



**HAL**  
open science

# Couplage hydro-mécanique et transfert dans l'argilite de Meuse/Haute-Marne : approches expérimentale et multi-échelle

Sophie Cariou

► **To cite this version:**

Sophie Cariou. Couplage hydro-mécanique et transfert dans l'argilite de Meuse/Haute-Marne : approches expérimentale et multi-échelle. Matériaux et structures en mécanique [physics.class-ph]. Ecole des Ponts ParisTech, 2010. Français. NNT : 2010ENPC1006 . pastel-00556546

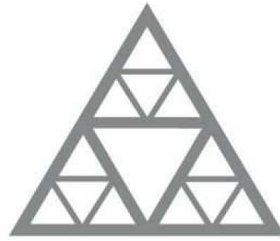
**HAL Id: pastel-00556546**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00556546>**

Submitted on 17 Jan 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**École des Ponts**  
**ParisTech**

THÈSE

présentée pour l'obtention du diplôme de

DOCTEUR

DE

L'ÉCOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSÉES

Spécialité : Structures et Matériaux

par

**SOPHIE CARIOU**

Sujet de la thèse :

**Couplage hydro-mécanique et transfert dans l'argilite de  
Meuse/Haute-Marne :  
approches expérimentale et multi-échelle**

soutenue à Champs-sur-Marne le 20 juillet 2010

devant le jury composé de :

J.	Desrues	<i>Président</i>
F.-J.	Ulm	<i>Rapporteur</i>
L.	Jeannin	<i>Rapporteur</i>
D.	Kondo	<i>Examineur</i>
B.	Gatmiri	<i>Examineur</i>
F.	Skoczylas	<i>Co-directeur</i>
L.	Dormieux	<i>Directeur</i>



---

## Remerciements

Peu après avoir suivi son cours de Mécanique Numérique, j'ai eu l'honneur de commencer une thèse sous la direction de Luc Dormieux. Je tiens à le remercier pour m'avoir intégré à son équipe de recherche, ainsi qu'à son équipe d'enseignants dans le cadre du cours de Mécanique des Milieux Continus. J'ai découvert la micro-mécanique à son contact et ai beaucoup appris en pédagogie. Je le remercie également de m'avoir positionnée au coeur d'une collaboration entre son équipe spécialisée dans la modélisation et le laboratoire expérimental dirigé par Frédéric Skoczylas au LML à Lille.

Je remercie ce dernier pour m'avoir intégré à son équipe de chercheurs. Son accueil chaleureux et ses qualités humaines ont facilité les nombreuses semaines passées à Lille. J'ai appris à son contact à élaborer des protocoles expérimentaux et à adopter une démarche d'expérimentateur.

Je remercie également Monsieur Jacques Desrues, que j'avais eu l'occasion de rencontrer à plusieurs reprises lors de réunions avec l'Andra, d'avoir bien voulu présider mon jury de thèse. Je suis également très reconnaissante à Messieurs Franz-Josef Ulm et Laurent Jeannin d'avoir accepté la lourde tâche de rapporter sur mon manuscrit. Mes remerciements s'adressent aussi à Messieurs Djimédo Kondo et Behrouz Gatmiri pour avoir participé à mon jury de thèse. Je profite de cette page pour saluer tous les collègues que j'ai côtoyés durant ces années de thèse : Patrick, Denis, Ghazi, Bernhard, Grégory, Quang, Sébastien, Andreas et Sy-Tuan aux Ponts, Franck, Thierry, Laurent, Flore, Jaouad, Xiaoting, Catherine, Yixuan, Wei, Zhibo au LML. Je pense également aux collègues de l'Andra : Messieurs Jean-Dominique Barnichon, Jean Talandier, Christian Schroeder, Gilles Armand. Merci également à Nadine C., Nadine D. et Marie-Françoise qui ont organisé mes missions à Lille.

Je voudrais également évoquer mes amis avec qui j'ai partagé mon expérience de doctorante. J'exprime enfin ma gratitude à mes parents, et à mon frère et sa femme, pour leur soutien inconditionnel dans tous mes projets, ainsi qu'à Jean-François pour sa présence et nos nombreuses discussions, passées et à venir.



## Résumé

Ce mémoire s'intéresse au comportement hydro-mécanique de l'argilite. On montre que la théorie classique de Biot n'est pas du tout adaptée au cas de l'argilite. Une loi de comportement originale est alors construite grâce à des outils d'homogénéisation, en intégrant la microstructure de l'argilite et des phénomènes physiques existant aux échelles microscopiques, tels la surpression de gonflement au niveau des particules d'argile et les effets capillaires au niveau du réseau poreux. Cette loi de comportement permet d'expliquer tout un jeu d'expériences qui ne l'était pas par la théorie classique de Biot. Elle est ensuite enrichie pour intégrer les données expérimentales que sont la dépendance du tenseur d'élasticité au degré de saturation et la présence d'une porosité autour des inclusions. Cette loi de comportement pertinente, exploitée à partir du suivi dimensionnel d'échantillons sous chargement hydrique, permet de proposer une estimation pour le tenseur de Biot pour l'argilite. Afin d'alimenter cette équation d'état, on s'intéresse par ailleurs aux variations du degré de saturation d'un échantillon lors d'un séchage. Deux modèles de séchage sont étudiés et comparés, puis une modélisation du réseau poreux est proposée afin d'expliquer les mesures atypiques de perméabilité.

**Mots-clés :** argilite, double porosité, homogénéisation, surpression de gonflement, effets capillaires, essai poromécanique, suivi dimensionnel et massique sous chargement hydrique, transport.

---

## Abstract

This thesis deals with the hydro-mechanical behaviour of argillite. Classical Biot theory is shown to be badly adapted to the case of argillite. An original state equation is then built by use of homogenization tools, and takes into account the microstructure of argillite as well as physical phenomena happening inside the material, like the swelling overpressure inside the clay particles or the capillary effects in the porous network. This state equation explains some experiments which were not by the classical Biot theory. It is then improved by integrating the experimental data that are the dependancy of the elasticity tensor with the saturation degree and the existence of a porosity surrounding the inclusions. Combined with the monitoring of length variation under hydric loading, this relevant state equation permits one to determine the Biot tensor of argillite. Since this state equation is coupled with the hydric state of the material, one is interested in modelling the variation of the saturation degree during a drying process. Two transport models are studied and compared, then a model for the porous network is proposed in order to explain the unusual permeability measurements.

**Keywords :** argillite, double porosity, homogenization, swelling overpressure, capillary effects, poromechanical test, monitoring of length and mass variation under hydric loading, transport.



# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>3</b>
1.1 Présentation de l'argilite de Bure (Meuse/Haute-Marne)	6
1.1.1 Contexte industriel (informations tirées de [4])	6
1.1.2 Présentation des minéraux argileux	8
1.1.3 Données numériques disponibles sur l'argilite	14
1.2 Outils classiques pour l'étude des géomatériaux	22
1.2.1 Lois de comportement classiquement utilisées	23
1.2.2 Caractérisation expérimentale : l'essai poromécanique triaxial	31
1.3 Problématiques liées à l'argilite	35
1.3.1 Grande dispersion des coefficients de Biot dans la littérature	36
1.3.2 Nos essais : inexpliqués par une loi de comportement de type Biot	39
1.4 L'argilite : microstructure et phénomènes physiques	43
1.4.1 L'argilite : un matériau multi-échelles à double porosité	44
1.4.2 Loi de Laplace	45
1.4.3 Suppression au sein des particules	46
1.5 Plan	59
<b>I Un modèle micromécanique à double porosité pour l'argilite non-saturée</b>	<b>61</b>
<b>2 La matrice argileuse : 1<sup>ère</sup> approche</b>	<b>65</b>
2.1 Homogénéisation <i>nano</i> → <i>micro</i> → <i>méso</i>	67
2.1.1 Homogénéisation <i>nano</i> → <i>micro</i>	67
2.1.2 Homogénéisation <i>micro</i> → <i>méso</i>	70
2.2 Interprétations	79
2.2.1 Ordres de grandeur des constantes poromécaniques	81
2.2.2 Interprétations physiques des termes de couplage	86
2.2.3 Effet de la saturation sur les termes élémentaires de couplage hydromécanique	86
2.3 Validation : essais sur bentonite re-saturée	89



2.3.1	Protocole expérimental . . . . .	90
2.3.2	Présentation des résultats . . . . .	91
2.3.3	Analyse des résultats . . . . .	92
2.3.4	Conclusions . . . . .	95
<b>3</b>	<b>L'argilite : 1<sup>ère</sup> approche</b>	<b>97</b>
3.1	Homogénéisation <i>méso</i> → <i>macro</i> : avec adhérence parfaite . . . . .	99
3.1.1	Formulation générale . . . . .	99
3.1.2	Utilisation d'un schéma de Mori-Tanaka . . . . .	100
3.1.3	Les deux équations de l'argilite . . . . .	105
3.2	Validation par l'interprétation de nos essais poromécaniques . . . . .	106
3.2.1	Protocole expérimental . . . . .	106
3.2.2	Présentation des résultats . . . . .	108
3.2.3	Validation de l'hypothèse d'équilibre thermodynamique entre nano et micro-porosité . . . . .	112
3.2.4	Compréhension des phénomènes par l'étude des temps caractéristiques . . . . .	117
3.2.5	Principe de détermination du tenseur de Biot <i>à partir</i> de nos essais poromécaniques . . . . .	121
3.3	Applications à séchage (débuté par une succion) . . . . .	122
3.3.1	Effets d'un séchage sur les termes de couplage $\delta\sigma_p$ et $\delta P^{eq} - \delta p^\ell$ . . . . .	122
3.3.2	Effets d'un séchage de l'argilite, libre ou à déplacement empêché, sur les constituants de l'argilite . . . . .	124
3.3.3	Effets d'un séchage à déplacement macroscopique empêché sur les constituants de la matrice argileuse . . . . .	125
3.4	Détermination du tenseur de Biot . . . . .	127
3.4.1	Suivi des variations dimensionnelles sous chargement hydrique . . . . .	127
3.4.2	Principe de détermination du tenseur de Biot et du coefficient $\Gamma$ en <i>adaptant</i> le protocole de nos essais poromécaniques . . . . .	139
<b>4</b>	<b>La matrice argileuse : 2<sup>ème</sup> approche - Impact du degré de saturation sur les constantes élastiques</b>	<b>141</b>
4.1	Couplages élasticité/humidité relative : observations expérimentales . . . . .	143
4.1.1	Essais de compression simple . . . . .	143
4.1.2	Essais poromécaniques . . . . .	150
4.1.3	Cohérence essais poromécaniques/compression simple . . . . .	152
4.1.4	Conclusions . . . . .	153
4.2	Modélisation de l'impact du degré de saturation sur les constantes élastiques . . . . .	154
4.2.1	Préliminaires . . . . .	155
4.2.2	Expression de la variation de la distance interfeuillelet . . . . .	157
4.2.3	Homogénéisation . . . . .	159
4.2.4	Résultats numériques . . . . .	162

4.2.5	Conclusions . . . . .	163
<b>5</b>	<b>L'argilite : 2<sup>ème</sup> approche - Effets d'interface</b>	<b>169</b>
5.1	Homogénéisation <i>méso</i> → <i>macro</i> . . . . .	171
5.1.1	Loi de comportement d'une interface . . . . .	171
5.1.2	Formulation du problème . . . . .	174
5.1.3	Détermination du tenseur d'élasticité $\mathbb{C}^{hom}$ . . . . .	175
5.1.4	Détermination du terme de couplage $\delta\Sigma_p$ . . . . .	179
5.1.5	De l'adhérence parfaite au défaut total d'adhérence . . . . .	182
5.2	Interprétations physiques . . . . .	185
5.2.1	Détermination expérimentale de la loi de comportement de l'interface . . . . .	185
5.2.2	Détermination expérimentale de la distribution $\alpha^M$ . . . . .	186
5.2.3	Quelques commentaires physiques . . . . .	186
5.3	Conclusions . . . . .	187
5.3.1	Données récapitulatives . . . . .	187
5.3.2	Applications : comportement de l'argilite <i>in-situ</i> lors de la mise en place du stockage . . . . .	187
<b>6</b>	<b>Annexes</b>	<b>193</b>
6.1	Mise en œuvre analytique de la théorie de la double couche . . . . .	195
6.1.1	Espace poreux entre deux feuillets ne contenant que des cations . . . . .	195
6.1.2	Espace poreux entre les plaques rempli d'un électrolyte 1 : 1 . . . . .	197
6.2	Formulation de la loi de comportement de la matrice argileuse avec des pores oblates	199
6.2.1	Calcul de $s_\ell \rightarrow p_c(s_\ell)$ . . . . .	199
6.2.2	Evaluation de $\overline{\delta(\gamma^{ab}\mathbf{1}_T\delta_{Iab})} : \mathbb{A}$ pour une famille de pores . . . . .	202
6.2.3	Evaluation de $\overline{\delta(\gamma^{ab}\mathbf{1}_T\delta_{Iab})} : \mathbb{A}$ pour un ensemble de familles de pores . . . . .	204
6.2.4	Loi de comportement dans le cas de pores ellipsoïdaux aplatis . . . . .	205
6.3	Vérification de l'hypothèse portant sur le degré de saturation de chaque famille de pores . . . . .	206
6.4	Moyenne des contraintes sur les inclusions dans l'hypothèse d'une adhérence par- faite matrice argileuse/inclusions . . . . .	206
<b>II</b>	<b>Une modélisation du transport adaptée à l'argilite</b>	<b>211</b>
<b>7</b>	<b>Mesures des perméabilités</b>	<b>215</b>
7.1	Unicité de la perméabilité intrinsèque? . . . . .	217
7.1.1	Mesure à l'eau . . . . .	217
7.1.2	Mesure au gaz . . . . .	217
7.1.3	Conclusions . . . . .	220
7.2	Mesure de la perméabilité au gaz . . . . .	222
7.2.1	Résultats expérimentaux . . . . .	222

7.2.2	Sens du concept de "perméabilité relative au gaz"?	223
7.2.3	De l'erreur commise par l'utilisation de la relation de van Genuchten	223
7.3	Mesure de la perméabilité relative à l'eau ?	224
<b>8</b>	<b>Séchage</b>	<b>227</b>
8.1	Données expérimentales	229
8.1.1	Suivi des variations de masse sous chargements hydriques	229
8.2	Modélisation des cycles hydriques sur échantillons cylindriques : 1 <sup>ère</sup> approche	237
8.2.1	Introduction	239
8.2.2	Hypothèse d'un transport purement darcéen	239
8.3	Modélisation des cycles hydriques sur échantillons cylindriques : 2 <sup>ème</sup> approche	244
8.3.1	Introduction	244
8.3.2	Les équations de transfert, sans hypothèses sur les composants gazeux	245
8.3.3	Temps caractéristiques	249
8.3.4	Modélisation numérique du séchage pour l'argilite	251
8.4	Conclusions	258
8.4.1	Comparaison des deux modélisations	258
8.4.2	De l'erreur commise par l'utilisation de van Genuchten	261
8.4.3	Bilan	264
<b>9</b>	<b>Les perméabilités par une approche d'homogénéisation</b>	<b>265</b>
9.1	Etude du réseau poreux	267
9.1.1	Forme des pores	267
9.1.2	Estimation de la perméabilité locale	269
9.1.3	Volume poreux utile au transport selon le fluide considéré	269
9.2	Utilisation d'un schéma d'homogénéisation	270
9.2.1	Perméabilités dans les cas sec et saturé	271
9.2.2	Perméabilités à l'eau et au gaz	274
9.2.3	Illustration de la démarche en utilisant des pores sphériques et une distribution $\tilde{\alpha}$ uniforme	276
9.3	Estimations pour la matrice argileuse	276
9.3.1	Perméabilité locale isotrope	277
9.3.2	Impact de la forme de la perméabilité locale	278
9.3.3	Bilan	280
<b>10</b>	<b>Application : modélisation mécanique et hydraulique d'une fracture</b>	<b>283</b>
10.1	Protocole expérimental	285
10.1.1	Préparation de l'échantillon	285
10.1.2	Mise en place dans la cellule	285
10.1.3	Gestion de l'air envoyé dans la fissure	286
10.2	Modélisation numérique du front de séchage et de la déformation	287

---

10.2.1	Modélisation numérique du front de séchage . . . . .	287
10.2.2	Calcul de la déformation . . . . .	289
<b>11</b>	<b>Annexes</b>	<b>293</b>
11.1	Résolution des équations de séchage sous l'hypothèse d'un transport purement darcéen . . . . .	295
11.2	Description de quelques schémas numériques . . . . .	296
11.2.1	Méthode explicite . . . . .	297
11.2.2	Méthode implicite . . . . .	297
11.2.3	Méthode du type Crank-Nicholson . . . . .	298
11.3	Temps caractéristiques . . . . .	298
11.3.1	Uniformisation de la pression de liquide . . . . .	299
11.3.2	Uniformisation de la pression de gaz . . . . .	300
11.3.3	Uniformisation des composants au sein de la phase gazeuse . . . . .	300
11.3.4	Applications numériques pour l'argilite . . . . .	301
	<b>Conclusions et Perspectives</b>	<b>302</b>
<b>III</b>	<b>CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES</b>	<b>303</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>309</b>
	<b>Principales notations</b>	<b>319</b>
	<b>Table des figures</b>	<b>325</b>
	<b>Table des tableaux</b>	<b>333</b>



# INTRODUCTION



# Chapitre 1

## Introduction

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Présentation de l'argilite de Bure (Meuse/Haute-Marne)</b>	<b>6</b>
1.1.1	Contexte industriel (informations tirées de [4])	6
1.1.2	Présentation des minéraux argileux	8
1.1.3	Données numériques disponibles sur l'argilite	14
<b>1.2</b>	<b>Outils classiques pour l'étude des géomatériaux</b>	<b>22</b>
1.2.1	Lois de comportement classiquement utilisées	23
1.2.2	Caractérisation expérimentale : l'essai poromécanique triaxial	31
<b>1.3</b>	<b>Problématiques liées à l'argilite</b>	<b>35</b>
1.3.1	Grande dispersion des coefficients de Biot dans la littérature	36
1.3.2	Nos essais : inexpliqués par une loi de comportement de type Biot	39
<b>1.4</b>	<b>L'argilite : microstructure et phénomènes physiques</b>	<b>43</b>
1.4.1	L'argilite : un matériau multi-échelles à double porosité	44
1.4.2	Loi de Laplace	45
1.4.3	Suppression au sein des particules	46
<b>1.5</b>	<b>Plan</b>	<b>59</b>

---





---

Ce mémoire s'intéresse à l'argilite du Callovo-Oxfordien qui se trouve en grande quantité en France et possède la caractéristique attractive d'une très faible perméabilité. Ce matériau est extrait par l'Andra qui étudie la possibilité d'un stockage de déchets radioactifs dans les couches géologiques profondes formées par cette argilite. On se concentre dans ce mémoire sur le couplage hydro-mécanique dans l'argilite. L'étude de ce matériau présente des difficultés de diverses natures. D'un point de vue expérimental, on observe pour un même protocole, une grande dispersion dans les résultats. Par ailleurs, on peut trouver des résultats expérimentaux qui sont en contradiction d'un protocole expérimental à un autre. D'un point de vue théorique, l'argilite est étudiée aujourd'hui dans le cadre de la poro-mécanique de Biot. Or ce cadre théorique ne permet pas d'expliquer un certain nombre d'expériences, comme par exemple l'influence de la minéralité de l'eau sur la pression de gonflement. Par ailleurs, il n'existe pas de consensus pour étendre ce cadre au cas des milieux poreux partiellement saturés. Or l'argilite *in-situ* subira des cycles de séchage-imbibition au cours de la mise en place du stockage et on peut donc difficilement faire abstraction de l'impact du degré de saturation sur le comportement mécanique de l'argilite. Ce cadre théorique semble donc insuffisant pour étudier l'argilite. On propose dans ce mémoire une mise à plat de l'équation d'état de l'argilite. Parce qu'elle repose sur la description de la microstructure du matériau et de la prise en compte des effets physico-chimiques au sein du matériau, l'approche micromécanique nous paraît une option intéressante car elle apporte un éclairage complémentaire par rapport à la démarche expérimentale.

La Section 1.1 introduit tout d'abord l'argilite de Bure, situé en Meuse/Haute-Marne, qui est le matériau étudié dans ce manuscrit. On explique plus précisément le contexte industriel qui a amené à étudier la possibilité d'un stockage en couches géologiques profondes, puis on présente les caractéristiques des minéraux argileux, ceux-ci jouant un rôle clef dans le comportement hydro-mécanique de l'argilite. On termine par un récapitulatif des ordres de grandeur de certaines constantes poro-élastiques et de certaines données concernant le transport. La Section 1.2 expose ensuite plusieurs outils classiquement utilisés pour étudier les géomatériaux, que ce soit d'un point de vue théorique ou expérimental. En s'appuyant sur la littérature ainsi que sur nos propres expériences menées au LML, la Section 1.3 met ensuite en évidence les différentes contradictions qu'on peut trouver sur l'argilite, que ce soit entre les expériences elles-mêmes, ou entre les expériences et le cadre de la mécanique de Biot des milieux poreux saturés. On conclut sur la nécessité de mettre à plat la loi de comportement. Si l'approche phénoménologique apparaît comme une solution naturelle pour cette mise à plat, la Section 1.4 explique en quoi l'approche micro-macro est mieux adaptée au cas de l'argilite, compte tenu des spécificités de ce matériau. En vue de mettre en œuvre cette approche, on présente ensuite la traduction en termes mécaniques de deux phénomènes physiques se manifestant au sein de l'argilite : la tension superficielle entre deux milieux, et la surpression osmotique résultant d'une concentration en ions au niveau des particules argileuses plus importante que celle dans le réseau poreux interparticulaire.

## 1.1 Présentation de l'argilite de Bure (Meuse/Haute-Marne)

### 1.1.1 Contexte industriel (informations tirées de [4])

Cette Sous-section expose le contexte industriel autour de la thématique du stockage des déchets radioactifs. En France, environ 2 kg de déchets radioactifs sont produits par an et par habitant. La classification des déchets repose sur deux paramètres : le niveau de radioactivité et la période radioactive.

- Le niveau de radioactivité correspond à la quantité de rayonnements émis par les éléments radioactifs (radionucléides) contenus dans les déchets. On distingue 4 niveaux d'activités différentes : haute activité (HA), moyenne activité (MA), faible activité (FA) et très faible activité (TFA).
- Egalement appelée demi-vie, la période radioactive quantifie le temps au bout duquel l'activité initiale d'un radionucléide est divisée par deux. A titre d'exemple, on peut citer le Polonium 214, l'Iode 131 et l'Uranium 238 dont les demi-vie respectives sont une fraction de seconde, 8 jours et 4.5 milliards d'années. On distingue les déchets dont les principaux radionucléides ont une période courte (inférieure ou égale à 31 ans) et ceux de période longue (supérieure à 31 ans). On considère généralement pour les premiers que la radioactivité est très fortement atténuée au bout de 10 périodes, soit près de 300 ans. Le sigle "VL", "Vie Longue", renvoie aux déchets de période longue.

Les déchets HA (Haute Activité) représentent 0.2% du volume total des déchets radioactifs français, mais concentrent 91.7% de la radioactivité de ces derniers. Fin 2004, ceux-ci représentaient un volume de  $1851m^3$ . On distingue trois formes de radioactivité :

- le rayonnement  $\alpha$  correspond à l'émission d'un noyau d'hélium : la portée dans l'air est de quelques centimètres et il est arrêté par une simple feuille de papier ;
- le rayonnement  $\beta$  correspond à l'émission d'un électron : il suffit d'une feuille d'aluminium ou d'une vitre en verre ordinaire pour interrompre ce rayonnement ;
- le rayonnement  $\gamma$  correspond à l'émission d'un rayonnement électromagnétique : plusieurs centimètres de plomb ou plusieurs décimètres de béton sont nécessaires pour les arrêter.

Aujourd'hui, les déchets HA sont emprisonnés dans une matrice de verre coulée dans un conteneur en inox et sont entreposés sur les sites des usines de retraitement des combustibles usés à La Hague et dans les centres de recherches du CEA. L'*entreposage* des déchets radioactifs est l'opération qui consiste à les placer temporairement dans une installation aménagée à cet effet pour permettre une mise en attente, un regroupement, un suivi ou une observation. A la différence d'un centre de *stockage*, les lieux d'*entreposage* des déchets radioactifs ne sont pas conçus pour assurer des fonctions de sûreté à très long terme mais pour une durée déterminée (en particulier, ils nécessitent un entretien et des interventions humaines). Au terme de la période d'entreposage, les déchets sont donc obligatoirement retirés de l'installation. En revanche, les installations d'entreposage présentent des garanties de sûreté proportionnées aux types de déchets qu'elles accueillent. Elles sont conçues pour résister aux agressions externes (séismes, conditions climatiques, activités humaines) et disposent d'autres garanties opération-

nelles (protection des colis, suivi et observation des colis, de l'environnement et des installations elles-mêmes). La loi du 30 décembre 1991 a confié à l'Andra la mission d'évaluer la faisabilité d'un *stockage* en formation géologique profonde. L'Andra étudie actuellement des solutions qui répondent au principe du concept multi-barrières, qui consiste à superposer plusieurs barrières qui confinent indépendamment la radioactivité :

- les colis qui contiennent les déchets ;
- les ouvrages de stockage dans lesquels sont placés les colis ;
- la géologie du site qui constitue une barrière naturelle.

Située entre 400 et 600m de profondeur en Meuse/Haute-Marne, la couche du Callovo-Oxfordien est formée d'argilite. Disponible en grande quantité en France et en raison de sa très faible perméabilité, l'argilite apparaît comme un très bon candidat pour constituer une barrière naturelle susceptible de confiner la radioactivité des colis de déchets.

Le projet actuel de centre de stockage pour les déchets MA-HAVL vise une capacité de stockage de  $6000m^3$  de déchets HA et de  $82000m^3$  de déchets MA et prévoit 100 ans d'activité à partir de 2025, dont 40 à 60 ans de refroidissement des déchets avant stockage. En effet, les colis de déchets HA ou MA-VL nécessitent une décroissance thermique : ces colis émettent une chaleur trop importante pour être stockés en profondeur dès qu'ils sont produits. Un délai d'attente de 60 ans minimum, pouvant aller jusqu'à une centaine d'années, est requis avant leur stockage. A leur arrivée sur le futur site de stockage, certains colis de déchets pourront donc être mis en attente de décroissance thermique.

Le projet HAVL prévoit aujourd'hui la mise en exploitation du stockage en 2025. Les différentes échéances menant à cette mise en exploitation sont les suivantes :

- 2016 : décret d'autorisation de création
- 2013 – 2014 : débat public, puis dossier de demande d'autorisation
- 2011 : autorisation de poursuite d'exploitation du laboratoire
- 2007 – 2010 : programmes scientifiques et techniques

Mon sujet de thèse portant sur une meilleure compréhension du comportement hydro-mécanique de l'argilite s'inscrit dans cette phase d'études menée par l'Andra.

Intéressons-nous donc plus précisément à cette formation argileuse profonde du Callovo-Oxfordien du site de Meuse/Haute-Marne. Cette formation est âgée d'environ 155 millions d'années et est située entre 400 et 600m de profondeur. Par sa nature et l'agencement de ses minéraux, ainsi que sa forte compacité et sa faible perméabilité, elle présente des propriétés intrinsèques intéressantes pour l'étude d'un stockage géologique de déchets radioactifs HAVL :

- les circulations d'eau y sont faibles, or c'est le principal facteur susceptible d'altérer les colis, puis de dissoudre et transporter les radionucléides dans le stockage ;
- la chimie du milieu reste stable dans le temps quelles que soient les perturbations dues à la dégradation des matériaux utilisés pour les ouvrages de stockage ;
- le comportement mécanique de l'argilite limite les microfissurations et les fracturations qui peuvent apparaître lors du creusement des installations souterraines, or ces perturbations sont susceptibles d'augmenter la perméabilité de la roche à proximité immédiate des

galeries.

Par ailleurs, ce milieu géologique présente une stabilité géologique à long terme, du fait d'une sismicité faible et de la profondeur de la couche, et une homogénéité de la couche argileuse. Afin d'étudier le comportement des argilites du Callovo-Oxfordien, l'Andra a développé à Bure un laboratoire de recherche souterrain qui permet d'observer le milieu *in situ* et d'apprécier son comportement à échelle réelle. Les premiers essais expérimentaux, menés depuis 1994, ont montré que les propriétés de la formation argileuse ne présentaient pas de caractère rédhibitoire pour l'étude de la faisabilité d'un stockage.

Mais si le comportement mécanique de l'argilite limite l'apparition de microfissurations et de fracturations, l'impact de la construction et de l'exploitation d'un stockage sur la formation-hôte n'est pas pour autant négligeable, et ce en raison des sollicitations thermiques, mécaniques, géochimiques, hydrauliques, etc. engendrées. En particulier, le creusement des ouvrages souterrains perturbe la roche à leur pourtour, créant une zone endommagée (EDZ) susceptible de constituer un chemin préférentiel futur pour l'eau, ce qui réduit grandement la fiabilité de la barrière géologique pour le confinement de la radioactivité. Selon la résistance de la roche et la profondeur des ouvrages, on observe une microfissuration et, éventuellement, des fissures dans un anneau à la paroi de l'ouvrage (zone fracturée). Cette zone fracturée, au voisinage immédiat de l'ouvrage, se caractérise par l'apparition de fractures plus ou moins connectées qui peuvent augmenter la perméabilité de la roche. La zone microfissurée, qui apparaît soit au voisinage de l'ouvrage (si la zone fracturée n'est pas formée), soit derrière la zone fracturée, est caractérisée par une microfissuration diffuse peu connectée, cette faible connectivité limitant l'augmentation de la perméabilité. Au-delà de la zone microfissurée s'étend une zone dite "influencée" d'un point de vue mécanique mais dont les propriétés de la roche, notamment sa perméabilité, ne sont pas modifiées. Cela étant, "différentes observations sur échantillons d'argilite suggèrent que la perméabilité de l'EDZ a tendance à diminuer au cours de l'évolution géomécanique grâce au fluage et au gonflement des argilites qui provoquent la fermeture progressive des fractures. A très long terme, les propriétés de l'EDZ tendent ainsi à rejoindre celles de l'argilite non perturbée car les fractures se referment sous l'effet du retour à l'équilibre des contraintes." L'argilite apparaît donc comme un très bon candidat, avec une très faible perméabilité, capable de cicatrifier des microfissures et des fractures. Cette thèse s'inscrit dans une démarche de meilleure compréhension et modélisation de ce matériau riche d'enjeux.

### 1.1.2 Présentation des minéraux argileux

En ce qui concerne sa microstructure, l'argilite du Callovo-Oxfordien est une roche composée principalement de trois types de minéraux : de l'argile, formée de phyllosilicates (minéraux argileux) gonflants et non gonflants, des tectosilicates (quartz principalement) et des carbonates (calcite principalement). Leurs teneurs volumiques sont respectivement 20 – 50%, 10 – 40% et 22 – 37%. A titre d'exemple, [97] résume quelques propriétés physiques moyennes obtenues sur les roches argileuses de Bure testées en laboratoire, à partir des synthèses réalisées par [23] et [44]. On lit que l'argile représente 47% du volume total, le quartz 28% et la calcite 23%. Les cristaux

de quartz ont généralement une taille inférieure à  $30\mu\text{m}$ , même si certains atteignent  $100\mu\text{m}$ . Les grains de quartz et calcite sont distribués dans une fine matrice d'argile carbonatée qui renferme localement de la matière organique et des sulfures. En se basant sur les observations microscopiques, les argilites peuvent être considérées du point de vue de leur comportement géomécanique comme l'assemblage d'une matrice argileuse et d'inclusions solides.

### Structure des minéraux argileux

Les minéraux argileux sont principalement des phyllosilicates, c-à-d qu'ils sont constitués par un empilement de couches. Les silicates constituent le modèle de base. Ils sont formés par un agencement de tétraèdres de  $\text{SiO}_4^{4-}$ , dans lesquels un atome de  $\text{Si}$  est entouré de 4 atomes d' $\text{O}$ . Dans les phyllosilicates, ces tétraèdres forment des couches composées de 6 tétraèdres. Ces couches de tétraèdres s'associent à des couches octaédriques composées d'un cation central et 6  $\text{OH}^-$ . Cette configuration permet d'accueillir des petits cations, tels  $\text{Al}^{3+}$ ,  $\text{Fe}^{3+}$ ,  $\text{Mg}^{2+}$  ou  $\text{Fe}^{2+}$ . On appelle feuillet l'agencement constitué des couches de tétraèdres (T) et d'octaèdres (O) (Fig. 1.1). Les feuillets peuvent être neutres ou chargés négativement, compensés par des cations

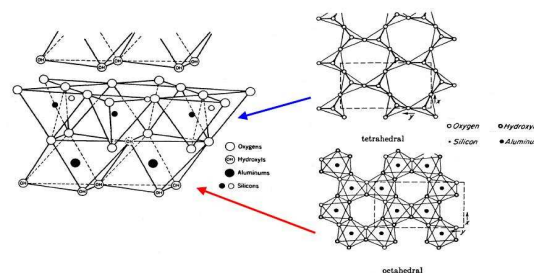


FIG. 1.1 – Représentation d'un feuillet 1 : 1 (ou T/O) composé d'une couche d'octaèdres (O) et d'une couche de tétraèdres (T) (Eslinger et Peaver, 1988 ; Weaver, 1989).

qui se logent dans l'espace entre les feuillets, appelé espace interfoliaire. La charge du feuillet dépend des substitutions de cations dans les couches T ou O.

### Caractérisation des minéraux argileux

Un groupe minéralogique se caractérise par une structure particulière en feuillets avec divers matériaux remplissant l'espace interfoliaire. Nous en présentons ici deux :

- les minéraux T/O ou 1 : 1 Les kaolinites (Fig. 1.2) appartiennent à ces minéraux, qui combinent une couche T et une couche O, avec peu de substitutions cationiques. L'espace basal, c'est-à-dire la taille de la maille de base dans la direction perpendiculaire aux couches, est stable et vaut  $7\text{\AA}$ .
- les minéraux T/O/T ou 2 : 1 La structure est composée de deux couches tétraédriques et une couche octaédrique, avec la seconde couche T renversée par rapport à la première. On y trouve les illites dont l'espace basal est stable et vaut  $10\text{\AA}$ . On y trouve également les smectites qui se caractérisent par le fait que les cations compensateurs dans l'espace inter-

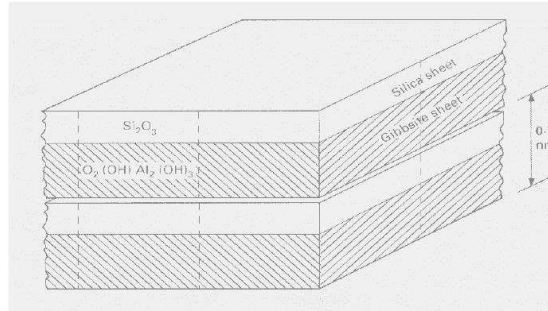


FIG. 1.2 – Représentation d'une kaolinite (White, 1999).

foliaire peuvent être hydratés. Pour les faibles humidités relatives, les smectites comprenant des cations compensateurs divalents  $Mg^{2+}$  ou  $Ca^{2+}$  contiennent deux couches d'eau dans l'espace interfoliaire, l'espace basal étant alors  $14 - 15 \text{ \AA}$ . Dans les mêmes conditions, les smectites avec des cations compensateurs monovalents comme  $Na^+$  ne contiennent qu'une seule couche d'eau, l'espace basal étant alors  $12 \text{ \AA}$ .

Les distances basales de ces phyllosilicates sont indiquées à la Figure 1.3. Les première et troisième colonnes soulignent l'influence des cations compensateurs sur la distance basale.

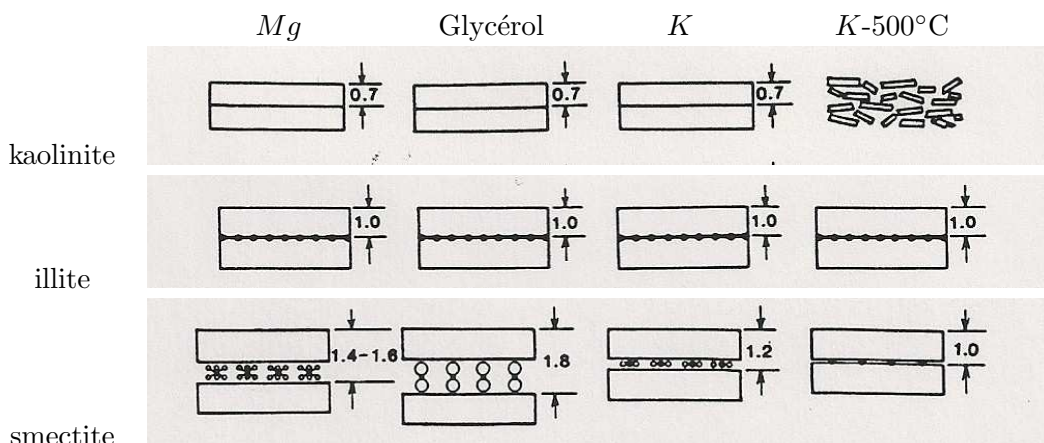


FIG. 1.3 – Représentation schématique des réponses des phyllosilicates à différents traitements (illustrée à partir de [80]).

### Présentation des minéraux argileux dans l'argilite

Intéressons-nous plus précisément à la composition de la matrice argileuse. Pour le forage HTM 102 réalisé par l'Andra en Meuse/Haute-Marne par exemple, [86] mentionnent, en-dessous de  $472m$  de profondeur, 45 à 50% de kaolinite et 25 à 30% d'illite. [97] reprend les résultats de composition minéralogique obtenus par diffractométrie aux rayons X, tirée de Daupley, 1997. Nous évoquerons ici les données obtenues à partir de la carotte REP 2206 qui provient d'une profondeur de  $468m$  dans un puit situé au droit du laboratoire souterrain de recherche à Bure. Une première analyse des diffractogrammes de roche naturelle permet d'observer des pics majeurs

correspondant au quartz et à la calcite. Afin de faciliter la reconnaissance des différents types d'argile, les carbonates ont été éliminés à l'aide d'acide chlorhydrique (décarbonatation). On voit alors apparaître sur le diffractogramme après décarbonatation des pics qui, parce qu'ils reflètent les distances basales, correspondent à la kaolinite et à l'illite. Afin de distinguer davantage les différents minéraux argileux, plusieurs traitements sont réalisés avant diffractogramme :

- traitement au glycérol : le glycérol induit un gonflement des argiles par une augmentation de l'espace interfoliaire. Ce traitement permet de mettre en évidence la présence de la montmorillonite, en plus de l'illite et de la kaolinite (cf. deuxième colonne à la Figure 1.3). La présence de la montmorillonite dans l'argilite se manifeste par le déplacement d'un pic de  $15\text{\AA}$  à  $18\text{\AA}$ .
- chauffage à  $200^{\circ}\text{C}$  : comme la smectite renferme des cations hydratés, un chauffage à  $200^{\circ}\text{C}$  induit une diminution de la distance interfeuillelet par désydratation. Le diffractogramme indique une diminution du pic à  $15\text{\AA}$ , en même temps qu'une augmentation du pic à  $10\text{\AA}$ . Cela conforte la présence de la montmorillonite qui, en se déshydratant, vient renforcer le pic d'illite (à  $10\text{\AA}$ ).
- chauffage à  $490^{\circ}\text{C}$  : ce traitement a pour objet de vérifier la présence de la kaolinite, spécifiquement sensible à cette température (cf. quatrième colonne à la Figure 1.3). On observe en effet pour l'argilite la disparition du pic de la kaolinite à  $7\text{\AA}$ .

On récapitule dans le Tableau 1.1 les distances basales mises en évidence sur l'argilite par diffractométrie aux rayons X (issues de [97]), et les minéraux argileux qui en sont déduits.

	Naturelle	Glycérol	Chauffé à $200^{\circ}\text{C}$	Chauffé à $500^{\circ}\text{C}$
Kaolinite	$0.7\text{nm}$	$0.7\text{nm}$	$0.7\text{nm}$	destruction
Illites	$1\text{nm}$	$1\text{nm}$	$1\text{nm}$	$1\text{nm}$
Smectites	$\geq 1.4\text{nm}$	$\geq 1.7\text{nm}$	$1\text{nm}$	$1\text{nm}$

TAB. 1.1 – Distances basales des différents minéraux argileux de l'argilite, mises en évidence par diffractométrie aux rayons X (données issues de [97]).

En conclusion, on retiendra que trois familles d'argiles cohabitent dans l'argilite de Bure :

- les kaolinites avec un pic majeur à  $0.7\text{nm}$  ;
- les illites avec un pic majeur à  $1\text{nm}$  ;
- les smectites à  $1.5\text{nm}$ .

### Les argiles gonflantes

On appelle particule une superposition de feuillet. Une particule de kaolinite n'est pas un minéral gonflant en raison des liaisons entre ses feuillet. Une illite est un minéral très peu gonflant. A l'inverse, pour les grandes humidités relatives, alors que les cations compensateurs sont déjà hydratés, une smectite a la capacité d'incorporer dans sa structure des molécules d'eau. Cette eau modifie la dimension de la couche en provoquant son gonflement (Fig. 1.4). La smectite fait partie des argiles dites "gonflantes".



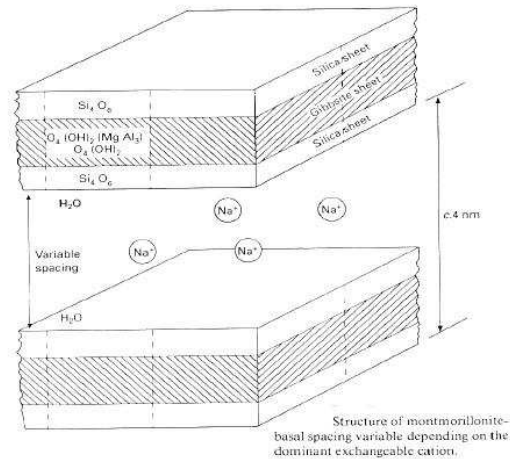


FIG. 1.4 – Représentation d’une smectite (White, 1999).

**Présentation** Concentrons nous à présent sur ces argiles gonflantes, les smectites, et plus précisément sur les montmorillonites, un sous-groupe des smectites. Un feuillet de montmorillonite a une structure de base de  $1\text{nm}$  et une taille caractéristique en longueur de  $100$  à  $1000\text{nm}$ . Une particule de montmorillonite est constituée de cinq à six feuillets empilés, maintenus par les forces électrostatiques attractives entre les ions compensateurs et les feuillets. Elle fait généralement  $8$  à  $10\text{nm}$  d’épaisseur. On peut donc retenir que le rapport d’aspect d’une particule est de  $1/10$ . La taille des particules est à peu près constante : lorsqu’une montmorillonite est gonflée, l’espace interfoliaire est augmenté et il y a moins de feuillets dans une particule.

**Comportement de feuillets de montmorillonite isolés en solution aqueuse** Lorsque les teneurs en eau sont suffisamment importantes, c’est-à-dire lorsque les particules ont suffisamment gonflées, il y a dispersion des particules en feuillets. Considérons à présent cette situation avec des feuillets de montmorillonite isolés en solution aqueuse. On sait que les feuillets de montmorillonite sont chargés négativement du fait des substitutions isomorphes inhérentes à leur structure cristalline. Les cations compensateurs, bien qu’hydratés, sont attirés par la surface négative des feuillets. La concentration en ions positifs est donc importante au voisinage de la surface et décroît progressivement lorsqu’on s’éloigne du feuillet. Au voisinage de la surface, il y a également un déficit en anions, repoussés de la surface par les forces électrostatiques<sup>1</sup>. Cette différence de concentration entre anions et cations crée un potentiel électrique. Cette couche d’ions offre aux feuillets leur stabilité en dégageant un effet répulsif lorsque deux feuillets s’approchent l’un de l’autre. Une analyse théorique des interactions entre feuillets a été développée par Derjaguin, Landau, Verwey et Overbeek. Cette théorie, dite DLVO, décrit les interactions entre feuillets comme une compétition des forces répulsives développées par les couches d’ions liées à chaque feuillet et les forces attractives de Van der Waals. Le potentiel répulsif d’une part est créé par les interactions entre les couches d’ions des deux feuillets s’approchant l’un

<sup>1</sup>Nous reviendrons sur cette approche d’un point de vue quantitatif à la Sous-section 1.4.3

de l'autre. Ce potentiel répulsif décroît exponentiellement lorsqu'on augmente la distance entre feuillets et l'amplitude de la répulsion est réduite lorsque la concentration en électrolyte augmente. Pour des montmorillonites sodiques (saturées en Sodium  $Na^+$ ) par exemple, l'expression de l'interaction totale entre les feuillets doit prendre en compte une force de répulsion à faible distance due aux cations hydratés partiellement liés et une force répulsive à plus grande distance due aux ions hydratés. Le potentiel attractif d'autre part est dû aux forces de Van der Waals. La somme de ces potentiels attractifs et répulsifs peut présenter différents profils en fonction de la concentration en électrolyte et de la température de la suspension. Pour de fortes concentrations en montmorillonite, les feuillets peuvent s'associer en particules. Plus précisément, lorsque les couches d'ions de chaque feuillet coalescent et que les feuillets ne sont plus séparés que par une couche médiane de cations positifs, alors les feuillets s'agrègent et forment les particules.

**Gonflement des particules de montmorillonite** On s'intéresse à présent au gonflement de particules de montmorillonite sèche plongées dans une solution contenant des ions.

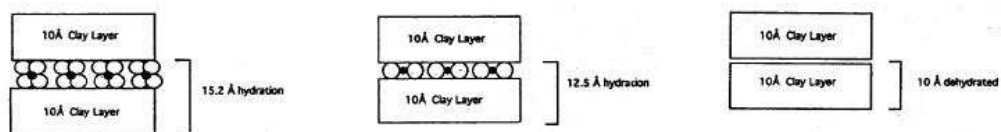


FIG. 1.5 – Capacité d'adsorption d'eau par les smectites (Velde, 1992 ; 1995).

En partant de son état sec, le gonflement d'une particule peut être décomposé en deux phases [90] :

- le gonflement cristallin : Selon l'hydratation, une couche d'eau de 2.5 ou 5.2Å d'épaisseur se développe. Cette hydratation conduit à une augmentation de volume pouvant atteindre 95% (Fig. 1.5). Ce gonflement est directement lié au nombre de couches d'eau adsorbées entre les feuillets. [107] précise qu'une monocouche d'eau correspond à une sphère d'hydratation à 12 molécules d'eau par cation divalent et seulement de 2 à 3 molécules d'eau par cation monovalent, et [62] a estimé la proportion des états d'hydratation des cations  $Na^+$  dans la montmorillonite sodique en fonction de l'humidité relative ambiante (Tab. 1.2).
- le gonflement osmotique : Il se produit lorsque l'énergie d'hydratation est suffisante pour franchir la barrière de potentiel due aux forces électrostatiques attractives entre feuillets. Au-delà de la deuxième couche d'eau adsorbée à la surface d'un feuillet, l'eau perd ses propriétés d'eau liée et devient de l'eau libre.

[93] décrit, à partir de résultats obtenus par DRX (diffractométrie aux rayons X) et par thermoporométrie, la séquence de l'hydratation des montmorillonites saturés en Sodium  $Na^+$  (Fig. 1.6) :

- hydratation des surfaces externes des pores inter-particulaires pour  $h_r \leq 10\%$
- hydratation de l'espace interfoliaire par une couche d'eau pour  $10\% \leq h_r \leq 20\%$
- remplissage des pores inter-particulaires et de l'espace interfoliaire par une deuxième couche d'eau pour  $20\% \leq h_r \leq 60\%$
- gonflement osmotique pour  $60\% \leq h_r$

[93] montre que cette séquence diffère selon le cation compensateur présent dans les feuillets de montmorillonite.

$h_r(\%)$	sec (%)	hydratation mono-couche (%)	hydratation bi-couche (%)
0	100	0	0
43	50	50	0
85	0	20	80

TAB. 1.2 – Proportion des états d'hydratation des cations  $Na^+$  dans la montmorillonite sodique en fonction de l'humidité relative ambiante (estimée par [62]).

### 1.1.3 Données numériques disponibles sur l'argilite

On se concentre à présent sur les données expérimentales propres à l'argilite dont on dispose dans la littérature.

#### Réseau poreux

Commençons par analyser le réseau poreux : après la présentation de différentes mesures de la porosité de l'argilite, nous décrivons la répartition de celle-ci.

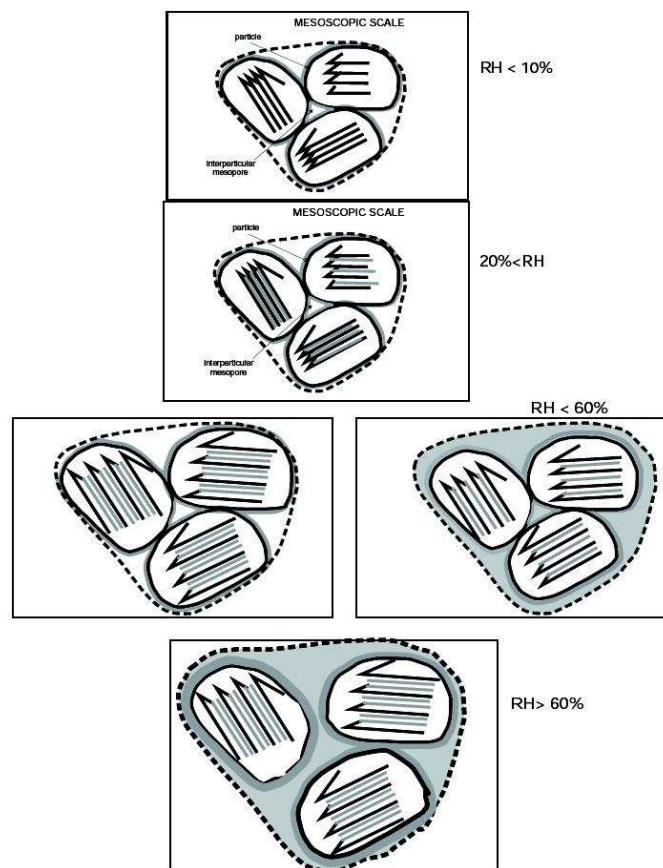


FIG. 1.6 – Séquence d'hydratation des montmorillonites sodiques (extrait de [93]).

**Porosité** La porosité de l'argilite a été étudiée par divers procédés :

- en forage
  - ◊ diagraphie neutron
  - ◊ diagraphie de résonance magnétique nucléaire
- en laboratoire sur échantillons carottés
  - ◊ porosimétrie mercure
  - ◊ mesures de densités (pycnométrie à l'hélium et au pétrole)
  - ◊ autoradiographie
  - ◊ adsorption d'azote ou de vapeur d'eau

Ces méthodes sont complémentaires. La porosimétrie au mercure par exemple ne permet pas de connaître la fraction volumique des vides reliés entre eux par des connexions dont la taille est inférieure à  $3nm$  environ pour un modèle de pores à parois parallèles, ou à  $6nm$  pour un modèle de pores à parois cylindriques, puisque la pression maximale utilisée est de  $414MPa$ . Au contraire, l'adsorption d'azote permet d'accéder à ces pores de petite taille. A cause de cette limitation, les porosités mesurées au porosimètre à mercure sont inférieures à celles mesurées par d'autres méthodes : elles représentent en moyenne 75% de la porosité "pétrole", et 90% de la porosité "hélium". La porosité totale des argilites mesurée par pycnométrie hélium est égale en moyenne à 15%. Les résultats des mesures par pycnométrie pétrole donnent une valeur égale à 18%. La différence est liée au fait que la mesure de porosité à l'hélium ignore la porosité des espaces interfoliaires des minéraux argileux gonflants. En effet, la déshydratation à  $150^{\circ}C$  lors des mesures au pétrole entraîne l'élimination de l'eau interfoliaire, ce qui n'a pas lieu lors d'un étuvage à  $105^{\circ}C$  (mesure "hélium" et "mercure"). Ainsi, le volume poreux considéré est différent selon que l'on resserre (mesure "pétrole") ou non l'espace interfoliaire des minéraux gonflants. La porosité "mercure" peut être complétée par la porosité "azote" dans le domaine non envahi par le mercure : ce procédé fournit alors une porosité moyenne très similaire à la porosité "pétrole". Cette observation s'explique tout à fait par les procédés expérimentaux. En effet, l'adsorption d'azote se fait dans un échantillon préalablement déshydraté à  $120^{\circ}C$  sous vide, ce qui revient, comme pour les mesures "pétrole", à refermer les espaces interfoliaires des minéraux gonflants et donc à ouvrir la porosité interparticulaire. Ainsi, les porosités "pétrole" ou totale ("mercure" + complément à l'azote) donnent une borne supérieure de la porosité moyenne des argilites, en raison de cette fermeture des espaces interfoliaires. Enfin, la porosité calculée à partir du traitement des autoradiographies est comparable à la porosité volumique mesurée au laboratoire par les méthodes présentées ci-dessus. La valeur de référence retenue pour la porosité moyenne est donc de 18%.

**Répartition de la porosité** Selon [4], les observations microscopiques associées aux résultats de porosimétrie au mercure montrent que les argilites comportent deux types de porosité :

- une porosité à l'interface entre la matrice argileuse et les clastes, caractérisée par des pores de taille micrométrique (pour les tectosilicates) et des pores de taille infra micrométrique (pour les carbonates mieux scellés à la matrice argileuse), représentant 10% du volume

poreux dans lequel l'eau est libre et circule à l'interface entre les inclusions et la matrice argileuse ;

- une porosité interne à la matrice argileuse (autour des agrégats et des particules d'argiles), caractérisée par des pores de taille infra micrométrique, représentant 90% du volume poreux, dans lequel une part de l'eau, au contact des surfaces d'argile, est physioabsorbée.

Soulignons que lorsque le diamètre des pores est inférieur à  $10nm$ , l'eau qu'ils contiennent n'est plus libre. De ce fait, une partie des pores est non connectée ou non drainée.

La porosité à l'interface entre la matrice argileuse et les clastes est appelée dans cette étude "mésoporosité". Les "méso-pores" ont un rayon supérieur à  $50nm$ . Les 90% restant du volume poreux, occupés par de l'eau physioabsorbée dans la matrice argileuse, se divisent en :

- 86% de "micro-pores", dont le rayon varie entre 50 et  $2nm$  (Fig. 1.7), avec un pic à  $20nm$  et un "plateau" autour de  $3 - 4nm$  (Fig. 1.8)
- 4% de "nano-pores", de rayon inférieur à  $2nm$  (Figs. 1.7 et 1.8).

Cette description met en évidence l'existence d'une "double-porosité" dans la matrice argileuse, constituée de micro-pores et de nano-pores, qui sont définis à deux échelles d'espace différentes<sup>2</sup>. Le Tableau 1.3 résume les informations concernant les différentes porosités, pour un modèle de pores à parois parallèles. Pour la suite, on appellera  $r_m$  (resp.  $r_M$ ) la taille des vides "frontière"

Porosité	mésoporosité	microporosité	nanoporosité
fraction volumique	10%	86%	4%
porosité, de somme 18%	1.8%	15.48%	0.72%
taille des vides	$r \geq 50nm$	$50nm \geq r \geq 2nm$	$2nm \geq r$
pression capillaire	$p_c \leq 2.9MPa$	$2.9MPa \leq p_c \leq 73MPa$	$73MPa \leq p_c$
humidité relative	$h_r \geq 98\%$	$98\% \geq h_r \geq 59\%$	$59\% \geq h_r$

TAB. 1.3 – Informations sur les différentes porosités de l'argilite, issues de [4], et calcul des pressions capillaires correspondantes (par la loi de Kelvin dans l'hypothèse de pores à parois cylindriques) ainsi que des humidités relatives correspondantes.

entre la nanoporosité (resp. mésoporosité) et la mésoporosité (resp. macroporosité) :  $r_m = 2nm$  et  $r_M = 50nm$ .

**Distribution de la taille des vides** La Figure 1.8 fournit le volume poreux relatif en fonction du logarithme décimal de la taille des vides. Cela signifie que la Figure 1.8 donne la distribution  $\beta$ , telle que  $\beta(x)d(x)$  est la fraction volumique des vides dont le logarithme de la taille est dans l'intervalle  $[x, x + dx]$ . La distribution  $\beta$  vérifie donc l'égalité suivante :

$$\int_0^{+\infty} \beta(x)dx = 1 \quad (1.1)$$

En introduisant la taille des vides  $r$  tel que  $x = \log(r)$ , l'Equation 1.1 donnant la définition de la fonction  $\beta$  permet de relier la fonction  $\beta$  fournie par la Figure 1.8 à la distribution de taille

<sup>2</sup>Soulignons que nous adoptons la terminologie "méso-", "micro-" et "nano-pores", différente de celle utilisée dans [4].

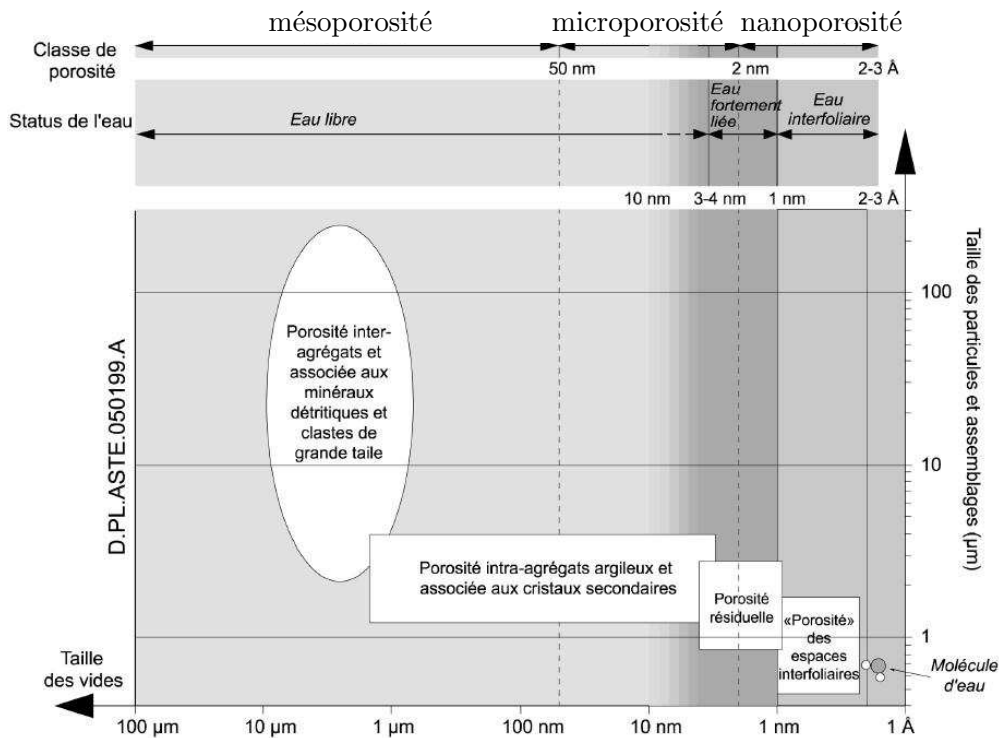


FIG. 1.7 – Taille des pores (illustration tirée de [4]).

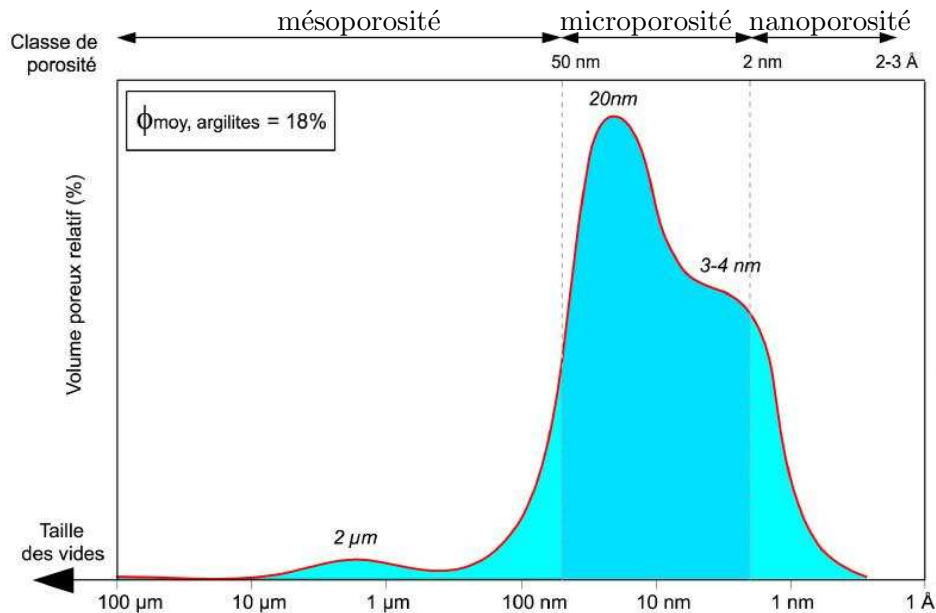


FIG. 1.8 – Distribution de taille de pores (illustration tirée de [4]; soulignons que nous avons adopté la terminologie "mésopores", "micropores" et "nanopores", en cohérence avec notre modélisation.)

des vides  $\alpha$  :

$$\alpha : r \rightarrow \frac{1}{\ln(10)r} \beta(\log(r)) \quad (1.2)$$

qui est telle que  $\alpha(r)d(r)$  est la fraction volumique des vides dont la taille est dans l'intervalle  $[r, r + dr]$ .

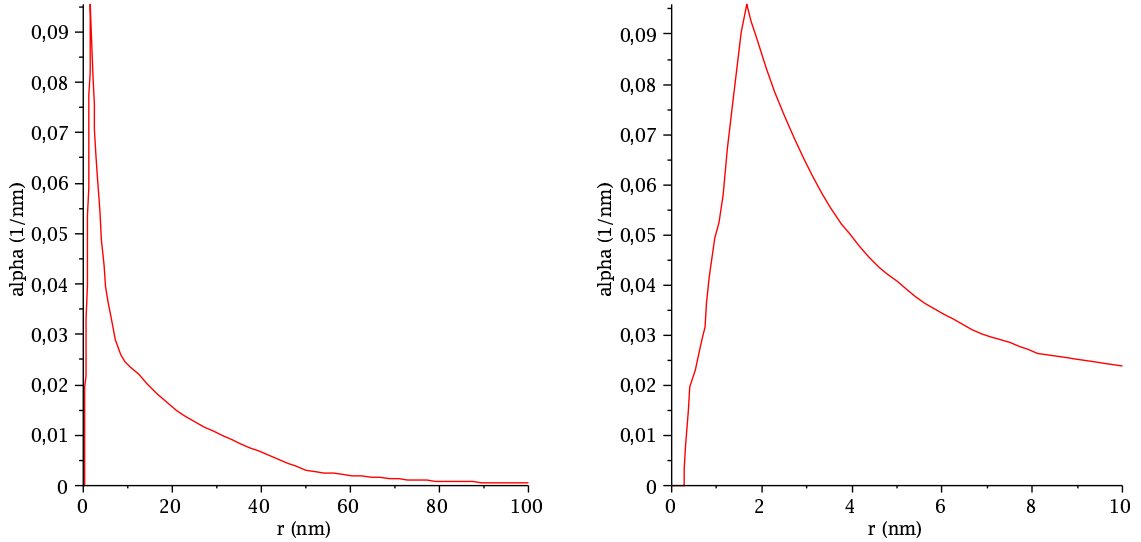


FIG. 1.9 – Distribution  $\alpha$  déduite de la distribution  $\beta$  représentée à la Figure 1.8.

Dans la suite, nous aurons besoin de la distribution de taille de pores de la microporosité  $\alpha^m$  et de la mésoporosité  $\alpha^M$  :  $\alpha^m(r)dr$  (resp.  $\alpha^M(r)dr$ ) est la fraction volumique des micro-pores (resp. méso-pores) dont le rayon est compris entre  $r$  et  $r + dr$ . Ces distributions s'expriment simplement à partir de la distribution de taille de pores  $\alpha$  :

$$\alpha^m = \frac{\alpha}{\int_{r_m}^{r_M} \alpha(r)dr} \quad ; \quad \alpha^M = \frac{\alpha}{\int_{r_M}^{+\infty} \alpha(r)dr} \quad (1.3)$$

où  $\int_{r_m}^{r_M} \alpha(r)dr$  (resp.  $\int_{r_M}^{+\infty} \alpha(r)dr$ ) est la fraction volumique du réseau poreux occupée par les micro-pores (resp. méso-pores).

### Quelques données mécaniques et hydrauliques

Nous présentons ici quelques données mécaniques et hydrauliques disponibles dans la littérature sur l'argilite.

**Elasticité** L'Andra propose une caractérisation mécanique de l'argilite. Nous présentons ici quelques-unes des valeurs de référence extraites de [4] et seront éventuellement amenés à remettre en cause, dans le corps du manuscrit, certains des résultats présentés ici. Le module de déformation des argilites saines est donné égal à  $E_t = 5.40 \pm 1.46 GPa$  pour l'unité A, et égal à  $E_t = 4.00 \pm 1.47 GPa$  pour les unités B et C [4]. Le coefficient de Poisson est pris égal



à 0.3 [4]. L'argilite est traitée comme un matériau poreux classique obéissant à une loi de type Biot. Les mesures réalisées dans ce cadre ont fourni pour l'unité A,  $b = 0.3 \pm 0.03$ , et pour les unités B et C,  $b = 0.6 \pm 0.2$ . Les valeurs expérimentales du module de Biot  $M$  sont comprises entre  $0.47GPa$  et  $10.60GPa$ . La variabilité de ces écarts est expliquée par la forte sensibilité des mesures hydromécaniques à l'état hydrique initial de la roche. Dans le cadre des modélisations THM, [4] recommande comme référence le jeu de valeurs ( $E = 4.1GPa$ ,  $\nu = 0.09$ ) et ( $b = 0.65$ ,  $M = 5.7GPa$ ). Tous ces résultats font référence à un matériau isotrope. Pourtant, l'argilite apparaît comme un matériau anisotrope. L'origine de l'anisotropie, en se limitant à une anisotropie de type isotrope transverse, peut être le litage sédimentaire.

Parallèlement, [61] évoquent des résultats obtenus par mesure des vitesses de propagation des ondes ultrasonores. Les mesures ont été réalisées sous une faible contrainte, afin d'assurer un bon couplage de l'échantillon avec les transducteurs. Les notations sont conformes aux normes Afnor, la direction 1 étant celle perpendiculaire au plan de stratification. [61] récapitulent les valeurs obtenues sur un cube tronqué (EST361,  $-500m$ ). Le matériau semble isotrope avec un module de Young dynamique égal à  $21GPa$  et un coefficient de Poisson dynamique égale à 0.33. Le module de cisaillement dynamique est mesuré à  $8.5GPa$ . Ces valeurs sont obtenues pour un état quasi saturé de la roche : elle a été remplacée dans une enceinte sous humidité relative à 100% après carottage. Par ailleurs, à partir des valeurs du module œdométrique obtenu expérimentalement et en considérant un coefficient de Poisson de 0.3, [61] calculent la valeur du module de compressibilité drainé. Ils constatent que le module de compressibilité drainé passe de  $1.45GPa$  pour une contrainte axiale comprise entre 8 et  $2MPa$ , à quasiment  $6GPa$  pour une contrainte axiale entre 24 et  $18MPa$ .

Enfin, afin de compléter ces jeux de valeur, on indique dans le Tableau 1.4 la synthèse des résultats statiques proposée par [97] à partir de résultats de [44].

Ces trois synthèses soulignent la grande dispersion de mesures sur l'argilite.

Propriété	Unité B ( $-460/ - 480m$ )	Unité C ( $-480/ - 510m$ )
$E(GPa)$	4.2 – 10.7	3.1 – 9.7
$\nu(-)$	0.13 – 0.32	0.16 – 0.34
$K(GPa)$	1.5 – 6	–

TAB. 1.4 – Modules poroélastiques statiques sous contrainte effective entre 2 et  $15MPa$ , issus de [97].

**Perméabilité** Il est communément admis que la perméabilité au gaz d'un matériau sec est égale à la perméabilité à l'eau du même matériau complètement saturé en liquide. La valeur commune est appelée perméabilité intrinsèque et dépend uniquement de la géométrie du réseau poreux du matériau. Pour l'argilite, on constate des mesures de perméabilité intrinsèque différentes selon le fluide utilisé : liquide ou gaz. [4] donne ainsi comme valeur de référence pour la perméabilité intrinsèque mesurée au gaz :  $k = 10^{-19}m^2$ . De son côté, [61] indique une perméabilité moyenne au gaz suivant la direction de la stratification de  $4.5 \times 10^{-20}m^2$ , alors que

perpendiculairement à la stratification, elle est de  $5.8 \times 10^{-20} m^2$ , soit un rapport d'anisotropie de 1.29 (tiré de [70]). [70] a par ailleurs mesuré des perméabilités intrinsèques à l'eau de l'ordre de  $10^{-21} m^2$  sur des échantillons provenant du forage EST205. Ces valeurs sont issues d'une interprétation en méthode directe. [97] indique de son côté une perméabilité intrinsèque mesurée à l'eau de  $3 - 30 \cdot 10^{-21} m^2$  pour l'unité B. On retient donc que les ordres de grandeur des perméabilités intrinsèques sont différents selon que l'on réalise l'expérience au gaz sur échantillon sec ou à l'eau sur échantillon saturé.

**Courbe de pression capillaire** Pour la courbe de rétention, [4] propose deux formulations :

- la formulation de Van Genuchten :

$$p_c(s_\ell) = p_r \left( s_\ell^{-1/m} - 1 \right)^{1/n} \quad (1.4)$$

avec

$$m = 1 - \frac{1}{n} \quad ; \quad n = 1.49 \quad ; \quad p_r = 15 MPa \quad (1.5)$$

- la loi de Vauclin-Vachaud :

$$s_\ell = \frac{a}{a + (100p_c)^b} \quad (1.6)$$

avec

$$a = 2842 \quad ; \quad b = 0.906 \quad ; \quad p_c \text{ en } MPa \quad (1.7)$$

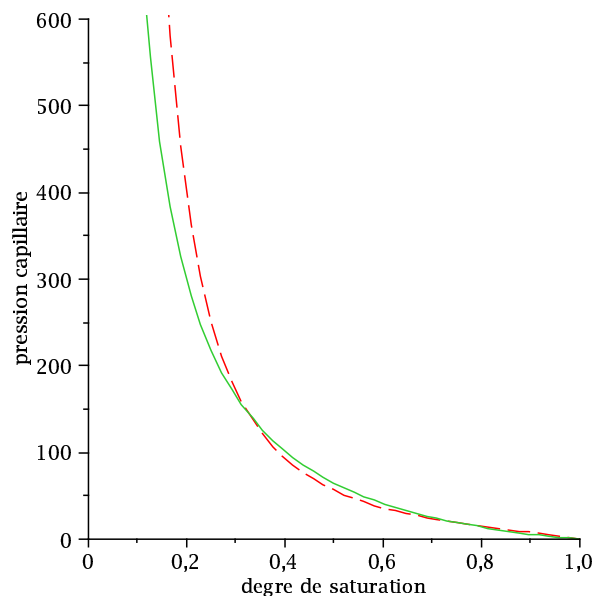


FIG. 1.10 – Comparaison des formulations de Van Genuchten ( $p_r = 15 MPa$ ,  $n = 1.49$ ) [rouge pointillé] et de Vauclin-Vachaud ( $a = 2842$ ,  $b = 0.906$ ) [vert continu].

On constate à la Figure 8.5 une bonne superposition entre les deux courbes dans le domaine des degrés de saturation [30%; 100%].

## Bilan

La Figure 1.11 décrit l'argilite en reposant sur une représentation classique d'un milieu poreux. D'après les analyses que nous venons de présenter, nous savons que les inclusions repré-

phase solide, incluant les nanopores  
(sans interaction avec les micropores,  
comme si occlus)

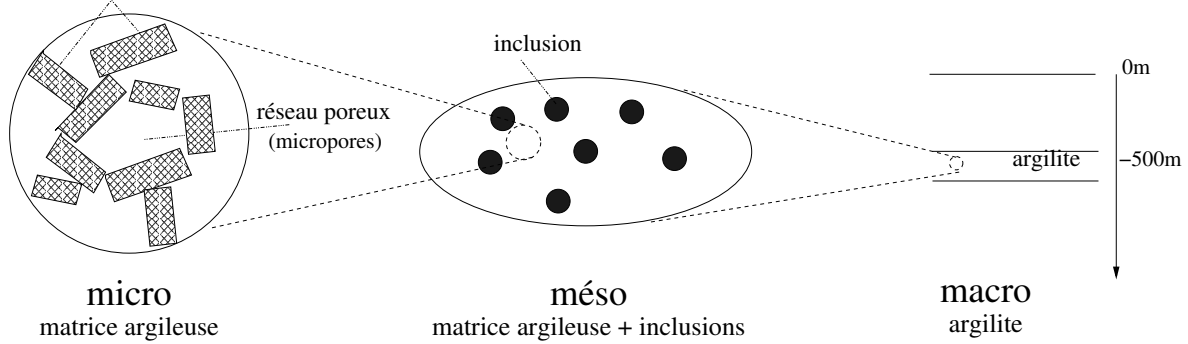


FIG. 1.11 – Description classique de l'argilite, sa matrice argileuse étant vue comme un milieu poreux classique, avec un réseau poreux et une phase solide homogène et inerte par rapport au fluide du réseau poreux : description que nous mettons en défaut dans ce manuscrit.

sentent une fraction volumique de 50% et que la fraction volumique du réseau poreux, dont la distribution statistique est représentée à la Figure 1.8, est d'environ 20%. La phase solide est composée de minéraux argileux (kaolinites, illites et smectites). Selon la description classique d'un milieu poreux, la phase solide de l'argilite est *a priori* homogène et inerte par rapport au fluide dans le réseau poreux. Sa loi de comportement s'écrit :

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbb{C}^s : \boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\sigma}_o^s \quad (1.8)$$

où le tenseur d'élasticité  $\mathbb{C}^s$  et la précontrainte  $\boldsymbol{\sigma}_o^s$  sont constants (caractère *homogène*) et ne dépendent pas du fluide dans le réseau poreux (caractère *inerte*).

Nous retenons également que l'argilite est un matériau élastique de module de Young de l'ordre du  $GPa$  ou de la dizaine de  $GPa$ . C'est également un matériau très imperméable, qui présente une perméabilité à l'eau de l'ordre de  $10^{-20} - 10^{-21} m^2$  lorsque le matériau est saturé et au gaz de l'ordre de  $10^{-19} m^2$  lorsque l'échantillon est sec.

## 1.2 Outils classiques pour l'étude des géomatériaux

Quels outils peut-on utiliser pour étudier l'argilite et la matrice argileuse de l'argilite ? Commençons par faire un point sommaire sur les outils qui pourraient être employés pour l'étude de la matrice argileuse. On liste brièvement quelques outils théoriques, puis on expose l'approche expérimentale qu'est l'essai poromécanique.

### 1.2.1 Lois de comportement classiquement utilisées

#### Pour les géomatériaux saturés

Commençons par présenter brièvement le modèle de Biot communément utilisé pour décrire le comportement des géomatériaux saturés. Un géomatériau est modélisé classiquement comme un milieu poreux saturé, vu comme la superposition d'un réseau poreux et d'une phase solide homogène et inerte par rapport au fluide dans le réseau poreux (cf. Fig. 1.11).

Le comportement des milieux poreux *parfaitement saturés* est affecté par la présence de fluides sous pression dans l'espace poreux et dépend de la pression de pore. Cette situation est généralement traitée en utilisant la notion de contrainte effective (e.g. [105], [13], [24]). Le principe de contrainte effective est un concept très fécond en mécanique des sols et des roches dans des conditions parfaitement saturées. Ses premières formulations remontent à [46] et [105]. La contrainte effective est définie en élasticité comme la contrainte contrôlant la déformation du milieu poreux. Une expression classique est ([105]) :

$$\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} + p^\ell \mathbf{1} \quad \text{avec} \quad \boldsymbol{\sigma}' = \mathbb{C} : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (1.9)$$

où  $\boldsymbol{\sigma}'$  est la contrainte effective,  $\boldsymbol{\sigma}$  le tenseur des contraintes totales, et  $p^\ell$  la pression de liquide dans les pores. Biot propose de généraliser le postulat de Terzaghi pour les matériaux dont la phase solide n'est pas incompressible. La formulation isotrope s'écrit :

$$\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} + bp^\ell \mathbf{1} \quad \text{avec} \quad \boldsymbol{\sigma}' = \mathbb{C} : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (1.10)$$

Rappelons que cette formulation concerne les géomatériaux dont la phase solide est homogène et inerte par rapport au fluide dans le réseau poreux. Le coefficient de Biot  $b$  introduit dans l'Equation 1.10 dépend du contraste entre le module de compressibilité  $K_s$  de la phase solide homogène et celui  $K_b$  de l'échantillon :

$$b = 1 - \frac{K_b}{K_s} \quad (1.11)$$

L'approche présentée est qualifiée de "phénoménologique". Les approches phénoménologiques sont formulées par construction à l'échelle macroscopique, le choix des variables d'état et la forme de la loi constitutive macroscopique devant être postulés à l'échelle macroscopique. Ici, cela a consisté à scinder *a priori* le tenseur des contraintes totales en un tenseur des contraintes dite effectives, responsables des déformations mesurables du milieu poreux, et en un tenseur hydrostatique  $-bp^\ell \mathbf{1}$ .

#### Quelques approches pour l'étude des géomatériaux partiellement saturés

S'il existe un relatif consensus pour modéliser les géomatériaux saturés dont la phase solide est homogène et inerte par rapport au fluide dans le réseau poreux, c'est loin d'être le cas pour ces mêmes géomatériaux partiellement saturés.

**L'approche phénoménologique** Pour traiter les milieux poreux *partiellement saturés*, une première idée est d'utiliser une approche de contrainte effective, comme c'est le cas pour les milieux parfaitement saturés. La notion de contrainte effective pour les sols non saturés est apparue dans [14], qui propose de généraliser le concept de Terzaghi en tenant compte de la différence, due à la tension de surface, entre la pression de l'air et la pression de l'eau dans les pores :

$$\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} + (\chi p^\ell + (1 - \chi)p^g)\mathbf{1} = \boldsymbol{\sigma} + (p^g - \chi(p^g - p^\ell))\mathbf{1} \quad (1.12)$$

où  $p^g$  est la pression de gaz, et  $\chi$  le paramètre de Bishop, qui est généralement une fonction du degré de saturation. Quand le paramètre de Bishop est le degré de saturation en eau  $s_\ell$  (rapport entre l'espace poreux occupé par l'eau et l'espace poreux total disponible), l'Equation 1.12 prend la forme particulière suivante :

$$\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} + \bar{p}\mathbf{1} \quad (1.13)$$

où la pression de pore du régime saturé est remplacée par la moyenne  $\bar{p}$  des pressions de liquide et de gaz, pondérée par les fractions volumiques des phases liquide et gazeuse :

$$\bar{p} = s_\ell p^\ell + (1 - s_\ell)p^g \quad (1.14)$$

La loi de comportement (1.13), ainsi proposée à partir d'une approche phénoménologique, ne permet cependant pas de décrire certains phénomènes qui sont observés dans les sols partiellement saturés.

**La notion de contrainte effective en débat** La pertinence même du concept de contrainte effective introduit en partiellement saturé par approche phénoménologique est aujourd'hui toujours en débat. Les raisons de ces discussions autour de la notion de contrainte effective sont liées aux nombreuses difficultés rencontrées pour traiter des milieux poreux non saturés. En particulier, les couplages entre les phases en interaction (au moins 3 : le solide et les deux fluides liquide et gaz) et l'observation expérimentale que la plupart des milieux poreux non saturés ont un comportement non linéaire sont quelques-unes des difficultés à gérer.

Certains modèles rejettent l'idée de contrainte effective et considèrent que le tenseur des déformations est gouverné par deux variables indépendantes : le tenseur des contraintes  $\boldsymbol{\sigma}$  et la succion  $s$  ([3], [115] et [27]). En effet, en se basant sur les travaux de plusieurs auteurs, [3] ont développé un modèle élastoplastique, qui permet de prendre en compte l'effet de la variable indépendante qu'est la succion sur le comportement mécanique d'un sol. Dans le plan succion  $s$  - pression isotrope  $p = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$ , ils ont défini une zone élastique, qui est limitée, d'une part, par une droite  $s = s_o$  où  $s_o$  est la succion maximale que le sol a subie durant son histoire, et, d'autre part, par une surface mécanique appelée LC (Loading Collapse) (cf. Fig. 1.12). Le concept de succion dans les sols a été défini en géotechnique en 1965, dans un contexte thermodynamique, comme une énergie potentielle comparable à la charge hydraulique dans les sols saturés, lors d'un symposium consacré à l'équilibre et aux variations de l'humidité des sols dans les zones couvertes (Symposium on Moisture Equilibria and Moisture Changes in

Soils Beneath Covered Areas, Statement of the advisory panel). Cette définition est analogue à celle du potentiel électrique d'une charge dans un champ électrique : la succion est égale à "la quantité de travail par unité de volume d'eau pure, nécessaire pour transporter de façon réversible, isotherme, à altitude constante et à la pression de gaz  $p^g$ , une quantité infinitésimale d'eau depuis un état d'eau pure loin du sol, à celui d'eau interstitielle dans le sol non saturé". La succion, également appelée potentiel matriciel et définie par la différence  $p^g - p^l$ , est la somme des potentiels capillaire et d'adsorption. Le terme de "pression capillaire" est parfois utilisé en géotechnique, mais ce terme n'évoque que les actions capillaires (et pas les phénomènes d'adsorption) et n'est donc pas adapté par exemple aux sols fins. Ces précisions étant faites, c'est toutefois ce terme que nous utiliserons pour l'argilite.

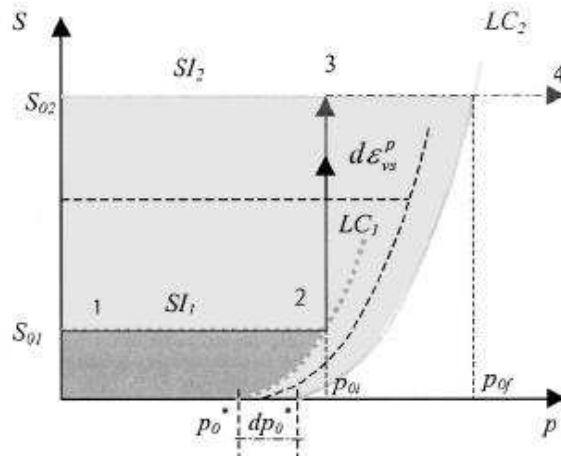


FIG. 1.12 – Représentation d'une "loading-collapse surface".

D'autres modèles, à l'inverse, ont confirmé la pertinence du concept de contrainte effective. Ils introduisent une contrainte capillaire  $\sigma_c$ , fonction de la succion  $s$ , et définissent une contrainte effective généralisée par l'expression suivante ([12], [69] et [81]) :

$$\sigma' = \sigma - \sigma_c \quad (1.15)$$

où  $\sigma_c$  est une fonction dépendant de la pression capillaire, de la densité et de la granulométrie du matériau. Cette contrainte capillaire dépend également de la géométrie des pores et n'est donc pas nécessairement isotrope. Cependant, l'hypothèse d'isotropie est souvent considérée :  $\sigma_c = -\pi_c \mathbf{1}$ . [24], [29] et [26] proposent une extension à l'approche énergétique de la poroélasticité non-linéaire des milieux saturés de Biot aux milieux non-saturés :

$$\pi_c = s_\ell p^l + (1 - s_\ell) p^g - U(s_\ell, T) \quad (1.16)$$

où  $U$  est l'énergie libre des interfaces. La thermodynamique utilisée par [24] permet de bien identifier les variables d'état pertinentes.

La notion de contrainte effective est également mise en évidence, sous certaines conditions, par l'approche micromécanique. Nous exposons brièvement dans la suite en quoi consiste cette

approche, sur laquelle nous voulons nous concentrer. Soulignons ici que cette approche a récemment été utilisée dans le cadre du travail sur l'argilite de [54] et a fourni des résultats pertinents.

**Eléments de micro-poroélasticité linéaire** L'approche micro-macro utilise des outils d'homogénéisation pour incorporer, dans le comportement macroscopique, les informations dont on dispose au sujet de la microstructure et de la physique se jouant à l'échelle microscopique ([19], [20], [21], [40]). La force de cette approche est de prendre en compte en détails les phénomènes physiques existant à l'échelle microscopique et de proposer un comportement macroscopique qui découle de ce travail réalisé à l'échelle microscopique et qui ne dépend pas d'hypothèses faites à l'échelle macroscopique.

La micro-poroélasticité linéaire, en régime saturé ou non saturé, a fait l'objet de plusieurs présentations détaillées dans la littérature. Nous en résumons ici les principaux résultats. Nous nous intéressons aux milieux poreux vus comme la superposition d'un réseau poreux et d'une phase solide homogène et inerte par rapport au fluide dans le réseau poreux.

**Réseau poreux vide et phase solide homogène et inerte par rapport au fluide dans le réseau poreux** Etudions dans un premier temps un réseau poreux avec des pores vides. Le comportement de la phase solide est supposé élastique et linéaire. Considérons un *ver* (volume élémentaire représentatif)  $\Omega$ . Ce *ver* peut être observé à deux échelles différentes. L'échelle *micro* révèle l'hétérogénéité de l'échantillon composé d'une phase solide et des pores, tandis que le *ver* apparaît comme un matériau homogène à l'échelle *macroscopique*. A l'échelle microscopique, le vecteur position est noté  $\underline{z}$ . Il peut désigner un point situé soit dans la phase solide  $\Omega^s$ , soit dans le réseau poreux  $\Omega^p$  ( $\Omega = \Omega^s \cup \Omega^p$ ).

Dans la suite, pour une quantité  $a$ , on utilisera les notations suivantes :

$$\bar{a} = \frac{1}{V} \int_{\Omega} a dV \quad (1.17)$$

$$\bar{a}^{\alpha} = \frac{1}{V^{\alpha}} \int_{\Omega^{\alpha}} a dV$$

où  $\Omega^{\alpha} \subset \Omega$ , et  $V$  (resp.  $V^{\alpha}$ ) est le volume de  $\Omega$  (resp.  $\Omega^{\alpha}$ ).

L'objectif de la procédure de changement d'échelle est de traduire les comportements *micro*-mécanique des phases fluide et solide en un comportement *macro*-mécanique du milieu poreux, c'est-à-dire en une relation entre le tenseur des contraintes macroscopique  $\Sigma$  et le tenseur des déformations macroscopique  $\mathbf{E}$ . A l'échelle micro, les tenseurs de contrainte et de déformation dépendent du vecteur position  $\underline{z}$  et sont reliés par une loi de comportement locale. La "règle" des moyennes relie ces quantités définies à deux échelles d'espace différentes :

$$\mathbf{E} = \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad ; \quad \Sigma = \bar{\boldsymbol{\sigma}} \quad (1.18)$$

Afin d'écrire que le *ver* est soumis à un tenseur de déformation macroscopique  $\mathbf{E}$ , on utilise les

conditions aux limites uniformes de Hashin :

$$(\forall \underline{z} \in \partial\Omega) \quad \underline{\xi}(\underline{z}) = \mathbf{E} \cdot \underline{z} \quad (1.19)$$

où  $\underline{\xi}(\underline{z})$  est le vecteur déplacement microscopique avec :

$$\varepsilon = (\nabla \underline{\xi} + {}^t \nabla \underline{\xi}) / 2 \quad (1.20)$$

Remarquons par ailleurs que si  $\sigma'(\underline{z})$  est un tenseur de contrainte vérifiant  $\text{div } \sigma'(\underline{z}) = 0$  dans  $\Omega$  et si  $\varepsilon$  est cinématiquement admissible avec les conditions aux limites uniformes en déformation de Hashin (1.19), alors le lemme de Hill fournit :

$$\overline{\sigma' : \varepsilon} = \overline{\sigma'} : \overline{\varepsilon} = \overline{\sigma'} : \mathbf{E} \quad (1.21)$$

Comme la phase solide est modélisée avec un comportement linéaire, la loi de comportement microscopique peut être écrite comme suit, partout dans le *ver* :

$$(\forall \underline{z} \in \Omega) \quad \sigma = \mathbb{C}(\underline{z}) : \varepsilon \quad (1.22)$$

où le tenseur d'élasticité local s'écrit :

$$\mathbb{C}(\underline{z}) = \begin{cases} \mathbb{C}^s & \text{si } \underline{z} \in \Omega^s \\ \mathbb{O} & \text{si } \underline{z} \in \Omega^p \end{cases} \quad (1.23)$$

On suppose que la transformation macroscopique du *ver* est infinitésimale et que la réponse du *ver* à l'échelle microscopique vérifie également les conditions de déplacements et de déformations infinitésimales. Compte tenu de la linéarité du problème, le tenseur de déformation microscopique  $\varepsilon(\underline{z})$  dépend linéairement des composantes  $E_{ij}$  du paramètre de chargement  $\mathbf{E}$ . Ce lien est traduit par un tenseur de concentration de déformation d'ordre 4, noté  $\mathbb{A}(\underline{z})$ , encore appelé tenseur de localisation :

$$(\forall \underline{z} \in \Omega) \quad \varepsilon(\underline{z}) = \mathbb{A}(\underline{z}) : \mathbf{E} \quad (1.24)$$

Soulignons ici que l'égalité  $\overline{\varepsilon} = \mathbf{E}$  indique que  $\overline{\mathbb{A}} = \mathbb{I}$ . En combinant la loi de comportement microscopique (1.22) avec la règle de concentration de contraintes (1.24), on trouve :

$$(\forall \underline{z} \in \Omega) \quad \sigma(\underline{z}) = \mathbb{C}(\underline{z}) : \mathbb{A}(\underline{z}) : \mathbf{E} \quad (1.25)$$

On veut ensuite transcrire le champ de contraintes microscopique en un champ macroscopique. Suivant la règle des moyennes sur les contraintes  $\Sigma = \overline{\sigma}$  adoptée comme une définition de la contrainte macroscopique dans le cadre des conditions aux limites uniformes en déformation, (1.25) donne une relation linéaire entre  $\mathbf{E}$  et  $\Sigma$ , i.e. la loi de comportement macroscopique :

$$\Sigma = \mathbb{C}^{hom} : \mathbf{E} \quad (1.26)$$



où  $\mathbb{C}^{hom}$  est reconnu comme étant le tenseur d'élasticité macroscopique :

$$\mathbb{C}^{hom} = \overline{\mathbb{C} : \mathbb{A}} \quad (1.27)$$

**Généralisation : théorème de Levin** Généralisons maintenant le cas de figure simple de la section précédente. Considérons pour ce faire le tenseur des contraintes  $\boldsymbol{\sigma}(\underline{z})$  partout dans le *ver* sous une forme affine :

$$(\forall \underline{z} \in \Omega) \quad \boldsymbol{\sigma}(\underline{z}) = \mathbb{C}(\underline{z}) : \boldsymbol{\varepsilon}(\underline{z}) + \boldsymbol{\sigma}^p(\underline{z}) \quad (1.28)$$

où  $div \boldsymbol{\sigma} = 0$  et où le tenseur des déformations est cinématiquement admissible avec  $\mathbf{E}$  (comme défini dans (1.19)). Nous voulons exprimer la loi de comportement macroscopique, i.e. la relation entre  $\boldsymbol{\Sigma} = \overline{\boldsymbol{\sigma}}$  et  $\mathbf{E} = \overline{\boldsymbol{\varepsilon}}$ . Considérons un tenseur symétrique  $\mathbf{E}'$  et appliquons le lemme de Hill au couple composé de la contrainte  $\boldsymbol{\sigma}$  (1.28) et de la déformation  $\mathbb{A} : \mathbf{E}'$ . On trouve :

$$\overline{\boldsymbol{\sigma} : \mathbb{A} : \mathbf{E}'} = \boldsymbol{\Sigma} : \mathbf{E}' \quad (1.29)$$

car  $\overline{\mathbb{A}} = \mathbb{I}$ . En combinant (1.29) avec (1.28), on trouve

$$\overline{\boldsymbol{\sigma} : \mathbb{A} : \mathbf{E}'} = \overline{\boldsymbol{\varepsilon} : \mathbb{C} : \mathbb{A} : \mathbf{E}'} + \overline{\boldsymbol{\sigma}^p : \mathbb{A} : \mathbf{E}'} \quad (1.30)$$

Le lemme de Hill appliqué alors au premier terme du membre de droite dans (1.30) pour le couple composé de la contrainte  $\mathbb{C} : \mathbb{A} : \mathbf{E}'$  et de la déformation  $\boldsymbol{\varepsilon}$  mène à la simplification :

$$\overline{\boldsymbol{\varepsilon} : \mathbb{C} : \mathbb{A} : \mathbf{E}'} = \mathbf{E} : \mathbb{C}^{hom} : \mathbf{E}' \quad (1.31)$$

La combinaison de (1.29), (1.30) et (1.31), équations valables pour tout tenseur de déformation symétrique  $\mathbf{E}'$ , donne :

$$\boldsymbol{\Sigma} = \mathbb{C}^{hom} : \mathbf{E} + \boldsymbol{\Sigma}^p \quad (1.32)$$

où

$$\begin{cases} \mathbb{C}^{hom} = \overline{\mathbb{C} : \mathbb{A}} \\ \boldsymbol{\Sigma}^p = \overline{\boldsymbol{\sigma}^p : \mathbb{A}} \end{cases} \quad (1.33)$$

(1.32) est la loi de comportement macroscopique correspondant à la loi microscopique décrite dans (1.28). Dans la suite, on évoquera cette "transposition" affine micro→macro sous le nom de théorème de Levin.

Supposons que le *ver* soit divisé en phases  $\alpha$  avec sur chacune d'elles les tenseurs  $\mathbb{C}^\alpha$  et  $\boldsymbol{\sigma}^{p,\alpha}$  constants. (1.33) devient :

$$\begin{cases} \mathbb{C}^{hom} = \sum_{\alpha} f^{\alpha} \mathbb{C}^{\alpha} : \overline{\mathbb{A}^{\alpha}} \\ \boldsymbol{\Sigma}^p = \sum_{\alpha} f^{\alpha} \boldsymbol{\sigma}^{p,\alpha} : \overline{\mathbb{A}^{\alpha}} \end{cases} \quad (1.34)$$

Le tenseur de localisation  $\mathbb{A}$  est la plupart du temps impossible à connaître. (1.34) montre que ce qui importe vraiment est en fait  $\overline{\mathbb{A}}^\alpha$ , c'est-à-dire la moyenne de  $\mathbb{A}$  sur la phase  $\alpha$ . Les théories d'homogénéisation ont montré que la moyenne  $\overline{\mathbb{A}}^\alpha$  peut être estimée dans le cas où les pores sont modélisés par des ellipsoïdes en utilisant la solution d'Eshelby ([45]). Trois schémas sont usuellement envisagés pour trouver une estimation de  $\overline{\mathbb{A}}^\alpha$  :

**le schéma dilué** il néglige les interactions mécaniques entre les pores de chaque famille de pores et au sein même des familles de pores. Ce schéma est donc particulièrement bien adapté pour une porosité infinitésimale.

**le schéma de Mori-Tanaka** il représente bien les matériaux poreux avec une morphologie "matrice dominante/inclusions de pores" ([82]).

**le schéma auto-cohérent** il modélise bien les matériaux poreux parfaitement désordonnés, tels les matériaux granulaires. Le polycrystal, ou modèle auto-cohérent, a été développé indépendamment par [58] et [71]. Le modèle traite chaque phase, solide et poreuse, du composite poreux comme une phase plongée dans le composite moyenné. Dans le cas d'inclusions sphériques incompressibles, ce modèle est caractérisé par un seuil de percolation  $\eta_0 = 1/2$ , en dessous duquel les particules solides perdent leur continuité.

**Application du théorème de Levin : un réseau poreux saturé avec une phase solide homogène et inerte par rapport au fluide dans le réseau poreux** Considérons maintenant que les pores sont remplis avec un fluide de pression uniforme  $p$ . On est donc en train d'étudier un matériau composé d'un réseau poreux saturé et d'une phase solide homogène linéaire élastique et inerte par rapport au fluide du réseau poreux. Le chargement appliqué aux limites du *ver* est défini par la pression  $p$  et le tenseur  $\mathbf{E}$  représentant l'état de déformation du *ver* à l'échelle macroscopique. Ceci est exprimé par les deux conditions aux limites suivantes :

$$\text{sur } \partial\Omega : \quad \underline{\xi} = \mathbf{E} \cdot \underline{z} \tag{1.35}$$

$$\text{sur } \partial\Omega^p : \quad \underline{T} = -p\underline{n}$$

où  $\underline{n}$  est la normale unité sortante du solide. La masse de fluide est considérée comme pouvant entrer ou sortir du *ver* au travers de fins canaux qui sont supposés n'avoir aucun effet sur le comportement mécanique global. La connectivité de l'espace poreux est prise en compte par le fait que la pression  $p$  est vue comme un paramètre de chargement indépendant. On veut écrire la loi de comportement microscopique de façon unifiée (respectant une forme affine comme vu dans (1.28)), de telle sorte qu'elle décrive ce qui se passe à la fois dans le réseau poreux  $\Omega^p$  et dans la phase solide  $\Omega^s$ . Le tenseur d'élasticité  $\mathbb{C}(\underline{z})$  est à nouveau décrit par (1.23) tandis que  $\sigma^p$  s'écrit :

$$\sigma^p(\underline{z}) = \begin{cases} \mathbf{0} & \text{si } \underline{z} \in \Omega^s \\ -p\mathbf{1} & \text{si } \underline{z} \in \Omega^p \end{cases} \tag{1.36}$$

Comme la loi de comportement locale suit la forme de (1.28), la loi de comportement macroscopique est donnée par (1.32) et (1.33) (théorème de Levin) :

$$\boldsymbol{\Sigma} = \mathbb{C}^{hom} : \mathbf{E} - \mathbf{B}p \quad (1.37)$$

avec :

$$\mathbf{B} = \varphi \mathbf{1} : \overline{\mathbb{A}}^p \quad (1.38)$$

où  $\varphi$  est la porosité. Notons que (1.37) est la bien connue équation de Biot de la poroélasticité linéaire (On peut également considérer l'approche de [6]). C'est précisément l'équation qui est classiquement utilisée pour étudier les géomatériaux saturés (cf. Sous-section 1.2.1 et Eq. 1.10). L'approche micro-mécanique souligne les limites de validité de cette loi de comportement : elle est valable pour les géomatériaux saturés constitués d'un réseau poreux saturé et d'une phase solide *homogène* linéaire élastique et *inerte* par rapport au fluide dans le réseau poreux.

Notons ici que les effets de tension de surface existant entre les phases solide et liquide ne sont pas pris en compte, ainsi que les précontraintes existant dans la phase solide. En fait, ceci est justifié par le fait que les effets de tension de surface équilibrent justement ces précontraintes existant dans la phase solide. Nous reviendrons plus en détail sur ce point au cours du manuscrit.

**Application du théorème de Levin : un réseau poreux partiellement saturé avec prise en compte des effets capillaires, et une phase solide homogène et inerte par rapport au fluide dans le réseau poreux** [40] propose une seconde application du théorème de Levin. Il considère une phase solide linéaire élastique et un réseau poreux partiellement saturé, ce dernier se divisant en une phase liquide et une phase gazeuse. Les effets de tension de surface entre les phases liquide, gaz et solide sont pris en compte. En transposant les tensions superficielles sous la forme de contraintes de Cauchy et en appliquant le théorème de Levin à ce système, [40] (pp. 247 – 248) trouvent la loi de comportement suivante :

$$\boldsymbol{\Sigma} + p_g \mathbf{B} - p_c s_\ell \mathbf{B} - \gamma^{\ell g} \overline{(\mathbf{1}_T \delta_{Isg} + \mathbf{1}_T \delta_{I\ell g})} : \mathbb{A} = \mathbb{C}^{hom} : \mathbf{E} \quad (1.39)$$

où  $p_c$  est la pression capillaire  $p^g - p^\ell$ ,  $\mathbf{B}$  le tenseur de Biot,  $\mathbf{1}_T$  le tenseur identité du plan tangent,  $\delta_{Isg}$  et  $\delta_{I\ell g}$  les diracs des interfaces respectivement solide/gaz et liquide/gaz, et enfin  $\gamma^{\ell g}$  la tension de surface liquide/gaz. Cette loi est obtenue dans le cas où l'état initial est complètement saturé en liquide, avec une pression de liquide nulle et une contrainte macroscopique nulle. On constate que cette Equation 1.39 se simplifie en l'Equation 1.37 dans le cas où le réseau poreux est complètement saturé :

$$\boldsymbol{\Sigma} + p^\ell \mathbf{B} = \mathbb{C}^{hom} : \mathbf{E} \quad (1.40)$$

puisque alors  $\delta_{Isg} = \emptyset$  et  $\delta_{I\ell g} = \emptyset$ .

En modélisant le réseau poreux comme un ensemble de pores oblates, [40] (pp. 249) montrent

que cette loi de comportement se ré-écrit :

$$\boldsymbol{\Sigma} + \mathbf{B}(p_g - p_{cs\ell}) - G(s_\ell)\mathbf{B}' = \mathbb{C}^{hom} : \mathbf{E} \quad (1.41)$$

où  $\mathbf{B}'$  est un tenseur d'ordre 2 et  $G$  une fonction dépendant du degré de saturation.

Enfin, en modélisant le réseau poreux comme un ensemble de pores sphériques, comme réalisé par [40] (pp. 245 – 246), on montre que cette loi de comportement prend alors la forme suivante :

$$\boldsymbol{\Sigma} + P^{eq}\mathbf{B} = \mathbb{C}^{hom} : \mathbf{E} \quad (1.42)$$

où  $P^{eq}$  a la dimension d'une pression, et dépend de la pression de liquide et de gaz, ainsi que du degré de saturation du matériau. Ce terme reviendra au cours du manuscrit : il sera alors expliqué et interprété en détails.

En modélisation un milieu poreux partiellement saturé comme constitué d'un réseau poreux partiellement saturé où règnent des effets capillaires, et d'une phase solide homogène et inerte par rapport au fluide dans le réseau poreux, l'approche micro-macro montre, par l'utilisation du théorème de Levin, que la loi de comportement macroscopique est affine : elle montre donc l'existence d'une contrainte effective et en propose une formulation. Plus précisément, le terme général  $\boldsymbol{\Sigma} + p_g\mathbf{B} - p_{cs\ell}\mathbf{B} - \gamma^{\ell g}(\mathbf{1}_T\delta_{I^{sg}} + \mathbf{1}_T\delta_{I^{\ell g}}) : \mathbb{A}$  et la simplification  $\boldsymbol{\Sigma} + P^{eq}\mathbf{B}$ , résultant de l'hypothèse d'un réseau poreux constitué de sphères, jouent ce rôle de contrainte effective, qui contrôle la déformation du système.

### 1.2.2 Caractérisation expérimentale : l'essai poromécanique triaxial

Nous venons de proposer des lois de comportement pour les géomatériaux, vus comme la superposition d'un réseau poreux, saturé ou non, et d'une phase solide homogène et inerte par rapport au fluide dans le réseau poreux. Dans cette section et dans le cas d'un tenseur de Biot isotrope  $\mathbf{B} = b\mathbf{1}$ , nous nous intéressons à la détermination expérimentale du coefficient de Biot  $b$ . Nous commençons par rappeler le principe des essais poromécaniques triaxiaux sur échantillons saturés. Ces essais sont couramment menés au LML ([74]).

#### Une expérience classique sur géomatériaux isotropes saturés

Classiquement, on interprète les essais poromécaniques en utilisant la formulation isotrope de la loi de comportement (1.37), sous-entendant que le matériau testé est bien la superposition d'un réseau poreux saturé et d'une phase solide homogène, isotrope, et inerte par rapport au fluide dans le réseau poreux. Commençons par rappeler l'équation utilisée pour exploiter un essai poromécanique avant de décrire l'essai lui-même.

Pour un matériau isotrope avec un chargement isotrope  $\delta\boldsymbol{\sigma} = -\delta P_c\mathbf{1}$ , l'Equation 1.37 devient :

$$-\delta P_c = (3K_b) \left( \frac{1}{3}tr(\delta\varepsilon) \right) - b\delta p^\ell = K_b\delta\varepsilon_v - b\delta p^\ell \quad (1.43)$$

$K_b$  est appelé le module de compressibilité drainé. La déformation volumique  $\varepsilon_v$  est définie

comme la trace du tenseur de déformation  $\varepsilon$ ,  $\varepsilon_v = tr(\varepsilon)$ .

Un essai poromécanique triaxial se déroule en deux étapes.

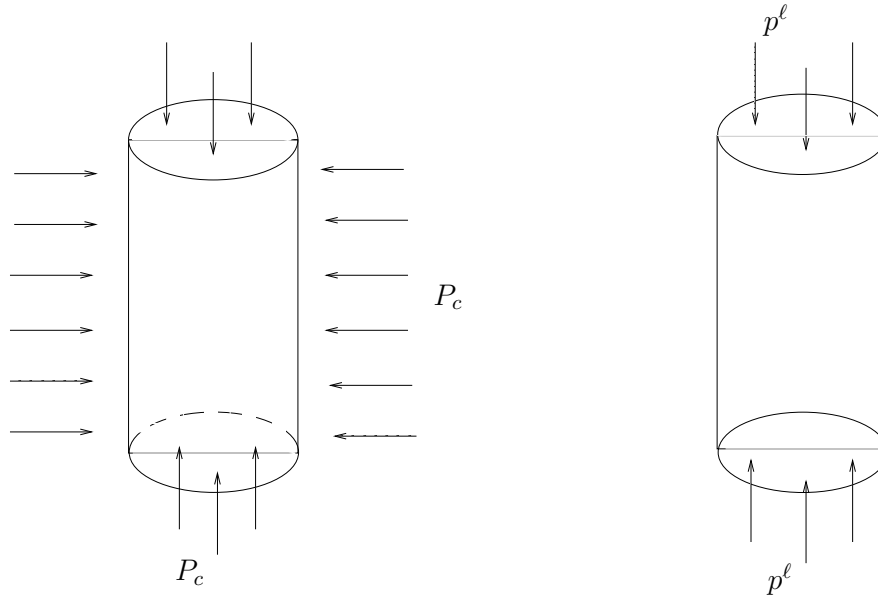


FIG. 1.13 – Les deux étapes d'un essai poromécanique.

**1<sup>ère</sup> étape : mesure du module de compressibilité  $K_b$**  Afin de mesurer le module de compressibilité  $K_b$  d'un matériau, la pression de pore reste constante pendant que la pression de confinement varie. Pour une variation donnée de la pression de confinement  $\delta P_c$  et en l'absence de variation de pression interstitielle de liquide  $\delta p^\ell = 0$  (condition drainée), la mesure de la déformation de l'échantillon grâce à des jauges collées permet de relier la déformation volumique  $\delta\varepsilon_v$  à la variation de la pression de confinement  $\delta P_c$  (cf. Eq. 1.43) et d'obtenir ainsi une expression pour le module de compressibilité  $K_b$  :

$$K_b = -\frac{\delta P_c}{\delta\varepsilon_v^{(1)}} \quad (1.44)$$

Notons que la loi de comportement (1.37) permet d'exprimer le module de compressibilité  $K_b$  en fonction du module de Young  $E$  et du coefficient de Poisson  $\nu$  :

$$K_b = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad (1.45)$$

**2<sup>ème</sup> étape : mesure du coefficient de Biot  $b$**  Lorsque le module de compressibilité  $K_b$  est déterminé, le coefficient de Biot  $b$  peut être mesuré par variation de la pression interstitielle. En l'absence de pression de confinement,  $\delta P_c = 0$ , et pour une variation de pression interstitielle de liquide  $\delta p^\ell$ , l'Equation 1.43 permet de relier la déformation volumique de l'échantillon mesurée par des jauges  $\delta\varepsilon_v$  à la variation de pression interstitielle, et de fournir une expression pour le

coefficient de Biot  $b$  :

$$b = K_b \frac{\delta \varepsilon_v^{(2)}}{\delta p^\ell} \quad (1.46)$$

**2<sup>ème</sup> étape bis : une variante** Supposons qu'on applique simultanément une variation de pression de confinement et une variation de pression interstitielle égale à la variation de pression de confinement. Un tel chargement revient en fait à appliquer un chargement isotrope à la phase solide du matériau. Un tel chargement nous permet de mesurer le module de compressibilité de la phase solide  $K_s$  :

$$K_s = - \frac{\delta P_c}{\delta \varepsilon_v^{(3)}} \quad (1.47)$$

La comparaison entre les Equations 1.44 et 1.46 pour le chargement particulier  $\delta P_c = \delta p^\ell$  permet de retrouver l'expression du coefficient de Biot fournie par l'Equation 1.11.

On rappelle qu'un tel essai poromécanique permet la détermination du coefficient de Biot  $b$  dans le cas où le géomatériau isotrope saturé est la superposition d'un réseau poreux saturé et d'une phase solide homogène et inerte par rapport au fluide dans le réseau poreux.

**Préférences par rapport à une cellule œdométrique** On pourrait réaliser la même démarche avec une cellule non pas triaxiale mais œdométrique. Les deux protocoles reposent sur le même principe théorique. Mais l'essai en cellule œdométrique soulève quelques questions qu'évite l'essai en cellule triaxiale. On peut tout d'abord s'interroger sur l'homogénéité de la réponse de l'échantillon lors d'un essai en cellule œdométrique. En effet, l'échantillon subit des frottements sur ses faces latérales et un freinage sur ses faces supérieure et inférieure. Compte tenu de ces effets de bord, on peut raisonnablement penser que la contrainte n'est pas homogène au sein de l'échantillon. Or, la théorie de type Biot repose sur une contrainte homogène dans tout l'échantillon, et sur des conditions aux limites sans frottement qui sont différentes de celles expérimentales. On peut également s'interroger sur le rôle que peuvent jouer ces frottements latéraux et ce freinage sur le coefficient de Biot. En effet, [11] expliquent que ceux-ci sont d'autant plus importants que la contrainte axiale est importante. [16] évoque une évolution de la microstructure du matériau pour expliquer cette dépendance. Mais on peut aussi expliquer que le coefficient de Biot diminue avec la contrainte axiale à cause de ces phénomènes de frottement et de freinage. Les cellules triaxiales ont l'avantage d'éviter ces interrogations autour des frottements sur l'échantillon qui sont possiblement engendrés par les cellules œdométriques.

### L'essai poromécanique par injection d'argon (LML) : une nouveauté

L'essai poromécanique triaxial sur matériaux poreux isotropes saturés est couramment employé au LML. Afin d'écourter la durée de ces essais, l'équipe du LML a pensé possible de mesurer le module de compressibilité  $K_b$  et le coefficient de Biot  $b$  à partir d'un échantillon partiellement saturé en utilisant l'argon comme fluide percolant. Cette approche concerne les géomatériaux isotropes partiellement saturés, superposition d'un réseau poreux partiellement saturé et d'une phase solide homogène et inerte par rapport au fluide dans le réseau poreux.

Un tel essai est réalisé en deux étapes, au cours desquelles la déformation de l'échantillon est enregistrée. Dans une première étape, on applique une pression de confinement à l'échantillon ; puis dans une deuxième étape, on exerce une variation de la pression interstitielle en pilotant la variation de pression d'argon injecté. Comme expliqué à la Sous-section 1.2.2, la première étape permet de mesurer le module de compressibilité  $K_b(s_\ell)$ , qui va dépendre du degré de saturation de l'échantillon. L'analyse de la deuxième étape nécessite de préciser les conséquences de l'emploi d'un gaz sec.

L'emploi d'un gaz sec a pour effet de ne pas introduire de vapeur d'eau dans l'échantillon. On peut alors montrer par des raisonnements purement physiques, ce qu'on admet à ce stade, que d'une part, le degré de saturation n'est pas modifié, et que d'autre part, la pression de liquide et la pression de gaz subissent une variation identique à la variation de pression d'argon :  $\delta p^\ell = \delta p_g = \delta p_g^{arg}$ . On peut donc piloter la variation de pression interstitielle (égale à la variation de pression de liquide ou de gaz selon la phase) grâce à l'injection d'argon. On comprend donc que d'un point de vue physique solliciter la phase solide en imposant une variation de pression de liquide lorsque le réseau poreux est saturé (2<sup>ème</sup> étape d'un essai poromécanique classique décrit à la Sous-section 1.2.2) revient à imposer une variation de pression d'argon de la même valeur lorsque le réseau poreux est partiellement saturé. Il est donc possible de faire varier la pression interstitielle (liquide ou gazeuse selon la phase) d'un échantillon partiellement saturé par injection d'argon. Ce raisonnement physique n'a fait appel à aucune loi de comportement. Cette approche expérimentale a déjà été testée avec succès sur du béton dans le cadre de la thèse de Xiaoting CHEN [22]. Ce résultat est confirmé par l'utilisation de la loi de comportement (1.42), obtenue par approche micro-mécanique dans le cas d'un milieu poreux partiellement saturé, vu comme la superposition d'un réseau poreux partiellement saturé et d'une phase solide homogène et inerte par rapport au fluide dans le réseau poreux. En effet, en admettant à ce stade qu'une variation d'argon entraîne une variation de la pression  $\delta P^{eq}$  :

$$\delta P^{eq} = \delta p_{arg}^g \quad (1.48)$$

on réalise que l'on retrouve la loi de comportement (1.37) en ayant remplacé la pression de liquide par la pression d'argon.

Comme le degré de saturation de l'échantillon n'est pas modifié, cette deuxième étape de l'essai poromécanique permet de mesurer la quantité  $b(s_\ell)/K_b(s_\ell)$ , avec le module de compressibilité mesuré à la première étape. La combinaison des deux étapes permet la déduction du coefficient de Biot  $b(s_\ell)$ .

Cette extension sera particulièrement utile dans le cas de l'argilite. En effet, les échantillons d'argilite sont livrés partiellement saturés (de par la dé-saturation naturelle qui s'opère entre le moment de l'extraction et la livraison au laboratoire). Afin d'utiliser la méthode dite "classique" exposée à la Sous-section 1.2.2 pour déterminer le module de compressibilité et le coefficient de Biot de l'argilite, la première procédure consiste donc à saturer complètement l'échantillon. En théorie, on peut saturer un échantillon en le disposant dans une enceinte présentant une humidité relative de 100% et en vérifiant régulièrement sa prise de masse afin de savoir si l'échantillon

a atteint son équilibre et est complètement saturé. Dans la pratique, il peut être difficile, voire impossible, de saturer un échantillon. On constate en effet que la masse d'un échantillon d'argilite placé dans une enceinte à 100% d'humidité relative peut ne jamais stabiliser, fluctuant à la moindre variation environnementale. Par ailleurs, on constate également que beaucoup d'échantillons d'argilite se fissurent lorsqu'ils sont mis dans un environnement dont l'humidité relative est proche de 100%. Comme la théorie repose sur l'hypothèse d'un matériau saturé, un essai réalisé sur un matériau partiellement saturé pourrait être mal exploité et fournir des résultats erronés. Par ailleurs, la perméabilité particulièrement faible de ce matériau rend les temps d'essai beaucoup trop longs pour réaliser un nombre suffisant de tests pour une caractérisation complète. La perméabilité à l'eau de l'argilite est en effet de l'ordre de  $10^{-20} - 10^{-21} m^2$ . Enfin, l'argilite subit une succession de cycles de séchage-imbibition sur site, et il est donc nécessaire d'identifier les propriétés poro-mécaniques à différents niveaux de saturation. Or des essais poro-mécaniques menés sur des échantillons saturés par variation de pression de liquide interstitielle ne fournissent pas de données sur l'impact du degré de saturation. En conclusion, le gaz permet une stabilisation rapide des déformations par variation de la pression interstitielle (liquide ou gazeuse selon la phase) et permet une étude de l'influence de l'humidité relative sur le module de compressibilité et le coefficient de Biot. Cet essai poromécanique original semble particulièrement bien adapté aux spécificités de l'argilite.

On retient donc qu'il est possible de mesurer le module de compressibilité  $K_b$  et le coefficient de Biot  $b$  des géomatériaux classiques à partir d'un échantillon partiellement saturé en utilisant l'argon comme fluide percolant.

### 1.3 Problématiques liées à l'argilite

L'argilite est un matériau difficile à étudier. Avec un même protocole expérimental, on peut observer une forte dispersion dans les résultats. On a pu s'en rendre compte au LML notamment lors de nos essais de compression simple. À côté de cette dispersion, la confrontation des résultats fournis par des protocoles expérimentaux différents fait apparaître des contradictions (cf. Sous-section 1.3.1). Plus précisément, les essais poromécaniques à l'argon menés au LML fournissent des résultats tout à fait cohérents entre eux et mesurent tous un coefficient de Biot  $b$  égal à 1. À l'inverse, les résultats trouvés dans la littérature indiquent un coefficient de Biot variant de 0.5 à 1. Pourtant, ces essais sont faits sur le même matériau et sont analysés à partir de la même loi de comportement (1.37). Rien ne permet d'expliquer *a priori* de tels écarts de mesure.

À côté de ces contradictions entre expériences, nous rencontrons des difficultés pour interpréter physiquement nos résultats d'essais. En effet, à partir de la démarche explicitée à la Sous-section 1.2.2, nous concluons à un coefficient de Biot égal à 1 pour l'argilite. Or, l'argilite étant une roche et non un sol, cette mesure est tout à fait étonnante. Par ailleurs, le cadre de la mécanique de Biot des milieux poreux saturés classiquement utilisé (Eq. 1.37) ne permet pas d'expliquer le rôle de la minéralité de l'eau sur la pression de gonflement dans l'expérience de gonflement empêché. Cette expérience est menée sur de la bentonite, qui est une argile gonflante, tout comme l'est elle-même l'argilite de Bure.



Ce chapitre détaille toutes ces incohérences et conclut sur la nécessité d'une mise à plat de la loi de comportement pour l'argilite.

### 1.3.1 Grande dispersion des coefficients de Biot dans la littérature

On observe une grande dispersion des coefficients de Biot pour l'argilite dans la littérature.

#### Protocoles expérimentaux et résultats

On trouve dans la littérature des coefficients de Biot pour l'argilite évoluant entre 0.5 et 1. On mentionne ici trois méthodes de mesure des paramètres du couplage hydromécanique. Les deux premières font référence à un régime saturé, et la troisième à un régime non saturé.

- Méthode de mesures en cellule œdométrique** La détermination du coefficient de Biot s'effectue par la réalisation dans une cellule œdométrique (déformation nulle sur la face latérale de l'échantillon cylindrique) de deux chargements successifs : une variation de la contrainte axiale en maintenant la pression interstitielle constante, puis une variation de la pression interstitielle en maintenant la contrainte axiale constante. Le premier chargement met en évidence une relation linéaire entre la contrainte axiale et la déformation axiale dont la pente est le module œdométrique  $K_b + 4\mu/3$ , tandis que le deuxième chargement fournit une relation linéaire entre la pression de pores et la déformation axiale de pente égale à  $(K_b + 4\mu/3)/b$ . Le coefficient de Biot  $b$  est donc fourni par le rapport de ces deux pentes. [11] mesurent, avec cette méthode, un coefficient de Biot égal à  $0.52 \pm 0.11$ , pour une contrainte axiale effective de l'ordre de  $14 \text{ MPa}$ . Plus généralement, la Figure 1.14 montre des mesures du coefficient de Biot trouvées dans la littérature. On voit que le coefficient de Biot a tendance à diminuer avec la contrainte axiale effective appliquée, et que ce coefficient évolue entre 0.5 et 1 pour une contrainte axiale effective de l'ordre de  $15 \text{ MPa}$ . [16] explique cette diminution du coefficient de Biot avec l'augmentation de la contrainte

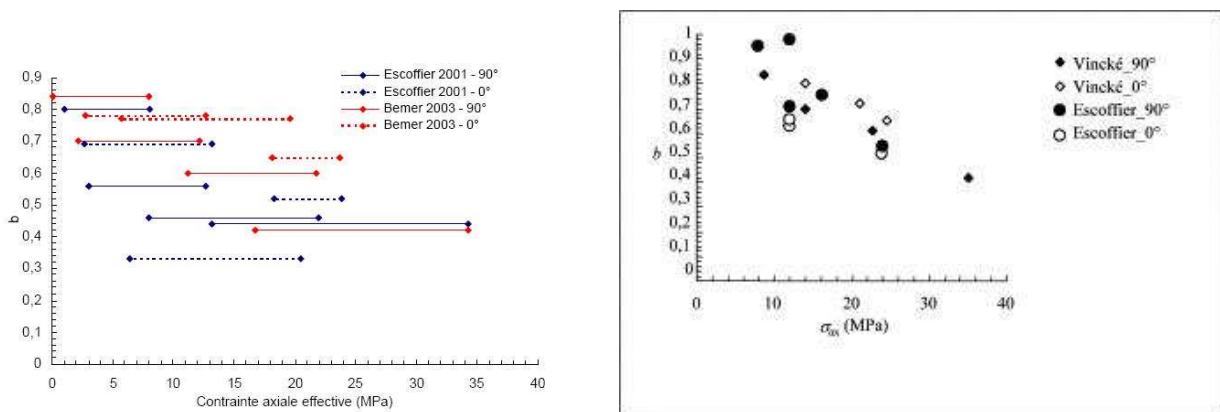


FIG. 1.14 – Mesures de Biot trouvées dans la littérature, par essais œdométriques (Gauche : tiré de [4]. Droite : tiré de [61] par référence aux travaux de [44] et [109]).

axiale par le fait que l'augmentation de la contrainte axiale entraîne l'apparition d'une porosité non connectée, donc non drainée, qui se traduit par une augmentation du module

de compressibilité drainé  $K_b$ . On sait que le coefficient de Biot est égal à  $1 - K_b/K_s$ , où on rappelle que cette égalité est valable pour un matériau isotrope vu comme la superposition d'un réseau poreux et d'une phase solide homogène et inerte par rapport au fluide dans le réseau poreux. On lit à partir de cette égalité qu'une augmentation du module de compressibilité drainé  $K_b$  entraîne effectivement une diminution du coefficient de Biot  $b$ .

- **Méthode de mesures en cellule triaxiale** (cf. Sous-section 1.2.2).

A partir des essais commandés par l'Andra pour son rapport [4], ces deux méthodes ont fourni un coefficient de Biot moyen égal à  $0.6 \pm 0.2$  pour les unités géomécaniques B et C ([4]).

- Par ailleurs, [60] justifient par une **méthode indirecte** le choix d'un coefficient de Biot égal à 0.75. En effet, [60] présentent un modèle exhaustif pour prédire la phase transitoire d'un pulse-test et d'un séchage, et explique que ces phases transitoires donnent des informations à la fois sur les paramètres de transfert et sur les paramètres poromécaniques. Ce modèle est développé quel que soit le degré de saturation de l'argilite. En raison de la faible perméabilité de ce dernier, les essais poromécaniques sont délicats à réaliser et sont très longs. Le coefficient de Biot est donc difficile à mesurer ([60]). Comme les paramètres poro-mécaniques ont une influence non négligeable sur les résultats donnés par la modélisation des phases transitoires (pulse-test et séchage), des estimations correctes de ces paramètres peuvent être déduites par raisonnement inverse lorsque les simulations des phases transitoires sont en bonne concordance avec les mesures. Ainsi, par un calcul inverse, [60] justifient un coefficient de Biot de l'argilite de 0.75.

### Des résultats à manipuler avec précaution

Toutes ces données concernant le coefficient de Biot trouvées dans la littérature sont à manipuler avec précaution.

**Des mesures très dispersées** Nous avons vu que les valeurs des coefficients de Biot mesurées en cellule œdométrique sont très dispersées. Cela est encore plus flagrant pour le module de Biot. Dans le cas non drainé, le module de Biot permet de relier la variation de pression interstitielle à la déformation volumique :

$$\delta p^{\ell} = Mb\delta\varepsilon_v \quad (1.49)$$

Les méthodes de mesure fournissent un module de Biot  $M$  dont les valeurs mesurées sont comprises entre  $470MPa$  et  $10600MPa$  ([11]). Ces mesures sont particulièrement dispersées, avec un rapport de 1 à 20!

On peut proposer plusieurs explications pour cette forte dispersion dans les mesures. Tout d'abord, ces valeurs sont obtenues par mesure de la variation de pression. Or la valve qui mesure la pression n'est pas au contact même de l'échantillon mais est reliée par un tuyau. Une variation de pression au sein de l'échantillon se répand donc dans le tuyau, ce qui a pour effet de diminuer légèrement sa valeur. Surtout, un argument très important concerne l'état hydrique initial des échantillons. Comme l'indique [11], la re-saturation d'échantillons d'argilite est très difficile, et

n'est concrètement pas toujours possible. Ainsi nombre d'essais peuvent être réalisés sur des échantillons supposés saturés, mais dans les faits seulement *partiellement saturés*. Juste après carottage, les échantillons issus de la carotte EST 1473 par exemple ont un degré de saturation égal à 50%, dans le cadre du travail de [11]. Après re-saturation, leur degré de saturation est remonté à 80%, mais n'atteint pas 100% (cf. [11]). De tels échantillons partiellement saturés se re-saturent au cours de l'essai, le gaz dans le réseau poreux se dissolvant dans la phase liquide. Les jauges fournissent alors la déformation de l'échantillon engendrée par le chargement imposé *et* par la re-saturation de l'échantillon, mais la déformation mesurée n'est interprétée *que* par rapport au chargement imposé, indépendamment du phénomène de re-saturation, c'est-à-dire comme si l'échantillon était complètement saturé dès le début du chargement. Supposons par exemple que la re-saturation ait lieu lors du premier chargement. La relation entre la contrainte axiale et la déformation axiale fournit la pente  $K_b + 4\mu/3 - k$ ,  $k$  correspondant au gonflement de l'échantillon sous l'effet de la re-saturation dont l'effet diminue l'écrasement de l'échantillon sous la contrainte axiale. On déduit ensuite le coefficient de Biot  $b$  par le rapport de cette pente  $K_b + 4\mu/3 - k$  sur la pente du second chargement, supposé réalisé sur échantillon totalement saturé, égale à  $(K_b + 4\mu/3)/b$ . On trouve donc un coefficient de Biot  $b$  inférieur à la véritable valeur du fait que la première pente est sous-évaluée :  $K_b + 4\mu/3 - k \leq K_b + 4\mu/3$ . La dispersion dans les mesures souligne combien les mesures hydromécaniques sont sensibles à l'état hydrique initial de la roche. On ne peut donc qu'être prudent sur la fiabilité des valeurs proposées pour le coefficient de Biot (par exemple  $0.6 \pm 0.2$  dans [4]), ces valeurs ayant été obtenues par essais poromécaniques sur des échantillons dont l'état hydrique n'est pas saturé.

**Les limitations d'un calcul inverse sur de nombreux paramètres** Soulignons par ailleurs les limitations d'un raisonnement par calcul inverse. Comme on l'a vu, ce raisonnement séduisant permet une détermination d'un *jeu* de paramètres. Mais, compte tenu du nombre de paramètres dont dépendent les calculs de modélisation, on peut s'interroger sur l'*unicité* du jeu de paramètres "solution". Il est donc permis de douter que cette méthode permette une détermination de chaque paramètre pris séparément. Si le coefficient de Biot pris égal à 0.75 permet, avec d'autres paramètres, de reproduire les phases transitoires de séchage, cela ne signifie pas nécessairement que ce nombre est unique et qu'il donne vraiment la valeur du coefficient de Biot du matériau.

### Bilan et hypothèses relatives à la dispersion entre protocoles

Cet état des lieux dans la littérature concernant le coefficient de Biot donne plusieurs informations :

- la mesure directe du coefficient de Biot est difficile pour l'argilite ;
- la mesure du coefficient de Biot dépend beaucoup de degré de saturation initial qu'on considère égal à 100% pour l'interprétation des essais, mais qui peut être en réalité très inférieur pour l'argilite, malgré un protocole soigneux de re-saturation ;
- les valeurs disponibles s'échelonnent de 0.5 à 1 : égales à  $0.6 \pm 0.2$  par mesures directes,

égales à 0.75 par mesures indirectes, égales à 1 pour certains essais réalisés par [44].

Cet état des lieux a permis de souligner certaines difficultés expérimentales propres à l'argilite. La question de la re-saturation des échantillons est par exemple une question cruciale. Or ce matériau est difficile à extraire, et il est difficile de caractériser précisément son état hydrique initial avant de débiter une expérience. Une autre interrogation concerne la durée de l'expérience. Lors de nos expériences, nous suivions les déformations grâce au logiciel LabView, ce qui permet de visualiser l'évolution des déformations au cours du temps. Sans ce logiciel, nous aurions eu du mal à évaluer la stabilisation de l'échantillon après un chargement donné. Peut-être peut-on se demander si les essais qui fournissent de faibles valeurs pour le coefficient de Biot étaient bien terminés quand ils ont été arrêtés. On peut citer ici deux mécanismes pouvant être à l'origine du comportement différé de l'argilite et présentés dans [4] : la diffusion de la pression interstitielle (couplage hydromécanique) et le couplage chimique-mécanique (interactions chimiques eau/roche pouvant induire des déformations différées par modification du volume poral et/ou minéral). Ce comportement différé rallonge la durée des expériences et un essai peut être interrompu un peu tôt, avant que ces effets différés soient complètement terminés.

Nous venons de présenter des résultats d'essais, issus de mesures directes (essai poromécanique triaxial, essai en cellule œdométrique) et indirectes (calcul inverse à partir du suivi des variations de masse). Compte tenu de la difficulté à interpréter les différents essais et compte tenu de la forte dispersion des différentes mesures, nous souhaitons à présent rajouter notre propre jeu de valeurs expérimentales. Dans la sous-section suivante, nous présentons des essais de gonflement empêché et des essais poromécaniques triaxiaux.

### 1.3.2 Nos essais : inexplicables par une loi de comportement de type Biot

Exposons brièvement plusieurs essais mécaniques réalisés dans le cadre de ma thèse sur lesquels nous reviendrons en détail dans la suite de ce manuscrit.

#### Essais de gonflement empêché sur bentonite

Intéressons-nous tout d'abord à un **essai de gonflement empêché** d'un échantillon de bentonite. La bentonite est composée essentiellement de montmorillonite et présente l'avantage d'exhiber des déformations qui sont mesurables par des techniques usuelles, contrairement à celles de la matrice argileuse de l'argilite qui contient, comparativement, une petite quantité de smectites (Sous-section 1.1.2). Nous avons considéré un palet de bentonite, initialement partiellement saturé, que nous avons positionné dans un tube pour empêcher les déformations latérales, et que nous avons soumis à une pression d'eau de  $4MPa$  sur ses faces supérieure et inférieure. Au contact de cette eau sous pression, le palet se sature peu à peu dans le tube qui a été instrumenté et préalablement étalonné. Par l'intermédiaire de jauges, on enregistre la déformation due à la contrainte exercée par le palet. Cet enregistrement donne en fait la pression de gonflement de la bentonite lors de sa saturation. Celle-ci augmente progressivement jusqu'à atteindre un plateau. Une fois l'équilibre atteint, ce qui nécessite une vingtaine de jours, la pression d'eau  $p^{\ell}$  de  $4MPa$  est relâchée. On constate à la Figure 1.15 que cette chute de pression d'eau entraîne

une chute de la pression de gonflement  $p_{gonf}$  précisément de  $4MPa$ . L'équation classique de Biot pour les géomatériaux saturés (1.37), écrite pour un tenseur de Biot isotrope, avec  $\sigma_{ax} = p_{gonf}$  (contrainte radiale),  $p_{gonf} = p^{\ell}$  et  $\varepsilon_{ax} = 0$  (déplacement radial limitée, qu'on peut considérer nul) indique alors que le coefficient de Biot  $b$  doit nécessairement être égal à 1. Le tube dans lequel se situe l'échantillon et dont on mesure la déformation, étant peu déformable, on peut en effet considérer, au premier ordre dans la loi de comportement de l'échantillon, que les termes dépendant de la déformation radiale  $\varepsilon_{ax}$  sont nuls, comparés à la pression de gonflement mesurée et à la pression de liquide imposée. La Figure 1.15 indique par ailleurs que les pressions de gonflement à l'équilibre et résiduelle diffèrent en fonction de la minéralité de l'eau de saturation utilisée. Plus précisément, les pressions à l'équilibre et résiduelle obtenues par un gonflement à l'eau osmosée, dont la concentration en ions est très faible, sont supérieures à celles correspondant à un gonflement avec de l'eau minéralisée contenant beaucoup plus d'ions que l'eau osmosée.

Notre essai de gonflement empêché sur bentonite indique donc un coefficient de Biot égal à 1, ainsi qu'une sensibilité du matériau par rapport à la minéralité de l'eau dans son réseau poreux.

### Essais poromécaniques sur argilite

Considérons ensuite des **essais poromécaniques** réalisés par injection d'argon sur échantillon d'argilite partiellement saturé, selon la procédure détaillée à la Sous-section 1.2.2. La Figure 1.16 présente les résultats pour une variation de pression interstitielle égale à la variation de pression de confinement. Le coefficient de Biot est donc égal, au signe près, au rapport des déformations. On observe que les jauges longitudinales d'une part, transversales d'autre part, indiquent des déformations identiques au signe près. Cela montre que les composantes diagonales du tenseur de Biot de l'argilite sont égales à 1. Le tenseur de Biot est donc isotrope et le coefficient de Biot égal à 1.

### Conclusions

Ces essais nous amènent à tirer plusieurs conclusions.

**Rôle de la minéralité de l'eau non modélisée** Une première contradiction peut être mise en évidence concernant l'expérience de gonflement empêché. A la fin de cette expérience, l'échantillon de bentonite est saturé, et la théorie de Biot sur les milieux poreux saturés peut être utilisée. La Figure 1.15 indique que les pressions de gonflement à l'équilibre et résiduelle dépendent de la minéralité de l'eau dans le réseau poreux. Entre une eau osmosée et une eau de site, on lit une différence de l'ordre de  $1MPa$ . Or la théorie de Biot ne permet pas d'anticiper cet écart, écart qui est loin d'être négligeable pour la bentonite. La matrice argileuse de l'argilite et la bentonite étant tous les deux des matériaux gonflants en raison de la présence de smectites dans leur composition minérale, la loi de comportement (1.37) est donc inadaptée pour expliquer le rôle de la minéralité de l'eau sur le gonflement de l'argilite.

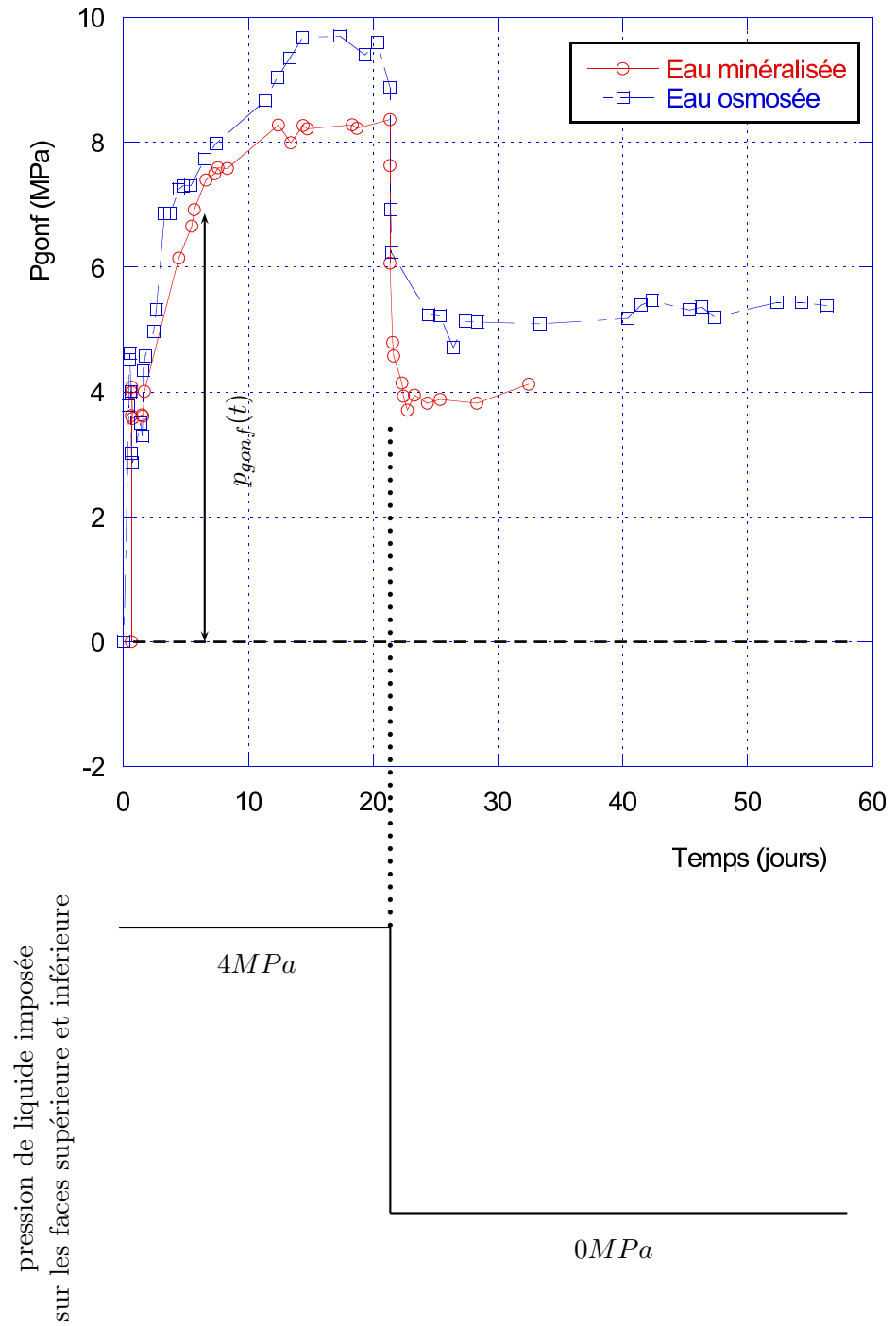


FIG. 1.15 – Gonflement empêché d'un échantillon de bentonite.

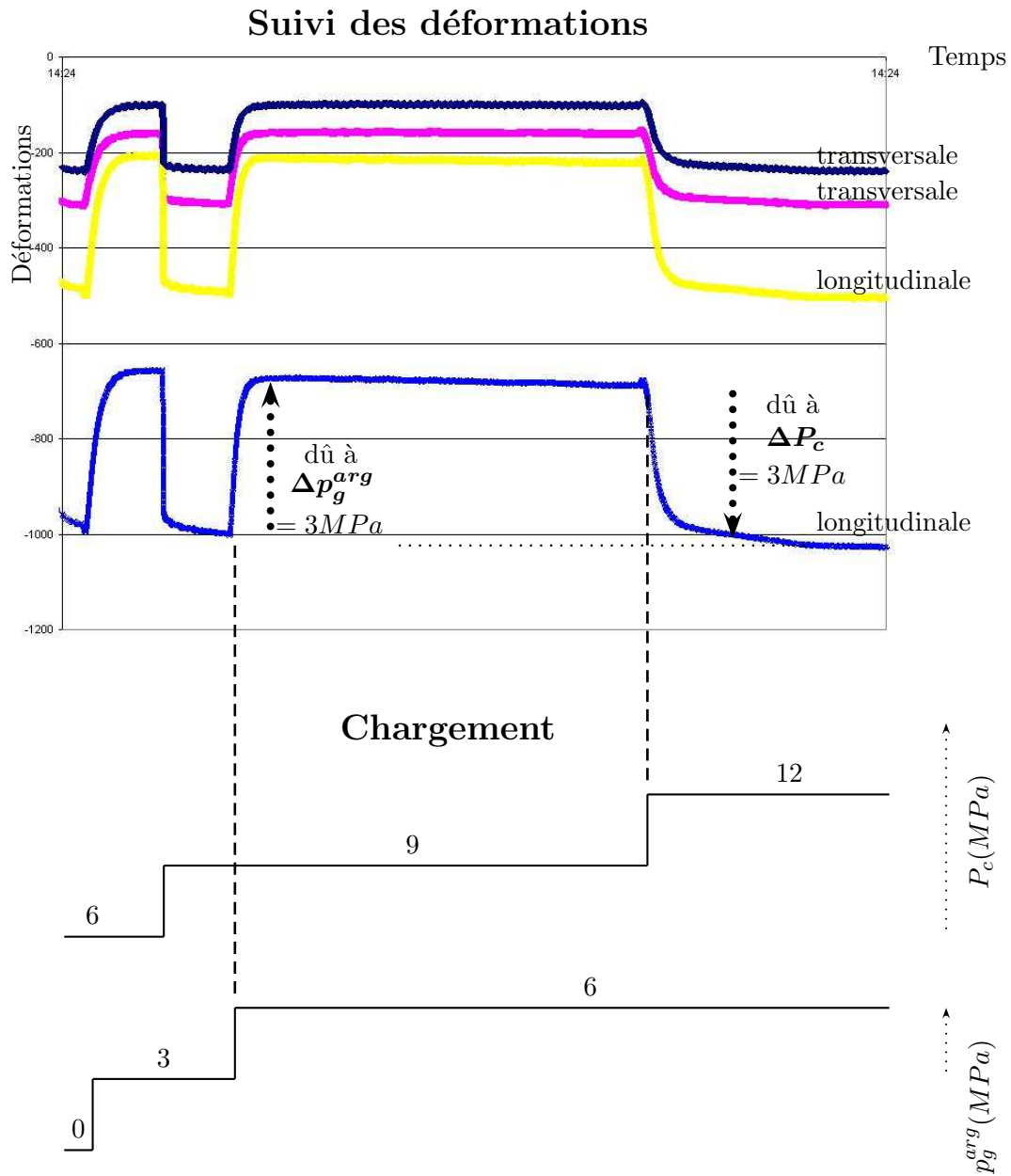


FIG. 1.16 – Essai promécanique sur un échantillon carotté perpendiculairement au plan des strates, en équilibre avec un environnement à 11% d’humidité relative.

**L'argilite : une roche avec un coefficient de Biot égal à 1 ?** Une deuxième contradiction concerne les coefficients de Biot que nous avons mesurés. Nous avons mené deux types d'expériences, l'essai de gonflement empêché sur bentonite et les essais poromécaniques à l'argon sur argilite ; et ces approches, interprétées avec la théorie de Biot des milieux poreux saturés (1.37), indiquent toutes deux un coefficient de Biot égal à 1. S'il est tout à fait concevable de concevoir un coefficient de Biot égal à 1 pour la bentonite, ce n'est pas le cas pour l'argilite. En effet, la bentonite est un sol, et la loi de Terzaghi, développée pour les sols, revient à considérer un coefficient de Biot égal à 1. En revanche, l'argilite est une roche. Il est donc à l'inverse très étonnant de mesurer un coefficient de Biot égal à 1. On vient de mettre en évidence une deuxième contradiction à partir de l'analyse de nos essais.

**Bilan** Devant ces contradictions, une question se pose : dispose-t-on d'une loi de comportement adaptée au cas de l'argilite ? Jusqu'à présent, nous avons considéré que la matrice argileuse pouvait être traitée comme un milieu poreux classique, avec une phase solide homogène et inerte par rapport au fluide dans le réseau poreux. Le fait que la pression de gonflement des argiles gonflantes et donc de l'argilite dépende de la minéralité de l'eau prouve que l'argilite ne rentre pas dans le cadre des milieux poreux classiques : il existe une interaction entre l'argilite et le fluide dans son réseau poreux dont on ne peut de toute évidence pas faire abstraction. Par ailleurs, l'interprétation de nos mesures, réalisée à partir d'une loi de comportement de type Biot classique, aboutit à un coefficient de Biot égal à 1, ce qui n'est pas satisfaisant compte tenu du fait que l'argilite est une roche. La loi de comportement de type Biot semble donc mal adaptée aux spécificités de l'argilite.

Pour comprendre le comportement mécanique de l'argilite, il va falloir considérer une échelle d'espace supplémentaire qui est celle qui révèle l'existence des particules feuilletées composant la phase solide. Nous voyons dans la section suivante que la prise en compte de cette échelle supplémentaire montre que la phase solide est en fait *hétérogène* à cette échelle, et indique pourquoi elle est en forte *interaction* avec le fluide dans le réseau poreux.

## 1.4 L'argilite : microstructure et phénomènes physiques

A cette échelle, plus fine que l'échelle microscopique (cf. Fig. 1.11), la phase solide est vue comme composée de particules feuilletées orientées de façon aléatoire. Ainsi, loin d'être homogène, la phase solide est en fait fortement *hétérogène*. Ces particules argileuses sont des kaolinites, illites et smectites (cf. Sous-section 1.1.2). Elles sont composées de feuillets parallèles emprisonnant un électrolyte ([80]) qui correspond en fait aux nano-pores décrits à la Sous-section 1.1.3. Jusqu'à présent, on a considéré cette nanoporosité comme une porosité occluse, indépendante de la porosité dans les micro-pores, ayant pour seule influence de modifier le tenseur d'élasticité de la phase solide. On peut raisonnablement penser que l'interaction manifeste entre la phase solide et le fluide dans le réseau poreux existe, en réalité, précisément en raison de la *présence* de cet électrolyte au sein même de la phase solide. Il est donc à présent indispensable d'étudier en détails les phénomènes physiques existant au sein même de la phase solide. Dans



la Sous-section 1.4.1, une modélisation plus fine de l'argilite et de sa phase solide sont présentées. On détaille également les interactions physico-chimiques existant au sein de la phase solide (Sous-section 1.4.3), ainsi que les effets capillaires (Sous-section 1.4.2) dans le réseau poreux.

### 1.4.1 L'argilite : un matériau multi-échelles à double porosité

On a vu que la matrice argileuse de l'argilite ne peut pas être considérée comme la superposition d'un réseau poreux et d'une phase solide *homogène* et *inerte* par rapport au fluide du réseau poreux. L'argilite est en fait un matériau multi-échelles à double porosité, qui se déploie en 4 échelles d'espace, schématiquement présentées à la Figure 1.17, et décrites ainsi :

- L'objectif que l'on se donne est de produire une loi de comportement de l'argilite à une échelle où celle-ci est perçue de façon homogénéisée, qui est appelée "échelle macroscopique" dans la suite. C'est celle à laquelle l'ingénieur est appelé à travailler.
- A une échelle plus fine, qu'on appellera "mésoscopique", l'argilite se présente comme un composite à matrice argileuse homogène, comportant des phases inclusionnaires de calcite et de quartz.
- Une échelle encore plus fine, appelée "microscopique" dans la suite, distingue dans la matrice argileuse une phase solide homogène et un espace poreux partiellement saturé. On indiquera par "micro-pores" les pores formant ce réseau poreux. A cette échelle, le modèle morphologique adopté est celui du polycristal, constitué de grains solides et d'un espace poreux intercalaire, organisé de façon désordonnée. Des effets capillaires existent à cette échelle (cf. Sous-section 1.4.2).
- Enfin, l'introduction d'une échelle encore plus fine, dite "nanoscopique", révèle la microstructure du grain solide élémentaire sous la forme d'un matériau feuilleté intercalant des couches d'électrolyte et des plans solides. Cet électrolyte ne peut pas être étudié indépendamment des micro-pores : il existe une interaction entre les deux porosités. Cette échelle révèle une hétérogénéité principale de la phase solide qui permet de prendre en compte les effets osmotiques se manifestant au niveau des particules (cf. Sous-section 1.4.3).

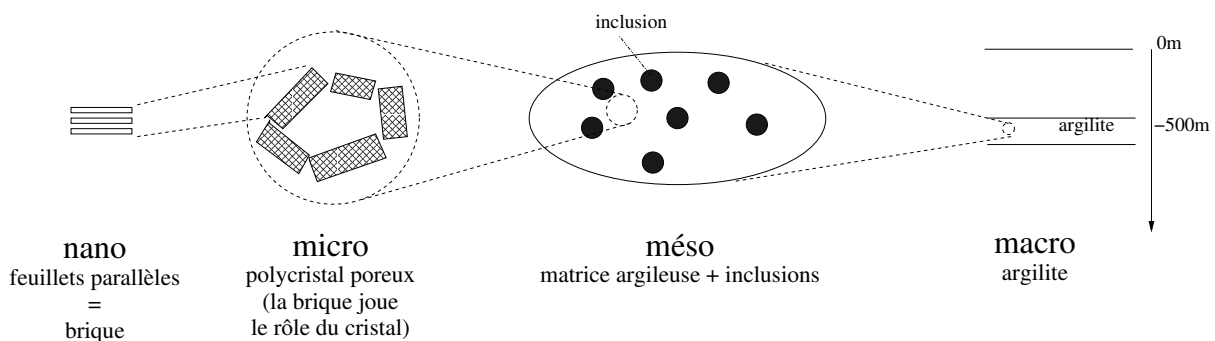


FIG. 1.17 – Description de l'argillite

Avec cette description, l'argilite apparaît comme un matériau à double-porosité, avec une micro-porosité, correspondant au réseau poreux de l'échelle microscopique, et une nano-porosité

correspondant à l'électrolyte au niveau des particules entre les feuillets parallèles, les deux porosités étant en équilibre thermodynamique. Cette description est cohérente avec la distribution de taille de pores exposée à la Sous-section 1.1.3 et à la Figure 1.8. L'introduction de cette double porosité connectée va notamment permettre de capturer les effets osmotiques existant au sein de la phase solide.

L'idée consiste à présent à décrire et modéliser convenablement les différents phénomènes physiques existant au sein du matériau. En s'appuyant sur l'organisation multi-échelles de l'argilite, l'approche micro-macro nous permettra alors ensuite de proposer une loi de comportement pour l'argilite partiellement saturée.

### 1.4.2 Loi de Laplace

Une modélisation classique pour représenter la matrice argileuse de l'argilite partiellement saturée consiste à considérer un matériau à trois phases : solide, liquide et gazeuse. Il existe en fait trois autres "phases" : les interfaces solide/liquide, liquide/gaz et solide/gaz. La modélisation mécanique des tensions de surface existant dans une interface  $\mathcal{I}^{\alpha\beta}$  se fait par l'introduction d'un tenseur de contrainte de membrane  $\gamma^{\alpha\beta}\mathbf{1}_T$ , où  $\gamma^{\alpha\beta}$  est la tension de surface entre les phases  $\alpha$  et  $\beta$ , et  $\mathbf{1}_T$  est le tenseur identité du plan tangent à l'interface au point considéré de l'interface. Ce tenseur est défini par l'égalité :  $\mathbf{1}_T = \mathbf{1} - \underline{n} \otimes \underline{n}$ . Ces interfaces, définies en deux dimensions, n'ont pas la même dimension que les phases solide, liquide et gazeuse. Elles nécessitent donc *a priori* un traitement mécanique particulier, puisque leurs efforts intérieurs ne sont pas représentés par un tenseur de type Cauchy. On va pouvoir contourner cette restriction. En effet, le concept d'interface est une idéalisation en deux dimensions d'une zone de transition entre deux phases. Mais une interface peut également être modélisée comme une fine couche en trois dimensions. Dans ce contexte, on peut écrire ([40]) :

$$\gamma^{\alpha\beta}\mathbf{1}_T = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{-\varepsilon/2}^{-\varepsilon/2} \boldsymbol{\sigma}^m dz \quad (1.50)$$

où on a introduit le tenseur :

$$\boldsymbol{\sigma}^m = \gamma^{\alpha\beta}\mathbf{1}_T\delta_{\mathcal{I}^{\alpha\beta}} \quad (1.51)$$

où la fonction de Dirac  $\delta_{\mathcal{I}^{\alpha\beta}}$  est définie ainsi :

$$\delta_{\mathcal{I}^{\alpha\beta}}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in \mathcal{I}^{\alpha\beta} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.52)$$

L'utilisation de ce Dirac permet de représenter les forces internes dans les interfaces non plus sous forme bi-dimensionnelle, mais tri-dimensionnelle. Avec cette écriture, il est donc possible de traiter, d'un point de vue mécanique, les phases solide, liquide et gazeuse, ainsi que les interfaces solide/liquide, liquide/gaz et solide/gaz d'une manière unifiée, en utilisant des contraintes de type Cauchy. C'est cette formulation qui a été utilisée pour obtenir l'Equation 1.39.

Intéressons-nous à présent à l'équilibre d'un petit élément de surface d'une interface cylin-

drique. Ce petit élément est en équilibre sous l'effet des contraintes exercées par les deux milieux séparés par l'interface et sous l'effet des forces internes à l'interface. Cet équilibre se traduit par l'égalité :

$$[\boldsymbol{\sigma}] \cdot \underline{n} + \frac{\gamma^{\alpha\beta}}{\rho} \underline{n} = \underline{0} \quad (1.53)$$

Cette égalité écrite dans le cas de deux milieux fluides permet de retrouver la loi de Laplace :

$$p^\alpha - p^\beta = \frac{\gamma^{\alpha\beta}}{\rho} \quad (1.54)$$

où  $p^\beta$  est la pression du côté intérieur (convexe),  $p^\alpha$  la pression du côté extérieur (concave) et  $\rho$  le rayon de courbure de l'interface au point considéré.

Dans le cas d'une interface cylindrique séparant un milieu *fluide* d'un milieu *solide*, ce dernier perçoit la présence de fluide différemment selon la concavité de l'interface. Si le vecteur normal  $\underline{n}$  est orienté vers le centre de courbure de l'interface, alors le vecteur contrainte agissant sur le solide s'écrit :

$$\begin{cases} \boldsymbol{\sigma} \cdot \underline{n} = - \left( P - \frac{\gamma^{\alpha\beta}}{\rho} \right) \underline{n} & \text{si le fluide est du côté intérieur de l'interface} \\ \boldsymbol{\sigma} \cdot (-\underline{n}) = \left( P + \frac{\gamma^{\alpha\beta}}{\rho} \right) \underline{n} & \text{si le solide est du côté intérieur de l'interface} \end{cases} \quad (1.55)$$

On réalise à travers cet exemple que la prise en compte des interactions solide/fluide nécessite de connaître la géométrie des interfaces, or c'est une tâche titanesque.

On généralise l'Equation 1.53 pour traduire l'équilibre d'un élément de surface d'une interface de forme quelconque en introduisant le tenseur de courbure de l'interface  $\mathbf{b} = -grad\underline{n}$

$$[\boldsymbol{\sigma}] \cdot \underline{n} + \gamma^{\alpha\beta} (\mathbf{1}_T : \mathbf{b}) \underline{n} = 0 \quad (1.56)$$

Dans le cas d'une interface régulière de forme quelconque séparant deux fluides, la loi de Laplace générale s'écrit :

$$p^\alpha - p^\beta = \gamma^{\alpha\beta} \left( \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right) \quad (1.57)$$

où  $\rho_1$  et  $\rho_2$  sont les deux rayons de courbure principaux de la surface au point considéré. Dans le cas sphérique, les deux rayons de courbure principaux sont égaux  $\rho_1 = \rho_2 = \rho$  et :

$$p^\alpha - p^\beta = \frac{2\gamma^{\alpha\beta}}{\rho} \quad (1.58)$$

### 1.4.3 Suppression au sein des particules

On a constaté au travers de l'expérience de gonflement empêché de bentonite (cf. Fig. 1.15) que la minéralité de l'eau dans le réseau poreux joue un rôle sur la pression de gonflement et que la phase solide n'est pas inerte physiquement par rapport à la minéralité de l'eau dans les micro-pores. Or l'argile contenue dans la bentonite MX80 utilisée pour l'expérience est une

montmorillonite, plus précisément la montmorillonite du Wyoming. Comme nous l'avons déjà vu, les feuillets qui composent les particules d'argiles sont chargées négativement et il y a donc tout lieu de penser que l'interaction entre la phase solide et les ions dans les micro-pores se produit en fait au niveau même des particules feuilletées. Comme la matrice argileuse de l'argilite est composée en partie d'argiles gonflantes, type montmorillonite, il est nécessaire, pour modéliser le comportement mécanique de l'argilite, d'exprimer le couplage hydro-mécanique qui existe entre les particules feuilletées composant la phase solide de la matrice argileuse de l'argilite et la solution dans les micro-pores.

### Origines de la surpression

Nous avons vu que à partir d'un état sec, le gonflement des particules de montmorillonite peut se décomposer en deux phases : un gonflement cristallin, puis un gonflement osmotique. Si l'on plonge virtuellement une particule de montmorillonite à l'état sec dans un air humide, il faut exercer une pression normale à la particule afin d'empêcher le gonflement cristallin. En diminuant cette pression, les feuillets s'écartent jusqu'à laisser entrer des molécules d'eau qui permettent la solvation des cations compensateurs, puis la migration de ces cations hydratés dans l'espace interfoliaire. Le gonflement cristallin est le résultat d'un phénomène global : l'adsorption des molécules d'eau (processus exothermique), et la migration des cations hydratés dans l'espace interfoliaire (processus endothermique). A ce stade, une forte attraction s'exerce sur les molécules d'eau, de la part des cations dans l'espace interfoliaire et de la part de la surface des feuillets. Cette eau est dite "liée". Lorsque l'hydratation homogène à deux couches est terminée et que l'air humide dans lequel se trouve la particule est supérieur à 60% d'humidité relative, une diminution de la pression exercée sur la particule permet à des molécules d'eau de rentrer dans l'espace interfeuillelet par osmose : ces molécules d'eau vont diluer les cations compensateurs. En relâchant complètement la pression exercée, les feuillets s'écartent à l'infini et la concentration en cations diminuent à mesure que l'on s'éloigne des feuillets. Les molécules passent progressivement d'un statut d'eau liée aux feuillets et aux cations compensateurs près des feuillets à un statut d'eau libre loin des feuillets.

On souhaite à présent quantifier la pression qu'on a exercée dans cette expérience virtuelle. Cette pression compense une "surpression" existant dans l'espace interfoliaire et orientée perpendiculairement aux feuillets. Nous venons de voir que pour une humidité relative inférieure à 60%, le gonflement est dû à l'hydratation des surfaces internes aux particules. L'interaction de l'eau avec la surface des particules d'argile diminue le potentiel chimique de l'eau, engendrant un gradient de potentiel chimique qui permet à d'autres molécules d'eau d'entrer dans l'espace interfoliaire. (Low, 1980) a trouvé que la surpression de gonflement  $\pi$  (en atm.) pour des argiles pures suit la relation empirique suivante ([80]) :

$$1 + \pi = B e^{k_i/(t\rho_w)} \text{ avec } k_i = \alpha/(\rho_w A_s) \quad (1.59)$$

où  $B$  et  $\alpha$  sont des constantes caractéristiques de l'argile,  $\rho_w$  la densité de l'eau,  $t$  l'épaisseur

moyenne des couches d'eau, et  $A_s$  la surface spécifique des particules d'argile. Le tracé de gauche à la Figure 1.18 illustre la pertinence de cette interpolation exponentielle. Comme attendu, la

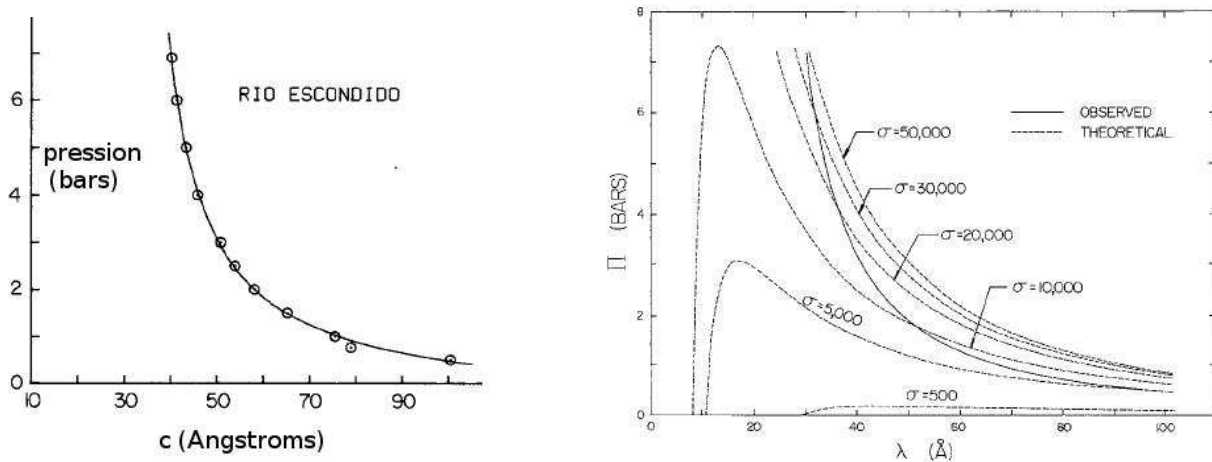


FIG. 1.18 – Montmorillonite de Rio Escondido en équilibre avec une solution  $NaCl$ . Gauche : Interpolation exponentielle à partir de données expérimentales reliant la surpression  $\pi$  et la distance basale  $c$ . Droite : Comparaison des données expérimentales (trait plein) avec des tracés théoriques combinant théorie de la double couche et forces de van der Waals, pour différentes valeurs de densité surfacique de charges  $\sigma$  (pointillé) (extraits de [108]).

surpression est d'autant plus grande que la distance interfeuille est faible. Low (1987, 1992) a également démontré que cette approche permettait d'expliquer précisément le gonflement d'argiles pures, alors que le théorie de la pression osmotique ne le permet pas. Le tracé de droite de la Figure 1.18 illustre sa démonstration. Pourtant, comme le rappelle [80], cette approche ne permet pas d'expliquer l'influence de la concentration de la solution dans lequel sont plongées les particules, dépendance largement admise et mise en évidence par exemple à la Figure 1.15. La formulation de Low ne semble donc pas suffisante pour décrire le gonflement osmotique qui dépend de la concentration en ions dans la solution [80].

Il existe une théorie, qui vise à quantifier la surpression osmotique, et considère pour ce faire d'une part l'électrolyte des nano-pores correspondant à l'espace interfoliaire des particules, et d'autre part un réservoir infini, correspondant aux micro-pores et contenant une solution liquide reliant à l'électrolyte. Cette situation est très compliquée à modéliser dans le cas général. Afin de comprendre cette interaction, on va se ramener au cadre académique très simplifié qu'est la théorie dite de la double couche. Cette théorie est développée pour deux plans parallèles chargés, négativement dans notre étude, et pour un électrolyte, situé entre ces deux plans parallèles, en équilibre électrochimique avec un réservoir. La théorie de la double couche permet de définir ce qu'est la surpression osmotique et de quantifier surpression qui traduit la propension des molécules d'eau de la solution du réservoir à diluer l'électrolyte de l'espace interfoliaire, de concentration en cations supérieure à celle de la solution des micro-pores.

Concrètement, l'idée consiste à considérer les cations dans l'électrolyte et les cations dans le réservoir avec le même état électrostatique, si bien que l'égalité des potentiels chimique permet

alors d'exprimer la surpression comme la différence de la pression engendrée par le "gaz" formé des cations et anions dans le plan à mi-distance des feuillets et de la pression engendrée par le "gaz" formé des cations et anions dans le réservoir infini. Cette approche part donc du principe que les cations dans l'espace interfeuille sont complètement hydratés, et que les cations dans l'électrolyte sont libres comme ceux dans le réservoir, par opposition à liés la surface des feuillets. On comprend que cette modélisation est une très bonne approximation dans le cas où les particules ont tellement gonflées que les cations dans l'électrolyte qui sont liés sont négligeables en quantité devant ceux dans l'électrolyte qui sont libres. On anticipe dès à présent que cette théorie ne va pas nous permettre d'expliquer avec une précision quantitative le gonflement des argiles sur la gamme complète d'hydratation, notamment le gonflement cristallin et le début du gonflement osmotique. Ceci dit, nous allons voir que cette théorie apporte un éclairage qualitatif largement satisfaisant pour notre étude.

### Présentation de la théorie de la double couche

Considérons donc un électrolyte entre deux plans infinis contenant des ions monovalents. L'ensemble "feuillets chargés négativement + ions monovalents dans l'électrolyte" est neutre électriquement. Les forces d'attraction (Coulomb, Van der Waals à longue distance) ont pour effet de rapprocher les deux plans infinis : la distance interfeuille à l'équilibre devient nulle sous les seules forces électrostatiques. Mais ce phénomène entre en compétition avec le "besoin d'espace" qu'ont les ions de l'espace interfoliaire qui sont en concentration plus grande que ceux du réservoir. Ces ions se comportent comme un gaz et sont animés d'un mouvement libre qui engendre de l'entropie. Dans le cas d'ions monovalents, la création d'entropie l'emporte sur les forces électrostatiques et les deux plans subissent globalement une force de répulsion, notée  $\pi^g \underline{n} \otimes \underline{n}$ , où  $\pi^g$  est la surpression osmotique.

Dans la suite, nous cherchons à évaluer cette fonction  $\pi^g$  et nous traitons deux situations. La situation la plus simple concerne un électrolyte ne contenant que des cations monovalents qui équilibrent la charge négative portée par les deux plans. Cette situation peut être résolue intégralement analytiquement. La deuxième situation qu'on étudie ensuite, plus générale, concerne un électrolyte chargé de cations *et* d'anions, tous monovalents. Ce cas de figure peut être résolu analytiquement sous certaines hypothèses. Nous le traitons également numériquement, sans aucune hypothèse particulière.

**Espace poreux entre deux feuillets ne contenant que des cations** Considérons un espace poreux entre deux feuillets ne contenant que des cations. Cette situation est représentée à la Figure 1.19.

Les calculs détaillés à l'Annexe 6.1 aboutissent à l'expression suivante pour la surpression osmotique :

$$\pi^g(h, \sigma) = 2\varepsilon\varepsilon_0 \left( \frac{kT}{ze} \right)^2 K^2(h, \sigma) \quad (1.60)$$

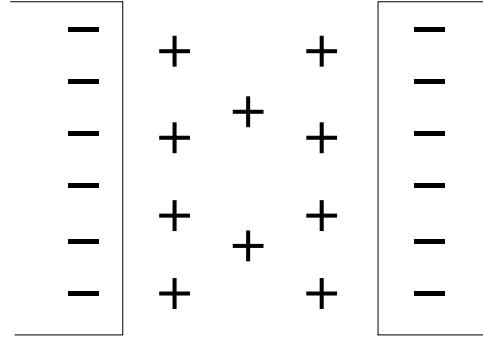


FIG. 1.19 – Représentation d'un électrolyte entre deux feuillets, ne contenant que des cations.

où la constante  $K$  est donnée par l'égalité :

$$\frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} = -\frac{2kTK}{ze} \tan\left(\frac{Kh}{2}\right) \quad (1.61)$$

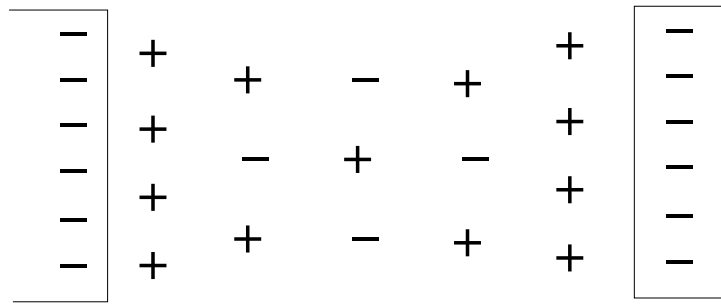


FIG. 1.20 – Représentation d'un électrolyte 1 : 1 entre deux feuillets.

**Espace poreux entre les plaques rempli d'un électrolyte 1 : 1** Il est plus courant pour des surfaces chargées ou des particules d'interagir avec un électrolyte contenant déjà des ions. Cette situation est schématisée à la Figure 1.20. L'existence d'un réservoir à ions a un effet non seulement sur le potentiel électrostatique, mais aussi sur la force répulsive entre les surfaces chargées. On se restreint ici aux ions monovalents.

La surpression osmotique est donnée par (cf. Annexe 6.1) :

$$\pi^g(h, \sigma) = 2kTn_M \left( \cosh \frac{ze\psi_C}{kT} - 1 \right) \quad (1.62)$$

où l'inconnue  $\psi_C$  est donnée par l'égalité :

$$\sqrt{\frac{4kTn_M}{\varepsilon\varepsilon_0}} \sqrt{\cosh \frac{ze\psi(x = \frac{h}{2})}{kT} - \cosh \frac{ze\psi_C}{kT}} = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} \quad (1.63)$$

**Application numérique au cas des smectites** On étudie le cas particulier des smectites, d'espace interfoliaire  $1.4nm$ .

**Méthode de résolution** Compte tenu des développements présentés à l'Annexe 6.1, on résume le problème à résoudre sous la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2\psi}{dx^2} = \frac{2zen_M}{\varepsilon\varepsilon_o} \sinh \frac{ze\psi}{kT} \\ \text{avec } \left\{ \begin{array}{l} \frac{d\psi}{dx}(x=0) = 0 \\ \psi(x=0) = \psi_C \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (1.64)$$

sachant que la condition d'électroneutralité (6.7) impose :  $\varepsilon\varepsilon_o \left( \frac{d\psi}{dx} \right)_{x=\frac{h}{2}} = \sigma$ .

Pour résoudre ce problème, on procède par une méthode itérative avec essais successifs sur le choix de la valeur de l'inconnue  $\psi_C$ . Plus précisément, on se donne une valeur pour l'inconnue  $\psi_C$ , on résout alors le problème et on vérifie la condition d'électroneutralité. On choisit alors une autre valeur de  $\psi_C$  pour recommencer la procédure. Et on affine ainsi, par tâtonnements successifs, le choix de  $\psi_C$  jusqu'à ce que la condition d'électroneutralité soit vérifiée. Lorsque  $\psi_C$  est déterminée, la surpression osmotique est donnée par l'égalité (1.62).

**Données numériques** On s'intéresse à la surpression osmotique au niveau des smectites : on étudie donc une distance interfeuille  $h$  égal à  $1.4nm$  (cf. Sous-section 1.1.2). On considère une valence de 1 ( $z = 1$ ), et la permittivité relative de l'eau  $\varepsilon$  est égale à 80. On considère une smectite de surface spécifique  $800m^2/g$  et une capacité d'échange cationique de  $83mEq/100g = 83cmol/kg$ . La densité surfacique de charge est donc :

$$\sigma = \frac{83 \cdot 10^{-3} cmol/g}{800m^2/g} \times F = 0.100C/m^2 \quad (1.65)$$

où  $F = N_A \times e = 96.5 \cdot 10^3 C/mol$  est la constante de Faraday et  $N_A \simeq 6.022 \cdot 10^{23} mol^{-1}$  le nombre d'Avogadro.

Le Tableau 1.5 détaille la composition chimique de l'eau de site de l'argilite (cf. [31]). On

Élément chimique	Cl	S	Na	K	Ca	Mg	Fe	Si	Sr
Quantité (mol/L)	0.03	0.034	0.032	0.0071	0.015	0.014	0.00033	$9.4 \cdot 10^{-5}$	0.0011

TAB. 1.5 – Composition chimique de l'eau de site de l'argilite.

considère uniquement la pression osmotique due aux cations dans les micro-pores. En comptabilisant les cations de valence +1, c'est-à-dire essentiellement les ions Sodium et Potassium, à partir du Tableau 1.5, on trouve :

$$C \approx 39mmol/L \approx 39mol/m^3 \quad (1.66)$$

soit une concentration en ions  $n_M = C_M \times N_A$  :

$$n_M \approx 2.4 \cdot 10^{25} ions/m^3 \quad (1.67)$$



**Résolution numérique** On propose ici une étude réalisée pour une distance  $h$  et une concentration  $n_M$  dans l'électrolyte des micro-pores parcourant les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned} h &\in [1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8]nm \\ n_M &\in [5, 20, 39, 60, 80] \cdot mol/m^3 \end{aligned} \quad (1.68)$$

Pour chaque couple  $(h, n_M)$ , on trouve par tâtonnement la valeur numérique du potentiel  $\psi_C$  qui réalise l'électroneutralité de la particule, compte tenu de la densité surfacique de charge  $\sigma$  sur chaque plaque. Un potentiel solution est représenté à la Figure 1.21.

$n_M \setminus h$	1	1.2	1.4	1.6	1.8
05	3.33	2.59	2.08	1.71	1.43
20	3.29	2.52	2.02	1.64	1.37
39	3.16	2.44	1.93	1.55	1.28
60	3.09	2.34	1.83	1.46	1.19
80	2.98	2.26	1.75	1.38	1.11

TAB. 1.6 – Pression osmotique (en  $MPa$ ) calculée numériquement pour une distance entre plaques  $h$  (en  $nm$ ) et une concentration en ions dans l'électrolyte des micro-pores  $n_M$  (en  $mol/m^3$ ).

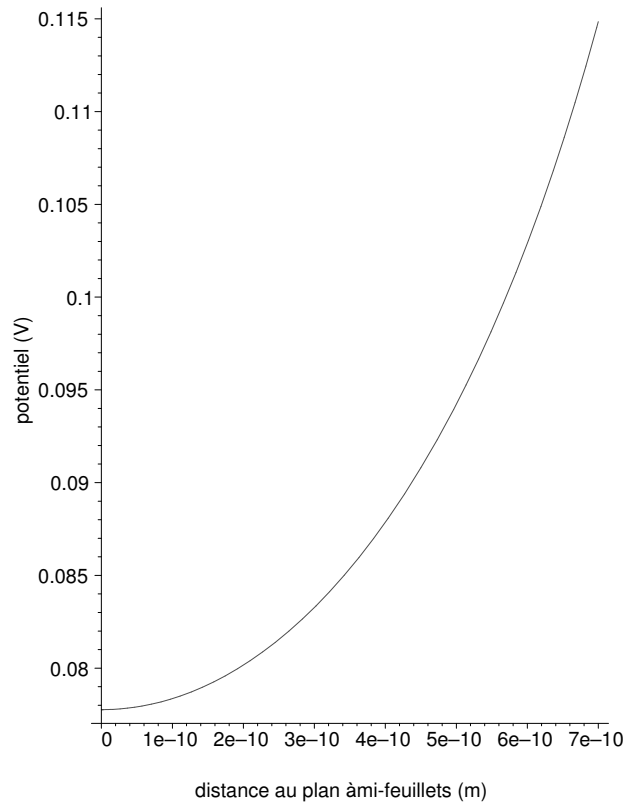


FIG. 1.21 – Potentiel (en  $V$ ) entre deux feuillets distants de  $1.4nm$  avec une concentration en ions dans les micro-pores de  $2.4 \cdot 10^{25} ions/m^3 = 39mol/m^3$  (représenté entre le plan à mi-feuillets  $z = 0$  et le plan d'un des deux feuillets à  $0.7nm$ ).

Notons que les différents potentiels  $\psi_C$  obtenus numériquement ne satisfont pas l'hypothèse  $|\frac{ze}{kT}\psi(x)| \gg 1$  (avec  $\psi_C < 0$ ) évoquée à l'Annexe 6.1. On ne peut donc pas se servir ici de l'Equation 6.30 développée à l'Annexe 6.1 pour déterminer la surpression osmotique entre deux feuillets d'argilite.

Lorsque l'inconnue  $\psi_C$  est connue, il est alors possible de calculer la pression osmotique par l'expression (1.62). Les valeurs obtenues sont récapitulées dans le Tableau 1.6.

**Etude de la surpression osmotique** On voit à la Figure 1.22 que la surpression osmotique  $\pi^g$  diminue avec la distance  $h$  entre les deux plaques et avec la concentration en ions de l'électrolyte dans les micro-pores  $n_M$  :

$$\frac{\partial \pi^g}{\partial h} < 0 \quad ; \quad \frac{\partial \pi^g}{\partial n_M} < 0 \quad (1.69)$$

En effet, d'une part sur une isovaleur de concentration en ions, la pression osmotique diminue avec la distance  $h$ , et d'autre part, les isovaleurs elles-mêmes diminuent avec la concentration en ions.

On observe que la surpression osmotique varie d'un demi *MPa* entre une concentration dans les micro-pores de  $5 \text{ mol/m}^3$  et une de  $80 \text{ mol/m}^3$ .

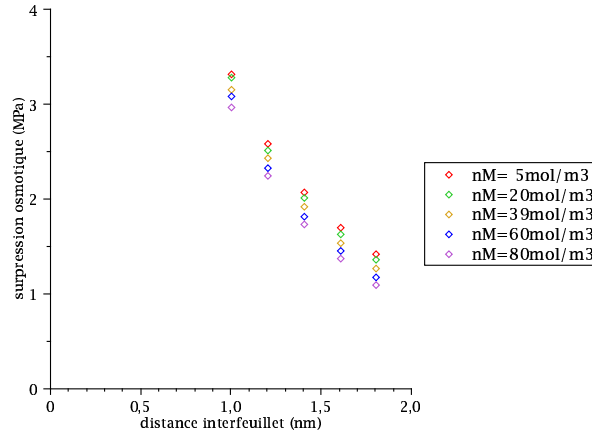


FIG. 1.22 – Pression osmotique entre deux plaques espacées d'une distance  $h$  : tracé des isovaleurs de concentration en ions  $n_M$  dans l'électrolyte des micro-pores.

On s'intéresse à présent à la fonction  $\frac{\partial \pi^g}{\partial h}$ . Pour une concentration  $n_M$  donnée et pour chaque distance  $h_i \in [1.2, 1.4, 1.6] \text{ nm}$ , on calcule la dérivée de  $\pi^g$  :

$$\frac{\partial \pi^g}{\partial h}(h_i) = \frac{\pi^g(h^{i+1}) - \pi^g(h^{i-1})}{h^{i+1} - h^{i-1}} \quad (1.70)$$

Le Tableau 1.7 indique les valeurs numériques que l'on obtient à partir du Tableau 1.6.

On observe à la Figure 1.23, tracée à partir du Tableau 1.7, que la dérivée de la surpression osmotique en fonction de la distance interfeuille décroît avec la distance interfeuille et ne dépend quasiment pas de la concentration dans les micro-pores. En effet, on remarque que pour

$n_M \setminus h$	1.2	1.4	1.6
05	-3.13	-2.20	-1.63
20	-3.18	-2.20	-1.63
39	-3.08	-2.23	-1.63
60	-3.15	-2.20	-1.60
80	-3.08	-2.20	-1.60

TAB. 1.7 – Dérivé de la pression osmotique par rapport à la distance interfeuillelet (en  $MPa/nm$ ) calculée numériquement pour une distance entre plaques  $h$  (en  $nm$ ) et une concentration en ions dans l'électrolyte des micro-pores  $n_M$  (en  $mol/m^3$ ).

une distance interfeuillelet donnée, les points correspondant à différentes valeurs de concentration sont quasi confondus. On peut donc résumer ces tendances par les équations :

$$\text{pour des smectites : } \frac{\partial}{\partial h} \left( \frac{\partial \pi^g}{\partial h} \right) > 0 \quad ; \quad \frac{\partial}{\partial n_M} \left( \frac{\partial \pi^g}{\partial h} \right) \approx 0 \quad (1.71)$$

On rappelle que ces calculs ont été réalisés à partir de la théorie de la double couche appliquée

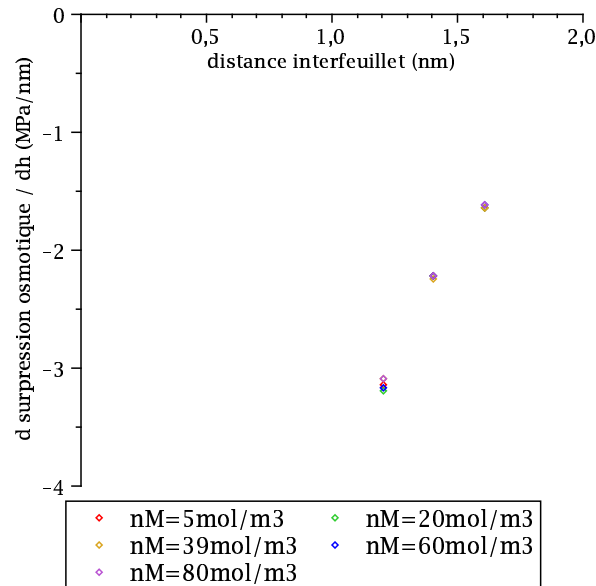


FIG. 1.23 – Dérivée de la pression osmotique entre deux plaques espacées d'une distance  $h$  : tracé des isovaleurs de concentration en ions  $n_M$  dans l'électrolyte des micro-pores.

aux feuillets d'argilite, dont la distance interfeuillelet est évaluée à  $1.4nm$ , avec une concentration de  $39mol/m^3$ .

### Limitations quantitatives à la théorie de la double couche

Evoquons à présent une amélioration bien connue de la théorie de la double couche.

**La couche de Stern** Nous avons vu que la théorie de la double couche repose sur l'idée que les cations dans l'électrolyte et les cations dans les micro-pores ont le même état électrostatique. Or, même hydratés, certains cations de l'électrolyte restent liés à la surface des feuillets, par opposition à libres, comme le sont les cations dans les micro-pores. A cause de cette approximation, on constate que la théorie de la double couche diffuse (encore appelée théorie de Gouy-Chapman) peut prédire dans certains cas une concentration en ions près de la surface des feuillets trop importante. Il existe une variante bien connue de la théorie de la double couche diffuse, connue sous le nom de modèle de Stern. Ce modèle prend en compte que les cations ne sont pas des points et considère que la population des cations attirés par la surface pour rétablir l'électroneutralité au voisinage de celle-ci peut être séparée en deux couches ([64]) : une couche de cations immobiles liés à la surface, appelée couche de Stern, et une couche de cations mobiles au voisinage de la surface appelée couche diffuse. Les conséquences de la prise en compte de la couche de Stern en terme de potentiel et de concentration en cations sont représentées à la Figure 1.24.

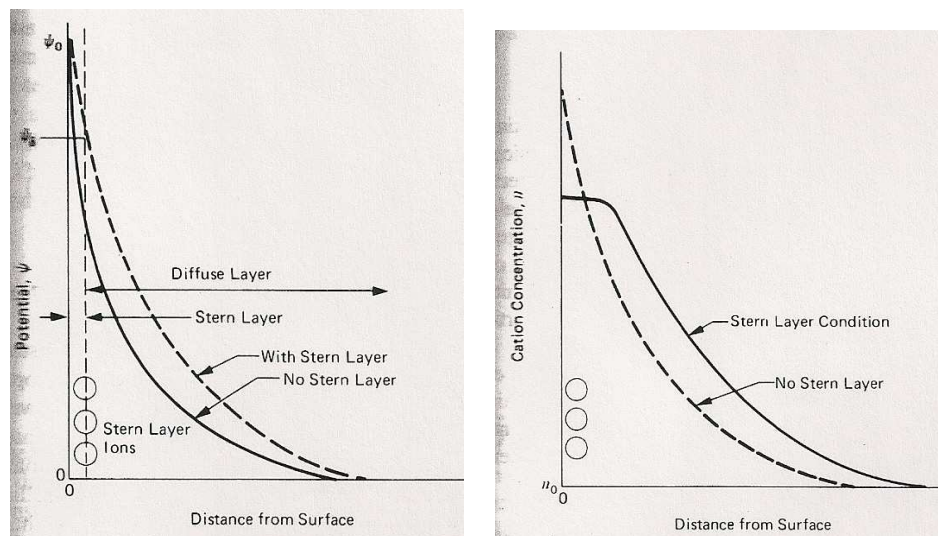


FIG. 1.24 – Effet de la couche de Stern sur le potentiel de la double couche et sur la concentration en cations.

Des études expérimentales ont été menées par [85] afin de déduire les potentiels de la couche de Stern. Ils ont trouvé pour une montmorillonite  $-21.2mV$ . Cette valeur est très inférieure à celle estimée à la Figure 1.21. Ces résultats sont cohérents avec une étude de [102] qui a montré dans que 75% des ions entre les feuillets de smectite résident dans la couche de Stern qui représente une épaisseur de  $1nm$  le long des feuillets. Le rayon des cations hydratés donne un ordre de grandeur de la couche de Stern. Le Tableau 1.8 précise le rayon de certains cations hydratés intervenant dans l'eau de site de l'argilite. Ce tableau confirme l'ordre de grandeur de  $1nm$  pour l'épaisseur de la couche de Stern sur la surface des feuillets. Si on cherche des données quantitatives, compte tenu de la taille de l'espace interfeuille pour les argilites, on ne peut donc pas se contenter de la théorie de la double couche et négliger la prise en compte de la couche

Ion	Rayon hydraté (nm)
Na <sup>+</sup>	0.56 – 0.79
K <sup>+</sup>	0.38 – 0.53
Ca <sup>2+</sup>	0.96
Mg <sup>2+</sup>	1.08
Sr <sup>2+</sup>	0.96

TAB. 1.8 – Rayon de quelques cations hydratés intervenant dans la composition de l'eau de site de l'argilite.

de Stern. Ceci étant, il est reconnu que la double couche donne une description raisonnable du gonflement, au moins qualitativement ([80]).

**Apports des simulations microscopiques** Nous avons vu que la distance interfeuillelet devient largement plus grande que les molécules d'eau pour les fortes teneurs en eau, mais que c'est loin d'être le cas pour les faibles teneurs en eau. On peut donc s'interroger sur la pertinence de considérer la théorie de la double couche, même avec prise en compte de la couche de Stern, en fonction de la teneur en eau. Pour apporter quelques éléments de réponse, il est intéressant de citer ici quelques résultats obtenus à partir de simulations microscopiques.

[91] ont tout d'abord étudié pour de la montmorillonite hydratée avec une forte teneur en eau le domaine de validité de l'équation de Poisson-Boltzmann pour décrire la distribution de cations entre deux plaques uniformément chargées. La boîte de simulation est représentée à la Figure 1.25. Le système argileux a la composition idéale  $Si_8(Al_{3.25}Mg_{0.75})O_{20}(OH)_4X_{0.75}$ , où  $X$  est choisi être l'ion  $Na^+$ , afin de rendre la particule d'argilite neutre électriquement. Un feuillet a une épaisseur de  $6.54\text{\AA}$ . Ils considèrent qu'il y a exclusion anionique dans l'espace interfoliaire. En se donnant le nombre de molécules d'eau dans l'espace interfeuillelet, des simulations de Monte-Carlo permettent dans un premier temps de déterminer la distance interfeuillelet pour une contrainte exercée perpendiculairement sur les feuillets de 1 bar. Des simulations de dynamique moléculaire fournissent dans un deuxième temps des propriétés du système, en utilisant la distance interfeuillelet obtenue par les simulations de Monte-Carlo. Ils ont considéré une densité surfacique de charge de  $0.0161/2e\text{\AA}^{-2}$ , soit  $0.13C/m^2$ , et ont considéré deux situations :

- deux plaques espacées de  $17\text{\AA}$  avec 33 molécules d'eau par cation
- deux plaques espacées de  $52\text{\AA}$  avec 100 molécules d'eau par cation

Pour ces deux cas de figure, ils ont comparé la distribution de cations obtenue d'une part avec les simulations microscopiques (Monte-Carlo puis dynamique moléculaire) et d'autre part avec l'équation de Poisson-Boltzmann (cf. Fig. 1.26). Les oscillations données par l'approche microscopique reflètent la nature discrète des molécules. Les deux approches donnent des résultats très satisfaisants pour la distance interfeuillelet de  $52\text{\AA}$ , en particulier au milieu du pore. Près des feuillets, quel que soit l'espace interfeuillelet étudié, on note un écart entre le calcul reposant sur l'équation de Poisson-Boltzmann et la simulation de dynamique moléculaire. Cet écart traduit la présence de la couche de Stern que l'équation de Poisson-Boltzmann ne prend pas en compte : les ions  $Na^+$  qui sont bien hydratés ne peuvent pas approcher la surface aussi près que dans le

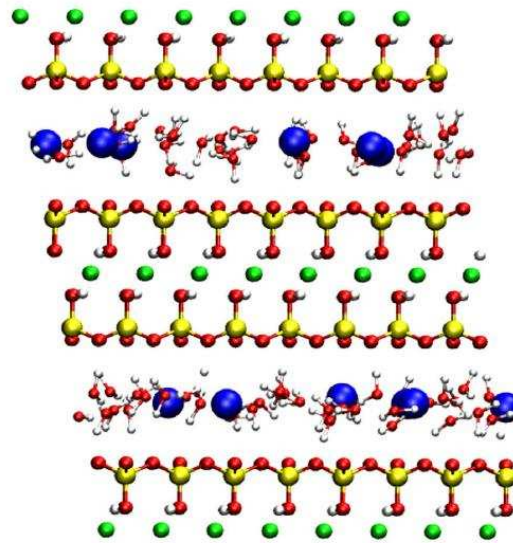


Fig. 2. The simulation box contains two montmorillonite layers, one in the center, the other cut in two halves at the top and bottom of the box, and corresponds to a periodic stack of infinite layers. Counterions (blue) and water molecules are in the interlayer space. Al atoms are represented in green, Si atoms in yellow, O atoms in red and H atoms in white. (For interpretation of the references to colour in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

FIG. 1.25 – Représentation d'une boîte de simulation pour représenter les particules d'argilite (extraite de [92]).

modèle analytique à cause de leur taille. Pour l'espace interfeuillet de  $17\text{\AA}$ , on atteint les limites de la modélisation par l'équation de Poisson-Boltzmann. On observe toutefois une tendance tout à fait raisonnable compte tenu de la situation un peu extrême où l'espace interfeuillet ne contient que 5 couches d'eau.

[91] ont montré que le modèle macroscopique de Poisson-Boltzmann est mal adapté pour des distances interfeuillet faible, c'est-à-dire pour des teneurs en eau faibles. Nous avons vu que la distribution des cations obtenue par simulation révèle la nature discrète du solvant. L'argilite étant un matériau fortement compacté, où seulement un à trois couches d'eau peuvent être présentes dans l'espace interfeuillet, [91] concluent que les simulations microscopiques combinant simulations de Monte-Carlo et simulations par dynamique moléculaire apportent un éclairage intéressant pour l'étude de l'argilite. En utilisant à nouveau la boîte de simulation représentée à la Figure 1.25, cette fois en considérant 6 (hydratation mono-couche) ou 12 (hydratation bi-couches) molécules d'eau par cations, c'est-à-dire une teneur en eau bien plus faible, [91] calculent la distribution des atomes d'eau selon la direction perpendiculaire à la surface des feuillets, représentée à la Figure 1.27). Les distances basales correspondant à 6 et 12 molécules d'eau par cation sont respectivement  $12.3\text{\AA}$  et  $15.3\text{\AA}$ . Les pics sur le profil d'oxygène reflète la présence d'une ou deux couches d'eau dans l'espace interfeuillet.

**Conclusions** En conclusion, on dispose de plusieurs approches pour estimer la surpression au sein des particules.

- la théorie de la double couche reflète bien la dépendance de la surpression à la concentration en ions de la solution dans les micro-pores ; elle peut être enrichie par la prise en compte

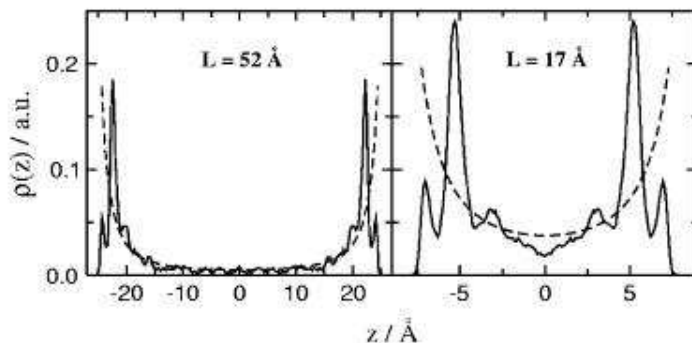


FIG. 1.26 – Distribution des cations entre deux plaques uniformément chargées pour deux états d’hydratation : 100 (gauche) et 33 (droite) molécules d’eau par cation. Comparaison entre l’équation de Poisson-Boltzmann (pointillé) et une simulation de dynamique moléculaire (trait plein) (extrait de [91]).

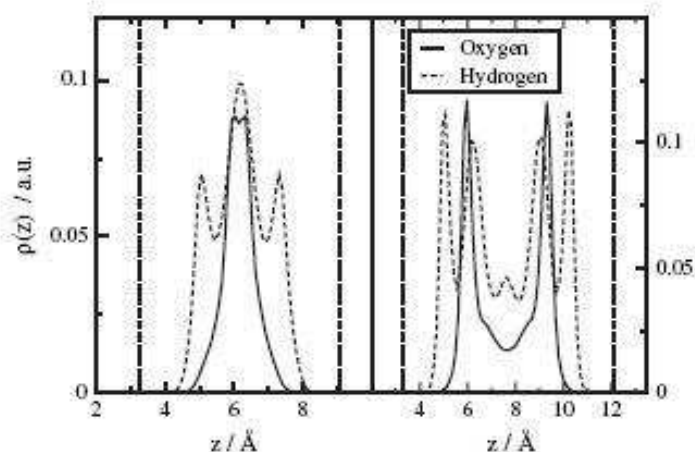


FIG. 1.27 – Distribution des molécules d’eau entre deux plaques uniformément chargées, obtenue à partir d’une simulation de dynamique moléculaire sur une montmorillonite sodique (extraite de [91]) : comparaison entre les cations  $Na^+$  hydratés avec une mono-couche (gauche) et une bi-couche (droite).

de la couche de Stern, qui traduit que certains cations compensateurs ne sont pas libres, mais liées à la surface des feuillets ; la théorie de la double couche est mal-adaptée lorsque les teneurs en eau sont faibles ;

- la théorie de Low propose une expression empirique pour la surpression correspondant au gonflement cristallin, mais cette expression ne traduit pas la dépendance de la surpression à la concentration en ions dans les micro-pores ;
- les simulations de dynamique moléculaire paraissent très bien adaptée lorsque les teneurs en eau sont faibles, mais ne sont pas accessibles facilement.

Dans la suite, lorsque l'on aura besoin de données qualitatives sur la surpression, on utilisera les résultats de la théorie de la double couche, qui, on l'a vu fournit des tendances qualitatives fiables, ce qui nous suffira largement pour notre étude. Par ailleurs, la théorie de la double couche permet bien de rendre compte du fait que la surpression diminue à mesure que l'épaisseur de la couche d'eau augmente, comme la théorie du gonflement par adsorption d'eau de Low le reproduisait (Eq. 1.59). Dans la suite, on utilisera la terminologie "surpression osmotique" pour désigner cette quantité  $\pi^g$ , même si elle reflète aussi des phénomènes autres que purement osmotiques.

Dans ce mémoire, nous ne nous intéresserons pas aux effets de la double couche électrique dans les micro-pores eux-mêmes, engendrée par les surfaces externes des particules qui sont en contact avec la solution des micro-pores. Notons que ces effets sont prépondérants au droit des goulots de constriction [4], et sont susceptibles d'avoir des répercussions sur les phénomènes de transport, car ils peuvent constituer une rupture dans la continuité de l'eau libre dans les micro-pores et une barrière à la diffusion des solutés anioniques, les effets de répulsions électriques s'y faisant fortement sentir.

## 1.5 Plan

Ce manuscrit essaie de porter un regard critique sur les méthodes traditionnelles utilisées pour décrire l'argilite, et veut proposer des outils originaux spécifiquement développés pour prendre en compte les caractéristiques de ce matériau, que ce soit du point de vue mécanique et comportemental, ou du point de vue du transport.

Suite à cette introduction, la **Partie I** étudie l'argilite comme un milieu à double porosité, et propose, par des techniques de changement d'échelle, une loi de comportement pour l'argilite partiellement saturée. La construction de ce modèle est réalisée en dialogue permanent avec les essais expérimentaux que nous avons menés au cours de la thèse : nos essais enrichissent notre modèle micromécanique, qui lui-même suggère la réalisation de nouveaux essais et permet une meilleure compréhension de la physique de ce matériau. Ainsi, en prenant en compte les effets osmotiques existant au sein des particules argileuses, le **Chapitre 2** propose une loi de comportement pour la matrice argileuse. Les essais de gonflement empêché mettent en lumière les termes osmotiques de cette loi de comportement. En intégrant les effets capillaires dans les micro-pores, le **Chapitre 3** propose une loi de comportement pour l'argilite partiellement



saturée. A partir de cette loi, les essais poromécaniques confirment la connexion qui existe entre la nanoporosité et la microporosité. L'exploitation de suivis dimensionnels sous chargement hydrique à partir de cette loi de comportement permet par ailleurs de proposer une détermination du tenseur de Biot. On met ensuite dans le **Chapitre 4** en évidence expérimentalement la dépendance de certaines constantes élastiques avec le degré de saturation, dépendance qui nourrit le développement de la loi de comportement de la matrice argileuse et aboutit à une loi de comportement plus riche, non-linéaire, pour la matrice argileuse. Enfin, la donnée expérimentale de l'existence d'une mésoporosité entre les inclusions et la matrice argileuse permet de raffiner la loi de comportement de l'argilite dans le **Chapitre 5**, aboutissant à une loi de comportement plus complète, qui traduit le rôle des interfaces entre les inclusions et la matrice argileuse. Finalement, les résultats expérimentaux permettent à la fois de souligner les limitations du modèle à simple porosité et d'éclairer les phénomènes physiques que la loi de comportement que nous proposons est capable d'expliquer. La loi de comportement de l'argilite est ensuite exploitée pour évaluer schématiquement l'évolution du comportement mécanique de l'argilite lors de la mise en place des colis de déchets.

La **Partie II** se concentre sur le transport dans l'argilite. Il s'agit de traiter le transport des fluides dans l'argilite, le séchage et l'interaction de l'argilite avec l'eau en prenant en compte spécifiquement les caractéristiques du matériau. Le **Chapitre 7** présente des mesures de perméabilité réalisées à l'eau et au gaz sur l'argilite. Le Chapitre 8 exploite ensuite ces mesures tandis que le Chapitre 9 tente de les expliquer. Plus précisément, on s'intéresse dans le **Chapitre 8** au suivi des variations de masse d'échantillons cylindriques d'argilite sous chargement hydrique. La courbe de pression capillaire est déterminée à partir des valeurs à l'équilibre, puis les phases transitoires sont analysées. Des équations de transport, dans une forme simplifiée dans un premier temps, puis plus complète dans un deuxième temps, sont ensuite présentées et exploitées numériquement, en utilisant un grand nombre de données expérimentales issues de la mesure, dont en particulier nos mesures de perméabilité. Cette modélisation du séchage permet d'expliquer les phases transitoires du suivi des variations de masse sous chargement hydrique, et met en évidence le rôle du degré de saturation sur l'évolution de la masse, ainsi que le rôle de la perméabilité du matériau. Dans le **Chapitre 9**, une modélisation du réseau poreux vis-à-vis du transport est développée dans le but d'expliquer, par une approche micromécanique, les différentes perméabilités de l'argilite. Finalement, la modélisation d'une fracture est évoquée dans le **Chapitre 10**. Ce Chapitre pose les bases d'un travail qui reste largement à approfondir. Il décrit le protocole expérimental développé au LML et récemment opérationnel, puis explique comment les équations de transport couplées à la loi de comportement peuvent être exploitées dans le cas d'une fracture.

Première partie

**UN MODELE  
MICROMÉCANIQUE A DOUBLE  
POROSITÉ POUR L'ARGILITE  
NON-SATURÉE**



Nous avons montré à la Sous-section 1.4.1 que l'argilite se présente comme un matériau bien organisé selon un schéma multi-échelles. On rappelle brièvement les différentes échelles d'espace de l'argilite, schématisées à la Figure 1.17 :

- échelle nanoscopique : description des briques élémentaires constituées de feuillets parallèles avec une porosité interfoliaire ;
- échelle microscopique : description de la matrice argileuse composée d'un assemblage de briques élémentaires et d'un réseau poreux interparticulaire (micro-pores) ;
- échelle mésoscopique : description de l'argilite composée de la matrice argileuse avec des inclusions occluses ;
- échelle macroscopique : description de l'argilite à une échelle où celle-ci est perçue de façon homogénéisée (échelle des échantillons carottés).

Considérons un matériau utilisé pour une structure à l'échelle de l'ingénieur dont la taille caractéristique est  $L$ . L'emploi des outils d'homogénéisation pour ce matériau repose sur l'existence d'un *ver*, de longueur caractéristique  $l$ , qui satisfait la condition de séparabilité d'échelle :

$$d \ll l \ll L \quad (1.72)$$

où  $d$  est la taille caractéristique des hétérogénéités dans le *ver*.  $l$  correspond à l'échelle microscopique dans le schéma d'homogénéisation et  $L$  à l'échelle macroscopique dans le schéma d'homogénéisation. L'organisation multi-échelles de l'argilite est donc tout à fait adaptée à une approche d'homogénéisation. Plus précisément, le changement d'échelle conduisant au comportement homogénéisé de la matrice argileuse fait appel à deux étapes successives, respectivement "*nano*→*micro*" et "*micro*→*méso*". Ces deux étapes reflètent le fait que la phase solide n'est pas homogène et inerte par rapport aux fluides dans les micro-pores. Le changement d'échelle aboutissant au comportement homogénéisé de l'argilite nécessite ensuite une étape supplémentaire, "*méso*→*macro*". La démarche d'homogénéisation complète se décompose finalement en trois étapes : *nano* → *micro*, *micro* → *méso* et *méso* → *macro*.

Dans cette Partie, nous allons appliquer les outils d'homogénéisation décrits à la Sous-section 1.2.1 au cas de l'argilite en intégrant les phénomènes physiques explicités aux Sous-sections 1.4.2 et 1.4.3. Cette démarche va aboutir sur une loi de comportement originale et complète pour l'argilite partiellement saturée. Cette partie alterne développements calculatoires et confrontations expérimentales pour construire progressivement un modèle qui est en accord avec *toutes* nos données expérimentales. Les résultats trouvés au fur et à mesure sont encadrés. La Section 5.3 reprend les relations principales dans le Tableau 5.1 et illustre ces résultats en étudiant l'évolution du comportement de l'argilite *in-situ* au cours de la mise en place du stockage.



## Chapitre 2

# La matrice argileuse : 1<sup>ère</sup> approche

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Homogénéisation <i>nano</i> → <i>micro</i> → <i>méso</i></b>	<b>67</b>
2.1.1	Homogénéisation <i>nano</i> → <i>micro</i>	67
2.1.2	Homogénéisation <i>micro</i> → <i>méso</i>	70
<b>2.2</b>	<b>Interprétations</b>	<b>79</b>
2.2.1	Ordres de grandeur des constantes poromécaniques	81
2.2.2	Interprétations physiques des termes de couplage	86
2.2.3	Effet de la saturation sur les termes élémentaires de couplage hydromécanique	86
<b>2.3</b>	<b>Validation : essais sur bentonite re-saturée</b>	<b>89</b>
2.3.1	Protocole expérimental	90
2.3.2	Présentation des résultats	91
2.3.3	Analyse des résultats	92
2.3.4	Conclusions	95

---



## 2.1 Homogénéisation *nano* → *micro* → *méso*

Cette première étape d'homogénéisation concerne la particule elle-même. On rappelle que l'échelle d'espace nanoscopique révèle la structure feuilletée des particules élémentaires. L'espace interfoliaire est supposé rester saturé. L'électrolyte qu'il contient est en équilibre avec la phase liquide contenue dans les micro-pores, c'est-à-dire l'espace interstitiel entre les particules feuilletées. [64] montre que cet équilibre se traduit par une force de répulsion entre les feuillets. [41] quantifie celle-ci par le concept de surpression de gonflement (encore appelée surpression osmotique), notée  $\pi^g$ . Cette dernière dépend de la distance interfoliaire  $h$  et de la concentration ionique dans les micro-pores  $n_M$ . Tout se passe donc comme si les efforts intérieurs dans l'espace interfoliaire étaient représentés par la pression  $p^\ell$  régnant dans la phase liquide des micro-pores, augmentée d'une surpression  $\pi^g(h, n_M)$  orientée selon la normale  $\underline{n}$  aux feuillets. Nous avons vu à la Sous-section 1.4.3 que cette fonction peut être évaluée en première approximation dans le cadre de la théorie classique dite "de la double couche", et plus généralement, par toute théorie physique plus sophistiquée, sans effet sur le raisonnement qui va suivre. Soulignons que nous avons fait ici l'hypothèse que le "gaz" engendré par les molécules d'eau dans l'électrolyte est à la même pression  $p^\ell$  que les molécules d'eau formant le liquide dans les micro-pores, et ce malgré le fait que les molécules d'eau dans les micro-pores sont libres alors que certaines molécules d'eau dans l'électrolyte sont liées.

### 2.1.1 Homogénéisation *nano* → *micro*

La première étape consiste à homogénéiser le comportement de la particule élémentaire (homogénéisation *nano*→*micro*).  $f$  désigne la porosité des particules tandis que la porosité interparticulaire (la microporosité, qui prévaut à l'échelle microscopique) sera notée  $\varphi$ .

#### Homogénéisation

L'état initial de la particule élémentaire est caractérisé par les valeurs initiales de la distance interfoliaire  $h_o$ , de la pression de liquide  $p_o^\ell$  et de la concentration dans les macropores  $n_M^o$ . Il règne en particulier une pression osmotique  $\pi_o^g = \pi^g(h_o, n_M^o)$ . Enfin, la phase solide, c'est-à-dire les feuillets, est *a priori* le siège d'une contrainte initiale  $\sigma_o^{fe}$ . La particule est par ailleurs soumise à une déformation microscopique notée  $\mathbf{E}$ . Par ailleurs, on représente les efforts intérieurs dans la phase fluide par une précontrainte  $\sigma^p$  dans l'espace interfoliaire, de la forme :

$$\sigma^p = -p^\ell \mathbf{1} - \pi^g \underline{n} \otimes \underline{n} \quad (2.1)$$

On a vu que la surpression  $\pi^g$  apparaît comme une mesure de l'amplitude des forces de répulsion. On utilise donc le tenseur  $\underline{n} \otimes \underline{n}$ , au lieu du tenseur unité, pour écrire les efforts intérieurs dans le fluide interfoliaire et rendre compte de l'action de cette surpression  $\pi^g$ , orientée selon la normale aux feuillets.

En appliquant le théorème de Levin, l'équation d'état à l'échelle microscopique prend la



forme :

$$\boldsymbol{\Sigma} - \boldsymbol{\Sigma}_o = \overline{\mathbb{C}} : \overline{\mathbb{A}} : \mathbf{E} - \delta p^\ell \boldsymbol{\beta} - \delta \pi^g \boldsymbol{\beta}_\pi \quad (2.2)$$

avec  $\delta p^\ell = p^\ell - p_o^\ell$ ,  $\delta \pi^g = \pi^g - \pi_o^g$ , la contrainte microscopique initiale

$$\boldsymbol{\Sigma}_o = (1 - f) \overline{\boldsymbol{\sigma}_o^{fe}} : \overline{\mathbb{A}}^{fe} - p_o^\ell \boldsymbol{\beta} - \pi_o^g \boldsymbol{\beta}_\pi \quad (2.3)$$

et les "tenseurs de Biot" généralisés

$$\boldsymbol{\beta} = f \mathbf{1} : \overline{\mathbb{A}}^f \quad (2.4)$$

$$\boldsymbol{\beta}_\pi = f \underline{\mathbf{n}} \otimes \underline{\mathbf{n}} : \overline{\mathbb{A}}^f$$

On écrit la déformation appliquée à la particule homogénéisée sous la forme  $\mathbf{E} = E_{ij} \underline{\mathbf{e}}_i \otimes \underline{\mathbf{e}}_j$ , où l'indice 3 renvoie à la normale aux feuillets. La déformation  $E_{33} \underline{\mathbf{e}}_3 \otimes \underline{\mathbf{e}}_3$  appliquée à la particule n'implique aucune déformation dans les feuillets, car cette déformation ne fait que réduire le vide entre les feuillets. Une déformation de la particule dans le plan  $\{1, 2\}$  entraîne en revanche une déformation identique des feuillets dans le plan  $\{1, 2\}$  :

$$\overline{\varepsilon}_{11} = E_{11} \quad \overline{\varepsilon}_{22} = E_{22} \quad \overline{\varepsilon}_{12} = E_{12} \quad (2.5)$$

La contrainte (3,3)  $\sigma_{33} = \lambda^{fe} (\overline{\varepsilon}_{11} + \overline{\varepsilon}_{22} + \overline{\varepsilon}_{33}) + 2\mu^{fe} \overline{\varepsilon}_{33}$ , où  $\lambda^{fe}$  et  $\mu^{fe}$  sont les coefficients de Lamé des feuillets, étant nulle (faces supérieure et inférieure des feuillets libres de contrainte), on trouve l'expression de la déformation nanoscopique  $\overline{\varepsilon}_{33}$ . La déformation dans chaque feuillet est finalement donnée par :

$$\overline{\boldsymbol{\varepsilon}}^{fe} = \overline{\mathbb{A}}^{fe} : \mathbf{E} = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & 0 \\ E_{12} & E_{22} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\nu^{fe}}{1-\nu^{fe}} (E_{11} + E_{22}) \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

où  $\nu^{fe}$  est le coefficient de Poisson des feuillets. En rappelant que  $\overline{\mathbb{A}} = \mathbb{I}$  avec  $\overline{\mathbb{A}} = f \overline{\mathbb{A}}^f + (1-f) \overline{\mathbb{A}}^{fe}$ , on trouve alors l'expression des tenseurs de Biot généralisés :

$$\boldsymbol{\beta} = \mathbf{1} - (1-f) \frac{1-2\nu^{fe}}{1-\nu^{fe}} (\mathbf{1} - \underline{\mathbf{n}} \otimes \underline{\mathbf{n}}) \quad (2.7)$$

$$\boldsymbol{\beta}_\pi = \left( 1 - (1-f) \frac{\nu^{fe}}{1-\nu^{fe}} \right) \underline{\mathbf{n}} \otimes \underline{\mathbf{n}} + (1-f) \frac{\nu^{fe}}{1-\nu^{fe}} \mathbf{1}$$

Notons que dans le cas d'un solide incompressible, ces expressions se simplifient :

$$\boldsymbol{\beta} = \mathbf{1} \quad ; \quad \boldsymbol{\beta}_\pi = f \underline{\mathbf{n}} \otimes \underline{\mathbf{n}} + (1-f) \mathbf{1} \quad (2.8)$$

Soulignons que le tenseur  $\mathbb{D}^{par} = \overline{\mathbb{C}} : \overline{\mathbb{A}}$ , où l'exposant "par" fait référence à la particule, renvoie à

une structure de feuillets solides séparés par des couches de vide.  $\mathbb{D}^{par}$  est un tenseur d'élasticité singulier, isotrope transverse par rapport à la normale aux feuillets, dont les composantes non nulles sont (cf. [41]) :

$$D_{1111}^{par} = E^{fe} \frac{1-f}{1-\nu^{s2}} \quad ; \quad D_{1122}^{par} = E^{fe} \frac{\nu^{fe}(1-f)}{1-\nu^{fe2}} \quad ; \quad D_{1212}^{par} = \mu^{fe}(1-f) \quad (2.9)$$

où  $E^{fe}$  (resp.  $\mu^{fe}$ ) est le module de Young (module de cisaillement) des feuillets. Comme l'indice 3 correspond à la normale aux feuillets, tous les coefficients de la forme  $D_{i3kl}$  sont nuls. En particulier, cette structure ne possède aucune raideur normale, ni de cisaillement selon les couples  $\{1, 3\}$  ou  $\{2, 3\}$ . Dans le cas particulier où les feuillets sont incompressibles, ces relations peuvent être simplifiées :

$$D_{1111}^{par} = 4\mu^{fe}(1-f) \quad ; \quad D_{1122}^{par} = 2\mu^{fe}(1-f) \quad ; \quad D_{1212}^{par} = \mu^{fe}(1-f) \quad (2.10)$$

Soulignons que l'hypothèse d'incompressibilité des feuillets n'interdit en rien la compressibilité des particules elles-mêmes.

### Tenseur d'élasticité d'une particule

Examinons maintenant le terme en  $\delta\pi^g$  dans (2.2). Dans l'hypothèse des petites perturbations, nous allons exploiter le fait que les variations de la distance interfoliaire  $h$  sont faibles. En revanche, aucune restriction ne pèse sur l'amplitude des variations de  $n_M$ . Nous écrivons :

$$\delta\pi^g = \pi^g(h, n_M) - \pi^g(h_o, n_M) + \pi^g(h_o, n_M) - \pi^g(h_o, n_M^o) \quad (2.11)$$

puis, en effectuant un développement limité par rapport à  $h$  au voisinage de  $h_o$  :

$$\delta\pi^g = \frac{\partial\pi^g}{\partial h}(h_o, n_M)\delta h + \delta_n\pi^g(h_o) \quad (2.12)$$

où le terme  $\delta_n\pi^g(h_o) = \pi^g(h_o, n_M) - \pi^g(h_o, n_M^o)$  ne prend en compte que l'effet des variations de concentration, en géométrie initiale. En écrivant la règle de moyenne sur la direction normale, sous la forme  $E_{33} = \overline{\varepsilon_{33}}$ , on tire que  $\delta h$  est directement relié à la déformation microscopique<sup>1</sup>  $E_{33}$  dans la direction normale ainsi qu'aux déformations microscopiques<sup>1</sup>  $E_{11}$  et  $E_{22}$  dans deux directions orthogonales  $\underline{t}_1$  et  $\underline{t}_2$  caractérisant le plan des feuillets :

$$f \frac{\delta h}{h_o} = E_{33} + (1-f) \frac{\nu^{fe}}{1-\nu^{fe}}(E_{11} + E_{22}) = \beta_\pi : \mathbf{E} \quad (2.13)$$

En introduisant (2.12) et (2.13) dans (2.2), il vient finalement :

<sup>1</sup> On emploie le terme "déformation *microscopique*" car on s'intéresse ici à l'échelle d'espace d'arrivée dans l'homogénéisation *nano* → *micro*.

$$\delta \Sigma = \mathbb{C}^{par} : \mathbf{E} - \delta p^\ell \boldsymbol{\beta} - \delta_n \pi^g(h_0) \boldsymbol{\beta}_\pi \quad (2.14)$$

avec :

$$\mathbb{C}^{par} = \mathbb{D}^{par} - \frac{h_o}{f} \frac{\partial \pi^g}{\partial h}(h_o, n_M) \boldsymbol{\beta}_\pi \otimes \boldsymbol{\beta}_\pi \quad (2.15)$$

A la différence de  $\mathbb{D}^{par}$ , le tenseur  $\mathbb{C}^{par}$  de (2.14) apparaît comme le tenseur des modules d'élasticité homogénéisé de la particule, puisqu'il représente la raideur de celle-ci en condition drainée ( $p^\ell = Const.$ ) et en l'absence de variation de la concentration  $n_M$  dans les micro-pores. Son expression dans (2.15) révèle, qu'à côté d'un terme purement mécanique, elle comporte un terme lié à l'interaction de répulsion électrostatique entre feuillets. Plus précisément, la raideur normale  $C_{nnnn}^{par}$ , c'est-à-dire le coefficient  $C_{3333}^{par}$ , noté dans la suite  $\Pi$ , s'écrit :

$$C_{nnnn}^{par} = C_{3333}^{par} = \Pi = -\frac{h_o}{f} \frac{\partial \pi^g}{\partial h}(h_o, n_M) \quad (2.16)$$

On note que la positivité du signe de  $C_{3333}^{par}$  est directement la conséquence du fait que  $\pi^g$  décroît à mesure que les feuillets s'éloignent (cf. Eq. 1.69) :

$$\frac{\partial \pi^g}{\partial h}(h_o, n_M) < 0 \Rightarrow \Pi > 0 \quad (2.17)$$

On note également la double dépendance de  $C_{3333}^{par}$  vis-à-vis de la concentration  $n_M$  dans les micro-pores et de la distance interfoliaire  $h_o$ .

### 2.1.2 Homogénéisation *micro* → *méso*

On s'intéresse maintenant au comportement de la matrice argileuse en tant que polycristal (homogénéisation *micro*→*méso*). Nous nous plaçons dans cette section à l'échelle microscopique. Le *ver* apparaît comme un polycristal constitué de particules élémentaires distribuées de façon désordonnée et d'un espace poreux (fraction volumique  $\varphi$ ). Dans la suite, pour une quantité  $a$  dépendant des coordonnées sphériques  $r, \theta, \phi$ , on définit la moyenne angulaire  $\langle a \rangle$  par l'expression suivante :

$$\langle a \rangle = \frac{1}{4\pi} \int_0^\pi \sin \theta \int_0^{2\pi} a(r, \theta, \phi) d\phi d\theta \quad (2.18)$$

#### 1<sup>ère</sup> équation d'état

On étudie dans un premier temps la 1<sup>ère</sup> équation d'état.

**Homogénéisation** Le comportement des particules est résumé par l'équation d'état (2.14) que nous recopions cependant en changeant les notations :

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_o + \mathbb{C}^{par} : \boldsymbol{\varepsilon} - \delta p^\ell \boldsymbol{\beta} - \delta_n \pi^g(h_o) \boldsymbol{\beta}_\pi \quad (2.19)$$

Le retour à des lettres minuscules pour contraintes et déformations correspond au fait que l'échelle d'arrivée du processus d'homogénéisation de la section précédente est l'échelle de départ du processus que nous nous proposons de mener dans cette section.

**Etat initial** Considérons un état initial : ce dernier est caractérisé par les paramètres  $p_o^\ell, p_o^g, n_M^o$ , le degré de saturation initial  $s_\ell^o$ , et la géométrie  $\{I_o^{ab}\}_{\{a,b\}=\{s,\ell,g\}}$ . Dans cette configuration initiale, le tenseur des contraintes microscopiques  $\sigma_o$  peut être écrit dans tout le *ver* sous la forme unifiée :

$$\sigma_o(\underline{x}) = \begin{cases} \sigma_o & \text{si } \underline{x} \in \Omega_o^s \\ -p_o^\ell \mathbf{1} & \text{si } \underline{x} \in \Omega_o^\ell \\ -p_o^g \mathbf{1} & \text{si } \underline{x} \in \Omega_o^g \\ \gamma^{ab} \mathbf{1}_T \delta_{I_{ab}} & \text{si } \underline{x} \in I_o^{ab} \end{cases} \quad (2.20)$$

où  $p_o^\ell$  (resp.  $p_o^g$ ) est la pression de liquide (resp. de gaz) dans la phase liquide (resp. gazeuse) des micro-pores dans l'état initial.  $I_o^{ab}$  décrit l'interface entre les phases  $a$  et  $b$  ( $\{a, b\} = \{\ell, g, par\}$ ) dans l'état initial. On a utilisé la contrainte de Cauchy généralisée  $\gamma^{ab} \mathbf{1}_T \delta_{I_{ab}}$ , introduite à la Sous-section 1.4.2, pour représenter les efforts internes dans les interfaces. Notons que  $\Omega_o^s$  représente le domaine occupé par les particules lamellaires homogénéisées. La restriction de  $\sigma$  sur ce domaine  $\Omega_o^s$  s'interprète physiquement comme la contrainte dans ce domaine en configuration initiale, définie par l'absence de déformation  $\varepsilon = 0$ , par  $\delta p^\ell = 0$  et par  $\delta_n \pi^g(h_o) = 0$  (cf. Eq. 2.19). Lorsque des fluides, même non pressurisés, avec  $p_o^\ell = 0$  et  $p_o^g = 0$ , sont présents dans l'état initial, on observe que la condition de Laplace (Eq. 1.56) indique que l'état de contrainte initial du solide n'est pas naturel :  $\sigma_o|_{\Omega_o^s} \neq 0$ . Comme  $\Sigma_o = \overline{\sigma_o(\underline{x})}$  est égal à  $-p_{atm}^g \mathbf{1}$  dans l'état initial, l'inconnue  $\overline{\sigma_o^s}$  peut être déterminée explicitement.

**Etat actuel** Considérons maintenant l'état actuel ( $p^\ell, p^g, s_\ell, n_M, \{I_{\{a,b\}=\{s,\ell,g\}}^{ab}\}$ ), avec  $s_\ell$  le degré de saturation actuel, et le tenseur des contraintes microscopiques actuel sous la forme affine  $\sigma(\underline{x}) = \mathbb{C}(\underline{x}) : \varepsilon + \sigma^p(\underline{x})$  :

$$\sigma(\underline{x}) = \begin{cases} \mathbb{C}^{par}(\underline{x}) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{cases} : \varepsilon + \begin{cases} \sigma_o(\underline{x}) - \delta p_\ell \beta(\underline{x}) - \delta_n \pi^g(h_o) \beta_\pi(\underline{x}) & \text{si } \underline{x} \in \Omega^s \\ -p^\ell \mathbf{1} & \text{si } \underline{x} \in \Omega^\ell \\ -p^g \mathbf{1} & \text{si } \underline{x} \in \Omega^g \\ \gamma^{ab} \mathbf{1}_T \delta_{I_{ab}} & \text{si } \underline{x} \in I^{ab} \end{cases} \quad (2.21)$$

Notons que les tenseurs  $\beta$  et  $\beta_\pi$  dépendent de la position  $\underline{x}$  de la particule au travers de l'orientation normale des feuilletts. Remarquons par ailleurs que le tenseur d'élasticité local  $\mathbb{C}^{par}(\underline{x})$  est isotrope transverse par rapport à la direction normale de la particule considérée. En appliquant le théorème de Levin et en prenant en compte l'état initial caractérisé par l'état de contrainte microscopique initial  $\sigma_o(\underline{x})$ , l'équation d'état à l'échelle mésoscopique de la matrice argileuse

prend la forme :

$$\delta\Sigma = \mathbb{C}^{hom} : \mathbf{E} + \left[ -\delta\bar{p}\mathbf{B} - (1 - \varphi) \left( \delta p^\ell \overline{\boldsymbol{\beta} : \mathbb{A}^s} + \delta_n \pi^g \overline{\boldsymbol{\beta}_\pi : \mathbb{A}^s} \right) + \delta \left( \gamma^{\alpha\beta} \int_{I^{\alpha\beta}} \mathbf{1}_T : \mathbb{A} \frac{dS}{\Omega} \right) \right] \quad (2.22)$$

où  $\delta\Sigma = \Sigma - \Sigma_o$ ,  $\mathbb{C}^{hom} = (1 - \varphi) \overline{\mathbb{C}^{par}(\underline{x}) : \mathbb{A}^s}$  et  $\bar{p}$  a été défini par l'Equation 1.14. On retrouve le tenseur de Biot  $\mathbf{B} = \varphi \mathbf{1} : \overline{\mathbb{A}^p}$  introduit à l'Equation 1.38.

On rappelle que, dans ce modèle, la raideur normale des particules est entièrement due aux forces de répulsion interfoliaires. On suppose que cette raideur normale est très faible vis-à-vis de l'élasticité du solide constituant les feuillets :

$$C_{nnnn}^{par} \ll \mu^{fe} \quad (2.23)$$

Cette hypothèse est très bien adaptée au contexte du gonflement osmotique.

Dans le cadre de cette hypothèse (2.23), intéressons-nous aux tenseurs de Biot généralisés  $(1 - \varphi) \overline{\boldsymbol{\beta} : \mathbb{A}^s}$  et  $(1 - \varphi) \overline{\boldsymbol{\beta}_\pi : \mathbb{A}^s}$ . Seul le terme en  $\underline{n} \otimes \underline{n}$  dans les produits  $\boldsymbol{\beta} : \mathbb{A}$  et  $\boldsymbol{\beta}_\pi : \mathbb{A}$  est à prendre en considération, du fait que la déformabilité dans le plan des feuillets est négligeable vis-à-vis de la déformabilité dans la direction de la normale. Or, les composantes en  $\underline{n} \otimes \underline{n}$  de  $\boldsymbol{\beta}$  et  $\boldsymbol{\beta}_\pi$  sont égales toutes deux à 1 (cf. 2.7). On a de ce fait :

$$(1 - \varphi) \overline{\boldsymbol{\beta} : \mathbb{A}^s} = (1 - \varphi) \overline{\boldsymbol{\beta}_\pi : \mathbb{A}^s} = (1 - \varphi) \overline{\mathbf{1} : \mathbb{A}^s} \quad (2.24)$$

Par ailleurs, la relation de moyenne  $\overline{\mathbb{A}} = \mathbb{I}$  indique :

$$(1 - \varphi) \overline{\mathbf{1} : \mathbb{A}^s} = \mathbf{1} - \varphi \mathbf{1} : \overline{\mathbb{A}^p} = \mathbf{1} - \mathbf{B} \quad (2.25)$$

On a donc finalement :

$$(1 - \varphi) \overline{\boldsymbol{\beta} : \mathbb{A}^s} = (1 - \varphi) \overline{\boldsymbol{\beta}_\pi : \mathbb{A}^s} = (1 - \varphi) \overline{\mathbf{1} : \mathbb{A}^s} = \mathbf{1} - \mathbf{B} \quad (2.26)$$

La loi de comportement de la matrice argileuse (2.22) se ré-écrit alors sous la forme :

$$\delta\Sigma = \mathbb{C}^{hom} : \mathbf{E} + \left[ -\delta\bar{p}\mathbf{B} - \left( \delta p^\ell + \delta_n \pi^g \right) (\mathbf{1} - \mathbf{B}) + \delta \left( \gamma^{ab} \mathbf{1}_T \delta_{I^{ab}} \right) : \mathbb{A} \right] \quad (2.27)$$

**Mise en œuvre d'un schéma auto-cohérent** L'évaluation de  $\overline{\mathbb{C}^{par}(\underline{x}) : \mathbb{A}^{par}}$  peut être réalisée en connaissant une estimation de  $\overline{\mathbb{A}^{par}}$  sur chaque phase définie par  $\{\underline{x} | \mathbb{C}^{par}(\underline{x}) = const.\}$ , c'est-à-dire sur chaque phase définie par une orientation fixée  $(\theta, \phi)$  des particules. Compte tenu de la morphologie polycristalline du *ver*, le schéma auto-cohérent est utilisé pour estimer le tenseur de localisation  $\overline{\mathbb{A}^{par}}$  qui, constant pour l'ensemble des particules d'orientation  $(\theta, \phi)$ , est approximé par :

$$\overline{\mathbb{A}^{par}}(\theta, \phi) \approx (\mathbb{I} + \mathbb{P}_{ac} : (\mathbb{C}^{par}(\theta, \phi) - \mathbb{C}_{ac}))^{-1} \quad (2.28)$$

où  $\mathbb{C}^{par}(\theta, \phi)$  est le tenseur élastique isotrope transverse des particules qui sont orientées par le vecteur normal  $\underline{x}$  repéré par les angles  $\theta$  et  $\phi$  sur la sphère unité. Notons que ce schéma auto-

cohérent est non-classique puisque les particules solides ont un comportement isotrope transverse décrit par (2.15). En supposant que la distribution de l'orientation des particules est isotrope, le tenseur d'élasticité homogénéisé  $\mathbb{C}^{hom}$  est de ce fait approximé par [41] :

$$\mathbb{C}^{hom} \approx \mathbb{C}_{ac} = (1 - \varphi) \langle \mathbb{C}^{par}(\theta, \phi) : (\mathbb{I} + \mathbb{P}_{ac} : (\mathbb{C}^{par}(\theta, \phi) - \mathbb{C}_{ac}))^{-1} \rangle \quad (2.29)$$

où l'indice  $ac$  fait référence au choix du schéma auto-cohérent. Afin de considérer une distribution spatiale isotrope de l'ensemble des particules, il convient d'utiliser le tenseur de Hill  $\mathbb{P}_{ac}$  calculé pour une inclusion sphérique dans un milieu isotrope dont l'élasticité est caractérisée par  $\mathbb{C}_{ac} = 3k_{ac}\mathbb{J} + 2\mu_{ac}\mathbb{K}$ .

Par un raisonnement similaire et suivant l'Equation 2.25, on peut exprimer le tenseur de Biot  $\mathbf{B}_{ac}$  par :

$$\mathbf{1} - \mathbf{B}_{ac} = (1 - \varphi) \langle \mathbf{1} : (\mathbb{I} + \mathbb{P}_{ac} : (\mathbb{C}^{par}(\theta, \phi) - \mathbb{C}_{ac}))^{-1} \rangle \quad (2.30)$$

Suivant l'égalité  $\overline{\mathbb{A}} = \mathbb{I}$ , le tenseur de Biot peut également s'exprimer par l'égalité  $\mathbf{B}_{ac} = \varphi \mathbf{1} : (\mathbb{I} - \mathbb{P}_{ac} : \mathbb{C}_{ac})^{-1}$  à partir du tenseur de localisation :

$$\overline{\mathbb{A}}^p \approx (\mathbb{I} - \mathbb{P}_{ac} : \mathbb{C}_{ac})^{-1} \quad (2.31)$$

[41] propose un développement limité des constantes poroélastiques au premier ordre en  $\Pi/\mu^{fe}$ , développement autorisé par l'hypothèse (2.23) :

$$\mu_{ac} = \Pi \frac{(\varphi + 2)(1 - 4\varphi)}{16(1 + \varphi)\varphi} \quad ; \quad 1 - B_{ac} = \frac{(2 + \varphi)(1 - 4\varphi)}{2 - 3\varphi} \quad ; \quad \nu_{ac} = \frac{2 + 17\varphi}{5(2 + 5\varphi)} \quad (2.32)$$

soit :

$$B_{ac} = \frac{4\varphi(1 + \varphi)}{2 - 3\varphi} \quad (2.33)$$

On remarque que  $\mu_{ac}$  devient infini pour  $\varphi = 0$ , ce qui pose des problèmes. En fait, l'hypothèse  $\Pi \ll \mu^{fe}$  suggère que la raideur normale des particules donne l'ordre de grandeur de l'élasticité mésoscopique  $\mu_{ac}$ . Puisque cette hypothèse est utilisée lors du calcul de  $\mu_{ac}$  et  $\nu_{ac}$  dans (2.32), on s'attend à ce que le module de cisaillement  $\mu_{ac}$  soit du même ordre de grandeur que  $\Pi$ , ce qui l'empêche de devenir infini. La valeur infinie pour  $\mu_{ac}$  lorsque  $\varphi$  tend vers 0 n'a donc pas de valeur physique. On retient donc que le développement limité de  $\mu_{ac}$  n'a plus de validité au voisinage de  $\varphi = 0$ . Cette remarque est illustrée à la Figure 2.1, où est représentée l'évolution du module de cisaillement évalué numériquement et à partir de l'expression analytique (2.32). Remarquons que le module de cisaillement est égal à 0 lorsque la porosité  $\varphi$  est plus grande que 1/4. Comme les feuillets peuvent glisser l'un par rapport à l'autre, la déformation de glissement d'une seule particule n'implique pas de contrainte de cisaillement. L'élasticité mésoscopique provient en fait de la présence autour d'une particule donnée d'autres particules avec des orientations aléatoires. Quand la porosité est supérieure à 1/4, une simple particule peut être isolée des autres et donc peut être cisailée sans rencontrer la raideur normale des particules autour. Dans un tel cas, le matériau n'a pas d'élasticité mésoscopique.

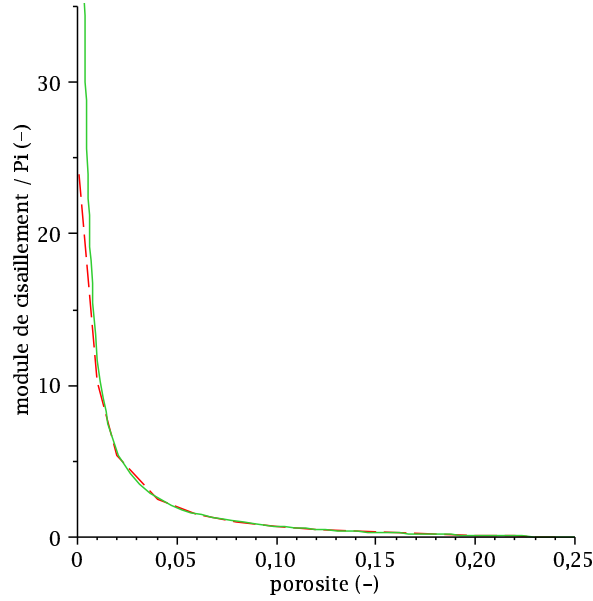


FIG. 2.1 – Module de cisaillement, lorsque les particules et les pores sont représentés par une morphologie sphérique : évaluée numériquement (trait vert) à partir de l'Eq. 2.29 et par l'expression analytique (2.32) (pointillé rouge).

**Modélisation du réseau poreux** On voudrait expliciter le dernier terme de la loi de comportement (2.27). Pour ce faire, il faudrait décrire pour chaque chargement la géométrie des interfaces entre phases, ce qui n'est pas réaliste. On souhaite donc introduire des hypothèses pour décrire de façon simplifiée la géométrie des interfaces. Plus précisément, on va modéliser le réseau poreux de la matrice argileuse comme un ensemble de pores sphériques.

Avec une telle géométrie pour les micro-pores, ceux-ci se divisent en deux populations : les pores de petits rayons sont remplis de liquide tandis que les pores de plus grand rayon sont remplis de gaz, le rayon "frontière" étant déterminé par la relation de Laplace :

$$\begin{cases} r \leq r^* : \text{pores saturés en liquide} \\ r \geq r^* : \text{pores saturés en gaz} \\ r^* = \frac{2\gamma^{lg}}{p_c} \\ I^{lg} = \emptyset \end{cases} \quad (2.34)$$

Avec cette modélisation, les interfaces entre les phases liquide et gazeuse sont négligées. La distribution statistique des rayons de pore est décrite par une fonction  $\alpha^m(r)$  telle que  $\alpha^m(r)dr$  est la fraction volumique des micro-pores dont le rayon appartient à l'intervalle  $[r, r + dr]$ . Cette fonction est définie sur les micro-pores et vaut 0 ailleurs. Cette définition implique :

$$\int_0^{+\infty} \alpha^m(r)dr = 1 \quad ; \quad \int_0^{r^*} \alpha^m(r)dr = \frac{V_\ell^m}{V_p^m} \quad (2.35)$$

où  $V_\ell^m$  est le volume de liquide dans les micro-pores et  $V_p^m$  le volume des micro-pores.

Une fois que la géométrie du réseau poreux est précisée, il devient possible d'évaluer le dernier terme du membre de droite dans (2.27). Plus précisément, on cherche à évaluer l'intégrale  $\overline{\mathbf{1}_T \delta_{Iab} : \mathbb{A}} = \frac{1}{\Omega} \int_{Iab} (\mathbf{1}_T : \mathbb{A}) dS$ . En supposant que les variations du tenseur de localisation  $\mathbb{A}$  sont négligeables à l'échelle des pores, avec  $\mathbb{A}(\underline{z}) \approx \overline{\mathbb{A}^p}$ , on obtient :

$$\overline{\mathbf{1}_T \delta_{Iab} : \mathbb{A}} = \left( \frac{1}{\Omega} \int_{Iab} \mathbf{1}_T dS \right) : \overline{\mathbb{A}^p} \quad (2.36)$$

L'intégration de l'identité du plan tangent  $\mathbf{1}_T$  sur une sphère mène naturellement à un tenseur hydrostatique. La trace de cette intégrale permet d'écrire :

$$\frac{1}{V(r)} \int_{S(r)} \mathbf{1}_T dS = \frac{2}{r} \mathbf{1} \quad (2.37)$$

où  $V(r)$  est le volume de la sphère de rayon  $r$ . L'intégration sur l'ensemble des interfaces  $I^{sl}$  est alors donnée par :

$$\int_{I^{sl}} \mathbf{1}_T dS = \int_0^{r^*} \mathcal{N}(r) dr \left( V(r) \frac{2}{r} \mathbf{1} \right) \quad (2.38)$$

avec  $\mathcal{N}(r) dr = \frac{(\Omega \varphi) \alpha^m(r) dr}{V(r)}$ , le "nombre" de pores dont le rayon est situé entre  $r$  et  $r + dr$ . L'intégration de l'identité du plan tangent sur l'interface solide/fluide fournit finalement l'expression suivante :

$$\frac{1}{\Omega} \int_{I^{sl}} \mathbf{1}_T dS = \varphi \left( \int_0^{r^*} \frac{2}{r} \alpha^m(r) dr \right) \mathbf{1} \quad (2.39)$$

Plus généralement, on écrit :

$$\begin{cases} \gamma^{sl} \overline{\mathbf{1}_T \delta_{I^{sl}} : \mathbb{A}} &= \gamma^{sl} \left( \int_0^{r^*} \frac{2}{r} \alpha^m(r) dr \right) \mathbf{B} \\ \gamma^{sg} \overline{\mathbf{1}_T \delta_{I^{sg}} : \mathbb{A}} &= \gamma^{sg} \left( \int_{r^*}^{+\infty} \frac{2}{r} \alpha^m(r) dr \right) \mathbf{B} \end{cases} \quad (2.40)$$

La décomposition de (2.40) suggère de réécrire le terme de pression dans (2.27) :

$$\mathbf{B} \bar{p} = \mathbf{B} \left( \int_0^{r^*} p^\ell \alpha^m(r) dr + \int_{r^*}^{+\infty} p^g \alpha^m(r) dr \right) \quad (2.41)$$

Pour la description géométrique adoptée pour les micro-pores, la loi de comportement mésoscopique donnée par l'équation (2.27) se ré-écrit donc :



$$\delta(\Sigma + P^{eq}\mathbf{B}_{ac}) = \mathbb{C}_{ac} : \mathbf{E} - (\delta p^\ell + \delta_n \pi^g) (\mathbf{1} - \mathbf{B}_{ac}) \quad (2.42)$$

où la définition de  $P^{eq}$  est donnée par :

$$P^{eq} = \int_0^{+\infty} p^{eq}(r) \alpha^m(r) dr \quad (2.43)$$

et celle de  $p^{eq}$  par :

$$p^{eq}(r) = \begin{cases} p^\ell - \frac{2\gamma^{sl}}{r} & \text{si } r \leq r^* \quad (\Omega^\ell) \\ p^g - \frac{2\gamma^{sg}}{r} & \text{si } r \geq r^* \quad (\Omega^g) \end{cases} \quad (2.44)$$

L'indice "ac" rappelle que les coefficients sont approximés grâce à l'utilisation d'un schéma auto-cohérent qui décrit la morphologie polycristalline du *ver*.

Considérons à présent non plus des pores sphériques, mais des pores ellipsoïdaux aplatis. On suppose que ces ellipsoïdes ont tous le même grand axe. L'Annexe 6.2 montre que si le réseau poreux est composé de pores ellipsoïdaux aplatis orientés uniformément dans la matrice argileuse, alors la loi de comportement de la matrice argileuse a la même expression (2.42) que pour des pores sphériques, à condition de remplacer le coefficient 2 devant la quantité  $\gamma^{s\alpha}$  dans la définition (2.44) par le coefficient 1. Dans le cas de pores oblates, la distribution de taille des vides  $\alpha^m$ , illustrée à la Figure 1.8, s'interprète comme la distribution du demi petit axe des ellipsoïdes.

L'hypothèse "pores sphériques" ou "pores ellipsoïdaux aplatis" est à rapprocher du choix "pores à parois cylindriques" ou "pores à parois parallèles" dans l'interprétation des mesures de porosimétrie au mercure. Cette méthode expérimentale consiste à faire pénétrer du mercure dans un échantillon sec en exerçant des pressions croissantes. Pour une pression de mercure imposée, la loi de Laplace permet de déterminer le rayon d'accès aux pores "frontière" en-dessous duquel les pores sont saturés en mercure. Dans l'option "pores à parois cylindriques", le rayon  $r^*$  du tube qui correspond à la pression capillaire imposée  $p_c$  est déterminé par la relation de Laplace  $r^* = 2\gamma^{gm}/p_c$ , où  $\gamma^{gm}$  est la tension superficielle entre le gaz et le mercure. Le rayon frontière  $r^*$  caractérise le rayon du tube pour lequel le mercure arrive à chasser le gaz présent. L'interface gaz/mercure dans ce tube a deux rayons de courbures, égaux tous les deux à  $r^*$ . Le coefficient 2 dans la relation de Laplace vient de ces deux rayons de courbure égaux. Dans l'option "pores à parois cylindriques", la demi distance  $c^*$  correspond à la demi distance des deux plans dans lequel le mercure arrive à chasser le gaz présent. Entre ces deux plans, l'interface entre le gaz et le mercure présente un rayon de courbure infini et un rayon de courbure fini, égal à  $c^*$ . La relation de Laplace reliant  $c^*$  à la pression capillaire correspondante est :  $c^* = \gamma^{gm}/p_c$ . Le coefficient 1 devant la quantité  $\gamma^{gm}$  correspond à un seul rayon de courbure fini.

Pour la suite, tout comme l'interprétation des mesures de porosimétrie au mercure repose le plus souvent sur une modélisation du réseau poreux en un ensemble de pores à parois cylindriques, nous utiliserons la loi de comportement correspondante, c'est-à-dire celle reposant sur un réseau poreux constitué de pores sphériques.

2<sup>ème</sup> équation d'état

Nous nous intéressons à présent à la 2<sup>ème</sup> équation d'état. Nous étudions la variation de volume des micro-pores. On introduit la porosité lagrangienne de la matrice argileuse  $\phi^{ma}$  qui est le rapport du volume actuel occupé par la phase fluide sur le volume de référence du *ver* de la matrice argileuse :  $\phi^{ma} = |\Omega^{ma}|/|\Omega_o^{ma}|$ . On cherche à évaluer la variation :

$$\phi^{ma} - \phi_o^{ma} = \frac{|\Omega^{ma}| - |\Omega_o^{ma}|}{|\Omega_o^{ma}|} \quad (2.45)$$

On considère l'hypothèse de feuillets incompressibles. On rappelle que l'expression des tenseurs de Biot généralisés est donnée par l'Equation 2.8. On travaille à l'échelle microscopique où les particules se présentent de façon homogénéisée.

Afin d'alléger la présentation des calculs, nous avons utilisé l'interprétation physique des Equations 2.42, 2.43 et 2.44, à savoir que le réseau poreux partiellement saturé se comporte comme un réseau poreux saturé d'un fluide dont la pression est donnée par l'Equation 2.44. Cette interprétation nous permet d'écrire la loi de comportement microscopique sous la forme affine  $\boldsymbol{\sigma}(\underline{x}) = \mathbb{C}(\underline{x}) : \boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\sigma}_o(\underline{x}) + \delta\boldsymbol{\sigma}^p(\underline{x})$  suivante :

$$\boldsymbol{\sigma}(\underline{x}) = \begin{cases} \mathbb{C}^{par}(\underline{x}) & : \boldsymbol{\varepsilon} + \begin{cases} \boldsymbol{\sigma}_o(\underline{x}) & + \begin{cases} -\delta p^\ell \mathbf{1} - \delta_n \pi^g(h_o) \boldsymbol{\beta}_\pi(\underline{x}) & \text{si } \underline{x} \in \Omega^s \\ -\delta p^{eq} \mathbf{1} & \text{si } \underline{x} \in \Omega^p \end{cases} \end{cases} \\ 0 & \end{cases} \quad (2.46)$$

On divise le problème en trois sous-problèmes :

- chargement 1 :  $\mathbf{E} \neq 0$ ,  $\boldsymbol{\sigma}_o = 0$ , et pas de terme en pression équivalente ( $\delta p^{eq} = 0$ ).

Dans ce cas de chargement, on sait exprimer la moyenne des déformations dans l'espace poreux grâce au tenseur de localisation  $\mathbb{A}$  :

$$\varphi \mathbf{1} : \overline{\boldsymbol{\varepsilon}}_1^p = \varphi \mathbf{1} : \overline{\mathbb{A}}^p : \mathbf{E} = \mathbf{B} : \mathbf{E} \quad (2.47)$$

où on retrouve le tenseur de Biot  $\mathbf{B} = \varphi \mathbf{1} : \overline{\mathbb{A}}^p$  classique.

- chargement 2 :  $\mathbf{E} = 0$ , pas de terme en pression équivalente ( $\delta p^{eq} = 0$ ), et  $\boldsymbol{\sigma}_o \neq 0$ , c'est-à-dire  $\boldsymbol{\sigma}_o|_{\Omega^s} \neq 0$  et  $p_o^{eq} \neq 0$ .

On voit facilement que les champs  $\underline{\xi}_2 = 0$  et  $\boldsymbol{\sigma}_2 = \boldsymbol{\sigma}_o$  sont solution. On a donc :

$$\varphi \mathbf{1} : \overline{\boldsymbol{\varepsilon}}_2^p = 0 \quad (2.48)$$

- chargement 3 :  $\mathbf{E} = 0$ ,  $\boldsymbol{\sigma}_o = 0$ , et chargement dans le réseau poreux, soit par une variation en pression de liquide  $\delta p^\ell$ , soit par  $\delta p^g$ , soit par un changement de la géométrie des interfaces  $\mathcal{I}^{ab}$ .

On peut écrire les lois de localisation suivantes :

$$\begin{cases} \overline{\boldsymbol{\varepsilon}}_3^{par}(\theta, \phi) = (\mathbb{I} + \mathbb{P}_{ac} : (\mathbb{C}^{par}(\theta, \phi) - \mathbb{C}_{ac}))^{-1} : (\mathbf{E}_{aux} - \mathbb{P}_{ac} : (-\delta p^\ell \mathbf{1} - \delta_n \pi^g \boldsymbol{\beta}_\pi(\theta, \phi))) \\ \overline{\boldsymbol{\varepsilon}}_3^{pores}(r) = (\mathbb{I} - \mathbb{P}_{ac} : \mathbb{C}_{ac})^{-1} : (\mathbf{E}_{aux} - \mathbb{P}_{ac} : (-\delta p^{eq}(r) \mathbf{1})) \end{cases} \quad (2.49)$$

La règle des moyennes  $\mathbf{E} = \overline{\varepsilon_3}$  :

$$\overline{\varepsilon_3} = (1 - \varphi) \langle \overline{\varepsilon_3}^{par} \rangle + \varphi \underbrace{\int_0^\infty \overline{\varepsilon_3}^{pores}(r) \alpha^m(r) dr}_{\overline{\varepsilon_3}^p} \quad (2.50)$$

avec  $\mathbf{E} = \mathbf{0}$  permet d'écrire :

$$(1 - \varphi) \langle (\mathbb{I} + \mathbb{P}_{ac} : (\mathbb{C}^{par}(\theta, \phi) - \mathbb{C}_{ac}))^{-1} : (\mathbf{E}_{aux} + \delta p^\ell \mathbb{P}_{ac} : \mathbf{1} + \delta_n \pi^g \mathbb{P}_{ac} : \boldsymbol{\beta}_\pi(\theta, \phi)) \rangle + \varphi (\mathbb{I} - \mathbb{P}_{ac} : \mathbb{C}_{ac})^{-1} : (\mathbf{E}_{aux} + \delta P^{eq} \mathbb{P}_{ac} : \mathbf{1}) = \mathbf{0} \quad (2.51)$$

où on a utilisé l'égalité  $\int_0^\infty \alpha^m(r) dr = \int_{r_m}^{r_M} \alpha^m(r) dr = 1$  (cf. Eq. 1.3) et l'égalité :

$$\int_0^\infty \delta p^{eq}(r) \alpha^m(r) dr = \delta \int_0^\infty p^{eq}(r) \alpha^m(r) dr = \delta P^{eq} \quad (2.52)$$

En effet, considérer pour chaque ensemble de pores de rayon  $r$  la variation de la pression équivalente  $\delta p^{eq}(r)$  revient à considérer la variation entre l'état initial défini par le couple  $(r^*, p^{eq})$  et l'état final, après chargement, défini par  $(r^* + \delta r^*, p^{eq} + \delta p^{eq})$ . On peut alors déterminer l'inconnue  $\mathbf{E}_{aux}$ , puis l'expression de la moyenne des déformations  $\overline{\varepsilon_3}^{pores}(r)$  pour une famille de pores caractérisée par son rayon  $r$ , et enfin la moyenne de la déformation des pores  $\overline{\varepsilon_3}^p$  par l'intégrale  $\overline{\varepsilon_3}^p = \int_0^\infty \overline{\varepsilon_3}^{pores}(r) \alpha^m(r) dr$ . Finalement,  $\varphi \mathbf{1} : \overline{\varepsilon_3}^p$  s'écrit :

$$\varphi \mathbf{1} : \overline{\varepsilon_3}^p = \Gamma \delta P^{eq} - \Gamma' \delta p^\ell - \Gamma'' \delta_n \pi^g \quad (2.53)$$

avec :

$$\begin{cases} \Gamma = & \mathbf{B} : \left( (\mathbb{I} + \mathbb{P}_{ac} : \delta \mathbb{C})^{-1} - \varphi (\mathbb{I} - \mathbb{P}_{ac} : \mathbb{C}_{ac})^{-1} \right) : \mathbb{P}_{ac} : \mathbf{1} \\ \Gamma' = & \mathbf{B} : ((1 - \varphi) \langle (\mathbb{I} + \mathbb{P}_{ac} : (\mathbb{C}^{par}(\theta, \phi) - \mathbb{C}_{ac}))^{-1} \rangle) : \mathbb{P}_{ac} : \mathbf{1} \\ \Gamma'' = & \mathbf{B} : ((1 - \varphi) \langle (\mathbb{I} + \mathbb{P}_{ac} : (\mathbb{C}^{par}(\theta, \phi) - \mathbb{C}_{ac}))^{-1} : \mathbb{P}_{ac} : \boldsymbol{\beta}_\pi(\theta, \phi) \rangle) \end{cases} \quad (2.54)$$

où on lit que  $\Gamma = \Gamma'$ .

Montrons que  $\Gamma' = \Gamma''$ . Comme on l'a déjà vu au moment d'établir l'égalité (2.24), seul le terme en  $\underline{n} \otimes \underline{n}$  dans le produit  $(\mathbb{I} + \mathbb{P}_{ac} : (\mathbb{C}^{par}(\theta, \phi) - \mathbb{C}_{ac}))^{-1} : \mathbb{P}_{ac} : \boldsymbol{\beta}_\pi$ , est à prendre en considération, du fait que la déformabilité dans le plan des feuillets est négligeable vis-à-vis de la déformabilité dans la direction de la normale. Or, la composante en  $\underline{n} \otimes \underline{n}$  de  $\boldsymbol{\beta}_\pi$  est égale à 1 (cf. 2.7). On a de ce fait :

$$(\mathbb{I} + \mathbb{P}_{ac} : (\mathbb{C}^{par}(\theta, \phi) - \mathbb{C}_{ac}))^{-1} : \mathbb{P}_{ac} : \boldsymbol{\beta}_\pi(\theta, \phi) = (\mathbb{I} + \mathbb{P}_{ac} : (\mathbb{C}^{par}(\theta, \phi) - \mathbb{C}_{ac}))^{-1} : \mathbb{P}_{ac} : \mathbf{1} \quad (2.55)$$

puis

$$\langle (\mathbb{I} + \mathbb{P}_{ac} : (\mathbb{C}^{par} - \mathbb{C}_{ac}))^{-1} : \mathbb{P}_{ac} : \boldsymbol{\beta}_\pi \rangle = \langle (\mathbb{I} + \mathbb{P}_{ac} : (\mathbb{C}^{par} - \mathbb{C}_{ac}))^{-1} \rangle : \mathbb{P}_{ac} : \mathbf{1} \quad (2.56)$$

On trouve donc effectivement que  $\Gamma' = \Gamma''$ . On peut finalement écrire l'égalité :

$$\varphi \mathbf{1} : \overline{\varepsilon_3^p} = \Gamma(\delta P^{eq} - \delta p^\ell - \delta_n \pi^g) \quad (2.57)$$

Dans le cas particulier où les particules et les pores ont la même morphologie, par exemple sphérique, alors :

$$\overline{(\mathbb{I} + \mathbb{P}_{ac} : \delta \mathbb{C})^{-1}} = \mathbb{I} \quad \text{et donc} \quad \Gamma = \mathbf{B} : (\mathbb{I} - \varphi(\mathbb{I} - \mathbb{P}_{ac} : \mathbb{C}_{ac})^{-1}) : \mathbb{P}_{ac} : \mathbf{1} \quad (2.58)$$

Dans ce cas de figure, en réalisant un développement limité au premier ordre en  $\Pi/\mu^{fe}$  grâce à l'hypothèse (2.23) dans le prolongement de ceux réalisés par [41], on trouve :

$$\Gamma = \frac{12(1 + \varphi)\varphi^2}{2 - 3\varphi} \frac{1}{\Pi} \quad (2.59)$$

Enfin, la superposition des trois sous-problèmes fournit la deuxième équation d'état de la matrice argileuse :

$$\phi^{ma} - \phi_o^{ma} = \mathbf{B} : \mathbf{E} + \Gamma(\delta P^{eq} - \delta p^\ell - \delta_n \pi^g) \quad (2.60)$$

où :

$$\Gamma = \mathbf{B} : \left( \overline{(\mathbb{I} + \mathbb{P}_{ac} : \delta \mathbb{C})^{-1}} - \varphi(\mathbb{I} - \mathbb{P}_{ac} : \mathbb{C}_{ac})^{-1} \right) : \mathbb{P}_{ac} : \mathbf{1} \quad (2.61)$$

soit encore, dans le cas d'une morphologie sphérique pour les particules et les pores, et sous l'hypothèse (2.23) :

$$\phi^{ma} - \phi_o^{ma} = \frac{4\varphi(1 + \varphi)}{2 - 3\varphi} \left[ \mathbf{1} : \mathbf{E} + \frac{3\varphi}{\Pi} (\delta P^{eq} - \delta p^\ell - \delta_n \pi^g) \right] \quad (2.62)$$

Notons que lorsque la matrice argileuse reste complètement saturée au cours d'un chargement, alors on a l'égalité  $\delta P^{eq} = \delta p^\ell$ , et la deuxième équation d'état s'écrit  $\phi^{ma} - \phi_o^{ma} = \mathbf{B} : \mathbf{E} - \Gamma \delta_n \pi^g$ . On lit que dans ce cas  $\phi^{ma} - \phi_o^{ma}$  ne dépend que de la déformation mésoscopique et de  $\delta_n \pi^g$ , à l'exclusion de  $p^\ell$ . Ce point est dû physiquement au fait que la même pression d'eau règne dans les micro-pores et entre les feuillets, ainsi qu'au caractère incompressible des feuillets.

La Figure 2.2 représente l'évolution des constantes poro-élastiques suivantes en fonction de la porosité : module de Young, coefficient de Poisson, coefficient de Biot, coefficient  $\Gamma$ .

## 2.2 Interprétations

Nous exploitons ici les deux équations d'état que nous venons d'obtenir par homogénéisation :

$$\begin{cases} \delta \Sigma = \mathbb{C}_{ac} : \mathbf{E} - (\delta P^{eq} \mathbf{B} + \delta p^\ell (\mathbf{1} - \mathbf{B}) + \delta_n \pi^g (\mathbf{1} - \mathbf{B})) \\ \phi^{ma} - \phi_o^{ma} = \mathbf{B} : \mathbf{E} + \Gamma(\delta P^{eq} - \delta p^\ell - \delta_n \pi^g) \end{cases} \quad (2.63)$$

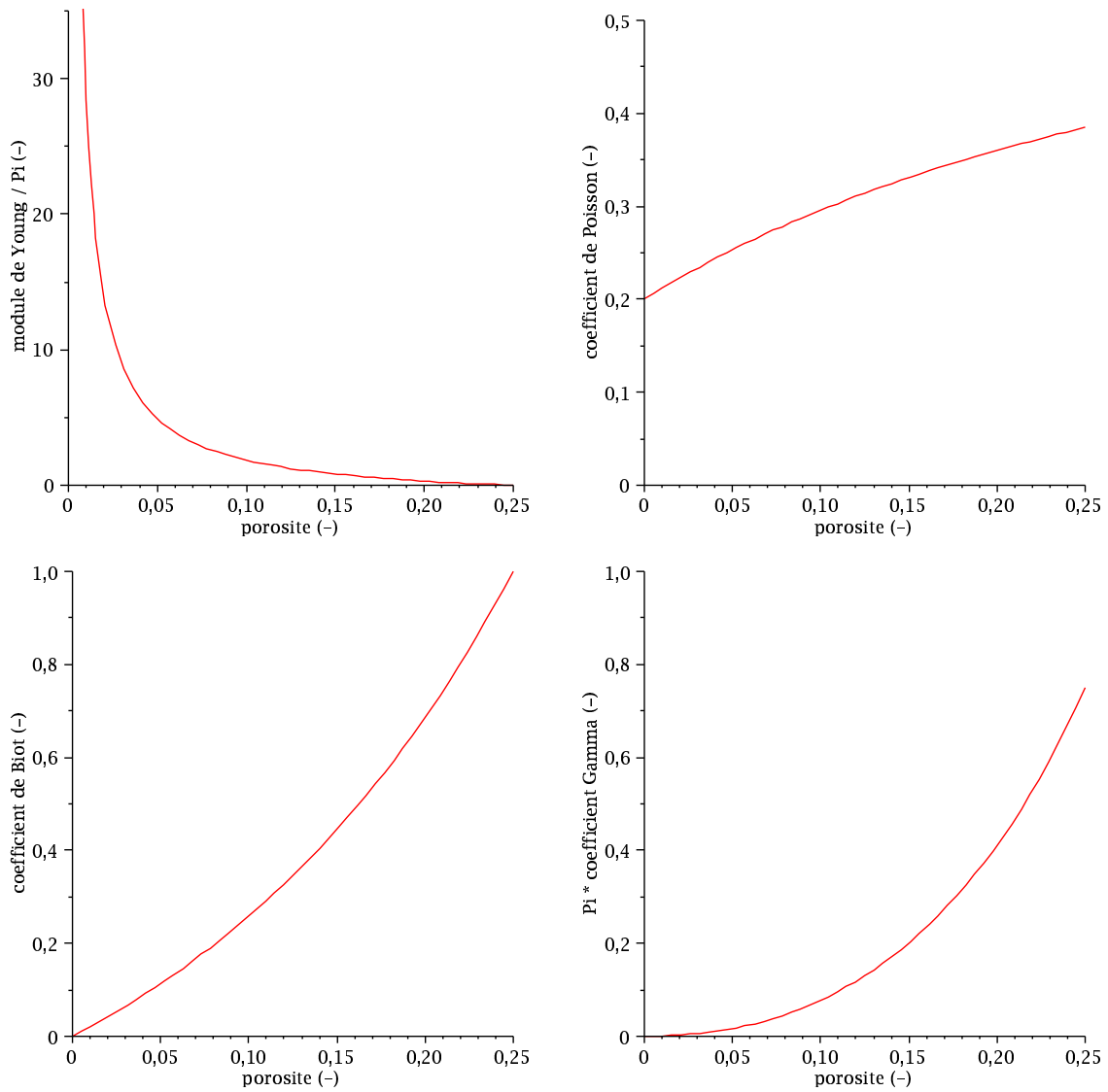


FIG. 2.2 – Module de Young (haut, gauche), coefficient de Poisson (haut, droite), coefficient de Biot (bas, gauche) et coefficient  $\Gamma$  (bas, droite) de la matrice argileuse, en fonction de la porosité, lorsque les particules et les pores sont représentés par une morphologie sphérique.

### 2.2.1 Ordres de grandeur des constantes poromécaniques

Nous cherchons à quantifier les différentes constantes poromécaniques intervenant dans les deux équations d'état (2.63).

#### Tenseur d'élasticité de la matrice argileuse

[92] indique que si l'espace interfeuille est rempli de 2 couches d'eau, alors des résultats de dynamique moléculaire indiquent que la distance basale, c'est-à-dire l'ensemble "espace interfeuille + 1 feuille", est égale à  $15.3\text{\AA}$ , où l'épaisseur d'un feuille est prise égale à  $6.54\text{\AA}$ . Pour un tel cas de figure, on trouve que la porosité d'une particule composée de 6 feuilles, d'une épaisseur alors d'environ  $10\text{nm}$ , vaut  $f \approx 0.53$ . La définition 2.16 fournit alors :

$$\Pi \approx 5\text{MPa} \quad (2.64)$$

On considère un module de cisaillement pour les feuilles de  $100\Pi$ , très supérieur au coefficient  $\Pi$ . Nous avons vu dans ces conditions que les constantes élastiques déduites d'un schéma auto-cohérent où les micro-pores et les particules sont modélisés par des sphères ne sont positives que pour une porosité inférieure à  $1/4$  (cf. Eq. 2.32, et Figs. 2.1 et 2.2). La porosité critique au delà de laquelle le module de cisaillement s'annule renvoie à un seuil de percolation des particules. Le schéma autocohérent a le mérite de la faire apparaître. Précisons cependant qu'il ne saurait prétendre être prédictif sur le plan quantitatif, de sorte que la valeur de  $1/4$  obtenue pour le seuil demeure essentiellement indicative (cf. [41]). En particulier, ce seuil dépend fortement du rapport d'aspect utilisé pour modéliser les particules (cf. [95], [96]). Plus précisément, si au lieu de considérer une forme sphérique, on utilise une forme oblate pour les particules, on s'attend à ce que ce seuil augmente. La matrice argileuse de l'argilite a une porosité d'environ 31% (cf. Tab. 1.3 en rappelant que l'argilite est composé de 50% d'inclusions). En considérant des particules sphériques, on trouve donc que la matrice argileuse n'a pas d'élasticité, compte tenu du seuil de  $1/4$ . On veut donc à présent représenter les particules par des oblates, de façon à lever cette limitation de seuil.

Dans la lignée des travaux de [95] sur les C-S-H de la pâte de ciment, on cherche tout d'abord à caractériser le rôle de la morphologie des particules sur le domaine des porosités admissibles, c'est-à-dire à caractériser la relation entre une porosité donnée et le rapport d'aspect des particules critique correspondant au-dessus duquel l'élasticité du matériau est nulle. La Figure 2.3 représente, dans le cas de pores sphériques, la porosité au-dessus de laquelle l'élasticité du matériau homogénéisé est nulle en fonction du rapport d'aspect des particules ellipsoïdales aplaties. On lit que la micro-porosité de la matrice argileuse impose un rapport d'aspect maximal de  $1/2$  pour avoir une élasticité non nulle. La modélisation des particules par une morphologie d'ellipsoïdes aplaties permet donc de considérer un matériau de porosité 31%.

Pour une porosité donnée, on regarde à présent l'impact de la morphologie des particules sur les constantes élastiques. On étudie en particulier les porosités 10%, 25% et 31%. La Figure 2.4 montre l'évolution des constantes poro-élastiques en fonction du rapport d'aspect des particules

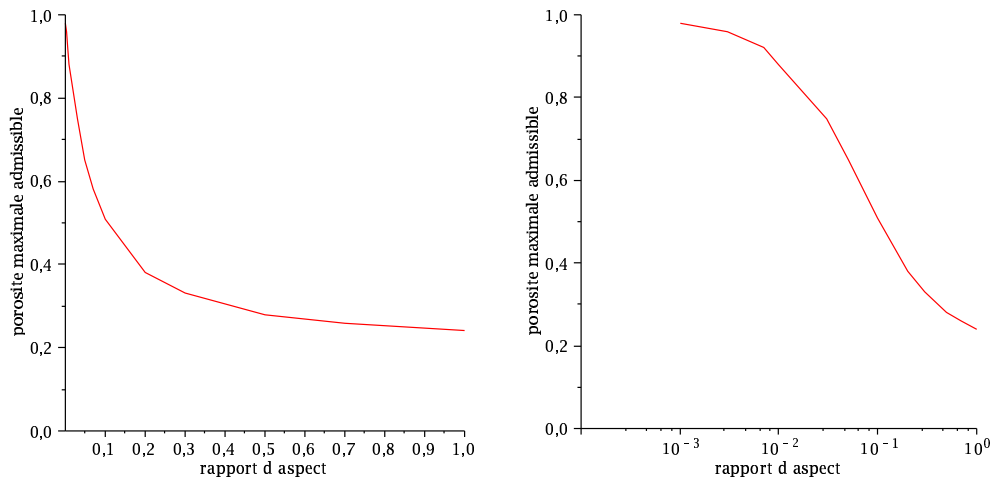


FIG. 2.3 – Pour un rapport d’aspect des particules donné, porosité au-dessus de laquelle l’élasticité de la matrice argileuse est nulle dans le cas de pores sphériques (représentation en échelle semi-logarithmique à droite).

pour une porosité de 10%, 25% ou 31%, les micro-pores étant représentés par une morphologie d’ellipsoïdes aplatis. Ces tracés sont réalisés pour une raideur normale<sup>2</sup> des particules égale à  $300\text{MPa}$ , et sont indépendants de la valeur de l’élasticité du solide constituant les feuillets  $\mu^s$ , pris très grande devant la raideur normale des particules.

On vérifie à la Figure 2.4 que le tenseur d’élasticité homogénéisé tend vers 0 quand la porosité tend vers 1, indépendamment du rapport d’aspect des particules. On constate que considérer des particules aplatis par rapport à des particules sphériques peut augmenter jusqu’à un ordre de grandeur ( $\times 10$ ) les constantes élastiques du matériau homogénéisé. Enumérons enfin quelques particularités de la porosité frontière de 25% :

- les porosités inférieures à 25% sont définies sur tout l’intervalle  $[0, 1]$  des rapports d’aspects,
- les porosités supérieures à 25% : on retrouve notamment que les constantes élastiques sont définies sur l’intervalle  $[0, 0.4]$  pour une porosité de 31% (cf. Fig. 2.3)
- la courbe ”frontière” à 25% présente une tangente horizontale pour le rapport d’aspect égal à 1 (morphologie sphérique) pour les constantes élastiques et le coefficient de Biot, égal alors à 1.

On regarde à présent l’impact de la morphologie des pores. Pour une porosité de 31%, on regarde l’évolution des constantes élastiques en fonction du rapport d’aspect des particules, lorsque les pores ont une morphologie sphérique ou ellipsoïdale aplatie de rapport d’aspect 1/10. Les tracés de la Figure 2.5 montre que le module de Young et le coefficient de Poisson, pour une morphologie de particule donnée, sont peu impactés par la morphologie des pores, pourtant radicalement différente. L’écart est d’autant plus marginal que l’on rappelle que le changement de morphologie pour les particules depuis des sphères vers des ellipsoïdes aplatis est quant à lui très significatif puisque le module de Young passe alors de la valeur 0 (point vert) à des valeurs non

<sup>2</sup>Nous justifierons par la suite ce choix de valeur.

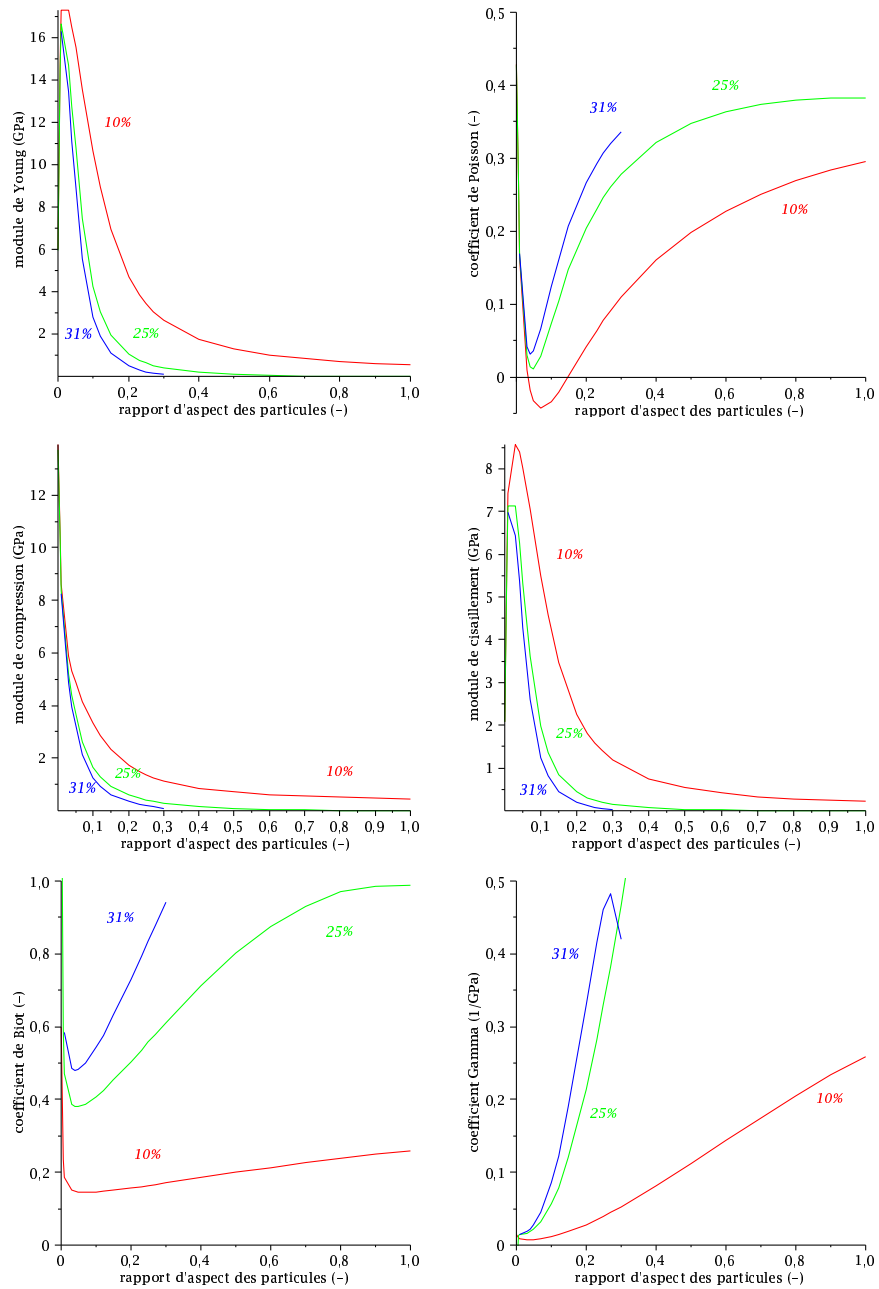


FIG. 2.4 – Module de Young (haut, gauche), coefficient de Poisson (haut, droite), module de compression (milieu, gauche), module de cisaillement (milieu, droite), coefficient de Biot (bas, gauche) et coefficient  $\Gamma$  (bas, droite) de la matrice argileuse en fonction du rapport d'aspect des particules, lorsque les pores sont représentés par une morphologie sphérique.



nulles (courbe rouge pour des pores sphériques). Compte tenu du faible écart et des problèmes

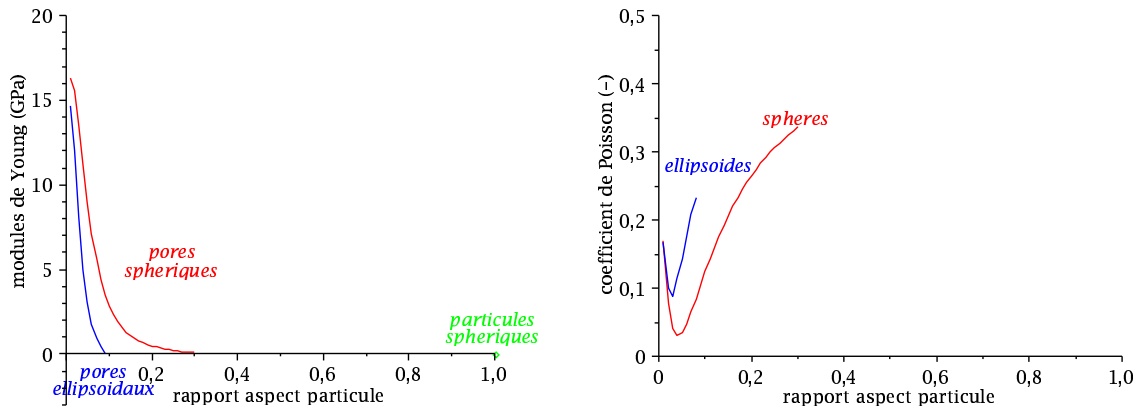


FIG. 2.5 – Module de Young (gauche) et coefficient de Poisson (droite) de la matrice argileuse, de porosité 31%, en fonction du rapport d’aspect des particules, lorsque les pores sont représentés par sphères ou des ellipsoïdes aplatis de rapport d’aspect 1/10.

de convergence numérique inhérents à la manipulation d’objets de tenseur d’élasticité nul aussi aplatis (qui s’apparente presque à des fissures), on décide donc pour la suite de considérer une morphologie sphérique pour représenter les pores.

[4] fournit des intervalles pour les principaux minéraux des argilites à partir des travaux de Lide (2004) et Panet et Fourmaintraux (1976). Ces intervalles sont indiqués dans le Tableau 2.2. Par ailleurs, [65] utilisent les constantes élastiques indiquées dans le Tableau 2.1 pour la composition de l’argilite : il explique alors, à partir de raisonnements d’homogénéisation reposant sur

	$E$ (GPa)	$\nu$ (-)
matrice argileuse	3	0.3
inclusion	98	0.15

TAB. 2.1 – Module de Young  $E$  et coefficient de Poisson  $\nu$  pour la matrice argileuse et les inclusions, tirées de [65].

un schéma de Mori-Tanaka, des résultats expérimentaux obtenus sur de l’argilite, notamment des essais de compression simple. Comme les données de [65] sont cohérentes avec celles indiquées dans le Tableau 2.2, nous utiliserons celles-ci par la suite pour décrire le comportement mécanique de la matrice argileuse et des inclusions.

	$E$ (GPa)
Quartz	105 – 58
Calcite	148 – 32
Minéraux argileux	4 – 20

TAB. 2.2 – Modules de Young  $E$  pour les principaux minéraux des argilites (tirés de [4]).

On considère des pores sphériques formant une porosité de 31% et on considère un rapport de

1/10 pour le rapport d'aspect des particules. On cherche à présent à calibrer la raideur normale des particules  $\Pi$  de sorte obtenir un module de Young pour la matrice argileuse de l'ordre de  $3GPa$ . On propose le jeu de valeurs suivants :

$$\begin{aligned} \Pi &= 300 \text{ MPa} \\ E_{ac} &= 2.8 \text{ GPa} \quad ; \quad \nu_{ac} = 0.12 \\ k_{ac} &= 1.2 \text{ GPa} \quad ; \quad \mu_{ac} = 1.2 \text{ GPa} \\ B_{ac} &= 0.54 \quad ; \quad \Gamma_{ac} = 0.09 \text{ GPa}^{-1} \end{aligned} \tag{2.65}$$

On observe à la Figure 2.4 que le coefficient de Biot est très sensible au rapport d'aspect des particules argileuses. Ainsi, en considérant à présent un rapport d'aspect de 1/4, on trouve, en calibrant à nouveau la raideur normale des particules sur le module de Young de la matrice argileuse :

$$\begin{aligned} \Pi &= 4 \text{ GPa} \\ E_{ac} &= 2.9 \text{ GPa} \quad ; \quad \nu_{ac} = 0.3 \\ k_{ac} &= 2.5 \text{ GPa} \quad ; \quad \mu_{ac} = 1.1 \text{ GPa} \\ B_{ac} &= 0.84 \quad ; \quad \Gamma_{ac} = 0.03 \text{ GPa}^{-1} \end{aligned} \tag{2.66}$$

L'ordre de grandeur de la raideur normale des particules pour obtenir un module de Young de  $3GPa$  pour des particules de rapport d'aspect 1/10 ou 1/4 est bien supérieur à l'ordre de grandeur évalué à partir de l'utilisation de la théorie de la double couche appliquée à des distances interfoliaires de  $1.4nm$  et à une concentration en cations de  $39mol/m^3$ . Rappelons que le gonflement d'une particule peut se décomposer en deux phases : le gonflement cristallin et le gonflement osmotique. En première approximation et faute de modèle simple pour quantifier la propension des molécules d'eau à hydrater les cations compensateurs situés dans l'espace interfoliaire, nous avons uniquement évalué la propension des molécules d'eau à diluer l'électrolyte dans l'espace interfoliaire, celui-ci ayant une concentration plus importante que la solution des micro-pores. Pour ce faire, nous avons utilisé la théorie de la double couche (cf. Sous-section 1.4.3). On rappelle que si celle-ci est bien adaptée pour décrire la distribution des ions près d'un feuillet en suspension ou près de la surface externe d'une particule, elle est un peu moins fiable d'un point de vue quantitatif pour décrire la distribution des ions entre deux feuillets d'une particule, séparés d'une distance interfoliaire de l'ordre de  $1.4nm$ , comme l'illustrent les simulations microscopiques que nous avons présentées à la Sous-section 1.4.3. Tous ces commentaires nous amènent à penser que l'ordre de grandeur de la raideur normale des particules est finalement déterminée de façon plus fiable par un calibrage sur le module de Young de la matrice argileuse que par l'utilisation de la théorie de la double couche.

Supposons que l'on connaisse avec précision le module de Young et le coefficient de Poisson de la matrice argileuse. On peut par exemple évoquer les techniques de nanoindentation de l'équipe de F. Ulm qui permettent, par des procédés de déconvolution, de déterminer le module de Young des différents constituants d'un géomatériau. L'on pourrait alors déterminer avec précision le couple ( $\Pi$ , rapport d'aspect des particules). En effet, comme indiqué à travers le cas des particules sphériques (cf. 2.32), le coefficient de Poisson de la matrice argileuse ne dépend pas

de la raideur normale des particules et ne dépend que de la géométrie du réseau poreux. Ainsi, la donnée du coefficient de Poisson de la matrice argileuse permet de déterminer le rapport d'aspect moyen des particules. Ensuite, la connaissance du module de Young permet de déterminer la valeur de la raideur normale moyenne des particules. En effet, comme indiqué à travers le cas des particules sphériques (2.32), le module de Young dépend de la géométrie du réseau poreux et de la raideur normale  $\Pi$ . La connaissance du rapport d'aspect moyen des particules permet donc de déterminer la raideur normale  $\Pi$  en exploitant le module de Young de la matrice argileuse.

## 2.2.2 Interprétations physiques des termes de couplage

L'expression des deux équations d'état met en évidence deux termes de couplages :

- le terme de couplage  $\delta\sigma_p = -(\delta P^{eq}\mathbf{B} + (\delta p^\ell + \delta_n\pi^g)(\mathbf{1} - \mathbf{B}))$  dans la 1<sup>ère</sup> équation d'état
- le terme de couplage  $\delta P^{eq} - (\delta p^\ell + \delta_n\pi^g)$  dans la 2<sup>nde</sup> équation d'état

**Terme de couplage  $\delta\sigma_p = -(\delta P^{eq}\mathbf{B} + (\delta p^\ell + \delta_n\pi^g)(\mathbf{1} - \mathbf{B}))$  (1<sup>ère</sup> équation d'état)**

La quantité  $\delta\sigma_p = -(\delta P^{eq}\mathbf{B} + (\delta p^\ell + \delta_n\pi^g)(\mathbf{1} - \mathbf{B}))$  reflète le couplage physico-mécanique entre le réseau poreux constitué des nano-pores et des micro-pores et la matrice argileuse. Ce terme est la manifestation mésoscopique des divers couplages (tension de surface, pressions de fluides, surpression osmotique).

Remarquons que la quantité  $\delta\Sigma - \delta\sigma_p$  peut être interprétée comme une contrainte effective pour la matrice argileuse puisqu'elle contrôle la déformation  $\mathbf{E}$ .

Le couplage mécanique entre le réseau poreux et la matrice argileuse est quant à lui donné par le tenseur  $\delta P^{eq}\mathbf{B} + \delta p^\ell(\mathbf{1} - \mathbf{B})$ . Ce terme de couplage se lit comme le barycentre de la pression équivalente mésoscopique  $\delta P^{eq}$  et de la variation de pression de liquide dans l'électrolyte  $\delta p^\ell$ , le poids de la pression équivalente étant le tenseur de Biot  $\mathbf{B}$ . Tout se passe comme si la pression effective qui intervient dans le comportement mécanique est en fait une moyenne pondérée des deux pressions intervenant aux deux échelles d'espace.

**Terme de couplage  $\delta P^{eq} - (\delta p^\ell + \delta_n\pi^g)$  (2<sup>nde</sup> équation d'état)**

La seconde équation d'état reflète la compétition entre les deux porosité vis-à-vis de la variation de volume des micro-pores. La variation de la porosité lagrangienne est en effet contrôlée par la différence entre la pression équivalente mésoscopique  $\delta P^{eq}$  et le terme de couplage physico-mécaniques entre les nano-pores et la matrice argileuse  $\delta p^\ell + \delta_n\pi^g$ .

## 2.2.3 Effet de la saturation sur les termes élémentaires de couplage hydro-mécanique

On étudie à présent le rôle du degré de saturation sur les trois termes élémentaires de couplage hydromécanique :

- la variation de pression équivalente mésoscopique  $\delta P^{eq}$
- la variation de pression de liquide  $\delta p^\ell$

- la variation de surpression osmotique à espace interfeuillet constant  $\delta_n \pi^g$

### Variation de pression équivalente mésoscopique $\delta P^{eq}$

Les Equations 2.42, 2.43 et 2.44 soulignent l'idée selon laquelle le cas partiellement saturé peut être vu comme une généralisation du cas saturé à condition que la pression soit re-définie :  $P^{eq}$  est une pression de pore équivalente qui apparaît comme une moyenne des pressions de fluide corrigées, pondérée par la distribution de taille de pores (2.43). Par ailleurs, la pression de fluide corrigée n'est pas uniforme dans les micro-pores, comme le montrent l'Equation 2.44 et la Figure 2.6 : la phase solide autour d'un pore est soumise à une pression équivalente  $p^{eq}$  qui correspond à la pression du fluide  $p^{\alpha^m}$  contenu dans le pore allégée de la contribution d'une traction de membrane  $2\gamma^{s\alpha^m}/r$ , dépendant du rayon de pore.

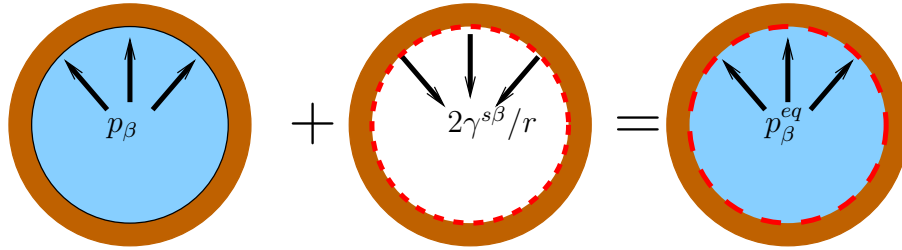


FIG. 2.6 – Interprétation de la pression équivalente  $p_\beta^{eq}$  dans un pore rempli de fluide  $\beta$  ( $\beta = \ell, g$ ).

Si on introduit le rayon  $r^*$  (resp.  $r_o^*$ ) correspondant à la configuration actuelle (resp. initiale), avec l'hypothèse que  $r_o^* > r^*$ ,  $\delta P^{eq}$  peut s'écrire :

$$\delta P^{eq} = \int_{r_m}^{r^*} (p^\ell - p_o^\ell) \alpha^m(r) dr + \int_{r^*}^{r_o^*} \left( \left( p^g - \frac{2\gamma^{sg}}{r} \right) - \left( p_o^\ell - \frac{2\gamma^{s\ell}}{r} \right) \right) \alpha^m(r) dr + \int_{r_o^*}^{r_M} (p^g - p_o^g) \alpha^m(r) dr \quad (2.67)$$

Cette écriture met en avant l'historique de chaque pore durant le procédé de séchage ( $r_o^* > r^*$ ) :

- les pores initialement remplis de gaz ( $r \geq r_o^*$ ) ont vu une variation de pression  $p^g - p_o^g$  au cours du séchage ;
- les pores satisfaisant ( $r^* \leq r \leq r_o^*$ ) étaient initialement remplis de liquide ; au cours du séchage, ce liquide a peu à peu été remplacé  $\left[ - \left( p_o^\ell - \frac{2\gamma^{s\ell}}{r} \right) \right]$  par du gaz  $\left[ p^g - \frac{2\gamma^{sg}}{r} \right]$  ;
- les pores satisfaisant ( $r \leq r^*$ ) étaient initialement remplis de liquide et ont vu une variation de liquide  $p^\ell - p_o^\ell$ .

Considérons à présent les micro-pores à l'état sec. Alors la quantité  $\delta P^{eq}$  peut s'écrire :

$$\delta P^{eq} = -p_c(s_\ell) \left( \int_{r_m}^{r^*} \alpha^m(r) dr \right) + \int_0^{r^*} \frac{2\gamma^{\ell g}}{r} \alpha^m(r) dr \quad (2.68)$$

où on rappelle que  $p_c(s_\ell) = 2\gamma^{\ell g}/r^*$ . La quantité  $\delta P^{eq}$  est donc finalement paramétrée par le rayon frontière  $r^*$ . La Figure 2.7 représente le tracé de la fonction  $s_\ell \rightarrow \delta P^{eq}(s_\ell) = P^{eq}(s_\ell) - P_o^{eq}$  où la pression équivalente  $P_o^{eq}$  correspond à l'état sec pour le réseau poreux des micro-pores ( $r^* = r_m$ )

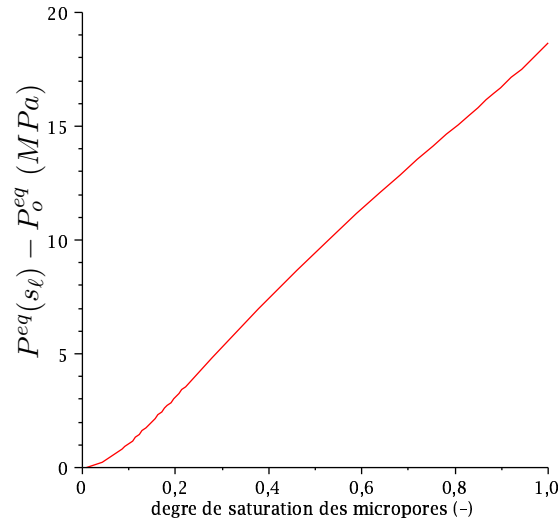


FIG. 2.7 – Tracé de la courbe  $s_\ell \rightarrow P^{eq}(s_\ell) - P_o^{eq}$ , où  $P_o^{eq}$  correspond à l'état sec des micro-pores.

### Variation de pression de liquide

La pression de liquide est reliée à la pression capillaire par l'égalité  $p_\ell = p_g - p_c$ . On considère à nouveau les micro-pores à l'état sec. La quantité  $\delta p_\ell$  s'écrit alors :

$$\delta p_\ell = -\delta p_c(s_\ell) = -2\gamma^{\ell g} \left( \frac{1}{r^*} - \frac{1}{r_o^*} \right) \quad (2.69)$$

Nous avons considéré que le rayon frontière séparant les nano-pores saturés en liquide et les micro-pores secs est de  $2nm$ . Nous avons alors tracé la variation de la pression de liquide (Fig. 2.8).

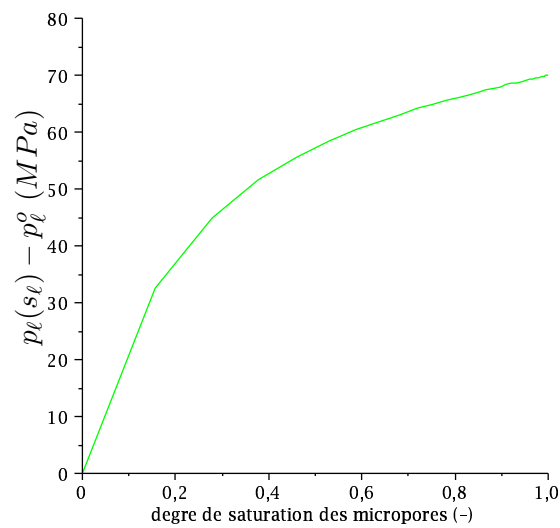


FIG. 2.8 – Tracé de la courbe  $s_\ell \rightarrow p_\ell(s_\ell) - p_\ell^o$ , où  $p_\ell^o$  correspond à l'état sec pour les micro-pores et correspond à un rayon frontière de  $2nm$ .

### Utilisation des tracés de variation de pression équivalente mésoscopique et de pression de liquide

Nous venons de voir les tracés  $s_\ell \rightarrow \delta P^{eq}(s_\ell)$  et  $s_\ell \rightarrow \delta p_\ell(s_\ell)$  obtenus à partir de l'état sec des micro-pores. On peut à présent translater verticalement ces deux courbes pour tenir compte du degré de saturation initial réel de l'échantillon. La Figure 2.9 montre la superposition des tracés  $s_\ell \rightarrow \delta P^{eq}(s_\ell)$  et  $s_\ell \rightarrow \delta p_\ell(s_\ell)$  selon que les micro-pores sont initialement secs (tracé de gauche) ou complètement saturés (tracé de droite).

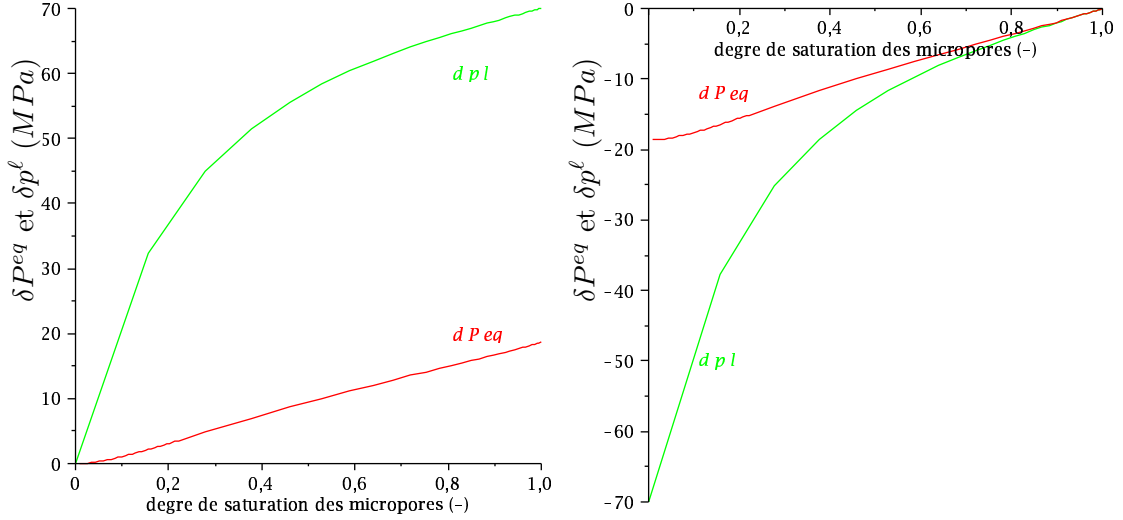


FIG. 2.9 – Tracé des courbes  $s_\ell \rightarrow \delta P^{eq}(s_\ell)$  et  $s_\ell \rightarrow \delta p_\ell(s_\ell)$  calibrées sur l'état sec (gauche) et saturé (droite) des micro-pores.

### 2.3 Validation : essais sur bentonite re-saturée

On récapitule les deux équations d'état que l'on vient d'obtenir :

$$\begin{cases} \delta \Sigma = \mathbb{C}_{ac} : \mathbf{E} - \overbrace{(\delta P^{eq} \mathbf{B} + \delta p^\ell (\mathbf{1} - \mathbf{B}) + \delta_n \pi^g (\mathbf{1} - \mathbf{B}))}^{\delta \sigma_p} \\ \phi - \phi_o = \mathbf{B} : \mathbf{E} + \Gamma (\delta P^{eq} - \delta p^\ell - \delta_n \pi^g) \end{cases} \quad (2.70)$$

Dans cette section, on exploite qualitativement la première équation d'état. L'objectif est ici de vérifier si notre schéma d'homogénéisation *nano*  $\rightarrow$  *micro*  $\rightarrow$  *méso* fournit une loi de comportement pour la matrice argileuse qui permet, contrairement à une loi de comportement de type Biot, d'expliquer l'expérience de gonflement empêché. Si c'est bien le cas, on pourra enchaîner sur l'étape d'homogénéisation suivante : *méso*  $\rightarrow$  *macro* (cf. Fig. 1.17).

À la Sous-section 1.3.2, nous avons présenté très brièvement le principe d'un essai de gonflement empêché avant de montrer le résultat de l'essai à la Figure 1.15. Ici, nous revenons sur cet essai : nous détaillons d'abord le protocole expérimental, puis nous interprétons les résultats

expérimentaux à travers le prisme de notre modèle à double porosité.

### 2.3.1 Protocole expérimental

La bentonite est essentiellement constituée de montmorillonite. De son côté, l'argilite est composée de 20 – 50% d'argile, formée de phyllosilicates (minéraux argileux) gonflants et non gonflants (cf. Sous-section 1.1.2). De par la présence de minéraux gonflants dans leur microstructure, la bentonite et la matrice argileuse de l'argilite sont tous deux des matériaux gonflants, et pour les deux matériaux, une surpression osmotique existe dans l'électrolyte se situant entre les feuillets parallèles des particules gonflantes (smectites et, dans une moindre mesure, illites). En raison de leur composition minérale différente, on s'attend à ce que la bentonite soit un matériau beaucoup plus gonflant que l'argilite, donc avec un gonflement plus facile à mesurer. Par ailleurs, alors qu'on constate une variation de volume visible à l'œil nu pour un échantillon cylindrique de bentonite d'environ 5cm de rayon plongé dans l'eau, un échantillon d'argilite se délite dans les mêmes conditions. Pour ces raisons d'ordre pratique, la loi de comportement mésoscopique de l'argilite, dont on veut tester la pertinence de la prise en compte des effets osmotiques, est testée qualitativement avec une expérience sur de la bentonite plutôt que sur la matrice argileuse de l'argilite.

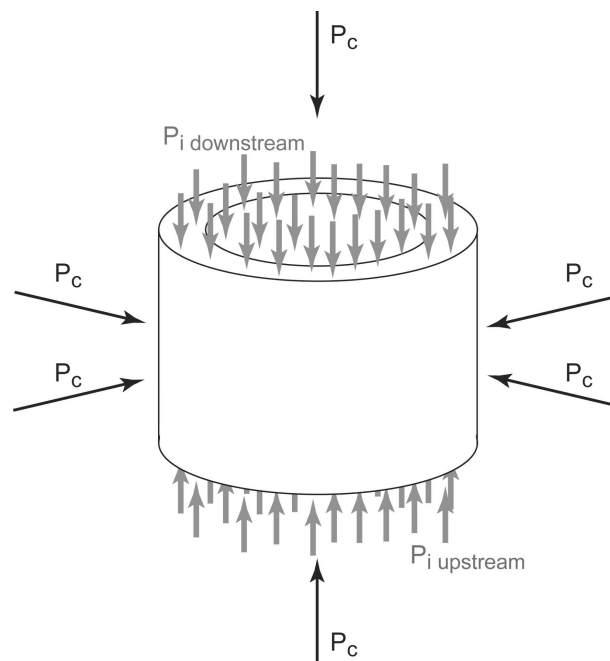


FIG. 2.10 – Chargement sur le tube aluminium-plexiglas<sup>TM</sup> de l'expérience de gonflement.

Des bouchons de bentonite sont préparés au LML à partir de poudre de bentonite MX 80, fournie par Eurogeomat-Consulting company (Orléans, France), et à partir de grains de sable. Plus précisément, ces bouchons sont obtenus par compaction œdométrique d'un mélange composé de poudre de bentonite et de sable (dont le poids est de 30% du poids total). Comme on s'intéresse à une comparaison *qualitative* et non *quantitative* entre la loi de comportement

obtenue et la pression de gonflement mesurée, la présence de grains de sable dans l'échantillon testé ne perturbe par la comparaison (même si les grains de sable ne sont pas pris en compte dans la loi de comportement proposée).

La procédure expérimentale est décrite en détails dans [31]. Le bouchon de bentonite est placé dans un tube épais en aluminium-plexiglas<sup>TM</sup>. La géométrie et les dimensions de l'ensemble bentonite-tube sont choisis de façon à prendre en compte différentes contraintes. Tout d'abord, une géométrie cylindrique assure des conditions de chargement uniforme dans une cellule triaxiale. Ensuite, les expériences sous confinement déjà développées dans le laboratoire reposent sur des échantillons cylindriques de diamètre  $65mm$  : cette taille avait été choisie par rapport au béton car elle est bien supérieure à la taille caractéristique de sa microstructure et permet donc d'étudier le béton à une échelle où il apparait homogénéisé. Pour ces raisons, la géométrie de l'échantillon est un bouchon cylindrique et il est placé dans un tube en aluminium-plexiglas<sup>TM</sup> de diamètre extérieur égal précisément à  $65mm$ . Le diamètre intérieur est pris égal à  $40mm$ . Le bouchon de bentonite, de diamètre  $38.5mm$ , est ensuite positionné dans ce tube, ce qui laisse un vide initial de  $3.75\%$  entre le tube et le bouchon. Avant compactage, la bentonite sèche est partiellement saturée, par les techniques de solution saline, sous une humidité relative contrôlée de  $80\%$ . Après compactage, le degré de saturation initial  $s_\ell$  est de  $46\%$ .

Le tube est instrumenté avec des jauges de déformation, ce qui nous permet d'évaluer indirectement la pression de gonflement de la bentonite. Avant de positionner l'échantillon dans le tube, ce dernier est en effet calibré afin de déterminer la relation entre les déformations lues par les jauges et la contrainte normale moyenne appliquée sur la surface intérieure. Après cette phase de calibration, l'échantillon est positionné dans le tube et le gonflement de l'échantillon est alors obtenu en injectant sur l'échantillon partiellement saturé de l'eau reconstituée, sous une pression de  $4MPa$ . Au contact de l'eau, la bentonite gonfle et remplit progressivement le vide laissé entre le bouchon et le tube jusqu'à rentrer en contact avec le tube. En continuant à gonfler, la bentonite exerce alors une pression sur la surface interne du tube. Cette pression est mesurée grâce à la correspondance déformation-pression interne évaluée lors de la calibration du tube, et grâce aux quatre jauges positionnées sur la surface externe du tube. Ce dispositif permet donc de mesurer la pression de gonflement de la bentonite en limitant les déplacements radiaux, tout en ayant une bonne sensibilité de mesure.

### 2.3.2 Présentation des résultats

Chaque bouchon a un degré de saturation initial  $s_\ell^o$ , et le liquide initial dans les pores interparticulaires (micro-pores) contient une quantité initiale de cations  $n_M^o$ . L'expérience de gonflement est réalisée sur deux bouchons distincts mis au contact de deux eaux de minéralité différente : un échantillon est testé avec de l'eau osmosée vérifiant  $0 < n_M << 1$ , tandis que l'autre est testé avec une eau minéralisée, avec  $n_M > 0$ . La pression de liquide injectée sur les deux faces de l'échantillon est de  $4MPa$  et cette pression est maintenue à cette valeur jusqu'à ce que l'échantillon soit complètement saturé. On rappelle que le dispositif permet de limiter les déplacements radiaux et de mesurer en continu la contrainte radiale qui est mobilisée pour empêcher le gonfle-



ment dû à la saturation de l'échantillon. La saturation complète est obtenue lorsque la contrainte radiale est stabilisée, ce qui prend une vingtaine de jours. Les résultats sont présentés à la Figure 1.15. Après stabilisation, la pression de liquide est relâchée, ce qui entraîne une chute nette de la contrainte radiale. Notons que cette chute est quasi instantanée alors que la stabilisation nécessite près de 20 jours.

### 2.3.3 Analyse des résultats

Analysons à présent cet essai à partir de nos développements théoriques.

#### Etude qualitative : effet d'une re-saturation sur le terme de couplage $\delta\sigma_p$

Etudions tout d'abord l'effet d'une re-saturation sur le terme de couplage  $\delta\sigma_p$  afin de comprendre qualitativement les effets physiques activés lors d'une re-saturation. La loi de comportement de la matrice argileuse (2.42) indique qu'une déformation est susceptible de se produire sans variation de la contrainte appliquée. Elle peut être activée par 3 causes distinctes :

- par la variation de la pression équivalente, qui intègre à la fois les pressions dans les deux phases fluides et les phénomènes de tension superficielle ;
- par la variation de la pression du liquide, qui affecte aussi bien les pores interparticulaires (micro-pores) que la nanoporosité ;
- par la variation des conditions physico-chimiques, représentées par la surpression osmotique.

A l'inverse, si l'on empêche la déformation, la contrainte de couplage mobilisée est le résultat de ces trois causes. Considérons une saturation, d'un état initial  $(s_\ell^o, r_o^*)$  à un état final complètement saturé en liquide  $(s_\ell = 1, r^* = +\infty)$ . En prenant en compte ces états initial et final, la variation de la pression équivalente s'écrit :

$$\delta P^{eq} = \int_0^{r_o^*} (p^\ell - p_o^\ell) \alpha^m(r) dr + \int_{r_o^*}^{+\infty} \left( \left( p^\ell - \frac{2\gamma^{s\ell}}{r} \right) - \left( p_{atm}^g - \frac{2\gamma^{sg}}{r} \right) \right) \alpha^m(r) dr \quad (2.71)$$

On retrouve l'historique des pores évoqué précédemment. Les pores de rayon inférieur à  $r_o^*$  étaient initialement remplis de liquide. Comme il n'y a pas de changement de phases dans ces pores, la variation de la pression équivalente est simplement la variation de la pression de liquide  $p^\ell - p_o^\ell > 0$ . Les pores de rayon supérieur à  $r_o^*$  étaient initialement remplis de gaz : au cours de la re-saturation, le gaz a été remplacé  $\left[ - \left( p_{atm}^g + \frac{2\gamma^{sg}}{r} \right) \right]$  par du liquide  $\left[ \left( p^\ell - \frac{2\gamma^{s\ell}}{r} \right) \right]$ . En raison des inégalités  $\gamma^{sg} \geq \gamma^{s\ell}$  et  $p^\ell \geq p_{atm}^g$  (la pression de liquide vaut  $4MPa$  dans l'échantillon à la fin du gonflement, puis  $p_{atm}^g$  quand la pression sur les faces supérieure et inférieure est relâchée), le second terme de (2.71) est toujours positif. Comme le premier terme est également positif, la pression de pore équivalente augmente lors de cet essai. Dans le cas particulier d'un liquide parfaitement mouillant, auquel cas  $\gamma^{sg} = \gamma^{\ell g} + \gamma^{s\ell}$ , on peut écrire :

$$\delta\sigma_p = - \left( p^\ell + \left( b \int_{r_o^*}^{+\infty} \frac{2\gamma^{\ell g}}{r} \alpha^m(r) dr - b\bar{p}_o - (1-b)p_o^\ell \right) + (1-b)\delta_n\pi^g \right) \mathbf{1} \quad (2.72)$$

Lors d'une imbibition en déplacements radiaux empêchés, si on appelle  $p_{gonf}$  la pression à exercer sur l'échantillon pour empêcher les déplacements radiaux, avec  $p_{gonf} = 0$  dans l'état initial, on peut écrire :

$$\begin{cases} \lambda_a \varepsilon_{zz} + \delta\sigma_p = -p_{gonf} \\ \lambda_a \varepsilon_{zz} + 2\mu_a \varepsilon_{zz} + \delta\sigma_p = -p^\ell \end{cases} \quad (2.73)$$

où l'indice "a" fait référence à la matrice argileuse, comme à la Section 3.1. On obtient donc finalement :

$$p_{gonf} = \underbrace{p^\ell}_{\text{mécanique}} + \underbrace{mb \int_{r_o^*}^{+\infty} \frac{2\gamma^{\ell g}}{r} \alpha^m(r) dr - mb\bar{p}_o - m(1-b)p_o^\ell}_{\text{effets capillaires+état initial}} + \underbrace{m(1-b)\delta_n\pi^g}_{\text{osmotique}} \quad (2.74)$$

avec  $m = 2\mu_a/(\lambda_a + 2\mu_a)$ .

On distingue trois contributions :

- le terme de pression de liquide (dans l'état actuel complètement saturé en liquide), qui affecte aussi bien les pores interparticulaires que la nanoporosité ;
- un second terme, qui dépend de l'état initial et qui représente les effets capillaires, reflétant le changement de fluide au cours de l'imbibition dans les pores initialement remplis de gaz ;
- un dernier terme reflétant la variation des conditions physico-chimiques.

La Figure 2.11 résume les contributions qui interviennent dans la pression de gonflement expérimentale et qui sont déduites du modèle théorique. Le terme mécanique  $p^\ell$  intervenant dans l'Equation 2.74 est égal à  $4MPa$  durant la phase de gonflement de l'échantillon et est ramené à 0 lorsque l'équilibre est atteint par l'échantillon. La chute brutale du suivi de la pression de gonflement représenté à la Figure 2.11 correspond donc à ce terme mécanique  $p^\ell$ . Les valeurs asymptotiques, mesurées lorsque la pression de liquide est relâchée, correspondent à la somme des effets capillaires et des effets osmotiques, ces derniers entraînant des pressions de gonflement différentes selon la salinité du fluide dans les micro-pores.

### Etude quantitative

Nous venons de voir, en termes qualitatifs, que la chute du suivi de la pression de gonflement représenté à la Figure 2.11 correspond au terme mécanique  $p^\ell$ . La variation de pression de liquide imposée à l'échantillon est de  $4MPa$ . Or nous lisons précisément à la Figure 2.11 une chute d'environ  $4MPa$  lorsque la pression de liquide est relâchée. En ce qui concerne le rôle joué par la pression de liquide, nous avons donc cohérence quantitative entre ce que prédit le modèle de la double porosité et notre suivi expérimental.

Nous ne disposons pas de la distribution de taille de pores de la bentonite que nous avons testée, ni de sa courbe de pression capillaire. Nous n'essaierons donc pas d'évaluer quantitativement les effets capillaires à partir de l'Equation 2.74.

Concentrons-nous à présent sur le terme osmotique de l'Equation 2.74. Entre un gonflement observé avec de l'eau osmosée et un gonflement observé avec une eau de site, on mesure à la Figure 2.11 une différence entre les effets osmotiques de l'ordre de  $1MPa$ . Cette différence de

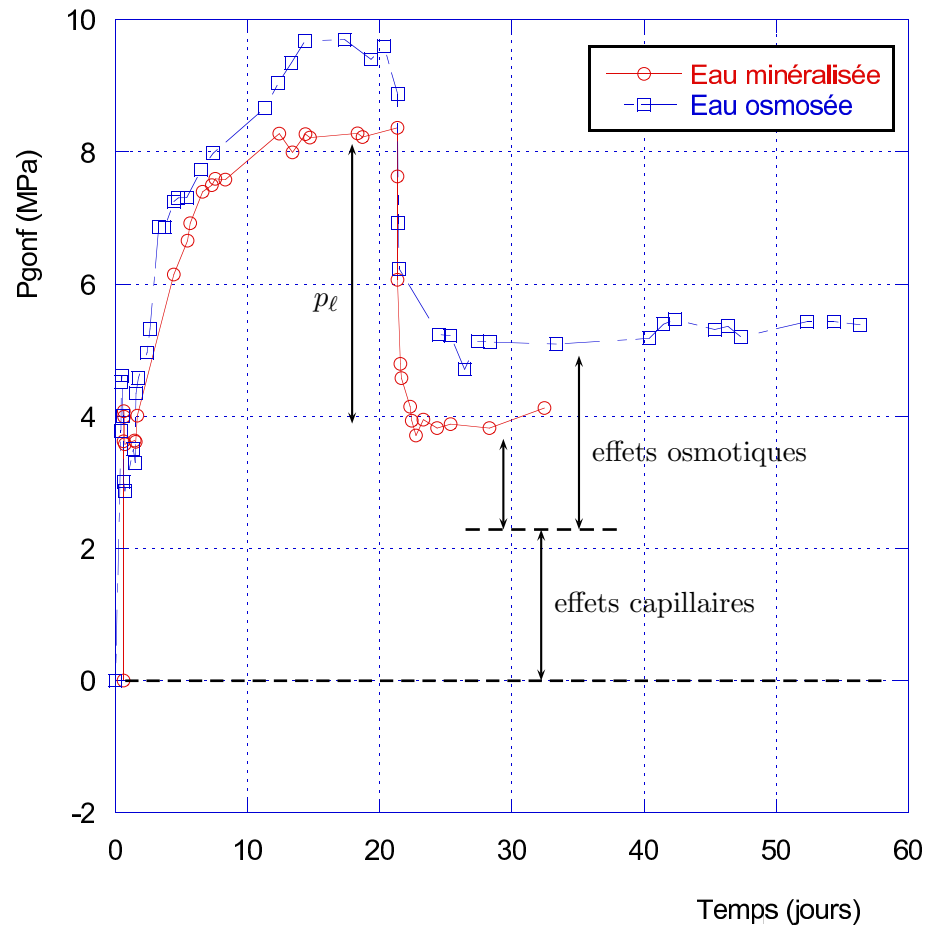


FIG. 2.11 – Interprétation qualitative du gonflement empêché d'un échantillon de bentonite.

1MPa correspond au terme  $m(1-b)\delta_n\pi^g$  de l'Equation 2.74. Les coefficients  $m$  et  $1-b$  étant inférieurs à 1, on en déduit que le terme  $\delta_n\pi^g$  est mesuré comme étant supérieur à 1.

Intéressons-nous à présent aux ordres de grandeur théoriques de la pression osmotique. Les calculs développés à la Sous-section 1.4.3 reposent sur le modèle unidimensionnel de la double couche diffuse, et ne considèrent que des ions monovalents. Nous avons estimé la concentration en ions monovalents de l'eau extraite sur le site de Bure à 500m de profondeur à  $n_M \approx 40\text{mol}/\text{m}^3$  (cf. Eq. 1.66). Le degré de saturation de l'échantillon au début de l'expérience est environ 50% (46% plus précisément). En supposant que lors d'un séchage, les ions migrent grâce à la loi de Fick vers les petits pores qui restent saturés, on peut estimer la concentration en ions monovalents dans l'échantillon initialement à 50% de degré de saturation à  $\approx 80\text{mol}/\text{m}^3$ . Au cours de l'essai, l'eau injectée va se mélanger avec l'eau déjà présente dans les micro-pores. L'injection d'eau osmosée permet de ramener la concentration de l'échantillon à la fin de l'essai à  $40\text{mol}/\text{m}^3$ , ce qui entraîne  $\delta_n\pi^g(80 \rightarrow 40\text{mol}/\text{m}^3) = 0.18\text{MPa}$  (cf. Tab. 1.6). La Figure 1.22 montre que la surpression osmotique est en effet peu modifiée lorsque la concentration en ions  $n_M$  varie. Après injection d'eau minéralisée respectant la concentration de l'eau de site, la concentration de l'échantillon est environ de  $\approx 60\text{mol}/\text{m}^3$ , ce qui entraîne  $\delta_n\pi^g(80 \rightarrow 60\text{mol}/\text{m}^3) = 0.08\text{MPa}$  (cf. Tab. 1.6). La théorie prévoit donc une différence entre les deux eaux de 0.1MPa.

La théorie prévoit donc une variation dans les effets osmotiques de  $\approx 0.1\text{MPa}$ , lorsque la mesure indique  $\geq 1\text{MPa}$ . Cet écart peut s'expliquer par le fait que l'on a considéré ici un modèle unidimensionnel de la double couche diffuse, en ne considérant que des ions monovalents. La prise en compte de la couche de Stern et les modélisations par dynamique moléculaire pourraient améliorer cette estimation. L'écart que nous constatons ici entre mesures et estimations théoriques indique qu'il ne sera pas possible, d'un point de vue expérimental, de piloter un chargement par l'intermédiaire du terme  $\delta_n\pi^g$  puisque, en imposant une variation de concentration, nous ne serons pas capable de savoir quelle quantité réelle  $\delta_n\pi^g$  nous imposons à l'échantillon.

### 2.3.4 Conclusions

A la différence du modèle à simple porosité, le modèle à double porosité prend en compte non seulement les interactions mécaniques, mais également les interactions électrostatiques de la phase solide avec l'eau interparticulaire contenue dans les micro-pores. L'expression de  $p_{gonf}$  issue de la loi de comportement reposant sur le modèle à double porosité permet d'expliquer qualitativement toutes les observations expérimentales.

- L'expression de  $p_{gonf}$  prévoit une chute de  $p^\ell = 4\text{MPa}$  (coefficient égal à 1 devant le terme  $p^\ell$ ) lorsque la pression de liquide est relâchée, ce qui est exactement ce qui est constaté expérimentalement ;
- L'expression de  $p_{gonf}$  prévoit l'existence d'une valeur asymptotique. Celle-ci est composée d'un terme dépendant de l'état initial et des effets capillaires, et d'un terme reflétant les effets osmotiques. Ce premier terme ne dépend pas de la minéralité de l'eau interparticulaire dans les micro-pores. A l'inverse, le deuxième terme en dépend et est activé au cours de l'imbibition, puisque la concentration en ions varie durant une imbibition. En effet, par un

raisonnement déjà évoqué au sujet du séchage à la Sous-section 3.1.2, une imbibition avec de l'eau osmosée ( $\delta s_\ell > 0$ ) entraîne une diminution de la concentration  $n_M$  et donc une augmentation de  $\pi(h_0, \cdot)$ , si bien que finalement  $\delta_n \pi^g > 0$ . Une imbibition avec de l'eau minéralisée va entraîner une diminution plus faible de la concentration  $n_M$ , et va donc engendrer une quantité  $\delta_n \pi^g > 0$  plus faible. L'intensité de cette variation dépend de la nature du liquide utilisé pour la saturation, et c'est la raison pour laquelle on observe des valeurs asymptotiques différentes selon la minéralité de l'eau utilisée. Nous avons constaté par ailleurs que l'ordre de grandeur mesuré pour la variation de la surpression osmotique est cohérent avec nos prédictions théoriques.

Nous retiendrons que nos résultats expérimentaux sur bentonite et les prédictions qualitatives issues d'un modèle à double porosité sont en très bonne cohérence. Cela n'est pas vrai avec les prédictions reposant sur le modèle à simple porosité, où la phase solide est considérée inerte par rapport au fluide dans les micro-pores. Pour les matériaux argileux, ces résultats expérimentaux nous confortent dans notre modélisation à double porosité qui prend en compte les phénomènes physiques existant au sein de la phase solide, au niveau des particules elles-mêmes : les particules interagissent non seulement mécaniquement mais aussi électrostatiquement avec l'eau interparticulaire des micro-pores. Pour les matériaux argileux gonflants, composés de smectites, comme c'est le cas de la bentonite ou de l'argilite, on ne peut pas négliger ces interactions électrostatiques et un modèle à double porosité est indispensable.

# Chapitre 3

## L'argilite : 1<sup>ère</sup> approche

### Sommaire

---

<b>3.1 Homogénéisation <i>méso</i> → <i>macro</i> : avec adhérence parfaite . . . . .</b>	<b>99</b>
3.1.1 Formulation générale . . . . .	99
3.1.2 Utilisation d'un schéma de Mori-Tanaka . . . . .	100
3.1.3 Les deux équations de l'argilite . . . . .	105
<b>3.2 Validation par l'interprétation de nos essais poromécaniques . . . . .</b>	<b>106</b>
3.2.1 Protocole expérimental . . . . .	106
3.2.2 Présentation des résultats . . . . .	108
3.2.3 Validation de l'hypothèse d'équilibre thermodynamique entre nano et micro-porosité . . . . .	112
3.2.4 Compréhension des phénomènes par l'étude des temps caractéristiques . . . . .	117
3.2.5 Principe de détermination du tenseur de Biot <i>à partir</i> de nos essais poromécaniques . . . . .	121
<b>3.3 Applications à séchage (débuté par une succion) . . . . .</b>	<b>122</b>
3.3.1 Effets d'un séchage sur les termes de couplage $\delta\sigma_p$ et $\delta P^{eq} - \delta p^\ell$ . . . . .	122
3.3.2 Effets d'un séchage de l'argilite, libre ou à déplacement empêché, sur les constituants de l'argilite . . . . .	124
3.3.3 Effets d'un séchage à déplacement macroscopique empêché sur les constituants de la matrice argileuse . . . . .	125
<b>3.4 Détermination du tenseur de Biot . . . . .</b>	<b>127</b>
3.4.1 Suivi des variations dimensionnelles sous chargement hydrique . . . . .	127
3.4.2 Principe de détermination du tenseur de Biot et du coefficient $\Gamma$ en <i>adaptant</i> le protocole de nos essais poromécaniques . . . . .	139

---



Nous disposons à présent d'une loi de comportement pour la matrice argileuse, explicitée par l'Equation 2.42. Cette expression permet d'expliquer l'essai de gonflement empêché. Nous envisageons à présent d'intégrer la présence des inclusions dans la matrice argileuse afin de proposer une loi de comportement pour l'argilite.

### 3.1 Homogénéisation *méso* → *macro* : avec adhérence parfaite

On considère maintenant l'argilite, composée d'une matrice argileuse et d'inclusions (Fig. 1.17). Intuitivement, on imagine volontier que la présence des inclusions va affecter le tenseur d'élasticité de l'argilite : on s'attend à un matériau plus raide en présence d'inclusions. On souhaite quantifier le rôle des inclusions sur l'élasticité de l'argilite et on s'interroge sur le rôle des inclusions sur le terme de couplage  $\delta\sigma_p$ .

Ces inclusions sont un mélange de quartz et de calcite, et représentent une fraction volumique pouvant aller jusqu'à 50%. Dans la suite, on pourra considérer, pour certaines simplifications, ces inclusions comme infiniment rigides par rapport à la matrice argileuse. On cherche à exprimer la loi de comportement de l'argilite, et on considère, en première approximation, que l'adhérence de ces inclusions avec la matrice argileuse est parfaite. Les théories d'homogénéisation vont nous permettre d'explicitier la loi de comportement dans cette situation.

Désormais, les exposants "a" et "inc" renvoient à la matrice argileuse et aux inclusions respectivement.

#### 3.1.1 Formulation générale

En représentant les inclusions par le tenseur d'élasticité  $\mathbb{C}_{inc}$ , il est possible d'écrire la loi de comportement mécanique pour l'ensemble du *ver* sous la forme unifiée  $\boldsymbol{\sigma}(\underline{z}) = \mathbb{C}(\underline{z}) : \boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\sigma}_{pr}(\underline{z})$  :

$$\boldsymbol{\sigma}(\underline{z}) = \begin{cases} \mathbb{C}_a \\ \mathbb{C}_{inc} \end{cases} : \boldsymbol{\varepsilon} + \begin{cases} \boldsymbol{\sigma}_o(\underline{z}) + \delta\boldsymbol{\sigma}_p & (\Omega^a) \\ \boldsymbol{\sigma}_o(\underline{z}) & (\Omega^{inc}) \end{cases} \quad (3.1)$$

où  $\boldsymbol{\sigma}_o(\underline{z})$  est la contrainte initiale de l'argilite, définie pour les conditions  $\boldsymbol{\varepsilon} = 0$ ,  $\delta P^{eq} = 0$ ,  $\delta p^\ell = 0$ , et  $\delta_n \pi^g = 0$ . Le théorème de Levin fournit la loi de comportement de l'argilite sous la forme :

$$\boldsymbol{\Sigma} = \mathbb{C}^{hom} : \mathbf{E} + \boldsymbol{\Sigma}_o + \delta\boldsymbol{\Sigma}_p \quad (3.2)$$

avec :

$$\begin{cases} \mathbb{C}^{hom} &= \varphi_{inc} \mathbb{C}_{inc} : \overline{\mathbb{A}}^{inc} + \mathbb{C}_a : (\mathbb{I} - \varphi_{inc} \overline{\mathbb{A}}^{inc}) = \mathbb{C}_a + \varphi_{inc} (\mathbb{C}_{inc} - \mathbb{C}_a) : \overline{\mathbb{A}}^{inc} \\ \boldsymbol{\Sigma}_o &= \overline{\boldsymbol{\sigma}_o} : \overline{\mathbb{A}} \\ \delta\boldsymbol{\Sigma}_p &= \delta\boldsymbol{\sigma}_p : (\mathbb{I} - \varphi_{inc} \overline{\mathbb{A}}^{inc}) \end{cases} \quad (3.3)$$

Le champ de contrainte  $\boldsymbol{\sigma}_o(\underline{z})$  est à divergence nulle puisque il est le champ solution dans le *v.e.r* dans les conditions initiales. En considérant un champ de déformation uniforme quelconque



$\mathbf{E}'$ , on peut donc appliquer le lemme de Hill aux champs  $\boldsymbol{\sigma}_o$  et  $\mathbb{A} : \mathbf{E}'$  :

$$\overline{\boldsymbol{\sigma}_o : (\mathbb{A} : \mathbf{E}')} = \overline{\boldsymbol{\sigma}_o} : \overline{\mathbb{A}} : \mathbf{E}' \quad (3.4)$$

avec  $\overline{\mathbb{A}} = \mathbb{I}$ . On peut ainsi reformuler l'expression de  $\boldsymbol{\Sigma}_o$  :

$$\boldsymbol{\Sigma}_o = \overline{\boldsymbol{\sigma}_o} \quad (3.5)$$

Les propriétés mécaniques des inclusions et de la matrice argileuse sont très contrastées. Le module d'élasticité des cristaux de quartz et de calcite est de l'ordre de  $100\text{GPa}$  alors que, d'après [4] et Tab. 2.2, celui de la matrice argileuse est de l'ordre de  $10\text{GPa}$ . Il est donc légitime de considérer que les inclusions sont infiniment rigides par rapport à la matrice argileuse, c'est-à-dire vérifiant  $\mathbb{C}_{inc} \gg \mathbb{C}_a$ . Cette hypothèse implique que les déformations des inclusions sont très faibles devant celles de la matrice argileuse :  $\overline{\mathbb{A}}^{inc} \ll \overline{\mathbb{A}}^a$ . En résumé, la loi de comportement de l'argilite, dans le cas d'une adhérence parfaite entre les inclusions et la matrice argileuse, s'écrit :

$$\boldsymbol{\Sigma} - \boldsymbol{\Sigma}_o = \mathbb{C}^{hom} : \mathbf{E} + \delta\boldsymbol{\Sigma}_p \quad (3.6)$$

avec :

$$\begin{cases} \mathbb{C}^{hom} & \approx \mathbb{C}_a + \varphi_{inc}\mathbb{C}_{inc} : \overline{\mathbb{A}}^{inc} \\ \boldsymbol{\Sigma}_o & = \overline{\boldsymbol{\sigma}_o} \\ \delta\boldsymbol{\Sigma}_p & \approx \delta\boldsymbol{\sigma}_p \end{cases} \quad (3.7)$$

Soulignons que dans le cas d'inclusions rigides, le résultat  $\delta\boldsymbol{\Sigma}_p = \delta\boldsymbol{\sigma}_p$  est indépendant du schéma choisi, puisque l'approximation  $\overline{\mathbb{A}}^{inc} \simeq 0$  est toujours vraie.

### 3.1.2 Utilisation d'un schéma de Mori-Tanaka

On considère classiquement que les inclusions sont dispersées dans la matrice argileuse qui est dominante [4]. Le schéma de Mori-Tanaka est ainsi tout à fait pertinent pour décrire cette morphologie matrice-inclusion. Cette approche a par exemple été utilisée dans les travaux de [65].

#### Formulation générale

On cherche à évaluer le produit  $\mathbb{C}_{inc} : \overline{\mathbb{A}}^{inc}$ , qui apparaît dans l'expression de  $\mathbb{C}^{hom}$  et est une forme indéterminée lorsque les inclusions sont infiniment rigides par rapport à la matrice argileuse. Le schéma de Mori-Tanaka permet de proposer une approximation pour le tenseur de localisation moyen  $\overline{\mathbb{A}}^{inc}$  :

$$\overline{\mathbb{A}}^{inc} \approx (\mathbb{I} + \mathbb{P}_a : (\mathbb{C}_{inc} - \mathbb{C}_a))^{-1} : ((1 - \varphi_{inc})\mathbb{I} + \varphi_{inc}(\mathbb{I} + \mathbb{P}_a : (\mathbb{C}_{inc} - \mathbb{C}_a))^{-1})^{-1} \quad (3.8)$$

puis pour ce tenseur  $\mathbb{C}_{inc} : \overline{\mathbb{A}}^{inc}$  :

$$\mathbb{C}_{inc} : \overline{\mathbb{A}}^{inc} = \mathbb{C}_{inc} : (\mathbb{I} + (1 - \varphi_{inc})\mathbb{P}_a : (\mathbb{C}_{inc} - \mathbb{C}_a))^{-1} \quad (3.9)$$

En considérant les inclusions infiniment rigides, on vérifie alors, à partir de l'Equation 3.8, que le tenseur de localisation est nul :

$$\overline{\mathbb{A}}^{inc} \simeq 0 \quad (3.10)$$

et l'Equation 3.9 permet de lever la forme indéterminée du produit  $\mathbb{C}_{inc} : \overline{\mathbb{A}}^{inc}$  :

$$\mathbb{C}_{inc} : \overline{\mathbb{A}}^{inc} \simeq (1 - \varphi_{inc})^{-1} \mathbb{P}_a^{-1} \quad (3.11)$$

On obtient donc finalement, dans le cas d'inclusions infiniment rigides :

$$\begin{cases} \mathbb{C}^{hom} = \mathbb{C}_a + \frac{\varphi_{inc}}{1 - \varphi_{inc}} \mathbb{P}_a^{-1} \\ \Sigma_o = \overline{\sigma}_o \\ \delta \Sigma_p = \delta \sigma_p \end{cases} \quad (3.12)$$

Avec  $\delta \Sigma = \Sigma - \Sigma_o$ , la loi de comportement de l'argilite, dans le cas d'une adhérence parfaite entre les inclusions et la matrice argileuse, et dans le cas d'inclusions infiniment rigides, s'écrit :

$$\delta \Sigma = \mathbb{C}^{hom} : \mathbf{E} - \underbrace{\left( \delta P^{eq} b + (\delta p^\ell + \delta_n \pi^g) (1 - b) \right)}_{\delta \sigma_p} \mathbf{1} \quad (3.13)$$

où  $\mathbb{C}^{hom}$  est donné par (3.12)

On peut formuler deux remarques.

- La loi de comportement présente une partie linéaire en déformation. Celle-ci, via  $\mathbb{C}^{hom}$ , est affectée par la présence des inclusions (cf. les estimations de la Sous-section 3.1.2).
- En revanche, la partie des contraintes qui ne dépend pas de la déformation, c'est-à-dire le terme de couplage  $\delta \sigma_p$ , n'est pas influencée par la présence des inclusions rigides.

### Quelques ordres de grandeurs : applications numériques dans le cas isotrope

On cherche ici à quantifier l'impact de la présence des inclusions. Pour simplifier, on considère un matériau isotrope.

**Evaluation des coefficients élastiques** Réalisons une estimation des coefficients d'élasticité homogénéisés dans le cas d'un matériau isotrope. On s'attend évidemment à ce que le tenseur d'élasticité soit plus raide en présence d'inclusions. Comme :

$$\mathbb{P}_a = \frac{\alpha_a}{3k_a} \mathbb{J} + \frac{\beta_a}{2\mu_a} \mathbb{K} \quad (3.14)$$

avec :

$$\alpha_a = \frac{3k_a}{3k_a + 4\mu_a} = \frac{1}{3} \frac{1 + \nu_a}{1 - \nu_a} ; \quad \beta_a = \frac{6(k_a + 2\mu_a)}{5(3k_a + 4\mu_a)} = \frac{2}{15} \frac{4 - 5\nu_a}{1 - \nu_a} \quad (3.15)$$

on trouve sans peine :

$$k_{ad}^{hom} = \frac{1}{3} \frac{3k_a + 4\varphi_{inc}\mu_a}{1 - \varphi_{inc}} = k_a \frac{(1 + \nu_a) + 2\varphi_{inc}(1 - 2\nu_a)}{(1 + \nu_a)(1 - \varphi_{inc})} \quad (3.16)$$

et

$$\mu_{ad}^{hom} = \mu_a \frac{k_a(1 + \frac{3}{2}\varphi_{inc}) + 2\mu_a(1 + \frac{2}{3}\varphi_{inc})}{(k_a + 2\mu_a)(1 - \varphi_{inc})} = \mu_a \frac{(1 + \nu_a)(1 + \frac{3}{2}\varphi_{inc}) + 3(1 - 2\nu_a)(1 + \frac{2}{3}\varphi_{inc})}{(4 - 5\nu_a)(1 - \varphi_{inc})} \quad (3.17)$$

où l'indice "ad" évoque la situation de l'adhérence parfaite. On lit comme prévu que :

$$k_{ad}^{hom} \geq k_a ; \quad \mu_{ad}^{hom} \geq \mu_a \quad (3.18)$$

Avec un coefficient de Poisson  $\nu_a = 0.12$  (cf. Eq. 2.65) et une fraction volumique d'inclusions  $\varphi_{inc} = 0.5$ , on trouve :

$$k_{ad}^{hom} \approx 3.6k_a ; \quad \mu_{ad}^{hom} \approx 2.9\mu_a \quad (3.19)$$

L'argile est donc plus raide que la matrice argileuse pure en raison de la présence des inclusions.

**Calculs de déformation libre dans le cas isotrope** La déformation de gonflement en l'absence de contrainte  $E_{ad}^{hom}$  est donc plus faible, vis-à-vis du même chargement, que la déformation de gonflement  $E_a$  d'une argile pure. En effet, en raison du caractère isotrope de  $\delta\sigma_p = \delta\sigma_p \mathbf{1}$ , on trouve des déformations de gonflement isotropes  $E_a \mathbf{1}$  et  $E_{ad}^{hom} \mathbf{1}$  avec :

$$E_a = \frac{1}{3k_a} \delta\sigma_p ; \quad E_{ad}^{hom} = \frac{1}{3k_{ad}^{hom}} \delta\sigma_p \quad (3.20)$$

d'où on déduit :

$$E_{ad}^{hom} \leq E_a \quad (3.21)$$

ainsi que, avec les valeurs numériques précédentes :

$$\frac{E_{ad}^{hom}}{E_a} = \frac{(1 + \nu_a)(1 - \varphi_{inc})}{(1 + \nu_a) + 2\varphi_{inc}(1 - 2\nu_a)} \approx 0.3 \quad (3.22)$$

La déformation de gonflement en l'absence de contrainte est trois fois plus faible pour une argilite que pour la matrice argileuse pure en raison de la présence des inclusions.

**Applications numériques : comparaison schéma de Mori-Tanaka et schéma auto-cohérent** On utilise les résultats (2.65) pour le tenseur d'élasticité isotrope de la matrice argileuse et les valeurs du Tableau 2.1 pour celui des inclusions. D'après [4], les minéraux argileux forment la phase dominante de l'argilite, dans laquelle se trouvent les inclusions. Ceci dit, compte tenu de la forte fraction volumique des inclusions (50%), on peut s'interroger sur la pertinence

du choix d'un schéma de Mori-Tanaka. En effet, le schéma auto-cohérent traduirait le fait que la minéraux argileux et les inclusions jouent des rôles similaires pour l'argilite, chaque constituant, élément argileux ou inclusion, étant plongé dans un milieu homogénéisé constitué des minéraux argileux et des inclusions. En utilisant un schéma auto-cohérent, on trouve les valeurs suivantes pour l'argilite :

$$E^{hom} \approx 16.7GPa \quad ; \quad \nu^{hom} \approx 0.17 \quad ; \quad k^{hom} \approx 8.5GPa \quad ; \quad \mu^{hom} \approx 7.1GPa \quad (3.23)$$

et en utilisant un schéma de Mori-Tanaka :

$$E^{hom} \approx 7.9GPa \quad ; \quad \nu^{hom} \approx 0.15 \quad ; \quad k^{hom} \approx 3.8GPa \quad ; \quad \mu^{hom} \approx 3.4GPa \quad (3.24)$$

Nous présentons à la section suivante quelques résultats d'essais menés sur de l'argilite. Même si nous verrons que l'argilite est isotrope transverse, ce que nous n'avons pas pris en compte dans cette application numérique, il semble que le schéma de Mori-Tanaka permette une meilleure évaluation du tenseur d'élasticité de l'argilite. Nous adopterons ce schéma dans la suite pour représenter l'argilite.

### Exploitations : moyenne des contraintes sur les inclusions

On cherche à présent à évaluer  $\bar{\sigma}^{inc}$  pour déterminer les potentialités d'une décohésion de la matrice argileuse par rapport aux inclusions. On va voir en effet que la connaissance des contraintes  $\bar{\sigma}^{inc}$  dans les inclusions est nécessaire pour statuer sur un éventuel défaut d'adhérence. Il est donc utile d'estimer l'état de contraintes  $\bar{\sigma}^{inc}$  qui règne en place, sous l'action des chargements  $\mathbf{E}$  et  $\delta\sigma_p$ .

**Détermination de la moyenne des contraintes  $\bar{\sigma}^{inc}$  à l'état actuel à partir d'un état initial** On suppose que l'on connaît la moyenne des contraintes sur les inclusions et dans la matrice argileuse à l'état initial, et on cherche à déterminer ces contraintes à l'état actuel. On indique ici le résultat obtenu, dont les développements sont présentés à l'Annexe 6.4.

La moyenne des contraintes sur les inclusions  $\bar{\sigma}^{inc}$  dans l'état *actuel* s'exprime à partir de  $\bar{\sigma}_o^{inc}$  dans l'état *initial* en fonction de la déformation macroscopique  $\mathbf{E}$  et du terme de couplage  $\delta\sigma_p$  :

$$\bar{\sigma}^{inc} = \bar{\sigma}_o^{inc} + \frac{1}{1 - \varphi_{inc}} \mathbb{P}_a^{-1} : \mathbf{E} + \delta\sigma_p \quad (3.25)$$

ou en fonction de la variation de la contrainte macroscopique  $\delta\mathbf{\Sigma}$  et du terme de couplage  $\delta\sigma_p$  :

$$\bar{\sigma}^{inc} = \bar{\sigma}_o^{inc} + (\varphi_{inc}\mathbb{I} + (1 - \varphi_{inc})\mathbb{S})^{-1} : (\delta\mathbf{\Sigma} + (1 - \varphi_{inc})(\mathbb{S} - \mathbb{I}) : \delta\sigma_p) \quad (3.26)$$

**Evaluation du signe de la partie sphérique de  $\bar{\sigma}^{inc}$**  Le coefficient de la partie sphérique du tenseur  $\mathbb{I} - (\varphi_{inc}\mathbb{I} + (1 - \varphi_{inc})\mathbb{S})^{-1}$  est donné par :

$$1 - \frac{1}{\varphi_{inc} + (1 - \varphi_{inc})\alpha_a} = \frac{(1 - \varphi_{inc})(\alpha_a - 1)}{\varphi_{inc} + (1 - \varphi_{inc})\alpha_a} \leq 0 \quad (3.27)$$

et celui de  $(\varphi_{inc}\mathbb{I} + (1 - \varphi_{inc})\mathbb{S})^{-1}$  par :

$$\frac{1}{\varphi_{inc} + (1 - \varphi_{inc})\alpha_a} \geq 0 \quad (3.28)$$

avec  $0 \leq \alpha_a \leq 1$ . En supposant pour simplifier la présentation que le tenseur de Biot est isotrope,  $\mathbf{B} = b\mathbf{1}$ , la partie sphérique de  $\bar{\sigma}^{inc}$  peut s'écrire  $\bar{\sigma}_{iso}^{inc}\mathbf{1}$ , avec :

$$\delta\bar{\sigma}_{iso}^{inc} = \underbrace{\frac{1}{\varphi_{inc} + (1 - \varphi_{inc})\alpha_a}}_{\geq 0} \delta\Sigma_m - \underbrace{\frac{(1 - \varphi_{inc})(\alpha_a - 1)}{\varphi_{inc} + (1 - \varphi_{inc})\alpha_a}}_{\leq 0} \left( \delta P^{eq}b + \left( \delta p^\ell + \delta_n \pi^g \right) (1 - b) \right) \quad (3.29)$$

Considérons par exemple le cas d'un séchage, au cours duquel le degré de saturation  $s_\ell$  diminue. On va voir au paragraphe suivant que le terme de couplage  $\delta\sigma_p = -b\delta P^{eq} - (1 - b)\delta p^\ell - (1 - b)\delta_n \pi^g$  est alors positif.

On peut finalement exprimer la variation de la contrainte moyenne sur les inclusions dans l'état *actuel* en fonction des variations des paramètres de chargement (contraintes, pression de fluide) à partir de l'état *initial* par :

$$\delta\bar{\sigma}_{iso}^{inc} = (1 + q)\delta\Sigma_m + q \underbrace{\left( \delta P^{eq}b + \left( \delta p^\ell + \delta_n \pi^g \right) (1 - b) \right)}_{\substack{\leq 0 \text{ si séchage} \\ \geq 0 \text{ si imbibition}}} \quad (3.30)$$

où

$$q = \frac{(1 - \varphi_{inc})(1 - \alpha_a)}{\varphi_{inc} + (1 - \varphi_{inc})\alpha_a} \geq 0 \quad (3.31)$$

soit, en considérant un coefficient de Poisson  $\nu_a = 0.12$  et une fraction volumique d'inclusions  $\varphi_{inc} = 0.5$  :

$$\delta\bar{\sigma}_{iso}^{inc} = 1.4\delta\Sigma_m + 0.4 \left( \delta P^{eq}b + \left( \delta p^\ell + \delta_n \pi^g \right) (1 - b) \right) \quad (3.32)$$

On lit que la moyenne des contraintes sur les inclusions  $\bar{\sigma}_{iso}^{inc}$  peut devenir positive (traction) au cours d'un procédé d'imbibition et/ou sous l'action d'une traction macroscopique. Dans ce cas, une décohésion à l'interface inclusions/matrice argileuse est susceptible de survenir. A l'inverse, le séchage tend à accroître la compression exercée par la matrice argileuse sur les inclusions.

### 3.1.3 Les deux équations de l'argilite

Sachant que la porosité lagrangienne est donnée par le rapport du volume actuel occupé par la phase fluide sur le volume de référence du *ver* et que la fraction volumique des inclusions est  $\varphi_{inc}$ , la porosité lagrangienne de l'argilite  $\phi$  vaut  $(1 - \varphi_{inc})$  fois la porosité lagrangienne de sa matrice argileuse  $\phi^{ma}$ . Par ailleurs, la règle des moyennes des déformations combinée à une déformation nulle sur les inclusions rigides indiquent que la déformation macroscopique vaut  $(1 - \varphi_{inc})$  la déformation mésoscopique.

A partir de la deuxième équation d'état de la matrice argileuse (Eq. 2.60), on peut récapituler les équations d'état de l'argilite :

$$\begin{cases} \delta \Sigma = \mathbb{C}^{hom} : \mathbf{E} - (\delta P^{eq} \mathbf{B} + \delta p^\ell (\mathbf{1} - \mathbf{B}) + \delta_n \pi^g (\mathbf{1} - \mathbf{B})) \\ \phi - \phi_o = \mathbf{B} : \mathbf{E} + (1 - \varphi_{inc}) \Gamma (\delta P^{eq} - \delta p^\ell - \delta_n \pi^g) \end{cases} \quad (3.33)$$

Traduisons cette deuxième équation d'état en terme de variations de masse. Si  $M_\ell$  et  $M_g$  sont respectivement les masses par volume de *ver*, d'eau liquide dans les micro-pores et de gaz dans les micro-pores, alors :

$$\begin{cases} M_\ell = \rho_\ell \varphi s_\ell \\ M_g = \rho_g \varphi (1 - s_\ell) \end{cases} \quad (3.34)$$

D'où :

$$\begin{cases} \delta M_\ell = \delta \rho_\ell \varphi s_\ell + \rho_\ell \delta (\varphi s_\ell) \\ \delta M_g = \delta \rho_g \varphi (1 - s_\ell) + \rho_g \delta (\varphi (1 - s_\ell)) \end{cases} \quad (3.35)$$

Sachant que  $\delta \rho_\ell / \rho_\ell = \delta p^\ell / K_\ell$  et  $\delta \rho_g / \rho_g = \delta p^g / K_g$ , on tire :

$$\frac{\delta M_\ell}{\rho_\ell} + \frac{\delta M_g}{\rho_g} = \frac{\delta p^\ell}{K_\ell} \varphi s_\ell + \frac{\delta p^g}{K_g} \varphi (1 - s_\ell) + (\phi - \phi_o) \quad (3.36)$$

La deuxième équation d'état se ré-écrit donc :

$$\frac{\delta M_\ell}{\rho_\ell} + \frac{\delta M_g}{\rho_g} = \mathbf{B} : \mathbf{E} + (1 - \varphi_{inc}) \Gamma (\delta P^{eq} - \delta p^\ell - \delta_n \pi^g) + \left( \frac{\delta p^\ell}{K_\ell} \varphi s_\ell + \frac{\delta p^g}{K_g} \varphi (1 - s_\ell) \right) \quad (3.37)$$

Les quantités  $\delta p^\ell$ ,  $\delta p^g$  et  $\delta_n \pi^g$  sont indépendantes. Soulignons que la pression mésoscopique équivalente  $P^{eq}$  est complètement déterminée à partir de la pression de liquide  $p^\ell$  et de la pression de gaz  $p^g$ , le rayon "frontière"  $r^*$  décrivant la répartition des phases liquide et gazeuse étant connu à partir de la pression capillaire  $p_c = p^g - p^\ell$  grâce à la relation  $r^* = 2\gamma^{\ell g} / p_c$ .

Les deux équations d'état de l'argilite peuvent donc s'écrire :

$$\begin{cases} \delta \Sigma = \mathbb{C}^{hom} : \mathbf{E} - (\delta P^{eq} \mathbf{B} + \delta p^\ell (\mathbf{1} - \mathbf{B}) + \delta_n \pi^g (\mathbf{1} - \mathbf{B})) \\ \frac{\delta M_\ell}{\rho_\ell} + \frac{\delta M_g}{\rho_g} = \mathbf{B} : \mathbf{E} + (1 - \varphi_{inc}) \Gamma (\delta P^{eq} - \delta p^\ell - \delta_n \pi^g) + \left( \frac{\delta p^\ell}{K_\ell} \varphi s_\ell + \frac{\delta p^g}{K_g} \varphi (1 - s_\ell) \right) \end{cases} \quad (3.38)$$

## 3.2 Validation par l'interprétation de nos essais poromécaniques

A la Sous-section 1.3.2, nous avons présenté un résultat d'essai poromécanique réalisé sur un échantillon d'argilite en équilibre avec un environnement à 11% d'humidité relative. Dans cette section, nous détaillons le protocole expérimental, avant de présenter les résultats obtenus sur de l'argilite à différents degrés de saturation. Nous interprétons ensuite ces essais au travers du prisme du modèle à double porosité afin de vérifier la pertinence de la loi de comportement que nous proposons pour l'argilite.

### 3.2.1 Protocole expérimental

Nous avons développé un protocole qui utilise du gaz comme fluide percolant pour piloter la pression de pore (cf. Sous-section 1.3.2). Parallèlement, afin de réduire au maximum le temps caractéristique de mise en pression des pores par rapport à la pression de gaz appliquée, on a décidé de considérer des échantillons plus petits que ceux classiquement utilisés ( $\emptyset = 37mm$ ;  $H = 75mm$ ), à savoir dont les caractéristiques sont ( $\emptyset = 19.5mm$ ;  $H = 40mm$ ). Cette taille relativement petite ne pose pas de problème vis-à-vis du matériau qui est de structure très fine et homogène. Un nouveau dispositif expérimental adapté à ces échantillons de petite taille a été conçu. Notons que l'on conserve, pour ces petits échantillons, un élançement de 2 qui est usuellement employé en essai de compression simple ou triaxiale. Ces échantillons sont carottés perpendiculairement au plan des strates. Les axes sont définis à la Figure 3.5. Ces échantillons de petite taille sont plongés dans une cellule de confinement et sont reliés à un "panneau gaz" qui permet d'appliquer, sur les deux faces de l'échantillon cylindrique, une pression de gaz. Le raccord qui permet d'acheminer le gaz sur les deux faces de l'échantillon a été repensé pour prendre en compte les nouvelles dimensions des échantillons (Figs. 3.1, 3.2, et 3.3).

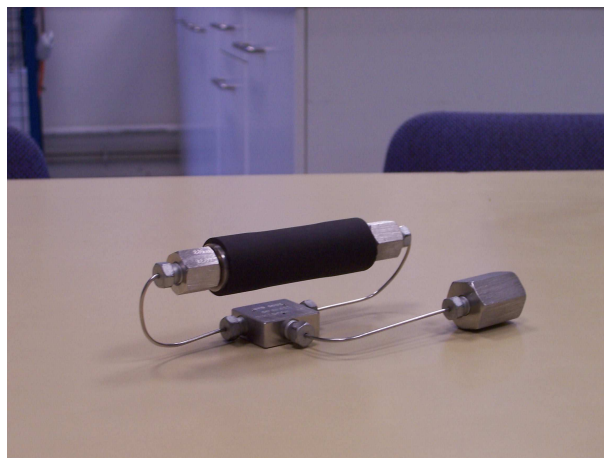


FIG. 3.1 – Circuit d'arrivée de gaz.

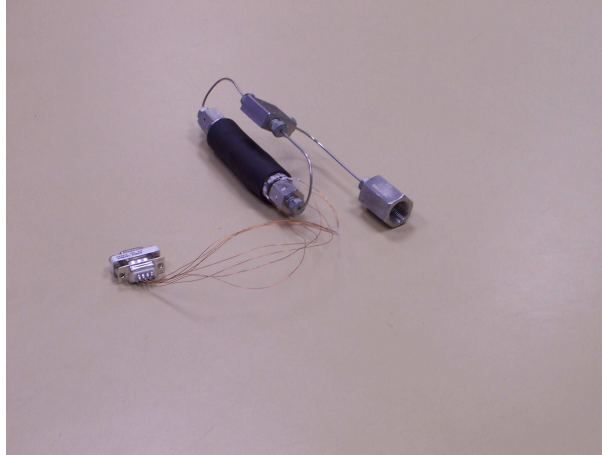


FIG. 3.2 – Circuit d'arrivée de gaz avec cablage de l'échantillon d'argilite.

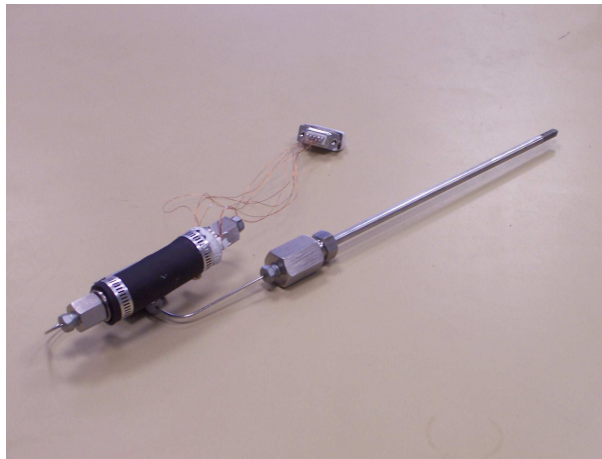


FIG. 3.3 – Circuit d'arrivée de gaz avec cablage de l'échantillon d'argilite et tube d'arrivée de gaz.

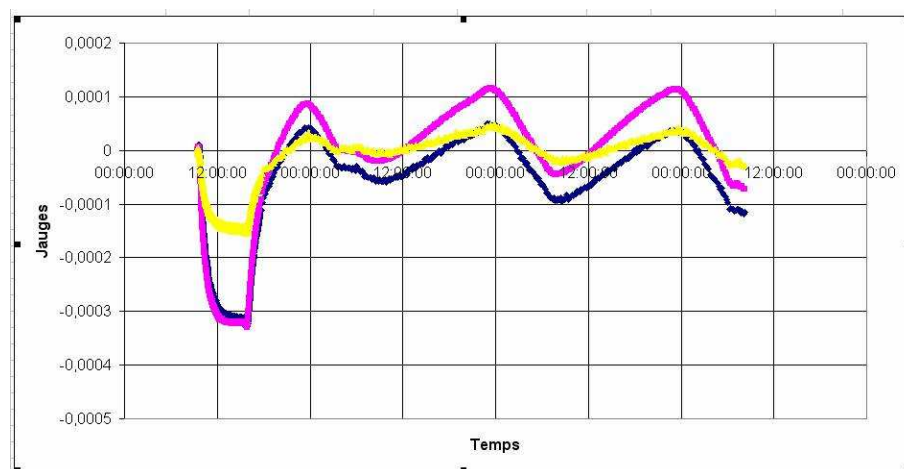


FIG. 3.4 – mise en évidence de l'effet de la température et de l'anisotropie du matériau : essai poromécanique sur un échantillon "sec", carotté perpendiculairement au plan des strates.



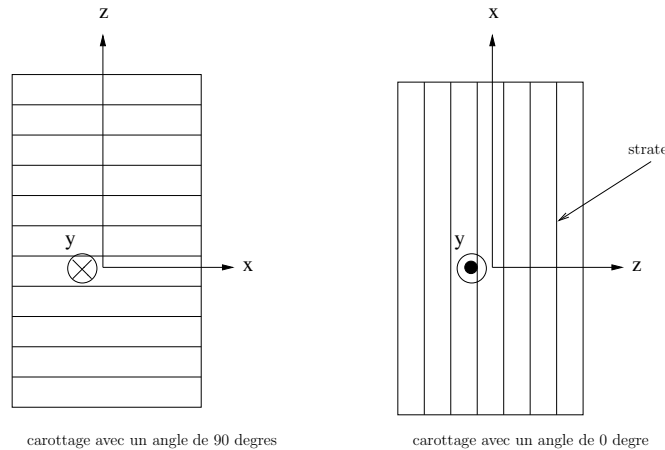


FIG. 3.5 – Définition des axes en fonction du carottage : le plan  $(x, y)$  est un plan d'isotropie.

### 3.2.2 Présentation des résultats

Comme déjà vu à la Sous-section 1.2.2, la première partie d'un test poromécanique triaxial consiste à mesurer les variations de déformation quand la pression de confinement varie. La Figure 3.4 montre l'enregistrement des jauges lors d'une augmentation de la pression de confinement, suivie, lorsque l'équilibre est atteint, d'une augmentation de la pression d'injection de gaz. Il est frappant de noter l'influence des variations de température (qui suivent l'alternance jour/nuit), ainsi que la nette anisotropie de l'échantillon d'argilite (les deux jauges longitudinales se déforment beaucoup plus que la jauge transversale). Cette observation nous a amenés par la suite à réaliser les essais poromécaniques en maintenant la température de la salle constante.

On s'intéresse ici à 4 essais poromécaniques : un réalisé sur échantillon "sec", un sur échantillon à 11%, 40% et 75% d'humidité relative. Les états hydriques à 11%, 40% et 75% d'humidité relative sont obtenus en plaçant des échantillons cylindriques d'argilite de petite taille dans des enceintes dont l'atmosphère est en équilibre avec des solutions de saumure. L'état "sec" est obtenu en plaçant l'échantillon dans une étuve à  $65^{\circ}C$ . Revenons sur l'hypothèse d'échantillon "sec" à la sortie de l'étuve. Supposons qu'il y a une humidité relative de 50% dans l'air à  $20^{\circ}C$ . Cette humidité relative correspond à une pression de vapeur  $p_v = h_r p_{vs}(20^{\circ}C)$  égale à  $1170 Pa$ . Pour une température de  $65^{\circ}C$ , la pression de vapeur saturante passe à environ  $20000 Pa$ . L'humidité relative devient donc égale, en supposant que la pression de vapeur est inchangée, à 6%. Le degré de saturation correspondant est environ 8 – 10%. L'échantillon n'est donc pas complètement sec à la sortie de l'étuve, mais une température supérieure (par exemple  $105^{\circ}C$ ) détruirait une proportion importante des échantillons. La température de  $65^{\circ}C$  apparaît donc comme un bon compromis entre séchage et respect des échantillons. Cette humidité relative de 6% correspond à un rayon de pores de  $0.38 nm$ . Les Figures 3.6, 1.16, 3.7 et 3.8 montrent respectivement les résultats pour l'échantillon "sec", à 11%, 40% et 75% d'humidité relative.

Sur ces 4 essais, l'anisotropie de l'argilite est très marquée : les jauges sont couplées deux à deux et les deux jauges longitudinales présentent des déformations environ deux fois supérieures à celles des deux jauges transversales. Ces essais ont été réalisés en imposant un chargement

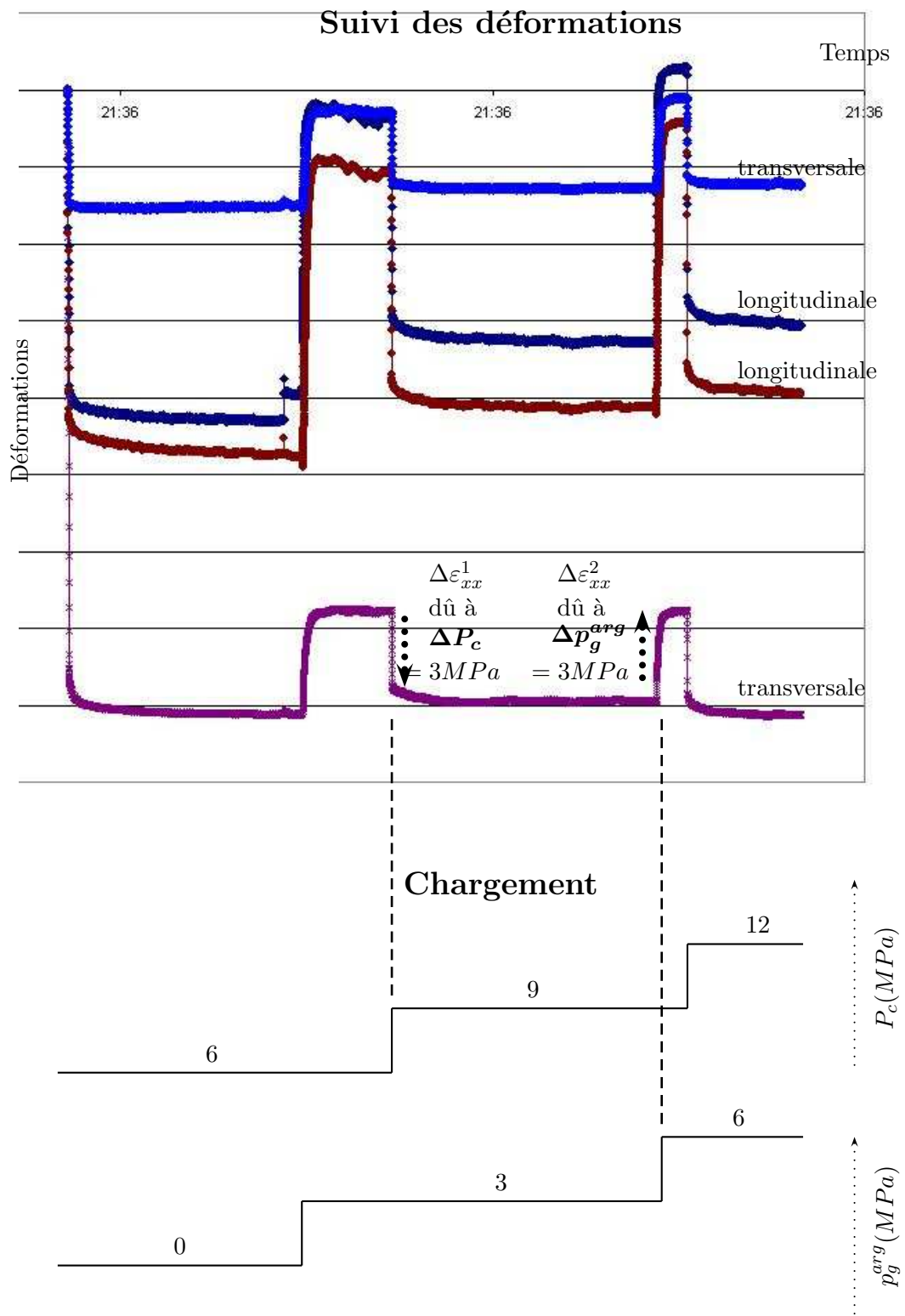


FIG. 3.6 – Essai poromécanique sur un échantillon carotté perpendiculairement au plan des strates, en équilibre avec un air "sec".

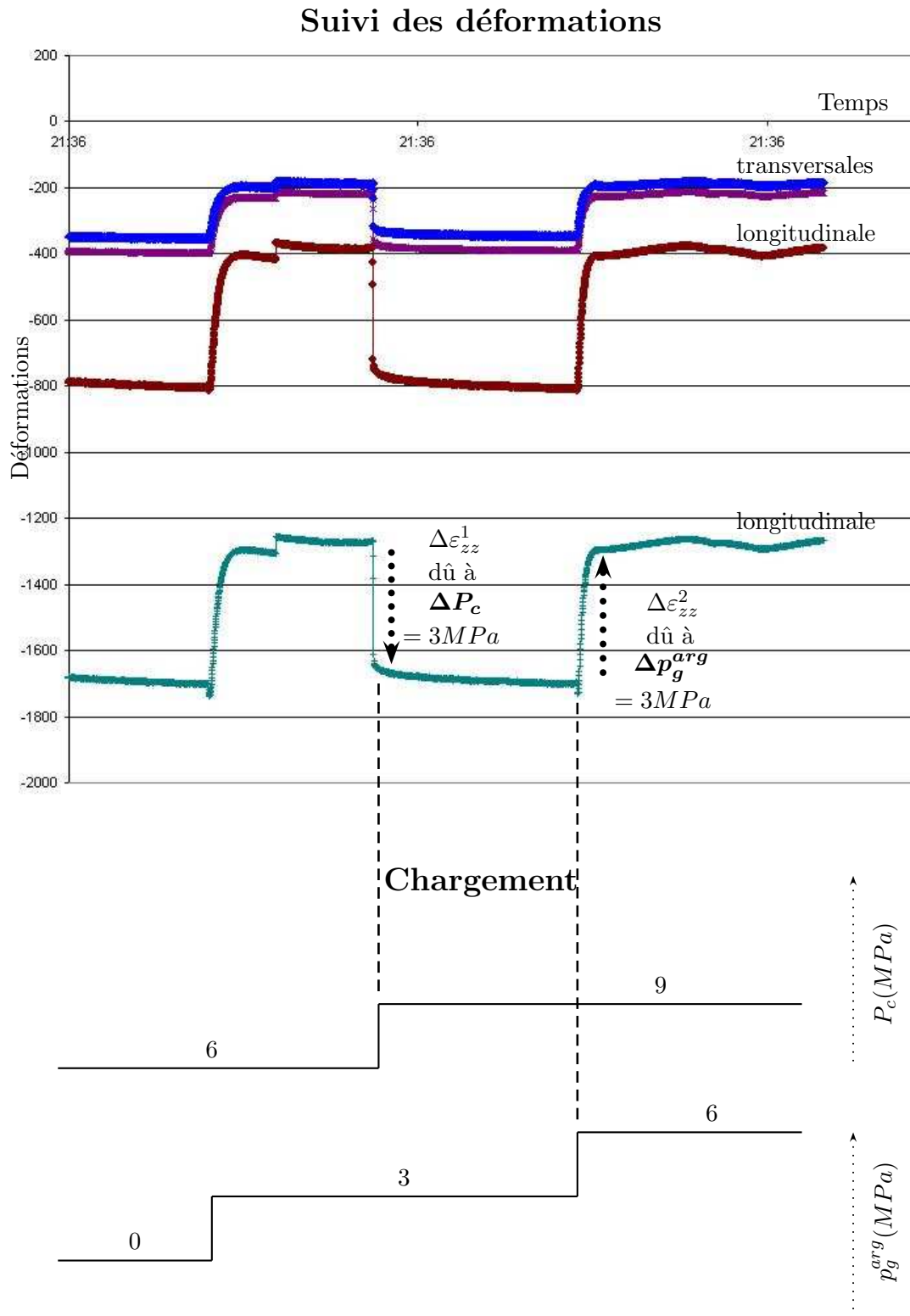


FIG. 3.7 – Essai poromécanique sur un échantillon carotté perpendiculairement au plan des strates, en équilibre avec un environnement à 40% d’humidité relative.

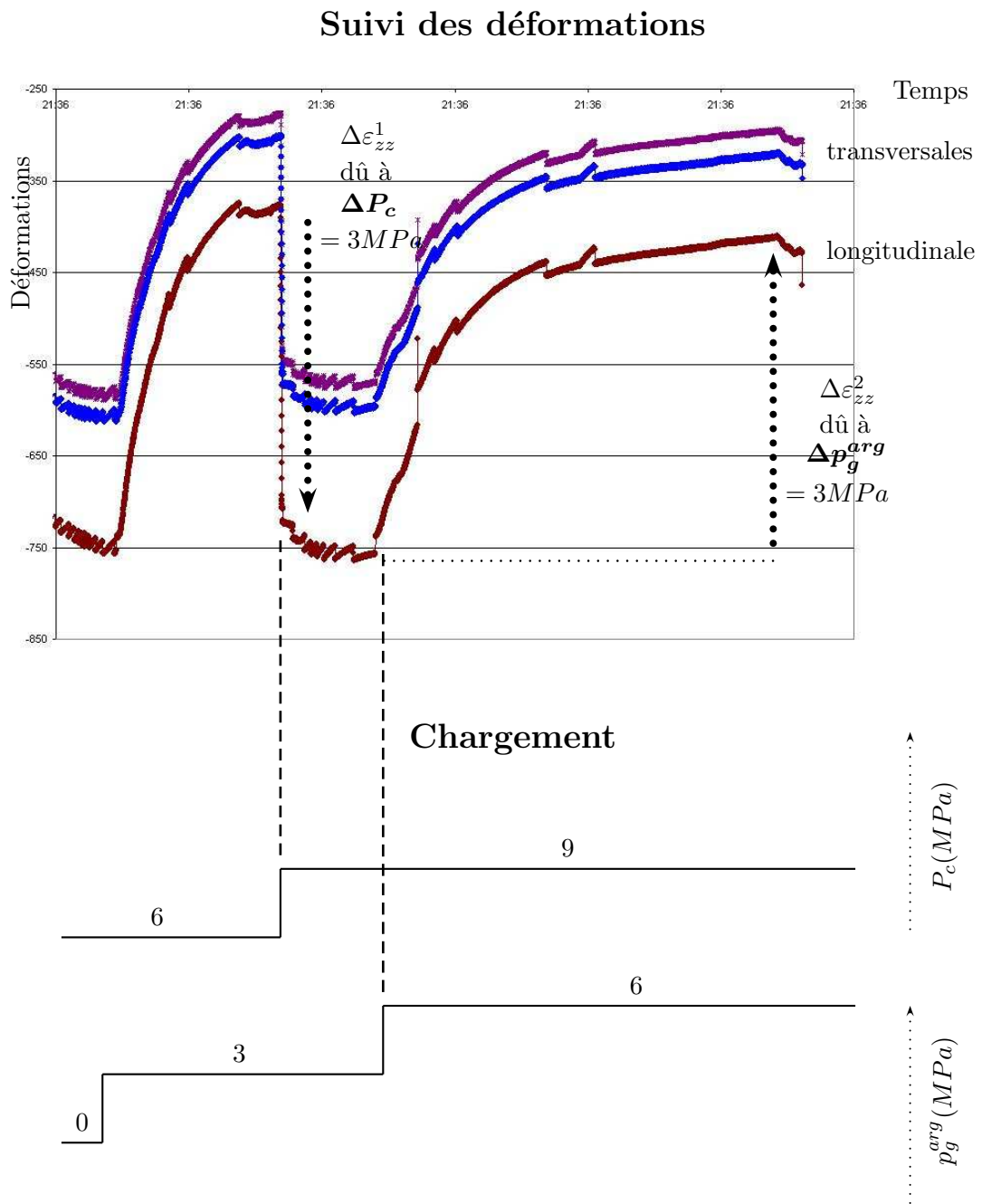


FIG. 3.8 – Essai poromécanique sur un échantillon carotté perpendiculairement au plan des strates, en équilibre avec un environnement à 75% d'humidité relative.

en confinement  $\delta P_c$ , puis à l'équilibre, un chargement en pression d'argon de même amplitude  $\delta p_g^{arg} = \delta P_c$ . On constate que les déformations sont identiques, au signe près.

### 3.2.3 Validation de l'hypothèse d'équilibre thermodynamique entre nano et micro-porosité

Les essais ont révélé que l'argilite est un matériau fortement anisotrope. Compte tenu du caractère stratifié de la couche géologique du Callovo-Oxfordien formée d'argilite, on modélise cette dernière comme un matériau isotrope transverse. Le plan d'isotropie étant repéré par les coordonnées  $x$  et  $y$  (cf. Fig. 3.5), on écrit la loi de comportement (3.13) de l'argilite sous la forme :

$$\begin{bmatrix} \delta \varepsilon_{xx} \\ \delta \varepsilon_{yy} \\ \delta \varepsilon_{zz} \\ \delta \varepsilon_{yz} \\ \delta \varepsilon_{xz} \\ \delta \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} = \mathbb{S}^{anis} : \left( \begin{bmatrix} \delta \sigma_{xx} \\ \delta \sigma_{yy} \\ \delta \sigma_{zz} \\ \delta \sigma_{yz} \\ \delta \sigma_{xz} \\ \delta \sigma_{xy} \end{bmatrix} + \delta P^{eq} \begin{bmatrix} b_{xx} \\ b_{yy} \\ b_{zz} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \delta p^\ell \begin{bmatrix} 1 - b_{xx} \\ 1 - b_{yy} \\ 1 - b_{zz} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \delta_n \pi^g \begin{bmatrix} 1 - b_{xx} \\ 1 - b_{yy} \\ 1 - b_{zz} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) \quad (3.39)$$

avec

$$\mathbb{S}^{anis} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu'}{E'} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\nu'}{E'} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu'}{E'} & -\frac{\nu'}{E'} & \frac{1}{E'} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2\mu} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2\mu} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1+\nu}{E} \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

où on a repris la loi de comportement macroscopique isotrope, en adaptant le tenseur d'élasticité et le tenseur de Biot au cas isotrope transverse.

#### 1<sup>er</sup> chargement : variation de la pression de confinement sur un échantillon drainé

La première partie d'un essai poromécanique consiste à imposer une variation de pression de confinement, tout en laissant l'échantillon drainé. Etudions alors comment varie la pression équivalente  $P^{eq}$  (cf. (2.43) et (2.44)). Les pressions  $p^\ell$  et  $p^g$  ne sont pas influencées par la variation de pression de confinement puisque l'échantillon est drainé. Par voie de conséquence, la pression capillaire  $p_c$  n'est pas modifiée, tout comme le rayon "frontière"  $r^*(s_l)$  qui est relié à  $p_c$  par la relation de Laplace. Ainsi, sous variation de pression de confinement, la pression  $P^{eq}$  est échangée, entraînant  $\delta P^{eq} = 0$ . Par ailleurs, le degré de saturation, relié à  $p_c$  par la courbe de pression capillaire, est constant, ce qui entraîne une variation du terme osmotique  $\delta_n \pi^g$  nulle. Pour un premier chargement  $\delta \boldsymbol{\sigma} = -\delta P_c \mathbf{1}$  et  $\delta p^g = \delta p^\ell = 0$ , on obtient 2 relations reliant le

chargement  $\delta P_c$  aux déformations des jauges  $\delta\varepsilon_{xx}^{(c)} = \delta\varepsilon_{yy}^{(c)}$  et  $\delta\varepsilon_{zz}^{(c)}$  :

$$\begin{cases} \delta\varepsilon_{xx}^{(c)} = -(\mathbb{S}_{11}^{anis} + \mathbb{S}_{12}^{anis} + \mathbb{S}_{13}^{anis})\delta P_c \\ \delta\varepsilon_{zz}^{(c)} = -(\mathbb{S}_{31}^{anis} + \mathbb{S}_{32}^{anis} + \mathbb{S}_{33}^{anis})\delta P_c \end{cases} \quad (3.41)$$

L'exposant  $c$  rappelle que nous étudions un chargement en confinement. On pose

$$\begin{cases} \frac{1}{K_{xx}} = (\mathbb{S}_{11}^{anis} + \mathbb{S}_{12}^{anis} + \mathbb{S}_{13}^{anis}) \\ \frac{1}{K_{zz}} = (\mathbb{S}_{31}^{anis} + \mathbb{S}_{32}^{anis} + \mathbb{S}_{33}^{anis}) \end{cases} \quad (3.42)$$

soit :

$$\frac{1}{K_{\alpha\alpha}} = \begin{cases} \frac{1}{K_{xx}} = \frac{1-\nu}{E} - \frac{\nu'}{E'} \\ \frac{1}{K_{zz}} = \frac{1-2\nu'}{E'} \end{cases} \quad (3.43)$$

De façon plus générale, on retient que ces coefficients  $K_{\alpha\alpha}$  relient un chargement isotrope  $\delta P$  à la déformation correspondante  $\varepsilon_{\alpha\alpha}$  :

$$K_{\alpha\alpha} = -\frac{\delta P}{\varepsilon_{\alpha\alpha}} \quad (3.44)$$

### 2<sup>ème</sup> chargement : variation de la pression de gaz à confinement fixé

La deuxième partie de cet essai poromécanique consiste à maintenir la pression de confinement à une valeur donnée et à imposer une variation de pression de gaz en injectant de l'argon : on applique ainsi une variation de pression de gaz  $\delta p^g = \delta p_g^{arg}$ . Comme l'argon est un gaz sec ne contenant pas de vapeur d'eau, la pression de vapeur  $p_v$  dans les pores de l'échantillon n'est pas modifiée. Comme l'humidité relative est définie par le rapport  $p_v/p_{vs}$ , où  $p_{vs}$  est la pression de vapeur saturante (ne dépendant que de la température), l'humidité relative au sein des pores n'est pas modifiée. Relié à l'humidité relative par la courbe de pression capillaire (par ex., Eqs. 1.4 et 1.6), le degré de saturation de l'échantillon n'est donc également pas modifié. La relation de Kelvin qui relie l'humidité relative à la pression capillaire indique par ailleurs que la pression capillaire n'est pas modifiée non plus par l'injection de gaz argon. D'après la définition de la pression capillaire,  $p_c = p^g - p^\ell$ , la pression de liquide subit donc une variation identique à la variation de gaz, elle-même égale à la variation de pression d'argon :  $\delta p^\ell = \delta p^g = \delta p_g^{arg}$ . Par ailleurs, la relation de Laplace (Section 1.4.2) reliant la pression capillaire au rayon "seuil"  $r^*$  indique que ce dernier n'est pas non plus modifié par l'injection d'argon. Finalement, les Equations 2.43 et 2.44 fournissent :

$$\delta P^{eq} = \int_0^{r^*} \delta \left( p^\ell - \frac{2\gamma^{sl}}{r} \right) \alpha^m(r) dr + \int_{r^*}^{+\infty} \delta \left( p_g - \frac{2\gamma^{sg}}{r} \right) \alpha^m(r) dr = \delta p_g^{arg} \quad (3.45)$$

grâce à l'égalité  $\delta p^g = \delta p^\ell = \delta p_g^{arg}$ , et en raison de la définition de la fonction  $\alpha^m$ . Une variation de pression d'argon à confinement fixé entraîne donc au final :

$$\delta P^{eq} = \delta p^\ell = \delta p^g = \delta p_g^{arg} \quad (3.46)$$

Par ailleurs, un tel chargement n'entraîne pas de variation du terme osmotique  $\delta_n \pi^g = 0$ . On trouve donc finalement 2 relations reliant le chargement  $\delta p_g^{arg}$  aux déformations des jauges  $\delta \varepsilon_{xx}^{(g)} = \delta \varepsilon_{yy}^{(g)}$  et  $\delta \varepsilon_{zz}^{(g)}$  :

$$\begin{cases} \delta \varepsilon_{xx}^{(g)} = (\mathbb{S}_{11}^{anis} + \mathbb{S}_{12}^{anis} + \mathbb{S}_{13}^{anis}) \delta p_g^{arg} \\ \delta \varepsilon_{zz}^{(g)} = (\mathbb{S}_{31}^{anis} + \mathbb{S}_{32}^{anis} + \mathbb{S}_{33}^{anis}) \delta p_g^{arg} \end{cases} \quad (3.47)$$

L'exposant  $g$  rappelle que l'on étudie un chargement en gaz argon.

Dans le cas particulier où  $\delta P_c = \delta p_g^{arg}$ , le modèle double porosité indique donc les prévisions suivantes, reliant les déformations  $\delta \varepsilon_{xx}^{(c)} = \delta \varepsilon_{yy}^{(c)}$  et  $\delta \varepsilon_{zz}^{(c)}$  du 1<sup>er</sup> chargement aux déformations  $\delta \varepsilon_{xx}^{(g)} = \delta \varepsilon_{yy}^{(g)}$  et  $\delta \varepsilon_{zz}^{(g)}$  du 2<sup>ème</sup> chargement :

$$\begin{cases} \delta \varepsilon_{xx}^{(g)} = -\delta \varepsilon_{xx}^{(c)} \\ \delta \varepsilon_{zz}^{(g)} = -\delta \varepsilon_{zz}^{(c)} \end{cases} \quad (3.48)$$

**Conclusions** Pour un chargement en confinement  $\delta P_c$  ou pour un chargement en pression d'argon  $\delta p_g^{arg}$ , avec  $\delta P_c = \delta p_g^{arg}$ , on observe sur les Figures 3.6, 1.16, 3.7 et 3.8 une déformation identique des jauges, au signe près, et ce quel que soit le degré de saturation. Si la déformation du deuxième chargement avait été plus petite que la déformation du premier chargement, cela aurait alimenté l'hypothèse que la matrice argileuse se comporte comme un matériau à simple porosité et le rapport des déformations aurait fourni la valeur du coefficient de Biot (cf. Sous-section 1.2.2). Or on rappelle justement (cf. Sous-section 1.3.2) que l'interprétation de nos essais poromécaniques à partir d'une loi de comportement à simple porosité (1.37) amène à conclure à un coefficient de Biot égal à 1, ce qui est étonnant compte tenu du fait que l'argilite est une roche, et non un sol. Le modèle à simple porosité ne permet donc pas d'expliquer les déformations identiques, au signe près, des jauges lors des essais poromécaniques sur argilite partiellement saturée.

A l'inverse, l'analyse reposant sur le modèle à double porosité pour la matrice argileuse de l'argilite prédit des déformations identiques de jauges, au signe près, lors des essais poromécaniques. Le fait que les Figures 3.6, 1.16, 3.7 et 3.8 montrent des déformations identiques, au signe près, confirme donc que la matrice argileuse se comporte comme un matériau à double porosité, avec une activité mécanique et électrostatique au sein même de la phase solide de la matrice argileuse, au niveau des particules.

## Synthèse physique

La double porosité, répartie entre une microporosité interparticulaire et une nanoporosité interfoliaire au niveau des particules argileuse, est mise en évidence expérimentalement par la distribution de taille de pores représentée à la Figure 1.8. L'apport de nos essais poromécaniques concerne la "communication" que nous avons supposée entre les deux porosités : nos essais justifient *a posteriori* que la nanoporosité n'est pas occluse qu'il y a effectivement équilibre thermodynamique entre le liquide dans les nano-pores et celui dans les micro-pores.

En effet, compte tenu du faible espace interfeuille, l'eau n'est plus constitutive au niveau des particules et il n'était pas si évident que le résultat, valable pour de l'eau constitutive, selon lequel il règne la pression  $p^\ell + \pi^g$  dans un électrolyte situé entre deux plans infinis et en équilibre thermodynamique avec un réservoir, suffise à affirmer cette même égalité dans le cas particulier de nos nanopores très fins. Nos essais poromécaniques justifient donc que la pression dans les nanopores soit  $p^\ell + \pi^g$ , où  $p^\ell$  est la pression de liquide dans les micro-pores.

On peut apporter un éclairage sur cette conclusion macroscopique concernant l'uniformité de la pression de solvant  $p^\ell$  à partir de données de simulations microscopiques. En effet, même reposant sur de grandes simplifications du matériau, les simulations utilisant la dynamique moléculaire permettent de comprendre d'avoir des informations sur la nature de l'eau dans l'espace interfoliaire. [77] ont calculé par simulations microscopiques les coefficients d'auto-diffusion de l'eau dans l'espace interfoliaire pour une montmorillonite sodique. On précise que l'origine de l'auto-diffusion est l'agitation thermique, et que le coefficient d'auto-diffusion suit une loi d'Arrhénius. [77] ont trouvé un coefficient de  $1.7-7 \cdot 10^{-10} m^2 s^{-1}$  pour les molécules d'eau dans l'espace interfoliaire dans le cas de cations  $Na^+$  mono-hydratés et un coefficient de  $12-15 \cdot 10^{-10} m^2 s^{-1}$  dans le cas de cations  $Na^+$  bi-hydratés. Ces coefficients sont calculés comme étant le gradient de la partie linéaire de la courbe représentant la moyenne quadratique des déplacements en fonction du temps. Ces calculs sont cohérents avec des résultats expérimentaux par diffusion de neutrons. Ces coefficients d'auto-diffusion sont certes plus faibles que celui des molécules d'eau dans les micropores, de  $23 \cdot 10^{-10} m^2 s^{-1}$ , mais de relativement peu, et l'écart se réduit grandement à mesure que le nombre de molécules d'eau dans l'espace interfoliaire croît. On comprend donc que le caractère lié ou non des molécules d'eau influe finalement peu sur leur agitation thermique, ce qui permet d'éclairer l'observation expérimentale macroscopique selon laquelle le solvant est à la même pression  $p^\ell$  dans les micro-pores et dans les nano-pores, la pression caractérisant le transport de quantité de mouvement dans le solvant.

Comme la pression du solvant est la même dans les micro-pores et les nano-pores, le solvant réparti dans la porosité totale "nanopores+micro-pores" voit un unique objet, qui est l'ensemble des feuillets. Rappelons que ces feuillets sont incompressibles. En soumettant le solvant dans les micro-pores et les nano-pores à une même variation de pression, il est donc normal de mesurer un coefficient de Biot apparent égal à 1, qui reflète tout simplement finalement l'incompressibilité des feuillets.

Indiquons quelques interprétations physiques pour les deux équations d'état obtenues pour



l'argilite, énoncées à l'Equation 3.38.

- Puisqu'elle contrôle la déformation  $\mathbf{E}$ , la quantité  $\delta\Sigma + (\delta P^{eq}\mathbf{B} + \delta p^\ell(\mathbf{1} - \mathbf{B}) + \delta_n\pi^g(\mathbf{1} - \mathbf{B}))$  peut être interprétée comme une contrainte effective :
  - ◊ pour la matrice argileuse, comme on l'a déjà vu à la Sous-section 2.2.2 ;
  - ◊ mais aussi pour l'argilite, dans le cas d'une adhérence parfaite entre les inclusions et la matrice argileuse.
- Dans la 1<sup>ère</sup> équation d'état, le terme  $\delta P^{eq}$  (resp.  $\delta p^\ell$ ) traduit l'historique de la pression dans chaque micro-pore (resp. nanopore), entre son état initial ( $p_o^\ell$ ,  $p_o^g$  et  $r_o^*$ , resp.  $p_o^\ell$ ) et son état final ( $p^\ell$ ,  $p^g$ , et  $r^*$ , resp.  $p^\ell$ ). Le terme  $\delta_n\pi^g$  traduit l'historique de la surpression osmotique dans chaque nanopore, la variation de cette surpression étant engendrée par une variation de la concentration en ions dans les micro-pores. Le terme  $\delta P^{eq}$  affecte les micro-pores et a pour coefficient le tenseur de Biot  $\mathbf{B}$  dans la première équation d'état. De manière symétrique, les termes  $\delta p^\ell$  et  $\delta_n\pi^g$  affectent les nanopores et ont pour coefficient le tenseur  $\mathbf{1} - \mathbf{B}$ .
- Alors que dans la première équation d'état, les coefficients des quantités  $\delta P^{eq}$  et  $\delta p^\ell$  sont des tenseurs et sont complémentaires, de somme égale à  $\mathbf{1}$ , les coefficients des quantités  $\delta P^{eq}$  et  $\delta p^\ell$  sont des scalaires et sont opposés dans la seconde équation d'état. Ainsi, dans le cas saturé (à l'état initial et l'état final) ou dans le cas partiellement saturé avec une variation de pression d'argon (auxquels cas le degré de saturation est inchangé et  $\delta P^{eq} = \delta p^\ell$ ), le terme  $\delta P^{eq}\mathbf{B} + \delta p^\ell(\mathbf{1} - \mathbf{B})$  se simplifie en  $\delta p^\ell\mathbf{1}$  dans la première équation d'état, rendant nul le rôle du tenseur  $\mathbf{B}$ , tandis que le terme  $\delta P^{eq} - \delta p^\ell$  s'annule, supprimant le rôle du coefficient  $\Gamma$  :

$$\text{argilite saturée : } \begin{cases} \delta\Sigma = \mathbb{C}^{hom} : \mathbf{E} - (\delta p^\ell\mathbf{1} + \delta_n\pi^g(\mathbf{1} - \mathbf{B})) \\ \phi - \phi_o = \mathbf{B} : \mathbf{E} - (1 - \varphi_{inc})\Gamma\delta_n\pi^g \end{cases} \quad (3.49)$$

C'est précisément parce que le rôle du tenseur de Biot  $\mathbf{B}$  est camouflé que nos essais pomomécaniques ne nous permettent pas de le mesurer. La théorie anticipe le fait que l'on mesure un coefficient de Biot "apparent" égal à 1 : la 1<sup>ère</sup> équation reflète que le fluide *dans son ensemble* (nano-pores+micro-pores) subit la même variation de pression et sollicite l'ensemble des feuillets qui sont incompressibles. De la même manière, on comprend physiquement pourquoi la deuxième équation d'état indique que la variation de la porosité lagrangienne saturée est insensible aux variations de pression dans les micro-pores. Le fluide *dans son ensemble* subit la même variation de pression et les feuillets sont donc soumis à un chargement isotrope. Comme les feuillets sont incompressibles, ils ne se déforment pas sous ce chargement et le volume des pores interparticulaire n'est pas affecté. Rappelons que ces commentaires concernent le cas saturé (à l'état initial et l'état final) ou le cas partiellement saturé avec une variation de pression d'argon (auxquels cas le degré de saturation est inchangé et  $\delta P^{eq} = \delta p^\ell$ ).

### 3.2.4 Compréhension des phénomènes par l'étude des temps caractéristiques

En listant les phénomènes physiques activés lors d'un essai poromécanique et en calculant les temps caractéristiques correspondant, on peut améliorer notre compréhension des différents processus au sein de l'argilite.

#### Observations expérimentales

L'observation des Figures 3.6, 1.16, 3.7 et 3.8 amène les quatre remarques suivantes :

- pour chaque essai, le régime transitoire consécutif à un chargement en pression d'argon est beaucoup plus long que celui consécutif à un chargement en confinement ;
- pour chaque essai, le régime transitoire consécutif à un chargement en confinement se décompose en deux phases :
  - ◊ une phase quasi instantanée au cours de laquelle le fluide est mis sous pression sous l'effet de la variation de confinement ;
  - ◊ une seconde phase, correspondant à de la consolidation, au cours de laquelle les surpressions de gaz se dissipent pour équilibrer à nouveau les conditions imposées au bord de l'échantillon, à savoir une pression d'argon constante ;
- d'un essai à l'autre, le temps caractéristique de la phase de consolidation est identique ;
- le temps caractéristique du régime transitoire consécutif à un chargement en pression d'argon est plus long pour les hauts degrés de saturation ; ce temps caractéristique est de 4 jours pour l'échantillon en équilibre avec 75% d'humidité relative (Fig. 3.8) et est de quelques minutes pour l'échantillon "sec" (Fig. 3.6).

#### Mise en évidence de trois temps caractéristiques

Étudions les différents temps caractéristiques du régime transitoire qui suit un chargement en pression d'argon. Comme on l'a déjà vu, le degré de saturation de l'échantillon reste constant au cours de ces essais poromécaniques. Comme détaillé à l'Annexe 8.3.3, l'uniformisation de la pression de liquide a le même temps caractéristique que l'uniformisation de la masse volumique d'eau liquide, en considérant que l'eau est compressible. En effet, à degré de saturation constant, l'équation de conservation de la masse de l'eau liquide<sup>1</sup> indique une dépendance en temps à condition de ne plus considérer l'eau liquide comme un fluide incompressible. On récapitule dans le Tableau 3.1 les temps caractéristiques de deux phénomènes physiques se déroulant au cours d'un essai poromécanique : l'uniformisation de la pression de liquide et l'uniformisation de la pression de gaz.

En exploitant le Tableau 11.1 pour les échantillons utilisés pour les essais poromécaniques, de taille caractéristique  $1\text{mm}$ , on peut évaluer les ordres de grandeurs de ces temps caractéristiques pour les essais poromécaniques. Le Tableau 3.2 indique que l'uniformisation de la pression de liquide et celle de la pression de gaz ont le même temps caractéristique, d'une demi-seconde, pour des degrés de saturation supérieurs à 60%. La phase de consolidation dure donc quelques

<sup>1</sup>Cette équation sera présentée par la suite, à la Section 8.3 (Eq. 8.13).

Uniformisation	
de la masse volumique du liquide / de la pression de liquide	de la pression de gaz
$\frac{\tau_P^\ell}{d^2} = \frac{\varphi s_\ell}{K_\ell} \frac{\eta_\ell}{k_\ell(s_\ell)}$	$\frac{\tau_P^g}{d^2} = \varphi(1 - s_\ell) \frac{\eta_g}{k_g(s_\ell)} \frac{1}{p_{atm}}$

TAB. 3.1 – Temps caractéristiques intervenant lors d'un essai poromécanique à degré de saturation constant, ramené au carré de la distance caractéristique  $d$  de l'échantillon.

$s_\ell$	$\tau_P^\ell$	$\tau_P^g$
0.98	$\approx 0.01$	$\approx 0.03$
0.78	$\approx 0.01$	$\approx 0.03$
0.62	$\approx 0.02$	$\approx 0.03$
0.59	$\approx 0.02$	$\approx 0.03$
0.48	$\approx 0.23$	$\approx 0.03$
0.13	$\approx 3.20$	$\approx 0.01$

TAB. 3.2 – Ordre de grandeur, en heures, des différents temps caractéristiques de différents phénomènes physiques au sein d'un échantillon cylindrique d'argilite de taille caractéristique  $1mm$  lors d'un essai poromécanique.

minutes, au cours desquelles la pression de liquide et la pression de gaz s'uniformisent. Pour les degrés de saturation inférieurs à 50%, on constate que le temps caractéristique lié à la pression de gaz est négligeable devant celui lié à la pression de liquide. Mais pour ces degrés de saturation, la perméabilité à l'eau est très faible devant sa valeur à l'état saturé et s'annule même dès que la phase liquide n'est plus connexe. Le temps caractéristique pour l'uniformisation de la pression de liquide est donc certes important, mais concerne une phase liquide très limitée par rapport à la phase gazeuse. On peut donc considérer que le temps caractéristique de l'essai est celui de l'uniformisation de la pression de gaz, quel que soit le degré de saturation.

Toutes ces remarques nous permettent d'expliquer que le temps de consolidation est de l'ordre de quelques minutes et qu'il est le même pour les quatre essais poromécaniques réalisés sur des échantillons de degré de saturation différent. Comment alors expliquer que le régime transitoire consécutif à un chargement en argon est plus long que celui consécutif à un chargement en confinement et qu'il est plus long pour les hauts degrés de saturation? Cette question nous amène à nous interroger sur l'existence d'un *troisième* phénomène physique intervenant lors d'un essai poromécanique, qui déterminerait en fait la durée de l'essai.

Pensons alors à la mise en pression de la nanoporosité. Cette porosité, toujours saturée, n'est pas prise en compte dans le calcul du temps caractéristique de l'uniformisation de la pression de liquide, car cette nanoporosité n'est pas du tout régie par la loi de Darcy. En effet, ces pores, de rayon inférieur à  $2nm$ , contiennent de l'eau liée qui ne participe pas au flux de liquide. Pour connaître le temps caractéristique de la mise en pression de la nanoporosité, une approche pourrait être d'utiliser les outils de la dynamique moléculaire. En effet, en modélisant les interactions entre les molécules d'eau et deux feuillets d'argilite, l'approche par dynamique

moléculaire permettrait de connaître la probabilité pour qu'une molécule d'eau situé en-dehors de l'électrolyte entre les feuillets se retrouve dans cet électrolyte. Cette probabilité permettrait alors de déterminer l'ordre de grandeur du temps caractéristique de mise en pression de l'électrolyte en contact avec un réservoir de pression de liquide  $p^{\ell}$  ou un réservoir de gaz contenant de la vapeur d'eau.

### Deux gammes d'humidités relatives

Les deux types de gonflement des montmorillonites, cristallin et osmotique, permettent de distinguer deux gammes d'humidité relative.

- Considérons un échantillon en équilibre avec une humidité relative inférieure à 60%. Pour cette gamme d'humidité relative, l'hydratation des argiles concerne l'espace interfoliaire. Pour que l'hydratation commence dans l'espace interfoliaire, il faut fournir suffisamment d'énergie pour ouvrir cet espace et le rendre accessible aux molécules d'eau. Les forces thermodynamiques de diffusion des molécules d'eau et les forces d'hydratation des cations peuvent être des forces suffisantes pour permettre l'entrée des molécules d'eau dans l'espace interfoliaire fermé ([93]). L'espace interfoliaire étant ouvert, les molécules d'eau peuvent ensuite transiter par les surfaces basales pour accéder aux cations, qui sont les puits de potentiel.
- Considérons à présent un échantillon en équilibre avec une humidité relative supérieure à 60%. Comme on l'a vu à la Sous-section 1.1.2, c'est le gonflement osmotique qui permet l'hydratation des argiles sur cette gamme d'humidité relative. Le gonflement osmotique interfoliaire se produit après le gonflement cristallin et se produit donc au-delà de 4 couches d'eau. Les caractéristiques nécessaires pour observer ce gonflement sont une faible énergie de cohésion entre les feuillets et la présence de charges mobiles à l'intérieur de l'espace interfoliaire. Ces conditions sont réunies pour les argiles saturées avec des cations  $Li^+$  et  $Na^+$  [93]. On constate en particulier que l'énergie d'activation des cations interfoliaires augmente faiblement lorsque l'humidité relative augmente [93], ce qui revient à augmenter leur mobilité. La mobilité d'un cation dépend en effet de son coefficient d'auto-diffusion qui est relié à son énergie d'activation par la loi d'Arrhénius.

Avec ces deux gammes d'humidité relative en tête, on peut donc étudier d'une part les essais sec, à 11%, et à 45% d'humidité relative et d'autre part l'essai à 75% d'humidité relative. On constate que le régime transitoire consécutif à un chargement en pression d'argon a la même durée pour les trois essais réalisés pour une humidité relative inférieure à 60%. Cette constatation nous indique que les particules ont toutes un comportement mécanique identique, indépendamment du degré de saturation de l'échantillon. L'idée selon laquelle leur état d'hydratation est identique, à savoir uniquement cristallin, permet d'expliquer ce comportement mécanique identique. La rapidité du régime transitoire indique, dans ce cadre de réflexion, que les particules adaptent facilement leur état d'hydratation en fonction de leur environnement (ici augmentation de la pression de gaz dans les micro-pores). A l'inverse, le régime transitoire consécutif à un chargement en pression d'argon pour l'essai à 75% d'humidité relative est beaucoup plus long. Cette différence avec les trois autres

essais peut s'expliquer par le fait que à 75% d'humidité relative, les particules sont hydratées non plus seulement par l'hydratation cristalline, mais également par l'hydratation osmotique. On lit à partir du régime transitoire de l'essai poromécanique que cet état d'hydratation rend les particules moins réactives au changement d'environnement, ici une augmentation de la pression de gaz dans les micro-pores.

### Mise en évidence d'une perméabilité "particulaire"

Ce phénomène de transport de masse de la microporosité vers la nanoporosité est également activé lors de l'essai de gonflement empêché (cf. Fig. 1.15), au cours duquel a lieu également l'uniformisation de la pression de liquide au sein des micro-pores saturés. De façon tout à fait cohérente, on constate que le régime transitoire de l'essai de gonflement empêché, de 20 jours, est plus long que celui de l'essai poromécanique à 75% d'humidité relative, qui dure 4 jours (Fig. 3.8). On peut ainsi définir une perméabilité pour les particules, traduisant l'uniformisation de la pression de liquide dans l'espace interfoliaire qui suit une augmentation de pression dans les micro-pores. Cette perméabilité serait "significativement plus grande" lorsque les particules n'ont pas de gonflement osmotique, mais seulement un gonflement cristallin.

En supposant qu'il est le même pour l'argilite et la bentonite, on dispose à présent d'un moyen pour déterminer le temps caractéristique du transport de masse des micro-pores vers les nanopores en fonction de l'humidité relative à partir des essais dont on dispose :

$$\begin{aligned}\tau_n(h_r \leq 60\%) &\ll \tau_n(h_r = 100\%) \\ \tau_n(h_r = 75\%) &\approx 9h \\ \tau_n(h_r = 100\%) &\approx 2\text{jours}\end{aligned}\tag{3.50}$$

où on a estimé les temps caractéristiques à 1/10 de la durée des régimes transitoires.

### Bilan sur les différents phénomènes physiques

Réalisons à présent un bilan sur les différents phénomènes physiques en jeu lors des essais poromécaniques et de l'essai de gonflement empêché.

**Essai poromécanique** Une première étape des essais poromécaniques est le confinement des échantillons. Celui-ci débute par une phase non drainée puis se poursuit par la dissipation des surpressions engendrées. Le temps caractéristique de cette dissipation est de l'ordre de 30s : pour les degrés de saturation supérieurs à 60%, elle est donc terminée avant que les particules n'aient eu le temps de s'adapter.

Une deuxième étape est de mettre en contact le réseau poreux avec de l'argon sous pression. Cette étape possède trois temps caractéristiques :

- un pour l'uniformisation de la pression de gaz ( $\approx 30s$ ) ;
- un pour l'uniformisation de la pression de liquide ( $\approx 30s$ ) ;
- un pour le transport de masse de la microporosité vers la nanoporosité, qui dépend du degré de saturation des micro-pores ( $\approx 2j$  pour les micro-pores saturés).

**Essai de gonflement empêché** La première étape de l'essai de gonflement empêché consiste à saturer le réseau poreux et à le mettre sous pression à  $4MPa$ . Une fois saturée, la mise sous pression possède trois temps caractéristiques, les mêmes que la deuxième étape des essais poromécaniques.

La seconde étape de l'essai de gonflement empêché consiste à relâcher la pression de liquide. Le régime transitoire qui suit la diminution de pression de  $-4MPa$  est beaucoup plus rapide que celui qui suit la mise en pression à  $+4MPa$ . Il est en effet plus facile pour une molécule d'eau de sortir de l'espace interfolaire que d'y rentrer : cette seconde étape est donc quasi instantanée par rapport à la première étape.

### 3.2.5 Principe de détermination du tenseur de Biot à partir de nos essais poromécaniques

Nous venons de voir que l'interprétation classique d'un essai poromécanique triaxial ne permet pas de déterminer le tenseur de Biot. Nous cherchons à présent comment déterminer ce tenseur à partir de nos essais. L'argilite étant un matériau isotrope transverse, nous cherchons deux relations impliquant les coefficients  $b_{xx}$  et  $b_{zz}$ .

#### Par mesure de la quantité de gaz évacuée pendant la phase de consolidation lors du chargement en confinement

Au cours de la réaction quasi instantanée qui fait suite à un chargement en confinement, les pressions de liquide et de gaz au sein de l'échantillon n'ont pas le temps de se dissiper pour équilibrer les conditions aux bords de l'échantillon qui imposent une pression en argon constante. Cette phase, bien identifiable sur nos essais, correspond à une situation non-drainée. Supposons à présent que nous connaissons la quantité de gaz  $\delta M_g$  qui a quitté l'échantillon afin de maintenir des conditions drainées entre le moment où le chargement en confinement est appliqué et la situation d'équilibre. Comme le degré de saturation est resté inchangé (d'où  $\delta P^{eq} = \delta p^\ell = \delta p_{arg}^g$ ) et que la pression d'argon au bord est restée constante au cours du chargement, la seconde équation d'état (3.38) indique :

$$\frac{\delta M_g}{\rho_g} = 2b_{xx}\delta\varepsilon_{xx}^{(c,d)} + 2b_{zz}\delta\varepsilon_{zz}^{(c,d)} \quad (3.51)$$

où l'exposant  $c$  rappelle que nous travaillons sur le premier chargement (cf. Eq. 3.41) et l'exposant  $d$  indique que nous considérons une situation drainée. En ce qui concerne nos essais, nous ne disposons pas de la mesure de la quantité de gaz qui a quitté l'échantillon au cours du chargement en confinement sous condition drainée, et nous ne pouvons donc pas exploiter ici cette approche. Soulignons par ailleurs qu'il est difficile de déterminer expérimentalement cette quantité.

Notons que cette description souligne qu'il n'est pas tout à fait juste de considérer que le degré de saturation reste inchangé au cours du chargement en confinement, puisque qu'un peu de gaz doit quitter l'échantillon pour que la pression à l'intérieur de l'échantillon reste constante au cours de l'essai. Indiquons toutefois que la quantité de gaz, et donc *a fortiori* la quantité de

vapeur d'eau, qui quitte l'échantillon est très faible, et qu'il est donc raisonnable de considérer que le degré de saturation reste constant au cours du chargement en confinement.

### A partir de la phase non-drainée lors du chargement en confinement

On s'intéresse à nouveau à la phase non-drainée qui fait suite à un chargement en confinement. Ecrivons à présent les deux équations d'état (3.38) de l'argilite pour cette phase non-drainée, au cours de laquelle le degré de saturation de l'échantillon reste constant ( $\delta P^{eq} = \delta p^\ell = \delta p^g$  et  $\delta_n \pi^g = 0$ ) :

$$\begin{cases} -\delta P_c \mathbf{1} = \mathbb{C}^{hom} : \mathbf{E} - \delta p^\ell \mathbf{1} \\ 0 = \mathbf{B} : \mathbf{E} + \frac{1}{M(s_\ell)} \delta p^\ell \end{cases} \quad (3.52)$$

où

$$\frac{1}{M(s_\ell)} = \frac{1}{K_\ell} \varphi^{s_\ell} + \frac{1}{K_g} \varphi(1 - s_\ell) \quad (3.53)$$

La combinaison de ces deux équations donne :

$$-\delta P_c \mathbf{1} = \mathbb{C}^{hom} : \mathbf{E} + M(s_\ell) (\mathbf{B} : \mathbf{E}) \mathbf{1} \quad (3.54)$$

soit :

$$\begin{cases} \varepsilon_{xx}^{(c,u)} = -\frac{1}{K_{xx}} \left( \delta P_c + M(s_\ell) \left( 2b_{xx} \varepsilon_{xx}^{(c,u)} + b_{zz} \varepsilon_{zz}^{(c,u)} \right) \right) \\ \varepsilon_{zz}^{(c,u)} = -\frac{1}{K_{zz}} \left( \delta P_c + M(s_\ell) \left( 2b_{xx} \varepsilon_{xx}^{(c,u)} + b_{zz} \varepsilon_{zz}^{(c,u)} \right) \right) \end{cases} \quad (3.55)$$

L'exposant  $c$  rappelle que l'on considère un chargement en confinement et l'exposant  $u$  renvoie au terme "undrained" pour évoquer une situation non drainée. Les deux équations sont équivalentes car d'après l'Equation 3.44, au cours d'un chargement isotrope,  $K_{xx} \varepsilon_{xx} = K_{zz} \varepsilon_{zz}$ . On tire donc une expression pour la quantité  $2b_{xx} \varepsilon_{xx}^{(c,u)} + b_{zz} \varepsilon_{zz}^{(c,u)}$  :

$$2b_{xx} \varepsilon_{xx}^{(c,u)} + b_{zz} \varepsilon_{zz}^{(c,u)} = -\frac{K_{xx} \varepsilon_{xx}^{(c,u)} + \delta P_c}{M(s_\ell)} \quad (3.56)$$

Soulignons que cette équation suffirait pour déterminer le coefficient de Biot si l'argilite était un matériau isotrope. En effet, la quantité  $2b_{xx} \varepsilon_{xx}^{(c,u)} + b_{zz} \varepsilon_{zz}^{(c,u)}$  se simplifierait alors en  $3b \varepsilon^{(c,u)}$ , ce qui fournirait une expression pour le coefficient de Biot  $b$ .

## 3.3 Applications à séchage (débuté par une succion)

On s'intéresse à présent à quelques conséquences d'un séchage sur l'argilite et sur sa matrice argileuse. On commence par étudier l'impact d'un séchage à partir des équations d'état.

### 3.3.1 Effets d'un séchage sur les termes de couplage $\delta \sigma_p$ et $\delta P^{eq} - \delta p^\ell$

Les deux équations d'état, que ce soit au niveau de l'argilite ou au niveau de la matrice argileuse, présentent chacune un terme traduisant les conséquences du séchage en terme mécanique

ou géométrique.

#### Pour le comportement mécanique : $\delta\sigma_p$

On s'intéresse au comportement mécanique de l'argilite lors d'un séchage, au cours duquel le degré de saturation diminue :  $\delta s_\ell < 0$ . On considère l'hypothèse d'un tenseur de Biot isotrope pour simplifier la présentation. On s'interroge alors sur le signe du terme de couplage  $\delta\sigma_p = -b\delta P^{eq} - (1-b)\delta p^\ell - (1-b)\delta_n\pi^g$  qui intervient dans la loi de comportement de l'argilite (3.13).

- Une diminution de  $s_\ell$  entraîne une diminution du rayon seuil entre les pores remplis de liquide et ceux remplis de gaz :  $r^* < r_o^*$ . D'où :

$$\delta P^{eq} = \bar{p} - \bar{p}_o - \int_{r^*}^{r_o^*} \frac{2\gamma^{\ell g}}{r} \alpha^m(r) dr = -\delta(s_\ell p_c) - \int_{r^*}^{r_o^*} \frac{2\gamma^{\ell g}}{r} \alpha^m(r) dr \quad (3.57)$$

où  $\bar{p} = s_\ell p^\ell + (1-s_\ell)p^g = p^g - s_\ell p_c$ . En considérant une courbe de pression capillaire de type van Genuchten (Fig. 1.10), on trouve que la fonction  $s_\ell p_c(s_\ell)$  est une fonction décroissante de  $s_\ell$ , assurant ainsi la négativité du terme  $-\delta(s_\ell p_c)$ . On a donc la négativité du terme  $\delta P^{eq}$  :  $\delta P^{eq} \leq 0$ .

- Une diminution de  $s_\ell$  entraîne par ailleurs une augmentation de la pression capillaire  $p_c(s_\ell)$ . Comme, à l'équilibre, la pression de gaz est égale à la pression atmosphérique, l'augmentation de  $p_c = p^g - p^\ell$  entraîne une diminution de  $p^\ell$ , de telle sorte que  $\delta p^\ell \leq 0$ .
- On fait enfin l'hypothèse que la quantité d'ions présents dans le réseau poreux reste constante au cours d'un séchage ou d'une imbibition. Lorsque le degré de saturation évolue, on suppose que les ions migrent, grâce à la loi de Fick, pour occuper de façon uniforme la phase liquide. Cela revient à négliger les phénomènes de précipitation et de cristallisation. On a donc, pour tous les états d'équilibre, l'égalité  $s_\ell n_M = cst$ . Lors d'un séchage, c'est-à-dire quand le degré de saturation diminue, cette égalité indique que la concentration en ions  $n_M$  augmente. Cette augmentation implique une diminution de  $\pi^g(h_o, \cdot)$ , entraînant l'inégalité  $\delta_n\pi^g \leq 0$ .

Lors d'un séchage ( $\delta s_\ell \leq 0$ ), le terme de couplage  $\delta\sigma_p$  intervenant dans la 1<sup>ère</sup> équation d'état de l'argilite (3.13) est positif :

$$\delta\sigma_p \geq 0 \quad (3.58)$$

avec  $\delta P^{eq} \leq 0$ ,  $\delta p^\ell \leq 0$  et  $\delta_n\pi^g \leq 0$ . Ce terme est égal à  $-\delta p^\ell$  lors d'une succion ( $\delta p^\ell \leq 0$  et  $\delta_n\pi^g = 0$ ) sur échantillon saturé ( $\delta P^{eq} = \delta p^\ell$ ), la succion correspondant au début d'un séchage réalisé sur échantillon saturé.

#### Pour les variations de volume : $\delta P^{eq} - \delta p^\ell$

On constate que le terme  $\delta P^{eq} - \delta p^\ell$  intervient à la fois dans la 2<sup>ème</sup> équation d'état (2.60). On s'intéresse au signe de ce terme, qui donne donc des informations sur les variations de volume.



Comme  $\delta p^\ell = -\delta p_c$ , on peut écrire :

$$\delta P^{eq} - \delta p^\ell = \delta((1 - s_\ell)p_c(s_\ell)) - \int_{r^*}^{r_o^*} \frac{2\gamma^{\ell g}}{r} \alpha^m(r) dr \quad (3.59)$$

En utilisant une formulation de van Genuchten avec les coefficients  $n = 1.49$  et  $p_r = 15MPa$  (Fig. 1.10), on trouve que la fonction  $s_\ell \rightarrow (1 - s_\ell)p_c(s_\ell)$  est une fonction décroissante, ce qui indique que  $\delta((1 - s_\ell)p_c(s_\ell)) \geq 0$  lorsqu'on considère une variation  $\delta s_\ell \leq 0$ . On ne peut donc pas statuer à ce stade sur le signe de  $\delta P^{eq} - \delta p^\ell$ . On étudie donc à présent la fonction :

$$s_\ell \rightarrow (1 - s_\ell)p_c(s_\ell) + \int_o^{r^*(s_\ell)} \frac{2\gamma^{\ell g}}{r} \alpha^m(r) dr \quad (3.60)$$

En utilisant à nouveau la formulation de van Genuchten, on trouve que cette fonction est décroissante.

Lors d'un séchage ( $\delta s_\ell \leq 0$ ), le terme  $\delta P^{eq} - \delta p^\ell$  intervenant dans les variations de volume des micro-pores (2<sup>ème</sup> équation d'état (2.60)) est positif :

$$\delta P^{eq} - \delta p^\ell \geq 0 \quad (3.61)$$

Ce terme est nul lors d'une succion ( $\delta p^\ell \leq 0$ ) sur échantillon saturé ( $\delta P^{eq} = \delta p^\ell$  et  $\delta_n \pi^g = 0$ ).

### 3.3.2 Effets d'un séchage de l'argilite, libre ou à déplacement empêché, sur les constituants de l'argilite

Selon l'Equation 3.30 et son homologue pour la matrice argileuse, on a, à contrainte macroscopique nulle ( $\Sigma = \mathbf{0}$ ) et en considérant un coefficient de Poisson pour la matrice argileuse  $\nu_a = 0.12$  (Eq. 2.65) et une fraction volumique d'inclusions  $\varphi_{inc} = 0.5$  :

$$\text{séchage libre de l'argilite } (\Sigma = \mathbf{0}) : \delta \bar{\sigma}_{iso}^{inc} \approx -0.4\delta\sigma_p \quad \text{et} \quad \delta \bar{\sigma}_{iso}^a \approx 0.4\delta\sigma_p \quad (3.62)$$

On lit que le séchage ( $\delta\sigma_p \geq 0$ ) libre tend à accroître la compression exercée par la matrice argileuse sur les inclusions, ainsi qu'à accroître la traction exercée par les inclusions sur la matrice argileuse.

L'Equation 3.25 et son homologue pour la matrice argileuse indiquent, à déplacement macroscopique empêché ( $\mathbf{E} = \mathbf{0}$ ) :

$$\text{séchage de l'argilite à dépl. empêché } (\mathbf{E} = \mathbf{0}) : \delta \bar{\sigma}_{iso}^{inc} = \delta\sigma_p \quad \text{et} \quad \delta \bar{\sigma}_{iso}^a = \delta\sigma_p \quad (3.63)$$

On lit donc qu'un séchage à déplacement empêché accroît la traction exercée par la matrice argileuse sur les inclusions, ainsi que la traction exercée par les inclusions sur la matrice argileuse. Comme la moyenne des déformations sur les inclusions rigides est nulle ( $\bar{\varepsilon}^{inc} = 0$ ), la moyenne des déformations indique que la moyenne des déformations sur la matrice argileuse est nulle également :  $\bar{\varepsilon}^a = 0$ .

Soulignons que l'effet du terme de couplage est affecté d'un coefficient 1 pour le séchage à

déplacement empêché et d'un coefficient  $\pm 0.4$  pour le séchage libre.

### 3.3.3 Effets d'un séchage à déplacement macroscopique empêché sur les constituants de la matrice argileuse

Plaçons-nous dans le cas d'un séchage à déformation macroscopique nulle ( $\mathbf{E} = 0$ ). On vient de voir que la déformation mésoscopique est alors nulle ( $\bar{\varepsilon}^a = 0$ ). Etudions à présent les effets d'un séchage à déplacement macroscopique nul, donc à déplacement mésoscopique nul, sur les constituants de la matrice argileuse. Indiquons qu'un séchage à déformation macroscopique nulle peut avoir lieu *in-situ* dans le cas où les galeries juste creusées sont retenues par une paroi pour les empêcher de converger.

#### Succion sur matrice argileuse saturée

Le séchage d'un échantillon saturé débute par une phase de succion pour amener la pression de liquide, positive, à 0.

**Modèle à double porosité** Considérons la matrice argileuse complètement saturée ( $\delta P^{ea} = \delta p^\ell$ ) subissant une succion ( $\delta p^\ell \leq 0$  et  $\delta_n \pi^g = 0$ ). La première équation d'état (2.42) montre qu'une déformation mésoscopique nulle entraîne une contrainte mésoscopique nulle. Par ailleurs, la deuxième équation d'état (3.33) indique, toujours à déformation mésoscopique nulle :

$$\phi - \phi_o = 0 \quad (3.64)$$

Il n'y a pas de variation du volume des micro-pores. Cela signifie qu'en situation saturée et dans le cas d'une déformation mésoscopique nulle, la microstructure de la matrice argileuse est inchangée sous l'effet d'une succion. Cela se comprend tout à fait physiquement : l'électrolyte entre les feuillets subissant le même chargement  $\delta p^\ell \leq 0$  que le liquide dans les micro-pores, les feuillets des particules subissent un chargement isotrope et, incompressibles, ne se déforment pas. Ce résultat dépend donc de la double porosité de la matrice argileuse, et de l'équilibrage de la pression de liquide dans les nano-pores avec celle dans les micro-pores. On s'attend donc à une conclusion très différente si on considère un modèle à simple porosité pour la matrice argileuse de l'argilite.

**Modèle à simple porosité** En effet, considérons à présent un matériau à simple porosité composé d'un réseau poreux saturé et d'une phase solide homogène et inerte par rapport au fluide dans les micro-pores. La première équation d'état (1.37) indique, que à déformation mésoscopique nulle, une succion  $\delta p^\ell \leq 0$  entraîne une contrainte mésoscopique positive, égale à  $-b\delta p^\ell$ . Par ailleurs, la deuxième équation d'état s'écrit ([40]) :

$$\phi - \phi_o = \mathbf{B} : \bar{\varepsilon}^a + \frac{\delta p^\ell}{N} \quad \text{où} \quad \frac{1}{N} = \mathbf{1} : \mathbb{S}^s : (-\varphi \mathbf{1} + \mathbf{B}) \quad (3.65)$$

On lit que pour une succion à déformation macroscopique nulle et donc à déformation mésoscopique  $\bar{\varepsilon}^a$  nulle :

$$\phi - \phi_o = \frac{\delta p^\ell}{N} < 0 \quad (3.66)$$

Une succion a donc pour effet de diminuer le volume du réseau poreux et donc d'augmenter le volume de la phase solide.

Les conséquences d'une succion sur échantillon saturé sont donc très différentes selon qu'on considère un matériau à simple ou double porosité.

### Séchage de la matrice argileuse

Lorsque la succion est terminée, la pression de liquide devient négative sous l'effet du séchage.

**Modèle à double porosité** Par des raisonnements similaires dans le cas d'un séchage, on trouve que :

- la contrainte mésoscopique est positive, et égale à  $\delta\sigma_p$  (cf. Eq. 2.42) ;
- la variation du volume poreux est positive, et égale à  $\Gamma(\delta P^{eq} - \delta p^\ell - \delta_n \pi^g)$  (cf. Eq. 2.60).

**Modèle à simple porosité** De la même manière, on trouve que :

- la contrainte mésoscopique est positive, et égale à  $-b\delta P^{eq}$  (cf. Eq. 1.42), ce qui est plus faible que la quantité  $\delta\sigma_p$  ;
- intéressons-nous à présent à la 2<sup>ème</sup> équation d'état d'un matériau à simple porosité. La loi de comportement pour un matériau à simple porosité partiellement saturé est donnée par l'Equation 1.42 ([40]) : on lit qu'un tel matériau se comporte comme un matériau saturé à condition de remplacer les pressions de pore réelles par la pression de pore généralisée  $P^{eq}$ . On peut alors généraliser la deuxième équation d'état (3.65) au cas partiellement saturé :

$$\phi^{ma} - \phi_o^{ma} = \mathbf{B} : \bar{\varepsilon}^a + \frac{\delta P^{eq}}{N} \quad \text{où} \quad \frac{1}{N} = \mathbf{1} : \mathbb{S}^s : (-\varphi \mathbf{1} + \mathbf{B}) \quad (3.67)$$

avec  $\mathbb{C}^s = (\mathbb{S}^s)^{-1}$ , le tenseur d'élasticité de la phase solide du matériau à simple porosité. Au cours d'un séchage à déformation macroscopique nulle, on lit que la variation du volume poreux est positive, et égale à  $\delta P^{eq}/N$ .

Plaçons nous dans le cas où les grains solides et les pores ont la même morphologie sphérique. Après avoir écrit le tenseur de Biot sous la forme  $\mathbf{B} \approx \varphi \mathbf{1} : (\mathbb{I} - \mathbb{S})^{-1}$  et en rappelant que  $\mathbb{S} = \mathbb{P}_{hom} : \mathbb{C}_{hom}$ , notons que l'on peut ré-écrire le coefficient  $N$  en fonction du tenseur  $\mathbb{C}_{hom}$  sous la forme :

$$\frac{1}{N} = \varphi \mathbf{1} : \mathbb{S}^s : \mathbb{P}_{hom} : \mathbb{C}_{hom} : (\mathbb{I} - \mathbb{S})^{-1} : \mathbf{1} \quad (3.68)$$

En considérant un schéma auto-cohérent pour la détermination du tenseur d'élasticité homogénéisé afin de rendre compte du caractère désordonné du milieu poreux composé de particules et de pores, on peut écrire que  $\mathbb{C}^{hom} \approx \mathbb{C}_{ac}$ , avec  $\mathbb{C}_{ac} = (1 - \varphi)\mathbb{C}^s : (\mathbb{I} + \mathbb{P}_{ac} :$

$(\mathbb{C}^s - \mathbb{C}_{ac}))^{-1}$ . En rappelant que  $\mathbb{S}^s : \mathbb{C}^s = \mathbb{I}$ , on trouve après quelques manipulations algébriques autorisées pour ces tenseurs isotropes :

$$\frac{1}{N} = \varphi \mathbf{1} : (\mathbb{I} - \mathbb{S})^{-1} : ((1 - \varphi)(\mathbb{I} + \mathbb{P}_{ac} : (\mathbb{C}^s - \mathbb{C}_{ac}))^{-1} : \mathbb{P}_{ac} : \mathbf{1}) \quad (3.69)$$

ou encore :

$$\frac{1}{N} = \varphi \mathbf{1} : (\mathbb{I} - \mathbb{S})^{-1} : ((\mathbb{I} - \varphi(\mathbb{I} - \mathbb{P}_{ac} : \mathbb{C}_{ac})^{-1}) : \mathbb{P}_{ac} : \mathbf{1}) \quad (3.70)$$

où on reconnaît l'expression de  $\Gamma$ . Ce résultat était prévisible. En effet, en reprenant le calcul réalisé à la Section 3.33 pour la matrice argileuse à double porosité de l'argilite et en l'adaptant au cas d'un matériau à simple porosité, on trouve la loi d'état suivante :

$$\phi - \phi_o = \mathbf{B} : \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^a + \Gamma \delta P^{eq} \quad (3.71)$$

Au cours d'un séchage à déformation macroscopique nulle, on lit finalement que la variation du volume poreux est négative, et égale à  $\Gamma \delta P^{eq}$ .

Le Tableau 3.3 récapitule les résultats obtenus pour une déformation macroscopique nulle. On observe que la succion et le séchage affecte davantage l'amplitude de la contrainte mésoscopique dans la matrice argileuse pour un matériau à double porosité par rapport à un matériau à simple porosité. Par ailleurs, la succion sur milieu saturé ne modifie pas le volume du réseau poreux d'un matériau à double porosité, mais diminue celui d'un matériau à simple porosité. Enfin, le séchage entraîne une augmentation du volume du réseau poreux d'un matériau à double porosité, mais une diminution de celui-ci pour un matériau à simple porosité.

Il est donc important d'adopter la bonne modélisation, entre modèle à simple porosité et modèle à double porosité, pour comprendre comment un séchage sollicite la microstructure de l'argilite.

	Double porosité			Simple porosité	
	expression	signe		expression	signe
succion	$\delta\sigma = -\delta p^\ell$	$\geq 0$	$\geq$	$\delta\sigma = -b\delta p^\ell$	$\geq 0$
	$\phi^{ma} - \phi_o^{ma} = 0$	$= 0$	$\geq$	$\phi^{ma} - \phi_o^{ma} = \Gamma\delta p^\ell$	$\leq 0$
séchage	$\delta\sigma = -b\delta P^{eq} - (1-b)\delta p^\ell - (1-b)\delta_n\pi^g$	$\geq 0$	$\geq$	$\delta\sigma = -b\delta P^{eq}$	$\geq 0$
	$\phi^{ma} - \phi_o^{ma} = \Gamma(\delta P^{eq} - \delta p^\ell - \delta_n\pi^g)$	$\geq 0$	$\geq$	$\phi^{ma} - \phi_o^{ma} = \Gamma\delta P^{eq}$	$\leq 0$

TAB. 3.3 – Effet d'une succion et d'un séchage sur la contrainte mésoscopique dans la matrice argileuse et sur la variation du volume des micro-pores, à déformation macroscopique nulle.

## 3.4 Détermination du tenseur de Biot

### 3.4.1 Suivi des variations dimensionnelles sous chargement hydrique

Afin de tester la loi de comportement que nous proposons pour l'argilite, nous nous intéressons à présent au suivi des variations dimensionnelles d'un échantillon soumis à un chargement

hydrique.

### Protocole expérimental

Plusieurs échantillons cylindriques sont carottés à partir d'un bloc d'argilite et sont placés dans une enceinte qui permet de contrôler l'humidité ambiante. On utilise une enceinte fermée dont l'air ambiant est soit contrôlé électroniquement, soit est en équilibre avec une solution de saumure connue (Fig. 3.9). Le Tableau 3.4 récapitule différentes solutions de saumure en mentionnant l'humidité relative de l'air correspondante. Quand l'équilibre avec l'air ambiant est atteint, on connaît alors l'humidité relative  $h_r$  dans l'échantillon et on mesure la masse, ainsi que les longueurs, au cours du temps, pour chaque échantillon. Tandis que les masses se mesurent simplement par pesée, les mesures de longueur sont plus difficiles à réaliser compte tenu de leur très faible variation. Afin d'être en mesure de relever de telles variations, on décide d'instrumenter les échantillons en collant des billes à leurs extrémités (Fig. 3.10). La mesure de la longueur est alors réalisée avec un micromètre, qu'on calibre avant chaque mesure à partir d'étalons. L'emploi de billes permet de considérer, à chaque mesure, la même distance : celle entre les deux sommets des billes. Précisons que les échantillons sont manipulés avec des gants en latex afin de limiter les transferts d'humidité avec la main de l'expérimentateur.

$h_r$ (%)	solution de saumure
100	eau pure
98	sulfate de potassium $K_2SO_4$
85	chlorure de potassium $KCl$
75	chlorure de sodium $NaCl$
59	bromure de sodium $NaBr$
43	carbonate de potassium $K_2CO_3$
11 – 12	chlorure de lithium $LiCl$

TAB. 3.4 – Solutions de saumure.

### Présentation des résultats

La Figure 3.11 montre un suivi dimensionnel de trois échantillons cylindriques carottés perpendiculairement aux strates à partir d'un même bloc. On observe une bonne reproductibilité de notre protocole expérimental.

A l'inverse des variations relatives de masse (dont on a constaté lors de nos mesures qu'elles n'étaient pas liées au sens du carottage), les variations relatives de longueur sont fortement liées au sens du carottage. On observe des variations dimensionnelles près de deux fois supérieures pour les échantillons carottés perpendiculairement aux strates par rapport à ceux carottés dans le plan des strates. La Figure 3.12 illustre ce propos. Les variations de masse sont liées à la quantité d'eau qui quitte l'échantillon ou en sort, alors que les variations de longueur sont une conséquence du comportement mécanique de l'argilite qui s'adapte à la nouvelle composition de son réseau poreux. Il est donc tout à fait logique de constater sur les variations de longueur

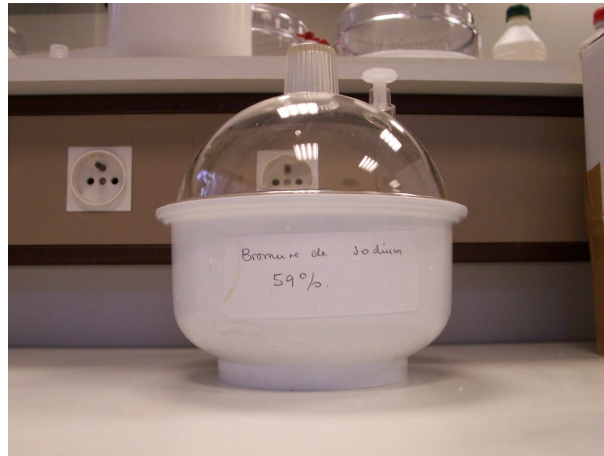


FIG. 3.9 – Enceinte contenant une solution de bromure de sodium assurant une humidité relative de 59%.



FIG. 3.10 – Echantillon cylindrique instrumenté avec des billes.

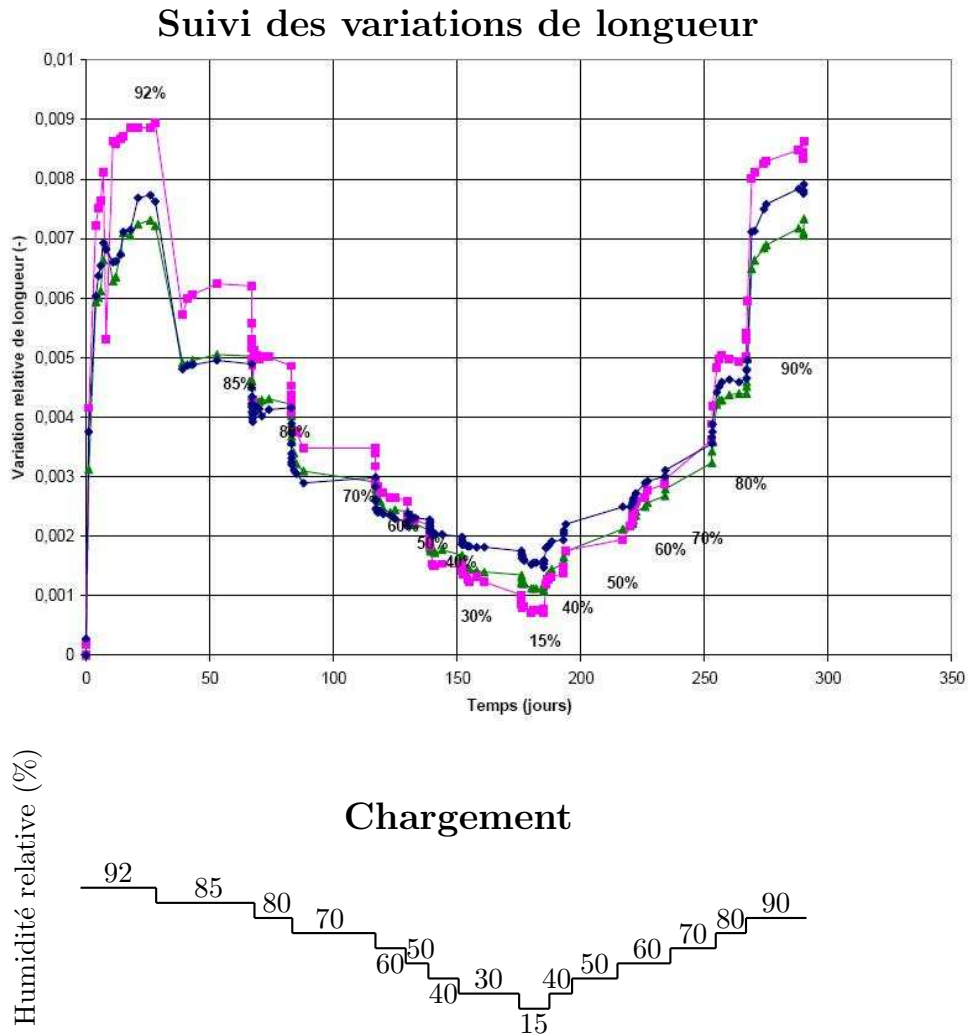


FIG. 3.11 – Variation relative de longueur au cours d'un séchage, suivi d'une imbibition, pour trois échantillons carottés perpendiculairement aux strates.

la même anisotropie que celle que l'on avait constatée sur les constantes élastiques  $K_{zz}$  et  $K_{xx}$  (Eq. 3.43) lors des essais poromécaniques (cf. Figs. 3.6, 1.16, 3.7 et 3.8, où on lit un rapport d'anisotropie d'environ 2 sur les déformations des jauges). Ces observations réalisées à partir des essais poromécaniques et du suivi des variations relatives de longueur confirment le caractère isotrope transverse de l'argilite.

On observe à la Figure 3.12 que les tracés deviennent chaotiques pour une stabilisation à 98% et 100% d'humidité relative. Cela souligne la difficulté à re-saturer ce matériau, ce que nous avons déjà expliqué aux Sous-sections 1.2.2 et 1.3.1.

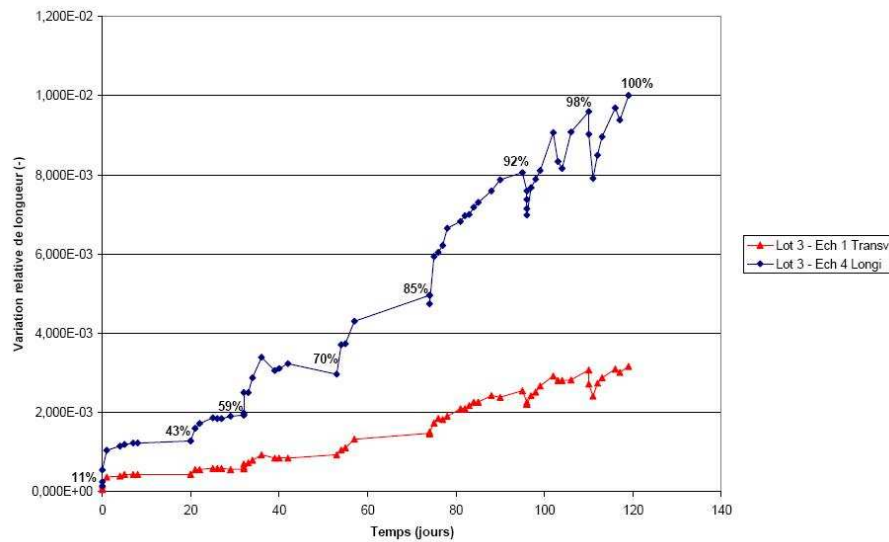


FIG. 3.12 – Variation relative de longueur au cours d'une imbibition pour un échantillon carotté parallèlement aux strates et un carotté perpendiculairement aux strates.

On s'intéresse à présent aux situations d'équilibre de l'échantillon avec son environnement. On ne considère donc plus les régimes transitoires, mais on se concentre sur les variations de longueur entre points d'équilibre. On étudie dans la suite deux lots :

- le lot 2, en équilibre initialement avec un environnement à 92%, subit un séchage par paliers en étant placé, jusqu'à équilibre, successivement dans des environnements dont les humidités relatives sont les suivantes :  $92 \rightarrow 85 \rightarrow 80 \rightarrow 70 \rightarrow 60 \rightarrow 50 \rightarrow 40 \rightarrow 30 \rightarrow 15\%$ .
- le lot 4 contient un échantillon carotté perpendiculairement aux strates et un carotté dans le plan des strates. En équilibre initialement avec un environnement à 98%, le lot 4 subit un séchage par paliers en étant placé, jusqu'à équilibre, successivement dans des environnements dont les humidités relatives sont les suivantes :  $98 \rightarrow 92 \rightarrow 85 \rightarrow 70 \rightarrow 59\%$ .

La Figure 3.13 représente les points expérimentaux obtenus pour ces deux lots, la pression capillaire  $p_c = p^g - p^\ell$  étant déterminée grâce à la loi de Kelvin à partir de l'humidité relative imposée  $h_r$  ([25]) :

$$p_c = -\rho_\ell \frac{RT}{M_v} \ln h_r$$



$R = 8,34 J/K/mol$  est la constante des gaz parfaits,  $M_v = 0,018 kg/mol$  la masse molaire de l'eau sous forme de vapeur,  $T$  la température en Kelvins, et  $\rho_\ell$  est la masse volumique de l'eau liquide.

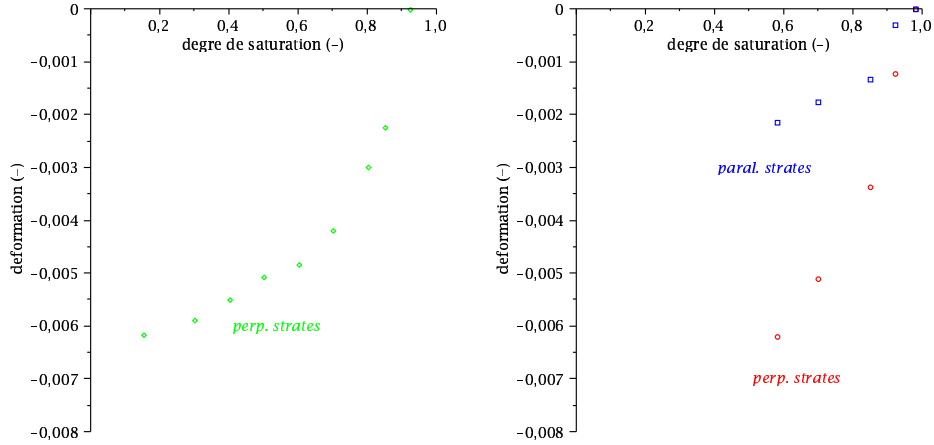


FIG. 3.13 – Points expérimentaux obtenus par séchage : lot 2 à gauche, lot 4 à droite (échantillon carotté perpendiculairement aux (resp. dans le plans des) strates représenté en cercle rouge (resp. carré bleu)).

### Exploitation de la pente à l'origine des tracés $\varepsilon_{\alpha\alpha} \rightarrow p_c(\varepsilon_{\alpha\alpha})$

On s'intéresse à un échantillon isotrope transverse complètement saturé en début de séchage, et on considère un début de séchage.

Dans le terme de couplage de la loi de comportement de l'argilite (3.13), on néglige le terme  $\delta_n \pi^g$  :  $\delta_n \pi^g \ll \delta p^\ell$ . En effet, on a vu par nos mesures lors de l'essai de gonflement empêché sur de la bentonite que  $\delta_n \pi^g$  est inférieur à  $1 MPa$ . La bentonite exhibant un gonflement bien plus important que l'argilite en raison notamment d'une quantité de smectites bien plus importante dans sa microstructure, on évalue le terme de la loi de comportement de l'argilite dépendant de  $\delta_n \pi^g$  bien inférieur au  $MPa$ . Mis à part le cas proche du saturé, pour lequel  $p^\ell \approx p^g \approx 0.1 MPa$ , la pression de liquide est de l'ordre de la pression capillaire et est bien supérieure à  $1 MPa$  (cf. Fig. 1.10). Nous voulons dans un premier temps exploiter les pentes à l'origine des tracés  $\varepsilon_{\alpha\alpha} \rightarrow p_c(\varepsilon_{\alpha\alpha})$ . Concrètement, nous étudions l'intervalle de pression capillaire  $[0, 10 MPa]$ . Nous considérons donc qu'il est justifié de négliger le terme  $\delta_n \pi^g$  devant le terme de pression capillaire dans l'exploitation des pentes à l'origine des tracés  $\varepsilon_{\alpha\alpha} \rightarrow p_c(\varepsilon_{\alpha\alpha})$ .

A partir de la loi de comportement (3.13), issue du modèle double porosité, écrite avec  $\delta\sigma = 0$  (séchage libre),  $\delta P^{eq}(h_r = 1) = \delta p^\ell$  et l'hypothèse  $\delta_n \pi^g \ll \delta p^\ell$ , la pente à l'origine s'écrit :

$$\left. \frac{dp^\ell}{d\varepsilon_{\alpha\alpha}} \right|_{h_r=1} = K_{\alpha\alpha}^o \quad (3.72)$$

ou encore, puisque  $dp^\ell = -dp_c$  :

$$-\left. \frac{dp_c}{d\varepsilon_{\alpha\alpha}} \right|_{h_r=1} = K_{\alpha\alpha}^o \quad (3.73)$$

où  $K_{\alpha\alpha}^o$  est défini par (cf. Eq. 3.43) :

$$\frac{1}{K_{\alpha\alpha}^o} = \begin{cases} \frac{1}{K_{xx}^o} = \left( \frac{1-\nu}{E} - \frac{\nu'}{E'} \right)_{h_r=1} \\ \frac{1}{K_{zz}^o} = \left( \frac{1-2\nu'}{E'} \right)_{h_r=1} \end{cases} \quad (3.74)$$

On rappelle que les axes ont été définis à la Figure 3.5 :  $\varepsilon_{zz}$  est la déformation perpendiculairement aux strates, et  $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy}$  est la déformation dans le plan des strates.

L'état initial pour chacun des lots 2 et 4 est un état partiellement saturé. L'idéal aurait été de suivre le séchage d'échantillons initialement parfaitement saturés. Mais comme on l'a déjà vu, les échantillons qui arrivent au laboratoire ne sont jamais complètement saturés malgré toutes les précautions prises, et une re-saturation est toujours délicate, voire impossible. Bien que l'état initial de nos deux lots ne soit pas l'état parfaitement saturé, on souhaite appliquer l'Equation 3.72 sur nos résultats expérimentaux afin d'obtenir une approximation pour les coefficients  $K_{\alpha\alpha}^o$ .

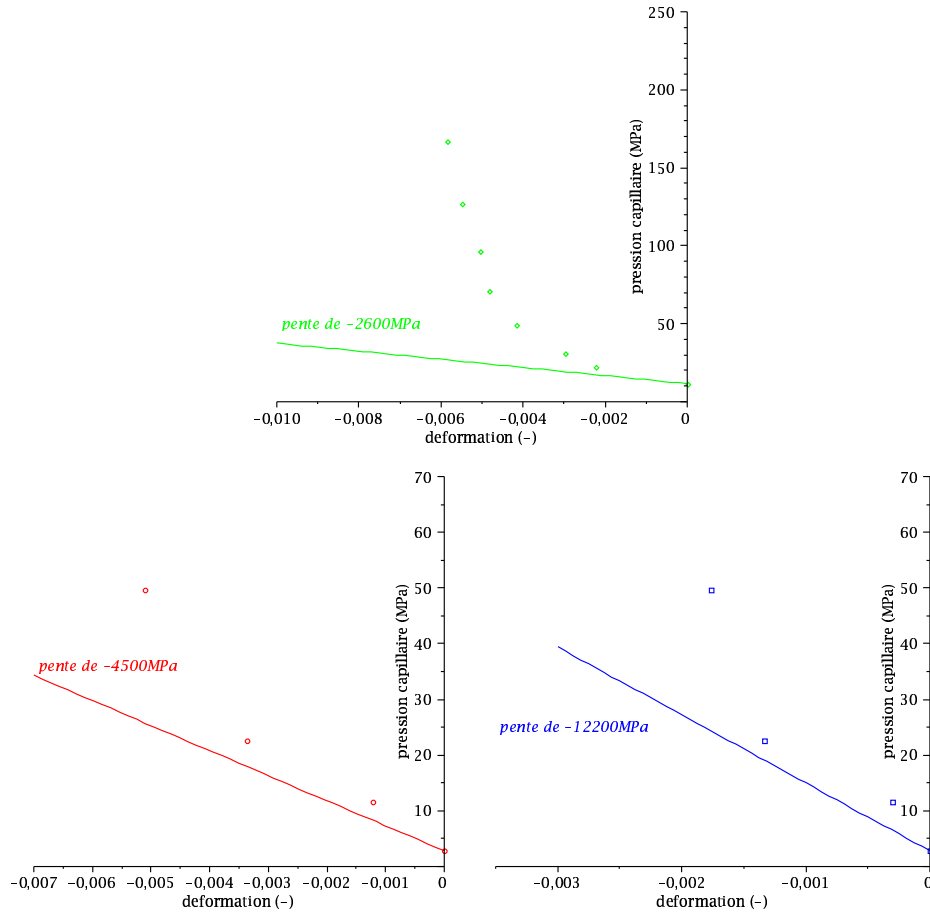


FIG. 3.14 – Points expérimentaux  $(\delta l/l, p_c)$  obtenus par séchage : lot 2 en haut, lot 4 (échantillon carotté perpendiculairement aux (resp. dans le plans des) strates représenté en cercle rouge en bas à gauche (resp. carré bleu en bas à droite)).

On considère donc nos résultats expérimentaux sous la forme particulière de tracés  $(\delta l/l_o, p_c)$  (Fig. 3.14), reliant la variation relative de l'échantillon par rapport à sa longueur initiale et la pression capillaire. Cette représentation est très pratique d'un point de vue expérimental car d'une part, on pilote les conditions hydriques en contrôlant l'humidité relative du milieu, ce qui permet le calcul direct de la pression capillaire, et d'autre part, le suivi des variations dimensionnelles fournit directement la variation relative de longueur. Les pentes à l'origine proposées sont récapitulées dans le Tableau 3.5, et sont représentées à la Figure 3.14.

On constate une bonne cohérence entre les deux premières valeurs, correspondant à un carottage perpendiculaire aux strates. Ces valeurs sont également cohérentes avec la Figure 4.9, qui peut ainsi être prolongée jusqu'à une humidité relative de 100%. On constate que le module  $K_{xx}^o$  du lot 4 est environ deux fois le module  $K_{zz}^o$  du même lot : on retrouve l'anisotropie de l'argilite (de rapport un peu supérieur à 2 environ).

Lot	$K_{\alpha\alpha}^o = -\frac{dp_c}{d\varepsilon_{\alpha\alpha}} _{h_r=h_r^o}$ (MPa)	pour $s_\ell = 1$
Lot 2	2600	$K_{zz}^o$
Lot 4 Longi	4500	$K_{zz}^o$
Lot 4 Transv	12200	$K_{xx}^o = K_{yy}^o$

TAB. 3.5 – Evaluation, à partir des pentes à l'origine des courbes  $\varepsilon_{\alpha\alpha} \rightarrow p^c(\varepsilon_{\alpha\alpha})$ , des coefficients  $K_{\alpha\alpha}^o(s_\ell = 1)$  dans l'hypothèse d'un modèle à double porosité, et en considérant les échantillons initialement complètement saturés.

### Calcul des variations de longueur

Comme nous envisageons ici du séchage sur une large gamme d'humidité relative (de 98% à 59% et de 92% à 15%), on va considérer des pressions capillaires pouvant aller jusqu'à 250 MPa. Cette gamme de pression capillaire nous confirme dans notre hypothèse :  $\delta_n \pi^g \ll \delta p^\ell$ .

On veut maintenant exploiter les courbes complètes des Figures 3.13 et 3.14, et pas seulement les pentes à l'origine. Lors d'un séchage libre correspondant à un incrément d'humidité relative  $dh_r$ , la déformation d'un échantillon isotrope transverse peut être écrite à partir de l'Equation 3.39 :

$$\begin{cases} d\varepsilon_{xx} = \left(\frac{1-\nu}{E}\right) (b_{xx}dP^{eq} + (1-b_{xx})dp^\ell) - \frac{\nu'}{E'} (b_{zz}dP^{eq} + (1-b_{zz})dp^\ell) \\ d\varepsilon_{zz} = -\frac{2\nu'}{E'} (b_{xx}dP^{eq} + (1-b_{xx})dp^\ell) + \frac{1}{E'} (b_{zz}dP^{eq} + (1-b_{zz})dp^\ell) \end{cases} \quad (3.75)$$

soit encore :

$$\begin{cases} d\varepsilon_{xx} = \left(\frac{1-\nu}{E}b_{xx} - \frac{\nu'}{E'}b_{zz}\right) dP^{eq} + \left(\frac{1-\nu}{E}(1-b_{xx}) - \frac{\nu'}{E'}(1-b_{zz})\right) dp^\ell \\ d\varepsilon_{zz} = \left(-\frac{2\nu'}{E'}b_{xx} + \frac{1}{E'}b_{zz}\right) dP^{eq} + \left(-\frac{2\nu'}{E'}(1-b_{xx}) + \frac{1}{E'}(1-b_{zz})\right) dp^\ell \end{cases} \quad (3.76)$$

En posant

$$\begin{cases} p_x = K_{xx} \left(\frac{1-\nu}{E}b_{xx} - \frac{\nu'}{E'}b_{zz}\right) \\ p_z = K_{zz} \left(-\frac{2\nu'}{E'}b_{xx} + \frac{1}{E'}b_{zz}\right) \end{cases} \quad (3.77)$$

où  $K_{\alpha\alpha}$  est défini par l'Equation 3.43, on peut alors écrire :

$$\begin{cases} d\varepsilon_{xx} = \frac{1}{K_{xx}}(p_x dP^{eq} + (1-p_x)dp^\ell) \\ d\varepsilon_{zz} = \frac{1}{K_{zz}}(p_z dP^{eq} + (1-p_z)dp^\ell) \end{cases} \quad (3.78)$$

En résolvant le système (3.77) par rapport à  $b_x$  et  $b_z$ , et en supposant les constantes élastiques constantes, on voit apparaître le principe de détermination suivant pour le tenseur de Biot  $\mathbf{b} = b_{xx}(\underline{e}_x \otimes \underline{e}_x + \underline{e}_y \otimes \underline{e}_y) + b_{zz}\underline{e}_z \otimes \underline{e}_z$ .

On considère un incrément d'humidité relative  $dh_r$ . Les coefficients  $b_x$  et  $b_z$  s'expriment par les égalités :

$$\begin{cases} b_{xx} = \frac{1}{K_{zz} + \nu' K_{xx}} (K_{zz} p_x + \nu' K_{xx} p_z) \\ b_{zz} = \frac{1}{K_{zz} + \nu' K_{xx}} (2\nu' K_{zz} p_x + ((1 - 2\nu') K_{zz} + \nu' K_{xx}) p_z) \end{cases} \quad (3.79)$$

où les coefficients  $p_x$  et  $p_z$  interviennent dans les égalités :

$$\begin{cases} K_{xx} \varepsilon_{xx} = p_x \delta P^{eq} + (1 - p_x) \delta p^\ell \\ K_{zz} \varepsilon_{zz} = p_z \delta P^{eq} + (1 - p_z) \delta p^\ell \end{cases} \quad (3.80)$$

On lit que, lors d'un séchage libre correspondant à un incrément d'humidité relative  $dh_r$ , le coefficient  $p_\alpha$  est le poids à donner à la quantité  $dP^{eq}$  (Fig. 2.7),  $1 - p_\alpha$  étant celui à donner à la quantité  $dp^\ell$  (Fig. 2.8), pour obtenir la quantité  $K_{\alpha\alpha} \varepsilon_{\alpha\alpha}$  : le coefficient  $p_\alpha$  se détermine donc par calibrage afin que les mesures expérimentales  $\varepsilon_{\alpha\alpha}$  soient le barycentre des quantités calculées  $dP^{eq}/K_{\alpha\alpha}$ , de poids  $p_\alpha$ , et  $\delta p^\ell/K_{\alpha\alpha}$ , de poids  $1 - p_\alpha$ .

Pour un suivi dimensionnel donné, le coefficient  $K_{\alpha\alpha}$  est estimé par la pente à l'origine du trace  $\varepsilon_{\alpha\alpha} \rightarrow p_c(\varepsilon_{\alpha\alpha})$ , et le coefficient  $p_\alpha$  peut ensuite être calibré par la méthode des moindres carrés à partir des données expérimentales sur toute la gamme d'humidité relative.

#### Etude à partir de l'échantillon du lot 2, carotté perpendiculairement aux strates

Considérons les échantillons du lot 2, qui ont subi un séchage sur une large gamme d'humidité relative : depuis l'humidité relative de 92% jusqu'à l'humidité relative de 15%. Les échantillons du lot 2 étant carottés perpendiculairement aux strates, l'exploitation du suivi dimensionnel permet le calibrage du paramètre  $p_z$ . la Figure 3.15 représente précisément ce calibrage réalisé par la méthode des moindres carrés de sorte que les points expérimentaux s'alignent sur une courbe qui est obtenue comme la courbe barycentre des tracés  $s_\ell \rightarrow dP^{eq}/K_{zz}^o$ , affectée du poids  $p_z$ , et  $s_\ell \rightarrow dp^\ell/K_{zz}^o$ , affectée du poids  $1 - p_z$ .

Notons que la courbe  $s_\ell \rightarrow dP^{eq}/K_{zz}^o$ , et plus généralement  $s_\ell \rightarrow dP^{eq}/K_{\alpha\alpha}^o$ , présente un plateau pour les degrés de saturation inférieurs à 58%. En effet, la microporosité de la matrice argileuse, qui intervient dans l'expression de  $dP^{eq}$  est complètement sèche lorsque le rayon frontière  $r^*$  des pores est inférieur au rayon critique de  $2nm$  qui sépare les nano-pores des micro-pores. Ce rayon critique correspondant à un degré de saturation de 58%, le terme  $dP^{eq}$  est nul sous 58% de degré de saturation. On a supposé par ailleurs que la nanoporosité reste toujours complètement saturée. La nanoporosité voit donc la pression négative de son électrolyte diminuer à mesure que l'on sèche, même une fois que la microporosité est sèche. Sur l'intervalle de degré de saturation [58, 100%], on retrouve la courbe présentée à la Figure 2.9 (droite) qui montrait l'évolution de la pression de liquide et de la pression équivalente dans les micro-pores, et avait été tracée par rapport au degré de saturation des micro-pores. On peut faire les commentaires suivants à partir de la Figure 3.15 :

- les points expérimentaux se trouvent, comme prévu, dans le faisceau délimité par les deux

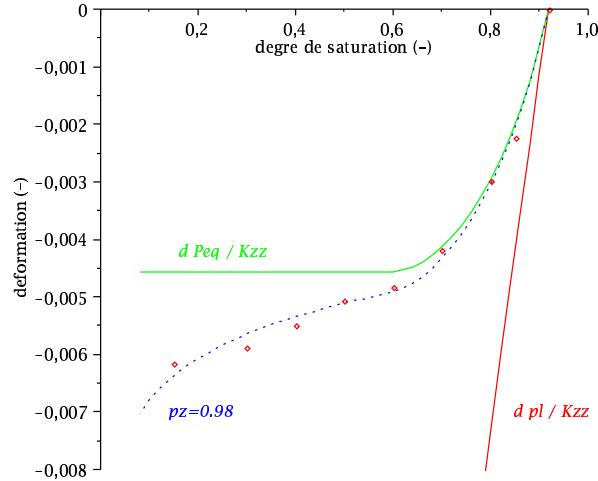


FIG. 3.15 – Calibrage de paramètre  $p_z$  à partir de l'échantillon du lot 2.

courbes  $s_\ell \rightarrow dP^{eq}/K_{\alpha\alpha}^o$  et  $s_\ell \rightarrow dp^\ell/K_{\alpha\alpha}^o$  ;

- il existe, comme annoncé par la loi de comportement, un paramètre  $p_z$  tel que les points expérimentaux soient alignés sur une courbe qui est le barycentre des tracés  $s_\ell \rightarrow dP^{eq}/K_{\alpha\alpha}^o$ , affectée par le poids  $p_z$ , et  $s_\ell \rightarrow dp^\ell/K_{\alpha\alpha}^o$ , affectée par le poids  $1 - p_z$ .

Ces commentaires justifient la structure du terme de couplage  $\delta P^{eq}\mathbf{B} + \delta p^\ell(\mathbf{1} - \mathbf{B})(+\delta_n\pi^g(\mathbf{1} - \mathbf{B}))$  dans la loi de comportement de la matrice argileuse (1<sup>ère</sup> équation d'état (2.63)) et de l'argilite (1<sup>ère</sup> équation d'état (3.33))<sup>2</sup>. Ces commentaires démontrent également la faisabilité technique de déterminer expérimentalement le tenseur de Biot. Dans le cas présent, on trouve un coefficient  $p_z = 0.98$  pour le module de compression  $K_{zz}^o = 2600MPa$ .

Précisons à présent que la valeur de la pente à l'origine  $K_{zz}^o$  représentée à la Figure 3.14 n'a pas été obtenue visuellement, comme on pourrait le faire, mais est le résultat de la détermination du couple  $(b_z, K_{zz}^o)$  à partir du suivi dimensionnel sous chargement hydrique grâce à la méthode des moindres carrés.

**Etude à partir des échantillons du lot 4** La Figure 3.16 représente les calibrages des paramètres  $(p_x, p_z)$  à partir des échantillons du lot 4. Ces deux lots ont été étudiés sur une gamme d'humidité relative plus restreinte que celle du lot 2, mais présentent l'avantage d'avoir été carottés dans les deux directions complémentaires : perpendiculaire et parallèle aux strates.

On remarque à la Figure 3.16 que la pente  $dP^{eq}(s_\ell = 0)/K_{\alpha\alpha}^o$  est égale à celle  $dp^\ell(s_\ell = 0)/K_{\alpha\alpha}^o$ . On s'y attend d'un point de vue théorique, de par la définition de la pression équivalente  $P^{eq}$  (cf. Eqs. 2.43 et 2.44), mais ce constat n'était pas aussi flagrant à la Figure 3.15 concernant l'échantillon du lot 2. En effet, l'état initial pour le lot 2 est de 92% de degré de saturation, alors que celui du lot 4 est de 98%. Il est donc normal que les deux pentes soient plus confondues pour le lot 4 que pour le lot 2.

La méthode des moindres carrés a permis d'obtenir le couple  $(p_z = 0.82, K_{zz}^o = 4500MPa)$  à

<sup>2</sup>Le terme  $\delta(a)$  représente la variation de la quantité  $a$  entre l'état initial et l'état final, et  $\delta a = \int_{initial}^{final} da$ .

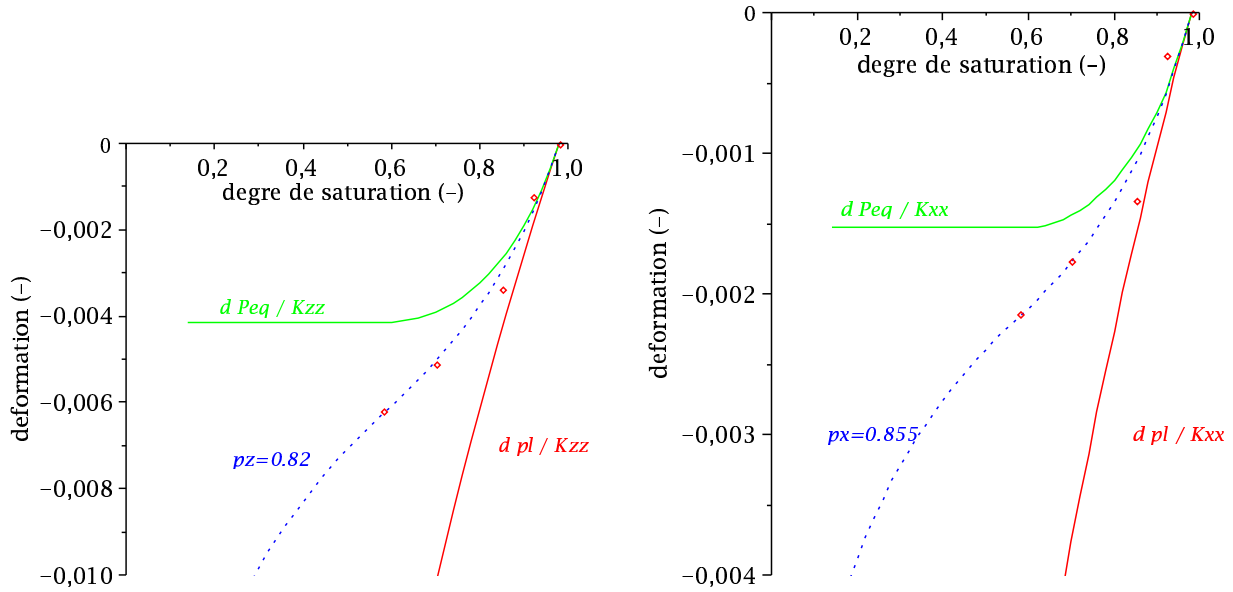


FIG. 3.16 – Calibrage des paramètres  $(p_x, p_z)$  à partir des échantillons du lot 4.

partir de l'échantillon carotté perpendiculairement aux strates et  $(p_x = 0.855, K_{xx}^o = 12200 MPa)$  à partir de l'échantillon carotté parallèlement aux strates.

Les suivis dimensionnels sont visuellement très différents entre les lots 2 et 4 (cf. Fig. 3.13). On retrouve ces différences sur les couples  $(p_z, K_{zz}^o)$ .

En considérant un coefficient de Poisson  $\nu'$  égal à 0.15 (en utilisant les données isotropes (3.23)), on peut à présent estimer le tenseur de Biot à partir des expressions 3.79. Les valeurs obtenues sont récapitulées dans le Tableau 3.6.

	$K_{\alpha\alpha}^o (MPa)$	$p_\alpha$	<b>B</b>
perp. strates $\alpha = z$	4500	0.82	$b_x = 0.84$
paral. strates $\alpha = x$	12200	0.855	$b_z = 0.83$

TAB. 3.6 – Détermination du tenseur de Biot à partir des suivis dimensionnels.

Nous venons de présenter et de mettre en œuvre une méthode pour déterminer le tenseur de Biot d'échantillons à partir du suivi dimensionnel sous chargement hydrique. L'analyse d'un lot a fournit :

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0.84 & 0 & 0 \\ 0 & 0.84 & 0 \\ 0 & 0 & 0.83 \end{bmatrix} \quad (3.81)$$

On trouve que le tenseur de Biot est quasiment isotrope. On observe que le coefficient de Biot ainsi obtenu est tout à fait cohérent avec le résultat du calcul par homogénéisation correspondant à un rapport d'aspect des particules argileuses de 1/4 (cf. Eq. 2.66).

### 3.4.2 Principe de détermination du tenseur de Biot et du coefficient $\Gamma$ en adaptant le protocole de nos essais poromécaniques

Comme on vient de le voir, un chargement en pression de liquide sur échantillon saturé ou un chargement en pression d'argon sur échantillon partiellement saturé ne font pas intervenir le tenseur de Biot  $\mathbf{B}$  et le coefficient  $\Gamma$  dans les lois de comportement.

#### Variation de la salinité en situation drainée

Dans ces conditions, où le degré de saturation est constant, la seule façon de solliciter ces deux paramètres est d'imposer une variation  $\delta_n \pi^g$  en modifiant la concentration en ions dans les micro-pores. Mais il est difficile d'imposer une telle variation en contrôlant la valeur exacte. En effet, comme on l'a vu lors de l'étude de l'essai de gonflement empêché, la théorie de la double couche permet de déterminer un ordre de grandeur du terme  $\delta_n \pi^g$  qui est cohérent avec l'expérience. Mais on ne sait pas aujourd'hui contrôler la mesure et la valeur de ce terme, si bien qu'on ne peut pas l'utiliser comme moyen de mesure du tenseur de Biot  $\mathbf{B}$  et du coefficient  $\Gamma$ .

#### Variation de l'état hydrique

On souhaite à présent proposer un protocole qui permette, pour un même échantillon, à la fois la détermination des constantes  $K_{\alpha\alpha}$  et la détermination du tenseur de Biot  $\mathbf{B}$ . Plus précisément, on s'intéresse à un essai poromécanique triaxial couplé à un suivi des variations dimensionnelles sous chargement hydrique (séchage ou imbibition).

Concrètement, on considère un échantillon partiellement saturé, en équilibre avec une humidité relative donnée  $h_r^i$ . Cet échantillon est ensuite préparé pour un essai poromécanique triaxial, puis est placé sous confinement isotrope initial.

1<sup>ère</sup> étape : variation du confinement en situation drainé Comme nous l'avons déjà vu (cf. Section 3.2), la variation du confinement permet de déterminer le coefficient  $K_{\alpha\alpha}$ . Celui-ci est en fait  $K_{\alpha\alpha}(h_r^i)$ , c'est-à-dire le coefficient correspondant à l'humidité relative initiale  $h_r^i$ .

2<sup>ème</sup> étape : variation du degré de saturation de l'échantillon A ce stade, l'échantillon est sous confinement donné. Au lieu d'appliquer une pression de gaz sec sur les faces supérieure et inférieure de l'échantillon, comme dans nous l'avons fait à la Section 3.2, nous appliquons une pression de gaz  $p_d^g$  avec une humidité relative fixée  $h_r^d$ . On peut considérer une pression de gaz égale à la pression atmosphérique. On se retrouve alors dans les mêmes conditions que lors des séchages et imbibitions exposées à la Sous-section 3.4.1. Ces nouvelles conditions aux limites vont entraîner des transferts hydriques et mener à un nouvel état d'équilibre, où la pression de gaz dans l'échantillon va être celle imposée  $p_d^g$  et où le degré de saturation dans l'échantillon va correspondre, par la courbe de pression capillaire, à l'humidité relative imposée  $h_r^d$ . Les jauges collées sur l'échantillon permettent de suivre les variations dimensionnelles de l'échantillon. La connaissance de la pression de gaz et de l'humidité relative avant et après chargement hydrique permet alors de calculer les quantités  $\delta p^\ell$  et  $\delta P^{eq}$  engendrées par cette variation du degré de saturation.



3<sup>ème</sup> étape : variation du confinement en situation drainée On complète ensuite ces deux étapes par une troisième qui permet de déterminer le coefficient  $K_{\alpha\alpha}(h_r^d)$  en réalisant une variation du confinement en situation drainée sur l'échantillon, lorsque celui-ci est en équilibre avec son nouvel environnement  $(p_d^g, h_r^d)$ .

Grâce aux mesures expérimentales de  $K_{\alpha\alpha}$  réalisées pour les conditions avant chargement hydrique  $(p_{atm}^g, h_r^i)$  et après chargement hydrique  $(p_d^g, h_r^d)$ , on pourra modéliser  $K_{\alpha\alpha}$  par une interpolation linéaire entre ces deux points, ce qui fournira une approximation pour  $K_{\alpha\alpha}$  adaptée à l'échantillon étudié et à la gamme hydrique considérée. L'idéal serait de considérer une pression de gaz  $p_d^g$  égale à  $p_{atm}^g$  pour que le gaz dans l'échantillon soit à la même pression lors des deux mesures du coefficient  $K_{\alpha\alpha}$  et que ces deux mesures ne soient pas influencées par une variation de pression de gaz. Il est alors possible de déterminer le tenseur de Biot grâce aux Equations 3.80 et 3.79.

La question qui reste à résoudre est de savoir si un tel protocole est réalisable. A la Section 10.1, nous détaillerons le fonctionnement d'un "panneau gaz", que nous venons de mettre au point dans notre laboratoire, qui permet d'injecter du gaz en imposant la pression et l'humidité relative. Grâce à ce dispositif innovant, nous pouvons dans le principe réaliser un essai poromécanique qui permette la détermination du tenseur de Biot  $\mathbf{B}$ . Dans la pratique, il va cependant s'avérer difficile de contrôler avec précision le chargement hydrique.

4<sup>ème</sup> étape : Détermination du coefficient  $\Gamma$  Etendons ce protocole à la détermination expérimentale du coefficient  $\Gamma$ . On considère à nouveau que  $\delta_n \pi^g$  est négligeable devant la variation de pression de liquide  $\delta p^\ell$ . On suppose que le tenseur de Biot est connu grâce à la 2<sup>ème</sup> étape de l'essai poromécanique décrit à l'instant. On réalise alors qu'en prolongeant cet essai poromécanique à humidité relative contrôlée par une 4<sup>ème</sup> étape, similaire à la 2<sup>ème</sup> mais en condition non drainée pour laquelle  $\delta M_\ell = \delta M_g = 0$ , on obtient une relation linéaire permettant de déterminer le coefficient  $\Gamma$ , les quantités  $\varepsilon_{xx}$  et  $\varepsilon_{zz}$  étant obtenues par la mesure lors du trajet de chargement  $(p^g, h_r) \rightarrow (p^g + \delta p^g, h_r + \delta h_r)$  et les quantités  $\delta p^\ell$ ,  $\delta p^g$ ,  $\delta P^{eq}$  et  $s_\ell$  étant déterminées par le calcul.

Soulignons que cette démarche expérimentale reste à être concrétisée. Il n'est en effet pas certain qu'on arrive à contrôler le chargement hydrique avec suffisamment de précision pour en déduire la valeur du tenseur de Biot  $\mathbf{B}$  et du coefficient  $\Gamma$ .

## Chapitre 4

# La matrice argileuse : 2<sup>ème</sup> approche - Impact du degré de saturation sur les constantes élastiques

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Couplages élasticité/humidité relative : observations expérimentales</b>	<b>143</b>
4.1.1	Essais de compression simple . . . . .	143
4.1.2	Essais poromécaniques . . . . .	150
4.1.3	Cohérence essais poromécaniques/compression simple . . . . .	152
4.1.4	Conclusions . . . . .	153
<b>4.2</b>	<b>Modélisation de l'impact du degré de saturation sur les constantes élastiques</b>	<b>154</b>
4.2.1	Préliminaires . . . . .	155
4.2.2	Expression de la variation de la distance interfeuille . . . . .	157
4.2.3	Homogénéisation . . . . .	159
4.2.4	Résultats numériques . . . . .	162
4.2.5	Conclusions . . . . .	163

---



On dispose à présent d'une loi de comportement pour l'argilite qui est cohérente avec l'essai de gonflement empêché, les essais poromécaniques et les suivis dimensionnels sous chargement hydrique. Nous voulons à présent confronter notre modélisation à de nouvelles données expérimentales. Dans ce Chapitre, nous présentons des mesures de constantes élastiques en fonction du degré de saturation du matériau. Nous allons mettre en évidence qu'il existe une dépendance entre les constantes élastiques et le degré de saturation, dépendance que nous ne pouvons pas expliquer avec notre modélisation actuelle. Dans ce Chapitre, nous proposons une extension à notre modélisation actuelle afin d'expliquer cette nouvelle donnée.

## 4.1 Couplages élasticité/humidité relative : observations expérimentales

On met ici en évidence expérimentalement qu'il existe un couplage entre l'élasticité de l'argilite et son degré de saturation. Notons que tous les essais sont représentés dans cette Section en fonction de l'humidité relative en équilibre avec l'échantillon, qui est le chargement hydrique piloté par l'utilisateur. On pourrait exprimer ces essais en fonction du degré de saturation par l'intermédiaire de la courbe de pression capillaire (cf. Fig. 1.10).

### 4.1.1 Essais de compression simple

Une campagne d'essais de compression a permis d'étudier cette dépendance.

#### Présentation des résultats

On étudie deux sens de carottage, indiqués à la Figure 3.5.

**Echantillons carottés perpendiculairement au plan des strates** Des échantillons cylindriques sont carottés perpendiculairement au plan des strates et on mesure, à l'aide de jauges, les allongements longitudinal  $\varepsilon_{zz}$  et transversal  $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy}$  de l'échantillon soumis à une compression simple ( $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = 0, \sigma_{zz} \neq 0$ ). Les modules de Young  $E'$  et coefficient de Poisson  $\nu'$  sont déduits de ces mesures par les formules :

$$E' = \frac{\sigma_{zz}}{\varepsilon_{zz}} \quad ; \quad \nu' = -\frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{zz}} \quad (4.1)$$

où les quantités  $\sigma_{zz}$ ,  $\varepsilon_{zz}$  et  $\varepsilon_{xx}$  sont mesurées lors de décharges réalisées au cours des essais de compression simple (cf. Fig. 4.1). Les valeurs de  $E'$  et  $\nu'$  déduites d'essais de compression simple sont présentées à la Figure 4.2.

On note une très forte dispersion dans les résultats ! Pour une même humidité relative, les résultats peuvent être très dispersés et aller du simple au double : on trouve un coefficient de Poisson égal à 0.03, 0.055 ou 0.07 pour  $h_r = 6\%$ , 0.05 ou 0.09 pour  $h_r = 11\%$ , et 0.05 ou 0.13 pour  $h_r = 100\%$  ! Du fait de ces dispersions, il est difficile de mettre en évidence nettement une tendance d'évolution en fonction de l'humidité relative : le module de Young par

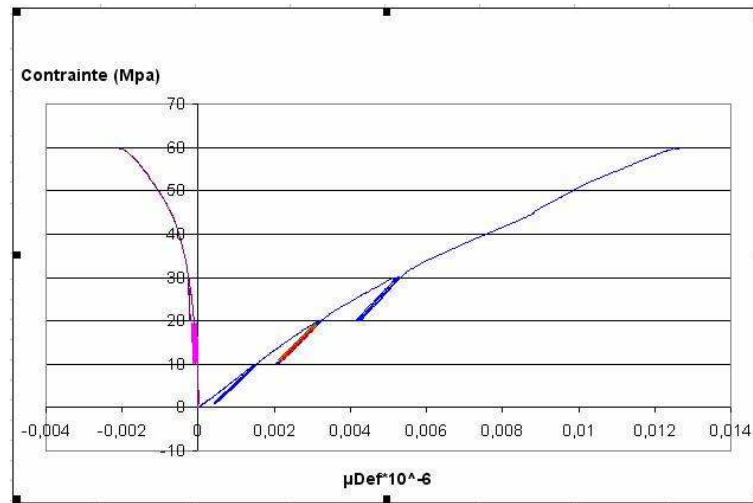


FIG. 4.1 – Essai de compression simple sur un échantillon "sec", carotté perpendiculairement au plan des strates (cf. Fig. 3.5, figure de gauche).

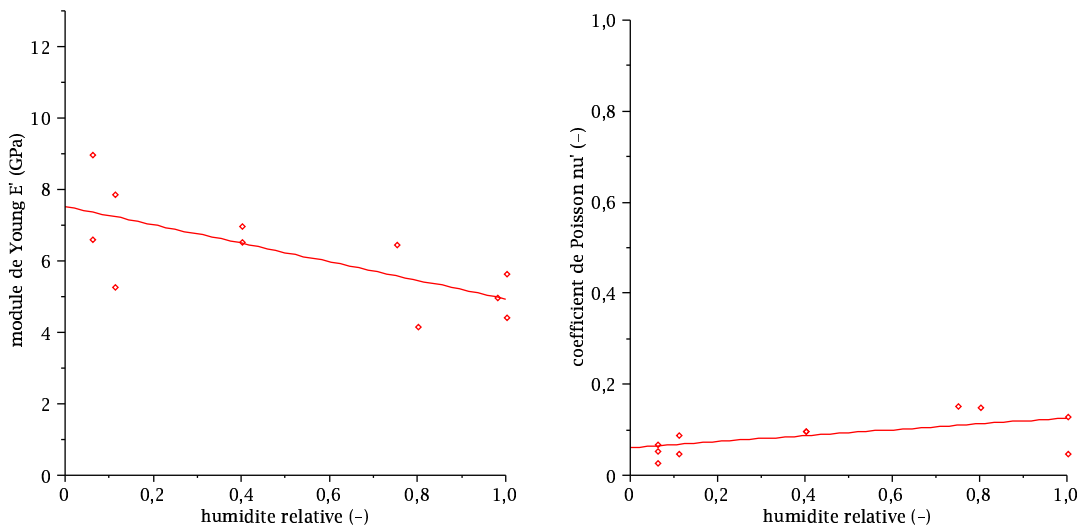


FIG. 4.2 – Impact de l’humidité relative sur le module de Young  $E'$  (gauche) et sur le coefficient de Poisson  $\nu'$  (droite) : mesures par compression simple sur échantillons carottés perpendiculairement aux strates (cf. Fig. 3.5, figure de gauche).

exemple est mesuré égal à  $6550\text{MPa}$  ou  $7014\text{MPa}$  pour  $h_r = 40\%$ , à  $4173\text{MPa}$ , soit une valeur plus faible, pour  $h_r = 80\%$ , et à  $5652\text{MPa}$  ou  $4440\text{MPa}$  pour  $h_r = 100\%$ , soit des valeurs intermédiaires par rapport aux mesures à 40 et 80% d'humidité relative. Ainsi, pour un même protocole expérimental reposant sur des essais de compression simple, on trouve une très forte dispersion dans les mesures.

Il semble toutefois se dégager de ces mesures que le coefficient de Poisson  $\nu'$  dépend peu de l'humidité relative, et que le module de Young  $E'$  diminue avec l'humidité relative.

**Echantillons carottés dans le plan des strates** Des échantillons cylindriques sont carottés dans le plan des strates. Les jauges longitudinales fournissent  $\varepsilon_{xx}$  et les échantillons sont soumis à un essai de compression simple ( $\sigma_{xx} \neq 0, \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = 0$ ). Le module de Young  $E$  est donné par le rapport  $\sigma_{xx}/\varepsilon_{xx}$ , où les quantités  $\sigma_{xx}$  et  $\varepsilon_{xx}$  sont mesurées en décharge. Ces essais se révèlent difficilement exploitables pour la détermination du coefficient de Poisson  $\nu$  car les jauges collées transversalement sur le cylindre fournissent des valeurs qui ne sont pas interprétables au sens de (3.39). En effet, selon son emplacement, une jauge transversale peut mesurer  $\varepsilon_{yy}$  ou  $\varepsilon_{zz}$  (cf. Fig. 3.5, figure de droite). On se contente donc ici de présenter les résultats pour le module de Young  $E$ .

Un essai enregistré par LabView est montré à la Figure 4.3. Notons que la forme convexe du tracé des contraintes en fonction des déformations près de l'origine est caractéristique d'un phénomène de refermeture de fissures au sein de l'échantillon. On peut donc penser que le début de l'essai de compression simple représenté à la Figure 4.3 a eu pour effet immédiat de refermer des fissures existantes. Notons que cet aspect convexe est présent à la Figure 4.3, réalisée à partir d'un échantillon carotté dans le plan des strates, mais pas à la Figure 4.1, réalisée à partir d'un échantillon carotté perpendiculairement aux strates. Or on s'attend plutôt intuitivement à ce que les fissures, se situent dans le plan des strates. On reste donc sur des interrogations quant à la forme de ce tracé près de l'origine.

Les valeurs du module de Young  $E$  sont représentées à la Figure 4.4. Le module de Young  $E$  semble également diminuer avec l'humidité relative.

### Comparaison avec des résultats d'essais de micro-indentation

Des essais de micro-indentation réalisés par J.-F. Shao fournissent le jeu de valeurs présenté à la Figure 4.5. On observe une excellente cohérence de ces mesures entre elles. Ces essais indiquent clairement que les modules de Young  $E$  et  $E'$  diminuent avec le degré de saturation.

Avant de comparer ces valeurs aux nôtres, on fait le point sur la technique expérimentale de l'indentation et son interprétation. Un essai d'indentation consiste à suivre le déplacement de la pointe d'un indenteur lorsque celle-ci exerce une force sur la surface d'un échantillon. Un test d'indentation peut se réaliser en trois étapes : la force exercée augmente linéairement, puis se stabilise quelques instants puis diminue à nouveau linéairement. Le suivi du déplacement de l'indenteur permet de tracer la force exercée par l'indenteur en fonction du déplacement de la pointe de l'indenteur et trois phases peuvent être distinguées :

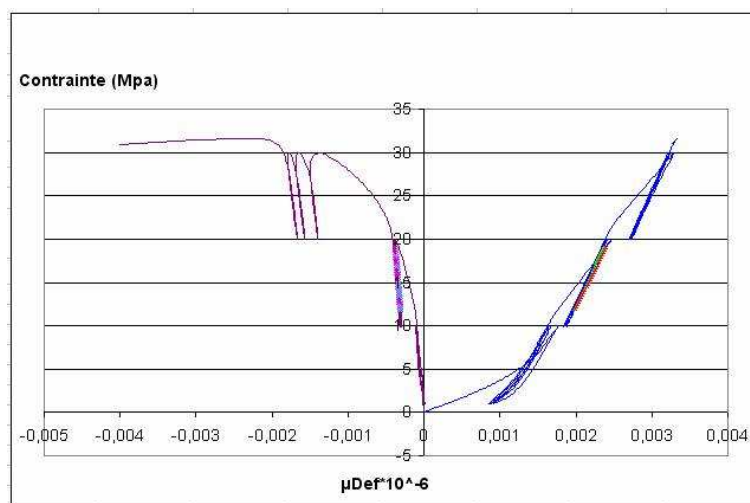


FIG. 4.3 – Essai de compression simple sur un échantillon "sec", carotté dans le plan des strates (cf. Fig. 3.5, figure de droite).

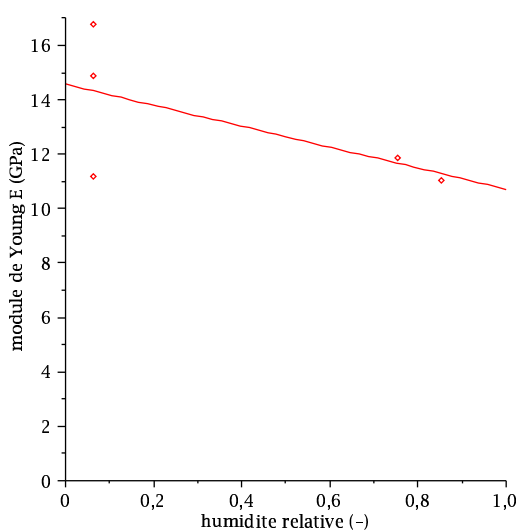


FIG. 4.4 – Impact de l'humidité relative sur le module de Young  $E$  : mesures par compression simple sur échantillons carottés dans le plan des strates (cf. Fig. 3.5, figure de droite).

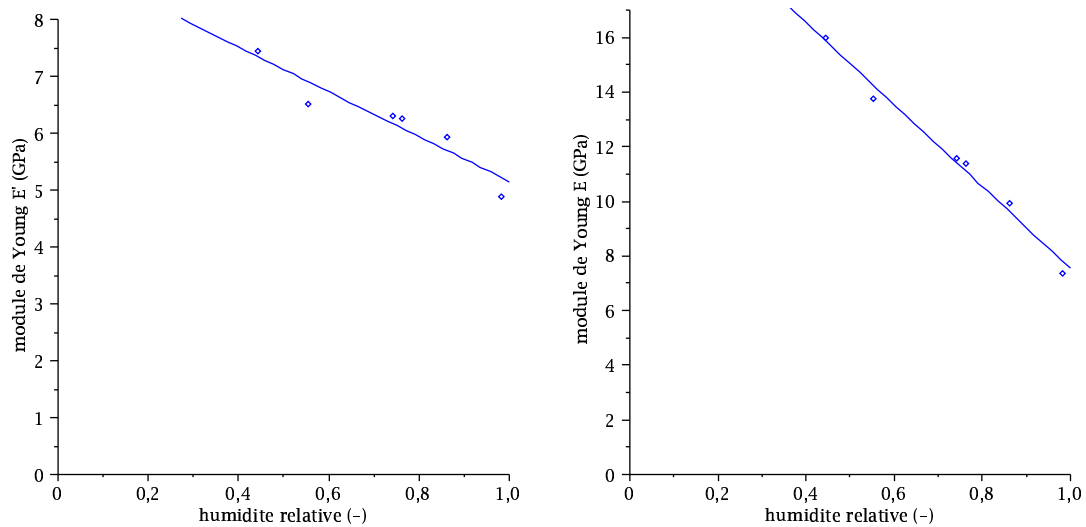


FIG. 4.5 – Impact de l’humidité relative sur les modules de Young  $E'$  (gauche) et  $E$  (droite) : mesures par micro-indentation sur échantillons carottés perpendiculairement aux strates (gauche) et parallèlement aux strates (droite).

- Au cours de la première phase (charge), la charge et le déplacement augmentent : cette phase dépend notamment des propriétés élasto-plastiques du matériau.
- Au cours de la deuxième phase, le déplacement augmente éventuellement alors que la force est maintenue constante : cette phase dépend des propriétés visco-élasto-plastiques du matériau.
- Au cours de la troisième phase (décharge), déplacement et force imposée diminuent pour atteindre une force nulle et un déplacement résiduel (nul si le matériau a exhibé un comportement purement élastique durant tout l’essai) : cette phase dépend uniquement du comportement élastique du matériau. Toutes les constantes élastiques du matériau qui peuvent être déduites d’un essai d’indentation le sont à partir de la pente de la courbe (déplacement, chargement) au début de cette phase de décharge. Soulignons que nous avons utilisé de façon similaire le début de la décharge pour déterminer les constantes élastiques à partir des essais de compression simple sous presse.

Nous exposons à présent comment interpréter la valeur de cette pente vis-à-vis des constantes élastiques du matériau. Nous nous restreignons au cas d’un indenteur rigide conique.

**matériau isotrope** On considère un matériau isotrope. [110] ont montré que la pente en début de décharge satisfait l’égalité suivante :

$$\frac{dP}{dh} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} M \sqrt{A} \quad (4.2)$$



où  $\sqrt{A}$  est une fonction linéaire de la profondeur d'indentation  $h$  qui ne dépend pas de l'anisotropie éventuelle du matériau. Pour un cône de révolution, on a :

$$\sqrt{A} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tan(\alpha_c) h \quad (4.3)$$

où  $\alpha_c$  est le demi-angle au sommet de l'indenteur conique. Le coefficient  $M$  est relié au module de Young  $E$  et au coefficient de Poisson  $\nu$  par l'égalité :

$$M = \frac{E}{1 - \nu^2} \quad (4.4)$$

On voit que, moyennant la connaissance du coefficient de Poisson, un essai d'indentation permet, par l'intermédiaire de la mesure du coefficient  $M$ , de déterminer le module de Young d'un matériau isotrope.

**matériau isotrope transverse** On considère un matériau isotrope transverse et une indentation perpendiculaire aux strates du matériau. La pente de la décharge permet la mesure du coefficient  $M_3$  par l'égalité :

$$\frac{dP}{dh} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{A} \frac{1}{M_3} \quad (4.5)$$

De manière similaire, une indentation dans le plan des strates fournit le coefficient  $M_1$ . En utilisant les fonctions de Green, [34] ont montré que :

$$M_3 = 2 \sqrt{\frac{C_{1111} C_{3333} - C_{1133}^2}{C_{1111}} \left( \frac{1}{C_{4444}} + \frac{2}{\sqrt{C_{1111} C_{3333} + C_{1133}}} \right)^{-1}} \quad (4.6)$$

$$M_1 \approx \sqrt{\sqrt{\frac{C_{1111} C_{1111} - C_{1122}^2}{C_{3333}}} \frac{C_{1111}}{C_{1111}} M_3}$$

avec  $\mathbb{C}^{anis} = (\mathbb{S}^{anis})^{-1}$  et, d'après l'Equation 3.40 :

$$S_{1111} = \frac{1}{E} \quad ; \quad S_{3333} = \frac{1}{E'} \quad ; \quad S_{1133} = -\frac{\nu'}{E'} \quad ; \quad S_{4444} = \frac{1}{2\mu} \quad ; \quad S_{1122} = -\frac{\nu}{E} \quad (4.7)$$

$M_1$  est une approximation due à l'hypothèse d'une surface de contact circulaire.

Comme un tenseur d'élasticité est déterminé par 5 constantes pour un matériau isotrope transverse, on lit, que moyennant la connaissance des deux coefficients de Poisson et du module de cisaillement, il est possible de déterminer les deux modules de Young à partir des deux essais d'indentation. Dans le prolongement des travaux de [63], les valeurs présentées ici ont été obtenues en utilisant les deux coefficients de Poisson égaux à 0.3, et en calculant le module de cisaillement à partir de la relation dite de St Venant :

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{E'} + \frac{1}{E} (1 + 2\nu) \quad (4.8)$$

La pointe de l'indenteur utilisé est en carbure de tungstène. La charge maximale de l'indenteur

est de  $500\text{daN}$ , avec une résolution de  $0.01\text{daN}$  et une précision de  $\pm 0.2\%$ . Le déplacement maximal est de  $2\text{mm}$ , avec une résolution de  $0.0001\text{mm}$ , et une précision de  $\pm 0.01\%$ .

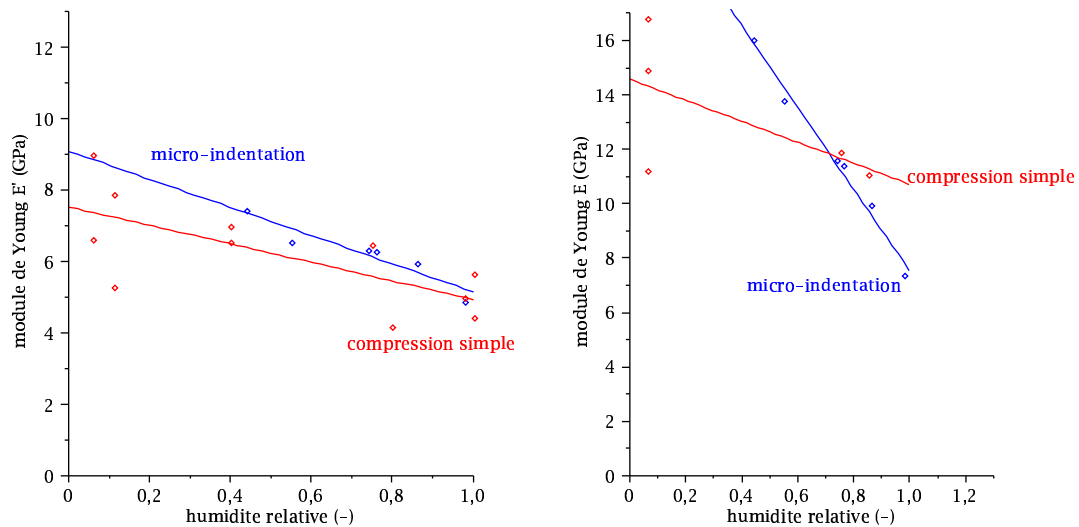


FIG. 4.6 – Comparaison des essais de compression simple et de micro-indentation : impact de l'humidité relative sur le module de Young  $E'$  (gauche) et  $E$  (droite).

Les tracés de la Figure 4.6 comparent les valeurs des modules de Young  $E$  et  $E'$  obtenus par essais de compression simple et par essais de micro-indentation. L'essai de compression simple sollicite l'échantillon dans son volume, alors que la micro-indentation est un essai de contact. On constate que ces deux approches présentent une relative cohérence. On constate en effet une très bonne concordance pour le module de Young  $E'$  entre les valeurs issues des essais de compression simple et celles issues des essais de micro-indentation. Pour le module de Young  $E$ , on constate une plus grande dispersion et les pentes des interpolations linéaires sont très différentes. En disposant d'une plus grande quantité d'essais de compression simple, la comparaison entre essais de compression simple et essais de micro-indentation pourraient permettre de déterminer les coefficients de Poisson  $\nu$  et  $\nu'$  par calibrage.

## Conclusions

L'humidité relative de l'environnement, et donc le degré de saturation de l'échantillon, semblent avoir une influence sur les constantes élastiques. Les essais de micro-indentation sont en concordance avec les essais de compression simple et confirment la tendance selon laquelle les modules de Young diminuent avec le degré de saturation. À l'inverse, le coefficient de Poisson  $\nu'$  semble ne pas beaucoup dépendre du degré de saturation.

La question reste de savoir si cette tendance est une véritable dépendance du tenseur d'élasticité à l'humidité relative, ou si cette tendance traduit plutôt la possible méso-fissuration qui se manifeste sous les variations de chargement hydrique. Les essais de compression simple sont réalisés sur des échantillons qui ont subi une décharge lors de leur extraction. On sait que cette décharge est susceptible d'avoir entraîné une décohésion entre les grains et la matrice argileuse

(cf. Eq. 3.30 avec  $\delta\Sigma_m \geq 0$ ). Par ailleurs, on sait que cette décohésion est aggravée lors d'une imbibition (cf. Sous-section 3.1.2). Comme on le détaillera au Chapitre 5, cette décohésion, qui augmente avec le degré de saturation, entraîne l'apparition d'une mésoporosité, ce qui rend le matériau plus souple, et se traduit donc par une diminution des modules de Young avec le degré de saturation.

Afin d'isoler les effets de la possible dépendance du tenseur d'élasticité avec l'humidité relative avec les effets des possibles méso-fissuration et décohésion dues aux variations de chargement hydrique, on présente dans la Sous-section suivante des constantes élastiques obtenues à partir de nos essais poromécaniques (Figs. 3.6, 1.16, 3.7 et 3.8) réalisés pour différents degrés de saturation. Ces essais poromécaniques sont réalisés sous confinement d'au moins  $6MPa$ . On sait que sous une compression macroscopique, la matrice argileuse exerce une compression sur les grains (cf. Eq. 3.30 avec  $\delta\Sigma_m \leq 0$ ), ce qui tend à diminuer, voire annuler les défauts d'interface. Plus généralement, une compression macroscopique va avoir pour effet de réduire les méso-fissurations présentes dans la matrice argileuse. On peut donc partir sur l'hypothèse selon laquelle les constantes élastiques obtenues à partir de nos essais poromécaniques vont nous renseigner sur l'impact du degré de saturation sur le tenseur d'élasticité, sans interférence d'interprétation avec les effets dus à des éventuelles méso-fissuration et décohésion, liées aux variations de chargement hydrique, qui peuvent se manifester par exemple lors d'essais de compression simple.

#### 4.1.2 Essais poromécaniques

L'influence éventuelle du degré de saturation d'un échantillon sur ses constantes élastiques est étudiée, dans cette Sous-section, au travers des résultats d'essais poromécaniques que nous avons réalisés sous un confinement initial, ce qui permet de refermer un certain nombre de méso-fissures.

#### Module de compressibilité drainé en fonction de l'humidité relative

On considère un chargement isotrope  $\delta\boldsymbol{\sigma} = \delta\sigma\mathbf{1}$ . A partir de la loi de comportement (3.13), on écrit :

$$\delta\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbb{S}^{anis} : \left( \delta\boldsymbol{\sigma} + \delta P^{eq}\mathbf{B} + \delta_n\pi^g(\mathbf{1} - \mathbf{B}) + \delta p^\ell(\mathbf{1} - \mathbf{B}) \right) \quad (4.9)$$

où  $\mathbb{S}^{anis}$  a été détaillé dans l'Equation 3.40. En contractant l'Equation 4.9 par le tenseur  $\mathbf{1}$ , on obtient une formulation pour le module de compressibilité drainé :

$$\frac{1}{K} = \mathbf{1} : \mathbb{S}^{anis} : \mathbf{1} = S_{iill} \quad (4.10)$$

qui relie la trace de la déformation  $tr(\delta\boldsymbol{\varepsilon})$  au chargement  $\delta\sigma$ .

Pour la première étape d'un essai poromécanique où le chargement est ( $\delta\sigma = -\delta P_c$ ,  $\delta P^{eq} = 0$ ,  $\delta_n\pi^g = 0$ ,  $\delta p^\ell = 0$ ), on lit que le module de compressibilité drainé  $K$  est le rapport du chargement

$\delta P_c$  par la trace du tenseur de déformation :  $tr(\delta\varepsilon) = 2\delta\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{zz}$  :

$$K = -\frac{\delta P_c}{2\delta\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{zz}} \quad (4.11)$$

A partir des 4 essais poromécaniques représentés aux Figures 3.6, 1.16, 3.7 et 3.8, on a calculé le module de compressibilité drainé. On a tracé à la Figure 4.7 ce module de compressibilité drainé en fonction des 4 humidités relatives considérées : "sec", 11%, 40% et 75% d'humidité relative.

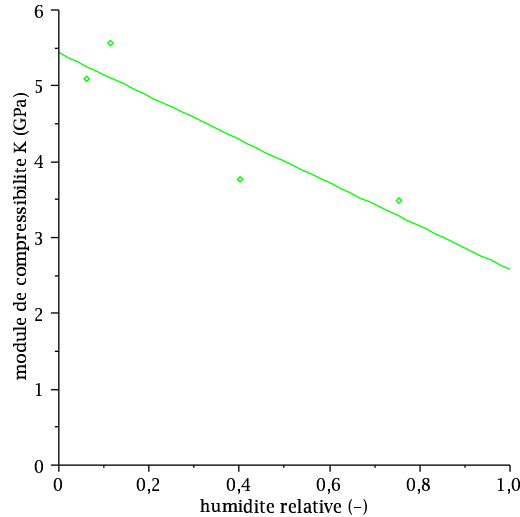


FIG. 4.7 – Impact de l'humidité relative sur le module de compressibilité  $K$ .

On observe que le module de compressibilité drainé tend à diminuer avec l'humidité relative.

#### Modules $K_{xx} = K_{yy}$ et $K_{zz}$ en fonction de l'humidité relative

Isolons maintenant les jauges deux à deux et observons l'évolution, en fonction de l'humidité relative, des déformations  $\delta\varepsilon_{xx} = \delta\varepsilon_{yy}$  et  $\delta\varepsilon_{zz}$  correspondant à une variation de la pression de confinement de  $3MPa$ . On rappelle que les échantillons des 4 essais poromécaniques des Figures 3.6, 1.16, 3.7 et 3.8 ont été carottés perpendiculairement aux strates.

On observe à la Figure 4.8 une tendance nette pour les déformations transversales :  $\delta\varepsilon_{xx} = \delta\varepsilon_{yy}$  augmentent quasi linéairement avec l'humidité relative. La variabilité des mesures sur les jauges longitudinales peut s'expliquer par le fait que les jauges longitudinales, collées perpendiculairement aux strates (cf. Fig. 3.5, figure de gauche), enregistrent probablement non seulement la déformation de l'échantillon sous l'effet du chargement appliqué, mais aussi la refermeture de fissures souvent présentes dans les plans de litage. La variabilité des jauges longitudinales implique celle du module de compressibilité drainé.

Intéressons-nous à présent aux quantités  $K_{xx} = -\delta P_c / \delta\varepsilon_{xx} = -\delta P_c / \delta\varepsilon_{yy}$  et  $K_{zz} = -\delta P_c / \delta\varepsilon_{zz}$  (cf. Eq. 3.44), qui ont la même dimension que le module de compressibilité drainé  $K$ . On note, d'après l'expression (4.11), que :

$$\frac{1}{K} = \frac{2}{K_{xx}} + \frac{1}{K_{zz}} \quad (4.12)$$

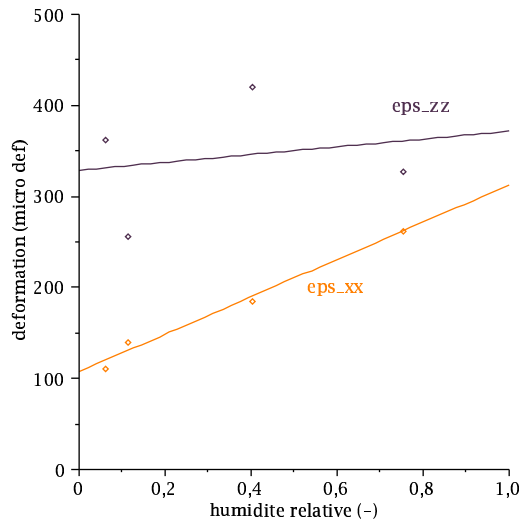


FIG. 4.8 – Impact de l’humidité relative sur les déformations longitudinale  $\delta\varepsilon_{zz}$  et transversale  $\delta\varepsilon_{xx}$  sous un chargement en confinement de  $3MPa$ .

On obtient les tracés de la Figure 4.9. La variabilité des déformations  $\varepsilon_{zz}$  se répercute sur les valeurs de  $K_{zz}$ . Il est donc difficile de conclure quant au rôle de l’humidité relative sur la valeur de  $K_{zz}$ . A l’inverse, on constate que la quantité  $K_{xx}$  diminue avec l’humidité relative.

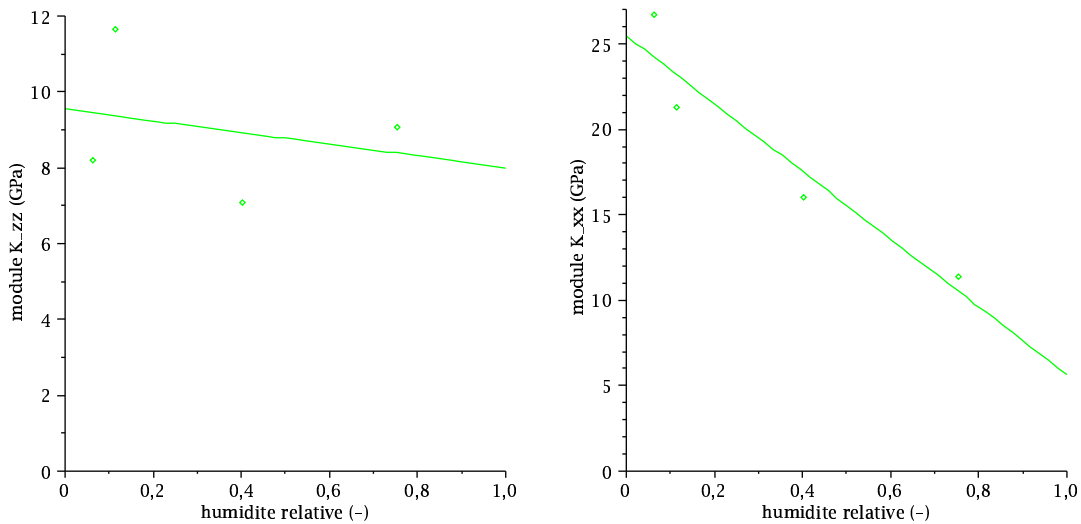


FIG. 4.9 – Impact de l’humidité relative sur les modules  $K_{zz}$  (gauche) et  $K_{xx} = K_{yy}$  (droite).

### 4.1.3 Cohérence essais poromécaniques/compression simple

On regarde ici s’il y a cohérence entre nos essais poromécaniques et nos essais de compression simple.

### Interprétation des essais poromécaniques à partir des constantes élastiques ( $E$ , $E'$ , $\nu$ , $\nu'$ )

On sait que les quantités  $K_{zz}$  et  $K_{xx} = K_{yy}$  peuvent être exprimées à partir des constantes élastiques ( $E$ ,  $E'$ ,  $\nu$ ,  $\nu'$ ) (cf. Eq. 3.43). On peut donc comparer les mesures  $K_{zz}$  et  $K_{xx}$  réalisées à partir de nos essais poromécaniques avec les quantités respectives  $E'/(1 - 2\nu')$  et  $1/((1 - \nu)/E - \nu'/E')$  calculées à partir des constantes élastiques ( $E$ ,  $E'$ ,  $\nu$ ,  $\nu'$ ) mesurées par essais de compression simple.

On se demande quelle valeur prendre pour le coefficient de Poisson  $\nu$ . On sait que les valeurs présentées précédemment à partir des essais de micro-indentation ont considéré un coefficient de Poisson  $\nu = 0.3$ . Réalisons un parallèle à partir des travaux de [97] qui a étudié le comportement élastique de l'argilite de Bure à partir de mesures de vitesses d'ondes élastiques. [97] a également mis en évidence la forte anisotropie de l'argilite de Bure. Pour le coefficient de Poisson dynamique  $\nu_{12}$ , l'équivalent de notre coefficient statique  $\nu$ , il trouve une valeur égale environ à 0.3 pour son Essai III. Il trouve par ailleurs des valeurs différentes pour les coefficients dynamiques  $\nu_{13}$  et  $\nu_{31}$ , l'équivalent de notre  $\nu'$  statique. Or ces coefficients sont supposés égaux. [97] explique cet écart par le fait qu'une sollicitation dans le plan de litage va avoir pour effet d'ouvrir les fissures souvent présentes dans le plan de litage, ce qui va modifier la mesure. On considère donc ici que la mesure la plus fiable par rapport au matériau sain est donnée par  $\nu_{31}$ . Or [97] trouve des valeurs égales à environ 0.1 pour son Essai III. Pour l'Essai V, le rapport serait plutôt 0.3 ( $\nu_{12}$ ) pour 0.2 ( $\nu_{31}$ ). A titre de première approximation, on décide donc de prendre pour  $\nu'$  la valeur moitié des mesures de  $\nu$ .

## Résultats

Les tracés de la Figure 4.10 comparent les modules  $K_{zz}$  (gauche) et  $K_{xx}$  (droite) mesurés par essai poromécanique et calculés à partir des constantes élastiques déduites des essais de compression simple. Mis à part l'importante dispersion des points tracés pour  $h_r = 6\%$  provenant de la dispersion des mesures de compression simple (Fig. 4.2), on observe une cohérence satisfaisante entre les deux moyens d'obtention pour la quantité  $K_{zz}$ . Il y a à l'inverse une certaine dispersion pour la quantité  $K_{xx}$  entre les deux moyens d'obtention.

### 4.1.4 Conclusions

En décrivant l'argilite comme un milieu isotrope transverse, nous avons interprété nos résultats d'essais de compression simple. Les résultats sont assez dispersés et il est difficile de dégager, à partir des essais de compression simple, une tendance quant au rôle de l'humidité relative de l'environnement de l'échantillon sur les constantes élastiques ( $E$ ,  $E'$ ,  $\nu$ ,  $\nu'$ ). Il semble toutefois que les modules de Young diminuent avec l'humidité relative. Cette tendance est largement confirmée indépendamment par des essais de micro-indentation.

Avant de conclure sur l'impact éventuel du degré de saturation sur le tenseur d'élasticité, nous avons voulu tester l'hypothèse des méso-fissurations dues aux variations de chargement hydrique

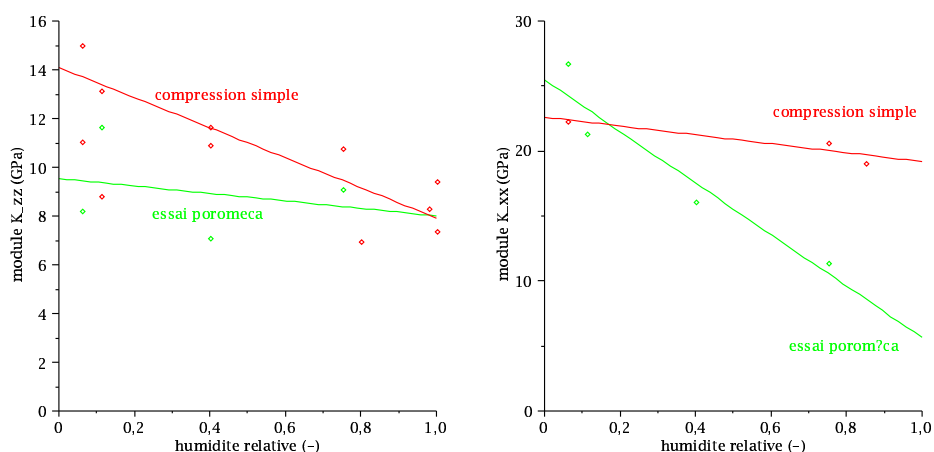


FIG. 4.10 – Comparaison des mesures issues d’essais poromécaniques et de calculs réalisés à partir des essais de compression simple : impact de l’humidité relative sur le module  $K_{zz}$  (gauche) et sur le module  $K_{xx} = K_{yy}$  (droite).

pour expliquer la dépendance des mesures des modules de Young avec le degré de saturation. Nous avons alors étudié les résultats des essais poromécaniques pour étudier le rôle de l’humidité relative sur le module de compressibilité drainé et sur les modules  $K_{xx}$  et  $K_{zz}$  : à partir de nos mesures par essais poromécaniques, nous avons constaté que le module de compressibilité drainé  $K$  (cf. Fig. 4.7), ainsi que le module  $K_{xx}$  (cf. Fig. 4.9), diminuent avec l’humidité relative. Ces tests étant réalisés sous confinement, l’hypothèse de la présence de méso-fissures est mise de côté.

Nous avons enfin comparé les résultats issus de la compression simple et issus des essais poromécaniques : on trouve des ordres de grandeur cohérents mais les résultats sont un peu dispersés.

Nous envisageons donc aujourd’hui de prolonger l’étude présentée ici qui vise à caractériser la dépendance du degré de saturation sur le tenseur d’élasticité. Nous projetons en particulier de réaliser des essais mécaniques avec confinement pour déterminer les modules de Young et les coefficients de Poisson, le confinement ayant pour but de fermer les éventuelles méso-fissures.

## 4.2 Modélisation de l’impact du degré de saturation sur les constantes élastiques

Notre étude expérimentale a mis en évidence que les modules de Young, le module de compressibilité drainé  $K$ , et le module  $K_{xx}$  diminuent avec le degré de saturation. La modélisation dont nous disposons actuellement pour l’argilite ne permet pas d’expliquer cette constatation expérimentale, puisque le tenseur d’élasticité de l’argilite y apparaît constant. Nous proposons donc à présent une modélisation de cette dépendance du degré de saturation sur le tenseur d’élasticité. Pour ce faire, nous mettons en évidence que le tenseur d’élasticité des particules dépend en fait lui-même du degré de saturation de l’échantillon, puis nous réalisons à nouveau

une homogénéisation de la matrice argileuse.

### 4.2.1 Préliminaires

Commençons par analyser l'origine potentielle de la dépendance du tenseur d'élasticité de l'argilite avec le degré de saturation. L'argilite est composée d'une matrice argileuse et d'inclusions. La matrice argileuse n'étant pas inerte par rapport à l'électrolyte dans les micro-pores, à la différence des inclusions, on se concentre sur le tenseur d'élasticité de celle-ci.

#### Réflexions à partir des expressions analytiques (2.32) du tenseur d'élasticité de la matrice argileuse

Rappelons les expressions analytiques des constantes poro-élastiques de la matrice argileuse obtenues lorsque la morphologie des pores et des particules est prise sphérique et en exploitant le fait que la raideur normale des particules est très faible vis-à-vis de l'élasticité du solide constituant les feuillets (2.23) :

$$\begin{aligned} \mu_{ac} &= \Pi \frac{(\varphi + 2)(1 - 4\varphi)}{16(1 + \varphi)\varphi} & ; & \quad \nu_{ac} = \frac{2 + 17\varphi}{5(2 + 5\varphi)} \\ B_{ac} &= \frac{4\varphi(1 + \varphi)}{2 - 3\varphi} & ; & \quad \Gamma_{ac} = \frac{12(1 + \varphi)\varphi^2}{2 - 3\varphi} \frac{1}{\Pi} \end{aligned} \quad (4.13)$$

On observe que les constantes poro-élastiques dépendent de la fraction volumique des micro-pores, ainsi que, pour le module de cisaillement et le paramètre  $\Gamma$ , de la raideur normale  $\Pi$  intervenant dans le tenseur d'élasticité des particules. On s'interroge donc naturellement à présent sur le possible impact du degré de saturation de l'argilite sur cette raideur normale  $\Pi$ . On rappelle que la raideur normale des particules est directement reliée à la surpression osmotique se manifestant dans l'électrolyte entre les feuillets (cf. Eq. 2.16) :

$$\Pi = -\frac{h_o}{f} \frac{\partial \pi^g}{\partial h}(h_o, n_M) \quad (4.14)$$

#### Linéarisation du tenseur d'élasticité des particules d'argile

Compte tenu du très faible espace interfeuillelet, nous avons vu à la Sous-section 1.4.3 que l'utilisation de la double couche n'est pas très satisfaisante d'un point de vue quantitatif pour décrire la distribution des cations dans l'espace interfoliaire. Ceci dit, nous avons également souligné, en présentant des résultats fournis par des simulations microscopiques, que la théorie de la double couche fournit des informations qualitatives tout à fait satisfaisantes. Dans ce qui suit, nous reprenons donc l'étude de la surpression osmotique que nous avons réalisée à la Sous-section 1.4.3 à partir de la théorie de la double couche, et nous utilisons cette étude pour la fonction générale "surpression"  $(h_o, n_M) \rightarrow \pi^g(h_o, n_M)$ .

Plus précisément, nous pouvons écrire à partir des inégalités (1.71) présentées à la Sous-



section 1.4.3 pour des particules avec un espace interfeuillet de  $1.4nm$ , que :

$$\frac{\partial}{\partial h} \left( \frac{\partial \pi^g}{\partial h} \right) (h_o, n_M) > 0 \quad ; \quad \frac{\partial}{\partial n_M} \left( \frac{\partial \pi^g}{\partial h} \right) (h_o, n_M) \approx 0 \quad (4.15)$$

Si on considère un développement limité de  $\Pi$  autour du point  $(h_o, n_M)$ , on trouve donc uniquement un terme en  $\delta h$ , le terme en  $\delta n_M$  étant négligeable :

$$\Pi(h_o + \delta h, n_M + \delta n_M, \theta, \phi) = \Pi(h_o, n_M) + \underbrace{\frac{h_o}{f} \left( -\frac{\partial \pi^g}{\partial h} (h_o, n_M) - \frac{h_o}{f} \frac{\partial^2 \pi^g}{\partial h^2} (h_o, n_M) \right)}_{c_h} f \frac{\delta h(\theta, \phi)}{h_o} \quad (4.16)$$

où la théorie de la double couche pour un espace interfeuillet de  $1.4nm$  (Sous-section 1.4.3) permet de préciser le signe de  $c_h$  :

$$c_h \leq 0 \quad (4.17)$$

On trouve en effet  $c_h \approx -16MPa$  à partir des résultats numériques de la Sous-section 1.4.3. Notons que la variation de distance interfeuillet dépend de l'orientation de la particule considérée. On peut finalement écrire le développement limité suivant pour le tenseur d'élasticité des particules :

$$\mathbb{C}^{par}(h_o + \delta h, n_M + \delta n_M, \theta, \phi) = \mathbb{C}^{par}(h_o, n_M, \theta, \phi) + c_h f \frac{\delta h(\theta, \phi)}{h_o} \boldsymbol{\beta}_\pi \otimes \boldsymbol{\beta}_\pi \quad (4.18)$$

On lit ici que pour une particule donnée la variation de la distance entre deux feuillets  $\delta h$  modifie la valeur du tenseur d'élasticité de la particule.

### Impact du degré de saturation sur la distance interfeuillet d'une particule

Etudions qualitativement le cas d'un séchage. Expérimentalement, un échantillon diminue de volume au cours d'un séchage. On peut s'attendre physiquement à ce que chaque particule voit ses distances interfeuillet diminuer au cours d'un séchage. Le coefficient  $c_h$  étant négatif, on lit qu'un séchage implique une augmentation de la raideur normale des particules :

$$\delta s_\ell < 0 \Rightarrow \forall(\theta, \phi), \delta h(\theta, \phi) < 0 \Rightarrow \forall(\theta, \phi), \Pi(h_o, n_M, \theta, \phi) \nearrow \quad (4.19)$$

En considérant à nouveau les expressions analytiques (4.13), on s'attend à ce qu'un séchage augmente le module de cisaillement de la matrice argileuse, en laissant invariant le coefficient de Poisson. A partir de cette approche simplifiée, on s'attend à ce que cette approche permette d'expliquer pourquoi le module de Young et le module de compression de l'argilite diminuent avec le degré de saturation, tendance que nous avons observée expérimentalement à la Section 4.1. Nous proposons à présent d'explicitier cette approche en termes mathématiques.

### 4.2.2 Expression de la variation de la distance interfeuillet

On veut exprimer la variation de la distance interfeuillet d'une particule au cours d'un chargement.

Dans le même esprit que pour déterminer la 2<sup>de</sup> équation d'état de la matrice argileuse (cf. Sous-section 2.1.2), on écrit les lois de localisation pour les familles de particules d'orientation  $(\theta, \phi)$  et pour les familles de pores de rayon  $r$ , à partir d'une distance interfeuillet  $h_o$  :

$$\begin{cases} \bar{\varepsilon}^{par}(\theta, \phi) = \delta [(\mathbb{I} + \mathbb{P}_{ac} : (\mathbb{C}^{par}(\theta, \phi) - \mathbb{C}_{ac}))^{-1} : (\mathbf{E}_{aux} - \mathbb{P}_{ac} : (-p^\ell \mathbf{1} - \pi^g(h_o, \cdot))\beta_\pi(\theta, \phi))] \\ \bar{\varepsilon}^{pores}(r) = \delta [(\mathbb{I} - \mathbb{P}_{ac} : \mathbb{C}_{ac})^{-1} : (\mathbf{E}_{aux} - \mathbb{P}_{ac} : (-p^{eq}(r)\mathbf{1}))] \end{cases} \quad (4.20)$$

On considère ici que la raideur normale des particules n'est pas constante au cours du chargement.

Un développement limité au premier ordre en  $\Pi_o/\mu^s$  du tenseur  $\mathbb{C}^{par}(\theta, \phi)$  dans le cas où on modélise les pores, remplis de liquide ou de gaz, et les particules comme des inclusions sphériques placées dans un milieu isotrope :

$$(\mathbb{I} + \mathbb{P}_{ac} : (\mathbb{C}^{par}(\theta, \phi) - \mathbb{C}_{ac}))^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A & A & B & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

avec :

$$\begin{cases} A = \frac{(\mu_{ac} + 3k_{ac})(3k_{ac} + 4\mu_{ac})}{18\Pi_o\mu_{ac} + 40\mu_{ac}^2 + 9\Pi_o k_{ac} + 30k_{ac}\mu_{ac}} \\ B = \frac{(16\mu_{ac} + 3k_{ac})(3k_{ac} + 4\mu_{ac})}{18\Pi_o\mu_{ac} + 40\mu_{ac}^2 + 9\Pi_o k_{ac} + 30k_{ac}\mu_{ac}} \\ C = 5 \frac{3k_{ac} + 4\mu_{ac}}{9k_{ac} + 8\mu_{ac}} \end{cases} \quad (4.22)$$

montre que le tenseur  $(\mathbb{I} + \mathbb{P}_{ac} : (\mathbb{C}^{par}(\theta, \phi) - \mathbb{C}_{ac}))^{-1}$  est indépendant de  $\Pi_o$  du fait que les quantités  $k_{ac}$  et  $\mu_{ac}$  sont proportionnelles à  $\Pi_o$  au premier ordre en  $\Pi_o/\mu^s$ . On peut donc considérer cette quantité comme constante lors d'une variation de l'espace interfeuillet. De la même manière, le tenseur  $(\mathbb{I} - \mathbb{P}_{ac} : \mathbb{C}_{ac})^{-1}$  peut être considéré constant. Les lois de localisation peuvent se ré-écrire :

$$\begin{cases} \bar{\varepsilon}^{par}(\theta, \phi) = (\mathbb{I} + \mathbb{P}_{ac} : (\mathbb{C}^{par}(\theta, \phi) - \mathbb{C}_{ac}))^{-1} : (\delta\mathbf{E}_{aux} + \delta(p^\ell \mathbb{P}_{ac}) : \mathbf{1} + \delta(\pi^g(h_o, \cdot))\mathbb{P}_{ac}) : \beta_\pi(\theta, \phi) \\ \bar{\varepsilon}^{pores}(r) = (\mathbb{I} - \mathbb{P}_{ac} : \mathbb{C}_{ac})^{-1} : (\delta\mathbf{E}_{aux} + \delta(p^{eq}(r)\mathbb{P}_{ac}) : \mathbf{1}) \end{cases} \quad (4.23)$$

La règle des moyennes sur les déformations :

$$\bar{\varepsilon} = (1 - \varphi) \langle \bar{\varepsilon}^{par}(\theta, \phi) \rangle + \varphi \int_0^\infty \bar{\varepsilon}^{pores}(r)\alpha(r)dr \quad (4.24)$$

avec  $\mathbf{E} = \overline{\mathbf{E}}$ , donne :

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \overline{(\mathbb{I} + \mathbb{P}_{ac} : \delta\mathbb{C})^{-1}} : \delta\mathbf{E}_{aux} \\ &+ (1 - \varphi) < (\mathbb{I} + \mathbb{P}_{ac} : (\mathbb{C}^{par}(\theta, \phi) - \mathbb{C}_{ac}))^{-1} : (\delta(p^\ell \mathbb{P}_{ac}) : \mathbf{1} + \delta(\pi^g(h_o, \cdot) \mathbb{P}_{ac}) : \boldsymbol{\beta}_\pi(\theta, \phi)) > \\ &+ \varphi(\mathbb{I} - \mathbb{P}_{ac} : \mathbb{C}_{ac})^{-1} : \delta(P^{eq} \mathbb{P}_{ac}) : \mathbf{1} \end{aligned} \quad (4.25)$$

Pour les mêmes raisons que celles qui justifient l'égalité (2.24), on peut écrire l'égalité :

$$(\mathbb{I} + \mathbb{P}_{ac} : (\mathbb{C}^{par}(\theta, \phi) - \mathbb{C}_{ac}))^{-1} : \boldsymbol{\beta}_\pi(\theta, \phi) = (\mathbb{I} + \mathbb{P}_{ac} : (\mathbb{C}^{par}(\theta, \phi) - \mathbb{C}_{ac}))^{-1} : \mathbf{1} \quad (4.26)$$

puis :

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \overline{(\mathbb{I} + \mathbb{P}_{ac} : \delta\mathbb{C})^{-1}} : \delta\mathbf{E}_{aux} \\ &+ (1 - \varphi) < (\mathbb{I} + \mathbb{P}_{ac} : (\mathbb{C}^{par}(\theta, \phi) - \mathbb{C}_{ac}))^{-1} > : (\delta(p^\ell \mathbb{P}_{ac}) : \mathbf{1} + \delta(\pi^g(h_o, \cdot) \mathbb{P}_{ac}) : \mathbf{1}) \\ &+ \varphi(\mathbb{I} - \mathbb{P}_{ac} : \mathbb{C}_{ac})^{-1} : \delta(P^{eq} \mathbb{P}_{ac}) : \mathbf{1} \end{aligned} \quad (4.27)$$

Comme le tenseur de Biot ne dépend pas de la raideur normale des particules  $\mathbb{I}$ , il est constant au cours du chargement, et la variation de l'espace interfeuillet s'exprime finalement ainsi :

$$f \frac{\delta h}{h_o}(\theta, \phi) \approx \frac{1}{1 - \varphi} (\mathbf{1} - \mathbf{B}) : \mathbf{E} - \frac{1}{1 - \varphi} \delta \left[ \Lambda P^{eq} + \Lambda' p^\ell + \Lambda' \delta \pi^g(h_o, \cdot) \right] \quad (4.28)$$

avec :

$$\begin{cases} \Lambda = (\mathbf{1} - \mathbf{B}) : \varphi(\mathbb{I} - \mathbb{P}_{ac} : \mathbb{C}_{ac})^{-1} : \mathbb{P}_{ac} : \mathbf{1} \\ \Lambda' = \left[ (\mathbf{1} - \mathbf{B}) : (1 - \varphi) < (\mathbb{I} + \mathbb{P}_{ac} : (\mathbb{C}^{par} - \mathbb{C}_{ac}))^{-1} > - \frac{1}{1 - \varphi} (\mathbb{I} + \mathbb{P}_{ac} : (\mathbb{C}^{par}(\theta, \phi) - \mathbb{C}_{ac}))^{-1} \right] : \mathbb{P}_{ac} : \mathbf{1} \end{cases} \quad (4.29)$$

On peut définir une variation de distance interfeuillet moyenne en prenant la moyenne angulaire de la distance interfeuillet  $(\theta, \phi) \rightarrow \delta h / h_o(\theta, \phi)$ . Alors :

$$\langle \Lambda' \rangle = (\mathbf{1} - \mathbf{B}) : \left[ (1 - \varphi) < (\mathbb{I} + \mathbb{P}_{ac} : (\mathbb{C}^{par} - \mathbb{C}_{ac}))^{-1} > - \overline{(\mathbb{I} + \mathbb{P}_{ac} : \delta\mathbb{C}^{par})^{-1}} \right] : \mathbb{P}_{ac} : \mathbf{1} \quad (4.30)$$

On lit que  $\Lambda + \langle \Lambda' \rangle = 0$ . On a donc :

$$f < \frac{\delta h}{h_o} \rangle \approx \frac{1}{1 - \varphi} (\mathbf{1} - \mathbf{B}) : \mathbf{E} - \frac{1}{1 - \varphi} \delta \left[ \Lambda (P^{eq} - p^\ell - \delta \pi^g(h_o, \cdot)) \right] \quad (4.31)$$

On observe que :

$$\begin{aligned} (\mathbf{1} - \mathbf{B}) : \varphi(\mathbb{I} - \mathbb{P}_{ac} : \mathbb{C}_{ac})^{-1} &= \varphi \mathbf{1} : (\mathbb{I} - \varphi(\mathbb{I} - \mathbb{P}_{ac} : \mathbb{C}_{ac})^{-1} : \overline{(\mathbb{I} + \mathbb{P}_{ac} : \delta\mathbb{C})^{-1}}) : (\mathbb{I} - \mathbb{P}_{ac} : \mathbb{C}_{ac})^{-1} \\ &= \varphi \mathbf{1} : (\mathbb{I} - \mathbb{P}_{ac} : \mathbb{C}_{ac})^{-1} : (\mathbb{I} - \varphi \overline{(\mathbb{I} + \mathbb{P}_{ac} : \delta\mathbb{C})^{-1}}) : (\mathbb{I} - \mathbb{P}_{ac} : \mathbb{C}_{ac})^{-1} \\ &= \mathbf{B} : (\overline{(\mathbb{I} + \mathbb{P}_{ac} : \delta\mathbb{C})^{-1}} - \varphi(\mathbb{I} - \mathbb{P}_{ac} : \mathbb{C}_{ac})^{-1}) \end{aligned} \quad (4.32)$$

c'est-à-dire que  $\Lambda = \Gamma$  (cf. Eq. 2.61). Finalement :

La distance interfeuillelet moyenne est fournie par l'expression suivante :

$$f \left\langle \frac{\delta h}{h_o} \right\rangle \approx \frac{1}{1 - \varphi} (\mathbf{1} - \mathbf{B}) : \mathbf{E} - \frac{1}{1 - \varphi} \delta \left[ \Gamma (P^{eq} - p^\ell - \pi^g(h_o, \cdot)) \right] \quad (4.33)$$

où le coefficient  $\Gamma$  est défini à l'Equation 2.54 et intervient dans la deuxième équation d'état de la matrice argileuse (2.60).

On lit que la distance interfeuillelet moyenne dépend de la déformation mésoscopique  $\mathbf{E}$  et du terme de couplage  $\delta P^{eq} - \delta p^\ell - \delta_n \pi^g$  qui est apparu dans la seconde équation d'état de la matrice argileuse (2.60) et dont on a donné un sens physique à la Sous-section 2.2.2. Ce terme de couplage hydro-mécanique contrôle les variations de volume : variation du volume des micro-pores et variation de la distance interfeuillelet moyenne. On sait que ce terme dépend des variations du degré de saturation de l'échantillon (cf. Fig. 2.9) : la distance interfeuillelet moyenne dépend donc des fluctuations du degré de saturation.

On observe l'expression de la deuxième équation d'état de la matrice argileuse (2.60).

En généralisant la deuxième équation d'état de la matrice argileuse en intégrant que le coefficient poro-élastique  $\Gamma$  peut dépendre du degré de saturation, on observe :

$$(\phi - \phi_o) + f(1 - \varphi) \left\langle \frac{\delta h}{h_o} \right\rangle = \mathbf{1} : \mathbf{E} \quad (4.34)$$

Cette équation indique que, les feuillettes étant incompressibles, la déformation volumique  $\Delta V/V = tr(\mathbf{E})$  d'un échantillon de matrice argileuse est égale à la somme de la variation de volume de son réseau poreux et de la variation de la distance interfeuillelet moyenne, affectée d'un coefficient égal à la fraction volumique des espaces interfeuillelet.

### 4.2.3 Homogénéisation

La distance interfeuillelet moyenne étant à présent déterminée en fonction de la déformation mésoscopique  $\mathbf{E}$  et du terme de couplage hydro-mécanique  $\delta P^{eq} - \delta p^\ell - \delta_n \pi^g$ , on peut à présent re-visiter les étapes d'homogénéisation *micro*→*méso*, puis *méso*→*macro*. Nous allons procéder pour ce faire à des techniques d'homogénéisation non linéaire ([103], [95]).

#### Homogénéisation *micro*→*méso*

Les expressions (4.28) et (4.29) pour la variation de l'espacement interfeuillelet indiquent que  $\delta h/h_o$  dépend du tenseur d'élasticité  $\mathbb{C}^{par}$ . Or on rappelle que le tenseur  $\mathbb{C}^{par}$  est lui-même une fonction de  $\delta h/h_o$  (cf. linéarisation (4.18)). La résolution de la combinaison de la linéarisation (4.18) avec l'Equation (4.28) permet donc d'obtenir une expression pour  $\delta h/h_o$  en fonction du chargement mésoscopique  $\mathbf{E}$  et des chargements  $\delta p^\ell$ ,  $\delta P^{eq}$  et  $\delta_n \pi^g$  :

$$\frac{\delta h}{h_o} = \frac{\delta h}{h_o} \left( \theta, \phi, \mathbf{E}, \delta p^\ell, \delta P^{eq}, \delta_n \pi^g \right) \quad (4.35)$$

Le tenseur d'élasticité d'une particule est alors déterminé :

$$\mathbb{C}^{par} \left( \frac{\delta h}{h_o} \right) = \mathbb{C}^{par} \left( \theta, \phi, \mathbf{E}, \delta p^\ell, \delta P^{eq}, \delta_n \pi^g \right) \quad (4.36)$$

Afin de réaliser une homogénéisation non linéaire micro→méso, on cherche à définir un tenseur de déformation effective qui rende compte en moyenne des déformations locales. On décide d'utiliser une méthode sécante "classique" et on approche le tenseur d'élasticité d'une particule par un tenseur qui ne dépend que de la variation de la distance interfeuillelet moyenne :

$$\mathbb{C}^{par} \left( \frac{\delta h}{h_o} \right) \approx \mathbb{C}^{par} \left( \left\langle \frac{\delta h}{h_o} \right\rangle \right) \quad (4.37)$$

où  $\langle \delta h/h_o \rangle$  est calculé en résolvant la combinaison de la linéarisation (4.18) dans l'Equation (4.33) :

$$\left\langle \frac{\delta h}{h_o} \right\rangle \approx \left\langle \frac{\delta h}{h_o} \right\rangle \left( \mathbf{E}, \delta p^\ell, \delta P^{eq}, \delta_n \pi^g \right) \quad (4.38)$$

On va considérer dans la suite un séchage comme chargement macroscopique. Il est raisonnable de supposer que toutes les particules vont subir à peu près une variation de distance interfeuillelet identique sous ce chargement, à la différence par exemple d'un chargement macroscopique de compression simple ou de cisaillement simple. La méthode sécante "classique" permet de prendre en compte correctement ce comportement identique des particules. Le tenseur d'élasticité  $\mathbb{C}_{ac}$  est alors déterminé grâce à un schéma auto-cohérent reposant sur la phase solide désormais remplacée par un matériau linéaire équivalent de tenseur d'élasticité (4.37). En utilisant l'expression de  $\langle \delta h/h_o \rangle$  en fonction de la déformation mésoscopique  $\mathbf{E}$  (4.38), on obtient alors une relation mésoscopique sous la forme :

$$\delta \Sigma = \mathbb{C}_{ac}(\mathbf{E}, \delta p^\ell, \delta P^{eq}, \delta_n \pi^g) : \mathbf{E} - \left( \delta P^{eq} \mathbf{B}(\mathbf{E}, \delta p^\ell, \delta P^{eq}, \delta_n \pi^g) + (\delta p^\ell + \delta_n \pi^g) \left( \mathbf{1} - \mathbf{B}(\mathbf{E}, \delta p^\ell, \delta P^{eq}, \delta_n \pi^g) \right) \right) \quad (4.39)$$

où le tenseur de Biot est donné par :

$$\mathbf{B} = \mathbf{B} \left( \mathbf{E}, \delta p^\ell, \delta P^{eq}, \delta_n \pi^g \right) = \varphi \mathbf{1} : (\mathbb{I} - \mathbb{P}_{ac} : \mathbb{C}_{ac})^{-1} \quad (4.40)$$

### Homogénéisation méso→macro

Reste à intégrer la présence des inclusions rigides avec interface parfaite pour obtenir la loi de comportement macroscopique de l'argilite. Il est possible d'écrire la loi de comportement mécanique mésoscopique (4.41) pour l'ensemble du *ver* sous la forme unifiée  $\sigma(\underline{z}) = \mathbb{C}(\underline{z}, \varepsilon) : \varepsilon + \sigma_{pr}(\underline{z}, \varepsilon) :$

$$\sigma(\underline{z}) = \begin{cases} \mathbb{C}_{ac}(\varepsilon, \delta p^\ell, \delta P^{eq}, \delta_n \pi^g) & : \varepsilon + \begin{cases} \sigma_o(\underline{z}) + \delta \sigma_p(\varepsilon, \delta p^\ell, \delta P^{eq}, \delta_n \pi^g) & (\Omega^a) \\ \sigma_o(\underline{z}) & (\Omega^{inc}) \end{cases} \end{cases} \quad (4.41)$$

où on retrouve dans la matrice argileuse la loi de comportement non linéaire (4.39) que l'on vient d'obtenir, mais où on a remplacé la notation  $\mathbf{E}$  représentant la déformation mésoscopique

dans l'homogénéisation *micro*→*méso* par la notation  $\boldsymbol{\varepsilon}$  représentant la déformation mésoscopique dans l'homogénéisation *méso*→*macro*. On considère à nouveau une méthode sécante "classique" pour approcher le tenseur d'élasticité de la matrice argileuse de façon à remplacer la matrice argileuse par un matériau linéaire équivalent :

$$\mathbb{C}_{ac}(\boldsymbol{\varepsilon}) \approx \mathbb{C}_{ac}(\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^a) \quad (4.42)$$

La moyenne du champ de déplacement mésoscopique sur la matrice argileuse (indice "a") s'exprime en fonction du champ de déplacement macroscopique  $\mathbf{E}$  par la règle des moyennes  $\varphi_{inc}\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^{inc} + (1 - \varphi_{inc})\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^a = \mathbf{E}$ , où  $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^{inc} = 0$  dans le cas d'inclusions parfaitement rigides avec interface parfaite. L'hypothèse d'interface parfaite est une approximation. Notons que l'on va considérer un séchage comme chargement. Comme cela tend à accroître la compression exercée par la matrice argileuse sur les inclusions, le séchage permettra de se rapprocher de l'hypothèse d'interface parfaite. On a donc la relation :

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^a = \frac{1}{1 - \varphi_{inc}} \mathbf{E} \quad (4.43)$$

Le schéma de Mori-Tanaka permet d'exprimer le tenseur d'élasticité de l'argilite (3.12) :

$$\mathbb{C}^{hom} = \mathbb{C}^{hom}(\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^a, \delta p^\ell, \delta P^{eq}, \delta_n \pi^g) = \mathbb{C}_{ac}(\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^a, \delta p^\ell, \delta P^{eq}, \delta_n \pi^g) + \frac{\varphi_{inc}}{1 - \varphi_{inc}} \mathbb{P}_{ac}^{-1}(\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^a, \delta p^\ell, \delta P^{eq}, \delta_n \pi^g) \quad (4.44)$$

En combinant les deux relations précédentes, on trouve finalement la loi de comportement macroscopique suivante :

$$\delta \boldsymbol{\Sigma} = \mathbb{C}^{hom}(\mathbf{E}, \delta p^\ell, \delta P^{eq}, \delta_n \pi^g) : \mathbf{E} - \delta P^{eq} \mathbf{B}(\mathbf{E}, \delta p^\ell, \delta P^{eq}, \delta_n \pi^g) - (\delta p^\ell + \delta_n \pi^g) (\mathbf{1} - \mathbf{B}(\mathbf{E}, \delta p^\ell, \delta P^{eq}, \delta_n \pi^g)) \quad (4.45)$$

### Séchage libre

On considère le chargement particulier qu'est un séchage libre. On a vu que ce choix de chargement est cohérent avec les hypothèses que l'on a utilisées : variation de la distance interfeuille identique pour toutes les particules et adhérence parfaite favorisée. On s'intéresse à l'évolution du tenseur d'élasticité en fonction du degré de saturation. On considère donc un chargement  $\delta s_\ell$ . Ce chargement fixe les quantités  $\delta p^\ell$  et  $\delta P^{eq}$ . Plus précisément, on a vu qu'un séchage entraîne (cf. conclusions de la Sous-section 3.1.2) :

$$\delta s_\ell < 0 \quad \Rightarrow \quad \delta p^\ell < 0 \quad \text{et} \quad \delta P^{eq} < 0 \quad (4.46)$$

On va considérer dans la suite à nouveau l'hypothèse raisonnable  $\delta_n \pi^g \ll \delta p^\ell$ . Dans le cas d'un séchage libre, pour lequel la contrainte macroscopique est nulle ( $\delta \boldsymbol{\Sigma} = 0$ ), on considère donc finalement l'équation suivante :

$$\mathbf{0} = \mathbb{C}^{hom}(\mathbf{E}, \delta s_\ell) : \mathbf{E} - \delta P^{eq}(\delta s_\ell) \mathbf{B}(\mathbf{E}, \delta s_\ell) - \delta p^\ell(\delta s_\ell) (\mathbf{1} - \mathbf{B}(\mathbf{E}, \delta s_\ell)) \quad (4.47)$$

En supposant le matériau isotrope, la déformation macroscopique en séchage libre est sphérique,  $\mathbf{E} = E\mathbf{1}$ . La résolution de l'Equation 4.47 fournit finalement la déformation mésoscopique  $E$ , fonction de l'incrément de chargement  $\delta s_\ell$  :

$$E = E(\delta s_\ell) \quad (4.48)$$

puis on peut évaluer les tenseurs d'élasticité  $\mathbb{C}_{ac}$  et  $\mathbb{C}^{hom}$  :

$$\mathbb{C}_{ac} = \mathbb{C}_{ac}(\delta s_\ell) \quad \text{et} \quad \mathbb{C}^{hom} = \mathbb{C}^{hom}(\delta s_\ell) \quad (4.49)$$

Il est alors possible d'observer l'impact du séchage sur l'élasticité du matériau.

#### 4.2.4 Résultats numériques

On étudie à présent numériquement l'impact du degré de saturation sur le tenseur d'élasticité de l'argilite lors d'un séchage libre.

**Données numériques utilisées** On adopte les valeurs numériques suivantes pour un degré de saturation de 90% :

$$f = 0.53 \quad ; \quad \varphi = 0.31 \quad ; \quad \Pi = 200MPa \quad ; \quad \mu^s = 100\Pi \quad ; \quad c_h = -300MPa \quad (4.50)$$

où on considère pour les particules le tenseur d'élasticité  $\mathbb{D}$  isotrope transverse par rapport à la normale aux feuillets (cf. Eq. 2.10). On considère pour les particules une morphologie d'ellipsoïdes aplatis, de rapport d'aspect 1/10. On utilise le schéma numérique décrit à la Figure 4.11.

**Présentation des résultats** On observe que, comme anticipé, le coefficient de Poisson et le coefficient de Biot ne sont pas impactés par les variations du degré de saturation. A la Figure 4.12, on a représenté la variation du module de Young, du coefficient de Poisson, du module de compressibilité et du module de cisaillement de l'argilite en fonction du degré de saturation. On a également représenté la déformation de l'argilite au cours d'un séchage débuté avec un degré de saturation de 90%. On compare cette déformation avec celle calculée avec un tenseur d'élasticité constant, ne dépendant pas du degré de saturation : la déformation est moins importante avec la loi de comportement non-linéaire, où les constantes élastiques dépendent de la variation de la distance interfeuille.

**Applications au suivi dimensionnel sous chargement hydrique** La résolution numérique que nous venons de proposer a été réalisée pour un matériau isotrope. Nous transposons à présent ces résultats au cas isotrope transverse afin d'exploiter les données dont nous disposons sur l'argilite. En particulier, on déduit que le tenseur de Biot est indépendant du degré de saturation tandis que les modules  $K_{xx}$  et  $K_{zz}$  diminuent avec le degré de saturation.

Considérons à nouveau le suivi dimensionnel sous chargement hydrique des échantillons du lot 2. Nous avons analysé ces données expérimentales sous l'hypothèse d'un module de com-

compressibilité constant à la Sous-section 3.4.1, et la méthode des moindres carrés nous avait alors permis de calibrer notre modèle sur les données expérimentales. Nous avons trouvé un coefficient  $p_z$  égal à 0.98 et un module  $K_{zz}$  constant égal à  $K_{zz}^o = 2.6GPa$  (cf. Fig. 3.15). Nous voulons à présent analyser à nouveau ces données expérimentales, mais en prenant en compte cette fois le fait que le tenseur d'élasticité dépend du degré de saturation. La Figure 4.13 représente ce nouveau calibrage : on trouve un coefficient  $p_z$  de 0.97 et un module  $K_{zz}^o$  dans l'état saturé de  $2.6GPa$ . Ce couple de paramètres est légèrement différent du couple obtenu pour un module de compression constant. La différence reste marginale dans le cas présent, mais a effectivement un impact.

Soulignons que si le tenseur d'élasticité dépend du degré de saturation, alors, *a priori*, les coefficients  $p_x$  et  $p_z$  dépendent du degré de saturation. En fait, comme déjà indiqué par les expressions (2.32) obtenues dans le cas d'une matrice argileuse isotrope et en modélisant les particules par une morphologie sphérique, la mise en œuvre numérique de la loi de comportement non-linéaire de l'argilite a révélé, dans le cas d'une matrice argileuse isotrope et avec une morphologie d'ellipsoïdes aplatis pour les particules, que les modules de Young  $E$  et de compressibilité  $K$  sont proportionnels à  $\Pi$ , tandis que les coefficients de Poisson et de Biot sont constants. La transposition au cas isotrope transverse nous indique donc que les modules  $E$ ,  $E'$ ,  $K_{xx}$  et  $K_{zz}$  sont proportionnels à  $\Pi$  tandis que les coefficients  $\nu$ ,  $\nu'$ ,  $b_x$  et  $b_z$  sont constants. L'Equation 3.77 nous indique donc que les coefficients  $p_x$  et  $p_z$  sont constants, indépendants du degré de saturation.

#### 4.2.5 Conclusions

En prenant en compte la formation en particules feuilletées, nous avons mis en évidence une loi de comportement pour la phase solide (2.19) qui reflète l'activité mécanique et électrostatique existant au sein même de la phase solide, au niveau des particules. Cette loi de comportement conduit à un tenseur homogénéisé de la matrice argileuse qui dépend de la raideur normale des particules  $\Pi$ , qui est elle-même sensible aux variations de l'espace interfeuillet. Cette quantité étant dépendante du degré de saturation du matériau, le tenseur d'élasticité  $\mathbb{C}_{ac}$ , au travers du paramètre  $\Pi$ , est sensible au degré de saturation du matériau.

Par ailleurs, la modélisation unidimensionnelle de la double couche indique, d'un point de vue théorique, *comment* le tenseur d'élasticité varie en fonction des évolutions de la distance interfeuillet et de la concentration des ions dans l'électrolyte des micro-pores  $n_M$ . En particulier, pour des espaces interfeuillets de l'ordre de  $2nm$ , nous avons montré qu'il était raisonnable de ne considérer qu'une dépendance vis-à-vis des variations de l'espace interfeuillet.

En conclusion, la prise en compte des particules feuilletées au sein de la phase solide de la matrice argileuse de l'argilite nous a permis d'aboutir à une loi de comportement qui est capable de rendre compte de la dépendance de l'élasticité au degré de saturation. Plus précisément, en utilisant les tendances fournies par la théorie de la double couche, nous avons pu montrer, que pour un matériau isotrope, le module de compressibilité d'un échantillon diminue avec son degré de saturation.



Ce résultat est conforme à nos observations expérimentales. Qualitativement, on observe en effet une bonne cohérence entre les Figures 4.7 et 4.9 et le tracé théorique obtenu par l'utilisation de la loi de comportement double porosité non linéaire et représenté à la Figure 4.12 (milieu, gauche).

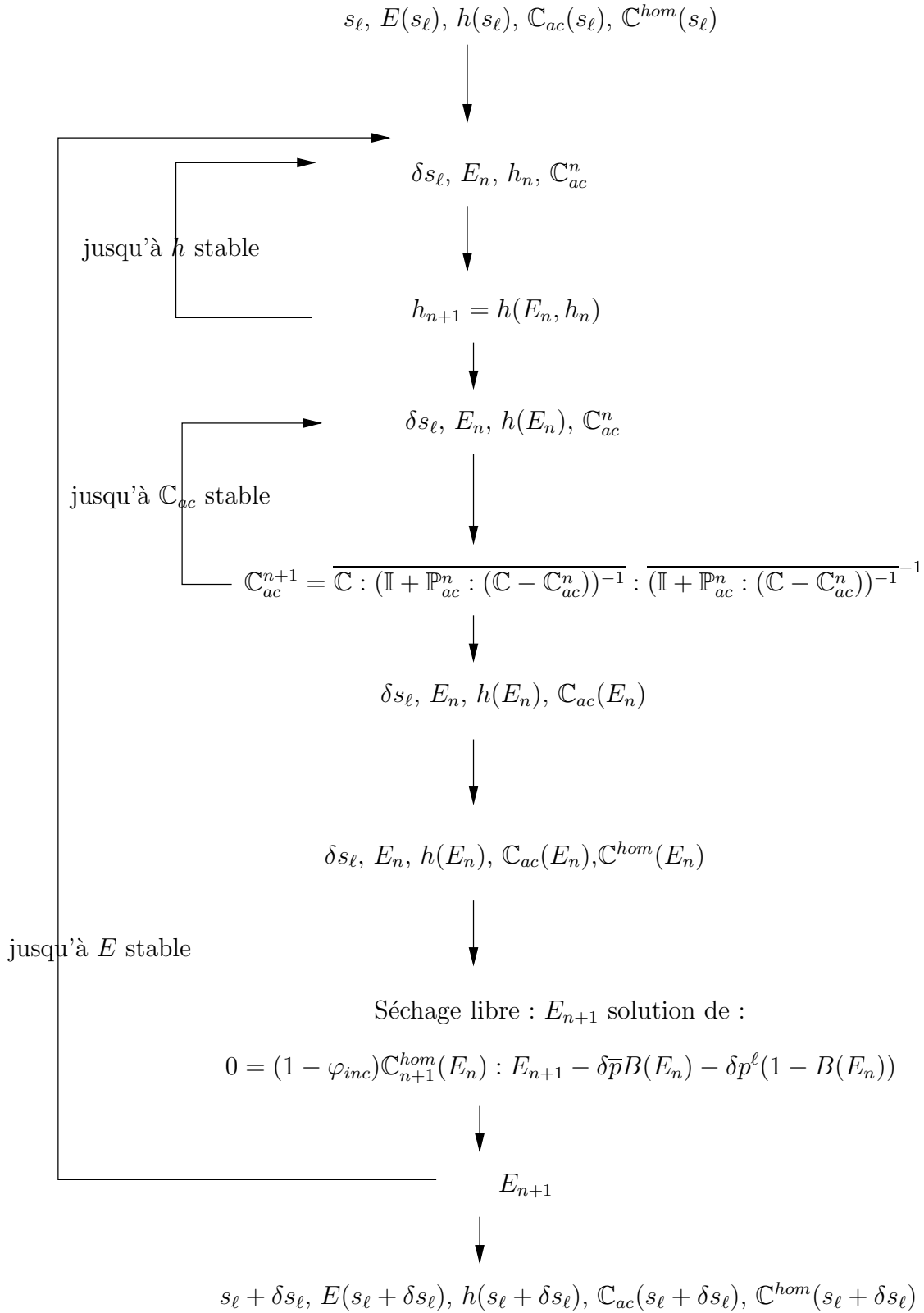


FIG. 4.11 – Organigramme du code pour déterminer le tenseur d'élasticité obtenu à partir d'un état initial connu et d'un incrément de degré de saturation  $\delta s_\ell$ .

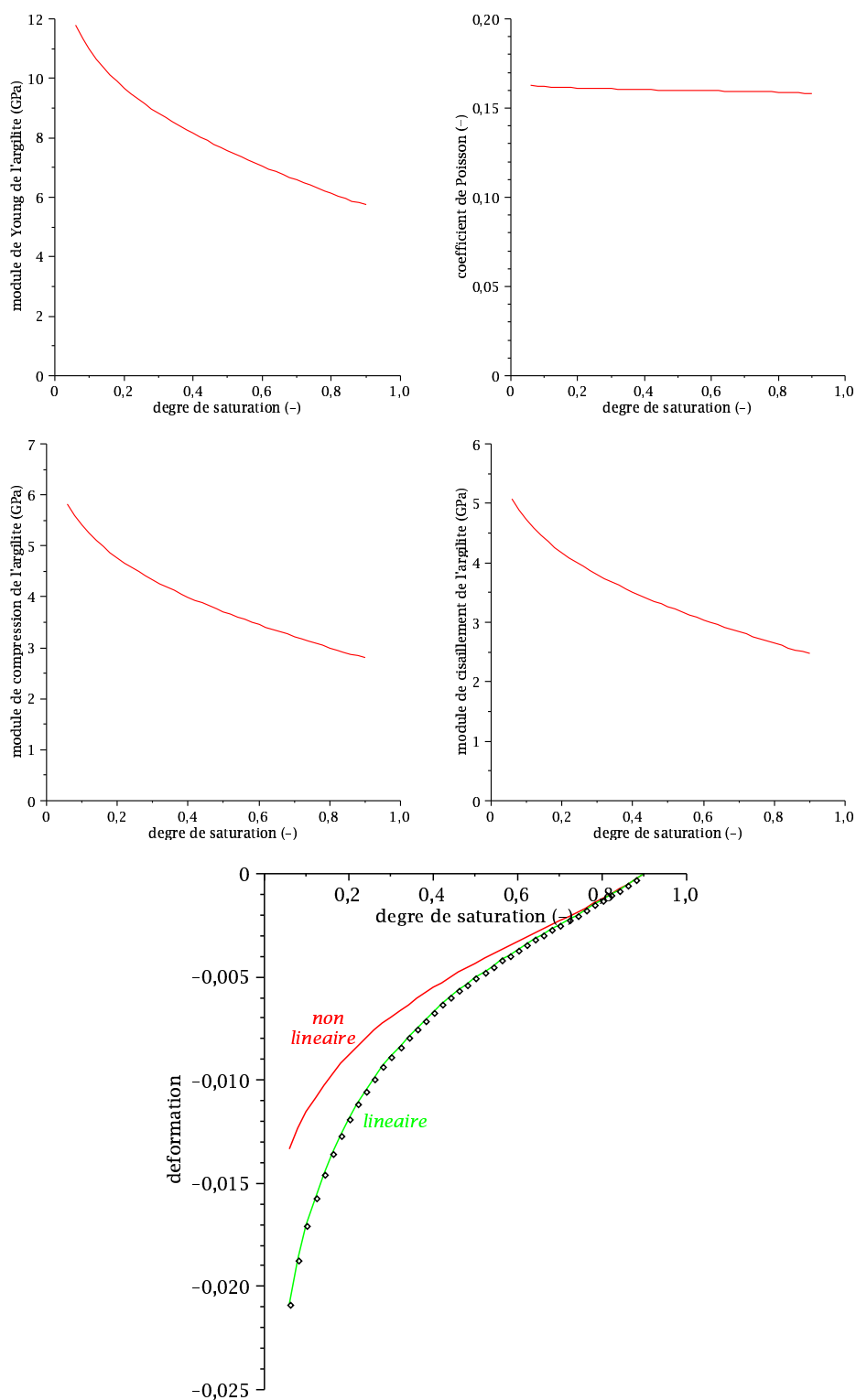


FIG. 4.12 – Evolution du module de Young (gauche, haut), du coefficient de Poisson (droit, haut), du module de compressibilité (gauche, milieu) et du module de cisaillement (droit, milieu) de l'argilite avec le degré de saturation. Déformation de l'argilite avec le degré de saturation (séchage débuté pour un degré de saturation de 90%) : comparaison des lois de comportement linéaire (vert, pointillé) et non linéaire (rouge, continu).

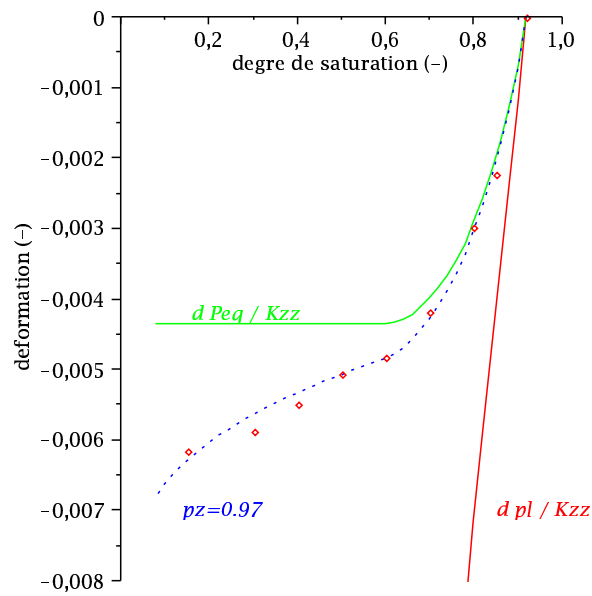


FIG. 4.13 – Calibrage des paramètres ( $K_{zz}^o, p_z$ ) à partir de l'échantillon du lot 2, sous l'hypothèse d'un tenseur d'élasticité dépendant du degré de saturation.



# Chapitre 5

## L'argilite : 2<sup>ème</sup> approche - Effets d'interface

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Homogénéisation <i>méso</i> → <i>macro</i></b>	<b>171</b>
5.1.1	Loi de comportement d'une interface	171
5.1.2	Formulation du problème	174
5.1.3	Détermination du tenseur d'élasticité $C^{hom}$	175
5.1.4	Détermination du terme de couplage $\delta\Sigma_p$	179
5.1.5	De l'adhérence parfaite au défaut total d'adhérence	182
<b>5.2</b>	<b>Interprétations physiques</b>	<b>185</b>
5.2.1	Détermination expérimentale de la loi de comportement de l'interface	185
5.2.2	Détermination expérimentale de la distribution $\alpha^M$	186
5.2.3	Quelques commentaires physiques	186
<b>5.3</b>	<b>Conclusions</b>	<b>187</b>
5.3.1	Données récapitulatives	187
5.3.2	Applications : comportement de l'argilite <i>in-situ</i> lors de la mise en place du stockage	187

---



Nous disposons donc maintenant d'équations d'état en cohérence avec les essais que nous avons réalisés. Il reste toutefois un point à élucider. Nous avons en effet évoqué à la Sous-section 1.1.3 une mésoporosité, représentant 10% du volume poreux, dans laquelle l'eau est libre et circule à l'interface entre les inclusions et la matrice argileuse. Notre modèle actuel ne rend pas compte de cette porosité. Plus précisément, il l'empêche même puisque l'on a considéré une adhérence parfaite entre les inclusions et la matrice argileuse ! Nous réalisons donc à présent que nous devons revenir sur cette hypothèse d'adhérence parfaite.

Pour ce faire, à partir la contrainte exercée par la matrice argileuse sur les inclusions (Eqs. 3.25 et 3.26), regardons si l'on peut trouver un chargement, au cours de la "vie" d'un échantillon d'argilite, qui pourrait expliquer une décohésion éventuelle entre les inclusions et la matrice argileuse.

Nous avons vu à la Sous-section 3.1.2 qu'une décohésion entre les inclusions et la matrice argileuse est susceptible de se produire lors d'un procédé d'imbibition ou d'une traction macroscopique. Or, lorsque l'on creuse une galerie dans la couche d'argilite, le matériau autour de la galerie subit une redistribution de contraintes correspondant à une décharge ( $\delta\Sigma_m \geq 0$ ). De la même manière, les échantillons qu'on teste au laboratoire étaient dans un état de compression *in-situ* ( $\Sigma_m^o \leq 0$ ) et arrivent au laboratoire, libres de contraintes : ils ont donc également subi une décharge.

Le fait de creuser une galerie peut donc engendrer une décohésion entre les inclusions et la matrice argileuse dans une zone autour de la galerie. Les échantillons que nous testons en laboratoire peuvent également présenter une décohésion inclusions/matrice argileuse. Ceci est confirmé par la mise en évidence expérimentale d'une mésoporosité dans les échantillons extraits du sol (Fig. 1.8). Ces deux cas de figure justifient donc d'étudier les effets d'une décohésion sur la loi de comportement de l'argilite. Dans la Section suivante, nous proposons à nouveau une homogénéisation *méso*→*macro*, mais cette fois, au lieu de considérer des interfaces parfaites, nous prenons en compte les défauts d'interface.

Pour ne pas alourdir la démarche, nous manipulerons dans ce Chapitre la loi de comportement *linéaire* de la matrice argileuse.

## 5.1 Homogénéisation *méso* → *macro*

On veut prendre en compte l'existence de cette décohésion entre les inclusions et la matrice argileuse qui engendre la mésoporosité de la Figure 1.8. On se donne donc une loi de comportement pour l'interface inclusion/matrice argileuse afin de traduire en terme mécanique cette décohésion. On considère ici que les inclusions ont toutes la même taille.

### 5.1.1 Loi de comportement d'une interface

Il s'agit à présent de proposer une loi de comportement pour l'interface.



### Dans le cas sec

D'un point de vue mathématique, une interface est un objet d'épaisseur nulle (Fig. 5.1). D'un point de vue physique, l'interface entre deux matériaux représente la zone dans laquelle les propriétés mécaniques évoluent d'un matériau à l'autre. Cette région de transition possède une épaisseur caractéristique  $h$  (Fig. 5.1). Dans toute cette zone de transition et dans les deux matériaux de part et d'autre de l'interface, les champs de déplacement et de contrainte sont continus. Les inclusions présentent une longueur caractéristique  $D$ , très grande devant l'épaisseur caractéristique  $h$  de l'interface. A l'échelle des inclusions, l'interface apparaît donc avec une épaisseur nulle, et les champs de déplacement et de contraintes peuvent présenter des discontinuités entre deux points confondus à l'échelle de l'inclusion, mais distincts à l'échelle de l'interface, l'un appartenant à la matrice argileuse et l'autre à une inclusion [35].

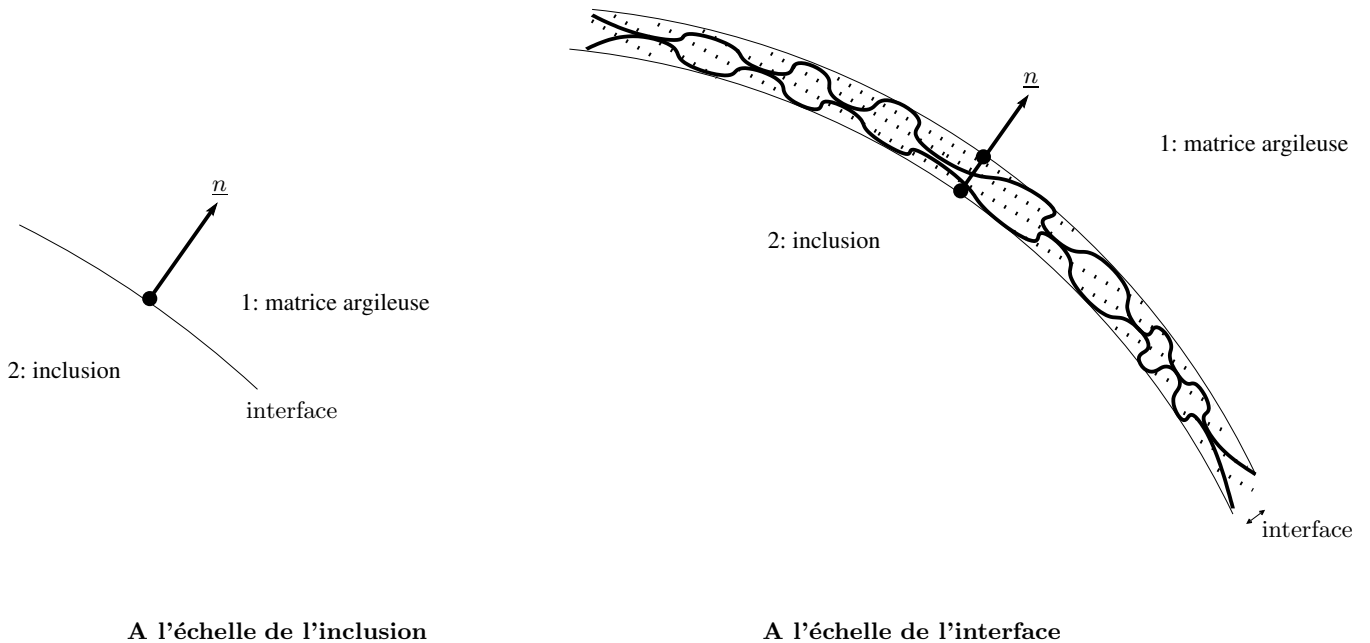


FIG. 5.1 – Représentation schématique de l'interface entre la matrice argileuse et une inclusion, à l'échelle de l'inclusion puis à l'échelle de l'interface.

Lorsque l'interface est parfaite, les champs de déplacement et de contrainte sont continus entre le point de l'interface appartenant à la matrice argileuse et le même point appartenant à l'inclusion  $n^{\circ}i$ . [56] explique qu'une interface imparfaite se traduit par des discontinuités de déplacement au travers de l'interface tandis que le champ de contrainte reste continu pour des raisons d'équilibre. Le modèle mathématique le plus simple pour décrire une interface élastique imparfaite repose sur l'hypothèse que les discontinuités des déplacements normal et tangentiel sont proportionnelles aux composantes des contraintes respectives :

$$\begin{aligned} T_n^{(i)} &= K_n [\xi_n]^{(ij)} & ; & \quad [\xi_n]^{(ij)} = \xi_n^{(i)} - \xi_n^{(j)} \\ T_t^{(i)} &= K_t [\xi_t]^{(ij)} & ; & \quad [\xi_t]^{(ij)} = \xi_t^{(i)} - \xi_t^{(j)} \end{aligned} \quad (5.1)$$

où  $K_n$  et  $K_t$  sont les raideurs normale et tangentielle de l'interface. Des valeurs infinies de ces paramètres imposent que les sauts de déplacement sont nuls, ce qui revient à décrire une interface parfaite. Inversement, des valeurs nulles pour ces paramètres revient à imposer des vecteurs contraintes nuls, c'est-à-dire à séparer la matrice argileuse et l'inclusion qui deviennent deux matériaux disjoints. Toutes les valeurs positives intermédiaires décrivent une interface imparfaite. [57] a montré que dans le cas d'une interface à faible raideur, les paramètres de l'interface peuvent s'écrire sous la forme :

$$K_n = \frac{\lambda_i + 2\mu_i}{h} \quad ; \quad K_t = \frac{\mu_i}{h} \quad (5.2)$$

où l'exposant  $i$  renvoie à l'interface.

En résumé, dans le cadre de l'élasticité, le comportement d'une interface sphérique est défini par une relation linéaire entre le vecteur contrainte  $\underline{T}$  et la discontinuité de déplacement  $[\underline{\xi}]$  :

$$\underline{T} = \mathbf{K} \cdot [\underline{\xi}] \quad \text{avec} \quad \mathbf{K} = K_n \underline{n} \otimes \underline{n} + K_t (\mathbf{1} - \underline{n} \otimes \underline{n}) \quad (5.3)$$

où  $\mathbf{1}$  est le tenseur unité d'ordre 2, et  $\underline{n}$  la normale unitaire extérieure à l'inclusion sur l'interface  $\partial\mathcal{G}_i$ . La discontinuité de déplacement concentrée dans l'interface n<sup>o</sup> $i$  est notée  $[\underline{\xi}]_i = \underline{\xi}_i^+ - \underline{\xi}_i^-$ , où  $\underline{\xi}_i^+$  (resp.  $\underline{\xi}_i^-$ ) désigne le déplacement de la frontière extérieure (resp. intérieure) à l'interface  $\partial\mathcal{G}_i^+$  (resp.  $\partial\mathcal{G}_i^-$ ).  $K_n$  et  $K_t$  sont les raideurs normale et tangentielle de l'interface.

### Dans le cas saturé en liquide

Cette relation concerne une interface sèche. On veut proposer l'équivalent de la relation (5.3) lorsque l'interface est saturée.

Etudions le cas où les vides éventuels dans la zone de l'interface ne sont pas remplis d'air, mais sont remplis de liquide. On fait alors l'hypothèse que le vecteur contrainte en un point de l'interface, appartenant par exemple à la matrice argileuse à l'échelle de l'interface, a deux contributions : celle provenant de la discontinuité du champ de déplacement dans le cas où l'interface est remplie de gaz, et celle provenant de la présence de liquide (Fig. 5.2). On fait par ailleurs l'hypothèse que les deux lèvres de la paroi sont en contact sur un ensemble fini de points ponctuels (et non sur des intervalles). De ce fait, sous ces hypothèses, on peut considérer qu'une pression  $-p^\ell \underline{n}$  est appliquée sur la surface du matériau (Fig. 5.2). On peut donc écrire :

$$\begin{cases} T_n^{(i)} = K_n [\xi_n]^{(ij)} - p^\ell \\ T_t^{(i)} = K_t [\xi_t]^{(ij)} \end{cases}, \text{ soit } \begin{cases} T_n^{(i)} + p^\ell = K_n [\xi_n]^{(ij)} \\ T_t^{(i)} = K_t [\xi_t]^{(ij)} \end{cases} \quad (5.4)$$

On vient donc d'énoncer une généralisation, lorsque l'interface est saturée en liquide, de la loi de comportement de l'interface dans le cas sec (5.3).

### Dans le cas général

Considérons maintenant que le degré de saturation  $s_\ell$  de l'échantillon est inférieur à 1. Cette valeur correspond à une pression capillaire  $p_c(s_\ell)$  et à un rayon critique  $r^*$  dans le cas de pores sphériques. Si l'ouverture  $h$  d'une interface est supérieure à deux fois le rayon critique  $r^*$ , compte tenu de la forme des aspirités à la surface de la matrice argileuse et de l'inclusion, on peut faire l'hypothèse raisonnable que le rayon de courbure de ces aspirités sera supérieur au rayon critique, c'est-à-dire, visuellement, qu'une sphère de rayon  $r^*$  peut se loger dans les "vides" de l'interface. Dans un tel cas, cette interface d'ouverture  $h$  est donc dé-saturée. Dans le cas contraire, l'interface reste saturée. On adopte donc un modèle binaire pour l'état de saturation d'une interface, selon qu'une sphère de rayon  $r^*$  peut en théorie se loger ou non dans l'interface. On propose finalement d'écrire le comportement d'une interface ainsi :

$$\begin{cases} T_n^{(1)} = K_n [\xi_n]^{(12)} + \begin{cases} -p^\ell & \text{si } h \leq 2r^* \\ -p^g & \text{si } h \geq 2r^* \end{cases} \\ T_t^{(1)} = K_t [\xi_t]^{(12)} \end{cases} \quad (5.5)$$

Dans la suite, on utilisera donc la loi de comportement suivante, où on rappelle que  $\underline{n}$  est la normale unitaire extérieure à l'inclusion sur l'interface  $\partial\mathcal{G}_i$  :

$$\underline{T}' = \mathbf{K} \cdot \underline{\xi} \quad \text{avec} \quad \underline{T}' = \underline{T} + p\underline{n} \quad \text{où} \quad p = \begin{cases} p^\ell & \text{si } h \leq 2r^* \\ p^g & \text{si } h \geq 2r^* \end{cases} \quad (5.6)$$

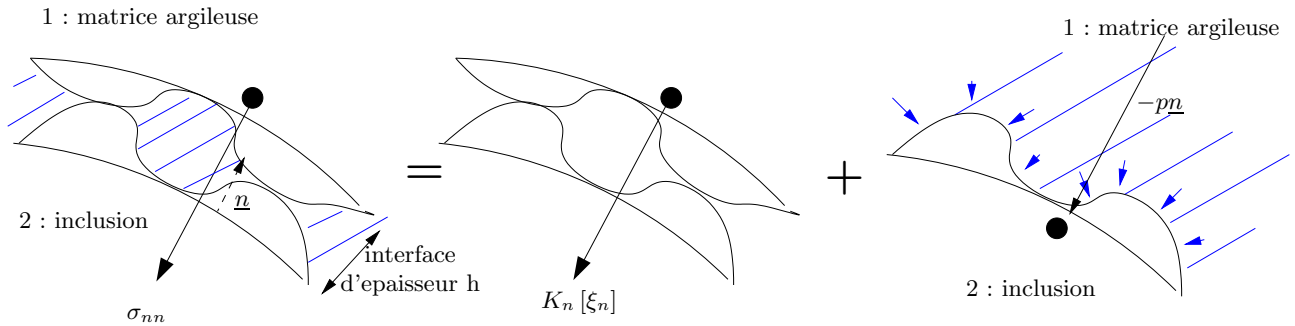


FIG. 5.2 – Représentation schématique d'une interface saturée, comme superposition de l'état sec et de la présence de liquide sur une des parois de l'interface.

#### 5.1.2 Formulation du problème

Chaque inclusion est modélisée par un solide rigide entouré par une interface dont la loi de comportement est décrite par (5.6). L'objectif du procédé d'homogénéisation est de déterminer la loi de comportement reliant la contrainte macroscopique  $\underline{\Sigma}$  et la déformation macroscopique  $\mathbf{E}$ , qui est cherchée sous la forme linéaire :

$$\delta\underline{\Sigma} = \mathbb{C}^{hom} : \mathbf{E} + \delta\underline{\Sigma}_p \quad (5.7)$$

où  $\mathbb{C}^{hom}$  est le tenseur d'élasticité du *ver*. Dans le cas isotrope, ce dernier s'écrit :  $\mathbb{C}^{hom} = 3k^{hom}\mathbb{J} + 2\mu^{hom}\mathbb{K}$ , où  $k^{hom}$  et  $\mu^{hom}$  sont les modules de compressibilité et de cisaillement.

Comme le noyau de l'inclusion est considéré rigide, le champ de déformation dans l'inclusion doit être défini au sens de la théorie des distributions sous la forme :

$$\varepsilon|_{\Omega^{inc}} = \sum_i [\xi]_i \otimes \underline{n}_i \delta_{\partial\mathcal{G}_i} \quad (5.8)$$

où  $\delta_{\partial\mathcal{G}_i}$  est la distribution de Dirac de support  $\partial\mathcal{G}_i$ .

La règle des moyennes sur le champ de déformation macroscopique  $\mathbf{E}$  s'écrit :

$$\mathbf{E} = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} \varepsilon dV = \frac{1}{|\Omega|} \sum_i \int_{\partial\mathcal{G}_i} [\xi] \otimes \underline{n} dS + (1 - \varphi_{inc}) \bar{\varepsilon}^a \quad (5.9)$$

et celle sur le champ de contrainte macroscopique se formule :

$$\Sigma = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} \sigma dV = \varphi_{inc} \bar{\sigma}^{inc} + (1 - \varphi_{inc}) \bar{\sigma}^a \quad (5.10)$$

avec

$$\bar{\sigma}^{inc} = \frac{1}{|\mathcal{G}|} \int_{\mathcal{G}} \sigma dV = \frac{1}{|\mathcal{G}|} \int_{\partial\mathcal{G}} \underline{z} \otimes (\sigma \cdot \underline{n}) dS \quad (5.11)$$

où on suppose que les inclusions ont des contributions identiques. Dans l'hypothèse d'inclusions sphériques, de rayon  $R$ , on peut écrire :

$$\bar{\sigma}^{inc} = \frac{1}{|\mathcal{G}|} \int_{\mathcal{G}} \sigma dV = \frac{1}{|\mathcal{G}|} \int_{\partial\mathcal{G}} R \underline{e}_r \otimes (\sigma \cdot \underline{e}_r) dS \quad (5.12)$$

On s'intéresse au problème suivant :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{inclusions sans l'interface :} & \sigma = \mathbb{C}_{inc} : \varepsilon + \sigma_o \quad \text{avec } \mathbb{C}_{inc} \rightarrow +\infty \text{ (incl. rigides)} \\ \text{interfaces } \mathcal{I} \text{ argile/inclusions :} & \sigma \cdot \underline{n} = \mathbf{K} \cdot [\xi] - p_o \underline{n} - \delta p \underline{n} \\ \text{matrice argileuse :} & \sigma = \mathbb{C}_a : \varepsilon + \sigma_o + \delta \sigma_p \quad \text{avec } \mathbb{C}_a = 3k_a \mathbb{J} + 2\mu_a \mathbb{K} \end{array} \right. \quad (5.13)$$

soumis à un chargement macroscopique  $\mathbf{E}$ .

Avec  $\Sigma_o = \overline{\sigma_o} : \mathbb{A} = \bar{\sigma}_o$ , le théorème de Levin indique alors que la loi de comportement s'écrit :

$$\Sigma = \mathbb{C}^{hom} : \mathbf{E} + \Sigma_o + \delta \Sigma_p \quad (5.14)$$

avec :

$$\delta \Sigma_p = \overline{\delta \sigma^p} : \mathbb{A} = (1 - \varphi_{inc}) \overline{\delta \sigma_p} : \mathbb{A}^a + \overline{\delta(-p \mathbf{1} \delta_{\mathcal{I}})} : \mathbb{A} \quad (5.15)$$

### 5.1.3 Détermination du tenseur d'élasticité $\mathbb{C}^{hom}$

Pour déterminer  $\mathbb{C}^{hom}$ , il est nécessaire de relier au chargement macroscopique les moyennes des contraintes sur les inclusions (interface incluse)  $\bar{\sigma}^{inc}$  et sur la matrice argileuse  $\bar{\sigma}^a$ , ainsi que les moyennes des déformations sur les inclusions (interface incluse)  $\bar{\varepsilon}^{inc}$  et sur la matrice argileuse

$\bar{\varepsilon}^a$ . Dans le cadre d'un schéma inclusion/matrice argileuse de type Mori-Tanaka, l'idée est de faire l'hypothèse que la moyenne du champ de déformation  $\bar{\varepsilon}^{inc}$  peut être estimée par la solution d'un problème d'Eshelby généralisé. Une inclusion sphérique dans un milieu infini constitué du matériau argile de propriété  $(k_a, \mu_a)$  avec les conditions aux limites en déplacement à l'infini  $\underline{\xi} \rightarrow \mathbf{E}_{aux} \cdot \underline{z}$  quand  $|\underline{z}| \rightarrow \infty$ , où  $\mathbf{E}_{aux}$  est une déformation auxiliaire qui s'interprète comme la déformation moyenne dans la phase argileuse :  $\bar{\varepsilon}^a = \mathbf{E}_{aux}$ .

La contrainte microscopique  $\bar{\sigma}^a$  est déduite de  $\bar{\varepsilon}^a$  à partir de la loi de comportement de la phase argileuse. Parallèlement,  $\bar{\varepsilon}^{inc}$  et  $\bar{\sigma}^{inc}$  sont estimés à partir des déformation et contrainte moyennes dans une inclusion sphérique rigide entourée de son interface plongée dans le même milieu infini avec des conditions aux limites en déplacement identiques. Notons que le tenseur de déformation  $\mathbf{E}_{aux}$  est relié au champ de déformation macroscopique  $\mathbf{E}$  par la règle sur les moyennes.

Voici explicité le problème généralisé d'Eshelby :

$$\begin{cases} r < R & \boldsymbol{\sigma}_1 = \mathbb{C}_{inc} : \boldsymbol{\varepsilon}_1 \quad \text{avec} \quad \mathbb{C}_{inc} \rightarrow +\infty \text{ (inclusions rigides)} \\ r = R & \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \underline{n} = \mathbf{K} \cdot [\underline{\xi}_1] \\ r > R & \boldsymbol{\sigma}_1 = \mathbb{C}_a : \boldsymbol{\varepsilon}_1 \quad \text{avec} \quad \mathbb{C}_a = 3k_a \mathbb{J} + 2\mu_a \mathbb{K} \\ r \rightarrow \infty & \underline{\xi}_1 \rightarrow \mathbf{E}_{aux} \cdot \underline{z} \end{cases} \quad (5.16)$$

La résolution de ce problème est exposée de deux manières différentes dans [56] et [119] : la réponse d'une telle inclusion sphérique rigide de rayon  $R$  entourée par une interface est caractérisée par les champs de contrainte  $\boldsymbol{\sigma}_1^{esh}$  et de déformation  $\underline{\xi}_1^{esh}$ . On tire alors de cette solution une estimation de la contrainte moyenne et de la déformation moyenne dans l'ensemble "inclusion + interface" ([42]) :

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}}_1^{inc} \approx \frac{1}{|\mathcal{G}|} \int_{\partial\mathcal{G}} R \underline{e}_r \otimes \boldsymbol{\sigma}_1^{esh} \cdot \underline{e}_r dS \quad ; \quad \bar{\underline{\xi}}_1^{inc} \approx \frac{1}{|\mathcal{G}|} \int_{\partial\mathcal{G}} [\underline{\xi}_1^{esh}] \otimes^s \underline{e}_r dS \quad (5.17)$$

La résolution de ce problème est réalisée successivement pour un champ de déformation  $\mathbf{E}_{aux}$  purement sphérique, puis purement déviatorique.

### Champ $\mathbf{E}$ isotrope

Commençons par un chargement isotrope  $\mathbf{E}_{aux} = E_{aux} \mathbf{1}$ . Compte tenu de la symétrie sphérique et des conditions aux limites à l'infini, le champ de déplacement solution est cherché sous la forme  $\underline{\xi}^{esh} = (E_{aux} r + B/r^2) \underline{e}_r$ . La constante  $B$  est déterminée par la continuité de la contrainte normale  $T_n$  appliquée à la frontière de l'inclusion. Cette contrainte normale peut être calculée à partir de la loi de comportement de l'interface ou à partir de celle du milieu entourant l'inclusion :

$$T_n = \begin{cases} K_n (E_{aux} R + B/R^2) \\ (k_a - \frac{2}{3}\mu_a)(3E_{aux}) + 2\mu_a (E_{aux} - 2\frac{B}{R^3}) = 3k_a E_{aux} - 4\mu_a \frac{B}{R^3} \end{cases} \quad (5.18)$$

Cette égalité fournit :

$$B = E_{aux} R^3 \frac{3k_a - K_n R}{K_n R + 4\mu_a} \quad ; \quad \frac{[\xi_r^{esh}]}{R} = E_{aux} \frac{4\mu_a + 3k_a}{K_n R + 4\mu_a} \quad (5.19)$$

La symétrie sphérique donne :

$$\bar{\sigma}^{inc} = T_n \mathbf{1} \quad ; \quad \bar{\varepsilon}^{inc} = \frac{[\xi_r^{esh}]}{R} \mathbf{1} \quad (5.20)$$

On peut comparer notre expression avec celle obtenue par [94]. En faisant tendre  $k_2$  vers l'infinie dans son expression (C.28) afin de considérer une inclusion infiniment rigide, on retrouve effectivement notre expression pour  $\bar{\mathbb{A}}^{inc}$  :

$$\bar{\mathbb{A}}^{inc} = \frac{4\mu_a + 3k_a}{K_n R + 4\mu_a} \quad (5.21)$$

La règle des moyennes permet ensuite d'écrire  $\mathbf{E} = (1 - \varphi_{inc}) E_{aux} \mathbf{1} + \varphi_{inc} \frac{[\xi_r^{esh}]}{R} \mathbf{1}$ , ce qui montre que le champ de déformation macroscopique  $\mathbf{E}$  est isotrope,  $\mathbf{E} = E \mathbf{1}$ , avec :

$$E = E_{aux} \frac{4\mu_a + RK_n + \varphi_{inc}(3k_a - RK_n)}{4\mu_a + RK_n} \quad (5.22)$$

Les lois de comportement, respectivement de l'interface et de la phase argileuse, fournissent :

$$\bar{\sigma}^{inc} = K_n (E_{aux} R + B/R^2) \mathbf{1} \quad ; \quad \sigma = \mathbb{C}^a : \varepsilon \quad (5.23)$$

Finalement, la règle des moyennes sur les contraintes donne  $\Sigma = \varphi_{inc} \bar{\sigma}^{inc} + (1 - \varphi_{inc}) \bar{\sigma}^a$ , où on rappelle que  $\bar{\varepsilon}^a = E_{aux} \mathbf{1}$ . En exprimant  $E_{aux} \mathbf{1}$  en fonction de  $E \mathbf{1}$  (5.22), on trouve que  $\Sigma$  est isotrope ( $\Sigma = \Sigma \mathbf{1}$ ) avec la relation  $\Sigma = 3k^{hom} E$  où :

$$k^{hom} = \frac{1}{3} \frac{(4\varphi_{inc}\mu_a + 3k_a)RK_n + 12(1 - \varphi_{inc})k_a\mu_a}{4\mu_a + 3\varphi_{inc}k_a + (1 - \varphi_{inc})RK_n} \quad (5.24)$$

soit encore :

$$k^{hom} = k_a \frac{1}{3} \frac{(4\frac{\varphi_{inc}}{\rho} + 3)\kappa_n + 12(1 - \varphi_{inc})}{4 + 3\varphi_{inc}\rho + (1 - \varphi_{inc})\kappa_n} \quad (5.25)$$

où on a défini :

$$\kappa_n = \frac{RK_n}{\mu_a} \quad ; \quad \kappa_t = \frac{RK_t}{\mu_a} \quad ; \quad \rho = \frac{k_a}{\mu_a} \quad (5.26)$$

Notons que prendre une inclusion de fraction volumique évanescence ( $\varphi_{inc} \rightarrow 0$ ) permet de retrouver le module de compression de la phase argileuse seule,  $\lim_{\varphi_{inc} \rightarrow 0} k^{hom} = k_a$ , et que, à l'inverse, prendre une inclusion dont la fraction volumique  $\varphi_{inc}$  tend vers 1 permet de retrouver le module de compression de l'inclusion :  $\lim_{\varphi_{inc} \rightarrow 1} k^{hom} = RK_n$ .

Notons que l'on ne peut pas considérer une unique boule de rayon  $R$  si l'on veut paver la totalité de l'espace. Il faudrait en fait considérer un ensemble de boules avec des rayons variables.

### Champ $\mathbf{E}$ déviatorique

Considérons maintenant un repère orthonormé  $(\underline{e}_1, \underline{e}_2, \underline{e}_3)$  et un tenseur purement déviatorique  $\mathbf{E}_{aux} = E_{aux}(\underline{e}_1 \otimes \underline{e}_1 - \underline{e}_2 \otimes \underline{e}_2)$ . Le calcul de la solution du problème (5.16) est inspiré de [59]. En adoptant le système de coordonnées sphériques  $(r, \theta, \phi)$ , l'idée est de chercher un champ de déplacement pour le domaine  $r > R$  sous la forme :

$$\boldsymbol{\xi}^{esh} = \xi_r^{esh}(r) \sin^2(\theta) \cos(2\phi) \underline{e}_r + \xi_\theta^{esh}(r) \sin(\theta) \cos(\theta) \cos(2\phi) \underline{e}_\theta + \xi_\phi^{esh}(r) \sin(\theta) \sin(2\phi) \underline{e}_\phi \quad (5.27)$$

L'équation de Navier et les conditions aux limites à l'infini imposent la forme des quantités  $\xi_r^{esh}(r)$ ,  $\xi_\theta^{esh}(r)$  et  $\xi_\phi^{esh}(r)$  :

$$\begin{aligned} \xi_r^{esh}(r) &= E_{aux} r + 3 \frac{C}{r^4} + \frac{5-4\nu_a}{1-2\nu_a} \frac{D}{r^2} \\ \xi_\theta^{esh}(r) &= E_{aux} r - 2 \frac{C}{r^2} + 2 \frac{D}{r^2} \\ \xi_\phi^{esh}(r) &= -\xi_\theta^{esh}(r) \end{aligned} \quad (5.28)$$

où  $\nu_a$  est le coefficient de Poisson de la phase argileuse. Tout comme précédemment, les coefficients  $C$  et  $D$  sont déterminés à partir de la continuité du vecteur contrainte en  $r = R$ . L'expression de la règle des moyennes pour le champ de déformation macroscopique fournit ensuite une relation entre  $\mathbf{E}_{aux}$  et le champ  $\mathbf{E}$  qui présente nécessairement une forme déviatorique  $\mathbf{E} = E(\underline{e}_1 \otimes \underline{e}_1 - \underline{e}_2 \otimes \underline{e}_2)$ . Enfin la règle des moyennes exprimée pour le champ de contrainte macroscopique montre que ce dernier s'écrit nécessairement  $\boldsymbol{\Sigma} = \Sigma(\underline{e}_1 \otimes \underline{e}_1 - \underline{e}_2 \otimes \underline{e}_2)$  et permet de mettre en évidence une relation de la forme  $\boldsymbol{\Sigma} = 2\mu^{hom} E$  avec :

$$\mu^{hom} = \mu_a \frac{\mathcal{F}(k_a, \mu_a, RK_n, RK_t) + \varphi_{inc}(\frac{9}{2}k_a + 4\mu_a)\mathcal{H}(\mu_a, RK_n, RK_t)}{\mathcal{F}(k_a, \mu_a, RK_n, RK_t) - \varphi_{inc}(3k_a + 6\mu_a)\mathcal{H}(\mu_a, RK_n, RK_t)} \quad (5.29)$$

où :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{F}(k_a, \mu_a, RK_n, RK_t) = 2\mu_a (32\mu_a^2 + 4\mu_a(4RK_t + 3RK_n) + 3R^2 K_n K_t) \\ \quad + 3k_a \left( 24\mu_a^2 + 3\mu_a(2RK_t + \frac{5}{3}RK_n) + R^2 K_n K_t \right) \\ \mathcal{H}(\mu_a, RK_n, RK_t) = -16\mu_a^2 + 2\mu_a(2RK_t + RK_n) + R^2 K_n K_t \end{array} \right. \quad (5.30)$$

soit :

$$\mu^{hom} = \mu_a \frac{\mathcal{F}(\rho, \kappa_n, \kappa_t) + \varphi_{inc}(\frac{9}{2}\rho + 4)\mathcal{H}(\kappa_n, \kappa_t)}{\mathcal{F}(\rho, \kappa_n, \kappa_t) - \varphi_{inc}(3\rho + 6)\mathcal{H}(\kappa_n, \kappa_t)} \quad (5.31)$$

avec

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{F}(\rho, \kappa_n, \kappa_t) = 2(32 + 4(4\kappa_t + 3\kappa_n) + 3\kappa_n \kappa_t) + 3\rho(24 + 3(2\kappa_t + \frac{5}{3}\kappa_n) + \kappa_n \kappa_t) \\ \mathcal{H}(\kappa_n, \kappa_t) = -16 + 2(2\kappa_t + \kappa_n) + \kappa_n \kappa_t \end{array} \right. \quad (5.32)$$

Notons que prendre une fraction volumique d'inclusion évanescence ( $\varphi_{inc} \rightarrow 0$ ) permet de retrouver le module de cisaillement de la phase argileuse seule,  $\lim_{\varphi_{inc} \rightarrow 0} \mu^{hom} = \mu_a$ . A l'inverse,

prendre une fraction volumique d'inclusion proche de 1 ( $\varphi_{inc} \rightarrow 1$ ) fournit

$$\lim_{\varphi_{inc} \rightarrow 1} \mu^{hom} = \mu_a \frac{1}{2} \frac{24\kappa_t + 16\kappa_n + 5\kappa_n\kappa_t}{2\kappa_t + 3\kappa_n + 40}.$$

#### 5.1.4 Détermination du terme de couplage $\delta\Sigma_p$

Quand l'interface est traitée comme un objet mathématique

L'uniformité de la restriction de  $\delta\sigma_p = \delta\sigma_p \mathbf{1}$  sur la matrice argileuse permet de simplifier le terme  $(1 - \varphi_{inc}) \overline{\delta\sigma_p} : \overline{\mathbb{A}}^a$  de l'Equation 5.15 :

$$(1 - \varphi_{inc}) \overline{\delta\sigma_p} : \overline{\mathbb{A}}^a = (1 - \varphi_{inc}) \delta\sigma_p \mathbf{1} : \overline{\mathbb{A}}^a \quad (5.33)$$

$\overline{\mathbb{A}}^a$  est donné par l'égalité  $\overline{\varepsilon}^a = \overline{\mathbb{A}}^a : \mathbf{E} = \mathbf{E}_{aux}$ , déterminée lors de la formulation de  $\mathbb{C}^{hom}$ , dans le cadre du problème généralisé d'Eshelby (5.16), problème purement linéaire. On a vu précédemment d'une part que le choix de  $\mathbf{E}_{aux}$  isotrope entraîne que le champ macroscopique  $\mathbf{E}$  est isotrope, et d'autre part que prendre le champ  $\mathbf{E}_{aux}$  déviatorique sous la forme  $\mathbf{E}_{aux} = E_{aux}(\underline{e}_1 \otimes \underline{e}_1 - \underline{e}_2 \otimes \underline{e}_2)$  entraîne que le champ de déformation macroscopique est également déviatorique sous la forme  $\mathbf{E} = E(\underline{e}_1 \otimes \underline{e}_1 - \underline{e}_2 \otimes \underline{e}_2)$ . Finalement :

$$\overline{\mathbb{A}}^a = \frac{E_{aux}}{E} |_{iso} \mathbb{J} + \frac{E_{aux}}{E} |_{dev} \mathbb{K} \quad (5.34)$$

Dans le cas présent, la restriction de  $\delta\sigma_p$  sur la matrice argileuse est sphérique, et seul le coefficient  $\frac{E_{aux}}{E} |_{iso}$  va jouer un rôle. Ce coefficient est donné par (5.22). On trouve finalement :

$$(1 - \varphi_{inc}) \delta\sigma_p \mathbf{1} : \overline{\mathbb{A}}^a = (1 - \varphi_{inc}) \frac{4 + \kappa_n}{3\varphi_{inc}\rho + 4 + \kappa_n(1 - \varphi_{inc})} \delta\sigma_p \mathbf{1} \quad (5.35)$$

Parallèlement, on a :

$$\overline{(-p\mathbf{1}\delta_{\mathcal{I}})} : \overline{\mathbb{A}} = -p^\ell \mathbf{1} : \frac{1}{\Omega} \int_{\mathcal{I}^\ell} \overline{\mathbb{A}} dS - p^g \mathbf{1} : \frac{1}{\Omega} \int_{\mathcal{I}^g} \overline{\mathbb{A}} dS \quad (5.36)$$

où on note  $\mathcal{I}^\ell$  (resp.  $\mathcal{I}^g$ ) l'ensemble des interfaces qui sont remplies de liquide (resp. gaz), dont la proportion est notée  $\gamma$  (resp.  $1 - \gamma$ ) :  $\varphi_{inc}\Omega/|\mathcal{G}|$  étant le nombre d'interfaces,  $\gamma\varphi_{inc}\Omega/|\mathcal{G}|$  représente le nombre d'interfaces remplies de liquide. On peut donc écrire :

$$\int_{\mathcal{I}^\ell} \overline{\mathbb{A}} dS = \underbrace{\gamma \frac{\varphi_{inc}\Omega}{|\mathcal{G}|}}_{\substack{\text{nombre d'interfaces} \\ \text{remplies de liquide}}} \int_{\partial\mathcal{G}} \overline{\mathbb{A}} dS \quad ; \quad \int_{\mathcal{I}^g} \overline{\mathbb{A}} dS = \underbrace{(1 - \gamma) \frac{\varphi_{inc}\Omega}{|\mathcal{G}|}}_{\substack{\text{nombre d'interfaces} \\ \text{remplies de gaz}}} \int_{\partial\mathcal{G}} \overline{\mathbb{A}} dS \quad (5.37)$$

Comme  $\mathbb{A} = 0$  sur le noyau rigide de l'inclusion, on a l'égalité  $\int_{\partial\mathcal{G}} \mathbb{A} = \int_{\mathcal{G}} \mathbb{A}$ , d'où :

$$\overline{(-p\mathbf{1}\delta_{\mathcal{I}})} : \overline{\mathbb{A}} = -\gamma\varphi_{inc} \mathbf{1} : \overline{\mathbb{A}}^{inc} p^\ell - (1 - \gamma)\varphi_{inc} \mathbf{1} : \overline{\mathbb{A}}^{inc} p^g \quad (5.38)$$



Le chargement  $-p\mathbf{1}$  étant sphérique, seule la projection du tenseur  $\overline{\mathbb{A}}^{inc}$  sur  $\mathbb{J}$  intervient, qu'on calcule à partir des Equations 5.21 et 5.22 :

$$\overline{\mathbb{A}}^{inc} : \mathbb{J} = \frac{4\mu_a + 3k_a}{4\mu_a + RK_n} \times \frac{4\mu_a + RK_n}{4\mu_a + RK_n + \varphi_{inc}(3k_a - RK_n)} \mathbb{J} \quad (5.39)$$

On trouve finalement :

$$\delta\Sigma_p = \frac{(4 + \kappa_n)(1 - \varphi_{inc})\delta\sigma_p - (4 + 3\rho)\varphi_{inc}\delta(\gamma p^\ell + (1 - \gamma)p^g)}{3\varphi_{inc}\rho + 4 + \kappa_n(1 - \varphi_{inc})} \quad (5.40)$$

soit :

$$\delta\Sigma_p = \omega\delta\sigma_p - (1 - \omega)\delta(\gamma p^\ell + (1 - \gamma)p^g) \quad (5.41)$$

où :

$$\omega = \frac{(4 + \kappa_n)(1 - \varphi_{inc})}{3\varphi_{inc}\rho + 4 + \kappa_n(1 - \varphi_{inc})} \quad (5.42)$$

Notons la cohérence de l'expression précédente avec le cas de la fraction volumique d'inclusion évanescence,  $\lim_{\varphi_{inc} \rightarrow 0} \delta\Sigma_p = \delta\sigma_p$ . Pour une fraction volumique d'inclusions proche de 1, on trouve  $\lim_{\varphi_{inc} \rightarrow 1} \delta\Sigma_p = -\delta(\gamma p^\ell + (1 - \gamma)p^g)$ .

**Vérification : quand l'interface est traitée comme un objet physique (à partir de [94])**

Afin de vérifier cette expression, on va utiliser la correspondance de [94] entre une interface d'épaisseur nulle et une calotte sphérique de petite épaisseur  $e$ . On va voir que cette approche va apporter un éclairage sur le coefficient  $\gamma$  que l'on vient d'introduire. On considère donc à présent une calotte sphérique, de rayon intérieur  $R - e$  et de rayon extérieur  $R$ , entourant le noyau solide rigide de l'inclusion. Ses modules de compressibilité  $k_e$  et de cisaillement  $\mu_e$  sont donnés par l'Equation C.25 de [94] :

$$k_e = \left( K_n - \frac{4K_t}{3} \right) e \quad \text{et} \quad \mu_e = K_t e \quad (5.43)$$

La fraction volumique de cette calotte sphérique  $\Omega^e$  est donnée par :

$$\frac{V^e}{V} = \frac{V^{inc}}{V} \frac{V^e}{V^{inc}} = \varphi_{inc} \left( 1 - ((R - e)/R)^3 \right) \quad (5.44)$$

A partir de l'Annexe C.1 de [94], on lit, pour un noyau solide rigide, l'expression de la moyenne  $\overline{\boldsymbol{\varepsilon}}^e$  du tenseur de déformation sur une calotte sphérique d'épaisseur  $e$ , de rayon extérieur  $R$  :

$$\overline{\boldsymbol{\varepsilon}}^e = \frac{(3k_a + 4\mu_a)}{(3k_e + 4\mu_a) + 4(\mu_e - \mu_a)((R - e)/R)^3} \mathbf{E}_{aux} \quad (5.45)$$

Dans le cadre d'un schéma de Mori-Tanaka, pour lequel  $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^a = \mathbf{E}_{aux}$ , la règle des moyennes fournit :

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= (1 - \varphi_{inc})\mathbf{E}_{aux} \\ &+ \left( \int_0^\infty \varphi_{inc} \left(1 - \left(\frac{R-e}{R}\right)^3\right) \frac{(3k_a + 4\mu_a)}{(3k_e + 4\mu_a) + 4(\mu_e - \mu_a)\left(\frac{R-e}{R}\right)^3} \alpha^M(e) de \right) \mathbf{E}_{aux} \end{aligned} \quad (5.46)$$

où on a considéré une distribution continue pour l'épaisseur  $e$ , et où on a introduit la fonction  $\alpha^M(e)$  pour décrire ladite distribution :  $\alpha^M(e)de$  est la proportion d'intervalles dont l'épaisseur appartient à l'intervalle  $[e, e + de]$ . Comme  $e \ll R$ , on a :

$$\left(1 - \left(\frac{R-e}{R}\right)^3\right) \frac{(3k_a + 4\mu_a)}{(3k_e + 4\mu_a) + 4(\mu_e - \mu_a)\left(\frac{R-e}{R}\right)^3} \approx \frac{3k_a + 4\mu_a}{K_n R + 4\mu_a} \quad (5.47)$$

où on a utilisé l'égalité  $\int_0^\infty \alpha^M(e)de = 1$ . On obtient donc  $\mathbf{E} = \mathcal{K}\mathbf{E}_{aux}$ , où :

$$\mathcal{K} = (1 - \varphi_{inc}) + \varphi_{inc} \frac{3k_a + 4\mu_a}{K_n R + 4\mu_a} \quad (5.48)$$

Finalement, l'égalité

$$\delta\boldsymbol{\Sigma}_p = (1 - \varphi_{inc})\delta\sigma_p \mathbf{1} : \bar{\mathbb{A}}^a + \int_0^\infty \varphi_{inc} \left(1 - \left(\frac{R-e}{R}\right)^3\right) \overline{(-\delta p \mathbf{1}) : \mathbb{A}^e} \alpha^M(e) de \quad (5.49)$$

fournit :

$$\begin{aligned} \delta\boldsymbol{\Sigma}_p &= (1 - \varphi_{inc})\delta\sigma_p \mathbf{1} : \bar{\mathbb{A}}^a - \delta \left( p^\ell \int_0^{2r^*} \varphi_{inc} \left(1 - \left(\frac{R-e}{R}\right)^3\right) \mathbf{1} : \bar{\mathbb{A}}^e \alpha^M(e) de \right) \\ &- \delta \left( p^g \int_{2r^*}^\infty \varphi_{inc} \left(1 - \left(\frac{R-e}{R}\right)^3\right) \mathbf{1} : \bar{\mathbb{A}}^e \alpha^M(e) de \right) \end{aligned} \quad (5.50)$$

puis finalement, avec  $e \ll R$  :

$$\delta\boldsymbol{\Sigma}_p = (1 - \varphi_{inc}) \frac{1}{\mathcal{K}} \delta\sigma_p \mathbf{1} + \varphi_{inc} \frac{1}{\mathcal{K}} \frac{3k_a + 4\mu_a}{K_n R + 4\mu_a} (-\delta(\gamma p^\ell + (1 - \gamma)p^g) \mathbf{1}) \quad (5.51)$$

où on retrouve l'expression (5.41) avec  $\gamma = \int_0^{2r^*} \alpha^M(e)de$ .

Le sens physique du coefficient  $\gamma$  apparaît nettement ici : une interface est remplie soit de liquide, soit de gaz, en fonction de son ouverture, et  $\gamma$  représente la fraction volumique des mésopores qui sont remplis de liquide, les méso-pores étant ces pores engendrés par la décohésion entre les inclusions et la matrice argileuse.

### Impact d'un défaut d'interface par rapport à une interface parfaite

Dans l'hypothèse d'une interface parfaite entre les inclusions et la matrice argileuse, on avait trouvé précédemment que la partie des contraintes  $\delta\boldsymbol{\Sigma}_p$ , qui ne dépend pas de la déformation et qui est la manifestation macroscopique des divers couplages (tension de surface, pressions de fluide, surpression osmotique), n'est pas influencée par la présence des inclusions rigides

( $\delta\Sigma_p = \delta\sigma_p$ ). A l'opposé,

(5.41) montre comment la prise en compte de la déformabilité de l'interface entre les inclusions et la matrice argileuse rend le terme  $\delta\Sigma_p$  dépendant de la présence des inclusions et de la pression des fluides remplissant les interfaces entre les inclusions et la matrice argileuse.

A partir de (5.41), choisir  $\kappa_n \rightarrow +\infty$  revient à considérer une interface parfaite. On retrouve effectivement le résultat obtenu en considérant une interface parfaite :

$$\lim_{\kappa_n \rightarrow +\infty} \delta\Sigma_p = \delta\sigma_p \quad (5.52)$$

## Conclusions

Finalement, si  $\delta\Sigma = \Sigma - \Sigma_o$ , avec  $\Sigma_o = \overline{\sigma_o}$ , la loi de comportement macroscopique est donnée par :

$$\delta\Sigma = \mathbb{C}^{hom} : \mathbf{E} + \delta\Sigma_p \mathbf{1} \quad (5.53)$$

avec  $k^{hom}$ ,  $\mu^{hom}$  et  $\delta\Sigma_p$  donnés respectivement par (5.25), (5.31) et (5.41).

### 5.1.5 De l'adhérence parfaite au défaut total d'adhérence

Etudions le passage de l'adhérence parfaite au défaut total d'adhérence à partir des expressions mathématiques obtenues.

#### Adhérence parfaite

Vérifions que les résultats obtenus dans le cas général permettent de retrouver ceux traités en première partie, dans le cas d'une adhérence parfaite.

On trouve :

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{\kappa_n \rightarrow \infty} k^{hom} = k_a \frac{1 + \frac{4}{3} \frac{\varphi_{inc}}{\rho}}{1 - \varphi_{inc}} \\ \lim_{\kappa_n \rightarrow +\infty} \left( \lim_{\kappa_t \rightarrow +\infty} \mu^{hom} \right) = \mu_a \frac{\rho(1 + \frac{3}{2} \varphi_{inc}) + 2(1 + \frac{2}{3} \varphi_{inc})}{\rho(1 - \varphi_{inc}) + 2(1 - \varphi_{inc})} \\ \lim_{\kappa_n \rightarrow +\infty} \delta\Sigma_p = \delta\sigma_p \end{array} \right. \quad (5.54)$$

où  $\lim_{\kappa_n \rightarrow +\infty} \omega = 1$ . En considérant  $\kappa_n$  et  $\kappa_t$  infinis, on constate qu'on retrouve effectivement les expressions de  $k_{ad}^{hom}$ ,  $\mu_{ad}^{hom}$  et  $\delta\sigma_p$  trouvées en première partie dans le cadre d'une adhérence parfaite.

### Défaut total d'adhérence

Dans le cas d'un défaut total d'adhérence, où  $\kappa_n = 0$  et  $\kappa_t = 0$ , on trouve :

$$\begin{cases} \lim_{\kappa_n \rightarrow 0} k^{hom} = k_a \frac{4(1 - \varphi_{inc})}{3\varphi_{inc}\rho + 4} \\ \lim_{\kappa_n \rightarrow 0} \left( \lim_{\kappa_t \rightarrow 0} \mu^{hom} \right) = \mu_a \frac{9\rho(1 - \varphi_{inc}) + 8(1 - \varphi_{inc})}{9\rho(1 + \frac{2}{3}\varphi_{inc}) + 8(1 + \frac{3}{2}\varphi_{inc})} \\ \lim_{\kappa_n \rightarrow 0} \delta\Sigma_p = \omega^d \delta\sigma_p - (1 - \omega^d)\delta(\gamma p^\ell + (1 - \gamma)p^g) \end{cases} \quad (5.55)$$

avec  $\omega^d = \lim_{\kappa_n \rightarrow 0} \omega = \frac{4(1 - \varphi_{inc})}{3\varphi_{inc}\rho + 4}$ . Le fait de considérer  $\kappa_n = 0$  et  $\kappa_t = 0$  revient à considérer des inclusions dont le vecteur contrainte à l'interface est nul ( $T_n = 0$  et  $T_t = 0$ ), ce qui implique  $\bar{\sigma}^{inc} = \mathbf{0}$ . Considérer un défaut d'adhérence total revient donc à considérer des pores. Le caractère liquide ou gazeux dans un pore donné dépend toujours de l'épaisseur  $e$  de l'interface entourant le noyau solide de l'inclusion par rapport à l'épaisseur "seuil"  $2r^*$ .

On constate qu'on retrouve effectivement les expressions de  $k^{hom}$  et  $\mu^{hom}$  dans le cas du schéma de Mori-Tanaka pour un système matrice-pores vides. Par ailleurs, pour vérifier la valeur de la précontrainte macroscopique, on rappelle que, dans le schéma de Mori-Tanaka pour un système matrice-pores vides, on a :

$$\bar{\mathbb{A}}^a = ((1 - \varphi_{inc})\mathbb{I} + \varphi_{inc}(\mathbb{I} - \mathbb{P} : \mathbb{C}^a)^{-1})^{-1} \quad (5.56)$$

ce qui fournit effectivement :

$$\mathbf{1} : \bar{\mathbb{A}}^a = 4 \frac{\mu_a}{3\varphi_{inc}k_a + 4\mu_a} \mathbf{1} = \frac{4}{3\varphi_{inc}\rho + 4} \mathbf{1} \quad (5.57)$$

puis, comme  $\bar{\mathbb{A}} = \varphi_{inc}\bar{\mathbb{A}}^p + (1 - \varphi_{inc})\bar{\mathbb{A}}^a = \mathbb{I}$ ,

$$\mathbf{1} : \bar{\mathbb{A}}^p = \frac{3k_a + 4\mu_a}{3\varphi_{inc}k_a + 4\mu_a} \mathbf{1} = \frac{3\rho + 4}{3\varphi_{inc}\rho + 4} \mathbf{1} \quad (5.58)$$

Comme on ne considère ici que des pores (inclusions avec défaut total d'adhérence) de même rayon  $R$ , le nombre de pores remplis de liquide rapporté au nombre de pores est égal à la fraction volumique de pores remplis de liquide. On retrouve donc la dernière limite de (5.55) avec le terme  $\delta\sigma_p \mathbf{1}$  pour la matrice argileuse de fraction volumique  $1 - \varphi_{inc}$ , le terme  $-p^\ell \mathbf{1}$  pour les pores vus comme remplis de liquide, de fraction volumique  $\gamma\varphi_{inc}$ , et le terme  $-p^g \mathbf{1}$  pour les pores vus comme remplis de gaz, de fraction volumique  $(1 - \gamma)\varphi_{inc}$ . Dans la suite, on appelle  $k_{pores}^{hom}$  et  $\mu_{pores}^{hom}$  les deux premières limites obtenues à (5.55).

### Cas général

On normalise les expressions de  $k^{hom}$  et  $\mu^{hom}$  par les valeurs correspondant à l'adhérence parfaite,  $k_{ad}^{hom}$  et  $\mu_{ad}^{hom}$  respectivement. Pour le module de compression (Fig. 5.3, gauche), on trouve :

$$\frac{k^{hom}}{k_{ad}^{hom}} = \frac{\kappa_n + 4\frac{k_a}{k_{ad}^{hom}}}{\kappa_n + 4\frac{k_a}{k_{pores}^{hom}}} \quad (5.59)$$

puis pour le module de cisaillement (Fig. 5.3, droite) :

$$\frac{\mu^{hom}}{\mu_{ad}^{hom}} = \frac{\kappa_n \kappa_t + A \kappa_n + B \kappa_t + E \frac{\mu_a}{\mu_{ad}^{hom}}}{\kappa_n \kappa_t + C \kappa_n + D \kappa_t + E \frac{\mu_a}{\mu_{pores}^{hom}}} \quad (5.60)$$

avec :

$$\begin{aligned} A &= \frac{5\rho(1 + \frac{3}{5}\varphi_{inc}) + 8(1 + \frac{1}{3}\varphi_{inc})}{\rho(1 + \frac{3}{2}\varphi_{inc}) + 2(1 + \frac{2}{3}\varphi_{inc})} ; & B &= \frac{18\rho(1 + \varphi_{inc}) + 32(1 + \frac{1}{2}\varphi_{inc})}{3\rho(1 + \frac{3}{2}\varphi_{inc}) + 6(1 + \frac{2}{3}\varphi_{inc})} \\ C &= \frac{5\rho(1 - \frac{2}{5}\varphi_{inc}) + 8(1 - \frac{1}{2}\varphi_{inc})}{\rho(1 - \varphi_{inc}) + 2(1 - \varphi_{inc})} ; & D &= \frac{18\rho(1 - \frac{2}{3}\varphi_{inc}) + 32(1 - \frac{3}{4}\varphi_{inc})}{3\rho(1 - \varphi_{inc}) + 6(1 - \varphi_{inc})} \\ E &= 16 \frac{\frac{9}{2}\rho + 4}{3\rho + 6} \end{aligned} \quad (5.61)$$

On note que ces 5 coefficients ( $A, B, C, D, E$ ) sont toujours positifs, du fait notamment de l'inégalité  $0 \leq \varphi_{inc} \leq 1$ .

### Critère "physique" de décohesion

Si on considère que le matériau est "endommagé" dès que son module de compression est inférieur à  $V k_{ad}^{hom}$  avec  $0 \leq V \leq 1$ , on peut définir un seuil d'endommagement  $\kappa_n^s$  par l'égalité :

$$V = \frac{\kappa_n^s + 4\frac{k_a}{k_{ad}^{hom}}}{\kappa_n^s + 4\frac{k_a}{k_{pores}^{hom}}} \quad (5.62)$$

c'est-à-dire :

$$\kappa_n^s + \frac{4k_a}{1-V} \left( \frac{1}{k_{ad}^{hom}} - \frac{V}{k_{pores}^{hom}} \right) = 0 \quad (5.63)$$

Pour  $V = 1$ , on retrouve  $\kappa_n^s = +\infty$ . On trouve une valeur de  $\kappa_n^s$  positive tant que

$$\frac{1}{k_{ad}^{hom}} - \frac{V}{k_{pores}^{hom}} < 0 \quad (5.64)$$

c'est-à-dire pour :

$$V > \frac{12\rho(1 - \varphi_{inc})^2}{(3\varphi_{inc}\rho + 4)(3\rho + 4\varphi_{inc})} \quad (5.65)$$

Si le critère d'endommagement est défini sur le module de cisaillement ( $\mu^{hom} \leq V' \mu_{ad}^{hom}$  avec  $0 \leq V' \leq 1$ ), on obtient une relation seuil portant sur le couple ( $\kappa_n^s ; \kappa_t^s$ ) :

$$\kappa_n^s \kappa_t^s (1 - V') + \kappa_n^s (A - CV') + \kappa_t^s (B - DV') + E \left( \frac{1}{\mu_{ad}^{hom}} - \frac{V'}{\mu_{pores}^{hom}} \right) = 0 \quad (5.66)$$

On trouve que l'inégalité :

$$\frac{A - CV'}{1 - V'} \frac{B - DV'}{1 - V'} - \frac{E}{1 - V'} \left( \frac{1}{\mu_{ad}^{hom}} - \frac{V'}{\mu_{pores}^{hom}} \right) \geq 0 \quad (5.67)$$

est toujours vérifiée, ce qui montre que le couple  $(\kappa_n^s ; \kappa_t^s)$  décrit une hyperbole. Les asymptotes de cette hyperbole sont  $\kappa_n^s + \frac{B - DV'}{1 - V'} = 0$  et  $\kappa_t^s + \frac{A - CV'}{1 - V'} = 0$ .

On s'intéresse à des coefficients  $\kappa_n$  et  $\kappa_t$  positifs. Et on cherche donc des asymptotes qui sont définies dans le cadran  $(\kappa_n > 0 ; \kappa_t > 0)$ , ce qui fournit des conditions sur  $V'$  :

$$\begin{cases} V' \geq \frac{A}{C} = \frac{(\rho + 2)(1 - \varphi_{inc})}{\rho(1 + \frac{3}{2}\varphi_{inc}) + 2(1 + \frac{2}{3}\varphi_{inc})} \frac{5\rho(1 + \frac{3}{5}\varphi_{inc}) + 8(1 + \frac{1}{3}\varphi_{inc})}{5\rho(1 - \frac{2}{5}\varphi_{inc}) + 8(1 - \frac{1}{2}\varphi_{inc})} \\ V' \geq \frac{B}{D} = \frac{(\rho + 2)(1 - \varphi_{inc})}{\rho(1 + \frac{3}{2}\varphi_{inc}) + 2(1 + \frac{2}{3}\varphi_{inc})} \frac{9\rho(1 + \varphi_{inc}) + 16(1 + \frac{1}{2}\varphi_{inc})}{9\rho(1 - \frac{2}{3}\varphi_{inc}) + 16(1 - \frac{3}{4}\varphi_{inc})} \end{cases} \quad (5.68)$$

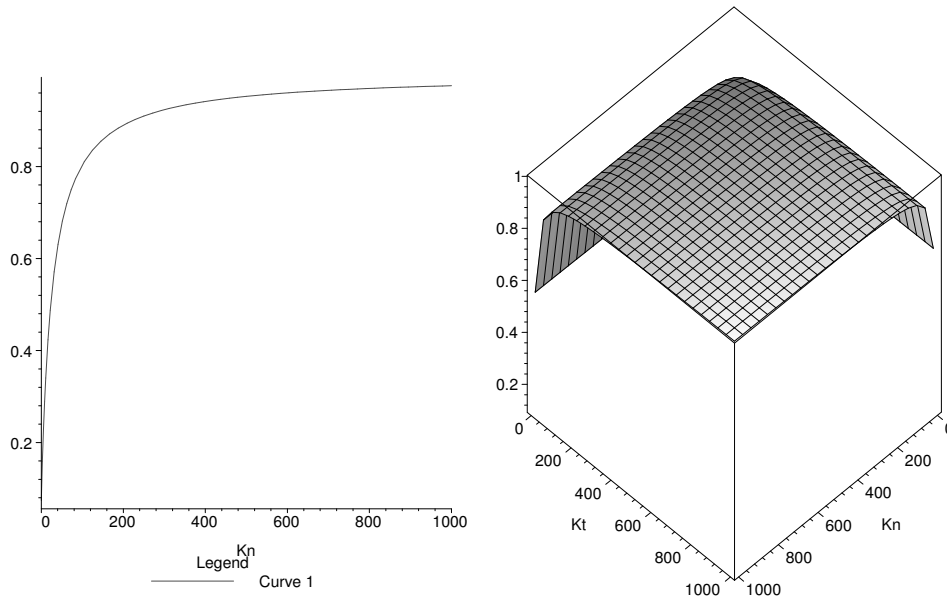


FIG. 5.3 – Gauche : Evolution de  $k^{hom}/k_{ad}^{hom}$  en fonction  $\kappa_n$ . Droite : Evolution de  $\mu^{hom}/\mu_{ad}^{hom}$  en fonction  $\kappa_n$  et  $\kappa_t$ .

## 5.2 Interprétations physiques

Cette étude appelle plusieurs commentaires.

### 5.2.1 Détermination expérimentale de la loi de comportement de l'interface

Rappelons que nous avons considéré ici une unique taille d'inclusions. Toutes les inclusions sont donc dans le même état de décohésion. On peut imaginer qu'une modélisation plus fine serait de faire dépendre la loi de comportement de l'interface avec le rayon de l'inclusion, afin

de traduire des états de décohésion différents. Mais en première approximation, nous considérons une taille unique et nous voudrions déterminer expérimentalement les paramètres  $(\kappa_n, \kappa_t)$  intervenant dans la loi de comportement de l'interface.

Supposons que l'on connaisse le tenseur d'élasticité de la matrice argileuse supposée isotrope, déterminé par  $(k_a, \mu_a)$ . La mesure de  $k^{hom}$  permet alors, par l'intermédiaire de l'Equation 5.25, de déterminer le paramètre  $\kappa_n$ . La mesure de  $\mu^{hom}$  permet alors la détermination de  $\kappa_t$  grâce à l'utilisation de l'Equation 5.31.

La détermination expérimentale de la loi de comportement de l'interface est donc possible dans le principe. Lorsque les paramètres  $(\kappa_n, \kappa_t)$  sont déterminés, l'Equation 5.41 permet de connaître comment le terme de couplage  $\delta\sigma_p$  est affecté par la décohésion. Dans le cas d'un coefficient de Poisson  $\nu_a = 0.12$  et une fraction volumique d'inclusions  $\varphi_{inc} = 0.5$ , on trouve :

$$\delta\Sigma_p = \frac{4 + \kappa_n}{10.9 + \kappa_n} \delta\sigma_p - \frac{6.9}{10.9 + \kappa_n} \delta(\gamma p^\ell + (1 - \gamma)p^g) \quad (5.69)$$

### 5.2.2 Détermination expérimentale de la distribution $\alpha^M$

$\alpha^M$  est la distribution de l'épaisseur de l'interface. Or ces décohésions correspondent à la mésoporosité mise en évidence à la Sous-section 1.1.3 et à la Figure 1.8. Cela revient à dire que  $\alpha^M$  est la distribution de taille de pore dans la mésoporosité (Eq. 1.3).

### 5.2.3 Quelques commentaires physiques

Le tracé des rapports  $k^{hom}/k_{ad}^{hom}$  et  $\mu^{hom}/\mu_{ad}^{hom}$  en fonction des paramètres  $(\kappa_n, \kappa_t)$  indiquent un comportement relativement binaire des interfaces. On peut donc considérer en première approximation qu'une interface est soit parfaite, soit présente un défaut total d'adhérence. Dans le cas de l'argilite extraite, le fait qu'il existe une mésoporosité représentant 10% du volume poreux indique qu'il y a décohésion entre les inclusions et la matrice argileuse. Selon notre modèle d'inclusions à taille unique, cela signifie que la même décohésion existe entre la matrice argileuse et toutes les inclusions. On peut donc considérer en première approximation que les interfaces présentent toutes un défaut total d'adhérence, auquel cas :

$$\delta\Sigma_p = 0.4\delta\sigma_p - 0.6\delta(\gamma p^\ell + (1 - \gamma)p^g) \quad (5.70)$$

On lit qu'un défaut total d'adhérence divise par un peu plus de 2 le terme de couplage.

Remarquons que pour un échantillon complètement saturé, ( $\delta P^{eq} = \delta p^\ell$  et  $\gamma = 1$ ), on trouve :

$$\delta\Sigma_p = -\delta p^\ell \quad (5.71)$$

L'argilite saturé, avec ou sans décohésion, présente le même couplage avec le liquide.

Soulignons également que compte tenu de la taille des mésopores, ces derniers se dé-saturent très rapidement. En effet, un rayon critique  $r^*$  égal à  $2\mu\text{m}$  (cf. Fig. 1.8) correspond à un degré de saturation égal à 99.78% (cf. Eq. 1.6). On peut donc considérer que lorsque le matériau est

complètement saturé, les mésopores sont remplis de liquide, mais qu'ils se vident instantanément dès que le matériau se dé-sature un peu, c'est-à-dire dès que le séchage commence.

Enfin, indiquons que tous les essais que nous avons réalisés sous confinement ont vraisemblablement eu pour effet de rendre parfaites les adhérences entre matrice argileuse et inclusions. En effet, on peut raisonnablement penser que :

- l'argilite *in-situ*, sous état de contrainte isotrope de  $12\text{MPa}$  présente des interfaces parfaites ;
- l'argilite extraite présente une décohésion autour de tous ses grains, la mésoporosité créée étant dé-saturée en permanence (une re-saturation totale est quasi-impossible, comme constatée expérimentalement) ;
- l'argilite, confinée avant tout chargement lors des essais poromécaniques, avait retrouvé toutes ses interfaces parfaites, la mésoporosité sèche ayant été refermée. L'échantillon subissant une compression macroscopique en tout début d'essai, on justifie ici *a posteriori* le fait qu'on a interprété nos essais poromécaniques à partir de la loi de comportement de l'argilite dans sa version simplifiée, lorsque l'adhérence entre les inclusions et la matrice argileuse est supposée parfaite (3.13).

## 5.3 Conclusions

### 5.3.1 Données récapitulatives

On reprend à la Figure 5.4 la modélisation de l'argilite et dans le Tableau 5.1 les différents résultats obtenus.

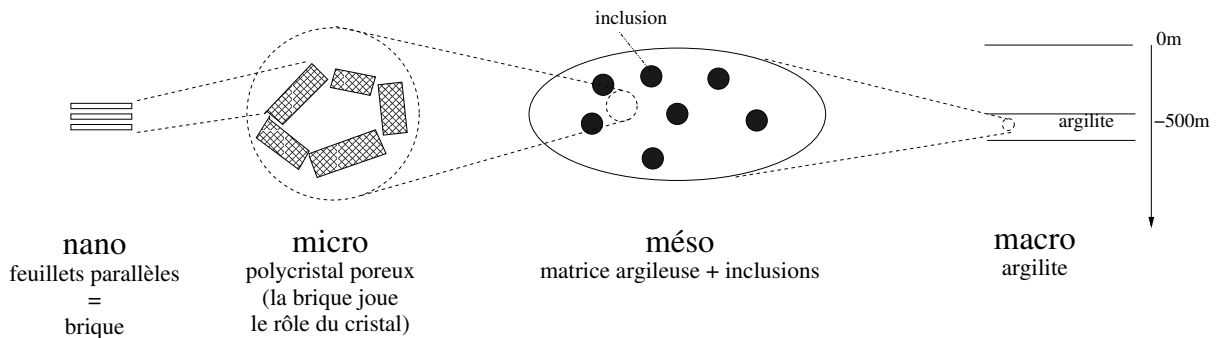


FIG. 5.4 – Rappel de la description de l'argillite dans le cadre d'une étude en élasticité.

### 5.3.2 Applications : comportement de l'argilite *in-situ* lors de la mise en place du stockage

A partir du Tableau 5.1, on illustre dans le Tableau 5.2 le comportement de l'argilite *in-situ* dans les différentes étapes de la mise en place du stockage.

Dans ce Tableau, on ne précise la variation de volume poreux microscopique que lorsqu'il y a interface parfaite, la déformation mésoscopique de la matrice argileuse étant alors nulle.



constituants	relation	référence
particule échelle micro	$\delta\boldsymbol{\sigma} = \mathbb{C}^{par} : \boldsymbol{\varepsilon} - \delta p^\ell \mathbf{1} - \delta_n \pi^g \boldsymbol{\beta}_\pi$	(2.14)
matrice argileuse échelle méso	$\delta\boldsymbol{\sigma} = \mathbb{C}^{ac} : \boldsymbol{\varepsilon} - (\delta P^{eq} \mathbf{b} + \delta p^\ell (\mathbf{1} - \mathbf{b}) + \delta_n \pi^g (\mathbf{1} - \mathbf{b}))$	(2.42)
	$\phi^{ma} - \phi_o^{ma} = \mathbf{b} : \boldsymbol{\varepsilon} + \Gamma (\delta P^{eq} - \delta p^\ell - \delta_n \pi^g)$	(2.60)
	$f < \frac{\delta h}{h_o} > = \frac{1}{1 - \varphi} (\mathbf{1} - \mathbf{b}) : \boldsymbol{\varepsilon} - \frac{\Gamma}{1 - \varphi} (\delta P^{eq} - \delta p^\ell)$	(4.33)
inclusion échelle méso	$\delta \bar{\boldsymbol{\sigma}}_{iso}^{inc} = (1 + q) \delta \Sigma_m + q (b \delta P^{eq} + (1 - b) \delta p^\ell + (1 - b) \delta_n \pi^g)$	(3.30)
argilite échelle macro interfaces parf	$\delta\boldsymbol{\sigma} = \mathbb{C}^{hom} : \boldsymbol{\varepsilon} - (\delta P^{eq} \mathbf{b} + \delta p^\ell (\mathbf{1} - \mathbf{b}) + \delta_n \pi^g (\mathbf{1} - \mathbf{b}))$	(3.13)
	$\phi - \phi_o = \mathbf{b} : \boldsymbol{\varepsilon} + (1 - \varphi_{inc}) \Gamma (\delta P^{eq} - \delta p^\ell - \delta_n \pi^g)$	(3.38)
argilite échelle macro défaut d'interfaces	$\delta\boldsymbol{\sigma} = \mathbb{C}^{hom} : \boldsymbol{\varepsilon}$ $-\omega (\delta P^{eq} \mathbf{b} + \delta p^\ell (\mathbf{1} - \mathbf{b}) + \delta_n \pi^g (\mathbf{1} - \mathbf{b})) - (1 - \omega) \delta (\gamma p^\ell + (1 - \gamma) p^g) \mathbf{1}$	(5.41)

TAB. 5.1 – Tableau récapitulatif des principaux résultats obtenus lors des différentes étapes d'homogénéisation.

### Etat initial

Dans son état naturel, l'argilite est complètement saturée et subit un chargement macroscopique de compression  $\sigma_v = -12MPa$ . Il est raisonnable de penser que toutes les interfaces sont parfaites sous ce chargement. La pression de pore initiale est de  $5MPa$ . Pour le comportement saturé à l'état initial, il est inutile de connaître le tenseur de Biot  $\mathbf{B}$ , ainsi que le coefficient  $\Gamma$ , puisqu'ils n'interviennent pas dans les équations d'état ( $\delta P^{eq} = \delta p^\ell$ ). En effet, compte tenu du fait que la pression de liquide est la même dans la nanoporosité et dans la microporosité, une variation de pression de liquide sollicite les feuillets selon un chargement isotrope. Or ces feuillets sont incompressibles : l'argilite se comporte donc comme un matériau de coefficient de Biot apparent égal à 1. Par ailleurs, ce chargement isotrope sur les feuillets incompressibles n'entraîne pas de changement de géométrie de la microstructure : tout se passe comme si le volume de la porosité était insensible à la pression de liquide. Ce résultat est obtenu à partir de la modélisation double porosité et diffère grandement des déductions obtenues à partir du modèle simple porosité. Le choix du modèle change radicalement notre compréhension du comportement mécanique de l'argilite. Il est crucial de choisir un modèle qui est spécifiquement adapté à l'argilite !

### Forage d'une galerie

Le creusement d'une galerie souterraine au sein d'un massif de sol induit des mouvements de ce massif qui tendent à refermer la galerie. Ce phénomène de "convergence" est provoqué par la décompression du terrain environnant. On sait que le calcul élastique sous-estime considérablement la valeur de la convergence de la galerie. Il est nécessaire de prendre en compte le comportement plastique du sol pour évaluer correctement la convergence de la galerie. Ici, on réalise une étude qualitative. On retient donc que l'argilite autour de la galerie subit une

	Double porosité			Simple porosité		
<b>Etat naturel</b>						
succion	$\delta\sigma = -\delta p^\ell$ $\phi - \phi_o = 0$ $\langle \frac{\delta h}{h_o} \rangle = 0$	$\geq 0$ $= 0$	$\geq$ $\geq$	$\delta\sigma = -b\delta p^\ell$ $\phi - \phi_o = (1 - \varphi_{inc})\Gamma\delta p^\ell$	$\geq 0$ $\leq 0$	
<b>Séchage après creusement galerie</b>						
séchage	$\delta\sigma = -\omega(b\delta P^{eq} + (1-b)\delta p^\ell + (1-b)\delta_n\pi^g)$ $-(1-\omega)\delta(\gamma p^\ell + (1-\gamma)p^g)$	$\geq 0$	?	$\delta\sigma = -b\delta P^{eq}$	$\geq 0$	
<b>Simplification du séchage après creusement galerie</b>						
zone 1	$\delta\sigma = -\omega^d(b\delta P^{eq} + (1-b)\delta p^\ell + (1-b)\delta_n\pi^g)$	$\geq 0$	?	$\delta\sigma = -b\delta P^{eq}$	$\geq 0$	
zone 2	$\delta\sigma = -(b\delta P^{eq} + (1-b)\delta p^\ell + (1-b)\delta_n\pi^g)$	$\geq 0$	$\geq$	$\delta\sigma = -b\delta P^{eq}$	$\geq 0$	
	$\phi - \phi_o = (1 - \varphi_{inc})\Gamma(\delta P^{eq} - \delta p^\ell - \delta_n\pi^g)$ $f < \frac{\delta h}{h_o} \rangle = -\frac{\Gamma}{1-\varphi}(\delta P^{eq} - \delta p^\ell)$	$\geq 0$ $\leq 0$	$\geq$	$\phi - \phi_o = (1 - \varphi_{inc})\Gamma\delta P^{eq}$	$\leq 0$	
<b>Simplification de l'imbibition consécutive au séchage après creusement galerie</b>						
zone 1	$\delta\sigma = -\omega^d(b\delta P^{eq} + (1-b)\delta p^\ell + (1-b)\delta_n\pi^g)$	$\leq 0$	?	$\delta\sigma = -b\delta P^{eq}$	$\leq 0$	
zone 2'	$\delta\sigma = -\omega^d(b\delta P^{eq} + (1-b)\delta p^\ell + (1-b)\delta_n\pi^g)$	$\leq 0$	?	$\delta\sigma = -b\delta P^{eq}$	$\leq 0$	
zone 3'	$\delta\sigma = -(b\delta P^{eq} + (1-b)\delta p^\ell + (1-b)\delta_n\pi^g)$	$\leq 0$	$\leq$	$\delta\sigma = -b\delta P^{eq}$	$\leq 0$	
	$\phi - \phi_o = (1 - \varphi_{inc})\Gamma(\delta P^{eq} - \delta p^\ell - \delta_n\pi^g)$ $f < \frac{\delta h}{h_o} \rangle = -\frac{\Gamma}{1-\varphi}(\delta P^{eq} - \delta p^\ell)$	$\leq 0$ $\geq 0$	$\leq$	$\phi - \phi_o = (1 - \varphi_{inc})\Gamma\delta P^{eq}$	$\geq 0$	
<b>Après re-saturation total</b>						
succion	$\delta\sigma = -\delta p^\ell$	$\geq 0$	$\geq$	$\delta\sigma = -b\delta p^\ell$	$\geq 0$	

TAB. 5.2 – Comparaison entre les modèles à simple et double porosité des phénomènes de succion, de séchage et d'imbibition, à déformation macroscopique nulle.

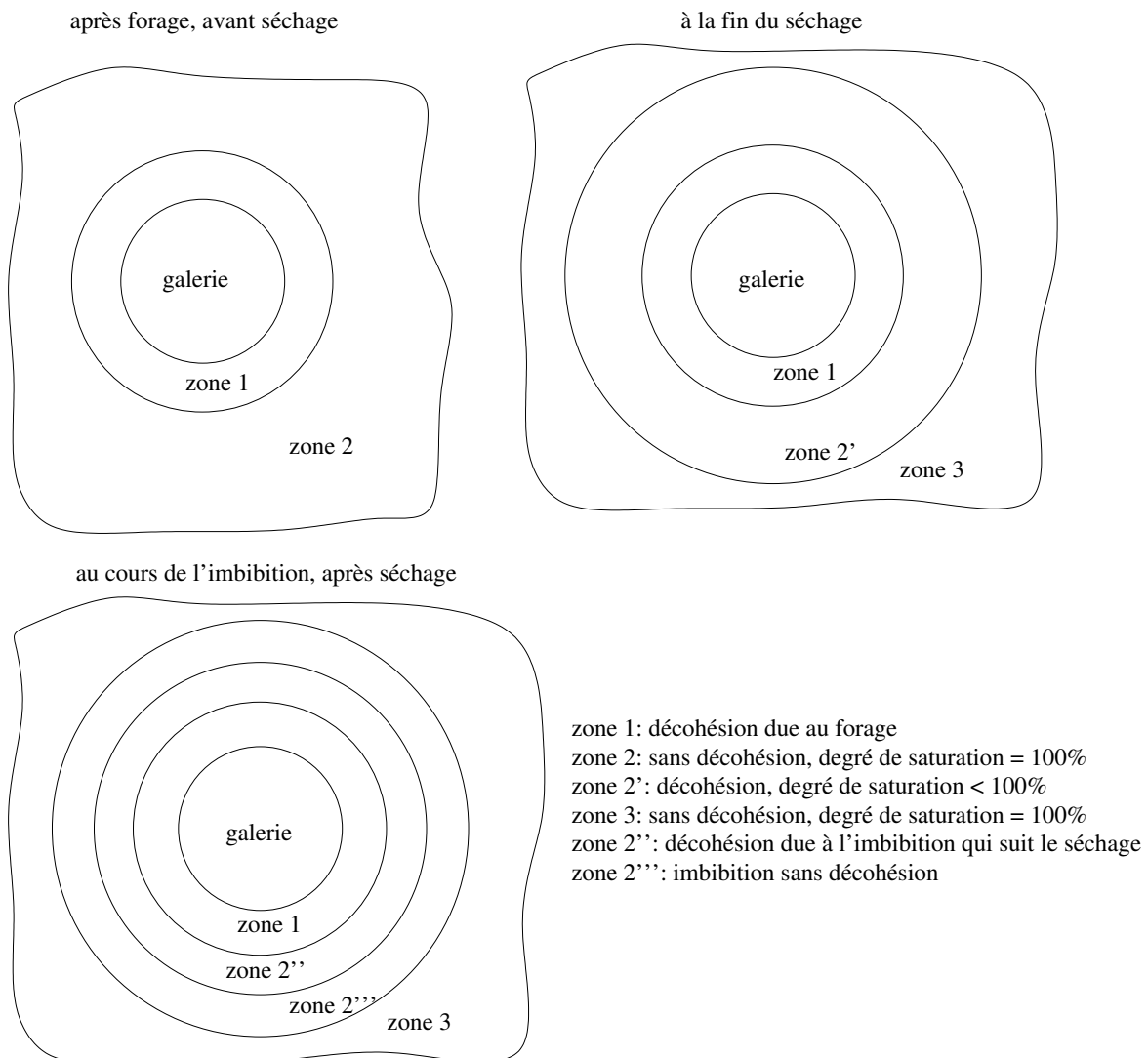


FIG. 5.5 – Représentation schématique des différentes zones autour de la galerie.

redistribution de contrainte qui concrètement s'apparente à une décharge  $\delta\sigma_m \leq 0$ .

On s'attend donc à une décohésion de la matrice argileuse par rapport aux inclusions, entraînant l'apparition d'une mésoporosité. On a vu que cela a pour effet de réduire par un peu plus de 2 le terme de couplage. On peut considérer, dans une première approximation "binaire", que dans une zone proche de la galerie (zone 1), il y a décohésion totale, et dans une zone loin de la galerie (zone 2), il y a toujours adhérence parfaite.

Cette décohésion a pour effet d'augmenter les perméabilités à l'eau et au gaz. Elle a donc pour effet d'augmenter la cinétique des phénomènes de séchage et d'imbibition. La mise en place d'une paroi pour limiter la convergence apparaît comme une solution pour limiter cette décohésion qui rend l'argilite plus perméable que dans son état initial.

### Séchage

Pour simplifier, on sépare séquentiellement la convergence et le séchage : on suppose que la convergence est finie et a engendré une zone 1 de décohésion quand le séchage débute. On considère également que la paroi de la galerie est fixe et que l'on considère donc une déformation macroscopique nulle.

Dès le début du séchage, les mésopores vont se désaturer instantanément. La pression de gaz dans les mésopores est alors constante, égale à la pression atmosphérique ( $\delta p^g = 0$  et  $p^g = p_{atm}^g$ ). Dans la zone 2, le séchage entraîne une contrainte de traction dans l'argilite, plus importante que si l'on avait modélisé l'argilite comme un milieu à simple porosité. Dans la zone 1, il est difficile de comparer l'amplitude de la traction dans l'argilite avec celle d'un milieu à simple porosité équivalent : en effet, le terme de séchage tend à augmenter l'amplitude de la traction, mais le terme dû à la décohésion  $\omega^d$  tend à le diminuer. Dans les deux zones, le volume poreux dans la matrice argileuse augmente et parallèlement, de façon cohérente, les feuilletts se rapprochent au sein des particules. Si l'on avait modélisé l'argilite comme un matériau à simple porosité, on aurait trouvé que le volume poreux diminue ! Le choix de la modélisation intervient ici sur le sens de variation du volume poreux et souligne à nouveau l'importance de choisir un modèle qui corresponde spécifiquement à l'argilite. A la fin du séchage, on distingue, par une approche binaire, une couronne "zone 2'" dont le degré de saturation est inférieur à 100% et une zone 3' dont le degré de saturation est de 100%.

### Imbibition

Lorsque les colis de stockage sont mis en place, les galeries sont fermées et le forage bouché. Commence alors le phénomène d'imbibition alimenté par le flux de liquide provenant du massif loin des galeries. Cette imbibition concerne les zones 1 et 2'.

Une imbibition peut engendrer une décohésion entre les inclusions et la matrice argileuse. Cette probabilité est d'autant plus importante que le matériau est dé-saturé. Comme le degré de saturation diminue à mesure que l'on s'approche de la galerie contenant les déchets, on s'attend à ce que la décohésion soit plus probable près de la galerie. On utilise à nouveau l'approximation selon laquelle la décohésion est soit totale, soit nulle. Selon cette schématisation, on peut donc

diviser, en fin d'imbibition, la zone 2' en deux sous-zones : une zone 2'' attenante à la zone 1 où l'imbibition a engendré une décohésion totale, et une zone 2''' attenante à la zone 3 où la cohésion est restée parfaite, malgré les phénomènes consécutifs de convergence, puis d'imbibition.

### Etat final

Au moment où on atteint la saturation quasi-totale, les mésopores seaturent à leur tour. Cette situation finale est alors caractérisée par les paramètres ( $\delta P^{eq} = \delta p^l$ ,  $\gamma = 1$ ). On observe que l'argilite se comporte, dans son couplage avec le liquide, de la même manière dans son état final que dans son état initial : comme si elle avait un coefficient de Biot apparent égal à 1 et une insensibilité du volume de ses micro-pores aux variations de la pression de liquide. Le tenseur d'élasticité, à l'inverse, est impacté par l'apparition d'une décohésion. Mais la différence cruciale entre l'état "avant forage" et "après forage" ne porte pas sur le comportement mécanique, mais plutôt sur l'augmentation des perméabilités à l'eau et au gaz de l'argilite dans les zones 1 et 2'', du fait de l'apparition d'une mésoporosité. Cette mésoporosité engendrée signifie en effet non seulement une porosité supplémentaire mais surtout une porosité de grand rayon d'accès.

Dans la suite de ce travail, nous nous intéressons précisément aux questions de transport dans l'argilite.

# Chapitre 6

## Annexes

### Sommaire

---

<b>6.1</b>	<b>Mise en œuvre analytique de la théorie de la double couche . . . . .</b>	<b>195</b>
6.1.1	Espace poreux entre deux feuillets ne contenant que des cations . . . . .	195
6.1.2	Espace poreux entre les plaques rempli d'un électrolyte 1 : 1 . . . . .	197
<b>6.2</b>	<b>Formulation de la loi de comportement de la matrice argileuse avec des pores oblates . . . . .</b>	<b>199</b>
6.2.1	Calcul de $s_\ell \rightarrow p_c(s_\ell)$ . . . . .	199
6.2.2	Evaluation de $\overline{\delta(\gamma^{ab}\mathbf{1}_T\delta_{Iab})} : \mathbb{A}$ pour une famille de pores . . . . .	202
6.2.3	Evaluation de $\overline{\delta(\gamma^{ab}\mathbf{1}_T\delta_{Iab})} : \mathbb{A}$ pour un ensemble de familles de pores . . . . .	204
6.2.4	Loi de comportement dans le cas de pores ellipsoïdaux aplatis . . . . .	205
<b>6.3</b>	<b>Vérification de l'hypothèse portant sur le degré de saturation de chaque famille de pores . . . . .</b>	<b>206</b>
<b>6.4</b>	<b>Moyenne des contraintes sur les inclusions dans l'hypothèse d'une adhérence parfaite matrice argileuse/inclusions . . . . .</b>	<b>206</b>

---



## 6.1 Mise en œuvre analytique de la théorie de la double couche

Nous mettons en œuvre la théorie de la double couche pour deux feuillets contenant un électrolyte en équilibre avec les micro-pores, qui jouent le rôle d'un réservoir infini. Nous étudions deux situations : lorsque l'espace poreux entre deux feuillets ne contient que des cations puis lorsqu'il contient un électrolyte 1 : 1.

### 6.1.1 Espace poreux entre deux feuillets ne contenant que des cations

Considérons un espace poreux entre deux feuillets ne contenant que des cations. Cette situation est représentée à la Figure 1.19.

La répartition de la concentration en ions ( $ions/m^3$ ) entre les deux plans résulte de la compétition entre les forces d'attraction et l'entropie des ions. Dans un champ de force en équilibre, elle est donnée par la distribution de Boltzmann :

$$n = n_R e^{-\frac{ze\psi}{kT}} \quad (6.1)$$

où l'indice  $R$  représente un état de référence,  $e$  est la charge électronique d'un ion,  $z$  la valence ionique,  $\psi$  le potentiel électrique,  $T$  la température, et  $k$  la constante de Boltzmann. L'équation de Poisson relie la charge et le Laplacien du potentiel, c'est-à-dire dans le cas unidimensionnel :

$$zen = -\varepsilon\varepsilon_0 \frac{d^2\psi}{dx^2} \quad (6.2)$$

En injectant la concentration en ions  $n$  exprimée par la distribution de Boltzmann (6.1) dans l'équation de Poisson (6.2), on obtient l'équation de Poisson-Boltzmann :

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{zen}{\varepsilon\varepsilon_0} = -\frac{zen_R}{\varepsilon\varepsilon_0} e^{-\frac{ze\psi}{kT}} \quad (6.3)$$

Seules ont un sens physique les variations de potentiel : on peut donc imposer  $\psi(x=0) = 0$  au centre des deux plaques ( $x=0$ ). Notons que cela implique alors nécessairement  $n(x=0) = n_R$  dans ce plan médian, et donc que le plan médian est en fait choisi pour être l'état de référence. On adopte donc dans la suite la notation  $n_R = n_C$ . Remarquons que des considérations de symétrie indiquent que  $\left(\frac{d\psi}{dx}\right)_{x=0} = 0$ .

### Résolution

On doit maintenant résoudre l'équation de Poisson-Boltzmann. On trouve :

$$\psi(h, \sigma, x) = \psi_0 \ln(\cos^2(Kx)) = \frac{kT}{ze} \ln(\cos^2(Kx)) \quad (6.4)$$



où  $h$  est la distance séparant les deux surfaces chargées négativement,  $\sigma$  la densité surfacique de charge sur chaque surface, et  $K$  une constante exprimée par l'égalité :

$$K^2(h, \sigma) = \frac{z^2 e^2 n_C}{2 \varepsilon \varepsilon_0 k T} \quad (6.5)$$

Le profil de distribution des cations est ensuite déduit par la distribution de Boltzmann (6.1) :

$$n(h, \sigma, x) = \frac{n_C}{\cos^2(Kx)} \quad (6.6)$$

De part la définition de la densité surfacique de charges  $\sigma$ , la condition d'électroneutralité s'écrit :

$$\sigma = - \int_0^{h/2} z e n dx \quad \text{i.e.} \quad \sigma = \varepsilon \varepsilon_0 \left( \frac{d\psi}{dx} \right)_{x=\frac{h}{2}} \quad (6.7)$$

En dérivant l'expression du potentiel (6.4) et en utilisant ensuite la condition d'électroneutralité (6.7), on obtient une équation qui permet la détermination de la constante  $K$  :

$$\frac{\sigma}{\varepsilon \varepsilon_0} = - \frac{2kTK}{ze} \tan \left( \frac{Kh}{2} \right) \quad (6.8)$$

Notons que dans l'hypothèse où  $\frac{\sigma z e h}{4kT \varepsilon \varepsilon_0} \gg 1$ , le développement limité au premier ordre en  $u$  :

$$u \tan u = \frac{\pi}{2 \left( \frac{\pi}{2} - u \right)} - 1 + O\left(\frac{\pi}{2} - u\right) \quad (6.9)$$

donne une expression analytique pour  $K$  :

$$K(h, \sigma) = \frac{\frac{\sigma z e h}{4kT \varepsilon \varepsilon_0} \pi}{h \left( \frac{\sigma z e h}{4kT \varepsilon \varepsilon_0} - 1 \right)} \quad (6.10)$$

L'égalité (6.5) fournit ensuite la concentration en ions  $n_C$ , ce qui achève de résoudre le problème.

### Surpression osmotique

La loi de van't Hoff fournit une expression pour la pression osmotique d'une solution idéale très diluée :

$$\pi V = RT f_s \quad (6.11)$$

où  $f_s$  est la fraction molaire du soluté. On remarque l'analogie avec la loi des gaz parfaits :  $PV = nRT$  où  $n$  est le nombre de moles de gaz.

La pression répulsive  $\pi^g$  exercée sur les feuillets peut être exprimée comme la différence entre la pression osmotique dans le plan médian entre les deux feuillets et la pression osmotique dans l'électrolyte dans lequel sont plongés les feuillets :

$$\pi^g(h, \sigma) = kT (n(h, x=0) - n(\infty, x=0)) = kT n_C \quad (6.12)$$

i.e.

$$\pi^g(h, \sigma) = 2\varepsilon\varepsilon_0 \left(\frac{kT}{ze}\right)^2 K^2(h, \sigma) \quad (6.13)$$

avec  $n(\infty, x = 0) = 0$ , puisque, dans le cas présent, il n'y a pas d'ions dans l'électrolyte dans lequel sont plongées des deux plaques chargées. Cette pression  $\pi^g$  est la surpression osmotique.

Avec l'analogie des gaz parfaits en tête, la surpression osmotique correspond à la pression engendré par le "gaz" constitué des cations situés entre les feuillets.

### 6.1.2 Espace poreux entre les plaques rempli d'un électrolyte 1 : 1

Considérons à présent un électrolyte contenant déjà des ions. On se restreint ici aux ions monovalents.

Toutes les équations fondamentales présentées précédemment restent valables pour un électrolyte 1 : 1 contenant deux types d'ions, de valence +1 et -1. L'état de référence est cette fois choisi comme étant l'état de l'électrolyte dans lequel sont plongées les plaques chargées, c'est-à-dire l'état de l'électrolyte dans le réseau poreux inter-particulaire. On remplace la notation  $n_R$  par la notation  $n_M$ , pour faire référence à l'état dans les micro-pores.

L'Equation 6.1 décrivant la distribution de Boltzmann de la concentration en ions devient :

$$\begin{cases} n^+ = n_M e^{-\frac{ze\psi}{kT}} \\ n^- = n_M e^{\frac{ze\psi}{kT}} \end{cases} \quad (6.14)$$

où  $n_M$  est donc la concentration en ions dans les micropores. L'équation de Poisson (6.2) devient :

$$-\varepsilon\varepsilon_0 \frac{d^2\psi}{dx^2} = zen_M e^{-\frac{ze\psi}{kT}} + z(-e)n_M e^{\frac{ze\psi}{kT}} \quad (6.15)$$

soit :

$$\varepsilon\varepsilon_0 \frac{d^2\psi}{dx^2} = 4zen_M \sinh \frac{ze\psi}{2kT} \cosh \frac{ze\psi}{2kT} \quad (6.16)$$

On appelle  $h$  la distance entre les deux plaques chargées et on repère par l'abscisse  $x = 0$  le plan médian entre les deux plaques. La multiplication par  $\frac{d\psi}{dx}$ , puis l'intégration avec les conditions aux limites  $\psi(x = 0) = \psi_C$  et  $\frac{d\psi}{dx}(x = 0) = 0$  donnent :

$$\varepsilon\varepsilon_0 \frac{1}{2} \left(\frac{d\psi}{dx}\right)^2 = 4kTn_M \left( \sinh^2 \frac{ze\psi}{2kT} - \sinh^2 \frac{ze\psi_C}{2kT} \right) \quad (6.17)$$

soit :

$$\frac{d\psi}{dx} = -\sqrt{\frac{8kTn_M}{\varepsilon\varepsilon_0}} \sqrt{\sinh^2 \frac{ze\psi}{2kT} - \sinh^2 \frac{ze\psi_C}{2kT}} \quad (6.18)$$

#### Résolution dans le cas général

L'équation précédente (6.18) peut se ré-écrire ainsi :

$$\frac{d\psi}{dx} = \sqrt{\frac{4kTn_M}{\varepsilon\varepsilon_0}} \sqrt{\cosh \frac{ze\psi}{kT} - \cosh \frac{ze\psi_C}{kT}} \quad (6.19)$$

L'intégration de cette équation mène à :

$$\int_{\psi=\psi_c}^{\psi(x)} \frac{d\psi}{\sqrt{\cosh \frac{ze\psi}{kT} - \cosh \frac{ze\psi_C}{kT}}} = \sqrt{\frac{4kTn_M}{\varepsilon\varepsilon_0}} x \quad (6.20)$$

l'inconnue  $\psi_C$  étant déterminée grâce à l'égalité (6.7) qui traduit les conditions d'électronéutralité pour le système "plaques + électrolyte entre les plaques" :

$$\sqrt{\frac{4kTn_M}{\varepsilon\varepsilon_0}} \sqrt{\cosh \frac{ze\psi(x=\frac{h}{2})}{kT} - \cosh \frac{ze\psi_C}{kT}} = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} \quad (6.21)$$

**Résolution sous l'hypothèse**  $|\frac{ze}{kT}\psi(x)| \gg 1$

Considérons l'hypothèse selon laquelle  $|\frac{ze}{kT}\psi(x)| \gg 1$  (avec  $\psi(x) < 0$ ). On considère alors l'approximation suivante pour l'équation de Poisson-Boltzmann :

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{zen_M}{\varepsilon\varepsilon_0} e^{-\frac{ze}{kT}\psi} \quad (6.22)$$

puis une approximation de l'Equation 6.18 :

$$\frac{d\psi}{dx} = -\sqrt{\frac{2kTn_M}{\varepsilon\varepsilon_0}} e^{-\frac{ze\psi_C}{2kT}} \sqrt{e^{-\frac{ze(\psi-\psi_C)}{kT}} - 1} \quad (6.23)$$

Finalement, le potentiel électrostatique est donné par l'égalité :

$$\psi(h, \sigma, x) = \psi_C + \frac{kT}{ze} \ln(\cos^2(K_{1:1}x)) \quad (6.24)$$

avec :

$$K_{1:1}^2(h, \sigma) = \frac{z^2 e^2 n_M}{2\varepsilon\varepsilon_0 kT} e^{-\frac{ze\psi_C}{kT}} \quad (6.25)$$

La condition d'électronéutralité de l'ensemble "plaques + électrolyte entre les plaques" (6.7) permet la détermination de  $K_{1:1}$  :

$$\frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} = -2 \frac{kT}{ze} K_{1:1} \tan(K_{1:1} \frac{h}{2}) \quad (6.26)$$

Avec l'hypothèse supplémentaire  $\frac{\sigma z e h}{4kT\varepsilon\varepsilon_0} \gg 1$  permettant un développement limité de la fonction  $u \rightarrow u \tan u$ , on trouve une expression analytique pour la constante  $K_{1:1}$  :

$$K_{1:1}^2(h, \sigma) = \frac{\frac{\sigma z e h}{4kT\varepsilon\varepsilon_0} \pi}{h(\frac{\sigma z e h}{4kT\varepsilon\varepsilon_0} - 1)} \quad (6.27)$$

et  $\psi_C$  peut être alors déterminé à partir de l'égalité (6.25).

### Surpression osmotique

La pression répulsive qui s'exerce sur les plaques, c'est-à-dire la surpression osmotique, est définie par à nouveau pour la différence entre la pression osmotique dans le plan médian entre les deux feuillets et la pression osmotique dans l'électrolyte dans lequel sont plongés les feuillets :

$$\begin{aligned}\pi^g(h, \sigma) &= kT [(n^+(h, \sigma, x = 0) - n^+(\infty, \sigma, x = 0)) + (n^-(h, \sigma, x = 0) - n^-(\infty, \sigma, x = 0))] \\ &= kT [(n^+(h, \sigma, x = 0) - n_M) + (n^-(h, \sigma, x = 0) - n_M)]\end{aligned}\quad (6.28)$$

Avec l'analogie des gaz parfaits en tête, la surpression osmotique s'interprète comme la différence entre la pression du "gaz" engendré par les cations et anions dans l'électrolyte entre les feuillets chargés et la pression du "gaz" engendré par les cations et anions situés dans les micro-pores. En utilisant l'expression de  $n^+$  et  $n^-$  tirée de (6.14) et l'égalité trigonométrique  $e^x - e^{-x} = 2 \sinh(x)$ , on trouve finalement :

$$\pi^g(h, \sigma) = 4kTn_M \left( \sinh \frac{ze\psi_C}{2kT} \right)^2 = 2kTn_M \left( \cosh \frac{ze\psi_C}{kT} - 1 \right) \quad (6.29)$$

Dans le cas particulier de l'hypothèse  $|\frac{ze}{kT}\psi(x)| \gg 1$  (avec  $\psi_C < 0$ ) et avec l'utilisation de l'égalité (6.25) afin extraire une expression pour  $e^{-\frac{ze\psi_C}{kT}}$ , on obtient une approximation pour la surpression osmotique :

$$\pi^g(h, \sigma) \approx 2\varepsilon\varepsilon_0 \left( \frac{kT}{ze} \right)^2 K_{1:1}^2(h, \sigma) \quad (6.30)$$

Dans le cadre de cette hypothèse, on observe une expression similaire selon que l'on considère un électrolyte dans les micropores ne contenant aucun ion (6.13) ou contenant des ions (6.30).

## 6.2 Formulation de la loi de comportement de la matrice argileuse avec des pores oblates

La loi de comportement mésoscopique de la matrice argileuse de l'argilite est donnée, dans le cas de micro-pores oblates par :

$$\delta\Sigma = \mathbb{C}_{ac} : \mathbf{E} - \delta p^\ell (\mathbf{1} - \mathbf{B}) - \delta \bar{p} \mathbf{B} - \delta_n \pi^g (\mathbf{1} - \mathbf{B}) + \delta(\overline{\gamma^{ab} \mathbf{1}_T \delta_{Iab}}) : \mathbb{A} \quad (6.31)$$

où on rappelle que  $\bar{p} = s_\ell p^\ell + (1 - s_\ell) p^g = p^g - s_\ell p_c(s_\ell)$ .

### 6.2.1 Calcul de $s_\ell \rightarrow p_c(s_\ell)$

Calculons la courbe de pression capillaire d'un pore oblate. L'équation d'un pore oblate est donnée par :

$$\frac{r^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (6.32)$$

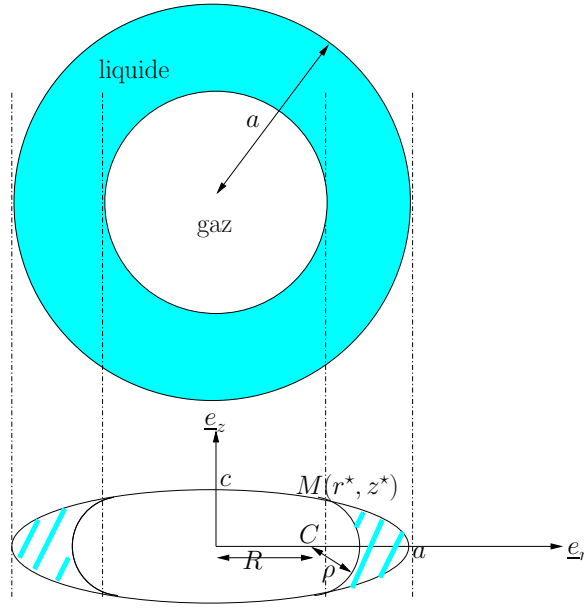


FIG. 6.1 – Pore oblate.

La normale unité à l'ellipsoïde  $\underline{n}$  s'écrit :

$$\underline{n} = \frac{\frac{r}{a^2}\underline{e}_r + \frac{z}{c^2}\underline{e}_z}{\sqrt{\frac{r^2}{a^4} + \frac{z^2}{c^4}}} \quad (6.33)$$

Le centre du ménisque sphérique  $C(R, 0)$  est tel que  $\underline{CM}_*$  et  $\underline{n}$  sont parallèles :

$$\underline{CM}_* \times \underline{n} = ((r^* - R)\underline{e}_r + z^*\underline{e}_z) \times \frac{\frac{r^*}{a^2}\underline{e}_r + \frac{z^*}{c^2}\underline{e}_z}{\sqrt{\frac{r^{*2}}{a^4} + \frac{z^{*2}}{c^4}}} = 0 \quad (6.34)$$

Des calculs immédiats permettent d'obtenir les coordonnées du centre du ménisque :

$$R = r^* \left[ 1 - \left( \frac{c}{a} \right)^2 \right] = r^* [1 - \alpha^2] \quad (6.35)$$

ainsi que le rayon du ménisque  $\rho$  :

$$\rho = |\underline{CM}| = \sqrt{(r^* - R)^2 + z^{*2}} = c \sqrt{1 + \left( \frac{r^*}{a} \right)^2 [\alpha^2 - 1]} \quad (6.36)$$

Le ménisque ayant des rayons de courbure principaux de valeur  $\rho$  et  $+\infty$ , la pression capillaire  $p_c$  est reliée à  $\rho$  par la loi de Laplace :

$$p_c = \frac{p_c^{crit}}{\sqrt{1 + \left( \frac{r^*}{a} \right)^2 [\alpha^2 - 1]}} \quad (6.37)$$

où  $p_c^{crit} = \gamma^{\ell g}/c$ . Comme on cherche à déterminer la courbe de pression capillaire  $p_c = p_c(s_\ell)$ , on veut maintenant exprimer le degré de saturation  $s_\ell$  comme une fonction de  $r^*/a$ . Pour ce faire, on cherche à déterminer le volume de liquide délimité par le ménisque sphérique et l'ellipsoïde. Le volume du solide formé par rotation autour de l'axe  $z$  de l'aire comprise entre la courbe décrite par la fonction  $f(z)$  et l'axe  $z$  entre les coordonnées  $z = z_1$  et  $z = z_2$  est donné par :

$$V = \pi \int_{z_1}^{z_2} f^2(z) dz \quad (6.38)$$

Notons  $V_1$  le volume délimité par l'ellipsoïde et les plans  $z = 0$  et  $z = z^*$ , pour lequel la fonction  $f(z)$  est donnée par :  $a\sqrt{1 - \left(\frac{z}{c}\right)^2}$ . On trouve :

$$V_1 = \pi a^2 \left[ z^* - \frac{z^{*3}}{3c^2} \right] = \frac{1}{3} \pi a^2 c \sqrt{1 - \left(\frac{r^*}{a}\right)^2} \left[ 2 + \left(\frac{r^*}{a}\right)^2 \right] \quad (6.39)$$

Si  $V_2$  est le volume délimité par le ménisque sphérique et les plans  $z = 0$  et  $z = z^*$ , pour lequel  $f(z) = R + \sqrt{\rho^2 - z^2}$ , on obtient :

$$V_2 = \pi \left[ \rho^2 z^* - \frac{1}{3} z^{*3} + R z^* \sqrt{\rho^2 - z^{*2}} + R \rho^2 \arctan \frac{z^*}{\sqrt{\rho^2 - z^{*2}}} + R^2 z^* \right] \quad (6.40)$$

Le volume de la phase liquide est donné par l'expression  $2(V_1 - V_2)$ , ce qui conduit au degré de saturation  $s_\ell$  suivant :

$$s_\ell = \frac{2(V_1 - V_2)}{\frac{4}{3} \pi a^2 c} \quad (6.41)$$

L'hypothèse selon laquelle  $\alpha = c/a \ll 1$  conduit à des simplifications pour l'expression du degré de saturation  $s_\ell$  et de la pression capillaire :

$$s_\ell = \left( \sqrt{1 - \left(\frac{r^*}{a}\right)^2} \right)^3 - \frac{3}{4} \pi \frac{r^*}{a} \left( 1 - \left(\frac{r^*}{a}\right)^2 \right) \alpha \quad ; \quad p_c = \frac{p_c^{crit}}{\sqrt{1 - \left(\frac{r^*}{a}\right)^2}} \quad (6.42)$$

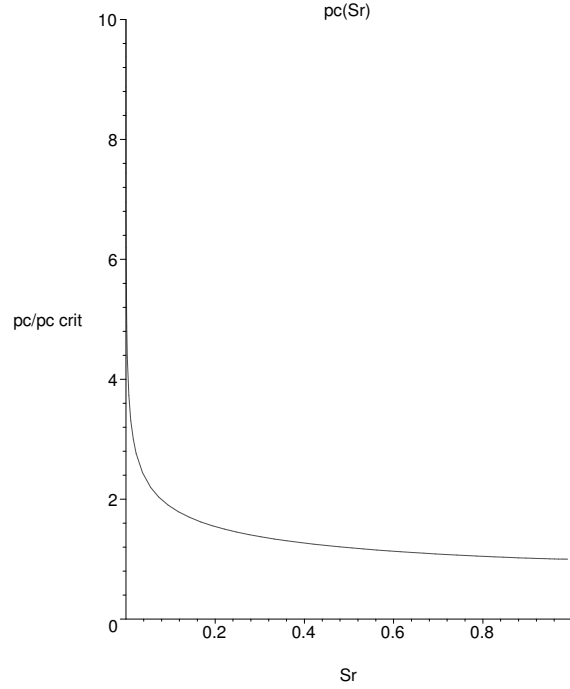
Notons les expressions exactes pour les valeurs asymptotiques de  $p_c$  et  $s_\ell$  :

$$s_\ell = 1 - \frac{3}{4} \pi \frac{r^*}{a} \alpha + o\left(\left(\frac{r^*}{a}\right)^2\right) \quad ; \quad \lim_{r^*/a \rightarrow 0} p_c = p_c^{crit} \quad (6.43)$$

et

$$\lim_{r^*/a \rightarrow 1} s_\ell = 0 \quad ; \quad \lim_{r^*/a \rightarrow 1} p_c = \frac{p_c^{crit}}{\alpha} \quad (6.44)$$

La Figure 6.2 représente la courbe de pression capillaire  $p_c = p_c(s_\ell)$ . Remarquons que la pression capillaire  $p_c$  est très grande pour les faibles valeurs du degré de saturation  $s_\ell$ .

FIG. 6.2 –  $p_c(s_\ell)$  pour  $\alpha = 0.1$ 

### 6.2.2 Evaluation de $\overline{\delta(\gamma^{ab}\mathbf{1}_T\delta_{Iab})} : \mathbb{A}$ pour une famille de pores

On cherche à présent à évaluer la quantité  $\overline{(\gamma^{ab}\mathbf{1}_T\delta_{Iab})} : \mathbb{A}$ , apparaissant dans l'Equation (6.31). On note  $\omega_{ab}^+$  l'interface entre les phases  $a$  et  $b$  dans le domaine  $z > 0$ . Le terme de contrainte de membrane prend la forme :

$$\overline{(\gamma^{ab}\mathbf{1}_T\delta_{Iab})} : \mathbb{A} = \frac{2\gamma^{ab}\mathcal{N}}{\Omega} \left( \int_{\omega_{ab}^+} \mathbf{1}_T dS \right) : \mathbb{A} = \varphi \sum_{ab} \mathbf{\Gamma}_{ab} : \mathbb{A} = \varphi \mathbf{\Gamma} : \mathbb{A} \quad (6.45)$$

où  $\mathcal{N}$  représente le nombre de pores dans le *rev*  $\Omega$ , si bien que la porosité totale est  $\varphi = \frac{V_p\mathcal{N}}{\Omega}$ , avec  $V_p = \frac{4\pi a^2 c}{3}$  le volume d'un pore seul, tandis que  $\mathbf{\Gamma}_{ab}$  apparaît comme la contrainte de membrane mésoscopique :

$$\mathbf{\Gamma}_{ab} = \frac{2\gamma^{ab}}{V_p} \int_{\omega_{ab}^+} \mathbf{1}_T dS \quad (6.46)$$

Déterminons cette contrainte de membrane  $\mathbf{\Gamma}_{ab}$ . L'orientation des micro-pores étant supposée répartie uniformément, la symétrie du problème implique que  $\mathbf{\Gamma}_{ab}$  est un tenseur isotrope transverse :

$$\mathbf{\Gamma}_{ab} = G_{ab} (\underline{e}_z \otimes \underline{e}_z + \lambda_{ab} (\underline{e}_r \otimes \underline{e}_r + \underline{e}_\theta \otimes \underline{e}_\theta)) \quad (6.47)$$

La fonction "trace" fournit l'égalité :

$$G_{ab}(1 + 2\lambda_{ab}) = \frac{4\gamma^{ab}|\omega_{ab}^+|}{V_p} \quad \text{avec} \quad |\omega_{ab}^+| = \int_{\omega_{ab}^+} dS \quad (6.48)$$

Calculons dans un premier temps le terme  $G_{ab}$ . Notons  $\underline{t}$  le vecteur unité tangente aux interfaces dans le plan normal à  $\underline{e}_\theta$ . Pour les interfaces solide-gaz et solide-liquide pour  $z > 0$ ,  $\underline{t}$  s'écrit :

$$\underline{t} = \frac{-\frac{z}{c^2}\underline{e}_r + \frac{r}{a^2}\underline{e}_z}{\sqrt{\frac{r^2}{a^4} + \frac{z^2}{c^4}}} \quad (6.49)$$

et pour l'interface liquide-gaz,  $\underline{t}$  devient :

$$\underline{t} = -\sin \delta \underline{e}_r + \cos \delta \underline{e}_z \quad (6.50)$$

Le tenseur identité  $\mathbf{1}_T$  du plan tangent à l'interface est :

$$\mathbf{1}_T = \underline{t} \otimes \underline{t} + \underline{e}_\theta \otimes \underline{e}_\theta \quad (6.51)$$

En observant que  $G_{ab} = \underline{e}_z \cdot \mathbf{\Gamma}_{ab} \cdot \underline{e}_z$ , on obtient :

$$G_{ab} = \frac{2\gamma^{ab}}{V_p} \int_{\omega_{ab}^+} (\underline{t} \cdot \underline{e}_z)^2 dS \quad (6.52)$$

où :

$$\int_{\omega_{sg}^+} (\underline{t} \cdot \underline{e}_z)^2 dS = \int_{z^*}^c \left( \frac{\frac{r}{a^2}}{\sqrt{\frac{r^2}{a^4} + \frac{z^2}{c^4}}} \right)^2 2\pi r(z) \sqrt{1 + [r'(z)]^2} dz \quad (6.53)$$

$$\int_{\omega_{sl}^+} (\underline{t} \cdot \underline{e}_z)^2 dS = \int_0^{z^*} \left( \frac{\frac{r}{a^2}}{\sqrt{\frac{r^2}{a^4} + \frac{z^2}{c^4}}} \right)^2 2\pi r(z) \sqrt{1 + [r'(z)]^2} dz \quad (6.54)$$

avec  $r(z) = a\sqrt{1 - (\frac{z}{c})^2}$  et :

$$\int_{\omega_{lg}^+} (\underline{t} \cdot \underline{e}_z)^2 dS = \int_0^\eta (\cos \delta)^2 2\pi \rho (\rho \cos \delta) d\delta \quad (6.55)$$

Après quelques calculs, avec  $u^* = r^*/a$ , on trouve :

$$\begin{cases} G_{sg} = -\frac{3}{2} \frac{\gamma^{sg}}{c} (u_*^2 + \ln(1 - u_*^2)) \alpha^2 + O(\alpha^4) \\ G_{sl} = \frac{3}{2} \frac{\gamma^{sl}}{c} \left( u_*^2 - 1 + \ln(1 - u_*^2) + \ln \frac{4}{\alpha^2} \right) \alpha^2 + O(\alpha^4) \\ G_{lg} = 2 \frac{\gamma^{lg}}{c} (1 - u_*^2) \alpha^2 + O(\alpha^4) \end{cases} \quad (6.56)$$

Parallèlement, on a :

$$\begin{cases} \int_{\omega_{sg}^+} dS = \pi a^2 u_*^2 + O(\alpha) \\ \int_{\omega_{sl}^+} dS = 2\pi a^2 (1 - u_*^2) \alpha^2 + O(\alpha^4) \\ \int_{\omega_{sl}^+} dS = \pi a^2 (1 - u_*^2) + O(\alpha) \end{cases} \quad (6.57)$$



En combinant les Equations 6.48 et 6.57 avec les égalités (6.56), on trouve :

$$\begin{cases} 2G_{sg}\lambda_{sg} = \frac{3\gamma^{sg}}{c}u_{\star}^2 \\ 2G_{sl}\lambda_{sl} = \frac{3\gamma^{sl}}{c}(1-u_{\star}^2) \\ 2G_{lg}\lambda_{lg} = \frac{4\gamma^{lg}}{c}(1-u_{\star}^2)\alpha^2 \end{cases} \quad (6.58)$$

Finalement, on peut exprimer les tenseur  $\Gamma_{ab}$  :

$$\begin{cases} \Gamma_{sg} = \frac{3}{2}\frac{\gamma^{sg}}{c}u_{\star}^2(\underline{e}_r \otimes \underline{e}_r + \underline{e}_\theta \otimes \underline{e}_\theta) \\ \Gamma_{sl} = \frac{3}{2}\frac{\gamma^{sl}}{c}(1-u_{\star}^2)(\underline{e}_r \otimes \underline{e}_r + \underline{e}_\theta \otimes \underline{e}_\theta) \\ \Gamma_{lg} = \frac{2\gamma^{lg}}{c}(1-u_{\star}^2)\alpha^2 \mathbf{1} \end{cases} \quad (6.59)$$

dont l'addition donne :

$$\mathbf{\Gamma} \approx G(u_{\star}) (\mathbf{1} - \underline{e}_z \otimes \underline{e}_z) \quad \text{avec} \quad G(u_{\star}) = \frac{3}{2c} \left( (\gamma^{sg} - \gamma^{sl})u_{\star}^2 + \gamma^{sl} \right) \quad (6.60)$$

Notons que :

$$\lim_{s_{\ell} \rightarrow 0} G(s_{\ell}) = \lim_{u_{\star} \rightarrow 1} G(u_{\star}) = \frac{3}{2c}\gamma^{sg} \quad ; \quad \lim_{s_{\ell} \rightarrow 1} G(s_{\ell}) = \lim_{u_{\star} \rightarrow 0} G(u_{\star}) = \frac{3}{2c}\gamma^{sl} \quad (6.61)$$

Le fait que la tension superficielle qui intervient dans l'expression  $\lim_{s_{\ell} \rightarrow 0} G(s_{\ell})$  (resp.  $\lim_{s_{\ell} \rightarrow 1} G(s_{\ell})$ ) est  $\gamma^{sg}$  (resp.  $\gamma^{sl}$ ) est tout à fait cohérent avec le fait que les pores sont principalement rempli de gaz (resp. de liquide) quand  $s_{\ell} \rightarrow 0$  (resp.  $s_{\ell} \rightarrow 1$ ).

### 6.2.3 Evaluation de $\overline{\delta(\gamma^{ab}\mathbf{1}_T\delta_{Iab})} : \mathbb{A}$ pour un ensemble de familles de pores

On étudie à présent un ensemble de familles de pores. Les micro-pores ellipsoïdaux aplatis sont considérés uniformément répartis dans toutes les orientations, et leur demi grand axe est constant. La distribution des demi petit axe est donnée par  $\alpha^m$ .

La quantité  $\overline{(\gamma^{ab}\mathbf{1}_T\delta_{Iab})} : \mathbb{A}$ , apparaissant dans l'Equation (6.31), se ré-écrit :

$$\overline{(\gamma^{ab}\mathbf{1}_T\delta_{Iab})} : \mathbb{A} = \frac{2\gamma^{ab}}{\Omega} \int_c \mathcal{N}(c)dc < \left( \int_{\omega_{ab}^+(c)} \mathbf{1}_T dS \right) > : \mathbb{A} \quad (6.62)$$

avec  $\mathcal{N}(c)dc = \frac{(\Omega\varphi)\alpha^m(c)dc}{V_p(c)}$  le "nombre" de pores dont le demi petit axe est situé entre  $c$  et  $c + dc$ .  $\alpha^m$  est la distribution de taille des vides illustrée à la Figure 1.8, interprétée comme la distribution du demi petit axe des ellipsoïdes de demi grand axe constant. On obtient donc :

$$\overline{(\gamma^{ab}\mathbf{1}_T\delta_{Iab})} : \mathbb{A} = \varphi \int_c \alpha^m(c)dc < \sum_{ab} \mathbf{\Gamma}_{ab}(c) > : \mathbb{A} \quad (6.63)$$

où le tenseur  $\mathbf{\Gamma}_{ab}(c)$  est donné par l'égalité (6.60).

L'orientation des pores étant uniformément répartie, on trouve :

$$\sum_{ab} \langle \mathbf{\Gamma}_{ab}(c) \rangle = \frac{1}{c} \left( (\gamma^{sg} - \gamma^{sl}) u_{\star}^2(c) + \gamma^{sl} \right) \mathbf{1} \quad (6.64)$$

et finalement :

$$\overline{(\gamma^{ab} \mathbf{1}_T \delta_{Iab})} : \mathbb{A} = \mathbf{B} \int_c \left( (\gamma^{sg} - \gamma^{sl}) u_{\star}^2(c) + \gamma^{sl} \right) \frac{\alpha^m(c) dc}{c} \quad (6.65)$$

#### 6.2.4 Loi de comportement dans le cas de pores ellipsoïdaux aplatis

Finalement, la loi de comportement de la matrice argileuse s'écrit :

$$\delta \mathbf{\Sigma} = \mathbb{C}_{ac} : \mathbf{E} - \delta p^{\ell} (\mathbf{1} - \mathbf{B}) - \delta_n \pi^g (\mathbf{1} - \mathbf{B}) - \delta \bar{p} \mathbf{B} + \mathbf{B} \delta \int_c \left( (\gamma^{sg} - \gamma^{sl}) u_{\star}^2(c) + \gamma^{sl} \right) \frac{\alpha^m(c) dc}{c} \quad (6.66)$$

En modélisant les pores par des ellipsoïdes aplatis, on peut considérer que les pores sont soit complètement saturés, soit complètement secs (cf. Annexe 6.3). Cela revient à dire que dès qu'un pore commence à se vider, il se vide complètement instantanément. Dans un tel cas de figure, la loi de comportement de la matrice argileuse se simplifie ainsi :

$$\delta \mathbf{\Sigma} = \mathbb{C}_{ac} : \mathbf{E} - \delta p^{\ell} (\mathbf{1} - \mathbf{B}) - \delta_n \pi^g (\mathbf{1} - \mathbf{B}) - \delta P^{eq,e} \mathbf{B} \quad (6.67)$$

avec :

$$P^{eq,e} = \int_0^{+\infty} p^{eq,e} \alpha^m(c) dc \quad \text{et} \quad p^{eq,e} = \begin{cases} p^{\ell} - \frac{\gamma^{sl}}{c} & \text{si } c \leq c^* \quad (\Omega^{\ell}) \\ p^g - \frac{\gamma^{sg}}{c} & \text{si } c \geq c^* \quad (\Omega^g) \end{cases} \quad (6.68)$$

où  $c^*$  est le demi petit axe frontière séparant les pores ellipsoïdaux aplatis en deux sous-populations : les pores de demi petit axe inférieur à  $c^*$  sont remplis de liquide et ceux de demi petit axe supérieur sont remplis de gaz.

Il existe une tension superficielle dans l'interface entre deux fluides, lorsque cette interface présente un rayon de courbure fini. Dans le cas de pores ellipsoïdaux aplatis, les deux rayons de courbure sont quasi infinis sur les faces supérieure et inférieure de l'ellipsoïde, et l'un des deux rayons de courbure est fini, quasi constant égal à  $c$ , autour du pourtour ( $z = 0, r = a$ ) de l'ellipsoïde. La phase solide autour d'un pore "sent" donc le changement de fluide sur le bord autour du pourtour de l'ellipsoïde. Les ellipsoïdes étant uniformément répartis dans la matrice argileuse, on constate finalement que la loi de comportement pour la matrice argileuse et des pores ellipsoïdaux aplatis prend la même expression, à condition de remplacer le coefficient 2 apparaissant dans la définition (2.44) devant le terme  $\gamma^{s\alpha}$  par un coefficient 1.

### 6.3 Vérification de l'hypothèse portant sur le degré de saturation de chaque famille de pores

On veut ici justifier qu'il est possible de considérer que les pores ellipsoïdaux aplatis sont soit complètement secs, soit complètement saturés.

La formulation de van Genuchten permet d'exprimer le degré de saturation de l'argilite en fonction de la pression capillaire (cf. Sous-section 1.1.3 et Eq. 1.4) :

$$s_\ell = \left( \left( \frac{p_c}{p_r} \right)^n + 1 \right)^{-m} \quad (6.69)$$

La combinaison des Equations 6.69 et 6.37 fournit, pour chaque famille de pores caractérisée par son rapport d'aspect  $\omega$ , une relation entre le degré de saturation de l'échantillon, le rapport d'aspect  $\omega$  et la position du ménisque  $u^*$  pour les pores ellipsoïdaux de rapport d'aspect  $\omega$  :

$$s_\ell = \left( \left( \frac{p_c^{crit}}{p_r \sqrt{1 + (u^*)^2 [\omega^2 - 1]}} \right)^n + 1 \right)^{-m} \quad (6.70)$$

En rappelant la relation (6.42) entre le degré de saturation des pores ellipsoïdaux de rapport d'aspect  $\omega$  et la position du ménisque  $u^*$  pour ces pores ellipsoïdaux, il est possible de tracer, pour un rapport d'aspect  $\omega$  donné, la relation entre le degré de saturation de l'argilite et le degré de saturation des pores ellipsoïdaux de rapport d'aspect  $\omega$ .

Pour un pore ellipsoïdal de rapport d'aspect donné, on observe à la Figure 6.3 que son degré de saturation, initialement égal à 1, chute brutalement dès qu'il commence à se dé-saturer sous l'effet d'un séchage de l'échantillon. On peut donc considérer que lorsqu'un pore complètement saturé commence à être affecté par le séchage de l'échantillon avec apparition d'une poche d'air, une petite baisse du degré de saturation de l'échantillon déplacera rapidement le ménisque sur la paroi du pore. On peut donc modéliser les pores ellipsoïdaux avec un comportement binaire : soit complètement saturé, soit complètement sec. Pour un degré de saturation de l'échantillon donné  $s_\ell^d$ , le demi petit axe seuil  $c^*$  correspond à celui du pore ellipsoïdal qui voit l'apparition d'une poche d'air de la forme d'un tore au contact des faces supérieures et inférieures de l'ellipsoïde, de telle sorte que  $c^* = \gamma^{lg}/p_c(s_\ell^d)$ .

### 6.4 Moyenne des contraintes sur les inclusions dans l'hypothèse d'une adhérence parfaite matrice argileuse/inclusions

On rappelle que la loi de comportement de l'argilite peut s'écrire à l'échelle mésoscopique pour l'ensemble du *ver* sous la forme unifiée  $\sigma(\underline{z}) = \mathbb{C}(\underline{z}) : \varepsilon + \sigma_{pr}(\underline{z})$  (cf. Eq. 3.1).

On suppose que l'on connaît la moyenne des contraintes sur les inclusions et dans la matrice argileuse à l'état initial, et on cherche à déterminer ces contraintes à l'état actuel. On scinde pour cela le problème en deux sous-problèmes :

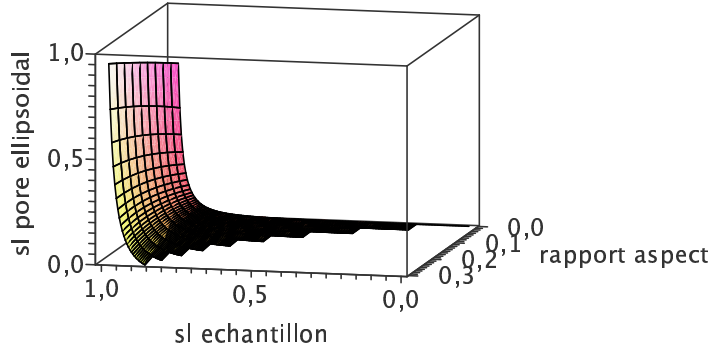


FIG. 6.3 – Evolution du degré de saturation dans un ellipsoïde aplati en fonction du rapport d'aspect  $\omega$  et de la position du ménisque  $u = r^e/a$ .

- le premier est défini par le chargement  $\mathcal{C}_1 : \mathbf{E} \neq 0$  et  $\forall \underline{z} \quad \sigma_{pr}(\underline{z}) = 0$ , où  $\sigma_{pr}$  est défini par (3.1)
- le second par le chargement  $\mathcal{C}_2 : \mathbf{E} = 0$  et  $\forall \underline{z} \quad \sigma_{pr}(\underline{z}) \neq 0$

Dans le premier problème soumis au chargement  $\mathcal{C}_1$ , on sait que la résolution donne  $\bar{\varepsilon}^{inc} = \bar{\mathbb{A}}^{inc} : \mathbf{E}$ , ce qui fournit :

$$\bar{\sigma}^{inc} = \mathbb{C}_{inc} : \bar{\mathbb{A}}^{inc} : \mathbf{E} \quad (6.71)$$

où l'expression  $\mathbb{C}_{inc} : \bar{\mathbb{A}}^{inc}$  est donné par (3.9) (et (3.11) dans le cas d'inclusions infiniment rigides).

Le deuxième problème, soumis au chargement  $\mathcal{C}_2$ , se résout en considérant les quatre équations que fournissent les lois de comportement de la matrice argileuse et des inclusions, et la règle des moyennes sur les contraintes et sur les déformations :

$$\left\{ \begin{array}{ll} (\Omega^a) & : \quad \sigma = \mathbb{C}_a : \varepsilon + (\sigma_o + \delta\sigma_p) \\ (\Omega^{inc}) & : \quad \sigma = \mathbb{C}_{inc} : \varepsilon + \sigma_o \\ \mathbf{E} = \bar{\varepsilon} \text{ où } \mathbf{E} = \mathbf{0} & : \quad \mathbf{0} = (1 - \varphi_{inc})\bar{\varepsilon}^a + \varphi_{inc}\bar{\varepsilon}^{inc} \\ \Sigma = \bar{\sigma} \text{ avec } \mathbf{E} = \mathbf{0} & : \quad \Sigma_o + \delta\Sigma_p = (1 - \varphi_{inc})\bar{\sigma}^a + \varphi_{inc}\bar{\sigma}^{inc} \end{array} \right. \quad (6.72)$$

En substituant les deux premières équations dans la quatrième, puis en utilisant la troisième équation, on trouve :

$$\bar{\varepsilon}^{inc} = \frac{1}{\varphi_{inc}} (\mathbb{C}_{inc} - \mathbb{C}_a)^{-1} : (\Sigma_o + \delta\Sigma_p - [(1 - \varphi_{inc})(\bar{\sigma}_o^a + \delta\sigma_p) + \varphi_{inc}\bar{\sigma}_o^{inc}]) \quad (6.73)$$

soit, en utilisant l'expression de  $\Sigma_o$  tirée de (3.7) :

$$\bar{\varepsilon}^{inc} = \frac{1}{\varphi_{inc}} (\mathbb{C}_{inc} - \mathbb{C}_a)^{-1} : (\delta \Sigma_p - (1 - \varphi_{inc}) \delta \sigma_p) \quad (6.74)$$

puis :

$$\bar{\sigma}^{inc} = \frac{1}{\varphi_{inc}} \mathbb{C}_{inc} : (\mathbb{C}_{inc} - \mathbb{C}_a)^{-1} : (\delta \Sigma_p - (1 - \varphi_{inc}) \delta \sigma_p) + \bar{\sigma}_o^{inc} \quad (6.75)$$

La superposition des deux sous-problèmes  $\mathcal{C}_1$  et  $\mathcal{C}_2$  donne l'expression de la contrainte moyenne sur les inclusions :

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}^{inc} = & \left[ \mathbb{C}_{inc}^{-1} + (1 - \varphi_{inc}) \mathbb{P}_a : (\mathbb{I} - \mathbb{C}_a : \mathbb{C}_{inc}^{-1}) \right]^{-1} : \mathbf{E} \\ & + \frac{1}{\varphi_{inc}} \mathbb{C}_{inc} : (\mathbb{C}_{inc} - \mathbb{C}_a)^{-1} : (\delta \Sigma_p - (1 - \varphi_{inc}) \delta \sigma_p) + \bar{\sigma}_o^{inc} \end{aligned} \quad (6.76)$$

En considérant que les inclusions sont infiniment rigides par rapport à la matrice argileuse, l'équation précédente se simplifie :

$$\bar{\sigma}^{inc} = \bar{\sigma}_o^{inc} + \frac{1}{1 - \varphi_{inc}} \mathbb{P}_a^{-1} : \mathbf{E} + \delta \sigma_p \quad (6.77)$$

La loi de comportement macroscopique de l'argilite indique :

$$\mathbf{E} = \mathbb{S}^{hom} : (\delta \Sigma - \delta \sigma_p) \quad (6.78)$$

ce qui fournit la moyenne des contraintes sur les inclusions en fonction du chargement macroscopique  $\delta \Sigma$  et du terme de couplage  $\delta \sigma_p$  :

$$\bar{\sigma}^{inc} = \bar{\sigma}_o^{inc} + (\mathbb{I} - (\varphi_{inc} \mathbb{I} + (1 - \varphi_{inc}) \mathbb{C}_a : \mathbb{P}_a)^{-1}) : \delta \sigma_p + (\varphi_{inc} \mathbb{I} + (1 - \varphi_{inc}) \mathbb{C}_a : \mathbb{P}_a)^{-1} : \delta \Sigma \quad (6.79)$$

En rappelant l'égalité  $\mathbb{S} = \mathbb{P}_a : \mathbb{C}_a$ , on peut écrire :

$$\bar{\sigma}^{inc} = \bar{\sigma}_o^{inc} + (\mathbb{I} - (\varphi_{inc} \mathbb{I} + (1 - \varphi_{inc}) \mathbb{C}_a : \mathbb{S} : \mathbb{C}_a^{-1})^{-1}) : \delta \sigma_p + (\varphi_{inc} \mathbb{I} + (1 - \varphi_{inc}) \mathbb{C}_a : \mathbb{S} : \mathbb{C}_a^{-1})^{-1} : \delta \Sigma \quad (6.80)$$

D'où :

$$\bar{\sigma}^{inc} = \bar{\sigma}_o^{inc} + (\mathbb{I} - (\varphi_{inc} \mathbb{I} + (1 - \varphi_{inc}) \mathbb{S})^{-1}) : \delta \sigma_p + (\varphi_{inc} \mathbb{I} + (1 - \varphi_{inc}) \mathbb{S})^{-1} : \delta \Sigma \quad (6.81)$$

Finalement, la moyenne des contraintes sur les inclusions  $\bar{\sigma}^{inc}$  dans l'état *actuel* s'exprime à partir de  $\bar{\sigma}_o^{inc}$  dans l'état *initial* en fonction de la variation de la contrainte macroscopique  $\delta \Sigma$  et du terme de couplage  $\delta \sigma_p$  :

$$\bar{\sigma}^{inc} = \bar{\sigma}_o^{inc} + (\varphi_{inc} \mathbb{I} + (1 - \varphi_{inc}) \mathbb{S})^{-1} : (\delta \Sigma + (1 - \varphi_{inc}) (\mathbb{S} - \mathbb{I}) : \delta \sigma_p) \quad (6.82)$$

On peut également regarder la moyenne sur la matrice argileuse. Pour le cas de chargement

$\mathcal{C}_1$ , on trouve :

$$\bar{\sigma}^a = \mathbb{C}_a : \bar{\mathbb{A}}^a : \mathbf{E} \approx \frac{1}{1 - \varphi_{inc}} \mathbb{C}_a : \mathbf{E} \quad (6.83)$$

Pour le cas de chargement  $\mathcal{C}_2$ , on trouve :

$$\bar{\sigma}^a = -\frac{1}{1 - \varphi_{inc}} \mathbb{C}_a : (\mathbb{C}_{inc} - \mathbb{C}_a)^{-1} : (\delta \Sigma_p - (1 - \varphi_{inc}) \delta \sigma_p) + \bar{\sigma}_o^a + \delta \sigma_p \approx \bar{\sigma}_o^a + \delta \sigma_p \quad (6.84)$$

D'où, par superposition,

$$\bar{\sigma}^a = \frac{1}{1 - \varphi_{inc}} \mathbb{C}_a : \mathbb{S}^{hom} : (\delta \Sigma - \delta \sigma_p) + \bar{\sigma}_o^a + \delta \sigma_p \quad (6.85)$$

et

$$\bar{\sigma}^a = \bar{\sigma}_o^a + \left( \mathbb{I} - (\varphi_{inc} \mathbb{S}^{-1} + (1 - \varphi_{inc}) \mathbb{I})^{-1} \right) : \delta \sigma_p + (\varphi_{inc} \mathbb{S}^{-1} + (1 - \varphi_{inc}) \mathbb{I})^{-1} : \delta \Sigma \quad (6.86)$$

La moyenne des contraintes dans la matrice argileuse  $\bar{\sigma}^a$  s'exprime à partir de l'état initial  $\bar{\sigma}_o^a$  en fonction de la variation de la contrainte macroscopique  $\delta \Sigma$  et du terme de couplage  $\delta \sigma_p$  :

$$\bar{\sigma}^a = \bar{\sigma}_o^a + \mathbb{S} : (\varphi_{inc} \mathbb{I} + (1 - \varphi_{inc}) \mathbb{S})^{-1} : (\delta \Sigma - \varphi_{inc} \mathbb{S}^{-1} : (\mathbb{S} - \mathbb{I}) : \delta \sigma_p) \quad (6.87)$$

On vérifie que la règle des moyennes fournit effectivement la contrainte macroscopique  $\Sigma$  :

$$\varphi_{inc} \bar{\sigma}^{inc} + (1 - \varphi_{inc}) \bar{\sigma}^a = \Sigma \quad (6.88)$$



Deuxième partie

Une modélisation du transport  
adaptée à l'argilite





---

Dans la première partie de ce mémoire, nous avons étudié l'impact du degré de saturation sur la loi de comportement de l'argilite. Dans cette **Partie II**, nous nous intéressons aux propriétés de transport de l'argilite afin de connaître l'évolution du degré de saturation d'un échantillon en fonction des conditions environnementales. Les moteurs du transport dans un matériau sont les perméabilités à l'eau et au gaz de ce matériau. Le **Chapitre 7** propose des mesures de perméabilités pour l'argilite. Nous verrons en particulier que les concepts de perméabilité intrinsèque et de perméabilités relatives n'ont pas de sens dans le cas de l'argilite. Une fois ces données expérimentales présentées, le **Chapitre 8** propose d'étudier le séchage d'un échantillon d'argilite. Dans un premier temps, on expose des données expérimentales sur le suivi dimensionnel d'échantillons sous chargement hydrique. Ensuite, on propose un premier modèle reposant uniquement sur le flux d'eau liquide pour expliquer le séchage. Afin de quantifier la pertinence de cette approche, nous envisageons ensuite un second modèle, plus complet, prenant en compte tous les composants d'un réseau poreux. Ces approches permettent d'obtenir une meilleure compréhension des phénomènes physiques en jeu au cours d'un séchage. Les perméabilités jouant un rôle majeur lors d'un séchage, le **Chapitre 9** propose ensuite de modéliser le réseau poreux afin d'apporter un éclairage sur les tendances des perméabilités à l'eau et au gaz de l'argilite en fonction de son degré de saturation. Le **Chapitre 10** pose enfin les jalons pour un travail à venir, qui combine les deux Parties de ce mémoire, c'est-à-dire une loi de comportement qui intègre un couplage hydro-mécanique et une modélisation du séchage adaptées aux spécificités de l'argilite.



# Chapitre 7

## Mesures des perméabilités

### Sommaire

---

<b>7.1</b>	<b>Unicité de la perméabilité intrinsèque ?</b>	<b>217</b>
7.1.1	Mesure à l'eau	217
7.1.2	Mesure au gaz	217
7.1.3	Conclusions	220
<b>7.2</b>	<b>Mesure de la perméabilité au gaz</b>	<b>222</b>
7.2.1	Résultats expérimentaux	222
7.2.2	Sens du concept de "perméabilité relative au gaz"?	223
7.2.3	De l'erreur commise par l'utilisation de la relation de van Genuchten	223
<b>7.3</b>	<b>Mesure de la perméabilité relative à l'eau ?</b>	<b>224</b>

---



Les perméabilités à l'eau et au gaz sont les moteurs majeurs du transport. L'objet de ce Chapitre est de présenter les mesures des différentes perméabilités de l'argilite que nous avons réalisées en laboratoire.

## 7.1 Unicité de la perméabilité intrinsèque ?

Les mesures de perméabilité sont difficiles à réaliser sur l'argilite en raison de la très grande imperméabilité de ce matériau. Les procédés de mesure classiques demandent beaucoup de temps et le recours à des méthodes de pulse-test est souvent nécessaire, en particulier pour les mesures de perméabilité à l'eau. On trouve dans la littérature [4], qu'il n'y a pas unicité de la perméabilité intrinsèque pour l'argilite et sa valeur dépend du fluide utilisé : liquide ou gaz. Nous confirmons à présent ce point à partir de nos propres mesures.

### 7.1.1 Mesure à l'eau

Lors de l'écoulement  $1D$ , en régime permanent, d'un liquide dans un échantillon, la pression de ce liquide varie linéairement dans l'échantillon. La perméabilité au liquide peut alors être déduite de la vitesse  $V$  de l'écoulement, définie comme le rapport entre le débit  $Q$  et l'aire de la section perpendiculaire à l'écoulement [74] :

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{k_{liq}(s_\ell = 1)}{\eta_{liq}} \frac{\Delta p_{exp}^\ell}{L} \quad (7.1)$$

où  $L$  est la hauteur d'échantillon correspondant à la variation de pression  $\Delta p_{exp}^\ell$  (Fig. 7.1).  $k_{liq}$  et  $\eta_{liq}$  sont respectivement la perméabilité au liquide et la viscosité du liquide. Une mesure classique de la perméabilité à l'eau réalisée sur un échantillon complètement saturé en eau fournit  $k_{eau}(s_\ell = 1) = 2 \cdot 10^{-20} m^2$ . Une expérience similaire menée avec de l'acétone donne  $k_{ace}(s_\ell = 1) = 3.5 \cdot 10^{-20} m^2$ . Et l'emploi de l'éthanol nous a permis d'obtenir une perméabilité de  $2.5 \cdot 10^{-20} m^2$  (cf. Tableau 7.1). On trouve des valeurs du même ordre de grandeur pour la

liquide	$k_{liq}(s_\ell = 1)(m^2)$
eau	$2 \cdot 10^{-21}$
acétone	$3.5 \cdot 10^{-21}$
éthanol	$2.5 \cdot 10^{-21}$

TAB. 7.1 – Mesures de la perméabilité au liquide sur argilite saturé en liquide.

perméabilité quel que soit le liquide employé. Afin de conforter un peu plus cette conclusion, on envisage une mesure supplémentaire en utilisant du benzène (non réalisée à ce jour).

### 7.1.2 Mesure au gaz

On réalise la même expérience sur des échantillons secs avec des mesures au gaz (Fig. 7.1). Un échantillon est dit "sec" après passage en étuve à  $65^\circ C$ . En réalité, on peut estimer que

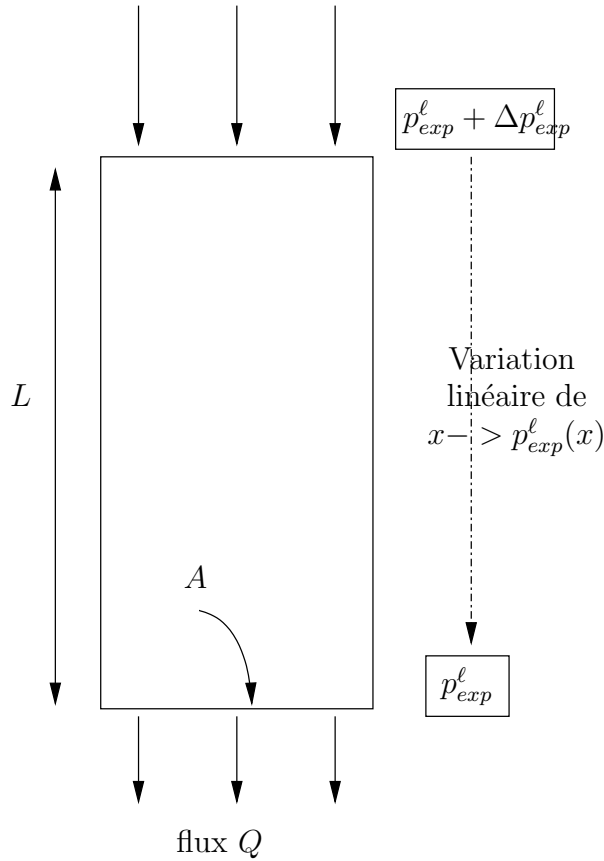


FIG. 7.1 – Schéma de la mesure de la perméabilité à l'eau.

l'humidité relative de l'échantillon après passage en étuve est de 6% (cf. explications à la Sous-section 3.2.2). Une température plus élevée risquant d'endommager les échantillons, un passage en étuve à  $65^{\circ}\text{C}$  est un bon compromis entre séchage et non destruction des échantillons pour obtenir un matériau sec. Lors de l'écoulement  $1D$ , en régime permanent, d'un gaz dans un échantillon, le carré de la pression varie linéairement entre sa valeur à l'entrée de l'échantillon  $p_{g,e}^2$  et sa valeur à la sortie  $p_{g,s}^2$  [28] :

$$p_{exp}^g(x) = \sqrt{p_{g,e}^2 \left(1 - \frac{x}{L}\right) + p_{g,s}^2 \frac{x}{L}} \quad (7.2)$$

La perméabilité au gaz se déduit alors de l'expression de la vitesse  $V$  de l'écoulement par [28] :

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{k_g(s_{\ell} = 0)}{\eta_g} \frac{1}{2L} \frac{p_{g,e}^2 - p_{g,s}^2}{p_{g,e}} \quad (7.3)$$

où le débit  $Q$  est donné par :

$$Q = \frac{V_R \Delta p_{g,e}}{p_{g,moy} \Delta t} \quad (7.4)$$

avec  $V_R$  le volume du réservoir en amont de l'échantillon,  $\Delta p_{g,e}$  la variation de la pression à l'entrée de l'échantillon, variation se produisant pendant la durée  $\Delta t$ .  $p_{g,moy}$  est la valeur

moyenne de la pression à l'entrée de l'échantillon durant l'expérience (de durée  $\Delta t$ ).  $k_g(s_\ell = 0)$  et  $\eta_g$  sont respectivement la perméabilité au gaz et la viscosité du gaz.

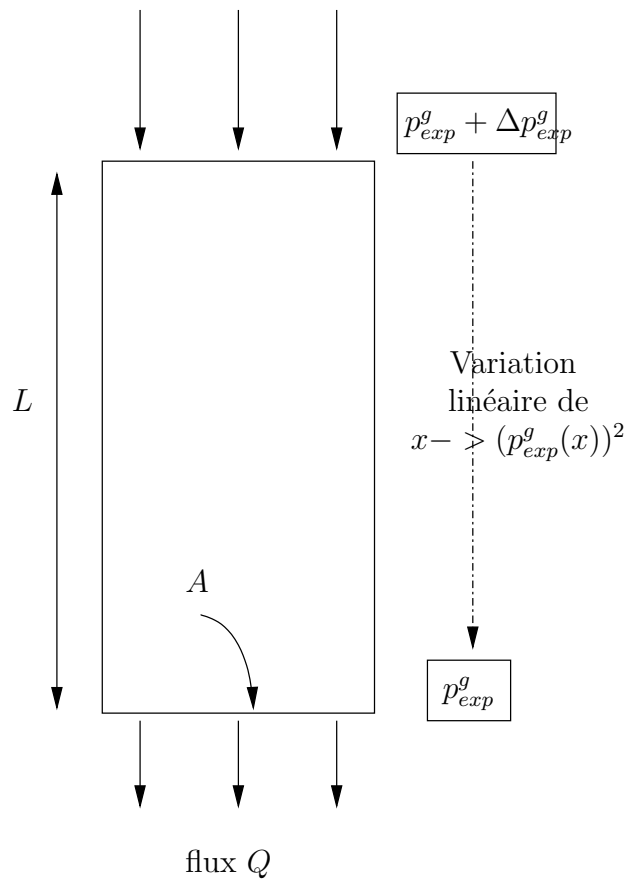


FIG. 7.2 – Schéma de la mesure de la perméabilité au gaz.

Ce protocole est utilisé sur plusieurs échantillons. Plus précisément, on considère des échantillons dans un état initial à des degrés de saturation différents, puis on les place en étuve à  $65^\circ C$  afin d'obtenir des échantillons secs, dont on mesure alors la perméabilité au gaz par injection d'argon. Les résultats de ces essais sont montrés à la Figure 7.3 (gauche) : on a tracé la valeur de la perméabilité de l'échantillon sec en fonction du degré de saturation de l'échantillon avant séchage en étuve. On observe que le degré de saturation initial, avant séchage en étuve, a un impact sur la perméabilité au gaz de l'échantillon sec. On peut avancer l'hypothèse selon laquelle la microstructure de l'échantillon à l'état sec dépend de celle de l'échantillon avant séchage, i.e. plus généralement dépend de l'historique de l'état hydrique de l'échantillon.

### Effet Klinkenberg

Les mesures de perméabilité au gaz ont été complétées par une étude de l'effet Klinkenberg. Lorsque le réseau poreux d'un échantillon sec est occupé par un gaz à faible pression, le parcours moyen des particules de gaz est du même ordre de grandeur que la taille caractéristique des pores. Dans ce cas de figure, les conditions aux limites à la paroi des pores ne permettent plus



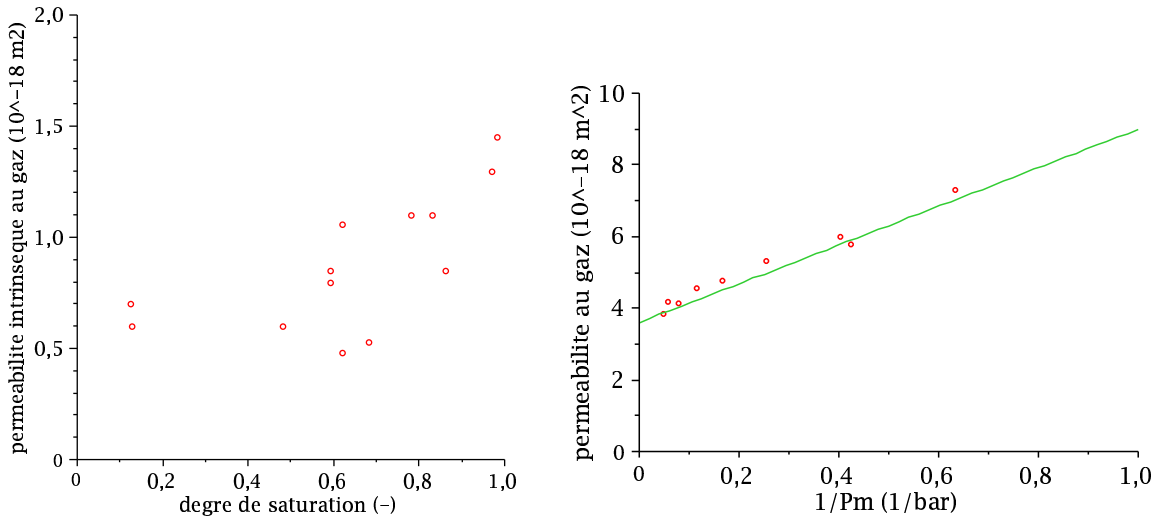


FIG. 7.3 – Gauche : Perméabilité par mesure au gaz réalisée sur échantillon sec en fonction du degré de saturation initial de l'échantillon (points expérimentaux en rouge et interpolation linéaire en vert). Droite : Effet Klinkenberg sur un échantillon sec testé avec de l'argon (points expérimentaux en rouge et interpolation linéaire en vert).

l'utilisation de la loi de Darcy macroscopique. Tout se passe comme si les molécules de gaz "glissaient" sur la paroi des pores, entraînant un flux de gaz plus important. Ce phénomène est appelé "effet Klinkenberg" et implique une perméabilité au gaz apparente plus importante que la perméabilité effective. La Figure 7.3 (droite) montre les résultats expérimentaux obtenus.

Les résultats expérimentaux peuvent être interpolés par la relation linéaire suivante [68] :

$$k_{app} = k_{eff} \left[ 1 + \frac{b}{P_m} \right] \quad ; \quad \begin{cases} b = 1.5 \text{ bars} \\ k_{eff} = 3.6 \cdot 10^{-18} m^2 \end{cases} \quad (7.5)$$

où  $b$  est le paramètre de Klinkenberg,  $k_{app}$  la perméabilité mesurée, et  $k_{eff}$  la perméabilité réelle du matériau, en l'absence d'effet Klinkenberg, lorsque la pression du gaz circulant dans le réseau poreux est infiniment grande. La perméabilité intrinsèque qui intervient dans le modèle de séchage est la perméabilité correspondant à la pression atmosphérique, qui est la pression de l'air lors du séchage. L'interpolation linéaire fournit, pour  $P_m = 1 \text{ bar}$ ,  $k_g(s_\ell = 0) = 9 \cdot 10^{-18} m^2$ . On retrouve une valeur conforme à la moyenne de nos mesures égale à  $8.2 \cdot 10^{-19} m^2$ .

### 7.1.3 Conclusions

Nous avons vu que le degré de saturation initial, avant séchage en étuve, a un impact sur la perméabilité au gaz de l'échantillon sec. Nous sommes donc en difficulté pour parler d'une perméabilité intrinsèque au gaz puisque la valeur de la perméabilité au gaz d'un échantillon sec dépend de son état de saturation avant séchage, soit plus généralement de l'historique de son état hydrique. Par ailleurs, si on s'intéresse uniquement à l'ordre de grandeur de la perméabilité au gaz d'un échantillon sec et que l'on calcule la moyenne des mesures réalisées, on obtient :

$k_g^{moy}(s_\ell = 0) \approx 8.2 \cdot 10^{-19} m^2$ . La perméabilité au gaz d'un échantillon sec est donc de l'ordre de  $10^{-18} m^2$ . La perméabilité au gaz des échantillons secs est donc environ 300 fois plus grande que la perméabilité au liquide des échantillons saturés. Pour l'argilite, on ne peut donc pas parler de perméabilité intrinsèque. Le concept d'une valeur unique de perméabilité qui ne dépend pas du fluide mais uniquement de la géométrie du réseau poreux n'a pas de sens pour ce matériau.

En fait, la perméabilité mesurée à l'eau ne reflète pas seulement la géométrie du réseau poreux, mais aussi certaines interactions entre le liquide et la phase solide de la matrice argileuse, interactions qui rendent le passage du liquide plus difficile. Intéressons-nous à ces interactions et plaçons-nous à l'échelle des plaquettes d'argile, qui, rappelons-le, sont chargées négativement. Certaines molécules d'eau sont situées tellement proches de ces plaquettes que des interactions physico-chimiques de type Van der Waals et dipôle-dipôle qui s'exercent entre ces molécules d'eau et les plaquettes d'argilite empêchent tout déplacement de ces molécules. Cette eau est appelée eau "liée". Ce phénomène concerne notamment les molécules d'eau de la couche de Stern. Quand nous nous intéressons à la perméabilité au liquide de l'argilite, nous ne considérons pas cette eau puisque, immobile, elle ne participe pas au flux de liquide sous l'effet d'un gradient de pression, et ne contribue donc pas à la perméabilité de l'échantillon. Le fait que l'on observe expérimentalement des perméabilités au liquide beaucoup plus faibles que celles réalisées au gaz est donc tout à fait cohérente avec la microstructure de l'argilite : les plaquettes d'argilite chargées "emprisonnent" de l'eau liée qui ne participe pas au transport de liquide. Une couche d'eau représente environ une épaisseur de  $1nm$ . Or une plaquette peut lier 2 à 3 couches d'eau (2 à  $3nm$  d'épaisseur). On retiendra donc pour la suite que cette eau "liée" est contenue dans une couche de  $2nm$  le long des parois des plaquettes. On rappelle que d'après des études de porosimétrie, cette porosité comprend les "nanopores" et une fraction des "micro-pores" (cf. Fig. 1.8).

Enfin :

- le liquide circule dans la majorité des micro-pores, mais pas du tout dans la nanoporosité, ni dans une partie de la microporosité qui a un rayon d'accès trop faible. Et lorsque le liquide peut circuler dans un pore, il circule dans un espace plus restreint que celui que propose le pore, diminué des couches d'eau liée qui sont situées le long de la paroi des pores. Nous avons vu que nos mesures de perméabilité au liquide sur échantillon saturé sont indépendantes du fluide utilisé (eau, acétone, éthanol). L'évocation du rôle des couches d'eau liée nous permet de comprendre pourquoi nous avons mesuré des valeurs proches, quel que soit le liquide utilisé : les plaquettes d'argile exercent une interaction avec les couches d'eau liée, mais peu avec l'eau libre qui occupe le cœur du pore et qui est chassée par le fluide utilisé pour mesurer la perméabilité au liquide de l'argilite.
- le séchage en étuve à  $65^\circ C$  permet d'amener les échantillons à 6% d'humidité relative, ce qui correspond à vider les pores de rayon supérieur à  $0.19nm$ . Dans un tel échantillon dit "sec", le gaz circule donc dans les micro-pores *et* une grande partie des nanopores (ceux de demi petit axe supérieur à  $0.19nm$ ). Le volume poreux utile au transport étant différent selon le fluide considéré, on comprend pourquoi la perméabilité au gaz sur échantillon sec est

différente expérimentalement de celle aux liquides sur échantillon saturé. Plus précisément, le volume pour le transport du gaz dans un échantillon sec étant plus grand que le volume pour le transport du liquide dans un échantillon saturé, on comprend que la perméabilité au gaz dans un échantillon sec soit plus grande que la perméabilité à l'eau dans un échantillon saturé.

Le fait que l'on observe expérimentalement des perméabilités au liquide et au gaz différentes est donc cohérente avec la microstructure de l'argilite : les plaquettes d'argilite chargées "empri-sonnent" de l'eau liée qui ne participent pas au transport de liquide. Le concept de perméabilité intrinsèque est finalement valable uniquement pour des matériaux qui sont inertes physiquement par rapport à l'eau. Dans le cas de l'argilite, ce concept n'a pas de sens. Compte tenu de la forte connection (à la fois mécanique et électrostatique) qui existe entre la phase solide de la matrice argileuse et le liquide dans le réseau poreux, on peut faire à la rigueur l'hypothèse que la valeur de perméabilité qui reflète la géométrie du réseau poreux est donnée plutôt par la mesure faite au gaz sur échantillon sec.

## 7.2 Mesure de la perméabilité au gaz

### 7.2.1 Résultats expérimentaux

Nous nous sommes ensuite intéressés à la perméabilité au gaz d'un échantillon partiellement saturé. Nous avons donc mené une campagne de mesures. Pour un degré de saturation donné, la détermination de la perméabilité relative correspondante est obtenue en 3 étapes.

**Mesures réalisées pour une humidité relative donnée** Des petits palets ont été placés dans plusieurs enceintes dont l'air ambiant de chaque enceinte est en équilibre avec la solution de saumure se trouvant dans l'enceinte. Quand l'échantillon a atteint son équilibre, une mesure de la perméabilité effective au gaz  $k_g(h_r)$  est réalisée.

**Mesures réalisées sur échantillon sec** Après cette mesure, l'échantillon est complètement désaturé en étuve à  $65^\circ C$ . A l'équilibre, la perméabilité au gaz est à nouveau mesurée. La valeur obtenue est la perméabilité au gaz pour un échantillon sec, c'est-à-dire la perméabilité intrinsèque. Ce sont ces mesures qui sont représentées à la Figure 7.3.

**Mesure réalisée sur échantillon saturé** Après cette mesure, l'échantillon est saturé complètement afin de déterminer sa masse dans l'état saturé.

Avec cette procédure, pour une humidité relative donnée, on connaît la masse de l'échantillon et sa perméabilité au gaz. Connaissant par ailleurs la masse de l'échantillon sec et saturé, il est possible de déterminer le degré de saturation  $s_\ell(hr)$  correspondant.<sup>1</sup> La Figure 7.4 montre les mesures que nous avons obtenues.

<sup>1</sup>Le principe de cette détermination sera exposé au Chapitre 8, à l'Equation 8.2

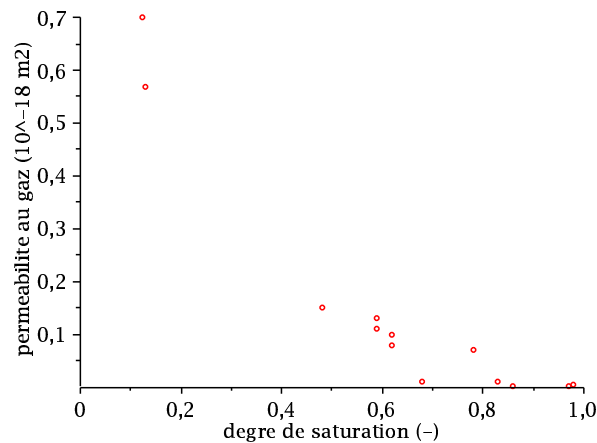


FIG. 7.4 – Points expérimentaux de perméabilité au gaz en fonction du degré de saturation.

### 7.2.2 Sens du concept de "perméabilité relative au gaz" ?

On est en difficulté pour parler de perméabilité relative au gaz dans le cas de l'argilite. En effet, la perméabilité relative au gaz est généralement définie en rapportant la perméabilité au gaz pour un degré de saturation donné à la perméabilité intrinsèque du matériau. Or on a vu que l'ordre de grandeur de la perméabilité au gaz des échantillons secs est près de 300 fois supérieur à celui de la perméabilité au liquide des échantillons saturés. Par ailleurs, il est même difficile de donner une valeur pour la perméabilité au gaz pour des échantillons secs car nos mesures montrent que cette valeur dépend de l'historique de l'état hydrique des échantillons.

La Figure 7.5 montre deux "tentatives" de représentation de perméabilité relative : sur le tracé de gauche, les perméabilités au gaz  $k_g(s_\ell)$  ont toutes été rapportées à la perméabilité moyenne  $k_g^{moy} \approx 8.2 \cdot 10^{-19} m^2$  ; sur le tracé de droite, chaque perméabilité au gaz  $k_g(s_\ell)$  correspondant à un échantillon a été rapportée à la perméabilité obtenue sur cet échantillon, une fois sec après passage en étuve à  $65^\circ C$ .

On observe que les deux tracés diffèrent, ce qui confirme la difficulté à définir le concept de perméabilité relative, et ce qui interroge également sur la pertinence du concept de perméabilité relative pour un matériau comme l'argilite.

Si on fait abstraction de ces difficultés, on constate à partir des deux tracés que la perméabilité relative reste quasiment égale à 1 pour les faibles degrés de saturation  $[0, s_\ell^F]$ , où  $s_\ell^F$  est au moins égale à 13% (Fig. 7.5). On peut ainsi interpréter qu'une partie de l'eau liée n'est pas impactée par un séchage et reste toujours présente au niveau des particules.

### 7.2.3 De l'erreur commise par l'utilisation de la relation de van Genuchten

Classiquement, les perméabilités à l'eau  $s_\ell \rightarrow k_\ell(s_\ell)$  et au gaz  $s_\ell \rightarrow k_g(s_\ell)$  s'expriment respectivement à partir des perméabilités relatives à l'eau  $s_\ell \rightarrow k_{r\ell}(s_\ell)$  et au gaz  $s_\ell \rightarrow k_{rg}(s_\ell)$ , multipliées par une constante, la perméabilité intrinsèque, qui est indépendante du fluide et ne dépend que de la structure du réseau poreux. Van Genuchten propose une formulation pour la

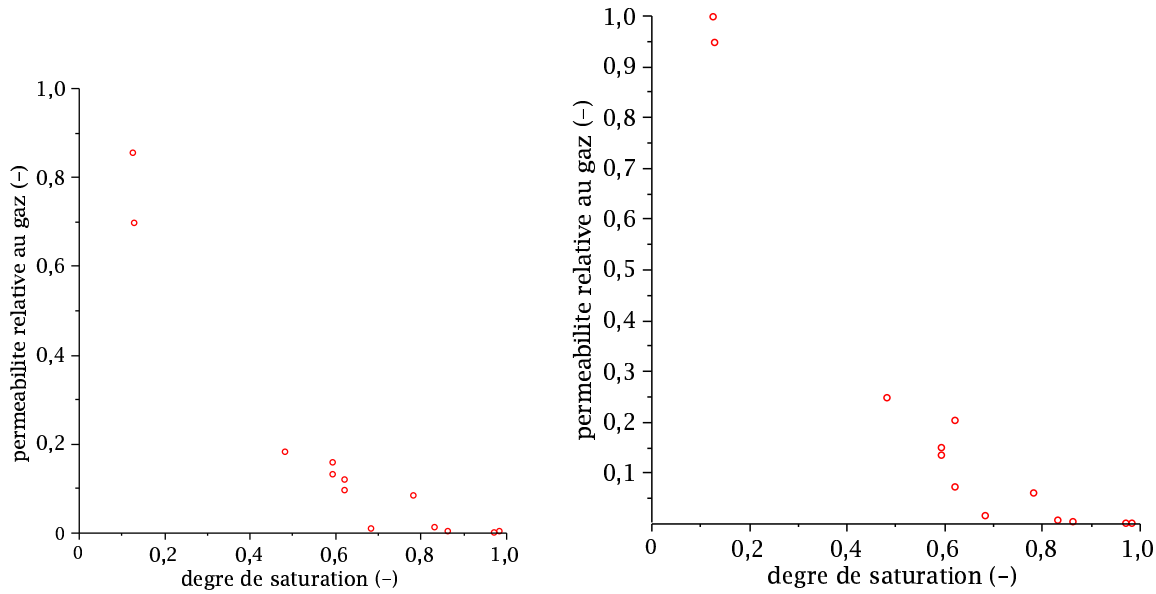


FIG. 7.5 – "Essais" de perméabilité relative. Gauche : les perméabilités au gaz sont rapportées à  $k_g^{moy}(s_\ell = 0)$ . Droite : les perméabilités au gaz sont rapportées à  $k_g(s_\ell = 0)$ .

perméabilité relative au gaz, définie comme le rapport entre la perméabilité au gaz d'un matériau partiellement saturé et la perméabilité intrinsèque, à l'aide d'un paramètre unique  $m$  :

$$k_{rg}(s_\ell) = \sqrt{1 - s_\ell} (1 - s_\ell^{1/m})^{2m} \quad (7.6)$$

L'Andra propose le coefficient  $n = 1.49$  pour l'argilite, où  $m$  et  $n$  sont reliés par l'égalité  $m = 1 - 1/n$ . Cette formulation (7.6) est représentée à la Figure 7.6.

On constate à la Figure 7.7 que, quelle que soit la représentation de la perméabilité relative au gaz que nous avons présentée à la Figure 7.5, la formulation de van Genuchten est mal adaptée au cas de l'argilite. Le coefficient  $n = 1.49$  est proposé par l'Andra, et celui  $n = 5.4$  correspond à la meilleure interpolation selon la méthode des moindres carrés des points expérimentaux  $k_g(s_\ell)/k_g^{moy}$ . Dans ces deux cas, la formulation de van Genuchten ne modélise pas du tout nos points expérimentaux.

### 7.3 Mesure de la perméabilité relative à l'eau ?

Il n'a pas été possible d'envisager une évaluation expérimentale de la perméabilité relative à l'eau. En effet, imaginons qu'on utilise le même protocole que celui pour mesurer la perméabilité relative au gaz, mais en remplaçant l'injection de gaz par une injection de liquide. On constate alors que l'échantillon, s'il est initialement partiellement saturé à un degré de saturation  $s_\ell^0$ , se resature pendant l'essai, si bien que la valeur mesurée ne correspond pas du tout à la mesure de la perméabilité effective à l'eau pour le degré de saturation initial étudié  $s_\ell^0$ . Nous ne disposons pas à ce jour de protocole permettant la mesure de la perméabilité effective à l'eau d'un échantillon

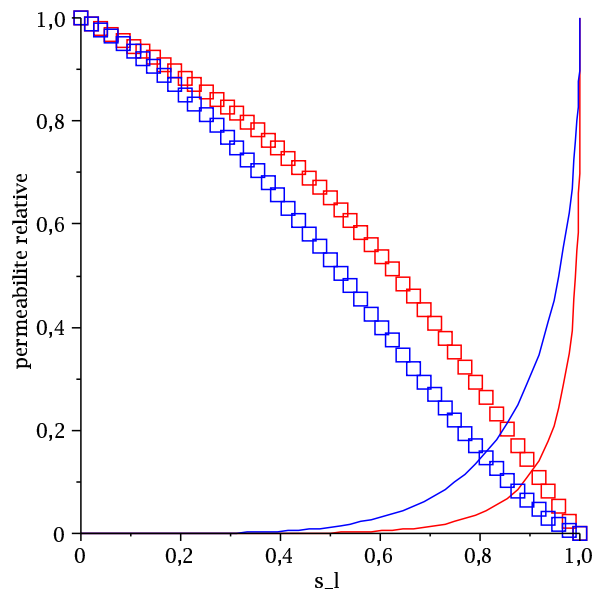


FIG. 7.6 – Tracé des courbes de perméabilité relative à l'eau (en trait plein) et au gaz (en pointillé) en utilisant les coefficients  $n = 1.49$  (rouge) et  $n = 2$  (bleu).

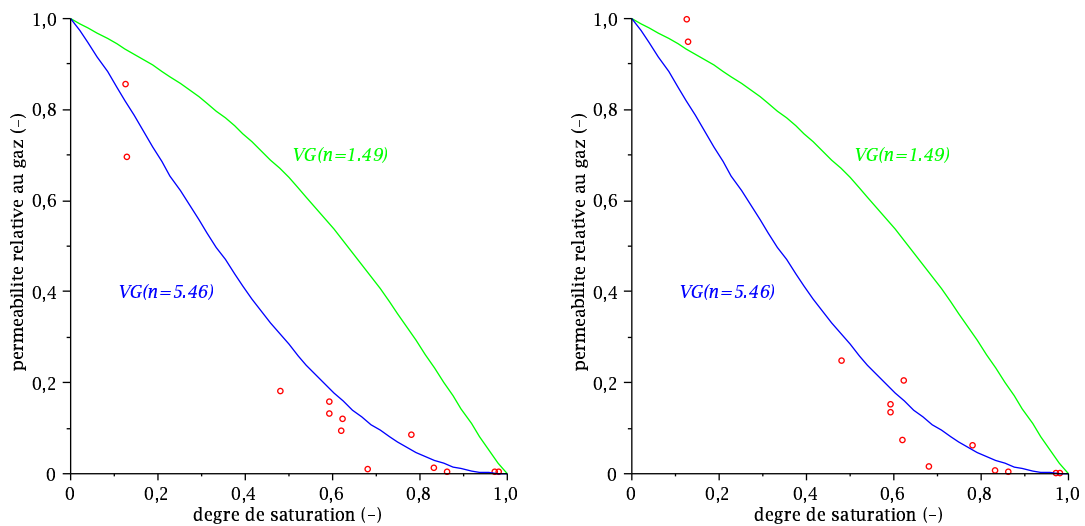


FIG. 7.7 – Droite : Points expérimentaux de perméabilité relative au gaz en fonction du degré de saturation (cf. Fig. 7.5) et courbes de Van Genuchten tracées avec  $n = 1.49$  (pointillé vert) et  $n = 5.46$  (ligne bleue).

à un degré de saturation autre que 100%.

De même que van Genuchten propose une formulation pour la perméabilité relative au gaz à partir du seul paramètre  $m$ , il propose une formulation pour la perméabilité relative à l'eau :

$$k_{rl}(s_\ell) = \sqrt{s_\ell} \left( 1 - (1 - s_\ell^{1/m})^m \right)^2 \quad (7.7)$$

Cette formulation est représentée à la Figure 7.6. Cette expression permet une première représentation de la perméabilité à l'eau : selon cette formulation, la perméabilité à l'eau présente un seuil critique  $s_\ell^c \approx 50\%$  en dessous duquel l'eau ne circule plus dans le réseau poreux.

# Chapitre 8

## Séchage

### Sommaire

---

<b>8.1</b>	<b>Données expérimentales</b>	<b>229</b>
8.1.1	Suivi des variations de masse sous chargements hydriques	229
<b>8.2</b>	<b>Modélisation des cycles hydriques sur échantillons cylindriques :</b>	
1 <sup>ère</sup>	<b>approche</b>	<b>237</b>
8.2.1	Introduction	239
8.2.2	Hypothèse d'un transport purement darcéen	239
<b>8.3</b>	<b>Modélisation des cycles hydriques sur échantillons cylindriques :</b>	
2 <sup>ème</sup>	<b>approche</b>	<b>244</b>
8.3.1	Introduction	244
8.3.2	Les équations de transfert, sans hypothèses sur les composants gazeux	245
8.3.3	Temps caractéristiques	249
8.3.4	Modélisation numérique du séchage pour l'argilite	251
<b>8.4</b>	<b>Conclusions</b>	<b>258</b>
8.4.1	Comparaison des deux modélisations	258
8.4.2	De l'erreur commise par l'utilisation de van Genuchten	261
8.4.3	Bilan	264

---





## 8.1 Données expérimentales

On se concentre à présent sur le suivi du séchage d'un échantillon d'argilite, comme reflet des propriétés de transport du matériau. On étudie à la fois les états d'équilibre et les phases transitoires. Plus précisément, on présente le suivi des variations de masse sous chargement hydrique, ce qui correspond à la quantité d'eau qui est sortie de l'échantillon lors du séchage, et reflète ainsi une mesure de l'avancement du séchage.

### 8.1.1 Suivi des variations de masse sous chargements hydriques

On présente le suivi des variations de masse que nous avons réalisé sur deux lots au cours du protocole présenté à la Sous-section 3.4.1. Précisons que la balance est allumée 30 min avant les mesures, les composants électroniques de la balance étant ainsi supposés avoir atteint leur régime stationnaire, et que la balance est maintenue en permanence sous une cloche en plexiglas, les courants d'air perturbant la mise à zéro du compteur, ainsi que les mesures, étant ainsi limités.

On s'intéresse plus précisément aux lots 2 et 4 dont on a exploité les suivis dimensionnels sous chargement hydrique à la Sous-section 3.4.1.

#### Observations

Plusieurs observations peuvent être réalisées à partir de ce suivi.

**Reproductibilité** La Figure 8.1 montre le suivi des variations relatives de masse pour trois échantillons cylindriques provenant d'un même lot, carottés perpendiculairement aux strates. La variation relative de masse a été calculée par rapport à la masse initiale de l'échantillon, au tout début de l'essai, avant mise à l'équilibre avec un environnement à 92% d'humidité relative. On observe une bonne reproductibilité des résultats.

**Insensibilité des mesures de masse par rapport au sens du carottage** La Figure 8.2 représente la variation relative de masse au cours d'une imbibition d'un échantillon carotté parallèlement aux strates et d'un autre carotté perpendiculairement aux strates. Comme attendu, on constate que les variations relatives de masse ne sont pas liées au sens de carottage des échantillons cylindriques d'argilite. Le caractère un peu chaotique des mesures près de 100% d'humidité relative souligne la difficulté à saturer les échantillons : la moindre perturbation de l'environnement extérieur modifie les mesures.

**Hystérésis séchage/imbibition** La Figure 8.3 met en évidence l'hystérésis observée sur l'argilite lors d'un cycle séchage / imbibition. Cet hystérésis est classique : la courbe  $s_\ell \rightarrow p_c(s_\ell)$  est différente selon que l'on considère le séchage (paliers d'humidité relative décroissants) ou l'imbibition (paliers d'humidité relative croissants). Cette observation est due aux faibles rayons des canaux qui relient certains pores et qui, justement à cause de leur faible rayon, empêchent la vidange de ces pores, alors qu'ils n'empêchent pas leur remplissage.

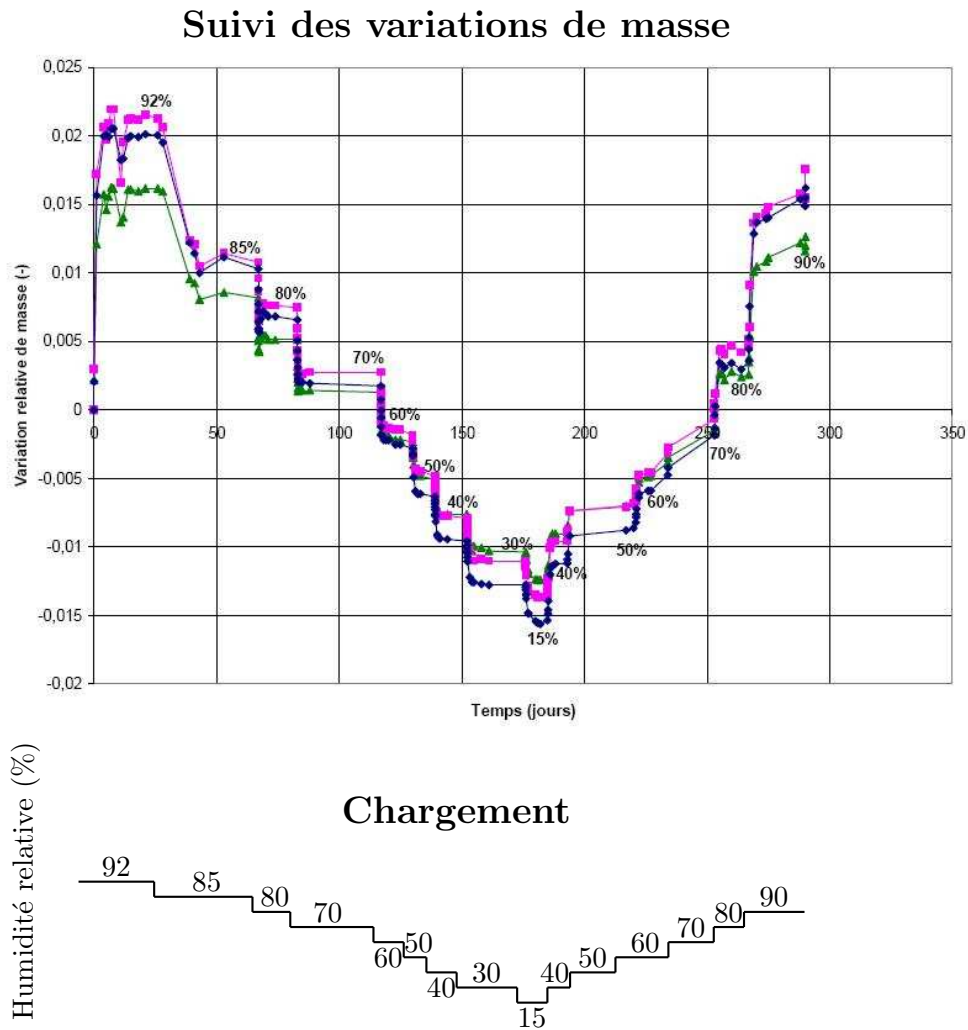


FIG. 8.1 – Variation relative de masse au cours d’un séchage pour trois échantillons carottés perpendiculairement aux strates. Le chargement hydrique est : 92 → 85 → 80 → 70 → 60 → 50 → 40 → 30 → 15 → 40 → 50 → 60 → 70 → 80 → 90% d’humidité relative.

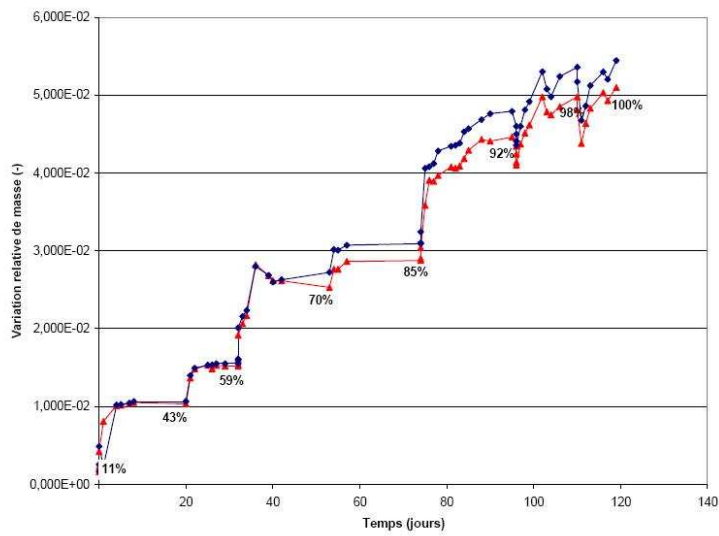


FIG. 8.2 – Variation relative de masse au cours d’une imbibition pour un échantillon carotté parallèlement aux strates et un carotté perpendiculairement aux strates. Le chargement hydrique est : 11 → 43 → 59 → 70 → 85 → 92 → 98 → 100% d’humidité relative.

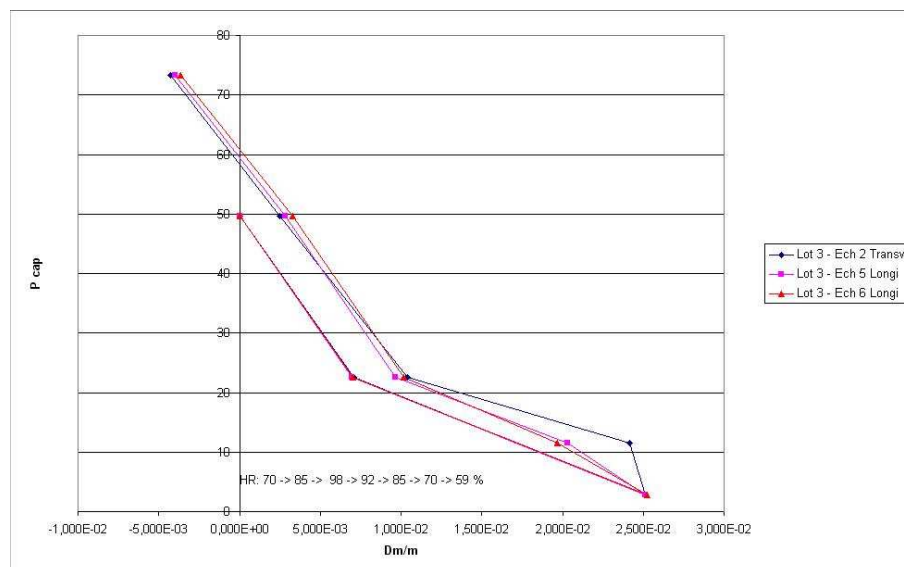


FIG. 8.3 – Variation relative de masse pour trois échantillons au cours d’un cycle séchage/imbibition : mise en évidence de l’effet d’hystérésis.

### Exploitation des phases d'équilibre

On exploite à présent les mesures de masse d'un échantillon réalisées lorsque celui-ci est en équilibre avec son environnement extérieur.

**Détermination de la courbe de pression capillaire** Le suivi de la masse d'un échantillon en fonction de son chargement hydrique permet classiquement de déterminer la courbe de pression capillaire du matériau. Cette courbe diffère d'un matériau à l'autre, et exprime la dépendance de la pression capillaire  $p_c = p_g - p_\ell$  au degré de saturation  $s_\ell$ .

#### Principe de détermination de $p_c(s_\ell)$

La courbe de pression capillaire est déterminée expérimentalement à partir des mesures de masse lorsque l'échantillon est en *équilibre* avec l'environnement extérieur. La phase *transitoire* de l'évolution de la masse, avant équilibre avec l'humidité relative extérieure, n'apporte pas d'informations pour la détermination de la courbe de pression capillaire.

On suppose qu'on connaît, à partir de mesures de masse, la masse d'eau  $m_{eau}$  présente dans un échantillon donné pour une humidité relative fixée  $h_r$ . Il s'agit à présent de transformer la donnée  $(h_r[-], m_{eau}[g])$  en la donnée  $(p_c[Pa], s_\ell[-])$ , où on rappelle que  $p_c$  est la pression capillaire et  $s_\ell$ , la saturation en eau liquide. La courbe  $p_c(s_\ell)$  s'obtient en répétant cette transformation pour plusieurs humidités relatives.

**Détermination de  $s_\ell$**  Pour un échantillon en équilibre avec une humidité relative donnée connue  $h_r$ , on cherche à déterminer expérimentalement le degré de saturation  $s_\ell$  de l'échantillon, sachant que la définition de celui-ci est donnée par :

$$s_\ell = \frac{\text{volume d'eau présent dans l'échantillon}}{\text{volume des pores}} \quad (8.1)$$

Une première méthode consiste à travailler sur un échantillon sec (resp. complètement saturé) et à le saturer (resp. sécher) par paliers successifs d'humidité relative croissants (resp. décroissants) jusqu'à atteindre la saturation complète (resp. séchage complet). Le suivi des variations de masse donne alors accès au degré de saturation correspondant à l'humidité relative dans lequel se trouve l'échantillon. Cette approche permet de déterminer de proche en proche la fonction  $h_r \rightarrow s_\ell(h_r)$  sur l'intervalle  $[0, 1]$ .

Nous présentons également une seconde méthode qui permet d'obtenir un point  $(h_r, s_\ell(h_r))$  à partir de 3 mesures de masse. Cette méthode permet de déterminer plusieurs points  $(h_r, s_\ell(h_r))$  en même temps et non successivement comme l'offre la première méthode. Cela permet une détermination plus efficace de la courbe  $h_r \rightarrow s_\ell(h_r)$ . Les 3 mesures de masse sont réalisées pour les 3 états hydriques suivants :

**masse de l'échantillon en équilibre avec une humidité relative donnée** Tout d'abord, on relève la masse de l'échantillon  $m^{h_r}$  lorsque celui-ci est en équilibre avec l'environnement d'humidité relative connue  $h_r$ . Ce point d'équilibre est déterminé grâce à un relevé régulier de la masse de l'échantillon, jusqu'à stabilisation de cette dernière.

**masse de l'échantillon complètement saturé** L'équilibre atteint, l'échantillon est ensuite placé dans une enceinte contenant de l'eau pure. Le relevé régulier de la prise de masse permet de déterminer l'équilibre qu'on suppose correspondre à un état complètement saturé. La valeur de la masse,  $m^{sat}$ , fournit la masse de l'échantillon complètement saturé.

**masse de l'échantillon sec** L'échantillon est ensuite placé dans une étuve à  $65^\circ C$ . On suppose que l'échantillon est sec à la sortie de l'étuve et le relevé de sa masse  $m^{sec}$  fournit la masse de l'échantillon sec. On rappelle qu'en fait, un échantillon n'est pas tout à fait sec à la sortie de l'étuve, mais est en équilibre avec une humidité relative d'environ 6%. Néanmoins, cette approche est un bon compromis entre séchage et non-destruction de l'échantillon.

Pour un environnement d'humidité relative  $h_r$  donnée, la connaissance de la masse de l'échantillon à l'équilibre dans l'enceinte  $m^{hr}$ , de sa masse à l'état complètement saturé  $m^{sat}$ , puis sec  $m^{sec}$  permet de déterminer le degré de saturation  $s_l$  qui correspond à l'humidité relative  $h_r$  :

$$s_l(h_r) = \frac{m^{hr} - m^{sec}}{m^{sat} - m^{sec}} \quad (8.2)$$

**Détermination de  $p_c$  : loi de Kelvin-Laplace** Pour relier la pression capillaire  $p_c$  à l'humidité relative  $h_r$ , on utilise la loi de Kelvin.

On peut donc passer d'une courbe  $(h_r, m_{eau})$  à la relation  $(p_c, s_l)$  grâce aux formules :

$$\begin{cases} s_l = \frac{m_{eau}/\rho_l}{V_{pores}} = \frac{m^{hr} - m^{sec}}{m^{sat} - m^{sec}} \\ p_c = -\rho_l \frac{RT}{M_v} \ln h_r \end{cases} \quad (8.3)$$

#### Courbe de pression capillaire de l'argilite

Suivant le principe juste décrit, on pourrait utiliser le suivi massique des échantillons des lots 2 et 4 pour déterminer la courbe de pression capillaire de l'argilite (1<sup>ère</sup> méthode). Mais le degré de saturation initial est inconnu puisque les échantillons ne sont pas parfaitement saturés à leur arrivée au laboratoire, malgré toutes les précautions prises pour le conditionnement. On a donc mis en place un protocole qui repose sur la 2<sup>ème</sup> méthode. Plus précisément, plusieurs petits palets ont été carottés dans une même carotte d'argilite. Après pesée, ces palets ont été placés dans plusieurs enceintes fermées contenant différentes solutions de saumure jusqu'à équilibre, ce qui permet de mesurer la masse  $m^{hr}$ . Les palets ont ensuite été saturés en même temps puis séchés.

La Figure 8.4 présente la courbe de pression capillaire obtenue pour deux lots de petits palets d'argilite, tous les palets d'un même lot provenant d'une même carotte. Nous observons une bonne reproductibilité des résultats.

Notons que la carotte d'argilite est loin d'être complètement saturée à son arrivée au laboratoire puisqu'on observe une augmentation de la masse des palets placés à une humidité

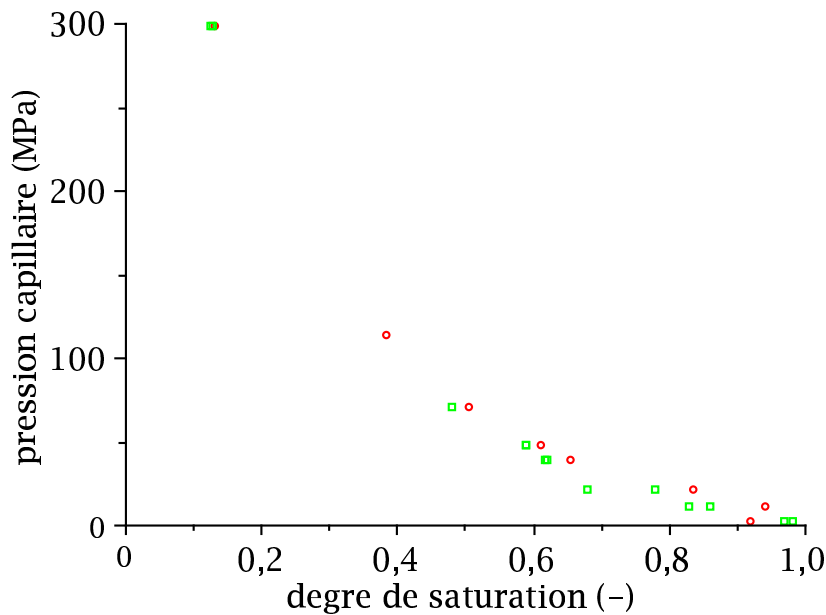


FIG. 8.4 – Courbe expérimentale de pression capillaire pour les petits palets d'argilite.

relative supérieure ou égale à 92%. Rigoureusement, notre méthode expérimentale permet donc de connaître la courbe de séchage sur l'intervalle  $h_r \in [0, 92\%]$  et la courbe d'imbibition sur l'intervalle  $h_r \in [92, 100\%]$ . Dans la suite, compte tenu de nos besoins dans cette étude, on ne cherchera pas à déterminer la courbe de séchage d'une part et celle d'imbibition d'autre part, et on se contentera d'une courbe commune, en faisant abstraction de l'hystérésis.

Soulignons également que notre protocole nécessite de saturer les échantillons pour déterminer  $m^{sat}$ , la masse de l'échantillon saturé. Or une re-saturation entraîne souvent l'apparition de fissures, voire même une cassure de l'échantillon. Afin de limiter les gradients hydriques au sein des échantillons lors de la re-saturation, gradients qui sont responsables des fissures, on manipule ici des palets de petite taille, de l'ordre du  $cm$ .

#### De l'erreur commise par la relation de van Genuchten

Il est commode, pour décrire la courbe de pression capillaire, d'utiliser la formulation proposée par van Genuchten ou Vauclin-Vachaud (cf. Fig. 1.10). On confronte à présent nos mesures avec les formulations suggérées par l'Andra. Comme on peut le justifier à partir de la Figure 8.5, le jeu ( $p_r = 15MPa$ ,  $n = 1.49$ ) proposé par l'Andra pour la formulation de van Genuchten est pertinente uniquement sur la gamme de degré de saturation  $[40\%; 100\%]$ . Dans les cas où on souhaitera couvrir l'ensemble des points expérimentaux, on utilisera plutôt le jeu ( $p_r = 40MPa$ ,  $n = 2$ ).

**Détermination de la distribution d'accès aux pores** On veut à présent déterminer la distribution de taille de pores à partir de la courbe de pression capillaire. La courbe de pression capillaire est déterminée à partir de l'humidité relative de l'environnement extérieur d'un échantillon et de la masse d'eau présente dans cet échantillon et est intrinsèque au matériau. Nous

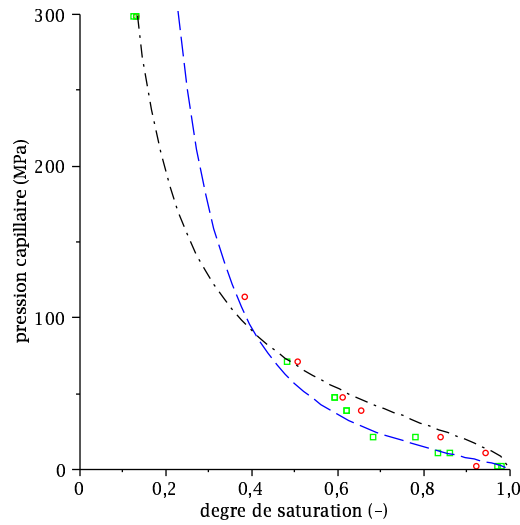


FIG. 8.5 – Comparaison des mesures expérimentales (points) avec la formulation de Van Genuchten pour la courbe de pression capillaire avec les couples  $(p_r = 15MPa, n = 1.49)$  (pointillé bleu) et  $(p_r = 40MPa, n = 2)$  (pointillé tiret noir).

l'avons déterminée en séchage pour l'argilite (cf. Fig. 8.4). Pour un degré de saturation  $s_\ell$  donné, la courbe de pression capillaire permet de déterminer la pression capillaire  $p_c(s_\ell)$ , et la relation de Kelvin-Laplace dans le cas de pores sphériques fournit par ailleurs la valeur  $r^*$  "frontière" par l'égalité  $r^* = 2\gamma^{\ell g}/p_c(s_\ell)$ . Le coefficient 2 vient du fait qu'une sphère a deux rayons de courbure identiques. La courbe de pression capillaire permet donc de connaître la courbe paramétrée  $(r^*(p_c), s_\ell(p_c))$ .

La distribution de taille de pores  $\alpha$  vérifie les égalités suivantes :

$$\int_0^{+\infty} \alpha(r)dr = 1 \quad ; \quad \int_0^{r^*} \alpha(r)dr = s_\ell(p_c) \quad (8.4)$$

On lit alors que la dérivée du degré de saturation  $s_\ell$  par rapport au rayon "frontière"  $r^*$  permet de fournir une expression pour la fonction  $\alpha$ .

On vient de voir comment le suivi de la masse d'un échantillon à l'équilibre avec son environnement extérieur permet de déterminer la courbe de pression capillaire du matériau, puis la distribution de taille de ses pores.

#### De la différence entre taille des pores et rayon d'accès aux pores

On s'interroge à présent quant à l'interprétation que l'on peut raisonnablement faire de cette distribution. Celle-ci est déduite de la détermination expérimentale de la courbe de pression capillaire obtenue par séchage. Or cette courbe obtenue par séchage indique la relation entre le degré de saturation d'un échantillon et le rayon d'accès aux pores correspondant, et non pas la relation entre le degré de saturation et la taille des pores correspondante. Plus précisément, sous une pression capillaire donnée, on sait que des rayons de petite taille peuvent empêcher l'accès à des pores plus gros, le volume total de ces pores étant finalement connu seulement lorsque les petits deviennent accessibles à la mesure via une pression capillaire suffisamment



grande (Fig. 8.6). En raisonnant à partir de la courbe de pression capillaire obtenue par mesure

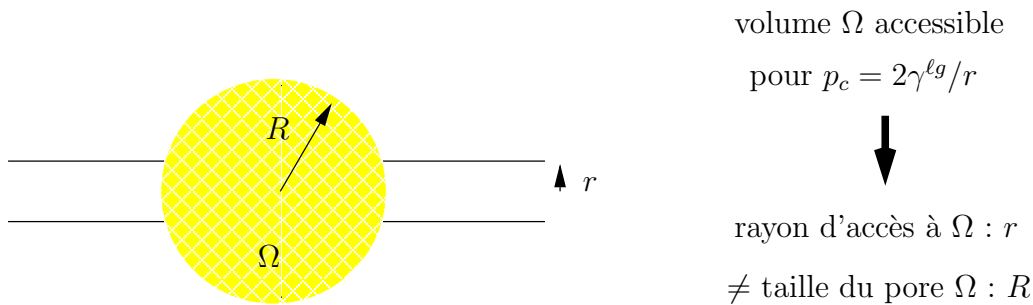


FIG. 8.6 – Rayons d'accès aux pores / taille des pores.

de perte de masse, on sur-représente donc les pores de petits rayons, puisqu'on comptabilise dans le volume de petits pores les pores de plus grands rayons qui n'étaient accessibles que par ces petits pores. Compte tenu de la densité importante de petits pores (Fig. 1.8), on s'interroge sur l'amplitude de ce phénomène : est-ce une approximation raisonnable de considérer que la distribution des rayons d'accès aux pores est confondue avec la distribution des tailles des pores ? Concentrons-nous donc à présent sur la Figure 1.8 pour répondre à cette question.

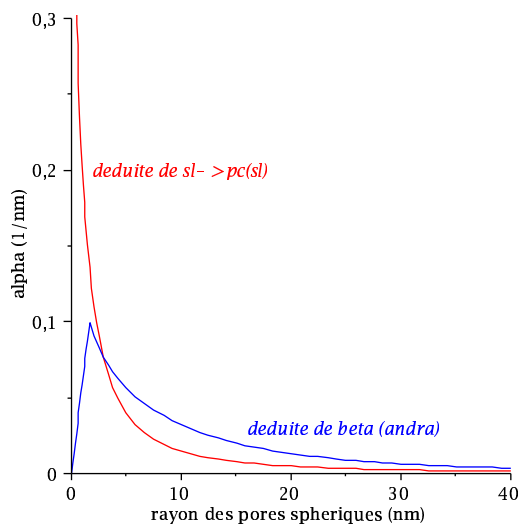


FIG. 8.7 – Comparaison des distributions de taille de pores : obtenue à partir de la distribution  $\beta$  de [4] (rouge) et à partir de la courbe de pression capillaire obtenue au laboratoire par séchage, sous l'hypothèse de pores sphériques (bleu).

La Figure 8.7 compare la distribution de taille de pore obtenue à partir de la distribution  $\beta$  extraite de [4] avec la distribution de taille de pore déduite de la courbe de pression capillaire obtenue au laboratoire par séchage, sous l'hypothèse de pores sphériques. Pour les pores de rayon supérieurs à  $2nm$ , on constate que les deux distributions sont proches. Par contre, pour les pores de rayon inférieurs  $2nm$ , qui sont les pores encore saturés sous une humidité relative de 60%, on constate que la distribution de taille de pores déduite de la courbe de pression capillaire est très éloignée de la courbe proposée par l'Andra. Par ailleurs, elle n'est pas du tout réaliste,

puisqu'elle exprime que la fraction volumique des pores dont le rayon est compris entre  $r$  et  $r + dr$  est de plus en plus grande à mesure que  $r$  tend vers 0. En fait, cette distribution est plutôt une distribution de rayon d'accès. Lorsque un pore de rayon inférieur à  $2nm$  se vide, il permet également aux pores plus gros qui n'étaient accessibles que par ce petit pore de se vider. La quantité d'eau évacuée est donc importante, puisqu'elle correspond aux petits pores qui viennent de se vidanger, ainsi que tous les gros pores qui ne pouvaient se vidanger que par l'intermédiaire de ces petits pores. On comprend ainsi la tendance croissante de cette distribution à mesure que le rayon diminue.

Il semble donc que dans le cas de l'argilite, considérer que la distribution des rayons d'accès peut être confondue avec la distribution de la taille des pores est une approximation assez grossière. Si on manipule la distribution des rayons d'accès à la place de la distribution de la taille des pores, on sur-représente de façon non négligeable les pores de petits rayons.

### Exploitation des phases transitoires

On s'intéresse à présent à la phase *transitoire* de la variation de masse lorsque l'humidité relative de l'environnement extérieur dans lequel est plongé l'échantillon est modifiée.

**Données expérimentales** La Figure 8.8 détaille, par fenêtre, les résultats expérimentaux pour le lot 2 mesurés pour les paliers de séchage suivants :  $80 \rightarrow 70 \rightarrow 60 \rightarrow 50 \rightarrow 40 \rightarrow 30 \rightarrow 15\%$ .

**Influence du degré de saturation initial sur la cinétique** On observe à la Figure 8.8 une très forte influence des degrés de saturation initiaux et finaux sur la cinétique de séchage. La masse des échantillons nécessite près de 70 heures pour se stabiliser après passage de l'humidité relative de leur environnement de 30% à 15%, tandis que 3 heures suffisent pour obtenir une stabilisation de la masse pour un palier de 80% à 70%. Cette influence du degré de saturation s'explique très bien : selon le degré de saturation de l'échantillon, les différents phénomènes physiques se manifestant lors du séchage (flux darcéen de l'eau liquide, flux darcéen du gaz, flux fickéen de la vapeur d'eau et de l'air sec) vont entrer en compétition avec des amplitudes différentes, ces amplitudes dépendant du degré de saturation actualisé. Ce dernier influence donc considérablement la cinétique de séchage.

## 8.2 Modélisation des cycles hydriques sur échantillons cylindriques : 1<sup>ère</sup> approche

Nous savons déjà que le suivi de la masse d'un échantillon lorsque celui-ci est en équilibre avec son environnement extérieur permet de connaître la courbe de pression capillaire. En modélisant à présent les phases *transitoires* du suivi de la masse d'un échantillon lorsque l'humidité relative de l'environnement extérieur est modifiée, nous allons mettre en évidence que ces phases transitoires sont fortement dépendantes des propriétés de perméabilité de l'échantillon.

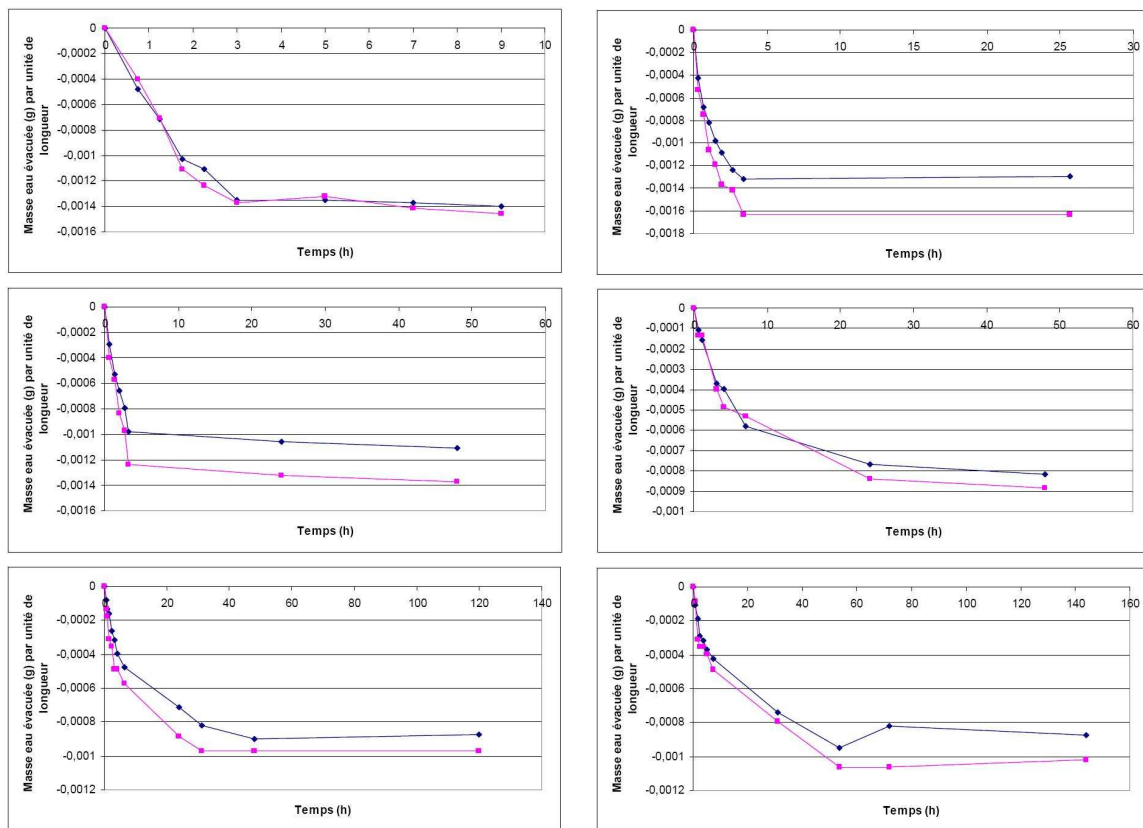


FIG. 8.8 – Suivi expérimental au cours du temps de la masse d’une unité de longueur pour deux échantillons du lot 2 : palier d’humidité relative de 80% à 70% (gauche, haut), de 70% à 60% (droite, haut), de 60% à 50% (gauche, milieu), de 50% à 40% (droite, milieu), de 40% à 30% (gauche, bas), de 30% à 15% (droite, bas).

### 8.2.1 Introduction

Pour décrire le séchage des milieux poreux, il est souvent fait l'hypothèse que la pression de gaz dans le réseau poreux est uniforme et constante, égale à la pression atmosphérique. Cette hypothèse repose sur l'idée qu'une variation de gaz au sein du matériau est dissipée quasi-instantanément (par rapport au temps de séchage) en raison du fort coefficient de perméabilité  $k/\eta$  du matériau au gaz, où  $k$  est la perméabilité intrinsèque du matériau et  $\eta$  la viscosité dynamique du fluide, qui est beaucoup plus faible pour un gaz ( $10^{-5} Pa \cdot s$ ) que pour un liquide ( $10^{-3} Pa \cdot s$ ). Cette hypothèse permet de simplifier la modélisation du séchage et de réduire les équations du transport en une équation unique gouvernant la teneur en eau ([10], [32],[66], [116]). Nous utiliserons cette approche à la Sous-section 8.2.2, comme première approximation pour modéliser le séchage d'un échantillon. Cette équation unique est attrayante car elle permet d'identifier un coefficient global de diffusion hydrique à partir des résultats expérimentaux accessibles, qu'ils soient sous forme de perte de poids ([8], [88]) ou de profils en humidité ou teneur en eau ([32], [88], [87], [116], [118]).

### 8.2.2 Hypothèse d'un transport purement darcéen

En première approximation, on peut donc considérer que le séchage d'un échantillon est dû au seul flux darcéen d'eau liquide. Cette hypothèse revient à considérer que la pression de gaz reste constante en permanence au sein de l'échantillon, ainsi que l'humidité relative  $h_r = p_v/p_{vs}$  : dans un tel cas, la pression de gaz et les concentrations molaires ne jouent en effet alors aucun rôle dans le séchage puisque le flux darcéen de gaz et la loi de Fick pour les constituants de la phase gazeuse ne sont pas activés<sup>1</sup>.

#### Principe du calcul inverse sous l'hypothèse d'un transport purement darcéen

Sous cette hypothèse, il est possible d'évaluer, par calcul inverse, la perméabilité effective à l'eau de l'argilite. En effet, on sait suivre expérimentalement la cinétique de la perte de masse mesurée lors d'un séchage (cf. Sous-section 8.1.1). Or, en calibrant la perméabilité relative à l'eau de sorte que la courbe de perte de masse théorique soit proche de l'expérimentale, on évalue la perméabilité relative à l'eau prise constante entre deux degrés de saturation successifs. Nous détaillons à présent d'un point de vue analytique cette approche.

En supposant que la pression de gaz est uniforme dans le matériau au cours du séchage, la combinaison de la conservation de la masse d'eau liquide et de la loi de Darcy<sup>2</sup> fournit l'équation suivante pour le transport de l'eau :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\varphi \rho_\ell s_\ell) = \text{div} \left( \rho_\ell \frac{k_\ell(s_\ell)}{\eta_\ell} \text{grad}(p_g - p_c(s_\ell)) \right) \quad (8.5)$$

<sup>1</sup>Ces équations, resp. 8.18 et 8.19 seront présentées à la Sous-section 8.3.2.

<sup>2</sup>Ces équations, resp. 8.13 et 8.17, seront présentées à la Sous-section 8.3.2.

qui se réécrit, dans le cas cylindrique axisymétrique :

$$\frac{\partial}{\partial t}(s_\ell) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} D_\ell s_\ell \right) \quad (8.6)$$

où la diffusivité de l'eau  $D_\ell$  est donnée par l'expression :

$$D_\ell = -\frac{k_\ell(s_\ell) dp_c}{\varphi \eta_\ell ds_\ell} \quad (8.7)$$

avec  $\eta_\ell$ , la viscosité de l'eau.

En supposant  $D_\ell$  constant par palier de séchage, on trouve l'expression suivante pour le degré de saturation solution :

$$s_\ell(r, t) = s_\ell^b + (s_\ell^i - s_\ell^b) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{R \sqrt{\mu_k} J_1(R \sqrt{\mu_k})} J_0(\sqrt{\mu_k} r) e^{-\mu_k D_\ell t} \quad (8.8)$$

où  $J_0$  et  $J_1$  sont des fonctions de Bessel de première espèce. Dans un cylindre  $[r, r + dr]$ , la masse liquide  $m_\ell(r, t)$  est donnée par :

$$m_\ell(r, t) = \varphi \rho_\ell s_\ell(r, t) \times (2\pi r dr) \quad (8.9)$$

de telle sorte que la masse liquide  $M(t)$  est calculée par :

$$M_\ell(t) = 2\pi \varphi \rho_\ell \int_0^R s_\ell(r, t) r dr \quad (8.10)$$

et finalement, la variation relative de masse est donnée par :

$$\frac{M_\ell(t) - M_\ell^\infty}{M_\ell^i - M_\ell^\infty} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{4}{R^2 \mu_k} e^{-\mu_k D_\ell t} \quad (8.11)$$

où  $M_\ell^i$  et  $M_\ell^\infty$  sont les masses d'eau liquide dans l'échantillon respectivement au début du palier de séchage et en fin de palier.

## Résultats du calcul inverse

Nous analysons à présent les résultats de séchage que nous avons obtenus sur le lot 2. Le suivi des variations de masse pour deux échantillons du lot 2 a été exposé à la Figure 8.8. Pour chaque variation d'humidité relative, nous interpolons par la méthode des moindres carrés les données expérimentales avec la solution analytique (8.11) grâce au calibrage du paramètre  $D_\ell$ , qui a été supposé constant pendant le palier d'humidité relative donné. Les résultats correspondant au lot 2 sont présentés aux Figures 8.9 et 8.10. Les figures de gauche montrent les résultats analytiques de variation de masse obtenus après ajustement sur les points expérimentaux, par la méthode des moindres carrés, du paramètre  $D_\ell$ . Les tracés de droite représentent la différence, au sens de la méthode des moindres carrés, entre nos mesures expérimentales et nos calculs

analytiques : le paramètre  $D_\ell$  correspond au minimum de ce tracé. A partir de ces paramètres  $D_\ell$  constants par palier d'humidité relative, on détermine ensuite la perméabilité à l'eau, supposée constante sur l'intervalle d'étude  $[s_\ell^i, s_\ell^{i+1}]$  :

$$k_\ell(s_\ell \in [s_\ell^i, s_\ell^{i+1}]) = -\varphi\eta_\ell \left( \frac{dp_c}{ds_\ell}(s_\ell^{moy}) \right)^{-1} D_\ell \quad (8.12)$$

L'expression (8.11) de la variation relative de masse indique que la valeur de la perméabilité, au travers du paramètre  $D_\ell$ , a une influence sur la cinétique du processus de séchage. Cette influence est confortée par les suivis expérimentaux. En haut (palier 85  $\rightarrow$  80%) à la Figure 8.9, l'équilibre est atteint en 8h et le paramètre correspondant  $D_\ell$  est égal à  $1.023 \cdot 10^{-9} m^2/s$ , tandis que en bas (palier 40  $\rightarrow$  30%) à la Figure 8.10, l'équilibre est atteint en 5 jours avec un paramètre  $D_\ell$  correspondant très différent, égal à  $8.577 \cdot 10^{-11} m^2/s$ . Les valeurs de la diffusivité de l'eau  $D_\ell$  et des perméabilités à l'eau  $k_\ell(s_\ell^{moy})$  sont récapitulées dans le Tableau 8.1. On constate que le fort contraste dans les durées de séchage (Figs. 8.9 et 8.10) est reflété par celui des diffusivités de l'eau et donc des perméabilités à l'eau  $k_\ell(s_\ell^{moy})$ .

Il est alors possible de tracer l'évolution du paramètre  $k_\ell$  comme une fonction par palier du degré de saturation  $s_\ell$  (Fig. 8.11, à gauche).

paliers $h_r$ (%)	paliers $s_\ell$ (%)	$D_\ell$ [ $m^2/s$ ]	$k_\ell(s_\ell \in \text{palier})$ [ $m^2$ ]
85 $\rightarrow$ 80	70 $\rightarrow$ 63	$\approx 1.023 \cdot 10^{-9}$	$\approx 1.473 \cdot 10^{-21}$
80 $\rightarrow$ 70	63 $\rightarrow$ 57	$\approx 1.433 \cdot 10^{-9}$	$\approx 9.453 \cdot 10^{-22}$
70 $\rightarrow$ 60	57 $\rightarrow$ 51	$\approx 5.731 \cdot 10^{-10}$	$\approx 3.002 \cdot 10^{-22}$
60 $\rightarrow$ 50	51 $\rightarrow$ 46	$\approx 1.753 \cdot 10^{-10}$	$\approx 5.995 \cdot 10^{-23}$
50 $\rightarrow$ 40	46 $\rightarrow$ 42	$\approx 1.288 \cdot 10^{-10}$	$\approx 3.499 \cdot 10^{-23}$
40 $\rightarrow$ 30	42 $\rightarrow$ 37	$\approx 8.577 \cdot 10^{-11}$	$\approx 1.756 \cdot 10^{-23}$

TAB. 8.1 – Diffusivité à l'eau et perméabilité à l'eau, constantes par palier, obtenues par calcul inverse à partir du suivi massique, sous chargement hydrique, d'échantillons du lot 2.

## Conclusions

Ce procédé par identification ne permet pas de valider les hypothèses qui ont conduit à cette équation unique puisqu'on ne calcule pas la pression de gaz. Par ailleurs, il n'apporte aucun éclairage sur l'importance relative des différents modes de transport de l'humidité dans le séchage du matériau, et de ce fait les processus de transport activés lors du séchage ne sont pas compris. Enfin, pour un matériau comme l'argilite pour lequel la perméabilité au gaz sur échantillon sec est faible, on peut s'interroger sur la pertinence de l'hypothèse d'une pression de gaz uniforme en tout temps au sein de l'échantillon.

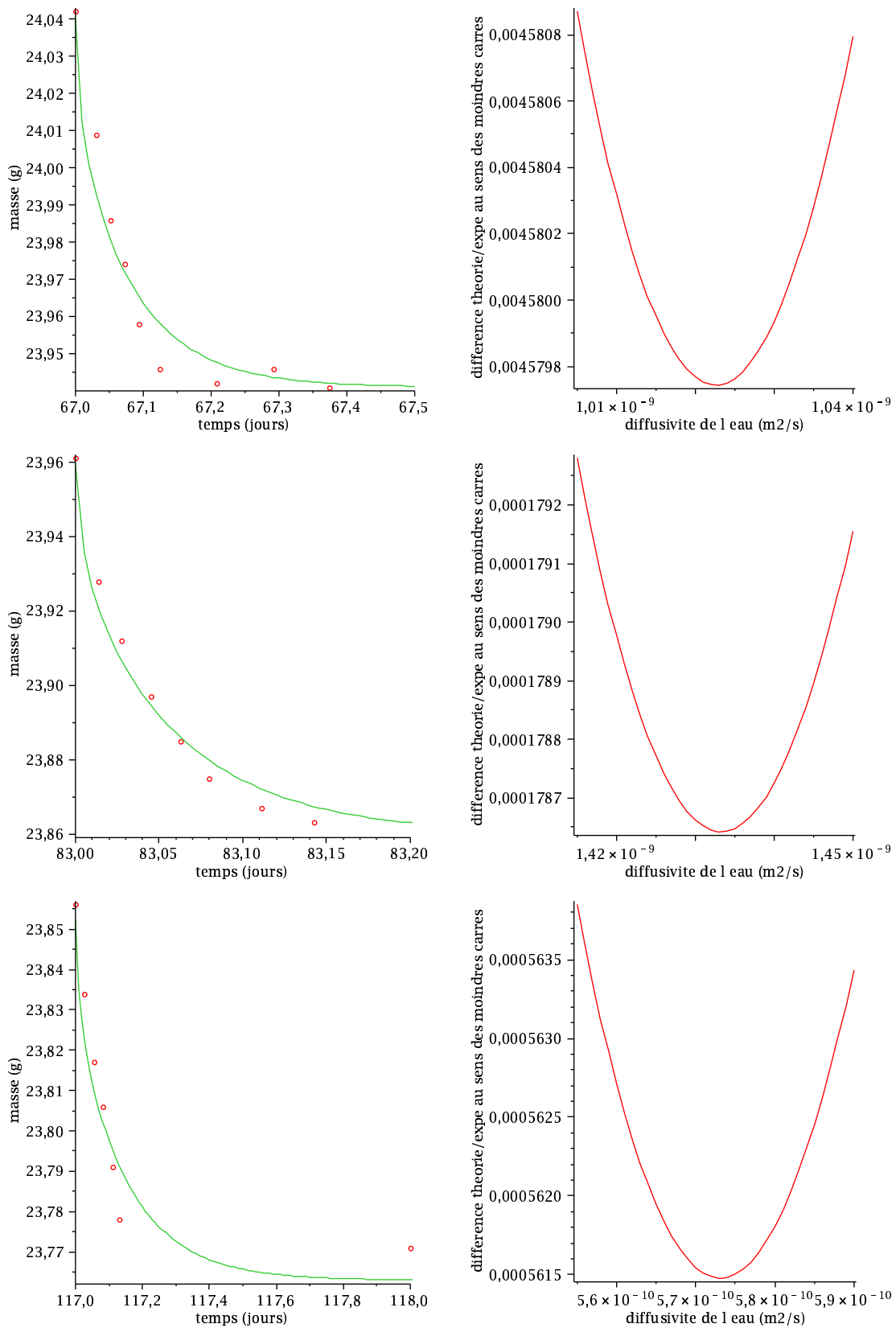


FIG. 8.9 – Gauche : Interpolation (ligne), pour le lot 2, de l'évolution de la masse expérimentale (points) avec la solution analytique de l'équation du transport darcién de l'eau. Droite : Minimisation de l'écart entre les points expérimentaux et la simulation par la méthode des moindres carrés. Palier d'humidité relative de 85% à 80% (haut), de 80% à 70% (milieu), de 70% à 60% (bas).

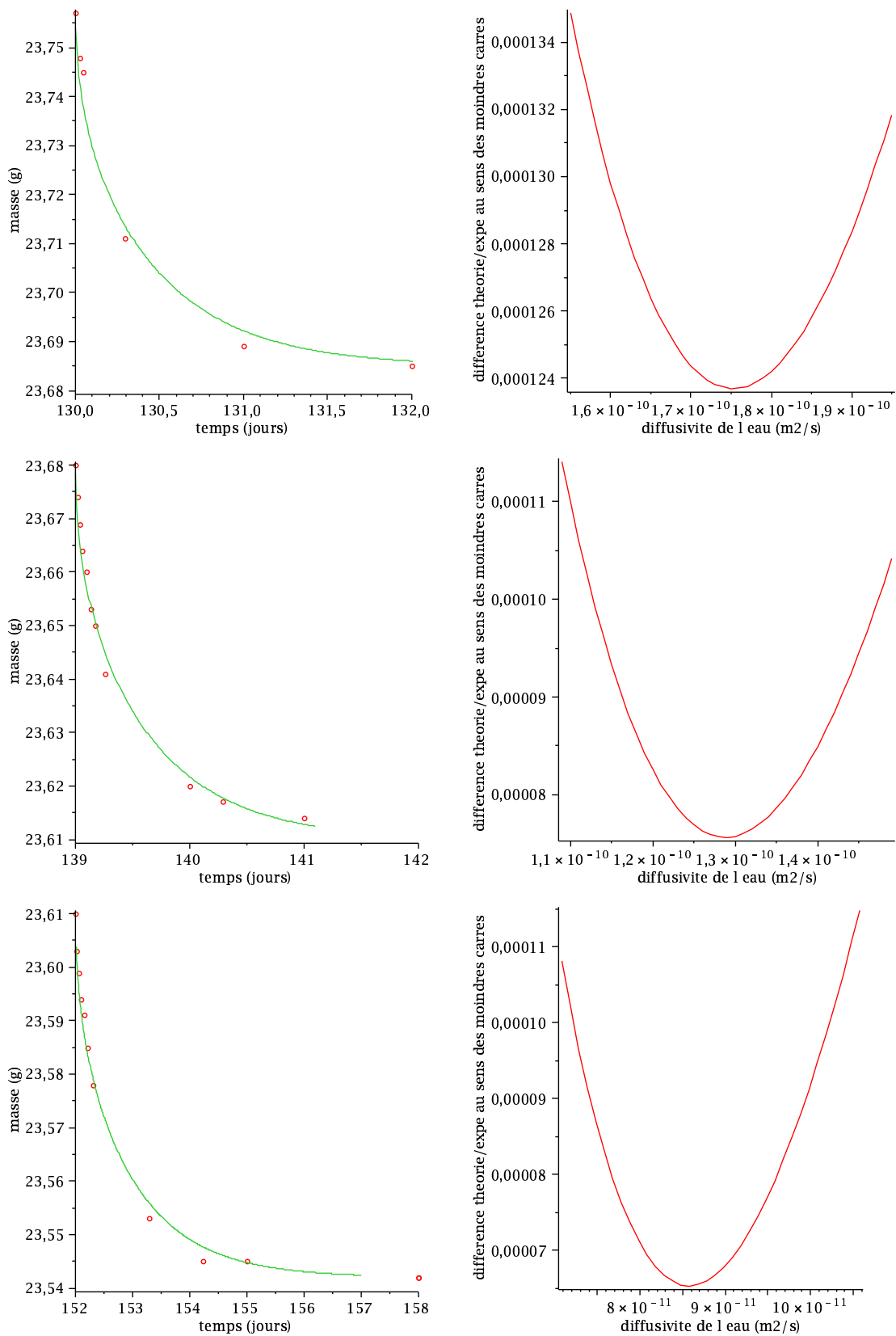


FIG. 8.10 – Gauche : Interpolation (ligne), pour le lot 2, de l'évolution de la masse expérimentale (points) avec la solution analytique de l'équation du transport darcéen de l'eau. Droite : Minimisation de l'écart entre les points expérimentaux et la simulation par la méthode des moindres carrés. Palier d'humidité relative de 60% à 50% (haut), de 50% à 40% (milieu), de 40% à 30% (bas).



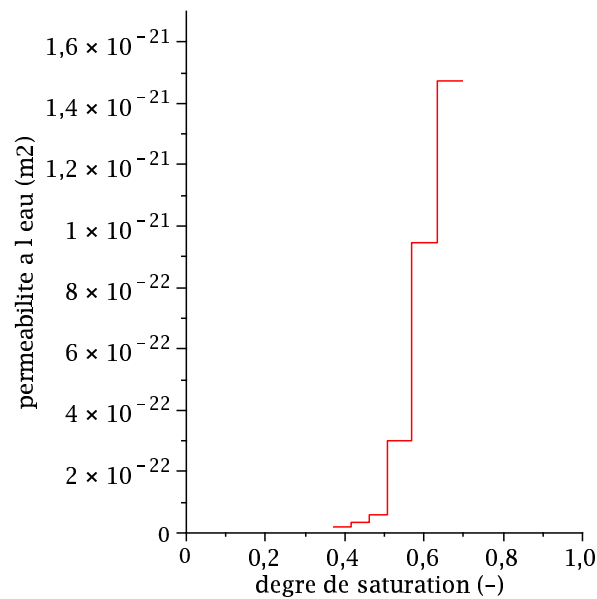


FIG. 8.11 – Evolution, pour le lot 2, de la perméabilité à l'eau déduite du calcul inverse à partir du suivi expérimental des variations de masse.

## 8.3 Modélisation des cycles hydriques sur échantillons cylindriques : 2<sup>ème</sup> approche

### 8.3.1 Introduction

En deuxième approche, on ne fait plus l'hypothèse que la pression de gaz et les concentrations molaires des composants gazeux sont constantes. D'autres modèles plus complets ont été développés qui traitent différemment les phases liquide et gazeuse qui occupent l'espace poreux du matériau. [18] considère la phase gazeuse comme constituée d'air sec et de vapeur d'eau. Il fait le choix d'une vitesse massique moyenne pour décrire la vitesse du mélange gazeux et suppose que la pression de gaz est constante. Il considère par ailleurs que l'équilibre entre l'eau liquide et la vapeur d'eau n'est modifiée que lorsque la teneur en eau de l'échantillon est inférieure à une valeur critique. Selon [32], il peut y avoir, dans un milieu non-saturé, transfert d'eau sous forme liquide mais aussi sous forme vapeur. Ces deux phénomènes, de nature physique distincte, ont lieu en même temps. Pour la phase gazeuse, il ne considère pas de transfert global du mélange, mais étudie en détails la diffusion moléculaire sous forme libre et avec effet Knudsen. [83] est l'un des premiers à prendre en compte les mouvements du mélange gazeux dus à un gradient de pression. Il considère la phase gazeuse comme constituée d'air sec et de vapeur d'eau, et exprime la vitesse de diffusion d'un constituant en fonction du gradient de sa concentration massique. Parallèlement, certains travaux ont été développés en vue de la modélisation du système triphasique eau-air-huile en sous-sol ([2], [101]) et certaines considérations sont transposables aux milieux poreux partiellement saturés par de l'eau.

[76] et [1] reprennent l'ensemble de ces avancées et considère que la phase gazeuse est constituée d'air sec et de vapeur d'eau. Il envisage par ailleurs que la pression de gaz puisse ne pas être nécessairement constante. Le mouvement des constituants par rapport au mélange gazeux est régi par la loi de Fick, et le mélange gazeux obéit au transport Darcéen. Afin d'utiliser la loi de Darcy pour le mélange gazeux, il est nécessaire de définir une vitesse de référence. La majorité des auteurs retiennent une vitesse massique moyenne ([66], [7], [33], [89]), alors que d'autres optent pour une vitesse molaire moyenne ([2], [101]). [76] a réalisé une étude thermodynamique de la dissipation liée au transport et a montré que si on raisonne sans faire l'hypothèse d'une pression totale de gaz constante, alors la loi de Darcy du mélange gazeux doit nécessairement être appliquée à la vitesse molaire moyenne. Dans ce manuscrit, on s'inscrit dans le prolongement des études de [76] sur le béton : on utilisera la vitesse molaire moyenne comme vitesse de référence du mélange gazeux, et on ne fixera pas la pression de gaz égale à la pression atmosphérique au cours du séchage.

Afin d'expliquer la cinétique des variations de masse des échantillons cylindriques d'argilite lors des procédés de séchage/imbibition, on développe une approche qui repose précisément sur des propriétés du transport tirées de [76]. On modélise l'argilite comme un squelette solide qui emprisonne un réseau poreux et on fait l'hypothèse que le squelette solide est indéformable, ou du moins qu'on peut négliger ses déformations pour modéliser la physique qui se passe dans le réseau poreux. En fait, on sait très bien que séchage et déformation sont couplés puisque la loi de comportement de l'argilite dépend du terme de couplage  $\delta\sigma_p$  qui est fonction du degré de saturation  $s_\ell$ . La déformation d'un échantillon est donc impactée par le séchage. Par contre, au premier ordre, le séchage n'est pas impacté par la déformation de l'échantillon. En effet, la déformation d'un échantillon a une répercussion sur la porosité et les perméabilités, qui sont des quantités qui interviennent dans les équations de transport. Mais les variations engendrées sont du second ordre par rapport aux variations engendrés par les mécanismes de séchage. Ainsi, lors de la modélisation du séchage, il est raisonnable de découpler les phénomènes de transport et le comportement mécanique pour considérer un squelette indéformable pendant la durée du séchage. Par ailleurs, on fait l'hypothèse supplémentaire selon laquelle la phase liquide est de l'eau pure. Ce n'est pas le cas puisque l'eau dans l'argilite contient des ions. De ce fait, on néglige les perturbations induites par la présence de ces ions sur l'équilibre liquide-vapeur de l'eau, sur la masse volumique de l'eau et sur sa viscosité. On suppose enfin que la température est uniforme et constante au cours du séchage dans le matériau, et on ne prend pas en compte les forces de gravité. Trois composants sont présents dans les pores : de l'eau sous forme liquide, de l'eau sous forme gazeuse, en équilibre thermodynamique avec l'eau liquide, et de l'air sec. Enfin, on distingue les perméabilités à l'eau et au gaz, comme nous l'indiquent nos mesures expérimentales (Sous-section 7.1).

### 8.3.2 Les équations de transfert, sans hypothèses sur les composants gazeux

Sous ces hypothèses, on peut à présent résumer le modèle de transfert.

**Conservation de la masse avec échange liquide-vapeur** Les équations suivantes expriment

la conservation de la masse pour, respectivement, l'eau liquide, la vapeur d'eau, et l'air sec :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} (\varphi \rho_\ell s_\ell) = -\text{div } \underline{w}_\ell - \dot{m}_{\ell \rightarrow g} & (8.13) \\ \frac{\partial}{\partial t} (\varphi \rho_v (1 - s_\ell)) = -\text{div } \underline{w}_v + \dot{m}_{\ell \rightarrow g} & (8.14) \\ \frac{\partial}{\partial t} (\varphi \rho_a (1 - s_\ell)) = -\text{div } \underline{w}_a & (8.15) \end{cases}$$

où  $\underline{w}_\alpha$  et  $\rho_\alpha$  correspondent respectivement à la vitesse massique et la masse volumique du composant  $\alpha$  ( $\alpha = \{l, v, a\}$ ).  $\dot{m}_{\ell \rightarrow g}$  est le terme d'échange liquide-vapeur.

**Mélange air sec et vapeur d'eau supposé idéal** La phase "gaz" est un mélange d'air sec et de vapeur d'eau en équilibre avec l'eau en phase liquide. Chaque gaz (l'air sec et la vapeur d'eau) est supposé idéal.

$$\begin{cases} p_v M_v = RT \rho_v \\ p_a M_a = RT \rho_a \end{cases} \quad (8.16)$$

$p_\alpha$  et  $M_\alpha$  sont respectivement les pression et masse molaire du composant  $\alpha$  ( $\alpha = \{v, a\}$ ).

**Flux** D'après le travail de [76], les flux sont modélisés par

- la loi de Darcy, qui traduit le flux convectif d'une phase donnée (liquide  $\ell$  et gazeuse  $g$ )

$$\begin{cases} \text{phase liquide : } \underline{w}_\ell = -\rho_\ell \frac{k_\ell(s_\ell)}{\eta_\ell} \underline{\text{grad}} p_\ell & (8.17) \\ \text{phase gazeuse : } \frac{w_v}{M_v} + \frac{w_a}{M_a} = -\frac{p_g}{RT} \frac{k_g(s_\ell)}{\eta_g} \underline{\text{grad}} p_g & (8.18) \end{cases}$$

où  $\eta_g$  est la viscosité du gaz.

- la loi de Fick, qui traduit le flux diffusif des composants "vapeur d'eau" et "air sec" de la phase gazeuse l'un par rapport à l'autre :

$$\frac{w_v}{\rho_v} - \frac{w_a}{\rho_a} = -\frac{1}{p_g} \frac{1}{C_a C_v} D_{va}(T) f(s_\ell) \underline{\text{grad}} C_v \quad (8.19)$$

si bien qu'on peut finalement écrire le flux de chacun des composants grâce aux expressions suivantes :

$$\underline{w}_\ell = -\rho_\ell \frac{k_\ell(s_\ell)}{\eta_\ell} \underline{\text{grad}} p_\ell \quad (8.20)$$

$$\underline{w}_v = -\rho_v \frac{k_g(s_\ell)}{\eta_g} \underline{\text{grad}} p_g - \frac{M_v}{RT} D_{va}(T) f(s_\ell) \underline{\text{grad}} C_v \quad (8.21)$$

$$\underline{w}_a = -\rho_a \frac{k_g(s_\ell)}{\eta_g} \underline{\text{grad}} p_g - \frac{M_a}{RT} D_{va}(T) f(s_\ell) \underline{\text{grad}} C_a \quad (8.22)$$

où  $C_v = p_v/p_g$  et  $C_a = p_a/p_g$  sont les concentrations molaires, avec  $p_g = p_a + p_v$  la pression totale de gaz.  $D_{va}$  et  $f(s_\ell)$  sont deux paramètres que nous détaillons dans la suite.

Ainsi, le transport de l'eau liquide est régi seulement par la loi de Darcy, et donc uniquement par le gradient de pression de liquide  $p_\ell$ , tandis que les transports de la vapeur d'eau

et d'air sec, sont régis à la fois par la loi de Darcy, avec le gradient de pression totale de gaz  $p_g$ , et de Fick, avec les gradients des concentrations molaires de chaque composant  $C_v$  et  $C_a$ .

**Equilibre thermodynamique liquide-vapeur instantané** Les deux composants "eau liquide" et "vapeur d'eau" sont en équilibre thermodynamique :

$$\frac{dp_v}{\rho_v} - \frac{dp_\ell}{\rho_\ell} = 0 \quad (8.23)$$

On rappelle que la température est supposée constante.

**Relation pression capillaire-saturation** Le matériau poreux obéit à une relation pression capillaire-saturation qui lui est propre :

$$p_g - p_\ell = p_c(s_\ell) \quad (8.24)$$

où la courbe de pression capillaire  $p_c(s_\ell)$  a été déterminée expérimentalement (Fig. 8.4).

**Relations empiriques** Enfin, on complète le modèle par un ensemble de relations empiriques.

- La loi de Fick fait intervenir le coefficient de diffusion de la vapeur d'eau dans l'air  $D_{va}(p_g, T)$  et un coefficient  $f(s_\ell)$ .
- ◊ Le coefficient de diffusion de la vapeur d'eau dans l'air dépend de la température et surtout de la pression totale de gaz, et est donné par [111] :

$$D_{va}(p_g, T) = \frac{D_{va}(T)}{p_g} \quad [\text{cm}^2/\text{s}] \quad \text{où} \quad D_{va}(T) = 0.217 p_{atm} \left( \frac{T}{T_0} \right)^{1.88} \quad (8.25)$$

- ◊ Le coefficient  $f(s_\ell)$  prend en compte la réduction de l'espace offert au gaz pour diffuser, ainsi que l'allongement du chemin à parcourir par le gaz pour traverser le milieu poreux (i.e. les effets de tortuosité). Ce facteur de "résistance" au passage du gaz s'exprime donc comme le produit de la porosité correspondant à l'espace gazeux  $\varphi(1 - s_\ell)$  et de la tortuosité. Nous considérons ici l'expression proposée par [76] :  $\tau = \varphi^{\frac{1}{3}}(1 - s_\ell)^{\frac{7}{3}}$ . Dans le cadre de l'homogénéisation, [40] montre que le tenseur de diffusion de la vapeur d'eau dans l'air d'un milieu poreux  $\mathbf{D}_{va}^{hom}(T, p_g)$  s'exprime en fonction du coefficient de diffusion de la vapeur d'eau dans un milieu infini rempli d'air  $D_{va}(T, p_g)$ , de la porosité occupée par le fluide gazeux  $\varphi(1 - s_\ell)$  et du tenseur de tortuosité  $\boldsymbol{\tau}$ , selon l'égalité  $\mathbf{D}_{va}^{hom} = \varphi(1 - s_\ell)D_{va}\boldsymbol{\tau}$ . Ce tenseur  $\boldsymbol{\tau}$  reflète les conséquences sur la diffusion de la présence géométrique des phases liquide et solide. En représentant ces phases liquide et solide par des inclusions sphériques, voici les différentes expressions proposées par [40] :

$$\boldsymbol{\tau} = \tau \mathbf{1} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \text{schéma différentiel} & : \tau = (\varphi(1 - s_\ell))^{1/2} \\ \text{schéma de Mori-Tanaka} & : \tau = \frac{2}{3 - \varphi(1 - s_\ell)} \\ \text{schéma auto-cohérent} & : \tau = \frac{3\varphi(1 - s_\ell) - 1}{2\varphi(1 - s_\ell)} \end{cases} \quad (8.26)$$

L'expression pour le schéma auto-cohérent n'a de sens que pour une porosité  $\varphi(1 - s_\ell)$  supérieur à  $1/3$ . Cette valeur seuil dépend de la forme des inclusions adoptée pour représenter les phases solide et liquide. En particulier, cette valeur diminuerait en considérant des inclusions oblates ou prolates. La Figure 8.12 montre le tracé des trois expressions de la tortuosité (8.26) ainsi que le tracé de la formulation de [76] pour une porosité  $\varphi$  de 40%. Ces courbes présentent d'importantes différences en raison de l'utilisation de la forme sphérique pour représenter les phases solide et liquide. Pour la suite, on reste sur la formulation de [76], en gardant en mémoire qu'une

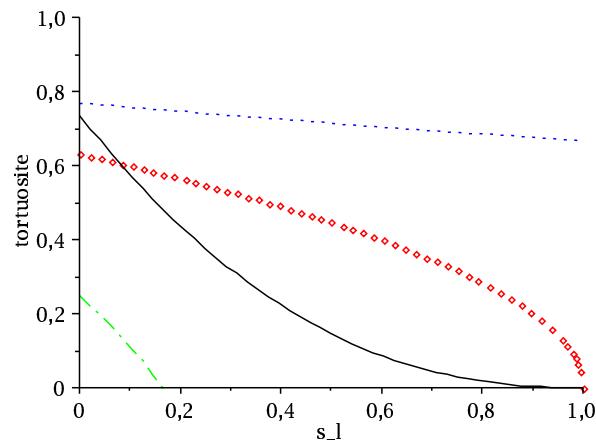


FIG. 8.12 – Tracés de la tortuosité en fonction du degré de saturation : comparaison de la formulation proposée par [76] (ligne, noir) et de celles de [40] : pour le schéma différentiel (cercle, rouge), le schéma de Mori-Tanaka (pointillés, bleu), le schéma auto-cohérent (grands pointillés, vert).

étude paramétrique des différentes formulations pourrait être une extension au travail présenté. On retient donc finalement l'expression suivante pour le coefficient  $f(s_\ell)$  :

$$f(s_\ell) = \varphi^{4/3} (1 - s_\ell)^{10/3} \quad (8.27)$$

On vérifie que  $s_\ell = 1$  implique que  $f(s_\ell) = 0$  : le réseau poreux est complètement saturé en eau liquide et le gaz ne peut alors pas circuler. Pour le cas sec où  $s_\ell = 0$ , la "résistance à la diffusion" qu'éprouvent les gaz pour circuler est d'autant plus grande que  $f(s_\ell)$  est petit, c'est-à-dire, selon l'expression de la tortuosité, que la porosité  $\varphi$  est faible.

- [76] utilise par ailleurs les relations proposées par Van Genuchten pour les expressions des perméabilités relatives. Nous n'utiliserons pas ces relations, mais plutôt les valeurs issues de nos mesures pour la perméabilité au gaz (cf. Figs. 7.3 (gauche) et 7.4).

Il ressort de la présentation de cette modélisation du transport que les perméabilités jouent un rôle fondamental lors du séchage ou d'une imbibition. Pour s'en convaincre, on peut observer l'expression des temps caractéristiques des différents phénomènes physiques en jeu lors du séchage, déterminés à partir des équations de conservation de la masse et des équations de flux.

### 8.3.3 Temps caractéristiques

Lors d'un séchage, on va assister à l'uniformisation des trois composants présents dans le réseau poreux : l'eau liquide, la vapeur d'eau et l'air sec. Au cours d'un séchage, les variations de la masse volumique de l'eau liquide sont négligeable devant les variations du degré de saturation et on peut donc considérer l'eau liquide comme incompressible. En se référant à l'Annexe 11.3, on peut identifier trois temps caractéristiques correspondant à trois phénomènes physiques au sein de l'échantillon qui vont piloter l'uniformisation des trois composants du réseau poreux :

- $\tau_D^\ell$  correspondant à l'uniformisation du degré de saturation et de la pression de liquide ;
- $\tau_P^g$  correspondant à l'uniformisation du gaz ;
- $\tau_F$  correspondant à l'uniformisation des composants gazeux, vapeur d'eau et air sec, au sein de la phase gazeuse.

Le Tableau 8.2 récapitule ces temps caractéristiques dont les calculs sont présentés à l'Annexe 8.3.3. On rappelle que  $\tau$  est le facteur de tortuosité.

Uniformisation		
du degré de saturation / pression de liquide	de la pression de gaz	des composants au sein de la phase gazeuse
$\frac{\tau_D^\ell}{d^2} = \varphi \frac{\eta_\ell}{k_\ell(s_\ell)} \frac{1}{ p'_c(s_\ell) }$	$\frac{\tau_P^g}{d^2} = \varphi(1 - s_\ell) \frac{\eta_g}{k_g(s_\ell)} \frac{1}{p_{atm}}$	$\frac{\tau_F}{d^2} = \frac{1}{\tau D_{va}(p_{atm}, T)}$

TAB. 8.2 – Temps caractéristiques intervenant lors du séchage, ramené au carré de la distance caractéristique  $d$  de l'échantillon.

### Evaluation des différents temps caractéristique pour l'argilite

On observe que le temps caractéristique de l'uniformisation de la pression de liquide (resp. pression de gaz) est inversement proportionnel à la perméabilité à l'eau liquide ( $k_\ell(s_\ell)$ ) (resp. perméabilité au gaz  $k_g(s_\ell)$ ). La connaissance de ces perméabilités est donc cruciale si on veut s'intéresser au transport dans l'argilite.

Nous modélisons nos échantillons cylindriques (Fig. 3.10) par des cylindres infinis de rayon  $6.73mm$ , le séchage s'effectuant selon la direction radiale (Fig. 8.13). Dans le tableau 8.3, on exploite le Tableau 11.1<sup>3</sup> dans le cas particulier d'un séchage sur une distance caractéristique de  $1mm$ .

### Un séchage en deux étapes

En observant ces temps caractéristiques, on constate que, mis à part le cas particulier du quasi saturé, on a :

$$\tau_F \ll \tau_P^g \ll \tau_D^\ell \tag{8.28}$$

On peut ainsi d'ores et déjà lire que le séchage va se produire en deux temps :

<sup>3</sup>Soulignons que ces calculs sont réalisés avec les perméabilités à l'eau que nous allons déduire dans la suite par calcul inverse à partir du suivi de masse.

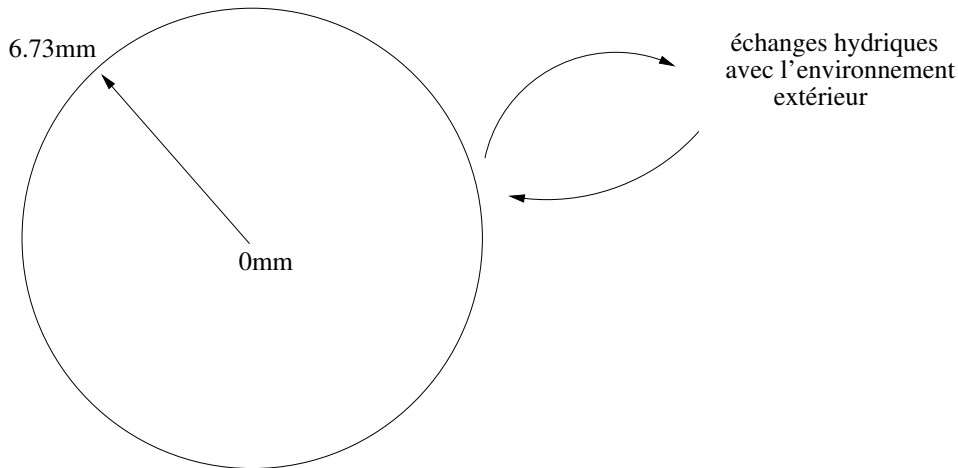


FIG. 8.13 – Section des échantillons cylindriques au cours d'un séchage.

$s_\ell$	$\tau_D^\ell$	$\tau_P^g$	$\tau_F$
0.98	$\approx 0.35$	$\approx 0.03$	$\approx 0.21$
0.78	$\approx 0.28$	$\approx 0.03$	$\approx 0.0008$
0.62	$\approx 0.30$	$\approx 0.03$	$\approx 0.0002$
0.59	$\approx 0.27$	$\approx 0.03$	$\approx 0.0002$
0.48	$\approx 2.80$	$\approx 0.03$	$\approx 0.0001$
0.13	$\approx 5.00$	$\approx 0.01$	$\approx 0.00003$

TAB. 8.3 – Ordre de grandeur, en heures, des différents temps caractéristiques de différents phénomènes physiques au sein d'un échantillon cylindrique d'argilite de taille caractéristique  $1mm$  lors d'un séchage.

- Dans un premier temps, c'est l'uniformisation de la phase gazeuse qui va contrôler le séchage. Ce phénomène a un temps caractéristique d'une dizaine d'heures. Au sein de la phase gazeuse, la concentration des composants s'uniformisent quasi-instantanément ( $\tau_F \ll \tau_P^g$ ).
- Lorsque la phase gazeuse est uniforme, c'est le phénomène d'uniformisation de la phase liquide qui pilote le séchage.

Nous reviendrons en détails sur les différentes phases du séchage à partir de la résolution numérique des équations du transport présentées à la Sous-section 8.3. Notons que pour les états proches de la saturation, on lit dans le Tableau 8.3 que le temps caractéristique de l'uniformisation des composants gazeux au sein de la phase gazeuse est du même ordre de grandeur que le temps caractéristique du flux darcéen pour l'eau liquide. Mais comme la phase gazeuse occupe un volume très faible par rapport la phase liquide pour les degrés de saturation proches de 1, c'est le flux darcéen qui domine le séchage pour les échantillons presque saturés.

#### Deux gammes de degrés de saturation

La comparaison des temps caractéristiques à partir du Tableau 8.3 ( $\tau_F \ll \tau_P^g \ll \tau_D^\ell$ ) indique que le temps caractéristique du séchage est celui du flux darcéen de l'eau liquide. Si on se concentre à présent sur la valeur de ce temps  $\tau_D^\ell$ , on constate deux gammes de degrés de saturation. Pour des degrés de saturation supérieurs à 60%, le temps caractéristique du séchage est à peu près constant, égal à 20min. A l'inverse, pour des degrés de saturation inférieurs à 50%, le temps caractéristique du séchage devient de plus en plus grand à mesure que le degré de saturation diminue.

On retrouve expérimentalement ces deux gammes de degrés de saturation à partir des échantillons cylindriques dont nous avons suivi les variations de masse. Si l'on considère que le temps caractéristique correspond au dixième du temps de séchage, on voit que la Figure 8.8 montre en que les séchages réalisés pour des paliers d'humidité relative 80 → 70%, 70 → 60% et 60 → 50% ont des temps caractéristiques de l'ordre de la demi-heure, alors que les séchages réalisés pour des paliers d'humidité relative 50 → 40%, 40 → 30% et 30 → 15% ont des temps caractéristiques nettement plus importants que l'heure, et qui sont croissants à mesure que le degré de saturation diminue : 3h pour le palier 50 → 40%, 4h pour le palier 40 → 30% et 5h pour le palier 30 → 15%. On retrouve effectivement deux gammes de degré de saturation pour le séchage : pour des degrés de saturation supérieurs à 60%, le temps de séchage est constant, et pour des degrés de saturation inférieurs à 50%, le temps de séchage croît à mesure que le degré de saturation diminue.

#### 8.3.4 Modélisation numérique du séchage pour l'argilite

Nous disposons à présent du maximum de données expérimentales (courbe de pression capillaire,...), dont celles, fondamentales, qui concernent la perméabilité au gaz et la perméabilité à l'eau pour un échantillon saturé. Par ailleurs, les équations du transport présentées à la Sous-section 8.3 sont adaptées au mieux aux spécificités de l'argilite (absence de perméabilité intrinsèque et de perméabilités relatives dans les expressions, contrairement à l'usage...).

#### Mise en œuvre numérique

La première interrogation concerne le choix de la méthode numérique. On peut considérer qu'il existe trois grandes classes de méthodes numériques pour la discrétisation des équations aux dérivées partielles :

- la méthode des différences finies
- la méthode des éléments finis
- la méthode des volumes finis

Cette dernière est parfaitement adaptée aux équations de conservation non linéaires. C'est celle que nous retenons pour résoudre numériquement les équations du séchage exposées à la Sous-section 8.3.



La mise en œuvre de la méthode des volumes finis est explicitée à l'Annexe 11.2. Le schéma numérique est obtenu par discrétisation des équations précédentes. On utilise une approximation d'Euler pour les dérivées en temps, et une discrétisation de type volumes finis pour les flux aux interfaces de deux volumes de contrôle, c'est-à-dire qu'on intègre, sur un volume de contrôle, les termes en divergence, et qu'on approxime, sur les bords de ce volume, les dérivées normales et les termes en facteur.

Au cours de l'implémentation numérique, il est apparu que la résolution est très sensible au choix du pas de temps. Nous utilisons donc une approximation de Crank-Nicholson pour les flux afin d'obtenir une meilleure stabilité du schéma numérique. La résolution numérique repose par ailleurs sur un pas de temps  $\Delta t$  évolutif qui s'adapte aux temps caractéristiques actualisés au cours du séchage des différents mécanismes physiques en jeu.

### Présentation des phénomènes physiques au cours du séchage

On trace en fonction de la profondeur dans l'échantillon et à différents pas de temps, la distribution du degré de saturation, de la pression de vapeur d'eau et de la pression d'air sec. La Figure 8.14 montre ces tracés pour trois paliers d'humidité relative :  $92 \rightarrow 85\%$ ,  $85 \rightarrow 70\%$  et  $70 \rightarrow 59\%$ . La profondeur à  $r_0 = 0mm$  correspond au coeur de l'échantillon tandis que la profondeur à  $r_N = 6.73mm$  correspond au bord (cf. Fig. 8.13).

Plusieurs commentaires peuvent être faits à partir de cette Figure 8.14. Tout d'abord, pour chaque palier, on observe la tendance monotone de l'évolution au cours du temps du degré de saturation et de la pression de vapeur d'eau. On observe en effet une fonction échelon aux tout premiers pas de temps et cette fonction échelon se dissipe au cours du séchage. Au contraire, la pression d'air sec présente une surpression qui apparaît au bord de l'échantillon avant de se propager vers le coeur. On observe en effet un pic d'air sec sur le bord de l'échantillon, pour  $r_N = 6.73mm$ . On voit que ce pic est plus étalé pour des humidités relatives plus faibles. Une fois que cette surpression a atteint le coeur de l'échantillon, la pression d'air sec se dissipe avec une tendance monotone au cours du temps. Un deuxième commentaire qui peut être relevé est l'importante différence d'ordre de grandeur entre la variation de pression de vapeur d'eau ( $200Pa$ ) et la variation de pression d'air sec ( $5000Pa$ ). Enfin, la comparaison entre les paliers montre que la dissipation de cette surpression d'air sec se réalise dans des cinétiques différentes selon le palier considéré. Ainsi, au trois huitième du séchage, la surpression a atteint le coeur de l'échantillon pour le palier  $92 \rightarrow 85\%$ , alors qu'il faut attendre d'être à mi-séchage pour que la surpression ait atteint le coeur pour les paliers  $85 \rightarrow 70\%$  et  $70 \rightarrow 59\%$ . La mise en évidence de cette surpression d'air sec souligne comme l'hypothèse d'une pression de gaz uniforme en tout temps au sein de l'échantillon utilisée à la Sous-section 8.2.2 est approximative dans le cas de l'argilite.

Essayons de comprendre les phénomènes physiques qui ont lieu dans le réseau poreux au cours du séchage. On va raisonner à partir des différentes phases qui apparaissent lors de l'évolution de la pression d'air sec dans l'échantillon.

**Conditions initiales** Détaillons tout d'abord les conditions initiales. Lors d'une variation de

### 8.3 Modélisation des cycles hydriques sur échantillons cylindriques : 2<sup>ème</sup> appro258

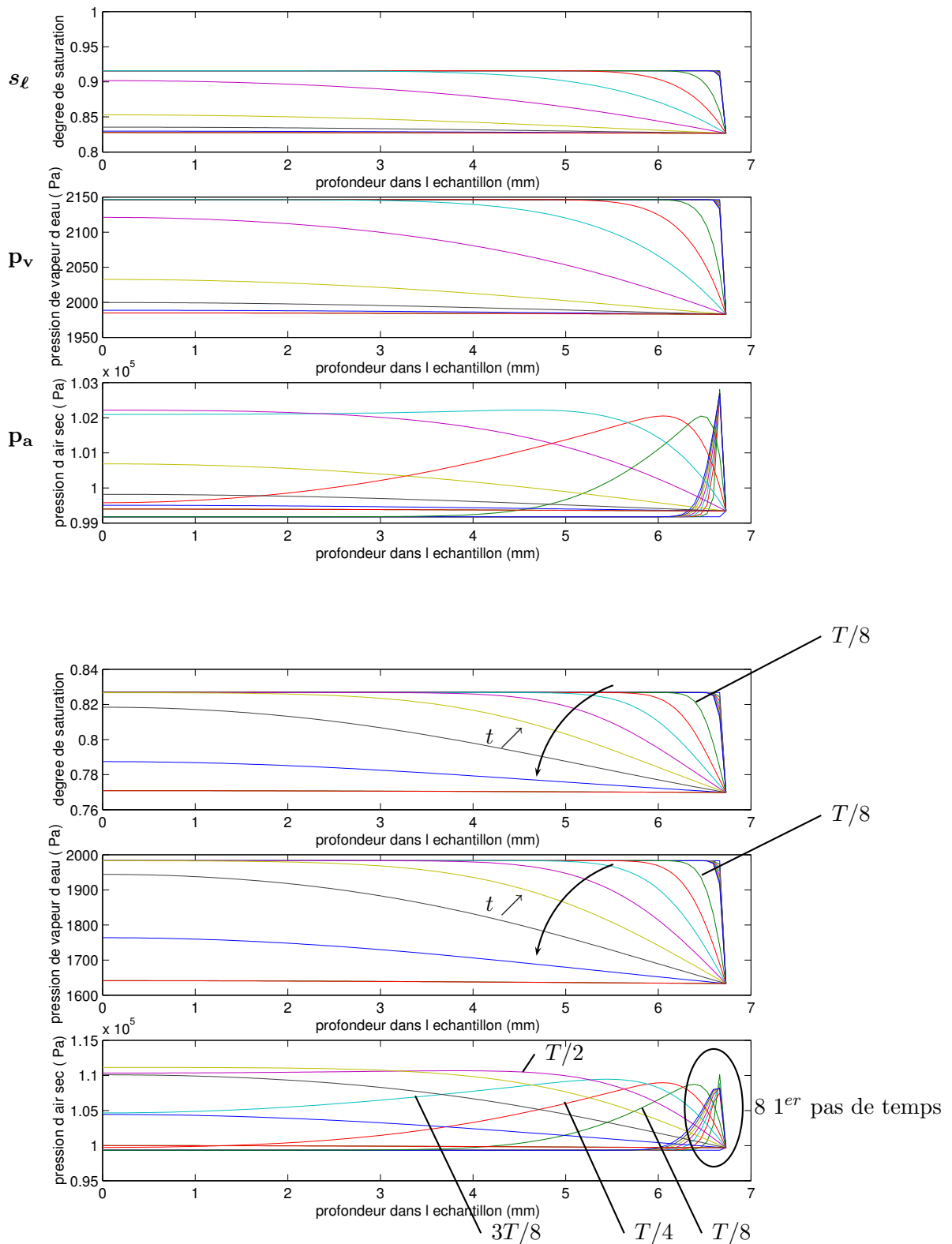


FIG. 8.14 – Tracé de la saturation en eau liquide, de la pression de vapeur d'eau et de la pression d'air sec en fonction de la profondeur dans l'échantillon ( $x = 0$  est le cœur de l'échantillon), pour un palier d'humidité relative 92 → 85% (haut) et 85 → 70% (bas), pour différents pas de temps (les 8 premiers pas de temps puis à  $T/8$ ,  $T/4$ ,  $3T/8$ ,  $T/2$ ,  $5T/8$ ,  $3T/4$ ,  $7T/8$ ,  $T$ ) (lot 4).

l'humidité relative de l'environnement extérieur, un dirac d'humidité relative est imposé sur le bord de l'échantillon. Ce dirac d'humidité relative implique à la fois un dirac sur la pression capillaire (par l'intermédiaire de la loi de Kelvin-Laplace), et un dirac sur la pression de vapeur par l'équation reliant la pression de vapeur à la pression de vapeur saturante. La pression totale de gaz n'est pas modifiée par ce dirac d'humidité relative et reste égale à la pression atmosphérique dans tout l'échantillon, ce qui implique par contre l'existence d'un dirac sur la pression d'air sec, inversé par rapport à la pression de vapeur d'eau. Par définition de la pression capillaire, la pression de liquide  $p_\ell$  est définie par la différence  $p_g - p_c$ , ce qui implique également la présence d'un dirac. On vient de détailler l'état initial sur les principales variables.

**A  $t = 0^+$**  On observe, dans les tout premiers temps, l'apparition d'une surpression importante d'air sec. Essayons de comprendre l'origine et l'ordre de grandeur de cette surpression. Plaçons nous à  $t = 0^+$  où le front des variables a commencé à se déplacer vers le cœur de l'échantillon. Entre le cœur de l'échantillon et le front, la pression de gaz totale est égale à sa valeur initiale, quand l'échantillon était en équilibre avec son environnement extérieur, c'est-à-dire à  $p_{atm}$ . Sur le bord, la pression de gaz totale  $p_g$  est également égale à la pression atmosphérique  $p_{atm}$ . Entre le front et le bord, la pression de gaz totale est reliée à la pression de liquide et la pression capillaire par la définition de cette dernière  $p_c = p_g - p_\ell$ , où  $p_c$  et  $p_\ell$  sont chacun de l'ordre de quelques dizaines de  $MPa$ . Cette quantité n'a aucune raison alors d'être égale à la pression atmosphérique  $p_{atm}$ . Comme la pression de gaz totale est la somme de la pression d'air sec et de la pression de vapeur, et que l'ordre de grandeur de la pression de gaz totale est très supérieur à celui de la pression de vapeur, la surpression de gaz totale se répercute sur l'air sec en créant une surpression du même ordre de grandeur.

**Première phase** On observe ensuite que cette surpression d'air sec localisée près du bord de l'échantillon se généralise à tout l'échantillon. Le calcul des temps caractéristiques (cf. Tab 8.3) montre que le flux Fickéen a une cinétique beaucoup plus rapide que le flux darcéen de gaz, lui-même beaucoup plus rapide que le flux darcéen de l'eau liquide. De ce fait, le flux darcéen d'eau liquide est négligeable devant les flux diffusifs de vapeur d'eau et d'air sec. On lit alors, à partir de l'équation de conservation de la masse d'eau liquide, avec une vitesse massique  $w_\ell = 0$ , que l'évolution dans le temps du degré de saturation ne peut s'expliquer que par des changements d'état de l'eau liquide vers de la vapeur d'eau  $\dot{m}_{l \rightarrow g}$ . Par ailleurs, par un raisonnement similaire à celui mené à  $t = 0^+$ , la surpression d'air sec se généralise et se propage jusqu'à atteindre le cœur de l'échantillon. Comme on observe l'évaporation de l'eau liquide dans l'échantillon en même temps que la propagation de la surpression d'air sec, on en déduit que c'est l'évaporation qui, en sortant du milieu poreux par diffusion, crée un fort appel d'air sec dans l'échantillon. Cette phase se termine quand la pression de gaz est uniforme dans le matériau, la concentration molaire en vapeur d'eau  $p_v/p_g$  étant alors également uniforme en raison des ordres de grandeurs des temps caractéristiques en jeu :  $\tau_F \ll \tau_P^g$ .

**Deuxième phase** Au début de cette deuxième et dernière phase, la surpression d'air sec a atteint le coeur de l'échantillon, et la pression de gaz, ainsi que les concentrations molaires en vapeur d'eau et air sec sont quasiment uniformes dans l'échantillon. Les gradients diffusifs d'air sec et de vapeur d'eau, ainsi que le gradient darcéen de gaz deviennent négligeables devant le gradient darcéen de l'eau liquide, et c'est donc le flux darcéen d'eau liquide qui domine dans cette dernière phase. Cette phase est de l'ordre de quelques jours. La loi de conservation de la masse d'eau liquide indique alors, comme il n'y a plus de changement d'état, que le degré de saturation de l'eau diminue grâce au flux d'eau liquide. La loi de conservation respectivement de la masse d'air sec et de la vapeur d'eau indique par ailleurs que la diminution du degré de saturation implique la diminution respectivement de la pression d'air sec et de la pression de vapeur d'eau. Par équilibre thermodynamique, la diminution de la pression de vapeur d'eau entraîne la diminution de la pression d'eau liquide, moteur de cette phase, qui prend donc fin lorsque la pression d'eau liquide est uniforme dans tout l'échantillon. Si l'on résume, au cours de cette dernière phase, l'eau liquide se déplace du coeur de l'échantillon vers le bord où elle s'évapore, entraînant une diminution de la saturation en eau liquide et de la surpression d'air sec.

**Présentation des résultats**

La résolution numérique des équations de séchage donne accès au degré de saturation en tout point de l'échantillon et en tout temps. Il est alors possible de calculer, en tout temps, la masse d'eau présente dans l'échantillon. Comme on dispose du suivi jusqu'à équilibre de la masse d'un échantillon d'un point de vue expérimental, il est possible de comparer nos mesures de masse avec les prédictions de variation de masse avancées par le modèle.

Dans toute la suite, on s'intéresse au lot 2 qu'on a déjà étudié à la Sous-section 8.2.2, dans le cadre de l'hypothèse d'une pression de gaz et des concentrations molaires uniformes en tout temps dans l'échantillon.

paliers $h_r$ (%)	paliers $s_\ell$ (%)	$k_\ell(s_\ell \in \text{palier})$ [ $m^2$ ]
85 → 80	70 → 63	$\approx 1.4 \cdot 10^{-21}$
80 → 70	63 → 57	$\approx 8.7 \cdot 10^{-22}$
70 → 60	57 → 51	$\approx 2.9 \cdot 10^{-22}$
60 → 50	51 → 46	$\approx 5.3 \cdot 10^{-23}$
50 → 40	46 → 42	$\approx 2.9 \cdot 10^{-23}$
40 → 30	42 → 37	$\approx 1.1 \cdot 10^{-23}$

TAB. 8.4 – Perméabilité à l'eau, constante par palier, obtenue par calcul inverse en utilisant les équations de transfert, à partir du suivi massique, sous chargement hydrique, d'échantillons du lot 2.

Les tracés de gauche aux Figures 8.15 et 8.16 montrent les résultats numériques de variation de masse obtenus après ajustement, par la méthode des moindres carrés, de la perméabilité à l'eau  $k_\ell$ . Les tracés de droite représentent la différence, au sens de la méthode des moindres carrés, entre nos mesures expérimentales et nos calculs numériques : la perméabilité à l'eau

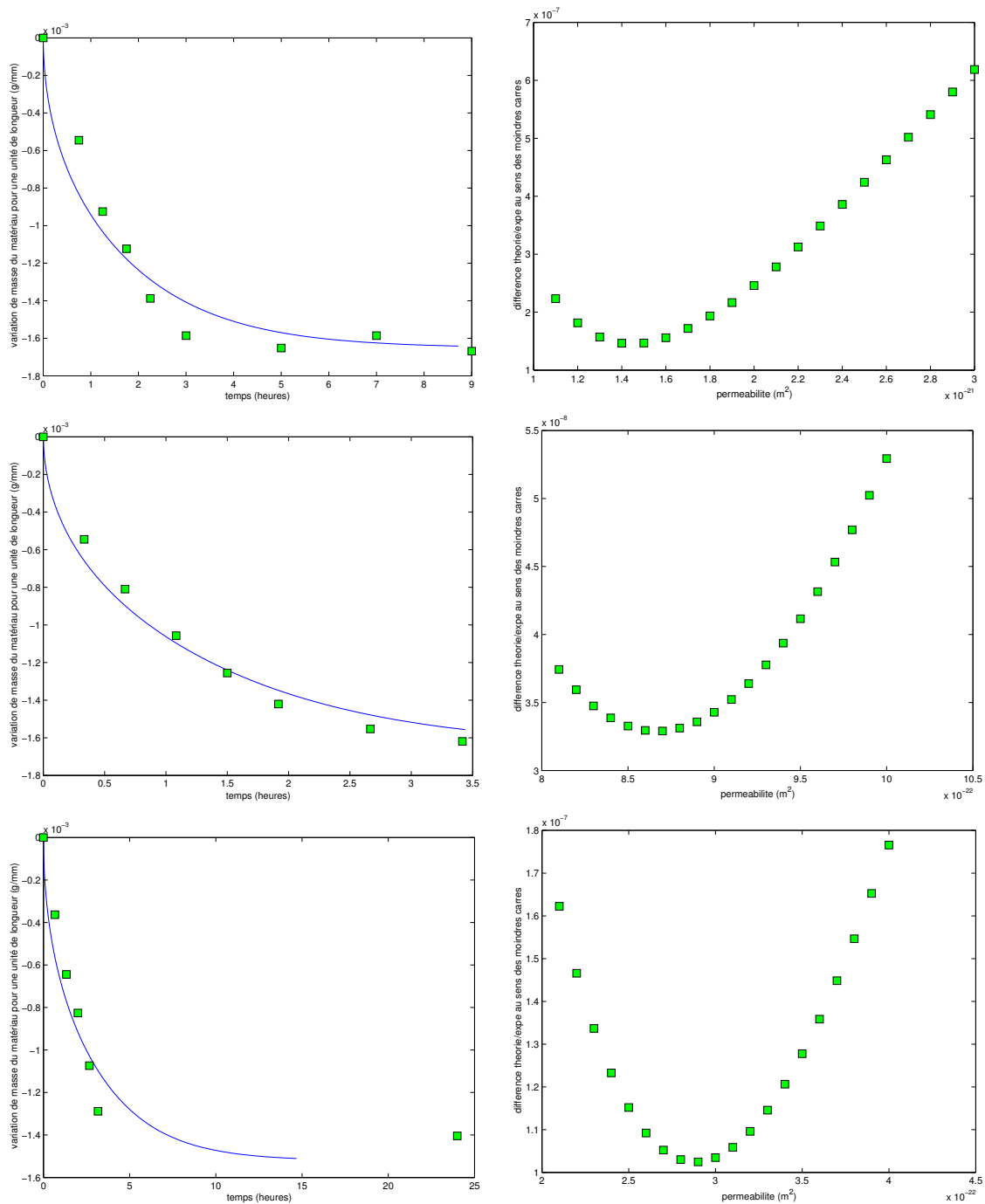


FIG. 8.15 – Gauche : Interpolation (ligne), pour le lot 2, de l'évolution de la masse expérimentale (points) avec la solution numérique des équations de transport. Droite : Minimisation de l'écart entre les points expérimentaux et la simulation par la méthode des moindres carrés. Palier d'humidité relative de 85% à 80% (haut), de 80% à 70% (milieu), de 70% à 60% (bas).

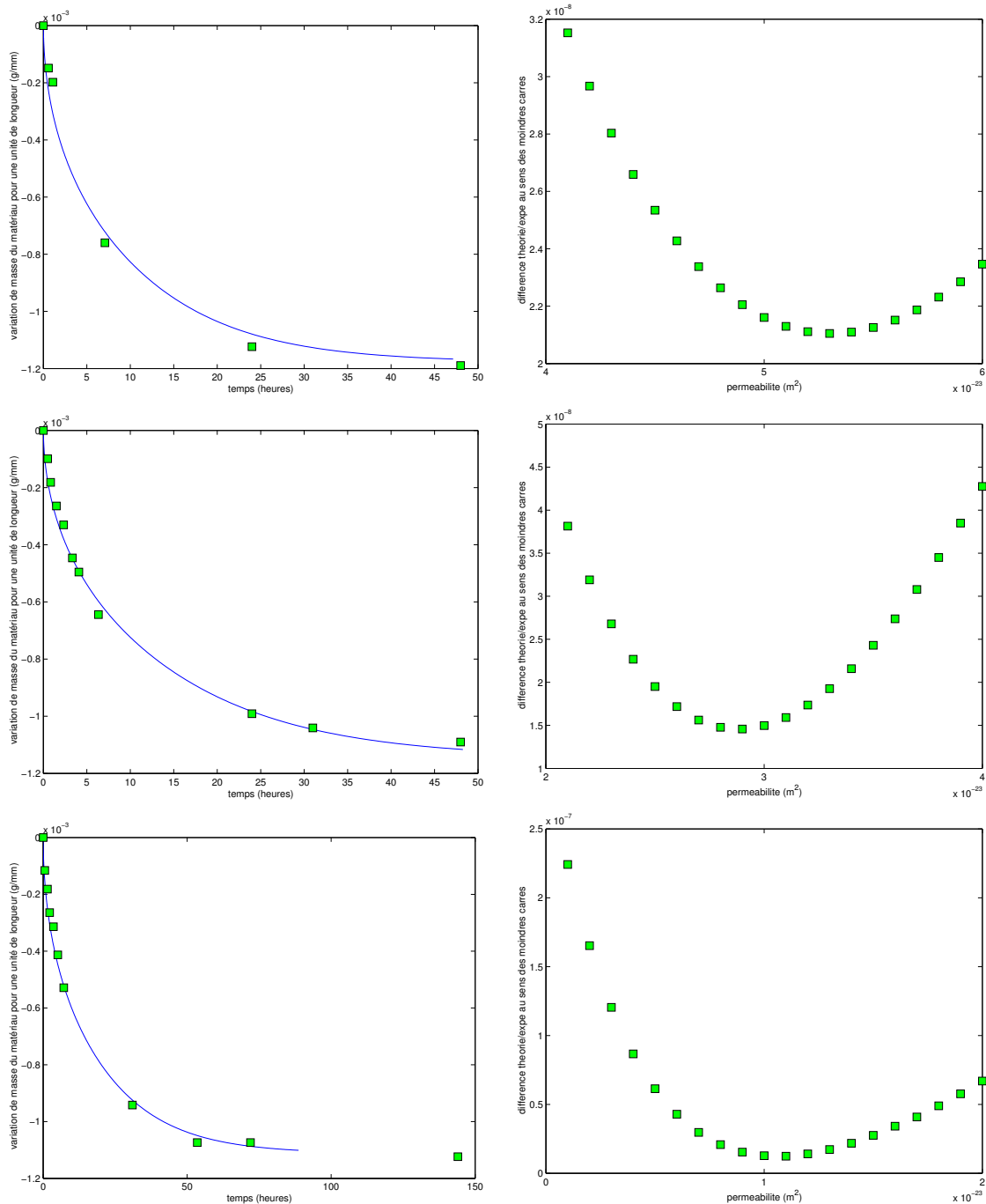


FIG. 8.16 – Gauche : Interpolation (ligne), pour le lot 2, de l'évolution de la masse expérimentale (points) avec la solution numérique des équations de transport. Droite : Minimisation de l'écart entre les points expérimentaux et la simulation par la méthode des moindres carrés. Palier d'humidité relative de 60% à 50% (haut), de 50% à 40% (milieu), de 40% à 30% (bas).

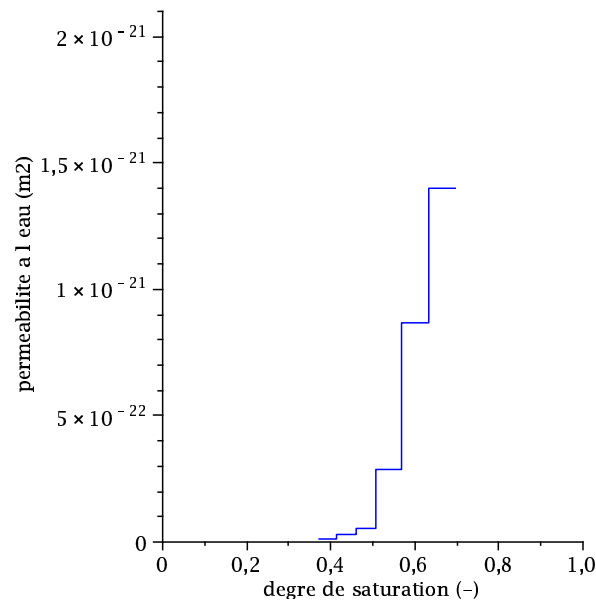


FIG. 8.17 – Evolution, pour le lot 2, de la perméabilité à l'eau déduite par calcul inverse grâce aux équations de transport à partir du suivi expérimental des variations de masse.

optimale correspond au minimum de ce tracé. Les valeurs des perméabilités à l'eau  $k_{\ell}(s_{\ell})$  sont récapitulées dans le Tableau 8.4.

## 8.4 Conclusions

La mise en œuvre de ces deux approches pour modéliser le séchage, l'une reposant sur un transport purement darcién de l'eau liquide, et l'autre reposant sur un système plus complet d'équations de transfert, amène quelques commentaires.

### 8.4.1 Comparaison des deux modélisations

On peut tout d'abord s'interroger sur la nécessité d'utiliser le modèle plus complet de séchage par rapport au modèle reposant uniquement sur le transport purement darcién de l'eau liquide. La Figure 8.18 représente la perméabilité à l'eau, constante par palier de séchage, obtenue à partir des deux modélisations. On constate que les deux approches fournissent des résultats cohérents. Afin de comparer plus finement les deux méthodes de résolution, on indique les erreurs relatives sur la perméabilité à l'eau de la résolution simplifiée par rapport à la résolution complète. On constate que l'erreur relative du modèle simplifié par rapport au modèle complet est d'autant plus importante que l'on considère un degré de saturation faible. On représente également aux Figures 8.20 et 8.21 ce que fournit le calcul complet tracé d'une part avec la perméabilité à l'eau calibrée à partir des équations de transport (Tab. 8.4) et d'autre part avec la perméabilité à l'eau calibrée à partir du calcul analytique (Figs. 8.9 et 8.10). Ces tracés confirment que l'erreur réalisée en considérant le modèle simplifié est d'autant plus importante que le degré de

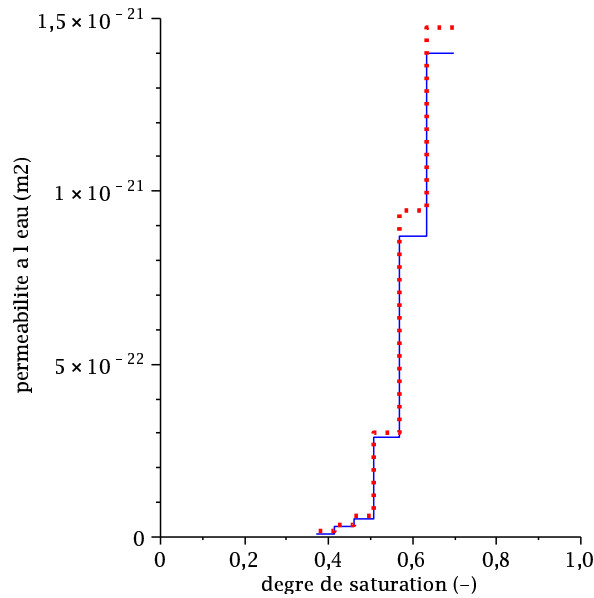


FIG. 8.18 – Comparaison des calculs inverses pour le lot 2 : par le séchage simplifié utilisant la loi de Darcy (carrés rouges) et par le modèle complet (cercles verts).

paliers $h_r$ (%)	paliers $s_\ell$ (%)	$\frac{k_\ell^{simp} - k_\ell^{comp}}{k_\ell^{comp}}$ (%)
85 → 80	70 → 63	5.2
80 → 70	63 → 57	8.7
70 → 60	57 → 51	3.5
60 → 50	51 → 46	13.1
50 → 40	46 → 42	20.6
40 → 30	42 → 37	65.0

TAB. 8.5 – Erreur relative entre les perméabilités à l'eau obtenues par les deux approches, simplifiée et complètes, à partir du suivi massique des échantillons du lot 2.

saturation de l'échantillon est faible. Si l'on devait fixer un critère à partir de cette étude, on pourrait considérer que le modèle simplifié permet une très bonne approximation du séchage pour des degrés de saturation supérieurs à 60%. Sous ce degré de saturation seuil, il devient préférable d'utiliser le système complet d'équations de transfert.

On pouvait s'attendre intuitivement à ce que le modèle simplifié soit pertinent pour les grands degrés de saturation : en effet, le réseau poreux est alors rempli presque uniquement de liquide et on peut comprendre que le séchage soit contrôlé par le volume liquide et non par le faible volume gazeux. L'étude des temps caractéristiques permet une analyse plus fine. En effet, on observe avec le Tableau 8.3 que pour les degrés de saturation inférieurs à 50%, le temps caractéristique  $\tau_D^\ell$  croît très rapidement, tendant vers l'infini. En effet, la perméabilité à l'eau chute très rapidement à mesure que le matériau se dé-sature pour devenir très faible devant sa valeur à l'état saturé pour des degrés de saturation inférieurs à 50% (Fig. 8.17) et devenir nulle



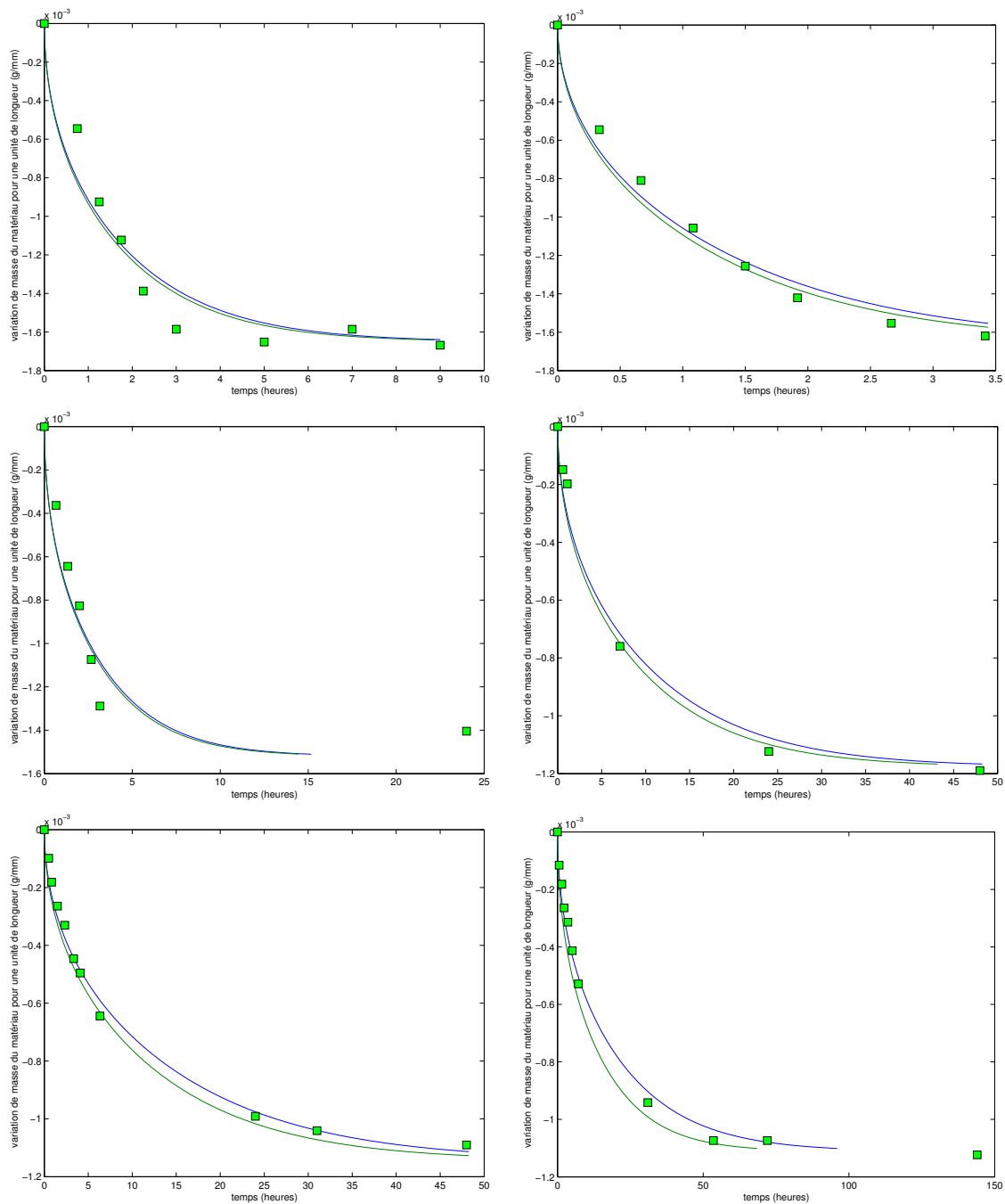


FIG. 8.19 – Comparaison des deux modélisations de séchage pour le lot 2 : évolution de la masse expérimentale (carrés verts), interpolation avec la solution numérique (ligne bleue), et tracé de la solution numérique avec la perméabilité à l'eau calibrée à partir de la solution analytique (ligne verte). Palier d'humidité relative de 85% à 80% (haut, gauche), de 80% à 70% (haut, droit), de 70% à 60% (milieu, gauche), de 60% à 50% (milieu, droit), de 50% à 40% (bas, gauche), et de 40% à 30% (bas, droit).

lorsque la phase liquide perd sa connexité (à partir de 30–40% à la Figure 8.17). Ainsi, pour des degrés de saturation inférieurs à 50% environ, le flux darcéen devient négligeable, car la phase liquide n'est plus connexe, ou l'est faiblement. On comprend donc que le modèle simplifié soit effectivement une bonne approximation pour modéliser le séchage pour des degrés de saturation supérieurs à 60%, alors qu'il est approximatif, par rapport au modèle complet, pour des degrés de saturation inférieur à 50%.

#### 8.4.2 De l'erreur commise par l'utilisation de van Genuchten

Les Figures 8.20 et 8.21 représentent la perméabilité à l'eau que l'on a obtenue par calcul inverse en utilisant le système complet des équations de transport à partir des points expérimentaux en supposant la perméabilité à l'eau continue, et linéaire par morceaux sur chaque palier de séchage. Plus précisément, on a cherché une perméabilité à l'eau qui soit constante sur le palier 40 → 30%, puis continue et linéaire par palier de séchage.

La Figure 8.22 représente la perméabilité à l'eau ainsi obtenue. Est représentée également l'expression de la perméabilité relative à l'eau (7.7) suivant la formulation de van Genuchten avec la constante  $n = 1.49$  (cf. [4]), multipliée par un paramètre qui a été interpolé par la méthode des moindres carrés à partir de la courbe de perméabilité relative à l'eau. On trouve ce paramètre égal à  $1.56 \cdot 10^{-19} m^2$ . Cette valeur est à comparer avec la mesure de perméabilité à l'eau sur échantillon saturé  $k_{liq}(s_\ell = 1)$  (cf. Tab. 7.1) qui est représentée aussi à la Figure 8.22 : on trouve un ordre de grandeur très supérieur à celui de nos mesures. En fait, on s'attend à ce que la perméabilité à l'eau sur échantillon à bille saturé soit plus grand que celui mesuré. En effet, le suivi des masses a été réalisé sur des échantillons libres de contraintes. On peut donc penser qu'il existe dans ces échantillons des décohésions entre les inclusions et la matrice argileuse, consécutives à l'extraction des carottes du sol. Ces décohésions engendrent une porosité qui est une porosité à l'interface entre la matrice argileuse et les inclusions, représentant 10% du volume poreux dans lequel l'eau est libre et circule à l'interface entre les inclusions et la matrice argileuse (cf. [4] et Fig. 1.8). L'apparition de cette mésoporosité tend à augmenter les perméabilités. Notons d'après cette remarque qu'on s'attend donc à des cinétiques de séchage plus lentes *in-situ* que au laboratoire (cf. Tab. 8.2). Mais cette remarque ne permet pas de justifier l'écart très important observé ici entre le paramètre égal à  $1.56 \cdot 10^{-19} m^2$  et l'ordre de grandeur de nos mesures (Tab. 7.1). On peut donc conclure que la formulation de van Genuchten n'est pas du tout cohérente avec nos résultats expérimentaux puisqu'elle ne permet pas de reproduire à la fois le suivi de masse *et* nos mesures de perméabilité au liquide sur échantillon saturé. Par ailleurs, on observe que, pour des degrés de saturation inférieurs à 50%, la tendance obtenue pour la formulation de van Genuchten ne reproduit pas correctement la courbe de perméabilité à l'eau obtenue par calcul inverse à partir du système complet des équations de transport. La formulation de van Genuchten pour exprimer la perméabilité à l'eau n'est donc pas du tout adaptée au cas de l'argilite.

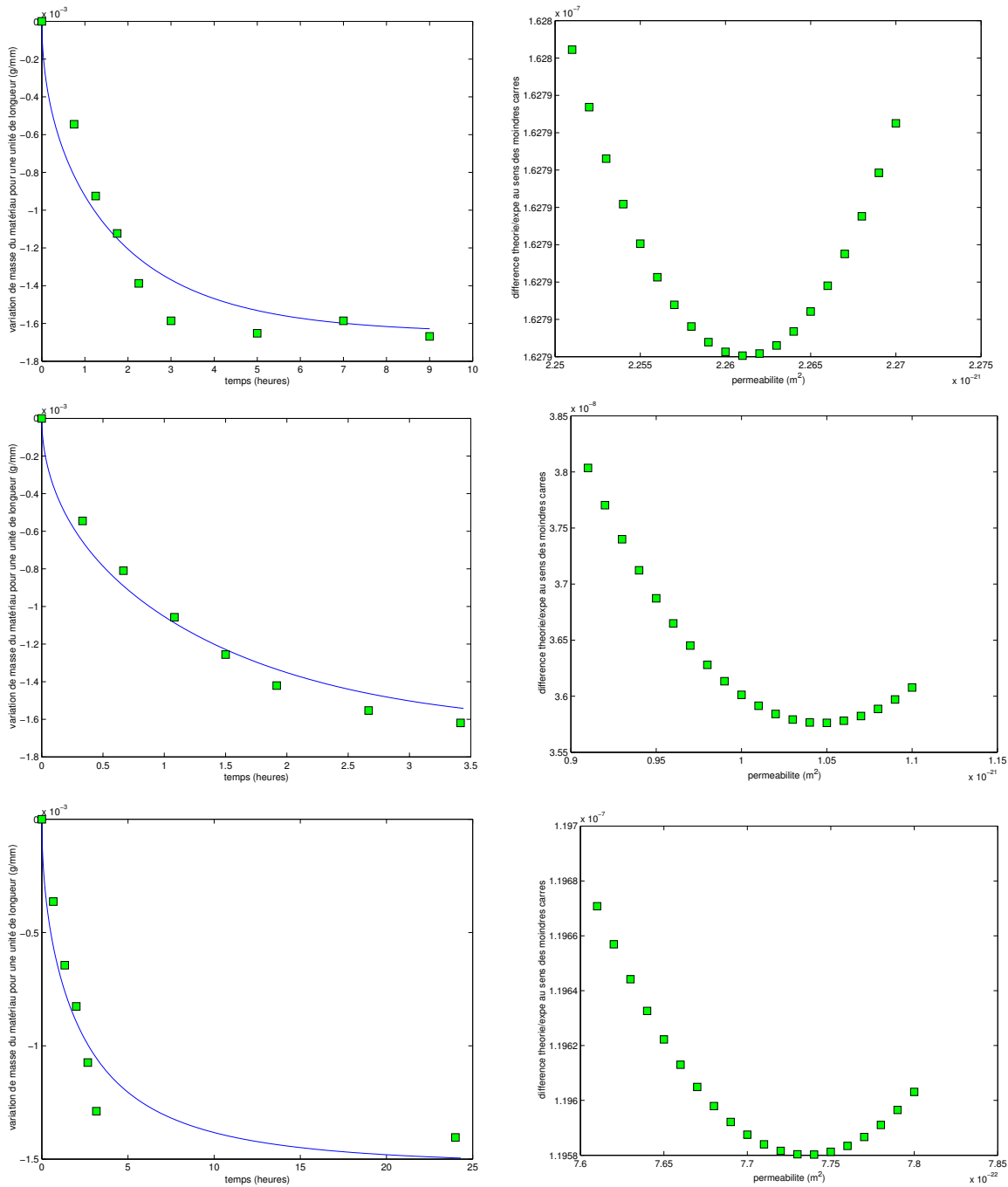


FIG. 8.20 – Gauche : Interpolation (ligne), pour le lot 2, de l'évolution de la masse expérimentale (points) à partir de la résolution numérique du système complet des équations de transport, en supposant la perméabilité à l'eau continue, et linéaire par palier de séchage. Droite : Minimisation de l'écart entre les points expérimentaux et numériques par la méthode des moindres carrés. Palier d'humidité relative de 85% à 80% (haut), de 80% à 70% (milieu), de 70% à 60% (bas).

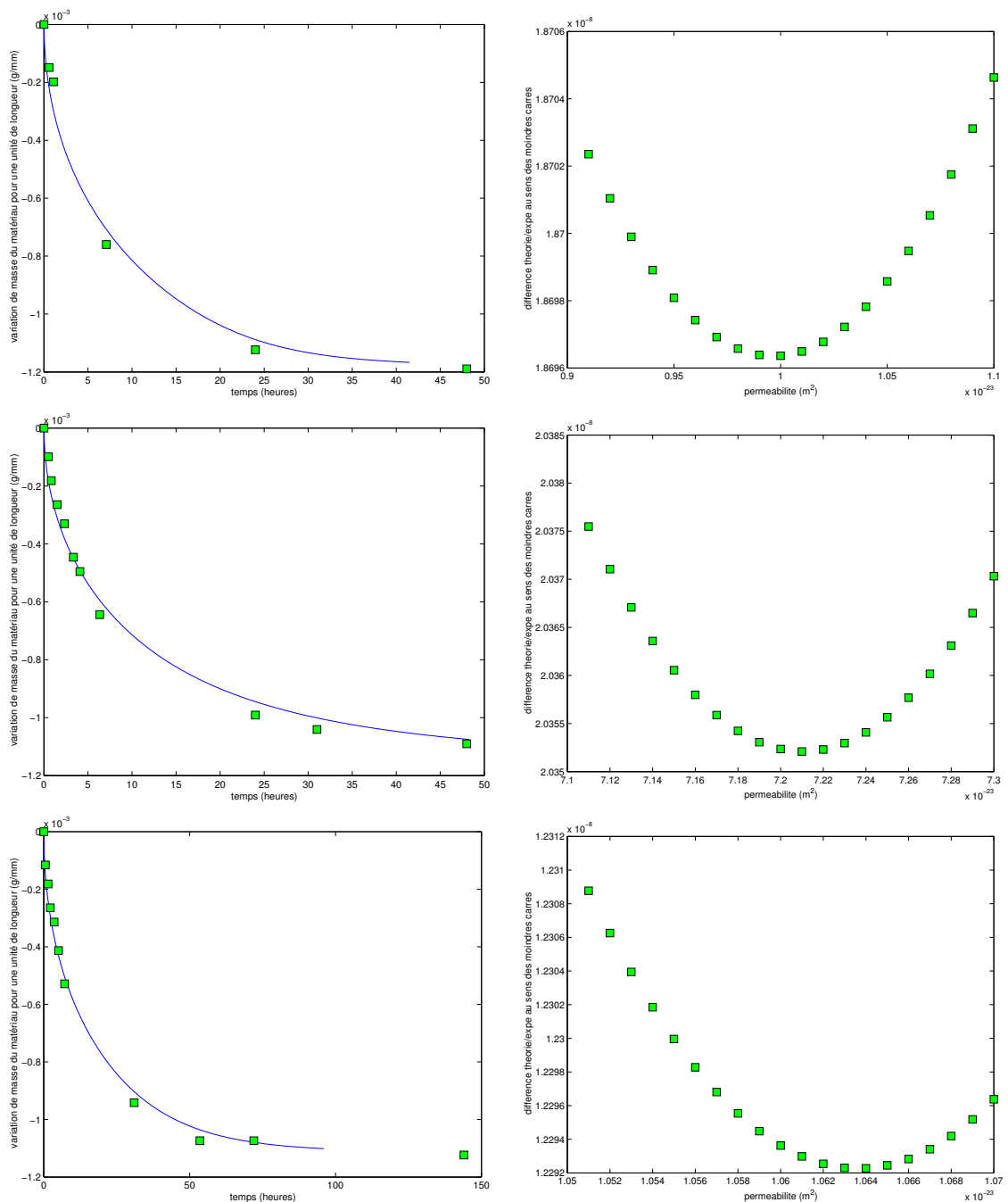


FIG. 8.21 – Gauche : Interpolation (ligne), pour le lot 2, de l'évolution de la masse expérimentale (points) à partir de la résolution numérique du système complet des équations de transport, en supposant la perméabilité à l'eau continue, et linéaire par palier de séchage. Droite : Minimisation de l'écart entre les points expérimentaux et numériques par la méthode des moindres carrés. Palier d'humidité relative de 60% à 50% (haut), de 50% à 40% (milieu), de 40% à 30% (bas).

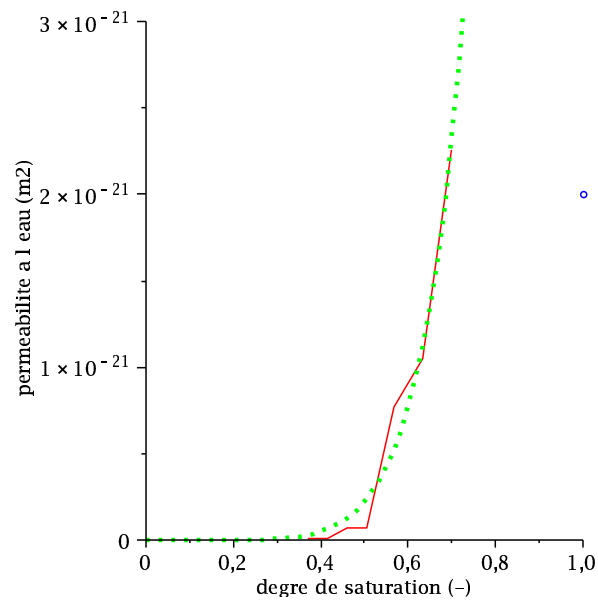


FIG. 8.22 – Comparaison, pour le lot 2, de la perméabilité à l'eau déduite par calcul inverse à partir du suivi expérimental des variations de masse (ligne rouge) avec la formulation de van Genuchten, tracée avec  $n = 1.51$  (pointillé vert), multipliée par une perméabilité de  $1.56 \cdot 10^{-19} m^2$ . Le carré bleu représente la mesure de la perméabilité à l'eau d'un échantillon saturé (Tab. 7.1).

### 8.4.3 Bilan

Nous disposons à présent d'une modélisation du séchage qui permet de prédire l'évolution du degré de saturation en un point du matériau et qui permet de comprendre les phénomènes en jeu lors d'un séchage.

## Chapitre 9

# Les perméabilités par une approche d'homogénéisation

### Sommaire

---

<b>9.1</b>	<b>Etude du réseau poreux</b>	<b>267</b>
9.1.1	Forme des pores	267
9.1.2	Estimation de la perméabilité locale	269
9.1.3	Volume poreux utile au transport selon le fluide considéré	269
<b>9.2</b>	<b>Utilisation d'un schéma d'homogénéisation</b>	<b>270</b>
9.2.1	Perméabilités dans les cas sec et saturé	271
9.2.2	Perméabilités à l'eau et au gaz	274
9.2.3	Illustration de la démarche en utilisant des pores sphériques et une distribution $\tilde{\alpha}$ uniforme	276
<b>9.3</b>	<b>Estimations pour la matrice argileuse</b>	<b>276</b>
9.3.1	Perméabilité locale isotrope	277
9.3.2	Impact de la forme de la perméabilité locale	278
9.3.3	Bilan	280

---



Dans le cas de l'argilite, nous avons vu qu'il n'existe pas de perméabilité intrinsèque. La perméabilité à l'eau obtenue sur échantillon saturé est différente de la perméabilité au gaz obtenue sur échantillon sec, cette dernière dépendant elle-même de l'historique de l'état hydrique de l'échantillon (Chapitre 7). Nous avons également déterminé expérimentalement la courbe de perméabilité au gaz (Fig. 7.4) et disposons d'une approximation de la courbe de perméabilité à l'eau par calcul inverse grâce à la résolution numérique du système complet des équations de transport calibrée sur le suivi massique des échantillons sous chargement hydrique (cf. Fig. 8.22, trait continu rouge).

On souhaite à présent proposer une modélisation du flux de l'eau et du gaz dans le réseau poreux qui soit en cohérence avec toutes ces données. Pour ce faire, on intègre cette proposition de modélisation dans un schéma d'homogénéisation, puis on confronte les résultats obtenus par cette approche avec nos mesures, directes ou indirectes, de perméabilité. Ce travail présentera l'avantage de proposer une modélisation pour les flux d'eau et de gaz à l'échelle du réseau poreux, ce qui permettra une meilleure compréhension des phénomènes à cette échelle.

Ce Chapitre présente comment l'utilisation d'un schéma d'homogénéisation permet d'estimer les perméabilités intrinsèques et relatives à l'eau et au gaz. Dans un premier temps, on étudie la morphologie du réseau poreux et on explique le principe du schéma d'homogénéisation que l'on veut utiliser pour estimer les perméabilités de la matrice argileuse. Cette approche est illustrée sur le cas simple d'un réseau poreux constitué de pores sphériques. On expose ensuite les résultats de nos mesures réalisées sur l'argilite. Ces essais nous conduisent alors à affiner la prise en compte de la morphologie du réseau poreux dans le schéma d'homogénéisation, et à réfléchir à la forme de la perméabilité locale. L'étude présentée à présent est à un stade prospectif.

## 9.1 Etude du réseau poreux

Dans la continuité de notre travail sur l'élasticité, on est tenté de considérer des pores sphériques pour modéliser le réseau poreux. Mais on anticipe dès à présent qu'on ne peut pas se contenter d'un tel parallèle. En effet, dans le cadre d'un schéma d'homogénéisation aboutissant à une loi de comportement de l'argilite, il était important de modéliser précisément la microstructure et les phénomènes physiques au sein de la matrice argileuse et de la phase solide. La morphologie du réseau poreux jouait un rôle secondaire, comme nous l'avons illustré à la Figure en comparant l'impact d'une morphologie sphérique et d'une morphologie d'ellipsoïdes aplatis de rapport d'aspect 1/10. Dans le cadre d'un schéma d'homogénéisation aboutissant à des informations sur le transport, on comprend qu'il est crucial de modéliser précisément la morphologie du réseau poreux, ainsi que le comportement de chaque fluide. On anticipe en particulier que ce sont les petits pores qui vont contrôler la perméabilité, les gros pores jouant le rôle de réservoirs.

### 9.1.1 Forme des pores

On étudie donc à présent la forme des pores constituant le réseau poreux.



### Nano-pores

On rappelle que la matrice argileuse est constituée par un ensemble de particules, chaque particule étant formée par plusieurs feuillets parallèles les uns au-dessus des autres. Comme l'électrolyte dans l'espace interfoliaire est constitué en grande partie d'eau liée, on peut penser que l'espace interfoliaire participe peu, ou pas du tout, au transport de l'eau. Un nano-pore peut être modélisé par un ellipsoïde aplati entre deux feuillets.

### Micro-pores

On sait qu'une particule a un rapport d'aspect de 1/10 environ, son épaisseur étant de  $10\text{nm}$  et la taille caractéristique de sa longueur environ  $100\text{nm}$ . Cet ensemble de particules orientées de façon isotrope définit un réseau poreux par la connection des espaces vides existant entre les particules. Si l'on étudie de plus près l'organisation spatiale des particules, on réalise que

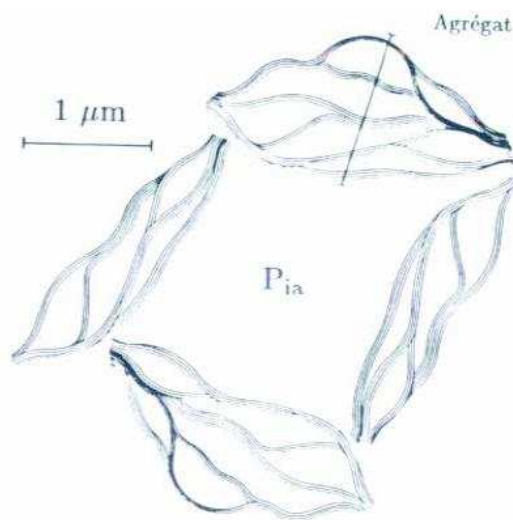


FIG. 9.1 – Représentation de l'organisation texturale d'une montmorillonite avec schéma d'un arrangement d'agrégats (Touret, 1988) ( $P_{ia}$  correspond à un micro-pore, de taille caractéristique entre  $100\text{nm}$  et  $1\mu\text{m}$ ).

les particules se regroupent en agrégats. Ces ensembles de particules orientées dans toutes les directions ont une taille qui varie de  $100\text{nm}$  à  $10\mu\text{m}$ . La Figure 9.1 représente un arrangement d'agrégats. En considérant des particules de  $100\text{nm}$ , on réalise que ces agrégats divisent les micro-pores en deux familles :

- une au niveau des agrégats, composée de pores ellipsoïdaux aplatis ;
- une inter-agrégat, composée de pores sphériques, qui jouent le rôle de réservoir, de perméabilité infinie.

Dans le cadre de la modélisation du transport, un pore peut donc être modélisé par un ellipsoïde aplati entre deux particules, l'écoulement du fluide dans ce pore étant lui-même approximé par un écoulement plan entre deux plaques infinies.

## Mésopores

Comme cela est présenté aux Figures 1.8 et 1.7, les mésopores ont un rayon supérieur à  $50nm$  et forment la porosité qui se situe à l'interface entre la matrice argileuse et les inclusions. Dans cette porosité, l'eau est libre et circule au niveau de ces interfaces.

### Forme des pores retenue

Nous nous intéressons ici à la perméabilité du matériau *in-situ*, et nous considérons que, dans ce contexte, sous l'action de la contrainte du sol de  $12MPa$ , la mésoporosité est très faible devant les autres porosités. Nous négligeons donc à présent le rôle de cette mésoporosité que nous prenons nulle.

Nous modélisons les pores qui contrôlent le transport par des ellipsoïdes aplatis. Nous interprétons alors la distribution de taille de pores  $\alpha$  (Fig. 1.8) comme la distribution des demi petit axes des ellipsoïdes aplatis. Nous la noterons  $\tilde{\alpha}$ .

### 9.1.2 Estimation de la perméabilité locale

[43] ont montré, sous une hypothèse de périodicité du milieu poreux, que le flux d'un fluide newtonien visqueux dans un milieu poreux obéit à une loi de Darcy à une échelle où le milieu poreux apparaît homogénéisé. La loi de Darcy est souvent également employée pour des milieux poreux aléatoires, mais dans ce cas, l'estimation de la perméabilité du milieu à partir de l'expression des équations de Stokes à une échelle inférieure se révèle difficile. Certains auteurs ([47], [39]) proposent ainsi de remplacer les différents constituants (fluides et matrice argileuse) à l'échelle inférieure par des milieux fictifs obéissant à la loi de Darcy. L'avantage de cette approche est de manipuler des équations ayant une formulation similaire, celle de Darcy, aux échelles inférieure et supérieure.

Dans ce cadre, on veut évaluer l'ordre de grandeur de la perméabilité locale dans un pore ellipsoïdal, en modélisant un écoulement dans ce pore comme un écoulement plan entre deux plaques infinies. Considérons un pore ellipsoïdal aplati de demi petit axe égal à  $r$  : on modélise donc l'écoulement dans ce pore comme un écoulement entre deux plaques parallèles infinies distantes de  $2r$ . On suppose que le gradient de pression est orienté selon l'axe  $x$  et que la normale aux plaques est orientée selon  $z$ , avec les plaques situées en  $z = \pm r$ . La vitesse est alors parallèle aux plaques. L'expression du débit à partir du profil de vitesse écrit selon une loi de Poiseuille permet d'identifier la composante tangentielle de la perméabilité intrinsèque, indépendante du fluide saturant, au niveau des pores de la matrice argileuse :

$$k_t^{loc}(r) = \frac{r^2}{3} \quad (9.1)$$

### 9.1.3 Volume poreux utile au transport selon le fluide considéré

Comme nous l'avons vu à la Section 7.1, la perméabilité à l'eau d'un échantillon saturé a deux ordres de grandeur de moins que la perméabilité au gaz d'un échantillon sec. Cette observation

est cohérente avec la microstructure de l'argilite. En effet, comme nous l'avons déjà vu, l'eau liquide circule, dans un échantillon saturé, uniquement dans les pores dont le rayon d'accès est supérieur à la couche d'eau liée ; et dans ces pores, l'eau circule dans un espace plus restreint que celui que propose le pore, diminué des couches d'eau liée qui sont situées le long de la paroi des pores. Dans un échantillon sec, le gaz circule dans le volume complet offert par les pores secs, car une grande partie de la couche d'eau liée est évacuée lors du séchage. On peut considérer que certains pores, de rayon d'accès très faible, restent toujours saturés, même lorsque l'échantillon est sec : ces pores saturés de faible rayon font alors obstacle au passage du gaz.

## 9.2 Utilisation d'un schéma d'homogénéisation

Considérons un milieu poreux parfaitement saturé en fluide (liquide ou gaz). La porosité totale de la matrice argileuse est notée  $\psi$  et vaut 36% (rappelons qu'il y a 50% d'inclusions et que la porosité de l'argilite est prise égale à 18%). Suite à la présentation du réseau poreux, on modélise le réseau poreux utile pour le transport de fluide comme un ensemble de pores ellipsoïdaux aplatis, et pour chaque fluide, on souligne les éléments qui font obstacle à son transport.

- les obstacles au flux de l'eau sont les particules solides, qui représentent une fraction volumique de  $1 - \psi$ , les phases gazeuse *et* l'eau liée ;
- pour le gaz, il s'agit des particules solides, de fraction volumique  $1 - \psi$ , et des phases liquides.

Les ellipsoïdes formant le réseau poreux ont tous le même demi grand axe, défini par les feuillettes solides, pris égal à  $1\mu m$ , et les demi petit axes sont décrits par la distribution  $\tilde{\alpha}$ . Pour le transport de l'eau, la composante tangentielle de la perméabilité locale prend en compte que seules les molécules d'eau situées à une distance supérieure à  $r_m$  sont concernées par le flux (Fig. 9.2). On considère ainsi les perméabilités locales suivantes :

$$\begin{cases} \text{flux d'eau :} & k_t^{loc}(r) = \frac{(r - r_m)^2}{3} \\ \text{flux de gaz :} & k_t^{loc}(r) = \frac{r^2}{3} \end{cases} \quad (9.2)$$

Compte tenu de la distribution aléatoire des pores ellipsoïdaux aplatis "utiles" au transport, on considère un schéma auto-cohérent avec une distribution isotrope de l'orientation des ellipsoïdes. D'après [40] :

$$\mathbf{K}_{ac} = \overline{\mathbf{k}^{loc} \cdot (\mathbf{1} + \mathbf{P}_{ac} \cdot (\mathbf{k}^{loc} - \mathbf{K}_{ac}))^{-1}} \cdot \overline{(\mathbf{1} + \mathbf{P}_{ac} \cdot (\mathbf{k}^{loc} - \mathbf{K}_{ac}))^{-1}}^{-1} \quad (9.3)$$

où  $\mathbf{K}_{ac}$  peut désigner la perméabilité à l'eau  $\mathbf{K}_{ac,\ell}$  ou la perméabilité au gaz  $\mathbf{K}_{ac,g}$ , selon les types de phases considérées (eau liée ou non, réseau partiellement saturé ou non, ...). La composante tangentielle de la perméabilité locale  $k_t^{loc}$  dépend de  $(r, \theta, \phi)$ , le tenseur  $\mathbf{P}_{ac}$  dépend de la perméabilité  $\mathbf{K}_{ac}$  et de la géométrie de l'inclusion considérée. Ainsi, pour les particules (et l'eau

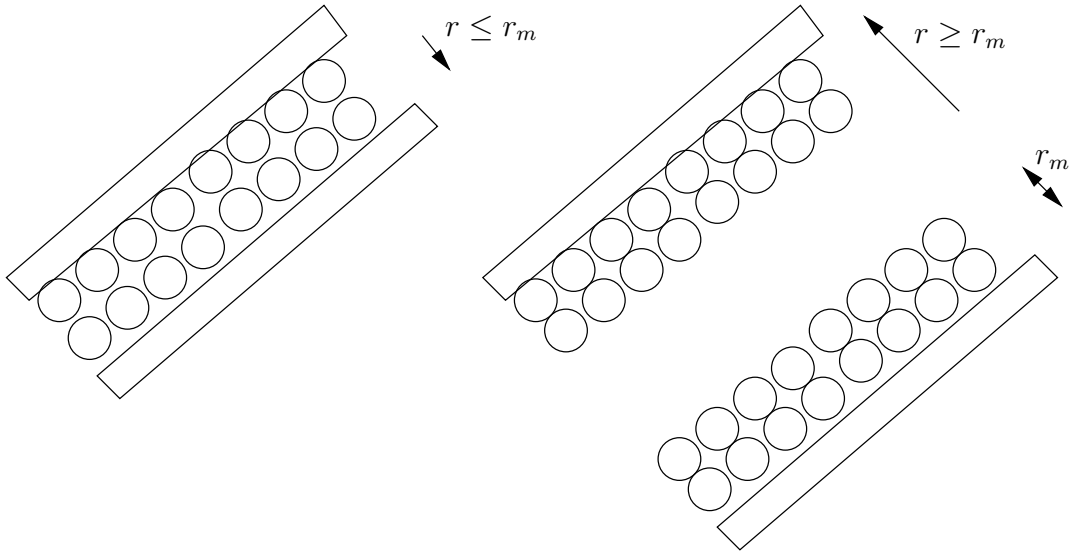


FIG. 9.2 – Définition du rayon  $r_m$ , épaisseur maximale des couches d'eau liée.

liée dans le cas de la perméabilité à l'eau), on considère le tenseur  $\mathbf{P}_{ac}$  défini pour une inclusion *sphérique* plongée dans un milieu isotrope de perméabilité  $\mathbf{K}_{ac}$  : ce tenseur est indépendant de  $(\theta, \phi)$  et ne dépend que du rapport d'aspect des inclusions, égal à 1 pour des sphères. Pour les pores, on considère le tenseur défini pour une inclusion ellipsoïdale aplatie plongée dans un milieu isotrope de perméabilité  $\mathbf{K}_{ac}$  : ce tenseur dépend donc également de  $(\theta, \phi)$ , et il dépend du rapport d'aspect des inclusions, c'est-à-dire du demi petit axe, puisque le demi grand axe est constant pour tous les ellipsoïdes.

Dans la suite, pour la quantité  $a$  dépendant des coordonnées sphériques  $(r, \theta, \phi)$ , on définit l'intégration angulaire  $\langle a \rangle$  par l'expression :

$$\langle a(r, \theta, \phi) \rangle = \frac{1}{4\pi} \int_0^\pi \sin(\theta) \int_0^{2\pi} a(r, \theta, \phi) d\phi d\theta \quad (9.4)$$

### 9.2.1 Perméabilités dans les cas sec et saturé

On s'intéresse tout d'abord à la perméabilité à l'eau sur échantillon saturé  $\mathbf{K}_{ac,\ell}(s_\ell = 1)$ , déterminée à partir de l'Equation 9.3.

#### A l'eau sur échantillon saturé

Comme la perméabilité locale  $\mathbf{k}^{loc}$  est non nulle uniquement au niveau des ellipsoïdes remplis de liquide non lié, au sein des pores dont le demi petit axe est supérieur à  $r_m$ , on a l'égalité suivante :

$$\overline{\mathbf{k}^{loc} \cdot (\mathbf{1} + \mathbf{P}_{ac} \cdot (\mathbf{k}^{loc} - \mathbf{K}_{ac,\ell}(s_\ell = 1)))^{-1}} = \psi \int_{r_m}^{+\infty} \langle \mathbf{k}^{loc}(r, \theta, \phi) \cdot (\mathbf{1} + (\mathbf{P}_{ac}(r, \theta, \phi) \cdot (\mathbf{k}^{loc}(r, \theta, \phi) - \mathbf{K}_{ac,\ell}(s_\ell = 1))))^{-1} \rangle > \frac{r - r_m}{r} \tilde{\alpha}(r) dr \quad (9.5)$$

où la composante tangentielle de la perméabilité locale, qui est affectée par la présence de la couche d'eau liée d'épaisseur  $r_m$  sur les parois des pores, vaut dans la base liée à un pore  $k_t^{loc} = ((r - r_m)^2/3)$ , et où le tenseur  $\mathbf{P}_{ac}$  prend en compte la perméabilité  $\mathbf{K}_{ac,\ell}(s_\ell = 1)$  et la forme des ellipsoïdes de demi petit axe  $r - r_m$  et de demi grand axe  $1\mu m - r_m \approx 1\mu m$ . De par le rapport des volumes entre les ellipsoïdes contenant ou non la couche d'eau liée,  $((r - r_m)/r)\tilde{\alpha}(r)dr$  est la fraction volumique des ellipsoïdes obtenues à partir des pores ellipsoïdaux de demi petit axe compris entre  $r$  et  $r + dr$  auxquels on a oté la couche d'eau liée. Parallèlement, la quantité  $(\mathbf{1} + \mathbf{P}_{ac} \cdot (\mathbf{k}^{loc} - \mathbf{K}_{ac,\ell}^{int}))^{-1}$  se décompose en trois termes :

- un terme  $\mathbf{A}_\ell$  correspondant au réseau poreux "utile" au transport de l'eau, composé d'ellipsoïdes aplatis, dont la composante tangentielle de la perméabilité locale dans la base liée à un pore vaut  $k_t^{loc} = (r - r_m)^2/3$ , de tenseur  $\mathbf{P}_{ac}$  dépendant de la perméabilité  $\mathbf{K}_{ac,\ell}(s_\ell = 1)$  et de la forme des ellipsoïdes de demi petit axe  $r - r_m$  et de demi grand axe  $\approx 1\mu m$ , et dont la distribution du demi petit axe est  $r \rightarrow ((r - r_m)/r)\tilde{\alpha}(r)dr$  :

$$\mathbf{A}_\ell = \psi \int_{r_m}^{+\infty} \left( \mathbf{1} + \left( \mathbf{P}_{ac}(r, \theta, \phi) \cdot \left( \mathbf{k}^{loc}(r, \theta, \phi) - \mathbf{K}_{ac,\ell}(s_\ell = 1) \right) \right) \right)^{-1} > \frac{r - r_m}{r} \tilde{\alpha}(r) dr \quad (9.6)$$

- un terme  $\mathbf{B}_\ell$  correspondant au réseau poreux occupé par l'eau liée. On peut modéliser cette eau liée par des sphères, de perméabilité nulle et de tenseur  $\mathbf{P}_{ac}^{sph}$  correspondant à la perméabilité  $\mathbf{K}_{ac,\ell}(s_\ell = 1)$  et à la forme sphérique des pores. Ce terme  $\mathbf{B}_\ell$  est constitué d'une part des pores de demi petit axe inférieur à  $r_m$ , la distribution des couches d'eau liée étant alors  $\tilde{\alpha}$ , et d'autre part des couches d'eau liée situées le long des parois des pores de demi petit axe supérieur à  $r_m$ , la distribution de ces couches d'eau étant alors  $r \rightarrow (r_m/r)\tilde{\alpha}(r)$  du fait du rapport des volumes des couches d'eau et des pores :

$$\mathbf{B}_\ell = \psi \left( \int_0^{r_m} \tilde{\alpha}(r) dr + \int_{r_m}^{+\infty} \frac{r_m}{r} \tilde{\alpha}(r) dr \right) \left( \mathbf{1} - \mathbf{P}_{ac}^{sph} \cdot \mathbf{K}_{ac,\ell}(s_\ell = 1) \right)^{-1} \quad (9.7)$$

L'expression du tenseur  $\mathbf{P}_{ac}^{sph}$ , défini pour une inclusion sphérique plongée dans un milieu isotrope de perméabilité  $\mathbf{K}_{ac}(s_\ell = 1) = K_{ac}(s_\ell = 1)\mathbf{1}$ , est donnée par :

$$\mathbf{P}_{ac}^{sph} = \frac{1}{3K_{ac}^{int}} \mathbf{1} \quad (9.8)$$

- un terme  $\mathbf{C}_\ell$  correspondant aux particules solides. On peut modéliser ces particules par des sphères, de perméabilité nulle et de tenseur  $\mathbf{P}_{ac}^{sph}$  correspondant à la perméabilité  $\mathbf{K}_{ac,\ell}(s_\ell = 1)$  et à la forme sphérique des particules sphériques. La fraction volumique de ces particules est  $1 - \psi$  :

$$\mathbf{C}_\ell = (1 - \psi) \left( \mathbf{1} - \mathbf{P}_{ac}^{sph} \cdot \mathbf{K}_{ac,\ell}(s_\ell = 1) \right)^{-1} \quad (9.9)$$

Le terme  $\overline{(\mathbf{1} + \mathbf{P}_{ac} \cdot (\mathbf{k}^{loc} - \mathbf{K}_{ac,\ell}(s_\ell = 1)))^{-1}}$  peut donc s'écrire en condensé :

$$\overline{(\mathbf{1} + \mathbf{P}_{ac} \cdot (\mathbf{k}^{loc} - \mathbf{K}_{ac,\ell}(s_\ell = 1)))^{-1}} = \underbrace{\mathbf{A}_\ell}_{\substack{\text{reseau} \\ \text{poreux} \\ \text{"utile"}}} + \underbrace{\mathbf{B}_\ell}_{\substack{\text{eau} \\ \text{liee}}} + \underbrace{\mathbf{C}_\ell}_{\substack{\text{particules} \\ \text{solides}}} \quad (9.10)$$

Le Tableau 9.1 résume les contributions des différents constituants qui contribuent au flux de liquide et l'empêchent.

Perméabilité à l'eau d'un échantillon saturé				
élément	$k_t^{loc}$	$(dV, r \in [.., ..])$ ou $V$		
eau libre ( $r \geq r_m$ )	$\frac{(r - r_m)^2}{3}$	$\frac{\psi}{4\pi} \sin(\theta)$	$\frac{r - r_m}{r} \tilde{\alpha}(r)$	$drd\theta d\psi$ $r \in [r_m, +\infty]$
eau liée ( $r \geq r_m$ )	0	$\frac{\psi}{4\pi} \sin(\theta)$	$\frac{r_m}{r} \tilde{\alpha}(r)$	$drd\theta d\psi$ $r \in [r_m, +\infty]$
eau liée ( $r \leq r_m$ )	0	$\frac{\psi}{4\pi} \sin(\theta)$	$\tilde{\alpha}(r)$	$drd\theta d\psi$ $r \in [0, r_m]$
particules solides	0	$1 - \psi$		

TAB. 9.1 – Contribution des différents éléments pour la perméabilité à l'eau d'un échantillon saturé.

La résolution de l'Equation 9.3 fournit alors une estimation pour la perméabilité "intrinsèque" à l'eau  $\mathbf{K}_{ac,\ell}(s_\ell = 1)$ .

### Au gaz sur échantillon sec

Pour la perméabilité au gaz, de façon analogue à la perméabilité au liquide, on a l'égalité suivante :

$$\overline{\mathbf{k}^{loc} \cdot (\mathbf{1} + \mathbf{P}_{ac} \cdot (\mathbf{k}^{loc} - \mathbf{K}_{ac,g}(s_\ell = 0)))^{-1}} = \psi \int_0^{+\infty} < \mathbf{k}^{loc}(r, \theta, \phi) \cdot \left( \mathbf{1} + \left( \mathbf{P}_{ac}(r, \theta, \phi) \cdot \left( \mathbf{k}^{loc}(r, \theta, \phi) - \mathbf{K}_{ac,g}(s_\ell = 0) \right) \right) \right)^{-1} > \tilde{\alpha}(r) dr \quad (9.11)$$

où, cette fois, la composante tangentielle de la perméabilité locale vaut, dans la base liée à un pore,  $k_t^{loc} = (r^2/3)$ , où le tenseur  $\mathbf{P}_{ac}$  prend en compte la perméabilité  $\mathbf{K}_{ac,\ell}(s_\ell = 0)$  et la forme des ellipsoïdes de demi petit axe  $r$  et de demi grand axe  $1\mu m$ , et où la distribution des demi petits axes des pores est  $\tilde{\alpha}$ .

Par ailleurs, la quantité  $\overline{(\mathbf{1} + \mathbf{P}_{ac} \cdot (\mathbf{k}^{loc} - \mathbf{K}_{ac,\ell}(s_\ell = 0)))^{-1}}$  se décompose cette fois en deux termes :

- un terme  $\mathbf{A}_g$  correspondant au réseau poreux "utile" au transport du gaz, composé des pores ellipsoïdaux aplatis, dont la perméabilité locale dans la base liée à un pore vaut  $k_t^{loc} = r^2/3$ , de tenseur  $\mathbf{P}_{ac}$  dépendant de la perméabilité  $\mathbf{K}_{ac,\ell}(s_\ell = 0)$  et de la forme des ellipsoïdes de demi petit axe  $r$  et de demi grand axe  $1\mu m$ , et dont la distribution des demi

petit axe est  $\tilde{\alpha}$ .

- un terme  $\mathbf{C}_g$  correspondant aux particules solides.

Le terme  $(\mathbf{1} + \mathbf{P}_{ac} \cdot (\mathbf{k}^{loc} - \mathbf{K}_{ac,\ell}(s_\ell = 0)))^{-1}$  peut donc s'écrire :

$$\overline{(\mathbf{1} + \mathbf{P}_{ac} \cdot (\mathbf{k}^{loc} - \mathbf{K}_{ac,g}(s_\ell = 0)))^{-1}} = \underbrace{\mathbf{A}_g}_{\substack{\text{reseau} \\ \text{poreux} \\ \text{"utile"}}} + \underbrace{\mathbf{C}_g}_{\substack{\text{particules} \\ \text{solides}}} \quad (9.12)$$

Le Tableau 9.2 reprend les contributions des différents constituants qui contribuent au flux du gaz. On a rajouté dans ce tableau la possibilité de pores de faible rayon, inférieur à un rayon "seuil"  $r_c$ , qui restent toujours saturés, quel que soit le niveau de séchage.

Perméabilité au gaz pour un échantillon sec		
élément	$k_t^{loc}$	$(dV, r \in [.., ..])$ ou $V$
gaz	$\frac{r^2}{3}$	$\frac{\psi}{4\pi} \sin(\theta) \tilde{\alpha}(r) dr d\theta d\psi$   $r \in [r_c, +\infty]$
particules solides	0	$1 - \psi$
pores de faible rayons	0	$\psi \int_0^{r_c} \tilde{\alpha}(r) dr$

TAB. 9.2 – Contribution des différents éléments pour la perméabilité au gaz pour un échantillon sec.

La résolution de l'Equation 9.3 fournit la perméabilité au gaz pour un échantillon sec  $\mathbf{K}_{ac,g}(s_\ell = 0)$ .

### 9.2.2 Perméabilités à l'eau et au gaz

On s'intéresse à présent aux perméabilités relatives à l'eau et au gaz. Pour ce faire, on considère un réseau poreux partiellement saturé.

#### Perméabilité relative à l'eau

Pour déterminer la perméabilité relative à l'eau, on considère que l'eau occupe une fraction volumique  $\psi s_\ell$ . Cette fraction de réseau poreux correspond à l'intervalle  $[0, r^*]$ , où le rayon  $r^*$  est défini pour un degré de saturation donné  $s_\ell$  et correspond au "rayon frontière", en-dessous duquel les pores sont remplis de liquide et au-dessus duquel, les pores sont remplis de gaz. L'eau utile au transport occupe donc l'intervalle de demi petit axe  $[r_m, r^*]$ . La phase gazeuse ne participe pas au transport de l'eau, et correspond à l'intervalle  $[r^*, +\infty]$ .

La quantité  $(\mathbf{1} + \mathbf{P}_{ac} \cdot (\mathbf{k}^{loc} - \mathbf{K}_{ac,\ell}(s_\ell)))^{-1}$  se décompose à présent en quatre termes, trois qui font échos à ceux de la perméabilité à l'eau pour un échantillon saturé et un supplémentaire

qui correspond à la phase gazeuse :

$$\overline{(\mathbf{1} + \mathbf{P}_{ac} \cdot (\mathbf{k}^{loc} - \mathbf{K}_{ac,\ell}))^{-1}} = \underbrace{\mathbf{A}_\ell}_{\substack{\text{reseau} \\ \text{poreux} \\ \text{"utile"}}} + \underbrace{\mathbf{B}_\ell}_{\substack{\text{eau} \\ \text{liee}}} + \underbrace{\mathbf{C}_\ell}_{\substack{\text{particule} \\ \text{solide}}} + \underbrace{\mathbf{D}_\ell}_{\substack{\text{phase} \\ \text{gazeuse}}} \quad (9.13)$$

Le Tableau 9.3 explicite les contributions de chacun de ces termes.

Perméabilité relative à l'eau				
élément	$k_t^{loc}$	$(dV, r \in [.., ..])$ ou $V$		
eau libre ( $r \geq r_m$ )	$\frac{(r - r_m)^2}{3}$	$\frac{\psi}{4\pi} \sin(\theta)$	$\frac{r - r_m}{r} \tilde{\alpha}(r)$	$drd\theta d\psi$ $r \in [r_m, r^*]$
eau liée ( $r \geq r_m$ )	0	$\frac{\psi}{4\pi} \sin(\theta)$	$\frac{r_m}{r} \tilde{\alpha}(r)$	$drd\theta d\psi$ $r \in [r_m, r^*]$
eau liée ( $r \leq r_m$ )	0	$\frac{\psi}{4\pi} \sin(\theta)$	$\tilde{\alpha}(r)$	$drd\theta d\psi$ $r \in [0, r_m]$
gaz	0	$\frac{\psi}{4\pi} \sin(\theta)$	$\tilde{\alpha}(r)$	$drd\theta d\psi$ $r \in [r^*, +\infty]$
particules solides	0	$1 - \psi$		

TAB. 9.3 – Contribution des différents éléments pour la perméabilité à l'eau.

On s'intéresse, pour simplifier, à des perméabilités macroscopiques qui sont isotropes, avec  $\mathbf{K}_{ac,\ell}(s_\ell) = K_{ac,\ell}(s_\ell)\mathbf{1}$ . La perméabilité à l'eau est bien une fonction qui dépend du degré de saturation  $s_\ell$ , par l'intermédiaire du rayon "frontière"  $r^*$ .

### Perméabilité au gaz

Le Tableau 9.4 détaille les éléments qui interviennent dans le schéma d'homogénéisation pour l'estimation de la perméabilité au gaz pour un matériau de degré de saturation  $s_\ell$  et de rayon frontière correspondant  $r^*$ .

Perméabilité relative au gaz			
élément	$k_t^{loc}$	$(dV, r \in [.., ..])$ ou $V$	
gaz	$\frac{r^2}{3}$	$\frac{\psi}{4\pi} \sin(\theta) \tilde{\alpha}(r) drd\theta d\psi$	$r \in [r^*, +\infty]$
eau	0	$\frac{\psi}{4\pi} \sin(\theta) \tilde{\alpha}(r) drd\theta d\psi$	$r \in [r_c, r^*]$
particules solides	0	$1 - \psi$	
pores de faible rayon	0	$\psi \int_0^{r_c} \tilde{\alpha}(r) dr$	

TAB. 9.4 – Contribution des différents éléments pour la perméabilité au gaz.



### 9.2.3 Illustration de la démarche en utilisant des pores sphériques et une distribution $\tilde{\alpha}$ uniforme

On réalise une approximation du réseau poreux par un ensemble de sphères. Cette simplification permet de mettre en œuvre analytiquement le schéma d'homogénéisation que nous venons de décrire et aboutit à une première estimation pour les perméabilités intrinsèques.

On considère une distribution uniforme du rayon de pore  $r$  entre 0 et le rayon maximum  $r_M$  :  $\tilde{\alpha}(r) = 1/r_M 1_{[0,r_M]}$ . Pour la perméabilité locale, on utilise les lois indiquées à l'Equation 9.2.

L'égalité (9.3) conduit à une équation en  $K_{ac,\ell}(s_\ell = 1)$  et une en  $K_{ac,g}(s_\ell = 0)$  :

$$\begin{cases} K_{ac,\ell}(s_\ell = 1) = \psi \int_{r_m}^{r_M} \frac{1}{r_M} \frac{(r - r_m)^2}{3} \frac{3K_{ac,\ell}(s_\ell = 1)}{2K_{ac,\ell}(s_\ell = 1) + \frac{(r-r_m)^2}{3}} \frac{r^3 - r_m^3}{r^3} dr \\ K_{ac,g}(s_\ell = 0) = \psi \int_0^{r_M} \frac{1}{r_M} \frac{r^2}{3} \frac{3K_{ac,g}(s_\ell = 0)}{2K_{ac,g}(s_\ell = 0) + \frac{r^2}{3}} dr \end{cases} \quad (9.14)$$

La deuxième équation peut se mettre sous la forme :

$$\arctan \frac{r_M}{\sqrt{6K_{ac,g}(s_\ell = 0)}} = \left(1 - \frac{1}{3\psi}\right) \frac{r_M}{\sqrt{6K_{ac,g}(s_\ell = 0)}} \quad (9.15)$$

La résolution de ces équations fournit les inconnus  $K_{ac,\ell}(s_\ell = 1)$  et  $K_{ac,g}(s_\ell = 0)$ . La résolution numérique pour  $\psi = 36\%$ ,  $r_m = 2nm$  et  $r_M = 70nm$  donne :

$$\begin{cases} K_{ac,\ell}(s_\ell = 1) = 5.8 \cdot 10^{-19} m^2 \\ K_{ac,g}(s_\ell = 0) = 1.7 \cdot 10^{-18} m^2 \end{cases} \quad (9.16)$$

ce qui fournit une première approximation intéressante pour les perméabilités de la matrice argileuse à l'eau pour un échantillon saturé et au gaz pour un matériau sec. En prenant  $r_m = 3nm$ , on diminue le volume accessible au flux d'eau et on obtient une perméabilité intrinsèque à l'eau plus faible :

$$K_{ac,\ell}(s_\ell = 1) = 1.2 \cdot 10^{-19} m^2 \quad (9.17)$$

## 9.3 Estimations pour la matrice argileuse

On considère à nouveau une forme ellipsoïdale aplatie pour décrire la morphologie du réseau poreux. On calcule la valeur de la perméabilité, grâce à un procédé itératif à partir de l'expression continue, exprimée par l'Equation (9.3). Plus précisément, on commence par se donner une valeur de perméabilité. Le calcul fournit alors une valeur de perméabilité, qui si elle est proche de la valeur initiale, fournit une valeur satisfaisante, et qui, sinon, devient la nouvelle valeur à partir de laquelle démarre la boucle. On rappelle que la distribution  $\tilde{\alpha}$  utilisée est extraite de la Figure 1.8.

Nous testons dans un premier temps l'hypothèse de perméabilité locale isotrope, puis nous développons une réflexion sur le choix de la composante normale de la perméabilité locale.

### 9.3.1 Perméabilité locale isotrope

Dans le cadre de ce schéma, et en considérant que l'état sec correspond à la totalité des pores vidés ( $r_c = 0$ ), on trouve numériquement une perméabilité au gaz dans le cas d'un réseau poreux sec de  $K_{ac,g}(s_\ell = 0) = 2.58 \cdot 10^{-20} m^2$ . Ce résultat est intéressant au regard de nos mesures (cf. Fig. 7.3). A l'inverse, on obtient une perméabilité au gaz, fonction du degré de saturation, loin d'être satisfaisante. En effet, on observe à la Figure 9.3 une chute très brutale de la perméabilité au gaz.

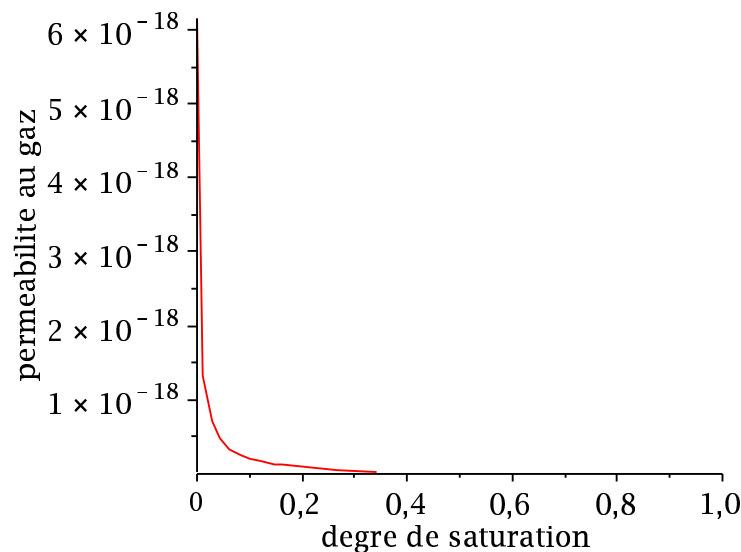


FIG. 9.3 – Perméabilité au gaz obtenue pour un réseau poreux constitué de pores ellipsoïdaux aplatis avec une perméabilité local isotrope.

Cette chute brutale peut s'expliquer ainsi. La perméabilité au gaz  $K_{ac,g}(s_\ell = 0)$  est obtenue lorsque le réseau poreux est complètement sec. La perméabilité relative s'obtient en saturant partiellement le réseau poreux, ce qui est réalisé en remplissant les pores de petit rapport d'aspect avec de l'eau et en laissant les autres pores plus grands secs. En raison du rapport d'aspect très faible de ces pores remplis de liquide, il suffit d'une très petite fraction volumique pour avoir percolation (cf. analogie avec [95]). Or compte tenu de la forme de la distribution  $\tilde{\alpha}$ , on peut penser que même pour des degrés de saturation faible ce réseau liquide est suffisamment dense pour effectivement diminuer significativement la connexité du réseau gazeux.

Il est peut-être un peu simpliste d'envisager des rayons "frontière"  $r^*$  trop proches de 0 dans notre modélisation du flux de gaz. En effet, les nanopores ne se "vident" pas de la même manière que les micro-pores. Alors que les micro-pores peuvent être saturés ou secs, les nanopores, à l'inverse, restent saturés en permanence. Pour être plus précis, les nanopores ne se vident pas au cours du séchage, mais la distance inter-feuillet des particules solides se réduit, ce qui peut augmenter la taille des micro-pores. Ceci étant, ce phénomène paraît difficile à prendre à compte, et considérer que les micro-pores se vident lors du séchage alors que les nanopores restent saturés peut déjà être une bonne approximation, même près de l'état sec. Le tracé de gauche (resp.

droite) de la Figure 9.4 montre l'évolution de la perméabilité à l'eau en considérant que les pores de rayon inférieur à  $r_c = 2nm$  (resp.  $r_c = 5nm$ ) restent toujours saturés.

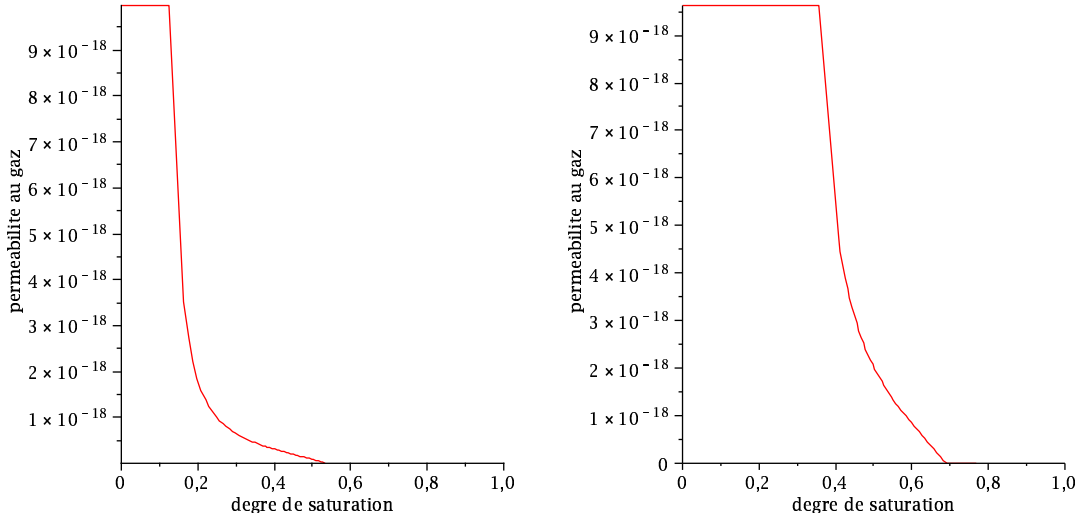


FIG. 9.4 – Perméabilité au gaz en considérant que les pores de rayon inférieur à  $r_c$  restent toujours saturés au cours du séchage : à gauche,  $r_c = 2nm$  et à droite,  $r_c = 5nm$ .

En mettant en parallèle les tracés de la Figure 9.4 avec nos mesures représentées à la Figure 7.4, on peut soulever quelques interrogations quant à cette modélisation. Notre étude fournit en effet des tracés qui présente une chute assez brutale qui n'est peut être pas très représentative de nos mesures. Par ailleurs, le rayon critique de  $5nm$  permet certes de ralentir la chute brutale de la perméabilité avec le degré de saturation (cf. Fig. 9.3), mais il n'est pas caractéristique de la taille des nanopores. Ceci étant dit, le nombre de points expérimentaux entre 15% et 50% est un peu faible pour pouvoir conclure.

### 9.3.2 Impact de la forme de la perméabilité locale

[9] a étudié le rôle de la perméabilité normale  $k_n^{loc}$  dans l'expression de la perméabilité locale :

$$\mathbf{k}^{loc} = k_n^{loc} \underline{\mathbf{n}} \otimes \underline{\mathbf{n}} + k_t^{loc} (\mathbf{1} - \underline{\mathbf{n}} \otimes \underline{\mathbf{n}}) \quad (9.18)$$

où on rappelle que  $k_t^{loc}$  est la composante tangentielle de la perméabilité dans le plan des grands axes d'un pore ellipsoïdal aplati, avec  $k_t^{loc} \in \{r^2/3, (r - r_m)^2/3\}$ . Pour obtenir les Figures 9.3 et 9.4, nous avons considéré une perméabilité locale isotrope, ce qui correspond à l'égalité  $k_n^{loc} = k_t^{loc}$ . [9] explique que dans certains cas de figure,  $k_n^{loc}$  doit être suffisamment grand pour éviter de créer un obstacle artificiel dans la direction transverse au pore. Jusqu'à présent, considérer une perméabilité isotrope revenait à considérer une perméabilité normale faible, comme si tout passage de fluide dans la direction transverse était limité, indépendamment de la disposition des éléments autour d'un pore donné. A présent, nous souhaitons ne pas influencer de quelque façon que ce soit le passage de fluide dans la direction transverse en laissant au schéma auto-cohérent

”le soin de gérer lui-même” la présence d’obstacles autour des pores.

Nous modélisons dans la suite le réseau poreux à l’aide d’ellipsoïdes aplatis et nous considérons une perméabilité locale normale infinie. Nous regardons également le cas où  $k_n^{loc}$  est pris égal à 0 pour comprendre l’impact du choix de la valeur de  $k_n^{loc}$ .

### Perméabilités d’échantillons sec et saturé

Les résultats numériques obtenus sont indiqués dans le Tableau 9.5. On observe que notre

	$k_{eau}(s_\ell = 1)(m^2)$	$k_{gaz}(s_\ell = 0)(m^2)$
homogénéisation ( $k_n^{loc} = +\infty$ )	$5.14 \cdot 10^{-18}$	$1.22 \cdot 10^{-17}$
homogénéisation ( $k_n^{loc} = 0$ )	$6.44 \cdot 10^{-20}$	$2.58 \cdot 10^{-20}$
mesures	$2 \cdot 10^{-21}$	$0.8 \cdot 10^{-18}$

TAB. 9.5 – Estimations obtenues par homogénéisation, et comparaison avec nos mesures (Fig. 7.3 (gauche) et Tab. 7.1).

approche par homogénéisation fournit une perméabilité à l’eau plus faible que celle au gaz, ce qui est tout à fait conforme avec l’observation expérimentale. On observe également que les perméabilités obtenues avec  $k_n^{loc} = 0$  sont plus faibles que pour  $k_n^{loc} = +\infty$  : ce résultat est conforme avec le fait que choisir  $k_n^{loc} = 0$  revient à imposer artificiellement des obstacles au flux, à la différence du choix  $k_n^{loc} = +\infty$ . Les ordres de grandeur ne sont par contre pas cohérents entre mesure et modélisation. Pour s’approcher au mieux de nos mesures, on retient que le choix  $k_n^{loc} = +\infty$  est le mieux adapté au calcul de la perméabilité au gaz, et le choix  $k_n^{loc} = 0$  mieux adapté au calcul de la perméabilité à l’eau. Ces choix peuvent se justifier par le fait que les fluides ”liquide” et ”gaz” n’ont pas des comportements identiques dans le réseau poreux. En effet, dans un réseau partiellement saturé, le liquide remplit les petits pores tandis que le gaz occupe les grands pores. De ce fait, l’intersection d’un pore ellipsoïdal rempli de liquide et d’un pore ellipsoïdal rempli de gaz est occupé par du gaz. Cela peut justifier les choix opposés pour la valeur de  $k_n^{loc}$  en fonction du fluide considéré.

### Perméabilités relatives

La Figure 9.5 montre les perméabilités relatives obtenues par homogénéisation.

La tendance obtenue pour la perméabilité relative au gaz (tracé de gauche) pourrait être satisfaisante par rapport aux mesures expérimentales (Fig. 7.4), mais le nombre de points expérimentaux est un peu faible entre 15% et 50% de degré de saturation pour pouvoir conclure. Notons que la prévision de notre modèle semble plus proche de nos mesures que celle du modèle de van Genuchten (Fig. 7.7), puisque notre modèle prévoit un palier puis une chute de la perméabilité relative au gaz avec une valeur nulle pour des degrés de saturation un peu inférieurs à 1, ce que n’anticipe pas le modèle de van Genuchten, puisqu’il annonce une dépendance quasi linéaire entre la perméabilité relative au gaz et le degré de saturation.

On observe une bonne concordance entre les courbes de perméabilités à l’eau fournies par le

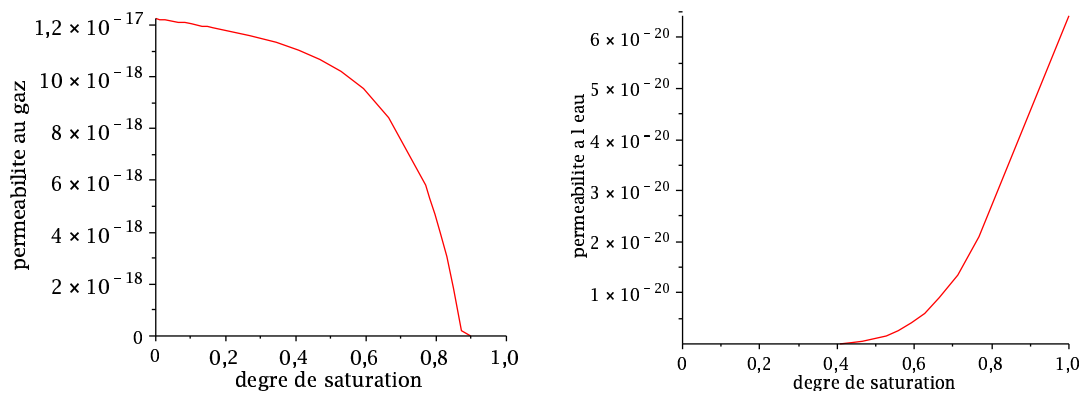


FIG. 9.5 – Perméabilité au gaz avec  $k_n^{loc} = +\infty$  (gauche), et à l'eau avec  $k_n^{loc} = 0$  (droite).

modèle (cf. Tab. 9.5) et nos mesures indirectes, reposant sur un calcul inverse à partir du suivi massique d'échantillons sous chargement hydrique (Fig. 8.22, trait continu rouge). On retrouve en particulier l'existence d'un degré de saturation critique, en dessous duquel la phase liquide est non connexe et empêche la formation d'un flux d'eau. Notre calcul numérique indique que le degré de saturation en-dessous duquel la perméabilité à l'eau peut être considérée nulle est environ 40% (Fig. 9.5).

Cette approche est donc intéressante, mais les valeurs numériques obtenues sont d'un ordre de grandeur supérieures à nos mesures. Par ailleurs, ces valeurs numériques résultent d'un choix opposé pour  $k_n^{loc}$  selon le fluide utilisé, ce qui reste à être justifié rigoureusement.

### 9.3.3 Bilan

Nous disposons à présent d'une modélisation du réseau poreux qui tient compte de nos observations de la microstructure et de nos mesures de perméabilités :

- dans cette modélisation, le réseau poreux est vu comme un ensemble de pores ellipsoïdaux aplatis ;
- la question de la valeur à donner à la perméabilité normale est posée ; on a proposé deux cas :
  - ◊ d'une part, un modèle avec une perméabilité locale isotrope (qui prend en compte par ailleurs que les pores de faible rayon ne se vident jamais) ;
  - ◊ d'autre part, un modèle qui choisit d'engendrer ou non artificiellement des obstacles au flux : la perméabilité au gaz est calculée avec une perméabilité normale infinie afin de ne pas engendrer artificiellement des obstacles au flux de gaz en laissant le schéma auto-cohérent prendre en compte les obstacles créés par les différents constituants autour des pores ; tandis que la perméabilité au liquide est calculée avec une perméabilité normale nulle, empêchant ainsi le liquide d'occuper des pores remplis de gaz.

Indiquons que l'utilisation d'un écoulement de type Poiseuille dans les pores peut être discutée au regard des faibles valeurs de demi petit axe. La rugosité des feuillettes peut en effet perturber l'écoulement près des parois, c'est-à-dire finalement dans le volume complet des pores compte

tenu de leur faible épaisseur.

Soulignons également que pour comparer de façon rigoureuse nos calculs avec nos mesures, il convient de rappeler que le degré de saturation défini pour nos calculs n'est pas le même que celui de nos mesures. En effet, pour une humidité relative donnée, c'est-à-dire pour une pression capillaire donnée, c'est-à-dire pour un rayon frontière  $r^*$ , le degré de saturation de nos calculs correspond à la fraction volumique occupé par les pores de demi petit-axe inférieur à  $r^*$  :  $\int_0^{r^*} \tilde{\alpha}(r) dr$ , tandis que le degré de saturation de nos mesures correspond à la fraction volumique occupée par les pores de demi petit-axe inférieur à  $r^*$  ainsi que par les pores qui ne sont accessibles que par ces petits pores.



## Chapitre 10

# Application : modélisation mécanique et hydraulique d'une fracture

### Sommaire

---

<b>10.1 Protocole expérimental . . . . .</b>	<b>285</b>
10.1.1 Préparation de l'échantillon . . . . .	285
10.1.2 Mise en place dans la cellule . . . . .	285
10.1.3 Gestion de l'air envoyé dans la fissure . . . . .	286
<b>10.2 Modélisation numérique du front de séchage et de la déformation .</b>	<b>287</b>
10.2.1 Modélisation numérique du front de séchage . . . . .	287
10.2.2 Calcul de la déformation . . . . .	289

---





Nous disposons à présent d'une modélisation du transport dans l'argilite saine. Expérimentalement, l'Andra a constaté, lors des forages, l'apparition d'importantes fractures de plusieurs *cm*, à une échelle donc bien supérieure à celle de la mésoporosité, dans une zone entourant les galeries, appelée EDZ ("Excavation Damaged Zone"). Nous nous interrogeons donc maintenant sur l'effet du séchage sur ces fractures.

Afin d'étudier l'impact du séchage sur l'ouverture ou fermeture de ces fractures, nous considérons ici en première approximation le cas simplifié d'une fracture, entre deux demi-plans infinis, soumise à un séchage sous air sec. Nous présentons d'abord le protocole expérimental, puis une modélisation qui repose sur la résolution des équations du séchage, puis sur l'utilisation de la loi de comportement de l'argilite (3.13) que l'on nourrit avec la solution numérique des équations de transport.

## 10.1 Protocole expérimental

Cette Sous-section se concentre sur un protocole expérimental que nous avons développé et qui permet d'envoyer un air à humidité relative contrôlée dans une fissure entre deux demi-plans infinis, et de suivre la déformation de ces deux demi-plans séparés par la fissure.

### 10.1.1 Préparation de l'échantillon

On considère un échantillon d'argilite cylindrique de diamètre  $\approx 41mm$  sur lequel on pratique un essai brésilien par fendage. Cet essai consiste à exercer une force de compression orientée selon un diamètre. Cette force exerce des forces de traction précisément le long de ce diamètre et perpendiculairement à lui. Lorsque la force de compression est suffisante, l'échantillon se fend le long du diamètre en question. En regroupant les deux demi-cylindres, on obtient alors une fracture entre deux plans.

### 10.1.2 Mise en place dans la cellule

L'échantillon est ensuite instrumenté de sorte à suivre la déformation de l'argilite dans le plan perpendiculaire à la fissure, et dans la direction perpendiculaire à la fissure.

#### LVDT

Une première méthode consiste à utiliser 4 LVDT. L'échantillon, glissé dans une jaquette en Viton qui l'isole complètement de l'environnement extérieur sur sa surface latérale est placé dans une cellule. Les LVDT sont alors positionnés dans le plan perpendiculaire à la fissure, dans les directions faisant un angle de  $\pm 45^\circ$  par rapport à la perpendiculaire à la fissure (cf. Fig. 10.1). Si la LVDT 1 (resp. 2) fait face à la 3 (resp. 4), alors l'ouverture/fermeture de la fissure se calcule par la formule :

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{(\varepsilon_1 + \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_2 + \varepsilon_4)^2}}{4} \quad (10.1)$$

La cellule peut alors être remplie d'huile et l'échantillon mis sous pression de confinement.

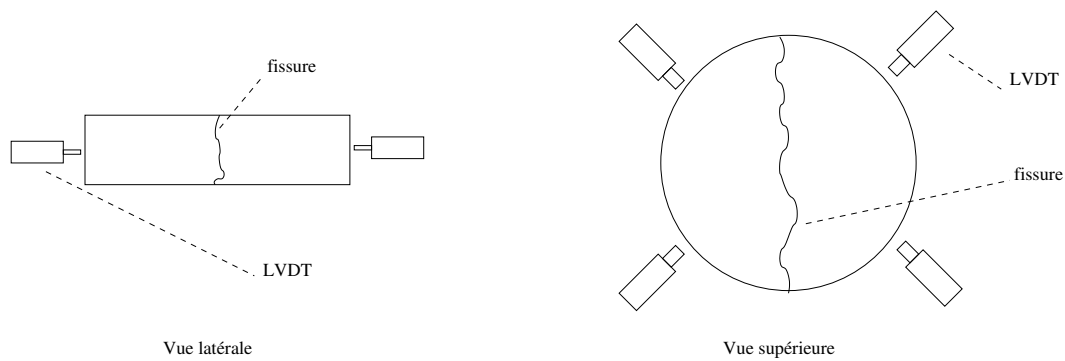


FIG. 10.1 – Disposition des LVDT par rapport à la fissure.

### Jauges

Une deuxième méthode consiste à considérer un échantillon cylindrique, mais de petite hauteur. Deux jauges vont être collées sur la surface supérieure de l'échantillon, de part et d'autre de la fissure, perpendiculairement à celle-ci (cf. Fig. 10.2). Chaque jauge indique directement la déformation de chaque demi-cylindre. Une fois les jauges soigneusement collées, l'échantillon est glissé dans la jaquette puis positionné dans la cellule qui est ensuite remplie d'huile. L'échantillon est alors mis sous pression de confinement.

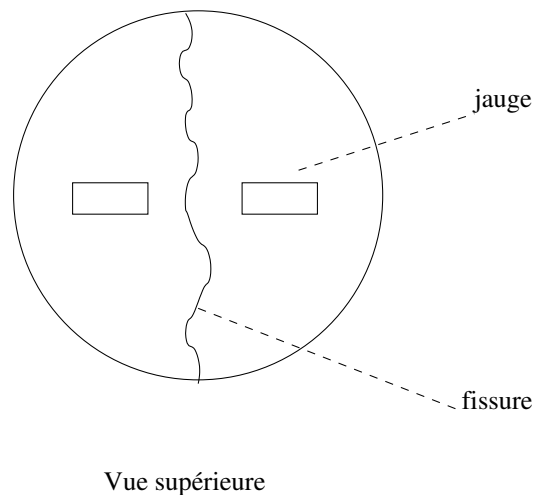


FIG. 10.2 – Disposition des jauges par rapport à la fissure.

#### 10.1.3 Gestion de l'air envoyé dans la fissure

Les jauges ou les LVDT permettent de suivre la déformation des deux demi-plans séparant la fissure. Il reste maintenant à envoyer de l'air à humidité relative contrôlée dans la fissure. Un tube relie la surface supérieure de l'échantillon à l'extérieur. On peut donc envoyer l'air par ce tube. Le contrôle de l'humidité relative est réalisé grâce à un panneau à gaz complexe. A partir d'un flux de vapeur d'eau et d'un flux de gaz sec (obtenu à partir d'une bouteille

d'argon) dont l'utilisateur impose les débits, le mélangeur du panneau gaz produit un gaz dont la pression est fixée par l'utilisateur. Avec ces trois paramètres, l'utilisateur peut en fait contrôler l'humidité relative du gaz en sortie. En effet, si on se donne une humidité relative  $h_r$ , alors on fixe indirectement la pression de vapeur  $p_v = h_r p_{vs}(T)$ . Pour une pression de gaz  $p_g$  souhaitée, on a l'égalité suivante :

$$\frac{p_v}{p_g} \approx \frac{p_v}{p_a} = \frac{\text{moles vapeur}}{\text{moles air sec}} = \frac{\text{débit vapeur}}{\text{débit air sec}} \quad (10.2)$$

En imposant, grâce une interface gérant le panneau gaz, la pression de gaz souhaitée en sortie, ainsi que les débits de vapeur d'eau et d'argon choisis en cohérence avec l'humidité relative souhaitée, le mélangeur du panneau fournit au final un gaz qui a l'humidité relative voulue.

Notons que l'air en sortie d'échantillon est à la pression atmosphérique tandis que l'air en sortie de panneau, et donc à l'entrée de l'échantillon, est à une pression fixée par l'utilisateur, supérieure à la pression atmosphérique pour engendrer un flux d'air dans l'échantillon. Cette différence de pression engendre un gradient de pression le long de la fissure, qui entraîne un gradient d'humidité relative le long de la fissure également. Afin de limiter ce gradient, on cherche à réduire la valeur de la pression d'entrée d'air, mais on s'est alors heurté à la précision insuffisante des instruments du panneau gaz. Aujourd'hui, on considère que cette difficulté est gérée et on peut modéliser l'expérience avec un air à humidité relative constante le long de la fissure. C'est ce panneau gaz qui a été évoqué à la Sous-section 3.4.2 pour la description d'un essai poromécanique à humidité relative contrôlée.

## 10.2 Modélisation numérique du front de séchage et de la déformation

En première approximation, on modélise la déformation des deux demi-cylindres par la déformation de deux demi-plan. A l'aide des équations de séchage, discrétisées dans le cas  $1D$  uniaxial, on détermine, pour tout incrément de temps et en tout point du demi-plan, l'incrément du degré de saturation, puis l'incrément de déformation. Le bord du demi-plan, au contact de l'air à humidité imposée, est repéré par le volume de contrôle  $p = N$ . Le volume de contrôle  $p = 0$  correspond à l'autre bord du même demi-plan.

### 10.2.1 Modélisation numérique du front de séchage

On détaille ici la discrétisation dans le cas  $1D$  uniaxial (cf. [76]). Par rapport à la formulation  $1D$  axisymétrique, les conditions aux limites et la définition de  $m_p$  sont modifiées.

- conditions initiales : pour les volumes de contrôle  $p = 0, \dots, N$

$$\left\{ \begin{array}{l} \{s_l\}_p^0 = s_l^i \\ \{p_v\}_p^0 = p_v^i \\ \{p_a\}_p^0 = p_a^i \end{array} \right. \quad (10.3)$$

- conditions aux bord : pour  $n \geq 0$  et pour le volume de contrôle  $p = N$

$$\left\{ \begin{array}{l} \{p_v\}_p^{n+1} = p_v^b \\ \{p_a\}_p^{n+1} = p_a^b \\ \varphi \rho_\ell m_p \frac{\{s_\ell\}_p^{n+1} - \{s_\ell\}_p^n}{dt} + \left( \{w_\ell\}_{pp+1}^{n+1} - \{w_\ell\}_{p-1p}^{n+1} \right) = -\chi_p^{n+1} \\ \frac{\{p_\ell\}_p^{n+1} - \{p_\ell\}_p^n}{\rho_\ell} = \frac{RT}{M_v} \ln \frac{\{p_v\}_p^{n+1}}{\{p_v\}_p^n} \end{array} \right. \quad (10.4)$$

- conditions aux bord : pour  $n \geq 0$  et pour le volume de contrôle  $p = 0$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi \frac{M_v}{RT} m_p \frac{\{p_v\}_p^{n+1} \{s_g\}_p^{n+1} - \{p_v\}_p^n \{s_g\}_p^n}{dt} + \{w_v\}_{pp+1}^{n+1} = m_p \{\dot{m}_{\ell \rightarrow g}\}_p^{n+1} \\ \varphi \frac{M_a}{RT} m_p \frac{\{p_a\}_p^{n+1} \{s_g\}_p^{n+1} - \{p_a\}_p^n \{s_g\}_p^n}{dt} + \{w_a\}_{pp+1}^{n+1} = 0 \\ \varphi \rho_\ell m_p \frac{\{s_\ell\}_p^{n+1} - \{s_\ell\}_p^n}{dt} + \{w_\ell\}_{pp+1}^{n+1} = -m_p \{\dot{m}_{\ell \rightarrow g}\}_p^{n+1} \\ \frac{\{p_\ell\}_p^{n+1} - \{p_\ell\}_p^n}{\rho_\ell} = \frac{RT}{M_v} \ln \frac{\{p_v\}_p^{n+1}}{\{p_v\}_p^n} \end{array} \right. \quad (10.5)$$

- schéma numérique implicite : pour  $n \geq 0$  et pour les volumes de contrôle  $p = 1, \dots, N - 1$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi \frac{M_v}{RT} m_p \frac{\{p_v\}_p^{n+1} \{s_g\}_p^{n+1} - \{p_v\}_p^n \{s_g\}_p^n}{dt} + \left( \{w_v\}_{pp+1}^{n+1} - \{w_v\}_{p-1p}^{n+1} \right) = m_p \{\dot{m}_{\ell \rightarrow g}\}_p^{n+1} \\ \varphi \frac{M_a}{RT} m_p \frac{\{p_a\}_p^{n+1} \{s_g\}_p^{n+1} - \{p_a\}_p^n \{s_g\}_p^n}{dt} + \left( \{w_a\}_{pp+1}^{n+1} - \{w_a\}_{p-1p}^{n+1} \right) = 0 \\ \varphi \rho_\ell m_p \frac{\{s_\ell\}_p^{n+1} - \{s_\ell\}_p^n}{dt} + \left( \{w_\ell\}_{pp+1}^{n+1} - \{w_\ell\}_{p-1p}^{n+1} \right) = -m_p \{\dot{m}_{\ell \rightarrow g}\}_p^{n+1} \\ \frac{\{p_\ell\}_p^{n+1} - \{p_\ell\}_p^n}{\rho_\ell} = \frac{RT}{M_v} \ln \frac{\{p_v\}_p^{n+1}}{\{p_v\}_p^n} \end{array} \right. \quad (10.6)$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} \{w_v\}_{pq}^{n+1} = -\frac{M_v}{RT} \frac{k_{gaz}^{int}}{\eta_g} \frac{\{p_v\}_p^n + \{p_v\}_q^n}{2} \frac{k_{rg}(\{s_l\}_p^n) + k_{rg}(\{s_l\}_q^n)}{2} \frac{1}{d_{pq}} (\{p_g\}_q^{n+1} - \{p_g\}_p^{n+1}) \\ \quad - \frac{M_v}{RT} D_{va}(T) \frac{f(\{s_l\}_p^n) + f(\{s_l\}_q^n)}{2} \frac{1}{d_{pq}} \left( \frac{\{p_v\}_q^{n+1}}{\{p_g\}_q^{n+1}} - \frac{\{p_v\}_p^{n+1}}{\{p_g\}_p^{n+1}} \right) \\ \{w_a\}_{pq}^{n+1} = -\frac{M_a}{RT} \frac{k_{gaz}^{int}}{\eta_g} \frac{\{p_a\}_p^n + \{p_a\}_q^n}{2} \frac{k_{rg}(\{s_l\}_p^n) + k_{rg}(\{s_l\}_q^n)}{2} \frac{1}{d_{pq}} (\{p_g\}_q^{n+1} - \{p_g\}_p^{n+1}) \\ \quad - \frac{M_a}{RT} D_{va}(T) \frac{f(\{s_l\}_p^n) + f(\{s_l\}_q^n)}{2} \frac{1}{d_{pq}} \left( \frac{\{p_a\}_q^{n+1}}{\{p_g\}_q^{n+1}} - \frac{\{p_a\}_p^{n+1}}{\{p_g\}_p^{n+1}} \right) \\ \{w_\ell\}_{pq}^{n+1} = -\rho_\ell \frac{k_{eau}^{int}}{\eta_\ell} \frac{k_{r\ell}(\{s_\ell\}_p^n) + k_{r\ell}(\{s_\ell\}_q^n)}{2} \frac{1}{d_{pq}} (\{p_\ell\}_q^{n+1} - \{p_\ell\}_p^{n+1}) \end{array} \right. \quad (10.7)$$

où

$$\left\{ \begin{array}{l} \{s_g\}_p^n = 1 - \{s_\ell\}_p^n \\ \{p_g\}_p^n = \{p_v\}_p^n + \{p_a\}_p^n \\ \{p_\ell\}_p^n = \{p_g\}_p^n - p_c(\{s_\ell\}_p^n) \end{array} \right. \quad (10.8)$$

où  $m_p = \int_p dr$  est la longueur du volume de contrôle  $p$  et où  $d_{pq}$  est la distance entre le centre  $x_p$  du volume  $p$  et le centre  $x_q$  du volume  $q$ .

### 10.2.2 Calcul de la déformation

On dispose de champs définis par volume de contrôle. A partir d'un incrément de degré de saturation sur un intervalle donné, il est alors possible de calculer l'incrément  $\delta P^{eq}$  sur cet intervalle :

$$\delta P_{n \rightarrow n+1}^{eq} = \int_0^{r_{n+1}^*} (p_{n+1}^\ell - p_n^\ell) \alpha(r) dr + \int_{r_{n+1}^*}^{r_n^*} \left( p_{n+1}^g - p_n^\ell - \frac{2\gamma^{\ell g}}{r} \right) \alpha(r) dr + \int_{r_n^*}^{+\infty} (p_{n+1}^g - p_n^g) \alpha(r) dr \quad (10.9)$$

avec  $r_{n+1}^* < r_n^*$  (séchage).

On cherche un champ de déplacement ne dépendant que de la variable d'espace  $x$  :  $\underline{\xi} = \xi_x(x)\underline{e}_x$ . En négligeant les termes de surpression osmotique dans la loi de comportement de l'argilite (3.13), le champ de contrainte s'écrit alors  $\delta\sigma_{xx}(x) = (K_b + 4\mu/3) \delta\varepsilon_{xx}(x) - b\delta P^{eq}(x) - (1-b)\delta p^\ell(x)$ , avec  $\delta\varepsilon_{xx}(x) = \xi'_x(x)$ . L'équation d'équilibre  $div\delta\sigma_{xx}(x) = 0$  indique alors que  $\delta\sigma_{xx}(x)$  est constant. Comme le bord au contact de l'air humide est libre de contrainte, cette constante vaut 0 et la déformation se calcule alors par l'égalité :

$$\delta\varepsilon_{xx}(x) = \frac{1}{K_b + 4\mu/3} \left( b\delta P^{eq}(x) + (1-b)\delta p^\ell(x) \right) \quad (10.10)$$

Pour un volume de contrôle donné, on obtient donc, pour un palier de temps, la déformation de ce volume de contrôle  $p$  par l'égalité :

$$\delta\varepsilon_{n \rightarrow n+1}^p = \frac{1}{K_b + 4\mu/3} \left( b\delta P_{n \rightarrow n+1}^{eq} + (1-b)\delta p_{n \rightarrow n+1}^\ell \right) \quad (10.11)$$

La déformation totale  $\varepsilon(x)$  depuis le début du séchage, pour  $x$  appartenant au volume de contrôle  $p$ , se calcule ensuite par sommation des incréments  $\delta\varepsilon_{n \rightarrow n+1}^p$  sur le temps (indice  $n$ ) et sur les volumes de contrôles entre le bord 0 et le volume de contrôle  $p$  :

$$\varepsilon^{n+1}(x \in \text{volume } p) = \sum_{pp=0}^p \sum_{nn=0}^n \delta\varepsilon_{nn \rightarrow nn+1}^{pp} \quad (10.12)$$

Les mesures fournies par la jauge au temps  $n+1$  correspondent à la déformation totale calculée sur le bord :  $\varepsilon^{n+1}(x \in \text{volume } p = N)$ .

La Figure 10.3 montre le séchage du demi-plan tandis que la Figure 10.4 représente l'écrasement  $\delta l/l_o$  du demi-plan. Enfin, la masse perdue est représentée à la Figure 10.5.

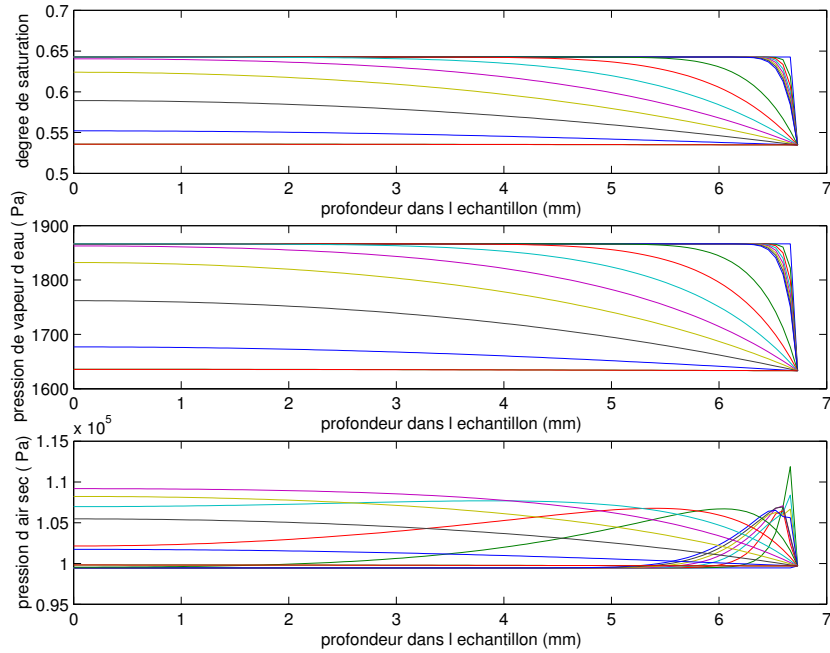


FIG. 10.3 – Tracé de la saturation en eau liquide, de la pression de vapeur d'eau et de la pression d'air sec en fonction de la profondeur dans le demi-plan ( $x = 6.73$  est le bord au contact de l'air humide), pour un palier d'humidité relative  $80 \rightarrow 70\%$  pour différents pas de temps (les 8 premiers pas de temps puis à  $T/8, T/4, 3T/8, T/2, 5T/8, 3T/4, 7T/8, T$ ) (lot 4).

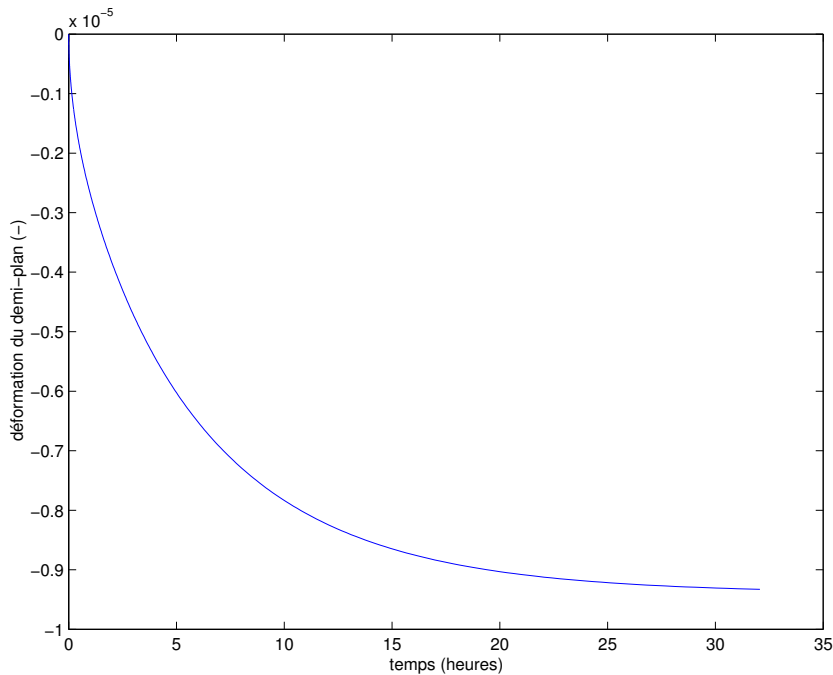


FIG. 10.4 – Ecrasement  $\delta l/l_0$  du demi-plan au cours du séchage correspondant au palier d'humidité relative  $80 \rightarrow 70\%$  (tracé réalisé avec  $K_b + 4\mu/3 = 10GPa$ ).

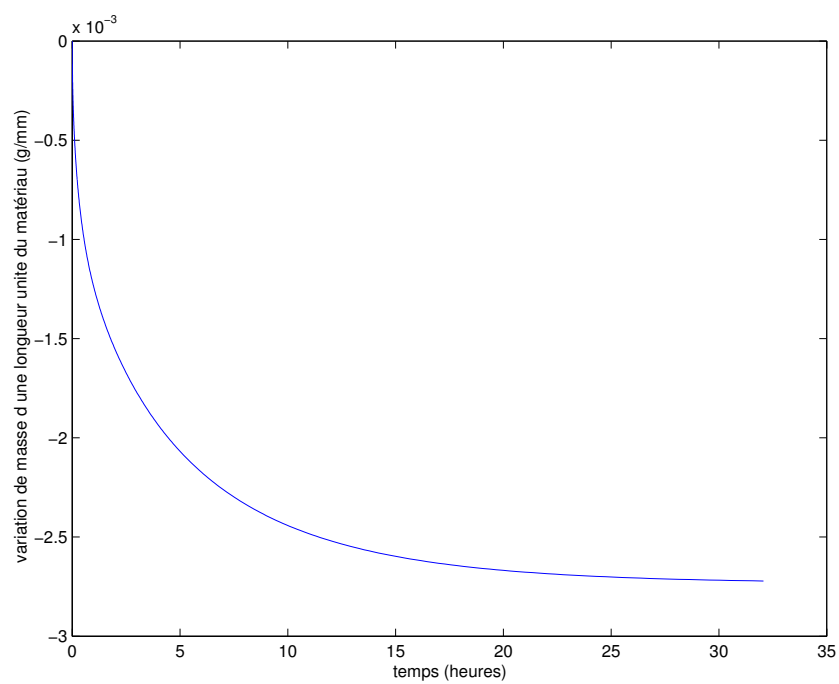


FIG. 10.5 – Variation relative de masse du demi-plan, par unité de surface de fissure, au cours du séchage correspondant au palier d'humidité relative  $80 \rightarrow 70\%$  (tracé réalisé avec  $K_b + 4\mu/3 = 10GPa$ ).





# Chapitre 11

## Annexes

### Sommaire

---

<b>11.1</b>	<b>Résolution des équations de séchage sous l'hypothèse d'un transport purement darcéen . . . . .</b>	<b>295</b>
<b>11.2</b>	<b>Description de quelques schémas numériques . . . . .</b>	<b>296</b>
11.2.1	Méthode explicite . . . . .	297
11.2.2	Méthode implicite . . . . .	297
11.2.3	Méthode du type Crank-Nicholson . . . . .	298
<b>11.3</b>	<b>Temps caractéristiques . . . . .</b>	<b>298</b>
11.3.1	Uniformisation de la pression de liquide . . . . .	299
11.3.2	Uniformisation de la pression de gaz . . . . .	300
11.3.3	Uniformisation des composants au sein de la phase gazeuse . . . . .	300
11.3.4	Applications numériques pour l'argilite . . . . .	301

---



## 11.1 Résolution des équations de séchage sous l'hypothèse d'un transport purement darcéen

En supposant que la pression de gaz est uniforme dans un échantillon en cours de séchage, la combinaison de la conservation de la masse d'eau liquide (8.13) et de la loi de Darcy (8.17) fournit l'équation de diffusion suivante pour le transport de l'eau s'écrit, dans le cas cylindrique axisymétrique :

$$\frac{\partial}{\partial t}(s_\ell) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} D_\ell s_\ell \right) \quad \text{avec} \quad D_\ell = -\frac{k_\ell}{\varphi \eta_\ell} \frac{dp_c}{ds_\ell} \quad (11.1)$$

La diffusivité de l'eau  $D_\ell$  est supposée constante par palier de séchage. Nous cherchons les solutions sous la forme :  $s_\ell(r, t) = \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_k(t) u_k(r)$ . L'équation de diffusion pour le transport de l'eau fournit :

$$\alpha'_k(t) u_k(r) = D_\ell \left( \alpha_k(t) u''_k(r) + \frac{1}{r} \alpha_k(t) u'_k(r) \right) \quad (11.2)$$

La première étape est de diagonaliser l'opérateur elliptique, c'est-à-dire de déterminer les coefficients  $\mu_k$  vérifiant :

$$-\mu_k u_k(r) = u''_k(r) + \frac{1}{r} u'_k(r) \quad (11.3)$$

La solution est donnée par :

$$u_k(r) = A_k J_o(\sqrt{\mu_k} r) + B_k Y_o(\sqrt{\mu_k} r) \quad (11.4)$$

où  $J_o$  et  $Y_o$  sont des fonctions de Bessel, respectivement de première et de seconde espèce.  $\alpha_k$  est alors déterminé par l'équation différentielle :

$$\alpha'_k(t) = -\mu_k D_\ell \alpha_k(t) \quad (11.5)$$

ce qui mène à

$$\alpha_k(t) = C_k e^{-\mu_k D_\ell t} \quad (11.6)$$

Finalement, on obtient :

$$s_\ell(r, t) = \sum_{k=0}^{\infty} (A_k J_o(\sqrt{\mu_k} r) + B_k Y_o(\sqrt{\mu_k} r)) C_k e^{-\mu_k D_\ell t} \quad (11.7)$$

Comme  $s_\ell$  a une valeur finie partout, en particulier en  $r = 0$ , nécessairement  $B_k = 0$ . Au bord  $r = R$ , le degré de saturation est imposé et égal à  $s_\ell^b$ . Avec  $\mu_o = 0$ , on peut alors déduire :

$$\begin{cases} A_o C_o = s_\ell^b \\ \forall k > 0 \quad \mu_k \text{ vérifiant } J_o(\sqrt{\mu_k} R) = 0 \end{cases} \quad (11.8)$$

Pour  $x > 2$ ,  $J_o(x)$  peut être approximé par :

$$J_o(x) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos \left[ x - \frac{\pi}{4} \right] \quad (11.9)$$

de telle sorte que :

$$\mu_k \approx \frac{\pi^2}{R^2} \left( -\frac{1}{4} + k \right)^2 \quad (11.10)$$

et

$$s_\ell(r, t) = A_o C_o + \sum_{k=1}^{\infty} A_k C_k J_o(\sqrt{\mu_k} r) e^{-\mu_k D_\ell t} \quad (11.11)$$

A  $t = 0$ , le degré de saturation est connu pour  $r \in [0, R[$  et est égal à  $s_\ell^i$  :

$$\forall r \in [0, R[ \quad s_\ell^i = s_\ell^b + \sum_{k=1}^{\infty} A_k C_k J_o(\sqrt{\mu_k} r) \quad (11.12)$$

Cette égalité propose une série de Fourier-Bessel pour la fonction  $f(r)$  définie comme suit :

$$f(r) = \begin{cases} s_\ell^i - s_\ell^b & ; \quad r \in [0, R[ \\ 0 & ; \quad \text{ailleurs} \end{cases} \quad (11.13)$$

Afin de déterminer les coefficients  $A_k$  et  $C_k$ , on écrit la fonction  $f$  sous la forme d'une série de Fourier-Bessel :

$$f(r) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k J_o\left(\left(R\sqrt{\mu_k}\right) \frac{r}{R}\right) \quad (11.14)$$

où :

$$\forall k > 0 \quad c_k = \frac{\int_0^R J_o\left(\left(R\sqrt{\mu_k}\right) \frac{r}{R}\right) (s_\ell^i - s_\ell^b) r dr}{\int_0^R r J_o^2\left(\left(R\sqrt{\mu_k}\right) \frac{r}{R}\right) dr} \quad (11.15)$$

Les intégrales peuvent être évaluées, menant à :

$$\forall k > 0 \quad c_k = \frac{\frac{R}{\sqrt{\mu_k}} J_1(R\sqrt{\mu_k})}{R^2 J_1^2(R\sqrt{\mu_k})/2} (s_\ell^i - s_\ell^b) = \frac{2}{R\sqrt{\mu_k} J_1(R\sqrt{\mu_k})} (s_\ell^i - s_\ell^b) \quad (11.16)$$

où  $J_1$  est une fonction de Bessel de première espèce satisfaisant  $J_1 = -J'_o$ . Finalement,

$$s_\ell(r, t) = s_\ell^b + (s_\ell^i - s_\ell^b) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{R\sqrt{\mu_k} J_1(R\sqrt{\mu_k})} J_o(\sqrt{\mu_k} r) e^{-\mu_k D_\ell t} \quad (11.17)$$

et on a identifié les inconnues  $A_k$  et  $C_k$  de l'Equation 11.12.

## 11.2 Description de quelques schémas numériques

En raisonnant sur le système d'équations (10.6), on explique à présent les particularités des schémas numériques explicite, implicite et de Crank-Nicholson, ainsi que les avantages et inconvénients de chacun de ces schémas.

### 11.2.1 Méthode explicite

On parle d'écriture explicite pour les flux lorsque les termes de flux en  $\underline{w}_\alpha$  et le terme  $\dot{m}_{l \rightarrow g}$  interviennent dans (10.6) non au temps  $n + 1$ , mais au temps  $n$ . Si  $\{f\}_i^n$  désigne les inconnues  $\{\{s_l\}_i^n \cup \{p_a\}_i^n \cup \{p_v\}_i^n \cup \{\dot{m}_{l \rightarrow g}\}_i^n\}$ , alors les équations du système (10.6) peuvent schématiquement se mettre sous la forme :

$$\Delta x \frac{g_{1+5(i-1)}(f_i^{n+1}) - g_{2+5(i-1)}(f_i^n)}{\Delta t} = \frac{A_i^n(f_i^n, f_{i+1}^n)}{\Delta x} g_{3+5(i-1)}(f_i^n, f_{i+1}^n) + \frac{B_i^n(f_{i-1}^n, f_i^n)}{\Delta x} g_{4+5(i-1)}(f_{i-1}^n, f_i^n) + \Delta x g_{5+5(i-1)}(f_i^n) \quad (11.18)$$

où on lit que l'inconnue  $f_i$  à l'instant  $n + 1$  s'obtient en fonction de  $f_{i-1}$ ,  $f_i$  et  $f_{i+1}$  à l'instant  $n$ .

L'inconvénient principal de la méthode explicite est qu'elle nécessite de choisir un  $\Delta t$  suffisamment petit, sinon la solution de l'Equation 11.18 devient instable. Plus précisément, la condition de stabilité porte sur le rapport  $\Delta t / \Delta x^2$  :

$$\frac{\Delta t}{\Delta x^2} \leq h(f_{i-1}^n, f_i^n, f_{i+1}^n, \Delta t) \quad (11.19)$$

### 11.2.2 Méthode implicite

Considérons les termes en  $\underline{w}_\alpha$  et  $\dot{m}_{l \rightarrow g}$  intervenant dans (10.6) au temps  $n + 1$ , et non plus au temps  $n$ , où la solution est connue. Les équations du système (10.6) peuvent alors schématiquement s'écrire :

$$\Delta x \frac{g_{1+5(i-1)}(f_i^{n+1}) - g_{2+5(i-1)}(f_i^n)}{\Delta t} = \frac{A_i^n(f_i^n, f_{i+1}^n)}{\Delta x} g_{3+5(i-1)}(f_i^{n+1}, f_{i+1}^{n+1}) + \frac{B_i^n(f_{i-1}^n, f_i^n)}{\Delta x} g_{4+5(i-1)}(f_{i-1}^{n+1}, f_i^{n+1}) + \Delta x g_{5+5(i-1)}(f_i^{n+1}) \quad (11.20)$$

Une telle écriture des flux  $\underline{w}_\alpha$  et du terme  $\dot{m}_{l \rightarrow g}$  est dite implicite. Le grand avantage de la méthode implicite est qu'elle est universellement stable.

Cette fois-ci, les données  $f_{i-1}$ ,  $f_i$  et  $f_{i+1}$  à l'instant  $n$  s'expriment en fonction des inconnues  $f_{i-1}$ ,  $f_i$  et  $f_{i+1}$  à l'instant  $n + 1$ . Les inconnues  $f_{i-1}$ ,  $f_i$  et  $f_{i+1}$  à l'instant  $n + 1$  sont donc calculées à partir des données à l'instant  $n$  en résolvant un système d'équations :

$$F^n(\{f^{n+1}\}) = 0 \quad (11.21)$$

où la fonction  $F^n$  s'exprime en fonction des données  $f_i$  à l'instant  $n$ . Si la fonction  $F^n$  est linéaire en  $\{f^{n+1}\}$ , la résolution de cette équation est rapide : le système est défini par une matrice tridiagonale et la méthode du double balayage de Choleski est particulièrement bien adaptée. Dans notre cas de figure, la fonction  $F^n$  n'est pas linéaire en  $\{f^{n+1}\}$  et l'équation 11.21 peut se résoudre par exemple à l'aide de la méthode de Newton de façon itérative. La solution

recherchée  $\{f^{n+1}\}$  est alors la limite de la suite  $\{u_k^{n+1}\}_{k \in \mathbb{N}}$  définie par récurrence :

$$\begin{cases} \{u_o^{n+1}\} \\ \{u_{k+1}^{n+1}\} = \{u_k^{n+1}\} - (\text{grad}F(\{u_k^{n+1}\}))^{-1} \cdot F(\{u_k^{n+1}\}) \end{cases} \quad (11.22)$$

Plus précisément, on se donne une fonction  $\{u_o^{n+1}\}$  qu'on injecte dans (11.22) afin d'obtenir une fonction  $\{u_1^{n+1}\}$ , etc... jusqu'à convergence. On a alors déterminé l'inconnue  $\{f^{n+1}\}$ . Pour avoir convergence, il est nécessaire que la donnée  $\{u_o^{n+1}\}$  ne soit pas trop éloignée de la fonction à déterminer  $\{f^{n+1}\}$ . Or la donnée  $\{u_o^{n+1}\}$  est généralement prise égale à  $\{f^n\}$ . Il est donc nécessaire, pour avoir convergence, que le pas de temps  $\Delta t$  soit suffisamment petit.

La méthode implicite est universellement stable. Mais en raison de la non-linéarité de notre problème, il faut tout de même s'assurer de prendre des pas de temps  $\Delta t$  suffisamment petits pour s'assurer de la convergence de la méthode itérative de Newton.

### 11.2.3 Méthode du type Crank-Nicholson

Dans la méthode explicite, on a écrit le terme de flux à l'instant  $n$ , et dans la méthode implicite, on l'a écrit à l'instant  $n + 1$ . Or le terme en  $1/\Delta t$  est de toute façon écrit au temps  $n + 1/2$ . L'idée de la méthode de Crank-Nicholson est d'écrire le terme de flux également à l'instant  $n + 1/2$ . On considère alors l'écriture suivante, qui combine pour moitié la forme explicite et pour moitié la forme implicite :

$$\begin{aligned} \Delta x \frac{g_{1+5(i-1)}(f_i^{n+1}) - g_{2+5(i-1)}(f_i^n)}{\Delta t} &= \frac{1}{2} \left[ \frac{A_i^n(f_i^n, f_{i+1}^n)}{\Delta x} g_{3+5(i-1)}(f_i^n, f_{i+1}^n) \right. \\ &+ \frac{B_i^n(f_{i-1}^n, f_i^n)}{\Delta x} g_{4+5(i-1)}(f_{i-1}^n, f_i^n) + \Delta x g_{5+5(i-1)}(f_i^n) \left. \right] + \frac{1}{2} \left[ \frac{A_i^n(f_i^n, f_{i+1}^n)}{\Delta x} g_{3+5(i-1)}(f_i^{n+1}, f_{i+1}^{n+1}) \right. \\ &\left. + \frac{B_i^n(f_{i-1}^n, f_i^n)}{\Delta x} g_{4+5(i-1)}(f_{i-1}^{n+1}, f_i^{n+1}) + \Delta x g_{5+5(i-1)}(f_i^{n+1}) \right] \end{aligned} \quad (11.23)$$

Le premier crochet étant connu, l'Equation 11.23 est en fait une équation implicite en  $\{f^{n+1}\}$  qui se résoud comme expliqué au paragraphe précédent. L'avantage de cette formulation est que la contrainte imposée sur le pas de temps  $\Delta t$  pour avoir convergence dans le schéma de Newton est moins forte que dans la formulation implicite seule. Cela provient du fait que la partie implicite dans la méthode de Crank-Nicholson correspond à la moitié du terme de gauche, dépendant donc de  $\Delta t/2$  et non plus de  $\Delta t$ .

## 11.3 Temps caractéristiques

Exprimons les temps caractéristiques des différents phénomènes physiques au sein de l'argilite qui sont engendrés par les lois de Darcy et Fick sur les trois phases présentes dans le réseau poreux : l'eau liquide, la vapeur d'eau et l'air sec.

### 11.3.1 Uniformisation de la pression de liquide

On combine l'équation de conservation de la masse d'eau liquide (8.13) avec la loi de Darcy (8.17) et on trouve :

$$\varphi \frac{\partial \rho_\ell s_\ell}{\partial t} = \rho_\ell \frac{k_\ell(s_\ell)}{\eta_\ell} \Delta p_\ell - \dot{m}_{l \rightarrow g} \quad (11.24)$$

#### A masse volumique constante, par uniformisation du degré de saturation

On se place dans l'hypothèse où les variations de la masse volumique de liquide sont négligeables devant celles du degré de saturation de l'échantillon. Dans ce cas, les variations de la pression de liquide sont liées à celles du degré de saturation :

$$dp_\ell = -p'_c(s_\ell) ds_\ell \quad (11.25)$$

Au premier ordre, on peut réécrire l'Equation 11.24 ainsi :

$$\varphi \rho_\ell \frac{\partial s_\ell}{\partial t} = -\rho_\ell \frac{k_\ell(s_\ell)}{\eta_\ell} p'_c(s_\ell) \Delta s_\ell - \dot{m}_{l \rightarrow g} \quad (11.26)$$

où on a considéré le liquide comme incompressible. On lit que le temps caractéristique de l'uniformisation, par la loi de Darcy, du degré de saturation et donc de la pression de liquide est :

$$\frac{\tau_D^\ell}{d^2} = \varphi \frac{\eta_\ell}{k_\ell(s_\ell) |p'_c(s_\ell)|} \quad (11.27)$$

#### A degré de saturation constant, par uniformisation de la masse volumique

On se place à présent dans l'hypothèse où les variations du degré de saturation de l'échantillon sont négligeables devant celles de la masse volumique du liquide. Dans ce cas, les variations de la pression de liquide sont liées à celles de la masse volumique :

$$\frac{d\rho_\ell}{\rho_\ell} = \frac{dp_\ell}{K_\ell} \quad (11.28)$$

où  $K_\ell$  est le module de compressibilité de l'eau. On peut alors réécrire l'Equation 11.24 au premier ordre en masse volumique :

$$\varphi s_\ell \frac{\partial \rho_\ell}{\partial t} = \rho_\ell \frac{k_\ell(s_\ell)}{\eta_\ell} \Delta p_\ell \quad (11.29)$$

On obtient finalement une équation portant sur la pression de liquide :

$$\frac{\varphi s_\ell}{K_\ell} \frac{\partial p_\ell}{\partial t} = \frac{k_\ell(s_\ell)}{\eta_\ell} \Delta p_\ell \quad (11.30)$$

On lit que le temps caractéristique de l'uniformisation de la pression de liquide et de l'uniformisation de la masse volumique est :

$$\frac{\tau_P^\ell}{d^2} = \frac{\varphi s_\ell}{K_\ell} \frac{\eta_\ell}{k_\ell(s_\ell)} \quad (11.31)$$



### 11.3.2 Uniformisation de la pression de gaz

Les variations du degré de saturation d'un échantillon sont toujours négligeables devant les variations de la masse volumique d'un gaz, celui-ci étant très compressible.

La combinaison des lois de conservation de la masse pour la vapeur d'eau (Eq. 8.14) et l'air sec (Eq. 8.15) avec la loi de Darcy (Eq. 8.18) exprimant le flux du mélange gaz "air sec+vapeur d'eau" fournit, au premier ordre en pression de gaz :

$$\varphi(1 - s_\ell) \left( \frac{1}{M_v} \frac{\partial \rho_v}{\partial t} + \frac{1}{M_a} \frac{\partial \rho_a}{\partial t} \right) = \frac{p_{atm}}{RT} \frac{k_g(s_\ell)}{\eta_g} \Delta p_g + \frac{\dot{m}_{l \rightarrow g}}{M_v} \quad (11.32)$$

L'air sec et la vapeur d'eau étant considérés comme des gaz parfaits, on peut écrire :

$$\varphi(1 - s_\ell) \frac{1}{RT} \frac{\partial p_g}{\partial t} = \frac{p_{atm}}{RT} \frac{k_g(s_\ell)}{\eta_g} \Delta p_g + \frac{\dot{m}_{l \rightarrow g}}{M_v} \quad (11.33)$$

Et on peut lire le temps caractéristique de l'uniformisation de la pression de gaz :

$$\frac{\tau_P^g}{d^2} = \varphi(1 - s_\ell) \frac{\eta_g}{k_g(s_\ell) p_{atm}} \quad (11.34)$$

### 11.3.3 Uniformisation des composants au sein de la phase gazeuse

En combinant les équations de conservation de la masse de vapeur d'eau (Eq. 8.14), et d'air sec (Eq. 8.15) avec la loi de Fick (Eq. 8.19), on trouve l'égalité :

$$\varphi(1 - s_\ell) \left( \frac{1}{\rho_v} \frac{\partial \rho_v}{\partial t} - \frac{1}{\rho_a} \frac{\partial \rho_a}{\partial t} \right) = \text{div} \left( \frac{1}{p_g} \frac{1}{C_a C_v} D_{va}(T) f(s_\ell) \text{grad} C_v \right) + \frac{\dot{m}_{l \rightarrow g}}{\rho_v} \quad (11.35)$$

La vapeur d'eau et l'air sec étant modélisés comme des gaz parfaits, on obtient, au premier ordre :

$$\varphi(1 - s_\ell) \left( \frac{1}{p_v} \frac{\partial p_v}{\partial t} - \frac{1}{p_a} \frac{\partial p_a}{\partial t} \right) \approx \left( \frac{1}{p_v} D_{va}(T) f(s_\ell) \text{div grad} C_v \right) + \frac{\dot{m}_{l \rightarrow g}}{\rho_v} \quad (11.36)$$

Avec  $p_v \ll p_a$ , on obtient au premier ordre :

$$\varphi(1 - s_\ell) \frac{\partial C_v}{\partial t} \approx \left( \frac{1}{p_{atm}} D_{va}(T) f(s_\ell) \text{div grad} C_v \right) + \frac{\dot{m}_{l \rightarrow g}}{\rho_v} C_v \quad (11.37)$$

On lit alors que le temps caractéristique  $\tau_F$  de l'uniformisation des composants au sein de la phase gazeuse s'écrit :

$$\frac{\tau_F}{d^2} = \frac{1}{\tau D_{va}(p_{atm}, T)} \quad (11.38)$$

où  $\tau$  est le facteur de tortuosité défini à la Sous-section 8.3 par le quotient  $f(s_\ell)/\varphi/(1 - s_\ell)$ .

### 11.3.4 Applications numériques pour l'argilite

On rappelle la porosité de 18% pour l'argilite. On évalue à présent les différents temps caractéristiques en utilisant les résultats des mesures réalisées sur l'argilite. Plus précisément, on utilise nos mesures directes pour la perméabilité au gaz (Fig. 7.4), nos mesures directes pour la pression capillaire (Fig. 8.4) et nos mesures indirectes pour la perméabilité à l'eau (Fig. 8.17). Le Tableau 11.1 regroupe les valeurs numériques de ces temps caractéristiques évalués pour différents degré de saturation.

$s_\ell$	$\tau_D^\ell/d^2$	$\tau_P^\ell/d^2$	$\tau_P^g/d^2$	$\tau_F/d^2$
0.98	$\approx 1.5$	$\approx 0.05$	$\approx 0.13$	$\approx 0.9$
0.78	$\approx 1.2$	$\approx 0.05$	$\approx 0.12$	$\approx 0.003$
0.62	$\approx 1.2$	$\approx 0.07$	$\approx 0.14$	$\approx 0.0009$
0.59	$\approx 1.1$	$\approx 0.07$	$\approx 0.14$	$\approx 0.0007$
0.48	$\approx 11.7$	$\approx 0.94$	$\approx 0.13$	$\approx 0.0004$
0.13	$\approx 20.8$	$\approx 13.3$	$\approx 0.06$	$\approx 0.0001$

TAB. 11.1 – Ordre de grandeur, en jours par  $cm^2$ , des différents temps caractéristiques de différents phénomènes physiques au sein de l'argilite.



Troisième partie

**CONCLUSIONS ET  
PERSPECTIVES**



---

L'objectif de ce mémoire était de mettre en évidence les particularités de l'argilite de façon à proposer des modélisations adaptées. Ce travail s'est intéressé particulièrement au comportement mécanique de l'argilite en intégrant un couplage hydro-mécanique, et aux questions de transport dans l'argilite. Ces deux volets sont cruciaux pour la compréhension du matériau, qui pourrait avoir pour vocation de servir de barrière géologique au stockage des déchets radioactifs. La mise en place de ce stockage perturbe le milieu géologique : il est donc fondamental d'être en mesure d'anticiper le comportement du matériau et l'évolution de sa microstructure. Par ailleurs, la faible perméabilité à l'eau de l'argilite est une propriété majeure pour assurer le rôle de "barrière" : il est donc important de comprendre les mécanismes de transport dans l'argilite, ainsi que l'évolution des propriétés de transport au cours de la mise en place du stockage, puis de la vie du stockage. Ce mémoire s'est articulé en deux parties, la première se concentrant sur le comportement hydro-mécanique de l'argilite, la deuxième sur ses propriétés de transport, permettant ainsi de connaître le degré de saturation d'un échantillon en fonction de son environnement hydrique.

L'argilite est communément étudiée comme un matériau poreux classique, c'est-à-dire en utilisant une loi de comportement de type Biot. Cette loi de comportement est adaptée aux matériaux poreux qui sont la superposition d'un réseau poreux et d'une phase solide linéaire élastique *homogène* et *inerte* par rapport au fluide dans le réseau poreux. Dès l'introduction de ce manuscrit (**Chapitre 1**), nous avons montré que cette loi de comportement est mise en défaut par le jeu d'expériences original dont nous disposons : des essais de gonflement empêché de bentonite et des essais poromécaniques sur argilite partiellement saturée. Dans la **Partie I**, nous avons alors construit par des étapes d'homogénéisation successives une loi de comportement pour l'argilite cohérente avec ces essais, puis nous avons confronté cette loi originale avec de nouvelles données expérimentales, ce qui nous a permis de raffiner notre modélisation. Ainsi, le **Chapitre 2** a proposé une loi de comportement de la matrice argileuse de l'argilite qui prend en compte la structure en particules feuilletées de la phase solide de la matrice argileuse et prend en compte les phénomènes osmotiques qui existent au niveau même des particules argileuses feuilletées. La modélisation intègre également les effets capillaires se manifestant dans le réseau poreux des micro-pores, ce qui permet d'aboutir à une loi de comportement pour la matrice argileuse, valable pour tous les états hydriques. Cette loi est confrontée à l'essai de gonflement empêché et révèle une très bonne cohérence. Le **Chapitre 3** propose alors une loi de comportement pour l'argilite en intégrant la présence d'inclusions dans la matrice argileuse. L'hypothèse d'interface parfaite est retenue à ce stade. La loi de comportement obtenue pour l'argilite est ensuite confrontée à des essais poromécaniques sur argilite partiellement saturée. Les résultats de ces essais correspondent exactement aux prédictions fournies par notre modèle. Cela permet de confirmer l'équilibre thermodynamique existant entre la nanoporosité de l'argilite, correspondant aux espaces interfoliaires au niveau des particules argileuses, et la microporosité de l'argilite, correspondant aux espaces interparticulaires. La loi de comportement obtenue est ensuite exploitée sur des données expérimentales concernant le suivi dimensionnel d'échantillons d'argilite sous chargement hydrique. On montre que de tels suivis permettent de déterminer le tenseur de Biot de l'argilite, non accessible par les essais poromécaniques classiques réalisés à

degré de saturation constant. En résumé, l'essai de gonflement empêché, inexpliqué par une loi de comportement de type Biot, a inspiré la modélisation de l'argilite ; puis la loi de comportement de l'argilite partiellement saturée a été testée avec succès sur l'essai de gonflement empêché, les essais poromécaniques et le suivi des variations dimensionnelles sous chargement hydrique. Pourtant, le **Chapitre 4** commence en exposant des données expérimentales que la loi ne permet pas de comprendre : les constantes élastiques de l'argilite dépendent du degré de saturation du matériau. Cette constatation amène à une amélioration du modèle. En analysant le tenseur d'élasticité des particules, il apparaît que celui-ci est sensible à la variation de la distance interfeuillet, qui elle-même dépend du degré de saturation. En réalisant successivement des homogénéisations non-linéaires, nous aboutissons alors à une loi de comportement de l'argilite plus riche qui permet d'expliquer la dépendance au degré de saturation des constantes élastiques, révélée par l'expérience. Le **Chapitre 5** débute à nouveau sur une donnée expérimentale non prise en compte par la loi de comportement à ce stade : il existe une mésoporosité dans l'argilite autour des inclusions, ce qui rend l'hypothèse d'interface parfaite abusive. On propose alors une loi de comportement pour l'interface de façon à prendre en compte les défauts d'interface dans la loi de comportement de l'argilite partiellement saturée. Nous disposons à présent d'une loi de comportement qui permet d'expliquer tout le jeu de données expérimentales en notre possession. A titre d'applications, cette loi est ensuite utilisée pour décrire schématiquement l'évolution du comportement de l'argilite au cours de la mise en place du stockage et au cours de la vie du stockage.

Après avoir étudié dans la première partie de ce mémoire l'impact du degré de saturation sur le comportement mécanique de l'argilite, nous nous sommes intéressés dans la **Partie II** à la modélisation du transport dans l'argilite, qui permet de connaître le degré de saturation d'un échantillon en fonction de son environnement. Le point de départ de cette étude a consisté à mesurer les perméabilités de l'argilite, qui sont les moteurs du transport. Le **Chapitre 7** présente les résultats de nos essais. Il se dégage que les concepts de perméabilité intrinsèque et de perméabilités relatives n'ont pas de sens pour l'argilite. Les faibles valeurs de perméabilités à l'eau obtenues confirment l'intérêt de l'argilite pour assurer le rôle de barrière géologique. Le **Chapitre 8** s'intéresse ensuite à la caractérisation des propriétés de transport en étudiant des expériences de séchage. On présente tout d'abord des suivis de variations massiques sous chargement hydrique. Ces suivis de variations de masse d'eau permettent de quantifier l'état d'avancement des séchages. On propose ensuite deux modélisations pour expliquer ces suivis massiques. La première modélisation repose uniquement sur le flux darcién de l'eau liquide. La deuxième modélisation est plus complète et prend en compte les phases de liquide, de vapeur d'eau et d'air sec constituant le réseau poreux. Ces deux modélisations sont confrontées entre elles et avec les données expérimentales de suivis massiques. Si le modèle simplifié permet de modéliser correctement le séchage pour des humidités relatives supérieures à 60%, le modèle complet permet de comprendre les phénomènes physiques qui sont en jeu lors d'un séchage. Les perméabilités jouant un rôle majeur pendant un séchage, le **Chapitre 9** propose une modélisation du réseau poreux afin d'expliquer, par un raisonnement d'homogénéisation, les ordres de grandeur des

---

perméabilités de l'argilite, ainsi que leur dépendance au degré de saturation. Nous disposons à présent d'une connaissance plus fine des propriétés de transport de l'argilite.

Ces deux études parallèles, sur le comportement mécanique de l'argilite et sur ses propriétés de transport, nous permettent d'avoir une compréhension meilleure de l'argilite. Le **Chapitre 10** pose les jalons d'un prolongement naturel de ce travail. Il s'agit de combiner les deux approches pour modéliser le comportement mécanique et hydrique d'un échantillon d'argilite avec des fractures. Une approche est d'étudier l'évolution d'une fracture entre deux plans parallèles soumise à un air sec, puis à un air humide. Un dispositif expérimental est déjà mis au point au LML et l'évolution de cette fracture va bientôt pouvoir être suivie expérimentalement. La combinaison des deux approches, développées et validées indépendamment, appliquée au cas particulier d'une fracture, devrait permettre de comprendre l'évolution du matériau au cours de l'essai. L'étape suivante serait alors d'observer ou non, et de modéliser le cas échéant, la cicatrisation de la fracture.

Un second prolongement de ce travail pourrait consister à confronter la loi de comportement de l'argilite que nous avons proposée dans ce manuscrit avec un ensemble plus large d'expériences réalisées sur l'argilite. L'objectif serait alors de faire adopter cette nouvelle loi, qui prend en compte les spécificités bien particulières de l'argilite.





# Bibliographie

- [1] *Modélisation des transferts hydriques isothermes en milieu poreux. Application au séchage des matériaux à base de ciment.* LCPC - ouvrages d'art - OA32, 1999.
- [2] A.E. Adenekan, T. Patzek, and K. Pruess. Modeling of multiphase transport of multicomponent organic contaminants and heat in the subsurface : Numerical model formulation. *Water Res. Res.*, 29(11) :3727–3740, 1993.
- [3] E.E. Alonso, A. Gens, and D.W. Hight. A constitutive model for partially saturated soils. *Geotechnique*, 40(3) :405–430, 1990.
- [4] ANDRA. *Dossier 2005 Argile.* Collection Les Rapports, 2005.
- [5] J.-L. Auriault. Nonsaturated deformable porous media : quasistatics. *Transp. Porous Media* 2, pages 45–64, 1987.
- [6] J.-L. Auriault and E. Sanchez-Palencia. Etude du comportement macroscopique d'un milieu poreux saturé déformable. *J. Méc.*, 16 :575–603, 1977.
- [7] P. Baggio, C. Bonacina, and B.A. Schrefler. Some considerations on modeling heat and mass transfer in porous media. *Transport in Porous Media*, 28 :233–251, 1997.
- [8] V. Baroghel-Bouny. *Caractérisation des pâtes de ciment. Méthodes, analyse, interprétation.* PhD thesis, ENPC, 1994.
- [9] J.-F. Barthélémy. Effective permeability of media with a dense network of long and micro fractures. *Transp. Porous Med.*, 2008.
- [10] Z.P. Bazant and L.N. Najjar. Nonlinear water diffusion in nonsaturated concrete. *Matériaux et Constructions*, 5(25) :3–20, 1972.
- [11] E. Bemmer, P. Longuemare, and O. Vincké. Poroelastic parameters of meuse/haute marne argillites : effect of loading and saturation states. *Applied Clay Science*, 2004.
- [12] J. Biarez, J.-M. Fleureau, and S. Taibi. Mechanical constitutive model for unsaturated granular media. In *Second International Conferences on Micromechanics of Granular Media*, pages 51–58. Balkema, Thorton, 1993.

- [13] M.A Biot. General theory of 3-dimensional consolidation. *Journal of Applied Physics*, 12 :155–164, 1941.
- [14] A.W. Bishop. The principle of effective stress. *Teknisk Ukeblad*, 39 :859–863, 1959.
- [15] A.W. Bishop and G.E. Blight. Some aspects of effective stress in saturated and partly saturated soils. *Géotechnique*, 13 :117–197, 1963.
- [16] M. Boutéca. Réflexion sur l’origine de l’évolution du coefficient de biot des argilites au cours d’un chargement mécanique. In *Actes des journées scientifiques de l’Andra*, Nancy, 1999.
- [17] G.R. Bright. Effective stress evaluation for unsaturated soils. *ASCE J. Soil Mech. Found. Eng. Div.*, 1967.
- [18] J.C. Bénet. *Contribution à l’étude thermodynamique des milieux poreux non saturés avec changement de phase*. PhD thesis, Université des sciences et techniques du Languedoc, 1981.
- [19] X. Chateau and L. Dormieux. Homogénéisation d’un milieu poreux non saturé : lemme de hill et applications. *C.R. Acad. Sci. Paris*, t. 320(Série IIb) :627–634, 1995.
- [20] X. Chateau and L. Dormieux. Approche micromécanique du comportement d’un milieu poreux non saturé. *C. R. Acad. Sci. Paris*, t. 326(Série IIb) :533–538, 1998.
- [21] X. Chateau and L. Dormieux. The behaviour of unsaturated porous media in the light of a micromechanical approach. In Toll Rahardjo and Leon, editors, *Unsaturated Soils for Asia*, Rotterdam, 2000. Balkerna.
- [22] X.-T. Chen. *Effet du chauffage sur le comportement mécanique et poro-mécanique de matériaux cimentaires - propriétés hydrauliques et changements morphologiques*. PhD thesis, Ecole centrale de Lille, 2009.
- [23] A.-S. Chiarelli. *Etude expérimentale et modélisation du comportement mécanique de l’argilite de l’est*. PhD thesis, Université de Lille, 2000.
- [24] O. Coussy. *Mechanics of porous continua*. J. Wiley & Sons, 1995.
- [25] O. Coussy. *Poromechanics*. J. Wiley & Sons, 2004.
- [26] O. Coussy, R. Eymard, and T. Lassabatère. Constitutive modelling of unsaturated drying deformable materials. *J. of Engineering mechanics*, 124 :658–667, 1998.
- [27] Y.J. Cui and P. Delage. Yielding and plastic behaviour of an unsaturated compacted silt. *Géotechnique*, 46(2) :291–311, 1996.
- [28] E. Dana and F. Skoczylas. Gas relative permeability and pore structure of sandstones. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 36 :613–625, 1999.

- [29] P. Dangla, L. Milinsky, and O. Coussy. Plasticity and imbibition-drainage curve for unsaturated soils : A unified approach. In Pietruszczak Pande, editor, *Numerical models in geomechanics*. Balkema, 1997.
- [30] C. Davy, F. Skoczylas, J.-D. Barnichon, and P. Lebon. Permeability of macro-cracked argillite under confinement : gas and water testing. *Physics and Chemistry of the Earth*, 32 :667–680, 2007.
- [31] C. Davy, F. Skoczylas, P. Lebon, and T. Dubois. Gas migration properties through a bentonite/argillite interface. *Applied Clay Science*, 42 :639–648, 2009.
- [32] J.F. Daïan. *Processus de condensation et de transfert d'eau dans un matériau meso et macroporeux. Etude expérimentale du mortier de ciment*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1986.
- [33] A. Degiovanni and C. Moyne. Conductivité thermique de matériaux poreux humides : évaluation théorique et possibilité de mesure. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 30(11) :2225–2245, 1987.
- [34] A. Delafargue and F.-J. Ulm. Explicit approximations of the indentation modulus of elastically orthotropic solids for conical indenters. *International Journal of Solids and Structures*, 41 :7351–7360.
- [35] R. Dingreville. *Modeling and characterization of the elastic behavior of interfaces in nanostructured materials : from an atomistic description to a continuum approach*. PhD thesis, Georgia Institute of Technology, Atlanta, 2007.
- [36] L. Dormieux. *Equation d'état de la phase argileuse en présence d'effets osmotiques et capillaire*.
- [37] L. Dormieux and E. Bourgeois. *Introduction à la micromécanique des milieux poreux*. Presses de l'école nationale des Ponts et chaussées, 2002.
- [38] L. Dormieux and S. Cariou. *Equation d'état de l'argilite avec prise en compte des effets de défauts d'interface*.
- [39] L. Dormieux and D. Kondo. Approche micromécanique du couplage perméabilité-endommagement. *C. R. Mécanique*, 332 :135–140, 2004.
- [40] L. Dormieux, D. Kondo, and F.-J. Ulm. *Microporomechanics*. édité par John Wiley & Sons, Ltd, 2006.
- [41] L. Dormieux, E. Lemarchand, and J. Sanahuja. Comportement macroscopique des matériaux poreux à microstructure en feuillets. *C.R. Mécanique*, 334 :304–310, 2006.
- [42] L. Dormieux, J. Sanahuja, and Y. Maalej. Résistance d'un polycristal avec interfaces intergranulaire imparfaites. *C.R.A.S. Série II-b Mécanique*, 335 :25–31, 2007.

- [43] H. Ene and E. Sanchez-Palencia. Equations et phénomènes de surface pour l'écoulement dans un modèle de milieu poreux. *Journal de Mécanique*, 14(1) :73–108, 1975.
- [44] S. Escoffier. *Caractérisation expérimentale du comportement hydromécanique des argilites de Meuse/Haute-Marne*. PhD thesis, INPL, 2001.
- [45] J.D Eshelby. The determining of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problem. *Proc. Roy. Soc. Lond. Ser., A* 241 :376–396, 1957.
- [46] P. Fillunger. Versuche über die zugfestigkeit bei allseitigem wasserdruck. *Oesterr. Wochenschrift oeffent. Baudienst*, 29 :443–448, 1915.
- [47] P. Fokker. General anisotropic effective medium theory for the effective permeability of heterogeneous reservoirs. *Transp. Porous Media*, 44 :205–218, 2001.
- [48] D.G. Fredlung, R. Morgenstern, and A. Widgerr. The shear strength of unsaturated soils. *Canadian Geotechnical Journal*, 15 :313–321, 1978.
- [49] D. Gallipoli, A. Gens, R. Sharma, and J. Vaunat. An elastoplastic model for unsaturated soil incorporating the effects of suction and degree of saturation on mechanical behaviour. In *Geotechnique*, volume 53, pages 123–135, 2003.
- [50] D. Gawin and B.A. Schrefler. Thermo- hydro- mechanical analysis of partially saturated porous materials. *Engineering Computations*, 13(7) :113–343, 1996.
- [51] A. Gens. Constitutive modelling : application to compacted soils. In E.E. Alonso and P. Delage., editors, *Unsaturated Soils : Proceedings of the 1st International Conference on Unsaturated Soils*, pages 1179–1200, Paris, 1995. A.A. Balkema.
- [52] W.G. Gray and B.A. Schrefler. Thermodynamic approach to effective stress in partially saturated porous media. *Eur. J. Mech. A/Solids*, 20 :521–538, 2001.
- [53] D. Grgic, R. Giot, F. Homand, and A. Giraud. Effect of suction on the mechanical behavior of iron ore rock. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 29 :789–827, 2005.
- [54] A. Abou-Chakra Guery. *Contributions à la modélisation micromécanique du comportement non linéaire de l'argilite du Callovo-Oxfordien*. PhD thesis, Université de Lille 1, 2007.
- [55] A. Abou-Chakra Guéry, F. Cormery, J.-F. Shao, and D. Kondo. Application of a micro-mechanical model to cavity excavation analysis in argillite. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 2009.
- [56] Z. Hashin. The spherical inclusion with imperfect interface. *J. Appl. Mech.*, 58 :444–449, 1991.
- [57] Z. Hashin. Thin interphase/imperfect interface in elasticity with application to coated fiber composites. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2002.

- [58] A.V Hershey. The elasticity of an isotropic aggregate of anisotropic cubic crystals. *J. Appl. Mech.*, 21 :226–240, 1954.
- [59] E. Hervé and A. Zaoui. n-layered inclusion-based micromechanical modelling. *Int. J. Eng. Sci.*, 31(1) :1–10, 1993.
- [60] F. Homand, A. Giraud, S. Escoffier, A. Koriche, and D. Hoxha. Permeability determination of a deep argillite in saturated and partially saturated conditions. *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, 2004.
- [61] F. Homand, J-F. Shao, A. Giraud, C. Auvray, and D. Hoxha. Pétrofabrication et propriétés mécaniques des argilites. *Géomatériaux (Minéralogie)*, 2006.
- [62] M. Francois J.-P. Uriot L.J. Michot A. Masion I. Bérend, J.M. Cases and F. Thomas. Mechanism of adsorption and desorption of water vapour by homoionic montmorillonite 2. the  $li^+$ ,  $na^+$ ,  $k^+$  etc. exchanged forms. *Clay Clay Miner*, 1995.
- [63] Nidal Ibrahim. *Caractérisation des propriétés mécaniques des géomatériaux par technique de micro indentation*. PhD thesis, Université des Sciences et Technologies de Lille, 2008.
- [64] J. Israelachvili. *Intermolecular and Surface Forces*. Academic Press, San Diego, CA, 1992.
- [65] T. Jiang, A. Abou-Chakra Guéry, D. Kondo, and J.-F. Shao. Multi-scale modeling for inelastic behavior of a cohesive geomaterial. *Mechanics Research Communications*, 2009.
- [66] B. Kari, B. Perrin, and J.C. Foures. Modélisation macroscopique des transferts de chaleur et d’humidité dans les matériaux du bâtiment. *Materials and Structures*, 25 :482–489, 1992.
- [67] D. Karube and S. Kato. An ideal unsaturated soil and the bishops soil. In *Proc. 13th Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, pages 43–46, New Delhi, 1994. New Delhi : Oxford IBH Publ. Co.
- [68] L.J. Klinkenberg. *The permeability of porous media to liquids and gases. Drilling and Production Practice.*, pages 200–13. New York : American Petroleum Institute, 1941.
- [69] Y. Kohgo, M. Nakano, and T. Miyazaki. theoretical aspects of constitutive modeling for unsaturated soils. *Soils and Foundations*, 4 :49–63, 1993.
- [70] A. Koriche. *Caractérisation du comportement couplé des argilites de Meuse/Haute-Marne aux états saturé et partiellement saturé*. PhD thesis, INPL, 2004.
- [71] E. Kröner. *Kontinuumstheorie der Versetzungen und Eigenspannungen. In : Ergebnisse der angewandten Mathematik*, volume 5. Springer, berlin edition, 1958.
- [72] P.V. Lade and R. de Boer. The concept of effective stress for soil, concrete and rock. *Géotechnique*, 47 :61–78, 1997.

- [73] E. Lemarchand. *Contribution de la micromécanique à l'étude des phénomènes de transport et de couplage poromécanique dans les milieux poreux : Application aux phénomènes de gonflement des géomatériaux*. PhD thesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 2001.
- [74] M. Lion, F. Skoczylas, and B. Ledésert. Determination of the main hydraulic and poro-elastic properties of a limestone from bourgogne, france. *International Journal of Rock Mechanics & mining Sciences*, 41 :915–925, 2004.
- [75] B. Loret and N. Khalili. An effective stress based elastic-plastic model for unsaturated porous media. *Mechanics of Materials*, 34 :97–116, 2002.
- [76] M. Mainguy. *Modèle de diffusion non linéaire en milieux poreux : application à la dissolution et au séchage des matériaux cimentaires*. Thèse de doctorat de 3<sup>eme</sup> cycle de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussees, 1999.
- [77] N. Malikova, A. Cadène, V. Marry, E. Dubois, P. Turq, J.-M. Zanotti, and S. Longeville. Diffusion of water in clays - microscopic simulation and neutron scattering. *Chemical Physics*, 317 :226–235, 2005.
- [78] E.L. Matyas and H.S. Radhakrishna. Volume change characteristics of partly saturated soils. *Geotechnique*, 18 :432–448, 1968.
- [79] C.C. Mei and J.-L. Auriault. Mechanics of heterogeneous porous media with several spatial scales. *Proc. R. Soc. Lond.*, 426 :391–423, 1989.
- [80] J. Mitchell. *Fundamentals of soil behavior*. 1993.
- [81] A. Modaressi and N. Abou-Bekr. Constitutive model for unsaturated soils ; validation on a silty material. In *Proceedings of Numerical Methods in Geomechanics*, volume NUMOG V 1. Balkema, 1994.
- [82] T. Mori and K. Tanaka. Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions. *Acta Metallurgica*, 21 :571–574, 1973.
- [83] C. Moyne. *Transferts couplés chaleur-masse lors du séchage : prise en compte du mouvement de la phase gazeuse*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine, 1987.
- [84] J.P. Nougier. *Méthodes de calcul numérique*. 1993.
- [85] B.E. Novich and T.A. Ring. Colloid stability of clays using photon correlation spectroscopy. *Clays and Clay minerals*, 32(5) :400–406, 1984.
- [86] P. Pellenard and J.-F. Deconinck. Mineralogical variability of callovo-oxfordian clays from the paris basin and the subalpine basin. *C. R. Geoscience*, 338 :854–866, 2006.

- [87] B. Perrin and S. Bonnet. Experimental results concerning combined transport of humidity and chloride in non steady state. In *Chloride Penetration into Concrete, RILEM International Workshop, L.O. Nilsson and J.P. Ollivier editeurs*, pages 302–314, October 1995.
- [88] B. Perrin, V. Baroghel Bouny, and L. Chemloul. Méthodes de détermination de la diffusivité hydrique de pâtes de ciments durcies. *Materials and Structures*, 31 :235–241, 1998.
- [89] P. Perré and A. Degiovanni. Simulation par volumes finis des transferts couplés en milieux poreux anisotropes : séchages du bois à basse et haute température. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 33(11) :2463–2478, 1990.
- [90] L. Le Pluart. *Nanocomposites : Epoxyde/amine/montmorillonite : Rôle des interactions sur la formation, la morphologie aux différents niveaux d'échelle et les propriétés mécaniques des réseaux*. PhD thesis, L'institut national des sciences appliquées de Lyon, 2002.
- [91] B. Rotenberg, V. Marry, J.-F. Dufrêche, N. Malikova, E. Giffaut, and P. Turq. Modelling water and ion diffusion in clays : A multiscale approach. *C. R. Chimie*, 10 :1108–1116, 2007.
- [92] B. Rotenberg, J.-P. Morel, V. Marry, P. Turq, and N. Morel-Desrosiers. On the driving force of cation exchange in clays : Insights from combined microcalorimetry experiments and molecular simulation. *Geochimica et Cosmochimica Acta*, 73 :4034–4044, 2009.
- [93] F. Salles. *Hydratation des argiles gonflantes : Séquence d'hydratation multi-échelle ; Détermination des énergies macroscopiques à partir des propriétés microscopiques*. PhD thesis, Université Paris VI - Pierre et Marie Curie, 1996.
- [94] J. Sanahuja. *Impact de la morphologie structurale sur les performances mécaniques des matériaux de construction : application au plâtre et à la pâte de ciment*. PhD thesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 2008.
- [95] J. Sanahuja, L. Dormieux, and G. Chanvillard. Modelling elasticity of a hydrating cement paste. *Cement and Concrete Research*, 37 :1427–1439, 2007.
- [96] J. Sanahuja, L. Dormieux, and G. Chanvillard. A reply to the discussion "does c-s-h particle shape matter?" f.-j. ulm and h. jennings of the paper "modelling elasticity of a hydrating cemen paste", ccr 37 (2007). *Cement and Concrete Research*, 38 :1130–1134, 2008.
- [97] J. Sarout. *Propriétés physiques et anisotropie des roches argileuses : modélisation micro-mécanique et expériences triaxiales*. PhD thesis, Université Paris XI Orsay, 2006.
- [98] B.A. Schrefler and D. Gawin. The effective stress principle : incremental or finite form. *Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech.*, 20 :785–814, 1996.



- [99] B.A. Schrefler, H.W. Zhang, M. Pastor, and O.C. Zienkiewicz. Strain localisation modelling in saturated sand samples based on a generalised plasticity constitutive model. *Computational Mechanics*, 22 :266–280, 1998.
- [100] A.W. Skempton. Effective stress in soils, concrete and rock. In *Proc. Conf. on Pore Pressure and Suction in Soils*, pages 4–16. Butterworth, 1960.
- [101] B.E. Sleep and J.F. Sykes. Compositional simulation of groundwater contamination by organic compounds. 1. model development and verification. *Water Res. Res.*, 29(6) :1697–1708, 1993.
- [102] G. Sposito. The diffuse ion swarm near smectite particles suspended in 1 :1 electrolyte solutions. *Clays and Clay Minerals, Special Lecture*, 4, 1989.
- [103] P. Suquet. *Continuum micromechanics*, chapter Effective behavior of non linear composites. CISM Courses and Lectures n. 377, 1997.
- [104] K. Terzaghi. Principles of soil mechanics, a summary of experimental results of clay and sand. *Engineering News Record*, pages 3–98, 1925.
- [105] K. Terzaghi. The shearing resistance of saturated soils and the angle between the planes of shear. In *First Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Engr.*, pages 54–56, Harvard University, 1936.
- [106] D.G. Toll. A framework for unsaturated soil behaviour. *Geotechnique*, 40 :31–44, 1990.
- [107] A.F.K. van Groos and S. Guggenheim. *Am. Mine.*, 72 :292, 1987.
- [108] B. Viani, P. Low, and C. Roth. Direct measurement of the relation between interlayer force and interlayer distance in the swelling of montmorillonite. *Journal of colloid and interface science*, 96(1), 1983.
- [109] O. Vincké, M. Boutéca, and P. Longuemar. Investigation of the poromechanical behavior of shales in elastic domain. *SPE/ISMR*, 475 :515–520, 1998.
- [110] J.J. Vlassak and W.D. Nix. Indentation modulus of elastically anisotropic half spaces. *Phil. Mag. A*, 67(5) :1045–1056, 1993.
- [111] D.A. De Vries and A.J. Kruger. On the value of the diffusion coefficient of water vapor in air. In *Phenomenes de transport avec changement de phase dans les milieux poreux ou colloïdaux*, Proceedings of CNRS Symposium 160, pages 61–72, 1967.
- [112] C.Y. Wang and P. Cheng. A multiphase mixture model for multiphase, multicomponent transport in capillary porous media-i. model development. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 39(17) :3607–3618, 1996.
- [113] C.C. Wei and K.K. Muraleetharan. A continuum theory of porous media saturated by multiple immiscible fluids : I. linear poroelasticity. *Int. J. Eng. Sci.*, 40 :1807–1833, 2002.

- 
- [114] C.C. Wei and K.K. Muraleetharan. A continuum theory of porous media saturated by multiple immiscible fluids : Ii. lagrangian description and variational structure. *Int. J. Eng. Sci.*, 40 :1835–1854, 2002.
- [115] S.J. Wheeler. A critical state framework for unsaturated soil. *Geotechnique*, 45(1) :35–53, 1995.
- [116] Y. Xi, Z.P. Bazant, and H.M. Jennings. Moisture diffusion in cementitious materials, adsorption isotherms. *Advanced Cement Based Materials*, 1 :248–257, 1994.
- [117] Y. Xi, Z.P. Bazant, L. Molina, and H.M. Jennings. Moisture diffusion in cementitious materials, moisture capacity and diffusivity. *Advanced Cement Based Materials*, 1 :258–266, 1994.
- [118] D. Xin, D.G. Zollinger, and G.D. Allent. An approach to determine diffusivity in hardening concrete based on measured humidity profiles. *Advanced Cement Based Materials*, 2 :138–144, 1995.
- [119] Z. Zhong and S.A. Meguid. On the elastic field of a spherical inhomogeneity with an imperfectly bonded interface. *J. Elasticity*, 46 :91–113, 1997.



# Principales notations

## constantes poro-élastiques

$\mathbb{C}$  =  $3k\mathbb{J} + 2\mu\mathbb{K}$  : tenseur d'élasticité unifié

$k$  module de compressibilité

$\mu$  module de cisaillement

$E$  module de Young

$\nu$  coefficient de Poisson

$\varepsilon_v = tr(\boldsymbol{\varepsilon})$  : déformation volumique

$K_b$  module d'incompressibilité isotrope (milieu poreux simple porosité)

$K_s$  module d'incompressibilité isotrope de la phase solide (homogène)

$b = 1 - K_b/K_s$  : coefficient de Biot

$N$  module de Biot solide : quantifie la variation du volume des pores induite par une variation de pression dans le réseau poreux sous une déformation macroscopique nulle

$K_f$  module de compressibilité du fluide  $f$

$M'$  module de Biot, vérifiant  $\frac{1}{M'} = \frac{1}{N} + \frac{\varphi}{K_f}$

## homogénéisation

$\Omega$  volume élémentaire représentatif (*ver*) ( $\Omega = \Omega^a \cup \Omega^{inc}$ )

$V$  volume de  $\Omega$

$\Omega^\alpha$  sous-domaine du *ver*, représentant la phase  $\alpha$

$V^\alpha$  volume de  $\Omega^\alpha$

$\underline{z}$  vecteur position à l'échelle de départ (d'un processus d'homogénéisation)

$\underline{\xi}$  vecteur déplacement à l'échelle de départ

$\boldsymbol{\sigma}(\underline{z})$  champ de contrainte à l'échelle de départ

$\boldsymbol{\varepsilon}(\underline{z})$  champ de déformation à l'échelle de départ

$\boldsymbol{\Sigma}$  tenseur de contrainte à l'échelle d'arrivée

$\mathbf{E}$  tenseur de déformation à l'échelle d'arrivée

$\mathbb{A}(\underline{z})$  tenseur de localisation de la déformation

$\mathbb{I}$  tenseur identité dans l'espace des tenseurs symétriques d'ordre quatre

$\mathbb{J} = 1/3\mathbf{1} \otimes \mathbf{1}$  : projecteur relié à la partie sphérique du tenseur identité  $\mathbb{I}$

$\mathbb{K} = \mathbb{I} - \mathbb{J}$  : projecteur relié à la partie déviatorique du tenseur identité  $\mathbb{I}$

$\alpha = 3k/(3k + 4\mu)$

$$\beta = (6(k + 2\mu))/(5(3k + 4\mu))$$

$$\mathbb{P} = \alpha/(3k)\mathbb{J} + \beta/(2\mu)\mathbb{K}$$

$$\mathbb{S} = \mathbb{P} : \mathbb{C} \text{ tenseur d'Eshelby}$$

$$\mathbb{C}^{hom} = 3k^{hom}\mathbb{J} + 2\mu^{hom}\mathbb{K} : \text{tenseur d'élasticité homogénéisé}$$

$$k^{hom} \text{ module de compressibilité homogénéisé}$$

$$\mu^{hom} \text{ module de cisaillement homogénéisé}$$

$$\mathbf{B} = \varphi \mathbf{1} : \overline{\mathbf{A}}^p : \text{tenseur de Biot}$$

### intégration

$$\bar{a} \text{ moyenne du champ } a(\underline{z}) \text{ sur le } ver$$

$$\bar{a}^\alpha \text{ moyenne du champ } a(\underline{z}) \text{ sur le sous-domaine } \Omega^\alpha$$

$$\langle a \rangle \text{ moyenne angulaire du champ } (\theta, \phi) \rightarrow a(r, \theta, \phi)$$

$$= \frac{1}{4\pi} \int_0^\pi \sin \theta \int_0^{2\pi} a(r, \theta, \phi) d\phi d\theta$$

$$\bar{\varepsilon}^{par}(\theta, \phi) \text{ moyenne des déformations sur la famille de particules d'orientation } (\theta, \phi)$$

$$\bar{\varepsilon}^s \text{ moyenne des déformations sur la phase solide}$$

$$\bar{\varepsilon}^s = \langle \bar{\varepsilon}^{par} \rangle \text{ si la phase solide est constituée de particules feuilletées orientées aléatoirement}$$

$$\bar{\varepsilon}^{pores}(r) \text{ moyenne des déformations sur la famille de pores de rayon } r$$

$$\bar{\varepsilon}^p = \int_0^{+\infty} \bar{\varepsilon}^{pores}(r) dr \text{ moyenne des déformations sur le réseau poreux constitué des micro-pores}$$

### théorie de la double couche

$$\psi \text{ potentiel électrique}$$

$$\sigma \text{ densité surfacique de charge}$$

$$z \text{ valence ionique}$$

### surpression osmotique

$$n_M, n_M^o \text{ concentration en ions dans les micropores (état actuel, initial)}$$

$$h, h_o \text{ distance interfeuilletés (état actuel, initial)}$$

$$\pi^g \text{ surpression osmotique}$$

$$\pi_o^g = \pi^g(h_o, n_M^o) : \text{surpression osmotique initiale}$$

$$\delta_n \pi^g \text{ variation de la surpression osmotique correspondant à une variation de concentrations en cations}$$

### matrice argileuse

$$\Omega^s \text{ sous-domaine du } ver, \text{ représentant la phase solide}$$

$$\Omega^a \text{ sous-domaine du } ver, \text{ représentant la matrice argileuse } (\Omega^a = \Omega^s \cup \Omega^p)$$

$$f \text{ fraction volumique des nano-pores dans les inclusions}$$

$$\varphi \text{ fraction volumique des micro-pores dans la matrice argileuse}$$

$$\mathbb{C}^s \text{ tenseur d'élasticité de la phase solide}$$

$$\sigma_o(\underline{z}) \text{ contrainte initiale (échelle microscopique), s'écrit } \sigma_o = \sigma_{o,iso} \mathbf{1} + \sigma_{o,dev}$$

$$\Sigma_o \text{ contrainte initiale dans l'argilite (échelle macroscopique), s'écrit } \Sigma_o = \Sigma_o^{iso} \mathbf{1} + \Sigma_o^{dev}$$

$$\delta \sigma_p = \delta \sigma_p \mathbf{1} = -(\delta P^{eq} b + (\delta p^\ell + \delta_n \pi^g)(1 - b)) \mathbf{1} : \text{variation de la précontrainte due au couplage poromécanique et à la variation de salinité (échelle microscopique)}$$

$$\delta \Sigma_p \text{ composante du champ de contrainte dans l'argilite, qui ne dépend pas du champ}$$

de déformation (échelle macroscopique)

$\mathbb{C}_a = 3k_a\mathbb{J} + 2\mu_a\mathbb{K}$  : tenseur d'élasticité de la matrice argileuse

$k_a$  module de compressibilité de la matrice argileuse

$\mu_a$  module de cisaillement de la matrice argileuse

$\nu_a$  coefficient de Poisson de la matrice argileuse

$\Gamma$  équivalent, pour l'argilite, du module de Biot solide  $N$

$K_\ell$  module de compressibilité de l'eau

$K_g$  module de compressibilité du gaz

$M(s_\ell)$  équivalent, pour l'argilite, du module de Biot  $M'$

$$= \frac{\varphi s_\ell}{K_\ell} + \frac{\varphi(1-s_\ell)}{K_g}$$

### réseau poreux

$\Omega^p$  sous-domaine du *ver*, représentant le réseau poreux ( $\Omega^p = \Omega^\ell \cup \Omega^g$ )

$\Omega^\ell$  phase liquide du réseau poreux

$\Omega^g$  phase gazeuse du réseau poreux

$s_\ell, s_\ell^o$  degré de saturation (état actuel, initial)

$p$  pression de fluide

$p^\ell, p_o^\ell$  pression de liquide actuelle, initiale

$p^g, p_o^g$  pression de gaz actuelle, initiale

$p_{arg}^g$  pression d'argon

$\chi$  paramètre de Bishop

$U(s_\ell, T)$  énergie libre des interfaces

$\boldsymbol{\sigma}_c = -(s_\ell p^\ell + (1-s_\ell)p^g - U(s_\ell, T))\mathbf{1}$  : contrainte capillaire

$p_c = p^g - p^\ell$  : pression capillaire (suction)

$\gamma^{\alpha\beta}$  tension superficielle entre les phases  $\alpha$  et  $\beta$  (soit solide, soit liquide, soit gazeuse)

$\mathbf{1}_T = \mathbf{1} - \underline{n} \otimes \underline{n}$  : tenseur identité du plan tangent

$\mathcal{I}^{\alpha\beta}, \mathcal{I}_o^{\alpha\beta}$  interface entre les phases  $\alpha$  et  $\beta$  (état actuel, initial)

$\rho$  rayon de courbure de l'interface au point considéré

$\delta_{\mathcal{I}^{\alpha\beta}}$  dirac de l'interface entre les phases  $\alpha$  et  $\beta$

$\gamma^{\alpha\beta} \mathbf{1}_T \delta_{\mathcal{I}^{\alpha\beta}}$  efforts internes à l'interface  $\mathcal{I}^{\alpha\beta}$

$\alpha(r)$  distribution de taille de pores

$\bar{p} = s_\ell p^\ell + (1-s_\ell)p^g = p^g - s_\ell p_c(s_\ell)$  ; moyenne pondérée des phases liquide et gazeuse

$p^{eq}$  pression de fluide corrigée

$P^{eq}$  pression équivalente pour un milieu partiellement saturé

### inclusions

$\Omega^{inc}$  sous-domaine du *ver*, représentant les inclusions

$\varphi_{inc}$  fraction volumique des inclusions dans l'argilite

$\mathbb{A}_{inc}$  tenseur de localisation (ou de concentration) de la déformation dans les inclusions

$\mathbb{C}_{inc}$  tenseur d'élasticité des inclusions (supposées infiniment rigide  $\mathbb{C}_{inc} \gg \mathbb{C}_a$ )

$\boldsymbol{\sigma}^{inc}$  contrainte dans les inclusions (échelle microscopique), avec  $\bar{\boldsymbol{\sigma}}^{inc} = \bar{\boldsymbol{\sigma}}_{iso}^{inc} \mathbf{1} + \bar{\boldsymbol{\sigma}}_{dev}^{inc}$

- $k_{ad}^{hom}$  module de compressibilité de l'argilite dans le cas d'une adhérence parfaite entre les inclusions et la matrice argileuse
- $\mu_{ad}^{hom}$  module de cisaillement de l'argilite dans le cas d'une adhérence parfaite entre les inclusions et la matrice argileuse

### interface

- $\mathbf{K} = K_n \underline{n} \otimes \underline{n} + K_t (\mathbf{1} - \underline{n} \otimes \underline{n})$ , où  $K_n$  est la raideur normale de l'interface, et  $K_t$  la raideur tangentielle
- $\kappa_n = RK_n / \mu_a$
- $\kappa_t = RK_t / \mu_a$
- $\rho = k_a / \mu_a$
- $\mathcal{I}^\ell$  ensemble des interfaces remplies de liquide
- $\mathcal{I}^g$  ensemble des interfaces remplies de gaz
- $\gamma$  nombre d'interfaces remplies de liquide rapporté au nombre d'interfaces

### séchage

- $\ell$  indice du composant "liquide"
- $v$  indice du composant "vapeur d'eau"
- $a$  indice du composant "air sec"
- $D_\ell$  diffusivité de l'eau
- $w_\alpha$  vitesse massique du composant  $\alpha$  ( $\alpha = \{\ell, v, a\}$ )
- $\rho_\alpha$  masse volumique du composant  $\alpha$  ( $\alpha = \{\ell, v, a\}$ )
- $p_\alpha$  pression du composant  $\alpha$  ( $\alpha = \{v, a\}$ )
- $M_\alpha$  masse molaire du composant  $\alpha$  ( $\alpha = \{v, a\}$ )
- $C_\alpha = p_\alpha / p_g$  concentration molaire du composant  $\alpha$  ( $\alpha = \{v, a\}$ )
- $\dot{m}_{\ell \rightarrow g}$  terme d'échange liquide-vapeur
- $p_g = p_a + p_v$  pression de gaz
- $p_{vs}(T)$  pression de vapeur saturante (ne dépendant que de la température  $T$ )
- $D_{va}(p_g, T)$  coefficient de diffusion de la vapeur d'eau dans l'air

# Constantes physiques

## théorie de la double couche

$R = 8.314 J/K/mol$	constante universelle des gaz parfaits
$T = 295 K$	température ambiante
$k = 1.38 \cdot 10^{-23} J/K$	constante de Boltzmann
$T = 293 K$	température
$e = 1.602 \cdot 10^{-19} C$	charge électronique d'un ion monovalent
$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} C^2/J/m$	permittivité du vide
$\epsilon = 80$	permittivité relative de l'eau
$F = N_A \times e = 96.5 \cdot 10^3 C/mol$	constante de Faraday
$N_A \simeq 6.022 \cdot 10^{23} /mol$	nombre d'Avogadro

## tension superficielle

$\gamma^{\ell g} = 0.073 N/m$	tension superficielle eau/gaz
-------------------------------	-------------------------------

## séchage

$\rho_\ell = 1000 kg/m^3$	masse volumique de l'eau liquide
$M_v = 0.018 kg/mol$	masse molaire de la vapeur d'eau
$M_a = 0.02896 kg/mol$	masse molaire de l'air sec
$p_{vs} = 2333 Pa$	pression de vapeur saturante à 20°C
$p_{atm} = 101325 Pa$	pression atmosphérique
$\eta_g = 1.8 \cdot 10^{-5} kg/m/s$	viscosité dynamique de l'air à 20°C
$\eta_\ell = 10^{-3} kg/m/s$	viscosité dynamique de l'eau à 20°C





# Table des figures

1.1	Représentation d'un feuillet 1 : 1 (ou T/O) composé d'une couche d'octaèdres (O) et d'une couche de tétraèdres (T) (Eslinger et Peaver, 1988 ; Weaver, 1989).	9
1.2	Représentation d'une kaolinite (White, 1999).	10
1.3	Représentation schématique des réponses des phyllosilicates à différents traitements (illustrée à partir de [80]).	10
1.4	Représentation d'une smectite (White, 1999).	12
1.5	Capacité d'adsorption d'eau par les smectites (Velde, 1992 ; 1995).	13
1.6	Séquence d'hydratation des montmorillonites sodiques (extrait de [93]).	15
1.7	Taille des pores (illustration tirée de [4]).	18
1.8	Distribution de taille de pores (illustration tirée de [4] ; soulignons que nous avons adopté la terminologie "mésopores", "micropores" et "nanopores", en cohérence avec notre modélisation.)	18
1.9	Distribution $\alpha$ déduite de la distribution $\beta$ représentée à la Figure 1.8.	19
1.10	Comparaison des formulations de Van Genuchten ( $p_r = 15\text{MPa}$ , $n = 1.49$ ) [rouge pointillé] et de Vauclin-Vachaud ( $a = 2842$ , $b = 0.906$ ) [vert continu].	21
1.11	Description classique de l'argilite, sa matrice argileuse étant vue comme un milieu poreux classique, avec un réseau poreux et une phase solide homogène et inerte par rapport au fluide du réseau poreux : description que nous mettons en défaut dans ce manuscrit.	22
1.12	Représentation d'une "loading-collapse surface".	25
1.13	Les deux étapes d'un essai poromécanique.	32
1.14	Mesures de Biot trouvées dans la littérature, par essais œdométriques (Gauche : tiré de [4]. Droite : tiré de [61] par référence aux travaux de [44] et [109]).	36
1.15	Gonflement empêché d'un échantillon de bentonite.	41
1.16	Essai poromécanique sur un échantillon carotté perpendiculairement au plan des strates, en équilibre avec un environnement à 11% d'humidité relative.	42
1.17	Description de l'argillite	44

1.18	Montmorillonite de Rio Escondido en équilibre avec une solution $NaCl$ . Gauche : Interpolation exponentielle à partir de données expérimentales reliant la surpression $\pi$ et la distance basale $c$ . Droite : Comparaison des données expérimentales (trait plein) avec des tracés théoriques combinant théorie de la double couche et forces de van der Waals, pour différentes valeurs de densité surfacique de charges $\sigma$ (pointillé) (extraits de [108]). . . . .	48
1.19	Représentation d'un électrolyte entre deux feuillets, ne contenant que des cations.	50
1.20	Représentation d'un électrolyte 1 : 1 entre deux feuillets. . . . .	50
1.21	Potentiel (en $V$ ) entre deux feuillets distants de $1.4nm$ avec une concentration en ions dans les micro-pores de $2.4 \cdot 10^{25} ions/m^3 = 39mol/m^3$ (représenté entre le plan à mi-feuillets $z = 0$ et le plan d'un des deux feuillets à $0.7nm$ ). . . . .	52
1.22	Pression osmotique entre deux plaques espacées d'une distance $h$ : tracé des isovaleurs de concentration en ions $n_M$ dans l'électrolyte des micro-pores. . . . .	53
1.23	Dérivée de la pression osmotique entre deux plaques espacées d'une distance $h$ : tracé des isovaleurs de concentration en ions $n_M$ dans l'électrolyte des micro-pores.	54
1.24	Effet de la couche de Stern sur le potentiel de la double couche et sur la concentration en cations. . . . .	55
1.25	Représentation d'une boîte de simulation pour représenter les particules d'argilite (extraite de [92]). . . . .	57
1.26	Distribution des cations entre deux plaques uniformément chargées pour deux états d'hydratation : 100 (gauche) et 33 (droite) molécules d'eau par cation. Comparaison entre l'équation de Poisson-Boltzmann (pointillé) et une simulation de dynamique moléculaire (trait plein) (extrait de [91]). . . . .	58
1.27	Distribution des molécules d'eau entre deux plaques uniformément chargées, obtenue à partir d'une simulation de dynamique moléculaire sur une montmorillonite sodique (extraite de [91]) : comparaison entre les cations $Na^+$ hydratés avec une mono-couche (gauche) et une bi-couche (droite). . . . .	58
2.1	Module de cisaillement, lorsque les particules et les pores sont représentés par une morphologie sphérique : évaluée numériquement (trait vert) à partir de l'Eq. 2.29 et par l'expression analytique (2.32) (pointillé rouge). . . . .	74
2.2	Module de Young (haut, gauche), coefficient de Poisson (haut, droite), coefficient de Biot (bas, gauche) et coefficient $\Gamma$ (bas, droite) de la matrice argileuse, en fonction de la porosité, lorsque les particules et les pores sont représentés par une morphologie sphérique. . . . .	80
2.3	Pour un rapport d'aspect des particules donné, porosité au-dessus de laquelle l'élasticité de la matrice argileuse est nulle dans le cas de pores sphériques (représentation en échelle semi-logarithmique à droite). . . . .	82

2.4	Module de Young (haut, gauche), coefficient de Poisson (haut, droite), module de compression (milieu, gauche), module de cisaillement (milieu, droite), coefficient de Biot (bas, gauche) et coefficient $\Gamma$ (bas, droite) de la matrice argileuse en fonction du rapport d'aspect des particules, lorsque les pores sont représentés par une morphologie sphérique. . . . .	83
2.5	Module de Young (gauche) et coefficient de Poisson (droite) de la matrice argileuse, de porosité 31%, en fonction du rapport d'aspect des particules, lorsque les pores sont représentés par sphères ou des ellipsoïdes aplatis de rapport d'aspect 1/10. . . . .	84
2.6	Interprétation de la pression équivalente $p_\beta^{eq}$ dans un pore rempli de fluide $\beta$ ( $\beta = \ell, g$ ). . . . .	87
2.7	Tracé de la courbe $s_\ell \rightarrow P^{eq}(s_\ell) - P_o^{eq}$ , où $P_o^{eq}$ correspond à l'état sec des micropores. . . . .	88
2.8	Tracé de la courbe $s_\ell \rightarrow p_\ell(s_\ell) - p_\ell^o$ , où $p_\ell^o$ correspond à l'état sec pour les micropores et correspond à un rayon frontière de $2nm$ . . . . .	88
2.9	Tracé des courbes $s_\ell \rightarrow \delta P^{eq}(s_\ell)$ et $s_\ell \rightarrow \delta p_\ell(s_\ell)$ calibrées sur l'état sec (gauche) et saturé (droite) des micro-pores. . . . .	89
2.10	Chargement sur le tube aluminium-plexiglas <sup>TM</sup> de l'expérience de gonflement. . . . .	90
2.11	Interprétation qualitative du gonflement empêché d'un échantillon de bentonite. . . . .	94
3.1	Circuit d'arrivée de gaz. . . . .	106
3.2	Circuit d'arrivée de gaz avec cablage de l'échantillon d'argilite. . . . .	107
3.3	Circuit d'arrivée de gaz avec cablage de l'échantillon d'argilite et tube d'arrivée de gaz. . . . .	107
3.4	mise en évidence de l'effet de la température et de l'anisotropie du matériau : essai poromécanique sur un échantillon "sec", carotté perpendiculairement au plan des strates. . . . .	107
3.5	Définition des axes en fonction du carottage : le plan $(x, y)$ est un plan d'isotropie. . . . .	108
3.6	Essai poromécanique sur un échantillon carotté perpendiculairement au plan des strates, en équilibre avec un air "sec". . . . .	109
3.7	Essai poromécanique sur un échantillon carotté perpendiculairement au plan des strates, en équilibre avec un environnement à 40% d'humidité relative. . . . .	110
3.8	Essai poromécanique sur un échantillon carotté perpendiculairement au plan des strates, en équilibre avec un environnement à 75% d'humidité relative. . . . .	111
3.9	Enceinte contenant une solution de bromure de sodium assurant une humidité relative de 59%. . . . .	129
3.10	Echantillon cylindrique instrumenté avec des billes. . . . .	129
3.11	Variation relative de longueur au cours d'un séchage, suivi d'une imbibition, pour trois échantillons carottés perpendiculairement aux strates. . . . .	130
3.12	Variation relative de longueur au cours d'une imbibition pour un échantillon carotté parallèlement aux strates et un carotté perpendiculairement aux strates. . . . .	131

3.13	Points expérimentaux obtenus par séchage : lot 2 à gauche, lot 4 à droite (échantillon carotté perpendiculairement aux (resp. dans le plans des) strates représenté en cercle rouge (resp. carré bleu)). . . . .	132
3.14	Points expérimentaux ( $\delta l/l, p_c$ ) obtenus par séchage : lot 2 en haut, lot 4 (échantillon carotté perpendiculairement aux (resp. dans le plans des) strates représenté en cercle rouge en bas à gauche (resp. carré bleu en bas à droite)). . . . .	134
3.15	Calibrage de paramètre $p_z$ à partir de l' échantillon du lot 2. . . . .	137
3.16	Calibrage des paramètres ( $p_x, p_z$ ) à partir des échantillons du lot 4. . . . .	138
4.1	Essai de compression simple sur un échantillon "sec", carotté perpendiculairement au plan des strates (cf. Fig. 3.5, figure de gauche). . . . .	144
4.2	Impact de l'humidité relative sur le module de Young $E'$ (gauche) et sur le coefficient de Poisson $\nu'$ (droite) : mesures par compression simple sur échantillons carottés perpendiculairement aux strates (cf. Fig. 3.5, figure de gauche). . . . .	144
4.3	Essai de compression simple sur un échantillon "sec", carotté dans le plan des strates (cf. Fig. 3.5, figure de droite). . . . .	146
4.4	Impact de l'humidité relative sur le module de Young $E$ : mesures par compression simple sur échantillons carottés dans le plan des strates (cf. Fig. 3.5, figure de droite). . . . .	146
4.5	Impact de l'humidité relative sur les modules de Young $E'$ (gauche) et $E$ (droite) : mesures par micro-indentation sur échantillons carottés perpendiculairement aux strates (gauche) et parallèlement aux strates (droite). . . . .	147
4.6	Comparaison des essais de compression simple et de micro-indentation : impact de l'humidité relative sur le module de Young $E'$ (gauche) et $E$ (droite). . . . .	149
4.7	Impact de l'humidité relative sur le module de compressibilité $K$ . . . . .	151
4.8	Impact de l'humidité relative sur les déformations longitudinale $\delta\varepsilon_{zz}$ et transversale $\delta\varepsilon_{xx}$ sous un chargement en confinement de $3MPa$ . . . . .	152
4.9	Impact de l'humidité relative sur les modules $K_{zz}$ (gauche) et $K_{xx} = K_{yy}$ (droite). . . . .	152
4.10	Comparaison des mesures issues d'essais poromécaniques et de calculs réalisés à partir des essais de compression simple : impact de l'humidité relative sur le module $K_{zz}$ (gauche) et sur le module $K_{xx} = K_{yy}$ (droite). . . . .	154
4.11	Organigramme du code pour déterminer le tenseur d'élasticité obtenu à partir d'un état initial connu et d'un incrément de degré de saturation $\delta s_\ell$ . . . . .	165
4.12	Evolution du module de Young (gauche, haut), du coefficient de Poisson (droit, haut), du module de compressibilité (gauche, milieu) et du module de cisaillement (droit, milieu) de l'argilite avec le degré de saturation. Déformation de l'argilite avec le degré de saturation (bas) (séchage débuté pour un degré de saturation de 90%) : comparaison des lois de comportement linéaire (vert, pointillé) et non linéaire (rouge, continu). . . . .	166
4.13	Calibrage des paramètres ( $K_{zz}^o, p_z$ ) à partir de l' échantillon du lot 2, sous l'hypothèse d'un tenseur d'élasticité dépendant du degré de saturation. . . . .	167

5.1	Représentation schématique de l'interface entre la matrice argileuse et une inclusion, à l'échelle de l'inclusion puis à l'échelle de l'interface. . . . .	172
5.2	Représentation schématique d'une interface saturée, comme superposition de l'état sec et de la présence de liquide sur une des parois de l'interface. . . . .	174
5.3	Gauche : Evolution de $k^{hom}/k_{ad}^{hom}$ en fonction $\kappa_n$ . Droite : Evolution de $\mu^{hom}/\mu_{ad}^{hom}$ en fonction $\kappa_n$ et $\kappa_t$ . . . . .	185
5.4	Rappel de la description de l'argillite dans le cadre d'une étude en élasticité. . . . .	187
5.5	Représentation schématique des différentes zones autour de la galerie. . . . .	190
6.1	Pore oblate. . . . .	200
6.2	$p_c(s_\ell)$ pour $\alpha = 0.1$ . . . . .	202
6.3	Evolution du degré de saturation dans un ellipsoïde aplati en fonction du rapport d'aspect $\omega$ et de la position du ménisque $u = r^e/a$ . . . . .	207
7.1	Schéma de la mesure de la perméabilité à l'eau. . . . .	218
7.2	Schéma de la mesure de la perméabilité au gaz. . . . .	219
7.3	Gauche : Perméabilité par mesure au gaz réalisée sur échantillon sec en fonction du degré de saturation initial de l'échantillon (points expérimentaux en rouge et interpolation linéaire en vert). Droite : Effet Klinkenberg sur un échantillon sec testé avec de l'argon (points expérimentaux en rouge et interpolation linéaire en vert). . . . .	220
7.4	Points expérimentaux de perméabilité au gaz en fonction du degré de saturation. . . . .	223
7.5	"Essais" de perméabilité relative. Gauche : les perméabilités au gaz sont rapportées à $k_g^{moy}(s_\ell = 0)$ . Droite : les perméabilités au gaz sont rapportées à $k_g(s_\ell = 0)$ . . . . .	224
7.6	Tracé des courbes de perméabilité relative à l'eau (en trait plein) et au gaz (en pointillé) en utilisant les coefficient $n = 1.49$ (rouge) et $n = 2$ (bleu). . . . .	225
7.7	Droite : Points expérimentaux de perméabilité relative au gaz en fonction du degré de saturation (cf. Fig. 7.5) et courbes de Van Genuchten tracée avec $n = 1.49$ (pointillé vert) et $n = 5.46$ (ligne bleue). . . . .	225
8.1	Variation relative de masse au cours d'un séchage pour trois échantillons carottés perpendiculairement aux strates. Le chargement hydrique est : 92 → 85 → 80 → 70 → 60 → 50 → 40 → 30 → 15 → 40 → 50 → 60 → 70 → 80 → 90% d'humidité relative. . . . .	230
8.2	Variation relative de masse au cours d'une imbibition pour un échantillon carotté parallèlement aux strates et un carotté perpendiculairement aux strates. Le chargement hydrique est : 11 → 43 → 59 → 70 → 85 → 92 → 98 → 100% d'humidité relative. . . . .	231
8.3	Variation relative de masse pour trois échantillons au cours d'un cycle séchage/imbibition : mise en évidence de l'effet d'hystérésis. . . . .	231
8.4	Courbe expérimentale de pression capillaire pour les petits palets d'argillite. . . . .	234

8.5	Comparaison des mesures expérimentales (points) avec la formulation de Van Genuchten pour la courbe de pression capillaire avec les couples ( $p_r = 15MPa$ , $n = 1.49$ ) (pointillé bleu) et ( $p_r = 40MPa$ , $n = 2$ ) (pointillé tiret noir). . . . .	235
8.6	Rayons d'accès aux pores / taille des pores. . . . .	236
8.7	Comparaison des distributions de taille de pores : obtenue à partir de la distribution $\beta$ de [4] (rouge) et à partir de la courbe de pression capillaire obtenue au laboratoire par séchage, sous l'hypothèse de pores sphériques (bleu). . . . .	236
8.8	Suivi expérimental au cours du temps de la masse d'une unité de longueur pour deux échantillons du lot 2 : palier d'humidité relative de 80% à 70% (gauche, haut), de 70% à 60% (droite, haut), de 60% à 50% (gauche, milieu), de 50% à 40% (droite, milieu), de 40% à 30% (gauche, bas), de 30% à 15% (droite, bas). . . . .	238
8.9	Gauche : Interpolation (ligne), pour le lot 2, de l'évolution de la masse expérimentale (points) avec la solution analytique de l'équation du transport darcéen de l'eau. Droite : Minimisation de l'écart entre les points expérimentaux et la simulation par la méthode des moindres carrés. Palier d'humidité relative de 85% à 80% (haut), de 80% à 70% (milieu), de 70% à 60% (bas). . . . .	242
8.10	Gauche : Interpolation (ligne), pour le lot 2, de l'évolution de la masse expérimentale (points) avec la solution analytique de l'équation du transport darcéen de l'eau. Droite : Minimisation de l'écart entre les points expérimentaux et la simulation par la méthode des moindres carrés. Palier d'humidité relative de 60% à 50% (haut), de 50% à 40% (milieu), de 40% à 30% (bas). . . . .	243
8.11	Evolution, pour le lot 2, de la perméabilité à l'eau déduite du calcul inverse à partir du suivi expérimental des variations de masse. . . . .	244
8.12	Tracés de la tortuosité en fonction du degré de saturation : comparaison de la formulation proposée par [76] (ligne, noir) et de celles de [40] : pour le schéma différentiel (cercle, rouge), le schéma de Mori-Tanaka (pointillés, bleu), le schéma auto-cohérent (grands pointillés, vert). . . . .	248
8.13	Section des échantillons cylindriques au cours d'un séchage. . . . .	250
8.14	Tracé de la saturation en eau liquide, de la pression de vapeur d'eau et de la pression d'air sec en fonction de la profondeur dans l'échantillon ( $x = 0$ est le cœur de l'échantillon), pour un palier d'humidité relative $92 \rightarrow 85\%$ (haut) et $85 \rightarrow 70\%$ (bas) , pour différents pas de temps (les 8 premiers pas de temps puis à $T/8$ , $T/4$ , $3T/8$ , $T/2$ , $5T/8$ , $3T/4$ , $7T/8$ , $T$ ) (lot 4). . . . .	253
8.15	Gauche : Interpolation (ligne), pour le lot 2, de l'évolution de la masse expérimentale (points) avec la solution numérique des équations de transport. Droite : Minimisation de l'écart entre les points expérimentaux et la simulation par la méthode des moindres carrés. Palier d'humidité relative de 85% à 80% (haut), de 80% à 70% (milieu), de 70% à 60% (bas). . . . .	256

8.16	Gauche : Interpolation (ligne), pour le lot 2, de l'évolution de la masse expérimentale (points) avec la solution numérique des équations de transport. Droite : Minimisation de l'écart entre les points expérimentaux et la simulation par la méthode des moindres carrés. Palier d'humidité relative de 60% à 50% (haut), de 50% à 40% (milieu), de 40% à 30% (bas). . . . .	257
8.17	Evolution, pour le lot 2, de la perméabilité à l'eau déduite par calcul inverse grâce aux équations de transport à partir du suivi expérimental des variations de masse.	258
8.18	Comparaison des calculs inverses pour le lot 2 : par le séchage simplifié utilisant la loi de Darcy (carrés rouges) et par le modèle complet (cercles verts). . . . .	259
8.19	Comparaison des deux modélisations de séchage pour le lot 2 : évolution de la masse expérimentale (carrés verts), interpolation avec la solution numérique (ligne bleue), et tracé de la solution numérique avec la perméabilité à l'eau calibrée à partir de la solution analytique (ligne verte). Palier d'humidité relative de 85% à 80% (haut, gauche), de 80% à 70% (haut, droit), de 70% à 60% (milieu, gauche), de 60% à 50% (milieu, droit), de 50% à 40% (bas, gauche), et de 40% à 30% (bas, droit). . . . .	260
8.20	Gauche : Interpolation (ligne), pour le lot 2, de l'évolution de la masse expérimentale (points) à partir de la résolution numérique du système complet des équations de transport, en supposant la perméabilité à l'eau continue, et linéaire par palier de séchage. Droite : Minimisation de l'écart entre les points expérimentaux et numériques par la méthode des moindres carrés. Palier d'humidité relative de 85% à 80% (haut), de 80% à 70% (milieu), de 70% à 60% (bas). . . . .	262
8.21	Gauche : Interpolation (ligne), pour le lot 2, de l'évolution de la masse expérimentale (points) à partir de la résolution numérique du système complet des équations de transport, en supposant la perméabilité à l'eau continue, et linéaire par palier de séchage. Droite : Minimisation de l'écart entre les points expérimentaux et numériques par la méthode des moindres carrés. Palier d'humidité relative de 60% à 50% (haut), de 50% à 40% (milieu), de 40% à 30% (bas). . . . .	263
8.22	Comparaison, pour le lot 2, de la perméabilité à l'eau déduite par calcul inverse à partir du suivi expérimental des variations de masse (ligne rouge) avec la formulation de van Genuchten, tracée avec $n = 1.51$ (pointillé vert), multipliée par une perméabilité de $1.56 \cdot 10^{-19} m^2$ . Le carré bleu représente la mesure de la perméabilité à l'eau d'un échantillon saturé (Tab. 7.1). . . . .	264
9.1	Représentation de l'organisation texturale d'une montmorillonite avec schéma d'un arrangement d'agrégats (Touret, 1988) ( $P_{ia}$ correspond à un micro-pore, de taille caractéristique entre $100nm$ et $1\mu m$ ). . . . .	268
9.2	Définition du rayon $r_m$ , épaisseur maximal des couches d'eau liée. . . . .	271
9.3	Perméabilité au gaz obtenue pour un réseau poreux constitué de pores ellipsoïdaux aplatis avec une perméabilité local isotrope. . . . .	277



9.4	Perméabilité au gaz en considérant que les pores de rayon inférieur à $r_c$ restent toujours saturés au cours du séchage : à gauche, $r_c = 2nm$ et à droite, $r_c = 5nm$ .	278
9.5	Perméabilité au gaz avec $k_n^{loc} = +\infty$ (gauche), et à l'eau avec $k_n^{loc} = 0$ (droite).	280
10.1	Disposition des LVDT par rapport à la fissure.	286
10.2	Disposition des jauges par rapport à la fissure.	286
10.3	Tracé de la saturation en eau liquide, de la pression de vapeur d'eau et de la pression d'air sec en fonction de la profondeur dans le demi-plan ( $x = 6.73$ est le bord au contact de l'air humide), pour un palier d'humidité relative $80 \rightarrow 70\%$ pour différents pas de temps (les 8 premiers pas de temps puis à $T/8, T/4, 3T/8, T/2, 5T/8, 3T/4, 7T/8, T$ ) (lot 4).	290
10.4	Ecrasement $\delta l/l_o$ du demi-plan au cours du séchage correspondant au palier d'humidité relative $80 \rightarrow 70\%$ (tracé réalisé avec $K_b + 4\mu/3 = 10GPa$ ).	290
10.5	Variation relative de masse du demi-plan, par unité de surface de fissure, au cours du séchage correspondant au palier d'humidité relative $80 \rightarrow 70\%$ (tracé réalisé avec $K_b + 4\mu/3 = 10GPa$ ).	291

# Liste des tableaux

1.1	Distances basales des différents minéraux argileux de l'argilite, mises en évidence par diffractométrie aux rayons X (données issues de [97]). . . . .	11
1.2	Proportion des états d'hydratation des cations $Na^+$ dans la montmorillonite sodique en fonction de l'humidité relative ambiante (estimée par [62]). . . . .	14
1.3	Informations sur les différentes porosités de l'argilite, issues de [4], et calcul des pressions capillaires correspondantes (par la loi de Kelvin dans l'hypothèse de pores à parois cylindriques) ainsi que des humidités relatives correspondantes. . . . .	17
1.4	Modules poroélastiques statiques sous contrainte effective entre 2 et 15MPa, issus de [97]. . . . .	20
1.5	Composition chimique de l'eau de site de l'argilite. . . . .	51
1.6	Pression osmotique (en MPa) calculée numériquement pour une distance entre plaques $h$ (en nm) et une concentration en ions dans l'électrolyte des micro-pores $n_M$ (en mol/m <sup>3</sup> ). . . . .	52
1.7	Dérivé de la pression osmotique par rapport à la distance interfeuillelet (en MPa/nm) calculée numériquement pour une distance entre plaques $h$ (en nm) et une concentration en ions dans l'électrolyte des micro-pores $n_M$ (en mol/m <sup>3</sup> ). . . . .	54
1.8	Rayon de quelques cations hydratés intervenant dans la composition de l'eau de site de l'argilite. . . . .	56
2.1	Module de Young $E$ et coefficient de Poisson $\nu$ pour la matrice argileuse et les inclusions, tirées de [65]. . . . .	84
2.2	Modules de Young $E$ pour les principaux minéraux des argilites (tirés de [4]). . . . .	84
3.1	Temps caractéristiques intervenant lors d'un essai poromécanique à degré de saturation constant, ramené au carré de la distance caractéristique $d$ de l'échantillon. . . . .	118
3.2	Ordre de grandeur, en heures, des différents temps caractéristiques de différents phénomènes physiques au sein d'un échantillon cylindrique d'argilite de taille caractéristique 1mm lors d'un essai poromécanique. . . . .	118
3.3	Effet d'une succion et d'un séchage sur la contrainte mésoscopique dans la matrice argileuse et sur la variation du volume des micro-pores, à déformation macroscopique nulle. . . . .	127
3.4	Solutions de saumure. . . . .	128

3.5	Evaluation, à partir des pentes à l'origine des courbes $\varepsilon_{\alpha\alpha} \rightarrow p^c(\varepsilon_{\alpha\alpha})$ , des coefficients $K_{\alpha\alpha}^o(s_\ell = 1)$ dans l'hypothèse d'un modèle à double porosité, et en considérant les échantillons initialement complètement saturés. . . . .	135
3.6	Détermination du tenseur de Biot à partir des suivis dimensionnels. . . . .	138
5.1	Tableau récapitulatif des principaux résultats obtenus lors des différentes étapes d'homogénéisation. . . . .	188
5.2	Comparaison entre les modèles à simple et double porosité des phénomènes de suction, de séchage et d'imbibition, à déformation macroscopique nulle. . . . .	189
7.1	Mesures de la perméabilité au liquide sur argilite saturé en liquide. . . . .	217
8.1	Diffusivité à l'eau et perméabilité à l'eau, constantes par palier, obtenues par calcul inverse à partir du suivi massique, sous chargement hydrique, d'échantillons du lot 2. . . . .	241
8.2	Temps caractéristiques intervenant lors du séchage, ramené au carré de la distance caractéristique $d$ de l'échantillon. . . . .	249
8.3	Ordre de grandeur, en heures, des différents temps caractéristiques de différents phénomènes physiques au sein d'un échantillon cylindrique d'argilite de taille caractéristique $1mm$ lors d'un séchage. . . . .	250
8.4	Perméabilité à l'eau, constante par palier, obtenue par calcul inverse en utilisant les équations de transfert, à partir du suivi massique, sous chargement hydrique, d'échantillons du lot 2. . . . .	255
8.5	Erreur relative entre les perméabilités à l'eau obtenues par les deux approches, simplifiée et complètes, à partir du suivi massique des échantillons du lot 2. . . . .	259
9.1	Contribution des différents éléments pour la perméabilité à l'eau d'un échantillon saturé. . . . .	273
9.2	Contribution des différents éléments pour la perméabilité au gaz pour un échantillon sec. . . . .	274
9.3	Contribution des différents éléments pour la perméabilité à l'eau. . . . .	275
9.4	Contribution des différents éléments pour la perméabilité au gaz. . . . .	275
9.5	Estimations obtenues par homogénéisation, et comparaison avec nos mesures (Fig. 7.3 (gauche) et Tab. 7.1). . . . .	279
11.1	Ordre de grandeur, en jours par $cm^2$ , des différents temps caractéristiques de différents phénomènes physiques au sein de l'argilite. . . . .	301