



**HAL**  
open science

# Prédiction des propriétés acoustiques de matériaux fibreux hétérogènes à partir de leur microstructure 3D

Charles Peyrega

► **To cite this version:**

Charles Peyrega. Prédiction des propriétés acoustiques de matériaux fibreux hétérogènes à partir de leur microstructure 3D. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2010. Français. NNT : 2010ENMP0042 . pastel-00568918

**HAL Id: pastel-00568918**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00568918v1>**

Submitted on 23 Feb 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École doctorale n°432 :  
Sciences des Métiers de l'Ingénieur

**Doctorat ParisTech**

**T H È S E**

pour obtenir le grade de docteur délivré par

**l'École nationale supérieure des mines de Paris**

**Spécialité « Morphologie Mathématique »**

*présentée et soutenue publiquement par*

**Charles PEYREGA**

le 24 novembre 2010

**Prédiction des propriétés acoustiques de matériaux fibreux  
hétérogènes à partir de leur microstructure 3D**

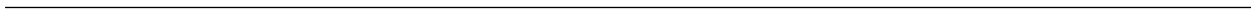
Directeur de thèse : **Dominique JEULIN**  
Co-encadrement de la thèse : **Christine DELISÉE**

**Jury**

<b>M. Bernard CASTAGNÈDE</b> , Professeur, LAUM, CNRS-Université du Maine	Président
<b>M. Christian GEINDREAU</b> , Professeur, 3S-R, CNRS-UJF-INPG	Rapporteur
<b>M. Bernard SAPOVAL</b> , Directeur de Recherche, LPMC, CNRS-EP X-ParisTech	Rapporteur
<b>M. Jean-Luc KOUYOUMJI</b> , Docteur, Ingénieur de Recherche, FCBA	Examinateur
<b>M. Camille PERROT</b> , Docteur, Maître de Conférences, MSME, CNRS-UMLV	Examinateur
<b>Mme Katja SCHLADITZ</b> , Docteur, Image Processing Group, Institut Fraunhofer ITWM	Examinatrice
<b>Mme Christine DELISÉE</b> , Docteur, Maître de Conférences, US2B, CNRS-INRA	Directrice de thèse
<b>M. Dominique JEULIN</b> , Professeur, CMM-MS, Mines ParisTech	Directeur de thèse

**MINES ParisTech**  
**Centre de Morphologie Mathématique, Mathématiques et Systèmes**  
35, rue Saint-Honoré, 77305 FONTAINEBLEAU

**T  
H  
È  
S  
E**



*J'ai toujours aimé le désert. On s'assoit sur une dune de sable. On ne voit rien. On n'entend rien. Et cependant quelque chose rayonne en silence...*

Antoine de Saint-Exupéry (1900 - 1944)  
Le Petit Prince (extrait) (1943)



---

## Remerciements

Avant d'apprécier enfin ce qui « rayonne en silence » dans le désert, ma route a croisé de nombreuses personnes qui m'ont guidé dans mon cheminement à travers le tumulte de ces trois années de thèse. C'est pourquoi je leur témoigne ma sincère reconnaissance. Pour commencer, je remercie mes deux directeurs de thèse qui m'ont accompagné tout au long de mon parcours et m'ont montré le chemin où puiser les solutions à mes problèmes. Je remercie donc Christine Delisée pour sa gentillesse et sa bonne humeur perpétuelle et communicative. Elle m'a éclairé sur les méthodes de caractérisation de matériaux à base de bois. Ma reconnaissance va également à Dominique Jeulin duquel j'ai pu bénéficier d'un encadrement presque permanent durant ces trois ans, tous les jours de la semaine quasiment 24h/24h. Je le remercie beaucoup pour sa disponibilité malgré son emploi du temps très chargé, pour sa patience et son enthousiasme quels qu'aient été les défis à relever. De plus, je lui suis très reconnaissant de m'avoir permis de me reposer en toute confiance sur ses grandes compétences entre autres en morphologie mathématique, en modélisation de milieux aléatoires et en caractérisation de matériaux pour répondre aux objectifs de ma thèse. Je les remercie enfin tous les deux pour l'attention et la confiance qu'ils m'ont toujours accordées.

Je témoigne toute ma gratitude aux membres de mon jury de thèse qui ont accepté de juger mon travail. Ainsi, je remercie Bernard Castagnède pour avoir endossé le rôle de président et pour l'aide qu'il m'a souvent apportée à propos des questions d'acoustique soulevées par le projet Silent Wall. Je remercie Christian Geindreau qui a pris la peine d'évaluer mon manuscrit et de me formuler des remarques constructives afin d'en valoriser certaines approches scientifiques. Ma gratitude va également à Bernard Sapoval, aussi rapporteur de mon manuscrit, pour son enthousiasme et ses suggestions encourageantes à propos de mon travail de modélisation physique des propriétés acoustiques de milieux fibreux. Je formule un sincère « vielen Dank » à Katja Schladitz qui fit le voyage depuis l'Allemagne pour se joindre à mon jury de thèse et partager son approche en caractérisation et en modélisation de milieux aléatoires en 3D. Je remercie Jean-Luc Kouyoumji pour son entrain et pour avoir éclairé mon travail de son expérience en terme d'exigences et de faisabilité concernant les matériaux isolants acoustiques pour le bâtiment. Enfin, je remercie Camille Perrot pour ses conseils à propos de la modélisation thermo-acoustique et de l'homogénéisation de cellules microscopiques.

Je garde un excellent souvenir de ces trois ans passés à Fontainebleau au Centre de Morphologie Mathématique au sein duquel j'ai pu pleinement développer mes idées et mes travaux de recherche. Ainsi, je remercie son directeur Fernand Meyer pour m'y avoir accueilli et pour ses remarques éclairées à propos de certaines approches de mon travail, et également pour ses suggestions concernant ma soutenance de thèse. Je suis très reconnaissant envers Catherine Moysan pour sa gentillesse, sa patience et sa bonne humeur constantes, et qui est toujours disponible pour soutenir le moral des

---

troupes et leur faciliter toutes les démarches administratives. Je remercie également Beatriz Marcotegui, Etienne Decencière, Michel Bilodeau, Jesús Angulo et Petr Dokladal pour leur bienveillance et leur promptitude à m'avoir dispensé formations, conseils et assistance.

Je témoigne ma reconnaissance envers Patrick Castéra, directeur de l'US2B, qui a efficacement arbitré les réunions Silent Wall et canalisé les énergies pour que les exigences du projet soient remplies par le consortium du mieux possible. Je remercie Jérôme Malvestio de l'US2B pour son engagement et son efficacité à fournir les images de microtomographie que j'ai utilisées pour caractériser la microstructure de matériaux fibreux. Je remercie particulièrement Claude Depollier et Olivier Dazel du LAUM, pour m'avoir plusieurs fois accueilli chaleureusement au Mans, et pour leur aide précieuse à propos de mes questions en acoustique. Je remercie enfin tous les autres collègues du projet Silent Wall qui, bien qu'issus d'horizons et de spécialisations différents, ont su mutualiser leurs connaissances et porter le projet ensemble vers son succès.

Je remercie Jérôme Lux et Maxime Moreaud que j'ai souvent croisés lors de conférences en France et à l'étranger, et qui m'ont apporté le recul de leurs expériences respectives pour améliorer mes méthodes et approches en traitement d'images, en modélisation et en caractérisation de matériaux. J'ai également une pensée sincèrement reconnaissante envers Jean-Marie Becker, Michel Jourlin et Albert Bijaoui, qui ont encouragé l'idée qu'une poursuite en thèse fasse son chemin dans mon esprit, et finalement se concrétise aujourd'hui.

Ces trois ans n'auraient pas été si rayonnants sans mes compagnons de voyage indispensables à mon épanouissement en dehors de la thèse. Ainsi, je remercie les « anciens », Jorgito, Guillaume N., Jean S., Ali, Adnan, Romaric, Thibault et Christophe pour leur accueil et leurs conseils aux nouvelles recrues. Je remercie chaleureusement la fine équipe des « Fifrelins » : Matthieu, Hellen, François, Bubu, Jean-Jean, Sergio, Julie, Luc, Firetiti, Vincent, Santiago, Xiwei et Nelly, avec qui j'ai pu partager entre autres de grands moments de rire lors de soirées mémorables et de discussions animées autour du cinéma, de l'actualité et bien entendu autour de la sphère « geek », source inépuisable d'inspiration. J'ai une pensée particulièrement bienveillante pour Louise, avec qui j'ai commencé ma thèse fin 2007 et qui a insufflé un vent de folie douce parmi notre assemblée de joyeux drilles. Je remercie également mes autres amis rencontrés à l'École des Mines : Edwige, Béatrice, Cédric, Gilles, Brice, Mario-Luis, Mondher et Danitza.

Pour terminer, je remercie mes proches pour leur affection, et surtout je témoigne ma reconnaissance éternelle envers mes parents grâce à qui j'ai pu me réaliser pleinement. Complémentaires l'un de l'autre, ils m'ont accordé leur soutien de tous les instants pour rendre cette aventure possible.

Enfin, je réserve mon infinie tendresse pour Elodie qui s'est laissée apprivoiser, m'a soutenu au quotidien tout au long de ma thèse, et au côté de laquelle je peux enfin m'asseoir dans le désert et apprécier tranquillement ce qui « rayonne en silence »...

## Résumé

Cette thèse se situe à l'interface de plusieurs disciplines, dans le cadre du programme de recherche Silent Wall qui a pour vocation d'élaborer un système isolant acoustique et thermique pour le bâtiment, à base de matériaux fibreux. La problématique d'isolation acoustique étant le fil rouge de ce travail, différents domaines de recherche sont abordés dans l'étude des propriétés microstructurales de ces matériaux. Un matériau fibreux de référence, le Thermisorel™, élaboré par procédé papetier à base de fibres de bois, est retenu par le consortium Silent Wall pour ses bonnes propriétés d'isolation phonique et thermique. Des images 3D de ce matériau, réalisées par microtomographie aux rayons X, sont analysées par morphologie mathématique afin de caractériser la microstructure de ses phases fibreuse et porale. Un modèle booléen de cylindres aléatoires permet de simuler un tel matériau fibreux. L'adéquation des mesures morphologiques des milieux ainsi simulés, avec celles du Thermisorel™ valident ce modèle morphologique. Enfin, les propriétés thermo-acoustiques de cellules périodiques élémentaires microscopiques de milieux fibreux 3D simplifiés et composés de fibres parallèles, sont estimées par éléments finis, afin de relier leurs performances en absorption acoustique, à la taille des fibres et à l'épaisseur de l'échantillon. Après comparaison, les coefficients d'absorption acoustique des milieux fibreux simulés sont en adéquation avec les valeurs expérimentales mesurées sur des échantillons de Thermisorel™. Ainsi, notre démarche globale de caractérisation, et de modélisations morphologique et thermo-acoustique à l'échelle de la microstructure, est validée par les propriétés morphologiques et acoustiques de panneaux de Thermisorel™, et ouvre la voie à l'optimisation des performances acoustiques macroscopiques de tels matériaux fibreux par modification de leur microstructure.

Mots-Clés : acoustique, analyse d'images 3D de microtomographies aux rayons X, bois, homogénéisation, matériaux fibreux, méthode des éléments finis, milieux aléatoires, morphologie mathématique.



## Abstract

This PhD thesis is carried out in the framework of the Silent Wall research program whose main objective consists of designing an acoustic and thermal insulating system for buildings, from fibrous materials. Since the acoustic insulation is the main issue of this work, several fields of research are prospected within the study of the microstructural properties of these media. The Thermisorel™ material, made of wooden fibres, is a reference fibrous medium for the Silent Wall project thanks to its good acoustic and thermal insulating properties. Volumic 3D X-Ray microtomographic images of this material are analyzed by mathematical morphology in order to characterize the microstructures of its fibrous and porous phases. A 3D Boolean model of random cylinders is proposed to simulate such a fibrous medium. Since the morphological measurements processed on real and simulated media are quite similar, this morphological model is validated. Finally, the thermo-acoustic properties of microscopic elementary periodic cells of simplified media, composed of parallel fibres, are estimated by the finite element method. The objective of this modelling is to link the coefficient of acoustic absorption to the radii of the fibres and to the thickness of the material. The absorption coefficient of the simulated fibrous media are similar to the experimental measurements made on Thermisorel™. Therefore, our global method to characterize, and to model the morphology and the thermo-acoustic properties of fibrous media at the microscopic scale, is validated by the morphological and acoustic properties of wooden panels of Thermisorel™, and is helpful for future optimisations of the acoustic performances of fibrous materials by modifying their microstructures.

Keywords : 3D X-Ray CT image analysis, acoustics, fibrous materials, finite element method, homogenization, mathematical morphology, random media, wood.

# Table des matières

Liste des symboles	xix
<b>1 Introduction</b>	<b>1</b>
1.1 Contexte : le projet Silent Wall	1
1.1.1 Les objectifs de Silent Wall	1
1.1.2 Les partenaires du consortium	2
1.2 Objectifs de la thèse	3
1.3 Méthodologie et structure du document	4
<b>I Caractérisation morphologique de matériaux fibreux</b>	<b>7</b>
<b>2 Méthodes d'analyse de matériaux fibreux</b>	<b>9</b>
2.1 Matériaux fibreux mis en œuvre pour Silent Wall	9
2.2 Méthodes d'analyse	11
2.3 Acquisition des images 3D de microtomographie X	14
2.4 Les opérations de base de la morphologie mathématique	18
2.5 Segmentation des fibres	18
2.5.1 Filtrage et segmentation	19
2.5.1.1 Filtre passe-bas 5x5x5 3D	19
2.5.1.2 Filtre bilatéral 3D	22
2.5.2 Post-traitements	23
<b>3 Caractérisation morphologique du Thermisorel</b>	<b>25</b>
3.1 Mesures morphologiques sur des images 3D de Thermisorel	25
3.2 Profils de densité de fibres	25
3.3 Covariance	27
3.3.1 Principe et mise en œuvre	27
3.3.2 Résultats et interprétations	28
3.4 Surface spécifique	29
3.4.1 Méthodes	29
3.4.2 Résultats sur le matériau fibreux	30

3.5	Granulométrie par ouvertures morphologiques . . . . .	31
3.5.1	Principe de la méthode . . . . .	31
3.5.2	Résultats et interprétations . . . . .	33
3.5.2.1	Granulométrie des fibres . . . . .	33
3.5.2.2	Granulométrie des pores . . . . .	38
3.6	Longueur des fibres . . . . .	43
3.7	Tortuosité morphologique . . . . .	43
3.7.1	Définitions et principe de la méthode . . . . .	43
3.7.2	Algorithme et implémentation . . . . .	44
3.7.3	Influence de l'élément structurant de propagation . . . . .	46
3.7.3.1	Les éléments structurants . . . . .	46
3.7.3.2	Le demi-cube en 26-connexité . . . . .	47
3.7.3.3	La sphère discrétisée par Fast Marching . . . . .	50
3.7.4	Intérêt des demi-sphères . . . . .	54
3.7.5	Tortuosité de matériaux fibreux . . . . .	55
3.7.5.1	Tortuosité des fibres . . . . .	55
3.7.5.2	Tortuosité des pores . . . . .	58
3.8	Extraction de chemins géodésiques . . . . .	59
3.8.1	Seuillage des tortuosités . . . . .	59
3.8.2	Reconstruction de chemins géodésiques . . . . .	60
3.8.2.1	Méthode de reconstruction . . . . .	60
3.8.2.2	Exemples de reconstructions en 2D . . . . .	60
3.8.3	Application aux matériaux fibreux . . . . .	63
3.8.3.1	Dans les fibres . . . . .	64
3.8.3.2	Dans les pores . . . . .	66
3.9	Liens avec l'acoustique . . . . .	68
3.9.1	Couche limite visqueuse . . . . .	68
3.9.2	Tortuosité acoustique . . . . .	68
3.9.3	Propriétés morphologiques de la porosité en fonction de la couche limite . . . . .	69
3.9.3.1	Modéliser la couche limite visqueuse . . . . .	69
3.9.3.2	Surface spécifique de la porosité moins la couche limite visqueuse . . . . .	70
3.9.3.3	Tortuosité morphologique dans la porosité moins la couche limite visqueuse . . . . .	70
3.9.3.4	Bilan . . . . .	73
<b>II</b>	<b>Modélisation morphologique de matériaux fibreux</b>	<b>75</b>
<b>4</b>	<b>Définition du modèle morphologique 3D</b>	<b>77</b>
4.1	Préliminaires à la modélisation . . . . .	77
4.2	Choix d'un modèle théorique d'agencement des fibres en 3D . . . . .	77
4.2.1	État de l'art en modélisation de matériaux fibreux . . . . .	77

4.2.2	Le modèle booléen . . . . .	78
4.2.2.1	Propriétés du modèle booléen . . . . .	78
4.2.2.2	Covariance . . . . .	79
4.2.2.3	Érosions linéaires . . . . .	80
4.2.2.4	Érosions par des boules . . . . .	80
4.2.3	Validation de l'hypothèse du modèle booléen de cylindres aléatoires avec une isotropie transverse dans les plans $xOy$ . . . . .	80
4.2.3.1	Validation de l'hypothèse du modèle booléen . . . . .	80
4.2.3.2	Covariance selon $Oz$ des pores simulés . . . . .	82
4.2.3.3	Covariance dans les plans $xOy$ des pores simulés . . . . .	84
4.3	Choix des paramètres pour le modèle 3D et de leurs lois de probabilité . . . . .	85
4.3.1	Intensité du processus de points de Poisson originel . . . . .	85
4.3.2	Distribution en nombre des rayons de fibres . . . . .	86
4.3.3	Distribution en nombre des longueurs de fibres . . . . .	88
4.3.4	Validation par comparaison à la covariance théorique des pores simulés . . . . .	88
4.3.4.1	Validation sur la covariance selon $Oz$ des pores simulés . . . . .	88
4.3.4.2	Validation sur la covariance dans les plans $xOy$ des pores simulés . . . . .	91
4.3.5	Distribution en nombre des orientations de fibres . . . . .	92
4.4	Le modèle final retenu . . . . .	95
<b>5</b>	<b>Validation du modèle morphologique 3D</b>	<b>97</b>
5.1	Validation par mesures morphologiques 3D . . . . .	97
5.2	Comparaison des images simulées et réelles . . . . .	97
5.2.1	Simulations . . . . .	97
5.2.2	Mesures morphologiques sur les milieux simulés . . . . .	101
5.2.2.1	Profils de densité de fibres . . . . .	101
5.2.2.2	Covariance selon $Oz$ des fibres . . . . .	103
5.2.2.3	Covariance dans les plans $xOy$ des fibres . . . . .	103
5.2.2.4	Surface spécifique . . . . .	105
5.2.2.5	Granulométrie par ouverture des fibres . . . . .	105
5.2.2.6	Granulométrie par ouverture des pores . . . . .	109
5.2.2.7	Tortuosité morphologique des fibres . . . . .	113
5.2.2.8	Tortuosité morphologique des pores . . . . .	116
5.3	Limites du modèle et améliorations . . . . .	119
<b>III</b>	<b>Modélisation acoustique de matériaux fibreux</b>	<b>121</b>
<b>6</b>	<b>Historique des modèles acoustiques</b>	<b>123</b>
6.1	Modélisation des propriétés acoustiques . . . . .	123
6.2	Historique des grandes étapes en modélisation acoustique de 1868 à 1993 . . . . .	123
6.2.1	De Kirchhoff (1868) à Zwicker et Kosten (1949) . . . . .	124

6.2.1.1	Le formalisme de Kirchhoff (1868) . . . . .	124
6.2.1.2	Le modèle de fluide équivalent de Zwikker et Kosten (1949), milieux à structure rigide . . . . .	125
6.2.2	Le modèle de Biot (1956), milieux à structure déformable . . . . .	125
6.2.3	Le modèle de Delany et Bazley (1970), milieux fibreux . . . . .	126
6.2.4	Les modèles semi-phénoménologiques de fluide équivalent de Johnson <i>et al.</i> (1987) à Lafarge (1993) . . . . .	126
6.2.4.1	Le modèle visqueux de Johnson <i>et al.</i> (1987) . . . . .	126
6.2.4.2	Le modèle thermique de Champoux et Allard (1991) . . . . .	127
6.2.4.3	Le modèle thermique de Lafarge d'après Champoux et Allard (1993) . . . . .	128
6.2.4.4	Le modèle visqueux de Pride puis thermique de Lafarge (1993) . . . . .	128
6.2.5	Bilan . . . . .	129
<b>7</b>	<b>Propriétés acoustiques de milieux poreux</b> . . . . .	<b>131</b>
7.1	Modélisation des propriétés acoustiques de matériaux poreux . . . . .	131
7.1.1	Equations physiques mises en œuvre . . . . .	131
7.1.1.1	Formulation temporelle . . . . .	131
7.1.1.2	Formulation harmonique . . . . .	132
7.1.2	Homogénéisation des structures périodiques et approche multi-échelle . . . . .	133
7.1.2.1	Homogénéisation des structures périodiques . . . . .	133
7.1.2.2	Formulation multi-échelle . . . . .	134
7.1.3	Propriétés acoustiques macroscopiques . . . . .	135
7.1.3.1	Calcul des propriétés macroscopiques effectives . . . . .	135
7.1.3.2	Méthode de calcul par approche microstructurale par éléments finis . . . . .	135
7.1.3.3	Propriétés effectives visqueuses . . . . .	136
7.1.3.4	Propriétés effectives thermiques . . . . .	138
7.1.3.5	Propriétés d'absorption acoustique . . . . .	139
7.1.3.6	Bilan . . . . .	140
7.1.4	Analogie du comportement en fréquence infinie avec un problème de conduc- tion électrique . . . . .	140
7.2	Validation de la méthode sur des modèles issus de la bibliographie . . . . .	142
7.2.1	Principe de la validation . . . . .	142
7.2.2	Modèle 2D de fibres cylindriques périodiques . . . . .	142
7.2.2.1	Géométrie 2D et maillage . . . . .	142
7.2.2.2	Paramètres physiques . . . . .	144
7.2.2.3	Champs de vitesse et de pression acoustiques d'une cellule élémentaire . . . . .	145
7.2.2.4	Champs de température acoustique d'une cellule élémentaire . . . . .	147
7.2.2.5	Interprétation correcte des champs périodiques . . . . .	148
7.2.2.6	Modélisation du problème de conduction électrique . . . . .	151
7.2.2.7	Propriétés acoustiques de la géométrie 2D PACC . . . . .	152

<b>8</b>	<b>Modélisation des propriétés acoustiques de matériaux fibreux</b>	<b>159</b>
8.1	Influence de la microstructure sur les performances acoustiques de matériaux fibreux	159
8.2	Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées . . . . .	159
8.2.1	Fibres pleines 2D PASC NO LUMEN . . . . .	159
8.2.1.1	Géométrie 2D et maillage . . . . .	159
8.2.1.2	Champs de vitesse et de pression acoustiques en stimulation selon l'axe Ox . . . . .	161
8.2.1.3	Champs de température acoustique en stimulation selon l'axe Ox . . . . .	163
8.2.1.4	Propriétés acoustiques des fibres pleines, stimulées selon l'axe Ox . . . . .	166
8.2.2	Fibres creuses 2D PASC LUMEN . . . . .	173
8.2.2.1	Géométrie 2D et maillage . . . . .	173
8.2.2.2	Champs de vitesse et de pression acoustiques en stimulation selon l'axe Ox . . . . .	174
8.2.2.3	Champs de température acoustique en stimulation selon l'axe Ox . . . . .	175
8.2.2.4	Propriétés acoustiques des fibres creuses, stimulées selon l'axe Ox . . . . .	178
8.2.2.5	Champs de vitesse et de pression acoustiques en stimulation selon l'axe Oy . . . . .	184
8.2.2.6	Champs de température acoustique en stimulation selon l'axe Oy . . . . .	185
8.2.2.7	Propriétés acoustiques des fibres creuses, stimulées selon l'axe Oy . . . . .	188
8.2.3	Influence du rayon des fibres sur l'absorption acoustique . . . . .	194
8.2.3.1	Comparaison des fibres pleines et creuses stimulées selon l'axe Ox . . . . .	194
8.2.3.2	Influence des directions de stimulation Ox et Oy sur les fibres creuses . . . . .	195
8.2.4	Liens entre rayon des fibres et épaisseur de couche limite visqueuse . . . . .	196
8.2.5	Liens entre rayon des fibres et longueurs caractéristiques . . . . .	201
8.2.5.1	Longueur caractéristique visqueuse . . . . .	201
8.2.5.2	Surface spécifique de contact air-fibres . . . . .	202
8.2.5.3	Fréquence critique de transition . . . . .	203
8.3	Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements aléatoires de fibres parallèles pleines, de sections circulaires . . . . .	205
8.3.1	Agencements 2D PACC RANDOM89 de porosité 0,89 . . . . .	205
8.3.1.1	Géométries 2D et maillage . . . . .	205
8.3.1.2	Champs de vitesse et de pression acoustiques . . . . .	207
8.3.1.3	Champs de température acoustique de quatre géométries 2D PACC RANDOM89 . . . . .	211
8.3.1.4	Propriétés acoustiques des géométries 2D PACC RANDOM89 . . . . .	213
8.3.2	Agencements 2D PACC RANDOM64 de porosité 0,64 . . . . .	218
8.3.2.1	Géométries 2D et maillage . . . . .	218
8.3.2.2	Champs de vitesse et de pression acoustiques . . . . .	220
8.3.2.3	Champs de température acoustique de quatre géométries 2D PACC RANDOM64 . . . . .	223
8.3.2.4	Propriétés acoustiques des géométries 2D PACC RANDOM64 . . . . .	224

8.3.3	Propriétés structurelles et acoustiques des géométries 2D PACC RANDOM . . . . .	229
8.4	Influence de l'épaisseur de l'échantillon sur l'absorption acoustique . . . . .	236
8.5	Comparaison des modèles aux mesures sur panneaux de Thermisorel . . . . .	241
8.5.1	Les performances acoustiques du Thermisorel . . . . .	241
8.5.2	Comparaison aux modèles de fibres parallèles . . . . .	242
8.5.2.1	Agencements réguliers . . . . .	242
8.5.2.2	Agencements aléatoires . . . . .	245
8.5.2.3	Bilan . . . . .	247
8.6	Limites de la méthode et améliorations . . . . .	249
<b>IV</b>	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>251</b>
<b>9</b>	<b>Conclusions</b>	<b>253</b>
9.1	Bilan de la thèse . . . . .	253
9.1.1	La thèse au sein du projet Silent Wall . . . . .	253
9.1.2	La caractérisation morphologique de milieux fibreux . . . . .	253
9.1.3	La modélisation morphologique de milieux fibreux . . . . .	254
9.1.4	La modélisation acoustique de milieux fibreux . . . . .	255
9.2	Perspectives . . . . .	258
<b>V</b>	<b>Annexes</b>	<b>259</b>
<b>A</b>	<b>Le filtre bilatéral</b>	<b>261</b>
<b>B</b>	<b>Une implémentation du Fast Marching</b>	<b>265</b>
<b>C</b>	<b>Fast Marching et <i>backtracking</i></b>	<b>269</b>
C.1	Le principe du <i>backtracking</i> . . . . .	269
C.1.1	<i>Backtracking</i> en 2D . . . . .	269
C.1.2	<i>Backtracking</i> en 3D . . . . .	270
C.2	Le Fast Marching sur quelques itérations . . . . .	274
C.2.1	L'influence de la fonction de coût . . . . .	274
C.2.2	Le Fast Marching sur 37 itérations . . . . .	274
C.2.3	<i>Backtracking</i> et Fast Marching . . . . .	275
<b>D</b>	<b>Méthode pour tracer des cylindres en 3D en géométrie discrète</b>	<b>279</b>
D.1	Le principe de la méthode par distance euclidienne . . . . .	279
D.2	Le principe de la méthode par projeté orthogonal sur la génératrice . . . . .	282
D.3	Exemples de cylindres discrets tracés par la méthode par distance euclidienne . . . . .	282

<b>E</b>	<b>Modèles en acoustique</b>	<b>285</b>
E.1	Modèle empirique de Delany et Bazley (1970) pour les matériaux fibreux . . . . .	285
E.2	Modèles semi-phénoménologiques . . . . .	285
E.2.1	Phénomènes visqueux . . . . .	285
E.2.1.1	Modèle de Johnson (1987) . . . . .	286
E.2.1.2	Modèle de Pride (1993) . . . . .	287
E.2.2	Phénomènes thermiques . . . . .	287
E.2.2.1	Modèle de Champoux et Allard (1991) . . . . .	287
E.2.2.2	Modèle de Champoux et Allard affiné par Lafarge (1993) . . . . .	288
E.2.2.3	Modèle de Lafarge d'après Pride (1993) . . . . .	288
<b>F</b>	<b>Validation de la modélisation thermo-acoustique</b>	<b>291</b>
F.1	Principe de la validation . . . . .	291
F.2	Modèle 2D de mousses périodiques . . . . .	291
F.2.1	Géométrie 2D et maillage . . . . .	291
F.2.2	Propriétés acoustiques de la géométrie 2D Perrot RH . . . . .	296
F.3	Modèle 3D d'agencement cubique simple de sphères . . . . .	298
F.3.1	Géométrie 3D et maillage . . . . .	298
F.3.2	Propriétés acoustiques de la géométrie 3D Sphères SC . . . . .	302
F.4	Bilan . . . . .	306
<b>G</b>	<b>Compléments au chapitre 8</b>	<b>307</b>
G.1	Cellules élémentaires 2D PACC64 . . . . .	307
G.1.1	Géométrie 2D et maillage . . . . .	307
G.1.2	Champs de vitesse et de pression acoustiques . . . . .	308
G.1.3	Champs de température acoustique . . . . .	310
G.2	Cellules élémentaires 2D PACC RANDOM89 . . . . .	313
G.2.1	Champs de température acoustique de trois géométries 2D PACC RANDOM89	313
G.2.2	Propriétés acoustiques des géométries 2D PACC RANDOM89 . . . . .	317
G.3	Cellules élémentaires 2D PACC RANDOM64 . . . . .	319
G.3.1	Champs de température acoustique de trois géométries 2D PACC RANDOM64	319
G.3.2	Propriétés acoustiques des géométries 2D PACC RANDOM64 . . . . .	323
G.4	Influence de l'épaisseur de l'échantillon sur l'absorption acoustique des fibres creuses 2D PASC LUMEN . . . . .	325
	<b>Bibliographie</b>	<b>342</b>



# Liste des symboles

## Exposants

- \* : Estimateur
- \*\* : Partenaires du projet Silent Wall
- ™ : Marque déposée

## Morphologie mathématique

- $\oplus$  : Addition de Minkowski
- $\ominus$  : Soustraction de Minkowski
- $\delta_{B_r}$  : Dilatation morphologique par une boule  $B_r$  de rayon  $r$
- $\epsilon_{B_r}$  : Érosion morphologique par une boule  $B_r$  de rayon  $r$
- $\gamma_{B_r}$  : Ouverture morphologique par une boule  $B_r$  de rayon  $r$
- $\varphi_{B_r}$  : Fermeture morphologique par une boule  $B_r$  de rayon  $r$
- $\mu_n(A)$  : Mesure de Lebesgue de l'ensemble  $A$  en dimension  $n$
- $A^C$  : Ensemble complémentaire de l'ensemble  $A$
- $V_4$  : Ensemble des 4 voisins en 2D d'un pixel en 4-Connexité
- $V_8$  : Ensemble des 8 voisins en 2D d'un pixel en 8-Connexité
- $V_6$  : Ensemble des 6 voisins en 3D d'un voxel en 6-Connexité
- $V_{26}$  : Ensemble des 26 voisins en 3D d'un voxel en 26-Connexité
- $Q_X(h)$  : Covariance de l'ensemble  $A^C$  selon  $Ox$
- $Q_Y(h)$  : Covariance de l'ensemble  $A^C$  selon  $Oy$
- $Q_Z(h)$  : Covariance de l'ensemble  $A^C$  selon  $Oz$
- $Q_{xOy}(h)$  : Covariance de l'ensemble  $A^C$  dans les plans  $xOy$
- $K_{xOy_A}(h)$  : Covariogramme géométrique de l'ensemble  $A$  dans les plans  $xOy$
- $K_{Z_A}(h)$  : Covariogramme géométrique de l'ensemble  $A$  selon  $Oz$

$r_{xOy_A}(h)$  : Covariogramme géométrique normalisé de l'ensemble  $A$  dans les plans  $xOy$

$r_{Z_A}(h)$  : Covariogramme géométrique normalisé de l'ensemble  $A$  selon  $Oz$

**Statistiques**

$E[X]$  : Espérance de la distribution en nombre de la variable aléatoire  $X$

$E_V[X]$  : Espérance de la distribution en volume de la variable aléatoire  $X$

$VAR[X]$  : Variance de la distribution en nombre de la variable aléatoire  $X$

$VAR_V[X]$  : Variance de la distribution en volume de la variable aléatoire  $X$

$\sigma[X]$  : Écart-type de la distribution en nombre de la variable aléatoire  $X$

$\sigma_V[X]$  : Écart-type de la distribution en volume de la variable aléatoire  $X$

$\langle X \rangle = \frac{1}{V_{\Omega_f}} \int_{\Omega_f} X \, d\Omega_f$  : Moyenne de la variable aléatoire  $X$  dans le fluide  $\Omega_f$

**Acronymes et abréviations**

*API* : Application Program Interface (interface de programmation)

*CLT* : Couche Limite Thermique

*CLV* : Couche Limite Visqueuse

*FAH* : File d'attente hiérarchique

*FB* : Filtre bilatéral

*FFT* : Fast Fourier Transform (transformée de Fourier rapide)

*FM* : Fast Marching

*HIFD* : Half Inter-Fibre Distance (demi-distance inter-fibres)

*JCAPL* : modèle semi-phénoménologique général de Johnson-Champoux-Allard-Pride-Lafarge

*LX* : Lumen X (géométrie avec lumen stimulée selon l'axe  $Ox$ )

*LY* : Lumen Y (géométrie avec lumen stimulée selon l'axe  $Oy$ )

*MAF* : Minimum Absorbed Frequency (fréquence minimale absorbée)

*MAJ* : Mise à jour

*MDF* : Medium Density Fibreboard (panneau de fibres à densité moyenne)

*MSE* : Mean Square Error (erreur quadratique moyenne)

*NC* : Non connu

*NdG* : Niveau de gris

*NL* : No Lumen (géométrie sans lumen)

*PACC* : Periodic Array of Circular Cylinders (réseau périodique de cylindres parallèles, de sections circulaires, en agencement régulier)

*PACC RANDOM* : Réseau périodique de cylindres parallèles, de sections circulaires, en agencement aléatoire

*PASC* : Periodic Array of Square Cylinders (réseau périodique de cylindres parallèles, de sections carrées, en agencement régulier)

*PB* : Filtre Passe-Bas

*PIKS* : Programmer's Imaging Kernel System (API dédiée au traitement d'image)

*PP* : Polypropylène

*PR* : PACC RANDOM

*RC* : Rhombicuboctaèdre

*SC* : Simple Cubic (cubique simple)

*tq* : Tel(le) que

*TxF* : Tortuosité des *fibres* dans la direction *Ox*

*TyF* : Tortuosité des *fibres* dans la direction *Oy*

*TzF* : Tortuosité des *fibres* dans la direction *Oz*

*TxP* : Tortuosité des *pores* dans la direction *Ox*

*TyP* : Tortuosité des *pores* dans la direction *Oy*

*TzP* : Tortuosité des *pores* dans la direction *Oz*

*VER* : Volume élémentaire représentatif

### Institutions

*3S – R* : Laboratoire Sols Solides Structures Risques, UMR 5521 CNRS-UJF-INPG, Grenoble

*ADEME* : Agence De l'Environnement et de la Maîtrise de l'Énergie

*ANR\*\** : Agence Nationale de la Recherche

*CMM\*\** : Centre de Morphologie Mathématique, Mathématiques et Systèmes, Mines ParisTech, Fontainebleau

*CNRS* : Centre National de la Recherche Scientifique

*CTP* : Centre Technique Du Papier, Grenoble

*EFPG* : École Française De Papeterie Et Des Industries Graphiques, Grenoble

*EP* : École Polytechnique X-ParisTech, Palaiseau

*FCBA\*\** : Institut Technologique Forêt Cellulose Bois-construction Ameublement

- ICMCB* : Institut de Chimie de la Matière Condensée de Bordeaux, CNRS UPR 9048
- IEC* : International Electrotechnical Commission
- IEEE* : Institute of Electrical and Electronics Engineers
- IFTH\*\** : Institut Français du Textile et de l'Habillement
- INPG* : Institut National Polytechnique de Grenoble
- INRA* : Institut National de la Recherche Agronomique
- ISO* : International Organization for Standardization
- ITWM* : Fraunhofer Institut für Techno- und Wirtschaftsmathematik (Institut de Mathématiques Technologiques et Économiques), Kaiserslautern
- LAUM\*\** : Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine, UMR 6613 CNRS-UM, Le Mans
- LCTS* : Laboratoire des Composites Thermostructuraux, UMR 5801 CNRS-UB I, Bordeaux
- LPMC\*\** : Laboratoire de Physique de la Matière Condensée, UMR 7643 CNRS-EP, Palaiseau
- MS* : Mathématiques et Systèmes
- MSME* : Laboratoire de Modélisation et Simulation Multi-Échelle, UMR 8208 CNRS-UMLV
- ParisTech\*\** : Institut des Sciences et Technologies de Paris
- TREFLE* : Laboratoire Transferts Écoulements Fluides Énergétique, UMR 8508, Bordeaux
- UB I* : Université Bordeaux I
- UJF* : Université Joseph Fourier, Grenoble
- UM* : Université du Maine, Le Mans
- UMLV* : Université Paris-Est Marne-la-Vallée
- UMR* : Unité Mixte de Recherche
- UPR* : Unité Propre de Recherche
- US2B\*\** : Unité Sciences du Bois et des Biopolymères, UMR 5103 CNRS-INRA-UB I, Bordeaux



# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 Contexte : le projet Silent Wall

C'est dans le cadre du projet Silent Wall<sup>1</sup> (Fig. 1.1), financé par l'Agence Nationale de la Recherche (ANR) que ce travail de thèse s'est déroulé pendant trois ans au Centre de Morphologie Mathématique<sup>2</sup> de l'École Mines ParisTech (CMM) à Fontainebleau, en co-tutelle avec l'Unité Sciences du Bois et des Biopolymères<sup>3</sup> (US2B) de Bordeaux.



FIGURE 1.1 – Logo Silent Wall. Source : US2B.

#### 1.1.1 Les objectifs de Silent Wall

L'objectif principal du projet Silent Wall est de concevoir un système isolant acoustique et thermique hétérogène pour le bâtiment. La méthodologie générale de conception s'appuie entre autres sur l'optimisation et l'innovation dans le domaine des propriétés acoustiques du système, tout en maîtrisant les coûts de production. Concrètement, le système envisagé est une cloison à double paroi composée d'un milieu fibreux enchevêtré encadré par des panneaux rigides hétérogènes. Parmi les intérêts scientifiques du projet on trouve la modélisation des phénomènes physiques de propagation

1. [http://us2b.pierroton.inra.fr/Projets/Silent\\_Wall/description.htm](http://us2b.pierroton.inra.fr/Projets/Silent_Wall/description.htm)
2. <http://cmm.ensmp.fr/>
3. <http://us2b.pierroton.inra.fr/>

d'ondes acoustiques en milieux hétérogènes fibreux aux différentes échelles, de la microstructure au panneau global. Cet aspect du projet permet de mieux comprendre l'influence des hétérogénéités microscopiques et macroscopiques sur le comportement d'absorption global. De plus, cette étude met en lumière et quantifie l'influence du procédé de fabrication sur la morphologie de certains types de matériaux fibreux isolants acoustiques et thermiques, et souligne enfin le fort potentiel des fibres végétales telles que le bois, le lin et le chanvre. C'est pourquoi les matériaux utilisés pour Silent Wall doivent être majoritairement composés de matières premières végétales.

Un consortium de neuf partenaires réunit des chercheurs, des centres techniques et des entreprises industrielles autour de Silent Wall. Le projet subdivise les groupes de travail en trois catégories répondant chacune à une problématique particulière du projet : le premier groupe s'attelle à l'absorption acoustique de la paroi, le second aux interactions entre la morphologie de la microstructure du matériau fibreux composant l'âme centrale et ses propriétés acoustiques, et enfin le troisième aux couplages de ces propriétés à l'échelle macroscopique du système.

### 1.1.2 Les partenaires du consortium

Le projet, porté par l'US2B, regroupe neuf partenaires (laboratoires, centres techniques et industriels), qui apportent chacun leur expertise complémentaire dans le cadre d'une étude pluridisciplinaire. Les objectifs sont de développer un système isolant acoustique de type cloison multicouches (Fig. 1.2), utilisant des fibres végétales (de bois en particulier) et constitué d'une âme fibreuse comprise entre deux parois, en intégrant le concept de non-homogénéité en surface ou dans la masse.

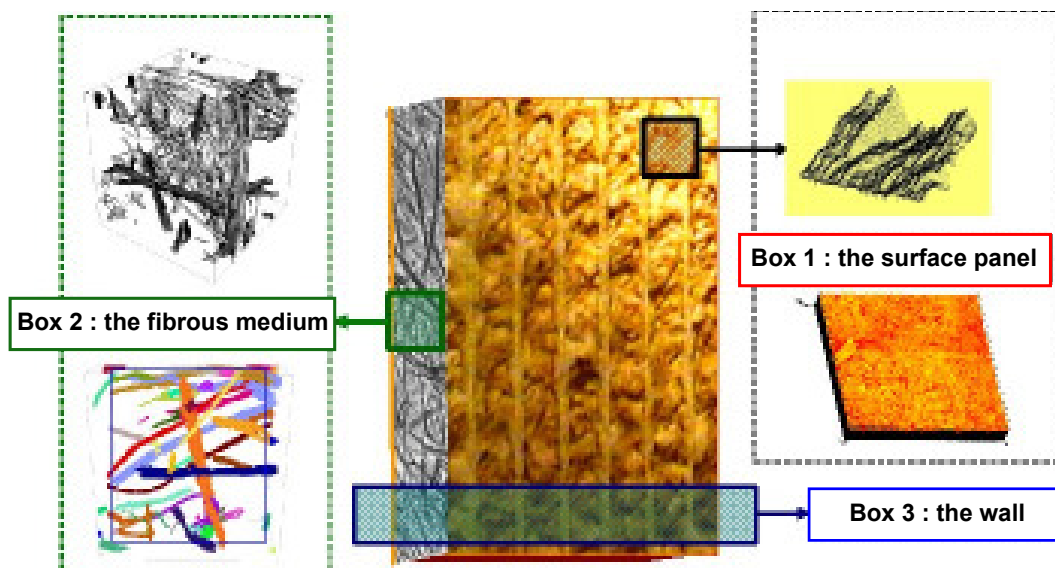


FIGURE 1.2 – Système Silent Wall et groupes de travail. Source : US2B.

Les laboratoires CMM et US2B sont chargés de la caractérisation morphologique et de la modélisation de l'isolant fibreux végétal et de ses propriétés d'absorption acoustique. L'US2B apporte

en particulier son expertise sur la caractérisation des matériaux à base de fibres de bois, en relation avec l'Institut Technologique Forêt Cellulose Bois-construction Ameublement (FCBA). Le Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine (LAUM) est chargé de tester et de caractériser le comportement acoustique à l'échelle macroscopique des milieux fibreux. De son côté, le Laboratoire de Physique de la Matière Condensée de l'École Polytechnique X-ParisTech (LPMC) s'attelle à la tâche d'étudier l'influence de la non-homogénéité de la paroi extérieure du mur sur l'acoustique générale du système. Ainsi, comme le montre la Fig. 1.2, les différents groupes de travail du projet se penchent sur des problématiques à différentes échelles, de la microstructure (*Box 2*), à l'échelle mésoscopique de la rugosité de surface (*Box 1*), et enfin à l'échelle structurale du panneau (*Box 3*).

Silent Wall étant un projet associant une approche fondamentale à une démarche industrielle, il intègre des entreprises spécialisées dans la production de panneaux de bois pour l'isolation telles que la société Isoroy (devenue Steico en cours de projet), ou encore spécialisées dans le bâtiment : fabrication de cloisons d'agencement acoustiques modulaires dans le cas de la société Bessière S.A. (Fig. 1.3), et fabrication de constructions préfabriquées modulaires dans le cas de Dassé Constructeur. Enfin, l'Institut Français du Textile et de l'Habillement (IFTH) apporte son expertise sur les méthodes de fabrication de panneaux de fibres.



FIGURE 1.3 – Exemple d'application de cloisons d'agencement acoustiques modulaires pour un environnement « open-space » (Source : Bessière S.A.).

## 1.2 Objectifs de la thèse

C'est au sein du second groupe de travail (*Box 2*), concernant la caractérisation et la modélisation morphologique et acoustique de la microstructure du matériau fibreux central, que le CMM et l'US2B sont associés afin de mutualiser leurs expertises, entre autres, dans les domaines du traitement d'images 2D et 3D, de la modélisation de la morphologie et des propriétés physiques de milieux



aléatoires, et dans le domaine des matériaux isolants acoustiques et thermiques à base de composants issus du bois ou de mousses. Les objectifs de cette thèse, prenant place au sein de ce second groupe de travail, est de répondre à ses exigences. Ainsi, après avoir caractérisé la morphologie de la microstructure de matériaux fibreux en vue d'en extraire des paramètres propres, le second objectif consiste à modéliser une telle microstructure à l'aide d'un modèle théorique de milieu aléatoire (Matheron (1967)). Enfin, le dernier point consiste à lier les phénomènes d'absorption acoustique microscopiques et macroscopiques à la géométrie du matériau à l'échelle de la microstructure.

### 1.3 Méthodologie et structure du document

Après ce premier chapitre de présentation du contexte et des objectifs de la thèse, la partie I se penche sur la première étape de l'étude, à savoir la caractérisation morphologique des matériaux fibreux (Peyrega *et al.* (2010)). Parmi les matériaux retenus pour le projet, on trouve le Thermisorel™, panneau de fibres de bois élaboré par procédé papetier, dont les propriétés sont présentées en détail dans ce document. Le choix du Thermisorel™ en particulier est justifié par sa composition de fibres de bois recyclées, ainsi que par ses bonnes propriétés d'absorption acoustique et thermique dans le bâtiment, comme il est expliqué dans la partie III. Les méthodes d'analyse choisies sont ensuite introduites au chapitre 2 de la partie I. Parmi elles, on trouve l'analyse et le traitement d'images 2D et d'images 3D acquises par microtomographie aux rayons X, ainsi que des mesures expérimentales sur échantillons de matériaux. Le cœur du sujet concerne l'utilisation de la morphologie mathématique (Matheron (1967) et Serra (1982)) à ces fins d'analyse du milieu en 3D (chapitre 3 de la partie I). Tout d'abord, les étapes préliminaires d'acquisition des images 3D microtomographiques et de segmentation des fibres sont présentées avant d'aborder le vif du sujet, à savoir les méthodes d'analyse morphologique du matériau fibreux. Parmi celles-ci, les profils de fractions volumiques de fibres soulignent l'homogénéité de densité de fibres dans les trois directions  $Ox$ ,  $Oy$  et  $Oz$  de l'échantillon. À partir de profils de covariance, calculés dans plusieurs directions de l'espace, on peut extraire les dimensions caractéristiques des fibres, ainsi que leurs orientations. Les granulométries par ouverture morphologique 3D, calculées sur les milieux fibreux et poreux, permettent de caractériser respectivement les distributions des rayons des fibres et des pores, afin de caler des lois de probabilité analytiques théoriques sur celles-ci en vue de la modélisation morphologique (partie II). Parmi les mesures faites par traitement d'images 3D, la tortuosité morphologique calculée dans les fibres et les pores, dans les trois directions  $Ox$ ,  $Oy$  et  $Oz$ , nous renseigne sur la connectivité des chemins géodésiques à l'intérieur des différents milieux. De plus, ce paramètre est un premier pas pour lier propriétés morphologiques et acoustiques, puisqu'il existe une autre définition de la tortuosité en acoustique (Allard (1993)) basée sur les vitesses de propagation des fronts d'ondes dans le matériau d'après les équations de la thermo-acoustique (chapitre 7 de la partie III). Afin de rapprocher davantage morphologie de la microstructure et phénomènes physiques d'absorption acoustique, la surface spécifique de contact entre fibres et pores est calculée. Ainsi, ce paramètre estime la surface d'échanges d'énergie acoustique à l'interface des deux milieux. Les phénomènes d'absorption par frottements visqueux et thermiques se déroulent à cette interface, dans une couche limite dont l'épaisseur dépend de la fréquence de l'onde sonore incidente. Toujours dans cette optique de lier les deux conceptions du problème, la couche limite est modélisée à l'aide des outils de la

morphologie mathématique puis analysée par estimation de sa surface spécifique et de sa tortuosité morphologique.

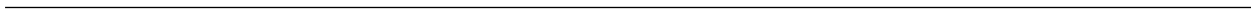
De l'étape d'analyse morphologique on peut extraire suffisamment de paramètres caractéristiques du matériau fibreux étudié en vue de le modéliser en 3D (Peyrega *et al.* (2009a,b,c)), ce qui fait l'objet des chapitres 4 et 5 de la partie II. La théorie des ensembles aléatoires introduite par Georges Matheron (Matheron (1967)) et utilisée par Jeulin (2000), sert de fil conducteur à toute la démarche de modélisation morphologique du matériau fibreux. Comme première hypothèse faite sur ce modèle, les grains primaires sont des cylindres puisque les rayons et longueurs des fibres sont finies à la résolution des images étudiées. La seconde étape de modélisation réside dans le choix du modèle théorique général. Ce sont les covariances des fibres et des pores, calculées dans différentes directions de l'espace qui orientent ce choix, à savoir un modèle booléen (Matheron (1967)) de cylindres aléatoires en 3D. La loi de probabilité analytique calée sur la granulométrie par ouvertures des fibres est utilisée comme distribution des rayons des cylindres. La distribution des longueurs des fibres est extraite par d'autres méthodes de traitement d'images en 2D sur des fibres individualisées. La covariance des fibres met en lumière l'anisotropie globale de celles-ci, ainsi que leur isotropie transverse, résultat direct du procédé de fabrication papetier du Thermisorel™, ce qui permet d'établir les lois de probabilité des orientations des fibres en 3D. Ainsi, les distributions analytiques des rayons, des longueurs et des orientations des fibres, alimentent le modèle morphologique. La dernière étape consiste à valider ce modèle et à en montrer les limites en vue de l'améliorer. La validation se fait par comparaison des caractéristiques morphologiques du milieu simulé avec celles extraites par analyse d'images sur les milieux fibreux réels, comme exposé au chapitre 5 de la partie II.

La modélisation des propriétés acoustiques des matériaux fibreux de type Thermisorel™ est abordée dans le chapitre 8 de la partie III. Le point de départ de cette partie consiste à recenser les modèles acoustiques existants (chapitre 6), puis à présenter les équations physiques mises en œuvre dans les phénomènes de propagation et d'absorption d'ondes acoustiques dans les milieux poreux hétérogènes à l'échelle microstructurale (chapitre 7). Ces équations appartiennent au domaine de la thermo-acoustique qui couple les équations de la mécanique des fluides (Navier-Stokes) aux équations de la thermique (équation de la chaleur), le tout en régime harmonique pour modéliser l'aspect ondulatoire du problème. Grâce au travail des partenaires du LAUM, les propriétés acoustiques du Thermisorel™ à l'échelle macroscopique du panneau de fibres sont connues. À partir des équations physiques à l'échelle microscopique des milieux hétérogènes, il devient possible d'en estimer les propriétés acoustiques. Pour ce faire, la méthode de calcul par éléments finis est privilégiée. Une fois la modélisation de cellules périodiques élémentaires mise en œuvre à l'aide d'un logiciel commercial spécialisé, Comsol Multiphysics™, les résultats obtenus sont homogénéisés afin d'estimer les propriétés acoustiques macroscopiques d'un matériau constitué de telles cellules élémentaires. C'est cette dernière étape qui permet de comprendre le rôle de la microstructure dans le comportement acoustique général du panneau, notamment à travers l'influence, à porosité fixée, des dimensions des fibres sur l'épaisseur de la couche limite, ce qui ouvre alors la voie à des pistes d'optimisation notable des propriétés d'absorption en architecturant la microstructure de matériaux fibreux.



Première partie

Caractérisation morphologique de  
matériaux fibreux



## Chapitre 2

# Méthodes d'analyse de matériaux fibreux

### 2.1 Matériaux fibreux mis en œuvre pour Silent Wall

Les matériaux à base de fibres végétales et de bois en particulier présentent des propriétés qui dépendent des différents procédés d'élaboration, des densités et de l'organisation des réseaux de fibres et de pores (Faessel (2003) et Lux (2005)). Pour le projet, le consortium Silent Wall a sélectionné plusieurs types de matériaux fibreux de référence pour l'âme centrale du système. Parmi eux, on trouve les matériaux élaborés par procédé humide de type papetier, comme le Thermisorel™, ou encore des matériaux, de conception plus récente (Delisée *et al.* (2001a)), élaborés par des procédés textiles non-tissés adaptés à la fibre de bois, comme le Steicoflex™. Compte tenu de ses propriétés acoustiques, supérieures à celles des autres matériaux en basses fréquences, seul le Thermisorel™ est étudié, caractérisé et modélisé en détail dans ce document (Fig. 2.1). Le Thermisorel™ est constitué de fibres de bois de pin maritime 100 % naturel et recyclé sans additif chimique. Les fibres sont obtenues par défilage thermo-mécanique de copeaux de bois induisant la présence de petites particules de bois déchiquetées, de fibres individuelles, ainsi que d'amas plus gros ou ensembles de fibres appelés « *bûchettes* ». Les fibres de bois présentent par ailleurs une cavité interne. Ces pores suivant l'axe des fibres sont appelés « *lumens* » ; ce sont les canaux où circulait la sève de l'arbre sur pied. Nous pouvons les observer sur les images aux résolutions les plus fines. Le Thermisorel™ étudié a été élaboré par Isoroy, partenaire du projet, selon un procédé papetier et ne présente ainsi pas de surdensité sur ses faces, contrairement aux panneaux de type *MDF* (Medium Density Fibreboard) élaborés par voie sèche (Faessel (2003) et Lux (2005)). La densité du thermisorel™ est d'environ 0,17, correspondant à une porosité totale égale à 89 %, pour une densité de la paroi du bois égale à 1,53 (densité pratiquement la même pour toutes les fibres végétales). Concrètement, une solution aqueuse contenant des fibres de bois est comprimée afin d'en chasser l'eau et de former ainsi un matelas fibreux homogène. Les fibres étant ainsi orientées dans des plans parallèles aux faces et perpendiculaires à l'axe de compression, les panneaux obtenus sont limités à une épaisseur de 20 mm. Des panneaux plus épais, présentant des performances thermiques accrues, sont obtenus par contrecollage de panneaux élémentaires (Fig. 2.1). Le Thermisorel™ est un panneau respirant perméable à la vapeur d'eau capable de réguler son hygrométrie et celle de l'habitation. Par ailleurs,

## 2.1 Matériaux fibreux mis en œuvre pour Silent Wall

---

il est utilisé dans le bâtiment pour ses bonnes propriétés d'isolation thermique et acoustique. Sa *conductivité thermique*, mesurée par la méthode du fil chaud par [Lux et al. \(2006a\)](#), est d'environ  $0,050 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ . De plus, son *coefficient d'absorption acoustique*, mesuré au LAUM dans le cadre du projet Silent Wall, varie de  $0,5$  à  $1000 \text{ Hz}$ , à  $0,7$  à  $4000 \text{ Hz}$  (Fig. 8.74 en page 242 du chapitre 8 de la partie III). La bande de fréquences acoustiques usuelles dans le bâtiment est comprise entre  $50 \text{ Hz}$  et  $5000 \text{ Hz}$ .



FIGURE 2.1 – Quatre panneaux de Thermisorel™ empilés (Épaisseur :  $4 \times 20 \text{ mm}$ . Source : Steico).

Outre ses bonnes qualités d'isolation répondant au cahier des charges du projet Silent Wall, le Thermisorel™ présente également l'avantage d'avoir fait l'objet d'études scientifiques précédentes par [Lux \(2005\)](#), [Lux et al. \(2006a,b\)](#) et [Delisée et al. \(2010a,b\)](#), ce qui justifie encore le choix de ce dernier comme référence pour ce travail de thèse. En effet, certaines de ses caractéristiques morphologiques et de ses propriétés thermiques et de transport ont été mises en lumière par ces travaux de recherche, ce qui constitue une base de travail à comparer avec nos résultats afin de valider ainsi notre démarche. Par ailleurs, les fabricants de matériaux isolants thermiques et acoustiques ne diffusent pas leurs méthodes de production de panneaux pour des raisons évidentes de concurrence, ce qui rend difficile l'accès aux caractéristiques des matériaux en dehors de projets de l'envergure de Silent Wall, disposant d'experts et de matériels d'étude (microtomographe aux rayons X, salles et équipements de tests d'acoustique, machines de formage de matériaux,...).

Concernant les autres matériaux de référence du projet Silent Wall, le Steicoflex™ est élaboré par un procédé textile non tissé à partir de fibres de bois ( $80 \%$  en masse) similaires à celles constituant le Thermisorel™, alliées à des fibres synthétiques ( $20 \%$  en masse). Cette catégorie de matériaux, de très faible densité (jusqu'à  $0,045$ ), présente des propriétés thermiques comparables à celles de la laine de verre, qui ont été étudiées dans le cas de précédents travaux par [Delisée et al. \(2001a\)](#), [Lux \(2005\)](#) et [Lux et al. \(2006a,b\)](#). Ils font aujourd'hui l'objet d'études complémentaires sur leur comportement mécanique, sous sollicitation en compression notamment par [Badel et al. \(2008\)](#) et [Delisée et al. \(2010a,b\)](#). Le Steicoflex™ ne fait pas l'objet de cette étude bien qu'étant plus efficace en terme d'absorption acoustique que le précédent à des fréquences supérieures à  $1000 \text{ Hz}$ , d'après des mesures faites par le LAUM. D'autres matériaux, non retenus également pour ce travail de thèse, ont été caractérisés par les différents laboratoires partenaires du projet (LAUM, FCBA). Parmi eux, on trouve les composites Chanvre/Polypropylène et Kenaf/Polyester. Le premier allie

des fibres de chanvre à des fibres polymères thermoplastiques, le polypropylène (PP). Le second est composé de fibres de kenaf (80 % en masse) et de fibres polymères thermoliantes bi-composantes Polyester/Copolyester de PESBiCo, le kenaf étant lui-même dérivé de fibres de chanvre.

## 2.2 Méthodes d'analyse

Afin d'analyser les propriétés morphologiques et physiques des échantillons de Thermisorel™, plusieurs méthodes sont envisagées. Les mesures de propriétés acoustiques des panneaux fibreux à l'échelle macroscopique sont réalisées au LAUM à l'aide d'équipements d'analyse spécialisés en salle confinée et en chambre anéchoïque. Dans une démarche similaire, le FCBA étudie le comportement acoustique de la paroi du système. Un dispositif d'analyse vibratoire de panneaux par stéréovision est employé à l'US2B en collaboration avec le LPMC afin d'analyser les déplacements modaux en tous points de la plaque. Enfin, les mesures de densité des panneaux fibreux ont été faites à l'US2B.

Concernant les propriétés morphologiques microscopiques, d'autres moyens sont utilisés. En premier lieu on trouve l'analyse d'images 3D acquises par microtomographie X. La caractérisation de divers matériaux par cette technique sur d'autres types d'images, a fait l'objet des études récentes de Lux (2005), Lux *et al.* (2006b), Amsellem *et al.* (2008), Badel *et al.* (2008), Jeulin & Moreaud (2008), Rack *et al.* (2008), Vanderesse *et al.* (2008) et Ohser & Schladitz (2009).

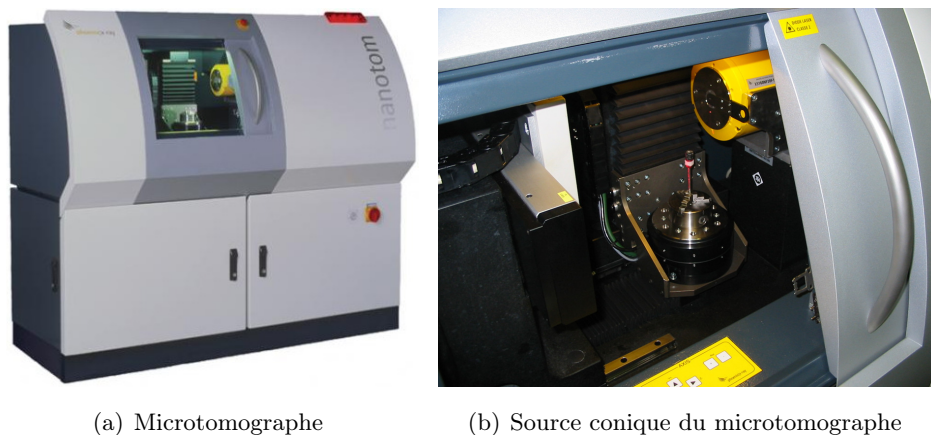


FIGURE 2.2 – Microtomographe Nanotom Phoenix™ (Sources : (a) General Electric Phoenix|X-Ray™; (b) US2B).

C'est l'US2B qui réalise les images 3D dans le cadre du projet Silent Wall. Le laboratoire dispose en effet, en partenariat avec trois autres laboratoires bordelais (ICMCB, LCTS, TREFLE), d'un microtomographe Nanotom Phoenix™ aux rayons X ayant une source conique ainsi qu'une zone d'acquisition de capteurs permettant de générer des images 3D de dimensions  $2304 \times 2304 \times 2304$  voxels codées sur 12 bits (Fig. 2.2). Les images acquises dans le cadre de l'étude ont une résolution comprise entre  $1 \mu\text{m}$  et  $15 \mu\text{m}$  par voxel, permettant ainsi d'observer les matériaux à différentes



échelles. Différentes solutions logicielles sont utilisées afin de traiter les images 3D ainsi obtenues, parmi elles se trouvent *Aphelion*<sup>TM</sup>, *ImageJ*<sup>TM</sup>, et surtout *MorphM*<sup>TM</sup> la bibliothèque logicielle C++ de morphologie mathématique et de traitement d'images développée au CMM<sup>1</sup>.

Lors de l'acquisition, le porte-échantillon tourne sur son axe vertical *Oy* (Fig. 2.3) avec un pas réglable qui permet de moduler le nombre de projections enregistrées par le détecteur. Le faisceau de rayons X est de faible puissance (jusqu'à environ 25 Watts), c'est pourquoi le microtomographe Nanotom Phoenix<sup>TM</sup> ne nécessite pas d'isolation supplémentaire aux rayons X pour les personnes manipulant l'appareil.

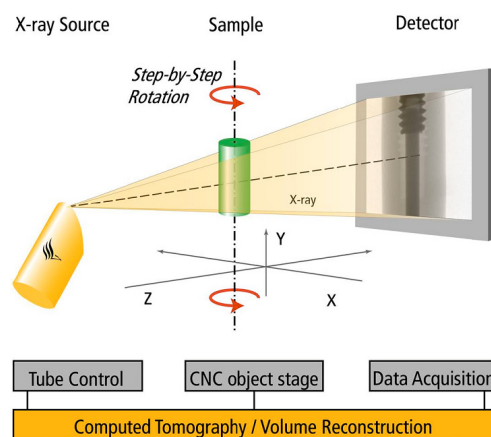


FIGURE 2.3 – Principe d'acquisition du microtomographe Nanotom Phoenix<sup>TM</sup> (Source : General Electric Phoenix|X-Ray<sup>TM</sup>).

Afin de caractériser la morphologie des fibres, une autre solution de traitement d'images 2D est également utilisée par le biais du dispositif *MorFi*<sup>TM</sup> (Fig. 2.4 et 2.5). Ce dernier a été développé en 2000 conjointement par l'EFPG et le CTP, et est commercialisé par la société TechPap SAS (filiale du CTP et de l'EFPG<sup>2</sup>) (Tessadro (1994) et Micromatis *et al.* (2005a,b)). Dans un temps relativement court, il est possible de réaliser une mesure statistiquement fiable (plus de 3000 fibres analysées en 2 minutes) et de réaliser des mesures pertinentes de certaines caractéristiques des fibres. Ce dispositif est très utilisé pour la caractérisation morphologique des pâtes à papier, constituées de fibres fines. Dans le cas du Thermisorel<sup>TM</sup>, compte tenu de la taille plus importante des fibres et de la présence de bûchettes, un soin particulier doit être pris pour éviter leur agglomération dans l'écoulement.

L'échantillon fibreux est dilué avant d'être analysé. La suspension de fibres ainsi obtenue est mise en circulation dans le système pour l'homogénéiser. Le dispositif d'acquisition de *MorFi*<sup>TM</sup> couple une veine transparente où s'écoule la suspension à une caméra à haute résolution ( $4 \mu m/pixel$ ) (Fig. 2.5(a)). Enfin, c'est à l'aide de son logiciel spécifique de traitement d'images, basé sur des algorithmes

1. <http://cmm.ensmp.fr/Morph-M/>
2. <http://cerig.efpg.inpg.fr/dossier/EFPG-innovations/page10.htm>

de morphologie, que les caractéristiques morphologiques des fibres sont extraites (Fig. 2.5(b)) et classifiées telles que la longueur, la largeur, la masse linéique, la courbure, le nombre de coudes, la flexibilité, la fibrillation (détachement de petites parties de la parois des fibres). les éléments ainsi extraits par traitement d'images sont classifiés par des critères de taille en trois catégories allant des plus gros aux plus fins : les bûchettes, les fibres, puis les éléments fins dont la longueur est inférieure à  $200 \mu m$ ). Les fibres visibles en Fig. 2.5 ne sont pas des fibres de Thermisorel™, ce sont en fait des fibres utilisées en papeterie. Les fibres de Thermisorel™ sont plus rectilignes.

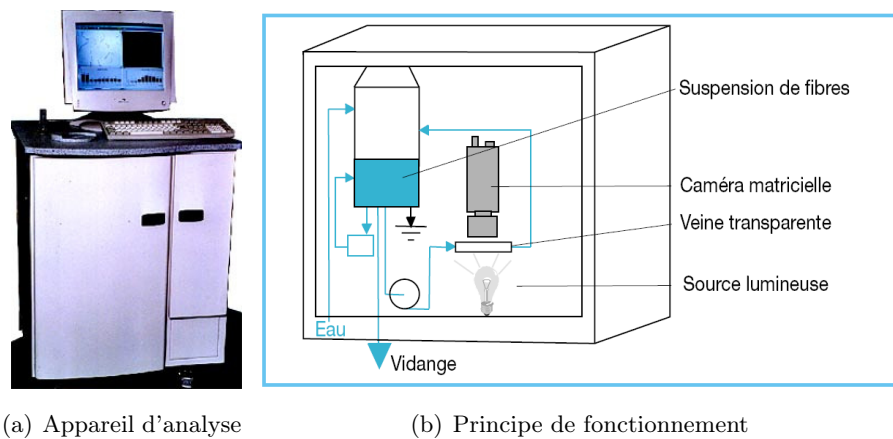


FIGURE 2.4 – Système d'analyse MorFi™ (Source : INPG).

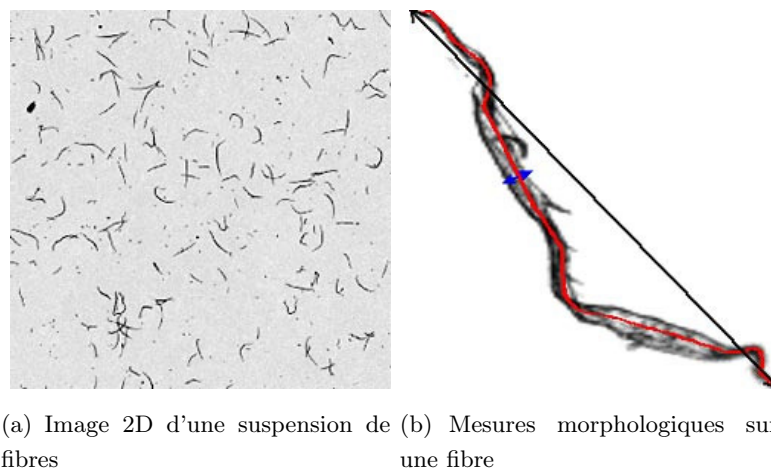


FIGURE 2.5 – Extraction de caractéristiques morphologiques de fibres de papier avec MorFi™ (Source : INPG).

## 2.3 Acquisition des images 3D de microtomographie X

Pour le projet Silent Wall, l'US2B utilise un microtomographe Nanotom Phoenix™ pour obtenir les images 3D de matériaux fibreux. Les images ainsi acquises dans le cadre de cette étude ont des résolutions variant entre  $1 \mu m$  et  $15 \mu m$  par voxel, afin d'observer les matériaux à différentes échelles. Les échantillons sont des cylindres dont les dimensions dépendent de la résolution choisie : de  $2 mm$  de diamètre pour une résolution de  $1 \mu m$  par voxel, à  $12 mm$  pour les plus faibles résolutions ( $15 \mu m$  par voxel). Les cylindres sont découpés à l'aide d'un emporte-pièces rotatif. Les volumes étudiés sont extraits au cœur des images totales afin de s'affranchir des effets de bord liés à la découpe. Comme le montrent les Fig. 2.6, 2.7 et 2.8, correspondant respectivement aux résolutions de  $15 \mu m$  et  $10 \mu m$ ,  $9,36 \mu m$  et  $5 \mu m$ , puis  $2 \mu m$  et  $1 \mu m$  par voxel, différents types de structures sont observables au sein du Thermisorel™. Dans la suite de ce document, l'axe de compression du matériau est invariablement l'axe  $Oz$  des images 3D.

À la plus faible résolution ( $15 \mu m/voxel$ ), la porosité interne des fibres n'est pas observable, et la porosité du milieu fibreux se restreint à l'espace compris entre elles (Fig. 2.6). Cette résolution est utile si l'on souhaite étudier le matériau plus globalement à une échelle presque macroscopique en considérant des fibres pleines et la seule porosité externe. En plus des fibres individuelles, il est également possible d'observer des faisceaux plus ou moins épais de fibres : les bûchettes. Cependant, si l'on segmente de telles images à  $15 \mu m/voxel$  afin de séparer le réseau fibreux des pores (Section 3.2 du chapitre 3), la porosité mesurée est de l'ordre de  $64 \%$ , alors que la porosité totale  $q_{totale}$  attendue est de  $89 \%$  d'après l'Eq. 2.1.

$$q_{totale} = 1 - \frac{d_{Fibres\_Thermisorel}}{d_{Paroi\_Fibres\_Pin\_Maritime}} = 1 - \frac{0,17}{1,53} = 0,89 \quad (2.1)$$

Par conséquent, outre les biais introduits par l'acquisition et la segmentation des images, il existe une porosité interne d'environ  $25 \%$  dans les fibres et les bûchettes qu'on ne peut observer qu'à des résolutions allant de  $5 \mu m$  à  $1 \mu m/voxel$  (Fig. 2.7 et 2.8).

Les résolutions intermédiaires de  $10 \mu m$  et  $9,36 \mu m/voxel$  permettent de mieux séparer les fibres entre elles afin de mieux estimer la porosité externe (Fig. 2.6 et 2.7). Pour observer la porosité interne, il faut affiner encore la résolution.

À partir d'une résolution plus fine égale à  $5 \mu m/voxel$  (Fig. 2.7), on peut observer les porosités internes (les lumens) des fibres individuelles et celles des bûchettes. Cependant, ce sont les porosités internes les plus grosses que l'on peut voir ici. De plus, les parois des fibres entre la porosité externe et les lumens semblent épaisses (environ  $25 \mu m$ ) comme le montre la Fig. 2.7, ce qui n'est pas le cas comme en attestent les images à plus faible résolution (Fig. 2.8). En effet, la Fig. 2.8 permet d'observer plus finement les lumens dans les fibres et bûchettes et de mieux en apprécier le diamètre. Ainsi, contrairement à ce qui est observable à  $5 \mu m/voxel$  (Fig. 2.7), le rapport moyen entre le rayon des lumens et celui des fibres semble proche de  $\frac{25}{36}$ , d'après l'estimation de la porosité interne à  $25 \%$ , ce qui induit des parois de fibres très fines, de l'ordre de  $5 \mu m$ .

Certaines porosités internes sont ouvertes et communiquent avec la porosité externe entre les fibres, ce qui augmente la surface de contact entre ces dernières et l'air qui les entoure. Leur comportement acoustique en est par conséquent modifié, comme il est présenté à la partie III.

### 2.3 Acquisition des images 3D de microtomographie X

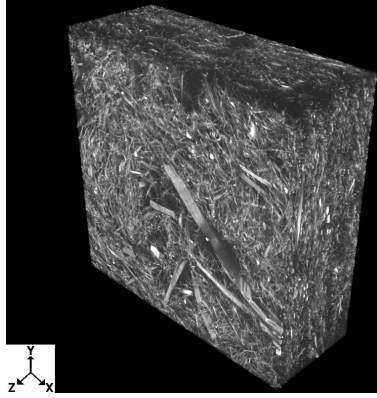
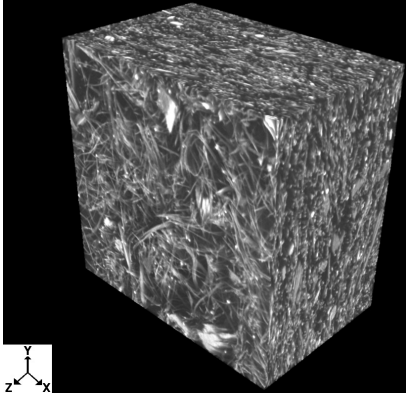
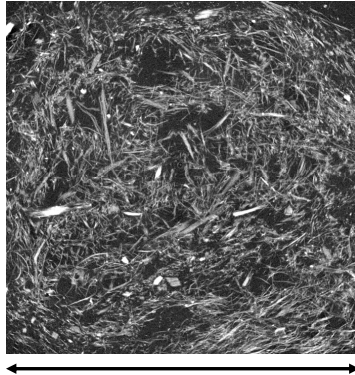

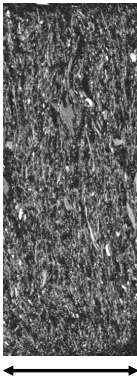
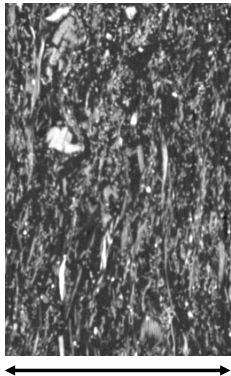
Résolution	15 $\mu\text{m}/\text{voxel}$	10 $\mu\text{m}/\text{voxel}$
Dimensions	1400 $\times$ 1400 $\times$ 540 <i>voxels</i> 21 $\times$ 21 $\times$ 8,1 $\text{mm}^3$	800 $\times$ 800 $\times$ 512 <i>voxels</i> 8 $\times$ 8 $\times$ 5,12 $\text{mm}^3$
3D		
<i>xOy</i>	 21 mm	 8 mm
<i>zOy</i>	 8.1 mm	 5.12 mm

FIGURE 2.6 – Images 3D de Thermisorel™ en projection *xOy* et *zOy*. Résolutions : 15  $\mu\text{m}/\text{voxel}$  et 10  $\mu\text{m}/\text{voxel}$  (Source : US2B).

### 2.3 Acquisition des images 3D de microtomographie X

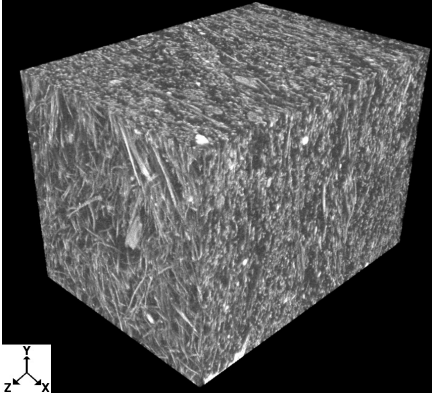
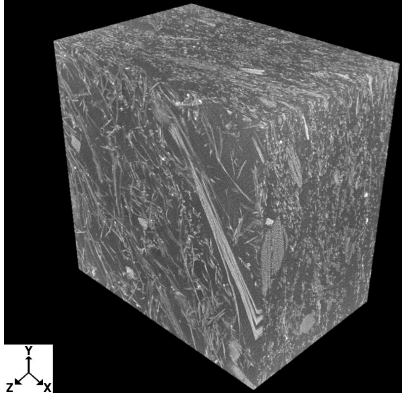
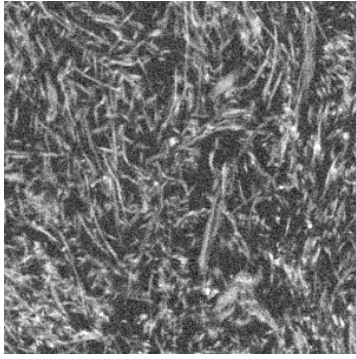
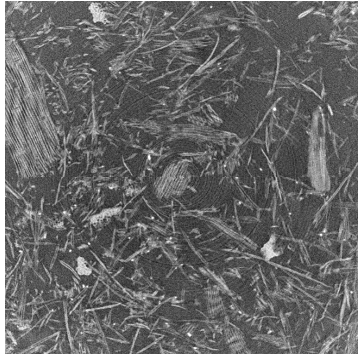
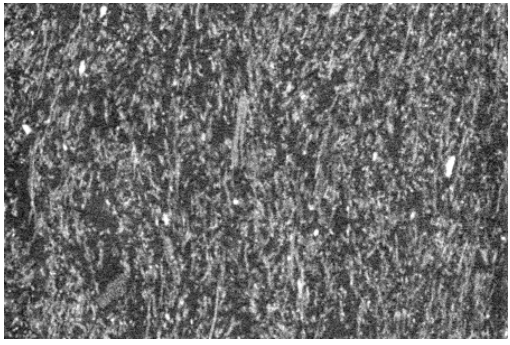
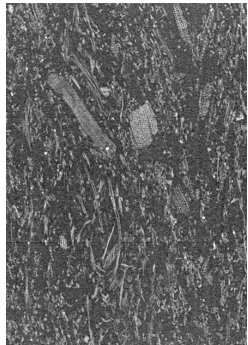
Résolution	9,36 $\mu\text{m}/\text{voxel}$	5 $\mu\text{m}/\text{voxel}$
Dimensions	$600 \times 600 \times 900 \text{ voxels}$ $5,62 \times 5,62 \times 8,42 \text{ mm}^3$	$1300 \times 1300 \times 888 \text{ voxels}$ $6,5 \times 6,5 \times 4,44 \text{ mm}^3$
3D		
$xOy$	 <p style="text-align: center;">5.62 mm</p>	 <p style="text-align: center;">6.5 mm</p>
$zOy$	 <p style="text-align: center;">8.42 mm</p>	 <p style="text-align: center;">4.44 mm</p>

FIGURE 2.7 – Images 3D de Thermisorel™ en projection  $xOy$  et  $zOy$ . Résolutions : 9,36  $\mu\text{m}/\text{voxel}$  et 5  $\mu\text{m}/\text{voxel}$  (Source : US2B).

### 2.3 Acquisition des images 3D de microtomographie X

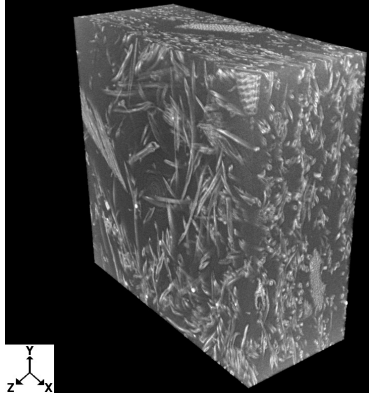
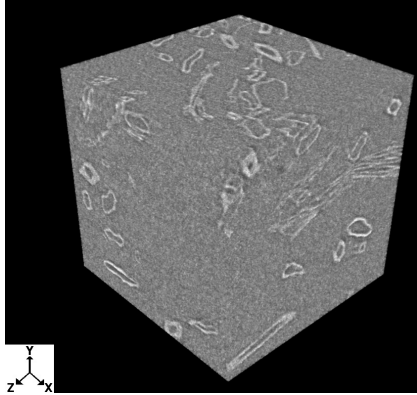
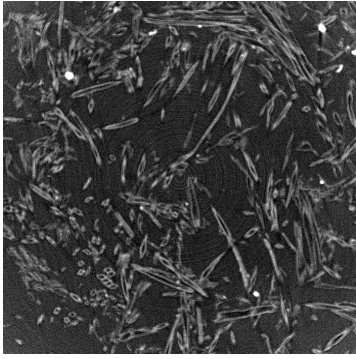

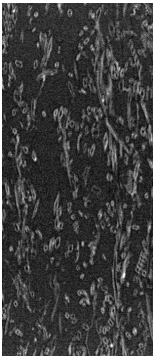
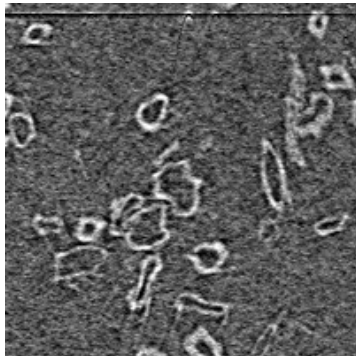
Résolution	2 $\mu\text{m}$ /voxel	1 $\mu\text{m}$ /voxel
Dimensions	1400 $\times$ 1400 $\times$ 600 <i>voxels</i> 2,8 $\times$ 2,8 $\times$ 1,2 $\text{mm}^3$	400 $\times$ 400 $\times$ 400 <i>voxels</i> 0,4 $\times$ 0,4 $\times$ 0,4 $\text{mm}^3$
3D		
$xOy$	 2.8 mm	 0.4 mm
$zOy$	 1.2 mm	 0.4 mm

FIGURE 2.8 – Images 3D de Thermisorel™ en projection  $xOy$  et  $zOy$ . Résolutions : 2  $\mu\text{m}$ /voxel et 1  $\mu\text{m}$ /voxel (Source : US2B).

## 2.4 Les opérations de base de la morphologie mathématique

La morphologie mathématique (Matheron (1967) et Serra (1982)) comporte quatre opérations de base : la *dilatation*, l'*érosion*, l'*ouverture* et la *fermeture*. Les définitions théoriques de la dilatation et de son opération complémentaire, l'érosion, d'un ensemble  $A$  par une boule  $B_r$  de rayon  $r$  sont reprises dans les Eq. 2.2 et 2.3 pour tout point  $x$  de l'espace en dimension  $n$  ( $n = 3$  dans notre étude).

$$\delta_{B_r}(A) = \{x : [B_r(x) \cap A] \neq \emptyset\} = (\epsilon_{B_r}(A^C))^C \quad (2.2)$$

$$\epsilon_{B_r}(A) = \{x : B_r(x) \subset A\} = (\delta_{B_r}(A^C))^C \quad (2.3)$$

On note  $\check{B}_r$  le *transposé* de l'ensemble  $B_r$ , tel que pour tout point  $x \in B_r$  de l'espace, on ait  $\check{B}_r(x) = B_r(-x)$ , le signe « - » se référant aux coordonnées de  $x$  par rapport à l'origine du repère de l'espace à  $n$  dimensions. En s'appuyant sur les définitions de l'*addition* (Eq. 2.4) et de la *soustraction de Minkowski* (2.5) pour un ensemble  $A$  et un ensemble fermé borné, autrement dit, un compact  $K$  quelconques, il est possible de définir la dilatation et l'érosion respectivement dans les Eq. 2.6 et 2.7.

$$A \oplus K = \bigcup_{x \in A, y \in K} \{x + y\} \quad (2.4)$$

$$A \ominus K = (A^C \oplus K)^C \quad (2.5)$$

$$\delta_{B_r}(A) = A \oplus \check{B}_r \quad (2.6)$$

$$\epsilon_{B_r}(A) = A \ominus \check{B}_r \quad (2.7)$$

Une ouverture  $\gamma_{B_r}$  par une boule  $B_r$  de rayon  $r$  correspond à une érosion  $\epsilon_{B_r}$  par  $B_r$  suivie d'une dilatation  $\delta_{B_r}$  par le même élément structurant. L'opération duale à l'ouverture est la fermeture  $\varphi_{B_r}$ . Leurs définitions sont reprises dans les Eq. 2.8 et 2.9.

$$\gamma_{B_r}(A) = \delta_{B_r}(\epsilon_{B_r}(A)) = (\varphi_{B_r}(A^C))^C \quad (2.8)$$

$$\varphi_{B_r}(A) = \epsilon_{B_r}(\delta_{B_r}(A)) = (\gamma_{B_r}(A^C))^C \quad (2.9)$$

## 2.5 Segmentation des fibres

Une fois les images 3D acquises par microtomographie (section 2.3), il faut séparer le réseau fibreux des pores afin de caractériser ces deux phases séparément.

### 2.5.1 Filtrage et segmentation

La segmentation des fibres par seuillage des niveaux de gris passe par une étape préliminaire de filtrage des images 3D reconstruites. En effet, ces dernières sont bruitées comme il est visible sur les Fig. 2.6, 2.7 et 2.8.

#### 2.5.1.1 Filtre passe-bas 5x5x5 3D

Plusieurs méthodes de filtrage ont été mises en œuvre. La première consiste à filtrer l'image 3D par un noyau passe-bas. Pour ce faire, le logiciel Aphelion™ a été utilisé. C'est le *filtre symétrique passe-bas 5x5x5* qui a été choisi. Il consiste à convoluer l'image 3D, dans les trois directions  $Ox$ ,  $Oy$  et  $Oz$ , par le noyau  $[1, 2, 4, 2, 1]$  normalisé par la somme de ses coefficients. Il est lui-même dérivé du noyau PIKS API passe-bas symétrique 3x3x3,  $[1, 2, 1]$ , défini par la norme ISO/IEC 12087-2 :1994(E) (Aphelion™ 3.2i (2006)).

Les trois projections 2D numérotées 1, 2 et 3 empilées pour former la matrice 3D du filtre 3x3x3 sont décrites en Tables 2.1 et 2.2. Il faut les normaliser par  $\frac{1}{64}$ .

1	2	1
2	4	2
1	2	1

TABLE 2.1 – Projections 2D 1 et 3 du noyau passe-bas 3x3x3 à normaliser par  $\frac{1}{64}$ .

2	4	2
4	8	4
2	4	2

TABLE 2.2 – Projection 2D 2 du noyau passe-bas 3x3x3 à normaliser par  $\frac{1}{64}$ .

De même que pour le filtre 3D 3x3x3, les Tables 2.3, 2.4 et 2.5 explicitent les cinq projections du filtre symétrique 5x5x5 3D utilisé pour éliminer le bruit des images de Thermisorel™. Le noyau 3D doit être normalisé par  $\frac{1}{1000}$ .



1	2	4	2	1
2	4	8	4	2
4	8	16	8	4
2	4	8	4	2
1	2	4	2	1

TABLE 2.3 – Projections 2D 1 et 5 du noyau passe-bas 5x5x5 à normaliser par  $\frac{1}{1000}$ .

2	4	8	4	2
4	8	16	8	4
8	16	32	16	8
4	8	16	8	4
2	4	8	4	2

TABLE 2.4 – Projections 2D 2 et 4 du noyau passe-bas 5x5x5 à normaliser par  $\frac{1}{1000}$ .

4	8	16	8	4
8	16	32	16	8
16	32	64	32	16
8	16	32	16	8
4	8	16	8	4

TABLE 2.5 – Projection 2D 3 du noyau passe-bas 5x5x5 à normaliser par  $\frac{1}{1000}$ .

Ce filtrage passe-bas symétrique des images 3D de Thermisorel™ est par conséquent isotrope. Les fibres étant globalement orientées dans les plans perpendiculaires à l'axe de compression  $Oz$ , conséquence directe de leur procédé de fabrication papetier (section 2.1), leurs contours dans les plans  $xOy$  sont lissés par ce filtre passe-bas 5x5x5, sans altérer leur structure d'empilement dans le matériau. Cependant, un filtre bilatéral 3D s'orientant selon les contours des fibres donne de meilleurs résultats.

La Fig. 2.9 montre les projections 2D  $xOy$  et  $zOy$  d'un filtrage 5x5x5 de l'image 3D Fig. 2.7 à  $9,36 \mu m/voxels$ . Une fois filtrée passe-bas, l'image est seuillée manuellement afin de la binariser. Ainsi, la porosité obtenue après binarisation de l'image 3D en Fig. 2.7 est de  $56,4 \%$ .

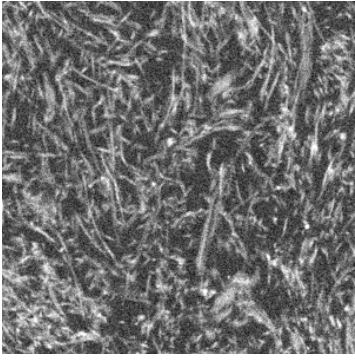
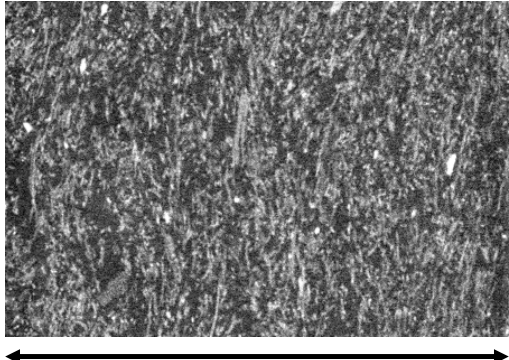
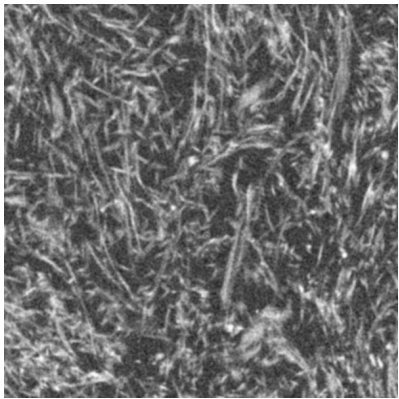
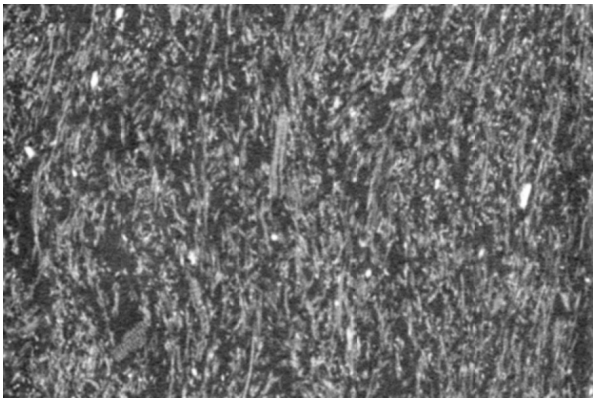
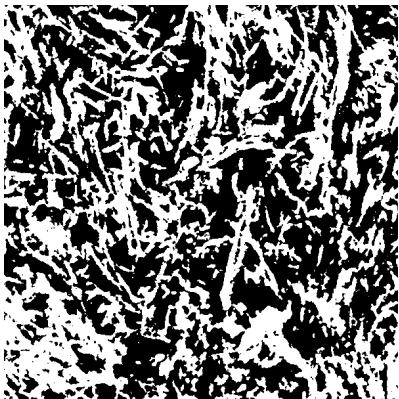
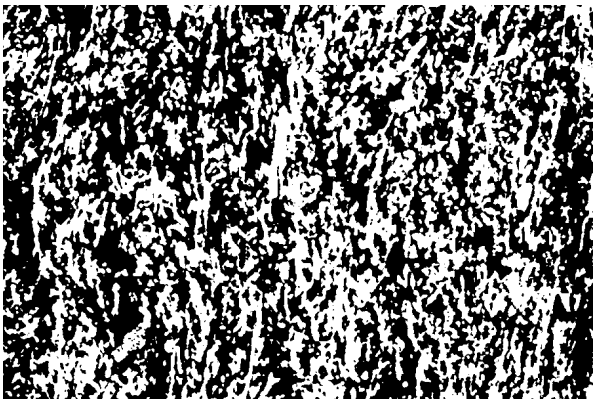
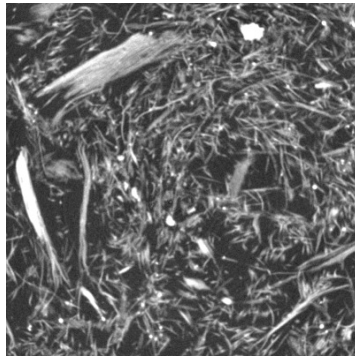
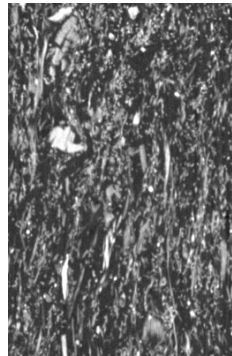
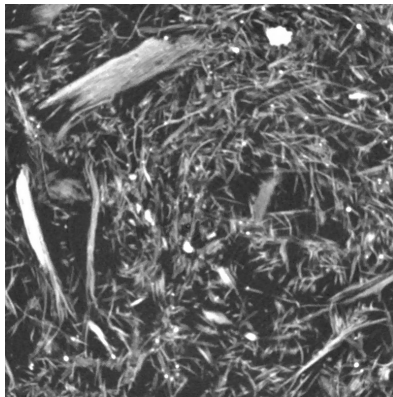
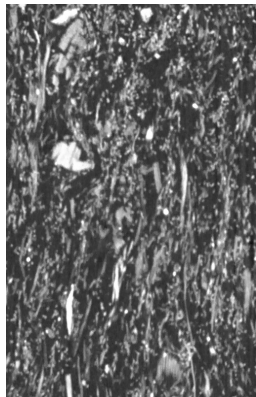
Projections	$xOy$	$zOy$
Originale	 ← 5.62 mm →	 ← 8.42 mm →
PB 5x5x5		
Binaire		

FIGURE 2.9 – Filtrage passe-bas 5x5x5, puis binarisation de l'image 3D en Fig. 2.7, projections  $xOy$  et  $zOy$ ; dimensions :  $600 \times 600 \times 900$  voxels; résolution :  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$ .

## 2.5.1.2 Filtre bilatéral 3D

La seconde méthode de filtrage du bruit dans les images reconstruites consiste à utiliser un *filtre bilatéral*, décrit dans l'annexe A. Le filtre bilatéral (Tomasi & Manduchi (1998), Durand & Dorsey (2002), Pham *et al.* (2005), Paris & Durand (2006) et Moreaud *et al.* (2009)), est une alternative aux *filtres de diffusion anisotrope* (Smith & Brady (1997) et Black *et al.* (1998)), et a la particularité de filtrer l'image 3D dans le *domaine spatial en 3D* mais aussi dans le *domaine des niveaux de gris*, en s'orientant parallèlement aux contours des fibres afin de lisser le bruit sans les altérer. Par opposition, le filtre passe-bas  $5 \times 5 \times 5$  précédent restreint son action au domaine spatial.

Projections	$xOy$	$zOy$
Originale	 8 mm	 5.12 mm
Filtre Bilatéral		

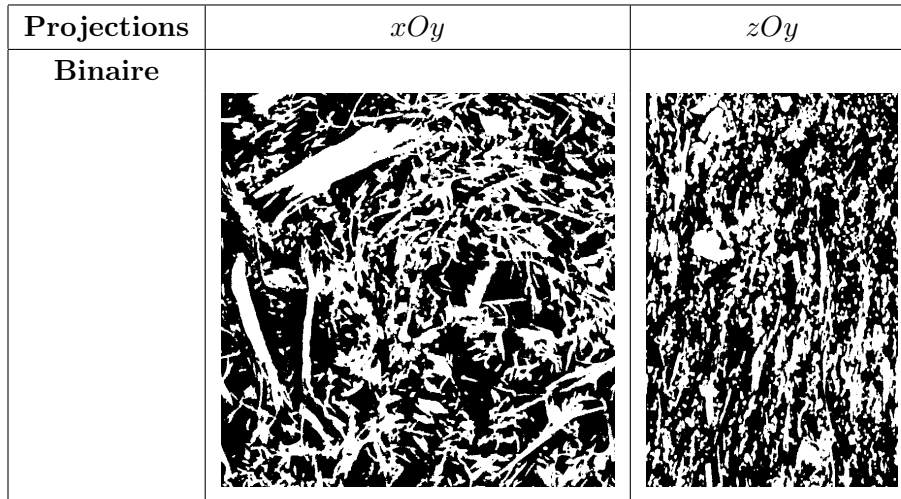


FIGURE 2.10 – Filtrage bilatéral ( $\sigma_S = 2 \text{ voxels}$  et  $\sigma_{NdG} = 7$ ), puis binarisation de l'image 3D en Fig. 2.6, projections  $xOy$  et  $zOy$ ; dimensions :  $800 \times 800 \times 512$  voxels; résolution :  $10 \mu\text{m}/\text{voxel}$ .

Afin de segmenter les fibres de Thermisorel™ de l'image de résolution  $10 \mu\text{m}/\text{voxel}$  en Fig. 2.6, un filtre bilatéral est appliqué avec les paramètres  $\sigma_S = 2 \text{ voxels}$  et  $\sigma_{NdG} = 7$  pour des *fenêtres de Tukey*  $A_{\sigma_S}$  et  $B_{\sigma_{NdG}}$  (annexe A). Les résultats du filtrage et de la binarisation de cette image est visible sur la Fig. 2.10. Le débruitage par filtre bilatéral a été fait en 3D à l'aide la librairie de traitement d'image MorphM™. La porosité de l'image 3D Fig. 2.6 ainsi binarisée est de  $57,8 \%$ , et est du même ordre de grandeur que les  $56,4 \%$  obtenus après binarisation de la Fig. 2.7 à la résolution de  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$ .

### 2.5.2 Post-traitements

Comme il est visible sur les images à  $5 \mu\text{m}$ ,  $2 \mu\text{m}$  et  $1 \mu\text{m}/\text{voxel}$  (Fig. 2.7 et 2.8), les porosités internes aux fibres et aux bûchettes sont observables. Or, ces lumens doivent être rebouchés si l'on souhaite caractériser la porosité externe entre les fibres et les bûchettes. Pour ce faire, une méthode proposée par Lux (2005) et Lux *et al.* (2006b) basée sur la morphologie mathématique (Matheron (1967) et Serra (1982)) est utilisée. Elle consiste en la succession de trois opérations morphologiques en 3D opérées sur l'image binaire des fibres. La première étape est une *dilatation 3D*  $\delta_{RC}(r)$  des fibres par un *rhombicuboctaèdre*  $RC(r)$  de *rayon*  $r$ , un volume en *24-connexité* (c'est-à-dire ayant 24 voisins) représenté en Fig. 2.11 et ayant des sections 2D octogonales, et approximant une sphère. Cette première dilatation a pour but de déconnecter les lumens de la porosité externe. La seconde opération est une *fermeture par reconstruction* (Serra (1982))  $\varphi_{REC_{Cube}}(r)$  cette fois par un cube en 26-connexité de *demi-côté*  $r$ , qui permet de remplir les lumens puis de ne récupérer que les contours externes aux fibres et aux lumens. Enfin, la troisième et dernière étape consiste en une *érosion 3D*  $\epsilon_{RC}(r)$  par le même rhombicuboctaèdre  $RC(r)$  comme élément structurant, afin de récupérer l'essentiel des contours externes dilatés à la première étape.

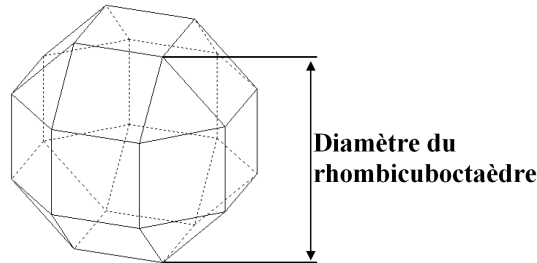
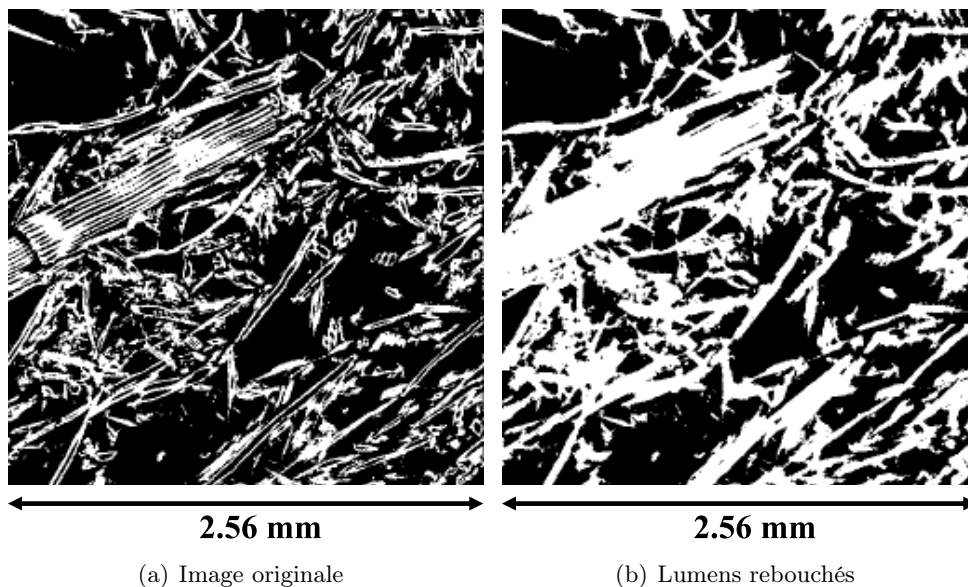


FIGURE 2.11 – Un rhombicuboctaèdre (RC).

Ainsi, pour le rebouchage des lumens de l'image 2.7 à  $5 \mu\text{m}/\text{voxel}$ , les trois opérations sont faites avec des éléments structurants 3D de *rayon 2 voxels*, soit  $10 \mu\text{m}$  (Fig. 2.12). Ces opérations de rebouchage de lumens induisent cependant des erreurs de segmentation des fibres à ces résolutions inférieures à  $5 \mu\text{m}/\text{voxel}$ . Une méthode pour s'affranchir de ces problèmes consiste à restreindre l'étude du matériau à des images 3D de résolutions plus grosses que les lumens afin de les remplir de fait. C'est pourquoi la suite de ce travail de caractérisation du Thermisorel™ s'appuie principalement sur des images 3D de résolutions de  $9,36 \mu\text{m}$ ,  $10 \mu\text{m}$  et  $15 \mu\text{m}/\text{voxel}$ . De plus, à résolution plus grossière, il devient possible d'étudier des échantillons de plus grande taille et dont les caractéristiques extraites sont plus représentatives du matériau dans son ensemble (Peyrega *et al.* (2010)).

FIGURE 2.12 – Rebouchage des lumens de la Fig. 2.7 (détail), projection  $xOy$ ; dimensions :  $512 \times 512$  pixels; résolution :  $5 \mu\text{m}/\text{voxel}$ .

## Chapitre 3

# Caractérisation morphologique du Thermisorel

### 3.1 Mesures morphologiques sur des images 3D de Thermisorel

Une fois segmentées par les méthodes de filtrage et de seuillage expliquées au chapitre 2, les images 3D de Thermisorel™ réalisées par microtomographie aux rayons X à l'US2B, sont analysées dans ce chapitre 3 par traitement d'images binaires. Parmi les méthodes d'analyse, la *morphologie mathématique* et la *stéréologie* sont utilisées pour caractériser la microstructure 3D du Thermisorel™.

### 3.2 Profils de densité de fibres

Les *profils de densité* correspondent aux profils de fraction volumique de fibres dans les tranches 2D projetées perpendiculairement aux axes  $Ox$ ,  $Oy$  et  $Oz$ . Le procédé papetier de fabrication du Thermisorel™ implique une homogénéité de la densité de fibres dans le matériau dans toutes les directions de l'échantillon. Cette homogénéité isotrope est observable sur la Fig. 3.1 pour trois échantillons (Fig. 2.6 et 2.7) à trois résolutions différentes :  $15 \mu m$ ,  $10 \mu m$  et  $9,36 \mu m/voxel$ . Les porosités externes obtenues après binarisation sont respectivement égales à  $60,6 \%$ ,  $57,8 \%$  et  $56,1 \%$ , et restent par ailleurs du même ordre de grandeur. À titre indicatif, même pour une résolution plus fine à  $5 \mu m/voxel$  (Fig. 2.7), la porosité externe après rebouchage des lumens est d'environ  $60,1 \%$ .

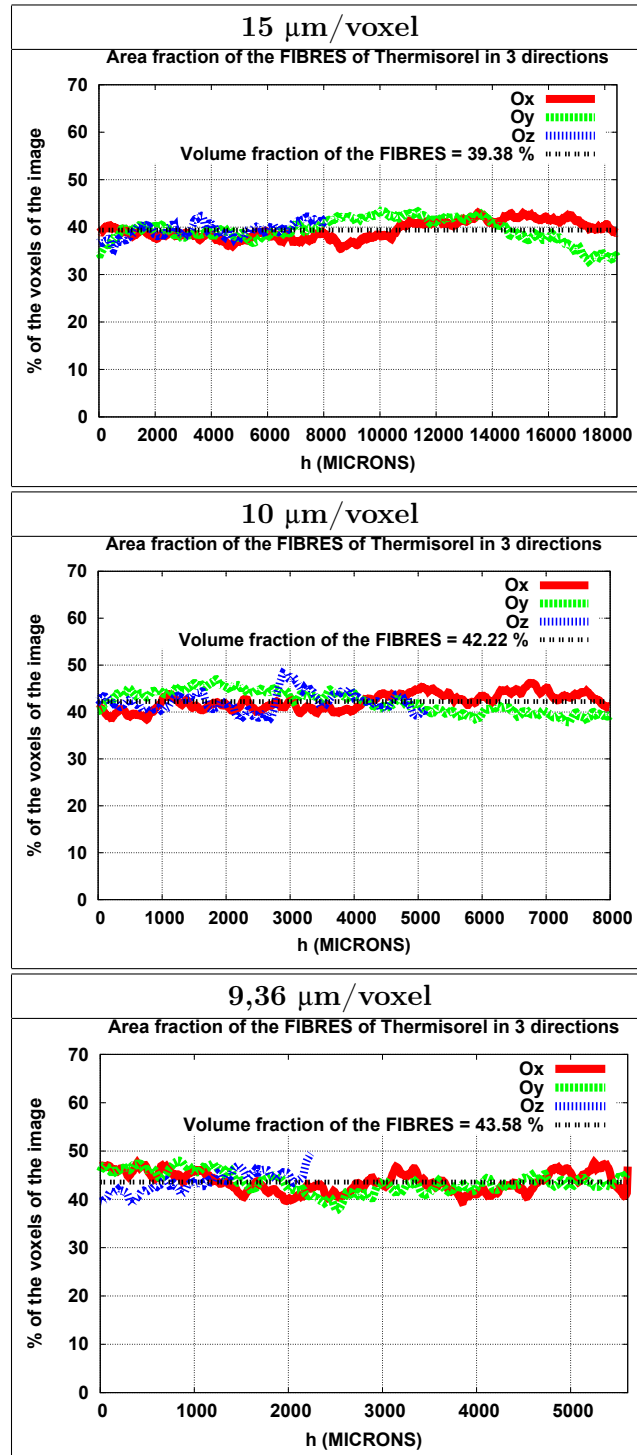


FIGURE 3.1 – Profils de densité de fibres pour 3 échantillons de Thermisorel™ à trois résolutions différentes : 15  $\mu\text{m}$ , 10  $\mu\text{m}$  et 9,36  $\mu\text{m}/\text{voxel}$ .

## 3.3 Covariance

### 3.3.1 Principe et mise en œuvre

La *covariance* permet de décrire l'agencement spatial d'un ensemble  $A$ , ici le milieu fibreux. Pour un ensemble aléatoire  $A$  stationnaire, la covariance de  $A$  ne dépend pas du point  $x$ , c'est pourquoi on la note  $C(h)$  dans la définition de l'Eq. 3.1, avec  $h$  le vecteur orienté en 3D dont la direction définit le profil de covariance de  $A$ .

$$C(h) = P(x \in A, x + h \in A) \quad (3.1)$$

Pour  $h = 0$ , on a en particulier  $C(0) = p = P(x \in A)$  qui est la probabilité qu'un point  $x$  appartienne à l'ensemble  $A$ . Par conséquent, la porosité  $q = 1 - p$ , est la probabilité pour qu'un point  $x$  appartienne à l'ensemble complémentaire, noté  $A^C$ , de  $A$ .

Afin de tracer les profils de covariance dans toutes les directions de l'espace en 3D, la covariance est calculée dans MorphM™ en utilisant la *transformée de Fourier rapide* (FFT). En pratique, cette méthode permet d'obtenir une image 3D de la covariance estimée,  $C^*(h)$  du milieu considéré, dont on peut tracer n'importe quel profil dans la direction de notre choix.

Soit  $Z(x)$ , une fonction aléatoire qui associe un niveau de gris à chaque point  $x$  du domaine de l'image  $D$ . Si l'on considère que, pour une image binaire, la fonction aléatoire  $Z(x)$  est l'indicatrice  $1_A$  de l'ensemble  $A$ , alors  $Z(x) = 1$  quand  $x \in A$ , et  $Z(x) = 0$  sinon. Ainsi, la fonction aléatoire  $Z(x) = 1_A$  définit le milieu  $A$  à étudier, et alors l'autocorrélation de la fonction  $1_A$  est égale à la covariance  $C(h)$  de l'ensemble  $A$ .

La définition de l'autocorrélation de  $Z$  est décrite dans l'Eq. 3.2. Soit  $\check{Z}$ , le transposé de  $Z$ , tel que pour tout point  $x \in Z$ , on ait  $\check{Z}(x) = Z(-x)$  (voir la définition en section 2.4 du chapitre 2). De plus, on note  $\mu_n(A)$  la *mesure de Lebesgue* de l'ensemble  $A$  dans un espace de dimension  $n$ . Ainsi, pour  $n = 2$ ,  $\mu_2(A) = Aire(A)$ , et dans notre cas en dimension 3,  $\mu_3(A) = Volume(A)$ . Enfin, on note  $D_{-h}$  l'ensemble translaté du domaine  $D$  selon le vecteur  $-h$ .

$$\begin{cases} C^*(h) = \frac{1}{\mu_n(D \cap D_{-h})} \int_D Z(x) Z(x+h) .dx \\ C^*(h) = \frac{1}{\mu_n(D \cap D_{-h})} \int_D Z(x) Z(h - (-x)) .dx \\ C^*(h) = \frac{1}{\mu_n(D \cap D_{-h})} \int_D Z(x) \check{Z}(h-x) .dx \\ C^*(h) = \frac{1}{\mu_n(D \cap D_{-h})} [Z * \check{Z}](h) \end{cases} \quad (3.2)$$

Si l'on applique la transformée de Fourier à l'Eq. 3.2, on obtient l'Eq. 3.3, avec  $\nu$  la fréquence spatiale,  $TF_Z$ , la transformée de Fourier de  $Z$ , et  $\overline{TF_Z}$  son conjugué dans l'espace complexe.

$$\begin{cases} TF_{C^*}(\nu) = \frac{1}{\mu_n(D \cap D_{-h})} TF_Z(\nu) \overline{TF_Z}(\nu) \\ TF_{C^*}(\nu) = \frac{1}{\mu_n(D \cap D_{-h})} \|TF_Z(\nu)\|^2 \end{cases} \quad (3.3)$$



Enfin, de l'Eq. 3.3, on déduit la covariance  $C^*(h)$  en lui appliquant la transformée de Fourier inverse  $TF_Z^{-1}$  (Eq. 3.4).

$$C^*(h) = \frac{1}{\mu_n(D \cap D_{-h})} TF_Z^{-1} \left[ \|TF_Z(\nu)\|^2 \right] \quad (3.4)$$

### 3.3.2 Résultats et interprétations

La Fig. 3.2 représente les profils de covariance  $C(h)$  des fibres de Thermisorel™ pour quatre échantillons à quatre résolutions différentes :  $15 \mu\text{m}$ ,  $10 \mu\text{m}$ ,  $9,36 \mu\text{m}$  et  $5 \mu\text{m}/\text{voxel}$  (Fig. 2.6 et 2.7).

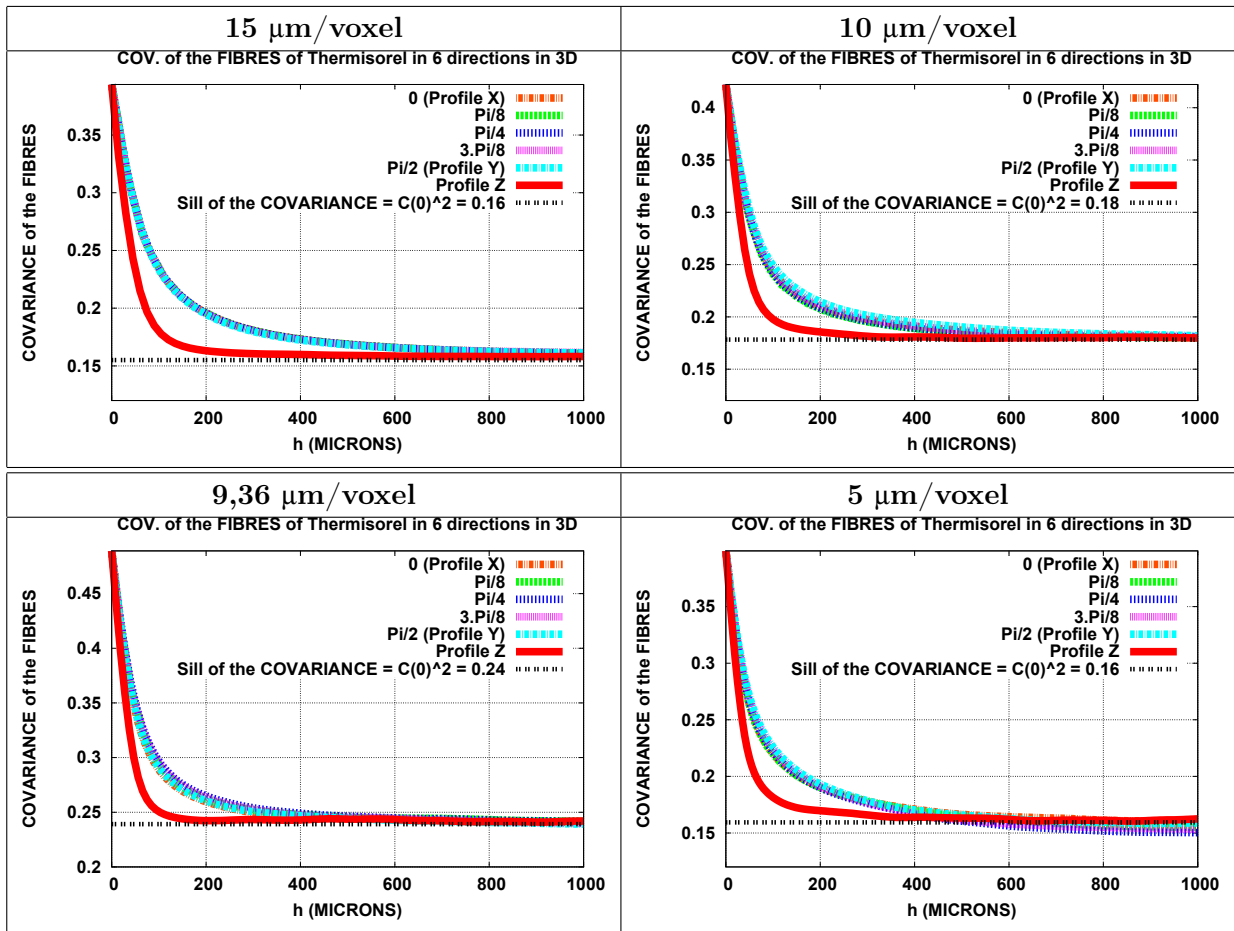


FIGURE 3.2 – Covariance des fibres pour 4 échantillons de Thermisorel™ à 4 résolutions différentes :  $15 \mu\text{m}$ ,  $10 \mu\text{m}$ ,  $9,36 \mu\text{m}$  et  $5 \mu\text{m}/\text{voxel}$  (lumens rebouchés).

La covariance met en valeur l'anisotropie globale des orientations des fibres dans le Thermisorel™. Lors de la fabrication, la compression du matériau oriente ces dernières dans les plans  $xOy$  où elles

sont isotropes. En effet, les courbes de covariance dans les directions des plans  $xOy$  sont confondues, et différentes de celle dans la direction  $Oz$  pour les quatre échantillons. Ainsi, l'hypothèse d'une distribution uniforme entre  $0$  et  $\pi$  des orientations des fibres dans les plans  $xOy$  peut être avancée, conformément au mode de fabrication. En extrayant la *longueur de corrélation transverse* de la covariance selon  $Oz$ , il est possible d'estimer le *plus grand diamètre de fibres* dans l'échantillon. Cette dernière correspond à la valeur de  $h$  telle que la covariance se stabilise et atteint son palier  $C(h) = p^2$ . Cette valeur de  $h$  est également appelée « portée » de  $C(h)$ . Par extension, la *longueur de corrélation longitudinale*, dans les plans  $xOy$ , permet d'estimer la *longueur maximale des fibres* de l'échantillon (Peyrega *et al.* (2010)).

Pour des images de Thermisorel™ de résolution  $5 \mu\text{m}/\text{voxel}$ , les études antérieures de Lux (2005) et Lux *et al.* (2006b) ont permis d'estimer une longueur caractéristique longitudinale d'environ  $400 \mu\text{m}$ , et d'environ  $100 \mu\text{m}$  dans la direction  $Oz$ . Comme en attestent les longueurs répertoriées dans la Table 3.1 pour les trois échantillons à  $10 \mu\text{m}$ ,  $9,36 \mu\text{m}$  et  $5 \mu\text{m}/\text{voxel}$  (Fig. 2.6, et 2.7), les résultats obtenus dans notre étude sont comparables à ces valeurs. De plus, ces longueurs de corrélation sont du même ordre de grandeur pour les quatre résolutions étudiées.

Résolution ( $\mu\text{m}/\text{voxel}$ )	15	10	9,36	5
$l_{\text{transverse}}(Oz)$ ( $\mu\text{m}$ )	200	280	200	200
$l_{\text{longitudinale}}(xOy)$ ( $\mu\text{m}$ )	790	750	700	700

TABLE 3.1 – Longueurs de corrélation pour 4 échantillons de Thermisorel™.

## 3.4 Surface spécifique

La *surface spécifique* est le rapport de la surface de contact entre le milieu fibreux et l'espace poreux inter-fibres sur le volume total de l'échantillon. Ce paramètre entre donc en considération pour les échanges surfaciques de chaleur en thermique, et également pour les propriétés d'absorption acoustique dans la couche limite visqueuse. Une fois la surface de contact  $S$  entre fibres et pores déterminée, il faut la normaliser par le volume total de l'échantillon afin d'obtenir la surface spécifique, (Eq. 3.5) elle s'exprime en  $\text{m}^2.\text{m}^{-3}$ , ou encore en  $\text{m}^{-1}$ .

$$S_v = \frac{S}{V_{\text{Total}}} \quad (3.5)$$

### 3.4.1 Méthodes

La surface de contact entre les deux phases peut être déterminée par *stéréologie* sur les images 3D binaires de Thermisorel™ en s'appuyant sur la *formule de Crofton* soit à partir de la covariance des fibres, soit en estimant le *nombre moyen d'intercepts*. Pour estimer la surface spécifique à partir de la covariance (Fig. 3.2), il faut en calculer la pente à l'origine pour chaque direction  $\alpha$  de l'espace et intégrer ces pentes sur toutes les orientations de l'espace (Eq. 3.6).

$$S_v = \frac{1}{\pi} \int_0^{4\pi} - \left( \frac{\partial C(h, \alpha)}{\partial h} \right)_{h=0} d\alpha \quad (3.6)$$

La seconde méthode consiste à calculer le *nombre moyen d'intercepts*  $\overline{N}_l$  sur toutes les directions de l'espace et à l'injecter dans la formule de Crofton (Eq. 3.7). Si l'on considère une image 3D binaire sur trame cubique avec la valeur 1 dans les fibres et 0 dans les pores, alors on appelle « *intercept* » la transition  $1 \rightarrow 0$  d'un voxel de valeur 1 vers un voxel de valeur 0 dans son voisinage de rayon 1 *voxel*. En pratique, on ne considère que les 26 *directions* du voisinage d'un voxel sur trame cubique. Ainsi, pour chacune des 26 directions on calcule le nombre de voxel  $N_l(\alpha)$  des fibres qui ont un voxel voisin dans les pores, puis on normalise par 26, le nombre de directions. De plus, comme le calcul du nombre d'intercepts se fait sur trame cubique, il faut pondérer la contribution de chaque voisin par sa distance euclidienne au voxel central (Eq. 3.8). Le cube 3D 3x3x3 de pondérations des voisins d'un voxel  $X$  pour les 26 directions d'une trame cubique est composé de l'empilement des matrices numérotées 1, 2 et 3 représentées en Tables 3.2 et 3.3.

$$S = 4\overline{N}_l \quad (3.7)$$

$$\overline{N}_l = \frac{1}{26} \sum_{\alpha=1}^{26} \frac{N_l(\alpha)}{poids_\alpha} \quad (3.8)$$

$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$
$\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$
$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$

TABLE 3.2 – Matrices 1 et 3 du cube de pondération des voisins du pixel  $X$  sur trame cubique 3D pour 26 directions.

$\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$
1	X	1
$\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$

TABLE 3.3 – Matrice 2 du cube de pondération des voisins du pixel  $X$  sur trame cubique 3D pour 26 directions.

### 3.4.2 Résultats sur le matériau fibreux

Dans la mesure où la méthode de Crofton s'appuie directement sur l'image 3D binaire, c'est elle qui est utilisée ici pour déterminer la surface de contact entre les fibres et les pores des quatre

### 3.5 Granulométrie par ouvertures morphologiques

échantillons de Thermisorel™. Comme le montre la Table 3.4, les quatre échantillons ont des surfaces spécifiques de contact du même ordre de grandeur. De plus, ramenées aux dimensions d'un panneau de Thermisorel™ de dimensions  $500 \times 500 \times 20 \text{ mm}^3$ , ces valeurs sont relativement élevées. Le Thermisorel™, avec sa porosité importante (89 % par mesure de densité) et sa surface spécifique de contact fibres-pores très étendue, est un bon isolant acoustique et thermique.

À titre de comparaison, l'estimation de la surface spécifique  $S_v$  par mesures acoustiques sur des panneaux de Thermisorel™ réalisées au LAUM est d'environ  $27,8 \text{ mm}^{-1}$ . Le rapport entre mesures acoustiques et estimations de  $S_v$  par traitement d'images 3D est environ égal à 2. Ce rapport est relativement faible si l'on considère les approximations liées à la résolution des images et au rebouchage des lumens. En effet, dans notre estimation de  $S_v$  par traitement d'images 3D, nous étudions des fibres pleines en négligeant les lumens qui sont ouverts sur la porosité externe et donc qui accroissent la surface spécifique. Ainsi, si l'on ne rebouche pas ses lumens, l'image à la résolution de  $5 \mu\text{m}/\text{voxel}$  a une surface spécifique de  $21,1 \text{ mm}^{-1}$ , plus proche de la valeur estimée expérimentalement par le LAUM. Par conséquent, nos estimations par stéréologie sur les microtomographies 3D sont cohérentes avec la valeur mesurée par méthode acoustique.

Résolution ( $\mu\text{m}/\text{voxel}$ )	15	10	9,36	5 Lumens rebouchés	5 Lumens non-rebouchés
$S_v \text{ (mm}^{-1}\text{)}$	12,2	14,8	15,6	15,4	21,1
$S_{\text{panneau}} \text{ (m}^2\text{)}$	61,1	73,9	78	77	105,5

TABLE 3.4 – Surface spécifique et surface de contact air-fibres pour 4 panneaux de Thermisorel™ de dimensions  $500 \times 500 \times 20 \text{ mm}^3$ .

## 3.5 Granulométrie par ouvertures morphologiques

### 3.5.1 Principe de la méthode

Parmi ses outils, la morphologie mathématique compte la *granulométrie par ouverture morphologique* (Matheron (1967) et Serra (1982)). Son principe consiste à pratiquer des ouvertures successives par un *élément structurant* de rayon croissant sur un ensemble  $A$ , en 3D dans notre cas, afin de le tamiser par des grilles de rayons de mailles croissants. Selon le rayon  $r$  des mailles, on détermine le nombre de *voxels* (*granulométrie en volume*) ou de *fibres* (*granulométrie en nombre*) passés à travers la grille.

En travaillant directement sur le réseau fibreux, sans séparer les fibres individuellement, on estime la granulométrie en volume  $G(r)$ . En effet, on calcule à chaque rayon d'ouverture  $r$  le rapport entre le volume de voxels  $v_f(r)$  du milieu fibreux passés par les mailles du tamis sur le volume total de fibres  $V_f$  (Eq. 3.9). Quant à la granulométrie en nombre  $F(r)$ , elle correspond à la distribution du nombre de fibres de rayons  $r$ ,  $n_f(r)$ , ramenée sur le nombre total de fibres individualisées  $N_f$  (Eq. 3.10). Si l'on normalise les granulométries  $G(r)$  et  $F(r)$  par les largeurs de

### 3.5 Granulométrie par ouvertures morphologiques

classes de rayon (ici partout égale à la résolution), on obtient les *distributions* (également appelées densités de probabilité)  $g(r)$  et  $f(r)$  respectivement en volume et en nombre de la *variable aléatoire*  $R$  correspondant au rayon des fibres de telle sorte que leur intégrale sur  $\mathfrak{R}$  par rapport à  $r$  soit égale à 1.

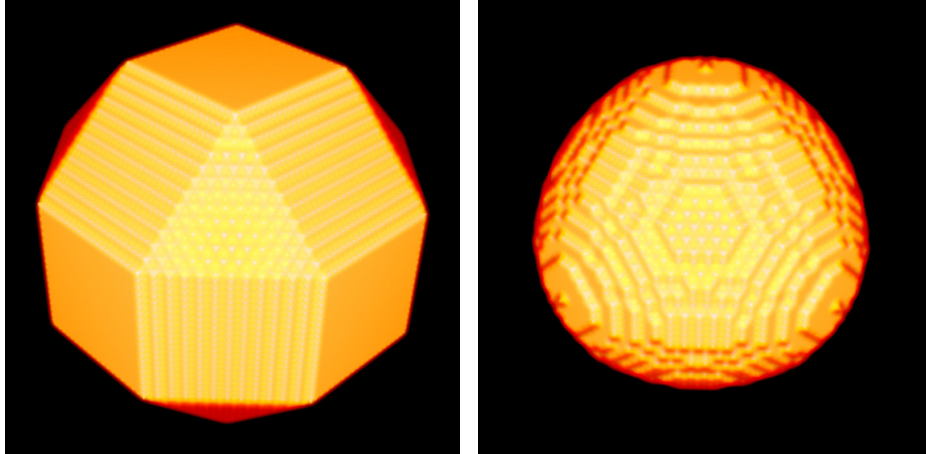
$$G(r) = \frac{v_f(r)}{V_f} \quad (3.9)$$

$$F(r) = \frac{n_f(r)}{N_f} \quad (3.10)$$

Si l'on note  $A$ , le milieu fibreux, on peut définir la *granulométrie en volume cumulée* dans l'Eq. 3.11.

$$G_{VolumeCumul}(A, r) = \sum_{i=0}^r G(i) = \left[ 1 - \frac{V\{\gamma_{B_r}(A)\}}{V(A)} \right] = \left[ 1 - \frac{v_f(r)}{V_f} \right] = [1 - G(r)] \quad (3.11)$$

La forme de l'élément structurant joue naturellement un rôle primordial dans la granulométrie. Afin d'obtenir des tamis 3D par des mailles approximativement sphériques, les éléments structurants utilisés pour ces mesures sont des *rhombicuboctaèdres* ( $RC$ ) (Fig. 2.11 et 3.3(a)) et des sphères discrètes calculées par *Fast Marching* ( $FM$ ) (Sethian (1996)) (Fig. 3.3(b)) dont la méthode est décrite plus loin, à la section 3.7.3.3 et dont une implémentation est proposée en annexe B.



(a) Rhombicuboctaèdre (RC)

(b) Sphère Fast Marching

FIGURE 3.3 – Éléments structurants de rayon 20 voxels.

### 3.5.2 Résultats et interprétations

#### 3.5.2.1 Granulométrie des fibres

La granulométrie par ouverture (en taille et cumulée) *en volume* des fibres de Thermisorel™ est représentée sur la Fig. 3.4 pour un élément structurant 3D rhombicuboctaédrique. Pour chaque graphique, la courbe en *rose* est la granulométrie cumulée (Eq. 3.11), et la *rouge* la *densité*, non normalisée par l'incrément de taille, égal à la résolution.

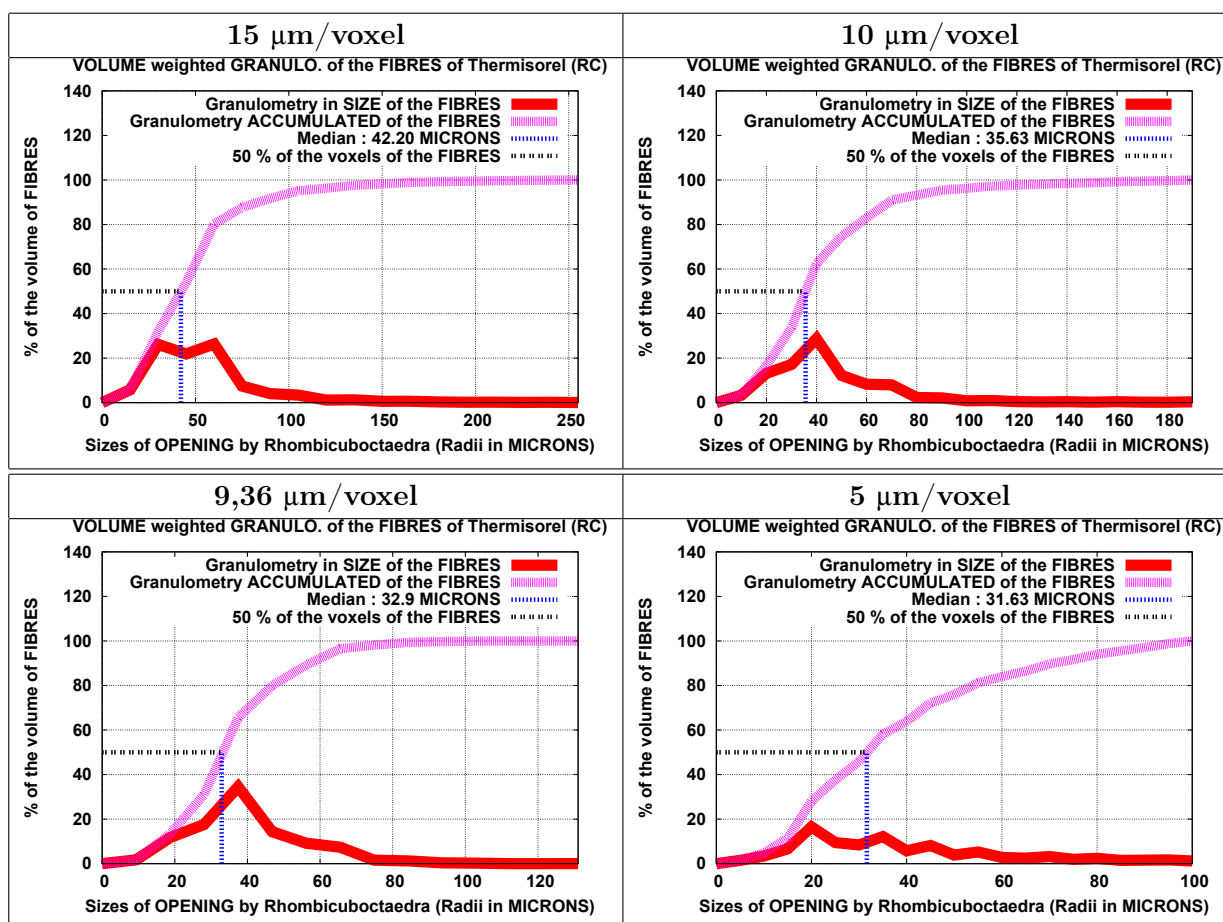


FIGURE 3.4 – Granulométrie (en taille et cumulée) en volume des fibres (ouvertures 3D par RC) pour 4 échantillons de Thermisorel™ à 4 résolutions différentes : 15 μm, 10 μm, 9,36 μm et 5 μm/voxel (lumens rebouchés).

### 3.5 Granulométrie par ouvertures morphologiques

Résolution ( $\mu\text{m}/\text{voxel}$ )	15	10	9,36	5
$r_{Maximal}$ ( $\mu\text{m}$ )	255	188	131	100
$r_{Moyen}$ ( $\mu\text{m}$ )	54,3	46,5	39,8	39,1
$\sigma_r$ ( $\mu\text{m}$ )	31,1	26,7	15,6	22,1

TABLE 3.5 – Valeurs maximales, moyennes et écarts-types des rayons de fibres de Thermisorel™ pour 4 échantillons (granulométrie par ouverture en volume par élément structurant RC).

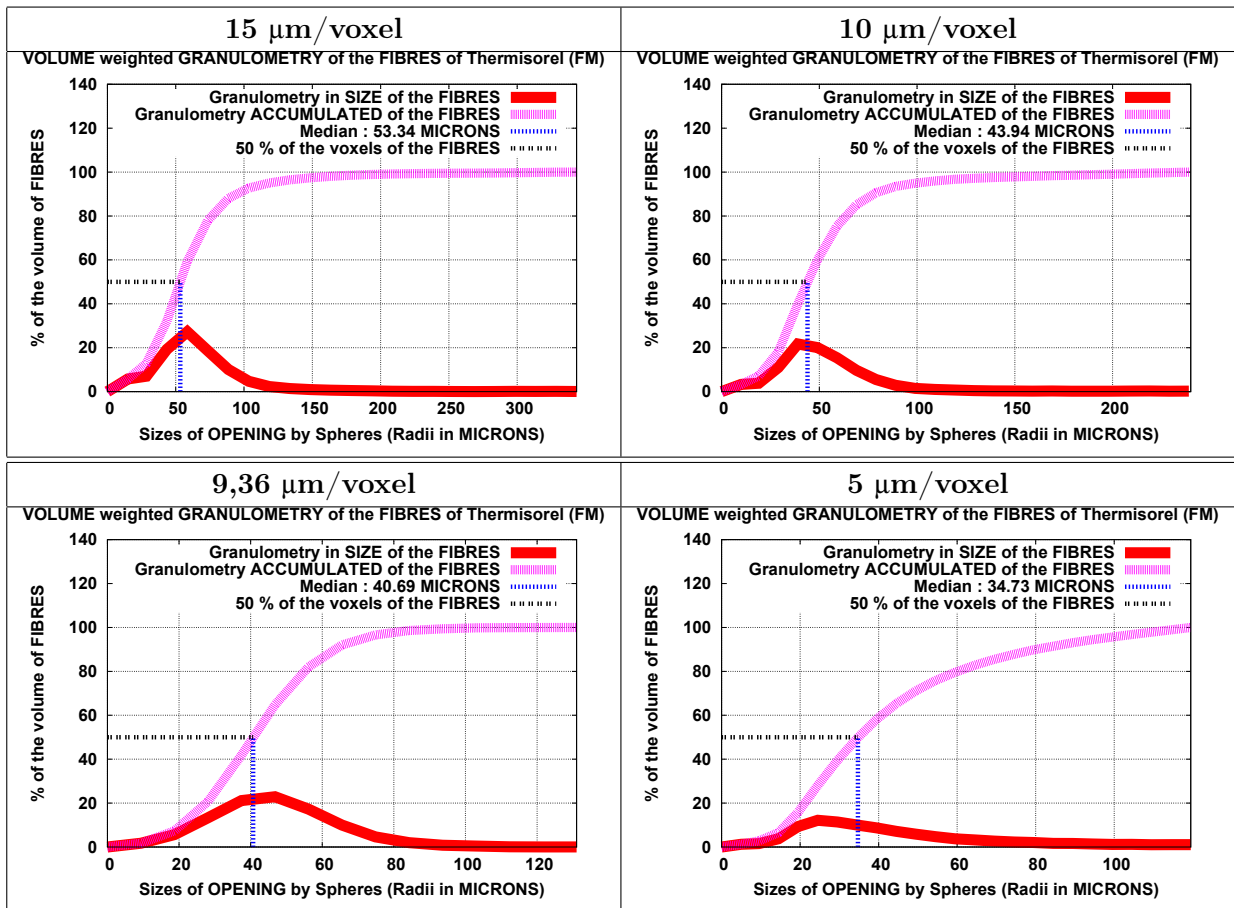


FIGURE 3.5 – Granulométrie (en taille et cumulée) en volume des fibres (ouvertures 3D par Sphères FM) pour 4 échantillons de Thermisorel™ à 4 résolutions différentes : 15  $\mu\text{m}$ , 10  $\mu\text{m}$ , 9,36  $\mu\text{m}$  et 5  $\mu\text{m}/\text{voxel}$  (lumens rebouchés).

### 3.5 Granulométrie par ouvertures morphologiques

Résolution ( $\mu\text{m}/\text{voxel}$ )	15	10	9,36	5
$r_{Maximal}$ ( $\mu\text{m}$ )	344	239	131	120
$r_{Moyen}$ ( $\mu\text{m}$ )	66,4	55	46,4	44,4
$\sigma_r$ ( $\mu\text{m}$ )	36,4	31,3	17	25,4

TABLE 3.6 – Valeurs maximales, moyennes et écarts-types des rayons de fibres de Thermisorel™ pour 4 échantillons (granulométrie par ouverture en volume par élément structurant Sphère FM).

De même que pour la Fig. 3.4, la Fig. 3.5 représente la granulométrie par ouverture 3D des fibres de Thermisorel™, mais avec un élément structurant sphérique généré par Fast Marching. De plus, avec le Fast Marching, il est possible de manipuler des sphères avec des rayons en nombre de voxels flottant. Les courbes de granulométrie en taille sont plus lisses et précises avec des sphères qu’avec des rhombicuboctaèdres.

Les Tables 3.5 et 3.6 répertorient les valeurs maximales, moyennes et les écarts-types des rayons de fibres de Thermisorel™ d’après ces courbes de granulométrie en volume, respectivement pour des rhombicuboctaèdres (Fig. 3.4) et des sphères (Fig. 3.5). Pour les quatre échantillons, les valeurs maximales des rayons de fibres sont du même ordre de grandeur que celles des longueurs de corrélations transverses (Table 3.1) extraites de la covariance des fibres selon  $Oz$ , ce qui montre la cohérence entre la covariance et la granulométrie par ouverture pour caractériser le Thermisorel™. On peut observer que pour des résolutions proches, à  $10 \mu\text{m}$  et  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$  (Fig. 2.6 et 2.7), les distributions des rayons de fibres ont la même allure (Fig. 3.4), ce qui valide l’hypothèse de milieu fibreux *stationnaire*, telle que les mesures sont indépendantes de l’échantillon.

Pour les quatre échantillons, la granulométrie en volume des fibres de Thermisorel™ (courbe en rouge) présente une allure de *loi gamma* (Peyrega *et al.* (2010)). Cette hypothèse était déjà avancée dans les études de Lux (2005) et Lux *et al.* (2006b) pour le même matériau. L’expression de la loi gamma est explicitée dans les Eq. 3.12 et 3.13, avec  $\alpha$  son *paramètre de forme*, et  $b$  son *paramètre d’échelle* exprimé dans notre cas en  $\mu\text{m}^{-1}$ .

$$g_{\alpha,b}(r) = \frac{b^\alpha}{\Gamma(\alpha)} r^{\alpha-1} e^{-br} , \quad (3.12)$$

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{+\infty} t^{\alpha-1} e^{-t} dt . \quad (3.13)$$

Si une variable aléatoire  $R$  suit une loi gamma, alors, les paramètres de la distribution ont les propriétés suivantes :  $\alpha = \frac{E[R]^2}{\text{VAR}[R]}$  et  $b = \frac{E[R]}{\text{VAR}[R]}$ . L’estimation de la loi gamma qui se cale sur la granulométrie est alors immédiate. Ainsi, si l’on fait l’hypothèse que les rayons de fibres de Thermisorel™ suivent des lois gamma (Peyrega *et al.* (2010) et Peyrega *et al.* (2009a,b,c)), on utilise ces deux relations pour les caler sur les distributions en volume  $g(r)$  des rayons de fibres, normalisées par la résolution, comme le montrent les Fig. 3.6 et 3.7 et les Tables 3.7 et 3.8.



### 3.5 Granulométrie par ouvertures morphologiques

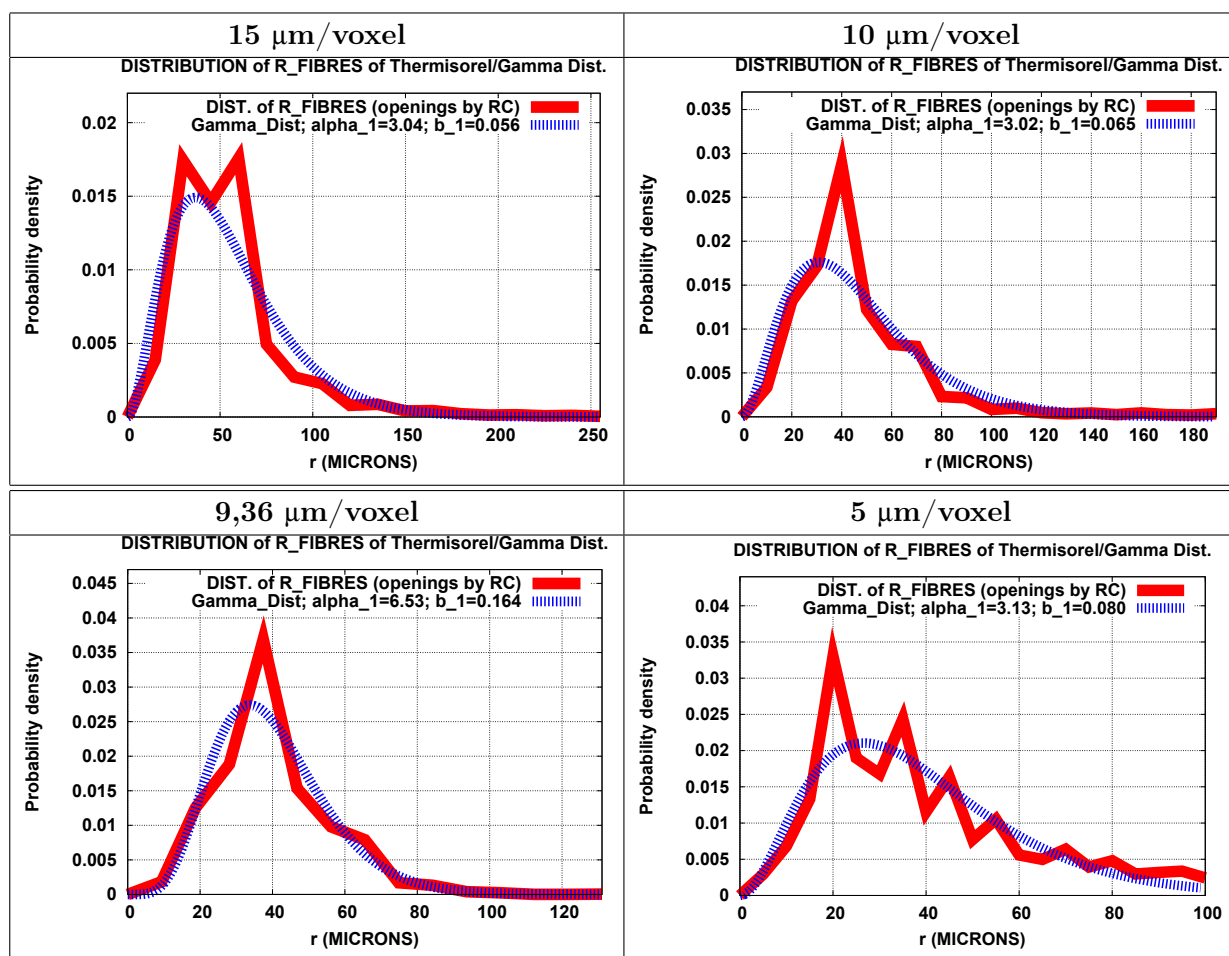


FIGURE 3.6 – Calage de lois gamma sur les distributions en volume des rayons de fibres pour 4 échantillons de Thermisorel™ à 4 résolutions différentes : 15 μm, 10 μm, 9,36 μm et 5 μm/voxel (lumens rebouchés) (élément structurant RC).

Résolution (μm/voxel)	15	10	9,36	5
$\alpha$	3,04	3,02	6,53	3,13
$b$ (μm <sup>-1</sup> )	0,056	0,065	0,164	0,080

TABLE 3.7 – Paramètres  $\alpha$  et  $b$  des lois gamma calées sur les distributions en volume des rayons de fibres de Thermisorel™ pour 4 échantillons (élément structurant RC).

### 3.5 Granulométrie par ouvertures morphologiques

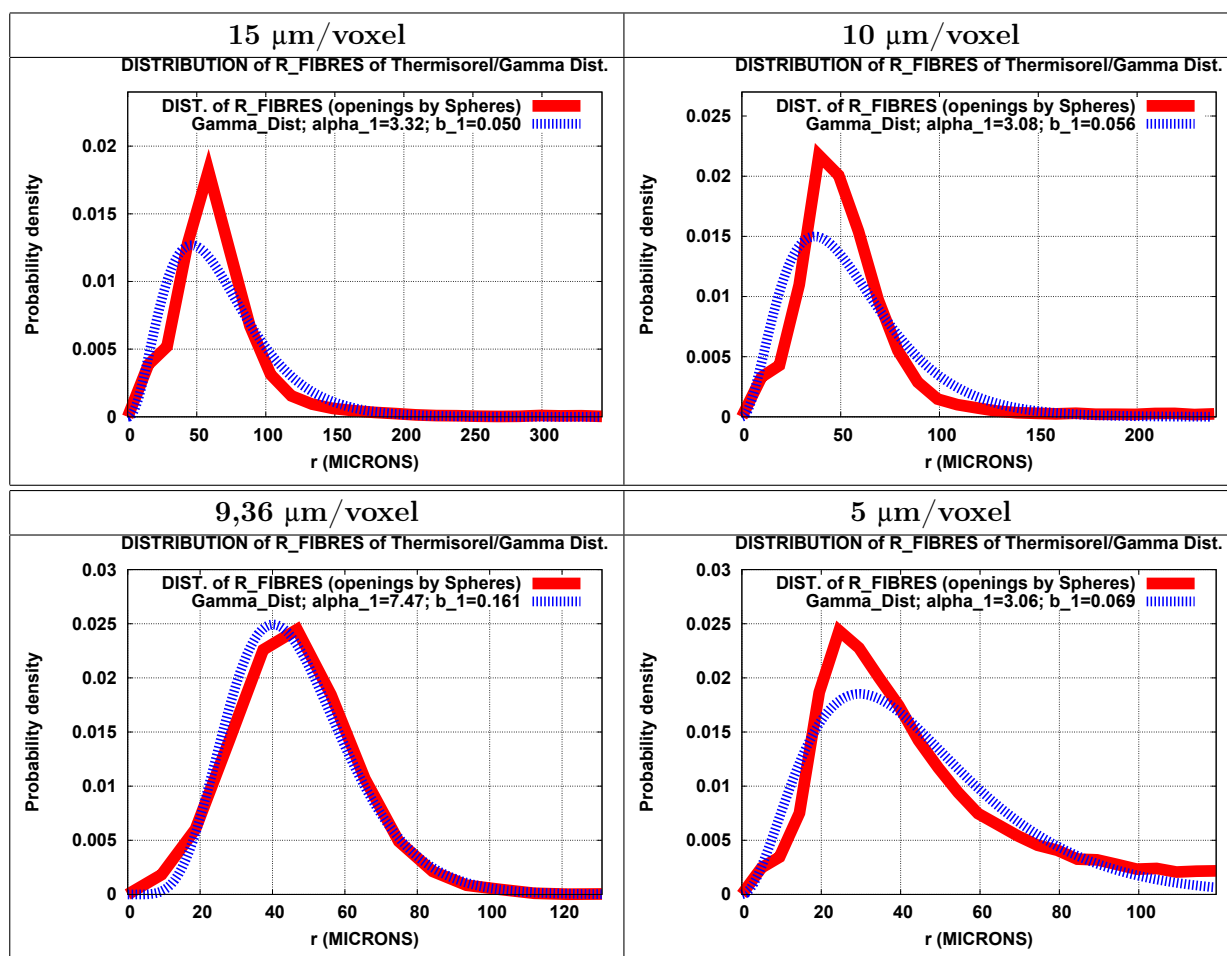


FIGURE 3.7 – Calage de lois gamma sur les distributions en volume des rayons de fibres pour 4 échantillons de Thermisorel™ à 4 résolutions différentes : 15  $\mu\text{m}$ , 10  $\mu\text{m}$ , 9,36  $\mu\text{m}$  et 5  $\mu\text{m}/\text{voxel}$  (lumens rebouchés) (élément structurant Sphère FM).

Résolution ( $\mu\text{m}/\text{voxel}$ )	15	10	9,36	5
$\alpha$	3,32	3,08	7,47	3,06
$b$ ( $\mu\text{m}^{-1}$ )	0,050	0,056	0,161	0,069

TABLE 3.8 – Paramètres  $\alpha$  et  $b$  des lois gamma calées sur les distributions en volume des rayons de fibres de Thermisorel™ pour 4 échantillons (élément structurant Sphère FM).

Pour les trois échantillons à 15  $\mu\text{m}$ , 10  $\mu\text{m}$  et 5  $\mu\text{m}/\text{voxel}$  (Fig. 2.6 et 2.7), les paramètres des lois gamma sont du même ordre de grandeur. La différence de loi gamma de l'échantillon à 9,36  $\mu\text{m}/\text{voxel}$

### 3.5 Granulométrie par ouvertures morphologiques

(Fig. 2.7) par rapport aux trois autres s'explique par l'écart-type de la distribution des rayons de ses fibres qui est plus faible que pour les autres échantillons. En revanche, sa valeur moyenne est du même ordre de grandeur que celles des autres échantillons. Par ailleurs, à  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$ , la loi gamma semble confondue avec la granulométrie par ouverture à l'aide de sphères, comme le montre la Fig. 3.7.

#### 3.5.2.2 Granulométrie des pores

La granulométrie par ouverture (en taille et cumulée) en volume des pores de Thermisorel™ est représentée sur les Fig. 3.8 et 3.9, respectivement pour des éléments structurants 3D rhombicuboctaédriques, et sphériques. Les courbes en *bleu* sont les granulométries cumulées, et les *vertes* les densités non normalisées par la résolution.

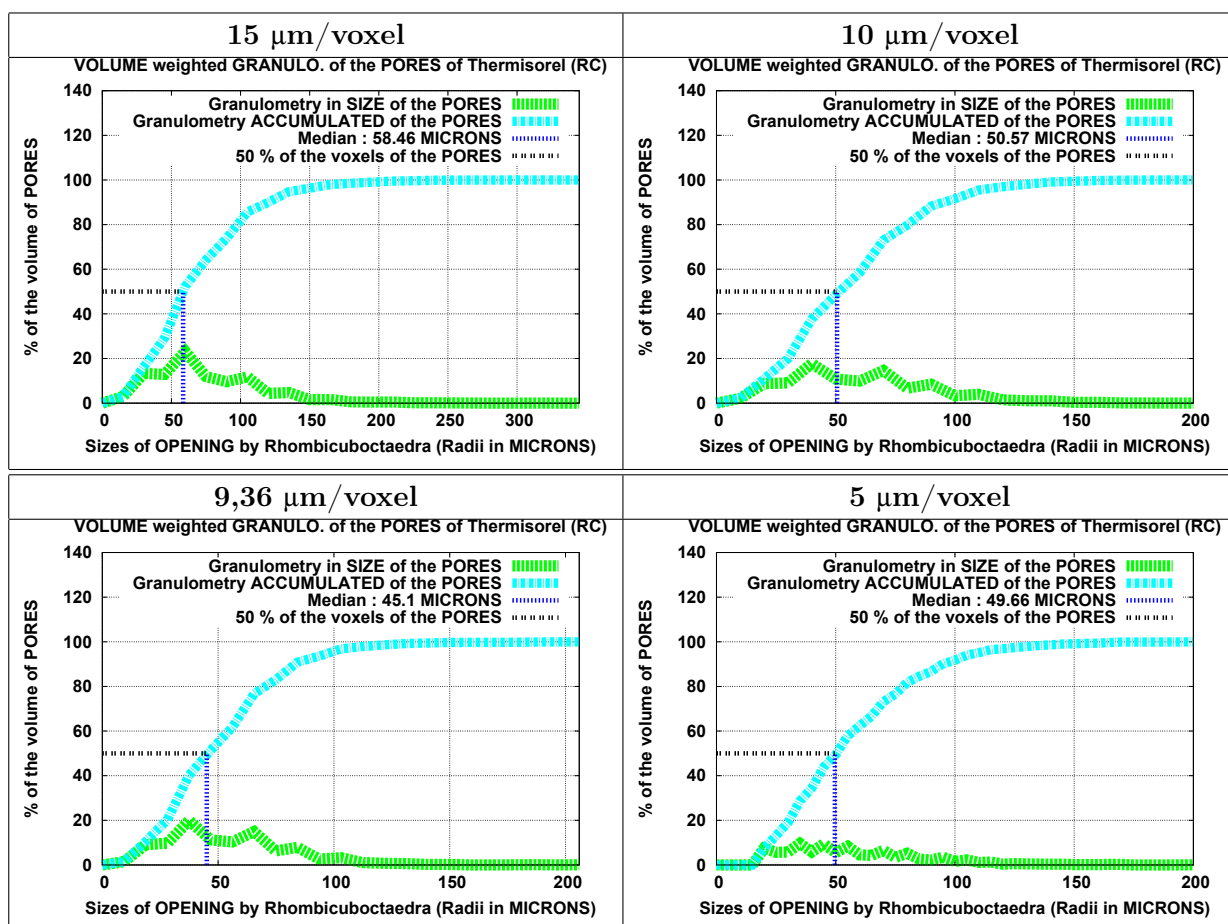


FIGURE 3.8 – Granulométrie (en taille et cumulée) en volume des pores (ouvertures 3D par RC) pour 4 échantillons de Thermisorel™ à 4 résolutions différentes :  $15 \mu\text{m}$ ,  $10 \mu\text{m}$ ,  $9,36 \mu\text{m}$  et  $5 \mu\text{m}/\text{voxel}$  (lumens rebouchés).

### 3.5 Granulométrie par ouvertures morphologiques

Résolution ( $\mu\text{m}/\text{voxel}$ )	15	10	9,36	5
$r_{Maximal}$ ( $\mu\text{m}$ )	330	200	206	200
$r_{Moyen}$ ( $\mu\text{m}$ )	75,5	60,3	54,6	58,2
$\sigma_r$ ( $\mu\text{m}$ )	39,3	30	26,8	29,3

TABLE 3.9 – Valeurs maximales, moyennes et écarts-types des rayons de pores de Thermisorel™ pour 4 échantillons (granulométrie par ouverture en volume par élément structurant RC).

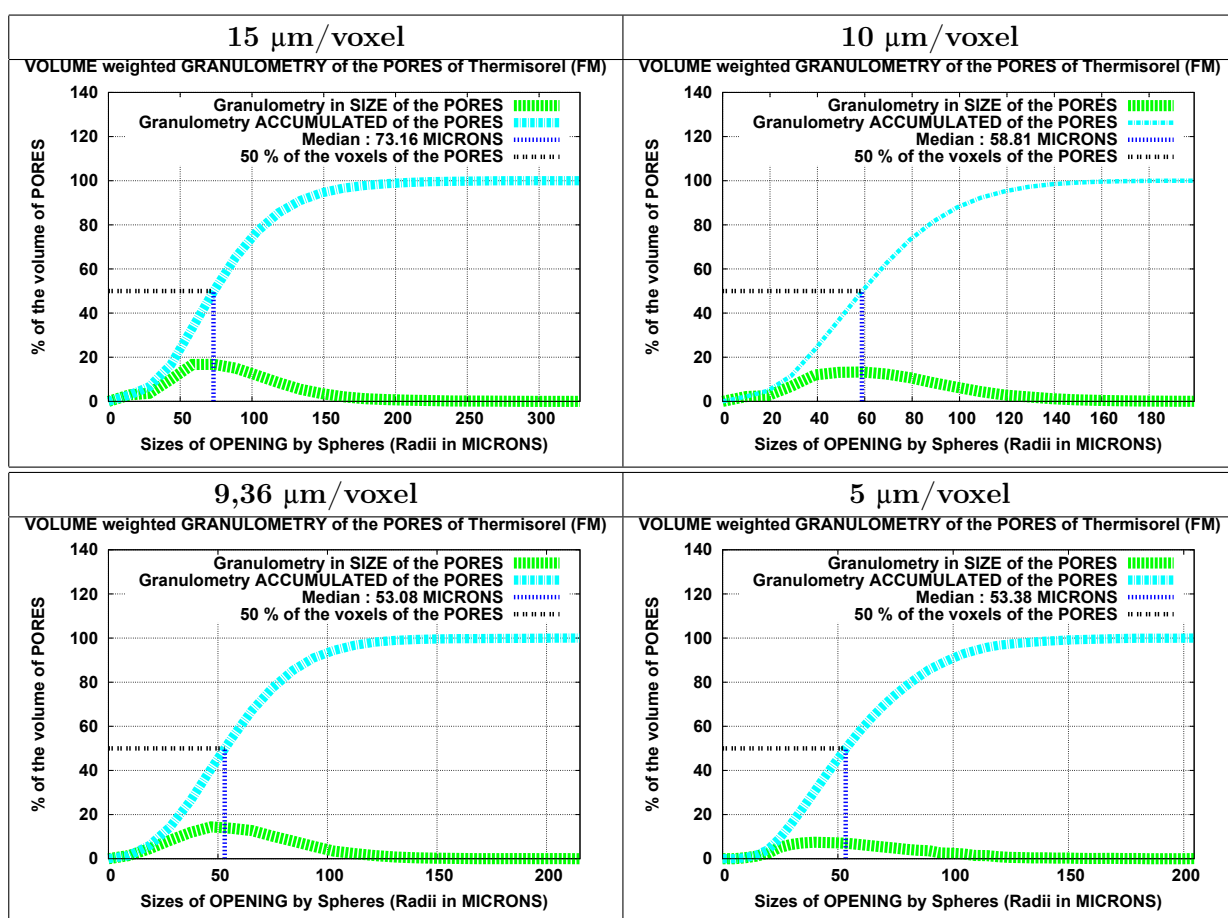


FIGURE 3.9 – Granulométrie (en taille et cumulée) en volume des pores (ouvertures 3D par Sphères FM) pour 4 échantillons de Thermisorel™ à 4 résolutions différentes : 15  $\mu\text{m}$ , 10  $\mu\text{m}$ , 9,36  $\mu\text{m}$  et 5  $\mu\text{m}/\text{voxel}$  (lumens rebouchés).

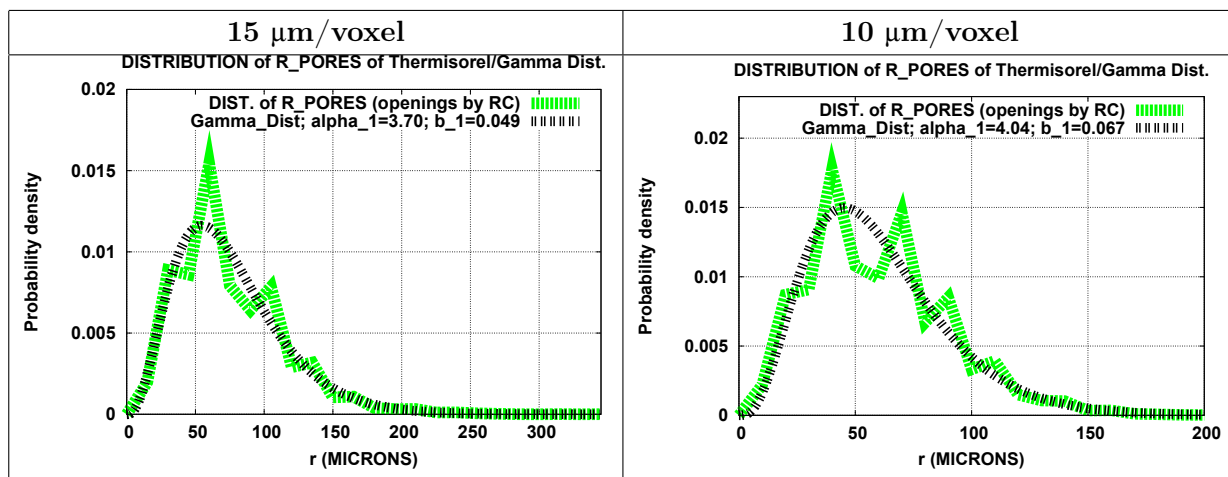
### 3.5 Granulométrie par ouvertures morphologiques

Résolution ( $\mu\text{m}/\text{voxel}$ )	15	10	9,36	5
$r_{Maximal}$ ( $\mu\text{m}$ )	329	200	215	205
$r_{Moyen}$ ( $\mu\text{m}$ )	86,5	67,1	61	61,1
$\sigma_r$ ( $\mu\text{m}$ )	40	30,3	27,4	29,3

TABLE 3.10 – Valeurs maximales, moyennes et écarts-types des rayons de pores de Thermisorel™ pour 4 échantillons (granulométrie par ouverture en volume par élément structurant Sphère FM).

De même que pour les rayons de fibres, les Tables 3.9 et 3.10 répertorient les valeurs maximales, moyennes et les écarts-types des rayons de pores de Thermisorel™ d'après ces courbes de granulométrie en volume, réalisées respectivement avec des rhombicuboctaèdres et des sphères. Les distributions en volume des rayons de pores des échantillons aux résolutions de  $10 \mu\text{m}$  et  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$  (respectivement Fig. 2.6 et 2.7) sont quasiment confondues d'après les Fig. 3.8 et 3.9, ce qui montre comme précédemment qu'à des résolutions proches, les pores de deux échantillons différents ont des propriétés morphologiques similaires.

Il est également possible de caler des lois gamma sur les pores de Thermisorel™, comme l'illustrent les Fig. 3.10 et 3.11, et les Tables 3.11 et 3.12. De plus, comme l'ont montré Dodson & Sampson (1996), Lux (2005) et Lux *et al.* (2006b), la loi gamma est souvent utilisée pour modéliser la distribution des rayons de pores dans les papiers.



### 3.5 Granulométrie par ouvertures morphologiques

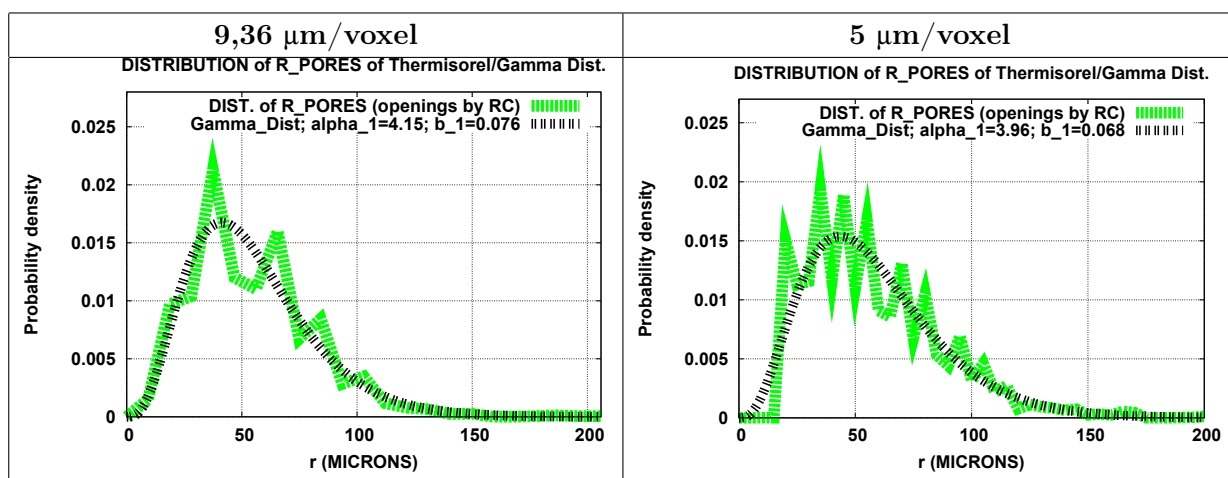
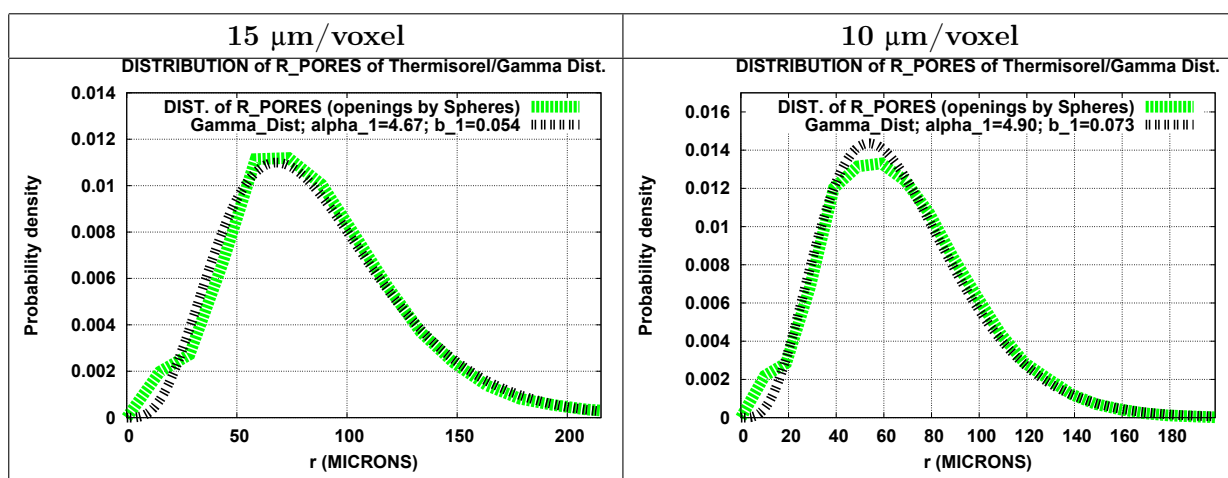


FIGURE 3.10 – Calage de lois gamma sur les distributions en volume des rayons de pores pour 4 échantillons de Thermisorel™ à 4 résolutions différentes : 15  $\mu\text{m}$ , 10  $\mu\text{m}$ , 9,36  $\mu\text{m}$  et 5  $\mu\text{m}/\text{voxel}$  (lumens rebouchés) (élément structurant RC).

Résolution ( $\mu\text{m}/\text{voxel}$ )	15	10	9,36	5
$\alpha$	3,70	4,04	4,15	3,96
$b$ ( $\mu\text{m}^{-1}$ )	0,049	0,067	0,076	0,068

TABLE 3.11 – Paramètres  $\alpha$  et  $b$  des lois gamma calées sur les distributions en volume des rayons de pores de Thermisorel™ pour 4 échantillons (élément structurant RC).



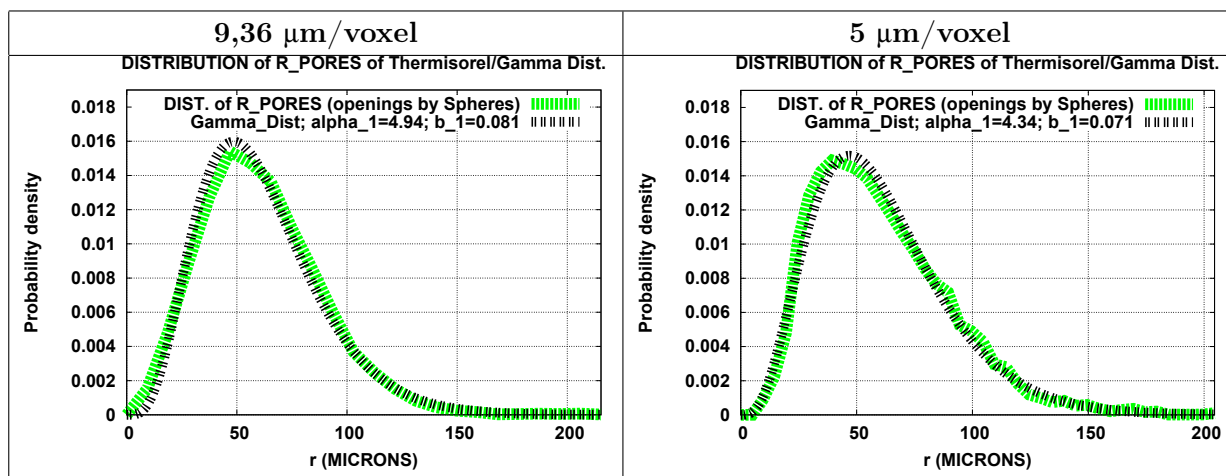


FIGURE 3.11 – Calage de lois gamma sur les distributions en volume des rayons de pores pour 4 échantillons de Thermisorel™ à 4 résolutions différentes : 15  $\mu\text{m}$ , 10  $\mu\text{m}$ , 9,36  $\mu\text{m}$  et 5  $\mu\text{m}/\text{voxel}$  (lumens rebouchés) (élément structurant Sphère FM).

Résolution ( $\mu\text{m}/\text{voxel}$ )	15	10	9,36	5
$\alpha$	4,67	4,90	4,94	4,34
$b$ ( $\mu\text{m}^{-1}$ )	0,054	0,073	0,081	0,071

TABLE 3.12 – Paramètres  $\alpha$  et  $b$  des lois gamma calées sur les distributions en volume des rayons de pores de Thermisorel™ pour 4 échantillons (élément structurant Sphère FM).

La distribution des rayons des pores du Thermisorel™ semble suivre une loi gamma, ce qui est observable particulièrement pour les granulométries par ouvertures 3D à l'aide de sphères (Fig. 3.11). De plus, comme pour les fibres, les quatre lois gamma ont des paramètres du même ordre de grandeur.

Malgré sa plus grande précision, la granulométrie par ouverture 3D par Fast Marching est plus gourmande en mémoire et en temps de calcul, c'est pourquoi l'approximation par rhombicuboctaèdres n'est pas à rejeter, d'autant plus que les granulométries et les lois gamma calées pour les fibres et les pores du Thermisorel™ ont des allures similaires pour les deux éléments structurants. Ainsi, ce sera la loi gamma de la Fig. 3.6, calée sur la granulométrie par ouverture par rhombicuboctaèdres des fibres de l'échantillon à la résolution de 9,36  $\mu\text{m}/\text{voxel}$  (Fig. 2.7), qui sera utilisée pour modéliser le Thermisorel™ par un milieu aléatoire paramétré (partie II).

## 3.6 Longueur des fibres

La distribution des longueurs de fibres est estimée par traitement d'images 2D de fibres individuelles en suspension à l'aide du dispositif MorFi™ présenté précédemment à la section 2.2 du chapitre 2. Comme le montre la Fig. 3.12, il est possible d'approcher la distribution en nombre des longueurs de fibres,  $f_L$ , par des *lois exponentielles* (Eq. 3.14). Pour deux échantillons A et B de fibres de pin maritime, les paramètres de ces lois sont respectivement :  $E[L]_A = 1654 \mu m$  et  $E[L]_B = 1338 \mu m$ . Même si le calage n'est pas parfait à cause du pic pour les longueurs entre 0 et  $300 \mu m$ , il est acceptable pour les longueurs plus grandes au delà. Ce pic s'explique par la présence de petites fibres en suspension, résultant du défilage thermo-mécanique lors de la fabrication du matériau, et qui sont alors sur-représentées. De plus, comme il est présenté et validé au chapitre 5, l'hypothèse d'une loi exponentielle pour simuler la distribution des longueurs de fibres de Thermisorel™ est une bonne approximation.

$$f_L(l) = \frac{1}{E[L]} e^{-l/E[L]} \quad (3.14)$$

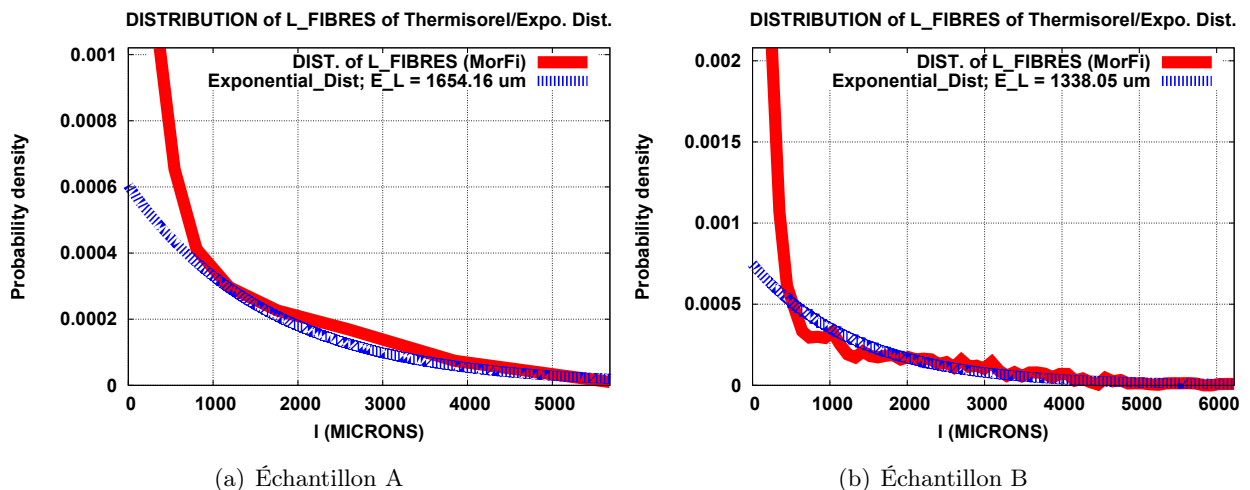


FIGURE 3.12 – Calage de lois exponentielles sur les distributions en nombre des longueurs de fibres de pin maritime pour 2 échantillons (analyse par MorFi™).

## 3.7 Tortuosité morphologique

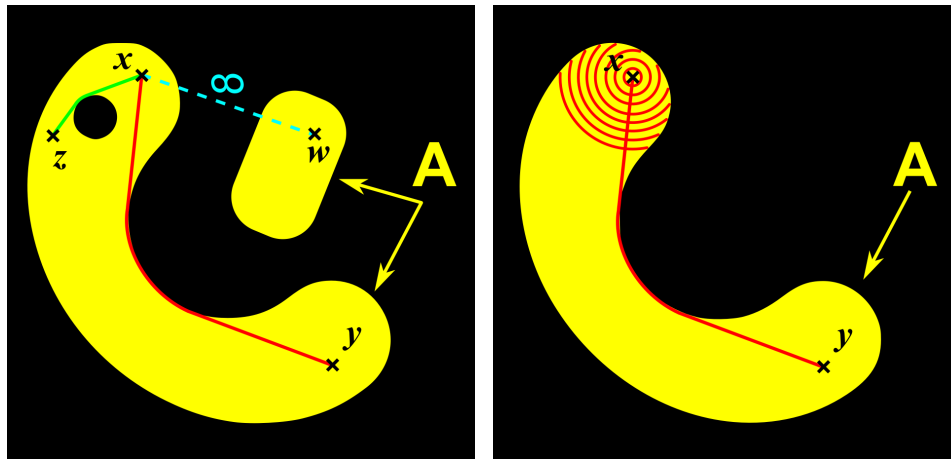
### 3.7.1 Définitions et principe de la méthode

La *tortuosité morphologique* d'un chemin reliant deux points  $x$  et  $y$  dans un milieu  $A$  correspond au rapport entre la *distance géodésique* dans  $A$  et la *distance euclidienne* les séparant (Eq. 3.15). Par conséquent, la tortuosité morphologique est nécessairement supérieure ou égale à 1.



$$Tortuosite_A |xy| = \frac{dist_{Geodesique_A} |xy|}{dist_{Euclidienne_A} |xy|} \quad (3.15)$$

La distance géodésique entre deux points  $x$  et  $y$ , appartenant à un milieu  $A$ , est égale à la longueur de l'arc géodésique minimal les reliant, et est illustrée en rouge sur la Fig. 3.13(a). D'après cette définition, la distance entre  $x$  et  $w$  est *infinie* parce qu'ils appartiennent à deux composantes connexes différentes du même ensemble  $A$ . D'un point de vue morphologique, cette distance géodésique peut être calculée à partir de *dilatations géodésiques* (Matheron (1967) et Serra (1982)) de  $x$  vers  $y$  à l'intérieur de  $A$  (Fig. 3.13(b)).



(a) Distances géodésiques : de  $x$  à  $y$  (en rouge), de  $x$  à  $z$  (en vert), de  $x$  à  $w$  (en bleu) (b) Dilatations géodésiques de  $x$  vers  $y$

FIGURE 3.13 – Distances géodésiques dans  $A$  estimées à l'aide de la morphologie mathématique.

### 3.7.2 Algorithme et implémentation

Afin d'estimer la tortuosité morphologique de tous les chemins reliant deux faces d'un milieu, tout en passant dans une de ses phases, l'algorithme proposé par Decker *et al.* (1998) est utilisé (Peyrega *et al.* (2010) et Peyrega *et al.* (2009a,b,c)). Basé sur la morphologie mathématique, il consiste en des opérations successives telles que des dilatations géodésiques. Ainsi, si l'on souhaite estimer la tortuosité de tous les plus courts chemins dans une phase  $X$ , et reliant deux faces opposées  $A$  et  $B$  de l'échantillon, les différentes étapes de cet algorithme sont décrites ci-dessous, en notant «  $Im\_$  », les images de sortie.

- 1) Distance géodésique à la face  $A \rightarrow ImGeoDistForward$ ,
- 2) Distance géodésique à la face  $B \rightarrow ImGeoDistBackward$ ,
- 3) Addition des images :  $ImGeoDistForward + ImGeoDistBackward \rightarrow ImAddFwdBwd$ ,
- 4) Infimum entre  $ImGeoDistForward$  et  $ImGeoDistBackward \rightarrow ImInfFwdBwd$ ,

- 5)  $ImTortuosity = ImAddFwdBwd$  partout où  $ImInfFwdBwd \geq 0$ ;  
 $ImTortuosity = 0$  sinon,
- 6) Normalisation de  $ImTortuosity$  par la distance euclidienne entre  $A$  et  $B$ .

Afin d'interpréter l'algorithme, un exemple en 2D est illustré en Fig. 3.14 cependant, le principe est le même en 3D. Soit  $X$ , le milieu composé de toutes les composantes connexes en *blanc*, *rose* et *vert*, différentes du fond *noir* (mis à zéro). Soient  $A$  et  $B$  les faces utilisées comme marqueurs pour les dilatations géodésiques dans le milieu  $X$  (étapes 1) et 2)).

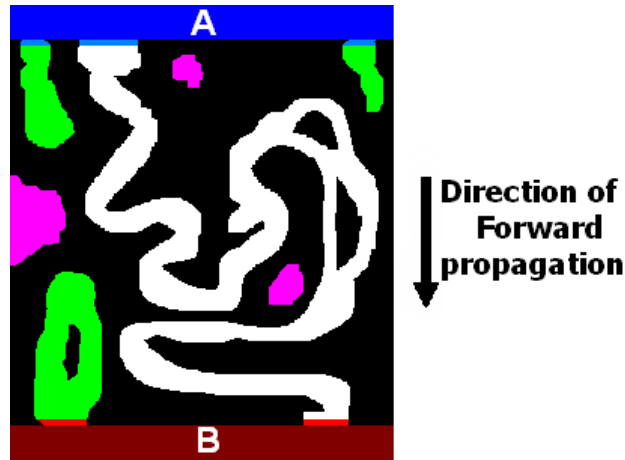


FIGURE 3.14 – Estimation de la tortuosité des chemins dans le milieu  $X$  (différent du fond en *noir*) entre les faces  $A$  et  $B$ .

Les étapes 1) et 2) calculent la distance géodésique de chaque pixel de  $X$  respectivement à la face  $A$  puis à la face  $B$ . Ces deux étapes éliminent de fait les composantes connexes en *rose* qui ne sont pas reliées à l'une des deux faces-marqueurs et ainsi non atteintes par les fronts de propagation *Forward* ( $A \rightarrow B$ ) et *Backward* ( $B \rightarrow A$ ). La distance des pixels du fond en *noir* est égale à l'*infini*.

Le résultat de l'étape 3),  $ImAddFwdBwd$ , est une image où la valeur de chaque pixel  $p$  appartenant à l'ensemble en *blanc* est égale à la *longueur minimale des chemins géodésiques* reliant  $A$  et  $B$  et auquel  $p$  appartient. Cependant, les pixels de  $X$  dans l'ensemble en *vert* sont liés uniquement à l'une des deux faces et ne sont atteints que par l'une des deux propagations des étapes 1) et 2). C'est pour éliminer l'ensemble en *vert* qu'interviennent les étapes 4) et 5) afin de ne conserver que les pixels en *blanc* (ensemble  $X_{percolant_{AB}}$ ) qui appartiennent exclusivement aux *chemins percolants* reliant les faces-marqueurs  $A$  et  $B$ . Enfin, on normalise les niveaux de gris de l'image résultante  $ImTortuosity$  par la distance euclidienne entre  $A$  et  $B$ , et les pixels du fond prennent la valeur zéro. La dernière étape consiste à calculer l'histogramme de l'image  $ImTortuosity$  normalisée afin d'en extraire l'histogramme des tortuosités, c'est-à-dire, pour chaque tortuosité  $T$ , le pourcentage de pixels de l'ensemble  $X_{percolant_{AB}}$  qui appartiennent à un chemin de tortuosité  $T$ .

### 3.7.3 Influence de l'élément structurant de propagation

#### 3.7.3.1 Les éléments structurants

Les dilatations géodésiques sont des opérations morphologiques et dépendent ainsi directement de la forme de leur élément structurant (Matheron (1967) et Serra (1982)). Pour les images du projet Silent Wall, les éléments structurants sont volumiques, il s'agit du cube en connexité V-26 et la sphère par Fast Marching (Sethian (1996)).

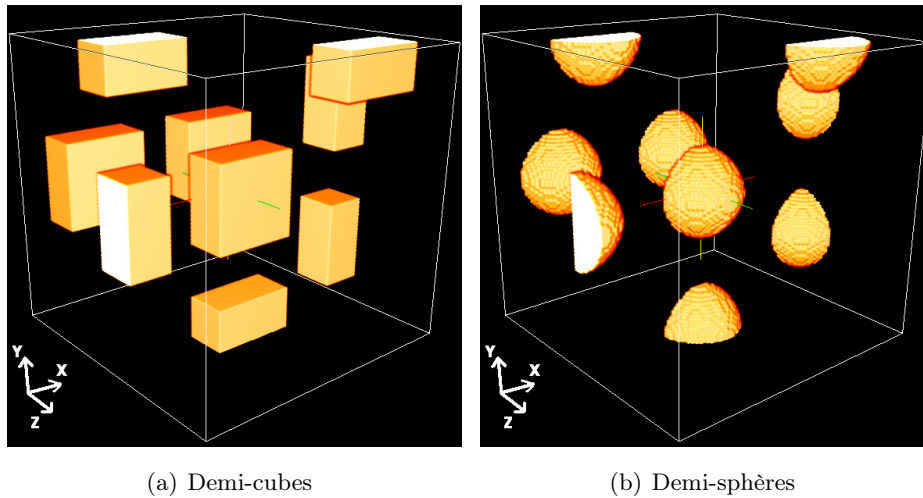


FIGURE 3.15 – Éléments structurants 3D de rayon 15 voxels orientés selon la direction  $Oz+$  sur la mire de points de la Fig. 3.16.

En considérant le problème d'acoustique posé au sein de Silent Wall, on fait l'hypothèse que l'onde acoustique se propage uniquement vers l'extérieur en s'éloignant de la source *sans retour en arrière* au sein du matériau fibreux. Ainsi, les fronts de propagation sont uniquement orientés perpendiculairement aux faces-marqueurs, et les éléments structurants ne sont pas isotropes, ce sont des *demi-cubes* ou des *demi-sphères* orientés dans la direction de propagation. La Fig. 3.15 illustre ces éléments structurants de rayon 15 voxels orientés selon l'axe  $Oz+$  (direction des valeurs positives le long de l'axe  $Oz$ ) obtenus par dilatation de la mire de points en 3D illustrée en Fig. 3.16.

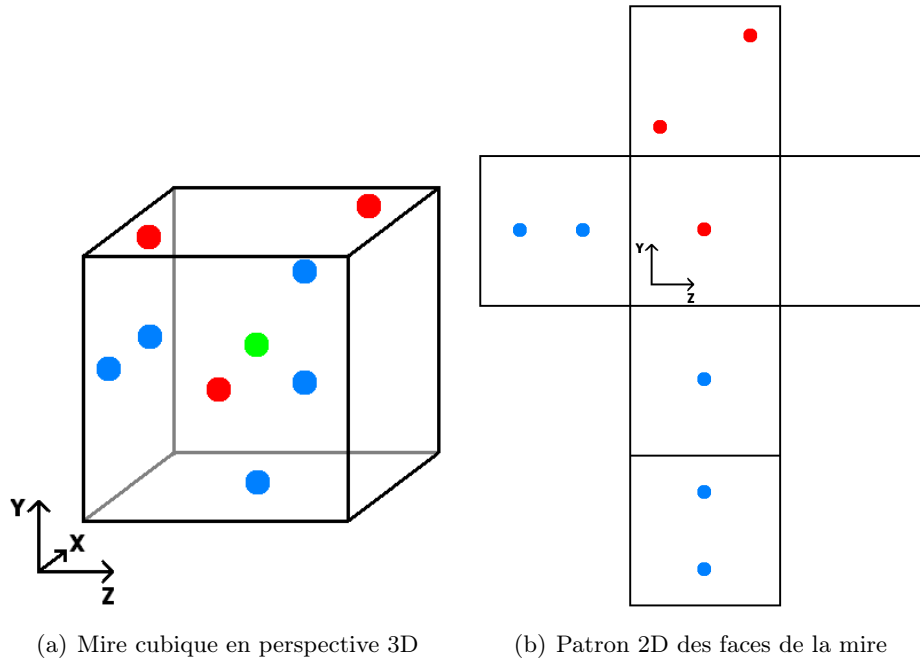


FIGURE 3.16 – Mire cubique de points en 3D et patron des faces en 2D. En *rouge* : points visibles sur les faces du cube ; en *bleu* : points invisibles en perspective 3D sur les faces du cube ; en *vert* : point au cœur du cube (invisible en perspective 3D).

### 3.7.3.2 Le demi-cube en 26-connexité

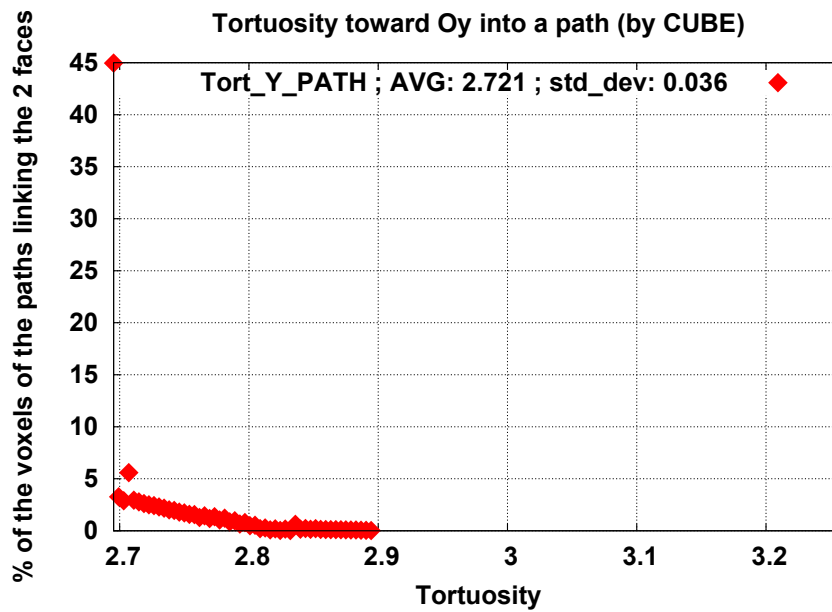
Pour le projet Silent Wall, le demi-cube en 26-connexité a été le premier élément structurant utilisé pour estimer la tortuosité morphologique. Cependant, sa forme implique des problèmes d'imprécisions au niveau de ses coins qui le rendent inadapté pour estimer correctement la distance géodésique entre deux faces d'un échantillon. D'un point de vue géométrique, des fronts de propagation carrés en 2D, ou cubiques en 3D, ne permettent pas de mesurer une distance géodésique comme illustré par la Fig. 3.13.

La Fig. 3.17 montre dans quelle mesure l'estimation des tortuosités des chemins dans l'ensemble *blanc* de la Fig. 3.14 est inexacte si les fronts sont carrés (ici, les éléments structurants sont isotropes). L'histogramme des tortuosités (Fig. 3.17(c)) montre que 45 % des voxels du chemin du chemin *blanc* ont la tortuosité minimale 2,70 de la distribution, avec une tortuosité maximale de 2,89. De plus, d'après la Fig. 3.17(b), le chemin de tortuosité minimale (en *jaune*) est géométriquement incorrect puisqu'il ne passe pas à la corde des courbes du chemin *blanc*. Enfin, les fronts de propagation carrés ou cubiques sous-estiment les tortuosités morphologiques et écrasent ainsi l'histogramme vers les tortuosités faibles.



(a) Propagation Forward

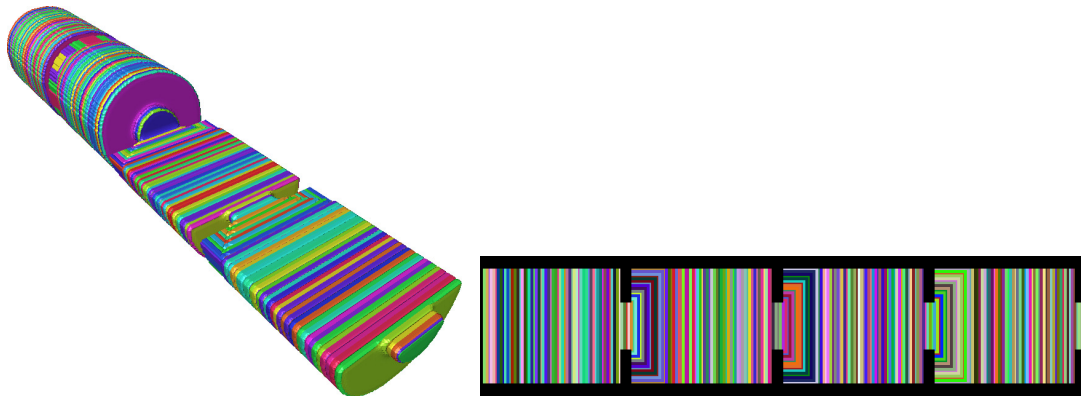
(b) Image des tortuosités (tortuosité minimale : 2,70 ; en jaune)



(c) Histogramme des tortuosités selon  $Oy$

FIGURE 3.17 – Estimation par des carrés isotropes des tortuosités selon l'axe vertical  $Oy$  des chemins de l'ensemble *blanc* de la Fig. 3.14.

Considérons maintenant un tube droit en 3D composé de gros et de petits cylindres concaténés (Fig. 3.18) dont on cherche à estimer la tortuosité d'une face à l'autre. L'utilisation de fronts de propagation cubiques pour en estimer la tortuosité débouche sur une sur-représentation des tortuosités égales à 1. Les Fig. 3.18(a) et 3.18(b) montrent ces fronts dans des vues en coupe du cylindre composite 3D. La géométrie même de l'objet crée des discontinuités des fronts aux interfaces entre petits et gros cylindres. En revanche, puisque l'élément structurant est cubique, il n'est presque pas déformé à ces interfaces et recouvre rapidement sa forme d'origine d'onde plane (Fig. 3.18(b)) (ici à peu près au quart de sa progression dans chaque gros cylindre). Cette insensibilité aux inflexions et circonvolutions de la géométrie le rendent inadapté pour estimer la tortuosité, comme le montrent la Fig. 3.18(c) et l'histogramme (Fig. 3.18(d)), où 84 % des voxels ont une tortuosité égale à 1.

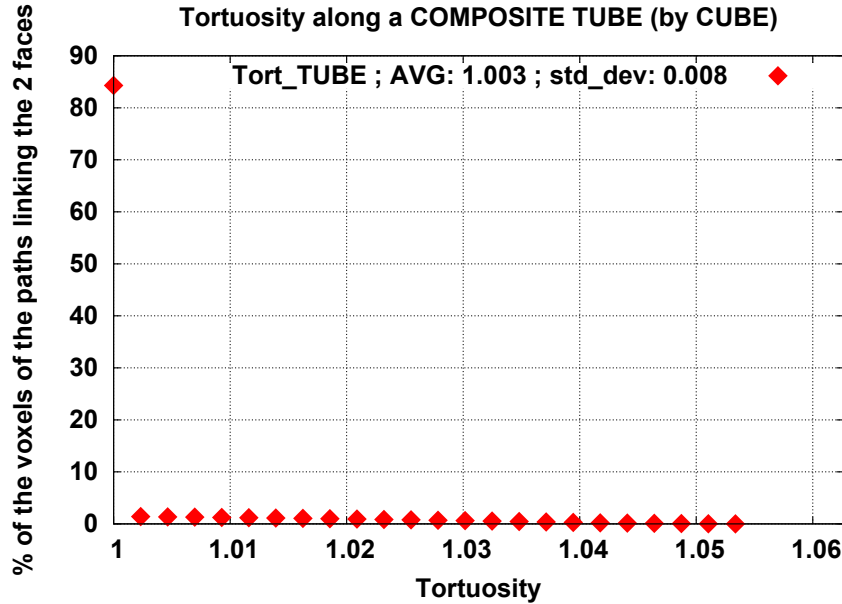


(a) Propagation Forward en 3D

(b) Projection 2D de la propagation Forward



(c) Projection 2D des tortuosités (tortuosité minimale : 1 ; en *jaune*)



(d) Histogramme des tortuosités le long du tube

FIGURE 3.18 – Estimation de la tortuosité le long d’un tube 3D discontinu à l’aide de cubes.

### 3.7.3.3 La sphère discrétisée par Fast Marching

Compte tenu des réflexions précédentes, le carré et le cube doivent être rejetés pour estimer correctement la tortuosité morphologique par distances géodésiques. Intuitivement, le disque en 2D et la sphère en 3D sont mieux adaptés à ce problème. Cependant, les deux doivent être discrétisés sur des trames 2D ou 3D pour être implémentés en traitement d’images. Parmi les méthodes disponibles pour estimer une distance sur trame (Danielsson (1980), Soille (1992) et Sethian (1996)), c’est le Fast Marching qui a été choisi pour le projet Silent Wall, pour sa rapidité d’exécution. L’algorithme de Fast Marching (FM) a été introduit à l’origine par Sethian (1996). La méthode consiste à résoudre l’équation Eikonale (Eq. 3.16) avec  $T(p)$ , le temps d’arrivée du front de propagation au point  $p$ , parti du marqueur  $p_0$  ( $T(p_0) = 0$ ), et  $f$ , la fonction coût relative à la vitesse de propagation.

$$\|\nabla T\| = f \quad (3.16)$$

À l’instar des travaux de Cohen & Kimmel (1997) et Petres *et al.* (2005), la fonction coût peut être comparée à l’indice de réfraction en optique géométrique. Ainsi, la vitesse  $v(p)$  du front en un point  $p$  peut être écrite en fonction de  $f(p)$  et de  $c$ , la célérité de la lumière :  $v(x) = \frac{c}{n(x)} = \frac{c}{f(x)}$ . L’algorithme en lui-même est illustré et décrit plus précisément par Sethian (1996), Cohen & Kimmel (1997), Bærentzen (2001) et Petres *et al.* (2005), ainsi que dans les annexes B et C.

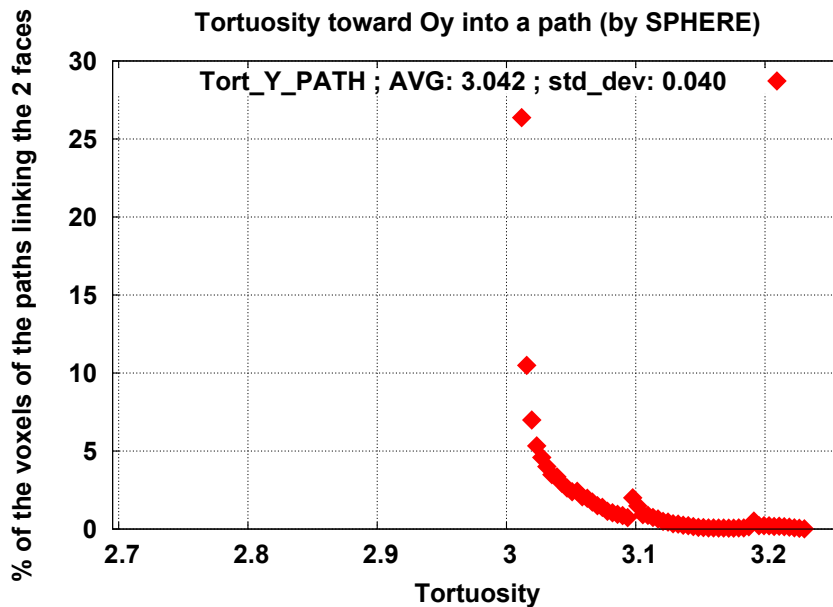
Concrètement, en posant  $f(p) = \frac{1}{v(p)}$ , la vitesse  $v(p)$  s’exprime dans notre implémentation par le nombre de pixels parcourus par le front à chaque itération (l’unité de temps ici). Dans notre cas,

on considère la vitesse de propagation homogène égale à  $1 \text{ pixel/itération}$  dans le milieu considéré et à  $0$  dans son complémentaire. Ainsi, avec une vitesse égale à  $1$ , la solution en temps de l'équation Eikonale est équivalente à la distance géodésique du front au marqueur de départ. De plus, le Fast Marching permet de manipuler des distances non entières en nombres flottants, pour plus de précision.



(a) Propagation Forward

(b) Image des tortuosités (tortuosité minimale : 3,01 ; en jaune)

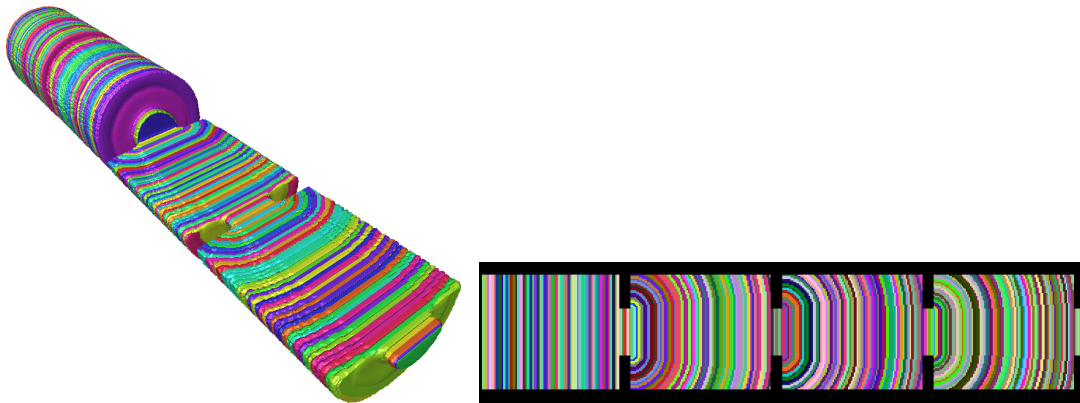


(c) Histogramme des tortuosités selon  $Oy$

FIGURE 3.19 – Estimation par des disques Fast Marching isotropes des tortuosités selon l'axe vertical  $Oy$  des chemins de l'ensemble *blanc* de la Fig. 3.14.

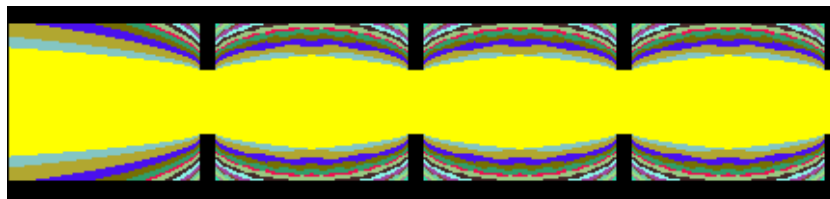


De même que la Fig. 3.17(a) avec des fronts carrés, la Fig. 3.19(a) montre une propagation du haut vers le bas de disques Fast Marching dans le milieu *blanc* de la Fig. 3.14. Ici, les fronts ont des formes circulaires et approchent la distance géodésique sur trame plus fidèlement que les carrés. Le chemin de tortuosité minimale estimée ainsi, illustré en *jaune* sur la Fig. 3.19(b), est géométriquement plus acceptable que celui de la Fig. 3.17(b) dans la mesure où il passe bien par les cordes des courbes du milieu *blanc*. La tortuosité minimale atteinte par Fast Marching est de  $3,01$ . De plus, l'histogramme des tortuosités estimées par des disques (Fig. 3.19(c)) est complètement différent de celui obtenu précédemment par des carrés (Fig. 3.17(c)). En effet, l'histogramme par Fast Marching est entièrement translaté vers des tortuosités plus hautes entre  $3,01$  et  $3,23$ . De plus, la distribution des tortuosités est mieux répartie, avec un maximum de  $26\%$  de pixels à la tortuosité minimale ( $3,01$ ), moins important que les  $45\%$  ayant une tortuosité minimale de  $2,70$  avec les carrés (Fig. 3.17(c)). Ainsi, l'utilisation de disques, même discrétisés, permet d'obtenir des histogrammes de tortuosités morphologiques plus précis, avec des tortuosités maximales plus élevées.

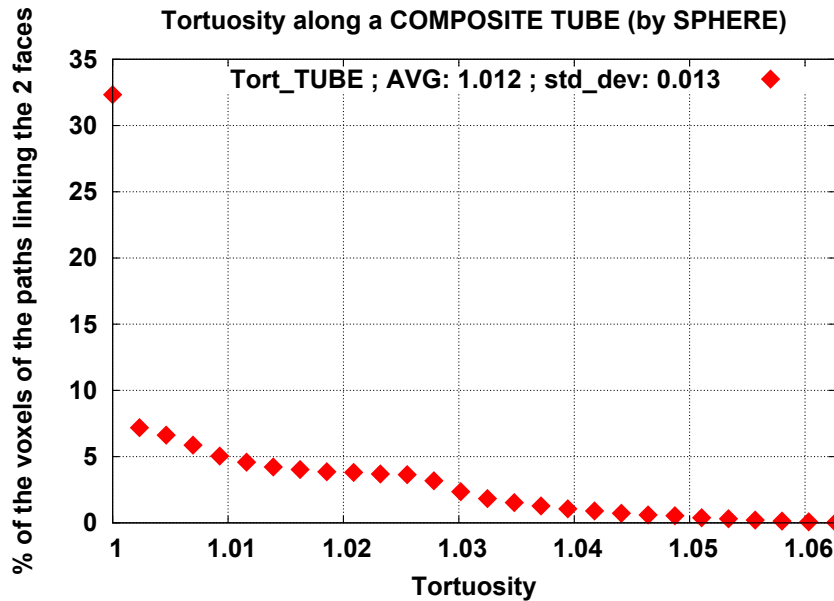


(a) Propagation Forward en 3D

(b) Projection 2D de la propagation Forward



(c) Projection 2D des tortuosités (tortuosité minimale :  $1$  ; en *jaune*)



(d) Histogramme des tortuosités

FIGURE 3.20 – Estimation de la tortuosité le long d'un tube 3D discontinu à l'aide de sphères.

Contrairement à la Fig. 3.18(b), les fronts de propagation sphériques, illustrés en Fig. 3.20(a) et 3.20(b), sont influencés par les discontinuités entre petits et gros cylindres, même si les fronts en entrée du premier cylindre de gauche ont l'allure d'ondes planes. De plus, dès que la première discontinuité est franchie, les fronts de propagation ne retrouvent plus leur forme plane d'origine.

Comme le montrent les Fig. 3.20(c) and Fig. 3.20(d), les sphères Fast Marching sont sensibles aux discontinuités et aux circonvolutions de la géométrie du milieu où elles se propagent. D'une part, le chemin *jaune* de tortuosité minimale égale à 1 (Fig. 3.20(c)) est logiquement localisé exclusivement autour de l'axe du tube composite sans toucher les bords des cylindres comme c'est le cas avec les cubes (Fig. 3.18(c)). D'autre part, même si l'histogramme de la Fig. 3.20(d) montre une forte proportion (33 %) de voxels dans le chemin de tortuosité égale à 1, on est loin des écrasants 85 % obtenus avec les cubes. La forme du tube, globalement droite, explique cette prépondérance de la tortuosité à 1. Cependant, les fronts sphériques étant sensibles aux discontinuités, l'histogramme résultant donne accès à des tortuosités maximales plus élevées qu'avec des cubes.

Finalement, il apparaît que pour l'estimation des tortuosités des chemins passant par une des phases d'un matériau et reliant deux de ses faces opposées, il existe une forte dépendance de la forme de l'élément structurant utilisé pour les dilatations géodésiques. Ainsi, le meilleur choix se porte sur les disques (en 2D) et les sphères (en 3D), dont on approche la forme sur trame discrète par la méthode de Fast Marching. Ces derniers sont géométriquement et physiquement plus viables pour simuler les fronts de propagation d'une onde acoustique dans le matériau. De plus, ils sont sensibles aux discontinuités et changements de direction des chemins que les fronts empruntent, ce

qui en fait d'excellents candidats pour tracer les histogrammes de tortuosités des différentes phases d'un matériau, et pour connaître les plus hautes tortuosités.

### 3.7.4 Intérêt des demi-sphères

Les éléments structurants retenus pour les dilations géodésiques des faces-marqueurs sont des demi-sphères pour estimer au mieux la tortuosité morphologique des matériaux fibreux. Comme il a été suggéré précédemment, le choix de demi-sphères orientées dans la direction de la propagation ( $Ox$ ,  $Oy$  ou  $Oz$ ) plutôt que des sphères isotropes est justifié par l'hypothèse que le front d'onde acoustique se propage uniquement dans une direction, empruntant alors exclusivement les chemins percolant dans le matériau, sans retour en arrière. Ainsi, par extrapolation, on écarte les chemins n'étant pas atteints par les deux propagations demi-sphériques de l'algorithme d'estimation de la tortuosité morphologique, alors que, par ailleurs, ces chemins peuvent percoler avec des sphères isotropes.

En effet, soient deux chemins notés **1** et **2**, illustrés respectivement en Fig. 3.21 et 3.22. Le chemin **1** est le même que celui représenté en Fig. 3.14, et le chemin **2** présente une portion en haut à droite reliant la face *A* au chemin percolant. Comme pour la Fig. 3.14, les zones en *rose* dans les Fig. 3.21 et 3.22 ne sont atteintes par aucune des deux propagations. Les zones en *vert* ne sont atteintes que par une seule propagation. Enfin, les zones en *blanc* sont atteintes par les deux propagations et comprennent par conséquent les chemins dont on estime la tortuosité morphologique. Comme le montre la Fig. 3.21(a), les chemins ne percolent plus entre les faces *A* et *B* lorsque l'on utilise des demi-sphères dans le chemin **1**. En revanche, pour des sphères isotropes, le chemin **1** percole dans toute la zone en *blanc*.

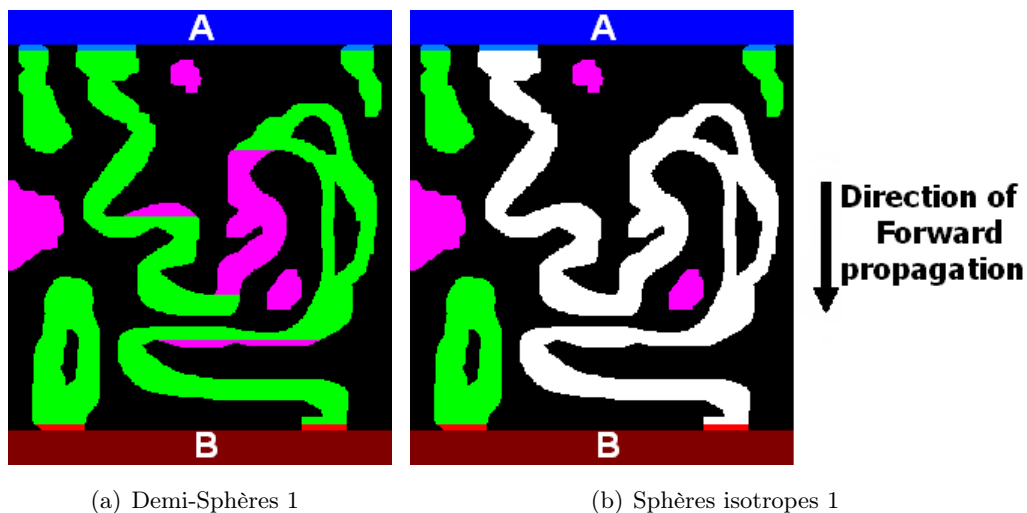


FIGURE 3.21 – Effet des demi-sphères et des sphères isotropes sur le chemin 1.

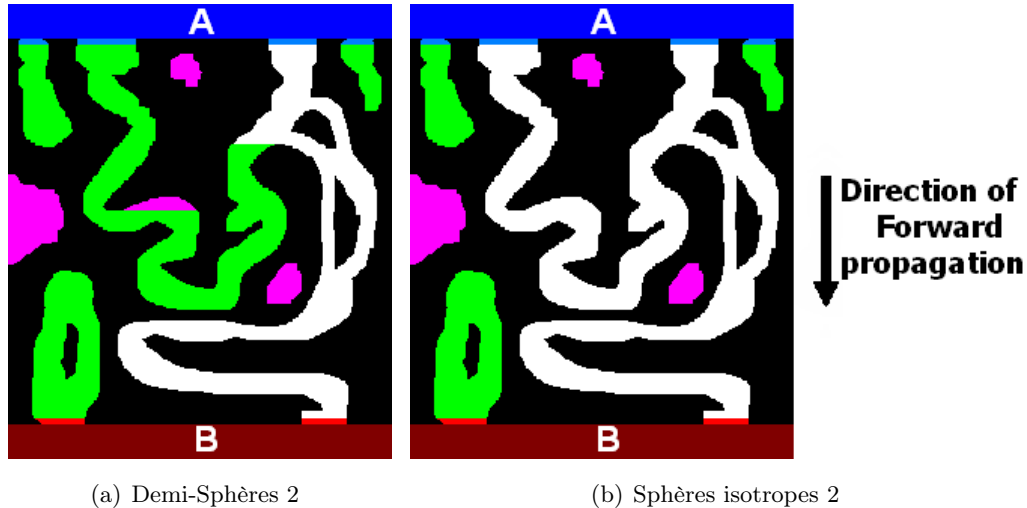


FIGURE 3.22 – Effet des demi-sphères et des sphères isotropes sur le chemin 2.

Les zones en *vert* étant également éliminées par les demi-sphères dans le chemin **2**, il apparaît sur la Fig. 3.22 qu'on ne considère que les chemins en *blanc* reliant les faces opposées *A* et *B* sans retour en arrière. Cependant, ces chemins ne sont pas nécessairement droits et rectilignes, ils peuvent présenter des circonvolutions et des boucles, pourvu que l'orientation du front demi-sphérique les parcourant reste entre  $0^\circ$  et  $180^\circ$  par rapport aux faces-marqueurs. De même que pour la Fig. 3.21(b), les sphères isotropes dans la Fig. 3.22(b) parcourent tous les chemins percolants entre les faces *A* et *B* atteints par les deux propagations.

### 3.7.5 Tortuosité de matériaux fibreux

En faisant l'hypothèse d'une onde acoustique se propageant sans retour en arrière dans le matériau fibreux, les tortuosités morphologiques des phases fibreuse et poreuse sont estimées dans les directions  $Ox$ ,  $Oy$  et  $Oz$  à l'aide de demi-sphères obtenues par Fast Marching.

#### 3.7.5.1 Tortuosité des fibres

La Fig. 3.23 montre les histogrammes de tortuosités dans les fibres des quatre échantillons (Fig. 2.6 et 2.7) à quatre résolutions ( $15 \mu\text{m}$ ,  $10 \mu\text{m}$ ,  $9,36 \mu\text{m}$  et  $5 \mu\text{m}/\text{voxel}$ ), et ce dans les directions  $Ox$ ,  $Oy$  et  $Oz$ .

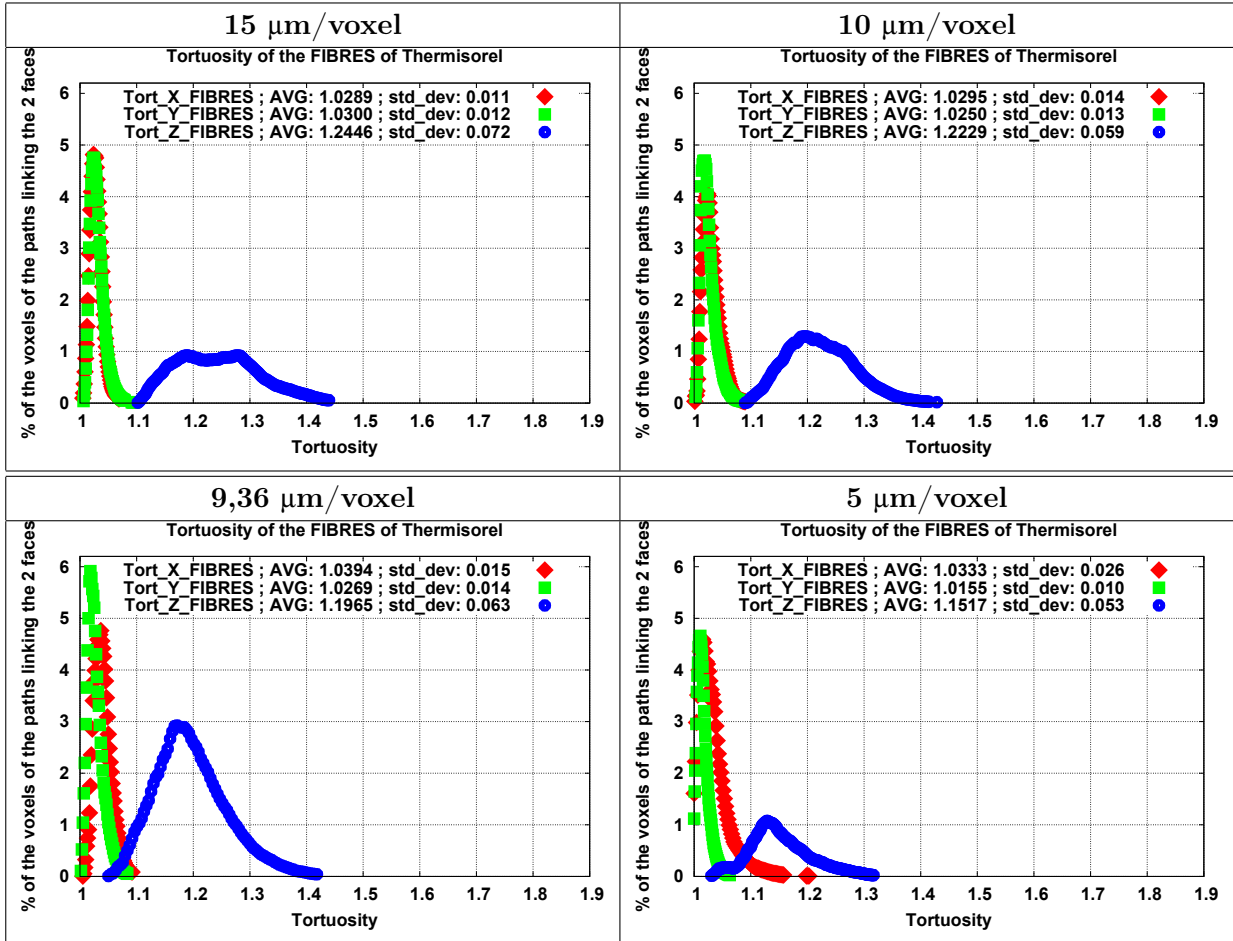


FIGURE 3.23 – Histogrammes des tortuosités selon  $Ox$ ,  $Oy$  et  $Oz$  des fibres pour 4 échantillons de Thermisorel™ à 4 résolutions différentes : 15  $\mu\text{m}$ , 10  $\mu\text{m}$ , 9,36  $\mu\text{m}$  et 5  $\mu\text{m}$ /voxel (lumens rebouchés).

Ainsi, d'après la Fig. 3.23, il apparaît pour les 4 échantillons que l'histogramme des tortuosités des fibres selon  $Oz$  a une moyenne et un écart-type plus grands que selon les directions  $Ox$  et  $Oy$ . Il est en effet normal que les tortuosités des chemins dans la direction d'orientation des fibres soient plus faibles que dans la direction  $Oz$  selon laquelle elles sont empilées. Les Tables 3.13, 3.14 et 3.15 rassemblent les valeurs minimales, maximales, moyennes et les écarts-types des tortuosités des fibres de Thermisorel™ pour les quatre échantillons, respectivement selon  $Ox$ ,  $Oy$  et  $Oz$ .

L'isotropie transverse des fibres dans les plans  $xOy$ , conséquence du procédé papetier de fabrication du Thermisorel™, déjà révélée par la covariance à la section 3.3 (Fig. 3.2), est confirmée par la tortuosité. En effet, les histogrammes de tortuosités dans les directions  $Ox$  et  $Oy$  sont presque confondus pour les quatre échantillons, et prennent des valeurs plus faibles que selon  $Oz$ .

Résolution ( $\mu\text{m}/\text{voxel}$ )	15	10	9,36	5
$T_{\text{Minimale}}$	1,005	1,001	1,005	1
$T_{\text{Maximale}}$	1,069	1,090	1,092	1,203
$T_{\text{Moyenne}}$	1,029	1,030	1,039	1,033
$\sigma_T$	0,011	0,014	0,015	0,026

TABLE 3.13 – Valeurs minimales, maximales, moyennes et écarts-types des tortuosités selon  $Ox$  des fibres de Thermisorel™ pour 4 échantillons.

Résolution ( $\mu\text{m}/\text{voxel}$ )	15	10	9,36	5
$T_{\text{Minimale}}$	1,006	1,003	1,002	1
$T_{\text{Maximale}}$	1,095	1,086	1,084	1,063
$T_{\text{Moyenne}}$	1,030	1,025	1,027	1,016
$\sigma_T$	0,012	0,013	0,014	0,010

TABLE 3.14 – Valeurs minimales, maximales, moyennes et écarts-types des tortuosités selon  $Oy$  des fibres de Thermisorel™ pour 4 échantillons.

Résolution ( $\mu\text{m}/\text{voxel}$ )	15	10	9,36	5
$T_{\text{Minimale}}$	1,102	1,090	1,050	1,030
$T_{\text{Maximale}}$	1,440	1,429	1,418	1,317
$T_{\text{Moyenne}}$	1,245	1,223	1,197	1,152
$\sigma_T$	0,072	0,059	0,063	0,053

TABLE 3.15 – Valeurs minimales, maximales, moyennes et écarts-types des tortuosités selon  $Oz$  des fibres de Thermisorel™ pour 4 échantillons.

## 3.7.5.2 Tortuosité des pores

Les histogrammes de tortuosités des pores des quatre échantillons de Thermisorel™ sont représentés en Fig. 3.24.

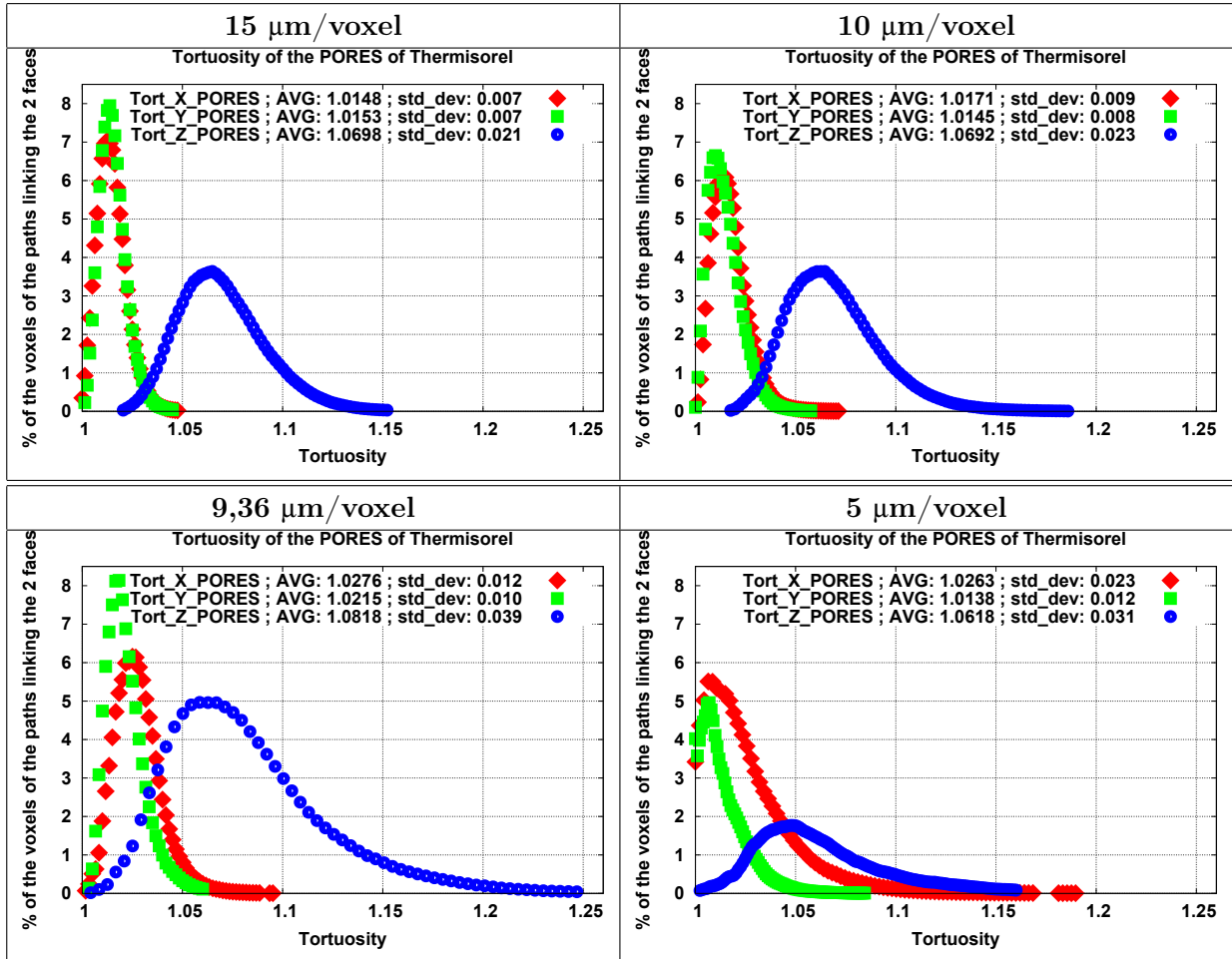


FIGURE 3.24 – Histogrammes des tortuosités selon  $Ox$ ,  $Oy$  et  $Oz$  des pores pour 4 échantillons de Thermisorel™ à 4 résolutions différentes : 15 μm, 10 μm, 9,36 μm et 5 μm/voxel (lumens rebouchés).

De même que pour les fibres, on observe des histogrammes de tortuosités selon  $Ox$  et  $Oy$  qui sont quasiment confondus deux à deux au moins pour les trois échantillons à 15 μm, 10 μm et 9,36 μm/voxel (Fig. 2.6 et 2.7), conséquence de l'isotropie des fibres dans les plans  $xOy$ . À l'instar du milieu fibreux, les pores des quatre échantillons présentent des histogrammes de tortuosités selon  $Oz$  de moyennes et d'écart-types plus élevés que selon  $Ox$  et  $Oy$ . Cependant, pour les trois directions  $Ox$ ,  $Oy$  et  $Oz$ , les tortuosités des chemins dans les pores des quatre échantillons sont globalement plus faibles que celles dans les fibres, ce qui prouve que les pores sont très interconnectés par des chemins directs (Tables 3.16, 3.17 et 3.18).

Résolution ( $\mu\text{m}/\text{voxel}$ )	15	10	9,36	5
$T_{Minimale}$	1	1,001	1,002	1
$T_{Maximale}$	1,048	1,071	1,095	1,190
$T_{Moyenne}$	1,015	1,017	1,028	1,026
$\sigma_T$	0,007	0,009	0,012	0,023

TABLE 3.16 – Valeurs minimales, maximales, moyennes et écarts-types des tortuosités selon  $Ox$  des pores de Thermisorel™ pour 4 échantillons.

Résolution ( $\mu\text{m}/\text{voxel}$ )	15	10	9,36	5
$T_{Minimale}$	1,001	1	1,003	1
$T_{Maximale}$	1,045	1,058	1,060	1,084
$T_{Moyenne}$	1,015	1,015	1,022	1,014
$\sigma_T$	0,007	0,008	0,010	0,012

TABLE 3.17 – Valeurs minimales, maximales, moyennes et écarts-types des tortuosités selon  $Oy$  des pores de Thermisorel™ pour 4 échantillons.

Résolution ( $\mu\text{m}/\text{voxel}$ )	15	10	9,36	5
$T_{Minimale}$	1,020	1,018	1,004	1,002
$T_{Maximale}$	1,152	1,186	1,247	1,160
$T_{Moyenne}$	1,070	1,069	1,082	1,062
$\sigma_T$	0,021	0,023	0,039	0,031

TABLE 3.18 – Valeurs minimales, maximales, moyennes et écarts-types des tortuosités selon  $Oz$  des pores de Thermisorel™ pour 4 échantillons.

## 3.8 Extraction de chemins géodésiques

### 3.8.1 Seuillage des tortuosités

Une fois l'image des tortuosités générée par l'algorithme décrit ci-dessus à la section 3.7, il est possible d'en extraire les chemins géodésiques par un seuillage de leur tortuosité. Cependant, pour les chemins plus tortueux que la tortuosité minimale, il arrive que ce seuillage de  $ImTortuosity$  déconnecte les composantes connexes leur appartenant des chemins reliant les deux faces-marqueurs. En effet, si l'on seuille l'image des tortuosités illustrée en Fig. 3.19(b), à la valeur en rouge, on



obtient des arcs de chemins déconnectés. Par conséquent, afin d'extraire les chemins en fonction de leur tortuosité, il faut d'abord reconnecter les morceaux au chemin le plus court et le moins tortueux reliant les faces  $A$  et  $B$ , ici en *jaune*.

### 3.8.2 Reconstruction de chemins géodésiques

#### 3.8.2.1 Méthode de reconstruction

Nous proposons dans ce qui suit un algorithme original de *reconstruction des chemins géodésiques* (Peyrega & Jeulin (2010)) reposant sur le stockage des voisins des voxels du front au cours de la propagation, suivi d'un *backtracking* présenté en annexe C.

Une solution pour reconnecter les chemins réside dans l'algorithme de Fast Marching lui-même. En effet, comme le montre l'annexe B, l'algorithme de Fast Marching propageant un front sphérique dans une bande autour des marqueurs de départ, il est possible de mémoriser itération par itération, pour chaque voxel, lequel de ses voisins V6 en 3D (V4 en 2D) a mis à jour en dernier son temps d'arrivée, ou encore sa distance géodésique dans le cas ici où la vitesse est égale à  $1 \text{ voxel/itération}$ . La dernière mise à jour du temps d'arrivée est par ailleurs sa valeur minimale. L'annexe C décrit plus en détails la méthode mise en œuvre pour identifier pour chaque voxel lequel de ses voisins en est la source. Deux méthodes sont présentées, la première extrait les voisins-sources V6 à l'état *ALIVE* qui ont mis à jour en dernier la distance géodésique de chaque voxel. Cette méthode n'implique pas de temps d'exécution supplémentaire car la détermination des coordonnées relatives du voisin-source d'un voxel est faite pendant la propagation Fast Marching, ce qui en fait le principal intérêt. La seconde méthode, parcourt la carte de distance géodésique calculée entièrement, en vue d'identifier lequel des voisins V6 en 3D (V4 en 2D) minimise la distance à la source. Si la seconde méthode permet une reconstruction plus précise des chemins géodésiques, elle est en revanche plus longue à s'exécuter.

Ainsi, une fois la carte des sources établie pendant (1<sup>e</sup> méthode) ou bien après (2<sup>de</sup> méthode) la propagation, on peut reconnecter n'importe quelle composante connexe atteinte par le front à la face de laquelle il est parti par *backtracking* (Cohen & Kimmel (1997) et Petres *et al.* (2005)) en déroulant l'algorithme à l'envers. Cependant, la reconstruction des chemins géodésiques par détermination des sources dépend du voisinage utilisé pour le codage des sources. En effet, si l'on se restreint à une reconstruction d'après le voisinage V6, la reconstruction des chemins se fera d'un voxel à l'autre en voisinage V6.

#### 3.8.2.2 Exemples de reconstructions en 2D

Les Fig. 3.25 et 3.26 illustrent des reconnexions en 2D de composantes connexes (en *vert*) aux sources (faces en haut et en bas) de la propagation verticale à l'intérieur de boucles (en *rouge foncé*) selon  $Oy$  respectivement en connexité V4 et V8. Il apparaît que les chemins reconstruits sont des approximations du chemin le plus court pour relier les composantes connexes *vertes* aux faces-marqueurs, avec cependant une forte dépendance à la connexité locale (V4 ou V8 en 2D, V6 ou V26 en 3D) utilisée pour la reconnection.

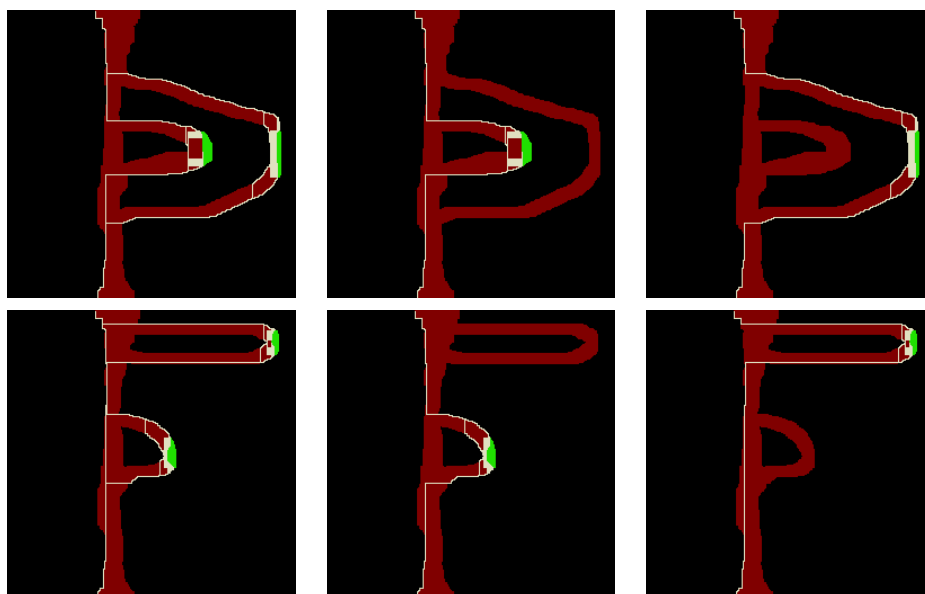


FIGURE 3.25 – Reconnection des composantes connexes en *vert* dans les boucles aux faces en haut et en bas de l'image. Reconstruction 2D verticale selon  $Oy$  en V4.

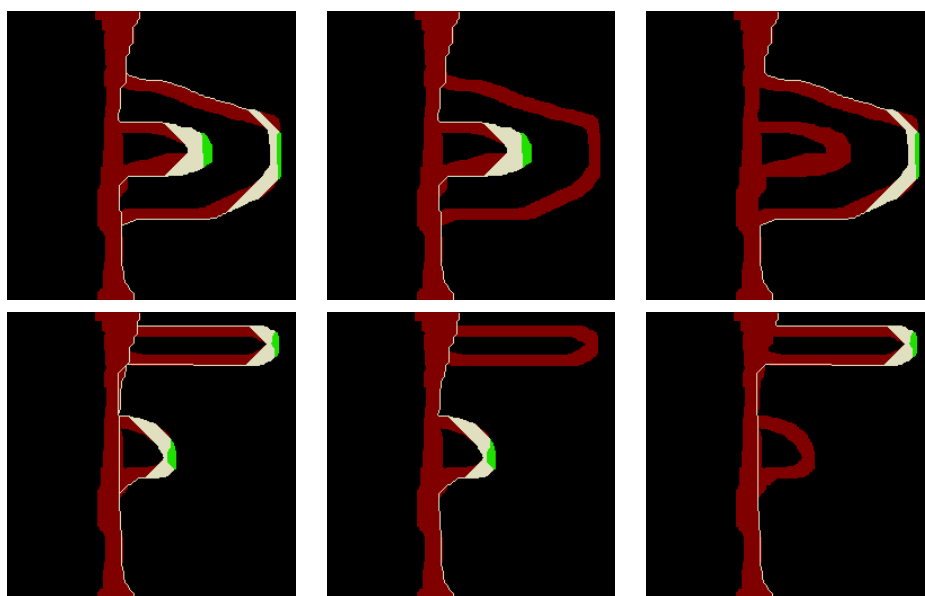


FIGURE 3.26 – Reconnection des composantes connexes en *vert* dans les boucles aux faces en haut et en bas de l'image. Reconstruction 2D verticale selon  $Oy$  en V8.

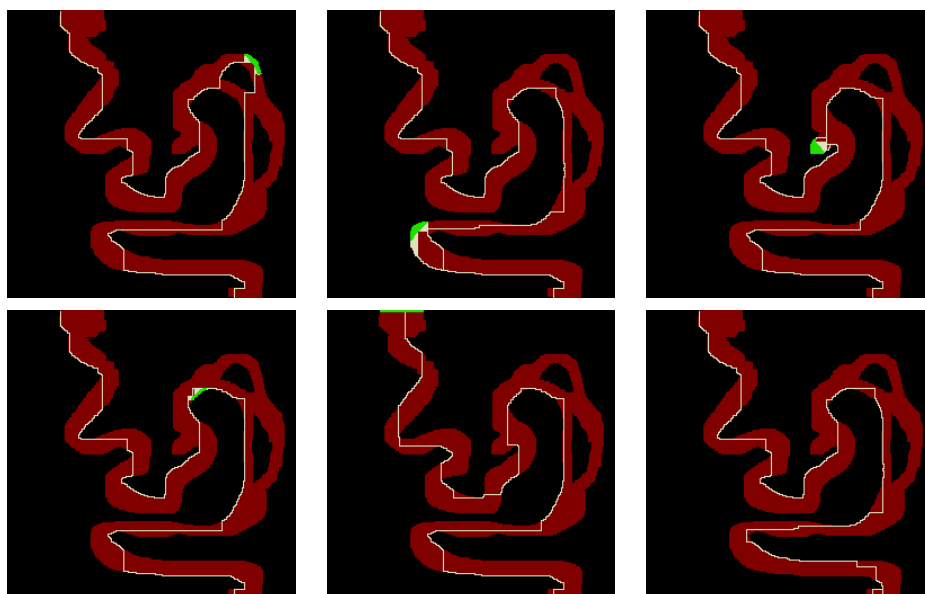


FIGURE 3.27 – Reconnection des composantes connexes en *vert* dans le chemin *blanc* (Fig. 3.14) aux faces en haut et en bas de l'image. Reconstruction 2D verticale selon  $Oy$  en V4.

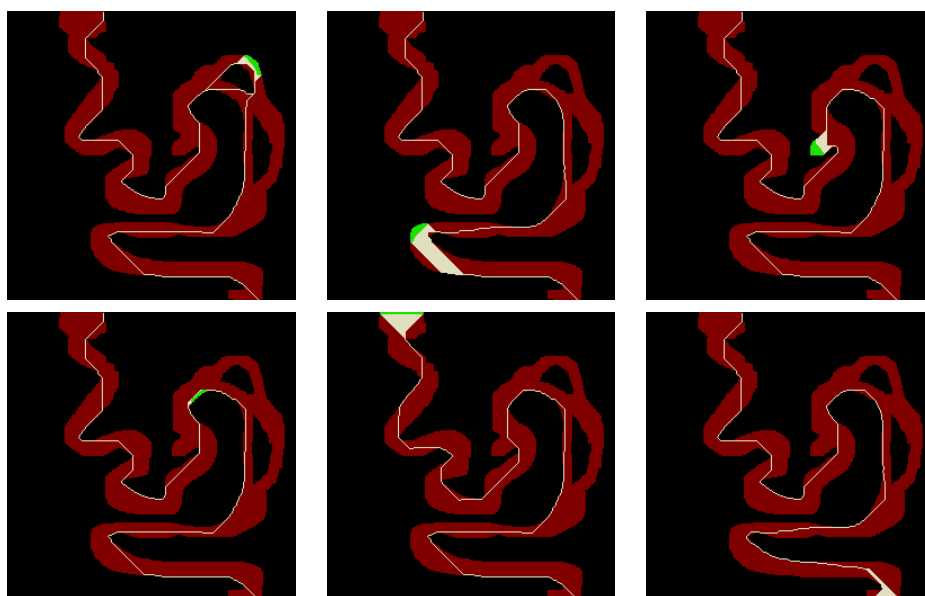


FIGURE 3.28 – Reconnection des composantes connexes en *vert* dans le chemin *blanc* (Fig. 3.14) aux faces en haut et en bas de l'image. Reconstruction 2D verticale selon  $Oy$  en V8.

Sur les Fig. 3.27 et 3.28 les composantes connexes dans le chemin *blanc* de la Fig. 3.14 sont reconnectées aux faces *A* et *B* respectivement en voisinage V4 et V8. Les reconstructions en V8 sont plus fines et moins crénelées que les chemins en V4. Dans les deux cas, on obtient une estimation du chemin géodésique le plus court sur trame carrée reliant les deux faces aux composantes connexes *vertes*.

S’inspirant des Fig. 3.27 et 3.28, la Fig. 3.29 illustre en connexité V4 et V8 la reconstruction à partir de deux pixels isolés appartenant soit à la face du haut *A* (chemin en *rouge*), soit à la face du bas *B* (chemin en *vert*). En superposant les chemins reconstruits à l’image des tortuosités de la Fig. 3.19(b), il apparaît clairement qu’ils ont certains tronçons en commun et qu’ils passent par les zones de tortuosités minimales en *jaune*. Ici encore, la reconstruction en V8 est plus fine qu’en V4.

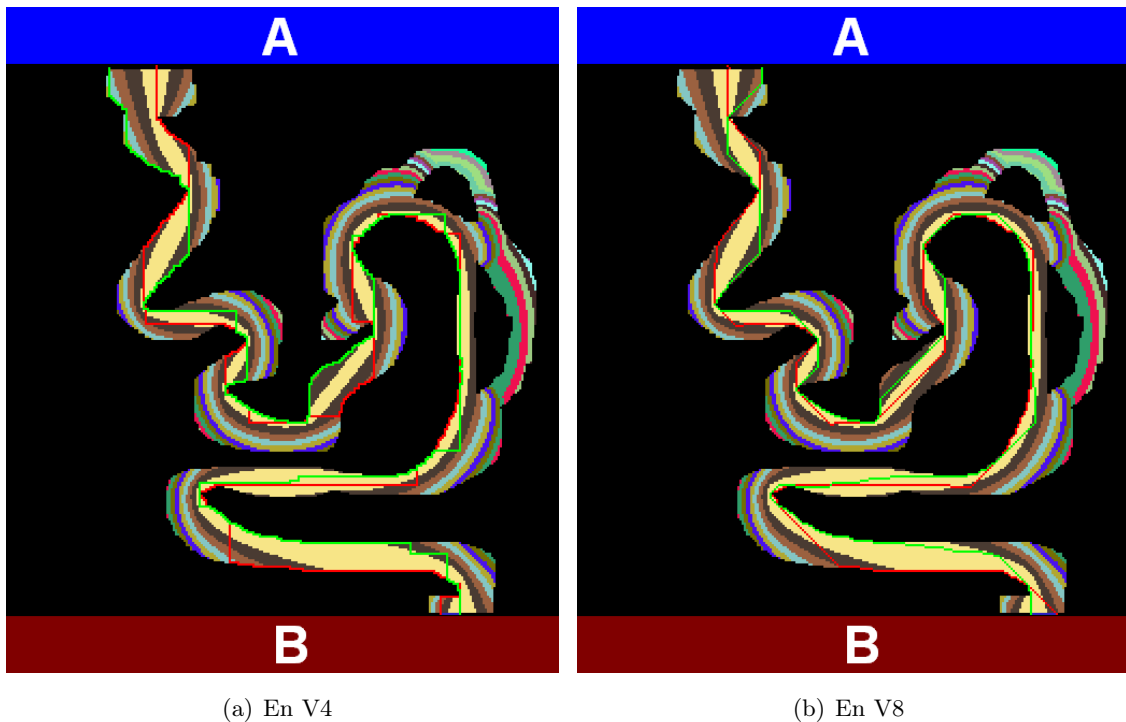


FIGURE 3.29 – Reconnexions dans le chemin *blanc* (Fig. 3.14) de deux pixels des faces *A* et *B* à la face opposée respective (en *rouge* : reconnection à la face *B* du pixel de *A*; en *vert* : reconnection à la face *A* du pixel de *B*). Reconstructions 2D verticales selon *Oy* en V4 et V8.

#### 3.8.3 Application aux matériaux fibreux

Si l’on seuille l’image des tortuosités sur laquelle on calcule l’histogramme, on peut extraire les chemins en fonction de leur tortuosité. Cependant, comme il a été expliqué précédemment, ce seuil déconnecte les composantes connexes des chemins initiaux pour les hautes tortuosités. La méthode

de reconstruction des chemins géodésiques peut être utilisée ici pour reconnecter les morceaux de chemins, après seuillage de la tortuosité, aux chemins les moins tortueux.

### 3.8.3.1 Dans les fibres

Les Fig. 3.30, 3.31 et 3.32 représentent les chemins reconstruits respectivement selon  $Ox$ ,  $Oy$  et  $Oz$  dans le milieu fibreux de la Fig. 2.7 à la résolution de  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$ , à partir des tortuosités seuillées aux valeurs minimales, moyennes et maximales des histogrammes respectifs. Pour les trois directions, on peut constater que les chemins correspondant aux tortuosités moyennes ne sont pas localisés à un endroit précis, au contraire, ils se répartissent presque uniformément au sein du matériau. Ainsi, il apparaît que la seule connaissance de la tortuosité moyenne des fibres est suffisamment représentative pour caractériser la tortuosité morphologique du milieu.

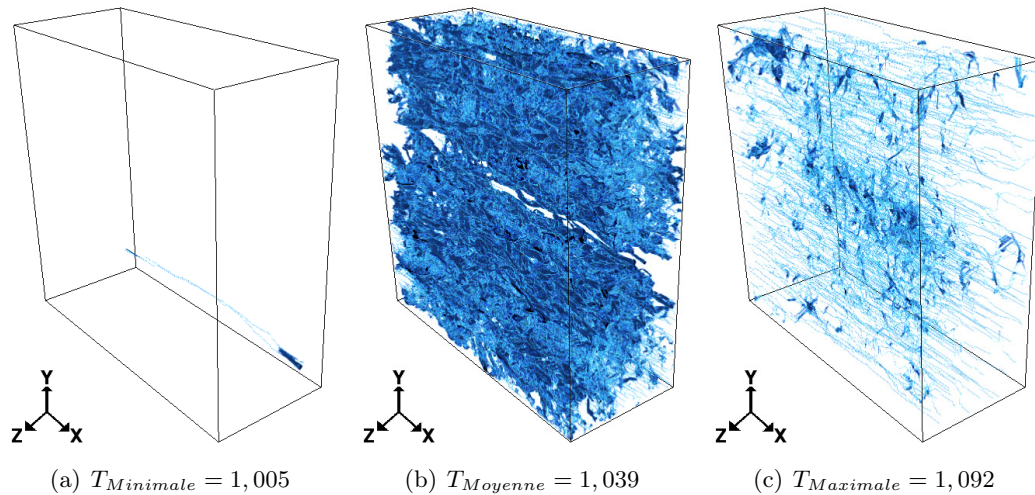


FIGURE 3.30 – Reconstruction des chemins en *backtracking* V26 pour la tortuosité selon  $Ox$  des fibres de Thermisorel™ (échantillon à  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$ ).

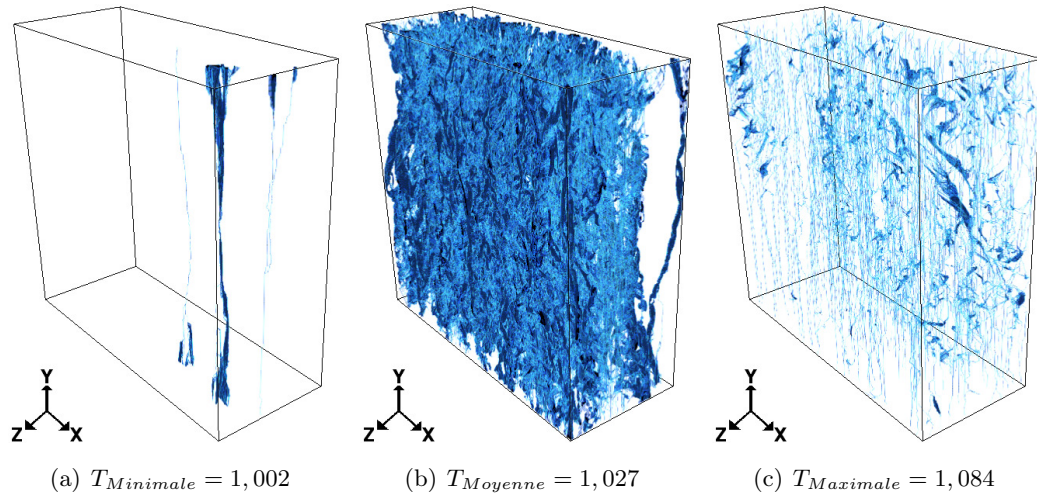


FIGURE 3.31 – Reconstruction des chemins en *backtracking* V26 pour la tortuosité selon  $Oy$  des fibres de Thermisorel™ (échantillon à  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$ ).

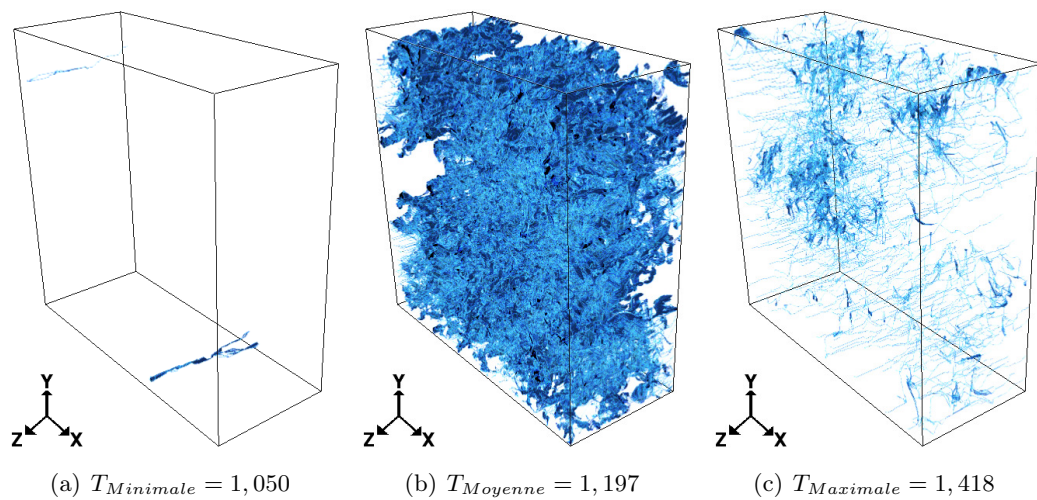


FIGURE 3.32 – Reconstruction des chemins en *backtracking* V26 pour la tortuosité selon  $Oz$  des fibres de Thermisorel™ (échantillon à  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$ ).

## 3.8.3.2 Dans les pores

Les Fig. 3.33, 3.34 et 3.35 représentent les reconstructions des chemins selon  $Ox$ ,  $Oy$  et  $Oz$  dans les pores de la Fig. 2.7 à la résolution de  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$ . Tout comme pour les fibres, les chemins reconstruits des tortuosités moyennes sont uniformément répartis au sein des pores, ce qui renforce l'hypothèse que les tortuosités morphologiques moyennes sont représentatives des fibres et des pores du Thermisorel™.

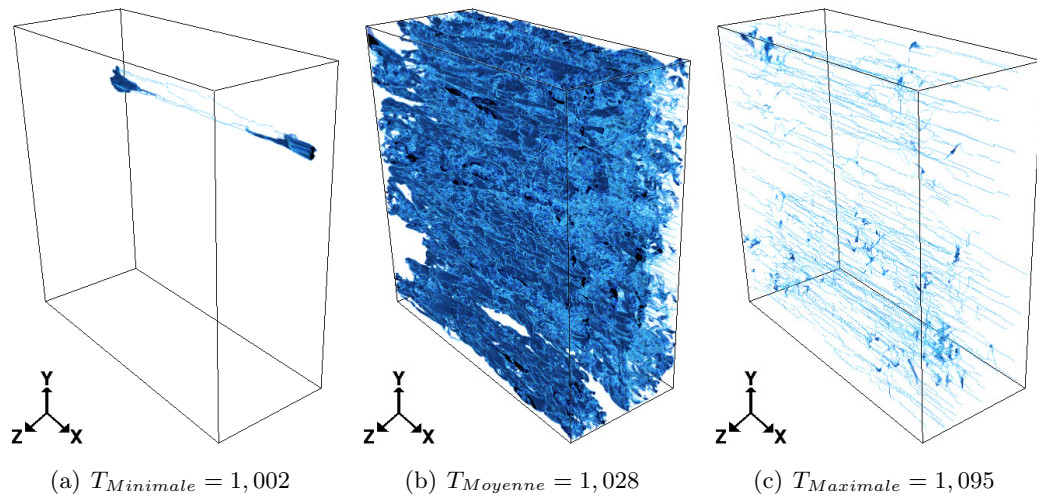


FIGURE 3.33 – Reconstruction des chemins en *backtracking* V26 pour la tortuosité selon  $Ox$  des pores de Thermisorel™ (échantillon à  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$ ).

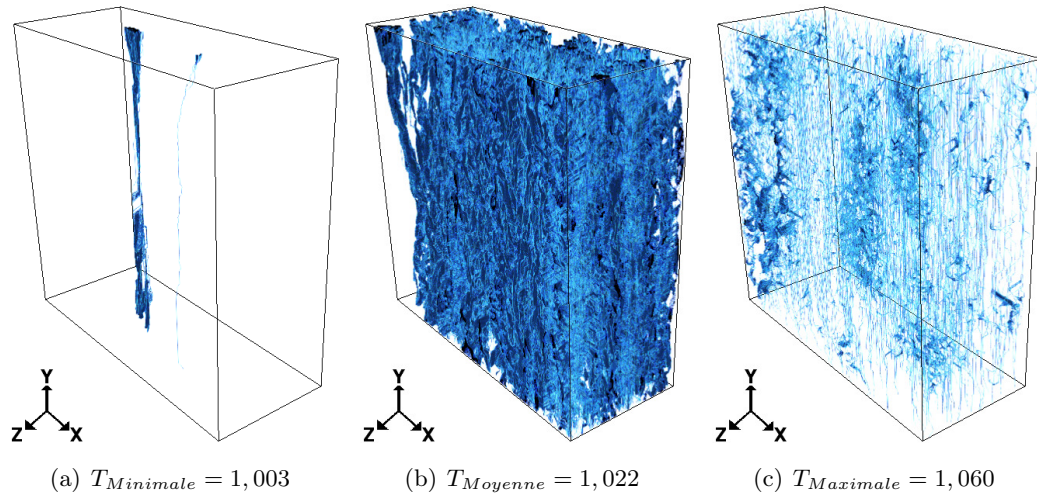


FIGURE 3.34 – Reconstruction des chemins en *backtracking* V26 pour la tortuosité selon  $Oy$  des pores de Thermisorel™ (échantillon à  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$ ).

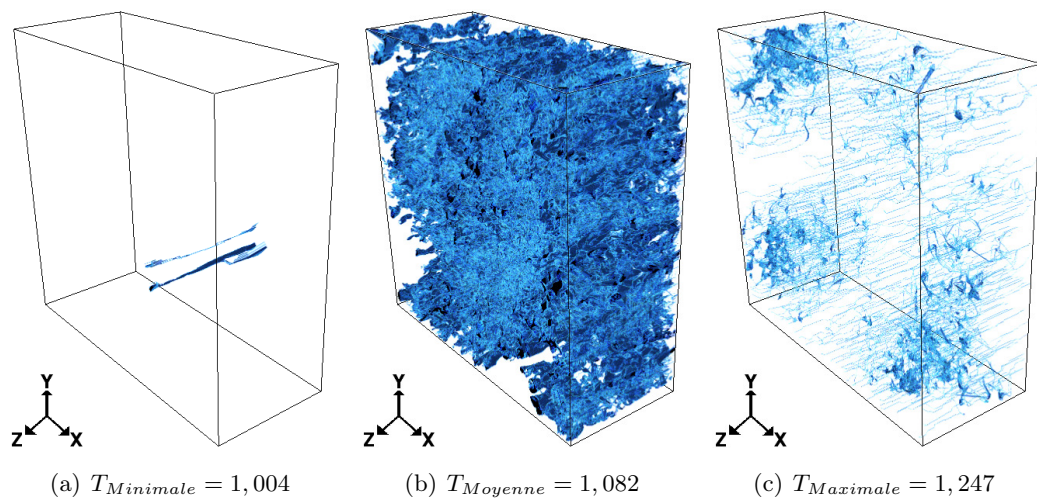


FIGURE 3.35 – Reconstruction des chemins en *backtracking* V26 pour la tortuosité selon  $Oz$  des pores de Thermisorel™ (échantillon à  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$ ).



## 3.9 Liens avec l'acoustique

### 3.9.1 Couche limite visqueuse

Un des objectifs de Silent Wall est de relier les propriétés morphologiques aux propriétés acoustiques de milieux poreux fibreux absorbants tels que le Thermisorel™. Pour ce faire, il faut identifier les phénomènes mis en œuvre lors de la propagation d'une onde acoustique dans le matériau à l'échelle microscopique. Le chapitre 7 détaille davantage ces derniers à partir des équations aux dérivées partielles de la *thermo-acoustique* qui les gouvernent.

Les phénomènes physiques en jeu lors de la propagation d'une onde acoustique (*onde de pression*) dans un matériau à l'échelle microscopique couplent entre autres la *mécanique des fluides* (Navier Stokes) et l'*équation de la chaleur*. Ainsi, l'*absorption acoustique* est le résultat de la dissipation d'énergie de l'onde dans le milieu par *frottements visqueux* et *pertes thermiques*. Cette dissipation se déroule dans les pores, saturés en air, dans une zone située à l'interface entre les fibres et les pores. Cette interface est appelée « *couche limite visqueuse* ». Son épaisseur,  $\delta_{CLV}$ , définie par Allard (1993), Allard *et al.* (1994) et Bruneau (1998), dépend de la fréquence  $f$  de l'onde acoustique incidente et est explicitée dans l'Eq. 3.17, avec  $\eta$  la viscosité et  $\rho_0$  la masse volumique de l'air, et  $\omega = 2\pi f$  la pulsation de l'onde acoustique.

$$\delta_{CLV} = \sqrt{\frac{2\eta}{\omega\rho_0}} = \sqrt{\frac{\eta}{f\pi\rho_0}} \quad (3.17)$$

Ainsi, en basses fréquences, la couche limite visqueuse est plus épaisse qu'en hautes fréquences. De plus, lorsque la fréquence tend vers l'*infini*, typiquement pour les ultrasons, son épaisseur tend vers 0. La Table 3.19 rassemble plusieurs valeurs d'épaisseur de couche limite visqueuse selon la fréquence de l'onde acoustique.

### 3.9.2 Tortuosité acoustique

Le concept de tortuosité est une piste pour relier propriétés morphologiques et acoustiques. En effet, il existe deux définitions de la *tortuosité acoustique*  $\alpha(\omega)$  donnée par Allard (1993). La première définition, notée  $\alpha_\infty$ , est la tortuosité pour une *fréquence infinie*. Elle est estimée par ultrasons dans les travaux de Allard *et al.* (1994), Castagnède *et al.* (1998) et Castagnède *et al.* (2000). La tortuosité  $\alpha_\infty$  dépend de la fluctuation de vitesse  $\vec{u}$  du fluide (air) saturant les pores du matériau selon l'Eq. 3.18.

$$\alpha_\infty = \lim_{\omega \rightarrow +\infty} \alpha(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow +\infty} \frac{\langle \vec{u}^2 \rangle}{\langle \vec{u} \rangle^2} \quad (3.18)$$

La seconde définition concerne la tortuosité dynamique (Allard (1993)), qui dépend de la fréquence de l'onde incidente et de paramètres thermo-acoustiques. Elle est explicitée au chapitre 7. Par extrapolation, pour des fréquences très élevées, la tortuosité acoustique tend vers  $\alpha_\infty$  (Eq. 3.18), et l'épaisseur de la couche limite visqueuse tend vers 0.

$\delta_{CLV}$ ( $\mu\text{m}$ )	Fréquence de l'onde (Hz)
10	47878
20	11970
30	5320
40	2992
50	1915
60	1330
70	977
80	748
90	591
100	479

TABLE 3.19 – Épaisseur de la couche limite visqueuse pour différentes fréquences de l'onde, avec  $T = 20^\circ\text{C}$ ,  $\eta_{air} = 1,82 \times 10^{-5}\text{ Pa.s}$ , et  $\rho_{0air} = 1,21\text{ kg.m}^{-3}$ .

### 3.9.3 Propriétés morphologiques de la porosité en fonction de la couche limite

#### 3.9.3.1 Modéliser la couche limite visqueuse

D'un point de vue morphologique, modéliser la porosité moins la couche limite visqueuse d'une épaisseur  $\delta_{CLV}$  revient à éroder le milieu poreux (Matheron (1967) et Serra (1982)) avec un élément structurant de rayon  $\delta_{CLV}$ . Puisqu'à une épaisseur  $\delta_{CLV}$  correspond une fréquence acoustique, il devient possible de relier l'influence de cette fréquence sur la tortuosité morphologique de la porosité en fonction de l'épaisseur de la couche limite visqueuse. Par extension, pour des fréquences très élevées, et donc une couche limite visqueuse d'épaisseur nulle, la tortuosité morphologique est celle des pores non érodés. Dans notre étude, la modélisation de la porosité moins la couche limite visqueuse s'appuie sur les pores de l'échantillon représenté en Fig. 2.7 à la résolution de  $9,36\ \mu\text{m}/\text{voxel}$ .

Deux méthodes ont été utilisées pour modéliser les pores moins la couche limite visqueuse. La première consiste à éroder la porosité externe par une sphère de rayon  $\delta_{CLV}$ . En pratique, l'érosion a été réalisée à l'aide de sphères obtenues par Fast Marching (section 3.7.3.3). Cette méthode présente le gros inconvénient de déconnecter des chemins quand l'épaisseur  $\delta_{CLV}$  est trop grande (en basses fréquences). Pour remédier à ce problème, la seconde méthode procède à des *amincissements homotopiques* (Serra (1982)) des pores, c'est-à-dire que les pores sont érodés par des sphères tout en conservant leur *topologie*. Par conséquent, la seconde méthode ne déconnecte plus les chemins trop étroits, au contraire, elle les remplace par des chemins fins d'épaisseur  $1\ \text{voxel}$ .

### 3.9.3.2 Surface spécifique de la porosité moins la couche limite visqueuse

Comme le montre la Fig. 3.36, la surface spécifique des pores diminue lorsque la couche limite s'épaissit. On peut même observer que  $S_v$  tend vers 0 lorsque la couche limite est modélisée par érosions. Au contraire, la surface spécifique atteint un palier (environ égal à  $4,8 \text{ mm}^{-1}$ ) dans le cas de la modélisation par amincissements homotopiques. Lorsque  $\delta_{CLV} = 0$ , on retrouve bien la valeur de  $S_v$  de la Table 3.4 pour une résolution d'image de  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$ . La surface spécifique estimée au LAUM par mesures acoustiques ( $27,8 \text{ mm}^{-1}$ ) est également représentée.

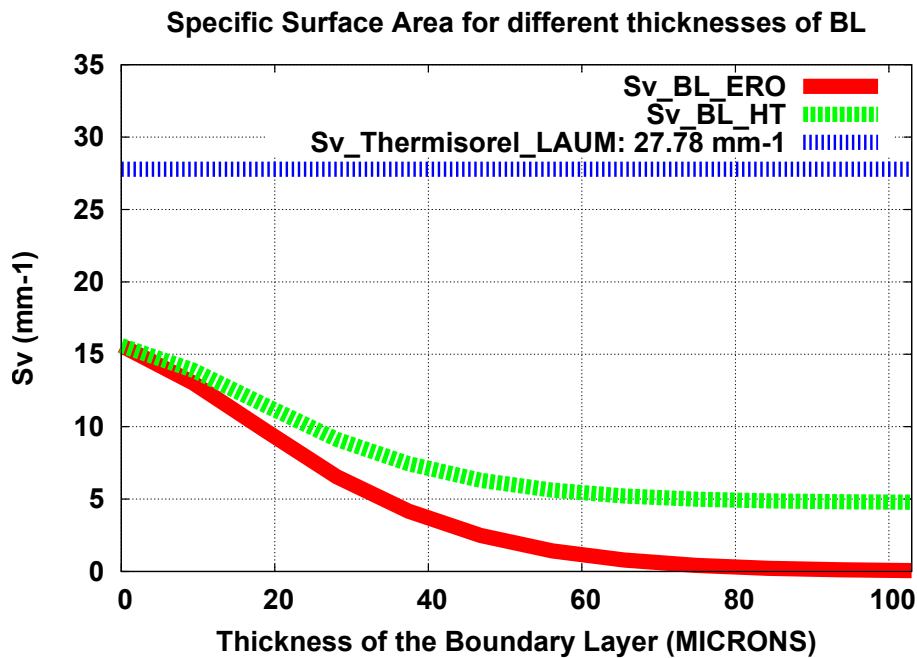


FIGURE 3.36 – Surface spécifique de la porosité moins la couche limite visqueuse pour différentes épaisseurs  $\delta_{CLV}$ .

### 3.9.3.3 Tortuosité morphologique dans la porosité moins la couche limite visqueuse

Les histogrammes de tortuosités morphologiques dans la porosité à laquelle on enlève la couche limite visqueuse ont été comparés pour les deux méthodes de modélisation. Sur la Fig. 3.37, on peut voir que pour des épaisseurs  $\delta_{CLV}$  supérieures à  $37,4 \mu\text{m}$ , la tortuosité morphologique n'est plus estimée lorsque la couche limite est modélisée par érosion des pores, car les chemins sont déconnectés dans les trois directions  $Ox$ ,  $Oy$  et  $Oz$ . La valeur de  $37,4 \mu\text{m}$  est cohérente avec la valeur médiane de  $45,1 \mu\text{m}$  de la granulométrie par ouverture par rhombicuboctaèdres de l'image à la résolution de  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$  (Fig. 3.8). De plus, la disparition de certains chemins par l'érosion explique la présence de sauts dans les histogrammes de tortuosités pour les plus hautes tortuosités.

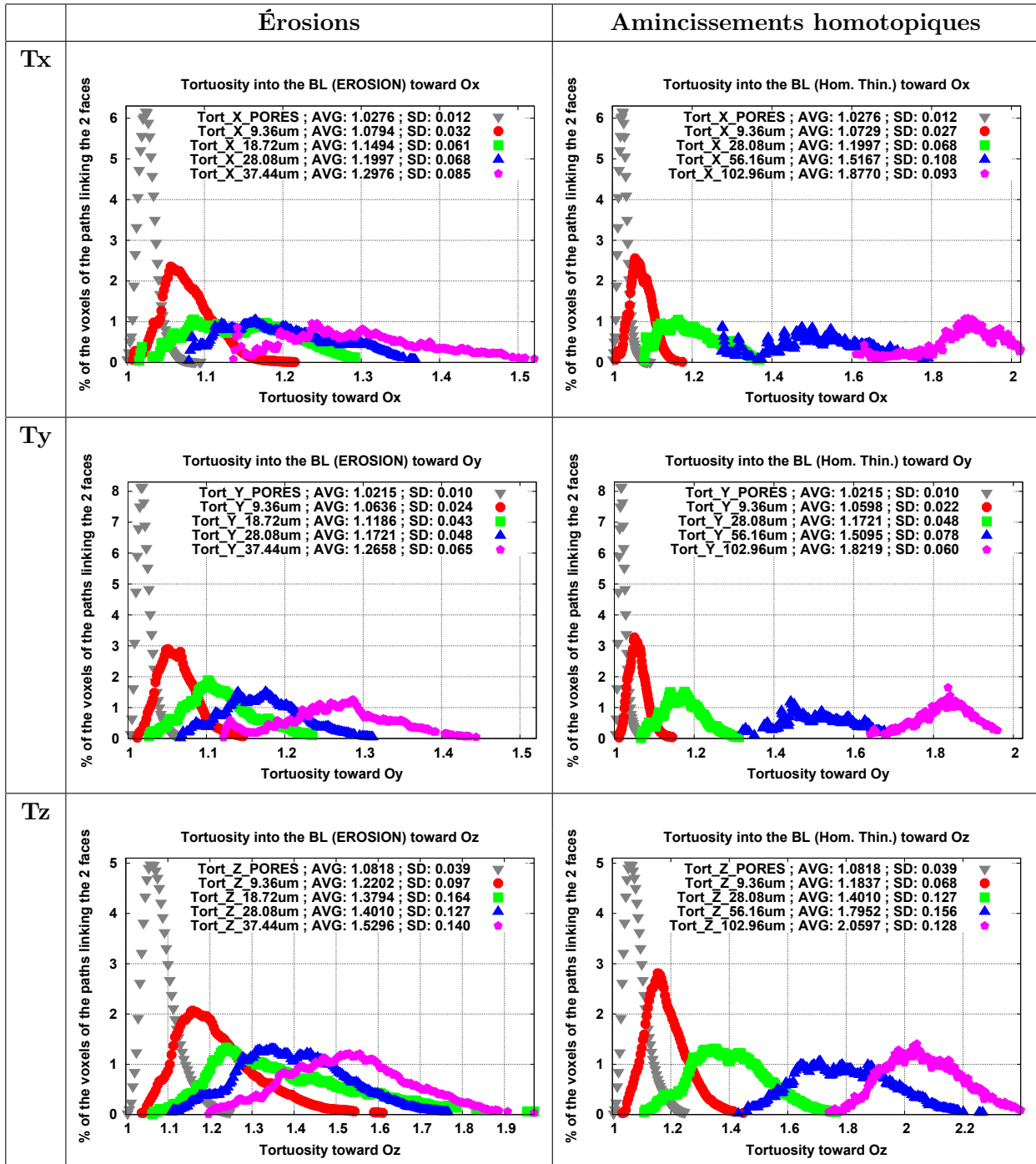


FIGURE 3.37 – Distribution de la tortuosité morphologique dans la porosité moins la couche limite visqueuse de Thermisorel™. Modélisation par érosion et par amincissements homotopiques pour différents rayons.

Si l'on préfère conserver la connectivité des pores une fois la couche limite visqueuse enlevée, on peut utiliser la seconde méthode de modélisation à l'aide d'amincissements homotopiques par sphères. Dans ce cas, les chemins ne sont plus déconnectés. La Fig. 3.37 illustre également dans quelle mesure les tortuosités morphologiques des chemins dans la porosité moins la couche limite visqueuse ainsi modélisé, augmentent avec son épaisseur. En effet, les histogrammes se décalent vers les hautes tortuosités et s'aplatissent à mesure que la couche limite visqueuse devient plus épaisse. Cependant, pour les amincissements homotopiques, on n'observe pas de saut dans les courbes sur la Fig. 3.37 puisqu'aucun chemin n'est déconnecté.

Puisque le volume de la phase poreuse diminue lorsque l'épaisseur de la couche limite visqueuse augmente, les porosités des chemins  $y$  percolant selon  $Ox$ ,  $Oy$  et  $Oz$  diminuent en conséquence, comme le montre la Fig. 3.38. Pour une couche limite visqueuse d'épaisseur supérieure à  $37,4 \mu m$ , les chemins déconnectés par l'érosion impliquent une porosité égale à  $0$  au delà (Fig. 3.38(a)).

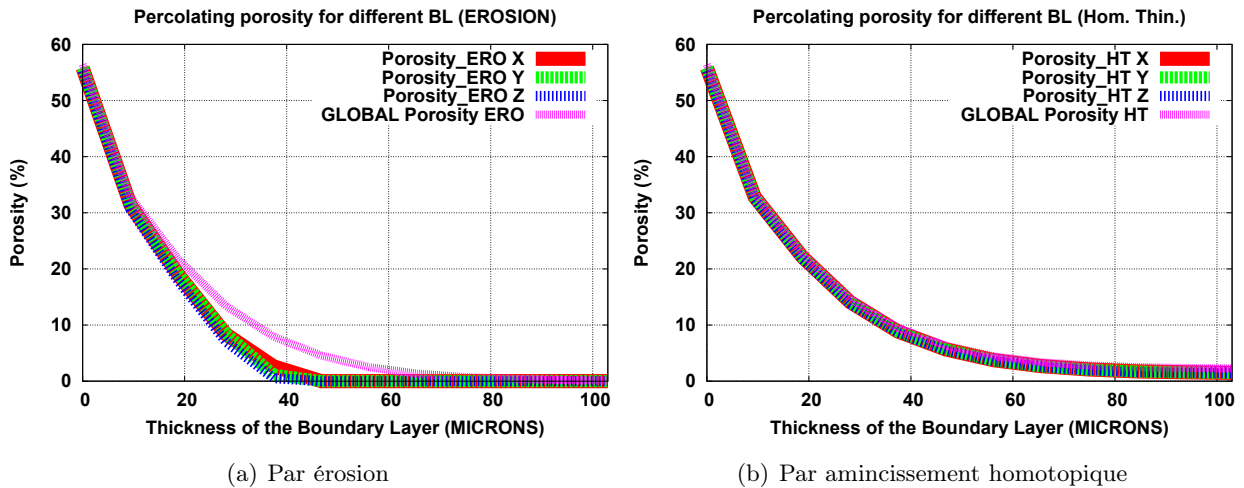


FIGURE 3.38 – Fraction volumique de la porosité moins la couche limite visqueuse et des chemins percolant selon  $Ox$ ,  $Oy$  and  $Oz$  pour différentes épaisseurs  $\delta_{CLV}$ .

Les Fig. 3.39 et 3.40 illustrent dans quelle mesure la moyenne et l'écart-type des histogrammes de tortuosités morphologiques augmentent avec l'épaisseur de la couche limite visqueuse (Fig. 3.37). Ici encore, les résultats des Fig. 3.39(a) et 3.40(a) sont restreints aux épaisseurs comprises entre  $0$  et  $37,4 \mu m$  à cause de la déconnection des chemins dans les couches limites de plus grandes épaisseurs.

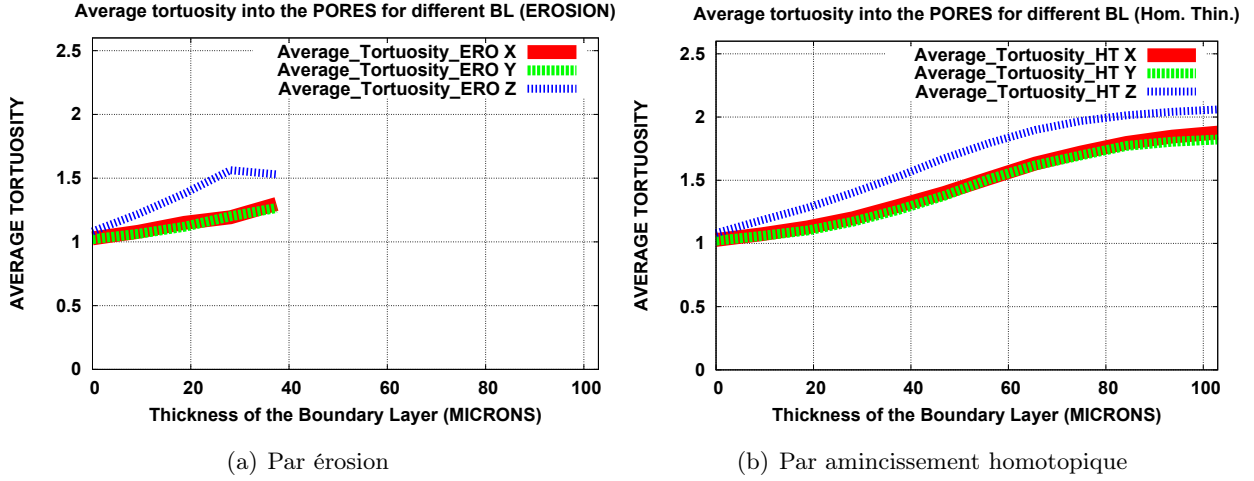


FIGURE 3.39 – Tortuosités morphologiques moyennes dans la porosité moins la couche limite visqueuse selon  $Ox$ ,  $Oy$  et  $Oz$  pour différentes épaisseurs  $\delta_{CLV}$ .

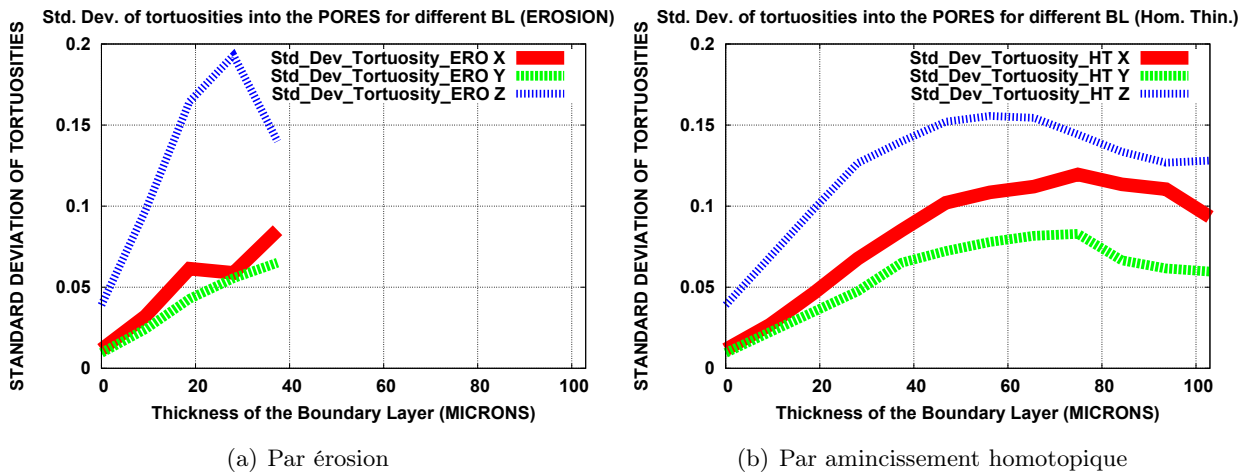


FIGURE 3.40 – Écart-types des tortuosités morphologiques dans la porosité moins la couche limite visqueuse selon  $Ox$ ,  $Oy$  et  $Oz$  pour différentes épaisseurs  $\delta_{CLV}$ .

### 3.9.3.4 Bilan

En conclusion, même si l'amincissement homotopique semble plus adapté à la modélisation de la porosité moins la couche limite visqueuse, il remplace les chemins déconnectés par des fils d'épaisseur  $1 \text{ voxel}$  (ici  $9,36 \mu\text{m}$ ), ce qui n'est pas réaliste d'un point de vue physique puisque l'onde acoustique n'est pas parfaitement amortie à basses fréquences, dès lors que la couche limite visqueuse atteint

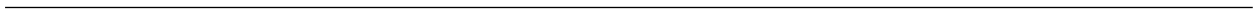
une grande épaisseur et que les chemins sont déconnectés.

Même s'il permet d'apprécier le comportement global des tortuosités morphologiques des pores en fonction de l'épaisseur de la couche limite visqueuse (décalage et aplatissement des histogrammes quand  $\delta_{CLV}$  augmente), le travail de modélisation de la porosité à laquelle on enlève la couche limite visqueuse ne peut pas se restreindre à une approche purement géométrique. La modélisation physique par *éléments finis*, détaillée dans les chapitres 7 et 8, permet de mieux comprendre les phénomènes de dissipations visqueuses et thermiques mis en jeu dans cette couche.

Deuxième partie

Modélisation morphologique de  
matériaux fibreux





## Chapitre 4

# Définition du modèle morphologique 3D

### 4.1 Préliminaires à la modélisation

Dans le chapitre 3, nous caractérisons certaines propriétés morphologiques représentatives du Thermisorel™, matériau fibreux isolant thermique et acoustique de référence pour le projet Silent Wall. Ce travail de caractérisation ouvre la voie à la modélisation d'un tel matériau en se basant sur un jeu de paramètres extraits de ces propriétés. Par exemple, nous avons choisi de modéliser les fibres par des cylindres droits. Ainsi, si l'on suit cette hypothèse, le modèle est régi par trois paramètres représentés par des distributions statistiques : le rayon des cylindres, leur longueur, et leur orientation dans l'espace. Ainsi, la granulométrie par ouvertures 3D nous renseigne sur la distribution des rayons des fibres réelles et la covariance sur leurs orientations.

### 4.2 Choix d'un modèle théorique d'agencement des fibres en 3D

#### 4.2.1 État de l'art en modélisation de matériaux fibreux

Au début des années 2000, plusieurs travaux de modélisation de matériaux fibreux ont été publiés. En 2000 et 2001, [Castéra et al. \(2000\)](#), [Michaud et al. \(2000\)](#) et [Delisée et al. \(2001b\)](#) proposaient une méthode basée sur la *théorie des milieux aléatoires* introduite par Georges Matheron en 1967 et sur les outils de la morphologie mathématique ([Matheron \(1967\)](#) et [Serra \(1982\)](#)). Des mesures morphologiques en 2D ont été réalisées sur des images de la projection des maxima en niveaux de gris de matériaux à base de fibres de bois, issues d'un microscope confocal. Dans la mesure où les fibres observées étaient plus longues que la taille des images, des droites dilatées par des disques ont été choisies comme grains primaires organisées selon un modèle dit « *booléen* », que nous décrivons plus loin à la section 4.2.2 de ce chapitre 4. Ce modèle simule des tranches 2D d'empilements 3D de fibres. En 2003, [Faessel \(2003\)](#) et [Faessel et al. \(2005\)](#) proposaient un modèle général de milieux aux fibres longues, tortueuses et enchevêtrées à base de splines en 3D. Des simulations de droites de Poisson en 3D pour modéliser des matériaux fibreux ont été réalisées en 2006 par [Schladitz et al. \(2006\)](#) afin d'en étudier les propriétés acoustiques. Dans ce modèle

également, les fibres ont des longueurs plus grandes que les dimensions des images. Cependant, ces modèles de droites de Poisson et de splines dilatées enchevêtrées ne s'appliquent pas aux fibres courtes et déchiquetées du Thermisorel™, puisque ses fibres sont relativement droites et ont des dimensions finies par rapport au champ observé dans les images. Par conséquent, un nouveau modèle plus spécifiquement adapté a été développé dans ces travaux de thèse.

## 4.2.2 Le modèle booléen

### 4.2.2.1 Propriétés du modèle booléen

Afin de construire un modèle permettant de simuler le milieu fibreux étudié, il faut tout d'abord choisir le type de *grains primaires* et un modèle général qui régit leur répartition spatiale. La connaissance des distributions des rayons et des longueurs des fibres, ainsi que de leur covariance permet ensuite de renseigner et d'identifier les paramètres du modèle. Comme évoqué précédemment, nous avons choisi de modéliser les fibres par des cylindres droits puisque les fibres de Thermisorel™ sont déchiquetées en petits morceaux lors de leur défibrage avant fabrication. L'hypothèse d'un *modèle booléen de cylindres aléatoires* pour modéliser le Thermisorel™ est donc proposée. Le modèle booléen a été introduit par Matheron (1967) et utilisé par Jeulin (2000) pour modéliser des textures aléatoires de matériaux et par Castéra *et al.* (2000), Michaud *et al.* (2000) et Delisée *et al.* (2001b) pour modéliser des matériaux fibreux.

Une fois défini le type de grains primaires  $A'$  (ici des cylindres), leur agencement spatial répond aux règles du modèle booléen, à savoir que les cylindres sont implantés aléatoirement dans l'espace avec la possibilité qu'ils se superposent. Ainsi, comme le montre l'Eq. 4.1, le modèle booléen  $A$  est l'ensemble des grains primaires  $A'$  (Fig. 4.1), implantés chacun en un point  $x_k$ .

$$A = \bigcup_{x_k} A'_{x_k} \quad (4.1)$$

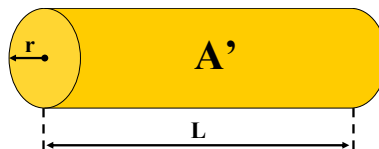


FIGURE 4.1 – Grain primaire cylindrique  $A'$  de rayon  $r$  et de longueur  $l$ .

La simulation d'un schéma booléen commence par la génération d'un processus de *points de Poisson*  $x_k$  d'intensité  $\Theta$  en chacun desquels on implante un grain primaire  $A'$ . En pratique, la génération des points de Poisson se fait en deux étapes. La première consiste à engendrer le *nombre aléatoire de points* à implanter  $N$  dans l'image de volume  $V$  selon l'intensité  $\Theta$  du processus. Ce nombre de points suit une *loi de Poisson* de *nombre moyen*  $\Theta V$  (Eq. 4.2). Une fois le nombre de points à implanter connu, la seconde étape consiste à en définir les coordonnées dans l'espace. En

## 4.2 Choix d'un modèle théorique d'agencement des fibres en 3D

---

3D, les coordonnées des points de Poisson suivent une *loi uniforme* et sont indépendantes selon les trois axes  $Ox$ ,  $Oy$  et  $Oz$ .

$$P(N = n) = \frac{(\Theta V)^n}{n!} e^{-\Theta V} \quad (4.2)$$

On pose  $A$ , l'ensemble des fibres, avec  $p = P(x \in A)$ , et  $A^c$  l'ensemble des pores avec la porosité  $q = P(x \in A^c) = 1 - p$ . Comme le montre l'Eq. 4.3, la probabilité  $Q(K)$  d'un ensemble fermé borné, ou compact  $K$ , d'être inclus dans l'ensemble  $A^c$  est fonction de la soustraction  $\ominus$ , et de l'addition  $\oplus$  de Minkowski (Matheron (1967) et Serra (1982)). On note  $\check{K} = \{-x, x \in K\}$  le transposé de  $K$ , et  $\overline{\mu}_n(A')$  la *mesure de Lebesgue* moyenne, en 3D le volume moyen noté  $\overline{V}(A')$ , des grains primaires  $A'$  cylindriques constituant le modèle booléen  $A$ .

$$\begin{cases} Q(K) = P(K \subset A^c) = P(x \in A^c \ominus \check{K}) \\ Q(K) = e^{-\Theta \overline{\mu}_n(A' \oplus \check{K})} = q^{\frac{\overline{\mu}_n(A' \oplus \check{K})}{\overline{\mu}_n(A')}} \end{cases} \quad (4.3)$$

Ainsi, d'après l'Eq. 4.3, la covariance des pores ( $Q(h)$ ), leurs érosions par des segments orientés ( $Q(l)$ ) et par des boules ( $Q(B_r)$ ) sont des cas particuliers de  $K$  respectivement pour des *bi-points*  $(x, x + h)$ , des *segments* orientés de *longueur*  $l$ , et des *boules*  $B_r$  de *rayon*  $r$ .

### 4.2.2.2 Covariance

Soit  $A^c$  le milieu complémentaire du schéma booléen  $A$ , c'est-à-dire le milieu poreux dans le cas du Thermisorel™. On note  $K(h)$  le *covariogramme géométrique* du grain primaire  $A'$  (Eq. 4.4). Enfin, le *covariogramme géométrique normalisé*  $r(h)$  est défini par l'Eq. 4.5.

$$K(h) = \overline{\mu}_n(A' \cap A'_{-h}) = \overline{V}(A' \cap A'_{-h}) \quad (4.4)$$

$$r(h) = \frac{K(h)}{K(0)} = \frac{K(h)}{\overline{\mu}_n(A')} = \frac{K(h)}{\overline{V}(A')} \quad (4.5)$$

Les Eq. 4.6 et 4.7 explicitent l'expression théorique  $Q_{Bool}(h)$  de la covariance  $Q(h)$  de  $A^c$ .

$$Q(h) = P(x \in A^c, x + h \in A^c) \quad (4.6)$$

$$Q_{Bool}(h) = q^2 e^{\Theta K(h)} = q^{2-r(h)} \quad (4.7)$$

De l'Eq. 4.7, il est possible de déduire la porosité  $q$  (Eq. 4.8) puis l'intensité  $\Theta$  (Eq. 4.9) du processus de points de Poisson à partir duquel le modèle booléen a été généré.

$$q = e^{-\Theta \overline{\mu}_n(A')} = e^{-\Theta \overline{V}(A')} \quad (4.8)$$

$$\Theta = \frac{-\ln(q)}{\overline{\mu}_n(A')} = \frac{-\ln(q)}{\overline{V}(A')} \quad (4.9)$$

### 4.2.2.3 Érosions linéaires

L'expression théorique de  $Q(l)$  pour la phase porale du modèle booléen est donnée par l'Eq. 4.10 pour un grain primaire *convexe*  $A'$ . On pose  $r'(0) = (dr/dh)_{h=0}$ , la dérivée à l'origine du covariogramme géométrique normalisé  $r(h)$ .

$$Q_{Bool}(l) = e^{-\Theta \overline{\mu}_n(A' \oplus l)} = q^{1-lr'(0)} \quad (4.10)$$

### 4.2.2.4 Érosions par des boules

La probabilité pour une boule  $B_r$  de rayon  $r$  d'être incluse dans les pores d'un modèle booléen est donnée par l'Eq. 4.11.

$$Q_{Bool}(r) = e^{-\Theta \overline{\mu}_n(A' \oplus B_r)} \quad (4.11)$$

Dans l'Eq. 4.11, et dans le cas de grains primaires convexes  $A'$  tels que des cylindres, le terme  $\overline{\mu}_n(A' \oplus B_r)$ , encore noté  $\overline{V}(A' \oplus B_r)$  en 3D, peut être développé à l'aide de la *formule de Steiner* utilisant les *fonctionnelles de Minkowski* des grains  $A'$  et des boules  $B_r$ . De la formule de Steiner découle l'Eq. 4.12, en notant  $V(K)$  le volume d'un compact  $K$ ,  $A(K)$  sa surface, et  $M(K)$  l'intégrale de sa courbure moyenne. Les variables aléatoires  $R$  et  $L$  sont considérées comme *indépendantes*, et décrivent respectivement les rayons et les longueurs des cylindres. On note leurs espérances respectives  $\overline{R} = E[R]$  et  $\overline{L} = E[L]$ , pour plus de clarté dans les équations suivantes. Ainsi, d'après l'Eq. 4.12,  $\overline{\mu}_n(A' \oplus B_r)$  est un *polynôme de degré 3* en  $r$  pour des grains primaires convexes  $A'$ .

$$\begin{cases} \overline{\mu}_n(A' \oplus B_r) = V(B_r) + \frac{M(A')S(B_r)}{4\pi} + \frac{M(B_r)S(A')}{4\pi} + V(A') \\ \overline{\mu}_n(A' \oplus B_r) = \frac{4}{3}\pi r^3 + \pi(\overline{L} + \pi\overline{R})r^2 + [2\pi\overline{R}(\overline{R} + \overline{L})]r + \pi E[R^2]\overline{L} \end{cases} \quad (4.12)$$

## 4.2.3 Validation de l'hypothèse du modèle booléen de cylindres aléatoires avec une isotropie transverse dans les plans xOy

### 4.2.3.1 Validation de l'hypothèse du modèle booléen

Une fois les propriétés théoriques du modèle booléen de cylindres aléatoires établies, il faut valider cette hypothèse de modélisation à partir des propriétés morphologiques du Thermisorel™ déduites des érosions linéaires  $Q(l)$ , et des érosions par boules  $Q(r)$  opérées sur les pores. Le logarithme  $\log_{10}(Q(l))$  de la distribution en volume des pores de la Fig. 2.7 à  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$ , après érosions par des segments de longueurs croissantes orientés selon  $Ox$ ,  $Oy$  et  $Oz$  est représentée en Fig. 4.2.

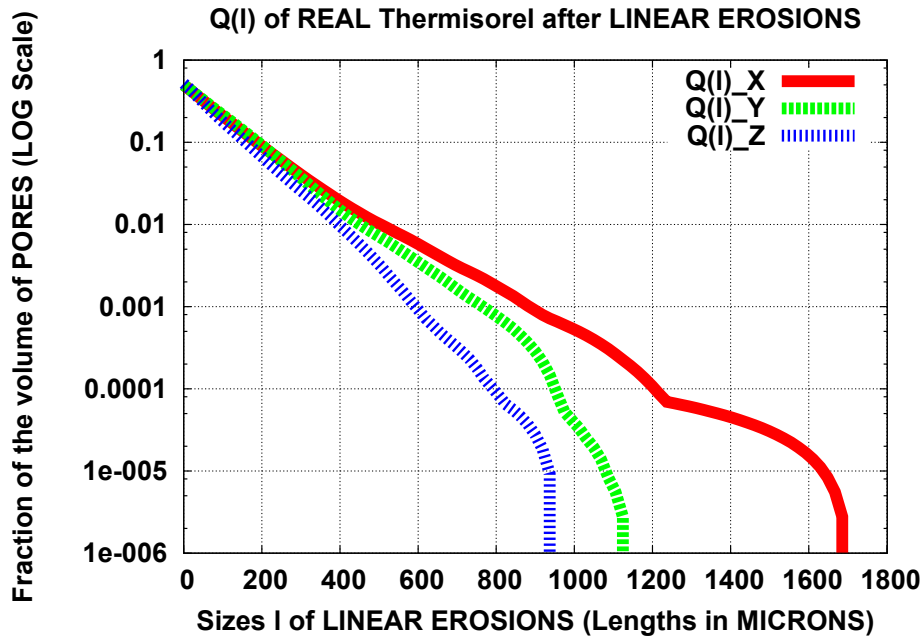


FIGURE 4.2 – Distribution en volume des pores de Thermisorel™ (Fig. 2.7 à 9,36  $\mu\text{m}/\text{voxel}$ ) après érosions par des segments de longueurs croissantes orientés selon  $Ox$ ,  $Oy$  et  $Oz$ . Échelle logarithmique pour  $Q(l)$ .

Comme le montre la Fig. 4.2, les courbes  $\log_{10}(Q(l))$  des pores de Thermisorel™ de la Fig. 2.7 dans les directions  $Ox$  et  $Oy$  (respectivement en rouge et vert) ne peuvent pas être calées exactement par une droite de pente décroissante  $-\log_{10}(r'_{xOy}(0))$  et d'ordonnée à l'origine  $\log_{10}(q)$ , comme le suppose l'Eq. 4.13 déduite de l'Eq. 4.10, dans le cas d'un modèle booléen. Ce résultat est lié à la forme non strictement convexe des fibres qui au contraire présentent une courbure globale dans les plans  $xOy$ . Cependant, la courbe  $\log_{10}(Q(l))$  dans la direction  $Oz$  en bleu présente une décroissance presque linéaire, ce qui corrobore l'hypothèse d'un modèle booléen de cylindres aléatoires. En dépit de la déviation des courbes dans les plans  $xOy$ , l'hypothèse de cylindres droits est conservée dans notre modèle 3D.

$$\log_{10}(Q_{Bool}(l)) = \log_{10}(q) - l \cdot \log_{10}(r'(0)) \quad (4.13)$$

Enfin, la Fig. 4.3 montre le logarithme  $\log_{10}(Q(r))$  de la distribution en volume des pores de Thermisorel™ de la Fig. 2.7 érodés par des rhombicuboctaèdres de rayons croissants afin d'approcher les érosions par des boules. En théorie, d'après les Eq. 4.11 et 4.12,  $\log_{10}(Q(r))$  peut être calée par un *polynôme de degré 3* en  $r$  dans le cas du modèle booléen de cylindres droits.

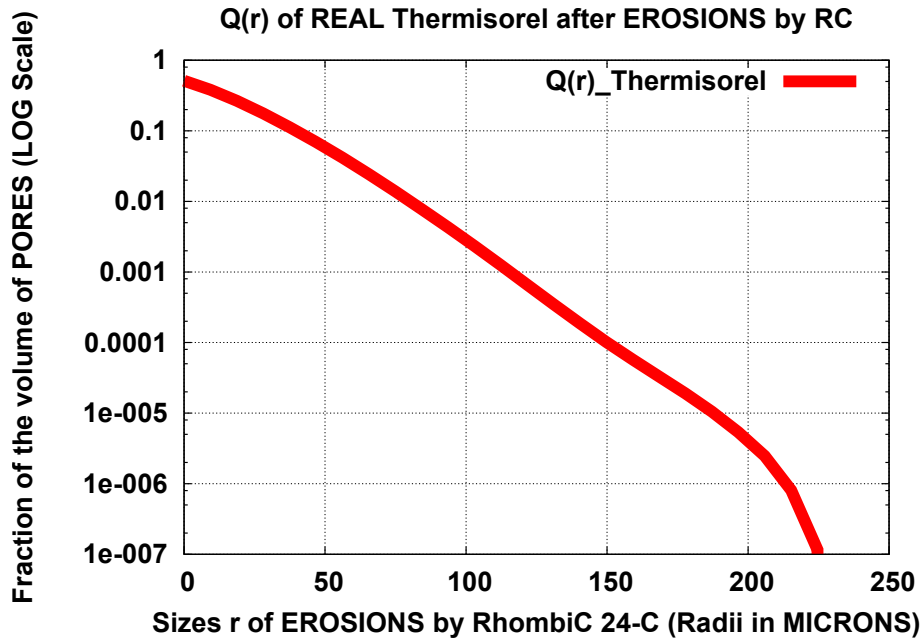


FIGURE 4.3 – Distribution en volume des pores de Thermisorel™ (Fig. 2.7 à 9,36  $\mu\text{m}/\text{voxel}$ ) après érosions par des rhombicuboctaèdres de rayons croissants. Échelle logarithmique pour  $Q(r)$ .

En conclusion, comme le montrent les Fig. 4.2 et 4.3, l'hypothèse de modèle booléen de cylindres droits semble cohérente avec les mesures de  $Q(l)$  et de  $Q(r)$  faites sur les pores de Thermisorel™ de la Fig. 2.7 à la résolution de 9,36  $\mu\text{m}/\text{voxel}$ .

#### 4.2.3.2 Covariance selon $Oz$ des pores simulés

Soit une population de cylindres de rayons  $R$  et de longueurs  $L$  aléatoires. Chaque grain primaire est entièrement caractérisé par ces deux paramètres en plus de son orientation dans l'espace. Si en plus de la première hypothèse de modèle booléen, on pose comme seconde que les cylindres sont uniquement orientés dans les plans  $xOy$  de façon uniforme et perpendiculaire à l'axe de compression  $Oz$ , comme nous l'ont suggéré les mesures de covariances et de tortuosité des fibres au chapitre 3, alors la *loi bivariable de probabilité*  $h(r, l)$  doit encore être définie pour décrire ce modèle. Ne disposant pas simultanément des distributions des rayons  $R$  et des longueurs  $L$  des fibres de Thermisorel™ sur les mêmes échantillons, l'hypothèse de deux distributions de  $R$  et  $L$  indépendantes est avancée. Cette troisième hypothèse est également proposée pour simplifier le modèle.

Ainsi, ces trois hypothèses posées, il est possible d'établir les expressions théoriques des covariances selon  $Oz$  et dans les plans  $xOy$  des pores du modèle booléen de cylindres aléatoires présentant une *isotropie transverse* (dans les plans  $xOy$ ) et ayant des rayons et des longueurs indépendants. Avant tout, il faut connaître les distributions de probabilité en nombre  $f_1(r)$  et  $f_2(l)$  respectivement des rayons  $R$  et des longueurs  $L$  des fibres de Thermisorel™.

## 4.2 Choix d'un modèle théorique d'agencement des fibres en 3D

Considérons la covariance  $Q_Z(h)$  des pores de Thermisorel™ selon  $Oz$ . D'après l'Eq. 4.7, elle s'exprime en fonction du covariogramme géométrique normalisé transverse d'une fibre cylindrique  $r_{Z_{\text{Cylindre}}}(h)$ .

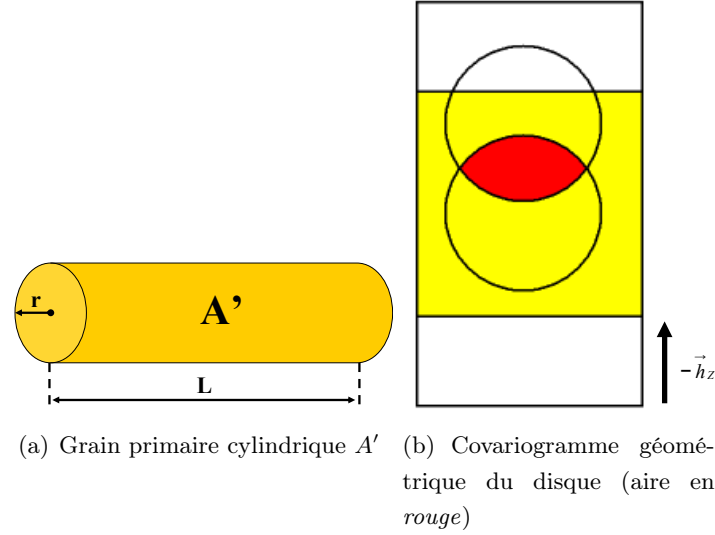


FIGURE 4.4 – Covariogramme géométrique transverse du cylindre.

Comme le montre l'Eq. 4.14, le covariogramme géométrique transverse  $K_{Z_{\text{Cylindre}}}(h, r, l)$  d'une fibre cylindrique de rayon  $r$  et de longueur  $l$ , dépend de  $l$  et du covariogramme géométrique de sa section de disque de rayon  $r$ , noté  $K_{Z_{\text{Disque}}}(h, r)$ .

$$K_{Z_{\text{Cylindre}}}(h, r, l) = l K_{Z_{\text{Disque}}}(h, r) \quad (4.14)$$

D'après les Eq. 4.4 et 4.14, et dans la mesure où les distributions des rayons  $R$  et des longueurs de fibres  $L$  sont considérées comme indépendantes, le covariogramme géométrique transverse moyen  $\overline{K_{Z_{\text{Cyl}}}}(h)$  des grains primaires cylindriques de notre modèle booléen dépend des valeurs moyennes  $\overline{L_{\text{Cylindre}}}$  et  $\overline{K_{Z_{\text{Disque}}}}(h)$ , respectivement des longueurs de fibres et du covariogramme géométrique de la population de disques correspondant aux sections transverses des cylindres. De plus, la distribution des rayons aléatoires de ces disques suit la loi  $f_1(r)$ . Cette relation est explicitée dans l'Eq. 4.15.

$$\overline{K_{Z_{\text{Cyl}}}}(h) = \overline{L_{\text{Cylindre}}} \overline{K_{Z_{\text{Disque}}}}(h) \quad (4.15)$$

L'Eq. 4.15 permet donc de déduire le covariogramme géométrique normalisé transverse moyen des cylindres aléatoires de notre modèle booléen dans l'Eq. 4.16, uniquement à partir de celui des sections transverses de disques d'aire moyenne égale à  $A_{\text{Disque}}$ .

$$r_{Z_{\text{Cylindre}}}(h) = \frac{\overline{K_{Z_{\text{Cyl}}}}(h)}{\overline{K_{Z_{\text{Cyl}}}}(0)} = \frac{\overline{K_{Z_{\text{Disque}}}}(h)}{\overline{K_{Z_{\text{Disque}}}}(0)} = \frac{\overline{K_{Z_{\text{Disque}}}}(h)}{A_{\text{Disque}}} = \frac{\overline{K_{Z_{\text{Disque}}}}(h)}{\pi E[R^2]} \quad (4.16)$$



## 4.2 Choix d'un modèle théorique d'agencement des fibres en 3D

Ainsi, l'indépendance des variables  $R$  et  $L$  implique la seule dépendance de  $r_{Z_{\text{Cylindre}}}(h)$  à  $R$ . Comme le montrent les Eq. 4.17 et 4.18, on déduit de l'Eq. 4.16 l'expression de  $\overline{K_{Z_{\text{Disque}}}}(h)$  à partir de la distribution  $f_1(r)$  des rayons  $R$ , et du covariogramme géométrique d'un disque de rayon  $r$ , noté  $K_{Z_{\text{Disque}}}(h, r)$  en Eq. 4.17, et représenté en rouge sur la Fig. 4.4.

En posant  $K_{Z_{\text{Disque}}}(h, r) = 0$  si  $h > 2r$ , l'Eq. 4.17 définit les valeurs de  $K_{Z_{\text{Disque}}}(h, r)$  quand  $0 \leq h \leq 2r$ .

$$K_{Z_{\text{Disque}}}(h, r) = 2r^2 \left( \arccos \left( \frac{h}{2r} \right) - \frac{h}{2r} \sqrt{1 - \left( \frac{h}{2r} \right)^2} \right) \quad (4.17)$$

$$\overline{K_{Z_{\text{Disque}}}}(h) = \int_{h/2}^{+\infty} K_{Z_{\text{Disque}}}(h, r) f_1(r) dr \quad (4.18)$$

En injectant le covariogramme géométrique transverse normalisé  $r_{Z_{\text{Cylindre}}}(h)$  dans l'Eq. 4.7, on obtient l'expression théorique de la covariance selon  $Oz$  des pores du modèle booléen de cylindres aléatoires.

### 4.2.3.3 Covariance dans les plans $xOy$ des pores simulés

Soit  $Q_{xOy}(h)$ , la covariance des pores, avec le vecteur  $\vec{h}$  orienté dans n'importe quelle direction dans les plans  $xOy$ . L'hypothèse d'isotropie des orientations de fibres proposée précédemment justifie le choix arbitraire de l'orientation de  $\vec{h}$  parallèlement à  $Ox$  pour déterminer l'expression théorique de  $Q_{xOy}(h)$ . La notation  $f_1(r)$  se rapportant à la distribution en nombre des rayons aléatoires  $R$  des cylindres, on note  $f_2(l)$  celle de leurs longueurs aléatoires  $L$ . Ainsi, le covariogramme géométrique moyen des cylindres aléatoires dans les plans  $xOy$ , noté  $\overline{K_{xOy_{\text{Cyl}}}}(h)$ , est donné par l'Eq. 4.20 et est illustré par la Fig. 4.5.

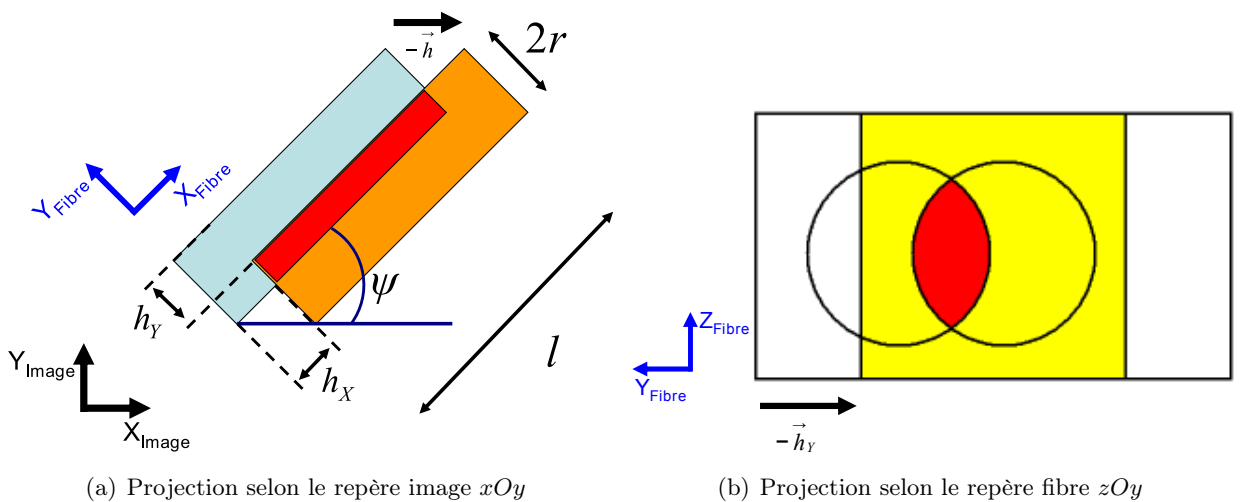


FIGURE 4.5 – Covariogramme géométrique longitudinal du cylindre (volume en rouge).

### 4.3 Choix des paramètres pour le modèle 3D et de leurs lois de probabilité

Le volume en *rouge* sur la Fig. 4.5 correspond au covariogramme géométrique longitudinal  $K_{xOy_{Cylindre}}(h, r, l, \psi)$ , d'un cylindre de rayon  $r$ , de longueur  $l$ , et orienté d'un angle  $\psi$  par rapport à l'axe  $Ox$  de l'image, qui est également la direction de  $\vec{h}$  ici. On note  $h_X = h \cos(\psi)$  et  $h_Y = h \sin(\psi)$ , les projections du vecteur  $\vec{h}$  dans le repère de la fibre cylindrique. Lorsque  $h_X > l$  ou  $h_Y > 2r$ , alors  $K_{xOy_{Cylindre}}(h, r, l, \psi) = 0$ . En revanche, pour tout quadruplet  $(h_X, h_Y, r, l)$  tel que  $0 \leq h_X \leq l$  et  $0 \leq h_Y \leq 2r$ , son expression est explicitée dans l'Eq. 4.19.

$$K_{xOy_{Cylindre}}(h, r, l, \psi) = K_{xOy_{Cylindre}}(h_X, h_Y, r, l) = (l - h_X) K_{Z_{Disque}}(h_Y, r) \quad (4.19)$$

Par conséquent, en considérant les distributions en nombre  $f_1$  pour les rayons des cylindres,  $f_2$  pour leurs longueurs et  $f_3$  pour leurs orientations  $\psi$  dans les plans  $xOy$ , toutes les trois indépendantes, il est possible d'en déduire l'Eq. 4.20. Par ailleurs,  $f_3$  étant une loi uniforme pour  $\psi$  compris entre 0 et  $2\pi$  dans les plans  $xOy$ , on peut alors écrire  $f_3(\psi) = \frac{1}{2\pi}$  pour  $0 \leq \psi \leq 2\pi$ .

$$\begin{cases} \overline{K_{xOy_{Cyl}}}(h) = \int_0^{2\pi} \int_{h_X}^{+\infty} \int_{h_Y/2}^{+\infty} K_{xOy_{Cylindre}}(h_X, h_Y, r, l) f_1(r) f_2(l) f_3(\psi) dr dl d\psi \\ \overline{K_{xOy_{Cyl}}}(h) = \int_{(h \sin \psi)/2}^{+\infty} K_{Z_{Disque}}(h, r) f_1(r) dr \cdot \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_{h \cos \psi}^{+\infty} (l - h \cos \psi) f_2(l) dl d\psi \end{cases} \quad (4.20)$$

En conclusion, l'expression théorique de la covariance dans les plans  $xOy$  des pores du modèle booléen de cylindres aléatoires est obtenue en injectant le covariogramme géométrique longitudinal normalisé en Eq. 4.21 dans l'Eq. 4.7.

$$r_{xOy_{Cylindre}}(h) = \frac{\overline{K_{xOy_{Cyl}}}(h)}{\overline{K_{xOy_{Cyl}}}(0)} = \frac{\overline{K_{xOy_{Cyl}}}(h)}{\overline{V_{Cylindre}}} \quad (4.21)$$

### 4.3 Choix des paramètres pour le modèle 3D et de leurs lois de probabilité

L'étape de modélisation suivante consiste à définir les lois de probabilité en nombre des rayons  $f_1(r)$ , des longueurs  $f_2(l)$  et des orientations des fibres cylindriques. Dans la suite de l'étude, le choix des paramètres pour le modèle booléen 3D de cylindres aléatoires a été fait à partir des mesures morphologiques de l'image de Thermisorel™ en Fig. 2.7, de résolution  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$ , détaillées au chapitre 3. C'est cet échantillon qui est dénommé « *matériau réel* » dans la suite du document.

#### 4.3.1 Intensité du processus de points de Poisson originel

À partir de la porosité  $q$  du matériau réel, la première étape consiste à estimer l'intensité  $\Theta$  du processus de points de Poisson à partir duquel le modèle booléen de cylindres aléatoires est généré (Eq. 4.9). Dans notre hypothèse de grains primaires cylindriques  $A'$ , de rayons  $R$  et de longueurs  $L$  aléatoires indépendants, on injecte alors l'Eq. 4.22 dans l'Eq. 4.9 afin de déterminer l'intensité  $\Theta$ .

On note  $E[R^2]$  et  $E[L]$  les moyennes des distributions en nombre respectivement des variables  $R^2$  et  $L$ .

$$\overline{\mu_n}(A') = \overline{V_{Cylindre}} = \pi E[R^2] E[L] \quad (4.22)$$

#### 4.3.2 Distribution en nombre des rayons de fibres

Comme il est montré au chapitre 3 à la section 3.5.2.1, il est possible de caler une *loi gamma* sur la distribution en volume des rayons de fibres  $R$ . L'expression de la loi gamma est explicitée en Eq. 3.12 et 3.13 en page 35. C'est la granulométrie par ouvertures 3D (Matheron (1967) et Serra (1982)) qui permet d'estimer cette distribution en volume des rayons de fibres.

On pose  $g_{\alpha_1, b_1}(r)$ , la *distribution en volume* des rayons de fibres, et  $f_1(r)$  sa distribution en nombre. Comme il est expliqué au chapitre 3 à la section 3.5.1, la distribution en volume des rayons de fibres est ramenée au volume total du réseau fibreux. La *distribution en nombre* est, quant à elle, ramenée au nombre total de fibres. Dans la mesure où nous nous affranchissons dans cette étude de l'étape de segmentation du matériau en fibres individuelles, difficile à appliquer à nos images 3D de Thermisorel™ aux fibres très enchevêtrées et déchiquetées (Lux (2005) et Lux et al. (2006b)), nous disposons uniquement de la distribution en volume de leurs rayons par le biais de la granulométrie par ouvertures du réseau fibreux. Pour des raisons de rapidité d'exécution, c'est l'approximation de cette distribution estimée à l'aide de rhombicuboctaèdres, au chapitre 3 (Fig. 3.6 en page 36), qui est utilisée pour déterminer la loi de probabilité de  $R$  en volume, puis en nombre de fibres grâce aux propriétés de la loi gamma.

On extrait les paramètres de la loi gamma à partir de sa valeur moyenne et de sa variance grâce aux Eq. 4.23 et 4.24 dans le cas d'une distribution en volume gamma de paramètres  $\alpha_1$  et  $b_1$ . On note  $E_V[R]$  et  $VAR_V[R]$  respectivement l'espérance et la variance de la distribution en volume des rayons de fibres.

$$\alpha_1 = \frac{E_V[R]^2}{VAR_V(R)} \quad (4.23)$$

$$b_1 = \frac{E_V[R]}{VAR_V(R)} \quad (4.24)$$

Dans le cas du matériau réel en Fig. 2.7, les paramètres de la loi gamma se calant sur la distribution en volume des rayons de fibres de Thermisorel™ sont  $\alpha_1 = 6,53$  et  $b_1 = 0,164 \mu\text{m}^{-1}$ . De plus, il est possible de relier la distribution gamma en volume des rayons de cylindres à celle en nombre. La loi bivariable en volume  $h(r, l)$  qui régit simultanément les distributions en volume de  $R$  et  $L$  est exprimée en Eq. 4.25 dans le cas de lois  $R$  et  $L$  indépendantes. On note  $\xi$  la constante de normalisation de sorte que l'Eq. 4.26 est vérifiée, par définition générale d'une densité de probabilité.

$$h(r, l) = \frac{\pi r^2 f_1(r) l f_2(l)}{\xi} \quad (4.25)$$

$$\int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} h(r, l) dr dl = 1 \quad (4.26)$$

Une fois les Eq. 4.25 et 4.26 posées, on peut en déduire la constante de normalisation  $\xi$  (Eq. 4.27). On note  $E[R^2]$  et  $E[L]$  les moyennes des distributions en nombre respectivement des variables  $R^2$  et  $L$ .

$$\xi = \pi \int_0^{+\infty} r^2 f_1(r) dr \cdot \int_0^{+\infty} l f_2(l) dl = \pi E[R^2] E[L] \quad (4.27)$$

Or, comme les variables  $R$  et  $L$  sont indépendantes, on peut décorréler les deux variables aléatoires dans l'Eq. 4.28.

$$\begin{cases} h(r) = \int_0^{+\infty} h(r, l) dl = g_{\alpha_1, b_1}(r) \\ h(r) = \frac{1}{\xi} \left( \pi r^2 f_1(r) \int_0^{+\infty} l f_2(l) dl \right) = \frac{\pi r^2 f_1(r) E[L]}{\xi} \end{cases} \quad (4.28)$$

Par conséquent, les Eq. 4.27 et 4.28 permettent d'écrire l'Eq. 4.29 qui relie la distribution en volume  $g_{\alpha_1, b_1}(r)$  et la distribution en nombre  $f_1(r)$  des rayons de fibres.

$$g_{\alpha_1, b_1}(r) = \frac{r^2 f_1(r)}{E[R^2]} \quad (4.29)$$

En intégrant par parties l'Eq. 3.13 (en page 35), on peut écrire  $\Gamma(\alpha_1 + 1) = \alpha_1 \Gamma(\alpha_1)$ , qui implique alors que  $\Gamma(\alpha_1) = (\alpha_1 - 1)(\alpha_1 - 2) \Gamma(\alpha_1 - 2)$ .

$$\begin{cases} f_1(r) = E[R^2] r^{-2} g_{\alpha_1, b_1}(r) = E[R^2] \frac{b_1^{\alpha_1}}{\Gamma(\alpha_1)} r^{(\alpha_1 - 2) - 1} e^{-b_1 r} \\ f_1(r) = \frac{E[R^2] b_1^2}{(\alpha_1 - 2)(\alpha_1 - 1)} \frac{b_1^{\alpha_1 - 2}}{\Gamma(\alpha_1 - 2)} r^{(\alpha_1 - 2) - 1} e^{-b_1 r} \\ f_1(r) = \frac{E[R^2] b_1^2}{(\alpha_1 - 2)(\alpha_1 - 1)} g_{\alpha_1 - 2, b_1}(r) \end{cases} \quad (4.30)$$

Or, la distribution  $f_1(r)$  étant une densité de probabilité, elle vérifie l'Eq. 4.31 qui, avec l'Eq. 4.30, implique donc les Eq. 4.32 et 4.33.

$$\int_0^{+\infty} f_1(r) dr = \int_0^{+\infty} g_{\alpha_1 - 2, b_1}(r) dr = 1 \quad (4.31)$$

$$\Rightarrow \frac{E[R^2] b_1^2}{(\alpha_1 - 2)(\alpha_1 - 1)} = 1 \quad (4.32)$$

$$\Rightarrow f_1(r) = g_{\alpha_1 - 2, b_1}(r) \quad (4.33)$$

Enfin, on peut donc déduire de l'Eq. 4.33 que la distribution en nombre des rayons de fibres  $f_1(r)$  suit elle aussi une loi gamma de paramètres  $\alpha = (\alpha_1 - 2)$  et  $b = b_1$ . À titre indicatif, on peut également en déduire l'expression de  $E[R^2]$  dans l'Eq. 4.34.

$$E[R^2] = VAR[R] + E[R]^2 = \frac{(\alpha_1 - 2)(\alpha_1 - 1)}{b_1^2} = \frac{\alpha(\alpha + 1)}{b^2} \quad (4.34)$$

En conclusion, la distribution en nombre des rayons de fibres du Thermisorel™ réel en Fig. 2.7 à la résolution de  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$ , a pour paramètres  $\alpha = 4,53$  et  $b = 0,164 \mu\text{m}^{-1}$ .

#### 4.3.3 Distribution en nombre des longueurs de fibres

Comme il est exposé au chapitre 3 à la section 3.6, la distribution en nombre des longueurs de fibres de Thermisorel™ peut être calée sur une *loi exponentielle*, explicitée en Eq. 3.14 page 43. Le dispositif MorFi™ de caractérisation de fibres individuelles par analyse d'images 2D a été utilisé dans notre étude. La loi de probabilité en nombre des longueurs de fibres retenue pour notre modèle booléen de cylindres aléatoires est la distribution exponentielle d'espérance  $E[L]_A = 1654 \mu\text{m}$  de l'échantillon  $A$  de la Fig. 3.12(a). Ainsi, l'expression  $f_2(l)$  de notre modèle est exprimée en Eq. 4.35.

$$f_2(l) = \frac{1}{E[L]_A} e^{-l/E[L]_A} \quad (4.35)$$

#### 4.3.4 Validation par comparaison à la covariance théorique des pores simulés

Après avoir défini les distributions en nombre  $f_1(r)$  et  $f_2(l)$ , respectivement des rayons  $R$ , et des longueurs  $L$  des fibres cylindriques, et avant de poursuivre le travail de modélisation, une étape de validation de ces deux distributions s'impose. Dans cet objectif, nous comparons ci-après les covariances selon  $Oz$  et dans les plans  $xOy$  des pores de Thermisorel™ réel (en Fig. 2.7) à celles des pores simulés théoriques obtenus à partir des lois gamma  $f_1(r)$  et exponentielle  $f_2(l)$  décrites précédemment. De plus, la pertinence de la démarche d'extraction des distributions en nombre des rayons à partir du réseau fibreux sans individualiser les fibres, et des longueurs à l'aide de MorFi™, est validée par comparaison de ces deux lois à celles obtenues par *minimisation des moindres carrés* sur la covariance des pores du Thermisorel™ réel.

##### 4.3.4.1 Validation sur la covariance selon $Oz$ des pores simulés

La Fig. 4.6 représente les covariances  $Q_Z(h)$  expérimentale et théoriques des pores selon  $Oz$  de l'échantillon en Fig. 2.7 à la résolution de  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$ . La courbe en trait *rouge épais* est la covariance expérimentale du Thermisorel™ réel. Nous pouvons observer qu'elle atteint son palier sans oscillations, condition nécessaire pour un modèle booléen. Cette absence d'oscillations montre qu'un *processus hard-core de points* et de cylindres durs sans chevauchement n'est pas adéquat pour modéliser le Thermisorel™. Un processus de points de Poisson semble plus favorable pour modéliser ce matériau fibreux.

Le trait en pointillés moyens *bleus* représente la covariance théorique obtenue à partir de  $f_1(r)$ , la distribution gamma en nombre des rayons de fibres estimée à partir de la granulométrie expérimentale par ouvertures 3D par rhombicuboctaèdres ( $\alpha = 4,53$  et  $b = 0,164 \mu\text{m}^{-1}$ ) injectée dans les Eq. 4.7, 4.16 et 4.18. L'erreur quadratique moyenne (*MSE*) entre cette courbe en *bleu* et la courbe expérimentale en *rouge* est de  $MSE = 1,16 \times 10^{-5}$  dans la zone linéaire décroissante des deux courbes, pour  $0 \leq h \leq 56,16 \mu\text{m}$ . Malgré les approximations faites sur la distribution en nombre des rayons à cause de la forme imparfaitement sphérique des rhombicuboctaèdres, l'erreur *MSE* est relativement faible.

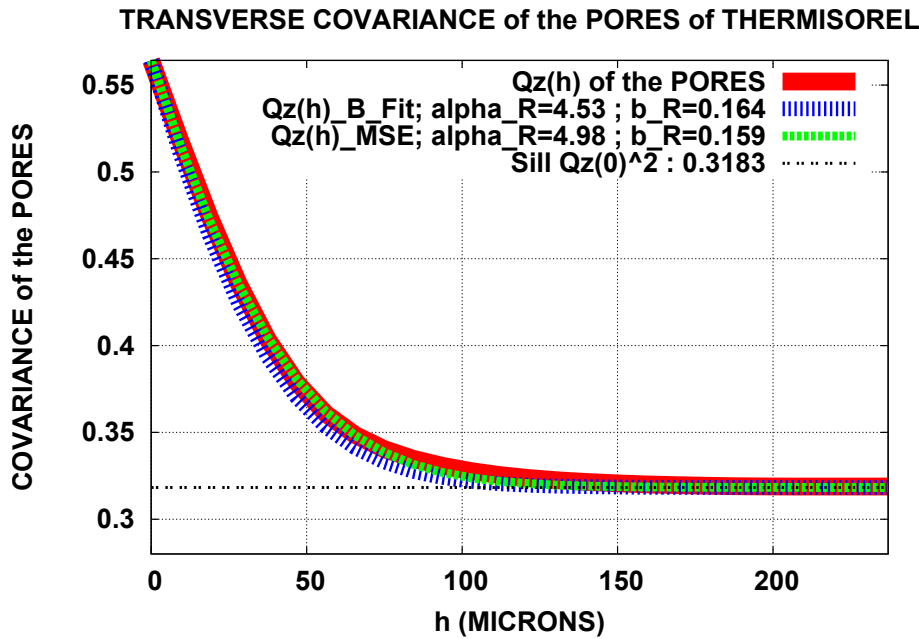


FIGURE 4.6 – Covariance des pores  $Q_Z(h)$  de Thermisorel™ selon  $O_z$ . Trait épais *rouge* : covariance expérimentale de l'échantillon en Fig. 2.7 (résolution :  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$ ) ; trait en pointillés moyens *bleus* : covariance théorique définie à partir de la loi gamma  $f_1(r)$  estimée à partir de la granulométrie expérimentale par ouvertures 3D par rhombicuboctaèdres ( $\alpha = 4,53$  et  $b = 0,164 \mu\text{m}^{-1}$ ) ; trait en pointillés fins *verts* : covariance théorique estimée par minimisation de l'erreur quadratique moyenne sur la covariance expérimentale de l'échantillon en Fig. 2.7.

Pour obtenir une meilleure estimation de la distribution des rayons de fibres, il est possible de chercher le couple  $(\alpha_{MSE}, b_{MSE})$  de  $f_1(r)$  qui minimise l'erreur quadratique moyenne *MSE* entre  $Q_Z(h)$  expérimentale et théorique dans la zone linéaire telle que  $0 \leq h \leq 56,16 \mu\text{m}$ . Le principe de cette méthode consiste à initialiser les paramètres  $\alpha$  et  $b$  de la distribution en nombre  $f_1(r)$  des rayons de fibres puis à les faire varier conjointement autour des valeurs estimées par granulométrie par ouverture. Pour l'échantillon de Thermisorel™ en Fig. 2.7, les paramètres  $\alpha_{MSE} = 4,98$  et  $b_{MSE} = 0,159 \mu\text{m}^{-1}$  minimisent l'erreur quadratique moyenne, de valeur :  $MSE = 0,84 \times 10^{-5}$  dans

### 4.3 Choix des paramètres pour le modèle 3D et de leurs lois de probabilité

la zone linéaire décroissante. Les deux couples théoriques  $(\alpha, b)$  et  $(\alpha_{MSE}, b_{MSE})$  et leurs  $MSE$  associées sont d'ailleurs très proches.

Comme le montre la Fig. 4.7 la distribution en volume des fibres de Thermisorel™ obtenue par ouverture par des rhombicuboctaèdres (en rouge) est très proche des deux distributions gamma en volume théoriques, l'une (en pointillés bleus) calée sur la granulométrie par ouverture expérimentale, et l'autre (en pointillés verts) déduite de la loi en nombre des rayons de fibres estimée par minimisation de l'erreur quadratique moyenne sur la covariance  $Q_Z(h)$  des pores de Thermisorel™ réel. D'ailleurs, les distributions en volume  $g_{\alpha_1, b_1}(r)$  et  $g_{\alpha_{1MSE}, b_{1MSE}}(r)$  ont respectivement pour paramètres  $(\alpha_1 = 6,53$  et  $b_1 = 0,164 \mu m^{-1})$ , et  $(\alpha_{1MSE} = 6,98$  et  $b_{1MSE} = 0,159 \mu m^{-1})$ .

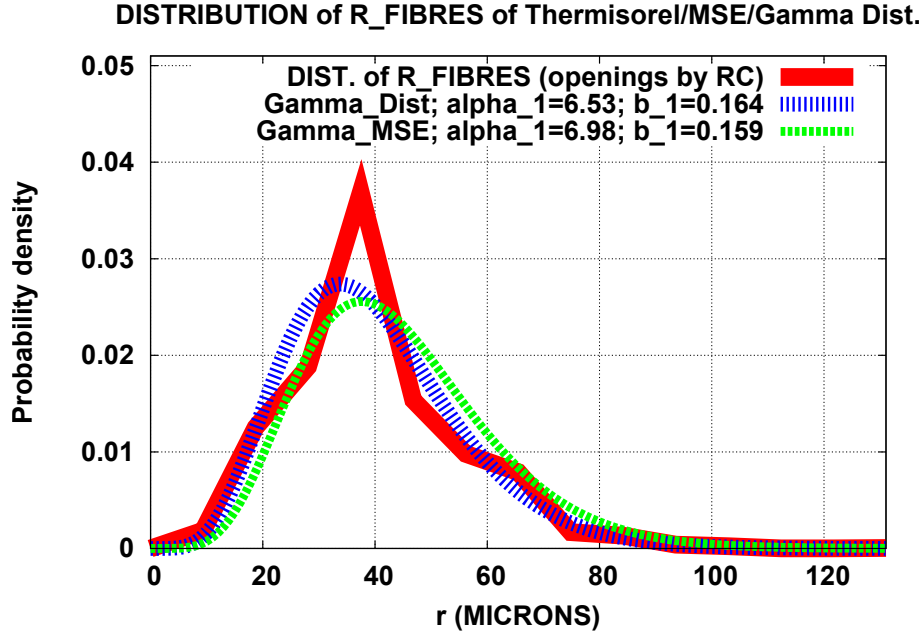


FIGURE 4.7 – Distribution en volume des rayons de fibres de Thermisorel™. Trait épais rouge : distribution expérimentale de l'échantillon en Fig. 2.7 (résolution :  $9,36 \mu m/voxel$ ) ; trait en pointillés moyens bleus : loi gamma théorique ( $\alpha = 6,53$  et  $b = 0,164 \mu m^{-1}$ ) définie à partir de la granulométrie expérimentale par ouvertures 3D par rhombicuboctaèdres ; trait en pointillés fins verts : loi gamma théorique ( $\alpha = 6,98$  et  $b = 0,159 \mu m^{-1}$ ) définie par minimisation de l'erreur quadratique moyenne sur la covariance expérimentale  $Q_Z(h)$  des pores de l'échantillon en Fig. 2.7.

Ce travail de minimisation de l'erreur quadratique sur la covariance des pores  $Q_Z(h)$  selon  $Oz$  permet d'obtenir un couple  $(\alpha_{MSE}, b_{MSE})$  pour la distribution gamma en nombre des rayons de fibres,  $f_1(r)$ , similaire à celui issu de la granulométrie par ouverture 3D des fibres par des rhombicuboctaèdres. Ainsi, deux aspects de notre méthode sont validés. En effet, le premier consiste en l'approximation de la granulométrie par des rhombicuboctaèdres (au lieu des sphères Fast-Marching plus gourmandes en temps de calcul et en mémoire) qui suffit à quantifier correctement la distribu-

tion en nombre  $f_1(r)$  des rayons de fibres, qu'il n'est alors pas nécessaire de segmenter individuellement. Ainsi, le second aspect de notre démarche consiste à réaliser les mesures morphologiques directement sur le réseau fibreux global enchevêtré.

#### 4.3.4.2 Validation sur la covariance dans les plans $xOy$ des pores simulés

La covariance  $Q_X(h)$  selon  $Ox$  des pores de Thermisorel™ permet de valider simultanément le choix des distributions en nombre gamma pour  $f_1(r)$  et exponentielle pour  $f_2(l)$ , respectivement des rayons et des longueurs de fibres. Sur la Fig. 4.8, la courbe en pointillés fins *verts* correspond à la covariance théorique selon  $Ox$  des pores du modèle booléen de cylindres aléatoires injectée dans les Eq. 4.7, 4.20 et 4.21, avec les paramètres estimés expérimentalement sur l'échantillon en Fig. 2.7 à la résolution de  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$ , à savoir :  $\alpha = 4,53$  et  $b = 0,164 \mu\text{m}^{-1}$  pour la loi gamma  $f_1(r)$ , et  $E[L] = 1654 \mu\text{m}$  pour la loi exponentielle  $f_2(l)$ . De plus, l'hypothèse de fibres d'orientations  $\psi$  uniquement réparties uniformément entre  $0$  et  $2\pi$  dans les plans  $xOy$  est avancée.

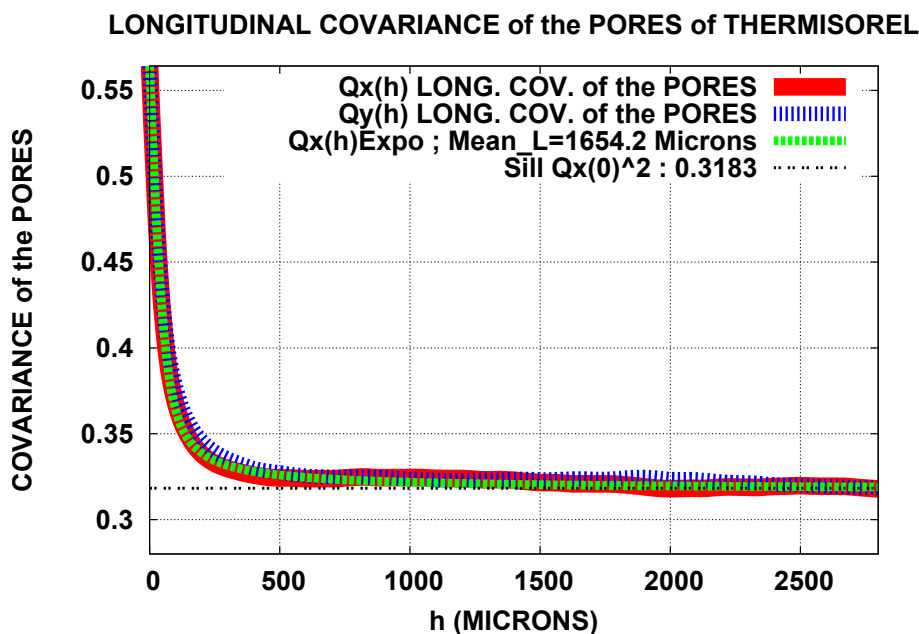


FIGURE 4.8 – Covariances  $Q_X(h)$  et  $Q_Y(h)$  des pores de Thermisorel™. Trait épais *rouge* et trait en pointillés moyens *bleus* : covariances expérimentales des pores respectivement selon  $Ox$  et  $Oy$  de l'échantillon en Fig. 2.7 (résolution :  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$ ) ; trait en pointillés fins *verts* : covariance théorique selon  $Ox$  calculée à partir des distributions gamma  $f_1(r)$ , et exponentielle  $f_2(l)$  estimées sur l'échantillon en Fig. 2.7 et de l'hypothèse de cylindres uniquement orientés uniformément dans les plans  $xOy$ .

Comme le montre la Fig. 4.8, la covariance théorique selon  $Ox$  des pores simulés (courbe en pointillés fins *verts*) se superpose bien avec celle des pores réels (courbe en *rouge*). L'erreur qua-



dratique moyenne entre la covariance selon  $Ox$  des pores réels et celle des pores simulés est de  $MSE = 0,27 \times 10^{-5}$ .

En conclusion, les lois gamma et exponentielle calées respectivement sur les distributions en nombre des rayons  $R$  et des longueurs  $L$  de fibres de Thermisorel™, ainsi que l'hypothèse de fibres cylindriques orientées uniquement dans les plans  $xOy$  en suivant une distribution uniforme entre  $0$  et  $2\pi$ , permettent d'obtenir des covariances théoriques selon  $Oz$  et dans les plans  $xOy$  des pores simulés presque identiques à celles du matériau fibreux réel. De plus, la distribution en volume des fibres de Thermisorel™ et la loi gamma  $g_{\alpha_1, b_1}(r)$  calée sur celle-ci, sont presque confondues avec la courbe obtenue par minimisation de l'erreur quadratique moyenne entre les covariances  $Q_Z(h)$  expérimentale et théorique.

#### 4.3.5 Distribution en nombre des orientations de fibres

Les distributions en nombre  $f_1(r)$  et  $f_2(l)$ , respectivement des rayons  $R$  et des longueurs  $L$  des fibres cylindriques, étant définies et validées, il reste encore à déterminer celles de leurs orientations  $(\psi, \phi)$  dans l'espace euclidien représenté en Fig. 4.9 en coordonnées sphériques. Même si l'hypothèse de fibres cylindriques, uniquement orientées dans les plans  $xOy$  perpendiculairement à l'axe de compression  $Oz$ , induit des covariances dans les plans  $xOy$  des pores simulés cohérentes avec celles des pores réels, il est possible d'améliorer encore le modèle en donnant aux fibres des orientations aléatoires par rapport aux plans  $xOy$ . En effet, si l'on peut continuer à considérer que l'angle aléatoire  $\Psi$  suit une distribution uniforme entre  $0$  et  $2\pi$ , l'angle  $\phi$  n'est plus uniquement constant égal à  $\frac{\pi}{2}$ .

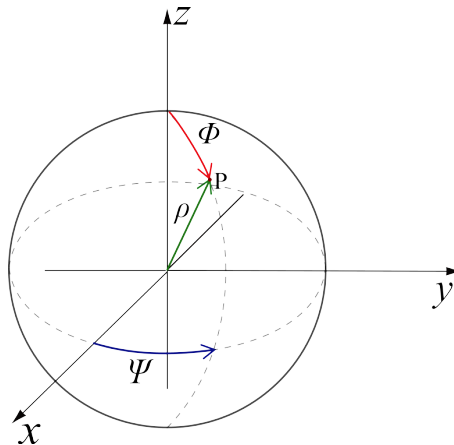


FIGURE 4.9 – Espace euclidien en coordonnées sphériques.

Dans leur modèle de milieu fibreux à l'aide de droites de Poisson dilatées, [Schladitz et al. \(2006\)](#) proposent une distribution bivariable fonction des angles aléatoires  $\Psi$  et  $\Phi$  permettant de simuler une compression du matériau fibreux, et donc de paramétrer leur anisotropie dans les plans contenant

### 4.3 Choix des paramètres pour le modèle 3D et de leurs lois de probabilité

l'axe  $Oz$ . Ce type d'approche est cohérent avec le procédé de fabrication du Thermisorel™ dont les fibres sont comprimées. La distribution bivariable fonction de  $\psi$  et  $\phi$  est explicitée en Eq. 4.36, avec  $\psi \in [0, 2\pi[$ , et  $\phi \in [0, \pi[$ .

$$p(\psi, \phi) = \frac{1}{4\pi} \frac{\beta \sin(\phi)}{[1 + (\beta^2 - 1) \cos^2(\phi)]^{3/2}} \quad (4.36)$$

Or, les orientations  $\Psi$  et  $\Phi$  sont indépendantes donc on peut décorréler les deux angles aléatoires et en déduire l'Eq. 4.37 qui vérifie bien l'Eq. 4.38. Comme on peut le constater dans l'Eq. 4.36, l'expression de la distribution  $p(\psi, \phi)$  ne dépend pas de  $\Psi$  qui suit une loi uniforme entre  $0$  et  $2\pi$ , indépendamment de  $\phi$  dont le comportement est régi par l'Eq. 4.37.

$$p(\phi) = \int_0^{2\pi} p(\psi, \phi) d\psi = 2\pi \cdot p(\psi, \phi) = \frac{1}{2} \frac{\beta \sin(\phi)}{[1 + (\beta^2 - 1) \cos^2(\phi)]^{3/2}} \quad (4.37)$$

$$\int_0^\pi \int_0^{2\pi} p(\psi, \phi) d\psi d\phi = \int_0^\pi p(\phi) d\phi = 1 \quad (4.38)$$

Le paramètre d'anisotropie sans dimension  $\beta$  permet de simuler la compression du matériau fibreux. Pour  $\beta = 1$ , les fibres sont orientées de façon *isotrope* dans le matériau. En revanche, à mesure que la valeur de  $\beta$  augmente, le matériau est de plus en plus comprimé. Ainsi, lorsque  $\beta$  tend vers l'*infini*, les fibres sont uniquement orientées dans les plans  $xOy$ , ce qui correspond à l'hypothèse d'isotropie transverse des fibres cylindriques que nous avons d'abord proposée, avec  $\phi = \frac{\pi}{2}$  pour tous les grains primaires.

La densité de probabilité  $p(\phi)$  de la distribution en Eq. 4.37 est représentée en Fig. 4.10(a), et sa fonction de répartition (Eq. 4.39) en Fig. 4.10(b) pour  $\beta = 1, 3$ , et  $10$ .

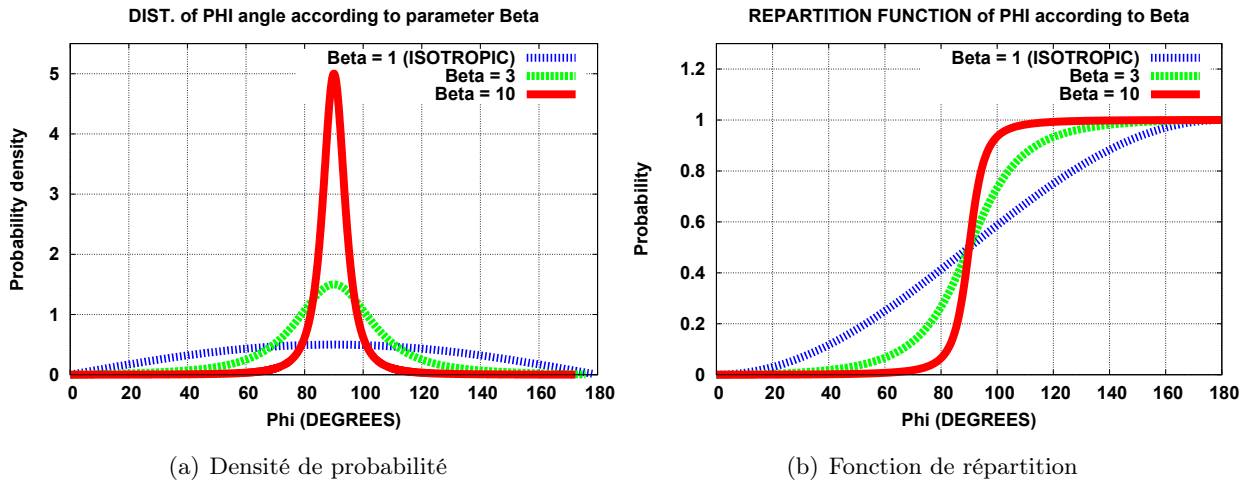


FIGURE 4.10 – Distribution des orientations  $\Phi$  en 3D pour  $\beta = 1, 3$  et  $10$ .

### 4.3 Choix des paramètres pour le modèle 3D et de leurs lois de probabilité

À titre indicatif, la Fig. 4.11 illustre l'influence du paramètre  $\beta$  sur l'orientation  $\Phi$  des fibres cylindriques pour  $\beta = 1, 10, 15$  et  $1000$ . On peut observer que dès  $\beta = 1000$ , les fibres sont orientées uniformément dans les plans  $xOy$ . On génère un nombre de  $10000$  fibres centrées dans une image de dimensions  $200 \times 200 \times 200$  voxels à une résolution de  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$ , soit un champ cubique de  $1,872 \text{ mm}$  de côté. Leurs rayons suivent la loi gamma en nombre de paramètres  $\alpha = 4,53$  et  $b = 0,164 \mu\text{m}^{-1}$ , et leurs longueurs la loi exponentielle de moyenne  $E[L]_A = 1654 \mu\text{m}$ .

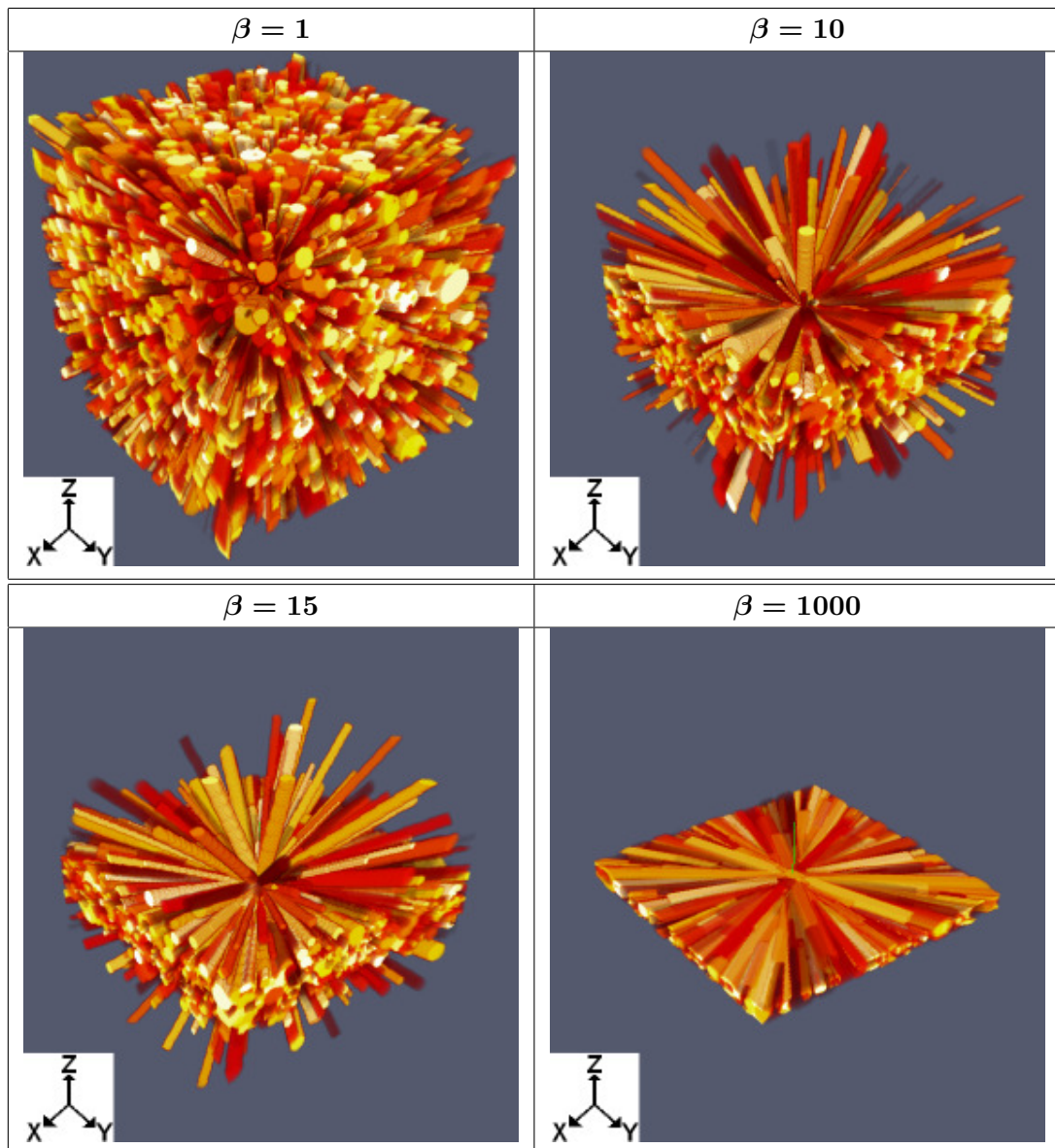


FIGURE 4.11 – Influence du paramètre  $\beta$  sur l'orientation  $\Phi$  des fibres cylindriques pour  $\beta = 1, 10, 15$  et  $1000$ .

## 4.4 Le modèle final retenu

Les étapes de modélisation précédentes ont permis de dresser le portrait du modèle final retenu pour modéliser la morphologie d'un matériau fibreux comme le Thermisorel™. Il s'agit donc d'un modèle booléen de cylindres aléatoires régi par six paramètres : un paramètre de résolution de l'image en sortie afin de définir l'échelle d'observation du milieu simulé, et cinq paramètres structurels indépendants de la résolution. Ces derniers rassemblent un paramètre de porosité pour en déduire l'intensité du processus de points de Poisson, deux paramètres pour la loi gamma de distribution des rayons de fibres, un paramètre de longueur moyenne pour la distribution exponentielle des longueurs de cylindres, puis un paramètre  $\beta$  pour définir les orientations de fibres dans l'espace euclidien.

Les six paramètres du modèle final sont les suivants :

**Résolution de l'image en sortie :** pour définir l'échelle d'observation du matériau simulé.

**Porosité  $q$  :** pour en déduire l'intensité du processus de points de Poisson.

**Loi gamma de paramètres  $\alpha$  et  $b$  :** pour définir la distribution des rayons  $R$  des fibres cylindriques.

**Loi exponentielle de paramètre  $E/L$  :** pour définir la distribution des longueurs  $L$  des fibres cylindriques.

**Anisotropie  $\beta$  :** pour définir la distribution des orientations  $\Phi$  des fibres cylindriques dans les plans contenant l'axe  $Oz$ , leurs orientations  $\Psi$  dans les plans  $xOy$  suivant une loi uniforme entre  $0$  et  $2\pi$ .

Pour le modèle booléen de cylindres aléatoires, les expressions théoriques des covariances selon  $Oz$  et dans les plans  $xOy$  des fibres, décrites à la section 4.2.3, sont valables uniquement lorsque  $\beta = +\infty$ , c'est-à-dire lorsque les fibres sont exclusivement orientées uniformément dans les plans  $xOy$ , avec  $\Phi = \frac{\pi}{2}$ . En effet, lorsque  $\beta = 10$ , les covariogrammes géométriques moyens des grains primaires  $\overline{K_{Z_{Cyl}}}(h)$  (Eq. 4.15) et  $\overline{K_{xOy_{Cyl}}}(h)$  (Eq. 4.20), respectivement selon  $Oz$  et dans les plans  $xOy$ , ne dépendent plus du covariogramme géométrique moyen des sections de disques  $\overline{K_{Z_{Disque}}}(h)$ , mais plutôt de celui de sections d'ellipses, puisque l'orientation  $\Phi$  n'est plus constante et égale à  $\frac{\pi}{2}$ .



## Chapitre 5

# Validation du modèle morphologique 3D

### 5.1 Validation par mesures morphologiques 3D

Dans ce chapitre 5, le modèle booléen de cylindres aléatoires 3D proposé au chapitre 4 est validé par mesures morphologiques. Pour ce faire, des simulations de ce modèle théorique sont générées en 3D, puis les images obtenues sont analysées par les méthodes de traitement d'images présentées au chapitre 3. Les caractéristiques morphologiques des milieux simulés sont ensuite comparées à celles du Thermisorel™, également décrites au chapitre 3 (Peyrega *et al.* (2009a,b,c)).

### 5.2 Comparaison des images simulées et réelles

#### 5.2.1 Simulations

Les simulations en 3D du modèle final sont obtenues à partir des cinq paramètres structurels extraits des propriétés morphologiques de l'échantillon de Thermisorel™ en Fig. 2.7, à la résolution de  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$ . L'échelle d'observation du milieu simulé est définie par la résolution qu'on relie aux paramètres  $b$  et  $E[L]$  du modèle de façon à convertir leurs valeurs respectivement en  $\text{voxel}^{-1}$  et en  $\text{voxels}$ .

<b>Résolution</b>	$9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$
<b>q</b>	$0,564$
<b><math>\alpha</math></b>	$4,53$
<b>b</b>	$0,164 \mu\text{m}^{-1} \times \text{resolution} (\mu\text{m}/\text{voxel}) = 1,535 \text{voxel}^{-1}$
<b>E[L]</b>	$\frac{1654 (\mu\text{m})}{\text{resolution} (\mu\text{m}/\text{voxel})} = 177 \text{voxels}$
<b><math>\beta</math></b>	$+\infty$ ou $10$

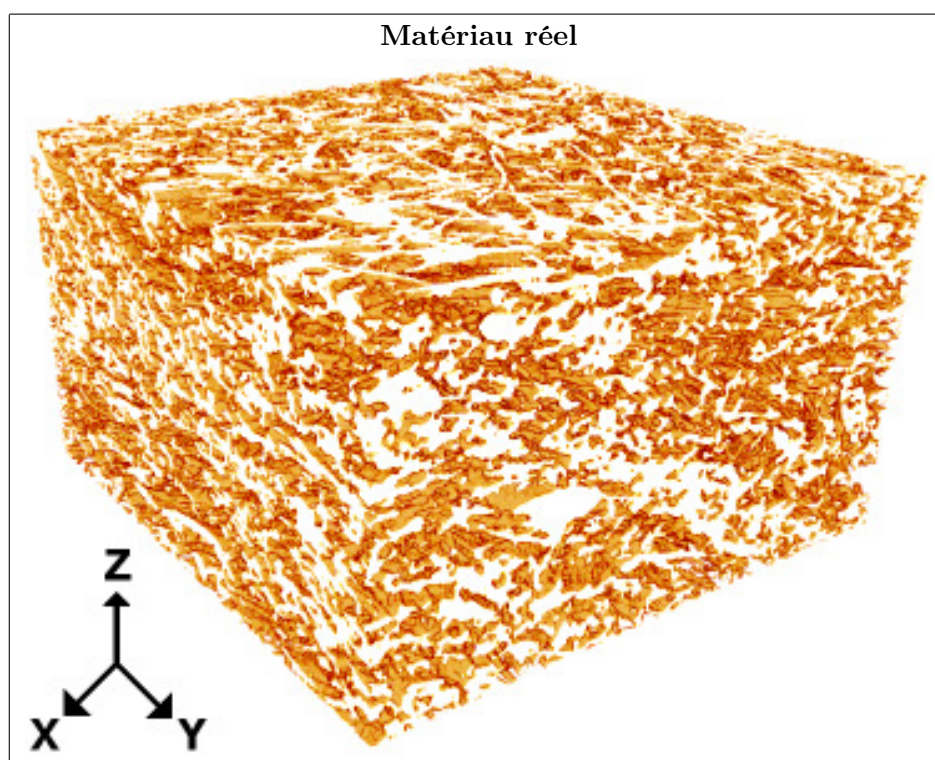
TABLE 5.1 – Paramètres du modèle de Thermisorel™ à la résolution de  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$ .

## 5.2 Comparaison des images simulées et réelles

Les six paramètres choisis pour modéliser le Thermisorel™ et valider les propriétés morphologiques du matériau simulé sont rassemblés en Table 5.1. Nous pouvons également noter que les paramètres de la loi gamma sont ceux de la distribution en nombre  $f_1(r)$  des rayons de fibres de Thermisorel™ estimée à partir de la granulométrie par ouvertures par des rhombicuboctaèdres.

Sur la Fig. 5.1, on peut comparer au matériau réel deux simulations de Thermisorel™ modélisées à la résolution de  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$  dont les paramètres sont les mêmes que ceux listés en Table 5.1, excepté pour le paramètre  $\beta$  pour lequel les deux milieux simulés diffèrent. Pour l'échantillon tel que  $\beta = +\infty$ , les cylindres sont uniquement orientés uniformément dans les plans  $xOy$ , en d'autres termes,  $\Phi = \frac{\pi}{2}$  et est constante pour toutes les fibres cylindriques dont l'orientation  $\Psi$  suit une distribution uniforme entre  $0$  et  $2\pi$ . En revanche, les fibres du second échantillon en Fig. 5.1, simulées avec le paramètre  $\beta = 10$ , ont des orientations  $\Phi$  aléatoires. Les cylindres générés en 3D sur trame cubique dans des images volumiques sont tracés à partir de l'algorithme de tracé de segments sur trame discrète de Bresenham (1965) et de la méthode décrite en annexe D.

Les deux simulations (Fig. 5.1) ont été générées en  $4 \text{ minutes}$  pour environ  $18000$  cylindres sur un ordinateur de bureau équipé d'un processeur Intel™ Core 2 Extreme X6800 cadencé à  $2,93 \text{ GHz}$ .



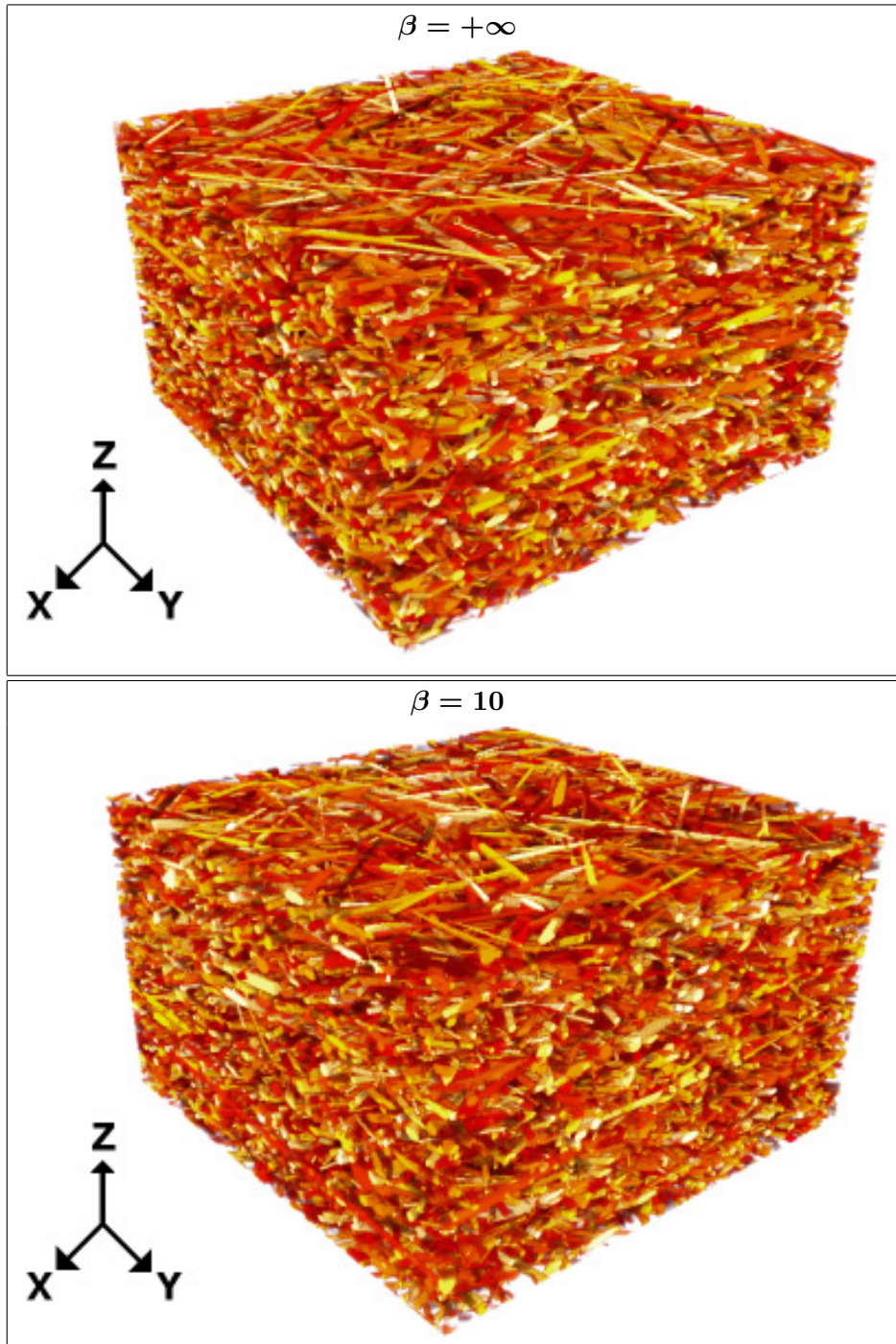


FIGURE 5.1 – Thermisorel™ réel et simulations 3D pour  $\beta = +\infty$  et  $\beta = 10$ . Dimensions :  $600 \times 600 \times 360$  voxels, soient  $5,6 \times 5,6 \times 3,4 \text{ mm}^3$ ; résolution :  $9,36 \text{ }\mu\text{m}/\text{voxel}$ .



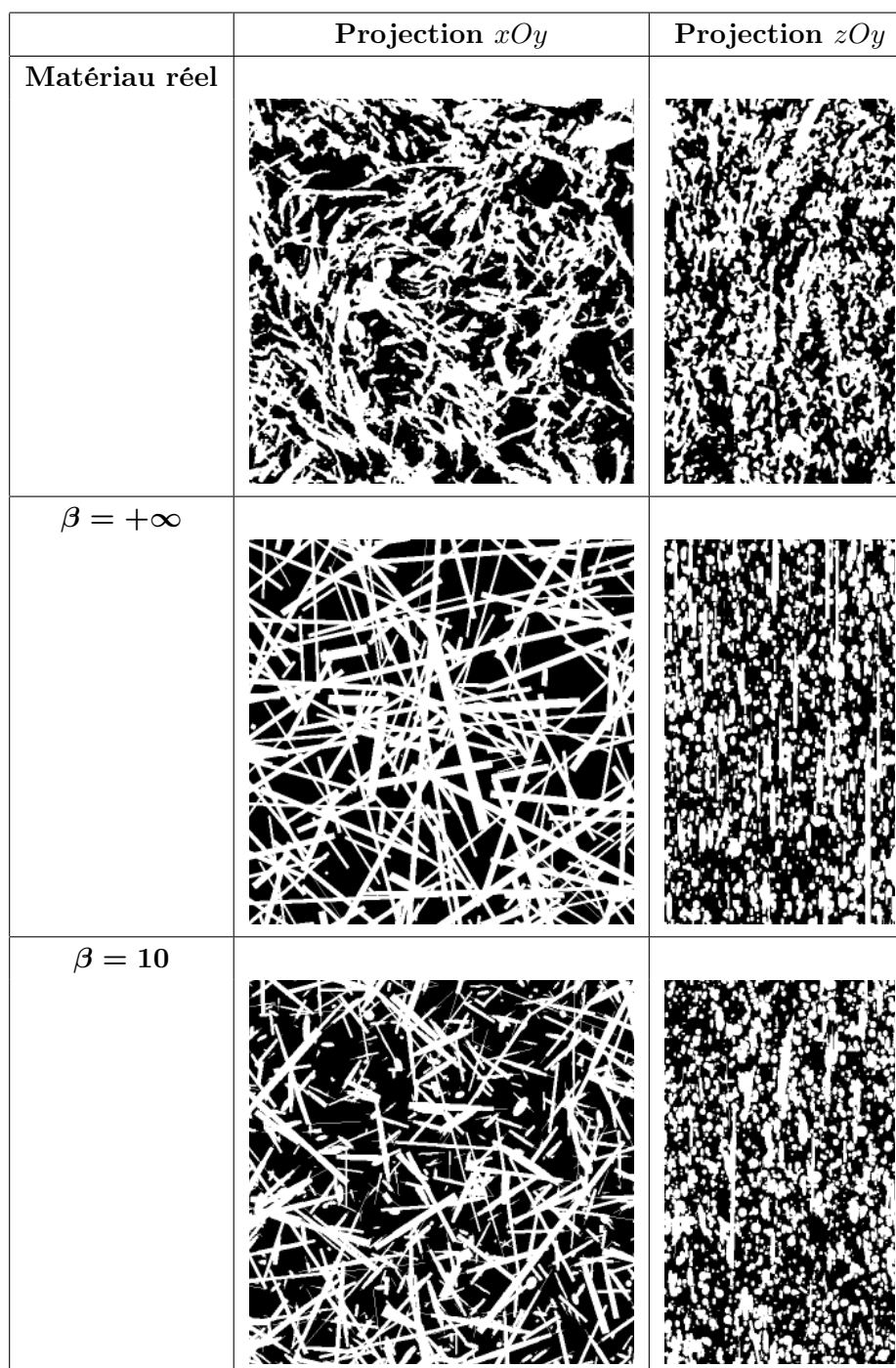


FIGURE 5.2 – Thermisorel™ réel et simulations en projections 2D  $xOy$  et  $zOy$  pour  $\beta = +\infty$  et  $\beta = 10$ . Dimensions :  $600 \times 600 \times 360$  voxels, soient  $5,6 \times 5,6 \times 3,4 \text{ mm}^3$  ; résolution :  $9,36 \text{ }\mu\text{m/voxel}$ .

Sur la Fig. 5.2, on peut observer des projections en 2D de Thermisorel™ réel et simulé respectivement en projection dans les plans  $xOy$  et  $zOy$  à la résolution de  $9,36 \mu m/voxel$ . Pour  $\beta = +\infty$ , les fibres cylindriques sont uniquement orientées dans les plans  $xOy$  perpendiculairement à l'axe  $Oz$ , par conséquent, on observe des sections rectangulaires et des d'ellipses uniquement allongées dans la direction verticale  $Oy$  tangente aux plans  $xOy$  sur la Fig. 5.2. En revanche, lorsque  $\beta = 10$ , l'anisotropie des fibres cylindriques induit des sections rectangulaires et elliptiques même dans les plans  $xOy$ , et les plans  $zOy$  présentent des sections d'ellipses qui ne sont plus uniquement orientées dans les plans  $xOy$  (Fig. 5.2). Conformément au modèle booléen, les fibres cylindriques des deux simulations se chevauchent.

### 5.2.2 Mesures morphologiques sur les milieux simulés

Même si les milieux fibreux représentés en Fig. 5.1 et 5.2 ont été simulés à partir de caractéristiques morphologiques de matériau réel, et même si les simulations semblent reproduire fidèlement la morphologie du Thermisorel™, il faut encore valider le modèle en comparant les mesures morphologiques des milieux simulés à celles du matériau réel analysé au chapitre 3. Comme précédemment, le Thermisorel™ réel de référence est celui représenté en Fig. 2.7 à la résolution de  $9,36 \mu m/voxel$  et dont les caractéristiques morphologiques sont également tirées du chapitre 3.

#### 5.2.2.1 Profils de densité de fibres

Sur les profils de densité de fibres en Fig. 5.3, on peut observer que les trois matériaux sont homogènes dans les trois directions de l'espace  $Ox$ ,  $Oy$  et  $Oz$  et ont des porosités du même ordre de grandeur (Table 5.2). De plus, les profils de la simulation ayant un  $\beta = 10$  semblent plus cohérents avec ceux du Thermisorel™ réel, que ne le sont ceux du milieu simulé avec  $\beta = +\infty$ . En effet, avec  $\beta = +\infty$ , et donc des fibres cylindriques uniquement orientées dans les plans  $xOy$ , les profils de densité de fibres selon  $Oz$  oscillent davantage que pour le matériau réel. En réalité, il existe une légère anisotropie des fibres dans les plans contenant l'axe  $Oz$ , c'est pourquoi les profils de la simulation avec  $\beta = 10$  ont des oscillations plus proches de celles du matériau réel.

Échantillon	Porosité
Matériau réel	56,4 %
$\beta = +\infty$	56,3 %
$\beta = 10$	56,5 %

TABLE 5.2 – Porosités du Thermisorel™ réel et simulé pour  $\beta = +\infty$  et  $\beta = 10$ .

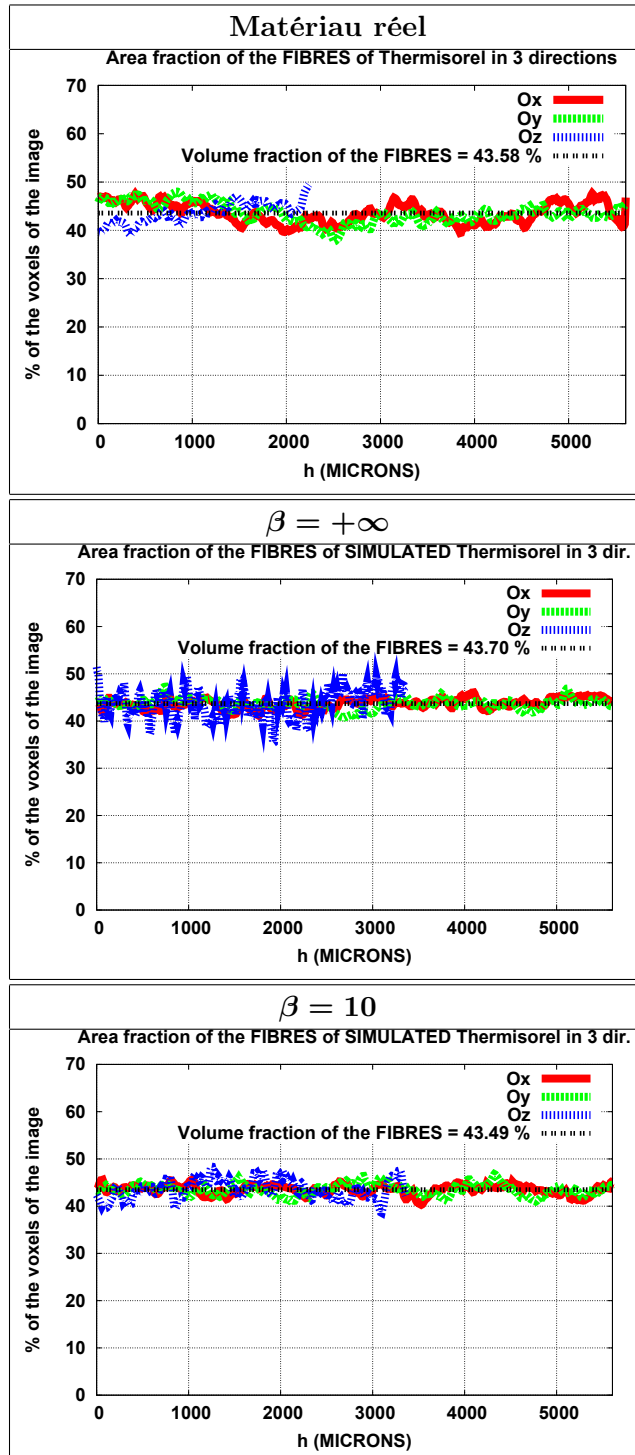


FIGURE 5.3 – Profils de densité de fibres pour du Thermisorel™ réel et simulé pour  $\beta = +\infty$  et  $\beta = 10$  à une résolution de 9,36  $\mu\text{m}/\text{voxel}$ .

5.2.2.2 Covariance selon  $Oz$  des fibres

Comme le montre la Fig. 5.4, les covariances selon  $Oz$  des fibres des deux milieux simulés sont presque confondues avec celle du Thermisorel™ réel. Par conséquent, les trois matériaux présentent des longueurs caractéristiques transverses du même ordre de grandeur. Conformément aux attentes pour un modèle booléen, les covariances selon  $Oz$  des deux milieux simulés atteignent bien le palier de valeur  $p^2$  sans osciller autour de lui.

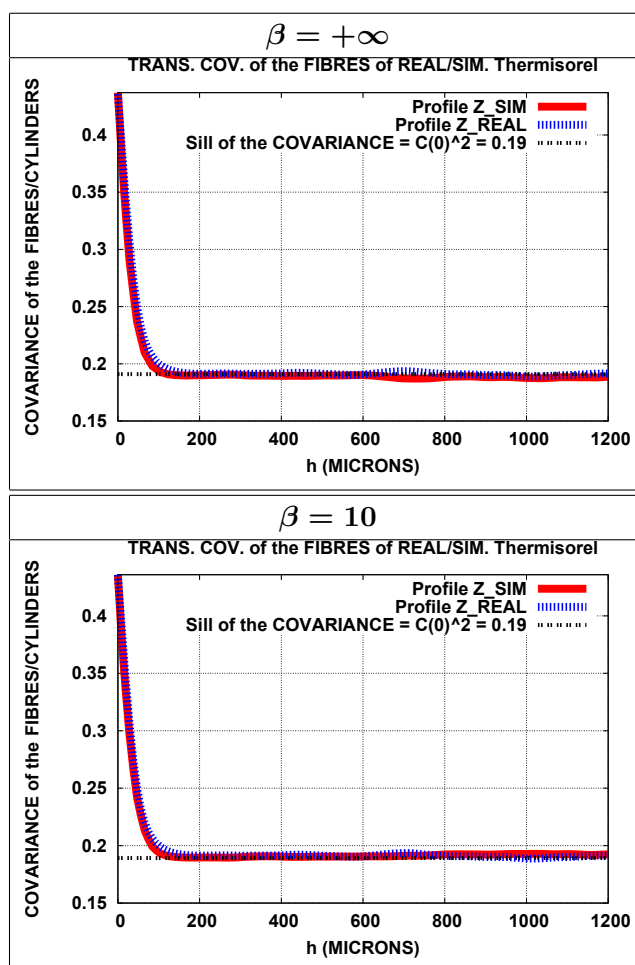


FIGURE 5.4 – Covariance selon  $Oz$  des fibres de Thermisorel™ réel (en pointillés bleus) et simulé (en rouge) pour  $\beta = +\infty$  et  $\beta = 10$  à une résolution de  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$ .

5.2.2.3 Covariance dans les plans  $xOy$  des fibres

Si l'on se penche sur les covariances selon  $Ox$  et  $Oy$  des fibres des deux simulations (Fig. 5.5) on peut également constater qu'elles sont confondues avec celles du matériau réel. Par conséquent,

même les longueurs caractéristiques longitudinales des trois matériaux sont du même ordre de grandeur. De plus, l'anisotropie globale des fibres et leur isotropie transverse dans les plans  $xOy$  sont confirmées pour les trois matériaux dont les covariances selon  $Ox$  et  $Oy$  sont presque confondues deux à deux et différentes de la covariance selon  $Oz$  pour chaque matériau.

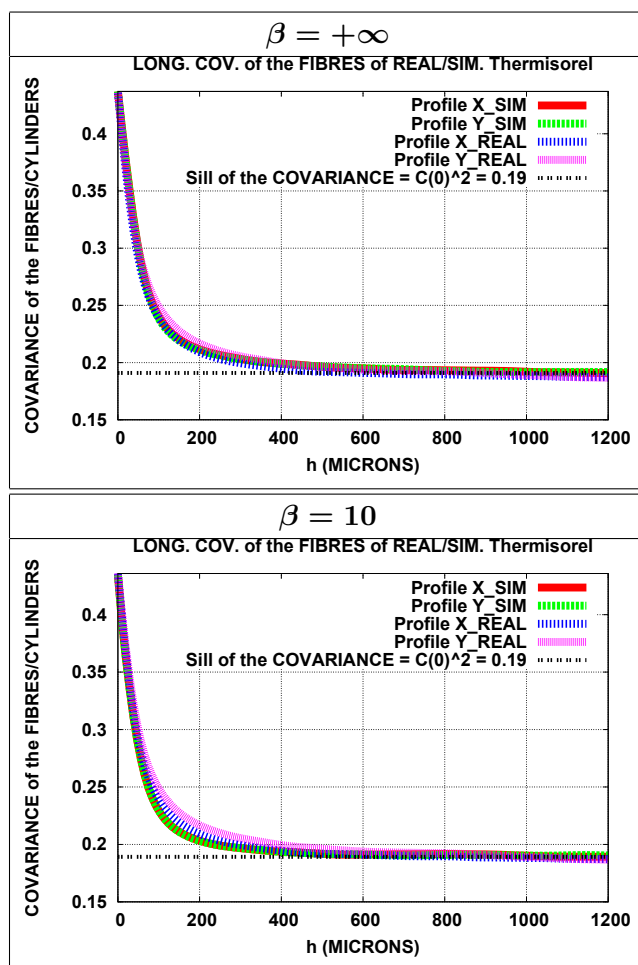


FIGURE 5.5 – Covariance dans les plans  $xOy$  des fibres de Thermisorel™ réel (en pointillés bleus et roses) et simulé (en rouge et pointillés verts) pour  $\beta = +\infty$  et  $\beta = 10$  à une résolution de  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$ .

Pour  $\beta = +\infty$  (Fig. 5.5), l'isotropie transverse des fibres est manifeste puisque les deux covariances selon  $Ox$  (en rouge) et  $Oy$  (en vert) se superposent parfaitement, ce qui est cohérent avec la modélisation en elle-même qui ne génère que des fibres orientées dans les plans  $xOy$  dans ce milieu. Pour la simulation telle que  $\beta = 10$  (Fig. 5.5), les deux covariances selon  $Ox$  (en rouge) et  $Oy$  (en vert) sont également confondues. De plus, pour  $\beta = 10$ , même si les deux covariances dans les plans  $xOy$  sont légèrement moins proches de celles du matériau réel que ne le sont celles du milieu simulé

avec  $\beta = +\infty$ , les covariances des trois matériaux atteignent toutes leur palier  $p^2$  autour de la même longueur caractéristique, et ce sans osciller autour du palier une fois atteint.

Par conséquent, on peut considérer que les deux simulations présentent des covariances selon  $Oz$  et dans les plans  $xOy$  similaires à celles du Thermisorel™ réel avec les mêmes longueurs caractéristiques, des anisotropies de fibres similaires et enfin les mêmes comportements stables autour du palier  $p^2$ .

### 5.2.2.4 Surface spécifique

Le troisième paramètre à comparer est la surface spécifique des trois milieux. Dans notre problème d'acoustique, la surface de l'interface entre les fibres et les pores est primordiale puisque les pertes d'énergie de l'onde acoustique se font par frottements visqueux et thermiques dans la couche limite. Estimées comme précédemment par la méthode stéréologique et la formule de Crofton présentée au chapitre 3 en Eq. 3.7 (page 30), les surfaces spécifiques et les surfaces de contact fibres-pores de panneaux de Thermisorel™ réel et simulé (de dimensions  $500 \times 500 \times 20 \text{ mm}^3$ ) sont rassemblées en Table 5.3. Ainsi, il apparaît que les trois échantillons ont des surfaces spécifiques très proches. D'ailleurs, les deux simulations ont presque les mêmes valeurs à  $0,4 \text{ mm}^{-1}$  près, dernière preuve de la robustesse de ce modèle booléen de cylindres aléatoires qui, de plus, reste cohérent avec le Thermisorel™ réel indépendamment du paramètre  $\beta$ , même au niveau de la surface spécifique. Enfin, d'après la formule de Crofton, la surface spécifique étant estimée par moyenne sur 26 directions des pentes à l'origine des covariances, il n'est pas surprenant d'obtenir des valeurs de  $S_V$  similaires pour les trois milieux fibreux puisque les covariances des fibres réelles et simulées selon  $Oz$  et dans les plans  $xOy$  sont presque confondues pour les trois milieux.

	Matériau réel	$\beta = +\infty$	$\beta = 10$
$S_v \text{ (mm}^{-1}\text{)}$	15,6	17,3	17,7
$S_{\text{panneau}} \text{ (m}^2\text{)}$	78	86,3	88,6

TABLE 5.3 – Surface spécifique et surface de contact air-fibres pour des panneaux (dimensions  $500 \times 500 \times 20 \text{ mm}^3$ ) de Thermisorel™ réel et simulés pour  $\beta = +\infty$  et  $\beta = 10$  à une résolution de  $9,36 \text{ }\mu\text{m/voxel}$ .

### 5.2.2.5 Granulométrie par ouverture des fibres

Les Fig. 5.6 et 5.7 représentent les distributions en volume des rayons de fibres obtenues par ouvertures 3D respectivement à l'aide de rhombicuboctaèdres et de sphères Fast Marching, ainsi que leurs lois gamma correspondantes, estimées à partir des Eq. 4.23 et 4.24 en page 86 du chapitre 4.

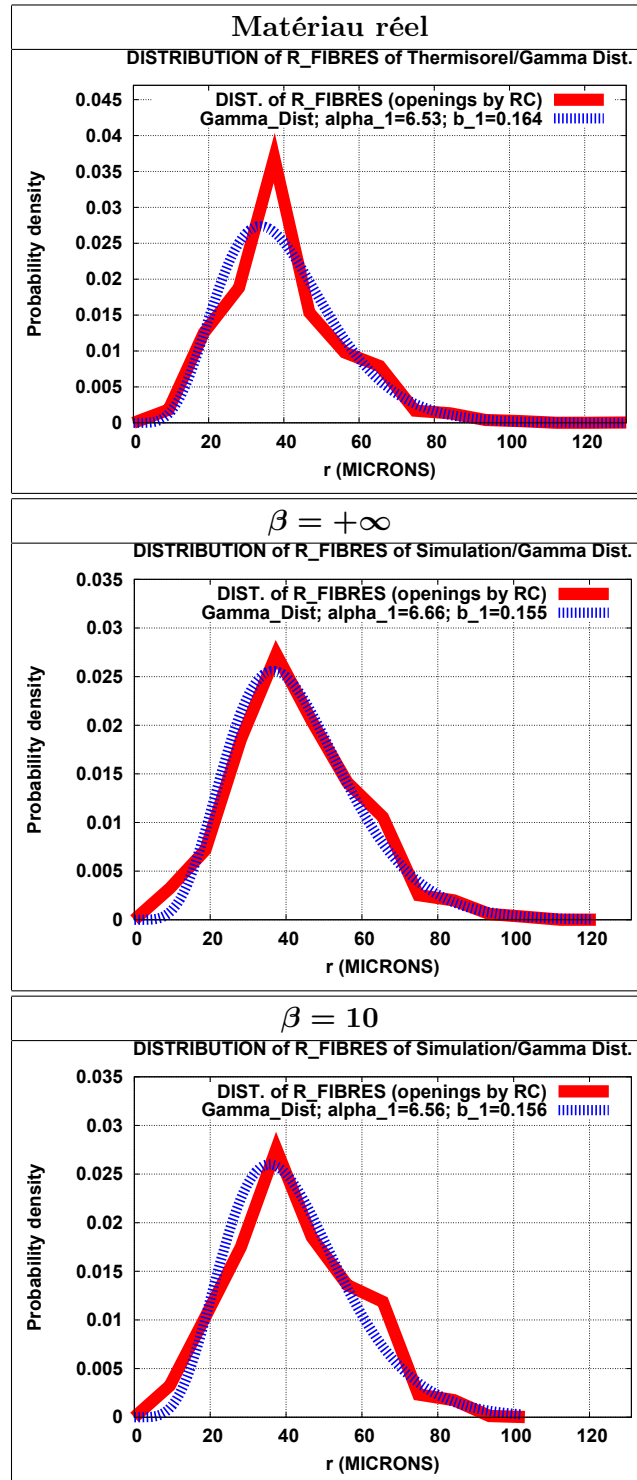


FIGURE 5.6 – Calage de lois gamma sur les distributions en volume des rayons de fibres de Thermisorel™ réel et simulé pour  $\beta = +\infty$  et  $\beta = 10$  à une résolution de  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$  (élément structurant RC).

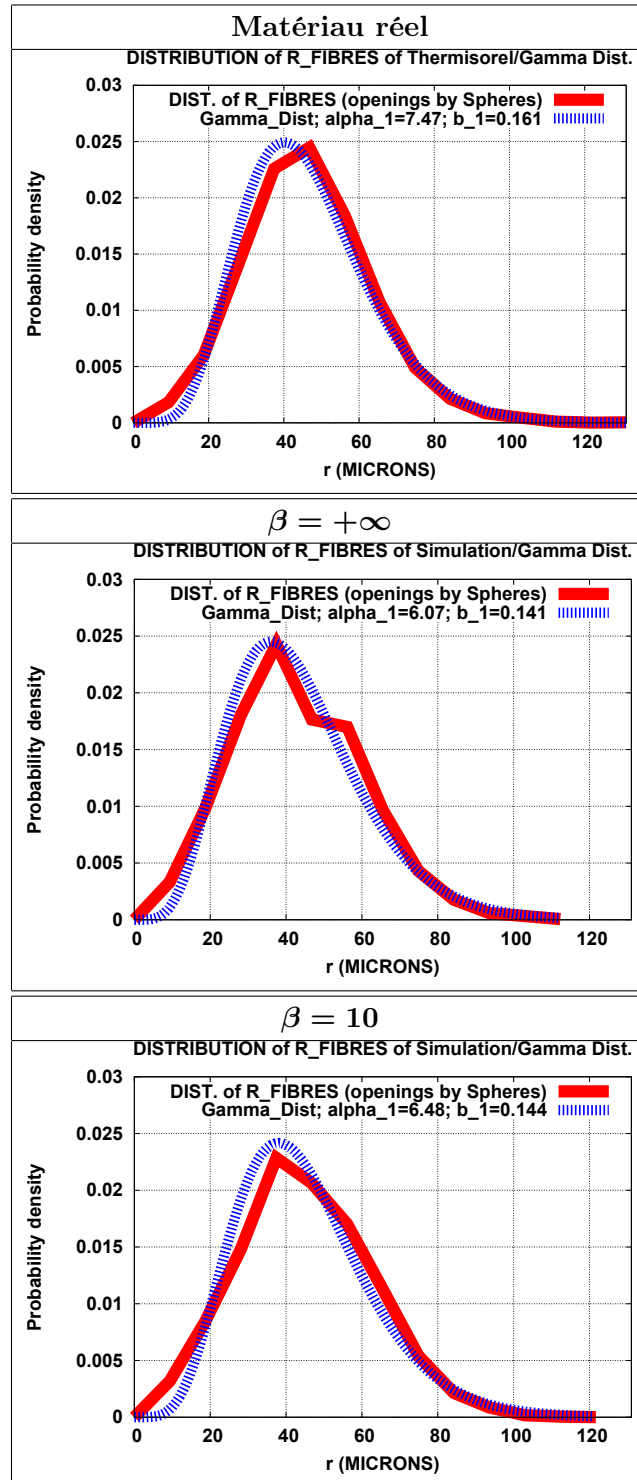


FIGURE 5.7 – Calage de lois gamma sur les distributions en volume des rayons de fibres de Thermisorel™ réel et simulé pour  $\beta = +\infty$  et  $\beta = 10$  à une résolution de  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$  (élément structurant Sphère FM).



## 5.2 Comparaison des images simulées et réelles

Pour les milieux simulés, la différence d'allure de la granulométrie par ouverture 3D par des rhombicuboctaèdres et celle par des sphères est moins manifeste que pour le matériau réel. En effet, d'une manière générale, le modèle étant généré à partir de cylindres, les deux méthodes d'analyse (RC ou bien sphères FM) permettent d'obtenir des distributions de rayons similaires pour une simulation donnée ( $\beta = +\infty$  ou  $\beta = 10$ ) (Fig. 5.6 et 5.7), avec des valeurs moyennes et des écarts-types du même ordre de grandeur (Tables 5.4 et 5.5).

<b>RC</b>	Matériau réel	$\beta = +\infty$	$\beta = 10$
$r_{Maximal}$ ( $\mu\text{m}$ )	131	121,7	103
$r_{Moyen}$ ( $\mu\text{m}$ )	39,8	43	42,1
$\sigma_r$ ( $\mu\text{m}$ )	15,6	16,7	16,4

TABLE 5.4 – Valeurs maximales, moyennes et écarts-types des rayons de fibres de Thermisorel™ réel et simulé pour  $\beta = +\infty$  et  $\beta = 10$  à une résolution de  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$  (granulométrie en volume par élément structurant RC).

<b>Sphère FM</b>	Matériau réel	$\beta = +\infty$	$\beta = 10$
$r_{Maximal}$ ( $\mu\text{m}$ )	131	112,3	121,7
$r_{Moyen}$ ( $\mu\text{m}$ )	46,4	43,1	45
$\sigma_r$ ( $\mu\text{m}$ )	17	17,5	17,7

TABLE 5.5 – Valeurs maximales, moyennes et écarts-types des rayons de fibres de Thermisorel™ réel et simulé pour  $\beta = +\infty$  et  $\beta = 10$  à une résolution de  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$  (granulométrie en volume par élément structurant Sphère FM).

Les distributions en volume des rayons de fibres cylindriques des deux milieux simulés suivent des lois gamma légèrement différentes de celle du matériau réel pour chaque méthode d'analyse (par rhombicuboctaèdres ou par sphères Fast Marching). Cependant, les trois lois gamma calées sur ces distributions en volume ont des paramètres relativement similaires (Tables 5.6 et 5.7). Cela montre la cohérence de notre modèle morphologique, pour lequel la granulométrie des fibres des simulations est pertinente avec celle du Thermisorel™ réel, elle-même utilisée comme entrée du modèle.

RC	Matériau réel	$\beta = +\infty$	$\beta = 10$
$\alpha$	6,53	6,66	6,56
$b$ ( $\mu\text{m}^{-1}$ )	0,164	0,155	0,156

TABLE 5.6 – Paramètres  $\alpha$  et  $b$  des lois gamma calées sur les distributions en volume des rayons de fibres de Thermisorel™ réel et simulé pour  $\beta = +\infty$  et  $\beta = 10$  à une résolution de  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$  (élément structurant RC).

Sphère FM	Matériau réel	$\beta = +\infty$	$\beta = 10$
$\alpha$	7,47	6,07	6,48
$b$ ( $\mu\text{m}^{-1}$ )	0,161	0,141	0,144

TABLE 5.7 – Paramètres  $\alpha$  et  $b$  des lois gamma calées sur les distributions en volume des rayons de fibres de Thermisorel™ réel et simulé pour  $\beta = +\infty$  et  $\beta = 10$  à une résolution de  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$  (élément structurant Sphère FM).

### 5.2.2.6 Granulométrie par ouverture des pores

Concernant la granulométrie par ouverture des pores, la différence entre milieux simulés et réel est plus marquée (Fig. 5.8 et 5.9). En revanche, les distributions des rayons de pores simulés (Fig. 5.8) obtenues par rhombicuboctaèdres présentent des maxima locaux similaires en  $r = 37,4 \mu\text{m}$  et  $r = 65,5 \mu\text{m}$ , ainsi que des minima locaux aux mêmes rayons  $r = 28,1 \mu\text{m}$ ,  $r = 46,8 \mu\text{m}$  et  $r = 56,2 \mu\text{m}$  que les pores réels. Ces oscillations brusques observables sur la Fig. 5.8 pour les granulométries des trois milieux poreux est apparemment un artéfact lié à la forme des rhombicuboctaèdres, utilisés comme éléments structurants des ouvertures. En effet, les granulométries des pores par des sphères Fast Marching ne présentent pas ces oscillations, elles s'apparentent, au contraire, davantage à des lois gamma comme le montre la Fig. 5.9.

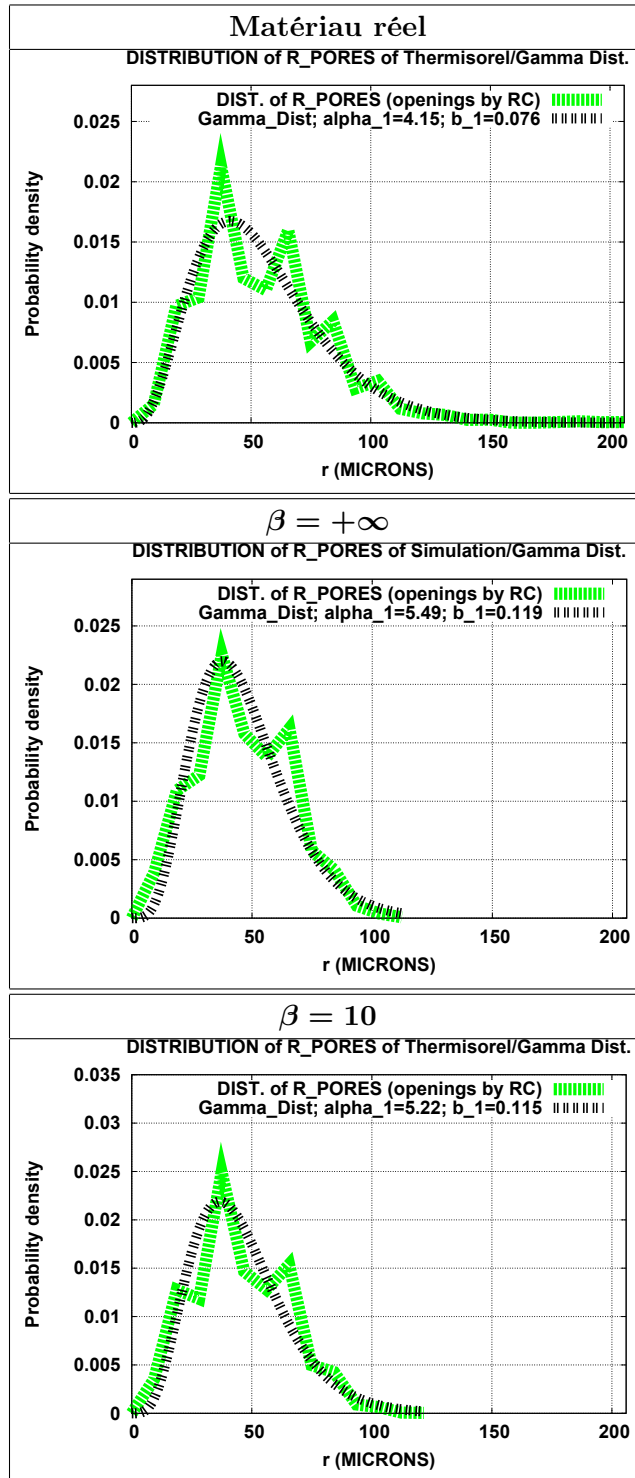


FIGURE 5.8 – Calage de lois gamma sur les distributions en volume des rayons de pores de Thermisorel™ réel et simulé pour  $\beta = +\infty$  et  $\beta = 10$  à une résolution de  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$  (élément structurant RC).

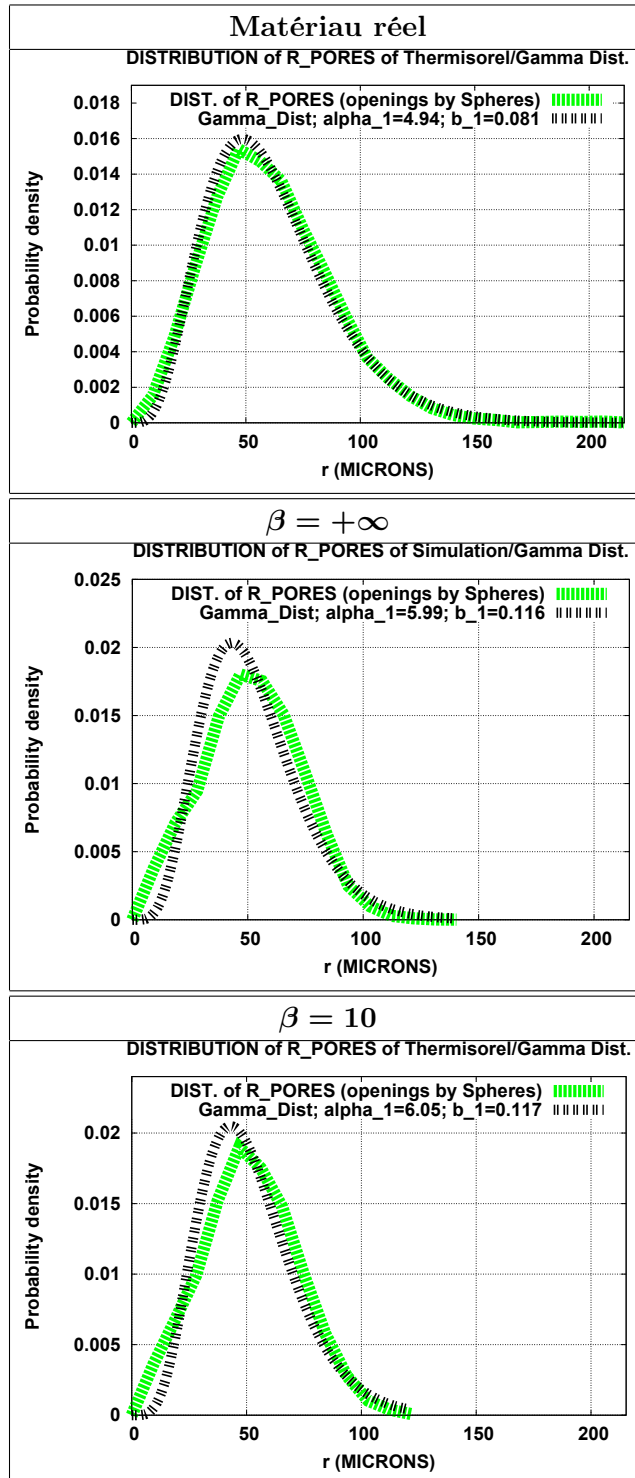


FIGURE 5.9 – Calage de lois gamma sur les distributions en volume des rayons de pores de Thermisorel™ réel et simulé pour  $\beta = +\infty$  et  $\beta = 10$  à une résolution de  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$  (élément structurant Sphère FM).

## 5.2 Comparaison des images simulées et réelles

Comme pour la granulométrie des fibres, les distributions en volume des rayons des pores des deux simulations ont des valeurs moyennes et des écarts-types similaires pour une méthode d'analyse donnée (RC ou bien sphère FM) comme le montrent les Tables 5.8 et 5.9. Cependant, la granulométrie par ouverture des pores est plus sensible à l'élément structurant utilisé. En effet, la différence entre rhombicuboctaèdres et sphères FM se ressent davantage sur l'allure des granulométries des pores en Fig. 5.8 et 5.9.

<b>RC</b>	Matériau réel	$\beta = +\infty$	$\beta = 10$
$r_{Maximal}$ ( $\mu\text{m}$ )	206	112,3	121,7
$r_{Moyen}$ ( $\mu\text{m}$ )	54,6	46,1	45,4
$\sigma_r$ ( $\mu\text{m}$ )	26,8	19,7	19,9

TABLE 5.8 – Valeurs maximales, moyennes et écarts-types des rayons de pores de Thermisorel™ réel et simulé pour  $\beta = +\infty$  et  $\beta = 10$  à une résolution de  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$  (granulométrie en volume par élément structurant RC).

<b>Sphère FM</b>	Matériau réel	$\beta = +\infty$	$\beta = 10$
$r_{Maximal}$ ( $\mu\text{m}$ )	215	140,4	121,7
$r_{Moyen}$ ( $\mu\text{m}$ )	61	51,6	51,7
$\sigma_r$ ( $\mu\text{m}$ )	27,4	21,1	21

TABLE 5.9 – Valeurs maximales, moyennes et écarts-types des rayons de pores de Thermisorel™ réel et simulé pour  $\beta = +\infty$  et  $\beta = 10$  à une résolution de  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$  (granulométrie en volume par élément structurant Sphère FM).

Même si les deux milieux simulés suivent deux lois gamma similaires (Tables 5.10 et 5.11), avec des paramètres du même ordre de grandeur, on peut constater que la distribution en volume des rayons des pores de Thermisorel™ réel, estimée d'après la granulométrie par ouvertures par des sphères Fast Marching, se cale bien mieux sur sa loi gamma correspondante que ne le font les pores simulés.

<b>RC</b>	Matériau réel	$\beta = +\infty$	$\beta = 10$
$\alpha$	4,15	5,49	5,22
$b$ ( $\mu\text{m}^{-1}$ )	0,076	0,119	0,115

TABLE 5.10 – Paramètres  $\alpha$  et  $b$  des lois gamma calées sur les distributions en volume des rayons de pores de Thermisorel™ réel et simulé pour  $\beta = +\infty$  et  $\beta = 10$  à une résolution de  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$  (élément structurant RC).

Sphère FM	Matériau réel	$\beta = +\infty$	$\beta = 10$
$\alpha$	4,94	5,99	6,05
$b$ ( $\mu\text{m}^{-1}$ )	0,081	0,116	0,117

TABLE 5.11 – Paramètres  $\alpha$  et  $b$  des lois gamma calées sur les distributions en volume des rayons de pores de Thermisorel™ réel et simulé pour  $\beta = +\infty$  et  $\beta = 10$  à une résolution de  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$  (élément structurant Sphère FM).

En conclusion, l'étude de la granulométrie a mis en avant la stabilité des distributions en volume des rayons des fibres et des pores qui, pour deux simulations différentes, se calent sur des lois gamma similaires. De plus, les distributions en volume des rayons des fibres cylindriques sont cohérentes avec celle des fibres de Thermisorel™ réel, dont la loi gamma correspondante est utilisée en entrée du modèle. Ainsi, en sortie, les rayons des fibres simulées suivent bien des lois gamma très proches de la distribution des rayons en entrée du modèle, ce qui est d'autant plus vrai lorsqu'on préfère une analyse granulométrique à l'aide de sphères Fast Marching qui épousent mieux les contours arrondis des fibres cylindriques. De plus, le paramètre d'anisotropie  $\beta$  dans les plans contenant l'axe  $Oz$  n'influence pas les mesures de granulométrie par ouverture.

Dans les pores, l'adéquation entre milieux simulés et matériau réel est un peu moins évidente puisque les lois gamma calées sur les distributions en volume des rayons des pores simulés sont différentes de celle du Thermisorel™ réel, même en utilisant des sphères comme éléments structurants. Il existe cependant une cohérence entre les deux simulations dont les pores suivent des lois gamma similaires, autre preuve de la stabilité de la granulométrie de la phase porale d'une simulation à l'autre. De plus, la granulométrie par rhombicuboctaèdres des pores de Thermisorel™ réel suit une évolution similaire à celles des granulométries des pores simulés, avec les mêmes valeurs de rayons en des maxima et minima locaux, ces oscillations brusques semblant être, cependant, des artefacts liés à la forme des rhombicuboctaèdres.

Enfin, la cohérence des distributions en volume des rayons de fibres et de pores réels et simulés valide notre méthode générale qui consiste à caler des lois gamma analytiques sur les distributions tirées des granulométries par ouvertures 3D faites directement sur les réseaux fibreux et poral sans individualiser les fibres, et à en déduire les distributions en nombre des rayons des fibres et des pores. L'approximation par des rhombicuboctaèdres de ces distributions en volume des rayons en sortie du modèle prouve par cette robustesse et ces calages cohérents avec les paramètres d'entrée et donc avec le matériau réel, qu'elle est valide également, malgré les meilleures adéquations entre le Thermisorel™ et les simulations, obtenues avec l'analyse par sphères Fast Marching.

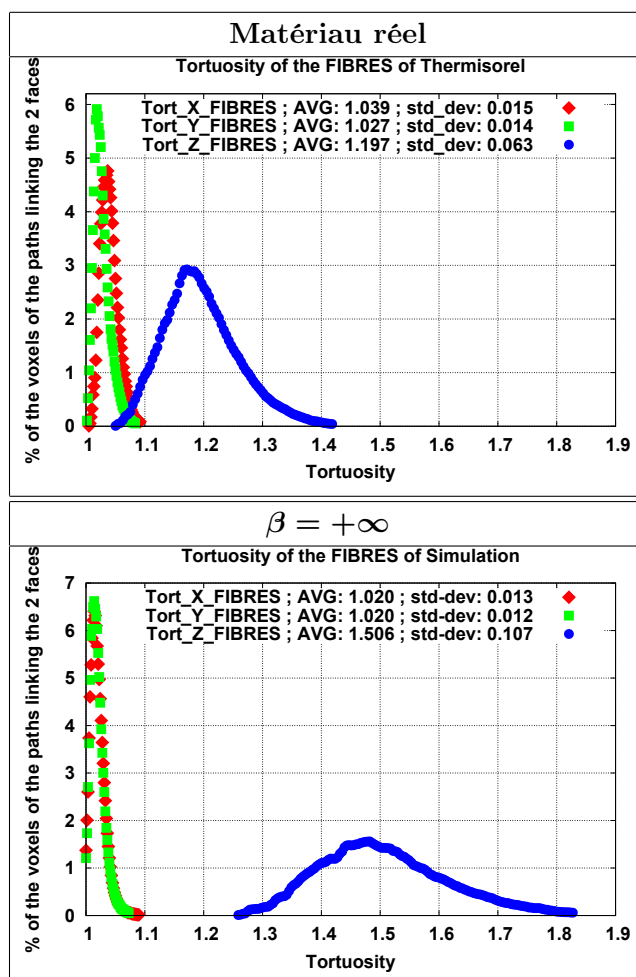
### 5.2.2.7 Tortuosité morphologique des fibres

L'algorithme d'estimation de la tortuosité morphologique à l'aide de demi-sphères Fast Marching, présenté au chapitre 3 en section 3.7, est utilisé dans cette section pour comparer les fibres et les pores de Thermisorel™ réel et simulé.

## 5.2 Comparaison des images simulées et réelles

D'après la Fig. 5.10 et les Tables 5.12 et 5.13, les histogrammes de tortuosités morphologiques des fibres réelles et simulées dans les directions  $Ox$  (en rouge) et  $Oy$  (en vert) sont presque confondus pour chacun des trois échantillons, manifestation de l'isotropie transverse des fibres de Thermisorel™ réel, conservée pour les simulations avec  $\beta = 10$  et  $\beta = +\infty$ , puisque leurs orientations aléatoires  $\Psi$  dans les plans  $xOy$  sont uniformément réparties entre  $0$  et  $2\pi$ . De plus, si l'on compare les tortuosités morphologiques des fibres des trois échantillons, on constate que leurs six histogrammes selon  $Ox$  et  $Oy$  sont tous presque confondus et balaient une plage de tortuosités entre  $1$  et  $1,1$ .

Par ailleurs, comparées à la direction  $Oz$ , les tortuosités selon  $Ox$  et  $Oy$ , sont globalement plus faibles et proches de  $1$ , dans la mesure où les fibres réelles et simulées sont orientées préférentiellement dans les plans  $xOy$ .



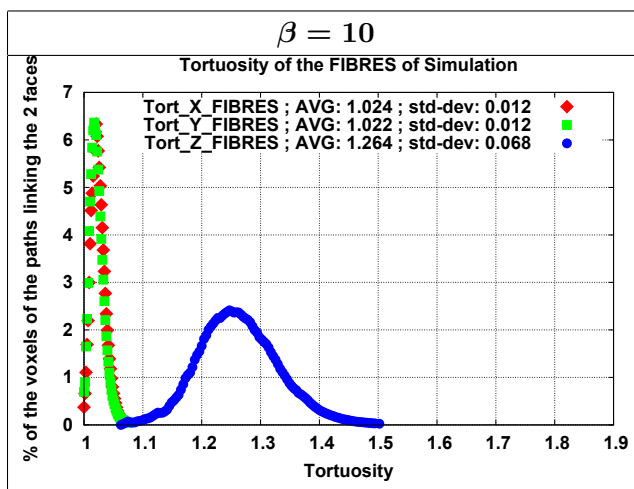


FIGURE 5.10 – Histogrammes des tortuosités selon  $Ox$ ,  $Oy$  et  $Oz$  des fibres de Thermisorel™ réel et simulé pour  $\beta = +\infty$  et  $\beta = 10$  à une résolution de  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$ .

Comme le montrent la Fig. 5.10 et la Table 5.14, les tortuosités selon  $Oz$  des fibres simulées ne sont plus confondues avec celles du Thermisorel™ réel, qui est moins tortueux dans cette direction. En effet, les fibres réelles ne sont pas strictement droites et présentent une légère courbure comme l'a montré d'ailleurs la courbe  $\log_{10}(Q(l))$  selon  $Oz$  (Fig. 4.2 en page 81) qui présente une décroissance linéaire imparfaite. Ainsi, ces courbures de fibres réelles dans la direction  $Oz$  diminuent la tortuosité globale du réseau fibreux dans cette direction, contrairement aux cylindres droits des deux simulations. Cependant, on peut constater que pour  $\beta = 10$ , l'historgramme des tortuosités des fibres cylindriques selon  $Oz$  est plus proche de celui des fibres réelles que ne l'est celui avec  $\beta = +\infty$  (Fig. 5.10).

En Table 5.14, il apparaît de plus que les valeurs moyennes et les écarts-types des tortuosités selon  $Oz$  des fibres réelles sont proches des fibres cylindriques simulées avec  $\beta = 10$ . Ce facteur d'anisotropie  $\beta$  permet donc d'améliorer nettement l'adéquation du modèle avec le milieu réel du point de vue de la tortuosité morphologique.

<b>TxF</b>	Matériau réel	$\beta = +\infty$	$\beta = 10$
$T_{Minimale}$	1,005	1	1
$T_{Maximale}$	1,092	1,090	1,064
$T_{Moyenne}$	1,039	1,020	1,024
$\sigma_T$	0,015	0,013	0,012

TABLE 5.12 – Valeurs minimales, maximales, moyennes et écarts-types des tortuosités selon  $Ox$  des fibres de Thermisorel™ réel et simulé pour  $\beta = +\infty$  et  $\beta = 10$  à une résolution de  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$ .



<b>TyF</b>	Matériau réel	$\beta = +\infty$	$\beta = 10$
$T_{Minimale}$	1,002	1	1
$T_{Maximale}$	1,084	1,073	1,074
$T_{Moyenne}$	1,027	1,020	1,022
$\sigma_T$	0,014	0,012	0,012

TABLE 5.13 – Valeurs minimales, maximales, moyennes et écarts-types des tortuosités selon  $Oy$  des fibres de Thermisorel™ réel et simulé pour  $\beta = +\infty$  et  $\beta = 10$  à une résolution de  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$ .

<b>TzF</b>	Matériau réel	$\beta = +\infty$	$\beta = 10$
$T_{Minimale}$	1,050	1,259	1,063
$T_{Maximale}$	1,418	1,828	1,502
$T_{Moyenne}$	1,197	1,506	1,264
$\sigma_T$	0,063	0,107	0,068

TABLE 5.14 – Valeurs minimales, maximales, moyennes et écarts-types des tortuosités selon  $Oz$  des fibres de Thermisorel™ réel et simulé pour  $\beta = +\infty$  et  $\beta = 10$  à une résolution de  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$ .

### 5.2.2.8 Tortuosité morphologique des pores

Dans les pores, l'adéquation est également moins bonne dans la direction  $Oz$ . En effet, les deux histogrammes en *bleu* des milieux simulés ( $\beta = +\infty$  et  $\beta = 10$ ) de la Fig. 5.11 ne sont pas confondus avec celui du matériau réel, dont l'allure est plus étendue et décalée vers les tortuosités plus élevées. En Table 5.17, la valeur moyenne et l'écart-type des tortuosités des pores réels selon  $Oz$  sont ainsi plus élevés que ceux des deux simulations. À l'inverse des fibres, la forme des pores simulés les rend moins tortueux que les pores réels. En revanche, comme pour le matériau réel, la même tendance globale est observable pour les tortuosités selon  $Ox$ ,  $Oy$  et  $Oz$ , à savoir que dans les pores, les tortuosités morphologiques sont moins élevées et plus proches de 1 que dans les fibres, preuve que les trois milieux poreux sont très interconnectés par des chemins directs dans les trois directions de l'espace.

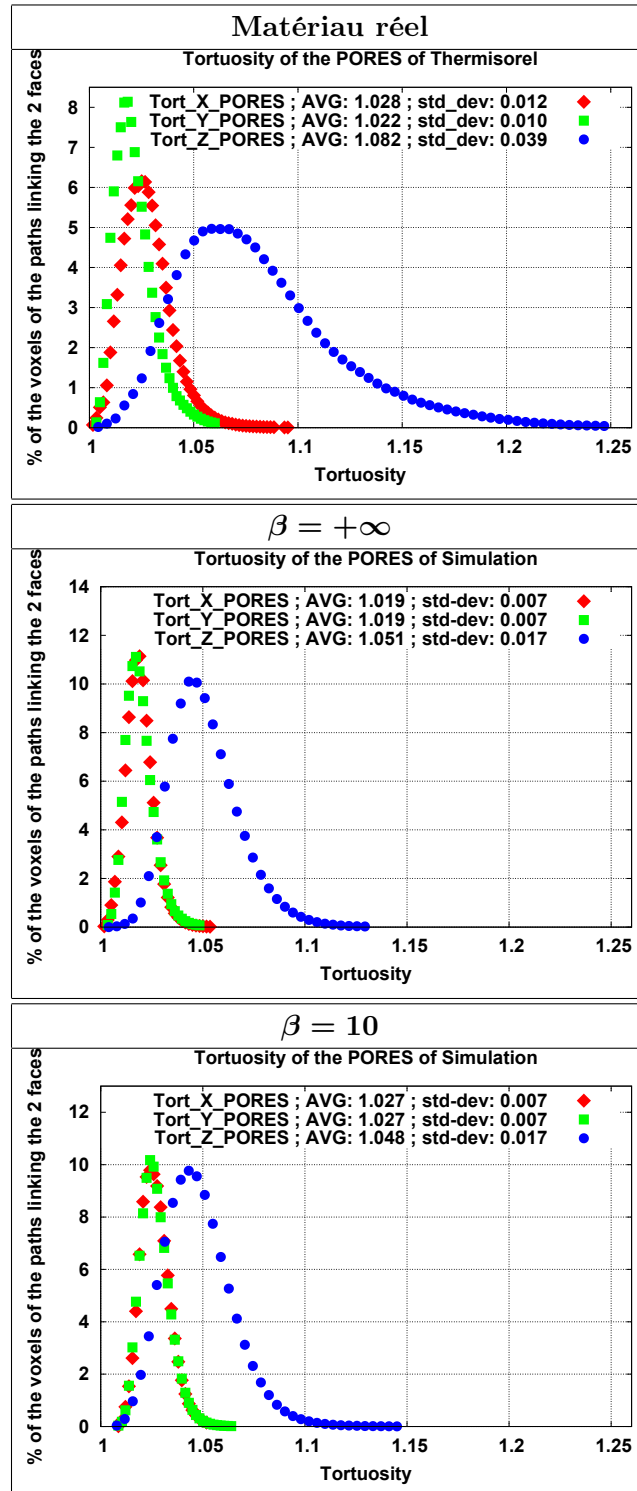


FIGURE 5.11 – Histogrammes des tortuosités selon  $Ox$ ,  $Oy$  et  $Oz$  des pores de Thermisorel™ réel et simulé pour  $\beta = +\infty$  et  $\beta = 10$  à une résolution de  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$ .

## 5.2 Comparaison des images simulées et réelles

Cependant, dans les directions  $Ox$  (en rouge) et  $Oy$  (en vert) (Fig. 5.11), les histogrammes de tortuosités des pores réels et simulés sont d'une part confondus pour chaque échantillon pour les deux directions, et d'autre part quasiment identiques tous les six entre les trois échantillons. Ces résultats prouvent que la connectivité des deux simulations respecte bien celle du milieu réel, influencée par l'isotropie transverse des fibres, et qu'à l'instar des cylindres, le paramètre d'anisotropie  $\beta$  n'influence pas la tortuosité du réseau poral simulé dans les directions  $Ox$  et  $Oy$ .

<b>TxP</b>	Matériau réel	$\beta = +\infty$	$\beta = 10$
$T_{Minimale}$	1,002	1,002	1,009
$T_{Maximale}$	1,095	1,054	1,052
$T_{Moyenne}$	1,028	1,019	1,027
$\sigma_T$	0,012	0,007	0,007

TABLE 5.15 – Valeurs minimales, maximales, moyennes et écarts-types des tortuosités selon  $Ox$  des pores de Thermisorel™ pour 4 échantillons.

<b>TyP</b>	Matériau réel	$\beta = +\infty$	$\beta = 10$
$T_{Minimale}$	1,003	1,004	1,009
$T_{Maximale}$	1,060	1,048	1,064
$T_{Moyenne}$	1,022	1,019	1,027
$\sigma_T$	0,010	0,007	0,007

TABLE 5.16 – Valeurs minimales, maximales, moyennes et écarts-types des tortuosités selon  $Oy$  des pores de Thermisorel™ pour 4 échantillons.

<b>TzP</b>	Matériau réel	$\beta = +\infty$	$\beta = 10$
$T_{Minimale}$	1,004	1,004	1,008
$T_{Maximale}$	1,247	1,129	1,145
$T_{Moyenne}$	1,082	1,051	1,048
$\sigma_T$	0,039	0,017	0,017

TABLE 5.17 – Valeurs minimales, maximales, moyennes et écarts-types des tortuosités selon  $Oz$  des pores de Thermisorel™ pour 4 échantillons.

Enfin, comme le montrent la Fig. 5.11 et les Tables 5.15, 5.16 et 5.17, les pores des deux simulations avec  $\beta = +\infty$  et  $\beta = 10$  ont des histogrammes de tortuosités, des valeurs moyennes et des écarts-types presque identiques pour chaque direction  $Ox$ ,  $Oy$  et  $Oz$ . De plus, les tortuosités selon  $Oz$  des pores de la simulation avec  $\beta = 10$  sont légèrement plus faibles que celles avec  $\beta = +\infty$  mais leurs deux histogrammes (en *bleu*) gardent une allure similaire. Cela montre une fois de plus que le paramètre d'anisotropie  $\beta$  influence très peu la tortuosité morphologique des pores d'une simulation à l'autre, quelle que soit la direction considérée.

### 5.3 Limites du modèle et améliorations

D'un point de vue morphologique, le modèle booléen de cylindres aléatoires proposé au chapitre 4 est robuste et cohérent avec les mesures morphologiques du Thermisorel™ réel. Que ce soit au niveau de la porosité, des profils de densité de fibres, des covariances selon  $Oz$  et dans les plans  $xOy$ , de la surface spécifique, et enfin au niveau des granulométries par ouverture des fibres et des pores par rhombicuboctaèdres et sphères Fast Marching, les deux simulations testées pour deux valeurs différentes d'anisotropie  $\beta$  sont très proches du matériau réel et ont de surcroît les mêmes propriétés morphologiques.

Malgré la bonne adéquation entre les deux milieux simulés et le matériau réel au niveau des tortuosités morphologiques selon  $Ox$  et  $Oy$  des fibres et des pores, la seule grosse différence entre le modèle et la réalité se trouve au niveau des tortuosités morphologiques des pores selon  $Oz$  qui diffèrent de façon significative pour les deux modèles. En revanche, le paramètre d'anisotropie  $\beta$  permet d'améliorer l'adéquation même imparfaite entre les histogrammes des tortuosités selon  $Oz$  des fibres réelles et simulées pour un  $\beta = 10$ .

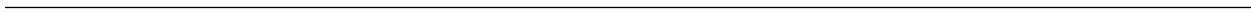
Pour perfectionner la modélisation du Thermisorel™ au niveau de la tortuosité morphologique selon  $Oz$ , on peut modifier la forme des grains primaires  $A'$  et préférer des fibres légèrement courbées selon  $Oz$  au lieu de cylindres droits afin de modifier la connectivité des fibres en augmentant le nombre de contacts entre elles ce qui réduirait leur tortuosité morphologique tout en augmentant celle des pores. De plus, la présence de bûchettes, ces faisceaux de fibres dans le Thermisorel™, n'est pas prise en compte dans ce modèle puisqu'on ne modélise que des fibres isolées, la difficulté majeure étant de quantifier la distribution en volume et en nombre des bûchettes isolées car elles sont enchevêtrées avec les fibres dans le matériau réel. Une autre voie vers l'amélioration du modèle consisterait donc à simuler ces structures épaisses par des amas de fibres parallèles, concaténées radialement dans des plans orientés par le paramètre d'anisotropie  $\beta$ .

Même si l'on n'observe pas la porosité interne à la résolution de  $9,36 \mu\text{m}/\text{voxel}$  (Fig. 2.7), les lumens dans les fibres et les bûchettes sont bien présents sur les images 3D reconstruites à des résolutions plus fines comme  $5 \mu\text{m}/\text{voxel}$  par exemple (Fig. 2.7). À moins de s'affranchir de ce problème et de préférer des cylindres pleins en rebouchant ces lumens comme il est montré au chapitre 2 en section 2.5.2, il faut quantifier la distribution en volume et en taille de ces porosités internes et injecter de nouveaux paramètres dans le modèle pour générer des fibres cylindriques droites ou courbes creuses et des bûchettes poreuses également, pour modéliser du Thermisorel™ à ces résolutions plus fines.

Enfin, si le modèle peut certes être encore amélioré d'un point de vue morphologique pour mieux représenter le Thermisorel™, il n'est pas évident que ces ajustements influent sur le comportement acoustique des milieux simulés. Par conséquent, dans notre étude, nous choisissons de ne pas raffiner notre modèle en considérant exclusivement des cylindres droits pleins comme grains primaires dont nous étudions l'influence des dimensions et des agencements en 2D et 3D sur le comportement acoustique en absorption au chapitre 8.

Troisième partie

Modélisation acoustique de matériaux  
fibres



## Chapitre 6

# Historique des modèles acoustiques

### 6.1 Modélisation des propriétés acoustiques

Dans cette partie [III](#), les propriétés acoustiques de milieux fibreux périodiques sont modélisées afin de mieux comprendre les interactions de leur microstructure sur leurs performances acoustiques macroscopiques. Après avoir introduit les modèles acoustiques empiriques et semi-phénoménologiques développés aux  $XIX^e$  et  $XX^e$  siècles dans ce chapitre [6](#), nous proposons une méthodologie de modélisation acoustique multi-échelle (chapitre [7](#)), de la microstructure à l'échelle macroscopique, inspirée de travaux récents et basée sur la méthode des éléments finis et sur l'homogénéisation. La dernière étape (chapitre [8](#)) consiste enfin à utiliser ces méthodes de résolution des équations *thermo-acoustiques*, afin d'estimer l'influence du rayon des fibres et de l'épaisseur d'un matériau fibreux constitué de fibres pleines ou creuses, sur ses propriétés acoustiques. Les résultats obtenus sont enfin comparés aux performances d'absorption acoustique de panneaux de Thermisol<sup>TM</sup>, afin d'établir un modèle géométrique microstructural simplifié, dont le coefficient d'absorption acoustique est proche du matériau fibreux réel.

### 6.2 Historique des grandes étapes en modélisation acoustique de 1868 à 1993

Depuis le formalisme introduit par [Kirchhoff \(1868a,b\)](#), étayé par [Zwikker & Kosten \(1949\)](#), puis par [Biot \(1956a,b\)](#) et [Biot \(1962\)](#), plusieurs études ont été menées dans les années 1970, 1980 et 1990 pour modéliser le comportement acoustique de matériaux poreux par des formules analytiques ([Dazel et al. \(2009\)](#)). Ainsi, le modèle semi-phénoménologique de [Johnson et al. \(1987\)](#) marque un tournant décisif dans la modélisation du comportement acoustique de matériaux poreux à structure rigide. Ensuite, [Champoux & Allard \(1991\)](#), puis successivement [Pride et al. \(1993\)](#) et [Lafarge \(1993\)](#) le préciseront davantage pour aboutir au modèle semi-phénoménologique général de *Johnson-Champoux-Allard-Pride-Lafarge*, noté *JCAPL*.



### 6.2.1 De Kirchhoff (1868) à Zwikker et Kosten (1949)

#### 6.2.1.1 Le formalisme de Kirchhoff (1868)

Kirchhoff a été le premier en 1868 à poser les bases de la modélisation acoustique des milieux poreux encore en vigueur de nos jours. Dans son article, [Kirchhoff \(1868a,b\)](#) propose de décrire le comportement acoustique d'un tube *rigide* de section circulaire baigné dans un fluide visqueux et conducteur de chaleur. Ici, le fluide en question est l'*air*. C'est alors qu'apparaissent dans son modèle les deux types de dissipation indépendants au cœur de l'absorption acoustique : les *phénomènes visqueux* et les *phénomènes thermiques*. La dissipation visqueuse comme les échanges thermiques ont lieu principalement à l'interface entre le fluide et le solide, au niveau de la paroi des pores. Ainsi, à cette interface, les frottements visqueux freinent le mouvement du fluide induit par la propagation de l'onde acoustique ; de plus, la faible conductivité thermique de l'air fait du solide une paroi *isotherme*. Enfin, la porosité au sein de laquelle se propage l'onde acoustique doit être ouverte vers l'extérieur de l'échantillon et percoler le long de la direction de propagation.

En faisant les hypothèses que la taille des pores est très petite devant la longueur d'onde acoustique, et que l'air est un *fluide newtonien localement incompressible* à l'échelle microscopique, [Kirchhoff \(1868a,b\)](#) se base sur quatre équations au cœur du problème thermo-acoustique, en découplant les phénomènes visqueux et thermiques :

- 1) L'équation de la dynamique de Navier-Stokes linéarisée en faisant l'hypothèse que les fluctuations de vitesse, pression et température dans le fluide sont faibles (Eq. 7.1).
- 2) L'équation de conservation de la masse, encore appelée équation de continuité (Eq. 7.2).
- 3) L'équation de la chaleur tirée de la loi de Fourier (Eq. 7.3).
- 4) L'équation d'état du gaz considéré comme parfait (Eq. 7.7).

Ainsi, le problème résolu permet d'extraire trois variables : la *vitesse*, la *pression* et la *température* du fluide traversé par l'onde acoustique. Les échanges visqueux et thermiques étant *irréversibles* et les trois variables *harmoniques*, elles sont *complexes* et dépendent de la *fréquence de l'onde*.

L'hypothèse d'incompressibilité locale de l'air à l'échelle microscopique est justifiée par les faibles fluctuations de vitesse, pression et température dans ce dernier lors de la propagation d'une onde acoustique. Concernant les conditions aux limites des phénomènes visqueux, la paroi des pores étant rigide et le fluide visqueux, la condition de *non-glissement* lui impose une fluctuation de vitesse nulle à l'interface fluide-solide. Quant aux phénomènes thermiques, la paroi étant considérée comme *isotherme*, aucun échange thermique n'a lieu entre le fluide et l'intérieur du solide, par conséquent, la fluctuation de température est également nulle à cette interface. La densité du fluide et sa conductivité thermique étant supposées plus faibles que celles de sa paroi solide, les conditions aux limites de non-glissement et d'interface isotherme sont cohérentes. Cependant, dès lors que la densité du solide est faible, [Bruneau et al. \(1989\)](#) proposent de remplacer ces conditions aux bords par une condition de glissement et un saut de température, [Keefe \(1984\)](#) ayant déjà suggéré l'existence de ce saut.

### 6.2.1.2 Le modèle de fluide équivalent de Zwikker et Kosten (1949), milieux à structure rigide

Ce n'est que quatre-vingts ans après Kirchhoff (1868a,b) que Zwikker & Kosten (1949) ont relancé les études de modélisation acoustique des milieux poreux par des tubes circulaires de même orientation. Leur approche consiste à considérer un matériau poreux à l'échelle macroscopique comme un *fluide équivalent* non visqueux et non conducteur de chaleur traversé par une onde de compression. Pour ce faire, ils sont les premiers à caractériser ce fluide équivalent par une *masse volumique*  $\rho_{eff}$  et un *module de compressibilité*  $\chi_{eff}$  effectifs complexes et harmoniques afin de modéliser son caractère dissipatif respectivement visqueux et thermique. De plus, comme Kirchhoff (1868a,b), ils estiment que le fluide et le solide l'englobant sont indépendants, la structure des pores étant par ailleurs rigide et immobile dans leur conception.

Alors que les effets visqueux modifient les paramètres inertiels du fluide équivalent, les phénomènes thermiques en changent les paramètres constitutifs. Dans le même esprit, des modèles similaires seront développés par Beranek (1947) et Morse & Ingard (1968). Afin de s'affranchir de l'hypothèse trop restrictive de pores circulaires de même orientation, Attenborough (1983) propose une formulation modifiée de celle de Zwikker & Kosten (1949) en considérant des pores non plus cylindriques droits mais de sections et d'orientations variant légèrement le long des pores.

### 6.2.2 Le modèle de Biot (1956), milieux à structure déformable

Si les modèles de Kirchhoff (1868a,b) et de Zwikker & Kosten (1949) sont restreints aux milieux poreux avec un *squelette rigide*, Biot (1956a,b) a étendu les travaux de Zwikker & Kosten (1949) aux milieux poreux ayant un *squelette déformable*. Pour ce faire, il s'inspire du formalisme de la mécanique des milieux continus. Dans un contexte géotechnique différent de l'acoustique, Biot (1956a,b) considère un milieu poreux comme le résultat de la superposition en temps et en espace de deux milieux continus couplés : un milieu solide et un milieu fluide modélisé comme un milieu homogène équivalent. Le fluide étant soumis à des champs de vitesse, pression et température, le solide est quant à lui soumis à des champs de déformation et de contrainte. De plus, il considère que trois types d'ondes se propagent au sein du milieu poreux (contre une seule onde de compression dans le cas du fluide équivalent de Zwikker & Kosten (1949)) : deux ondes de compression, et une onde de cisaillement, ce que propose de démontrer Depollier (1989). Ainsi, en plus des phénomènes visqueux et thermique, un troisième mécanisme de dissipation est envisagé : la *dissipation par vibration* de la structure solide.

La théorie de Biot (1956a,b) se situant dans le cadre de la mécanique des milieux continus, elle ne se prête pas exactement au cadre de l'acoustique en présupposant des hypothèses restrictives comme par exemple une loi de comportement élastique des phases solide et fluide sans intégrer les phénomènes dissipatifs visqueux et thermiques. Par conséquent, Biot a reconsidéré son modèle en 1962 en y introduisant des notions de thermodynamique (Biot (1962)).

La validation du modèle de Biot (Biot (1956a,b) et Biot (1962)) s'est poursuivie expérimentalement par Plona (1980) et par les techniques d'homogénéisation par Burridge & Keller (1981) qui démontrèrent la pertinence de certaines conjectures avancées par Biot dans son modèle. Ainsi, Burridge & Keller (1981) justifèrent l'hypothèse que bien que le fluide soit visqueux à l'échelle de

la microstructure, la phase fluide équivalente homogénéisée peut se comporter comme un fluide parfait non visqueux et non conducteur de chaleur à l'échelle macroscopique. Le modèle de Biot (Biot (1956a,b) et Biot (1962)) considérant le milieu poreux comme un milieu homogène équivalent couplant les phases solide et fluide, les techniques d'homogénéisation développées par Bensoussan *et al.* (1978), Auriault (1980) et Sanchez-Palencia (1980) déduisent le comportement moyen du milieu homogène équivalent macroscopique à partir des équations physiques du milieu poreux à l'échelle microscopique. Ainsi, dans cette démarche, les phénomènes physiques microscopiques influent les phénomènes macroscopiques.

Par la suite, Johnson *et al.* (1987), Champoux & Allard (1991) et Allard (1993) ont affiné le modèle de Biot (Biot (1956a,b) et Biot (1962)) en acoustique en y introduisant des paramètres constitutif (module de compressibilité) et inertiel (masse volumique) effectifs complexes harmoniques. Ainsi, ces contributions ont été regroupées dans le modèle de Biot par Allard (1993), aussi renommé *modèle de Biot-Allard*, qui décrit la phase solide homogène d'un milieu poreux par trois paramètres d'élasticité : la masse volumique du solide, son module d'Young et son coefficient de Poisson effectifs. De plus, la phase fluide homogène est caractérisée par ses propriétés rhéologiques et thermodynamiques, à savoir sa masse volumique, sa conductivité thermique, sa viscosité et le rapport de ses chaleurs spécifiques à pression et volume constants. Ainsi, le modèle de Biot-Allard associe la mécanique des milieux continus à deux champs (dans le solide et dans le fluide) où les coefficients inertiels et constitutifs sont complexes et dépendent de la fréquence.

### 6.2.3 Le modèle de Delany et Bazley (1970), milieux fibreux

Cependant, entre 1949 et 1987 d'autres approches plus spécifiques ont été envisagées, notamment par Delany & Bazley (1970) qui établirent, d'après les travaux de Zwicker & Kosten (1949), un modèle empirique spécifique aux *milieux fibreux* pour une large bande de fréquences, et pour un grand nombre de matériaux dont la porosité est proche de 1. Leur modèle empirique a ensuite été étendu par Mechel (1976) en basses fréquences, Miki (1990a,b), Allard & Champoux (1992), puis Voronina (1994). Le modèle de Delany & Bazley (1970) est présenté plus précisément en annexe E.

### 6.2.4 Les modèles semi-phénoménologiques de fluide équivalent de Johnson *et al.* (1987) à Lafarge (1993)

#### 6.2.4.1 Le modèle visqueux de Johnson *et al.* (1987)

C'est en 1987 que Johnson *et al.* ont posé les bases d'une nouvelle modélisation des comportements acoustiques des milieux poreux en suivant le formalisme de fluide équivalent pour modéliser des pores rigides saturés par un fluide dissipatif (Johnson *et al.* (1987)). En s'inspirant des travaux de Zwicker & Kosten (1949), sans les aspects de mécanique du solide de la théorie de Biot (Biot (1956a,b) et Biot (1962)), l'étude de Johnson *et al.* (1987) modélise les effets visqueux par une *fonction de forme visqueuse* (notée  $F_V$  en annexe E) qui, contrairement au modèle de Zwicker & Kosten (1949), n'est pas limitée par la nature géométrique du squelette rigide mais dépend des propriétés rhéologiques du fluide. C'est ainsi qu'ils introduisent de nouveaux concepts en acoustique tels que la *tortuosité acoustique en fréquence infinie*  $\alpha_\infty$ , la *longueur caractéristique visqueuse*, notée  $\Lambda$  qui

est alors un paramètre intrinsèque au matériau poreux, ainsi que sa *perméabilité visqueuse statique*  $k_0$ . En plus de la porosité du matériau poreux, ces nouveaux concepts forment les quatre paramètres du modèle de [Johnson \*et al.\* \(1987\)](#). L'esprit de ces travaux consiste à étudier les propriétés asymptotiques basses et hautes fréquences de matériaux poreux et de les relier dans le domaine des moyennes fréquences par des fonctions d'interpolation. D'ailleurs, la tortuosité acoustique visqueuse en fréquence infinie  $\alpha_\infty$  définie en Eq. 3.18, en page 68, ne dépend ainsi pas du fluide saturant les pores, mais plutôt de la géométrie de leur structure rigide et donc du comportement inertiel du fluide lié au squelette. En effet, comme il est suggéré au chapitre 3 à la section 3.9.1, l'épaisseur de la couche limite visqueuse  $\delta_{CLV}$  s'annule pour des fréquences infiniment hautes. Par extrapolation, [Johnson \*et al.\* \(1987\)](#) introduisent le concept de *tortuosité acoustique dynamique*  $\alpha(\omega)$  qui découle des phénomènes de dissipation visqueuse, et dépend de la viscosité du fluide saturant et de la fréquence de l'onde incidente. Parmi les propriétés du fluide équivalent du modèle de [Johnson \*et al.\* \(1987\)](#), on trouve sa masse volumique effective dynamique  $\rho_{eff}(\omega)$ . L'annexe E décrit plus en détails les expressions théoriques des paramètres de ce modèle, où on notera que leur formulation se restreint aux phénomènes visqueux, notamment par le biais d'une fréquence adimensionnelle visqueuse  $x$ . Ainsi, [Johnson \*et al.\* \(1987\)](#) combinent l'observation macroscopique de phénomènes de dissipation visqueuse et la définition théorique de grandeurs propres aux matériaux comme  $\Lambda$  et  $\alpha_\infty$ , d'où le nom de modèle « *semi-phénoménologique* ».

Dans le modèle de [Johnson \*et al.\* \(1987\)](#), on considère  $f_C$  la *fréquence critique de transition* qui sépare le comportement de dissipation majoritairement par *effets visqueux* en basses fréquences, des dissipations principalement par *effets inertiels* en hautes fréquences. Son expression théorique est définie en Eq. 6.1 d'après l'Eq. E.6 de l'annexe E.

$$f_C = \frac{\eta \phi}{2 \pi \rho_0 k_0 \alpha_\infty} \quad (6.1)$$

### 6.2.4.2 Le modèle thermique de Champoux et Allard (1991)

En 1991, Champoux et Allard se penchent sur l'équation de la chaleur au niveau microscopique et s'inspirent des travaux de [Johnson \*et al.\* \(1987\)](#) pour étendre leur modèle aux phénomènes thermiques ([Champoux & Allard \(1991\)](#)), notamment en introduisant une *fonction de forme thermique* (notée  $F_{TCA}$  en annexe E) dont dépend le module de compressibilité effectif dynamique  $\chi_{eff}(\omega)$  du fluide équivalent interpolé entre basses et hautes fréquences. Ainsi, ils supposent une dépendance en fréquence des échanges thermiques entre le fluide et le squelette rigide, dans le cas où la capacité calorifique massique  $C_p$  du solide est très grande devant celle du fluide saturant les pores. En suivant la démarche de [Zwikker & Kosten \(1949\)](#), [Champoux & Allard \(1991\)](#) remplacent le module de compressibilité effectif dynamique  $\chi_{eff}(\omega)$  du fluide par une expression complexe dépendant de la fréquence. La *longueur caractéristique thermique*  $\Lambda'$  est alors un nouveau paramètre. De même que chez [Johnson \*et al.\* \(1987\)](#), le modèle de [Champoux & Allard \(1991\)](#) comporte une fréquence adimensionnelle thermique  $x'$  qui dépend de la fréquence de l'onde acoustique et uniquement des paramètres thermodynamiques du gaz. Ces travaux sont poursuivis par [Champoux & Stinson \(1992\)](#) qui étudient les propriétés effectives du fluide équivalent pour des pores dont la section de forme quelconque varie lentement le long du parcours de l'onde acoustique. Enfin, [Champoux & Allard](#)

(1991) précisent la limite en basses fréquences de la tortuosité acoustique visqueuse dynamique  $\alpha(\omega)$  qui n'était alors pas exacte dans le modèle de Johnson *et al.* (1987). C'est ce modèle qu'Allard (1993) présente dans son livre.

À partir de l'expression de la longueur caractéristique thermique  $\Lambda'$  définie dans le modèle de Champoux & Allard (1991) en Eq. 6.2 et en Eq. E.19 en annexe E, on peut relier ce paramètre à la surface spécifique de contact  $S_v$  de l'interface fluide-solide  $\Gamma$  dans l'Eq. 6.3, avec  $V_{\Omega_f}$  le volume du fluide, et  $V_T$  le volume total du milieu de porosité  $\phi$ .

$$\Lambda' = \frac{2 V_{\Omega_f}}{S_\Gamma} = \frac{2 \phi V_T}{S_\Gamma} = \frac{2 \phi}{S_v} \quad (6.2)$$

$$S_v = \frac{2 \phi}{\Lambda'} \quad (6.3)$$

### 6.2.4.3 Le modèle thermique de Lafarge d'après Champoux et Allard (1993)

En 1993 (Lafarge (1993)) puis en 1997 (Lafarge *et al.* (1997)), Lafarge modifie le modèle de Champoux & Allard (1991) au sujet de la modélisation des dissipations thermiques. Il introduit ainsi une nouvelle fonction de forme thermique  $F_{TCAL}$  et une nouvelle fréquence adimensionnelle thermique  $x'$  dépendant d'un nouveau paramètre : la *perméabilité thermique statique*  $k'_0$  pour caractériser les phénomènes dissipatifs thermiques en basses fréquences. Ces raffinements de modèles voient l'apparition d'une *épaisseur de couche limite thermique*  $\delta_{CLT}$  dépendant de celle de la couche limite visqueuse  $\delta_{CLV}$  présentée en page 68 au chapitre 3 à la section 3.9.1 (Eq. 3.17 et 6.4). On note  $\kappa$  la conductivité thermique du fluide saturant les pores (l'air),  $\rho_0$  sa masse volumique au repos,  $C_p$  sa chaleur spécifique massique à pression constante, et  $Pr$  son nombre de Prandtl. Les deux types de couches limites étant linéairement dépendantes l'une de l'autre d'après l'Eq. 6.4 (Bruneau (1998)), nous ne les considérerons plus que sous la dénomination générale de *couche limite* d'épaisseur  $\delta_{CL}$ .

$$\delta_{CLT} = \sqrt{\frac{2 \kappa}{\omega \rho_0 C_p}} = \frac{\delta_{CLV}}{\sqrt{Pr}} \quad (6.4)$$

### 6.2.4.4 Le modèle visqueux de Pride puis thermique de Lafarge (1993)

Toujours en 1993, Pride *et al.* affinent le modèle de dissipation visqueuse de Johnson *et al.* (1987) en introduisant un paramètre supplémentaire : la *tortuosité acoustique visqueuse en basses fréquences*  $\alpha_0$  (Pride *et al.* (1993)), ce qui améliore la formulation qu'en avaient faite Champoux & Allard (1991). De plus, Pride *et al.* (1993) étudient les variations de ce paramètre quand la section des pores varie fortement le long du parcours de l'onde acoustique. Enfin, la même année, Lafarge (1993) raffine leur modèle et l'étend au problème thermique en proposant un nouveau paramètre, la *tortuosité thermique en basses fréquences*  $\alpha'_0$ . En s'inspirant de la fonction de forme visqueuse  $F_{VP}$  de Pride *et al.* (1993), Lafarge (1993) propose une nouvelle fonction de forme thermique  $F_{TPL}$  dont dépend alors le module de compressibilité effectif dynamique  $\chi_{eff}(\omega)$  du fluide équivalent (Lafarge (1993) et Lafarge *et al.* (1997)). L'annexe E reprend plus en détail l'expression de ces fonctions de forme.

### 6.2.5 Bilan

La Fig. 6.1 reprend dans ses grandes lignes l'évolution de ces modèles semi-phénoménologiques depuis les travaux de [Zwikker & Kosten \(1949\)](#) jusqu'à ceux de [Lafarge \(1993\)](#). La démarche générale consiste à modéliser le comportement acoustique d'un matériau poreux à structure rigide en le modélisant comme un fluide équivalent continu avec des propriétés visco-thermiques. Si les pores étudiés sont d'abord des cylindres droits de section circulaire et de même orientation avec [Kirchhoff \(1868a,b\)](#) puis [Zwikker & Kosten \(1949\)](#), leur forme se modifie au fil des études afin d'obtenir un modèle plus général. Ainsi, [Attenborough \(1983\)](#) s'affranchit de l'hypothèse de pores circulaires de même orientation en modifiant la formulation de [Zwikker & Kosten \(1949\)](#) pour modéliser des pores de section quelconque et variant lentement le long du parcours de l'onde. Par la suite, le modèle plus général de Johnson-Champoux-Allard-Pride-Lafarge permettra de caractériser des pores de sections quelconques et même variant brusquement.

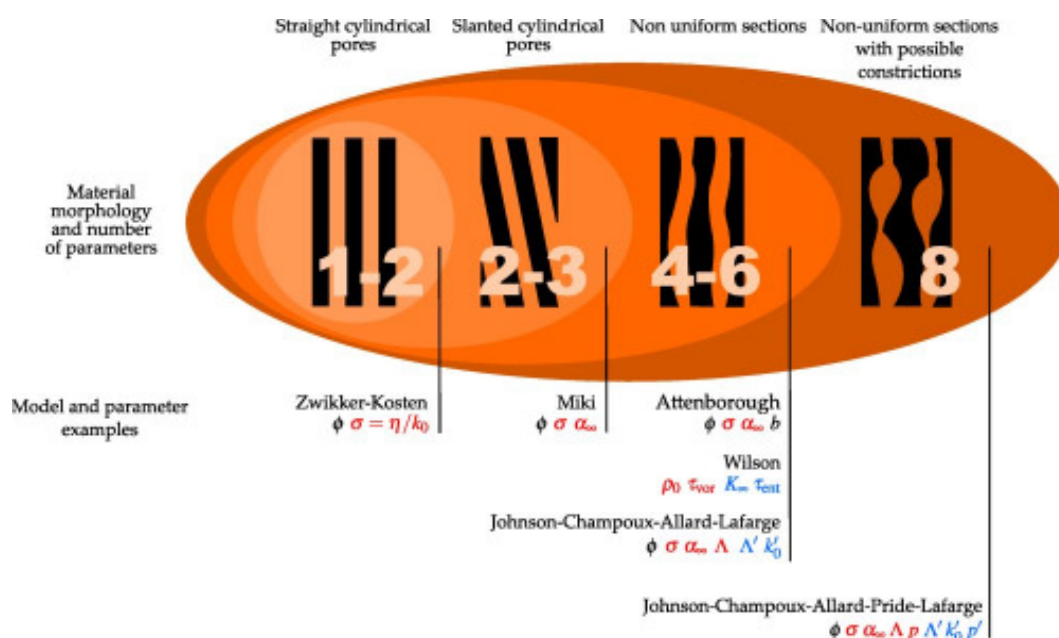


FIGURE 6.1 – Complexification des modèles semi-phénoménologiques en fonction de la forme des pores (Source : L. Jaouen et F.X. Bécot, <http://apmr.matelys.com/>).

## 6.2 Historique des grandes étapes en modélisation acoustique de 1868 à 1993

---

## Chapitre 7

# Propriétés acoustiques de milieux poreux

### 7.1 Modélisation des propriétés acoustiques de matériaux poreux

#### 7.1.1 Equations physiques mises en œuvre

##### 7.1.1.1 Formulation temporelle

D'après le formalisme de [Kirchhoff \(1868a,b\)](#), les équations mises en œuvre dans les calculs de propriétés thermo-acoustiques de milieux poreux décrivent les phénomènes dissipatifs visqueux et thermiques à l'échelle microscopique locale. Ces équations au nombre de quatre sont les suivantes :

$$\rho \left[ \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \vec{U} \cdot \vec{\nabla} \vec{U} \right] = - \vec{\nabla} P + \left( \frac{\eta}{3} + \zeta \right) \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{U}) + \eta \Delta \vec{U} + \vec{F} \quad (7.1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{U}) = 0 \quad (7.2)$$

$$\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{U} \cdot \vec{\nabla} T \right) = \kappa \Delta T + \frac{\partial P}{\partial t} + \vec{U} \cdot \vec{\nabla} P + \eta \Xi(\vec{U}, \eta, \zeta) + Q \quad (7.3)$$

$$\rho = \rho(P, T) \quad (7.4)$$

L'Eq. 7.1 est l'équation de la dynamique de Navier-Stokes générale pour un fluide compressible qu'on linéarise en faisant l'hypothèse que les fluctuations de vitesse, pression et température dans le fluide sont faibles ([Landau & Lifshitz \(1987\)](#)). On note  $\vec{U}$  et  $P$  respectivement la vitesse et la pression locales du fluide,  $\eta$  sa viscosité dynamique,  $\zeta$  sa seconde viscosité, et  $\vec{F}$  une force appliquée au fluide que nous considérons nulle dans la suite de notre étude.

L'équation de la conservation de la masse est représentée en Eq. 7.2. Ensuite, l'Eq. 7.3 est l'équation de la chaleur, dont l'expression est celle proposée par [Beltman et al. \(1998\)](#) ayant inspiré la documentation du module de *thermo-acoustique* de Comsol Multiphysics™ ([Comsol Multiphysics™ 3.5a \(2009\)](#)). On note  $\kappa$  la conductivité thermique du fluide,  $C_p$  et  $C_v$  ses chaleurs spécifiques



## 7.1 Modélisation des propriétés acoustiques de matériaux poreux

massiques respectivement à pression et volume constants, et enfin  $\Xi(\vec{U}, \eta, \zeta)$  sa fonction de dissipation visqueuse. Pour de petites oscillations de  $\vec{U}$ ,  $P$  et  $T$  dans un *fluide localement incompressible*, l'Eq. 7.3 devient l'Eq. 7.5.

$$\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{U} \cdot \vec{\nabla} T \right) = \kappa \Delta T + \frac{\partial P}{\partial t} \quad (7.5)$$

Enfin, l'équation d'état du fluide est celle des gaz parfaits (Eq. 7.6). En acoustique, on fait l'hypothèse que les oscillations de  $\rho$  sont faibles autour de sa valeur d'équilibre  $\rho_0$  qui est alors telle que pression et température sont respectivement égales à  $P_0$  et  $T_0$ . Par conséquent, si en plus de cette hypothèse on considère que le fluide est l'air, l'Eq. 7.6 implique alors l'eq. 7.7, avec  $R_s = (C_p - C_v) \approx 287,058 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ , la *constante spécifique* de l'air sec.

$$P = \frac{n R T}{V} = \frac{n M_{air}}{V} \frac{R}{M_{air}} T = \frac{m_{air}}{V} \frac{R}{M_{air}} T = \rho R_s T \quad (7.6)$$

$$\rho(P, T)|_{P_0, T_0} = \frac{P}{R_s T} \Big|_{P_0, T_0} = P \frac{\partial \rho}{\partial P} \Big|_{P_0, T_0} + T \frac{\partial \rho}{\partial T} \Big|_{P_0, T_0} = \rho_0 \left( \frac{P}{P_0} - \frac{T}{T_0} \right) \quad (7.7)$$

### 7.1.1.2 Formulation harmonique

Dans la mesure où les phénomènes physiques acoustiques sont considérés comme oscillants, il est possible de reformuler les Eq. 7.1, 7.2 et 7.5 sous une forme harmonique, c'est-à-dire complexe et dépendant de la fréquence de l'onde acoustique traversant le milieu poreux. Rappelons les hypothèses posées, ainsi, les perturbations induites par le passage de l'onde acoustique sont des fluctuations de faible amplitude autour de l'équilibre pour la vitesse  $\vec{U}$ , la pression  $P$  et la température  $T$  du fluide saturant les pores qui ont par ailleurs une structure rigide immobile. De plus, le fluide considéré, l'air dans notre cas, est localement incompressible à l'échelle de la microstructure. Dans ce formalisme harmonique, l'amplitude temporelle des variables peut alors être réécrite dans les Eq. 7.8, 7.9 et 7.10. On appellera par la suite les fluctuations  $p$  et  $\tau$  respectivement la *pression* et la *température acoustiques*. De plus, on note  $\vec{u}$  le vecteur de *fluctuation de vitesse* du fluide, également appelé *vitesse acoustique*.

$$\vec{U} = \vec{U}_0 + \vec{u} e^{i \omega t} \quad (7.8)$$

$$P = P_0 + p e^{i \omega t} \quad (7.9)$$

$$T = T_0 + \tau e^{i \omega t} \quad (7.10)$$

Dans notre étude c'est à l'échelle microscopique que sont estimées les propriétés acoustiques des matériaux fibreux. De plus, ces propriétés microscopiques permettent d'en déduire le comportement acoustique macroscopique du même matériau grâce aux techniques d'*homogénéisation* que nous décrivons dans la suite de ce document. Le principe général de l'homogénéisation est de déterminer

les propriétés d'une cellule élémentaire notée  $\Omega$ , encore appelée « *volume élémentaire représentatif* » (VER), considérée comme *périodique* dans toutes les directions de l'espace. Ainsi, le milieu macroscopique homogène équivalent est considéré comme un pavage dans l'espace uniformément composé des cellules élémentaires constituant le VER. Ainsi, les trois variables  $\vec{U}$ ,  $P$  et  $T$  sont  $\Omega$ -périodiques par translation dans l'espace. Par conséquent, cette périodicité par translation implique qu'à l'échelle de la cellule élémentaire  $\Omega$ , les deux relations suivantes sont vraies :  $\vec{\nabla} \vec{U} = \vec{0}$  et  $\vec{\nabla} T = \vec{0}$ . Ainsi, une fois les Eq. 7.1, 7.2 et 7.5 linéarisées et les termes harmoniques supérieurs au premier ordre négligés, on obtient les équations harmoniques 7.11, 7.12 et 7.13, d'après Gasser (2003), Perrot (2006), Venegas & Umnova (2008), Lee *et al.* (2008) et Lee *et al.* (2009).

$$i \omega \rho_0 \vec{u} = - \vec{\nabla} p + \left( \frac{\eta}{3} + \zeta \right) \vec{\nabla} \left( \vec{\nabla} \cdot \vec{u} \right) + \eta \Delta \vec{u} \quad (7.11)$$

$$i \omega \frac{\rho}{\rho_0} + \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \quad (7.12)$$

$$i \omega \rho_0 C p \tau = \kappa \Delta \tau + i \omega p \quad (7.13)$$

En injectant 7.7 dans 7.12, on obtient l'Eq. 7.14.

$$i \omega \left( \frac{p}{P_0} - \frac{\tau}{T_0} \right) = - \vec{\nabla} \cdot \vec{u} \quad (7.14)$$

En conclusion, notre problème thermo-acoustique est entièrement décrit par les trois équations harmoniques 7.11, 7.13 et 7.14 avec comme conditions à l'interface fluide-solide, notée  $\Gamma$ , les deux hypothèses décrites en Eq. 7.15 et 7.16 qui correspondent à une condition de non-glissement sur la frontière  $\Gamma$  qui est considérée comme une paroi isotherme.

$$\vec{u}_\Gamma = \vec{0} \quad (7.15)$$

$$\tau_\Gamma = 0 \quad (7.16)$$

### 7.1.2 Homogénéisation des structures périodiques et approche multi-échelle

#### 7.1.2.1 Homogénéisation des structures périodiques

Comme il est introduit à la section 7.1.1.2, la technique d'*homogénéisation des structures périodiques* permet d'estimer le comportement physique macroscopique d'un milieu à partir des propriétés microscopiques. Dans cette conception, le milieu macroscopique est considéré comme un pavage périodique dans l'espace dont ce VER forme les cellules élémentaires. Pour ce faire, il faut définir un volume élémentaire représentatif microscopique et périodique dans l'espace sur lequel on calcule les propriétés physiques. Cette technique a été introduite et largement utilisée en mécanique par Sanchez-Palencia (1974), Auriault & Sanchez-Palencia (1977), Bensoussan *et al.* (1978), Auriault (1980), Sanchez-Palencia (1980) et Auriault *et al.* (1985). En acoustique, elle a guidé, avant les

nôtres, les travaux de Gasser (2003), Perrot (2006), Venegas & Umnova (2008), Lee *et al.* (2008) et Lee *et al.* (2009).

L'homogénéisation des structures périodiques ne peut cependant être utilisée que si la *condition de séparation des échelles* est vérifiée, c'est-à-dire si les dimensions caractéristiques du milieu macroscopique sont très grandes devant celles du VER. Si cette hypothèse est vérifiée, alors, le VER n'est pas sensible aux conditions aux bords du milieu macroscopique qui est alors considéré comme infini devant les dimensions du VER. Si l'on note  $l$  et  $L$  les dimensions caractéristiques respectivement du VER et du milieu macroscopique, alors, la condition de séparation des échelles est définie par l'Eq. 7.17. Le milieu macroscopique est alors constitué de VER  $l$ -périodiques dans l'espace.

$$\epsilon = \frac{l}{L} \ll 1 \quad (7.17)$$

Ainsi, en acoustique, pour que les techniques d'homogénéisation soient valides, il faut que les dimensions caractéristiques du VER soient très petites devant celles des fluctuations de  $\vec{U}$ ,  $P$  et  $T$  qu'il subit lors de la propagation de l'onde acoustique. D'après Boutin *et al.* (1998) et Comsol Multiphysics™ 3.5a (2009), la dimension caractéristique des perturbations macroscopiques  $L$  est égale à  $L_{Acoustique}$  et dépend de la longueur d'onde  $\lambda_{Onde}$  de l'onde acoustique traversant le milieu poreux selon l'Eq. 7.18, avec  $c_0$  la célérité du son dans le milieu poreux homogène macroscopique équivalent et  $\omega = 2\pi f$ , la pulsation de l'onde. Ainsi,  $L_{Acoustique}$  est égale à environ  $2,7\text{ m}$  à  $20\text{ Hz}$ ,  $10,9\text{ mm}$  à  $5000\text{ Hz}$ ,  $6,8\text{ mm}$  à  $8000\text{ Hz}$ , et  $2,7\text{ mm}$  à  $20000\text{ Hz}$ , pour  $c_0 \approx 343,11\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ , la célérité du son dans l'air à  $T = 20^\circ\text{C}$ .

$$L_{Acoustique} = \frac{\lambda_{Onde}}{2\pi} = \frac{c_0}{\omega} \quad (7.18)$$

### 7.1.2.2 Formulation multi-échelle

Dans l'approche multi-échelle par homogénéisation des structures périodiques, on pose une variable spatiale  $\vec{X}$  et deux variables adimensionnelles indépendantes  $\vec{x}$  pour les macro-variations, et  $\vec{y}$  pour les micro-variations telles que  $\vec{x} = \frac{\vec{X}}{L}$  et  $\vec{y} = \frac{\vec{X}}{l}$ . Chaque variable régissant le comportement physique du milieu poreux peut être décomposée asymptotiquement en série de puissance à partir de  $\epsilon$  pour en relier les valeurs à l'échelle microscopique et macroscopique. Ainsi, comme le montrent Boutin & Auriault (1990), Boutin *et al.* (1998), Perrot (2006), Lee *et al.* (2008) et Lee *et al.* (2009), les variables acoustiques  $\vec{u}$ ,  $p$  et  $\tau$  peuvent être réécrites dans les Eq. 7.19, 7.20 et 7.21. Les indices  $x$  et  $y$  signifiant respectivement « à l'échelle macroscopique » et « à l'échelle microscopique ».

$$\vec{u}(\vec{x}, \vec{y}) = \vec{u}^{(0)}(\vec{x}, \vec{y}) + \epsilon \vec{u}^{(1)}(\vec{x}, \vec{y}) + \epsilon^2 \vec{u}^{(2)}(\vec{x}, \vec{y}) + \dots \quad (7.19)$$

$$p(\vec{x}, \vec{y}) = p^{(0)}(\vec{x}, \vec{y}) + \epsilon p^{(1)}(\vec{x}, \vec{y}) + \epsilon^2 p^{(2)}(\vec{x}, \vec{y}) + \dots \quad (7.20)$$

$$\tau(\vec{x}, \vec{y}) = \tau^{(0)}(\vec{x}, \vec{y}) + \epsilon \tau^{(1)}(\vec{x}, \vec{y}) + \epsilon^2 \tau^{(2)}(\vec{x}, \vec{y}) + \dots \quad (7.21)$$

## 7.1 Modélisation des propriétés acoustiques de matériaux poreux

---

Il est également possible de réécrire les opérateurs gradient  $\nabla$  et laplacien  $\Delta$  par cette approche multi-échelle comme le montrent les Eq. 7.22 et 7.23.

$$\vec{\nabla} = \vec{\nabla}_x + \epsilon^{-1} \vec{\nabla}_y \quad (7.22)$$

$$\Delta = \Delta_x + 2 \epsilon^{-1} \Delta_{xy} + \epsilon^{-2} \Delta_y \quad (7.23)$$

D'après les travaux de Boutin & Auriault (1990), Boutin *et al.* (1998), Lee *et al.* (2008) et Lee *et al.* (2009), les trois équations harmoniques 7.11, 7.13 et 7.14 peuvent être réécrites en formulation multi-échelles dans les Eq. 7.24, 7.25 et 7.26 en se restreignant à l'ordre  $\epsilon^0$  et en posant deux hypothèses. la première consiste à considérer le fluide comme localement incompressible, ce qui implique alors la relation suivante :  $\vec{\nabla}_y \cdot \vec{u}^{(0)} = \vec{0}$ . La seconde hypothèse, également tirée des travaux de Boutin & Auriault (1990) et Boutin *et al.* (1998) stipule que  $\vec{\nabla}_y p^{(0)} = \vec{0}$  qui implique alors que  $p^{(0)}(\vec{x}, \vec{y}) = p^{(0)}(\vec{x})$ , en d'autres termes, la pression est considérée comme homogène et constante dans tout le VER à l'échelle microscopique, et est alors un paramètre macroscopique.

$$i \omega \rho_0 \vec{u}^{(0)} = -\vec{\nabla}_y p^{(1)} - \vec{\nabla}_x p^{(0)} + \eta \Delta_y \vec{u}^{(0)} \quad (7.24)$$

$$i \omega \left( \frac{p^{(0)}}{P_0} - \frac{\tau^{(0)}}{T_0} \right) = -\vec{\nabla}_x \cdot \vec{u}^{(0)} - \vec{\nabla}_y \cdot \vec{u}^{(1)} \quad (7.25)$$

$$i \omega \rho_0 C_p \tau^{(0)} = \kappa \Delta_y \tau^{(0)} + i \omega p^{(0)} \quad (7.26)$$

### 7.1.3 Propriétés acoustiques macroscopiques

#### 7.1.3.1 Calcul des propriétés macroscopiques effectives

Comme il est expliqué dans la thèse de Perrot (2006) dans le formalisme général du fluide équivalent, pour caractériser les propriétés acoustiques macroscopiques effectives d'un milieu poreux à structure rigide, il suffit de définir les couples suivants :  $(Q, Z_{eff})$ ,  $(\widehat{K}, \widehat{K}')$  ou encore  $(\rho_{eff}, \chi_{eff})$ , avec  $Q$  le nombre d'onde de l'onde acoustique,  $Z_{eff}$  l'impédance acoustique effective dynamique du milieu poreux,  $\widehat{K}$  et  $\widehat{K}'$  ses perméabilités dynamiques macroscopiques respectivement visqueuse et thermique,  $\rho_{eff}$  sa masse volumique effective dynamique et enfin  $\chi_{eff}$  son module de compressibilité effectif dynamique. Tous ces couples sont complexes et dépendent de la fréquence angulaire  $\omega$ . De plus, les deux phénomènes dissipatifs visqueux et thermique sont considérés comme indépendants l'un de l'autre. Enfin, le fluide considéré ici étant l'air, ce sont ses propriétés physiques rhéologiques et thermodynamiques qui sont utilisées dans le système d'équations harmoniques 7.11, 7.12 et 7.13.

#### 7.1.3.2 Méthode de calcul par approche microstructurale par éléments finis

En 1970, Delany et Bazley ont estimé les couples  $(Q, Z_{eff})$  de matériaux fibreux de porosité proche de 1 à partir d'expressions analytiques empiriques de ces deux variables (Delany & Bazley (1970)). L'annexe E décrit plus en détails ces expressions analytiques. Les travaux de Schladitz

*et al.* (2006), orientés sur les matériaux fibreux, s'appuient d'ailleurs sur les formules de [Delany & Bazley \(1970\)](#). Pour notre étude, nous préférons estimer les propriétés acoustiques macroscopiques de matériaux fibreux périodiques à partir des définitions théoriques de ces couples, sans utiliser de modèle semi-phénoménologique comme ceux décrits précédemment et dans l'annexe E. Pour ce faire, nous déduisons tous ces couples à partir du seul couple  $(\widehat{\mathbf{K}}, \widehat{K}')$  des perméabilités dynamiques visqueuse et thermique.

Tout d'abord, nous nous plaçons dans le formalisme décrit précédemment qui consiste à considérer le milieu poreux macroscopique comme un fluide équivalent continu homogène dont les propriétés visqueuses sont traduites par la masse volumique effective  $\rho_{eff}$ , et dont les caractéristiques thermiques s'expriment par le biais du module de compressibilité effectif  $\chi_{eff}$ . En suivant l'hypothèse de séparation des échelles et de grande longueur d'onde devant les dimensions des cellules élémentaires, nous estimons ces deux paramètres à partir des champs de vitesse, pression et température acoustiques harmoniques complexes à l'échelle microscopique du VER. Ces trois variables sont de plus considérées comme *périodiques* aux bords du VER dans toutes les directions de l'espace (deux directions en 2D et trois directions en 3D).

En pratique, les champs vectoriel de vitesse  $\vec{u}$  et scalaires de pression  $p$  et température  $\tau$  acoustiques, correspondant aux fluctuations des variables  $\vec{U}$ ,  $P$  et  $T$ , sont estimés par [Schladitz et al. \(2006\)](#) en 3D à l'aide des méthodes numériques de *Boltzmann sur réseau*. Dans notre étude, à l'instar des travaux de [Gasser \(2003\)](#), [Perrot \(2006\)](#), [Venegas & Umnova \(2008\)](#), [Lee et al. \(2008\)](#) et [Lee et al. \(2009\)](#), ils sont estimés par la méthode des *éléments finis*. Pour ce faire, nous utilisons le module de *thermo-acoustique* du logiciel commercial Comsol Multiphysics™. Dans cette méthode, les trois équations harmoniques 7.11, 7.12 et 7.13 de la section 7.1.1.2 sont résolues pour différentes valeurs de la fréquence angulaire  $\omega$  sur un maillage spatial discret sur la microstructure des pores dans le VER, en respectant les conditions aux bords en Eq. 7.15 et 7.16 en plus de la périodicité des trois variables  $\vec{u}$ ,  $p$  et  $\tau$  aux bords de la cellule élémentaire.

Dans la mesure où les échanges d'énergie visqueuse et thermique se font à l'interface fluide-solide dans la couche limite visqueuse, les éléments de maillage autour de ces interfaces doivent être plus fins afin d'estimer les différents champs le plus précisément possible a fortiori en hautes fréquences où l'épaisseur de couche limite est très faible. Tout le travail de modélisation en 2D et 3D se fait donc au sein de Comsol Multiphysics™ dont les fonctionnalités permettent de définir les équations physiques à résoudre, leurs conditions aux bords, la périodicité spatiale des variables considérées ainsi que le maillage et son raffinement au niveau de la couche limite. Si la méthode par éléments finis sur un maillage suffisamment fin est précise, elle présente cependant l'inconvénient d'être gourmande en temps de calcul et en ressources mémoire, surtout lorsque le maillage devient nécessairement plus fin.

### 7.1.3.3 Propriétés effectives visqueuses

Les propriétés de dissipation visqueuse de l'énergie de l'onde acoustique traversant le milieu poreux sont traduites par la masse volumique effective  $\rho_{eff}$  du fluide équivalent exprimée par l'Eq. 7.29. La notation en **gras** correspond à un *tenseur d'ordre 2*, c'est-à-dire à une matrice de dimensions 2x2 en 2D et 3x3 en 3D parce que les phénomènes dissipatifs visqueux sont *vectoriels*. L'expression

## 7.1 Modélisation des propriétés acoustiques de matériaux poreux

de  $\rho_{eff}$  en Eq. 7.29 dépend du tenseur de *perméabilité visqueuse*  $\mathbf{K}$  estimé à partir de la *loi de Darcy* décrite par l'Eq. 7.27, et dépendant uniquement des valeurs de  $\vec{u}$  et  $p$  à l'ordre 0 dans la décomposition multi-échelle de la section 7.1.2.2, avec  $p$  qui est considéré comme un paramètre macroscopique (dépendant uniquement de  $\vec{x}$ ).

$$\vec{u}^{(0)}(\vec{x}, \vec{y}) = -\frac{\mathbf{K}(\vec{y}, \omega)}{\eta} \cdot \vec{\nabla}_x p^{(0)}(\vec{x}) \quad (7.27)$$

Ainsi, d'après l'Eq. 7.27, pour chaque composante complexe harmonique  $K_{ij}$  de  $\mathbf{K}$ , on obtient un champ scalaire dépendant de  $\omega$  en 2D ou 3D selon la dimension de la géométrie des pores. Dans notre étude, on applique uniquement des gradients de pression  $\vec{\nabla}_x p^{(0)}$  orientés soit selon l'axe  $Ox$ , soit selon  $Oy$ , soit selon  $Oz$ . Ainsi, en 3D  $\mathbf{K}$  s'écrit de la façon suivante :

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{yx} & K_{yy} & K_{yz} \\ K_{zx} & K_{zy} & K_{zz} \end{pmatrix}$$

La matrice  $\mathbf{K}$  est *symétrique* par rapport à sa diagonale. De plus, lorsque les champs de vitesse  $\vec{u}^{(0)}$  et les gradients de pression  $\vec{\nabla}_x p^{(0)}$  sont alignés avec ses vecteurs propres,  $\mathbf{K}$  est *diagonale*. Enfin, pour des géométries de pores *isotropes*, tous les éléments de la diagonale étant égaux, une seule simulation suffit pour déterminer  $\mathbf{K}$  qui devient le scalaire  $K$  de perméabilité visqueuse. Pour une géométrie quelconque, on applique aux pores successivement un gradient de pression  $\vec{\nabla}_x p^{(0)}$  orienté selon une seule direction  $Ox$ ,  $Oy$  puis  $Oz$  afin de déterminer séparément chacun des trois coefficients de la diagonale de  $\mathbf{K}$ .

Dans notre étude, nous restreignons l'estimation de  $\mathbf{K}$  à ses valeurs diagonales  $K_{xx}$ ,  $K_{yy}$  et  $K_{zz}$ , suffisantes pour définir le tenseur de perméabilité visqueuse en raison des symétries des géométries simplifiées de pores que nous avons étudiées. D'autre part, les fibres de Thermisorel™ étant empilées dans des plans perpendiculaires à l'axe de compression, les conditions d'utilisation et les tests d'absorption acoustique des panneaux de fibres sont réalisés en émettant une onde acoustique se propageant dans la direction de cet axe de compression, par conséquent, le gradient de pression oscillant appliqué au panneau de Thermisorel™ est perpendiculaire aux plans contenant les fibres. C'est pourquoi une seule direction pour le gradient  $\vec{\nabla}_x p^{(0)}$  et par extension, une seule composante de  $\mathbf{K}$  sont considérées dans cette analyse puisque ses autres coefficients n'intéressent pas notre étude qui n'a pas vocation de caractériser les propriétés acoustiques des panneaux de fibres dans toutes les directions de l'espace.

En calculant la moyenne spatiale de l'Eq. 7.24 dans les pores à l'échelle microscopique du VER, on peut déduire l'Eq. 7.28. L'expression analytique de la masse volumique effective harmonique du fluide équivalent macroscopique, notée  $\rho_{eff}$  dans l'Eq. 7.29, peut être déduite de l'Eq. 7.28 et de la loi de Darcy (Eq. 7.27).

$$i \omega \rho_{eff} \cdot \left\langle \vec{u}^{(0)} \right\rangle = -\vec{\nabla}_x p^{(0)} \quad (7.28)$$

On note  $\widehat{\mathbf{K}} = \phi \langle \mathbf{K} \rangle$  avec  $\phi$  la *porosité* du milieu poreux, c'est-à-dire la fraction volumique d'air dans le matériau, et  $\langle \mathbf{K} \rangle$  la moyenne spatiale de  $\mathbf{K}$  dans la phase fluide (air) à l'échelle microscopique du VER.

$$\boldsymbol{\rho}_{eff} = \frac{\eta \phi}{i \omega} \widehat{\mathbf{K}}^{-1} = \boldsymbol{\alpha}(\omega) \rho_0 \quad (7.29)$$

Ainsi, comme pour  $\widehat{\mathbf{K}}$ , la notation  $\boldsymbol{\rho}_{eff}$  signifie que la masse volumique effective est un *tenseur d'ordre 2*. Une fois l'expression de  $\boldsymbol{\rho}_{eff}$  connue, il reste à définir celle du module de compressibilité  $\chi_{eff}$  pour caractériser les effets de dissipation thermique. Enfin, on note  $\boldsymbol{\alpha}(\omega)$  le tenseur d'ordre 2 correspondant à la *tortuosité acoustique visqueuse dynamique*.

#### 7.1.3.4 Propriétés effectives thermiques

Par analogie avec les phénomènes visqueux et la loi de Darcy, les propriétés de dissipation par effets thermiques peuvent être caractérisées par une *perméabilité thermique* harmonique scalaire complexe, notée  $K'$ , qui est définie dans l'Eq. 7.30. Les phénomènes dissipatifs thermiques sont *scalaires*.

$$\tau^{(0)}(\vec{x}, \vec{y}) = \frac{K'(\vec{y}, \omega)}{\kappa} i \omega p^{(0)}(\vec{x}) \quad (7.30)$$

D'après les formules (4.39) et (4.40) de Allard (1993), le module de compressibilité  $\chi_{eff}$  dépend de la moyenne spatiale sur les pores de la masse volumique effective harmonique du fluide équivalent, notée  $\rho^{(0)}(\omega)$  à l'ordre 0 dans notre problème multi-échelle (Eq. 7.31).

$$\chi_{eff}(\omega) = \frac{\langle \rho^{(0)}(\omega) \rangle}{\rho_0 p^{(0)}(\omega)} \quad (7.31)$$

En s'appuyant sur les Eq. 7.25 et 7.31, on peut déduire l'Eq. 7.32, en notant que  $\langle \vec{\nabla}_y \cdot \vec{u}^{(1)} \rangle = 0$ , puisque  $\vec{u}$  étant périodique aux bords du VER, la moyenne spatiale de sa divergence est nulle sur ce dernier, à l'échelle microscopique  $y$ . De plus, les Eq. 7.32 et Eq. 7.30 permettent de redéfinir le module de compressibilité  $\chi_{eff}$  dans l'Eq. 7.33 (Lee *et al.* (2008) et Lee *et al.* (2009)). Comme précédemment, on note  $\widehat{K}' = \phi \langle K' \rangle$ , avec  $\langle K' \rangle$  la moyenne spatiale de  $K'$  dans les pores du VER.

$$i \omega \chi_{eff} p^{(0)} = -\vec{\nabla}_x \cdot \langle \vec{u}^{(0)} \rangle \quad (7.32)$$

$$\chi_{eff}(\omega) = \frac{1}{\gamma P_0} \left( \gamma - \left[ (\gamma - 1) \frac{\rho_0 Pr}{\eta} \frac{i \omega \widehat{K}'}{\phi} \right] \right) \quad (7.33)$$

### 7.1.3.5 Propriétés d'absorption acoustique

Une fois définies les perméabilités visqueuse et thermique,  $\widehat{\mathbf{K}}$  et  $\widehat{K}'$ , il est possible de déduire les autres paramètres caractérisant les propriétés d'absorption acoustique d'un milieu poreux. Parmi celles-ci, on trouve l'*impédance caractéristique* effective  $Z_{eff}$  et le *nombre d'onde*  $Q$  qu'on déduit de l'expression de la *célérité effective*  $c_{eff}$  de l'onde acoustique dans le milieu poreux. Par ailleurs, ces trois paramètres sont des scalaires complexes harmoniques. Comme l'indiquent [Lee et al. \(2008\)](#) et [Lee et al. \(2009\)](#), l'onde sonore acoustique étant une onde de pression, on peut déduire de son expression temporelle en Eq. 7.9, son expression complète à l'échelle macroscopique (ici restreinte à l'ordre (0)) décrivant l'onde progressive associée (Eq. 7.34). On note alors  $\vec{Q}$  le vecteur d'onde complexe de l'onde acoustique et  $\vec{x}$  un point quelconque de l'espace.

$$p^{(0)} = p e^{i(\omega t - \vec{Q} \cdot \vec{x})} \quad (7.34)$$

De plus, le vecteur d'onde peut se réécrire  $\vec{Q} = Q \cdot \vec{\xi}$ , à partir du vecteur unitaire  $\vec{\xi}$ . Par conséquent, en reprenant la formulation de [Lee et al. \(2008\)](#) et [Lee et al. \(2009\)](#), on obtient les Eq. 7.35 et 7.36 qui expriment respectivement la *célérité*  $c_{eff}$  et l'*impédance caractéristique*  $Z_{eff}$  effectifs du fluide équivalent au milieu poreux après homogénéisation.

$$c_{eff} = \sqrt{\frac{\vec{\xi}^T \boldsymbol{\rho}_{eff}^{-1} \vec{\xi}}{\chi_{eff}}} = \frac{\omega}{Q} \quad (7.35)$$

$$Z_{eff} = \frac{1}{\phi} \sqrt{\frac{\vec{\xi}^T \boldsymbol{\rho}_{eff} \vec{\xi}}{\chi_{eff}}} \quad (7.36)$$

On note  $Z_0$  l'impédance acoustique de l'air au repos. Ainsi, d'après l'Eq. 7.37,  $Z_0$  est un paramètre du fluide saturant les pores qui dépend de sa masse volumique  $\rho_0$ , et de la vitesse  $c_0$  du son s'y propageant.

$$Z_0 = \rho_0 c_0 \quad (7.37)$$

Enfin, l'expression du couple  $(Q, Z_{eff})$  caractéristique du milieu poreux effectif homogène permet d'en définir les coefficients scalaires de *réflexion*  $R(\omega)$  (Eq. 7.38), et d'*absorption acoustiques*  $A(\omega)$  (Eq. 7.40). Ces deux paramètres sont harmoniques et donc dépendent de la fréquence de l'onde sonore parcourant le milieu poreux. On peut remarquer que  $R$  est complexe, alors que  $A$  est réel.

$$R(\omega) = \frac{H Z_{eff} - Z_0}{H Z_{eff} + Z_0} \quad (7.38)$$

$$H(\omega) = \cotanh(i Q d) = \left[ \frac{1 + e^{\left(\frac{-2 i \omega d}{c_{eff}}\right)}}{1 - e^{\left(\frac{-2 i \omega d}{c_{eff}}\right)}} \right] \quad (7.39)$$



On note  $d$  l'épaisseur de milieu poreux que traverse l'onde acoustique. De ce paramètre dépend l'expression de  $H$  (Eq. 7.39), la *fonction de transfert* harmonique du matériau poreux effectif homogène d'épaisseur  $d$  stimulé par une onde de nombre d'onde  $Q$ .

$$A(\omega) = 1 - |R(\omega)|^2 \quad (7.40)$$

### 7.1.3.6 Bilan

En conclusion, après avoir défini les équations mises en œuvre lors de la résolution du problème thermo-acoustique de dissipation visqueuse et thermique dans les milieux poreux, nous avons déterminé leur formulation multi-échelle afin de les étendre au niveau macroscopique selon les méthodes de l'homogénéisation des milieux périodiques. Ensuite, nous avons préféré la méthode de résolution par éléments finis plutôt que les modèles semi-phénoménologiques de Johnson-Champoux-Allard-Pride-Lafarge, décrits à la section 6.2.4 du chapitre 6 et en annexe E, afin de s'affranchir de leurs hypothèses simplificatrices pour des géométries simples. Nous résolvons pour plusieurs fréquences les quatre équations du problème thermo-acoustique en régime harmonique par éléments finis avec le logiciel Comsol Multiphysics™, puis les champs de vitesse, pression et température acoustiques ainsi obtenus nous permettent d'estimer les propriétés effectives du fluide équivalent homogène correspondant au milieu poreux étudié. Enfin, ces propriétés acoustiques sont calculées à partir des définitions générales indépendamment des modèles semi-phénoménologiques.

Les modèles semi-phénoménologiques ne nécessitent que deux résolutions, en limites asymptotiques basses et hautes fréquences, dont les résultats sont injectés dans des fonctions d'interpolation afin d'extraire les propriétés acoustiques comme la masse volumique effective et le module de compressibilité dynamique qui permettent à leur tour de définir l'absorption acoustique du milieu étudié. Au contraire, dans la méthode numérique que nous utilisons, par éléments finis, nous résolvons les équations pour plusieurs fréquences entre les limites basses et hautes fréquences, ce qui en fait une méthode gourmande en temps de calcul et en ressources mémoire informatique. Cette approche est cependant nécessaire puisque les milieux 2D et 3D que nous étudions n'entrent pas en ligne de compte des modèles semi-phénoménologiques qui caractérisent des géométries simples à base de tubes plus ou moins cylindriques, non représentatifs des pores des milieux fibreux étudiés au sein du projet Silent Wall.

### 7.1.4 Analogie du comportement en fréquence infinie avec un problème de conduction électrique

Comme le suggèrent Johnson *et al.* (1987) et Allard (1993), la longueur caractéristique visqueuse  $\Lambda$ , paramètre intrinsèque à la géométrie des pores, peut être déterminée par analogie avec un problème de *conduction électrique* dans un fluide équivalent considéré comme *non visqueux* en hautes fréquences infinies, en s'inspirant des travaux de Brown (1980). En effet, le dénominateur de l'expression de  $\Lambda$  en Eq. E.12 (annexe E) est égal à l'intégrale sur l'interface fluide-solide  $\Gamma$  de  $\vec{u}^2$ . Or, comme nous l'avons expliqué à la section 7.1.1.2, l'hypothèse de paroi rigide et la condition de non-glissement à l'interface  $\Gamma$ , exprimée par l'Eq. 7.15, impose une vitesse  $\vec{u}_\Gamma = \vec{0}$  à l'interface

$\Gamma$  à cause de la viscosité du fluide. Par conséquent, le dénominateur de l'Eq. E.12 est nul pour un fluide visqueux et donc le paramètre  $\Lambda$  ne peut pas être déterminé à partir du formalisme de thermo-acoustique en fluide visqueux décrit précédemment à la section 7.1.1.2.

Par extension, la tortuosité acoustique visqueuse en fréquences infinies  $\alpha_\infty$  peut être déterminée plus précisément dans un fluide *non visqueux* plutôt qu'à l'aide du formalisme thermo-acoustique résolu par la méthode des éléments finis fortement dépendante de la finesse du maillage à l'interface fluide-solide dans la couche limite.

Ainsi, en considérant un fluide *non visqueux* composé d'électrons, l'analogie avec un problème de conduction électrique suggérée par Brown (1980), puis étendue à leurs modèles par Johnson *et al.* (1987) et Allard (1993), propose de remplacer le champ de vitesse des particules de fluide  $\vec{u}$  dérivant d'un gradient de pression d'après la loi de Darcy (Eq. 7.27), par le champ électrique  $\vec{E}$  dérivant d'un gradient de potentiel électrique  $\varphi$ . Cette méthode a été reprise et explicitée de même par Perrot *et al.* (2008a,b), Lee *et al.* (2008) et Lee *et al.* (2009) dans leurs travaux pour déterminer le paramètre  $\Lambda$  de leurs géométries.

Dans ce formalisme électrique, les équations mises en œuvre au sein du fluide  $\Omega_f$  sont explicitées en Eq. 7.41 et 7.42, avec  $\vec{e}$  le champ électrique initial, choisi ici égal à  $\vec{0}$ . Le champ  $\vec{E}$  est donc considéré comme *statique*. De plus, on considère le potentiel électrique  $\varphi$  comme périodique aux bords de la cellule élémentaire.

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}_y \varphi + \vec{e} \quad (7.41)$$

$$\vec{\nabla}_y \cdot \vec{E} = 0 \quad (7.42)$$

La paroi solide est considérée comme *isolante*, ce qui se traduit par l'Eq. 7.43, avec  $\vec{n}$  le vecteur localement normal à cette interface.

$$\vec{E}_\Gamma \cdot \vec{n} = 0 \quad (7.43)$$

Ainsi, dans ce formalisme de conduction électrique, les Eq. E.12 et 3.18 deviennent respectivement les Eq. 7.44 et 7.45.

$$\Lambda = 2 \frac{\iint\int_{\Omega_f} \vec{E}^{\rightarrow 2} d\Omega_f}{\iint_{\Gamma} \vec{E}^{\rightarrow 2} d\Gamma} \quad (7.44)$$

$$\alpha_\infty = \frac{\langle \vec{E}^{\rightarrow 2} \rangle}{\langle \vec{E} \rangle^2} \quad (7.45)$$

## 7.2 Validation de la méthode sur des modèles issus de la bibliographie

### 7.2.1 Principe de la validation

Afin de valider notre méthode de modélisation des propriétés acoustiques d'une géométrie quelconque en 2D ou 3D en utilisant la méthode de résolution par éléments finis au sein du logiciel Comsol Multiphysics™ et la méthode d'homogénéisation des structures périodiques (section 7.1.3), nous avons comparé les différents paramètres acoustiques obtenus par notre approche à ceux publiés et disponibles dans la littérature scientifique pour différentes géométries 2D et 3D. Parmi les paramètres acoustiques de référence se trouvent entre autres la tortuosité acoustique dynamique, le module de compressibilité, la vitesse de l'onde acoustique, les perméabilités et les longueurs caractéristiques visqueuses et thermiques, et le coefficient d'absorption. Une fois notre méthode de modélisation validée, il devient alors possible et pertinent de l'utiliser pour répondre aux questions soulevées par le projet Silent Wall quant au comportement acoustique de milieux fibreux comme le Thermisorel™. Enfin, elle permet de mettre en correspondance les propriétés morphologiques de ce type de matériaux décrites au chapitre 3, avec les propriétés acoustiques de milieux périodiques idéaux présentant des analogies de tailles de fibres et d'épaisseur de matériau.

### 7.2.2 Modèle 2D de fibres cylindriques périodiques

#### 7.2.2.1 Géométrie 2D et maillage

Dans leur article, Venegas & Umnova (2008) ont étudié des agencements périodiques de fibres de différentes sections à l'aide du formalisme décrit précédemment à la section 7.1.3.2 en utilisant la méthode de résolution par éléments finis avec Comsol Multiphysics™. Pour valider notre méthode, nous avons choisi de modéliser la géométrie qu'ils nomment *PACC* (Periodic Array of Circular Cylinders) et qui représente une cellule élémentaire en 2D ayant une fibre pleine, de section circulaire en son centre (Fig. 7.1). Le maillage du milieu poreux de cette géométrie est représenté en Fig. 7.2(a). La porosité choisie est de  $\phi = 0,80$  avec un rayon de fibre circulaire  $R_F = 505 \mu m$  pour une cellule élémentaire de  $2 mm$  de côté. Le maillage ainsi obtenu est constitué de  $5854$  éléments, induisant un système avec  $47671$  degrés de liberté.

D'un point de vue physique, imposer les conditions périodiques pour les trois variables aux bords de la cellule élémentaire dans le formalisme décrit à la section 7.1.2, revient à considérer un matériau macroscopique *infini* dans les trois dimensions et constitué de telles cellules élémentaires. Ainsi, comme le montre la Fig. 7.1, les propriétés acoustiques d'un agencement en 3D de fibres orientées parallèlement entre elles et selon la direction  $Oz$  sont les mêmes que celles des sections 2D dans les plans  $xOy$ . Par conséquent, il est possible de restreindre notre étude à un problème 2D pour caractériser une telle géométrie.

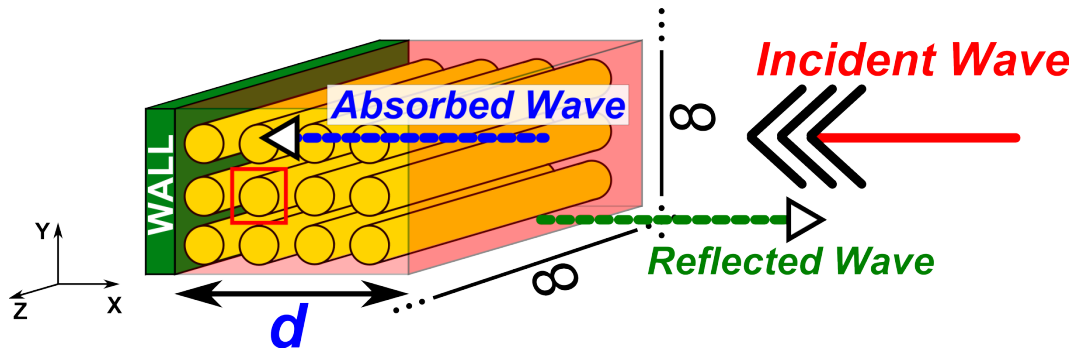


FIGURE 7.1 – Matériau homogène équivalent 3D constitué de cellules élémentaires *PACC* périodiques (fibres de section circulaire) et d'épaisseurs  $d$  selon  $Ox$  et *infinies* selon  $Oy$  et  $Oz$ . Excitation selon  $Ox$ . Carré rouge : cellule élémentaire 2D.

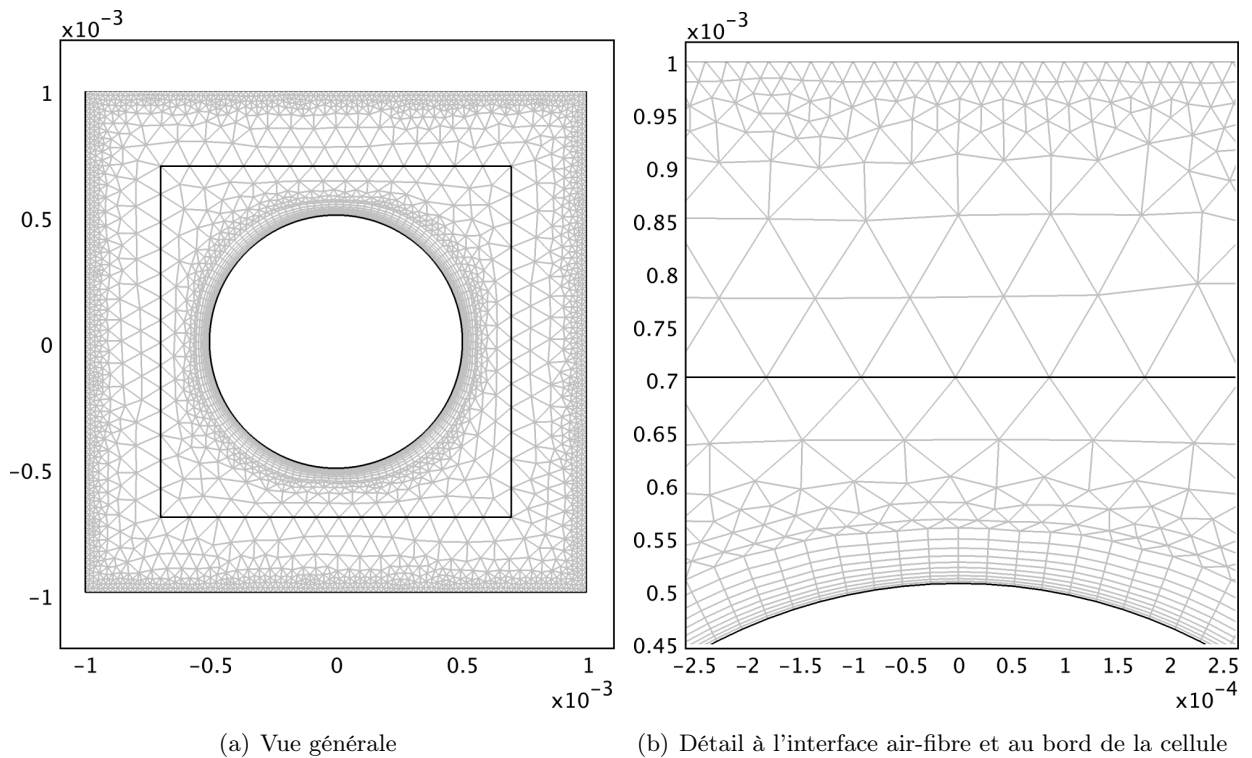


FIGURE 7.2 – Maillage de la géométrie 2D *PACC* de Venegas & Umnova (2008) pour une porosité  $\phi = 0,80$  et un rayon de fibre circulaire  $R_F = 505 \mu\text{m}$ .

Comme le montre la Fig. 7.2(b), le maillage est plus fin à l'interface air-fibre afin de résoudre plus précisément les phénomènes dissipatifs dans la couche limite dont l'épaisseur diminue en hautes fréquences. Ainsi, les pertes visqueuses et thermiques ayant lieu dans une bande de plus en plus étroite à mesure que la fréquence augmente, il est nécessaire de raffiner le maillage dans la couche limite. De plus, la cellule élémentaire étudiée est périodique et par conséquent, les variables harmoniques acoustiques de pression  $p$  et température  $\tau$ , ainsi que toutes les composantes du vecteur de vitesse acoustique  $\vec{u}$  du fluide sont périodiques. D'ailleurs, on note  $(u, v, w)$  les composantes respectivement selon  $Ox$ ,  $Oy$  et  $Oz$  du vecteur  $\vec{u}$  dans le fluide stimulé par l'onde sonore. Pour une cellule élémentaire 2D rectangulaire, ces trois variables sont identiques pour les deux côtés gauche et droite d'une part, puis pour les deux autres côtés bas et haut d'autre part. En 3D pour une cellule élémentaire cubique, ces trois variables sont périodiques selon les faces du cube avec une troisième condition de périodicité liée à la troisième dimension. Pour chaque paire de côtés opposés en 2D (ou de faces opposées en 3D), le maillage est identique aux frontières de la cellule élémentaire et est également plus fin, afin de résoudre précisément ces conditions de périodicité, comme le montre la Fig. 7.2(b).

Si l'on impose une pression oscillante, en d'autres termes une excitation sonore et donc un gradient de pression oscillant selon  $Ox$  par exemple, sur une face de la cellule élémentaire, le coefficient d'absorption acoustique (Eq. 7.40) du matériau dépend de la fonction de transfert  $H$  décrite en Eq. 7.39 et définie à partir de son épaisseur  $d$  selon  $Ox$  comme illustré en Fig. 7.1, les dimensions de l'échantillon selon  $Oy$  et  $Oz$  étant *infinies*.

### 7.2.2.2 Paramètres physiques

Les paramètres physiques et les conditions initiales de toutes les simulations de notre étude sont rassemblés dans la Table 7.1. Ils caractérisent le fluide saturant les pores qui est l'*air* à la pression ambiante et à la température de  $20^\circ C$ . L'amplitude  $p$  de la pression oscillante source de la propagation de l'onde sonore incidente décrite en Eq. 7.9 est imposée égale à  $p = 1 Pa$  pour toutes les simulations de notre étude.

## 7.2 Validation de la méthode sur des modèles issus de la bibliographie

$R_{GP}$	Constante des gaz parfaits	$8,314 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$
$P_0$	Pression à l'équilibre	$1,013 \times 10^5 \text{ Pa}$
$T_0$	Température à l'équilibre	$20^\circ\text{C} = 293 \text{ K}$
$\rho_0$	Masse volumique de l'air à l'équilibre	$1,21 \text{ kg.m}^{-3}$
$M_{air}$	Masse molaire de l'air	$28,96 \times 10^{-3} \text{ kg.mol}^{-1}$
$R_{sair}$	Constante spécifique de l'air	$287 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$
$\eta$	Viscosité dynamique de l'air	$1,82 \times 10^{-5} \text{ Pa.s}$
$\nu$	Viscosité cinématique de l'air	$1,50 \times 10^{-5} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$
$\kappa$	Conductivité thermique de l'air	$0,026 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
$C_p$	Capacité calorifique massique à pression constante	$1004,04 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$
$C_v$	Capacité calorifique massique à volume constant	$717,17 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$
$\gamma$	Coefficient adiabatique	1,4
$Pr$	Nombre de Prandtl de l'air	0,703
$c_0$	Vitesse du son dans l'air	$343,11 \text{ m.s}^{-1}$
$Z_0$	Impédance acoustique de l'air	$415,17 \text{ Pa.s.m}^{-1}$

TABLE 7.1 – Paramètres physiques choisis pour tous nos modèles.

Parmi les paramètres de l'air de la Table 7.1, se trouvent sa constante spécifique  $R_{sair}$ , sa viscosité cinématique  $\nu$ , son nombre de Prandtl  $Pr$ , son impédance acoustique  $Z_0$  définie à l'Eq. 7.37, ainsi que la vitesse du son  $c_0$  qui s'y propage. Ces propriétés de l'air sont estimées à partir des Eq. 7.46, 7.47, 7.48 et 7.49. De plus, en considérant l'air comme un gaz parfait, on peut avancer l'hypothèse qu'il vérifie l'Eq. 7.50 sur la valeur du coefficient adiabatique  $\gamma$ .

$$R_{sair} = \frac{R_{GP}}{M_{air}} \quad (7.46)$$

$$\nu = \frac{\eta}{\rho_0} \quad (7.47)$$

$$Pr = \frac{\eta C_p}{\kappa} \quad (7.48)$$

$$c_0 = \sqrt{\gamma R_{sair} T_0} \quad (7.49)$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \quad (7.50)$$

### 7.2.2.3 Champs de vitesse et de pression acoustiques d'une cellule élémentaire

Après avoir modélisé dans Comsol Multiphysics™ la géométrie 2D *PACC* à l'échelle proposée par Venegas & Umnova (2008), et une fois configurées les équations physiques harmoniques (Eq. 7.11, 7.12 et 7.13), les propriétés physiques du fluide (Table 7.1), les conditions à l'interface air-fibre

(paroi rigide et isotherme d'après les Eq. 7.15 et 7.16) et les conditions périodiques aux bords de la cellule, il devient possible de calculer les champs de pression  $p$ , de température  $\tau$ , et de vitesse  $\vec{u}$  acoustiques dans le fluide sur le maillage illustré en Fig. 7.2. Comme il a été expliqué précédemment, ce maillage doit être raffiné à l'interface air-fibre et aux bords de la cellule élémentaire pour plus de précision. Une fois les champs calculés sur ce maillage de cellule élémentaire périodique par la méthode des éléments finis, il est possible d'estimer les propriétés acoustiques macroscopiques du milieu homogène équivalent en utilisant le formalisme décrit à la section 7.1.3.

Dans ce modèle, la stimulation de l'onde sonore incidente se fait par application d'une pression oscillante d'amplitude  $p = 1 Pa$  sur la face du haut de la cellule élémentaire, induisant alors un gradient de pression, oscillant vertical selon l'axe  $Oy$ . La norme de ce gradient de pression microscopique imposé à la cellule élémentaire 2D *PACC* de  $2 mm$  de côté est égale à  $\left\| \vec{\nabla}_x p^{(0)} \right\| = \frac{1}{2 \times 10^{-3}} = 500 Pa.m^{-1}$ .

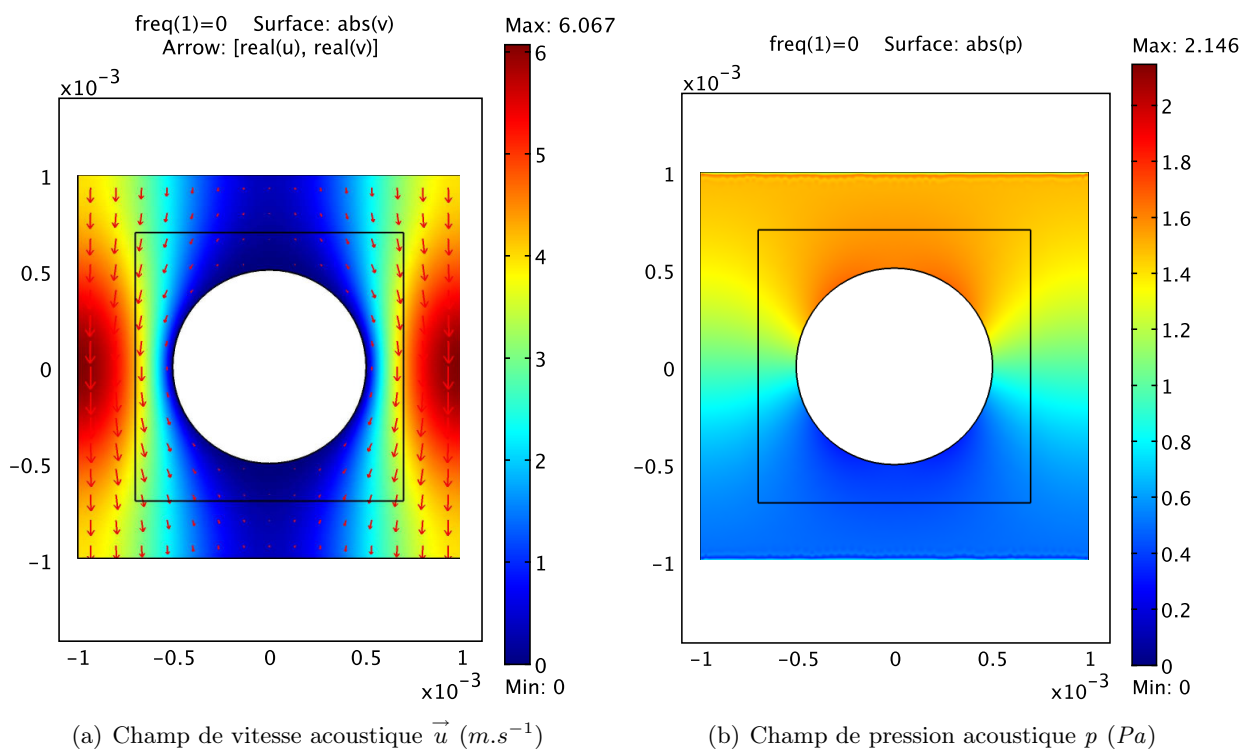


FIGURE 7.3 – Champs de vitesse (en m/s) et de pression (en Pa) acoustiques en régime statique ( $f = 0$  Hz) pour une cellule élémentaire 2D *PACC* (Fig. 7.2) en stimulation sonore selon l'axe vertical  $Oy$ , source en haut de la cellule élémentaire.

En régime statique,  $p$  et les composantes  $(u, v)$  de  $\vec{u}$  sont des réels. Les couleurs de la Fig. 7.3(a) représentent le champ scalaire des valeurs absolues  $|v|$  des composantes de la vitesse acoustique selon l'axe vertical  $Oy$ , et les flèches correspondent au champ vectoriel  $\vec{u}$  du fluide en régime statique,

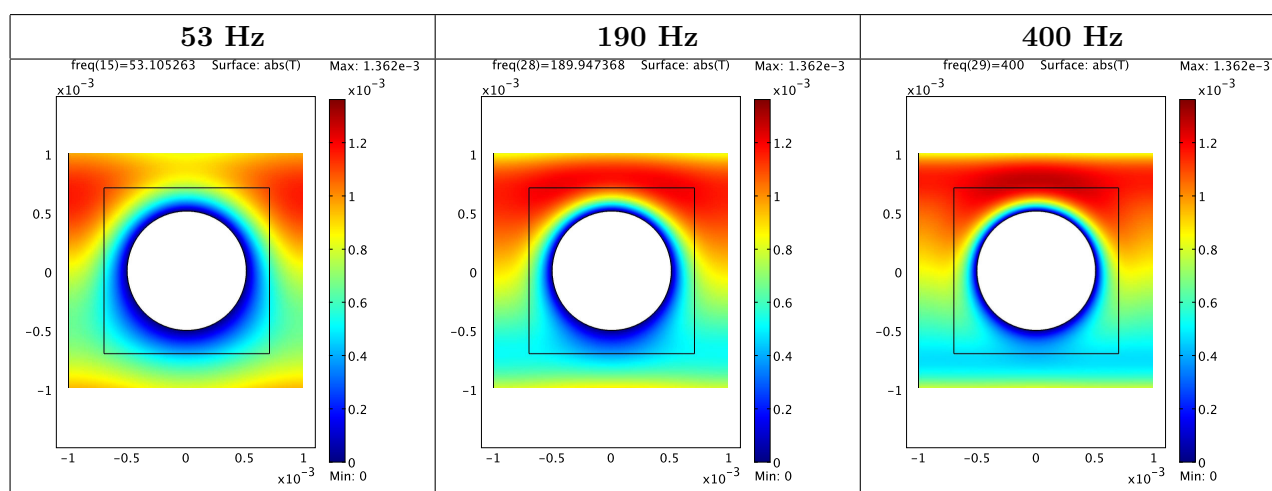
c'est-à-dire lorsque la fréquence de l'onde acoustique est nulle. La valeur absolue du champ scalaire de pression acoustique  $p$  induit par la pression incidente statique égale à  $1 Pa$  est observable en Fig. 7.3(b). D'un point de vue qualitatif, la Fig. 7.3(a) est similaire au champ de vitesse acoustique présenté dans la Fig. 1 de Venegas & Umnova (2008) pour la même géométrie de fibres.

En régime dynamique, lorsque la fréquence de l'onde sonore augmente, l'amplitude de  $\vec{u}$  en valeur absolue diminue et tend vers zéro. De plus, l'amplitude et la répartition spatiale du champ scalaire de pression acoustique  $p$  varient très peu, même lorsque les fréquences évoluent entre  $0 Hz$  et  $20000 Hz$ . Par conséquent, à l'instar de la Fig. 7.3, les champs de vitesse et de pression acoustiques sont représentés uniquement en *régime statique* pour toutes les autres simulations de notre étude au chapitre 8.

### 7.2.2.4 Champs de température acoustique d'une cellule élémentaire

Sur la Fig. 7.4, on peut observer l'évolution de la valeur absolue du champ scalaire de température  $|\tau|$  lorsque la fréquence de l'onde sonore varie de  $53 Hz$  à  $20000 Hz$ . La couche limite où ont lieu les échanges d'énergie thermique, est représentée par la zone *bleue* de basses températures acoustiques autour de la fibre centrale dont la paroi  $\Gamma$  isotherme ( $\tau_\Gamma = 0 K$ ) agit comme une source de basse température acoustique. Conformément aux attentes suggérées par les Eq. 3.17 (en page 68) et 6.4 (en page 128), l'épaisseur de la couche limite  $\delta_{CL}$  en *bleu* diminue à mesure que la fréquence de l'onde incidente augmente.

D'un point de vue physique et à la lumière des champs observés sur la Fig. 7.4, l'évolution de l'épaisseur de couche limite avec la fréquence s'explique par le fait que les échanges de température au voisinage de la fibre sont plus lents en basses qu'en hautes fréquences, de sorte que les basses températures acoustiques proches de  $0$  à la frontière de la fibre irradient plus longtemps et donc plus loin en basses fréquences, augmentant ainsi l'épaisseur  $\delta_{CL}$ . Au contraire, en hautes fréquences, les échanges de température sont plus rapides, ce qui diminue l'épaisseur de la couche limite.





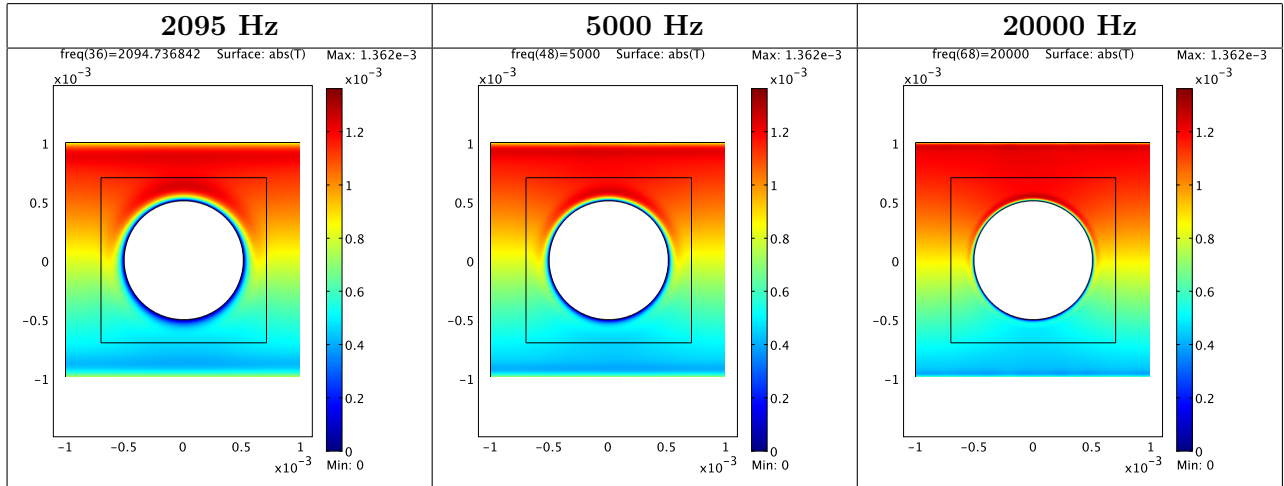


FIGURE 7.4 – Champs de température acoustique (en K) en régime harmonique pour  $f$  variant de 53 Hz à 20000 Hz pour une cellule élémentaire 2D *PACC* (Fig. 7.2) en stimulation sonore selon l’axe vertical  $Oy$ , source en haut de la cellule élémentaire.

### 7.2.2.5 Interprétation correcte des champs périodiques

Si d’un point de vue *mathématique*, lorsque la condition de séparation des échelles est respectée, se ramener au calcul des propriétés acoustiques d’une cellule élémentaire, d’après la méthode d’homogénéisation des structures périodiques, est équivalent au calcul des propriétés du milieu homogène constitué d’un nombre quelconque de ces cellules élémentaires, il n’en est rien du point de vue *physique* des champs de vitesse, de pression et de température acoustiques. Pour illustrer ce propos, les champs  $\vec{u}$  et  $p$  d’une géométrie composée de 9 cellules élémentaires périodiques *PACC* en régime statique et stimulée par une pression de  $1 Pa$  sont représentés en Fig. 7.5. Les champs de température acoustique correspondants pour des fréquences variant de 53 Hz à 5000 Hz sont représentés en Fig. 7.6.

## 7.2 Validation de la méthode sur des modèles issus de la bibliographie

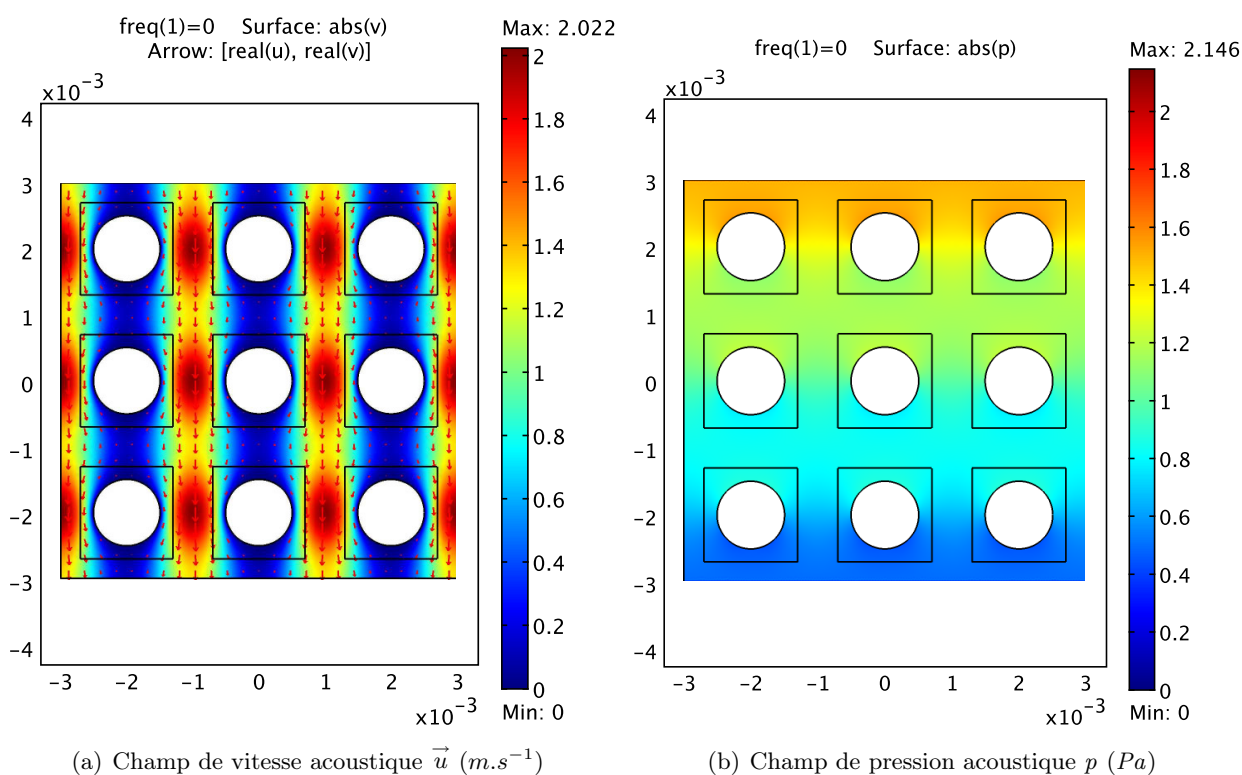


FIGURE 7.5 – Champs de vitesse (en  $m/s$ ) et de pression (en  $Pa$ ) acoustiques en régime statique ( $f = 0$  Hz) pour 9 cellules élémentaires 2D PACC (Fig. 7.2) en stimulation sonore selon l'axe vertical  $Oy$ , source en haut de la géométrie globale.

Les conditions aux bords de cette géométrie sont également périodiques. Ainsi, s'il semble sur la Fig. 7.5(a) que les champs  $\vec{u}$  des 9 cellules ressemblent qualitativement à celui d'une seule cellule (Fig. 7.3(a)), il n'en est rien du point de vue de la pression acoustique  $p$ . En effet la Fig. 7.5(b) représente un champ de pression différent pour chacune des 9 cellules. L'amplitude du gradient de pression oscillant étant constante sur toute la cellule élémentaire constituée de 9 cellules 2D PACC, l'étude de ses propriétés acoustiques est équivalente à celle d'une seule cellule élémentaire 2D PACC.

## 7.2 Validation de la méthode sur des modèles issus de la bibliographie

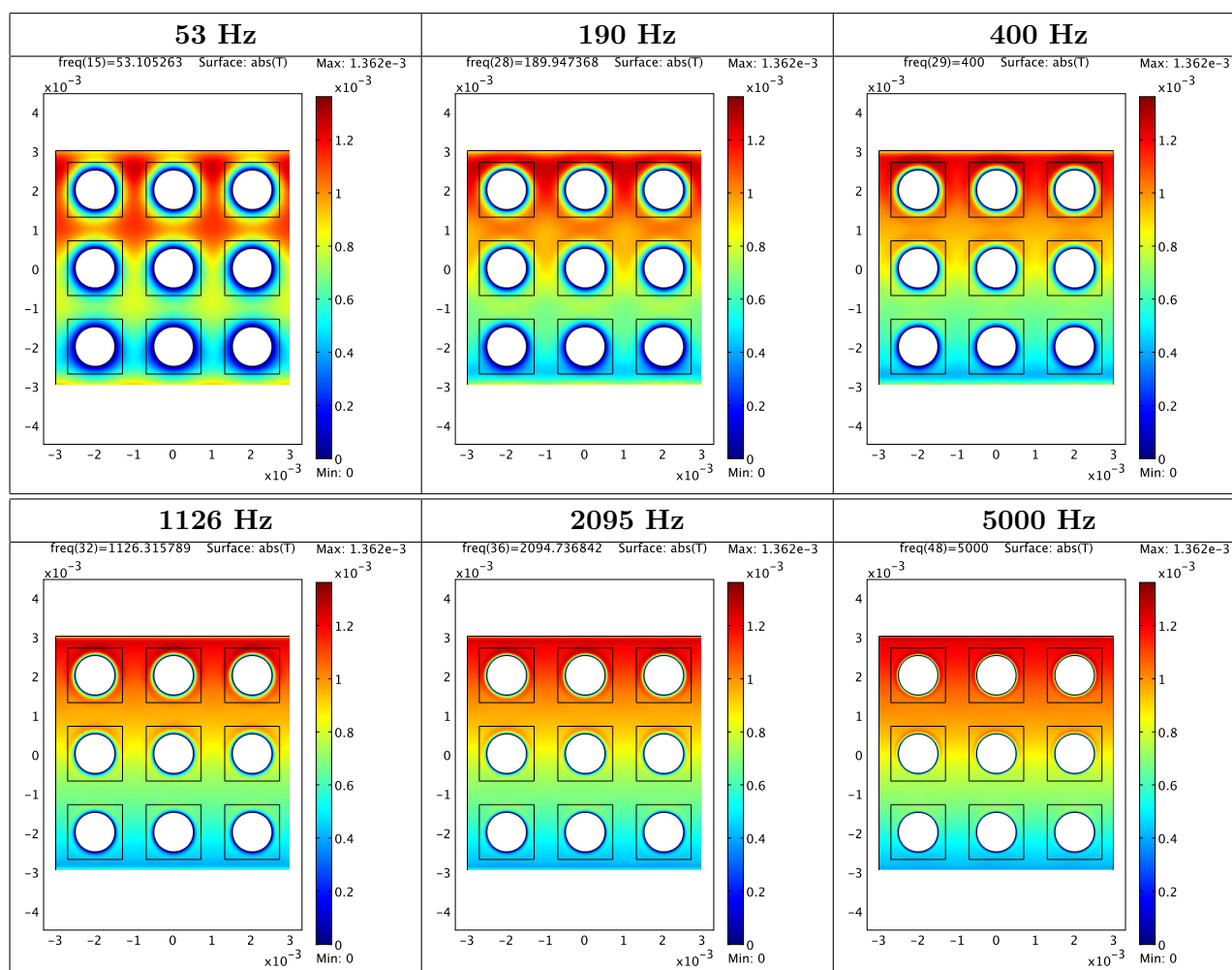


FIGURE 7.6 – Champs de température acoustique (en K) en régime harmonique pour  $f$  variant de 53 Hz à 5000 Hz pour 9 cellules élémentaires 2D *PACC* (Fig. 7.2) en stimulation sonore selon l'axe vertical  $Oy$ , source en haut de la géométrie globale.

De même que pour la pression acoustique, la Fig. 7.6 montre dans quelle mesure les champs de température acoustique  $\tau$  diffèrent selon la cellule élémentaire considérée parmi les 9, et ne sont pas équivalents à ceux représentés en Fig. 7.4 pour une seule cellule 2D *PACC*. De plus, le gradient de température acoustique  $\tau$  sur toute la cellule élémentaire constituée de 9 cellules 2D *PACC* est constant également.

Ainsi, dès lors que la cellule élémentaire occupe un volume élémentaire représentatif et que les champs  $\vec{u}$ ,  $p$  et  $\tau$  sont périodiques, l'étude de ses propriétés acoustiques suffit à déterminer celles du milieu macroscopique qu'elle constitue. Cependant, il ne faut pas interpréter les champs des Fig. 7.3(a), 7.3(b) et 7.4 comme les champs physiques réels à l'échelle microscopique d'une cellule quelconque du milieu homogène, dans la mesure où les champs réels dépendent de la localisation

de cette cellule par rapport à la source sonore. Au contraire, il faut plutôt les considérer comme des *champs équivalents* permettant d'estimer les propriétés physiques réelles du matériau à l'échelle macroscopique dans le formalisme mathématique de l'homogénéisation des structures périodiques.

### 7.2.2.6 Modélisation du problème de conduction électrique

Conformément à la méthode d'estimation des paramètres  $\Lambda$  et  $\alpha_\infty$  décrite à la section 7.1.4, une analogie est faite entre les comportements thermo-acoustique et électrique en hautes fréquences infinies. En pratique, l'Eq. 7.42 est résolue dans le fluide pour une stimulation électrique verticale selon l'axe  $Oy$ , sur le maillage de la Fig. 7.2 avec Comsol Multiphysics™ à l'aide du module *convection-diffusion*. Par conséquent, les conditions aux bords de la cellule élémentaire pour les faces en haut et en bas sont des conditions de *Diriclet*, avec  $\varphi = 1\text{ V}$  en haut et  $\varphi = 0\text{ V}$  en bas, afin de créer un gradient de potentiel et donc un champ électrique  $\vec{E}$  dont l'expression est décrite en Eq. 7.41. Ensuite, des conditions aux bords de *Neumann* avec  $\vec{E} \cdot \vec{n} = 0$  (Eq. 7.43) sont appliquées d'une part à l'interface fluide-solide, et d'autre part aux bords gauche et droit de la cellule élémentaire. Enfin, une dernière condition de périodicité de  $\varphi$  est ajoutée aux bords de celle-ci.

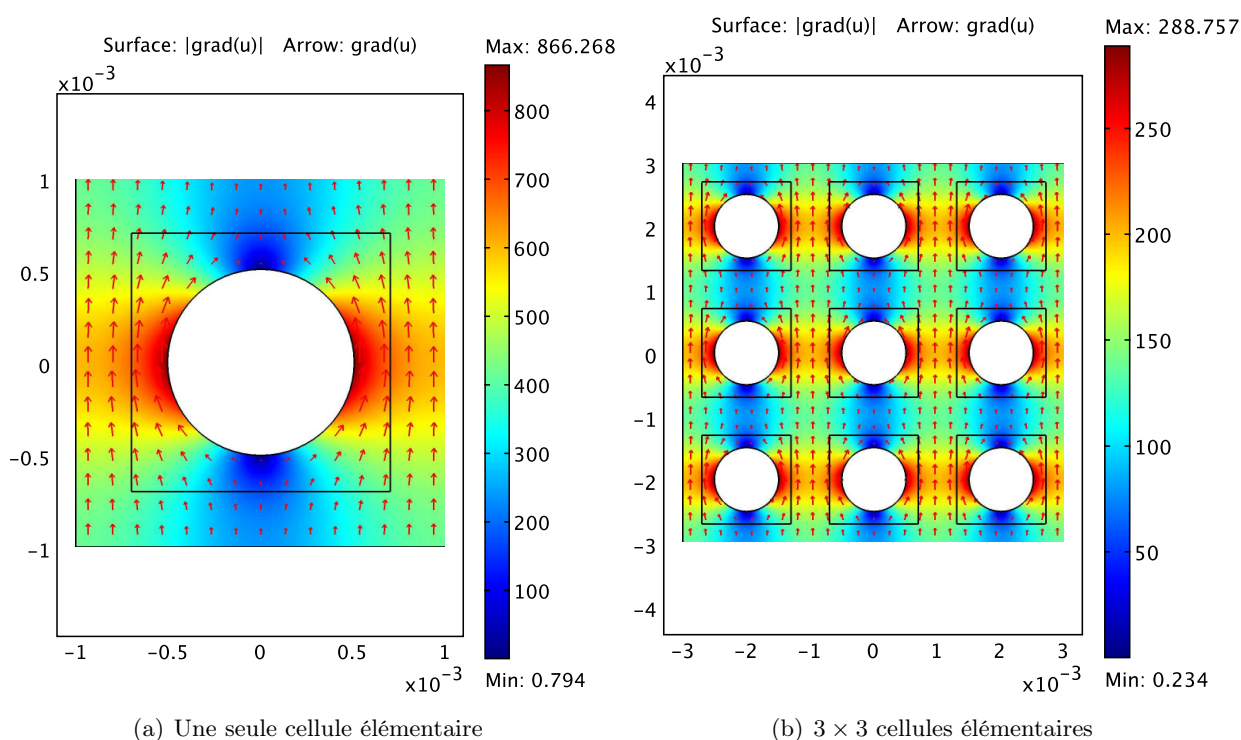


FIGURE 7.7 – Champs électriques  $\vec{E}$  (en V/m) pour une seule puis 9 cellules élémentaires 2D PACC (Fig. 7.2) en stimulation électrique selon l'axe vertical  $Oy$ , source en haut des cellules élémentaires.

Les champs électriques résultant de cette modélisation sont observables sur la Fig. 7.7 pour une seule puis 9 cellules élémentaires. En se basant sur les Eq. 7.44 et 7.45 pour déterminer les valeurs de  $\Lambda$  et  $\alpha_\infty$ , on obtient les valeurs consignées dans la Table 7.2 pour la géométrie 2D *PACC*.

2D PACC	Notre étude
$\Lambda$ (mm)	1,21
$\alpha_\infty$	1,20

TABLE 7.2 – Longueur caractéristique et tortuosité acoustiques visqueuses en fréquence infinie du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PACC* (Fig. 7.2).

### 7.2.2.7 Propriétés acoustiques de la géométrie 2D PACC

Une fois la méthode de modélisation présentée et les champs de vitesse  $\vec{u}$ , de pression  $p$  et de température  $\tau$  acoustiques calculés sur le maillage de la Fig. 7.2, il est possible d'estimer les propriétés acoustiques du milieu homogène macroscopique constitué de cellules élémentaires 2D *PACC* ayant une porosité  $\phi = 0,80$  et un rayon de fibres circulaires  $R_F = 505 \mu m$ .

Dans la mesure où la géométrie 2D *PACC* est isotrope, on considère sa perméabilité visqueuse  $\widehat{K}(\omega)$  comme un scalaire complexe  $\widehat{K}(\omega) = \phi \langle K(\omega) \rangle$ . Les parties réelles, l'opposé des parties imaginaires et les valeurs absolues des perméabilités visqueuse  $\langle K(\omega) \rangle$  et thermique  $\langle K'(\omega) \rangle$  moyennes sont représentées en échelle logarithmique sur la Fig. 7.8 en fonction de la fréquence.

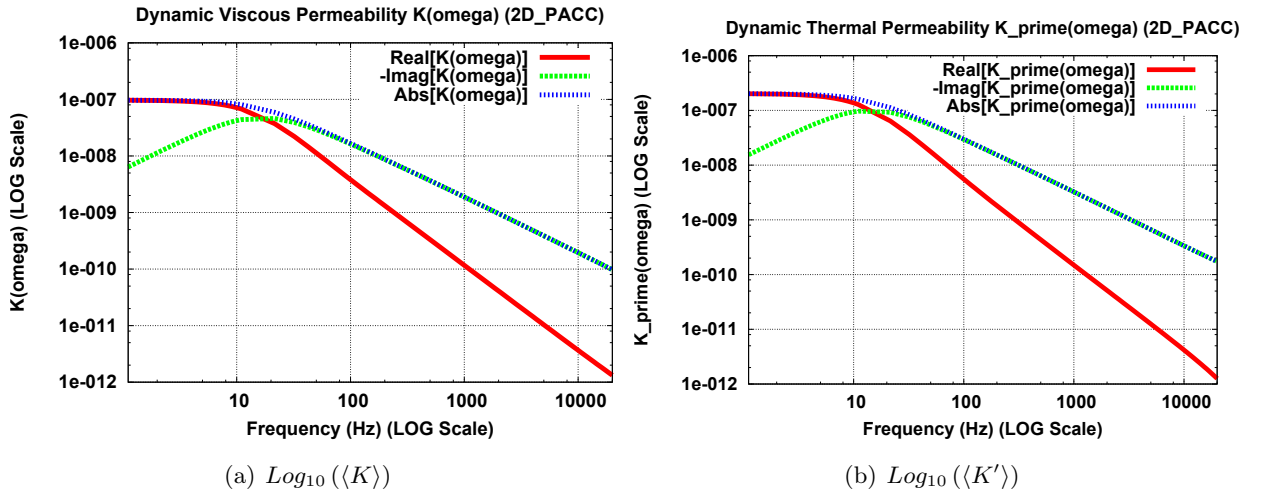


FIGURE 7.8 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 20000 Hz en échelle logarithmique) des perméabilités moyennes visqueuse  $\langle K(\omega) \rangle$  et thermique  $\langle K'(\omega) \rangle$  du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PACC* (Fig. 7.2). Échelles logarithmiques pour les perméabilités.

On peut remarquer que les deux perméabilités ont des allures similaires en fonction de la fréquence. En posant  $f_C = \frac{\omega_C}{2\pi}$  la *fréquence critique de transition* entre basses et hautes fréquences dans le modèle de Johnson *et al.* (1987), estimée à partir de l'Eq. 6.1 (en page 127 du chapitre 6), on obtient une valeur d'environ 16 Hz pour la géométrie 2D *PACC*, fréquence à partir de laquelle les valeurs absolues des perméabilités visqueuse et thermique ont leur point d'inflexion.

Par extension, la tortuosité acoustique dynamique visqueuse  $\alpha(\omega)$ , définie à l'Eq. 7.29, devient le scalaire complexe  $\alpha(\omega)$  et dont les parties réelle et imaginaire sont représentées en Fig. 7.9. À titre de comparaison, l'évolution fréquentielle de ce paramètre  $\alpha(\omega)$  illustré en Fig. 2 de Venegas & Umnova (2008) est très similaire à celle que nous obtenons dans notre étude avec des valeurs asymptotiques très proches.

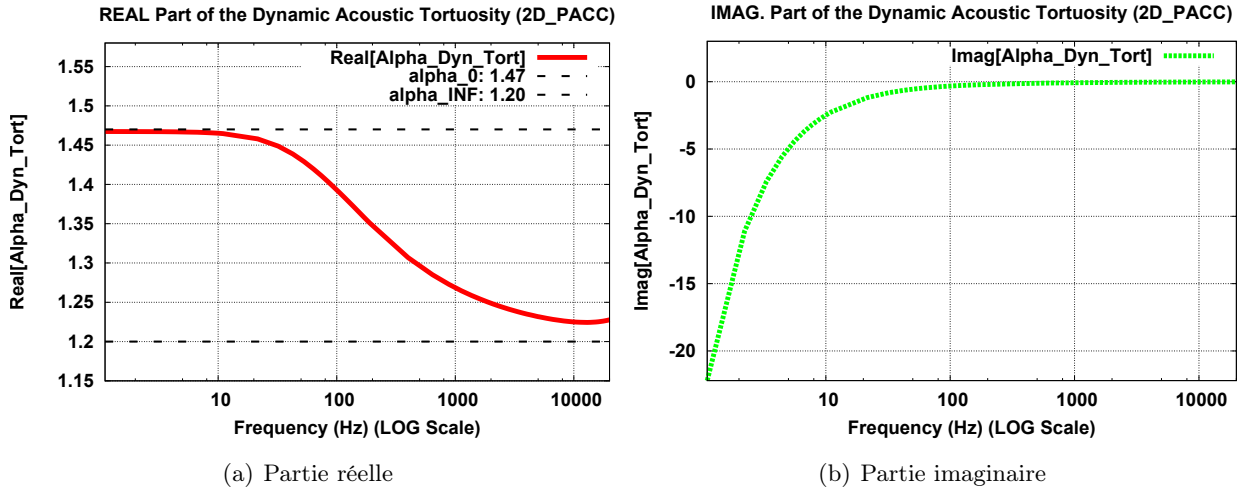


FIGURE 7.9 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 20000 Hz en échelle logarithmique) de la tortuosité acoustique visqueuse dynamique  $\alpha(\omega)$  du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PACC* (Fig. 7.2).

On peut observer que conformément à la valeur de  $\alpha_{\infty}$  estimée par modélisation électrique,  $\alpha(\omega)$  tend bien vers 1,20 lorsque la fréquence tend vers 20000 Hz. De plus, la partie réelle de  $\alpha(\omega)$  tend bien vers la tortuosité acoustique visqueuse  $\alpha_0 = 1,47$  en basses fréquences définie en annexe E par l'Eq. E.15 du modèle de Pride *et al.* (1993) et estimée à partir de la limite de  $Tort_V(\omega)$  (Eq. 7.51) quand la fréquence tend vers 0. On notera que la limite asymptotique de  $Tort_V(\omega)$  en hautes fréquences infinies est égale à  $\alpha_{\infty}$  en fluide *non visqueux* d'après le modèle de Johnson *et al.* (1987).

$$Tort_V(\omega) = \left( \frac{\langle \vec{u}^{-2} \rangle}{\langle \vec{u} \rangle^2} \right) (\omega) \quad (7.51)$$

L'évolution fréquentielle de la fonction  $Tort_V$  est représentée en Fig. 7.10 où on peut observer que  $Tort_V$  tend vers 1,47 en basses fréquences et diverge de 1,20 en hautes fréquences, ce qui prouve

la nécessité d'estimer  $\alpha_\infty$  à partir de la modélisation électrique en fluide non visqueux plutôt que par le biais de la modélisation thermo-acoustique en fluide à viscosité non-nulle.

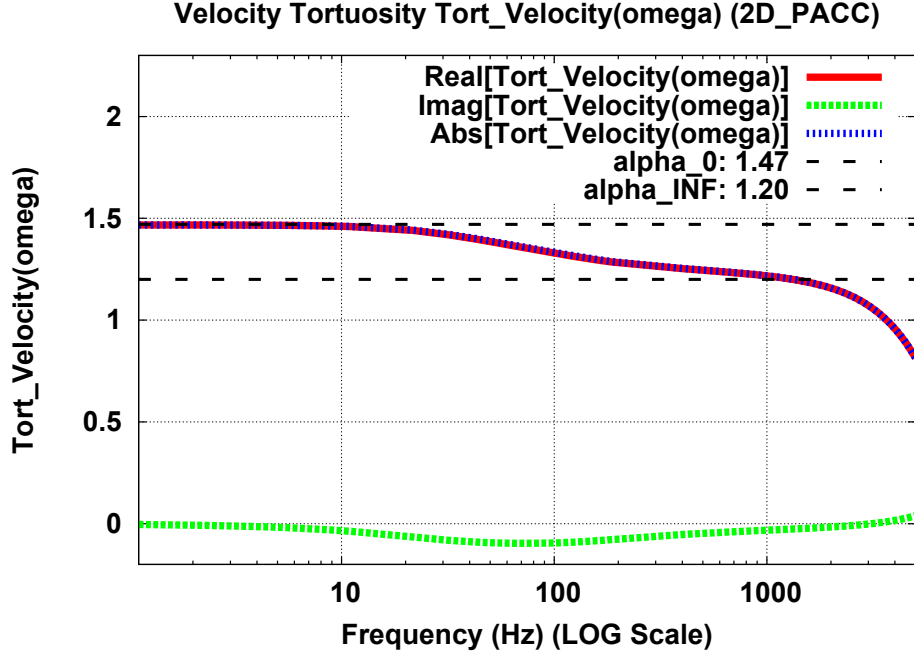


FIGURE 7.10 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 5000 Hz en échelle logarithmique) de la fonction  $Tort_V$  du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PACC* (Fig. 7.2).

L'inverse  $K_a$  du module de compressibilité effectif  $\chi_{eff}(\omega)$  (Eq. 7.33) peut être normalisé par la pression  $P_0$  à l'équilibre, ce qui permet d'obtenir l'Eq. 7.52. Du point de vue asymptotique,  $\frac{K_a}{P_0}$  tend vers 1 en basses fréquences et vers  $\gamma$  en hautes fréquences. L'évolution de  $\frac{K_a}{P_0}$  en fonction de la fréquence est représentée en Fig. 7.11 et varie correctement entre les deux valeurs asymptotiques 1 et 1,4 respectivement en basses et hautes fréquences. De plus, nos résultats concordent encore avec ceux obtenus en Fig. 3 de Venegas & Umnova (2008).

$$\frac{K_a}{P_0} = \frac{1}{\chi_{eff}(\omega) P_0} = \gamma \left( \gamma - \left[ (\gamma - 1) \frac{\rho_0 Pr}{\eta} \frac{i \omega \widehat{K}'}{\phi} \right] \right)^{-1} \quad (7.52)$$

## 7.2 Validation de la méthode sur des modèles issus de la bibliographie

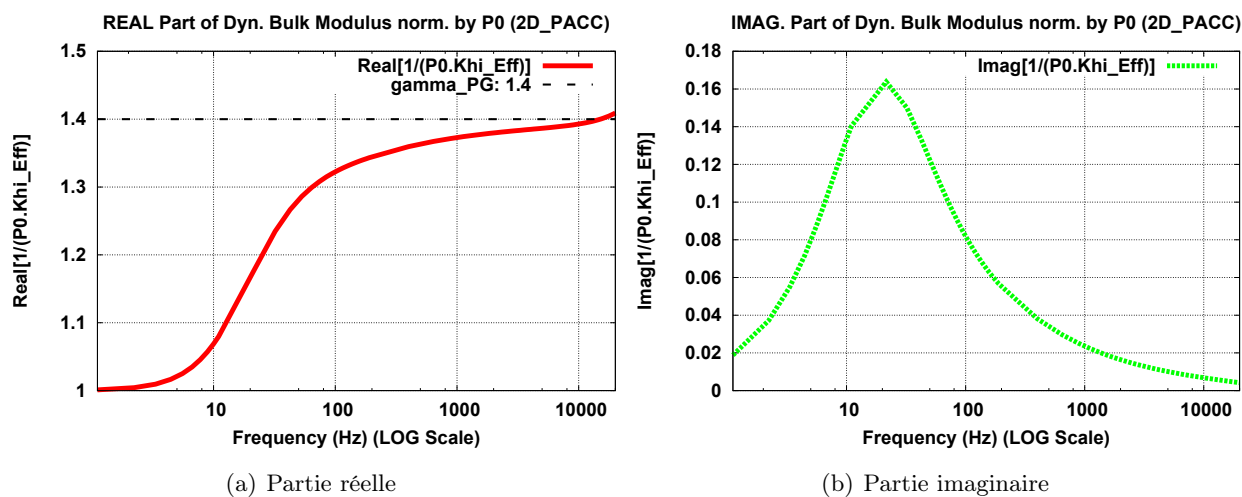


FIGURE 7.11 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 20000 Hz en échelle logarithmique) de  $\frac{1}{\chi_{eff} P_0}$  du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PACC* (Fig. 7.2).

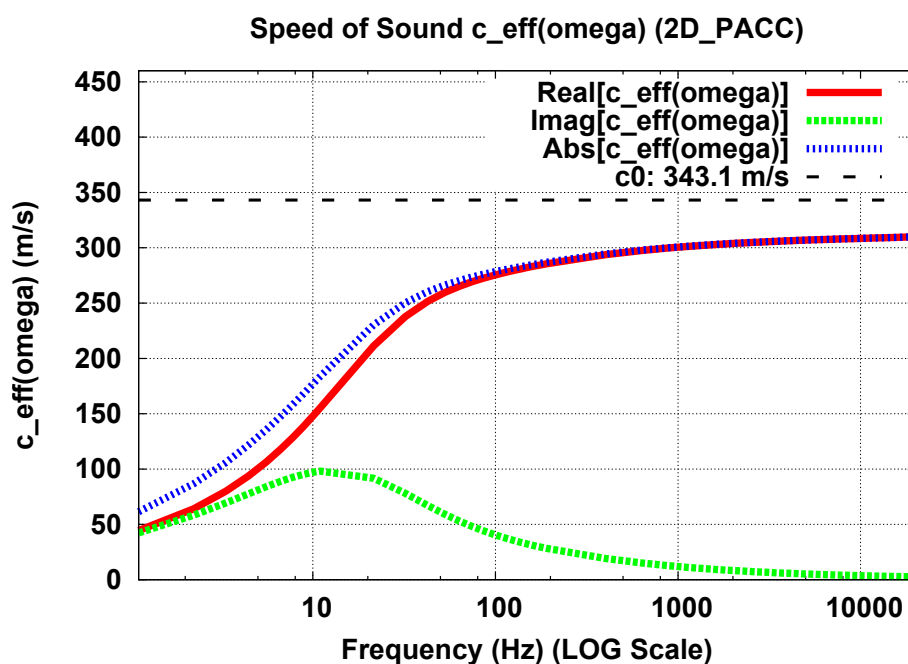


FIGURE 7.12 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 20000 Hz en échelle logarithmique) de la célérité effective  $c_{eff}$  du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PACC* (Fig. 7.2).



La célérité effective  $c_{eff}$  de l'onde acoustique dans le milieu poreux homogène définie dans l'Eq. 7.35 varie en fonction de la fréquence de cette dernière comme le montre la Fig. 7.12. De même que la Fig. 4 gauche de Venegas & Umnova (2008), on peut remarquer qu'en hautes fréquences, la partie réelle et la valeur absolue de  $c_{eff}$  tendent vers la vitesse  $c_0 = 343,11 \text{ m.s}^{-1}$  du son dans l'air. Cette observation montre que le milieu poreux homogène macroscopique se comporte presque comme l'air en hautes fréquences du point de vue de la célérité de l'onde sonore le traversant.

On note  $a_t(\omega) = -\text{Imag}[Q(\omega)]$  le coefficient d'atténuation égal à l'opposé de la partie imaginaire du nombre d'onde  $Q(\omega)$  défini en Eq. 7.53 d'après l'Eq. 7.35. La Fig. 7.13 montre dans quelle mesure  $a_t(\omega)$  varie en fonction de la fréquence de l'onde incidente. On peut encore constater que notre estimation de  $a_t(\omega)$  suit la même évolution que celle illustrée en Fig. 4 droite de Venegas & Umnova (2008).

$$Q(\omega) = \frac{\omega}{c_{eff}} \quad (7.53)$$

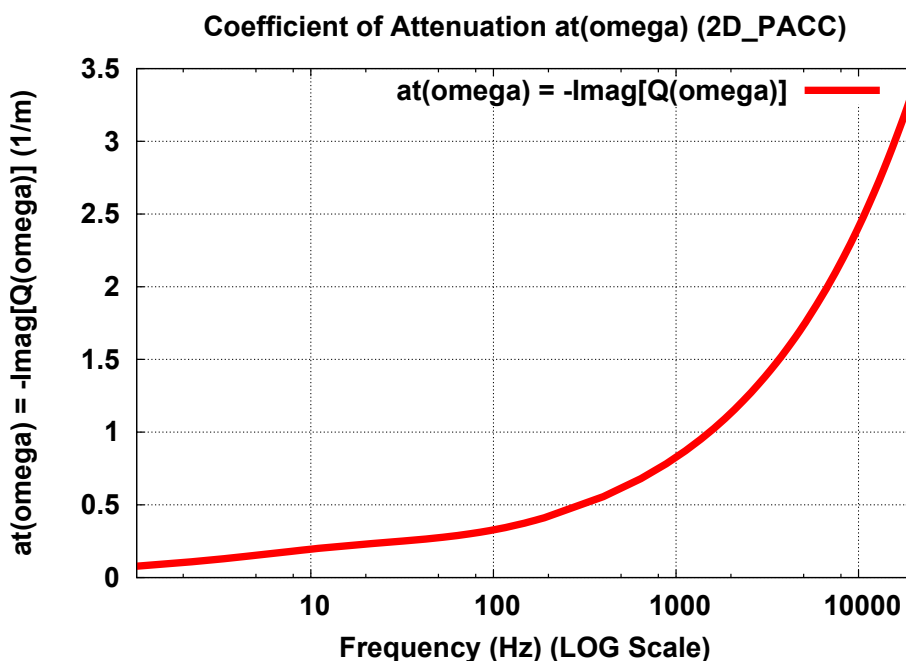


FIGURE 7.13 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 20000 Hz en échelle logarithmique) du coefficient d'atténuation  $a_t = -\text{Imag}[Q]$  du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D PACC (Fig. 7.2).

Enfin, l'évolution du coefficient d'absorption acoustique du milieu homogène équivalent dont l'expression est décrite en Eq. 7.40 pour une épaisseur de matériau  $d = 10 \text{ cm}$  est illustrée en Fig. 7.14. Sur cette dernière, on peut observer que les coefficients d'absorption sont confondus pour

les deux géométries composées d'une part d'une seule puis de 9 cellules élémentaires 2D *PACC* périodiques. Ces résultats montrent que l'étude d'une seule cellule élémentaire périodique suffit à déterminer le comportement acoustique d'un milieu homogène composé d'un nombre quelconque de ces mêmes cellules. Enfin, ces courbes d'absorption sont presque identiques à celles obtenues par Venegas & Umnova (2008) et illustrées en *Fig. 6* de leur article.

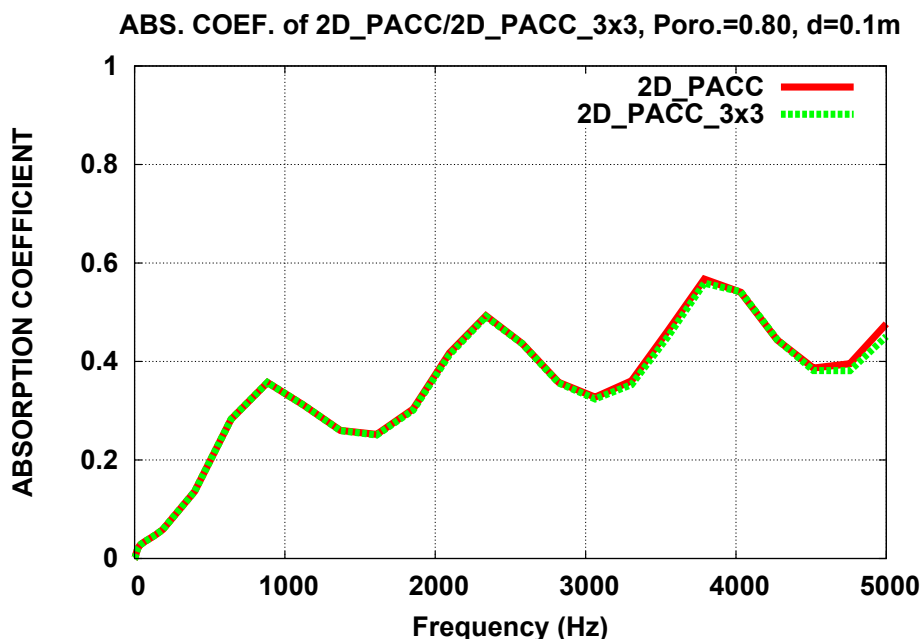


FIGURE 7.14 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 5000 Hz) du coefficient d'absorption acoustique  $A(\omega)$  du milieu homogène d'épaisseur  $d = 10$  cm constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PACC* (Fig. 7.2) estimé à partir d'une seule puis de 9 cellules élémentaires.

En conclusion, si l'on compare l'évolution fréquentielle des différents paramètres acoustiques tels que la tortuosité dynamique visqueuse, le coefficient de compressibilité effectif, la célérité effective de l'onde dans le milieu homogène, le coefficient d'atténuation, et enfin le coefficient d'absorption acoustique de la même géométrie 2D *PACC* pour la même épaisseur  $d = 10$  cm, on peut constater une adéquation quasiment parfaite entre nos résultats et ceux publiés par Venegas & Umnova (2008). Par conséquent, ces premiers résultats valident d'une part la méthode générale de modélisation thermo-acoustique puis électrique que nous mettons en œuvre au sein de Comsol Multiphysics™ pour déterminer les champs harmoniques complexes de vitesse  $\vec{u}$ , de pression  $p$  et de température  $\tau$  acoustiques. D'autre part, cette concordance entre nos résultats et ceux de Venegas & Umnova (2008) valide le formalisme d'homogénéisation des structures périodiques et les équations présentés en section 7.1.3, et résolus en post-traitement pour estimer les différentes propriétés acoustiques macroscopiques effectives visqueuses et thermiques du milieu homogène équivalent. En

## 7.2 Validation de la méthode sur des modèles issus de la bibliographie

---

d'autres termes, notre chaîne de modélisation générale partant de la simulation dans Comsol Multiphysics™ pour aboutir à l'estimation des propriétés acoustiques effectives du milieu poreux, est validée en 2D par ces résultats. Cependant, nous avons cherché à confirmer cette validation par comparaison avec d'autres géométries 2D et 3D publiées dans la littérature scientifique. Ces autres résultats de validation sont disponibles en annexe [F](#).

## Chapitre 8

# Modélisation des propriétés acoustiques de matériaux fibreux

### 8.1 Influence de la microstructure sur les performances acoustiques de matériaux fibreux

En réutilisant les méthodes de résolution des équations thermo-acoustiques par éléments finis, et la méthode d'homogénéisation des structures périodiques décrites au chapitre 7, nous estimons dans ce chapitre 8 l'influence de la microstructure de milieux fibreux périodiques 3D aux fibres parallèles sur leurs performances acoustiques. À porosités fixées à celle du Thermisorel™ (0,64 de porosité externe et 0,25 de porosité interne), nous étudions les propriétés d'absorption de milieux homogènes constitués de fibres pleines ou creuses, agencées régulièrement, ou bien aléatoirement. Enfin, ces propriétés sont comparées à celles de panneaux de Thermisorel™, afin de déterminer lequel de nos modèles géométriques simplifiés est en meilleure adéquation avec ce matériau fibreux, et décrit le plus fidèlement les phénomènes de dissipation acoustique visqueuse et thermique qui se déroulent à l'échelle de sa microstructure.

### 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées

#### 8.2.1 Fibres pleines 2D PASC NO LUMEN

##### 8.2.1.1 Géométrie 2D et maillage

Afin de modéliser un agencement de fibres pleines et d'estimer, à porosité  $\phi$  fixée, l'influence de leur rayon sur leurs propriétés acoustiques, nous proposons de les représenter comme des parallélépipèdes de longueur infinie, conformément à la représentation en Fig. 8.1. Pour ce faire, notre étude se fait en 2D à l'instar de [Venegas & Umnova \(2008\)](#), dont nous reprenons la dénomination

## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées

2D *PASC* (Periodic Array of Square Cylinders) pour désigner des *fibres de longueur infinie et de sections carrées*. De plus, nous la nommons 2D *PASC NO LUMEN* pour la distinguer de la seconde géométrie de notre étude, 2D *PASC LUMEN*, comprenant une porosité interne appelée « *lumen* » et représentée en Fig. 8.15.

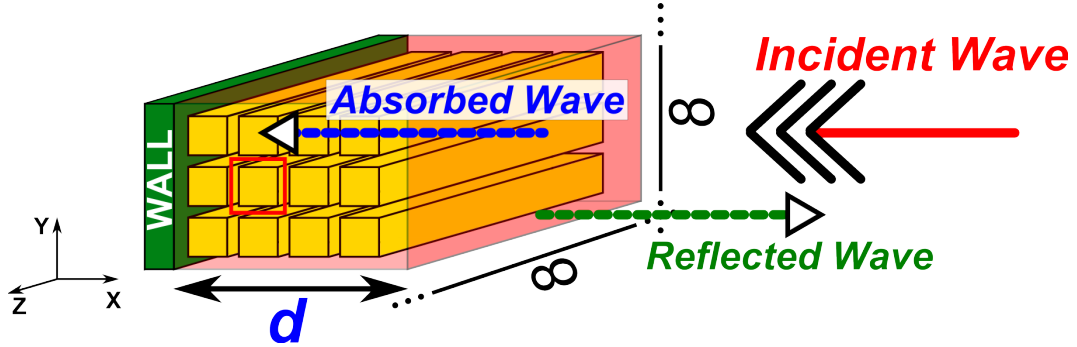


FIGURE 8.1 – Matériau homogène équivalent 3D constitué de cellules élémentaires *PASC NO LUMEN* périodiques (fibres de section carrée) et d'épaisseurs  $d$  selon  $Ox$  et *infinies* selon  $Oy$  et  $Oz$ . Excitation selon  $Ox$ . Carré rouge : cellule élémentaire 2D.

Pour commencer, nous fixons la porosité de notre géométrie 2D *PASC NO LUMEN* à  $\phi = 0,64$ , d'après les mesures de porosité externe estimées par traitement d'images au chapitre 3 sur plusieurs échantillons de Thermisorel™. Le maillage ainsi obtenu est représenté en Fig. 8.2, et est constitué de 5918 éléments, induisant un système de résolution en thermo-acoustique avec 50827 degrés de liberté. Comme précédemment pour la géométrie 2D *PACC* au chapitre 7, et pour les géométries 2D *Perrot RH* et 3D *Sphères SC* en annexe F, le maillage est raffiné à l'interface air-fibre pour résoudre le problème thermo-acoustique plus précisément dans la couche limite en hautes fréquences.

Cette géométrie est régie par trois paramètres, la *longueur*  $l_C$  de la *cellule élémentaire carrée*, le *rayon de la fibre*  $R_F$  et la *demi-distance inter-fibres HIFD* (Half Inter-Fibre Distance). On notera que le rayon  $R_F$  est en fait la demi-longueur du côté de la section carrée de la fibre. Ces trois paramètres sont reliés entre eux et à la porosité  $\phi$  par les Eq. 8.1 et 8.2. En considérant d'une part la porosité externe  $\phi_{ext}$ , et la porosité interne  $\phi_{int}$  d'autre part, on définit la porosité totale  $\phi = (\phi_{ext} + \phi_{int})$ . Dans le cas de fibres pleines, on fixe la porosité externe à  $\phi_{ext} = 0,64$ , et  $\phi_{int} = 0$ .

$$l_C = \frac{2 R_F}{\sqrt{1 - \phi_{ext}}} \quad (8.1)$$

$$HIFD = \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - \phi_{ext}}} - 1 \right] \times R_F \quad (8.2)$$

Si l'on fixe  $\phi_{ext} = 0,64$ , alors on obtient l'Eq. 8.3.

$$HIFD(\phi_{ext} = 0,64) = \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - 0,64}} - 1 \right] \times R_F = \frac{2}{3} R_F \quad (8.3)$$

## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées

Comme il a été suggéré, nous montrerons dans cette section 8.2 l'influence du paramètre  $R_F$  à porosité  $\phi$  fixée sur les propriétés acoustiques des milieux homogènes constitués de fibres pleines 2D *PASC NO LUMEN* (Fig. 8.2). En pratique, la porosité étant fixée ici à  $0,64$ , on calcule les champs  $\vec{u}$ ,  $p$  et  $\tau$  avec Comsol Multiphysics™ sur les homothétiques du maillage représenté en Fig. 8.2.

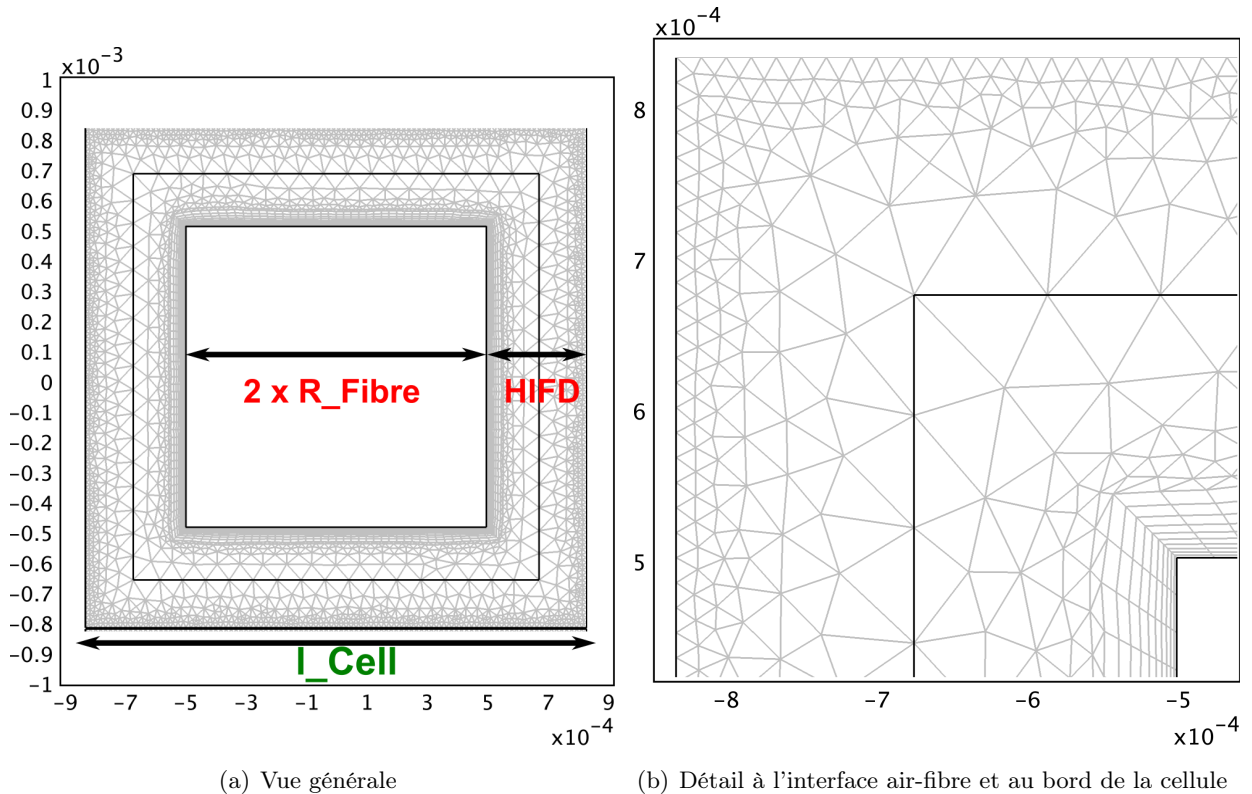


FIGURE 8.2 – Maillage de la géométrie 2D *PASC NO LUMEN* pour une porosité  $\phi = \phi_{ext} = 0,64$ , et un rayon de fibre  $R_F = 500 \mu m$  SANS LUMEN.

### 8.2.1.2 Champs de vitesse et de pression acoustiques en stimulation selon l'axe Ox

Pour les trois rayons de fibres  $R_F$  égaux à  $42 \mu m$ ,  $100 \mu m$  et  $500 \mu m$ , les Fig. 8.3 et 8.4 montrent respectivement les champs de vitesse  $\vec{u}$  et de pression  $p$  acoustiques en régime statique. Comme il a été expliqué, les paramètres physiques utilisés dans toutes les simulations de notre étude sont ceux répertoriés en Table 7.1 (en page 145 du chapitre 7). Dans le cas de la géométrie 2D *PASC NO LUMEN*, la stimulation acoustique se fait horizontalement en appliquant une pression oscillante d'amplitude  $1 Pa$  sur le bord gauche de la cellule élémentaire périodique.

## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées

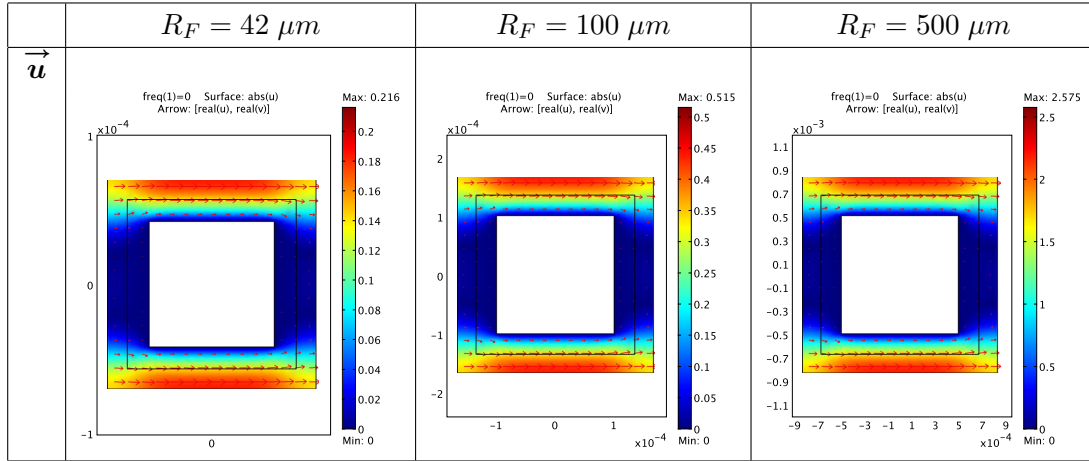


FIGURE 8.3 – Champs de vitesse acoustique (en m/s) en régime statique ( $f = 0$  Hz) pour une cellule élémentaire 2D *PASC NO LUMEN* (Fig. 8.2) en stimulation sonore selon l'axe horizontal  $Ox$ , source à gauche de la cellule élémentaire.  $R_F = 42 \mu m$ ,  $100 \mu m$ , et  $500 \mu m$ .

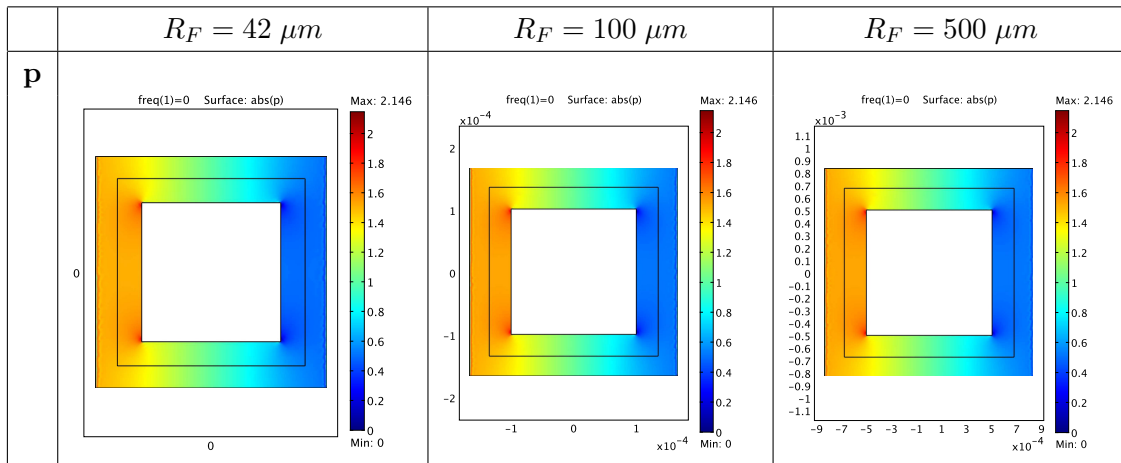


FIGURE 8.4 – Champs de pression acoustique (en Pa) en régime statique ( $f = 0$  Hz) pour une cellule élémentaire 2D *PASC NO LUMEN* (Fig. 8.2) en stimulation sonore selon l'axe horizontal  $Ox$ , source à gauche de la cellule élémentaire.  $R_F = 42 \mu m$ ,  $100 \mu m$ , et  $500 \mu m$ .

De même que pour la géométrie 2D *PACC*, le champ vectoriel de vitesse acoustique  $\vec{u}$  de la géométrie 2D *PASC NO LUMEN*, représenté en régime statique en Fig. 8.3, tend à s'annuler en régime dynamique, quand la fréquence augmente, pour chaque rayon  $R_F$ . De plus, le champ de pression acoustique  $p$  pour ces mêmes rayons, diffère très peu sur la plage de fréquences étudiées entre  $0$  Hz et  $20000$  Hz, c'est pourquoi le champ de  $p$  est uniquement représenté en régime statique

## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées

---

sur la Fig. 8.4 pour des rayons  $R_F = 42 \mu m$ ,  $100 \mu m$  et  $500 \mu m$ . Enfin, on peut noter que les champs de pression acoustique à l'échelle d'une cellule élémentaire sont très similaires pour les trois échelles de rayons  $R_F$  étudiées. En revanche, l'amplitude des champs de vitesse acoustique augmente lorsque les fibres s'agrandissent à porosité fixée.

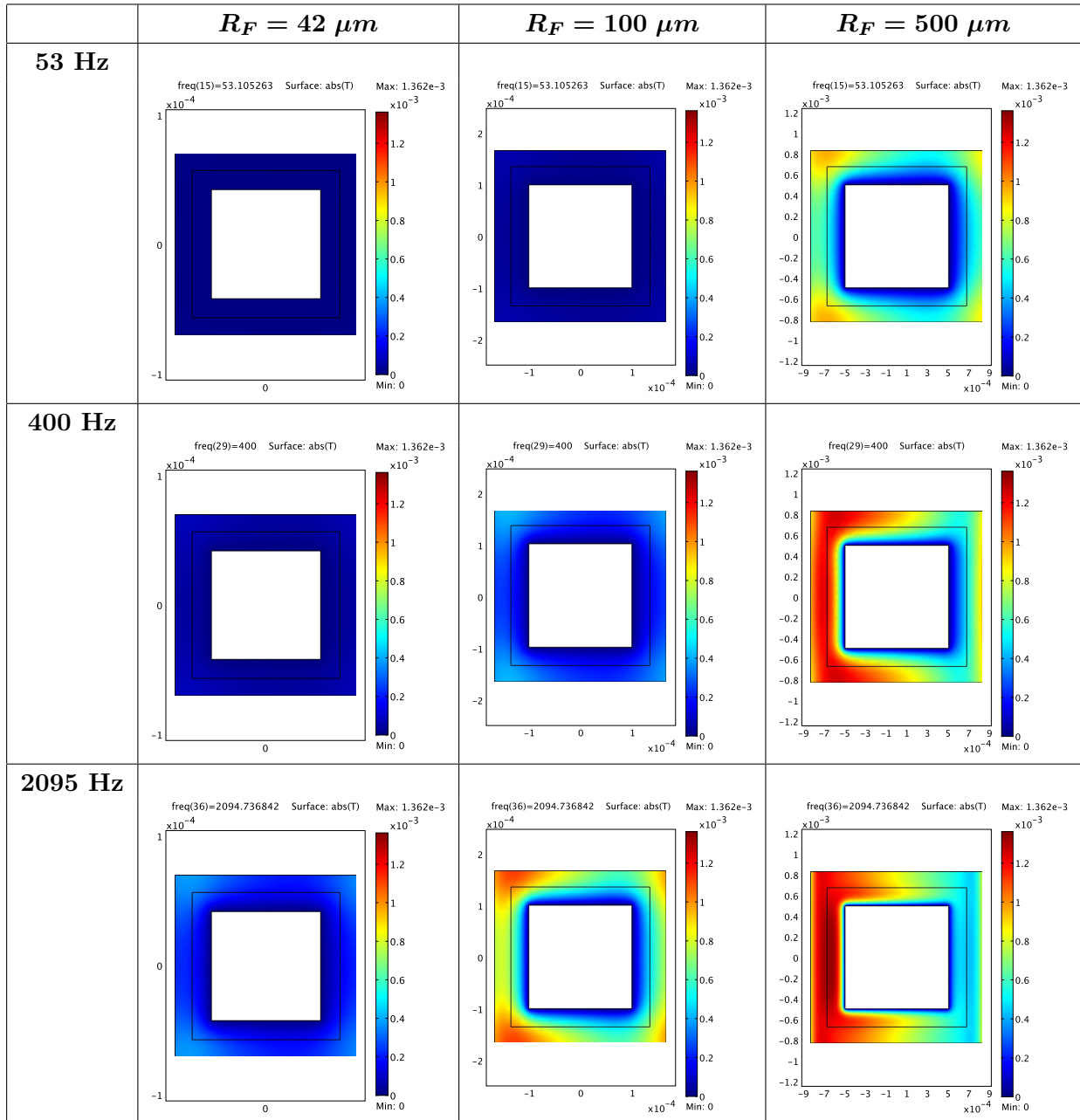
Pour plus de lisibilité et pour comparer plus précisément l'allure et l'amplitude des champs de  $\vec{u}$  en régime statique pour les deux géométries 2D *PASC NO LUMEN* et 2D *PASC LUMEN* en stimulation selon  $Ox$  et  $Oy$ , les échelles de valeurs de  $\|\vec{u}\|$  et  $p$  sont identiques pour chaque rayon de fibre, respectivement sur les Fig. 8.3, 8.16 et 8.27, et sur les Fig. 8.4, 8.17 et 8.28. Ainsi,  $\|\vec{u}\|$  varie entre  $0$  et  $0,216 m.s^{-1}$  pour  $R_F = 42 \mu m$ ,  $0,515 m.s^{-1}$  pour  $R_F = 100 \mu m$ , et  $2,575 m.s^{-1}$  pour  $R_F = 500 \mu m$ . Pour les trois valeurs de rayons de fibres, les pressions acoustiques statiques  $p$  des deux géométries 2D *PASC NO LUMEN* et 2D *PASC LUMEN* sont comprises entre  $0 Pa$  et  $2,146 Pa$ .

### 8.2.1.3 Champs de température acoustique en stimulation selon l'axe Ox

Concernant la température acoustique, l'évolution fréquentielle de  $53 Hz$  à  $20000 Hz$  de sa valeur absolue  $|\tau|$  est représentée en Fig. 8.5 pour trois géométries 2D *PASC NO LUMEN* (Fig. 8.2) de rayons  $R_F$  égaux à  $42 \mu m$ ,  $100 \mu m$  et  $500 \mu m$ . De plus, l'échelle des valeurs prises par  $|\tau|$  est identique pour toutes les cartes de champs de température acoustique illustrant cette étude (Fig. 8.5, 8.18 et 8.29), afin de comparer concrètement leur évolution *spatiale* et *fréquentielle* pour les trois valeurs de rayons de fibres, et pour les deux géométries 2D *PASC NO LUMEN* et 2D *PASC LUMEN* en stimulation selon  $Ox$  et  $Oy$ . Cette échelle de valeurs varie de  $0 K$  à  $1,362 \times 10^{-3} K$ .



## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées



## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées

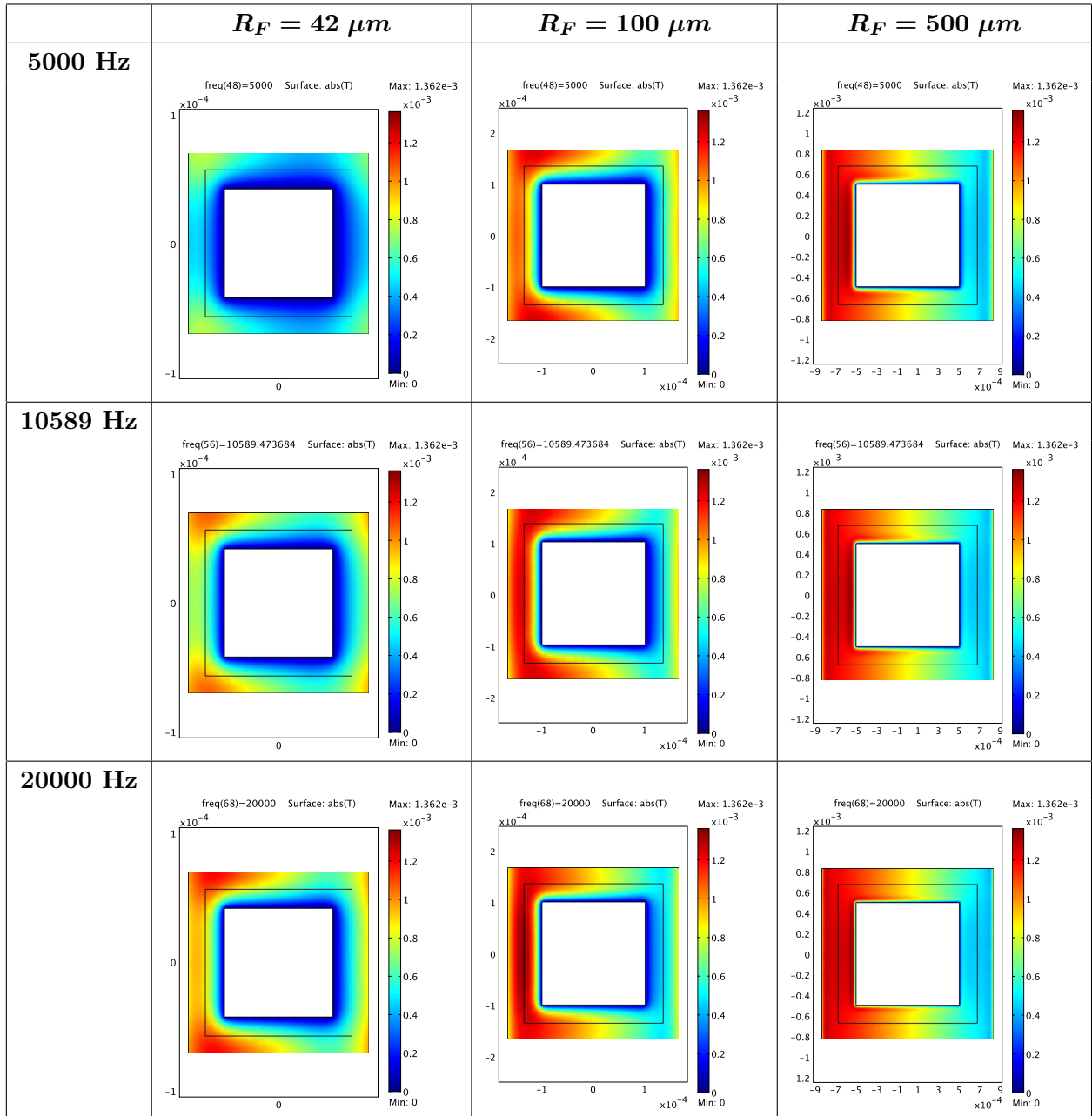


FIGURE 8.5 – Champs de température acoustique (en K) en régime harmonique pour  $f$  variant de 53 Hz à 20000 Hz pour une cellule élémentaire 2D *PASC NO LUMEN* (Fig. 8.2) en stimulation sonore selon l'axe horizontal  $Ox$ , source à gauche de la cellule élémentaire.  $R_F = 42 \mu m$ ,  $100 \mu m$ , et  $500 \mu m$ .

## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées

Conformément à nos attentes, la couche limite en *bleu* s'amincit à mesure que la fréquence de l'onde acoustique augmente pour les trois échelles de rayons de fibres. D'ailleurs, si l'on se penche sur le cas de la géométrie 2D *PASC NO LUMEN* telle que  $R_F = 42 \mu m$  dans le domaine de fréquences comprises entre  $0 \text{ Hz}$  et  $5000 \text{ Hz}$ , la couche limite est plus épaisse que la demi-distance inter-fibres *HIFD*. En effet, la zone *bleue* englobe tout l'espace inter-fibres pour des fréquences inférieures à  $5000 \text{ Hz}$ . Au contraire, dès lors que les rayons de fibres, et donc que les distances inter-fibres, augmentent, la couche limite visqueuse est observable dès les basses fréquences comme c'est le cas à  $53 \text{ Hz}$  pour un rayon  $R_F = 500 \mu m$ . Pour  $R_F = 100 \mu m$ , la couche limite devient observable à partir de  $2095 \text{ Hz}$ . Le lien entre l'épaisseur de la couche limite visqueuse et les rayons de fibres est explicité à la section 8.2.4.

### 8.2.1.4 Propriétés acoustiques des fibres pleines, stimulées selon l'axe Ox

L'influence du rayon des fibres  $R_F$  sur l'évolution fréquentielle des cartes de champs de  $\vec{u}$ ,  $p$  et  $\tau$  se répercute logiquement sur les propriétés acoustiques de la géométrie 2D *PASC NO LUMEN*. Afin de comparer quantitativement l'impact conjoint de  $R_F$ , de la géométrie choisie et de la direction ( $Ox$  ou  $Oy$ ) de stimulation sonore, toutes les représentations graphiques des évolutions fréquentielles des paramètres acoustiques des géométries 2D *PASC NO LUMEN* (Fig. 8.2) et 2D *PASC LUMEN* (Fig. 8.15) ont des axes de valeurs identiques pour chaque paramètre considéré.

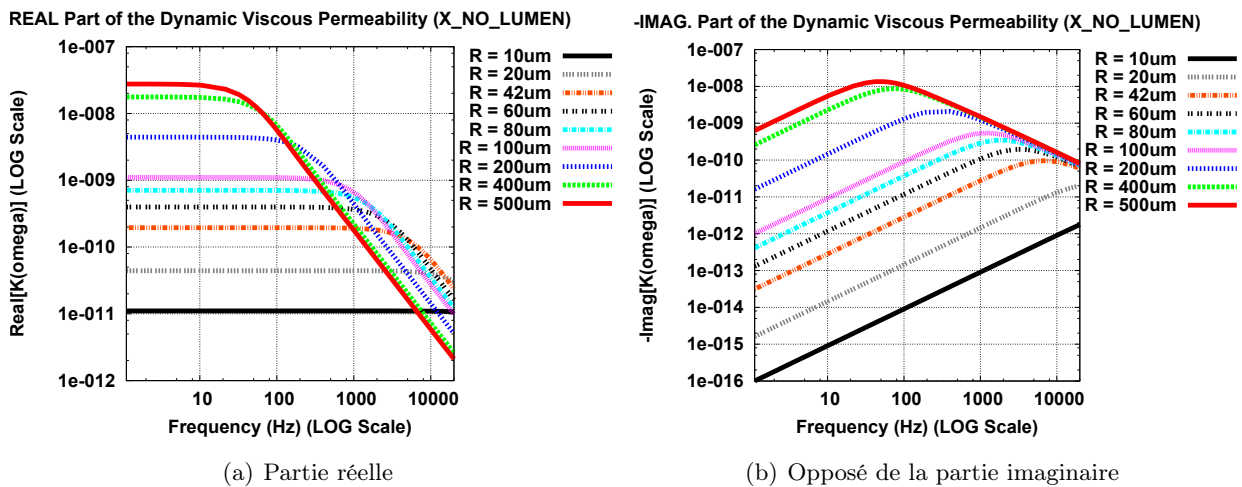


FIGURE 8.6 – Évolution en fonction de la fréquence (de  $0 \text{ Hz}$  à  $20000 \text{ Hz}$  en échelle logarithmique) de la perméabilité visqueuse moyenne  $\langle K(\omega) \rangle$  du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC NO LUMEN* (Fig. 8.2) en stimulation sonore selon l'axe horizontal  $Ox$ . Échelle logarithmique pour la perméabilité visqueuse.

## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées

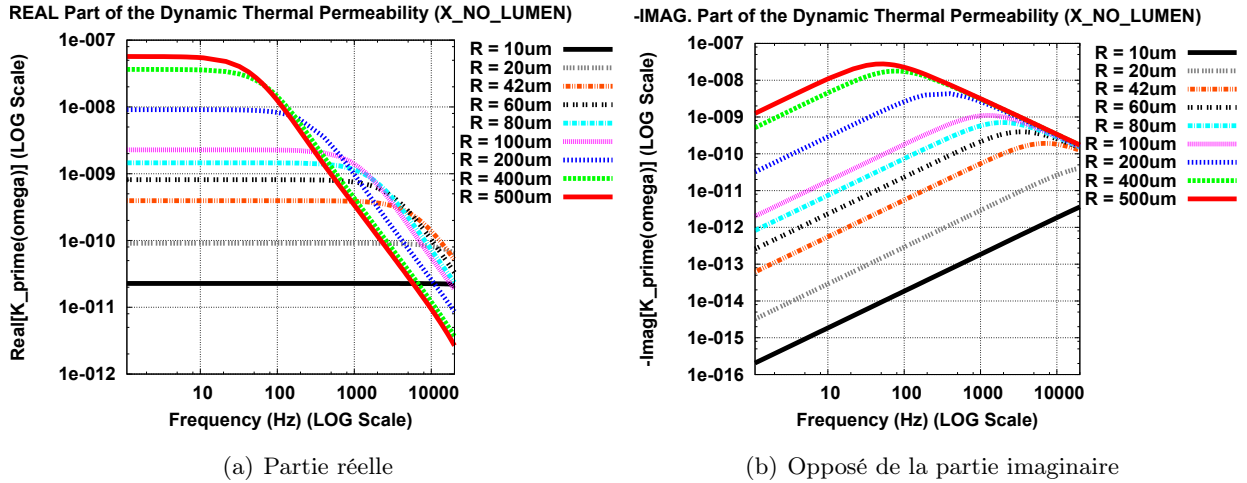


FIGURE 8.7 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 20000 Hz en échelle logarithmique) de la perméabilité thermique moyenne  $\langle K'(\omega) \rangle$  du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC NO LUMEN* (Fig. 8.2) en stimulation sonore selon l'axe horizontal  $Ox$ . Échelle logarithmique pour la perméabilité thermique.

Les parties réelles et les opposés des parties imaginaires des perméabilités visqueuse et thermique sont représentées respectivement en Fig. 8.6 et 8.7. À mesure que  $R_F$  diminue, on observe que les perméabilités statiques visqueuse  $k_0$  et thermique  $k'_0$  diminuent également, et que la fréquence critique de transition  $f_C$  augmente. C'est lorsque  $f_C$  est atteinte que les parties réelles et imaginaires des perméabilités présentent un point d'inflexion. De plus, on peut noter graphiquement que  $k_0$  et  $k'_0$  évoluent comme  $R_F^2$ . Par exemple, lorsque  $R_F$  est multiplié par 10,  $\log_{10}(k_0)$  et  $\log_{10}(k'_0)$  augmentent de 2 décades.

La Fig. 8.8 illustre l'évolution fréquentielle de la tortuosité acoustique visqueuse  $\alpha(\omega)$  définie par l'Eq. 7.29 (en page 138). On observe un décalage des courbes de la partie réelle de  $\alpha(\omega)$  vers les hautes fréquences, conséquence de l'augmentation conjointe de la fréquence critique de transition  $f_C$ , à mesure que le rayon des fibres diminue. Indépendamment du formalisme thermo-acoustique utilisé pour estimer  $\alpha(\omega)$  (Fig. 8.8), la modélisation électrique a permis d'évaluer la tortuosité visqueuse infinie  $\alpha_\infty$  à 1,42 pour la géométrie 2D *PASC NO LUMEN*.

On peut observer sur la Fig. 8.8 que  $\alpha(\omega)$  évolue bien entre ses valeurs asymptotiques basses fréquences  $\alpha_0 = 1,78$  et hautes fréquences  $\alpha_\infty = 1,42$  quel que soit le rayon des fibres. Ainsi, la largeur de la plage de tortuosités acoustiques visqueuses atteintes pour la géométrie 2D *PASC NO LUMEN* est de 0,36. Enfin, il apparaît que les limites basses et hautes fréquences sont identiques pour tous les rayons de fibres étudiés de  $R_F = 10 \mu m$  à  $R_F = 500 \mu m$ , seul le point d'inflexion se décale en fonction de  $f_C$ .

## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées

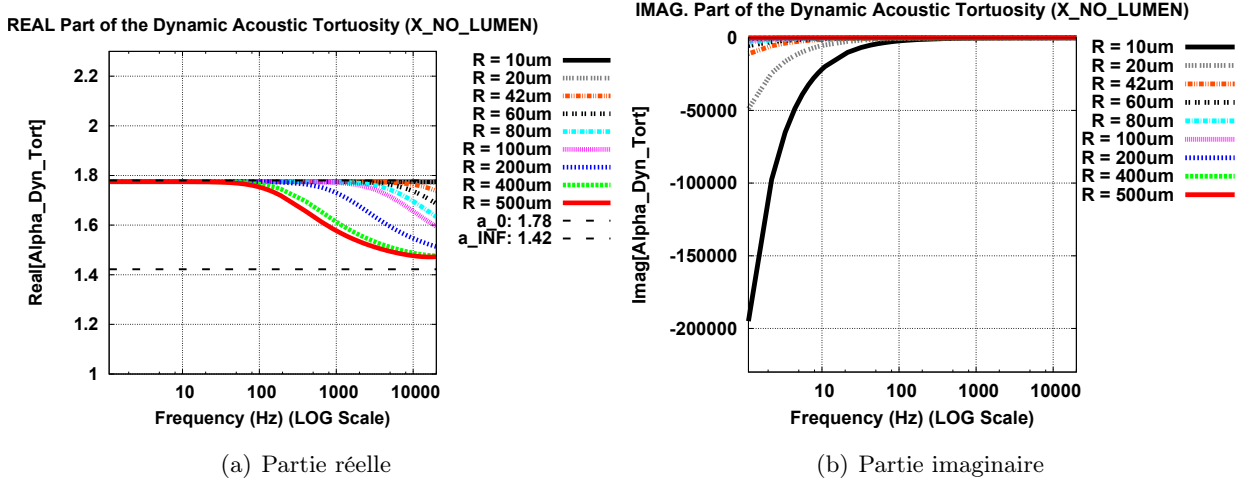


FIGURE 8.8 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 20000 Hz en échelle logarithmique) de la tortuosité acoustique visqueuse dynamique  $\alpha(\omega)$  du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC NO LUMEN* (Fig. 8.2) en stimulation sonore selon l'axe horizontal  $Ox$ .

De même que précédemment avec l'expression  $Tort_V$  (Eq. 7.51 en page 153) dont les limites basses (Eq. E.15) et hautes fréquences (Eq. E.11) sont utilisées respectivement dans les modèles de Johnson *et al.* (1987) et de Pride *et al.* (1993), la limite en régime statique de  $Tort_T(\omega)$  (Eq. 8.4), est un paramètre du modèle de Lafarge-Lafarge (Lafarge (1993) et Lafarge *et al.* (1997)) (Eq. E.27 en annexe E). La limite en basses fréquences de  $Tort_T$  est estimée en fluide *visqueux* par thermo-acoustique et est égale à  $\alpha'_0 = 1,23$ .

$$Tort_T(\omega) = \frac{\langle \tau^2 \rangle}{\langle \tau \rangle^2} \quad (8.4)$$

La Fig. 8.9 montre l'évolution fréquentielle des deux expressions  $|Tort_V|$  et  $|Tort_T|$  estimées en fluide *visqueux* par modélisation thermo-acoustique pour différents rayons  $R_F$  de la géométrie 2D *PASC NO LUMEN*. De même que précédemment pour la Fig. 7.10 (en page 154) de la géométrie 2D *PACC* de Venegas & Umnova (2008), de rayon  $R_F = 505 \mu m$  et de porosité  $\phi = 0,80$ , la valeur absolue de  $Tort_V$  de notre géométrie 2D *PASC NO LUMEN* diverge en hautes fréquences pour des rayons  $R_F = 400 \mu m$  et  $R_F = 500 \mu m$  à cause de la modélisation thermo-acoustique en fluide *visqueux*. Cette divergence justifie à nouveau l'utilisation de la modélisation électrique pour estimer la limite en hautes fréquences infinies de  $Tort_V$  en fluide *non visqueux*, à savoir  $\alpha_\infty = 1,42$ .

On peut noter cependant que la modélisation thermo-acoustique en fluide *visqueux* permet d'estimer correctement  $\alpha_\infty$  lorsque la fréquence tend vers  $10000 \text{ Hz}$  pour des rayons  $R_F$  inférieurs ou égaux à  $200 \mu m$  (courbe en *bleu foncé* de la Fig. 8.9(a)). La limite en régime statique de  $Tort_V$  est égale à celle estimée en Fig. 8.8 à partir de l'Eq. 7.29 (en page 138), à savoir  $\alpha_0 = 1,42$ . De plus,

## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées

on peut observer que la partie réelle de  $\alpha(\omega)$  (Fig. 8.8(a)) suit une évolution fréquentielle similaire à celle de  $|Tort_V|$  pour des fréquences comprises entre 0 Hz et 1000 Hz.

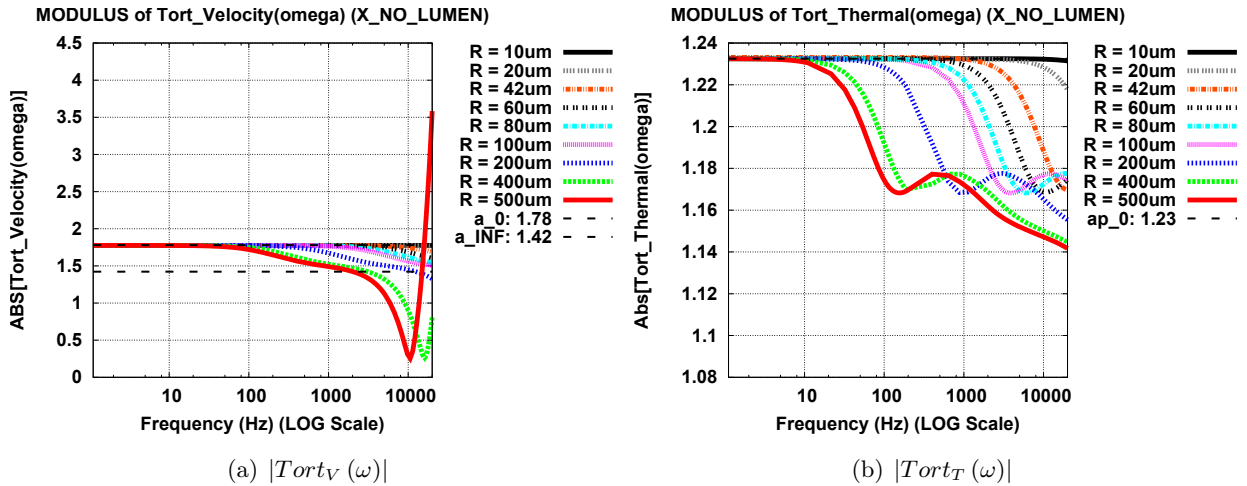


FIGURE 8.9 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 20000 Hz en échelle logarithmique) des valeurs absolues des fonctions  $Tort_V(\omega)$  et  $Tort_T(\omega)$  du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC NO LUMEN* (Fig. 8.2) en stimulation sonore selon l'axe horizontal  $Ox$ .

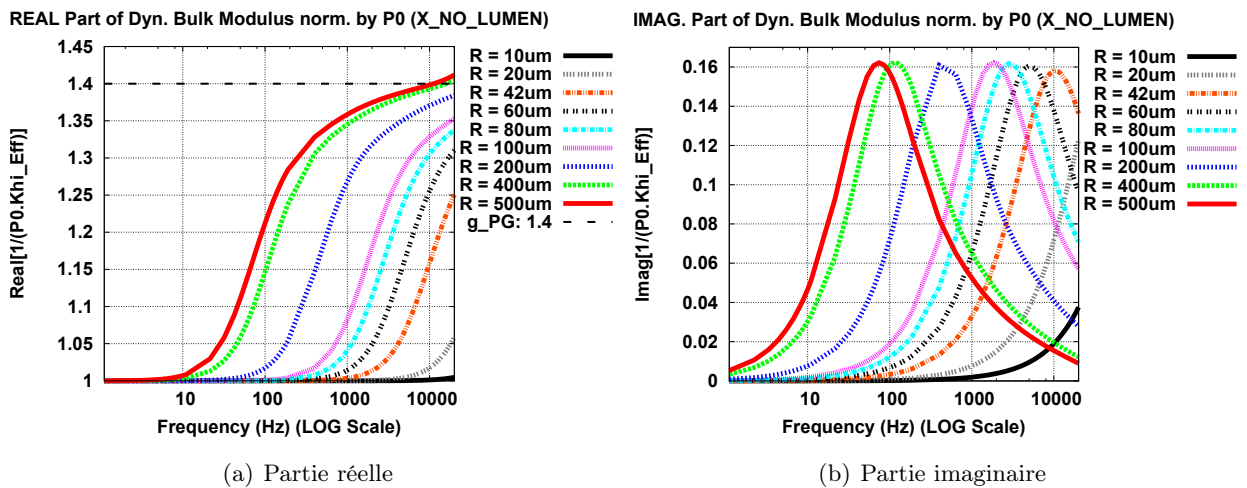


FIGURE 8.10 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 20000 Hz en échelle logarithmique) de  $\frac{1}{\chi_{eff} P_0}$  du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC NO LUMEN* (Fig. 8.2) en stimulation sonore selon l'axe horizontal  $Ox$ .

## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées

Comme pour les autres paramètres acoustiques, l'évolution fréquentielle de  $\frac{1}{\chi_{eff} P_0}$  suit la même tendance de décalage des courbes vers les hautes fréquences lorsque  $R_F$  diminue (Fig. 8.10). De plus, toutes les parties réelles atteignent bien leurs valeurs asymptotiques 1 en régime statique, et  $\gamma = 1, 4$  en hautes fréquences.

Quant à la célérité effective  $c_{eff}$  du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC NO LUMEN*, elle est représentée en Fig. 8.11. Pour un rayon  $R_F = 500 \mu m$ , la limite en hautes fréquences à  $20000 \text{ Hz}$  de sa partie réelle (Fig. 8.11(a)) est environ égale à  $283,24 \text{ m.s}^{-1}$  et est donc inférieure à  $c_0 \approx 343,11 \text{ m.s}^{-1}$ . Lorsque le rayon des fibres diminue, les parties réelle et imaginaire de la célérité effective  $c_{eff}$  diminuent également pour une fréquence donnée, ce qui implique un décalage des courbes vers les hautes fréquences.

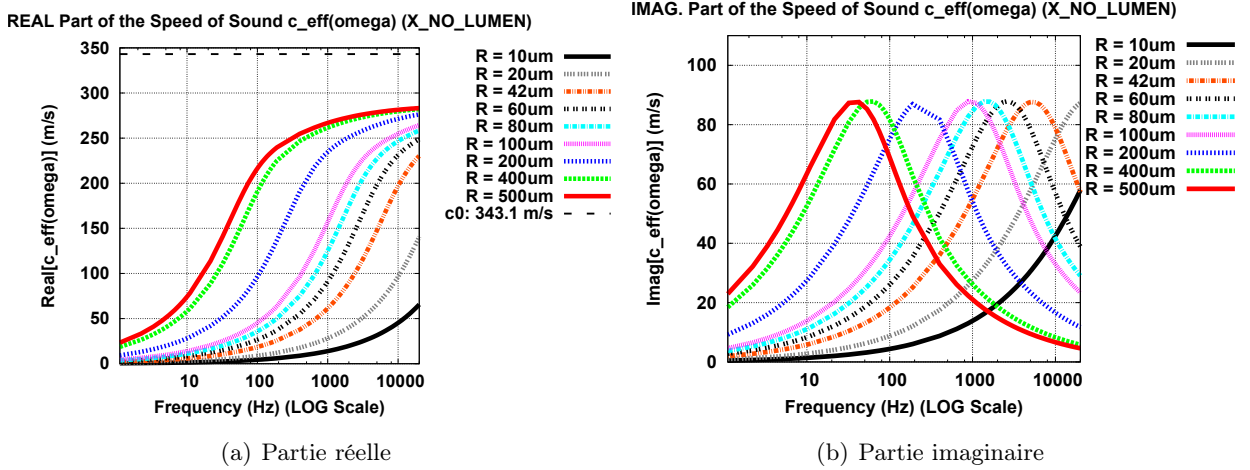


FIGURE 8.11 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 20000 Hz en échelle logarithmique) de la célérité effective  $c_{eff}$  du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC NO LUMEN* (Fig. 8.2) en stimulation sonore selon l'axe horizontal  $Ox$ .

Ainsi, d'après les Fig. 8.8, 8.9, 8.10 et 8.11, pour le milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC NO LUMEN*, la diminution du rayon des fibres  $R_F$  implique un décalage vers les hautes fréquences de ses paramètres acoustiques tels que la tortuosité acoustique visqueuse dynamique  $\alpha(\omega)$ , le rapport  $\frac{1}{\chi_{eff} P_0}$ , les expressions  $|Tort_V(\omega)|$  et  $|Tort_T(\omega)|$ , et enfin la célérité effective  $c_{eff}$ .

Soit  $L_{Att}(\omega)$ , la *longueur d'atténuation* définie en Eq. 8.5 à partir du nombre d'onde  $Q$  (Eq. 7.53 en page 156). On peut noter que  $L_{Att}(\omega)$  est égale à l'inverse du coefficient d'atténuation  $a_t(\omega)$  introduit précédemment dans l'étude de la géométrie 2D *PACC* de Venegas & Umnova (2008).

$$L_{Att}(\omega) = \frac{1}{a_t(\omega)} = \frac{-1}{\text{Imag}[Q(\omega)]} \quad (8.5)$$

## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées

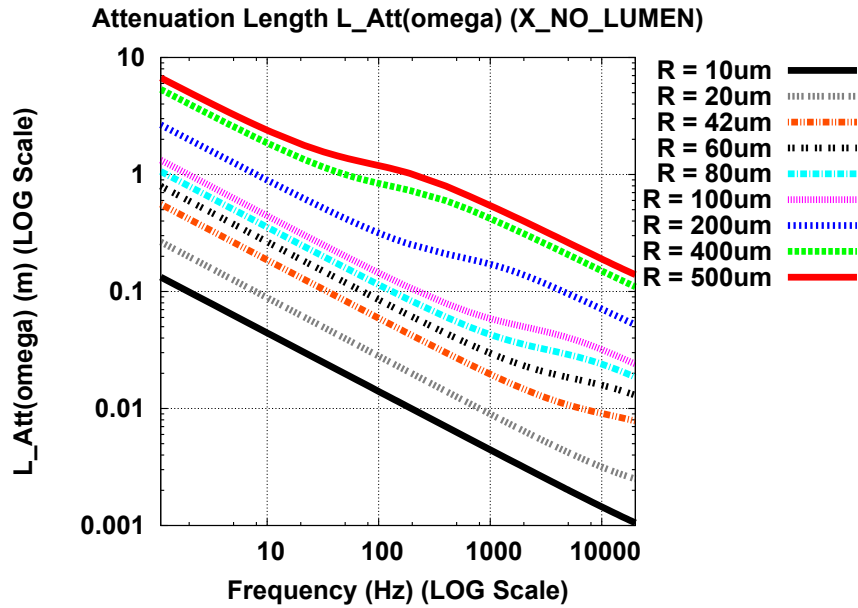


FIGURE 8.12 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 20000 Hz en échelle logarithmique) de la longueur d'atténuation  $L_{Att}(\omega)$  du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC NO LUMEN* (Fig. 8.2) en stimulation sonore selon l'axe horizontal  $Ox$ . Échelle logarithmique pour  $L_{Att}(\omega)$ .

Comme le montre la Fig. 8.12, la longueur d'atténuation diminue lorsque la fréquence augmente, ce qui implique que, pour un rayon de fibres  $R_F$  et une valeur du coefficient d'atténuation  $a_t(\omega)$  fixés, le matériau sera moins épais pour atténuer les hautes fréquences que pour amortir les basses fréquences. De plus, à fréquence fixée,  $L_{Att}(\omega)$  diminue conjointement avec le rayon  $R_F$ , ce qui montre que, pour un coefficient d'atténuation  $a_t(\omega)$  connu, les échantillons composés de petites fibres sont moins épais que ceux composés de grosses fibres. Pour les milieux homogènes constitués de cellules élémentaires 2D *PASC NO LUMEN*, on peut également constater graphiquement que globalement,  $L_{Att}(\omega)$  évolue proportionnellement à  $\frac{1}{\sqrt{\omega}}$ , et donc aux épaisseurs de *couches limites visqueuse*  $\delta_{CLV}$  et *thermique*  $\delta_{CLT}$  (Eq. 3.17 et 6.4). En effet,  $\log_{10}(L_{Att})$  décroît globalement linéairement en suivant une pente de  $\frac{1}{2}$  *décade par décade*. De plus, on peut observer que  $L_{Att}$  varie comme  $R_F$ . Par exemple, lorsque  $R_F$  est multiplié par 10,  $\log_{10}(L_{Att})$  augmente de 1 *décade* pour toutes les fréquences étudiées.

Enfin, l'évolution fréquentielle du coefficient d'absorption acoustique  $A(\omega)$  du milieu homogène d'épaisseur  $d = 2$  cm constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC NO LUMEN* est illustré en Fig. 8.13. Cependant, contrairement aux paramètres acoustiques ci-dessus, la diminution du rayon des fibres  $R_F$  n'induit pas d'évolution monotone de  $A(\omega)$  lorsque le rayon  $R_F$  diminue. De plus, les Eq. 7.38, 7.39 et 7.40 (en page 140) traduisent la dépendance de  $A(\omega)$  à l'épaisseur  $d$



## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées

de l'échantillon. Le choix de  $d = 2 \text{ cm}$  est justifié par l'épaisseur typique des matelas de Thermisol<sup>TM</sup> fabriqués par procédé papetier, et qui sont ensuite contrecollés pour former des panneaux plus épais.

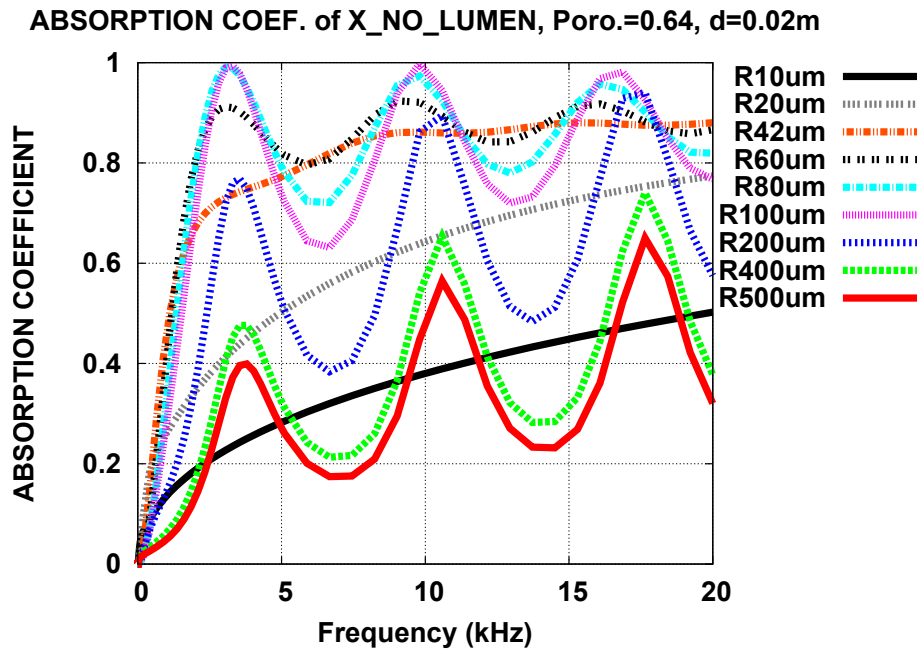


FIGURE 8.13 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 20000 Hz) du coefficient d'absorption acoustique  $A(\omega)$  du milieu homogène d'épaisseur  $d = 2 \text{ cm}$  constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC NO LUMEN* (Fig. 8.2) en stimulation sonore selon l'axe horizontal  $Ox$ .

D'après la Fig. 8.13, le coefficient d'absorption augmente à mesure que le rayon des fibres  $R_F$  diminue de  $500 \mu\text{m}$  à  $80 \mu\text{m}$ . Ce phénomène s'explique par l'augmentation de la surface spécifique de contact air-fibres des interfaces d'échanges d'énergie acoustique lorsque le rayon des fibres diminue, comme le montre la Fig. 8.45 à partir des Eq. 6.3 (en page 128), 8.6 et 8.7, en posant  $\Lambda'_{NL}$  la longueur caractéristique thermique de la géométrie 2D *PASC NO LUMEN*.

$$\Lambda'_{NL} = \frac{2 \phi}{S_{vNL}} = \frac{2 \phi l_C^2}{8 R_F} = \frac{\phi_{ext} R_F}{1 - \phi_{ext}} \quad (8.6)$$

$$S_{vNL} = \frac{2 (1 - \phi_{ext})}{R_F} \quad (8.7)$$

Cependant, un second phénomène est observable sur la Fig. 8.13. En effet, le coefficient d'absorption acoustique  $A(\omega)$  tend à diminuer lorsque les rayons  $R_F$  se réduisent de  $80 \mu\text{m}$  à  $10 \mu\text{m}$ . par conséquent, pour une épaisseur  $d$  de matériau donnée, il ne suffit pas d'utiliser des petites fibres pour optimiser ses propriétés d'absorption acoustique. Cette diminution conjointe de  $A(\omega)$  et  $R_F$  au

## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées

delà de  $80 \mu m$  est liée à l'épaisseur  $\delta_{CLV}$  des couches limites visqueuses de cellules élémentaires périodiques voisines qui se chevauchent lorsque les demi-distances inter-fibres (HIFD) sont inférieures à  $\delta_{CLV}$ . Ce second phénomène est également décrit plus en détails à la section 8.2.4 de ce chapitre 8.

### 8.2.2 Fibres creuses 2D PASC LUMEN

#### 8.2.2.1 Géométrie 2D et maillage

Les fibres de Thermisorel™ possédant des lumens, on peut étudier l'influence de ces porosités internes sur les propriétés acoustiques du matériau. Pour ce faire, nous modifions la géométrie 2D *PASC NO LUMEN* (Fig. 8.2) étudiée précédemment en creusant la fibre centrale d'une porosité interne  $\phi_{int}$ . L'analyse par traitement d'images du chapitre 3 permet d'estimer les porosités externes et internes à  $\phi_{ext} = 0,64$  et  $\phi_{int} = 0,25$ , avec un rapport entre le rayon des lumens et celui des fibres de  $\frac{R_{Lumen}}{R_F} = \frac{25}{36}$ . Les fibres creuses ainsi modélisées sont illustrées en Fig. 8.14 et 8.15 et la géométrie associée est appelée 2D *PASC LUMEN*. Le maillage correspondant est constitué de 6740 éléments, induisant un système de résolution en thermo-acoustique à 58084 degrés de liberté. Le maillage est également raffiné au voisinage de l'interface air-fibre dans la couche limite et aux bords de la cellule élémentaire périodique.

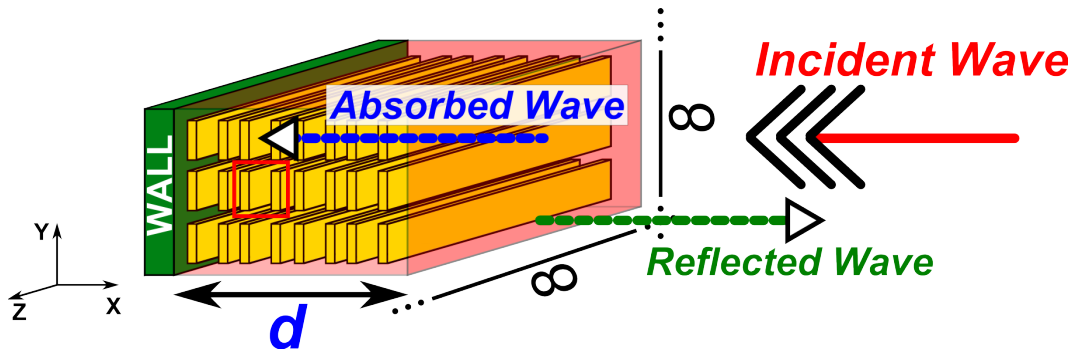


FIGURE 8.14 – Matériau homogène équivalent 3D constitué de cellules élémentaires *PASC LUMEN* périodiques et d'épaisseurs  $d$  selon  $Ox$  et *infinies* selon  $Oy$  et  $Oz$ . Excitation selon  $Ox$ . Carré rouge : cellule élémentaire 2D.

Les paramètres géométriques  $l_C$ ,  $R_F$ ,  $R_{Lumen}$  sont reliés entre eux par les Eq. 8.1 et 8.2 définies pour la géométrie 2D *PASC NO LUMEN*, et par les Eq. 8.8 et 8.9 qui en découlent.

$$R_{Lumen} = \frac{1}{2} \times \frac{\phi_{int} \times l_C^2}{2 R_F} = \frac{\phi_{int}}{1 - \phi_{ext}} \times R_F \quad (8.8)$$

$$HIFD = \left[ \frac{\phi_{ext} + \sqrt{1 - \phi_{ext}} - 1}{\phi_{int}} \right] \times R_{Lumen} \quad (8.9)$$

## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées

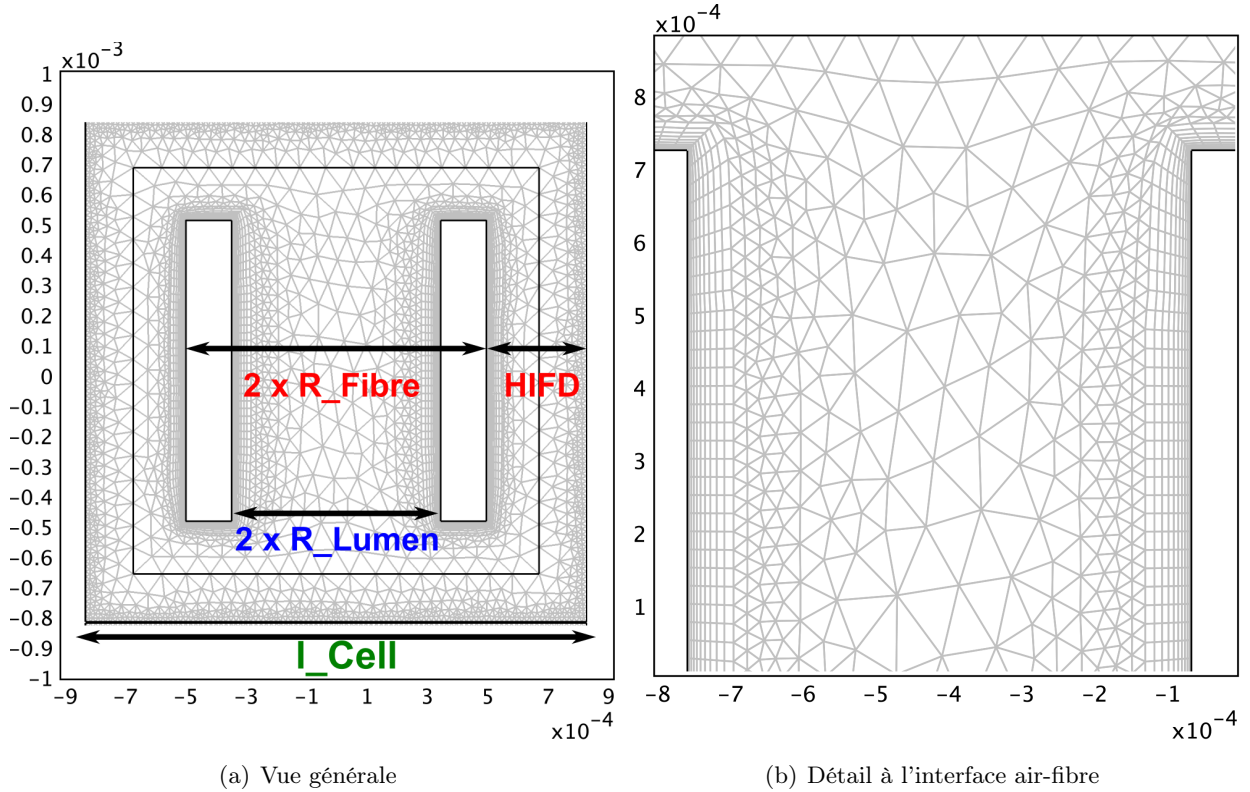


FIGURE 8.15 – Maillage de la géométrie 2D *PASC LUMEN* pour une porosité  $\phi = 0,89$  avec  $\phi_{ext} = 0,64$  et  $\phi_{int} = 0,25$ , et un rayon de fibre  $R_F = 500 \mu m$  AVEC LUMEN.

### 8.2.2.2 Champs de vitesse et de pression acoustiques en stimulation selon l'axe $Ox$

En régime statique et pour une stimulation selon l'axe horizontal  $Ox$ , perpendiculairement à l'axe des lumens, les champs de vitesse  $\vec{u}$  et de pression  $p$  acoustiques de la géométrie 2D *PASC LUMEN* sont représentés respectivement en Fig. 8.16 et 8.17, et peuvent être comparés à ceux obtenus pour la géométrie 2D *PASC NO LUMEN* de fibre pleine en Fig. 8.3 et 8.4. On peut constater que la vitesse acoustique est *nulle* à l'intérieur du lumen central. De même, la pression acoustique y est uniformément égale à  $1 Pa$ , à savoir l'amplitude de la pression oscillant sur la face de gauche de la cellule élémentaire.

## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées

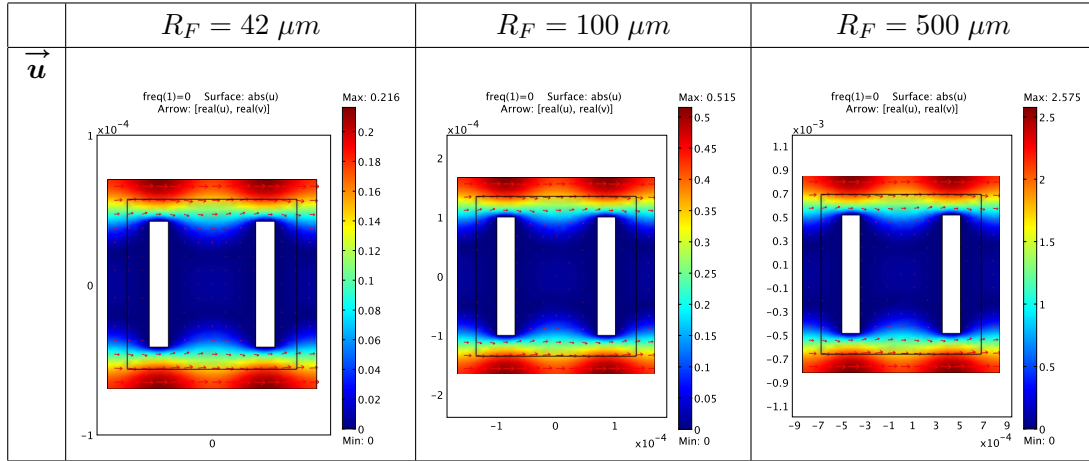


FIGURE 8.16 – Champs de vitesse acoustique (en m/s) en régime statique ( $f = 0$  Hz) pour une cellule élémentaire 2D *PASC LUMEN* (Fig. 8.15) en stimulation sonore selon l'axe horizontal  $Ox$ , source à gauche de la cellule élémentaire.  $R_F = 42 \mu m$ ,  $100 \mu m$ , et  $500 \mu m$ .

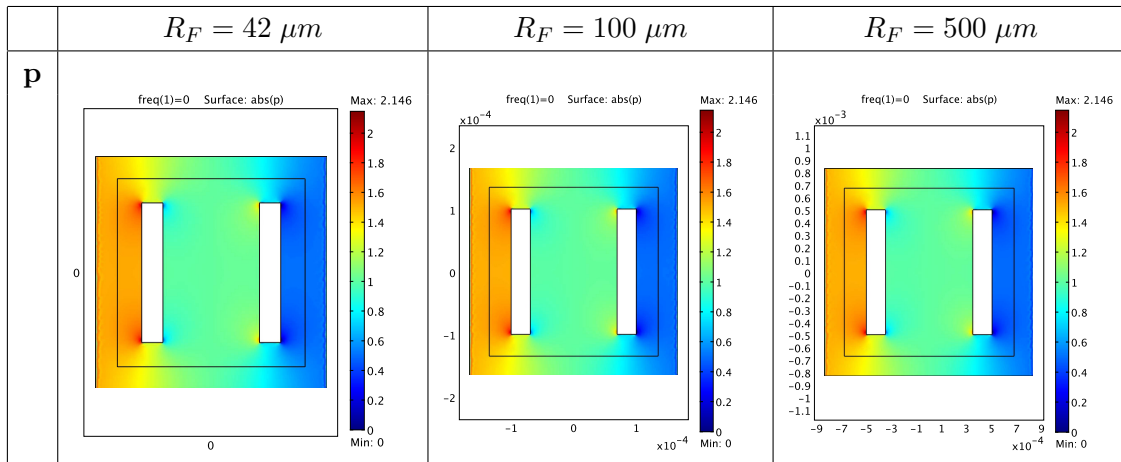
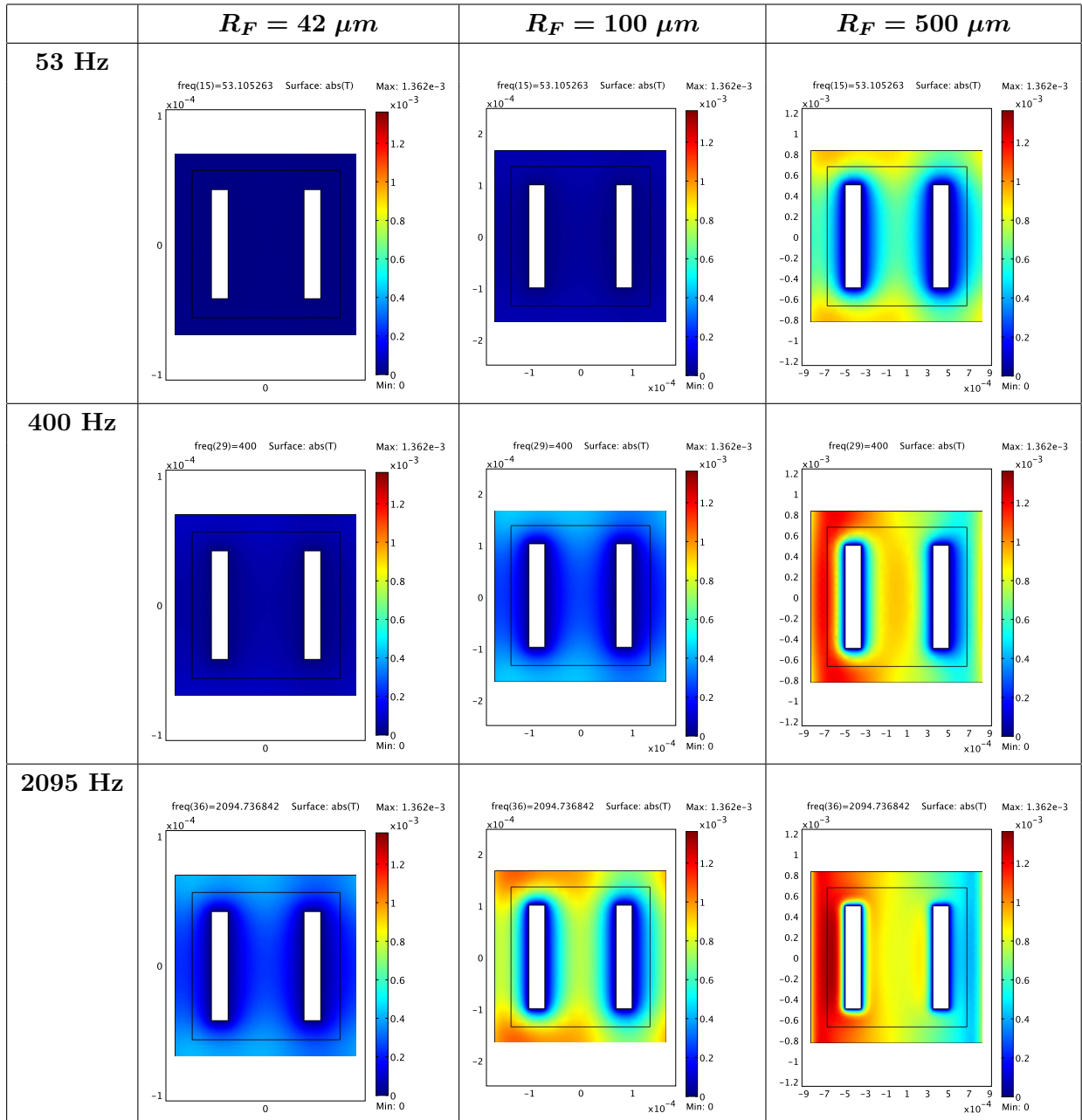


FIGURE 8.17 – Champs de pression acoustique (en Pa) en régime statique ( $f = 0$  Hz) pour une cellule élémentaire 2D *PASC LUMEN* (Fig. 8.15) en stimulation sonore selon l'axe horizontal  $Ox$ , source à gauche de la cellule élémentaire.  $R_F = 42 \mu m$ ,  $100 \mu m$ , et  $500 \mu m$ .

### 8.2.2.3 Champs de température acoustique en stimulation selon l'axe $Ox$

Sur la Fig. 8.18, on peut observer l'évolution fréquentielle de  $53 \text{ Hz}$  à  $20000 \text{ Hz}$  de la valeur absolue  $|\tau|$  de la température acoustique lorsque la géométrie 2D *PASC LUMEN* est stimulée selon l'axe  $Ox$ . L'épaisseur de la couche limite visqueuse  $\delta_{CLV}$  diminuant quand la fréquence augmente, les champs de température acoustique sont *aveugles* au lumen central pour des basses fréquences.

## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées



## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées

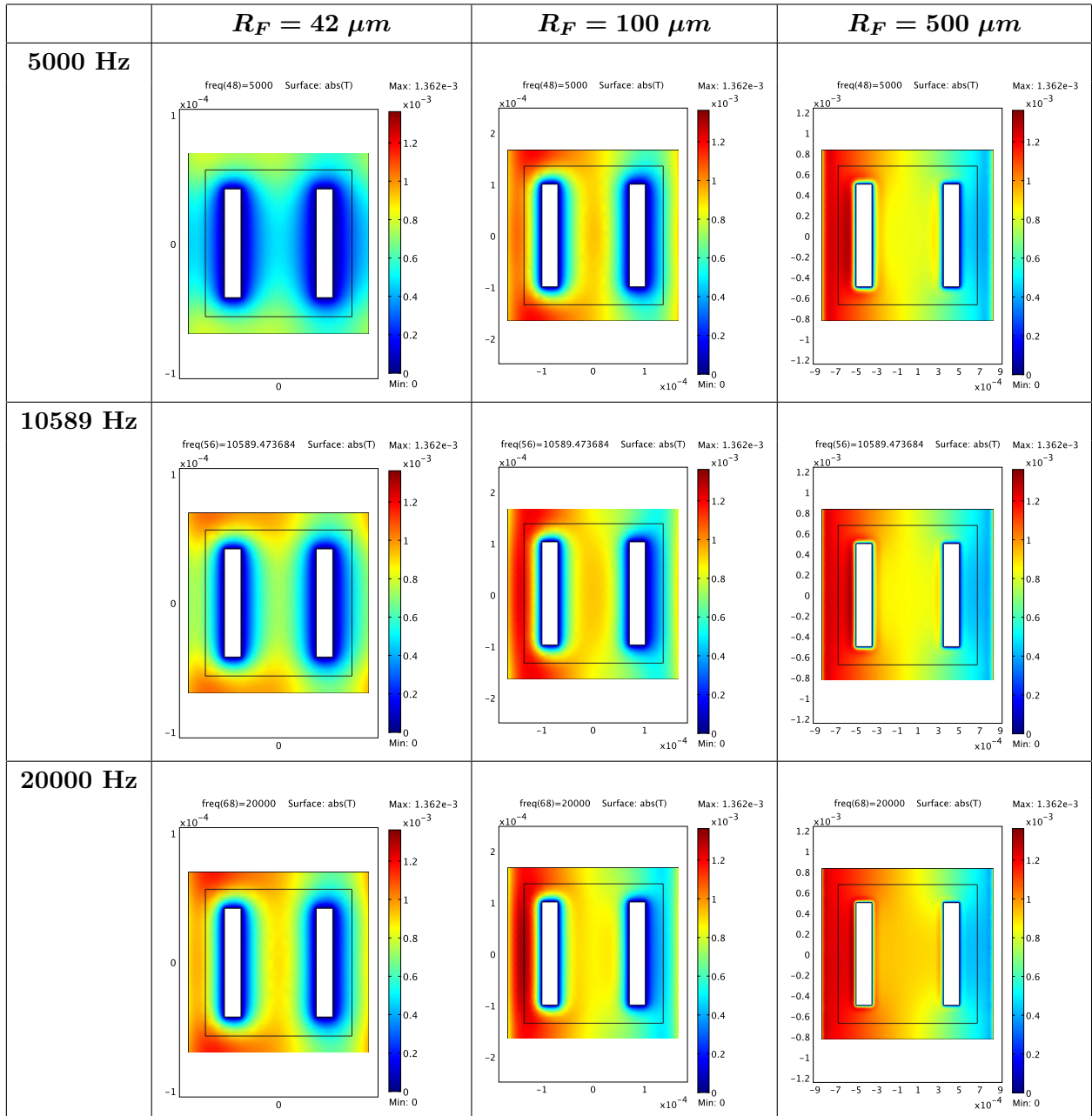


FIGURE 8.18 – Champs de température acoustique (en K) en régime harmonique pour  $f$  variant de 53 Hz à 20000 Hz pour une cellule élémentaire 2D *PASC LUMEN* (Fig. 8.15) en stimulation sonore selon l'axe horizontal  $Ox$ , source à gauche de la cellule élémentaire.  $R_F = 42 \mu m$ ,  $100 \mu m$ , et  $500 \mu m$ .

## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées

En basses fréquences, le champ de température acoustique est similaire à son champ équivalent pour une fibre pleine 2D *PASC NO LUMEN* (Fig. 8.5). En effet, sur la Fig. 8.18, on retrouve les ordres de grandeurs des fréquences maximales de chevauchements obtenues pour la géométrie sans lumen 2D *PASC NO LUMEN*, dont les couches limites visqueuses se chevauchent pour des basses fréquences comprises entre  $0\text{ Hz}$  et  $6107\text{ Hz}$  lorsque  $R_F = 42\ \mu\text{m}$ ,  $1077\text{ Hz}$  lorsque  $R_F = 100\ \mu\text{m}$ , et enfin  $43\text{ Hz}$  lorsque  $R_F = 500\ \mu\text{m}$ . Ces fréquences maximales de chevauchement de couches limites sont issues de la Fig. 8.41 et de la Table 8.1 de la section 8.2.4 qui relie l'épaisseur  $\delta_{CLV}$  aux rayons  $R_F$  pour une porosité externe de  $\phi_{ext} = 0,64$ . Initialement conçues pour la géométrie 2D *PASC NO LUMEN*, ces dernières sont applicables à la géométrie 2D *PASC LUMEN* parce que sa demi-distance inter-fibres HIFD est inférieure à  $R_{Lumen}$ . En effet, HIFD représente  $96\%$  de  $R_{Lumen}$  pour  $\phi_{ext} = 0,64$  et  $\phi_{int} = 0,25$  d'après l'Eq. 8.15 et la Fig. 8.43. Lorsque  $HIFD < R_{Lumen}$ , les passages inter-fibres étant plus étroits que les lumens, le chevauchement des couches limites aura lieu principalement entre les parois extérieures de deux fibres voisines plutôt qu'à l'intérieur des lumens, de sorte que la fibre creuse se comportera approximativement comme une fibre pleine du point de vue du chevauchement des couches limites visqueuses. Cette approximation est d'autant plus vraie que la stimulation sonore se fait selon l'axe  $Ox$  perpendiculairement à l'axe du lumen.

### 8.2.2.4 Propriétés acoustiques des fibres creuses, stimulées selon l'axe $Ox$

Les Fig. 8.19 et 8.20 montrent dans quelle mesure les évolutions fréquentielles des perméabilités visqueuse et thermique de la géométrie 2D *PASC LUMEN* sont similaires à celles de la fibre pleine.

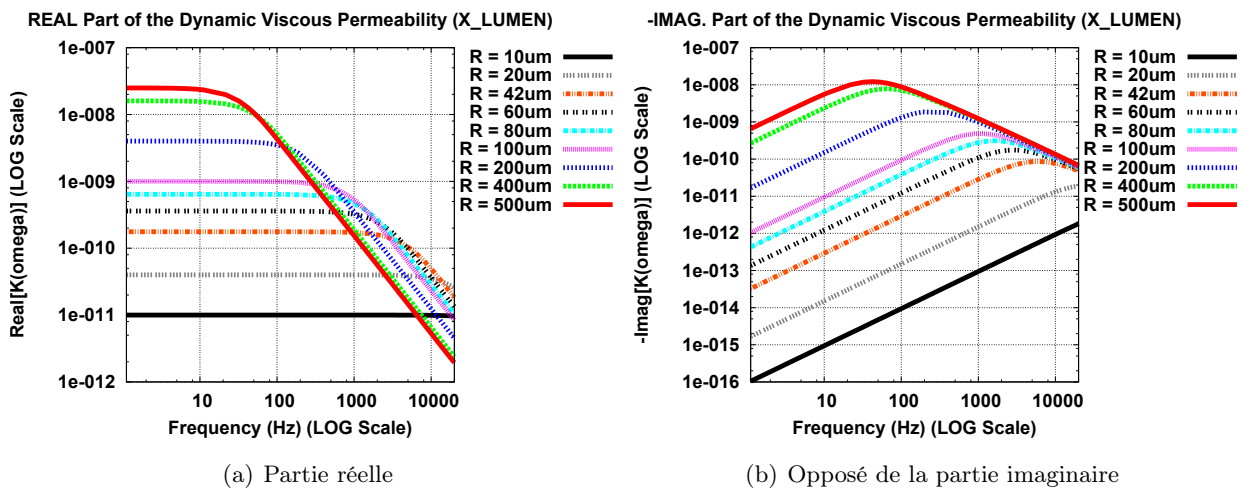


FIGURE 8.19 – Évolution en fonction de la fréquence (de  $0\text{ Hz}$  à  $20000\text{ Hz}$  en échelle logarithmique) de la perméabilité visqueuse moyenne  $\langle K(\omega) \rangle$  du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC LUMEN* (Fig. 8.15) en stimulation sonore selon l'axe horizontal  $Ox$ . Échelle logarithmique pour la perméabilité visqueuse.

## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées

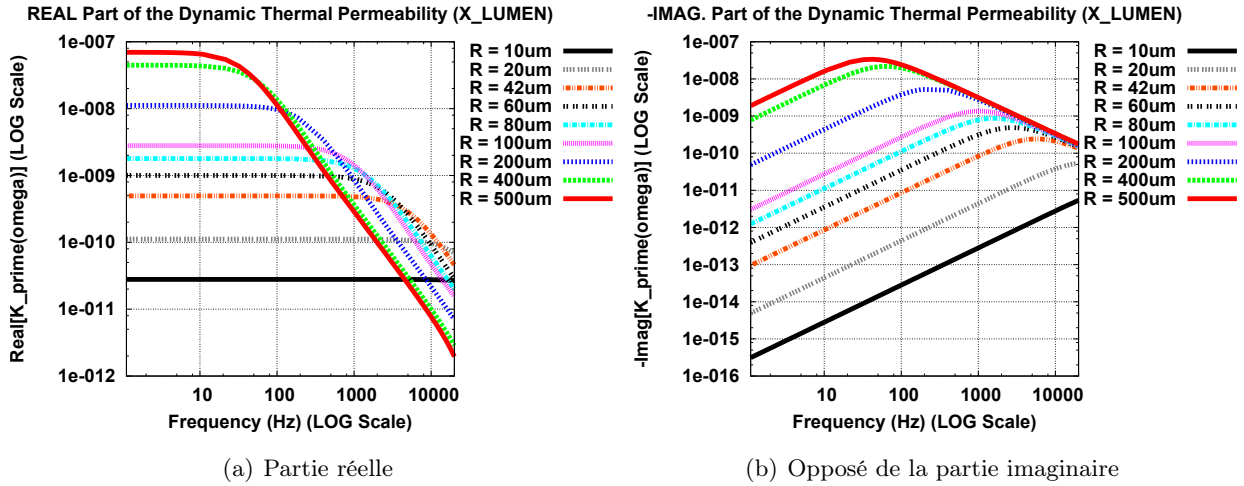


FIGURE 8.20 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 20000 Hz en échelle logarithmique) de la perméabilité thermique moyenne  $\langle K'(\omega) \rangle$  du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC LUMEN* (Fig. 8.15) en stimulation sonore selon l'axe horizontal  $Ox$ . Échelle logarithmique pour la perméabilité thermique.

Ainsi, les perméabilités statiques visqueuse  $k_0$  et thermique  $k'_0$  diminuent également à mesure que le rayon des fibres diminue. La différence majeure réside dans une légère augmentation des fréquences critiques de transition  $f_C$  de la fibre poreuse par rapport à celles de la fibre pleine, davantage explicitée dans la suite de l'étude par la Fig. 8.46 et la Table 8.2.

Concernant la tortuosité visqueuse  $\alpha(\omega)$  de la géométrie 2D *PASC LUMEN* en stimulation selon  $Ox$ , l'évolution fréquentielle de sa partie réelle représentée en Fig. 8.21(a) illustre dans quelle mesure ses valeurs sont supérieures à celles atteintes pour la géométrie 2D *PASC NO LUMEN*. Ainsi, le lumen central induit une augmentation de la tortuosité acoustique visqueuse. Les valeurs asymptotiques en basses et hautes fréquences sont respectivement de  $\alpha_0 = 2,25$  et  $\alpha_\infty = 1,71$ , soit une largeur de plage de tortuosités de  $0,54$ , supérieure à la plage de  $0,36$  obtenue pour la géométrie 2D *PASC NO LUMEN*. De plus, la tendance générale d'augmentation de la fréquence critique de transition  $f_C$  décale également les courbes de la Fig. 8.21 vers les hautes fréquences à mesure que le rayon des fibres  $R_F$  diminue.



## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées

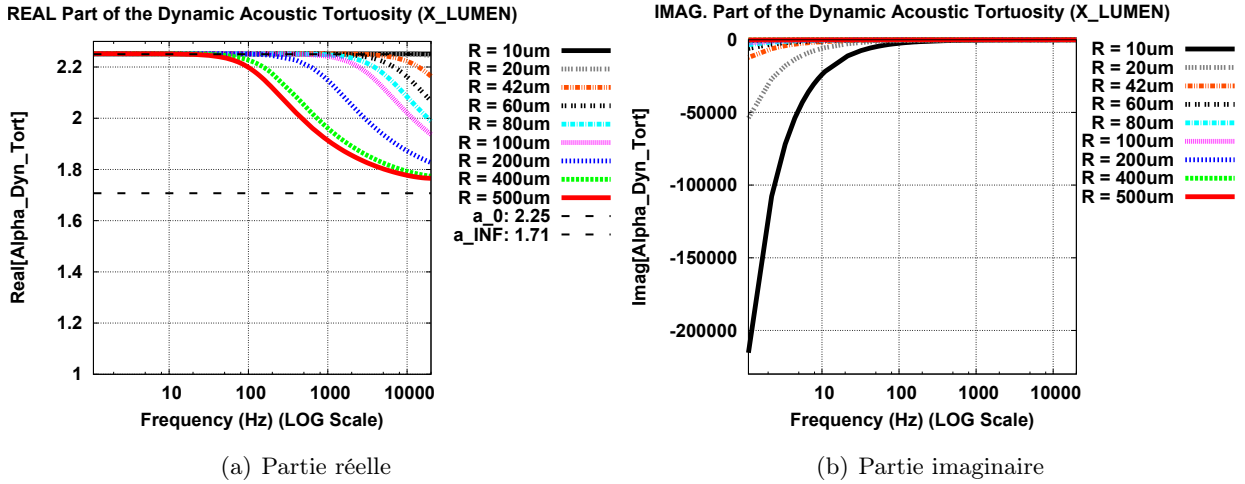


FIGURE 8.21 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 20000 Hz en échelle logarithmique) de la tortuosité acoustique visqueuse dynamique  $\alpha(\omega)$  du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC LUMEN* (Fig. 8.15) en stimulation sonore selon l'axe horizontal  $Ox$ .

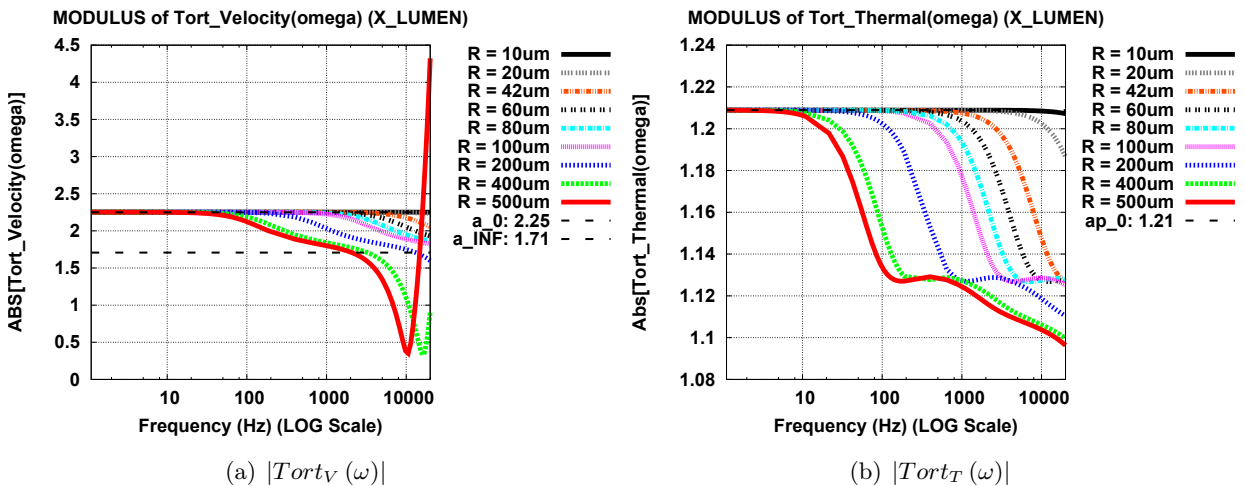


FIGURE 8.22 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 20000 Hz en échelle logarithmique) des valeurs absolues des fonctions  $Tort_V(\omega)$  et  $Tort_T(\omega)$  du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC LUMEN* (Fig. 8.15) en stimulation sonore selon l'axe horizontal  $Ox$ .

## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées

De même que pour les fibres pleines, l'évolution fréquentielle de  $|Tort_V|$  en Fig. 8.22(a) (Eq. 7.51 en page 153) est similaire à celle observée pour la partie réelle de  $\alpha(\omega)$  en Fig. 8.21 pour des fréquences comprises entre 0 Hz et 1000 Hz. Quant à la limite en basses fréquences de  $Tort_T$ , elle est estimée à  $\alpha'_0 = 1,21$  pour la géométrie 2D *PASC LUMEN* en stimulation selon  $Ox$ , et est quasiment identique à celle obtenue pour les fibres pleines ( $\alpha'_0 = 1,23$ ).

L'évolution fréquentielle de  $\frac{1}{\chi_{eff} P_0}$  est représentée en Fig. 8.23, avec  $\chi_{eff}$  le module de compressibilité effectif du milieu homogène constitué de fibres poreuses stimulées selon  $Ox$ . Comparées à celles obtenues pour des fibres pleines (Fig. 8.10), les parties réelle et imaginaire sont fortement similaires d'une géométrie à l'autre.

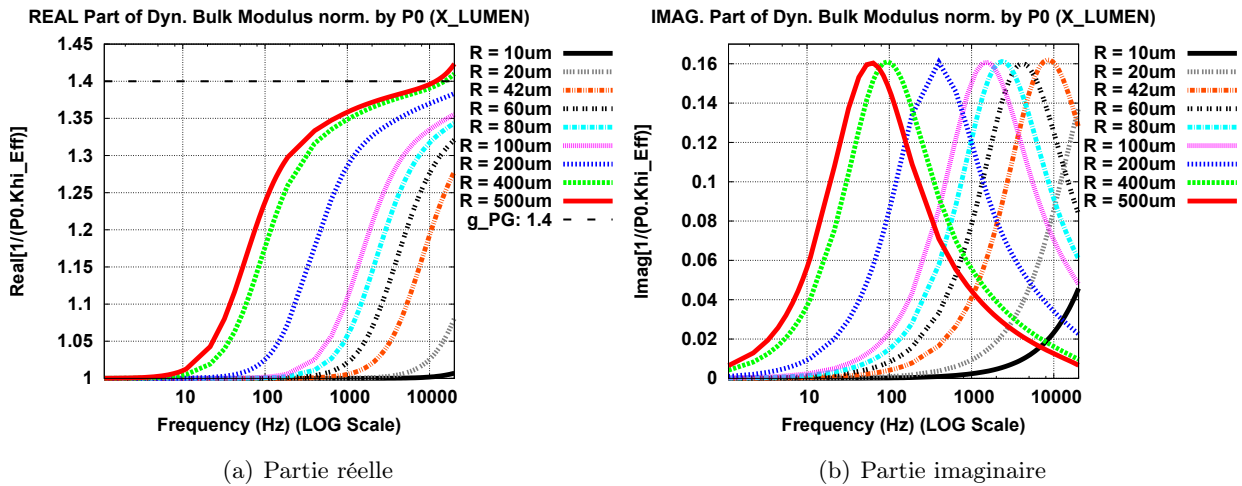


FIGURE 8.23 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 20000 Hz en échelle logarithmique) de  $\frac{1}{\chi_{eff} P_0}$  du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC LUMEN* (Fig. 8.15) en stimulation sonore selon l'axe horizontal  $Ox$ .

En revanche, comme le montre la Fig. 8.24(a), les limites en hautes fréquences de la partie réelle de la célérité effective de l'onde dans le milieu homogène constitué de fibres poreuses stimulées selon  $Ox$  sont de  $259,76 \text{ m.s}^{-1}$  et donc inférieures à celles des fibres pleines ( $283,24 \text{ m.s}^{-1}$ ). Ici encore, la célérité effective de l'onde est inférieure à celle dans l'air ( $c_0 \approx 343,11 \text{ m.s}^{-1}$ ). De même que pour les fibres pleines,  $c_{eff}$  décroît pour une fréquence donnée, à mesure que les rayons de fibres diminuent.

## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées

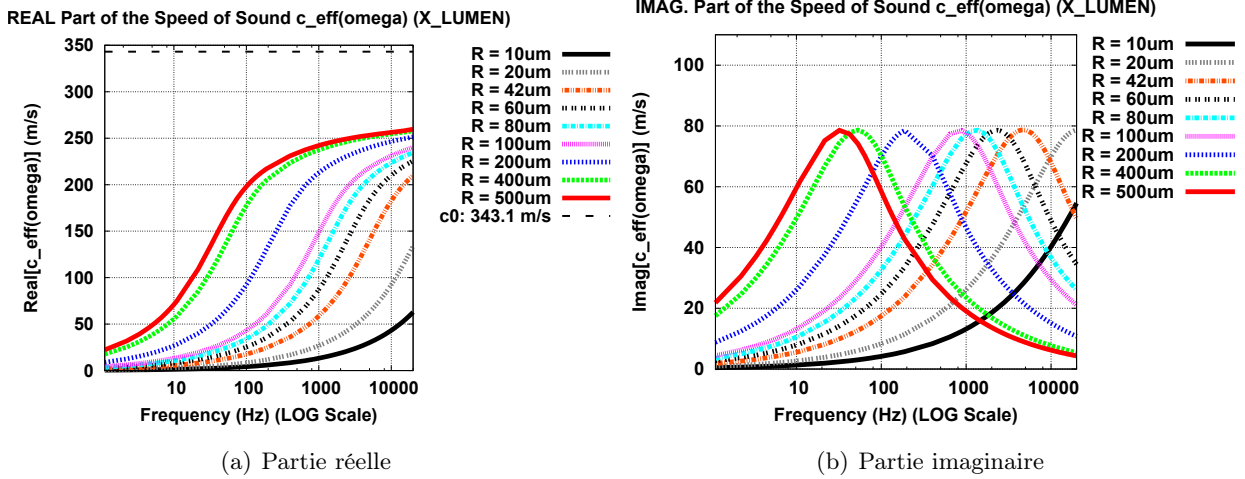


FIGURE 8.24 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 20000 Hz en échelle logarithmique) de la célérité effective  $c_{eff}$  du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC LUMEN* (Fig. 8.15) en stimulation sonore selon l'axe horizontal  $Ox$ .

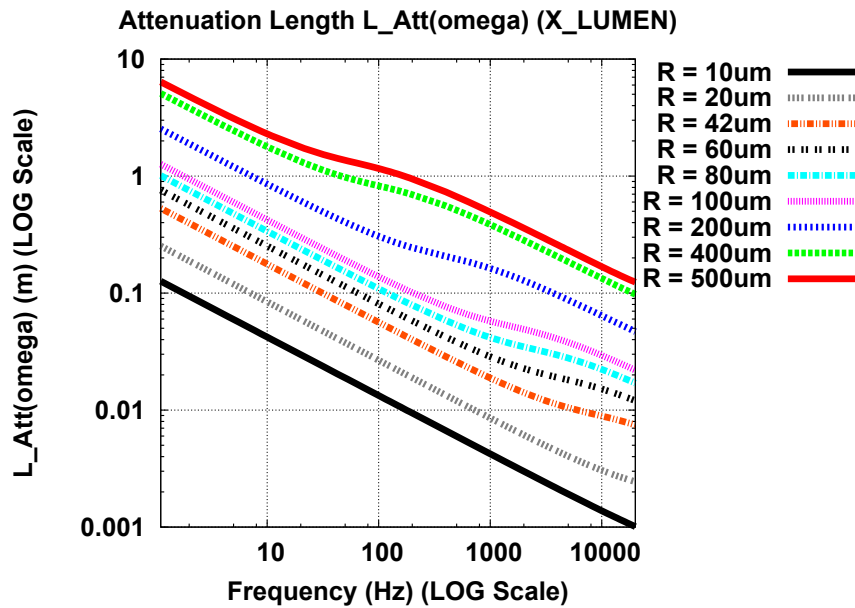


FIGURE 8.25 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 20000 Hz en échelle logarithmique) de la longueur d'atténuation  $L_{Att}(\omega)$  du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC LUMEN* (Fig. 8.15) en stimulation sonore selon l'axe horizontal  $Ox$ . Échelle logarithmique pour  $L_{Att}(\omega)$ .

## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées

Pour les cellules élémentaires 2D *PASC LUMEN* stimulées selon  $Ox$ , perpendiculairement à leurs lumens, la Fig. 8.25 montre une évolution fréquentielle des longueurs d'atténuation  $L_{Att}(\omega)$  similaire à celle obtenue pour les différents rayons de fibres pleines 2D *PASC NO LUMEN* (Fig. 8.12).

Enfin, sur la Fig. 8.26 on peut suivre en fonction de  $R_F$  l'évolution fréquentielle du coefficient d'absorption acoustique  $A(\omega)$  du milieu homogène d'épaisseur  $d = 2 \text{ cm}$  constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC LUMEN* stimulées selon l'axe  $Ox$ . De même que pour les fibres pleines,  $A(\omega)$  augmente lorsque le rayon des fibres diminue de  $500 \mu\text{m}$  à  $80 \mu\text{m}$  environ, et diminue dès que  $R_F$  est plus petit que  $80 \mu\text{m}$ . Ce phénomène, lié au chevauchement des couches limites visqueuses, est explicité plus en détails à la section 8.2.4 de ce chapitre 8.

De même, la comparaison des coefficients d'absorption acoustique obtenus pour les deux géométries 2D *PASC NO LUMEN* et 2D *PASC LUMEN* stimulées selon  $Ox$  est décrite en Fig. 8.38 de la section 8.2.3 toujours dans ce chapitre 8.

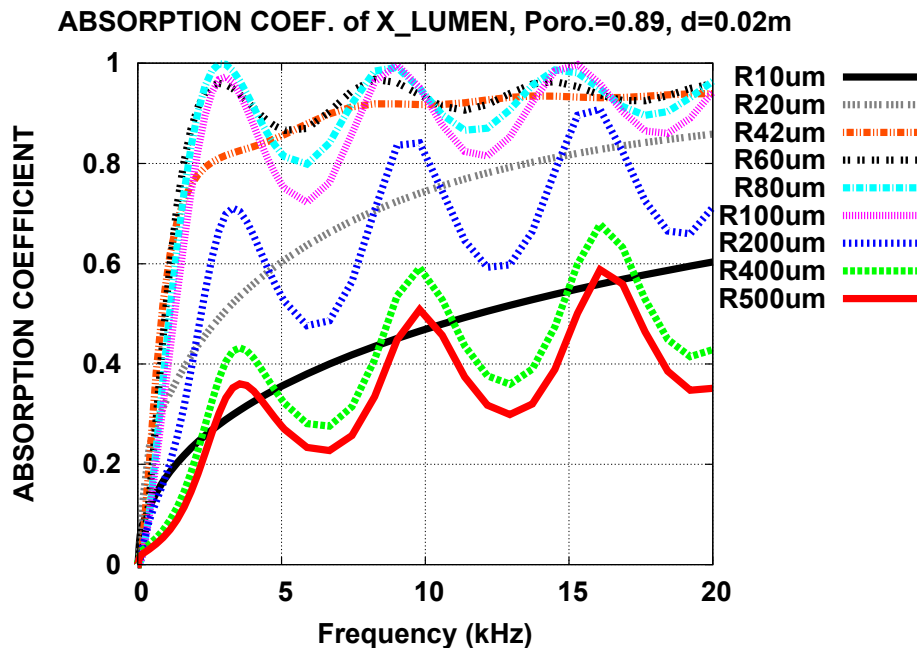


FIGURE 8.26 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 20000 Hz) du coefficient d'absorption acoustique  $A(\omega)$  du milieu homogène d'épaisseur  $d = 2 \text{ cm}$  constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC LUMEN* (Fig. 8.15) en stimulation sonore selon l'axe horizontal  $Ox$ .

Pour la géométrie 2D *PASC LUMEN*, les expressions de la longueur caractéristique thermique  $\Lambda'_L$  et de la surface spécifique de contact  $S_{vL}$  sont respectivement décrites en Eq. 8.10 et 8.11. Pour les fibres poreuses comme pour les fibres pleines, les Eq. 8.7 et 8.11 ainsi que la Fig. 8.45 montrent

## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées

comment les surfaces d'échanges d'énergie acoustique augmentent lorsque le rayon des fibres  $R_F$  diminue.

$$\Lambda'_L = \frac{2 \phi l_C^2}{4 R_F \left(3 - \frac{\phi_{int}}{1 - \phi_{ext}}\right)} = \frac{2 \phi R_F}{3 (1 - \phi_{ext}) - \phi_{int}} \quad (8.10)$$

$$S_{v_L} = \frac{3 (1 - \phi_{ext}) - \phi_{int}}{R_F} \quad (8.11)$$

### 8.2.2.5 Champs de vitesse et de pression acoustiques en stimulation selon l'axe $Oy$

Dans la mesure où la configuration 2D *PASC LUMEN* n'est ni isotrope, ni symétrique par rapport à son centre de gravité, il convient de la caractériser également pour une stimulation sonore orientée dans l'axe du lumen central selon  $Oy$ . Dans ce cas, les champs de vitesse  $\vec{u}$  et de pression  $p$  acoustiques sont représentés respectivement en Fig. 8.27 et 8.28 en régime statique pour une pression oscillante de  $1 Pa$  appliquée sur la face du haut de la géométrie. Contrairement aux simulations en stimulation selon  $Ox$  (Fig. 8.16), la vitesse acoustique n'est logiquement pas nulle dans le lumen puisque le gradient de pression lui est parallèle.

De même que pour la géométrie 2D *PASC NO LUMEN*, et pour une stimulation selon  $Oy$ , la vitesse acoustique tend à s'annuler en régime harmonique lorsque la fréquence de l'onde augmente. De son côté, le champ de pression acoustique de la cellule élémentaire 2D *PASC LUMEN* stimulée selon  $Oy$  varie très peu entre  $0 Hz$  et  $20000 Hz$ .

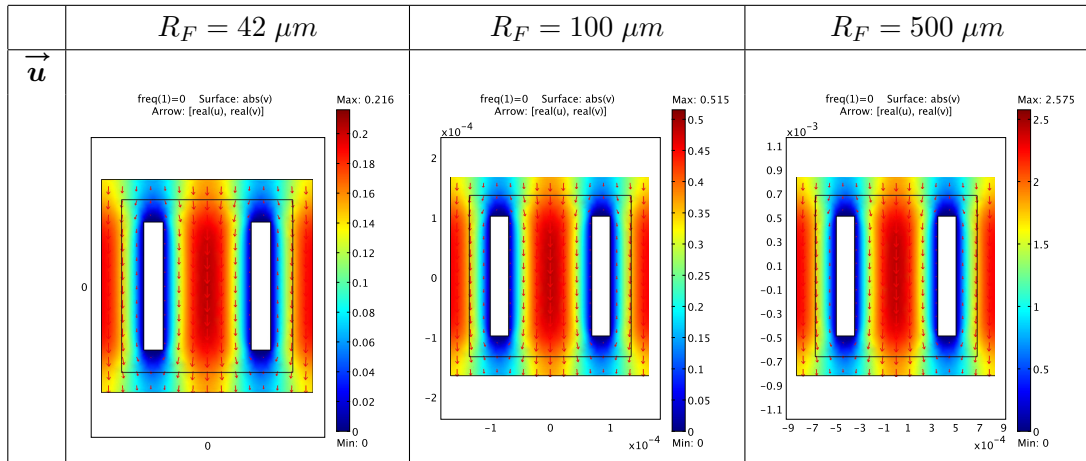


FIGURE 8.27 – Champs de vitesse acoustique (en m/s) en régime statique ( $f = 0 Hz$ ) pour une cellule élémentaire 2D *PASC LUMEN* (Fig. 8.15) en stimulation sonore selon l'axe vertical  $Oy$ , source en haut de la cellule élémentaire.  $R_F = 42 \mu m$ ,  $100 \mu m$ , et  $500 \mu m$ .

## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées

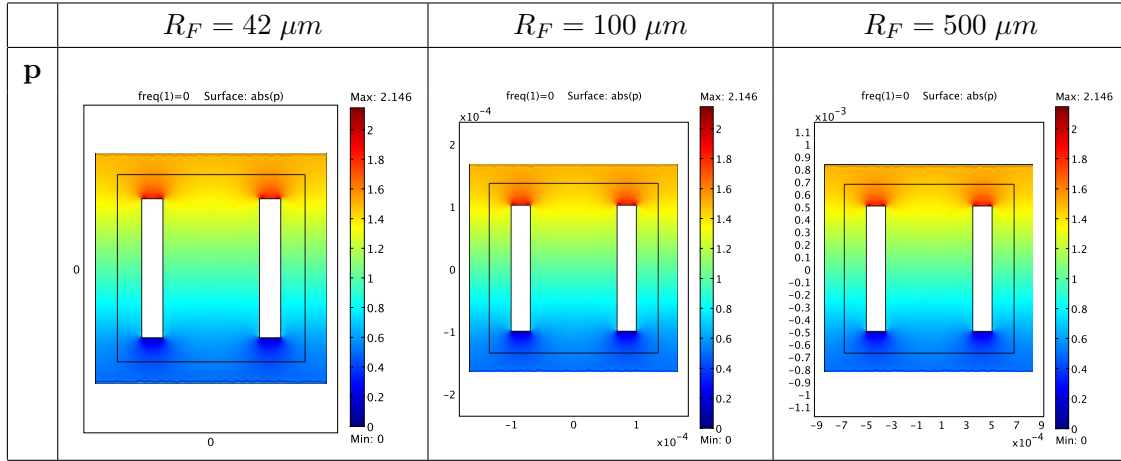
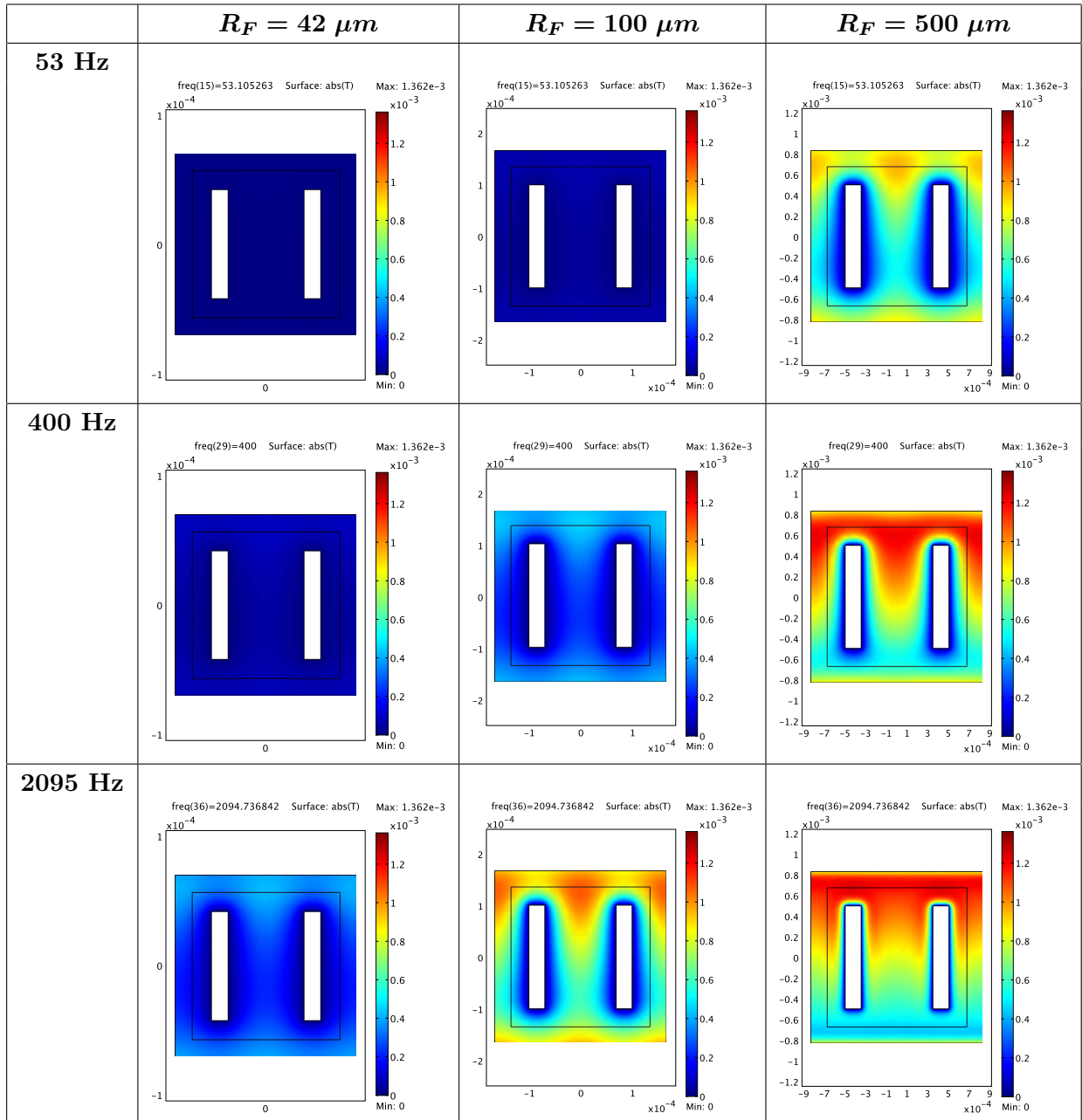


FIGURE 8.28 – Champs de pression acoustique (en Pa) en régime statique ( $f = 0$  Hz) pour une cellule élémentaire 2D *PASC LUMEN* (Fig. 8.15) en stimulation sonore selon l'axe vertical  $Oy$ , source en haut de la cellule élémentaire.  $R_F = 42 \mu m$ ,  $100 \mu m$ , et  $500 \mu m$ .

### 8.2.2.6 Champs de température acoustique en stimulation selon l'axe $Oy$

Le phénomène habituel d'amincissement de la couche limite s'observe sur les cartes de champs de température acoustique en valeur absolue  $|\tau|$  sur la Fig. 8.29 représentés pour des fréquences variant de  $53$  Hz à  $20000$  Hz. De même, ces dernières se chevauchent en basses fréquences jusqu'à englober complètement la fibre et son lumen central. Cependant, pour les rayons de fibres  $R_F = 42 \mu m$  et  $R_F = 100 \mu m$ , les couches limites visqueuses se chevauchent dans le bas des parois des fibres même pour des hautes fréquences atteignant  $10589$  Hz, voire  $20000$  Hz pour les plus petits rayons, et ce même si elles sont séparées dans le haut de la fibre. On peut même encore noter un tel chevauchement pour les grosses fibres ( $R_F = 500 \mu m$ ) pour une fréquence de  $400$  Hz. Dans ce cas, la séparation des couches limites des parois à l'extrémité supérieure garantit une séparation d'avec celle de la cellule placée au dessus. En revanche, le chevauchement inférieur implique un chevauchement similaire avec celles des voisines latérales gauche et droite au bas de leurs parois.

## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées



## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées

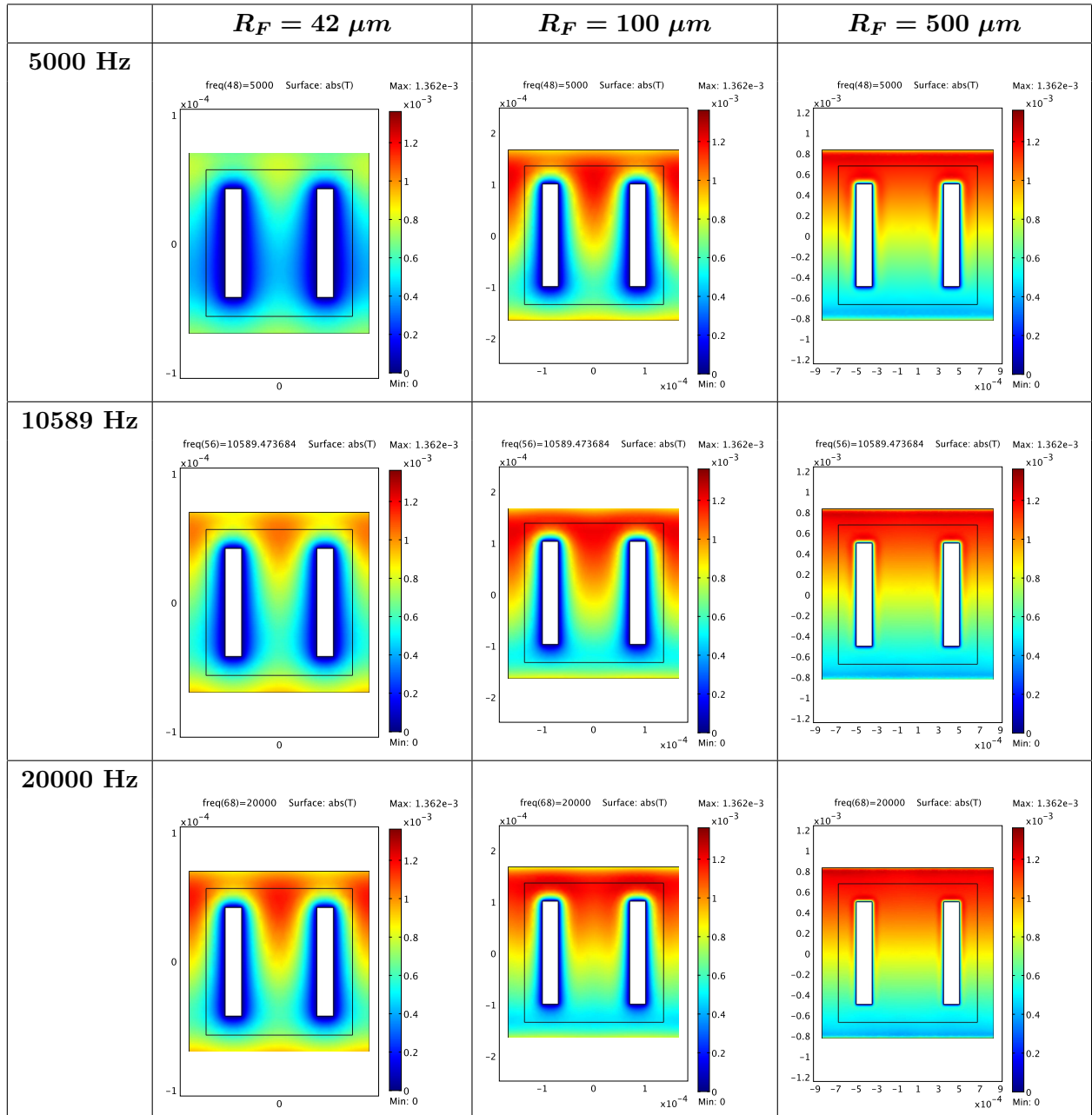


FIGURE 8.29 – Champs de température acoustique (en K) en régime harmonique pour  $f$  variant de 53 Hz à 20000 Hz pour une cellule élémentaire 2D *PASC LUMEN* (Fig. 8.15) en stimulation sonore selon l'axe vertical  $Oy$ , source en haut de la cellule élémentaire.  $R_F = 42 \mu m$ ,  $100 \mu m$ , et  $500 \mu m$ .



## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées

Ces observations mettent en lumière l'influence de la porosité interne sur le comportement de la couche limite visqueuse lorsque les fibres sont stimulées dans l'axe de leur lumen. Ainsi, du point de vue de la température acoustique, les champs obtenus en stimulation dans l'axe des lumens ne sont pas équivalents à ceux des fibres pleines, comme c'était le cas en stimulant la géométrie 2D *PASC LUMEN* perpendiculairement à son lumen. Par conséquent, la modélisation de la couche limite visqueuse est plus complexe dans cette configuration.

### 8.2.2.7 Propriétés acoustiques des fibres creuses, stimulées selon l'axe $Oy$

Comparées à celles obtenues en stimulation selon  $Ox$ , les perméabilités visqueuse et thermique de la géométrie 2D *PASC LUMEN* stimulée selon  $Oy$  présentent des valeurs en régime statique  $k_0$  et  $k'_0$  supérieures pour tous les rayons  $R_F$ , comme le montrent les Fig. 8.30 et 8.31. En revanche les fréquences critiques de transition étant très proches pour les deux cas, le décalage des perméabilités vers les hautes fréquences lorsque  $R_F$  diminue, est similaire indépendamment de la direction de stimulation, comme le justifient la Fig. 8.46 et la Table 8.2.

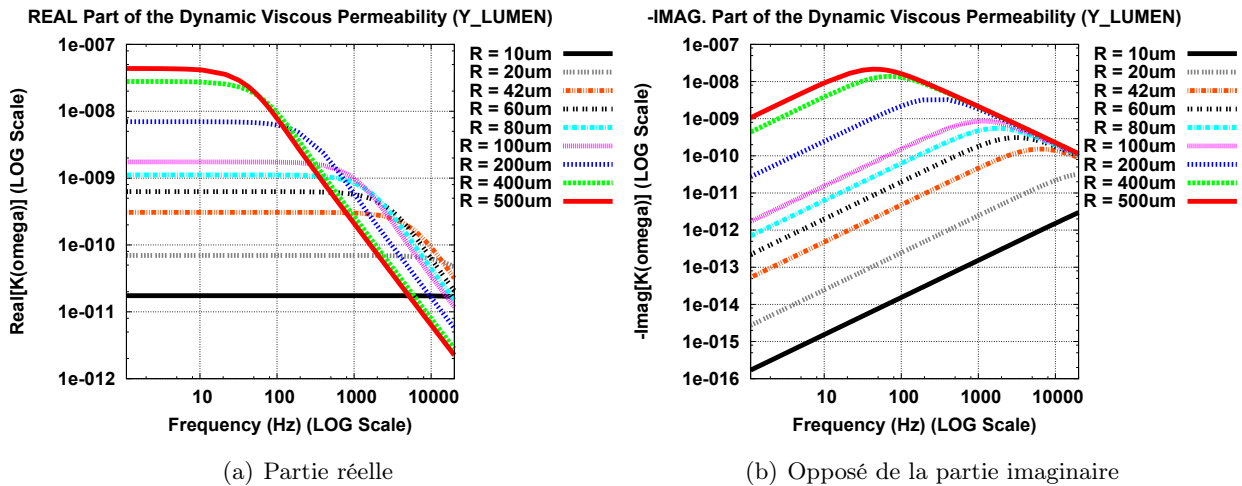


FIGURE 8.30 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 20000 Hz en échelle logarithmique) de la perméabilité visqueuse moyenne  $\langle K(\omega) \rangle$  du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC LUMEN* (Fig. 8.15) en stimulation sonore selon l'axe vertical  $Oy$ . Échelle logarithmique pour la perméabilité visqueuse.

## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées

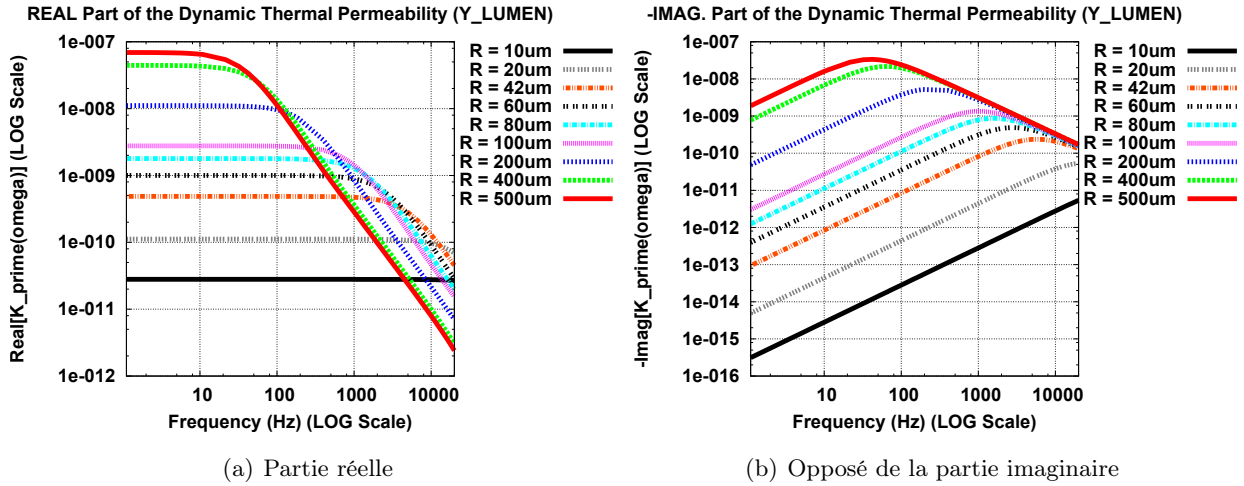


FIGURE 8.31 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 20000 Hz en échelle logarithmique) de la perméabilité thermique moyenne  $\langle K'(\omega) \rangle$  du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC LUMEN* (Fig. 8.15) en stimulation sonore selon l'axe vertical  $Oy$ . Échelle logarithmique pour la perméabilité thermique.

Du point de vue morphologique, la porosité interne augmentant la porosité globale d'une part, et la stimulation ayant lieu dans la direction parallèle au lumen, d'autre part, la résistance au passage du fluide causée par la géométrie est donc plus faible qu'en stimulation perpendiculairement au lumen. De prime abord, on peut donc s'attendre à une diminution de la tortuosité acoustique visqueuse  $\alpha(\omega)$  en stimulation selon  $Oy$ .

La Fig. 8.32 illustre l'évolution fréquentielle de  $\alpha(\omega)$  pour la géométrie 2D *PASC LUMEN* stimulée selon l'axe de son lumen. Conformément à nos attentes, la tortuosité acoustique est plus faible dans cette configuration que pour les deux cas précédents avec et sans porosité interne. En effet, les valeurs asymptotiques en basses et hautes fréquences sont respectivement de  $\alpha_0 = 1,21$  et  $\alpha_\infty = 1,03$ , soit une largeur de plage de tortuosités de  $0,18$ , inférieure aux plages de  $0,54$  et  $0,36$  obtenues respectivement pour les géométries 2D *PASC NO LUMEN* et 2D *PASC LUMEN* en stimulation selon  $Ox$ . Enfin, le décalage des courbes vers les hautes fréquences quand  $R_F$  diminue, est toujours manifeste.

## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées

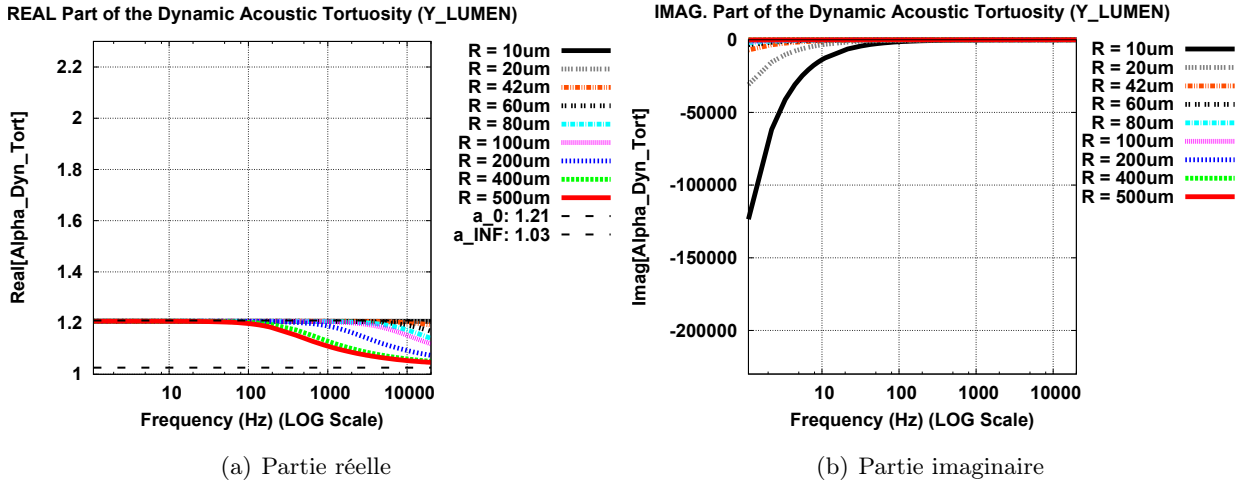


FIGURE 8.32 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 20000 Hz en échelle logarithmique) de la tortuosité acoustique visqueuse dynamique  $\alpha(\omega)$  du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC LUMEN* (Fig. 8.15) en stimulation sonore selon l'axe vertical  $Oy$ .

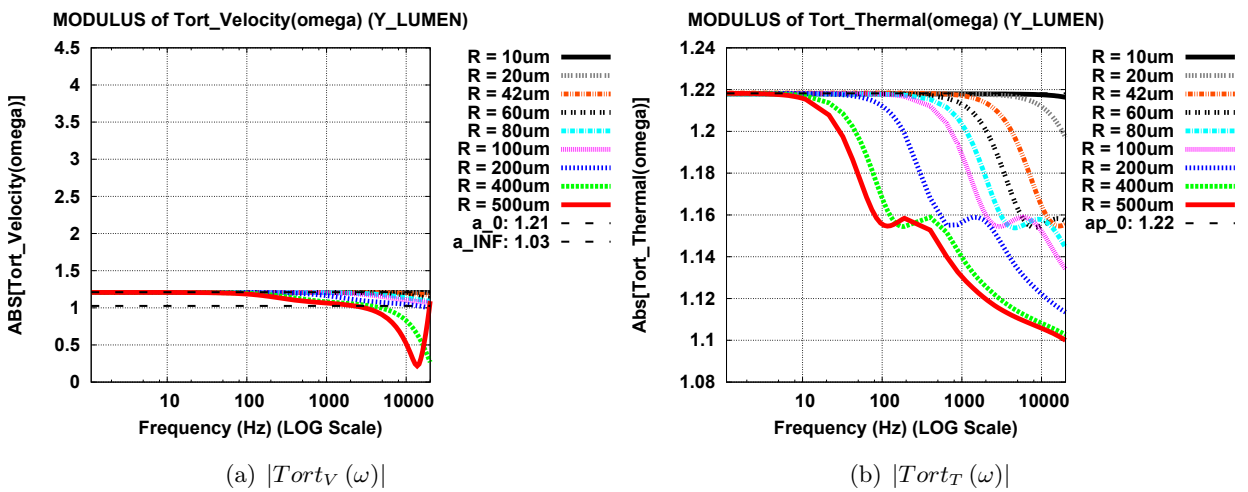


FIGURE 8.33 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 20000 Hz en échelle logarithmique) des valeurs absolues des fonctions  $Tort_V(\omega)$  et  $Tort_T(\omega)$  du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC LUMEN* (Fig. 8.15) en stimulation sonore selon l'axe vertical  $Oy$ .

## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées

Du côté de l'évolution fréquentielle de  $|Tort_V|$  (Fig. 8.33(a)), le même constat que précédemment est fait, à savoir qu'entre  $0\text{ Hz}$  et  $1000\text{ Hz}$ ,  $|Tort_V|$  et la partie réelle de  $\alpha(\omega)$  ont des évolutions similaires. Par conséquent, dans cette plage de fréquences, la modélisation thermo-acoustique en *fluide visqueux* permet d'estimer le paramètre  $\alpha_\infty$  de la géométrie 2D *PASC LUMEN* stimulée selon  $Oy$ , à partir de l'Eq. 7.51 (en page 153) si son rayon est supérieur ou égal à  $500\text{ }\mu\text{m}$ .

Enfin, la valeur asymptotique  $\alpha'_0 = 1,22$  en régime statique est quasiment identique à celles estimées sur les géométries 2D *PASC NO LUMEN* et 2D *PASC LUMEN* en stimulation selon  $Ox$ . Ainsi, il semblerait que ce paramètre ne soit sensible ni aux rayons des fibres  $R_F$ , ni à la porosité interne dans les directions de stimulation  $Ox$  et  $Oy$ .

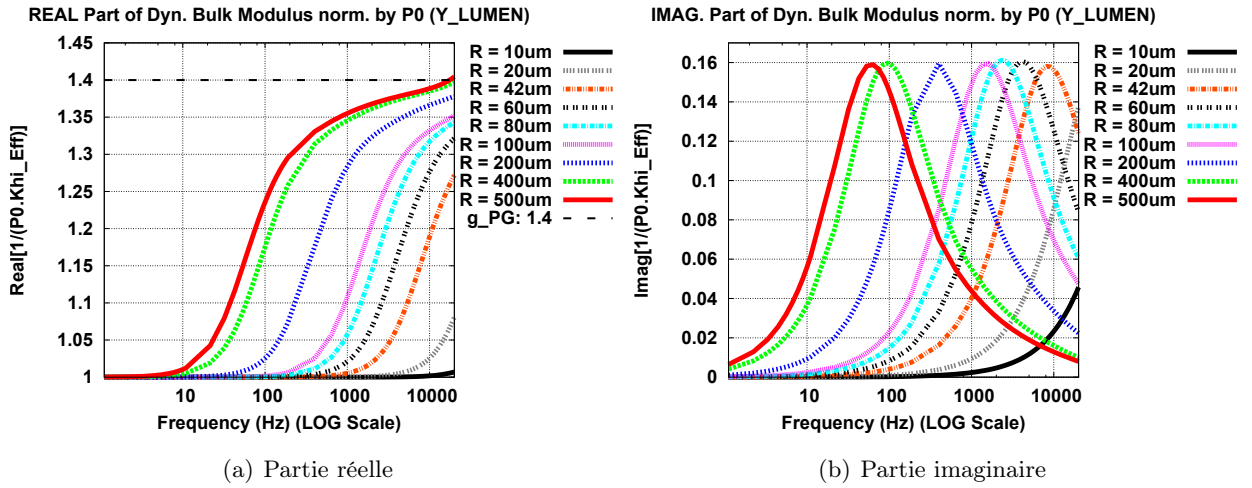


FIGURE 8.34 – Évolution en fonction de la fréquence (de  $0\text{ Hz}$  à  $20000\text{ Hz}$  en échelle logarithmique) de  $\frac{1}{\chi_{eff} P_0}$  du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC LUMEN* (Fig. 8.15) en stimulation sonore selon l'axe vertical  $Oy$ .

Pour les trois cas étudiés pour des fibres pleines et poreuses, l'évolution fréquentielle de  $\frac{1}{\chi_{eff} P_0}$  est également très similaire, comme le montrent les Fig. 8.10, 8.23 et 8.34.

La limite en hautes fréquences de la partie réelle de la célérité effective de l'onde dans le milieu homogène constitué de fibres poreuses stimulées selon  $Oy$  est de  $335,14\text{ m.s}^{-1}$ . Cette valeur asymptotique est supérieure à celles obtenues pour des fibres pleines ( $283,24\text{ m.s}^{-1}$ ) et poreuses en stimulation perpendiculairement au lumen ( $259,76\text{ m.s}^{-1}$ ). En stimulant les fibres poreuses selon l'axe de leur lumen, la célérité effective du milieu homogène équivalent tend vers celle de l'air ( $c_0 \approx 343,11\text{ m.s}^{-1}$ ), même si comme précédemment  $c_{eff}$  diminue conjointement avec  $R_F$  à fréquence fixée.

## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées

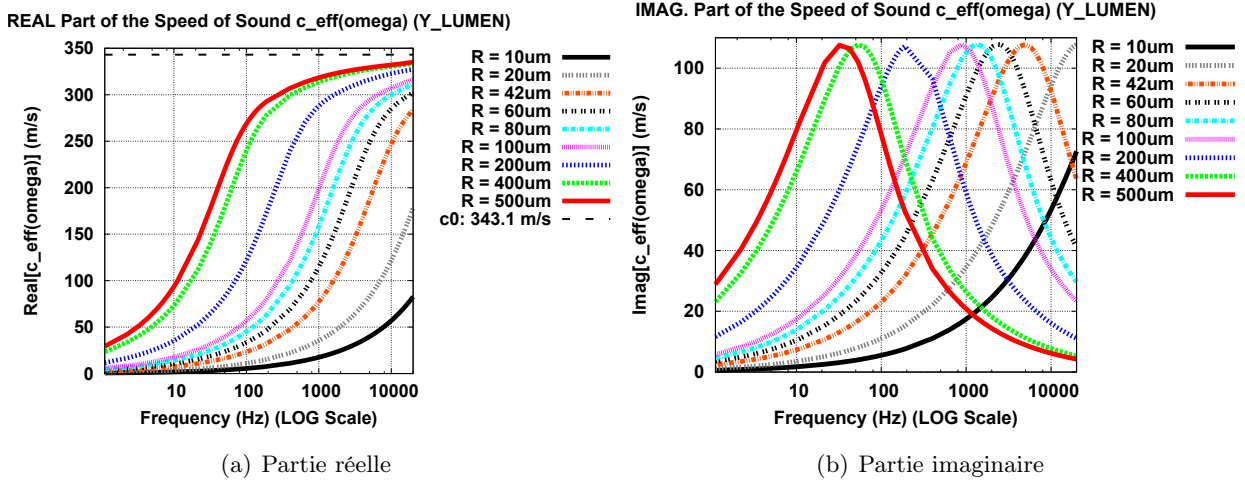


FIGURE 8.35 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 20000 Hz en échelle logarithmique) de la célérité effective  $c_{eff}$  du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC LUMEN* (Fig. 8.15) en stimulation sonore selon l'axe vertical  $Oy$ .

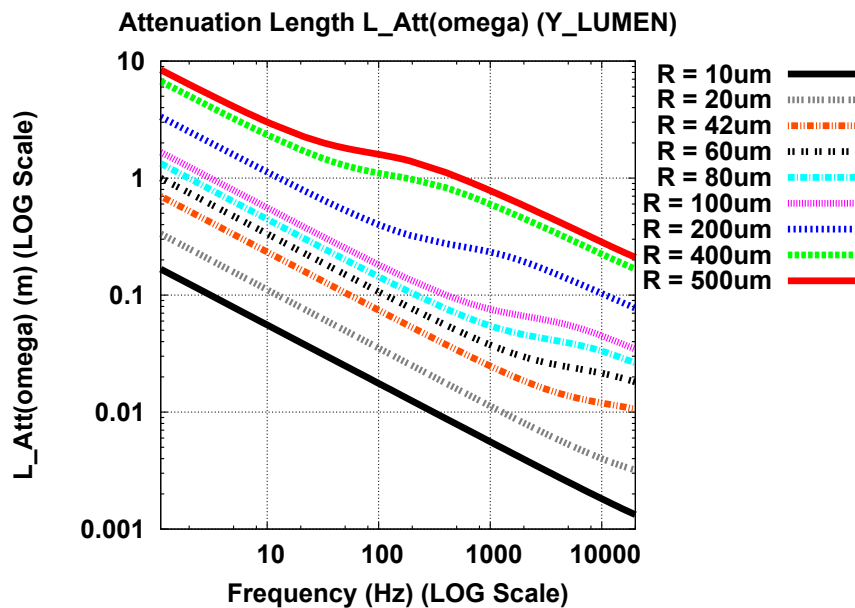


FIGURE 8.36 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 20000 Hz en échelle logarithmique) de la longueur d'atténuation  $L_{Att}(\omega)$  du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC LUMEN* (Fig. 8.15) en stimulation sonore selon l'axe vertical  $Oy$ . Échelle logarithmique pour  $L_{Att}(\omega)$ .

## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées

Comme l'illustre la Fig. 8.36, pour toutes les valeurs de rayons  $R_F$  étudiées, les matériaux homogènes composés de fibres creuses 2D *PASC LUMEN* ont des longueurs d'atténuation  $L_{Att}(\omega)$  plus grandes lorsque la stimulation sonore a lieu selon l'axe  $Oy$  de leurs lumens, plutôt que selon  $Ox$  (Fig. 8.25). Ce résultat laisse présager que pour une même épaisseur, un matériau composé de fibres creuses atténuera davantage l'onde sonore si la stimulation est orientée selon l'axe  $Ox$ , perpendiculairement à ses lumens.

Pour conclure cette section, la Fig. 8.37 illustre l'influence des rayons de fibres sur le coefficient d'absorption acoustique  $A(\omega)$  du milieu homogène d'épaisseur  $d = 2\text{ cm}$  constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC LUMEN* stimulées selon l'axe de leur lumen. On peut encore observer les mêmes phénomènes d'augmentation de  $A(\omega)$  lorsque  $R_F$  diminue de  $500\ \mu\text{m}$  à  $80\ \mu\text{m}$ , et ensuite d'affaiblissement de  $A(\omega)$  lié au chevauchement des couches limites visqueuses quand  $R_F$  est trop petit.

En revanche, la direction de stimulation a une influence sur les performances en absorption acoustique du matériau. Comme il est expliqué à la section 8.2.4 de ce chapitre 8 sur la Fig. 8.39, le coefficient  $A(\omega)$  des fibres poreuses de rayon  $R_F$  variant de  $10\ \mu\text{m}$  à  $60\ \mu\text{m}$ , et stimulées dans l'axe de leurs porosités internes, est supérieur à celui obtenu en stimulation perpendiculairement aux lumens. La tendance s'inverse pour des rayons plus grands que  $60\ \mu\text{m}$ .

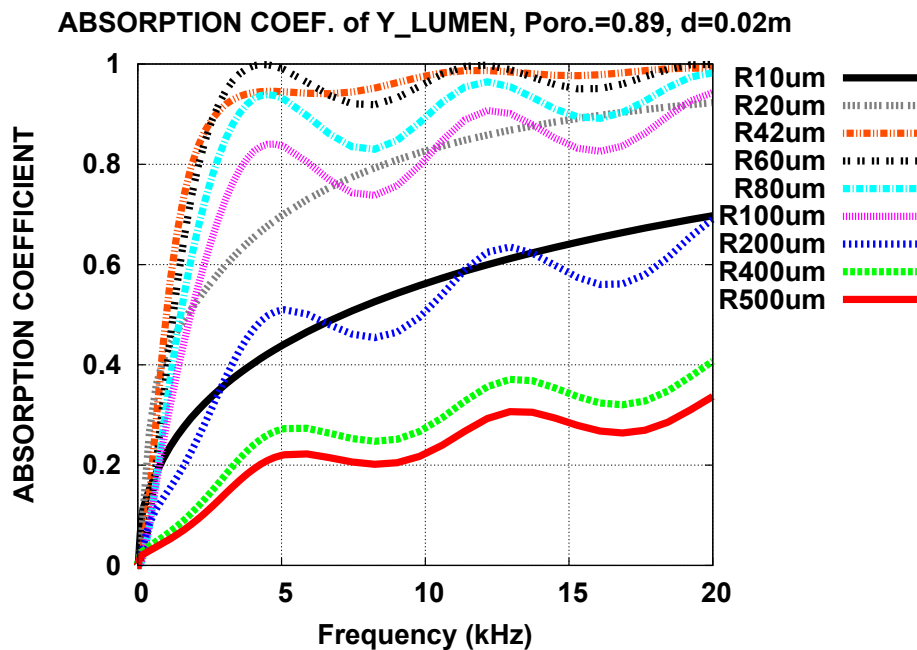


FIGURE 8.37 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 20000 Hz) du coefficient d'absorption acoustique  $A(\omega)$  du milieu homogène d'épaisseur  $d = 2\text{ cm}$  constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC LUMEN* (Fig. 8.15) en stimulation sonore selon l'axe vertical  $Oy$ .

### 8.2.3 Influence du rayon des fibres sur l'absorption acoustique

#### 8.2.3.1 Comparaison des fibres pleines et creuses stimulées selon l'axe Ox

L'influence de la porosité interne sur le coefficient d'absorption acoustique d'un matériau d'épaisseur  $d = 2 \text{ cm}$ , constitué de fibres périodiques 2D *PASC NO LUMEN* ou 2D *PASC LUMEN*, s'observe sur la Fig. 8.38 qui compare l'évolution fréquentielle de  $A(\omega)$  pour différents rayons  $R_F$  de fibres pleines (courbes  *fines NL* pour 2D *PASC NO LUMEN*) et poreuses (courbes *épaisses LX* pour 2D *PASC LUMEN*) en stimulation sonore selon  $Ox$  perpendiculairement à leurs lumens. Ainsi, sur la Fig. 8.38(a) il apparaît que pour des petits rayons  $R_F$  variant de  $10 \mu\text{m}$  à  $60 \mu\text{m}$ ,  $A(\omega)$  est plus faible pour les fibres pleines que pour les fibres poreuses. Ce phénomène peut s'expliquer par la porosité globale plus importante des fibres poreuses qui augmente légèrement la surface spécifique de contact d'après les Eq. 8.7 et 8.11 où  $S_{vNL} \leq S_{vL}$  (Fig. 8.45). L'autre explication vient de l'influence plus importante qu'a le chevauchement des couches limites des cellules voisines pour les faibles rayons des fibres pleines. En effet, dans notre cas où  $\phi_{ext} = 0,64$  et  $\phi_{int} = 0,25$ , les lumens sont plus larges que les espaces inter-fibres (Fig. 8.43) de sorte que dans une gamme de fréquences plus ou moins étroite, les couches limites ne se chevauchent pas à l'intérieur des lumens même si c'est le cas entre les fibres voisines, ce qui réduit le frein à l'absorption acoustique que représente ce chevauchement.

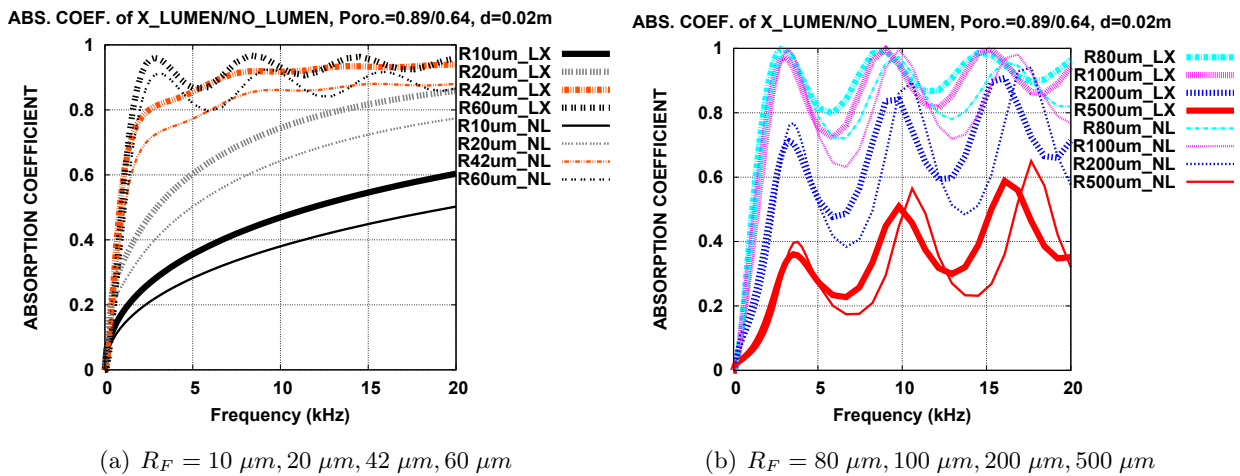


FIGURE 8.38 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 20000 Hz) du coefficient d'absorption acoustique  $A(\omega)$  des milieux homogènes d'épaisseur  $d = 2 \text{ cm}$  constitués de cellules périodiques élémentaires 2D soit *PASC NO LUMEN* (Fig. 8.2), soit *PASC LUMEN* (Fig. 8.15), en stimulation sonore selon l'axe horizontal  $Ox$ .

## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées

Pour des rayons supérieurs ou égaux à  $80 \mu\text{m}$ , la Fig. 8.38(b) montre dans quelle mesure la porosité interne influence moins nettement le coefficient d'absorption acoustique  $A(\omega)$ . Il est même des fréquences comme à  $10000 \text{ Hz}$  où les fibres pleines absorbent mieux que les fibres poreuses, par exemple pour  $R_F = 200 \mu\text{m}$ . Globalement, pour tous les rayons de fibres, les fibres poreuses stimulées perpendiculairement à leur lumen absorbent mieux l'énergie acoustique que les fibres pleines.

### 8.2.3.2 Influence des directions de stimulation $Ox$ et $Oy$ sur les fibres creuses

En comparant pour une même géométrie (2D *PASC LUMEN*) les coefficients  $A(\omega)$  des fibres stimulées soit perpendiculairement (courbes *épaisses LX* selon  $Ox$ ), soit dans l'axe des lumens (courbes  *fines LY* selon  $Oy$ ), on met l'accent sur l'influence conjointe de la direction de stimulation et des rayons  $R_F$  sur ce coefficient. Il apparaît en Fig. 8.39(a) pour les faibles rayons ( $R_F$  variant de  $10 \mu\text{m}$  à  $60 \mu\text{m}$ ), que la stimulation dans l'axe des lumens permet d'obtenir des coefficients d'absorption acoustique supérieurs à ceux obtenus pour une stimulation selon  $Ox$ .

Par contre, pour des rayons de fibres supérieurs ou égaux à  $80 \mu\text{m}$  (Fig. 8.39(b)), on peut constater que la tendance s'inverse, puisque les fibres poreuses stimulées perpendiculairement à leurs lumens absorbent davantage l'énergie acoustique que lorsque la stimulation se fait dans l'axe de la porosité interne.

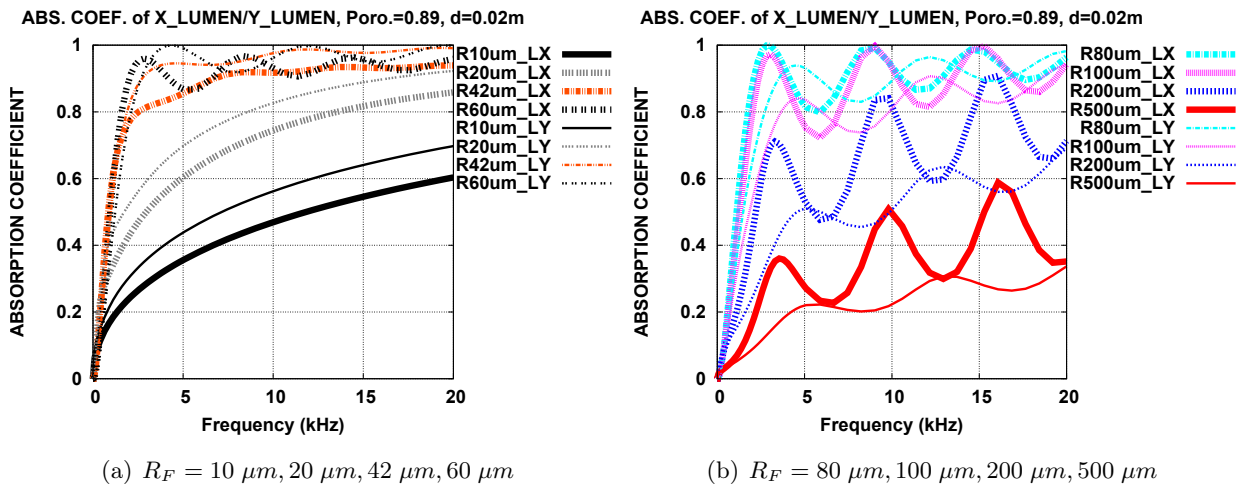
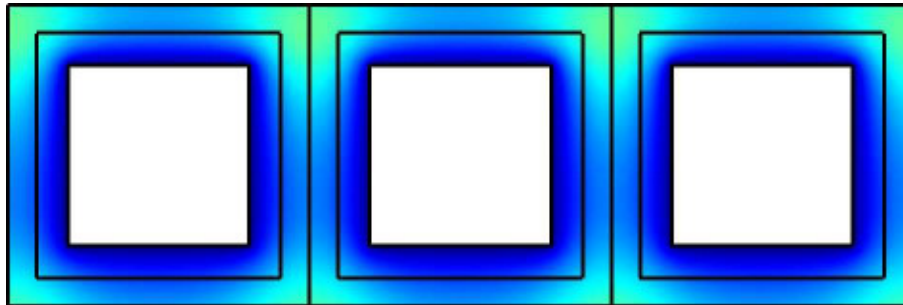


FIGURE 8.39 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 20000 Hz) du coefficient d'absorption acoustique  $A(\omega)$  du milieu homogène d'épaisseur  $d = 2 \text{ cm}$  constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC LUMEN* (Fig. 8.15), en stimulation sonore soit selon l'axe horizontal  $Ox$ , soit selon l'axe vertical  $Oy$ .

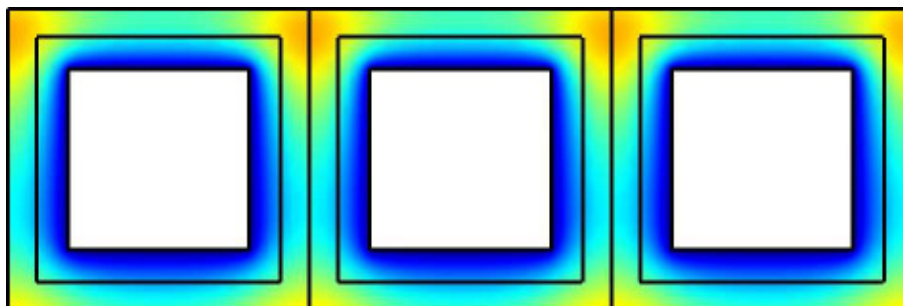


#### 8.2.4 Liens entre rayon des fibres et épaisseur de couche limite visqueuse

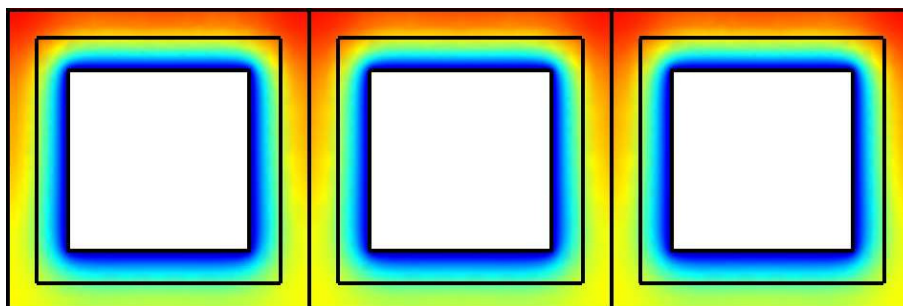
Comme il a été montré pour les deux géométries 2D *PASC NO LUMEN* et 2D *PASC LUMEN*, les couches limites visqueuses de cellules élémentaires périodiques voisines peuvent se chevaucher à une fréquence donnée dès lors que les rayons de fibres  $R_F$  sont trop petits.



(a) Couches limites voisines en chevauchement



(b) Couches limites voisines tangentes



(c) Couches limites voisines séparées

FIGURE 8.40 – Chevauchement de couches limites visqueuses dans le champ de température acoustique (en K) de trois cellules élémentaires 2D *PASC NO LUMEN* (Fig. 8.2) en stimulation sonore selon l'axe vertical  $Oy$ , source en haut de la géométrie globale.

## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées

La Fig. 8.40 illustre ce phénomène dans le cas de trois cellules élémentaires 2D *PASC NO LUMEN* (Fig. 8.2 en page 161) en stimulation acoustique selon l'axe  $Oy$ . Les couches limites visqueuses voisines des deux rangées de cellules du bas (Fig. 8.40(b) et 8.40(c)) sont bien séparées alors que celles de la rangée du haut (Fig. 8.40(a)) se chevauchent, réduisant ainsi la surface d'échanges d'énergie acoustique en *bleu*.

Pour mieux comprendre le phénomène de chevauchement de couche limite observé en Fig. 8.5, 8.18, 8.29 et 8.40, il faut revenir à l'équation géométrique (Eq. 8.3) et la relier à l'Eq. 3.17 (en page 68) définissant l'évolution fréquentielle de l'épaisseur de couche limite visqueuse  $\delta_{CLV}$  présentée au chapitre 3 à la section 3.9.1. De l'Eq. 3.17, on peut déduire l'Eq. 8.12.

$$f = \frac{\eta}{\pi \rho_0 \delta_{CLV}^2} \quad (8.12)$$

Ainsi, si la fréquence de l'onde atteint la valeur limite  $f_{Min\_Abs}$  telle que les couches limites visqueuses de deux cellules élémentaires voisines se touchent sans se chevaucher, alors l'expression  $\delta_{CLV} = HIFD$  est vraie (Eq. 8.13). La fréquence  $f_{Min\_Abs}$  est alors la *fréquence minimale absorbée* par les géométries 2D *PASC NO LUMEN* et 2D *PASC LUMEN* pour un rayon  $R_F$  et une porosité externe  $\phi_{ext}$  donnés. En effet, les fréquences inférieures à  $f_{Min\_Abs}$  induisent un chevauchement des couches limites des cellules voisines, ce qui diminue alors les surfaces d'échanges d'énergie acoustique entre le fluide et le solide, réduisant par la même occasion le coefficient d'absorption acoustique  $A(\omega)$ , comme il est montré dans la suite de ce chapitre 8. De même, lorsque la fréquence est supérieure à  $f_{Min\_Abs}$ , les couches limites sont séparées.

$$\delta_{CLV} = HIFD \Rightarrow f = f_{Min\_Abs} = \frac{\eta}{\pi \rho_0 HIFD^2} \quad (8.13)$$

Pour une porosité externe  $\phi_{ext} = 0,64$ , l'Eq. 8.13 devient l'Eq. 8.14 d'après l'Eq. 8.3.

$$f_{Min\_Abs}(\phi_{ext} = 0,64) = \frac{9 \eta}{4 \pi \rho_0 R_F^2} \quad (8.14)$$

La fréquence  $f_{Min\_Abs}$  est notée *MAF* (Minimum Absorbed Frequency) sur la Fig. 8.41 qui illustre l'évolution fréquentielle de la valeur de  $R_F$  lorsque les couches limites visqueuses de cellules voisines se touchent, c'est-à-dire lorsque la relation  $\delta_{CLV}(f) = HIFD$  est vérifiée, dans le cas des géométries 2D *PASC NO LUMEN* et 2D *PASC LUMEN* avec une *porosité externe* fixe égale à  $0,64$ . Ainsi, on peut y discerner la zone *jaune* où les couches se chevauchent, et la zone *grise* où elles sont séparées. Pour chaque rayon, on peut y lire les valeurs de  $f_{Min\_Abs}$  (*MAF*) et l'épaisseur de la couche limite visqueuse dans ce cas égale à  $HIFD$ . Ces valeurs sont répertoriées dans la Table 8.1. Les paramètres physiques de la Table 7.1 (en page 145 du chapitre 7) sont choisis pour estimer les valeurs de  $\delta_{CLV}$  et de  $f_{Min\_Abs}$ . Dans la Table 8.1 on retrouve bien pour chaque rayon de fibre  $R_F$  les ordres de grandeur des fréquences à partir desquelles la couche limite visqueuse est observable en *bleu* à l'interface air-fibre sur les champs  $|\tau|$  des Fig. 8.5, 8.18 et 8.29.

## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées

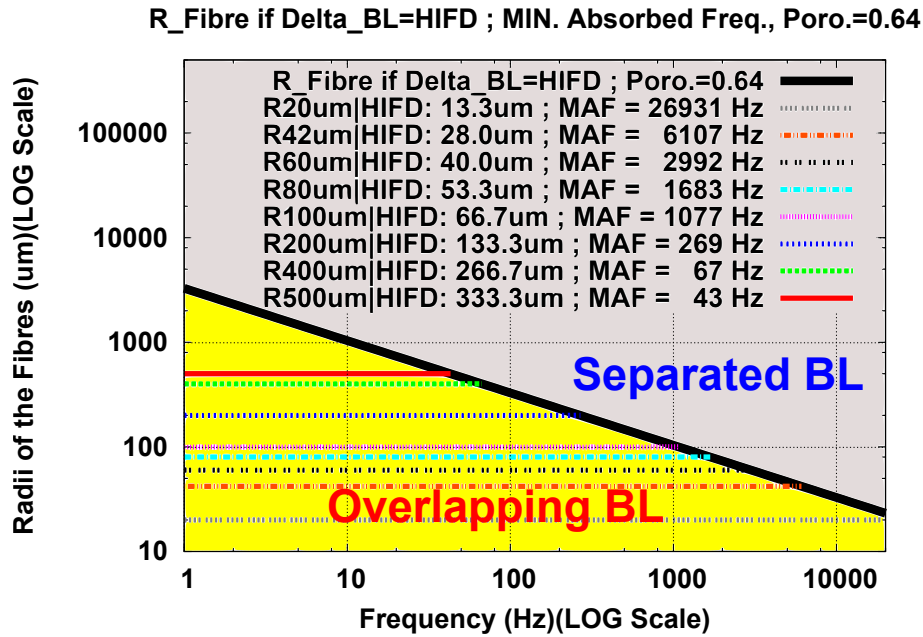


FIGURE 8.41 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 20000 Hz en échelle logarithmique) de la valeur du rayon des fibres  $R_F$  des cellules élémentaires 2D *PASC NO LUMEN* et 2D *PASC LUMEN*, lorsque les couches limites visqueuses des cellules voisines se touchent, c'est-à-dire lorsque la relation  $\delta_{CLV} = HIFD$  est vérifiée (droite *noire*). Étude pour une porosité externe  $\phi_{ext}$  égale à  $0,64$  et identification des domaines de *séparation* (zone *grise*) et de *chevauchement* (zone *jaune*) des couches limites visqueuses voisines. Estimation des fréquences minimales absorbées en fonction du rayon des fibres  $R_F$ . Échelle logarithmique pour  $R_F$ .

Par extension, le même raisonnement peut être étendu à d'autres cellules élémentaires similaires composées de fibres de sections carrées pleines ou creuses, mais de porosités externes différentes de  $0,64$ . La Fig. 8.42, illustre l'évolution de la fonction  $f(R_F) = \frac{\eta}{\pi \rho_0 HIFD^2}$  en échelle logarithmique pour des porosités externes variant de  $0,35$  à  $0,99$ . Ainsi, en échelle logarithmique, chaque porosité externe  $\phi_{ext}$  est caractérisée par une droite décroissante en fonction de la fréquence.

## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées

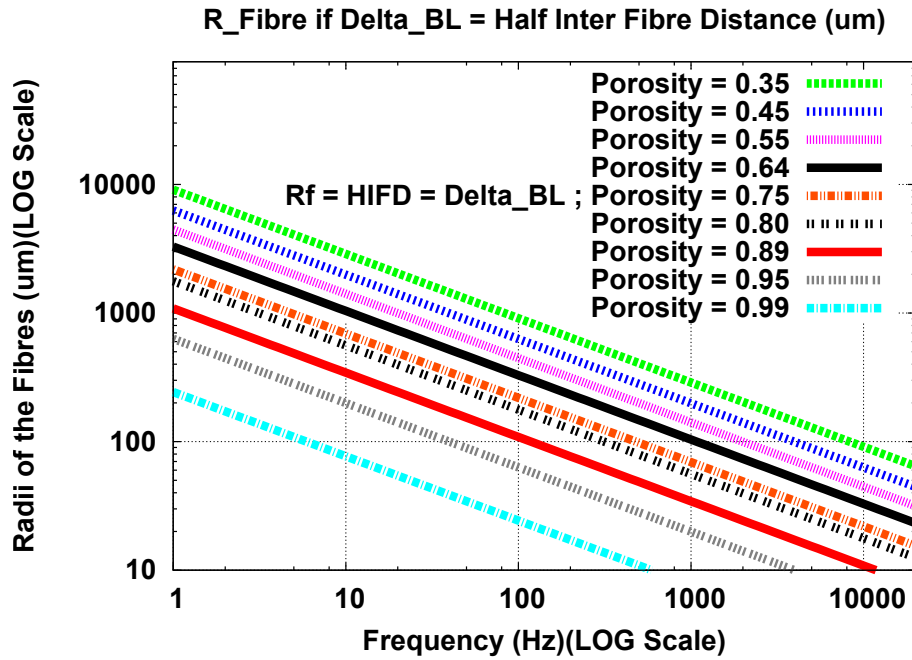


FIGURE 8.42 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 20000 Hz en échelle logarithmique) de la valeur du rayon des fibres  $R_F$  des cellules élémentaires 2D *PASC NO LUMEN* et 2D *PASC LUMEN*, lorsque les couches limites visqueuses des cellules voisines se touchent, c'est-à-dire lorsque la relation  $\delta_{CLV}(\omega) = HIFD$  est vérifiée. Étude pour différentes porosités externes  $\phi_{ext}$  comprises entre 0,35 et 0,99. Échelle logarithmique pour  $R_F$ .

Rayon $R_F$ ( $\mu\text{m}$ )	$\delta_{CLV} = HIFD$ ( $\mu\text{m}$ )	MAF (Hz)
20	13,3	26931
42	28	6107
60	40	2992
80	53,3	1683
100	66,7	1077
200	133,3	269
400	266,7	67
500	333,3	43

TABLE 8.1 – Épaisseur de couche limite visqueuse  $\delta_{CLV}$  et Fréquence Minimale Absorbée lorsque  $\delta_{CLV} = HIFD$ , pour différents rayons de fibres des géométries 2D *PASC NO LUMEN* et 2D *PASC LUMEN* telles que  $\phi_{ext} = 0,64$ , avec les paramètres physiques de la Table 7.1.

## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées

---

Ainsi, les Fig. 8.41 et 8.42 peuvent être utilisées comme *abaques* pour relier la taille des fibres à leurs propriétés d'absorption lors de la conception de matériaux isolants, sous réserve que les propriétés acoustiques du milieu simplifié concordent avec ceux du matériau réel à concevoir. Par exemple, pour une porosité  $\phi_{ext}$  donnée, il est possible de définir la fonction décroissante  $f(R_F) = \frac{\eta}{\pi \rho_0 HIFD^2}$  devenant alors une droite en échelle logarithmique, afin d'identifier les rayons de fibres optimaux dans le domaine fréquentiel choisi pour que les couches limites voisines ne se chevauchent pas.

Quant aux fibres creuses, en s'appuyant sur l'inégalité en Eq. 8.15, la Fig. 8.43 permet d'identifier, pour tous les couples  $(\phi_{ext}, \phi_{int})$ , les domaines où les couches limites visqueuses sont plus susceptibles de se chevaucher en basses fréquences.

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{Lumen} \leq HIFD \\ \Leftrightarrow 1 \leq \left[ \frac{\phi_{ext} - 1 + \sqrt{1 - \phi_{ext}}}{\phi_{int}} \right] \\ \Leftrightarrow \phi_{int} \leq \left( \phi_{ext} - 1 + \sqrt{1 - \phi_{ext}} \right) \end{array} \right. \quad (8.15)$$

Dans la zone en *vert* de la Fig. 8.43, le chevauchement des couches limites visqueuses aura lieu dans les *lumens* pour une fréquence plus élevée qu'entre les fibres parce qu'ils sont plus étroits que les passages inter-fibres. Au contraire, les couches limites se chevaucheront pour une plus grande fréquence entre les fibres dans la zone en *jaune*. Il faut cependant noter que pour des fréquences suffisamment faibles, le chevauchement des couches limites visqueuses aura lieu conjointement dans les lumens et entre les fibres, indépendamment des porosités externe et interne considérées. Par conséquent, la Fig. 8.43 permet d'identifier, pour tous les couples  $(\phi_{ext}, \phi_{int})$ , lequel des deux rayons  $R_F$  (zone en *jaune*) ou  $R_{Lumen}$  (zone en *vert*) maximise la fréquence minimale absorbée  $f_{Min\_Abs}$  par la géométrie. En d'autres termes, celui qui maximise  $f_{Min\_Abs}$  limite le premier les performances acoustiques de la géométrie 2D *PASC LUMEN* par chevauchement des couches limites visqueuses à mesure que la fréquence de l'onde diminue.

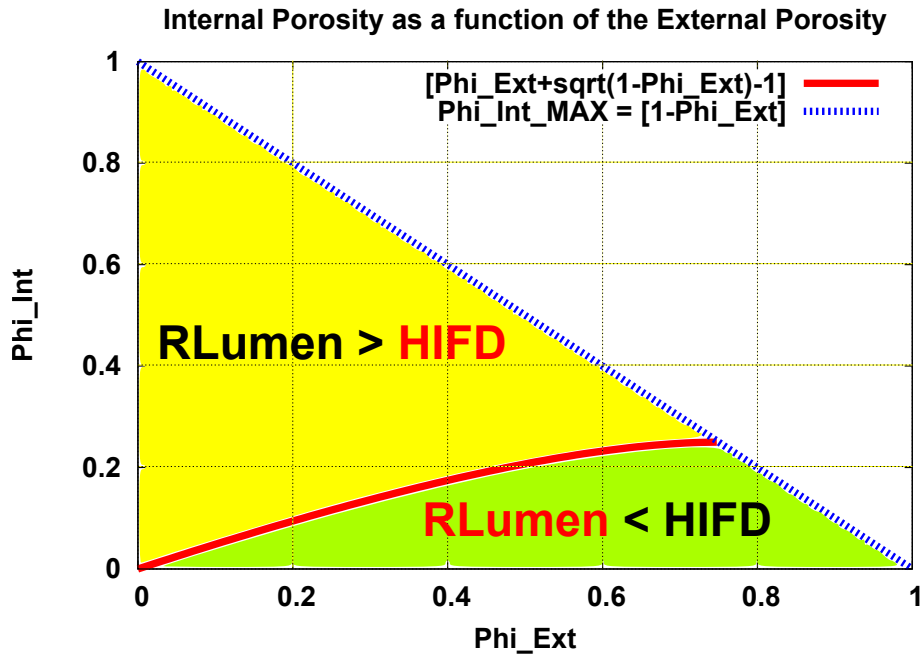


FIGURE 8.43 – Évolution de la porosité interne  $\phi_{int}$  en fonction de la porosité externe  $\phi_{ext}$ , et lien entre le rayon  $R_{Lumen}$  du lumen de la cellule élémentaire 2D *PASC LUMEN* et la demi-distance inter-fibres *HIFD*.

## 8.2.5 Liens entre rayon des fibres et longueurs caractéristiques

### 8.2.5.1 Longueur caractéristique visqueuse

L'évolution avec  $R_F$  de la longueur caractéristique visqueuse  $\Lambda$ , définie en Eq. E.12 de l'annexe E et estimée par modélisation électrique en fluide *non visqueux*, est illustrée en Fig. 8.44 pour les deux géométries 2D *PASC NO LUMEN* et 2D *PASC LUMEN*. Les trois évolutions sont linéaires en fonction de  $R_F$ . On notera également l'influence de la direction de stimulation ( $Ox$  ou  $Oy$ ) sur la géométrie 2D *PASC LUMEN* dont la valeur de  $\Lambda$  en stimulation selon  $Oy$  est toujours supérieure à celle obtenue en stimulation selon  $Ox$ . De plus, on peut remarquer qu'en l'absence de lumens la valeur de  $\Lambda$  de la cellule élémentaire 2D *PASC NO LUMEN* est supérieure à celle obtenue pour la géométrie 2D *PASC LUMEN* en stimulation selon  $Ox$ .

## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées

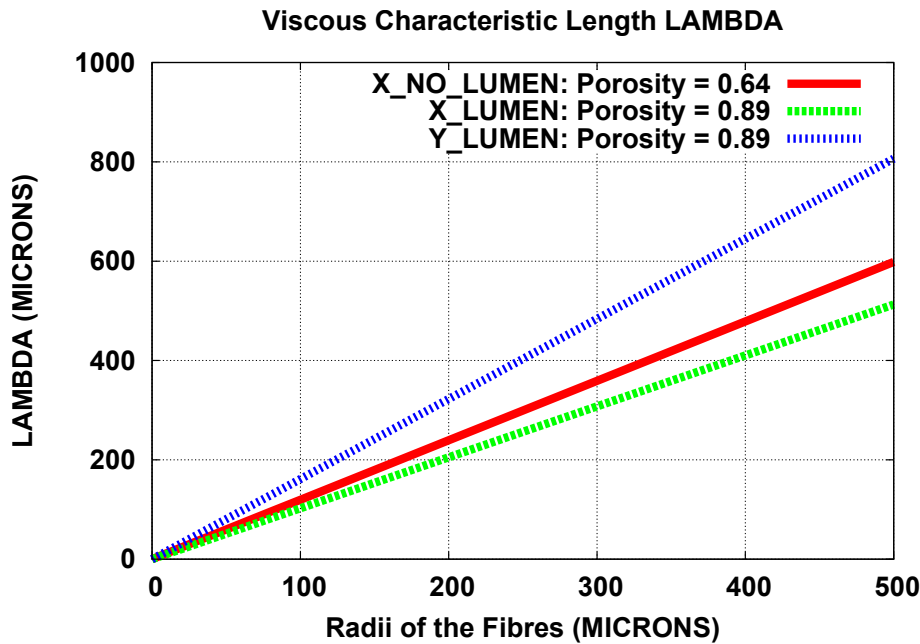


FIGURE 8.44 – Évolution des longueurs caractéristiques visqueuses  $\Lambda$  (en  $\mu\text{m}$ ) des cellules élémentaires 2D *PASC NO LUMEN* et 2D *PASC LUMEN* en stimulation sonore soit selon l'axe horizontal  $Ox$ , soit selon l'axe vertical  $Oy$ , en fonction des rayons de fibres  $R_F$ .

### 8.2.5.2 Surface spécifique de contact air-fibres

En s'appuyant sur les Eq. 6.3 (en page 128), 8.7 et 8.11, on peut relier analytiquement les rayons de fibres  $R_F$  aux surfaces spécifiques de contact  $S_v$  des deux géométries 2D *PASC NO LUMEN* et 2D *PASC LUMEN*. La Fig. 8.45 illustre en échelles logarithmiques pour  $R_F$  et  $S_v$  dans quelle mesure la surface spécifique de contact air-fibres augmente à mesure que le rayon des fibres diminue. Comme nous l'avons expliqué précédemment, l'augmentation de la surface spécifique de contact ne suffit pas à optimiser les propriétés d'absorption acoustique des géométries 2D *PASC NO LUMEN* et 2D *PASC LUMEN*. En effet, comme nous l'avons expliqué à la section 8.2.4, il faut également tenir compte du chevauchement des couches limites visqueuses de cellules voisines de faibles rayons qui limitent alors les effets dissipatifs de l'énergie acoustique en réduisant la surface d'échanges visqueux et thermiques.

## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées

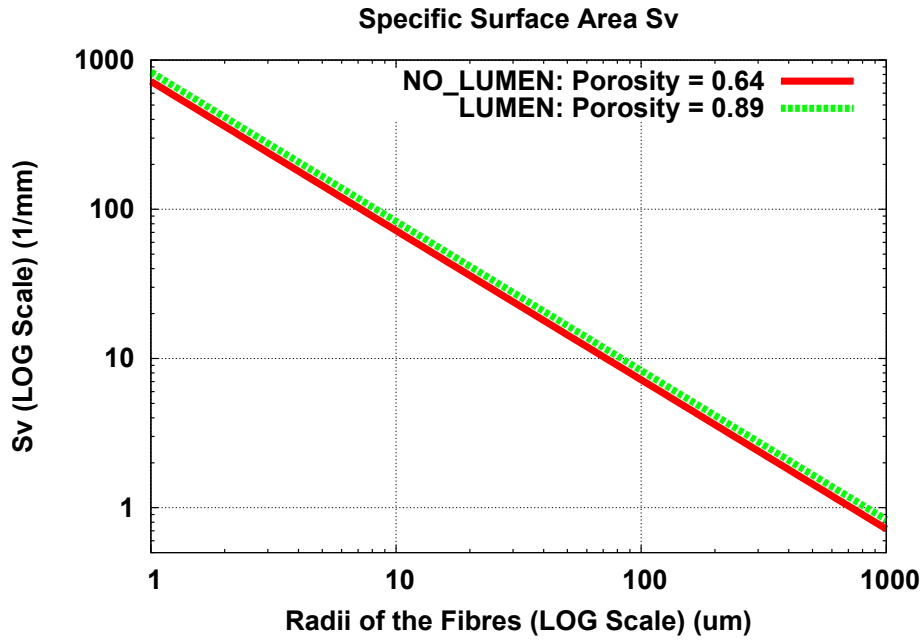


FIGURE 8.45 – Évolution de la surface spécifique  $S_v$  (en  $mm^{-1}$ ) des cellules élémentaires 2D *PASC NO LUMEN* et 2D *PASC LUMEN* en fonction des rayons de fibres  $R_F$ . Échelles logarithmiques.

### 8.2.5.3 Fréquence critique de transition

Pour les deux géométries 2D *PASC NO LUMEN* et 2D *PASC LUMEN*, l'évolution avec  $R_F$  de la fréquence critique de transition  $f_C$  (Eq. 6.1 en page 127) est représentée en Fig. 8.46 en échelle logarithmique et est répertoriée en Table 8.2 pour des rayons de fibres variant de  $10 \mu m$  à  $500 \mu m$ . La zone en *jaune* caractérise les plages de basses fréquences et de rayons de fibres où les phénomènes de dissipation d'énergie acoustique se font majoritairement par *effets visqueux*. Dans la zone en *orange*, ce sont les *effets dissipatifs inertiels* en hautes fréquences qui ont lieu, de telle sorte que la viscosité du fluide y joue un rôle négligeable sur la dissipation d'énergie acoustique. On peut observer des fréquences  $f_C$  légèrement plus élevées pour les fibres poreuses (2D *PASC LUMEN*) que pour les pleines (2D *PASC NO LUMEN*).



## 8.2 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements réguliers de fibres parallèles, de sections carrées

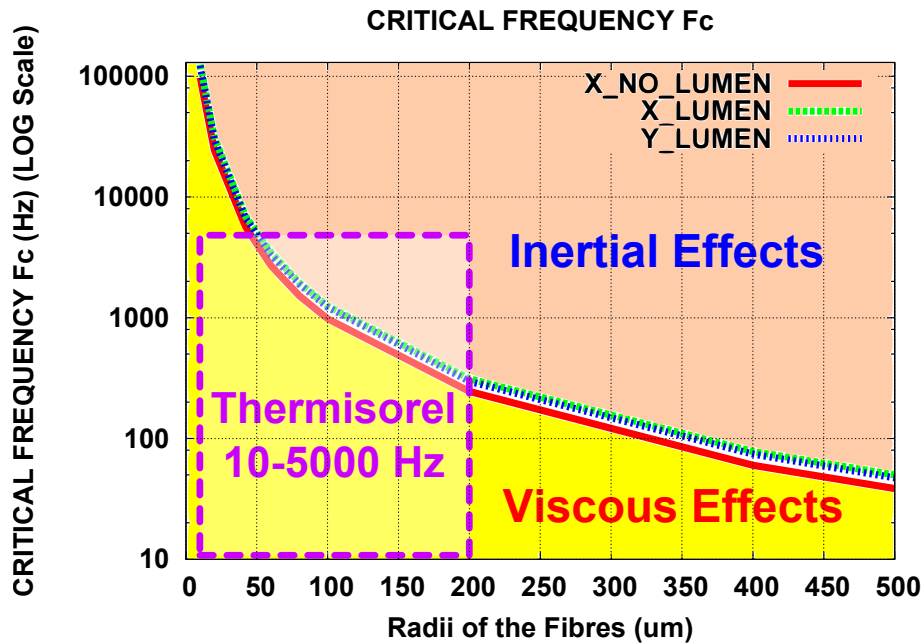


FIGURE 8.46 – Évolution de la fréquence critique de transition  $f_C$  en fonction du rayon des fibres  $R_F$  des cellules élémentaires 2D *PASC NO LUMEN* et 2D *PASC LUMEN*, et séparation des domaines de dissipation par effets visqueux et inertiel. Identification du domaine caractéristique d'application (rayons de fibres et fréquences de 10 Hz à 5000 Hz) du Thermisorel™ (en violet). Échelle logarithmique pour  $f_C$ .

De plus, les pointillés violets de la Fig. 8.46 délimitent le domaine caractéristique d'utilisation du Thermisorel™. En effet, ce matériau fibreux a des rayons de fibres compris environ entre  $10 \mu m$  et  $200 \mu m$  d'après les mesures de granulométries par traitement d'images 3D de microtomographies présentées en Fig. 3.4 et 3.5, et dans les Tables 3.5 et 3.6 au chapitre 3. Ainsi, il apparaît que dans le domaine caractéristique du Thermisorel™, pour des fréquences usuelles variant de 10 Hz à 5000 Hz, la dissipation d'énergie acoustique se fait majoritairement par effet visqueux, ce qui justifie notre méthode de modélisation de milieux périodiques par thermo-acoustique en *fluide visqueux*.

### 8.3 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements aléatoires de fibres parallèles pleines, de sections circulaires

Rayon $R_F$ ( $\mu\text{m}$ )	$f_C$ (Hz)	$f_C$ (Hz)	$f_C$ (Hz)
	2D <i>PASC</i> <i>NO LUMEN</i>	2D <i>PASC</i> <i>LUMEN</i> selon $Ox$	2D <i>PASC</i> <i>LUMEN</i> selon $Oy$
10	97515	124814	122152
20	24487	31203	29665
42	5671	6934	6699
60	2694	3467	3296
80	1517	1950	1888
100	979	1248	1222
200	245	312	297
400	60	78	74
500	38	50	47

TABLE 8.2 – Fréquence critique de transition  $f_C$  en fonction du rayon des fibres  $R_F$  des géométries 2D *PASC NO LUMEN* et 2D *PASC LUMEN* en stimulation sonore selon  $Ox$  et  $Oy$ .

### 8.3 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements aléatoires de fibres parallèles pleines, de sections circulaires

#### 8.3.1 Agencements 2D PACC RANDOM89 de porosité 0,89

##### 8.3.1.1 Géométries 2D et maillage

Pour les cellules élémentaires étudiées précédemment (2D *PACC*, 2D *PASC NO LUMEN* et 2D *PASC LUMEN*), la géométrie des agencements de fibres est *régulière* et même symétrique par rapport à son centre de gravité. Cette section se penche sur le cas des cellules nommées 2D *PACC RANDOM89* dont l'agencement de fibres pleines, de sections circulaires est *aléatoire*. Pour ce faire, nous générons 10 réalisations d'un modèle booléen de disques, pour trois échelles de rayons  $R_F$  égaux à 42  $\mu\text{m}$ , 100  $\mu\text{m}$  et 500  $\mu\text{m}$ , ce qui fait 30 géométries étudiées. Les propriétés théoriques du modèle booléen sont décrites à la section 4.2.2 du chapitre 4. Pour chaque réalisation, la porosité est fixée à  $\phi = 0,89$ , et toutes les fibres ont le même rayon  $R_F$ . De plus, les schémas booléens ainsi simulés sont *périodiques* et comportent environ 5 à 6 fibres.

### 8.3 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements aléatoires de fibres parallèles pleines, de sections circulaires

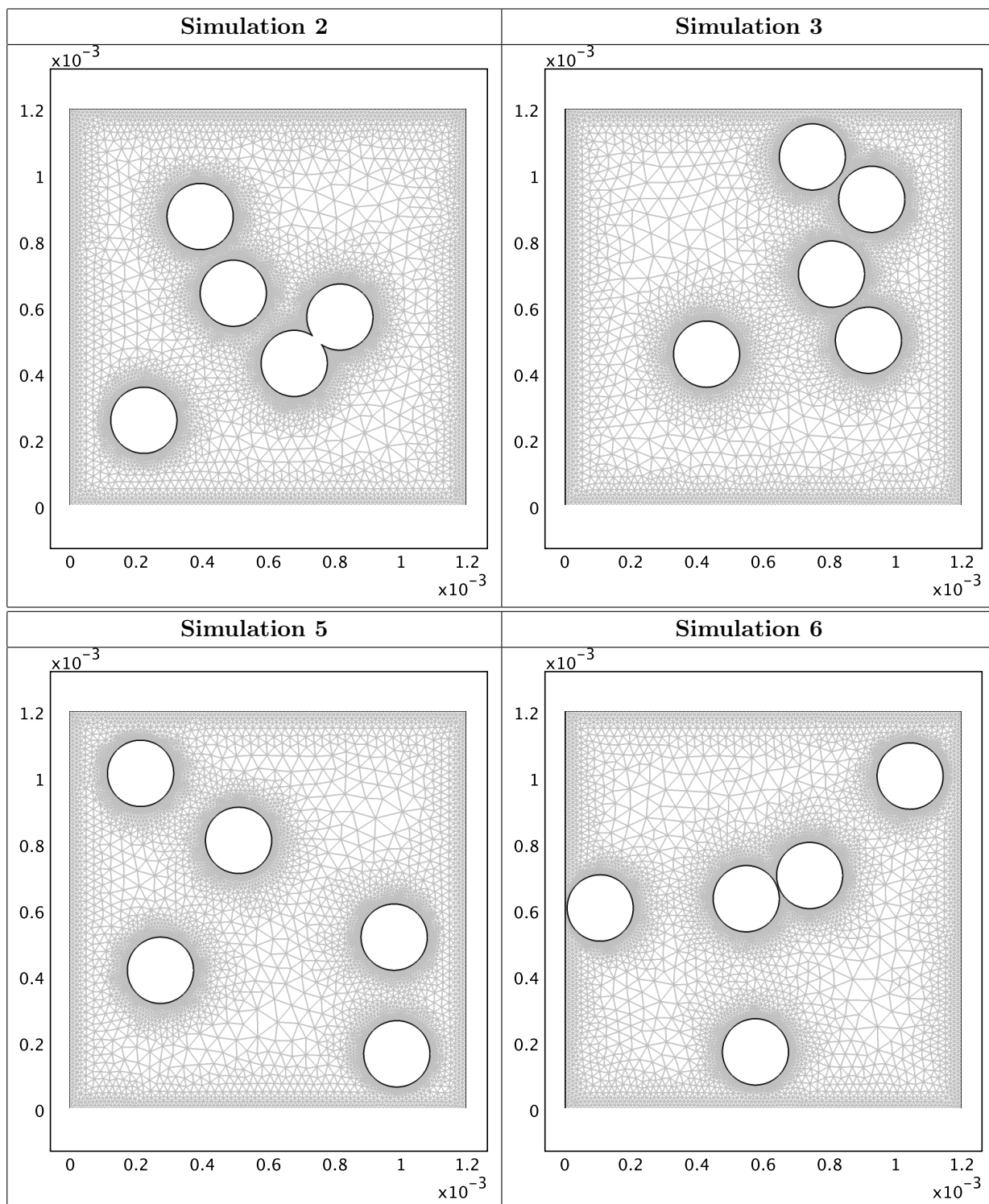


FIGURE 8.47 – Maillage des géométries 2D *PACC RANDOM89* 2, 3, 5 et 6 pour une porosité  $\phi = 0,89$ , et un rayon de fibres  $R_F = 100 \mu m$ .

### 8.3 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements aléatoires de fibres parallèles pleines, de sections circulaires

---

Les 10 cellules élémentaires sont carrées de côtés  $l_C$  dont les valeurs sont répertoriées en Table 8.3 selon les rayons des fibres.

Rayons $R_F$ ( $\mu\text{m}$ )	42	100	500
$l_C$ (mm)	0,504	1,2	6

TABLE 8.3 – Longueurs  $l_C$  des côtés des cellules élémentaires 2D *PACC RANDOM89* en fonction du rayon des fibres  $R_F$ .

La Fig. 8.47 illustre les maillages de quatre réalisations numérotées 2, 3, 5 et 6 pour un rayon de fibres  $R_F = 100 \mu\text{m}$ , les deux autres échelles de rayons ( $R_F = 42 \mu\text{m}$  et  $500 \mu\text{m}$ ) étant des homothétiques de ces maillages. En moyenne, ils sont constitués d'environ 12400 éléments, induisant des systèmes avec environ 84000 degrés de liberté. De plus, ces derniers sont raffinés aux interfaces air-fibres et aux bords de chaque cellule élémentaire. Seules les propriétés acoustiques de ces quatre réalisations sont décrites dans cette section. Des compléments sur les six autres simulations sont cependant disponibles dans l'annexe G.

#### 8.3.1.2 Champs de vitesse et de pression acoustiques

Pour les réalisations 2, 3, 5 et 6 avec un rayon de fibres  $R_F = 100 \mu\text{m}$ , les champs de vitesse  $\vec{u}$  et de pression  $p$  acoustiques en régime statique sont observables sur les Fig. 8.48 et 8.49 pour une stimulation selon  $Oy$ .

### 8.3 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements aléatoires de fibres parallèles pleines, de sections circulaires

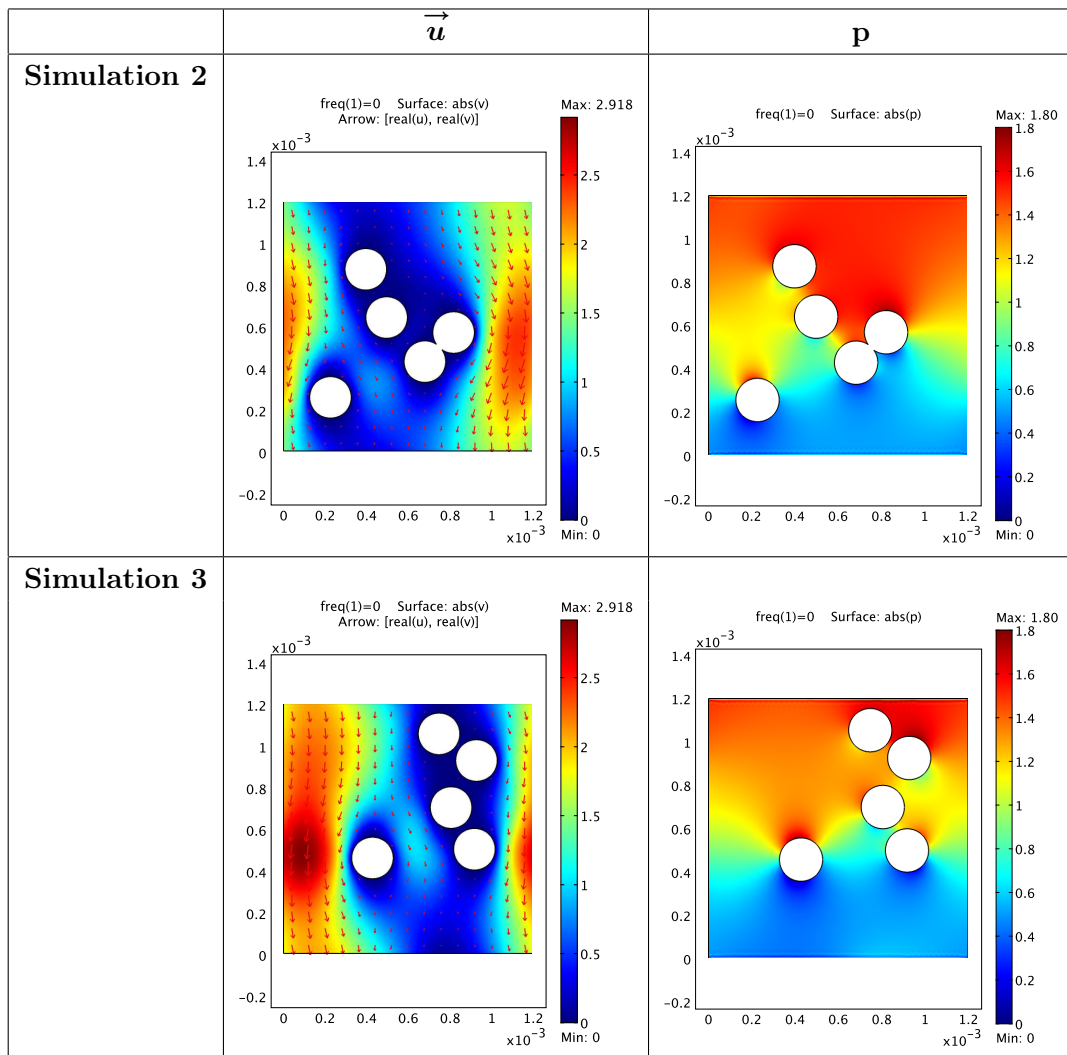


FIGURE 8.48 – Champs de vitesse (en m/s) et de pression (en Pa) acoustiques en régime statique ( $f = 0$  Hz) pour les deux cellules élémentaires 2D *PACC RANDOM89 2* et *3* (Fig. 8.47) en stimulation sonore selon l'axe vertical  $Oy$ , sources en haut des cellules élémentaires.  $R_F = 100 \mu m$ .

### 8.3 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements aléatoires de fibres parallèles pleines, de sections circulaires

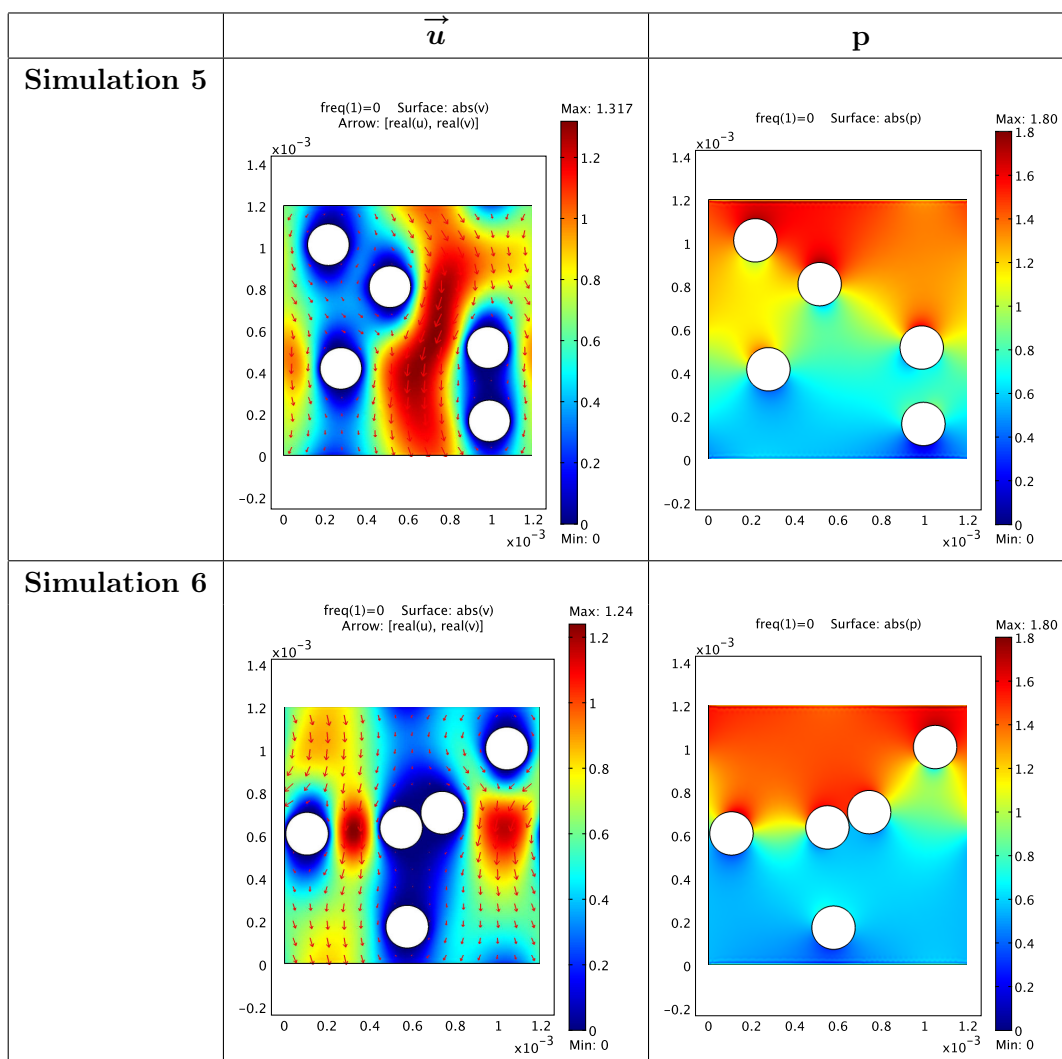


FIGURE 8.49 – Champs de vitesse (en m/s) et de pression (en Pa) acoustiques en régime statique ( $f = 0$  Hz) pour les deux cellules élémentaires 2D *PACC RANDOM89 5* et *6* (Fig. 8.47) en stimulation sonore selon l'axe vertical  $Oy$ , sources en haut des cellules élémentaires.  $R_F = 100 \mu m$ .

Les géométries aléatoires 2D *PACC RANDOM89* sont étudiées ici uniquement dans une direction, en stimulation verticale selon  $Oy$ , dans la mesure où leur caractère aléatoire ne favorise pas une direction particulière. Les fibres étant des obstacles à l'écoulement du fluide, la vitesse au voisinage de ces dernières est nulle. De plus, comme précédemment, la vitesse tend à s'annuler dans toutes les cellules élémentaires pour les trois échelles de rayons de fibres, lorsque la fréquence de l'onde augmente. Les champs de pression acoustique évoluent de leur côté très peu avec la fréquence ; c'est pourquoi seule leur allure en régime statique est représentée. On pourra noter que les échelles de valeurs de pression acoustique sont identiques pour les quatre réalisations et varient entre  $0 Pa$  et

### 8.3 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements aléatoires de fibres parallèles pleines, de sections circulaires

1,80 Pa. En revanche, la disparité de tailles des canaux inter-fibres des quatre réalisations implique une même disparité sur les plages de valeurs atteintes par la vitesse acoustique, c'est pourquoi les échelles de valeurs des réalisations 5 et 6 sont différentes de celles des réalisations 2 et 3.

À titre indicatif, les champs de vitesse acoustique des six autres réalisations 1, 4, 7, 8, 9 et 10 sont représentés en Fig. 8.50 pour un rayon de fibres  $R_F = 100 \mu m$ . Conformément aux propriétés du modèle booléen, les fibres circulaires peuvent se chevaucher. Les échelles de valeurs atteintes par  $\vec{u}$  sont également différentes d'une géométrie à l'autre. La Table 8.4 rassemble les porosités réelles des 10 simulations 2D *PACC RANDOM89*.

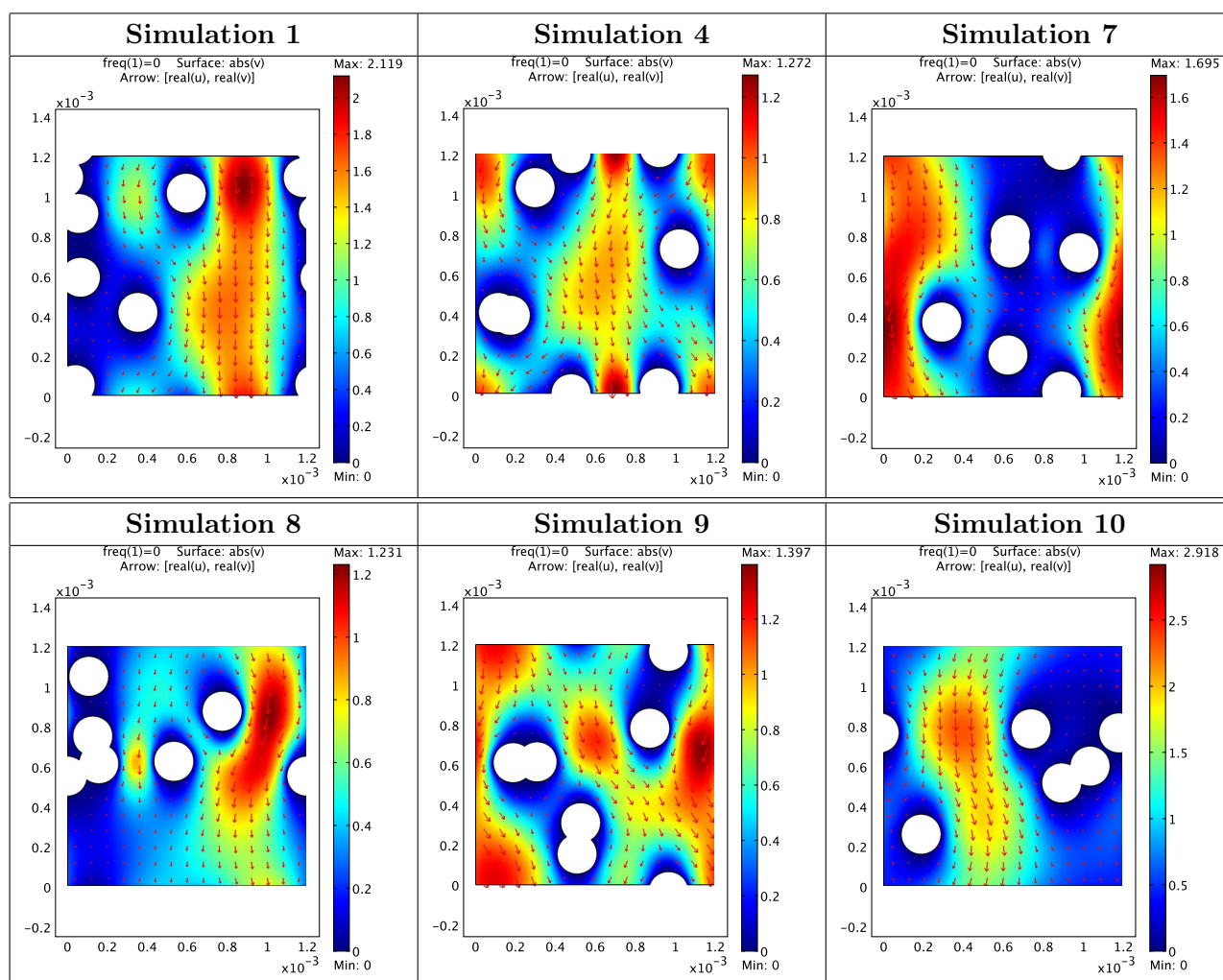


FIGURE 8.50 – Champs de vitesse acoustique (en m/s) en régime statique ( $f = 0$  Hz) pour les six cellules élémentaires 2D *PACC RANDOM89* 1, 4, 7, 8, 9 et 10 en stimulation sonore selon l'axe vertical  $Oy$ , sources en haut des cellules élémentaires.  $R_F = 100 \mu m$ .

### 8.3 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements aléatoires de fibres parallèles pleines, de sections circulaires

Simulations	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Porosités	0,87	0,89	0,89	0,88	0,89	0,89	0,88	0,87	0,88	0,89

TABLE 8.4 – Porosités réelles des 10 simulations 2D *PACC RANDOM89*.

#### 8.3.1.3 Champs de température acoustique de quatre géométries 2D *PACC RANDOM89*

L'évolution fréquentielle entre  $53 \text{ Hz}$  et  $5000 \text{ Hz}$  des champs de température acoustique en valeur absolue  $|\tau|$  de la simulation 2, est illustrée en Fig. 8.51 pour les trois échelles de rayons  $R_F = 42 \mu\text{m}$ ,  $R_F = 100 \mu\text{m}$  et  $R_F = 500 \mu\text{m}$ . Les champs de  $|\tau|$  des trois autres réalisations 3, 5 et 6 sont représentés respectivement en Fig. G.5, G.6 et G.7 en annexe G. Pour les quatre réalisations considérées ici, on peut observer un amincissement des couches limites visqueuses en *bleu* lorsque la fréquence augmente.

De plus, comme il est décrit plus en détails à la section 8.2.4 de ce chapitre 8, on peut constater que les couches limites visqueuses des petites fibres ( $R_F = 42 \mu\text{m}$ ) se chevauchent pour des fréquences inférieures à  $400 \text{ Hz}$  pour les quatre simulations. Par exemple, les champs de température acoustique des réalisations 2 et 3 pour  $R_F = 42 \mu\text{m}$  à  $400 \text{ Hz}$  montrent dans quelle mesure la couche limite englobe l'amas de fibres de chaque géométrie sans les séparer individuellement comme c'est le cas pour les plus hautes fréquences. Ainsi, les petites fibres distribuées aléatoirement en amas serrés sont « vues » par l'onde sonore en basses fréquences comme une seule grosse fibre de forme irrégulière où les échanges d'énergie acoustique ont lieu le long de son enveloppe extérieure. Ainsi, à porosité fixée ( $\phi = 0,89$ ), l'influence conjointe des rayons des fibres  $R_F$  et des distances inter-fibres se manifeste par le biais de ces chevauchements de couches limites. On remarquera qu'à porosité fixée, ces chevauchements sont statistiquement moins susceptibles de se produire pour les grosses fibres ( $R_F = 500 \mu\text{m}$ ), puisque pour des fréquences supérieures à  $400 \text{ Hz}$ , les fibres ne se chevauchant pas sont bien séparées.

Pour faire le lien avec la morphologie mathématique, l'union ensembliste des fibres (en *blanc*) et des couches limites (en *bleu*) ressemble fortement au *dilaté* des fibres par des disques de rayon  $\delta_{CLV}$ , ce qui revient à *éroder* la porosité entre les fibres. À la section 3.9.3.1, en page 69 du chapitre 3, nous mettons cependant l'accent sur les limites de la modélisation des couches limites par *érosion morphologique des pores*, par traitement d'images sur trame discrète, qui déconnecte les chemins d'épaisseur inférieure à la résolution des images étudiées.



### 8.3 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements aléatoires de fibres parallèles pleines, de sections circulaires

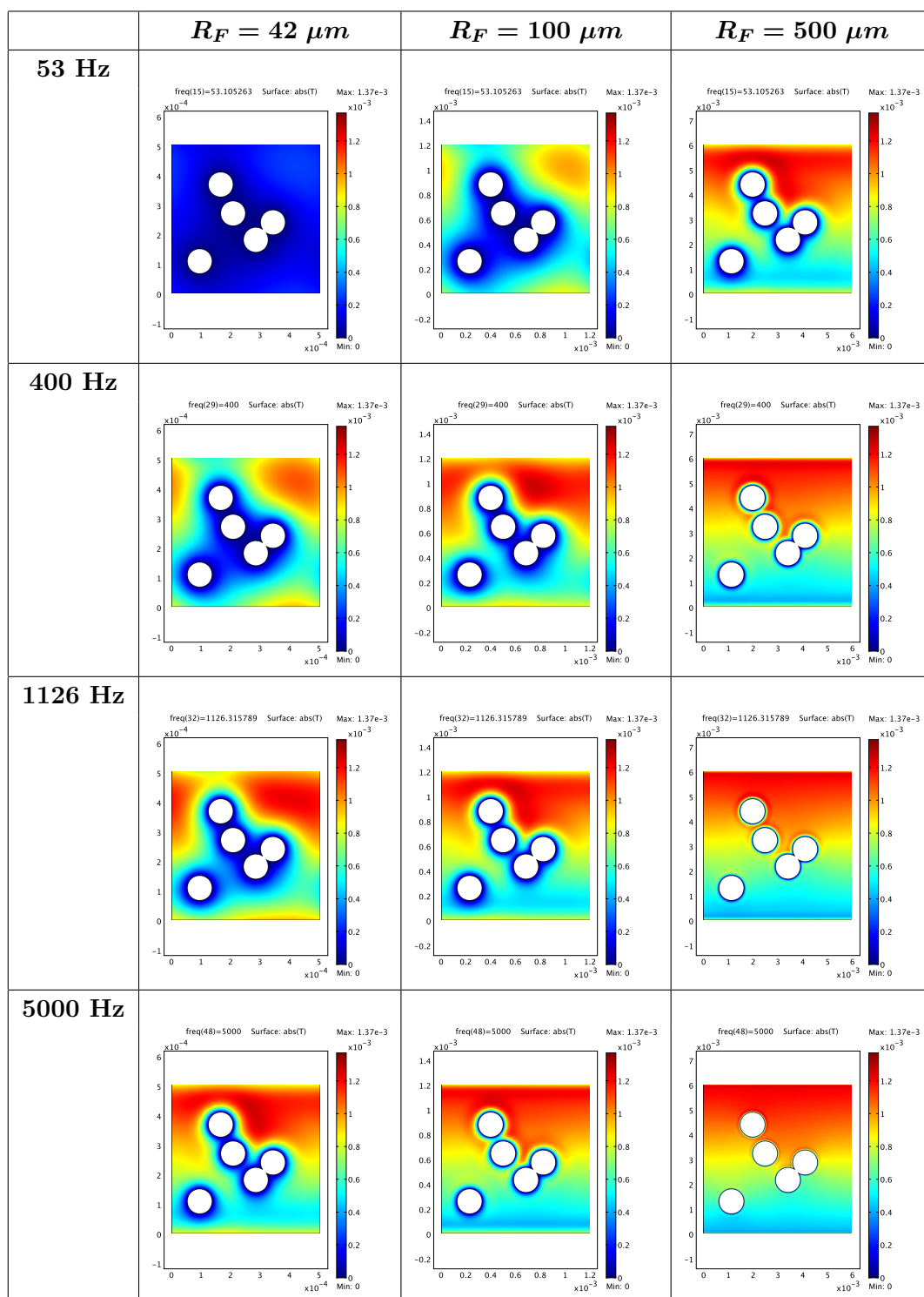


FIGURE 8.51 – Champs de température acoustique (en K) en régime harmonique pour  $f$  variant de 53 Hz à 5000 Hz pour une cellule élémentaire 2D *PACC RANDOM89 2* (Fig. 8.47) en stimulation sonore selon l'axe vertical  $Oy$ , source en haut de la cellule élémentaire.  $R_F = 42 \mu m$ ,  $100 \mu m$ , et  $500 \mu m$ .

### 8.3 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements aléatoires de fibres parallèles pleines, de sections circulaires

#### 8.3.1.4 Propriétés acoustiques des géométries 2D PACC RANDOM89

Pour des fréquences variant de  $0\text{ Hz}$  à  $5000\text{ Hz}$ , les coefficients d'absorption acoustique  $A(\omega)$  de quatre milieux homogènes d'épaisseurs  $d = 2\text{ cm}$ ,  $4\text{ cm}$  et  $10\text{ cm}$ , et constitués des géométries 2, 3, 5 et 6, sont représentées en Fig. 8.52. À épaisseur de matériau fixée, et pour chacune des trois échelles de rayons de fibres ( $R_F = 42\ \mu\text{m}$ ,  $100\ \mu\text{m}$ , et  $500\ \mu\text{m}$ ), les courbes des quatre simulations sont à première vue très similaires en stimulation sonore selon l'axe vertical  $Oy$ . De plus, conformément aux attentes formulées pour les géométries 2D PACC, 2D PASC NO LUMEN et 2D PASC LUMEN, l'absorption acoustique est plus élevée pour les petits rayons de fibres  $R_F = 42\ \mu\text{m}$  que pour les plus gros. Ces résultats sont cohérents avec la section 8.2.4 de ce chapitre 8. Les coefficients d'absorption acoustique des six autres simulations 1, 4, 7, 8, 9 et 10, sont représentés en Fig. G.8 et G.9 en annexe G.

Afin d'estimer la *reproductibilité* des performances en absorption acoustique des géométries aléatoires 2D PACC RANDOM89, les valeurs moyennes et les écarts-types des 10 coefficients  $A(\omega)$  sont représentés en Fig. 8.53 pour des milieux homogènes d'épaisseurs  $d = 2\text{ cm}$ ,  $4\text{ cm}$  et  $10\text{ cm}$ . L'examen des coefficients d'absorption acoustique moyens en Fig. 8.53 montre dans quelle mesure ces derniers sont très similaires à ceux obtenus pour les 10 géométries indépendantes, pour les trois échelles de rayons de fibres  $R_F$  et les trois épaisseurs étudiées.

Le coefficient d'absorption acoustique moyen  $A_{MOY}$  est estimé sur les 10 simulations 2D PACC RANDOM89. La *valeur moyenne vraie* de  $A(\omega)$ , est comprise dans l'*intervalle*  $A_{MOY} \pm \Delta_{95\%}$  de confiance à 95 %, avec  $\Delta_{95\%}$  l'*erreur d'estimation* définie en Eq. 8.16, avec le nombre de réalisations  $n = 10$  sur lesquelles  $A_{MOY}$  est estimée, et  $\sigma_A$  son écart-type. Enfin, la *précision relative*  $\epsilon_{95\%}$  est définie et exprimée en % de  $A_{MOY}$  dans l'Eq. 8.17. Les traits en pointillés noirs de la Fig. 8.53 représentent l'évolution fréquentielle des intervalles de confiance à 95 % autour de  $A_{MOY}$ , pour les trois échelles de rayons  $R_F$  et pour les trois épaisseurs étudiées.

$$\Delta_{95\%} = \frac{2 \sigma_A}{\sqrt{n}} \quad (8.16)$$

$$\epsilon_{95\%} = \frac{100 \times \Delta_{95\%}}{A_{MOY}} \quad (8.17)$$

Comme le montre la Fig. 8.53, les écarts-types des 10 coefficients  $A(\omega)$  sont relativement faibles pour les trois valeurs de rayons et d'épaisseurs étudiées. De plus, pour les matériaux les plus épais ( $d = 10\text{ cm}$ ), et pour les rayons  $R_F = 42\ \mu\text{m}$  et  $R_F = 100\ \mu\text{m}$ , la tendance globale des écarts-types est de tendre vers zéro à mesure que l'épaisseur du matériau et que la fréquence augmentent. En revanche, pour les plus gros rayons ( $R_F = 500\ \mu\text{m}$ ), l'écart-type suit un comportement inverse et augmente globalement avec la fréquence mais sans dépasser la valeur  $0,03$  entre  $0\text{ Hz}$  et  $5000\text{ Hz}$  pour  $d = 10\text{ cm}$ . L'augmentation de l'écart-type pour les gros rayons est probablement liée aux maillages des géométries 2D PACC RANDOM89 qui sont moins fins dans ce cas puisque d'une échelle à l'autre l'homothétie de la géométrie ne change pas la configuration des éléments du maillage. Cela influence ainsi davantage l'estimation des propriétés acoustiques en hautes fréquences, où la couche limite très fine n'est pas résolue assez précisément sur les homothétiques des maillages lorsque  $R_F = 500\ \mu\text{m}$ .

### 8.3 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements aléatoires de fibres parallèles pleines, de sections circulaires

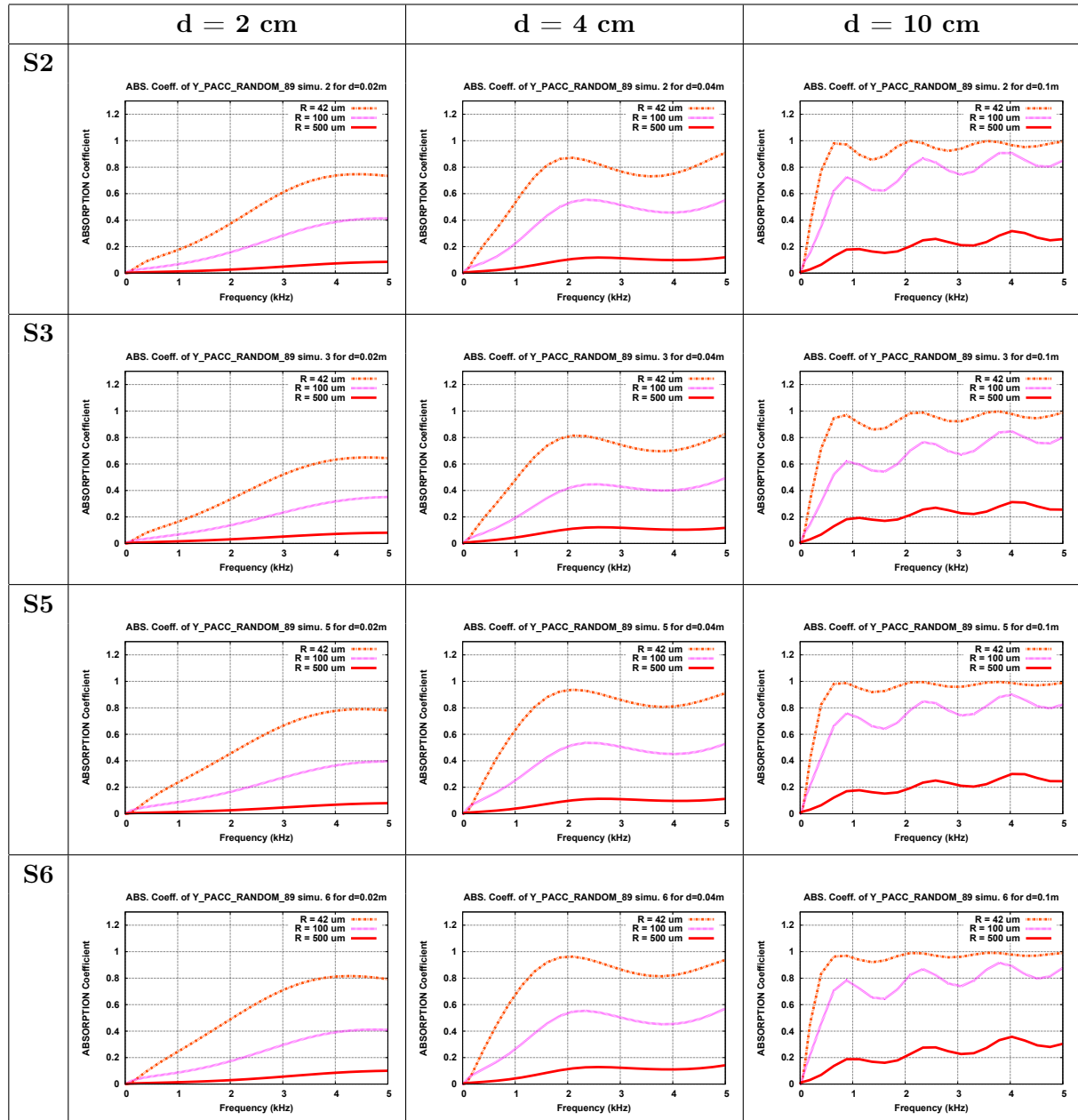


FIGURE 8.52 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 5000 Hz) du coefficient d'absorption acoustique  $A(\omega)$  des milieux homogènes d'épaisseurs  $d = 2 \text{ cm}$ ,  $4 \text{ cm}$  et  $10 \text{ cm}$  constitués de cellules périodiques élémentaires 2D *PACC RANDOM89* 2, 3, 5 et 6, en stimulation sonore selon l'axe vertical  $Oy$ .  $R_F = 42 \mu\text{m}$ ,  $100 \mu\text{m}$ , et  $500 \mu\text{m}$ .

### 8.3 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements aléatoires de fibres parallèles pleines, de sections circulaires

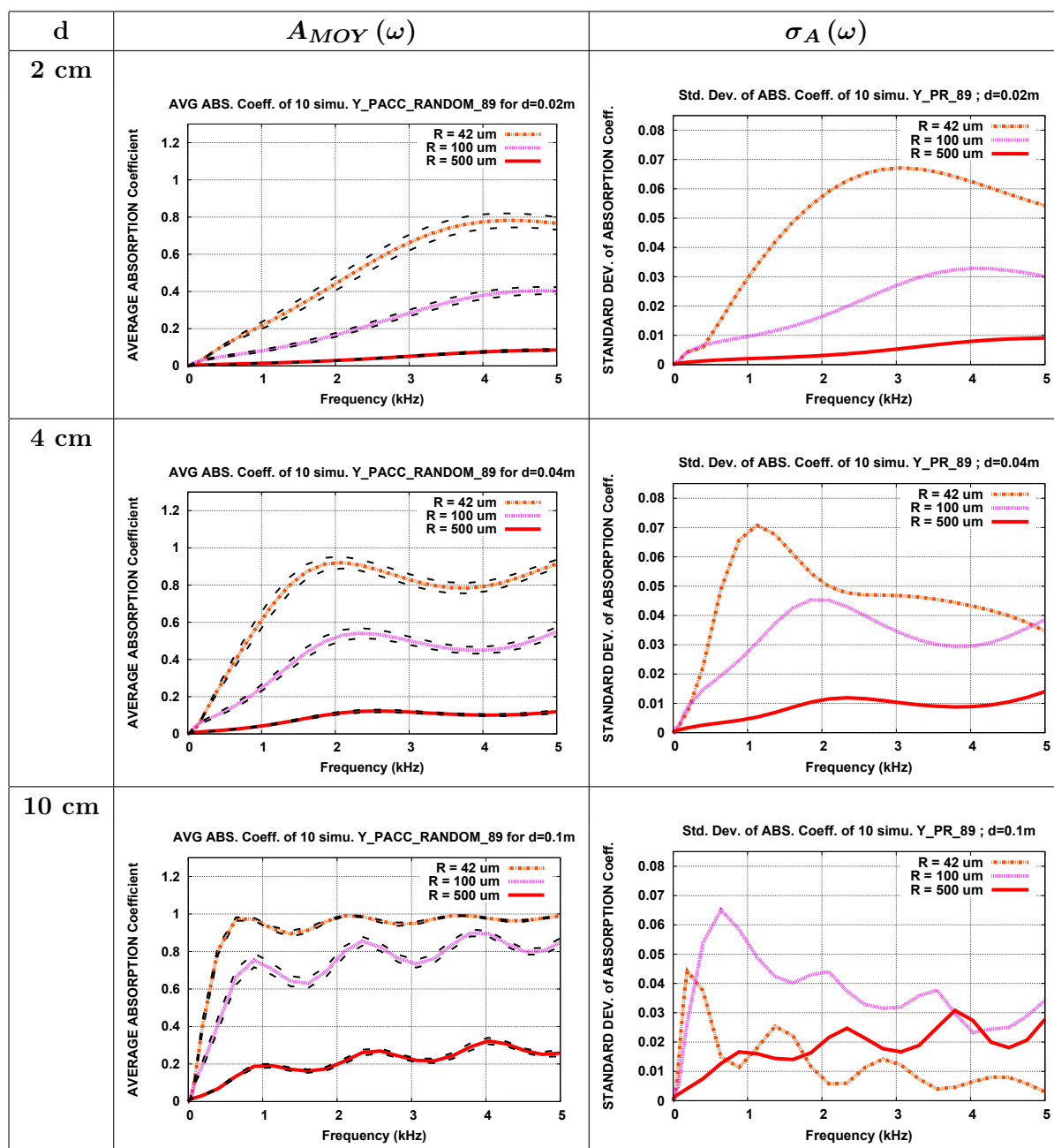


FIGURE 8.53 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 5000 Hz) du coefficient d'absorption acoustique moyen  $A_{MOY}(\omega)$  avec ses intervalles de confiance à 95 % (pointillés *noirs*), et évolution de l'écart-type  $\sigma_A(\omega)$  de l'ensemble des coefficients d'absorption acoustique, estimés pour 10 milieux homogènes d'épaisseurs  $d = 2\text{ cm}$ ,  $4\text{ cm}$  et  $10\text{ cm}$  constitués des cellules périodiques élémentaires 2D *PACC RANDOM89* correspondantes, en stimulation sonore selon l'axe vertical  $Oy$ .  $R_F = 42\ \mu\text{m}$ ,  $100\ \mu\text{m}$ , et  $500\ \mu\text{m}$ .

### 8.3 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements aléatoires de fibres parallèles pleines, de sections circulaires

Les faibles valeurs d'écart-types observées en Fig. 8.53 se traduisent par de faibles variations des coefficients d'absorption des 10 réalisations autour de la moyenne estimée  $A_{MOY}$ , comme le montrent les Fig. 8.52, G.8 et G.9 où les coefficients  $A(\omega)$  restent pour la plupart dans l'intervalle de confiance à 95 %. De plus, même si les deux simulations 3 et 8 sont celles qui divergent le plus de l'intervalle de confiance pour les petits et moyens rayons  $R_F = 42 \mu m$  et  $R_F = 100 \mu m$ , leurs allures restent proches de celle de  $A_{MOY}$ . Enfin, on pourra remarquer que pour chaque rayon  $R_F$ , les intervalles de confiance, à épaisseur  $d$  fixée, sont suffisamment étroits pour ne pas se chevaucher.

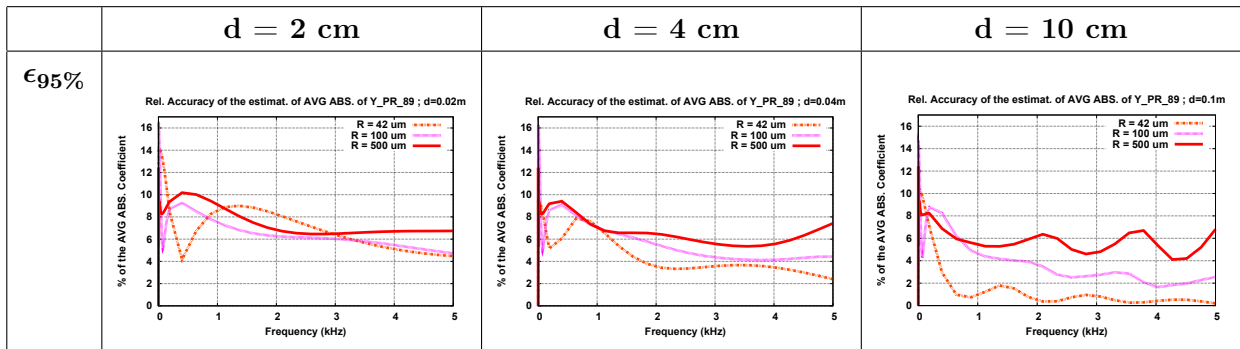


FIGURE 8.54 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 5000 Hz) de la précision relative  $\epsilon_{95\%}$  d'estimation à 95 % du coefficient d'absorption acoustique moyen  $A_{MOY}(\omega)$ , évaluée à partir de 10 milieux homogènes d'épaisseurs  $d = 2 \text{ cm}$ ,  $4 \text{ cm}$  et  $10 \text{ cm}$  constitués des cellules périodiques élémentaires 2D *PACC RANDOM89* correspondantes, en stimulation sonore selon l'axe vertical  $Oy$ .  $R_F = 42 \mu m$ ,  $100 \mu m$ , et  $500 \mu m$ .

L'évolution fréquentielle de la précision relative  $\epsilon_{95\%}$ , représentée en Fig. 8.54, montre enfin dans quelle mesure l'estimation  $A_{MOY}(\omega)$  de la *valeur moyenne vraie* de  $A(\omega)$  est d'autant plus précise (faibles valeurs de  $\epsilon_{95\%}$ ) pour les petits et moyens rayons ( $R_F = 42 \mu m$  et  $R_F = 100 \mu m$ ) que l'épaisseur augmente. De plus, l'erreur d'estimation  $\Delta_{95\%}$  diminue globalement lorsque la fréquence augmente, induisant une diminution de  $\epsilon_{95\%}$  qui passe d'environ 17 % à 8 % de  $A_{MOY}$ .

En conclusion, ces résultats montrent que pour 10 réalisations indépendantes de cellules élémentaires périodiques 2D *PACC RANDOM89*, d'un schéma booléen de disques de porosité  $\phi = 0,89$ , les performances d'absorption acoustique des 10 milieux homogènes d'épaisseurs  $d = 2 \text{ cm}$ ,  $4 \text{ cm}$  et  $10 \text{ cm}$  varient très peu d'une simulation à l'autre. Ainsi, la grande reproductibilité statistique de ces résultats montre également que la direction de stimulation, choisie arbitrairement selon  $Oy$ , influence peu les performances acoustiques des milieux homogènes constitués de fibres pleines, parallèles, de sections circulaires et agencées selon un schéma booléen, ce qui laisse supposer que le *volume élémentaire représentatif* de ce type de géométries 2D *PACC RANDOM89* est atteint avec nos géométries (Table 8.3 et Fig. 8.47) pour une porosité  $\phi = 0,89$ .

### 8.3 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements aléatoires de fibres parallèles pleines, de sections circulaires

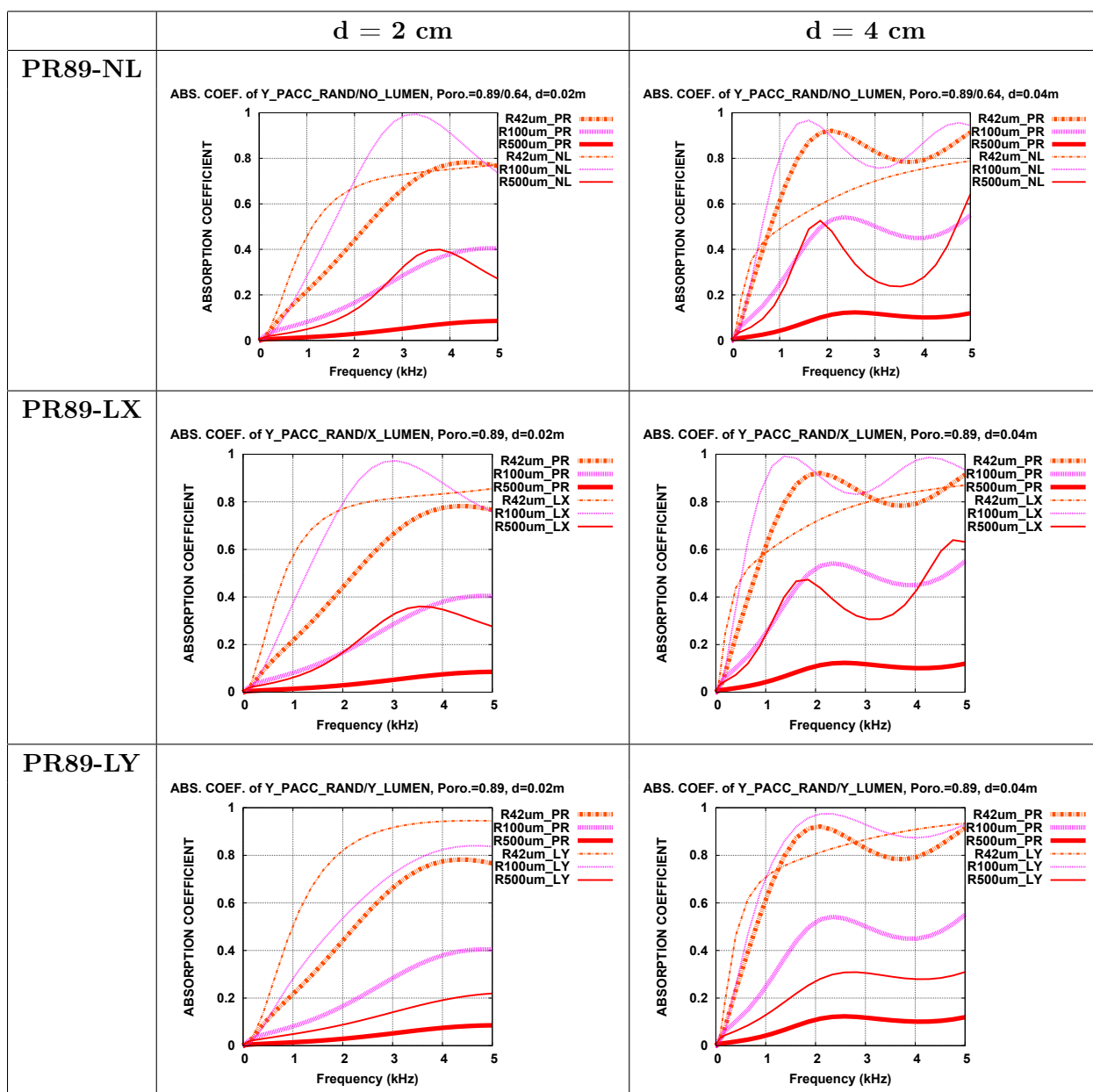


FIGURE 8.55 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 5000 Hz) du coefficient d'absorption acoustique moyen  $A_{MOY}(\omega)$  de l'ensemble des coefficients d'absorption acoustique de 10 milieux homogènes d'épaisseurs  $d = 2 \text{ cm}$  et  $4 \text{ cm}$  constitués des cellules périodiques élémentaires 2D *PACC RANDOM89* (*traits épais*), et comparaison à ceux des milieux homogènes formés de cellules 2D *PASC NO LUMEN* et 2D *PASC LUMEN* (*traits fins*).  $R_F = 42 \mu\text{m}$ ,  $100 \mu\text{m}$ , et  $500 \mu\text{m}$ .

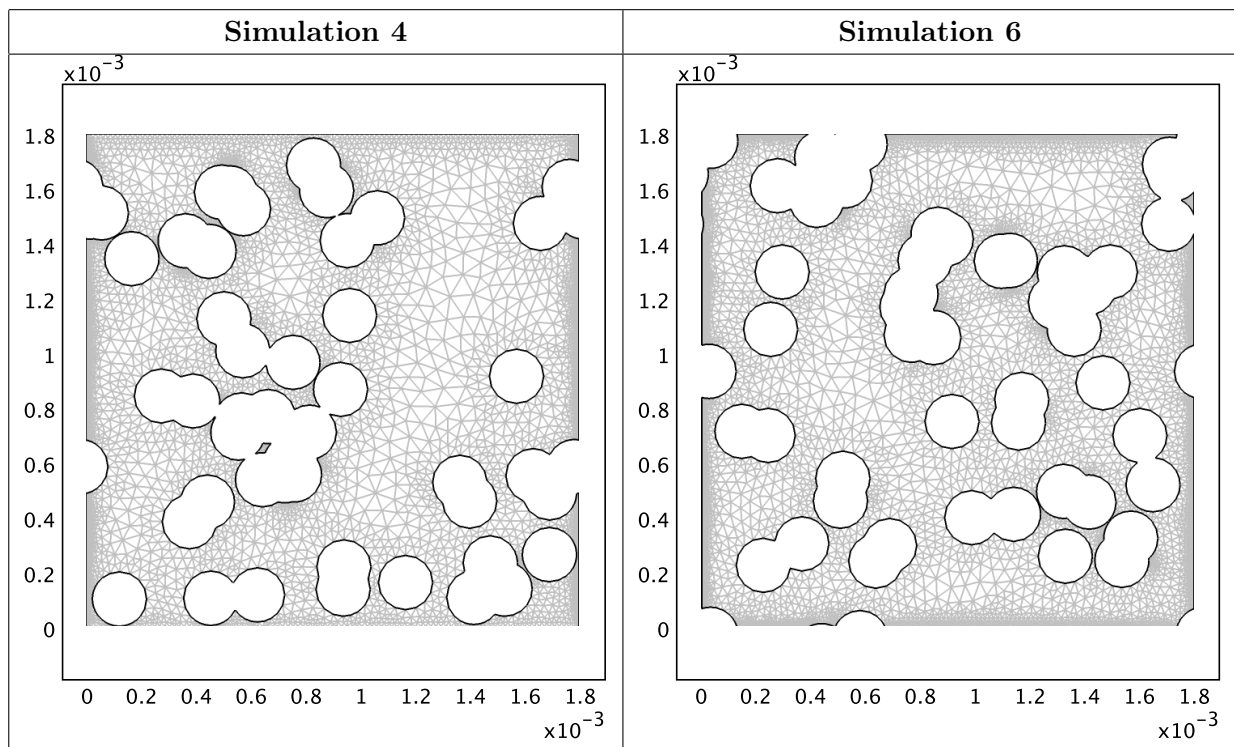
### 8.3 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements aléatoires de fibres parallèles pleines, de sections circulaires

Enfin, les coefficients d'absorption acoustique *moyens* des géométries 2D *PACC RANDOM89* (*PR89*) représentés en *traits épais* sur la Fig. 8.55, apparaissent globalement inférieurs à ceux en *traits fins* des géométries 2D *PASC NO LUMEN* (*NL*) et 2D *PASC LUMEN* en stimulation selon  $Ox$  (*LX*) et selon  $Oy$  (*LY*), pour les mêmes valeurs de rayon de fibres  $R_F = 42 \mu m$ ,  $100 \mu m$ , et  $500 \mu m$ . On pourra même ajouter qu'à rayons  $R_F$  et porosité ( $\phi = 0,89$ ) identiques, les performances acoustiques de la géométrie 2D *PASC LUMEN* sont meilleures que les performances moyennes des schémas booléens de cylindres aléatoires 2D *PACC RANDOM89* de sections circulaires pleines. En revanche, pour un rayon  $R_F = 42 \mu m$ , une épaisseur de  $4 \text{ cm}$  de matériau composé de cellules 2D *PACC RANDOM89* a un coefficient d'absorption acoustique moyen supérieur à celui d'une même épaisseur de milieu régulier constitué de fibres pleines, parallèles et de sections carrées, 2D *PASC NO LUMEN*.

#### 8.3.2 Agencements 2D PACC RANDOM64 de porosité 0,64

##### 8.3.2.1 Géométries 2D et maillage

Pour une porosité différente, égale à la porosité externe du Thermisorel™ ( $\phi = 0,64$ ), 10 autres agencements aléatoires de fibres pleines, parallèles et de sections circulaires ont été simulés à partir d'un modèle booléen de disques, également pour trois échelles de rayons  $R_F$  égaux à  $42 \mu m$ ,  $100 \mu m$  et  $500 \mu m$ .



### 8.3 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements aléatoires de fibres parallèles pleines, de sections circulaires

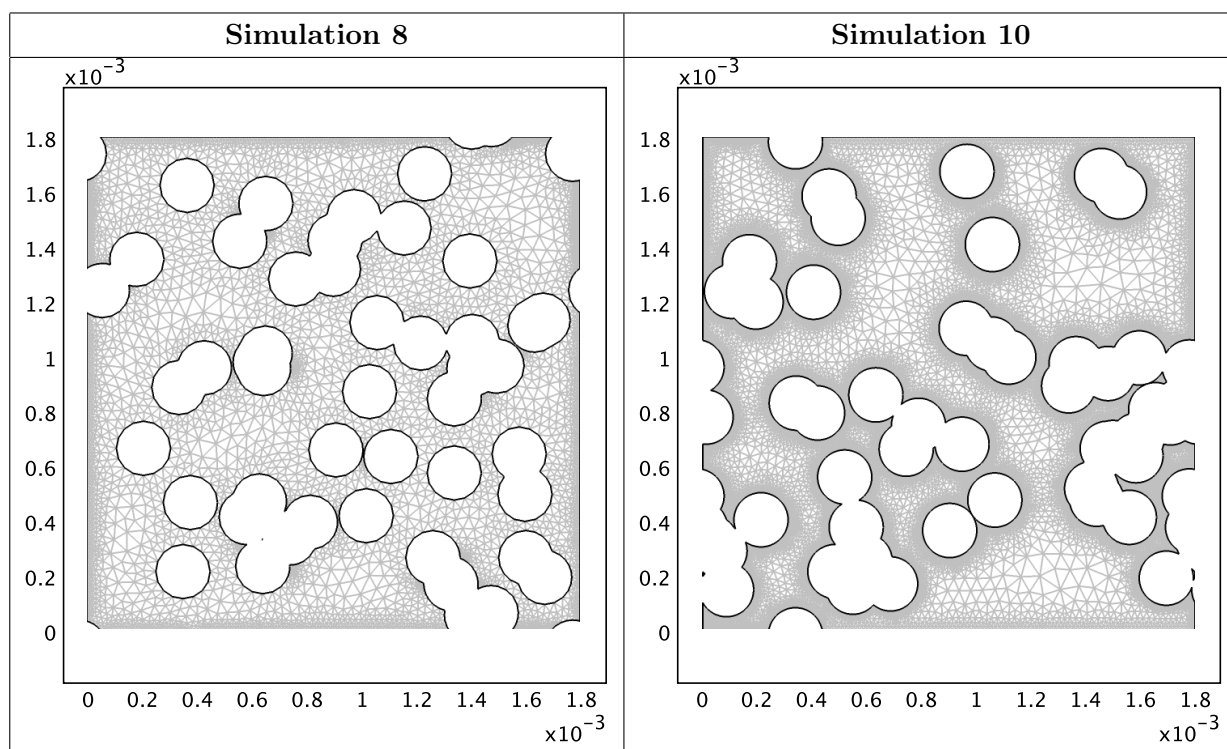


FIGURE 8.56 – Maillage des géométries 2D *PACC RANDOM64* 4, 6, 8 et 10 pour une porosité  $\phi = 0,64$ , et un rayon de fibres  $R_F = 100 \mu m$ .

Comme pour les géométries 2D *PACC RANDOM89*, les 30 agencements 2D *PACC RANDOM64* ainsi générés représentent des cellules élémentaires périodiques carrées de côtés  $l_C$ , répertoriés en Table 8.5 pour les différents rayons de fibres. Environ 50 fibres sont générées au sein de ces configurations.

Rayons $R_F$ ( $\mu m$ )	42	100	500
$l_C$ (mm)	0,756	1,8	9

TABLE 8.5 – Longueurs  $l_C$  des côtés des cellules élémentaires 2D *PACC RANDOM64* en fonction du rayon des fibres  $R_F$ .

Les maillages de quatre réalisations numérotées 4, 6, 8 et 10 sont illustrés en Fig. 8.56 pour un rayon de fibres  $R_F = 100 \mu m$ . Comme pour les géométries 2D *PACC RANDOM89*, les deux autres échelles de rayons ( $R_F = 42 \mu m$  et  $500 \mu m$ ) de ces quatre agencements 2D *PACC RANDOM64* sont des homothétiques des maillages de la Fig. 8.56. De plus, ils sont en moyenne constitués d'environ 18300 éléments, induisant des systèmes avec environ 127600 degrés de liberté. Ces maillages sont également raffinés aux interfaces air-fibres et aux bords de chaque cellule élémentaire. Des



### 8.3 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements aléatoires de fibres parallèles pleines, de sections circulaires

compléments sur les propriétés acoustiques des six autres simulations sont disponibles dans l'annexe G.

#### 8.3.2.2 Champs de vitesse et de pression acoustiques

Les champs de vitesse  $\vec{u}$  et de pression  $p$  acoustiques en régime statique des réalisations 4, 6, 8 et 10 avec un rayon de fibres  $R_F = 100 \mu m$ , sont observables sur les Fig. 8.57 et 8.58 pour une stimulation selon  $Oy$ .

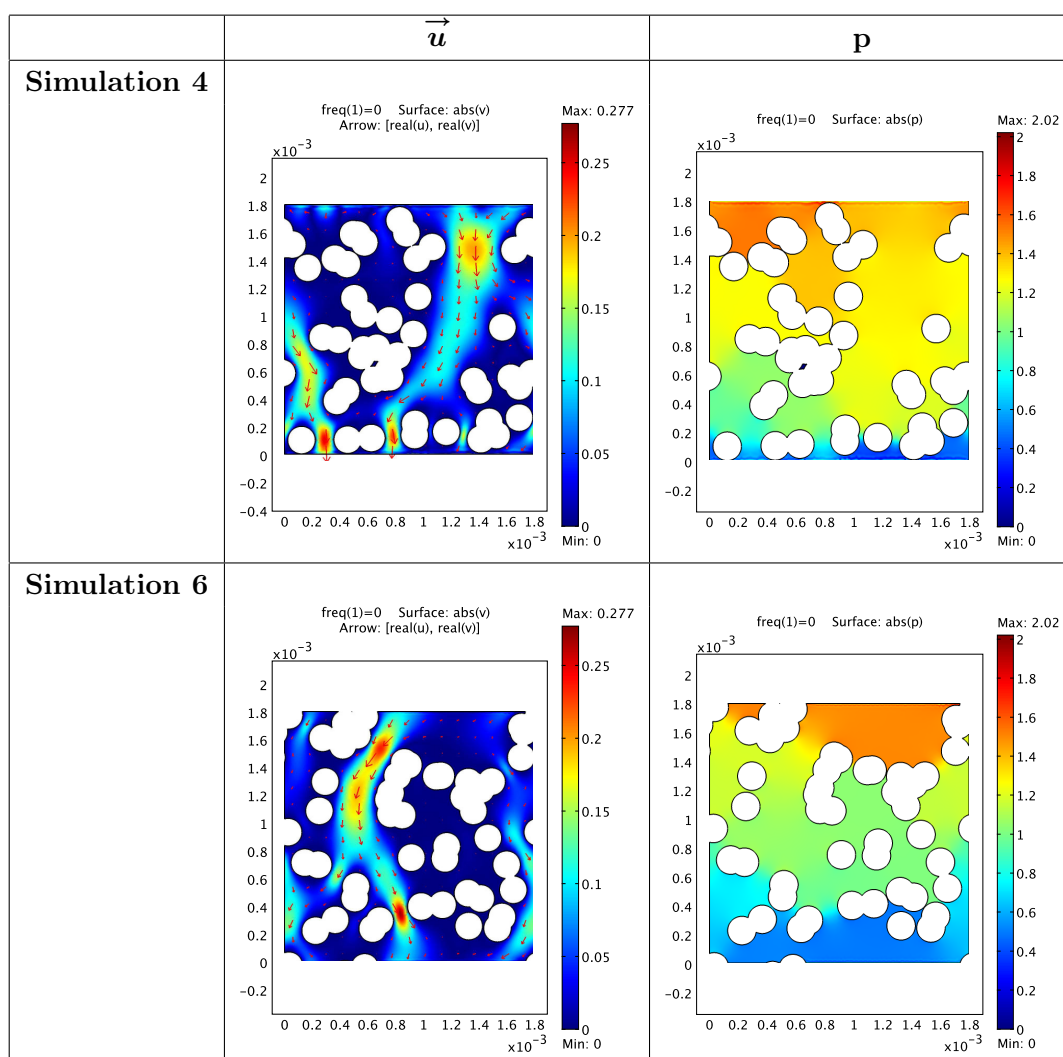


FIGURE 8.57 – Champs de vitesse (en m/s) et de pression (en Pa) acoustiques en régime statique ( $f = 0$  Hz) pour les deux cellules élémentaires 2D *PACC RANDOM64* 4 et 6 (Fig. 8.56) en stimulation sonore selon l'axe vertical  $Oy$ , sources en haut des cellules élémentaires.  $R_F = 100 \mu m$ .

### 8.3 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements aléatoires de fibres parallèles pleines, de sections circulaires

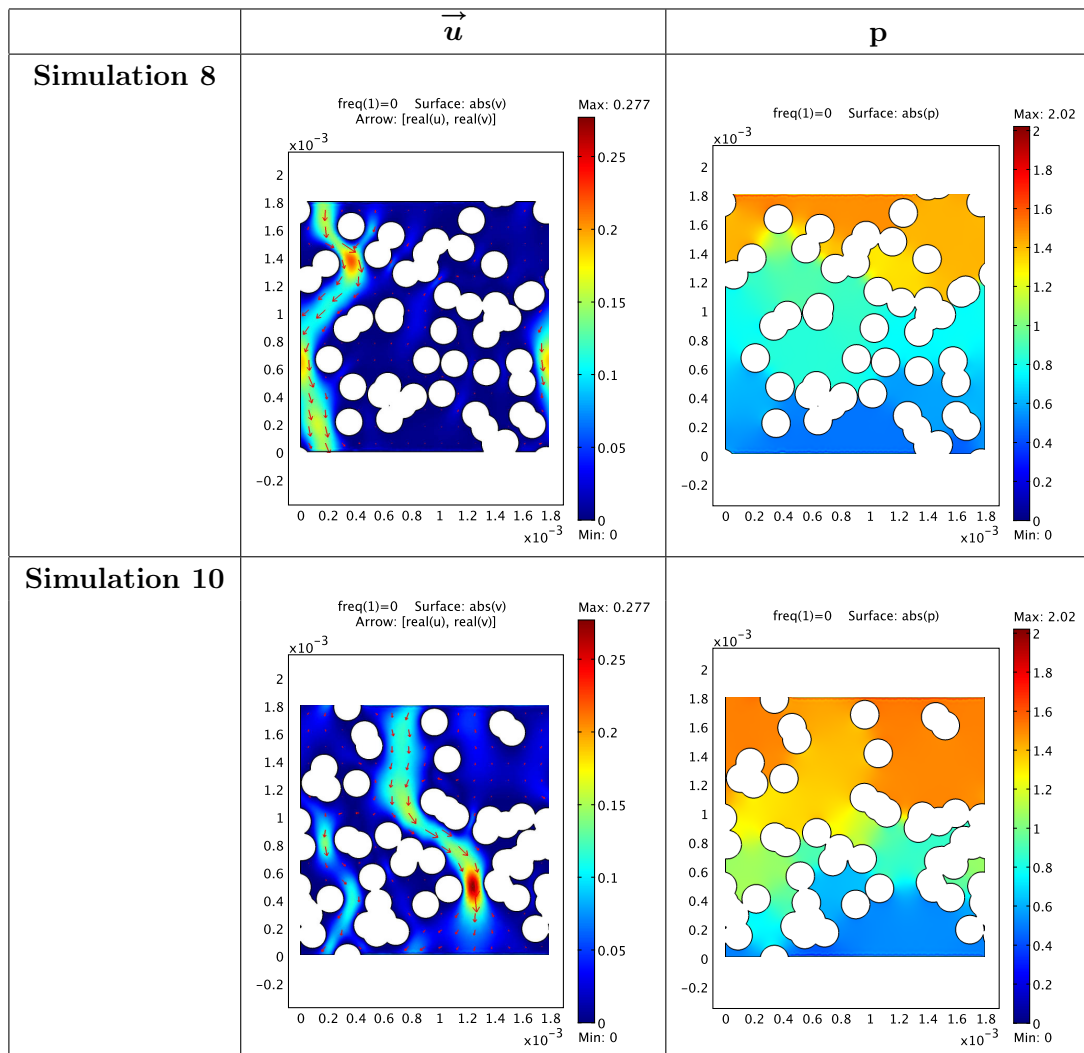


FIGURE 8.58 – Champs de vitesse (en m/s) et de pression (en Pa) acoustiques en régime statique ( $f = 0$  Hz) pour les deux cellules élémentaires 2D *PACC RANDOM64* 8 et 10 (Fig. 8.56) en stimulation sonore selon l'axe vertical  $Oy$ , sources en haut des cellules élémentaires.  $R_F = 100 \mu m$ .

Les 10 géométries aléatoires 2D *PACC RANDOM64* sont stimulées uniquement par une onde sonore orientée verticalement selon  $Oy$ , dans la mesure où leur agencement aléatoire ne favorise pas une direction en particulier. Les champs de vitesse acoustique tendent à s'annuler dans toutes les cellules élémentaires pour les trois échelles de rayons de fibres, lorsque la fréquence de l'onde augmente. De plus, la pression acoustique varie très peu avec la fréquence entre  $0 Pa$  et  $2,02 Pa$ .

L'échelle de valeurs des champs de vitesse acoustique  $\|\vec{u}\|$  est comprise entre  $0 m/s$  et  $0,277 m/s$  pour les quatre réalisations 4, 6, 8 et 10, alors que celles des six autres réalisations 1, 2, 3, 5, 7 et 9 sont différentes entre elles, comme le montre la Fig. 8.59 pour un rayon de fibres  $R_F = 100 \mu m$ . On

### 8.3 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements aléatoires de fibres parallèles pleines, de sections circulaires

pourra enfin noter que les valeurs maximales atteintes par  $\|\vec{u}\|$  dans les pores des agencements 2D *PACC RANDOM64*, sont près de dix fois inférieures à celles obtenues dans les cellules 2D *PACC RANDOM89*, ce que peut expliquer la plus grande concentration en fibres (36 %) des géométries 2D *PACC RANDOM64* qui freinent davantage l'écoulement de l'air entre les fibres rigides. La Table 8.6 rassemble les porosités réelles des 10 simulations 2D *PACC RANDOM64*.

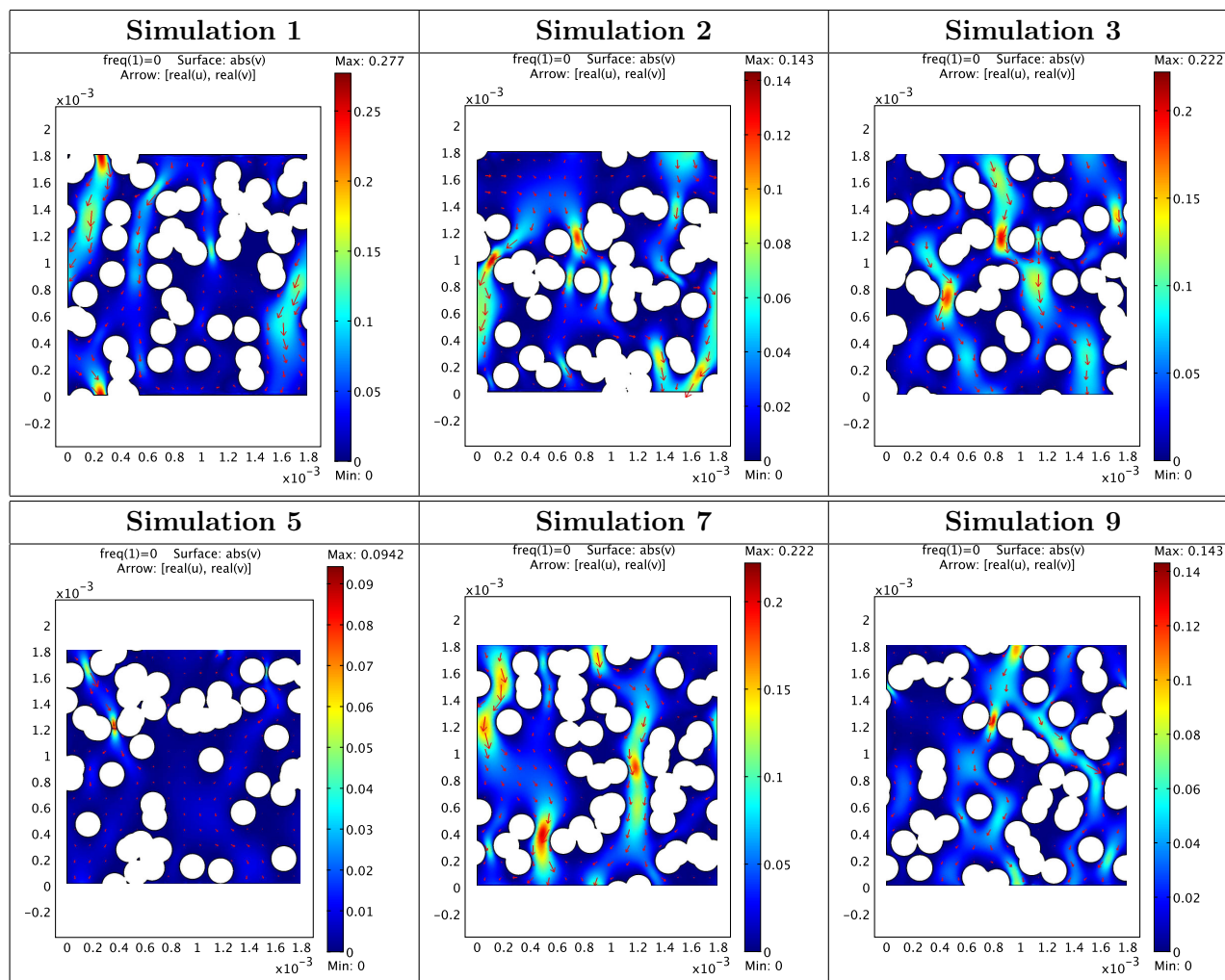


FIGURE 8.59 – Champs de vitesse acoustique (en m/s) en régime statique ( $f = 0$  Hz) pour les six cellules élémentaires 2D *PACC RANDOM64* 1, 2, 3, 5, 7 et 9 en stimulation sonore selon l'axe vertical  $Oy$ , sources en haut des cellules élémentaires.  $R_F = 100 \mu m$ .

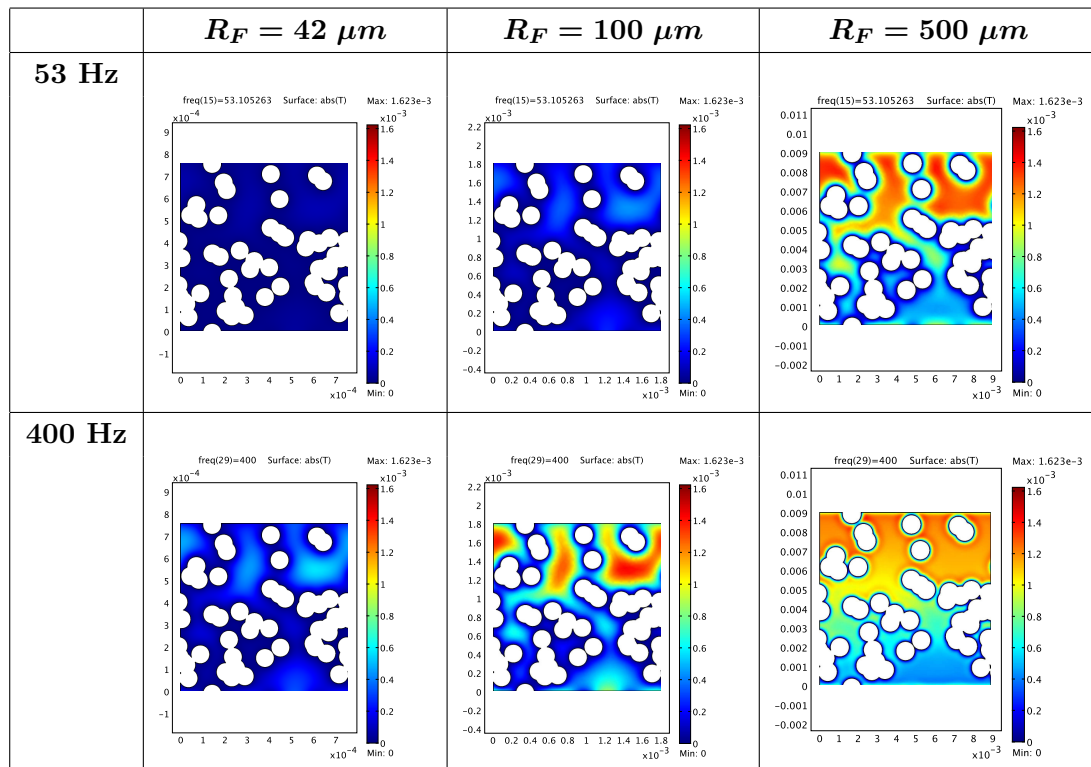
### 8.3 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements aléatoires de fibres parallèles pleines, de sections circulaires

Simulations	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Porosités	0,64	0,65	0,65	0,65	0,64	0,65	0,63	0,66	0,62	0,64

TABLE 8.6 – Porosités réelles des 10 simulations 2D *PACC RANDOM64*.

#### 8.3.2.3 Champs de température acoustique de quatre géométries 2D *PACC RANDOM64*

La Fig. 8.60 illustre l'évolution fréquentielle entre 53 Hz et 5000 Hz des champs de température acoustique en valeur absolue  $|\tau|$  de la simulation 10 pour les trois échelles de rayons  $R_F = 42 \mu m$ ,  $100 \mu m$  et  $500 \mu m$ . Quant aux champs de  $|\tau|$  des trois autres réalisations 4, 6 et 8, ils sont représentés respectivement en Fig. G.10, G.11 et G.12 en annexe G.



### 8.3 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements aléatoires de fibres parallèles pleines, de sections circulaires

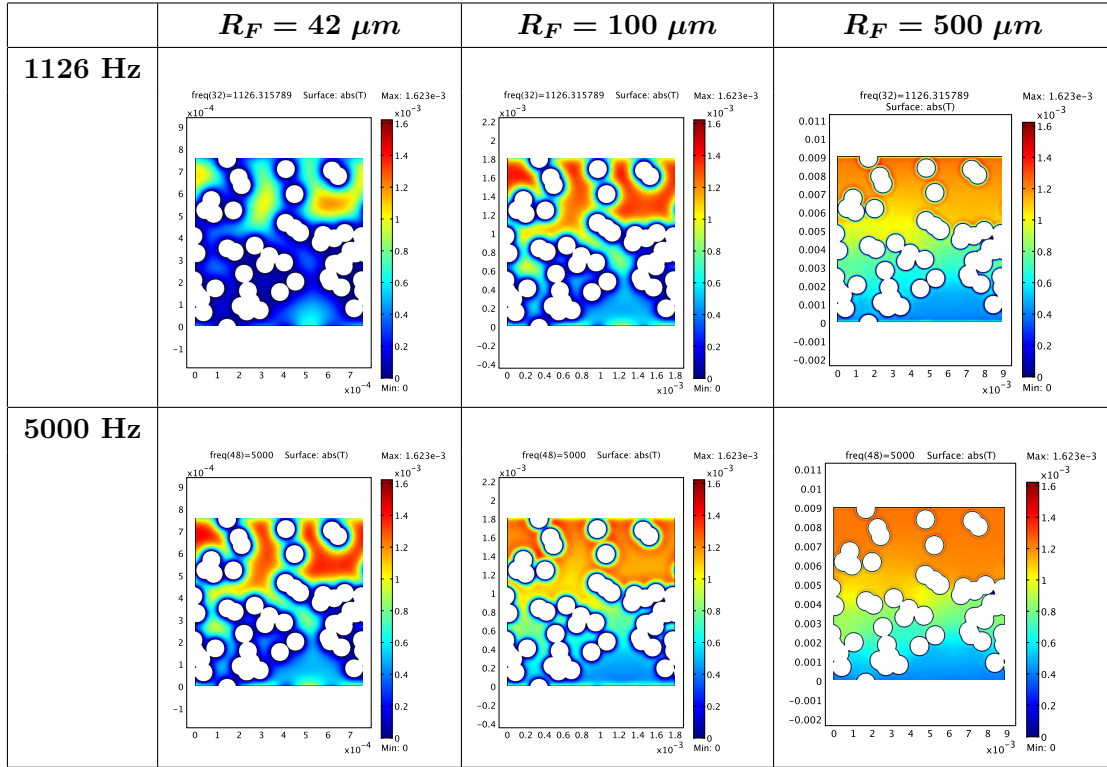


FIGURE 8.60 – Champs de température acoustique (en K) en régime harmonique pour  $f$  variant de 53 Hz à 5000 Hz pour une cellule élémentaire 2D *PACC RANDOM64 10* (Fig. 8.56) en stimulation sonore selon l'axe vertical  $Oy$ , source en haut de la cellule élémentaire.  $R_F = 42 \mu m$ ,  $100 \mu m$ , et  $500 \mu m$ .

De même que pour les cellules élémentaires 2D *PACC RANDOM89* plus poreuses ( $\phi = 0,89$ ), l'onde sonore « voit » les fibres comme des amas en basses fréquences et les sépare individuellement en hautes fréquences. En revanche, dans la mesure où les cellules telles que  $\phi = 0,64$  présentent une porosité plus faible, leurs fibres sont plus proches les unes des autres et s'agencent en amas, ce qui explique les phénomènes locaux de chevauchement de couches limites voisines même pour les grosses fibres ( $R_F = 500 \mu m$ ) pour une fréquence de  $400 Hz$  (Fig. 8.60, G.10, G.11 et G.12). Au contraire, les couches limites voisines sont bien séparées à cette même fréquence pour les géométries plus poreuses telles que  $\phi = 0,89$  (Fig. 8.51, G.5, G.6 et G.7).

#### 8.3.2.4 Propriétés acoustiques des géométries 2D *PACC RANDOM64*

Sur la Fig. 8.61, on peut observer l'évolution fréquentielle du coefficient d'absorption acoustique de quatre milieux homogènes d'épaisseurs  $d = 2 cm$ ,  $4 cm$  et  $10 cm$ , constitués de cellules élémentaires 2D *PACC RANDOM64 4*,  $6$ ,  $8$  et  $10$ , pour différents rayons de fibres ( $R_F = 42 \mu m$ ,  $100 \mu m$ , et  $500 \mu m$ ). La stimulation sonore est orientée verticalement selon l'axe  $Oy$  pour chaque cellule.

### 8.3 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements aléatoires de fibres parallèles pleines, de sections circulaires

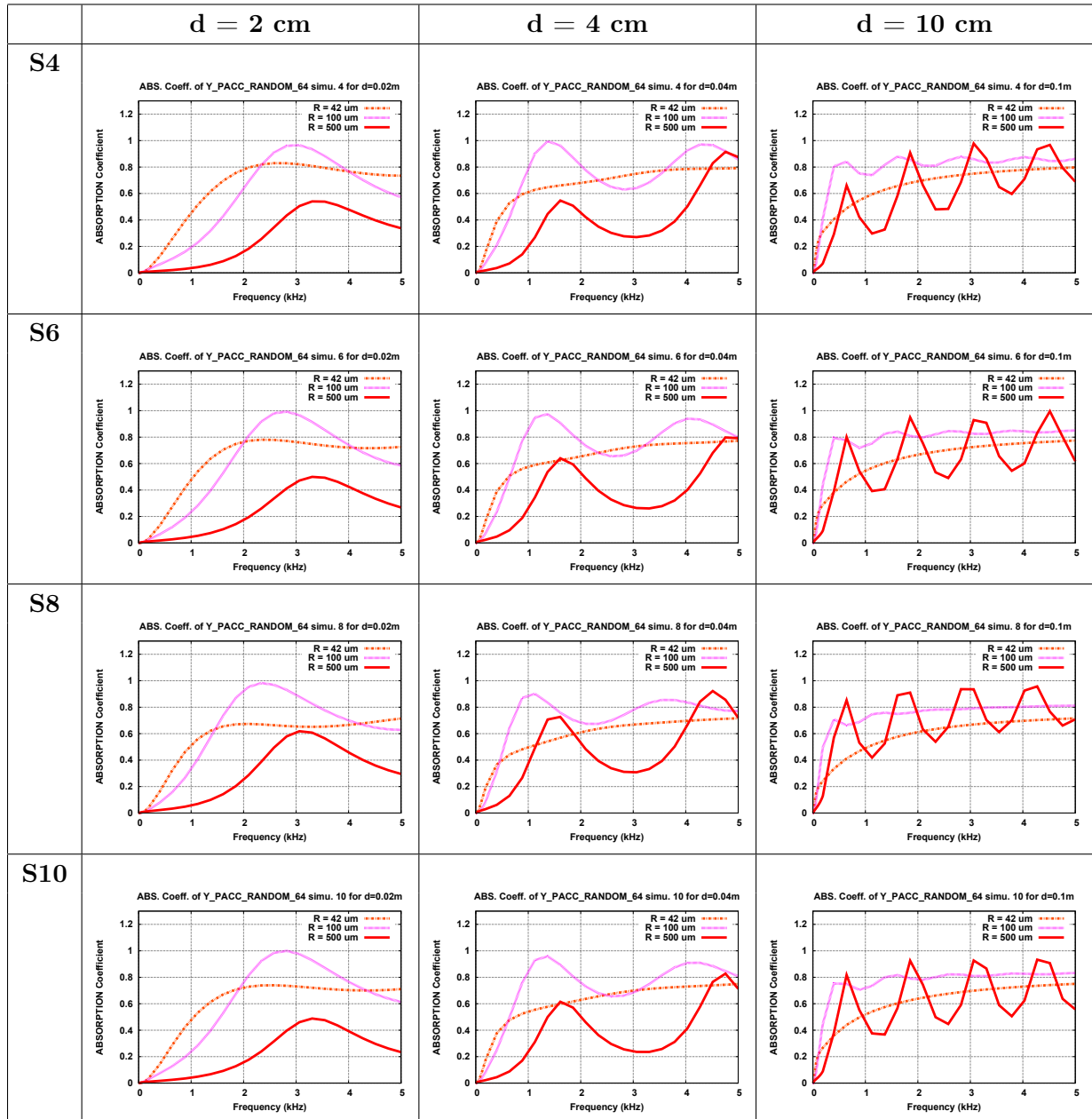


FIGURE 8.61 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 5000 Hz) du coefficient d'absorption acoustique  $A(\omega)$  des milieux homogènes d'épaisseurs  $d = 2 \text{ cm}$ ,  $4 \text{ cm}$  et  $10 \text{ cm}$  constitués de cellules périodiques élémentaires 2D *PACC RANDOM64* 4, 6, 8 et 10, en stimulation sonore selon l'axe vertical  $Oy$ .  $R_F = 42 \mu\text{m}$ ,  $100 \mu\text{m}$ , et  $500 \mu\text{m}$ .

### 8.3 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements aléatoires de fibres parallèles pleines, de sections circulaires

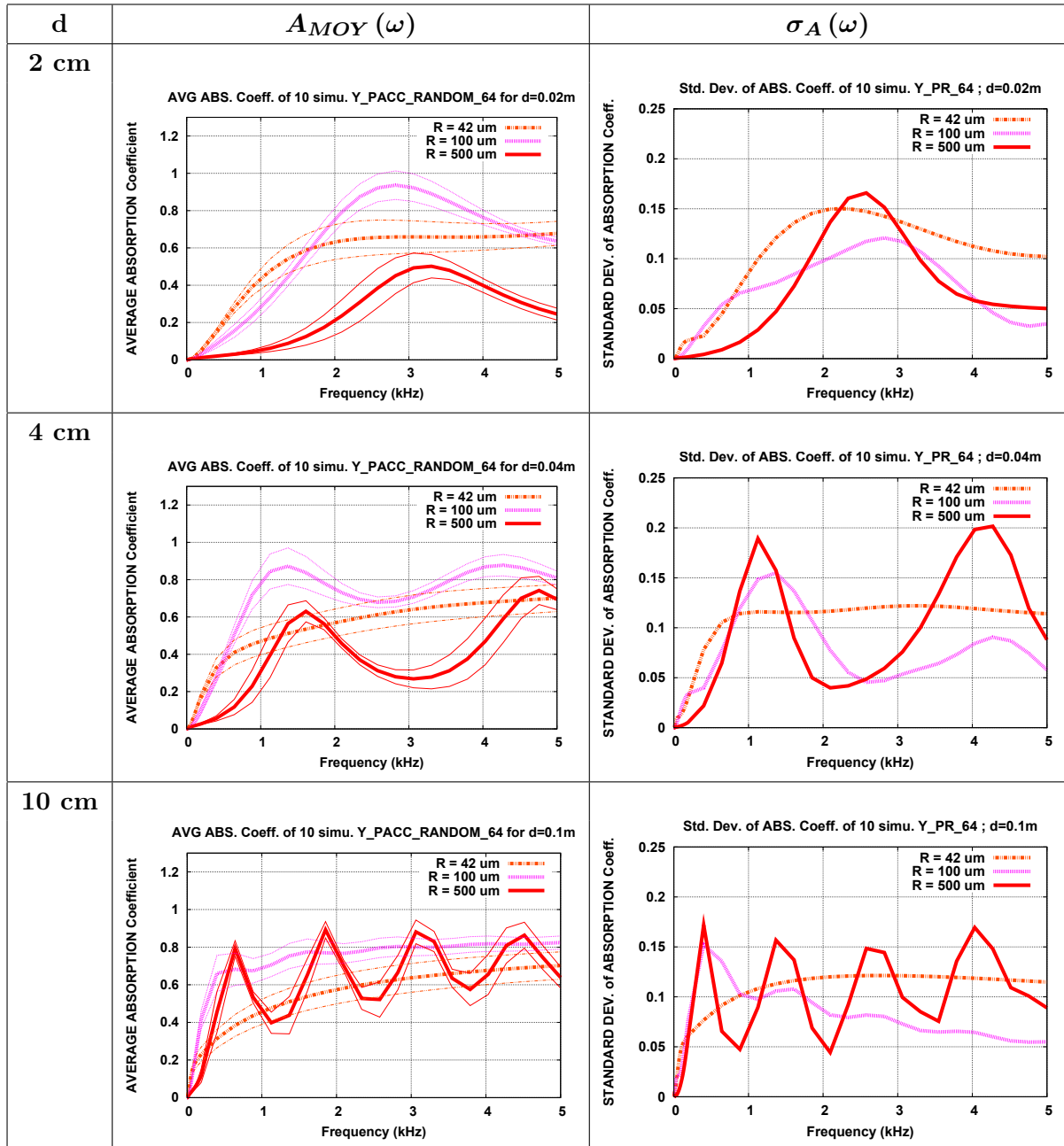


FIGURE 8.62 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 5000 Hz) du coefficient d'absorption acoustique moyen  $A_{MOY}(\omega)$  avec ses intervalles de confiance à 95 % (traits fins), et évolution de l'écart-type  $\sigma_A(\omega)$  de l'ensemble des coefficients d'absorption acoustique, estimés pour 10 milieux homogènes d'épaisseurs  $d = 2\text{ cm}$ ,  $4\text{ cm}$  et  $10\text{ cm}$  constitués des cellules périodiques élémentaires 2D *PACC RANDOM64* correspondantes, en stimulation sonore selon l'axe vertical  $Oy$ .  $R_F = 42\ \mu\text{m}$ ,  $100\ \mu\text{m}$ , et  $500\ \mu\text{m}$ .

### 8.3 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements aléatoires de fibres parallèles pleines, de sections circulaires

Les coefficients d'absorption acoustique des réalisations 1, 2, 3, 5, 7 et 9, sont représentés en Fig. G.13 et G.14 en annexe G. Ainsi, à épaisseur d'échantillon fixée, il apparaît une plus grande variabilité des coefficients d'absorption acoustique d'une réalisation de cellule 2D *PACC RANDOM64* à l'autre, ce que confirme l'évolution fréquentielle de l'écart-type  $\sigma_A(\omega)$  illustrée en Fig. 8.62. Autour du coefficient d'absorption acoustique moyen  $A_{MOY}$ , estimé sur les 10 réalisations 2D *PACC RANDOM64*, on observe ce même phénomène sur les intervalles de confiance à 95 %,  $A_{MOY} \pm \Delta_{95\%}$  (Eq. 8.16), qui sont plus larges que ceux obtenus sur les 10 réalisations 2D *PACC RANDOM89* (Fig. 8.53).

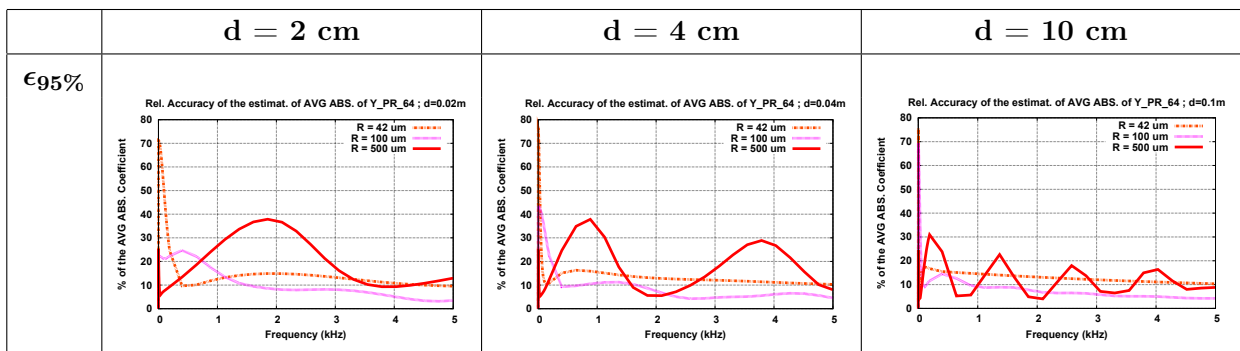


FIGURE 8.63 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 5000 Hz) de la précision relative  $\epsilon_{95\%}$  d'estimation à 95 % du coefficient d'absorption acoustique moyen  $A_{MOY}(\omega)$ , évaluée à partir de 10 milieux homogènes d'épaisseurs  $d = 2\text{ cm}$ ,  $4\text{ cm}$  et  $10\text{ cm}$  constitués des cellules périodiques élémentaires 2D *PACC RANDOM64* correspondantes, en stimulation sonore selon l'axe vertical  $Oy$ .  $R_F = 42\ \mu\text{m}$ ,  $100\ \mu\text{m}$ , et  $500\ \mu\text{m}$ .

La Fig. 8.63 représente l'évolution fréquentielle de la précision relative  $\epsilon_{95\%}$  (Eq. 8.17) de l'estimation de la moyenne  $A_{MOY}$ . Ainsi, il apparaît que plus l'épaisseur augmente, plus  $\epsilon_{95\%}$  diminue. De plus, plus la fréquence augmente, plus l'estimation de  $A_{MOY}$  est précise puisque globalement,  $\epsilon_{95\%}$  passe d'environ 75 % à 10 % pour les petites et moyennes fibres ( $R_F = 42\ \mu\text{m}$  et  $R_F = 100\ \mu\text{m}$ ). Toutefois, on peut noter que ces deux valeurs extrémales sont supérieures à celles obtenues pour les 10 réalisations 2D *PACC RANDOM89* (Fig. 8.54). Cette moins bonne précision dans l'estimation des coefficients d'absorption acoustique moyens vrais des géométries 2D *PACC RANDOM64* s'explique par les tailles de leurs *volumes élémentaires représentatifs* qui sont plus grands à cause de leur plus forte concentration en fibres. Ainsi, les tailles des cellules élémentaires pour les petites et moyennes fibres (Fig. 8.56 et Table 8.5) rendent leurs propriétés d'absorption acoustique plus sensibles aux variations locales de leurs géométries, proches des dimensions de leurs VER. En revanche, pour les grosses fibres ( $R_F = 500\ \mu\text{m}$ ), les cellules élémentaires sont apparemment plus petites que leur VER, comme le montrent les fortes fluctuations de  $\epsilon_{95\%}$  entre environ 5 % et 30 % sur la plage de fréquences étudiée, rendant ces 10 réalisations moins représentatives des géométries 2D *PACC RANDOM64* que celles obtenues avec de plus petits rayons.



### 8.3 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements aléatoires de fibres parallèles pleines, de sections circulaires

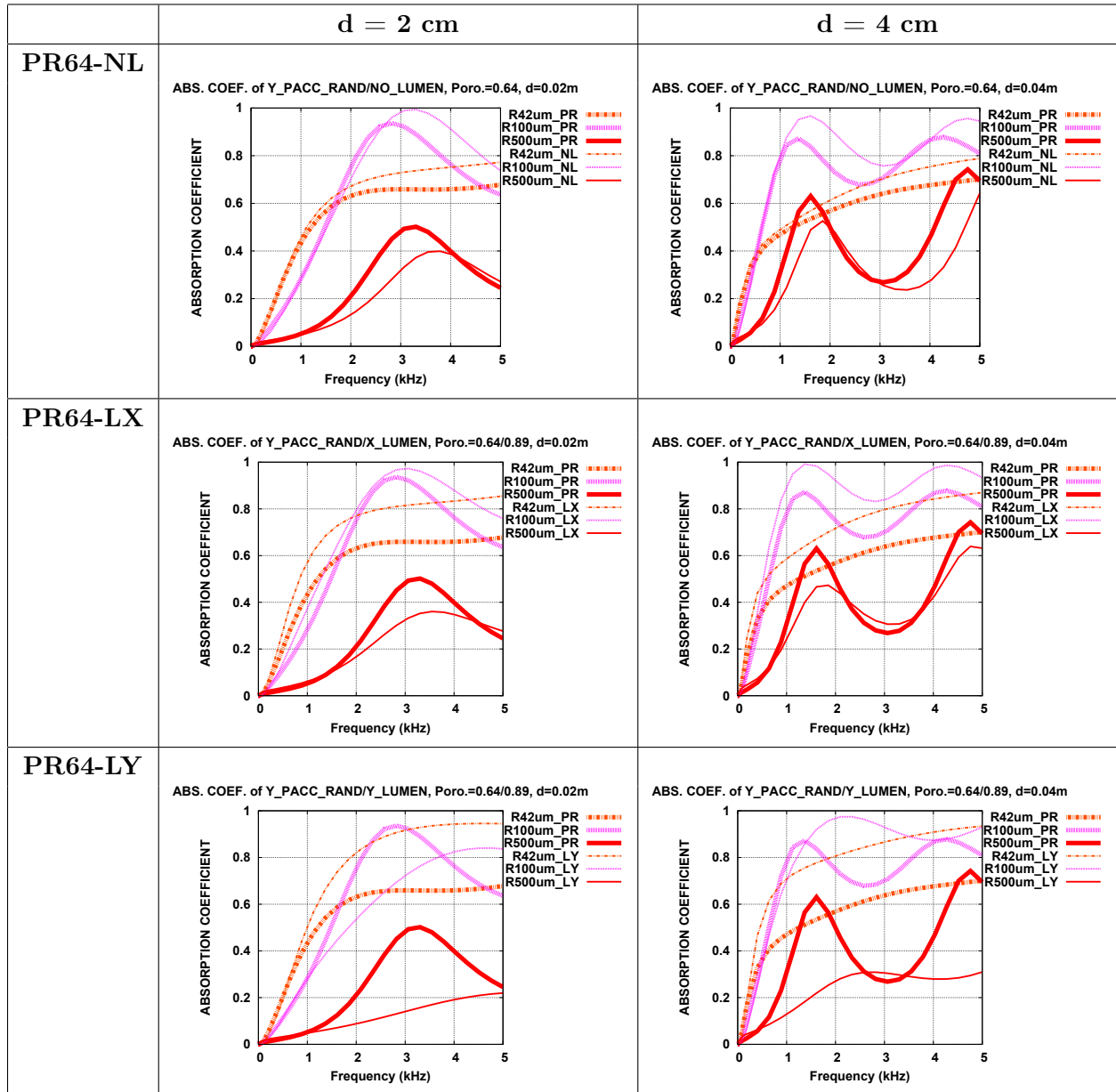


FIGURE 8.64 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 5000 Hz) du coefficient d'absorption acoustique moyen  $A_{MOY}(\omega)$  de l'ensemble des coefficients d'absorption acoustique de 10 milieux homogènes d'épaisseurs  $d = 2 \text{ cm}$  et  $4 \text{ cm}$  constitués des cellules périodiques élémentaires 2D *PACC RANDOM64* (traits épais), et comparaison à ceux des milieux homogènes formés de cellules 2D *PASC NO LUMEN* et 2D *PASC LUMEN* (traits fins).  $R_F = 42 \mu\text{m}$ ,  $100 \mu\text{m}$ , et  $500 \mu\text{m}$ .

### 8.3 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements aléatoires de fibres parallèles pleines, de sections circulaires

Enfin, comme le montre la Fig. 8.64, les coefficients d'absorption acoustique *moyens* des milieux homogènes constitués de cellules 2D *PACC RANDOM64* (*PR64* en *traits épais*) sont du même ordre de grandeur que ceux obtenus à partir de cellules 2D *PASC NO LUMEN* ayant la même porosité  $\phi = 0,64$ . Comparées à celles des cellules élémentaires plus poreuses ( $\phi = 0,89$ ) 2D *PASC LUMEN* stimulées selon *Ox* (*LX*) et selon *Oy* (*LY*), les performances d'absorption acoustique des géométries 2D *PACC RANDOM64* sont globalement moins bonnes pour les petits et moyens rayons ( $R_F = 42 \mu m$  et  $R_F = 100 \mu m$ ). Cependant, cette tendance s'inverse pour de plus gros rayons ( $R_F = 500 \mu m$ ) où les schémas booléens de fibres circulaires pleines tels que  $\phi = 0,64$  ont un meilleur coefficient d'absorption moyen que les fibres creuses de sections carrées 2D *PASC LUMEN*.

#### 8.3.3 Propriétés structurales et acoustiques des géométries 2D PACC RANDOM

Les évolutions sur les 10 réalisations des valeurs asymptotiques basses ( $\alpha_0$ ) et hautes fréquences ( $\alpha_\infty$ ) de la tortuosité visqueuse, ainsi que la tortuosité thermique en régime statique  $\alpha'_0$  sont représentées en Fig. 8.65 pour les cellules 2D *PACC RANDOM89*, et en Fig. 8.66 pour les géométries 2D *PACC RANDOM64*.

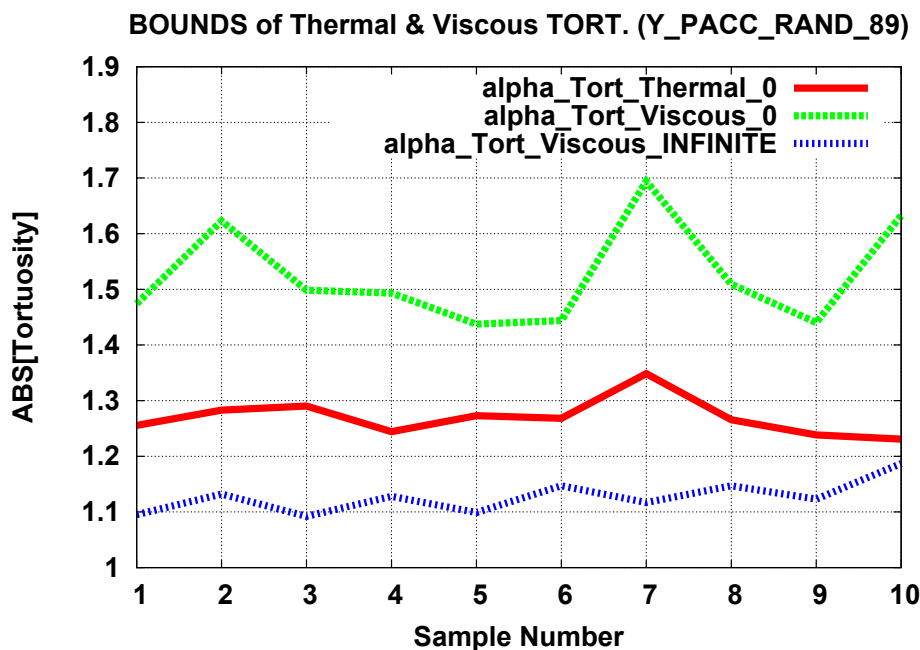


FIGURE 8.65 – Valeurs asymptotiques basses fréquences des tortuosités visqueuse  $\alpha_0$  (en *vert*) et thermique  $\alpha'_0$  (en *rouge*), et tortuosité visqueuse en fréquence infinie  $\alpha_\infty$  (en *bleu*) des 10 milieux homogènes constitués des cellules périodiques élémentaires 2D *PACC RANDOM89* correspondantes.

### 8.3 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements aléatoires de fibres parallèles pleines, de sections circulaires

À titre indicatif, les Tables 8.7 et 8.8 répertorient les valeurs moyennes et les écarts-types de ces trois paramètres acoustiques pour les deux types de géométries. Ainsi, il apparaît que les valeurs de  $\alpha_\infty$  et de  $\alpha'_0$  varient très peu d'une réalisation 2D *PACC RANDOM89* à l'autre, contrairement à ce que l'on observe pour les cellules 2D *PACC RANDOM64*, où l'erreur d'estimation  $\Delta_{95\%}$  (Eq. 8.16) est environ dix fois supérieure. En revanche, pour les deux types de géométries, la limite  $\alpha_0$  de la tortuosité visqueuse en régime statique varie davantage que les tortuosités  $\alpha_\infty$  et  $\alpha'_0$  correspondantes. Enfin, la plus forte concentration en fibres des cellules 2D *PACC RANDOM64* accroît ces trois valeurs asymptotiques de tortuosités.

	Valeurs moyennes $\alpha_{MOY} \pm \frac{2\sigma_\alpha}{\sqrt{n}}$	Écarts-types $\sigma_\alpha$
$\alpha'_0$	$1,270 \pm 0,020$	0,032
$\alpha_0$	$1,525 \pm 0,055$	0,087
$\alpha_\infty$	$1,127 \pm 0,017$	0,028

TABLE 8.7 – Valeurs moyennes, intervalles de confiance à 95 %, et écarts-types des valeurs asymptotiques basses et hautes fréquences des tortuosités visqueuse et thermique, estimés sur  $n = 10$  réalisations de 2D *PACC RANDOM89*.

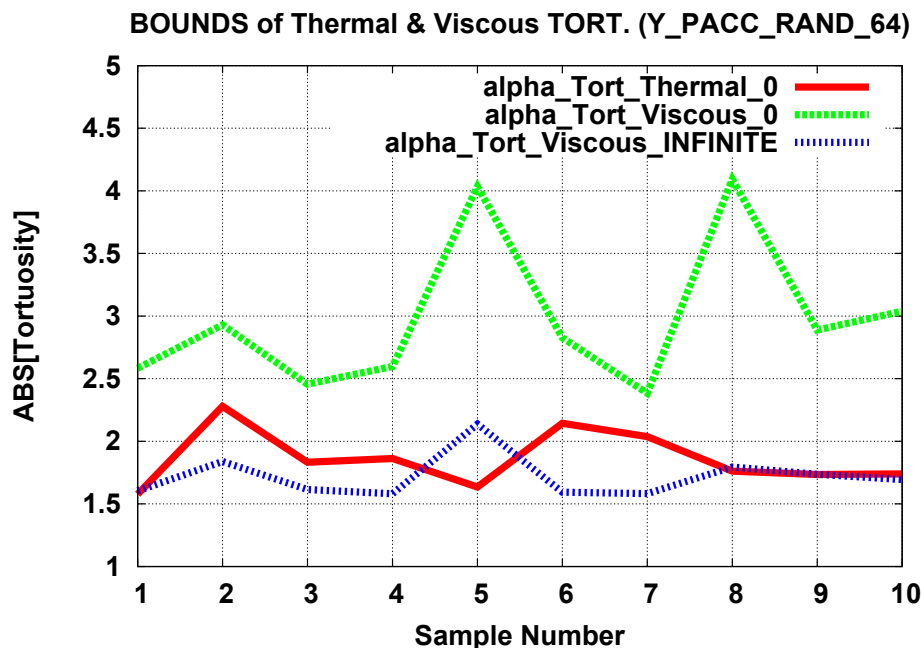


FIGURE 8.66 – Valeurs asymptotiques basses fréquences des tortuosités visqueuse  $\alpha_0$  (en vert) et thermique  $\alpha'_0$  (en rouge), et tortuosité visqueuse en fréquence infinie  $\alpha_\infty$  (en bleu) des 10 milieux homogènes constitués des cellules périodiques élémentaires 2D *PACC RANDOM64* correspondantes.

### 8.3 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements aléatoires de fibres parallèles pleines, de sections circulaires

	Valeurs moyennes $\alpha_{MOY} \pm \frac{2\sigma_\alpha}{\sqrt{n}}$	Écart-types $\sigma_\alpha$
$\alpha'_0$	$1,860 \pm 0,136$	0,214
$\alpha_0$	$2,983 \pm 0,364$	0,576
$\alpha_\infty$	$1,718 \pm 0,105$	0,165

TABLE 8.8 – Valeurs moyennes, intervalles de confiance à 95 %, et écarts-types des valeurs asymptotiques basses et hautes fréquences des tortuosités visqueuse et thermique, estimés sur  $n = 10$  réalisations de 2D *PACC RANDOM64*.

Pour chacune des 10 réalisations des deux types de cellules 2D *PACC RANDOM*, les Fig. 8.67 et 8.68 montrent l'évolution des *longueurs caractéristiques visqueuses*  $\Lambda$  selon le rayon des fibres. Pour chacune des trois échelles de rayons  $R_F$ , les trois valeurs moyennes et les trois écarts-types des valeurs de  $\Lambda$  diminuent linéairement à mesure que le rayon des fibres diminue, comme le montrent les Tables 8.9 et 8.10. Plus précisément, il apparaît que les longueurs caractéristiques visqueuses moyennes des pores des géométries 2D *PACC RANDOM89* sont environ égales à  $4,2 \times R_F$ , alors que  $\Lambda_{MOY} \approx R_F$  pour les réalisations 2D *PACC RANDOM64* aux pores plus étroits et plus tortueux.

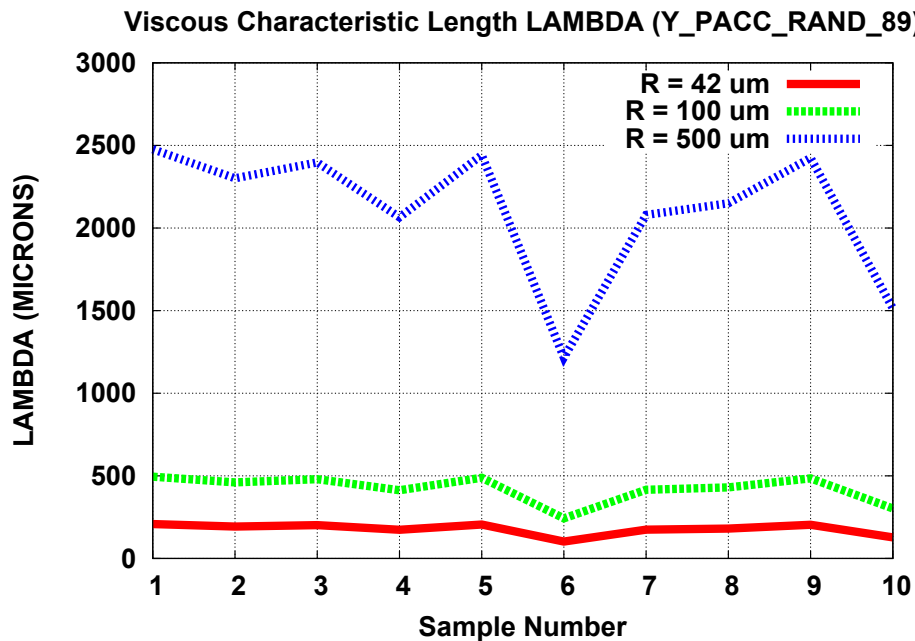


FIGURE 8.67 – Longueurs caractéristiques visqueuses  $\Lambda$  (en  $\mu m$ ) des 10 cellules élémentaires 2D *PACC RANDOM89* en fonction des rayons de fibres.  $R_F = 42 \mu m$ ,  $100 \mu m$ , et  $500 \mu m$ .

### 8.3 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements aléatoires de fibres parallèles pleines, de sections circulaires

Rayons $R_F$ ( $\mu\text{m}$ )	42	100	500
$\Lambda_{MOY} \pm \frac{2\sigma_\Lambda}{\sqrt{n}}$ ( $\mu\text{m}$ )	$177 \pm 21$	$421 \pm 51$	$2107 \pm 255$
$\sigma_\Lambda$ ( $\mu\text{m}$ )	34	81	403

TABLE 8.9 – Valeurs moyennes, intervalles de confiance à 95 %, et écarts-types des longueurs caractéristiques visqueuses  $\Lambda$  estimés sur  $n = 10$  milieux homogènes constitués de cellules élémentaires 2D *PACC RANDOM89* en fonction du rayon des fibres  $R_F$ .

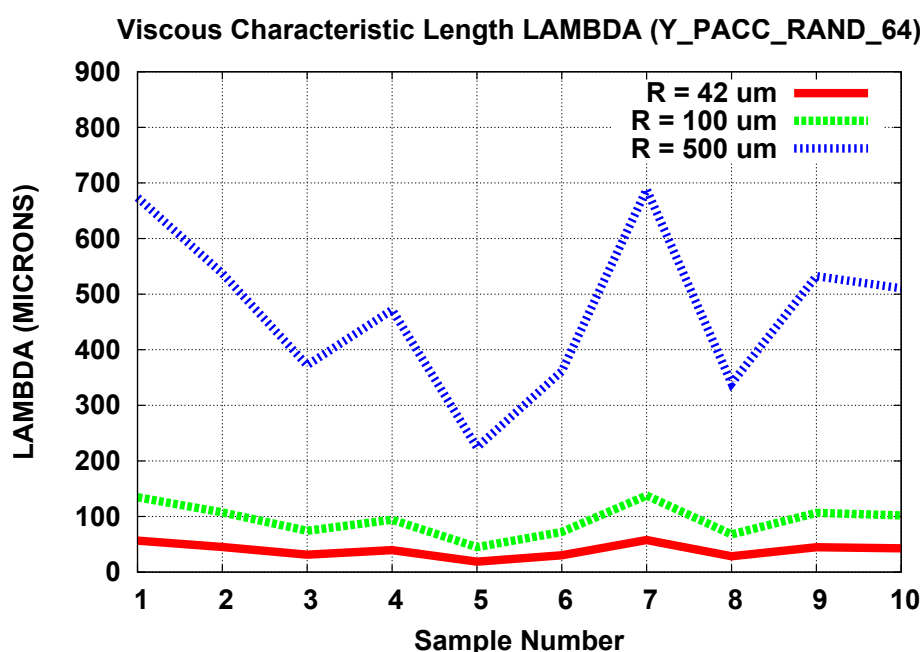


FIGURE 8.68 – Longueurs caractéristiques visqueuses  $\Lambda$  (en  $\mu\text{m}$ ) des 10 cellules élémentaires 2D *PACC RANDOM64* en fonction des rayons de fibres.  $R_F = 42 \mu\text{m}$ ,  $100 \mu\text{m}$ , et  $500 \mu\text{m}$ .

Rayons $R_F$ ( $\mu\text{m}$ )	42	100	500
$\Lambda_{MOY} \pm \frac{2\sigma_\Lambda}{\sqrt{n}}$ ( $\mu\text{m}$ )	$40 \pm 7$	$94 \pm 18$	$471 \pm 89$
$\sigma_\Lambda$ ( $\mu\text{m}$ )	12	28	141

TABLE 8.10 – Valeurs moyennes, intervalles de confiance à 95 %, et écarts-types des longueurs caractéristiques visqueuses  $\Lambda$  estimés sur  $n = 10$  milieux homogènes constitués de cellules élémentaires 2D *PACC RANDOM64* en fonction du rayon des fibres  $R_F$ .

### 8.3 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements aléatoires de fibres parallèles pleines, de sections circulaires

En reprenant la Fig. 8.44, on peut comparer en Fig. 8.69 l'évolution avec  $R_F$  de la valeur moyenne de  $\Lambda$  sur 10 réalisations de 2D *PACC RANDOM89* à celles obtenues à porosité identique ( $\phi = 0,89$ ) pour la géométrie 2D *PASC LUMEN*. Ainsi, malgré des porosités identiques, il apparaît qu'en moyenne, les longueurs caractéristiques visqueuses  $\Lambda$  des agencements aléatoires 2D *PACC RANDOM89* sont supérieures à celles obtenues pour les fibres creuses parallèles, de sections carrées et agencées de façon régulière. La Fig. 8.69 illustre également l'évolution de  $\Lambda_{MOY}$  des 10 réalisations de 2D *PACC RANDOM64*, qui est proche de celles des cellules 2D *PASC NO LUMEN* et 2D *PASC LUMEN* stimulées perpendiculairement aux lumens selon l'axe  $Ox$ .

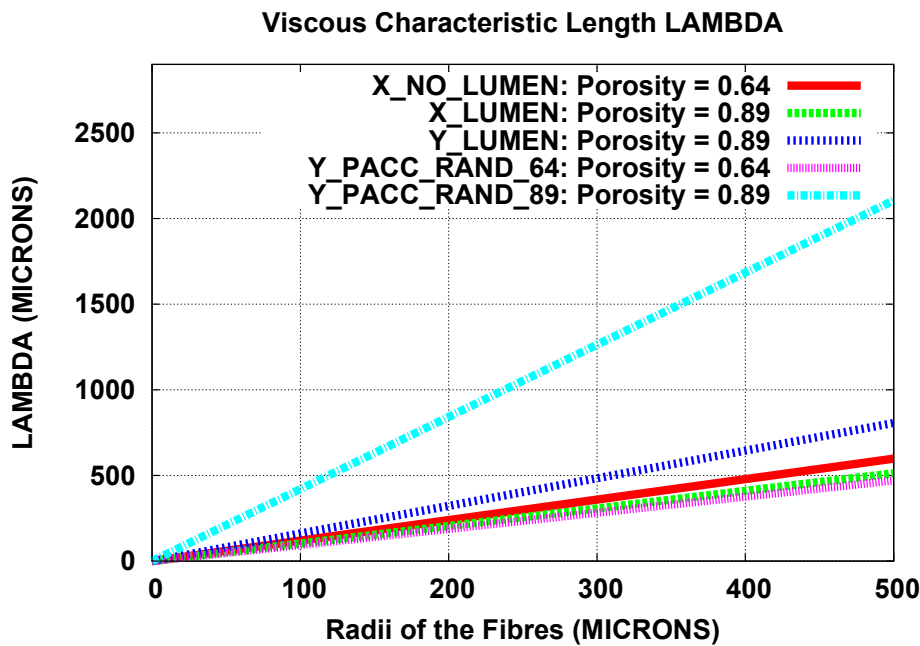


FIGURE 8.69 – Comparaison de l'évolution (en fonction de  $R_F$ ) de la longueur caractéristique visqueuse moyenne  $\Lambda_{MOY}$  (en  $\mu\text{m}$ ) sur les 10 réalisations de 2D *PACC RANDOM89* et de 2D *PACC RANDOM64*, à celles des cellules élémentaires 2D *PASC NO LUMEN* et 2D *PASC LUMEN*.

Pour chaque rayon de fibres, on peut de même comparer les *longueurs caractéristiques thermiques*  $\Lambda'$  moyennes sur les 10 réalisations des géométries 2D *PACC RANDOM89* et 2D *PACC RANDOM64*, puis en déduire les surfaces spécifiques  $S_v$  moyennes correspondantes, d'après l'Eq. 6.3 (en page 128). Les Tables 8.11, 8.12, 8.13 et 8.14 rassemblent ces moyennes et leurs intervalles de confiance à 95 %. On peut noter que les longueurs caractéristiques thermiques moyennes des pores des géométries 2D *PACC RANDOM89* sont environ égales à  $8 \times R_F$ , alors que  $\Lambda'_{MOY} \approx 2,2 \times R_F$  pour les réalisations 2D *PACC RANDOM64*.

### 8.3 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements aléatoires de fibres parallèles pleines, de sections circulaires

Rayons $R_F$ ( $\mu\text{m}$ )	42	100	500
$\Lambda'_{MOY} \pm \frac{2\sigma_{\Lambda'}}{\sqrt{n}}$ ( $\mu\text{m}$ )	$338 \pm 11$	$804 \pm 26$	$4018 \pm 131$
$\sigma_{\Lambda'}$ ( $\mu\text{m}$ )	17	41	207

TABLE 8.11 – Valeurs moyennes, intervalles de confiance à 95 %, et écarts-types des longueurs caractéristiques thermiques  $\Lambda'$  estimés sur  $n = 10$  milieux homogènes constitués de cellules élémentaires 2D *PACC RANDOM89* en fonction du rayon des fibres  $R_F$ .

Rayons $R_F$ ( $\mu\text{m}$ )	42	100	500
$\Lambda'_{MOY} \pm \frac{2\sigma_{\Lambda'}}{\sqrt{n}}$ ( $\mu\text{m}$ )	$93 \pm 4$	$221 \pm 9$	$1107 \pm 43$
$\sigma_{\Lambda'}$ ( $\mu\text{m}$ )	6	14	68

TABLE 8.12 – Valeurs moyennes, intervalles de confiance à 95 %, et écarts-types des longueurs caractéristiques thermiques  $\Lambda'$  estimés sur  $n = 10$  milieux homogènes constitués de cellules élémentaires 2D *PACC RANDOM64* en fonction du rayon des fibres  $R_F$ .

Rayons $R_F$ ( $\mu\text{m}$ )	42	100	500
$S_{vMOY} \pm \frac{2\sigma_{S_v}}{\sqrt{n}}$ ( $\text{mm}^{-1}$ )	$5,25 \pm 0,15$	$2,21 \pm 0,06$	$0,44 \pm 0,01$
$\sigma_{S_v}$ ( $\text{mm}^{-1}$ )	0,23	0,10	0,02

TABLE 8.13 – Valeurs moyennes, intervalles de confiance à 95 %, et écarts-types des surfaces spécifiques  $S_v$  estimés sur  $n = 10$  milieux homogènes constitués de cellules élémentaires 2D *PACC RANDOM89* en fonction du rayon des fibres  $R_F$ .

Rayons $R_F$ ( $\mu\text{m}$ )	42	100	500
$S_{vMOY} \pm \frac{2\sigma_{S_v}}{\sqrt{n}}$ ( $\text{mm}^{-1}$ )	$13,87 \pm 0,54$	$5,82 \pm 0,23$	$1,16 \pm 0,05$
$\sigma_{S_v}$ ( $\text{mm}^{-1}$ )	0,85	0,36	0,07

TABLE 8.14 – Valeurs moyennes, intervalles de confiance à 95 %, et écarts-types des surfaces spécifiques  $S_v$  estimés sur  $n = 10$  milieux homogènes constitués de cellules élémentaires 2D *PACC RANDOM64* en fonction du rayon des fibres  $R_F$ .

### 8.3 Liens entre rayon des fibres et propriétés acoustiques d'agencements aléatoires de fibres parallèles pleines, de sections circulaires

De plus, la Fig. 8.70 permet de comparer les surfaces spécifiques obtenues pour les géométries 2D *PASC NO LUMEN* et 2D *PASC LUMEN* (Fig. 8.45) aux valeurs moyennes de  $S_v$  sur les 10 simulations 2D *PACC RANDOM89* et 2D *PACC RANDOM64* pour  $R_F = 42 \mu m$ ,  $100 \mu m$ , et  $500 \mu m$ . Ainsi, il apparaît qu'à porosité identique ( $\phi = 0,89$ ), les surfaces spécifiques de contact sont plus faibles pour les fibres aléatoires de sections circulaires pleines que pour les fibres de sections carrées creuses 2D *PASC LUMEN* agencées de façon régulière. Cela explique les moins bonnes performances d'absorption acoustique des géométries 2D *PACC RANDOM89* comparées à celles des géométries 2D *PASC NO LUMEN* et 2D *PASC LUMEN*, ce que montre la Fig. 8.55 pour des épaisseurs de matériaux  $d = 2 \text{ cm}$  et  $d = 4 \text{ cm}$ . Au contraire, pour une même porosité  $\phi = 0,64$ , les performances acoustiques des cellules 2D *PACC RANDOM64* ont des allures proches de celles des géométries 2D *PASC NO LUMEN* (Fig. 8.64), ce qu'expliquent en partie les surfaces spécifiques  $S_v$  proches pour les deux types de géométries (courbes *rouge* et *rose* en Fig. 8.70).

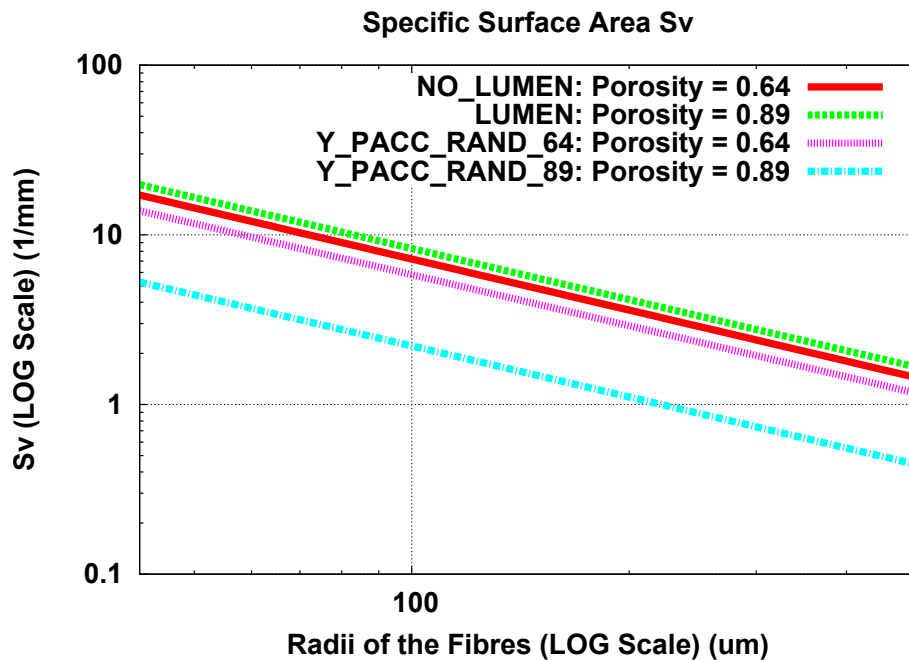


FIGURE 8.70 – Comparaison de l'évolution (en fonction de  $R_F$ ) de la surface spécifique moyenne  $S_{v_{MOY}}$  (en  $mm^{-1}$ ) sur les 10 réalisations de 2D *PACC RANDOM89* et de 2D *PACC RANDOM64*, à celles des cellules élémentaires 2D *PASC NO LUMEN* et 2D *PASC LUMEN*. Échelles logarithmiques.



## 8.4 Influence de l'épaisseur de l'échantillon sur l'absorption acoustique

Comme nous l'avons montré précédemment sur différentes géométries, l'épaisseur  $d$  du matériau homogène constitué des cellules élémentaires périodiques correspondantes influence fortement les propriétés d'absorption acoustique du matériau. La dépendance du coefficient d'absorption acoustique  $A(\omega)$  à l'épaisseur  $d$  est explicitée en Eq. 7.38, 7.39 et 7.40 en page 140. Ainsi, l'évolution de  $A(\omega)$  n'est pas linéaire en fonction de l'épaisseur, elle est au contraire définie à partir d'une fonction *cotangente hyperbolique complexe* dans l'expression de la fonction de transfert  $H$  (Eq. 7.39) injectée dans le *coefficient de réflexion*  $R(\omega)$  (Eq. 7.38).

Dans leur article, Pfretzschner & Rodríguez (2001) ont étudié l'influence de l'épaisseur d'échantillons de laines minérales et de laines de verre sur leur coefficient d'absorption acoustique. Ils ont montré que pour une fréquence donnée, le coefficient  $A(\omega)$  n'évolue plus de façon significative et atteint une asymptote une fois que le matériau a une *épaisseur critique*. D'un point de vue mathématique, l'épaisseur critique est atteinte lorsque l'impédance acoustique du matériau d'épaisseur  $d$ , notée  $Z_d = H Z_{eff}$ , est suffisamment proche de l'*impédance acoustique effective dynamique*  $Z_{eff}$  du milieu étudié. En d'autres termes, lorsque la fonction de transfert  $H$  de l'onde traversant le matériau n'oscille plus autour de son asymptote 1 et commence à tendre vers elle, l'épaisseur critique de matériau est atteinte. Dans la mesure où  $H$  ne fait que tendre vers 1 sans lui être égale quand  $d$  tend vers l'*infini*, l'épaisseur critique ne peut pas être définie de façon analytique, à moins de définir une épaisseur critique  $d_\epsilon$  dépendante d'un *seuil de tolérance*  $\epsilon \ll 1$ , et telle que  $d = d_\epsilon \Leftrightarrow |H - 1| \leq \epsilon$ . Dans ce cas,  $\epsilon$  tend vers *zéro* quand  $d_\epsilon$  tend vers l'*infini*.

L'évolution à fréquence fixée du coefficient d'absorption acoustique  $A(\omega)$  en fonction de l'épaisseur du matériau homogène constitué de cellules élémentaires 2D *PASC NO LUMEN* stimulées selon  $Ox$  est représentée en Fig. 8.71, 8.72 et 8.73. Les évolutions correspondantes à la géométrie 2D *PASC LUMEN* en stimulation soit selon l'axe  $Ox$ , soit selon l'axe  $Oy$ , sont illustrées en annexe G respectivement en Fig. G.15, G.16 et G.17, puis en Fig. G.18, G.19 et G.20. Ces 9 figures montrent l'existence d'une *épaisseur critique* à partir de laquelle l'augmentation de l'épaisseur de matériau  $d$  n'influence plus la valeur de  $A(\omega)$ . Les trois figures suivantes illustrent cette évolution pour des fréquences variant de 53 Hz à 20000 Hz et pour des rayons  $R_F$  de fibres pleines 2D *PASC NO LUMEN* variant de 10  $\mu m$  à 500  $\mu m$ . Afin de s'assurer que ces résultats ne sont pas des comportements à la limite des domaines basses et hautes fréquences, les fréquences étudiées sont toutes différentes des *fréquences critiques de transition*  $f_C$  répertoriées dans la Table 8.2 en page 205 de ce chapitre 8 pour la géométrie 2D *PASC NO LUMEN*.

## 8.4 Influence de l'épaisseur de l'échantillon sur l'absorption acoustique

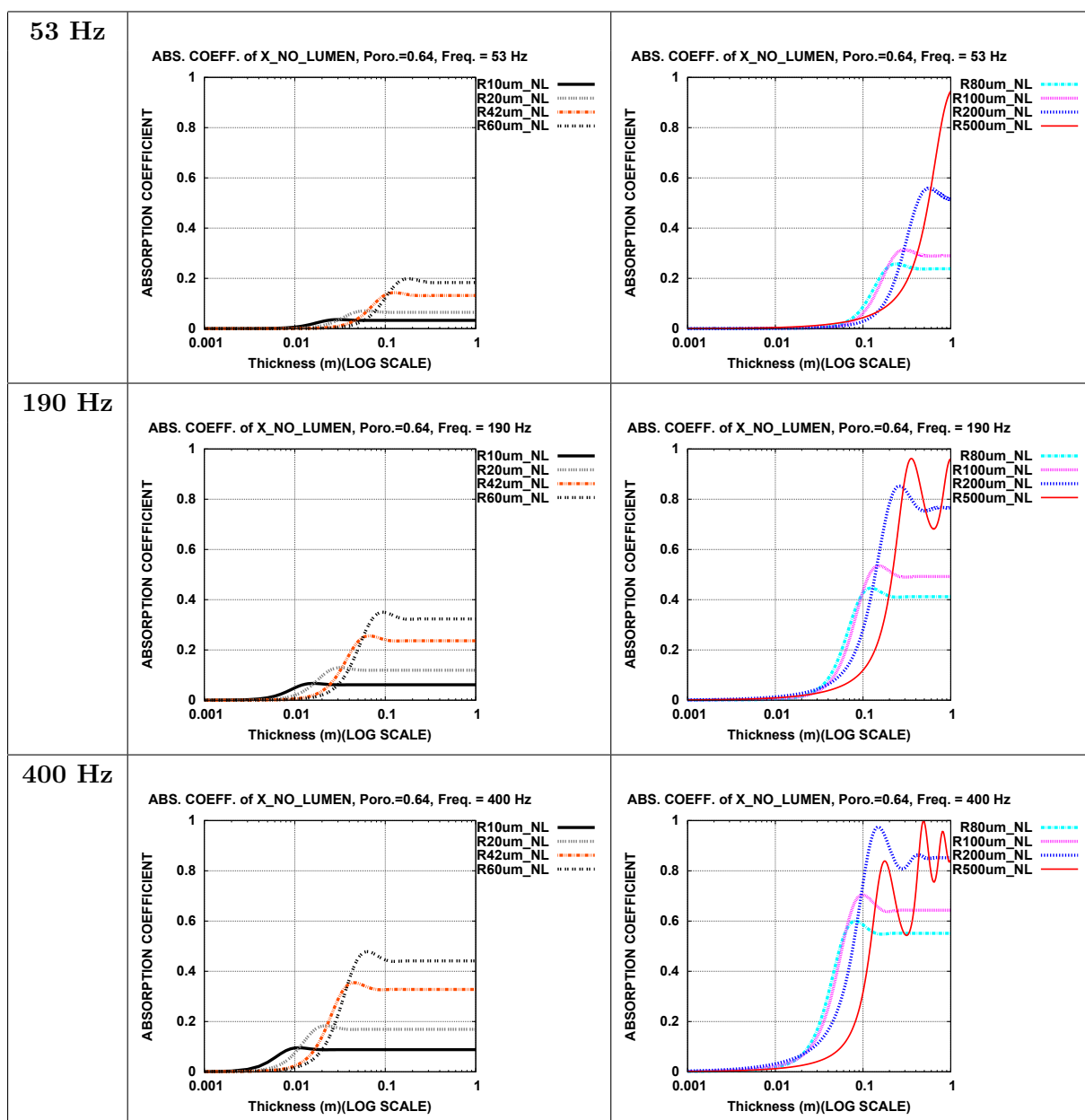


FIGURE 8.71 – À fréquences fixées de 53 Hz à 400 Hz, évolution du coefficient d'absorption acoustique  $A(\omega)$  en fonction de l'épaisseur  $d$  (de 1 mm à 1 m) du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC NO LUMEN* (Fig. 8.2) en stimulation sonore selon l'axe horizontal  $Ox$ , pour différents rayons de fibres  $R_F$ . Échelles logarithmiques pour les épaisseurs  $d$ .

## 8.4 Influence de l'épaisseur de l'échantillon sur l'absorption acoustique

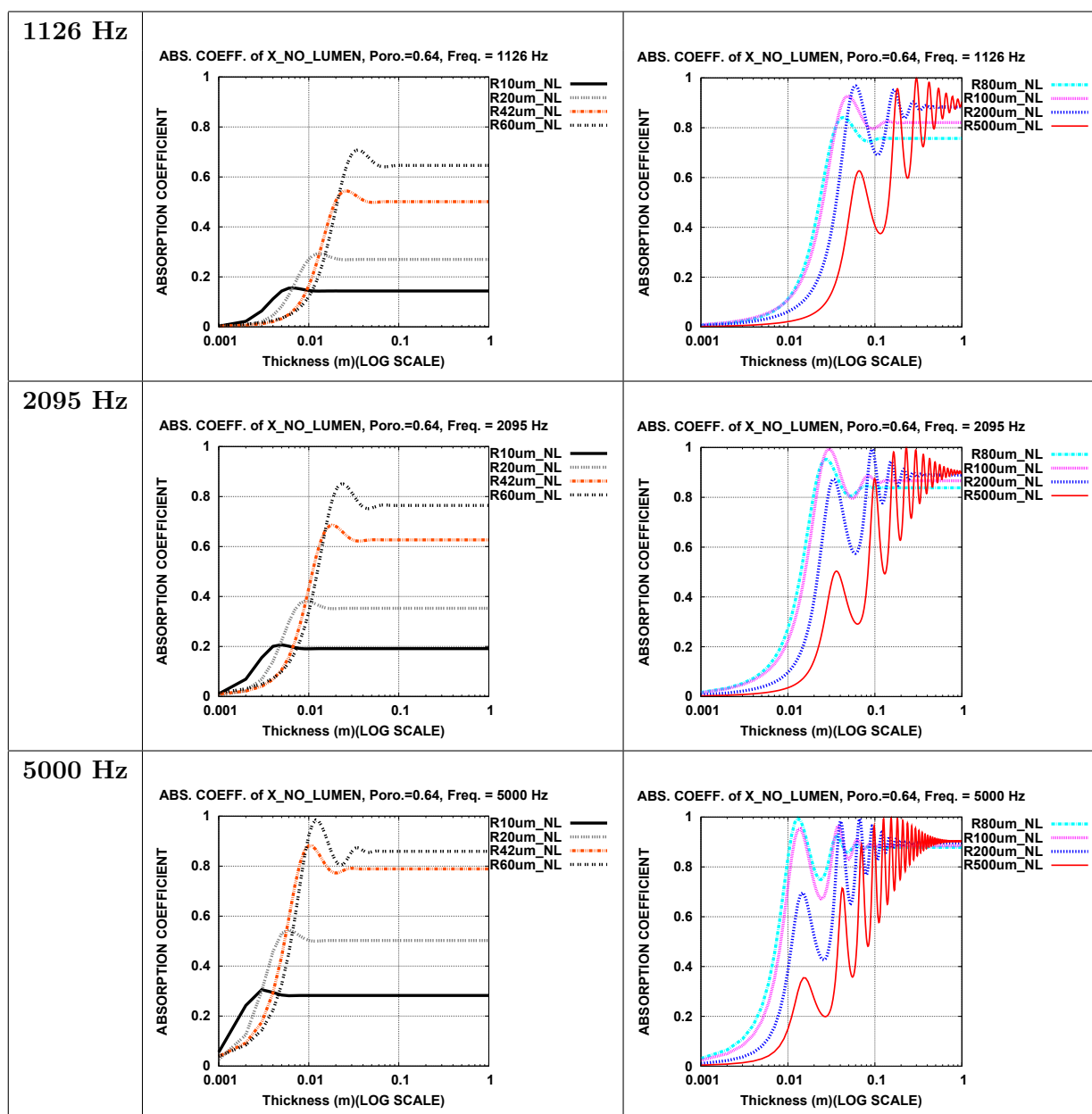


FIGURE 8.72 – À fréquences fixées de 1126 Hz à 5000 Hz, évolution du coefficient d'absorption acoustique  $A(\omega)$  en fonction de l'épaisseur  $d$  (de 1 mm à 1 m) du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC NO LUMEN* (Fig. 8.2) en stimulation sonore selon l'axe horizontal  $Ox$ , pour différents rayons de fibres  $R_F$ . Échelles logarithmiques pour les épaisseurs  $d$ .

## 8.4 Influence de l'épaisseur de l'échantillon sur l'absorption acoustique

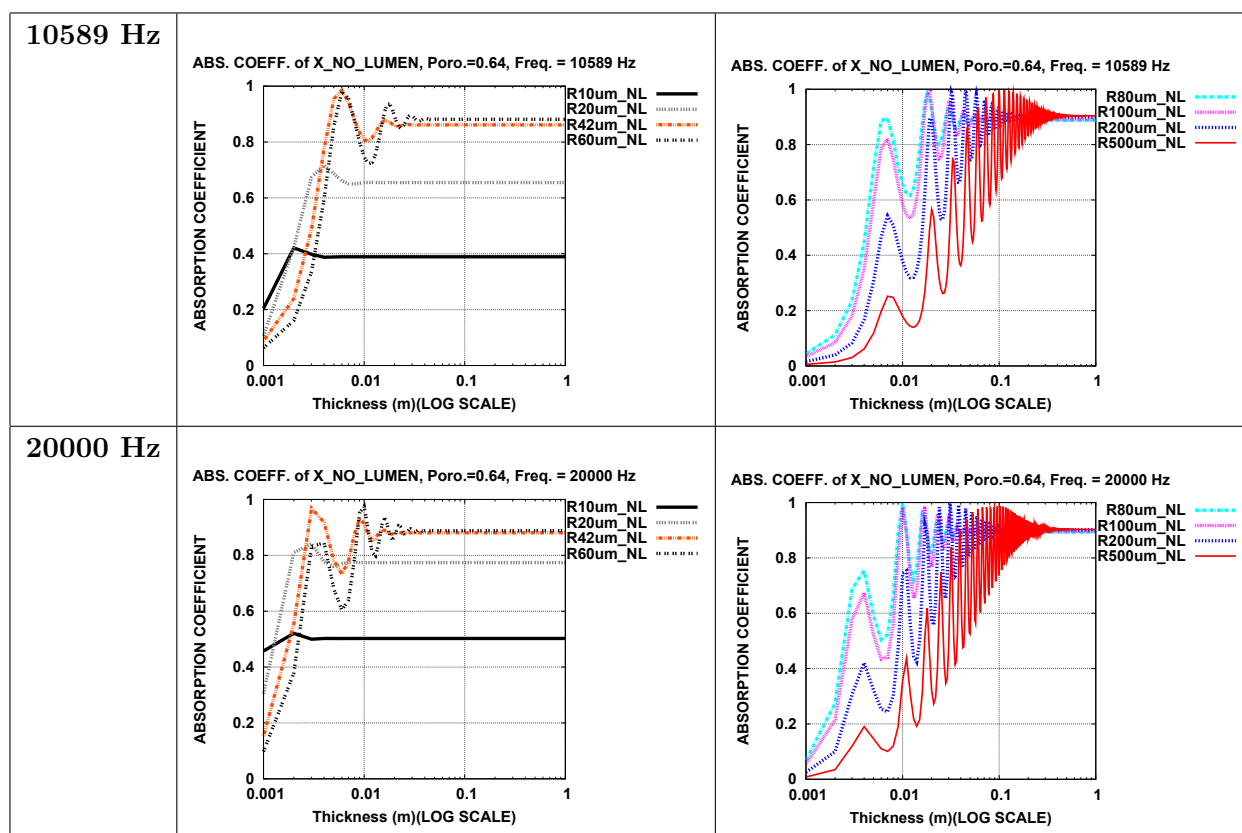


FIGURE 8.73 – À fréquences fixées de 10589 Hz à 20000 Hz, évolution du coefficient d'absorption acoustique  $A(\omega)$  en fonction de l'épaisseur  $d$  (de 1 mm à 1 m) du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC NO LUMEN* (Fig. 8.2) en stimulation sonore selon l'axe horizontal  $Ox$ , pour différents rayons de fibres  $R_F$ . Échelles logarithmiques pour les épaisseurs  $d$ .

Ainsi, ces 9 figures montrent qu'à mesure que l'épaisseur augmente, les coefficients  $A(\omega)$  augmentent et atteignent une asymptote. D'autre part, on peut constater qu'avant d'atteindre ce palier, ils oscillent davantage autour de sa valeur à mesure que  $R_F$  augmente. Par exemple, si l'on se penche sur le cas de la géométrie 2D *PASC NO LUMEN* stimulée selon  $Ox$  par une onde à 400 Hz, la courbe en *bleu foncé* de la Fig. 8.71 montre que pour un rayon de fibres  $R_F = 200 \mu\text{m}$ , l'évolution de  $A(\omega)$  atteint un maximum de 0,97 pour  $d = 14,9 \text{ cm}$  et qu'ensuite, elle décroît vers un minimum local de 0,81 pour  $d = 28 \text{ cm}$ . Par conséquent, un matériau constitué de telles fibres ( $R_F = 200 \mu\text{m}$ ) absorbe mieux l'énergie acoustique pour une épaisseur de  $d = 14,9 \text{ cm}$  que pour  $d = 28 \text{ cm}$ , et absorbe même mieux qu'un matériau infiniment plus épais puisque sa valeur de  $A(\omega)$  dépasse la valeur asymptotique d'environ 0,85. De la même manière sur la même Fig. 8.71 à 400 Hz, pour des rayons de fibres  $R_F = 80 \mu\text{m}$ , l'absorption maximale 0,60 est atteinte pour  $d = 8,2 \text{ cm}$  alors que pour  $d = 21,5 \text{ cm}$ , le palier de 0,55 est atteint.

## 8.4 Influence de l'épaisseur de l'échantillon sur l'absorption acoustique

Si l'on compare graphiquement les Fig. 8.71, 8.72 et 8.73, à la Fig. 8.12 et à la Table 8.15, on peut constater que la longueur d'atténuation  $L_{Att}(\omega)$  (Eq. 8.5) est du même ordre de grandeur que l'épaisseur  $d$  minimale optimale qui maximise le coefficient d'absorption acoustique  $A(\omega)$ . Il en va de même pour la géométrie 2D *PASC LUMEN* de fibres creuses, dont les valeurs de  $L_{Att}(\omega)$  sont illustrées en Fig. 8.25 et 8.36, et répertoriées en annexe G en Tables G.1 et G.2.

Fréquence (Hz)	53	190	400	1126	2095	5000	10589	20000
$R_F = 10 \mu m$	19,2	10,2	7	4,2	3,1	2	1,4	1,1
$R_F = 20 \mu m$	38,4	20,4	14,1	8,5	6,3	4,2	3,1	2,5
$R_F = 42 \mu m$	80,9	43,1	30	18,6	14,4	10,7	9	7,8
$R_F = 60 \mu m$	115,9	62,2	43,9	28,3	22,9	18,4	15,6	13
$R_F = 80 \mu m$	155,2	84,7	60,6	41,2	34,9	28,9	23,5	18,5
$R_F = 100 \mu m$	195,2	107,7	79,1	56,9	49,5	40,3	31,2	24
$R_F = 200 \mu m$	410,2	253,6	209,8	165,8	136,1	95,6	69	51,9
$R_F = 400 \mu m$	981,7	731	597,6	399,7	305,4	206,3	146,1	109,7
$R_F = 500 \mu m$	1367,2	1021,6	795,5	514,7	390,2	261,4	184,7	139,2

TABLE 8.15 – Longueurs d'atténuation  $L_{Att}(\omega)$  (en *mm*) du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC NO LUMEN* (Fig. 8.2) en stimulation sonore selon l'axe horizontal  $Ox$ .

Ces résultats semblent surprenants de prime abord, mais sont cohérents avec le type d'évolutions observées sur la Fig. 2 des travaux de Pfretzschner & Rodríguez (2001). En effet, les courbes des 9 figures de notre étude suivent le même type d'oscillations en fonction de l'épaisseur  $d$  que celles observées dans l'article de Pfretzschner & Rodríguez (2001), qu'ils ont de plus validées par des mesures expérimentales sur échantillons de laines minérales et de laines de verre d'épaisseurs variables. À l'instar de leurs résultats, nous observons une diminution des *épaisseurs critiques* lorsque la fréquence augmente. De plus, à mesure que la fréquence croît, en plus de ce décalage des courbes vers la *gauche* (faibles épaisseurs), nous observons une augmentation des valeurs du coefficient d'absorption (décalage vers le *haut*). Enfin, on peut constater qu'une fois atteintes les épaisseurs critiques de tous les rayons  $R_F$ , il semble s'opérer un ordonnancement hiérarchique croissant entre les différentes valeurs de  $A(\omega)$  qui sont d'autant plus élevées que les rayons de fibres  $R_F$  sont grands, contrairement aux résultats observés précédemment à  $d$  fixée qui montraient que les grosses fibres absorbaient peu. Ces résultats montrent qu'à partir d'une certaine épaisseur, les grosses fibres absorbent mieux l'énergie acoustique, malgré leur surface spécifique  $S_v$  plus faible que les petites fibres. On peut expliquer ce revirement de situation par la prédominance du rôle joué par le chevauchement des *couches limites* sur les petites fibres qui en limite les performances acoustiques. En effet, même si les petites fibres absorbent mieux l'énergie acoustique que les grosses pour de faibles épaisseurs de matériau (par exemple :  $d = 2 \text{ cm}$ ), leurs coefficients  $A(\omega)$  asymptotiques sont plus faibles que ceux des grosses fibres atteints pour de plus grosses épaisseurs. Ces résultats sont cohérents avec

## 8.5 Comparaison des modèles aux mesures sur panneaux de Thermisorel

les valeurs de *fréquences minimales absorbées* qui diminuent à mesure que les rayons de fibres  $R_F$  augmentent, comme le montrent la Fig. 8.41 et la Table 8.1 à la page 199 de ce chapitre 8. Ainsi, à porosité fixée, les grosses fibres absorbent une plus large gamme de fréquences parce qu'elles sont moins sujettes aux chevauchements de couches limites que ne le sont les petites.

En conclusion, la mise en valeur de ces évolutions des performances acoustiques avec l'épaisseur apporte un intérêt majeur d'ordre économique puisqu'il montre qu'un matériau moins épais et donc moins coûteux en matière première peut absorber davantage certaines fréquences qu'un panneau plus épais, voire même surpasser les performances d'un panneau infiniment plus épais pour une fréquence donnée. Par ailleurs, plus une fréquence est élevée, plus son *épaisseur critique* correspondante est faible. De plus, les limitations de performances acoustiques induites par le chevauchement des *couches limites* sont plus influentes sur les performances globales du matériau que ne l'est la *surface spécifique de contact* air-solide, ce qui fait des *couches limites* le cœur du problème d'*optimisation* des performances acoustiques d'un matériau.

## 8.5 Comparaison des modèles aux mesures sur panneaux de Thermisorel

### 8.5.1 Les performances acoustiques du Thermisorel

Les travaux du LAUM pour le projet Silent Wall ont permis de caractériser les performances acoustiques de plusieurs milieux fibreux isolants acoustiques. Parmi eux se trouve le Thermisorel™, le matériau de référence et le fil rouge de notre étude. La Table 8.16 rassemble les paramètres acoustiques de ce matériau, estimés par le LAUM sur des échantillons épais de 4 cm, constitués de deux panneaux contrecollés, chacun d'épaisseur de base égale à 2 cm.

Thermisorel™	LAUM
$\phi$	0,75
$\Lambda$ ( $\mu m$ )	18
$\Lambda'$ ( $\mu m$ )	54
$Sv$ ( $mm^{-1}$ ) (d'après l'Eq. 6.3)	27,78
$\alpha_\infty$	1,15

TABLE 8.16 – Porosité, longueurs caractéristiques, et tortuosité en fréquence infinie du Thermisorel™ d'après des mesures sur panneau de fibres. Source : LAUM.

Les coefficients d'absorption acoustique de deux panneaux de Thermisorel™, d'épaisseur 4 cm chacun, sont illustrés en Fig. 8.74 d'après les mesures du LAUM. Il apparaît que ce matériau fibreux présente de très bonnes propriétés d'absorption acoustique pour les fréquences usuelles comprises entre 64 Hz et 4300 Hz. Les pics d'absorption acoustique à 0,8 observés pour les deux échantillons

1 et 2, respectivement à 2624 Hz et 2280 Hz, sont causés par les vibrations du squelette du *tube de Kundt* utilisé pour l'expérience, et ne sont donc pas caractéristiques du Thermisorel™.

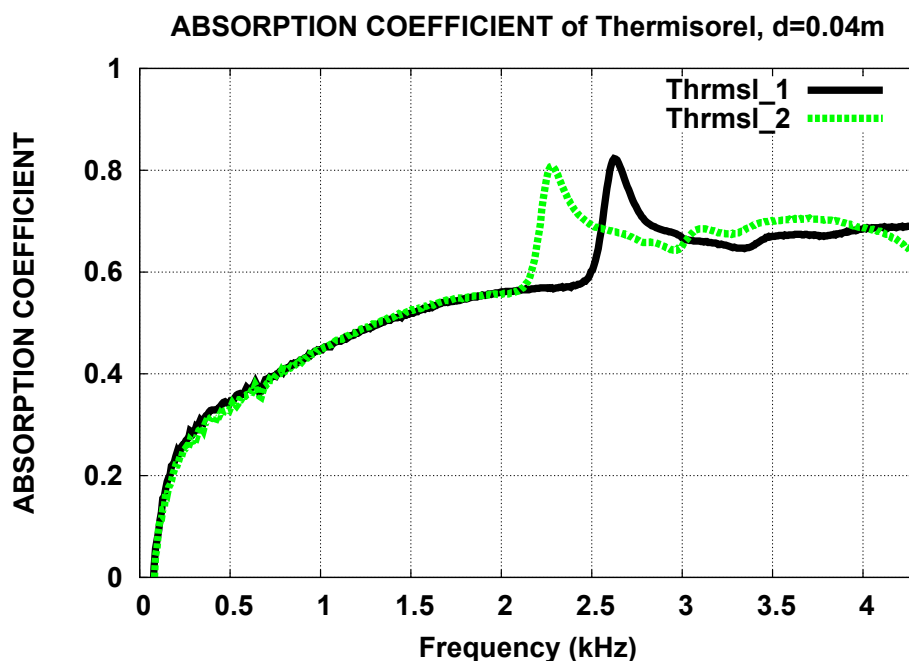


FIGURE 8.74 – Évolution en fonction de la fréquence (de 64 Hz à 4300 Hz) du coefficient d'absorption acoustique  $A(\omega)$  de deux panneaux de Thermisorel™ chacun d'épaisseur  $d = 4 \text{ cm}$  en stimulation sonore selon l'axe de compression  $Oz$ . Source : LAUM.

Les propriétés d'isolation thermique du Thermisorel™ sont également bonnes, comme en témoigne sa conductivité thermique  $\kappa$ , qui est d'environ  $0,050 \text{ W.m}^{-1}.K^{-1}$ . C'est par la *méthode du fil chaud* que cette mesure de  $\kappa$  a été faite par [Lux et al. \(2006a\)](#) pour une autre étude des propriétés d'isolation thermique de matériaux fibreux.

### 8.5.2 Comparaison aux modèles de fibres parallèles

#### 8.5.2.1 Agencements réguliers

Les modèles simplifiés en 2D présentés précédemment ont permis d'étudier séparément les effets des rayons des fibres, des chevauchements de couches limites, et enfin de l'épaisseur du matériau sur le coefficient d'absorption acoustique. Les Fig. 8.75 et 8.76 représentent les performances acoustiques d'agencements *réguliers* de fibres d'épaisseur  $4 \text{ cm}$ , composés respectivement de cellules élémentaires 2D *PACC64*, 2D *PASC NO LUMEN* et 2D *PASC LUMEN* en stimulation selon  $Ox$  et  $Oy$ .

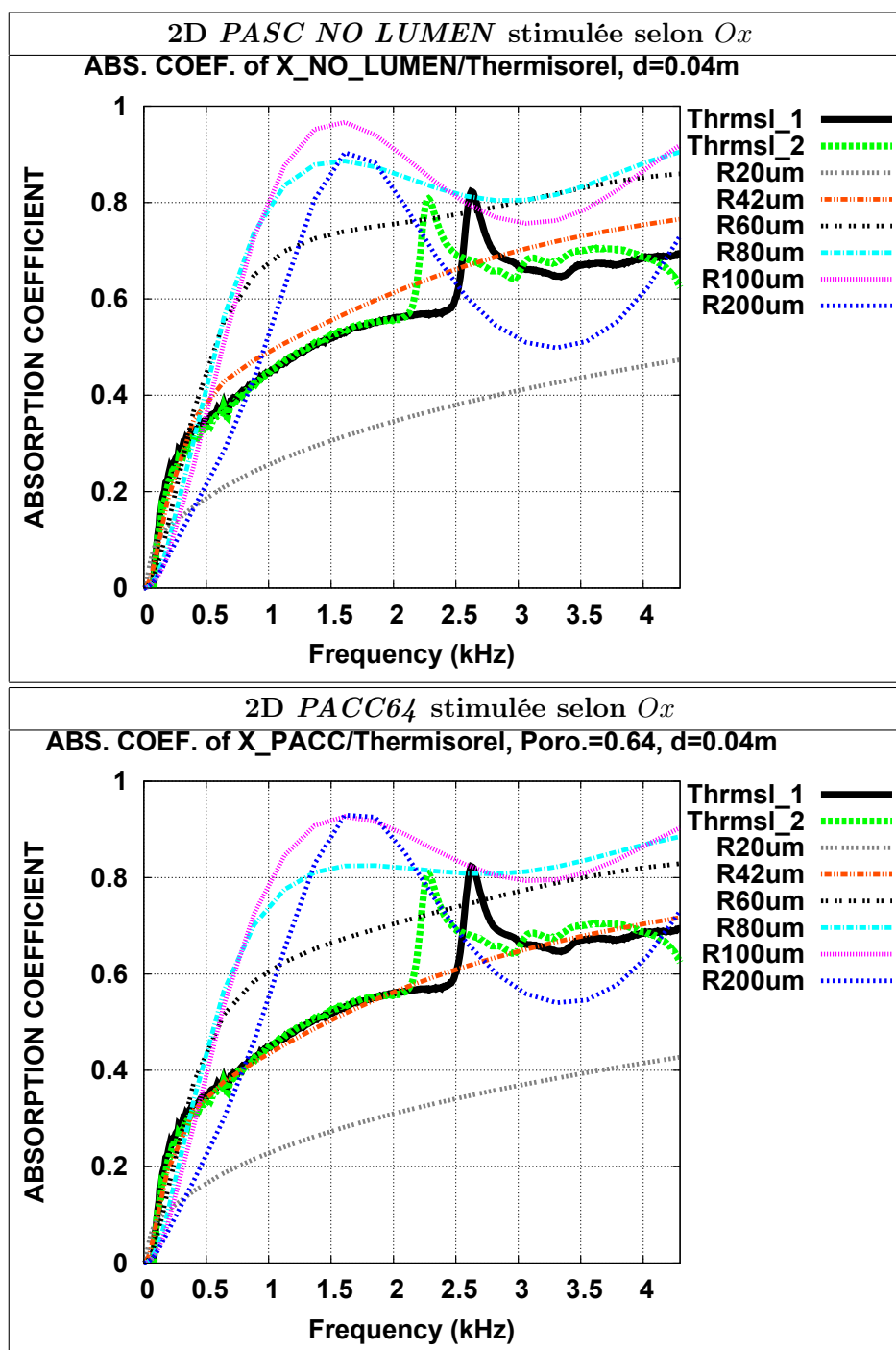


FIGURE 8.75 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 4300 Hz) du coefficient d'absorption acoustique  $A(\omega)$  des milieux homogènes d'épaisseur  $d = 4 \text{ cm}$  constitués de cellules périodiques élémentaires 2D PASC NO LUMEN et 2D PACC64 en stimulation sonore selon l'axe horizontal  $Ox$ . Comparaison aux coefficients d'absorption acoustique de deux échantillons de Thermisorel™ d'épaisseur  $d = 4 \text{ cm}$ .



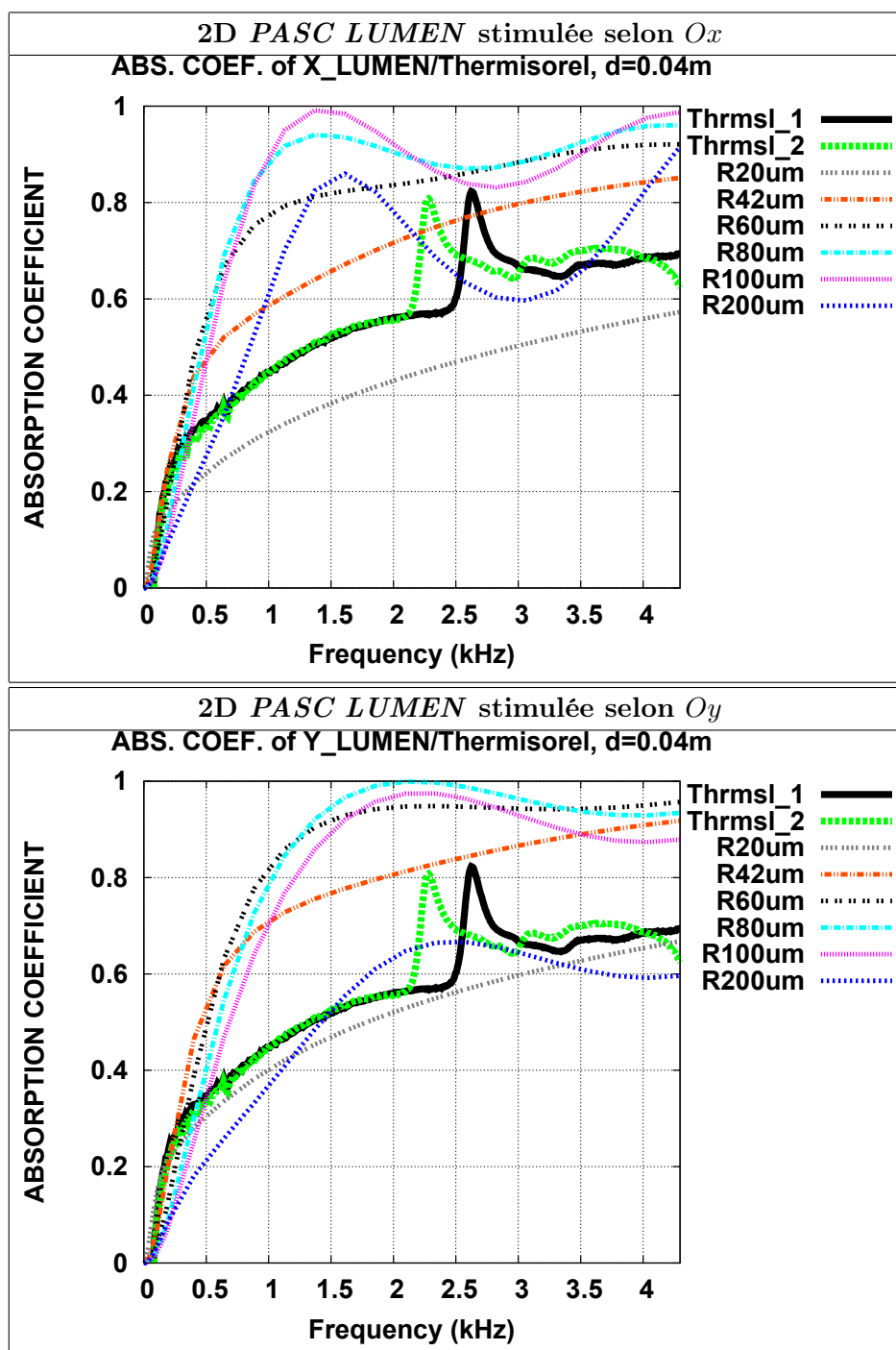


FIGURE 8.76 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 4300 Hz) du coefficient d'absorption acoustique  $A(\omega)$  du milieu homogène d'épaisseur  $d = 4 \text{ cm}$  constitué de cellules périodiques élémentaires 2D PASC LUMEN en stimulation sonore soit selon l'axe horizontal  $O_x$ , soit selon l'axe vertical  $O_y$ . Comparaison aux coefficients d'absorption acoustique de deux échantillons de Thermisorel<sup>TM</sup> d'épaisseur  $d = 4 \text{ cm}$ .

Construit sur le modèle de la géométrie 2D *PACC* décrite en Fig. 7.1 (page 143), l'agencement régulier de cellules élémentaires 2D *PACC64* est constitué de fibres pleines parallèles, de section circulaire et de porosité  $\phi = 0,64$ . Le maillage et les champs de vitesse  $\vec{u}$ , de pression  $p$  et de température  $\tau$  acoustiques de cellules élémentaires 2D *PACC64* sont illustrés en annexe G pour des rayons  $R_F = 42 \mu m$ ,  $100 \mu m$  et  $500 \mu m$ .

La comparaison des performances acoustiques de ces trois agencements réguliers à la Fig. 8.74 montre que les géométries 2D *PACC64* et 2D *PASC NO LUMEN* en stimulation selon  $Ox$  ont des coefficients d'absorption similaires à celui du Thermisorel™ pour un rayon  $R_F = 42 \mu m$  égal par ailleurs au rayon moyen (en volume) de ses fibres. Ce rayon moyen proche de  $42 \mu m$  a été estimé par les granulométries par ouvertures 3D sur les images de microtomographies de Thermisorel™ présentées en Fig. 3.4 et 3.5, et dans les Tables 3.5 et 3.6, en page 33 du chapitre 3. Cette adéquation des coefficients d'absorption est cohérente avec la géométrie des fibres de Thermisorel™ dont la porosité externe est proche de  $\phi_{ext} = 0,64$  (estimée par mesure de densité sur images 3D au chapitre 3).

Au contraire, les performances acoustiques du matériau homogène formé de cellules 2D *PASC LUMEN* a des coefficients d'absorption acoustique peu similaires à ceux du Thermisorel™, malgré la présence du lumen central. Ainsi, il semblerait que les lumens du Thermisorel™ influencent peu ses propriétés d'absorption acoustique et que ses fibres se comportent acoustiquement comme des fibres pleines.

### 8.5.2.2 Agencements aléatoires

Les coefficients d'absorption acoustique moyens de 10 milieux homogènes aléatoires épais de  $4 \text{ cm}$  et composés de cellules élémentaires 2D *PACC RANDOM89* et 2D *PACC RANDOM64*, sont illustrés en Fig. 8.77. Les fibres pleines agencées aléatoirement selon la géométrie 2D *PACC RANDOM89* avec une porosité  $\phi = \phi_{ext} = 0,89$ , ont en moyenne des propriétés acoustiques différentes de celles du Thermisorel™, ce qui peut s'expliquer entre autres par la différence de porosités externes ( $\phi_{ext} \approx 0,64$  pour le Thermisorel™ estimée par traitement d'images 3D). Enfin, les agencements aléatoires 2D *PACC RANDOM64* de fibres pleines parallèles et de sections circulaires, avec leur porosité  $\phi = \phi_{ext} = 0,64$ , ont un coefficient d'absorption acoustique proche de celui du Thermisorel™ pour  $R_F = 42 \mu m$ .

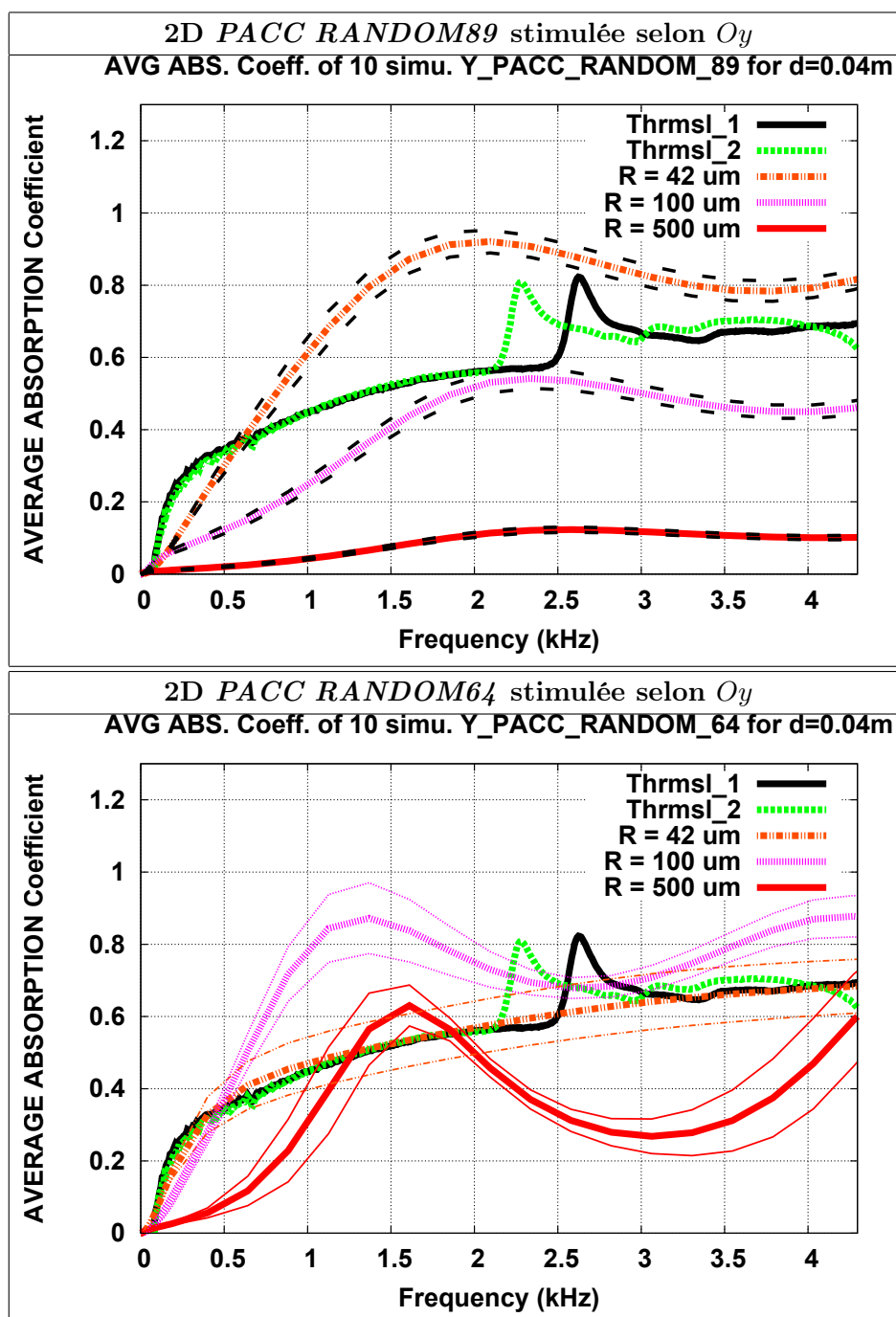


FIGURE 8.77 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 4300 Hz) du coefficient d'absorption acoustique moyen  $A_{MOY}(\omega)$  avec ses intervalles de confiance à 95 % estimés sur 10 milieux homogènes d'épaisseur  $d = 4$  cm constitués de cellules périodiques élémentaires 2D PACC RANDOM89 et 2D PACC RANDOM64 en stimulation sonore selon l'axe vertical  $O_y$ . Comparaison aux coefficients d'absorption acoustique de deux échantillons de Thermisorel™ d'épaisseur  $d = 4$  cm.

## 8.5.2.3 Bilan

Comme le montrent les Fig. 8.78 et 8.79, à défaut de représenter la morphologie exacte du Thermisorel™, les milieux homogènes constitués de fibres pleines 2D *PACC64* et 2D *PACC RANDOM64* stimulées respectivement selon  $Ox$  et  $Oy$  présentent de fortes similitudes avec le milieu réel, comme la porosité externe et le rayon  $R_F = 42 \mu m$  proche du *rayon moyen en volume* des fibres de Thermisorel™. Par conséquent, les phénomènes physiques liés à l'absorption acoustique dans ces deux types de milieux homogènes simulés ouvrent la voie à une meilleure compréhension des mécanismes de dissipation au sein du matériau réel. Parmi ces phénomènes, figure le *chevauchement des couches limites voisines* qui réduit fortement les performances acoustiques du matériau, et dont la Fig. 8.41 permet de mieux estimer l'impact sur l'absorption acoustique de fibres de rayons divers, pour une porosité externe  $\phi_{ext} = 0,64$ , par ailleurs celle du Thermisorel™ qui semble se comporter comme un milieu constitué de fibres pleines.

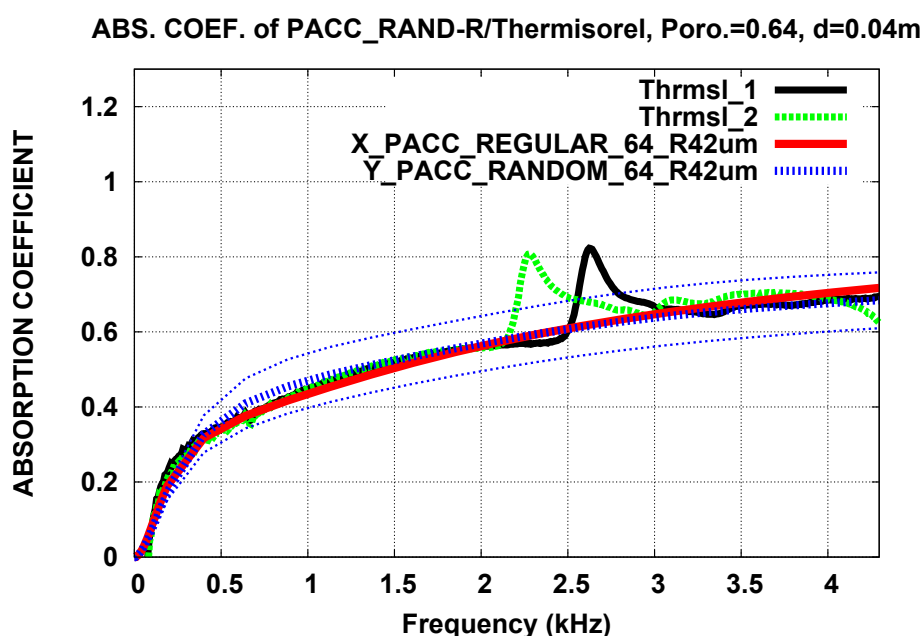


FIGURE 8.78 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 4300 Hz) du coefficient d'absorption acoustique  $A(\omega)$  des milieux homogènes d'épaisseur  $d = 4 \text{ cm}$  constitués de cellules périodiques élémentaires 2D *PACC64* (en rouge) et 2D *PACC RANDOM64* ( $A_{MOY}(\omega)$  avec ses intervalles de confiance à 95 %) (en bleu), de rayon  $R_F = 42 \mu m$ , en stimulation sonore respectivement selon l'axe horizontal  $Ox$  et selon l'axe vertical  $Oy$ . Comparaison aux coefficients d'absorption acoustique de deux échantillons de Thermisorel™ d'épaisseur  $d = 4 \text{ cm}$ .

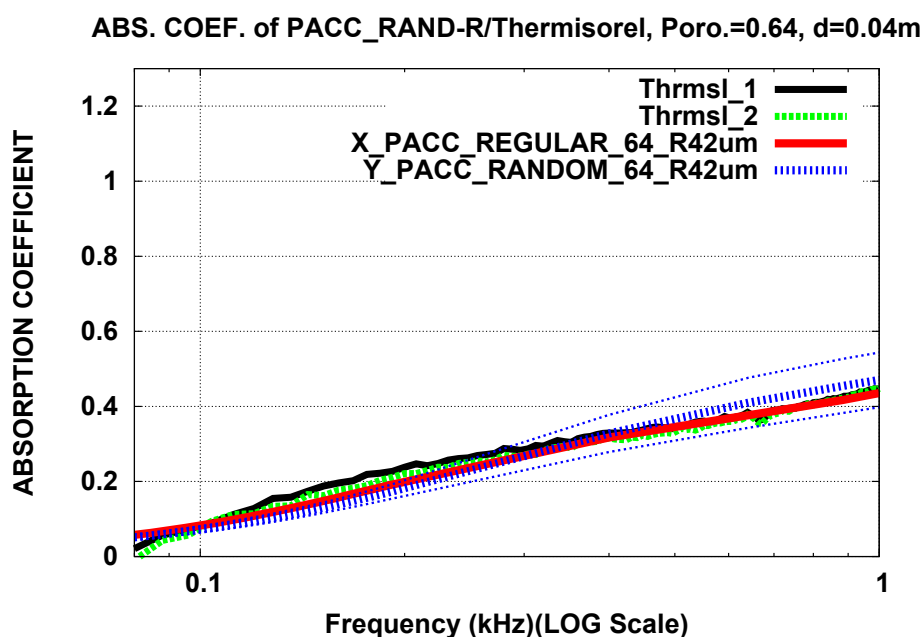


FIGURE 8.79 – Évolution en fonction de la fréquence (de 64 Hz à 1000 Hz en échelle logarithmique) du coefficient d’absorption acoustique  $A(\omega)$  des milieux homogènes d’épaisseur  $d = 4$  cm constitués de cellules périodiques élémentaires 2D  $PACC64$  (en rouge) et 2D  $PACC\ RANDOM64$  ( $A_{MOY}(\omega)$  avec ses intervalles de confiance à 95 %) (en bleu), de rayon  $R_F = 42$   $\mu\text{m}$ , en stimulation sonore respectivement selon l’axe horizontal  $Ox$  et selon l’axe vertical  $Oy$ . Comparaison aux coefficients d’absorption acoustique de deux échantillons de Thermisorel™ d’épaisseur  $d = 4$  cm.

De plus, on peut également noter que malgré les similitudes *morphologiques* partielles entre le Thermisorel™ et le modèle booléen de disques *aléatoires* des géométries 2D  $PACC\ RANDOM64$  (modèle *booléen* de *cylindres pleins*, de *sections circulaires* validé par les simulations 3D de la partie II, même *porosité externe*, même *rayon moyen des fibres*), le coefficient d’absorption d’une épaisseur de 4 cm de matériau homogène constitué de cellules *régulières* 2D  $PACC64$  présente une meilleure adéquation avec les performances acoustiques du Thermisorel™, que les agencements *aléatoires* 2D  $PACC\ RANDOM64$ . De plus, cet excellent calage a lieu sur toute la bande comprise entre 0 Hz et 4300 Hz (Fig. 8.78), même en basses fréquences (Fig. 8.79) et surtout, *sans paramètre ajustable*. Par conséquent, cette configuration *régulière* 2D  $PACC64$  de cylindres pleins, parallèles, de sections circulaires de rayon  $R_F = 42$   $\mu\text{m}$ , et de porosité  $\phi = 0,64$ , peut être considérée comme référence et point de départ dans la démarche d’amélioration des performances en absorption acoustique de panneaux de fibres tel que le Thermisorel™, dont l’épaisseur typique est de 4 cm et ce à la lueur des résultats décrits dans ce chapitre 8.

## 8.6 Limites de la méthode et améliorations

Même si les modélisations acoustiques de cellules élémentaires 2D microscopiques idéalisées ont permis de lier les performances acoustiques des milieux homogènes, aux dimensions des fibres et à l'épaisseur des matériaux, la morphologie de ces milieux idéaux est très différente de celle du matériau réel.

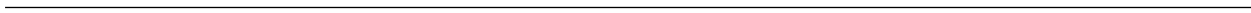
Dans une prochaine étape, l'amélioration de cette méthode consisterait à appliquer le même formalisme de résolution des équations thermo-acoustiques et électriques par éléments finis sur des maillages 3D de matériaux réels obtenus par microtomographies, et de milieux simulés comme ceux présentés au chapitre 5. Une fois les propriétés acoustiques des milieux réels et simulés connues, et sachant que leurs morphologies en 3D sont très proches d'après le chapitre 5, il devient possible de paramétrer la morphologie du matériau simulé en 3D (modèle booléen de cylindres) afin que ses dimensions caractéristiques, ses rayons de fibres et sa surface spécifique réduisent les effets de chevauchement de couches limites et optimisent ses performances en absorption acoustique. Cette approche 3D nécessitant une bonne précision et des maillages 3D suffisamment fins, elle est très gourmande en ressources mémoires informatiques, c'est pourquoi elle n'a pas été abordée dans ce travail de thèse qui a permis néanmoins de réaliser une première étude de l'effet des paramètres microstructuraux sur le comportement acoustique des milieux fibreux.



## Quatrième partie

# Conclusions et perspectives





# Chapitre 9

## Conclusions

### 9.1 Bilan de la thèse

#### 9.1.1 La thèse au sein du projet Silent Wall

C'est au sein du groupe de travail « *Caractérisation du milieu fibreux* » que ce travail de thèse fait partie intégrante du projet Silent Wall, dont la vocation est de concevoir un système isolant acoustique et thermique hétérogène pour le bâtiment. La double paroi composant le dispositif est composée de deux panneaux rigides hétérogènes autour d'une âme centrale, constituée d'un milieu fibreux également hétérogène. Le matériau fibreux de référence choisi pour ce travail de thèse est le Thermisorel™, qui est fabriqué à partir de fibres recyclées de bois de pin maritime par un procédé papetier. En effet, le projet Silent Wall cherche entre autres à valoriser l'utilisation de matières premières naturelles pour des applications d'isolation phonique et thermique dans le bâtiment. Cette thèse a mis l'accent sur l'influence de la morphologie de la microstructure du Thermisorel™ sur ses propriétés acoustiques macroscopiques.

#### 9.1.2 La caractérisation morphologique de milieux fibreux

La première étape a consisté à caractériser la morphologie microstructurale du matériau fibreux à partir d'images 3D réalisées à l'US2B par microtomographie aux rayons X. Des méthodes et des algorithmes de traitement d'images 3D par *morphologie mathématique* ont été utilisés pour ce travail de caractérisation de la morphologie de la microstructure du Thermisorel™. De plus, plusieurs échantillons de ce matériau ont été étudiés à différentes résolutions, de  $15\ \mu\text{m}$  à  $1\ \mu\text{m}/\text{voxel}$ , afin de valider les propriétés morphologiques mises en valeur par traitement d'images 3D. La segmentation des images de Thermisorel™ permet d'identifier deux phases : le réseau fibreux et le réseau poral. La phase fibreuse est constituée de fibres isolées ainsi que de bûchettes, formées d'amas de fibres et de petits copeaux de bois résultant du défilage thermo-mécanique lors de la production du matériau. La phase porale comprend la porosité externe entre les fibres et les bûchettes, ainsi que la porosité interne. Cette dernière est située à l'intérieur des fibres et des bûchettes via les lumens, qui sont

les petits canaux où circulait la sève de l'arbre sur pied. L'observation de ces différentes structures dépend fortement de la résolution des microtomographies.

L'analyse des images 3D de milieu fibreux, par mesure de *covariance*, a mis en valeur l'anisotropie globale des fibres de Thermisorel™, qui sont globalement orientées uniformément dans les plans  $xOy$  perpendiculaires à l'axe  $Oz$  de la compression des panneaux. Les profils de densité de fibres, homogènes dans les 3 directions  $Ox$ ,  $Oy$  et  $Oz$  de l'échantillon, ont montré dans quelle mesure le procédé papetier utilisé pour fabriquer ce matériau ne crée pas de surdensité sur les faces des échantillons. Ensuite, les méthodes de la stéréologie ont été utilisées afin d'estimer la *surface spécifique* de contact entre les fibres et l'air. Les *granulométries par ouvertures 3D*, héritées de la morphologie mathématique, ont permis d'identifier les distributions des rayons de fibres et des pores. Ainsi, il apparaît que la distribution *en volume* des rayons des fibres de Thermisorel™ suit une *loi gamma* dont les paramètres sont déduits de la granulométrie par ouverture réalisée sur le réseau fibreux. La loi gamma est très commode dans ce cas puisqu'il est possible d'en déduire la distribution *en nombre* des rayons de fibres qui est elle aussi une loi gamma. Par ailleurs, les longueurs des fibres ont été estimées par analyse d'images 2D et leur distribution est approchée par une loi exponentielle. La caractérisation de la microstructure du réseau fibreux s'est poursuivie avec l'estimation de la *tortuosité morphologique* des fibres et des pores. L'isotropie des fibres dans les plans  $xOy$  perpendiculaires à l'axe de compression se répercute sur les histogrammes de tortuosité morphologique des fibres et des pores ainsi obtenus qui sont alors identiques dans les directions  $Ox$  et  $Oy$ . De plus, les tortuosités atteintes dans le réseau poral sont inférieures et plus proches de 1 que celles dans les fibres, ce qui montre dans quelle mesure les pores du Thermisorel™ sont très inter-connectés par des chemins directs dans les 3 directions  $Ox$ ,  $Oy$  et  $Oz$  de l'échantillon. Il existe également deux définitions de la *tortuosité acoustique* liées d'une part aux phénomènes de transport dans l'air entre les fibres, et d'autre part à la *couche limite* où ont lieu les dissipations visqueuses et thermiques. L'épaisseur de la couche limite augmentant lorsque la fréquence de l'onde sonore diminue, elle a été modélisée en morphologie mathématique par des érosions du réseau poral, afin de réestimer la tortuosité morphologique et la surface spécifique de ce dernier une fois parcouru par une onde de fréquence donnée. Ainsi, il apparaît que la tortuosité des pores augmente en basses fréquences (couche limite épaisse) et diminue en hautes fréquences (couche limite très fine). Inversement, la surface spécifique des pores diminue en basses fréquences et augmente en hautes fréquences à mesure que l'épaisseur de couche limite diminue. En fréquences infinies, ces deux paramètres tendent asymptotiquement vers les propriétés morphologiques des pores non-érodés par la couche limite. Enfin, ces mesures morphologiques par analyse d'images 2D et 3D ont permis d'identifier les caractéristiques microstructurales des agencements de fibres de Thermisorel™, ce qui s'est avéré très utile pour l'étape suivante de modélisation morphologique de tels matériaux.

### 9.1.3 La modélisation morphologique de milieux fibreux

Après avoir caractérisé la morphologie de la microstructure du Thermisorel™, le travail de thèse s'est porté sur la modélisation de cette dernière à l'aide de modèles théoriques de milieux aléatoires. Un *modèle booléen* de cylindres rectilignes aléatoires en 3D a été choisi après validation préliminaire de cette hypothèse par comparaison de la covariance des fibres avec son expression théorique. Une fois

l'hypothèse globale validée, le modèle a été affiné. Ainsi, la distribution en nombre des fibres identifiée précédemment étant une loi gamma, elle a été réutilisée pour simuler les rayons des cylindres. De même la loi exponentielle identifiée sur les images 2D est choisie pour simuler les longueurs des fibres. De plus, les fibres étant uniformément orientées dans les plans  $xOy$  perpendiculaires à l'axe de compression, les orientations des cylindres aléatoires suivent une loi uniforme entre  $0$  et  $2\pi$  dans ces plans. Deux hypothèses ont alors été testées au sujet des orientations : la première ne modélise que des cylindres dans les plans  $xOy$ , la seconde prend en compte un *paramètre d'anisotropie* ajoutant une seconde distribution des orientations des cylindres par rapport à ces plans  $xOy$  en 3D. Ainsi, le modèle final proposé dans ce travail de thèse pour modéliser la morphologie d'un matériau fibreux comme le Thermisorel™ est un *modèle booléen de cylindres aléatoires à 6 paramètres*. Ces derniers sont la *résolution de l'image de sortie*, la *porosité*  $q$ , les paramètres  $\alpha$  et  $b$  de la loi gamma, la longueur moyenne  $E[L]$  pour la loi exponentielle, et enfin le *paramètre d'anisotropie*  $\beta$ .

Une fois le modèle morphologique de milieu fibreux aléatoire établi, des simulations ont été générées en 3D, sur lesquelles ont été réalisées toutes les mesures morphologiques par analyse d'images faites précédemment sur les microtomographies du matériau réel. La comparaison de ces mesures par morphologie mathématique a validé le modèle général retenu dans la mesure où la plupart des caractéristiques des milieux simulés concordent avec celles du Thermisorel™ réel, à l'exception de la tortuosité morphologique des fibres et des pores dans la direction  $Oz$  de l'axe de compression. Ce dernier paramètre est le seul pour lequel apparaissent quelques divergences entre milieux réel et simulés, qui s'amenuisent alors en modifiant le paramètre d'anisotropie  $\beta$ . En dehors de ces divergences sur la tortuosité morphologique selon  $Oz$ , le modèle morphologique booléen de cylindres rectilignes aléatoires est valide en dépit de l'approximation faite sur la forme des fibres par des cylindres rectilignes et sur leurs orientations.

L'intérêt majeur de la modélisation morphologique de matériaux fibreux en 3D est de pouvoir générer à volonté des milieux aléatoires entièrement définis par leurs 6 paramètres afin d'en contrôler la géométrie. Dans la mesure où le projet Silent Wall cherche à lier microstructure et propriétés acoustiques, la modélisation morphologique est un bon moyen pour influencer ces propriétés acoustiques en modifiant la géométrie des milieux aléatoires par le biais de ces paramètres. Cette modélisation de matériaux virtuels permet donc d'envisager la microstructure de milieux fibreux optimaux pour l'absorption acoustique, et donc de mettre en œuvre les méthodes de production de tels matériaux. Cependant, il reste encore à identifier les interactions entre microstructure et propriétés acoustiques.

#### 9.1.4 La modélisation acoustique de milieux fibreux

Une fois notre modèle morphologique de cylindres aléatoires proposé et validé, l'étape suivante a consisté à modéliser les effets de dissipation acoustique à l'échelle de la microstructure du matériau fibreux. Les équations physiques caractéristiques de ces phénomènes sont celles de la *thermo-acoustique*, qui permettent d'estimer trois variables : la *vitesse*, la *pression* et la *température acoustiques* du fluide (l'air). À partir de ces trois variables définies à l'échelle microstructurale d'une cellule élémentaire, nous avons employé les méthodes d'*homogénéisation des structures périodiques* afin de déterminer les propriétés acoustiques du milieu homogène équivalent constitué de

telles cellules. En effet, notre modélisation considère un matériau poreux comme un milieu homogène équivalent avec une structure rigide. De plus, notre approche ne s'est pas orientée vers les modèles semi-phénoménologiques proposés par Johnson *et al.* (1987), Champoux & Allard (1991), Allard (1993), Pride *et al.* (1993) et Lafarge (1993) entre 1987 et 1993. Ces modèles déterminent les paramètres acoustiques à partir de fonctions d'interpolations définies à l'aide des valeurs asymptotiques en basses et hautes fréquences de paramètres tels que la tortuosité acoustique, ou encore la perméabilité visqueuse statique. Au contraire, notre travail a consisté à modéliser, pour plusieurs fréquences, le comportement thermo-acoustique de cellules élémentaires microscopiques à l'aide de la méthode de résolution par *éléments finis* dans le logiciel Comsol Multiphysics™.

Afin de mieux comprendre les interactions entre la microstructure, ses dimensions et ses propriétés d'absorption acoustique, les cellules élémentaires modélisées sont des géométries régulières simples, de cylindres de sections carrées ou circulaires, pleines ou creuses, rectilignes et parallèles en 3D. De plus, leur agencement parallèle nous a permis de réduire notre étude à leurs sections 2D transverses. Deux types de fibres ont été modélisées : les fibres pleines à 64 % de porosité (externe), puis les fibres creusées d'un lumen représentant 25 % de porosité interne soit une porosité totale de 89 %. Ces valeurs proviennent de mesures faites sur des images 3D et sur des panneaux de Thermisorel™. De plus, les paramètres acoustiques dynamiques complexes (perméabilités visqueuses et thermiques, tortuosité visqueuse, module de compressibilité, coefficient d'absorption acoustique,...) de ces cellules élémentaires ont été estimés pour différents rayons de fibres  $R_F$ , à porosité constante. Ainsi, la tendance globale observable sur tous ces paramètres est un accroissement de la *fréquence limite de transition* lorsque  $R_F$  diminue, ce qui se manifeste par un décalage des différentes courbes vers les hautes fréquences.

On peut remarquer ensuite, qu'à épaisseur d'échantillon fixée, le coefficient d'absorption acoustique  $A(\omega)$  augmente avec la fréquence de l'onde sonore. De plus, le coefficient  $A(\omega)$  de nos géométries (à 64 % de porosité externe) augmente également lorsque la taille des fibres diminue, pour des rayons variant de  $500 \mu\text{m}$  à  $80 \mu\text{m}$ , ce qui s'explique par l'accroissement de la surface spécifique  $S_v$  de contact air-fibres lorsque  $R_F$  décroît. En revanche, au delà de  $80 \mu\text{m}$ , le coefficient d'absorption diminue avec le rayon après avoir atteint son maximum pour  $R_F = 80 \mu\text{m}$ . Ce phénomène s'explique par les interactions des couches limites visqueuses des cellules voisines qui se recouvrent pour les faibles valeurs de  $R_F$ , même en hautes fréquences. Ce chevauchement des couches limites réduit ainsi la surface spécifique  $S_v$  d'échange d'énergie acoustique effective, de sorte que le coefficient d'absorption acoustique s'en trouve limité pour les rayons plus petits que  $80 \mu\text{m}$ , dans le cas de nos fibres modélisées. Enfin, l'effet de l'épaisseur  $d$  du matériau sur son coefficient  $A(\omega)$  a également été étudié. Ainsi, à fréquence fixée, il apparaît logiquement que le coefficient d'absorption acoustique augmente globalement lorsque l'épaisseur  $d$  augmente, et ce pour tous les rayons de fibres étudiés. Cependant, pour chaque valeur de  $R_F$ , il existe une épaisseur d'échantillon critique telle que  $A(\omega)$  atteint son asymptote et n'augmente plus de façon significative. Définir pour chaque rayon de fibres l'épaisseur critique est intéressant du point de vue économique puisqu'il devient ainsi possible de réduire les dimensions des panneaux de fibres finaux si leurs propriétés acoustiques optimales sont déjà atteintes. Lorsque la fréquence de l'onde sonore augmente, deux tendances sont observables : d'une part l'épaisseur critique diminue, d'autre part le coefficient  $A(\omega)$  augmente. Ainsi, les matériaux les moins épais absorbent bien les hautes fréquences. Enfin, la dernière tendance observable est

le réordonnement des performances acoustiques lorsque l'épaisseur augmente. En effet, en dépit de l'augmentation de la surface spécifique lorsque les rayons de fibres diminuent, les petites fibres absorbent moins bien que les plus grosses lorsque le matériau est de plus en plus épais. Ce phénomène peut s'expliquer à nouveau par les effets limitatifs des chevauchements des couches limites visqueuses voisines, auxquels les grosses fibres sont moins sensibles que les petites.

Un autre type d'agencement de fibres pleines a été étudié. Il consiste en des schémas booléens de cylindres aléatoires pleins, rectilignes, parallèles et de sections circulaires, de porosité (externe) égale à 89 % ou 64 %. Dix simulations ont été générées et modélisées dans Comsol Multiphysics™ pour chacune des deux valeurs de porosité, afin d'en déterminer les performances acoustiques pour trois rayons de fibres  $R_F = 42 \mu m$ ,  $100 \mu m$  et  $500 \mu m$ . Pour une forte porosité de 89 %, il apparaît que, même pour 5 à 6 fibres pleines représentées dans les cellules élémentaires périodiques, les 10 réalisations ont des coefficients d'absorption acoustique très proches à épaisseur  $d$  fixée ( $d = 2 cm$ ,  $d = 4 cm$  et  $d = 10 cm$ ), pour les fréquences étudiées variant de 0 Hz à 5000 Hz, et ce pour les trois rayons considérés. De plus, les *intervalles de confiance* à 95 % d'estimation des coefficients d'absorption moyen  $A_{MOY}$  sont étroits et ne se chevauchent pas, d'une valeur de rayon de fibres à l'autre, ce qui confirme d'une part la grande reproductibilité de ces simulations, et le fait que le *volume élémentaire représentatif* de ce type de géométries aléatoires a été atteint pour nos cellules élémentaires. Par conséquent, les performances acoustiques moyennes de ces milieux aléatoires de porosité 89 % sont indépendantes de la direction de la stimulation sonore, du moment qu'elle est perpendiculaire à l'axe des fibres cylindriques. En revanche, l'absorption acoustique moyenne des agencements de porosité 64 % est plus sensible à la direction de stimulation sonore, conséquence de l'augmentation du *volume élémentaire représentatif* de ces configurations, que nos cellules élémentaires et leur cinquantaine de cylindres aléatoires, n'atteignent que pour les faibles et moyens rayons de fibres ( $R_F = 42 \mu m$  et  $R_F = 100 \mu m$ ).

Enfin, la comparaison des performances acoustiques du Thermisorel™ à celles de ces différents modèles de fibres parallèles a permis de valider l'approche suivie et de distinguer un modèle de fibres en particulier. En effet, pour toutes les fréquences étudiées entre 0 Hz et 5000 Hz, et pour une même épaisseur ( $d = 4 cm$ ), le coefficient d'absorption acoustique d'*agencements réguliers de fibres pleines, rectilignes, parallèles et de sections circulaires de rayon 42  $\mu m$* , est confondu avec celui du matériau réel, et ce, sans paramètre ajustable. Ainsi, ce modèle de fibres pleines, dont le rayon est égal au rayon moyen en volume des fibres de Thermisorel™, présente un excellent accord avec les mesures réalisées en laboratoire d'acoustique sur des panneaux à l'échelle macroscopique. Par conséquent, ce type de cellules élémentaires périodiques peut directement être utilisé, sans ajustement nécessaire, pour représenter le comportement acoustique du Thermisorel™, et ainsi améliorer les performances acoustiques de ce type de matériaux fibreux en modifiant les propriétés morphologiques de ces géométries simplifiées. De plus, ces résultats ouvrent la voie à la modélisation des propriétés acoustiques de *systèmes multi-couches*, composés de milieux fibreux présentant différentes propriétés morphologiques (porosité, rayon moyen des fibres,...), dont chaque couche de matériau peut être modélisée par un type de cellules élémentaires périodiques homogénéisées.

## 9.2 Perspectives

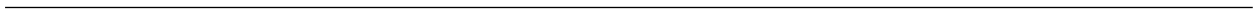
Les fibres modélisées en thermo-acoustique sont toutes parallèles et de même rayon. On peut donc poursuivre ce travail de caractérisation acoustique par une modélisation de cellules élémentaires périodiques composées de fibres de différentes tailles afin d'estimer les interactions entre les différentes échelles de fibres. De plus, on peut également imaginer des cellules élémentaires composées de fibres cylindriques parallèles en 3D, et dont les rayons suivent une distribution gamma comme celles du Thermisorel™. Cependant, malgré leur rayon unique de  $42 \mu m$ , et leur agencement régulier simple, les fibres cylindriques pleines et parallèles en 3D peuvent d'ores et déjà servir de modèle de référence pour améliorer les performances acoustiques de matériaux fibreux tels que le Thermisorel™, puisque leur coefficient d'absorption présente une excellente adéquation avec le matériau réel pour une épaisseur typique de panneaux de fibres ( $d = 4 \text{ cm}$ ).

Une fois identifiées certaines interactions entre tailles des fibres et performances acoustiques notamment par le biais de la surface spécifique de contact et surtout de la couche limite visqueuse, ce travail de thèse peut servir de base à des modélisations ultérieures des performances acoustiques de milieux aléatoires en 3D tels que ceux générés par modèle booléen de cylindres aléatoires afin de caractériser comment l'agencement microstructural des fibres en 3D influe sur l'absorption acoustique du panneau macroscopique. On peut en effet envisager une étude similaire par éléments finis sur des maillages 3D de matériaux réels et de milieux simulés afin d'en comparer les performances acoustiques à celles mesurées sur des panneaux de fibres réels. Cette étude en 3D sera toutefois plus gourmande en ressources de calcul que ne l'ont été les modélisations réalisées dans le cadre de cette thèse. Une fois ces performances acoustiques connues pour des matériaux en 3D, il deviendrait alors possible d'établir des relations entre structure 3D microscopique et absorption acoustique macroscopique, en faisant varier les paramètres du modèle morphologique précédemment établi. À terme, ces résultats et ces futurs axes de recherche ouvrent la voie à la conception de matériaux fibreux isolants acoustiques aux performances améliorées par optimisation des performances à l'échelle microstructurale en 3D.

## Cinquième partie

# Annexes





# Annexe A

## Le filtre bilatéral

Le principe général du filtre bilatéral consiste à remplacer chaque voxel par la moyenne pondérée dans son voisinage spatial. La fenêtre de pondération se décompose en une fenêtre spatiale et une fenêtre dans le domaine des niveaux de gris. Typiquement, la fenêtre de pondération décroît dans les domaines spatial et chromatique à mesure qu'on s'éloigne (spatialement et chromatiquement) du voxel courant.

En reprenant la définition du filtre bilatéral donnée par Paris & Durand (2006), on obtient l'Eq. A.1 et la normalisation dans l'Eq. A.2, avec  $p$  le voxel courant à filtrer,  $q$  un voisin de  $p$  situé dans le domaine spatial  $S$ . On note également  $\sigma_S$  le rayon de la fenêtre de voisinage spatial  $A_{\sigma_S}$  et  $\sigma_{NdG}$  celui de la fenêtre chromatique  $B_{\sigma_{NdG}}$ . Ainsi, il apparaît que la *fenêtre spatiale* est de la même dimension que celle de l'image à filtrer (de *dimension 3* dans notre cas), alors que la *fenêtre chromatique* reste toujours de *dimension 1* dans la direction orthogonale au gradient des niveaux de gris de l'image. Concrètement, le noyau chromatique  $B_{\sigma_{NdG}}$  filtre uniquement les niveaux de gris dans le voisinage du voxel courant  $p$ , défini par le noyau spatial  $A_{\sigma_S}$  (Fig. A.1(a)), c'est-à-dire qu'il atténue les niveaux de gris des voisins  $q$  de  $p$  dont l'intensité est contenue dans la fenêtre  $B_{\sigma_{NdG}}$  centrée en celle de  $p$  (Fig. A.1(b)). Par conséquent, le filtre s'oriente localement parallèlement aux contours des objets.

$$I_p^{FB} = \frac{1}{W_p^{FB}} \sum_{q \in S} A_{\sigma_S}(\|p - q\|) \cdot B_{\sigma_{NdG}}(|I_p - I_q|) \cdot I_q \quad (\text{A.1})$$

$$W_p^{FB} = \sum_{q \in S} A_{\sigma_S}(\|p - q\|) \cdot B_{\sigma_{NdG}}(|I_p - I_q|) \quad (\text{A.2})$$

Les fenêtres de filtrage, encore appelées *noyaux* du filtre bilatéral,  $A$  et  $B$  peuvent prendre différentes formes. Dans notre étude, les fenêtres  $A$  et  $B$  sont de la même forme à la dimension de la variable  $x$  et au facteur  $\sigma$  près. Ainsi, l'Eq. A.3 décrit un noyau gaussien  $G_\sigma$ , alors que l'Eq. A.4 exprime un noyau à support fini suivant la *fonction de Tukey* (Black et al. (1998) et Durand &

Dorsey (2002)). La fenêtre de Tukey  $T_\sigma$  a l'avantage de filtrer les contours de manière plus nette, grâce à sa transition franche et à son support fini, de plus, elle est plus robuste au bruit (Black *et al.* (1998), Durand & Dorsey (2002) et Moreaud *et al.* (2009)).

$$G_\sigma(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad (\text{A.3})$$

$$T_\sigma(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left[ 1 - \left( \frac{x}{\sigma} \right)^2 \right]^2 ; & \text{si } |x| \leq \sigma \\ 0 ; & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

Dans la Fig. A.1 le noyau du filtre bilatéral (Fig. A.1(c)) correspond à la multiplication de la composante spatiale  $G_{\sigma_S}$ , gaussienne en 2D sur la Fig. A.1(a), et de la composante chromatique  $G_{\sigma_{NdG}}$  également gaussienne, en 1D, sur la Fig. A.1(b).

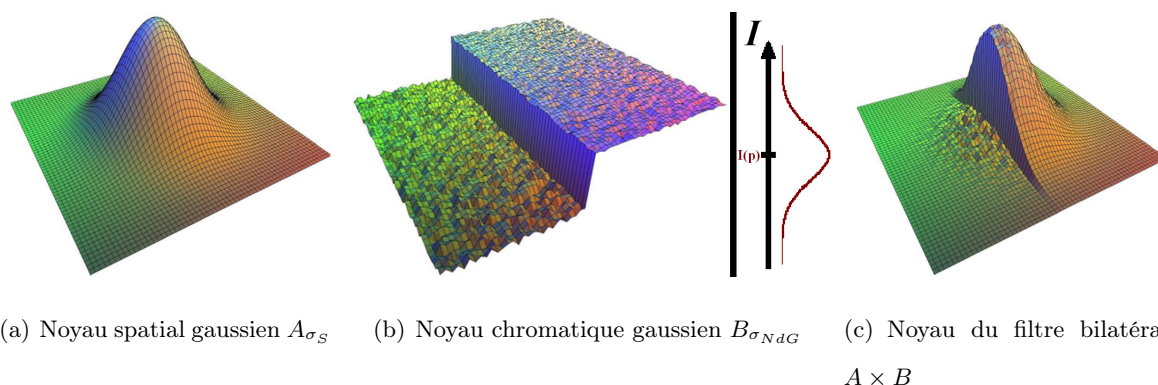
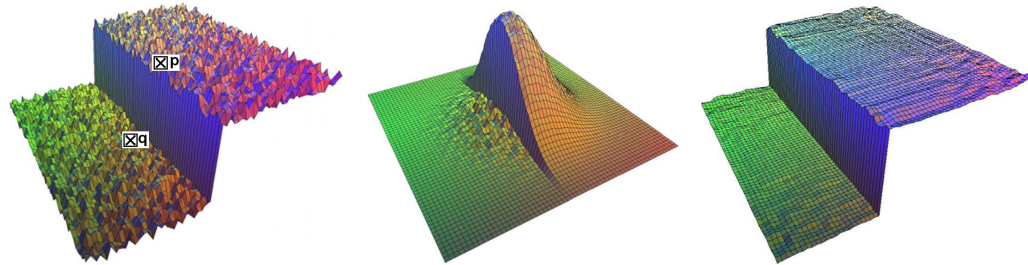


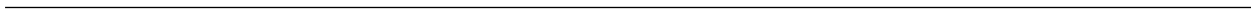
FIGURE A.1 – Décomposition du filtre bilatéral autour de  $p$  en ses deux noyaux. Source : Durand & Dorsey (2002).

Ainsi, si l'on filtre une image 2D par un filtre bilatéral ayant le même noyau présenté en Fig. A.1, on obtient la Fig. A.2 qui décrit comment localement le filtre bilatéral débruite l'image.



(a) Image originale (voisinage local de  $p$ ) (b) Noyau du filtre bilatéral  $A \times B$  (voisinage local de  $p$ ) (c) Image filtrée (voisinage local de  $p$ )

FIGURE A.2 – Filtrage bilatéral centré en  $p$  des pixels  $q$  situés dans son voisinage pour  $A$  et  $B$  gaussiens. Source : [Durand & Dorsey \(2002\)](#).



## Annexe B

# Une implémentation du Fast Marching

Le Fast Marching cherche à résoudre l'équation Eikonale (Eq. B.1), avec  $T(p)$ , le temps d'arrivée du front de propagation au point  $p$ , parti du marqueur  $p_0$  ( $T(p_0) = 0$ ), et  $f$ , la fonction coût relative à la vitesse de propagation. Pour ce faire, il existe une méthode, décrite par Sethian (1996) et utilisée par Petres *et al.* (2005), qui ramène le problème à la résolution de l'Eq. B.2 du second ordre, avec l'inconnue  $t$  le temps d'arrivée, en considérant que le front de propagation s'éloigne de la source sans retour en arrière sur les voxels déjà atteints. On retrouve la fonction de coût  $f_{i,j,k}$  au point de coordonnées  $(i, j, k)$ .

$$\|\nabla T\| = f \tag{B.1}$$

$$\begin{aligned} & (\max \{[t - T_{i-1,j,k}], [t - T_{i+1,j,k}], 0\})^2 + \\ & (\max \{[t - T_{i,j-1,k}], [t - T_{i,j+1,k}], 0\})^2 + \\ & (\max \{[t - T_{i,j,k-1}], [t - T_{i,j,k+1}], 0\})^2 = f_{i,j,k}^2 \end{aligned} \tag{B.2}$$

Si l'on considère dans notre cas que le temps d'arrivée  $t$ , est toujours positif ou nul, alors, on peut réécrire l'Eq. B.2 en l'Eq. B.3.

$$\begin{aligned} & (t - \min \{T_{i-1,j,k}, T_{i+1,j,k}\})^2 + \\ & (t - \min \{T_{i,j-1,k}, T_{i,j+1,k}\})^2 + \\ & (t - \min \{T_{i,j,k-1}, T_{i,j,k+1}\})^2 = f_{i,j,k}^2 \end{aligned} \tag{B.3}$$

Les algorithmes 1 et 2 reprennent en pseudo code notre implémentation du Fast Marching. En entrées, le programme prend deux images : *ImMark*, l'image des marqueurs de départ, à partir desquels la propagation commence, puis l'image *ImVitesse* qui, à chacun de ses voxels  $v$ , associe une valeur de vitesse de propagation  $Vitesse[v]$  correspondant au nombre de voxels parcourus à chaque itération. Par extension, on peut en déduire la valeur de coût  $f[v]$  au point  $v$ , en utilisant l'Eq. B.4,

---

avec  $VAL\_MAX$ , la valeur maximale possible de l'image  $ImVitesse$ , par exemple  $VAL\_MAX = 255$  pour une image codée sur 8 bits, ou encore  $VAL\_MAX = 65535$  pour une image codée sur 16 bits.

$$Vitesse[v] = \left(1 - \frac{ImVitesse[v]}{VAL\_MAX}\right) = \frac{1}{f[v]} \quad (\text{B.4})$$

En posant l'Eq. B.4, on fait l'hypothèse qu'on ne peut pas aller plus vite qu'à 1 voxel/itération, ce qui correspond à une fonction de coût  $f[v] = 1$ . Par extrapolation, si  $ImVitesse[v] = VAL\_MAX$ , alors  $f[v] = +\infty$ , et alors le front ne se propage pas en  $v$ . En pratique, tous les voxels du masque géodésique, c'est-à-dire de l'objet à l'intérieur duquel le front se propage ont une valeur  $ImVitesse[v] = 0$ , alors que les voxels tels que  $ImVitesse[v] = VAL\_MAX$  représentent les murs infranchissables pour le front de propagation et qu'il devra contourner au besoin.

L'algorithme classe les voxels de l'image en trois catégories.

- *ALIVE* : ensemble des voxels dont le temps d'arrivée  $T$  est connu et ne changera plus.
- *TRIAL* : ensemble des voxels dans la bande étroite autour des voxels *ALIVE*, et dont le temps d'arrivée  $T$  peut être estimé plusieurs fois avant d'atteindre une valeur minimale, et ce uniquement à partir de leurs voisins *V6 ALIVE* et de l'Eq. B.3.
- *FAR* : ensemble des voxels dont le temps d'arrivée  $T$  n'a pas encore été estimé.

L'implémentation décrite dans les algorithmes 1 et 2, inspirée des travaux de Soille (1992), Soille (1994) et Soille (2003), se base sur une *file d'attente hiérarchique* (FAH) dont chaque élément est un couple  $(v, \text{priorité})$ , dont la priorité n'est rien d'autre que le temps d'arrivée  $T[v]$  du front au voxel  $v$ . Afin de parcourir la file d'attente hiérarchique dans l'ordre croissant des temps d'arrivée, la priorité d'un voxel  $v$  est d'autant plus grande que  $T[v]$  est petit. En d'autres termes, les points les plus proches de la source sont traités en premier, des  $T[v]$  les plus faibles vers les plus grands. Cependant, puisqu'un voxel  $v$  peut voir son  $T[v]$  mis à jour dans **ImDistFM[v]** plus d'une fois lors de la propagation, il sera mis plusieurs fois dans la file d'attente mais avec des priorités différentes. Une fois que sa priorité maximale (c'est-à-dire son couple  $(v, T[v]_{\text{minimal}})$ ) arrive au sommet de la file d'attente, il est mis à l'état *ALIVE* puis traité. Afin d'éviter la redondance dans le code, la ligne 2.5 de l'algorithme 2 permet de ne pas retraiter un même voxel une fois qu'il est mis à l'état *ALIVE*.

---

```

Images en ENTRÉE : ImMark, ImVitesse
Image en SORTIE : ImDistFM
1.1 Initialisation()
1.2 {
1.3   Déclarer la FAH FM_PQ;
1.4   Allouer et initialiser tous les voxels v de ImLabels à la valeur FAR;
1.5   Initialiser tous les voxels v de ImDistFM à la valeur  $\infty$ ;
1.6   pour chaque voxel v de ImMark faire
1.7     si ImMark[v] ≠ Valeur_Fond alors
1.8       ImLabels[v] ← ALIVE;
1.9       ImDistFM[v] ← 0;
1.10      pour chaque voxel vn du voisinage V6 de v faire
1.11        si [ImLabels[vn] = FAR] & [ImMark[vn] = Valeur_Fond] alors
1.12          Vitesse[vn] ← (1 - ImVitesse[vn] / VAL_MAX);
1.13          f[vn] ← 1 / Vitesse[vn];
1.14          ImLabels[vn] ← TRIAL;
1.15          Ajouter vn dans la FAH FM_PQ avec la priorité f[vn];
1.16          ImDistFM[vn] ← f[vn];
1.17        fin
1.18      fin
1.19    fin
1.20  fin
1.21 }

```

**Algorithme 1 :** Initialisation du Fast Marching.



```

2.1 Boucle_FM()
2.2 {
2.3   tant que FM_PQ est NON_VIDE faire
2.4     pour chaque voxel v du 1er plateau TP de FM_PQ faire
2.5       si ImLabels[v] ≠ ALIVE alors
2.6         Top_Priorité ← priorité de TP[v] dans FM_PQ;
2.7         ImLabels[v] ← ALIVE;
2.8         ImDistFM[v] ← Top_Priorité;           // v <=> tq T[v] minimal
2.9         pour chaque voxel vn(i,j,k) dans le voisinage V6 de v faire
2.10          si (ImLabels[vn(i,j,k)] = FAR) alors
2.11            ImLabels[vn] ← TRIAL;
2.12            Calculer une 1e estimation du temps d'arrivée Ti,j,k[vn]0 en résolvant
            l'Eq. B.3 à partir de f[vn] et des voisins V6 ALIVE de vn dans
            ImDistFM;
2.13            Ajouter vn(i,j,k) dans FM_PQ avec la priorité Ti,j,k[vn]0;
2.14            ImDistFM[vn] ← Ti,j,k[vn]0;
2.15          sinon
2.16            si (ImLabels[vn(i,j,k)] = TRIAL) alors
2.17              Mettre à jour le temps d'arrivée Ti,j,k[vn]MAJ en résolvant l'Eq.
              B.3 à partir de f[vn] et des voisins V6 ALIVE de vn dans
              ImDistFM;
2.18              Ajouter à nouveau vn(i,j,k) dans FM_PQ avec la nouvelle priorité
              Ti,j,k[vn]MAJ;
2.19              ImDistFM[vn] ← Ti,j,k[vn]MAJ;
2.20            fin
2.21          fin
2.22        fin
2.23      fin
2.24    fin
2.25    Enlever le 1er plateau TP de la FAH FM_PQ;
2.26  fin
2.27 }

```

**Algorithme 2** : Boucle itérative du Fast Marching.

## Annexe C

# Fast Marching et *backtracking*

### C.1 Le principe du *backtracking*

Comme l'explique la section 3.8.2.1 du chapitre 3 à la page 60, il est possible itération après itération du Fast Marching de mémoriser pour chaque pixel lequel de ses voisins *ALIVE* V4 en 2D et V6 en 3D a permis de mettre à jour en dernier son temps d'arrivée ou encore sa distance géodésique au marqueur. Une fois identifié pour chaque pixel ce voisin-source V4 ou V6, il est possible de dérouler à l'envers le cheminement de l'algorithme de Fast Marching afin de remonter à la source de la propagation à partir de n'importe quel pixel atteint par le front de propagation.

Il est également possible, cette fois à partir de la carte de distance géodésique de parcourir le voisinage V8 en 2D et V26 en 3D de tous les pixels afin d'en extraire le voisin le plus proche. Cette méthode est plus longue que la précédente parce qu'elle exige que la carte de distance soit calculée entièrement.

Pour les deux méthodes explicitées ci-dessus, une *image des voisins-sources* est générée et dont les valeurs des pixels correspondent à un *numéro code unique* identifiant le voisin qui est sa source.

#### C.1.1 *Backtracking* en 2D

Dans notre implémentation (Peyrega & Jeulin (2010)), la position relative des voisins V4 ou bien V8 est codée sur la même grille illustrée par la Table C.1.

5	6	7
3	X	4
0	1	2

TABLE C.1 – Codage des voisins V4 et V8 du pixel  $X$ .

### C.1.2 *Backtracking* en 3D

En 3D, la position relative des voisins V6 ou bien V26 est codée sur la même grille 3D illustrée par le cube en Fig. C.1 et par la grille de codage-décodage en Fig. C.2. Le cube de codage des coordonnées relatives des voisins est conçu pour que le parcours de ces derniers de 0 à 25 se fasse selon un *trièdre direct* ( $Ox, Oy, Oz$ ) pour une propagation Fast Marching selon  $Oz$ , de sorte qu'on incrémente d'abord les coordonnées des voisins selon  $Ox$ , puis celles selon  $Oy$ , et enfin selon  $Oz$ . Il est également possible de réorienter le sens de parcours en fonction du sens de propagation du front, si l'on procède par exemple à une propagation selon  $Ox$ , alors on choisira plutôt un trièdre ( $Oy, Oz, Ox$ ) direct de sorte qu'on parcourt toutes les coordonnées selon  $Oy$ , puis  $Oz$  avant d'incrémenter celle selon  $Ox$ . Enfin, sur le même principe, pour une propagation selon  $Oy$ , on parcourra les voisins de chaque voxel dans l'ordre régi par le trièdre direct ( $Oz, Ox, Oy$ ). En se basant sur une numérotation unique des 26 voisins sur la référence du trièdre direct ( $Ox, Oy, Oz$ ), on obtient les différents codages dans la grille de codage-décodage en Fig. C.2.

Les colonnes « *Binary Coding on 32 bits* » est destinée à coder chaque voisin V26 par 1 bit. Ainsi, si en parcourant tous les 26 voisins, on cherche à en extraire plusieurs, on peut créer un *mot de 26 bits* dans une image 32 bits où chaque bit correspond à un voisin. Ensuite, le mot de 26 bits est décodé afin d'identifier les voisins d'intérêt. Par exemple, cette méthode peut être utilisée afin de localiser tous les voisins *ALIVE* de chaque voxel atteint par le front de propagation.

Dans les colonnes « *Neigh. Code* » on trouve de haut en bas les numéros d'identification des voisins (« *ID Neighbor* ») dans l'ordre où on les parcourt en fonction du trièdre direct associé au sens de propagation  $Ox, Oy$  ou  $Oz$ . Chaque numéro de voisin précédé d'un  $r$ , pour « *position relative par rapport au voisin courant* », indique le numéro du voisin opposé symétriquement au voisin courant par rapport au voxel central de référence. Par exemple, pour un voxel de référence quelconque  $X$ , «  $\{0,0,-1\}; 4/r21$  » signifie que le voxel de coordonnées relatives  $\{0,0,-1\}$  par rapport à  $X$  est son voisin numéro 4, et que  $X$  est le voisin numéro 21 de son voisin numéro 4. La numérotation relative est utile car c'est celle qui est utilisée dans l'implémentation du *backtracking* en voisinage V6 en 3D (V4 en 2D) dans le Fast Marching. Considérons la file d'attente hiérarchique, si à l'itération de traitement du voxel courant  $v$  (ligne 2.8 de l'algorithme 2 en annexe B) on met à jour la distance géodésique de ses voisins V6  $vn$  (lignes 2.14 et 2.19), on peut également mettre à jour la position relative de  $v$  par rapport à chaque voisin  $vn$  dans l'image des voxels-sources c'est-à-dire que chacun des voisins  $vn$  de  $v$  prend la valeur suivant le  $r$  dans la grille de codage-décodage en Fig. C.2 selon ses coordonnées relatives par rapport à  $v$ . C'est cette méthode qui permet de ne pas introduire

d'itération supplémentaire puisqu'au lieu de scruter en arrière du front le voisinage  $V_6$  des voxels  $vn$  pour identifier lequel de leurs voisins les a mis à jour en dernier, c'est le voisin en question qui met à jour en dernier leur identificateur de voxel-source en même temps que leur distance géodésique, cette valeur étant la distance minimale à la source globale du front de propagation.

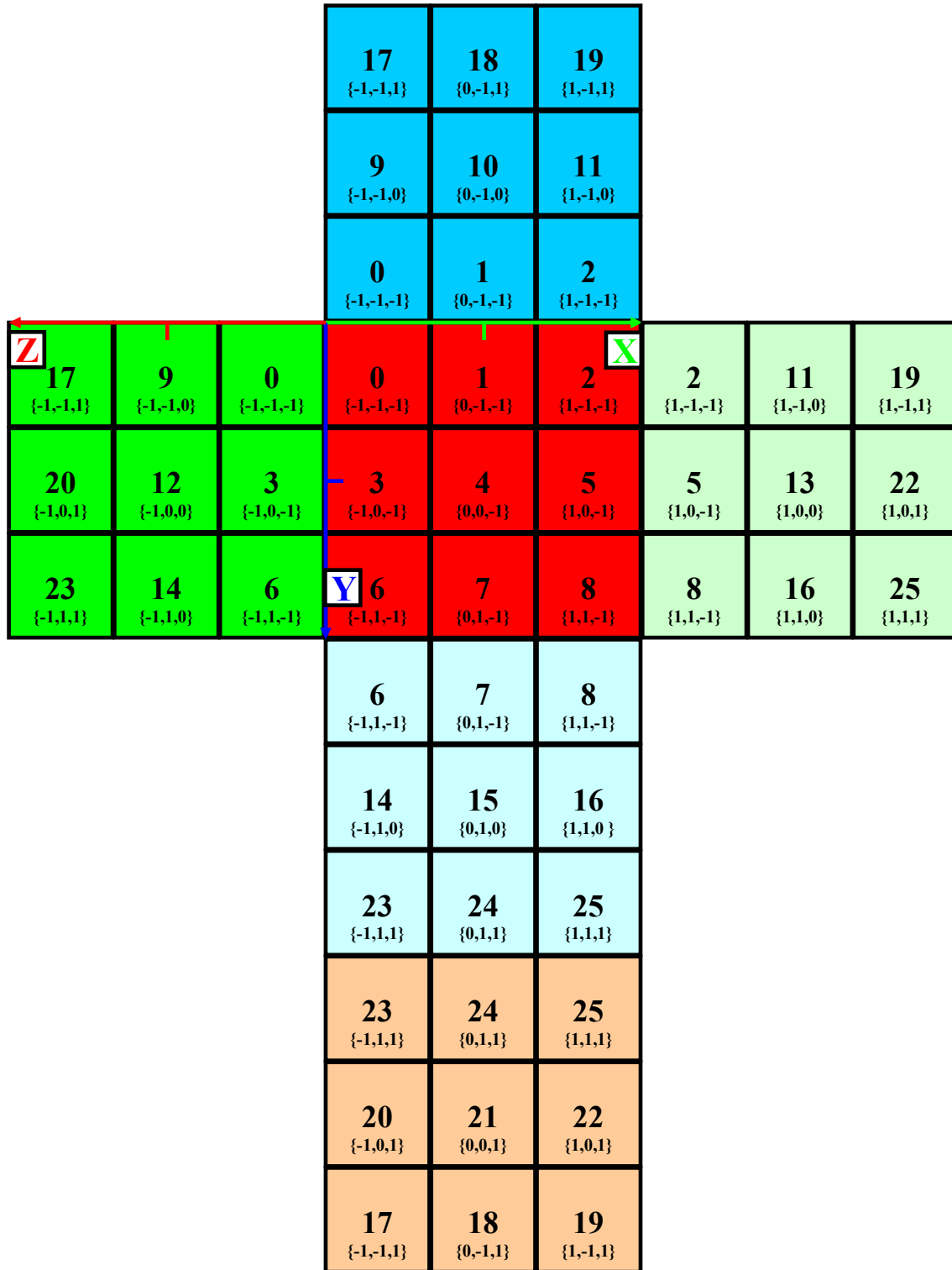


FIGURE C.1 – Cube de codage des voisins V26 pour le *backtracking* en 3D.

ID Neighbor $2^A$	Binary Coding on 32 bits	Binary Coding on 32 bits (Hexadecimal)	[Dir. of Propagation : Ox] Coordinates {X, Y, Z}	Neigh. Code	[Dir. of Propagation : Oy] Coordinates {X, Y, Z}	Neigh. Code	REFERENCE [Direction of Propagation : Oz] Coordinates {X, Y, Z}	REF Neigh. Code
0	"0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0001"	"00 00 00 01"	{-1, -1, -1}	0 r25	{-1, -1, -1}	0 r25	{-1, -1, -1}	0 r25
1	"0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0010"	"00 00 00 02"	{-1, 0, -1}	3 r22	{-1, -1, 0}	9 r16	{0, -1, -1}	1 r24
2	"0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0100"	"00 00 00 04"	{-1, 1, -1}	6 r19	{-1, -1, -1}	17 r8	{1, -1, -1}	2 r23
3	"0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 1000"	"00 00 00 08"	{-1, -1, 0}	9 r16	{0, -1, -1}	1 r24	{-1, 0, -1}	3 r22
4	"0000 0000 0000 0000 0000 0000 0001 0000"	"00 00 00 10"	{-1, 0, 0}	12 r13	{0, -1, 0}	10 r15	{0, 0, -1}	4 r21
5	"0000 0000 0000 0000 0000 0000 0010 0000"	"00 00 00 20"	{-1, 1, 0}	14 r11	{-1, -1, 0}	18 r7	{1, 0, -1}	5 r20
6	"0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0100 0000"	"00 00 00 40"	{-1, -1, -1}	17 r8	{1, -1, -1}	2 r23	{-1, 1, -1}	6 r19
7	"0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 1000 0000"	"00 00 00 80"	{-1, 0, 1}	20 r5	{1, -1, 0}	11 r14	{0, 1, -1}	7 r18
8	"0000 0000 0000 0000 0000 0000 0001 0000 0000"	"00 00 01 00"	{-1, 1, 1}	23 r2	{1, -1, 1}	19 r6	{1, 1, -1}	8 r17
9	"0000 0000 0000 0000 0000 0000 0010 0000 0000"	"00 00 02 00"	{0, -1, -1}	1 r24	{-1, 0, -1}	3 r22	{-1, -1, 0}	9 r16
10	"0000 0000 0000 0000 0000 0000 0100 0000 0000"	"00 00 04 00"	{0, 0, -1}	4 r21	{-1, 0, 0}	12 r13	{0, -1, 0}	10 r15
11	"0000 0000 0000 0000 0000 0000 1000 0000 0000"	"00 00 08 00"	{0, 1, -1}	7 r18	{-1, 0, 1}	20 r5	{1, -1, 0}	11 r14
12	"0000 0000 0000 0000 0000 0001 0000 0000 0000"	"00 00 10 00"	{0, -1, 0}	10 r15	{0, 0, -1}	4 r21	{-1, 0, 0}	12 r13
13	"0000 0000 0000 0000 0000 0010 0000 0000 0000"	"00 00 20 00"	{0, 1, 0}	15 r10	{0, 0, 1}	21 r4	{1, 0, 0}	13 r12
14	"0000 0000 0000 0000 0100 0000 0000 0000"	"00 00 40 00"	{0, -1, 1}	18 r7	{1, 0, -1}	5 r20	{-1, 1, 0}	14 r11
15	"0000 0000 0000 0000 1000 0000 0000 0000"	"00 00 80 00"	{0, 0, 1}	21 r4	{1, 0, 0}	13 r12	{0, 1, 0}	15 r10
16	"0000 0000 0000 0001 0000 0000 0000 0000"	"00 01 00 00"	{0, 1, 1}	24 r1	{1, 0, 1}	22 r3	{1, 1, 0}	16 r9
17	"0000 0000 0000 0010 0000 0000 0000 0000"	"00 02 00 00"	{1, -1, -1}	2 r23	{-1, 1, -1}	6 r19	{-1, -1, 1}	17 r8
18	"0000 0000 0000 0100 0000 0000 0000 0000"	"00 04 00 00"	{1, 0, -1}	5 r20	{-1, 1, 0}	14 r11	{0, -1, 1}	18 r7
19	"0000 0000 0000 1000 0000 0000 0000 0000"	"00 08 00 00"	{1, 1, -1}	8 r17	{-1, 1, -1}	23 r2	{1, -1, 1}	19 r6
20	"0000 0000 0001 0000 0000 0000 0000 0000"	"00 10 00 00"	{1, -1, 0}	11 r14	{0, 1, -1}	7 r18	{-1, 0, 1}	20 r5
21	"0000 0000 0010 0000 0000 0000 0000 0000"	"00 20 00 00"	{1, 0, 0}	13 r12	{0, 1, 0}	15 r10	{0, 0, 1}	21 r4
22	"0000 0000 0100 0000 0000 0000 0000 0000"	"00 40 00 00"	{1, 1, 0}	16 r9	{0, 1, 1}	24 r1	{1, 0, 1}	22 r3
23	"0000 0000 1000 0000 0000 0000 0000 0000"	"00 80 00 00"	{1, -1, 1}	19 r6	{-1, 1, -1}	8 r17	{-1, 1, 1}	23 r2
24	"0000 0001 0000 0000 0000 0000 0000 0000"	"01 00 00 00"	{1, 0, 1}	22 r3	{1, 0, 1}	16 r9	{0, 1, 1}	24 r1
25	"0000 0010 0000 0000 0000 0000 0000 0000"	"02 00 00 00"	{1, 1, 1}	25 r0	{1, 1, 1}	25 r0	{1, 1, 1}	25 r0

r : position relative to the center of the neighborhood

FIGURE C.2 – Table de codage-décodage des voisins V26 pour le *backtracking* en 3D.

## C.2 Le Fast Marching sur quelques itérations

### C.2.1 L'influence de la fonction de coût

Si l'on pose  $f(p) = \frac{1}{v(p)}$ , la vitesse  $v(p)$  s'exprime dans notre implémentation par le nombre de pixels parcourus par le front par itération (l'unité de temps ici) (annexe B). La Fig. C.3 montre l'influence de la fonction de coût homogène dans toute l'image sur l'avancement d'un front de propagation partant du pixel central. Différentes fonctions de coût sont testées avec en rouge l'allure du front au bout de 45 itérations.

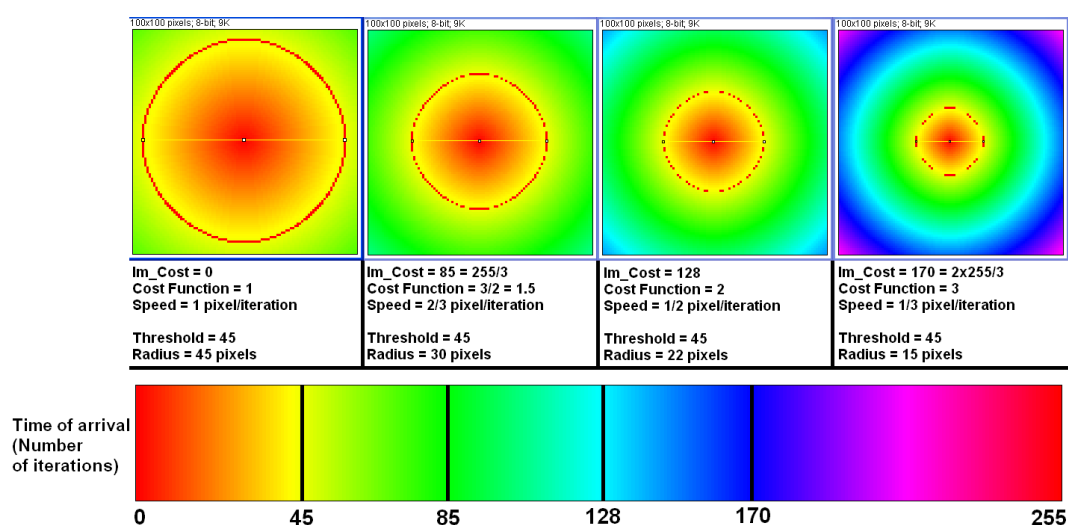


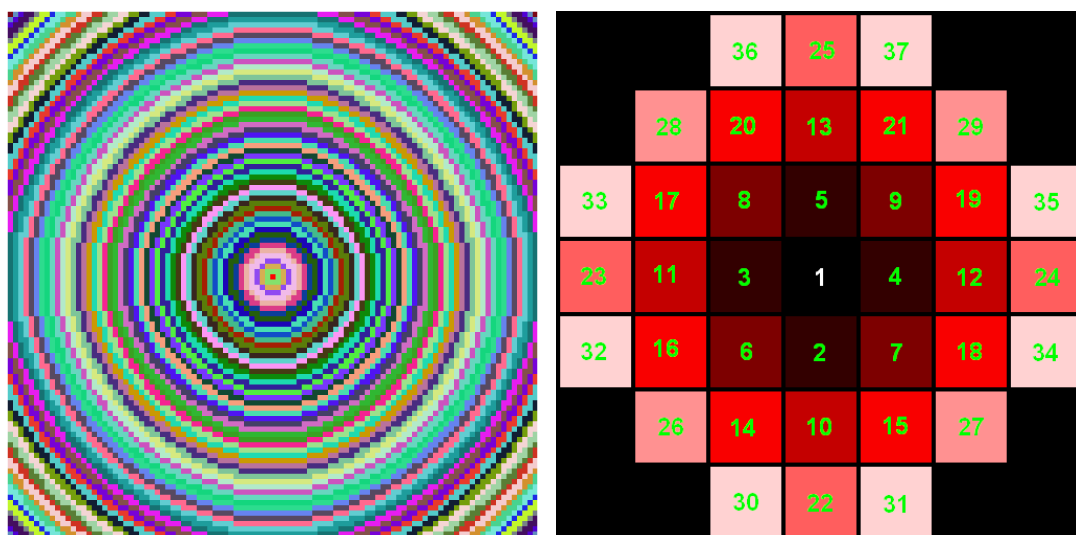
FIGURE C.3 – Influence de la fonction coût  $f$  sur l'allure des fronts de propagation par Fast Marching.

### C.2.2 Le Fast Marching sur 37 itérations

La Fig. C.4 détaille les 37 premières itérations du Fast Marching avec le pixel central comme marqueur (en rouge). Sur la Fig. C.4(b), on peut voir l'ordre de traitement des pixels dans la file d'attente (ligne 2.8 de l'algorithme 2 en annexe B), lorsque l'ordre de parcours des voisins est celui défini en Table C.2.

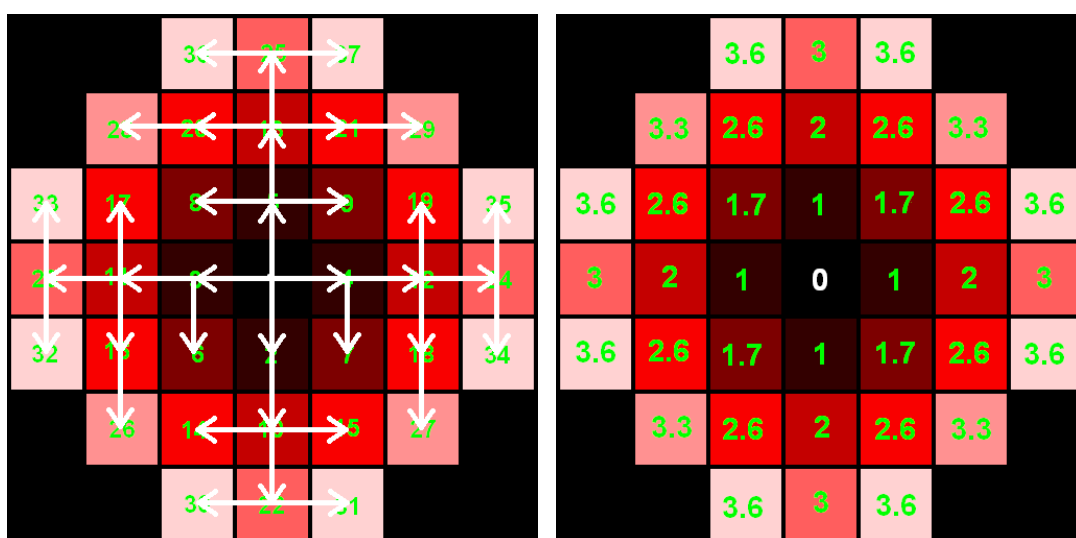
	4	
2	X	3
	1	

TABLE C.2 – Ordre de parcours des voisins V4 du pixel X.



(a) Carte de distance

(b) Ordre de traitement



(c) Arborescence de dernière MAJ de la distance

(d) Distance sur 37 itérations

FIGURE C.4 – 37 premières itérations du Fast Marching avec le pixel central comme marqueur.

### C.2.3 Backtracking et Fast Marching

Les Fig. C.5 et C.6 illustrent les méthodes d'extraction des pixels-sources décrites précédemment aux sections 3.8.2.1 et C.1, respectivement pour le pixel central puis les bords de l'image comme marqueurs en rouge. Les flèches rouges indiquent le voisin-source de n'importe quel pixel compris



dans la couleur correspondante, quand les pixels du voisinage sont parcourus dans l'ordre de la Table C.2. Par conséquent, la reconstruction des chemins par *backtracking* suit les flèches jusqu'à la source. Il apparaît que pour un pixel source unique (Fig. C.5) toutes les flèches convergent. D'ailleurs, l'arborescence de dernière mise à jour de la distance de la Fig. C.4(c) sur 37 itérations est un détail au centre de la Fig. C.5(b). En revanche, l'ordre de parcours des voisins influence fortement la reconstruction des chemins lorsque les sources sont multiples (Fig. C.6).

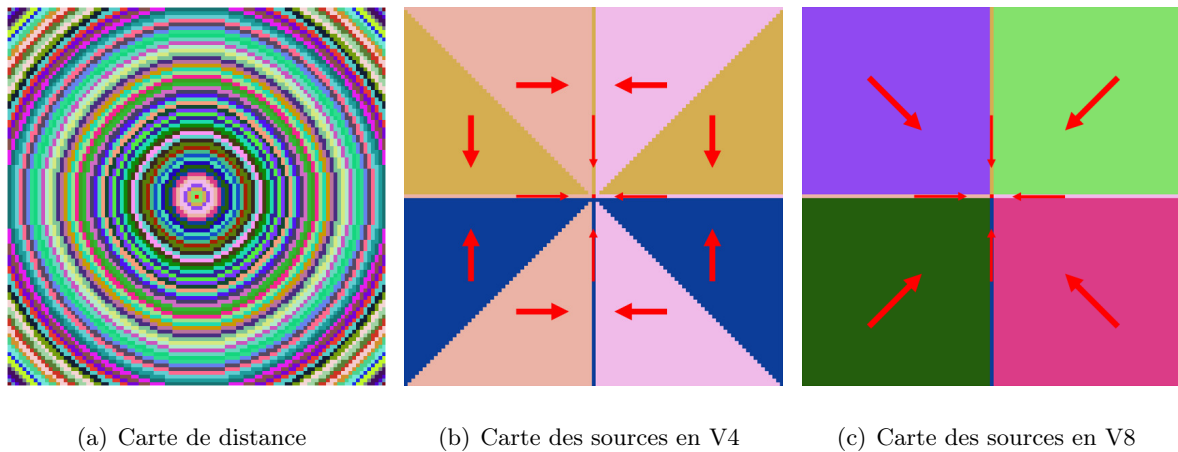


FIGURE C.5 – Cartes des sources en V4 et V8 avec le pixel central comme marqueur.

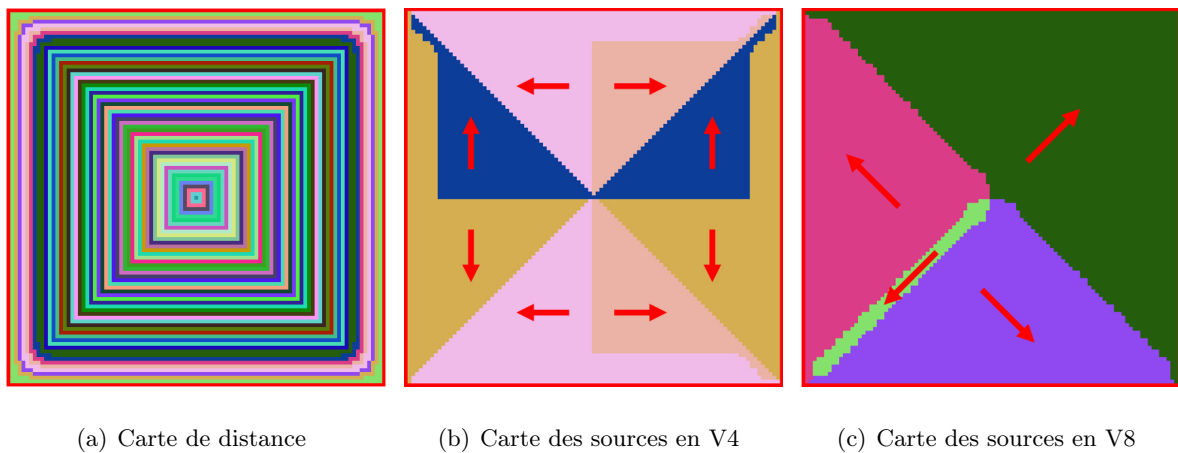


FIGURE C.6 – Cartes des sources en V4 et V8 avec les bords de l'image comme marqueur.

Enfin, la Fig. C.7 illustre le nombre de fois où chaque pixel voit sa distance géodésique au marqueur mise à jour (lignes 2.14 et 2.19 de l'algorithme 2 en annexe B). La Table C.3 fait la correspondance entre les couleurs de la Fig. C.7 et le nombre de mises à jour de la distance géodésique

lorsque l'ordre de parcours des voisins est celui de la Table C.2. Les cas de deux marqueurs sont illustrés : le pixels central (Fig. C.7(a)), puis les bords de l'image (Fig. C.7(b)). Ici encore, l'ordre de parcours des voisins influence le nombre de fois qu'un pixel sera mis à jour.

Couleur	Nombre de MAJ
<i>Rouge</i>	Marqueurs
<i>Vert</i>	1
<i>Jaune</i>	2
<i>Violet</i>	3
<i>Rose</i>	4

TABLE C.3 – Correspondance couleur-nombre de mises à jour (MAJ) de la distance géodésique de chaque pixel de l'image aux marqueurs (en *rouge*).

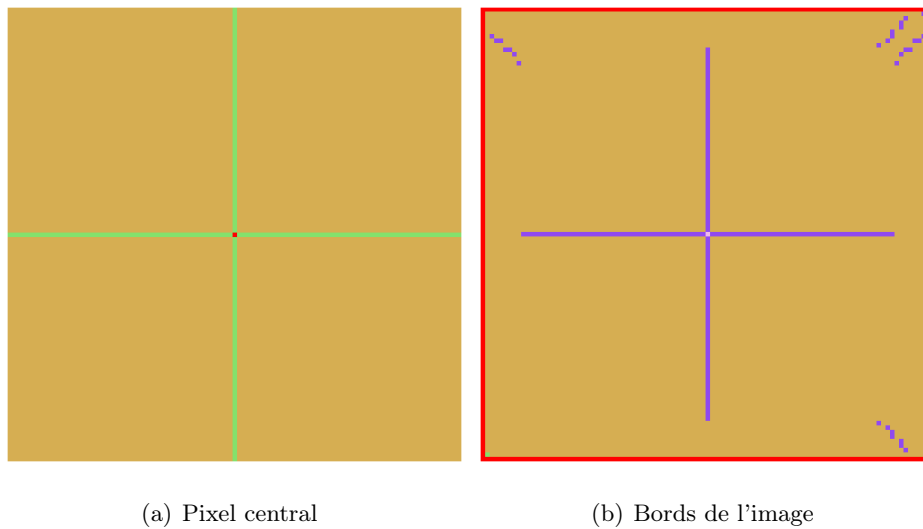


FIGURE C.7 – Nombre de MAJ selon le marqueur utilisé.



## Annexe D

# Méthode pour tracer des cylindres en 3D en géométrie discrète

### D.1 Le principe de la méthode par distance euclidienne

La méthode utilisée pour tracer des segments en 3D sur une trame discrète s'appuie sur l'algorithme de tracé de segment de [Bresenham \(1965\)](#) en 3D. Pour chaque cylindre plein ou creux, un segment discret est généré par la méthode de Bresenham et en définit la *génératrice*. Ensuite, la seconde étape consiste à tracer les voxels du cylindre autour de la génératrice en respectant son rayon pour un cylindre plein et ses rayons interne et externe pour un cylindre creux.

La Fig. [D.1](#) illustre en coupe 2D la méthode générale de tracé de cylindres pleins (Fig. [D.1\(a\)](#)) ou creux (Fig. [D.1\(b\)](#)) en 2D et 3D. Pour tracer un cylindre, on parcourt tous les points  $P$  de sa génératrice  $[SE]$  dans un sens précis, de son extrémité  $S$  à son extrémité  $E$ . En chacun de ces points  $P$ , on balaie l'ensemble des voxels  $V$  compris dans la boîte englobante (carré *rouge*) centrée en  $P$  et de côté  $2 r_{Max}$ , le rayon extérieur du cylindre. Pour chaque point  $P$  de la génératrice, les voxels  $V$  tracés, car appartenant au cylindre (représenté en *bleu*), sont uniquement ceux contenus dans la demi-boule en *vert*. Cette demi-boule *verte* représente donc l'ensemble des voxels  $V$  de l'image vérifiant *toutes* les conditions suivantes simultanément :

- 1 Appartenir à la zone en *rouge clair* OU appartenir à la zone en *vert clair*. En d'autres termes appartenir à l'ombre projetée du cylindre perpendiculairement à sa génératrice  $[SE]$ .
- 2 Être à une distance euclidienne  $d$  du point  $P$  telle que  $0 \leq d \leq r_{Max}$  pour un cylindre plein et  $r_{Min} \leq d \leq r_{Max}$  pour un cylindre creux.
- 3 Être devant le point  $P$ . En d'autres termes, se trouver entre  $P$  et l'extrémité  $E$  et donc respecter la relation  $\left( \vec{PV} \cdot \vec{PE} \geq 0 \right)$ .

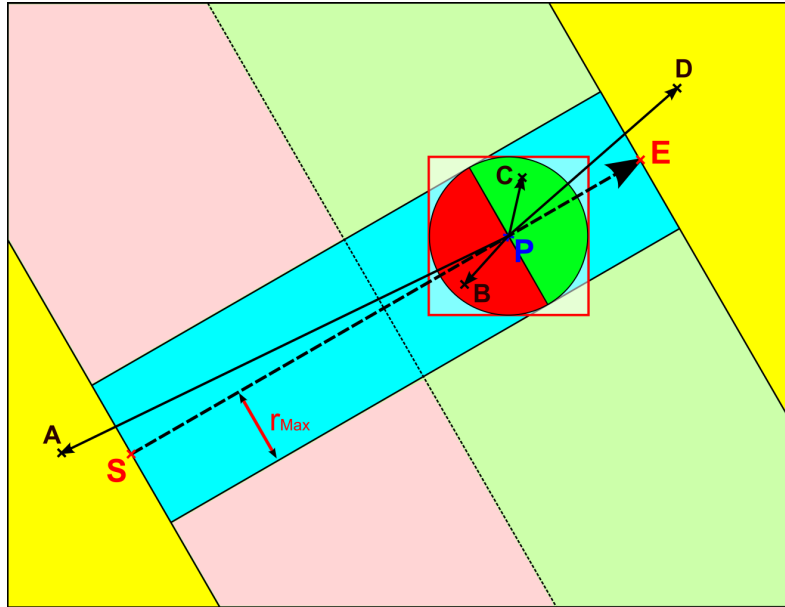
Ainsi, d'après la condition **1**, les points  $A$  et  $D$  dans la zone *jaune* de la Fig. D.1 n'appartiennent pas au cylindre car ils sont en dehors de son ombre projetée. Tout voxel  $V$  appartenant à la zone en *rouge clair* vérifie la condition suivante sur le produit scalaire :

$$\left[ \left( \left\| \vec{SV} \right\| \leq \left\| \vec{EV} \right\| \right) ET \left( \vec{SV} \cdot \vec{SE} \geq 0 \right) \right].$$

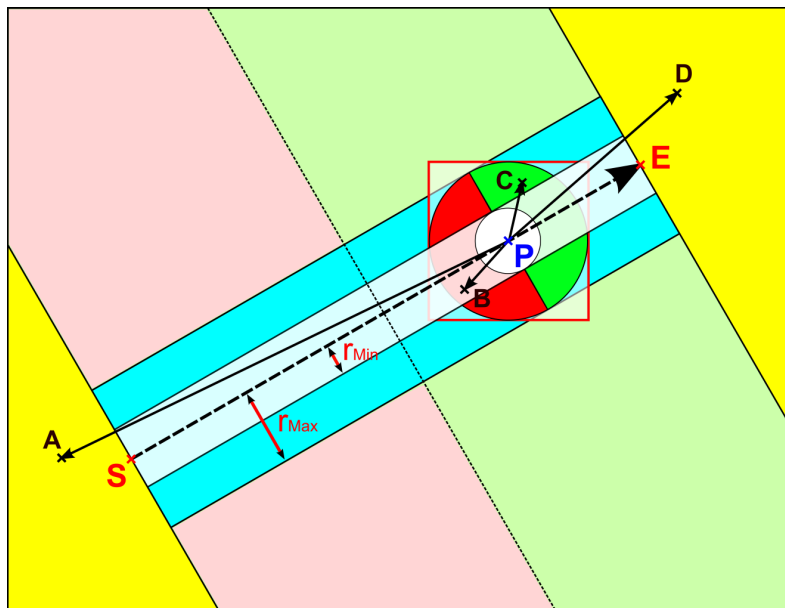
De la même manière, tout voxel  $V$  appartenant à la zone en *vert clair* vérifie la condition suivante :  $\left[ \left( \left\| \vec{EV} \right\| \leq \left\| \vec{SV} \right\| \right) ET \left( \vec{EV} \cdot \vec{ES} \geq 0 \right) \right]$ .

L'utilisation de la boîte englobante en *rouge* autour du point  $P$  permet de réduire le temps de tracé des cylindres. Ensuite, pour le cylindre plein (Fig. D.1(a)), les points  $B$  et  $C$  vérifient la condition **2** et  $B$  étant situé derrière  $P$ , on ne le remet pas à jour. En revanche, seul le point  $C$  vérifie les trois conditions **1**, **2** et **3** puisqu'étant devant  $P$ , il respecte la dernière condition telle que :  $\left( \vec{PC} \cdot \vec{PE} \geq 0 \right)$ .

Pour le cylindre creux, la condition **2** implique un rayon interne  $r_{Min}$  et un rayon externe  $r_{Max}$ . En pratique, le remplissage se fait alors en deux étapes. Pour chaque point  $P$  on trace d'abord les voxels  $V$  respectant les conditions **1** et **3** puis tels que  $0 \leq \left\| \vec{PV} \right\| \leq r_{Max}$  (demi-boule en *vert*), enfin on remet à zéro les voxels  $V$  de la demi-boule *verte* tels que  $0 \leq \left\| \vec{PV} \right\| \leq r_{Min}$ .



(a) Cylindre plein



(b) Cylindre creux

FIGURE D.1 – Tracé de cylindre en coupe axiale.

## D.2 Le principe de la méthode par projeté orthogonal sur la génératrice

Une autre méthode de tracé de cylindre utilisant la *distance au projeté orthogonal sur la génératrice*  $[SE]$  pour chaque voxel  $V$  de l'espace peut être envisagée. Si cette méthode comme celle basée sur la distance euclidienne (section D.1) permettent de générer un même cylindre en géométrie continue, les deux approches ne sont cependant pas équivalentes en géométrie discrète puisque dès lors qu'ils ne sont pas alignés sur la trame discrète, les cylindres tracés par les deux méthodes ne sont pas identiques à quelques voxels près situés à leur surface. Dans la méthode par projeté orthogonal, au lieu de propager une demi boule en chaque point  $P$  de la génératrice, on propage de l'extrémité  $S$  à l'extrémité  $E$ , la section plane perpendiculaire à la génératrice centrée au point  $P$ , ici un disque plan de rayon  $r_{Max}$  pour le cylindre plein ou un anneau pour le cylindre creux.

Pour ce faire, on calcule uniquement pour chaque voxel  $V$  vérifiant la condition **1** sa distance orthogonale  $d_H$  à la génératrice  $[SE]$ , puis on ne retient que les voxels dont  $d_H$  vérifie la condition **2** ( $0 \leq d_H \leq r_{Max}$  pour le cylindre plein, et  $r_{Min} \leq d_H \leq r_{Max}$  pour le cylindre creux). La distance  $d_H$  de chaque voxel  $V$  est déduite de l'Eq. D.1 qui se base sur l'aire du parallélogramme généré par les deux vecteurs  $\vec{PV}$  et  $\vec{PE}$ , aussi égale à la norme de leur produit vectoriel  $\left\| \vec{PV} \wedge \vec{PE} \right\|$ .

$$d_H = \frac{\left\| \vec{PV} \wedge \vec{PE} \right\|}{\left\| \vec{PE} \right\|} \quad (\text{D.1})$$

Dans l'étude des chapitres 4 et 5, nous avons préféré modéliser les matériaux fibreux comme le Thermisorel™ à l'aide de la méthode basée sur la *distance euclidienne* propageant des demi-boules lors du tracé des cylindres sur trame discrète. En effet, pour des cylindres non alignés sur la trame discrète, la méthode utilisant le projeté orthogonal génère des cylindres dont le volume est légèrement supérieur à celui utilisant la distance euclidienne. Les quelques voxels de différence impliquent un accroissement significatif de la fraction volumique du réseau fibreux simulé à l'aide du modèle décrit au chapitre 4 de près de 2 % sur un total de 18000 cylindres par rapport au milieu réel. En d'autres termes, les milieux simulés par la seconde méthode basée sur le projeté orthogonal sont moins poreux que les milieux réels à hauteur de 2 % de différence, ce qui est hautement problématique pour les étapes de caractérisation du matériau simulé et de la validation du modèle pour des applications en acoustique fortement dépendantes de la porosité des milieux étudiés.

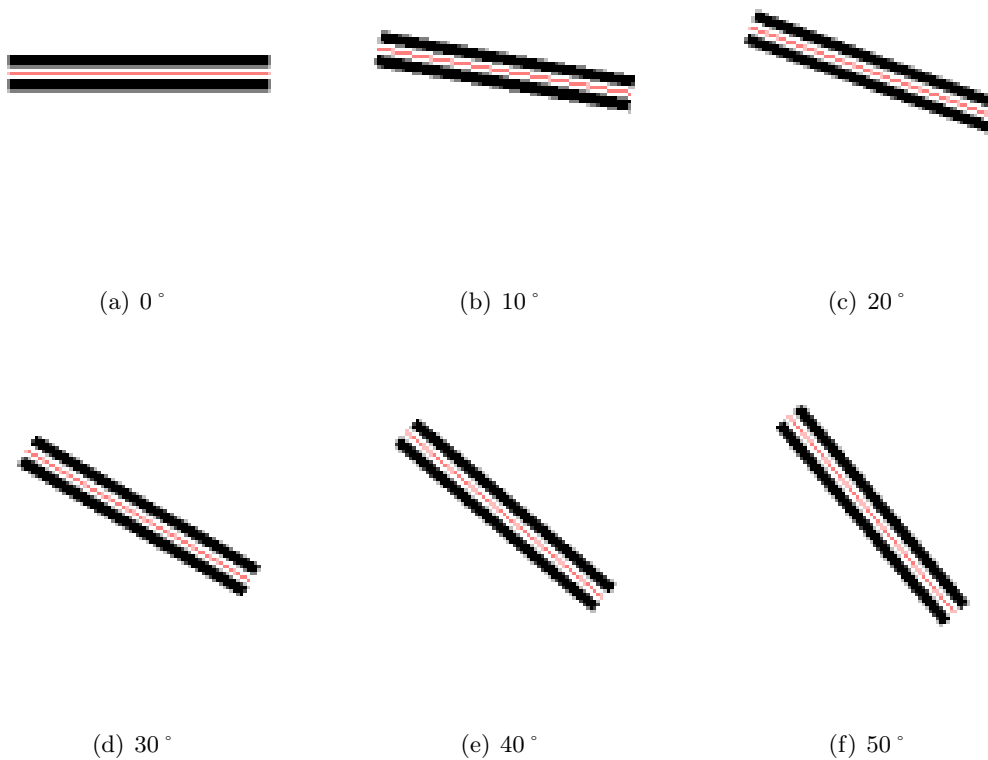
## D.3 Exemples de cylindres discrets tracés par la méthode par distance euclidienne

La Fig. D.2 illustre des sections 2D de cylindres générés en 3D par la première méthode à l'aide de la distance euclidienne, ainsi que leurs génératrices en rouge pour dix orientations dans le plan

### D.3 Exemples de cylindres discrets tracés par la méthode par distance euclidienne

---

par rapport à l'axe horizontal. Les rayons interne et externe sont respectivement de 4 et 10 *voxels*, et leur longueur est de 150 *voxels*. La discrétisation des cylindres est particulièrement visible pour les huit images (Fig. D.2(b), D.2(c), D.2(d), D.2(e), D.2(f), D.2(g), D.2(h), D.2(i)) où ils ne sont pas alignés sur la trame.



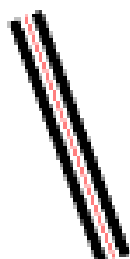


### D.3 Exemples de cylindres discrets tracés par la méthode par distance euclidienne

---



(g) 60°



(h) 70°



(i) 80°



(j) 90°

FIGURE D.2 – Coupes axiales de cylindres creux et leurs génératrices (en *rouge*) obtenues par l'algorithme de Bresenham pour différentes orientations dans le plan par rapport à l'axe horizontal, pour  $r_{Min} = 4$  voxels et  $r_{Max} = 10$  voxels, et une longueur de 150 voxels.

# Annexe E

## Modèles en acoustique

### E.1 Modèle empirique de Delany et Bazley (1970) pour les matériaux fibreux

Dans le modèle empirique de [Delany & Bazley \(1970\)](#), on note  $Z_{c_{eff}}$  l'impédance caractéristique effective, et  $Q$  le nombre d'onde effectif du milieu fibreux considéré. Sa *résistivité* au passage de l'onde, notée  $\sigma = \frac{\eta}{k_0}$ , est définie à partir de la perméabilité visqueuse statique  $k_0$  du milieu fibreux, et de la viscosité  $\eta$  de l'air. Enfin,  $\rho_0$  est la masse volumique de l'air. On pose  $X$  (Eq. [E.1](#)), la fréquence normalisée telle que  $0,01 < X < 1,0$ .

$$X = \frac{\rho_0 f}{\sigma} = \frac{\rho_0 \omega}{2 \pi \sigma} = \frac{\rho_0 k_0 \omega}{2 \pi \eta} \quad (\text{E.1})$$

$$Z_{c_{eff}} = \rho_0 c_0 (1 + 0,0571 X^{-0,754} - i 0,087 X^{-0,732}) \quad (\text{E.2})$$

$$Q = \frac{\omega}{c_0} (1 + 0,0978 X^{-0,700} - i 0,189 X^{-0,595}) \quad (\text{E.3})$$

### E.2 Modèles semi-phénoménologiques

#### E.2.1 Phénomènes visqueux

Dans l'Eq. [E.4](#), on modélise les phénomènes de dissipation visqueuse par la masse volumique effective  $\rho_{eff}(\omega)$  du fluide équivalent, qui dépend d'une *fonction de forme visqueuse*  $F_V(x)$ . Celle-ci est déterminée à partir de la *fréquence normalisée visqueuse*  $x$ , elle-même définie en Eq. [E.5](#) à partir de la fréquence angulaire critique de transition  $\omega_C$  (Eq. [E.6](#)). Les différents modèles semi-phénoménologiques décrits ci-dessous, définissent différentes fonctions de forme  $F_V(x)$ .

$$\rho_{eff}(\omega) = \rho_0 \alpha_\infty \left( 1 - \frac{i}{x} F_V(x) \right) \quad (\text{E.4})$$

$$x = \frac{\omega}{\omega_C} = \frac{\omega \rho_0 k_0 \alpha_\infty}{\eta \phi} \quad (\text{E.5})$$

$$\omega_C = \frac{\eta \phi}{\rho_0 k_0 \alpha_\infty} \quad (\text{E.6})$$

### E.2.1.1 Modèle de Johnson (1987)

Dans le modèle de [Johnson et al. \(1987\)](#), la fonction de forme visqueuse  $F_{V_J}(x)$  (Eq. E.7 et E.8) est définie à partir de 4 paramètres.

$$\begin{cases} F_{V_J}(\omega) = \sqrt{1 + i \frac{4 \alpha_\infty^2 k_0^2 \rho_0 \omega}{\eta \Lambda^2 \phi^2}} \\ F_{V_J}(x) = \sqrt{1 + \frac{M}{2} i x} \end{cases} \quad (\text{E.7})$$

$$M = \frac{8 k_0 \alpha_\infty}{\phi \Lambda^2} \quad (\text{E.8})$$

#### 4 paramètres :

- 1) Porosité :  $\phi$ .
- 2) Perméabilité visqueuse en basses fréquences :  $k_0$ .
- 3) Tortuosité acoustique visqueuse en fréquence infinie :  $\alpha_\infty$ .
- 4) Longueur caractéristique visqueuse :  $\Lambda$ .

$$\phi = \frac{V_{Fluide}}{V_{Matériau}} = \frac{V_{\Omega_f}}{V_T} \quad (\text{E.9})$$

$$k_0 = \lim_{\omega \rightarrow 0} k(\omega) = \frac{\eta}{\sigma} \quad (\text{E.10})$$

$$\alpha_\infty = \lim_{\omega \rightarrow +\infty} \alpha(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow +\infty} \frac{\langle \vec{u}^2 \rangle}{\langle \vec{u} \rangle^2} \quad (\text{E.11})$$

$$\Lambda = \lim_{\omega \rightarrow +\infty} 2 \frac{\iint_{\Omega_f} \vec{u}^2 d\Omega_f}{\iint_{\Gamma} \vec{u}^2 d\Gamma} \quad (\text{E.12})$$

D'après [Johnson et al. \(1987\)](#) et [Allard \(1993\)](#), l'Eq. E.12 est définie pour un *fluide non visqueux*, c'est-à-dire tel que  $\vec{u} \neq \vec{0}$  à l'interface fluide-solide.

### E.2.1.2 Modèle de Pride (1993)

Basées sur les travaux de [Johnson \*et al.\* \(1987\)](#), les Eq. [E.13](#) et [E.14](#) permettent de définir la fonction de forme visqueuse  $F_{V_P}(x)$  du modèle plus général de [Pride \*et al.\* \(1993\)](#) qui dépend d'un 5<sup>e</sup> paramètre : la tortuosité acoustique visqueuse  $\alpha_0$  en basses fréquences (Eq. [E.15](#)).

$$F_{V_P}(x) = 1 - p + p \sqrt{1 + \frac{M}{2p^2} i x} \quad (\text{E.13})$$

$$p = \frac{M}{4 \left( \frac{\alpha_0}{\alpha_\infty} - 1 \right)} \quad (\text{E.14})$$

1 paramètre supplémentaire :

5) Tortuosité acoustique visqueuse en basses fréquences :  $\alpha_0$ .

$$\alpha_0 = \lim_{\omega \rightarrow 0} \alpha(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{\langle \vec{u}^{-2} \rangle}{\langle \vec{u} \rangle^2} \quad (\text{E.15})$$

## E.2.2 Phénomènes thermiques

Le module de compressibilité effectif  $\chi_{eff}(\omega)$  du fluide équivalent (Eq. [E.16](#)) permet de modéliser les phénomènes de dissipation par effets thermiques. Par analogie avec la dissipation visqueuse, on peut définir une *fonction de forme thermique*  $F_T(x')$  qui dépend de la *fréquence normalisée thermique*  $x'$ .

$$\chi_{eff}(\omega) = \frac{1}{\gamma P_0} \left( \gamma - \left[ (\gamma - 1) \left( 1 - \frac{i}{x'} F_T(x') \right)^{-1} \right] \right) \quad (\text{E.16})$$

### E.2.2.1 Modèle de Champoux et Allard (1991)

Bien que les phénomènes visqueux et thermiques peuvent être traités indépendamment, on peut noter une similitude entre la modélisation des phénomènes dissipatifs visqueux de [Johnson \*et al.\* \(1987\)](#) et celle des phénomènes dissipatifs thermiques de [Champoux & Allard \(1991\)](#) (Eq. [E.17](#) et [E.18](#)). En plus de la fonction de forme thermique définie dans le modèle de [Champoux & Allard \(1991\)](#) (Eq. [E.18](#)), la longueur caractéristique thermique  $\Lambda'$  (Eq. [E.19](#)) constitue un paramètre supplémentaire au formalisme de [Johnson \*et al.\* \(1987\)](#).

$$x'_{CA} = \frac{\omega \rho_0 Pr \Lambda'^2}{8 \eta} \quad (\text{E.17})$$

$$\begin{cases} F_{T_{CA}}(\omega) = \sqrt{1 + i \frac{\omega \rho_0 Pr \Lambda'^2}{16 \eta}} \\ F_{T_{CA}}(x'_{CA}) = \sqrt{1 + i \frac{x'_{CA}}{2}} \end{cases} \quad (\text{E.18})$$

1 paramètre supplémentaire :

6) Longueur caractéristique thermique :  $\Lambda'$ .

$$\Lambda' = 2 \frac{\int_{\Omega_f} dV}{\int_{\Omega_f} dS} \quad (\text{E.19})$$

### E.2.2.2 Modèle de Champoux et Allard affiné par Lafarge (1993)

Dans sa thèse, Lafarge (1993) a affiné le modèle étendu de Champoux & Allard (1991) en proposant une nouvelle fonction de forme thermique  $F_{T_{CAL}}(x'_{CAL})$  (Eq. E.20, E.21 et E.22) qui dépend d'un nouveau paramètre : la perméabilité thermique  $k'_0$  en basses fréquences (Eq. E.23). On note  $\Gamma_P$  la *constante de piégeage* du squelette rigide du milieu poreux.

$$x'_{CAL} = \frac{\omega \rho_0 Pr k'_0}{\eta \phi} \quad (\text{E.20})$$

$$F_{T_{CAL}}(x'_{CAL}) = \sqrt{1 + \frac{M'}{2} i x'_{CAL}} \quad (\text{E.21})$$

$$M' = \frac{8 k'_0}{\phi \Lambda'^2} \quad (\text{E.22})$$

1 paramètre supplémentaire :

7) Perméabilité thermique en basses fréquences :  $k'_0$ .

$$k'_0 = \lim_{\omega \rightarrow 0} k'(\omega) = \frac{1}{\Gamma_P} \quad (\text{E.23})$$

### E.2.2.3 Modèle de Lafarge d'après Pride (1993)

Les travaux de Lafarge (1993) se sont également inspirés du modèle de dissipation visqueuse de Pride *et al.* (1993) pour définir un nouveau modèle analogue pour modéliser les dissipations thermiques. En suivant le même principe, il redéfinit une fonction de forme thermique  $F_{T_{PL}}(x'_{PL})$  à partir des Eq. E.24, E.25 et E.26, et introduit un paramètre supplémentaire : la tortuosité acoustique thermique  $\alpha'_0$  en basses fréquences (Eq. E.27).

$$x'_{PL} = \frac{\omega \rho_0 Pr k'_0}{\eta \phi} \quad (\text{E.24})$$

$$F_{T_{PL}}(x'_{PL}) = 1 - p' + p' \sqrt{1 + \frac{M'}{2 p'^2} i x'_{PL}} \quad (\text{E.25})$$

$$p' = \frac{M'}{4 (\alpha'_0 - 1)} \quad (\text{E.26})$$

**1 paramètre supplémentaire :**

8) Tortuosité acoustique thermique en basses fréquences :  $\alpha'_0$ .

$$\alpha'_0 = \lim_{\omega \rightarrow 0} \alpha'(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{\langle \tau^2 \rangle}{\langle \tau \rangle^2} \quad (\text{E.27})$$



# Annexe F

## Validation de la modélisation thermo-acoustique

### F.1 Principe de la validation

Notre étude des propriétés acoustiques de la géométrie 2D *PACC* de [Venegas & Umnova \(2008\)](#) est validée à la section 7.2 du chapitre 7 par comparaison avec les résultats publiés dans leur article. Cependant, afin de confirmer davantage cette validation, nous avons étudié deux autres géométries en 2D et 3D dont les propriétés acoustiques sont connues d'après la littérature scientifique. Parmi ces deux géométries, on trouve un agencement 2D hexagonal de ligaments de mousses, puis un agencement 3D de sphères en configuration *cubique simple*. La littérature scientifique disponible sur les propriétés acoustiques et d'écoulement d'agencements de sphères étant abondante, nous avons comparé nos résultats à plusieurs sources bibliographiques.

### F.2 Modèle 2D de mousses périodiques

#### F.2.1 Géométrie 2D et maillage

Dans sa thèse en 2006 ([Perrot \(2006\)](#)), puis par la suite en 2008 avec Chevillotte et Panneton ([Perrot et al. \(2008a,b\)](#)), Perrot propose d'étudier les propriétés acoustiques de mousses d'aluminium à partir du même formalisme thermo-acoustique que celui décrit précédemment en section 7.1.1.2 du chapitre 7. De plus, il utilise la modélisation électrique pour déterminer les paramètres  $\Lambda$  et  $\alpha_\infty$  de ses géométries 2D ([Perrot et al. \(2008a,b\)](#)). Pour ce faire, il modélise les mousses 3D par leur section 2D en organisant les ligaments selon un treillis hexagonal et en faisant varier la forme de leur



section. En toute rigueur, ce type de géométrie est équivalent en 3D à des fibres de longueur infinie comme la géométrie 2D *PACC* présentée en Fig. 7.1 en page 142, mais dont les sections circulaires s'organisent en hexagones.

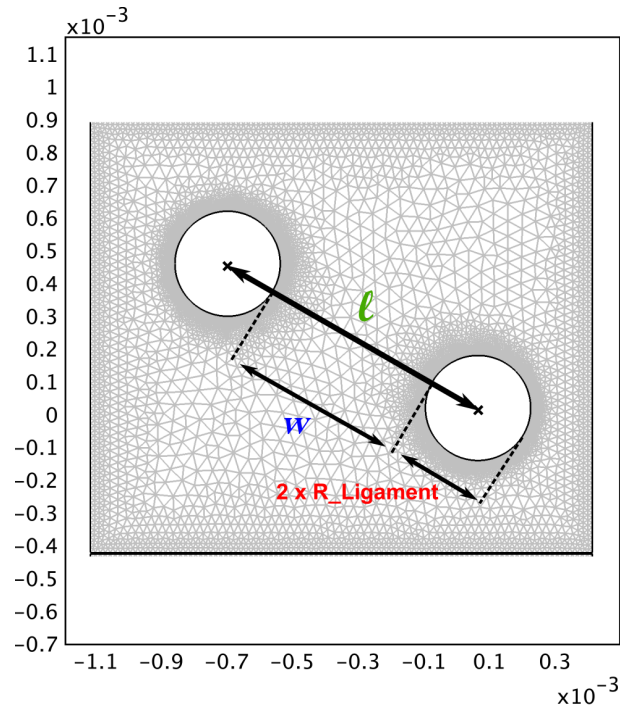
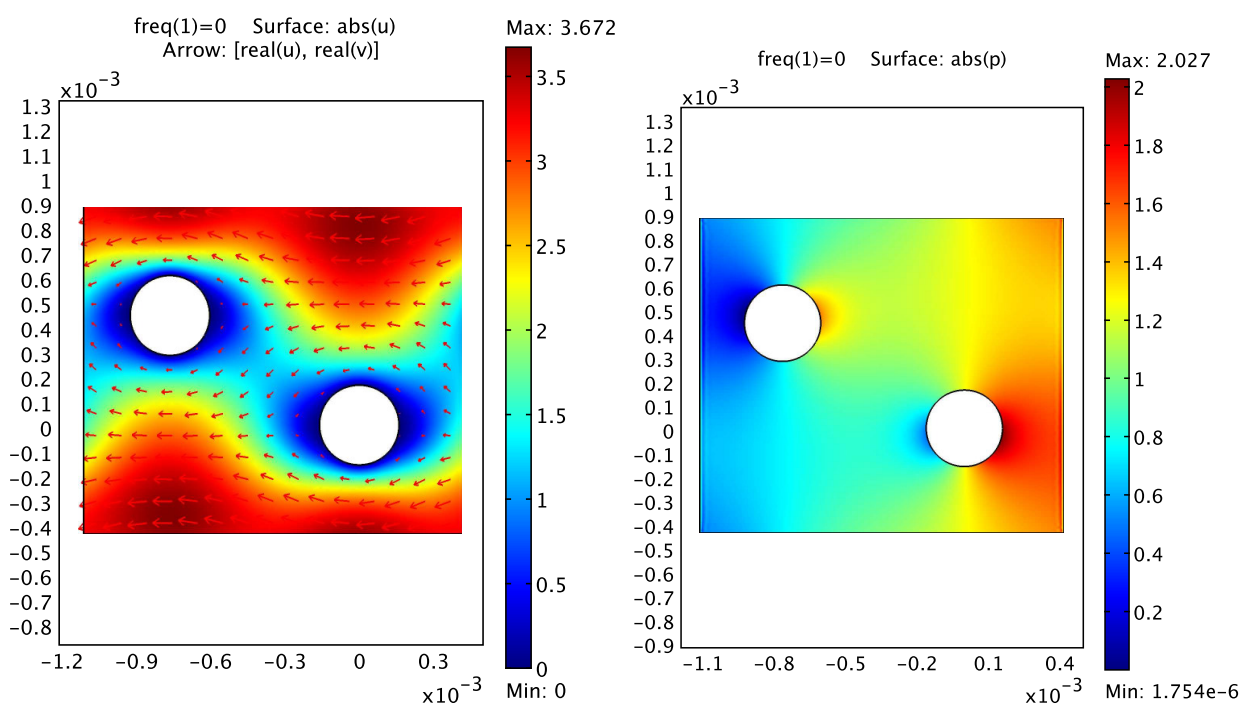


FIGURE F.1 – Maillage de la géométrie 2D *Perrot RH* de [Perrot \(2006\)](#) et [Perrot et al. \(2008a,b\)](#) pour une porosité  $\phi = 0,92$ , des ligaments organisés en hexagones de dimensions caractéristiques  $R_L = 161 \mu\text{m}$ ,  $l = 884 \mu\text{m}$  et  $w = 562 \mu\text{m}$ .

La Fig. F.1 représente une cellule élémentaire de type  $R_H$  d'après les travaux de [Perrot et al. \(2008b\)](#) périodique par translation horizontalement selon l'axe  $Ox$ , et symétrique en miroir par rapport à ce même axe  $Ox$  pour obtenir un treillis hexagonal. Trois paramètres caractérisent sa géométrie, le rayon  $R_L$  des ligaments (de section circulaire ici), la distance  $l$  entre leurs centres, puis la distance orthogonale  $w$  entre leurs parois, encore appelée *largeur d'étranglement* dans les travaux de [Perrot et al. \(2008a,b\)](#). Sur la Fig. F.1, les trois longueurs caractéristiques ont les valeurs suivantes :  $R_L = 161 \mu\text{m}$ ,  $l = 884 \mu\text{m}$  et  $w = (l - 2 R_L) = 562 \mu\text{m}$ . On peut observer sur la Fig. F.1 que le maillage est également plus fin à l'interface air-ligaments et aux bords de la cellule élémentaire. Il est constitué de  $18932$  éléments, induisant un système avec  $127163$  degrés de liberté.



(a) Champ de vitesse acoustique  $\vec{u}$  ( $m.s^{-1}$ )

(b) Champ de pression acoustique  $p$  (Pa)

FIGURE F.2 – Champs de vitesse (en m/s) et de pression (en Pa) acoustiques en régime statique ( $f = 0$  Hz) pour une cellule élémentaire 2D *Perrot RH* (Fig. F.1), en stimulation sonore selon l'axe horizontal  $Ox$ , source à droite de la cellule élémentaire.

De même qu'en *Fig. 5* de l'article de [Perrot et al. \(2008b\)](#), la Fig. F.2(a) représente le champ de vitesse acoustique en régime statique pour une stimulation sonore selon l'axe horizontal  $Ox$ . Dans ces mêmes conditions, le champ statique de pression acoustique est illustré en Fig. F.2(b) pour une amplitude de pression oscillante de  $1 Pa$  appliquée sur la face droite de la cellule élémentaire.

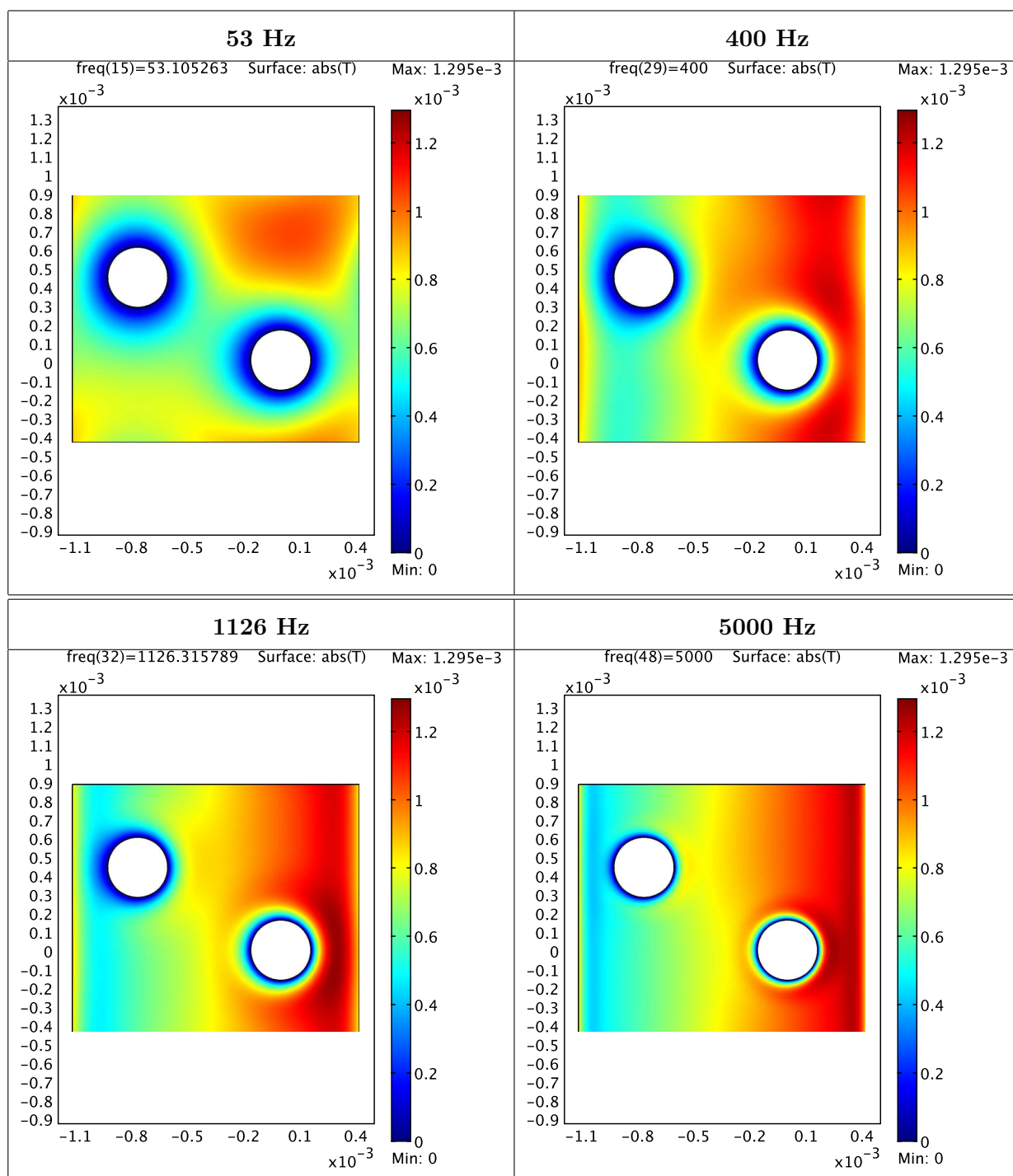


FIGURE F.3 – Champs de température acoustique (en K) en régime harmonique pour  $f$  variant de 53 Hz à 5000 Hz pour une cellule élémentaire 2D *Perrot RH* (Fig. F.1), en stimulation sonore selon l'axe horizontal  $Ox$ , source à droite de la cellule élémentaire.

Quant aux champs de température acoustique  $\tau$ , on peut en observer l'évolution fréquentielle en Fig. F.3 pour des fréquences variant de  $0 \text{ Hz}$  à  $5000 \text{ Hz}$ . De même que précédemment pour la géométrie 2D *PACC* (Fig. 7.4), l'épaisseur de la couche limite en *bleu* diminue à mesure que la fréquence augmente.

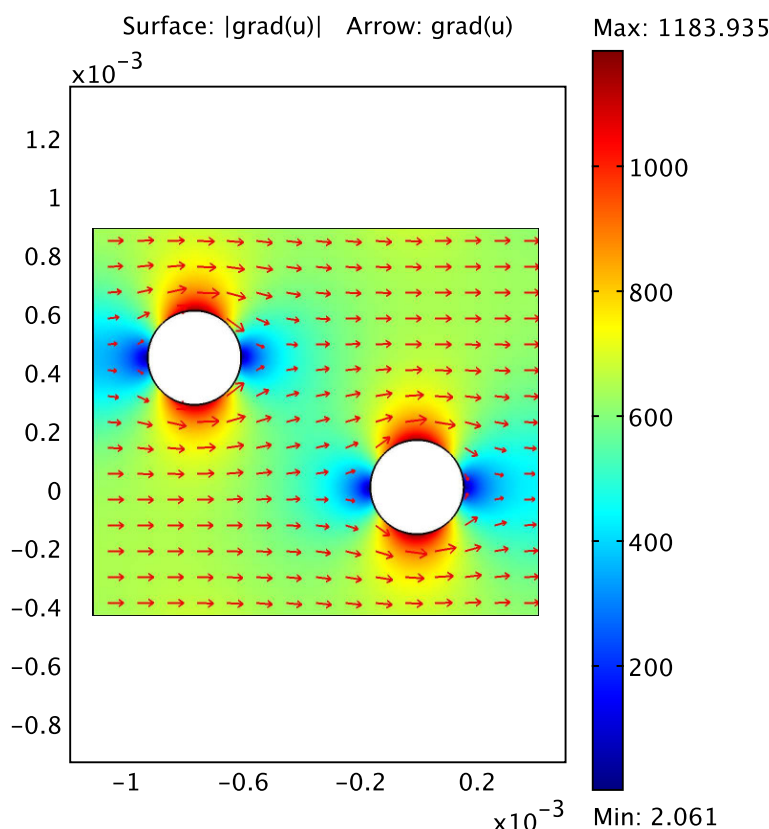


FIGURE F.4 – Champ électrique  $\vec{E}$  (en  $\text{V/m}$ ) pour une cellule élémentaire 2D *Perrot RH* (Fig. F.1), en stimulation électrique selon l'axe horizontal  $Ox$ , source à droite de la cellule élémentaire.

Enfin, le champ électrique  $\vec{E}$  obtenu par application d'un potentiel de  $1 \text{ V}$  sur la face droite de la cellule élémentaire de la Fig. F.1 est représenté en Fig. F.4. Son allure générale est similaire à celle publiée en Fig. 5 dans l'article de [Perrot et al. \(2008b\)](#). Cette modélisation électrique permet d'en déduire les valeurs des paramètres en hautes fréquences infinies  $\Lambda$  et de  $\alpha_\infty$ . Comme le montre la Table F.1, nos estimations des longueurs caractéristiques visqueuse et thermique, et des paramètres acoustiques asymptotiques et géométriques concordent presque parfaitement avec celles de la Table I de [Perrot et al. \(2008b\)](#) pour la géométrie 2D *Perrot RH*.

2D Perrot RH	Notre étude	Perrot <i>et al.</i> (2008b)
$\Lambda$ (mm)	1,08	1,00
$\Lambda'$ (mm)	1,85	1,85
$ k_0 $ ( $m^2$ )	$6,15 \times 10^{-8}$	$4,83 \times 10^{-8}$
$ k'_0 $ ( $kg.m.s^{-2}.Pa^{-1}$ )	$11,29 \times 10^{-8}$	NC
$\alpha_0$	1,30	1,30
$\alpha_\infty$	1,07	1,08
$\alpha'_0$	1,12	NC

TABLE F.1 – Longueurs caractéristiques, paramètres acoustiques asymptotiques et géométriques du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *Perrot RH* (Fig. F.1).

### F.2.2 Propriétés acoustiques de la géométrie 2D Perrot RH

La Fig. F.5(a) illustre l'évolution fréquentielle de la perméabilité visqueuse moyenne  $\langle K \rangle$  du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *Perrot RH*, et stimulé horizontalement selon  $Ox$ . On peut constater que son allure est très similaire aux courbes en Fig. 4 de l'article de Perrot *et al.* (2008b). La fréquence critique de transition  $f_C$  de la géométrie 2D *Perrot RH* est d'environ 33 Hz d'après l'Eq. 6.1 (en page 127 du chapitre 6), que confirme l'inflexion de  $\langle K \rangle$  à partir de cette fréquence (Fig. F.5(a)). Quant à la partie réelle de la tortuosité acoustique visqueuse dynamique  $\alpha(\omega)$  de ce milieu macroscopique, elle évolue correctement entre  $\alpha_0 = 1,30$  et  $\alpha_\infty = 1,07$ .

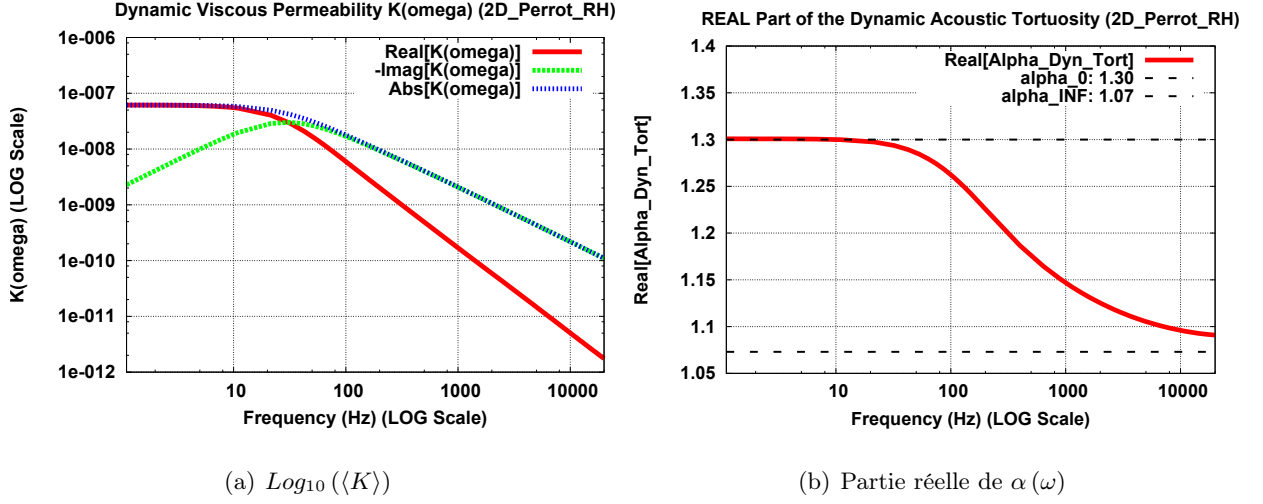


FIGURE F.5 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 20000 Hz en échelle logarithmique) de la perméabilité visqueuse moyenne  $\langle K(\omega) \rangle$  et de la partie réelle de la tortuosité acoustique visqueuse dynamique  $\alpha(\omega)$  du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *Perrot RH* (Fig. F.1) stimulées horizontalement selon  $Ox$ . Échelle logarithmique pour la perméabilité visqueuse.

Enfin, la Fig. F.6 indique à titre indicatif l'évolution fréquentielle du coefficient d'absorption acoustique  $A(\omega)$  du milieu homogène d'épaisseur  $d = 2,5 \text{ cm}$  (courbe *rouge*) constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *Perrot RH*. Les faibles performances acoustiques de cette géométrie est liée à la porosité  $\phi$  et aux dimensions  $R_L$ ,  $w$  et par extension  $l$  caractéristiques de la structure hexagonale en 2D de la mousse. Dans leur article, [Perrot et al. \(2008a\)](#) étudient plus précisément l'influence de ces dimensions et de la forme de la section circulaire des ligaments sur le coefficient d'absorption acoustique. Ainsi, pour des ligaments de section circulaire, ils proposent les valeurs optimales suivantes  $R_{L_{opt}} = 32 \mu\text{m}$ ,  $w_{opt} = 70 \mu\text{m}$  et donc  $l_{opt} = 134 \mu\text{m}$  pour lesquels ils obtiennent de meilleures performances acoustiques pour une épaisseur  $d = 2,5 \text{ cm}$  qu'avec la géométrie 2D *Perrot RH* de la Fig. F.1, comme le montre la Fig. 5 de l'article de [Perrot et al. \(2008a\)](#). La courbe *verte* de la Fig. F.6 représente le coefficient d'absorption acoustique  $A(\omega)$  obtenu pour une épaisseur de matériau de  $d = 10 \text{ cm}$  et montre dans quelle mesure le milieu homogène constitué de cellules 2D *Perrot RH* absorbe davantage l'énergie acoustique que ne le fait une même épaisseur de matériau composé de cellules 2D *PACC* de [Venegas & Umnova \(2008\)](#) (Fig. 7.14 en page 157 du chapitre 7).

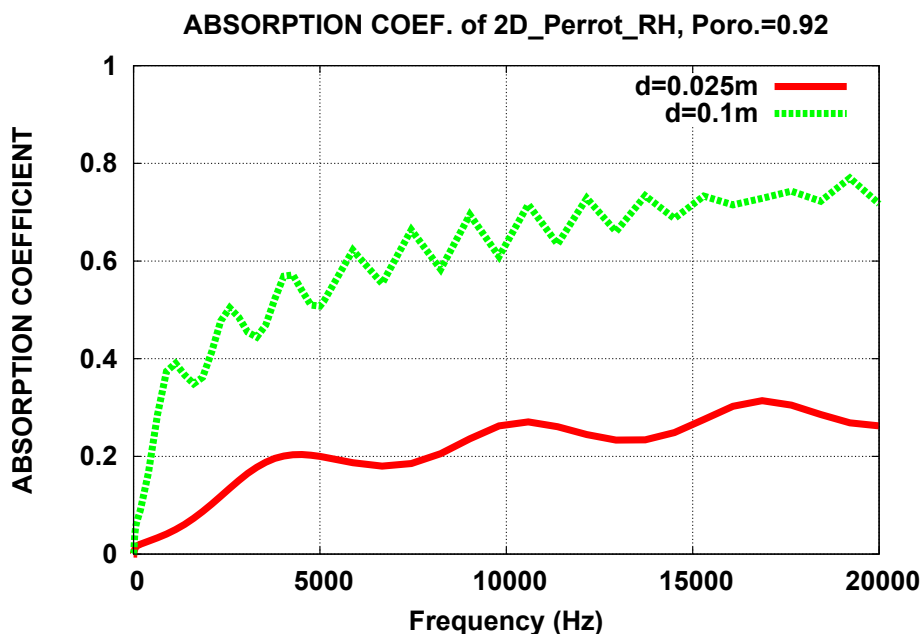


FIGURE F.6 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 20000 Hz) du coefficient d'absorption acoustique  $A(\omega)$  du milieu homogène d'épaisseur  $d = 2,5$  cm en rouge, et  $d = 10$  cm en vert, constitué de cellules périodiques élémentaires 2D Perrot RH (Fig. F.1) stimulées horizontalement selon  $Ox$ .

## F.3 Modèle 3D d'agencement cubique simple de sphères

### F.3.1 Géométrie 3D et maillage

Si l'on considère la géométrie en 3D des pores entre des sphères organisées selon un agencement *cubique simple*, leurs centres respectifs occupent les sommets d'un cube. De plus, dans nos simulations, nous avons étudié la géométrie telle que ces sphères ont toutes un même rayon égal à la moitié de l'arête de ce cube de sorte qu'elles se touchent en un seul point. Dans cette configuration, la porosité obtenue est de  $\phi = 1 - \frac{\pi}{6} \approx 0,48$ . Le rayon des sphères  $R_S$  est choisi égal à  $1$  mm à l'instar des géométries étudiées par Gasser *et al.* (2005), Lee *et al.* (2008) et Lee *et al.* (2009). Les propriétés d'écoulement et le comportement acoustique d'agencements en 3D de sphères cubiques simples ont été étudiées entre autres par Chapman & Higdon (1992), Gasser dans sa thèse en 2003 (Gasser (2003)) puis avec Paun et Bréchet en 2005 (Gasser *et al.* (2005)), et enfin plus récemment par Boutin & Geindreau (2008), Lee *et al.* (2008) et Lee *et al.* (2009). La littérature scientifique disponible sur les agencements de sphères est relativement abondante et beaucoup des

articles publiés sur le sujet font entre autres référence à l'article de [Chapman & Higdon \(1992\)](#). Par conséquent, nous restreignons nos comparaisons aux résultats récemment publiés par [Gasser \*et al.\* \(2005\)](#), [Boutin & Geindreau \(2008\)](#), [Lee \*et al.\* \(2008\)](#) et [Lee \*et al.\* \(2009\)](#) qui les valident d'après les articles publiés depuis 1992.

Le maillage ainsi obtenu est représenté en Fig. F.7, et est constitué de 13806 éléments, induisant un système avec 202521 degrés de liberté. De même que pour les géométries 2D *PACC* et *Perrot RH*, le maillage est raffiné à l'interface air-sphères dans la couche limite, comme le montre la Fig. F.7(b). Cette étude de géométries en 3D achève notre démarche de validation de notre méthode d'estimation des propriétés acoustiques de cellules élémentaires quelconques.

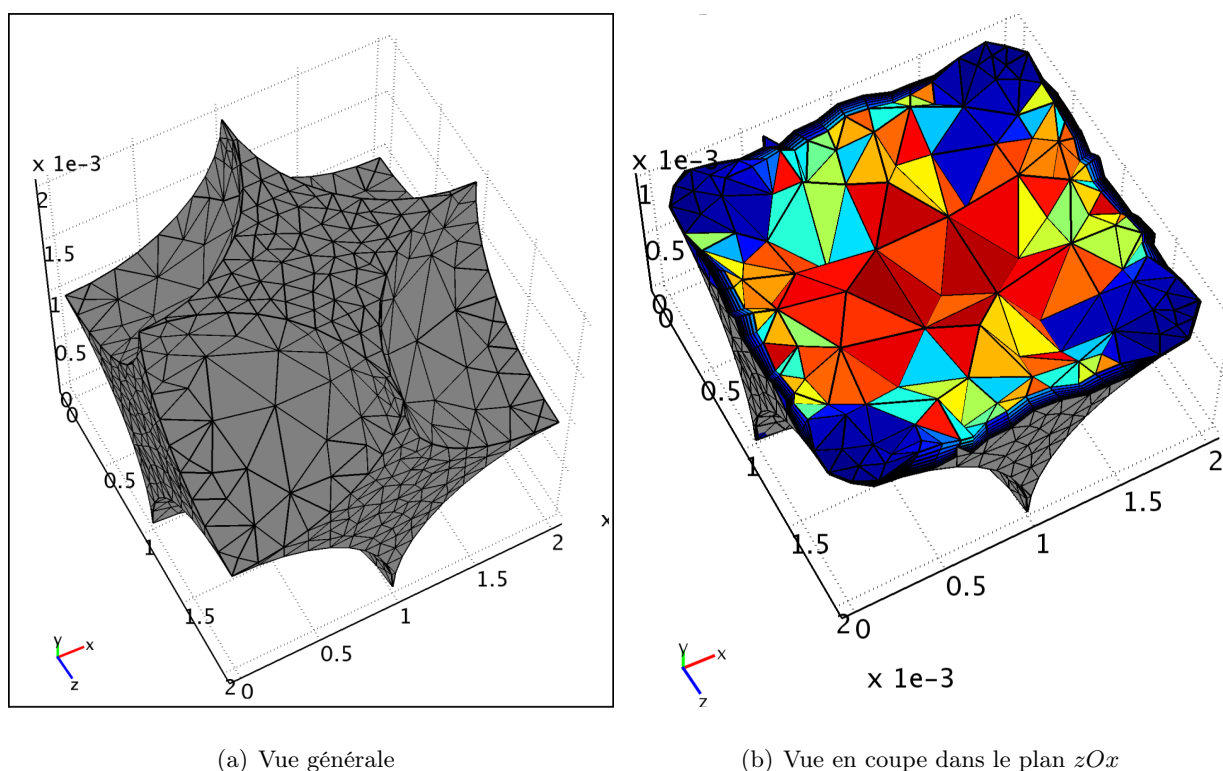
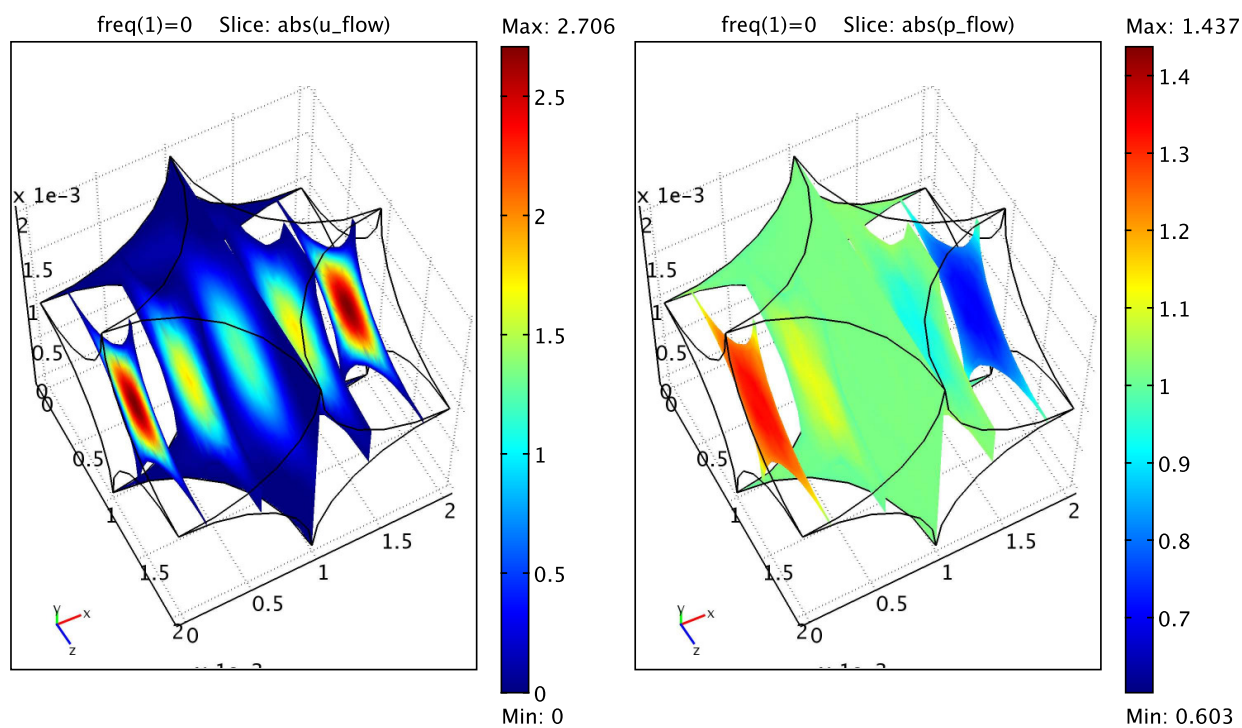


FIGURE F.7 – Maillage de la géométrie 3D *Sphères SC* pour une porosité  $\phi = 0,48$  et un rayon de sphères  $R_S = 1 \text{ mm}$ .

On peut observer les champs de vitesse et de pression acoustiques en régime statique sur la Fig. F.8, après application d'une pression oscillante de  $1 \text{ Pa}$  sur la face de coordonnée  $x = 0$ . Comme pour les deux géométries 2D précédentes, les conditions aux bords de la cellule élémentaire 3D sont périodiques pour  $\vec{u}$ ,  $p$  et  $\tau$  selon les trois directions  $Ox$ ,  $Oy$  et  $Oz$ .



### F.3 Modèle 3D d'agencement cubique simple de sphères



(a) Champ de vitesse acoustique  $\vec{u}$  ( $m.s^{-1}$ )

(b) Champ de pression acoustique  $p$  (Pa)

FIGURE F.8 – Champs de vitesse (en m/s) et de pression (en Pa) acoustiques en régime statique ( $f = 0$  Hz) pour une cellule élémentaire 3D *Sphères SC* (Fig. F.7), en stimulation sonore selon l'axe  $Ox$ .

L'amincissement de la couche limite à mesure que la fréquence de l'onde incidente augmente est observable en *bleu* sur la Fig. F.9 qui illustre l'évolution fréquentielle de la température acoustique  $\tau$  pour une gamme de fréquences comprises entre  $53$  Hz et  $5000$  Hz.

### F.3 Modèle 3D d'agencement cubique simple de sphères

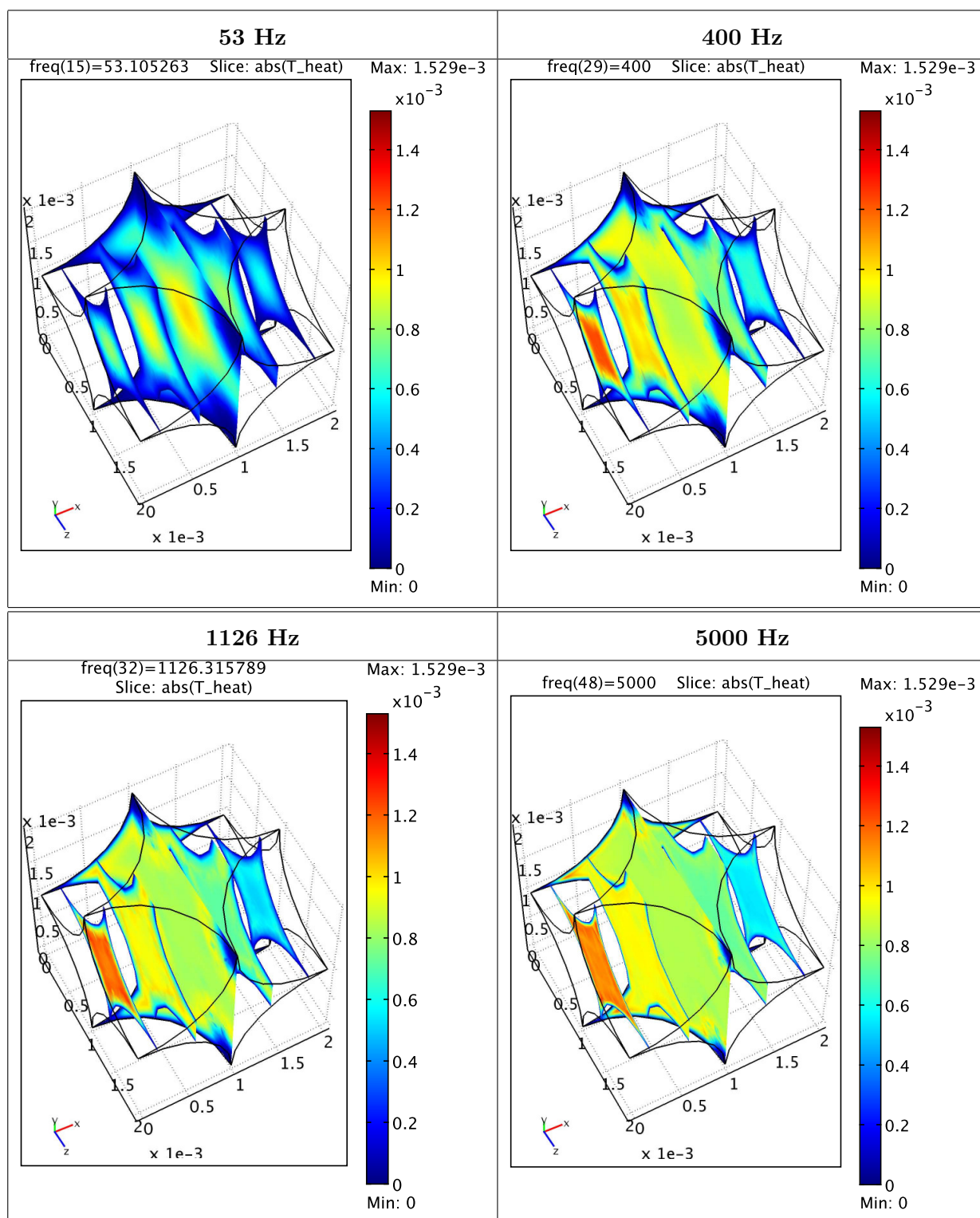


FIGURE F.9 – Champs de température acoustique (en K) en régime harmonique pour  $f$  variant de 53 Hz à 5000 Hz pour une cellule élémentaire 3D *Sphères SC* (Fig. F.7), en stimulation sonore selon l'axe  $Ox$ .

### F.3.2 Propriétés acoustiques de la géométrie 3D Sphères SC

Pour un agencement cubique simple de sphères de porosité  $\phi = 1 - \frac{\pi}{6} = 0,4764$  et de rayon  $R_S = 1 \text{ mm}$  la perméabilité visqueuse moyenne  $\langle K \rangle$  est représentée en échelle logarithmique en Fig. F.10. On peut voir en pointillés *noirs* l'allure de la valeur absolue de  $\langle K \rangle$  publiée en *Table I(a)* dans l'article de Chapman & Higdon (1992). Même si notre courbe en *bleu* de la Fig. F.10 n'est pas parfaitement confondue avec celle publiée par Chapman et Higdon, les deux courbes ont des évolutions fréquentielles similaires et leurs valeurs sont du même ordre de grandeur.

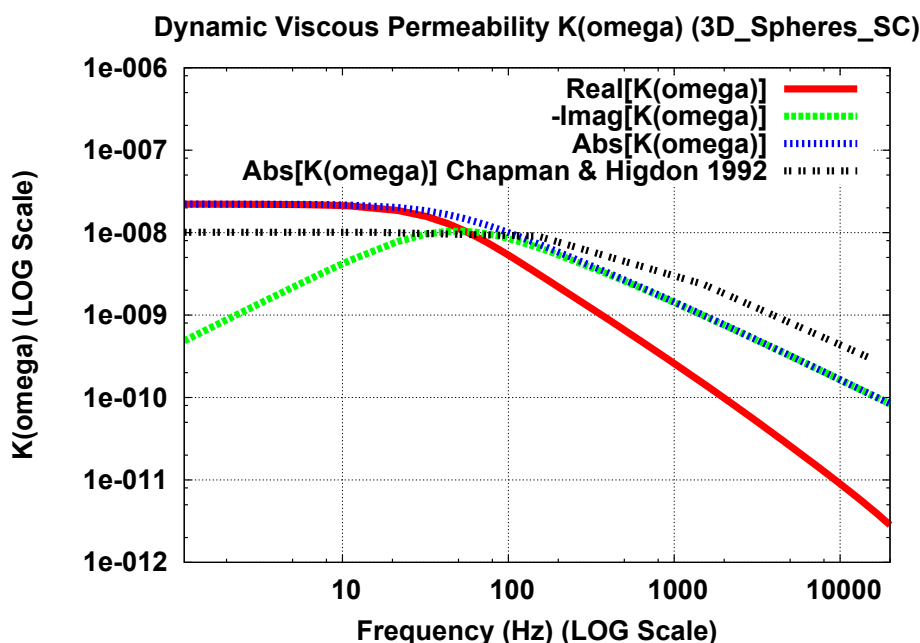


FIGURE F.10 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 20000 Hz en échelle logarithmique) de la perméabilité visqueuse moyenne  $\langle K(\omega) \rangle$  du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 3D *Sphères SC* (Fig. F.7). Échelle logarithmique pour la perméabilité visqueuse.

D'après l'Eq. 6.1 (page 127), la fréquence critique de transition  $f_C$  est d'environ  $37 \text{ Hz}$  pour notre agencement cubique simple de sphères, de porosité  $\phi = 0,4764$ , ce qui explique l'inflexion de  $\langle K \rangle$  à partir de  $f_C$ . Ainsi, la Fig. F.10 est cohérente avec les perméabilités dynamiques visqueuses obtenues par Boutin & Geindreau (2008) pour le même agencement de sphères, mais de porosités différentes.

Si l'on se penche sur la masse volumique effective dynamique  $\rho_{eff}(\omega)$  du fluide équivalent représentée en Fig. F.11, on peut constater que ses parties réelle et imaginaires obtenues par nos simulations sont également en accord avec l'allure et les ordres de grandeurs des mesures publiées par Boutin & Geindreau (2008) en Fig. 11b et 12b, et par Lee *et al.* (2009) en Fig. 5a et 5b. De plus,

l'évolution fréquentielle du paramètre  $\rho_{eff}(\omega)$  des agencements *cubiques faces centrées* en Fig. 4 et 5 de l'article de Gasser *et al.* (2005) ressemble à nos estimations.

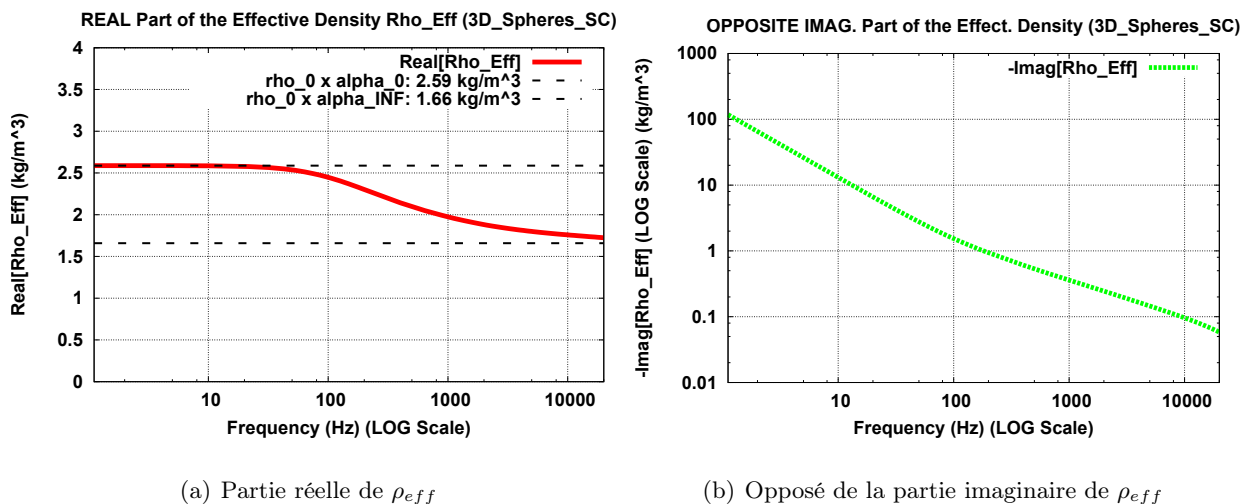


FIGURE F.11 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 20000 Hz en échelle logarithmique) de la partie réelle et de l'opposé de la partie imaginaire de la masse volumique effective dynamique  $\rho_{eff}(\omega)$  du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 3D *Sphères SC* (Fig. F.7). Échelles logarithmiques pour les parties réelle et imaginaire de  $\rho_{eff}$ .

Quant à l'évolution fréquentielle de  $\frac{K_a}{P_0}$ , avec  $K_a$  l'inverse du module de compressibilité effectif  $\chi_{eff}(\omega)$  (Eq. 7.33 en page 138), nos résultats représentés en Fig. F.12 sont identiques aux valeurs publiées en Fig. 5c et 5d par Lee *et al.* (2009). De plus, nos estimations de  $\frac{K_a}{P_0}$  ressemblent à celles obtenues en Fig. 6 par Gasser *et al.* (2005) pour des agencements de sphères *cubiques faces centrées*.

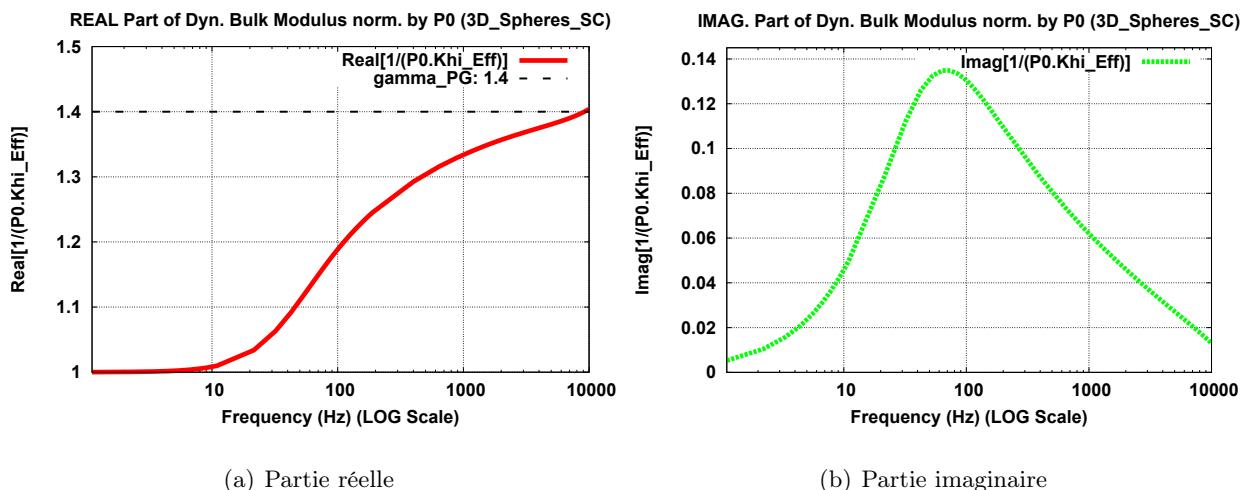


FIGURE F.12 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 10000 Hz en échelle logarithmique) de  $\frac{1}{\chi_{eff} P_0}$  du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 3D *Sphères SC* (Fig. F.7).

Enfin, la modélisation électrique nous permet d'estimer les valeurs  $\Lambda = 349 \mu m$  et  $\alpha_\infty = 1,37$  du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 3D *Sphères SC*. En plus de ces deux paramètres, la Table F.2 compare les paramètres acoustiques de cette géométrie que nous estimons, à ceux publiés dans la littérature scientifique. La confrontation de ces valeurs montre dans quelle mesure nos résultats concordent avec ces articles.

### F.3 Modèle 3D d'agencement cubique simple de sphères

3D Sphères SC	Notre étude	Chapman & Higdon (1992)	Lee <i>et al.</i> (2009)
$\Lambda$ ( $\mu m$ )	349	324	369
$\Lambda'$ ( $\mu m$ )	667	NC	624
$ k_0 $ ( $m^2$ )	$2,22 \times 10^{-8}$	$4,83 \times 10^{-8}$	$1,02 \times 10^{-8}$
$ k'_0 $ ( $kg.m.s^{-2}.Pa^{-1}$ )	$5,66 \times 10^{-8}$	NC	$2,46 \times 10^{-8}$
$\alpha_0$	2,14	NC	2,02
$\alpha_\infty$	1,37	1,38	1,40
$\alpha'_0$	1,41	NC	1,43

TABLE F.2 – Longueurs caractéristiques, paramètres acoustiques asymptotiques et géométriques du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 3D *Sphères SC* (Fig. F.7).

De plus, les ordres de grandeur des limites basses ( $\alpha_0$ ) et hautes fréquences ( $\alpha_\infty$ ) de la tortuosité acoustique dynamique visqueuse que nous obtenons (Table F.2) sont également cohérents avec les valeurs publiées par Boutin & Geindreau (2008). Enfin, l'évolution fréquentielle du coefficient d'absorption acoustique de notre agencement 3D cubique simple de sphères est représentée en Fig. F.13, et dont on peut mettre la courbe rouge en parallèle avec celle obtenue pour un agencement cubique faces centrées dans la thèse de Gasser (2003) en Fig. 2.3 pour une épaisseur d'échantillon de 2 cm. De plus, pour un agencement cubique simple d'épaisseur de 10 cm, la courbe verte de la Fig. F.13 suit la même évolution que celle de la Fig. 6 de Lee *et al.* (2009). Ainsi, pour deux épaisseurs de milieu différentes nos mesures concordent avec la thèse de Gasser (2003) et l'article de Lee *et al.* (2009).

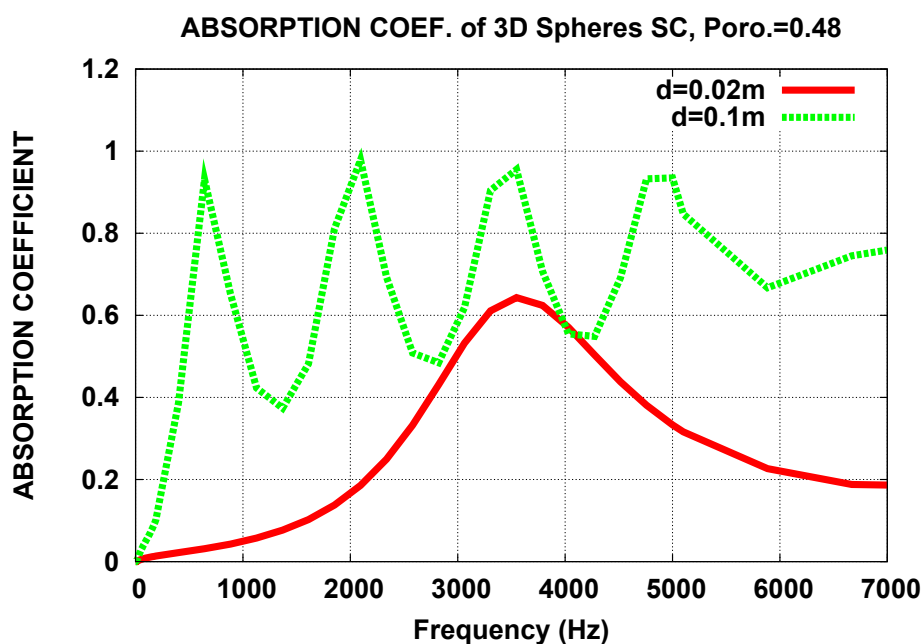


FIGURE F.13 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 7000 Hz) du coefficient d’absorption acoustique  $A(\omega)$  du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 3D *Sphères SC* (Fig. F.7).

## F.4 Bilan

En conclusion, ces multiples recoupements avec la littérature observés pour plusieurs paramètres acoustiques et différentes géométries en 2D et 3D achèvent de valider notre démarche globale de modélisation, et d’interprétation des résultats en vue de la caractérisation acoustique de milieux fibreux pour le projet Silent Wall. En effet, l’influence de la taille des fibres, de leur porosité, de leur agencement et de l’épaisseur de l’échantillon sont traités dans la section 8.2 du chapitre 8.

# Annexe G

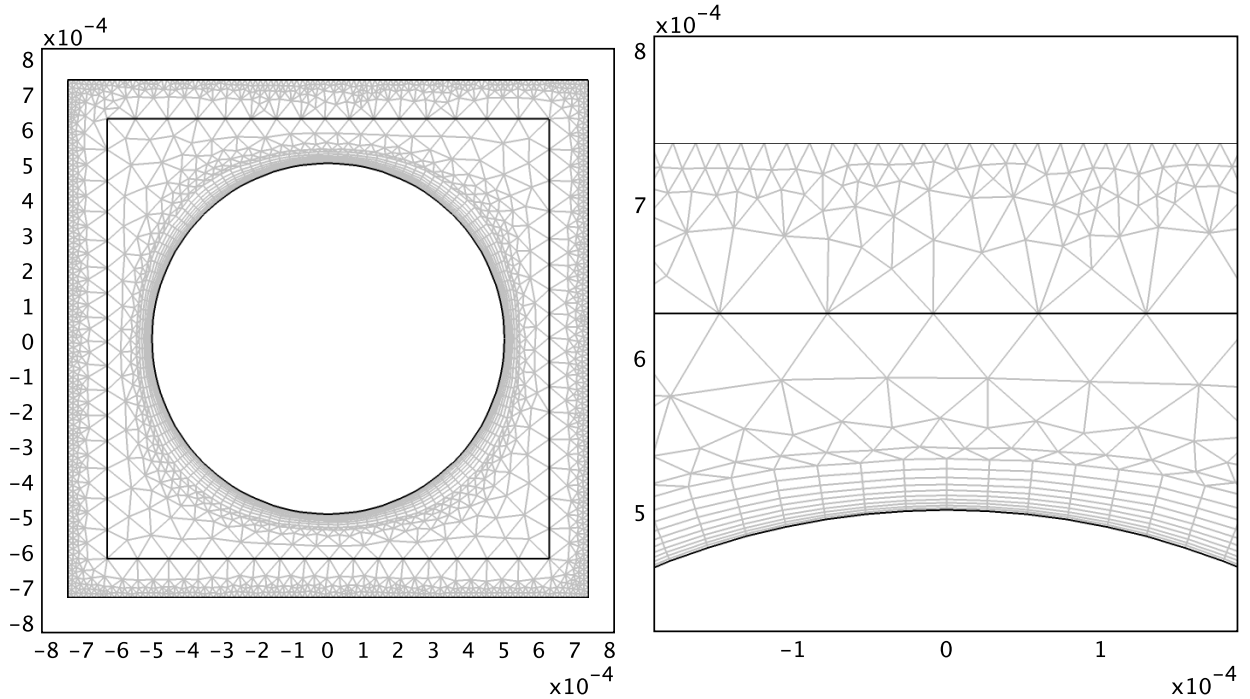
## Compléments au chapitre 8

### G.1 Cellules élémentaires 2D PACC64

#### G.1.1 Géométrie 2D et maillage

Pour une porosité  $\phi = 0,64$ , l'agencement *régulier* 2D *PACC64* de fibres pleines cylindriques parallèles périodiques et de sections circulaires, est construit sur le modèle de la géométrie 2D *PACC* décrite en Fig. 7.1 à la section 7.2.2, en page 143 du chapitre 7. La Fig. G.1 illustre le maillage de 2D *PACC64* pour un rayon de fibre  $R_F = 500 \mu m$ . Il est constitué de 4574 *éléments* induisant 39351 *degrés de liberté*, et est raffiné à l'interface air-fibre, ainsi qu'aux bords de la cellule élémentaire.





(a) Vue générale

(b) Détail à l'interface air-fibre et au bord de la cellule

FIGURE G.1 – Maillage de la géométrie 2D PACC64 pour une porosité  $\phi = 0,64$ , et un rayon de fibre  $R_F = 500 \mu m$ .

### G.1.2 Champs de vitesse et de pression acoustiques

En stimulant la géométrie 2D PACC64 selon l'axe  $Ox$  par un *gradient de pression statique*, les champs de vitesse et de pression acoustiques résultants sont illustrés respectivement en Fig. G.2 et G.3 pour trois échelles de rayons  $R_F = 42 \mu m$ ,  $100 \mu m$  et  $500 \mu m$ .

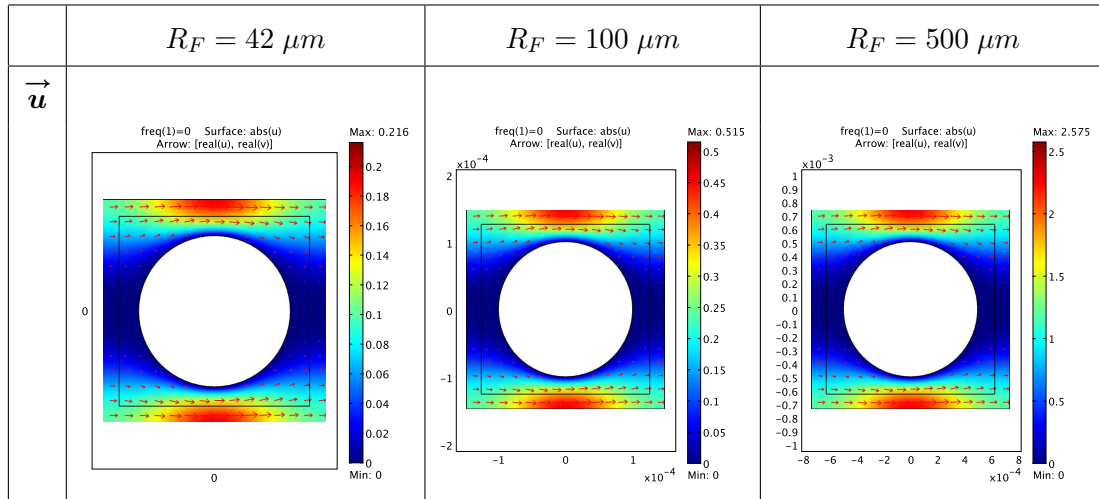


FIGURE G.2 – Champs de vitesse acoustique (en m/s) en régime statique ( $f = 0$  Hz) pour une cellule élémentaire 2D *PACC64* (Fig. G.1) en stimulation sonore selon l'axe horizontal  $Ox$ , source à gauche de la cellule élémentaire.  $R_F = 42 \mu m$ ,  $100 \mu m$ , et  $500 \mu m$ .

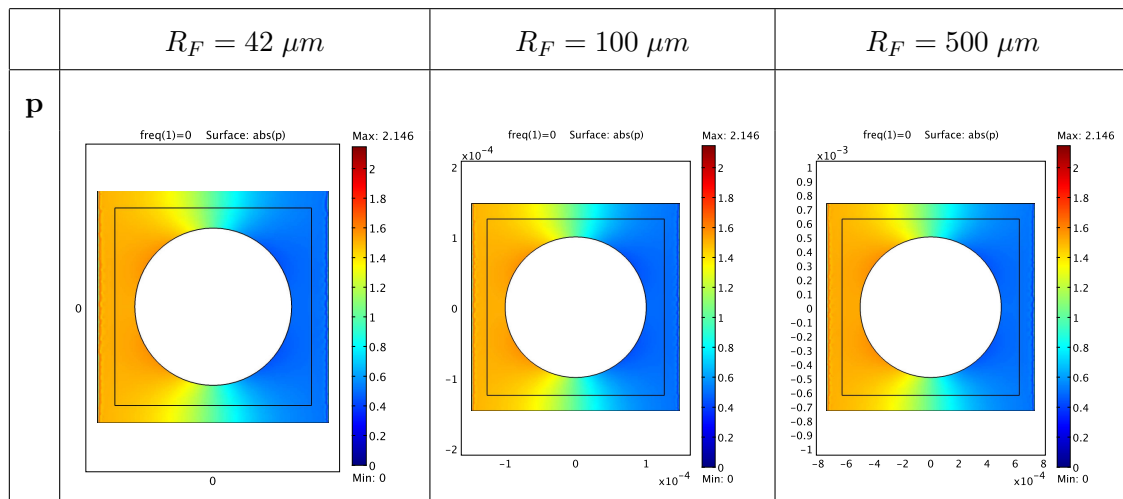
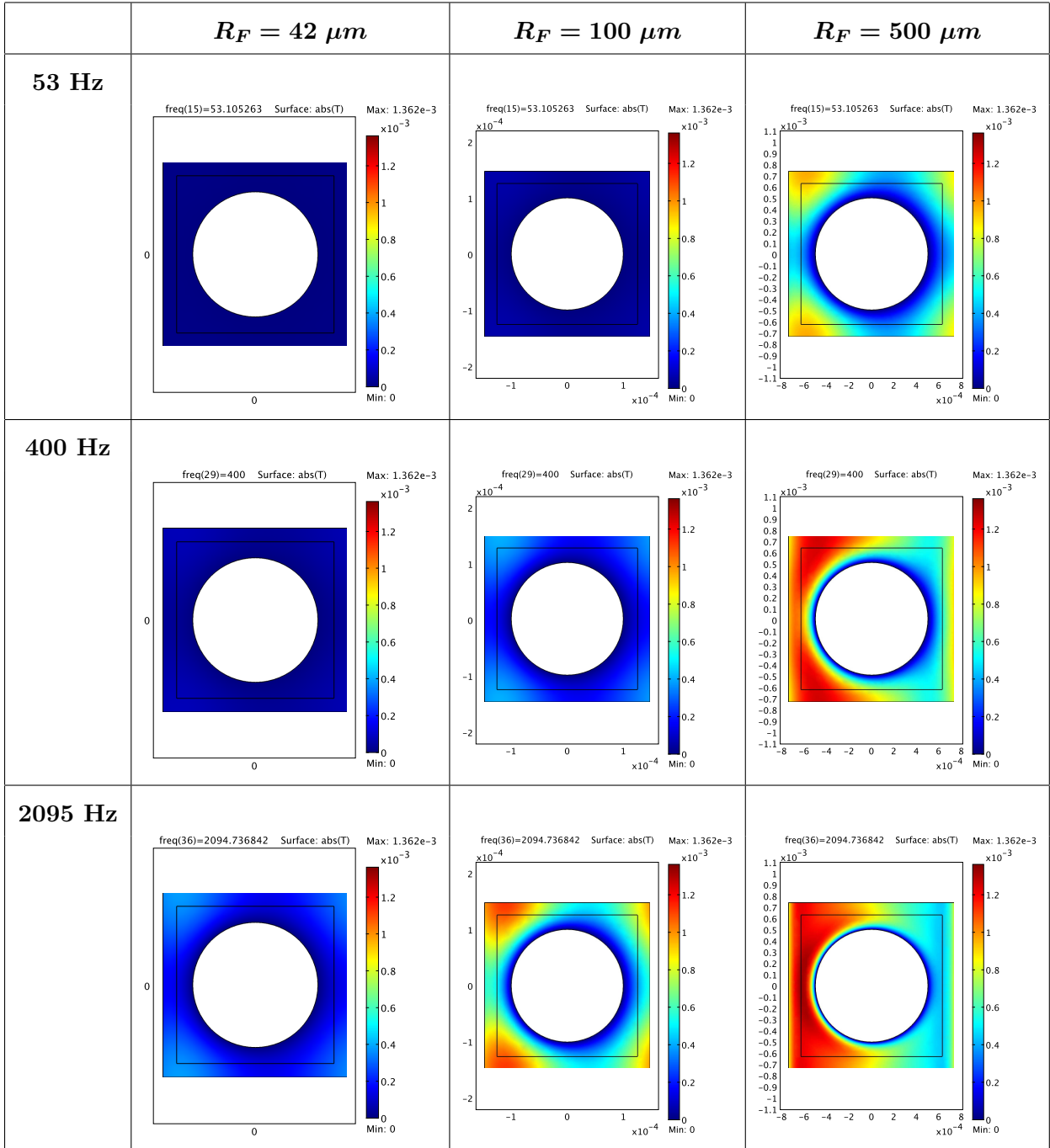


FIGURE G.3 – Champs de pression acoustique (en Pa) en régime statique ( $f = 0$  Hz) pour une cellule élémentaire 2D *PACC64* (Fig. G.1) en stimulation sonore selon l'axe horizontal  $Ox$ , source à gauche de la cellule élémentaire.  $R_F = 42 \mu m$ ,  $100 \mu m$ , et  $500 \mu m$ .

### G.1.3 Champs de température acoustique

Enfin, en Fig. G.4, les champs de température acoustique en régime dynamique sont représentés en valeur absolue  $|\tau|$ , pour une stimulation sonore de la géométrie 2D *PACC64* selon l'axe  $Ox$ . Avec une échelle de température comprise entre  $0\text{ K}$  et  $1,362 \times 10^{-3}\text{ K}$  pour tous les champs de la Fig. G.4, on peut ainsi observer dans quelle mesure l'allure de  $|\tau|$  varie en fonction des trois échelles de rayons  $R_F = 42\ \mu\text{m}$ ,  $100\ \mu\text{m}$  et  $500\ \mu\text{m}$ .



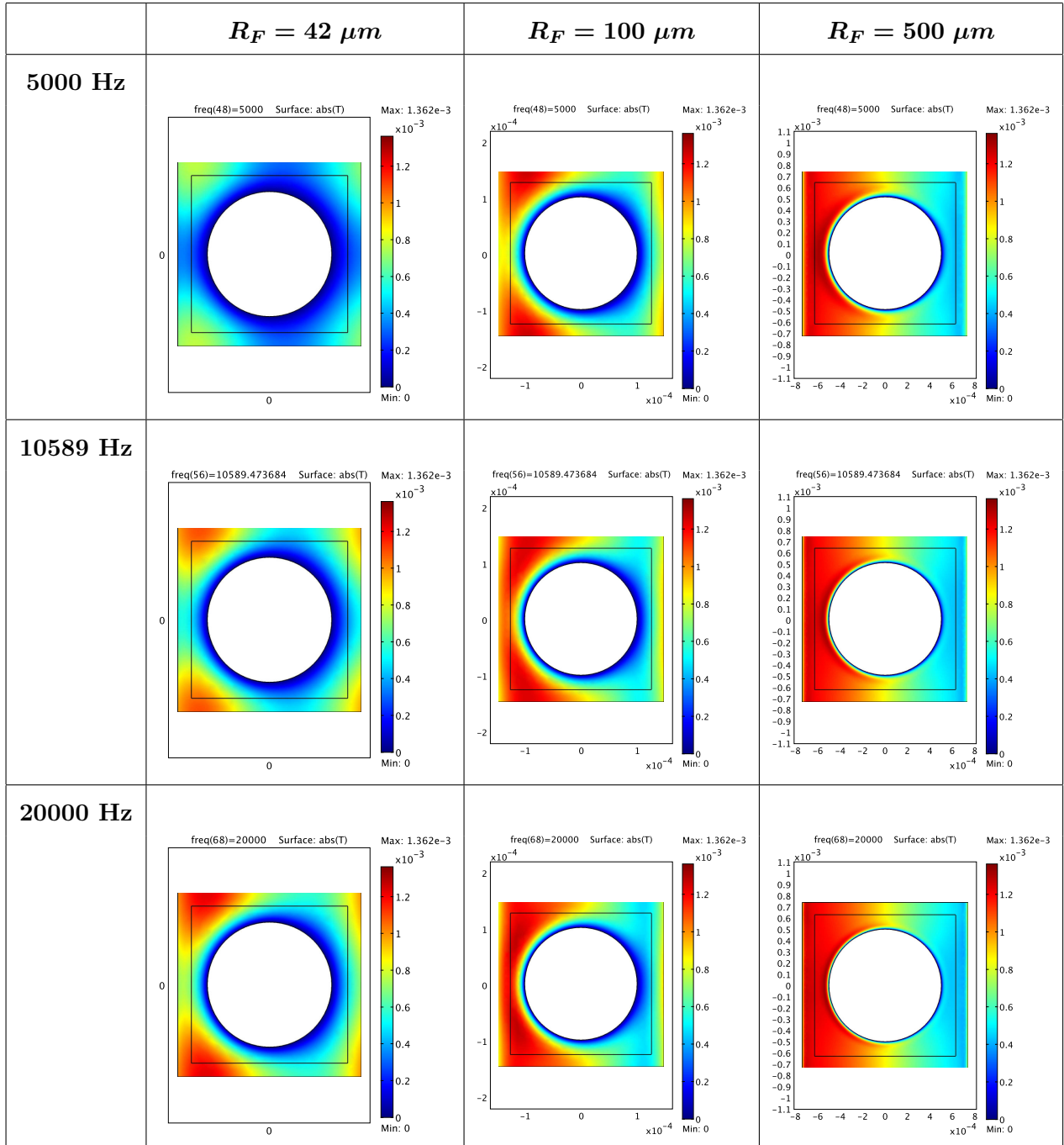


FIGURE G.4 – Champs de température acoustique (en K) en régime harmonique pour  $f$  variant de 53 Hz à 20000 Hz pour une cellule élémentaire 2D *PACC64* (Fig. G.1) en stimulation sonore selon l'axe horizontal  $Ox$ , source à gauche de la cellule élémentaire.  $R_F = 42 \mu m$ ,  $100 \mu m$ , et  $500 \mu m$ .

## G.2 Cellules élémentaires 2D PACC RANDOM89

### G.2.1 Champs de température acoustique de trois géométries 2D PACC RANDOM89

Ces résultats illustrent l'évolution fréquentielle des champs de température acoustique en valeur absolue  $|\tau|$  des trois réalisations 3, 5 et 6 de la géométrie 2D *PACC RANDOM89* présentées à la section 8.3.1.3 en page 211, et stimulées selon l'axe vertical  $Oy$  (sources en haut des cellules élémentaires).

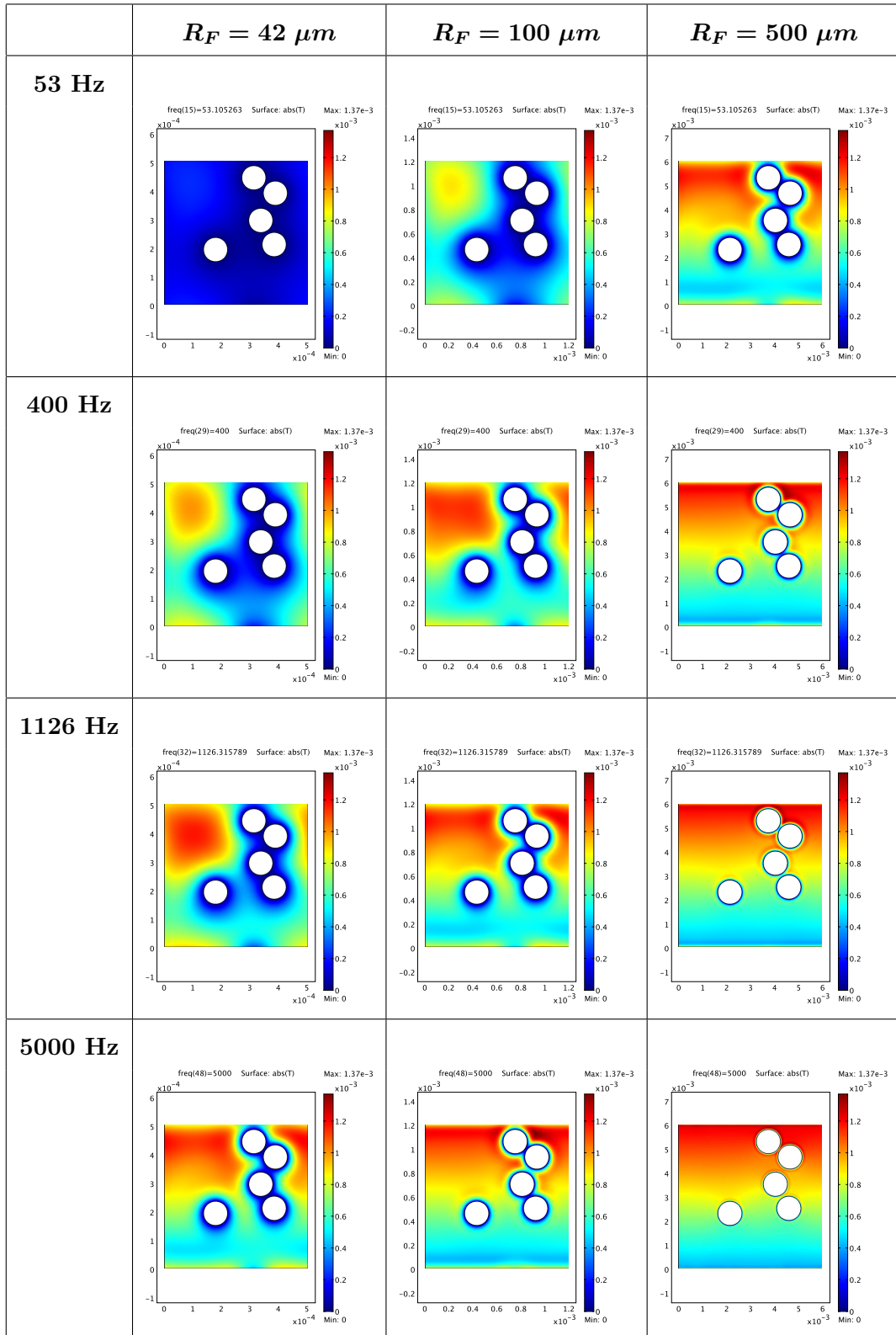


FIGURE G.5 – Champs de température acoustique (en K) pour une cellule élémentaire 2D PACC RANDOM89 3.

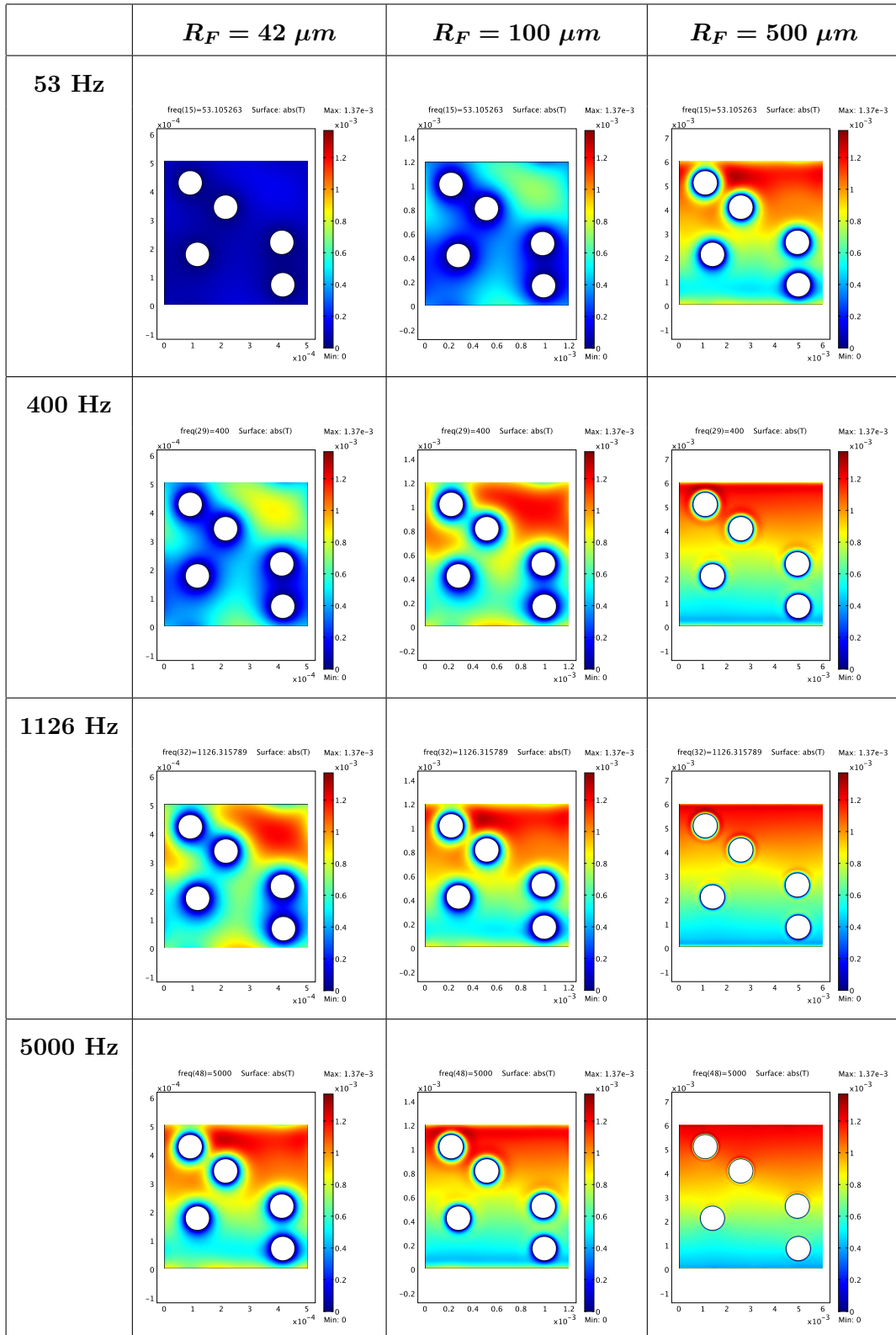


FIGURE G.6 – Champs de température acoustique (en K) pour une cellule élémentaire 2D *PACC RANDOM89 5*.



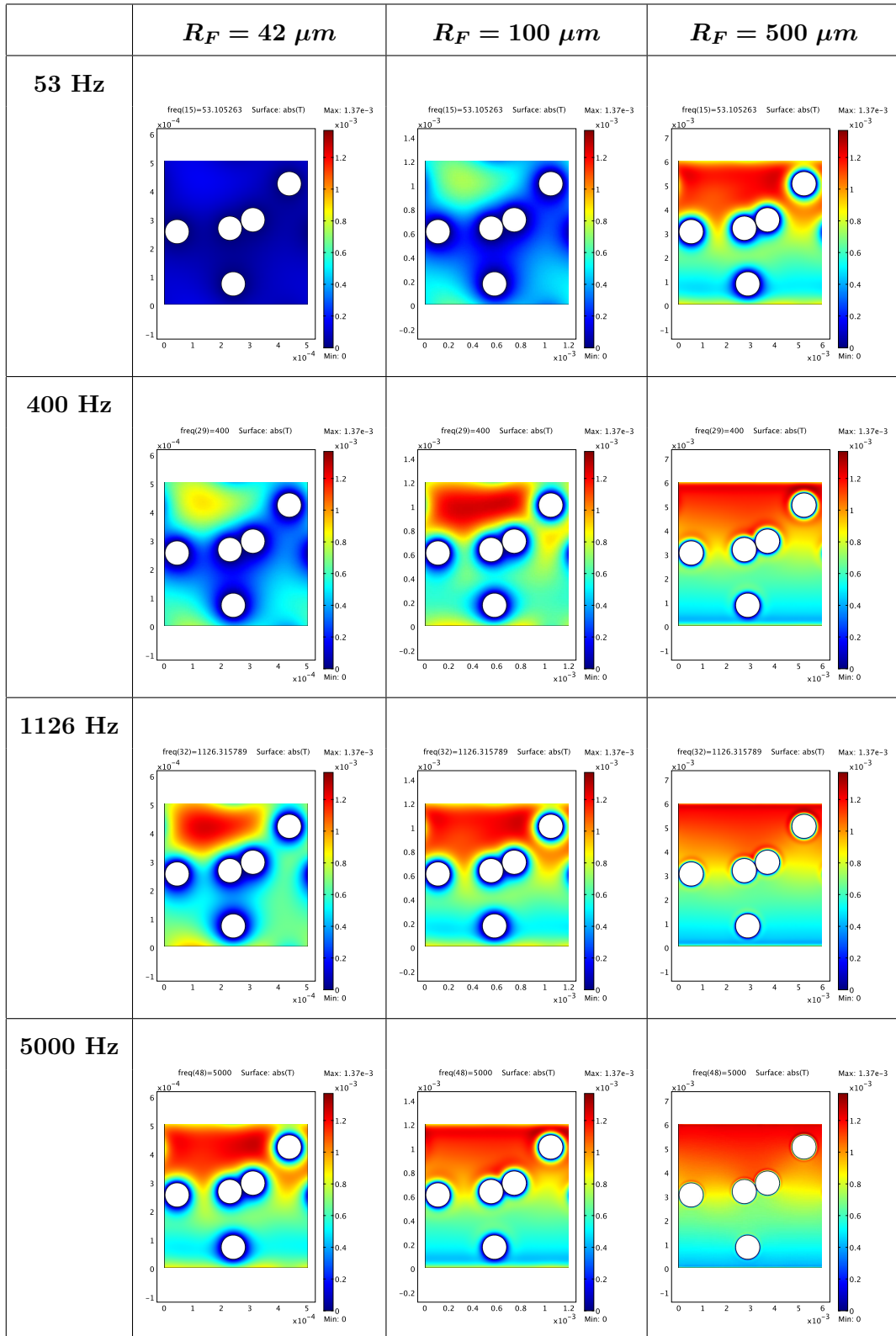


FIGURE G.7 – Champs de température acoustique (en K) pour une cellule élémentaire 2D *PACC* *RANDOM89* 6.

## G.2.2 Propriétés acoustiques des géométries 2D PACC RANDOM89

Ces résultats complètent l'étude des coefficients d'absorption acoustique des 10 simulations de milieux booléens de disques aléatoires présentée à la section 8.3.1.4 en page 213.

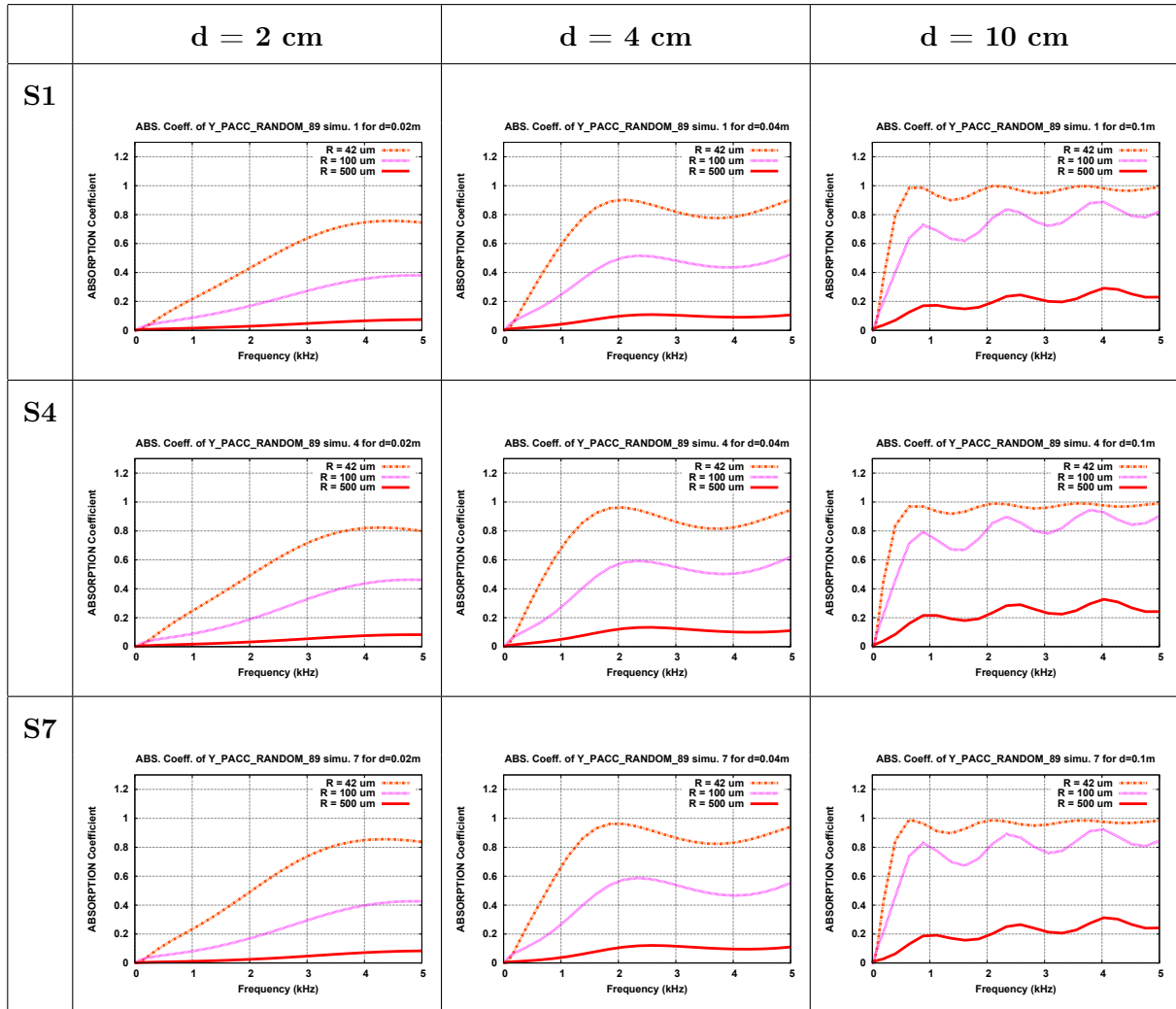


FIGURE G.8 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 5000 Hz) du coefficient d'absorption acoustique  $A(\omega)$  des milieux homogènes d'épaisseurs  $d = 2 \text{ cm}$ ,  $4 \text{ cm}$  et  $10 \text{ cm}$  constitués de cellules périodiques élémentaires 2D *PACC RANDOM89* 1, 4, et 7, en stimulation sonore selon l'axe vertical  $Oy$ .  $R_F = 42 \mu\text{m}$ ,  $100 \mu\text{m}$ , et  $500 \mu\text{m}$ .

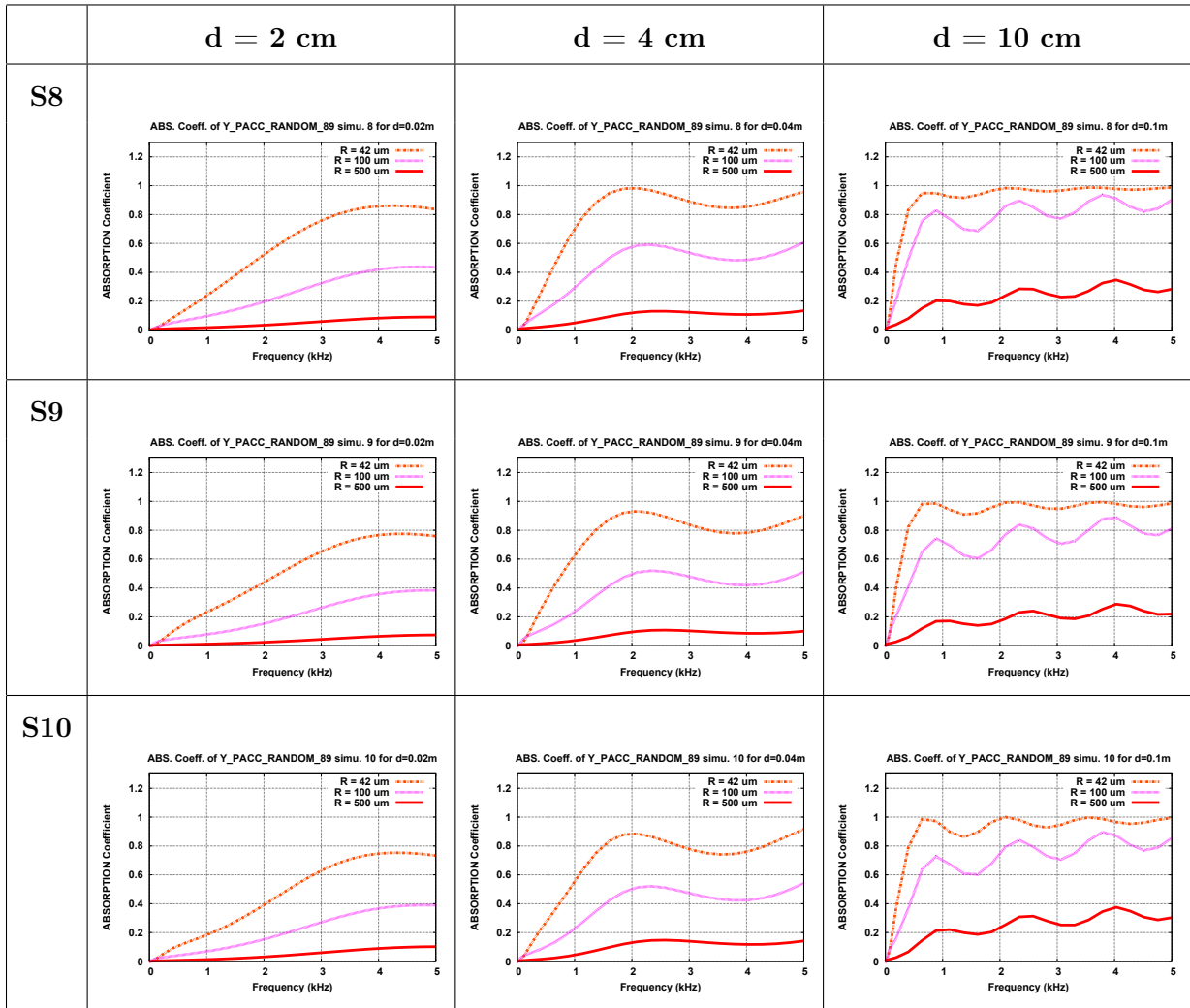


FIGURE G.9 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 5000 Hz) du coefficient d'absorption acoustique  $A(\omega)$  des milieux homogènes d'épaisseurs  $d = 2 \text{ cm}$ ,  $4 \text{ cm}$  et  $10 \text{ cm}$  constitués de cellules périodiques élémentaires 2D PACC RANDOM89 8, 9, et 10, en stimulation sonore selon l'axe vertical  $Oy$ .  $R_F = 42 \mu\text{m}$ ,  $100 \mu\text{m}$ , et  $500 \mu\text{m}$ .

## G.3 Cellules élémentaires 2D PACC RANDOM64

### G.3.1 Champs de température acoustique de trois géométries 2D PACC RANDOM64

Pour les trois réalisations *4*, *6* et *8* de la géométrie 2D *PACC RANDOM64* (section 8.3.2.3 en page 223), les champs de température acoustique en valeur absolue  $|\tau|$  sont illustrés en Fig. G.10, G.11 et G.12 pour une stimulation sonore orientée selon l'axe vertical  $Oy$  (sources en haut des cellules élémentaires).

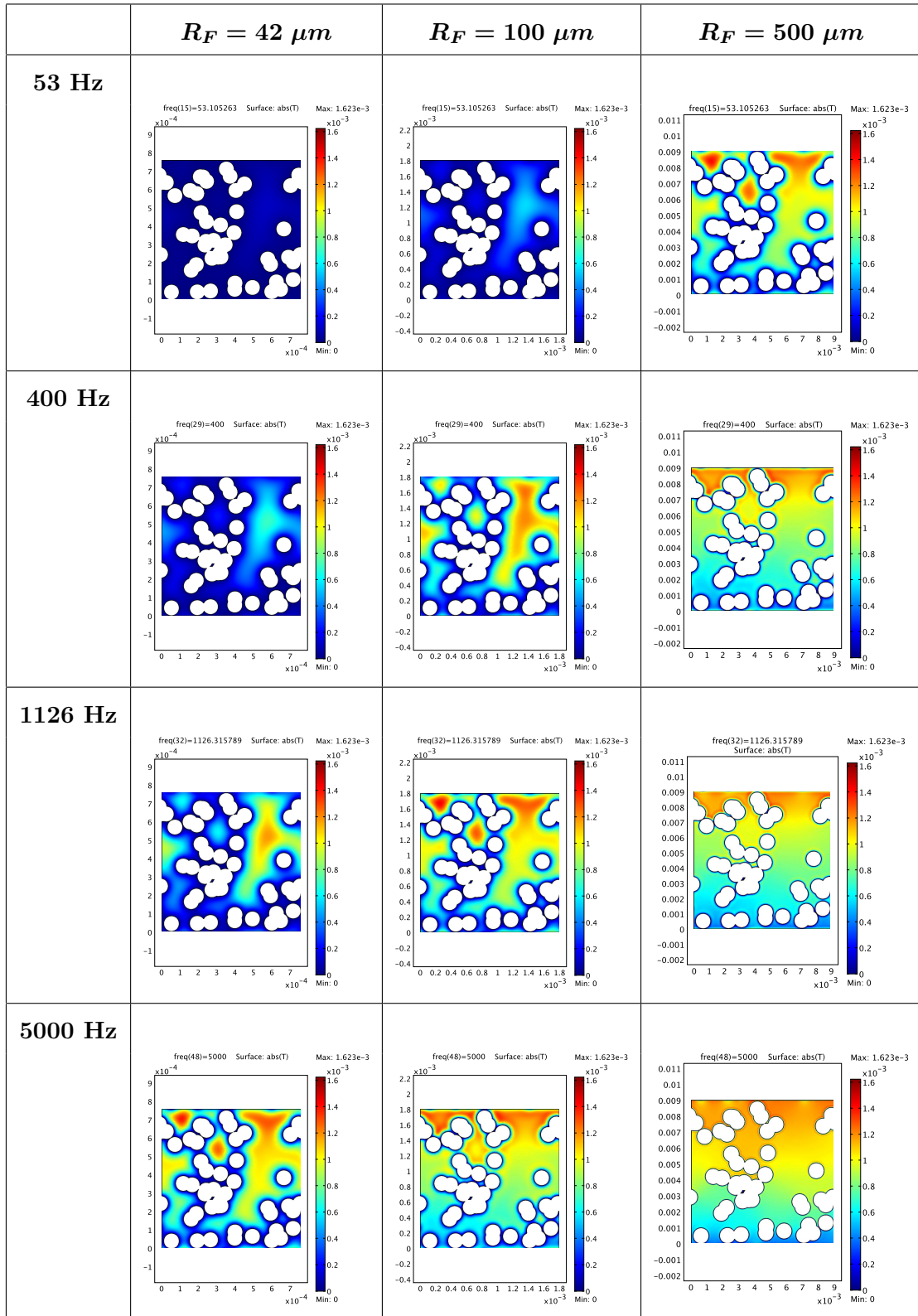


FIGURE G.10 – Champs de température acoustique (en K) pour une cellule élémentaire 2D *PACC* *RANDOM64* 4.

### G.3 Cellules élémentaires 2D PACC RANDOM64

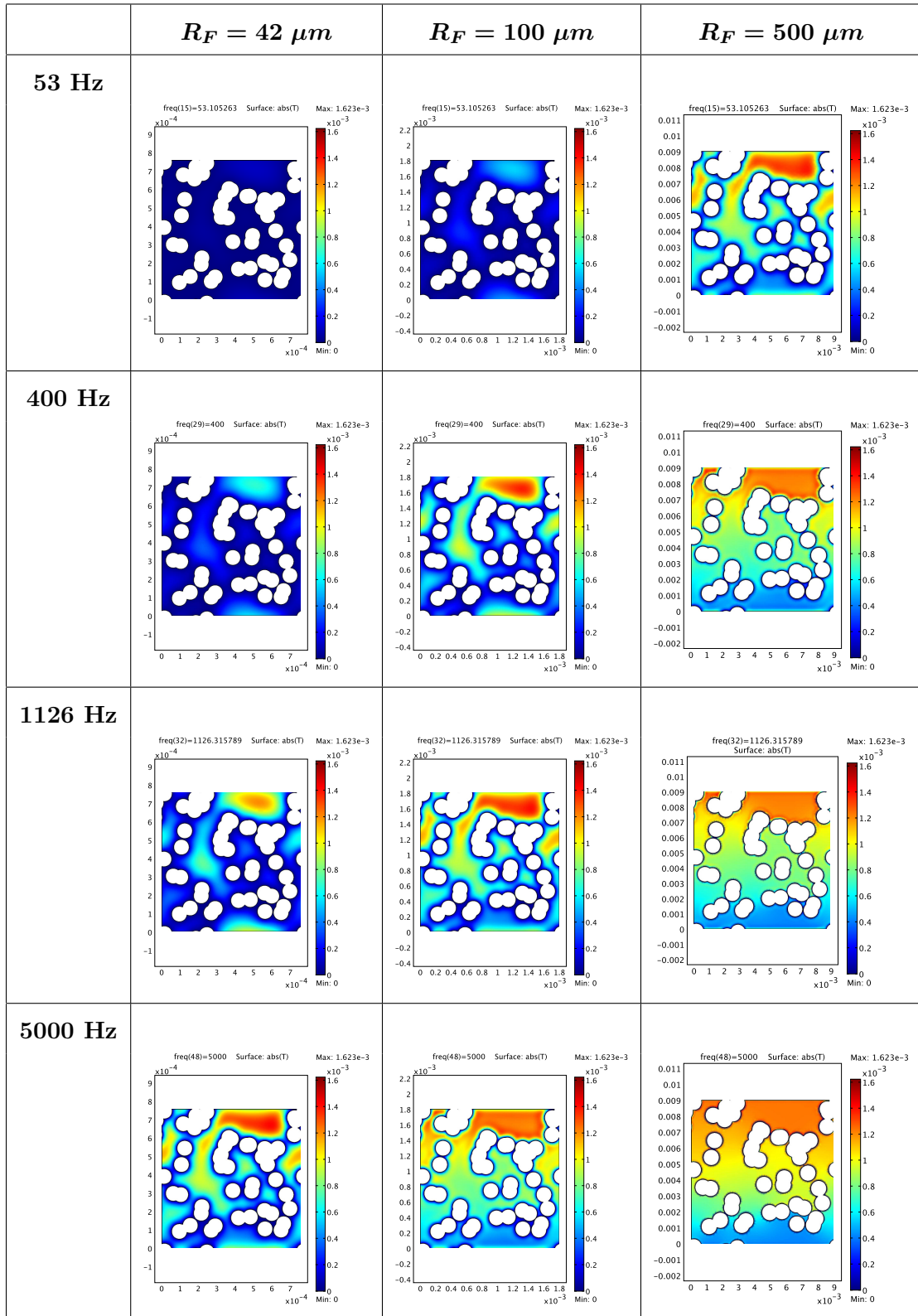


FIGURE G.11 – Champs de température acoustique (en K) pour une cellule élémentaire 2D *PACC* *RANDOM64* 6.

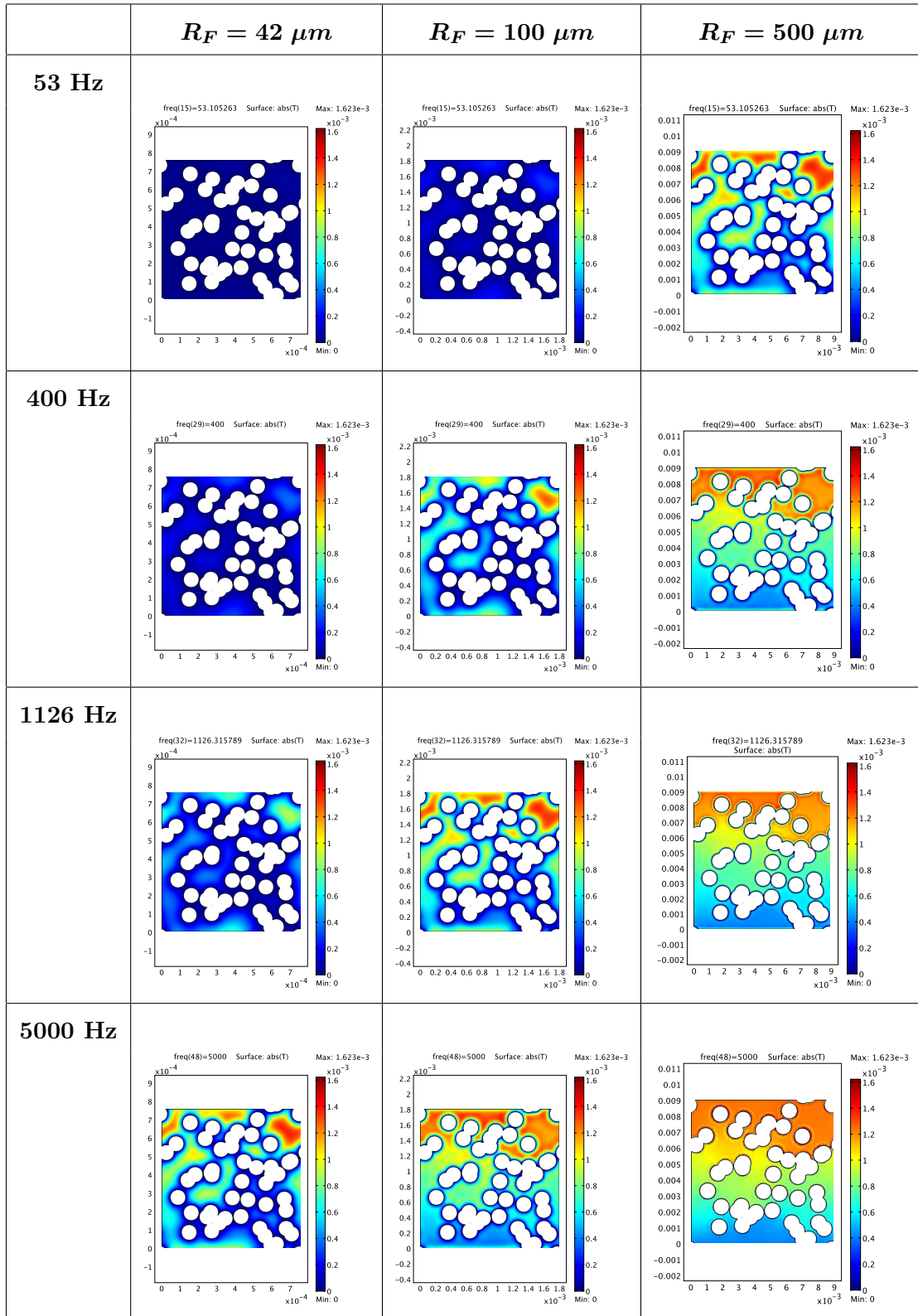


FIGURE G.12 – Champs de température acoustique (en K) pour une cellule élémentaire 2D *PACC* *RANDOM64* 8.

## G.3.2 Propriétés acoustiques des géométries 2D PACC RANDOM64

Les coefficients d'absorption acoustique des six réalisations 1, 2, 3, 5, 7 et 9 des milieux booléens de disques aléatoires 2D *PACC RANDOM64* (section 8.3.2.4 en page 224) sont représentés en Fig. G.13 et G.14.

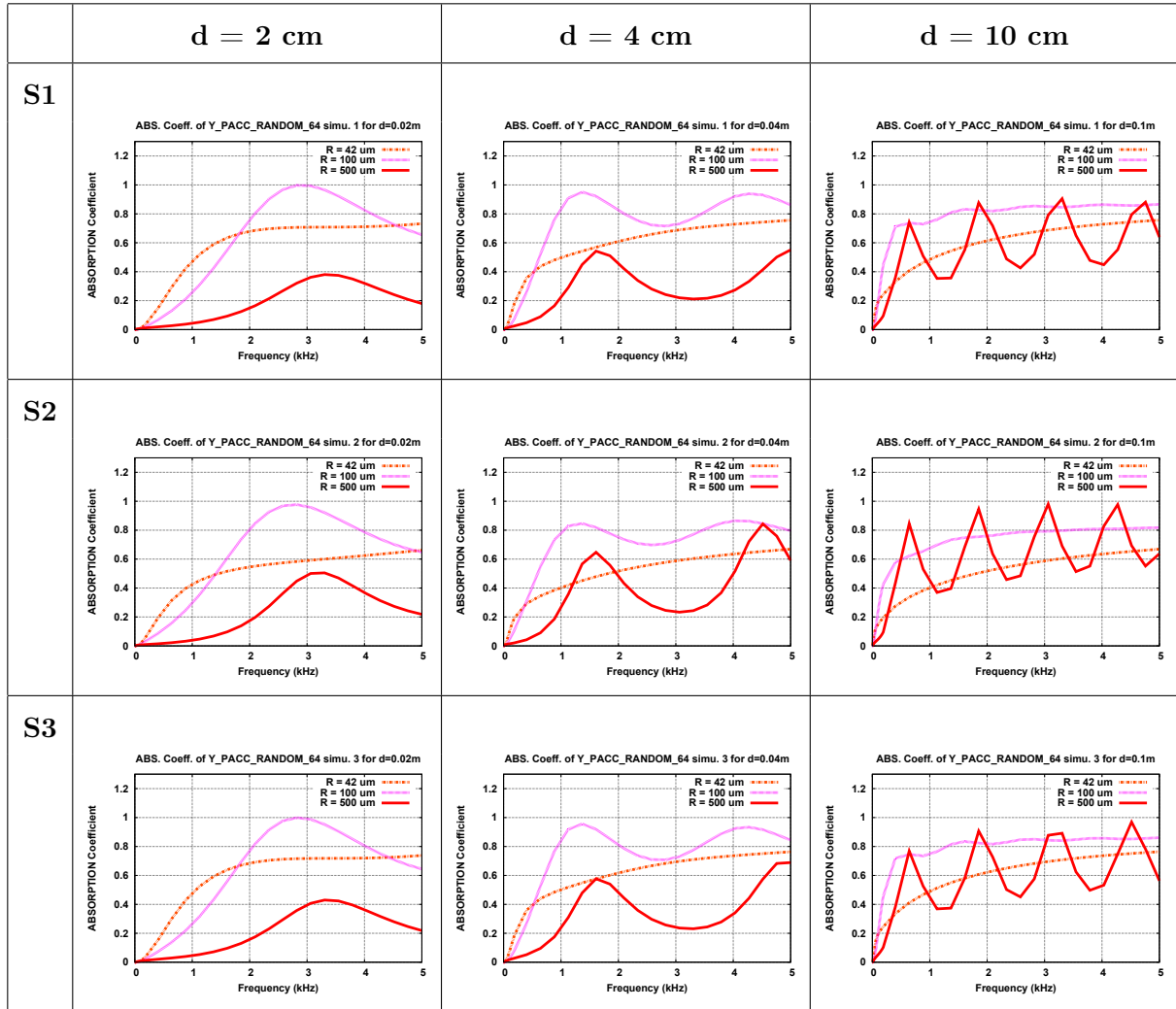


FIGURE G.13 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 5000 Hz) du coefficient d'absorption acoustique  $A(\omega)$  des milieux homogènes d'épaisseurs  $d = 2 \text{ cm}$ ,  $4 \text{ cm}$  et  $10 \text{ cm}$  constitués de cellules périodiques élémentaires 2D *PACC RANDOM64* 1, 2, et 3, en stimulation sonore selon l'axe vertical  $Oy$ .  $R_F = 42 \mu\text{m}$ ,  $100 \mu\text{m}$ , et  $500 \mu\text{m}$ .



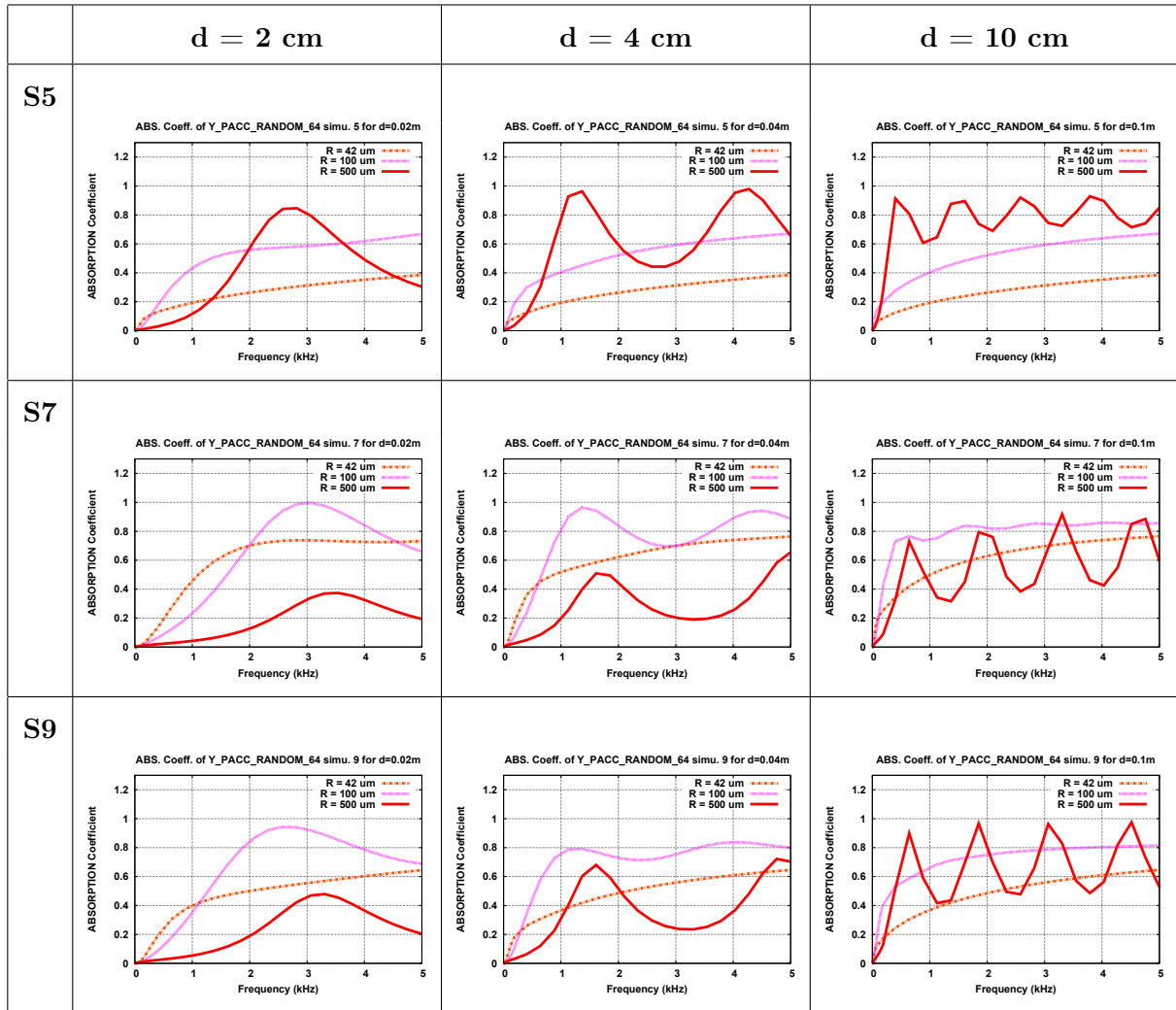


FIGURE G.14 – Évolution en fonction de la fréquence (de 0 Hz à 5000 Hz) du coefficient d'absorption acoustique  $A(\omega)$  des milieux homogènes d'épaisseurs  $d = 2 \text{ cm}$ ,  $4 \text{ cm}$  et  $10 \text{ cm}$  constitués de cellules périodiques élémentaires 2D *PACC RANDOM64* 5, 7, et 9, en stimulation sonore selon l'axe vertical  $Oy$ .  $R_F = 42 \mu\text{m}$ ,  $100 \mu\text{m}$ , et  $500 \mu\text{m}$ .

## G.4 Influence de l'épaisseur de l'échantillon sur l'absorption acoustique des fibres creuses 2D PASC LUMEN

Ces résultats complètent l'étude de l'influence de l'épaisseur de matériau sur le coefficient d'absorption acoustique présentée à la section [8.4](#) en page [236](#).

## G.4 Influence de l'épaisseur de l'échantillon sur l'absorption acoustique des fibres creuses 2D PASC LUMEN

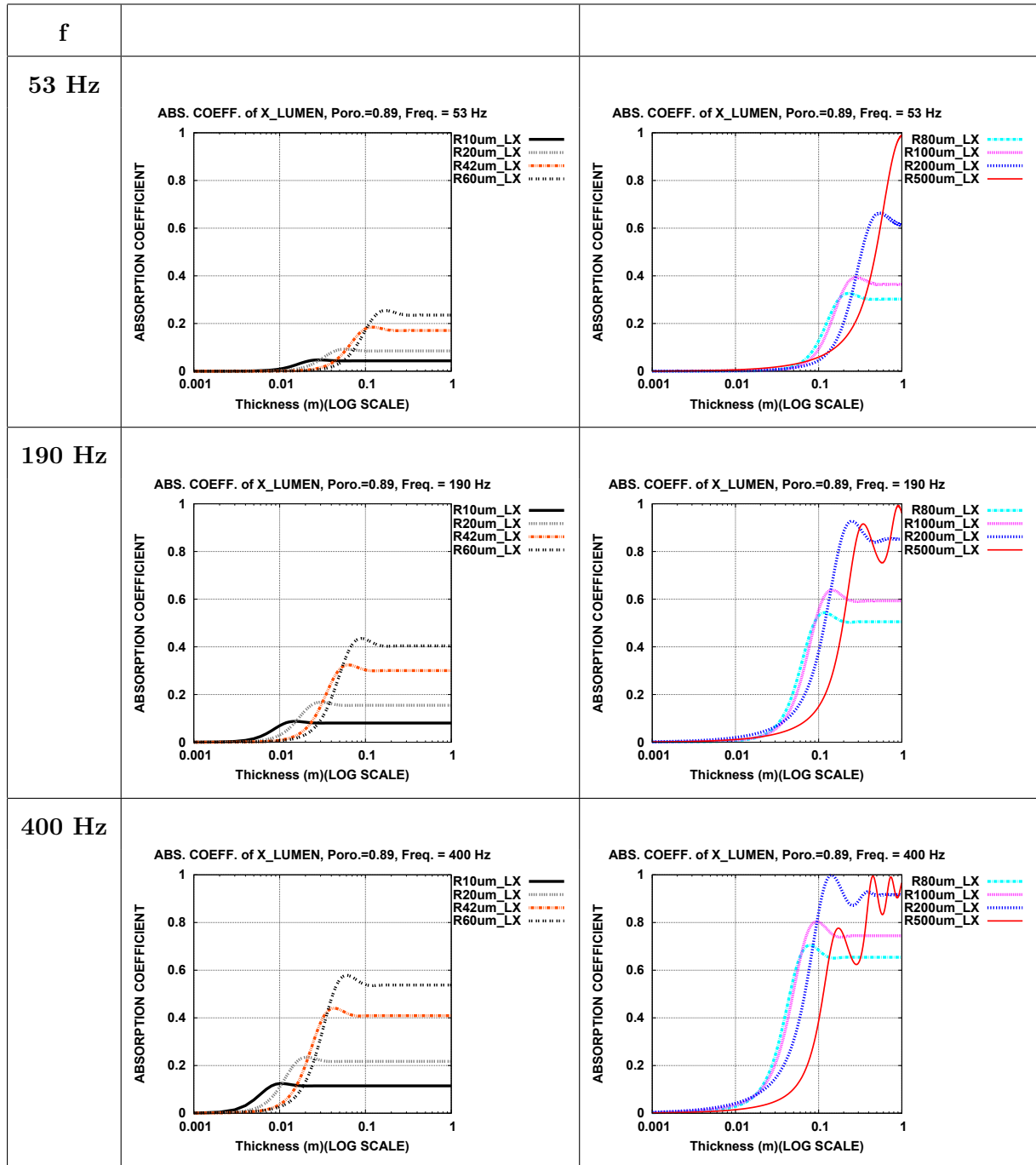


FIGURE G.15 – À fréquences fixées de 53 Hz à 400 Hz, évolution du coefficient d'absorption acoustique  $A(\omega)$  en fonction de l'épaisseur  $d$  (de 1 mm à 1 m) du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC LUMEN* (Fig. 8.15) en stimulation sonore selon l'axe horizontal  $Ox$ , pour différents rayons de fibres  $R_F$ . Échelles logarithmiques pour les épaisseurs  $d$ .

## G.4 Influence de l'épaisseur de l'échantillon sur l'absorption acoustique des fibres creuses 2D PASC LUMEN

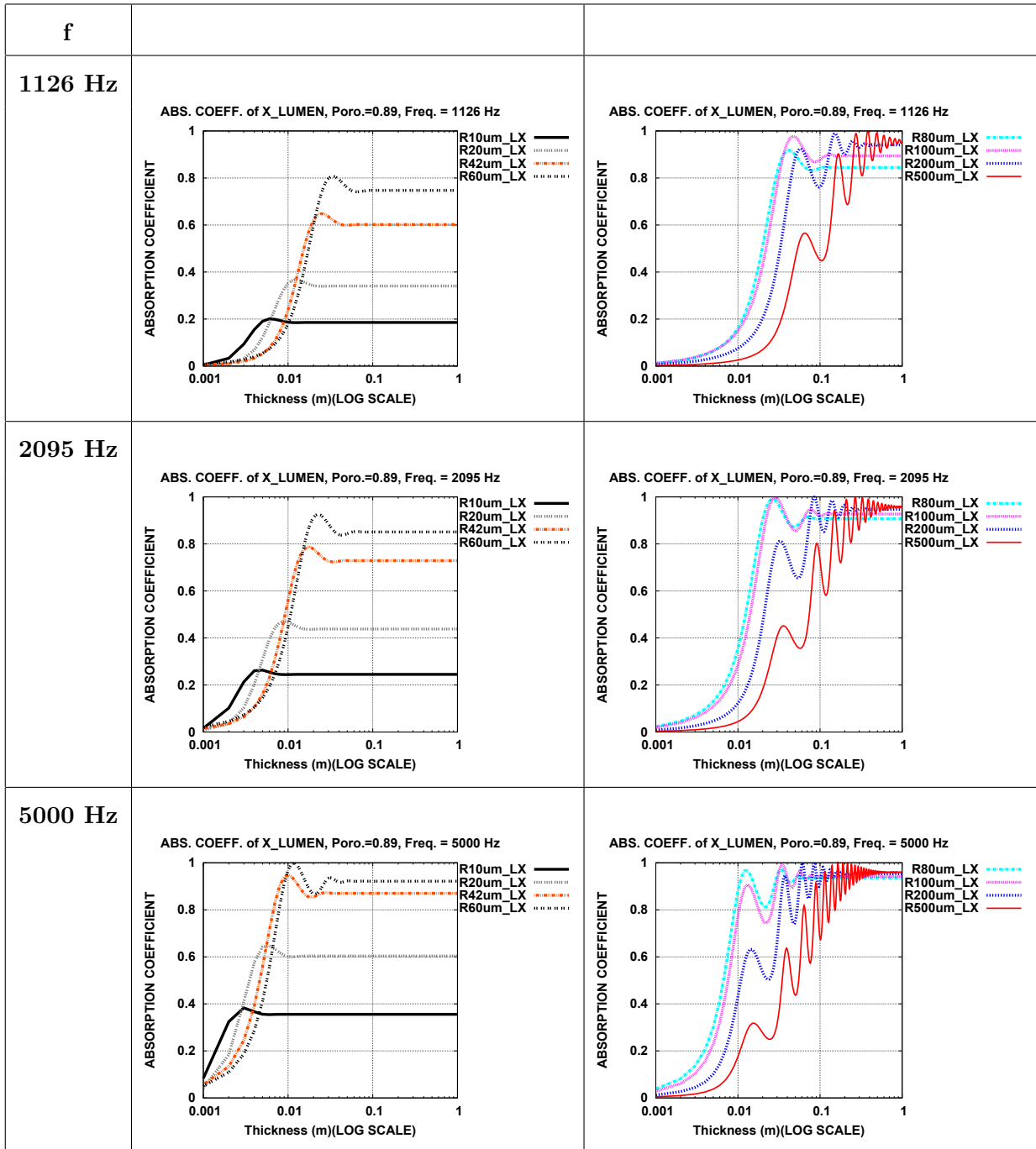


FIGURE G.16 – À fréquences fixées de 1126 Hz à 5000 Hz, évolution du coefficient d'absorption acoustique  $A(\omega)$  en fonction de l'épaisseur  $d$  (de 1 mm à 1 m) du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC LUMEN* (Fig. 8.15) en stimulation sonore selon l'axe horizontal  $Ox$ , pour différents rayons de fibres  $R_F$ . Échelles logarithmiques pour les épaisseurs  $d$ .

## G.4 Influence de l'épaisseur de l'échantillon sur l'absorption acoustique des fibres creuses 2D PASC LUMEN

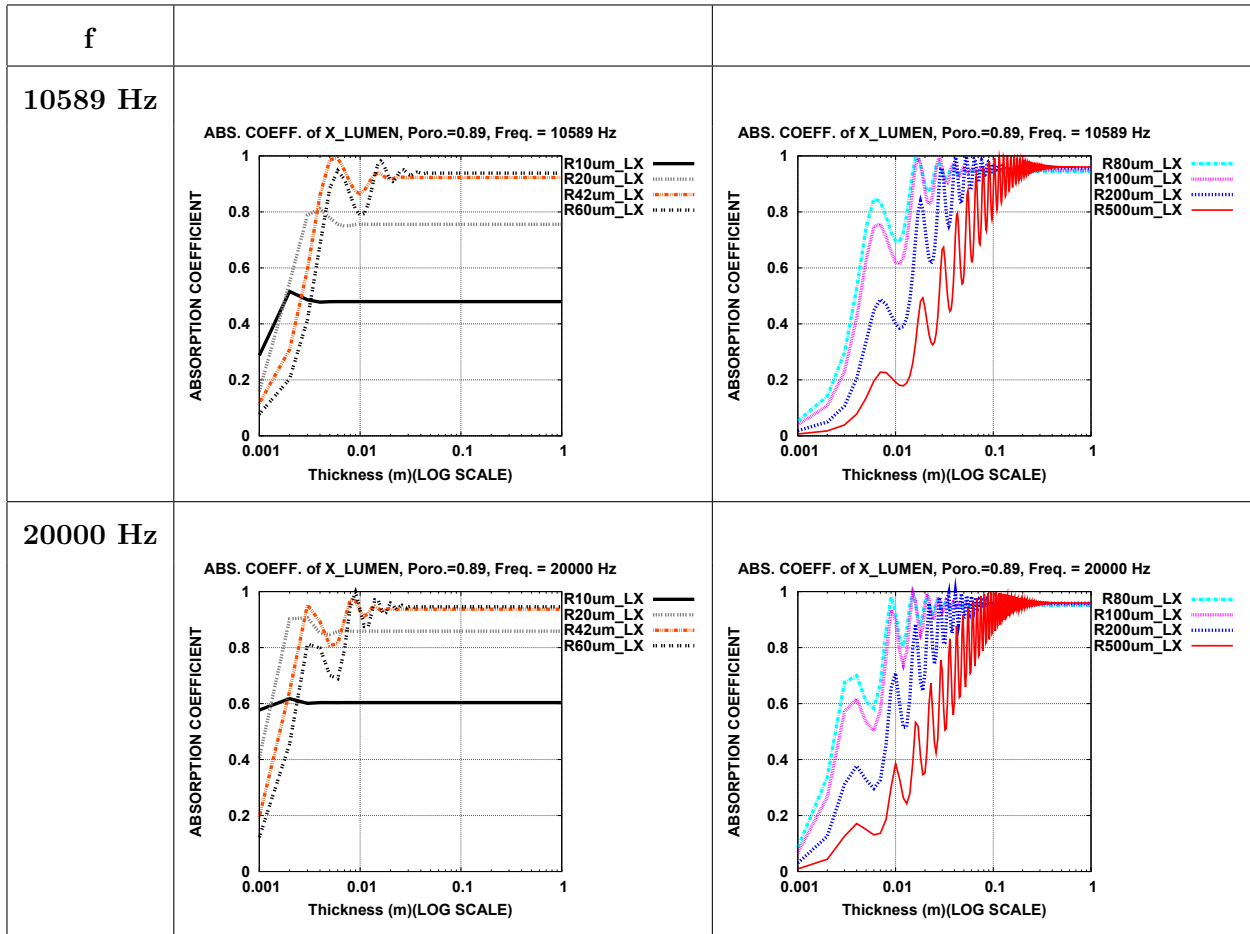


FIGURE G.17 – À fréquences fixées de 10589 Hz à 20000 Hz, évolution du coefficient d'absorption acoustique  $A(\omega)$  en fonction de l'épaisseur  $d$  (de 1 mm à 1 m) du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC LUMEN* (Fig. 8.15) en stimulation sonore selon l'axe horizontal  $Ox$ , pour différents rayons de fibres  $R_F$ . Échelles logarithmiques pour les épaisseurs  $d$ .

**G.4 Influence de l'épaisseur de l'échantillon sur l'absorption acoustique des fibres creuses 2D PASC LUMEN**

---

Fréquence (Hz)	53	190	400	1126	2095	5000	10589	20000
$R_F = 10 \mu m$	18,3	9,7	6,7	4	2,9	1,9	1,3	1
$R_F = 20 \mu m$	36,6	19,4	13,4	8,1	6	4	3	2,4
$R_F = 42 \mu m$	77	41	28,7	17,9	13,9	10,5	8,8	7,5
$R_F = 60 \mu m$	110,3	59,4	42	27,4	22,4	18,1	14,9	12
$R_F = 80 \mu m$	147,9	80,7	58,2	40,3	34,4	27,8	21,8	17
$R_F = 100 \mu m$	186,1	103,2	76,4	55,9	48,5	37,9	28,7	22
$R_F = 200 \mu m$	393,6	247,8	206,3	156,7	125,7	87,3	62,5	46,8
$R_F = 400 \mu m$	961,2	705,2	556	365,2	276,9	185	130	97,6
$R_F = 500 \mu m$	1345,8	963,1	732,1	467,6	351,6	233,2	163,8	124,1

TABLE G.1 – Longueurs d'atténuation  $L_{Att}(\omega)$  (en  $mm$ ) du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC LUMEN* (Fig. 8.15) en stimulation sonore selon l'axe horizontal  $Ox$ .

## G.4 Influence de l'épaisseur de l'échantillon sur l'absorption acoustique des fibres creuses 2D PASC LUMEN

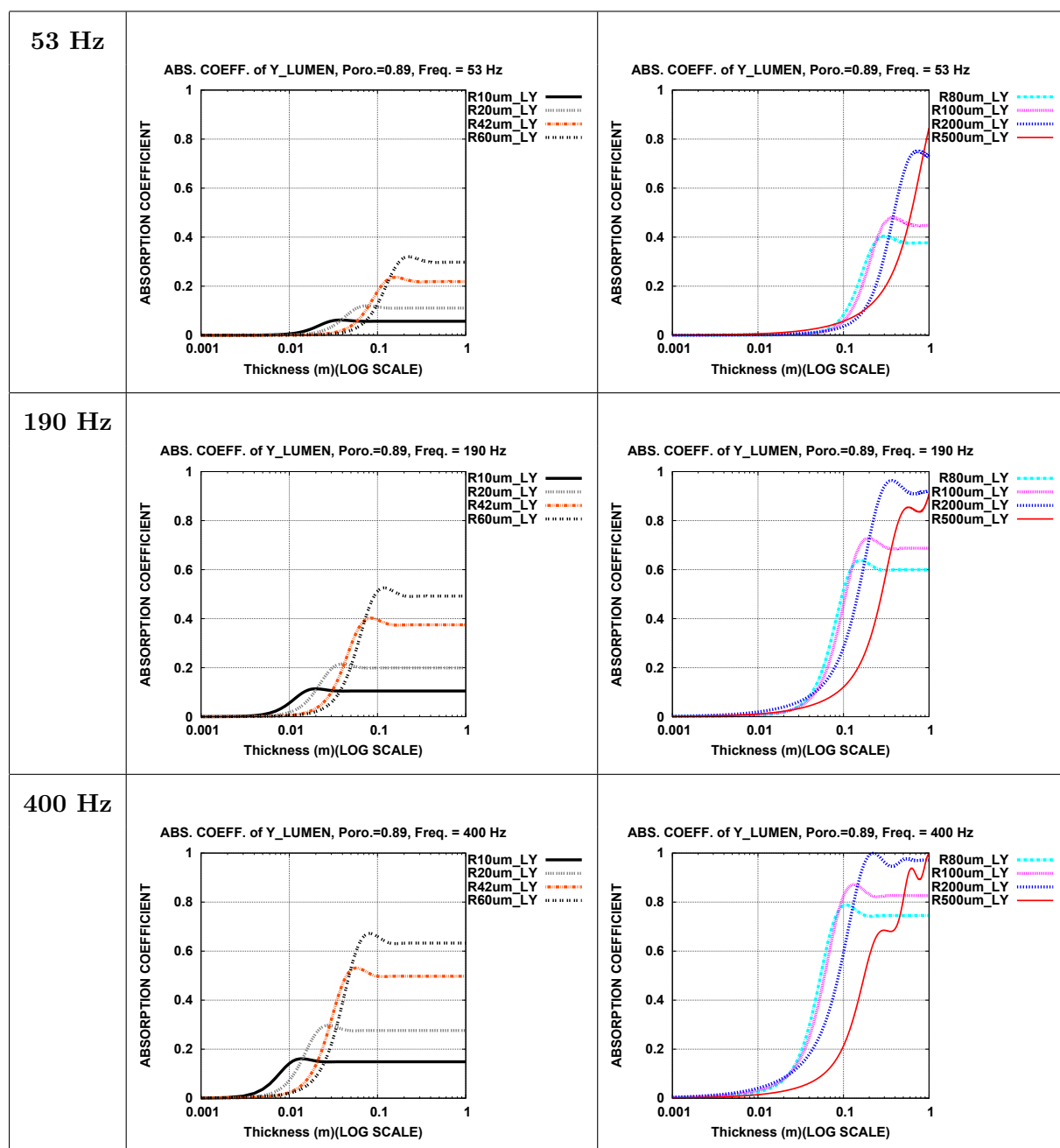


FIGURE G.18 – À fréquences fixées de 53 Hz à 400 Hz, évolution du coefficient d'absorption acoustique  $A(\omega)$  en fonction de l'épaisseur  $d$  (de 1 mm à 1 m) du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC LUMEN* (Fig. 8.15) en stimulation sonore selon l'axe vertical  $Oy$ , pour différents rayons de fibres  $R_F$ . Échelles logarithmiques pour les épaisseurs  $d$ .

## G.4 Influence de l'épaisseur de l'échantillon sur l'absorption acoustique des fibres creuses 2D PASC LUMEN

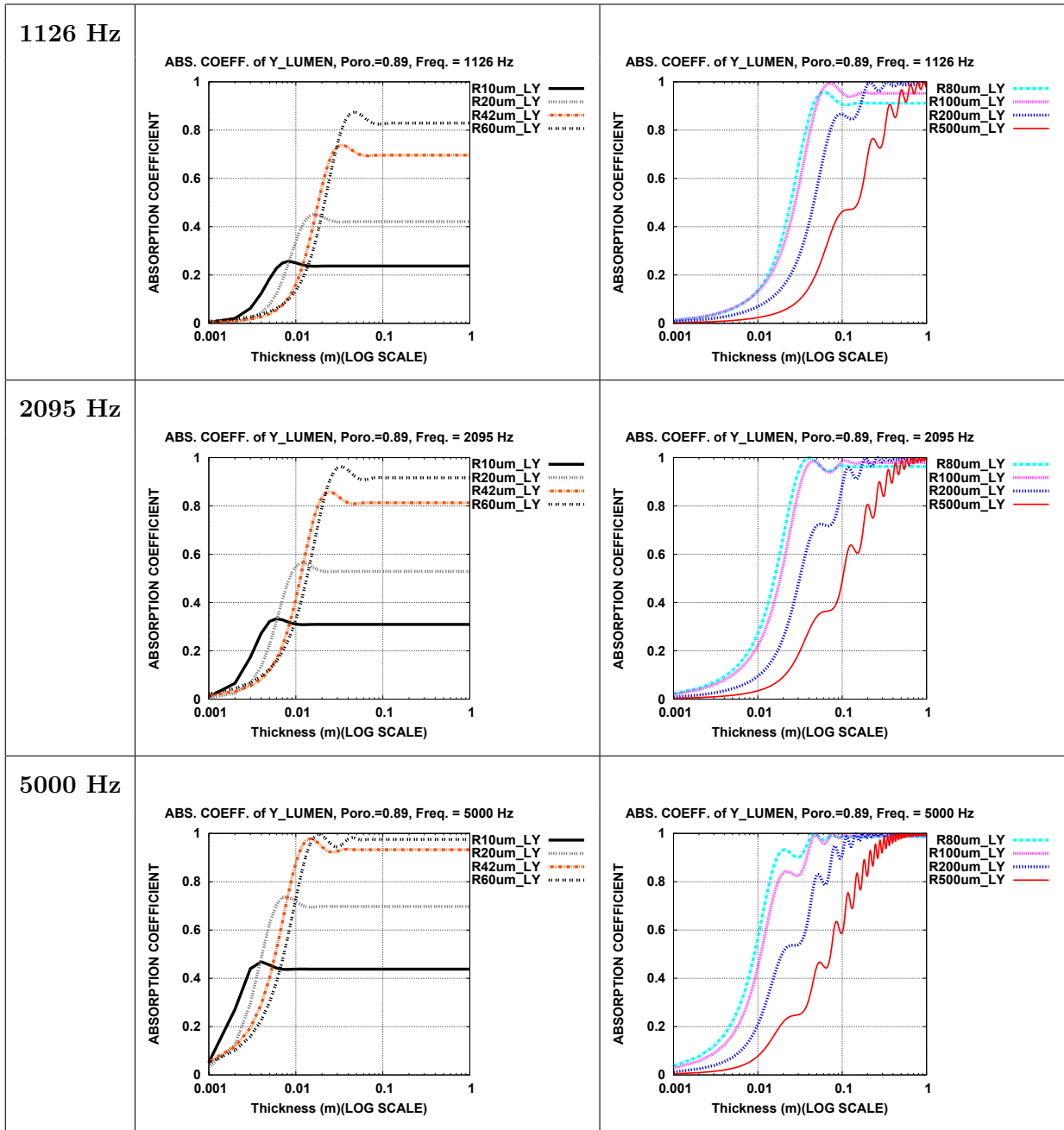


FIGURE G.19 – À fréquences fixées de 1126 Hz à 5000 Hz, évolution du coefficient d'absorption acoustique  $A(\omega)$  en fonction de l'épaisseur  $d$  (de 1 mm à 1 m) du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC LUMEN* (Fig. 8.15) en stimulation sonore selon l'axe vertical  $Oy$ , pour différents rayons de fibres  $R_F$ . Échelles logarithmiques pour les épaisseurs  $d$ .



## G.4 Influence de l'épaisseur de l'échantillon sur l'absorption acoustique des fibres creuses 2D PASC LUMEN

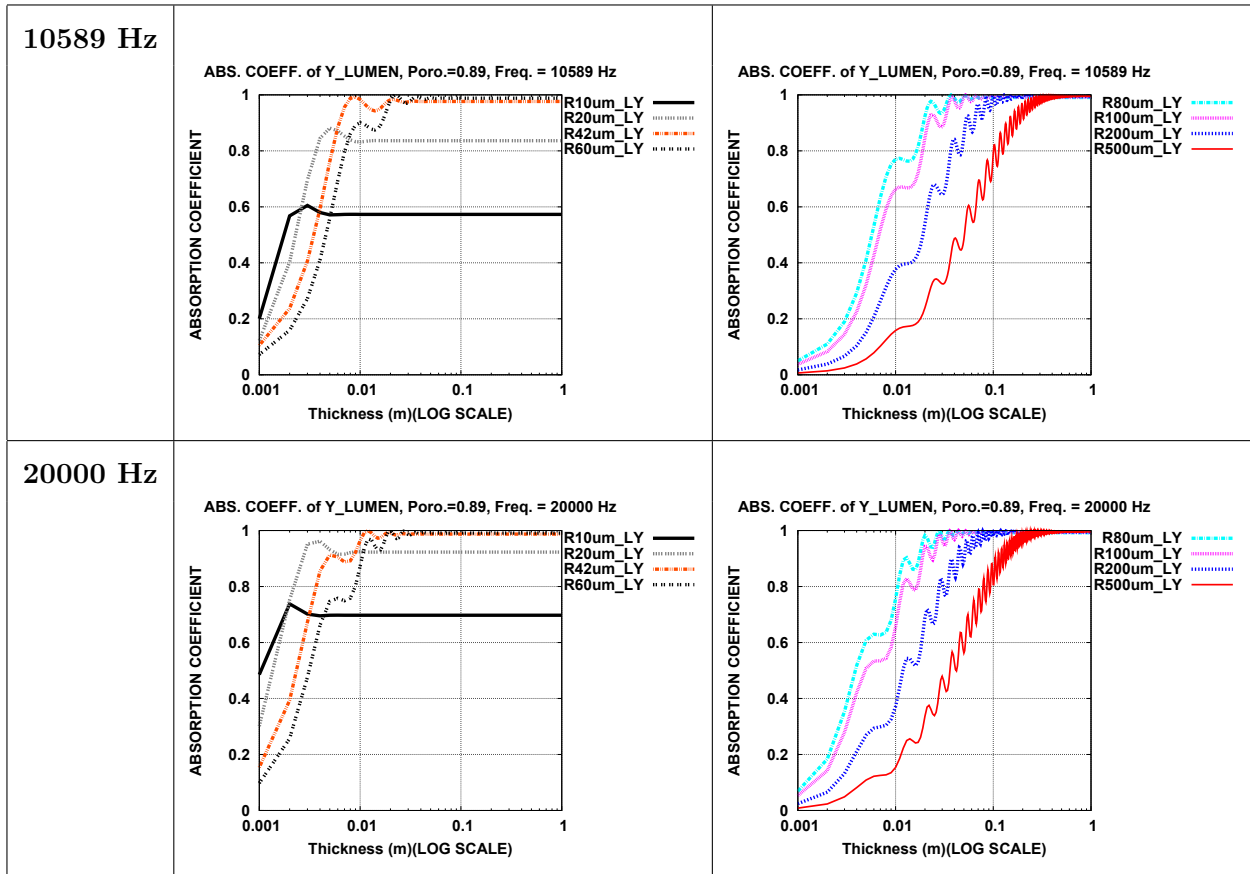


FIGURE G.20 – À fréquences fixées de 10589 Hz à 20000 Hz, évolution du coefficient d'absorption acoustique  $A(\omega)$  en fonction de l'épaisseur  $d$  (de 1 mm à 1 m) du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC LUMEN* (Fig. 8.15) en stimulation sonore selon l'axe vertical  $Oy$ , pour différents rayons de fibres  $R_F$ . Échelles logarithmiques pour les épaisseurs  $d$ .

**G.4 Influence de l'épaisseur de l'échantillon sur l'absorption acoustique des fibres creuses 2D PASC LUMEN**

---

Fréquence (Hz)	53	190	400	1126	2095	5000	10589	20000
$R_F = 10 \mu m$	24,1	12,8	8,8	5,3	3,9	2,5	1,8	1,3
$R_F = 20 \mu m$	48,3	25,6	17,7	10,6	7,9	5,3	3,9	3,2
$R_F = 42 \mu m$	101,6	54,2	37,8	23,5	18,2	13,8	11,8	10,6
$R_F = 60 \mu m$	145,6	78,2	55,3	35,8	29,3	24,3	21,2	18,1
$R_F = 80 \mu m$	195,1	106,1	76,4	52,7	45,5	39	32,6	26,2
$R_F = 100 \mu m$	245,4	135,7	100,1	73,7	65,7	55,5	43,9	34,5
$R_F = 200 \mu m$	516,9	324,7	275,4	227,4	190,4	137	100,8	77,2
$R_F = 400 \mu m$	1260,5	986,1	829,3	570,3	442,6	304,3	218,6	166,8
$R_F = 500 \mu m$	1782,6	1403,9	1117,9	743	570,8	388	276,7	210,4

TABLE G.2 – Longueurs d'atténuation  $L_{Att}(\omega)$  (en  $mm$ ) du milieu homogène constitué de cellules périodiques élémentaires 2D *PASC LUMEN* (Fig. 8.15) en stimulation sonore selon l'axe vertical  $Oy$ .



# Bibliographie

- ALLARD, J. (1993). *Propagation of sound in porous media. Modelling sound absorbing materials*. Chapman & Hall, London. 4, 68, 126, 128, 138, 140, 141, 256, 286
- ALLARD, J. & CHAMPOUX, Y. (1992). New empirical equations for sound propagation in rigid frame fibrous materials. *Journal of the Acoustical Society of America*, **91(6)**, 3346–3353. 126
- ALLARD, J., CASTAGNÈDE, B., HENRY, M. & LAURIKS, W. (1994). Evaluation of tortuosity in acoustic porous materials saturated by air. *Review of Scientific Instruments*, **65**, 754–755. 68
- AMSELLEM, O., MADI, K., BORIT, F., JEULIN, D., GUIPONT, V., JEANDIN, M., PAUCHET, F. & BOLLER, E. (2008). Two-dimensional (2D) and three-dimensional (3D) analyses of plasma-sprayed alumina microstructures for finite element simulation of Young’s Modulus. *Journal of the Materials Science*, **43**, 4091–4098. 11
- APHELION™ 3.2I (2006). Aphelion™ 3.2i - Documentation - ADCIS S.A. - Amerinex Applied Imaging. <http://www.adcis.net/index.html> - <http://www.amerinximaging.com/en/index.html>. 19
- ATTENBOROUGH, K. (1983). Acoustical characteristics of rigid fibrous absorbents and granular materials. *Journal of the Acoustical Society of America*, **73(3)**, 785–799. 125, 129
- AURIAULT, J. (1980). Dynamic behaviour of a porous medium saturated by a newtonian fluid. *International Journal of Engineering Science*, **18(6)**, 775–785. 126, 133
- AURIAULT, J. & SANCHEZ-PALENCIA, E. (1977). Étude du comportement macroscopique d’un milieu poreux saturé déformable. *Journal de Mécanique*, **16(4)**, 575–603. 133
- AURIAULT, J., BORNE, L. & CHAMBON, R. (1985). Dynamics of porous saturated media, checking of the generalized law of Darcy. *Journal of the Acoustical Society of America*, **77(5)**, 1641–1650. 133
- BADEL, E., DELISÉE, C. & LUX, J. (2008). 3D structural characterisation, deformation measurements and modelling of low-density wood fibreboard under compression. The use of microtomography. *Composites Science and Technology*, **68**, 1654–1663. 10, 11

- BÆRENTZEN, J. (2001). On the implementation of fast marching methods for 3D lattices. Tech. rep., Informatics and Mathematical Modelling, Technical University of Denmark, DTU, Richard Petersens Plads, Building 321, DK-2800 Kgs. Lyngby. [50](#)
- BELTMAN, W., VAN DER HOOFT, P., SPIERING, R. & TIJDEMAN, H. (1998). Implementation and experimental validation of a new viscothermal acoustic finite element for acousto-elastic problems. *Journal of Sound and Vibration*, **216**(1), 159–185. [131](#)
- BENSOUSSAN, A., LIONS, J. & PAPANICOLAOU, G. (1978). *Asymptotic analysis for periodic structures*. North-Holland, Amsterdam. [126](#), [133](#)
- BERANEK, L. (1947). Acoustical properties of homogeneous isotropic rigid tiles and flexible blankets. *Journal of the Acoustical Society of America*, **19**, 556–568. [125](#)
- BIOT, M. (1956a). The theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. Low frequency range. *Journal of the Acoustical Society of America*, **28**(2), 168–178. [123](#), [125](#), [126](#)
- BIOT, M. (1956b). The theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. Higher frequency range. *Journal of the Acoustical Society of America*, **28**(2), 179–191. [123](#), [125](#), [126](#)
- BIOT, M. (1962). Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media. *Journal of Applied Physics*, **33**(4), 1482–1498. [123](#), [125](#), [126](#)
- BLACK, M., SAPIRO, G., MARIMONT, D. & HEEGER, D. (1998). Robust anisotropic diffusion. *IEEE Transactions On Image Processing*, **7**(3). [22](#), [261](#), [262](#)
- BOUTIN, C. & AURIAULT, J. (1990). Dynamic behaviour of porous media saturated by a viscoelastic fluid. application to bituminous concrete. *International Journal of Engineering Science*, **28**(11), 1157–1181. [134](#), [135](#)
- BOUTIN, C. & GEINDREAU, C. (2008). Estimates and bounds of dynamic permeability of granular media. *Journal of the Acoustical Society of America*, **124**(6), 3576–3593. [298](#), [299](#), [302](#), [305](#)
- BOUTIN, C., ROYER, P. & AURIAULT, J. (1998). Acoustic absorption of porous surfacing with dual porosity. *International Journal of Solids and Structures*, **35**(34-35), 4709–4737. [134](#), [135](#)
- BRESENHAM, J. (1965). Algorithm for computer control of a digital plotter. *IBM Systems Journal*, **4**(1), 25–30. [98](#), [279](#)
- BROWN, R. (1980). Connection between formation factor of electrical resistivity and fluid-solid coupling factor in Biot's equations for acoustic waves in fluid-filled porous media. *Geophysics*, **45**, 1269–1275. [140](#), [141](#)
- BRUNEAU, M. (1998). *Manuel d'acoustique fondamentale*. Hermès, Paris. [68](#), [128](#)

- BRUNEAU, M., HERZOG, P., KERGOMARD, J. & POLACK, J. (1989). General formulation of the dispersion equation in bounded visco-thermal fluid, and application to some simple geometries. *Wave Motion*, **11**, 441–451. [124](#)
- BURRIDGE, R. & KELLER, J. (1981). Poroelasticity equations derived from microstructure. *Journal of the Acoustical Society of America*, **70**, 1140–1146. [125](#)
- CASTAGNÈDE, B., AKNINE, A., MELON, M. & DEPOLLIÈRE, C. (1998). Ultrasonic characterization of the anisotropic behaviour of air-saturated porous materials. *Ultrasonics*, **36**, 323–341. [68](#)
- CASTAGNÈDE, B., AKNINE, A., BROUARD, B. & TARNOW, V. (2000). Effects of compression on the sound absorption of fibrous materials. *Applied Acoustics*, **61**, 173–182. [68](#)
- CASTÉRA, P., JEULIN, D., BOS, F., MICHAUD, F. & DELISÉE, C. (2000). On the role of micro-structural morphology on the macroscopic properties of cellulosic fibrous materials. In *Proceedings of the International Conference on Wood and Wood Fiber Composites, 13-15 Avril; Stuttgart, Allemagne*, 481–492. [77](#), [78](#)
- CHAMPOUX, Y. & ALLARD, J. (1991). Dynamic tortuosity and bulk modulus in air-saturated porous media. *Journal of Applied Physics*, **70**(4), 1975–1979. [123](#), [126](#), [127](#), [128](#), [256](#), [287](#), [288](#)
- CHAMPOUX, Y. & STINSON, M. (1992). On acoustical models for sound propagation in rigid frame porous materials and the influence of shape factors. *Journal of the Acoustical Society of America*, **92**(2), 1120–1131. [127](#)
- CHAPMAN, A. & HIGDON, J. (1992). Oscillatory Stokes flow in periodic porous media. *Physics of Fluids A*, **4**(10), 2099–2116. [298](#), [299](#), [302](#), [305](#)
- COHEN, L. & KIMMEL, R. (1997). Global minimum for active contour models : A minimal path approach. *International Journal of Computer Vision*, **24**(1), 57–78. [50](#), [60](#)
- COMSOL MULTIPHYSICS™ 3.5A (2009). Comsol Multiphysics™ 3.5a - Documentation. <http://www.comsol.com/>. [131](#), [134](#)
- DANIELSSON, P. (1980). Euclidean distance mapping. *Computer Graphics and Image Processing*, **14**, 227–248. [50](#)
- DAZEL, O., BROUARD, B. & DAUCHEZ, N. (2009). Cours d’acoustique des milieux poreux. *Université du Maine*, 5–44. [123](#)
- DECKER, L., JEULIN, D. & TOVENA, I. (1998). 3D morphological analysis of the connectivity of a porous medium. *Acta Stereologica*, **17**(1), 107–112. [44](#)
- DELANY, M. & BAZLEY, E. (1970). Acoustical properties of fibrous absorbent materials. *Applied acoustics*, **3**, 105–116. [126](#), [135](#), [136](#), [285](#)
- DELISÉE, C., FAESSEL, M., GOBBÉ, C., NORMAND, X., CASTETS, L. & NEELS, M. (2001a). Isolant thermique épais à base de bois. Rapport final, contrat ADEME. [9](#), [10](#)

- DELISÉE, C., JEULIN, D. & MICHAUD, F. (2001b). Caractérisation morphologique et porosité en 3D de matériaux fibreux cellulosiques. *Compte Rendu de l'Académie des Sciences de Paris*, **329**, **IIb**, 179–185. [77](#), [78](#)
- DELISÉE, C., LUX, J. & MALVESTIO, J. (2010a). 3D morphology and permeability of highly porous cellulosic fibrous material. *Transport in Porous Media*, **83**(3), 623–636. [10](#)
- DELISÉE, C., MALVESTIO, J., GERMANEAU, A., DUPRÉ, J., DOUMALIN, P. & TRAN, T. (2010b). 3D structural characterisation related to strain measurement of compressed wood based fibrous materials. The use of X-ray microtomography and Digital Volume Correlation. In *3rd International Workshop 3D Imaging, Analysis, Modeling and Simulation of Macroscopic Properties, 20-21 Avril 2010; CMM Mines ParisTech Fontainebleau, France*. [10](#)
- DEPOLLIÉ, C. (1989). *Théorie de Biot et prédiction des propriétés acoustiques des matériaux poreux. Propagation d'onde dans les milieux désordonnés*. Ph.D. thesis, Université du Maine. [125](#)
- DODSON, C. & SAMPSON, W. (1996). Modeling a class of stochastic porous media. *Applied Mathematics Letters*, **10**(2), 87–89. [40](#)
- DURAND, F. & DORSEY, J. (2002). Fast bilateral filtering for the display of high dynamic-range images. In *ACM Siggraph, 21-26 Jul. 2002; San Antonio, USA*, 257–266. [22](#), [261](#), [262](#), [263](#)
- FAESSEL, M. (2003). *Modélisation 3D de réseaux fibreux : un outil pour l'étude des interactions microstructure-propriétés de panneaux de fibres*. Ph.D. thesis, Université Bordeaux I. [9](#), [77](#)
- FAESSEL, M., DELISÉE, C., BOS, F. & CASTÉRA, P. (2005). 3D Modelling of random cellulosic fibrous network based on X-ray tomography and image analysis. *Composites Science and Technology*, **65**, 1931–1940. [77](#)
- GASSER, S. (2003). *Étude des propriétés acoustiques et mécaniques d'un matériau métallique poreux modèle à base de sphères creuses de nickel*. Ph.D. thesis, INPG Grenoble. [133](#), [134](#), [136](#), [298](#), [305](#)
- GASSER, S., PAUN, F. & BRÉCHET, Y. (2005). Absorptive properties of rigid porous media : Application to face centered cubic sphere packing. *Journal of the Acoustical Society of America*, **117**, 2090–2099. [298](#), [299](#), [303](#)
- JEULIN, D. (2000). Random texture models for materials structures. *Statistics and Computing*, **10**, 121–131. [5](#), [78](#)
- JEULIN, D. & MOREAUD, M. (2008). Segmentation of 2D and 3D textures from estimates of the local orientation. *Image Analysis and Stereology*, **27**, 183–192. [11](#)
- JOHNSON, D., KOPLIK, J. & DASHEN, R. (1987). Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media. *Journal of Fluid Mechanics*, **176**, 379–402. [123](#), [126](#), [127](#), [128](#), [140](#), [141](#), [153](#), [168](#), [256](#), [286](#), [287](#)

- KEEFE, D. (1984). Acoustical wave propagation in cylindrical ducts : Transmission line parameter approximations for isothermal and nonisothermal boundary conditions. *Journal of the Acoustical Society of America*, **75**(1), 58–62. [124](#)
- KIRCHHOFF, G. (1868a). Über den Einfluss der Wärmeleitung in einem Gase auf die Schallbewegung. *Annalen der Physik*, **134**, 177–193. [123](#), [124](#), [125](#), [129](#), [131](#)
- KIRCHHOFF, G. (1868b). On the influence of heat conduction in a gas on sound propagation. *R.B. Lindsay (ed.), Physical Acoustics. Dowden, Hutchinson and Ross, Stroudsburg (1974)*, **134**, 177–193. [123](#), [124](#), [125](#), [129](#), [131](#)
- LAFARGE, D. (1993). *Propagation du son dans les matériaux poreux à structure rigide saturés par un fluide viscothermique*. Ph.D. thesis, Université du Maine. [123](#), [128](#), [129](#), [168](#), [256](#), [288](#)
- LAFARGE, D., LEMARINIER, P., ALLARD, J. & TARNOW, V. (1997). Dynamic compressibility of air in porous structures at audible frequencies. *Journal of the Acoustical Society of America*, **102**(4), 1995–2006. [128](#), [168](#)
- LANDAU, L. & LIFSHITZ, E. (1987). *Fluid Mechanics-2nd Edition*. Pergamon, New-York. [131](#)
- LEE, C., LEAMY, M. & NADLER, J. (2008). Numerical Calculation of Effective Density and Compressibility Tensors in Periodic Porous Media : A Multi-Scale Asymptotic Method. In *Proceedings of the COMSOL Conference 2008, 9-11 Octobre 2008; Boston, USA*. [133](#), [134](#), [135](#), [136](#), [138](#), [139](#), [141](#), [298](#), [299](#)
- LEE, C., LEAMY, M. & NADLER, J. (2009). Acoustic absorption calculation in irreducible porous media : A unified computational approach. *Journal of the Acoustical Society of America*, **126**(4), 1862–1870. [133](#), [134](#), [135](#), [136](#), [138](#), [139](#), [141](#), [298](#), [299](#), [302](#), [303](#), [305](#)
- LUX, J. (2005). *Comportement thermique macroscopique de milieux fibreux réels anisotropes ; étude basée sur l'analyse d'images tridimensionnelles*. Ph.D. thesis, Université Bordeaux I. [9](#), [10](#), [11](#), [23](#), [29](#), [35](#), [40](#), [86](#)
- LUX, J., AHMADI, A., GOBBÉ, C. & DELISÉE, C. (2006a). Macroscopic thermal properties of real fibrous materials : Volume averaging method and 3D image analysis. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **49**, 1958–1973. [10](#), [242](#)
- LUX, J., DELISÉE, C. & THIBAUT, X. (2006b). 3D characterization of wood based fibrous materials : An application. *Image Analysis and Stereology*, **25**, 25–35. [10](#), [11](#), [23](#), [29](#), [35](#), [40](#), [86](#)
- MATHERON, G. (1967). *Éléments pour une théorie des milieux poreux*. Masson, Paris. [4](#), [5](#), [18](#), [23](#), [31](#), [44](#), [46](#), [69](#), [77](#), [78](#), [79](#), [86](#)
- MECHEL, F. (1976). Ausweitung der Absorberformel von Delany and Bazley zu tiefen Frequenzen. *Acustica*, **35**, 210–213. [126](#)



- MICHAUD, F., JEULIN, D., DELISÉE, C. & BOS, F. (2000). On the morphological analysis and porosity of cellulosic fibrous materials. In *Compte Rendu des 12èmes Journées Nationales des Composites, 15-17 Nov. 2000; Cachan, France*, 449–458. [77](#), [78](#)
- MICROMATIS, E., PASSAS, R., CHIRAT, C. & J.-L.TRESCAZE (2005a). Pulp identification during a transition phase in a pulp mill by morphological analysis. In *Poster, 7<sup>th</sup> World Congress of Chemical Engineering (WCCE05), 10-14 Jul. 2005; Glasgow, Écosse*. [12](#)
- MICROMATIS, E., PASSAS, R., CHIRAT, C. & J.-L.TRESCAZE (2005b). Pulp identification during a transition phase in a pulp mill by morphological analysis. In *Poster, 10<sup>e</sup> Congrès de la Société Française de Génie des Procédés (SFPG05), 20-22 Sept. 2005; Toulouse, France*. [12](#)
- MIKI, Y. (1990a). Acoustical properties of porous materials-generalizations of empirical models. *Journal of the Acoustical Society of Japan (E)*, **11(1)**, 25–28. [126](#)
- MIKI, Y. (1990b). Acoustical properties of porous materials-modifications of Delany-Bazley models. *Journal of the Acoustical Society of Japan (E)*, **11(1)**, 19–24. [126](#)
- MOREAUD, M., REVEL, R., JEULIN, D. & MORARD, V. (2009). Size of boehmite nanoparticles by TEM images analysis. *Image Analysis and Stereology*, **28**, 187–193. [22](#), [262](#)
- MORSE, P. & INGARD, U. (1968). *Theoretical acoustics*. Princeton University Press, Princeton. [125](#)
- OHSER, J. & SCHLADITZ, K. (2009). *3D Images of Materials Structures : Processing and Analysis*. Wiley-VCH, Weinheim. [11](#)
- PARIS, S. & DURAND, F. (2006). A fast approximation of the bilateral filter using a signal processing approach. In *Proceedings of the 9<sup>th</sup> European Conference on Computer Vision (ECCV06), 7-13 Mai 2006; Graz, Autriche*. [22](#), [261](#)
- PERROT, C. (2006). *Microstructure et macro-comportement acoustique : approche par reconstruction d'une cellule élémentaire représentative*. Ph.D. thesis, Université de Sherbrooke; ENTPE Lyon. [133](#), [134](#), [135](#), [136](#), [291](#), [292](#)
- PERROT, C., CHEVILLOTTE, F. & PANNETON, R. (2008a). Bottom-up approach for microstructure optimization of sound absorbing materials. *Journal of the Acoustical Society of America*, **124**, 940–948. [141](#), [291](#), [292](#), [297](#)
- PERROT, C., CHEVILLOTTE, F. & PANNETON, R. (2008b). Dynamic viscous permeability of an open-cell aluminium foam : Computation versus experiments. *Journal of Applied Physics*, **103**, 024909–1–024909–8. [141](#), [291](#), [292](#), [293](#), [295](#), [296](#)
- PETRES, C., PAILHAS, Y., EVANS, J., PETILLOT, Y. & LANE, D. (2005). Underwater path planning using fast marching algorithms. In *Proceedings of the IEEE Oceans 2005 Europe Conferences, 20-23 Juin 2005; Brest, France*, vol. 2, 814–819. [50](#), [60](#), [265](#)

- PEYREGA, C. & JEULIN, D. (2010). Estimation of tortuosity and reconstruction of minimum geodesic paths in 3D. Article en préparation. [60](#), [269](#)
- PEYREGA, C., JEULIN, D., DELISÉE, C. & MALVESTIO, J. (2009a). 3D morphological modelling of a random fibrous network. In *Proceedings of the 10<sup>th</sup> European Congress of Stereology and Image Analysis (ECS10), 22-26 Juin 2009; Milan, Italie*, 125–130, V. Capasso, G. Aletti and A. Micheletti, Ed. [5](#), [35](#), [44](#), [97](#)
- PEYREGA, C., JEULIN, D., DELISÉE, C. & MALVESTIO, J. (2009b). 3D morphological modelling of a random fibrous network. *Image Analysis and Stereology*, **28**, 129–141. [5](#), [35](#), [44](#), [97](#)
- PEYREGA, C., JEULIN, D., DELISÉE, C. & MALVESTIO, J. (2009c). Modélisation 3D d'un isolant fibreux cellulosique à partir de mesures morphologiques. Mesures obtenues par traitement d'images 3D. In *Actes des 27<sup>e</sup> Rencontres Universitaires de Génie Civil et Développement Durable (AUGC09), 3-5 Juin 2009; St-Malo, France*. [5](#), [35](#), [44](#), [97](#)
- PEYREGA, C., JEULIN, D., DELISÉE, C. & MALVESTIO, J. (2010). 3D Morphological Characterization of Phonic Insulation Fibrous Media. *Advanced Engineering Materials*, DOI : 10.1002/ADEM.201000257. [4](#), [24](#), [29](#), [35](#), [44](#)
- PFRETZSCHNER, J. & RODRÍGUEZ, R. (2001). Acoustical absorption and critical thickness. In *Proceedings of the 17<sup>th</sup> International Congress of Acoustics (ICA) 2001, 2-7 Septembre; Rome, Italie*. [236](#), [240](#)
- PHAM, T., VAN VLIET, L., MARIMONT, D. & HEEGER, D. (2005). Separable bilateral filtering for fast video preprocessing. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Multimedia & Expo (ICME05), 6-8 Jul. 2005; Amsterdam, Pays-Bas*. [22](#)
- PLONA, T. (1980). Observation of a second bulk compressional wave in a porous medium at ultrasonic frequencies. *Applied Physics Letters*, **36**, 259–261. [125](#)
- PRIDE, S., MORGAN, F. & GANGI, A. (1993). Drag forces of porous media acoustics. *Physical Review B*, **47(9)**, 4964–4975. [123](#), [128](#), [153](#), [168](#), [256](#), [287](#), [288](#)
- RACK, A., HELFEN, L., BAUMBACH, T., KIRSTE, S., BANHART, J., SCHLADITZ, K. & OHSER, J. (2008). Analysis of spatial cross-correlations in multi-constituent volume data. *Journal of Microscopy*, **232(2)**, 282–292. [11](#)
- SANCHEZ-PALENCIA, E. (1974). Comportements local et macroscopique d'un type de milieux physiques hétérogènes. *International Journal of Engineering Science*, **12(4)**, 331–351. [133](#)
- SANCHEZ-PALENCIA, E. (1980). *Non-Homogeneous Media and Vibration Theory*. Springer-Verlag, Heidelberg. [126](#), [133](#)
- SCHLADITZ, K., PETERS, S., REINEL-BITZER, D., WIEGMANN, A. & OHSER, J. (2006). Design of acoustic trim based on geometric modeling and flow simulation for non-woven. *Computational Materials Science*, **38**, 56–66. [77](#), [92](#), [135](#), [136](#)

- SERRA, J. (1982). *Image analysis and mathematical morphology*. Academic Press, London. 4, 18, 23, 31, 44, 46, 69, 77, 79, 86
- SETHIAN, J. (1996). *Level Set Methods. Evolving Interfaces in Geometry, Fluid Mechanics, Computer Vision, and Materials Science*, 81–95. Cambridge University Press, Cambridge. 32, 46, 50, 265
- SMITH, S. & BRADY, J. (1997). Susan – a new approach to low level image processing. *International Journal of Computer Vision*, **23**(1), 45–78. 22
- SOILLE, P. (1992). *Morphologie Mathématique : du Relief à la Dimensionnalité—Algorithmes et Méthodes*. Ph.D. thesis, Université Catholique de Louvain; en collaboration avec l'École des Mines de Paris. 50, 266
- SOILLE, P. (1994). Generalized geodesy via geodesic time. *Pattern Recognition Letters*, **15**(12), 1235–1240. 266
- SOILLE, P. (2003). *Morphological Image Analysis. Principles and Applications. Second Edition*, 219–240. Springer-Verlag, Berlin. 266
- TESSADRO, A. (1994). *Caractérisation morphologique des fibres par analyse d'images*. Ph.D. thesis, Institut Polytechnique de Grenoble. 12
- TOMASI, C. & MANDUCHI, R. (1998). Bilateral filtering for gray and color images. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV-98), 4-7 Janv. 1998; Bombay, Inde*, 839–846, Narosa Publishing House, Ed. 22
- VANDERESSE, N., MAIRE, E., DARRIEULAT, M., MONTHEILLET, F., MOREAUD, M. & JEULIN, D. (2008). 3D microtomographic study of Widmanstätten microstructures in TA6V. *Scripta Materialia*, **58**, 512–515. 11
- VENEGAS, R. & UMNova, O. (2008). On the influence of the micro-geometry on sound propagation through periodic array of cylinders. In *Acoustics 08, 29 Juin-4 Juillet; Paris, France*, 807–812. 133, 134, 136, 142, 143, 145, 147, 153, 154, 156, 157, 159, 168, 170, 291, 297
- VORONINA, N. (1994). Acoustic properties of fibrous materials. *Applied acoustics*, **42**, 165–174. 126
- ZWIKKER, C. & KOSTEN, C. (1949). *Sound absorbing materials*. Elsevier applied sciences, New-York. 123, 125, 126, 127, 129



## Prédiction des propriétés acoustiques de matériaux fibreux hétérogènes à partir de leur microstructure 3D

**Résumé :** Cette thèse se situe à l'interface de plusieurs disciplines, dans le cadre du programme de recherche Silent Wall qui a pour vocation d'élaborer un système isolant acoustique et thermique pour le bâtiment, à base de matériaux fibreux. La problématique d'isolation acoustique étant le fil rouge de ce travail, différents domaines de recherche sont abordés dans l'étude des propriétés microstructurales de ces matériaux. Un matériau fibreux de référence, le Thermisorel™, élaboré par procédé papetier à base de fibres de bois, est retenu par le consortium Silent Wall pour ses bonnes propriétés d'isolation phonique et thermique. Des images 3D de ce matériau, réalisées par microtomographie aux rayons X, sont analysées par morphologie mathématique afin de caractériser la microstructure de ses phases fibreuse et porale. Un modèle booléen de cylindres aléatoires permet de simuler un tel matériau fibreux. L'adéquation des mesures morphologiques des milieux ainsi simulés, avec celles du Thermisorel™ valident ce modèle morphologique. Enfin, les propriétés thermo-acoustiques de cellules périodiques élémentaires microscopiques de milieux fibreux 3D simplifiés et composés de fibres parallèles, sont estimées par éléments finis, afin de relier leurs performances en absorption acoustique, à la taille des fibres et à l'épaisseur de l'échantillon. Après comparaison, les coefficients d'absorption acoustique des milieux fibreux simulés sont en adéquation avec les valeurs expérimentales mesurées sur des échantillons de Thermisorel™. Ainsi, notre démarche globale de caractérisation, et de modélisations morphologique et thermo-acoustique à l'échelle de la microstructure, est validée par les propriétés morphologiques et acoustiques de panneaux de Thermisorel™, et ouvre la voie à l'optimisation des performances acoustiques macroscopiques de tels matériaux fibreux par modification de leur microstructure.

**Mots clés :** acoustique, analyse d'images 3D de microtomographies aux rayons X, bois, homogénéisation, matériaux fibreux, méthode des éléments finis, milieux aléatoires, morphologie mathématique.

## Prediction of the acoustic properties of heterogeneous fibrous materials from their 3D microstructures

**Abstract:** This PhD thesis is carried out in the framework of the Silent Wall research program whose main objective consists of designing an acoustic and thermal insulating system for buildings, from fibrous materials. Since the acoustic insulation is the main issue of this work, several fields of research are prospected within the study of the microstructural properties of these media. The Thermisorel™ material, made of wooden fibres, is a reference fibrous medium for the Silent Wall project thanks to its good acoustic and thermal insulating properties. Volumic 3D X-Ray microtomographic images of this material are analyzed by mathematical morphology in order to characterize the microstructures of its fibrous and porous phases. A 3D Boolean model of random cylinders is proposed to simulate such a fibrous medium. Since the morphological measurements processed on real and simulated media are quite similar, this morphological model is validated. Finally, the thermo-acoustic properties of microscopic elementary periodic cells of simplified media, composed of parallel fibres, are estimated by the finite element method. The objective of this modelling is to link the coefficient of acoustic absorption to the radii of the fibres and to the thickness of the material. The absorption coefficient of the simulated fibrous media are similar to the experimental measurements made on Thermisorel™. Therefore, our global method to characterize, and to model the morphology and the thermo-acoustic properties of fibrous media at the microscopic scale, is validated by the morphological and acoustic properties of wooden panels of Thermisorel™, and is helpful for future optimisations of the acoustic performances of fibrous materials by modifying their microstructures.

**Keywords:** 3D X-Ray CT image analysis, acoustics, fibrous materials, finite element method, homogenization, mathematical morphology, random media, wood.

