



**HAL**  
open science

# Etude experimentale de la transition Jamming dans un milieu granulaire vibré

Rim Harich

► **To cite this version:**

Rim Harich. Etude experimentale de la transition Jamming dans un milieu granulaire vibré. Mécanique des matériaux [physics.class-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2010. Français. NNT: . pastel-00559024

**HAL Id: pastel-00559024**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00559024>**

Submitted on 24 Jan 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Etude expérimentale de la transition Jamming dans un milieu granulaire vibré

## THÈSE

pour l'obtention du

**Doctorat de l'université Pierre et Marie Curie - PARIS VI**  
( spécialité physique)

par

Rim Harich

### Composition du jury

*Rapporteurs :* Jerome Crassou  
Farhang Radjaï

*Examineurs :* Eric Clément (directeur de Thèse)



# Table des matières

<b>Table des matières</b>	<b>iv</b>
<b>1 Les granulaires</b>	<b>1</b>
1.1 Introduction . . . . .	2
1.1.1 Définition . . . . .	2
1.1.2 Les 3 états de la matière +1 . . . . .	3
1.2 Transition de blocage et transition vitreuse . . . . .	6
1.2.1 La transition vitreuse . . . . .	6
1.2.2 La transition de blocage . . . . .	7
1.3 Milieux granulaires vibrés . . . . .	10
1.3.1 Théorie cinétique des gaz dissipatifs . . . . .	10
1.3.2 Effet Leidenfrost . . . . .	12
1.4 Phases denses vibrées et transition de blocage . . . . .	13
1.4.1 Elasticité granulaire et modes "mous" . . . . .	13
1.4.2 Fluides granulaires denses . . . . .	14
1.5 Mobilité d'un intrus au sein d'une phase dense . . . . .	16
1.5.1 Théorème Fluctuation-Dissipation . . . . .	16
1.5.2 Intrusion granulaire . . . . .	17
<b>2 Dispositif expérimental</b>	<b>19</b>
2.1 Cellule de vibration . . . . .	20
2.2 Milieu granulaire . . . . .	21
2.3 Visualisation et Traitement d'images . . . . .	23
2.3.1 Visualisation . . . . .	23
2.3.2 Traitement des images . . . . .	24
2.4 Étude paramétrique du forçage . . . . .	25
2.4.1 Variables adimensionnées . . . . .	25
2.4.2 Amplitude des pistons $A_p$ . . . . .	26
2.4.3 Hauteur d'empilement $H_e$ . . . . .	29
2.4.4 Fréquence d'excitation $f_E$ . . . . .	30
2.4.5 Paramètre de contrôle de l'excitation . . . . .	30
<b>3 Étude macroscopique et dynamique</b>	<b>33</b>
3.1 Caractérisation de l'empilement vibré . . . . .	34
3.1.1 Objectifs . . . . .	34
3.1.2 Protocole expérimental . . . . .	34



3.1.3	Champs de compacité . . . . .	36
3.1.4	Distributions des vitesses . . . . .	38
3.1.5	Fluctuation d'énergie et forçage . . . . .	41
3.1.6	Équation d'état . . . . .	45
3.2	Mobilité granulaire . . . . .	49
3.2.1	Diffusivité des grains . . . . .	49
3.2.2	Diffusivité effective . . . . .	53
3.2.3	Énergie d'agitation et diffusion . . . . .	56
3.2.4	Susceptibilité dynamique . . . . .	57
3.2.5	Corrélations des déplacements . . . . .	59
<b>4</b>	<b>Mobilité macroscopique : Intrusion</b>	<b>63</b>
4.1	Objectifs . . . . .	64
4.2	Dispositifs . . . . .	65
4.2.1	Montage . . . . .	65
4.2.2	Acquisition des données . . . . .	66
4.2.3	Protocole . . . . .	66
4.3	Dynamique de l'intrus et rhéologie effective . . . . .	68
4.3.1	Coefficient de frottement effectif . . . . .	68
4.3.2	Dynamique de coulée . . . . .	69
4.3.3	Temps d'attente/temps de coulée . . . . .	73
4.4	Rhéologie . . . . .	76
4.4.1	Vitesse d'écoulement . . . . .	76
4.4.2	Lois d'écoulement . . . . .	77
4.4.3	Vers une rhéologie ? . . . . .	78
4.5	Visualisation des champs granulaires au voisinage de l'intrus . . . . .	80
4.5.1	Champs de déplacements moyen des grains . . . . .	80
4.5.2	Profils de déplacements axiaux et transversaux . . . . .	86
	<b>Bibliographie</b>	<b>91</b>

# Chapitre 1

## Les granulaires

### Contents

---

<b>1.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>2</b>
1.1.1	Définition	2
1.1.2	Les 3 états de la matière +1	3
<b>1.2</b>	<b>Transition de blocage et transition vitreuse</b>	<b>6</b>
1.2.1	La transition vitreuse	6
1.2.2	La transition de blocage	7
<b>1.3</b>	<b>Milieux granulaires vibrés</b>	<b>10</b>
1.3.1	Théorie cinétique des gaz dissipatifs	10
1.3.2	Effet Leidenfrost	12
<b>1.4</b>	<b>Phases denses vibrées et transition de blocage</b>	<b>13</b>
1.4.1	Elasticité granulaire et modes "mous"	13
1.4.2	Fluides granulaires denses	14
<b>1.5</b>	<b>Mobilité d'un intrus au sein d'une phase dense</b>	<b>16</b>
1.5.1	Théorème Fluctuation-Dissipation	16
1.5.2	Intrusion granulaire	17

---

## 1.1 Introduction

### 1.1.1 Définition

Un milieu granulaire est défini en général comme un ensemble d'éléments discrets macroscopiques (appelés grains ou particules) de taille telle que l'énergie thermique soit négligeable devant toutes les autres échelles d'énergie pertinentes. Ainsi, ces systèmes sont très fortement hors équilibre thermodynamique et les états d'équilibre mécaniques que l'on peut réaliser sont souvent des équilibres métastables. En pratique, les éléments granulaires sont de forme et de nature très variée : le riz, les bonbons et les billes en sont des exemples typiques. La taille des grains peut varier de quelques micromètres comme la farine, à quelques dizaines de kilomètres pour les nuages d'astéroïdes (voir la figure 1.1). Leurs dimensions s'étendent ainsi sur plusieurs ordres de grandeur et le type d'interaction à considérer peut donc varier selon les tailles granulaires caractéristiques. Ainsi, pour des poudres dont la taille est inférieure à quelques centaines de micromètre, les forces électrostatiques et l'effet attractif de l'humidité peuvent dominer vis à vis des forces gravitaires. Au contraire, pour des grains plus grands, ces mêmes effets sont négligeables, voire inexistants.



FIG. 1.1: Exemples de milieux granulaires

Le caractère macroscopique des grains et la forte dissipation présente lors des collisions ou des interactions de frottement, sont à l'origine du comportement particulier des milieux granulaires et distinguent ces systèmes des autres états classiques de la matière. Intéressons nous d'abord à l'influence du caractère macroscopique des grains. Si on considère une bille métallique de masse  $m$  et de rayon  $d = 1\text{mm}$ , l'énergie potentielle de pesanteur à l'échelle d'une taille de grain est alors  $mgd \sim 10^{-10}\text{Joule}$ . Si la température ambiante est de  $T = 25^\circ\text{C}$ , l'énergie dite thermique associée à cette bille est  $k_B T \sim 10^{-21}\text{J}$  (où  $k_B$  est la constante de Boltzmann). L'agitation thermique est donc négligeable devant les variations d'énergie potentielle,  $k_B T \ll mgd$ , on est donc en présence d'un système dit "athermique". De manière plus générale, l'énergie thermique commence à jouer un rôle pour une taille inférieure à  $(k_B T / \rho g)^{1/4}$ , c'est à dire en pratique inférieure au micromètre. En conséquence, pour des milieux granulaires sous gravité, on ne peut pas mettre directement en relation les fluctuations macroscopiques de vitesse des grains avec

la température au sens thermodynamique. Par ailleurs, comme nous l'avons déjà évoqué, un milieu granulaire est un système dissipatif à l'échelle microscopique, ce qui a des conséquences capitales sur le comportement macroscopique. Par exemple, lorsque deux grains entrent en collision, il y a perte d'énergie par redistribution de la quantité de mouvement sur les degrés internes de liberté du solide, donnant ainsi lieu à une production de chaleur. Du fait de cette dissipation irréversible d'énergie, un milieu granulaire, même fortement agité, retombe très vite dans un état de quasi immobilité (faibles vitesses relatives) lorsque l'agitation externe cesse. Il s'agit là d'une différence importante avec les systèmes thermiques des états classiques de la matière : pour ces derniers, la conservation microscopique de l'énergie lors des interactions moléculaires permet une définition rigoureuse de la notion de température en la reliant aux fluctuations de vitesse. Par conséquent, l'énergie globale d'un tel système isolé est conservée au cours du temps et les mouvements microscopiques des molécules se perpétuent. A contrario, pour un milieu granulaire, il est nécessaire pour obtenir un mouvement global et une agitation granulaire persistante, de solliciter en permanence le milieu au moyen par exemple de cisaillements ou de vibrations.

Les grains que nous allons utiliser dans notre étude sont de cette nature, à la fois macroscopiques et dissipatifs. Nous allons uniquement considérer un milieu granulaire "sec" où les interactions de contact seront essentiellement celles de l'élasticité solide. Les grains ne subissent ni force de cohésion, ni interaction avec le fluide interstitiel qui dans notre cas est l'air. La perte d'énergie résulte exclusivement des impacts entre grains et du caractère macroscopique des surfaces de contact (du fait des forces de frottement solide, le glissement entre grains est lui aussi dissipatif) .

### 1.1.2 Les 3 états de la matière +1

La rhéologie des milieux granulaires, tels que nous les considérons ici, n'est régie que par les transferts de quantité de mouvement et de la dissipation d'énergie intervenant dans les contacts directs entre les grains ou bien avec les parois. Cependant, leurs comportements macroscopiques sont riches et complexes. On distingue plusieurs régimes en fonction de la sollicitation externe appliquée au système granulaire [35]. Collectivement les assemblées de grains peuvent se comporter comme un solide, mais ils peuvent aussi s'écouler comme un liquide voir s'agiter telles les molécules d'un gaz. Phénoménologiquement, l'étude de ces milieux est ainsi divisée en trois régimes pour lesquels des outils conceptuels spécifiques ont été développés :

- le régime quasi-statique ou "solide".
- le régime dense ou "liquide",
- le régime collisionnel ou "gazeux",

Un exemple classique où l'on observe la coexistence de ces trois régimes est le sablier (voir la figure 1.2). Une assemblée de grains formant un tas est semblable à

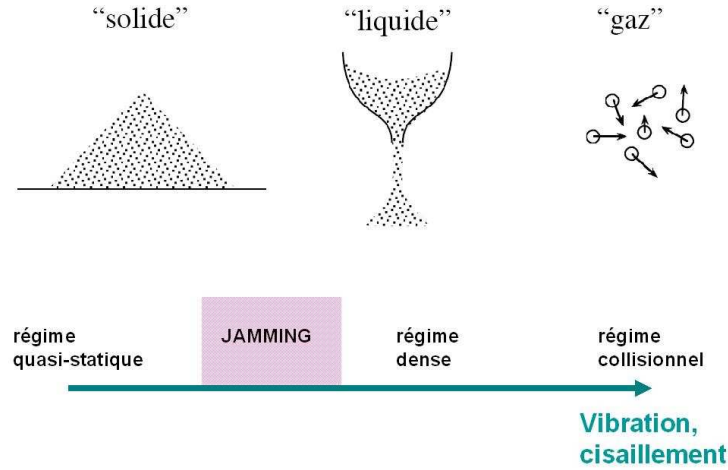
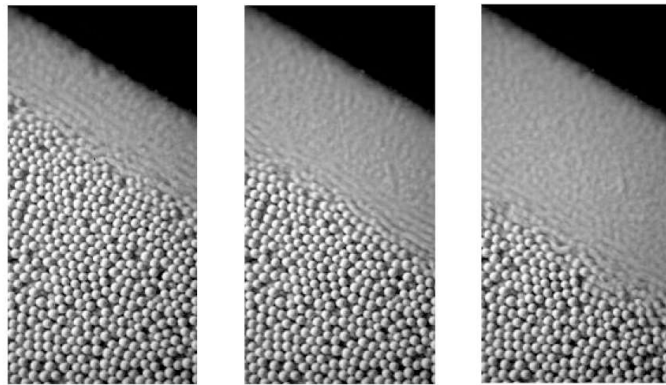


FIG. 1.2: Différents comportements de la matière granulaire

un solide. Cet état se caractérise par une domination des forces de contact. Macroscopiquement, dans le cadre de la mécanique des sols, des lois phénoménologiques ont été établies pour rendre compte des évolutions quasi-statiques. Pour de faibles déformations, les origines microscopiques des modèles phénoménologiques sont de mieux en mieux comprises [23], [57], [63] mais des questions importantes se posent pour comprendre le comportement au voisinage des seuils de mise en mouvement. Dans le cas dit gazeux, la forte agitation crée un milieu dilué. Les grains sont séparés les uns des autres et l'interaction entre les grains se produit par l'intermédiaire des collisions binaires. Dans la limite des sphères dures, les collisions peuvent être considérées comme quasi instantanées. Le comportement de ce milieu est alors similaire à un gaz moléculaire, les grains jouant le rôle de molécules en interaction collisionnelle n'impliquant que deux particules à la fois (collisions binaires). Dans ce cas, on a développé une théorie dérivée de la théorie cinétique des gaz qui permet de rendre compte à l'échelle macroscopique des mécanismes de transfert d'énergie et de quantité de mouvement. Entre ces deux extrêmes, il existe un régime intermédiaire dit dense. Dans ce type de milieu où la compacité est assez forte, les grains sont en contact de longue durée avec plusieurs voisins. Les réseaux de contacts ainsi formés sont transitoires et il existe en outre des réarrangements collisionnels à l'échelle microscopique. Mais contrairement au cas gazeux, il n'est plus possible de considérer uniquement une séquence de collisions binaires. La présence de contacts de longue durée des collisions rend donc les hypothèses de la théorie cinétique non valides. Dans ce cas, le comportement du matériau s'apparente plutôt à celui des liquides.

Face à ces trois états bien connus qui se relient aux états classiques de la matière, les milieux granulaires présentent aussi des analogies avec un autre état de la matière [43] qui est appelé "l'état vitreux". Dans certains cas, on observe des relaxations lentes des mouvements granulaires avec des comportements dynamiques

qui rappellent les comportements de fluage lent des états proches de la transition vitreuse. Il existe de fait dans la nature de nombreux systèmes à l'état vitreux. Ces systèmes évoluent avec un temps caractéristique bien plus grand que la durée typique d'une expérience et se trouvent piégés dans des états hors de l'équilibre thermodynamique. Quelques exemples sont les verres, les verres de spins, ou bien divers systèmes "mous" comme les gels de laponite qui montrent des propriétés de vieillissement ou de fluage lent. Le défi théorique actuel consiste à identifier les mécanismes et les propriétés génériques qui pourraient mener à une meilleure compréhension de l'état vitreux [43]. Il existe dans les milieux granulaires une zone similaire de transition entre les états solide et liquide (voir la figure 1.2). L'exemple proposé sur la figure 1.3 est celui d'une avalanche de grains qui semble avoir atteint un régime permanent. En surface, on observe un écoulement analogue à celui d'un liquide tandis que les grains en profondeur constituent un état bloqué qui s'apparente à un état solide. En revanche, si l'on change les échelles d'observation, comme l'ont fait Komatsu et al. par exemple, la frontière entre l'état liquide et l'état solide évolue logarithmiquement avec le temps d'observation [40].



**FIG. 1.3:** Images d'un écoulement granulaire, de gauche à droite pour un temps d'obturation de  $1s$ ,  $1min$  et  $1h$  (extrait de [40]).

## 1.2 Transition de blocage et transition vitreuse

### 1.2.1 La transition vitreuse

Depuis une vingtaine d'années, une intense activité de recherche s'est développée autour de l'étude des systèmes vitreux. Le terme de système vitreux est utilisé pour de nombreux systèmes différents tels que les verres, les spins, les colloïdes, et bien d'autres encore. Un liquide devient un cristal si l'on diminue lentement la température en dessous de la température de fusion  $T_f$ . Mais si le liquide est refroidit très rapidement, la cristallisation n'a pas le temps de se produire, et on obtient alors un liquide surfondu. Les liquides surfondus possèdent d'intéressantes particularités, parmi lesquelles on peut citer :

- La viscosité qui normalement varie selon une loi d'Arrhenius et semble diverger au voisinage d'une température appelée température de transition vitreuse,  $T_g$ . La définition "officielle" de  $T_g$  correspond à une viscosité atteignant  $10^{12} Pa.s$ .
- La réponse d'un liquide surfondu à de petites perturbations est fortement non-exponentielle en temps [60], [25].
- A l'échelle microscopique, on observe pour la mobilité individuelle d'une particule, des "effets de cage". De manière très simpliste, cela correspond à la dynamique d'une particule piégée par ses voisins et évoluant à l'intérieur d'une région limitée. Éventuellement, celle-ci finit par s'échapper au bout d'un temps pouvant être très long par rapport aux temps de l'expérience.
- L'apparition d'une dynamique hétérogène à l'approche de la température de gel  $T_g$  : les particules à l'intérieur de certains domaines subissent alors des mouvements fortement corrélés.

À partir d'un liquide surfondu de silice, on obtient un verre en réalisant une trempe<sup>1</sup> [25], [21], de sorte que le système soit loin de l'équilibre thermodynamique. Les systèmes vitreux possèdent des propriétés physiques encore mal comprises. Certaines des particularités les plus caractéristiques des systèmes vitreux sont la dépendance en temps des propriétés mécaniques et la divergence des temps de relaxation structurelle au passage du seuil de transition. Nous verrons dans la suite qu'il existe une profonde analogie entre les matériaux granulaires denses et les liquides thermiques surfondus au voisinage de la transition vitreuse. Il a été montré que les systèmes granulaires denses, au voisinage de la transition de blocage, sont sujets à des processus microscopiques de relaxation similaires à ceux qui ont pu être observés dans les liquides au voisinage de la transition vitreuse. Les comportements phénoménologiques des systèmes thermiques et athermiques ne sont donc pas si éloignés et on peut ainsi espérer s'inspirer des outils de la physique statistique pour les décrire.

---

<sup>1</sup>diminution de la température en dessous de la température de transition vitreuse  $T_g$

### 1.2.2 La transition de blocage

La transition d'encombrement est un phénomène physique relativement intuitif, qui veut que lorsque la densité d'un empilement d'objets discrets augmente, leur mobilité se trouve naturellement réduite pour éventuellement se bloquer complètement. C'est un phénomène qui peut malheureusement être observé tous les jours. Par exemple, le blocage suite à l'augmentation brutale du nombre de personnes aux heures de pointe à la sortie du métropolitain, la création d'embouteillages sur la route ou encore, durant les encierros [44], [38] (voir la figure 1.4).



FIG. 1.4: Exemples de phénomènes bloqués de la vie courante

Les propriétés dynamiques et mécaniques d'un milieu granulaire proche de cette transition présentent de surprenantes analogies avec des systèmes très différents comme les mousses, les colloïdes ou les gels. Ces dernières années, cette transition a fait l'objet de nombreuses études en physique, parfois motivées par ces analogies. En effet, puisqu'elle s'apparente au phénomène de transition vitreuse, la transition de blocage pourrait constituer une voie d'explication plus simple de ce phénomène.

Dans une tentative de mieux décrire la transition de blocage, Cates et al. ont défini une nouvelle classe de matériaux, qu'ils ont appelé les matériaux "fragiles". Leur principale caractéristique est la capacité à s'organiser en structure stable, dans laquelle les chaînes de force entre les grains jouent un rôle majeur. On a alors un système désordonné qui reste piégé dans une petite région de l'espace sans possibilité de s'échapper. Cates et al. présentent la transition d'encombrement comme un phénomène général qui pourrait exister dans des systèmes d'apparences différentes, comme les colloïdes ou les grains [13]. Liu et Nagel ont également constaté des similitudes entre les matériaux granulaires et des milieux comme les mousses, les émulsions, les verres et bien d'autres systèmes [43]. En effet, un système vitreux peut se mettre à couler si l'on augmente la température ou si la densité est réduite. Ces deux paramètres sont le moteur qui contrôle l'état de verre. Dans un système athermique comme un milieu granulaire, le paramètre important est la contrainte externe qu'on lui applique. On peut donc, en modifiant cette contrainte, contrôler la phase dans laquelle le système se trouve. Ils en concluent alors que ces systèmes appartiennent à une même classe. De plus, ils suggèrent que l'état bloqué pourrait être une nouvelle phase, de sorte que l'encombrement peut être assimilé à une transition de phase au sens thermodynamique. Ils proposent ainsi un diagramme de phase



spéculatif pour l'ensemble des systèmes bloqués (voir la figure 1.5). Considérons un tas de sable sur une table : on est en présence d'un système solide. Lorsque l'on incline la table, le sable se met à couler. Ceci illustre bien le contrôle de la phase du tas de sable par l'inclinaison appliquée au système.

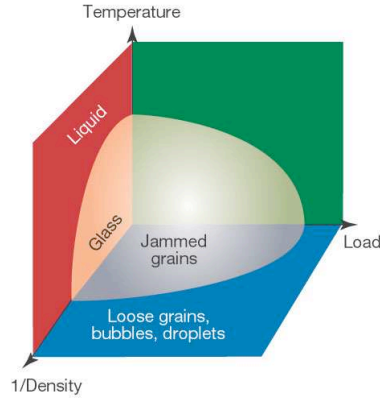


FIG. 1.5: Diagramme de phases proposé : par Liu et Nagel (extrait de [43]).

La transition de blocage correspond au passage entre un état "jammed" et un état "unjammed". Dans le cas des milieux granulaires denses, la température  $T$  ne joue pas de rôle. On doit donc appliquer une agitation mécanique pour explorer différents états, donc seul le plan passant par  $T = 0$  est visité par le système. Dans le plan  $T = 0$ , le blocage d'un milieu granulaire pour des fortes densités en dessous d'une contrainte seuil serait vu comme l'analogie de l'état vitreux obtenu à faible température. Ce diagramme à trois dimensions a pour paramètres la température, la contrainte et l'inverse de la densité. Il sépare les différentes phases liquide, vitreuse et bloquée. Pour les systèmes thermiques, la phase bloquée se manifeste quand la température diminue en dessous de la température de transition vitreuse. Cette transition peut également être caractérisée par une compacité critique ( $\phi > \phi_c$ ), ou une contrainte externe critique. Les matériaux granulaires denses sont vus comme des milieux athermiques désordonnés et macroscopiques pouvant servir de modèle pour une meilleure compréhension de la transition "jamming" [56], [55]. Les systèmes athermiques correspondent à la limite des températures nulles du diagramme. Puisqu'un empilement granulaire présente des similarités avec les systèmes vitreux, il est tentant d'établir un diagramme à trois axes tel que celui de Liu et al. [43] pour ces systèmes, plutôt que de considérer la restriction au plan  $T = 0$ . On pourrait alors remplacer l'axe des températures par une variable d'agitation. Il n'est pas clairement établi que la présence de vibrations ou de cisaillements soit tout à fait équivalente à une température au sens de la thermodynamique. Aussi, l'axe des contraintes, dans le cas d'un milieu granulaire non-cohésif, doit être remplacé par le rapport entre contrainte de cisaillement et contrainte normale. En effet, dans ce cas, c'est uniquement la pression de confinement qui fixe l'échelle de la contrainte seuil. Pour les milieux granulaires dilués, l'utilisation des fluctuations de vitesse comme température effective est une approche qui a connu un certain succès. Il semble

alors assez naturel d'étendre cette description aux milieux plus denses, comme ceux étudiés durant cette thèse. Toutefois, la densité du milieu semble compliquer cette simple description. Le fait que les grains interagissent avec de nombreux voisins, la difficulté de définir une échelle d'analyse précise pour les fluctuations, ou encore les mécanismes de réarrangement des grains, sont autant de complications pour la définition d'une température effective simple. La pertinence d'une telle température est donc une question centrale à laquelle il est nécessaire de répondre. Dans le cas où cela est possible, on peut alors s'interroger sur la possibilité d'appliquer la physique statistique à des systèmes athermiques.

### 1.3 Milieux granulaires vibrés

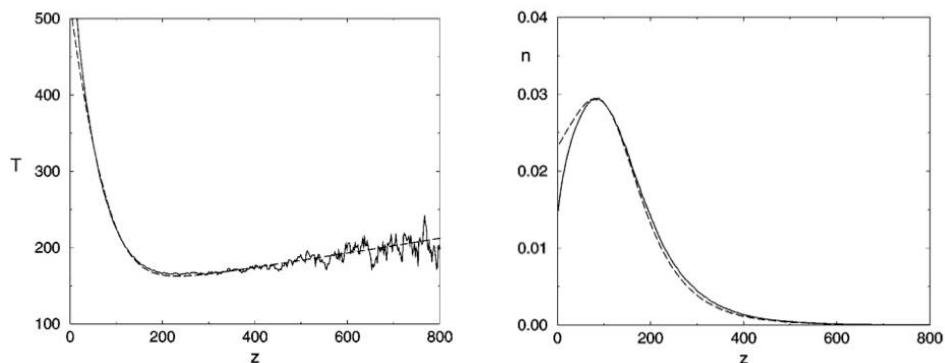
Un milieu granulaire vibré présente de nombreux phénomènes similaires à ce que l'on trouve dans des fluides simples, pour lesquels l'agitation quadratique moyenne des particules serait l'analogie de l'agitation thermique. Il existe d'autres analogies avec des phénomènes plus sophistiqués, comme les ondulations d'une surface libre (comparables aux vagues de Faraday dans un liquide ordinaire), des rouleaux de convection qui rappellent ceux trouvés dans un fluide chauffé par le bas (instabilité de Rayleigh-Bénard), ou bien l'effet "Leidenfrost", version granulaire de l'effet de sustentation de gouttelettes d'eau sur une plaque chauffante. Cependant, si ces phénomènes présents dans les fluides sont plutôt bien compris, ce n'est pas le cas pour les granulaires car nous manquons encore actuellement d'une vision complète de ses propriétés constitutives. La théorie la plus développée, pour laquelle on est parvenu à un plus haut degré de sophistication, est la théorie cinétique des gaz dissipatifs. Malheureusement, elle n'est validée que pour les systèmes les plus dilués (simulations numériques) et en dehors des objets astrophysiques (ceinture d'astéroïdes par exemple) et elle ne trouve pas d'application pour les milieux granulaires courants qui se trouvent majoritairement dans un état condensé.

#### 1.3.1 Théorie cinétique des gaz dissipatifs

La théorie cinétique classique a connu un grand succès dans la description des propriétés hors-équilibres des fluides thermalisés. Depuis 30 ans, les physiciens ont intensément cherché à généraliser la théorie afin d'y inclure les écoulements granulaires, dans lesquels l'énergie est fortement dissipée durant les collisions. La théorie cinétique des granulaires est un des rares formalismes capable de bien décrire convenablement les milieux granulaires, à condition que le système satisfasse certains critères. En effet, celle-ci repose sur la considération de grains parfaitement rigides, dont la physique est décrite par l'équation cinétique de Boltzmann-Enskog pour les interactions de sphères dures [47]. Il s'agit donc d'une description statistique qui requiert deux hypothèses majeures : l'hypothèse de collision binaire et l'exigence d'un chaos moléculaire. L'hypothèse de collision binaire stipule que la seule interaction appropriée est celle des chocs entre paires de grains. Il n'y a donc pas d'effet collectif impliquant des interactions à plus de deux grains. L'hypothèse de chaos moléculaire suit naturellement celle de collision binaire. On suppose ainsi qu'il n'y a pas de corrélation de vitesse avant une collision. En 1978, Ogawa eut l'idée de comparer les mouvements chaotiques des grains d'un milieu granulaire à l'agitation thermique d'un système classique [54]. C'est dans ce contexte qu'émerge la notion de "température granulaire". On peut effectivement définir une température effective du type

$$T \propto \langle (u - \langle u \rangle)^2 \rangle \quad (1.1)$$

où l'on utilise les fluctuations quadratiques de vitesse des grains. Cela permet de mettre en relation les caractéristiques macroscopiques et microscopiques du système, et de formuler ainsi des équations constitutives pour les écoulements de milieux granulaires. Néanmoins, contrairement à un gaz moléculaire, la dissipation produite lors des collisions est très grande. Pour rester dans un état agité malgré cette perte d'énergie, il est donc nécessaire de solliciter le système en continu. Cette condition nécessaire pour maintenir la température effective non-nulle s'avère être une différence fondamentale avec un gaz moléculaire. Malgré son succès, la théorie cinétique des gaz granulaires possède un champ d'application relativement limité. Rigoureusement, on a pu montrer que cette théorie peut être instable à grande échelle et dans ce cas, les hypothèses fondamentales de la théorie s'écroulent. L'apparition de chaînes de contact de longue durée génère des mouvements collectifs et des dissipations trop importantes qui pour un modèle de collisions binaires divergent en un temps fini ("effondrement inélastique"). Pour obtenir un système bien défini et stationnaire, il est donc important de générer de l'agitation partout dans le système et de manière homogène (ce qui est généralement réalisé dans les simulations numériques mais difficile en pratique). Expérimentalement, des systèmes modèles de couches granulaires bidimensionnelles horizontales et vibrées verticalement ont été réalisés. Quand les agitations sont fortes et impliquent un faible nombre de grains dans la direction verticale, un gaz dissipatif peut être observé. Dans ce cadre, la théorie cinétique prédit les profils de densité et de température. Sur la figure 1.6, on a représenté les profils de densité et de température obtenus par Brey et al. [8]. Typiquement, on observe une augmentation de densité proche de la source de vibration (le bas de la cellule) puis un maximum et une rediminution en loi de puissance.



**FIG. 1.6:** (a) Profil de température en fonction de la hauteur  $z$ . (b) Profil de densité en fonction de la hauteur  $z$ . En trait plein correspond une simulation en dynamique moléculaire et en trait pointillé une prédiction théorique (extrait de [8]).

Pour des milieux plus dissipatifs et très vibrés et pour des colonnes ayant un nombre de grains important dans la direction verticale, on obtient une inversion complète du profil de densité qui croît de manière monotone avec la hauteur. L'expression la plus extrême de ce comportement est l'effet Leidenfrost granulaire que nous allons décrire dans ce qui suit.

### 1.3.2 Effet Leidenfrost

L'effet Leidenfrost est un phénomène physique bien connu initialement décrit au XVII<sup>ème</sup> siècle où des gouttes d'eau survivent assez longtemps sur une plaque chauffante, pourtant portée au delà de la température d'ébullition. Lorsque la température de la plaque est supérieure à la température de Leidenfrost  $220^\circ$ , la partie inférieure des gouttes se vaporise et la couche de vapeur isolante empêche le transfert de chaleur de la plaque vers la goutte. Par conséquent, les gouttes flottent alors pendant un temps relativement long. Cet effet possède un équivalent dans les milieux granulaires, mis en évidence expérimentalement par Eshuis et al. à travers une expérience de vibration d'un empilement bidimensionnel vertical [26] (voir les figure 1.7 et 1.8). Pour de faibles accélérations, le profil de densité décroît en surface, produisant un gaz granulaire très agité pour les toutes premières couches du haut. En revanche, à partir d'une certaine accélération critique et pour un nombre suffisant de couche de grains, le milieu granulaire  $2D$  se densifie en un empilement triangulaire compact qui flotte au dessus d'un gaz granulaire fortement agité. L'accélération cri-

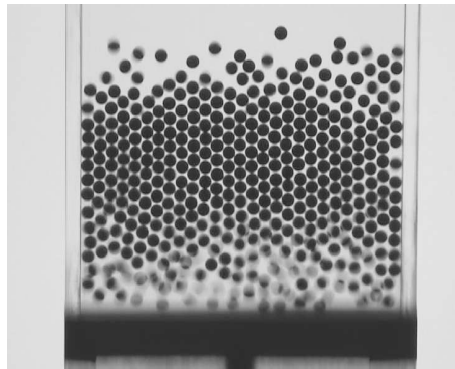
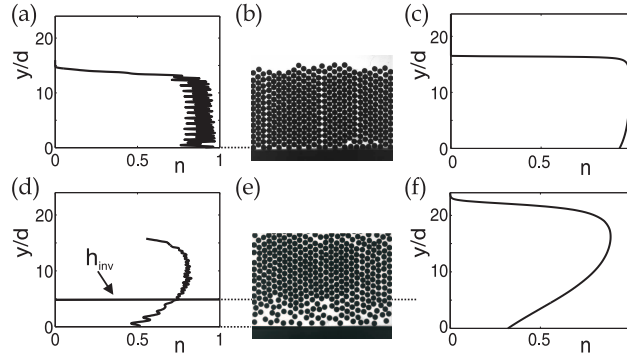


FIG. 1.7: Effet Leidenfrost pour un milieu granulaire vibré (extrait de [26]).

tique dépend à la fois de l'énergie apportée par la vibration, du nombre de couches de grains et du coefficient de restitution grain-grain. Cette inversion de densité a été mise en évidence par une étude théorique et numérique de Meerson et al. [50]. La température serait équivalente à l'intensité critique de vibration dans le système granulaire. En revanche, pour une colonne vibrée, la théorie cinétique est capable de prédire un régime de densité inversé, précurseur de la transition observée, mais échoue dans la description du régime de Leidenfrost qui en résulte. Une raison est que l'on obtient dans le cadre de la théorie cinétique un "effondrement inélastique", qui oblige à abandonner les hypothèses de collision binaires.



**FIG. 1.8:** (a) Profil de densité moyenné sur 300 images en fonction de la hauteur pour un empilement avec  $F = 16$  couches et  $\Gamma = 7.7$  ( $a = 0.3\text{mm}$ ,  $f = 80\text{Hz}$ ). (b) Image typique du milieu granulaire. (c) Profil théorique avec  $S = 0.58$ . (d) Profil de densité pour un empilement avec  $F = 16$  couches et  $\Gamma = 51.5$  ( $a = 2.0\text{mm}$ ,  $f = 80\text{Hz}$ ). (e) Illustration expérimentale de l'effet Leidenfrost. (f) Profil théorique pour  $S = 25.76$ . (extrait de [26])

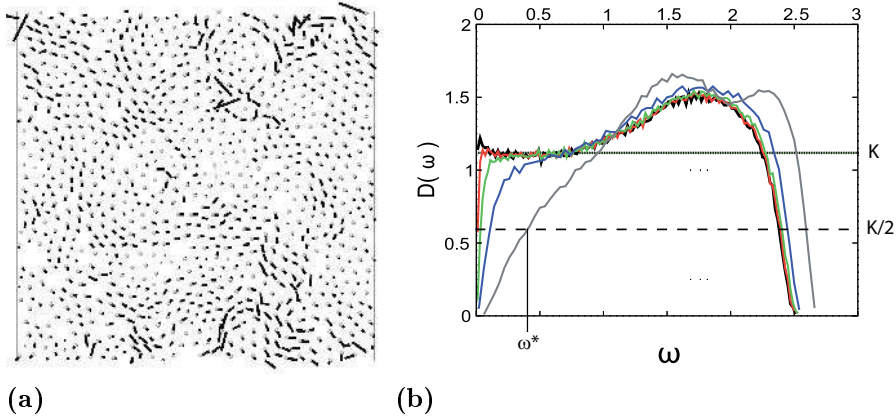
## 1.4 Phases denses vibrées et transition de blocage

### 1.4.1 Elasticité granulaire et modes "mous"

Ce qui précède montre bien qu'il n'existe pas de description théorique cohérente des milieux granulaires denses vibrés. En revanche, les avancées récentes sur la théorie de blocage apportent une image simple sur la nature élastique d'un empilement dense de grains au delà de la transition de blocage. À la fin du *XIX<sup>me</sup>* siècle, pour résoudre des problèmes de génie civil, Maxwell a élaboré une théorie de la rigidité, basée sur un décompte des degrés de libertés d'un assemblage de poutrelles métalliques. A partir du décompte du nombre de forces s'appliquant aux points de jonction entre chaque poutrelle, Maxwell montre qu'en deçà d'un nombre de contacts moyen par jonction, le système perd totalement sa rigidité élastique. Cette théorie a été revisitée récemment pour permettre de mieux comprendre la transition de blocage pour un empilement granulaire. Cette approche correspond aussi à un gaz dense sous pression de confinement dont les interactions sont essentiellement répulsives [67], [56], [43]. Ces auteurs ont montré que dans un espace de dimension  $\mathcal{D}$ , au voisinage d'un point baptisé "point de blocage", la perte de rigidité correspond à un nombre marginal de contacts par grain prenant les valeurs  $z_c = 2\mathcal{D}$  pour un empilement de sphères non frottantes et  $z_c = \mathcal{D} + 1$  pour un empilement de sphères frottantes. Dans le cas d'un empilement de sphères sans frottement, le point de blocage est associé à une valeur caractéristique de la fraction d'empilement ( $\phi_c = 0.64$  pour  $\mathcal{D} = 3$ ) et se comporte comme un point critique. Au voisinage de la transition, le module élastique de cisaillement s'annule. Pour les basses fréquences de vibration, des modes de déplacement très particuliers apparaissent en excès vis à vis de modes classiques de l'élasticité macroscopique [66]. Ces modes sont aussi présents dans les

solides amorphes et sont plus communément appelés "modes mous". La structure spatio-temporelle de ces modes est totalement différente des modes de Fourier et leur contribution est capitale dans les propriétés critiques de transport de l'énergie élastique au voisinage du point de blocage.

La figure 1.9a montre un exemple numérique d'un empilement de disques monodisperses bidimensionnel et sans frottement. On y voit le champ de déplacement des



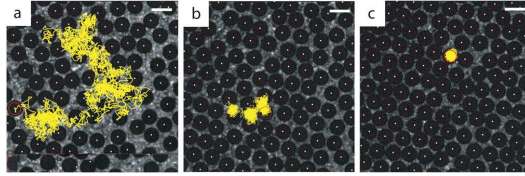
**FIG. 1.9:** Exemple de mode mou dans un système bidimensionnel désordonné (extrait de [62]). Densité de modes  $D(\omega)$  en fonction de la pulsation pour un système 3D de  $N=1024$  sphères interagissant par un potentiel harmonique répulsif (extrait de [56]). Les différentes courbes sont obtenues pour différents écarts à la fraction d'empilement critique  $\phi - \phi_c = 10^{-1}$  (—),  $10^{-2}$  (—),  $10^{-3}$  (—),  $10^{-4}$  (—),  $10^{-8}$  (—).

particules associé à un mode mou. Ce qui frappe en premier lieu est le caractère à la fois désordonné et collectif des déplacements associés, très différents des modes de Fourier de l'élasticité classique. Des déplacements d'ensemble peuvent être localisés sur quelques dizaines de tailles granulaires, prenant la forme de tourbillons ou de chaînes. Sur la figure 1.9b, on représente la densité des modes obtenus pour différents empilements tridimensionnels et on observe l'excès de ces modes à basse fréquence. On rappelle que l'on devrait avoir la densité de modes à basse fréquence variant comme  $Q(\omega) \propto \omega^{\mathcal{D}-1}$ , si  $\mathcal{D}$  est la dimension de l'espace.

## 1.4.2 Fluides granulaires denses

Pour un milieu granulaire dense, en deçà de la transition, quand les contraintes de confinement associées à chaque grain permettent un mouvement relatif, irréversible, nous avons vu que la situation était encore loin d'être claire. Pour les écoulements granulaires, les conditions d'arrêt des avalanches restent par exemple encore mal comprises. La situation est identique pour les granulaires vibrés. On observe sous gravité des phénomènes de relaxation lente et une rhéologie très sensible à la présence

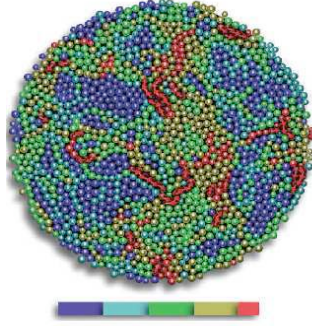
de vibrations. Récemment des expériences  $2D$  ont tenté de clarifier la dynamique des phases denses vibrées en deçà du blocage, comme par exemple une première expérience faite par Reis et al. (voir la figure 1.10), sur une couche de grains agités verticalement sur un plateau rugueux permettant une injection homogène d'énergie dans le système. Cette méthode permet d'explorer des densités d'empilement très élevées. Les mesures sur la dynamique des grains illustrent parfaitement l'analogie avec la dynamique vitreuse des liquides surfondus et des verres colloïdaux [6], [24], [65], [64]. On y retrouve tous les signes d'une coopérativité dynamique [6].



**FIG. 1.10:** Mouvement individuel d'un grain dans un empilement granulaire vibré pour une fraction d'empilement  $\phi$  croissante, de gauche à droite  $\phi = 0.567$ ,  $\phi = 0.701$  et  $\phi = 0.749$  (extrait de [58]).

La présence d'anomalies dynamiques pour des phases denses vibrées, a été confirmée par d'autres expériences modèles  $2D$  [20], [1], [39], [42]. En particulier, par la mesure de la susceptibilité dynamique (corrélation de déplacement à 4 points appelée  $\chi_4$ ), ces expériences mettent en évidence une dynamique spatialement hétérogène, structurée en régions de mobilité rapide et lente (voir la figure 1.11), où la taille des régions dynamiquement corrélées varie avec la fraction volumique selon une loi de puissance. Les expériences de Lechenault et al. [42] montrent que la pression de confinement est aussi un paramètre crucial et que l'on peut distinguer dans le bilan de pression deux contributions statique et dynamique qui divergent au voisinage d'une concentration critique. Cette distinction montre bien que pour des fortes concentrations, il peut exister deux modes de transfert d'énergie et de quantité de mouvement : l'un via un réseau statique des contacts, l'autre via une structure dynamique.





**FIG. 1.11:** Image d'un système de grains excités par un flux d'air vertical créant une agitation, extraite de [39]. Le code de couleur met en évidence des régions de mobilité différente appelées hétérogénéités dynamiques

## 1.5 Mobilité d'un intrus au sein d'une phase dense

### 1.5.1 Théorème Fluctuation-Dissipation

Le théorème fluctuation-dissipation<sup>2</sup> est un outil fondamental de la thermodynamique statistique qui relie de façon simple la réponse hors-équilibre d'un système dans le régime linéaire et la dynamique des fluctuations à l'équilibre. En d'autres termes, il repose sur l'hypothèse que la réponse d'un système à une force externe a les mêmes origines que sa réponse aux fluctuations. Pour un fluide à l'équilibre en contact avec un thermostat à température  $\Theta$ , une autre version du TFD est la relation d'Einstein, où l'on relie la diffusion aléatoire et la mobilité d'une particule donnée selon la relation  $\langle (r(t) - r(t'))^2 \rangle = 2\mathcal{D}\Theta\delta \langle r(t) - r(t') \rangle / \delta f$ , avec  $\mathcal{D}$  la dimension du système,  $r$  la position vectorielle de la particule et  $\delta f$  une petite perturbation constante de force. Pour un fluide visqueux de viscosité  $\eta$ , la force agissant sur une sphère de taille  $\Delta$  se déplaçant avec une vitesse  $v$  est  $F_v = 3\pi\Delta\eta v$ . Un des corollaires à ce théorème est donc que la diffusivité  $D$  d'une particule Brownienne de taille  $\Delta$  en contact avec un réservoir à une température thermodynamique  $\Theta$  est donnée par la relation :  $D = 3\pi\eta\Delta k_B\Theta$ . Il y a donc une relation entre la diffusivité d'une particule et le coefficient de transport macroscopique caractérisant la rhéologie du fluide (la viscosité). Notons que cette relation reste quasiment valide jusqu'à des tailles moléculaires.

La validité du TFD s'écroule dans le cas des systèmes très loin de l'équilibre. Pour les gaz granulaires, cette propriété a été testée précisément et Brey et al. ont montré rigoureusement que celle-ci ne tient pas [7]. Elle constitue en revanche une bonne approximation lorsque les systèmes considérés ne sont pas trop dissipatifs. Des extensions de ce théorème ont été proposées pour des systèmes vitreux. Pour une certaine classe de modèles de champ moyen, qui contient de façon schématique l'essentiel de la phénoménologie des systèmes vitreux [15], la dynamique hors

<sup>2</sup>TFD

d'équilibre a été résolue analytiquement [16], ce qui a permis à Cugliandolo et al, par exemple, d'élaborer une théorie sur l'extension de la relation pour un système à p-spins [17]. Cette approche repose sur la définition d'une température dynamique  $\Theta_{dyn}$ , qui dépendrait de l'échelle de temps à laquelle on observe le système. On obtient ainsi une généralisation du TFD, où la température dynamique tend vers la température du bain si le système est à l'équilibre. Au contraire des nombreux développements théoriques, il existe peu d'expériences sur cette problématique. En particulier, l'étude de la relation de type relation d'Einstein dans les milieux granulaires denses en compaction lente, a été interprétée en relation avec la notion de températures dynamiques [5], [48] qui généralise les idées de S.F. Edwards sur la "compacité". Il existe quelques exemples expérimentaux de systèmes granulaires denses qui traitent de la relation FD, comme les travaux de D'Anna et al. [18], [19]. Cette expérience a contribué à renforcer l'analogie entre ces deux milieux mais l'expérience de D'Anna reste difficile à interpréter car la mesure des fluctuations n'est pas découplée de l'injection d'énergie.

### 1.5.2 Intrusion granulaire

Divers expériences d'intrusion granulaire ont été réalisées [68], [3], [2], [28], [14], [10], avec parfois des résultats contradictoires. En l'absence d'agitation sur un modèle d'empilement  $2D$ , Geng et Behringer [28] ont obtenu une rhéologie qui semble varier logarithmiquement avec la vitesse de l'intrus. A plus forte vitesse, et pour des configurations  $3D$ , Albert et al. n'observent pas de relation avec la vitesse. En présence de vibrations, les expériences de Zik et Stavans furent les premières à tenter de relier la mobilité d'un intrus dans un granulaire vibré aux conditions de vibration [68]. Si ces auteurs montrent clairement l'influence des vibrations sur la vitesse de l'intrus dans la phase granulaire, les résultats concernant l'établissement d'une loi de mobilité ne sont pas très clairs. Récemment, Caballero et al., en étudiant un système sonofluidisé, ont mis en évidence certaines relations sur la force de traînée à pression de confinement donnée, variant logarithmiquement avec la vitesse et linéairement avec la taille de l'intrus.



# Chapitre 2

## Dispositif expérimental

### Contents

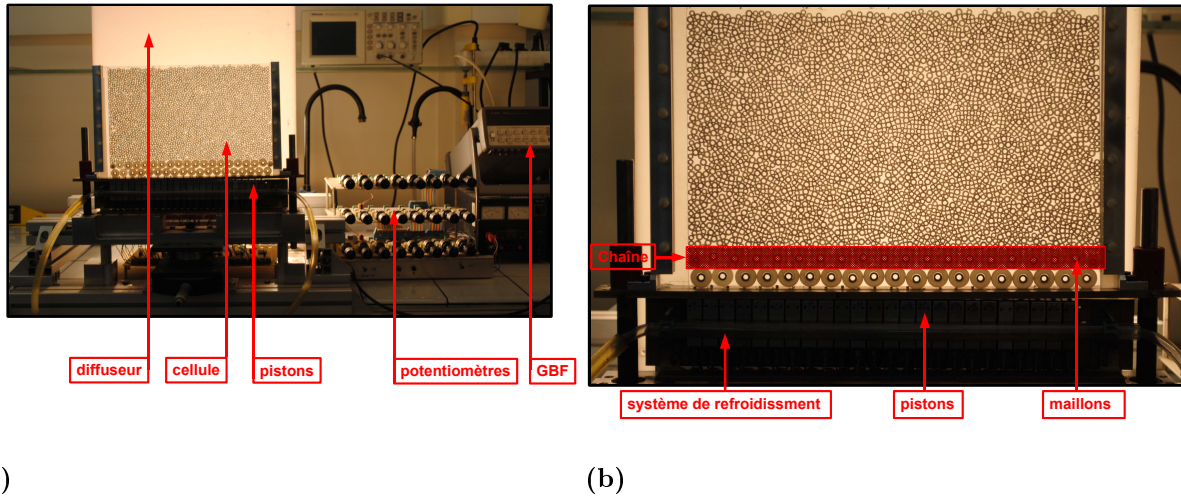
---

<b>2.1</b>	<b>Cellule de vibration</b>	<b>20</b>
<b>2.2</b>	<b>Milieu granulaire</b>	<b>21</b>
<b>2.3</b>	<b>Visualisation et Traitement d'images</b>	<b>23</b>
2.3.1	Visualisation	23
2.3.2	Traitement des images	24
<b>2.4</b>	<b>Étude paramétrique du forçage</b>	<b>25</b>
2.4.1	Variables adimensionnées	25
2.4.2	Amplitude des pistons $A_p$	26
2.4.3	Hauteur d'empilement $H_e$	29
2.4.4	Fréquence d'excitation $f_E$	30
2.4.5	Paramètre de contrôle de l'excitation	30

---

## 2.1 Cellule de vibration

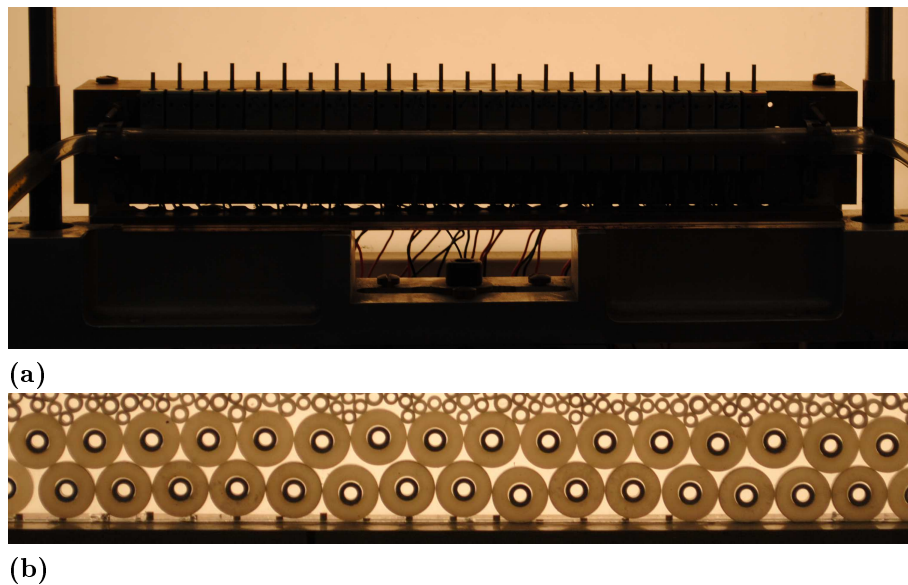
Un objectif majeur de cette thèse est de déterminer les lois de comportement qui peuvent gouverner les milieux granulaires vibrés. Ce chapitre a pour but de décrire le système expérimental qui permet d'obtenir un milieu granulaire bidimensionnel sous agitation. L'expérience que nous avons mis en place repose sur une agitation du milieu granulaire à des niveaux d'énergie et d'accélération relativement faibles, nous permettant de travailler à des accélérations comparables à la gravité  $g$ . De plus, la vibration n'est pas synchronisée : il s'agit d'une différence importante avec ce qui a été réalisé précédemment [26], [59]. En ce sens c'est une réalisation bidimensionnelle, proche des expériences de Caballero et al., qui agite un empilement granulaire tridimensionnel par des activateurs piézoélectriques [9]. La configuration bidimensionnelle s'avère très utile pour suivre dans le temps une grande quantité de grains et identifier aussi bien les comportements individuels que collectifs. C'est un système proche et complémentaire de celui mis au point par l'équipe de Dauchot (GIT-CEA Saclay) [49], [20], [42], [11]. Dans notre cas, nous prenons en compte la gravité et nous verrons que celle-ci joue un rôle prépondérant dans l'établissement d'un régime stationnaire et des lois de transfert de l'énergie et de la quantité de mouvement. Une photographie du dispositif expérimental est reproduite sur la figure 2.1a. La grande particularité de cette expérience est la méthode de vibration.



**FIG. 2.1:** (a) Photographie de la cellule expérimentale. Les grains sont piégés entre les deux plaques de verre, et le système de vibration se trouve à la base de la cellule. (b) Dispositif expérimental.

On peut voir sur la figure 2.2a, que l'agitation est produite par une série de 24 pistons électromagnétiques, séparés de  $12\text{mm}$ , venant percuter un empilement de gros cylindres (voir la figure 2.2b). La fréquence d'excitation  $f_E$  peut varier entre  $10\text{Hz}$  et  $100\text{Hz}$ . Les pistons sont reliés à un amplificateur permettant de régler leur puissance que l'on fixe au maximum et le potentiomètre permet de régler la phase. Pour permettre le passage des pistons et leur contact avec le milieu granulaire, les cylindres du fond reposent sur une base métallique fendue. L'impact est ensuite

transmis à l'empilement granulaire proprement dit, par le mouvement de la rangée supérieure des gros cylindres de diamètre  $15\text{mm}$  et de masse  $0.96\text{g}$ . Pour éviter au mieux la synchronisation et les mouvements collectifs verticaux de l'empilement, les pistons voisins sont activés en anti-phase. Pour éviter la surchauffe des activateurs électromagnétiques, nous avons la possibilité d'injecter de l'air comprimé au niveau des bobines des électro-aimants (voir la figure 2.2a). De plus, pour ne pas avoir une déstabilisation des deux rangées de cylindres en nylon, nous les avons lestés par des petits cylindres en laiton. Ainsi, l'arrangement des cylindres de la base reste stable pendant toute la durée de la vibration. On désignera par le mot "chaîne", la ligne supérieure de gros cylindres au contact de l'empilement granulaire, et par "maillons" les gros cylindres.



**FIG. 2.2:** (a) Rangée d'activateurs électromagnétiques pour produire la vibration. (b) Empilement de gros cylindres transmettant à l'empilement granulaire l'impact des pistons.

Cette cellule expérimentale offre aussi la possibilité de varier l'intensité de vibration en changeant l'amplitude d'excursion des pistons dans le milieu granulaire  $A_p$ . Pour cela, nous utilisons une cale calibrée permettant de changer la hauteur entre le plan de vibration des pistons et la cellule (voir la figure 2.3).

## 2.2 Milieu granulaire

Dans la perspective de mieux comprendre les systèmes désordonnés proche des milieux vitreux, il est impératif d'assurer un empilement amorphe en évitant le phénomène de cristallisation. Nous avons donc choisi de travailler avec un milieu

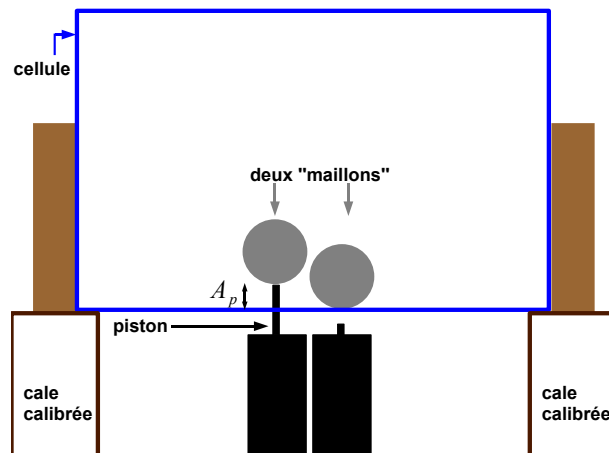


FIG. 2.3: Schéma des pistons  $A_p$  et des gros cylindres.

de cylindres bidisperses. Toutefois, pour éviter les phénomènes de ségrégation nous avons choisi deux tailles de cylindres relativement proches. Le milieu granulaire est donc composé de cylindres en nylon de diamètre  $d_p = 4\text{mm}$  et  $d_g = 5\text{mm}$ , d'épaisseur  $3\text{mm}$ . Leur masse respective est  $m_p = 0.04\text{g}$  et  $m_g = 0.06\text{g}$ . Ces cylindres sont disponibles dans le commerce sous forme d'entretoise (Skiffy®), dont l'avantage est de posséder un orifice circulaire interne qui sera mis à profit pour la détection et le suivi des grains (voir la figure 2.4). Notons que le nombre de grains est choisi tel que chacune des deux familles occupe la même surface, ce qui fait une fraction en nombre de  $\kappa_p = 0.62$  et  $\kappa_g = 0.38$  et une fraction en masse de  $\psi_p = 0.52$  et  $\psi_g = 0.48$ . Ces grains sont empilés dans une cellule en verre de largeur  $L = 270\text{mm}$ ,



FIG. 2.4: Photographie des entretoises.

de hauteur  $H = 200\text{mm}$  et d'une épaisseur  $e_c = 3.5\text{mm}$ , dans laquelle se trouve l'assemblée granulaire. Cette cellule bidimensionnelle peut contenir un empilement

constitué d'environ 2600 cylindres de nylon, ce qui fait une longueur de l'ordre de 60 tailles de grains et une hauteur de 40 tailles de grains.

## 2.3 Visualisation et Traitement d'images

### 2.3.1 Visualisation

L'empilement est éclairé par deux lampes halogènes  $H1$  et  $H2$  éclairant un écran diffuseur. Le tout est positionné derrière la cellule afin que l'on puisse, lors de l'analyse des images, repérer les trous des entretoises avec un bon contraste. (voir la figure 2.5)

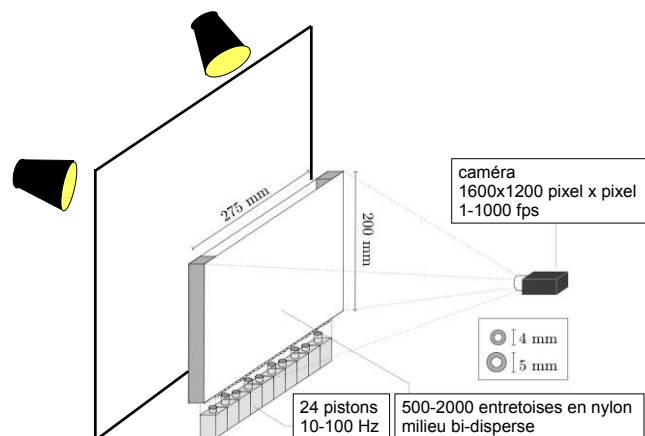


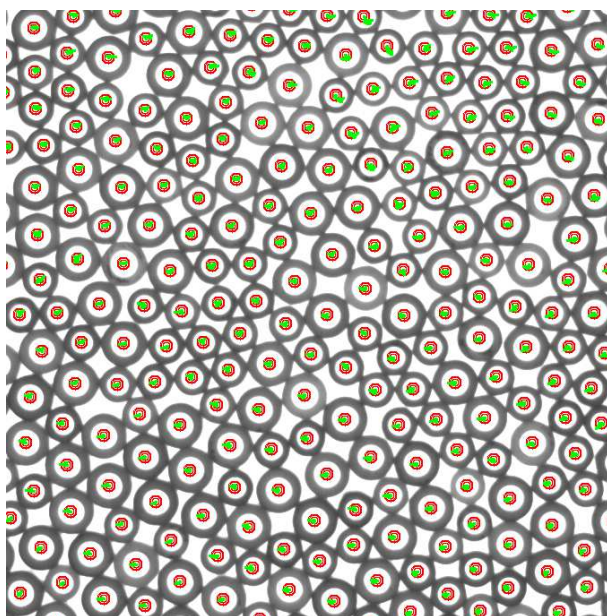
FIG. 2.5: Schéma du dispositif expérimental

Le milieu granulaire est visualisé à l'aide d'une caméra ultra-rapide à haute résolution (Phantom V9®). Cette caméra possède une fréquence d'acquisition maximum de 1000 images par seconde pour une résolution maximale de  $1632 \times 1200$  pixels×pixels. En général, l'empilement est filmé avec une résolution  $1600 \times 1200$  pixels×pixels, ce qui correspond typiquement à 50 pixels par grains pour un champ d'environ 800 grains. Le logiciel interne de la caméra permet de stocker jusqu'à 4000 images successives à cette résolution.



### 2.3.2 Traitement des images

Le traitement des images et le suivi des grains est un processus important pour l'interprétation des résultats. Pour détecter la position des grains, nous avons utilisé un programme de traitement d'images mis au point sur le logiciel imageJ par Geofroy Lumay (Université de Liège), adapté par Thierry Darnige (ESPCI-PMMH). À partir d'un seuil de niveau de gris préalablement choisi, le programme binarise les images. Il repère ensuite toutes les aires et filtre celles qui répondent aux bons critères de taille et de circularité. Pour chaque grain qui passe le test, les coordonnées du centre et la valeur de la surface sont déterminées. Cette dernière information permet d'identifier les petits et les gros grains ( $d_p$  et  $d_g$  respectivement).



**FIG. 2.6:** Exemple de résultat du traitement d'images : on peut voir les cercles rouges sur les grains détectés, et les lignes vertes qui représente la trace du déplacement des grains pendant  $3s$  pour une acquisition toutes les  $0.05s$ .

Pour étudier correctement le mouvement des grains et mesurer leur vitesse, il faut pouvoir déterminer pour chaque grain de l'image sa position sur l'image suivante. On commence donc par numérotter tous les grains qui se trouvent sur la première image. Le nombre de grains n'est pas constant, certains pouvant sortir ou entrer du champ de vision par les bords. On ne prend en compte que les grains qui restent dans le champ de vision pendant la durée de l'expérience. La méthode utilisée suppose que les grains bougent généralement très peu entre deux images, d'une distance bien plus petite que le rayon d'un grain. On identifie pour chaque grain  $i$  sur l'image  $a$ , le grain  $j$  le plus proche sur l'image  $b$  suivante. Si le grain  $j$  trouvé a déjà été choisi comme le grain le plus proche d'un autre  $i'$ , les deux distances sont comparées et seule la plus petite est conservée. Une fois le grain de l'image  $a$  détecté et suivi sur l'image  $b$ , le processus est recommencé avec l'ensemble des grains puis sur l'ensemble

des images (voir la figure 2.6). Il arrive que des grains disparaissent car ils n'ont pas trouvé successeur au terme de toutes les étapes. Dans ce cas relativement rare, ils ne sont plus considérés dans le reste de l'analyse.

## 2.4 Étude paramétrique du forçage

### 2.4.1 Variables adimensionnées

Afin de quantifier le mode d'agitation de l'empilement granulaire, on détermine la trajectoire de 8 maillons au centre de la cellule filmés à une fréquence d'acquisition  $f_A = 1000$  images par seconde, bien qu'une base de 500 images par seconde soit utilisée pour le calcul des vitesses et des accélérations (voir la figure 2.7).

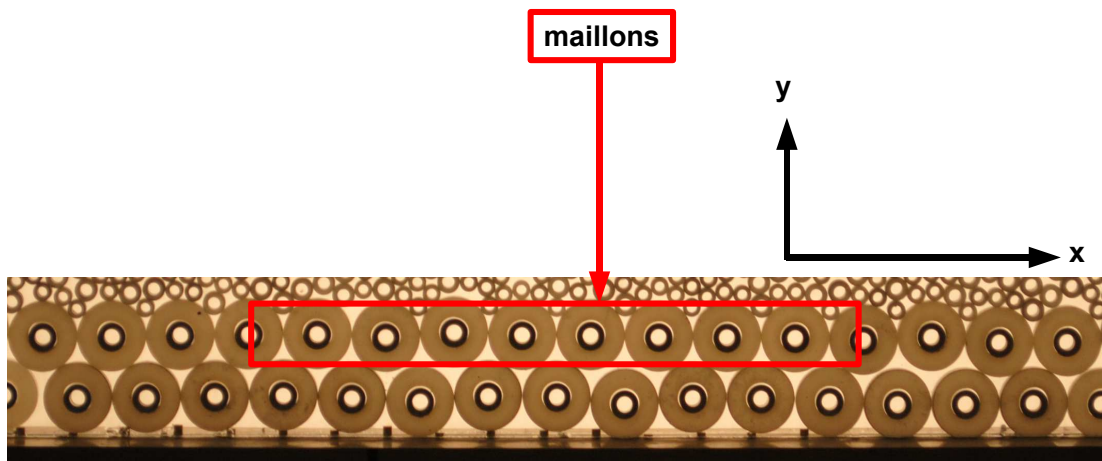


FIG. 2.7: Photographie des maillons.

L'adimensionnement utilisé pour les variables de position, de vitesse et d'accélération sont

– pour les positions horizontale et verticale :

$$\bar{x} = \frac{x - \langle x \rangle}{d_p}, \quad \bar{y} = \frac{y - \langle y \rangle}{d_p} \quad (2.1)$$

– pour les vitesses horizontale et verticale :

$$\bar{v}_x = \frac{v_x}{\sqrt{gd_p}}, \quad \bar{v}_y = \frac{v_y}{\sqrt{gd_p}} \quad (2.2)$$

– pour les accélérations horizontale et verticale :

$$\bar{\gamma}_x = \frac{\gamma_x}{g}, \quad \bar{\gamma}_y = \frac{\gamma_y}{g} \quad (2.3)$$

La figure 2.8 montre respectivement les positions, les vitesses ainsi que les accélérations verticales et horizontales d'un maillon de la chaîne agité par les électroaimants vibrant à une fréquence d'excitation  $f_E = 20\text{Hz}$  en fonction d'un temps adimensionné par la fréquence  $\bar{t} = t.f_E$ . On constate sur les figures une périodicité due aux vibrations. Nous allons à présent chercher à caractériser l'état d'agitation des maillons qui transfèrent de l'énergie au milieu granulaire. Pour cela, une étude statistique des variables de positions, de vitesses et d'accélérations est réalisée. Plusieurs paramètres extérieurs sont variables : l'amplitude de piston, la fréquence d'excitation et la hauteur d'empilement.

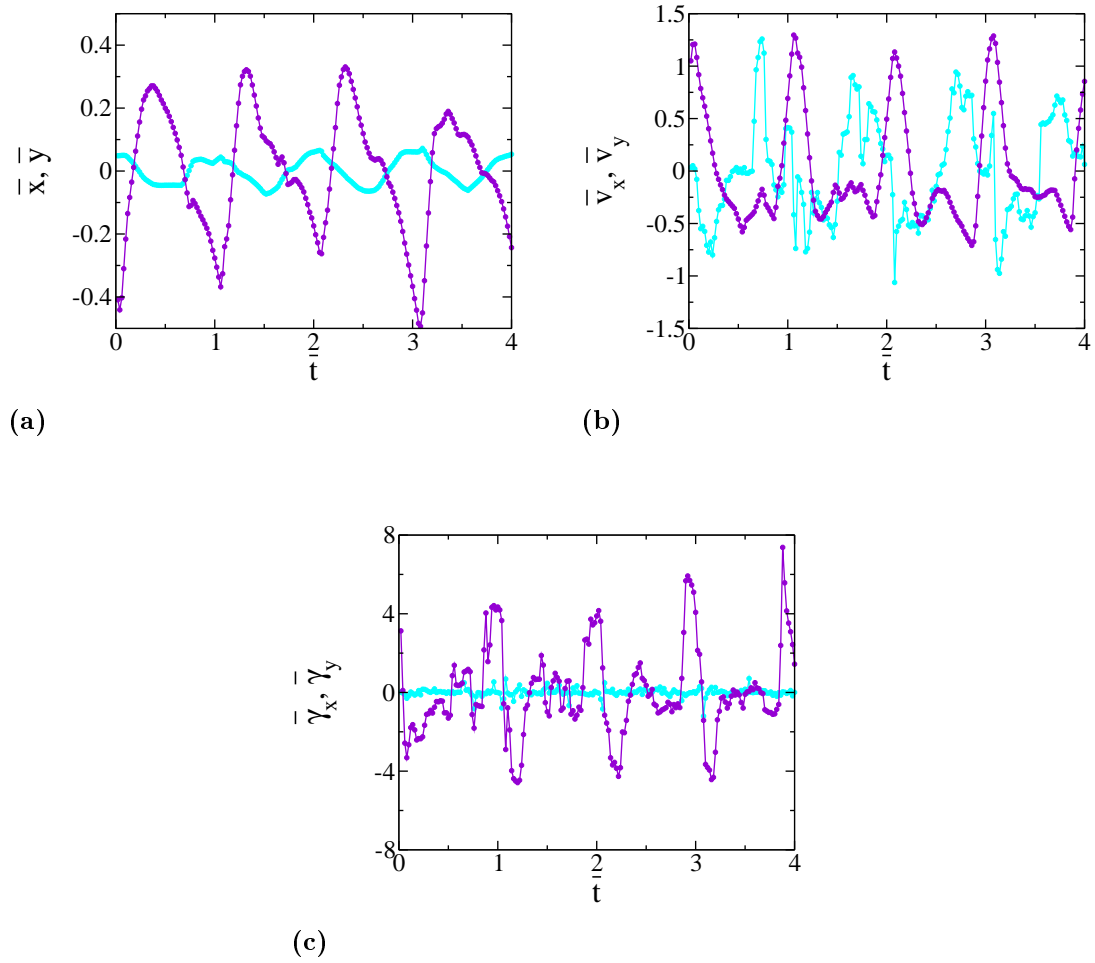
## 2.4.2 Amplitude des pistons $A_p$

On cherche à identifier les variables moyennées qui quantifieront le niveau d'agitation du milieu. Dans cette partie, nous allons varier l'amplitude des pistons  $A_p$  et voir comment évoluent les fluctuations des amplitudes de mouvement des maillons, leurs vitesses et leurs accélérations. (voir la figure 2.3)

### Amplitudes des maillons

La figure 2.9a montre les distributions de position moyenne des maillons pour une amplitude des pistons  $A_p = 8\text{mm}$ . Selon la direction horizontale, les distributions sont légèrement asymétriques et selon la direction verticale, une grande dispersion est observée. On désigne les fluctuations de position verticale  $\delta\bar{x}$  et horizontale  $\delta\bar{y}$  par

$$\delta^2\bar{x} = \langle \bar{x}^2 \rangle$$



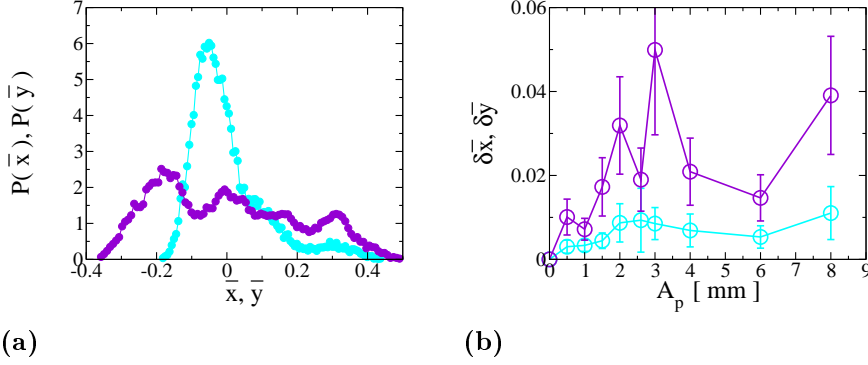
**FIG. 2.8:** (a) Positions, (b) vitesses et (c) accélérations adimensionnées d'un maillon en fonction du temps adimensionné  $\bar{t} = t.f_E$  ( $f_E = 20\text{Hz}$ ,  $A_p = 8\text{mm}$  et  $H_e = 48d_p$ ).  
 (●) direction horizontale et (●) direction verticale

$$\delta^2 \bar{y} = \langle \bar{y}^2 \rangle$$

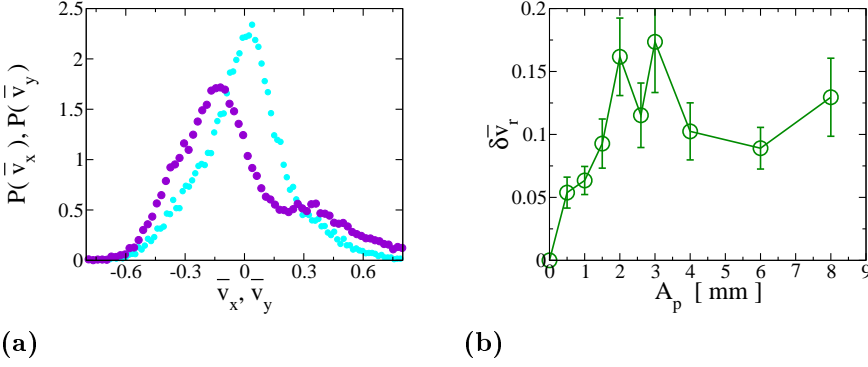
Sur la figure 2.9b, les fluctuations de position augmentent linéairement pour les faibles amplitudes de pistons  $A_p$  puis saturent pour les plus larges amplitudes. On note en outre un comportement non-monotone attesté par la présence d'un maximum pour une amplitude de pistons  $A_p = 3\text{mm}$ .

### Vitesses des maillons

Les distributions de vitesse (voir la figure 2.10a) indiquent que selon la direction horizontale, les distributions sont symétriques, contrairement aux distributions verticales. Ce qui n'est pas étonnant étant donné la méthode d'injection choisie qui privilégie les impacts verticaux des maillons par les pistons.



**FIG. 2.9:** (a) Distributions de probabilité des positions des maillons pour  $A_p = 8\text{mm}$ . (b) Fluctuations quadratiques de positions. ( $f_E = 20\text{Hz}$ ,  $H_e = 48d_p$ , (●) direction horizontale et (●) direction verticale)



**FIG. 2.10:** (a) Distributions de vitesse des maillons pour  $A_p = 8\text{mm}$ , (●) direction horizontale, (●) direction verticale. (b) Fluctuations de vitesse des maillons en fonction de l'amplitude des pistons (●) pour  $f_E = 20\text{Hz}$  et  $H_e = 48d_p$

La figure 2.10b montre l'évolution des fluctuations de vitesse en fonction de l'amplitude des pistons. À faibles amplitudes de pistons, on a une augmentation linéaire pour les deux directions. On note

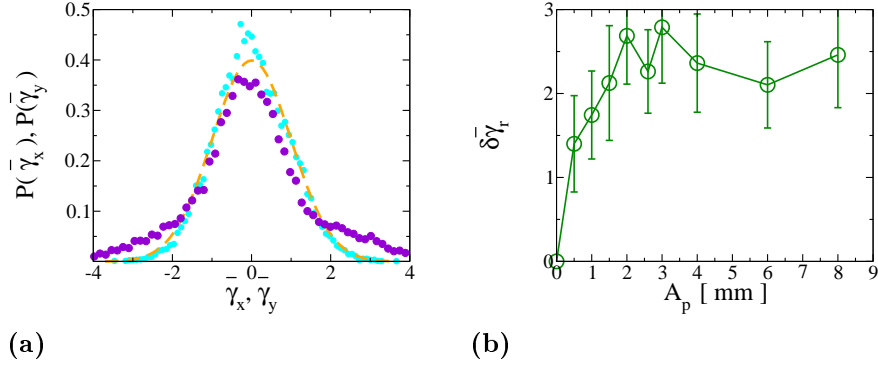
$$\delta^2 \bar{v}_{x,y} = \langle (\bar{v}_{x,y} - \langle \bar{v}_{x,y} \rangle)^2 \rangle$$

et

$$\delta^2 \bar{v}_r = \delta^2 \bar{v}_x + \delta^2 \bar{v}_y$$

### Accélération des maillons

On représente sur la figure 2.11, pour plusieurs amplitudes de pistons, les distributions des accélérations moyennes selon les deux directions. On constate que les distributions ne s'accordent pas avec une gaussienne. De plus, selon  $y$ , la distribution présente de fortes queues de distributions. On note que les accélérations



**FIG. 2.11:** (a) Distribution d'accélération des maillons pour  $A_p = 8\text{mm}$ , ( $\bullet$ ) direction horizontale, ( $\bullet$ ) direction verticale et (—) gaussienne. (b) Fluctuations d'accélération en fonction de l'amplitude des pistons ( $\circ$ ) pour  $f_E = 20\text{Hz}$  et  $H_e = 48d_p$ .

observées dépassent la gravité, cela s'explique par la réponse quasi-élastique en retour du milieu qui renvoie de l'énergie aux maillons. De la même manière que pour les figures 2.9b et 2.10b, la figure 2.11b montre l'évolution des fluctuations d'accélération en fonction de l'amplitude des pistons, calculées de la même manière que les fluctuations de vitesse.

$$\delta^2\bar{\gamma}_{x,y} = \langle (\bar{\gamma}_{x,y} - \langle \bar{\gamma}_{x,y} \rangle)^2 \rangle$$

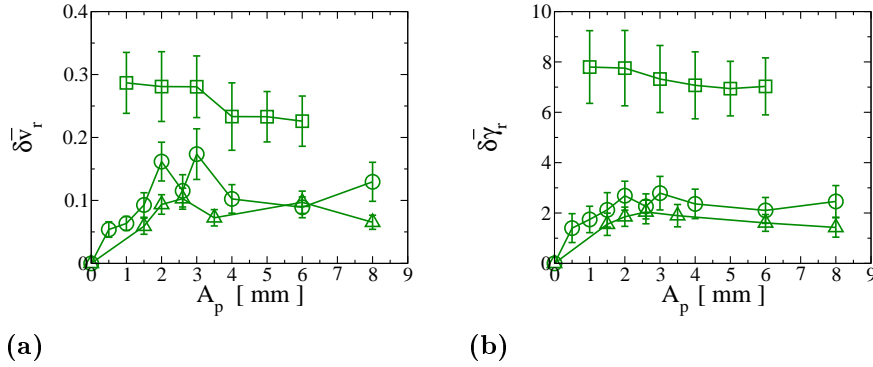
et

$$\delta^2\bar{\gamma}_r = \delta^2\bar{\gamma}_x + \delta^2\bar{\gamma}_y$$

On observe une évolution non monotone, avec une augmentation linéaire pour les faibles amplitudes de pistons et une saturation pour les grandes amplitudes de pistons. La courbe atteint un maximum pour  $A_p = 3\text{mm}$ . Pour des amplitudes de pistons plus grandes, les fluctuations diminuent légèrement.

### 2.4.3 Hauteur d'empilement $H_e$

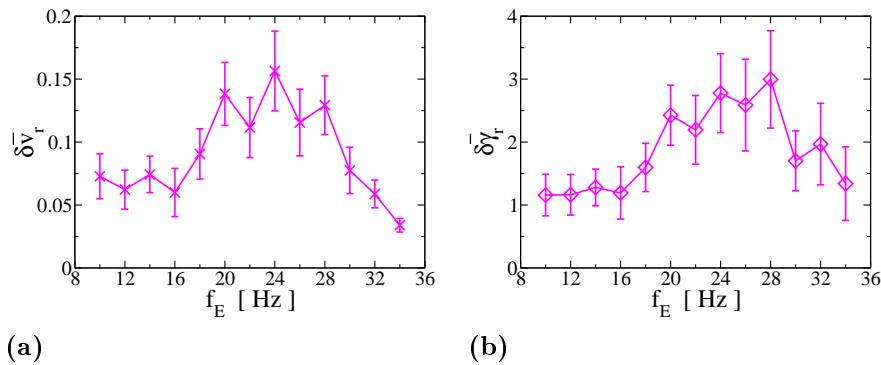
La figure 2.12 représente les fluctuations d'accélération pour les hauteurs d'empilement  $H_e = 48d_p$ ,  $H_e = 38d_p$  et  $H_e = 15d_p$  pour une fréquence d'excitation  $f_E = 20\text{Hz}$ . Quelque soit la hauteur d'empilement, on observe le même comportement non monotone, avec un maximum pour une amplitude de pistons  $A_p = 3\text{mm}$ , néanmoins l'empilement le moins haut induit une vibration plus faible des maillons. C'est un point important sur lequel nous reviendrons quand nous discuterons de l'énergie injectée au sein de l'empilement granulaire.



**FIG. 2.12:** (a) Fluctuations de vitesse  $\delta\bar{v}_r$  en fonction de  $A_p$ . (b) Fluctuations d'accélération  $\delta\bar{\gamma}_r$  en fonction de  $A_p$ . (○)  $H_e = 48d_p$ , (△)  $H_e = 38d_p$  et (□)  $H_e = 15d_p$ .

#### 2.4.4 Fréquence d'excitation $f_E$

La fréquence d'excitation est également un paramètre qu'il est possible de faire varier. La figure 2.13 représente les fluctuations de vitesse et d'accélération des maillons pour différentes fréquences d'excitation  $f_E$ . Pour des faibles fréquences, les fluctuations sont constantes puis augmentent jusqu'à un maximum à  $24\text{Hz}$  avant de diminuer. La fréquence que nous avons choisie ( $20\text{Hz}$ ) pour notre étude est proche



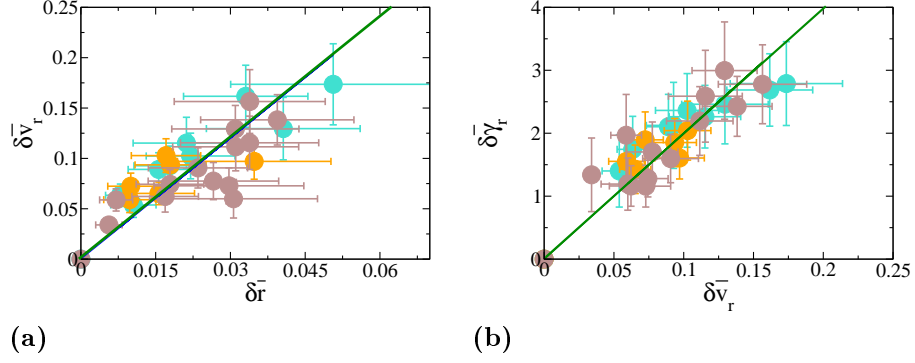
**FIG. 2.13:** (a) Fluctuations quadratiques de vitesses en fonction de  $f_E$  (×). (b) Fluctuations quadratiques d'accélérations en fonction de  $f_E$  (◇). ( $A_p = 5\text{mm}$ ,  $H_e = 38d_p$ )

du maximum.

#### 2.4.5 Paramètre de contrôle de l'excitation

Nous venons de voir que l'évolution des fluctuations de position, de vitesse et d'accélération est non monotone en fonction de  $A_p$  et  $f_E$ . Il apparaît donc difficile de contrôler au niveau des paramètres extérieurs l'énergie d'injection dans le système.

Ainsi dans ce dispositif, l'injection ne peut être séparée de la réponse du milieu. En revanche, comme nous allons le voir, les paramètres internes caractérisant l'agitation des pistons sont reliés entre eux (voir la figure 2.14).



**FIG. 2.14:** (a) Fluctuations d'accélération en fonction des fluctuations de vitesse. (b) Fluctuations de vitesse en fonction des fluctuations de position. (●)  $f_E = 20\text{Hz}$ ,  $H_e = 48d_p$ , (●)  $f_E = 20\text{Hz}$ ,  $H_e = 38d_p$  et (●)  $A_p = 5\text{mm}$ ,  $H_e = 38d_p$ .

On peut voir sur la figure 2.14 que l'on a pu déterminer empiriquement des relations du type

$$\delta \bar{v}_r = a_1 \frac{g}{d_p} \cdot \delta \bar{r} \quad (2.4)$$

et

$$\delta \bar{\gamma}_r = a_2 \sqrt{\frac{g}{d_p}} \cdot \delta \bar{v}_r \quad (2.5)$$

où  $a_1 = 4$  et  $a_2 = 20$ . Pour qualifier l'excitation fournie au milieu par les maillons, il suffit donc de spécifier un seul paramètre. Généralement, nous prendrons l'accélération quadratique moyenne qui varie entre  $1.5$  et  $2.5g$ . En revanche, nous verrons dans ce qui suit, que les conditions d'agitation observées directement dans le milieu ne sont pas clairement reliées aux conditions externes de vibration. Pour nous référer aux différentes expériences présentées, nous continuerons à les nommer en fonction de l'amplitude des pistons  $A_p$ . Il suffit alors de se référer à la figure 2.12b pour faire la relation avec l'accélération.





# Chapitre 3

## Étude macroscopique et dynamique

### Contents

---

<b>3.1</b>	<b>Caractérisation de l'empilement vibré</b>	<b>34</b>
3.1.1	Objectifs	34
3.1.2	Protocole expérimental	34
3.1.3	Champs de compacité	36
3.1.4	Distributions des vitesses	38
3.1.5	Fluctuation d'énergie et forçage	41
3.1.6	Équation d'état	45
<b>3.2</b>	<b>Mobilité granulaire</b>	<b>49</b>
3.2.1	Diffusivité des grains	49
3.2.2	Diffusivité effective	53
3.2.3	Énergie d'agitation et diffusion	56
3.2.4	Susceptibilité dynamique	57
3.2.5	Corrélations des déplacements	59

---

## 3.1 Caractérisation de l'empilement vibré

### 3.1.1 Objectifs

Un empilement granulaire constitue un système modèle simple pouvant permettre une meilleure compréhension du comportement physique des phases vitreuses. Toutes les études démontrent l'existence de nombreuses analogies entre les milieux granulaires denses au voisinage de la transition d'encombrement et les liquides surfondus (relaxation lente, vieillissement, effet mémoire, etc). Des modélisations basées sur des empilements bidimensionnels de grains ont fait l'objet récemment de plusieurs études qui offrent une vision simple et directe du comportement dynamique [59], [1], [20]. Pourtant, ces systèmes sont fondamentalement différents des systèmes vitreux thermalisés en raison du caractère fortement dissipatifs des interactions, et il est donc nécessaire de mettre en oeuvre un forçage mécanique pour créer de l'agitation. Pour les milieux granulaires dilués, les interactions entre les grains sont essentiellement des collisions binaires. Dans ce cas, la dynamique est bien décrite par une théorie cinétique où les fluctuations de vitesse jouent le rôle d'une température cinétique. Pour les milieux denses, on a pu pousser pour des assemblées de disques durs et très faiblement dissipatifs les résultats de la théorie cinétique jusqu'à des compacités extrêmement élevées [47]. En revanche, il apparaît que cette approche échoue en présence de contacts multiples entre les grains et d'un transfert d'énergie et de quantité de mouvement dans la matrice élastique ainsi formée. Dans ce cas, les modes internes de vibration du milieu jouent un rôle important dans le transfert énergétique [41].

Dans un premier temps, pour notre système granulaire vibré, nous nous attacherons à mesurer les champs macroscopiques de compacité et d'énergie et nous comparerons nos résultats aux résultats standards de la théorie cinétique. Ensuite, nous nous intéresserons à la mobilité individuelle des grains au sein de la phase dense que nous tenterons de relier aux propriétés d'agitation et aux comportements collectifs des grains au voisinage de la transition d'encombrement. Cette étude devrait permettre d'éclairer les propriétés particulières des modes de transport dans cet état de la matière. Nous rappelons ici qu'un aspect essentiel de notre expérience est l'existence d'un gradient important de pression du à la gravité qui induit une pression de confinement croissante avec la profondeur ; c'est une caractéristique importante qui nous différencie des travaux précédents sur les systèmes modèles 2D vitreux [59], [20].

### 3.1.2 Protocole expérimental

Dans cette étude expérimentale, nous avons choisi de caractériser l'empilement à deux échelles de temps différentes pour une fréquence d'excitation  $f_E = 20\text{Hz}$

(voir la figure 3.1). Une échelle de temps courte nous permet de mesurer les vitesses instantanées de tous les grains. À l'aide d'une caméra rapide, des séquences d'images sont enregistrées à une fréquence d'acquisition d'au moins  $f_A = 1000\text{Hz}$  afin d'obtenir les déplacements successifs des grains sur une échelle de temps de  $3\text{s}$  et en déduire l'évolution temporelle des vitesses instantanées. Dans un deuxième temps, pour les mêmes conditions de vibration, on observe le système sur une échelle de temps plus longue. Une série de 3200 images est enregistrée toutes les secondes ( $f_A = 1\text{Hz}$ ). À cette échelle de temps, on peut réaliser un suivi de chacun des grains, et ainsi accéder à leur mobilité individuelle et aux corrélations spatio-temporelles de leurs mouvements.

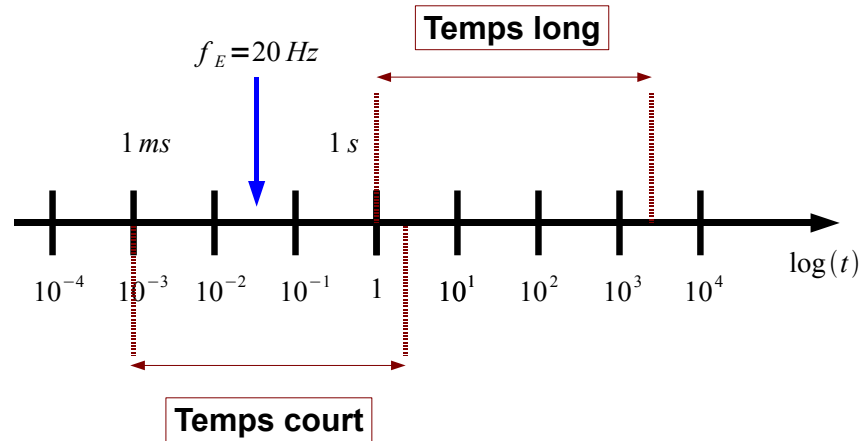


FIG. 3.1: Schéma des échelles de temps accessibles

La mesure au temps courts est systématiquement réalisée après 15 minutes de vibrations continues, afin d'éviter toute dynamique transitoire. Après une saisie d'images de  $3\text{s}$  à une fréquence d'acquisition  $f_A = 1000\text{Hz}$ , nous observons le milieu pendant  $3200\text{s}$  à une fréquence d'acquisition  $f_A = 1\text{Hz}$ . Pour nous assurer que les conditions de forçage n'ont pas été modifiées au cours de cette expérience d'une heure, une acquisition à temps courts est réalisée à nouveau. Étant donné la nature verticale du forçage de l'expérience, et puisque le champ de vision se trouve assez loin des bords verticaux de la cellule, on s'attend à ce que les observables macroscopiques soient invariantes par translation selon la direction horizontale  $\vec{e}_x$ . Cela nous conduit à considérer différentes zones à profondeur fixée, caractérisées par une pression de confinement  $P = \rho g z$ , qu'on appellera niveau  $n_z$ . On divise le champ de vision en plusieurs niveaux horizontaux, de même hauteur  $\Delta z = 20\text{mm} = 5d_p$ , avec dans chacun d'eux environ une centaine de grains (voir la figure 3.2). Les moyennes réalisées

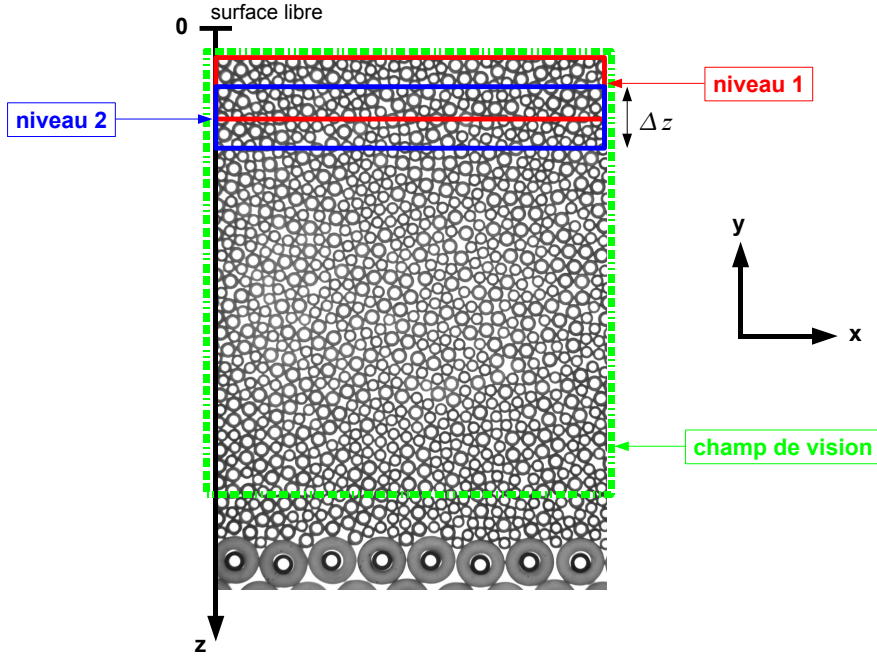
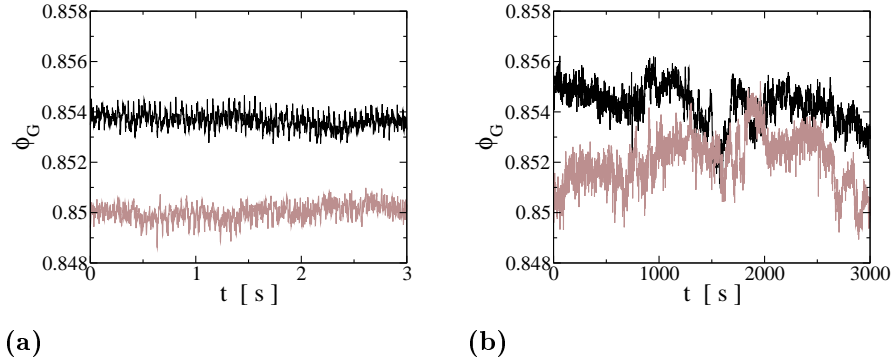


FIG. 3.2: Représentation de la cellule. L'origine de la profondeur  $z$  est pris à la surface libre, ((-), (-) représente deux niveaux, (-) le champ de vision).

sont faites soit au sein de chaque niveau, soit sur le champ de vision. On précisera le cas échéant. Les paramètres extérieurs que nous avons varié sont l'amplitude des pistons  $A_p$  et la hauteur d'empilement  $H_e$ .

### 3.1.3 Champs de compacité

Pour quantifier la compacité globale d'un empilement, le paramètre important qui permet de caractériser un milieu granulaire est la fraction d'empilement. La fraction d'empilement  $\phi$  d'un milieu granulaire (également appelée compacité) est définie comme le rapport de la surface occupée par les grains  $S_g$  et la surface totale  $S_T$ , soit  $\phi = \frac{S_g}{S_T}$ . Contrairement à d'autres expériences où la compacité est un paramètre de contrôle [49], [42], [14], il s'agit dans notre cas d'une observable qu'il n'est pas possible d'imposer a priori. La figure 3.3 montre l'évolution temporelle de la compacité globale  $\phi_G$  pour deux amplitudes de pistons, lors d'une sollicitation du système à une fréquence d'excitation de  $20\text{Hz}$  pendant une durée de  $T = 3\text{s}$  (figure 3.3a) et de  $T = 3200\text{s}$  (figure 3.3b). La compacité globale, bien que constante sur une échelle de temps courte, présente d'importantes fluctuations sur des temps plus longs. Des études précédentes montrent des évolutions très lentes de compacité globale des milieux granulaires vibrés avec le temps, soulignant la difficulté d'obtenir en pratique des situations réellement stationnaires. Ce problème nous conduit à étudier en premier lieu les fonctions de corrélation temporelles de la compacité globale. On

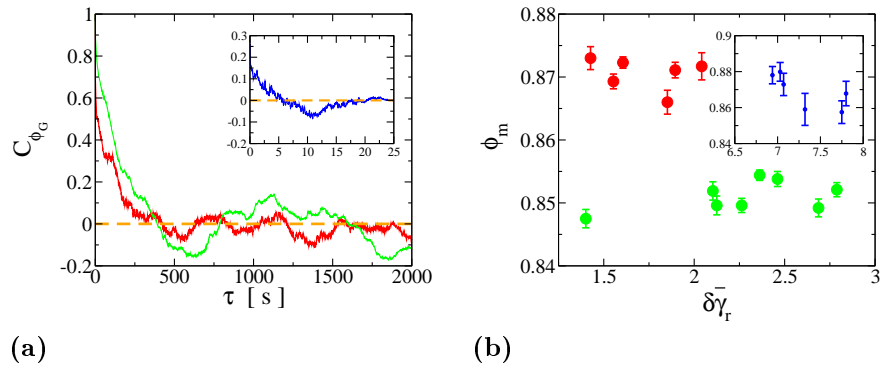


**FIG. 3.3:** Évolution de la compacité moyenne sur le champ global  $\phi_G$  au cours du temps pour  $H_e = 48d_p$  : (a) pendant 3s de sollicitation avec une fréquence d'acquisition  $f_A = 10^3 \text{ Hz}$  et (b) pendant 3000s de sollicitation avec une fréquence d'acquisition  $f_A = 1 \text{ Hz}$ . ((-)  $H_e = 48d_p$  et  $A_p = 6.0 \text{ mm}$ , (-)  $H_e = 48d_p$  et  $A_p = 2.0 \text{ mm}$ )

calcule la corrélation comme étant

$$C_\phi(\tau) = \langle \phi_G(t) \cdot \phi_G(t + \tau) \rangle_t - \langle \phi_G \rangle_t^2 \quad (3.1)$$

Sur la figure 3.4a, nous voyons que pour les deux hauteurs d'empilement  $H_e = 48d_p$  et  $H_e = 38d_p$ , le temps de décorrélation microscopique n'est pas tout à fait négligeable vis à vis du temps d'observation ( $\lesssim 500 \text{ s}$ ). Néanmoins, nous allons considérer ici que nous avons atteint un équilibre quasi stationnaire pour une observation de notre empilement sur une durée  $T = 3200 \text{ s}$  ( $\sim 1 \text{ h}$ ). Nous négligeons tout phénomène de relaxation lente. De plus, les corrélations que nous considérerons par la suite seront des corrélations à deux temps incluant implicitement un temps d'observation d'à peu près une heure. Sur la figure 3.4b, la valeur moyenne de la compacité



**FIG. 3.4:** (a) Fonction de corrélation temporelle de la compacité globale  $\phi_G$  au cours du temps  $\tau$  : (●)  $H_e = 48d_p$  et  $A_p = 6.0 \text{ mm}$ , (●)  $H_e = 38d_p$  et  $A_p = 6.0 \text{ mm}$  et (●)  $H_e = 15d_p$  et  $A_p = 6.0 \text{ mm}$ . (b) Compacité moyenne en fonction des fluctuations d'accélération des maillons : (●)  $H_e = 48d_p$ , (●)  $H_e = 38d_p$  et (●)  $H_e = 15d_p$

$\phi_m = \langle \phi_G \rangle$  est peu sensible aux conditions externes d'excitation caractérisées par les fluctuations d'accélération moyenne des maillons  $\delta\bar{\gamma}$ . En revanche, elle dépend fortement de la hauteur de la couche  $H_e$ . Notons que les barres d'erreur de la figure 3.4b ainsi que celle de la figure 3.5 qui suit, correspondent aux fluctuations quadratiques temporelles de la compacité et non aux incertitudes de mesure (qui sont évidemment bien inférieures).

Outre ces paramètres globaux, il est possible d'étudier le profil vertical de compacité moyennée sur le temps d'observation. Pour cela nous calculons la compacité moyenne sur des zones de hauteur  $\Delta z = 20\text{mm}$  à différentes profondeurs  $z$ . La figure 3.5 représente des profils de compacité moyenne  $\phi_l(z)$  pour les trois hauteurs d'empilement considérées. On observe un changement radical de comportement selon la valeur de la hauteur. Pour les hauteurs les plus faibles, on observe une augmentation de la compacité avec la profondeur. Ceci est un comportement générique de la théorie cinétique pour les milieux agités les moins denses [31]. En revanche, pour des hauteurs d'empilement plus importantes, on observe un comportement qui s'apparente à la transition d'inversion de densité initialement étudié par Meerson et al. [50] et mis en évidence expérimentalement par Eshuis et al. [26]. Notons toutefois que dans notre cas cette inversion de densité se situe à des accélérations beaucoup plus faibles que celles de Eshuis et al ( $\Gamma_c = 25$ ). Nous allons voir dans la suite

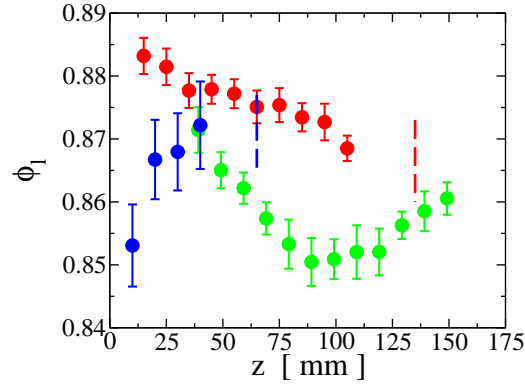


FIG. 3.5: Profil de compacité  $\phi_l(z)$ , (●)  $H_e = 48d_p$ ,  $A_p = 6.0\text{mm}$ , (●)  $H_e = 38d_p$ ,  $A_p = 3.0\text{mm}$  et (●)  $H_e = 15d_p$ ,  $A_p = 4.0\text{mm}$ .

de ce chapitre qu'une étude des propriétés d'agitation locale du milieu permet de rationaliser ces différentes observations.

### 3.1.4 Distributions des vitesses

À la fréquence d'acquisition  $f_A = 1000\text{Hz}$ , on peut déduire des vitesses discrètes instantanées. La vitesse instantanée d'un grain est évaluée comme étant son déplace-

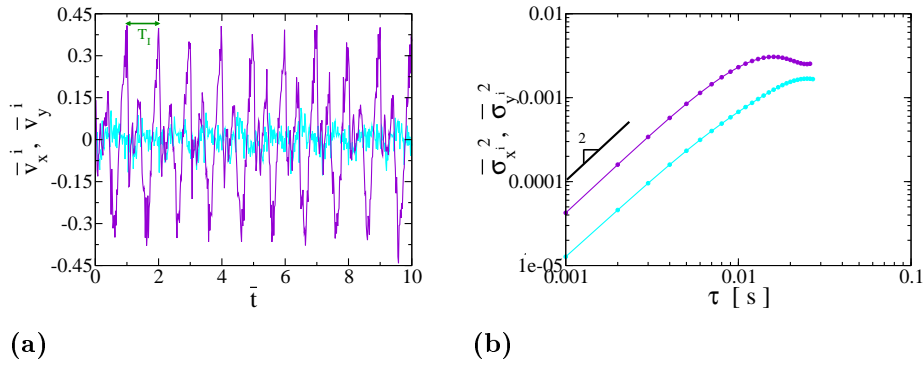
ment selon les deux directions durant un intervalle de temps  $\delta t = 10^{-3}\text{s}$ . En notant  $\vec{v}_i(t)$  la vitesse d'agitation d'un grain, on calcule ses composantes dans les directions  $x$  et  $y$  selon la formule

$$v_x^i(t) = \frac{\Delta x^i(t)}{\delta t} = \frac{x^i(t + \delta t) - x^i(t)}{\delta t}$$

et

$$v_y^i(t) = \frac{\Delta y^i(t)}{\delta t} = \frac{y^i(t + \delta t) - y^i(t)}{\delta t}$$

La figure 3.6a montre le comportement de cette vitesse adimensionnée  $\bar{v}_x^i = v_x^i/\sqrt{gd_p}$  et  $\bar{v}_y^i = v_y^i/\sqrt{gd_p}$  pour un grain  $i$  en fonction du temps adimensionné par la fréquence  $\bar{t} = t.f_E$ . Comme on pourrait s'y attendre avec le type d'agitation utilisée, l'amplitude des vitesses est plus importante selon la direction verticale qu'horizontale. Une période  $T_E = 0.05\text{s}$  due au forçage  $f_E = 20\text{Hz}$  apparaît clairement.



**FIG. 3.6:** (a) Évolution de la vitesse adimensionnée d'un grain  $\bar{v}_i$  en fonction du temps adimensionné  $\bar{t}$ . (b) Déplacement quadratique moyen adimensionné par  $d_p$  en fonction de  $\tau$ . ((•) direction horizontale et (•) direction verticale)

Le calcul du déplacement quadratique moyen permet entre autres d'identifier si le choix de  $\delta t = 10^{-3}\text{s}$  est pertinent pour définir une vitesse instantanée. On calcule d'abord pour un grain  $i$ , la moyenne et l'écart type des déplacements entre deux temps  $t$  et  $t + \tau$  selon les deux directions  $x$  et  $y$ . On rappelle que la discrétisation des temps se fait tel que  $\tau = n_\tau \cdot \delta t$  et  $T = n_T \cdot \delta t$  avec  $n_T = 3200$ . Le déplacement quadratique moyen est défini par

$$\sigma_x^{i2}(\tau) = \langle [x^i(t + \tau) - x^i(t)]^2 \rangle_{n_t} \quad (3.2)$$

où  $\langle \rangle_{n_t}$  indique une moyenne temporelle glissante de  $n_t = 1$  à  $n_t = n_T - n_\tau$ . La même formulation est utilisée pour la direction verticale  $y$ . La figure 3.6b représente les déplacements quadratiques moyens  $\sigma_x^{i2}(\tau)$ ,  $\sigma_y^{i2}(\tau)$  adimensionnés par  $d_p^2$  pour les deux directions. On constate une loi de puissance  $\sigma^2(\tau) \propto \tau^2$  pour les temps  $\tau$  jusqu'à  $0.01\text{s}$ , correspondant au régime balistique attendu.



On s'intéresse également à la distribution des vitesses. Pour chaque saut  $\Delta x^i(\tau)$  (ici, on prend explicitement  $\tau = \delta t = 10^{-3}s$ ), on définit une variable adimensionnée

$$\zeta(\tau) = \frac{1}{\tilde{\sigma}_x^i} (\Delta x^i(\tau) - \langle \Delta x^i(\tau) \rangle) \quad (3.3)$$

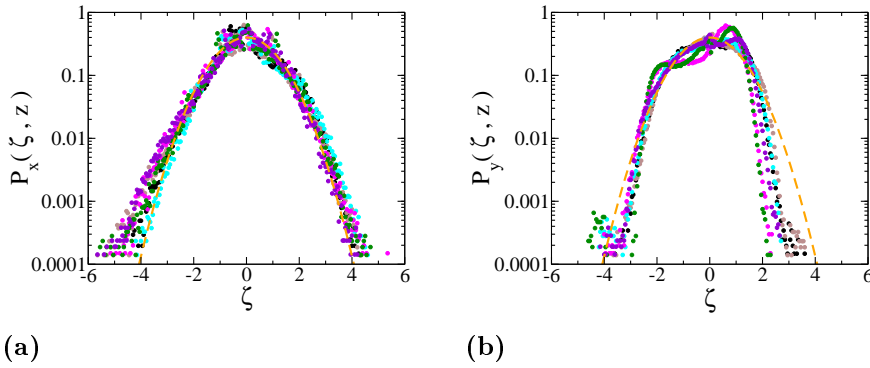
où  $\tilde{\sigma}_x^i$  est légèrement différent de  $\sigma_x^i$  car on a soustrait la valeur moyenne ( $\tilde{\sigma}_x^i = [\sigma_x^{i2} - \langle [\Delta x^i(\tau)]^2 \rangle]^{\frac{1}{2}}$ ). Notons que dans ce cas, les déplacements moyens sont complètement négligeables par rapport aux déplacements quadratiques. Cette distribution normalisée est telle que sa moyenne est nulle et son second moment est égale à 1.

On calcule ensuite la distribution de probabilité  $p_x^i(\zeta)$  pour un échantillonnage fixe  $\delta\zeta = 0.05$ . Cette distribution est moyennée sur l'ensemble des grains appartenant à un niveau  $z$ .

$$P_x(\zeta, z) = \frac{1}{N(z)} \sum_i p_x^i(\zeta) \quad (3.4)$$

où  $N(z)$  est le nombre de grains appartenant au niveau  $n_z$ . Cet adimensionnement permet une comparaison directe avec une distribution gaussienne  $g(\zeta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\zeta^2}{2}}$ . On fait la même analyse pour les sauts  $\Delta y^i(\tau)$  dans la direction verticale et on obtient la distribution normalisée :  $P_y(\zeta)$ .

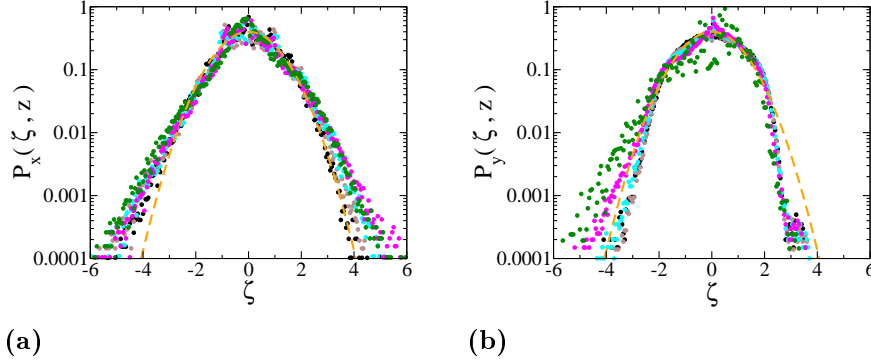
La figure 3.8 montre des distributions pour une profondeur  $z = 64.15mm$  selon les deux directions et pour des amplitudes de pistons  $A_p$  différentes. Les distribu-



**FIG. 3.7:** (a) Distributions normalisées des déplacements pour un temps  $\tau = 10^{-3}s$  selon la direction horizontale  $x$ . (b) Distributions normalisées des déplacements pour un temps  $\tau = 10^{-3}s$  selon la direction verticale  $y$ . (●)  $A_p = 8mm$ , (◐)  $A_p = 6mm$ , (◑)  $A_p = 4mm$ , (◒)  $A_p = 3mm$ , (◓)  $A_p = 2mm$  et (◔)  $A_p = 1mm$ . La courbe en trait pointillée est une gaussienne.

tions ne sont pas sensibles à l'amplitude de pistons  $A_p$ . Le caractère non-gaussien des distributions de vitesses apparaît clairement dans chacune des deux directions. Selon la direction verticale, l'agitation induit une asymétrie entre les deux directions haut/bas de déplacements des grains. Cette figure illustre en particulier le

caractère anisotrope de l'expérience. De plus, une légère différence apparaît dans les distributions selon la direction verticale  $y$  au niveau des queues avec la profondeur.



**FIG. 3.8:** (a) Distributions normalisées des déplacements pour un temps  $\tau = 10^{-3}s$  selon la direction horizontale. (b) Distributions normalisées des déplacements pour un temps  $\tau = 10^{-3}s$  selon la direction verticale  $y$ . ( $\bullet$ )  $z = 34.15mm$ , ( $\circ$ )  $z = 64.14mm$ , ( $\bullet$ )  $z = 94.15mm$ , ( $\bullet$ )  $z = 124.15mm$  et ( $\bullet$ )  $z = 154.15mm$ ). La courbe en trait pointillé est une gaussienne

### 3.1.5 Fluctuation d'énergie et forçage

Pour caractériser l'agitation moyenne d'un grain  $i$  à une profondeur donnée, on considère son énergie cinétique  $E_c^i$  définie à partir des fluctuations quadratiques de vitesse  $\delta v_i^2$  d'un grain  $i$ .

$$\delta v_i^2 = \delta v_{xi}^2 + \delta v_{yi}^2 \quad (3.5)$$

avec

$$\delta v_x^i{}^2 = \langle [v_{xi}(t) - \langle v_{xi} \rangle_t]^2 \rangle_t, \quad \delta v_y^i{}^2 = \langle [v_{yi}(t) - \langle v_{yi} \rangle_t]^2 \rangle_t. \quad (3.6)$$

où  $\langle \rangle_t$  indique une moyenne temporelle. L'énergie cinétique d'un grain est alors définie par la relation

$$E_c^i = \frac{1}{2} m_i \delta v_i^2 \quad (3.7)$$

En raison du caractère dissipatif des interactions granulaires, les phénomènes physiques auxquels on s'intéresse sont fortement reliés au forçage énergétique. Dans notre cas, le forçage est imposé par des vibrations à une certaine fréquence  $f_E = 20Hz$ . Il est donc intéressant de réaliser une étude spectrale des fluctuations de vitesse des grains. Pour chaque grain, on calcule la densité spectrale des fluctuations de vitesse. Pour chaque composante de la vitesse d'un grain  $i$   $\vec{v}_i(t)$ , la transformée de Fourier  $\tilde{v}_i(f)$  de  $v_{xi}(t)$  est définie par

$$\tilde{v}_{x^i}(f) = \sum_{k=1}^N v_{x^i}(t) e^{-2\pi j f_A \frac{k\Delta t}{N}} \quad (3.8)$$

où  $f_A$  correspond à la fréquence d'acquisition. La densité spectrale d'énergie du signal  $v_{x^i}$  est alors définie par

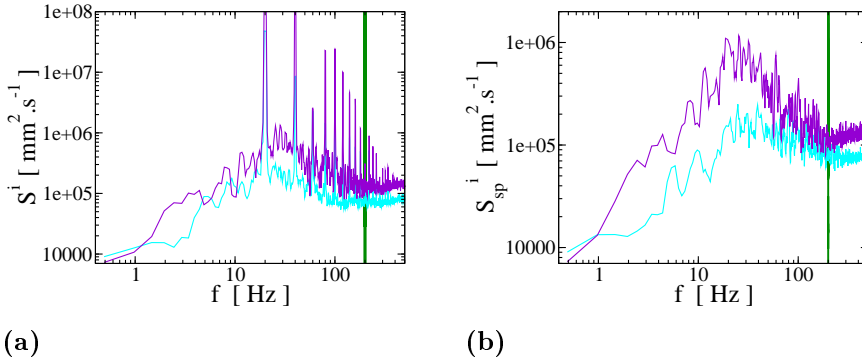
$$S_{v_x}^i(f) = \tilde{v}_{x^i}(f) \tilde{v}_{x^i}^*(f) \quad (3.9)$$

La densité spectrale d'énergie  $S_v^i$  est reliée à l'énergie cinétique moyenne d'un grain  $W_i$  par la relation

$$W_i = \frac{N}{4\delta t} \sum_n S_v^i(n) \quad (3.10)$$

où  $N$  est le nombre de points du vecteur vitesse d'entrée et  $\delta t = \frac{1}{f_A} = 10^{-3}s$ . On a l'égalité de Parseval  $\delta v_i^2 = W_i$ .

La figure 3.9a montre un exemple de spectre de fluctuation des vitesses pour un grain  $i$ . Le spectre est légèrement plus élevé selon la direction verticale, ce qui

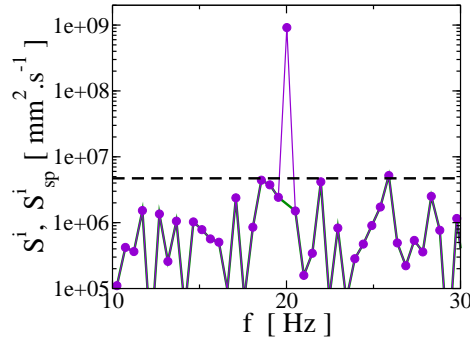


**FIG. 3.9:** (a) Spectres de fluctuations de vitesse  $S^i$  pour un grain  $i$  selon les directions  $x$  et  $y$ . (b) Spectres de fluctuations de vitesse après filtrage des pics d'injection  $S_{sp}^i$ . ( $A_p = 6mm$ , (—) direction horizontale et (—) direction verticale)

traduit une énergie d'agitation plus importante dans cette direction. On observe deux caractéristiques importantes sur cette courbe : aux basses fréquences, on atteint un pseudo plateau caractérisé soit par une valeur constante, soit par une faible croissance. Ce régime se prolonge par une forte croissance atteignant un maximum puis une décroissance pour les hautes fréquences. La présence d'un maximum  $f_m$  est intéressante car elle suggère l'existence d'une fréquence caractéristique ressemblant à une fréquence de résonance très amortie aux alentours de  $25Hz$ . Par analogie avec un liquide simple, cela correspondrait à la fréquence dite d'Einstein qui marque le comportement localement lié de molécules interagissant entre elles par un potentiel élastique [32]. Néanmoins, dans notre cas, il s'agirait plutôt d'un potentiel élastique effectif correspondant certainement à une dynamique locale de réarrangement des grains sous l'effet de la gravité. On rappelle que l'ordre de grandeur des fréquences

associées à la gravité pour une taille caractéristique de  $d_p = 4\text{mm}$  est de  $f = \sqrt{\frac{g}{2d}} = 35\text{Hz}$ . Enfin, aux plus hautes fréquences, on observe l'émergence d'un bruit correspondant à un bruit de détection qui correspondrait à une contribution en  $bf^2$  où  $b = 0.1$  est une valeur estimée à partir du bruit de détermination des positions.

On note aussi la présence de pics très marqués à la fréquence d'injection, ainsi qu'aux harmoniques correspondantes. La détermination de l'énergie à partir du spectre de fluctuation des vitesses, nous permet de séparer l'agitation en deux parties distinctes : l'énergie cinétique d'injection et l'énergie cinétique dite "thermalisée". Pour cela nous avons développé une procédure qui nous permet de séparer les deux contributions (voir la figure 3.10). On a associé la partie injection du spectre au pic fondamental à  $f = 20\text{Hz}$  et aux pics harmoniques et la partie thermalisée au reste du spectre. Une fois le filtrage réalisé, on calcule grâce à l'égalité de Parseval



**FIG. 3.10:** Représentation de la méthode de filtrage des pics de forçage. La courbe (—) correspond au spectre de vitesse centré sur le pic fondamental  $f_m = 20\text{Hz}$ , la courbe (—) représente le spectre obtenu après avoir supprimé le pic fondamental à  $20\text{Hz}$ .

les fluctuations quadratiques de vitesse contenues dans les spectres filtrés (partie "thermalisée")  $W_i^T = W_{ix}^T + W_{iy}^T$ ,  $W_{ix}^T$  et  $W_{iy}^T$  correspondant aux contributions des composantes verticale et horizontale de la vitesse. Notons que le calcul de l'intégrale reste limité aux fréquences inférieures à  $200\text{Hz}$ , au delà desquels le bruit de mesure commence à être trop important.

On s'intéresse maintenant au forçage énergétique et aux propriétés de transfert entre cette énergie que nous supposons contenue dans les pics harmoniques et l'agitation dite "thermalisée" contenue dans la partie désynchronisée des fluctuations de vitesse. On définit alors deux énergies :

- une énergie globale  $E_G$  à partir des fluctuations quadratiques de vitesse

$$E_G^i(z) = \frac{1}{2} m_i \delta v_i^2 \quad (3.11)$$

– une énergie "thermalisée" à partir du spectre filtré  $W_i^T$

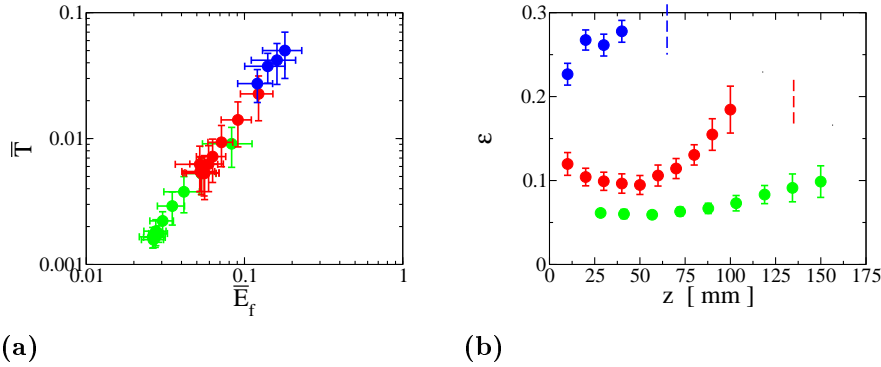
$$T^i(z) = \frac{1}{2} m_i W_i^T \quad (3.12)$$

Nous étudions ces grandeurs moyennées sur un ensemble de grain  $i$  appartenant à un même niveau. On obtient ainsi une énergie de forçage  $E_f(z)$  et un coefficient de transmission  $\epsilon(z)$  que l'on définit par les relations

$$E_G(z) = E_f(z) + T(z) \quad (3.13)$$

$$\epsilon(z) = \frac{T(z)}{E_f(z)} \quad (3.14)$$

La figure 3.11a montre l'évolution de l'énergie "thermalisée" en fonction de l'énergie de forçage. Sur la figure 3.11b, on représente le profil du coefficient de transfert



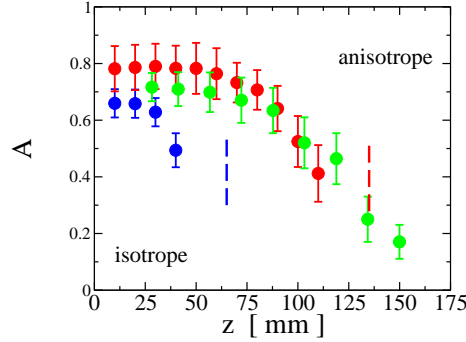
**FIG. 3.11:** (a) Énergie "thermalisée" en fonction de l'énergie de forçage, les énergies ont été normalisées par la valeur  $m_p g d_p$ . (b) Profil du coefficient de transfert  $\epsilon$ . (●)  $H_e = 48d_p$ ,  $A_p = 6.0mm$ , (●)  $H_e = 38d_p$ ,  $A_p = 6.0mm$  et (●)  $H_e = 15d_p$ ,  $A_p = 6.0mm$

avec la profondeur. Il est difficile de prédire le coefficient  $\epsilon$  à travers les paramètres externes, néanmoins sa valeur reste bornée dans un facteur deux. Le transfert énergétique semble plus efficace pour les hauteurs de couche les plus faibles.

Pour finir la caractérisation des propriétés de vibration de l'empilement, on s'intéresse à l'anisotropie de la vibration. On définit alors un coefficient d'anisotropie  $A$  par

$$A = \frac{\delta v_x^{i2} - \delta v_y^{i2}}{\delta v_x^{i2} + \delta v_y^{i2}} \quad (3.15)$$

où  $\delta v_x^{i2}$  et  $\delta v_y^{i2}$  sont les fluctuations quadratiques de vitesse. Le forçage induit une



**FIG. 3.12:** Facteur d'anisotropie  $A$  en fonction de la profondeur. (pour  $H_e = 48d_p$  : (●)  $H_e = 48d_p$ ,  $A_p = 6.0\text{mm}$ , (●)  $H_e = 38d_p$ ,  $A_p = 6.0\text{mm}$  et (●)  $H_e = 15d_p$ ,  $A_p = 6.0\text{mm}$ ).

anisotropie, telle que l'agitation verticale est nettement plus grande près de la surface libre. L'anisotropie diminue avec la pression de confinement. Ce résultat semble contre intuitif car on pourrait s'attendre à ce que l'anisotropie soit plus forte proche du mur thermique, étant donné la nature verticale du forçage. Nous verrons dans la section suivante que ce comportement est en fait lié à la pression de confinement présente au sein du système.

### 3.1.6 Équation d'état

Pour un fluide classique thermalisé, le théorème d'équipartition de l'énergie thermique relie l'énergie cinétique à la température thermodynamique  $\Theta$  à travers la relation

$$E_c = \frac{\mathcal{D}}{2} k_B \Theta \quad (3.16)$$

où  $\mathcal{D}$  est le nombre de degré de liberté de translation (ici  $\mathcal{D} = 2$ ) et  $k_B$  la constante de Boltzmann. D'autre part l'équation d'état de ce fluide relie l'énergie thermique à la pression  $P$  selon une équation du type

$$P = nk_B \Theta \mathcal{Z}(\phi) \quad (3.17)$$

où  $n$  est la densité volumique et  $\mathcal{Z}(\phi)$  est appelé facteur de compressibilité. Pour un gaz parfait de particules identiques, on a  $\mathcal{Z} = 1$ . Ce facteur de compressibilité a été calculé pour un ensemble de disques durs mono-disperses [34], [46] et poly-disperses pour des systèmes non dissipatifs ou très faiblement dissipatifs.

Génériquement, la théorie cinétique ou les simulations numériques donnent un comportement divergeant asymptotique du type  $\mathcal{Z} \propto (\phi - \phi^*)^{-\beta}$  où  $\phi^*$  est une compacité maximale, et où les arguments les plus simples de type champ moyen

donnent une valeur de  $\beta = 1$ . Pour une assemblée bidimensionnelle de disques durs non dissipatifs, divers auteurs ont établi différentes relations [37], [29]. Ici nous considérons les résultats récents sur des empilements bidimensionnels de disques durs mono-disperses et non dissipatifs où la forme explicite de l'équation d'état proposée par Luding [47] est

$$\mathcal{Z}(\phi) = \frac{2\phi^*}{\phi^* - \phi} h(\phi^* - \phi) - 1 \quad (3.18)$$

où  $h(\phi) = 1 + c_1 \cdot (\phi^* - \phi) + c_2 \cdot (\phi^* - \phi)^3$  et  $\phi^* = \frac{\pi}{2\sqrt{3}}$  est la compacité de l'empilement triangulaire compact.

Dans notre cas, du fait de la gravité, la pression exercée sur les grains dépend de la profondeur  $z$  et on a

$$P(z) = \int_0^z \rho(z') g dz' \quad (3.19)$$

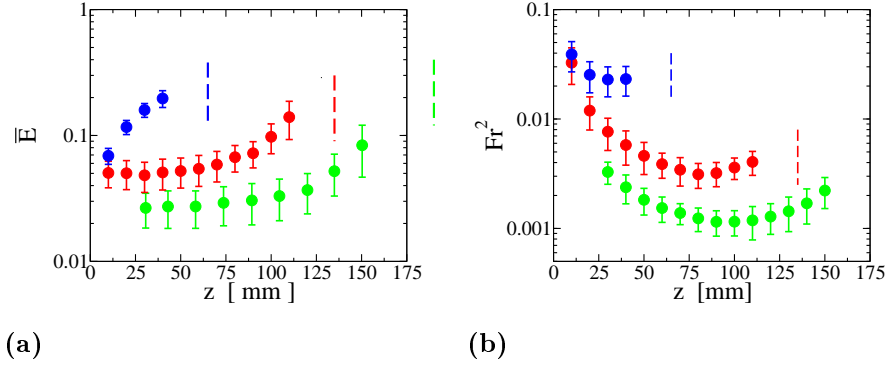
où  $\rho(z)$  est la masse volumique à une profondeur moyenne  $z$ . Pour chaque grain  $i$ , on peut définir un nombre sans dimension qui compare l'agitation cinétique et la pression de confinement à travers la relation  $\frac{\rho(z_i) E_c^i}{P(z_i)}$  où  $z_i$  est la profondeur moyenne du grain  $i$ . Notons qu'en pratique, pendant les 3s de mesure, la position des grains varie peu. Comme nous avons des densités qui varient relativement peu avec la profondeur, on choisit de remplacer ce nombre sans dimension par le carré d'un nombre de Froude que l'on définit comme

$$Fr_i^2 = \frac{m_i \delta v_i^2}{\bar{m} 2gz_i} \quad (3.20)$$

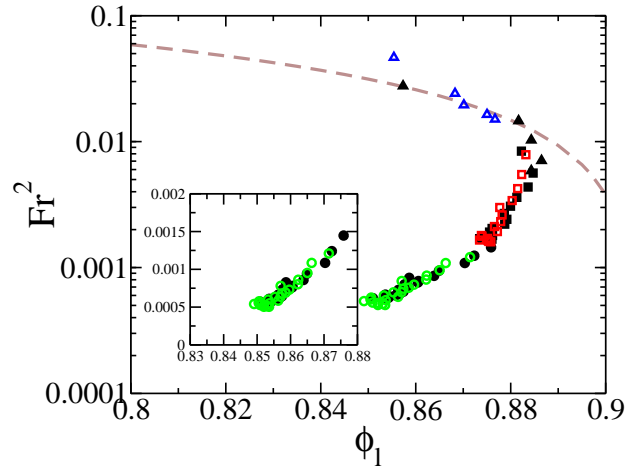
où  $\bar{m} = \kappa_p m_p + (1 - \kappa_p) m_g$  est la masse pondérée (voir la section 2.2). La normalisation par  $\bar{m}$  a été choisie pour assurer la correspondance entre ce nombre sans dimension et l'inverse du facteur de compressibilité  $\mathcal{Z}(\phi)$  (avec  $\rho = \bar{m} \cdot \bar{n}$ ).

On réalise des moyennes spatiales sur chaque niveau afin d'établir des variations selon la profondeur de l'énergie cinétique moyenne  $E_c(z)$  par grain et du carré du nombre de Froude  $Fr^2(z)$  (voir la figure 3.13). Les moyennes sont prises sur un ensemble de grains d'un même niveau. Pour les hauteurs d'empilements les plus élevées, ces deux profils sont assez identiques. L'énergie cinétique moyenne croît dans la partie profonde de l'empilement pour ensuite saturer dans les parties hautes. En revanche, pour la couche la moins épaisse, on n'observe ni les paliers pour l'énergie cinétique, ni la remontée du nombre de Froude au carré pour les profondeurs élevées.

La mesure du profil du nombre de Froude  $Fr^2(z)$  associée au profil de compacité  $\phi(z)$  (voir la figure 3.5) nous permet de tester une relation qui serait l'équivalent d'une équation d'état d'un gaz dissipatif. Sur la figure 3.14, on représente pour chaque profondeur  $Fr^2(z)$  en fonction de  $\phi(z)$ , ce qui équivaldrait à représenter  $\frac{1}{\mathcal{Z}(\phi)}$ .



**FIG. 3.13:** (a) Profil d'énergie cinétique par grain adimensionnée par  $m_p g d_p$ , (b) profil du nombre de Froude local au carré moyen  $Fr^2(z)$ . (●)  $H_e = 48d_p$ ,  $A_p = 6.0mm$ , (●)  $H_e = 38d_p$ ,  $A_p = 6.0mm$  et (●)  $H_e = 15d_p$ ,  $A_p = 6.0mm$



**FIG. 3.14:** Le carré du nombre de Froude local  $Fr^2$  en fonction de la compacité locale  $\phi_1$ . (pour  $H_e = 48d_p$  : (●)  $A_p = 8.0mm$ , (○)  $A_p = 6.0mm$ , pour  $H_e = 38d_p$  : (■)  $A_p = 6.0mm$ , (□)  $A_p = 2.6mm$ , pour  $H_e = 15d_p$  : (△)  $A_p = 6.0mm$ , (△)  $A_p = 3.0mm$ .

Cette courbe est un résultat surprenant à plusieurs titres. Tout d'abord, elle montre un regroupement de l'ensemble des points expérimentaux sur ce qui semble être une courbe unique pour différentes conditions d'agitations et hauteurs d'empilement. Aux nombres de Froude les plus élevés, on observe le comportement générique attendu pour l'équation d'état d'un gaz dissipatif, c'est-à-dire une décroissance avec la compacité. Cette situation correspond principalement aux hauteurs d'empilement les plus faibles. On a représenté sur ce graphe l'inverse du facteur de compressibilité dans le cas mono-dispersé et non dissipatif (voir équation 3.18), qui permet une comparaison directe avec nos données. En revanche, pour les hauteurs d'empilement plus élevées, correspondant aux nombres de Froude les plus faibles, on observe un



comportement strictement inverse à celui attendu pour un gaz dissipatif : le nombre de Froude croît avec la compacité. Le nombre de Froude peut être vu comme l'énergie cinétique moyenne stockée dans le système à une pression de confinement donnée et celle-ci semble diminuer fortement quand la compacité diminue. La question qui se pose alors est de comprendre le mode de transfert de l'énergie qui assurément n'est pas collisionnel comme le suppose la théorie cinétique. Dans le cas où le nombre de couche est important, il a été établi par des travaux précédents qu'un gaz granulaire dissipatif se condense du fait de "l'effondrement inélastique" (inelastic collapse) [45]. Dans ce cas, on peut supposer que le transfert d'énergie se fasse par des modes élastiques au travers du réseau des contacts granulaires.

Dans cette vision, on voit que la compacité est sûrement un paramètre crucial qui détermine la structure du réseau des contacts entre les grains. C'est en tout cas un résultat établi pour les empilements statiques. Dans ce cas, lorsque la compacité diminue, on s'approche d'un point dit "isostatique" où la stabilité mécanique de l'empilement devient marginale. À notre connaissance, peu de travaux ont été réalisés quand le système est soumis à des vibrations. Dans le système modèle bi-dimensionnel de Lechenault et al., la compacité est aussi un paramètre crucial qui détermine la transition entre les comportements "liquide" et "solide" [42]. Mais le mode d'injection de l'énergie se fait par un frottement homogène sur le plan horizontal de la cellule. La compacité joue aussi un rôle important pour cette transition dans le système quasi-bidimensionnel vibré de Reis et al. [58] Dans notre cas, l'énergie provient des pistons situés dans la partie inférieure du système et doit donc transiter à travers le milieu pour permettre la fluidisation. On entrevoit ainsi une complexité de comportement, car la transmission de l'énergie se fait d'autant mieux que le système est compact. En revanche, une forte agitation qui résulte d'une importante énergie transmise a tendance à diminuer la compacité et donc, réduire la qualité du transfert énergétique. C'est sûrement la raison pour laquelle j'ai eu du mal à trouver une relation simple entre l'énergie injectée au niveau des pistons et l'énergie effectivement transmise dans l'empilement. Sur cette branche, une question intéressante est de savoir si les fractions d'empilement les plus faibles correspondraient à une annulation de l'énergie transmise pour une valeur précise de la fraction d'empilement. Un prolongement naïf linéaire de mes données expérimentales donnerait un nombre de Froude qui s'annule à une valeur de la compacité  $\phi = 0.835$ . Il serait sûrement intéressant d'étudier ce problème dans le cadre de simulations numériques où l'énergie élastique transmise peut être directement mesurée et tester ainsi directement ces hypothèses.

## 3.2 Mobilité granulaire

### 3.2.1 Diffusivité des grains

La vibration induit des mouvements irréversibles de position des grains dans l'empilement. Dans un premier temps nous allons étudier la diffusivité individuelle des grains et tenter de la relier aux conditions de vibration. Dans ce chapitre, nous allons présenter les résultats sur les empilements de hauteurs les plus grande ( $H_e = 48d_p$  et  $H_e = 38d_p$ ), dans le cas où la dynamique semble la plus bloquée. Le suivi des trajectoires est de l'ordre d'une heure avec une fréquence d'acquisition de  $1\text{Hz}$ . La figure 3.15 représente les trajectoires effectuées par quelques grains pour une vibration appliquée pendant 3200 secondes. Chaque point représente le centre d'un grain à un instant donné. Les grains ont un mouvement aléatoire qui

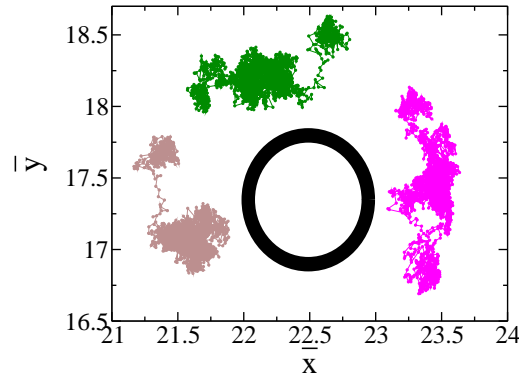
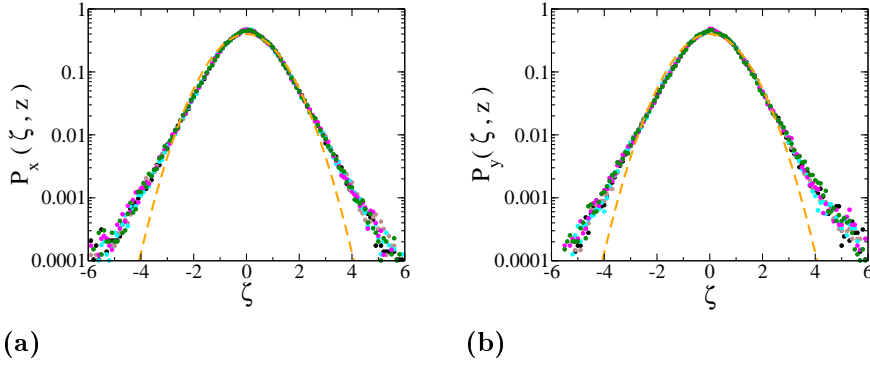


FIG. 3.15: Trajectoires typiques de grains.

se caractérise par une dynamique qui peut se séparer en deux étapes. Par instant, ils évoluent à l'intérieur d'une région limitée, puis s'en échappent avant de rester à nouveau bloqués dans une autre région. Ce phénomène est appelé un effet de cage. Le cercle représenté sur la figure 3.15, nous permet de constater que les échelles de mouvement sont bien inférieures au diamètre d'un grain. Ces phénomènes ont déjà été observés pour les milieux granulaires dans les expériences de O. Pouliquen [53], de G. Marty [49] et de P. Reis [58]. Mais aussi dans d'autres systèmes comme les suspensions colloïdales [64] ou les liquides surfondus [22], où les mêmes trajectoires caractéristiques sont observées.

Pour quantifier la mobilité des grains, on s'intéresse d'abord aux distributions de probabilité de saut pour un temps  $\tau$  à une profondeur  $z$ . On définit les distributions normalisées de déplacement d'un grain  $i$   $p'_x, p'_y$  de la variable réduite de saut  $\zeta$  comme dans la sous-section 3.1.5 (voir l'équation 3.3) et la moyenne par niveau  $n_z$  (voir l'équation 3.4).

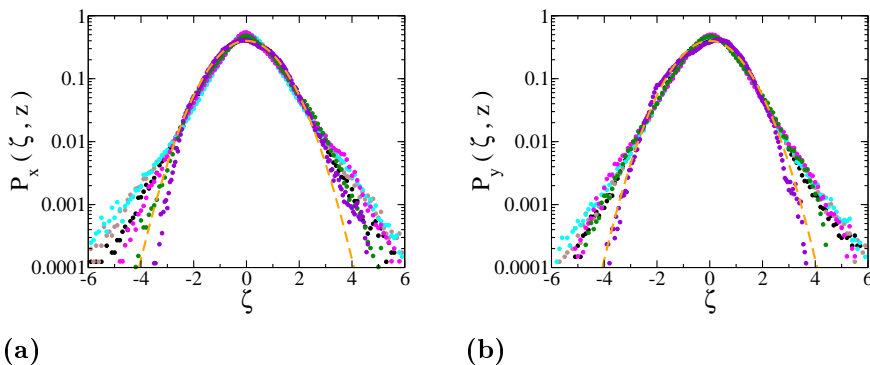
La figure 3.16 montre les distributions normalisées des déplacements pour un temps  $\tau = 1s$  et à différentes profondeurs. D'une manière générale, la forme de ces



**FIG. 3.16:** (a) Distributions des déplacements selon  $x$  pour  $\tau = 1s$ . (b) Distributions des déplacements selon  $y$  pour  $\tau = 1s$ . Pour  $H_e = 48d_p$  et  $A_p = 6.0mm$  : (●)  $z = 34.15mm$ , (●)  $z = 64.15mm$ , (●)  $z = 94.15mm$ , (●)  $z = 124.15mm$ , (●)  $z = 154.15mm$ . La courbe en trait pointillée représente une gaussienne.

courbes est indépendante de la profondeur. Pour des valeurs  $\zeta > 2$  (c'est à dire pour des tailles de saut de deux fois l'écart quadratique moyen), on observe un écart net à la gaussiannité : les distributions présentent des queues larges. Dans la littérature, les grands déplacements ont souvent été associés aux "sorties de cage" observées sur la figure 3.15. Cette interprétation peut prêter à confusion. Dans nos observations, ces événements sont rarement associés à des changements de voisins et constituent plutôt la marque d'une dynamique collective que nous allons étudier par la suite.

La figure 3.17 montre les distributions de probabilité à une profondeur  $z = 64.15mm$  pour plusieurs temps  $\tau$ . On note la présence d'une légère variation au



**FIG. 3.17:** (a) Distributions des déplacements selon  $x$  pour  $z = 64.15mm$ . (b) Distributions des déplacements selon  $y$  pour  $z = 64.15mm$ . Pour  $H_e = 48d_p$  et  $A_p = 6.0mm$  : (●)  $\tau = 1s$ , (●)  $\tau = 5s$ , (●)  $\tau = 10s$ , (●)  $\tau = 50s$ , (●)  $\tau = 100s$  et (●)  $\tau = 500s$ . La courbe en trait pointillée représente une gaussienne.

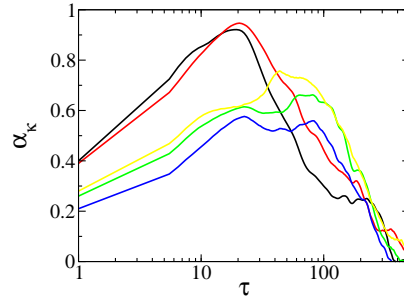
niveau des queues selon le temps de saut  $\tau$ . Pour des temps de saut grands, on

s'approche d'un comportement gaussien.

Weeks et al. pour les systèmes colloïdaux, puis Marty et al pour les systèmes granulaires, ont proposé que les temps typiques de sorties de cage peuvent être quantitativement déterminés à partir de la kurtosis de la distribution  $\alpha_k(\tau)$  [49].

$$\alpha_k(\tau) = \frac{\langle \Delta r^4(\tau) \rangle}{3 \langle \Delta r^2(\tau) \rangle^2} - 1 \quad (3.21)$$

La figure 3.18 montre l'évolution du coefficient  $\alpha_k$  en fonction du temps  $\tau$  à différentes profondeurs. La courbe n'est pas monotone et présente un maximum qui, sur cet exemple, a tendance à augmenter avec la profondeur. Pour les temps  $\tau$  grands, on voit que les distributions tendent vers une gaussienne, ce qui indique un changement de comportement dynamique au temps longs. C'est ce que nous allons voir en étudiant plus précisément le second moment des distributions de saut (voir l'équation 3.2 pour la définition du déplacement quadratique selon  $x$  pour chaque grain  $i$ ,  $\sigma_x^{i2}(\tau)$ ).

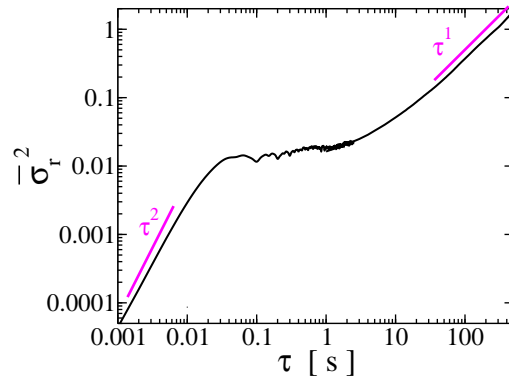


**FIG. 3.18:** Paramètre de non-gaussianité (kurtosis) pour  $A_p = 4mm$ , (—)  $z = 34.15mm$ , (—)  $z = 64.15mm$ , (—)  $z = 94.15mm$ , (—)  $z = 114.15mm$ , (—)  $z = 134.15mm$ .

Dans ce qui suit, les écarts quadratiques pour chaque grain sont moyennés sur un niveau, de manière à obtenir la distance quadratique moyenne parcouru pendant un temps  $\tau$ .

$$\sigma_r^2(\tau, z) = \frac{1}{N(z)} \sum_i \sigma_x^{i2}(\tau) + \sigma_y^{i2}(\tau) \quad (3.22)$$

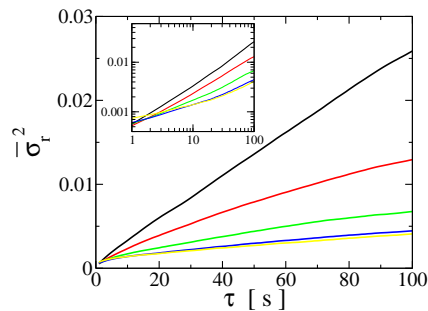
où  $N(z)$  est le nombre de grains appartenant au même niveau. La figure 3.19 montre un déplacement quadratique moyen moyenné sur un ensemble de grains d'un même niveau au cours du temps  $\tau$ . Dans ce cas, nous avons en outre regardé le déplacement quadratique moyen aux temps court ( $\delta t = 10^{-3}s$ ). Sur cette courbe, on observe trois régimes différents. Aux temps très courts un régime balistique avec  $\sigma_r^2(\tau) \sim \tau^2$  (déjà discuté à la sous section 3.1.4). Il est suivi par un plateau puis un régime sous-diffusif, où le déplacement quadratique évolue très lentement. Ce comportement sous-diffusif est typique des milieux granulaires et des systèmes vitreux, et est généralement



**FIG. 3.19:** Déplacements quadratiques moyens normalisés au cours du temps  $\tau$ . Les longueurs sont normalisées par la taille d'un petit grain  $d_p$ .

associé aux effets de cages [58]. Enfin, aux temps longs, on trouve un régime diffusif avec  $\sigma_r^2(\tau) \sim \tau$ . Dans certains cas, le régime diffusif peut être suivi d'un régime super-diffusif. Cela apparaît parfois pour les niveaux les plus proches de la surface libre. Cette dynamique de mobilité et ces différents régimes se retrouvent aussi dans les systèmes colloïdaux [64], [22], [27].

La figure 3.20 montre le déplacement quadratique moyen pour différentes profondeurs. Cette courbe illustre clairement un effet de la pression de confinement sur le régime de diffusion des grains. À mesure que l'on augmente la profondeur, les grains se bloquent ou mettent de plus en plus de temps à atteindre un régime diffusif.



**FIG. 3.20:** Déplacement quadratique moyen normalisé par  $d_p^2$  à plusieurs profondeurs pour  $H_e = 48d_p$  et  $A_p = 4.0\text{mm}$  : (—)  $z = 34.15\text{mm}$ , (—)  $z = 64.15\text{mm}$ , (—)  $z = 94.15\text{mm}$ , (—)  $z = 114.15\text{mm}$  et (—)  $z = 134.15\text{mm}$ . En inset, ce sont les mêmes données sur une échelle log-log

### 3.2.2 Diffusivité effective

#### Exposants de diffusivité : $\lambda(\tau)$

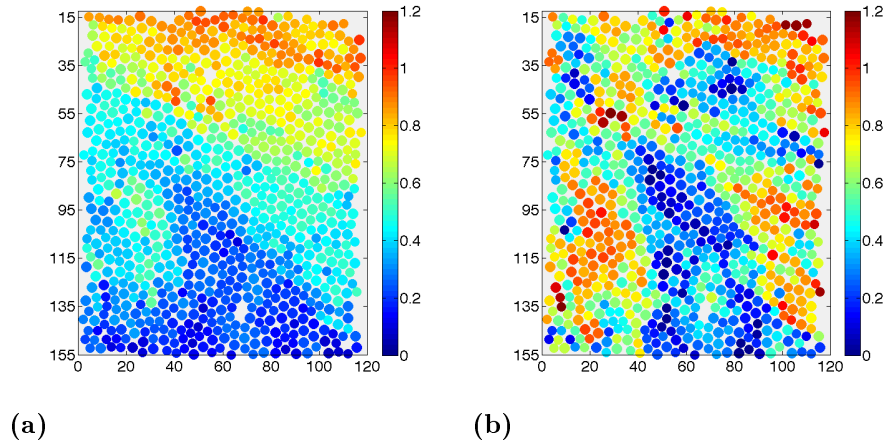
Pour caractériser les effets de blocage, on peut définir comme C.A. Angell [4] un exposant effectif de mobilité pour chaque grain  $i$  tel que

$$\sigma^{i2}(\tau) = A\tau^{\lambda^i(\tau)} \quad (3.23)$$

Pour les parties les plus mobile, on retrouve la limite de diffusion normale tel que  $\lambda = 1$  ( $\sigma^2(\tau) = 4D\tau$ , où  $D$  est le coefficient de diffusion). En revanche, pour les parties les moins mobiles, l'exposant est faible  $\lambda(\tau) < 1$  voire  $\lambda = 0$  si le grain est complètement bloqué. En pratique, afin de réduire le bruit de mesure, l'exposant a été obtenu en faisant un ajustement du déplacement quadratique autour du temps  $\tau$  et en réalisant sur la fonction ajustée la dérivée logarithmique :

$$\lambda^i(\tau) = \frac{\partial \log \sigma^{i2}(\tau)}{\partial \log \tau} \quad (3.24)$$

Sur la figure 3.21, on représente la distribution spatiale des exposants à deux échelles de temps  $\tau = 30s$  et  $\tau = 100s$  pour l'ensemble des grains. Pour chaque grain, on associe une couleur reflétant la valeur de  $\lambda$ . En moyenne, on constate pour les



**FIG. 3.21:** Cartographie des exposants locaux  $\lambda(\tau)$  calculés à deux échelles de temps (a)  $\tau = 30s$  et (b)  $\tau = 100s$ ,  $He = 48d_p$  et  $A_p = 4mm$ .

régions les plus hautes que le comportement est quasiment diffusif voire légèrement sur-diffusif. Pour les profondeurs les plus basses, les grains sont essentiellement sous diffusifs voire quasiment bloqués. En revanche, par-dessus cet effet moyen, il peut exister, pour un niveau donné, de fortes hétérogénéités et une tendance pour les grains à se regrouper dans des régions de même mobilité. Pour les temps  $\tau$  les

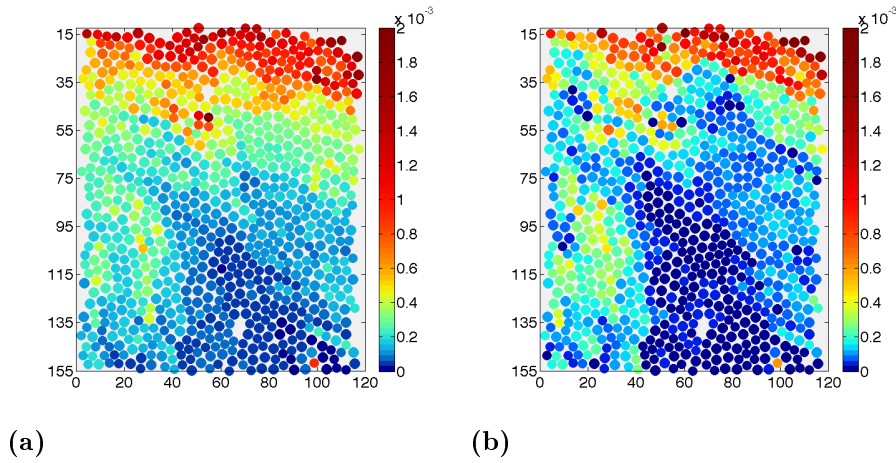
plus élevés, les exposants effectifs ont tendance à remonter. Néanmoins, il n'est pas possible de conclure qu'un palier diffusif est atteint pour l'ensemble du système. La tendance moyenne observée justifie au premier ordre une analyse par niveau pour caractériser une diffusivité moyenne, tandis que l'existence des hétérogénéités traduit un comportement global que nous tenterons d'identifier par la suite.

### Coefficient de diffusivité effective : $D_e(\tau)$

Pour caractériser la mobilité des grains dans le milieu vibré, on peut alternativement définir un coefficient de diffusion effectif  $D_e^i(\tau)$ , en calculant pour chacun des grains  $i$ , la dérivée du déplacement quadratique :

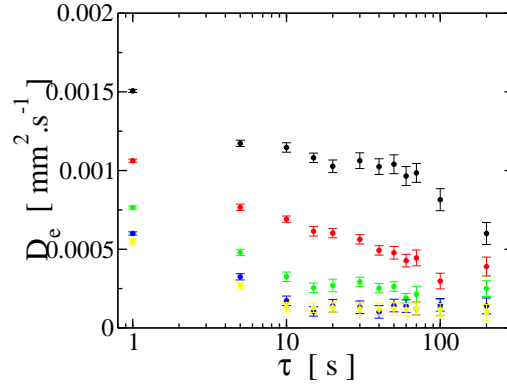
$$D_e^i(\tau) = \frac{1}{4} \frac{d\sigma_r^{i^2}(\tau)}{d\tau} \quad (3.25)$$

La figure 3.22 montre une cartographie des coefficients de diffusion effectifs pour deux temps  $\tau = 30\text{s}$  et  $\tau = 100\text{s}$ . On observe des fluctuations d'un grain à l'autre qui



**FIG. 3.22:** Cartographie du coefficient de diffusion effectif  $D_e$  pour deux temps (a)  $\tau = 30\text{s}$  et (b)  $\tau = 100\text{s}$ , calculé pour chaque grain, avec  $He = 48d_p$  et  $A_p = 4\text{mm}$ .

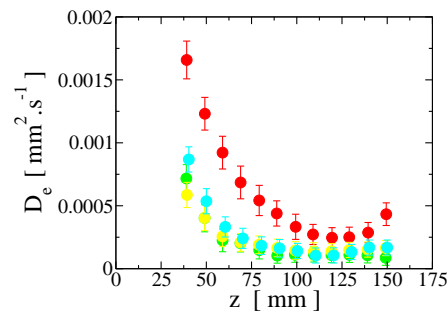
peuvent être importantes au sein d'un même niveau de profondeur. Toutefois, comme pour les exposants effectifs, on note qu'il y a une forte tendance pour les grains à être plus mobiles aux temps longs et près de la surface libre. Ainsi, en moyennant à une profondeur donnée les valeurs de coefficient de diffusion, on obtient les courbes de la figure 3.23, où l'on représente la diffusivité effective en fonction du temps  $\tau$  à différentes profondeurs. Pour des valeurs de  $\tau$  entre  $100\text{s}$  et  $300\text{s}$ , le système a tendance à faire apparaître un pseudo plateau, bien qu'il ne soit pas absolument certain qu'un régime stationnaire a été obtenu pour l'ensemble du système. En pratique, il nous est en effet difficile de prendre des temps  $\tau$  plus grands car le



**FIG. 3.23:** Coefficient de diffusion effectif  $D_e(z)$  au cours du temps  $\tau$  pour des profondeurs (●)  $z = 34.15\text{mm}$ , (●)  $z = 64.15\text{mm}$ , (●)  $z = 94.15\text{mm}$ , (●)  $z = 114.15\text{mm}$  et (●)  $z = 134.15\text{mm}$ .

calcul donnerait des incertitudes trop importantes pour le temps de mesure global  $T = 3200\text{s}$ .

La figure 3.24 représente la valeur du coefficient de diffusion effectif moyen à  $\tau = 100\text{s}$  en fonction de la profondeur pour deux hauteurs d'empilement et pour différentes conditions de vibration. Proche de la surface libre, la diffusivité est importante, et diminue ensuite avec la profondeur. Dans certains cas, elle ré-augmente légèrement après  $z \sim 130\text{mm}$ . Qualitativement, le comportement est relativement



**FIG. 3.24:** Profil du coefficient de diffusion effectif  $D_e(z)$  pour  $\tau = 100\text{s}$ . (●)  $H_e = 48d_p$  et  $A_p = 6\text{mm}$ , (●)  $H_e = 48d_p$  et  $A_p = 4\text{mm}$ , (●)  $H_e = 48d_p$  et  $A_p = 2.6\text{mm}$ , (●)  $H_e = 48d_p$  et  $A_p = 1\text{mm}$

identique quelque soit l'amplitude des pistons ou la hauteur d'empilement considérée. En revanche, les valeurs des coefficients de diffusivité peuvent varier sur une décade d'une expérience à l'autre.



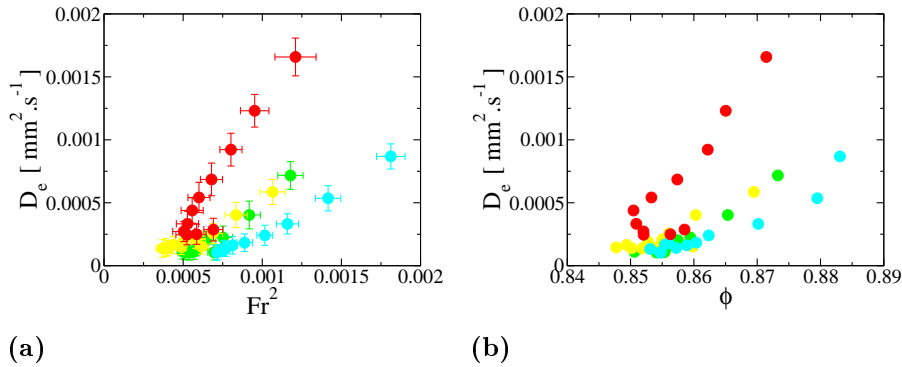
### 3.2.3 Énergie d'agitation et diffusion

Pour un simple fluide thermalisé, proche de l'équilibre, la diffusion d'une particule de diamètre  $d$  et de masse  $m$  est liée à la température par la relation de fluctuation-dissipation (relation d'Einstein) :

$$D = \frac{k_B \Theta}{m} \tau_D \quad (3.26)$$

où  $k_B$  constante de Boltzmann,  $\Theta$  la température et  $\tau_D$  un temps dissipatif. Pour un fluide visqueux newtonien, cette échelle de temps dépend de la viscosité  $\eta$  par la relation  $\tau_D = \frac{m}{3\pi\eta d}$ . Pour un gaz, la viscosité est fonction du libre parcours moyen. Au temps de collisions ( $\eta \propto \sqrt{\Theta}$ ) et pour un liquide, elle dépend des processus d'activation thermique permettant à une molécule de passer d'un site à l'autre sous l'action d'un cisaillement [30].

Dans notre cas, nous n'avons pas de connaissances claires des propriétés rhéologiques macroscopiques d'une phase granulaire vibrée, ni de consensus théorique permettant d'invoquer un théorème fluctuation-dissipation qui prédirait à partir des conditions de vibrations, la diffusivité d'un grain. D'autre part, l'étude précédente a montré que les conditions de transport se rapprochent plutôt de ce qui a été observé pour les phases vitreuses en matière molle (diffusivité anormale, effet de cage, etc). Néanmoins nous allons essayer dans un premier temps de relier la mobilité des grains aux conditions locales d'agitation et de densités caractérisées précédemment. Sur la figure 3.25a, nous avons représenté pour un temps  $\tau = 100s$ , les coefficients de diffusion effectifs  $D_e(z, \tau)$  moyennés sur une couche en fonction du nombre de Froude local  $Fr^2(z)$  mesuré aux temps courts. Les expériences considérées ici, correspondent à la branche basse de l'équation d'état (voir la figure 3.14). Nous



**FIG. 3.25:** (a) Diffusivité effective  $D_e$  calculée pour un temps  $\tau = 100s$  en fonction du nombre de Froude local  $Fr^2$ . (b) Diffusivité effective  $D_e$  calculée pour un temps  $\tau = 100s$  en fonction de la compacité. (●)  $H_e = 48d_p$  et  $A_p = 6mm$ , (●)  $H_e = 48d_p$  et  $A_p = 4mm$ , (●)  $H_e = 38d_p$  et  $A_p = 2.6mm$ , (●)  $H_e = 38d_p$  et  $A_p = 1mm$

voions clairement qu'il n'y a pas de relation univoque entre la diffusivité locale et le nombre de Froude local. Ces courbes semblent varier de manière non-monotone pour les diffusivités les plus faibles. De plus, d'une expérience à l'autre, on voit que ce simple paramètre adimensionné ne nous permet pas de regrouper toutes les courbes. Sur la figure 3.25b, nous avons représenté cette même diffusion effective en fonction de la compacité locale. L'évolution semble ici plus monotone et pour une expérience donnée, nous observons clairement une tendance à l'augmentation de la diffusivité avec la compacité. C'est un résultat a priori surprenant si l'on part de l'idée simple qu'à grande compacité le système aurait tendance à se bloquer. De même, il apparaît que la pression de confinement  $P(z) = \rho g z$  est également un paramètre capital qui modifie fortement la diffusivité : hormis près des pistons, on observe au premier ordre une décroissance exponentielle de la diffusivité effective avec  $P(z)$  (voir la figure 3.24). Mais d'une expérience à l'autre, l'échelle effective de diffusivité peut varier considérablement. Nous n'avons pas non plus trouvé de cohérence entre ces courbes et les conditions extérieures de vibration. Il nous manque donc une information essentielle sur les mécanismes dominants qui permettrait de comprendre la mobilité d'un grain dans un milieu granulaire vibré. Dans cette perspective, nous allons considérer par la suite des paramètres non locaux associés aux déplacements collectifs des grains.

### 3.2.4 Susceptibilité dynamique

Dans le cas de la transition de blocage et/ou des comportements vitreux, les corrélations spatiales entre les particules ne se différencient pas du comportement d'un liquide simple. L'organisation spatiale ne semble donc pas être liée au ralentissement critique de la dynamique. Pourtant, l'intuition physique suggère qu'à ce ralentissement devraient correspondre des structures spatialement étendues. Il apparaît que du point de vue de la mobilité individuelle des particules, ce ralentissement critique coïncide avec l'émergence d'un régime sous-diffusif (voire quasiment bloqué). Dans notre cas, l'étude des exposants effectifs et des coefficients de diffusion illustre le caractère très hétérogène de la dynamique et nécessite donc une analyse plus approfondie permettant de caractériser les hétérogénéités dynamiques.

Des études récentes basées sur des systèmes modèles ou des simulations numériques permettant un accès direct aux positions des particules, ont montré qu'un bon outil de caractérisation pouvait être une fonction de corrélation à quatre points baptisée la susceptibilité dynamique  $\chi_4$ . Cette grandeur est basée sur la fraction moyenne de grains qui sont restés pour un temps  $\tau$  dans un domaine de taille  $a$ . Plus précisément, pour  $N$  grains, on définit la fraction  $q_s(\tau)$  comme étant

$$q_s(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w(\|\vec{r}_i(t+\tau) - \vec{r}_i(t)\|) \quad (3.27)$$

où  $w = 1$  si  $\|\vec{r}_i(t+\tau) - \vec{r}_i(t)\| < a$  et  $w = 0$  si  $\|\vec{r}_i(t+\tau) - \vec{r}_i(t)\| > a$ ,  $\vec{r}_i$  correspondant

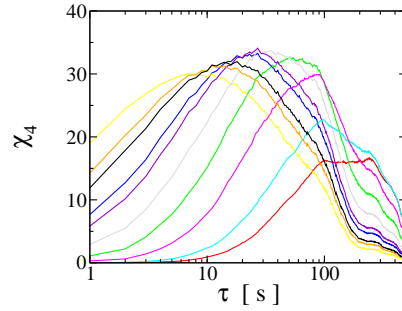
la position vectorielle du grain  $i$ . Qualitativement, on peut voir  $q_s$  comme la fraction de grains restant confinés à une échelle  $a$ .

On calcule ensuite la variance de  $q_s(\tau)$  appelé la susceptibilité dynamique  $\chi_4(\tau)$  :

$$\chi_4(\tau) = N(\langle q_s(\tau)^2 \rangle - \langle q_s(\tau) \rangle^2) \quad (3.28)$$

où  $\langle \rangle$  indique une moyenne sur les temps initiaux. La susceptibilité dynamique nous permet alors de quantifier l'hétérogénéité de la mobilité granulaire pour un ensemble de  $N$  grains. Les grandes valeurs de  $\chi_4$  correspondent à une grande hétérogénéité de la mobilité. Notons que pour une diffusivité normale avec un coefficient de diffusion  $D$ , on obtiendrait pour une échelle spatiale donnée  $a$  un maximum de la susceptibilité pour une échelle de temps  $\tau^* \propto \frac{a^2}{D}$ . Les mesures faites sur un milieu modèle par Lechenault et al. semblent indiquer l'existence d'une échelle de temps et d'une échelle d'espace caractéristique telle que cette susceptibilité prend la valeur la plus grande (le maximum des maxima). Ils ont associé cette double échelle d'espace et de temps à une propriété de la fraction d'empilement. Ici nous allons utiliser les informations de la susceptibilité dynamique pour voir si sur une échelle spatiale choisie, le temps caractéristique correspondant au maximum de la fonction  $\chi_4$  est bien relié à l'échelle des diffusivités effectives trouvées précédemment pour une expérience donnée.

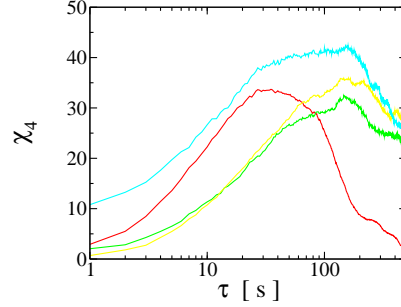
Le calcul de la susceptibilité  $\chi_4$  se fait sur le champ de vision global défini à la section 3.1.2 (voir la figure 3.2). La figure 3.26 représente sur une expérience donnée la susceptibilité dynamique pour différentes valeurs de  $a$ . Pour des échelles spatiales



**FIG. 3.26:** Susceptibilité dynamique  $\chi_4$  calculée pour différentes distance  $a$  avec  $H_e = 48d_p$  et  $A_p = 6.0mm$ . (—)  $a = d_p/5$ , (—)  $a = d_p/6$ , (—)  $a = d_p/8$ , (—)  $a = d_p/10$ , (—)  $a = d_p/12$ , (—)  $a = d_p/14$ , (—)  $a = d_p/15$ , (—)  $a = d_p/17$ , (—)  $a = d_p/18$ , (—)  $a = d_p/20$

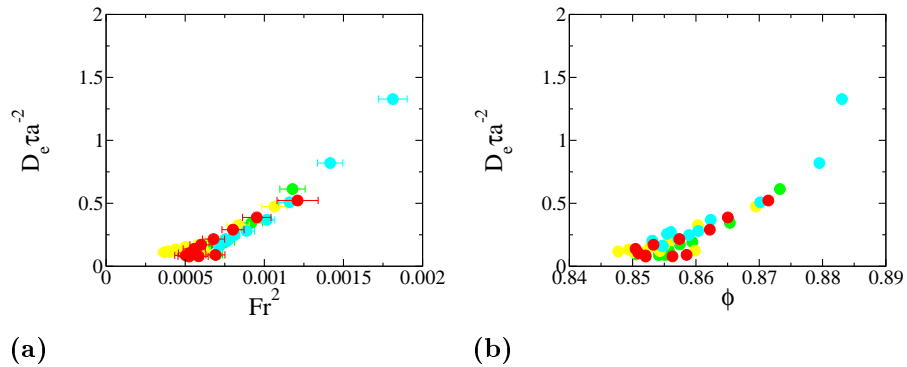
suffisamment faibles, on observe bien un maximum pour un temps caractéristique  $\tau^*(a)$ . Pour une valeur  $a = d_p/12$ , on a représenté la susceptibilité dynamique  $\chi_4$  pour différentes expériences en fonction  $\tau$  (voir la figure 3.27). Le choix de  $a$  correspond en pratique à la taille la plus grande telle que l'on puisse identifier un maximum pour chacune des expériences réalisées. De chacune des courbes, on a extrait

un temps caractéristique  $\tau^*$ . On forme ensuite un coefficient de diffusion  $D^* = \frac{a^2}{\tau^*}$ .



**FIG. 3.27:** Susceptibilité dynamique  $\chi_4$  calculée pour différentes amplitudes de pistons  $A_p$ .

Sur la figure 3.28, on représente le coefficient de diffusion normalisé par  $D^*$  en fonction du nombre de Froude. On observe une remise à l'échelle de ces courbes par une



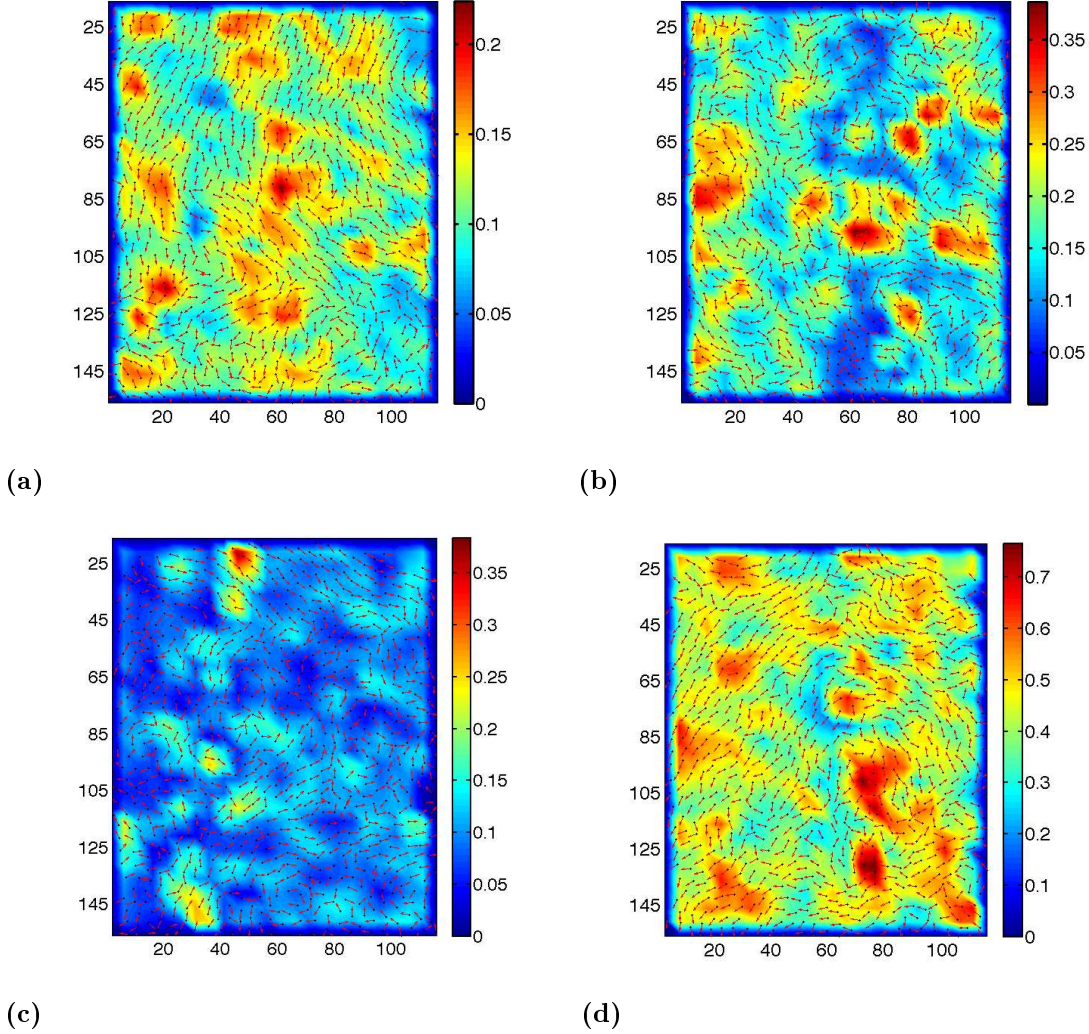
**FIG. 3.28:** (a) Diffusivité effective  $D_e$  calculée pour un temps  $\tau = 100s$  en fonction du nombre de Froude local. (b) Diffusivité effective  $D_e$  calculée pour un temps  $\tau = 100s$  en fonction de la compacité. (●)  $H_e = 48d_p$  et  $A_p = 6mm$ , (●)  $H_e = 48d_p$  et  $A_p = 4mm$ , (●)  $H_e = 38d_p$  et  $A_p = 2.6mm$ , (●)  $H_e = 38d_p$  et  $A_p = 1mm$

seule échelle de temps caractéristique d'une expérience donnée. Cette échelle est associée pour l'ensemble du système au maximum de la susceptibilité dynamique. Ce résultat pose néanmoins la question de savoir si ce temps est relié à une dynamique collective dans l'ensemble du système caractérisant les conditions d'agitation.

### 3.2.5 Corrélations des déplacements

Pour caractériser les mouvements de la couche granulaire soumise à l'agitation, on regarde les déplacements à une échelle de temps  $\delta t$ . Sur la figure 3.29, on représente les déplacements à deux temps donnés et pour deux valeurs  $\delta t = 1s$  et

$\delta t = 100s$ . La couleur correspond à l'amplitude des déplacements et les vecteurs représentés correspondent aux directions. On observe que les amplitudes peuvent



**FIG. 3.29:** Cartographie des déplacements : (a), (c)  $\delta t = 1s$  et (b), (d)  $\delta t = 100s$  ( $He = 48d_p$  et  $A_p = 4mm$ ). La coloration correspond à l'amplitude des déplacements en  $mm$  et les vecteurs sont les directions.

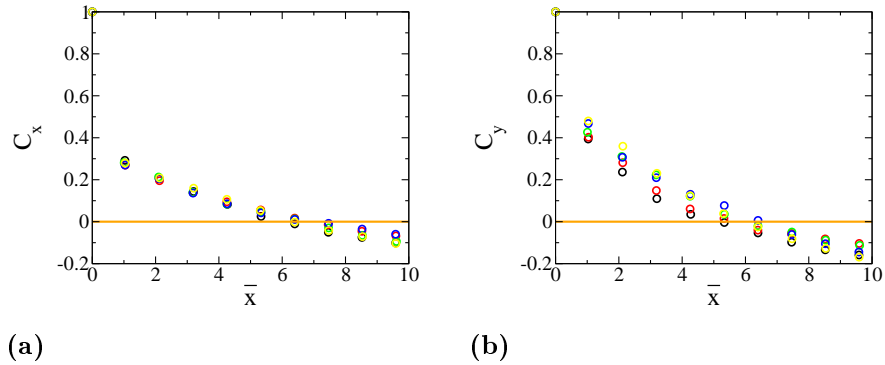
être assez différentes d'un temps à l'autre et que les directions de déplacements sont corrélées sur des échelles spatiales relativement grandes.

Afin de caractériser cette coopérativité apparente des déplacements des grains, nous avons calculé les fonctions de corrélation spatiales et temporelles du système à un niveau donné. Pour un intervalle de temps  $\delta t$ , on considère les déplacements dans les deux directions  $x$  et  $y$ . On définit les fonctions de corrélation spatiales  $c_x(\bar{x}, t)$  et  $c_y(\bar{x}, t)$  à un instant  $t$  comme :

$$c_x(\bar{x}, t) = \frac{1}{N(\bar{x})} \sum_{i \neq j}^{N(\bar{x})} (\Delta x^i - \langle \Delta x \rangle) \cdot (\Delta x^j - \langle \Delta x \rangle) \quad (3.29)$$

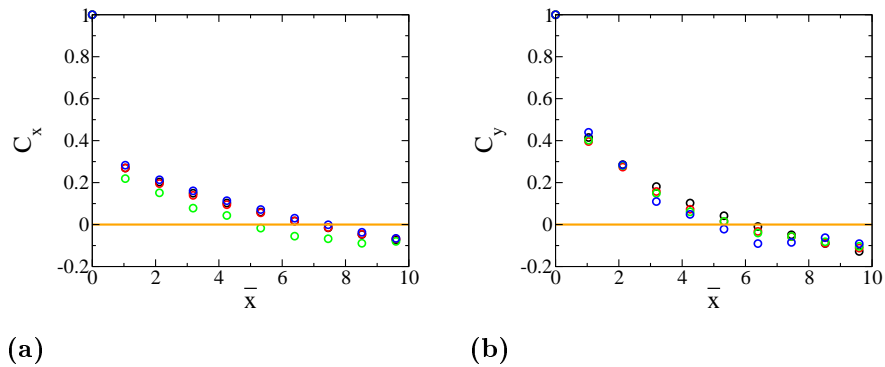
où pour un grain  $i$  la somme est prise sur les  $N(\bar{x})$  grains  $j$  situées à une distance  $\bar{x} = \frac{|x_i - x_j|}{d_p}$ . Dans la direction  $y$ , la fonction de corrélation spatiale  $C_y(\bar{x}, t)$  est calculée de la même manière. Ensuite, des moyennes sont effectuées sur tous les temps  $t$  et normalisées par l'écart quadratique moyen pour obtenir  $C_x(\bar{x})$  et  $C_y(\bar{x})$ .

La figure 3.30 montre ces fonctions de corrélation pour un intervalle de temps  $\delta t = 100s$  et pour plusieurs profondeurs. La figure 3.31 montre ces fonctions de



**FIG. 3.30:** Corrélations spatiales pour plusieurs profondeurs et pour un temps  $\delta t = 100s$  : (a) des déplacements longitudinaux  $C_x(\bar{x})$ . (b) des déplacements transversaux  $C_y(\bar{x})$ . Pour  $H_e = 48d_p$ ,  $A_p = 4mm$  et (●)  $z = 34.15mm$ , (●)  $z = 64.15mm$ , (●)  $z = 94.15mm$ , (●)  $z = 124.15mm$  et (●)  $z = 134.15mm$ .

corrélations pour une profondeur  $z = 34.15mm$  et pour plusieurs intervalles de temps  $\delta t$ .



**FIG. 3.31:** Corrélations spatiales pour plusieurs intervalles de temps et pour une profondeur  $z = 34.15mm$  : (a) des déplacements longitudinaux  $C_x(\bar{x})$ . (b) des déplacements transversaux  $C_y(\bar{x})$ . Pour  $H_e = 48d_p$ ,  $A_p = 4mm$  et (●)  $\delta t = 10s$ , (●)  $\delta t = 50s$ , (●)  $\delta t = 100s$  et (●)  $\delta t = 500s$ .

Nous remarquons pour cette expérience, l'existence d'une échelle de corrélation

d'environ 7 tailles de grains identique dans les deux directions, invariantes avec la profondeur et avec l'intervalle de temps sur lequel le déplacement est calculé. En outre, nous avons calculé les corrélations temporelles des déplacements et nous n'avons pas pu mettre en évidence des corrélations pour des temps supérieurs à  $\delta t$ . Il apparaît donc que les conditions de vibration créent une structure cohérente dans le milieu granulaire. Il sera dans le futur intéressant de tenter de relier ces structures cohérentes et les champs de déformations associés, à la mobilité individuelle d'un grain. On voit ainsi que la réponse aux fluctuations du système implique clairement des structures collectives. L'étude du chapitre suivant va nous permettre de voir que cette coopérativité des grains apparaît également dans la réponse du milieu en présence d'un intrus.

# Chapitre 4

## Mobilité macroscopique : Intrusion

### Contents

---

<b>4.1</b>	<b>Objectifs</b>	<b>64</b>
<b>4.2</b>	<b>Dispositifs</b>	<b>65</b>
4.2.1	Montage	65
4.2.2	Acquisition des données	66
4.2.3	Protocole	66
<b>4.3</b>	<b>Dynamique de l'intrus et rhéologie effective</b>	<b>68</b>
4.3.1	Coefficient de frottement effectif	68
4.3.2	Dynamique de coulée	69
4.3.3	Temps d'attente/temps de coulée	73
<b>4.4</b>	<b>Rhéologie</b>	<b>76</b>
4.4.1	Vitesse d'écoulement	76
4.4.2	Lois d'écoulement	77
4.4.3	Vers une rhéologie ?	78
<b>4.5</b>	<b>Visualisation des champs granulaires au voisinage de l'intrus</b>	<b>80</b>
4.5.1	Champs de déplacements moyen des grains	80
4.5.2	Profils de déplacements axiaux et transversaux	86

---



## 4.1 Objectifs

Nous avons déjà mentionné que d'un point de vue mécanique, un milieu granulaire sous sollicitation peut répondre soit comme un solide, soit comme un liquide. À la frontière entre ces deux régimes, la réponse mécanique et la dynamique de transition sont mal connus. Ce chapitre présente un système de rhéomètre original pour un système granulaire, qui s'apparente aux rhéomètres à bille couramment utilisés en mécanique des fluides et permettant de caractériser la viscosité. À ce jour, seules quelques expériences [9], [11], [12], [14] et simulations numériques [33] portant sur l'immersion d'un objet dans un écoulement granulaire dense ont été conduites. Le principe de nos expériences est de suivre la dynamique d'un intrus qui coule sous l'effet de la vibration et de son poids.

Au sein d'un milieu granulaire dense, il est difficile de décrire correctement l'écoulement des grains à la manière d'un fluide Newtonien classique. L'étude expérimentale menée au chapitre précédent illustre clairement la complexité qui peut apparaître lorsque le système granulaire est suffisamment dense. Nous avons vu en particulier qu'à l'approche de la transition d'encombrement, des comportements collectifs entre les grains se mettent en place et qu'au voisinage du seuil il peut y avoir alternativement des phases de blocage et d'écoulement. Dans la première partie nous nous efforcerons de relier la dynamique de chute d'un intrus dense dans le milieu vibré aux propriétés rhéologiques effectives du système. Dans une seconde partie, une étude cinématique des champs de déplacement nous permettra d'identifier les comportements collectifs du milieu granulaire et les réorganisations impliquées lors du mouvement de l'intrus.

## 4.2 Dispositifs

### 4.2.1 Montage

Le montage expérimental décrit au chapitre 2 est utilisé maintenant comme un rhéomètre. Les nouvelles expériences consistent à faire pénétrer un intrus cylindrique dans le même milieu bidisperse. Le diamètre des grains étant de  $d_p = 4mm$  et  $d_g = 5mm$ , les diamètres d'intrus utilisés sont de  $15mm$  et de  $20mm$  (voir la figure 4.1). La hauteur d'empilement est fixée à  $H_e = 48d_p$ . Afin de détecter la position des intrus, nous avons percé un trou au centre de chacun.

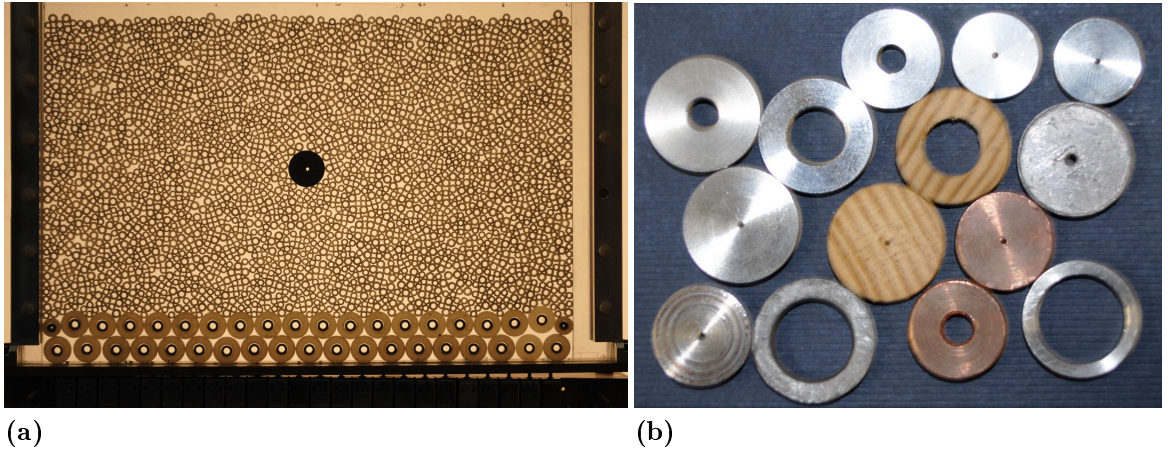


FIG. 4.1: (a) la photographie du dispositif expérimental. (b) la photographie de quelques intrus.

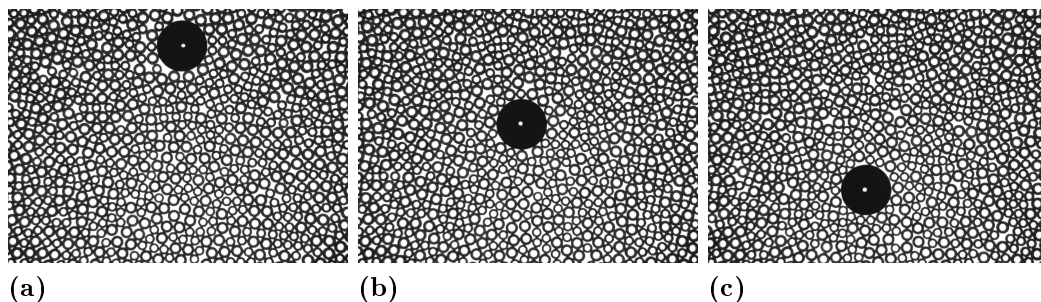
Pour ces expériences, les paramètres de contrôle du système restent identiques à ceux explicités au chapitre 2 : la fréquence d'excitation  $f_E$  et l'amplitude des pistons. Pour les expériences étudiées ici,  $f_E = 20Hz$ . Le tableau 4.1 énumère la densité  $\rho$  et le diamètre  $D_I$  des intrus. La densité moyenne du milieu est  $\rho = \frac{1}{V_o} \sum_{i=1}^N m_i = 0.618g.cm^{-3}$  avec  $m_i$  la masse du grain  $i$  et  $V_o$  le volume occupé par l'ensemble des grains  $N$ . On se limite à des situations pour lesquelles la densité de l'intrus est plus grande que celle du milieu. Ainsi, le poids de l'intrus reste supérieur à la poussée d'Archimède ressentie et le déplacement de l'intrus s'effectue toujours dans le sens de la gravité. Pour un diamètre d'intrus donné, on varie la densité effective en changeant le diamètre du trou interne. Notons que les densités et les vibrations choisies permettent d'obtenir des temps de chute sur l'ensemble de la cellule de l'ordre d'une heure au maximum.

	masse [g]	diamètre [cm]	densité []
Plomb	9.7	2	11.35
Inox	6.9	2	8.01
Plomb	6.4	2	11.35
Inox	5.8	2	8.01
Inox	5.2	2	8.01
Inox	2.9	2	8.01
Inox	5.0	1.5	8.01
Cuivre	5.6	1.5	8.78
Cuivre	5.9	1.5	8.78

**TAB. 4.1:** Liste des intrus utilisés. L'épaisseur est la même pour l'ensemble des intrus  $e \simeq 0.3\text{cm}$ .

## 4.2.2 Acquisition des données

Le dispositif expérimental a été conçu de manière à avoir accès aux positions des grains et de l'intrus au cours du temps. La technique utilisée pour détecter et suivre les positions des grains et de l'intrus au cours du temps est celle expliquée au chapitre 2. La figure 4.2 montre la position de l'intrus à trois instants successifs.



**FIG. 4.2:** Chute d'un intrus sous vibration, pour (a)  $t = 6\text{s}$ , (b)  $t = 50\text{s}$  et (c)  $t = 135\text{s}$ .

## 4.2.3 Protocole

On laisse le système s'équilibrer sous vibration pendant 15 minutes à la fréquence d'excitation  $f_E$ . Ensuite, l'intrus est déposé sur la surface libre de l'empilement. Dans toutes les expériences réalisées, on choisit une position initiale au centre de la surface libre, afin d'éviter toute complication due aux effets de bords. Le mouvement de l'intrus est enregistré par une caméra CCD fixe dans le référentiel du laboratoire. Le champ de vision de la caméra est de  $1300 \times 1000$  pixels×pixels. Les parois de l'expérience sont situées à environ  $100\text{mm}$  des bords du champ de vision. L'intrus

---

progresses donc au sein du milieu granulaire dans le référentiel du laboratoire avec une vitesse variable. La fréquence d'acquisition est adaptée sur le temps moyen que met un intrus pour couler sur l'ensemble de la cellule. Plus la coulée de l'intrus est lente, plus la fréquence d'acquisition est basse. Pour les intrus les plus mobiles, l'acquisition se fait à une fréquence de 1 image toutes les 0.5 secondes. Pour les plus lents, on enregistre à 1 images toutes les 5 secondes. Afin d'avoir une statistique correcte, on réalise  $N_e = 10$  expériences dans des conditions identiques : le même milieu, le même intrus et les mêmes paramètres de contrôle.

## 4.3 Dynamique de l'intrus et rhéologie effective

### 4.3.1 Coefficient de frottement effectif

Dans cette partie, on s'intéresse à la dynamique de l'intrus dans la perspective de relier son mouvement au sein du milieu granulaire vibré aux propriétés rhéologiques. Avant d'aborder le problème expérimental en lui-même, considérons tout d'abord le cas modèle d'un intrus cylindrique, de rayon  $R_I$ , d'épaisseur  $e$ , dont le centre se trouve à une profondeur  $z$  sous la surface. La densité de l'intrus  $\rho_I$  est telle qu'il se meut sous l'action de son propre poids dans un milieu granulaire de densité  $\rho$ . On suppose qu'il est possible de caractériser le comportement rhéologique par un coefficient de frottement effectif constant, qui agit sur la paroi de l'intrus en contact avec les grains. Toutes les études réalisées précédemment sur les milieux granulaires, en quasi-statique et en écoulement, ont montré que ce type de coefficient est le paramètre constitutif central de la rhéologie des granulaires non-cohésifs. Dans ce cas, on trouve à la paroi une relation entre les contraintes tangentielles et normales (respectivement  $\sigma_t$  et  $\sigma_n$ ) du type  $\sigma_t = \mu_e \sigma_n$ . Si  $\theta$  est l'angle entre la direction verticale et la direction  $n$  de la normale à la surface du cylindre, la force résultante agissant sur l'élément de surface  $eR_I d\theta$  est :

$$df = -e\rho R_I g z(\theta)(\cos\theta + \mu_e) d\theta \quad (4.1)$$

La surface considérée étant à une profondeur  $z(\theta) = (Z + R_I \cos(\theta))$ . Le signe négatif correspond à une direction vers le haut. Si on intègre cette force pour  $\theta$  variant entre 0 et  $\pi$ , en doublant la valeur pour prendre en compte la contribution symétrique par rapport à l'axe vertical, on obtient une force totale  $F_s$  de frottement exercée sur la surface de l'intrus :

$$F_s = -2e\rho R_I^2 g (\pi/2 + 2\mu_e) \quad (4.2)$$

Pour un mouvement stationnaire, on s'attend à la relation :  $F_s + Mg = 0$ , où  $M = \pi e\rho_I R_I^2 g$  est la masse de l'intrus. Cela permet d'exprimer le coefficient de friction effectif :

$$\mu_e = \frac{\Delta\rho}{\rho} \frac{R\pi}{4Z} \quad (4.3)$$

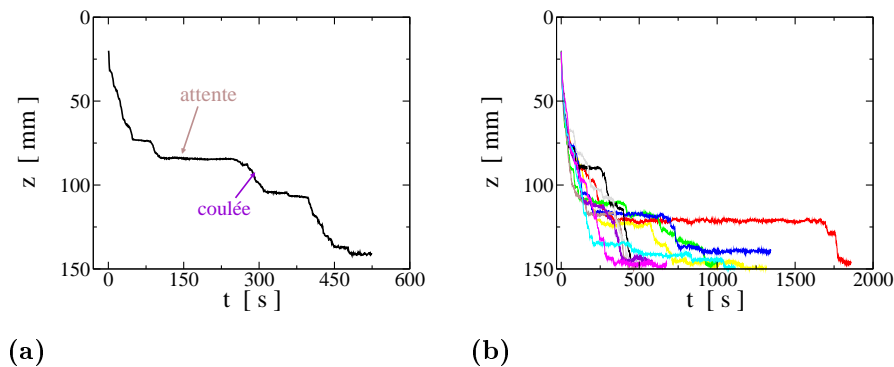
Ce coefficient peut donc être mesuré directement pour un contraste de densité  $\frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{\rho_I - \rho}{\rho}$  et un rapport entre le rayon et la profondeur  $R_I/Z$ . Conceptuellement, nous voyons ainsi que le dispositif de coulée d'un intrus peut être transformé en rhéomètre. En effet, nous pouvons obtenir à chaque profondeur, c'est à dire pour différentes pressions de confinement, un coefficient de friction effectif. Il s'agit ensuite de mesurer la vitesse locale  $v_I$  de l'intrus pour inférer un comportement constitutif à partir des lois d'écoulement  $\mu_e(v_I)$ . En revanche, une question essentielle est d'établir dans quelle mesure les relations obtenues sont intrinsèques au milieu granulaire ou

bien systématiquement dépendantes de la nature de l'intrus utilisé. En outre notons que cette vision n'est consistante que pour un coefficient de friction constant le long de la paroi de l'intrus. Nous verrons en fait que ce n'est pas tout à fait le cas. Au sens strict, les vitesses et les pressions de confinement varient localement. Cela implique qu'il faudrait corriger systématiquement et de manière cohérente le modèle afin de prendre en compte ces dépendances. Néanmoins, nous établirons également que ces dépendances sont marginales au premier ordre, lorsque les positions de l'intrus sont suffisamment éloignées de la surface libre.

### 4.3.2 Dynamique de coulée

#### Description phénoménologique

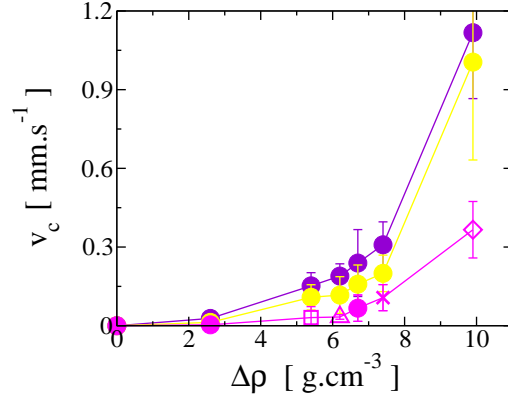
La figure 4.3 montre l'évolution de la position verticale de l'intrus au cours du temps. On note que le mouvement n'est pas régulier. L'intrus progresse de manière intermittente, avec des phases de stagnation plus ou moins longues entrecoupées de coulées suivies de blocages. Notons qu'à mesure que l'intrus descend en profondeur, la durée des phases de coulée semble ralentir au profit des phases de stagnation. Nous verrons plus tard que ce comportement est relié à une augmentation de la pression de confinement. Il semble évident que la fréquence d'apparition des phases



**FIG. 4.3:** (a) Évolution de la chute d'un intrus au cours du temps. On distingue deux types de comportements différents : blocages et coulées. (b) 10 expériences réalisées dans des conditions identiques.

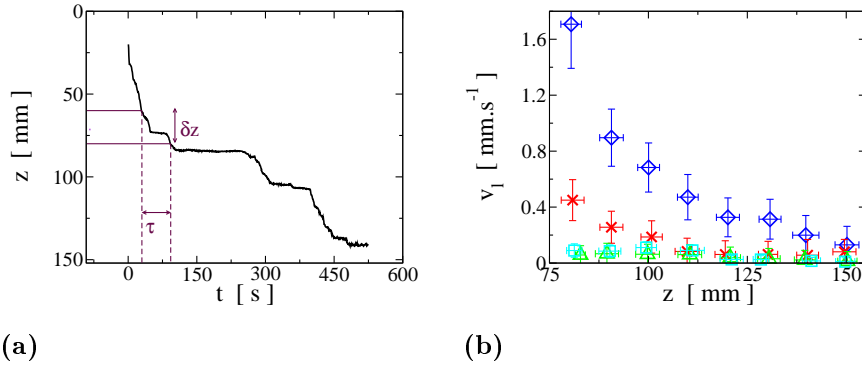
de stagnation, ainsi que leurs durées, contrôlent le temps de chute total de l'intrus au sein du milieu. Dans un premier temps, il est intéressant d'étudier ce temps pour se faire une idée qualitative de l'influence des différents paramètres. La figure 4.4 représente la vitesse moyenne de chute en fonction de la différence de densité  $\Delta\rho$  entre l'intrus et le milieu. Cette vitesse est obtenue à partir d'une moyenne de 10 réalisations identiques des temps de coulée sur une distance de  $L = 100\text{mm}$  à partir d'une profondeur  $z = 70\text{mm}$  (voir 4.3b). Les barres d'erreur sont les écarts

quadratiques des vitesses. Il apparaît que la vitesse de l'intrus croît non linéairement avec la différence de densité et dépend nettement de l'intensité de vibration des pistons.



**FIG. 4.4:** Vitesse verticale moyenne de l'intrus  $v_c$  en fonction de la densité de l'intrus pour (●)  $A_p = 6mm$ , (●)  $A_p = 5mm$  et (●)  $A_p = 4mm$ .

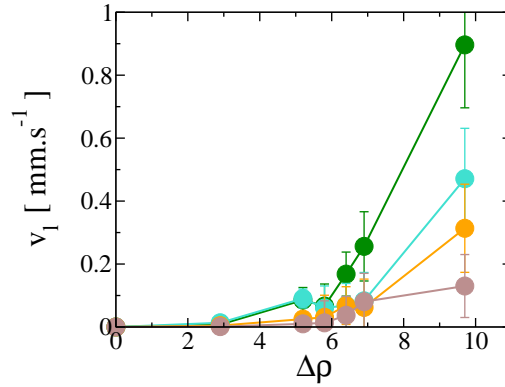
D'autre part, on s'attend à ce que la pression locale de confinement ait un effet sur la chute moyenne. Afin d'illustrer cette dépendance, on calcule la vitesse  $v_l(z) = \delta z / \tau(z)$ ,  $\tau(z)$  étant le temps local de coulée mesuré sur un domaine de profondeur  $z \pm \delta z / 2$  avec  $\delta z = 10mm$  (voir 4.5b). Les moyennes sont effectuées sur 10 réalisations. Il apparaît sur la figure 4.5b que cette vitesse locale  $v_l$  diminue avec la profondeur



**FIG. 4.5:** (a) Trajectoire verticale  $z$  d'un intrus au cours du temps  $t$ . On représente le domaine de profondeur permettant de définir un temps local de coulée  $\tau(z)$ . (b) Profil de vitesse moyenne de chute  $v_l(z)$  pour des intrus de rayon  $D_I = 20mm$  et des masses  $m$  différentes : (◇)  $m = 9.7g$ , (×)  $m = 6.9g$ , (△)  $m = 5.8g$  et (□)  $m = 5.2g$ .

et avec la masse de l'intrus. Sur la figure 4.6, on représente l'évolution de cette vitesse locale  $v_l$  en fonction des densités relatives  $\delta\rho$  à différentes profondeurs  $z$ . Sur cette figure comme sur la figure 4.4, le système présente un comportement très

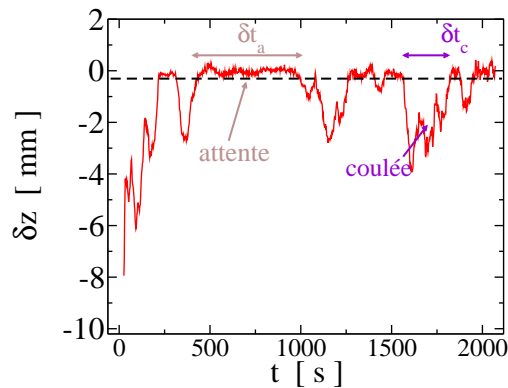
différent de celui attendu pour un simple fluide newtonien où les vitesses limites de sédimentation d'une particule dense sont indépendantes de la profondeur et varient linéairement avec le contraste de densité.



**FIG. 4.6:** Vitesse verticale locale de l'intrus  $v_l(z)$  en fonction de  $\Delta\rho$  à différentes profondeurs  $z$  : (●)  $z = 90\text{mm}$ , (●)  $z = 110\text{mm}$ , (●)  $z = 130\text{mm}$  et (●)  $z = 150\text{mm}$ .

### Séparation des régimes de coulée/blocage

Une manière d'illustrer l'intermittence du déplacement de l'intrus est de représenter l'évolution du déplacement  $\delta z$  à la fréquence d'acquisition des images en fonction du temps (voir la figure 4.7). On observe bien sur cette figure les alter-



**FIG. 4.7:** Déplacement de l'intrus  $\delta z$  à la fréquence d'acquisition des images  $f_A = 0.5\text{Hz}$  au cours du temps  $t$ .

nances entre zones bloquées et zones mobiles caractérisées par des temps d'attente  $\delta t_a$  et des temps de coulée  $\delta t_c$ . La ligne en pointillée, sur la figure 4.7, indique le



seuil choisi pour distinguer les deux phases. Du point de vue phénoménologique, cela ressemble à une dynamique intermittente analogue à ce qui est observé génériquement dans les systèmes désordonnés en réponse à un forçage externe. Au début du siècle précédent, ce phénomène a d'abord été observé expérimentalement par H. Barkhausen lors d'une étude du champ magnétique. Il existe de nombreux autres exemples d'intermittence dans la nature : en géophysique, les tremblements de terre sont l'exemple le plus frappant [61]. On trouve également ce phénomène en turbulence MHD<sup>1</sup> [51], et dans les milieux granulaires [28], [12]. La présence d'intermittence dans de tels systèmes est souvent liée à des phénomènes critiques ou au voisinage de la transition dite de "pinning". Nous avons vu au chapitre précédent que notre système se trouve au voisinage de la transition d'encombrement, il est donc intéressant de caractériser les statistiques associées à ces deux comportements différents. Néanmoins, une difficulté majeure réside dans le choix d'un seuil permettant de qualifier de la manière la plus objective possible les états de blocage ou de mouvement. En principe, durant les phases d'attentes, le déplacement doit fluctuer autour de zéro. Pour analyser la distribution statistique des coulées, le seuil a été déterminé en tenant compte du bruit intrinsèque à l'expérience, provenant essentiellement des fluctuations de position de l'intrus dues aux vibrations. Lorsqu'un seuil est obtenu de façon optimale, nous supposons alors que la distribution des déplacements doit être gaussienne, c'est à dire que les biais vers le bas ou vers le haut auront pratiquement disparu. La figure 4.8 montre une telle distribution des déplacements lorsque les phases de coulées ont été supprimées du signal. Dans ce cas, on voit que la distribution est bien gaussienne. Cela permet de nous assurer que le seuil choisi filtre bien les moments où l'intrus coule.

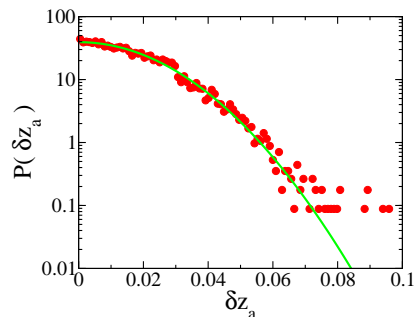


FIG. 4.8: Distribution des déplacements durant les phases d'attentes pour un ensemble d'expériences identiques.

---

<sup>1</sup>magnétohydrodynamique

### 4.3.3 Temps d'attente/temps de coulée

Le rôle important joué par la pression de confinement dans la dynamique de l'intrus ajoute une difficulté supplémentaire. Effectivement, cela signifie que les conditions rhéologiques peuvent évoluer avec la profondeur. La figure 4.9 représente les durées des phases d'attente et des phases de coulée en fonction de la profondeur. Sur cette figure, on voit que le ralentissement de la chute de l'intrus est associé à des apparitions plus fréquentes de phases de stagnation plus longues. Le fait d'avoir

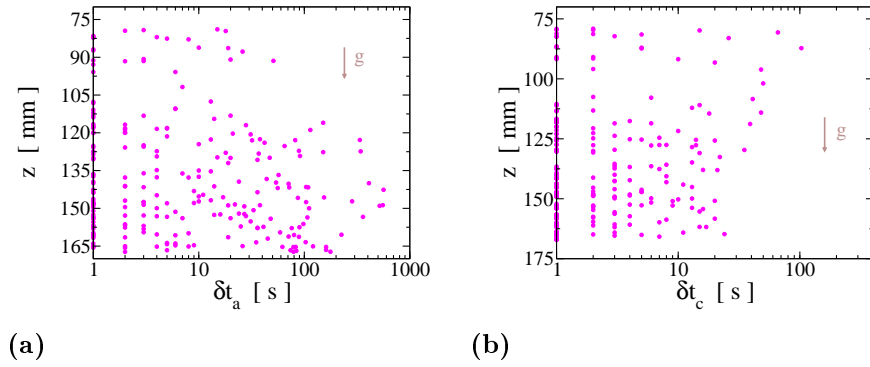


FIG. 4.9: Distribution des valeurs des temps selon la profondeur : (a) pour les temps d'attente  $\delta t_a$ , et (b) pour les temps de coulée  $\delta t_c$ . (●)  $m = 5.2g$ ,  $A_p = 6mm$ . Valeurs mesurées pour 10 expériences dans les mêmes conditions.

réalisé 10 expérimentations dans les mêmes conditions permet de se faire une idée de la distribution statistique des temps d'attentes à différentes profondeurs  $z \pm \delta z$  avec  $\delta z = 10mm$  (voir la figure 4.10). De même, on calcule les distributions des temps de coulée (voir figure 4.10a).

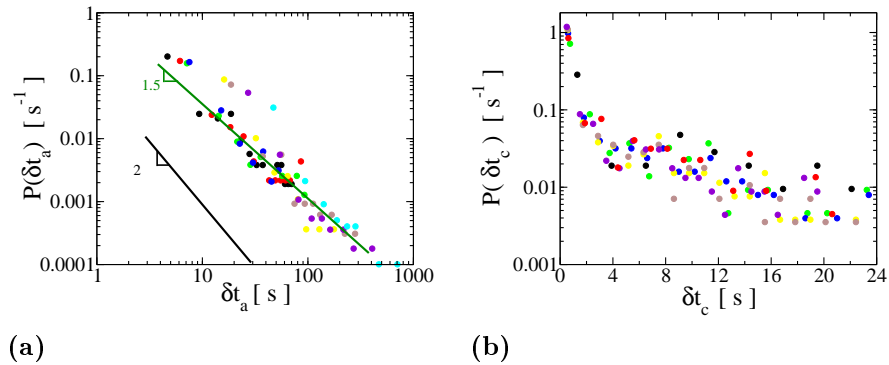
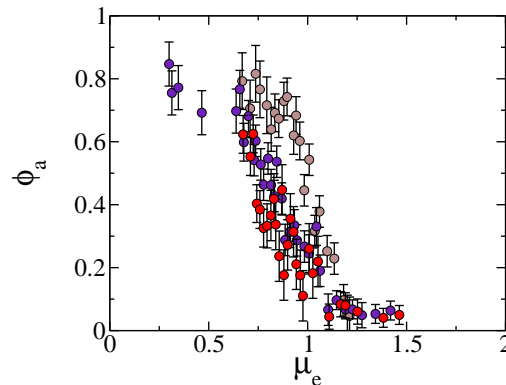


FIG. 4.10: Pour un intrus de densité  $m = 9.6gr$  et différentes profondeurs : (●)  $z = 90mm$ , (●)  $z = 100mm$ , (●)  $z = 110mm$ , (●)  $z = 120mm$ , (●)  $z = 130mm$ , (●)  $z = 140mm$ , (●)  $z = 150mm$  et (●)  $z = 160mm$ . (a) Densité de probabilité des durées des phases de stagnation  $\delta t_a$ , (b) Densité de probabilité des durées des phases de coulée  $\delta t_c$ .

Quelque soit la profondeur  $z$ , les distributions des temps d'attente  $\delta t_a$  sont très larges et semblent suivre une loi de puissance du type  $P(u) \propto u^{-\alpha}$ . On observe en particulier une prolifération des longs temps d'attentes ( $> 100s$ ) pour les grandes profondeurs. De plus, la figure 4.10 représente les pentes correspondant aux valeurs  $\alpha = 2$  et  $\alpha = 1.5$ . Il apparaît que les courbes correspondant aux différentes profondeurs se regroupent selon un comportement asymptotique en loi de puissance tel que  $\alpha \sim 1.5$ , typique d'une loi de distribution pathologique. En effet, pour  $\alpha < 2$  ce type de distribution n'est pas intégrable et ne possède donc pas de moyenne ni de moment d'ordre supérieur. L'existence de distributions aussi larges a d'importante conséquence sur la statistique. Ainsi, la durée moyenne d'une phase de stagnation va fortement dépendre du temps sur lequel on effectue cette moyenne et donc du temps de l'expérience. Remarquons qu'une telle loi statistique anormale a aussi été observée par Alvaro et al. [36] pour la distribution des blocages à la sortie d'une trémie vibrée. Pour les temps de coulée, on observe des valeurs relativement larges aux profondeurs peu élevées (voir la figure 4.9b). En revanche, la loi de distribution correspondante ne semble pas montrer d'anomalie. Néanmoins, la statistique limitée ne permet pas de conclure avec certitude. Cette anomalie des temps d'attente, fait que les phases de blocage semblent dominer la dynamique à partir d'une certaine profondeur. Puisque cette loi de probabilité rend impossible la détermination d'un temps moyen d'attente, il nous faut donc trouver un autre moyen de quantifier l'effet de la pression de confinement sur le blocage. Pour cela, on calcule pour chaque niveau ( $z \pm \delta z/2$ ) la fraction des temps passés dans la phase bloquée.

$$\phi_a = \frac{\sum \delta t_a(z)}{\delta t_T(z)} \quad (4.4)$$

où  $\delta t_T$  est le temps total passé dans le niveau  $z$  et  $\sum \delta t_a$  est la somme des durées d'attentes correspondant à ce niveau. Sur la figure 4.11, on représente cette fraction en fonction du paramètre de frottement effectif  $\mu_e$ . L'évolution de  $\phi_a$  montre un



**FIG. 4.11:** Fraction des temps d'attente passés dans la phase bloquée, en fonction de la friction effective  $\mu_e$ . (○)  $A_p = 4mm$ , (●)  $A_p = 5mm$  et (●)  $A_p = 6mm$ .

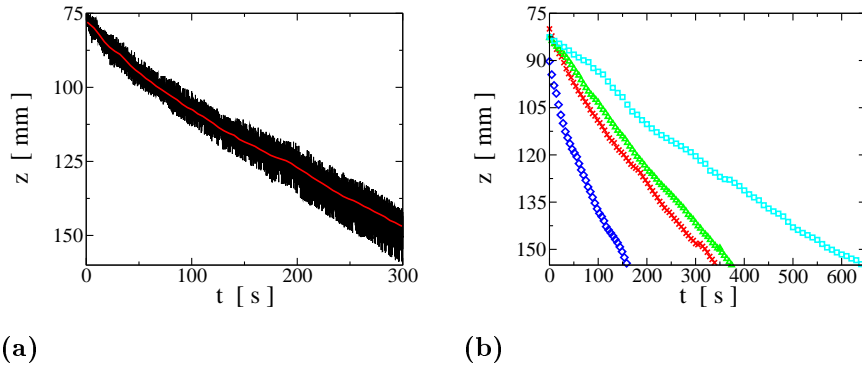
changement brutal au delà d'une valeur caractéristique de la friction effective. Pour

une friction effective élevée,  $\phi_a$  est proche de zéro et le système est rarement bloqué. Une diminution de la friction effective, provoque alors un changement net et  $\phi_a$  atteint brutalement une valeur d'environ 0.9. Il semble que les conditions de vibration comme l'amplitude des pistons peuvent faire varier les valeurs seuil de la friction effective mais il est difficile, comme nous l'avons vu précédemment, de quantifier plus précisément ce comportement. Ce type de blocage pourrait être associé à des temps typiques de réorganisation des grains. Nous allons voir que la disparition de ces phases de stagnation correspond à certains mouvements collectifs des grains.

## 4.4 Rhéologie

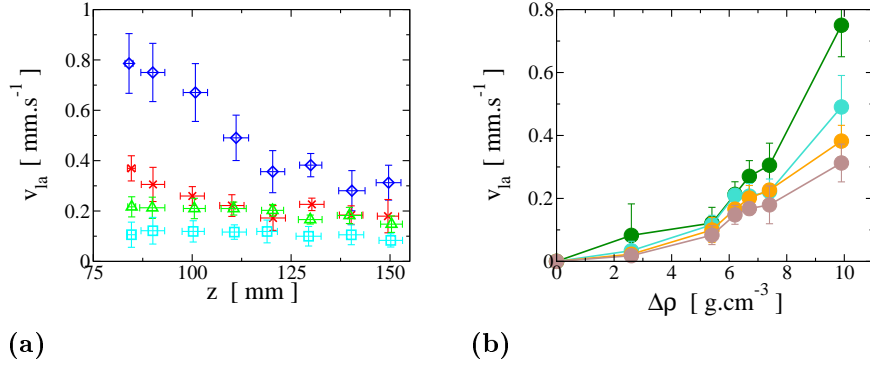
### 4.4.1 Vitesse d'écoulement

Dans la section précédente, nous avons vu que pour des expériences faites dans des conditions identiques, la dynamique de blocage induit une distribution large des temps de coulée dans la cellule (voir la figure 4.3b). Les anomalies de distribution des temps d'attente peuvent dominer le calcul des vitesses moyennes. Il s'avère donc important de séparer les deux régimes pour discuter et établir le comportement rhéologique. En utilisant la méthode de séparation mise au point à la section précédente, nous avons calculé la dynamique de coulée pour des temps fictifs réduits des phases de blocage. Sur la figure 4.12b, on représente pour les expériences de la figure 4.3b les 10 réalisations en fonction de ce temps fictif. On remarque que les trajectoires semblent se regrouper et permettent ainsi d'identifier un comportement caractéristique des phases de coulée. La figure 4.12b montre ces courbes moyennées pour une vibration donnée et pour différentes masses d'intrus. On extrait des



**FIG. 4.12:** (a) 10 coulées d'intrus obtenues dans les mêmes conditions que la figure 4.3b, en fonction du temps fictif auquel on a retiré les temps d'attentes. (b) Coulée d'un intrus où les temps d'attentes sont retirés pour une amplitude de pistons  $A_p = 4mm$  et différentes masses d'intrus : (◇)  $m = 9.7g$ , (×)  $m = 6.9g$ , (△)  $m = 5.8g$ , (□)  $m = 5.2g$ .

courbes précédentes, les vitesses de coulée  $v_{la}(z)$  pour une profondeur donnée. La figure 4.13a, représente les profils de vitesse pour des densités  $\rho$  différentes. Il semble que l'intrus atteigne quasiment une vitesse limite pour les plus grandes profondeurs de coulée. Cette vitesse limite rappelle la vitesse terminale obtenue à partir de la loi de Stokes pour un intrus initialement lâché dans un fluide visqueux à vitesse nulle. Notons que dans ce cas l'intrus accélérerait vers cette vitesse terminale, tandis que dans notre empilement, cette vitesse terminale est atteinte par décélération due à l'effet de la pression de confinement. Sur la figure 4.13b, on représente la vitesse de l'intrus atteinte à profondeur donnée en fonction du contraste de densité  $\Delta\rho$ .



**FIG. 4.13:** (a) Profil de vitesse verticale de l'intrus  $v_{la}$  après avoir supprimé les phases de stagnation en fonction de  $\Delta\rho$ . ( $\diamond$ )  $m = 9.7g$ , ( $\times$ )  $m = 6.9g$ , ( $\triangle$ )  $m = 5.8g$ , ( $\square$ )  $m = 5.2g$ . (b) Vitesse verticale de l'intrus  $v_{la}$  après avoir supprimé les phases de stagnation en fonction de  $\Delta\rho$ . ( $\bullet$ )  $z = 90mm$ , ( $\bullet$ )  $z = 110mm$ , ( $\bullet$ )  $z = 130mm$  et ( $\bullet$ )  $z = 150mm$ .

#### 4.4.2 Lois d'écoulement

On réalise une série d'expériences de coulée réalisées avec différents intrus d'un même rayon  $R_I$ . L'objectif est ici de regrouper l'ensemble des données sur une même courbe reliant le coefficient de friction effectif  $\mu_e$  à la vitesse de coulée. Afin d'obtenir cette loi d'écoulement, nous nous concentrons dans un premier temps sur les expériences présentées dans la section précédente et obtenues avec un rayon d'intrus  $R_I = 10mm$ . Nous avons vu précédemment que la pression de confinement  $P(z)$  est un élément capital qui contrôle les lois d'écoulement. Il est donc naturel de proposer un nombre sans dimension qui compare vitesse et pression (nombre de Froude) :

$$Fr = \frac{V(z)}{P(z)/\rho} = \frac{V(z)}{\sqrt{gz}} \quad (4.5)$$

$V(z)$  est une vitesse locale pouvant être calculée, soit à partir des vitesses moyennes en incluant les phases de blocage (voir la figure 4.4), soit en retirant les phases de blocage (voir la figure 4.13a). La figure 4.14a montre l'évolution de la friction effective en fonction des deux nombres de Froude  $Fr$ . Sur les figure 4.14a (avec phases de blocage) et 4.14b (sans phases de blocage), on observe un remarquable regroupement des points pour différents contrastes de densité, démontrant ainsi l'existence d'une loi d'écoulement pour un intrus. Dans le cas où la vitesse prend en compte les phases de blocage, le coefficient de friction semble varier comme le logarithme du nombre de Froude :  $\mu_e = \mu_0 + \beta \ln(Fr)$ , avec  $\beta = 0.45$ . Ce comportement logarithmique est à rapprocher des mesures de Caballero et al. [9] pour le mouvement d'un intrus dans un milieu granulaire sono-fluidisé. Sur figure 4.14b, il apparaît que le regroupement se fait plutôt sur une courbe en loi de puissance du type  $\mu_e \propto Fr^b$  avec  $b \approx 0.4$ .

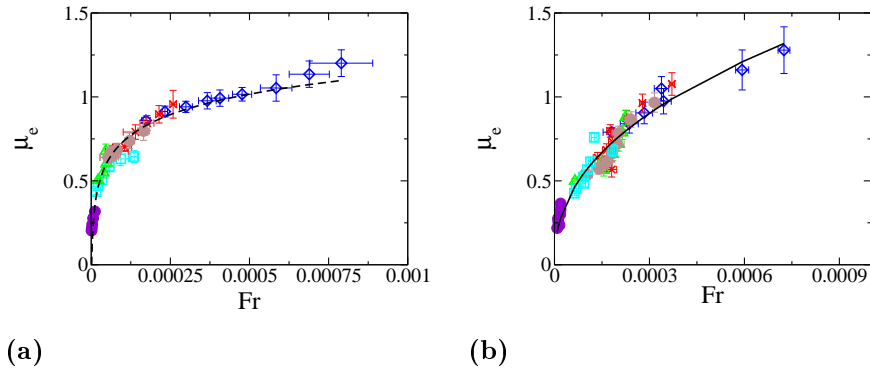


FIG. 4.14: Évolution de la friction effective  $\mu_e$  en fonction du nombre de Froude  $Fr$ . (a) sans enlever les temps d'attentes et (b) en enlevant les temps d'attentes.

### 4.4.3 Vers une rhéologie ?

Dans ce qui précède, nous avons défini une méthode permettant d'établir une loi d'écoulement pour un intrus de taille  $R_I$  donnée. En revanche, si une rhéologie sous-jacente existe, la relation constitutive dépend non plus de la vitesse d'écoulement de l'intrus mais d'une relation impliquant contraintes et taux de cisaillement locaux. Bien sur, dans le cadre de ces expériences il est impossible de remonter réellement aux relations locales. Néanmoins, nous allons proposer une méthode cohérente permettant d'inférer une loi effective pour la rhéologie en faisant varier systématiquement la taille des grains. Sur la figure 4.15, on compare les courbes de friction effective pour les deux tailles d'intrus  $R_I = 8.5mm$  et  $R_I = 10mm$  dans les cas où les nombres de Froude sont calculés avec et sans les phases de blocage. Par analogie

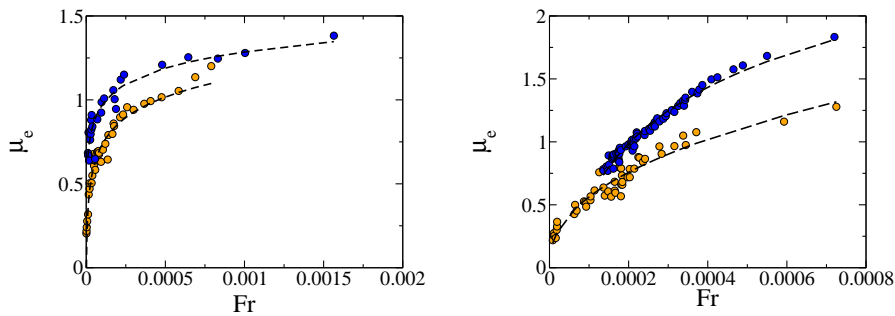
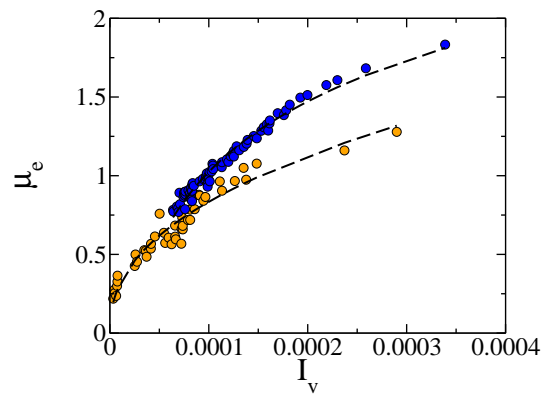


FIG. 4.15: Évolution de la friction effective  $\mu_e$  en fonction du nombre de Froude  $Fr$  : (a) sans enlever les temps d'attentes (b) en enlevant les temps d'attente. (●)  $R_I = 10mm$ , (●)  $R_I = 8.5mm$ .

avec les relations trouvées pour la rhéologie des milieux granulaires cisailés [52], les lois d'écoulement établies précédemment suggèrent une relation impliquant un taux de cisaillement effectif  $\dot{\gamma}$  et un nombre d'inertie  $I_v = \frac{\dot{\gamma}d}{\sqrt{P/\rho}}$ , où  $d$  est la taille typique

des grains du milieu. Le taux de cisaillement peut facilement être relié à la vitesse de l'intrus obtenue expérimentalement par une relation du type :  $\dot{\gamma} \simeq V/l(R_I)$ , où  $l(R_I)$  est alors une longueur effective représentant la région typiquement déformée par le passage de l'intrus.

À l'aide d'une méthode systématique, il est en fait possible d'identifier la relation  $l(R_I)$ . Celle-ci s'établit à partir du regroupement des lois d'écoulement correspondant à plusieurs tailles d'intrus, afin d'obtenir une relation unique  $\mu_e(l_v)$  avec  $l_v = \frac{d_p}{l(R_I)} Fr$ . En principe, cela devrait permettre d'établir la relation  $l(R_I)$ . Pour illustrer cela, nous avons représenté en identifiant  $l(R_I) = R_I$ , la relation obtenue pour la courbe d'écoulement pour laquelle on a retiré les phases de stagnation. On observe un regroupement satisfaisant des deux courbes de friction effective. Dans nos travaux de thèse, nous n'avons pu faire varier que deux tailles  $R_I = 10mm$  et  $R_I = 8.5mm$ , il n'est donc pas possible de déterminer une relation précise. Toutefois, le regroupement des deux courbes ouvre la perspective d'établir ces relations systématiquement pour diverses tailles de grains et pour des niveaux de vibrations différents. La section qui



**FIG. 4.16:** Évolution de la friction effective  $\mu_e$  en fonction du nombre d'inertie  $I_v = \frac{d_p}{R_I} Fr$  en enlevant les temps d'attente pour des mêmes conditions de vibration et (●)  $R_I = 10mm$ , (●)  $R_I = 8.5mm$ .

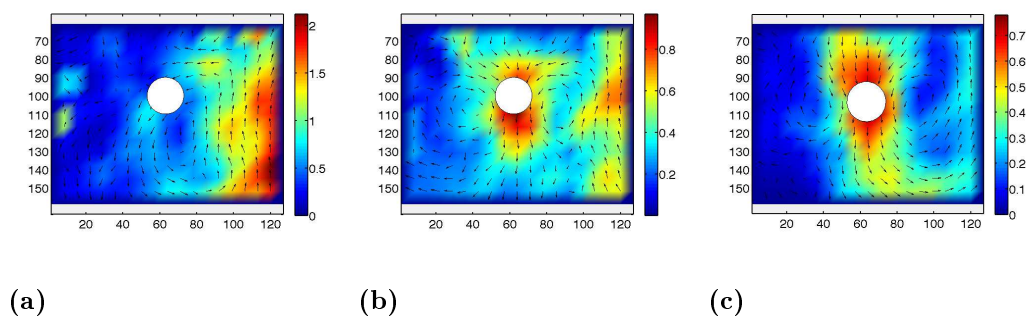
suit fait justement l'objet d'une étude des champs de déplacement, permettant de décrire qualitativement les mouvements des grains du milieu pour un rayon d'intrus donné.



## 4.5 Visualisation des champs granulaires au voisinage de l'intrus

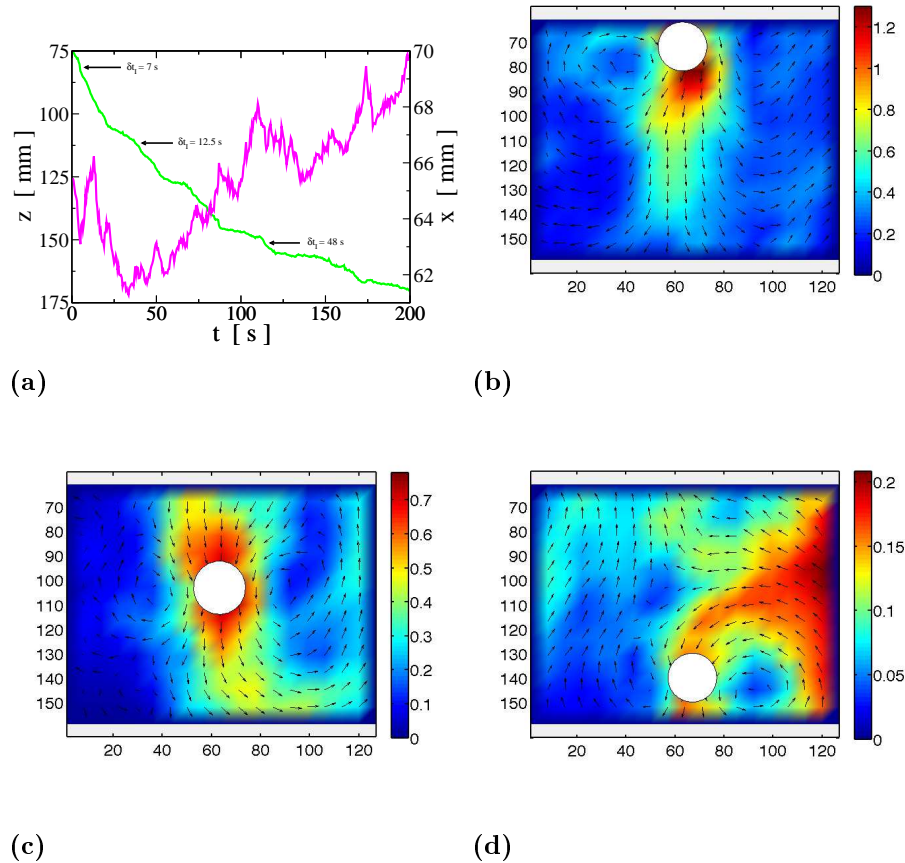
### 4.5.1 Champs de déplacements moyen des grains

On s'intéresse à l'évolution des déplacements des grains au cours de l'avancée de différents intrus dans le milieu. Une première approche est de regarder la dynamique de réarrangement des grains autour de l'intrus lorsque l'intrus parcourt une distance fraction de son diamètre  $\frac{D_I}{n}$ . Pour cela, on réalise un maillage du champ de vision par des cases de côté  $a = 1.5d_p$ , où  $d_p$  est le diamètre d'un petit grain. On moyenne l'ensemble des déplacements des grains dont le centre se situe dans la maille (Dans les cartographies de ce chapitre la couleur correspond à l'amplitude des déplacements et les vecteurs indiquent la direction, l'unité utilisée pour les axes et l'amplitude des déplacements est le millimètre). À titre de comparaison, la cartographie de la figure 4.17a est réalisée pour des déplacements de grains entre deux temps consécutifs. Pour les deux cartographies suivantes des figures 4.17b et 4.17c, les déplacements sont moyennés sur un temps de chute de  $D_I = \frac{1}{2}d_p = 2mm$  et de  $D_I = 4d_p = 10mm$ . Dans tous les cas, la chute de l'intrus s'accompagne d'un écoulement des grains à sa périphérie. Cependant, seules les deux dernières cartographies présentent des mouvements circulaires des grains environnants, de chaque côté de l'intrus, de type vortex. L'avancée de l'intrus nécessite un contre courant de grains qui se localise dans ces vortex.



**FIG. 4.17:** Champs de déplacements : (a) sur deux temps successifs, (b) moyenné sur une chute d'intrus de  $2mm$  et (c) moyenné sur une chute d'intrus de  $10mm$ .

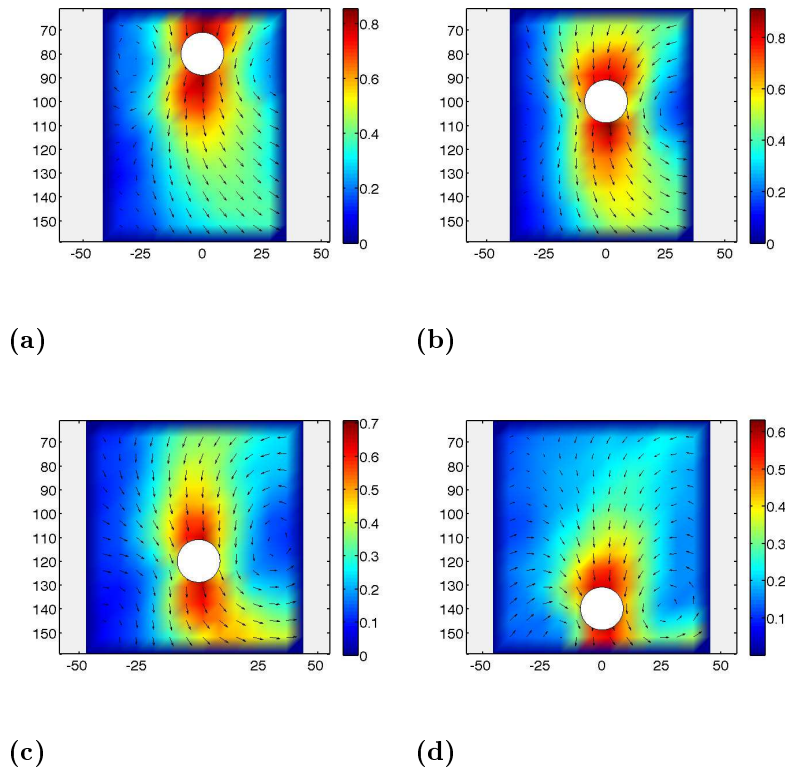
La figure 4.18a montre le déplacement horizontal (en magenta) et vertical (en vert) d'un intrus de masse  $m = 9.7g$ , puis les trois champs de vitesse des grains (4.18a, 4.18b, 4.18c) correspondant à un intrus situé à différentes profondeurs. Sur ces cartographies, on observe des vortex mais le système semble plutôt sélectionner un vortex dissymétrique à mesure que l'intrus descend. On peut voir sur les carto-



**FIG. 4.18:** Champs de déplacements moyennés lorsque l'intrus tombe de son rayon. Le temps  $\delta t_i$  que met l'intrus pour descendre de son diamètre est (b) de  $7s$ , (c) de  $12.5s$  et (d) de  $48s$ .

graphies de la figure 4.18, que les grains sont essentiellement poussés au-devant et sur les côtés par l'intrus. Ce type de structure est due à la réorganisation forcée du milieu granulaire par l'avancée d'un intrus; l'interaction entre l'intrus et le milieu granulaire est à longue portée.

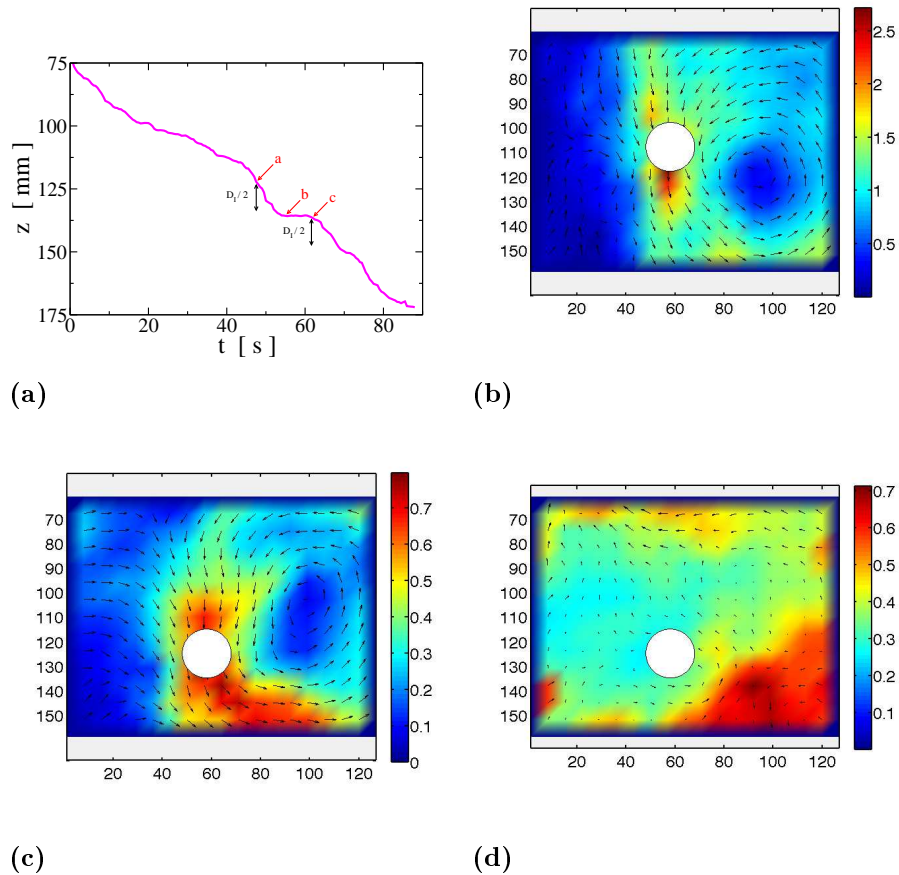
La figure 4.19 montre le champ de vitesse moyenné sur l'ensemble des 10 expériences pour différentes profondeurs. Pour une faible profondeur  $z$ , on remarque que les deux vortex sont symétriques. Pour obtenir ces cartographies, nous avons recalé la position latérale de l'intrus pour une même position verticale de l'intrus pour effectuer les moyennes (D'où des tailles latérales des champs de visualisation différentes). À mesure que la profondeur augmente, une dissymétrie entre ces deux vortex apparaît. Cette brisure de symétrie est une différence intéressante avec d'autres



**FIG. 4.19:** Champs de déplacements moyennés pour une chute d'intrus de  $10\text{mm}$  pour différentes profondeurs.

expériences similaires comme celles de Candelier [11] ou encore Cixous [14]. La direction de la force appliquée sur notre intrus est constante, c'est à dire constamment dirigée selon la direction verticale, quelque soit le déplacement latéral de l'intrus. Dans les expériences de Cixous et Candelier, la direction de la traction de l'intrus pointe toujours vers le même point et est donc dépendante de la position de l'intrus. Ceci revient donc à symétriser le système. Ici un réarrangement préférentiel vers une direction se crée et provoque alors une dissymétrie des vortex. Dans nos expériences cette brisure de symétrie est systématiquement présente et on peut se demander s'il s'agit d'un effet de l'asymétrie de l'agitation ou bien d'une caractéristique intrinsèque à la dynamique du système.

Les deux premières cartographies de la figure 4.20 montrent le champ de déplacements avant un blocage et après un blocage. Le champ de déplacements a été moyenné dans les deux cas sur le temps qu'a mis l'intrus à descendre de  $10\text{mm}$ . Sur la cartographie suivante, on a moyenné sur le temps de blocage de l'intrus. Il



**FIG. 4.20:** (a) Trajectoire de l'intrus. Champs de déplacements moyennés lorsque l'intrus tombe de son rayon : Le temps que met l'intrus pour descendre de son diamètre est : (b) de  $5\text{s}$ , (c) de  $7\text{s}$ . (d) Champ de vitesses moyenné sur une durée où l'intrus est bloqué.

existe une autre asymétrie entre l'avant et l'arrière d'un intrus où le centre des vortex se déplacent par rapport au centre de l'intrus. Cette dernière asymétrie a déjà été observé dans les milieux granulaires, ainsi que dans d'autres systèmes physiques comme les mousses. Pour la cartographie faite lors du blocage de l'intrus, les vortex ne sont plus visibles, mais d'autres types de mouvements collectifs des grains semblent s'organiser.

## Vorticité

Une comparaison de nos résultats avec les expériences de Cixous et Candelier fait apparaître une autre différence importante. Dans leurs expériences, les grains forment des rouleaux de recirculation au contact même de l'intrus. Dans notre cas, on observe plutôt la formation de vortex assez loin de l'intrus (voir la figure 4.21). De plus, en moyenne l'asymétrie gauche-droite déjà évoquée sélectionne plutôt un

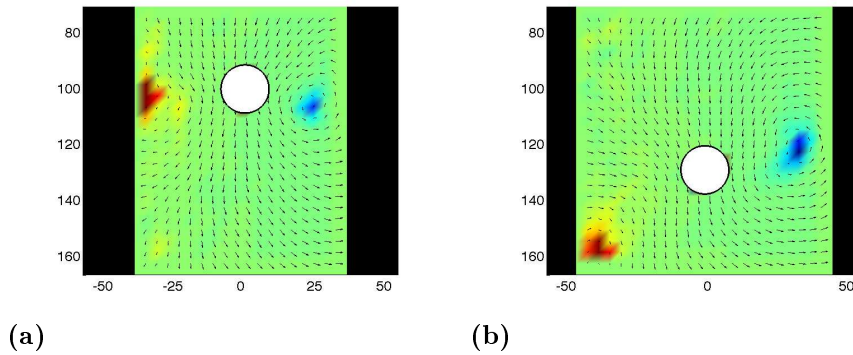


FIG. 4.21: Visualisation des deux vortex pour deux profondeurs, la couleur bleu correspond au vortex dominant et la couleur rouge au vortex faible.

couple intrus-vortex avec un vortex dominant. Sur la figure 4.21, on voit deux vortex : le tourbillon bleu (correspondant à une vorticité positive) constitue la recirculation principale. Cette dernière garde une structure cohérente pendant la chute de l'intrus et descend "en binôme" avec l'intrus. Au contraire, le tourbillon rouge, d'amplitude plus faible (et tournant en sens opposé), est moins cohérent. De plus, sa position fluctue beaucoup. La figure 4.22 montre le déplacement vertical de l'intrus et des deux vortex. On voit que la position du vortex le plus faible n'est pas continue : le

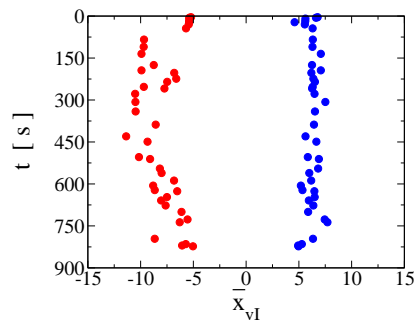
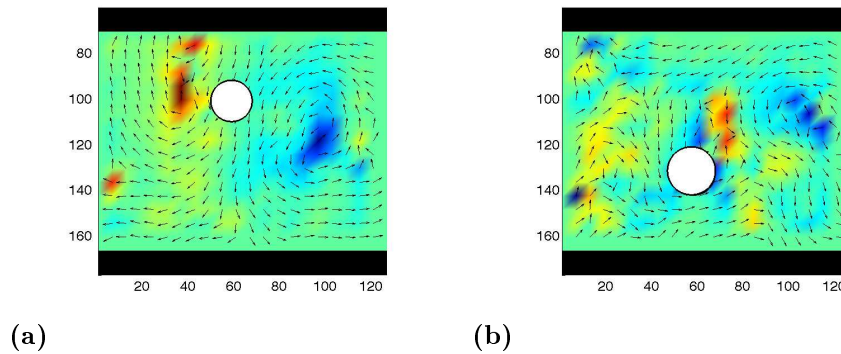


FIG. 4.22: Distances verticales algébriques adimensionnées par  $d_p$  entre les deux vortex et l'intrus au cours du temps. La couleur bleu correspond au vortex dominant et la couleur rouge au vortex faible.

vortex peut disparaître puis se reformer plus loin. Cela renforce l'idée d'une coulée dominée par une interaction vortex-Intrus plutôt qu'une simple recirculation. Cet

aspect s'illustre de manière frappante sur la figure 4.23, qui présente la vorticité durant une phase de coulée à gauche, et durant une phase de stagnation à droite. Lorsque la phase de stagnation se produit, les deux tourbillons disparaissent complètement et laissent place à un champ de vecteurs d esordonn e. Il est surprenant de noter que lorsque la coulée reprend, le tourbillon principal se reforme. La réorganisation des grains permet de passer d'une circulation à deux vortex vers un état bloqu e. On retrouve pendant la phase de stagnation des mouvements collectifs de



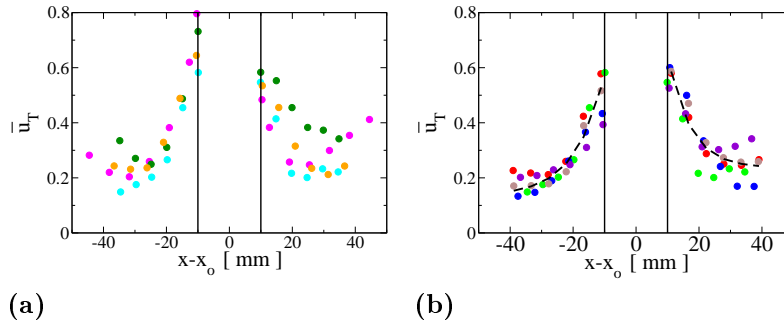
**FIG. 4.23:** (a) pendant une coulée et (b) pendant une phase de stagnation +1.

plus petite échelle.

## 4.5.2 Profils de déplacements axiaux et transversaux

### Déplacements transverses

Après ce premier aperçu de la dynamique des champs de déplacements, nous allons nous intéresser plus spécifiquement au profil du déplacement des grains le long de l'axe horizontal dans le référentiel du laboratoire. On note  $\bar{u}_T(x_o, y_o = 0)$  le déplacement longitudinal au cours d'une chute de l'intrus de  $10\text{mm}$  normalisé par celui de l'intrus, où  $x_o$  est l'abscisse du centre d'une case par rapport au centre de l'intrus. Les profils transverses présentés sur la figure 4.24 sont portés par  $\bar{u}_T$  et ont pour origine le centre de l'intrus. Sur la figure 4.24 de gauche, on note que tous les profils présentent une décroissance exponentielle des deux côtés de l'intrus quel que soit sa densité. La vitesse diminue à l'approche des bords. Les profils des déplacements moyens des grains n'évoluent pas avec l'avancée de l'intrus (voir figure 4.24 de droite). Ainsi, près de la surface libre, le mouvement des grains entre l'intrus et les parois latérales est dépendant de la densité de l'intrus. Plus la densité est grande, plus le déplacement des grains provoqué par l'avancée de l'intrus est grand. En revanche, les déplacements des grains entre l'intrus et les parois latérales n'évoluent pas au cours de la descente.

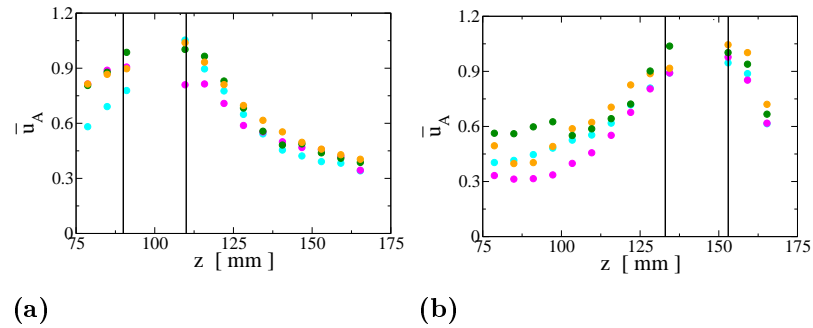


**FIG. 4.24:** Profil transversal porté par  $\bar{u}_T$ . (a) pour  $z = 50\text{mm}$  et des intrus de densités différentes : (●)  $m = 9.7\text{g}$ , (●)  $m = 6.9\text{g}$ , (●)  $m = 5.8\text{g}$ , (●)  $m = 5.2\text{g}$ , (b) pour  $m = 9.7\text{g}$  et différentes profondeurs : (●)  $z = 10\text{mm}$ , (●)  $z = 30\text{mm}$ , (●)  $z = 50\text{mm}$ , (●)  $z = 70\text{mm}$ , (●)  $z = 90\text{mm}$

### Déplacements axiaux

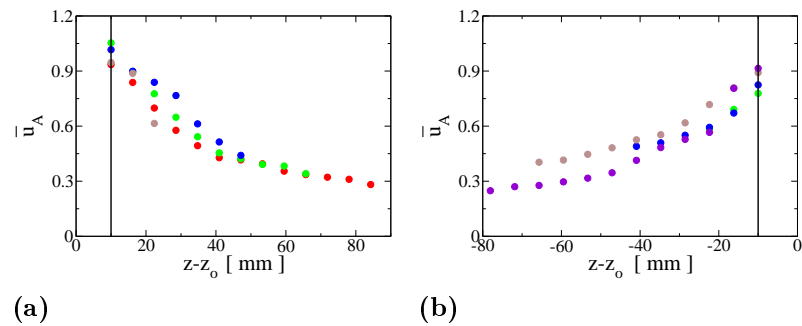
Dans cette partie, nous présentons une étude sur les profils de déplacement le long de l'axe vertical  $\bar{u}_A$ , dans le référentiel du laboratoire. La figure 4.25 présente les profils axiaux à l'avant et à l'arrière de l'intrus. La portée d'interaction axiale entre l'intrus et le milieu granulaire ne varie pas avec la densité de l'intrus. Le déplacement décroît jusqu'à une certaine valeur limite qui ne s'annule pas, du moins dans le champ de visualisation utilisé. Ceci est le signe d'une action à longue portée

crée par le mouvement de l'intrus. Cette décroissance ne varie pas non plus avec la position verticale de l'intrus.



**FIG. 4.25:** Profil axial porté par  $\bar{u}_A$ , à gauche à l'avant de l'intrus, à droite à l'arrière de l'intrus, pour différentes masses d'intrus : (●)  $m = 9.7g$ , (●)  $m = 6.9g$ , (●)  $m = 5.8g$ , (●)  $m = 5.2g$ .

De même, sur la figure 4.26, les profils de déplacements des grains n'évoluent pas avec la profondeur. À l'arrière comme à l'avant de l'intrus, on identifie une longueur caractéristique de décroissance  $\lambda_A$  d'environ  $6d_p$ .



**FIG. 4.26:** Profil axial porté par  $\bar{u}_A$ , (a) à l'avant de l'intrus et (b) à l'arrière de l'intrus pour différentes profondeurs : (●)  $z = 10mm$ , (●)  $z = 30mm$ , (●)  $z = 50mm$ , (●)  $z = 70mm$ , (●)  $z = 90mm$ .





# Conclusion et perspectives

Durant cette thèse, nous avons réalisé une étude expérimentale  $2D$  d'un milieu granulaire dense vibré dans des conditions proches de la transition de blocage. Une des particularités de notre dispositif expérimental est le rôle joué par la gravité, qui introduit une pression de confinement variable spatialement. De plus, en combinant notre étude dynamique du milieu granulaire à une approche rhéologique, cela nous a permis de préciser le rôle des vibrations sur la mobilité de l'intrus au sein de la phase dense agitée.

Dans le chapitre 3, une étude macroscopique d'agitation et de compacité du milieu a été conduite. Un des résultats majeurs est l'obtention d'une expression reliant compacité, pression et agitation, différente de ce qui est attendu de l'équation d'état associée à la théorie cinétique des gaz granulaires. Cette expression est validée pour des milieux fortement dissipatifs associés à des grandes hauteurs d'empilement. En revanche, pour des faibles hauteurs d'empilement, on retrouve bien le comportement standard des gaz granulaires. L'observation d'un comportement inverse à celui attendu pour un gaz dissipatif illustre bien le caractère non collisionnel du mode de transfert énergétique. Cela suggère entre autres, un rôle important de la structure de l'empilement dans la transmission de l'énergie, particulièrement au voisinage des configurations à faibles nombres de contacts. Une question centrale est donc de comprendre l'origine de la relation obtenue en clarifiant le rôle des transports élastiques dans ces empilements à la fois désordonnés et fragiles. Par exemple, expérimentalement, il serait intéressant de déterminer comment évolue le nombre de contacts moyen par grain lorsque la compacité diminue et que l'énergie cinétique moyenne stockée dans l'empilement chute fortement. Cette caractérisation du comportement macroscopique a été complétée par une étude microscopique de la mobilité individuelle des grains. Nous avons vu qu'au sein d'un même empilement vibré pouvaient coexister plusieurs régimes (bloqué, sous diffusif, diffusif) et que cela amenait à une certaine hétérogénéité de la dynamique du milieu. Au final, nous avons caractérisé la mobilité moyenne des grains à travers la compacité locale du milieu mais aussi en introduisant une échelle de temps qui met en évidence un comportement non local, directement relié à une mesure de l'hétérogénéité dynamique de l'ensemble de l'empilement. Enfin, en analysant les champs de déplacement des grains et leurs corrélations spatiales, nous avons pu identifier une échelle spatiale mésoscopique homogène sur l'ensemble de la cellule et correspondant à des mouvements collectifs. Il

serait intéressant par la suite d'étudier les relations entre cette échelle mésoscopique et la mobilité d'un grain. À cet effet, nous avons commencé à étudier la densité des modes propres associés à la matrice de corrélation des déplacements individuels des grains. Nous avons vu que pour les phases les plus bloquées, il existe de fortes analogies avec les modes "mous" identifiés pour les systèmes élastiques désordonnés proches de la transition de blocage. Cette partie de notre travail non rapportée dans cette thèse, nécessite donc quelques précautions et un développement plus approfondis.

Le dernier chapitre complète notre description du milieu granulaire par l'étude de la mobilité d'un intrus au sein de la phase vibrée dans des conditions identiques à celle du chapitre 3. La densité de cet intrus est telle qu'il coule verticalement. Nous avons montré qu'il était possible à partir des trajectoires, de déduire une relation entre un coefficient de friction effectif et la vitesse locale de l'intrus. En outre, le comportement dynamique de la chute étant très intermittent, nous avons séparé et analysé les phases de blocage et de coulée. Il émerge de cette étude un comportement pathologique associé à la dynamique de blocage qui modifie fortement les lois d'écoulement et éventuellement la rhéologie du système. Nous avons finalement pu proposer une méthode permettant de déterminer une loi effective de rhéologie pour un milieu granulaire dense vibré. Une étude paramétrique complète variant la taille de l'intrus serait nécessaire pour compléter l'étude. Néanmoins, les premiers résultats semblent indiquer un comportement rhéologique similaire de celui observé dans les milieux granulaires cisailés, c'est à dire l'existence d'un régime rhéo-épaississant tel que la friction effective augmente avec le taux de cisaillement. Cette étude a été complétée par l'analyse des champs de déplacement au passage de l'intrus. Ceci a permis de montrer que la coulée s'effectue à travers un couple intrus-vortex qui provoque des réorganisations à grande échelle à l'intérieur du milieu. Bien que ces résultats apportent un certain éclairage expérimental sur certains aspects de la transition de blocage, ils engendrent également de nombreuses questions qui appellent à des mesures complémentaires.

# Bibliographie

- [1] A. R. Abate and D. J. Durian. Approach to jamming in an air-fluidized granular bed. *Phys. Rev. E*, 74(3) :031308, sep 2006. [15](#), [34](#)
- [2] I. Albert, P. Tegzes, B. Kahng, R. Albert, J. G. Sample, M. Pfeifer, A.-L. Barabási, T. Vicsek, and P. Schiffer. Jamming and fluctuations in granular drag. *Phys. Rev. Lett.*, 84(22) :5122–5125, May 2000. [17](#)
- [3] R. Albert, M. A. Pfeifer, A.-L. Barabási, and P. Schiffer. Slow drag in a granular medium. *Phys. Rev. Lett.*, 82(1) :205–208, Jan 1999. [17](#)
- [4] C. A. Angell. Formation of Glasses from Liquids and Biopolymers. *Science*, 267 :1924–1935, mar 1995. [53](#)
- [5] A. Barrat, J. Kurchan, V. Loreto, and M. Sellitto. Edwards' Measures for Powders and Glasses. *Physical Review Letters*, 85 :5034–5037, dec 2000. [17](#)
- [6] L. Berthier, G. Biroli, J.-P. Bouchaud, L. Cipelletti, D. El Masri, D. L'Hôte, F. Ladieu, and M. Pierno. Direct Experimental Evidence of a Growing Length Scale Accompanying the Glass Transition. *Science*, 310 :1797–1800, dec 2005. [15](#)
- [7] J. J. Brey, M. I. García de Soria, and P Maynar. Breakdown of the fluctuation-dissipation relations in granular gases. *Europhysics Letters*, 84 :24002, oct 2008. [16](#)
- [8] J. J. Brey, M. J. Ruiz-Montero, and F. Moreno. Hydrodynamics of an open vibrated granular system. *Phys. Rev. E*, 63(6) :061305, jun 2001. [11](#)
- [9] G. Caballero, E. Kolb, A. Lindner, J. Lanuza, and E. Clément. Experimental investigation of granular dynamics close to the jamming transition. *Journal of Physics Condensed Matter*, 17 :2503, June 2005. [20](#), [64](#), [77](#)
- [10] G. A. Caballero-Robledo and E. Clément. Rheology of a sonofluidized granular packing. *European Physical Journal E*, July 2009. [17](#)
- [11] R. Candelier and O. Dauchot. Creep Motion of an Intruder within a Granular Glass Close to Jamming. *Physical Review Letters*, 103(12) :128001, sep 2009. [20](#), [64](#), [82](#)

- [12] R. Candelier and O. Dauchot. Journey of an intruder through the fluidization and jamming transitions of a dense granular media. *Phys. Rev. E.*, 81(1) :011304, January 2010. [64](#), [72](#)
- [13] M. E. Cates, J. P. Wittmer, J. P. Bouchaud, and P. Claudin. Jamming, force chains, and fragile matter. *Phys. Rev. Lett.*, 81(9) :1841–1844, Aug 1998. [7](#)
- [14] P. Cixous. *Blocage et écoulement d'un milieu granulaire dense et désordonné autour d'un obstacle rigide*. PhD thesis, P6-ESPCI, 2009. [17](#), [36](#), [64](#), [82](#)
- [15] A. Crisanti and F. Ritort. Violation of the fluctuation dissipation theorem in glassy systems : basic notions and the numerical evidence. *Journal of Physics A Mathematical General*, 36 :181, may 2003. [16](#)
- [16] L. F. Cugliandolo and J. Kurchan. Aging and Effective Temperatures in the Low Temperature Mode-Coupling Equations. *Progress of Theoretical Physics Supplement*, 126 :407–414, 1997. [17](#)
- [17] L. F. Cugliandolo, J. Kurchan, and L. Peliti. Energy flow, partial equilibration, and effective temperatures in systems with slow dynamics. *Phys. Rev. E*, 55 :3898–3914, apr 1997. [17](#)
- [18] G. D’Anna and G. Gremaud. The jamming route to the glass state in weakly perturbed granular media. *Nature*, 413 :407–409, sep 2001. [17](#)
- [19] G. D’Anna, P. Mayor, A. Barrat, V. Loreto, and F. Nori. Observing brownian motion in vibration-fluidized granular matter. *Nature*, 424 :909–912, aug 2003. [17](#)
- [20] O. Dauchot, G. Marty, and G. Biroli. Dynamical Heterogeneity Close to the Jamming Transition in a Sheared Granular Material. *Physical Review Letters*, 95(26) :265701, dec 2005. [15](#), [20](#), [34](#)
- [21] P. G. Debenedetti and F. H. Stillinger. Supercooled liquids and the glass transition. *Nature*, 410 :259–267, mar 2001. [6](#)
- [22] B. Doliwa and A. Heuer. Cage Effect, Local Anisotropies, and Dynamic Heterogeneities at the Glass Transition : A Computer Study of Hard Spheres. *Phys. Rev. Lett.*, 80(22) :4915–4918, Jun 1998. [49](#), [52](#)
- [23] J. Duran. *Sands, Powders, and Grains : An Introduction to the Physics of Granular Materials*. Springer, New York, 1999. [4](#)
- [24] A. Duri and L. Cipelletti. Length scale dependence of dynamical heterogeneity in a colloidal fractal gel. *Europhysics Letters*, 76 :972–978, dec 2006. [15](#)
- [25] M. D. Ediger, C. A. Angell, and Nagel S. R. Supercooled liquids and glasses. *J. Phys. Chem.*, 100(31) :13200–13212, aug 1996. [6](#)

- [26] Peter Eshuis, Ko van der Weele, Devaraj van der Meer, and Detlef Lohse. Granular Leidenfrost Effect : Experiment and Theory of Floating Particle Clusters. *Phys. Rev. Lett.*, 95(25) :258001, Dec 2005. [12](#), [13](#), [20](#), [38](#)
- [27] P. Gallo, F. Sciortino, P. Tartaglia, and S.-H. Chen. Slow Dynamics of Water Molecules in Supercooled States. *Phys. Rev. Lett.*, 76(15) :2730–2733, Apr 1996. [52](#)
- [28] J. Geng and R. P. Behringer. Slow drag in two-dimensional granular media. *PRE*, 71(1) :011302, jan 2005. [17](#), [72](#)
- [29] E. L. Grossman, Tong Zhou, and E. Ben-Naim. Towards granular hydrodynamics in two dimensions. *Phys. Rev. E*, 55(4) :4200–4206, Apr 1997. [46](#)
- [30] E. Guyon, J. P. Hulin, and L. Petit. *Hydrodynamique Physique*. 2001. [56](#)
- [31] P. K. Haff. Grain flow as a fluid-mechanical phenomenon. *Journal of Fluid Mechanics*, 134 :401–430, 1983. [38](#)
- [32] J.-P. Hansen, I. R. McDonald, and D. Henderson. Theory of Simple Liquids. *Physics Today*, 41 :89, 1988. [42](#)
- [33] M. B. Hastings, C. J. Olson Reichhardt, and C. Reichhardt. Depinning by fracture in a glassy background. *Phys. Rev. Lett.*, 90(9) :098302, Mar 2003. [64](#)
- [34] Olaf Herbst, Peter Müller, Matthias Otto, and Annette Zippelius. Local equation of state and velocity distributions of a driven granular gas. *Phys. Rev. E*, 70(5) :051313, Nov 2004. [45](#)
- [35] H. M. Jaeger, S. R. Nagel, and R. P. Behringer. Granular solids, liquids, and gases. *Rev. Mod. Phys.*, 68(4) :1259–1273, Oct 1996. [3](#)
- [36] A. Janda, D. Maza, A. Garcimartín, E. Kolb, J. Lanuza, and E. Clément. Unjamming a granular hopper by vibration. *Europhysics Letters*, 87 :24002, July 2009. [74](#)
- [37] H. Kawamura. A simple theory of hard disk transition. *Progress of Theoretical Physics*, 61 :1584–1596, June 1979. [46](#)
- [38] B. S. Kerner and H. Rehborn. Experimental properties of phase transitions in traffic flow. *Physical Review Letters*, 79 :4030–4033, nov 1997. [7](#)
- [39] A. S. Keys, A. R. Abate, S. C. Glotzer, and D. J. Durian. Measurement of growing dynamical length scales and prediction of the jamming transition in a granular material. *Nature Physics*, 3 :260–264, apr 2007. [15](#), [16](#)
- [40] Teruhisa S. Komatsu, Shio Inagaki, Naoko Nakagawa, and Satoru Nasuno. Creep motion in a granular pile exhibiting steady surface flow. *Phys. Rev. Lett.*, 86(9) :1757–1760, Feb 2001. [5](#)

- [41] L. Kondic, O. M. Dybenko, and R. P. Behringer. Probing dense granular materials by space-time dependent perturbations. *Phys. Rev. E*, 79(4) :041304, Apr 2009. [34](#)
- [42] F. Lechenault, O. Dauchot, G. Biroli, and J. P. Bouchaud. Critical scaling and heterogeneous superdiffusion across the jamming/rigidity transition of a granular glass. *Europhysics Letters*, 83 :46003, August 2008. [15](#), [20](#), [36](#), [48](#)
- [43] A. J. Liu and S. R. Nagel. Nonlinear dynamics : Jamming is not just cool any more. *Nature*, 396 :21–22, nov 1998. [4](#), [5](#), [7](#), [8](#), [13](#)
- [44] D. J. Low. Following the crowd. *Nature*, 407 :465, sept 2000. [7](#)
- [45] S. Luding, E. Clément, J. Rajchenbach, and J. Duran. Simulations of pattern formation in vibrated granular media. *Europhysics Letters*, 36 :247–252, November 1996. [48](#)
- [46] Stefan Luding. Global equation of state of two-dimensional hard sphere systems. *Phys. Rev. E*, 63(4) :042201, Mar 2001. [45](#)
- [47] Stefan Luding. Towards dense, realistic granular media in 2d. *Nonlinearity*, 22(12) :R101, 2009. [10](#), [34](#), [46](#)
- [48] H. A. Makse and J. Kurchan. Testing the thermodynamic approach to granular matter with a numerical model of a decisive experiment. *Nature*, 415 :614–617, feb 2002. [17](#)
- [49] G. Marty and O. Dauchot. Subdiffusion and Cage Effect in a Sheared Granular Material. *Physical Review Letters*, 94(1) :015701, jan 2005. [20](#), [36](#), [49](#), [51](#)
- [50] B. Meerson, T. Pöschel, and Y. Bromberg. Close-Packed Floating Clusters : Granular Hydrodynamics Beyond the Freezing Point? *Physical Review Letters*, 91(2) :024301, July 2003. [12](#), [38](#)
- [51] M. Meneguzzi, U. Frisch, and A. Pouquet. Helical and nonhelical turbulent dynamos. *Phys. Rev. Lett.*, 47(15) :1060–1064, Oct 1981. [72](#)
- [52] G. Midi. On dense granular flows. *European Physical Journal E*, 14 :341–365, aug 2004. [78](#)
- [53] M. Nicolas, P. Duru, and O. Pouliquen. Compaction of a granular material under cyclic shear. *European Physical Journal E*, 3 :309–314, dec 2000. [49](#)
- [54] S Ogawa. Multi-temperature theory of granular materials. *Proc. US-Jpn Semin. Contin. Mech. And Stat. App. Mech. granular Mat. tokyo*, pages 208–217, 1978. [10](#)
- [55] C. S. O’Hern, S. A. Langer, A. J. Liu, and S. R. Nagel. Random Packings of Frictionless Particles. *Phys. Rev. Lett.*, 88(7) :075507, Jan 2002. [8](#)

- [56] C. S. O'Hern, L. E. Silbert, A. J. Liu, and S. R. Nagel. Jamming at zero temperature and zero applied stress : The epitome of disorder. *Phys. Rev. E*, 68(1) :011306, Jul 2003. [8](#), [13](#), [14](#)
- [57] F. Radjai, D. E. Wolf, M. Jean, and J.-J. Moreau. Bimodal character of stress transmission in granular packings. *Physical Review Letters*, 80 :61–64, January 1998. [4](#)
- [58] P. M. Reis, R. A. Ingale, and M. D. Shattuck. Caging Dynamics in a Granular Fluid. *Physical Review Letters*, 98(18) :188301, may 2007. [15](#), [48](#), [49](#), [52](#)
- [59] P. M. Reis, R. A. Ingale, and M. D. Shattuck. Forcing independent velocity distributions in an experimental granular fluid. *Phys. Rev. E*, 75(5) :051311, may 2007. [20](#), [34](#)
- [60] R. Ritcher. Homogeneous dispersion of dielectric responses in a simple glass. *J. Non-Cryst. Solids*, 172-174 :209–213, 1994. [6](#)
- [61] J. P. Sethna, K. A. Dahmen, and C. R. Myers. Crackling noise. *Nature*, 410 :242–250, mar 2001. [72](#)
- [62] L. E. Silbert, A. J. Liu, and S. R. Nagel. Normal modes in model jammed systems in three dimensions. *Phys. Rev. E*, 79(2) :021308, feb 2009. [14](#)
- [63] L. Vanel, Ph. Claudin, J.-Ph. Bouchaud, M. E. Cates, E. Clément, and J. P. Wittmer. Stresses in Silos : Comparison Between Theoretical Models and New Experiments. *Phys. Rev. Lett.*, 84(7) :1439–1442, Feb 2000. [4](#)
- [64] E. R. Weeks, J. C. Crocker, A. C. Levitt, A. Schofield, and D. A. Weitz. Three-Dimensional Direct Imaging of Structural Relaxation Near the Colloidal Glass Transition. *Science*, 287 :627–631, jan 2000. [15](#), [49](#), [52](#)
- [65] E. R. Weeks and D. A. Weitz. Properties of Cage Rearrangements Observed near the Colloidal Glass Transition. *Physical Review Letters*, 89(9) :095704, aug 2002. [15](#)
- [66] M. Wyart. *Sur la rigidité des solides amorphes. Fluctuation des prix, conventions et microstructure des marchés financiers*. PhD thesis, École Polytechnique, 2005. [13](#)
- [67] N. Xu, M. Wyart, A. J. Liu, and S. R. Nagel. Excess vibrational modes and the boson peak in model glasses. *Physical Review Letters*, 98(17) :175502, apr 2007. [13](#)
- [68] O. Zik, J. Stavans, and Y. Rabin. Mobility of a sphere in vibrated granular media. *Europhysics Letters*, 17 :315, January 1992. [17](#)



