



HAL
open science

Interfaces à grains, et autres situations de mouillage nul

Guillaume Lagubeau

► **To cite this version:**

Guillaume Lagubeau. Interfaces à grains, et autres situations de mouillage nul. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2010. Français. NNT: . pastel-00555816

HAL Id: pastel-00555816

<https://pastel.hal.science/pastel-00555816>

Submitted on 14 Jan 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE

Spécialité
Physique des liquides

Présentée par

Guillaume LAGUBEAU

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE

Interfaces à grains, et autres situations de mouillage nul

Soutenue le 8 Janvier 2010 devant le jury composé de :

M.	Vance Bergeron	Rapporteur
Mme.	Anne-Marie Cazabat	
M.	Christophe Clanet	Directeur de thèse
M.	Philippe Claudin	
M.	Olivier Dauchot	Rapporteur
M.	David Quéré	Directeur de thèse

I	Interfaces isolées	3
1	Introduction : Mobilité d'une goutte posée sur une surface	5
1.1	Gouttes piégées	6
1.2	Gouttes libérées	8
1.2.1	Surfaces texturées	8
1.2.2	Non-contact granulaire : gouttes enrobées	9
1.2.3	Non-contact gazeux : lévitation	10
1.3	Mise en mouvement d'une goutte	12
	Bibliographie	15
2	Propulsion sur un toit d'usine	17
2.1	Expérience de Linke	18
2.2	Force de propulsion sur une surface en forme de toit d'usine	19
2.2.1	Principe de la mesure de force à vitesse nulle	19
2.2.2	Relation entre la force et la taille de la goutte	20
2.3	À la recherche du mécanisme	21
2.3.1	Différents mécanismes possibles	21
2.3.2	Une expérience test : la caléfaction solide	25
2.4	Modélisation de la propulsion	26
2.4.1	Force produite par effet fusée	26
2.4.2	Vitesse terminale des gouttes	28
2.5	Conclusion	32
	Bibliographie	33
3	Rebond d'une bulle de savon	35
3.1	Description de l'expérience	36
3.2	Chute de la bulle	37

3.2.1	Répartition de la masse entre l'intérieur et la surface de la bulle	37
3.2.2	Vitesse de chute	38
3.3	Approche de la surface	39
3.3.1	Épaisseur du film d'air pour laquelle le freinage visqueux apparaît	40
3.3.2	Épaisseur du film d'air pour laquelle la bulle s'écrase	40
3.3.3	Dissipation ou stockage de l'énergie ?	41
3.4	Propriétés du rebond	42
3.4.1	Restitution de l'énergie	42
3.4.2	Stockage de l'énergie : déformation maximale à l'impact	43
3.4.3	Temps de contact	45
3.5	Conditions favorisant le rebond	48
3.5.1	Probabilité de rebond	48
3.5.2	Critère statique	49
3.5.3	Critère dynamique	49
3.6	Conclusion	52
Bibliographie		53
4	Dévalement de billes liquides	55
4.1	Généralités sur les billes liquides	56
4.1.1	Dévalement d'une goutte visqueuse – modèle de Mahadevan et Pomeau	57
4.1.2	Validation expérimentale	60
4.2	Dévalement accéléré	60
4.2.1	Dispositif	61
4.2.2	Influence de l'accélération de la surface	61
4.2.3	Influence de la fréquence d'oscillation	66
4.3	Dévalement ralenti	68
Bibliographie		71
II Interfaces composites		73
Bibliographie		77
5	Formes et propriétés statiques de gouttes enrobées	79
5.1	Aire de contact des gouttes enrobées : effet de la pression entre grains	81
5.1.1	Gouttes "peu" enrobées	81
5.1.2	Observation des premiers instants de l'évaporation d'une goutte	84
5.1.3	Mesure de tension de surface effective	85
5.2	Enrobage fort et orienté : Gouttes cylindriques	87
5.3	Modèle du collage d'un grain par une interface encombrée	91
5.3.1	Création d'un trou	91
5.3.2	Mesure de la force de frottement	91
5.4	Conclusion	95

Bibliographie	97
6 Masse de grains capturée par une goutte	99
6.1 Capture de grains hydrophobes par une goutte	102
6.2 Relation entre distance parcourue et masse de grains capturés	104
6.2.1 Grains lourds	104
6.2.2 Grains légers	106
6.2.3 Comparaison des deux expériences	108
6.3 Relation entre volume de la goutte et masse de grains capturée	109
6.4 Relation entre diamètre des grains et masse capturée	110
6.5 Enrobage d'une interface encombrée	111
6.6 Conclusion	113
Bibliographie	115
7 Oscillations d'une goutte enrobée	117
7.1 Montage	118
7.1.1 Évaporation d'une goutte enrobée	120
7.1.2 Spectre de résonance	121
7.2 Résonance d'une goutte liquide simple	122
7.2.1 Fréquence de résonance d'une goutte posée	122
7.2.2 Atténuation	124
7.3 Résonance d'une goutte enrobée	125
7.3.1 Observation des spectres	125
7.3.2 Hystérésis	127
7.3.3 Analyse des spectres	128
7.4 Fréquence de résonance et viscosité effective	129
7.4.1 Influence de la fraction surfacique ϕ_s	129
7.4.2 Influence de l'amplitude d'oscillation	132
7.4.3 Influence de la taille des billes	134
7.5 Grande déformation : gouttes froissées	135
7.6 Conclusion	137
Bibliographie	139
8 Le comportement granulaire des interfaces composites	141
8.1 Nombre inertiel associé à une goutte enrobée	143
8.1.1 Nombre inertiel dans les milieux granulaires	143
8.1.2 Nombre inertiel des gouttes enrobées	144
8.2 Pression entre les grains	144
8.2.1 Tension de surface effective statique et comportement dynamique	145
8.2.2 Mesure de la pression entre les grains à partir de f_0	146
8.3 Mesure du coefficient de friction des gouttes enrobées	147
8.4 Rhéologie des interfaces composites	148

8.4.1	Influence de I et ϕ_s sur la pression entre les grains	148
8.4.2	Influence de I et ϕ_s sur la friction	150
8.5	Dévalement de gouttes enrobées	154
8.5.1	Angle d'arrêt	155
8.5.2	Vitesse de dévalement	156
8.6	conclusion	159

Bibliographie **161**

A Tas de sable sur l'eau **167**

A.1	Conditions de formation du tas	168
A.2	Forme des tas moins denses que l'eau	170
A.3	Forme des tas plus denses que l'eau	171
A.3.1	Une sphère	171
A.3.2	Rayon de courbure	173
A.4	Jet de sable dans l'eau	174

Bibliographie **179**

B Totems : Imprégnation lors de la formation d'un tas de sable **181**

B.1	Collage des grains	182
B.2	Loi de croissance	183
B.2.1	Ascension capillaire	183
B.2.2	Croissance de la colonne	185
B.3	Taille effective des pores	185
B.4	Existence de la colonne	188
B.5	Stalagmite	189

Bibliographie **191**

C Goutte en caléfaction sur une marche **193**

C.1	Rebond oblique d'une goutte, effet de l'ébullition	194
C.2	Force produite par une marche unique sans ébullition	196

Interfaces isolées

Une goutte posée sur une surface y est généralement piégée par les forces de surface : ainsi, une buée, voire une goutte de pluie, restent en général collées sur leur support, aussi incliné soit-il. Pour faciliter le mouvement de ces gouttes, une méthode efficace est de les isoler de leur substrat en intercalant une phase intermédiaire, gazeuse ou granulaire.

Trois exemples de non-contact sont présentés dans la première partie de ce travail :

- La caléfaction (chap.2), dont on peut dater la première observation par Leidenfrost en 1750.
- La non-coalescence temporaire (chap.3) que Reynolds évoquait déjà à la fin du 19^{ème} siècle.
- Les gouttes enrobées de grains (chap.4) qui ont été découvertes beaucoup plus récemment au sein du laboratoire, dans les années 2000.

On le voit, le non-mouillage est déjà un sujet ancien mais encore très actif. L'objet de cette thèse n'est pas d'étudier le mouillage nul en lui-même. Nous nous sommes plutôt intéressés à l'effet induit par l'ajout de la phase isolante sur le mouvement des gouttes.

Au chapitre 2 nous verrons que cette phase peut être active et provoquer l'auto-propulsion des gouttes. À l'inverse elle peut induire une dissipation supplémentaire (chapitres 3 et 4). Par exemple, des grains placés aux interfaces transforment, au fur et à mesure qu'on les concentre, des interfaces fluides en carapaces solides. On peut d'ailleurs tirer parti de cette solidité pour construire des objets originaux, ce que nous discutons qualitativement au cours de cette thèse.

Interfaces composites

L'étude des gouttes enrobées s'est révélée très riche et constitue la deuxième partie de ce travail. C'est un sujet jeune et dont beaucoup d'aspects restent à étudier. Nous proposons une exploration des propriétés statiques et dynamiques des interfaces qui les entourent. Ces "interfaces composites" sont à la fois capillaires et granulaires. Nous montrons quelques

objets originaux qu'elles permettent de façonner (chap.5), décrivons leurs propriétés dynamiques particulières (chap.7) et les interprétons (chap. 8).

Première partie
Interfaces isolées

CHAPITRE 1

Introduction : Mobilité d'une goutte posée sur une surface

Sommaire

1.1	Gouttes piégées	6
1.2	Gouttes libérées	8
1.2.1	Surfaces texturées	8
1.2.2	Non-contact granulaire : gouttes enrobées	9
1.2.3	Non-contact gazeux : lévitation	10
1.3	Mise en mouvement d'une goutte	12

Dans l'expérience commune, une goutte d'eau en contact avec une surface y est en général piégée : malgré le vent à grande vitesse qui les frappe, impossible d'enlever les gouttes de pluie d'un pare-brise sans l'aide des essuie-glaces. La mobilité des gouttes est un problème ayant un grand intérêt pratique. On peut citer dans l'industrie du verre les traitements rendant les surfaces anti-buée, anti-givre ou autonettoyantes. Dans un autre domaine, de nombreuses applications microfluidiques utilisent des gouttes (par exemple en tant que microréacteur) et nécessitent de pouvoir les transporter facilement d'un point à un autre du dispositif.

Dans cette première partie, nous allons présenter des objets liquides (une bulle ou une goutte) dans une situation particulière qui les rend particulièrement mobile : le liquide n'est jamais en contact direct avec le support sur lequel ils reposent.

1.1 Gouttes piégées

La capillarité est la science des interfaces. Young et Laplace ont découvert au début du 19ème siècle qu'à chaque interface est associée une énergie proportionnelle à son aire. Le coefficient de proportionnalité est appelé tension interfaciale (nous le noterons σ). C'est l'équilibre des différentes tensions interfaciales ainsi que de la gravité qui détermine la forme d'une goutte posée sur un solide. Si le rayon de la goutte est petit devant la longueur capillaire $\kappa^{-1} = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}$, les effets de tension de surface dominent ceux de la gravité et la goutte a une forme de calotte sphérique (fig. 1.1). La longueur capillaire des liquides communs est de l'ordre du millimètre. Par exemple celle de l'eau vaut $2,7\text{mm}$ à 25°C .



FIG. 1.1: Mouillage d'une goutte liquide sur un substrat solide. 1 mouillage partiel. 2 mouillage total. 3 mouillage nul. R_c est le rayon de contact et θ_c est l'angle de contact entre le solide et le liquide.

Au bas de la calotte sphérique, on peut aisément identifier une surface de contact entre le solide et le liquide à laquelle est associé un angle de contact θ_c (fig.1.1, image 1). Cet angle est donné par la loi de Young [1] qui relie les tensions interfaciales liquide-air σ , solide-air σ_{sg} et solide-liquide σ_{sl} :

$$\sigma \cos \theta_c = \sigma_{sg} - \sigma_{sl}$$

Si $\sigma_{sg} - \sigma_{sl} > \sigma$, alors l'angle de contact est nul. On dit que le liquide mouille totalement le solide (fig. 1.1, image 2). Par exemple, les huiles silicones mouillent totalement le verre propre. La situation opposée est le mouillage nul : $\theta_c = 180^\circ$ (fig. 1.1, image 3). On la rencontre lorsque l'on dépose un liquide fortement cohésif sur un solide dont l'énergie de

cohésion est faible, par exemple un métal liquide (mercure) sur du plastique. Dans le cas général, l'angle de contact est intermédiaire (fig.1.1, image 1) et est appelé angle de Young. Cependant cet équilibre énergétique ne rend pas compte du piégeage ou non d'une goutte sur une surface. En effet, déplacer une goutte ne change pas l'énergie du système. Pour expliquer le piégeage, il faut prendre en compte les imperfections de la surface à l'échelle microscopique : il existe toujours des inhomogénéités physiques ou chimiques qui constituent des points d'ancrage pour la ligne de contact. Il faut alors franchir une barrière énergétique correspondant au détachement de tous les défauts pour que la ligne soit mise en mouvement [2]. D'un point de vue macroscopique, cela se manifeste par une hystérésis de l'angle de contact. Celui-ci n'est pas précisément défini, il est compris dans un intervalle $\Delta\theta$ autour de l'angle de Young. L'angle de contact maximal est celui nécessaire pour faire avancer la ligne de contact. L'angle de contact minimal est celui pour lequel la ligne de contact recule.

On peut observer cette hystérésis très simplement en inclinant progressivement une surface sur laquelle on a déposé une goutte en mouillage partiel. Celle-ci reste immobile dans une grande gamme d'inclinaisons et on s'aperçoit que l'angle de contact est différent entre l'amont et l'aval de la pente. La différence de ces deux angles permet alors de compenser le poids de la goutte (fig.1.2).

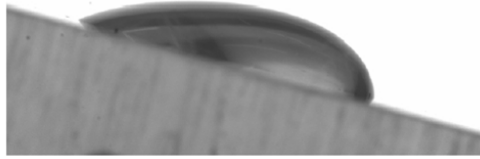


FIG. 1.2: Goutte d'eau millimétrique immobile sur un plan incliné de plastique. L'angle de contact en amont de la pente est plus faible que l'angle de contact en aval. Image issue de [3].

En notant R_c le rayon du contact entre la goutte et le plan et $\Delta\theta$ l'hystérésis de l'angle de contact, la force maximale F_c qui s'oppose au mouvement de la goutte sur la surface s'écrit :

$$F_c \sim \pi\sigma R_c \Delta\theta \sin\theta$$

Il est possible de réduire cette force pour favoriser le mouvement d'une goutte sur une surface en jouant sur deux grandeurs :

La première est l'hysteresis de l'angle de contact $\Delta\theta$. Plus elle est petite, plus la goutte bouge facilement. C'est le principe utilisé par les anti-pluie pour pare-brise : une huile recouvre la surface, transformant alors un contact liquide-solide en contact liquide-liquide. Le contact entre deux liquides est sans défaut et donc d'hysteresis nulle : aucune force ne retient la goutte sur le pare-brise. Ce qui limite son mouvement n'est alors plus qu'un effet dynamique, la ligne de contact étant une zone de forte dissipation. La deuxième grandeur influençant la mobilité d'une goutte est la taille R_c de la zone de contact entre la goutte et la surface. Pour une même hystérésis, plus la taille de cette zone est réduite, plus la force accrochant la goutte est petite.

Une illustration de l'effet combiné de ces deux paramètres est la figure 1.3. Elle représente l'hystérésis $\Delta\theta$ auquel une goutte d'eau de $10\mu L$ et d'angle de contact moyen θ est mise en mouvement par une force égale à son poids.

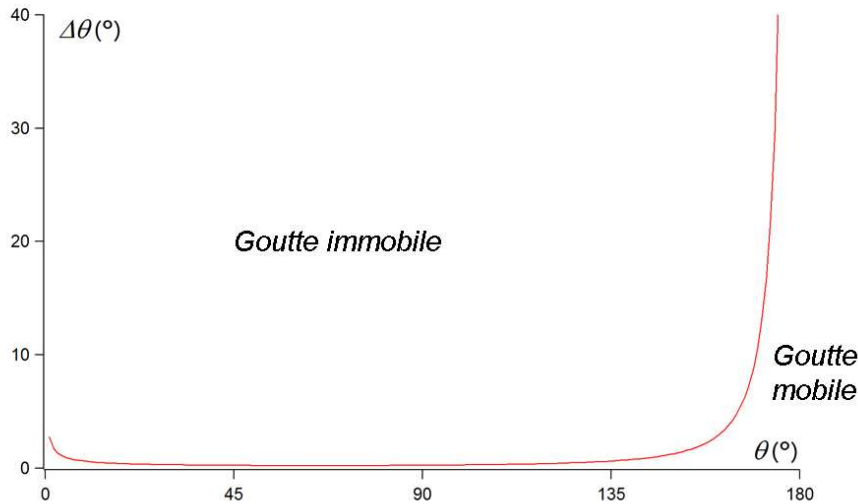


FIG. 1.3: Hystérésis seuil $\Delta\theta$ pour laquelle une goutte d'eau de $10\mu L$ et d'angle de contact moyen θ est mise en mouvement par une force égale à son poids.

Si l'angle de contact se rapproche de 180° , la goutte n'est jamais piégée par les défauts de la surface. Ainsi, pour permettre le mouvement d'une goutte, il faut que son contact avec la surface soit limité le plus possible. Plusieurs stratégies ont été développées pour atteindre ce but.

1.2 Gouttes libérées

1.2.1 Surfaces texturées

Pour réduire la surface de contact entre un liquide et son support, plusieurs approches sont possibles. Tout d'abord, un traitement chimique de la surface peut la rendre plus hydrophobe. Si l'angle de contact entre le liquide et le matériau utilisé est plus grand que 90° , augmenter la rugosité du solide augmente l'angle de contact apparent [4]. Il est alors souvent plus favorable pour la goutte de reposer sur le sommet de la rugosité (fig.1.4). Une grande fraction de la surface sur laquelle elle repose est alors de l'air [5]. La goutte est dite en état "fakir". Ces approches sont celles utilisées pour la création de surface superhydrophobes par microfabrication [6]. Une surface traitée chimiquement pour être hydrophobe est structurée par une assemblée de plots micrométriques régulièrement espacés, créant alors une rugosité contrôlée (fig.1.4). La combinaison de l'hydrophobie et de la rugosité rend la surface superhydrophobe.

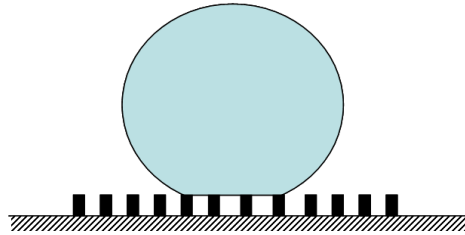


FIG. 1.4: Goutte en état fakir sur une surface superhydrophobe.

Cependant sur une telle surface, l'interaction entre une goutte et la surface texturée ne peut que s'approcher du mouillage rigoureusement nul (qui correspondrait à des plots infiniment éloignés). En outre, dans cette limite, l'hydrophobie est fragile (la goutte peut trouver "le fond"). Enfin, il existe un autre inconvénient à la présence de plots : pour se déplacer, une goutte doit se détacher des plots sur lesquels elle repose et, comme nous l'avons vu, pour se détacher d'un plot, il faut franchir une barrière d'énergie due à l'hystérésis de l'angle de contact. Pour réaliser un contact rigoureusement nul, il faut donc prendre un point de vue différent. Pour cela, l'astuce ressemble à celle des anti-pluie pour pare-brise : il faut intercaler une autre phase entre le liquide et le substrat. Ici, cette phase n'a pas pour effet d'éliminer l'hysteresis mais de rendre le contact nul. Cette phase peut être un solide déformable comme un milieu granulaire (gouttes enrobées) ou un gaz (par exemple lors de la caléfaction).

1.2.2 Non-contact granulaire : gouttes enrobées

Si on garde en tête l'image de la goutte en état fakir, on peut imaginer, pour éviter les cycles d'accrochage-détachement sur les plots de coller les plots sur la goutte et non pas sur la surface (fig.1.5). Les plots ne sont alors retenus à la surface par aucune force et les décoller ne coûte donc pas d'énergie. De plus, tant que le frottement entre les plots est négligeable, l'angle de contact de la goutte enrobée sur le sol est rigoureusement 180° . En effet, la résultante des forces d'un coin liquide possède une composante verticale. Si un plot est en contact avec un coin liquide et n'est pas retenu par la surface, il s'en décolle.

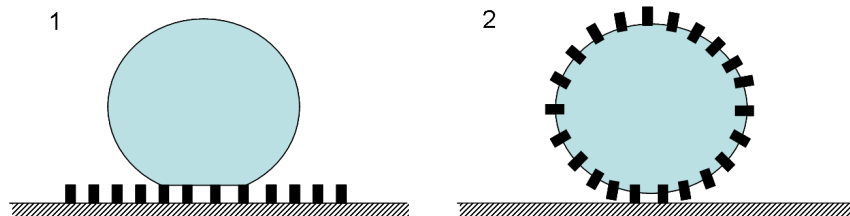


FIG. 1.5: 1 Goutte sur une surface superhydrophobe. 2 Goutte enrobée.

De tels systèmes existent : il suffit de faire rouler une goutte sur une poudre hydrophobe pour les former. On les appelle gouttes enrobées (ou billes liquides). Les plots entourant la goutte sont alors une couche de cette poudre hydrophobe, par exemple des spores de lycopodes [7]. Cette solution se retrouve aussi dans la nature : une espèce de pucerons, les aphidiens gallicoles, enrobent les excréments visqueux qu'ils sécrètent avec des grains de cire afin de les transporter sans risquer d'être mouillés eux-mêmes [8].

Cependant l'effet de la couche de poudre hydrophobe n'est pas simplement d'isoler la goutte du substrat. De nouvelles propriétés apparaissent du fait du caractère granulaire de ces interfaces. Le frottement entre les grains a par exemple une grande influence sur le comportement des gouttes enrobées. Nous reviendrons en détail sur ces nouvelles propriétés dans la deuxième partie de cette thèse.

1.2.3 Non-contact gazeux : lévitation

Sous une goutte en état fakir, il y a une grande proportion d'air et une petite proportion de solide. Le non-mouillage idéal consiste à rendre la fraction de solide avec laquelle la goutte est en contact rigoureusement nulle. La goutte est alors isolée de la surface par un mince film d'air. Lorsque la surface est solide, le non-contact est appelé non-mouillage et le terme non-coalescence est employé lorsque la goutte est isolée d'un liquide. Lorsqu'une goutte s'approche d'une surface, il faut évacuer l'air situé entre elle et la surface. Ce non-contact existe donc toujours de manière temporaire, même si ce temps peut être très court. Pour le rendre permanent, différentes méthodes ont été proposées qui mettent en jeu différents effets fins de la physique des interfaces [9].

Non-contact temporaire

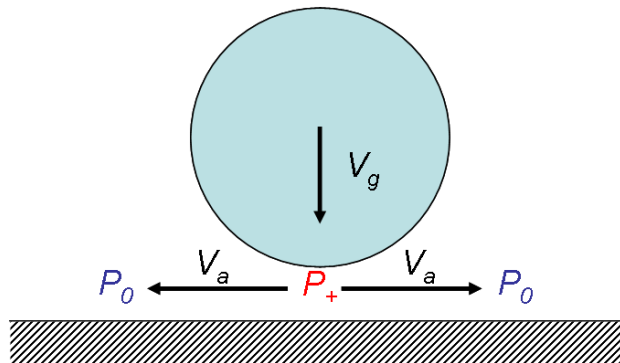


FIG. 1.6: Evacuation du film d'air situé sous une goutte à l'approche d'un plan à la vitesse V_g . L'écoulement de l'air (à la vitesse V_a) provoque une surpression P_+ qui s'oppose au mouvement de la goutte.

Les premières études expérimentales systématiques des conditions de coalescence d'une goutte et d'un bain liquide datent des années 60 [10, 11]. L'origine de la coalescence est l'évacuation du gaz présent sous la goutte : quand l'épaisseur du film d'air est suffisamment petite, une force visqueuse apparaît qui ralentit l'approche du plan par la goutte (fig.1.6). L'évacuation de l'air conduit à une diminution de l'épaisseur du film. Le temps de vie d'une goutte sur un liquide est alors déterminé par le temps nécessaire pour évacuer ce film d'air. Il est cependant possible d'augmenter ce temps, voire de le rendre infini en renouvelant continuellement l'air sous la goutte. Par exemple, si on agite le bain liquide, la goutte va rebondir périodiquement dessus. Si le temps de rebond est plus petit que le temps de coalescence, alors on n'observe jamais la coalescence, et le film d'air est renouvelé à chaque rebond [12]. Le temps de vie est maximal quand l'accélération du bain est g et diminue aux plus fortes accélérations [13].

Non-contact permanent

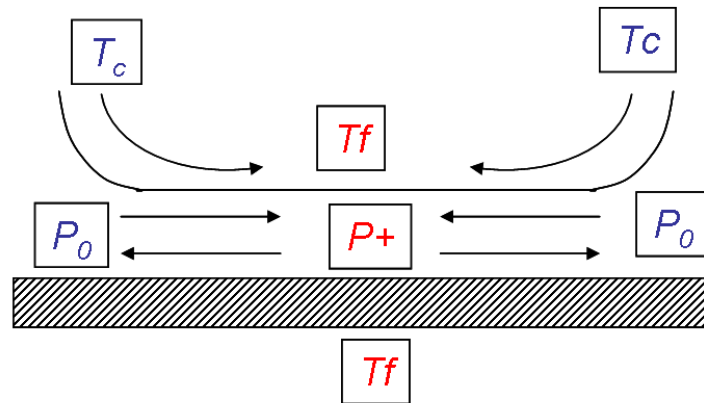


FIG. 1.7: Non-contact stable d'une goutte et d'un solide. Le solide à la température T_f refroidit localement la goutte initialement à la température T_c . Cette différence de température crée alors un écoulement Marangoni à la surface de la goutte. L'air extérieur est entraîné et permet au film d'air sous-jacent de garder une épaisseur constante.

Pour atteindre un régime stable où une goutte posée sur un plan ne sera jamais en contact, il faut renouveler le film d'air en permanence. Une première méthode possible consiste à entraîner en permanence de l'air provenant de l'extérieur sous la goutte à l'aide d'un écoulement à la surface de celle-ci. Par exemple un gradient de tension à la surface de la goutte met en mouvement le liquide des zones de faible tension vers les zones de forte tension. C'est l'effet Marangoni. Le mouvement de la surface de la goutte entraîne alors l'air environnant et on peut donc mettre à profit cet effet pour renouveler l'air sous une goutte.

Par exemple, on peut réaliser une telle situation en chauffant localement la goutte [14]. Si le bain est à une température plus élevée que la goutte, il la réchauffe localement en son

point le plus bas ce qui provoque un écoulement à la surface de la goutte des zones froides vers les zones chaudes. Cet écoulement entraîne l'air extérieur (fig.1.7) et rapidement le film atteint une épaisseur permanente. Ainsi, on observe qu'une goutte de café encore chaude qui tombe dans une tasse ayant déjà refroidie lévite à la surface du café.

Une autre manière de renouveler en permanence le film d'air sous-jacent est l'effet Leidenfrost [15]. Cette fois-ci, le gaz ajouté provient de l'évaporation de la goutte elle-même. Par exemple, lorsque l'on pose une goutte d'eau sur une plaque très chaude par rapport à la température d'ébullition, le flux d'évaporation est tellement grand que la goutte lévite sur sa propre vapeur (fig.1.8). Le film de vapeur isole alors la goutte du solide, ce qui évite son ébullition. Le temps de vie d'une goutte millimétrique peut ainsi atteindre la minute! Le film de vapeur est continuellement alimenté par l'évaporation, et atteint en quelques dizaines de millisecondes une épaisseur constante [16].

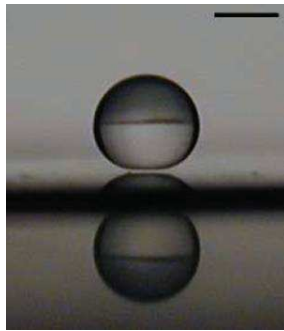


FIG. 1.8: Goutte d'eau en caléfaction sur un solide (du cuivre à $300^{\circ}C$). La barre indique $1mm$.

1.3 Mise en mouvement d'une goutte

Dans le cas du mouillage partiel, différents procédés permettent de mettre en mouvement une goutte sur une surface plane. Une première méthode est de déposer la goutte sur une surface dont le mouillage n'est pas homogène. Une telle surface peut être réalisée à l'aide d'un traitement chimique, en imposant un gradient de température [17] ou bien un gradient de texture [18]. Ces méthodes nécessitent que les gouttes soient en mouillage partiel et la force les propulsant sera alors souvent du même ordre que l'hystérésis de l'angle de contact. Ainsi, il faut injecter de l'énergie dans le système pour que le mouvement ait lieu, par exemple en vibrant le support [19].

Mettre en mouvement une goutte en mouillage nul nécessite une autre approche. La plus naturelle est l'exploitation de la gravité. Une goutte non mouillante sur un plan incliné même d'un angle très faible roulera vers le bas de la pente. Sa vitesse est alors déterminée par la dissipation visqueuse interne à la goutte [20]. Cependant, utiliser la gravité est peu commode d'un point de vue pratique, et même inefficace aux petites échelles où la viscosité devient prédominante.

On peut penser à d'autres méthodes, liées par exemple à l'usage de champs électrique ou magnétique, mais les liquides utilisés doivent avoir les bonnes propriétés. Ici, nous

présentons deux méthodes qui ne nécessitent pas de liquides spéciaux pour être appliquées.

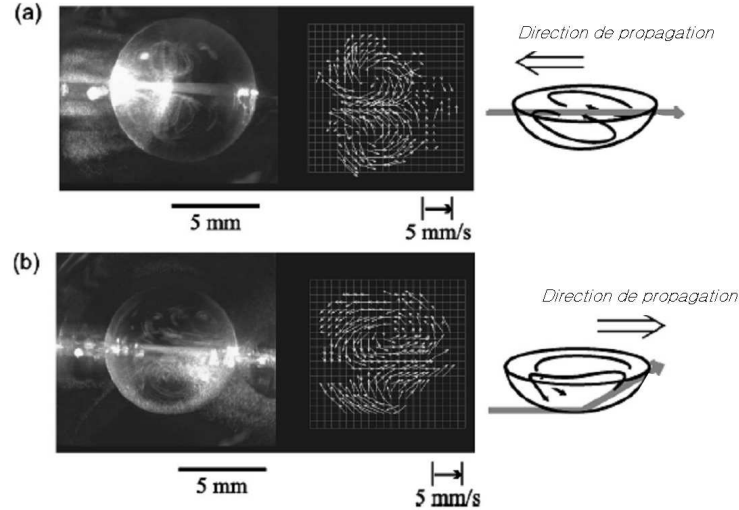


FIG. 1.9: Mise en mouvement d'une goutte en suspension dans une phase liquide par effet Marangoni à l'aide d'un laser [21]. Suivant la position du faisceau, la goutte peut être soit attirée soit repoussée par le laser.

La première est d'utiliser un laser pour chauffer localement une goutte et ainsi produire un écoulement par effet Marangoni. Ce mouvement interne (Fig.1.9) entraîne la goutte sur la surface ou dans une autre phase. Cette méthode a été utilisée avec succès pour déplacer des gouttes en suspension dans un autre liquide [21, 22] et récemment pour diriger une goutte en lévitation sur un solide [23]. La goutte peut soit être attirée par le laser soit repoussée suivant la position du faisceau sur la goutte [21] et la présence de tensio-actifs [22]. Il est aussi possible de construire une pince optique en combinant deux faisceaux se faisant face [24]. La goutte est alors piégée à l'endroit où le chauffage est le plus intense c'est-à-dire à la convergence des deux faisceaux. On peut alors déplacer la goutte à volonté.

Une autre moyen de mettre en mouvement une goutte en mouillage nul a été développé récemment par Linke [25] en mettant à profit la caléfaction. Il a construit un substrat de forme asymétrique ("toit d'usine"). Il a découvert que sur une telle surface, une goutte de Leidenfrost bouge spontanément, toujours dans la même direction grâce à un mécanisme que nous présenterons au chapitre 2.

L'objet de cette première partie est de présenter différentes situations de non-contact. Comme nous le verrons, l'ajout de la phase qui isole la goutte de son support rajoute des propriétés originales à ces interfaces. Celle-ci peut être moteur du mouvement (chapitre 2) ou au contraire s'y opposer (chapitres 3 et 4).

- [1] P.G. de Gennes, F. Brochard-Wyart, and D. Quéré. *Gouttes, bulles, perles et ondes*. Belin, 2002.
- [2] PG De Gennes. Wetting : statics and dynamics. *Reviews of Modern Physics*, 57(3) :827–863, 1985.
- [3] D. Quéré. Non-sticking drops. *Reports on Progress in Physics*, 68(11) :2495–2532, 2005.
- [4] R.N. Wenzel. Resistance of solid surfaces to wetting by water. *Industrial & Engineering Chemistry*, 28(8) :988–994, 1936.
- [5] ABD Cassie and S. Baxter. Wettability of porous surfaces. *Transactions of the Faraday Society*, 40 :546–551, 1944.
- [6] A. Lafuma and D. Quéré. Superhydrophobic states. *Nature Materials*, 2(7) :457–460, 2003.
- [7] P. Aussillous and D. Quéré. Liquid marbles. *Nature*, 411(6840) :924–927, 2001.
- [8] N. Pike, D. Richard, W. Foster, and L. Mahadevan. How aphids lose their marbles. *Proceedings : Biological Sciences*, 269(1497) :1211–1215, 2002.
- [9] G.P. Neitzel and P. Dell’Aversana. Noncoalescence and nonwetting behavior of liquids. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 34(1) :267–289, 2002.
- [10] RM Schotland. Experimental results relating to the coalescence of water drops with water surfaces. *Discussions of the Faraday Society*, 30 :72–77, 1960.
- [11] OW Jayaratne and BJ Mason. The coalescence and bouncing of water drops at an air/water interface. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, pages 545–565, 1964.

- [12] Y. Couder, E. Fort, C.H. Gautier, and A. Boudaoud. From bouncing to floating : Noncoalescence of drops on a fluid bath. *Physical Review Letters*, 94(17) :177801, 2005.
- [13] D. Terwagne, N. Vandewalle, and S. Dorbolo. Lifetime of a bouncing droplet. *Physical Review E*, 76(5) :56311, 2007.
- [14] P. Dell'Aversana, V. Tontodonato, and L. Carotenuto. Suppression of coalescence and of wetting : the shape of the interstitial film. *Physics of Fluids*, 9 :2475, 1997.
- [15] JG Leidenfrost. De aquae communis nonnullis qualitatibus tractatus. Duisburg (1756) ; traduit par C. Wares. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 15 :1153–1166, 1966.
- [16] A.L. Biance, C. Clanet, and D. Quéré. Leidenfrost drops. *Physics of Fluids*, 15 :1632, 2003.
- [17] F. Brochard. Motions of droplets on solid surfaces induced by chemical or thermal gradients. *Langmuir*, 5(2) :432–438, 1989.
- [18] M. Reyssat, F. Pardo, and D. Quéré. Drops onto gradients of texture. *EPL (Europhysics Letters)*, 87 :36003, 2009.
- [19] S. Daniel, S. Sircar, J. Gliem, and M.K. Chaudhury. Ratcheting motion of liquid drops on gradient surfaces. *Langmuir*, 20(10) :4085–4092, 2004.
- [20] L. Mahadevan and Y. Pomeau. Rolling droplets. *Physics of Fluids*, 11 :2449, 1999.
- [21] S. Rybalko, N. Magome, and K. Yoshikawa. Forward and backward laser-guided motion of an oil droplet. *Physical Review E*, 70(4) :46301, 2004.
- [22] E. Verneuil, M.L. Cordero, F. Gallaire, and C.N. Baroud. Laser-induced force on a microfluidic drop : Origin and magnitude. *Langmuir*, 25(9) :5127–34.
- [23] P.T. Nagy and G.P. Neitzel. Optical levitation and transport of microdroplets : Proof of concept. *Physics of Fluids*, 20 :101703, 2008.
- [24] A. Isomura, N. Magome, M.I. Kohira, and K. Yoshikawa. Toward the stable optical trapping of a droplet with counter laser beams under microgravity. *Chemical Physics Letters*, 429(1-3) :321–325, 2006.
- [25] H. Linke, BJ Alemán, LD Melling, MJ Taormina, MJ Francis, CC Dow-Hygelund, V. Narayanan, RP Taylor, and A. Stout. Self-propelled Leidenfrost droplets. *Physical Review Letters*, 96(15) :154502, 2006.

Sommaire

2.1	Expérience de Linke	18
2.2	Force de propulsion sur une surface en forme de toit d'usine .	19
2.2.1	Principe de la mesure de force à vitesse nulle	19
2.2.2	Relation entre la force et la taille de la goutte	20
2.3	À la recherche du mécanisme	21
2.3.1	Différents mécanismes possibles	21
2.3.2	Une expérience test : la caléfaction solide	25
2.4	Modélisation de la propulsion	26
2.4.1	Force produite par effet fusée	26
2.4.2	Vitesse terminale des gouttes	28
2.5	Conclusion	32

Avec Marie Le Merrer (PMMH). Les surfaces utilisées ont été fabriquées par David Renard et Guillaume Clermont.

2.1 Expérience de Linke

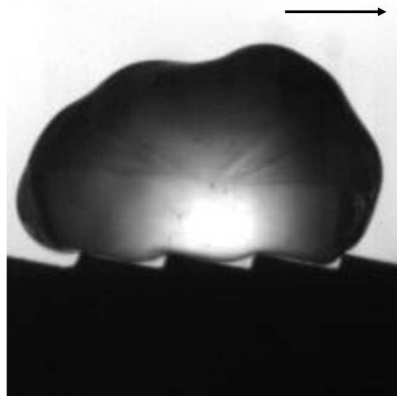


FIG. 2.1: Système de Linke : une goutte en caléfaction sur une surface en forme de toit d'usine se meut spontanément dans la direction indiquée par la flèche. La goutte a pour rayon équatorial $R = 3mm$. La surface est en laiton et chauffée à la température $T = 350^{\circ}C$; le pas du réseau est $\lambda = 1,5mm$ et la hauteur des marches est $200\mu m$. La vitesse de la goutte est constante ($V = 14cm/s$) après une petite période d'accélération.

Lors de la caléfaction d'une goutte, un film de vapeur isole le liquide de la surface sur laquelle elle est posée. C'est la présence de ce film qui rend très mobiles les gouttes de Leidenfrost. En 2006, Linke et al. ont découvert un substrat spécial sur lequel l'effet de la caléfaction est aussi moteur : les gouttes se mettent spontanément en mouvement, suivant une direction bien définie [1]. L'astuce provient de la forme de la surface : elle a la forme d'un réseau en échellette (fig.2.1). Son profil est constitué d'une succession de triangles asymétriques de hauteur $h \approx 200\mu m$. Le pas du réseau est $\lambda \approx 1,5mm$. Cette forme est communément appelée "toit d'usine".

Au dessus de la température de Leidenfrost où le film de vapeur apparaît, les gouttes accélèrent avant d'atteindre une vitesse constante comprise entre 5 et 15 cm/s (fig.2.2, gauche). Elles se déplacent toujours dans le même sens : celui pour lequel la goutte remonte les marches du réseau comme indiqué sur la figure 2.1 où de l'éthanol se déplace spontanément sur un toit d'usine à la température $350^{\circ}C$. Le mouvement n'est observé que pour des gouttes plus larges que le pas du réseau.

Linke distingue deux régimes en fonction de la température du substrat (fig.2.2, droite) : à haute température, l'accélération de la goutte dépend peu de la température du substrat et est bien définie. En revanche, pour des températures plus basses, proches de la température de Leidenfrost, l'accélération est plus forte et variable, ce qui est probablement relié à des événements d'ébullition.

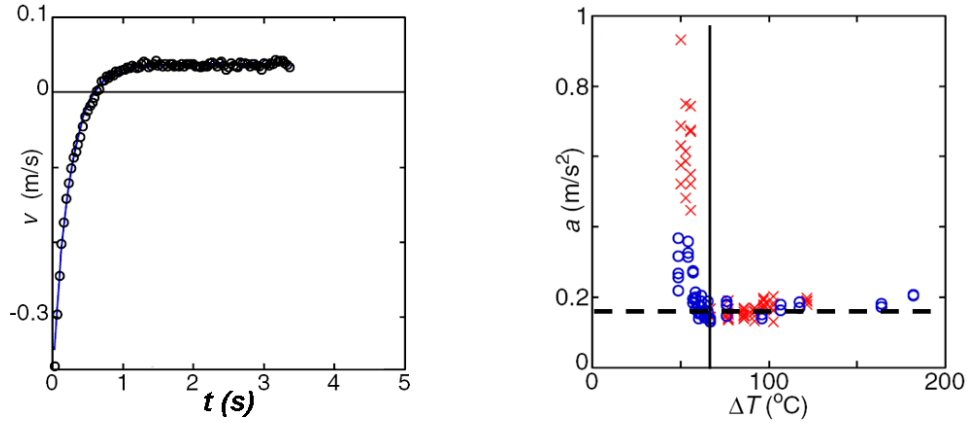


FIG. 2.2: Gauche : Vitesse d'une goutte de R134a (Température d'ébullition -26°C) en caléfaction sur une surface en forme de toit d'usine ($T = 70^{\circ}\text{C}$). La goutte est initialement lancée dans le sens où elle descend les marches ($V < 0$). Après une courte période d'accélération, la goutte atteint un régime de vitesse constante. Droite : Accélération d'une goutte de R134a en caléfaction sur une surface en forme de toit d'usine en fonction de la différence ΔT entre la température de la surface et la température d'ébullition du liquide. Courbes issues de [1].

La force de propulsion que l'on peut estimer à partir des mesures de Linke est de l'ordre de quelques micro-Newton. Si une si petite force peut provoquer le mouvement, c'est qu'il n'y a pas de contact avec le support. C'est un système capillaire original qui exploite la faible friction des gouttes en lévitation.

L'objet de cette étude est de déterminer quel mécanisme rend active une telle surface et cause l'autopropulsion des gouttes.

2.2 Force de propulsion sur une surface en forme de toit d'usine

2.2.1 Principe de la mesure de force à vitesse nulle

Le principal défaut de la mesure de force à partir de l'accélération est qu'elle n'isole pas la force de propulsion des différentes sources de dissipations pouvant être provoquées par le mouvement. Nous avons donc choisi une méthode qui permet de mesurer la force en gardant la goutte immobile (fig.2.3).

Nous avons utilisé la déflexion d'une fibre de verre de longueur L verticale et maintenue fixe à son extrémité supérieure. Une goutte entrant en contact avec cette fibre est capturée par capillarité, ce qui provoque un déplacement δ de l'extrémité inférieure de la fibre (fig.2.3). La force de rappel élastique de la fibre compense alors la force de propulsion.

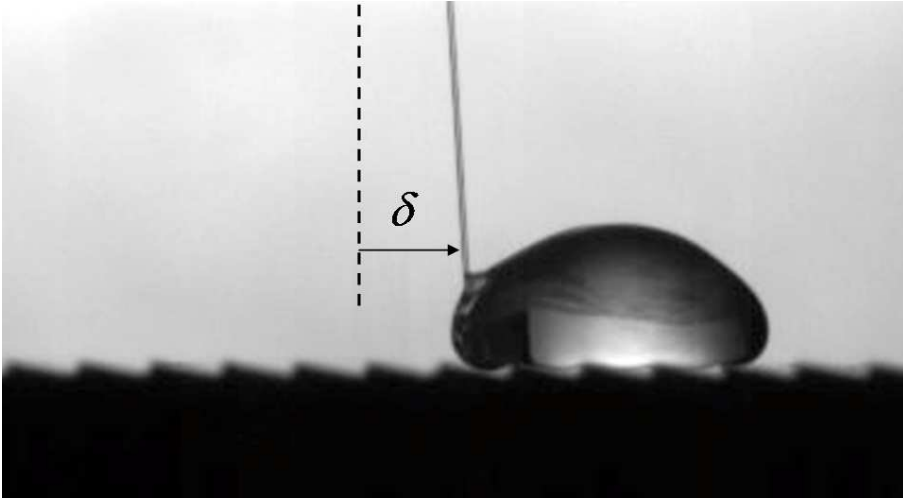


FIG. 2.3: Une fibre verticale capture une goutte en caléfaction se déplaçant sur une surface en forme de toit d'usine. La goutte s'arrête après avoir déplacé l'extrémité libre de la fibre d'une distance δ . La ligne pointillée indique la position initiale de la fibre. L'élasticité de la fibre ayant été calibrée, δ mesure la force agissant sur la goutte.

La force de propulsion F et la déflexion δ de la fibre sont reliées par la relation [2] :

$$F = \frac{A}{L^3} \delta$$

Les fibres utilisées sont des fibres de verre de 10cm de longueur et de $125\mu\text{m}$ de diamètre. La constante de proportionnalité A a été calibrée à $3,64\text{N}/\text{m}^2$. Le liquide utilisé est de l'éthanol, qui mouille parfaitement le verre, afin de faciliter la capture de la goutte.

2.2.2 Relation entre la force et la taille de la goutte

Sur la figure 2.4, nous avons représenté la force de propulsion mesurée par la déflexion d'une fibre en fonction du rayon de la goutte. L'ordre de grandeur de la force de propulsion agissant sur une goutte millimétrique est de $10\mu\text{N}$ ce qui représente 10% de son poids.

On constate que plus la goutte est grosse, plus la force est grande. Le meilleur ajustement en loi de puissance représenté sur la figure 2.4 indique que F varie comme le rayon R équatorial à la puissance $1,47 \pm 0,10$.

La taille des gouttes pouvant se déplacer sur un toit d'usine est limitée : tout d'abord, la limite basse de leur diamètre est le pas du réseau ($1,5\text{mm}$). Pour des tailles plus petites, aucune force n'agit car la goutte ne ressent pas l'asymétrie de la surface. D'autre part, lorsque les forces capillaires assurant la cohésion de la goutte deviennent de l'ordre de la force de propulsion, la goutte se coupe en deux. C'est ce que l'on observe lorsque $R > 5\text{mm}$, valeur pour laquelle $\sigma R \approx F \approx 100\mu\text{N}$.

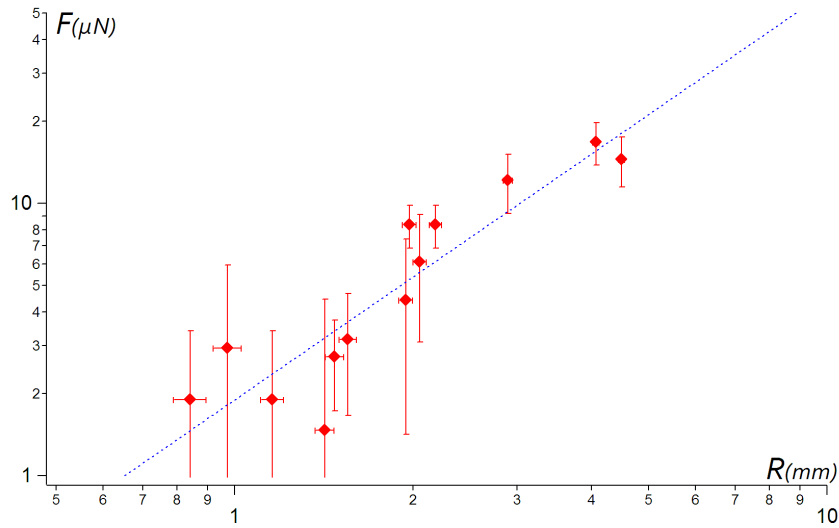


FIG. 2.4: Force de propulsion d'une goutte en caléfaction sur une surface en forme de toit d'usine. La force augmente rapidement avec le rayon R du contact entre la goutte et la surface. La valeur typique de la force est $10\mu N$ pour une goutte millimétrique. La droite représentée en pointillés suggère que F varie proportionnellement au rayon à la puissance $3/2$.

2.3 À la recherche du mécanisme

2.3.1 Différents mécanismes possibles

Plusieurs mécanismes peuvent être proposés pour expliquer l'existence de la propulsion des gouttes en caléfaction sur un toit d'usine. Les deux ingrédients fondamentaux sont évidemment la caléfaction et l'asymétrie de la surface.

Origine de la force : écoulement visqueux sous-jacent

Tout d'abord, l'hypothèse présentée par Linke est la suivante : la base de la goutte est déformée par la présence du toit d'usine ce qui provoque une modulation de sa courbure. Cette modulation induit des gradients de pression de Laplace sous la goutte et en conséquence un écoulement visqueux des zones de forte pression vers les zones de faible pression, c'est-à-dire du haut de la marche vers le pied de la marche (fig.2.5). Cependant, à cause de l'asymétrie du profil, le frottement est beaucoup plus important du côté où la distance entre la goutte et la surface est la plus faible. Ainsi seul l'écoulement descendant la pente douce des triangles entraîne la goutte, dans le sens qui remonte les marches. Le frottement asymétrique de l'écoulement de vapeur pourrait donc entraîner la goutte.

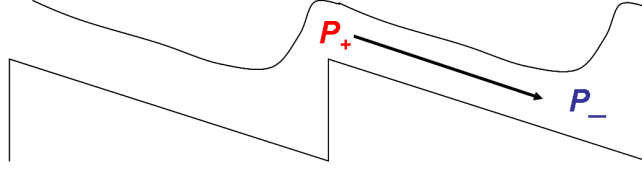


FIG. 2.5: Mécanisme proposé par Linke. En haut d'une marche, la courbure de la surface de la goutte provoque une surpression P_+ . En bas, elle provoque au contraire une dépression P_- . Un écoulement dirigé du haut vers le bas de la marche se produit alors et entraîne la goutte grâce au frottement du gaz.

La courbure au coin est de l'ordre de $\frac{h}{\lambda^2}$ avec h la hauteur de la marche et λ le pas du réseau. Le gradient de pression sous la goutte est donc $\frac{dP}{dx} \sim \frac{\sigma h}{\lambda^3}$ et on peut écrire la force produite par l'écoulement sur la goutte :

$$F \sim Re^2 \frac{dP}{dx} \sim Re^2 \frac{\sigma h}{\lambda^3}$$

R est le rayon équatorial de la goutte, e l'épaisseur du film de vapeur, h la hauteur des marches et λ le pas du réseau. Pour une goutte d'éthanol millimétrique, on trouve une force entre 1 et $10\mu N$ cohérente avec nos mesures. e croît comme la racine du rayon équatorial de la goutte [3], la force devrait donc être proportionnelle à R^2 . Cette croissance est plus grande que celle observée même si le peu d'ordres de grandeur accessible ne permet pas de trancher de manière convaincante.

Le point le plus discutable de ce modèle est l'utilisation des pressions de Laplace, ce qui suppose que toutes les pressions sont d'origine statique, sans prendre en compte les éventuels effets dynamiques.

Un processus dynamique source d'un mouvement asymétrique du gaz pourrait être un effet Marangoni thermique. Au sommet de la marche, comme la goutte repose sur un coin, elle fait face à une surface double de solide. Le flux thermique est plus important et la goutte est localement refroidie. Ainsi, il y aurait un gradient de tension de surface entre le haut et le bas de la marche conduisant alors à un écoulement de surface vers le haut des marches. Cet écoulement provoquerait alors un écoulement interne qui serait transmis au film de vapeur et entraînerait le mouvement de la goutte.

Origine de la force : ondes de surface

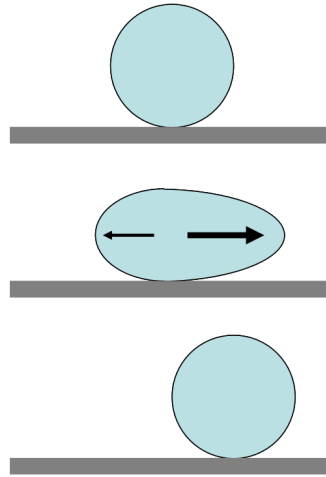


FIG. 2.6: Oscillation asymétrique d'une goutte sur une surface asymétrique. La goutte s'étend plus du côté droit que du côté gauche lors d'une oscillation de son centre de gravité, provoquant un mouvement latéral lors du retour à l'équilibre de la goutte.

Une autre proposition de mécanisme met en jeu les ondes capillaires à la surface d'une goutte. Tout d'abord, le centre de gravité d'une goutte en caléfaction oscille spontanément de bas en haut [4]. Posée sur un substrat asymétrique, la résistance à l'écrasement de la goutte pourrait être différente suivant que sa surface avance ou recule, provoquant alors une dérive (fig.2.6).

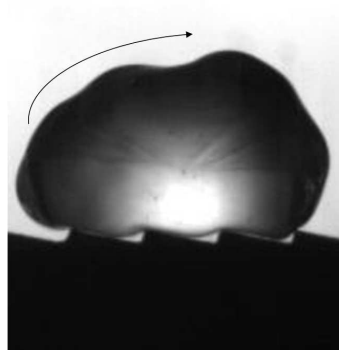


FIG. 2.7: Goutte en mouvement sur une surface en forme de toit d'usine. On peut observer la propagation d'ondes capillaires à sa surface dans le sens indiqué par la flèche.

On peut aussi penser à la formation d'ondes progressives et non stationnaires lors de cette oscillation spontanée. La goutte serait alors entraînée comme un engrenage sur une

crémaillère. Effectivement, on observe que des ondes se propagent tout autour de la goutte lors de son mouvement comme on peut le voir sur la figure 2.7.

Cependant lorsque la goutte est piégée par une fibre, on n'observe plus d'ondes capillaires à sa surface bien que la fibre soit défléchie par une force (fig.2.8). La présence de ces ondes est donc probablement une conséquence du mouvement et non sa cause.

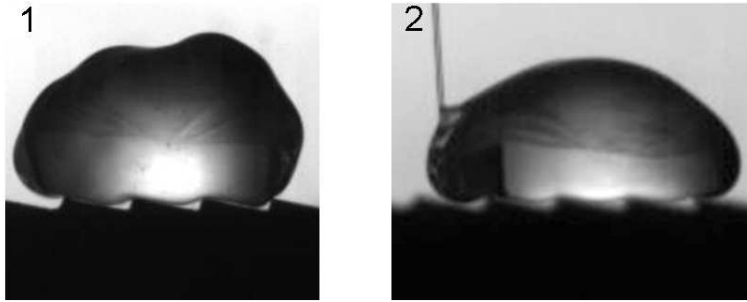


FIG. 2.8: 1 Goutte en mouvement sur un toit d'usine. on observe des ondes à sa surface. 2 Goutte piégée par une fibre. La fibre est défléchie par la force de propulsion mais on n'observe aucune onde à la surface de la goutte.

Effet fusée

Comme la goutte perd de la matière (elle s'évapore), il est possible d'imaginer un mécanisme où la propulsion est due à un effet fusée. Sur un solide plat, l'éjection de gaz s'effectue de manière isotrope et n'induit aucun mouvement. Mais sur une surface ayant un profil asymétrique, l'écoulement de gaz peut être rectifié par ce profil, ce qui rend l'éjection asymétrique et propulse alors la goutte.

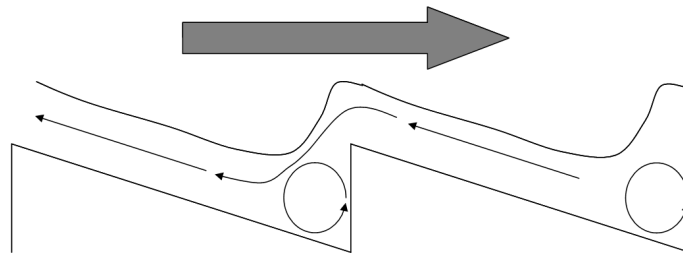


FIG. 2.9: L'écoulement du gaz sous la goutte est plus facile dans le sens qui descend les marches. Ainsi, le gaz est évacué de manière asymétrique ce qui provoque une force nette par effet fusée qui met en mouvement la goutte dans le sens qui lui fait remonter les marches.

Le nombre de Reynolds associé à l'écoulement de vapeur est :

$$Re = \frac{\rho U e}{\eta}$$

La densité du gaz est $\rho \approx 1\text{kg}/\text{m}^3$, sa viscosité est $\eta \approx 10^{-5}\text{Pa}\cdot\text{s}$. Il est éjecté à une vitesse typique de $1\text{m}/\text{s}$ et l'épaisseur du film de vapeur vaut $e \approx 100\mu\text{m}$. Re est alors de l'ordre de 10, un nombre suffisant pour que l'écoulement ne soit plus réversible. À cause de la diffusion de la quantité de mouvement, l'écoulement à travers une contraction ou une expansion ne sont pas symétriques. Lors d'une contraction, les gradients de vitesses sont plus importants quand l'écoulement se contracte que quand l'écoulement s'étend. Le flux de vapeur qui fait face aux marches est donc défavorisé.

En comparant les résultats publiés par Astarita [5] et Oliveira [6] pour des tubes cylindriques, on peut estimer que la différence de perte de charge entre la contraction et l'expansion peut atteindre un facteur de l'ordre de 10. Ce facteur est élevé mais semble très dépendant de la géométrie exacte du canal. En première approximation, on peut comparer le toit d'usine à une diode hydraulique : l'écoulement n'est permis que dans une direction, celle pour laquelle l'écoulement du gaz subit des élargissements brutaux. Ce flux de gaz dirigé conduit alors à une force nette propulsant la goutte par effet fusée (fig.2.9).

2.3.2 Une expérience test : la caléfaction solide

On peut remarquer que les trois premiers mécanismes mettent en jeu la déformabilité de la surface de la goutte, c'est-à-dire le fait qu'une goutte soit liquide. S'il était possible de poser un solide en caléfaction sur une surface en toit d'usine, son mouvement pourrait discriminer les hypothèses entre l'effet fusée et les autres : si le solide reste immobile, le mécanisme n'est pas l'effet fusée. Sinon, toutes les autres hypothèses sont marginalisées et l'effet fusée peut être vu comme la cause principale du mouvement.

Un solide ayant les bonnes propriétés qui permettent sa lévitation existe : la carboglace (dioxyde de carbone solide). Le dioxyde de carbone n'a pas de phase liquide à la pression atmosphérique : Il se sublime à $-78,5^\circ\text{C}$, et sa densité vaut $1500\text{kg}/\text{m}^3$. Nous avons moulé des disques de carboglace de rayon centrimétrique et d'épaisseur millimétrique, c'est-à-dire de forme équivalente à celle des gouttes précédemment étudiées. Ces disques sont déposés sur le toit d'usine chaud ($T = 350^\circ\text{C}$) utilisé précédemment. La figure 2.10 montre ce qui se produit alors.

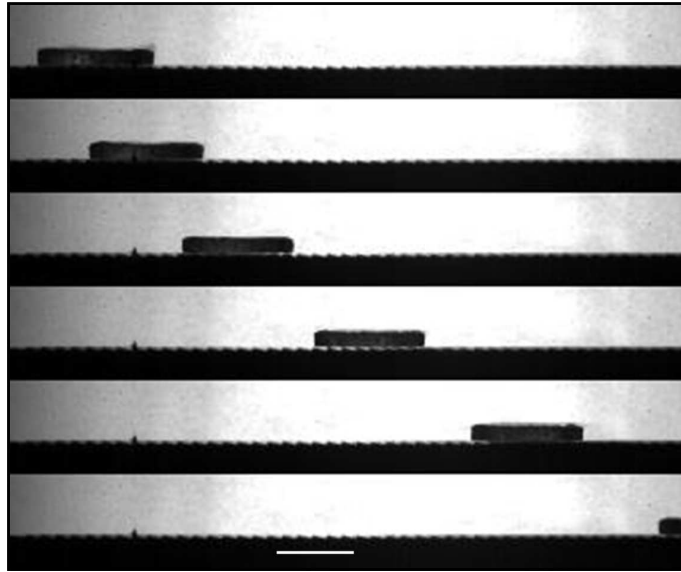


FIG. 2.10: Disque (épaisseur millimétrique, diamètre centimétrique) de carboglace (dioxyde de carbone solide) sur une surface en forme de toit d'usine chaude ($T = 350^{\circ}C$). Ce solide en caléfaction (la carboglace se sublime à pression atmosphérique) se met spontanément en mouvement, comme observé avec un solide liquide, et dans la même direction. Le segment blanc représente 1 centimètre, et l'intervalle de temps entre deux photos vaut $300ms$.

La pression du dioxyde de carbone sublimé est suffisante pour faire léviter le palet de carboglace. Il se met alors spontanément en mouvement, dans la même direction que celle observée pour une goutte (fig.2.1). Après un petit temps d'accélération, le palet atteint une vitesse constante de l'ordre de $10cm/s$. Ainsi, un solide en caléfaction se propulse spontanément sur une surface en forme de toit d'usine. On peut alors conclure que la principale cause de ce mouvement est l'effet fusée.

2.4 Modélisation de la propulsion

2.4.1 Force produite par effet fusée

Comme nous l'avons vu, la force qui propulse la goutte provient de l'évacuation asymétrique de la vapeur comprise entre la surface et la goutte. Si on note \dot{m} la masse de gaz éjectée par unité de temps et ΔU la différence entre les vitesses du gaz dans les deux directions, la force de propulsion est $F = \dot{m}\Delta U$. A priori, cette quantité dépend de la forme exacte des marches (si elles ont une forme symétrique, alors $\Delta U=0$) et du rapport entre l'épaisseur e du film de vapeur et la hauteur h de la marche. On s'attend que ΔU soit maximal pour un rapport e/h de l'ordre de 1 : si e est grand devant h , l'effet de l'expansion devient négligeable et inversement, si h est grand devant e , alors la surface de la goutte est déformée par la marche ce qui s'oppose à la propulsion. Dans notre cas e et h sont du même ordre de grandeur (proche de $100\mu m$). On considérera en première approximation que tout le

gaz se déplace dans la même direction : $\Delta U \sim U$.

Afin d'estimer la force de propulsion, et notamment sa dépendance avec la taille de la goutte, il faut évaluer U et \dot{m} . Pour cela nous allons utiliser des relations de conservation et travailler en lois d'échelle.

La première relation est la conservation de la masse : la variation de la masse de la goutte est égale à la masse de gaz (de masse volumique ρ_g) évacuée sous la goutte.

$$\dot{m} \sim \rho_g e R U \quad (2.1)$$

Ensuite, une deuxième relation entre les différents paramètres est obtenue par un bilan thermique. Le flux d'énergie thermique provenant du solide chaud permet au liquide de s'évaporer. En notant L la chaleur latente du liquide, κ le coefficient de diffusion thermique du gaz et R^2 la surface d'échange (égale à la surface équatoriale car la goutte est grosse), ce bilan thermique s'écrit :

$$\dot{m} L \sim \kappa \frac{\Delta T}{h} R^2 \quad (2.2)$$

Enfin, la goutte est à l'équilibre mécanique suivant la verticale : la pression sous la goutte équilibre son poids. En utilisant l'approximation de lubrification dans le film de vapeur (d'épaisseur $e \ll R$), et en notant H l'épaisseur de la goutte, l'équilibre des pressions donne :

$$\dot{m} \sim \frac{\rho_g e^3}{\eta} \rho_l g H \quad (2.3)$$

où ρ_l est la masse volumique du liquide et g l'accélération de la gravité. En régime stationnaire, l'épaisseur du film de vapeur est constante : la masse de vapeur formée lors de l'évaporation de la goutte compense la masse évacuée sur les côtés. La quantité \dot{m} exprimée par la relation 2.2 est donc la même que celle de la relation 2.3, à l'aide de cette identité, on obtient une estimation de e :

$$e \sim a^{1/2} R^{1/2} \quad (2.4)$$

La longueur $a = \sqrt{\frac{\kappa \eta \Delta T}{L \rho_g \rho_l g H}}$ est de l'ordre de $3 \mu m$ pour H de l'ordre du millimètre. Les gouttes dont la taille est plus grande que la longueur capillaire sont aplaties, et H est une constante ($5 mm$ pour l'eau à $100^\circ C$). Les valeurs des différents paramètres utilisés pour évaluer a sont les suivantes : $\kappa \approx 0.03 W/m/K$, $\eta \approx 2.10^{-5} Pa.s$, $L \approx 10^6 J/kg$, $\rho_g \approx 1 kg/m^3$ et $\rho_l \approx 10^3 kg/m^3$. Pour R valant quelques millimètres, e est de l'ordre de $100 \mu m$, comme indiqué précédemment : c'est l'épaisseur sur laquelle lévite une goutte de Leidenfrost.

Le système constitué des trois équations 2.1, 2.4 et 2.3 permet ensuite d'obtenir une estimation de U . On trouve :

$$U \sim \frac{\rho_l g H a}{\eta} \quad (2.5)$$

Dans cette expression, si le rayon de la goutte est plus grand que la longueur capillaire, U est indépendant de R . Avec les valeurs des différents paramètres, U est de l'ordre de 1 m/s . L'équation 2.1 peut être réécrite sous la forme suivante en utilisant l'expression 2.4

$$\dot{m} \sim \rho_g a^{1/2} R^{3/2} U \quad (2.6)$$

Finalement, à l'aide des expressions pour 2.6 et 2.5, la force de propulsion s'écrit

$$F \sim F_0 \frac{R^{3/2}}{a^{3/2}} \quad (2.7)$$

où $F_0 = \rho_g a^2 U^2$, de l'ordre de 10^{-11} N .

F varie comme le rayon à la puissance $3/2$, ce qui correspond bien à la tendance observée sur la figure 2.4. Et la valeur de la force attendue pour une goutte millimétrique est de l'ordre de $10\mu\text{N}$, en bon accord avec l'ordre de grandeur de nos mesures.

2.4.2 Vitesse terminale des gouttes

Une goutte mise en mouvement sur une surface en forme de toit d'usine atteint rapidement une vitesse constante. Pour une goutte d'éthanol sur un toit à 350°C , cette vitesse est de l'ordre de 10 cm/s . La figure 2.11 montre la dépendance de la vitesse terminale en fonction du rayon du contact entre la goutte et le plan.

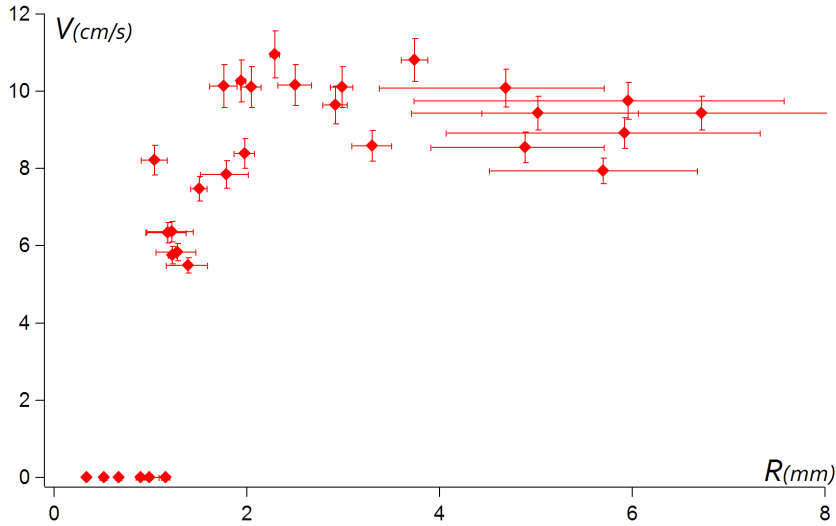


FIG. 2.11: Vitesse terminale V d'une goutte d'éthanol en caléfaction sur une surface en forme de toit d'usine ($T = 360^\circ\text{C}$), en fonction de son rayon équatorial R . Le pas du toit d'usine est $\lambda = 1.5\text{ mm}$. Si $R < \lambda$ aucun mouvement n'est observé. Pour des rayons de goutte compris entre 2 et 7 mm, la vitesse terminale semble indépendante de R et proche de 10 cm/s .

Lorsque le rayon est plus petit que le pas du réseau, la goutte ne bouge pas. Puis, quand le rayon croît la vitesse augmente rapidement avant d'atteindre ce qui semble être un plateau ou une légère décroissance.

Nous allons présenter deux hypothèses sur l'origine possible de la force s'opposant au mouvement.

Dissipation visqueuse

La première source de dissipation à laquelle on peut penser est la force visqueuse exercée sur la goutte par le film de vapeur.

$$F_v \sim \frac{\eta V}{e} R^2$$

Si on équilibre cette force par la force de propulsion, la vitesse limite est donnée par l'expression :

$$V \sim \frac{F_0}{\eta a}$$

Cette expression prédit une vitesse terminale indépendante de la taille de la goutte ce qui peut correspondre à nos mesures (fig.2.11). Avec les valeurs estimées ci-dessus ($F_0 \approx 10^{-4} \mu N$, $\eta = 2.10^{-5} Pa.s$, $a \approx 3 \mu m$), on trouve $V \sim 2 m.s^{-1}$. Cette valeur est supérieure d'un facteur dix à celle observée expérimentalement. Comme l'écoulement est complexe, nous avons effectué un raisonnement en loi d'échelle, nous ne pouvons pas espérer estimer les préfacteurs ; il est possible qu'il ne soient pas de l'ordre de 1.

Cependant, lorsque la goutte est en mouvement on observe que des ondes se propagent à la surface de la goutte (fig.2.8). L'énergie dissipée par ces ondes pourrait être une source de freinage, interne cette fois.

Dissipation par les ondes capillaires ?

Comme nous l'avons vu sur la figure 2.1, quand la goutte est en mouvement on observe des ondes capillaires se propageant à sa surface. La viscosité du liquide fait s'atténuer ces ondes avec un temps caractéristique [7] :

$$\tau = \frac{\lambda_o^2}{8\pi^2\nu_l}$$

λ_o est la longueur d'onde et ν_l la viscosité cinématique du liquide. Ici, le pas du réseau du substrat fixe la longueur d'onde à $1,5 mm$. Pour une goutte d'éthanol, $\tau = 160 ms$. Comme on peut le voir sur la figure 2.12, la vitesse de propagation des ondes est la même que celle de la goutte (le mouvement de sa surface ressemble à celui d'un engrenage). On peut donc estimer le temps nécessaire pour qu'une onde libérée à l'arrière de la goutte entre à nouveau en contact avec le sol. En notant L la longueur de la goutte, $\tau_o = \frac{L}{V}$ pour une goutte de longueur centimétrique se déplaçant à $10 cm/s$, $\tau_o = 100 ms$ ce qui est du même ordre de grandeur que τ . Une onde créée par le passage de la goutte sur la "crémaillère" est atténuée sur la taille de la goutte.

Un premier modèle simple pour estimer l'énergie dissipée consiste à dire que toute l'énergie de surface créée sous la goutte est perdue dès que les ondes sont émises.

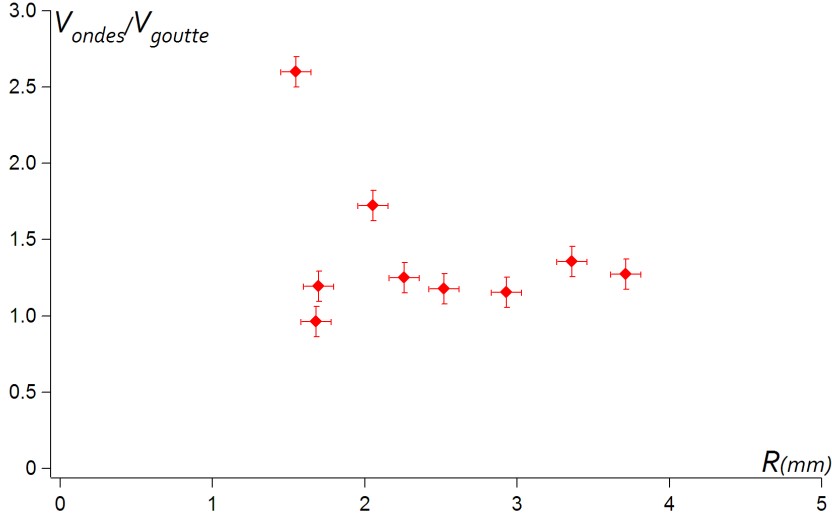


FIG. 2.12: Rapport entre la vitesse V_{ondes} de propagation des ondes capillaires autour d'une goutte d'eau sur un toit d'usine et la vitesse de déplacement de la goutte V_{goutte} .

L'énergie de surface créée par un pas du réseau dépend de la hauteur des marches h et la largeur $2R$ de la goutte :

$$E_{1pas} \sim 2\sigma hR$$

À chaque pas franchi, l'énergie E_{1pas} est perdue ce qui revient à dire que la goutte subit une force $F_{ondes} = \frac{E_{1pas}}{\lambda}$. Pour une goutte de largeur 2 pas de réseau, cette force vaut $150\mu N$. On peut remarquer qu'elle est du même ordre de grandeur que la force de propulsion. Notons tout de même que cette estimation est surévaluée car seule une fraction de l'onde est réellement atténuée.

On peut remarquer que F_{ondes} est indépendante de la vitesse. Elle se comporte donc comme un frottement solide à la différence près qu'elle est nulle à vitesse nulle. Le bon équilibre des forces donnant la vitesse limite serait donc :

$$F - F_{ondes} = F_v$$

Afin de tester cette hypothèse, nous avons effectué une expérience préliminaire qui consiste à observer le freinage d'une goutte sur une surface possédant un motif similaire à celui du toit d'usine mais symétrique : un créneau (fig.2.13). Ce profil ne provoque pas d'auto-propulsion et permet de mesurer directement la force de freinage.

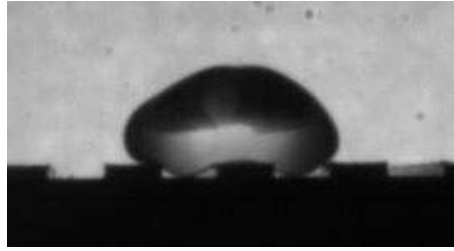


FIG. 2.13: Goutte en caléfaction posée sur une surface en forme de créneau. Le pas du réseau est 3mm et la hauteur des marches $300\mu\text{m}$.

Une goutte en caléfaction est lancée sur cette surface à une vitesse V_0 . Tant que la surface est plane, aucun freinage n'est mesurable, par contre sa vitesse décroît très rapidement lorsqu'elle rencontre les créneaux (fig.2.14).

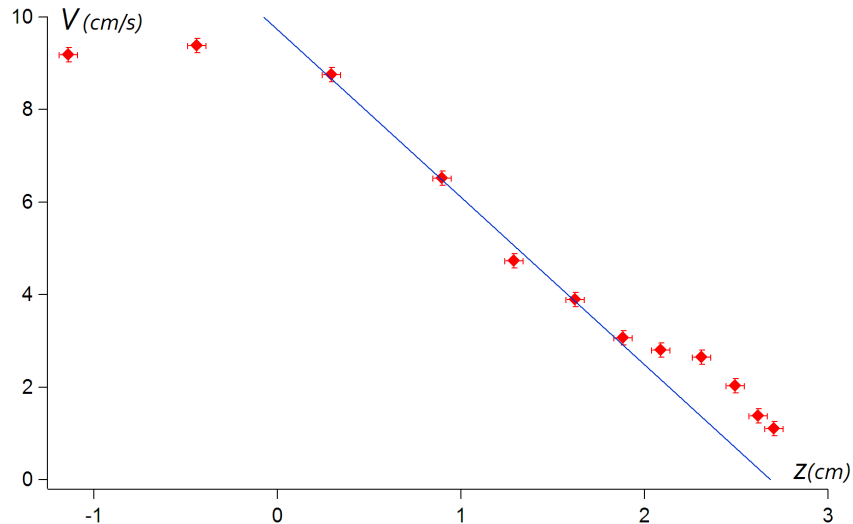


FIG. 2.14: Vitesse V d'une goutte d'éthanol ($70\mu\text{L}$) en caléfaction en fonction de la position z sur une surface. Lorsque $z < 0$, la surface est plane et pour $z > 0$, la surface à une forme de créneau (fig.2.13). Tant que la surface est plane ($z < 0$), aucun freinage n'est mesurable, par contre sa vitesse décroît très rapidement lorsqu'elle rencontre les créneaux.

La relation entre la position et la vitesse est d'abord linéaire avant que l'effet de la gravité se fasse sentir aux faibles vitesses. Lorsque la hauteur moyenne de la goutte diminue, la goutte accélère et ralentit quand la hauteur moyenne augmente. Finalement, la goutte s'arrête dans ce qui est pour elle un minimum d'énergie potentielle de gravité.

Le premier régime où la vitesse dépend linéairement de la position correspond à une force de freinage visqueuse et non pas au freinage sec que notre modèle prévoyait. Donc ou bien l'hypothèse que toute l'onde est dissipée sur un tour est fautive, ou bien le freinage supplémentaire n'est pas dû aux ondes mais à l'écoulement tortueux du gaz sous la goutte.

La force de freinage observée est de la forme :

$$F_{frein} = -\alpha V$$

α vaut $180\mu N.m^{-1}.s$ pour une goutte d'éthanol de rayon équatorial $3,1mm$ (fig.2.14). La force de propulsion d'une goutte de même rayon a été mesurée par déflexion de fibre et vaut $10\mu N$ (fig.2.4). L'équilibre de la force de propulsion et du freinage par les ondes donne une vitesse terminale de $4,5cm/s$ dont l'ordre de grandeur correspond à la vitesse observée (fig.2.11). Le pas de la surface en créneau utilisée est deux fois plus important que celui du toit d'usine ce qui peut expliquer le facteur 2 entre la vitesse mesurée et cette estimation.

2.5 Conclusion

Une goutte en caléfaction sur un toit d'usine se met spontanément en mouvement. La force de propulsion est très faible mais les forces de dissipation sont encore plus faibles grâce à l'absence de contact entre la goutte et son support. L'asymétrie de ces surfaces provoque l'asymétrie de l'écoulement de la vapeur sous la goutte créant la force de propulsion par effet fusée. La vitesse terminale des gouttes est ensuite limitée par les mécanismes de dissipation. Le relief de la surface sur laquelle les gouttes se propagent provoque une dissipation beaucoup plus importante que si celle-ci était plane.

Un problème intéressant est l'optimisation du mouvement. Pour cela il faut à la fois limiter la dissipation et augmenter la force de propulsion. Les deux effets étant liés à la forme de la surface, quels sont les paramètres géométriques optimaux ?

Sur ces systèmes, le film de vapeur n'a pas comme unique effet de réaliser le non-contact des gouttes, il a aussi un rôle actif sur son mouvement. Qui peut être décuplé si des événements d'ébullition apparaissent (annexe C).

- [1] H. Linke, BJ Alemán, LD Melling, MJ Taormina, MJ Francis, CC Dow-Hygelund, V. Narayanan, RP Taylor, and A. Stout. Self-propelled Leidenfrost droplets. *Physical Review Letters*, 96(15) :154502, 2006.
- [2] L. Landau and E. Lifschitz. *Physique théorique, Tome 7 : Elasticité*.
- [3] A.L. Biance, C. Clanet, and D. Quéré. Leidenfrost drops. *Physics of Fluids*, 15 :1632, 2003.
- [4] A. Snezhko, E.B. Jacob, and I.S. Aranson. Pulsating–gliding transition in the dynamics of levitating liquid nitrogen droplets. *New Journal of Physics*, 10(043034) :043034, 2008.
- [5] G. Astarita and G. Greco. Excess pressure drop in laminar flow through sudden contraction. *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, 7(1) :27–31, 1968.
- [6] PJ Oliveira, FT Pinho, and A. Schulte. A general correlation for the local loss coefficient in Newtonian axisymmetric sudden expansions. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 19(6) :655–660, 1998.
- [7] H. Lamb. *Hydrodynamics*. Dover Publications, 1932.

Sommaire

3.1	Description de l'expérience	36
3.2	Chute de la bulle	37
3.2.1	Répartition de la masse entre l'intérieur et la surface de la bulle	37
3.2.2	Vitesse de chute	38
3.3	Approche de la surface	39
3.3.1	Épaisseur du film d'air pour laquelle le freinage visqueux apparaît	40
3.3.2	Épaisseur du film d'air pour laquelle la bulle s'écrase	40
3.3.3	Dissipation ou stockage de l'énergie?	41
3.4	Propriétés du rebond	42
3.4.1	Restitution de l'énergie	42
3.4.2	Stockage de l'énergie : déformation maximale à l'impact	43
3.4.3	Temps de contact	45
3.5	Conditions favorisant le rebond	48
3.5.1	Probabilité de rebond	48
3.5.2	Critère statique	49
3.5.3	Critère dynamique	49
3.6	Conclusion	52

Avec Anne Le Goff (PMMH) et Frédéric Vincent (stage de l'école centrale)

Tout le monde a déjà fait l'expérience suivante : on souffle dans un tube imbibé d'eau savonneuse. Une bulle de savon est alors formée, qui vogue ensuite au gré des courants d'air. Finalement, par la faute de la gravité, la bulle tombe sur le sol où en général elle explose. Lorsque la surface sur laquelle se produit l'impact est liquide, par exemple une flaque d'eau, la bulle n'explose pas. Ou bien elle coalesce avec le liquide, ou bien elle rebondit comme on peut le voir sur la figure 3.1. Dans le cas où elle rebondit, elle n'est jamais en contact avec le bain liquide : un film d'air l'isole. Le moindre contact entre la bulle et le bain initie la coalescence.

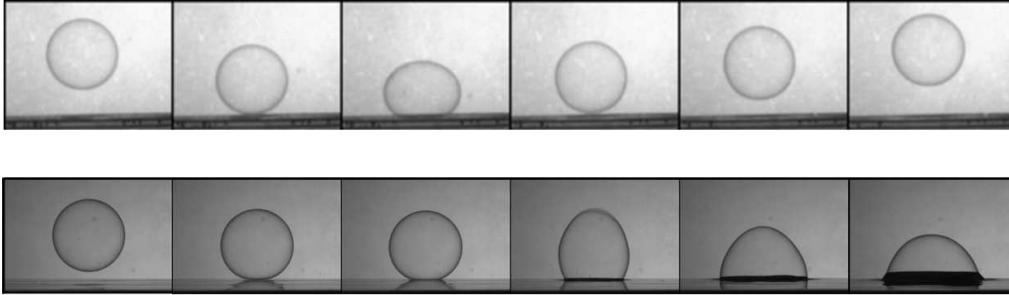


FIG. 3.1: Rebond (haut) ou coalescence (bas) d'une bulle de savon de rayon centimétrique sur un bain d'eau. L'intervalle de temps entre deux images est $14ms$.

Le rebond des bulles de savons est un exemple de non-coalescence temporaire. Tout d'abord, nous décrirons ce qui se passe lorsque la bulle approche du bain, et notamment la distance à laquelle le rebond se déclenche. Puis nous essaierons de dégager les principales caractéristiques d'un rebond en comparaison avec ce qui est connu du rebond d'une goutte d'eau en mouillage nul. Nous nous demanderons en particulier si le rebond est purement élastique. Enfin, nous poserons la question des conditions nécessaires pour l'observer.

3.1 Description de l'expérience

On forme une bulle en soufflant dans un tube de rayon millimétrique que l'on a trempé dans une solution d'eau savonneuse (Paic) de densité proche de celle de l'eau ($\rho_l \simeq 1000kg/m^3$) et de tension de surface $\sigma \simeq 25mN/m$. Une petite quantité de liquide est piégée à l'extrémité du tube. En soufflant par l'autre extrémité, on gonfle une bulle qui finalement se détache. Le rayon de la bulle varie d'une expérience à l'autre entre 1 et 5 centimètres suivant l'intensité avec laquelle on souffle. La bulle tombe ensuite sous l'effet de la gravité vers un bain d'eau situé 1 mètre plus bas. La vitesse d'impact observée varie entre $10cm/s$ et $1m/s$. Dans la moitié des cas, la bulle rebondit. Le rebond est observé à l'aide d'une caméra rapide (phantom v9) avec un éclairage diffus provenant de l'arrière (fig.3.2). Le mouvement de la bulle peut être séparé en trois temps : d'abord une phase de chute libre sous l'effet de la gravité, puis la bulle s'approche du plan et une interaction hydrodynamique apparaît et enfin, le rebond proprement dit.

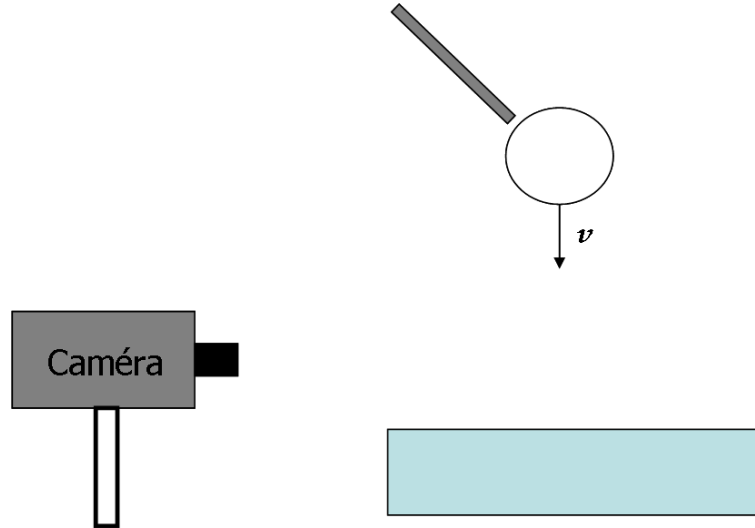


FIG. 3.2: Principe de l'expérience : on forme une bulle de savon à l'extrémité d'un tube, elle se détache et chute à une vitesse v sous l'effet de la gravité vers un bain d'eau. On filme le rebond (ou pas) de la bulle sur l'eau avec une caméra rapide.

3.2 Chute de la bulle

Après s'être détachée du tube, la bulle chute sous l'effet de son propre poids et l'air oppose une résistance à son mouvement. Pour estimer sa vitesse, il faut donc connaître sa masse.

3.2.1 Répartition de la masse entre l'intérieur et la surface de la bulle

Une bulle de savon est un film de liquide savonneux de forme sphérique entourant une sphère d'air. On note la densité de l'air ρ_g . Le film de liquide est d'épaisseur e et de densité ρ_l . Ici, il est stabilisé par un tensioactif commercial (Paic).

Pour une bulle de rayon R , la masse de l'air est $\frac{4}{3}\pi\rho_g R^3$ et la masse du film liquide est $4\pi\rho_l R^2 e$. Le rapport de la masse de surface sur la masse de volume est donc :

$$\chi = 3 \frac{\rho_l e}{\rho_g R} \quad (3.1)$$

Si $\chi > 1$ la masse de l'air contenu dans la bulle est plus importante que la masse du film liquide. Le rapport des masses volumiques de l'eau et de l'air valant 1000 dans les conditions habituelles, alors $\chi > 1$ si $R > 300e$. On estime l'épaisseur moyenne du film liquide lors de nos expériences à $e \approx 2\mu m$ (voir section suivante). Les masses du film liquide entourant la bulle et du volume d'air emprisonné sont donc équivalentes pour un rayon valant $2cm$. Le rayon des bulles que nous avons formées étant compris entre 1 et $5cm$, la masse de la surface de la bulle et la masse de l'intérieur de la bulle sont comparables. Cette

répartition des masses est très différente de celle d'une goutte liquide où toute la masse est située en volume.

3.2.2 Vitesse de chute

Du fait de sa faible masse, une bulle de savon en mouvement possède une faible inertie : il suffit d'un temps τ très court pour que les forces extérieures soient équilibrées par la traînée et qu'elle atteigne sa vitesse limite. Ainsi, dans nos expériences la vitesse est de l'ordre de 50cm/s et le rayon R de la bulle est typiquement de 2cm . Le fluide environnant est de l'air de viscosité cinématique $\nu \approx 2.10^{-5}\text{m}^2.\text{s}^{-1}$. Le nombre de Reynolds associé au mouvement de la bulle vaut donc : $Re = \frac{Rv}{\nu} \sim 500$. La force de freinage qui s'oppose au mouvement est donc la traînée inertielle d'une sphère :

$$F_{in} = \frac{1}{2}C_D\pi R^2\rho_g v^2 \quad (3.2)$$

Dans cette gamme de nombres de Reynolds, une bonne approximation du coefficient de traînée d'une sphère rigide est $C_D = 1/2$ [1].

La quantité de mouvement de la bulle est :

$$p \sim \rho_g R^3 v$$

Le rapport de ces deux grandeurs donne une estimation du temps nécessaire pour que la bulle atteigne sa vitesse limite :

$$\tau \sim \frac{R}{v}$$

Pour une vitesse de 50cm/s et un rayon de 5cm , τ est de l'ordre du dixième de seconde. Le temps de chute de la bulle au cours de nos expériences est de l'ordre d'une seconde, elle a donc le temps d'atteindre sa vitesse limite. Au moment de l'impact, la vitesse est déterminée par un équilibre entre force de traînée et poids apparent de la bulle.

Vitesse limite

La seule masse à prendre en compte dans le calcul du poids apparent est la masse du film liquide entourant la bulle. En effet, la poussée d'Archimedes compense le poids du gaz situé à l'intérieur. On peut négliger l'augmentation de la densité due à la pression de Laplace, cette masse étant de 3 ordres de grandeurs inférieure à celle du film liquide.

L'équilibre entre le poids apparent et la force de traînée s'écrit :

$$4\pi\rho_l R^2 e g = \frac{1}{2}C_D\pi R^2\rho_g v^2$$

d'où une vitesse limite de :

$$v = 4\sqrt{\frac{\rho_l g e}{\rho_g}} \quad (3.3)$$

avec $C_D = \frac{1}{2}$.

Dans cette expression, e est une inconnue, difficile d'accès expérimentalement. A l'opposé, la vitesse de chute de la bulle est facilement mesurable sur la vidéo. Nous allons donc nous servir de la vitesse limite pour estimer l'épaisseur du film.

Estimation de l'épaisseur moyenne du film de savon

À partir de l'expression 3.3, on obtient une relation donnant l'épaisseur du film liquide uniquement en fonction de la vitesse limite de la chute d'une bulle sous son propre poids :

$$e = \frac{\rho_g v^2}{4\rho_l g} \quad (3.4)$$

Par exemple si une bulle tombe à 20cm.s^{-1} sous l'effet de son propre poids, $e \sim 1\mu\text{m}$. Sur l'ensemble des expériences réalisées on observe une distribution assez plate de vitesses entre $0,2\text{m.s}^{-1}$ et $0,75\text{m.s}^{-1}$ ce qui correspond à une épaisseur de film entre $0,4\mu\text{m}$ et $4,5\mu\text{m}$ avec une moyenne de $1,7\mu\text{m}$ et un écart type de $1,1\mu\text{m}$.

Cette mesure est critiquable si l'on considère une seule bulle car la contrepartie de sa très faible inertie est la très forte sensibilité aux perturbations par l'écoulement de l'air environnant. Par contre en faisant la moyenne statistique sur 40 réalisations, les fluctuations peuvent être considérées comme indépendantes. On obtient alors une estimation raisonnable de l'épaisseur moyenne du film de savon au cours de notre série d'expériences. Dans la suite nous supposons que toutes les bulles, faites de la même manière ont un film de même épaisseur :

$$e \approx 2\mu\text{m}$$

3.3 Approche de la surface

Lorsque la bulle s'approche de la surface, elle doit évacuer l'air compris entre le plan et elle. Le drainage visqueux de l'air crée une surpression sous la bulle. Cette surpression initie le rebond de la bulle. Pendant celui-ci, la bulle n'est jamais en contact avec le bain liquide : un film d'air l'isole (fig 1.6).

La surpression a deux effets sur la bulle : elle s'oppose à son mouvement et elle est susceptible de la déformer. Ces deux effets ont pour même conséquence de freiner le mouvement de la bulle. Cependant il existe une différence fondamentale entre les deux : Si la bulle ne se déforme pas, son énergie cinétique est dissipée lors du freinage par le drainage du film d'air. À l'inverse, si elle se déforme, l'énergie cinétique est stockée dans cette déformation et est ensuite restituée lors du rebond. Lequel de ces deux effets prédomine dans nos expériences ?

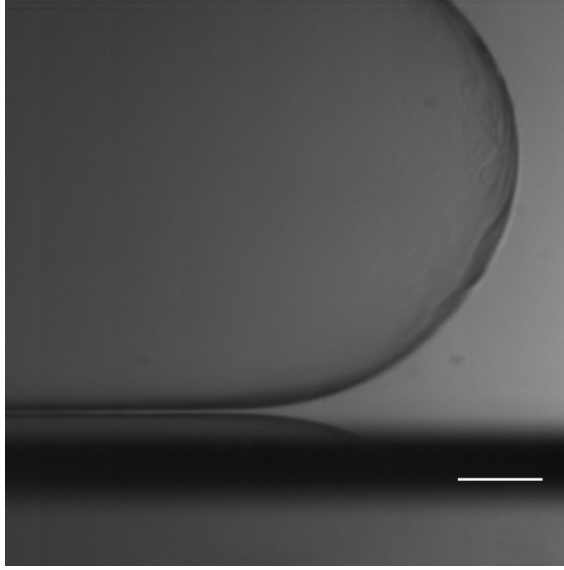


FIG. 3.3: Bulle de savon rebondissant sur un bain d'eau. On distingue le film d'air isolant la bulle du bain, son épaisseur est de $h = 100 \pm 50 \mu m$. Le trait blanc représente $1 mm$.

3.3.1 Épaisseur du film d'air pour laquelle le freinage visqueux apparaît

Pour estimer la distance du bain à laquelle se manifeste la dissipation visqueuse, nous allons tout d'abord supposer la bulle infiniment rigide. La force de freinage visqueuse sous une sphère s'approchant d'un plan est un problème classique [2]. Dans l'approximation de lubrification, elle vaut

$$F_{visc} = 6\pi\eta_g R^2 \frac{v}{h} \quad (3.5)$$

avec η_g la viscosité dynamique de l'air et h l'épaisseur du film gazeux entre la bulle et le bain. La distance typique h_{visc} entre la bulle et le plan pour laquelle ce freinage apparaît est celle où la force visqueuse 3.5 devient plus grande que la force de freinage inertiel 3.2.

$$h_{visc} = 6 \frac{\eta_g}{\rho_g v} \sim \frac{R}{St} \quad (3.6)$$

Pour une bulle se déplaçant à $1 m/s$, $h_{visc} \approx 100 \mu m$, ce qui est comparable à l'épaisseur du film d'air observée lors des rebonds (fig.1.6). Pour les faibles vitesses d'impact, on s'attend à ce qu'une partie de l'énergie cinétique soit alors dissipée par la viscosité.

3.3.2 Épaisseur du film d'air pour laquelle la bulle s'écrase

Pour qu'il y ait rebond, il faut que la bulle transforme son énergie cinétique en énergie de surface. C'est le film d'air s'écoulant entre la bulle et le bain qui permet ce transfert. Au fur et à mesure que la bulle s'approche du bain, le drainage crée une pression de plus

en plus importante s'opposant à sa chute. À un certain moment, cette pression devient suffisante pour écraser sa surface. L'épaisseur h_{el} du film d'air entre la bulle et le bain au moment du rebond est alors telle que la surpression visqueuse sous la bulle soit égale à la surpression de Laplace dans la bulle. Le bas de la bulle s'aplatit alors : elle s'écrase. La surpression à l'intérieur de la bulle est déterminée par la loi de Laplace :

$$P_{int} = \frac{4\sigma}{R}$$

Pour estimer la surpression due au drainage du film d'air, on modélise la bulle comme une sphère rigide. La distribution de pression sous une sphère s'approchant normalement à un plan dans l'approximation de lubrification est connue [2] : au point le plus bas de la sphère, la pression vaut

$$P_{ext} = \frac{3\eta_g R V}{h^2}$$

La condition d'écrasement $P_{ext} = P_{int}$ permet d'estimer à quelle distance du bain la bulle s'écrase :

$$h_{el} \sim \sqrt{\frac{\eta_g R^2 v}{\sigma}} \sim R \sqrt{C_a} \quad (3.7)$$

Pour des valeurs typiques de nos expériences ($R = 2\text{cm}$, $v = 50\text{cm.s}^{-1}$) on trouve une épaisseur h_{el} d'environ $400\mu\text{m}$ du même ordre de grandeur que ce que l'on observe expérimentalement ($100\mu\text{m}$) (Fig 3.3).

3.3.3 Dissipation ou stockage de l'énergie ?

Les deux distances que nous venons d'estimer correspondent à deux effets très différents de l'approche du plan sur l'énergie cinétique de la bulle. h_{visc} correspond à de la dissipation, l'énergie cinétique est perdue. Au contraire h_{el} est la distance caractéristique où l'énergie cinétique est transformée en énergie de surface, elle est donc stockée par la bulle permettant alors le rebond. Il est donc naturel de comparer ces deux distances pour savoir si la bulle va "coller" ou au contraire rebondir.

$$\frac{h_{el}}{h_{visc}} = R v^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{\rho_g}{\nu \sigma}}$$

$h_{el} \gg h_{visc}$ correspond à un rebond purement élastique, sans perte alors que $h_{el} \ll h_{visc}$ indique que la goutte a dissipé toute son énergie avant de pouvoir rebondir.

Plus le rayon de la bulle est grand plus on s'attend à ce que le rebond soit élastique. De même, plus la chute est rapide plus la dissipation visqueuse intervient tôt. Or la relation 3.3 nous dit que la vitesse de chute est déterminée par l'épaisseur du film liquide c'est-à-dire la masse de la bulle. On comprends alors pourquoi dans le cas du rebond des gouttes, qui sont de plus grande inertie que les bulles, la dissipation d'origine visqueuse n'intervient pas [3] : $h_{el} \gg h_{visc}$.

3.4 Propriétés du rebond

À partir du moment où la bulle se déforme, elle commence son rebond. Nous allons comparer ce rebond à celui, déjà connu du rebond d'une goutte en mouillage nul. Ce rebond a été étudié, tant numériquement [4] qu'expérimentalement [5]. Une première caractéristique est que la goutte se comporte comme un ressort, la tension de surface créant la force de rappel, déterminant ainsi la durée du contact entre la goutte et le plan [6].

Une autre propriété remarquable de ce rebond est qu'il est très peu dissipatif pour les petites vitesses d'impact : Le coefficient de restitution est de l'ordre de 0,9. L'énergie qui n'est pas restituée n'est pas dissipée mais stockée dans des modes d'oscillations capillaires. Un couplage entre ces oscillations et le rebond permet même d'atteindre un coefficient de restitution égal à 1. Ainsi, il a été observé qu'une goutte en caléfaction peut rebondir jusqu'à un millier de fois successivement [3] !

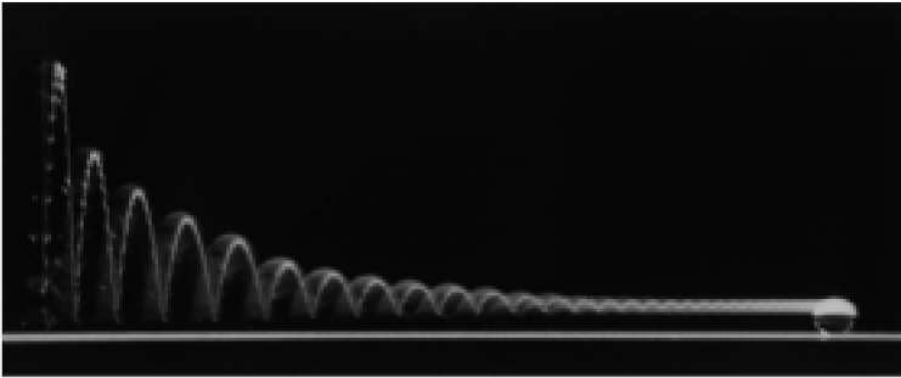


FIG. 3.4: Rebonds successifs d'une goutte (millimétrique) sur une surface superhydrophobe. Photographie issue de [5].

3.4.1 Restitution de l'énergie

Comme nous l'avons vu, une différence fondamentale entre les gouttes et les bulles est la position relative de h_{visq} et h_{el} . Pour une bulle, ces deux distances sont comparables, alors que pour les gouttes la dissipation visqueuse est toujours négligeable.

Sur la figure 3.5 nous avons tracé le coefficient de restitution en fonction du rapport entre h_{visq} et h_{el} . Plus ce rapport est grand plus le système a eu le temps de dissiper de l'énergie par viscosité avant le rebond. Les mesures sont assez dispersées notamment parce que la gravité n'est pas négligeable après le rebond ce qui ralentit la bulle et rend difficile la mesure exacte de sa vitesse. Mais, les grands taux de restitution (plus petits que ceux observés pour les gouttes) sont observés pour $h_{visq}/h_{el} < 1$; quand $h_{visq}/h_{el} > 1$, la bulle peut même ne pas rebondir du tout.

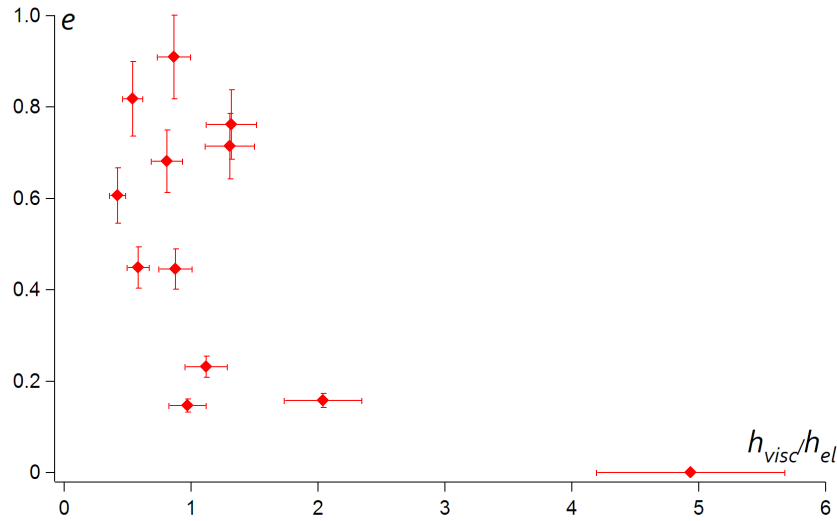


FIG. 3.5: Coefficient de restitution en vitesse e (rapport entre la vitesse juste après le rebond et celle mesurée juste avant l'impact) lors du rebond (ou pas) d'une bulle en fonction du rapport entre la distance au bain où la dissipation visqueuse apparaît h_{visc} et la distance pour laquelle la bulle s'écrase h_{el} .

La restitution de l'énergie lors de l'impact d'une bulle de savon centimétrique se fait donc de manière moins efficace que lors du rebond d'une goutte à cause de la dissipation visqueuse dans le film isolant. De plus, le rebond des bulles de savon semble différent du rebond de bulles d'air immergées dans un fluide visqueux à cause de l'inertie de celui-ci [7].

3.4.2 Stockage de l'énergie : déformation maximale à l'impact

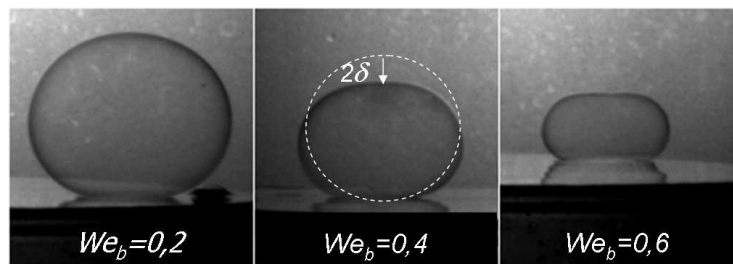


FIG. 3.6: Déformation maximale de bulles de savon rebondissant sur un bain d'eau. Les rayons R et vitesses v respectifs sont (de gauche à droite) 1,1cm et 43 cm/s, 0,8cm et 86cm/s, 0,6 cm et 120cm/s.

On se place ici dans le cas où la dissipation visqueuse intervient peu avant le rebond ($h_{visc}/h_{el} < 1$). Nous cherchons à mesurer l'énergie stockée sous forme élastique. Dans le cas des gouttes rebondissant sur une surface en mouillage nul, au moment de l'écrasement maximal toute l'énergie cinétique est stockée sous forme d'énergie de surface [8].

Lorsqu'une bulle chutant verticalement arrive à une distance de l'ordre de h_{el} d'un bain liquide, on observe qu'elle s'écrase comme si elle rencontrait un obstacle solide. L'aire extérieure de la bulle augmente alors et son énergie cinétique est transformée en énergie de surface. Puis, cette énergie de surface est transformée à son tour en énergie cinétique lors de la détente de la bulle. C'est ce transfert qui lui permet de redécoller. On observera une déformation δ non négligeable par rapport au rayon de la bulle quand le nombre de Weber We_b , comparant énergie cinétique et de surface est de l'ordre de 1 (voir fig 3.6).

Nombre de Weber

L'énergie cinétique de la bulle est :

$$E_c = \frac{1}{2} \frac{4\pi}{3} \rho_g R^3 v^2 + \frac{1}{2} 4\pi \rho_l R^2 e v^2 \quad (3.8)$$

et son énergie de surface s'écrit :

$$E_s = 8\pi R^2 \sigma$$

On peut alors définir le nombre de Weber We_b d'une bulle comme le rapport de ces deux énergies. Si $We_b \gg 1$, l'énergie cinétique est plus grande que l'énergie de surface et l'impact d'une bulle sur une surface conduira à une grande déformation. Si $We_b \ll 1$, la déformation de la bulle est petite. Le préfacteur est choisi pour que cette définition soit cohérente avec celle employée dans l'étude des rebonds de gouttes.

$$We_b = \frac{\rho_g R + 3\rho_l e}{2\sigma} v^2$$

Les nombres de Weber que nous avons observés lors de nos expériences se situent entre 0,05 et 0,6.

Déformation maximale de la bulle

Quelle est la déformation maximale de la bulle au cours de l'impact? Comme $We_b < 1$, nous considérons que la forme de la bulle durant l'impact est une petite déformation par rapport à une sphère de rayon R . On approche la forme de la bulle par un ellipsoïde de révolution, ce qui correspond au mode quadrupolaire d'oscillation, dans l'approximation des petites déformations. Le demi-grand axe de l'ellipsoïde est de longueur $R + \delta$ et donc, par conservation du volume, son demi-petit axe est de longueur $R - \frac{\delta}{2}$. L'accroissement de l'aire de la bulle par rapport à la sphère vaut alors

$$\Delta A = \frac{8\pi}{5} \delta^2. \quad (3.9)$$

Au moment où l'écrasement est maximal, la vitesse de la bulle est nulle. Toute l'énergie cinétique a été stockée sous forme d'énergie de surface :

$$2\sigma \Delta A = E_c.$$

En utilisant les équations 3.9 et 3.8, on en déduit l'expression pour l'écrasement maximal en fonction du nombre de Weber :

$$\delta_{max} = \sqrt{\frac{5}{12}} R \sqrt{We_b} \quad (3.10)$$

Conformément à l'intuition, plus le nombre de Weber est grand plus la bulle s'écrase relativement à son rayon. Par exemple, pour un nombre de Weber de 0,6, la déformation sera égale à la moitié du rayon.

Sur la figure 3.7, on a représenté l'écrasement en fonction de $R\sqrt{We_b}$, les points sont assez dispersés en raison d'une grande incertitude sur le calcul du nombre de Weber, notamment à cause de l'inconnue qu'est l'épaisseur réelle du film de savon. Cependant, on constate que nos mesures sont cohérentes avec l'expression 3.10 représentée par la ligne continue. Ainsi, si $h_{visq}/h_{el} < 1$, le rebond est peu dissipatif et l'énergie cinétique de la bulle est transférée en énergie de surface au moment de l'écrasement maximal puis retransformée en énergie cinétique lors de la détente.

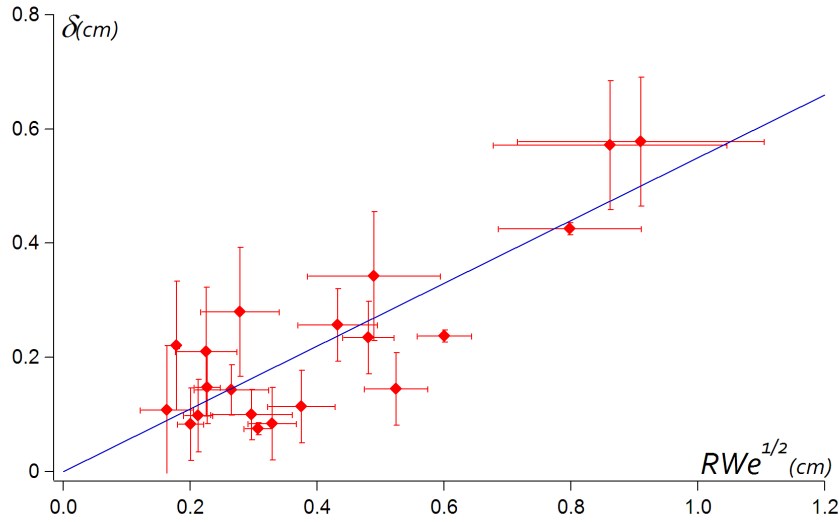


FIG. 3.7: Déformation maximale δ d'une bulle au cours d'un rebond, en fonction de $R\sqrt{We_b}$. La ligne continue bleue correspond à l'expression 3.10.

3.4.3 Temps de contact

Combien de temps dure le rebond ? Le mécanisme du rebond est un transfert entre énergie cinétique et énergie de surface. Ce mécanisme rappelle le fonctionnement d'un oscillateur harmonique. Une telle analogie a permis d'estimer le temps de contact d'une goutte rebondissant sur une surface superhydrophobe [6]. Le temps de "contact" τ_c est alors proportionnel à $\sqrt{\frac{m}{\sigma}}$ avec σ la tension de surface (homogène à une raideur) et m la masse de la goutte.

Nous avons mesuré le temps de "contact" τ_c d'une bulle et d'un bain. Comme nous l'avons vu, un film d'air est toujours présent, il n'y a jamais réellement contact. En revanche, dès que le bas de la bulle s'écrase, celle-ci sent la présence du bain liquide. On définit donc τ_c comme le temps pendant lequel le bas de la bulle possède une zone écrasée proche du bain. Les temps de contact observés varient entre $10ms$ pour les petites bulles et $250ms$ pour les bulles de plus gros diamètre. Plus le rayon de la bulle est grand, plus le temps de contact est long (fig 3.8) comme pour les gouttes d'eau. Cependant, la répartition de la masse de la bulle est différente de celle d'une goutte. On s'attend donc à ce que la loi d'échelle donnant le temps de contact en fonction du rayon de la bulle soit modifiée.

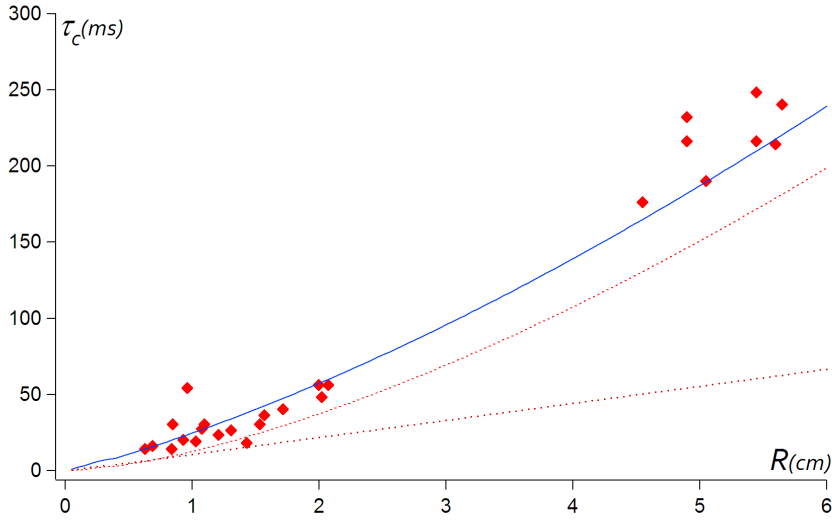


FIG. 3.8: Temps de contact τ_c d'une bulle de savon rebondissant sur un bain liquide en fonction de son rayon R .

Si toute la masse de la bulle est concentrée à la surface de la bulle ($\chi < 1$, voir eq.3.1), alors sa masse est proportionnelle à $\rho_l R^2 e$. Le temps de contact s'écrit alors :

$$\tau_c \sim R \sqrt{\frac{\rho_l e}{\sigma}} \quad (3.11)$$

Dans le cas opposé, si toute la masse de la bulle est concentrée dans son volume, alors sa masse est proportionnelle à $\rho_g R^3$, dépendance au cube du rayon comme dans le cas de gouttes. Cependant, il existe une autre différence avec celles-ci : le fluide extérieur à la bulle possède une inertie comparable au fluide intérieur, l'inertie totale est alors augmentée d'un facteur $5/3$ [9].

$$\tau_c \sim \sqrt{\frac{\frac{5}{3} \rho_g R^3}{\sigma}} \quad (3.12)$$

Dans le cas intermédiaire, où se situent nos expériences, il faut prendre en compte les deux contributions à l'inertie de la goutte.

$$\tau_c \sim \sqrt{\frac{\frac{5}{3}\rho g R^3 + \rho l e R^2}{\sigma}} \quad (3.13)$$

Sur la figure 3.8, nous avons représenté les lois correspondant aux trois cas 3.11 (croix rouges), 3.12 (points rouges) et 3.13 (ligne bleu). Le préfacteur utilisé devant les différentes lois d'échelle est celui obtenu expérimentalement par D. Richard : 2,6. On constate alors un bon accord entre les points expérimentaux et la relation 3.13 qui prend en compte les contributions de surface et de volume à l'inertie du rebond.

Comme dans le cas des gouttes, nous observons une nette augmentation du temps de rebond quand le nombre de Weber décroît (fig.3.9).

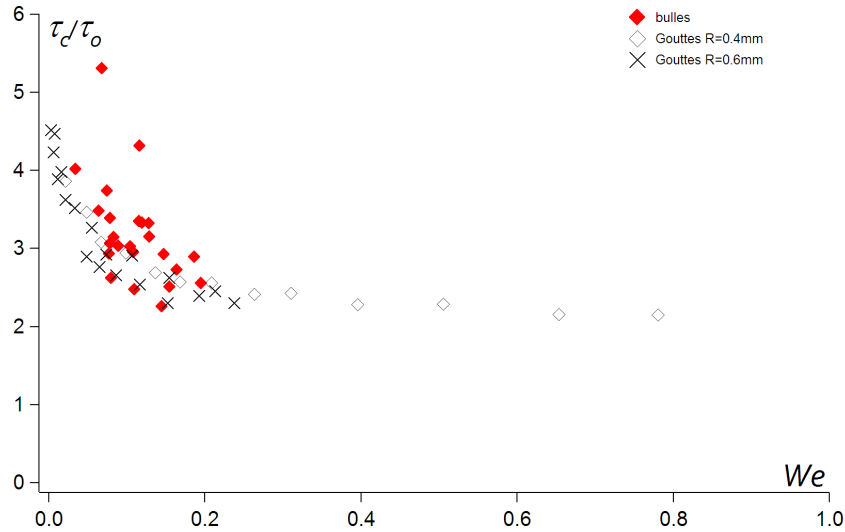


FIG. 3.9: Temps de contact d'une bulle de savon rebondissant sur un liquide adimensionné par la loi 3.13 en fonction du nombre de Weber.

Les mesures effectuées sont assez dispersées (essentiellement par la mauvaise connaissance de l'épaisseur du film liquide). Cependant, elles semblent suivre la même courbe maîtresse que les données de D. Richard. Le ralentissement semble encore plus prononcé aux très petits Weber pour les bulles que pour les gouttes.

Il y a deux phénomènes qui expliquent le ralentissement du rebond à petit nombre de Weber : tout d'abord, la forme de la goutte joue sur la fréquence d'oscillation car plus la goutte s'écrase, plus son temps d'oscillation est grand [10–12]. La deuxième source de ralentissement est la suivante [13] : quand l'énergie cinétique de la goutte est du même ordre que l'énergie potentielle de gravité gagnée par la déformation de la goutte, il faut lutter

contre la gravité pour redécoller. La fraction d'oscillation effectuée avant que la goutte ne redécolle augmente alors.

Dans le cas d'une bulle sur un bain, on peut penser à deux phénomènes qui s'ajoutent à la gravité pour retenir la bulle au sol lorsque le nombre de Weber est petit : tout d'abord, la dissipation visqueuse dans le film ralentit la bulle, le "vrai" nombre de Weber est en fait plus petit. Et puis, lorsque la goutte redécolle, elle aspire de l'air sous elle, ce qui crée une petite dépression qui s'ajoute à la gravité pour retarder le décollage.

3.5 Conditions favorisant le rebond

Cette section utilise les statistiques réalisées par Fabien Lepère et Nicolas Meijer lors du module expérimental de l'école polytechnique.

3.5.1 Probabilité de rebond

Sur l'ensemble des expériences réalisées seule une bulle sur deux a rebondi. Peut-on donner un critère simple permettant de prédire le rebond ou la coalescence de la bulle ?

Pour que l'écoulement de l'air expulsé sous la goutte provoque la surpression nécessaire au rebond, il faut que cet écoulement soit un écoulement de Poiseuille. Comme l'eau possède une viscosité dynamique 100 fois plus grande, on peut considérer que à la fois le bain et la surface liquide de la bulle jouent le rôle de parois immobiles, favorisant un tel écoulement. Cependant, l'air est un gaz et dans les conditions habituelles de pression son libre parcours moyen est de $70nm$. Or, dès que l'épaisseur du film atteint 15 fois le libre parcours moyen, la description du gaz comme un milieu continu atteint sa limite et la viscosité effective chute brutalement [14]. Sans viscosité, rien ne s'oppose plus à la coalescence de la bulle. Cette distance critique est de l'ordre de $1\mu m$, 100 fois plus petite que l'épaisseur typique lors du rebond.

Il existe aussi d'autres raisons qui peuvent provoquer la coalescence. Par exemple, les forces mises en jeu étant de faible intensité (quelques centaines de microNewtons), il y a une grande sensibilité à l'écoulement de l'air extérieur où aux diverses sources de fluctuation (gradients de température, de concentration du tensioactif,...). Il nous semble qu'une raison fréquente de la coalescence est une petite goutte de liquide, issu du drainage, accumulé au point le plus bas de la bulle (Fig 3.10).

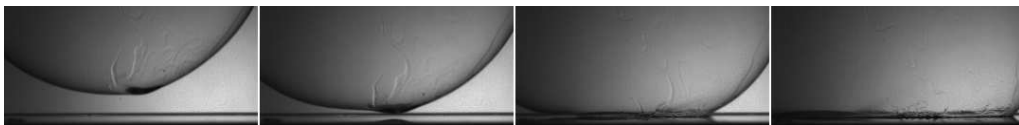


FIG. 3.10: Une petite goutte de liquide accumulé au bas d'une bulle de savon initie la coalescence.

Il est donc raisonnable de se limiter à une description des conditions de rebond d'une bulle sur un bain en terme de probabilités.

3.5.2 Critère statique

Un critère pour avoir un rebond probable pourrait alors être le suivant : si le rebond a lieu loin de la surface, il est peu probable qu'il y ait un germe initiant la coalescence. On trace donc la probabilité de rebond en fonction de h_{el} définie par la relation 3.7. À cette distance, la pression sous la bulle est suffisante pour déclencher le rebond (fig.3.11). Les statistiques sont effectuées sur 140 essais, chaque point correspond à une statistique sur 20 bulles.

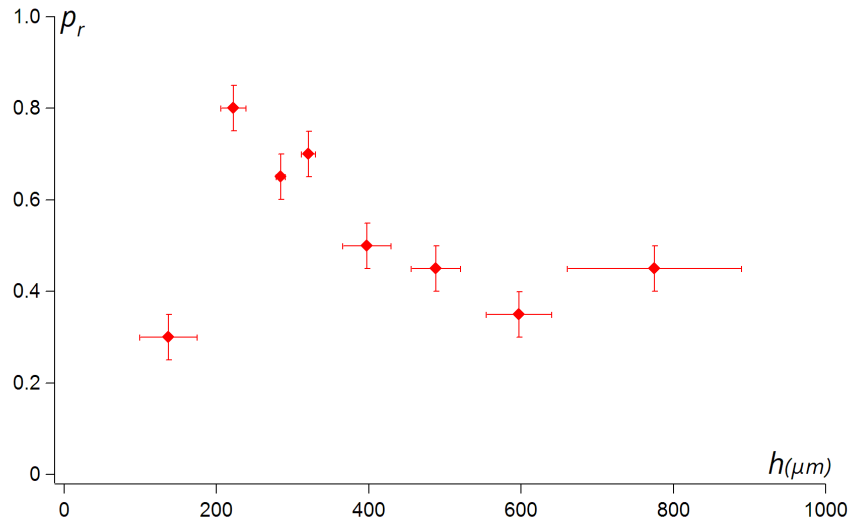


FIG. 3.11: Probabilité du rebond d'une bulle tombant sur un bain d'eau en fonction de l'épaisseur h_{el} (définie par la relation 3.7) à laquelle la bulle se déforme sous l'effet du drainage de l'air situé entre la bulle et le bain.

On constate bien que pour le film d'air le plus mince, le rebond est très peu probable. Par contre la probabilité de rebond a un maximum pour une épaisseur de $250 \mu m$ puis décroît quand h_{el} augmente. Cette dernière constatation est contre intuitive : si le rebond a lieu loin du bain pourquoi est il plus probable que la bulle coalesce ?

Le critère que l'on vient d'énoncer est un critère purement statique. Il serait aussi valable pour une goutte liquide, qui coalesce beaucoup plus facilement ! Ce qui différencie une bulle d'une goutte est sa très faible inertie. Alors, pour avoir un bon critère dans le cas où $h_{el} > 200 \mu m$, il faut savoir si sa chute est stoppée au moment du rebond ou bien si l'inertie de la bulle continue d'entraîner sa chute et provoque la coalescence.

3.5.3 Critère dynamique

Si les forces visqueuses sont grandes devant l'inertie de la bulle, alors la bulle sera freinée et le rebond aura bien lieu à la distance h_{el} du bain. Inversement, si l'inertie de la bulle est grande par rapport aux forces de freinage, alors la bulle continuera de réduire sa distance au

bain pendant le rebond. Pour comparer ces deux effets, on estime un temps caractéristique nécessaire pour freiner la bulle qui est le rapport de la quantité de mouvement de la bulle et de la force de freinage.

La quantité de mouvement vaut :

$$p = \left(\frac{4\pi}{3} \rho_g R^3 + 4\pi \rho_l e R^2 \right) v$$

et la force de freinage sur une sphère rigide s'approchant d'un plan vaut dans l'approximation de lubrification :

$$6\pi\eta_g R^2 \frac{v}{h}$$

Le temps estimé de freinage est donc :

$$\tau_{frein} \sim h \frac{\rho_g R + 3\rho_l e^2}{\eta_g} \quad (3.14)$$

On trace la probabilité de rebond en fonction de ce temps (fig.3.12). La probabilité de rebond augmente fortement quand τ_{frein} diminue, ce qui correspond à une domination des effets visqueux par rapport à l'inertie.

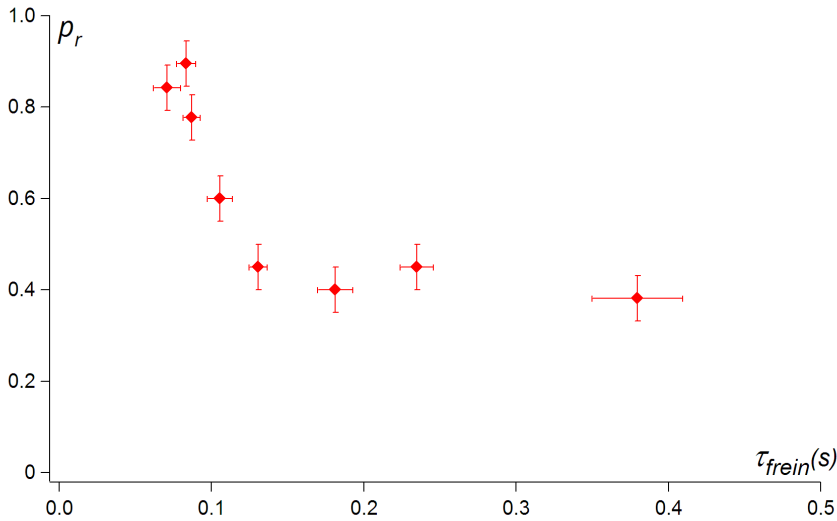


FIG. 3.12: Probabilité du rebond d'une bulle tombant sur un bain d'eau en fonction du temps τ_{frein} (défini par la relation 3.14) nécessaire à la bulle pour s'arrêter sous l'effet du drainage de l'air situé entre la bulle et le bain. Seules les bulles telles que $h > 200\mu m$ sont prises en compte dans la statistique.

La valeur de τ_{frein} pour laquelle on a presque toujours rebond est de l'ordre de 0,1s ce qui est grand devant le temps de rebond. Cependant l'écrasement de la goutte aide beaucoup au freinage, mais sa description est complexe. Pour estimer ce freinage supplémentaire, on peut calculer la force que subirait la goutte à son écrasement maximal défini par la relation 3.10. Dans l'approximation de lubrification, la force s'opposant à l'approche entre un plan

et un disque de même taille que la zone écrasée de la bulle s'approchant à vitesse v en étant parallèle au plan est alors [15] :

$$\frac{3}{2}\pi\eta_g R^4 W e_b \frac{v}{h^3}$$

Cette force de freinage est 1000 fois supérieure à celle ayant permis d'estimer τ_{frein} pour les valeurs typiques de nos expériences. Le vrai temps de freinage est probablement intermédiaire entre ces deux cas limites.

En conclusion, on observera la plus haute probabilité de rebond quand deux critères seront remplis : l'épaisseur du film d'air est suffisamment grande ($h > 200\mu m$) et les forces visqueuses doivent être suffisantes pour s'opposer à l'inertie de la bulle. Lors de nos expériences, le protocole de formation des bulles ne rendait pas complètement indépendant le rayon et la vitesse des bulles, nous n'avons donc eu accès qu'à une partie de l'espace (h, τ_{frein}) .

L'ensemble des observations effectuées est représentée sur la figure (fig.3.13). Les croix représentent une coalescence et les losanges un rebond. On voit apparaître une zone de rebond probable (grisée). Elle correspond à τ_{frein} petit et h grand.

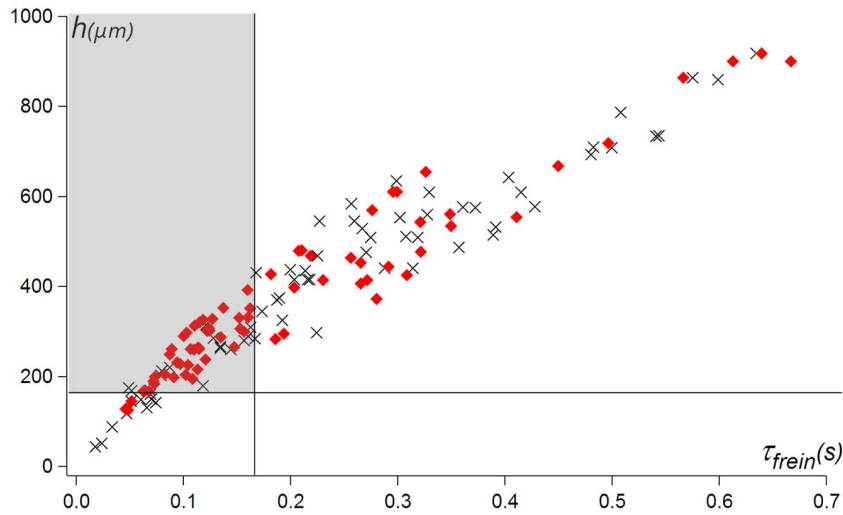


FIG. 3.13: On fait tomber une bulle de savon sur un bain liquide. Chaque symbole représente le résultat d'une expérience : un losange correspond à un rebond et une croix noire à une coalescence. Le plan est formé par un axe vertical représentant l'épaisseur h pour laquelle la bulle se déforme et un axe horizontal représentant le temps de freinage τ_{frein} calculés pour chaque expérience. On distingue une zone du plan ($h > 200\mu m$ et $\tau_{frein} < 0,1s$) dans laquelle le rebond est quasi-certain.

3.6 Conclusion

Grâce à la présence d'un film d'air temporaire entre la bulle et le bain, une bulle de savon peut dans certaines conditions rebondir sur une surface liquide. Le rebond de ces bulles résulte d'un transfert entre énergie cinétique et énergie de surface. Par de nombreux aspects, ce rebond est comparable à celui d'une goutte en mouillage nul. Cependant, le film d'air n'a pas que pour effet d'isoler la bulle du bain : la très faible inertie des bulles rend observable la dissipation visqueuse dans le film isolant.

- [1] R. Clift, J.R. Grace, and M.E. Weber. *Bubbles, drops, and particles*. Academic press New York, 1978.
- [2] G. Barnocky and R.H. Davis. Elastohydrodynamic collision and rebound of spheres : Experimental verification. *Physics of Fluids*, 31 :1324, 1988.
- [3] A.L. Biance, F. Chevy, C. Clanet, G. Lagubeau, and D. Quéré. On the elasticity of an inertial liquid shock. *Journal of Fluid Mechanics*, 554 :47–66, 2006.
- [4] G.B. Footte. The water drop rebound problem : Dynamics of collision. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 32(2) :390–402, 1975.
- [5] D. Richard and D. Quere. Bouncing water drops. *Europhysics Letters*, 50(6) :769–775, 2000.
- [6] D. Richard, C. Clanet, and D. Quéré. Surface phenomena : Contact time of a bouncing drop. *Nature*, 417(6891) :811, 2002.
- [7] R. Zenit and D. Legendre. The coefficient of restitution for air bubbles colliding against solid walls in viscous liquids. *Physics of Fluids*, 21 :083306, 2009.
- [8] C. Clanet, C. Buguin, D. Richard, and D. Quéré. Maximal deformation of an impacting drop. *Journal of Fluid Mechanics*, 517 :199–208, 2004.
- [9] H. Lamb. *Hydrodynamics*. Dover, 1932.
- [10] M. Perez, Y. Brechet, L. Salvo, M. Papoular, and M. Suery. Oscillation of liquid drops under gravity : Influence of shape on the resonance frequency. *Europhysics Letters*, 47(2) :189–195, 1999.
- [11] DC Morse and TA Witten. Droplet elasticity in weakly compressed emulsions. *Europhysics Letters*, 22(7) :549–555, 1993.

- [12] F. Chevy. Communication privée. 2008.
- [13] K. Okumura, F. Chevy, D. Richard, D. Quéré, and C. Clanet. Water spring : A model for bouncing drops. *Europhysics Letters*, 62(2) :237–243, 2003.
- [14] G.A. Bach, D.L. Koch, and A. Gopinath. Coalescence and bouncing of small aerosol droplets. *Journal of Fluid Mechanics*, 518 :157–185, 2004.
- [15] E. Guyon, J.P. Hulin, and L. Petit. *Hydrodynamique Physique*. EDP Sciences Editions, 1991.

Dévalement de billes liquides

Sommaire

4.1	Généralités sur les billes liquides	56
4.1.1	Dévalement d'une goutte visqueuse – modèle de Mahadevan et Pomeau	57
4.1.2	Validation expérimentale	60
4.2	Dévalement accéléré	60
4.2.1	Dispositif	61
4.2.2	Influence de l'accélération de la surface	61
4.2.3	Influence de la fréquence d'oscillation	66
4.3	Dévalement ralenti	68

4.1 Généralités sur les billes liquides



FIG. 4.1: Goutte d'eau enrobée par des spores de lycopodes ($20\mu L$).

Les billes liquides (ou gouttes enrobées) sont des gouttes entourées d'une couche de grains hydrophobes de taille micronique [1] (fig.4.1). Pour enrober une goutte, le protocole couramment utilisé est le suivant : on fait rouler la goutte sur un sol de grains hydrophobes. Grâce aux forces capillaires, la goutte capture alors à sa surface une partie des grains sur lesquels elle roule (fig.4.2). La poudre que nous utiliserons dans ce chapitre est constituée de spores de lycopodes de diamètre $40\mu m$ qui sont naturellement hydrophobes.

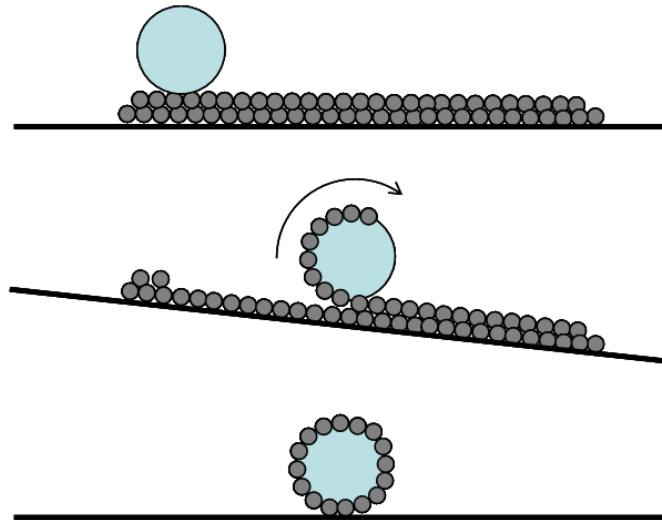


FIG. 4.2: Protocole utilisé pour créer une bille liquide : Une goutte est posée sur une surface recouverte de grains hydrophobes. En inclinant la surface on met la goutte en mouvement. La capillarité permet la capture des grains avec lesquels le liquide est en contact. Une couche de grains entoure la goutte, l'isolant alors du substrat sur lequel on la dépose.

La principale propriété de la couche de grains hydrophobes est d'isoler la goutte de son substrat. C'est une situation de non-mouillage parfait. Une goutte enrobée est stable lors-

qu'elle est déposée sur un solide ou même sur un liquide mouillant peu les grains [2]. Comme la stabilité de l'objet dépend des propriétés de mouillage du liquide sur lequel il repose, il a été proposé d'utiliser les gouttes enrobées comme test de pollution aux hydrocarbures à la surface de l'eau [3] : si leur temps de vie est limité, la surface est polluée.

Un grand avantage du non-contact est la facilité de mouvement qu'il engendre. Une goutte en contact nul sur un plan incliné roulera sur elle-même sous l'effet de son propre poids quelle que soit la pente du plan incliné [4]. La vitesse de la goutte est alors déterminée par la dissipation interne à celle-ci. Un modèle donnant la vitesse de déplacement d'une goutte visqueuse sur un plan incliné a été développé par Mahadevan et Pomeau [5]. Il est très bien vérifié à la fois pour une goutte roulant sur un plan superhydrophobe [4] et dans le cas des billes liquides [6].

4.1.1 Dévalement d'une goutte visqueuse – modèle de Mahadevan et Pomeau

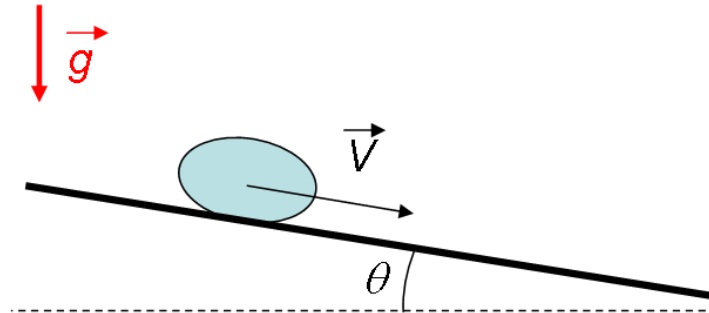


FIG. 4.3: Une goutte visqueuse et non mouillante est posée sur un plan incliné d'un angle θ . La goutte atteint une vitesse limite V déterminée par un équilibre entre gravité et force visqueuse.

Grosses gouttes : $R_0 > \kappa^{-1}$

Pour une goutte de volume $\frac{4}{3}\pi R_0^3$ et si R_0 est plus grand que la longueur capillaire qui compare les effets de la gravité et les effets de la capillarité ($\kappa^{-1} = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}$), la gravité écrase la goutte. Celle-ci prend une forme proche d'un disque dont l'épaisseur est le double de la longueur capillaire. On appelle ces gouttes des crêpes gravitaires.

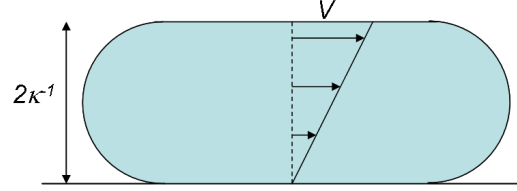


FIG. 4.4: Profil de vitesse à l'intérieur d'une crêpe gravitaire en mouvement à la vitesse V sur un plan. Un cisaillement apparaît sur l'ensemble de l'épaisseur de la goutte.

Le mouvement d'une crêpe gravitaire sur un plan incliné est déterminé par un équilibre entre énergie potentielle de gravité gagnée lors du dévalement et la dissipation visqueuse interne à la goutte [5].

La puissance reçue grâce à la diminution de l'énergie potentielle de gravité est :

$$\rho g R_0^3 V \sin\theta$$

L'épaisseur de la crêpe est proportionnelle à la longueur capillaire, corrigée d'un facteur $\frac{1}{\sqrt{\cos\theta}}$ dû à l'inclinaison du plan par rapport à la verticale. Lorsque la goutte est en mouvement, l'écoulement interne est un cisaillement sur toute son épaisseur (fig.4.4) c'est-à-dire l'échelle sur laquelle se produit le cisaillement est $\frac{\kappa^{-1}}{\sqrt{\cos\theta}}$. La puissance dissipée par viscosité s'exprime alors comme

$$\eta R_0^3 V^2 \kappa^2 \cos\theta \quad (4.1)$$

En équilibrant cette puissance dissipée par la puissance gagnée grâce à la gravité on trouve que la vitesse de dévalement d'une crêpe visqueuse est :

$$V_0 \sim \frac{\sigma}{\eta} \tan\theta \quad (4.2)$$

On peut remarquer que cette expression est indépendante de la gravité! En effet elle intervient à la fois dans la dissipation via l'épaisseur sur laquelle se produit le cisaillement et dans l'énergie potentielle de gravité.

Petites gouttes : $R_0 < \kappa^{-1}$

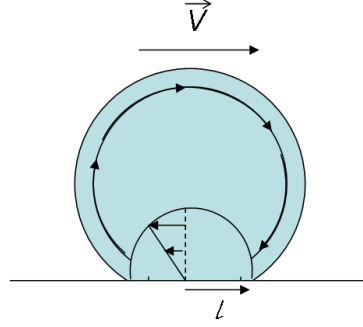


FIG. 4.5: Profil de vitesse à l'intérieur d'une goutte petite devant la longueur capillaire en mouvement à la vitesse V sur un plan. Un cisaillement est développé sur une épaisseur l égale à la taille du contact entre la goutte et le plan. Le reste de la goutte est en rotation solide.

Lorsque le rayon est plus petit que la longueur capillaire, la goutte a une forme de sphère écrasée à sa base. On peut distinguer deux zones pour le champ de vitesse interne à la goutte lors du dévalement. Loin du contact, la goutte est en rotation solide et il n'y a aucune dissipation dans cette zone. La région cisailée se situe près du contact de taille l . Le volume de cette région est d'ordre l^3 et les gradients de vitesse d'ordre V/R_0 . La puissance dissipée par la viscosité est donc :

$$\eta \frac{V^2}{R_0^2} l^3$$

Équilibrant cette puissance et celle développée par la gravité, on obtient la vitesse de dévalement :

$$V = \frac{\rho g \sin \theta R_0^5}{\eta l^3}$$

La taille l de la zone de contact est donné par l'équilibre entre la projection du poids de la goutte sur la normale à la surface ($\rho g R_0^3 \cos \theta$) et la force de réaction de la surface. En chaque point du contact, la surface équilibre la pression $\frac{\sigma}{R}$ interne à la goutte. La réaction de la surface est donc de la forme $\frac{\sigma}{R} l^2$. En équilibrant le poids de la goutte et la réaction du support, on peut maintenant exprimer l sous la forme :

$$l = \frac{R_0^2 \sqrt{\cos \theta}}{\kappa^{-1}}$$

Ainsi, la vitesse de dévalement s'écrit :

$$V \sim V_0 \frac{\kappa^{-1}}{R_0 \sqrt{\cos \theta}}$$

Avec V_0 la vitesse de dévalement des crêpes gravitaires.

Cette fois, la vitesse de dévalement est inversement proportionnelle au rayon des gouttes : les petites gouttes roulent plus vite que les grosses !

4.1.2 Validation expérimentale [6]

Sur la figure 4.6 nous présentons les résultats des expériences effectuées par Aussillous [6]. Comme nous pouvons le voir, le modèle de Mahadevan et Pomeau (trait plein) décrit très bien les vitesses mesurées, tant pour les petites gouttes que pour les grosses.

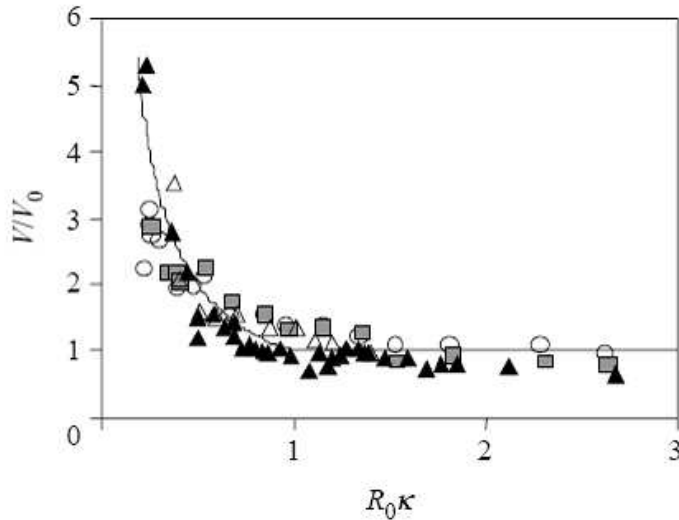


FIG. 4.6: Vitesse de dévalement de gouttes (mélange eau-glycérol) enrobées par des spores de lycopodes. La vitesse est normalisée par la vitesse de crêpes ($V_0 \sim \frac{\sigma}{\eta} \tan \theta$). Le rayon de la goutte est normalisé par la longueur capillaire modifiée $\kappa^{-1} = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g \cos \theta}}$. Le trait plein correspond au modèle de Mahadevan et Pomeau. Figure issue de [6].

Dans la suite, nous nous servirons de ces résultats comme référence pour la vitesse de dévalement d'une goutte visqueuse sur un plan incliné. Nous allons tout d'abord montrer un procédé permettant d'accélérer ces gouttes. Puis, nous mettrons en évidence un nouveau paramètre (propre aux gouttes enrobées) qui, au contraire, est susceptible de freiner leur mouvement.

4.2 Dévalement accéléré

La contrainte de cisaillement de la goutte sur le plan est à l'origine de la force de freinage. Pour réduire cette dissipation, il faut donc limiter le contact entre la goutte et la surface. Or, géométriquement, ce contact est déjà minimal, la goutte ne mouillant pas du tout le solide. Une alternative permettant de réduire la dissipation est de diminuer son contact dans le temps, et non l'espace. Pour cela, nous nous proposons d'étudier ce qui se passe quand on entretient le rebond de la goutte sur la surface.

4.2.1 Dispositif

Nous avons réalisé un système permettant de faire décoller périodiquement une goutte sur un plan incliné. Le plan est posé sur un pot vibrant et on fait osciller la surface suivant sa perpendiculaire. L'oscillation est sinusoïdale, on contrôle son amplitude et sa fréquence avec un générateur basse fréquence. Pour une amplitude suffisante, la goutte décolle périodiquement du plan.

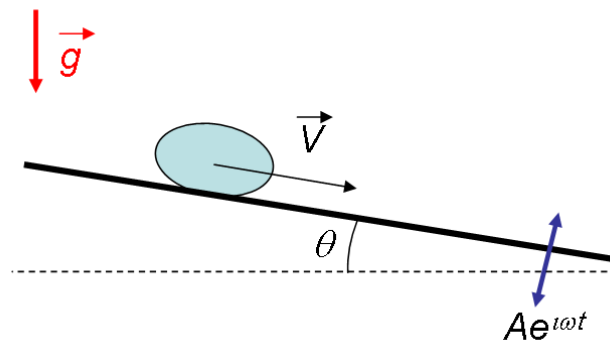


FIG. 4.7: Principe du montage : un plan incliné d'un angle θ est posé sur un pot vibrant. À l'aide d'un générateur basse fréquence, on impose au pot une vibration sinusoïdale d'amplitude et de fréquence contrôlée. La vibration se fait suivant la normale au plan incliné.

Les gouttes enrobées sont relativement fragiles et on les soumet à de fortes accélérations. Si la surface du plan est en teflon, on observe au bout de quelques oscillations que la couche de billes entourant la goutte se perce ; la goutte mouille alors le substrat. Pour pallier ce problème, la surface adoptée est une surface sur laquelle sont collés des spores de lycopodes. La goutte ne mouille alors que très rarement ce substrat super-hydrophobe.

Les gouttes utilisées sont des gouttes de glycérol pur de $100\mu L$ qui se trouvent dans le régime "crêpes gravitaires" du modèle de Mahadevan et Pomeau. Après avoir déclenché l'oscillation de la surface, on observe que la goutte accélère brutalement et atteint presque instantanément un régime permanent de vitesse constante. La vitesse limite observée peut être jusqu'à 8 fois supérieure à la vitesse qu'aurait la goutte sur le même plan immobile.

4.2.2 Influence de l'accélération de la surface

Nous avons fait varier l'amplitude A d'oscillation de la surface à fréquence fixée. Ainsi nous avons fait varier l'accélération maximale imposée à la goutte normalement au plan. Sur la figure 4.8, nous avons représenté la vitesse de dévalement moyenne d'une goutte de $100\mu L$ de glycérol sur un plan incliné d'un angle $\theta = 11^\circ$ en fonction de l'accélération imposée normalement au plan exprimée en unités d'accélération terrestre g : $g^* = \frac{A\omega^2}{g}$.

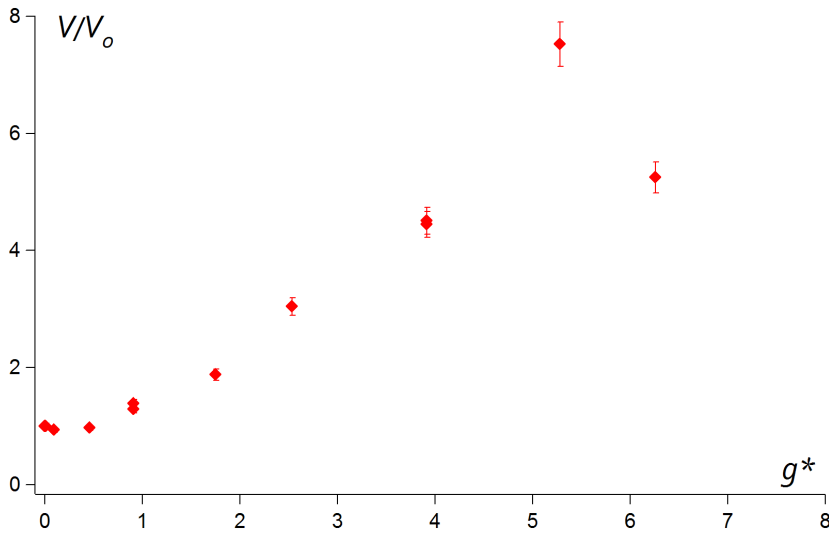


FIG. 4.8: Vitesse de dévalement d'une goutte enrobée (glycérol, $100\mu L$) sur un plan incliné par rapport à l'horizontale de 11° et oscillant à 56Hz en fonction de l'accélération maximale g^* du plan exprimé en unités g .

On constate que pour des accélérations inférieures à g , la vitesse observée est comparable à celle observée sans oscillation du plan. Pour $g^* = 1$, la vitesse de la goutte est légèrement supérieure à celle observée sans vibration (de l'ordre de quelques dizaines de pourcents). Pour de plus fortes accélérations, la vitesse augmente de façon non négligeable (jusqu'à un facteur 8 pour $g^* = 5$). Cependant pour l'accélération maximale que nous pouvions atteindre ($6g$), la vitesse semble diminuer. On distingue en outre deux comportements qualitativement différents : Pour $g^* < 1$, la goutte est toujours en contact avec le plan incliné. Pour $g^* > 1$, elle décolle périodiquement.

Goutte toujours en contact

Lorsque la goutte est toujours en contact avec le solide, la vitesse de dévalement oscille périodiquement. Sur la figure 4.9 on a représenté la vitesse de dévalement en fonction de la position z du plan incliné par rapport à sa position d'origine. La fréquence d'oscillation est 40Hz et l'accélération maximale est g .

Cette variation n'est pas surprenante car la goutte oscille et donc son épaisseur change au cours du temps. On observe que la vitesse de la goutte varie en quadrature avec la position du plan. Et en moyenne, la vitesse de la goutte est plus importante que si le plan était immobile. Par exemple, lorsque l'accélération maximale du plan est g , la vitesse moyenne est augmentée de 40%.

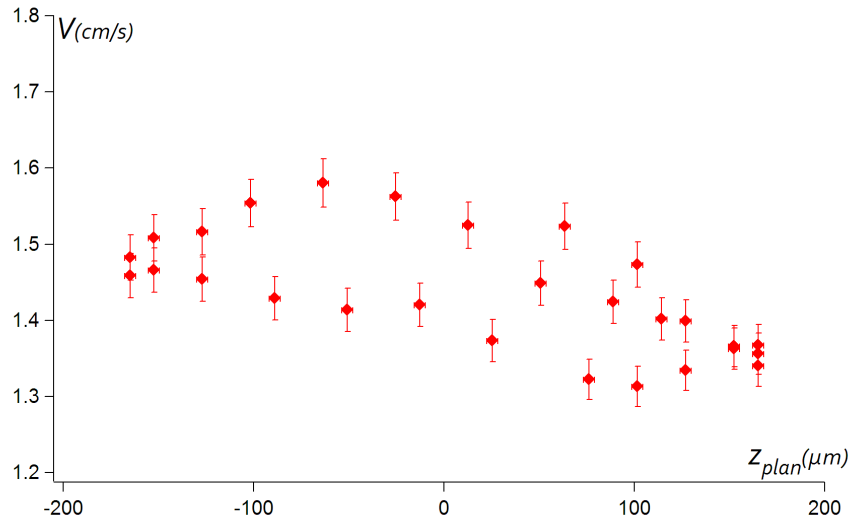


FIG. 4.9: Vitesse de dévalement d'une goutte enrobée (glycérol, $100\mu l$) sur un plan incliné en fonction de la position du plan incliné z (qui oscille entre A et $-A$). Le plan est incliné par rapport à l'horizontale de 11° et oscille à 40Hz avec une accélération maximale égale à g . Sans oscillation, la vitesse de dévalement est 1cm/s .

Accélération plus grande que g

Lorsque l'accélération maximale g^* de la plaque vibrante est plus grande que g , la goutte ne touche plus la plaque pendant une partie du cycle : dès que l'accélération ressentie par la goutte s'annule, elle décolle de la plaque. Elle est alors en chute libre pendant un court instant. Puis elle entre à nouveau en contact avec celle-ci. Et un nouveau cycle se produit (fig.4.10).

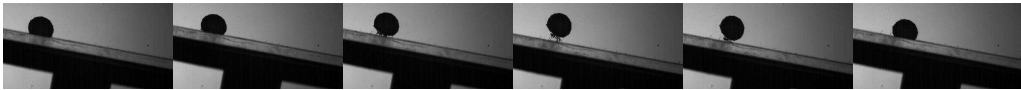


FIG. 4.10: Un cycle de décollage-atterrissage d'une goutte enrobée (glycérol, $100\mu L$) sur un plan incliné par rapport à l'horizontale de 11° et oscillant à 40Hz avec une accélération maximale égale à $3g$.

Une goutte visqueuse ayant très peu d'inertie, elle atteint rapidement un régime permanent de vitesse moyenne V_m constant. Cependant à l'échelle d'une période (de durée τ) sa vitesse fluctue comme on peut le voir sur la figure 4.11.

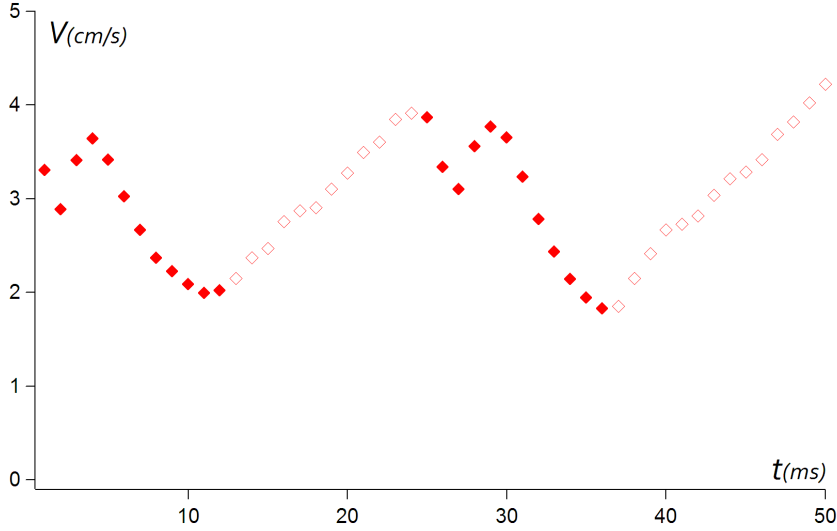


FIG. 4.11: Vitesse de dévalement au cours du temps d'une goutte enrobée (glycérol, $100\mu L$) sur un plan incliné par rapport à l'horizontale de 11° et oscillant à 40Hz avec une accélération maximale égale à 3g. Losanges pleins : goutte en contact avec le plan. Losanges creux : goutte décollée du plan.

On peut distinguer deux étapes dans un cycle :

Tout d'abord, à $t=0$, la goutte entre en contact avec le sol. Sa vitesse est alors V_c parallèlement au plan. Elle est alors freinée par le plan pendant une durée τ_c . Le temps nécessaire pour établir l'écoulement de cisaillement dans la goutte est de $\frac{\kappa^{-2}}{\nu} \approx 6ms$. Après ce temps, on peut appliquer le modèle de Mahadevan-Pomeau pour calculer le freinage visqueux. Si on néglige la variation d'épaisseur de la goutte, la force visqueuse est obtenue directement à partir de l'équation 4.1 :

$$F = -\eta R_0^3 V \kappa^2 \cos\theta = -m \frac{V}{t_f}$$

où on a noté $t_f \sim \frac{\rho}{\eta \kappa^2 \cos\theta}$ le temps caractéristique de freinage de la goutte. t_f est de l'ordre de $5ms$ pour une goutte de glycérol.

Si on note V_0 la vitesse de dévalement lorsque le plan est immobile, à la fin de cette phase la vitesse vaut

$$V_d = (V_c - V_0)e^{-\frac{\tau_c}{t_f}} + V_0 \quad (4.3)$$

Puis, à l'instant τ_c la goutte décolle. Elle est alors en chute libre pendant une durée t_v avant qu'elle touche à nouveau le sol. Si on note V_i la vitesse à l'instant initial et V_c la vitesse au moment où la goutte touche à nouveau le sol, alors

$$V_f = V_d + g\theta t_v \quad (4.4)$$

Le mouvement étant périodique, $V_f = V_c$ et un nouveau cycle commence.

Vitesse moyenne

Un moyen simple pour obtenir la vitesse moyenne, est d'adopter un raisonnement énergétique. L'énergie de gravité gagnée en une période est

$$\rho g R_0^3 V \sin \theta \tau$$

et en faisant l'approximation que les variations de vitesse à l'échelle d'un cycle sont petites, l'énergie dissipée par viscosité lorsque la goutte est en contact avec le sol vaut

$$\eta R_0^3 V^2 \kappa^2 \cos \theta \tau_c$$

En notant V_0 la vitesse de la goutte lorsque le plan est immobile, la vitesse moyenne est alors :

$$V = \frac{\tau}{\tau_c} V_0 \quad (4.5)$$

Sur la figure 4.12, nous avons représenté la vitesse de dévalement d'une goutte enrobée de $100\mu L$ de glycérol sur un plan vibrant incliné d'un angle de 11° en fonction de la fraction de temps $\frac{\tau_c}{\tau}$ où la goutte est en contact avec le plan lors d'un cycle. La vitesse est adimensionnée par la vitesse observée quand le plan est fixe. Le trait plein représente un ajustement selon la loi 4.5.

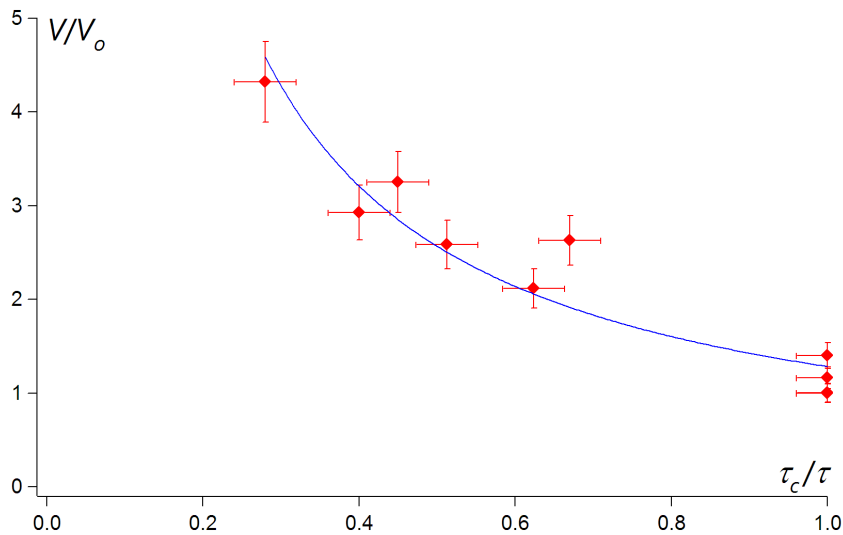


FIG. 4.12: Vitesse de dévalement d'une goutte enrobée de $100\mu L$ de glycérol sur un plan vibrant incliné d'un angle de 11° en fonction de la fraction de temps $\frac{\tau_c}{\tau}$ où la goutte est en contact avec le plan lors d'un cycle. La vitesse est adimensionnée par la vitesse observée quand le plan est fixe. Le trait plein représente un ajustement selon la loi 4.5.

On constate que la loi 4.5 décrit bien la dépendance de la vitesse de la goutte avec $\frac{\tau_c}{\tau}$ à un préfacteur 1,2 près qui provient probablement du fait que la goutte oscille lorsqu'elle est en contact avec le plan.

Ainsi, le seul paramètre $\frac{\tau_c}{\tau}$ permet de prédire correctement la vitesse de la goutte. Néanmoins, estimer ce paramètre est complexe car l'amplitude d'oscillation du pot vibrant est du même ordre que la hauteur maximale atteinte par la goutte. La trajectoire de la goutte est parabolique et l'oscillation du pot sinusoïdale. L'intersection des deux est hautement non-linéaire. Le temps de vol d'une bille sur un plan vibrant est en effet un exemple bien connu de transition vers le chaos [7]. C'est un de ces effets qui explique la diminution de la vitesse moyenne mesurée pour la plus grande accélération sur la figure 4.8 : on observe d'un doublement de période dans le cycle de décollage-atterrissage et celui-ci a pour effet d'augmenter le temps de contact moyen sur la surface.

4.2.3 Influence de la fréquence d'oscillation

Nous avons fait varier la fréquence d'oscillation de la surface en gardant fixe l'accélération maximale imposée à la surface. Sur la figure 4.13, nous avons représenté la vitesse de dévalement moyenne d'une goutte de $100\mu L$ de glycérol sur un plan incliné d'un angle $\theta = 11^\circ$ en fonction de la fréquence de vibration du plan pour une accélération maximale égale à $2g$.

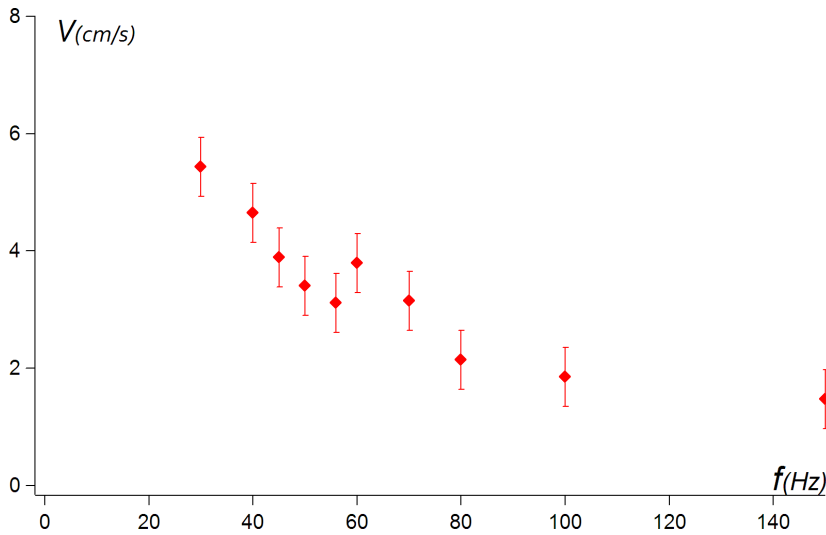


FIG. 4.13: Vitesse de dévalement moyenne d'une goutte de $100\mu L$ de glycérol enrobée sur un plan incliné vibrant de manière sinusoïdale suivant sa normale en fonction de la fréquence de vibration. L'accélération maximale du plan est fixée à $2g$. La goutte a un volume de $100\mu L$ et le plan est incliné d'un angle $\theta = 11^\circ$ par rapport à l'horizontale.

Plus la fréquence est grande, plus la vitesse de dévalement est petite. Pour une fréquence

supérieure à $100Hz$, elle est égale à la vitesse de dévalement lorsque le plan est fixe. On peut avancer deux explications pour comprendre cette dépendance de la manière suivante : Tout d'abord, la vitesse à laquelle la goutte décolle du plan est $\frac{g}{\omega}$, inversement proportionnelle à la pulsation. Ainsi, plus la fréquence est grande, plus le temps de vol est petit et donc la vitesse moyenne est petite. Ensuite, il faut prendre en compte le temps de réaction de la goutte dû à la viscosité. Nous l'avons évalué précédemment à 6 millisecondes ce qui donne une fréquence de coupure de l'ordre de $150Hz$.

Vieillessement des gouttes ?

Si nous effectuons plusieurs fois la même expérience avec la même goutte, le résultat est différent : la vitesse de la goutte diminue au fur et à mesure des expériences (fig.4.14).

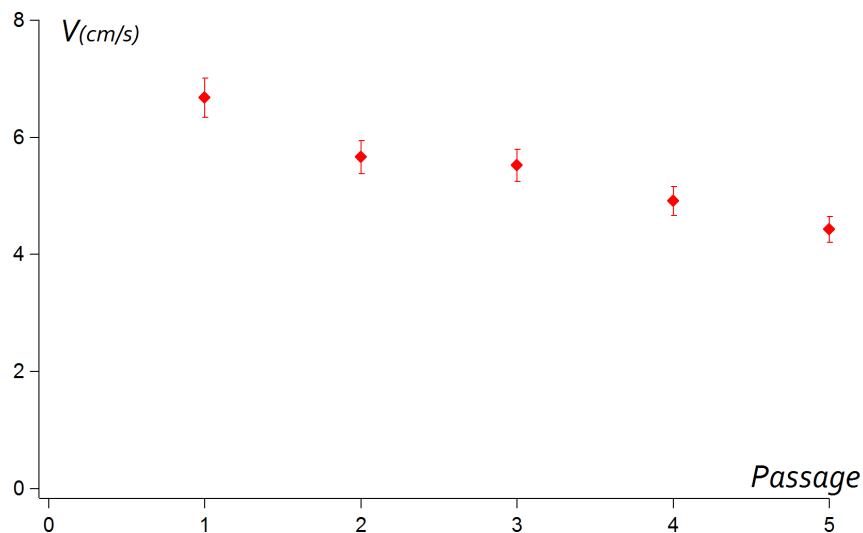


FIG. 4.14: Vitesse de dévalement d'une goutte enrobée de spores de lycopodes sur une surface lycopodée inclinée (oscillation de fréquence $40Hz$ à l'accélération $4g$). En abscisse nous avons représenté le nombre de passages successifs de la même goutte sur le plan.

En fait, la goutte se déplace sur une surface constituée elle-même de grains. On peut penser qu'elle continue à capturer des grains à sa surface. Le nombre de grains à la surface modifie-t-il la vitesse de dévalement d'une goutte enrobée ? Pour répondre à cette question, nous nous sommes intéressés à la relation entre la vitesse de dévalement et la distance sur laquelle la goutte a capturé des spores de lycopodes.

4.3 Dévalement ralenti

Nous avons reproduit l'expérience de P. Aussillous [1] : une goutte enrobée dévale un plan incliné fixe dont la surface n'est pas recouverte de grains. L'originalité de notre expérience réside dans la préparation de gouttes : nous avons contrôlé la distance parcourue par la goutte sur le tas de grains lors de sa formation.

Sur la figure 4.15, nous avons tracé la vitesse de dévalement d'une goutte en fonction de la distance L parcourue au préalable sur la surface de spores de lycopodes. La goutte est constituée de $50 \mu\text{L}$ d'un mélange eau-glycérol contenant 85% de glycérol en masse. Le plan est incliné de $6,5^\circ$ et est en duralumine.

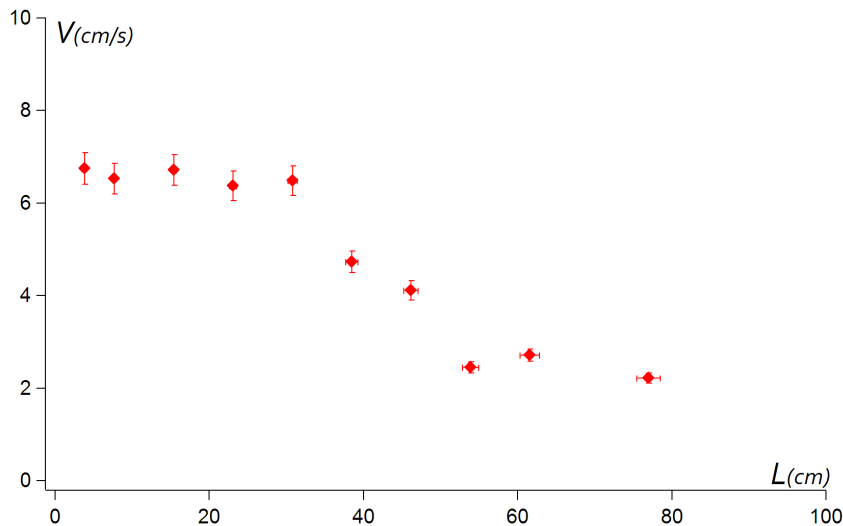


FIG. 4.15: Vitesse de dévalement d'une goutte enrobée de $50\mu\text{L}$ d'un mélange eau glycerol (15-85% en masse) sur plan incliné d'un angle de $6,5^\circ$ en fonction de la distance L parcourue par la goutte sur un tas de spores de lycopodes durant sa préparation.

On constate que la vitesse de dévalement est constante pour $L < 30\text{cm}$ ce qui correspond aux distances habituelles d'enrobage. La vitesse est alors celle prédite par le modèle de Mahadevan et Pomeau. Ces expériences sont donc cohérentes avec celles réalisées précédemment par P. Aussillous [1]. Cependant, pour des distances d'enrobage plus grandes, la vitesse diminue brutalement ce que l'on peut traduire par une forte augmentation de la viscosité effective calculée grâce à la relation 4.2. Celle-ci augmente d'un facteur pouvant aller jusqu'à 3 (fig.4.16).

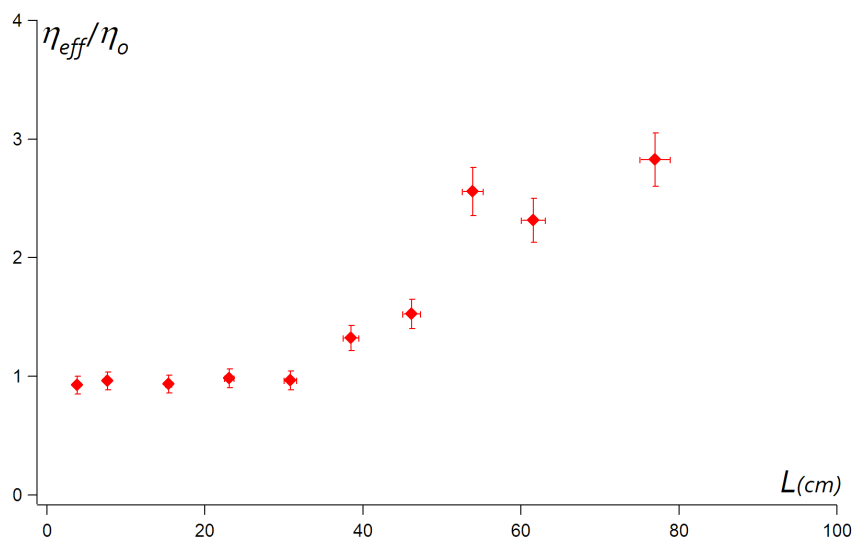


FIG. 4.16: Viscosité effective d'une goutte enrobée de $50\mu L$ d'un mélange eau glycerol (15-85% en masse) sur plan incliné d'un angle de $6,5^\circ$ en fonction de la distance L parcourue par la goutte sur un tas de spores de lycopodes durant sa préparation.

En changeant l'inclinaison du plan, il est même possible d'arrêter complètement le mouvement de la goutte. Sur la figure 4.17, nous avons représenté l'angle d'arrêt θ_{stop} pour goutte de $50\mu L$ en fonction de la longueur d'enrobage L .

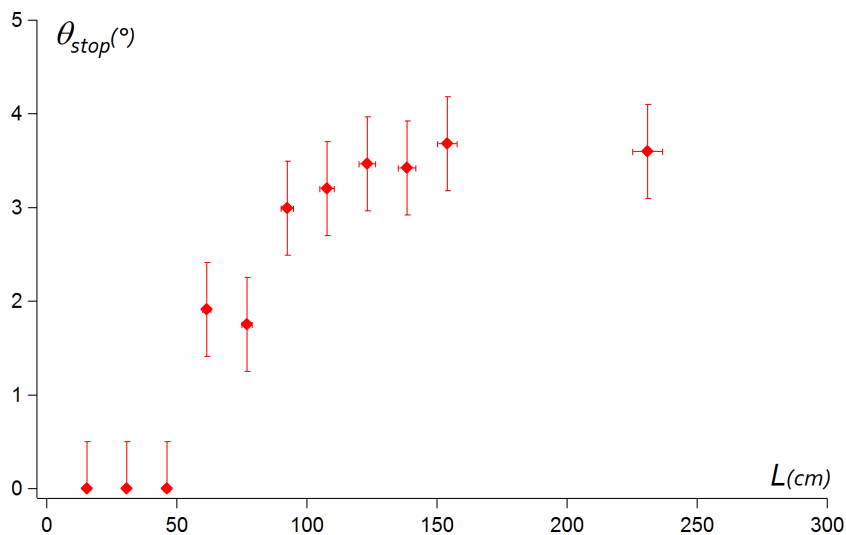


FIG. 4.17: Angle d'arrêt d'une goutte enrobée de $50\mu L$ d'un mélange eau glycerol (15-85% en masse) en fonction de la distance L parcourue par la goutte sur un tas de spores de lycopodes durant sa préparation.

Pour les faibles distances d'enrobage, la goutte est mise en mouvement quel que soit l'angle d'inclinaison de son support puis, quand L croît, une transition se produit et pour les grandes distances L un angle d'arrêt non nul est observé. Ainsi, la goutte acquiert les caractéristiques d'un solide. On peut penser que le nombre de grains entourant la goutte est une fonction croissante de L , et donc qu'il modifie profondément le comportement rhéologique global des gouttes enrobées. Pour les petites quantités de grains, elles se comportent comme un liquide, mais pour un plus grand nombre de grains, un frottement solide apparaît. Son comportement a alors les caractéristiques d'un objet viscoplastique.

Dans la suite, nous nous proposons de caractériser plus en détail l'influence de la densité de grains à la surface sur ces "interfaces composites", à la fois capillaires et granulaires.

- [1] P. Aussillous and D. Quéré. Liquid marbles. *Nature*, 411(6840) :924–927, 2001.
- [2] E. Bormashenko, Y. Bormashenko, and A. Musin. Water rolling and floating upon water : Marbles supported by a water/marble interface. *Journal of Colloid And Interface Science*, 2008.
- [3] E. Bormashenko and A. Musin. Revealing of water surface pollution with liquid marbles. *Applied Surface Science*, 255(12) :6429–6431, 2009.
- [4] D. Richard and D. Quere. Viscous drops rolling on a tilted non-wettable solid. *Europhysics Letters*, 48(3) :286–291, 1999.
- [5] L. Mahadevan and Y. Pomeau. Rolling droplets. *Physics of Fluids*, 11 :2449, 1999.
- [6] P. Aussillous and D. Quéré. Properties of liquid marbles. *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Science*, 462(2067) :973, 2006.
- [7] JM Luck and A. Mehta. Bouncing ball with a finite restitution : Chattering, locking, and chaos. *Physical Review E*, 48(5) :3988–3997, 1993.

Deuxième partie

Interfaces composites

La capillarité impose aux gouttes une forme qui minimise leur énergie [1]. Ainsi, en l'absence de gravité, une goutte est sphérique. Or, il a été montré récemment que lorsqu'une goutte (ou une bulle) est entourée de grains de taille micronique, cette minimisation ne se produit plus nécessairement [2, 3]. Une contrainte minimale est alors nécessaire pour déformer ces objets, que la tension de surface ne peut pas vaincre [4]. On peut donc les moduler à volonté et leur forme restera stable en l'absence de contrainte. Un des effets remarquables de cette stabilité est que la présence de grains à la surface d'une bulle plongée dans un liquide empêche la dissolution des gaz qui la compose [5, 6]. On appelle ces interfaces des "interfaces composites" car elles sont duales : à la fois liquides et granulaires.

Or, les propriétés de la capillarité et des milieux granulaires sont diamétralement opposées :

- La capillarité met l'interface sous tension alors que les grains ne peuvent être que comprimés.
- La capillarité est non dissipative et régie par la thermodynamique, alors que le comportement des grains est gouverné par la dissipation.

La combinaison de ces propriétés antagonistes crée alors une interface aux caractéristiques originales.

- Elle est à la fois tendue par la tension de surface et comprimée par les grains. Ainsi, la tension de surface effective (statique) diminue rapidement pour une couverture de surface proche de celle où apparaît le jamming [7].
- Il faut dépasser un seuil de contrainte pour déformer l'interface mais elle présente aussi des propriétés élastiques [8].

Un exemple particulièrement frappant de ces propriétés est la compression d'un monocouche de grains dans une cuve de Langmuir. Lorsqu'elle est peu comprimée, la surface a les mêmes propriétés que le liquide. Puis, lors de la compression, une pression entre grains apparaît [9]. Mais la propagation des contraintes dans la cuve est typique des milieux granulaires : on observe l'effet Janssen [10]. En comprimant plus encore, la pression sature et tout se passe comme si la tension de surface s'annulait. Alors, l'interface se comporte

comme un milieu élastique et flambe [8] !

Toutes les études connues traitent des propriétés statiques de ces interfaces. Or, nous avons vu au chapitre 4 que les propriétés dynamiques d'une bille liquide dont l'interface est composite dépendaient fortement du nombre de grains qui l'entourent. L'objet de cette partie est l'étude de l'influence des grains sur le comportement statique et dynamique de ces gouttes enrobées.

Dans un premier temps, nous montrerons comment la présence de grains modifie la forme des gouttes (chap.5) et nous mesurerons le nombre de grains collés lors de la formation d'une goutte (chap.6). Puis, dans un second temps, nous nous intéresserons aux propriétés dynamiques de ces gouttes en étudiant leur spectre de résonance (chap.7). Lorsque la fraction de grains à la surface devient importante, on observe un comportement dynamique qui rappelle fortement celui des écoulements granulaires denses (chap.8). Cette étude permet de mieux comprendre la diminution de la vitesse de dévalement d'une bille liquide observée au chapitre 4 lorsque le nombre de grains qui l'entourent croît.

- [1] P.G. de Gennes, F. Brochard-Wyart, and D. Quéré. *Gouttes, bulles, perles et ondes*. Belin, 2002.
- [2] H. Xu, S. Melle, K. Golemanov, and G. Fuller. Shape and Buckling Transitions in Solid-Stabilized Drops. *Langmuir*, 21(22) :10016–10020, 2005.
- [3] A.B. Subramaniam, M. Abkarian, L. Mahadevan, and H.A. Stone. Non-spherical bubbles. *Nature*, 438 :15, 2005.
- [4] A.B. Subramaniam, M. Abkarian, L. Mahadevan, and H.A. Stone. Mechanics of interfacial composite materials. *Langmuir*, 22(24) :10204–10208, 2006.
- [5] S.I. Kam and W.R. Rossen. Anomalous capillary pressure, stress, and stability of solids-coated bubbles. *Journal of Colloid and Interface Science*, 213(2) :329–339, 1999.
- [6] M. Abkarian, A.B. Subramaniam, S.H. Kim, R.J. Larsen, S.M. Yang, and H.A. Stone. Dissolution Arrest and Stability of Particle-Covered Bubbles. *Physical Review Letters*, 99(18) :188301, 2007.
- [7] C. Monteux, J. Kirkwood, H. Xu, E. Jung, and G.G. Fuller. Determining the mechanical response of particle-laden fluid interfaces using surface pressure isotherms and bulk pressure measurements of droplets. *Physical Chemistry Chemical Physics*, 9(48) :6344–6350, 2007.
- [8] D. Vella, P. Aussillous, and L. Mahadevan. Elasticity of an interfacial particle raft. *EPL (Europhysics Letters)*, 68 :212–218, 2004.
- [9] R. Miller, VB Fainerman, VI Kovalchuk, DO Grigoriev, ME Leser, and M. Michel. Composite interfacial layers containing micro-size and nano-size particles. *Advances in Colloid and Interface Science*, 128 :17–26, 2006.

- [10] P. Cicuti and D. Vella. Granular character of particle rafts. *Physical Review Letters*, 102(13) :138302, 2009.

Formes et propriétés statiques de gouttes enrobées

Sommaire

5.1	Aire de contact des gouttes enrobées : effet de la pression entre grains	81
5.1.1	Gouttes "peu" enrobées	81
5.1.2	Observation des premiers instants de l'évaporation d'une goutte .	84
5.1.3	Mesure de tension de surface effective	85
5.2	Enrobage fort et orienté : Gouttes cylindriques	87
5.3	Modèle du collage d'un grain par une interface encombrée . .	91
5.3.1	Création d'un trou	91
5.3.2	Mesure de la force de frottement	91
5.4	Conclusion	95

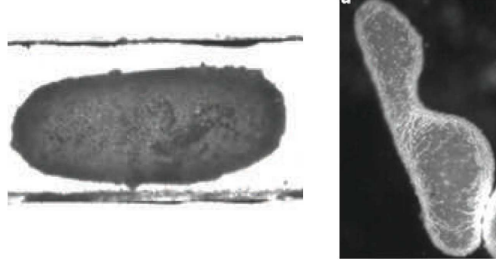


FIG. 5.1: Bulles d'air dans l'eau, enrobées de billes de polystyrène. À gauche, la bulle a été comprimée entre deux plaques et garde une forme allongée. À droite, la bulle a été pincée et conserve son pincement. Images issues de [1].

La présence de grains à la surface d'une goutte peut modifier sa forme. Lorsque la fraction ϕ_s de la surface occupée par les grains est faible, cette forme est celle d'une goutte de liquide pur [2]. Son analyse a permis d'estimer une tension de surface effective pour les gouttes enrobées [3]. Cependant lorsque ϕ_s augmente, on observe des objets différents. Subramaniam et al.[1] ont constaté que des bulles dont l'enrobage est effectué sous fort cisaillement avaient des surfaces très encombrées et pouvaient adopter des formes stables non sphériques comme on peut le constater sur la figure 5.1.

En aspirant du liquide après avoir enrobée une goutte, on peut aussi augmenter la densité de grains à sa surface, comme proposé par Monteux et al. [4]. Alors, on observe que tout d'abord la goutte s'écrase sous son propre poids avant que sa surface ne flambe (fig.5.2, gauche). Dandan et Erbil [5] ont observé des formes similaires en laissant une goutte enrobée s'évaporer (fig.5.2, droite).

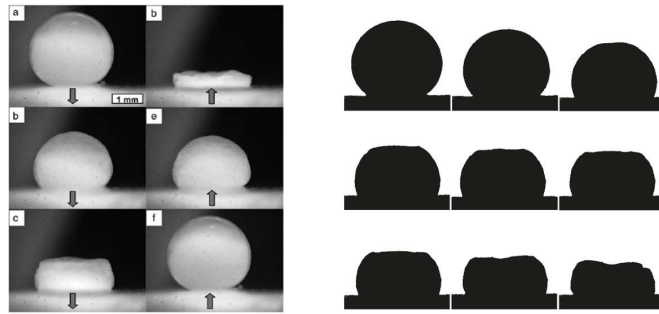


FIG. 5.2: Gauche : goutte d'eau enrobée de billes de polystyrène immergée dans du décane. Le volume de la goutte est successivement diminué (colonne de gauche) puis augmenté (colonne de droite). Image issue de [4]. Droite : flambage d'une goutte d'eau enrobée de billes de carbone s'évaporant. Image issue de [5].

Ainsi, lorsque la densité de grains à la surface augmente, les gouttes enrobées adoptent des formes qui peuvent être différentes de la forme minimisant l'énergie de surface. À cause de la friction, de nombreuses formes métastables peuvent exister et l'histoire de la goutte détermine alors son apparence.

Dans ce chapitre, nous allons présenter deux cas particuliers de ces formes. Tout d'abord nous étudierons l'écrasement observé dans les premiers instants de l'évaporation d'une goutte enrobée. Celui-ci est une manifestation de l'apparition d'une pression entre grains quand ϕ_s croît. Puis, nous étudierons la forme adoptée par une goutte ayant été enrobée en parcourant une grande distance sur une surface de grains : l'accumulation de grains lui fait alors adopter une forme allongée. Cette forme est stable grâce à la friction entre grains dont nous proposerons une mesure.

5.1 Aire de contact des gouttes enrobées : effet de la pression entre grains

5.1.1 Gouttes "peu" enrobées

Comme l'ont montré Aussillous et al. [2], la forme des gouttes peu enrobées posées sur un substrat est la même que celle qu'adopterait un liquide en mouillage nul. On peut le vérifier en mesurant l'aire de la zone de contact entre la goutte et le substrat.

En effet, une goutte s'écrase sous l'effet de son propre poids, quelle que soit la taille (fig.5.3). Si elle restait sous forme sphérique, la pression au point de contact serait infinie.

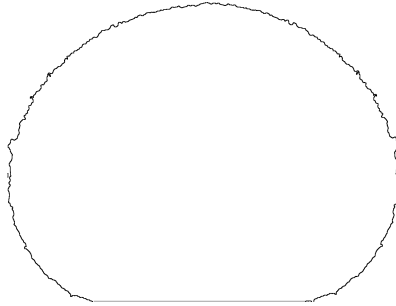


FIG. 5.3: Profil tiré d'une photographie d'une goutte de $20\mu L$ d'eau enrobée par des spores de lycopodes. La goutte est écrasée légèrement par la gravité et le rayon de la zone de contact vaut environ la moitié du rayon de la goutte.

La loi déterminant la taille de la zone de contact est différente de celle des sphères élastiques (contact de Hertz [6]) car l'élasticité d'une goutte est uniquement une élasticité de surface. L'équilibre entre le poids de la goutte et la réaction du substrat détermine le rayon ℓ de la zone de contact. Localement le substrat équilibre la pression interne à la goutte. Celle-ci dépend par la loi de Laplace du rayon de courbure au sommet de la goutte R ainsi que de la pression hydrostatique sur sa hauteur h . En notant m la masse de la goutte, σ la tension de surface et ρ et la masse volumique du liquide, l'équilibre des forces s'écrit

$$mg = \pi\ell^2\left(\frac{2\sigma}{R} + \rho gh\right) \quad (5.1)$$

Petites gouttes

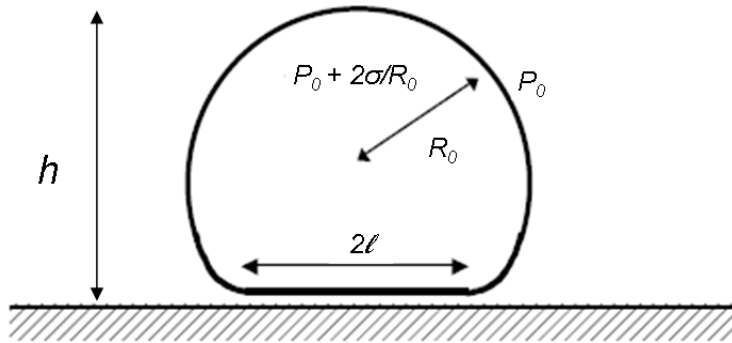


FIG. 5.4: Déformation d'une goutte de rayon petit devant la longueur capillaire.

Dans le cas où le rayon R_0 qu'adopterait la goutte si elle était sous forme sphérique est petit devant la longueur capillaire κ^{-1} , la goutte est peu déformée par rapport à la sphère (fig.5.4). Le terme de pression de Laplace domine et $R \approx R_0$. Alors la taille de la zone de contact vaut

$$l \approx \kappa^{-1} \sqrt{\frac{2}{3}} (R_0 \kappa)^2 \tag{5.2}$$

Grosses gouttes

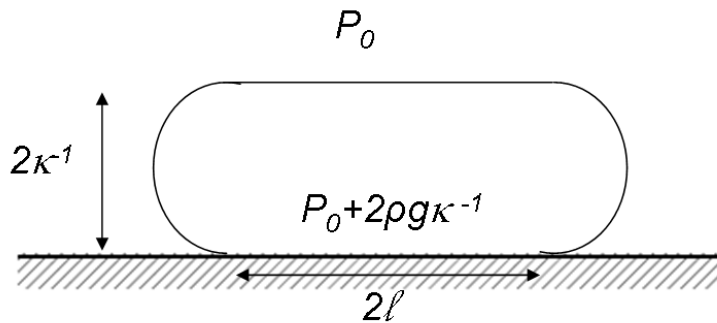


FIG. 5.5: Déformation d'une goutte de rayon grand devant la longueur capillaire.

A l'inverse, si R_0 est grand devant κ^{-1} , la goutte est très déformée par rapport à la sphère (fig.5.5). Elle adopte une forme aplatie d'épaisseur $2\kappa^{-1}$, appelée crêpe gravitaire. La courbure au sommet est presque nulle et le terme de pression hydrostatique domine le terme de pression de Laplace. La taille de la zone de contact vaut alors

$$\ell \approx \kappa^{-1} \sqrt{\frac{2}{3}} (R_0 \kappa)^{3/2} \quad (5.3)$$

Validation expérimentale

Les deux lois donnant ℓ en fonction de $R_0 \kappa$ (5.2 et 5.3) ont été observées par Aussillous et al. [2]. Sur la figure 5.6, on distingue bien les deux régimes différents suivant que la taille de la goutte est petite ($R_0 \kappa < 1$) ou grande devant la longueur capillaire ($R_0 \kappa > 1$).

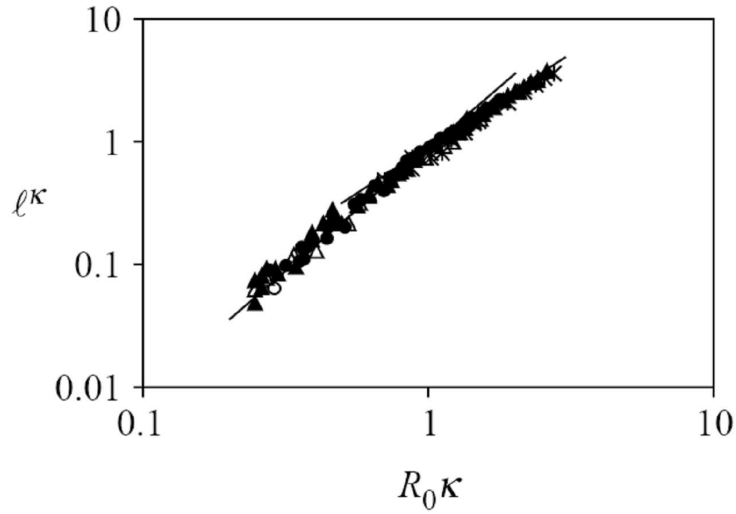


FIG. 5.6: Rayon ℓ de la zone de contact d'une goutte d'eau enrobée de spores de lycopode en fonction du rayon R_0 de la goutte si elle était sphérique. Les deux longueurs sont adimensionnées par la longueur capillaire. Les deux lignes correspondent aux expressions 5.2 pour $R_0 \kappa < 1$ et 5.3 pour $R_0 \kappa > 1$. Courbe issue de [2].

Cependant, la tension de surface sert de paramètre d'ajustement : pour ces expériences, on déduit $\sigma = 55mN/m$, valeur inférieure à celle du liquide pur. Plus généralement, la définition de la tension de surface d'une goutte enrobée est ambiguë. Les valeurs publiées sont très dispersées et dépendent de la méthode de mesure (fig.5.7).

Marbles	γ , mJ/m ²		
	Maximal height method	Marble shape analysis	Vibration method
PVDF	70 ± 7	79 ± 5	75 ± 3
PE	66 ± 5	63 ± 3	60 ± 4
Teflon	60 ± 6	53 ± 5	53 ± 3
Lycopodium	50 ± 5	62 ± 5	43 ± 3

FIG. 5.7: Tension de surface de gouttes enrobées de grains de matière différente, évaluées par 3 méthodes indépendantes. Données issue de [3].

Bormashenko et al. [3] pointent comme première raison de la dispersion des données l'interaction capillaire entre les grains. Dans la suite, nous essaierons de mettre en évidence d'autres paramètres qui influent sur la tension de surface des gouttes enrobées. D'après les mesures de pression de surface effectuées précédemment par Monteux et al. [4], le premier de ces paramètres est la densité de grains à la surface.

5.1.2 Observation des premiers instants de l'évaporation d'une goutte

Nous avons laissé s'évaporer librement une goutte d'eau enrobée de spores de lycopodes. Sur la figure 5.8 on présente une série de profils d'une goutte de $20\mu L$ photographiés à intervalle régulier. Contrairement à une goutte de liquide pur, qui suivrait la loi 5.2, la zone de contact croît lorsque la masse diminue! De plus, au bout d'un certain temps d'évaporation, des ondulations apparaissent à la surface. Celles-ci rappellent le flambage élastique des interfaces granulaires comprimées [7]. Ici, c'est l'évaporation qui comprime le réseau de grains.

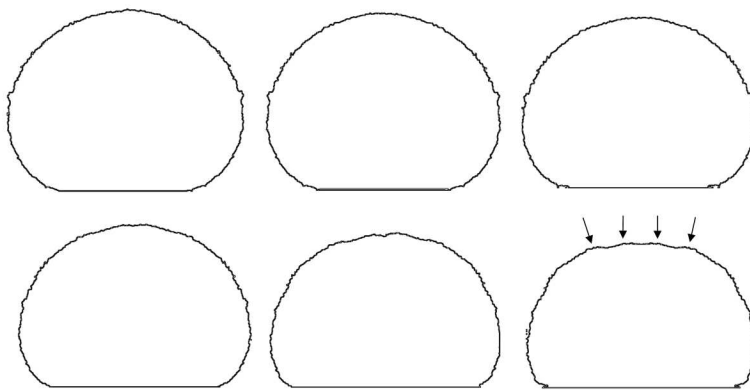


FIG. 5.8: Évaporation d'une goutte de $20\mu L$ d'eau enrobée de spores de lycopodes. Entre deux images, l'intervalle de temps est de 4 minutes. Les flèches indiquent l'apparition d'une ondulation à la surface de la goutte.

Pour quantifier cet écrasement, nous avons mesuré l'aire du contact entre la goutte et le substrat (fig.5.9). On note une forte augmentation de celle-ci au bout de 8 minutes. Elle augmente d'un facteur supérieur à deux avant de se stabiliser à une valeur telle que c'est presque uniquement la pression hydrostatique qui compense le poids de la goutte (eq.5.1). Cette observation est cohérente avec les mesures de Monteux et al. [4]. En effet, tout se passe comme si la tension de surface de la goutte disparaissait lors de l'évaporation. Ainsi, la pression dans la goutte diminue et sa surface de contact doit augmenter pour compenser son poids.

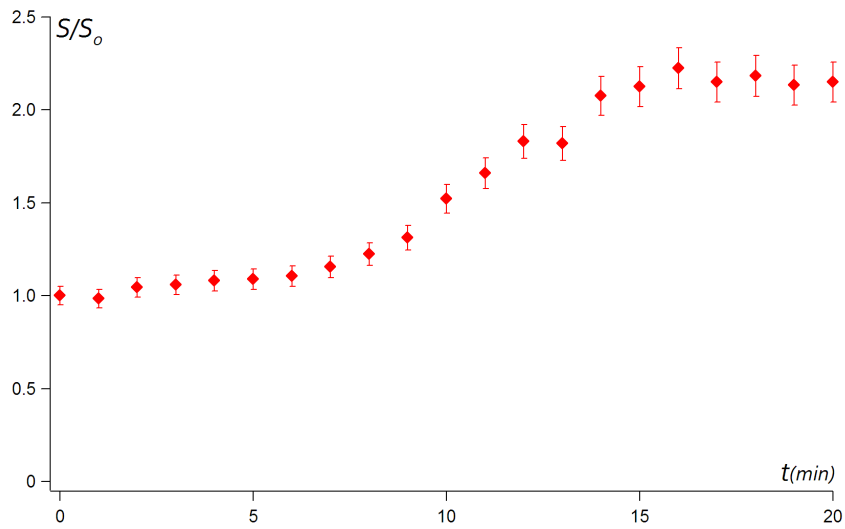


FIG. 5.9: Rapport de l'aire de contact S à l'instant t avec l'aire de contact S_0 à l'instant initial d'une goutte d'eau de $20\mu L$ enrobée de spores de lycopodes s'évaporant librement.

5.1.3 Mesure de tension de surface effective

À chaque instant de l'évaporation de la goutte, on peut mesurer m , h et R . Il est donc possible d'estimer une tension de surface effective σ_{eff} à partir de l'équation 5.1. Sur la figure 5.10 on a représenté σ_{eff} en fonction du volume d'une goutte s'évaporant. On constate que la tension effective estimée initialement est un peu inférieure à la tension de l'eau, comme observé par Aussillous et al. Puis, lorsque le volume diminue, elle chute brutalement.

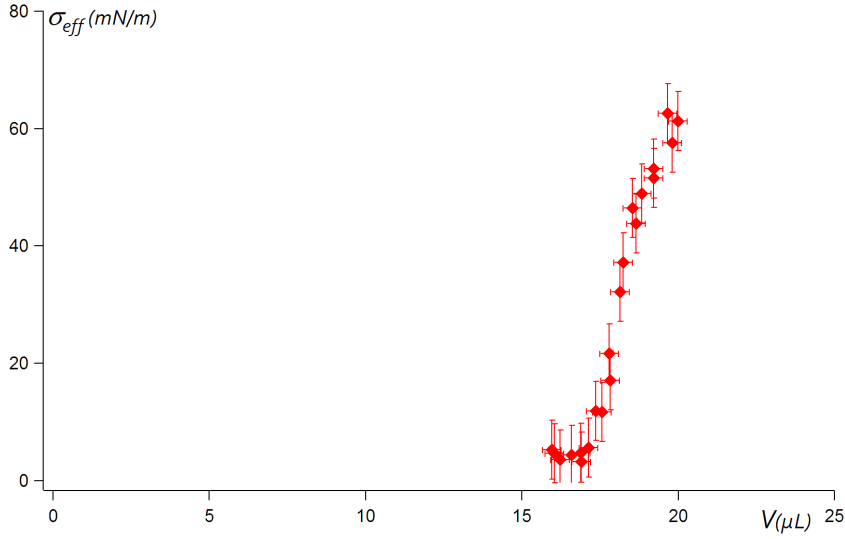


FIG. 5.10: Tension de surface effective σ_{eff} d'une goutte enrobée s'évaporant librement en fonction de son volume V .

L'abaissement de la tension effective vient de la pression mécanique entre les grains. En effet, lorsque la couverture de la surface par les grains est de l'ordre de 0,8, le réseau de grains est comprimé et la différence entre la tension de surface σ et la pression entre grains Π donne en moyenne une tension effective :

$$\sigma_{eff} = \sigma - \Pi(\phi_s)$$

Comme l'ont montré Kam et Rossen [8], l'équilibre des grains à la surface impose la courbure locale des ménisques liquides entre grains qui diffère alors de la courbure globale de la goutte. La loi de Laplace étant toujours valable pour le liquide, plus les grains sont comprimés moins la pression à l'intérieur de la goutte est importante et l'aire du contact doit croître pour continuer à compenser le poids de la goutte.

Cependant, on observe que la forme de la goutte enrobée sous contrainte n'est pas complètement identique à celle d'une goutte en mouillage nul de tension effective σ_{eff} . Par exemple, la hauteur de la goutte est plus grande pour une goutte enrobée sous contrainte que celle d'une goutte liquide de tension de surface σ_{eff} . Sur la figure 5.11, nous avons représenté l'évolution au cours de l'évaporation de la hauteur h d'une goutte enrobée, divisée par la longueur capillaire effective $\kappa_{eff}^{-1} = \sqrt{\frac{\sigma_{eff}}{\rho g}}$. On constate qu'aux temps longs, la hauteur dépasse la limite théorique $2\kappa^{-1}$ pour les gouttes en mouillage nul.

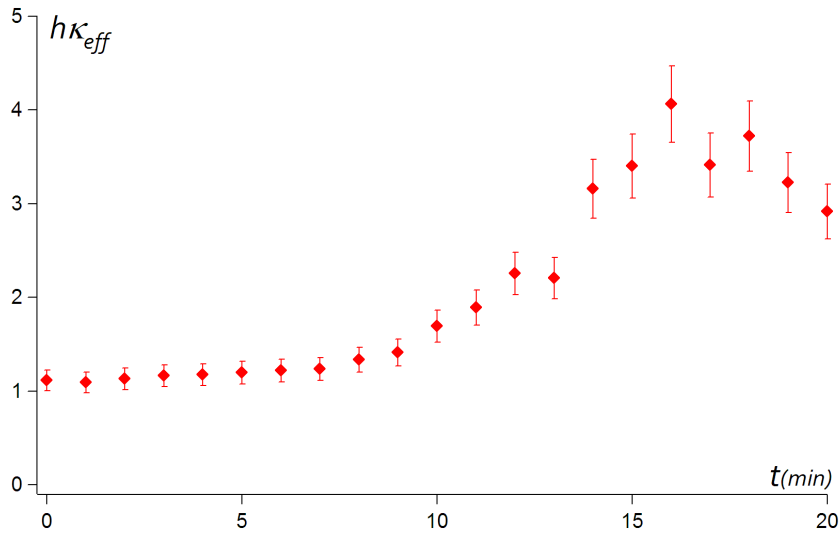


FIG. 5.11: Évolution au cours du temps de la hauteur h d'une goutte enrobée adimensionnée par la longueur capillaire effective. Aux temps longs $h\kappa_{eff} > 2$, alors que $2\kappa_{eff}^{-1}$ est en principe la hauteur maximale d'une goutte de liquide pure non-mouillante et de tension de surface σ_{eff} .

En fait, la courbure macroscopique au sommet de la goutte reste à peu près constante. Il est possible que le frottement entre grains empêche la déformation de l'interface dans ces zones de faible contrainte extérieure et crée un effet de voûte.

5.2 Enrobage fort et orienté : Gouttes cylindriques

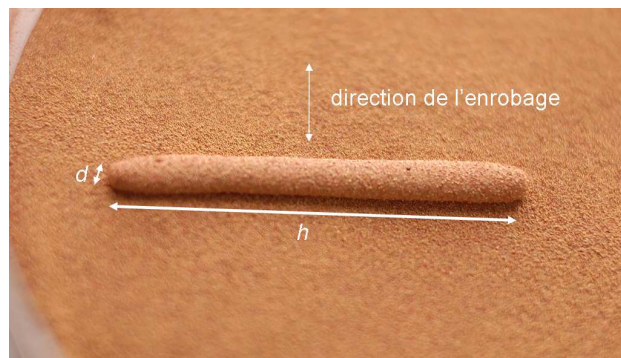


FIG. 5.12: Goutte de glycérrol ayant parcouru 2 mètres sur une surface de billes de cuivre (de diamètre $150\mu m$). Sa forme est un cylindre de hauteur $h = 26mm$ et diamètre $d = 0,3mm$.

Nous allons voir maintenant une autre forme stabilisée par le frottement que peut adopter une goutte enrobée fortement recouverte. Mais contrairement à la section précédente où

la goutte évoluait après sa formation, c'est l'ajout de nouveaux grains lors de l'enrobage lui-même qui déforme la goutte.

Habituellement, une goutte enrobée est formée après avoir roulé quelques centimètres sur une couche de grains. Lorsqu'on enrobe une goutte sur une plus longue distance (plusieurs dizaines de centimètres), la surface de celle-ci devient très encombrée et l'on peut alors observer que la goutte perd sa forme sphérique. Pour coller un grain, il devient plus favorable de déformer la surface extérieure plutôt que de réorganiser les grains déjà présents. Et si la goutte a été enrobée en roulant toujours dans la même direction, elle s'allonge dans la direction perpendiculaire (fig. 5.12). La forme de la goutte devient alors un cylindre allongé (fig. 5.13), avec un rapport d'aspect entre sa hauteur et son diamètre pouvant aller jusqu'à 10 ! Si on laisse reposer la goutte, cette forme ne relaxe pas.

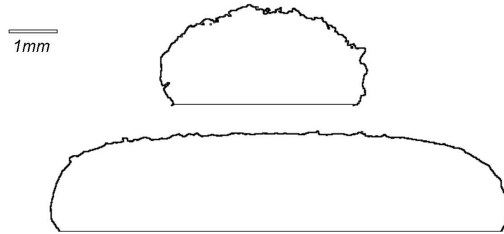


FIG. 5.13: Profils d'une goutte de glycérol ayant parcouru 40 centimètres sur une surface de billes de cuivre. En bas : profil photographié selon la direction parallèle à la direction d'enrobage. En haut : profil photographié selon la direction perpendiculaire à la direction d'enrobage.

Pour créer de telles formes, de manière contrôlée, nous avons suivi la procédure suivante : une goutte de glycérol de $50\mu L$ est posée sur une surface de grains de cuivre (de diamètre $150\mu m$) contenue dans une coupelle ; en inclinant cette surface, la goutte roule et s'enrobe de grains. Lorsque la goutte atteint une extrémité de la surface on inverse l'inclinaison, toujours suivant la même direction. Ainsi, la goutte effectue des aller-retours d'une dizaine de centimètres en suivant toujours la même ligne droite. Au bout de quelques allers-retours, la goutte prend une forme ovale, allongée suivant la perpendiculaire à l'axe. Pour des distances encore plus grandes, la goutte prend une forme cylindrique (fig.5.13), ou plus exactement de demi-cylindre, la face inférieure étant écrasée par la gravité. Dans nos expériences, lorsque le rapport d'aspect devient de l'ordre 10, le diamètre de la goutte est proche de deux diamètres de billes. La goutte devient alors fragile et se coupe en deux facilement.

Sur la figure 5.14, nous avons tracé le rapport d'aspect h/d de la goutte (h et d sont définis fig.5.12) en fonction de la distance L parcourue par une goutte sur une surface de billes de cuivre.

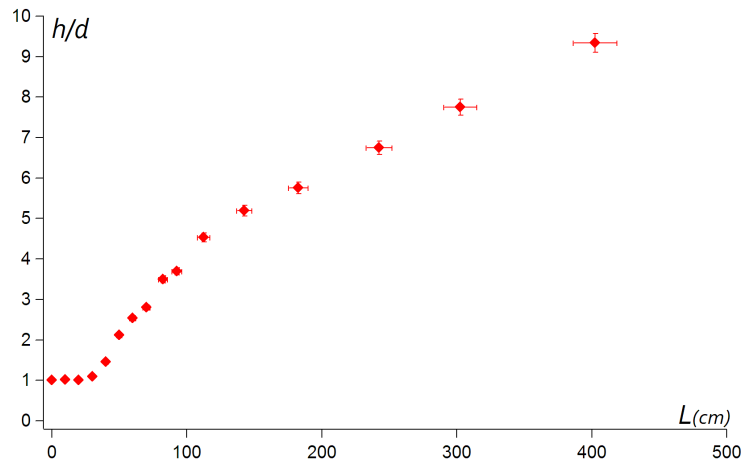


FIG. 5.14: Rapport d'aspect h/d en fonction de la distance L parcourue par une goutte de glycérol sur une surface composée de billes de cuivre.

Après un plateau, le rapport d'aspect se met brusquement à augmenter, ce qui correspond à une augmentation de l'aire de la goutte. Lorsque h/d augmente, une bonne approximation de cette aire peut être réalisée en la représentant comme un demi-cylindre (coupé suivant sa hauteur). On peut alors estimer l'aire de la goutte en fonction de la distance parcourue. Elle augmente de 50% pour une goutte qui a parcouru 400cm (fig.5.15). La surface est loin d'être minimale !

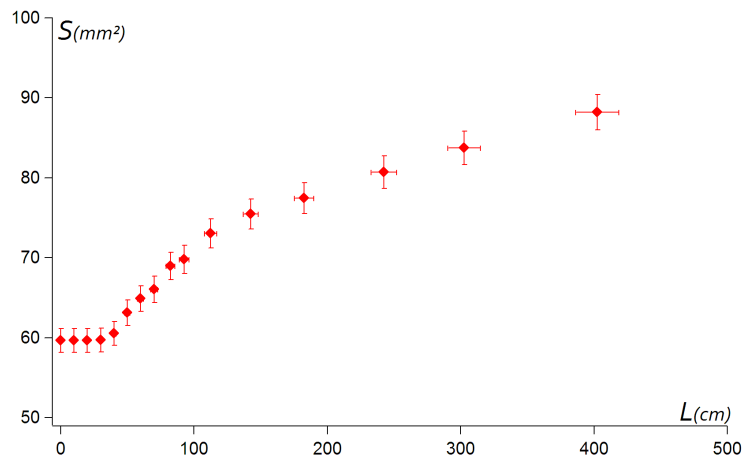


FIG. 5.15: Aire S d'une goutte de glycérol en fonction de la distance L parcourue sur une surface composée de billes de cuivre.

Connaissant la masse de grains collés et l'aire de la goutte, on peut estimer la masse par unité de surface ρ_s des grains recouvrant la goutte (fig.5.16).

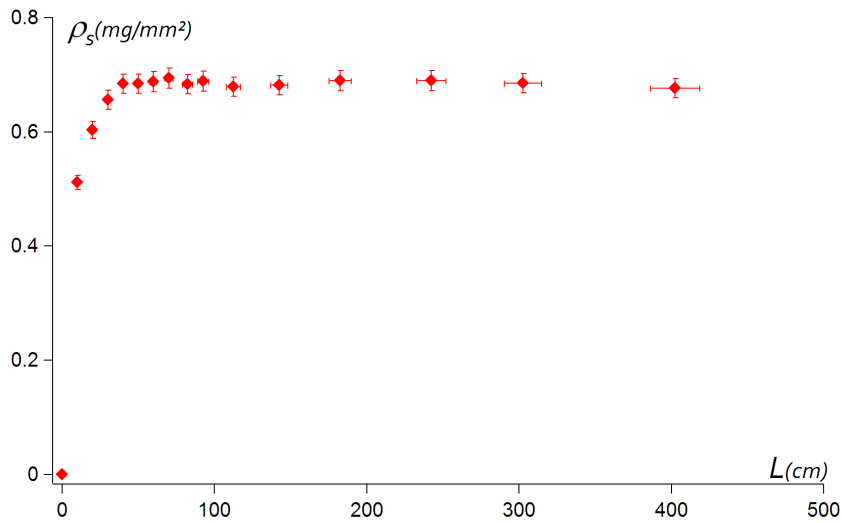


FIG. 5.16: Masse de cuivre par unité de surface capturée par une goutte de glycérol en fonction de la distance L parcourue sur une surface composée de billes de cuivre.

Après une forte augmentation lors des 30 premiers centimètres, la masse surfacique des grains entourant la goutte devient constante : la surface est saturée. D'un point de vue énergétique, il est alors moins coûteux de former un trou de la taille d'un grain en étirant la surface de la goutte que de comprimer le réseau constitué par les grains déjà présents. On peut penser à un mécanisme qualitatif simple expliquant l'élargissement progressif de la goutte que nous avons observé lors de la capture des grains : pour créer un trou, un grain sec appuie sur les grains déjà capturés ce qui les repousse latéralement dans la direction perpendiculaire au mouvement (fig.5.17). Alors, le réseau de grains tire sur la surface qui s'allonge suivant cette direction.

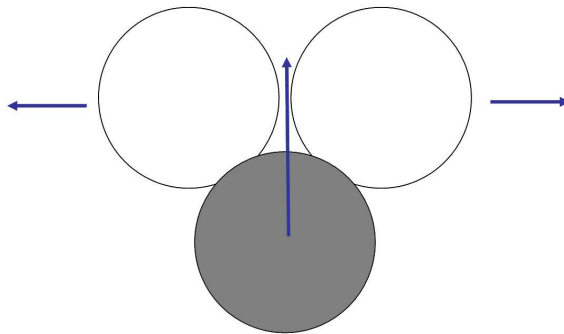


FIG. 5.17: Un grain sec (gris) frotte sur deux grains (blancs) collés à l'interface d'une goutte. Les grains mouillés sont repoussés latéralement suivant la direction perpendiculaire au mouvement du grain sec.

Les questions que pose ce mécanisme sont : quelle est la force nécessaire pour écarter deux

grains lorsque l'interface est encombrée? Et plus généralement, quel est le frottement dans une interface composite?

5.3 Modèle phénoménologique du collage d'un grain par une interface encombrée – frottement

5.3.1 Création d'un trou

Si une sphère de rayon R mouille partiellement un liquide de tension de surface σ avec un angle de contact θ_e , la variation d'énergie superficielle liée au collage d'un grain sur l'interface s'écrit [2] :

$$\Delta E = -\pi R^2 \sigma (1 + \cos\theta_e)^2$$

Il est donc toujours énergétiquement favorable qu'un grain soit capturé, même dans le cas où l'angle de contact est proche de 180° . Ainsi, dès que l'on pose une goutte sans grains sur un tas, tous les grains en contact collent à la goutte. En faisant rouler la goutte, si les grains sont de faible masse volumique, ceux déjà collés sont entraînés vers le haut de la goutte et on est ramené à la même situation : un liquide pur entre en contact avec des grains mouillants.

Cependant, après que la goutte a fait un tour sur elle même, elle présente une interface couverte de grains sur toute sa surface. L'interface est encombrée et pour ajouter un nouveau grain, il faut créer dans le réseau formé par les autres grains un trou dont la taille est le diamètre d'un grain.

Comme nous l'avons vu au chapitre 4, une goutte roulant sur un plan est freinée par une force d'origine visqueuse. Lorsque le plan est constitué de grains secs, cette force est transmise localement par le contact entre les grains de la surface et les grains collés à la goutte. Comme on peut le voir sur la figure 5.17, cette force peut repousser latéralement les grains humides, créant alors un trou.

Pour créer ce trou, le grain doit a priori lutter contre deux forces d'origine distincte. L'une a pour origine la pression entre les grains qui a tendance à refermer le trou. Et l'autre est le frottement dans la couche de grains.

5.3.2 Mesure de la force de frottement

Pour essayer de comprendre la force nécessaire à l'ouverture d'un trou pour coller un grain, nous avons mesuré la force qu'il faut pour déplacer une bille dans une interface composite. L'effet de la pression est nul car elle est homogène. On mesure donc uniquement la friction dans l'interface composite.

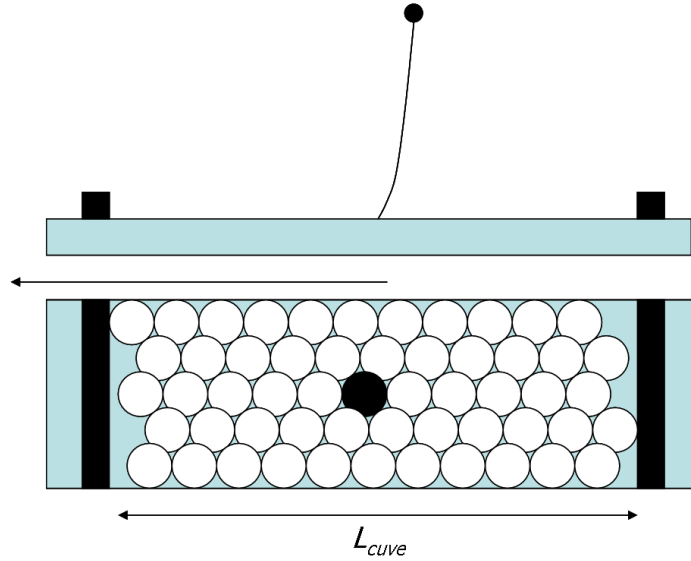


FIG. 5.18: Mesure de la force nécessaire pour déplacer un unique grain dans une interface constituée de grains à la surface d'une cuve de Langmuir. Une fibre de diamètre et de propriétés de mouillage équivalentes est plongée verticalement dans la cuve. La cuve est posée sur une platine de translation ce qui permet de la déplacer horizontalement par un chariot. La déflexion de la fibre mesure la force exercée sur elle par les grains.

Le principe de l'expérience est schématisé sur la figure 5.18. La méthode de mesure est inspirée par des expériences de rhéologie des mousses à 2 dimensions [9]. Récemment, des méthodes similaires ont été employées pour la mesure de force sur des intrus dans les granulaires à 2 dimensions [10, 11].

On dispose une monocouche de billes de verre silanisées de $110 \pm 20 \mu m$ de diamètre flottant à la surface de l'eau dans une cuve de Langmuir. En faisant varier la longueur L_{cuve} de la cuve, on modifie l'aire S_{cuve} de celle-ci ainsi que la densité moyenne de grains à la surface. La fraction ϕ_s de la surface couverte par les grains est estimée à partir de la relation

$$\phi_s = 6 \frac{m}{\rho d S_{cuve}}$$

où m est la masse totale des grains à la surface, ρ la masse volumique d'un grain et d son diamètre.

Une tige (issue du coeur d'une fibre optique) est plongée verticalement dans la cuve, l'autre extrémité étant fixée. Le diamètre de la fibre est de $125 \mu m$ et l'angle de contact entre la fibre et l'eau est d'environ 100° de telle sorte que dans le plan de la cuve la fibre soit équivalente à une bille de verre. À l'aide d'une platine de translation, la cuve est mise en mouvement horizontalement à faible vitesse ($1 mm/s$). Grâce à la déflexion de la fibre, on mesure la force exercée par l'ensemble des grains sur un seul "grain" en mouvement.

Lorsque la cuve est mise en mouvement, la fibre est tout d'abord bloquée par les grains qui l'entourent. Elle ne bouge pas relativement à la cuve ce qui provoque sa flexion. Elle exerce alors une force sur les autres grains. À un certain moment, celle-ci est suffisamment forte pour pouvoir sortir la fibre de la cage où elle était piégée. Alors, on rentre dans un nouveau régime où la déflexion de la fibre est en moyenne fixe. Autour de cette moyenne, on observe des fluctuations s'apparentant à du stick-slip dont l'amplitude est de l'ordre de 20% de la valeur moyenne de la force.

En faisant varier la longueur de la cuve, on a mesuré la dépendance de la force nécessaire pour pouvoir créer un trou en fonction de la densité ϕ_s de grains à la surface (fig.5.19). Nous avons aussi vérifié que celle-ci est indépendante de la vitesse de déplacement de la cuve dans notre domaine d'étude (de 0,1mm/s à 10mm/s).

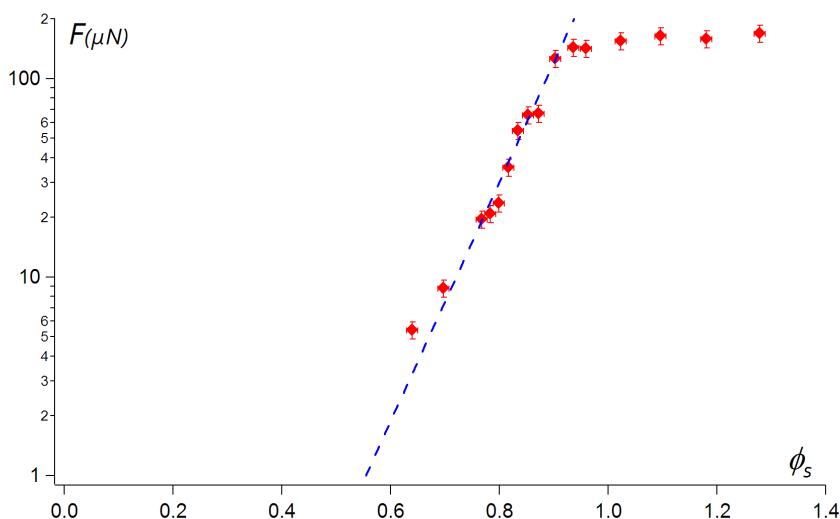


FIG. 5.19: Représentation semi-logarithmique de la force F subie par une fibre se déplaçant dans une interface contenant des billes de verres en fonction de la fraction surfacique ϕ_s couverte par les billes. La ligne en pointillés représente un ajustement par une loi de type Arrhénius (eq.5.4) pour $0,6 < \phi_s < 0,9$.

On peut distinguer trois comportements différents : lorsque la densité de surface est faible, rien ne se passe : la fibre rencontre des obstacles mais ceux-ci ont une surface spécifique suffisamment grande pour être libres de mouvement. Les forces mises en jeu pour réorganiser la couche de grains sont alors non mesurables. Puis, dans un domaine intermédiaire ($0,6 < \phi_s < 0,9$), la force nécessaire pour créer un trou augmente très rapidement avec la densité. Dans cet intervalle de densité, l'augmentation est bien décrite par une loi exponentielle de type Arrhénius) :

$$F \sim F_0 e^{\frac{\phi_s}{\phi_0}} \quad (5.4)$$

Le meilleur ajustement donne $F_0 = 0,6nN$, de l'ordre de l'interaction capillaire entre deux grains et $\phi_0 = 0,075$. Enfin, lorsque la densité de surface augmente encore, la force sature.

Cette saturation correspond à l'apparition du flambage de l'interface, qui conduit à $\phi_s > 1$. L'augmentation de la force nécessaire pour vaincre le frottement et créer un trou a une forme similaire à l'augmentation de la pression (2D) de compression dans le milieu observée par Cicuta et al. [12] (fig.5.20).

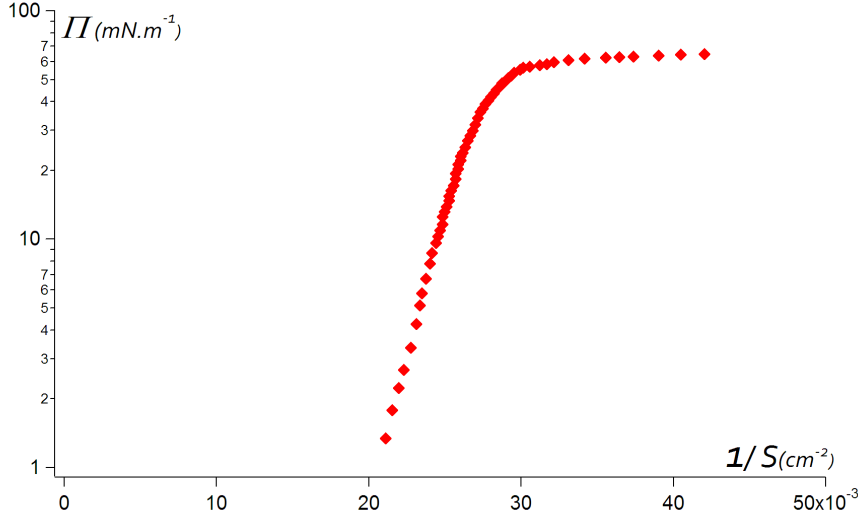


FIG. 5.20: Représentation semi-logarithmique de la pression Π entre les grains de Piolite d'une interface composite dans une cuve de Langmuir en fonction de l'inverse de la surface de la cuve (Π a été corrigé du facteur de Janssen). Mesures issues de [12].

Cela correspond bien à l'intuition : si l'on pense à la loi de Coulomb pour le frottement sec, on s'attend à une relation linéaire entre la force de frottement F_{frott} et la force $\pi d\Pi$ comprimant les grains de diamètre d :

$$F_{frott} = \mu \pi d \Pi$$

μ est le coefficient de frottement. Par analogie avec un simple frottement verre-verre, on s'attend à ce que μ soit proche de 1.

Nous verrons dans le chapitre 8 qu'une telle loi de friction semble aussi décrire les déformations dynamiques des interfaces composites.

Lors de notre expérience, nous n'avons pas mesuré la pression de surface simultanément. La comparaison entre les deux courbes ne peut donc être que qualitative. Cependant, dans la zone où la pression sature, on peut comparer les deux mesures. On connaît alors la valeur de la pression (2D) entre grains : $\Pi = \sigma$. La force de compression vaut donc $\pi \sigma d \approx 2.10^{-5} N$ et la force de frottement totale vaut $F_{frott} \approx 1,6.10^{-4} N$. Ainsi $\mu \approx 8$. Or le coefficient de frottement verre-verre est de l'ordre de 1. Le μ élevé que nous déduisons reflète sans doute le fait que pour déplacer un grain, le réseau se déforme à plus longue portée impliquant un nombre de grains de l'ordre de la dizaine.

Une autre conséquence de ce rapport 8 entre la force de pression et la force de frottement est que pour créer un trou, il faut lutter essentiellement contre la friction. L'effet de la pression est négligeable lors de l'enrobage.

5.4 Conclusion

Lorsqu'une goutte est faiblement enrobée, sa forme est celle d'une goutte dont la surface ne contient pas de grains. Cette forme est déterminée par la minimisation de l'énergie de la goutte (énergie de surface et énergie potentielle de gravité). Cependant, lorsque la densité de grains augmente, de la friction entre grains apparaît et de nombreuses formes métastables sont alors possibles. L'histoire de la formation de la goutte détermine quelle forme elle adopte. La couverture de la surface par les grains influe donc directement sur les formes statiques des gouttes enrobées. Lors des expériences de dévalement de gouttes (chap. 4), nous avons vu que ce paramètre influait aussi sur leur comportement dynamique. Dans la suite, en étudiant le spectre de résonance des billes liquides, nous allons étudier en détail le comportement dynamique des gouttes enrobées.

Cependant, il est nécessaire avant cela de savoir comment former une goutte enrobée de fraction surfacique de grains bien définie.

- [1] A.B. Subramaniam, M. Abkarian, L. Mahadevan, and H.A. Stone. Non-spherical bubbles. *Nature*, 438(7070) :930, 2005.
- [2] P. Aussillous and D. Quéré. Properties of liquid marbles. *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Science*, 462(2067) :973, 2006.
- [3] E. Bormashenko, R. Pogreb, G. Whyman, and A. Musin. Surface Tension of Liquid Marbles. *Colloids and Surfaces A : Physicochemical and Engineering Aspects*, 351(1-3) :78–82, 2009.
- [4] C. Monteux, J. Kirkwood, H. Xu, E. Jung, and G.G. Fuller. Determining the mechanical response of particle-laden fluid interfaces using surface pressure isotherms and bulk pressure measurements of droplets. *Physical Chemistry Chemical Physics*, 9(48) :6344–6350, 2007.
- [5] M. Dandan and HY Erbil. Evaporation Rate of Graphite Liquid Marbles : Comparison with Water Droplets. *Langmuir*, 25(14) :8362–7, 2009.
- [6] H. Hertz. On the contact of elastic solids. *J. Reine Angew. Math*, 92 :156–171, 1881.
- [7] D. Vella, P. Aussillous, and L. Mahadevan. Elasticity of an interfacial particle raft. *Europhysics Letters*, 68(2) :212–218, 2004.
- [8] S.I. Kam and W.R. Rossen. Anomalous capillary pressure, stress, and stability of solids-coated bubbles. *Journal of Colloid and Interface Science*, 213(2) :329–339, 1999.
- [9] S. Courty, B. Dollet, F. Elias, P. Heinig, and F. Graner. Two-dimensional shear modulus of a Langmuir foam. *Europhysics Letters*, 64(5) :709–715, 2003.
- [10] R. Candelier and O. Dauchot. Creep motion of an intruder within a granular glass close to jamming. *Physical Review Letters*, 103(12) :128001, 2009.

- [11] P. Cixous, E. Kolb, J.C. Charmet, and C. Goldenberg. Motion of an Intruder Through a Two Dimensional Disordered Granular Medium. *Traffic and Granular Flow '07*, 2009.
- [12] P. Cicuti and D. Vella. Granular character of particle rafts. *Physical Review Letters*, 102(13) :138302, 2009.

Masse de grains capturée par une goutte – Erosion d'une surface hydrophobe

Sommaire

6.1	Capture de grains hydrophobes par une goutte	102
6.2	Relation entre distance parcourue et masse de grains capturés	104
6.2.1	Grains lourds	104
6.2.2	Grains légers	106
6.2.3	Comparaison des deux expériences	108
6.3	Relation entre volume de la goutte et masse de grains capturée	109
6.4	Relation entre diamètre des grains et masse capturée	110
6.5	Enrobage d'une interface encombrée	111
6.6	Conclusion	113

Les gouttes enrobées (ou billes liquides) sont généralement formées en faisant rouler une goutte sur une surface de grains [1] (fig.6.1).

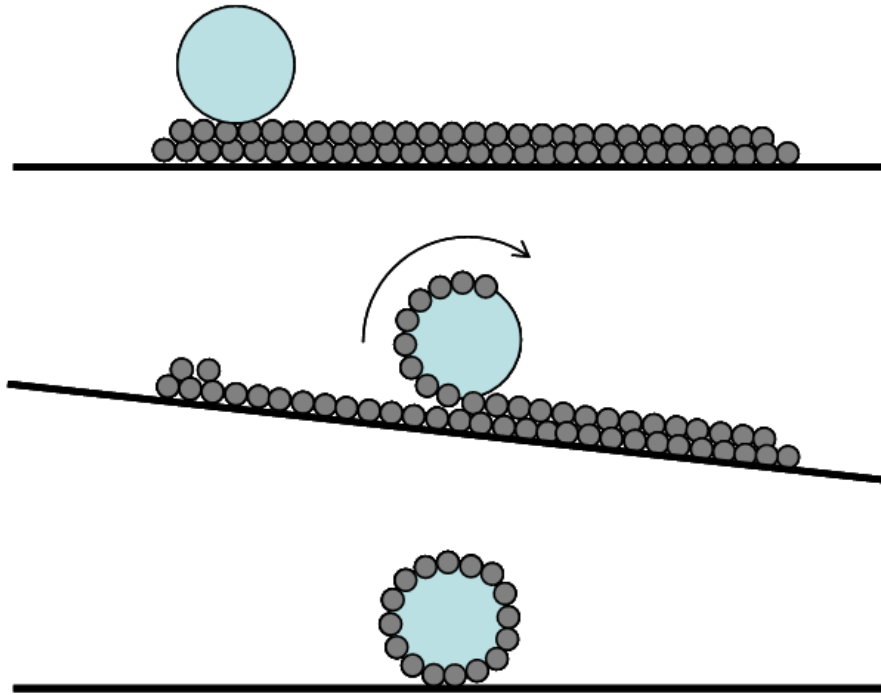


FIG. 6.1: Protocole utilisé pour créer une bille liquide [1] : Une goutte est posée sur une surface recouverte de grains hydrophobes. En inclinant la surface on met la goutte en mouvement. Sur son passage, la capillarité provoque la capture des grains avec lesquels elle est en contact. Une couche de grains entoure la goutte, l'isolant du substrat sur lequel on la dépose.

Il est aussi possible de former autrement des gouttes enrobées : un premier exemple est celui étudié par Esthiaghi et al. [2] qui ont réalisé l'impact d'une goutte sur une surface composée de grains. Lors de l'impact, une certaine quantité de grains se colle à la goutte. Ils observent que plus la goutte s'écrase au moment de l'impact, plus la masse de grains capturés est importante.

Un autre mode de formation original a été étudié par McHale et al. [3]. Une goutte d'eau est déposée sur une couche de grains puis s'évapore. Au bout d'un certain temps, la surface de contact entre la goutte et les grains diminue mais les grains situés initialement sous la goutte restent collés, recouvrant alors progressivement toute la surface liquide (fig.6.2).

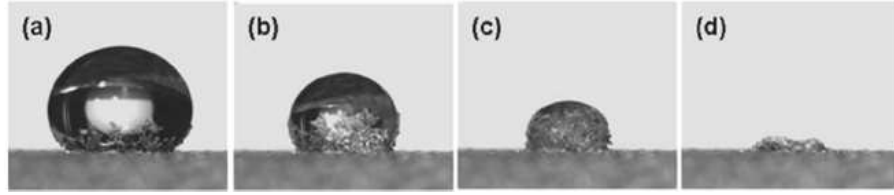


FIG. 6.2: Goutte d'eau déposée sur du sable hydrophobe. La goutte s'évapore et est progressivement recouverte d'une couche de sable. Image issue de [3].

Le résultat principal de ces deux dernières études est que, contrairement aux tensio-actifs usuels [4], les grains n'enrobent pas spontanément la goutte : ils se collent au liquide au niveau de la surface de contact entre la goutte et le substrat puis restent immobiles. Même si localement il est favorable que les grains soient capturés il y a besoin, les grains étant athermiques, d'un apport d'énergie pour les disperser.

La méthode qui consiste à faire rouler une goutte sur des grains hydrophobes est la plus simple. C'est celle que nous adopterons. Le protocole est le suivant (fig.6.1) : on dépose des grains sur une surface où on fait ensuite rouler une goutte liquide. La goutte capture alors à sa surface une partie des grains sur lesquels elle roule. Si les grains sont des spores de lycopes et le liquide de l'eau, il suffit que la goutte ait parcouru une distance de l'ordre de son diamètre pour qu'elle soit recouverte uniformément. On peut alors déposer la goutte sur un autre substrat.

Les premières mesures de la masse de grains capturés à la surface d'une goutte enrobée ont été effectuées par McEleney et al. [5]. Ils ont constaté que la masse déposée est proportionnelle à la surface de la goutte. Ainsi, la fraction ϕ_s de la surface de la goutte couverte par les grains semble être une constante. Cependant, lors de leurs expériences la distance L parcourue lors de l'enrobage n'était pas contrôlée et on peut supposer qu'elle variait peu. Or, nous avons vu au chapitre 5 que même si l'on fait parcourir une longue distance à une goutte sur des grains, elle continue à en capturer. La distance qu'a parcouru la goutte lors de sa formation apparaît alors comme le paramètre déterminant le nombre de grains à sa surface. L'objet de ce chapitre est de discuter la relation entre le nombre de grains capturés et la distance L .

Érosion d'un sol hydrophobe

La capture de grains de taille micronique à la surface d'une goutte peut être vue comme le mécanisme minimal d'érosion (douce) des sols hydrophobes. Ces sols sont très répandus dans toutes les régions de la terre. Ils sont formés suite à des feux de forêt ou à une pollution des sols ou encore par la décomposition d'organismes vivants [6]. L'effet principal de l'hydrophobie est d'empêcher la pénétration de l'eau à l'intérieur du sol. Une image de ce phénomène est donnée sur la figure 6.3 où les premiers instants de la pénétration d'eau dans un sol hydrophile et un sol faiblement hydrophobe sont comparés.

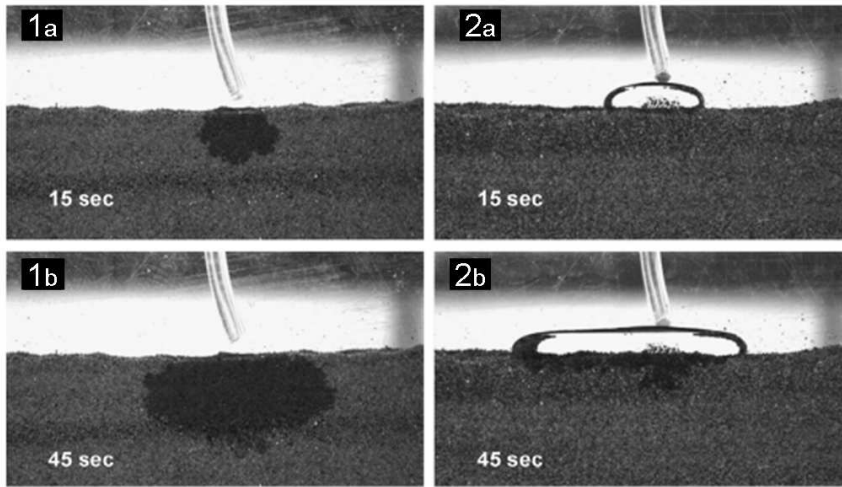


FIG. 6.3: Comparaison de la pénétration d'eau dans le sol entre 1 : une terre hydrophile et 2 : une terre légèrement hydrophobe. Image issue de [7].

Comprendre ces sols est important d'un point de vue écologique car leur présence modifie fortement l'alimentation en eau de la végétation. De plus, il a été montré qu'en présence de tels sols, l'érosion pour des précipitations comparables augmente d'un facteur pouvant aller jusqu'à 100! Une revue a été écrite à ce sujet par S.H Doerr et al. [8].

6.1 Capture de grains hydrophobes par une goutte

Pour que des grains soient capturés par une goutte, il suffit que le liquide mouille partiellement la matière des grains. Cependant, plus les grains sont hydrophobes, plus la couche de grains est résistante [1]. Pour nos expériences, nous en avons utilisé plusieurs types :

Spores de lycopodes (Aldrich)

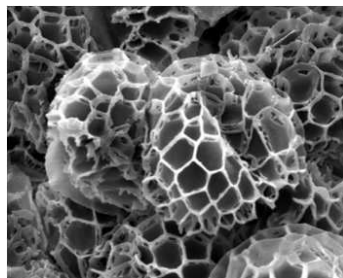


FIG. 6.4: Image au microscope électronique de spores de lycopode de diamètre $40\mu m$. Image issue de [9].

Ils ont l'avantage d'être naturellement très hydrophobes : l'angle de contact entre le liquide

et le spore est mesuré à 145 degrés. Le diamètre moyen mesuré est $39\mu m$ avec une polydispersité de 12%. L'asphéricité (moyenne du rapport du grand axe sur le petit axe) est de 1,07.

La définition de la densité d'un spore de lycopode est ambiguë : la matière organique les formant a une densité de 1,175 [10]. Cependant, un spore de lycopode possède une structure très lacunaire (fig.6.4). Si l'on assimile le spore à une sphère, sa densité est alors de 0,48 [11] et suivant le contexte, les pores peuvent être plus ou moins imbibés de liquide et la densité effective est intermédiaire. Comme les spores de lycopodes sont naturellement hydrophobes et que le liquide utilisé est de l'eau, nous considérerons dans la suite les spores de lycopode comme vides de liquide et donc de densité 0,48.

Billes de verres (Silibeads type S)

Le verre étant naturellement hydrophile, nous avons greffé des silanes fluorés à la surface des billes. Nous avons utilisé du tridécafluorooctyltriéthoxysilane en suivant le protocole de Qian et Chen [12]. L'angle de contact entre le liquide et la bille que nous avons obtenu est alors de 110 degrés. Nous avons utilisé différents calibres de billes de diamètre moyen s'échelonnant entre $60\mu m$ et $500\mu m$. La densité du verre est 2,6. Leur polydispersité est de 20% et l'asphéricité moyenne vaut 1,11.

Billes de cuivre (Goodfellow)

Leur diamètre vaut $150\mu m$ et leur densité 8,9. L'angle de contact eau-bille que nous avons mesuré est de 85 ± 5 degrés.

Influence de la masse volumique des grains



FIG. 6.5: Gauche : goutte enrobée de lycopodes sur une distance comparable. La couverture de la surface par les grains est homogène. Droite : goutte d'eau partiellement recouverte par des billes de cuivre.

La masse volumique des grains influe de manière visible sur l'enrobage comme on peut le voir sur la figure 6.5 qui compare l'enrobage d'une goutte par des spores de lycopodes (gauche) et des billes de cuivre 20 fois plus denses (droite). Pour une goutte millimétrique,

il faut une dizaine de centimètres pour que la couverture par du cuivre soit homogène alors que quelques millimètres sont suffisants pour enrober de manière homogène la même goutte par des spores de lycopode (de masse volumique 20 fois plus petite).

Le mécanisme du début de l'enrobage semble différent : lorsque les grains sont lourds, la gravité s'oppose à leur ascension. Ils s'accumulent au bas de la goutte et le haut de la goutte n'est pas couvert. Au fur et à mesure que la goutte roule, de nouveaux grains se collent et la séparation entre la zone couverte par les grains et la zone non recouverte remonte vers le sommet de la goutte (fig.6.6, droite). Au contraire, des grains légers peuvent être entraînés par la rotation de la goutte. Les grains du sol rencontrent une interface vierge de grains tant que la goutte n'a pas roulé un tour complet sur elle-même (fig.6.6, gauche).

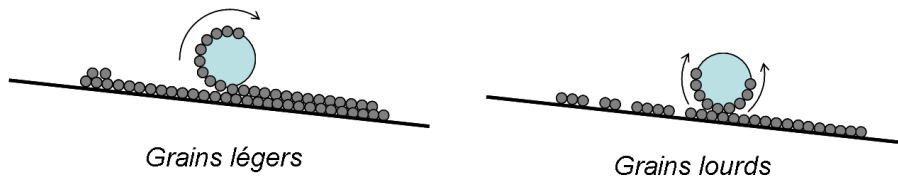


FIG. 6.6: Gauche : premiers instants de l'enrobage d'une goutte par des grains légers. Les grains collés sont entraînés par la rotation de la goutte et tant qu'elle n'a pas effectué un tour sur elle-même, les nouveaux grains sont collés par une interface purement liquide. Droite : premiers instants de l'enrobage d'une goutte par des grains lourds. Ils s'accumulent au bas de la goutte. Pour coller un nouveau grain, il faut écarter ceux qui sont déjà présents.

6.2 Relation entre distance parcourue et masse de grains capturés

Nous avons mesuré la masse de grains capturés par la surface d'une goutte d'eau de $50\mu L$ en fonction de la distance L parcourue lors de l'enrobage. Suivant la masse volumique des grains employés, les mesures effectuées sont qualitativement différentes.

6.2.1 Grains lourds

Les grains de cuivre sont suffisamment denses pour rendre mesurable la masse de cuivre à la surface d'une seule goutte par simple pesée. Cependant, pour pouvoir effectuer cette mesure, il faut que la goutte soit suffisamment résistante au transport entre le récipient où elle est formée et la balance. Il est donc impossible de peser directement la masse déposée lorsque l'enrobage n'est que partiel. Mesurer la masse prélevée par la goutte au tas de grains permet de résoudre cette difficulté (fig. 6.7).

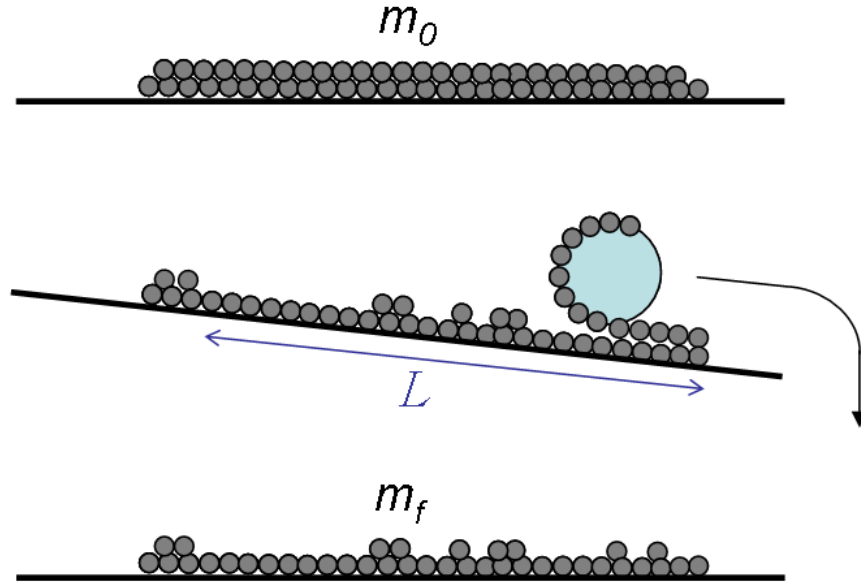


FIG. 6.7: Mesure de la masse des billes de cuivre capturées par une goutte d'eau parcourant une distance L . Cette masse est égale à la différence des masses $m_0 - m_f$ du tas de cuivre avant et après passage de la goutte.

On prépare dans une coupelle une surface couverte de billes de cuivres sur laquelle on dépose une goutte d'eau de volume connu ($50\mu L$). En inclinant légèrement la coupelle, on fait rouler la goutte sur une distance L . Puis, on la laisse tomber hors du récipient. En mesurant le masse de la coupelle avant et après l'enrobage, on déduit la masse de grains qui se sont collés à la goutte entre temps.

Au cours des dix premiers centimètres parcourus par la goutte, la masse déposée augmente très fortement. Puis la surface de la goutte étant de plus en plus encombrée, de moins en moins de grains sont collés. Alors, comme nous l'avons observé au chapitre 5, la masse surfacique de la coque de cuivre sature (fig.5.16) quand $L \approx 50cm$.

Jusqu'à ce que L atteigne cette valeur, la goutte reste quasi-sphérique et c'est l'augmentation de la masse surfacique qui cause l'augmentation de M . Mais pour des distances plus grandes, l'augmentation a une origine très différente : l'aire de la goutte augmente (fig.5.15) et la masse surfacique varie peu.

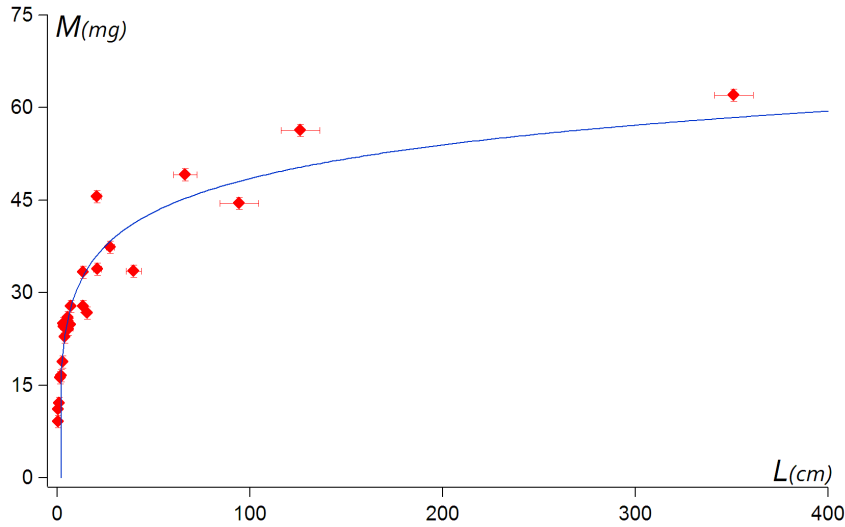


FIG. 6.8: Masse de cuivre autour d'une goutte d'eau ayant parcouru une distance L sur un tas de billes de cuivres. La ligne continue représente un ajustement logarithmique.

D'un point de vue pratique, malgré ces deux régimes différents on peut ajuster correctement l'évolution de M sur l'ensemble du graphique par une loi logarithmique de type

$$M = M_0 \ln(L) + B \quad (6.1)$$

Cette relation empirique nous a permis de calibrer la masse de grains capturée en fonction de L . Une évolution logarithmique du nombre de grains ne semble cependant pas dénuée de fondements comme nous le verrons à la fin de ce chapitre.

6.2.2 Grains légers

Par rapport aux billes de cuivres, les spores de lycopodes ont deux particularités qui nécessitent d'adapter le protocole. Tout d'abord, ils sont 20 fois moins denses. La masse entourant une seule goutte millimétrique est seulement de l'ordre du dixième de milligramme. On ne peut donc pas peser la masse de grains entourant une seule goutte. Nous avons donc travaillé sur un grand nombre de gouttes, et extrait la valeur moyenne de la masse entourant une d'entre elles. Par exemple, pour connaître la masse typique entourant une goutte de $20\mu L$ il faut peser la masse qui enrobe 25 gouttes "identiques".

Puis, les spores de lycopodes sont suffisamment petits et légers pour que les effets électrostatiques puissent coller deux grains secs entre eux. Faire rouler ou agiter la goutte sur une surface ne contenant pas de grains permet d'enlever le surplus de grains secs.

Protocole

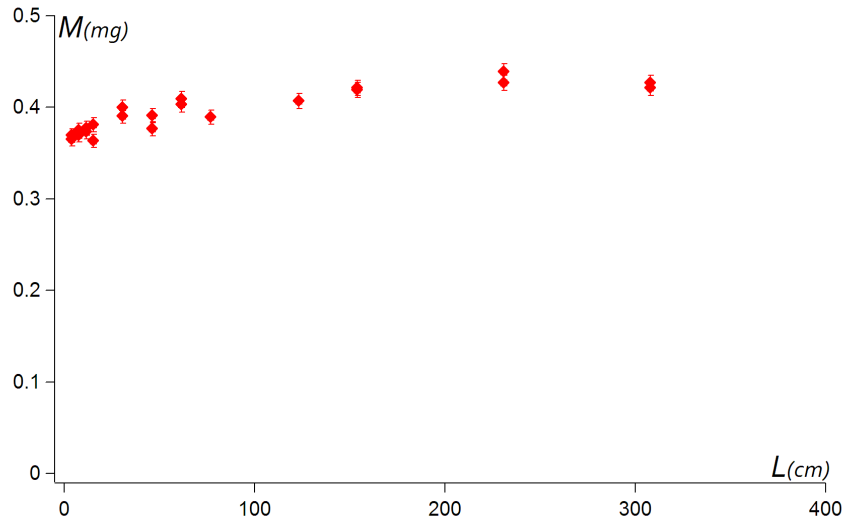


FIG. 6.9: Masse des spores de lycopodes capturés autour d'une goutte d'eau ayant parcouru une distance L sur un tas de spores de lycopodes.

Une goutte enrobée est formée sur un tas de grains tassé contenu dans une coupelle. La distance L que parcourt la goutte est fixée par des repères. Puis, la goutte est prélevée à l'aide d'une spatule et agitée pour enlever le surplus de grains. Enfin, elle est stockée dans un bécher. Une fois que le récipient contient 25 gouttes, il est mis à l'étuve à $80^{\circ}C$ pendant 2 heures pour évaporer l'eau. Enfin on pèse la masse des grains contenus dans le bécher. Comme le montre la figure 6.9 au bout de quelques millimètres de course, la masse de grains capturés est déjà importante : la fraction surfacique est proche de 0,8. Elle augmente ensuite très légèrement. Ceci semble compatible, la encore, avec une augmentation logarithmique (eq.6.1) et décrit correctement les données expérimentales. En revanche, contrairement à ce que l'on observe avec les billes de cuivre, il est impossible d'avoir accès par ce protocole aux tout premiers instants de l'enrobage, les distances mises en jeu étant trop petites.

6.2.3 Comparaison des deux expériences

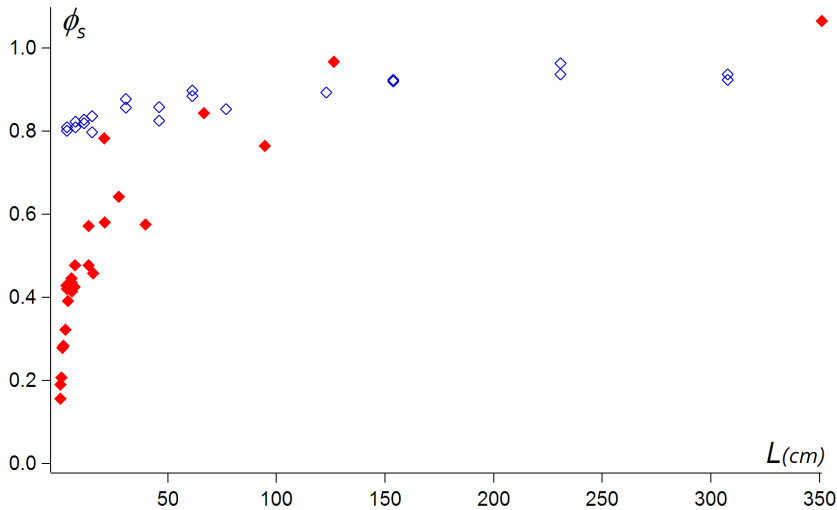


FIG. 6.10: Fraction ϕ_s de l'aire extérieure occupée par les grains à la surface d'une goutte enrobée en fonction de la distance L parcourue par la goutte. Symboles pleins : enrobage par des billes de cuivres. Symboles creux : enrobage par des spores de lycopodes.

La figure 6.10 récapitule nos résultats, en indiquant comment la fraction surfacique couverte par les grains (évaluée en considérant la goutte comme une sphère) augmente avec la distance de la course sur le tas de grains.

Lorsque les grains sont légers, il suffit que la goutte ait fait un tour sur elle même pour que sa surface soit presque saturée. Pendant ce premier tour, la surface de la goutte qui entre en contact avec les grains est toujours purement liquide. Tous les grains rencontrés sont collés. Au contraire, lorsque les grains sont de plus forte densité, ils s'accumulent immédiatement au bas de la goutte sous l'effet de la gravité. Pour coller un grain il faut donc écarter les grains déjà présents. Cette contrainte supplémentaire rend l'enrobage par des grains lourds moins efficace que l'enrobage par des grains peu denses. Il faut environ 20 fois plus de distance pour "saturer" l'interface à grains ($\phi_s \approx 0,8$).

Ces constatations montrent que si la distance parcourue par les gouttes est petite (inférieure au mètre), un sol composé de grains de forte masse volumique sera moins érodé qu'un sol formé de grains peu denses. Par contre, l'érosion est équivalente lorsque la distance parcourue est grande.

6.3 Relation entre volume de la goutte et masse de grains capturée

McEleney et al. ont constaté que la masse de grains déposée à la surface d'une goutte est proportionnelle à l'aire de celle-ci [5]. Cependant, L n'est pas explicitement contrôlé dans leurs expériences. Ici, nous présentons une expérience similaire où l'on fixe L et compare la masse capturée par des gouttes de volumes différents. Les grains utilisés sont des spores de lycopodes et la distance parcourue par les gouttes est de 15cm . Cette distance est intermédiaire entre le diamètre de la plus grosse goutte 1cm et la distance à partir de laquelle la goutte change de forme (environ 50cm). La mesure de masse est effectuée en suivant le même protocole que précédemment.

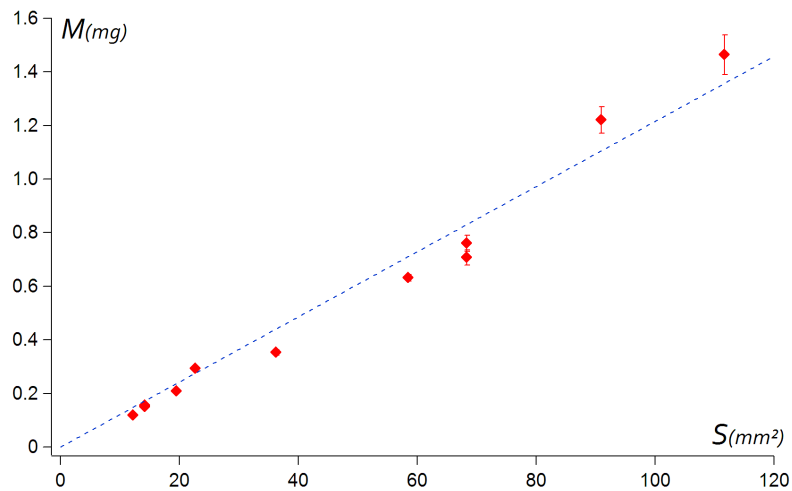


FIG. 6.11: Masse de spores de lycopodes capturée par une goutte d'eau ayant parcouru la distance $L = 15\text{cm}$ sur un tas de spores de lycopode en fonction de l'aire S de la goutte.

Une simple relation linéaire entre la masse de spores de lycopodes capturés et l'aire de la goutte décrit correctement les données. L'écart des points semble juste résulter de la dispersion des mesures car on ne remarque pas de tendance systématique. Ainsi, la distance parcourue fixe la fraction surfacique couverte par les grains à la surface de la goutte. Ceci confirme les résultats de McEleney et al. Cette relation semble indiquer que le mécanisme de l'enrobage est bien un processus local, comme nous le suggérons au chapitre précédent.

On peut aussi répondre à la question suivante : un sol hydrophobe est-il plus érodé par une pluie de grosses gouttes ou par la même quantité d'eau sous forme de gouttes plus petites ? On a constaté que pour une même distance de dévalement, la masse de grains capturée est proportionnelle à l'aire de la goutte. Or, pour un même volume total, l'aire de deux petites gouttes est 25% supérieure à celle d'une grosse goutte. On voit donc que pour un même volume de liquide l'érosion est d'autant plus efficace que le nombre de gouttes est grand (avec une limite évidente quand la taille de la goutte devient de l'ordre de la taille des grains).

6.4 Relation entre diamètre des grains et masse capturée

Pour cette étude, nous avons utilisé un jeu de 8 diamètres différents de billes de verre silanisées. On enrobe des gouttes d'eau de $20\mu L$. La distance L parcourue par la goutte sur les billes est gardée constante à $7,5cm$.

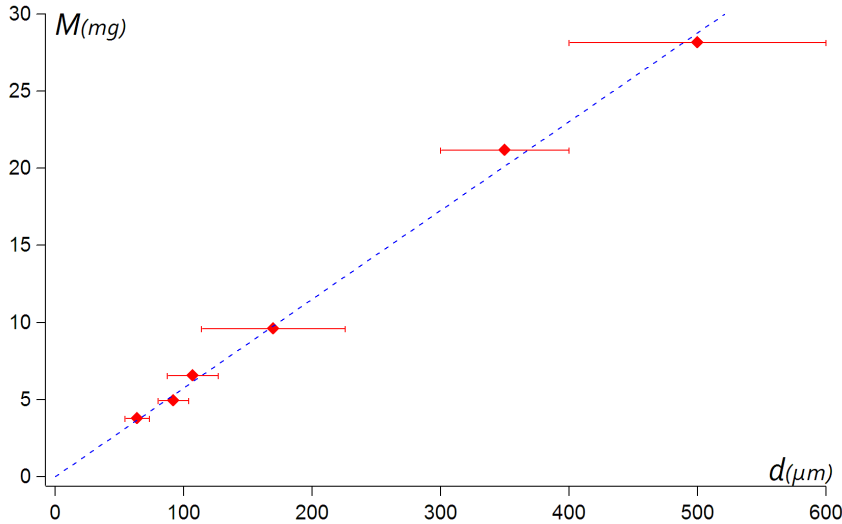


FIG. 6.12: Influence du diamètre d des billes de verre enrobant une goutte sur la masse capturée par une goutte d'eau de $20\mu L$ ayant parcouru $7,5cm$ sur un tas de billes.

À nouveau une simple relation linéaire entre masse capturée et diamètre des billes décrit les résultats expérimentaux (fig.6.12). C'est ce à quoi on s'attend si la couverture de la surface de la goutte ne dépend pas du diamètre des billes : la masse de la coque de billes est alors proportionnelle à son épaisseur qui vaut d car cette coque est une monocouche. En effet, la masse totale de N billes de diamètre d et de densité ρ est

$$M = N \frac{1}{6} \rho \pi d^3$$

L'aire couverte par les billes à la surface de la goutte est

$$A_c = N \frac{\pi}{4} d^2 = \phi_s 4\pi R^2$$

On voit donc que

$$M = \frac{2}{3} \rho A_c d = \frac{8\pi}{3} \rho \phi_s R^2 d$$

La pente est $0,055kg/m$ sur la figure 6.12 ce qui correspond à $\phi_s \approx 0,89$.

Grâce aux relations précédentes, on peut estimer simplement le nombre de billes entourant une goutte : pour des billes de $60\mu m$, on évalue ce nombre à 8500 environ autour d'une goutte de $20\mu L$ et pour des billes de diamètre moyen $500\mu m$, ce nombre est d'environ 150.

L'enrobage est réalisable pour des volumes plus petits, se rapprochant de la limite où le diamètre des grains est équivalent au diamètre de la goutte : nous avons pu enrober une goutte de $5\mu L$ (diamètre $2mm$) par des billes de $500\mu m$, alors que seules quelques dizaines de billes forment la coque.

On voit donc que le diamètre des grains n'influe pas sur la couverture de surface de la goutte. Ainsi, la masse érodée pour une même distance L est d'autant plus grande que le diamètre des grains est grand. Par contre, on constate qualitativement que plus les billes sont de grand diamètre, plus l'inclinaison nécessaire pour mettre en mouvement la goutte est grande.

6.5 Enrobage d'une interface encombrée

A partir du modèle de capture présenté au chapitre 5, nous avons imaginé un mécanisme simple de capture des grains en fonction de la distance L , dans le cas où la surface est déjà encombrée. Le critère choisi pour la capture d'un grain par la goutte est le suivant : un grain est collé dès que le travail W_f fourni par le sol à la goutte par frottement est suffisant pour créer un trou :

$$W_f = W_{trou} \quad (6.2)$$

Le travail de la force de frottement F_f du plan sur la goutte sur une petite distance δL s'écrit :

$$W_f \sim F_f \delta L$$

Les mesures de déflexion de fibre nous ont donné une relation empirique de l'évolution de la force nécessaire pour mettre en mouvement un grain dans une interface granulaire en fonction de ϕ_s . Or, pour sortir de la cage formée par les autres grains, il faut créer un trou de largeur un diamètre de grain dans le réseau constitué par les autres grains. Ainsi, on peut identifier le travail nécessaire pour créer un trou de largeur d au travail nécessaire pour faire sortir un grain de sa cage (l'effet de la pression des grains étant négligeable par rapport au frottement). Empiriquement, cette énergie a la forme que l'on a vue au chapitre 5 eq.5.4 :

$$W_{trou} \sim F_0 d e^{\frac{\phi_s}{\phi_0}}$$

Notons que cette loi n'est valable que pour une zone limitée de valeurs de ϕ_s . En effet, quand ϕ_s est suffisamment petit pour que la taille moyenne des trous entre grains soit plus grande que d , on s'attend à ce que le travail à fournir pour coller un grain soit nul. De plus, quand ϕ_s devient grand, par analogie avec la transition de jamming on s'attend à ce que cette loi diverge pour une valeur critique de ϕ_s .

En appliquant le critère de capture 6.2, on obtient la distance $\frac{dL}{dN}$ que doit parcourir la goutte pour coller 1 grain (N étant le nombre total de grains collés) :

$$\frac{dL}{dN} \sim \frac{F_0}{F_f} de^{\frac{\phi_s}{\phi_0}}$$

Or, la fraction surfacique couverte par les grains s'écrit :

$$\phi_s = \frac{N\pi d^2}{4S}$$

avec S l'aire de la goutte.

$$\frac{dL}{dN} \sim \frac{F_0}{F_f} de^{\frac{N\pi d^2}{4S\phi_0}}$$

En intégrant cette dernière équation, le nombre N de grains collés peut s'écrire en fonction de la distance L sur laquelle la goutte a roulé :

$$N = N_0 \ln\left(\frac{L}{L_0}\right)$$

avec $N_0 = \frac{4\phi_0 S}{\pi d^2}$ et $L_0 = \frac{F_0 d}{N_0 F_f}$.

Certes, cette relation est directement dépendante de la forme empirique choisie pour exprimer W_{trou} . Cependant, en traçant en représentation semi-logarithmique la masse de grains déposée sur une goutte en fonction de la distance parcourue (fig.6.13), on observe que le résultat est cohérent avec notre approche.

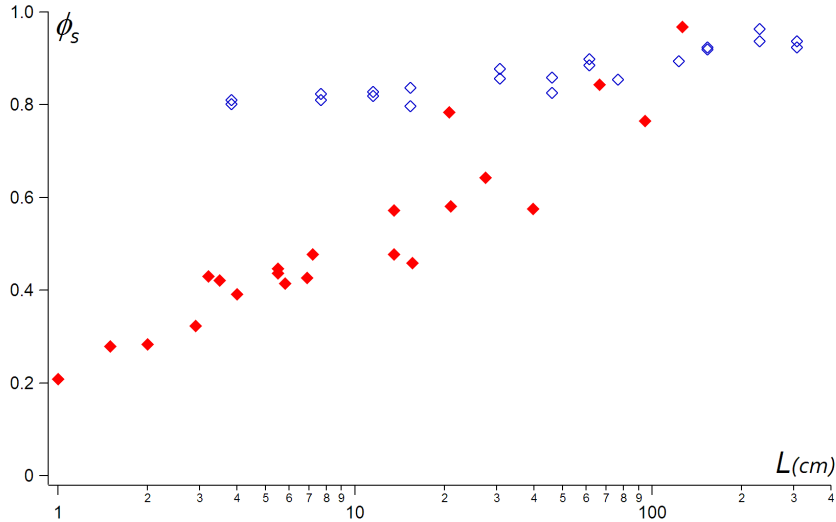


FIG. 6.13: Représentation en diagramme semi-logarithmique de la fraction ϕ_s de la surface couverte par les grains en fonction de la distance L d'enrobage. Les symboles pleins correspondent à l'enrobage par des billes de cuivre et les symboles vides à l'enrobage par des spores de lycopode.

6.6 Conclusion

Le paramètre principal déterminant la masse de grains enrobant une goutte est la distance L parcourue lors de l'enrobage. Le volume de la goutte ou le diamètre des billes ne semblent pas influencer ϕ_s ce qui indique un mécanisme local pour l'enrobage. On a aussi observé que l'enrobage par des grains de forte masse volumique diffère de celui par des grains peu denses, en particulier aux premiers instants de l'enrobage le collage de grains lourds étant moins efficace.

Grâce à ces mesures, nous avons pu établir une relation empirique entre la masse de grains capturée en fonction de la distance parcourue. Cette relation est cohérente avec un mécanisme simple de capture des grains (lorsque la surface est déjà encombrée). Selon ce modèle, il faut créer un trou dans le réseau de grains déjà collés pour capturer un nouveau grain. La force nécessaire pour créer ce trou est fournie par la friction des grains secs sur les grains collés : plus ϕ_s est grand, plus il est difficile de coller un nouveau grain ce qui peut expliquer le ralentissement logarithmique du mécanisme de collage en fonction de la distance d'enrobage.

- [1] P. Aussillous and D. Quéré. Liquid marbles. *Nature*, 411(6840) :924–927, 2001.
- [2] N. Eshtiaghi, J.S. Liu, W. Shen, and K.P. Hapgood. Liquid marble formation : Spreading coefficients or kinetic energy? *Powder Technology*, 196(2) :126–132, 2009.
- [3] G. McHale, N.J. Shirtcliffe, M.I. Newton, F.B. Pyatt, and S.H. Doerr. Self-organization of hydrophobic soil and granular surfaces. *Applied Physics Letters*, 90 :054110, 2007.
- [4] B. Cabane and S. Hénon. *Liquides : solutions, dispersions, émulsions, gels*. Belin, 2007.
- [5] P. McEleney, GM Walker, IA Larmour, and SEJ Bell. Liquid marble formation using hydrophobic powders. *Chemical Engineering Journal*, 147(2-3) :373–382, 2009.
- [6] SH Doerr, CJ Ritsema, LW Dekker, DF Scott, and D. Carter. Water repellence of soils : new insights and emerging research needs. *Hydrological Processes*, 21(17) :2223–2228, 2007.
- [7] R. Wallach and C. Jortzick. Unstable finger-like flow in water-repellent soils during wetting and redistribution—The case of a point water source. *Journal of Hydrology*, 351 :26–41, 2007.
- [8] SH Doerr, RA Shakesby, and RPD Walsh. Soil water repellency : its causes, characteristics and hydro-geomorphological significance. *Earth Science Reviews*, 51(1-4) :33–65, 2000.
- [9] E. Bormashenko, T. Stein, R. Pogreb, and D. Aurbach. "Petal Effect" on Surfaces Based on Lycopodium : High-Stick Surfaces Demonstrating High Apparent Contact Angles. *The Journal of Physical Chemistry C*, 113(14) :5568–5572, 2009.

-
- [10] S.C. Wanner and M. Pusch. Use of fluorescently labeled Lycopodium spores as a tracer for suspended particles in a lowland river. *Journal of the North American Benthological Society*, 19(4) :648–658, 2000.
- [11] O.S. Han, M. Yashima, T. Matsuda, H. Matsui, A. Miyake, and T. Ogawa. Behavior of flames propagating through lycopodium dust clouds in a vertical duct. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*, 13(6) :449–457, 2000.
- [12] B. Qian and Z. Shen. Fabrication of superhydrophobic surfaces by dislocation-selective chemical etching on aluminum, copper, and zinc substrates. *Langmuir*, 21(20) :9007–9009, 2005.

Sommaire

7.1 Montage	118
7.1.1 Évaporation d'une goutte enrobée	120
7.1.2 Spectre de résonance	121
7.2 Résonance d'une goutte liquide simple	122
7.2.1 Fréquence de résonance d'une goutte posée	122
7.2.2 Atténuation	124
7.3 Résonance d'une goutte enrobée	125
7.3.1 Observation des spectres	125
7.3.2 Hystérésis	127
7.3.3 Analyse des spectres	128
7.4 Fréquence de résonance et viscosité effective	129
7.4.1 Influence de la fraction surfacique ϕ_s	129
7.4.2 Influence de l'amplitude d'oscillation	132
7.4.3 Influence de la taille des billes	134
7.5 Grande déformation : gouttes froissées	135
7.6 Conclusion	137

Avec Sébastien Courty (LKB)

Lorsque la densité de grains à la surface d'une goutte enrobée devient élevée ($\phi_s > 0,8$), le réseau de grains est comprimé. La coexistence simultanée de cette compression avec la tension de surface donne aux interfaces composites des propriétés remarquables qui permettent par exemple la formation de gouttes cylindriques (chap.5). Jusqu'à présent, seule la statique de ces interfaces avait été étudiée.

Or, le comportement dynamique des billes liquides est aussi modifié lorsque la densité de grains devient importante : par exemple, la vitesse de dévalement d'une goutte enrobée sur un plan incliné dépend de la couverture de sa surface par les grains (chap.4). Elle diminue lorsque ϕ_s augmente. Il apparaît aussi une pente minimale au-dessous de laquelle la goutte ne dévale plus. Pour les pentes inférieures, tout se passe comme si la goutte était solide !

Afin d'explorer les caractéristiques de la dynamique de ces interfaces, nous avons comparé la résonance des gouttes enrobées à ce qui est connu de la résonance des gouttes simples.

7.1 Montage

Pour étudier le spectre de résonance de billes liquides, nous avons fait osciller une goutte enrobée posée sur un plateau vibrant. La mesure de la variation de l'ombre de la goutte sur une photodiode permet de mesurer sa déformation instantanée (fig.7.1). Afin d'obtenir le spectre, un balayage en fréquence est effectué, des basses fréquences vers les hautes. Enfin le signal est traité numériquement pour obtenir l'enveloppe du spectre.

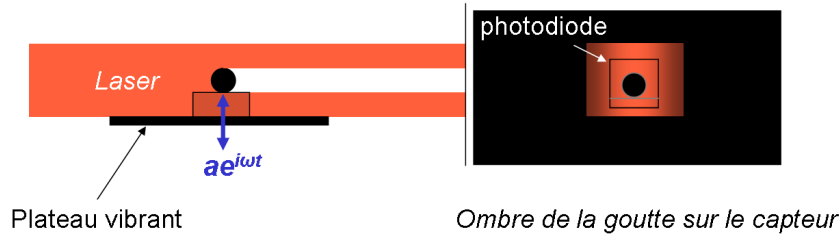


FIG. 7.1: Montage employé pour mesurer le spectre de résonance d'une goutte enrobée. La goutte est posée sur un plateau vibrant. Un laser éclaire la goutte et on observe l'évolution de son ombre sur une photodiode (à droite sur le schéma). Afin que la seule ombre présente soit celle de la goutte, elle est surélevée par un fin support.

Le plateau vibrant est un haut parleur piézoélectrique (Murata) relié à un générateur basse fréquence (Agilent). Dans le domaine de fréquence $10Hz - 140Hz$, la réponse en amplitude du haut parleur est indépendante de la fréquence et la dépendance de l'amplitude d'oscillation avec la tension imposée suit une loi linéaire. L'amplitude de débattement pic à pic utilisée lors de la majorité des expériences est de $40\mu m$ et la fréquence typique de la

résonance vaut $50Hz$. Ainsi, l'accélération maximale subie par la goutte est de l'ordre de $0,2g$.

Le faisceau laser est légèrement divergent pour couvrir entièrement la goutte puis reconcentré par une lentille sur une photodiode rapide qu'il recouvre entièrement. La goutte n'étant jamais exactement déposée au même endroit, l'aire de l'ombre de la goutte ne peut pas être calibrée de manière absolue. On a seulement accès à sa variation relative par rapport à l'ombre de la goutte au repos.

On effectue un balayage en fréquence de $20Hz$ à $140Hz$ avec une rampe de $2Hz/s$. Un cycle est réalisé en une minute. Pour obtenir un signal suffisamment précis à toutes les fréquences, la photodiode a une fréquence d'acquisition de $1kHz$. Ainsi, pour une fréquence d'oscillation de $100Hz$, on obtient 10 points par période.

Le signal brut typique d'une expérience d'oscillation de goutte enrobée est présenté sur la figure 7.2.

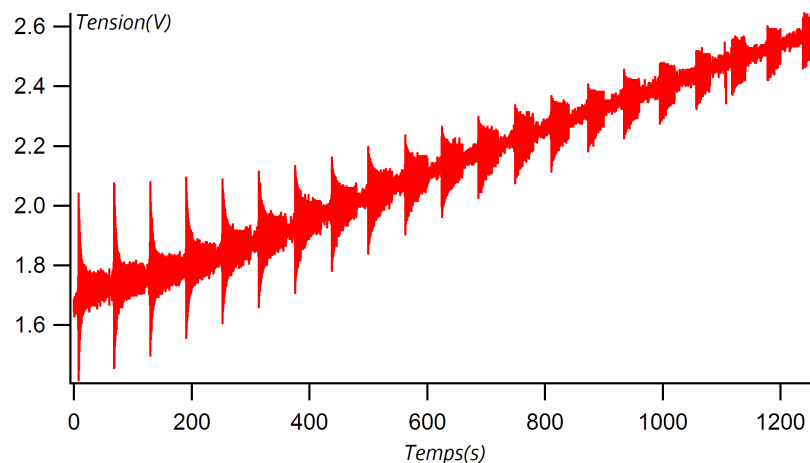


FIG. 7.2: Signal brut fourni par la photodiode au cours du temps lors d'une expérience d'oscillation de goutte enrobée. Un cycle de fréquence (20 à $140Hz$) est réalisé toutes les minutes. On observe une variation de la valeur moyenne due à l'évaporation de la goutte. Sur chaque cycle, le maximum de l'amplitude correspond au pic de résonance.

On peut faire deux observations. D'abord, la valeur moyenne du signal augmente avec le temps. Cela correspond à une ombre plus petite sur le capteur, ce qui provient de la diminution du volume de la goutte par évaporation. On utilisera la variation de cette valeur moyenne pour estimer l'évolution du volume de la goutte au cours du temps. Ensuite, toutes les 60 secondes, on voit apparaître un motif qui évolue d'un cycle à un autre. L'enveloppe de ce motif correspond au spectre de résonance de la goutte.

En extrayant la valeur moyenne du signal et son enveloppe, on peut obtenir à la fois l'évolution du volume de la goutte et de son spectre de résonance.

7.1.1 Évaporation d'une goutte enrobée

Pour relier la valeur moyenne du signal enregistré au volume de la goutte, nous avons étudié l'évaporation d'une goutte enrobée. Une étude détaillée a été réalisée par Dandan et Erbil [1], qui ont montré que le volume à la puissance $2/3$ décroît linéairement dans le temps durant la totalité de l'évaporation. Tant qu'il n'y a pas de flambage de la surface, cela veut dire que l'aire de la goutte décroît linéairement dans le temps.

Nous avons reproduit leur expérience (mais sans contrôler l'hygrométrie) : on photographie à intervalle régulier une goutte s'évaporant librement. Avec un programme de traitement d'image, on mesure son volume et son aire extérieure. On voit sur la figure 7.3 que l'aire extérieure de la goutte décroît linéairement dans le temps, comme attendu. En conséquence, la masse surfacique de grains augmente linéairement avec le temps.

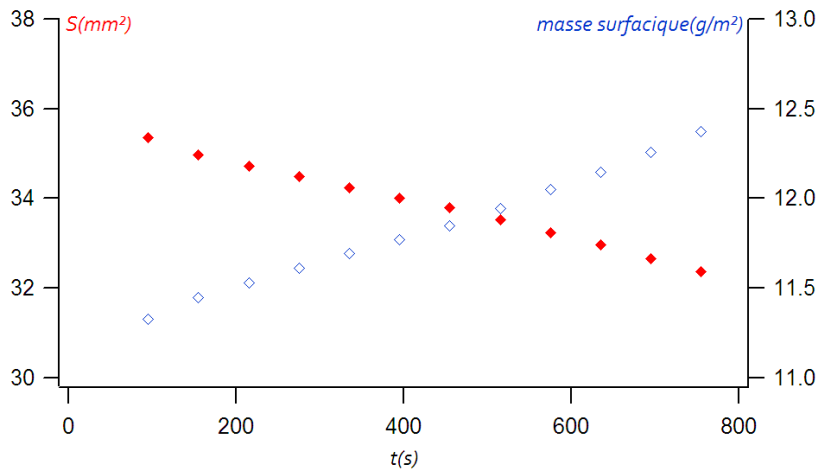


FIG. 7.3: Aire extérieure (symboles pleins) et masse surfacique de grains (symboles creux) au cours du temps pour goutte enrobée de spores de lycopes de volume initial $20\mu L$ s'évaporant librement.

L'augmentation typique de la fraction ϕ_s de la surface couverte par les grains est de 6% en dix minutes pour une goutte de $20\mu L$ dans les conditions de température et d'humidité habituelles. Un spectre dure 60s, la couverture de surface augmente donc de 0,6% entre deux spectres.

Mesure du volume à l'aide de l'ombre sur le capteur

La valeur moyenne du signal mesuré par la photodiode donne accès à la variation relative de l'aire S_p de l'ombre de la goutte sur le capteur. Pour obtenir une estimation du volume V et de l'aire extérieure S de la goutte, nous allons assimiler en première approximation la goutte à une sphère. Comme la durée de nos expériences est plus courte que celle réalisée par Dandan et Erbil, le volume diminue plus faiblement (10%) et nous pourrions utiliser des développements linéaires. Alors, pour une petite variation δS_p de l'aire de l'ombre projetée de la goutte, on peut estimer le volume par la relation :

$$V = V_0 - 2R_0\delta S_p \quad (7.1)$$

On connaît le volume initial V_0 et le rayon initial R_0 au moment de la formation de la goutte ($20\mu L$). Puis, on ajuste l'évolution de l'aire projetée entre le début et la fin d'un spectre par une fonction affine. On attribue alors à chaque cycle le volume estimé au moment de la résonance grâce à la relation 7.1.

Pour évaluer son aire, on compare aussi la goutte à une sphère. Si S_0 est l'aire projetée à l'instant de sa formation, alors l'aire à tout instant est donnée par la relation 7.2 :

$$S = S_0(1 - 4\delta S_p) \quad (7.2)$$

La valeur réelle de S est sous-évaluée par cette méthode car la gravité écrase légèrement la goutte, ce qui rend l'aire réelle plus grande que l'aire extérieure d'une sphère de même volume. Pour une goutte de $20\mu L$ d'eau non-enrobée, l'écart est de de 2%. Lorsque la goutte est enrobée, cet écart croît, l'écrasement augmente au cours de l'évaporation (chap.5). À la fin d'une de nos expérience il devient de l'ordre de 10%. Ainsi, notre évaluation de l'aire de la goutte est d'autant plus surévaluée que l'encombrement de la surface est grand. Mais cette correction demeure modeste à temps pas trop longs.

Si on mesure la masse de grains déposée initialement, la mesure de l'aire extérieure donne accès à la masse surfacique entourant la goutte. Ainsi, on obtient la fraction surfacique ϕ_s de grains à la surface pour chaque spectre. Comme nous négligeons l'effet de l'écrasement, ces valeurs sont légèrement sur-évaluées (entre 2 et 10%).

7.1.2 Spectre de résonance

Un traitement numérique permet d'obtenir le spectre de résonance à partir du signal brut fourni par la photodiode. Afin de corriger l'effet de l'évaporation, le signal est tout d'abord divisé par sa valeur moyenne. On extrait ensuite l'enveloppe du spectre en relevant le maximum de l'amplitude sur chaque période d'oscillation. On obtient alors l'amplitude z/R relative d'oscillation de la goutte en fonction du temps. Pour chaque cycle, il y a une relation linéaire entre le temps et la fréquence, ce qui permet d'obtenir le spectre de résonance.

Un exemple de spectre est présenté sur la figure 7.4. Il a été obtenu avec une goutte de mercure afin de calibrer la forme de la résonance sur un exemple simple. On y voit l'amplitude z d'un oscillateur harmonique (de masse m et fréquence de résonance ω_0) excité avec une amplitude A constante et amorti par une force visqueuse ($-\alpha V$). On a alors

$$z = \frac{\frac{A\omega^2}{m}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \frac{\alpha}{m}\omega^2}} \quad (7.3)$$

qui, tracé en pointillé épouse bien les données expérimentales (fig.7.4)

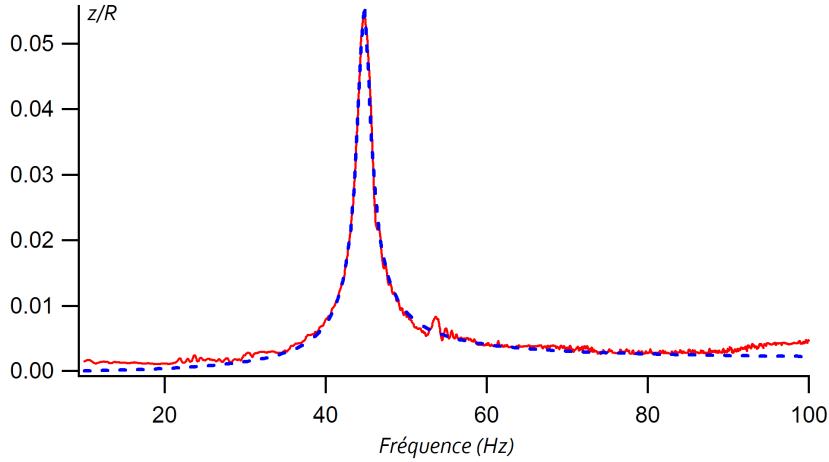


FIG. 7.4: Spectre de résonance d'une goutte de mercure de $15\mu\text{l}$. L'amplitude d'oscillation relative z/R de la goutte est représentée en fonction de la fréquence d'excitation.

La largeur à mi-hauteur du pic de résonance est $\Delta f = \frac{1}{2\pi} \frac{\alpha}{m}$. Les deux paramètres donnant la forme du spectre sont Δf et la fréquence de résonance $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$. Dans le cas des gouttes simples, ces deux paramètres sont connus de manière théorique, comme nous allons le rappeler.

7.2 Résonance d'une goutte liquide simple

Lamb a montré qu'une goutte liquide s'apparente en effet à un oscillateur amorti [2]. Cette analogie permet d'étudier simplement les comportements parfois complexes de ces objets [3]. Nous l'utiliserons afin d'étudier l'influence des grains sur l'élasticité et la dissipation d'une bille liquide, en comparaison avec les propriétés de la même goutte sans grains.

7.2.1 Fréquence de résonance d'une goutte posée

Lorsque la surface d'une goutte est déformée par rapport à sa forme d'équilibre, la tension de surface provoque une force de rappel. Une goutte peut donc être comparée à un système masse ressort de raideur σ (la tension de surface) et dont la masse est celle de la goutte $\frac{4}{3}\pi\rho R^3$. Par analogie avec un système masse ressort, on attend que la fréquence de résonance s'écrive comme la racine du rapport entre la raideur et la masse de la goutte :

$$f \sim \sqrt{\frac{\sigma}{\rho R^3}}$$

Rayleigh a calculé exactement la relation de dispersion d'une goutte en l'absence de gravité [4]. Cette relation suit bien la loi d'échelle précédente et dépend d'un paramètre supplémentaire l qui correspond au nombre de noeuds d'un mode (comme pour les cordes vibrantes). Deux indices donnent des fréquences nulles : $l = 0$ qui correspond à une variation de volume

et $l = 1$ qui correspond à la translation en bloc de la goutte. Les fréquences de résonance d'une goutte libre sont alors données par la loi :

$$f_{Rayleigh} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\sigma l(l-1)(l+2)}{\rho R^3}}$$

Lorsqu'une goutte est posée, sa forme n'est plus sphérique et comme l'ont remarqué Strani et Sabetta [5], le mode d'indice 1 peut alors exister. Le mode de plus basse fréquence d'une goutte posée et d'une goutte libre ne correspondent donc pas au même indice. Il est cependant commode de comparer la fréquence f de ce mode à la fréquence du premier mode libre $f_{Rayleigh}$. Pour une goutte en mouillage nul, il a été montré que le rapport entre ces deux fréquences ne dépendait que du nombre κR , quotient entre le rayon de la goutte R et la longueur capillaire κ^{-1} [6].

$$\frac{f}{f_{Rayleigh}} = G(\kappa R)$$

La fonction G est telle que $f = 0$ lorsque κR devient très petit. Puis, quand κR croît G augmente tout d'abord de manière logarithmique comme l'a calculé F.Chevy [7]. Mais les gouttes que nous allons étudier sont de tailles millimétriques et $\kappa R \approx 0,3$. Dans cette gamme, l'approximation de petite déformation n'est vraisemblablement plus valable. M.Perez et al. [6] ainsi que D.Richard et al. [8] ont étudié expérimentalement la dépendance de la fréquence de résonance en fonction de κR . Ces données sont assemblées sur la figure 7.5. On voit que lorsque $0,1 < \kappa R < 1$, on peut approcher de manière convaincante G par une simple loi linéaire (d'ordonnée à l'origine non nulle).

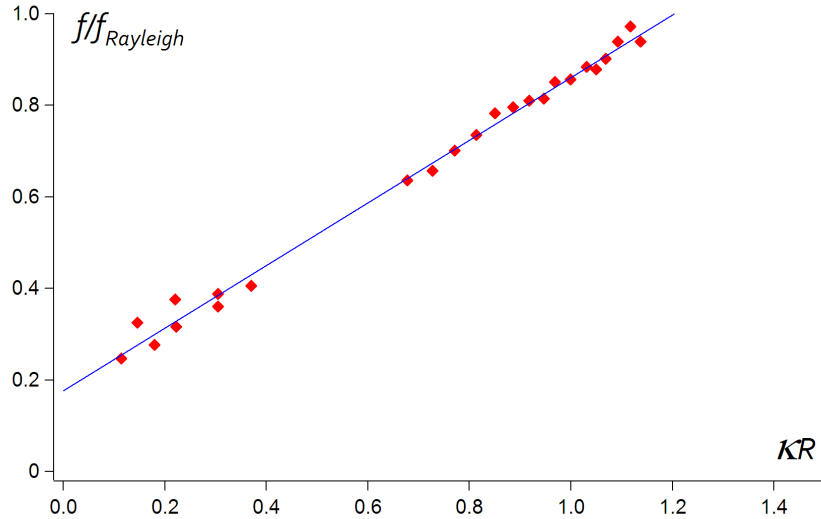


FIG. 7.5: Dépendance de la fréquence de résonance d'une goutte posée en fonction de l'écrasement par la gravité. κR commande l'écrasement : plus κR est grand, plus l'effet de la gravité est important. Les données sont issues de [6] et [8]. La compilation des deux a été effectuée par F.Chevy [7].

Dans la suite, nous utiliserons la relation empirique issue de l'ajustement :

$$f = G(\kappa R) f_{Rayleigh} \quad (7.4)$$

avec

$$G(\kappa R) = 0,176 + 0,684\kappa R$$

L'incertitude sur la pente est de 1% et l'ordonnée à l'origine est obtenue à 5% près. Une fréquence de résonance estimée à partir de l'expression 7.4 sera donc précise à 5% près.

7.2.2 Atténuation

À cause de la viscosité du liquide, l'énergie d'oscillation d'une goutte est dissipée dans son volume. Par analyse dimensionnelle, on trouve que le temps d'atténuation τ de mouvement dans une goutte de rayon R et de viscosité cinématique ν s'écrit :

$$\tau \sim \frac{R^2}{\nu}$$

Lamb [2] a calculé l'atténuation des oscillations d'une goutte sphérique peu visqueuse dans le régime des petites déformations. Pour le mode de plus basse fréquence, le temps d'atténuation est

$$\tau = \frac{1}{5} \frac{R^2}{\nu}$$

L'influence de l'écrasement d'une goutte posée sur le temps d'atténuation a aussi été étudié par Perez et al. [9]. Cependant leur étude est réalisée à partir de gouttes en lévitation sur un film d'air. Le glissement à la paroi inférieure est donc libre. Une goutte réellement posée sur un solide a des conditions aux limites différentes : il n'y a pas de glissement dans la zone de contact.

Pour calibrer l'atténuation d'une goutte non-enrobée dans notre système, nous avons mesuré le spectre de résonance de gouttes de mercure sur du teflon (proche du mouillage nul). Le volume des gouttes étudiées s'échelonne entre 3 et 40 μL . Il faut noter que le non-mouillage du mercure sur du plastique est aussi un désavantage : le volume prélevé par une pipette est alors peu précis. Par exemple, une goutte non mouillante dans un cône se met spontanément en mouvement [10], ce qui n'est pas sans poser des problèmes pratiques.

Sur la figure 7.6, nous avons représenté la largeur Δf du pic de résonance mesurée en fonction de la valeur $\Delta f_{Lamb} = 1/2\pi\tau$ prédite par Lamb. On peut décrire correctement les mesures par une relation linéaire de pente 3,5. Par comparaison aux valeurs mesurées par Perez et al. [9], le pic que nous observons est plus large.

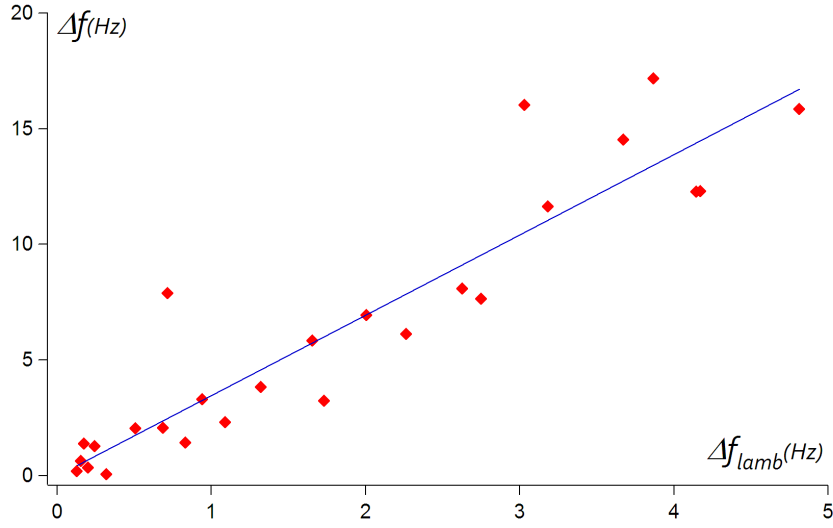


FIG. 7.6: Largeur Δf mesurée du pic de résonance de gouttes de mercure posées, et de volumes variés, en fonction de la largeur Δf_{Lamb} attendue si les gouttes étaient en lévitation.

La dispersion de nos mesures n'a pas permis d'observer une dépendance claire de Δf en fonction de κR . À partir de ces constatations, la loi que nous adopterons en première approximation pour la largeur du pic de résonance du premier mode d'une goutte liquide posée est :

$$\Delta f = 3,5 \frac{5}{2\pi} \frac{\nu}{R^2} \quad (7.5)$$

L'augmentation de la dissipation est probablement due au frottement sur le solide. On peut estimer l'épaisseur de peau ℓ_p typique de nos expériences à [11]

$$\ell_p \sim \sqrt{\frac{\nu}{f}} \approx 100 \mu m$$

ℓ_p est dix fois inférieure au rayon de la goutte. Son effet est donc faible mais observable.

7.3 Résonance d'une goutte enrobée

7.3.1 Observation des spectres

On pose une goutte d'eau de $20 \mu L$ et enrobée de spores de lycopode sur le plateau vibrant ($\phi_s \approx 0,85$). Le plateau vibre avec un débattement pic à pic de $40 \mu m$. On effectue un balayage en fréquence depuis les basses fréquences vers les hautes fréquences de 20 à 140 Hz. Le premier spectre enregistré dans une telle expérience est celui représenté sur la figure 7.7. Nous pouvons y observer 3 modes différents de résonance. Dans la suite nous nous intéresserons uniquement au premier mode, celui de plus basse fréquence pour deux raisons :

tout d'abord, c'est celui pour lequel l'amplitude observée est la plus grande et puis c'est celui dont le comportement est le mieux connu dans le cas d'une goutte non enrobée.

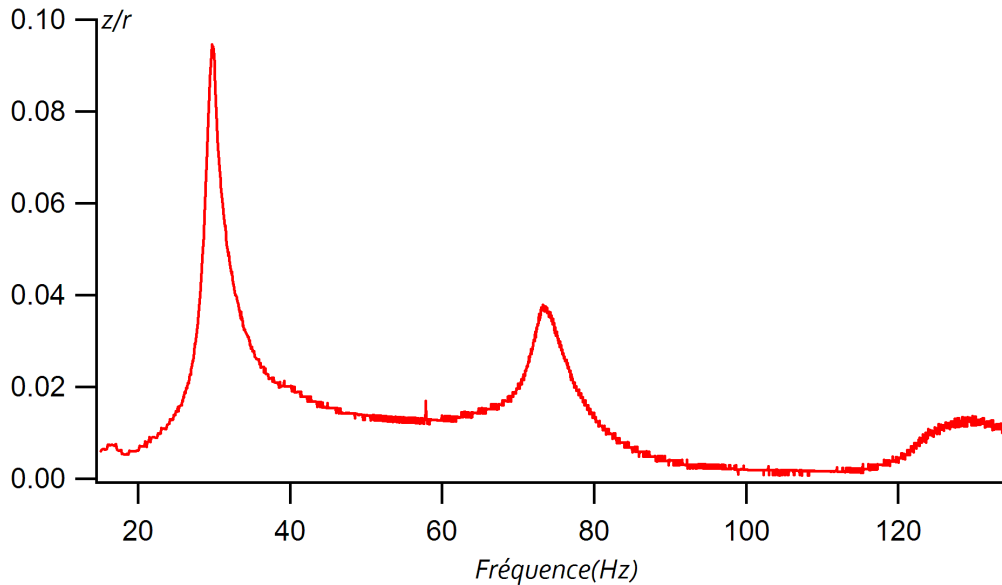


FIG. 7.7: Premier spectre de résonance enregistré lors de l'évaporation d'une goutte de $20\mu L$ d'eau enrobée de spores de lycopes. Le temps écoulé depuis la formation de la goutte est 3 minutes.

Ce premier spectre, observé immédiatement après avoir posé la goutte, a une forme similaire à celui enregistré pour une goutte de mercure non enrobée. Un oscillateur amorti le décrit donc très bien. La présence de grains à la surface ne semble donc pas avoir d'influence.

On laisse ensuite s'évaporer la goutte ce qui augmente, comme on l'a vu, la fraction surfacique de grains de 0,6% par minute. Toutes les minutes, on enregistre un nouveau spectre. Sur la figure 7.8, nous avons représenté les spectres successifs du premier pic en laissant 5 minutes d'intervalle entre deux spectres. Le deuxième spectre représenté est décalé vers les hautes fréquences de plus de 10% par rapport au premier et sa largeur est plus grande. Le décalage en fréquence observé est bien supérieur aux 2,5% attendus par la loi de Rayleigh pour une même variation de volume. Cependant, la forme du spectre reste similaire à celle d'un oscillateur harmonique amorti.

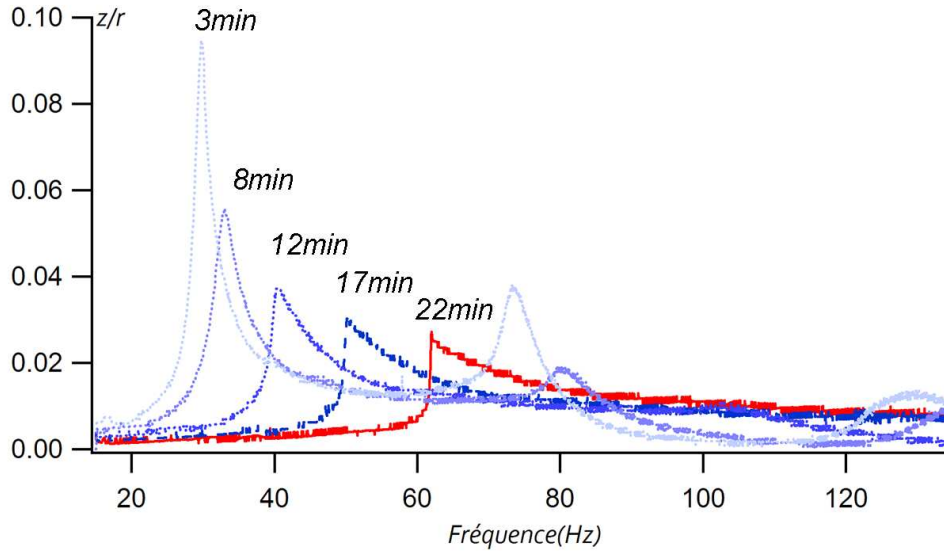


FIG. 7.8: Spectres successifs de résonance enregistrés lors de l'évaporation d'une goutte d'eau de $20\mu L$ enrobée de spores de lycopode. Le temps écoulé depuis la formation de la goutte est indiqué à côté de chaque spectre.

Puis, au fur et à mesure que la goutte s'évapore, la fréquence de résonance augmente ainsi que la largeur du pic. Mais l'effet le plus remarquable est l'asymétrie de plus en plus marquée du spectre. Les basses fréquences sont progressivement coupées et le spectre est "tronqué". Tout se passe comme si il fallait dépasser une certaine fréquence pour que la goutte se comporte comme un liquide. Ainsi, si elle est très encombrée et que l'amplitude de vibration du plateau est fixée, la goutte se comporte de manière solide aux basses fréquences et répond comme un liquide à partir d'un certain seuil.

7.3.2 Hystérésis

Nous avons effectué la même expérience en mesurant le spectre à partir des hautes fréquences. On observe la même évolution de la position et de la largeur du pic de résonance. Cependant, la forme du pic est qualitativement différente (fig.7.9). Elle reste asymétrique mais la transition entre une zone de fréquence où la goutte oscille et une autre où la goutte ne répond plus à la sollicitation est moins brusque. Ces formes évoquent l'allure des courbes de résonance calculées par Den Hartog [12] pour un oscillateur harmonique en régime forcé, amorti par un frottement visqueux et un frottement solide simultanément. Plus la forme est asymétrique, plus le frottement solide a de l'importance. On voit donc que l'augmentation de la densité de grains a pour effet de faire apparaître une friction solide dans la

dissipation de la goutte.

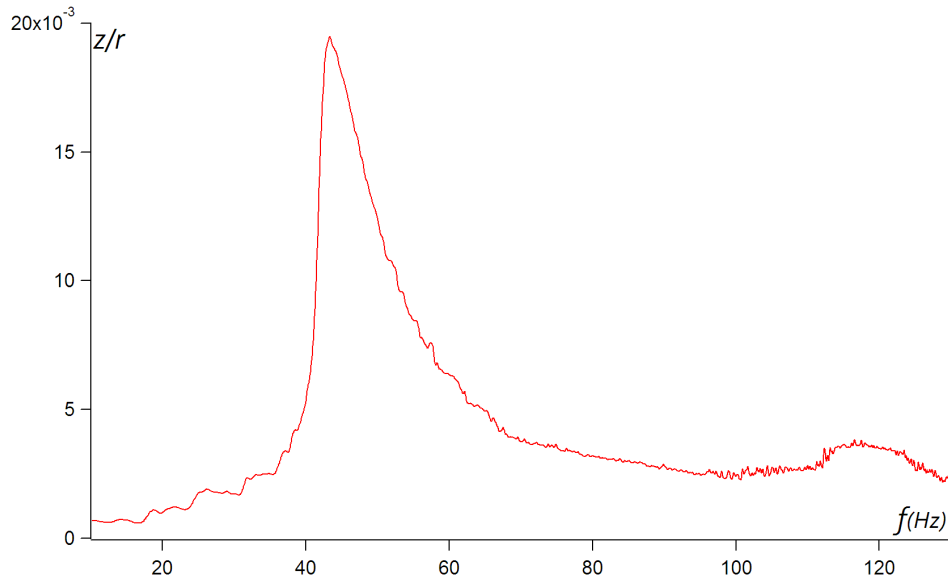


FIG. 7.9: Spectre d'une goutte d'eau ($20\mu L$) enrobée. Le spectre est effectué en partant des hautes fréquences vers les basses fréquences.

7.3.3 Analyse des spectres

A priori, la loi décrivant la forme des spectres que nous avons observés est inconnue. Pour estimer l'élasticité et la dissipation des billes liquides, nous avons donc utilisé une approche similaire à celle proposée par Den Hartog [13] dans de telles situations :

On fait l'approximation que le spectre est localement celui d'un oscillateur harmonique amorti dans la zone de haute fréquence. Nous avons donc ajusté le pic de résonance dans cette zone de haute fréquence uniquement, par la loi attendue pour un oscillateur amorti (fig.7.10). C'est une approximation parfois discutable : par exemple, si la dissipation comprend à la fois un terme visqueux et un terme de friction solide, la viscosité effective dépend de l'amplitude de l'oscillation et donc varie à l'échelle du pic de résonance. L'opération d'ajustement revient en fait à faire la moyenne de cette viscosité effective sur la zone d'ajustement.

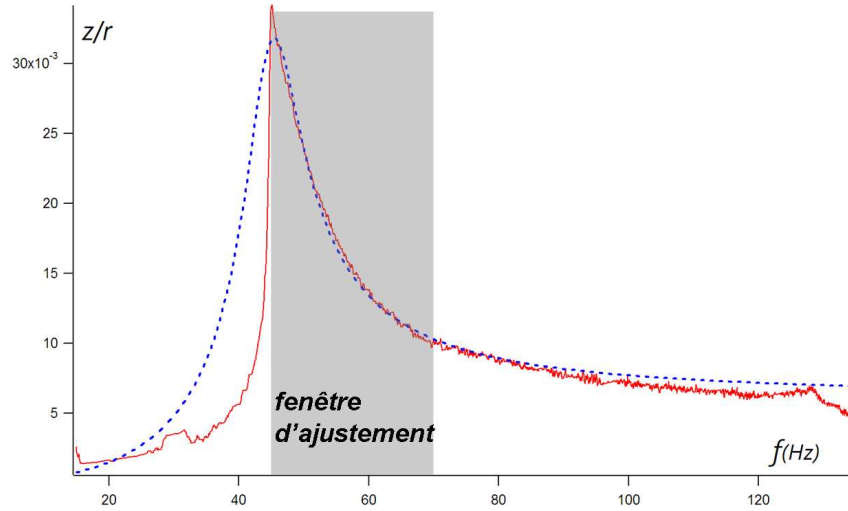


FIG. 7.10: Exemple d'ajustement d'un spectre de résonance de goutte enrobée de spores de lycopodes de volume $20\mu L$. La ligne pointillé correspond au meilleur ajustement par la loi d'un oscillateur harmonique forcé (eq.7.3). Cet ajustement est réalisé sur une plage réduite de fréquences ($45 - 65\text{Hz}$) grisée sur la figure.

Grâce à cet ajustement, on estime la fréquence f de résonance et l'atténuation de la goutte. À partir de celle-ci on peut déduire une viscosité effective grâce à la relation 7.5. Nous allons maintenant comparer ces valeurs à celles calibrées pour une goutte de liquide pur.

7.4 Fréquence de résonance et viscosité effective

7.4.1 Influence de la fraction surfacique ϕ_s

Mesure de ϕ_s

L'évaporation d'une goutte fait varier la fraction surfacique ϕ_s couverte par les grains. On mesure cette variation grâce à la variation de l'aire de l'ombre de la goutte sur le capteur. Cette mesure est une mesure relative, il faut obtenir indépendamment la valeur initiale de ϕ_s . Pour cela nous utilisons la calibration effectuée précédemment (chap.6). Elle donne la valeur moyenne de la masse enrobant une goutte ayant parcouru la distance L lors de sa formation. La valeur de ϕ_s de chaque goutte diffère un peu de cette moyenne $\bar{\phi}_s$. Cependant, en effectuant plusieurs fois une expérience similaire il est possible d'obtenir une bonne estimation de ϕ_s propre à chacune des expériences.

On réalise ainsi 8 fois la même expérience (spectres successifs d'une goutte enrobée sur une même distance). On trace alors l'évolution de Δf en fonction de l'inverse de l'aire de la goutte $1/S$ pour chacune des expériences. $1/S$ est directement proportionnelle à la densité de grains à la surface. Puis, on superpose les courbes de chacune des expériences en attribuant à la surface de chaque goutte un facteur multiplicatif χ . La moyenne des χ/S

estimés est ensuite identifiée au ϕ_s calibré précédemment. On remonte ainsi à la fraction surfacique $\chi\bar{\phi}_s$ initiale propre à chaque goutte. Les fluctuations de valeur initiale que nous avons observées sont petites : de l'ordre de 2% pour une même distance L .

Enfin, une goutte enrobée formée en roulant sur des grains légers a toujours des couvertures de surfaces importantes ($\phi_s > 0,8$) quelle que soit la distance d'enrobage. Pour obtenir de petites valeurs de ϕ_s , nous avons fait coalescer une goutte enrobée et une goutte non enrobée dont la somme des volumes fait $20\mu L$.

Fréquence de résonance

En utilisant la calibration 7.4 de la fréquence de résonance f_0 d'une goutte liquide, on peut la comparer à la fréquence de résonance f d'une goutte enrobée de même volume. Sur la figure 7.11, nous avons représenté le rapport entre ces deux fréquences en fonction du taux de couverture ϕ_s de la surface par les grains.

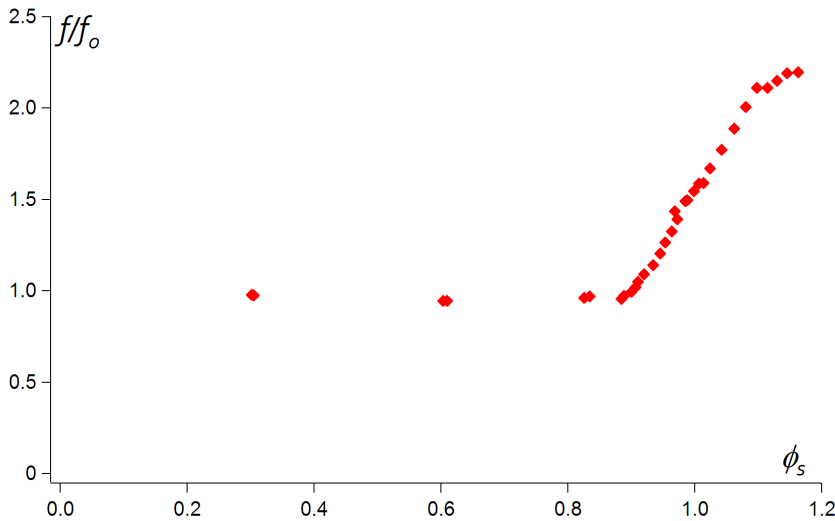


FIG. 7.11: Variation avec la couverture de surface ϕ_s du rapport de la fréquence de résonance f d'une goutte enrobée avec la fréquence de résonance f_0 estimée (eq.7.4) pour la même goutte sans grains.

Lorsque la densité de grains à la surface est faible, la fréquence de résonance d'une goutte enrobée est la même que celle d'une goutte sans grains. Puis, pour une fraction surfacique de l'ordre de 0,85, on observe une transition et la fréquence de résonance augmente brutalement.

On peut se demander d'où vient cette augmentation. D'après la relation 7.4, soit la tension de surface change, soit le facteur de forme G varie. Une tension de surface effective supérieure serait contradictoire avec les observations de Monteux et al. [14]. Il faut cependant noter une différence importante avec leurs mesures : nous effectuons une mesure dynamique et non statique. Une autre source d'augmentation de la tension de surface effective pourrait

être l'apparition d'une énergie élastique de courbure ε_c [15]. Celle-ci dépend du diamètre d des grains et du rayon R de la goutte. Par unité de surface, elle vaut

$$\varepsilon_c \sim \sigma \frac{d^2}{R^2}$$

or, ici $d \ll R$, cette énergie est donc négligeable par rapport à l'effet de la tension de surface.

Enfin, on sait que l'écrasement de la goutte par son poids augmente la fréquence. Or, nous avons vu (chap.5) qu'une pression entre grains apparaît quand ϕ_s dépasse 0,8. Et à ce moment, la goutte s'écrase sur elle-même alors que son poids varie peu. Il est vraisemblable que ce soit la bonne explication : nous avons constaté que lors de l'évaporation d'une goutte, celle-ci s'écrase sous l'effet de son propre poids (chap.5). Alors, κR augmente et donc le facteur de forme croît. L'augmentation de la fréquence d'un facteur 2 correspond de manière raisonnable à un effet de l'écrasement : Par exemple, G est multiplié par 2 quand κR passe de 0,4 à 1 (fig.7.5).

Atténuation

En utilisant la calibration 7.5 de la largeur du pic d'une goutte liquide, on peut tirer du spectre une viscosité effective η_{eff} pour une goutte enrobée. Sur la figure 7.12, nous avons représenté le rapport entre cette viscosité effective et celle de l'eau η_0 en fonction de la couverture de surface ϕ_s .

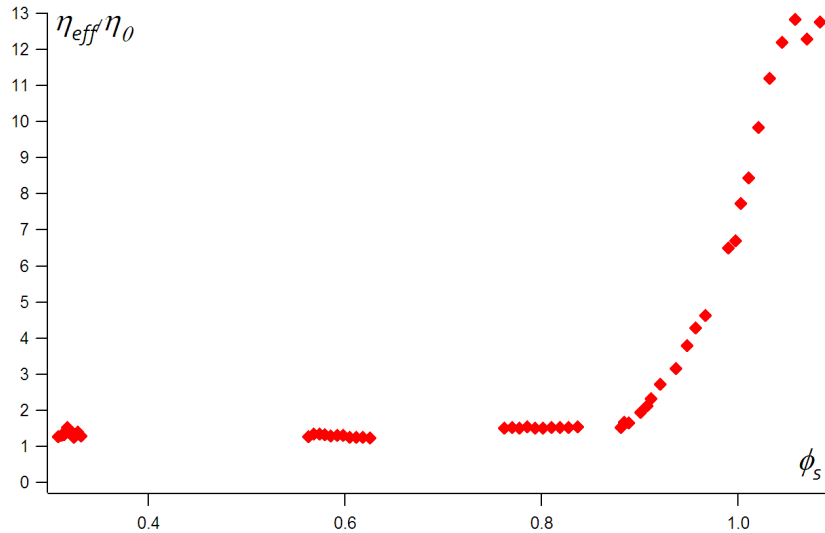


FIG. 7.12: Variation du rapport de la viscosité effective η_{eff} d'une goutte enrobée (estimée à partir de la relation 7.5) sur la viscosité η_0 estimée (eq.7.4) du liquide pur en fonction de ϕ_s .

Lorsque la densité de grains à la surface est faible, la goutte enrobée est de même viscosité que le liquide qui la compose. Puis, pour une fraction surfacique de l'ordre de 0,85, la viscosité effective augmente brusquement, d'un facteur plus grand que 10. La dissipation provient alors principalement de la coque de grains. Cette forte augmentation de la dissipation rappelle la transition de jamming des milieux granulaires [16], dont la description est source de nombreuses discussions [17], [18], [19].

7.4.2 Influence de l'amplitude d'oscillation

On observe que l'amplitude d'oscillation du plan sur lequel est posée une goutte enrobée modifie le spectre de résonance des gouttes enrobées. Si ϕ_s est fixée, plus l'amplitude est faible, plus la fréquence de résonance est grande et le pic large (fig.7.13). Ainsi, plus la sollicitation à laquelle la goutte est soumise est faible, plus la goutte apparaît rigide.

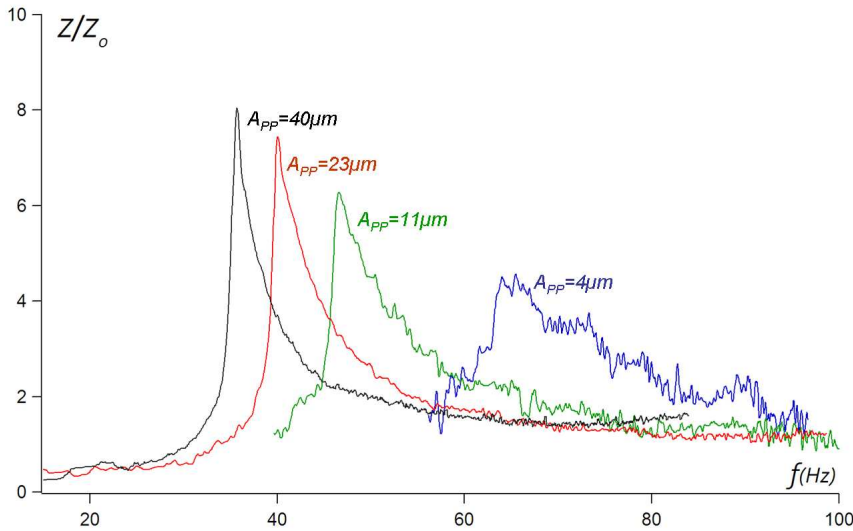


FIG. 7.13: Variation du spectre de résonance avec l'amplitude pic à pic A_{pp} d'oscillation du plateau vibrant. L'amplitude de vibration Z de la goutte est adimensionnée par l'amplitude Z_0 estimée à fréquence infinie. ϕ_s vaut ici 0,905.

Lorsque la goutte se déforme, son aire croît et lors d'une oscillation, la surface de la goutte explore des densités de grains plus faibles que lorsqu'elle est au repos. En fait tout se passe comme si ϕ_s diminuait au cours de l'oscillation. On comprend donc pourquoi plus l'amplitude de l'oscillation de la goutte est grande plus elle paraît liquide. Mais cette déformation est complexe : elle mélange de l'élongation dans le plan des grains et du cisaillement dans le plan perpendiculaire (pouvant varier tout autour de la goutte).

Afin de caractériser cette déformation directement à partir de nos mesures, on construit le taux de déformation $\dot{\epsilon}$. C'est la variation relative de l'ombre S de la goutte sur le capteur par rapport à l'ombre S_0 de la goutte au repos multipliée par la pulsation ω :

$$\dot{\epsilon} = \frac{S - S_0}{S_0} \omega \quad (7.6)$$

Sur la figure 7.14, on a tracé la viscosité effective d'une goutte en fonction du paramètre $\dot{\epsilon}$. Plus le taux de déformation est important plus la viscosité effective mesurée est petite. Cette dépendance peut être ajustée par une loi qui correspond à un comportement visco-plastique [20] :

$$\frac{\eta_{eff}}{\eta_0} = \frac{A}{\dot{\epsilon}} + 1$$

Le premier terme, qui domine aux petits taux de déformation, correspond à un frottement solide (pour lequel la contrainte est indépendante de $\dot{\epsilon}$). Le deuxième terme indique que lorsque la sollicitation est forte, la seule dissipation qui compte pour décrire une goutte enrobée est la dissipation visqueuse dans le liquide.

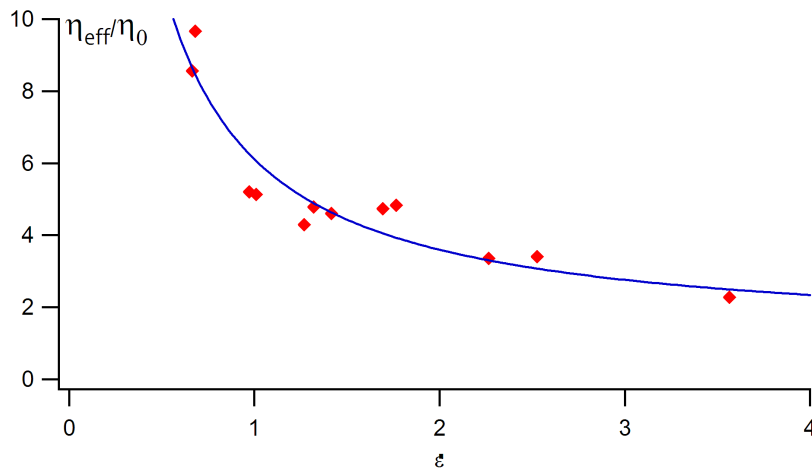


FIG. 7.14: Influence du taux de déformation $\dot{\epsilon}$ sur la viscosité effective η_{eff} d'une goutte enrobée. La viscosité est adimensionnée par la viscosité de l'eau η_0 . ϕ_s est fixée à 0,905.

Le comportement d'une goutte enrobée dépend donc de son taux de déformation. Si celui-ci est petit, son comportement est dominé par la friction solide. Au contraire, pour un grand taux de déformation, son comportement est dominé par le liquide qui la compose.

7.4.3 Influence de la taille des billes

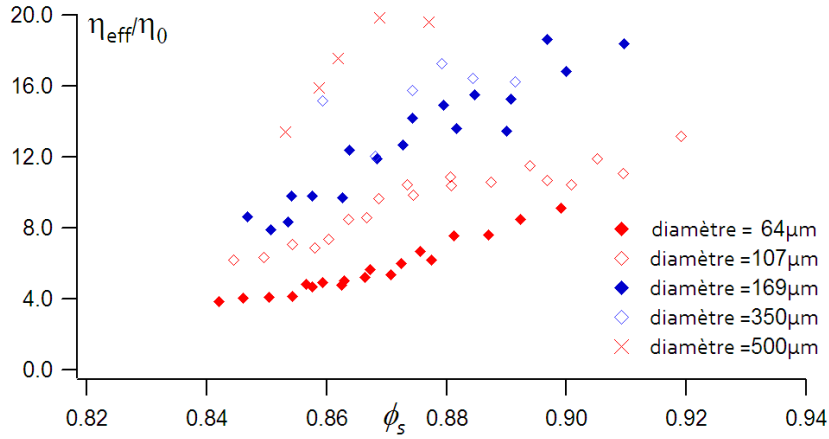


FIG. 7.15: Viscosité effective d'une goutte enrobée en fonction de la fraction surfacique ϕ_s . Différents diamètres de billes de verres ont été utilisés pour enrober les gouttes.

Le diamètre des billes modifie aussi la dissipation de notre système. Afin d'étudier cet effet, nous avons utilisé des billes de verre de diamètres différents pour enrober les gouttes. Les diamètres s'échelonnent de 64 μm à 500 μm . Sur la figure 7.15 on trace les mesures de viscosité effective en fonction de la couverture de surface pour différents diamètres de billes.

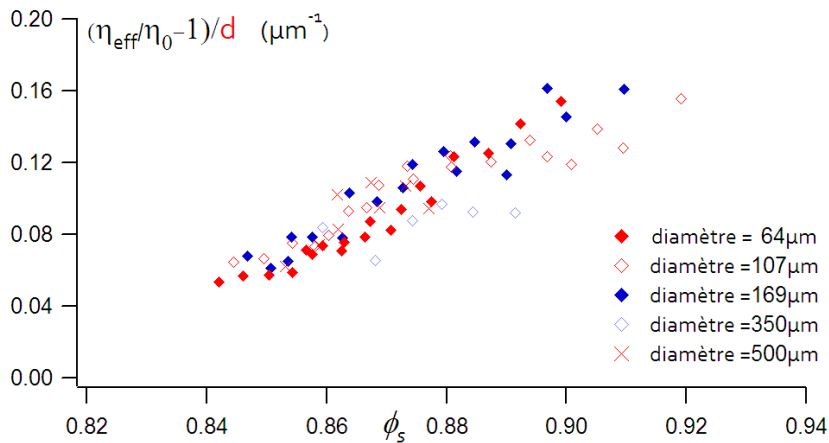


FIG. 7.16: Viscosité effective de la surface d'une goutte enrobée, divisée par le diamètre d des billes en fonction de la fraction surfacique ϕ_s . Différents diamètres de billes de verre ont été utilisés pour enrober les gouttes.

Nous observons une dépendance de la dissipation avec le diamètre des billes. Plus d est grand, plus la coque de grains dissipe de l'énergie. Il est possible de superposer toutes ces courbes (fig.7.16) en divisant simplement la contribution de la surface à la viscosité par le diamètre des billes utilisées. Ainsi, dans nos expériences, le diamètre des billes joue uniquement sur le préfacteur de la loi de friction et non pas sur son allure.

Viscosité des billes liquides

En résumé, nous avons observé que la viscosité effective d'une goutte enrobée dépend de la fraction surfacique ϕ_s de grains à sa surface, du taux de déformation de la goutte $\dot{\epsilon}$ et du diamètre des billes d . On peut proposer une loi de la forme suivante :

$$\eta_{eff} = \eta_0 + dF(\phi_s, \dot{\epsilon})$$

où η_0 est la viscosité du liquide et F une fonction de la couverture de surface et du taux de déformation de la goutte. L'objet du chapitre 8 sera de discuter de manière plus précise cette loi, à la lumière de ce qui a été observé dans les écoulements granulaires secs.

Il serait intéressant d'effectuer les mêmes expériences en utilisant un jeu de billes monodisperses pour étudier l'influence de leur diamètre. En effet, la courbure de l'interface augmente le désordre d'un milieu granulaire en créant de la frustration géométrique [21]. Plus le rapport entre le diamètre des billes d et le rayon de courbure de l'interface R est grand, plus la frustration l'est. L'effet de la frustration a été observé pour des systèmes vitreux par des simulations [22] : plus d/R est petit, plus la viscosité observée augmente et plus la transition vitreuse est brutale (on dit que la fragilité du liquide augmente). Cet effet devrait être visible sur la forme de F mais il nécessite une polydispersité des grains plus petite que 10%, inférieure à celle des billes que nous avons employée.

7.5 Grande déformation : gouttes froissées

En utilisant un pot vibrant, on peut faire osciller une goutte enrobée à plus forte amplitude. Lorsque l'accélération maximale subie par la goutte est proche de g , la forme adoptée par la goutte devient très différente de celles que l'on observe habituellement (fig.7.17).

Dans ce régime, la fraction surfacique locale fluctue de manière très importante et plusieurs phénomènes apparaissent. Par exemple, une onde se propage d'un pôle à l'autre. On peut aussi observer l'apparition de rides de flambage suivant les méridiens lorsque l'équateur de la goutte est fortement contracté. Nous nous sommes limités à l'étude de ce flambage.

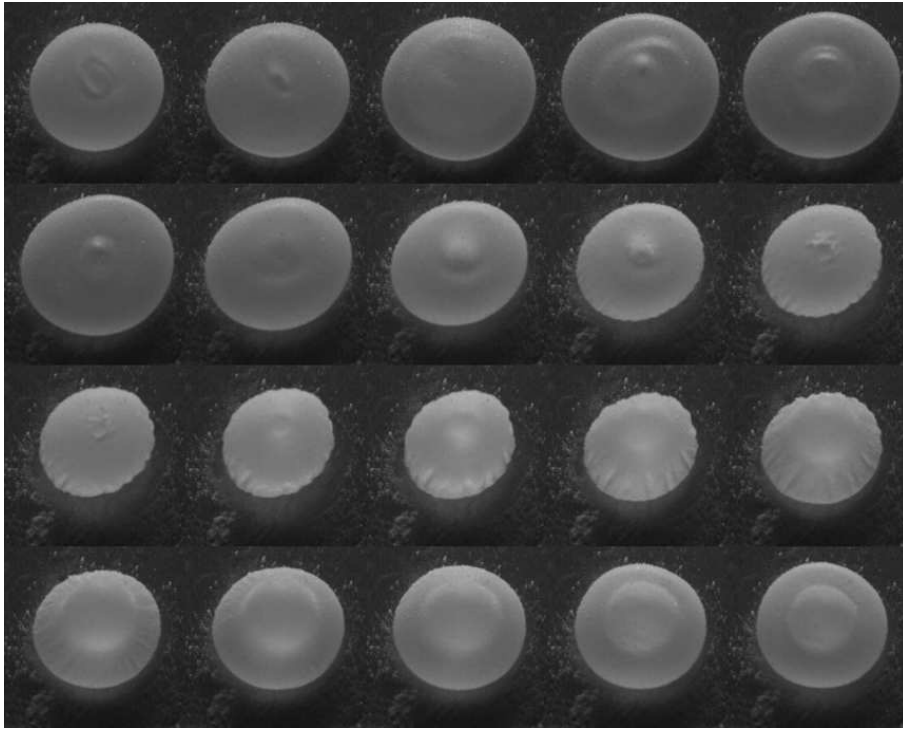


FIG. 7.17: Goutte de $50\mu L$ d'eau dont l'oscillation est forcée par un pot vibrant d'accélération $0,8g$. L'intervalle entre deux images est $2ms$. Le temps s'écoule de gauche à droite et de haut en bas.

Le flambage des interfaces composites a déjà été étudié sur des interfaces planes et statiques par Vella et al. [15]. En estimant le module élastique de ces interfaces, ils ont pu montrer que la longueur d'onde λ des rides dépend de la longueur capillaire et du diamètre d des billes :

$$\lambda = 0,253\sqrt{\kappa^{-1}d}$$

Cette loi est très bien vérifiée expérimentalement sur les interfaces planes et statiques. Nous avons comparé la longueur d'onde du flambage d'une goutte oscillante à cette loi d'échelle.

Influence de la taille des grains sur λ

On enrobe des gouttes avec des grains de différents diamètres d (spores de lycopode et billes de verre). Et nous avons mesuré la longueur d'onde des rides d'une goutte en fonction de d (fig.7.18). L'accélération du pot vibrant est gardée constante ($0,8g$) ainsi que la fréquence d'oscillation ($33Hz$). Pour pouvoir observer un nombre suffisant de plis, le volume choisi pour la goutte est de $100\mu L$.

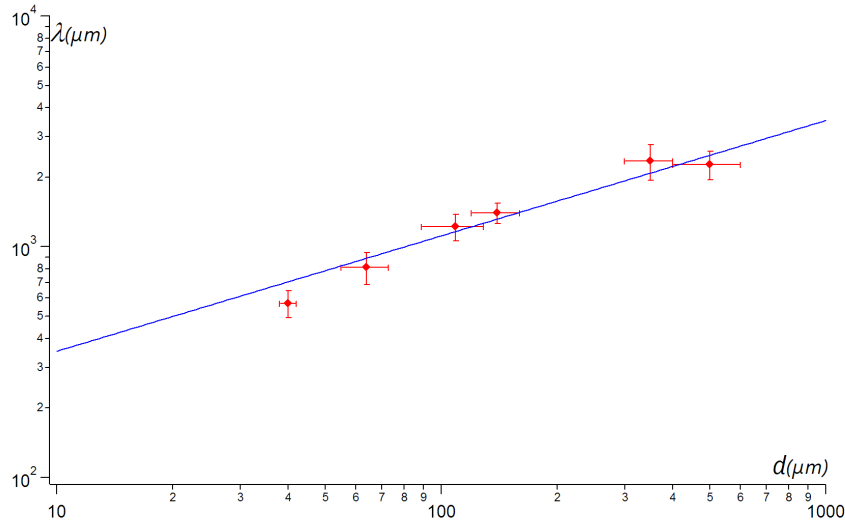


FIG. 7.18: Longueur d'onde λ des rides apparaissant à la surface d'une goutte enrobée soumise à une forte accélération ($0,8g$).

Pour une augmentation du diamètre des grains d'un facteur 10, la longueur d'onde des plis entourant une goutte augmente d'un facteur 3. Nos mesures sont donc compatibles avec une augmentation de la longueur d'onde proportionnelle à \sqrt{d} comme prédit par Vella et al. le préfacteur mesuré est $0,111 \pm 0,005 m^{1/2}$ ce qui est 2,3 fois plus petit que leurs observations. Ceci provient probablement du fait que l'accélération ressentie par l'interface lors de nos expériences est différente de g .

7.6 Conclusion

La présence d'une coque granulaire à la surface d'une goutte enrobée modifie fortement son comportement dynamique en comparaison à une goutte en mouillage nul. Quand la densité de grains augmente, à la fois la dissipation et la fréquence de résonance croissent. Et plus la surface est encombrée, plus la goutte a un comportement rappelant un solide. Ces propriétés dépendent aussi de la déformation imposée à la goutte : lorsque celle-ci devient importante, la goutte retrouve un comportement liquide. Ce comportement est typique de la transition de Jamming qui est gouvernée par deux paramètres : la densité et le taux de cisaillement [16] (à température nulle). Dans la suite, nous allons essayer d'explorer cette analogie avec le comportement des milieux granulaires.

Mais lorsque l'amplitude de déformation devient encore plus grande, le comportement d'une goutte enrobée est aussi très différent de celui d'un liquide pur : l'élasticité des interfaces composites devient observable par la création de rides à la surface des gouttes.

- [1] M. Dandan and HY Erbil. Evaporation Rate of Graphite Liquid Marbles : Comparison with Water Droplets. *Langmuir*, 2009.
- [2] H. Lamb. *Hydrodynamics*. Dover, 1932.
- [3] K. Okumura, F. Chevy, D. Richard, D. Quéré, and C. Clanet. Water spring : A model for bouncing drops. *Europhysics Letters*, 62(2) :237–243, 2003.
- [4] L. Rayleigh. On the capillary phenomena of jets. *Proceedings of the Royal Society of London*, 29 :71–97, 1879.
- [5] M. Strani and F. Sabetta. Free vibrations of a drop in partial contact with a solid support. *Journal of Fluid Mechanics*, 141 :233–247, 1984.
- [6] M. Perez, Y. Brechet, L. Salvo, M. Papoular, and M. Suery. Oscillation of liquid drops under gravity : Influence of shape on the resonance frequency. *Europhysics Letters*, 47(2) :189–195, 1999.
- [7] F. Chevy. Communication privée. 2008.
- [8] D. Richard and D. Quéré. Bouncing water drops. *Europhysics Letters*, 50(6) :769–775, 2000.
- [9] M. Perez, L. Salvo, M. Suéry, Y. Bréchet, and M. Papoular. Contactless viscosity measurement by oscillations of gas-levitated drops. *Physical Review E*, 61(3) :2669–2675, 2000.
- [10] K. Piroird. Communication privée. 2009.
- [11] E. Guyon, JP Hulin, and L. Petit. *Hydrodynamique Physique*. *EDP Sciences Editions*, 1991.

-
- [12] JP Den Hartog. Forced vibrations with combined Coulomb and viscous friction. *Trans. ASME*, 53(15) :107–115, 1931.
- [13] J.P. Den Hartog. *Mechanical vibrations*. Dover, 1985.
- [14] C. Monteux, J. Kirkwood, H. Xu, E. Jung, and G.G. Fuller. Determining the mechanical response of particle-laden fluid interfaces using surface pressure isotherms and bulk pressure measurements of droplets. *Physical Chemistry Chemical Physics*, 9(48) :6344–6350, 2007.
- [15] D. Vella, P. Aussillous, and L. Mahadevan. Elasticity of an interfacial particle raft. *Europhysics Letters*, 68(2) :212–218, 2004.
- [16] A.J. Liu and S.R. Nagel. Jamming is not just cool any more. *Nature*, 396(6706) :21–22, 1998.
- [17] C. Toninelli, G. Biroli, and D.S. Fisher. Jamming percolation and glass transitions in lattice models. *Physical Review Letters*, 96(3) :35702, 2006.
- [18] C.S. O'Hern, L.E. Silbert, A.J. Liu, and S.R. Nagel. Jamming at zero temperature and zero applied stress : The epitome of disorder. *Physical Review E*, 68(1) :11306, 2003.
- [19] TS Majmudar, M. Sperl, S. Luding, and RP Behringer. Jamming transition in granular systems. *Physical Review Letters*, 98(5) :58001, 2007.
- [20] P. Oswald. *Rhéophysique*. Belin, 2005.
- [21] AR Bausch, MJ Bowick, A. Cacciuto, AD Dinsmore, MF Hsu, DR Nelson, MG Nikolaides, A. Travasset, and DA Weitz. Grain boundary scars and spherical crystallography. *Science*, 299(5613) :1716, 2003.
- [22] F. Sausset, G. Tarjus, and P. Viot. Tuning the fragility of a glass-forming liquid by curving space. *Physical Review Letters*, 101(15) :155701, 2008.

 Le comportement granulaire des interfaces composites

Sommaire

8.1	Nombre inertiel associé à une goutte enrobée	143
8.1.1	Nombre inertiel dans les milieux granulaires	143
8.1.2	Nombre inertiel des gouttes enrobées	144
8.2	Pression entre les grains	144
8.2.1	Tension de surface effective statique et comportement dynamique	145
8.2.2	Mesure de la pression entre les grains à partir de f_0	146
8.3	Mesure du coefficient de friction des gouttes enrobées	147
8.4	Rhéologie des interfaces composites	148
8.4.1	Influence de I et ϕ_s sur la pression entre les grains	148
8.4.2	Influence de I et ϕ_s sur la friction	150
8.5	Dévalement de gouttes enrobées	154
8.5.1	Angle d'arrêt	155
8.5.2	Vitesse de dévalement	156
8.6	conclusion	159

Lorsque la densité ϕ_s de grains à la surface d'une goutte enrobée est faible, ses propriétés d'élasticité et de dissipation sont celles du liquide qui la compose. Cependant, lorsque ϕ_s devient plus élevée, l'effet de la coque de grains se fait sentir. La fréquence de résonance et l'amortissement d'une goutte enrobée augmentent alors fortement avec l'encombrement de sa surface. Sur la figure 8.1 on a représenté la largeur Δf du pic de résonance d'une goutte d'eau de $20\mu L$ enrobée de spores de lycopodes en fonction de la fréquence de résonance mesurée. Les données couvrent un domaine étendu de couvertures de grains à la surface et d'amplitudes d'oscillation du plan sur lequel la goutte est posée.

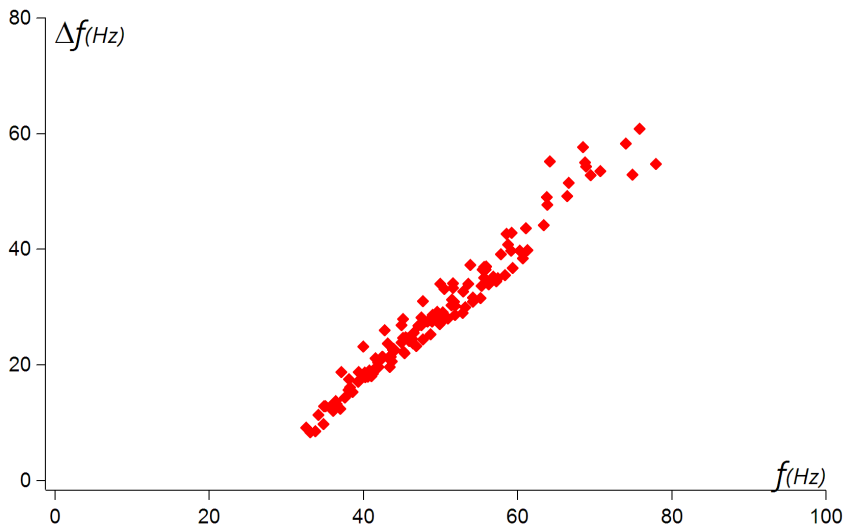


FIG. 8.1: Largeur Δf du pic de résonance d'une goutte d'eau de $20\mu L$ enrobée de spores de lycopodes en fonction de la fréquence de résonance. La fraction de grains à la surface varie d'une goutte à l'autre (de 0,85 à 0,97). Les amplitudes d'oscillation imposées varient de 2 à $40\mu m$.

On remarque que tous les points se superposent sur une courbe maîtresse. Cette corrélation suggère que les paramètres qui régissent f et Δf sont identiques. Un premier paramètre naturel est la densité de grains à la surface ϕ_s : nous avons vu précédemment que faire varier ϕ_s changeait fortement à la fois la fréquence de résonance et la dissipation d'une goutte. Nous avons aussi constaté que pour un même ϕ_s , f et Δf dépendaient du taux de déformation que subissait la goutte. On peut comparer cette observation au comportement des écoulements granulaires denses dont la rhéologie locale est déterminée par un paramètre proportionnel à ce taux de déformation (le nombre inertiel I) [1–3]. Lorsque le granulaire est humide, une faible cohésion modifie la valeur de la friction [4] mais le comportement reste globalement identique.

Dans ce chapitre, nous allons comparer le comportement rhéologique d'une goutte fortement enrobée ($\phi_s > 0,8$) au comportement des milieux granulaires secs en écoulement. Notons qu'il existe une différence importante entre ces deux systèmes : alors que la compa-

citée est généralement laissée libre dans les expériences de rhéologie des milieux granulaires, elle est fixée à la surface des gouttes enrobées. De plus, ici la transformation n'est pas un cisaillement mais plutôt des cycles de dilatation-compression (inhomogènes) de ces interfaces. Tout d'abord nous proposerons une définition du nombre I associé à l'oscillation d'une goutte enrobée. Puis, nous étudierons leur comportement en fonction de I et ϕ_s . Enfin, à la lumière de ces mesures, nous reviendrons sur l'expérience de dévalement d'une goutte enrobée sur un plan incliné.

8.1 Nombre inertiel associé à une goutte enrobée

8.1.1 Nombre inertiel dans les milieux granulaires

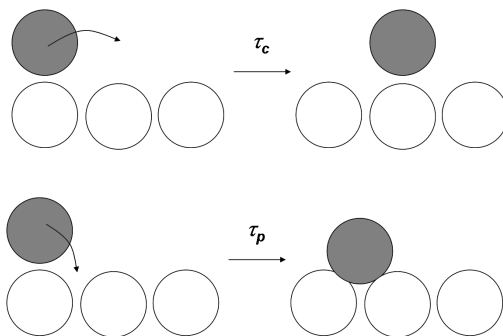


FIG. 8.2: Définition des deux temps caractéristiques d'un écoulement granulaire : τ_c (haut) correspond au temps caractéristiques imposé par l'écoulement pour qu'un grain se déplace de son diamètre. τ_p est le temps nécessaire à un grain pour tomber dans le creux formé par deux autres grains sous l'effet de la pression.

Le nombre inertiel I caractérisant les écoulements granulaires denses cisailés est défini comme le rapport de deux temps : le premier (τ_c) est l'inverse du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$. Ce temps peut être vu comme le temps nécessaire à un grain pour sauter d'un creux entre grains à un autre (fig.8.2)

$$\tau_c = \frac{1}{\dot{\gamma}}$$

Le second temps est le temps nécessaire à un grain pour tomber dans le creux formé par deux autres grains sous l'effet de la pression (fig.8.2). En notant d le diamètre du grain, ρ_g sa densité et P la pression, ce temps est :

$$\tau_p = d\sqrt{\frac{\rho_g}{P}}$$

Le rapport entre ces deux temps est le nombre inertiel :

$$I = \frac{\tau_p}{\tau_c} = \dot{\gamma} d \sqrt{\frac{\rho_g}{P}} \quad (8.1)$$

Tant que $I < 1$, le coefficient de friction μ d'un milieu granulaire dense en écoulement suit une loi de la forme $\mu = \mu_0 + bI$. On observe ainsi un comportement de type solide avec un coefficient de frottement constant pour I très petit. Puis lorsque I augmente ($10^{-3} < I < 1$), le terme visqueux bI devient prédominant et le comportement du milieu ressemble à celui d'un liquide. Enfin pour $I > 1$, le milieu granulaire a un comportement qui ressemble à celui d'un gaz. Le cisaillement et la densité de grains gouvernent la transition entre trois comportements distincts des milieux granulaires : pour un faible cisaillement et un ϕ_s fort, le comportement s'apparente à celui d'un solide. Inversement, quand ϕ_s est petit et le cisaillement important, on observe un gaz granulaire. Le régime intermédiaire correspond à un comportement similaire à celui d'un liquide [5, 6].

8.1.2 Nombre inertiel des gouttes enrobées

Pour l'étude des gouttes enrobées, la définition de I doit être adaptée. Tout d'abord, la couche de grains est un milieu à deux dimensions si bien que les dimensions des grandeurs sont modifiées ; ρ_g est une masse surfacique : $\rho_g \sim \rho d$ avec ρ la masse volumique d'un grain et d son diamètre. Et la pression est homogène à une force par unité de longueur. Elle correspond à la pression Π entre les grains que nous avons définie précédemment (chap.5). De plus, la déformation que subit la goutte est mal définie : elle n'est pas homogène tout autour de la goutte et semble être un mélange d'élongation dans le plan des grains et de cisaillement dans le plan perpendiculaire. Pour la caractériser, au chapitre 7 nous avons construit le taux de déformation $\dot{\epsilon}$ (eq.7.6).

Ainsi, la définition du nombre inertiel que nous adopterons est :

$$I = \frac{\tau_p}{\tau_c} = \dot{\epsilon} d \sqrt{\frac{\rho d}{\Pi}}$$

$\dot{\epsilon}$ est une observable de nos expériences qui est directement donnée par le signal de la photodiode. Il suffit donc de mesurer Π pour avoir accès à la valeur du nombre inertiel lors d'une expérience.

8.2 Pression entre les grains

Les mesures de tension de surface effective σ_{eff} réalisées par Monteux et al. [7] sur des gouttes statique montrent une chute brutale de σ_{eff} lorsque la densité de grains devient importante (fig.8.3, gauche). À l'inverse la fréquence f_0 de résonance augmente fortement quand ϕ_s est autour de 0,8 (fig.8.3, droite). Or, d'après l'expression établie par Rayleigh [8], f_0 varie comme $\sqrt{\sigma}$. Ces deux constatations semblent donc contradictoires !

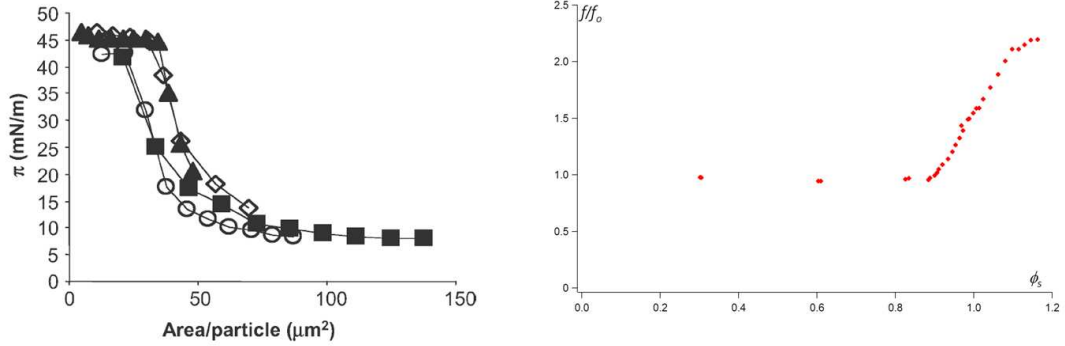


FIG. 8.3: Gauche : Mesures réalisées par Monteux et al. [7], de la pression de surface π d'une goutte enrobée en fonction de l'aire par particule d'une goutte enrobée. Plus la surface est encombrée plus la pression de surface est grande plus la tension de surface effective $\sigma_{eff} = \sigma - \pi$ est petite. Droite : Dépendance avec la densité de grains à la surface ϕ_s du rapport entre la fréquence de résonance f d'une goutte enrobée avec la fréquence de résonance f_0 pour un enrobage nul (fig.7.11 du chapitre 7).

8.2.1 Tension de surface effective statique et comportement dynamique

Nous avons vu au chapitre 5 que la chute de tension effective est liée à l'équilibre local des grains : dès qu'il apparaît une pression entre les grains, pour que l'équilibre mécanique soit réalisé, la courbure locale du ménisque liquide diminue. Les ménisques entre grains ont une courbure plus petite que la courbure globale de la goutte, est donc la pression dans la goutte est plus faible.

Cependant, l'équation qui régit l'oscillation de la goutte est une équation dynamique qui relie le potentiel des vitesses ψ à la variation de pression par rapport à l'équilibre. La loi de Laplace dit que la pression est proportionnelle à la courbure des ménisques, c'est donc la **variation de courbure** et non pas la courbure elle-même qui régit l'oscillation d'une goutte [9] :

$$\sigma \Delta C = -\rho \frac{d\psi}{dt}$$

σ est la tension de surface du liquide, C la courbure (locale) des ménisques, ρ la densité du liquide et ψ le potentiel des vitesses.

D'un point de vue énergétique, cela revient à dire que la forme d'équilibre statique de la goutte ne minimise pas l'énergie de surface du liquide mais que lors d'une petite variation dS de la surface totale de la goutte, l'aire de liquide à la surface change elle aussi de dS . Ainsi le gain d'énergie de surface σdS est le même que si la goutte était uniquement formée de liquide. Et la tension de surface dynamique associée aux gouttes enrobées est la tension de surface du liquide, donc différente de la tension effective déterminant la forme d'une goutte au repos.

En conséquence, l'augmentation de la fréquence de résonance à forte couverture de surface ne provient pas d'une augmentation de la tension de surface. Elle semble être liée uniquement à l'écrasement de la goutte et correspond à une variation du facteur de forme mesuré par Perez et al. [10]. Lorsqu'une goutte est de plus en plus déformée par la gravité, sa fréquence augmente.

8.2.2 Mesure de la pression entre les grains à partir de f_0

La fréquence de résonance du premier mode de résonance d'une goutte posée est la fréquence de résonance d'une goutte libre $f_{Rayleigh}$ multipliée par un facteur de forme. On connaît empiriquement la dépendance de ce facteur de forme en fonction du rapport entre le rayon de la goutte et la longueur capillaire κR :

$$\frac{f_0}{f_{rayleigh}} = 0,176 + 0,684\kappa R$$

Expérimentalement, on mesure f_0 . La valeur de $\frac{f_0}{f_{Rayleigh}}$ permet ensuite d'estimer une longueur capillaire effective κ_{eff}^{-1} à partir de la relation empirique précédente. Cette estimation est précise à 5% près. La tension de surface effective (statique) est alors directement

$$\sigma_{eff} = \rho g \kappa_{eff}^{-2} \quad (8.2)$$

Sur la figure 8.4, nous avons représenté la tension de surface effective déduite à partir de l'équation 8.2 en fonction de la densité ϕ_s de spores de lycopodes à la surface d'une goutte de $20\mu L$ d'eau.

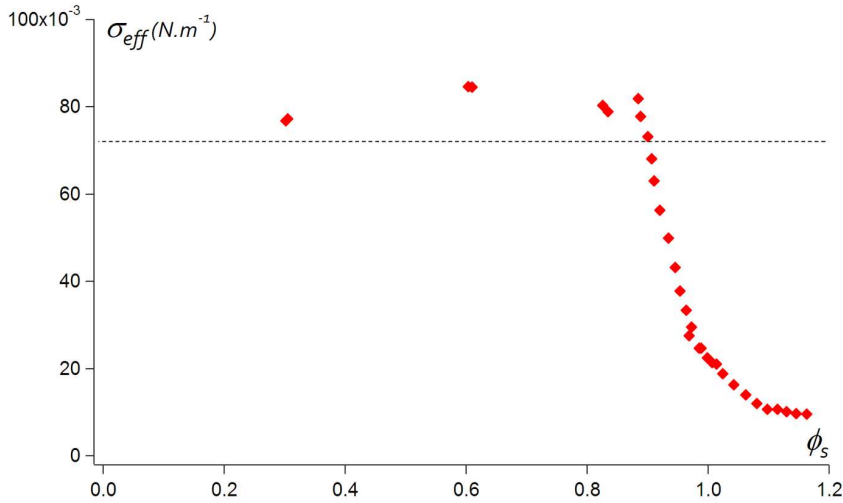


FIG. 8.4: Tension de surface effective σ_{eff} déduite de la fréquence de résonance (eq.8.2) en fonction de la densité ϕ_s de spores de lycopodes à la surface d'une goutte de $20\mu L$ d'eau. La ligne en pointillé représente la tension de surface de l'eau.

Connaissant la tension de surface effective σ_{eff} et la tension de surface du liquide σ , on définit la pression entre grains comme

$$\Pi = \sigma - \sigma_{eff}$$

L'ordre de grandeur des pressions et la forme de la courbe observée sont cohérentes avec les mesures de Monteux et al. [7] : pour une faible couverture de surface, la tension de surface est celle de l'eau (l'écart de 10% est dans les barres d'erreur de la loi empirique) puis, lorsque la densité est de l'ordre de 0,85, σ_{eff} chute brutalement. La cohérence de nos observations avec celles de Monteux et al. corrobore le lien entre la mesure de fréquence de résonance et la pression Π entre les grains.

Cette mesure est très sensible aux erreurs expérimentales et à l'imprécision de la calibration car la tension effective varie comme le carré de la longueur capillaire effective (eq.8.2). Ainsi, la loi empirique donnant le facteur de forme introduit une imprécision de 10% sur la tension de surface effective. En conséquence, la valeur de Π obtenue par cette méthode est peu précise lorsque $\sigma - \sigma_{eff}$ est proche de zéro.

À partir de la mesure de la pression entre grains et du taux de déformation, il est maintenant possible d'estimer le nombre inertiel I associé à une oscillation de goutte enrobée. Pour une goutte de $20\mu L$, nous avons constaté que I variait dans un domaine compris entre 10^{-5} et 5.10^{-3} . Dans ce domaine de valeurs de I , les écoulements granulaires secs ont un comportement visco-plastique. Quand $I = 0$, le coefficient de friction μ est non nul et vaut μ_0 ; puis quand I croît, il augmente linéairement avec le nombre inertiel :

$$\mu = \mu_0 + bI$$

Nous allons maintenant comparer le comportement de la coque de grains d'une goutte enrobée à ce qui est connu des écoulements granulaires secs.

8.3 Mesure du coefficient de friction des gouttes enrobées

Pour comparer le comportement d'une goutte enrobée à ce qui est connu des milieux granulaires [1, 3], il faut estimer le coefficient de friction effectif μ dans le milieu. Dans un raisonnement de champ moyen, un grain (de diamètre d) est soumis à la pression Π et donc à une force de frottement $\mu\Pi d$. Au cours d'une période d'oscillation, il se déplace d'une distance de l'ordre de ϵd . Si la coque de grains est constituée de N grains, la perte d'énergie due à la friction pendant une période est :

$$W \sim Nd^2\mu\Pi\epsilon \sim \phi_s\mu\Pi R^2\epsilon \quad (8.3)$$

Pour obtenir le temps d'atténuation, il faut comparer cette perte d'énergie à la perte d'énergie cinétique (en régime libre). L'énergie cinétique stockée dans l'oscillation de la goutte est

$$E_c \sim mR^2\dot{\epsilon}^2$$

L'énergie perdue en une période est donc

$$dE_c \sim \omega m R^2 \dot{\epsilon} d\epsilon$$

En identifiant cette expression avec l'expression 8.3, on trouve un temps d'atténuation :

$$\tau \sim \frac{m\dot{\epsilon}}{\mu\Pi}$$

Expérimentalement, ce temps est l'inverse de la largeur Δf du pic de résonance. Ainsi, à partir de nos mesures, on construit le coefficient de friction effectif comme

$$\mu \sim \frac{m\Delta f\dot{\epsilon}}{\Pi} \quad (8.4)$$

Dans cette expression, on a fait l'approximation que ϕ_s est constant et vaut 1. Cette approximation est raisonnable car ϕ_s varie peu dans nos expériences et la définition de μ est établie à un facteur numérique près.

8.4 Rhéologie des interfaces composites

Nous étudions l'influence de I et ϕ_s sur la pression entre les grains ainsi que sur les propriétés rhéologiques des gouttes enrobées.

8.4.1 Influence de I et ϕ_s sur la pression entre les grains

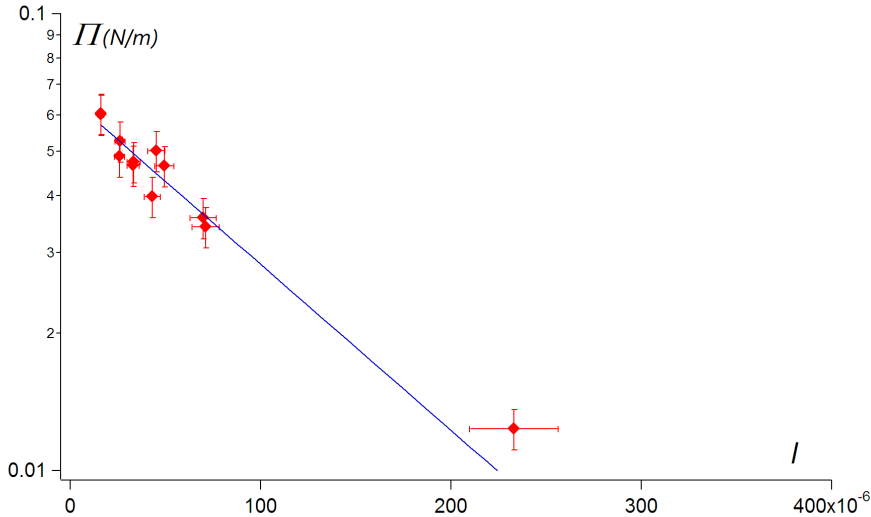


FIG. 8.5: Diagramme semi-logarithmique de la pression de surface Π en fonction du nombre inertiel pour une fraction surfacique de spores de lycopodes de surface fixée (0,905) enrobant une goutte d'eau de $20\mu L$. Le trait plein est le meilleur ajustement par une exponentielle décroissante.

Contrairement aux expériences d'écoulements de milieux granulaires secs où la gravité fixe la pression, ici elle n'est pas fixée à l'avance. C'est une observable qui dépend à priori de I et de ϕ_s . En jouant sur l'amplitude de vibration du plateau, nous avons pu faire varier I sur deux ordres de grandeurs (fig.8.5).

Nous avons précédemment observé que l'amplitude d'oscillation du plateau modifiait fortement la fréquence de résonance (chap.7). Selon le point de vue adopté dans ce chapitre, cela signifie que I influe sur la pression entre les grains.

Sur la figure 8.5, nous avons représenté un exemple de courbe de pression de surface en fonction du nombre inertiel. L'allure de ces courbes est toujours la même : on constate systématiquement une décroissance très prononcée de Π en fonction de I . Quand I croît, la compression du réseau de grains diminue. Sous agitation, l'influence de la présence des grains diminue et la surface retrouve le comportement du liquide pur.

On peut ajuster cette courbe par une exponentielle décroissante de la forme $\Pi_0 e^{-AI}$. Π_0 est la pression entre les grains lorsque la goutte n'oscille pas. Π_0 dépend de ϕ_s comme le confirme la figure 8.6 qui montre la valeur de Π interpolée à $I = 0$. La pression à agitation nulle augmente avec la fraction surfacique de grains et se rapproche de la valeur de la tension de surface du liquide (chapitre 5, fig.5.20).

Pour la plus petite fraction surfacique observée, Π_0 est déjà élevé : plus de la moitié de la tension de surface du liquide. Ceci peut être expliqué par les quelques minutes nécessaires entre la préparation de la goutte et l'observation du premier spectre. Ce temps est en effet du même ordre que celui où apparaît la pression de surface lors des expériences d'évaporation (chapitre 5, fig.5.10). Ainsi, si l'on compare Π_0 à la mesure de la pression effectuée dans une cuve de Langmuir [11], les gouttes formées pour cette étude-ci se situent dans la zone où la pression statique sature.

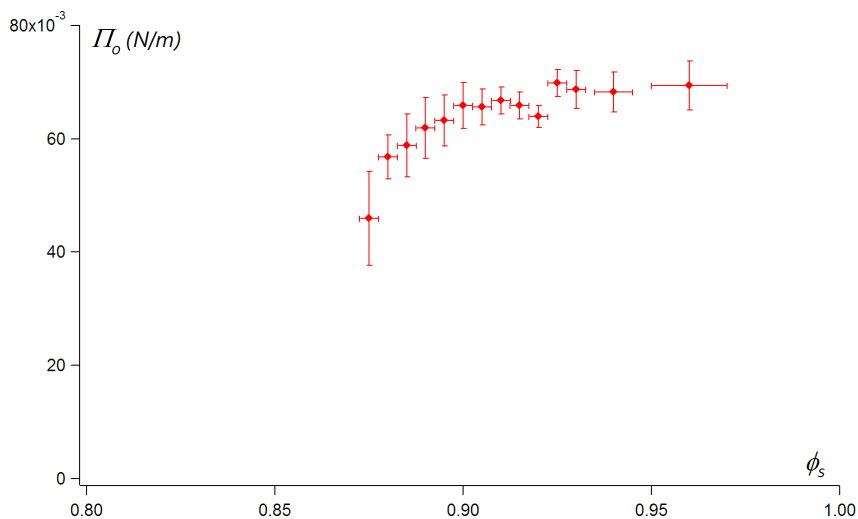


FIG. 8.6: Pression Π_0 entre les grains interpolée lorsque $I = 0$ en fonction de la fraction de la surface couverte par les grains ϕ_s .

Le paramètre A caractéristique de la décroissance de l'exponentielle dépend lui aussi de la densité de grains à la surface (fig.8.7). Plus ϕ_s est grand plus A est petit : la pression décroît donc de moins en moins avec I lorsque la densité de grains à la surface augmente. Ceci signifie que logiquement plus la surface est encombrée plus la déformation doit être importante pour retrouver un comportement purement capillaire de l'interface.

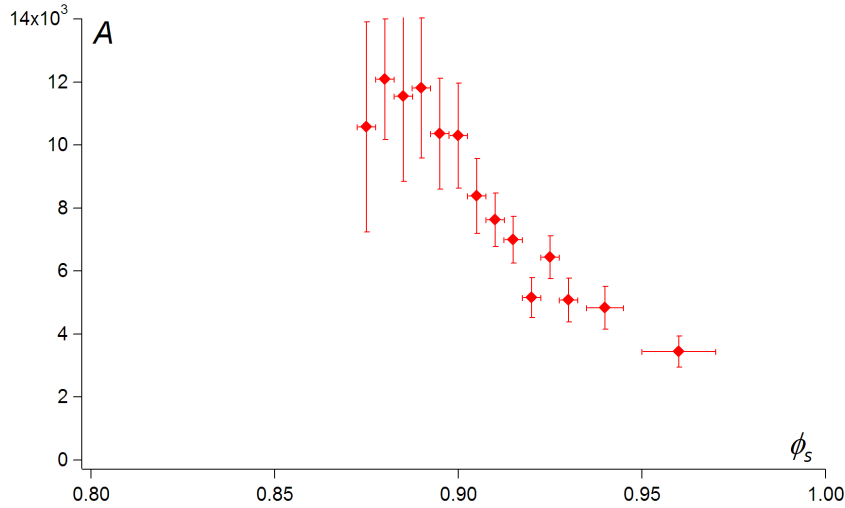


FIG. 8.7: Paramètre A (caractérisant la décroissance de l'exponentielle) en fonction de ϕ_s . Plus ϕ_s est grand plus A est petit. $A = 0$ signifierait que la pression entre grains ne décroît pas quand I augmente.

Le paramètre Π est caractéristique du comportement solide de l'interface composite : si $\Pi = 0$, l'interface est gouvernée par la capillarité alors que quand Π devient élevé, la coque granulaire rigidifie la goutte. Comme nous venons de le voir la transition entre un comportement solide et un comportement capillaire est gouverné par les deux paramètres ϕ_s et I . Plus ϕ_s est grand, plus la coque est solide, plus I est grand, plus la coque est liquide.

8.4.2 Influence de I et ϕ_s sur la friction

Coefficient de friction

Nous nous intéressons ici au coefficient de friction effectif μ que nous avons défini à partir de la relation 8.4.

Sur la figure 8.8, nous avons représenté le coefficient de friction μ en fonction du paramètre I . La goutte a un volume de $20 \mu L$, et est enrobée par une couche de spores de lycopes de fraction surfacique $\phi_s = 0,905$. La dépendance de la friction avec le nombre inertiel est décrite correctement par une loi linéaire de la forme :

$$\mu = \mu_0 + bI$$

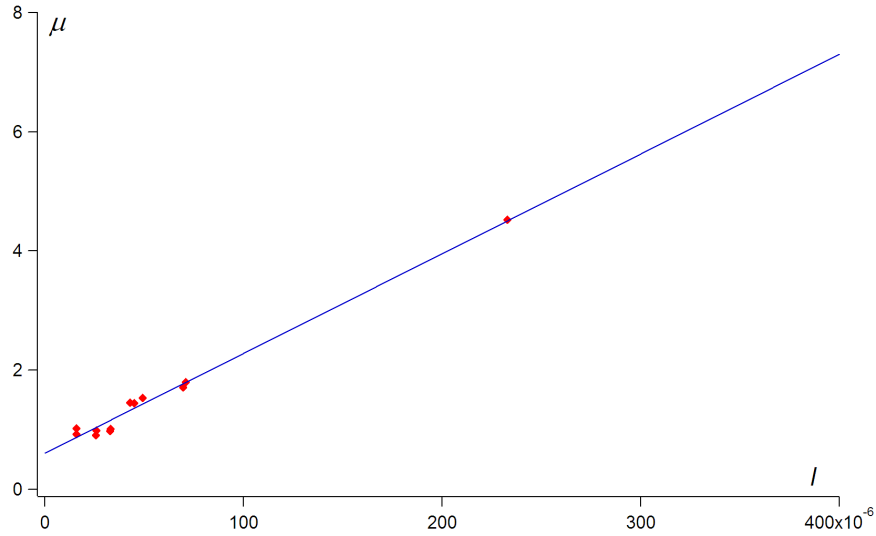


FIG. 8.8: Coefficient de friction μ en fonction du nombre inertiel I d'une goutte d'eau de $20 \mu L$ enrobée par une couche de spores de lycopodes de fraction surfacique $\phi_s = 0,905$.

Cette dépendance est analogue à celle qui a été observée pour les écoulements de milieux granulaires denses sous cisaillement. La dissipation pour ces interfaces est donc de type visco-plastique : quand I tend vers zéro, la dissipation ressemble à celle d'un solide et il existe un seuil d'écoulement $\mu_0 \Pi_0$. Par contre, lorsque I augmente, le comportement visqueux domine et la contrainte de friction P_{frott} est proportionnelle au taux de déformation et à la racine de la pression entre grains :

$$P_{frott} \sim b \Pi I \sim b d^{3/2} \sqrt{\rho \Pi} \dot{\epsilon}$$

μ_0 est représenté en fonction de ϕ_s sur la figure 8.9. La friction à cisaillement nul μ_0 semble s'annuler pour une densité de surface égale à 0,86 et croît fortement avec la densité de grains. Ce comportement est analogue à l'augmentation rapide de la friction qui semble diverger pour une valeur typique de la fraction de surface dans les milieux granulaires approchant du jamming [12]. De plus, la densité de surface pour laquelle μ_0 semble s'annuler correspond de manière convenable (étant donné l'imprécision d'environ 5% sur son évaluation que nous avons déjà discutée) à celle pour laquelle la transition de jamming se produit dans les granulaires secs à deux dimensions (0,84).

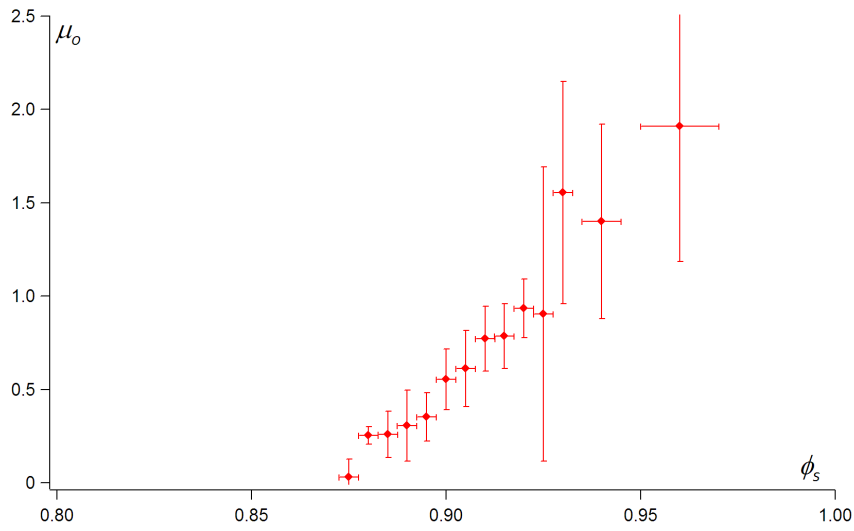


FIG. 8.9: Coefficient de friction μ en fonction de la couverture de surface ϕ_s d'une goutte d'eau de $20 \mu L$ enrobée par une couche de spores de lycopodes.

Le paramètre b , lui, ne semble pas varier avec ϕ_s (fig.8.10), ce qui indique un mécanisme pour la viscosité du milieu granulaire indépendant de la densité de grains à la surface.

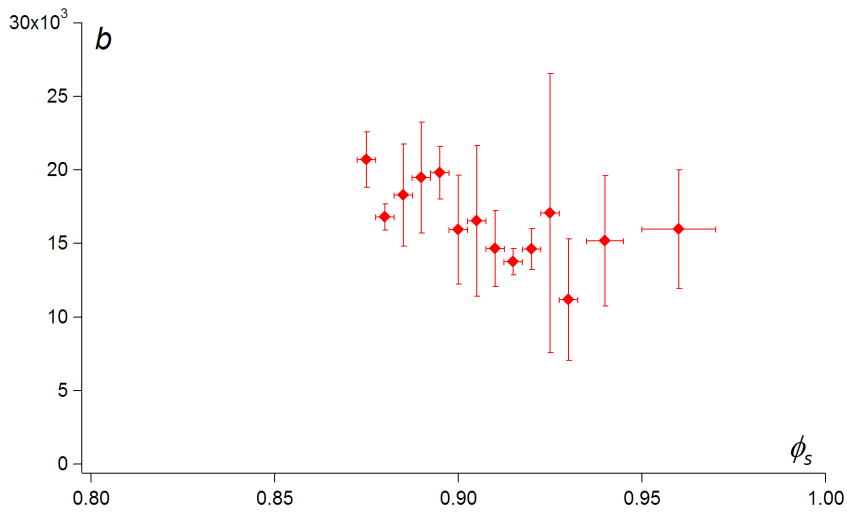


FIG. 8.10: Influence de ϕ_s sur la pente b de la variation du coefficient de friction μ en fonction de I .

Contrainte de friction sur un grain

La contrainte de friction P_{frott} ressentie par chacun des grains est le produit du coefficient de friction par la pression de surface. Sur la figure 8.11, nous constatons que P_{frott} ne semble pas dépendre de I lorsque ϕ_s est fixé. Ceci provient de l'évolution contraire de Π et μ en fonction de I . Π diminue et μ augmente et en première approximation la friction effective reste constante.

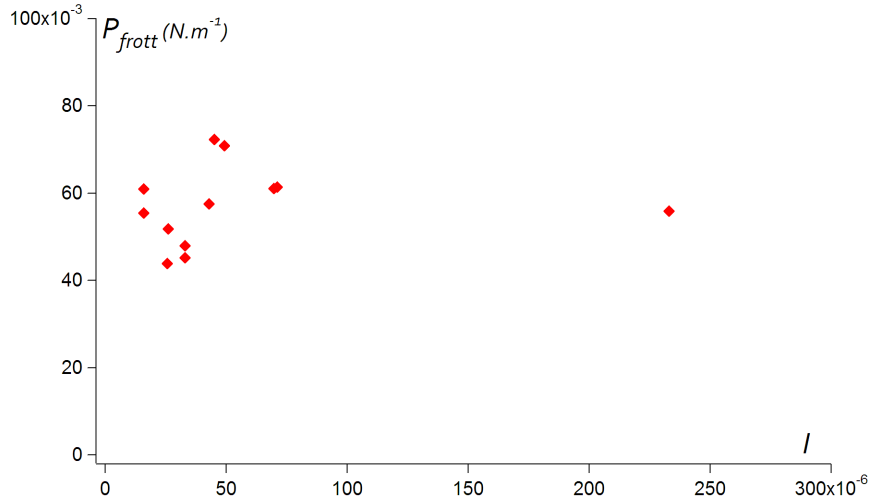


FIG. 8.11: Contrainte de friction P_{frott} sur un grain en fonction du nombre inertiel I .

La friction de surface augmente fortement quand ϕ_s croît (fig.8.12). Ainsi, plus la surface de la goutte est encombrée, plus la contrainte nécessaire pour la mettre en mouvement est grande. Puis lorsqu'elle est mise en mouvement, une dissipation de surface indépendante de l'intensité du mouvement s'oppose à ce mouvement, rappelant un frottement solide. Les interfaces composites sont donc des "interfaces à seuil".

À partir de P_{frott} , on peut écrire une force de friction globale F_{frott} propre à la déformation de l'interface, qui est la conséquence de l'ensemble des frictions entre les N grains (de diamètre d) entourant la goutte :

$$F_{frott} \sim NdP_{frott}$$

et comme $\phi_s \sim \frac{R^2}{d^2}$, on a

$$F_{frott} \sim \phi_s \frac{R^2}{d} P_{frott}$$

P_{frott} étant une fonction nulle au dessous de $\phi_s = 0,86$ et croissant rapidement ensuite (fig.8.12). La suite naturelle de cette étude est d'utiliser cette nouvelle force pour comprendre au moins qualitativement les expériences de dévalement de gouttes que nous avons évoquées dans la première partie.

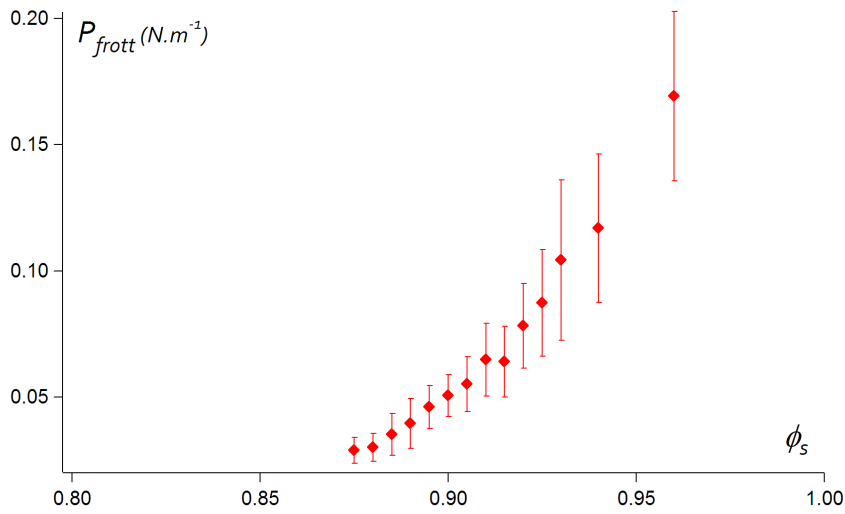


FIG. 8.12: Contrainte de friction P_{frott} en fonction de ϕ_s .

8.5 Dévalement de gouttes enrobées

On se place uniquement dans le cas des gouttes de rayon grand devant la longueur capillaire. La forme de la goutte est en première approximation un cylindre de hauteur H et de rayon équatorial R (fig.8.13).

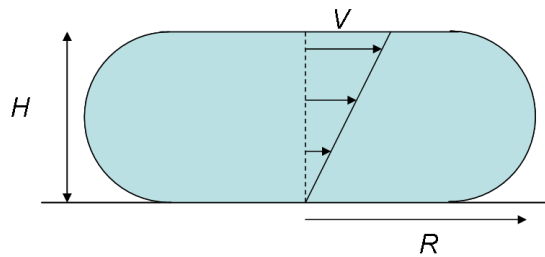


FIG. 8.13: Rayon équatorial R et hauteur H d'une goutte plus grande que la longueur capillaire. Lorsqu'elle est en mouvement, le liquide est cisailé sur une hauteur H , et la surface se déforme localement uniquement dans les zones courbées.

On peut modéliser une goutte enrobée dévalant un plan incliné d'un angle θ (supposé petit) comme la chute d'un palet de masse m sur un plan incliné. On effectue le bilan des forces suivant le plan incliné.

Le palet est soumis à son poids :

$$P = mg\theta$$

Le travail de cette force pour un petit déplacement dx est

$$W_P = mg\theta dx$$

Deux forces de friction s'opposent à l'action du poids. Une force visqueuse due au cisaillement du liquide dans le volume de la goutte [13] apparaît lorsque la goutte est en mouvement :

$$F_{visc} \sim \eta \frac{V}{H} R^2 \cos\theta$$

Lorsque la goutte est purement liquide en mouillage nul, $H = 2\sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}$.

La deuxième force est une force de frottement solide F_{frott} indépendante de la vitesse. Elle provient du frottement entre les grains. La déformation de la goutte est similaire à celle d'une chenille : elle est localisée dans les parois latérales courbées de la goutte : seule une fraction $\frac{1}{1+R/H}$ des grains subit un cisaillement (de l'ordre de dx/Hd).

Le travail de la friction entre grains s'écrit donc ici comme

$$W_{frott} = F_{frott} dx = \frac{N}{1 + R/H} P_{frott} d\left(\frac{dx}{H} d\right)$$

8.5.1 Angle d'arrêt

Si F_{frott} est non nulle, alors il existe une pente θ_{stop} au dessous de laquelle une goutte de masse m recouverte d'une fraction ϕ_s de grains reste immobile. Lorsque la pente vaut θ_{stop} , la friction équilibre le poids de la goutte :

$$mg\theta_{stop} \sim F_{frott}(\phi_s)$$

d'où l'expression de θ_{stop}

$$\theta_{stop} \sim \frac{F_{frott}(\phi_s)}{mg} = \frac{Nd^2}{H+R} \frac{P_{frott}}{mg} \quad (8.5)$$

La longueur $\frac{Nd^2}{H+R}$ vaut $1mm$, pour une goutte de $100\mu L$ enrobée avec une fraction surfacique de spores de lycopodes proche de 0,9. À partir des mesures de P_{frott} réalisées dans la partie 8.4.2 on peut estimer l'angle d'arrêt θ_{stop} d'une goutte enrobée. Sur la figure 8.14 nous comparons l'estimation de θ_{stop} à partir de l'expression 8.5 (carrés creux) aux mesures directes que nous avons réalisées précédemment (losanges pleins).

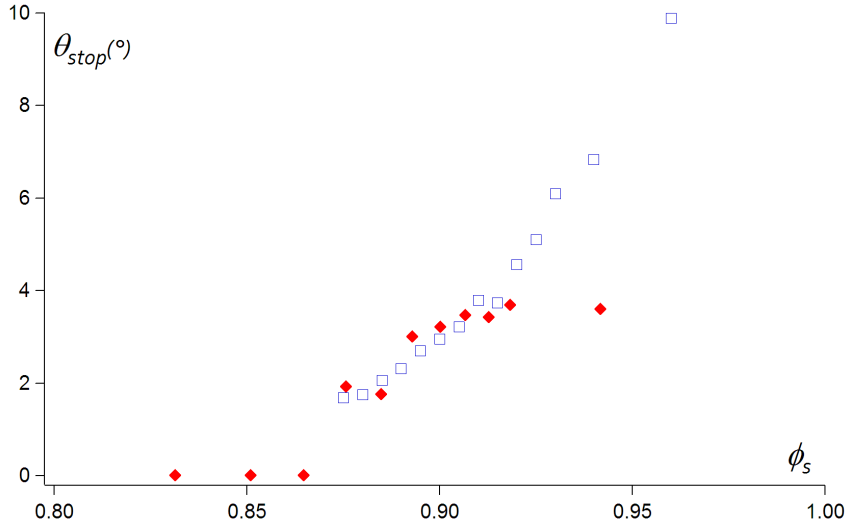


FIG. 8.14: Influence de ϕ_s sur l'angle d'arrêt θ_{stop} d'une goutte de $100\mu L$ de glycerol enrobée. Losanges pleins : mesures directes. Carrés : estimation à partir de l'expression 4.17.

θ_{stop} s'annule pour une fraction surfacique de 0,86. Puis, on constate un bon accord entre la prédiction et les mesures jusqu'à une fraction de 0,9 : l'ordre de grandeur et la tendance observée sont les mêmes. Ainsi, le modèle simplifié de dissipation par friction que nous avons développé décrit bien les observations avec un préfacteur de l'ordre de 1.

Pour les encombrements supérieurs, l'angle mesuré directement semble saturer alors que l'on prédit une augmentation θ_{stop} . Cette différence avec le modèle où θ_{stop} continue à croître est peut-être due au changement de forme de la goutte : elle s'allonge perpendiculairement à la pente lorsqu'elle est très enrobée (chap.5).

8.5.2 Vitesse de dévalement

Si la pente du plan incliné est supérieure à θ_{stop} la goutte se met en mouvement. La résolution des équations du mouvement avec les trois forces que nous avons décrites donne la vitesse terminale :

$$V = \beta(\theta - \theta_{stop})$$

Cette expression est simplement celle obtenue par Mahadevan et Pomeau [13] où la pente du plan incliné est décalée d'une valeur fixe : $-\theta_{stop}$ on a en particulier

$$\beta = \frac{mgH}{\eta R^2}$$

Si l'on trace la vitesse de dévalement en fonction de l'angle (fig.8.15), à chaque fraction surfacique ϕ_s correspond bien une droite de la forme

$$V = \beta(\theta - \theta_{stop}) \quad (8.6)$$

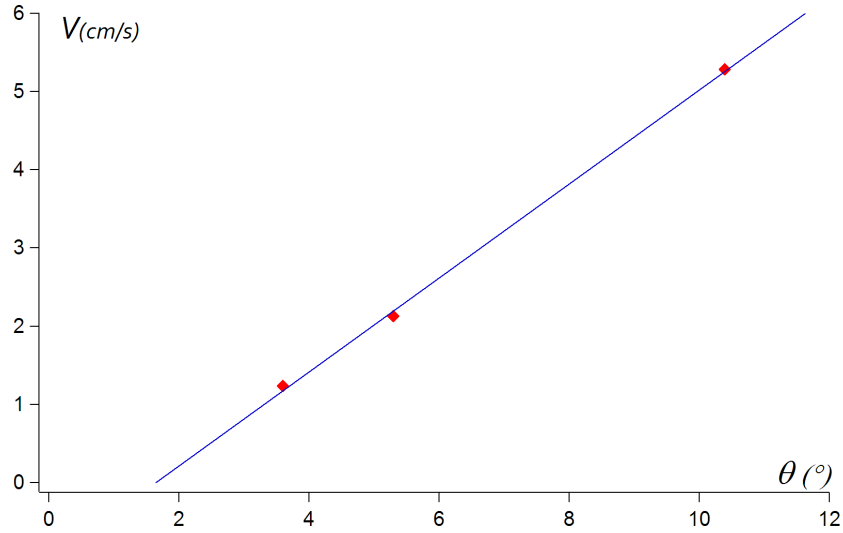


FIG. 8.15: Dépendance avec la pente θ du plan incliné de la vitesse V de dévalement d'une goutte visqueuse (mélange eau-glycérol de viscosité 100cP) enrobée de spores de lycopodes ($\phi_s = 0,89$).

On peut en déduire β , dont la figure 8.16 montre qu'il dépend de ϕ_s .

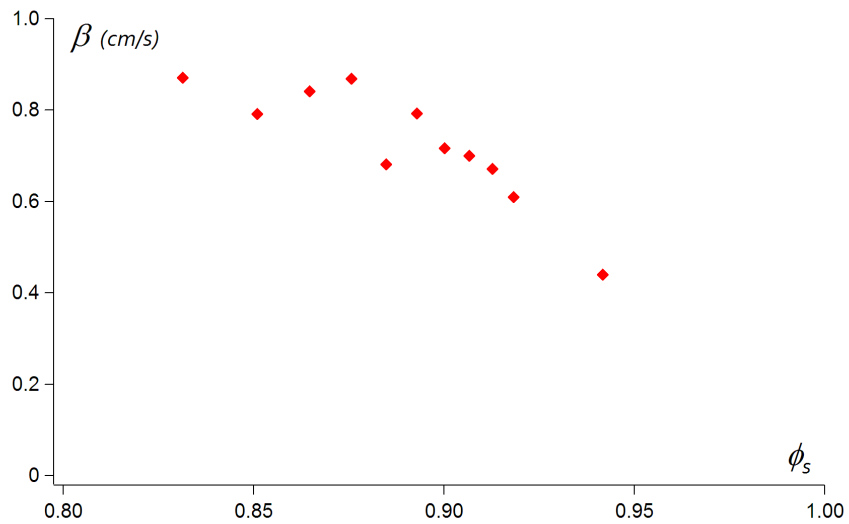


FIG. 8.16: Variation de β (défini eq.8.6) avec ϕ_s .

Plus la densité de grains est grande, plus β est petit. Or, cette vitesse ne provient que de la dissipation interne dans la goutte, comment peut-elle être modifiée par ϕ_s , une propriété de sa seule surface ? Ici aussi, la modification de la forme statique de la goutte est un bon candidat pour expliquer cet effet : comme nous l'avons vu au chapitre 5, la hauteur d'une goutte enrobée dépend de la fraction de grains à la surface. Or, plus l'épaisseur de la goutte est faible plus le cisaillement interne au liquide est grand. Nous avons donc mesuré la hauteur H de la goutte en fonction de ϕ_s (fig.8.17). On constate bien que plus ϕ_s est grand, plus la goutte est mince.

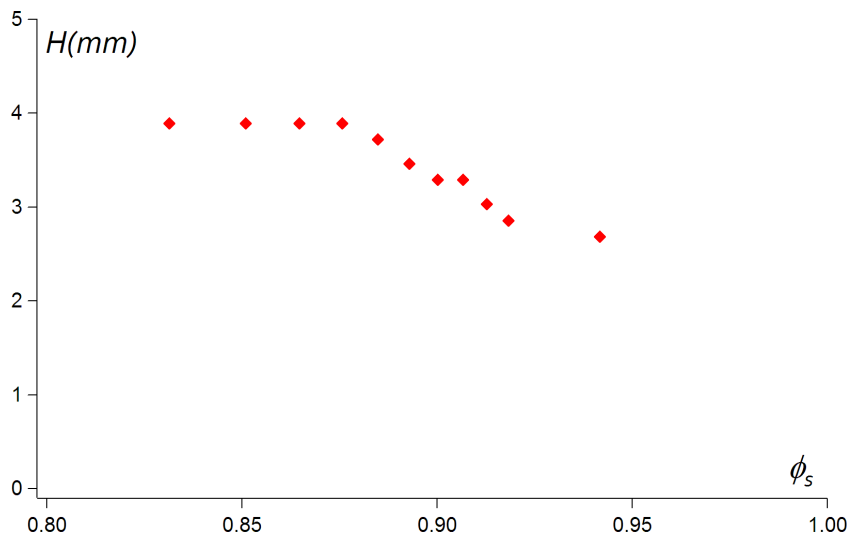


FIG. 8.17: Hauteur H d'une goutte de $100\mu L$ de mélange eau-glycérol enrobée en fonction de la fraction de grains ϕ_s à sa surface.

Sur la figure 8.18, on a tracé β en fonction de H . β croît effectivement en fonction de H suivant une relation linéaire. On peut donc modéliser le dévalement d'une goutte enrobée en ajoutant un terme de friction solide qui dépend de la fraction de surface couverte par les grains et du nombre de grains participant à la déformation. La loi de friction mesurée par l'expérience d'oscillation de goutte est cohérente avec ces observations.

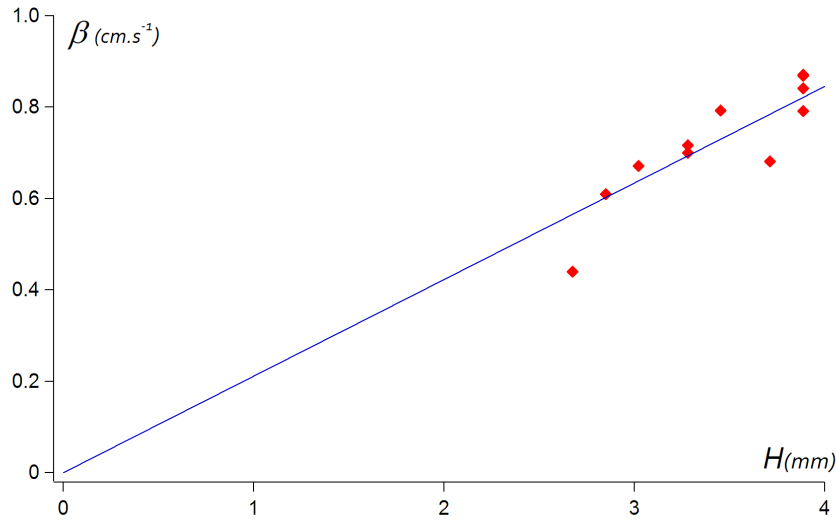


FIG. 8.18: Variation de β (défini eq.8.6) en fonction de la hauteur H de la goutte.

8.6 conclusion

Lorsque la densité de grains à la surface d'une goutte enrobée devient élevée ($\phi_s > 0,8$), l'influence de la coque granulaire sur la dynamique des billes liquides se fait sentir. La rhéologie des interfaces devient alors similaire à celle d'un milieu granulaire sec. Deux paramètres la gouvernent : la densité de grains à la surface ϕ_s et le nombre inertiel I . Plus ϕ_s est grand, plus la pression Π entre grains est forte et plus le coefficient de friction μ augmente. Cependant, Π et μ ont des comportements opposés entre grains, ce qui rend la force de friction $\mu\Pi d$ sur un grain relativement indépendante de I , comme une simple loi de friction solide.

Ce terme de friction supplémentaire nous a permis ensuite de décrire le ralentissement du dévalement des gouttes enrobées en fonction de la densité de grains à leur surface ainsi que la pente minimale nécessaire à leur mise en mouvement.

Au total, cette discussion souligne bien le caractère ambivalent des gouttes enrobées, systèmes intermédiaires entre billes liquides et solides, ce que la fraction de surface en grains permet de piloter à volonté.

- [1] GDR MiDi. On dense granular flows. *The European Physical Journal E : Soft Matter and Biological Physics*, 14(4) :341–365, 2004.
- [2] P. Jop, Y. Forterre, and O. Pouliquen. A constitutive law for dense granular flows. *Nature*, 441 :727–730, 2006.
- [3] Y. Forterre and O. Pouliquen. Flows of Dense Granular Media. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 40 :1–24, 2008.
- [4] PG Rognon, J.N. Roux, D. Wolf, M. Naaïm, and F. Chevoir. Rheophysics of cohesive granular materials. *Europhysics Letters*, 74 :644–650, 2006.
- [5] H.M. Jaeger, S.R. Nagel, and R.P. Behringer. Granular solids, liquids, and gases. *Reviews of Modern Physics*, 68(4) :1259–1273, 1996.
- [6] B. Andreotti. A mean-field model for the rheology and the dynamical phase transitions in the flow of granular matter. *Europhysics Letters*, 79(3), 2007.
- [7] C. Monteux, J. Kirkwood, H. Xu, E. Jung, and G.G. Fuller. Determining the mechanical response of particle-laden fluid interfaces using surface pressure isotherms and bulk pressure measurements of droplets. *Physical Chemistry Chemical Physics*, 9(48) :6344–6350, 2007.
- [8] L. Rayleigh. On the capillary phenomena of jets. *Proceedings of the Royal Society of London*, 29 :71–97, 1879.
- [9] LD Landau and EM Lifshich. *Physique Théorique. Tome VI : Mécanique des fluides*. 1971.
- [10] M. Perez, Y. Brechet, L. Salvo, M. Papoular, and M. Suery. Oscillation of liquid drops under gravity : Influence of shape on the resonance frequency. *Europhysics Letters*, 47(2) :189–195, 1999.

- [11] P. Cicuta and D. Vella. Granular character of particle rafts. *Physical Review Letters*, 102(13) :138302, 2009.
- [12] P. Olsson and S. Teitel. Critical scaling of shear viscosity at the jamming transition. *Physical Review Letters*, 99(17) :178001, 2007.
- [13] L. Mahadevan and Y. Pomeau. Rolling droplets. *Physics of Fluids*, 11 :2449, 1999.

Intercaler une phase (gazeuse ou granulaire) entre une goutte et une surface crée une situation de mouillage nul (chap.1). Mais le procédé utilisé pour parvenir à cette fin (température en caléfaction, grains pour les gouttes enrobée) peut conduire à d'autres effets. Par exemple, sur une surface en forme de toit d'usine, une goutte de Leidenfrost est spontanément mise en mouvement grâce à un effet fusée produit par le film de vapeur qui l'isole (chapitre 2). À l'inverse, la faible épaisseur du film isolant peut induire une dissipation visqueuse supplémentaire (chapitre 3).

L'ajout de grains à la surface d'une goutte n'est pas neutre non plus (chapitre 4). On forme alors une interface composite, à la fois capillaire et granulaire. Lorsque la densité de grains est faible, son comportement est celui du liquide qui la compose mais lorsque la densité de grains à la surface s'approche des densités du jamming, les billes liquides ne sont plus de simples gouttes d'eau. Le frottement entre grains détermine alors leur forme (chapitre 5) ainsi que leur dynamique (chapitre 7). La rhéologie de ces interfaces est alors similaire à celle observé dans les écoulements granulaires denses (chapitre 8).

Comme on l'a dit, les interfaces composites sont duales, à la fois granulaires et capillaires. Or, la mise en contact de deux domaines distincts de la physique les enrichit toujours mutuellement. Par exemple, dans notre étude des concepts issus de l'étude des milieux granulaires nous ont permis de mieux comprendre le comportement de ces objets (chapitre 8). À l'inverse, on peut se demander en quoi ces interfaces peuvent enrichir l'étude des milieux granulaires ? Leur plus grande originalité est probablement de pouvoir se déformer dans le plan perpendiculaire à la surface. Cette déformabilité permet tout d'abord d'utiliser des méthodes issues de la physique des interfaces pour mesurer la pression interne au milieu (par exemple la fréquence de résonance des gouttes). Mais surtout, on peut créer simplement systèmes granulaires bidimensionnels et courbes, ce qui rend envisageable d'étudier les effets de la frustration géométrique.

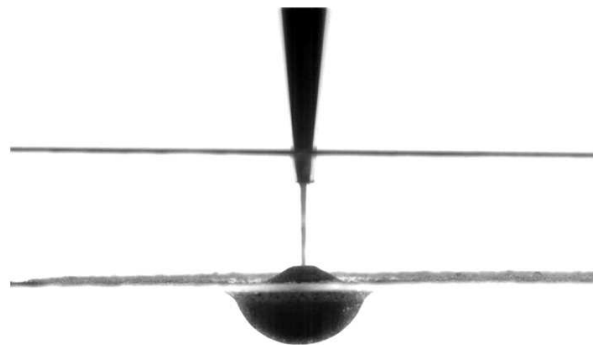
Notre étude est une approche macroscopique, exploratoire, des propriétés dynamiques des interfaces composites. La richesse de ce que nous avons observé incite à poursuivre une étude plus approfondie selon deux directions possibles :

- L'étude de la propagation des ondes "capillaires" dans de telles interfaces. Est-elle influencée par les chaînes de forces ?
- Les mécanismes à l'échelle d'un grain. Quels sont-ils ? Par exemple, observe-t-on des hétérogénéités dynamiques ?

Enfin, quand on met en contact un milieu granulaire et un liquide, une interface composite les sépare. Alors, des objets de formes tout à fait remarquables se créent (annexes A et B).

Annexes

Tas de sable sur l'eau



Sommaire

A.1	Conditions de formation du tas	168
A.2	Forme des tas moins denses que l'eau	170
A.3	Forme des tas plus denses que l'eau	171
A.3.1	Une sphère	171
A.3.2	Rayon de courbure	173
A.4	Jet de sable dans l'eau	174

L'objet emblématique des milieux granulaires est le tas de sable. Sous son apparente simplicité se cachent des phénomènes physiques complexes. Par exemple, la distribution de pression sous le tas dépend fortement de son histoire : s'il a été formé à partir d'un embout, on observe un minimum de pression sous son centre alors que s'il a été formé à partir d'une pluie de grains, ce minimum n'existe pas [1]. Cette complexité provient en grande partie du frottement entre grains qui détermine la propagation des contraintes dans un tas [2, 3]. Celle-ci se fait sous forme de chaînes de force généralement obliques par rapport à la verticale. En conséquence, le support du tas doit s'opposer à une contrainte horizontale et pas uniquement à une pression "hydrostatique". Lorsque le support est un solide, l'équilibre est réalisé grâce à la friction.

Que se passe-t-il si l'on essaie de former un tas (sec) à la surface d'un liquide (qui ne peut pas s'opposer à une contrainte tangentielle) ? Des assemblées de grains peuvent flotter à la surface de l'eau grâce à l'action conjuguée de la capillarité et de la poussée d'Archimède [4, 5], mais un tas de sable peut-il flotter ?

Si ces tas existent, c'est que leur interface avec le liquide permet l'équilibre des contraintes. L'interface entre le tas et le liquide est composée d'une couche de grains reliée par des ménisques liquide et fait donc partie des "interfaces composites" dont nous avons réalisé l'étude dans la deuxième partie de cette thèse.

Dans cette annexe, nous montrons qu'il est bien possible de former de tels objets. Nous nous attacherons aussi à décrire leur forme.

A.1 Conditions de formation du tas

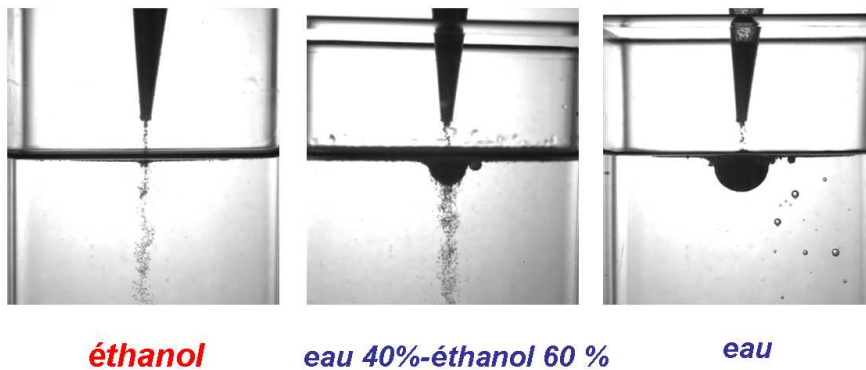


FIG. A.1: Impact d'un jet de billes de verre silanisées de $150\mu\text{m}$ de diamètre sur un liquide. Le jet est issu d'un embout de diamètre $0,8\text{mm}$ situé à 1cm du liquide. À gauche, le liquide est de l'éthanol qui mouille presque parfaitement les billes. Celles-ci traversent l'interface et se dispersent. À droite, les billes restent à la surface du liquide et déforment celle-ci ; le liquide est de l'eau dont l'angle de contact avec les billes vaut 120° . Au centre : le liquide est un mélange eau-éthanol dont l'angle de contact sur les billes vaut 30° . Dans ces conditions, un tas se forme qui se vide progressivement de ses grains.

Nous avons versé à partir d'un tube un faible débit de sable sur de l'eau. Dans certaines conditions, il est alors effectivement possible de former un tas de sable sec stable sur de l'eau (fig.A.1, droite).

Mouillage

La première condition pour créer un tas est que les grains utilisés soient suffisamment hydrophobes (fig.A.1). En effet, si le liquide mouille totalement les grains, ceux-ci se dispersent (fig.A.1, gauche). Par contre, si l'angle de contact entre le liquide et les grains devient important (de l'ordre de 90°), on peut former un tas et celui-ci reste stable indéfiniment (fig.A.1, droite). Si le mouillage est intermédiaire, le tas existe temporairement : il se vide progressivement de ses grains dans le liquide (fig.A.1, centre).

Débit de sable

Pour pouvoir former un tas à la surface de l'eau, il faut aussi éviter que le jet ne traverse l'interface. L'énergie cinétique du jet doit être plus faible que l'énergie de surface créée par une éventuelle traversée du jet. Par unité de temps, l'énergie cinétique incidente est la somme des énergies cinétiques des grains individuels qui frappent l'interface. Si l'on note N le nombre de grains (de diamètre d et de masse volumique ρ) frappant l'interface à la vitesse V , cette énergie s'écrit :

$$\frac{dEc}{dt} = \frac{dN}{dt} \rho \frac{\pi d^3}{6} V^2 = \frac{dm}{dt} V^2$$

La loi de Beverloo [6] donne le débit en fonction du diamètre du tube D_{tube} :

$$\frac{dm}{dt} = \alpha (D_{tube} - D_0)^{5/2}$$

avec α une constante et D_0 le diamètre typique pour lequel l'écoulement est bloqué dans le tube.

La vitesse des grains vaut $\sqrt{2gh}$ au moment de l'impact ; ils sont en chute libre depuis la hauteur h .

Ainsi,

$$\frac{dEc}{dt} = 2gh\alpha (D_{tube} - D_0)^{5/2}$$

Si le jet traverse l'interface, l'énergie de surface créée par unité de temps est :

$$\frac{dEs}{dt} = \pi\sigma D_{tube} V$$

Le rapport de ces deux puissances est

$$\frac{dEc}{dEs} = \frac{dm}{dt} \frac{\sqrt{2gh}}{\pi D_{tube} \sigma} = \frac{\alpha (D_{tube} - D_0)^{5/2} \sqrt{2gh}}{\pi D_{tube} \sigma} \quad (\text{A.1})$$

Il faut que ce rapport soit plus petit que 1 pour pouvoir former un tas de sable à la surface de l'eau. Le diamètre du tube doit être faible et la hauteur de chute petite. Par exemple, pour un tube de diamètre 10 tailles de grain (soit $4mm$), le débit massique de sable vaut $4g/s$ et si les grains chutent d'une hauteur centimétrique, $\frac{dEc}{dEs} \approx 2$. D'un point de vue pratique, il est difficile de s'approcher plus du liquide, on doit donc encore réduire le diamètre du tube pour pouvoir espérer former un tas sur l'eau. Il faut se rapprocher de D_0 et donc être à la limite de l'intermittence.

Équilibre mécanique

L'équilibre global du tas met en jeu plusieurs mécanismes. Tout d'abord, comme pour un objet solide à la surface de l'eau [5], la flottaison de l'île est assurée par la poussée d'Archimède et le ménisque reliant le liquide au tas. Il faut ici aussi assurer l'équilibre des contraintes tangentielles au niveau de l'interface entre le tas et le liquide. On peut proposer plusieurs mécanismes pouvant conduire à cet équilibre : tout d'abord, la surface étant déformable, il est possible qu'elle s'adapte afin que les contraintes lui soient uniquement normales. Un autre mécanisme envisageable est relié à l'existence du ménisque au bord du tas qui le comprime latéralement au niveau de la ligne de contact. L'équilibre local peut alors être réalisé par des gradients dans la pression entre grains que peut supporter une interface composite (chap 5).

A.2 Forme des tas moins denses que l'eau

En utilisant des billes de carbone vitreux (diamètre $150\mu m$, masse volumique $1400kg/m^3$), la densité moyenne d'un tas vaut 0,85, inférieure à celle de l'eau. Sur la figure A.2, on présente une succession de tas de billes de carbone sur l'eau présentés par masses croissantes de gauche à droite. La première observation est que ces îles flottent quelle que soit leur masse (en tout cas jusqu'à une largeur de $10cm$).

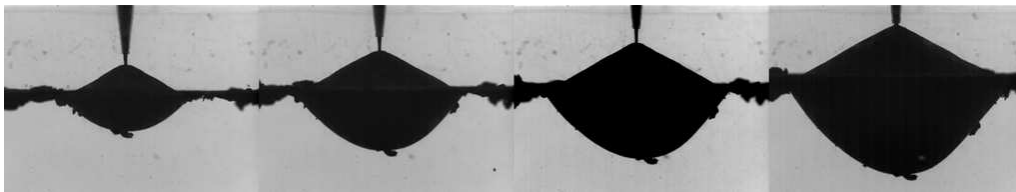


FIG. A.2: Tas de billes de carbone ($150\mu m$ de diamètre) sur de l'eau. La surface de l'eau correspond à la ligne horizontale au milieu de l'image. Les grains tombent d'un embout situé à une distance centimétrique de l'eau. De gauche à droite, la masse du tas est croissante. La largeur du tas sur l'image de droite est $7,2cm$.

La face supérieure du tas a la forme conique habituelle d'un tas sec, avec le même angle de tas que s'il était formé sur un solide. Par contre, l'interface entre le tas et le liquide est loin d'être plane : le tas creuse fortement le liquide et on observe une forte courbure au centre.

Celle-ci diminue progressivement lorsque l'on s'écarte du centre. Une bonne approximation de la forme de l'interface tas-eau est une parabole.

Une fois formée, la forme locale de l'interface semble figée. Par exemple la courbure sous le centre du tas ne dépend pas de la taille du tas (fig.A.3).

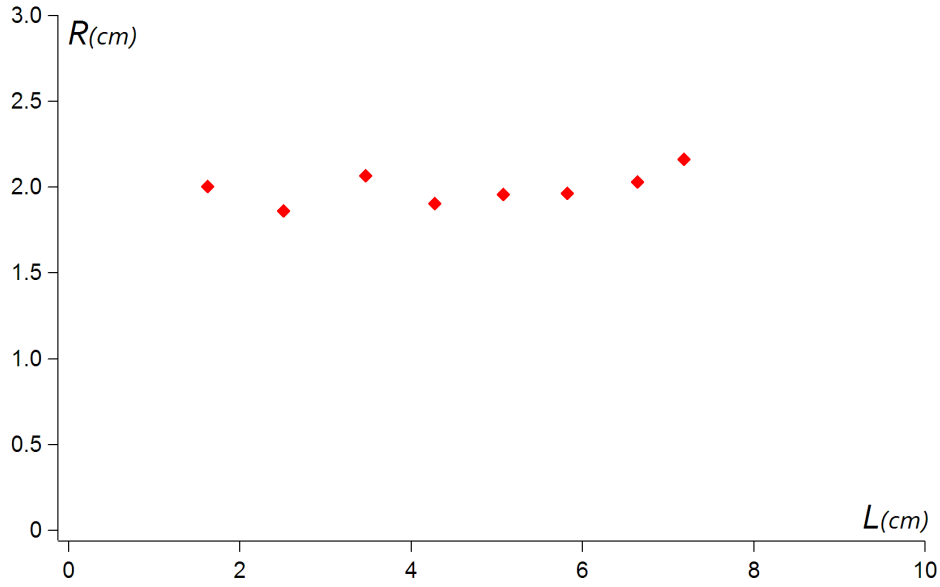


FIG. A.3: Rayon de courbure R au point le plus bas d'un tas de billes de carbone sur l'eau en fonction de la largeur maximale L du tas.

Cette dernière observation est très éloignée du comportement des interfaces uniquement capillaires (par exemple une goutte pendante). Pour ces dernières, l'équilibre entre la pression de Laplace et la pression hydrostatique impose que la courbure augmente avec la hauteur de liquide [7]. On peut penser qu'ici le frottement entre les grains crée un seuil de contrainte qui empêche l'interface de se réorganiser (chap.8). Une fois qu'elle est formée, sa forme est figée. Ainsi, l'interface tas-liquide n'a pas une forme d'équilibre qui minimiserait l'énergie du tas mais plutôt une forme métastable reflet de l'histoire de sa construction.

A.3 Forme des tas plus denses que l'eau

A.3.1 Une sphère

Lorsque le tas est composé de grains hydrophobes plus denses (par exemple du sable de Fontainebleau ou des billes de verre recouverts de silanes), on observe toujours la formation d'un tas. Cependant, sa taille est limitée : au delà d'une largeur centimétrique, la flottaison ne peut plus être assurée par le ménisque et l'île coule. La forme de l'interface entre le tas et le liquide est aussi différente (fig.A.4). Il est possible que cette différence qualitative

proviennent de l'influence plus grande du ménisque entre le tas et le liquide sur le tas.

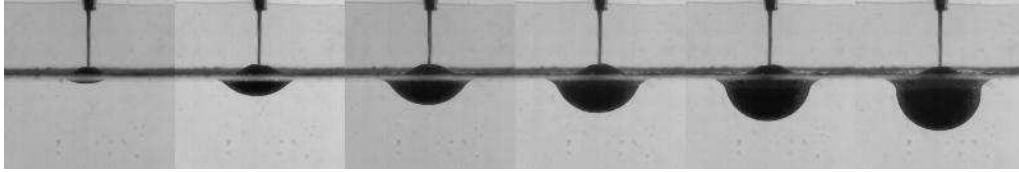


FIG. A.4: Tas de billes hydrophobes sur l'eau. De gauche à droite, la masse du tas est croissante. La largeur de l'objet formé est centimétrique. Ce sont des formes statiques qui n'évoluent pas si le jet est interrompu.

Comme on peut le voir sur la figure A.5, l'interface entre le tas et le liquide a une forme de calotte sphérique. Son rayon de courbure (centimétrique) reste constant quelle que soit la masse du tas. On voit donc qu'ici aussi, la pression de Laplace ne s'adapte pas à la variation de la pression hydrostatique : cette forme est métastable, figée par le frottement.

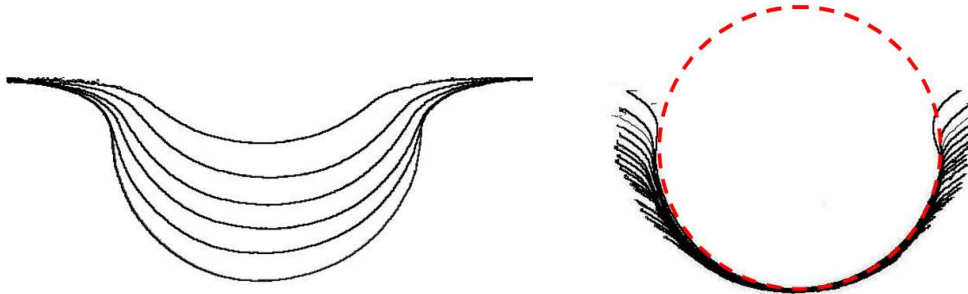


FIG. A.5: À gauche : profils de l'interface entre des tas (de billes de verre hydrophobes) de masses différentes et de l'eau. Ce profil comprend aussi le ménisque liquide qui assure la flottaison du tas. À droite : mêmes profils dont les points les plus bas sont superposés. Tous les profils se superposent ce qui montre que la forme l'interface entre le tas et le liquide n'évolue pas après qu'elle a été formée. La forme de cette interface est une calotte sphérique de courbure constante : on peut ajuster le profil par un unique cercle représenté en pointillés.

Le mécanisme expliquant la constance de la courbure est vraisemblablement à rechercher dans l'interaction entre les grains arrivant sous forme d'avalanche et le ménisque liquide. Il est remarquable qu'une forme si simple provienne de phénomènes apparemment complexes !

A.3.2 Rayon de courbure

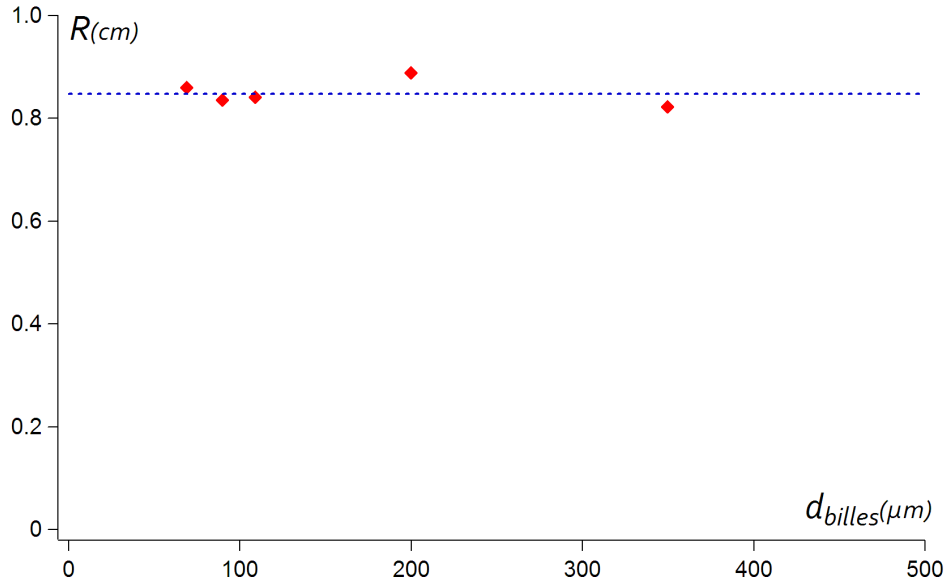


FIG. A.6: Rayon de courbure R de l'interface entre un tas de billes de verre hydrophobes et de l'eau en fonction du diamètre d_{billes} des billes de verre formant le tas.

Le rayon de la calotte sphérique formant l'interface entre le tas et le liquide ne dépend pas du diamètre des billes (fig.A.6) ce qui suggère qu'il serait possible de modéliser ces objets comme un milieu continu.

Par contre, le rayon dépend d'autres paramètres du système : il est proportionnel à une longueur capillaire L_c formée à partir de l'équilibre entre le poids du tas, la force capillaire qui le retient et la poussée d'Archimède (fig.A.7) :

$$L_c = \sqrt{\frac{\sigma}{\Delta\rho g}}$$

σ est la tension de surface du liquide et $\Delta\rho$ la différence de masse volumique entre le tas et le liquide.

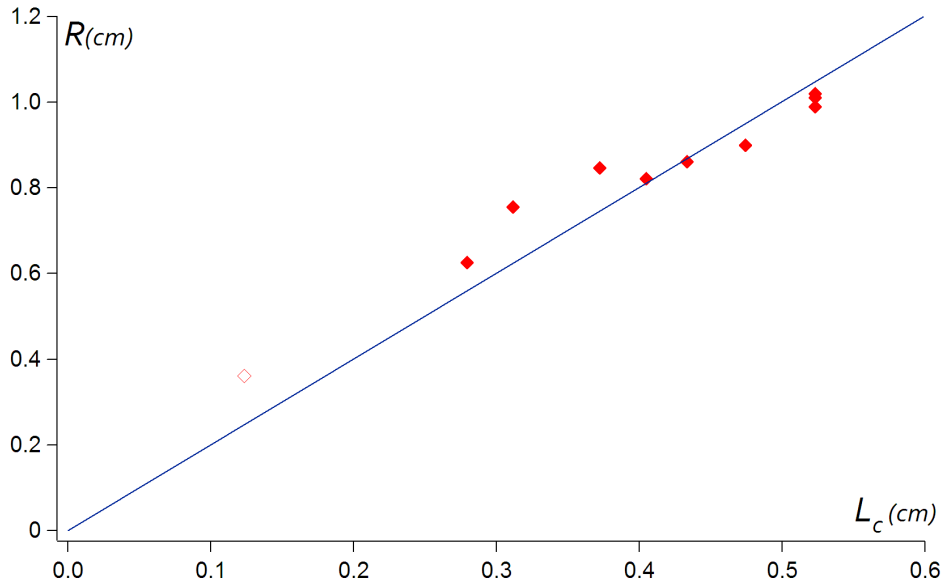


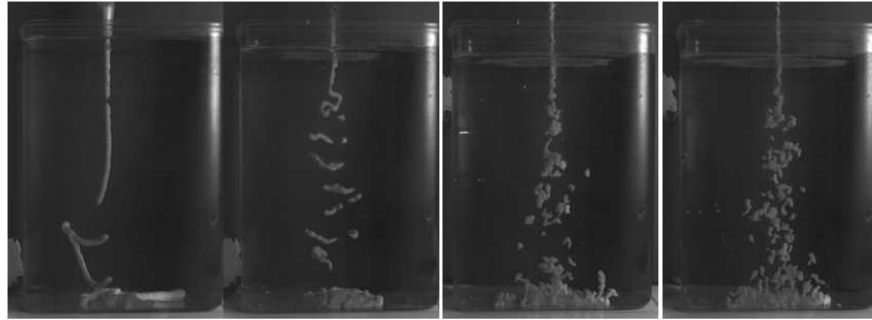
FIG. A.7: Rayon de courbure R de l'interface tas-liquide en fonction de la longueur capillaire $L_c = \sqrt{\frac{\sigma}{\Delta\rho g}}$ associée au tas. Les symboles pleins correspondent à des tas de billes de verre hydrophobes sur divers liquides (eau, eau-salée, mélange eau-éthanol). Le symbole creux correspond à un tas de billes de cuivre sur de l'eau. La ligne continue est de pente 2. Les points représentés ici correspondent uniquement à des tas stables.

A.4 Jet de sable dans l'eau

Lorsque le débit d'un jet de sable rencontrant un liquide est trop grand, il traverse l'interface. S'il est partiellement mouillant, un jet de sable sec se propage dans un liquide et on observe que ce jet est instable : il se coupe en de nombreux morceaux. Le mouillage plus ou moins important du liquide sur les grains ne semble pas influencer les premiers instants de l'instabilité (fig.A.8).

Par contre, la déstabilisation dépend fortement de la hauteur h où se situe l'embout dont le jet est issu. Pour de faibles hauteurs, le jet se coupe régulièrement en cylindres de grand rapport d'aspect (une longueur décimétrique pour une largeur quelque millimètres) qui gardent ensuite cette forme. Puis lorsque h augmente, on observe que le jet flambe et la taille des morceaux diminue jusqu'à être de l'ordre du diamètre du jet (fig.A.9).

Sable Hydrophobe

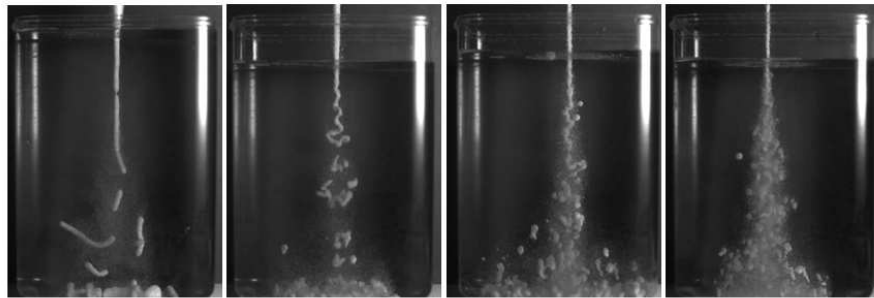


$h=1\text{cm}$

$h=5\text{cm}$

$h=10\text{cm}$

$h=20\text{cm}$



Sable

FIG. A.8: Déstabilisation d'un jet de sable dans l'eau en fonction de la hauteur de chute. En haut : sable hydrophobe (angle de contact 110°). En bas, sable non traité (angle de contact 30°). La forme de la déstabilisation dépend fortement de la hauteur de chute : Pour $h = 1\text{cm}$, le jet se déstabilise en cylindres de longueur régulière proche de 5cm . Pour des hauteurs plus importantes, on constate le flambage du jet et les coupures ont un rapport d'aspect proche de 1.

Pour quantifier les coupures du jet, on a choisi de mesurer la masse de grains de sable qui les forment. On peut effectuer cette mesure indirectement : c'est le débit de sable multiplié par le temps entre deux coupures. Plus h est grand, plus la masse de sable dans chaque coupure est petite, tendant vers une valeur constante (fig.A.9).

On peut relier qualitativement cette observation à l'existence d'un seuil de contrainte pour déformer les interfaces composites (chapitre 8). Plus la vitesse du jet est grande, plus la contrainte du liquide sur le jet est grande et l'interface se rapproche de plus d'un liquide. On s'attend alors à ce que la capillarité déstabilise le jet suivant l'instabilité de Rayleigh-Plateau [8].

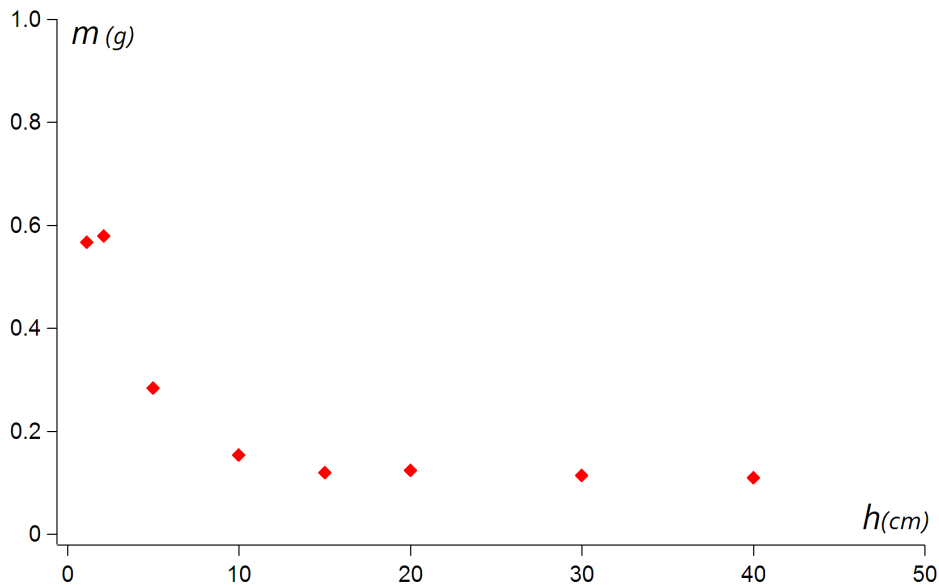


FIG. A.9: Masse m de sable en fonction de la hauteur de chute des grains h . L'embout dont est issu le jet est de diamètre $5,3\text{mm}$.

Volume d'air entraîné

Avec Etienne Reyssat (PMMH)

Après que le jet se soit déstabilisé, les différents morceaux atteignent le fond du récipient contenant le liquide. Alors, si les grains sont hydrophobes, ces objets restent stables. Un mélange de sable et d'air est alors stocké au fond du liquide.

Nous avons mesuré le volume d'air stocké dans ces objets. Pour cela, on rend mouillant le liquide sur les grains en ajoutant une faible quantité de tensioactif. Le milieu poreux constitué par les grains s'imprègne de liquide et l'air s'échappe. Le volume d'air mesuré alors correspond à l'air contenu dans le jet avant qu'il entre dans le liquide (environ 35% de son volume). En comparaison avec l'air entraîné par un jet de liquide dans un autre liquide (1%), cette valeur est très élevée [9] !

Formation de bulles enrobées de sable

Si les grains du jet de sable sont non traités, l'angle de contact de l'eau sur les grains est proche de 30° . L'évolution à long terme des morceaux du jet est alors très différente. Le liquide pénètre dans ces objets et disperse progressivement les grains dans le liquide. Ils s'allègent et finalement on observe que des bulles d'air millimétriques enrobées de grains remontent à la surface (A.10).

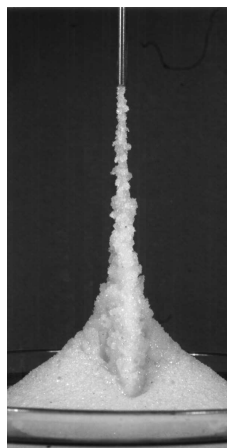


FIG. A.10: Bulles d'air enrobées de sable remontants à la surface après l'entrée d'un jet de sable dans l'eau.

La durée de vie de ces bulles est remarquablement longue, elles peuvent flotter à la surface quelques jours !

- [1] L. Vanel, D. Howell, D. Clark, RP Behringer, and E. Clément. Memories in sand : Experimental tests of construction history on stress distributions under sandpiles. *Physical Review E*, 60(5) :5040–5043, 1999.
- [2] JP Wittmer, ME Cates, and P. Claudin. Stress propagation and Arching in Static Sandpiles. *J. Phys. I France*, 7 :39–80, 1997.
- [3] ME Cates, JP Wittmer, J.P. Bouchaud, and P. Claudin. Jamming, force chains, and fragile matter. *Physical Review Letters*, 81(9) :1841–1844, 1998.
- [4] D. Vella, P.D. Metcalfe, and R.J. Whittaker. Equilibrium conditions for the floating of multiple interfacial objects. *Journal of Fluid Mechanics*, 549 :215–224, 2006.
- [5] J.B. Keller. Surface tension force on a partly submerged body. *Physics of Fluids*, 10 :3009, 1998.
- [6] WA Beverloo, HA Leniger, and J. Van de Velde. The flow of granular solids through orifices. *Chemical Engineering Science*, 15(3-4) :260–269, 1961.
- [7] JM Andreas, EA Hauser, and WB Tucker. Boundary tension by pendant drops. *The Journal of Physical Chemistry*, 42(8) :1001–1019, 1938.
- [8] L. Rayleigh. On the capillary phenomena of jets. *Proceedings of the Royal Society of London*, 29 :71–97, 1879.
- [9] E. Reyssat, E. Lorenceau, F. Restagno, and D. Quéré. Viscous jet drawing air into a bath. *Physics of Fluids*, 20 :091107, 2008.

Totems : Imprégnation lors de la formation d'un tas de sable



Sommaire

B.1 Collage des grains	182
B.2 Loi de croissance	183
B.2.1 Ascension capillaire	183
B.2.2 Croissance de la colonne	185
B.3 Taille effective des pores	185
B.4 Existence de la colonne	188
B.5 Stalagmite	189

Lorsqu'un jet de sable issu d'un tube arrive sur un sol sec, les grains sont tout d'abord repoussés latéralement et on observe un "ressaut granulaire" [1]. Celui-ci est rapidement comblé et un tas de sable conique se forme.

Si la surface est recouverte d'une fine épaisseur d'eau et que le débit de sable est fort, on observe aussi la formation d'un tas de sable sec. Puis, celui-ci s'imprègne d'eau par capillarité. En revanche, en réduisant le débit un tout autre objet se forme : une colonne cylindrique verticale de même diamètre que le jet incident apparaît (fig.B.1). Qualitativement, on l'observe dès que la vitesse de croissance du tas devient comparable à celle de l'ascension capillaire.

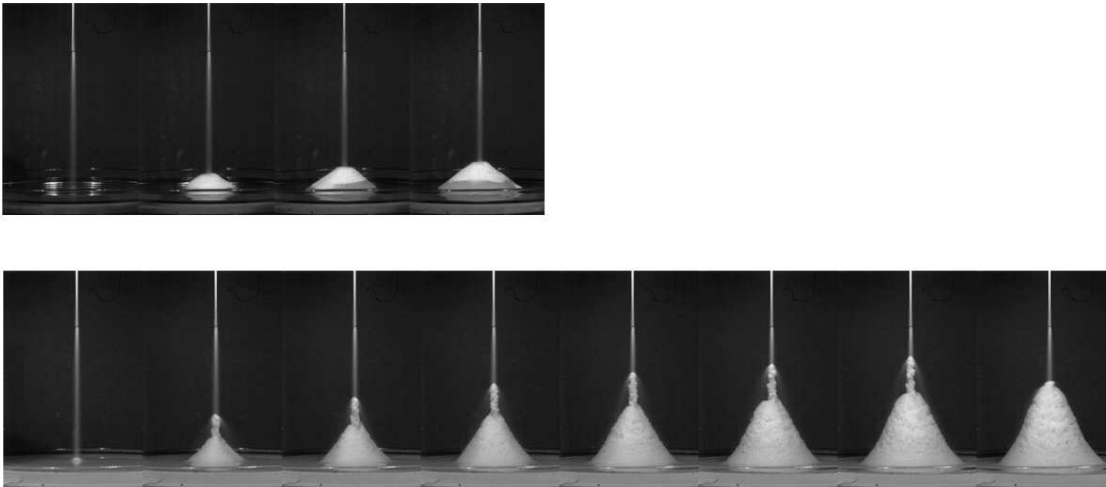


FIG. B.1: Jet de billes de verre de diamètre $90\mu\text{m}$ sur une couche millimétrique d'eau savonneuse (bas) ou d'huile de viscosité 10 fois plus grande que celle de l'eau (haut). Haut : on constate qu'un tas de grains secs se forme et est ensuite imprégné par le liquide. Bas : l'imprégnation est plus rapide et une colonne (d'une largeur millimétrique) de grains collés par capillarité se forme. Le temps entre deux images est 10s. Le diamètre du tube est de $1,6\text{mm}$ et la hauteur de chute des grains vaut 6cm .

Si le jet est interrompu, la colonne reste stable : sa cohésion est assurée par la capillarité [2]. En général, elle se renverse lorsqu'elle atteint une hauteur centimétrique (son rapport d'aspect est alors supérieur à 10).

B.1 Collage des grains

Pour que la colonne se forme, il faut que les grains incidents puissent être collés par le liquide. Deux mécanismes classiques peuvent être évoqués [3] : le collage capillaire et le collage visqueux.

Collage capillaire

Pour savoir si la capillarité est la raison du collage des grains, on compare l'énergie cinétique d'un grain à l'énergie qu'il gagne en entrant en contact avec le liquide. Le nombre de Weber est le rapport de ces deux grandeurs

$$We = \frac{\rho d g h_c}{\sigma}$$

Pour une hauteur de chute typique de $h_c = 10\text{cm}$, un diamètre des grains $d = 400\mu\text{m}$ (sable de Fontainebleau) et une tension de surface de l'eau savonneuse valant $\sigma = 0,025\text{N/m}$, on trouve

$$We \approx 50$$

Ceci montre que l'énergie cinétique d'un grain l'emporte sur la capillarité. Les forces capillaires ne sont a priori pas suffisantes pour capturer les grains.

Collage visqueux

La dissipation visqueuse dans le liquide lors de l'approche du grain peut aussi expliquer le collage [4]. On construit le nombre de Stokes qui compare l'énergie cinétique d'un grain et l'énergie dissipée par viscosité. En notant d le diamètre de la bille V sa vitesse de chute et η la viscosité dynamique du liquide, ce nombre s'écrit :

$$St \sim \frac{1}{18} \frac{\rho V d}{\eta}$$

Il a été observé qu'une bille approchant d'un plan mouillé ne redécalle pas si $St < 10$ [4–6]. Or, le nombre de Stokes typique de nos expériences vaut 80. Cette valeur est très supérieure à la valeur seuil. La viscosité non plus ne semble pas pouvoir expliquer le collage des grains.

Cependant, on peut évoquer différentes raisons qui peuvent favoriser le collage dans ce cas particulier : tout d'abord le substrat est ici formé de billes ce qui le rend rugueux et accroît le nombre de contacts. De plus, ceux-ci sont obliques et la couche de grains déjà collée peut absorber le choc en se déformant latéralement. Enfin, il peut se produire des impacts multiples entre grains du jet incident et grains ayant rebondi diminuant alors leur énergie cinétique.

B.2 Loi de croissance

B.2.1 Ascension capillaire

Lorsqu'un fin capillaire vertical est mis en contact avec un liquide, on observe que le liquide monte dans le capillaire jusqu'à atteindre une hauteur maximale appelée hauteur de Jurin [7, 8]. Elle résulte de l'équilibre entre la force capillaire qui fait remonter le liquide et le

pois de la colonne d'eau. Si on note d le diamètre du tube capillaire, σ la tension de surface et L_J la hauteur du liquide dans le tube, cet équilibre s'écrit (pour un liquide parfaitement mouillant) :

$$\pi\sigma d = \pi \frac{d^2}{4} L_J \rho g$$

et la hauteur de Jurin vaut :

$$L_J = \frac{4\sigma}{\rho g d}$$

Pour atteindre cette hauteur, le liquide a une dynamique d'ascension particulière : on observe que la vitesse avec laquelle le liquide monte dans le tube décroît avec la hauteur L du liquide. Si L est petit devant L_J , alors la loi d'ascension s'exprime simplement : c'est la loi de Lucas-Washburn [9] qui résulte de l'équilibre dynamique entre la force capillaire qui tire le liquide et la force visqueuse qui s'oppose à son avancée.

La force capillaire vaut

$$\pi\sigma d$$

et la force visqueuse

$$2\pi\eta L \frac{dL}{dt}$$

L'équilibre des deux donne une loi d'ascension de forme diffusive ; le carré de la hauteur d'eau dépend linéairement du temps :

$$L^2 = \frac{\sigma d}{4\eta} t \tag{B.1}$$

On remarque que plus le diamètre d du tube est grand, plus l'ascension est rapide.

Application aux milieux poreux

Un vrai milieu poreux est plus complexe qu'un simple capillaire car la géométrie des pores est en générale très irrégulière et ils forment un réseau complexe en communiquant entre eux. Cependant, on peut le considérer comme une assemblée de capillaires effectifs : l'ascension suit toujours une loi de diffusion [10]. Mais le diamètre effectif des capillaires est toujours inférieure à la taille réelle des pores. C'est un effet de la géométrie qui modifie la forme du ménisque et qui crée une alternance de zones pincées où la dissipation est forte et de zones larges où la force capillaire est grande [11].

B.2.2 Croissance de la colonne

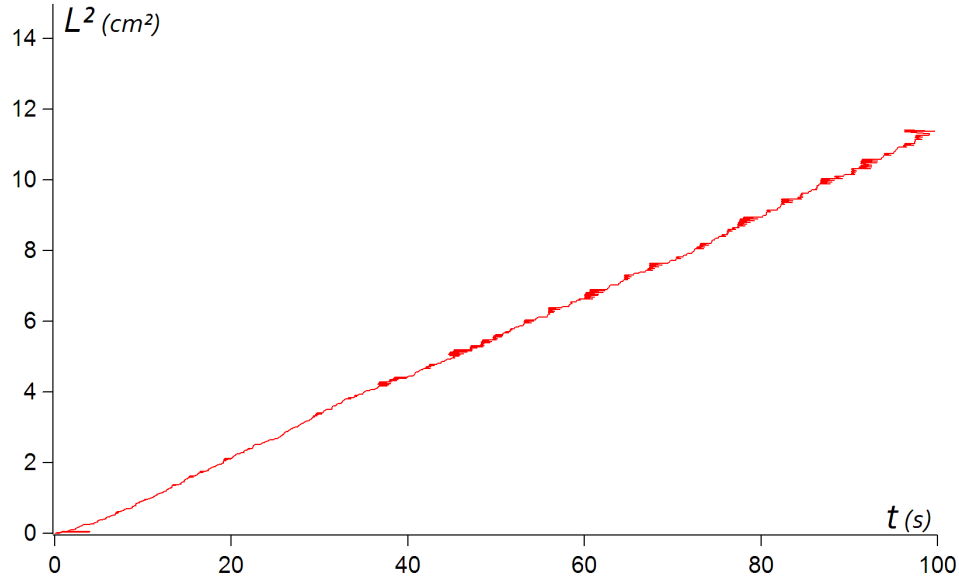


FIG. B.2: Carré de la hauteur d'une colonne L^2 en fonction du temps. La colonne est formée à partir d'un jet de sable de Fontainebleau sur de l'eau savonneuse. L'embout dont est issu le sable a pour diamètre $1,6mm$ et est situé à $12cm$ du sol.

Pour étudier la croissance de ces objets, nous avons mesuré l'évolution de la hauteur L des colonnes au cours du temps. Sur la figure B.2, nous avons représenté L^2 en fonction du temps pour une expérience typique. On constate une relation linéaire qui correspond bien à une loi de diffusion similaire à la loi de Lucas-Washburn.

On construit donc un poreux pas à pas : chaque grain collé est initialement sec et aspire alors le liquide. Une fois qu'il est mouillé, un nouveau grain peut être collé. La compacité de ces objets dépend a priori de comment s'effectue le collage des grains : si une petite distance de freinage dans le liquide est nécessaire pour coller un grain, alors la colonne sera moins dense que si les grains se touchent au moment de l'arrêt.

B.3 Taille effective des pores

D'après la relation B.1, la loi de croissance donne directement accès à une distance typique effective entre grains que nous noterons d_{pores} . Cette taille effective varie en fonction des différents paramètres régissant l'impact du jet de grains. Dans cette section, nous utilisons ce paramètre pour une **tentative** de description de la croissance des colonnes.

Influence de la hauteur de chute

Un jet de sable de Fontainebleau issu d'un embout de diamètre $1,6\text{mm}$ tombe d'une hauteur H sur une couche d'eau savonneuse. Sur la figure B.3 nous avons représenté la taille de pore effective d_{pores} en fonction de H

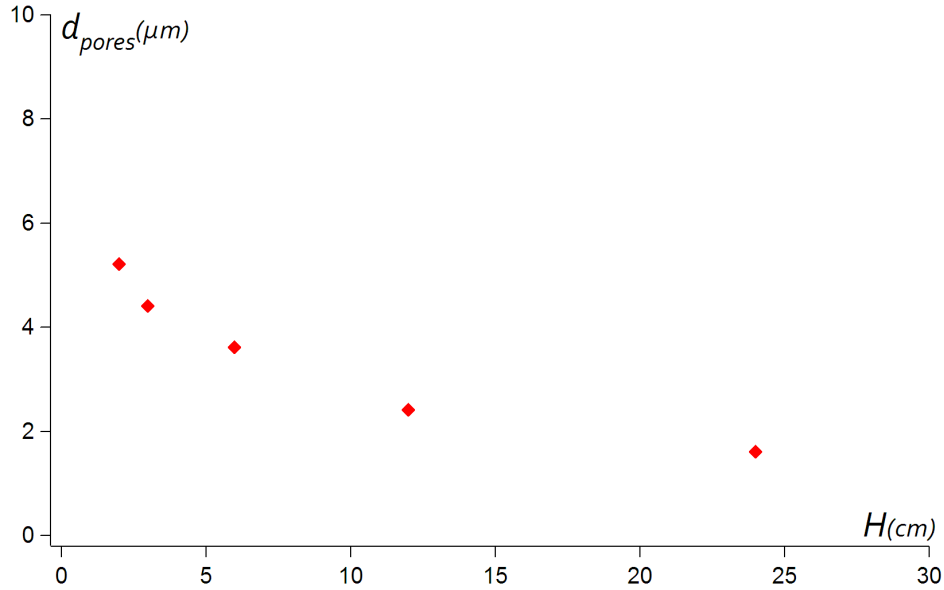


FIG. B.3: Taille effective des pores d_{pores} en fonction de la hauteur de chute des grains.

Plus la hauteur de chute est importante, plus les pores sont petits. Cela correspond bien à l'intuition : le nombre de Stokes augmente avec la hauteur de chute et donc chaque bille pénètre plus profondément dans la couche liquide pour dissiper son énergie cinétique. Plus H est grand plus la colonne formée est dense.

Influence du diamètre des billes

Un jet de billes de verre issu d'un embout de diamètre $3,6\text{mm}$ tombe d'une hauteur $6,4\text{cm}$ sur une fine couche d'eau savonneuse. Sur la figure B.4 nous avons représenté la taille effective des pores d_{pores} en fonction du diamètre des billes d_{billes} .

De manière surprenante, plus les grains sont gros, plus la taille effective de pores est petite ! On peut penser que d'autres phénomènes tel un collage moins efficace ou des grains collés expulsés par les grains secs incidents ralentissent la dynamique de croissance des colonnes. Le diamètre de pore effectif perd donc sa signification simplement géométrique et inclue la cinétique de collage-décrochage des grains.

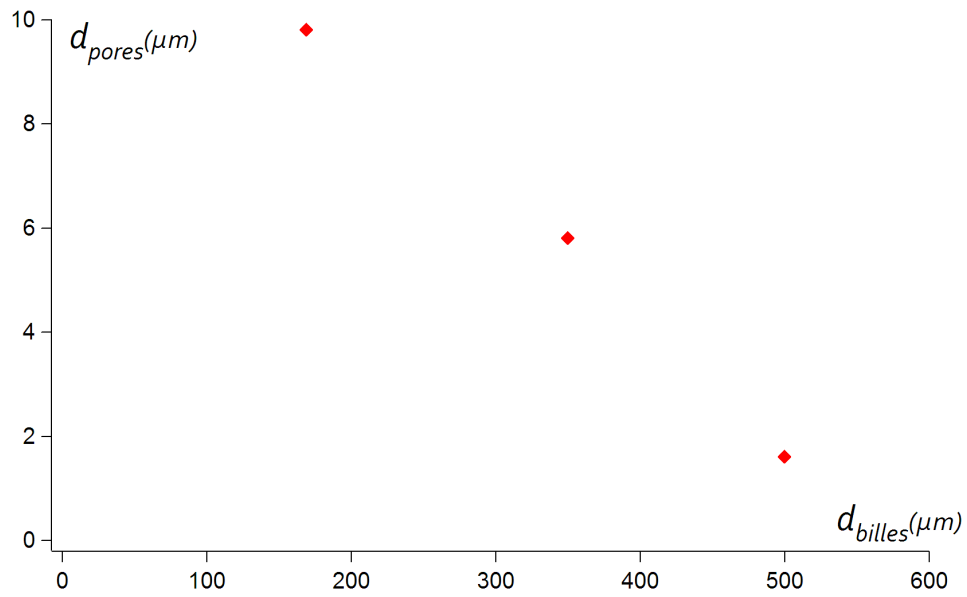


FIG. B.4: Taille effective des pores d_{pores} en fonction du diamètre des billes d_{billes} .

Influence du diamètre du tube

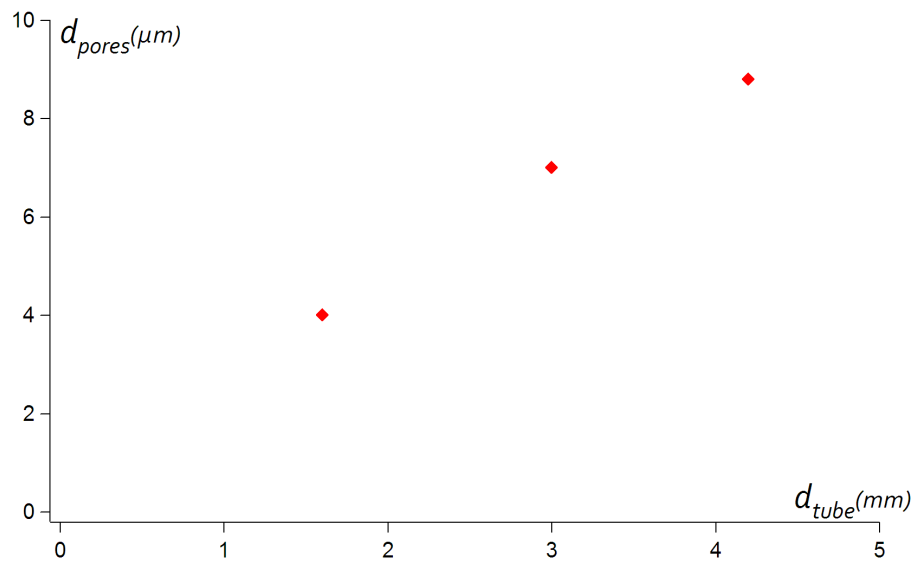


FIG. B.5: Taille de pore effective d_{pores} en fonction du diamètre du tube d_{tube} d'où tombe un jet de sable de Fontainebleau. La hauteur de chute est 6cm.

Enfin, nous avons fait varier le diamètre de l'embout d'où tombent les grains. On utilise des grains sable de Fontainebleau de diamètre $400\mu m$ et la hauteur de chute vaut $6cm$. Sur la figure B.3 nous avons représenté la taille effective des pores d_{pores} en fonction du diamètre du tube d_{tube} .

Plus le diamètre du tube est grand, plus les pores sont larges. Augmenter le diamètre du tube a plusieurs effets : d'abord, cela fait croître la vitesse des grains au niveau de l'embout. Elle est de l'ordre de $\sqrt{gd_{tube}}$ [12]. Cependant, cette augmentation a une faible influence sur la vitesse d'un grain au moment de l'impact car la hauteur de chute est choisie pour être plus de 10 fois supérieure au diamètre de l'embout. La variation du diamètre des pores induite est cependant très inférieure à celle observée. Le deuxième effet de l'agrandissement du diamètre du tube est l'augmentation du flux de grains. Le nombre de grains frappant la colonne par unité de temps croît quand le diamètre de l'embout augmente. Ainsi, il est possible que l'impact répété des grains expulse un grand nombre de grains déjà collés ce qui ralentit la croissance de la colonne.

B.4 Existence de la colonne

Cette section utilise les résultats obtenus par Hannah Droesbeke et Christine Messié lors du module expérimental de l'école polytechnique.

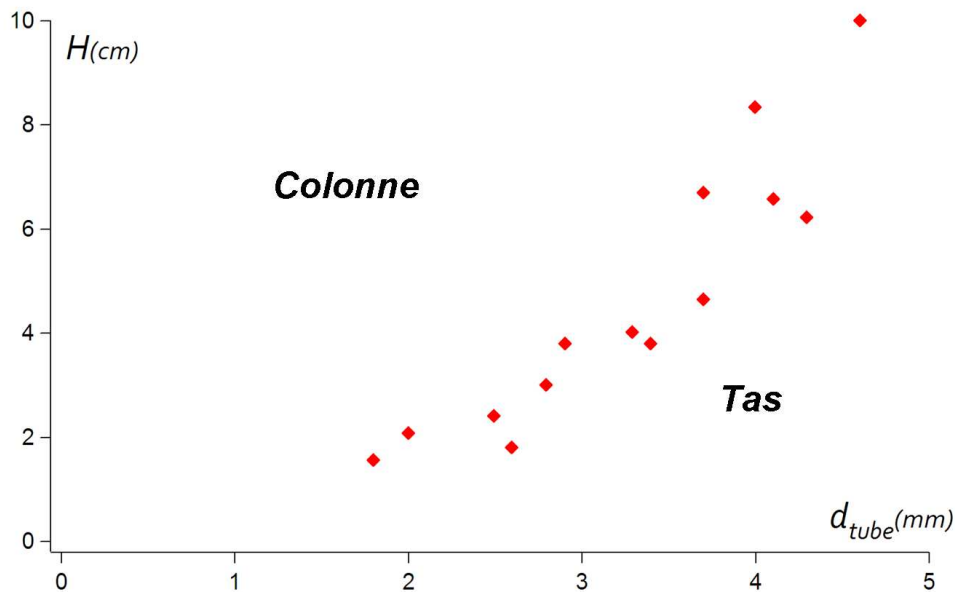


FIG. B.6: Frontière entre le régime de tas sec et celui où la colonne se forme en fonction de la hauteur de chute H et du diamètre du tube d_{tube} .

Sur la figure B.6, nous avons représenté la frontière entre le régime de tas sec et celui où la colonne se forme dans l'espace des paramètres constitué de H , la hauteur de chute des

billes et d_{tube} , le diamètre du tube. Cette frontière n'est pas nette et correspond plutôt à une zone de coexistence du tas et de la colonne.

La colonne existe quand le débit est faible et la hauteur de chute des grains importante. Or, on peut penser que l'existence de la colonne dépend de la compétition entre l'ascension capillaire et la croissance d'un tas sec. Le tas sec croîtra d'autant plus vite que le débit de sable (et donc d_{tube}) augmente. On observe que le tas sec existe pour les grands diamètres de tube, ce qui est conforme à l'intuition. En revanche, l'existence d'une hauteur minimale et non maximale pour la formation d'une colonne est apparemment contradictoire avec nos observations précédentes : nous venons de voir qu'il est favorable que la hauteur de chute soit petite pour faire croître rapidement une colonne. On se serait donc attendu à observer d'autant plus facilement une colonne que la hauteur de chute est petite !

Un argument permet de comprendre qu'augmenter l'énergie cinétique des grains est favorable à la création d'une colonne : les grains secs arrivant sur la colonne et qui ne sont pas collés rebondissent et sont repoussés latéralement [13]. Plus l'énergie cinétique des grains est importante, plus ils seront repoussés loin ce qui est défavorable à la formation du tas de sable sec.

B.5 Stalagmite

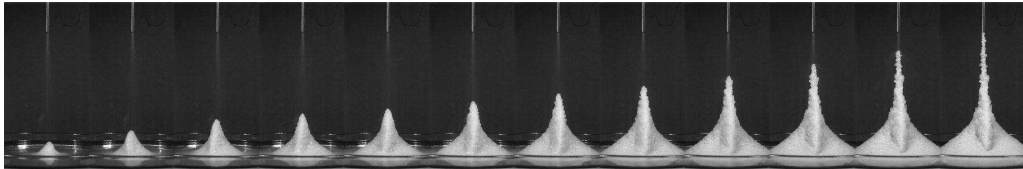


FIG. B.7: Jet de billes de verre sur une couche millimétrique d'eau savonneuse. L'écoulement est proche de l'intermittence : Le tube est de diamètre $1,6\text{mm}$ ce qui correspond à 10 tailles de grains. La hauteur de chute est 6cm .

Dans certaines conditions (très faible débit, proche de l'intermittence), des colonnes de hauteur pouvant dépasser 5cm sont observées (fig.B.7). On peut penser à deux explications pour expliquer cette stabilité : tout d'abord, le nombre d'impact des grains sur la colonne est très faible et donc les contraintes sur la colonne limitées. Et puis, le jet de grains s'évase quand le diamètre du tube est de quelques tailles de grains contrairement à la contraction observée pour des diamètres de tubes grands devant celui où apparaît l'intermittence du jet [1]. Cet évasement se répercute sur la colonne qui adopte une forme légèrement conique propice à sa stabilité.

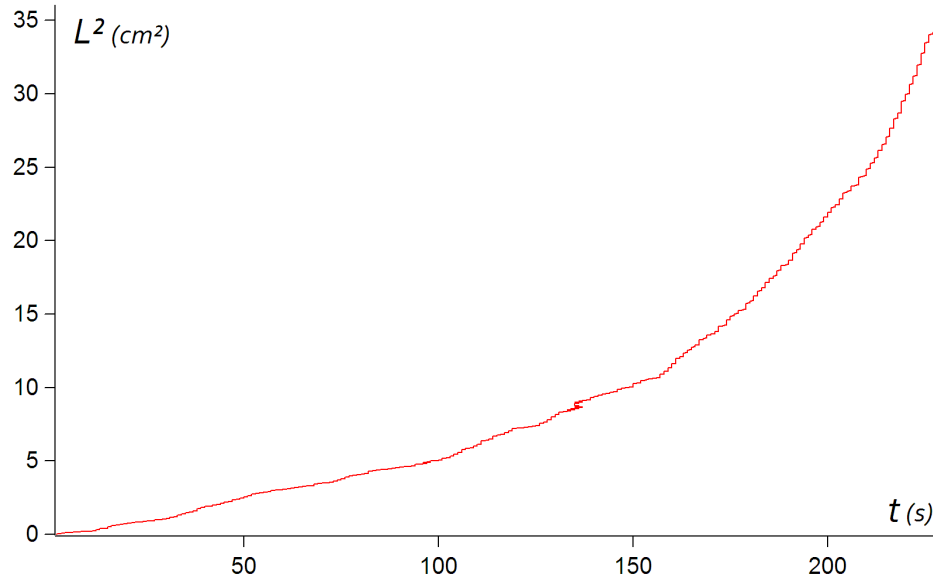


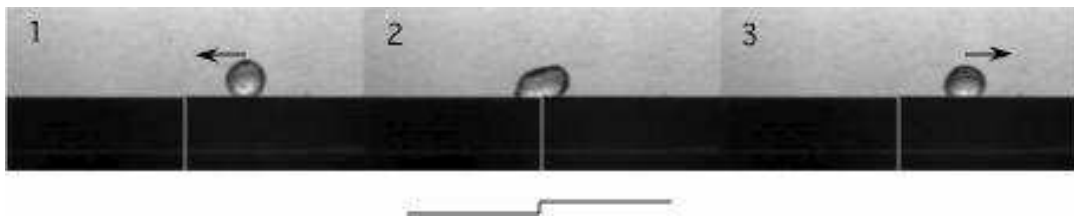
FIG. B.8: Évolution dans le temps du carré de la hauteur L^2 lors de la formation de la colonne photographiée sur la figure B.7.

La dynamique de formation de ces grandes colonnes est originale. La variation de la hauteur de chute ne peut plus être négligée et la taille des pores croît quand la colonne grandit. Ainsi, la croissance s'effectue plus rapidement que la simple loi de diffusion comme on peut le voir sur la figure B.8.

- [1] JF Boudet, Y. Amarouchene, B. Bonnier, and H. Kellay. The granular jump. *Journal of Fluid Mechanics*, 572 :413–431, 2007.
- [2] M. Scheel, R. Seemann, M. Brinkmann, M. Di Michiel, A. Sheppard, B. Breidenbach, and S. Herminghaus. Morphological clues to wet granular pile stability. *Nature Materials*, 7(3) :189–193, 2008.
- [3] A. Fingerle and S. Herminghaus. Mechanisms of dissipation in wet granular matter. *Arxiv preprint arXiv :0708.2597*, 2007.
- [4] G. Barnocky and R.H. Davis. Elastohydrodynamic collision and rebound of spheres : Experimental verification. *Physics of Fluids*, 31 :1324, 1988.
- [5] R.H. Davis, D.A. Rager, and B.T. Good. Elastohydrodynamic rebound of spheres from coated surfaces. *Journal of Fluid Mechanics*, 468 :107–119, 2002.
- [6] P. Gondret, E. Hallouin, M. Lance, and L. Petit. Experiments on the motion of a solid sphere toward a wall : From viscous dissipation to elastohydrodynamic bouncing. *Physics of Fluids*, 11 :2803, 1999.
- [7] J. Jurin. An Account of Some Experiments Shown before the Royal Society ; With an Enquiry into the Cause of the Ascent and Suspension of Water in Capillary Tubes. By James Jurin, MD and R. Soc. S. *Philosophical Transactions (1683-1775)*, 30 :739–747.
- [8] P.G. de Gennes, F. Brochard-Wyart, and D. Quéré. *Gouttes, bulles, perles et ondes*. Belin Paris, 2002.
- [9] E.W. Washburn. The dynamics of capillary flow. *Physical Review*, 17(3) :273–283, 1921.
- [10] M. Lago and M. Araujo. Capillary rise in porous media. *Physica A : Statistical Mechanics and its Applications*, 289(1-2) :1–17, 2001.

-
- [11] T.L. Staples and D.G. Shaffer. Wicking flow in irregular capillaries. *Colloids and Surfaces A : Physicochemical and Engineering Aspects*, 204(1-3) :239–250, 2002.
- [12] WA Beverloo, HA Leniger, and J. Van de Velde. The flow of granular solids through orifices. *Chemical Engineering Science*, 15(3-4) :260–269, 1961.
- [13] X. Cheng, G. Varas, D. Citron, H.M. Jaeger, and S.R. Nagel. Collective behavior in a granular jet : Emergence of a liquid with zero surface tension. *Physical review letters*, 99(18) :188001, 2007.

Goutte en caléfaction sur une marche



Sommaire

C.1	Rebond oblique d'une goutte, effet de l'ébullition	194
C.2	Force produite par une marche unique sans ébullition	196

Avec Marie Le Merrer (PMMH)

Lors de l'étude de la propulsion d'une goutte en caléfaction sur un toit d'usine, Linke a observé qu'il suffit qu'une goutte de Leidenfrost rencontre une seule marche d'une hauteur de l'ordre de $100\mu\text{m}$ pour être accélérée. Et il note que lorsque la goutte franchit la marche une bulle de vapeur est souvent nucléée dans.

Ces observations soulèvent plusieurs questions auxquels nous allons essayer d'apporter une réponse :

- Comment cette force se compare-t-elle à la gravité et en particulier permet-elle à une goutte sans vitesse initiale de grimper une marche ?
- Quel est l'effet de cette bulle ? Et sans bulle, la marche provoque-t-elle encore une force sur la goutte ?

C.1 Rebond oblique d'une goutte, effet de l'ébullition

Pour comparer l'effet d'une marche unique à la gravité, nous avons étudié le rebond d'une goutte tombant à cheval sur une marche (fig.C.1). Si seule la gravité comptait alors la goutte rebondirait de manière oblique dans la direction de descente de la marche. Cependant, on constate que dans certaines conditions la goutte tend à remonter la marche !

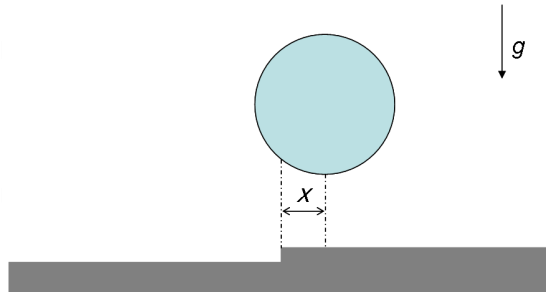


FIG. C.1: Rebond d'une goutte d'eau en caléfaction sur une marche. La goutte est excentrée d'une distance x par rapport à la marche.

Pour réaliser cette expérience, une marche de $50\mu\text{m}$ de hauteur est usinée sur un bloc de duralumine plan. Le bloc est ensuite chauffé à une température supérieure à la température de Leidenfrost de l'eau. Alors, on fait tomber une goutte d'eau (de rayon $1,5\text{mm}$) d'une faible hauteur (5mm) sur la marche. Le paramètre de contrôle de l'impact est la distance x dont le centre de la goutte est excentré. $x > 0$ signifie que le centre de la goutte touche le haut de la marche et $x < 0$ signifie que le centre de la goutte touche le bas de la marche (fig.C.1). Lorsque la température de la marche est de 210°C on remarque qu'il existe une valeur particulière de x (notée x_0) telle que si $x > x_0$, la goutte remonte la marche lors du rebond et inversement, si $x < x_0$ la goutte descend la marche (fig.C.2).

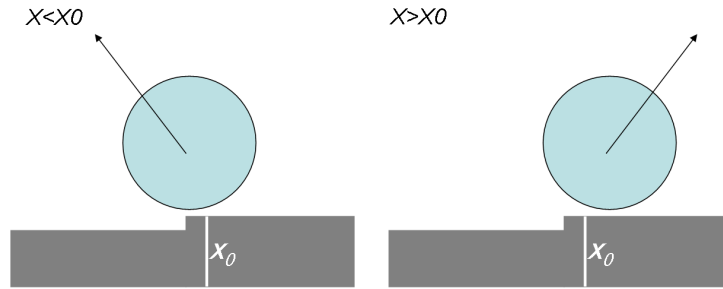


FIG. C.2: Rebond d'une goutte d'eau en caléfaction sur une marche. La goutte est excentrée d'une distance x par rapport à la marche. Si $x > x_0$, la goutte remonte la marche. Si $x < x_0$, la goutte descend la marche.

Sur la figure C.3, on remarque que x_0 dépend fortement de la température (fig.C.3). Plus elle est basse, plus la goutte a tendance à remonter la marche. Pour $T = 210^\circ\text{C}$ la goutte remonte même la marche pour des valeurs de x négatives, c'est-à-dire quand le centre de gravité de la goutte est situé en bas de la marche. Alors, la force produite par la marche **l'emporte sur la gravité**. Au contraire, pour des températures plus élevées ($T > 270^\circ\text{C}$), on n'observe jamais de rebond oblique dans le direction où la goutte remonte la marche et son effet devient négligeable par rapport au poids de la goutte.

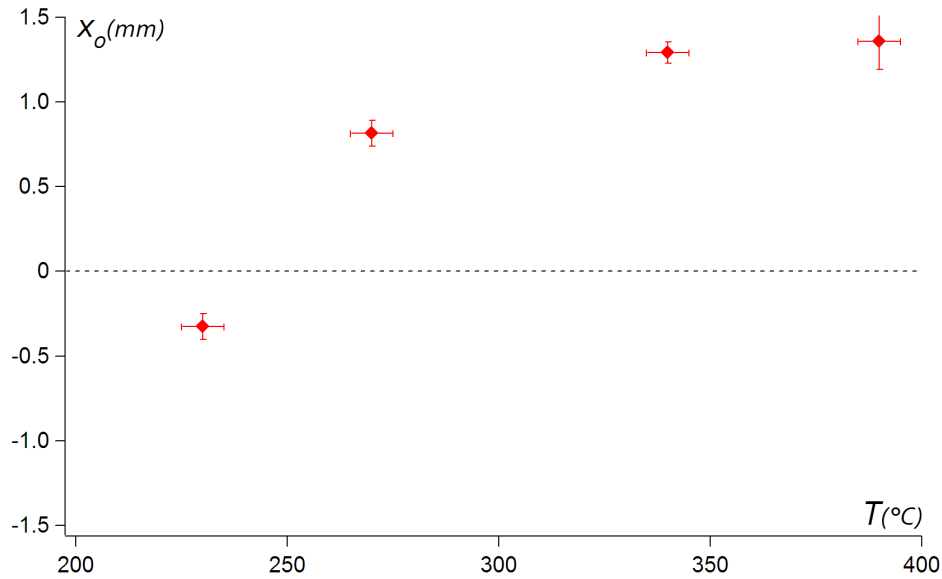


FIG. C.3: Influence de la température sur x_0 pour une marche de $50\mu\text{m}$ et une goutte de rayon $1,5\text{mm}$. Si $x > x_0$, alors la goutte remonte la marche. Si $x < x_0$ la goutte descend la marche.

Cette dépendance avec la température peut paraître contraire à l'intuition. En effet, si la force de la marche est due à un effet fusée, on s'attend à ce que plus la goutte produit de

vapeur, plus la force est grande. Or, plus T est petit, moins l'évaporation est intense. On peut aussi remarquer que la force de propulsion que nous avons mesurée au chapitre 2 pour une goutte sur une surface en forme de toit d'usine de haute température est toujours très inférieure au poids de la goutte.

Un mécanisme différent peut apparaître quand la température de la surface est plus basse : la marche peut être suffisamment refroidie par la goutte pour passer temporairement sous la température de Leidenfrost. La goutte entre alors en contact avec le solide et une bulle est nucléée. Celle-ci provoque une expulsion massive de vapeur, décuplant alors l'effet fusée. Une manifestation spectaculaire de ce phénomène est visible sur la figure C.4 : On fait rouler une goutte sur une plaque à la température 200°C vers une marche de $50\mu\text{m}$ de hauteur, dans le sens de la descente de la marche. Au moment de descendre la marche la goutte semble heurter un mur et change de sens de propagation ! La force produite par la marche a empêché la goutte de tomber.

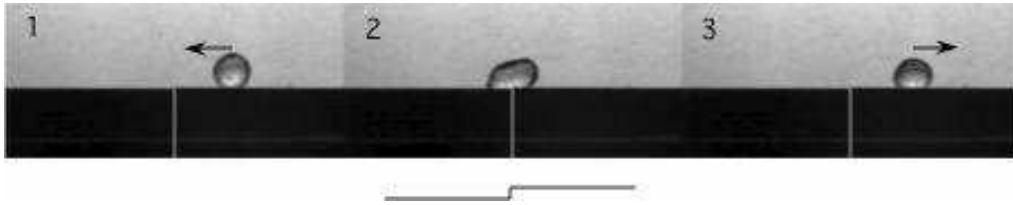


FIG. C.4: On fait rouler une goutte sur une plaque à 200°C vers une marche, dans le sens de la descente de la marche (1). La marche fait 50 microns de haut. Au moment où elle franchit la marche (2), elle rebondit comme sur un mur et repart ensuite dans le sens opposé (3).

Dans la suite, on étudie l'effet d'une marche lorsque la température est suffisante pour empêcher l'ébullition (supérieure à 260°C). Observe-t-on une force similaire à celle mesurée sur une surface en forme de toit d'usine ?

C.2 Force produite par une marche unique sans ébullition

La température de la plaque est choisie supérieure à 260°C pour éviter les événements d'ébullition. Pour mesurer la force produite par une marche unique, l'expérience est la suivante : une goutte de masse m se déplace à la vitesse V sur une surface plane et horizontale. Elle rencontre alors une marche montante de hauteur h_0 . Si son énergie cinétique est suffisante, on observe qu'elle franchit la marche. Sinon, elle rebondit et change de sens de mouvement. Dans le cas où elle franchit la marche, on note sa vitesse après la marche V' .

Si seule la gravité rentre en jeu, l'énergie mécanique de la bille doit alors être conservée :

$$\frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}mV'^2 + mgh_0$$

En mesurant V et V' on peut mesurer la différence ΔE_m entre l'énergie mécanique de la goutte après que la goutte a monté la marche et l'énergie mécanique initiale. Si $\Delta E_m = 0$,

la marche est inactive. Si $\Delta E_m < 0$, la marche a résisté à l'avancée de la goutte. Enfin, si $\Delta E_m > 0$, la marche a effectué un travail moteur.

Sur un échantillon de 300 gouttes différentes, 80% du temps on observe une augmentation de l'énergie mécanique de la goutte. La marche a donc bien un effet moteur sur la goutte.

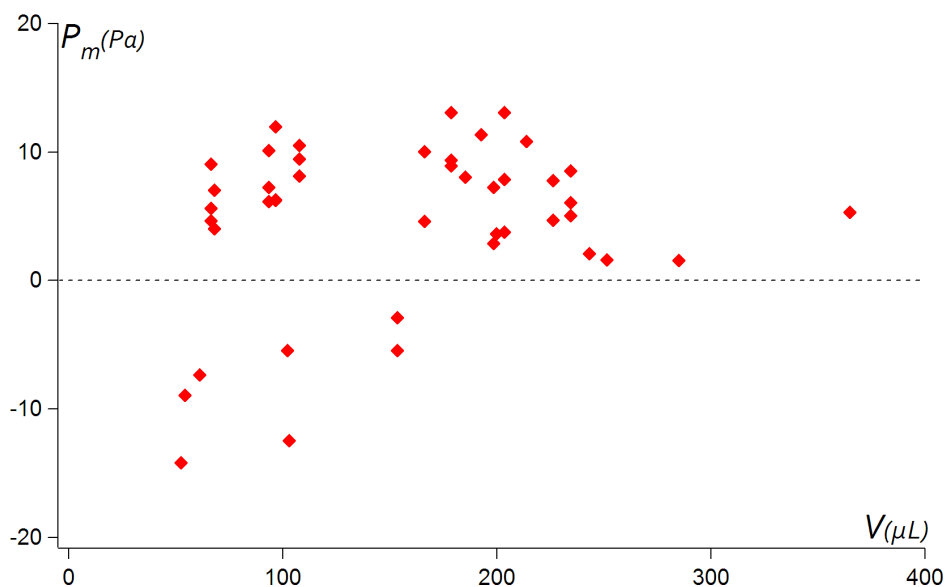


FIG. C.5: Pression P_m exercée par une marche unique de hauteur $50\mu m$ sur une goutte en fonction de son volume V .

La pression exercée par la marche vaut en moyenne $7Pa$ (fig.C.5). Cette force est de l'ordre de 15% de la pression due au poids de la goutte (qui vaut $P = 2\rho g\kappa^{-1} = 46Pa$ pour une goutte grande devant la longueur capillaire). L'ordre de grandeur est cohérent avec les mesures effectuées sur une surface en forme de toit d'usine. Comme attendu, **la marche n'exerce alors pas une force suffisante pour compenser la gravité**. C'est pourquoi à haute température, les gouttes ne peuvent pas remonter de marche (sans une énergie cinétique suffisante). Les forces mesurées quand il y a ébullition peuvent être jusqu'à 100 fois supérieures et permettent de vaincre la gravité.

Les mesures sont très dispersées (fig.C.5) : L'origine de cette dispersion est probablement la présence d'ondes à la surface de la goutte. En effet, nous avons vu dans le cas du toit d'usine que les forces induites par ces ondes peuvent être du même ordre de grandeur que la force de propulsion. Et contrairement aux mesures effectuées sur un toit d'usine, la goutte n'est pas dans un régime permanent. La mesure de force est donc très sensible aux conditions initiales et notamment à la présence inévitable d'ondes de surface créées lorsque la goutte est lancée vers la marche. Cette dispersion rend difficile l'étude plus approfondie de l'effet d'une marche sur une goutte en caléfaction.

En effectuant des moyennes sur nos mesures, nous avons cependant pu identifier un paramètre important pour optimiser la force produite par la marche : le rapport entre l'épaisseur

e du film de vapeur sous-jacent et la hauteur h_0 de la marche (fig.C.6). Dans le cas limite où $e \gg h_0$, tout se passe comme si la marche n'existait pas : pour la goutte, la surface est plane. Dans le cas opposé, la déformation de la goutte contre la marche provoquera son rebond. Ainsi, la situation favorable pour observer un effet attracteur de la marche est lorsque $e \sim h_0$. On observe bien dans nos expériences que la pression augmente quand e croît et est maximale pour $e \sim h_0$ (fig.C.6).

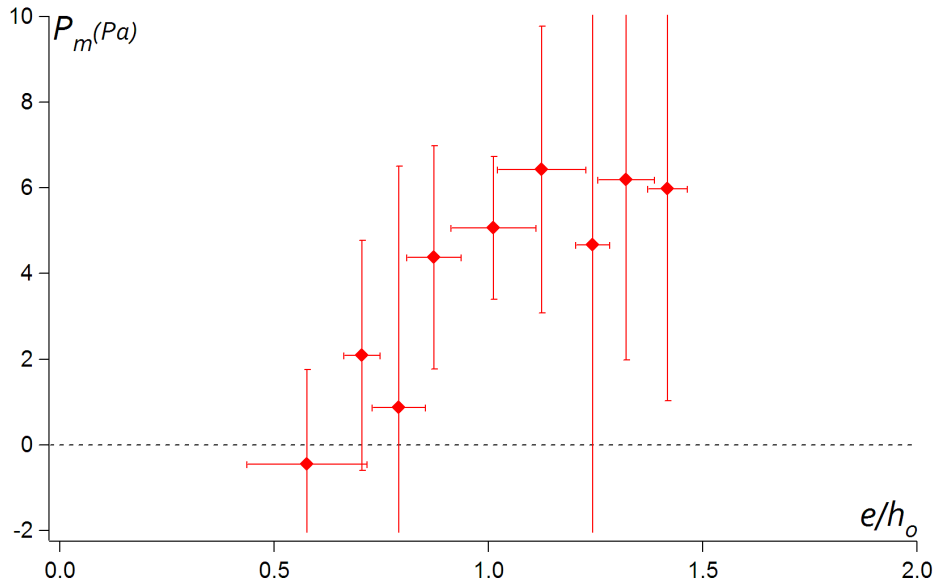


FIG. C.6: Pression exercée par une marche unique sur une goutte en fonction du rapport entre l'épaisseur e du film de vapeur sous-jacent et la hauteur h_0 de la marche.

Cette mesure indique que les dimensions de la marche sont importantes pour l'optimisation de la force produite par celle-ci. Cette constatation montre qu'il serait aussi intéressant d'étudier la géométrie des surfaces en forme de toit d'usine. Existe-t-il des paramètres géométriques optimaux maximisant la force de propulsion et minimisant la dissipation ?

Force produite par une marche unique sans ébullition

Résumé

Intercaler une phase intermédiaire (gazeuse ou granulaire) entre une goutte et une surface crée une situation de mouillage nul. Nous étudions expérimentalement les conséquences de la présence de cette phase sur le mouvement des gouttes d'eau.

Dans une première partie, nous nous intéressons à des situations de non-mouillage induites par la présence d'un film gazeux entre le liquide et la surface. Une conséquence de la présence de ce film est la mise en mouvement d'une goutte en caléfaction sur une surface chaude de profil périodique et asymétrique (en forme de toit d'usine). Nous mettons en évidence que l'écoulement asymétrique du gaz dans le film de vapeur entre la goutte et la surface provoque la propulsion de la goutte par effet fusée. À l'inverse, la faible épaisseur du film isolant peut induire une dissipation visqueuse supplémentaire que l'on observe par exemple lors du rebond d'une bulle de savon sur un liquide. La deuxième partie de ce travail est consacrée à une autre situation de non-mouillage réalisée par l'ajout de grains à la surface d'une goutte (appelée goutte enrobée). On forme alors une interface composite, à la fois capillaire et granulaire qui peut présenter un caractère fortement dissipatif : lorsque la densité de grains est faible, son comportement est celui du liquide qui la compose mais lorsque la densité de grains à la surface approche des densités du jamming, caractère granulaire de l'interface l'emporte. Le frottement entre grains détermine alors la forme ainsi que la dynamique des gouttes enrobées. Nous montrons que la rhéologie de ces interfaces est alors similaire à celle des écoulements granulaires denses.

Mots-clés : Capillarité, milieux granulaires, gouttes, bulles, caléfaction, gouttes enrobées, jamming, auto-propulsion

Abstract

Adding an intermediate phase (gaseous or granular) between a drop and a surface prevent the wetting of the liquid. We study experimentally the consequences of the presence of this phase on the movement of liquid drops.

In a first part, we focus on situations of non-wetting induced by the presence of a gaseous film between the liquid and the surface. One consequence of this film is to set in motion a Leidenfrost drop on a hot asymmetric (ratchet-like) surface. We found that the asymmetric flow of gas through the vapor film between the droplet and the surface causes the propulsion of the drop by rocket effect. Conversely, the thin film insulation may induce additional viscous dissipation as observed for example in the rebound of a soap bubble on a liquid.

The second part of this work is devoted to another situation of non-wetting achieved by adding grains at the surface of a drop (called liquid marble). It then forms a composite interface, both capillary and granular which can be highly dissipative : when the density of grains is low, it behaves like a gaz-liquid interface but when the density of grains on the surface densities approach of jamming, the granular nature of the interface prevails. Then, the friction between the grains determines the shape and dynamics of the liquid marbles. We show that the rheology of these interfaces is similar to that of dense granular flows.

Keywords : Capillarity, granular matter, drops, bubbles, Leidenfrost effect, liquid marbles, jamming, self-propulsion