_g\rangle$ est l'élément de matrice réduit de $\hat{D}$, et $()$ et $\{\}$ les symboles de Wigner 3-j et 6-j. On remarque notamment que cet élément de matrice ne dépend pas des nombres quantiques n_g et n_e . On d'autre part peut relier $\langle J_e||D||J_g\rangle$ à la durée de vie τ_{eg} du niveau excité, inverse de sa largeur Γ_{eg} :

$$\Gamma_{eg} = \frac{1}{\tau_{eg}} = \frac{\omega_{eg}^3}{3\pi\epsilon_0\hbar c^3} \frac{1}{2J_e+1} |\langle J_e||D||J_g\rangle|^2 \quad (\text{A.2})$$

On note ici que Γ_{eg} ne dépend que de la structure fine des niveaux et des nombres quantiques principaux n_g et n_e , par l'intermédiaire de la pulsation ω_{eg} . On néglige dans la suite les écarts de fréquences entre les niveaux hyperfins, très petits devant l'énergie des transitions mises en jeu.

La polarisabilité dynamique d'un niveau $|g\rangle$ couplé à des niveaux $|e\rangle$ ($\omega_{ge} = \omega_g - \omega_e$) par un laser de pulsation ω peut s'écrire [148] :

$$\alpha_g = -\frac{2}{\hbar} \sum_e \frac{\omega_{ge} |d_{ge}|^2}{\omega_{ge}^2 - \omega^2} \quad (\text{A.3})$$

On néglige dans la suite les écarts de fréquences entre les niveaux hyperfins, très petits devant l'énergie des transitions mises en jeu, et on suppose que le laser de couplage a une polarisation parfaitement π , ce qui fait que seuls les termes tels que $m_e = m_g$ interviennent dans la somme. Dans la somme suivante, les $|e\rangle$ désignent maintenant les états de structure fine, de sorte qu'une seule valeur de J_e est disponible par niveaux, et, en combinant avec A.1 et A.2, on obtient :

$$\alpha_g(m_g) = \frac{6\pi\epsilon_0 c^3}{\hbar} \sum_e f_e \cdot \Sigma_e(m_g) \quad (\text{A.4})$$

$$f_e = \sum_{n_e} \frac{\Gamma_{eg}}{(\omega_{eg}^2 - \omega^2) \omega_{eg}^2} \quad (\text{A.5})$$

$$\Sigma_e(m_g) = \sum_{F_e} (2F_e + 1)(2F_g + 1)(2J_e + 1) \left(\begin{array}{ccc} F_e & 1 & F_g \\ -m_g & 0 & m_g \end{array} \right)^2 \left\{ \begin{array}{ccc} F_e & 1 & F_g \\ J_g & I & J_e \end{array} \right\}^2 \quad (\text{A.6})$$

A.2 Application au calcul de la polarisabilité de 3P_1

Le laser formant le réseau optique induit un couplage dipolaire électrique entre l'état $5s5p^3P_1, F = 9/2$ et tous les niveaux $5sn_e s^3S_1$ pour $n_e \geq 6$, $5sn_e d^3D_1$ pour $n_e \geq 4$ et $5sn_e d^3D_2$ pour $n_e \geq 4$. On exprime donc le polarisabilité de l'état étudié sous la forme :

$$\alpha_{^3P_1, 9/2}(m_g) = \frac{6\pi\epsilon_0 c^3}{\hbar} [f_{^3S_1} \cdot \Sigma_{^3S_1}(m_g) + f_{^3D_1} \cdot \Sigma_{^3D_1}(m_g) + f_{^3D_2} \cdot \Sigma_{^3D_2}(m_g)] \quad (\text{A.7})$$

Les coefficients $f(|e\rangle)$ sont difficiles à calculer dans la mesure où les forces d'oscillateur entre les différents niveaux ne sont pas toutes connues avec précision. On peut par contre remarquer que $\Sigma(^3S_1) = \Sigma(^3D_1)$, et si on pose $\Sigma_1 = \Sigma(^3S_1)$ et $\Sigma_2 = \Sigma(^3D_2)$, on réécrit la polarisabilité comme :

$$\alpha_{^3P_1, 9/2}(m_g) = \alpha_1 \cdot \Sigma_1(m_g) + \alpha_2 \cdot \Sigma_2(m_g) \quad (\text{A.8})$$

où α_1 et α_2 sont des constantes et où les coefficients Σ sont calculables, avec

A.2. APPLICATION AU CALCUL DE LA POLARISABILITÉ DE 3P_1

$J_g = 1, I = 9/2, F_g = 9/2, J_e = 1$ et F_e entre $7/2$ et $11/2$ pour Σ_1 , ou $J_e = 2$ et F_e entre $5/2$ et $13/2$ pour Σ_2 :

m_g	$\Sigma_1(m_g)$	$\Sigma_2(m_g)$
$\pm 1/2$	0,4949	0.5017
$\pm 3/2$	0,4545	0.5151
$\pm 5/2$	0,3737	0.5421
$\pm 7/2$	0,2525	0.5825
$\pm 9/2$	0,0909	0.6364

On remarque que les coefficients ne sont pas indépendants, puisque $\Sigma_1(m_g) + 3\Sigma_2(m_g) = 2$. Le déplacement lumineux dans un champ E peut donc se mettre sous une forme similaire, en utilisant deux constantes v_1 et v_2 :

$$-\frac{1}{4h}\alpha_{^3P_1, 9/2}(m_g).E^2 = -\beta_1.\Sigma_1(m_g) - \beta_2.\Sigma_2(m_g) = -\frac{2}{3}\beta_2 - \left(\beta_1 - \frac{1}{3}\beta_2\right)\Sigma_1(m_g) \quad (\text{A.9})$$

On aboutit finalement à un déplacement lumineux de la forme $-v_1 - v_2.\Sigma_1(m_g)$

Bibliographie

- [1] J.Y. Richard, Novembre 2006. in TAI Report FO1. 11, 18, 183
- [2] J.Y. Richard, Novembre 2006. in TAI Report FO2. 11, 18, 183
- [3] B. Kibble, I. Robinson, and J. Bellis. A realization of the si watt by the npl moving coil balance. Metrologia, 27 :173, 1990. 12
- [4] G. Geneves et al. The BNM Watt balance project. IEEE Trans. Inst. Meas., 54 :850–853, 2005. 12
- [5] H. Marion, F. Pereira Dos Santos, M. Abgrall, S. Zhang, Y. Sortais, S. Bize, I. Maksimovic, D. Calonico, J. Grünert, C. Mandrache, P. Lemonde, G. Santarelli, P. Laurent, A. Clairon, and C. Salomon. Search for variations of fundamental constants using atomic fountain clocks. Phys. Rev. Lett., 90(15) :150801, 2003. 12
- [6] E. Peik, B. Lipphardt, H. Schnatz, C. Tamm, S. Weyers, and R. Wynands. Laboratory limits on temporal variations of fundamental constants : an update. ArXiv, (physics/0611088), 2006. 12, 30
- [7] T. Fortier et al. Precision atomic spectroscopy for improved limits on variation of the fine structure constant and local position invariance. Phys. Rev. Lett., 98(7) :070801, 2007. 12
- [8] J. Webb et al. Further evidence for cosmological evolution of the fine structure constant. Phys. Rev. Lett., 87(9) :091301, 2001. 12, 187
- [9] R. Srianand, H. Chand, P. Petitjean, and B. Aracil. Limits on the time variation of the electromagnetic fine-structure constant in the low energy limit from absorption lines in the spectra of distant quasars. Physical Review Letters, 92(12) :121302, 2004. 12, 187
- [10] P. Wolf, F. Chapelet, S. Bize, and A. Clairon. Cold atom clock test of lorentz invariance in the matter sector. Phys. Rev. Lett., 96(6) :060801, 2006. 12
- [11] N. Ashby, T. Heavner, S. Jefferts, T. Parker, A. Radnaev, and Y. Dubin. Testing local position invariance with four cesium-fountain primary frequency standards and four NIST hydrogen masers. Phys. Rev. Lett., 98(7) :070802, 2007. 12

- [12] P. Wolf, S. Bize, A. Clairon, A. Luiten and G. Santarelli, and M. Tobar. Tests of lorentz invariance using a microwave resonator. Phys. Rev. Lett., 90(6) :060402, 2003. 12
- [13] P. Wolf, S. Bize, A. Clairon, G. Santarelli, M. Tobar, and A. Luiten. Improved test of lorentz invariance in electrodynamics. Phys. Rev. D, 70(5) :051902(R), 2004. 12
- [14] S. Herrmann, A. Senger, E. Kovalchuk, H. Müller, and A. Peters. Test of the isotropy of the speed of light using a continuously rotating optical resonator. Phys. Rev. Lett., 95(15) :150401, 2005. 12
- [15] P. Laurent et al. Design of the cold atom PHARAO space clock and initial test results. Appl. Phys. B, 84(4) :683–690, 2006. 13, 186
- [16] L. Duchayne, F. Mercier, and P. Wolf. Requirements on orbitography for space clocks missions. In 2007 Proc. of EFTF IEEE - FCS, Geneva, 2007. 13
- [17] J. Anderson, P. Laing, E. Lau, A. Liu, M. Nieto, and S. Turyshev. Study of the anomalous acceleration of Pioneer 10 and 11. Phys. Rev. D, 65(8) :082004, 2002. 13
- [18] D. Jennings, C. Pollock, F. Petersen, R. Drullinger, K. Evenson, J. Wells, J. Hall, and H. Layer. Direct frequency-measurement of the I_2 -stabilized He-Ne 473 THz (633 nm) laser. Phys. Rev. D, 8(3) :136, 1983. 13, 161
- [19] H. Schnatz, B. Lipphardt, J. Helmcke, F. Riehle, and G. Zinner. First phase-coherent measurement of visible radiation. Phys. Rev. Lett., 76 :18, 1996. 13, 161
- [20] D. Touahri, O. Aef, A. Clairon, J.-J. Zondy, R. Felder, L. Hilico, B. de Beauvoir, F. Nez, and F. Biraben. Frequency measurement of the $5S_{1/2}(F = 3) - 5D_{5/2}(F = 5)$ two-photon transition in rubidium. Opt. Comm., 133 :471, 1997. 13, 161
- [21] Th. Udem, J. Reichert, R. Holzwarth, and T. W. Hänsch. Absolute optical frequency measurement of the Caesium D_1 -line with a mode-locked laser. Phys. Rev. Lett., 82 :3568, 1999. 13, 161
- [22] R. Holzwarth, Th. Udem, T. W. Hänsch, J. C. Knight, W. J. Wadsworth, and P. St. J. Russell. Optical frequency synthesizer for precision spectroscopy. Phys. Rev. Lett., 85(11) :2264, 2000. 13, 161
- [23] D. J. Jones, S. A. Diddams, J. K. Ranka, A. Stentz, R. S. Windeler, J. L. Hall, and S. T. Cundiff. Carrier-envelope phase control of femtosecond mode-locked lasers and direct optical frequency synthesis. Science, 288 :635, 2000. 13, 161

- [24] B. Young, F. Cruz, W. Itano, and J. C. Bergquist. Visible lasers with sub-hertz linewidths. Phys. Rev. Lett., 82 :3799–3802, 1999. 14, 21, 118
- [25] M. Notcutt, L.-S. Ma, J. Ye, and J. Hall. Simple and compact 1-Hz laser system via an improved mounting configuration of a reference cavity. Opt. Lett., 30(14) :1815, 2005. 14, 21, 118
- [26] H. Stoeck, F. Mensing, J. Helmcke, and U. Sterr. Diode laser with 1 Hz linewidth. Opt. Lett., 31(6) :736, 2006. 14, 21, 118
- [27] G. Santarelli et al. Quantum projection noise in an atomic fountain : A high stability cesium frequency standard. Phys. Rev. Lett., 82(23) :4619, 1999. 14, 17, 21
- [28] M. Boyd, T. Zelevinsky, A. Ludlow, S.M. Foreman, S. Blatt, T. Ido, and Jun Ye. Optical atomic coherence at the 1-second time scale. Science, 314(5804) :1430, 2006. 14, 21
- [29] H. Lee and M. Skolnick. Saturated neon absorption inside a 6238-Å laser. Appl. Phys. Lett., 10(11) :303, 1967. 14
- [30] R. Barger and J. Hall. Pressure shift and broadening of methane line at $3,39 \mu$ studied by laser-saturated molecular absorption. Phys. Rev. Lett., 22(1) :4, 1969. 14
- [31] Ch.J. Bordé. Spectroscopie d'absorption saturée de diverses molécules au moyen des lasers à gaz carbonique et à protoxyde d'azote. C.R. Acad. Sc. Paris, 271B(1) :371–374, 1970. 14
- [32] T. W. Hänsch, I. S. Shahin, and A. L. Schawlow. High-resolution saturation spectroscopy of the sodium d lines with a pulsed tunable dye laser. Phys. Rev. Lett., 27(11) :707–710, 1971. 14
- [33] C. Degenhardt et al. Calcium optical frequency standard with ultracold atoms : Approaching 10^{-15} relative uncertainty. Phys. Rev. A, 72 :06211, 2005. 14, 24, 49, 183
- [34] G. Wilpers, C. Oates, and L. Hollberg. Improved uncertainty budget for optical frequency measurements with microkelvin neutral atoms : Results for a high-stability ^{40}Ca optical frequency standard. Appl. Phys. B, 85 :31–44, 2006. 14, 24, 49, 183
- [35] D. Leibfried, R. Blatt, C. Monroe, and D. Wineland. Quantum dynamics of single trapped ions. Rev. Mod. Phys., 75 :281, 2003. 14, 111
- [36] W. Paul. Nobel lectures. Rev. Mod. Phys., 62(3) :531–542, 1990. 14, 28
- [37] H. Katori, M. Takamoto, V.G. Pal'chikov, and V.D. Ovsiannikov. Ultra-stable optical clock with neutral atoms in an engineered light shift trap. Phys. Rev. Lett., 91(17) :173005, 2003. 14, 23, 32, 33, 39, 49, 140, 142, 143, 145, 150, 178

- [38] X. Baillard et al. An optical lattice clock with spin-polarized ^{87}Sr atoms. [15, 185](#)
- [39] M. Takamoto, J.-L. Hong, R. Higashi, and H. Katori. An optical lattice clock. Nature, 435 :321, 2005. [16, 50, 168, 185](#)
- [40] A. Ludlow et al. Systematic study of the ^{87}Sr clock transition in an optical lattice. Phys. Rev. Lett., 96 :033003, 2006. [16, 50, 168, 185](#)
- [41] R. Le Targat, X. Baillard, M. Fouché, A. Brusch, O. Tcherbakoff, D. Rovera, and P. Lemonde. Accurate optical lattice clock with ^{87}Sr atoms. Phys. Rev. Lett., 97(13) :130801, 2006. [16, 168, 185](#)
- [42] M. Kasevich, E. Riis, S. Chu, and R. Devoe. RF spectroscopy in an atomic fountain. Phys. Rev. Lett., 63(6) :612, 1989. [17](#)
- [43] A. Clairon, C. Salomon, S. Guellati, and W. Phillips. Ramsey resonance in a zacharias fountain. Europhys. Lett., 16 :165, 1991. [17](#)
- [44] A. Clairon, P. Laurent, G. Santarelli, S. Ghezali, S. N. Lea, and M. Bakhour. A cesium fountain frequency standard : Preliminary results. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 44(2) :128, 1995. [17](#)
- [45] A. Bauch and H. R. Telle. Frequency standards and frequency measurement. Rep. Prog. Phys., 65 :789, 2002. [17](#)
- [46] F. Pereira Dos Santos, H. Marion, S. Bize, Y. Sortais, A. Clairon, and C. Salomon. Controlling the cold collisions shift in high precision atomic interferometry. Phys. Rev. Lett., 89(23) :233004, 2002. [17, 21](#)
- [47] J. Vanier and C. Audouin. The Quantum Physics of Atomic Frequency Standards. Adam Hilger, Bristol and Philadelphia, 1989. [17, 136](#)
- [48] C. Vian et al. BNM-SYRTE fountains : Recent results. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 54(2) :833, 2005. [18](#)
- [49] DeEchaniz et al. Conditions for spin squeezing in a cold ^{87}Rb ensemble. J. Opt. B : Quantum Semiclassical Opt., 7 :S548, 2005. [20](#)
- [50] D. Wineland, J. Bollinger, W. Itano, and D. Heinzen. Squeezed atomic states and projection noise in spectroscopy. Phys. Rev. A., 50(1) :67, 1994. [20](#)
- [51] R. Li and K. Gibble. Phase variations in microwave cavities for atomic clocks. Metrologia, 41 :376, 2004. [20](#)
- [52] Giorgio Santarelli, Claude Audoin, Ala'a Makdissi, Philippe Laurent, G. John Dick, and André Clairon. Frequency stability degradation of an oscillator slaved to a periodically interrogated atomic resonator. IEEE Trans. on Ultr., Ferr. and Freq. Contr., 45 :887–894, 1998. [21](#)

- [53] A. Quessada, R. P. Kovacich, I. Courtillot, A. Clairon, G. Santarelli, and P. Lemonde. The Dick effect for an optical frequency standard. J. Opt. B : Quantum Semiclassical Opt., 5 :S150, 2003. 21
- [54] C. Oates, E. Curtis, and L. Hollberg. Improved short-term stability of optical frequency standards : approaching 1 hz in 1 s with the Ca standard at 657 nm. Opt. Lett., 25(21) :1603, 2000. 21
- [55] S. Bize et al. Testing the stability of fundamental constants with the $^{199}\text{Hg}^+$ single-ion optical clock. Phys. Rev. Lett., 90(15) :150802, 2003. 21
- [56] C. Oates et al. Stability measurements of the Ca and Yb optical frequency standards. In 2006 Proc. of IEEE International Frequency Control Symposium, Miami, 2006. 21
- [57] K. Gibble and S. Chu. Laser-cooled Cs frequency standard and a measurement of the frequency shift due to ultracold collisions. Phys. Rev. Lett., 70(12) :1771, 1993. 21
- [58] S. Ghezali, P. Laurent, S. Lea, and A. Clairon. An experimental study of the spin-exchange frequency shift in a laser cooled cesium fountain frequency standard. Europhys. Lett., 36 :25–30, 1996. 21
- [59] C. Fertig and K. Gibble. Measurement and cancellation of the cold collisions frequency shift in an ^{87}Rb fountain clock. Phys. Rev. Lett., 85(8) :1622, 2000. 21
- [60] Y. Sortais, S. Bize, C. Nicolas, A. Clairon, C. Salomon, and C. Williams. Cold collision frequency shifts in a ^{87}Rb fountain. Phys. Rev. Lett., 85(15) :3117, 2000. 21
- [61] P. Leo, P. Julienne, F. Mies, and C. Williams. Collisional frequency shifts in ^{133}Cs fountain clocks. Phys. Rev. Lett., 86(17) :3743, 2001. 21
- [62] K. Szymaniec, W. Chalupczak, E. Tiensiga, C. Williams, S. Weyers, and R. Wynands. Cancellation of the collisional frequency shift in caesium fountain clocks. ArXiv, (0710.0086v1), 2007. 21
- [63] S. Bize, “Tests fondamentaux à l’aide d’horloges à atomes froids de Rubidium et de Césium”, *Thèse de doctorat de l’Université de Paris VI*, 2001. 22, 176
- [64] W.M. Itano, L.L. Lewis, and D.J. Wineland. Shift of $^2\text{S}_{1/2}$ hyperfine splittings due to blackbody radiation. Phys. Rev. A., 25 :1233–1235, 1982. 23
- [65] K. Beloy, U.I. Safronova, and A. Derevianko. High-accuracy calculation of the blackbody radiation shift in the ^{133}Cs primary frequency standard. Phys. Rev. Lett., 97(4) :040801, 2006. 23

- [66] E. Angstmann, V. Dzuba, and V. Flambaum. Frequency shift of the cesium clock transition due to blackbody radiation. Phys. Rev. Lett., 97(4) :040802, 2006. 23
- [67] E. Simon, P. Laurent, and A. Clairon. Measurement of the Stark shift of the Cs hyperfine splitting in an atomic fountain. Phys. Rev. A., 57 :436–439, 1998. 23
- [68] S. Porsev and A. Derevianko. Multipolar theory of blackbody radiation shift of atomic energy levels and its implications for optical lattice clocks. Phys. Rev. A., 74(2) :020502, 2006. 23, 178
- [69] R. H. Dicke. The effect of collisions upon the Doppler width of spectral lines. Phys. Rev., 89 :472, 1953. 26
- [70] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Laloë. Mécanique quantique. Hermann, 1973. 28, 81, 128
- [71] A. Madej and J. Bernard. Frequency Measurement and control - Advanced techniques and future trends. Springer-Verlag, Berlin, 2001. 28
- [72] R. Tjoelker, J. Prestage, and L. Maleki. Improved timekeeping using advanced trapped-ion clocks. In Proceedings of the 31st Annual Precise time and Time interval (PTTI) meeting, 1999. 30
- [73] H.S. Margolis, G.P. Barwood, G. Huang, H.A. Klein, S.N. Lea, K. Szymanić, and P. Gill. Hertz-level measurement of the optical clock frequency in a single $^{88}\text{Sr}^+$ ion. Science, 306 :1355, 2004. 30, 181
- [74] W.H. Oskay et al. Single-atom optical clock with high accuracy. Phys. Rev. Lett., 97(02) :020801, 2006. 30
- [75] T. Schneider, E. Peik, and C. Tamm. Sub-hertz frequency comparisons between two trapped $^{171}\text{Yb}^+$. Phys. Rev. Lett., 94(23) :230801, 2005. 30, 185
- [76] P. Dubé, A. Madej, J. Bernard, L. Marmet, J.-S. Boulanger, and S. Cundy. Electric quadrupole shift cancellation in single-ion optical frequency standards. Phys. Rev. Lett., 95(3) :033001, 2005. 30
- [77] P. Schmidt, T. Rosenband, C. Langer, W. Itano, J. Bergquist, and D. Wineland. Spectroscopy using quantum logic. Science, 309 :749, 2005. 30
- [78] T. Rosenband et al. Observation of the $^1\text{S}_0 \rightarrow ^3\text{P}_0$ clock transition in $^{27}\text{Al}^+$. Phys. Rev. Lett., 98 :220801, 2007. 30, 32
- [79] E. Peik, G. Hollemann, and H. Walther. Laser cooling and quantum jumps of a single indium ion. Phys. Rev. A., 49 :402–408, 1994. 30
- [80] M. Eichenseer, A. Nevsky, C. Schwedes, J. Von Zanhier, and H. Walther. Towards an indium single-ion optical frequency standard. J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys., 36 :553–559, 2003. 30, 32

- [81] L. Hollberg et al. Optical frequency/wavelength references. J. Opt. B : At. Mol. Opt. Phys., 38 :S4669, 2005. 30
- [82] D. Berkeland, J. Miller, J. Bergquist, W. Itano, and D. Wineland. Laser-cooled mercury ion frequency standard. Phys. Rev. Lett., 80 :2089–2092, 1998. 30
- [83] H.G. Dehmelt. Proposed $10^{14} \delta \nu < \nu$ laser fluorescence spectroscopy on Tl mono-ion oscillator II. Bull. Am. Phys. Soc., 20 :60, 1975. 30
- [84] C. Cohen-Tannoudji and J. Dalibard. Single atom laser spectroscopy. looking for dark periods in fluorescence light. Europhys. Lett., 1(9) :441–448, 1986. 30
- [85] S. Chu. The manipulation of neutral particles. Rev. Mod. Phys., 70 :685–706, 1998. 31
- [86] C. Cohen-Tannoudji. Manipulating atoms with photons. Rev. Mod. Phys., 70 :707–719, 1998. 31
- [87] W. Phillips. Laser cooling and trapping of neutral atoms. Rev. Mod. Phys., 70 :721–742, 1998. 31
- [88] G. Grynberg and C. Robilliard. Cold atoms in dissipative optical lattices. Phys. Rep., 355(5) :335–451, 2001. 31
- [89] N. Davidson, H.J. Lee, C. Adams, M. Kasevich, and S. Chu. Long atomic coherence times in an optical dipole trap. Phys. Rev. Lett., 74(8) :1311, 1995. 31
- [90] S. Porsev, A. Derevianko, and E. Fortson. Possibility of an optical clock using the $6^1S_0 \rightarrow 6^3P_0$ transition in $^{171,173}\text{Yb}$ atoms held in an optical lattice. Phys. Rev. A., 69(2) :021403, 2004. 32
- [91] V. Ovsiannikov, V. Pal’cikov, H. Katori, and M. Takamoto. Polarisation and dispersion properties of light shifts in highly stable optical frequency standards. Quant. Elec., 36(1) :3, 2006. 32, 142, 150
- [92] C. Degenhardt, H. Stoeck, U. Sterr, F. Riehle, and C. Lisdat. Wavelength-dependent ac stark shift of the 1S_0 - 3P_1 transition at 657 nm in Ca. Phys. Rev. A., 70 :023414, 2004. 32
- [93] N. Ashcroft and N. Mermin. Solide State Physics. Saunders, Philadelphia, 1976. 33
- [94] M. Glück, A.R. Kolovsky, H.J. Korsch, and N. Moiseyev. Calculation of wannier-bloch and wannier-stark states. Euro. Phys J. D, 4 :239, 1998. 34
- [95] P. Lemonde and P. Wolf. Optical lattice clock with atoms confined in a shallow trap. Phys. Rev. A., 72 :033409, 2005. 34, 36

- [96] E. Peik, M. Ben Dahan, , I. Bouchoule, Y. Castin, and C. Salomon. Bloch oscillations of atoms, adiabatic rapid passage, and monokinetic atomic beams. Phys. Rev. A., 55(4) :2989, 1997. 39
- [97] M. Glück, A.R. Kolovsky, and H.J. Korsch. Wannier-star resonances in optical and semiconductor superlattices. Phys. Rep., 366(3) :103–182, 2002. 39, 41
- [98] NIST Basic Atomic Spectroscopy Data
<http://physics.nist.gov/PhysRefData/Handbook/Tables/strontiumtable1/htm>. 45
- [99] K. Vogel, T. Dinneen, A. Gallagher, and J. Hall. Narrow-line Doppler cooling of strontium to the recoil limit. IEEE Trans. Inst. Meas., 48 :618–621, 1999. 47, 94
- [100] T. Mukaiyama, H. Katori, T. Ido, Y. Li, and M. Kuwata-Gonokami. Recoil-limited laser cooling of ^{87}Sr atoms near the fermi temperature. Phys. Rev. Lett., 90 :113002, 2003. 47, 94, 95
- [101] I. Courtyllo, “Première observation de la transition fortement interdite $^1\text{S}_0\text{-}^3\text{P}_0$ du Strontium, pour une horloge optique à atomes piégés”, *Thèse de doctorat de l’Université de Paris VI*, 2003. 47, 52, 76, 78, 94, 136
- [102] A. Taichenachev, V. Yudin, C. Oates, C. Hoyt, Z. Barber, and L. Hollberg. Magnetic field-induced spectroscopy of forbidden optical transitions with application to lattice-based optical atomic clocks. Phys. Rev. Lett., 96 :083001, 2006. 48, 137, 151, 152
- [103] I. Courtyllo, A. Quessada, R. Kovacich, J.-J. Zondy, A. Landragin, A. Clairon, and P. Lemonde. Efficient cooling and trapping of strontium atoms. Opt. Lett., 28(6) :468, 2002. 49
- [104] I. Courtyllo, A. Quessada, R. Kovacich, , A. Brusch, D. Kolker, J.-J. Zondy, G. Rovera, and P. Lemonde. Clock transition for a future optical frequency standard and with trapped atoms. Phys. Rev. A., 68(3) :030501, 2003. 49, 168
- [105] Y. Bidel, “Piégeage et refroidissement laser du strontium. Etude de l’effet des interférences en diffusion multiple.”, *Thèse de doctorat de l’université de Nice-Sophia Antipolis*, 2002. 51
- [106] S. B. Nagel, C. E. Simien, S. Laha, P. Gupta, V.S. Ashoka, and T. C. Killian. Magnetic trapping of metastable $^3\text{P}_2$ atomic strontium. Phys. Rev. A, 67 :011401(R), 2003. 51
- [107] M. Yasuda, T. Kishimoto, M. Takamoto, and H. Katori. Photoassociation spectroscopy of ^{88}Sr : Reconstruction of the wave function near the last mode. Phys. Rev. A, 73 :011403(R), 2006. 52

- [108] A. Yariv. Introduction to Optical Electronics. Holt, Rinehart and Winston, New York, 1976. 53
- [109] E. Rosencher and Borge Vinter. Optoélectronique. Dunod, Paris, 2002. 53
- [110] J.-J. Zondy. Comparative theory of walkoff-limited type-ii versus type i second harmonic generation with gaussian beams. Opt. Comm., 81(6) :427, 1990. 57
- [111] J.-J. Zondy, D. Touahri, and O. Acef. Absolute value of the d_{36} nonlinear coefficient of AgGaS₂ : prospect for a low-threshold doubly resonant oscillator-based 3 :1 frequency divider. J. Opt. Soc. Am. B, 14(10) :2481, 1997. 57
- [112] A. Ashkin, G. D. Boyd, and J. M. Dziedzic. Resonant optical second harmonic generation and mixing. IEEE Journal of Quantum Electronics, QE-2(6) :109, 1966. 60
- [113] R. Le Targat, J.-J. Zondy, and P. Lemonde. 75 percent efficiency blue generation from an intracavity PPKTP frequency doubler. Opt. Comm., 247(4) :471, 2005. 63
- [114] H. Kogelnik and T. Li. Laser beams and resonators. Proceedings of the IEEE, 54(10) :1312, 1966. 63, 84
- [115] W.D. Phillips and H. Metcalf. Laser deceleration of an atomic beam. Phys. Rev. Lett., 48(9) :598, 1982. 75
- [116] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, and D. E. Pritchard. Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure. Phy. Rev. Lett., 59(23) :2631–2634, 1987. 78
- [117] T. Hänsch and B. Couillaud. Laser frequency stabilization by polarization spectroscopy of a reflecting reference cavity. Opt. Comm., 35(3) :441, 1980. 88
- [118] T. Savard, K. O’Hara, and J. Thomas. Laser-noise-induced heating in far-off resonance optical traps. Phys. Rev. A., 56(2) :R1095, 1997. 92
- [119] X. Xu, T. Loftus, J. Dunn, C. Greene, J. Hall, A. Gallagher, and J. Ye. Single-stage sub-doppler cooling of alkaline earth atoms. Phys. Rev. Lett., 90(19) :193002. 94
- [120] H. Katori, T. Ido, Y. Isoya, and M. Kuwata-Gonokami. Magneto-optical trapping and cooling of strontium atoms down to the photon recoil temperature. Phys. Rev. Lett., 82 :1116–1119, 1999. 94
- [121] X. Baillard, A. Gauguier, S. Bize, P. Lemonde, P. Laurent, A. Clairon, and P. Rosenbusch. Interference-filter-stabilized external-cavity diode lasers. Opt. Comm., 266(2) :609–613, 2006. 97

- [122] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley, and H. Ward. Laser phase and frequency stabilisation using an optical resonator. *App. Phys. B*, 31 :97–105, 1983. 98, 119
- [123] S. Hamann, D. Haycock, G. Klose, P. Pax, I. Deutsch, and P. Jessen. Resolved-sideband raman cooling to the ground state of an optical lattice. *Phys. Rev. Lett.*, 80(19) :4149, 1998. 106
- [124] H. Perrin, A. Kuhn, I. Bouchoule, and C. Salomon. Sideband cooling of neutral atoms in a far-detuned optical lattice. *Europhys. Lett.*, 42 :395–400, 1998. 106
- [125] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, and G. Grynberg. *Processus d’interaction entre photons et atomes*. InterEditions/Editions du CNRS, 1988. 111
- [126] E. De Clercq, M. De Labachellerie, G. Avila, P. Cerez, and M. Tetu. Laser diode optically pumped caesium beam. *Journal de Physique*, pages 239–247, 1984. 111, 189
- [127] R.V. Pound. Electronic frequency stabilization of microwave oscillators. *Rev. Sci. Instrum.*, 17 :490, 1946. 119
- [128] E. Mimioun, “Annulation du bruit de phase induit par une fibre optique”, *Rapport de MIP 1ère année*, 2004. 120
- [129] D. Halford. Infrared microwave frequency synthesis design, some relevant conceptual noise aspects. In *Frequency Standards Metrology Seminar*, pages 431–466, Laval, Quebec, 1971. 122
- [130] A. Messiah. *Mécanique Quantique*. Dunod, Paris, 1964. 124
- [131] M. Boyd, T. Zelevinsky, A. Ludlow, S. Blatt, T. Zanon-Willette, S. Foreman, and J. Ye. Nuclear spin effects in optical lattice clocks. *ArXiv*, (0704.0912v1), 2007. 135, 137, 144, 145, 174
- [132] X. Baillard, M. Fouché, R. Le Targat, P. Westergaard, A. Lecallier, Y. Le Coq, G.D. Rovera, , S. Bize, and P. Lemonde. Accuracy evaluation of an optical lattice clock with bosonic atoms. *Opt. Lett.*, 32(13) :1812–1814, 2007. 137, 178
- [133] A. Brusch, R. Le Targat, X. Baillard, M. Fouché, and P. Lemonde. Hyperpolarisability effects in a Sr optical lattice clock. *Phys. Rev. Lett.*, 96(10) :103003, 2006. 147
- [134] Th. Udem, R. Holzwarth, and T. W. Hänsch. Optical frequency metrology. *Nature*, 416 :233, 2002. 161
- [135] F. Adler, K. Moutzouris, A. Leitenstorfer, H. Schnatz, B. Lipphardt, G. Grosche, and F. Tauser. Phase-locked two-branch erbium-doped fiber

- laser system for long term precision measurements of optical frequencies. *Opt. Exp.*, 12(24), 2004. 161, 162, 164
- [136] P. Kubina, P. Adel, F. Adler, G. Grosche, T. Hänsch, R. Holzwarth, A. Leitenstorfer, B. Lipphardt, and H. Schnatz. Long term comparison of two fiber based frequency comb systems. *Opt. Exp.*, 13(3), 2005. 161
- [137] W. Swan et al. Fiber-laser frequency combs with subhertz relative linewidths. *Opt. Lett.*, 31(20) :3046, 2006. 161, 166
- [138] J. McFerran, W. Swann, B. Washburn, and N. Newbury. Elimination of pump-induced frequency jitter on fiber-laser frequency combs. *Opt. Lett.*, 31(13) :1997, 2006. 161, 166
- [139] R. S. Windeler J. K. Ranka and A. J. Stentz. Visible continuum generation in air-silica microstructure optical fibers with anomalous dispersion at 800 nm. *Opt. Lett.*, 25(1) :25, 2000. 165
- [140] A. Madej, J. Bernard, P. Dubé, L. Marmet, and R. Windeler. Absolute frequency of the $^8\text{Sr}^+ 5s\ ^2\text{S}_{1/2}-4d\ ^2\text{D}_{5/2}$ reference transition at 4456 thz and evaluation of systematic shifts. *Phys. Rev. D*, 70(1) :082004, 2004. 181
- [141] M. Boyd, A. Ludlow, S. Blatt, S. Foreman, T. Ido, T. Zelevinsky, and J. Ye. ^8Sr lattice clock with inaccuracy below 10^{-15} . *Phys. Rev. Lett.*, 98 :083002. 185
- [142] A. Quessada-Vial, “Développement d’une horloge optique à atomes de Strontium piégés : réalisation d’un laser ultra-stable et stabilité de fréquence”, *Thèse de doctorat de l’Université de Paris VI*, 2005. 185
- [143] P. Wolf, P. Lemonde, A. Lambrecht, S. Bize, A. Landragin, and A. Clairon. From optical lattice clocks to the measurement of forces in the Casimir regime. *ArXiv*, (0608021v2), 2006. 186
- [144] S. Schiller et al. Optical clocks in space. *ArXiv*, (0608081v1), 2006. 186
- [145] J. Jaffe and R. Vessot. Feasibility of a second-order gravitational red-shift experiment. *Phys. Rev. D*, 14 :3294, 1976. 186
- [146] V. Flambaum and A. Tedesco. Dependence of nuclear magnetic moments on quark masses and limits on temporal variations of fundamental constants from atomic clock experiments. *Phys. Rev. C*, 73 :055501, 2006. 187
- [147] E. Reinhold et al. Indication of a cosmological variation of the proton-electron mass ratio based on laboratory measurements and reanalysis of H_2 spectra. *Phys. Rev. Lett.*, 96(15) :151101, 2006. 187
- [148] H. Katori. Spectroscopy of strontium atoms in the Lamb-Dicke confinement. In P. Gill, editor, *Sixth Symposium on frequency standards and metrology*, Singapore, 2002. World Scientific. 189

Résumé

Horloge à réseau optique au Strontium : une 2ème génération d'horloges à atomes froids

Les fontaines atomiques, basées sur une transition micro-onde du Césium ou du Rubidium, constituent l'état de l'art des horloges atomiques, avec une exactitude relative avoisinant 10^{-16} . Il apparaît cependant clairement aujourd'hui qu'il sera difficile de dépasser significativement ce niveau de performance avec un dispositif de ce type.

L'utilisation d'une transition optique, toutes choses étant égales par ailleurs, ouvre la perspective d'une amélioration de 4 ou 5 ordres de grandeur de la stabilité et de l'incertitude relative sur la plupart des effets systématiques. Les effets liés au mouvement des atomes peuvent être, quant à eux, contrôlés d'une façon totalement différente, en les piégeant dans un réseau optique pour éviter la phase de vol balistique caractéristique des fontaines. Le point clef de cette approche réside dans le fait que les paramètres de ce piège peuvent être ajustés de façon à s'affranchir du déplacement lumineux si l'on sélectionne une transition d'horloge faiblement permise $J = 0 \rightarrow J = 0$.

A cet égard, l'atome de strontium est l'un des candidats les plus prometteurs, la transition $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ présente une largeur naturelle de 1 mHz, et plusieurs autres transitions facilement accessibles peuvent être utilisées en vue d'un refroidissement laser efficace des atomes jusqu'à une température de $10\ \mu\text{K}$. Ce manuscrit de thèse d'une part démontre la faisabilité expérimentale d'une horloge à réseau optique basée sur l'atome de strontium, et d'autre part expose une évaluation préliminaire de l'exactitude relative avec l'isotope fermionique ^{87}Sr , à un niveau de quelques 10^{-15} .

Mots-clés : horloges atomiques ; strontium ; réseau optique ; atomes froids ; métrologie des fréquences ; stabilité ; exactitude

Abstract

Optical lattice clock with strontium atoms : a second generation of cold atom clocks

Atomic fountains, based on a microwave transition of Cesium or Rubidium, constitute the state of the art atomic clocks, with a relative accuracy close to 10^{-16} . However, at present, it appears that it will be difficult to go significantly beyond this level with this kind of device.

The use of an optical transition, the other parameters being unchanged, gives hope for a 4 or 5 order of magnitude improvement of the stability and of the relative uncertainty on most systematic effects. As for motional effects on the atoms, they can be controlled on a very different manner if they are trapped in an optical lattice instead of experiencing a free ballistic flight stage, characteristic of the fountains. The keystone of this approach lies in the fact that the trap can be operated in such a way that a well chosen and weakly allowed $J = 0 \rightarrow J = 0$ clock transition can be set free of light shift effects.

In this respect, the strontium atom is one of the most promising candidates, the $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ transition has a natural width of 1 mHz, and several other easily accessible transitions can be used to efficiently laser cool atoms down to 10 μ K. This thesis demonstrates the experimental feasibility of an optical lattice clock based on the strontium atom, and reports on a preliminary evaluation of the relative accuracy with the fermionic isotope ^{87}Sr , at a level of a few 10^{-15} .

Keywords : *atomic clocks ; strontium ; optical lattice ; cold atoms ; frequency metrology ; stability ; accuracy*