



**HAL**  
open science

# Comportement des tunnels dans les milieux rocheux de faibles caractéristiques mécaniques

Fabrice Rojat

► **To cite this version:**

Fabrice Rojat. Comportement des tunnels dans les milieux rocheux de faibles caractéristiques mécaniques. Mécanique des structures [physics.class-ph]. Ecole des Ponts ParisTech, 2010. Français. NNT : 2010ENPC1011 . pastel-00583982

**HAL Id: pastel-00583982**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00583982>**

Submitted on 7 Apr 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Thèse

pour l'obtention du grade de

## Docteur de l'École Nationale des Ponts et Chaussées

*préparée au Laboratoire Régional des Ponts et Chaussées de Toulouse*

École doctorale Sciences Ingénierie Environnement

*Spécialité : Géotechnique*

présentée par

Fabrice ROJAT

Sujet :

### *Comportement des tunnels dans les milieux rocheux de faibles caractéristiques mécaniques*

Soutenue à Marne-la-Vallée le 24 novembre 2010

devant le jury composé de

M. Jack-Pierre FIGUET	Président
M. Carlos CARRANZA-TORRES	Rapporteur
M. Albert GIRAUD	Rapporteur
M. Didier SUBRIN	Examineur
M. Jean SULEM	Examineur
M. Vincent LABIOUSE	Examineur - Co-encadrant
M. Philippe MESTAT	Directeur de thèse



# REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier en premier lieu M. Philippe Mestat, Professeur à l'École Nationale des Ponts et Chaussées et Directeur de Recherche au L.C.P.C., qui a assuré la direction de cette thèse, ainsi que M. Vincent Labiouse, Maître d'Enseignement et de Recherche à l'École Polytechnique Fédérale de Lausanne, qui s'est attaché à la co-encadrer. Tous deux m'ont fait bénéficier de leur expérience et de leurs connaissances pour faire avancer ce travail dans les directions les plus intéressantes scientifiquement, et ont su entretenir la « flamme » nécessaire à l'aboutissement des projets de longue haleine. Je les remercie pour la pertinence de leurs remarques et suggestions et pour le temps qu'ils ont consacré à la relecture et aux ajustements finaux de ce travail. J'ai particulièrement apprécié aussi la confiance qu'ils m'ont témoignée en acceptant d'accompagner ce travail dans un contexte administratif initialement délicat, et en me laissant prendre des initiatives aux moments opportuns.

Je remercie M. le Professeur Jack-Pierre Piguet d'avoir accepté de présider le jury de thèse, ainsi que les rapporteurs et examinateurs, MM. les Professeurs et Docteurs Carlos Carranza-Torres, Albert Giraud, Jean Sulem et Didier Subrin d'avoir bien voulu s'intéresser à ce travail et l'évaluer avec toute l'attention et la rigueur scientifique nécessaires.

Je souhaite exprimer aussi ma reconnaissance aux directeurs du Laboratoire Régional des Ponts et Chaussées de Toulouse et du CETE du Sud-Ouest qui ont ouvert la voie à ce travail et soutenu sa réalisation. Même s'il a été souvent difficile de conjuguer l'activité opérationnelle d'ingénieur avec les exigences du doctorat, ils ont veillé régulièrement à favoriser des périodes de disponibilité pour me permettre d'avancer. Je remercie de même mes collègues du Laboratoire qui ont, de fait, assumé une part du travail dont j'avais été déchargé pour mener à bien cette thèse, et m'ont fourni occasionnellement des conseils « en direct », lorsque j'en ai eu besoin.

Ma reconnaissance va également à Monsieur Emmanuel Bourgeois, chef de section au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, qui s'est donné la peine de s'investir dans la partie numérique de ce projet en reprogrammant spécifiquement CESAR-LCPC pour mes besoins de calcul et en apportant des réponses précises aux problèmes qui n'ont pas manqué de surgir au cours de l'utilisation des modules expérimentaux. Son ouverture dans la discussion et sa réactivité face aux difficultés m'ont permis d'économiser un temps précieux !

Ce doctorat a aussi fait l'objet d'un comité de suivi qui s'est réuni à six reprises pour examiner la pertinence des orientations retenues. J'en remercie les participants, permanents ou occasionnels, et plus particulièrement J.-F. Serratrice, A. Saïtta, L. Chantron, D. Subrin, E. Bieth, F. Martin pour le temps passé et pour l'intérêt qu'ils ont manifesté. Je suis toujours ressorti de nos entrevues avec la dose réglementaire de nouveaux problèmes à explorer (!) mais aussi avec un appréciable supplément de motivation.

J'exprime enfin toute ma gratitude à mon épouse Anne-Laure, qui a soutenu mes choix et partagé mes états d'âme, à mes enfants Gabrielle et Paul qui ont apporté un supplément de joie et d'amour et m'ont empêché de trop travailler les soirs et week-ends, et de manière générale à ma famille, en particulier mes parents, mes frères, soutien inconditionnel et source assurée de moments de bonheur !





# RÉSUMÉ

Les projets de tunnels dans des milieux rocheux de faibles caractéristiques mécaniques, usuellement regroupés sous l'appellation sols indurés roches tendres (S.I.R.T.), se heurtent à de multiples difficultés. Ces matériaux présentent des spécificités de comportement qui les rendent atypiques dans les contextes usuels de la mécanique des sols comme de la mécanique des roches, compliquant les dimensionnements et pouvant engendrer des surcoûts importants pour les maîtres d'ouvrage.

En se limitant aux S.I.R.T. modélisables par une approche continue, la non-linéarité du critère de rupture, les couplages hydromécaniques et la dépendance de la déformabilité à l'état de contrainte apparaissent comme des traits de comportements susceptibles d'influencer significativement la phase de creusement (équilibre à court terme). Bien que ces propriétés puissent être prises en compte de manière adéquate dans des modèles numériques, la pratique des calculs de tunnel a montré de longue date l'intérêt des méthodes simplifiées comme l'approche convergence-confinement. Elles permettent un prédimensionnement raisonnablement représentatif au moyen de formulations peu complexes et favorisent la réalisation d'études de sensibilité grâce à leur mise en œuvre simple et rapide.

À partir d'une approche de type « milieux poreux », prenant en compte la compressibilité des différents constituants du matériau, et d'une représentation adimensionnelle du critère de rupture de Hoek-Brown (incluant les régimes d'arête), de nouvelles formulations permettant le calcul des courbes caractéristiques du terrain sont donc présentées. Après s'être intéressé dans un premier temps à la seule non-linéarité du critère de rupture, avec un milieu monophasique, une complexification progressive du problème est mise en œuvre pour prendre en compte des situations biphasiques drainées ou non drainées. À chaque fois une résolution complète est proposée, aboutissant à des formulations explicites ou à des équations intégrables aisément par une méthode numérique à un pas. Un outil sous forme de tableur, directement utilisable et démontrant la simplicité de mise en œuvre des solutions établies, est systématiquement fourni. Le cas non drainé est ensuite complété par un schéma de calcul intégrant une élasticité non-linéaire de Fahey-Carter, avec la méthode des matrices de transfert.

La partie finale du travail permet d'aborder l'applicabilité de ces développements analytiques à un cas réel, le tunnel d'Arbus. Elle souligne quelques difficultés de détermination de paramètres à partir de campagnes d'essais « standard » et insiste sur la variabilité naturelle des matériaux dans une géologie molassique du piémont pyrénéen. Ce contexte met en relief les avantages des méthodes développées : outre une représentation plus satisfaisante du comportement du milieu, elles permettent à peu de frais d'identifier les paramètres les plus influents sur l'équilibre massif – soutènement et d'aborder la problématique des incertitudes dans le dimensionnement. Les calculs font également ressortir l'intérêt des modèles à élasticité non linéaire, avec une prise en compte plus appropriée de la déformabilité du matériau mais aussi une réduction de la sensibilité du modèle à la variabilité des paramètres élastiques. Les approches présentées conservent néanmoins certaines limites, comme la nécessaire distinction des équilibres court terme et long terme, l'hypothèse de contrainte initiale hydrostatique qui se révèle au final assez forte et le problème de la représentation du soutènement qui mériterait d'être davantage approfondi même si des méthodes acceptables sont d'ores et déjà disponibles dans la littérature.



# **ABSTRACT**

Tunnel projects within rock masses of low mechanical properties, usually described as “hard soils soft rocks” (H.S.S.R.), regularly encounter numerous difficulties. These materials show specific behaviours that make them atypical in the points of view of both rock and soil mechanics, leading to more complex designs and generating significant extra costs for the contracting authority.

Considering the limited case of H.S.S.R. that can be modelled with a continuous approach, non-linearity of the failure criterion, hydromechanical coupling, and stress-dependency of the material deformability appear as distinctive behaviour features that may have a serious influence on the excavation stage (short term equilibrium). Although these properties can be adequately taken into account in some numerical models, the practical experience of tunnel calculations has long shown the interest of simplified methods such as the convergence-confinement approach. These methods allow reasonably representative designs through not very complex formulations and contribute to make sensitivity studies easier thanks to their quick and simple implementation.

Thus, based on a classical “porous media” description taking into account both mineral and fluid compressibilities, and on a non-dimensional expression of the Hoek-Brown failure criterion (including edge effects), new formulations for the calculation of ground characteristic curves are presented. After a first approach considering only the non-linearity of the failure criterion, in a monophasique medium, more complex cases are studied so as to take into account biphasique drained or undrained situations. Each time, a complete solution is described, leading to explicit formulations or to differential equations that can be simply solved with a one-step numerical method. A “turnkey” design tool, in a spreadsheet form, that demonstrates the easy implementation of the developed solutions, is systematically provided. The undrained case is then completed with a calculation procedure that integrates the Fahey-Carter non-linear elasticity model, using the transfer matrices method.

The last part of this work tackles the applicability of these analytical solutions on a case study, the Arbus tunnel (France). It emphasizes a few difficulties in the determination of some parameters of the mechanical model when “standard” test protocols are used, and insists on the natural variability of the ground properties in this molassic geology of the Pyrenean piedmont. This context stresses the advantages of the developed methods : besides a better description of the rock mass behaviour, they allow to identify at low cost the more influent parameters on the ground – lining equilibrium and to introduce the analysis of uncertainties in design practice. The calculations also underline the interest of non-linear elasticity models, promoting a better assessment of material deformability and also reducing the model sensitivity to elastic parameters scattering. The here-presented approaches keep some limits however, such as the necessary distinction between short term and long term equilibriums, the hypothesis of hydrostatic far-field stresses that is shown to be quite strong in the end, and the problem of lining representation (confinement line) that would deserve a deeper analysis even if a few acceptable methods are already available in the literature.



# Table des matières

## *Principales notations*

<i>Introduction générale</i>	<u>1</u>
------------------------------	----------

<b>Partie 1 : Principaux éléments bibliographiques</b>	<u>5</u>
--	----------

<b>1.1 Introduction</b>	<u>7</u>
-------------------------	----------

<b>1.2 Les Sols Indurés et Roches Tendres (S.I.R.T.)</b>	<u>7</u>
--	----------

1.2.1 Remarques générales – définition	<u>7</u>
--	----------

1.2.2 Les principales formations géologiques concernées	<u>9</u>
---	----------

1.2.3 Principaux aspects du comportement mécanique des S.I.R.T.	<u>10</u>
---	-----------

1.2.3.1 Résistance – enveloppe de rupture	<u>10</u>
---	-----------

1.2.3.2 Déformabilité	<u>12</u>
-----------------------	-----------

1.2.3.3 Influence du niveau de confinement sur le comportement	<u>14</u>
--	-----------

1.2.3.4 Influence des pressions interstitielles	<u>15</u>
---	-----------

1.2.3.5 Phénomènes de gonflement	<u>16</u>
----------------------------------	-----------

1.2.3.6 Fluage	<u>17</u>
----------------	-----------

1.2.3.7 Fissuration, anisotropie, effet d'échelle	<u>19</u>
---	-----------

1.2.3.8 Synthèse sur le comportement mécanique des S.I.R.T.	<u>20</u>
---	-----------

1.2.4 Principales difficultés rencontrées lors de creusements de tunnels, enjeux de la recherche	<u>21</u>
--	-----------

<b>1.3 Approches retenues pour modéliser le comportement à court terme des S.I.R.T.</b>	<u>24</u>
---	-----------

1.3.1 Définition du périmètre d'étude	<u>24</u>
---------------------------------------	-----------

1.3.2 Approches « mécanique des sols » vs. « mécanique des roches » et choix de modélisation	<u>25</u>
--	-----------

1.3.3 Description des couplages hydromécaniques	<u>26</u>
---	-----------

1.3.3.1 Généralités : historique et principales hypothèses	<u>26</u>
--	-----------

1.3.3.2 Description du comportement du fluide interstitiel	<u>27</u>
--	-----------

1.3.3.3 Élasticité linéaire dans les milieux poreux biphasiques	<u>28</u>
---	-----------

1.3.3.4 Définition d'un critère de plasticité	<u>30</u>
---	-----------

1.3.3.5 Comportement élasto-plastique	<u>32</u>
---------------------------------------	-----------

1.3.3.6 Simplification de certaines équations dans les cas « drainé » et « non-drainé », principe d'équivalence	<u>33</u>
---	-----------

1.3.4 Le critère de rupture de Hoek-Brown	<u>35</u>
---	-----------

1.3.4.1 Formulation originale (critère parabolique)	<u>35</u>
---	-----------

1.3.4.2 Développement du critère et formulation généralisée	<u>36</u>
---	-----------

1.3.4.3 Détermination de paramètres de Mohr-Coulomb « équivalents »	<u>39</u>
---	-----------

1.3.5 Non-linéarité des relations contrainte-déformation et modèle de Fahey-Carter	<u>41</u>
--	-----------

1.3.5.1 Dépendance du module d'Young ou du module de cisaillement au niveau de confinement	<u>42</u>
--	-----------

1.3.5.2 Non-linéarité de la courbe contrainte-déformation	<u>43</u>
---	-----------

1.3.5.3 Évolution du coefficient de Poisson	<u>45</u>
---	-----------

1.3.5.4	Synthèse sur le modèle de Fahey-Carter ; signification et détermination de ses paramètres	46
---------	---	----

<b>1.4</b>	<b>Les principales méthodes de calcul des tunnels et leur application aux S.I.R.T.</b>	<b>48</b>
1.4.1	Généralités	48
1.4.2	L'étude des caractéristiques du massif	50
1.4.2.1	Contexte général de la reconnaissance du massif	50
1.4.2.2	Les reconnaissances in situ	50
1.4.2.3	Les reconnaissances en laboratoire	52
1.4.3	Les méthodes empiriques pour le prédimensionnement du soutènement	54
1.4.3.1	Quelques mots sur les rôles de l'expert et de l'expérience	54
1.4.3.2	Les systèmes de classification du terrain ou l'expérience (en partie) apprivoisée	55
1.4.3.3	Les limites des systèmes de classification	57
1.4.4	Une méthode analytique répandue : l'approche convergence-confinement	59
1.4.4.1	Généralités sur les méthodes analytiques et principe de l'approche convergence-confinement	59
1.4.4.2	Détermination de la courbe de convergence	61
1.4.4.3	Détermination des courbes de confinement	65
1.4.5	La modélisation numérique des tunnels	69
1.4.5.1	Différents types d'approches numériques	70
1.4.5.2	Comment modéliser le creusement d'un tunnel ?	71
1.4.5.3	Intérêts et difficultés des méthodes numériques	73
<b>1.5</b>	<b>Synthèse et contribution de la thèse</b>	<b>75</b>

**Partie 2 : Calcul des courbes caractéristiques du terrain avec un critère de rupture de Hoek-Brown généralisé** **79**

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>81</b>
<b>2.2</b>	<b>Description du problème et principales équations en axisymétrie</b>	<b>82</b>
2.2.1	Description de la configuration étudiée, principales notations	82
2.2.2	Réécriture des équations de comportement élastique linéaire parfaitement plastique en symétrie cylindrique	83
2.2.3	Mise sous forme adimensionnelle des équations	85
2.2.3.1	Généralisation de la transformation de Londe (1988)	85
2.2.3.2	Réécriture des équations de comportement	87
2.2.4	Cas particulier du régime d'arête	89
<b>2.3</b>	<b>Étude du cas élastique linéaire parfaitement plastique en situation monophasique</b>	<b>91</b>
2.3.1	Étude de la zone élastique	91
2.3.2	Étude de la zone élastoplastique (régime de face)	92
2.3.2.1	Généralités – Conditions aux limites	92
2.3.2.2	Calcul des contraintes dans la zone plastique	93
2.3.2.3	Caractérisation de la limite élastique-plastique	93
2.3.2.4	Calcul des déplacements et déformations dans la zone plastique	94
2.3.3	Étude de la zone élastoplastique (régime d'arête)	98
2.3.3.1	Détermination du « rayon d'arête » et calcul des contraintes	98
2.3.3.2	Calcul des déplacements et déformations dans la zone en régime d'arête	99

2.3.4	Remarque dans le cas du potentiel plastique de Mohr-Coulomb _____	102
2.3.5	Mise en œuvre des solutions analytiques et validation _____	103
2.3.5.1	Mise en œuvre d'un schéma de résolution _____	103
2.3.5.2	Validation des solutions obtenues _____	104
2.3.6	Conclusion sur le cas élastique linéaire parfaitement plastique en situation monophasique _____	107
<b>2.4</b>	<b>Étude du cas élastique linéaire parfaitement plastique en situation biphasique drainée</b> _____	<b>108</b>
2.4.1	Introduction _____	108
2.4.2	Calcul du profil radial de pression interstitielle _____	109
2.4.3	Étude de la zone élastique _____	109
2.4.3.1	Cas général _____	109
2.4.3.2	Formulations modifiées en fonction de la valeur de $S_{Rd}$ _____	111
2.4.4	Étude de la zone élastoplastique (régime de face) _____	113
2.4.4.1	Généralités – conditions aux limites _____	113
2.4.4.2	Calcul des contraintes dans la zone plastique _____	113
2.4.4.3	Caractérisation de la limite élastique-plastique _____	114
2.4.4.4	Calcul des déplacements et déformations dans la zone plastique _____	115
2.4.5	Étude de la zone élastoplastique (régime d'arête) _____	116
2.4.5.1	Détermination du « rayon d'arête » et calcul des contraintes _____	116
2.4.5.2	Calcul des déplacements et déformations dans la zone en régime d'arête _____	117
2.4.6	Mise en œuvre des solutions analytiques et validation _____	118
2.4.6.1	Mise en œuvre d'un schéma de résolution _____	118
2.4.6.2	Validation des solutions obtenues _____	119
2.4.6.3	Analyse complémentaire : influence de $R_d$ _____	123
2.4.7	Conclusion sur le cas élastique linéaire parfaitement plastique en situation biphasique drainée _____	124
<b>2.5</b>	<b>Étude du cas élastique linéaire parfaitement plastique en situation biphasique non drainée</b> _____	<b>125</b>
2.5.1	Introduction – équations modifiées _____	125
2.5.2	Étude de la zone élastique _____	127
2.5.3	Étude de la zone élastoplastique _____	128
2.5.3.1	Conditions aux limites et système différentiel _____	128
2.5.3.2	Étude du cas non dilatant ( $K_\psi = 1$ ) _____	129
2.5.3.3	Étude du cas dilatant ( $K_\psi \neq 1$ ) _____	131
2.5.3.4	Caractérisation de la limite élastique / plastique _____	134
2.5.3.5	Commentaires sur le régime d'arête _____	135
2.5.4	Mise en œuvre des solutions analytiques et validation _____	135
2.5.4.1	Mise en œuvre d'un schéma de résolution _____	135
2.5.4.2	Validation des solutions obtenues _____	137
2.5.5	Conclusion sur le cas élastique linéaire parfaitement plastique en situation biphasique non drainée _____	140
<b>2.6</b>	<b>Étude du cas élastique parfaitement plastique en situation biphasique non drainée, avec modèle non-linéaire de Fahey-Carter</b> _____	<b>141</b>
2.6.1	Introduction – démarche de travail _____	141
2.6.2	La méthode des matrices de transfert _____	142
2.6.3	Calcul d'une matrice de rigidité tangente pour le cas biphasique non drainé avec critère de Hoek-Brown généralisé _____	144
2.6.4	Mise en œuvre d'un schéma de résolution _____	146



2.6.5	Validation partielle des résultats	148
2.6.6	Commentaires additionnels sur les coefficients de Biot $b$ et $M$	152
2.6.7	Conclusion sur le cas biphasique non drainé avec élasticité non linéaire de Fahey-Carter	153
<b>2.7</b>	<b>Conclusion de la deuxième partie</b>	<b>154</b>
<b>Partie 3</b>	<b>Étude d'un cas d'application : Le tunnel d'Arbus</b>	<b>157</b>
<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>159</b>
<b>3.2</b>	<b>Étude des propriétés mécaniques du massif d'Arbus</b>	<b>160</b>
3.2.1	Vue d'ensemble du massif traversé par le tunnel d'Arbus	160
3.2.1.1	Contexte général	160
3.2.1.2	Aperçu du modèle géologique	160
3.2.1.3	Le problème des discontinuités et de la qualité du massif rocheux	161
3.2.1.4	Objectifs recherchés dans l'analyse des essais de laboratoire	163
3.2.2	Détermination des paramètres du critère de rupture de Hoek-Brown	163
3.2.2.1	Les paramètres $s$ et $\alpha$ de Hoek-Brown	164
3.2.2.2	Le problème de la résistance à la compression simple	164
3.2.2.3	Recherche des paramètres du critère de rupture	165
3.2.3	Détermination des paramètres élastiques : $E$ , $\nu$ , $b$ , $M$	169
3.2.3.1	Méthode d'exploitation des essais consolidés drainés (CD), zone élastique	169
3.2.3.2	Méthode d'exploitation des essais consolidés non drainés (CU+u), zone élastique	170
3.2.3.3	Valeurs et répartition du module d'Young sécant	172
3.2.3.4	Valeurs et répartition du coefficient de Poisson	176
3.2.3.5	Détermination des paramètres poroélastiques de Biot	177
3.2.3.6	Examen d'un essai d'extension	178
3.2.4	Détermination des coefficients plastiques : $\psi$ , $\beta$ , $\delta$	179
3.2.4.1	Évaluation de la dilatance $\psi$	179
3.2.4.2	Calcul des contraintes effectives plastiques	180
3.2.5	Prise en compte des non-linéarités élastiques par le modèle de Fahey-Carter	180
3.2.5.1	Généralités – Méthode d'exploitation des essais	180
3.2.5.2	Exploitation des essais CD	181
3.2.6	Synthèse sur les propriétés mécaniques du massif d'Arbus	183
<b>3.3</b>	<b>Modélisation du creusement à court terme</b>	<b>185</b>
3.3.1	Caractéristiques du tunnel et prise en compte du soutènement	185
3.3.1.1	Choix d'une zone d'étude et définition des conditions initiales	185
3.3.1.2	Modélisation du soutènement	186
3.3.2	Modélisation du cas moyen	189
3.3.2.1	Présentation des cas étudiés	189
3.3.2.2	Comportement du massif et courbes de convergence	190
3.3.2.3	Examen des points d'équilibre	192
3.3.3	Étude de sensibilité	193
3.3.3.1	Présentation générale de l'étude	193
3.3.3.2	Modélisation élastique linéaire parfaitement plastique	194

3.3.3.3	Modélisation élastique non-linéaire parfaitement plastique (modèle de Fahey-Carter)	198
3.3.4	Comment dimensionner ?	201
3.3.4.1	Généralités sur le dimensionnement et la variabilité des paramètres géotechniques	201
3.3.4.2	Paramètres retenus pour l'évaluation	202
3.3.5	Conclusion sur l'étude à court terme	204
<b>3.4</b>	<b>Éléments complémentaires : équilibre à long terme, cas de contraintes non hydrostatiques</b>	<b>205</b>
3.4.1	Introduction	205
3.4.2	Étude de l'équilibre à long terme	206
3.4.2.1	Modèle de calcul et hypothèses	206
3.4.2.2	Analyse des résultats	207
3.4.2.3	Conclusion sur l'équilibre à long terme	209
3.4.3	Cas des contraintes initiales non hydrostatiques : $K_0 = 0.5$	210
3.4.3.1	Modèle de calcul et hypothèses	210
3.4.3.2	Analyse des résultats	211
3.4.3.3	Conclusion sur le cas des contraintes initiales non hydrostatiques	213
<b>3.5</b>	<b>Conclusion de la troisième partie</b>	<b>214</b>
	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>217</b>
	<b>Références bibliographiques</b>	<b>221</b>
	<b>ANNEXE A – Éléments complémentaires à la deuxième partie du mémoire</b>	<b>231</b>
	<b>Annexe A1 – La méthode de Runge-Kutta d'ordre 4</b>	<b>233</b>
	<b>Annexe A2 – Cas monophasique : Intégration de l'équation différentielle (2.49) pour <math>\alpha = \frac{1}{2}</math></b>	<b>237</b>
	<b>Annexe A3 – Cas biphasique non drainé : Intégration de l'équation différentielle (2.117) et résolution du système (2.121)</b>	<b>243</b>
	<b>A3.1. Intégration de l'équation différentielle (2.117)</b>	<b>245</b>
	<b>A3.2. Résolution du système différentiel (2.121)</b>	<b>247</b>
	<b>Annexe A4 – Présentation d'ensemble du Laboratoire souterrain de Mol – Quelques propriétés de l'argile de Boom</b>	<b>251</b>
	<b>A4.1. Présentation du Laboratoire Souterrain de Mol</b>	<b>253</b>
	A4.1.1 Introduction – généralités	253
	A4.1.2 Les différentes galeries	254
	A4.1.2.1 Le tunnel « Test Drift »	254
	A4.1.2.2 Le puits « second shaft »	255
	A4.1.2.3 Le tunnel « connecting gallery » et le programme CLIPEX	255
	A4.1.2.4 Le tunnel « PRACLAY »	256
	<b>A4.2. Quelques propriétés de l'argile de Boom</b>	<b>257</b>
	A4.2.1 Vue d'ensemble du comportement mécanique de l'argile de Boom	257

A4.2.2 Paramètres de Hoek-Brown	258
A4.2.3 Paramètres pseudo-élastiques de Fahey-Carter	259
<i>Annexe A5 – Code de calcul Maple commenté pour le calcul des courbes de convergence avec la méthode des matrices de transfert – Élasticité non linéaire de Fahey-Carter</i>	<i>263</i>
<i>ANNEXE B – Éléments complémentaires à la troisième partie du mémoire</i>	<i>277</i>
<i>Annexe B1 – Tableaux de synthèse et quelques courbes exploitées pour les essais CD et CU+u sur les matériaux d’Arbus</i>	<i>279</i>
<i>Annexe B2 – Étude de sensibilité sur les propriétés du massif d’Arbus en situation « court-terme »</i>	<i>287</i>
<i>Annexe B3 – Étude de sensibilité sur les propriétés du massif d’Arbus en situation « court-terme » avec modèle de Fahey-Carter</i>	<i>297</i>
<i>Annexe B4 – Résultats des calculs 2D avec contrainte initiale anisotrope pour le tunnel d’Arbus</i>	<i>307</i>

## Principales notations

Les contraintes sont positives en compression (convention géotechnique). Les vecteurs sont désignés par un soulignement simple, les tenseurs par un soulignement double.

### Alphabet latin

$A_j$	coefficients d'équations en régime de face ( $j = 1 \dots 12$ )	$[A_j] = 1$
$\hat{A}_j$	coefficients d'équations en régime d'arête ( $j = 1 \dots 12$ )	$[\hat{A}_j] = 1$
$\tilde{A}_j^i$	constantes d'intégration dans la méthode des matrices de transfert ( $j = 1, 2$ )	$[\tilde{A}_j^i] = ?^1$
$A_P$	coefficient caractérisant les pressions interstitielles (cas drainé)	$[A_P] = 1$
$b$	coefficient de Biot	$[b] = 1$
$B_j$	coefficients d'équations ( $j = 1 \dots 27$ )	$[B_j] = 1$
$B_S$	coefficient de Skempton	$[B_S] = 1$
$c$	cohésion effective	$[c] = \text{Pa}$
$C$	coefficient pour le calcul du module tangent initial en fonction de $\sigma_m'$	$[C] = 1$
$C_0$	coefficient du modèle de Fahey-Carter	$[C_0] = 1$
$C_j$	constantes d'intégration ( $j = 1 \dots 10$ )	$[C_j] = 1$
$C_{ij}$	coefficients de la matrice de rigidité tangente 2D (matrices de transfert)	$[C_{ij}] = 1$
$c_u$	cohésion non drainée	$[C_{ij}] = \text{Pa}$
$D$	rapport de la distance au front de taille au rayon du tunnel ( $D = d/R$ )	$[D] = 1$
$D_m$	paramètre de perturbation du massif (GSI et critère de Hoek-Brown)	$[D_m] = 1$
$d_0$	distance de pose du soutènement au front de taille	$[d_0] = \text{m}$
$E$	module d'Young	$[E] = \text{Pa}$
$E_{50\%}$	module d'Young sécant à 50 % de la rupture (essai triaxial)	$[E_{50\%}] = \text{Pa}$
$E_i$	fonction transcendante « exponentielle intégrale »	
$E_{ini}$	module d'Young à l'origine de la courbe triaxiale	$[E_{ini}] = \text{Pa}$
$e_S$	épaisseur de l'anneau de soutènement	$[e_S] = \text{m}$
$E_S$	module d'Young du matériau de soutènement	$[E_S] = \text{Pa}$
$E_t$	module d'Young tangent	$[E_t] = \text{Pa}$
$E_u$	module d'Young non drainé	$[E_u] = \text{Pa}$
$f$	paramètre du modèle de Fahey-Carter	$[f] = 1$
$\mathcal{F}$	fonction de charge (espace des contraintes)	$[\mathcal{F}] = \text{Pa}$
$\mathcal{F}_{MC}$	fonction de charge de Mohr-Coulomb	$[\mathcal{F}_{MC}] = \text{Pa}$
$\mathcal{F}_{HB}$	fonction de charge de Hoek-Brown	$[\mathcal{F}_{HB}] = \text{Pa}$
$F$	fonction de charge normalisée	$[F] = 1$
$g$	paramètre du modèle de Fahey-Carter	$[g] = 1$
$G$	module de cisaillement	$[G] = \text{Pa}$

<sup>1</sup> Dimension variable en fonction des cas de calcul

$G^P$	potentiel plastique normalisé	$[G^P] = \text{Pa}$
$G_t$	module de cisaillement tangent	$[G_t] = \text{Pa}$
$G_0$	module de cisaillement initial (modèle de Fahey-Carter)	$[G_0] = \text{Pa}$
$\mathcal{G}$	potentiel plastique (espace des contraintes)	$[\mathcal{G}] = \text{Pa}$
$H$	module d'Young normalisé	$[H] = 1$
$k_h$	coefficient de perméabilité	$[k_h] = \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
$K_0$	module d'incompressibilité drainé de la matrice solide	$[K_0] = \text{Pa}$
$K0$	coefficient de pression des terres au repos ( $K0 = \sigma_0^{H'} / \sigma_0^{V'}$ )	$[K0] = 1$
$k_S$	rigidité du soutènement	$[k_S] = \text{Pa}$
$K_t$	module d'incompressibilité drainé de la matrice solide tangent	$[K_t] = \text{Pa}$
$K_{fl}$	module d'incompressibilité du fluide interstitiel	$[K_{fl}] = \text{Pa}$
$K_P$	coefficient du critère de Mohr-Coulomb ( $K_P = \frac{1 + \sin(\varphi)}{1 - \sin(\varphi)}$ )	$[K_P] = 1$
$K_S$	module d'incompressibilité des grains solides	$[K_S] = \text{Pa}$
$m$	paramètre du critère de Hoek-Brown	$[m] = 1$
$M$	module de Biot	$[M] = \text{Pa}$
$m_{fl}$	apport de masse fluide par unité de volume initial	$[m_{fl}] = \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$
$m_i$	valeur du paramètre $m$ du critère de Hoek-Brown pour la roche intacte	$[m_i] = 1$
$m_m$	valeur du paramètre $m$ du critère de Hoek-Brown pour le massif rocheux	$[m_m] = 1$
$n$	coefficient du modèle de Fahey-Carter	$[n] = 1$
$p$	pression interstitielle	$[p] = \text{Pa}$
$P$	pression interstitielle normalisée ( $P = \frac{p}{\sigma_{ci} \cdot m^{1-\alpha}}$ )	$[P] = \text{Pa}$
$p_i$	pression interstitielle en paroi du tunnel	$[p_i] = \text{Pa}$
$p_0$	pression interstitielle initiale dans le massif	$[p_0] = \text{Pa}$
$p_S^{max}$	pression maximale admissible par le soutènement	$[p_S^{max}] = \text{Pa}$
$q$	déviateur des contraintes (essai triaxial)	$[q] = \text{Pa}$
$r$	distance au centre du tunnel (axisymétrie)	$[r] = \text{m}$
$R$	rayon du tunnel	$[R] = \text{m}$
$R_d$	rayon de drainage	$[R_d] = \text{m}$
$s$	paramètre du critère de Hoek-Brown	$[s] = 1$
$S_j$	contrainte normalisée ( $S_j = \frac{\sigma_j}{\sigma_{ci} \cdot m^{1-\alpha}} + \frac{s}{m^{1-\alpha}}$ , $j \in \{1, 2, 3\}$ )	$[S_j] = 1$
$s_m$	valeur du paramètre $s$ du critère de Hoek-Brown pour le massif rocheux	$[s_m] = 1$
$t$	temps	$[t] = \text{s}$
$\underline{w}$	vecteur courant de masse fluide	$[w] = \text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$
$W$	module de Biot normalisé	$[W] = 1$

## Alphabet grec

$\alpha$	exposant du critère de Hoek-Brown	$[\alpha] = 1$
$\beta$	coefficient de contrainte effective (zone plastique, loi d'écoulement)	$[\beta] = 1$
$\Gamma$	second coefficient de Lamé drainé normalisé	$[\Gamma] = 1$
$\gamma_h$	pois volumique du fluide interstitiel	$[\gamma_h] = \text{N.m}^{-3}$
$\delta$	coefficient de contrainte effective (critère de rupture)	$[\delta] = 1$
$\delta_R$	convergence en paroi du tunnel	$[\delta_R] = \text{m}$
$\delta_{R0}$	convergence en paroi du tunnel à la pose du soutènement	$[\delta_{R0}] = \text{m}$
$\delta_R^\infty$	convergence finale du tunnel non soutenu dans le cas élastoplastique	$[\delta_R^\infty] = \text{m}$
$\delta_{R,elast}$	convergence finale du tunnel non soutenu dans le cas élastique	$[\delta_{R,elast}] = \text{m}$
$\delta_R^{front}$	convergence au front de taille du tunnel	$[\delta_R^{front}] = \text{m}$
$\delta_R^{equ}$	convergence à l'équilibre massif - soutènement	$[\delta_R^{equ}] = \text{m}$
$\delta_S^{max}$	déplacement en paroi maximal admissible après la pose du soutènement	$[\delta_S^{max}] = \text{m}$
$\underline{\underline{\varepsilon}}$	tenseur des déformations	$[\underline{\underline{\varepsilon}}] = 1$
$\underline{\underline{\varepsilon}}^{el}$	tenseur des déformations élastiques	$[\underline{\underline{\varepsilon}}^{el}] = 1$
$\underline{\underline{\varepsilon}}^P$	tenseur des déformations plastiques	$[\underline{\underline{\varepsilon}}^P] = 1$
$\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^P$	tenseur des taux de déformation plastique	$[\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^P] = 1$
$\varepsilon_a$	déformation axiale (essai triaxial)	$[\varepsilon_a] = 1$
$\varepsilon_r$	déformation radiale dans le massif (axisymétrie)	$[\varepsilon_r] = 1$
$\varepsilon_\theta$	déformation orthoradiale dans le massif (axisymétrie)	$[\varepsilon_\theta] = 1$
$\varepsilon_V$	déformation volumique	$[\varepsilon_V] = 1$
$\varepsilon_x$	déformation longitudinale dans le massif (axe du tunnel)	$[\varepsilon_x] = 1$
$\zeta$	rapport du rayon d'arête au rayon du tunnel	$[\zeta] = 1$
$\theta$	angle par rapport à la verticale (modélisation pour $K0 \neq 1$ )	$[\theta] = 1$
$\lambda$	premier coefficient de Lamé drainé	$[\lambda] = \text{Pa}$
$\Lambda$	premier coefficient de Lamé drainé normalisé	$[\Lambda] = 1$
$\lambda_u$	premier coefficient de Lamé non drainé ( $\lambda_u = \lambda_0 + b^2 M$ )	$[\lambda_u] = \text{Pa}$
$\Lambda_u$	premier coefficient de Lamé non drainé normalisé ( $\Lambda_u = \Lambda + b^2 W$ )	$[\Lambda_u] = 1$
$\lambda_h$	conductivité hydraulique	$[\lambda_h] = \text{Pa}^{-1} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
$\mu$	second coefficient de Lamé	$[\mu] = \text{Pa}$
$\nu$	coefficient de Poisson	$[\nu] = 1$
$\nu_0$	valeur de référence du coefficient de Poisson (modèle de Fahey-Carter)	$[\nu_0] = 1$
$\nu_{50\%}$	coefficient de Poisson sécant à 50 % de la rupture (essai triaxial)	$[\nu_{50\%}] = 1$
$\nu_{ini}$	coefficient de Poisson à l'origine de la courbe triaxiale	$[\nu_{ini}] = 1$
$\nu_S$	coefficient de Poisson du matériau de soutènement	$[\nu_S] = 1$
$\nu_t$	coefficient de Poisson tangent (modèle de Fahey-Carter)	$[\nu_t] = 1$
$\xi$	rapport du rayon plastique au rayon du tunnel	$[\xi] = 1$
$\rho$	rapport de la distance au centre du tunnel au rayon plastique ( $\rho = r/R\xi$ )	$[\rho] = 1$

$\rho_t$	masse volumique courante, à un instant $t$	$[\rho_t] = \text{kg.m}^{-3}$
$\rho_0$	masse volumique initiale	$[\rho_0] = \text{kg.m}^{-3}$
$\rho^f$	masse volumique du fluide interstitiel	$[\rho^f] = \text{kg.m}^{-3}$
$\underline{\underline{\sigma}}$	tenseur des contraintes	$[\underline{\underline{\sigma}}] = \text{Pa}$
$\underline{\underline{\sigma}}'$	tenseur des contraintes effectives (critère de rupture)	$[\underline{\underline{\sigma}}'] = \text{Pa}$
$\underline{\underline{\sigma}}^{ef}$	tenseur des contraintes effectives (phase élastique)	$[\underline{\underline{\sigma}}^{ef}] = \text{Pa}$
$\underline{\underline{\sigma}}^{ef,P}$	tenseur des contraintes effectives plastiques	$[\underline{\underline{\sigma}}^{ef,P}] = \text{Pa}$
$\underline{\underline{\sigma}}_0^{ef}$	tenseur des contraintes effectives initial (phase élastique)	$[\underline{\underline{\sigma}}_0^{ef}] = \text{Pa}$
$\sigma_0$	contrainte initiale isotrope dans le massif rocheux	$[\sigma_0] = \text{Pa}$
$\sigma_0^V$	contrainte initiale verticale dans le massif rocheux	$[\sigma_0^V] = \text{Pa}$
$\sigma_0^H$	contrainte initiale horizontale dans le massif rocheux	$[\sigma_0^H] = \text{Pa}$
$\sigma_a$	contrainte axiale totale (essai triaxial)	$[\sigma_a] = \text{Pa}$
$\sigma_{ci}$	résistance à la compression simple de la roche intacte	$[\sigma_{ci}] = \text{Pa}$
$\sigma_i$	contrainte en paroi du tunnel	$[\sigma_i] = \text{Pa}$
$\sigma_m$	contrainte moyenne ( $\sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$ )	$[\sigma_m] = \text{Pa}$
$\sigma_m^{ef}$	contrainte moyenne effective (phase élastique)	$[\sigma_m^{ef}] = \text{Pa}$
$\sigma_r$	contrainte radiale dans le massif (axisymétrie)	$[\sigma_r] = \text{Pa}$
$\sigma_r^*$	contrainte radiale à la limite élastique-plastique	$[\sigma_r^*] = \text{Pa}$
$\sigma_r^\wedge$	contrainte radiale à la limite régime de face / régime d'arête	$[\sigma_r^\wedge] = \text{Pa}$
$\sigma_{Rd}$	contrainte radiale au niveau du rayon de drainage	$[\sigma_{Rd}] = \text{Pa}$
$\sigma_\theta$	contrainte orthoradiale dans le massif (axisymétrie)	$[\sigma_\theta] = \text{Pa}$
$\sigma_x$	contrainte longitudinale dans le massif (axisymétrie)	$[\sigma_x] = \text{Pa}$
$\varphi$	angle de frottement	$[\varphi] = 1$
$\phi$	porosité	$[\phi] = 1$
$\phi_0$	porosité de l'échantillon avant essai triaxial	$[\phi_0] = 1$
$\phi_{ini}$	porosité de l'échantillon à l'origine de la courbe triaxiale	$[\phi_{ini}] = 1$
$\phi^P$	porosité plastique	$[\phi^P] = 1$
$\dot{\chi}$	multiplicateur plastique	$[\dot{\chi}] = 1$
$\psi$	dilatance	$[\psi] = 1$
$\Omega$	fonction transcendante $\Omega$ ou « W de Lambert »	

# INTRODUCTION GÉNÉRALE

Il existe sur l'île de Samos, en Grèce, une galerie hydraulique datant du VI<sup>ème</sup> siècle av. J.C., destinée à pérenniser l'alimentation en eau de la capitale, que l'historien grec Hérodote a décrit de la sorte (Larcher (1855)) :

*« Je me suis d'autant plus étendu sur les Samiens, qu'ils ont exécuté trois des plus grands ouvrages qu'il y ait dans toute la Grèce. On voit à Samos une montagne de cent cinquante orgyies<sup>2</sup> de haut. On a percé cette montagne par le pied, et l'on y a pratiqué un chemin qui a deux bouches en ouvertures. Ce chemin a sept stades de longueur sur huit pieds de hauteur et autant de largeur. Le long de ce chemin, on a creusé un canal qui traverse toute cette montagne. Il a vingt coudées de profondeur sur trois pieds de largeur. Il conduit à la ville, par des tuyaux, l'eau d'une grande fontaine. (...) »*

Lorsque l'on étudie plus précisément cet ouvrage, considéré comme un chef d'œuvre de l'ingénierie antique, il est étonnant de constater qu'il présente, en dépit de techniques de creusement rudimentaires, plusieurs caractéristiques propres aux travaux souterrains récents : excavation méthodique, géométrie planifiée et contrôlée, construction par deux points d'attaque se rejoignant à mi-parcours, ébauche de soutènement (dallage de la voûte pour limiter les chutes de pierre).

Aujourd'hui, malgré les évolutions majeures des techniques de calcul, de mesure et de creusement qui sont intervenues aux XIX<sup>ème</sup> et XX<sup>ème</sup> siècles, la construction d'un tunnel reste un défi pour l'ingénieur géotechnicien s'efforçant d'anticiper et de maîtriser les coûts, de limiter les risques, de garantir la pérennité des structures. Ce constat est principalement lié à l'influence prépondérante du comportement du terrain sur la tenue de l'ouvrage. Du fait de la complexité naturelle des structures géologiques traversées, chaque chantier de tunnel revêt un caractère d'unicité qui laisse la part belle à l'expérience des hommes de terrain et à « l'artisanat » propre au métier de géotechnicien (Magnan (2002)).

Dès la phase d'étude, celui-ci se heurte en effet au choix essentiel du modèle géotechnique qui sera le plus à même de reproduire le comportement physique du milieu. Outre la géométrie des formations, dont l'évaluation se rattache davantage à la pratique du géologue, l'ingénieur doit rechercher les moyens les plus pertinents pour décrire les propriétés mécaniques du terrain, cerner le domaine des comportements possibles en fonction du mode de soutènement retenu et établir la limite des comportements acceptables. Ce travail s'effectue en outre dans le cadre d'une connaissance imparfaite du milieu naturel traversé, souvent caractérisé par quelques forages ponctuels.

Le développement de la mécanique des sols et des roches durant la deuxième moitié du XX<sup>ème</sup> siècle a entraîné la constitution d'un corpus méthodologique d'origine empirique et théorique qui permet

---

<sup>2</sup> 1 orgyie  $\approx$  1.89 m ; 1 stade  $\approx$  177.6 m ; 1 pied  $\approx$  30 cm ; 1 coudée  $\approx$  45 cm.



toutefois au géotechnicien expérimenté d'apporter une réponse raisonnablement satisfaisante dans la plupart des cas « courants » (sols meubles, roches dures fracturées). En revanche, les méthodes classiques des domaines des sols ou des roches peinent à représenter les particularités des matériaux intermédiaires (sols indurés, roches tendres) que l'on ne peut rattacher simplement à l'une ou l'autre des familles.

Par exemple, en fonction du matériau et de son niveau d'altération, de la géométrie du projet, de l'historique du site, etc. l'ingénieur pourra choisir de modéliser le massif par une approche continue plus ou moins homogénéisée, une approche discontinue, ou une approche basée simplement sur des critères de décision empiriques. Ensuite, la sélection des facteurs influents, le choix d'une loi de comportement adaptée puis de paramètres géotechniques pertinents – en référence à un programme d'essais en laboratoire – constitueront d'autres niveaux de difficulté, à l'impact tout aussi fort sur l'optimisation des solutions techniques. Enfin, une fois le modèle géotechnique établi, il restera nécessaire de disposer de moyens de dimensionnement adaptés, permettant la prise en compte de la complexité du comportement du matériau naturel – phénomènes de couplages ou non-linéarités élastiques par exemple – dans le calcul des évolutions de l'ouvrage.

Le présent mémoire propose de s'intéresser au cas de l'approche continue pour les tunnels traversant des matériaux intermédiaires. Plus précisément, ce sont les travaux de Hoek et Brown, largement reconnus dans le domaine de la mécanique des roches et trouvant depuis plusieurs années des applications aux matériaux tendres, qui ont été retenus pour mener cette recherche. L'objectif est d'apporter des éléments de réponse à deux problématiques majeures rencontrées par les bureaux d'études géotechniques :

- comment prédimensionner de manière simple un ouvrage traversant des sols indurés / roches tendres sans schématiser exagérément le comportement mécanique du matériau ?
- et corollairement, quels sont les facteurs les plus influents à prendre en compte pour bien évaluer la réponse mécanique ?

La première partie du mémoire, d'origine essentiellement bibliographique, détaille les principales propriétés des matériaux intermédiaires et les enjeux qui s'y rattachent. Différents modèles de comportement relevant de l'approche continue sont présentés, ainsi que les méthodes usuelles de dimensionnement des tunnels. Les limites des approches courantes sont soulignées, mettant en évidence l'intérêt du travail entrepris ici.

La deuxième partie se concentre sur le développement de solutions analytiques ou semi-analytiques pour le calcul des courbes caractéristiques du massif rocheux sous les hypothèses de la méthode convergence-confinement. Une démarche de complexification progressive, partant de la simple amélioration de solutions existantes pour aboutir à des résultats relevant de modèles mécaniques plus complexes (approche couplée, non-linéarités élastiques), a été retenue. À chaque fois, des outils de calcul simples (sous forme de tableurs) sont proposés, permettant une mise en application directe des résultats de la thèse. La validité des calculs est vérifiée par référence à d'autres publications ou au code par éléments finis CESAR-LCPC.

Enfin, la dernière partie du mémoire propose un cas d'application sur le projet de tunnel d'Arbus (RN134 – Pyrénées-Atlantiques). Cet ouvrage permet de disposer d'un cadre de référence pour mener des études de sensibilité sur l'influence des différents paramètres des modèles géotechniques examinés dans la partie précédente. En outre, l'étude de cas met en évidence les principales difficultés rencontrées dans la caractérisation des matériaux intermédiaires et dans la traduction des observations géotechniques en principes de dimensionnement ou de construction.



**PARTIE 1 :**  
**PRINCIPAUX ÉLÉMENTS**  
**BIBLIOGRAPHIQUES**



## **1.1 INTRODUCTION**

À une époque où le génie géotechnique dispose de modèles de comportement et d'outils de dimensionnement éprouvés pour calculer ses ouvrages dans les sols les plus meubles, il peut paraître paradoxal que les sols indurés ou les roches tendres<sup>3</sup> conduisent encore à des difficultés majeures d'étude ou de construction. Ces matériaux présentent en fait des traits de comportement spécifiques, qui peinent à être englobés dans les approches typiques de la mécanique des sols ou de la mécanique des roches. Généralement trop peu rigides pour permettre au concepteur d'ignorer les déformations de la matrice, leur réponse mécanique peut être affectée aussi par des aspects structuraux, liés aux discontinuités ou anisotropies diverses rencontrées dans ces terrains. L'eau y joue généralement un rôle majeur, mais celui-ci est souvent négligé ou mal appréhendé.

En pratique, en dehors du cas de très grands ouvrages où des modèles complexes peuvent être mis en application, les ingénieurs se rattachent couramment à des méthodes existant pour les sols ou les roches, plus ou moins bien adaptées et nécessitant en général une simplification forte des mécanismes en jeu. La maîtrise insuffisante du comportement de ces matériaux est alors usuellement compensée par de fortes marges de sécurité (Johnston (1993)).

Le présent chapitre s'intéresse donc au comportement des S.I.R.T. et aux enjeux qui y sont rattachés dans un contexte de dimensionnement de tunnel. Après avoir défini de manière qualitative les principales caractéristiques des matériaux concernés et examiné les facteurs clés de leur réponse mécanique, les conséquences courantes d'une prise en compte insuffisante de leurs propriétés dans les ouvrages souterrains sont sommairement présentées. Des éléments plus quantitatifs sont ensuite détaillés, avec quelques modèles de comportement relevant d'une approche continue et applicables aux matériaux intermédiaires. Trois points sont plus particulièrement examinés : la surface de rupture, les phénomènes de couplage hydromécanique et les non linéarités de la phase élastique ou pseudo-élastique. Enfin, les méthodes courantes d'étude des tunnels et les difficultés particulières générées par ces terrains sont abordées.

## **1.2 LES SOLS INDURÉS ET ROCHES TENDRES (S.I.R.T.)**

### **1.2.1 Remarques générales – définition**

La notion de Sol Induré Roche Tendre s'appuie initialement sur la difficulté à déterminer une limite entre la classe des sols et celle des roches et à choisir l'approche la plus appropriée pour étudier les matériaux intermédiaires. Même si, dès les années 1960, plusieurs auteurs avaient souligné l'intérêt

---

<sup>3</sup> On utilisera également l'abréviation S.I.R.T. (Sols Indurés Roches Tendres), en anglais H.S.S.R. (Hard Soils Soft Rocks), ou la qualification de « matériaux intermédiaires ».

d'une caractérisation des sols naturels indurés en géotechnique (Bjerrum (1967), Chandler (1969) e.g.), le concept de S.I.R.T. n'a véritablement émergé qu'à la fin du XX<sup>ème</sup> siècle (à titre d'exemple, la première conférence internationale dédiée à ces terrains ne s'est tenue qu'en 1993 à Athènes). Le nombre de publications (en particulier françaises) traitant des S.I.R.T. en tant que classe de matériaux à part entière et tentant d'en étudier les principales propriétés reste donc relativement modeste.

De manière générale, les frontières de la classe des S.I.R.T. ne font pas véritablement l'objet d'une définition claire et varient suivant les publications scientifiques, les contextes locaux, les méthodes de caractérisation retenues. Dans de nombreux cas, ce sont les valeurs de résistance à la compression simple (Geological Society (1970), Dobereiner & De Freitas (1986), AFTES (1993) e.g.), la porosité (Elliott & Brown (1985) e.g.), ou l'origine géologique (Kovari & Staus (1996), Hoek *et al.* (2005) e.g.) qui constituent la principale donnée d'entrée, bien que ces caractéristiques prises individuellement ne suffisent en fait pas à qualifier un S.I.R.T. La plupart des auteurs mettent aussi en évidence le comportement mécanique intermédiaire entre celui des sols et des roches et les difficultés de caractérisation, d'étude et d'exécution que ces terrains induisent. D'après Johnston (1993), ce flou relatif dans la définition des sols indurés et roches tendres permet d'une part d'y inclure clairement les matériaux argileux indurés et les roches de faible résistance, d'autre part d'y rattacher au cas par cas des sols ou roches dont les propriétés se rapprochent des précédentes.

En France, une synthèse des principales propriétés des matériaux intermédiaires et une tentative de définition multicritère ont été proposées récemment par un groupe de travail commun C.F.G.I. – C.F.M.R. – C.F.M.S.<sup>4</sup> (Guilloux *et al.* (2005)). Il y est suggéré de considérer la faible résistance de ces terrains comme une alerte « a priori », puis de qualifier plus précisément le matériau pour examiner si deux au moins des critères du Tableau 1 sont vérifiés, confirmant la classification comme S.I.R.T. Cette méthode a pour mérite de ne pas se limiter à une seule caractéristique qui peinerait à englober la multiplicité des cas couverts par le concept de matériau intermédiaire. Elle ne constitue en revanche qu'un moyen d'identification, et ne renseigne pas sur les propriétés utiles au dimensionnement et les particularités mécaniques du terrain, qui doivent être étudiées en détail pour chaque cas. Les sections suivantes illustrent plus précisément les principales propriétés géologiques, physiques et mécaniques des S.I.R.T.

<b>Critères</b>	<i>Résistance à la compression simple <math>\sigma_c</math></i>	<i>Porosité de pores</i>	<i>Vitesse sismique in situ <math>V_P</math></i>	<i>Minéralogie</i>	<i>Échelle du V.E.R.</i>	<i>Évolutivité</i>
<b>Valeurs caractéristiques pour un S.I.R.T.</b>	0.3 à 25 MPa	> 25 %	1200 à 2500 m/s	> 60 % de sel, gypse ou charbons > 40 % de minéraux argileux	Métrique à plurimétrique	À l'échelle humaine

**Tableau 1 : Critères de définition d'un S.I.R.T. (deux critères au moins doivent être vérifiés), d'après Guilloux *et al.* (2005) (N.B. : V.E.R. = Volume Élémentaire Représentatif).**

<sup>4</sup> C.F.G.I. : Comité Français de Géologie de l'Ingénieur – C.F.M.R. : Comité Français de Mécanique des Roches – C.F.M.S. : Comité Français de Mécanique des Sols.

### 1.2.2 Les principales formations géologiques concernées

Les S.I.R.T. présentent de multiples origines géologiques, constat à rapprocher de la variété des comportements mécaniques relevés in situ. On observe néanmoins dans la littérature un consensus autour de deux modes principaux de genèse de ces terrains, soit à partir de sols meubles, soit à partir de roches dures.

#### ➤ Genèse à partir des sols meubles

Les S.I.R.T. se développent couramment au cours des processus de diagenèse et constituent alors une étape intermédiaire entre le sol originel et la roche sédimentaire complètement lithifiée. En fonction des minéraux d'origine, des processus chimiques et mécaniques mis en œuvre, du degré d'induration ou de cimentation atteint, divers faciès sont susceptibles d'apparaître comme cela est représenté sur la Figure 1.

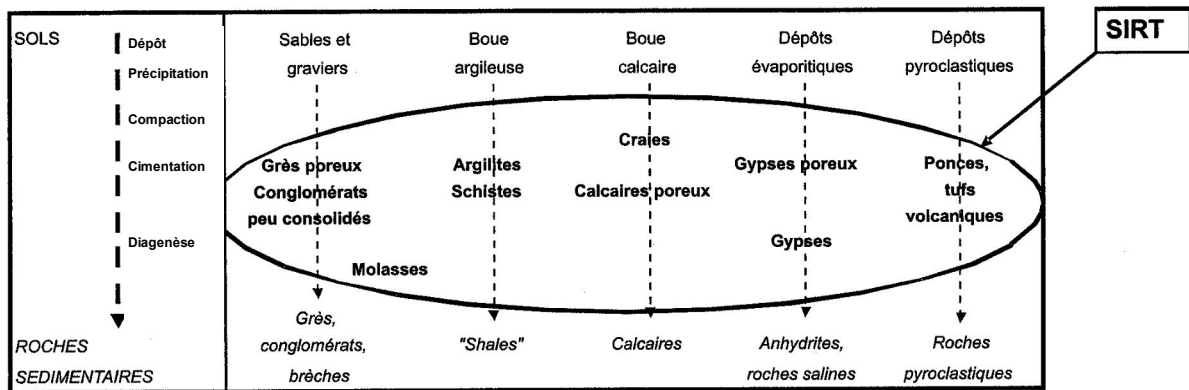


Figure 1 : Genèse des S.I.R.T. à partir de sols meubles (d'après Guilloux *et al.* (2005))

Hoshino (1993) présente par exemple sur la base de résultats de sondages profonds une étude de l'évolution des sédiments argileux du bassin de Tokyo en montrant explicitement le passage du sol à la roche tendre puis à la roche dure à travers un processus de lithification incluant plusieurs étapes de compaction, cimentation, recristallisation.

Les matériaux intermédiaires formés à partir des sols meubles présentent usuellement une proportion importante de minéraux argileux ou des structures à forte porosité. Le degré d'homogénéité et d'isotropie du massif, à une échelle d'observation donnée, est lié au mode de dépôt des séquences sédimentaires et aux contraintes physiques et chimiques subies au cours de la phase de diagenèse (voir par exemple Hoek *et al.* (2005)).

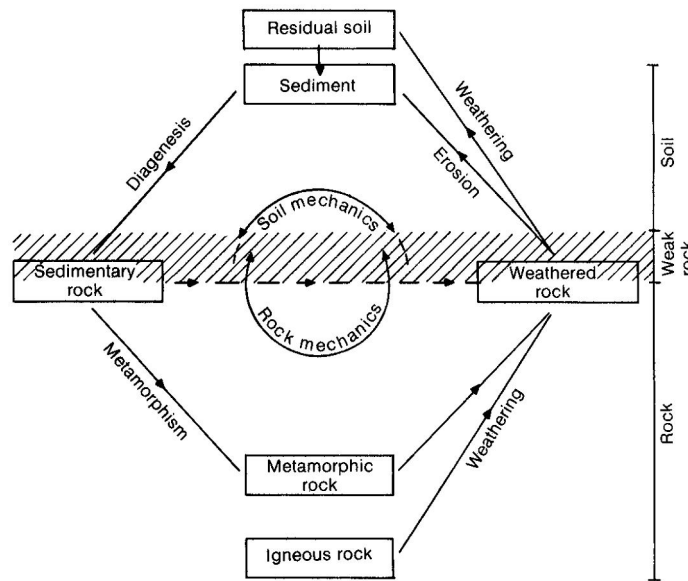
#### ➤ Genèse à partir des roches dures

L'altération des roches dures constitue le second processus principal de formation des S.I.R.T. Cette altération peut être d'origine chimique ou mécanique, concerner les minéraux et/ou leur cimentation, mais n'a pas été suffisante pour que l'état de sol meuble soit atteint. L'histoire géologique de ces matériaux présente éventuellement plusieurs phases d'altération successives, et peut inclure des recimentations plus ou moins complètes. On trouve par exemple dans cette catégorie de S.I.R.T. des



roches plutoniques en voie d'arénisation, des latérites, ou encore certains types de roches cataclastiques rencontrées en profondeur (voir par exemple Habimana (1999), Russo *et al.* (1998)).

De manière synthétique, Dobereiner & De Freitas (1986) rassemblent ces différentes origines géologiques sous la forme du diagramme présenté en Figure 2, restituant les divers modes de formation des S.I.R.T. et mettant en évidence leur position particulière à l'intersection des disciplines de la mécanique des sols et des roches.



**Figure 2 : Domaine des sols indurés et roches tendres et principaux modes de formation d'après Dobereiner & De Freitas (1986)**

Serratrice (2002) propose une approche équivalente et insiste sur les principaux facteurs gouvernant le comportement de ces terrains en fonction de la plus ou moins grande proximité des domaines des sols ou des roches. Ainsi, les matériaux intermédiaires les plus meubles voient sensiblement s'accroître les rôles des couplages hydromécaniques (pressions interstitielles) ou de la compressibilité, alors que les plus durs présentent généralement une influence plus grande des discontinuités, des effets d'échelle. Ces aspects sont plus particulièrement étudiés dans les sections suivantes.

### 1.2.3 Principaux aspects du comportement mécanique des S.I.R.T.

#### 1.2.3.1 Résistance - enveloppe de rupture

Bien qu'elle ne restitue qu'incomplètement les propriétés des S.I.R.T., la résistance à la compression simple est très souvent utilisée pour qualifier les matériaux intermédiaires, pour au moins deux raisons :

- ce paramètre est une donnée d'entrée récurrente des grands systèmes de classification des roches et de certains critères de rupture ;
- les valeurs sont relativement aisées à déterminer en laboratoire.

Toutefois, en pratique, comme le soulignent Habimana (1999) ou Russo (1994) il n'y a pas de véritable consensus dans la littérature sur des valeurs caractéristiques. La Figure 3 (Russo (1994)) présente une comparaison de la description des roches en fonction de leur résistance, d'après divers auteurs. Si les valeurs de  $\sigma_c$  comprises entre 0.5 et 5 MPa semblent quasi-unaniment associées à des roches tendres, il apparaît en revanche que des qualificatifs allant de « roche dure » à « très faible » peuvent être employés pour des valeurs de l'ordre de 10 à 20 MPa.

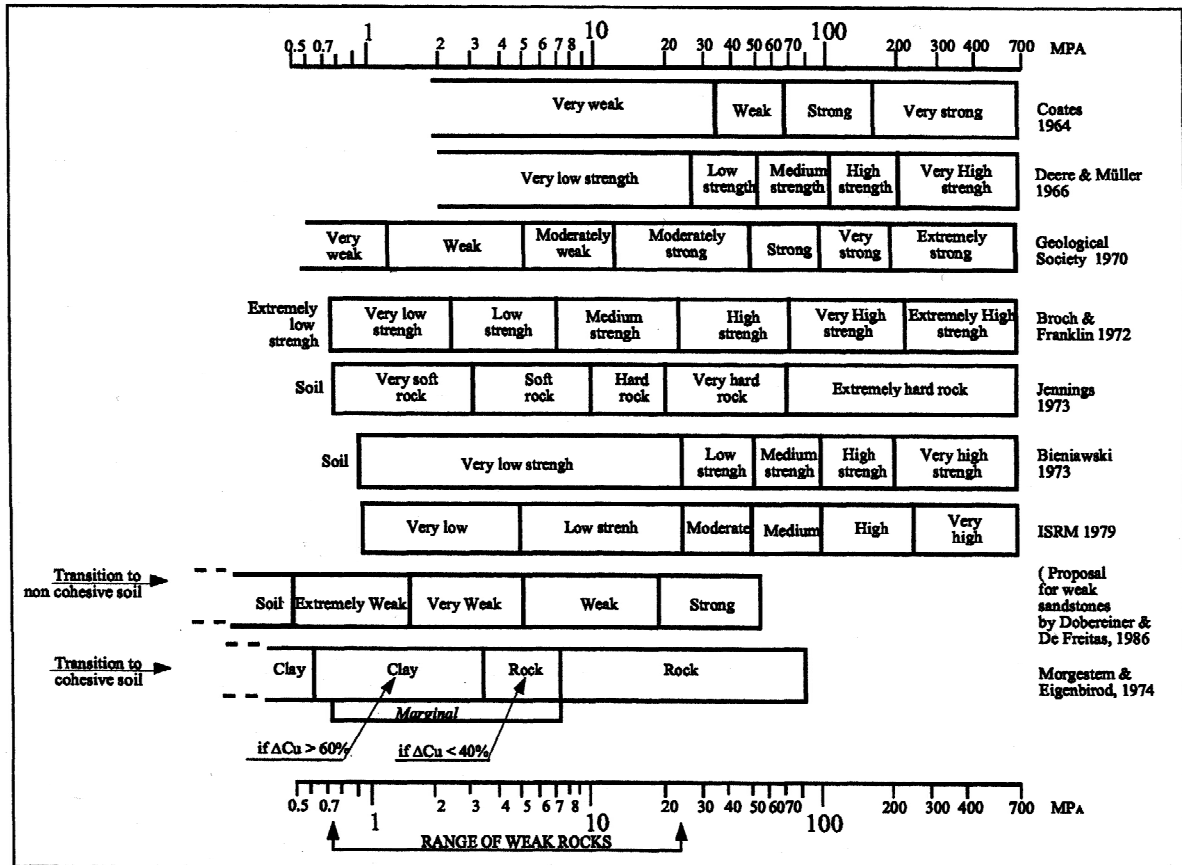
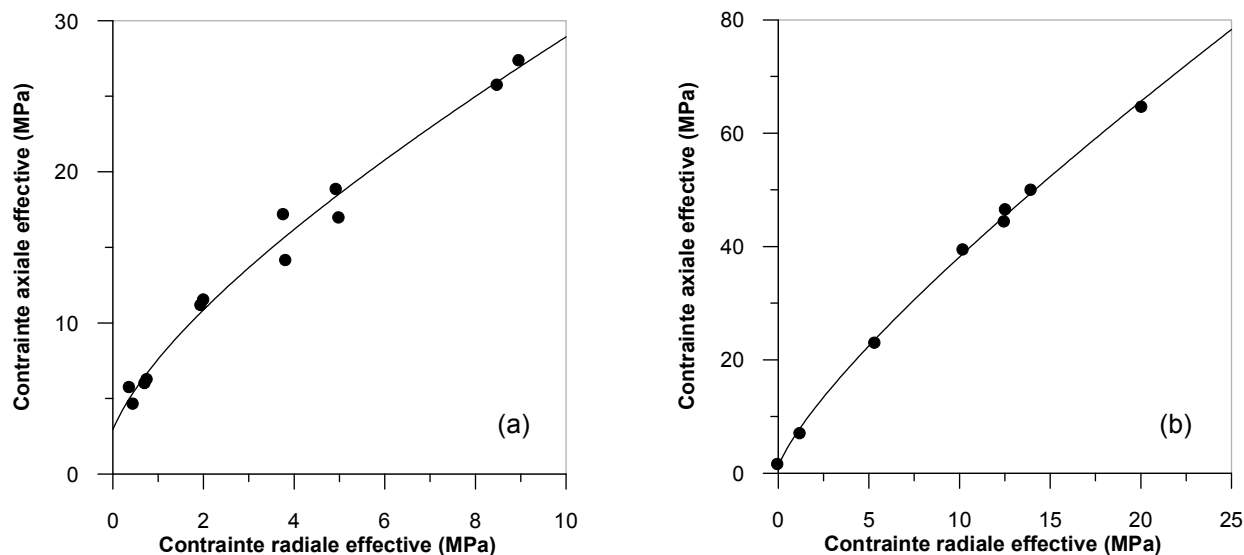


Figure 3 : Description des roches basée sur la résistance à la compression simple, d'après Russo (1994)

Il peut être retenu au final que les résistances à la compression simple typiquement rencontrées dans les S.I.R.T. sont plutôt faibles vis-à-vis du domaine des roches et élevées par rapport à celui des sols meubles, avec une fourchette raisonnablement estimée par Guilloux *et al.* (2005), l'AFTES (2003) ou encore Hoek (2007) (Chap. 11), de l'ordre de 0.3 à 25 MPa, susceptible de variations en fonction des contextes géologiques locaux.

En situation confinée d'autre part, la matrice « rocheuse » des S.I.R.T. exhibe couramment une enveloppe de rupture non linéaire. Des exemples peuvent être trouvés notamment dans Dobereiner & De Freitas (1986) pour du grès de Kidderminster, Bromsgrove, UK ; Petley (1999) pour des craies, et des argilites / pélites diverses ; Coll (2005) pour l'argile de Boom, Mol, Belgique ; Ghazvinian *et al.* (2008) pour des marnes du Mont Zagros, Iran ; Kahraman & Alber (2008) pour une brèche tectonique, Attendorn, Allemagne ; etc. La Figure 4 présente à titre d'illustration deux résultats de campagnes d'essais triaxiaux également issues de la littérature (Serratrice (2002), Habimana (1999)), pour des marnes intactes ou des grès très tectonisés.



**Figure 4 : Enveloppes de rupture :**  
**(a) pour les marnes du tunnel de Bompas, d'après Serratrice (2002)**  
**(b) pour des grès quartzitiques très tectonisés de la galerie de Cleuson-Dixence, d'après Habimana (1999)**

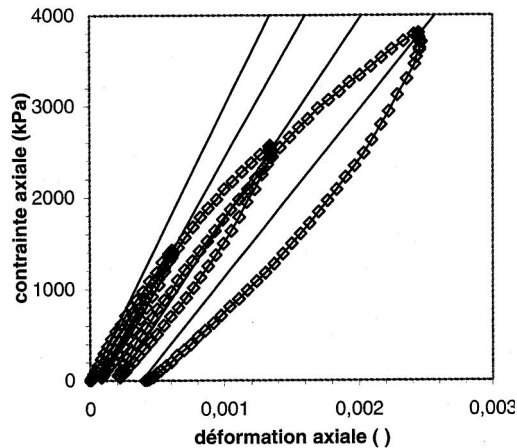
Si l'approximation linéaire reste généralement convaincante pour des gammes de contraintes réduites, la représentation mathématique de ces enveloppes de rupture se base usuellement sur des formulations plus complexes. Les plus connues en mécanique des roches dérivent du critère parabolique de Hoek-Brown (voir courbes continues sur la Figure 4), mais d'autres choix sont possibles pour les S.I.R.T. comme cela est détaillé dans la section 1.3.2. Ghazvinian *et al.* (2008) présentent une comparaison entre le critère linéaire de Mohr-Coulomb et celui parabolique de Hoek-Brown sur plusieurs ensembles d'essais triaxiaux concernant des roches marneuses du mont Zagros (Iran). Il ressort de ce travail que les marnes étudiées montrent un comportement non linéaire et qu'une enveloppe de rupture parabolique est de fait mieux adaptée pour représenter la résistance du matériau. Le critère de Hoek-Brown permet en outre de mieux restituer les valeurs de résistance en traction.

### 1.2.3.2 Déformabilité

Les S.I.R.T. exhibent usuellement des niveaux de déformabilité élevés en comparaison des valeurs recensées pour les roches dures. En outre, les paramètres de déformabilité correspondants tendent à évoluer au cours de la sollicitation, pouvant conduire à une réponse mécanique hautement non linéaire. La Figure 5 présente un résultat expérimental typique du comportement d'un S.I.R.T. sous sollicitation triaxiale en laboratoire.

Au cours de la sollicitation déviatorique, avant rupture de l'échantillon, une diminution des modules tangents, sécants et en décharge-recharge est observée, ainsi qu'un phénomène d'hystérésis qui caractérise un endommagement progressif de l'éprouvette. De nombreuses formulations ont été proposées pour reproduire, au moins partiellement, ces comportements. Les plus simples (« pseudo-élastiques ») décrivent uniquement une variation des modules élastiques avec la contrainte déviatorique et sont généralement basées sur le modèle hyperbolique de Kondner (1963). Elles reproduisent assez mal le caractère irréversible d'une partie des déformations mais restent une approximation raisonnable pour reproduire des essais de laboratoire (Lee *et al.* (1993) e.g.) et des

sollicitations présentant des cheminements de contraintes simples. De plus amples détails sont fournis dans la section 1.3.5.2. Les approches plus complexes s'attachent au contraire à retranscrire fidèlement les évolutions anélastiques subies par le matériau au cours de la sollicitation, avec par exemple des modèles d'endommagement (voir Martin (2007) pour une application aux tunnels en roche tendre) ou des modèles permettant un développement progressif de la plasticité au delà d'un noyau élastique réduit (modèles à surface limite, modèles à bulle, voir Barnichon (2002) par exemple pour l'application aux galeries du laboratoire souterrain de Mol).



**Figure 5 : Variabilité des paramètres de déformabilité en cours de chargement (sollicitation triaxiale) sur des Marnes de l'Oxfordien, d'après Serratrice (2002))**

Un autre niveau de difficulté apparaît lorsqu'il s'agit de passer de l'échelle de l'échantillon de laboratoire à celle du comportement in situ. Outre les éventuelles anisotropies qui ne peuvent pas toujours être quantifiées durant la campagne d'essais, car nécessitant des prélèvements dans différentes directions, on rappellera que « du fait de la présence de discontinuités, la déformabilité du massif rocheux à l'échelle des ouvrages est en général beaucoup plus importante que celle de la matrice rocheuse, déterminée en laboratoire sur des échantillons de petites dimensions » (AFTES (2003)). Plusieurs méthodes peuvent alors permettre d'estimer le ou les modules réels du massif rocheux :

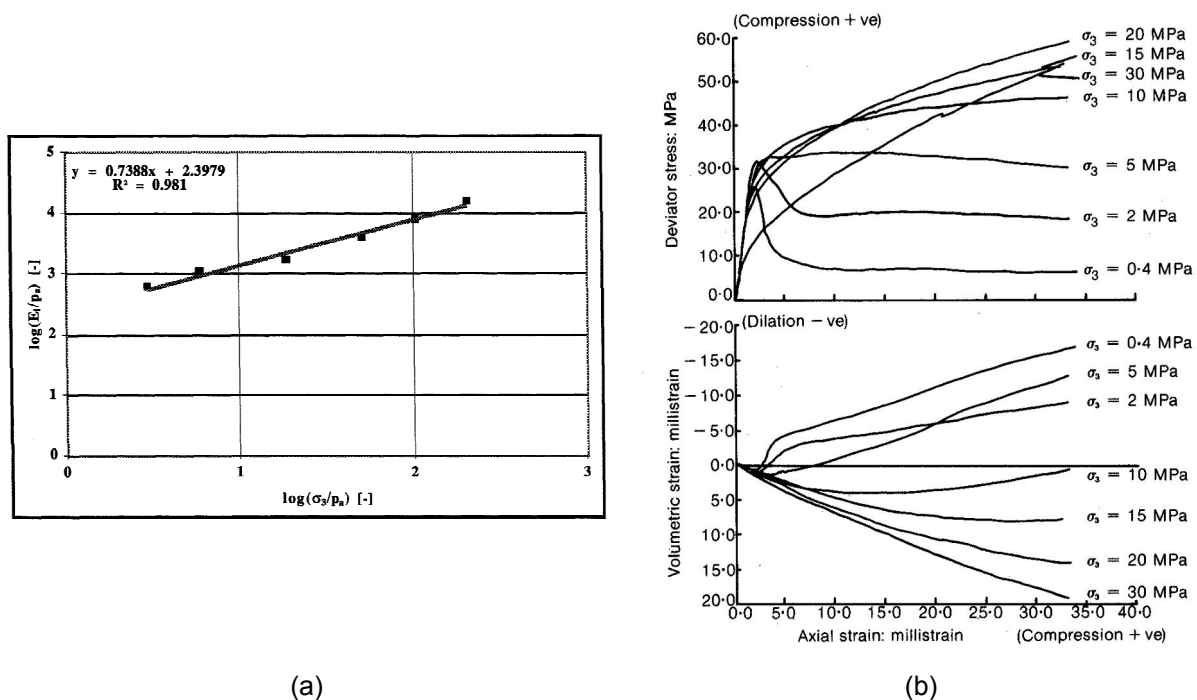
- les essais in situ comme le vérin à plaques rigides (Duffaut *et al.* (2003) e.g.) ou le dilatomètre : ces essais permettent d'obtenir directement les valeurs recherchées, sur une échelle de plusieurs m<sup>3</sup> de roches pour l'essai au vérin. L'inconvénient de ce dernier est qu'il faut généralement disposer d'une excavation au sein du massif pour réaliser la mesure, ce qui est rarement envisageable au stade des études ;
- les analyses inverses permettant, à partir de résultats de modélisation et de déplacements mesurés in situ, de remonter aux valeurs les plus probables des paramètres de déformabilité. Cette méthode nécessite toutefois aussi de disposer d'une excavation instrumentée dans le massif ;
- les relations empiriques qui constituent le principal moyen de quantification dans la phase « études », dont une liste indicative est fournie par l'AFTES (2003). Ces relations sont toutefois basées sur les indices de cotation du massif R.M.R., Q ou G.S.I., conçus essentiellement pour les roches dures et assez mal adaptés aux S.I.R.T.

Les paramètres de déformabilité du massif rocheux, alors même qu'ils conditionnent la réponse du terrain aux sollicitations, apparaissent donc délicats à estimer de manière réaliste. De plus, l'influence

du confinement sur le comportement, détaillé dans la section suivante, ajoute encore un niveau de complexité. Ce constat est particulièrement sensible pour les S.I.R.T. puisqu'ils ne permettent généralement pas l'usage direct des méthodes empiriques conçues pour les roches dures. Dans ce contexte, des études de sensibilité sur les paramètres de déformabilité (modules en particuliers) doivent généralement être mises en œuvre.

### 1.2.3.3 Influence du niveau de confinement sur le comportement

La Figure 6 présente plusieurs résultats expérimentaux tirés de la littérature, typiques des matériaux intermédiaires soumis à des sollicitations triaxiales sous divers niveaux de confinement.



**Figure 6 : Influence de la contrainte de confinement sur le comportement des S.I.R.T. à l'appareil triaxial de révolution**

**(a) Évolution du module tangent initial en fonction de la contrainte de confinement (serpentine extrêmement tectonisée (Caverne Borzoli, Italie), d'après Habimana (1999))**

**(b) Courbes contraintes-déformations complètes pour divers niveaux de confinement (calcaire oolithique très poreux « Bath Stone », d'après Elliott & Brown (1985))**

Le graphique (a) met en évidence la variation du module tangent initial  $E_i$  en fonction de la contrainte de confinement  $\sigma_3$  appliquée à l'échantillon sur des roches tectonisées. Ce phénomène, largement documenté depuis les travaux de Kulhawy (1975), peut être représenté par diverses formulations mathématiques simples (généralement des lois puissance), qui sont abordées dans la section 1.3.5.1. Il vient se superposer aux évolutions des valeurs de module en cours de cisaillement, pour un confinement donné, telles que présentées dans la section 1.2.3.2.

Le graphique (b) présente pour un même matériau l'ensemble de la courbe contrainte-déformation obtenue à l'appareil triaxial de révolution pour des niveaux de contrainte radiale différents, y compris les évolutions post-rupture. Outre l'accroissement des non-linéarités avec le confinement, les échantillons montrent un passage progressif d'un comportement fragile / dilatant à un comportement

ductile / contractant associé à un phénomène d'érouissage. Cette observation très courante pour les S.I.R.T. traduit l'influence de la cimentation intergranulaire (et éventuellement de la surconsolidation) sur le comportement du matériau ; elle est mécaniquement comparable aux comportements relevés dans les sols argileux surconsolidés. Comme le suggèrent Leroueil & Vaughan (1990), on peut décrire simplement ces phénomènes par les concepts d'état limite et d'état critique popularisés par le modèle de Cam-Clay. D'autres approches sont toutefois possibles (voir 1.3.2).

#### 1.2.3.4 Influence des pressions interstitielles

En fonction de leurs propriétés physiques, découlant de leur mode de formation, les S.I.R.T. couvrent une large gamme de valeurs de perméabilité. Celle-ci est liée à la porosité de la roche (pores et fissures), mais aussi à l'ordonnement géométrique de ces vides, la connectivité entre pores constituant un paramètre majeur pour l'écoulement des eaux. Nous présentons dans le Tableau 2 quelques exemples de valeurs de perméabilité sur des matériaux intermédiaires, avec la qualification correspondante d'après l'AFTES (2003).

Roche	Référence	Coefficient de perméabilité (m/s)	Qualification AFTES (2003)
Roche argileuse (Mol – Belgique)	Coll (2005)	$< 2.10^{-12}$	Faible
Grès de Kidderminster (Bromsgrove, UK)	Dobereiner & De Freitas (1986)	Env. $2.10^{-5}$	Forte
Molasse marneuse (Arbus – France)	Serratrice (2006)	$10^{-10}$ à $10^{-11}$	Faible
Granite très altéré (Séoul – Corée)	Shin <i>et al.</i> (2002)	$10^{-6}$ à $10^{-8}$	Moyenne
Craie	Duffaut <i>et al.</i> (2003)	$10^{-7}$ (intacte) à $10^{-3}$ (fracturée)	Moyenne (intacte) à très forte (fracturée)

**Tableau 2 : Coefficient de perméabilité de quelques sols indurés / roches tendres**

Comme expliqué par Duffaut *et al.* (2003), en comparant dans l'exemple du tunnel sous la Manche la vitesse d'avancement de l'ordre de 10 m par jour, soit environ  $10^{-4}$  m/s, à la perméabilité de la craie intacte, il apparaît clairement que les tunneliers avançaient 100 à 1000 fois trop vite pour que les pressions interstitielles se dissipent conjointement, au voisinage du tunnel. Cette différence peut être encore plus marquée pour des excavations dans des roches marneuses ou argileuses très peu fissurées.

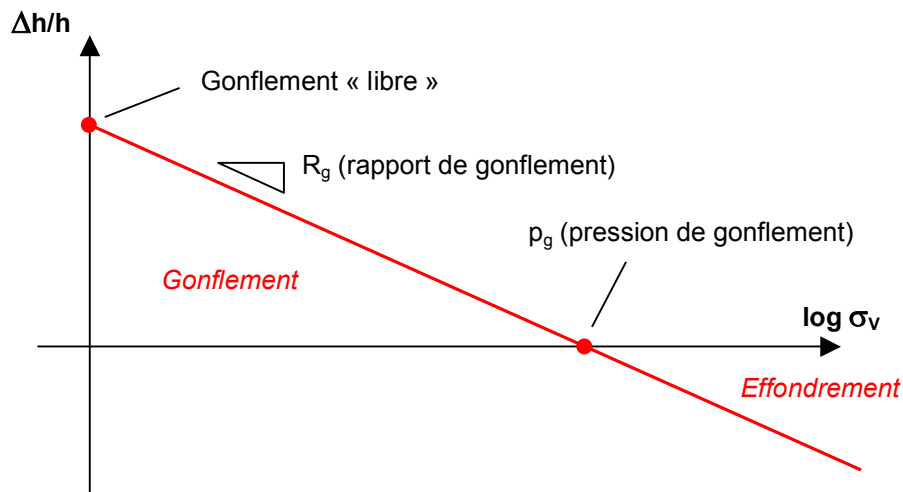
En outre, comme le mentionne Johnston (1993), la compressibilité du squelette des sols indurés et roches tendres, quoique usuellement inférieure à celle rencontrée dans les sols meubles, est nettement plus forte que dans le cas des roches dures. Il en découle (voir section 1.3.3) une influence d'autant plus forte des sollicitations mécaniques sur les variations de pression interstitielle.

Ainsi, lorsque la perméabilité est faible, la réponse de ces terrains à une modification de contraintes est généralement caractérisée par un régime initial approximativement non drainé puis par une réponse transitoire avant stabilisation à long ou très long terme. Les couplages hydro-mécaniques ne peuvent alors être négligés pour étudier les déformations du massif.

À l'opposé, certains S.I.R.T. peuvent se révéler très perméables et présenter des propriétés aquifères (voir par exemple Bartek & Stempfél (2002)). L'écoulement de la nappe influence alors le comportement des matériaux autour de la galerie, même à court terme. Plus précisément, soit celle-ci est capable d'encaisser les pressions d'eau générées par la nappe (revêtement imperméable) et perturbe alors peu le régime hydraulique local, soit elle se comporte comme un drain modifiant la répartition des pressions interstitielles dans son voisinage. À nouveau, le gradient de pressions interstitielles qui se crée modifie l'état de contraintes effectives au sein du massif et donc le comportement du terrain.

### 1.2.3.5 Phénomènes de gonflement

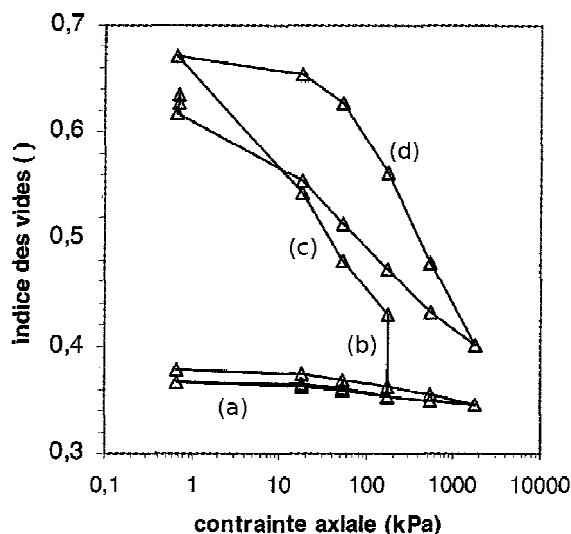
Les matériaux intermédiaires présentant une proportion notable d'argile (marnes, argilites) ou susceptibles de transformations en présence d'eau (anhydrite) sont sujets à des phénomènes de gonflement qui peuvent se révéler préjudiciables pour la tenue des ouvrages souterrains. Les paramètres de gonflement sont usuellement déterminés en laboratoire sur des éprouvettes œdométriques chargées à différents niveaux de contrainte, pour obtenir les valeurs  $R_g$  et  $p_g$  (voir Figure 7) caractéristiques du matériau en place. Notons qu'en pratique ces paramètres de gonflement dépendent de l'état de l'éprouvette au moment de l'essai (teneur en eau, masse volumique, remaniement éventuel, interactions chimiques, etc.), d'où la nécessité de prélèvements de qualité et de procédures de laboratoire minimisant les perturbations.



**Figure 7 : Gonflement sous imbibition en fonction de la contrainte appliquée à l'éprouvette œdométrique ( $\Delta h/h$  : variation relative de hauteur de l'échantillon,  $\sigma_v$  : contrainte verticale appliquée)**

Il n'y a pas véritablement de consensus à l'heure actuelle sur la meilleure méthode pour déterminer les valeurs de  $p_g$  et  $R_g$ . Serratrice & Soyez (1996) proposent un panorama complet du phénomène de gonflement et des principales techniques d'essai en laboratoire. La plus connue est probablement celle de Huder & Amberg (1970) qui consiste, après une étape initiale de charge – décharge – recharge de l'éprouvette œdométrique, à procéder à la phase d'imbibition puis, après stabilisation du gonflement, à effectuer une décharge progressive de l'échantillon en mesurant à chaque palier les évolutions volumiques. Cette méthode présente l'intérêt de n'utiliser qu'une seule éprouvette, mais la succession des paliers de décharge ne permet pas de garantir l'indépendance de chaque étape de gonflement. Dans

le cas des S.I.R.T., une attention particulière doit être portée à ces aspects, notamment en cas de sollicitation non monotone : la structure du matériau peut en effet évoluer et invalider alors la représentativité de certaines mesures. Un exemple particulièrement parlant est proposé par Serratrice (2002) et reproduit sur la Figure 8. Après gonflement, le matériau n'est plus le même !



**Figure 8 : Essai de gonflement à l'oedomètre sur une marne du tunnel de Tartaguille (d'après Serratrice (2002))**  
**(a) Charge - décharge - recharge initiale**  
**(b) Gonflement sous 178 kPa**  
**(c) Décharge**  
**(d) cycle final de recharge - décharge : la compressibilité de la marne a très nettement augmenté**

Les essais de gonflement en parallèle permettent de contourner ce problème en utilisant plusieurs éprouvettes identiques soumises chacune à un chargement différent. Mais il n'est parfois pas possible de découper suffisamment d'éprouvettes comparables pour réaliser l'essai.

L'ampleur réelle du phénomène in situ reste toutefois difficile à prédire. Les paramètres déterminés en laboratoire peuvent être raisonnablement utilisés pour des calculs sommaires de tenue de l'excavation (à partir de la méthode convergence-confinement par exemple) et fournir des ordres de grandeur des pressions additionnelles attendues à long terme sur le revêtement. Toutefois, de nombreuses incertitudes perturbent cette démarche : connaissance de l'état réel de saturation du matériau et de son évolution au cours du temps, mise en contact ou non avec les eaux issues du massif ou circulant sur le radier (chantier, service), densité du réseau de fissures in situ (éventuellement induites par l'excavation), interaction avec les phénomènes de couplage hydromécanique liés au creusement, actions chimiques non prévues, variations naturelles de la composition minéralogique du matériau, etc. Compte-tenu de la complexité du problème, l'approche courante se limite donc souvent à identifier le risque et estimer grossièrement son impact sur le tunnel, puis à mettre en œuvre des dispositions constructives additionnelles systématiques pour atténuer le gonflement ou ses effets : radier contrevoûté, dispositifs d'étanchéité spécifiques, pose d'un matériau déformable entre le revêtement et la roche, par exemple.

### 1.2.3.6 Fluage

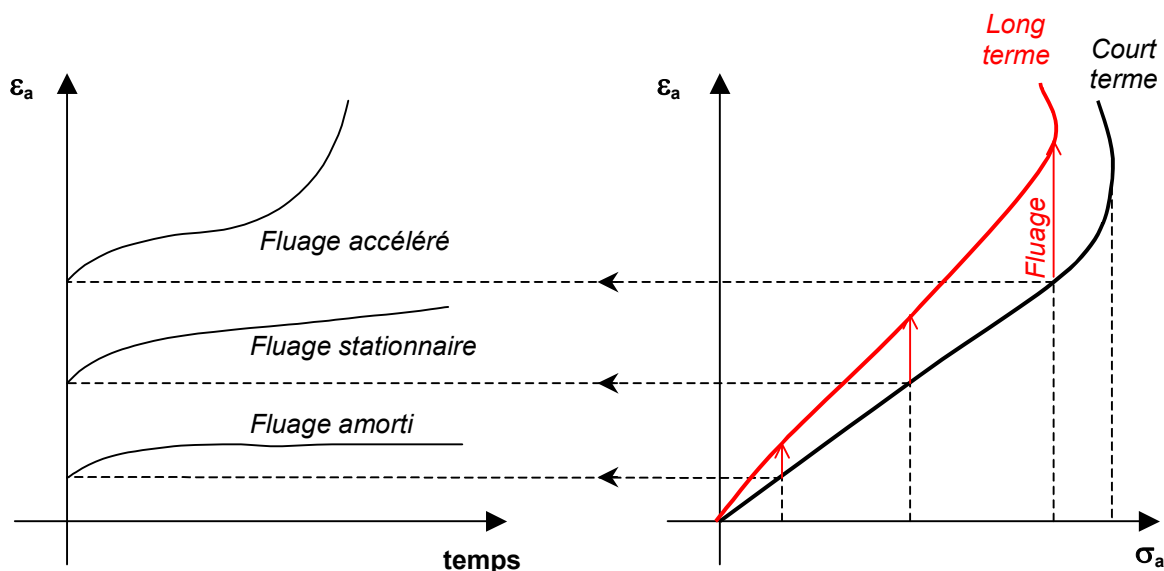
Les phénomènes de fluage, qualifiant les déformations du matériau obtenues sous un champ de contrainte constant, constituent un autre élément important du comportement des S.I.R.T. autour des ouvrages. Dans la pratique, le « fluage » se révèle être un terme assez générique couvrant des mécanismes physiques et/ou chimiques divers comme le réarrangement des particules, la viscosité du



matériau, le rééquilibrage des pressions interstitielles, la réduction des propriétés mécaniques au cours du temps ou la génération et la propagation de microfissures (Habimana (1999)).

Le phénomène peut être caractérisé en laboratoire à partir d'essais triaxiaux ou uniaxiaux accompagnés de paliers de fluage pour différents niveaux de contraintes. Il s'agit d'essais longs et délicats, pour lesquels le maintien d'une teneur en eau constante au sein de l'échantillon est primordiale (Serratrice (2002)). En fonction de l'intensité de la sollicitation au regard du déviateur à la rupture, on relève alors généralement différents types de comportements différés (voir Figure 9) :

- un *fluage amorti* pour les faibles niveaux de contraintes, dans lequel la vitesse de fluage s'annule rapidement ;
- un *fluage stationnaire* pour des niveaux de contraintes plus forts, avec une vitesse de fluage constante après une phase transitoire ;
- un *fluage accéléré* à l'approche de la rupture, qui peut apparaître seul ou à la suite d'un épisode stationnaire.



**Figure 9 : Différents types de fluage observés lors d'essais de compression (uniaxiale / triaxiale) en laboratoire ( $\sigma_a$  : contrainte axiale,  $\epsilon_a$  : déformation axiale)**

Dans le cas des molasses du tunnel d'Arbus (partie 3 du présent mémoire), on notera par exemple dans les essais de Serratrice (2006) que seuls des fluages amortis et stationnaires ont été observés, pour des chargements inférieurs ou égaux à 80 % du déviateur de rupture.

Les phénomènes de fluage sont usuellement représentés par des lois visco-élastiques ou visco-plastiques, ou simplement par ajustement d'une expression mathématique sur les courbes d'essai. La représentation du fluage amorti par une loi logarithmique du temps en est un exemple courant (Kharchafi & Descoedres (1995) e.g.).

Les différents éléments présentés ici permettent d'envisager la sensibilité particulière des S.I.R.T. aux phénomènes de fluage. Leur faible résistance les conduit en effet à être communément soumis, à proximité des ouvrages souterrains, à des niveaux de contraintes proches de la rupture, donc à des évolutions non amorties.

In situ, les déformations par fluage ne sont pas forcément simples à identifier, puisqu'elles se superposent souvent à d'autres phénomènes comme le gonflement ou les mouvements différés liés au rééquilibrage des pressions interstitielles (cas des massifs peu perméables). Elles n'en restent pas moins une composante de l'équilibre à long terme qu'il est nécessaire d'évaluer dans les dimensionnements.

### 1.2.3.7 Fissuration, anisotropie, effet d'échelle

L'influence des défauts du massif sur son comportement est un phénomène largement appréhendé par la mécanique des roches. Au niveau local tout d'abord, les discontinuités, qui présentent usuellement des caractéristiques mécaniques plus faibles que la matrice rocheuse, conduisent à une anisotropie de résistance dont une représentation à l'échelle d'un échantillon de laboratoire est fournie sur la Figure 10. Pour les roches dures, le contraste entre les caractéristiques mécaniques de la matrice et celles des discontinuités est alors tel qu'au final les mécanismes de rupture sont quasi-exclusivement pilotés par des aspects structuraux (décrochements de dièdres e.g.). Dans une vision homogénéisée du massif rocheux, les discontinuités induisent également une diminution de la résistance et un accroissement de la déformabilité par rapport à la roche intacte. Ces phénomènes sont généralement abordés à travers des systèmes de cotation comme le G.S.I. qui permettent d'ajuster les coefficients du critère de rupture et le module du massif (Hoek & Brown (1997), voir aussi section 1.3.4).

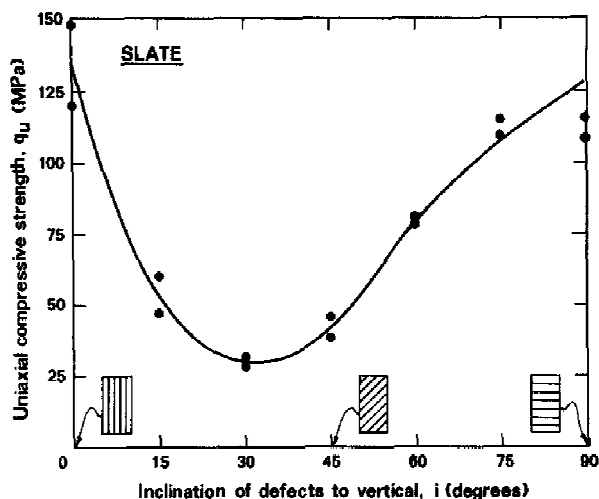


Figure 10: Influence de l'orientation des défauts sur la résistance en compression simple d'un schiste ardoisier, d'après Hoek (1965)

Dans les sols meubles, la prise en compte des discontinuités est moins habituelle, d'une part parce que ceux-ci sont usuellement considérés comme homogènes et isotropes dans les études courantes et d'autre part parce que les caractéristiques mécaniques des défauts tendent à se rapprocher de celles de la matrice intacte. Néanmoins, comme le soulignent Johnston & Novello (1993) l'influence des défauts sur le comportement mécanique des sols a pu être attestée à de multiples reprises.

Johnston (1993) propose donc de considérer que les sols meubles et les roches dures peuvent être décrits dans les mêmes termes, certains facteurs étant simplement plus sensibles dans l'un ou l'autre des cas. Les S.I.R.T., qui assurent la transition entre les deux extrêmes précédemment mentionnés, permettent la continuité du « spectre » géotechnique. Le caractère induré rend plus sensible la différence entre les propriétés des défauts et celles de la roche intacte, mais la déformabilité de la matrice reste élevée et influence la réponse mécanique. Notons que l'on retrouve également couramment dans les matériaux intermédiaires des anisotropies ne correspondant pas à des « défauts »

clairement identifiés, comme par exemple un comportement orthotrope lié aux séquences de sédimentation.

Dans ce contexte, les effets d'échelle et la notion de volume élémentaire représentatif sont particulièrement intéressants pour les S.I.R.T. : l'approche la plus pertinente pour établir un modèle géologique doit alors être examinée au cas par cas, en fonction du degré de fracturation et/ou d'anisotropie du massif, des niveaux de contraintes envisagés, de l'échelle du projet considéré. La Figure 11 montre l'importance des effets d'échelle sur des argiles raides de la région de Londres : il en ressort clairement que l'obtention de paramètres mécaniques pertinents dépend directement des dimensions du projet au regard du réseau de discontinuités en présence.

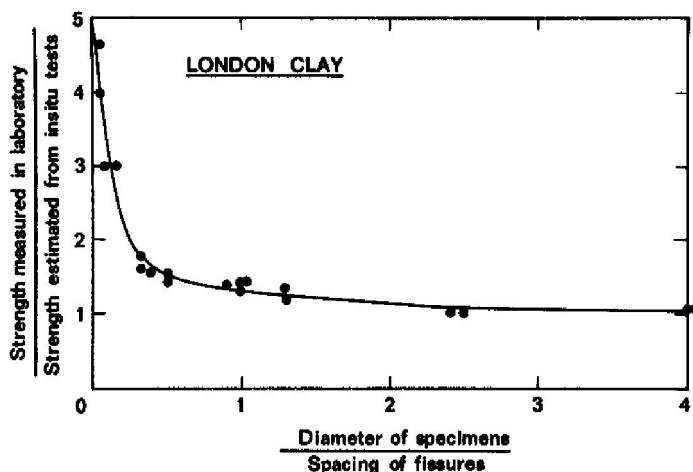


Figure 11 : Influence de la taille des échantillons sur la résistance d'une argile raide londonienne (d'après Marsland (1971))

Dans une approche plus orientée « mécanique des roches », on peut citer également les travaux de Marinos & Hoek (2000), Hoek *et al.* (2005) ou Habimana *et al.* (2002) qui proposent des adaptations du système G.S.I. pour prendre en compte les propriétés spécifiques de certains S.I.R.T. Il s'agit de méthodes homogénéisées, donc plutôt destinées à des ouvrages de dimensions importantes par rapport au volume élémentaire représentatif, mais qui permettent de modéliser à la fois l'influence des défauts et de la matrice sur le comportement.

#### 1.2.3.8 Synthèse sur le comportement mécanique des S.I.R.T.

De multiples phénomènes sont donc susceptibles d'affecter le comportement in situ d'un massif de sol induré / roche tendre. Aux aléas classiques liés à la connaissance incomplète du terrain avant creusement viennent s'ajouter la complexité du modèle géotechnique, souvent à mi-chemin entre les approches des sols et des roches, ainsi que des évolutions spécifiques à tel ou tel matériau comme les gonflements ou les mouvements différés.

Nous proposons dans le Tableau 3 ci-dessous une synthèse des principaux phénomènes recensés précédemment et de la façon dont ils sont susceptibles d'influencer le comportement d'un ouvrage souterrain. La « période d'influence » commence juste après l'excavation. Bien que la quasi-totalité des phénomènes impacte le comportement mécanique durant toute la durée de vie de l'ouvrage, il existe souvent une phase prépondérante, à plus ou moins long terme, mise en évidence dans le tableau.

Propriétés recensées des S.I.R.T.	Période d'influence			Principaux enjeux vis-à-vis de la tenue de l'ouvrage
	Court terme	Moyen terme	Long terme	
Résistance faible de la matrice	X	x	x	Endommagement ou plastification autour du tunnel
Critère de rupture non linéaire	X	x	x	Extension de la zone plastifiée, amplitude des déformations plastiques, pression sur le soutènement
Déformabilité élevée	X	x	x	Amplitude des déformations élastiques, pression sur le soutènement
Non-linéarité des relations contraintes-déformations	X	x	x	Amplitude des déformations, pression sur le soutènement, intensité des couplages hydromécaniques
Influence du niveau de confinement sur le comportement	X	x	x	Extension et comportement de la zone plastifiée, amplitude des déformations, pression sur le soutènement
Perméabilité faible et compressibilité importante	X	X	X	Couplages hydromécaniques, comportements différés liés au rééquilibrage des pressions interstitielles
Perméabilité forte et caractère aquifère	X	x	x	Pression sur le soutènement puis le revêtement, écoulements
Sensibilité au gonflement	x	X	X	Déformations différées et pression sur le revêtement liées à l'évolution du matériau (imbibition, chimie, etc.)
Fluage	x	X	X	Déformations et pressions sur le revêtement différées
Fissuration, anisotropie	X	x	x	Instabilités d'origine structurale, déformations anisotropes, modification de la déformabilité et de la résistance du massif

**Tableau 3 : Influence des propriétés des Sols Indurés Roches Tendres sur le comportement d'un ouvrage souterrain (la période d'influence prédominante vis-à-vis du dimensionnement est indiquée par une croix plus grande).**

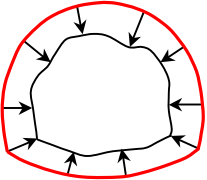
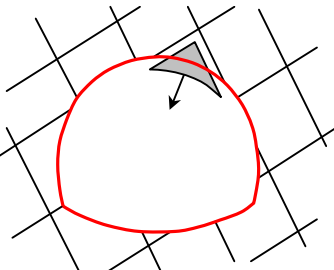
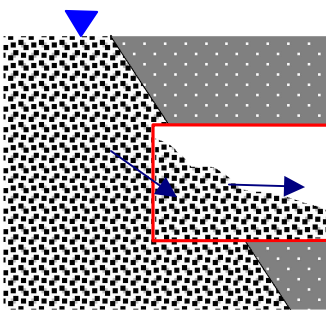
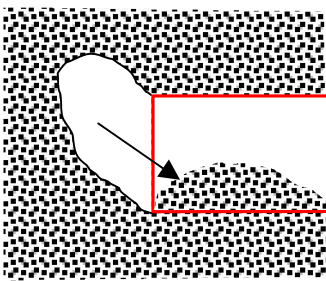
Il apparaît donc délicat avant un chantier de tunnel dans un massif de S.I.R.T. de cerner précisément l'ensemble des phénomènes et d'estimer correctement les déformations ainsi que la pression qui sera exercée sur le soutènement ou le revêtement au cours du temps. De fait, l'occurrence de pathologies ou d'interruptions de chantier reste fréquente dans les travaux en sol induré ou roche tendre. Quelques évènements courants sont présentés dans la section suivante.

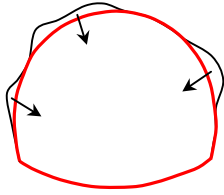
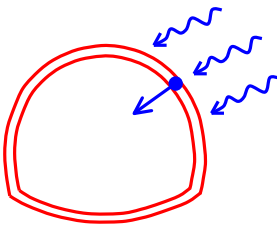
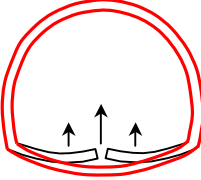
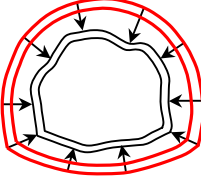
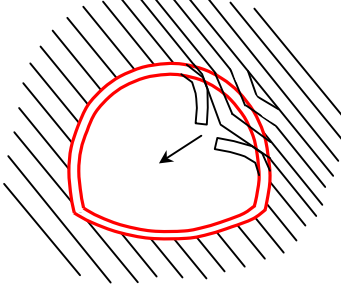
#### **1.2.4 Principales difficultés rencontrées lors de creusements de tunnels, enjeux de la recherche**

Le tableau ci-après présente les principales pathologies susceptibles d'apparaître pour des ouvrages souterrains traversant des matériaux intermédiaires, toutes origines géologiques confondues. Sont distingués les problèmes apparaissant en cours de construction et ceux pouvant se déclarer en service ; les principaux mécanismes en jeu au sein du massif sont également explicités. Certains phénomènes décrits ne sont pas spécifiques aux S.I.R.T. mais peuvent s'y manifester en fonction des propriétés du matériau, plus ou moins proche d'un sol ou d'une roche.

On notera que l'on ne retrouve pas dans ce tableau le concept de roche poussante (« squeezing ground »), assez répandu dans le milieu des ouvrages souterrains : il s'agit en fait d'un terme

générique désignant des convergences lentes mais fortes du terrain, initiées peu après le creusement. En se référant aux publications de Aydan *et al.* (1993), Kovari & Staus (1996) ou Steiner (1996), la « roche poussante » traduit des phénomènes essentiellement élasto-viscoplastiques dont les origines sont diverses (plastification du matériau autour du tunnel, flambement progressif de bancs rocheux, cisaillement / glissement de couches) et dont l'évolution fait intervenir des phénomènes de fluage et de rééquilibrage des pressions interstitielles. On retrouvera ces différents mécanismes dans le Tableau 4, répartis sur plusieurs lignes. Naturellement, d'après les propriétés synthétisées dans le Tableau 3, nombre de S.I.R.T. ont un potentiel de roche « poussante » qui se manifestera ou non en fonction des sollicitations exercées par le creusement et du niveau des contraintes initiales.

<i>Illustration (exemple)</i>	<i>Intitulé</i>	<i>Période d'occurrence</i>	<i>Origine principale du problème</i>
	Fortes convergences initiales	Construction	Forte déformabilité du massif et / ou faible résistance entraînant une plastification
	Instabilités de blocs	Construction	Structure du système de fissuration, résistance relative des joints et de la matrice
	Débouffrages	Construction	Faible résistance du massif, pressions d'eau importantes, zone de contact géologique
	Autres instabilités du front de taille	Construction	Faible résistance du massif, pressions d'eau importantes

<i>Illustration (exemple)</i>	<i>Intitulé</i>	<i>Période d'occurrence</i>	<i>Origine principale du problème</i>
	Hors-profils divers	Construction	Délitage ou flambement de roches sédimentaires, tenue insuffisante avant pose du soutènement, venues d'eau localisées
	Venues d'eau	Construction et service	Infiltrations depuis le massif aquifère
	Soulèvement du radier	Construction et service	Gonflement par imbibition, rééquilibrage des pressions interstitielles
	Fortes convergences différées	Construction et service	Fluage, gonflement, rééquilibrage des pressions interstitielles
	Déformation localisée du soutènement / revêtement	Construction et service	Anisotropie du massif, flambement, glissement ou cisaillement de bancs, défauts ponctuels

**Tableau 4 : Principales difficultés rencontrées dans les tunnels traversant des massifs constitués de sols indurés / roches tendres**

Les dysfonctionnements de l'ouvrage mentionnés dans le Tableau 4 ont des impacts financiers majeurs sur les projets. Un dimensionnement insuffisant du soutènement ou la mauvaise prise en compte de certaines propriétés des S.I.R.T. peuvent se traduire durant le chantier par un accroissement sensible des délais de creusement, le blocage d'un tunnelier, le recours à des techniques non prévues initialement dans le marché, voire des dégâts matériels et humains dans les cas les plus extrêmes. Quelques ordres de grandeur des difficultés, délais, solutions techniques et coûts peuvent être trouvés par exemple dans Bartek & Stempf (2002) ou Botte *et al.* (1996) pour des roches tectonisées ou dans Triclot *et al.* (2007) pour des matériaux constitués de schistes, argilites, grès tectonisés, charbon.

Ces enjeux forts montrent clairement qu'il reste une place importante pour la prise en compte des particularités des S.I.R.T. et l'amélioration des méthodes de dimensionnement. La section suivante aborde donc la quantification de diverses propriétés de ces matériaux, en se concentrant sur celles influençant la réponse à court terme.

## **1.3 APPROCHES RETENUES POUR MODÉLISER LE COMPORTEMENT À COURT TERME DES S.I.R.T.**

### **1.3.1 Définition du périmètre d'étude**

Compte-tenu de la multiplicité des comportements recensés dans les sections précédentes, relevant éventuellement d'approches antinomiques, il a été nécessaire de définir un périmètre d'étude pour aborder la problématique du dimensionnement.

Le premier choix effectué a été de se concentrer sur les massif de S.I.R.T. pouvant être décrits par une approche continue, avec un comportement raisonnablement homogène et isotrope. Cela renvoie à des contextes géologiques dans lesquels la fracturation joue un rôle mineur au regard du comportement de la matrice, soit parce que cette fracturation est anecdotique et influence peu une matrice dominée par une forte déformabilité et une faible résistance, soit au contraire parce qu'elle est suffisamment importante pour pouvoir être prise en compte d'une manière homogénéisée à l'échelle de l'ouvrage. Le premier cas renvoie généralement à des S.I.R.T. issus des processus de diagenèse (marnes, argilites, etc.), alors que le second s'intéresse plutôt à des matériaux très altérés, voire broyés comme les roches cataclastiques.

Le second choix a été de s'intéresser principalement à la réponse à court terme du massif soit, pour les tunnels, à la définition du soutènement. Même si en fin de mémoire quelques calculs à long terme sont présentés pour le tunnel d'Arbus, nos développements se sont concentrés sur les évolutions les plus rapides, particulièrement sensibles pour le chantier de creusement. Ainsi, en se référant au Tableau 3, les principales propriétés des S.I.R.T. prises en considération dans notre recherche ont été les suivantes :

- résistance et critère de rupture ;
- déformabilité et non-linéarités élastiques ;
- comportement non drainé (avancement rapide au regard de la réponse hydro-mécanique du massif) ou drainé (avancement lent).

Leur mise en équations est présentée dans les sections suivantes.

### 1.3.2 Approches « mécanique des sols » vs. « mécanique des roches » et choix de modélisation

La littérature fait apparaître deux familles principales dans la description mathématique du comportement *mécanique* des S.I.R.T.

La première famille est issue de la mécanique des sols et fait appel à la notion de sol structuré introduite par Leroueil & Vaughan (1990) pour les sols indurés et roches tendres et largement reprise depuis (Clayton & Serratrice (1993), Kavvadas *et al.* (1993), Aversa & Evangelista (1998) e.g.). Ce concept traduit diverses formes de cimentation des grains, venant se superposer aux conséquences connues de la consolidation, et conditionnant la réponse mécanique du matériau. Il permet de traduire plusieurs traits de comportement importants pour la modélisation (Gens & Nova (1993)) : l'influence du niveau de confinement sur le comportement mécanique, la non-linéarité des relations contraintes-déformations, la représentation d'une courbe d'état limite et la nécessité de considérer le lien entre les propriétés du matériau intact et celles du matériau déstructuré. De nombreuses formulations ont été proposées pour représenter ces comportements, dérivant usuellement du modèle de Cam-Clay ou de modèles à surface limite. La proposition de Kavvadas & Amorosi (2000) constitue un exemple bien représentatif de l'effort réalisé pour reproduire avec précision les comportements de laboratoire en utilisant le concept d'état critique, associé à plusieurs surfaces limites caractéristiques soumises à des écrouissages isotropes et cinématiques. Barnichon (2002) montre l'intérêt de l'application de tels modèles à des excavations souterraines, sur le cas du laboratoire souterrain de Mol. Toutefois, si ces approches apparaissent très satisfaisantes d'un point de vue physique, elles souffrent de divers inconvénients pour le concepteur souhaitant dimensionner un ouvrage. En particulier, elles nécessitent un nombre de paramètres important, dont les valeurs ne sont en général pas facilement accessibles dans une démarche courante d'étude d'ouvrage où le volume d'essais de laboratoire reste limité. De plus, elles relèvent de formulations relativement complexes qui ne sont guère exploitables que dans le contexte de calculs numériques (éléments finis e.g.) : la prise en charge de ces modèles implique d'ailleurs souvent une programmation spécifique, ce qui peut exclure l'usage de codes commerciaux. Enfin, on dispose d'assez peu de retours d'expérience sur l'application de ces formulations aux ouvrages réels, constat en lien avec la complexité évoquée précédemment, ce qui ne permet pas de se prononcer clairement sur leur capacité à représenter des mouvements à l'échelle du massif.

La seconde famille principale de méthodes est issue de la mécanique des roches. L'esprit général de la démarche est assez bien décrit par Hoek & Brown (1997). Elle relève de modèles mécaniques relativement simples, traditionnellement adaptés aux roches dures, correspondant à une première phase élastique (réversible), éventuellement non linéaire, limitée par un critère de rupture puis un comportement post-rupture de type fragile, radoucissant ou parfaitement plastique. Pour le cas spécifique des S.I.R.T., Hoek & Brown (1997) recommandent sur la base d'observations dans des tunnels l'emploi systématique de la plasticité parfaite, ce qui conduit à ignorer les particularités de comportement décrites par la Figure 6 (b) mais reste admissible sur des gammes de contraintes réduites. Les valeurs des paramètres mécaniques sont estimées à partir d'essais de laboratoire, et leur extension à l'échelle du massif fait appel à des systèmes de cotation comme le G.S.I., dont les adaptations récentes aux Sols Indurés – Roches Tendres ont été mentionnées en section 1.2.3.7. Bien



que ces modèles ne permettent généralement pas de reproduire fidèlement tous les comportements observés en laboratoire, ils constituent une approximation raisonnable et leur simplicité permet un usage dans des projets courants, voire le développement de solutions analytiques pour le dimensionnement des ouvrages. Les paramètres mécaniques sont relativement aisés à déterminer à partir de campagnes d'essais classiques en laboratoire et peuvent être rapprochés de gammes de valeurs usuelles par type de matériau fournies par la littérature (Marinos & Hoek (2000), e.g.).

Pour être complet, il est nécessaire de citer l'existence d'autres approches mécaniques dans la littérature, moins reprises toutefois par la pratique actuelle des modélisations géotechniques. Schnaid & Mantaras (2003) proposent par exemple de prendre en compte les effets de structure sur la résistance en distinguant la part de cimentation intergranulaire dans le terme de cohésion du critère de rupture de Mohr-Coulomb. Cette cohésion intergranulaire décroît dans le modèle en fonction de la déformation de cisaillement. Différemment, Martin (2007) utilise des paramètres d'endommagement continu, traduisant l'évolution des vides ou des micro-fissures dans le matériau au cours de la sollicitation, qui sont introduits dans la forme incrémentale des lois de comportement au même titre que les paramètres d'élasticité ou de plasticité. Il en réalise une application intéressante aux essais de laboratoire sur des marnes du Toarcien et aux calculs de tunnels par la méthode convergence-confinement.

Dans le présent mémoire, ce sont les approches mécaniques, courantes en travaux souterrain, dérivant de la mécanique des roches et plus précisément des travaux de Hoek & Brown qui ont été retenues. Elles s'accompagnent d'une description des interactions entre le squelette minéral et le fluide interstitiel fondée sur le formalisme des milieux poreux, comme décrit ci-après.

### **1.3.3 Description des couplages hydromécaniques**

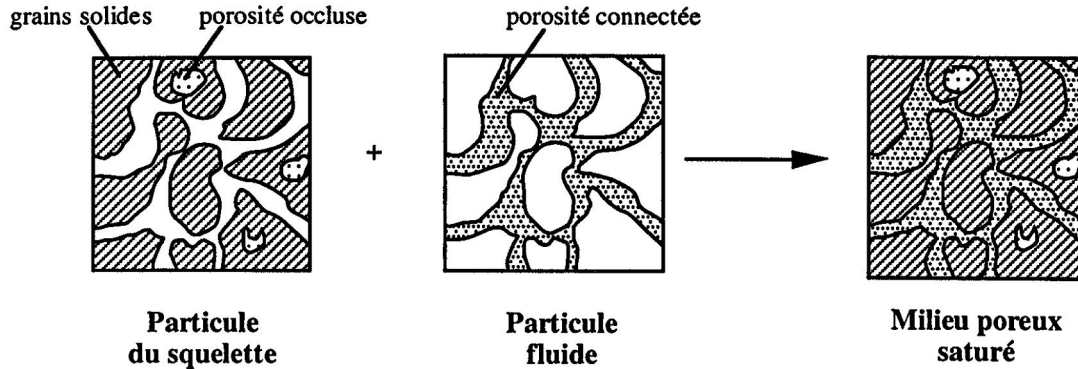
#### **1.3.3.1 Généralités : historique et principales hypothèses**

Avant d'aborder la formulation des modèles mécaniques introduits dans la section précédente, la forte influence des pressions interstitielles sur le comportement des S.I.R.T. rend nécessaire l'introduction d'un cadre mathématique pour les couplages hydromécaniques. Les premiers pas en ce sens datent du début du XX<sup>ème</sup> siècle avec la naissance de la théorie de la consolidation et les premières ébauches de mécanique des milieux poreux, à l'origine notamment de la célèbre dispute Terzaghi – Fillunger (De Boer *et al.* (1996)).

L'approche initiale simplifiée de Terzaghi, limitée à un milieu saturé non visqueux, avec des grains solides et un fluide incompressibles, vérifiant la loi d'écoulement de Darcy, a permis l'introduction de la notion de contrainte effective, responsable des déformations du squelette solide. Elle a été par la suite complétée par de nombreux auteurs. Les principales publications sont synthétisées par Giraud (1993), auquel on pourra se référer. On soulignera plus particulièrement la contribution de Biot (1941) qui a proposé la première formulation tridimensionnelle du comportement des milieux poreux saturés en élasticité linéaire, sans se limiter à l'hypothèse de constituants incompressibles qui prévalait jusqu'alors mais restait insuffisante pour analyser le comportement de nombreuses roches. En français, l'ouvrage de Coussy (1991), qui détaille la formulation des couplages thermo-hydro-mécaniques à partir des principes de la thermodynamique et des équations de la mécanique des milieux continus,

peut être considéré comme une référence majeure. On y retrouve l'approche de Biot, ainsi qu'une généralisation à des comportements irréversibles pour les géomatériaux poreux saturés.

Dans la suite de ce mémoire, nous nous limiterons au cas où le massif peut être considéré comme un milieu biphasique, comprenant le squelette solide du matériau et le fluide interstitiel (eau en général). L'approche de la mécanique des milieux poreux consiste en une description continue, dans laquelle en tout point matériel du matériau considéré se superposent une particule du squelette et une particule fluide (voir Figure 12). Concernant le fluide, seule la porosité connectée est prise en compte, la porosité occluse étant considérée comme intégrée au squelette solide.



**Figure 12 : Description du milieu poreux comme la superposition de deux milieux continus (d'après Coussy (1991))**

Le modèle de comportement du milieu poreux se base alors sur les six hypothèses ci-dessous, dont les implications précises sont détaillées dans Giraud (1993) :

- H1** : Évolutions quasi-statiques ;
- H2** : Transformations infinitésimales ;
- H3** : Petits déplacements pour le squelette ;
- H4** : Isotropie du milieu poreux ;
- H5** : Petits apports de masse fluide ;
- H6** : Petites variations de pression du fluide.

Enfin, il convient de souligner que dans toute la suite de ce mémoire c'est la convention de signe « géotechnique » qui sera utilisée dans les équations, soit des contraintes et déformations positives en compression.

### **1.3.3.2 Description du comportement du fluide interstitiel**

Pour décrire les évolutions du milieu poreux, la variable  $m_f$  est introduite, représentant l'apport de masse fluide par unité de volume initial. Ainsi, pour un système élémentaire de volume initial  $d\Omega_0$ , de masse volumique initiale  $\rho_0$ , passant par transformations infinitésimales à un volume  $d\Omega$ , de masse volumique  $\rho_t$ , on peut écrire par conservation de la masse :

$$\rho_t d\Omega = (\rho_0 + m_f) d\Omega_0 \quad (1.1)$$

Cette variable  $m_f$  permet de décrire les principales évolutions du fluide interstitiel :

- la loi de conservation de la masse fluide s'écrit :

$$\frac{\partial m_{fl}}{\partial t} = -\text{div}(\underline{w}) \quad (1.2)$$

où  $\underline{w}$  représente le vecteur courant de masse fluide (en  $\text{kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$ ).

- et on peut supposer que le fluide s'écoule suivant la loi de conduction de Darcy généralisée qui se formule :

$$\frac{\underline{w}}{\rho^{fl}} = -\lambda_h \cdot [\underline{\text{grad}} p - \rho^{fl} \underline{F}] \quad (1.3)$$

avec  $\rho^{fl}$  la masse volumique du fluide (dont les variations seront négligées) en  $\text{kg.m}^{-3}$   
 $p$  la pression interstitielle en Pa ou  $\text{N.m}^{-2}$   
 $\lambda_h$  la conductivité hydraulique en  $\text{Pa}^{-1}.\text{m}^2.\text{s}^{-1}$  ( $\lambda_h = k_h / \gamma_h$  avec  $k_h$  ( $\text{m.s}^{-1}$ ) le coefficient de perméabilité et  $\gamma_h$  ( $\text{N.m}^{-3}$ ) le poids volumique du fluide)  
 $\underline{F}$  les forces de masse ( $\text{N.kg}^{-1}$ )

On introduit pour la suite l'hypothèse :

**H7** : Absence de forces de masse (milieu suffisamment profond pour pouvoir négliger l'influence des effets gravitaires dans les évolutions).

Cela permet d'éliminer le terme  $\underline{F}$  dans l'équation précédente.

### 1.3.3.3 Élasticité linéaire dans les milieux poreux biphasiques

Lorsque la matrice solide présente un comportement élastique linéaire, on peut décrire les relations contraintes – déformations par la loi de Hooke généralisée, complétée par l'équation (1.5) liant les déformations aux apports de masse fluide et aux pressions interstitielles, soit en notation tensorielle :

$$\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\sigma}}_0 = \lambda \text{Tr}[\underline{\underline{\varepsilon}}] \underline{\underline{1}} + 2\mu \underline{\underline{\varepsilon}} + b(p - p_0) \underline{\underline{1}} \quad (1.4)$$

$$\frac{p - p_0}{M} = b \text{Tr}[\underline{\underline{\varepsilon}}] + \frac{m_{fl}}{\rho^{fl}} \quad (1.5)$$

avec :  $\underline{\underline{\sigma}}$  le tenseur de contraintes actuel (indice 0 pour le champ de contraintes initial) (Pa)  
 $p$  la pression interstitielle (indice 0 pour le champ initial) (Pa)  
 $\underline{\underline{\varepsilon}}$  le tenseur de déformations actuel  
 $\lambda, \mu$  les coefficients de Lamé drainés (Pa)  
 $M, b$  le module de Biot (Pa) et le coefficient de Biot

Dans cette approche, on peut définir le tenseur des contraintes effectives par la relation suivante :

$$\underline{\underline{\sigma}}^{ef} = \underline{\underline{\sigma}} - b p \underline{\underline{1}} \quad (1.6)$$

Il permet d'éliminer les pressions interstitielles dans la relation (1.4), qui devient :

$$\underline{\underline{\sigma}}^{ef} - \underline{\underline{\sigma}}_0^{ef} = \lambda \text{Tr}[\underline{\underline{\varepsilon}}] \underline{\underline{1}} + 2\mu \underline{\underline{\varepsilon}} \quad (1.7)$$

La contrainte effective apparaît donc responsable des déformations du squelette.

En complément, il est intéressant de s'attarder un peu plus sur la signification physique des paramètres caractérisant le milieu poreux, soit les constantes  $b$  et  $M$ .

➤ **Le coefficient de Biot  $b$**

Si l'on considère une transformation à pression interstitielle constante (cas drainé), soit  $p = p_0$ , alors

l'équation (1.5) devient :  $b \text{Tr}[\underline{\underline{\varepsilon}}] = -\frac{m_{fl}}{\rho^{fl}}$ . Le coefficient de Biot traduit donc directement la relation

entre l'apport de masse fluide et la déformation volumique du milieu. Il est lié à la compressibilité de la matrice et à celle des grains solides. Plus précisément, on peut démontrer que (voir Giraud (1993) e.g.) :

$$b = 1 - \frac{K_0}{K_S} \quad (1.8)$$

avec  $K_0$  le module d'incompressibilité drainé de la matrice solide  
 $K_S$  le module d'incompressibilité des grains solides

Comme  $K_0 < K_S$  on a  $0 < b \leq 1$ . Lorsque les grains solides sont incompressibles  $K_S \rightarrow +\infty$  donc  $b = 1$  et on retrouve dans l'expression (1.6) la contrainte effective originellement définie par Terzaghi.

➤ **Le module de Biot  $M$**

Si maintenant on considère une transformation à déformation volumique nulle, l'équation (1.5) s'écrit

$p - p_0 = M \frac{m_{fl}}{\rho^{fl}}$ . Le module de Biot traduit alors le lien entre la variation de pression interstitielle et

l'apport de masse fluide. Il est lié à la porosité initiale du milieu et à la compressibilité des différents constituants, dont le fluide. On peut démontrer que :

$$\frac{1}{M} = \frac{b - \phi}{K_S} + \frac{\phi}{K_{fl}} \quad (1.9)$$

avec  $\phi$  la porosité  
 $K_{fl}$  le module d'incompressibilité du fluide interstitiel (Pa)

On notera que lorsque les grains solides sont incompressibles,  $M$  ne dépend plus que de la porosité et de la compressibilité du fluide. Si les grains solides et le fluide sont incompressibles (hypothèse de Terzaghi),  $M \rightarrow +\infty$  et  $b \rightarrow 1$  et d'après l'équation (1.5) la déformation volumique totale correspond exactement à l'apport volumique de fluide.

### ➤ Détermination de $b$ et $M$ en laboratoire

Une détermination précise de  $b$  et  $M$  nécessite la mise en œuvre de protocoles expérimentaux spécifiques. Plusieurs méthodes sont recensées dans la littérature. On peut citer notamment l'usage de cycles de déchargement-rechargement en contrainte et en pression interstitielle en cellule œdométrique (Escoffier (2002)), les essais isotropes drainés et non drainés permettant respectivement le calcul de  $b$  et du coefficient de Skempton<sup>5</sup>  $B_S$  (Escoffier (2002), Giraud (1993)) ou encore l'utilisation de chemins de contraintes en étoile (Serratrice (2002)) fournissant de multiples relations contraintes-déformations en un point donné de la courbe de chargement triaxial.

La détermination de  $b$  et  $M$  à partir de programmes d'essais « classiques » (écrasements triaxiaux CU+u en particulier) est plus délicate, surtout si les propriétés du matériau présentent des variations sensibles d'une éprouvette à l'autre, constat par exemple courant dans certaines formations molassiques. L'exploitation des essais du tunnel d'Arbus en dernière partie de ce mémoire met bien en évidence ces difficultés et propose quelques pistes pour estimer des valeurs raisonnables.

Enfin, à partir des équations (1.2), (1.3) et (1.5), on établit usuellement l'équation de diffusion de la masse fluide ci-dessous, qui permet de rendre compte des évolutions différées :

$$\lambda_h \nabla^2 p = \frac{1}{M} \frac{\partial p}{\partial t} - b \frac{\partial}{\partial t} \left( \text{Tr}[\underline{\underline{\varepsilon}}] \right) \quad (1.10)$$

où la notation  $\nabla^2$  (« nabra 2 ») désigne le Laplacien.

#### 1.3.3.4 Définition d'un critère de plasticité

D'après Coussy (1991), on peut définir la plasticité pour les matériaux poreux comme la propriété de conserver des déformations du squelette et des apports de masse fluide permanents. Ces modifications permanentes se manifestent au-delà d'un seuil, dit critère de plasticité, généralement défini en fonction des contraintes et pressions interstitielles.

La définition d'un critère de plasticité fait appel à une fonction de charge  $\mathcal{F}$ , usuellement convexe, telle que (Salençon (2002)) :

- $\mathcal{F} < 0$  corresponde à l'intérieur du domaine d'élasticité (réversibilité des comportements) ;
- $\mathcal{F} = 0$  à sa frontière, conditionnant l'apparition des déformations irréversibles.

Dans le cadre de la mécanique des milieux poreux, les contraintes effectives pilotant les déformations du squelette, on fait l'hypothèse classique (Coussy (1991)) que  $\mathcal{F}$  s'exprime en fonction de  $\underline{\underline{\sigma}}' = \underline{\underline{\sigma}} - \delta p \underline{\underline{1}}$ . On notera que, thermodynamiquement, rien n'impose que le coefficient  $\delta$  soit identique au coefficient  $b$  de la relation (1.6). La valeur de  $\delta$  pourrait par exemple être fonction d'un paramètre d'écroutissage (cas non étudié dans le présent mémoire).

Un exemple courant de critère de plasticité en mécanique des sols, utilisé ponctuellement dans la suite du mémoire, est celui de Mohr-Coulomb qui se formule dans l'espace des contraintes principales :

---

<sup>5</sup> Le coefficient de Skempton est défini par :  $B_S = \frac{bM}{K_0 + b^2M}$ . Il traduit le lien entre la variation de la contrainte moyenne et celle de la pression interstitielle au cours d'un essai non drainé.

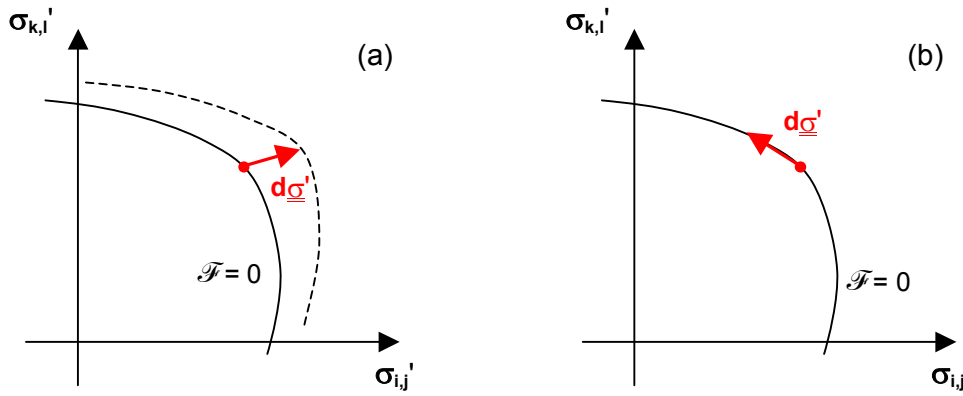
$$\mathcal{F}_{MC} = \sigma_1' - K_p \sigma_3' - 2c\sqrt{K_p} \quad (1.11)$$

avec :  $c$  la cohésion drainée (Pa)

$$K_p = \frac{1 + \sin(\varphi)}{1 - \sin(\varphi)} \quad \text{où } \varphi \text{ est l'angle de frottement drainé}$$

Le critère de rupture de Hoek-Brown, décrit plus loin, est un autre exemple issu de la mécanique des roches.

Le cas  $\mathcal{F} > 0$ , quoique mathématiquement envisageable, ne correspond pas à une réalité pratique. Lorsque le matériau est écrouissable, les trajets de chargement croissants entraînent avec eux le domaine d'élasticité ; l'expression du critère est alors telle que  $\mathcal{F} = 0$  à tout instant. Lorsque le matériau est parfaitement plastique,  $\mathcal{F}$  n'est pas modifié par l'état de contrainte ou de déformation actuel et les trajets de chargement admissibles sont situés sur la frontière ou vers l'intérieur du domaine d'élasticité (voir Figure 13).



**Figure 13 : Arcs de chargement admissibles en plasticité :**  
**(a) Entraînement de la frontière d'élasticité pour un matériau écrouissable**  
**(b) Cas du matériau parfaitement plastique**

Une fois le critère de plasticité atteint, la plasticité parfaite se traduit donc par une double condition :

$$\mathcal{F}(\underline{\underline{\sigma}}') = 0 \quad (1.12)$$

$$\dot{\mathcal{F}}(\underline{\underline{\sigma}}', \underline{\underline{\dot{\sigma}}}') = \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \underline{\underline{\sigma}}'} : \underline{\underline{\dot{\sigma}}}' = \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \sigma'_{i,j}} \cdot \dot{\sigma}'_{i,j} = 0 \quad (1.13)$$

où l'opérateur «  $\dot{\cdot}$  » désigne la dérivation par rapport à un paramètre cinématique caractérisant l'évolution infinitésimale du système considérée.

**Remarque :** L'équation de cohérence (1.13) n'est valable qu'en un point régulier de la frontière d'élasticité. Lorsque celle-ci présente des points singuliers (c'est le cas notamment des critères de Hoek-Brown et de Mohr-Coulomb), on introduit la notion de sous-différentiel (voir Salençon (2002)) : sans entrer dans les détails mathématiques, le sous-différentiel  $\partial \mathcal{F}(\underline{\underline{\sigma}}')$  de  $\mathcal{F}$  convexe par rapport à  $\underline{\underline{\sigma}}'$  au point  $\underline{\underline{\sigma}}'$  représente le cône convexe des normales extérieures à la frontière d'élasticité en  $\underline{\underline{\sigma}}'$ . On peut alors définir :

$$\dot{\mathcal{F}}(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{\dot{\sigma}}}) = \sup \left\{ \underline{\underline{y}} : \underline{\underline{\dot{\sigma}}} \mid \underline{\underline{y}} \in \partial \mathcal{F}(\underline{\underline{\sigma}}) \right\} \quad (1.14)$$

et l'équation  $\dot{\mathcal{F}}(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{\dot{\sigma}}}) = 0$  reste valable.

### 1.3.3.5 Comportement élasto-plastique

Une fois le critère de plasticité atteint, des déformations irréversibles s'accumulent. Considérons (Coussy (1991)) le cas théorique d'un incrément de contrainte  $d\underline{\underline{\sigma}}$  et de pression interstitielle  $dp$ . Sous cette sollicitation il se produit un incrément de déformation  $d\underline{\underline{\varepsilon}}$  et un apport de masse fluide  $dm_{fl}$ . Si maintenant on effectue une décharge théorique élémentaire  $-d\underline{\underline{\sigma}}$ ,  $-dp$  on mesurera les incréments réversibles élastiques  $-d\underline{\underline{\varepsilon}}^{el}$  et  $-dm_{fl}^{el}$  et on écrira dans le cas de l'élasto-plasticité :

$$d\underline{\underline{\varepsilon}} = d\underline{\underline{\varepsilon}}^{el} + d\underline{\underline{\varepsilon}}^P \quad \text{et} \quad dm = dm_{fl}^{el} + dm_{fl}^P \quad (1.15)$$

où  $d\underline{\underline{\varepsilon}}^P$  et  $dm_{fl}^P$  sont les incréments plastiques de déformation et d'apport de masse fluide.

Pour une transformation faisant passer un système élémentaire d'un état initial  $\{\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{0}}; m_{fl} = 0\}$  à un état actuel  $\{\underline{\underline{\varepsilon}}; m_{fl}\}$ , on peut alors définir les déformations et l'apport de masse fluide plastiques comme l'intégrale des incréments plastiques décrits ci-avant tout au long de l'histoire de sollicitation. On écrira la décomposition :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}}^{el} + \underline{\underline{\varepsilon}}^P \quad \text{et} \quad m = m_{fl}^{el} + m_{fl}^P \quad (1.16)$$

**Remarque :** Cette définition n'implique pas forcément que  $\underline{\underline{\varepsilon}}^P$  et  $m_{fl}^P$  puissent être mesurées par une expérience de décharge totale car il n'est pas certain que celle-ci puisse s'opérer sans évolution de la déformation et de l'apport de masse fluide plastiques actuels. Seule la définition par intégration des incréments plastiques correspond donc à une réalité expérimentale.

Dans le cas élasto-plastique, les relations (1.4) et (1.5) deviennent alors :

$$\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\sigma}}_0 = \lambda \text{Tr} \left[ \underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^P \right] \underline{\underline{1}} + 2\mu \left( \underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^P \right) + b(p - p_0) \underline{\underline{1}} \quad (1.17)$$

$$\frac{p - p_0}{M} = b \text{Tr} \left[ \underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^P \right] + \frac{m_{fl} - m_{fl}^P}{\rho^{fl}} \quad (1.18)$$

La description du comportement rhéologique dans la zone plastique peut être réalisée sous l'hypothèse des contraintes effectives plastiques (Coussy (1991), Giraud (1993), Benamar (1996)), qui a été retenue dans la suite de ce mémoire. Celle-ci permet la définition d'une règle d'écoulement. Elle revient à supposer pour un milieu isotrope que la porosité plastique  $\phi^P = m_{fl}^P / \rho^{fl}$  est proportionnelle à la déformation volumique plastique :

$$\phi^P = -\beta \text{Tr} \left[ \underline{\underline{\varepsilon}}^P \right] \quad (1.19)$$

Et on définit le tenseur des contraintes effectives plastiques :

$$\underline{\underline{\sigma}}^{ef.P} = \underline{\underline{\sigma}} - \beta p \underline{\underline{1}} \quad (1.20)$$

À nouveau, il n'y a pas de justification théorique permettant d'établir un lien entre les coefficients  $b$ ,  $\beta$  et  $\delta$ . L'hypothèse  $\beta = \delta$  est toutefois couramment retenue (en particulier pour permettre la plasticité associée, voir ci-après). Pour la suite du mémoire, nous conserverons la distinction entre ces trois paramètres.

On peut alors définir la *règle d'écoulement plastique* qui permet de quantifier les déformations plastiques. Considérant un potentiel plastique  $\mathcal{G}$ , on écrira :

$$\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^P = \dot{\chi} \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial \underline{\underline{\sigma}}^{ef.P}} \quad (1.21)$$

où  $\dot{\chi}$  est le multiplicateur plastique, positif si  $\mathcal{F} = 0$  et  $\dot{\mathcal{F}} = 0$ , nul si  $\mathcal{F} < 0$  ou  $\dot{\mathcal{F}} < 0$ .

On parle de plasticité associée (matériau « standard ») lorsque  $\mathcal{F} = \mathcal{G}$ , ce qui implique que  $\mathcal{F}$  puisse se mettre sous la forme de  $\mathcal{F}(\underline{\underline{\sigma}}^{ef.P})$ .

**Remarque :** Lorsque le potentiel plastique présente des points singuliers (cas du « régime d'arête » dans les critères de Hoek-Brown et de Mohr-Coulomb), d'après l'équation (1.21) et en suivant le même raisonnement que pour la définition de  $\dot{\mathcal{F}}(\underline{\underline{\sigma}}', \underline{\underline{\sigma}}')$  (voir (1.14)), alors le taux de déformation plastique doit appartenir au cône convexe des normales extérieures à  $\mathcal{G}$ . En pratique, pour les critères sus-mentionnés, on utilise sur l'arête la combinaison convexe des règles d'écoulement correspondant aux faces adjacentes. Une mise en application est effectuée dans la partie 2 du mémoire.

À nouveau, à partir des équations (1.2), (1.3) et (1.18), sous l'hypothèse des contraintes effectives plastiques (1.19), on peut établir *l'équation de diffusion de la masse fluide* :

$$\lambda_h \nabla^2 p = \frac{1}{M} \frac{\partial p}{\partial t} - b \frac{\partial}{\partial t} \left( \text{Tr} \left[ \underline{\underline{\varepsilon}} \right] \right) - (\beta - b) \frac{\partial}{\partial t} \left( \text{Tr} \left[ \underline{\underline{\varepsilon}}^P \right] \right) \quad (1.22)$$

On remarquera que lorsque  $b = \beta$ , les équations de diffusion de la masse fluide sont identiques dans le cas élastique et dans le cas élasto-plastique.

### 1.3.3.6 Simplification de certaines équations dans les cas « drainé » et « non-drainé », principe d'équivalence

Deux cas extrêmes sont particulièrement intéressants à examiner vis-à-vis du comportement du milieu poreux.

#### ➤ Comportement drainé

Dans ce premier cas, on considère que la sollicitation est infiniment lente par rapport à la réponse hydromécanique du matériau, ce qui peut être obtenu par exemple lors d'un creusement de tunnel dans un milieu très perméable. On peut alors considérer que le problème hydromécanique est découplé : l'état d'équilibre des pressions interstitielles est atteint en premier et la réponse mécanique est calculée ensuite. Le champ des pressions de fluide intervient de manière analogue à une force volumique dans



les calculs. On parle de comportement drainé. L'équation de diffusion de la masse fluide (élastique comme élasto-plastique) se ramène alors à la simple équation de Laplace :

$$\nabla^2 p = 0 \quad (1.23)$$

dont l'intégration permet de déduire le champ de pression interstitielle.

➤ **Comportement non drainé**

Dans ce second cas, la sollicitation est considérée comme infiniment rapide par rapport à la réponse hydromécanique du matériau, ce qui peut être représentatif par exemple d'un creusement de tunnel dans un milieu très peu perméable. Une réponse mécanique « instantanée » s'établit avant que les transferts de masse fluide aient pu intervenir, générant des variations de pression interstitielle. On parle de comportement non drainé.

L'absence de transfert hydrique se traduit par  $m_{fl} = 0$  ce qui dans l'hypothèse des contraintes effectives plastiques modifie l'équation (1.18) en :

$$\frac{p - p_0}{M} = b \text{Tr}[\underline{\underline{\varepsilon}}] + (\beta - b) \text{Tr}[\underline{\underline{\varepsilon}}^P] \quad (1.24)$$

En injectant cette relation dans (1.17) et après diverses étapes de calcul non détaillées ici, Giraud (1993) propose les relations de comportement alternatives suivantes dans le cas non drainé :

$$\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\sigma}}_0 = \lambda_u \text{Tr}[\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^P] \underline{\underline{1}} + 2\mu(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^P) \quad (1.25)$$

$$p - p_0 = \frac{B_S}{3} \text{Tr}[\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\sigma}}_0] + \frac{K_0 \beta B_S}{b(1 - \beta B_S)} \text{Tr}[\underline{\underline{\varepsilon}}^P] \quad (1.26)$$

avec  $\lambda_u$  le premier coefficient de Lamé non drainé :  $\lambda_u = \lambda + b^2 M$  (Pa)

$\underline{\underline{\varepsilon}}^P$  le tenseur de déformations plastiques équivalent :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^P = \underline{\underline{\varepsilon}}^P - \frac{\beta B_S}{3} \text{Tr}[\underline{\underline{\varepsilon}}^P] \underline{\underline{1}} \quad (1.27)$$

Les relations (1.25) à (1.27) établissent dans le cas non drainé un principe d'équivalence entre le milieu biphasique et un milieu monophasique. Giraud (1993) indique également la démarche à suivre pour déterminer des potentiel plastique et critère de rupture équivalents, ce qui permet de résoudre le problème de la réponse mécanique couplée en étudiant seulement un milieu monophasique, puis de déterminer le champ des pressions interstitielles par (1.26). Les formulations équivalentes font généralement intervenir des paramètres supplémentaires d'écrouissage et ne sont pas aisément superposables aux critère de rupture et potentiel plastique d'origine. Toutefois, dans certaines conditions (de géométrie en particulier), Giraud (1993) fournit des expressions équivalentes permettant de résoudre simplement le problème de la sollicitation non drainée. Par exemple, en l'absence de dilatance et en géométrie cylindrique le critère de Mohr-Coulomb garde la même forme et ses paramètres  $c$  et  $\varphi$  sont simplement remplacés par des paramètres non drainés équivalents  $c_u$  et  $\varphi_u$  dont l'expression est aisément calculable. On notera que Labiouse & Giraud (1998), Benamar (1996)

ou encore Gärber (2003) par exemple ont appliqué cette démarche et montré la validité des résultats correspondants.

### 1.3.4 Le critère de rupture de Hoek-Brown

Les sections précédentes ont permis d'aborder la représentation des milieux poreux biphasiques, fixant un cadre mathématique et physique général pour l'étude des déformations du massif. Il est intéressant maintenant d'examiner les modèles de comportement (critère de rupture de Hoek-Brown, modèle non-linéaire de Fahey-Carter) qui ont été retenus dans ce mémoire pour décrire la réponse mécanique des S.I.R.T. Nous rappelons qu'il s'agit de choix de représentation, qui ne sont pas uniques comme mentionné en section 1.3.2.

#### 1.3.4.1 Formulation originale (critère parabolique)

Le critère de rupture de Hoek-Brown apparaît dans Hoek & Brown (1980a) et Hoek & Brown (1980b) pour représenter les phénomènes de rupture des roches dures intactes et des massifs rocheux fracturés. Il est basé sur le critère parabolique d'amorce de fissuration de Griffith (1924) et s'écrit dans sa forme originelle :

$$\sigma_1' = \sigma_3' + \sigma_{ci} \left( m \frac{\sigma_3'}{\sigma_{ci}} + s \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.28)$$

où  $\sigma_{ci}$  représente la résistance à la compression simple de la roche *intacte* (Pa)  
 $m, s$  sont les paramètres du critère, que l'on pourra noter  $m_i$  et  $s_i$  pour la roche intacte.

Le paramètre  $s$  peut être appréhendé en considérant un essai de compression simple, correspondant à  $\sigma_3' = 0$ , soit à la rupture d'après l'équation (1.28) :  $\sigma_1' = \sqrt{s} \sigma_{ci}$ . Il en découle pour la roche intacte que  $s_i = 1$ . De même, en condition de traction isotrope, soit  $\sigma_1' = \sigma_3' = \sigma_{t,iso}$ , on obtient  $\sigma_{t,iso} = -s \sigma_{ci} / m$ , d'où  $s \approx 0$  pour des roches très fracturées ou broyées (pour lesquelles on peut considérer que  $\sigma_{t,iso} \approx 0$ ). Ainsi, en fonction de l'état du massif rocheux, le paramètre  $s$  peut prendre toutes les valeurs intermédiaires entre 0 et 1. La valeur de  $s$  caractérise donc principalement la chute de résistance liée à l'altération du massif, de manière approximativement analogue à une cohésion.

Le paramètre  $m$  peut être estimé à partir des résistances en traction uniaxiale ( $\sigma_t$ ) et en compression simple en posant  $\sigma_1' = 0$  : la relation (1.28) donne alors  $\sigma_t = \frac{\sigma_{ci}}{2} \left( m - \sqrt{m^2 + 4s} \right)$ . Pour la roche intacte, on en déduit une formulation simplifiée  $m_i \approx \sigma_{ci} / |\sigma_t|$  dès lors que  $m_i \gg 1$ . Usuellement, on préfère toutefois déterminer le paramètre  $m_i$  par ajustement de courbes sur plusieurs essais triaxiaux, ce qui évite le recours à la résistance en traction dont l'usage en tant que propriété intrinsèque de la roche reste délicat. Le coefficient  $m$  chute de  $m_i$  à une valeur moindre lorsque l'on s'intéresse au massif rocheux altéré.

Le critère de Hoek-Brown, avec ses paramètres dégradés pour le massif rocheux fracturé, a donc dès l'origine été pensé comme une méthode homogénéisée pour représenter le comportement à la rupture des différentes composantes du massif – roche intacte et discontinuités – par assimilation à un milieu isotrope. Hoek & Brown (1980b) ont suggéré que cette condition d'isotropie pouvait être remplie au-delà de quatre systèmes de discontinuités (de propriétés mécaniques équivalentes), et ont proposé de premières relations empiriques pour estimer  $m$  et  $s$  par type de roche et degré de fracturation.

#### 1.3.4.2 Développement du critère et formulation généralisée

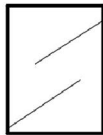
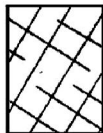




L'adoption rapide de ce critère de rupture par la profession, associée à une application large en laboratoire comme sur des projets réels, a conduit ses auteurs à réaliser des développements complémentaires permettant de mieux en quantifier les paramètres. Un historique complet des évolutions apportées au critère est proposé par Hoek & Marinos (2007) auxquels on pourra se référer. Deux points ont plus particulièrement été approfondis :

- la méthode de calcul des paramètres dégradés du critère pour le massif rocheux ;
- le problème du biais vers les roches dures : du fait de l'origine du critère, la courbure retenue initialement restituait mal la rupture des massifs rocheux les plus fracturés.

Concernant le premier point, diverses relations ont été proposées reliant les valeurs de  $m$  et  $s$  à plusieurs systèmes de cotation du massif rocheux. Les méthodes RMR (Bieniawski) et Q (Barton), constituant des moyens rationnels de quantification de la qualité du massif rocheux (voir 1.4.3.2), ont été utilisés en première approche. Néanmoins, ces démarches conçues pour les roches dures peinent à retranscrire les caractéristiques des massifs rocheux de très faible qualité et ont nécessité des adaptations pour éviter la double prise en compte de certains facteurs (la présence d'eau en particulier). Hoek *et al.* (1995) ont donc introduit le GSI pour estimer les paramètres de résistance du massif rocheux en évitant ces difficultés. Initialement défini à partir des indices RMR et Q en considérant un massif rocheux sec et une orientation des joints favorable ( $GSI \approx RMR_{79} - 5$  ;  $GSI \approx 9 \ln(Q) + 44$ ), le GSI a ensuite bénéficié d'une nouvelle approche, plus globale, basée simplement sur la structure du système de discontinuités et sur les conditions de surface des joints. La méthode empirique proposée par Hoek & Brown (1997) et complétée ultérieurement pour les matériaux foliés, est résumée sur la Figure 14. Elle présente l'intérêt d'être souple et adaptable à une large gamme de contextes géologiques (voir ci-après) mais laisse davantage de place à l'expérience de l'ingénieur. Les relations les plus récentes entre le GSI et les paramètres  $m$  et  $s$  sont proposées par Hoek *et al.* (2002) :

$$m = m_i \exp\left(\frac{GSI - 100}{28 - 14D_m}\right) \quad \text{et} \quad s = \exp\left(\frac{GSI - 100}{9 - 3D_m}\right) \quad (1.29)$$

où  $D_m$  est un paramètre dépendant du niveau de perturbation apporté au massif par une excavation à l'explosif et par la relaxation des contraintes.

<p><b>GEOLOGICAL STRENGTH INDEX FOR JOINTED ROCKS (Hoek and Marinos, 2000)</b></p> <p>From the lithology, structure and surface conditions of the discontinuities, estimate the average value of GSI. Do not try to be too precise. Quoting a range from 33 to 37 is more realistic than stating that GSI = 35. Note that the table does not apply to structurally controlled failures. Where weak planar structural planes are present in an unfavourable orientation with respect to the excavation face, these will dominate the rock mass behaviour. The shear strength of surfaces in rocks that are prone to deterioration as a result of changes in moisture content will be reduced if water is present. When working with rocks in the fair to very poor categories, a shift to the right may be made for wet conditions. Water pressure is dealt with by effective stress analysis.</p>		<p><b>SURFACE CONDITIONS</b></p> <p>VERY GOOD Very rough, fresh unweathered surfaces</p> <p>GOOD Rough, slightly weathered, iron stained surfaces</p> <p>FAIR Smooth, moderately weathered and altered surfaces</p> <p>POOR Slickensided, highly weathered surfaces with compact coatings or fillings or angular fragments</p> <p>VERY POOR Slickensided, highly weathered surfaces with soft clay coatings or fillings</p> <p>STRUCTURE      DECREASING SURFACE QUALITY →</p>				
<p><b>STRUCTURE</b></p> <p>INTACT OR MASSIVE - intact rock specimens or massive in situ rock with few widely spaced discontinuities</p> <p>BLOCKY - well interlocked undisturbed rock mass consisting of cubical blocks formed by three intersecting discontinuity sets</p> <p>VERY BLOCKY- interlocked, partially disturbed mass with multi-faceted angular blocks formed by 4 or more joint sets</p> <p>BLOCKY/DISTURBED/SEAMY - folded with angular blocks formed by many intersecting discontinuity sets. Persistence of bedding planes or schistosity</p> <p>DISINTEGRATED - poorly interlocked, heavily broken rock mass with mixture of angular and rounded rock pieces</p> <p>LAMINATED/SHEARED - Lack of blockiness due to close spacing of weak schistosity or shear planes</p> <p>DECREASING INTERLOCKING OF ROCK PIECES ↓</p>		<p>90</p> <p>80</p> <p>70</p> <p>60</p> <p>50</p> <p>40</p> <p>30</p> <p>20</p> <p>10</p> <p>N/A      N/A</p>				
		<p>90</p> <p>80</p> <p>N/A</p> <p>N/A</p>				
		<p>70</p> <p>60</p> <p>N/A</p> <p>N/A</p>				
		<p>50</p> <p>40</p> <p>N/A</p> <p>N/A</p>				
		<p>30</p> <p>20</p> <p>N/A</p> <p>N/A</p>				
		<p>10</p> <p>N/A</p> <p>N/A</p> <p>N/A</p>				
		<p>N/A</p> <p>N/A</p> <p>N/A</p> <p>N/A</p>				

**Figure 14 : Table empirique pour la détermination de l'indice GSI à partir de la structure du massif et des conditions de surface des discontinuités (d'après Hoek (2007))**

Concernant le biais initial du critère vers les roches dures, Johnston (1985) notait que l'exposant  $\frac{1}{2}$  constant du critère de Hoek-Brown constituait vraisemblablement le principal frein à son extension vers les roches les plus tendres. Ainsi, Hoek (1994) a finalement proposé une nouvelle formulation, incluant l'équation originelle (1.28), et permettant de traiter les cas des massifs plus altérés (GSI < 25 en particulier). Ce critère de Hoek-Brown généralisé s'écrit :

$$\sigma_1' = \sigma_3' + \sigma_{ci} \left( m \frac{\sigma_3'}{\sigma_{ci}} + s \right)^\alpha \quad (1.30)$$

où  $\alpha$  est compris entre 0.5 à 0.65 (inclus).

Hoek *et al.* (2002) proposent pour déterminer la valeur de  $\alpha$  la relation :

$$\alpha = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \left( e^{-GSI/15} - e^{-20/3} \right) \quad (1.31)$$

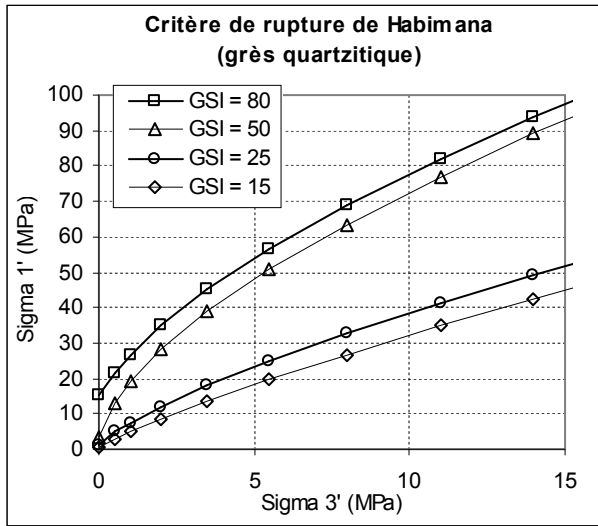
Dans sa forme (1.30) le critère de Hoek-Brown généralisé a été appliqué à divers S.I.R.T. Par exemple, Serratrice (2002) ou Ghazvinian *et al.* (2008) montrent que son utilisation est possible pour décrire le comportement à la rupture des marnes, avec un exposant  $\alpha = \frac{1}{2}$  pour les échantillons de laboratoire intacts. Dans une approche plus orientée « terrain », Marinos & Hoek (2001) indiquent comment le GSI peut être adapté pour permettre la description de massifs hétérogènes comme les flyschs au moyen des paramètres de Hoek-Brown. Hoek *et al.* (2005) montrent également une application du critère et de la procédure de calcul des paramètres du massifs via le GSI pour des molasses du Nord de la Grèce.

Par ailleurs, comme cela a été relevé par Johnston (1985), on observe couramment dans le spectre des géomatériaux un phénomène d'évolution progressive depuis un critère linéaire (Mohr-Coulomb e.g.,  $\alpha = 1$  dans l'équation (1.30)) caractérisant les sols meubles jusqu'à un critère parabolique (Hoek-Brown e.g.,  $\alpha = \frac{1}{2}$  dans l'équation (1.30)) caractérisant les roches dures. L'introduction d'un exposant  $\alpha$  variable dans le critère de rupture de Hoek-Brown, autorisant une évolution de la courbure, a donc aussi permis de nouvelles interprétations pour les S.I.R.T., dans lesquelles  $\alpha$  peut prendre toute la gamme de valeurs entre  $\frac{1}{2}$  et 1, l'équation (1.31) ne s'appliquant alors plus. Habimana *et al.* (2002) par exemple, sur la base de nombreux essais de laboratoire, proposent pour les roches cataclastiques de caractériser le degré d'endommagement (tectonisation) en se référant au tableau du GSI et suggèrent diverses formulations pour estimer les paramètres du critère de rupture. Un exemple des résultats obtenus sur des grès quartzitiques est présenté dans le Tableau 5 et sur la Figure 15 ci-contre. La valeur de  $\alpha$  se rapproche de 1 (critère linéaire de Mohr-Coulomb) avec l'augmentation de la tectonisation.

Le même type de démarche, visant à reproduire une modification progressive de la forme du critère en passant d'un comportement rocheux à un comportement de sol meuble, avait été proposé antérieurement par Papantonopoulos & Amatzidis (1993). Leur critère de rupture pour les roches tendres, à exposant variable, peut en fait être ramené à une expression semblable à (1.30), pour le cas  $s = 1$ .

Degré de tectonisation	GSI	m	s	$\alpha$	t. $\sigma_{ci}$
Légèrement tectonisé	80	5.32	0.0334	0.5	82
Tectonisé	50	5.66	0.0044	0.55	70
Fortement tectonisé	25	2.27	0.0038	0.65	42
Extrêmement tectonisé	15	2.15	0.0042	0.75	24

**Tableau 5 : Paramètres de Hoek-Brown pour quatre degrés de tectonisation d'un grès quartzitique d'après Habimana et al. (2002). La résistance à la compression simple  $\sigma_{ci}$  est minorée par un paramètre de tectonisation t caractérisant la dégradation subie par la matrice rocheuse**



**Figure 15 : Exemple d'évolution de la forme du critère de rupture avec la tectonisation pour les grès quartzitiques tectonisés du Tableau 5, d'après Habimana et al. (2002) :**

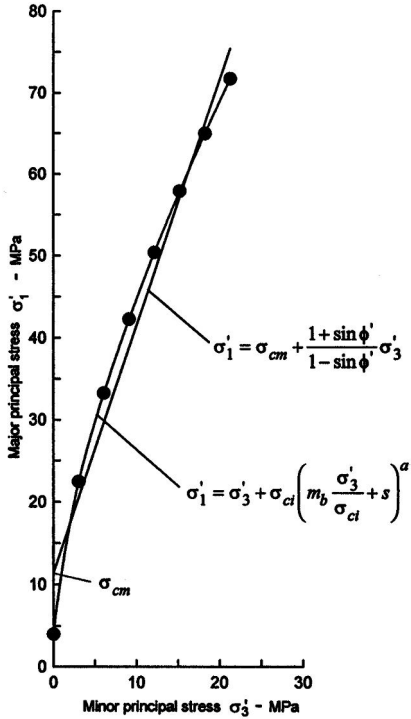
$$\sigma_1' = \sigma_3' + t\sigma_{ci} \left( m \frac{\sigma_3'}{t\sigma_{ci}} + s \right)^\alpha$$

**1.3.4.3 Détermination de paramètres de Mohr-Coulomb « équivalents »**

Pour que l'aperçu donné ici du critère de Hoek-Brown soit complet, il est nécessaire de mentionner l'existence de multiples travaux concernant l'obtention de paramètres de Mohr-Coulomb. Bien qu'il puisse sembler paradoxal de vouloir se ramener à un critère linéaire lorsque les données permettant de définir correctement la courbe parabolique sont disponibles, cette approche reste justifiée dans la pratique car de nombreux modèles analytiques et numériques de la géotechnique ne sont écrits qu'en fonction du critère de Mohr-Coulomb.

La méthode retenue consiste usuellement à choisir une gamme de contrainte principale mineure représentative du projet étudié et à réaliser une régression linéaire dans cette fourchette. Hoek & Brown (1997) proposent de retenir de manière générale pour caractériser le massif rocheux la gamme  $0 < \sigma_3' < 0.25\sigma_{ci}$  et d'effectuer la régression sur huit points également répartis suivant  $\sigma_3'$  (simulant huit essais triaxiaux). La Figure 16 donne un aperçu graphique de la méthode, aisément programmable dans une feuille de calcul automatisée. Cette démarche de calcul très générale ne prend toutefois pas assez en compte les spécificités du projet considéré : Hoek et al. (2002) suggèrent donc une approche plus adaptable et tentent de définir des paramètres de Mohr-Coulomb donnant des comportements du terrain équivalents à ceux obtenus avec le critère non linéaire. Des formulations explicites sont fournies pour les paramètres  $c$  et  $\phi$ , déterminés dans une fourchette  $\sigma_{t,iso} < \sigma_3' < \sigma_{3max}'$ . Pour les tunnels,  $\sigma_{3max}'$  est défini à partir de solutions analytiques de convergence du massif de sorte à obtenir

des courbes caractéristiques du terrain les plus proches possibles de celles correspondant au critère de Hoek-Brown (cas monophasique).



**Figure 16 : Détermination des paramètres de Mohr-Coulomb du massif rocheux à partir d'un critère de Hoek-Brown généralisé (d'après Hoek & Brown (1997)).  $\sigma_{cm}$  désigne la résistance à la compression simple du massif rocheux obtenue après conversion ; les huit points utilisés pour la régression sont représentés.**

Plus récemment, divers auteurs ont observé que pour le cas des tunnels en conditions axisymétriques, la proposition de Hoek *et al.* (2002) restait encore trop imprécise, le critère de rupture n'étant en fait sollicité que sur une courte gamme de contrainte principale mineure, comprise entre la contrainte de confinement en paroi  $\sigma_i$  et la pression « critique » à la limite élastique-plastique  $\sigma_r^*$ . Sofianos & Nomikos (2006) présentent par exemple deux approches alternatives issues d'une approximation explicite originale de la valeur de  $\sigma_r^*$  (normalement définie implicitement dans les solutions analytiques avec critère de Hoek-Brown, voir partie 2) :

- la méthode « BFe » (Best Fitting in the existing range) propose des expressions explicites issues de régressions par la méthode des moindres carrés sur la gamme  $\sigma_i < \sigma_3 < \sigma_r^*$  :

$$C_{0,N} = \frac{2c \cos(\varphi)}{\sigma_{ci} (1 - \sin(\varphi))} = \frac{4m(\sigma_{rN}^*{}^3 - \sigma_{iN}^*{}^3) + 6s(\sigma_{rN}^*{}^2 - \sigma_{iN}^*{}^2)}{(\sigma_{rN}^* - \sigma_{iN}^*)^4} \cdot \frac{(m\sigma_{rN}^* + s)^{\alpha+1} - (m\sigma_{iN}^* + s)^{\alpha+1}}{m^2(\alpha+1)} - \frac{6(\sigma_{rN}^*{}^2 - \sigma_{iN}^*{}^2)}{(\sigma_{rN}^* - \sigma_{iN}^*)^4} \cdot \frac{(m\sigma_{rN}^* + s)^{\alpha+2} - (m\sigma_{iN}^* + s)^{\alpha+2}}{m^2(\alpha+2)} \quad (1.32)$$

$$K_P = \frac{1 + \sin(\varphi)}{1 - \sin(\varphi)} = 1 - \frac{12s + 6m(\sigma_{rN}^* + \sigma_{iN}^*)}{(\sigma_{rN}^* - \sigma_{iN}^*)^3} \cdot \frac{(m\sigma_{rN}^* + s)^{\alpha+1} - (m\sigma_{iN}^* + s)^{\alpha+1}}{m^2(\alpha+1)} + \frac{12}{(\sigma_{rN}^* - \sigma_{iN}^*)^3} \cdot \frac{(m\sigma_{rN}^* + s)^{\alpha+2} - (m\sigma_{iN}^* + s)^{\alpha+2}}{m^2(\alpha+2)} \quad (1.33)$$

où l'indice N désigne la normalisation par  $\sigma_{ci}$ .

- la méthode « EMR » (Equating Model Responses) recherche les paramètres de Mohr-Coulomb conduisant au même rayon plastique et à la même pression critique que les solutions analytiques en axisymétrie avec critère de Hoek-Brown. Cette technique conduit à des biais faibles lorsque  $\sigma_i$  est connue avec précision mais à une formulation plus complexe utilisant la fonction  $\Omega$  ou « W de Lambert » (voir partie 2).

Jimenez *et al.* (2008) indiquent une troisième méthode simplifiée, basée sur une formulation adimensionnelle de critère de Hoek-Brown et une procédure graphique simple, dont la démarche reste toutefois assez similaire à la technique « BFe ».

D'après les tests de performance (« benchmark ») présentés par les auteurs, ces trois méthodes de « linéarisation », spécifiques au cas des tunnels, fournissent des résultats proches des solutions analytiques de convergence existant dans la littérature en configuration axisymétrique monophasique et apparaissent plus satisfaisantes que la proposition de Hoek *et al.* (2002). Sofianos & Nomikos (2006) proposent en outre des feuilles de calcul préprogrammées permettant l'application directe de leur démarche de calcul.

### **1.3.5 Non-linéarité des relations contrainte-déformation et modèle de Fahey-Carter**

Comme cela a été introduit dans les sections 1.2.3.2 et 1.2.3.3, on distingue usuellement dans les essais triaxiaux trois cas de dépendance de la courbe contrainte-déformation à l'état de contrainte, synthétisés sur la Figure 17 ci-après :

- le cas (a) correspond à des modules élastiques constants quel que soit l'état de contrainte, modèle adopté dans la majorité des calculs en élasticité linéaire mais qui n'est en réalité valable que sur une gamme de confinement réduite ;
- le cas (b) correspond à une dépendance du seul module « initial » (petites déformations) au niveau de confinement, ce qui est une observation très répandue parmi les géomatériaux ;
- le cas (c) ajoute au cas (b) une variation du module tangent avec la sollicitation déviatorique, constat courant pour les sols indurés et roches tendres, et pour les sols en général. Notons que ce cas est en réalité souvent « pseudo-élastique » puisque les expériences de décharge montrent généralement une part de déformations irréversibles (voir Figure 5).

En référence aux sections 1.2.3.2 et 1.3.2, seules sont examinées ici des représentations « élastiques non linéaires », décrivant une variation des modules en fonction du tenseur des contraintes, à l'exclusion des modèles plus complexes (endommagement, écrouissage cinématique, etc.) permettant l'apparition de déformations irréversibles très tôt dans la sollicitation. Ce choix permet une plus grande simplicité dans les formulations et dans l'application à des cas réels (nombre de paramètres réduit), ainsi qu'un couplage facile avec le critère de rupture de Hoek-Brown.



Le cas général (c) décrit dans la Figure 17 est alors usuellement abordé en deux temps, repris dans les paragraphes suivants :

- une dépendance des paramètres élastiques au niveau de confinement (contrainte principale mineure effective  $\sigma_3^{ef}$  ou contrainte moyenne effective  $\sigma_m^{ef}$  en fonction des modèles), permettant de décrire la variation du module « initial » ;
- une dépendance des paramètres élastiques au déviateur des contraintes, permettant de décrire la non linéarité de la courbe contrainte-déformation.

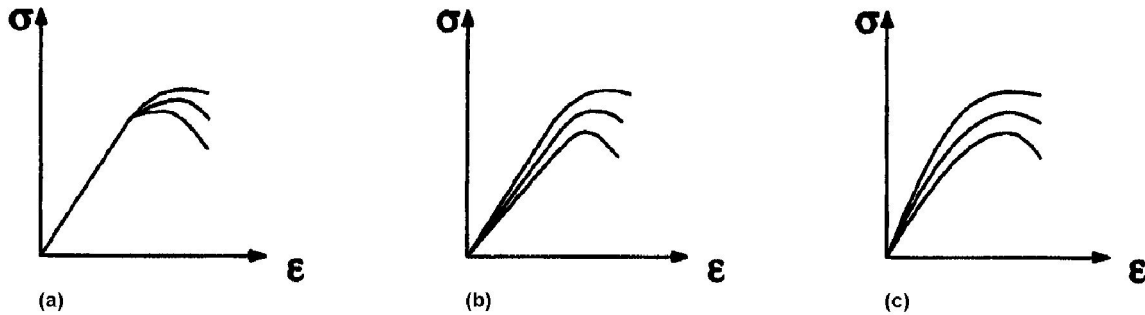


Figure 17 : Trois cas de dépendance des paramètres élastiques à l'état de contrainte (d'après Lionço & Assis (2000))

### 1.3.5.1 Dépendance du module d'Young ou du module de cisaillement au niveau de confinement

Il existe une grande variété de relations permettant de traduire l'accroissement de la raideur des géomatériaux avec le confinement. Ces expressions sont d'origine empirique et ne s'appuient généralement pas sur des modèles théoriques. En fonction des essais utilisés pour caractériser le phénomène (essais triaxiaux, essais de cisaillement simple, essais au cylindre creux, essais en place, etc.) les différents auteurs proposent des formulations basées tantôt sur le module d'Young  $E$ , tantôt sur le module de cisaillement  $G$ , et prennent en compte soit uniquement la contrainte principale mineure  $\sigma_3^{ef}$ , soit la contrainte moyenne  $\sigma_m^{ef}$ . On notera que l'usage d'invariants de contraintes tendant à faciliter l'implantation dans les codes des calcul (éléments finis en particulier), les relations utilisant  $\sigma_m^{ef}$  sont souvent favorisées par les programmeurs. Quelques formulations courantes sont fournies dans le Tableau 6 ci-après.

On notera que la plupart de ces expressions présentent des formes proches, dans lesquelles les modules sont définis par une loi puissance du niveau de confinement (les valeurs de  $n$  ou  $c$  étant usuellement de l'ordre de 0.5). Les relations (1), (2) et (5) du Tableau 6 fournissent des modules nuls lorsque le confinement tend vers zéro, ce qui n'est pas physiquement acceptable : leur usage reste donc généralement limité à la description d'ensembles d'essais de laboratoire, à l'exclusion de la justification par le calcul des ouvrages géotechniques.

D'autres facteurs influents ont été examinés dans la littérature, comme la contribution respective des trois contraintes principales dans les expressions dépendant de  $\sigma_m^{ef}$ , ou l'effet de l'histoire des

contraintes sur les modules initiaux. Quelques exemples sont fournis par Fahey & Carter (1993), qui restent toutefois moins répandus dans la pratique que les expressions du Tableau 6.

Relation n°	Expression du module tangent	Principales références
(1)	$E = C p_{ref} \left( \frac{\sigma_3^{ef}}{p_{ref}} \right)^n$	Janbu (1963) Duncan & Chang (1970) Kulhawy (1975)
(2)	$\frac{G}{p_{ref}} = C \left( \frac{\sigma_m^{ef}}{p_{ref}} \right)^n$	Hardin (1978) Fahey & Carter (1993)
(3)	$E = (a \sigma_3^{ef} + b)^c$	Brown <i>et al.</i> (1989)
(4)	$E = B - C \exp(-A \sigma_3^{ef})$	Brown <i>et al.</i> (1989)
(5)	$E = C p_{ref} \left( \frac{\sigma_m^{ef}}{p_{ref}} \right)^n$	Bardet (1990)
(6)	$\frac{G}{p_{ref}} = C \left( 1 + \frac{\sigma_m^{ef}}{p_{ref}} \right)^n$	Bourgeois <i>et al.</i> (2005)

**Tableau 6 : Quelques expressions traduisant la variation de raideur des géomatériaux avec le niveau de confinement ( $a, b, c, A, B, C, n$  sont des paramètres des modèles, à déterminer,  $p_{ref}$  représente une pression de référence, en général la pression atmosphérique)**

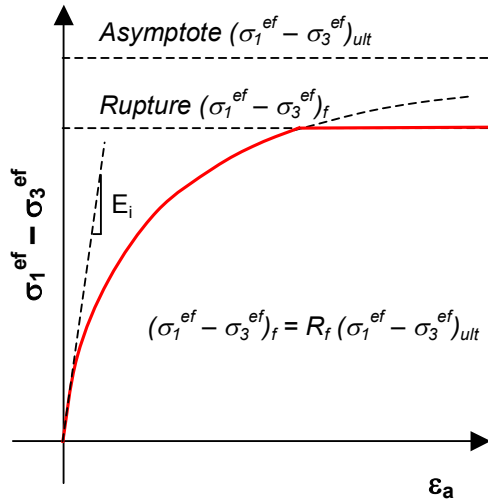
### 1.3.5.2 Non-linéarité de la courbe contrainte-déformation

Comme l'a montré Kondner (1963), la non-linéarité de la courbe contrainte-déformation relevée au cours des essais de cisaillement peut-être assez fidèlement décrite par une courbe hyperbolique. L'équation originale, qui sert de base à de multiples modèles élastiques non-linéaires est de la forme :

$$\sigma_1^{ef} - \sigma_3^{ef} = \frac{\varepsilon}{a + b\varepsilon} \quad (1.34)$$

avec  $a$  l'inverse du module tangent initial  
 $b$  l'inverse de la valeur asymptotique de  $\sigma_1^{ef} - \sigma_3^{ef}$

Duncan & Chang (1970) reformulent cette approche en y intégrant un critère de plasticité conduisant à une valeur maximale du déviateur à la rupture  $(\sigma_1^{ef} - \sigma_3^{ef})_f$  et en ajoutant un paramètre  $R_f \leq 1$ , qui permet de positionner la rupture par rapport à l'asymptote de la courbe hyperbolique. Leur modèle est synthétisé par la Figure 18, avec une expression sous forme de module tangent bien adaptée à des procédures de calcul incrémentales.



$$E_t = E_i \left[ 1 - R_f \frac{\sigma_1^{ef} - \sigma_3^{ef}}{(\sigma_1^{ef} - \sigma_3^{ef})_f} \right]^2 \quad (1.35)$$

avec  $E_i = C p_a \left( \frac{\sigma_3^{ef}}{p_a} \right)^n$

**Figure 18 : Représentation d'un essai triaxial avec le modèle non linéaire de Duncan & Chang (1970)**

Plus récemment, Fahey (1992) et Fahey & Carter (1993), en se basant notamment sur les essais de cisaillement simple sur cylindre creux menés par Hardin & Drnevich (1972), observent que le modèle hyperbolique peut être reformulé simplement en terme de contrainte et module de cisaillement pour décrire les non-linéarités « élastiques » relevées expérimentalement :

$$\frac{G}{G_0} = 1 - \frac{\tau}{\tau_{\max}} \quad (1.36)$$

avec :  $G$  le module de cisaillement sécant (Pa)  
 $G_0$  le module de cisaillement initial, défini par exemple par une relation du Tableau 6  
 $\tau_{\max}$  la valeur maximale de la contrainte de cisaillement  $\tau$  (Pa)

En se référant au principe du coefficient  $R_f$  de Duncan & Chang (1970) ils proposent d'intégrer à cette équation un paramètre  $f \leq 1$  permettant une intersection avec le critère de rupture en deçà du niveau de l'asymptote et d'ajouter un paramètre de courbure  $g$  supprimant la limitation à la forme hyperbolique initiale. La formulation adoptée est alors la suivante :

$$\frac{G}{G_0} = 1 - f \left( \frac{\tau}{\tau_{\max}} \right)^g \quad (1.37)$$

Le modèle hyperbolique d'origine étant obtenu pour  $f = g = 1$ . Le module de cisaillement tangent peut alors être défini par :

$$\frac{G_t}{G_0} = \frac{\left( \frac{G}{G_0} \right)^2}{1 - f(1-g) \left( \frac{\tau}{\tau_{\max}} \right)^g} \quad (1.38)$$

Pour les problèmes axisymétriques en état plan de déformation, Fahey & Carter (1993) suggèrent de calculer  $\tau$  par  $\tau = (\sigma_\theta^{ef} - \sigma_r^{ef})/2$  où  $\sigma_r^{ef}$  et  $\sigma_\theta^{ef}$  sont les contraintes effectives radiale et tangentielle. Bourgeois *et al.* (2005) proposent d'adapter le modèle en remplaçant systématiquement  $\tau$  par

$t = (\sigma_1^{ef} - \sigma_3^{ef})/2$  ce qui pour le problème d'une excavation en conditions axisymétriques est équivalent à la suggestion de Fahey & Carter (1993).

L'inconvénient des modèles présentés ici, qui caractérisent la non-linéarité de la courbe contrainte-déformation par une loi élastique, est leur incapacité à représenter les expériences de décharge-recharge qui ne montrent pas en réalité une véritable réversibilité des déformations (Figure 5 e.g.). Diverses adaptations sont proposées par les auteurs pour contourner ce problème. Duncan & Chang (1970) par exemple proposent d'utiliser leur expression (1.35) pour les trajets de chargement croissants et de modéliser les décharges-recharges par un module dépendant uniquement du niveau de confinement (forme (1) du Tableau 6). Lorsque l'état de contrainte qui existait avant décharge est à nouveau atteint, l'équation (1.35) peut être réutilisée. Cette approche convient bien pour modéliser des essais triaxiaux mais est plus difficilement applicable à un cas général tridimensionnel dans lequel la qualification de l'état « avant décharge » n'est pas triviale. Fahey & Carter (1993) proposent pour leurs modélisations de l'essai pressiométrique d'évaluer  $\tau_{max}$  non pas à partir de la valeur actuelle de la contrainte principale mineure mais en considérant l'intersection avec le critère dans la direction de chargement en cours. Lorsqu'une décharge est entamée, une nouvelle face du critère de rupture est visée et le module de cisaillement tangent se trouve modifié. Dans un souci de simplicité et dans la mesure où les creusements de tunnel étudiés ici relèvent essentiellement de sollicitations monotones, nous n'avons toutefois pas utilisé ces différentes approches dans la suite de notre travail.

### 1.3.5.3 Évolution du coefficient de Poisson

Les publications relatives aux modèles élastiques non-linéaires s'attardent usuellement moins sur les variations du coefficient de Poisson  $\nu$  que sur celles des paramètres élastiques  $E$  et  $G$  au cours de la sollicitation. Duncan & Chang (1970) par exemple constatent que  $\nu$  ne reste pas constant au cours de la sollicitation mais proposent de négliger ses variations dans leurs modèles. Toutefois, Fahey & Carter (1993) observent que comme le module d'incompressibilité  $K_t$  est relié à  $G_t$  par :

$$K_t = \frac{2(1+\nu)}{3(1-2\nu)} G_t$$

et comme la valeur de  $G_t$  est a priori très faible au moment du contact avec le critère de rupture, il en est de même pour  $K_t$  ce qui peut conduire à évaluer par excès les déformations élastiques dans la zone plastique. Les auteurs proposent donc de compléter leur modèle en considérant que le rapport  $K_t / G_0$  reste constant au cours de la sollicitation et obtiennent l'expression du coefficient de Poisson :

$$\nu_t = \frac{(1+\nu_0) - (1-2\nu_0)G_t/G_0}{2(1+\nu_0) + (1-2\nu_0)G_t/G_0} \quad (1.39)$$

où  $\nu_0$  est la valeur de référence du coefficient de Poisson correspondant aux faibles niveaux de cisaillement, considérée comme constante pour un échantillon donné.

### 1.3.5.4 Synthèse sur le modèle de Fahey-Carter ; signification et détermination de ses paramètres

Les paragraphes précédents ont permis de présenter les principales équations du modèle non-linéaire de Fahey-Carter, avec ses limitations et adaptations possibles, en regard de quelques autres approches présentes dans la littérature. Fahey & Carter (1993) montrent par des calculs numériques et la comparaison avec des cas réels que leur modèle permet de reproduire assez fidèlement les essais pressiométriques, y compris les boucles de décharge-recharge avec la méthode présentée en 1.3.5.2. Bourgeois *et al.* (2005) constatent également une application satisfaisante à la représentation d'essais de chargement sur fondation superficielle.

Pour les cas étudiés ici (creusements de tunnel en profondeur), pouvant être simplifiés par une représentation axisymétrique et une évolution du chargement essentiellement monotone, ces résultats issus de la littérature peuvent laisser envisager un apport intéressant du modèle de Fahey-Carter dans la prévision des déformations du massif. Nous avons donc retenu pour la suite de ce travail les formulations suivantes du modèle de Fahey-Carter, correspondant aux équations originales légèrement modifiées d'après Bourgeois *et al.* (2005) :

$$\frac{G_0}{P_{ref}} = C_0 \left( 1 + \frac{\sigma_m^{ef}}{P_{ref}} \right)^n \quad (1.40)$$

$$\frac{G_t}{G_0} = \frac{\left[ 1 - f \left( \frac{t}{t_{max}} \right)^g \right]^2}{1 - f(1-g) \left( \frac{t}{t_{max}} \right)^g} \quad (1.41)$$

$$\nu_t = \frac{(1 + \nu_0) - (1 - 2\nu_0)G_t/G_0}{2(1 + \nu_0) + (1 - 2\nu_0)G_t/G_0} \quad (1.39)$$

où  $p_{ref}$  est une pression de référence, ici la pression atmosphérique (Pa)  
 $C_0, n, f, g, \nu_0$  sont les paramètres du modèle  
 $t_{max}$  est la valeur maximale de  $t = (\sigma_1^{ef} - \sigma_3^{ef})/2$  (Pa)

Pour un critère de rupture de Hoek-Brown généralisé, dans le cas  $b = \delta$ ,  $t_{max}$  s'exprime par :

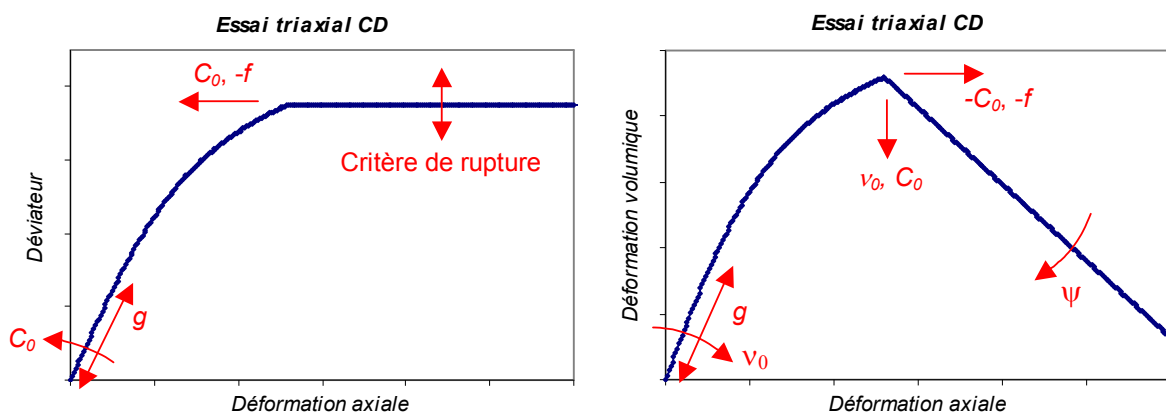
$$t_{max} = \frac{\sigma_{ci}}{2} \left( m \frac{\sigma_3'}{\sigma_{ci}} + s \right)^\alpha$$

Les différents paramètres du modèle peuvent être déterminés à partir de courbes d'essais triaxiaux. Plus précisément, leur signification peut être analysée de la manière suivante :

- $C_0$  caractérise la valeur du module tangent initial (petites déformations), pente à l'origine de la courbe déformation axiale – déviateur ;
- $n$  conditionne la relation entre le module initial et la contrainte moyenne  $\sigma_m^{ef}$ . Compte-tenu des résultats reportés dans la littérature, on peut généralement admettre  $n \approx 0.5$  ;

- $\nu_0$  caractérise le coefficient de Poisson initial (petites déformations), dont dépend la pente à l'origine de la courbe déformation axiale - déformation volumique ;
- $f$  conditionne l'intersection entre la courbe « élastique » non-linéaire et le critère de rupture. Quand  $f \rightarrow 1$  l'intersection est repoussée à l'infini (modèle hyperbolique). Quand  $f$  diminue l'intersection se rapproche de l'origine des déformations ;
- $g$  caractérise la courbure de la relation contrainte-déformation dans la zone « élastique », en jouant sur la longueur de la portion quasi-linéaire initiale ;
- $m, s, \sigma_{ci}$  et  $\alpha$ , paramètres du critère de rupture, sont supposés déterminés d'avance par l'analyse d'un ensemble d'essais sur le matériau considéré. Il peut toutefois être nécessaire de procéder à de légers ajustements sur un essai donné du fait de la variabilité naturelle du matériau.

La Figure 19 indique l'influence des différents paramètres sur les éléments caractéristiques des courbes triaxiales (pente à l'origine, courbure, contact avec le critère de rupture). Le cas représenté correspond à une règle d'écoulement plastique de Mohr-Coulomb, avec une dilatance  $\psi$ .



**Figure 19 : Effet des paramètres du modèle de Fahey-Carter sur la forme des courbes triaxiales (CD)**

Néanmoins, malgré le sens physique relativement simple de ces différents paramètres, il faut souligner qu'en pratique la détermination de leur valeur ne va pas de soi. Comme le soulignent Bourgeois *et al.* (2005), la forme des relations (1.39) à (1.41) ne permet pas de calculer analytiquement l'évolution d'un échantillon de sol au cours d'un essai de cisaillement. Il est donc nécessaire de disposer d'une procédure précise de calage des paramètres afin de garantir une certaine reproductibilité de l'analyse menée. Diverses méthodes sont envisageables. Pour les essais exploités dans le cadre de ce mémoire, nous avons simplement imposé un ordre constant dans le calcul des paramètres :

- détermination préalable des paramètres du critère de rupture  $m, s, \sigma_{ci}$  et  $\alpha$  ;
- détermination de  $C_0$  et  $\nu_0$  à partir du module tangent et du coefficient de Poisson tangent initiaux, à l'origine des courbes triaxiales,  $n$  étant fixé à 0.5 ;
- évaluation de  $f$  pour reproduire au mieux la déformation atteinte au contact avec le critère de rupture ;
- ajustement de la courbure dans la zone « élastique » par le paramètre  $g$ .

Il peut être pratique pour cela de programmer dans un tableur une simulation d'essai triaxial (pilotée par incréments de déformation  $d\varepsilon_a$ ) au moyen des relations simples suivantes (hypothèse  $b = \delta$ ) :

<i>Zone pseudo-élastique</i>	<i>Zone plastique (cas du critère de Hoek-Brown)</i>
$d\sigma'_a = E_t d\varepsilon_a$ $d\varepsilon_r = d\varepsilon_\theta = -\nu_t d\varepsilon_a$	$d\sigma'_a = 0 \text{ avec } \sigma'_a = \sigma'_r + \sigma_{ci} \left( m \frac{\sigma'_r}{\sigma_{ci}} + s \right)^\alpha$ $d\varepsilon_a^P = d\varepsilon_a$ $d\varepsilon_r = d\varepsilon_r^P = d\varepsilon_\theta = d\varepsilon_\theta^P = -\frac{1 + \sin(\psi)}{2 \cdot 1 - \sin(\psi)} d\varepsilon_a^P$

**Tableau 7 : Relations incrémentales permettant la simulation simple d'un essai triaxial CD dans un tableur ( $\sigma'_a$  : contrainte axiale effective ;  $\sigma'_r$  : contrainte radiale effective ;  $\varepsilon_a$  : déformation axiale ;  $\varepsilon_r$  : déformation radiale ;  $\varepsilon_\theta$  : déformation orthoradiale ;  $\psi$  : dilatance ; exposant « P » pour les déformations plastiques)**

On trouvera en annexe B1 de ce mémoire plusieurs exemples de courbes d'essai exploitées de la sorte.

## **1.4 LES PRINCIPALES MÉTHODES DE CALCUL DES TUNNELS ET LEUR APPLICATION AUX S.I.R.T.**

### **1.4.1 Généralités**

L'étude géotechnique des grands projets d'aménagement suit usuellement un cheminement, synthétisé sur la Figure 20, dont l'objectif principal est de permettre à l'ingénieur de mettre en œuvre son expérience pour formaliser le modèle géotechnique du site, optimiser les dimensions de l'ouvrage, évaluer les incertitudes et risques inhérents au projet (Magnan (2005)). Pour mener à bien ce travail, le géotechnicien se base sur une reconnaissance du site (premier « bloc » de la Figure 20) conduisant à identifier les propriétés physiques spécifiquement influentes sur le comportement mécanique, puis sur des outils de dimensionnement pouvant relever d'approches empiriques comme théoriques (deuxième « bloc »). L'objectif final est de déterminer une solution sûre et financièrement acceptable qui reste compatible avec toutes les contraintes s'appliquant au projet. La phase de construction (troisième « bloc ») permet d'appréhender la réalité du comportement du terrain et constitue pour le concepteur un révélateur conduisant à identifier les éventuelles carences de son modèle géotechnique initial, à ajuster ses dimensionnements, à accumuler de l'expérience.

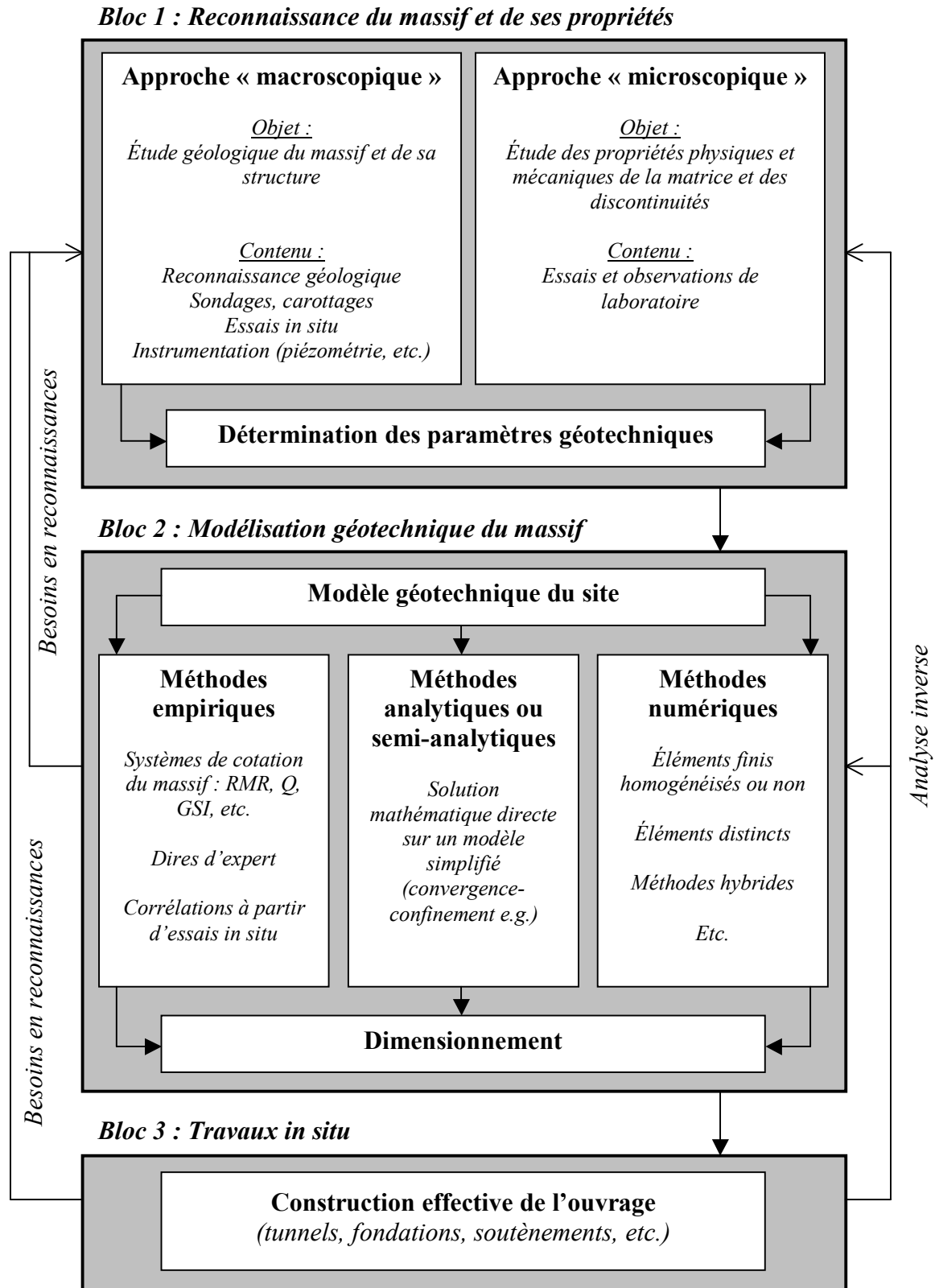


Figure 20 : Démarche générale des projets géotechniques (adapté de Virely (2003))

Le cas des tunnels est particulièrement adapté à cette approche, puisqu'en dehors des cas auto-stables il s'agit d'ouvrages caractérisés par une forte interaction entre les structures stabilisatrices et le matériau géologique environnant. La pertinence du modèle géotechnique dépend donc de la capacité à



appréhender les deux incertitudes majeures que sont la variabilité des propriétés du matériau en place et la représentativité de la procédure de « calcul ».

En outre, dans le cas des S.I.R.T., un niveau de complexité additionnel est apporté par le fait que le matériau lui-même présente des comportements particuliers (voir 1.2), parfois difficiles à appréhender dans les reconnaissances de terrain comme dans les outils de calcul. Les sections suivantes présentent un aperçu des éléments composant les deux premiers « blocs » de la Figure 20, en insistant plus particulièrement sur les aspects modélisation / calcul qui constituent le cœur des développements de ce mémoire. À chaque fois, les spécificités des sols indurés et roches tendres sont précisées, mettant en évidence certaines lacunes ou difficultés des approches existantes.

## **1.4.2 L'étude des caractéristiques du massif**

### **1.4.2.1 Contexte général de la reconnaissance du massif**

Comme le souligne l'AFTES (2003), « le but essentiel de la caractérisation des massifs rocheux est de fournir à l'ingénieur les données qualitatives et quantitatives nécessaires pour décrire la structure et évaluer les propriétés mécaniques et hydrauliques des massifs à l'échelle des volumes sollicités par les ouvrages. »

En pratique, du fait de la multiplicité des cas rencontrés en géotechnique, faisant de chaque projet un travail unique, une liberté assez importante est laissée à l'ingénieur géotechnicien dans la définition du contenu des reconnaissances géotechniques, dans la limite de règles de « bonne pratique » minimales issues de l'expérience collective. Il est toutefois généralement admis que la quantité et la qualité des reconnaissances doit théoriquement s'accroître avec l'ampleur et la complexité du projet, complexité qui peut être issue de la structure même à réaliser mais aussi des conditions géologiques locales. La construction d'un ouvrage dans un contexte de sol induré roche tendre doit donc a priori faire l'objet d'une reconnaissance approfondie.

Passer en revue précisément l'ensemble des techniques et méthodes de reconnaissance serait fastidieux et sortirait du champ de ce mémoire. On pourra se référer utilement à Ulusay & Hudson (2007) qui proposent un panorama complet de l'ensemble des méthodes recommandées par la société internationale de mécanique des roches. Une synthèse des pratiques directement adaptées aux ouvrages souterrains a également été rédigée par l'AFTES (2003), sous une forme plus succincte. Nous insistons donc simplement ci-après sur quelques aspects particulièrement importants pour la caractérisation des massifs de sols indurés et roches tendres.

### **1.4.2.2 Les reconnaissances in situ**

La base de la reconnaissance in situ est constituée par le travail du géologue qui permet, à partir de levés de terrain, de données régionales, d'analyses bibliographiques et cartographiques, de photo-interprétations, de sondages préliminaires, etc. d'établir un premier modèle géologique. Celui-ci identifie notamment des sous-ensembles « homogènes » avec un aperçu de leurs principales propriétés et souligne les incertitudes importantes vis-à-vis du projet (présence possible de zones difficiles à traverser, limites des formations géologiques, etc.). Il permet d'orienter le programme des reconnaissances géotechniques.

Le contenu de la reconnaissance géotechnique dépend fortement du type de terrain traversé par l'ouvrage. Dans le cas des S.I.R.T., on peut s'appuyer sur les spécificités de comportement du matériau, dont la plupart ont été abordées en section 1.2, pour déterminer les points sur lesquels il est plus particulièrement nécessaire d'insister. Les reconnaissances de terrain viseront donc notamment à :

➤ ***Qualifier la structure du massif***

On examinera notamment pour les S.I.R.T. l'existence ou non de systèmes de fissuration ainsi que leur organisation structurale. Les « défauts » du massif peuvent également correspondre à des zones ponctuelles de caractéristiques particulièrement médiocres vis-à-vis des travaux d'excavation : passages sableux peu cohésifs au sein d'un massif molassique, zones de failles, etc.

Dans le cas des sols indurés et roches tendres, l'analyse du massif est aussi particulièrement intéressante pour déterminer l'échelle du volume élémentaire représentatif en fonction des hétérogénéités présentes sur le terrain. Pour le tunnel d'Arbus par exemple faisant l'objet de la partie 3 de ce mémoire, il apparaît clairement que les hétérogénéités sont d'ordre décimétrique à métrique, mais que le massif peut être globalement considéré comme homogène à l'échelle du tunnel. L'examen du massif rocheux pourra également permettre d'identifier des effets d'anisotropie potentiels, qui pourront être confirmés en laboratoire si l'échelle des échantillons s'y prête.

L'atteinte de ces objectifs fait essentiellement appel au modèle géologique préliminaire et aux prélèvements intacts en profondeur réalisés par carottage. La description des carottes est effectuée par un géologue en mesure d'identifier les différents faciès et peut être complétée par des résultats de diagraphies. On notera que les sondages ne constituent toutefois que des aperçus ponctuels des terrains, en outre généralement perpendiculaires à l'axe du tunnel : leur disposition le long du tracé relève donc de choix stratégiques et techniques.

➤ ***Déterminer les conditions hydrauliques locales***

Compte-tenu de l'influence forte des pressions interstitielles sur le comportement des S.I.R.T., l'établissement d'un modèle hydrogéologique du massif apparaît fondamental. Outre l'identification des aquifères et circulations d'eau sur la base d'une analyse globale, on pourra rechercher notamment la mesure de la perméabilité du massif (essais Lefranc ou Lugeon) ainsi que la détermination de l'état piézométrique initial.

Ce dernier paramètre notamment constitue un renseignement essentiel pour permettre les calculs de dimensionnement, puisque ce sont les contraintes effectives qui pilotent le comportement du matériau. Les sondages permettent d'identifier les venues d'eau ainsi que de disposer d'une première approximation à court terme des niveaux piézométriques lorsque le terrain est suffisamment perméable. Toutefois, la faible conductivité hydraulique de la plupart des S.I.R.T. et les éventuels effets de succion ne permettent pas de considérer un tube ouvert comme un témoin représentatif des niveaux d'eau : le matériau peut être saturé, avec des pressions interstitielles non négligeables, tout en conservant des débits infimes en direction du sondage. On favorisera alors la mise en œuvre de sondes de pression interstitielle (voir Figure 21), placées dans un trou de forage et isolées par des bouchons en argile expansive, réalisant la mesure sur un volume faible. Elles devront être suivies à long terme (plusieurs mois, voire plusieurs années) pour permettre le rééquilibrage complet de la piézométrie autour du sondage.

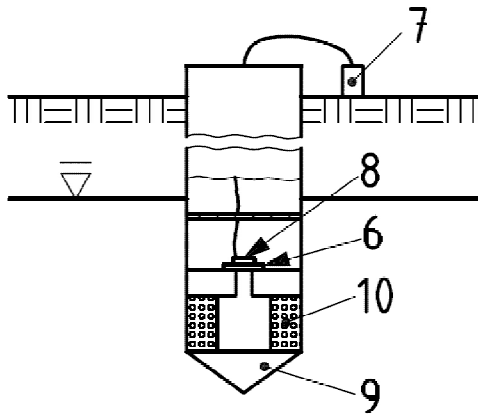


Figure 21 : Exemple de sonde piézométrique électrique (d'après norme NF EN ISO 22475-1)

- 6- Membrane
- 7- Instrument de mesure
- 8- Capteur électrique
- 9- Pointe filtrante
- 10- Filtre

➤ **Déterminer le champ des contraintes**

Cet objectif reste rarement atteint tant il est difficile en général d'obtenir des mesures de contraintes fiables dans les projets de travaux souterrains, même dans le cas d'ouvrages exceptionnels (voir Rojat *et al.* (2009) e.g.). Il s'agit néanmoins d'un paramètre fondamental pour les dimensionnements. Pour les S.I.R.T., l'approche est compliquée par le fait qu'un certain nombre de méthodes (notamment celles basées sur la libération des contraintes comme le surcarottage) sont limitées aux roches dures et peu fracturées, donc généralement inutilisables.

En l'absence de mesures ou de retours d'expérience sur des ouvrages antérieurs, on utilise usuellement une hypothèse de contrainte verticale géostatique (correspondant à la hauteur de couverture) complétée par un coefficient de pression des terres au repos  $K_0$  pour la qualification des contraintes horizontales. On peut toutefois aboutir ainsi à des valeurs assez éloignées de la réalité.

**1.4.2.3 Les reconnaissances en laboratoire**

Les reconnaissances en laboratoire sont menées sur les prélèvements issus des reconnaissances de terrain. L'objectif est de déterminer avec précision les principales caractéristiques physiques et mécaniques des matériaux et ainsi d'obtenir des paramètres d'entrée pour la modélisation du massif. À ce titre, la représentativité des essais de laboratoire est fortement conditionnée par la qualité des prélèvements, qui visent l'obtention de matériau « intact », et de leur conservation. En particulier, de nombreux S.I.R.T. présentant une sensibilité à l'eau, il peut être impératif de limiter les pertes hydriques par contact avec l'atmosphère : les carottes sont alors paraffinées, gainées et conservées en chambre humide. Le préparateur veillera ensuite, au moment de la réalisation des essais, à réduire au maximum le temps d'exposition à l'air libre.

Compte-tenu des comportements spécifiques reportés en section 1.2, plusieurs aspects importants doivent être couverts par les campagnes expérimentales en laboratoire sur les S.I.R.T. Les essais à l'appareil triaxial de révolution constituent dans ce cadre une source de renseignements particulièrement intéressante :

- les essais consolidés drainés (CD) permettent la détermination directe des paramètres mécaniques du matériau puisqu'ils donnent immédiatement accès à la contrainte effective. Ils sont essentiels pour une évaluation fiable des paramètres élastiques  $E$ ,  $\nu$  (ou

$E_t$ ,  $\nu_t$  pour les cas non linéaires), du critère de rupture et du potentiel plastique (dilatance  $\psi$  en particulier). Les S.I.R.T. présentant couramment des temps de consolidation élevés, il s'agit d'essais longs (plusieurs semaines), nécessitant un personnel expérimenté pour la taille des éprouvettes et la minimisation des pertes hydriques ;

- les essais consolidés non drainés avec mesure de la pression interstitielle (CU+u) sont plus rapides à réaliser et peuvent donc être prévus en plus grand nombre, mais leur exploitation est plus délicate. En effet, les équations de la mécanique des milieux poreux présentées en section 1.3.3 montrent notamment que l'obtention des coefficients  $E$  et  $\nu$  est liée à celle des coefficients de Biot  $b$  et  $M$ . Si ces derniers ont pu être déterminés par ailleurs et présentent une faible variabilité, il est possible d'exploiter les essais en contraintes effectives comme dans le cas consolidé-drainé. Sinon, des hypothèses sont nécessaires, ou des protocoles particuliers comme les cheminements de contrainte en étoile proposés par Serratrice (2002) ;
- les essais non consolidés non drainés (UU), quoique fort répandus dans la pratique des travaux souterrains en milieux peu perméables, ne présentent en réalité pas d'intérêt majeur pour l'étude des tunnels. Ils conduisent à déterminer une cohésion non drainée correspondant théoriquement à un critère de rupture équivalent à court terme, et à travailler ensuite avec une approche monophasique. Toutefois, Giraud (1993) démontre grâce au principe d'équivalence abordé en section 1.3.3.6 que cette approche n'est pas rigoureuse puisque les propriétés mécaniques du milieu monophasique équivalent dépendent de la géométrie du problème et des conditions initiales de contrainte et pression interstitielle. Ainsi, comme le remarque Gärber (2003), la cohésion non drainée ne devrait pas être la même pour l'essai de laboratoire, le front du tunnel, ou la section courante !

Dans l'objectif d'une application aux tunnels, on notera également l'intérêt des essais d'extension qui reproduisent plus fidèlement que les compressions usuelles la sollicitation apportée au terrain par le creusement.

La détermination des paramètres géotechniques doit être complétée en examinant les possibilités de gonflement et de fluage, ainsi qu'en évaluant la perméabilité du matériau, éléments qui influent sensiblement sur la stabilité à long terme de l'ouvrage, comme cela a été abordé dans les sections 1.2.3.4, 1.2.3.5 et 1.2.3.6.

On s'attachera également à l'obtention d'un certain nombre de paramètres physiques comme les masses volumiques, les teneurs en eau et la porosité, permettant de se prononcer sur l'état de saturation du matériau et ses variations spatiales. L'examen de la composition minéralogique, par diffraction à rayons X par exemple, est aussi intéressante pour affiner la qualification géologique et détecter la présence de certaines structures minérales sensibles (argiles gonflantes e.g.).

À l'issue des divers essais de laboratoire, la détermination des paramètres géotechniques fait couramment apparaître une certaine dispersion. On examinera alors s'il est possible de découper le massif en sous-ensembles homogènes, dans lesquels la variation des paramètres peut par exemple être rattachée à des faciès géologiques, à des observations visuelles (couleur, granularité e.g.) ou à d'autres

éléments physiques, de façon à favoriser l'obtention de critères de décision simples pour la phase chantier. Soulignons en outre que, même au sein d'un sous-ensemble « homogène », chaque paramètre conservera une variabilité naturelle (plus faible). Celle-ci, quoique fréquemment ignorée au profit de valeurs moyennes ou de quantiles permettant de travailler du côté de la sécurité, reste intéressante à analyser dans l'optique d'études de sensibilité, voire d'approches probabilistes (voir Hoek (1998) e.g.).

### **1.4.3 Les méthodes empiriques pour le prédimensionnement du soutènement**

#### **1.4.3.1 Quelques mots sur les rôles de l'expert et de l'expérience**

Du fait de la variabilité naturelle des matériaux au sein des structures géologiques, et de l'enchevêtrement plus ou moins complexe de celles-ci, la connaissance imparfaite du terrain constitue une hypothèse de base de tout projet géotechnique (Magnan (2002) e.g.). Dans ce contexte, la pratique des travaux souterrains laisse la part belle à l'expérience, et l'évaluation des comportements du terrain s'est longtemps effectuée à « dire d'expert » qui constituent l'approche empirique la plus dépouillée en terme de formalisation.

Le raisonnement précis de l'expert reste assez mystérieux. On pourrait le représenter comme une boîte noire qui utilise son expérience, ses connaissances sur les comportements du terrain et/ou le déroulement d'autres projets, sa sensibilité personnelle, pour déduire à partir de données d'entrée partielles des conclusions justes. Pour le cas des tunnels, les données d'entrée sont essentiellement constituées de la reconnaissance du massif et de données historiques sur les sites, plus ou moins approfondies suivant les cas ; les conclusions correspondent à des préconisations de soutènement suffisamment sécuritaires et financièrement acceptables. L'expert peut également être amené à identifier des manques inacceptables dans la connaissance du terrain, qu'il sera nécessaire de combler pour pouvoir conclure.

À l'heure actuelle, compte-tenu de l'accroissement sociétal de la contractualisation et de l'encadrement juridique des projets, il est toutefois rare que le seul avis d'expert soit considéré comme suffisant au-delà des études de faisabilité. Le besoin de pièces techniques dont la méthodologie peut être formalisée et d'une certaine manière encadrée par des « certitudes » mathématiques, a conduit à favoriser progressivement des approches plus structurées ou calculatoires qui sont abordées dans la suite de cette partie. Notons toutefois que l'expert ou le géotechnicien expérimenté conservent une place prépondérante dans la mesure où ils garantissent la structuration appropriée de l'étude géotechnique, la qualité de la conception du modèle géotechnique, l'emploi raisonné des méthodes de calcul et l'interprétation de leurs résultats, bref tout ce qui dans la conception n'est pas formalisé par les mathématiques et les lois physiques (Magnan (2005)).

### **1.4.3.2 Les systèmes de classification du terrain ou l'expérience (en partie) apprivoisée**

Les systèmes de classification du massif constituent une tentative de formalisation des approches empiriques de dimensionnement de tunnel, ouvrant la possibilité d'une utilisation contractuelle (AFTES (2003)). Ils sont généralement issus de retours d'expérience sur des chantiers réels pour lesquels une description des facteurs géologiques influents était disponible. Comme le souligne Hoek (2007) (Chap. 3), les classifications de terrains peuvent en première approche être abordées simplement comme des « check-lists » permettant de s'assurer que les différents facteurs influençant le comportement du massif ont été abordés. Toutefois, leurs auteurs ont généralement poussé le raisonnement plus loin, en les utilisant comme outils de sélection des moyens de soutènement ou de détermination des propriétés mécaniques du terrain, voire en proposant directement des pré-dimensionnements. Bien que ces approches soient critiquables sur plusieurs points (voir 1.4.3.3), elles présentent des avantages indéniables comme leur simplicité d'utilisation, leur forme concentrée favorisant la diffusion d'une somme d'expériences importante, leur usage généralisé permettant un langage commun entre les ingénieurs géotechniciens de divers pays.

La première publication d'un système de classification des terrains dans l'optique de travaux souterrains est usuellement attribuée à Terzaghi (1946). Celui-ci, en fonction de l'état d'altération du rocher, des dimensions de l'excavation et de la hauteur de couverture, indique les grandes lignes du comportement du terrain et propose des principes généraux d'étayage au moyen de cintres métalliques. Peu de paramètres sont toutefois pris en compte dans cette classification, qui reste limitée à des cas où les phénomènes gravitaires constituent la source principale d'instabilité.

Ce n'est que dans les années 1970 qu'apparaissent les premiers systèmes de classification multi-paramètres, dans lesquels divers facteurs géologiques influant sur le comportement mécanique du massif tentent d'être pris en compte. Ces classifications, à quelques modifications près, restent encore les plus utilisées aujourd'hui. Ainsi, Bieniawski (1973) introduit le système RMR (Rock Mass Rating) dans lequel le milieu est analysé à partir de cinq critères :

- une valeur de résistance du matériau intact (par compression uniaxiale ou essai Franklin) ;
- l'indice de fracturation *RQD* (Rock Quality Designation), rapport (en %) de la somme des longueurs des carottes dures et saines supérieures à 10 cm et de la longueur du tronçon foré ;
- l'espacement des joints ;
- la nature et l'état de surface des joints ;
- l'importance des venues d'eau.

Chacun de ces critères reçoit une note, dont la somme est ensuite minorée en fonction de l'orientation des joints vis-à-vis du projet considéré. La valeur obtenue au final constitue la note *RMR*, une cotation globale du massif comprise entre 0 et 100. Un tableau de synthèse pour le calcul du *RMR* est présenté en page suivante à titre d'exemple. Bieniawski (1973) propose de déduire de la valeur du *RMR* une appréciation qualitative de l'état du massif rocheux, ainsi qu'un temps de tenue de la cavité non soutenue en fonction de la portée libre. Il indique également des pistes pour le choix et le dimensionnement du soutènement, limitées toutefois à des procédés d'excavation à l'explosif et à des cavités dont les dimensions n'excèdent pas 5 à 10 mètres.

A. CLASSIFICATION PARAMETERS AND THEIR RATINGS									
Parameter			Range of values						
1	Strength of intact rock material	Point-load strength index	>10 MPa	4 - 10 MPa	2 - 4 MPa	1 - 2 MPa	For this low range - uniaxial compressive test is preferred		
		Uniaxial comp. strength	>250 MPa	100 - 250 MPa	50 - 100 MPa	25 - 50 MPa	5 - 25 MPa	1 - 5 MPa	< 1 MPa
	Rating	15	12	7	4	2	1	0	
2	Drill core Quality RQD		90% - 100%	75% - 90%	50% - 75%	25% - 50%	< 25%		
	Rating		20	17	13	8	3		
3	Spacing of discontinuities		> 2 m	0.6 - 2 . m	200 - 600 mm	60 - 200 mm	< 60 mm		
	Rating		20	15	10	8	5		
4	Condition of discontinuities (See E)		Very rough surfaces Not continuous No separation Unweathered wall rock	Slightly rough surfaces Separation < 1 mm Slightly weathered walls	Slightly rough surfaces Separation < 1 mm Highly weathered walls	Slickensided surfaces or Gouge < 5 mm thick or Separation 1-5 mm Continuous	Soft gouge >5 mm thick or Separation > 5 mm Continuous		
	Rating		30	25	20	10	0		
5	Ground water	Inflow per 10 m tunnel length (l/m)	None	< 10	10 - 25	25 - 125	> 125		
		(Joint water press)/(Major principal $\sigma$ )	0	< 0.1	0.1, - 0.2	0.2 - 0.5	> 0.5		
		General conditions	Completely dry	Damp	Wet	Dripping	Flowing		
	Rating		15	10	7	4	0		
B. RATING ADJUSTMENT FOR DISCONTINUITY ORIENTATIONS (See F)									
Strike and dip orientations		Very favourable	Favourable	Fair	Unfavourable	Very Unfavourable			
Ratings	Tunnels & mines	0	-2	-5	-10	-12			
	Foundations	0	-2	-7	-15	-25			
	Slopes	0	-5	-25	-50				
C. ROCK MASS CLASSES DETERMINED FROM TOTAL RATINGS									
Rating		100 ← 81	80 ← 61	60 ← 41	40 ← 21	< 21			
Class number		I	II	III	IV	V			
Description		Very good rock	Good rock	Fair rock	Poor rock	Very poor rock			
D. MEANING OF ROCK CLASSES									
Class number		I	II	III	IV	V			
Average stand-up time		20 yrs for 15 m span	1 year for 10 m span	1 week for 5 m span	10 hrs for 2.5 m span	30 min for 1 m span			
Cohesion of rock mass (kPa)		> 400	300 - 400	200 - 300	100 - 200	< 100			
Friction angle of rock mass (deg)		> 45	35 - 45	25 - 35	15 - 25	< 15			
E. GUIDELINES FOR CLASSIFICATION OF DISCONTINUITY conditions									
Discontinuity length (persistence)		< 1 m	1 - 3 m	3 - 10 m	10 - 20 m	> 20 m			
Rating		6	4	2	1	0			
Separation (aperture)		None	< 0.1 mm	0.1 - 1.0 mm	1 - 5 mm	> 5 mm			
Rating		6	5	4	1	0			
Roughness		Very rough	Rough	Slightly rough	Smooth	Slickensided			
Rating		6	5	3	1	0			
Infilling (gouge)		None	Hard filling < 5 mm	Hard filling > 5 mm	Soft filling < 5 mm	Soft filling > 5 mm			
Rating		6	4	2	2	0			
Weathering Ratings		Unweathered	Slightly weathered	Moderately weathered	Highly weathered	Decomposed			
Rating		6	5	3	1	0			
F. EFFECT OF DISCONTINUITY STRIKE AND DIP ORIENTATION IN TUNNELLING**									
Strike perpendicular to tunnel axis					Strike parallel to tunnel axis				
Drive with dip - Dip 45 - 90°		Drive with dip - Dip 20 - 45°			Dip 45 - 90°		Dip 20 - 45°		
Very favourable		Favourable			Very unfavourable		Fair		
Drive against dip - Dip 45-90°		Drive against dip - Dip 20-45°			Dip 0-20 - Irrespective of strike°				
Fair		Unfavourable			Fair				

\* Some conditions are mutually exclusive . For example, if infilling is present, the roughness of the surface will be overshadowed by the influence of the gouge. In such cases use A.4 directly.

\*\* Modified after Wickham et al (1972).

Figure 22 : Tableau de synthèse pour le calcul du RMR, d'après Bieniawski (1989)

Avec une approche légèrement différente et orientée explicitement vers le dimensionnement des tunnels, Barton *et al.* (1974) proposent un coefficient global de qualité du massif  $Q$  défini par :

$$Q = \frac{RQD}{J_n} \times \frac{J_r}{J_a} \times \frac{J_w}{SRF} \quad (1.42)$$

avec :  $J_n$  une note basée sur le nombre de familles de discontinuités  
 $J_r$  une note basée sur la rugosité des discontinuités les plus défavorables  
 $J_a$  une note basée sur le degré d'altération des discontinuités ou de leur remplissage  
 $J_w$  un facteur multiplicatif lié au débit et à la pression des venues d'eau potentielles  
 $SRF$  un facteur qualifiant l'état de contraintes auquel est soumis le massif

En fonction de la note  $Q$  obtenue, de la dimension de l'excavation et de la nature de l'ouvrage, Barton *et al.* (1974) décrivent 38 catégories de soutènements, incluant les systèmes de boulonnage, tirants, béton projeté, treillis soudé, grillage, béton coffré, armatures en acier. Cette méthode de prédimensionnement est largement utilisée par les praticiens pour de premières évaluations de la tenue du tunnel et des renforcements nécessaires. Elle constitue une référence pour l'appréciation du soutènement (voir par exemple Kaiser *et al.* (2000) qui proposent une mise en regard des approches de Barton avec la problématique du soutènement dans des contextes de ruptures fragiles).

En complément des méthodes  $Q$  et RMR, qui sont les plus diffusées au niveau international, il convient de mentionner la méthode de l'AFTES (1993), assez répandue dans les pays francophones. Celle-ci se base sur l'examen de sept critères :

- le comportement mécanique de la matrice rocheuse ;
- les propriétés des discontinuités (nombre, orientation, espacement) ;
- la susceptibilité du terrain vis-à-vis des problèmes d'altérabilité et de gonflement ;
- l'hydrologie locale ;
- la hauteur de couverture ;
- les dimensions de la galerie ;
- la sensibilité de l'environnement, en particulier vis-à-vis des tassements.

La méthode vise essentiellement à la sélection du soutènement et ne s'appuie pas sur une notation globale du massif. À partir d'un certain nombre de profils de soutènement types prédéfinis, elle indique pour chaque critère les techniques recommandées / possibles sous conditions / mal adaptées bien qu'éventuellement possibles / ou en principe impossibles. Le soutènement peut alors être choisi en éliminant les dispositions ayant reçu des avis défavorables et en essayant de retenir le meilleur compromis technico-économique parmi les cas favorables restants.

### **1.4.3.3 Les limites des systèmes de classification**

Tous les systèmes de classification du massif encaissant sont initialement issus d'une expérience régionale et présentent donc un biais lié aux cas d'études et aux pratiques ayant servi à les étalonner, qui ne peuvent couvrir l'ensemble du spectre des conditions géotechniques présentes sur la planète.



On ne peut en outre maîtriser les éventuels « défauts » des ouvrages de référence eux-mêmes, qui peuvent par exemple avoir été surdimensionnés.

On notera en particulier que les critères intervenant dans le calcul des coefficients *RMR* ou *Q* montrent clairement qu'il s'agit de classifications initialement destinées aux contextes rocheux durs et fracturés. Le domaine d'emploi de ces classifications correspond essentiellement aux cas où les instabilités structurales et les effets gravitaires sont prépondérants, et prennent imparfaitement en compte le confinement apporté par le soutènement dans les terrains où les critères de déformabilité jouent un rôle majeur. Ainsi, l'extension de ces classifications à des contextes de sols indurés ou roches tendres, dont les mécanismes de déformation et de rupture peuvent différer sensiblement de ceux des massifs en roche dure, est susceptible d'introduire des erreurs significatives dans l'appréciation de la tenue des terrains, et apparaît peu recommandable (Habimana (1999) e.g.).

À titre d'exemple, on relèvera qu'un granite très fracturé est susceptible d'obtenir approximativement la même cotation qu'une marne indurée et donc conduire – de manière inappropriée – à des méthodes de soutènement similaires puisque la géologie et la déformabilité n'interviennent pas dans les critères de décision ! La représentation d'un ensemble géotechnique par une seule valeur de *RMR* ou *Q* peut donc amener une schématisation excessive de la réalité du massif, particulièrement sensible dans le cas de matériaux intermédiaires. Un autre cas de biais peut apparaître avec le mode de prise en compte de l'eau et de la fracturation dans les classifications : ces paramètres étant considérés comme très défavorables pour la stabilité des excavations, un S.I.R.T. peu fracturé et peu perméable (marnes d'Arbus e.g., voir partie 3) serait susceptible de recevoir une note excessivement optimiste, conduisant à des soutènements inadaptés et sous-dimensionnés (CETu (1998)).

On notera que la classification AFTES, du fait de l'absence de notation, présente une plus grande souplesse et peut être utilisée pour les sols indurés et les roches tendres. Toutefois, elle n'apporte aucun élément de prédimensionnement, et le nombre de techniques d'excavation et de soutènement considérées reste modéré.

On rappellera aussi, comme mentionné dans la section 1.3.4.2, que l'usage de ces différents systèmes de classification pour déterminer les paramètres mécaniques du massif nécessaires à une modélisation est souvent jugé peu fiable. Seules des adaptations du système GSI, telles que présentées par Habimana (1999) ou Marinos & Hoek (2000) par exemple, sont considérées comme appropriées pour évaluer les caractéristiques de certains S.I.R.T. Il s'agit surtout néanmoins d'une aide à la détermination des paramètres du modèle mécanique (résistance en particulier), le dimensionnement de l'ouvrage restant à effectuer par une méthode de calcul appropriée.

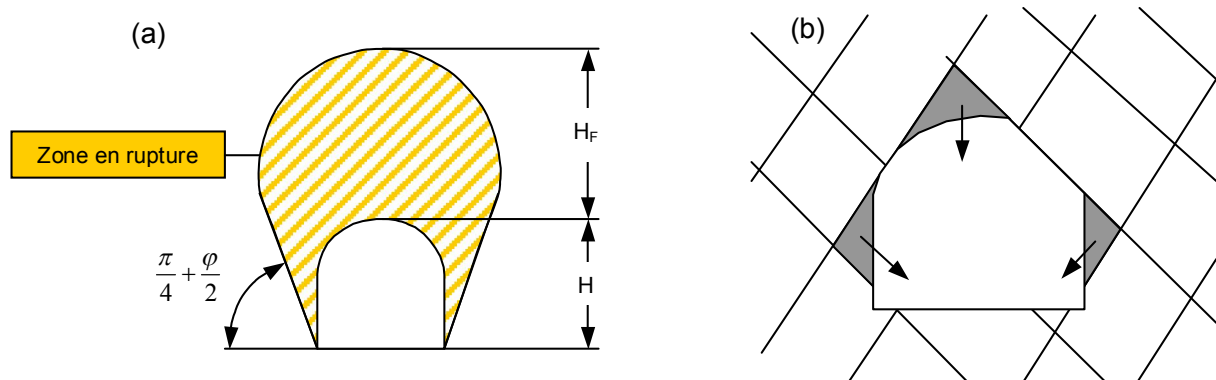
Pour un tunnel dans un contexte de sols indurés et roches tendres, les méthodes empiriques usuelles basées sur une classification des massifs rocheux restent donc peu utilisables, sinon comme guide pour la description exhaustive des caractéristiques du massif ou éventuellement pour l'évaluation de certaines propriétés mécaniques (GSI). Le développement de méthodes analytiques et numériques revêt donc une importance particulière pour accompagner le raisonnement de l'expert et s'assurer que le soutènement envisagé convient.

#### 1.4.4 Une méthode analytique répandue : l'approche convergence-confinement

##### 1.4.4.1 Généralités sur les méthodes analytiques et principe de l'approche convergence-confinement

La détermination des caractéristiques du soutènement permettant d'assurer la stabilité d'un tunnel revêt un caractère complexe. Il s'agit en effet d'un problème mécanique à quatre dimensions (les trois dimensions spatiales et l'influence possible du temps sur les évolutions du terrain), dans lequel les propriétés du matériau et l'état de contraintes restent imparfaitement connus (voir 1.4.2). Ainsi, même en supposant disposer d'un modèle mathématique capable de reproduire parfaitement la réalité du processus d'excavation, les variations naturelles des paramètres mécaniques du terrain en cours de creusement ne pourraient être exactement appréhendées. De nombreux auteurs se sont donc attachés à développer des méthodes simplifiées, permettant une évaluation rapide et raisonnable des conditions de soutènement et des études paramétriques aisées, l'adaptation fine à la variabilité des géomatériaux in situ étant laissée à l'expérience des constructeurs.

Les méthodes les plus simples considèrent le massif indépendant du soutènement et utilisent une « charge de dislocation » suivant des mécanismes de rupture prédéfinis. Terzaghi (1946) a proposé ainsi une formulation de la zone en rupture en fonction des dimensions de la cavité, de sa profondeur et du critère de plasticité du terrain (Mohr-Coulomb). Il s'agit d'une approche à l'équilibre limite fournissant une pression de dislocation à reprendre par le soutènement (en tant qu'action extérieure), mais pas d'information sur les déformations. Ce type d'approche peut également être utilisé pour prendre en compte l'action de dièdres rocheux instables que le soutènement est chargé de retenir. La Figure 23 ci-contre représente schématiquement les deux cas d'étude correspondants.



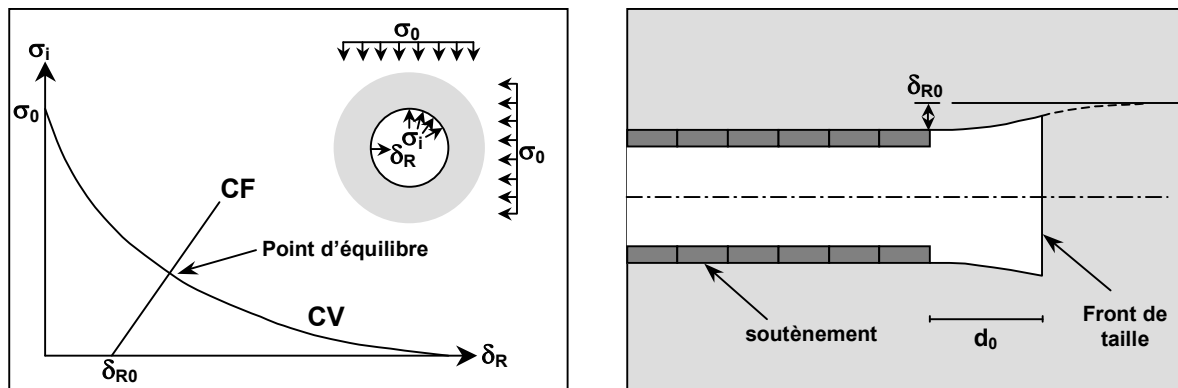
**Figure 23 : (a) Définition de la zone en rupture d'après Terzaghi (1946) et (b) Blocs instables du fait de l'excavation d'un tunnel (schémas d'après l'AFTES (2002))**

La méthode des réactions hyperstatiques permet une amélioration de cette démarche en accompagnant le comportement du soutènement d'une réaction du terrain, usuellement représentée par des ressorts. Les forces extérieures s'exerçant sur la structure sont considérées comme fixes pour certaines (indépendantes de la déformation du soutènement) et variables pour d'autres (réactions du terrain à la déformation de la structure). Un mécanisme d'interaction est ainsi sommairement prise en compte.

La méthode convergence-confinement vise à intégrer le plus complètement possible ce principe d'interaction entre le massif et le soutènement mis en place. Son intérêt est de permettre un dimensionnement où l'on fait « travailler » le massif, qui contribue en partie à la stabilité par ses capacités autoportantes et limite la pression sur les éléments de structure. Comme il s'agit d'une méthode basée sur l'intégration des équations de la mécanique des milieux continus, elle fournit des solutions complètes en terme de déplacements et contraintes autour du tunnel. En outre, elle permet (partiellement) la prise en compte d'aspects tridimensionnels en tentant de quantifier l'influence de la distance de pose du soutènement derrière le front de taille sur les convergences.

Pour permettre l'établissement de solutions analytiques, cette méthode nécessite un certain nombre d'hypothèses simplificatrices, soit :

- le problème est étudié en axisymétrie ce qui implique :
  - o un massif homogène et isotrope ;
  - o une cavité de forme circulaire ;
  - o une cavité à moyenne ou grande profondeur (au minimum 10 fois le rayon du tunnel), permettant de négliger les effets gravitaires et les effets de bord ;
  - o un champ de contrainte initial isotrope ;
- la longueur du tunnel est suffisante pour permettre l'hypothèse d'état plan de déformation (soit  $\varepsilon_x = 0$ ,  $x$  indiquant la direction longitudinale du tunnel).



**Figure 24 : Synthèse graphique des principes de la méthode convergence-confinement (schémas d'après Gärber (2003))**

Le principe de l'approche convergence-confinement peut alors être résumé simplement par les schémas de la Figure 24. Lors du creusement, les phénomènes de convergence commencent bien avant le passage du front de taille (voir Panet (1995) ou les résultats de mesure in situ par Chern *et al.* (1998) e.g.) et le déplacement maximal n'est pas atteint immédiatement après la phase d'excavation. Pour un ouvrage non soutenu, la méthode convergence-confinement propose donc de représenter l'effet de passage du front de taille de manière simplifiée par une pression fictive  $\sigma_i$  en paroi, qui diminue progressivement depuis la pression initiale isotrope  $\sigma_0$  jusqu'à une valeur nulle à l'obtention de l'état plan de déformation. La courbe de convergence CV, qui peut être calculée analytiquement pour des modèles de comportement simples, représente la réponse du massif rocheux à cette décharge mécanique. Lorsqu'un soutènement est mis en œuvre, sa réaction aux déplacements de la paroi du

tunnel est représentée par une courbe de confinement CF, qui vient couper la courbe de convergence à un point d'équilibre représentant l'état final du tunnel soutenu. L'origine de la courbe de confinement correspond à un déplacement initial en paroi du tunnel non nul  $\delta_{R0}$  dépendant notamment de la distance au front de taille  $d_0$  au moment de la pose.

La méthode est donc essentiellement bidimensionnelle même si l'influence de la proximité du front de taille peut en partie être prise en compte. En particulier, tous les effets de rotation des contraintes principales au passage du front sont ignorés, de même que les éventuels phénomènes de plastification ayant lieu en avant de la zone d'excavation. On tente usuellement de corriger ces défauts par des formulations du profil longitudinal de convergence en paroi et de  $\delta_{R0}$  issus de modélisations 3D prenant en compte ces aspects (Gärber (2003), Vlachopoulos & Diederichs (2009) e.g.). La méthode convergence-confinement présente toutefois l'avantage d'être une approche simple, alliée à une prise en compte objective de l'influence des principaux paramètres pilotant le comportement du milieu, sur lesquels des études de sensibilité peuvent être réalisées.

Les sections suivantes détaillent l'obtention des éléments du graphique CV-CF présenté en Figure 24.

#### **1.4.4.2 Détermination de la courbe de convergence**

On attribue usuellement à Fenner (1938) les premières réflexions sur le comportement du massif autour d'une excavation circulaire dans le cadre des hypothèses énumérées précédemment. En pratique, la diminution de la pression fictive en paroi conduit à une première phase de sollicitation élastique du massif, au cours de laquelle la différence des contraintes effectives principales majeures et mineures,  $\sigma_1^{ef} - \sigma_3^{ef}$ , s'accroît. À partir d'une certaine valeur de  $\sigma_i$ , dite pression limite, la sollicitation déviatorique atteint le critère de rupture du matériau et une zone plastique circulaire se développe au voisinage de la paroi du tunnel. Elle est caractérisée par un rayon plastique au-delà duquel le comportement du matériau est resté élastique et qui permet de caractériser l'amplitude de la zone endommagée autour du tunnel. La Figure 25 présente un exemple type de résultat de calcul de convergence en conditions élasto-plastiques dans le cas monophasique. Le couple {convergence en paroi  $\delta_R$ , contrainte en paroi  $\sigma_i$ } constitue un point de la courbe de convergence CV.

Pour obtenir la courbe de convergence complète, la même démarche de calcul est répétée pour différentes valeurs de la contrainte en paroi  $\sigma_i$ . Comme représenté sur la Figure 25, lorsque le massif reste élastique linéaire les points s'alignent sur une droite, d'équation  $\delta_R = \frac{1+\nu}{E}(\sigma_0 - \sigma_i)R$ . Le comportement plastique amène un rapport non linéaire entre les contraintes et déplacements en paroi.

En pratique, de nombreux auteurs se sont intéressés à la résolution complète en contraintes et déplacements dans le cas élastoplastique et à l'obtention de la courbe de convergence (ou courbe caractéristique du terrain). Les diverses publications se différencient par le modèle de comportement retenu pour le matériau (phase élastique, critère de rupture, loi d'écoulement), les conditions initiales de contraintes (champ hydrostatique ou non), les hypothèses effectuées pour le calcul des déformations dans la zone plastique (prise en compte ou non des déformations élastiques), les approximations éventuellement réalisées pour simplifier la résolution, les méthodes d'intégration de certaines équations différentielles, etc. Nous examinons ci-dessous les principales contributions pour l'étude des cas monophasique et biphasique.

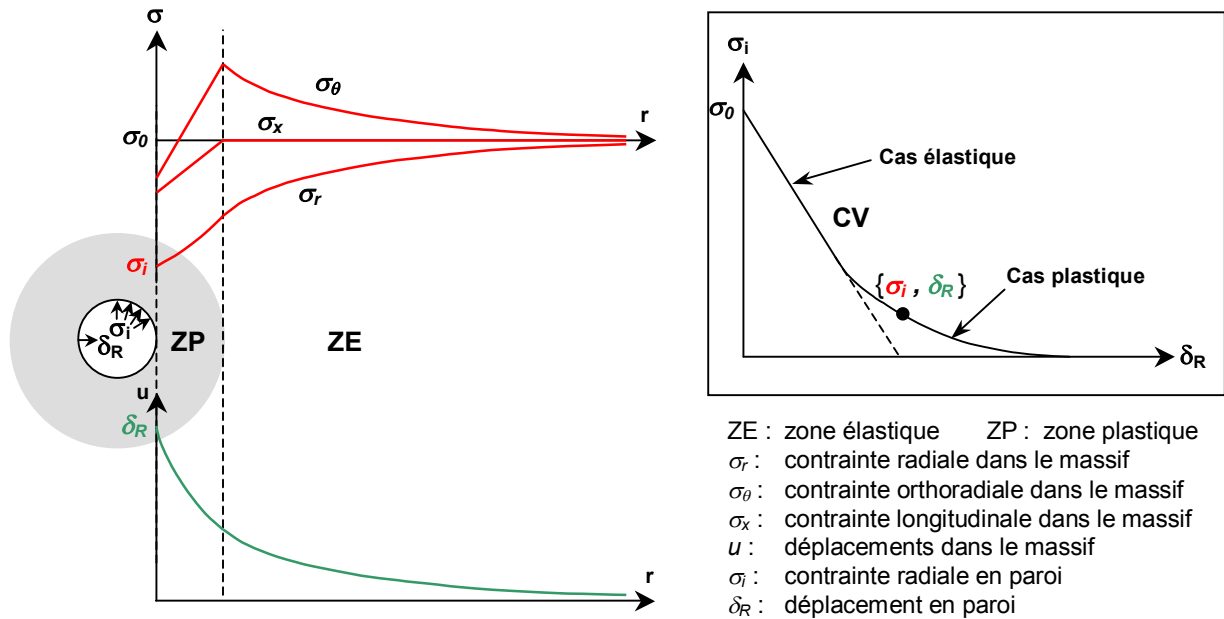


Figure 25 : Exemple typique de résolution du problème de convergence dans un milieu monophasique

➤ **Détermination des courbes caractéristiques du terrain dans le cas monophasique**

Le cas de l'excavation dans un milieu monophasique élastique linéaire en conditions axisymétriques de déformation plane est de formulation simple ; les valeurs des contraintes et déplacements sont connues depuis les travaux de Lamé (1866) et sont rappelées en début de partie 2. Le cas élastoplastique revêt un caractère plus complexe dans la mesure où l'on tente d'établir également une expression simple du rayon plastique et de la contrainte à la limite élastique-plastique et où il est nécessaire d'intégrer les relations caractérisant les déformations plastiques, définies de manière incrémentales par l'équation (1.21). Jusque dans les années 1980, la plupart des solutions concernent le critère de rupture linéaire de Mohr-Coulomb, avec diverses variations du modèle contraintes-déformations pouvant inclure des comportements fragiles ou radoucissants. À titre d'exemple, Brown *et al.* (1983) recensaient au moins 21 publications significatives depuis les premiers travaux de Fenner.

Le traitement du cas de convergence sous l'hypothèse d'un critère de rupture de Hoek-Brown est beaucoup plus récent. La première contribution majeure est apportée par Brown *et al.* (1983) qui proposent une résolution analytique du problème pour l'expression d'origine du critère (1.28), avec un comportement élastique linéaire – fragile – parfaitement plastique. Les auteurs effectuent toutefois une hypothèse forte de non-évolution des déformations élastiques dans la zone plastique et ne traitent qu'un cas de règle d'écoulement (plasticité non associée pour laquelle la valeur du rapport  $\varepsilon_3^p / \varepsilon_1^p$  est constante et déterminée par une règle de normalité lors du premier contact avec le critère de rupture). Les divergences avec la solution utilisant les équations constitutives exactes ont été relevées par Wang (1996), à partir d'une procédure numérique itérative.

Il faut attendre Carranza-Torres & Fairhurst (1999) pour que soit formulée une solution exacte en contraintes et déplacements de la convergence du massif avec le critère parabolique de Hoek-Brown. Outre la formulation rigoureuse des déformations dans la zone plastique et du potentiel

plastique (associé / non-associé), ce travail présente deux innovations importantes par rapport à la proposition de Brown *et al.* (1983) :

- les équations sont simplifiées en utilisant une forme adimensionnelle du critère de Hoek-Brown proposée par Londe (1988). L'équation (1.28) peut ainsi se réécrire :

$$S_1 = S_3 + \sqrt{S_3} \quad (1.43)$$

où : 
$$S_j = \frac{\sigma_j}{m\sigma_{ci}} + \frac{s}{m^2} \quad \text{avec } j \in \{1, 3\}$$

- constatant que le rayon plastique  $R.\xi$  (où  $R$  représente le rayon du tunnel) s'accroît de manière monotone au fur et à mesure de la diminution de la pression interne  $\sigma_i$ , les auteurs proposent d'utiliser  $\xi$  comme paramètre cinématique pour la définition des taux de déformation plastique :

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^P = \frac{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^P}{\partial \xi}$$

Cela permet d'obtenir pour le calcul des déplacements un système d'équations aux dérivées partielles en  $\partial/\partial r$  et  $\partial/\partial \xi$ . En utilisant un changement de repère  $\rho = r/(R\xi)$  d'après la proposition de Detournay (1986) il est alors possible de se ramener à une unique équation différentielle en dérivée totale  $d/d\rho$  du second ordre, qui peut être intégrée.

Ce travail a été complété par Carranza-Torres (2004) qui obtient, avec la même méthode de résolution, les champs de contraintes et déplacement dans le massif pour la forme généralisée (1.30) du critère de rupture de Hoek-Brown. Cette approche permettant la résolution complète du problème de convergence a constitué la base des développements présentés dans la partie 2 de ce mémoire, qui propose en outre quelques améliorations.

On trouve dans Sharan (2003), Sharan (2005) et Sharan (2008) d'autres solutions analytiques n'utilisant pas la forme adimensionnelle du critère ni les changements de repère proposés par Carranza-Torres *et al* (1999, 2004). Ces solutions restent limitées au cas du potentiel plastique de Mohr-Coulomb, avec ou sans dilatance. Leur principal intérêt est de proposer une démarche de résolution simplifiée grâce à une approximation raisonnable de la déformation élastique dans la zone plastique, conduisant à une erreur finale peu significative sur les valeurs de déplacement.

On notera qu'aucune des approches recensées dans la littérature ne se préoccupe des problèmes de régime d'arrêt intervenant dans le critère de Hoek-Brown.

#### ➤ **Détermination des courbes caractéristiques du terrain dans le cas biphasique**

L'obtention des courbes de convergence dans le cas biphasique est dans l'ensemble plus récent. Le développement de cette problématique est lié à son intérêt majeur dans plusieurs domaines de l'ingénierie : outre le dimensionnement des tunnels abordé ici, on pourra citer les phénomènes se produisant autour des forages pétroliers dans lesquels l'extraction des hydrocarbures doit se faire en minimisant les dommages au terrain avoisinant (Vaziri & Byrne (1990) e.g.), ou les approches

couplées hydro-mécaniques ou thermo-hydro-mécaniques nécessaires à l'évaluation de la migration des isotopes radioactifs dans les stockages souterrains.

La résolution du problème couplé passe par une étude de la consolidation radiale autour d'une cavité cylindrique, engendrant des formulations beaucoup plus complexes que pour un comportement monophasique et conduisant généralement à l'usage de ressources numériques. Par exemple, dans le cas « simple » d'un matériau élastique linéaire, Carter & Booker (1982) ou Detournay & Cheng (1988) étudient le problème d'évolution en géométrie cylindrique pour un champ de contraintes initiales anisotrope. Un aperçu de la simplification au cas isotrope peut être trouvé dans Benamar (1996). Dans ces différents cas, la résolution doit faire appel aux transformées de Laplace et à un schéma d'intégration numérique pour permettre l'inversion finale.

Afin de faciliter l'étude en s'affranchissant du problème du rééquilibrage des pressions interstitielles au cours du temps, on considère donc couramment des approches simplifiées qui traduisent le comportement du massif dans des cas extrêmes idéalisés : drainé et non-drainé. Le Tableau 8 ci-dessous résume le cadre de travail correspondant.

<i>Cas d'étude</i>	<i>Cas drainé</i>	<i>Cas réel</i>	<i>Cas non drainé</i>
<i>Idéalisation du creusement</i>	Creusement infiniment lent	Creusement progressif, dépendance au temps	Creusement infiniment rapide
<i>Mode d'écoulement</i>	<b>Paroi du tunnel imperméable</b> → pression d'eau constante, équivalent cas monophasique <b>Paroi du tunnel perméable</b> → écoulement en régime permanent (équation de Laplace)	Régime transitoire, évolution spatiale et temporelle des pressions interstitielles	Pas d'écoulement
<i>Couplage hydromécanique</i>	Non (problème découplé)	Oui	Oui

**Tableau 8 : Différents cas d'étude du creusement des tunnels en milieu poreux biphasique**

Le cas du creusement infiniment lent (vis-à-vis de la vitesse de diffusion hydraulique) permet de considérer des conditions drainées, donc un régime d'écoulement permanent et un découplage des actions hydromécaniques. Le régime hydraulique est supposé établi en premier et intervient ensuite dans le calcul mécanique de manière analogue à une force volumique (voir partie 2 du mémoire). Diverses publications traitent de la résolution analytique de ce problème en élasto-plasticité, en particulier dans le contexte des forages pétroliers. L'une des premières études est proposée par Risnes *et al.* (1982) qui présentent une solution utilisant la contrainte effective de Terzaghi et un critère de plasticité de Mohr-Coulomb. Vaziri & Byrne (1990) complètent cette approche en prenant en compte la compressibilité des différents constituants (grains et fluide), une élasticité non linéaire et diverses adaptations destinées à mieux représenter le phénomène de « production de sable ». La complexité introduite ainsi conduit toutefois à une résolution numérique. Wang & Dusseault (1995) présentent une analyse originale de l'état des contraintes et pressions interstitielles obtenu lors de la présence simultanée d'un gradient de pression interstitielle et d'un gradient de température dans le milieu. La poroélastoplasticité y est étudiée dans le formalisme de Biot, avec un critère de Mohr-Coulomb (non affecté par les effets thermiques), les gradients thermique et hydraulique étant pris en compte de manière symétrique par l'introduction d'un « potentiel d'expansion ». En se limitant au cas isotherme,

McLellan & Wang (1994) proposent également une analyse prenant en compte l'efficacité du « cake » enveloppant la paroi du forage.

On notera que plus récemment, Huergo (2000) ou Carranza-Torres & Zhao (2009) par exemple ont proposé des réflexions sur les effets des pressions interstitielles autour des tunnels, à partir d'études analytiques dans le cas drainé. En pratique, leurs solutions peuvent être déduites des travaux mentionnés précédemment pour les forages pétroliers. Leurs conclusions mettent toutefois en avant des problématiques spécifiques aux tunnels comme l'amplitude des convergences et la pression sur le soutènement.

Le cas du creusement *infiniment rapide* (vis-à-vis de la vitesse de diffusion hydraulique) permet de négliger les transferts hydriques au cours de la sollicitation. Les déformations volumiques du squelette minéral se répercutent alors directement sur les pressions interstitielles à la compressibilité des différents constituants près (couplage). L'étude des convergences dans ce cas s'est principalement développée dans le contexte des stockages radioactifs souterrains en milieux de très faible perméabilité (argile de Boom e.g.). Ainsi, on trouve dans Giraud (1993) une première approche via le principe d'équivalence (voir section 1.3.3.6), qui permet de travailler avec les solutions existant en milieu monophasique pour des critères de rupture et potentiels plastiques simples (critère de Tresca, critère de Mohr-Coulomb sans dilatance). Une extension au critère de Mohr-Coulomb dilatant, avec phénomènes d'écrouissage ou de radoucissement est proposée par Giraud *et al.* (2002), une partie de la résolution devant toutefois être effectuée numériquement. En parallèle, Labiouse développe au milieu des années 1990 une résolution complète du problème de convergence dans le formalisme de Biot en prenant en compte directement le comportement biphasique du milieu (pas de système d'équivalence). Ses solutions sont adaptées à un matériau élastique linéaire parfaitement plastique dont la rupture est caractérisée par un critère de Mohr-Coulomb avec ou sans dilatance. Les symétries sphériques et cylindriques sont traitées et la démarche de résolution ne nécessite un calcul itératif que pour la détermination du rayon plastique. Les principales équations gouvernant le comportement du terrain peuvent être trouvées dans Labiouse & Giraud (1998) (cas simplifié) ou Gärber (2003). Des applications de ces solutions permettant d'analyser l'influence de la dilatance ou de la compressibilité des différents constituants sur les convergences sont présentées dans Labiouse & Bernier (1997) et Labiouse (1999). Plus récemment, Bobet (2010) a proposé également une résolution biphasique complète du problème d'excavation d'un tunnel circulaire dans un milieu poro-élasto-plastique obéissant au critère de rupture de Mohr-Coulomb, avec examen de différentes conditions de drainage en paroi.

On relèvera qu'à l'issue de cette analyse bibliographique sur les convergences en milieu biphasique, qu'il s'agisse des cas idéalisés drainé ou non-drainé, aucune analyse intégrant le critère de rupture de Hoek-Brown n'a pu être identifiée.

#### **1.4.4.3 Détermination des courbes de confinement**

La courbe de confinement CF est usuellement décrite par trois paramètres principaux :

- la rigidité  $k_S$  du soutènement (Pa), qui détermine la pente  $k_S/R$  de la droite CF dans le diagramme  $\{\delta_R, \sigma_i\}$  de la Figure 24 ;



- la valeur  $\delta_{R0}$  du déplacement radial en paroi du tunnel au moment de la pose du soutènement ;
- la pression maximale  $p_S^{\max}$  admissible par le soutènement, à partir de laquelle des déformations plastiques se développent dans le matériau. Une fois  $p_S^{\max}$  atteinte, pour les matériaux ductiles, on admet généralement que les déformations se produisent à pression de confinement constante (droite horizontale).

Lorsque la pression exercée par le terrain est inférieure à  $p_S^{\max}$ , l'équation décrivant la courbe de confinement est la suivante :

$$\delta_R = \delta_{R0} + \frac{R}{k_S} \sigma_i \quad (1.44)$$

où  $R$  désigne le rayon du tunnel (m).

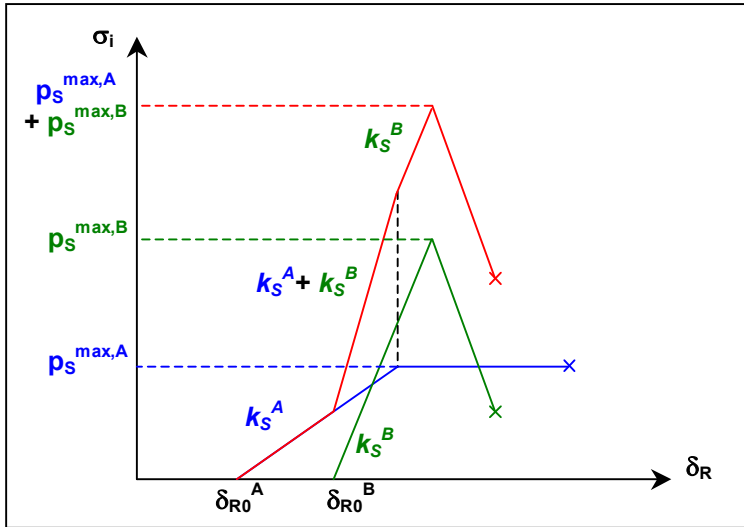
La valeur de  $p_S^{\max}$  dépend du type de soutènement considéré et des propriétés mécaniques des matériaux (béton, acier, etc.). Des formules simples permettant une estimation de ce paramètre sont proposées par Hoek & Brown (1980a), AFTES (1983), Panet (1995) ou Hoek (2007) (Chap. 12) et ne sont pas redétaillées ici.

L'évaluation de la rigidité  $k_S$  dépend également des caractéristiques mécaniques du soutènement. Lorsque son fonctionnement est raisonnablement assimilable à celui d'un anneau mince, on pourra utiliser la formulation de Panet (1995) :

$$k_S = \frac{E_S \left[ R^2 - (R - e_S)^2 \right]}{(1 + \nu_S) \left[ (1 - 2\nu_S) R^2 + (R - e_S)^2 \right]} \quad (1.45)$$

avec  $E_S$  le module d'Young du matériau (Pa)  
 $\nu_S$  le coefficient de Poisson du matériau  
 $e_S$  l'épaisseur de l'anneau de soutènement (m).

Il est à noter que pour des soutènements composites, on admet généralement la possibilité de combiner les courbes de confinement, avec si nécessaire un déplacement radial initial en paroi différent lorsque les systèmes ne sont pas installés simultanément. Les rigidités et résistances peuvent alors s'additionner sur certaines plages de déformation, comme cela est représenté sur la Figure 26. On peut aussi simplifier cette approche (de façon sécuritaire) en considérant dans tous les cas que les rigidités se cumulent mais que la déformation maximale tolérable est seulement celle correspondant à la rupture du premier élément de soutènement.



**Figure 26 : Courbe de confinement pour un soutènement composite, combinant un élément A (ductile) et un élément B (radoucissant), mis en œuvre à différentes distances du front de taille (schéma d’après l’AFTES (2002))**

Les paramètres  $k_S$  et  $p_S^{\max}$  étant donc relativement bien définis, en pratique, la principale difficulté pour l’établissement de la courbe de confinement réside dans la détermination de la valeur du déplacement en paroi au moment de la pose du soutènement  $\delta_{R0}$ .

Dans le cas du tunnel non soutenu, de nombreuses formulations du profil longitudinal de convergence en paroi ont été définies, permettant d’estimer les déplacements à une distance quelconque du front de taille à partir de la convergence théorique en situation de déformation plane. L’AFTES (1983) proposait ainsi de premières estimations graphiques de la variation du taux de déconfinement en fonction de la distance au front, en distinguant le cas élastique et un cas plastique simple (terrain purement cohérent). Quelques années plus tard, Corbetta *et al.* (1991) introduisent le principe de similitude, permettant de définir le profil longitudinal de convergence en paroi par l’équation :

$$\frac{\delta_R}{R} = \chi \cdot \frac{\delta_{R,elast}}{R} \cdot \left\{ 0.29 + 0.71 \left[ 1 - \exp \left( -1.5 \left( \frac{D}{\chi} \right)^{0.7} \right) \right] \right\} \quad (1.46)$$

avec  $\delta_R$  la convergence observée à la distance  $d$  du front

$\delta_{R,elast}$  la convergence finale du tunnel non soutenu dans le cas élastique ( $\frac{\delta_{R,elast}}{R} = \frac{1+\nu}{E} \cdot \sigma_0$ )

$\chi = \delta_R^\infty / \delta_{R,elast}$  et  $D = d/R$

$\delta_R^\infty$  la convergence finale du tunnel non soutenu dans le cas élastoplastique.

Dans un massif élastique, le paramètre  $\chi$  vaut 1. Le cas élastoplastique constitue alors, dans le plan {distance au front, convergence} une simple homothétie de centre O (front de taille) et de rapport  $\chi$  de la courbe élastique. Plusieurs autres équations définissant le profil longitudinal de convergence du tunnel non soutenu ont été proposées par la suite, dont les principales sont rassemblées dans le Tableau 9. On notera que les formules de Corbetta *et al.* (1991), Bernaud *et al.* (1994) ou de l’AFTES (2002) considèrent toutes que le rapport entre la convergence au front  $\delta_R^{front}$  et la convergence finale en paroi  $\delta_R^\infty$  est fixe quel que soit le niveau de plastification du terrain (de l’ordre de 25 % à 29 %). En fait, les calculs réalisés par Vlachopoulos & Diederichs (2009), couvrant des cas de zones plastiques

très étendues, tendent à indiquer que cette hypothèse n'est acceptable que pour des rayons plastiques restant inférieurs à 2 à 3 fois le rayon du tunnel, correspondant à un front de taille non entièrement plastifié. La formulation de Vlachopoulos *et al.* (2009) prend donc en compte le rayon plastique  $y$  compris dans la définition de la convergence au front de taille ( $D = 0$ ).

Formulation	Référence	Remarques
$\frac{\delta_R - \delta_R^{front}}{\delta_R^\infty - \delta_R^{front}} = 1 - \left( \frac{0.84R\xi}{0.84R\xi + d} \right)^2$ et $\delta_R^{front} = 0.29 \cdot \delta_R^\infty$	Bernaud <i>et al.</i> (1994)	$R\xi$ est le rayon plastique, égal à $R$ dans le cas élastique
$\delta_R = \chi \cdot \delta_{R,elast} \cdot \left[ 1 - 0.75 \left( \frac{0.75R}{0.75R + d/\chi} \right)^2 \right]$	AFTES (2002)	Approche par similitude comparable à celle de Corbetta
$\delta_R = \delta_R^\infty \left\{ 1 - \left[ 1 - \frac{1}{3} \exp(-0.15\xi) \right] \cdot \exp\left(-\frac{3D}{2\xi}\right) \right\}$	Vlachopoulos & Diederichs (2009)	Avec $\xi = (R\xi)/R$

**Tableau 9 : Quelques formules permettant de calculer le profil longitudinal de convergence en paroi pour un tunnel non soutenu dans un massif élastoplastique**

Le cas du tunnel soutenu apparaît plus complexe. Plusieurs auteurs ont en effet démontré que l'usage, pour le calcul du déplacement  $\delta_{R0}$  à l'origine de la courbe de soutènement, des formulations du tunnel non soutenu pouvait conduire à des erreurs significatives sur la pression d'équilibre finale. Diverses méthodes, dites « implicites », prenant en compte la rigidité du soutènement  $k_S$  dans le calcul de  $\delta_{R0}$  ont donc été développées. On peut en trouver une synthèse dans Nguyen Minh *et al.* (1995).

Une méthode simple, dite « principe de similitude étendu » consiste à utiliser l'expression (1.46) avec un rapport de similitude  $\chi$  inconnu :  $\chi = \delta_R^{equ} / \delta_{R,elast}$  où  $\delta_R^{equ}$  est le déplacement en paroi obtenu au point d'équilibre soutènement/massif. La méthode, implicite dans la mesure où  $\delta_{R0}$  dépend de  $\delta_R^{equ}$  et donc de la rigidité du soutènement, peut alors être résolue facilement par itérations. La moyenne des valeurs à l'équilibre obtenues par le principe de similitude (1.46) et par son extension citée ici fournit généralement des résultats en bon accord avec les simulations numériques axisymétriques. Bernaud *et al.* (1994) proposent également une « Nouvelle Méthode Implicite » qui est une simple transformation affine de la formule proposée dans le Tableau 9 pour le tunnel non soutenu :  $\delta_R^\infty$  est remplacé par  $\delta_R^{equ}$  et la distance  $d$  par  $\alpha \cdot d$ ,  $\alpha$  représentant le rapport d'affinité. Pour différents critères de rupture étudiés, les auteurs proposent une expression de  $\alpha$  (fonction de  $k_S$ ) et une nouvelle équation pour estimer  $\delta_R^{front}$ . La résolution finale du problème peut se faire par itérations, ou de manière explicite pour certains critères de rupture simples (Tresca e.g., voir Benamar (1996)). Enfin, Nguyen Minh & Guo (1993) suggèrent qu'une formulation générale applicable à un large panel de rhéologies du terrain ( $y$  compris non-linéaires) et de caractéristiques du soutènement, pourrait relier  $\delta_{R0}^*$  et  $\delta_R^{equ*}$ , ces deux paramètres correspondant aux valeurs de  $\delta_{R0}$  et  $\delta_R^{equ}$  normalisées par leurs valeurs pour un tunnel non soutenu (que l'on peut obtenir par (1.46)). L'équation implicite de ce « principe d'interaction » est proposée par les auteurs sous la forme :

$$\delta_{R0}^* = 0.55 + 0.45 \cdot \delta_R^{equ*} - 0.42 \left( 1 - \delta_R^{equ*} \right)^3 \quad (1.47)$$

On notera que tous les développements cités ci-avant concernent uniquement le cas d'un milieu monophasique. La détermination des caractéristiques de la courbe de confinement dans le *cas biphasique* reste très peu étudiée, probablement parce que le calibrage d'expressions approchées explicites nécessite des volumes de calculs numériques très importants (davantage de paramètres étant à prendre en compte). Actuellement, seul Gärber (2003) propose une méthode complète de dimensionnement des excavations profondes dans des milieux poreux de perméabilité faible, à partir d'une analyse paramétrique approfondie (représentant plus de 30 semaines de calculs par éléments finis). Les formulations obtenues, valables dans l'hypothèse d'un matériau élastoplastique de Mohr-Coulomb, permettent, à partir des solutions analytiques de Labiouse, une analyse à court terme (cas non drainé) du comportement du tunnel, diverses corrections liées à la nature 3D du problème et une estimation de l'équilibre à long terme. On se référera au mémoire de thèse correspondant pour les détails de la méthode. Nous rappelons simplement ici l'équation permettant l'obtention du déplacement en paroi  $\delta_R^0$  pour un matériau *non dilatant* :

$$\frac{\delta_{R0}}{\delta_{R,elast}} = \left( y_0 + a_1 \ln \chi + a_2 (\ln \chi)^2 \right) \quad (1.48)$$

$$\text{avec : } y_0 = \frac{(0.3682 + 0.4215D - 0.07861(\ln S) + 0.002243(\ln S)^2)}{(1 - 0.5236D + 0.5677D^2 - 0.1037(\ln S) + 0.004362(\ln S)^2)}$$

$$a_1 = \frac{0.262 - 0.4777D + 1.775D^2 + 0.03215(\ln S)}{1 - 0.3147D + 1.8126D^2 + 0.3424(\ln S) - 0.00683(\ln S)^2}$$

$$a_2 = \frac{0.0759 - 0.02567D + 0.003438(\ln S) - 0.00456(\ln S)^2}{1 - 0.5018D + 0.08734(\ln S) - 0.06035(\ln S)^2}$$

$$D = \frac{d_0}{R} \quad \text{où } d_0 \text{ est la distance de pose du soutènement par rapport au front}$$

$$S = \frac{k_S}{K_0} \quad \text{où } K_0 \text{ est le module d'incompressibilité drainé de la matrice solide.}$$

Des corrections de cette formule sont possibles pour les cas avec dilatance.

#### 1.4.5 La modélisation numérique des tunnels

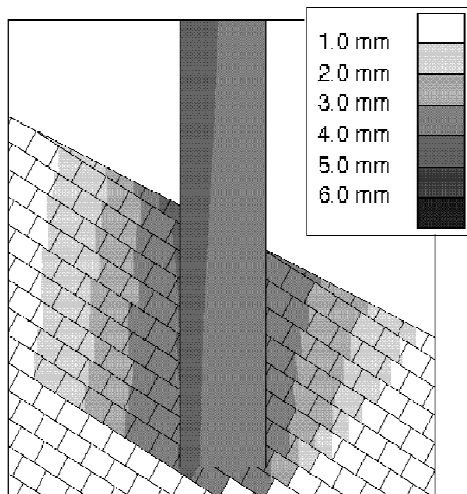
Dans l'organisation des études de conception d'un tunnel, les méthodes numériques constituent un complément particulièrement intéressant aux prédimensionnements pouvant être réalisés à partir des démarches simplifiées empiriques ou analytiques citées précédemment. Les calculs numériques, se basant sur un traitement des équations de base de la mécanique intégrées suivant une discrétisation spatiale et temporelle, permettent d'aborder une large gamme de problèmes et de configurations, incluant des géométries irrégulières, des séquences d'excavation particulières, des modèles rhéologiques du terrain complexes, etc. Ils sont devenus quasiment incontournables dans les projets de tunnel récents, certains codes par éléments finis comme CESAR-LCPC pouvant même être associés à des didacticiels spécifiques automatisant la création des géométries les plus classiques.

### 1.4.5.1 Différents types d'approches numériques

Il existe une variété importante de méthodes numériques, se distinguant par exemple par les schémas d'intégration retenus pour les équations différentielles caractérisant le comportement du milieu. Dans la présente étude on s'intéressera simplement à deux grandes familles de méthodes, pouvant être pertinentes pour les S.I.R.T. en fonction de l'influence des défauts du massif sur son comportement (voir section 1.2.3.7).

#### ➤ Les méthodes numériques discontinues

Les logiciels de calcul utilisant des approches discontinues s'intéressent prioritairement à l'agencement des discontinuités dans l'espace et à la réponse mécanique en résultant. La figure de proue de ces méthodes est l'Universal Distinct Element Code (UDEC), avec sa déclinaison 3D « 3DEC », développé par Itasca (2000) à partir des travaux précurseurs de Cundall (1971) sur la méthode des éléments distincts. Le milieu est représenté par un assemblage de blocs, rigides ou déformables, pouvant subir des grands déplacements et rotations, les discontinuités étant assimilées à des conditions aux limites pour chaque bloc. Ces programmes étant avant tout destinés à examiner l'influence des comportements structuraux sur la réponse du milieu, plutôt que la déformabilité de la roche intacte, ils proposent en général plusieurs modèles de joints mais un choix limité de lois de comportement de la matrice (cas élastique et cas élastique parfaitement plastique avec critère de Mohr-Coulomb uniquement, pour UDEC). L'intérêt de ces modèles est qu'ils permettent de décrire des phénomènes d'instabilités de blocs qui ne peuvent pas être pris en compte par les méthodes continues ; leur application à des projets réels se heurte toutefois à la difficulté d'appréciation de certains paramètres géométriques comme la persistance des discontinuités. La Figure 27 présente un exemple d'application de la méthode des éléments distincts au calcul d'une fondation, utilisant une géométrie de massif simplifiée.



**Figure 27 : Exemple d'utilisation d'un calcul par éléments distincts (UDEC) pour le calcul des déplacements au voisinage d'une fondation (d'après Alfonsi et al. (2006))**

#### ➤ Les méthodes numériques continues

À l'opposé, les méthodes numériques continues modélisent le terrain comme un milieu sans discontinuités (ou en nombre très limité, pouvant être définies par des conditions de contact) et ne sont pas adaptées aux situations où la structure du massif rocheux joue un rôle prépondérant. Dans certains cas, leur usage peut nécessiter une étape préalable d'homogénéisation, par exemple en ajustant empiriquement les paramètres de déformabilité ou de rupture (voir section 1.3.4.1) ou en déterminant

numériquement le comportement homogénéisé d'un volume élémentaire représentatif (Pouya & Ghoreychi (2001) e.g.).

La méthode la plus utilisée à ce jour reste la méthode des éléments finis. Son principe est d'utiliser une formulation variationnelle pour transformer les équations différentielles du problème mécanique en un système linéaire d'équations qui sera résolu numériquement (inversion de matrice). La mise en œuvre de cette démarche nécessite une discrétisation spatiale du milieu en éléments polygonaux (maillage) au sein desquels des points de Gauss sont définis. Les champs recherchés (déplacements, contraintes, pression interstitielle, etc.) sont déterminés au niveau des points d'intégration et interpolés dans l'espace intermédiaire. On se reportera aux traités d'éléments finis comme celui de Zienkiewicz (1979) pour le détail de la méthode, ou à Bourgeois *et al.* (2005) par exemple pour un résumé simplifié de l'organisation de la résolution des problèmes élastoplastiques.

La méthode des éléments finis est celle qui a été utilisée pour les calculs numériques de ce mémoire, au moyen du logiciel CESAR-LCPC. Elle présente l'avantage d'être une méthode d'intégration très générale, qui peut être adaptée à une grande variété de modèles de comportement, y compris les phénomènes de couplage hydromécanique, et qui supporte des géométries complexes pourvu qu'un maillage adéquat ait été établi. Elle permet également un phasage des sollicitations, et peut être utilisée pour modéliser des séquences d'excavation.

#### **1.4.5.2 Comment modéliser le creusement d'un tunnel ?**

Comme cela a été souligné antérieurement, le creusement d'un tunnel est typiquement un problème à trois dimensions géométriques. Néanmoins, comme les modèles 3D sont sensiblement plus complexes dans l'établissement du maillage et des phasages d'excavation et nettement plus consommateurs de temps de calcul, l'alternative 2D reste courante en travaux souterrains.

##### **➤ La simulation numérique du creusement en 2D**

Les modèles numériques en deux dimensions pour les tunnels considèrent usuellement l'hypothèse de déformation plane. Leur intérêt par rapport à une démarche analytique comme la méthode convergence-confinement, également en déformation plane, est de permettre d'étudier plus rigoureusement des cas ne relevant pas de l'axisymétrie :

- formes de tunnels non circulaires (fer à cheval e.g.) ;
- anisotropie des contraintes initiales ;
- influence des effets gravitaires (tunnel à faible profondeur e.g.), etc.

ou encore d'incorporer des modèles de comportement complexes pour lesquels il n'existe pas de résolution analytique simple.

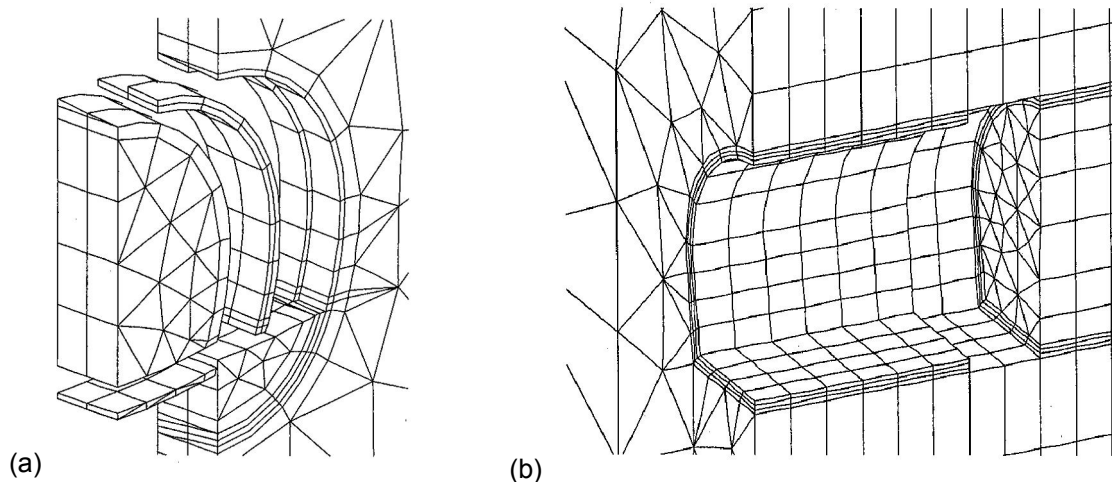
Comme dans le cas de la méthode convergence-confinement, l'inconvénient de ces modèles 2D est qu'ils ne sont valables que pour un profil situé loin du front de taille. Ils ne sont donc pas capables de reproduire l'influence de la proximité et du mouvement du front, et les éventuelles séquences d'excavation ne peuvent être abordées que de manière simplifiée. Pour la pose du soutènement, il est alors nécessaire de déterminer un taux de déconfinement, correspondant à la pression fictive atteinte à une distance donnée du front, par exemple en utilisant l'une des méthodes simplifiées recensées dans la section 1.4.4.3. Cet inconvénient rend la pertinence des modèles 2D discutable dans des cas complexes, notamment lorsque des instabilités du front de taille sont envisageables ou lorsque des

techniques de creusement élaborées sont utilisées (prédécoupage e.g., voir Bourgeois (2002) par exemple).

➤ **La simulation numérique du creusement en 3D ou en 2D axisymétrique**

Les modélisations en 3D ou en 2D axisymétrique permettent en revanche de bien appréhender la réalité de l'excavation, en simulant la vitesse d'avancement du tunnel, des séquences de pose du soutènement, éventuellement des excavations en section divisée (cas 3D uniquement), etc. Pour les modèles par éléments finis, on relève dans la littérature deux approches principales pour représenter le creusement :

- La *méthode d'activation-désactivation*, ou creusement pas-à-pas, est la plus classique, probablement parce qu'elle ne requiert que peu d'adaptation du code numérique utilisé. Il s'agit d'un simple phasage du calcul, chaque étape correspondant à une activation ou désactivation d'une partie du maillage 3D pour simuler l'excavation et le soutènement (voir Figure 28). L'opération de désactivation peut s'effectuer par exemple en réduisant fortement la rigidité des éléments affectés par la phase de construction considérée (Bernaud *et al.* (1994) e.g.). Comme le creusement et la pose du soutènement à une distance définie du front sont directement modélisés, il n'est plus nécessaire de calculer des taux de déconfinement. Les formulations de Gärber (2003) présentées antérieurement ont par exemple été établies à partir d'un modèle numérique utilisant la méthode d'activation-désactivation. Cette technique présente l'avantage d'être très souple, permettant de représenter des séquences de creusement complexes. Son principal inconvénient est de requérir un modèle relativement grand pour s'affranchir des effets de bord, ainsi qu'un maillage fin tout au long de la zone de creusement. Il est en outre souvent nécessaire de modéliser plusieurs étapes de creusement avant d'obtenir des résultats représentatifs. Les temps de calcul sont donc en général très longs.



**Figure 28 : Deux exemples de maillage 3D pour une modélisation du creusement "pas-à-pas" :**  
**(a) Maillage (éclaté) utilisé pour représenter une excavation par prédécoupage mécanique dans Bourgeois (2002)**  
**(b) Maillage employé pour modéliser un renforcement du front par boulonnage dans Bourgeois *et al.* (2002)**

- La *méthode stationnaire* adopte un point de vue différent, s'attachant au repère mobile centré sur le front de taille du tunnel. Au lieu d'éliminer des éléments de maillage à chaque phasage d'excavation, le modèle géométrique considéré est autorisé à se déplacer en simultané du front, à chaque pas de temps. Cette méthode est par exemple utilisée par Kielbassa & Duddeck (1991) pour évaluer les déformations à proximité du front de taille. Anagnostou (1995) en propose une adaptation au cas des problèmes biphasiques (couplage hydromécanique). Relativement élégante, cette méthode permet de limiter l'affinement du maillage à la proximité du front de taille et de permettre des calculs plus rapides. Elle reste toutefois généralement limitée à des vitesses de creusement constantes et à des séquences d'excavation relativement simples, assurant approximativement une répétabilité de la situation géométrique entre chaque pas de temps.

En complément, on notera que, quelle que soit la méthode de modélisation choisie, toute simulation de creusement nécessite une réflexion sur les valeurs de pas de temps et de chargement retenues, en particulier pour les calculs couplés. S'il est bien connu que la qualité des résultats issus des modèles de consolidation tend à augmenter avec la réduction des pas de temps, il est moins évident qu'une limite inférieure existe, en deçà de laquelle la précision des prédictions de pression interstitielle est discutable (apparition d'oscillations). Ainsi, en examinant le cas d'une intégration temporelle réalisée par une  $\theta$ -méthode et en considérant que pour un nœud donné l'incrément de pression interstitielle doit rester inférieur à celui de contrainte totale, Vermeer & Verruijt (1981) dérivent un critère de pas de temps minimal pour la consolidation unidimensionnelle sous la forme :

$$\Delta t \geq \frac{1}{6} \frac{(\Delta h)^2}{\theta \cdot C_v} \quad (1.49)$$

où :  $\Delta h$  est la distance entre deux points d'intégration (m)  
 $\theta$  est le coefficient utilisé pour l'intégration temporelle par  $\theta$ -méthode ( $0 \leq \theta \leq 1$ )  
 $C_v$  est le coefficient de consolidation ( $m^2/s$ )

Diverses extensions de ce critère en 2D, considérant plusieurs types d'éléments finis (rectangulaires / triangulaires) et intégrant des formulations pour les sols non saturés, sont proposées par Gatmiri & Magnin (1994).

### **1.4.5.3 Intérêts et difficultés des méthodes numériques**

Le principal attrait des méthodes numériques apparaît donc comme étant leur capacité à résoudre des problèmes difficiles n'admettant pas de formulation analytique simple. Le développement progressif des moyens informatiques et d'interfaces visuelles conviviales a permis en outre à l'utilisateur de limiter le temps nécessaire à la préparation du modèle, aux calculs, et à la visualisation des résultats même si les géométries complexes (tri-dimensionnelles en particulier) restent assez longues à reproduire. Vis-à-vis du creusement des tunnels, outre les possibilités étendues de simulation des techniques d'excavation citées antérieurement, les méthodes numériques constituent souvent le seul référentiel disponible pour évaluer la pertinence de démarches de calcul simplifiées comme la méthode convergence-confinement (du fait de la difficulté des mesures in situ), voire pour établir certaines solutions approchées (comme le profil longitudinal de convergence en paroi). Réciproquement, il est intéressant de remarquer que les solutions analytiques obtenues sur des



configurations simplifiées permettent de tester la validité des programmes de calcul en fournissant les valeurs théoriques supposées être obtenues in fine par le logiciel (voir Mestat & Humbert (2001) e.g.).

Néanmoins, on notera que le côté « clef en main » des codes de calcul récents tend souvent à occulter les multiples sources d'erreur susceptibles d'entacher les analyses numériques. En particulier, Mestat *et al.* (2000) proposent un panorama complet des différentes déviations qui peuvent se manifester et qui justifient l'erreur de calcul finale par rapport au comportement réel :

- *l'erreur de modèle* : elle est liée à la manière dont le problème à résoudre est abordé géométriquement et décrit dans le modèle géotechnique. Par exemple, la représentation du creusement d'un tunnel en 2D va introduire une erreur de modèle par rapport à la réalité tridimensionnelle du problème. Une loi de comportement inadaptée au matériau modélisé constitue un autre exemple typique ;
- *l'erreur de données* : elle est principalement provoquée par l'usage de paramètres de calcul erronés. Outre les fautes de frappe lors de la saisie, il s'agit usuellement d'une évaluation déficiente des paramètres mécaniques et hydrauliques, soit parce qu'ils sont difficiles à déterminer à partir de l'étude géotechnique, soit parce qu'ils présentent une variabilité importante qui n'a pas pu être représentée ;
- *l'erreur de discrétisation* : elle est liée principalement à la qualité du maillage, qui doit être adapté aux phénomènes analysés et garantir une densité suffisante dans les zones les plus sollicitées (à proximité de la paroi du tunnel ou du front par exemple). Un exemple typique est l'usage d'éléments de forme irrégulière ou très élancés, ou un maillage trop grossier au contact de couches de rigidité différente. Un maillage réalisé dans les règles (Mestat (1997)) permet usuellement de limiter ces difficultés ;
- *l'erreur de convergence* : pour les problèmes résolus par une méthode itérative, elle qualifie l'écart entre la solution finale (convergée) et la solution obtenue à une itération donnée. Elle dépend de la tolérance fixée au moment du calcul pour qualifier la convergence et de la manière dont le chargement a été découpé.

Ainsi, idéalement, toute approche numérique doit être accompagnée d'études paramétriques permettant de qualifier la sensibilité du modèle aux différents facteurs d'erreur. Dans le cas des S.I.R.T., de telles études revêtent une importance d'autant plus marquée que la variabilité spatiale de certains paramètres peut être importante (modules e.g.), augmentant la part de l'erreur de données.

## 1.5 SYNTHÈSE ET CONTRIBUTION DE LA THÈSE

Au terme de cette étude bibliographique, il apparaît que les *sols indurés et roches tendres* occupent bien une place à part au sein de l'ingénierie géotechnique. Ces matériaux couvrent une large gamme de lithologies et de propriétés physiques et mécaniques, rendant leur définition exacte complexe. Trop déformables pour être considérés comme des roches dures, ils se différencient néanmoins des sols par l'influence de leur structure sur la réponse mécanique et par leur résistance plus élevée. Les caractérisations en laboratoire leur attribuent couramment des lois contrainte-déformation et des critères de rupture non linéaires. Autour des ouvrages, ils peuvent être affectés par des comportements différés liés aux phénomènes de gonflement, de fluage, ou au rééquilibrage des pressions interstitielles en cas de perméabilité faible. Ainsi, bien qu'ils correspondent dans le spectre géotechnique à un élément de continuité entre les sols et les roches, ils restent souvent un défi pour le concepteur d'un projet d'ouvrage souterrain, qui doit déterminer les propriétés les plus influentes vis-à-vis du dimensionnement et les modéliser raisonnablement. L'amélioration des méthodes de calcul des ouvrages dans les contextes de matériaux intermédiaires constitue donc un *enjeu fort* pour l'ingénieur, dont les bénéfices sont susceptibles de se ressentir aussi bien au niveau des coûts de construction (estimation appropriée des déformations et pressions sur le soutènement, usage de techniques adaptées) que de la durabilité de la structure.

Lorsque les sols indurés et roches tendres sont susceptibles d'être représentés raisonnablement par une approche continue, la *mécanique des milieux poreux* propose un cadre de travail rigoureux relativement bien adapté à la représentation des interactions avec le fluide intervenant dans la réponse mécanique du matériau. Elle permet en particulier à travers les paramètres de Biot  $b$  et  $M$  de prendre en compte la compressibilité des différents constituants, en distinguant les grains solides, le fluide interstitiel, le squelette. Elle reste toutefois compatible si nécessaire avec l'approche incompressible de Terzaghi (cas  $b = 1$ ,  $M \rightarrow +\infty$ ) ; son application aux ouvrages souterrains a été expérimentée avec succès par de multiples auteurs.

Au niveau des lois définissant les relations contrainte-déformation et la rupture des S.I.R.T., plusieurs approches ont pu être identifiées. Il ressort dans l'ensemble que les méthodes issues de la mécanique des roches considérant simplement une zone élastique (linéaire ou non) limitée par un critère de rupture non linéaire, bien que ne représentant pas parfaitement les comportements observés en laboratoire, constituent néanmoins une approximation raisonnable pour le dimensionnement des ouvrages. Le nombre de paramètres de calcul reste relativement réduit et les formulations suffisamment simples pour envisager le développement de solutions analytiques. Plus précisément, le *critère de Hoek-Brown*, initialement conçu pour décrire la rupture des roches dures et des massifs fracturés, apparaît au final comme un outil souple, adaptable à divers géomatériaux. Dans sa formulation généralisée, la courbure modifiable permet une application aux sols indurés et roches tendres, qui a été abordée par plusieurs auteurs. À l'échelle du massif, il permet en outre sous certaines conditions une approche homogénéisée, et bénéficie de près de 30 ans de retours d'expérience sur le calcul des paramètres et sur l'application à des projets réels. Il s'est donc naturellement imposé comme

l'une des bases du travail de modélisation présenté dans ce mémoire. Concernant la non-linéarité « pseudo-élastique » des relations contrainte-déformation, les formulations disponibles dans la littérature apparaissent nombreuses, bien que la plupart dérivent du modèle hyperbolique. Celle de *Fahey-Carter* présente l'avantage d'être souple, puisqu'elle permet de maîtriser aussi bien le niveau de déformation atteint au contact avec le critère de rupture que la courbure de la loi  $\sigma - \varepsilon$ . Elle a été appliquée avec succès à divers cas d'étude, couvrant l'essai pressiométrique, le comportement de fondations et les convergences de tunnels. Elle a donc également été retenue pour la suite de ce travail.

L'étude bibliographique a ensuite permis d'examiner les méthodes actuelles de calcul des tunnels et leurs limites dans un contexte de sol induré ou roche tendre. Il apparaît tout d'abord que les S.I.R.T. nécessitent un programme de reconnaissances (in situ et en laboratoire) étendu et adapté, afin de bien cerner leurs particularités de comportement. C'est une étape indispensable à l'établissement d'un modèle géotechnique représentatif qui permettra les études de dimensionnement. Pour analyser la tenue de l'excavation, diverses démarches sont alors envisageables. Les méthodes empiriques classiques (RMR, Q, AFTES, etc.) fournissent un cadre général intéressant pour caractériser le massif (« check-list »). Néanmoins, les systèmes de cotation qui y sont associés, débouchant sur des prédimensionnements du soutènement, ont été majoritairement établis pour des contextes de roches dures et apparaissent en général mal adaptés à la description du comportement d'un S.I.R.T. Seules quelques adaptations du GSI restent utilisables, avec un usage limité à l'évaluation de certains paramètres mécaniques. Les démarches de dimensionnement simplifiées, comme la méthode convergence-confinement qui permet une prise en compte détaillée de l'interaction terrain-soutènement, apparaissent donc plus prometteuses. Toutefois, un développement insuffisant est constaté en direction des modèles retenus ici pour caractériser le comportement des S.I.R.T. En particulier, dans le cas du critère de rupture de Hoek-Brown, les solutions existant actuellement ne sont adaptées qu'aux milieux monophasiques et n'apparaissent pas complètes (absence de prise en compte des régimes d'arête en particulier). En outre, une méthode de calcul des courbes caractéristiques du terrain dans le cas biphasique serait nécessaire pour prendre en compte les couplages hydromécaniques intervenant dans la réponse de nombreux S.I.R.T. De tels outils permettraient au concepteur des prédimensionnements efficaces et ouvriraient la porte à des études paramétriques rapides (propriétés mécaniques, pressions interstitielles, etc.), ce qui est particulièrement important dans des matériaux dont les propriétés présentent couramment une variabilité spatiale significative. Les méthodes numériques seraient ensuite aptes à couvrir les cas les plus complexes.

Compte-tenu des déficits de connaissance recensés ci-avant, la suite de ce mémoire s'intéresse donc en priorité à l'obtention de méthodes simples (solutions analytiques ou « semi-analytiques ») pour le calcul des courbes de convergence dans des matériaux intermédiaires représentés par un critère de rupture de Hoek-Brown généralisé, associé à une élasticité linéaire ou non. Les cas suivants sont considérés :

- *le cas monophasique* : déjà traité par Carranza-Torres (2004), il constitue la base du travail, avant d'aborder des modèles plus complexes. Les formulations d'origine ont été complétées dans notre approche ;

- *le cas biphasique drainé* : il correspond aux S.I.R.T. très perméables permettant de considérer un creusement infiniment lent. D'après Gärber (2003), les solutions obtenues peuvent aussi être utilisées pour estimer des équilibres à long terme dans des contextes moins perméables ;
- *le cas biphasique non-drainé* : il correspond aux S.I.R.T. peu perméables permettant de considérer un creusement infiniment rapide. Les solutions obtenues permettent d'estimer une réponse à court terme ;
- *le cas biphasique non-drainé avec élasticité non-linéaire de Fahey-Carter* : ce dernier cas permet d'approfondir l'influence des non-linéarités élastiques sur la réponse hydromécanique d'un milieu peu perméable.

Dans chacune de ces situations, des utilitaires simples sous forme de feuilles de calcul sont proposés. Les résultats obtenus sont comparés avec des calculs par éléments finis, permettant une validation réciproque de la courbe de convergence et de la programmation des modèles de comportement dans le logiciel CESAR-LCPC.

Enfin, un cas d'application (le projet de tunnel d'Arbus) est présenté, montrant le déroulement de l'étude du matériau intermédiaire, la représentation mécanique du massif, ainsi que les modélisations de l'excavation au moyen des méthodes de calcul développées auparavant. Les études de sensibilité réalisées pour ce projet support fournissent en outre des indications utiles sur les paramètres les plus influents vis-à-vis du dimensionnement dans le cas de sols indurés roches tendres peu perméables.

À la fin du travail de recherche quelques pistes restent ouvertes, notamment l'approfondissement de certaines problématiques typiquement tridimensionnelles.



**PARTIE 2 :**  
**CALCUL DES COURBES**  
**CARACTÉRISTIQUES DU TERRAIN**  
**AVEC UN CRITÈRE DE RUPTURE DE**  
**HOEK-BROWN GÉNÉRALISÉ**



## **2.1 INTRODUCTION**

L'étude bibliographique a mis en évidence l'intérêt d'un développement accru de méthodes de prédimensionnement de tunnel adaptables aux sols indurés et roches tendres. Lorsque ces matériaux présentent des propriétés autorisant leur assimilation à des milieux continus, il a été montré que l'emploi de modèles (éventuellement homogénéisés) dérivant de la mécanique des roches et de la mécanique des milieux poreux pouvait se révéler intéressant. Ceux-ci permettent en effet de cerner un certain nombre de propriétés des S.I.R.T., tels que la non-linéarité du critère de rupture ou les phénomènes de couplage hydro-mécanique par exemple, tout en conservant une expression suffisamment simple pour envisager des résolutions analytiques dans le cas de tunnels circulaires à profondeur importante (supérieure à 10 fois le rayon).

L'approche simplifiée de la méthode convergence-confinement constitue alors une base solide et éprouvée pour avancer dans cette direction. Lorsque les valeurs de contraintes et de déformations autour du tunnel peuvent être calculées par des modèles mathématiques simples (solution explicite ou intégration via un processus à un pas), il devient possible de réaliser très rapidement avec cette méthode des études de sensibilité et d'identifier les paramètres les plus influents sur la stabilité finale du tunnel. Une telle démarche contribue indubitablement à mieux optimiser les solutions techniques, à cerner plus précisément l'enveloppe financière du chantier et à long terme à améliorer la pérennité de l'ouvrage en prenant mieux en compte la gamme des sollicitations pouvant s'exercer sur la structure.

Il est donc proposé dans cette partie de compléter les méthodes de résolution existant dans la littérature en établissant des formulations nouvelles des courbes caractéristiques du terrain lorsque celui-ci est décrit par un critère de rupture de Hoek-Brown généralisé, avec une élasticité linéaire ou non, en prenant en compte les problèmes de couplage hydromécanique (cas drainé ou non-drainé). Afin d'être le plus complet possible le parti a été pris de ne pas réduire au départ le nombre de paramètres intervenant dans le problème ; en particulier aucune hypothèse restrictive n'a été faite sur la compressibilité des différents constituants du milieu.

Après une réécriture des principales équations d'équilibre dans les conditions axisymétriques de la méthode convergence-confinement, une complexification progressive du problème est proposée. On traite d'abord le cas du milieu monophasique avant d'aborder les solutions biphasiques en configuration drainée ou non drainée puis d'y adjoindre un comportement élastique non linéaire.



## 2.2 DESCRIPTION DU PROBLÈME ET PRINCIPALES ÉQUATIONS EN AXISYMETRIE

### 2.2.1 Description de la configuration étudiée, principales notations

On se place dans les hypothèses de la méthode convergence-confinement, telles que décrites dans la section 1.4.4 de ce mémoire, soit :

- le problème est étudié en axisymétrie ce qui implique :
  - un massif homogène et isotrope ;
  - une cavité de forme circulaire ;
  - une cavité à moyenne ou grande profondeur (au minimum 10 fois le rayon du tunnel), permettant de négliger les effets gravitaires et les effets de bord ;
  - un champ de contrainte initial isotrope ;
- la longueur du tunnel est suffisante pour permettre l'hypothèse d'état plan de déformation (soit  $\varepsilon_x = 0$ ,  $x$  indiquant la direction longitudinale du tunnel).
- l'avancement du front de taille est modélisé par la décroissance d'une pression fictive appliquée de manière homogène en paroi du tunnel.

Dans ce cadre, la recherche du champ des contraintes et des déformations peut s'effectuer dans un système de coordonnées cylindriques, les gradients apparaissant uniquement dans la direction radiale. La configuration générale prise en compte pour l'étude est ainsi résumée par la Figure 29.

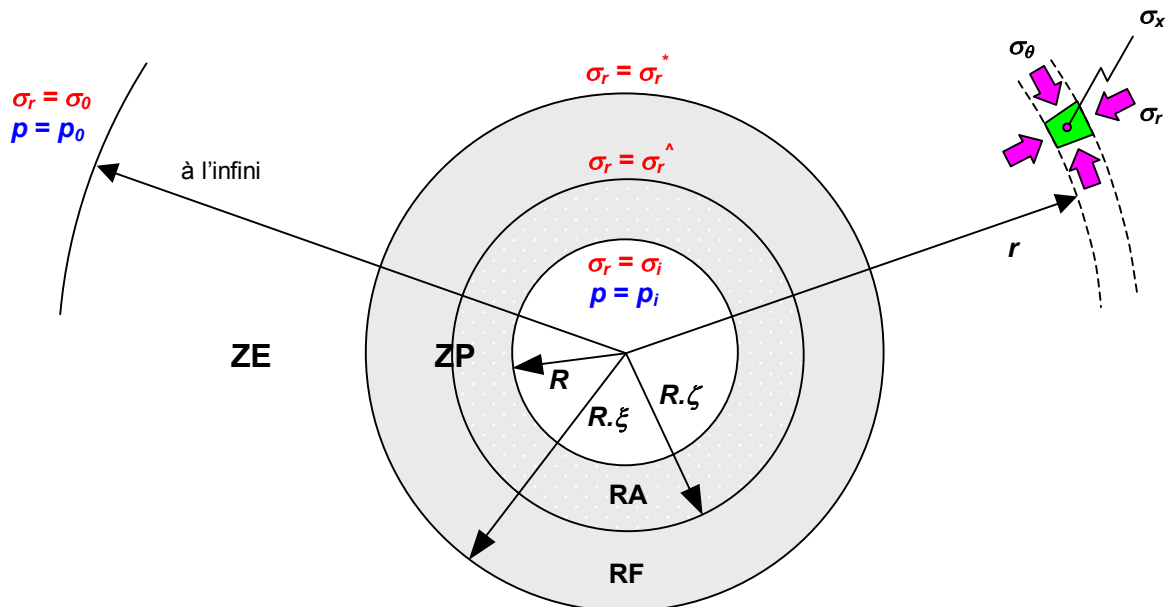


Figure 29 : Résumé de la configuration d'étude et des principales notations pour le calcul des courbes caractéristiques du terrain (abréviations : ZE = Zone Élastique ; ZP = Zone Plastique ; RA = Régime d'Arête ; RF = Régime de Face)

Les indices  $r$ ,  $\theta$  et  $x$  désignent respectivement les directions radiale, orthoradiale et longitudinale (i.e. dans l'axe du tunnel) pour le repère cylindrique orthonormé considéré. Les contraintes normales dans les directions correspondantes, agissant sur un élément infinitésimal à une distance  $r$  du centre du tunnel, sont notées  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\theta$  et  $\sigma_x$ , *positives en compression* suivant la convention géotechnique. Les déformations dans ces mêmes directions sont notées  $\varepsilon_r$ ,  $\varepsilon_\theta$  et  $\varepsilon_x$ , *positives également en compression*. Les déplacements radiaux  $u$  sont comptés positifs dans la direction du centre du tunnel. En conditions biphasiques, une pression interstitielle  $p$  est en outre présente dans le massif.

Partant d'un état de contrainte initial isotrope (contrainte totale  $\sigma_0$ , pression interstitielle  $p_0$ ), la diminution de la pression fictive en paroi induit dans le terrain un champ de contraintes dont les *directions principales* sont simples :

- contrainte principale majeure  $\sigma_1 = \sigma_\theta$  ;
- contrainte principale intermédiaire  $\sigma_2 = \sigma_x$  ;
- contrainte principale mineure  $\sigma_3 = \sigma_r$ .

La plastification du terrain, lorsqu'elle intervient, s'effectue alors de manière symétrique autour du tunnel, le matériau restant élastique au-delà d'un certain rayon  $R.\xi$  (correspondant à une contrainte radiale  $\sigma_r^*$ ). Il peut aussi apparaître au sein de la zone plastique un phénomène de régime d'arête (voir section 2.2.4), dont l'extension est qualifiée par un rayon  $R.\zeta$  et une contrainte radiale  $\sigma_r^\wedge$ . Lorsque les sollicitations engendrées par le creusement ne conduisent pas à dépasser la limite d'élasticité du terrain,  $R.\xi$  est égal à  $R$ , soit  $\xi = 1$ , et naturellement on obtient également  $\zeta = 1$ .

Compte-tenu des symétries du problème, la recherche des courbes caractéristiques du terrain est donc abordée ci-après en réécrivant l'ensemble des relations mentionnées dans la partie 1 de ce mémoire entre les contraintes, pression interstitielle, déformations et déplacements dans le repère cylindrique associé au tunnel.

### 2.2.2 Réécriture des équations de comportement élastique linéaire parfaitement plastique en symétrie cylindrique

Seules les équations correspondant au cas du régime de face sur le critère de rupture et le potentiel plastique sont présentées dans cette section, l'adaptation au régime d'arête sera discutée plus loin.

#### ➤ Équation d'équilibre

En l'absence d'actions mécaniques à distance, les contraintes doivent satisfaire l'équation d'équilibre  $\text{div } \underline{\underline{\sigma}} = 0$ , qui s'écrit en coordonnées cylindriques pour le problème considéré :

$$\boxed{\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0} \quad (2.1)$$

➤ **Relations contraintes – déformations – pression interstitielle**

Compte-tenu des directions principales de contraintes du problème, en condition de déformation plane ( $\varepsilon_x = 0$ ) les équations (1.17) et (1.18) s'écrivent (avec  $\lambda$  et  $\mu$  les coefficients de Lamé drainés) :

$$\begin{cases} \sigma_r - \sigma_0 = (\lambda + 2\mu)(\varepsilon_r - \varepsilon_r^p) + \lambda(\varepsilon_\theta - \varepsilon_\theta^p) + b(p - p_0) \\ \sigma_\theta - \sigma_0 = \lambda(\varepsilon_r - \varepsilon_r^p) + (\lambda + 2\mu)(\varepsilon_\theta - \varepsilon_\theta^p) + b(p - p_0) \\ \sigma_x - \sigma_0 = \lambda(\varepsilon_r - \varepsilon_r^p) + \lambda(\varepsilon_\theta - \varepsilon_\theta^p) + b(p - p_0) \end{cases} \quad (2.2)$$

$$\frac{p - p_0}{M} = b(\varepsilon_r - \varepsilon_r^p + \varepsilon_\theta - \varepsilon_\theta^p) + \frac{m_{fl} - m_{fl}^p}{\rho^{fl}} \quad (2.3)$$

Réciproquement, les deux premières équations du système (2.2) permettent d'exprimer les déformations en fonction des contraintes et d'obtenir (avec  $\nu$  le coefficient de Poisson) :

$$\begin{cases} \varepsilon_r - \varepsilon_r^p = \frac{1}{2\mu} [(1-\nu)(\sigma_r - \sigma_0) - \nu(\sigma_\theta - \sigma_0) - (1-2\nu)b(p - p_0)] \\ \varepsilon_\theta - \varepsilon_\theta^p = \frac{1}{2\mu} [(1-\nu)(\sigma_\theta - \sigma_0) - \nu(\sigma_r - \sigma_0) - (1-2\nu)b(p - p_0)] \\ \sigma_x - \sigma_0 = \nu(\sigma_r - \sigma_0) + \nu(\sigma_\theta - \sigma_0) + (1-2\nu)b(p - p_0) \end{cases} \quad (2.4)$$

Dans le cas de la sollicitation non drainée des simplifications de ces équations peuvent être obtenues (voir plus loin). Dans le cas drainé (découplé), la relation (2.3) n'est pas nécessaire aux calculs.

➤ **Relations déformations – déplacements**

Les conditions de compatibilité des déformations sur un élément infinitésimal du massif (épaisseur  $dr$ , amplitude angulaire  $d\theta$ ) permettent d'obtenir aisément :

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r} \quad (2.5)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{u}{r} \quad (2.6)$$

➤ **Équation de diffusion de la masse fluide**

Parmi les cas étudiés, cette équation ne sera nécessaire que pour une sollicitation en conditions drainées. Elle se ramène alors à la forme (1.23) :  $\nabla^2 p = 0$ , soit en symétrie cylindrique :

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = 0 \quad (2.7)$$

➤ **Critère de rupture de Hoek-Brown généralisé**

En fonction des contraintes principales, dans le cas biphasique, le critère s'écrit (contrainte effective  $\sigma_j' = \sigma_j - \delta.p$ ) :

$$\boxed{\mathcal{F}_{HB} = \sigma_{\theta} - \sigma_r - \sigma_{ci} \left( m \frac{\sigma_r - \delta p}{\sigma_{ci}} + s \right)^{\alpha}} \quad (2.8)$$

L'expression monophasique est obtenue pour  $p = 0$ .

➤ **Équation de cohérence**

En l'absence de phénomène d'érouissage, pour un chargement monotone tel que considéré dans l'approche convergence-confinement, l'équation de cohérence permet d'indiquer que  $\underline{\sigma}'$  reste sur la frontière d'élasticité une fois que le matériau a atteint l'état plastique :

$$\boxed{\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \sigma_r} \dot{\sigma}_r + \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \sigma_{\theta}} \dot{\sigma}_{\theta} = 0} \quad (2.9)$$

où l'opérateur «  $\dot{\cdot}$  » désigne la dérivation par rapport à un paramètre cinématique caractérisant l'évolution infinitésimale du système.

➤ **Potentiel plastique**

Deux potentiels plastiques pourront être considérés dans les différents calculs, définis en fonction de la contrainte effective plastique  $\sigma_j^{ef.P} = \sigma_j - \beta.p$  :

- le *potentiel plastique de Mohr-Coulomb (non associé)* :

$$\boxed{\mathcal{G}_{MC} = \sigma_{\theta}^{ef.P} - K_{\psi} \cdot \sigma_r^{ef.P}} \quad (2.10)$$

- le *potentiel plastique de Hoek-Brown (associé si  $\delta = \beta$ )* :

$$\boxed{\mathcal{G}_{HB} = \sigma_{\theta}^{ef.P} - \sigma_r^{ef.P} - \sigma_{ci} \left( m \frac{\sigma_r^{ef.P}}{\sigma_{ci}} + s \right)^{\alpha}} \quad (2.11)$$

avec  $K_{\psi} = \frac{1 + \sin(\psi)}{1 - \sin(\psi)}$  où  $\psi$  est l'angle de dilatance.

Ces potentiels permettent de définir les règles d'écoulement plastique pour le calcul des déformations (en régime de face) :

$$\boxed{\dot{\epsilon}_r^P = \dot{\chi} \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial \sigma_r^{ef.P}}} \quad \boxed{\dot{\epsilon}_{\theta}^P = \dot{\chi} \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial \sigma_{\theta}^{ef.P}}} \quad \boxed{\dot{\epsilon}_x^P = 0} \quad (2.12), (2.13), (2.14)$$

avec  $\dot{\chi}$  le multiplicateur plastique.

### 2.2.3 Mise sous forme adimensionnelle des équations

#### 2.2.3.1 Généralisation de la transformation de Londe (1988)

L'une des difficultés pratiques intervenant dans la recherche de méthodes analytiques utilisant le critère de rupture de Hoek-Brown est l'obtention de formulations relativement longues et complexes, sources potentielles d'erreurs (pour le développeur comme pour l'utilisateur final) et de manipulation

peu aisée. Il est donc généralement considéré comme particulièrement utile de réduire le nombre de paramètres intervenant dans les calculs.

Dans l'optique de faciliter la représentation du critère de rupture de Hoek-Brown dans le plan de Mohr, Londe (1988) a ainsi remarqué que l'expression originale (1.28) pouvait être mise sous une forme adimensionnelle  $S_1 = S_3 + S_3^{1/2}$ , où  $S_1$  et  $S_3$  sont des contraintes normalisées. Pour la recherche de courbes caractéristiques de terrain, Carranza-Torres & Fairhurst (1999) reprennent donc cette idée pour obtenir des formulations compactes plus aisées à manipuler. Carranza-Torres (2004) étend ensuite la transformation de Londe au cas du critère de Hoek-Brown généralisé, et obtient une forme :

$$S_1 = S_3 + \mu_{HB} \cdot S_3^\alpha$$

en posant 
$$S_j = \frac{\sigma_j}{m^{(1-\alpha)/\alpha} \sigma_{ci}} + \frac{s}{m^{1/\alpha}} \quad \text{avec } j \in \{1, 3\} \quad \text{et} \quad \mu_{HB} = m^{(2\alpha-1)/\alpha}$$

Dans le cadre du travail présenté ici, cette démarche a pu être améliorée. En recherchant une normalisation sous la forme  $S_j = \frac{\sigma_j}{m^A \sigma_{ci}} + \frac{s}{m^B}$ , nous avons pu obtenir la forme normalisée suivante du critère de Hoek-Brown généralisé dans le cas monophasique :

$$\boxed{S_1 = S_3 + S_3^\alpha} \quad (2.15)$$

avec

$$\boxed{S_j = \frac{\sigma_j}{m^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \sigma_{ci}} + \frac{s}{m^{\frac{1}{1-\alpha}}}} \quad (2.16)$$

Pour  $\alpha \in [0.5; 1[$  on peut ainsi faire l'économie du coefficient  $\mu_{HB}$  proposé par Carranza-Torres (2004). L'ensemble des développements présentés dans la suite de ce mémoire sera donc effectué avec les formes adimensionnelles (2.15) et (2.16), le retour aux expressions en contraintes pouvant être obtenu par :

$$\sigma_j = S_j \cdot \sigma_{ci} \cdot m^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} - \frac{s \cdot \sigma_{ci}}{m} \quad (2.17)$$

**Remarque :** la normalisation (2.16) ne permet plus de traiter le cas  $\alpha = 1$ , contrairement à la proposition de Carranza-Torres (2004). Cet inconvénient a toutefois été jugé mineur ici,  $\alpha = 1$  ramenant au critère de Mohr-Coulomb, déjà traité dans la littérature.

En conditions biphasiques, on obtient de même l'expression adimensionnelle du critère  $S_1' = S_3' + S_3'^\alpha$ , pour une contrainte effective normalisée  $S_j' = S_j - \delta \cdot P$  où la pression interstitielle est normalisée par :

$$\boxed{P = \frac{P}{\sigma_{ci} \cdot m^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}}} \quad (2.18)$$

Les équations de comportement présentées en 2.2.2 peuvent ainsi être réécrites sous forme adimensionnelle comme présenté dans la section suivante.

### 2.2.3.2 Réécriture des équations de comportement

#### ➤ Équation d'équilibre

En injectant l'expression (2.17) en  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\theta$  dans l'équation (2.1), on obtient toutes simplifications faites :

$$\boxed{\frac{\partial S_r}{\partial r} + \frac{S_r - S_\theta}{r} = 0} \quad (2.19)$$

#### ➤ Relations contraintes – déformations – pression interstitielle

La normalisation des relations (2.2), (2.3) et (2.4) peut être réalisée sous la forme :

$$\boxed{\begin{cases} S_r - S_0 = (\Lambda + 2\Gamma)(\varepsilon_r - \varepsilon_r^P) + \Lambda(\varepsilon_\theta - \varepsilon_\theta^P) + b(P - P_0) \\ S_\theta - S_0 = \Lambda(\varepsilon_r - \varepsilon_r^P) + (\Lambda + 2\Gamma)(\varepsilon_\theta - \varepsilon_\theta^P) + b(P - P_0) \\ S_x - S_0 = \Lambda(\varepsilon_r - \varepsilon_r^P) + \Lambda(\varepsilon_\theta - \varepsilon_\theta^P) + b(P - P_0) \end{cases}} \quad (2.20)$$

$$\boxed{\frac{P - P_0}{W} = b(\varepsilon_r - \varepsilon_r^P + \varepsilon_\theta - \varepsilon_\theta^P) + \frac{m_{fl} - m_{fl}^P}{\rho^{fl}}} \quad (2.21)$$

$$\boxed{\begin{cases} \varepsilon_r - \varepsilon_r^P = \frac{1}{2\Gamma} [(1-\nu)(S_r - S_0) - \nu(S_\theta - S_0) - (1-2\nu)b(P - P_0)] \\ \varepsilon_\theta - \varepsilon_\theta^P = \frac{1}{2\Gamma} [(1-\nu)(S_\theta - S_0) - \nu(S_r - S_0) - (1-2\nu)b(P - P_0)] \\ S_x - S_0 = \nu(S_r - S_0) + \nu(S_\theta - S_0) + (1-2\nu)b(P - P_0) \end{cases}} \quad (2.22)$$

Les coefficients élastiques  $\lambda$ ,  $\mu$  et  $M$  étant ainsi transformés en :

$$\Lambda = \frac{\lambda}{\sigma_{ci} \cdot m^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}} \quad \Gamma = \frac{\mu}{\sigma_{ci} \cdot m^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}} \quad W = \frac{M}{\sigma_{ci} \cdot m^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}}$$

#### ➤ Relations déformations – déplacements

Ces relations ne sont pas affectées par la transformation considérée et restent donc identiques.

#### ➤ Équation de diffusion de la masse fluide

Pour le cas de la sollicitation drainée, la forme générale de l'équation (2.7) est inchangée par la normalisation des contraintes et pressions interstitielles :

$$\boxed{\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = 0} \quad (2.23)$$

#### ➤ Critère de rupture de Hoek-Brown généralisé

D'après les normalisations (2.16) et (2.18), la fonction de charge (2.8) se réécrit pour le cas biphasique :

$$\boxed{F = S_\theta - S_r - (S_r - \delta P)^\alpha} \quad (2.24)$$

l'expression monophasique étant obtenue pour  $P = 0$ .

On peut également noter en contraintes effectives, avec  $S'_j = S_j - \delta P$  :

$$F = S'_\theta - S'_r - S'^\alpha_r \quad (2.25)$$

➤ **Équation de cohérence**

Les paramètres du critère de rupture étant indépendants du paramètre cinématique, on a en évidence :

$$\dot{\sigma}'_r = \dot{S}'_r \cdot \sigma_{ci} \cdot m^{\alpha/(1-\alpha)} \quad \text{et} \quad \dot{\sigma}'_\theta = \dot{S}'_\theta \cdot \sigma_{ci} \cdot m^{\alpha/(1-\alpha)}$$

De plus :

$$\frac{\partial \mathcal{F}_{HB}}{\partial \sigma'_\theta} = 1 = \frac{\partial F}{\partial S'_\theta}$$

$$\text{et : } \frac{\partial \mathcal{F}_{HB}}{\partial \sigma'_r} = -1 - \alpha m \left( m \frac{\sigma'_r}{\sigma_{ci}} + s \right)^{\alpha-1} = -1 - \alpha \left( \frac{\sigma'_r}{\sigma_{ci} m^{\alpha/(1-\alpha)}} + \frac{s}{m^{1/(1-\alpha)}} \right)^{\alpha-1} = -1 - \alpha S'^{\alpha-1}_r = \frac{\partial F}{\partial S'_r}$$

La forme de l'équation de cohérence reste donc bien inchangée avec la normalisation considérée :

$$\boxed{\frac{\partial F}{\partial S'_r} \dot{S}'_r + \frac{\partial F}{\partial S'_\theta} \dot{S}'_\theta = 0} \quad (2.26)$$

➤ **Potentiel plastique**

On définit la contrainte effective plastique normalisée par :

$$S_j^{ef.P} = S_j - \beta P$$

et on peut réécrire les deux potentiels plastiques (2.10) et (2.11) :

- potentiel plastique de Mohr-Coulomb :

$$\boxed{G_{MC}^P = S_\theta^{ef.P} - K_\psi S_r^{ef.P}} \quad (2.27)$$

- potentiel plastique de Hoek-Brown :

$$\boxed{G_{HB}^P = S_\theta^{ef.P} - S_r^{ef.P} - (S_r^{ef.P})^\alpha} \quad (2.28)$$

On vérifie aisément que ces potentiels plastiques normalisés conduisent bien aux mêmes règles d'écoulement que les potentiels d'origine (avec  $\dot{\chi}$  le multiplicateur plastique) :

- potentiel plastique de Mohr-Coulomb :

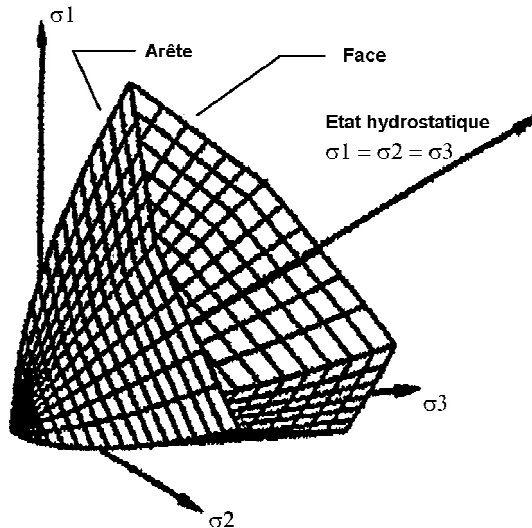
$$\frac{\dot{\epsilon}_r^P}{\dot{\chi}} = \frac{\partial \mathcal{G}_{MC}}{\partial \sigma_r^{ef.P}} = -K_\psi = \frac{\partial G_{MC}^P}{\partial S_r^{ef.P}} \quad \text{et} \quad \frac{\dot{\epsilon}_\theta^P}{\dot{\chi}} = \frac{\partial G_{MC}^P}{\partial S_\theta^{ef.P}} = 1 = \frac{\partial \mathcal{G}_{MC}}{\partial \sigma_\theta^{ef.P}}$$

- potentiel plastique de Hoek-Brown : en se référant à la justification de l'équation de cohérence (2.26), en remplaçant  $F$  par  $G_{HB}^P$ ,  $\mathcal{F}$  par  $\mathcal{G}_{HB}$  et  $\sigma'$  par  $\sigma^{ef.P}$ , il ressort que les taux de déformation plastique correspondent également dans ce cas.

### 2.2.4 Cas particulier du régime d'arête

#### ➤ Généralités – Définition du régime d'arête

Le critère de rupture de Hoek-Brown (généralisé ou non), comme d'autres critères courants en géotechnique, présente dans l'espace des contraintes des points singuliers (« arêtes ») lorsque deux contraintes principales s'égalisent. Cette particularité est liée à la formulation utilisant exclusivement les valeurs de  $\sigma_1'$  et  $\sigma_3'$ , à l'exclusion de la contrainte principale intermédiaire  $\sigma_2'$ . Par exemple, si l'on impose  $\sigma_1' > \sigma_2' = \sigma_3'$  tout en vérifiant le critère de rupture, l'état de contraintes se situe à la limite des deux faces  $\sigma_1' > \sigma_2' > \sigma_3'$  et  $\sigma_1' > \sigma_3' > \sigma_2'$  de la frontière d'élasticité. Ce principe de régime d'arête apparaît clairement sur la Figure 30.



**Figure 30 : Représentation du critère de rupture de Hoek-Brown dans l'espace des contraintes de Haigh-Westergaard et principe des régimes de face et d'arête (modifié de Descoedres (2001))**

#### ➤ Modification des règles d'écoulement plastique

En contraintes normalisées, sur l'arête d'une surface de charge  $F$  ou d'un potentiel plastique  $G$ , les grandeurs  $\frac{\partial F}{\partial \underline{\underline{S}}}$  ou  $\frac{\partial G}{\partial \underline{\underline{S}}^{ef.P}}$  ne sont plus définies et il est nécessaire d'adapter l'équation de cohérence (2.26) et les règles d'écoulement plastique comme cela a été expliqué dans la section 1.3.3 de ce mémoire.

En pratique, dans les configurations étudiées ici, le régime d'arête se manifestera systématiquement suivant les axes  $x - \theta$ , soit pour les règles d'écoulement  $S_x^{ef.P} = S_\theta^{ef.P}$ . On obtient alors pour la zone plastique en régime d'arête :



- Sur la face 1 de la frontière d'élasticité (critère en  $S_\theta', S_r'$ ) :

Plasticité de Mohr-Coulomb (non associée) :  $G_1^P = S_\theta^{ef.P} - K_\psi S_r^{ef.P}$

Plasticité de Hoek-Brown (associée) :  $G_1^P = S_\theta^{ef.P} - S_r^{ef.P} - (S_r^{ef.P})^\alpha$

D'où les règles d'écoulement plastique :  $\dot{\varepsilon}_\theta^P = \dot{\chi}_1 \frac{\partial G_1^P}{\partial S_\theta^{ef.P}}$        $\dot{\varepsilon}_r^P = \dot{\chi}_1 \frac{\partial G_1^P}{\partial S_r^{ef.P}}$        $\dot{\varepsilon}_x^P = 0$

- Sur la face 2 de la frontière d'élasticité (critère en  $S_x', S_r'$ ) :

Plasticité de Mohr-Coulomb (non associée) :  $G_2^P = S_x^{ef.P} - K_\psi S_r^{ef.P}$

Plasticité de Hoek-Brown (associée) :  $G_2^P = S_x^{ef.P} - S_r^{ef.P} - (S_r^{ef.P})^\alpha$

D'où les règles d'écoulement plastique :  $\dot{\varepsilon}_x^P = \dot{\chi}_2 \frac{\partial G_2^P}{\partial S_x^{ef.P}}$        $\dot{\varepsilon}_r^P = \dot{\chi}_2 \frac{\partial G_2^P}{\partial S_r^{ef.P}}$        $\dot{\varepsilon}_\theta^P = 0$

- Sur l'arête ( $S_\theta' = S_x'$ ) :

On utilise la combinaison convexe des règles d'écoulement correspondant aux faces 1 et 2 :

$$\boxed{\dot{\varepsilon}_\theta^P = \dot{\chi}_1 \frac{\partial G_1^P}{\partial S_\theta^{ef.P}}} \quad \boxed{\dot{\varepsilon}_x^P = \dot{\chi}_2 \frac{\partial G_2^P}{\partial S_x^{ef.P}}} \quad (2.29), (2.30)$$

$$\boxed{\dot{\varepsilon}_r^P = (\dot{\chi}_1 + \dot{\chi}_2) \frac{\partial G^P}{\partial S_r^{ef.P}}} \quad (2.31)$$

avec  $\frac{\partial G^P}{\partial S_r^{ef.P}} = \frac{\partial G_1^P}{\partial S_r^{ef.P}} = \frac{\partial G_2^P}{\partial S_r^{ef.P}}$

Ainsi, la « double » contribution des faces 1 et 2 du potentiel plastique conduit à un accroissement des déformations plastiques par rapport au cas du régime de face.

➤ **Modification des relations contrainte – déformation – pression interstitielle**

On peut remarquer d'autre part que les systèmes d'équations contraintes – déformations – pressions interstitielles (2.20) ou (2.22), établis pour le cas de régime de face où la contrainte intermédiaire vaut  $\varepsilon_x = \varepsilon_x^e = \varepsilon_x^P = 0$ , ne sont plus valables dans le cas d'un régime d'arête.

Dans le cas d'un régime d'arête se manifestant sur les axes  $x - \theta$ , on a en effet :  $\dot{\varepsilon}_x^P = \dot{\varepsilon}_\theta^P \neq 0$  donc  $\varepsilon_x^P \neq 0$  et  $\varepsilon_x^e \neq 0$  puisque la condition de déformation plane  $\varepsilon_x = 0$  reste vérifiée. On obtient alors les relations suivantes à partir de la loi de Hooke généralisée :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_r - \varepsilon_r^P = \frac{1}{H} [(S_r - S_0) - 2\nu(S_\theta - S_0) - (1 - 2\nu)b(P - P_0)] \\ \varepsilon_\theta - \varepsilon_\theta^P = \frac{1}{H} [(1 - \nu)(S_\theta - S_0) - \nu(S_r - S_0) - (1 - 2\nu)b(P - P_0)] \\ \varepsilon_x - \varepsilon_x^P = \varepsilon_\theta - \varepsilon_\theta^P \end{array} \right. \quad (2.32)$$

où  $H$  est le module d'Young normalisé soit :

$$H = \frac{E}{\sigma_{ci} \cdot m^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}}$$

Les équations (2.32) doivent donc être utilisées en lieu et place de (2.22) dans la zone en régime d'arête.

Toutes les équations étant désormais définies, on peut aborder dans la suite de ce chapitre la résolution du problème de convergence pour les différents cas énoncés en introduction.

## **2.3 ÉTUDE DU CAS ÉLASTIQUE LINÉAIRE PARFAITEMENT PLASTIQUE EN SITUATION MONOPHASIQUE**

### **2.3.1 Étude de la zone élastique**

L'étude de la zone élastique permet d'aborder le comportement de la partie du massif située au-delà du rayon plastique  $R.\xi$ , en supposant connue la contrainte à la limite élastique-plastique :  $\sigma_r(r = R\xi) = \sigma_r^*$ . Les champs de contraintes et de déformations pour des sollicitations durant lesquelles le matériau n'atteint le critère de rupture en aucun point du massif seront aisément déduits en posant  $\xi = 1$  et en remplaçant  $\sigma_r^*$  par  $\sigma_r$ . Les solutions de convergence dans cette situation sont connues depuis les travaux de Lamé (1866) et sont simplement rappelées ci-dessous.

On considère un cas monophasique élastique donc  $p = 0$  et  $\varepsilon_r^P = \varepsilon_\theta^P = 0$  dans les équations de la section 2.2. Les conditions aux limites sont les suivantes :

$$\text{en } r = R\xi : \quad \sigma_r = \sigma_r^* \text{ (ou } S_r = S_r^*) \quad (\text{CL1})$$

$$\text{quand } r \rightarrow +\infty : \quad \sigma_r = \sigma_0 \text{ (ou } S_r = S_0) \quad (\text{CL2})$$

Les équations (2.1), (2.2), (2.5) et (2.6) conduisent à l'équation différentielle  $\frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \right] = 0$  dont

l'intégration, avec les conditions aux limites (CL1) et (CL2), fournit les solutions de Lamé. Les formes adimensionnelles des contraintes, déformations et déplacements sont ainsi les suivantes :

$$\boxed{S_r = S_0 - (S_0 - S_r^*) \left( \frac{R\xi}{r} \right)^2} \quad \text{et} \quad \boxed{S_\theta = S_0 + (S_0 - S_r^*) \left( \frac{R\xi}{r} \right)^2} \quad (2.33), (2.34)$$

$$\boxed{\varepsilon_r = -\frac{1}{2\Gamma} (S_0 - S_r^*) \left( \frac{R\xi}{r} \right)^2} \quad \text{et} \quad \boxed{\varepsilon_\theta = \frac{1}{2\Gamma} (S_0 - S_r^*) \left( \frac{R\xi}{r} \right)^2} \quad (2.35), (2.36)$$

$$\boxed{u = \frac{1}{2\Gamma} (S_0 - S_r^*) \frac{(R\xi)^2}{r}} \quad (2.37)$$

où  $S_\theta$  et  $S_r^*$  sont obtenues à partir de  $\sigma_\theta$  et  $\sigma_r^*$  par la transformation (2.16).

Comme  $\varepsilon_r + \varepsilon_\theta = 0$  dans les solutions ci-dessus, on obtient aisément par les relations (2.20) la contrainte intermédiaire (longitudinale) normalisée  $S_x$  :

$$\boxed{S_x = S_0} \quad (2.38)$$

## 2.3.2 Étude de la zone élastoplastique (régime de face)

### 2.3.2.1 Généralités – Conditions aux limites

L'étude de la zone élastoplastique en régime de face a été traitée de manière rigoureuse par Carranza-Torres (2004) (avec des potentiels plastiques de Mohr-Coulomb et de Hoek-Brown) et par Sharan (2008). Ce dernier propose de plus une méthode analytique simplifiée, conduisant à une erreur faible sur les déplacements, dans le cas du potentiel plastique de Mohr-Coulomb.

L'objectif ici n'est pas de répéter ces travaux. Les calculs ci-après reprennent donc les solutions de Carranza-Torres, mais les complètent en prenant en compte la nouvelle proposition de normalisation des contraintes (2.16), en déterminant les valeurs de la contrainte intermédiaire, et en apportant une solution exacte additionnelle dans le cas de la plasticité associée.

Comme précédemment, on considère un cas monophasique donc  $p = 0$  dans les équations de la section 2.2. Les conditions aux limites sont les suivantes :

$$\text{en } r = R\xi : \quad \sigma_r = \sigma_r^* \quad (\text{ou } S_r = S_r^*) \quad (\text{CL1})$$

$$\text{en } r = R : \quad \sigma_r = \sigma_i \quad (\text{ou } S_r = S_i) \quad (\text{CL3})$$

Avec la contrainte  $\sigma_r^*$  supposée connue à cette étape de la résolution. La solution élastique (2.37) permet d'obtenir deux conditions supplémentaires en déplacements (le coefficient  $\xi$  qui caractérise le rayon plastique étant utilisé comme paramètre cinématique, voir section 1.4.4.2) :

$$\text{en } r = R\xi : \quad u = \frac{S_0 - S_r^*}{2\Gamma} R\xi \quad \text{et} \quad \dot{u} = \frac{\partial u}{\partial \xi} = \frac{S_0 - S_r^*}{\Gamma} R \quad (\text{CL4}), (\text{CL5})$$

### 2.3.2.2 Calcul des contraintes dans la zone plastique

Le critère de plasticité étant atteint, d'après (2.24) on peut écrire  $S_\theta = S_r + S_r^\alpha$  et injecter cette relation dans l'équation d'équilibre (2.19) pour obtenir l'équation différentielle :

$$\frac{\partial S_r}{\partial r} - \frac{S_r^\alpha}{r} = 0$$

qui s'intègre en :  $S_r = \left[ (1-\alpha)(\ln(r) + C_1) \right]^{\frac{1}{1-\alpha}}$  où  $C_1$  est la constante d'intégration.

La condition aux limites (CL1) permet d'obtenir  $C_1 = \frac{1}{1-\alpha} (S_r^*)^{1-\alpha} - \ln(R\xi)$  et enfin :

$$S_r = \left[ (1-\alpha) \ln \left( \frac{r}{R\xi} \right) + S_r^{*1-\alpha} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (2.39)$$

La contrainte orthoradiale est obtenue par le critère de rupture :  $S_\theta = S_r + S_r^\alpha$

La contrainte longitudinale se déduit des relations (2.22) :  $S_x = (1-2\nu)S_0 + \nu(S_\theta + S_r)$ , soit :

$$S_x = (1-2\nu)S_0 + \nu(2S_r + S_r^\alpha) \quad (2.40)$$

### 2.3.2.3 Caractérisation de la limite élastique-plastique

Les expressions (2.33) et (2.34) pour les contraintes montrent que dans la zone élastique, la relation suivante est vérifiée en tous points :

$$S_\theta + S_r = 2S_0 \quad (2.41)$$

À la limite élastique-plastique (en  $r = R\xi$ ), cette relation reste valable et on peut y injecter le critère de rupture  $S_\theta = S_r + S_r^\alpha$  caractérisant la zone plastique. On obtient donc une équation caractérisant la contrainte normalisée  $S_r^*$  :

$$S_r^{*\alpha} + 2S_r^* - 2S_0 = 0 \quad (2.42)$$

Le calcul de  $S_r^*$  peut être effectué de diverses manières à partir de l'expression (2.42) :

- si  $\alpha = 1/2$  :

Une équation du second degré est obtenue dont la résolution fournit :  $S_{r,\alpha=1/2}^* = \left[ \frac{1 - \sqrt{1 + 16S_0}}{4} \right]^2$

- si  $\alpha \neq 1/2$  :

Dans ce cas il n'y a pas de solution exacte. On peut utiliser à la place une méthode numérique simple comme celle de Newton-Raphson, qui fournira une excellente approximation après quelques itérations (cette méthode est généralement implantée dans les tableurs commerciaux). À défaut, Sofianos &

Nomikos (2006) proposent une valeur approchée en réalisant seulement une itération de l'algorithme de Newton-Raphson, en partant de la valeur obtenue ci-avant pour  $\alpha = 1/2$  :

$$S_{r,\alpha \neq 1/2}^* \approx S_{r,\alpha=1/2}^* - \frac{(S_{r,\alpha=1/2}^*)^\alpha + 2(S_{r,\alpha=1/2}^* - S_0)}{\alpha(S_{r,\alpha=1/2}^*)^{\alpha-1} + 2}$$

Pour le calcul du rayon plastique, il suffit de remarquer d'après (2.39) que :

$$\text{en } r = R : \quad S_r = S_i = \left[ (1-\alpha) \ln\left(\frac{1}{\xi}\right) + S_r^{*1-\alpha} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad \text{soit :}$$

$$\xi = \exp \left[ \frac{S_r^{*1-\alpha} - S_i^{1-\alpha}}{1-\alpha} \right] \quad (2.43)$$

**Remarque :** Cette dernière relation peut être réinjectée dans l'expression des contraintes radiales (2.39). Toutes simplifications faites, une nouvelle formulation indépendante de  $S_r^*$  est obtenue :

$$S_r = \left[ S_i^{1-\alpha} + (1-\alpha) \ln\left(\frac{r}{R}\right) \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (2.44)$$

### 2.3.2.4 Calcul des déplacements et déformations dans la zone plastique

#### ➤ Démarche générale de résolution

On désigne ici par  $G^P$  le potentiel plastique de manière générale, qu'il s'agisse de celui de Mohr-Coulomb ou de celui de Hoek-Brown. Les taux de déformation plastique sont qualifiés par les règles d'écoulement :

$$\dot{\varepsilon}_r^P = \dot{\chi} \frac{\partial G^P}{\partial S_r} \quad \dot{\varepsilon}_\theta^P = \dot{\chi} \frac{\partial G^P}{\partial S_\theta} \quad (2.45), (2.46)$$

Il est rappelé que  $\dot{\varepsilon}_r^P$  et  $\dot{\varepsilon}_\theta^P$  prennent des valeurs constantes dans le cas du potentiel plastique de Mohr-Coulomb, mais pas dans le cas du potentiel plastique de Hoek-Brown.

Les taux de déformation totale sont obtenus en dérivant (2.5) et (2.6) par le paramètre cinématique  $\xi$  :

$$\dot{\varepsilon}_r = \frac{\partial \dot{\chi}}{\partial r} \quad \dot{\varepsilon}_\theta = \frac{\dot{\chi}}{r}$$

Après dérivation des équations (2.22) par le paramètre cinématique, les taux de déformation (totale et plastique) obtenus précédemment peuvent être injectés pour obtenir le système :

$$\begin{cases} \frac{\partial \dot{u}}{\partial r} - \dot{\chi} \frac{\partial G^P}{\partial S_r} = \frac{1}{2\Gamma} [(1-\nu)\dot{S}_r - \nu\dot{S}_\theta] \\ \frac{\dot{u}}{r} - \dot{\chi} \frac{\partial G^P}{\partial S_\theta} = \frac{1}{2\Gamma} [(1-\nu)\dot{S}_\theta - \nu\dot{S}_r] \end{cases} \quad (2.47)$$

La deuxième équation permet de calculer : 
$$\dot{\chi} = \frac{1}{\frac{\partial G^P}{\partial S_\theta}} \left[ \frac{\dot{u}}{r} - \frac{1}{2\Gamma} ((1-\nu)\dot{S}_\theta - \nu\dot{S}_r) \right]$$

que l'on réinjecte dans la première équation pour obtenir, après simplifications :

$$\boxed{\frac{\partial \dot{u}}{\partial r} - A_1 \frac{\dot{u}}{r} = \frac{1}{2\Gamma} (A_2 \dot{S}_r - A_3 \dot{S}_\theta)} \quad (2.48)$$

avec :

$$A_1 = \frac{\frac{\partial G^P}{\partial S_r}}{\frac{\partial G^P}{\partial S_\theta}} \quad A_2 = (1-\nu) + \nu \cdot \frac{\frac{\partial G^P}{\partial S_r}}{\frac{\partial G^P}{\partial S_\theta}} \quad A_3 = \nu + (1-\nu) \cdot \frac{\frac{\partial G^P}{\partial S_r}}{\frac{\partial G^P}{\partial S_\theta}}$$

Le calcul des déplacements et déformations implique donc l'intégration de l'équation différentielle aux dérivées partielles (2.48). Afin de contourner le problème de la double intégration (suivant  $r$  et suivant le paramètre cinématique), Carranza-Torres & Fairhurst (1999) proposent une méthode originale, inspirée de travaux de Detournay (1986), que nous reprenons ci-après.

Dans la configuration idéalisée considérée, la contrainte en paroi du tunnel  $S_r$ , dont la diminution simule l'excavation du tunnel, pilote l'apparition de la plasticité. Toutefois, ce paramètre cinématique ne constitue pas le choix le plus pertinent pour la résolution et *peut être remplacé par  $\xi$  auquel il est lié par une fonction monotone, comme mentionné antérieurement. Nous rappelons donc pour la suite que la notation «  $\cdot$  » désigne la dérivation partielle par rapport à  $\xi$ .*

D'autre part, le problème étudié peut être simplifié en utilisant un changement de variable :

$$\boxed{\rho = \frac{r}{R\xi}} \quad (2.49)$$

Cette transformation ramène la zone plastique à un disque limité côté intérieur par un rayon normalisé  $\rho = 1/\xi$  et côté extérieur par  $\rho = 1$ . Compte-tenu de la forme des équations de comportement définissant les évolutions du massif, ce changement de variable permet de définir un problème équivalent ne dépendant plus que d'un unique paramètre ( $\xi$  disparaît des équations et l'on travaille en dérivée totale). En particulier, l'équation différentielle en taux de déplacements (2.48) devient :

$$\frac{d\dot{u}}{d\rho} - A_1 \frac{\dot{u}}{\rho} = -\frac{\rho R}{2\Gamma} \left( A_2 \frac{dS_r}{d\rho} - A_3 \frac{dS_\theta}{d\rho} \right) \quad (2.50)$$

Compte-tenu de la condition aux limites (CL5) et de la forme (2.39) des contraintes radiales, cette équation montre que  $\dot{u}$  est une fonction de  $\rho$  seul :  $\dot{u} = f_1(\rho)$ . De plus, on a :

$$\dot{u} = \frac{\partial \dot{u}}{\partial \xi} = -\frac{\rho}{\xi} \frac{d\dot{u}}{d\rho}, \quad \text{d'où } f_1(\rho) = -\frac{\rho}{\xi} \frac{d\dot{u}}{d\rho} \quad \text{que l'on peut écrire } \frac{d\dot{u}}{d\rho} = \xi \cdot f_2(\rho)$$

On en déduit que  $u = \xi \cdot F_2(\rho) + C_2$  avec  $F_2$  une primitive de  $f_2$  par rapport à  $\rho$ . Comme en  $\rho = 1$ ,  $u$  dépend linéairement de  $\xi$  d'après la condition (CL4), on a  $C_2 = \xi \cdot C_3$  avec  $C_3$  indépendant de  $\xi$ . Ainsi, les déplacements prennent la forme :

$$u = \xi \cdot g(\rho) \quad (2.51)$$

Ce qui conduit à :

$$\boxed{\ddot{u} = g(\rho) - \rho \frac{dg(\rho)}{d\rho}} \quad (2.52)$$

En injectant cette relation dans l'équation (2.50), on obtient finalement l'équation différentielle du second ordre :

$$\frac{d^2 g(\rho)}{d\rho^2} - \frac{A_1}{\rho} \frac{dg(\rho)}{d\rho} + \frac{A_1}{\rho^2} g(\rho) = \frac{R}{2\Gamma} \left( A_2 \frac{dS_r}{d\rho} - A_3 \frac{dS_\theta}{d\rho} \right) \quad (2.53)$$

D'après (2.39), on peut écrire que  $\frac{dS_r}{d\rho} = \frac{1}{\rho} S_r^\alpha$ , ainsi que  $\frac{dS_\theta}{d\rho} = \frac{1}{\rho} (S_r^\alpha + \alpha S_r^{2\alpha-1})$  d'après le critère de rupture. L'obtention des déplacements dans la zone plastique se réduit donc à l'intégration de l'équation différentielle du second ordre en  $\rho$  :

$$\boxed{\frac{d^2 g(\rho)}{d\rho^2} - \frac{A_1}{\rho} \frac{dg(\rho)}{d\rho} + \frac{A_1}{\rho^2} g(\rho) = \frac{R}{2\rho\Gamma} \left[ (A_2 - A_3) S_r^\alpha - \alpha A_3 S_r^{2\alpha-1} \right]} \quad (2.54)$$

avec  $S_r = \left[ (1-\alpha) \ln(\rho) + S_r^{*1-\alpha} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}}$

les conditions aux limites (CL4) et (CL5) devenant d'après (2.51) et (2.52) :

$$g(1) = \frac{S_0 - S_r^*}{2\Gamma} R \quad \text{et} \quad \frac{dg}{d\rho}(1) = g'(1) = -\frac{S_0 - S_r^*}{2\Gamma} R$$

Après intégration, pour un couple  $(r, \xi)$  donné, les valeurs de déplacement seront obtenues par (2.51), les déformations orthoradiales  $\varepsilon_\theta$  par (2.6) et les déformations radiales par :

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u(r, \xi)}{\partial r} = \frac{1}{R\xi} \frac{d(\xi \cdot g(\rho))}{d\rho} = \frac{1}{R} \frac{dg(\rho)}{d\rho} \quad (2.55)$$

➤ **Cas du potentiel plastique de Mohr-Coulomb**

Dans le cas du potentiel plastique de Mohr-Coulomb, les coefficients  $A_1$  à  $A_3$  valent :

$$A_1 = -K_\psi \quad A_2 = (1-\nu) - \nu \cdot K_\psi \quad A_3 = \nu - (1-\nu) \cdot K_\psi$$

et l'équation (2.54) s'écrit :

$$\boxed{\frac{d^2 g(\rho)}{d\rho^2} + \frac{K_\psi}{\rho} \frac{dg(\rho)}{d\rho} - \frac{K_\psi}{\rho^2} g(\rho) = \frac{R}{2\rho\Gamma} \left[ (1-2\nu)(K_\psi + 1) S_r^\alpha - \alpha (\nu - (1-\nu)K_\psi) S_r^{2\alpha-1} \right]} \quad (2.56)$$

Lorsque  $\alpha = 1/2$ , cette équation différentielle admet une solution explicite (les coefficients  $A_1$  à  $A_3$  ci-dessus ne sont pas développés dans un souci de compacité) :

$$g(\rho) = \frac{\rho}{A_1 - 1} (A_1 g(1) - g'(1)) + \frac{\rho^{A_1}}{(A_1 - 1)} (g'(1) - g(1)) + \frac{\rho R}{2\Gamma(A_1 - 1)^3} \left\{ (1 - \rho^{A_1 - 1}) \left[ (1 - A_1)(A_2 - A_3) \sqrt{S_r^*} + \frac{1}{2}(A_1 A_3 - A_2) \right] + \ln(\rho) \cdot \left[ (A_1 - 1)^2 (A_3 - A_2) \left( \sqrt{S_r^*} + \frac{\ln(\rho)}{4} \right) + \frac{1}{2}(A_1 - 1)(A_3 A_1 - A_2) \right] \right\} \quad (2.57)$$

solution similaire à l'expression proposée par Carranza-Torres (2004).

Pour  $\alpha \in ]0.5; 1[$ , l'équation (2.56) ne peut pas être résolue explicitement et on utilisera une méthode numérique simple à un pas pour réaliser l'intégration finale comme la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 décrite en annexe A1.

#### ➤ **Cas du potentiel plastique de Hoek-Brown**

Dans le cas du potentiel plastique de Hoek-Brown, les coefficients  $A_1$  à  $A_3$  valent :

$$A_1 = -1 - \alpha S_r^{\alpha-1} \quad A_2 = 1 - 2\nu - \nu \alpha S_r^{\alpha-1} \quad A_3 = 2\nu - 1 - (1 - \nu) \alpha S_r^{\alpha-1}$$

et l'équation (2.54) s'écrit :

$$\frac{d^2 g(\rho)}{d\rho^2} + \frac{1 + \alpha S_r^{\alpha-1}}{\rho} \frac{dg(\rho)}{d\rho} - \frac{1 + \alpha S_r^{\alpha-1}}{\rho^2} g(\rho) = \frac{R}{2\rho\Gamma} \left[ 2(1 - 2\nu) (S_r^\alpha + \alpha S_r^{2\alpha-1}) + (1 - \nu) \alpha^2 S_r^{3\alpha-2} \right] \quad (2.58)$$

Contrairement à ce qui est indiqué dans Carranza-Torres (2004), cette équation différentielle admet en réalité une solution explicite lorsque  $\alpha = 1/2$ . Le détail de la procédure d'intégration que nous avons établie est indiqué en annexe A2. Le résultat final est le suivant :

$$g(\rho) = \left\{ 2\sqrt{S_r^*} \cdot e^{4\sqrt{S_r^*}} \cdot \left[ \text{Ei}(-2\ln(\rho) - 4\sqrt{S_r^*}) - \text{Ei}(-4\sqrt{S_r^*}) \right] \left[ g'(1) - g(1) - \frac{R}{2\Gamma} \left( (1 - 2\nu) \sqrt{S_r^*} + \frac{1 - \nu}{8\sqrt{S_r^*}} \right) \right] + g(1) - \frac{R}{8\Gamma} (1 - \nu) \ln(2\sqrt{S_r^*}) \right\} \rho + \frac{\rho R}{2\Gamma} \left[ (1 - 2\nu) \ln(\rho) \sqrt{S_r^*} + \frac{1}{4} (1 - 2\nu) \ln(\rho)^2 + \frac{1}{4} (1 - \nu) \ln(\ln(\rho) + 2\sqrt{S_r^*}) \right] \quad (2.59)$$

avec Ei la fonction transcendante « exponentielle intégrale » (voir annexe A2).

Pour les autres valeurs de  $\alpha$ , l'intégration de (2.58) peut se faire par une méthode de Runge-Kutta.



### 2.3.3 Étude de la zone élastoplastique (régime d'arête)

#### 2.3.3.1 Détermination du « rayon d'arête » et calcul des contraintes

On peut démontrer (voir Corbetta (1990) e.g.) que sous les hypothèses axisymétriques de la méthode convergence-confinement, lorsque le régime d'arête est atteint en un point autour du tunnel, celui-ci se maintient jusqu'à la paroi. On est donc amené à rechercher un « rayon d'arête »  $R.\zeta$ , avec  $\zeta < \xi$ , qui détermine au sein de la zone plastique l'anneau affecté par le phénomène de régime d'arête.

Dans le problème de convergence en condition monophasique étudié, la contrainte longitudinale  $\sigma_x$  étant systématiquement la contrainte intermédiaire, le régime d'arête peut potentiellement apparaître entre les directions radiale et longitudinale ou orthoradiale et longitudinale.

##### ➤ Axes $x-r$ :

On reste en régime de face tant que  $S_x > S_r$ , soit d'après (2.40) :

$$(1-2\nu)(S_0 - S_r) + \nu S_r^\alpha > 0$$

Pour  $S_0 > 0$ , une condition suffisante est alors  $(1-2\nu) > 0$  soit  $\nu < 1/2$ . On ne peut donc pas obtenir le régime d'arête suivant les axes  $x-r$  avec les hypothèses de la mécanique des milieux continus, sauf éventuellement en  $r = R$  pour  $\nu = 1/2$  (avec un tunnel non soutenu et  $s = 0$ ) mais cela ne modifie pas les calculs et ne présente pas d'intérêt pratique.

##### ➤ Axes $x-\theta$ :

On reste en régime de face tant que  $S_x < S_\theta$ , soit d'après (2.40) et le critère de rupture (2.24) ( $P = 0$ ) :

$$(1-2\nu)S_0 + \nu(2S_r + S_r^\alpha) < S_r + S_r^\alpha \quad \text{soit :}$$

$$\boxed{(\nu-1)S_r^\alpha + (2\nu-1)S_r + (1-2\nu)S_0 < 0} \quad (2.60)$$

Cette équation constitue le critère d'apparition du régime d'arête. Le membre de gauche (fonction monotone décroissante positive en zéro et négative à l'infini) admet une seule racine pour  $S_r$  positif, que l'on note  $\hat{S}_r$ . Dès lors que  $S_r < \hat{S}_r$ , l'état de contrainte obéit à un régime d'arête. Si la valeur  $\hat{S}_r$  obtenue est inférieure à  $S_i$ , il n'y a pas de zone en régime d'arête autour de la cavité.

Pour  $\alpha \neq 1/2$ , la valeur de  $\hat{S}_r$  peut être obtenue aisément par une méthode numérique simple comme celle de Newton-Raphson. On peut alors déterminer le rayon d'arête par l'équation (2.44), qui reste

inchangée :  $\hat{S}_r = [S_i^{1-\alpha} + (1-\alpha)\ln(\zeta)]^{\frac{1}{1-\alpha}}$  fournit ainsi :

$$\boxed{\zeta = \exp\left(\frac{\hat{S}_r^{1-\alpha} - S_i^{1-\alpha}}{1-\alpha}\right)} \quad (2.61)$$

Pour  $\alpha = 1/2$ , on notera qu'une résolution analytique de (2.60) est possible :

$$(\nu - 1)S_r^{1/2} + (2\nu - 1)S_r + (1 - 2\nu)S_0 < 0 \text{ équivaut en effet ici au système :}$$

$$\begin{cases} S_r - \left(\frac{1-2\nu}{1-\nu}\right)^2 (S_0 - S_r)^2 < 0 \\ \frac{s}{m^{1/(1-\alpha)}} \leq S_r \leq S_0 \\ \left(\frac{1-2\nu}{1-\nu}\right)(S_0 - S_r) \geq 0 \end{cases}$$

En recherchant les racines de la première équation du système et en éliminant celle qui ne vérifie pas les deux autres conditions, pour  $0 < \nu < 1/2$ , on obtient une unique solution pour  $\alpha = 1/2$  :

$$\hat{S}_r = \frac{1}{2} \left[ \left(\frac{1-\nu}{1-2\nu}\right)^2 + 2S_0 - \left(\frac{1-\nu}{1-2\nu}\right) \sqrt{\left(\frac{1-\nu}{1-2\nu}\right)^2 + 4S_0} \right] \quad (2.62)$$

et  $\zeta$  est ensuite déterminé par (2.61).

Au final, lorsqu'un régime d'arête se manifeste, les contraintes dans la zone plastique sont donc calculables de la façon suivante :

- $S_r$  est obtenu par (2.39) pour tout  $r$  inférieur à  $R\xi$  ;
- $S_\theta$  est obtenu par  $S_\theta = S_r + S_r^\alpha$  pour tout  $r$  inférieur à  $R\xi$  ;
- $S_x$  est obtenu par (2.40) pour  $R\zeta \leq r \leq R\xi$  et par  $S_x = S_\theta$  pour tout  $r$  inférieur à  $R\zeta$ .

### 2.3.3.2 Calcul des déplacements et déformations dans la zone en régime d'arête

#### ➤ Démarche générale de résolution

La démarche de résolution peut être calquée sur celle présentée en section 2.3.2.4. On note  $G^P$  le potentiel plastique, qu'il s'agisse indifféremment de celui de Hoek-Brown ou de celui de Mohr-Coulomb. On note  $G_1^P$  l'expression du potentiel sur la face en  $(S_\theta, S_r)$  et  $G_2^P$  l'expression du potentiel sur la face en  $(S_x, S_r)$ . En dérivant les équations (2.5), (2.6) et (2.29) à (2.32) et en les combinant entre elles, on obtient le système :

$$\begin{cases} \frac{\dot{u}}{r} - \dot{\chi}_1 \frac{\partial G_1^P}{\partial S_\theta} = \frac{1}{H} [(1-\nu)\dot{S}_\theta - \nu\dot{S}_r] \\ 0 - \dot{\chi}_2 \frac{\partial G_2^P}{\partial S_x} = \frac{1}{H} [(1-\nu)\dot{S}_\theta - \nu\dot{S}_r] \\ \frac{\partial \dot{u}}{\partial r} - (\dot{\chi}_1 + \dot{\chi}_2) \frac{\partial G^P}{\partial S_r} = \frac{1}{H} [\dot{S}_r - 2\nu\dot{S}_\theta] \end{cases} \quad (2.63)$$

Les deux premières équations permettent de déduire :

$$\dot{\chi}_1 = \frac{1}{\partial G_1^P / \partial S_\theta} \cdot \left[ \frac{\dot{u}}{r} - \frac{1}{H} \cdot ((1-\nu)\dot{S}_\theta - \nu\dot{S}_r) \right] \quad \text{et} \quad \dot{\chi}_2 = \frac{1}{\partial G_2^P / \partial S_x} \cdot \frac{1}{H} \cdot [\nu\dot{S}_r - (1-\nu)\dot{S}_\theta]$$

que l'on peut injecter dans la dernière équation :

$$\frac{\partial \dot{u}}{\partial r} = \frac{1}{H} \cdot (\dot{S}_r - 2\nu\dot{S}_\theta) + \frac{\partial G^P}{\partial S_r} \left\{ \frac{1}{\partial G_2^P / \partial S_x} \cdot \frac{1}{H} \cdot [\nu\dot{S}_r - (1-\nu)\dot{S}_\theta] + \frac{1}{\partial G_1^P / \partial S_\theta} \cdot \left[ \frac{\dot{u}}{r} - \frac{1}{H} \cdot ((1-\nu)\dot{S}_\theta - \nu\dot{S}_r) \right] \right\} \quad (2.64)$$

Pour la suite, on notera simplement  $G^P$  l'expression du potentiel plastique en fonction de  $S_\theta$  et  $S_r$ . On constate que pour les potentiels étudiés ici, on a :

$$\frac{\partial G_1^P}{\partial S_\theta} = \frac{\partial G_2^P}{\partial S_x} = \frac{\partial G^P}{\partial S_\theta}$$

ce qui permet de simplifier (2.64) en :

$$\boxed{\frac{\partial \dot{u}}{\partial r} - \hat{A}_1 \frac{\dot{u}}{r} = \frac{1}{H} (\hat{A}_2 \dot{S}_r - \hat{A}_3 \dot{S}_\theta)} \quad (2.65)$$

avec :

$$\hat{A}_1 = \frac{\partial G^P / \partial S_r}{\partial G^P / \partial S_\theta} \quad \hat{A}_2 = 1 + 2\nu \frac{\partial G^P / \partial S_r}{\partial G^P / \partial S_\theta} \quad \hat{A}_3 = 2\nu + 2(1-\nu) \frac{\partial G^P / \partial S_r}{\partial G^P / \partial S_\theta}$$

L'équation différentielle en déplacements (2.65) présente la même forme que (2.48), en remplaçant  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ ,  $\Gamma$  par  $\hat{A}_1$ ,  $\hat{A}_2$ ,  $\hat{A}_3$ ,  $H/2$ . On peut donc utiliser la même méthode de résolution. Le changement de variable (2.49) et l'équation (2.52), avec  $u = \xi \cdot g(\rho)$ , permettent ainsi d'obtenir l'équation différentielle du second ordre en  $\rho$ , en dérivée totale :

$$\boxed{\frac{d^2 g(\rho)}{d\rho^2} - \frac{\hat{A}_1}{\rho} \frac{dg(\rho)}{d\rho} + \frac{\hat{A}_1}{\rho^2} g(\rho) = \frac{R}{\rho H} \left[ (\hat{A}_2 - \hat{A}_3) S_r^\alpha - \alpha \hat{A}_3 S_r^{2\alpha-1} \right]} \quad (2.66)$$

avec  $S_r$  déterminé par l'expression (2.39).

Les conditions aux limites pour intégrer cette équation sont les valeurs de  $g\left(\frac{\zeta}{\xi}\right)$  et de  $g'\left(\frac{\zeta}{\xi}\right)$ , à la frontière de la zone en régime d'arête, calculées par la résolution de l'équation différentielle (2.54) en régime de face comme présenté antérieurement.

### ➤ Cas du potentiel plastique de Mohr-Coulomb

Dans le cas du potentiel plastique de Mohr-Coulomb, les coefficients  $\hat{A}_1$  à  $\hat{A}_3$  valent :

$$\hat{A}_1 = -K_\psi \quad \hat{A}_2 = 1 - 2\nu \cdot K_\psi \quad \hat{A}_3 = 2\nu - 2(1-\nu) \cdot K_\psi$$

et l'équation (2.66) s'écrit :

$$\boxed{\frac{d^2 g(\rho)}{d\rho^2} + \frac{K_\psi}{\rho} \frac{dg(\rho)}{d\rho} - \frac{K_\psi}{\rho^2} g(\rho) = \frac{R}{\rho H} \left[ (1-2\nu + 2(1-2\nu)K_\psi) S_r^\alpha - \alpha (2\nu - 2(1-\nu)K_\psi) S_r^{2\alpha-1} \right]} \quad (2.67)$$

Lorsque  $\alpha = 1/2$ , cette équation différentielle admet, comme pour le cas du régime de face, une solution explicite (les coefficients  $\hat{A}_1$  à  $\hat{A}_3$  ci-dessus ne sont pas développés dans un souci de compacité) :

$$\boxed{g(\rho) = \frac{\rho}{\hat{A}_1 - 1} \left( \hat{A}_1 \frac{\xi}{\zeta} g\left(\frac{\zeta}{\xi}\right) - g'\left(\frac{\zeta}{\xi}\right) \right) + \frac{\rho^{\hat{A}_1}}{(\hat{A}_1 - 1) \left(\frac{\zeta}{\xi}\right)^{\hat{A}_1 - 1}} \left( g'\left(\frac{\zeta}{\xi}\right) - \frac{\xi}{\zeta} g\left(\frac{\zeta}{\xi}\right) \right) + \frac{R\rho}{H(\hat{A}_1 - 1)} \cdot \left\{ \left[ (\hat{A}_2 - \hat{A}_3) \left( \sqrt{S_r^*} + \frac{1}{4} \ln\left(\frac{\zeta}{\xi}\right) \right) - \frac{\hat{A}_3}{2} \ln\left(\frac{\zeta}{\xi}\right) - \left( \hat{A}_2 - \hat{A}_3 \right) \left( \sqrt{S_r^*} + \frac{1}{4} \ln(\rho) \right) + \frac{\hat{A}_2 - \hat{A}_1 \hat{A}_3}{2(\hat{A}_1 - 1)} \right] \ln(\rho) - \frac{\hat{A}_2 - \hat{A}_3}{\hat{A}_1 - 1} \sqrt{S_r^*} - \frac{\hat{A}_2 - \hat{A}_1 \hat{A}_3}{2(\hat{A}_1 - 1)^2} \right\} + \frac{R\rho^{\hat{A}_1}}{H(\hat{A}_1 - 1) \left(\frac{\zeta}{\xi}\right)^{\hat{A}_1 - 1}} \left[ \frac{\hat{A}_2 - \hat{A}_3}{2(\hat{A}_1 - 1)} \ln\left(\frac{\zeta}{\xi}\right) + \frac{\hat{A}_2 - \hat{A}_3}{\hat{A}_1 - 1} \sqrt{S_r^*} + \frac{\hat{A}_2 - \hat{A}_1 \hat{A}_3}{2(\hat{A}_1 - 1)^2} \right]} \quad (2.68)$$

Pour  $\alpha \in ]0.5; 1[$ , l'équation (2.67) ne peut pas être résolue explicitement et on utilisera une méthode numérique simple à un pas pour réaliser l'intégration finale comme la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 décrite en annexe A1.

### ➤ Cas du potentiel plastique de Hoek-Brown

Dans le cas du potentiel plastique de Hoek-Brown, les coefficients  $\hat{A}_1$  à  $\hat{A}_3$  valent :

$$\hat{A}_1 = -1 - \alpha S_r^{\alpha-1} \quad \hat{A}_2 = 1 - 2\nu (1 + \alpha S_r^{\alpha-1}) \quad \hat{A}_3 = 2\nu - 2(1-\nu)(1 + \alpha S_r^{\alpha-1})$$

et l'équation (2.66) s'écrit :

$$\boxed{\frac{d^2 g(\rho)}{d\rho^2} + \frac{1 + \alpha S_r^{\alpha-1}}{\rho} \frac{dg(\rho)}{d\rho} - \frac{1 + \alpha S_r^{\alpha-1}}{\rho^2} g(\rho) = \frac{R}{\rho H} \left[ (1-2\nu) (3S_r^\alpha + 4\alpha S_r^{2\alpha-1}) + 2(1-\nu) \alpha^2 S_r^{3\alpha-2} \right]} \quad (2.69)$$

Cette équation est tout à fait similaire à l'expression (2.58), aux coefficients constants près. On peut donc déterminer une solution exacte en suivant la même méthodologie que celle expliquée en annexe A2 pour le cas  $\alpha = 1/2$ . Le résultat final est (avec Ei la fonction exponentielle intégrale) :

$$\boxed{g(\rho) = \left\{ \left[ \text{Ei}\left(-2\ln(\rho) - 4\sqrt{S_r^*}\right) - \text{Ei}\left(-2\ln\left(\frac{\zeta}{\xi}\right) - 4\sqrt{S_r^*}\right) \right] \cdot C_4 + C_5 + \frac{R}{2H} \left[ \frac{3}{4}(1-2\nu) \ln(\rho)^2 + (1-2\nu) \left( 3\sqrt{S_r^*} + \frac{1}{2} \right) \ln(\rho) + \frac{3-2\nu}{4} \ln(\ln(\rho) + 2\sqrt{S_r^*}) \right] \right\} \rho} \quad (2.70)$$

Les constantes d'intégration  $C_4$  et  $C_5$  sont déterminées par les valeurs de  $g\left(\frac{\zeta}{\xi}\right)$  et de  $g'\left(\frac{\zeta}{\xi}\right)$  :

$$C_4 = -\frac{e^{4\sqrt{S_r^*}}}{2H} \left(\frac{\zeta}{\xi}\right)^2 \left\{ 2H \left( \ln\left(\frac{\zeta}{\xi}\right) + 2\sqrt{S_r^*} \right) \left( \frac{\xi}{\zeta} \cdot g\left(\frac{\zeta}{\xi}\right) - g'\left(\frac{\zeta}{\xi}\right) \right) + \frac{3-2\nu}{4} R + \right. \\ \left. (1-2\nu) R \left[ \sqrt{S_r^*} + 6S_r^* + \frac{3}{2} \ln\left(\frac{\zeta}{\xi}\right)^2 + \frac{1+12\sqrt{S_r^*}}{2} \ln\left(\frac{\zeta}{\xi}\right) \right] \right\}$$

$$C_5 = \frac{\xi}{\zeta} \cdot g\left(\frac{\zeta}{\xi}\right) - \frac{R}{2H} \left[ \frac{3}{4} (1-2\nu) \ln\left(\frac{\zeta}{\xi}\right)^2 + (1-2\nu) \left( 3\sqrt{S_r^*} + \frac{1}{2} \right) \ln\left(\frac{\zeta}{\xi}\right) + \frac{3-2\nu}{4} \ln\left( \ln\left(\frac{\zeta}{\xi}\right) + 2\sqrt{S_r^*} \right) \right]$$

Pour les autres valeurs de  $\alpha$ , l'intégration de (2.69) peut se faire par une méthode de Runge-Kutta.

### 2.3.4 Remarque dans le cas du potentiel plastique de Mohr-Coulomb

Lorsque le potentiel plastique est celui de Mohr-Coulomb, les rapports entre les déformations plastiques sont constants et on peut remplacer dans les calculs les règles d'écoulement (2.12) à (2.14) par les simples relations :

$$\text{Régime de face :} \quad \varepsilon_r^P = -K_\psi \cdot \varepsilon_\theta^P \quad (2.71)$$

$$\text{Régime d'arête :} \quad \varepsilon_r^P = -K_\psi (\varepsilon_\theta^P + \varepsilon_x^P) \quad (2.72)$$

Cela permet de s'affranchir de la dérivation par rapport au paramètre cinématique tout au long de la procédure de résolution, qui se trouve simplifiée. En particulier, il n'est plus nécessaire de passer par le changement de variable (2.49). En combinant l'équation (2.71) ou (2.72) avec les relations contraintes – déformations et les relations déformations – déplacements, on obtient ainsi les équations suivantes pour le calcul des déplacements :

- dans le cas du régime de face :

$$\boxed{\frac{\partial u}{\partial r} - A_4 \frac{u}{r} = \frac{1}{2\Gamma} \left[ (A_5 - A_6)(S_r - S_0) - A_6 S_r^\alpha \right]} \quad (2.73)$$

$$\text{avec :} \quad A_4 = -K_\psi \quad A_5 = 1 - \nu - \nu K_\psi \quad A_6 = \nu - (1 - \nu) K_\psi$$

- dans le cas du régime d'arête :

$$\boxed{\frac{\partial u}{\partial r} - \hat{A}_4 \frac{u}{r} = \frac{1}{H} \left[ (\hat{A}_5 - 2\hat{A}_6)(S_r - S_0) - 2\hat{A}_6 S_r^\alpha \right]} \quad (2.74)$$

$$\text{avec :} \quad \hat{A}_4 = -K_\psi \quad \hat{A}_5 = 1 - 2\nu K_\psi \quad \hat{A}_6 = \nu - (1 - \nu) K_\psi$$

Les solutions obtenues par l'intégration de (2.73) et (2.74) sont bien entendu les mêmes que celles décrites dans les sections précédentes.

Cette méthode sera utilisée dans la suite du mémoire lorsque seul le potentiel plastique de Mohr-Coulomb est considéré.

## 2.3.5 Mise en œuvre des solutions analytiques et validation

### 2.3.5.1 Mise en œuvre d'un schéma de résolution

Le principal intérêt du développement de solutions analytiques exactes ou semi-analytiques intégrables par une méthode simple à un pas (Runge-Kutta e.g.) est de disposer de méthodes de calcul facilement accessibles à l'ingénieur de bureau d'étude désireux d'effectuer des prédimensionnements de tunnel.

Les solutions présentées ici sont suffisamment simples pour faire l'objet d'une implantation dans une feuille de calcul (tableur Microsoft Excel par exemple). Ce travail de mise en forme a été réalisé dans le cadre du doctorat de sorte à ce que les résultats produits soient directement utilisables à l'issue de la thèse. La feuille de calcul est fournie avec le présent mémoire.

Le schéma de résolution du problème est le suivant dans le cas élastoplastique :

- 1- Calcul des valeurs adimensionnelles :  $S_\theta$ ,  $S_i$ ,  $\Gamma$ ,  $H$  à partir des données initiales du problème telles que représentées sur la Figure 29 et des paramètres du critère de rupture  $m$ ,  $s$ ,  $\sigma_{ci}$  et  $\alpha$  ;
- 2- Calcul de la contrainte à la limite élastique-plastique  $S_r^*$  en résolvant l'équation (2.42), soit analytiquement (cas  $\alpha = 1/2$ ), soit avec la méthode de Newton-Raphson (implantée par défaut dans le solveur du tableur). Calcul du rayon plastique  $R.\xi$  par (2.43) ;
- 3- Vérification de la présence d'un régime d'arête par le critère (2.60) (résolution exacte pour  $\alpha = 1/2$ , approchée sinon) et si nécessaire calcul du rayon d'arête  $R.\zeta$  par (2.61) ;
- 4- Calcul des contraintes, déplacements et déformations dans la zone élastique par les relations (2.33) à (2.37) ;
- 5- Discrétisation de la zone plastique en régime de face avec un pas  $h$ , de la zone plastique en régime d'arête avec un pas  $\hat{h}$ . Calcul des valeurs de  $\rho = r/(R\xi)$  à chaque pas de rayon ;
- 6- Calcul des contraintes adimensionnelles dans la zone plastique :
  - $S_r$  est obtenu par (2.39) pour tout  $r$  inférieur à  $R\xi$  ;
  - $S_\theta$  est obtenu par  $S_\theta = S_r + S_r^\alpha$  pour tout  $r$  inférieur à  $R\xi$  ;
  - $S_x$  est obtenu par (2.40) pour  $R\xi \leq r \leq R\zeta$  et par  $S_x = S_\theta$  pour tout  $r$  inférieur à  $R\xi$ .
- 7- Calcul des déplacements dans la zone plastique en régime de face. Pour  $\alpha = 1/2$  les solutions exactes peuvent être utilisées (expressions (2.57) et (2.59) respectivement pour les potentiels plastiques de Mohr-Coulomb et Hoek-Brown). Pour les autres valeurs de  $\alpha$ , on calcule  $g(\rho)$  en utilisant une méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 telle que décrite en annexe A1 avec (pour un pas de discrétisation  $h$ , régulier) :

$$t = \rho \quad t_0 = 1 \quad h_j = h \quad y = g \quad \dot{y} = \frac{dg}{d\rho} \quad \ddot{y} = \frac{d^2g}{d\rho^2} \quad y_0 = g(1) \quad \dot{y}_0 = g'(1)$$

$$f\left(\rho, g(\rho), \frac{dg(\rho)}{d\rho}\right) = \frac{A_1}{\rho} \frac{dg(\rho)}{d\rho} - \frac{A_1}{\rho^2} g(\rho) + \frac{R}{2\rho\Gamma} \left[ (A_2 - A_3) S_r^\alpha - \alpha A_3 S_r^{2\alpha-1} \right]$$

Les valeurs du déplacement  $u$  sont obtenues à chaque pas de rayon par  $u = \xi.g(\rho)$ .

- 8- Calcul des déplacements dans la zone plastique en régime d'arête. Pour  $\alpha = 1/2$  les solutions exactes peuvent être utilisées (expressions (2.68) et (2.70) respectivement pour les potentiels plastiques de Mohr-Coulomb et Hoek-Brown). Pour les autres valeurs de  $\alpha$ , on calcule  $g(\rho)$  en utilisant une méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 telle que décrite en annexe A1 avec (pour un pas de discrétisation  $\hat{h}$ , régulier) :

$$t = \rho \quad t_0 = \frac{\zeta}{\xi} \quad h_j = \hat{h} \quad y = g \quad \dot{y} = \frac{dg}{d\rho} \quad \ddot{y} = \frac{d^2g}{d\rho^2} \quad y_0 = g\left(\frac{\zeta}{\xi}\right) \quad \dot{y}_0 = g'\left(\frac{\zeta}{\xi}\right)$$

$$f\left(\rho, g(\rho), \frac{dg(\rho)}{d\rho}\right) = \frac{\hat{A}_1}{\rho} \frac{dg(\rho)}{d\rho} - \frac{\hat{A}_1}{\rho^2} g(\rho) + \frac{R}{\rho H} \left[ (\hat{A}_2 - \hat{A}_3) S_r^\alpha - \alpha \hat{A}_3 S_r^{2\alpha-1} \right]$$

Les conditions aux limites  $y_0$  et  $\dot{y}_0$  en  $\rho = \zeta/\xi$  sont issues de la phase 7-.

Les valeurs du déplacement  $u$  sont obtenues à chaque pas de rayon par  $u = \xi.g(\rho)$ .

- 9- Calcul des déformations dans la zone plastique (régime de face et d'arête) par (2.6) et (2.55), pour chaque pas de rayon.

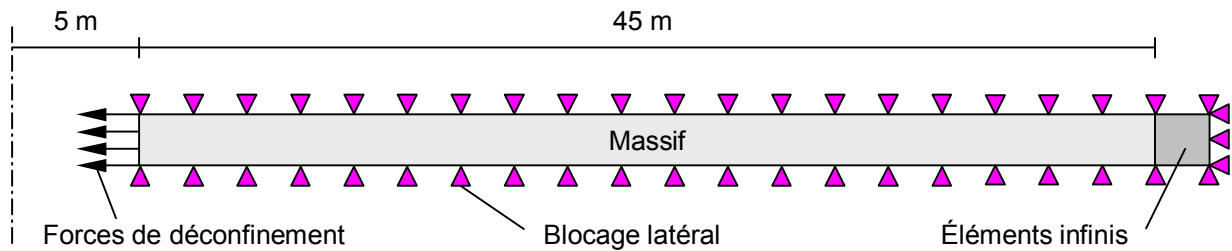
### 2.3.5.2 Validation des solutions obtenues

Les solutions obtenues ont été validées par plusieurs méthodes :

- pour les cas recoupant les calculs de Carranza-Torres (2004) (régime de face, potentiel plastique de Mohr-Coulomb et potentiel plastique de Hoek-Brown sans résolution analytique), en comparant les expressions des contraintes ou les valeurs de déplacement après intégration ;
- pour les cas non traités par la littérature, par comparaison avec des calculs effectués par le code d'éléments finis CESAR-LCPC, dans lequel la programmation du critère de Hoek-Brown généralisé a été récemment améliorée.

Les calculs CESAR-LCPC ont été effectués sur un simple modèle 1D-axisymétrique, dans lequel l'excavation est simulée par application de forces de déconfinement à la paroi du tunnel, à partir d'une situation de contraintes initiales isotropes. À l'extrémité du modèle, des « éléments infinis », dont les caractéristiques élastiques simulent une extension infinie du massif, ont été positionnés, permettant d'éliminer les effets de bord. Le modèle utilisé dans les comparaisons ci-après est présenté sur la Figure 31. Le maillage est constitué d'éléments quadrangulaires avec interpolation quadratique ; les

éléments au voisinage de la paroi du tunnel ont une extension radiale de 10 cm, ceux à l'extrémité du modèle d'un mètre.



**Figure 31 : Structure du modèle 1D-axisymétrique CESAR-LCPC utilisé pour la validation des solutions analytiques dans le cas monophasique (le blocage latéral correspond physiquement à des rouleaux)**

➤ Rayon plastique, rayon d'arête et valeurs des contraintes

À la normalisation (2.16) des contraintes près, les expressions du rayon plastique et des valeurs de contraintes radiale  $\sigma_r$  et tangentielle  $\sigma_\theta$  sont identiques à celles fournies par Carranza-Torres (2004) ce qui permet de les valider directement. Les éléments nouvellement développés correspondent au calcul de la contrainte intermédiaire  $\sigma_x$  et du rayon d'arête  $R.\zeta$ . Des comparaisons concluantes ont pu être effectuées avec les calculs produits par CESAR-LCPC.

La Figure 32 ci-après présente un exemple de résultats, obtenus pour le cas décrit dans le Tableau 10. Les paramètres du critère de rupture sont ceux d'un grès quartzitique très tectonisé, tels que décrits par Habimana (1999) pour des échantillons du lot D de la galerie de Cleuson-Dixence. Les autres paramètres ont été fixés arbitrairement.

On note l'excellente correspondance entre les valeurs « analytiques » et « numériques », ainsi que la bonne description du rayon plastique et du passage en régime d'arête.

Rayon du tunnel $R$	5 m	Résistance à la compression simple $\sigma_{ci}$	42 MPa
Contrainte initiale isotrope $\sigma_0$	40 MPa	Exposant de Hoek-Brown $\alpha$	0.64
Contrainte en paroi $\sigma_i$	1.5 MPa	Module d'Young $E$	3 GPa
Coefficient de Hoek-Brown $m$	2.48	Coefficient de Poisson $\nu$	0.3
Coefficient de Hoek-Brown $s$	0.00024	Dilatance $\psi$	10°

**Tableau 10 : Jeu de paramètres pour la validation des solutions analytiques monophasiques (potentiel plastique de Mohr-Coulomb, présence d'un régime d'arête)**



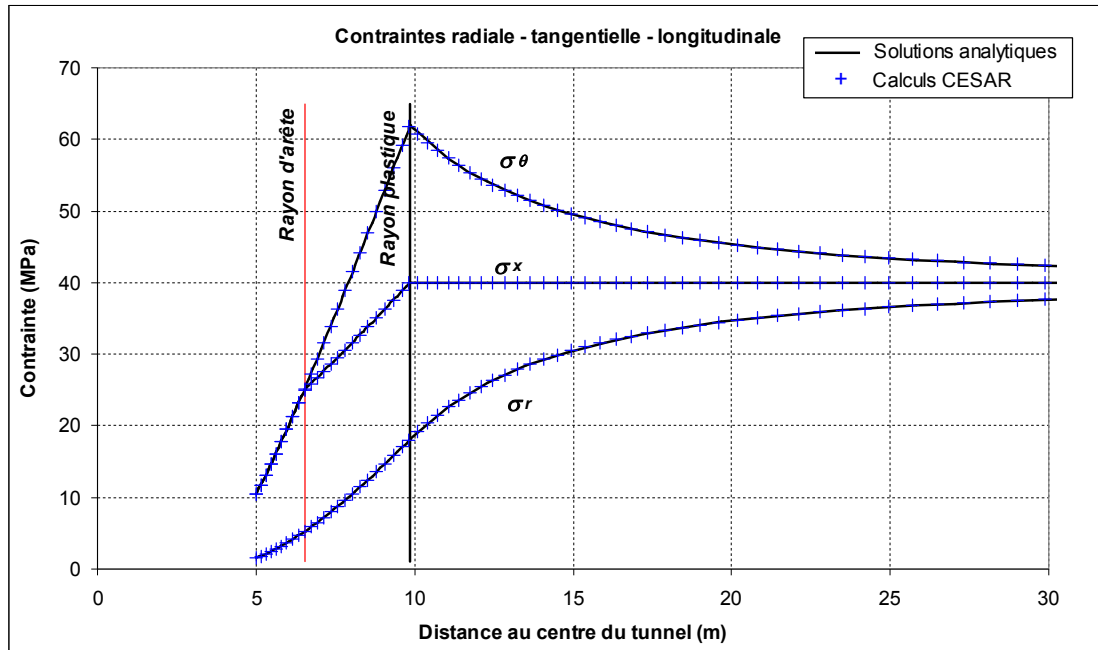


Figure 32 : Comparaison des valeurs de contraintes entre les calculs analytiques et numériques pour un cas de tunnel en milieu monophasique

➤ Valeurs de déplacements

Le Tableau 11 présente quelques valeurs de déplacement obtenues à partir du jeu de paramètres du Tableau 10, amendé de la façon suivante :  $\alpha$  vaut soit 0.5 soit 0.64, la dilatance  $\psi$  n'est utilisée que pour le potentiel plastique de Mohr-Coulomb (le potentiel de Hoek-Brown étant associé). Comme le montre la Figure 32, il s'agit de cas dans lesquels un régime d'arête se manifeste. Les sigles utilisés dans le tableau sont les suivants :

- FR-RK : calcul avec les méthodes analytiques présentées dans le présent mémoire, schéma d'intégration final de Runge-Kutta ;
- FR-E : calcul avec les méthodes analytiques présentées dans le présent mémoire, solutions exactes (limité au cas  $\alpha = 0.5$ ) ;
- CCT : calcul avec le tableur proposé par Carranza-Torres (2004) ;
- CESAR : calcul CESAR-LCPC, à partir du modèle décrit en Figure 31.

Valeurs en m	Potentiel plastique de Mohr-Coulomb ( $\psi = 10^\circ$ )						Potentiel plastique de Hoek-Brown (associé)				
	$\alpha = 0.5$			$\alpha = 0.64$			$\alpha = 0.5$			$\alpha = 0.64$	
	FR-E	FR-RK	CESAR	FR-RK	CCT	CESAR	FR-E	FR-RK	CESAR	FR-RK	CESAR
$R.\xi$	9.076	9.076	9.068	9.856	9.856	9.838	9.076	9.076	9.068	9.856	9.839
$R.\zeta$	5.833	5.833	5.845	6.527	-	6.496	5.833	5.833	5.787	6.527	6.496
$u(15\text{ m})$	0.052	0.052	0.052	0.062	0.062	0.062	0.052	0.052	0.052	0.062	0.062
$u(R.\xi)$	0.086	0.086	0.086	0.094	0.094	0.094	0.086	0.086	0.086	0.094	0.094
$u(R.\zeta)$	0.168	0.168	0.168	0.176	0.176	0.178	0.229	0.229	0.233	0.254	0.257
$u(R)$	0.220	0.220	0.220	0.280	0.278	0.280	0.391	0.391	0.378	0.668	0.648

Tableau 11 : Valeurs de déplacements, rayon plastique et rayon d'arête calculés par différentes méthodes (cas monophasique)

Les valeurs en italique dans le tableau ont été obtenues par interpolation linéaire entre deux points de calcul. La valeur grisée (0.278) n'a pas de sens mathématiquement puisque les solutions de Carranza-Torres (2004) ne prennent pas en compte le régime d'arête. Elle permet toutefois de constater que l'étude en régime d'arête apporte au final assez peu d'écart sur les valeurs de déplacement en paroi. Cette observation a pu être confirmée sur diverses configurations étudiées dans le cadre de ce travail, y compris avec un potentiel plastique associé : les solutions de la littérature négligeant le régime d'arête pourront donc généralement être considérées comme valables à quelques pourcents près.

De manière générale, la correspondance entre les différentes méthodes de calcul apparaît excellente. Les valeurs « exactes » et « approchées par la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 » correspondent généralement entre elles à  $10^{-7}$  m près (le Tableau 11 a été limité à trois chiffres significatifs). Les valeurs numériques obtenues par CESAR-LCPC s'écartent peu de la valeur théorique, en particulier pour le cas du potentiel plastique de Mohr-Coulomb. Dans le cas du potentiel plastique associé, les déformations plastiques apparaissent légèrement sur-évaluées par le logiciel en régime de face, mais plutôt sous-évaluées en régime d'arête ce qui pourrait indiquer un biais supplémentaire dans la prise en compte de la combinaison convexe des règles d'écoulement. Les valeurs de déplacement obtenues restent toutefois globalement satisfaisantes (erreurs de 2 à 3 % sur la convergence en paroi). Diverses raisons peuvent être invoquées pour expliquer ces écarts. Notamment, la dérivée du critère ou du potentiel étant estimée dans le logiciel au niveau de l'estimateur élastique (qui diffère légèrement du point précis de contact avec la limite d'élasticité) on introduit ainsi dans le calcul une erreur supplémentaire pour un potentiel plastique non linéaire, qui n'existait pas dans le cas du potentiel de Mohr-Coulomb. On note également que l'incertitude augmente avec la taille de la zone plastique, qui est ici relativement importante (environ un rayon de tunnel) ; une amélioration pourrait éventuellement être recherchée avec un critère de convergence plus restrictif pour chaque incrément de chargement (ici la tolérance relative était fixée à  $10^{-3}$  dans CESAR-LCPC), ou avec un maillage encore plus fin.

Enfin, il est intéressant de remarquer dans le Tableau 11 les fortes différences de convergence en paroi qui peuvent exister entre le potentiel plastique associé et le potentiel plastique de Mohr-Coulomb. Ces résultats sommaires mettent clairement en exergue l'importance du potentiel plastique considéré et de ses paramètres pour le dimensionnement, le point d'équilibre massif-soutènement se situant à l'intersection des courbes de convergence et de confinement.

### **2.3.6 Conclusion sur le cas élastique linéaire parfaitement plastique en situation monophasique**

Les calculs présentés dans cette section ont permis de mettre en œuvre une méthode complète de calcul des contraintes et déplacement dans le massif, basée notamment sur les travaux antérieurs de Carranza-Torres *et al.*, prenant en compte de manière rigoureuse les différentes équations de la mécanique. Plusieurs nouveautés ont pu être apportées par rapport aux solutions préexistant dans la littérature. En premier lieu, une nouvelle forme adimensionnelle du critère de Hoek-Brown généralisé, basée sur la normalisation des contraintes (2.16), a été établie, qui a permis de simplifier les solutions proposées antérieurement. D'autre part, les calculs de convergence ont été complétés par la prise en compte du problème de régime d'arête, jusqu'à présent ignoré dans la littérature. La mise en œuvre de

ces nouvelles solutions a toutefois montré que ce phénomène ne modifiait au final que de quelques pourcents les valeurs de déplacement en paroi. Par ailleurs, dans le cas du potentiel plastique de Hoek-Brown (associé), de nouvelles formulations exactes ont été obtenues pour le cas  $\alpha = 1/2$ , qui était considéré comme non soluble jusqu'à présent.

L'ensemble des développements réalisés dans cette première partie a été validé par comparaison avec les solutions existant antérieurement dans la littérature (lorsque cela était possible) ou avec des calculs par éléments finis CESAR-LCPC. Au final, les formulations présentées ici apparaissent tout à fait concluantes. Elles ont été implantées dans des feuilles de calcul (tableur), fournies avec le présent mémoire, permettant une mise en œuvre directe des résultats de la thèse pour un bureau d'étude par exemple.

Les sections suivantes s'attachent à l'utilisation de démarches de calcul similaires pour la résolution de problèmes plus complexes, prenant en compte en particulier les aspects biphasiques influant sur le comportement des sols indurés / roches tendres.

## **2.4 ÉTUDE DU CAS ÉLASTIQUE LINÉAIRE PARFAITEMENT PLASTIQUE EN SITUATION BIPHASIQUE DRAINÉE**

### **2.4.1 Introduction**

Le principe général des approches biphasiques a été présenté dans la première partie du mémoire (section 1.4.4.2). Une résolution complète du problème inclut la prise en compte de la dépendance au temps, liée au phénomène de consolidation, qui introduit une complexité supplémentaire dans les calculs. Il est en pratique délicat de rechercher des solutions analytiques dans ce cas en dehors d'une configuration élastique linéaire (Carter & Booker (1982) e.g.).

La situation biphasique drainée correspond au cas du creusement infiniment lent vis-à-vis de la vitesse de diffusion hydraulique et permet de découpler les influences de l'eau et du squelette solide sur le comportement du terrain, en supposant le régime hydraulique permanent établi préalablement aux déformations du squelette. Cette situation peut être rencontrée dans des terrains de perméabilité élevée, comme par exemple des roches cataclastiques de granulométrie grossière. On notera que seul le problème du tunnel à revêtement perméable est alors véritablement intéressant, le cas imperméable étant peu réaliste et pouvant être aisément ramené à la situation monophasique étudiée antérieurement.

Les calculs ci-après présentent donc une approche en deux temps : tout d'abord le calcul du profil de pression interstitielle, en supposant une pression constante connue (nulle ou autre) au niveau de la paroi du tunnel, puis l'évaluation de la réponse mécanique en situation élastique ou élastoplastique. Les hypothèses et équations constitutives sont celles présentées dans la section 2.2, de portée générale.

## 2.4.2 Calcul du profil radial de pression interstitielle

Dans le cas considéré, les équations de diffusion de la masse fluide se ramènent à la simple équation de Laplace :

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = 0 \quad (2.23)$$

Cette équation s'intègre en  $P(r) = C_6 \ln(r) + C_7$  qui n'est pas bornée à l'infini si  $P(R) \neq P_0$ , ce qui ne correspond pas à la réalité physique. On introduit donc classiquement une hypothèse supplémentaire :

*Il existe un rayon  $R_d$ , dit rayon de drainage, pour lequel la pression interstitielle n'est pas affectée par le creusement du tunnel, soit  $P(R_d) = P_0$ .*

Le rayon de drainage ainsi défini correspond au principe du rayon d'action couramment utilisé en hydraulique des puits. Schneebeli (1966) en particulier montre à partir de calculs d'écoulement en régime transitoire que la notion d'écoulement permanent vers un puits n'est en réalité pas véritablement pertinente : le rayon d'action croît proportionnellement à  $\sqrt{t}$  et ne peut physiquement refléter que des régimes « quasi-permanents ». Dans certains cas toutefois, une source d'eau permanente peut aussi se trouver à une certaine distance du tunnel, contribuant à instaurer un régime permanent.

Le problème étudié est donc finalement ramené à celui d'un cylindre creux de rayon intérieur  $R$  et de rayon extérieur  $R_d$  fini. On pourra vérifier à l'issue des calculs que pour  $R_d$  « suffisamment grand », la valeur retenue influe peu sur les convergences prévues en paroi du tunnel.

En notant  $P_i$  la pression interstitielle normalisée maintenue en paroi du tunnel, les constantes  $C_6$  et  $C_7$  sont déterminées et on obtient :

$$\boxed{P(r) = P_0 - A_p \ln\left(\frac{R_d}{r}\right)} \quad \text{avec} \quad A_p = \frac{P_0 - P_i}{\ln\left(\frac{R_d}{R}\right)} \quad (2.75)$$

## 2.4.3 Étude de la zone élastique

### 2.4.3.1 Cas général

La méthode de résolution pour le cas élastique linéaire est la même que pour l'obtention des solutions de Lamé dans le cas monophasique. Les conditions aux limites mécaniques sont les suivantes :

$$\text{- en } r = R\xi \text{ (rayon plastique) :} \quad S_r(R\xi) = S_r^* \quad (\text{CL6})$$

$$\text{- en } r = R_d \text{ (rayon de drainage) :} \quad S_r(R_d) = S_{Rd} \quad (\text{CL7})$$

Les contraintes normalisées  $S_r^*$  et  $S_{Rd}$  sont supposées connues à ce stade de la résolution. Dans le cas d'absence de zone plastique autour du tunnel, on remplacera simplement dans les expressions établies ci-après  $R\xi$  par  $R$  et  $S_r^*$  par  $S_i$ .

Les conditions aux limites hydrauliques (en  $r = R$  et  $r = R_d$ ) ont été présentées dans la section précédente et restent inchangées quelle que soit la position de la limite élastique – plastique.

En combinant les équations (2.19), (2.20), (2.75), (2.5) et (2.6), avec  $\varepsilon_r^P = \varepsilon_\theta^P = 0$  (calcul en élasticité), on obtient sans difficulté l'équation différentielle du second ordre :

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \right] = - \frac{b}{\Lambda + 2\Gamma} \frac{A_p}{r}} \quad (2.76)$$

qui s'intègre en : 
$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} = C_8 - \frac{b}{\Lambda + 2\Gamma} A_p \ln \left( \frac{r}{R_d} \right) \quad \text{avec } C_8 \text{ une constante}$$

Pour l'étape d'intégration suivante, connaissant la solution générale (triviale)  $u(r) = \frac{C_9}{r}$  de l'équation sans second membre, une solution particulière  $u_p$  de l'équation avec second membre peut être obtenue simplement par la méthode de « variation de la constante », qui fournit :

$$u_p(r) = \frac{C_8}{2} r - \frac{b \cdot A_p}{\Lambda + 2\Gamma} \cdot \frac{r}{2} \cdot \left( \ln \left( \frac{r}{R_d} \right) - \frac{1}{2} \right)$$

On en déduit la forme de la solution en déplacements :

$$\boxed{u(r) = \frac{C_9}{r} + C_{10} r - \frac{b \cdot A_p}{2(\Lambda + 2\Gamma)} r \ln \left( \frac{r}{R_d} \right)} \quad (2.77)$$

avec  $C_9$  et  $C_{10}$  des constantes à déterminer en fonction des conditions aux limites.

Il en résulte l'expression des déformations par (2.5) et (2.6), puis celle des contraintes normalisées par les relations (2.20) :

$$\boxed{\varepsilon_r = C_{10} - \frac{C_9}{r^2} - \frac{b \cdot A_p}{2(\Lambda + 2\Gamma)} \left( \ln \left( \frac{r}{R_d} \right) + 1 \right)} \quad (2.78)$$

$$\boxed{\varepsilon_\theta = C_{10} + \frac{C_9}{r^2} - \frac{b \cdot A_p}{2(\Lambda + 2\Gamma)} \ln \left( \frac{r}{R_d} \right)} \quad (2.79)$$

$$S_r = S_0 + 2(\Lambda + \Gamma)C_{10} - 2\Gamma \frac{C_9}{r^2} - \frac{b}{2} A_p + \frac{\Gamma b}{\Lambda + 2\Gamma} A_p \ln \left( \frac{r}{R_d} \right) \quad (2.80)$$

$$S_\theta = S_0 + 2(\Lambda + \Gamma)C_{10} + 2\Gamma \frac{C_9}{r^2} - \frac{\Lambda b}{2(\Lambda + 2\Gamma)} A_p + \frac{\Gamma b}{\Lambda + 2\Gamma} A_p \ln \left( \frac{r}{R_d} \right) \quad (2.81)$$

La constante  $C_9$  peut s'obtenir en écrivant  $S_r(R_d) - S_r(R\xi) = S_{Rd} - S_r^*$ , soit :

$$\boxed{C_9 = \frac{R_d^2 \cdot (R\xi)^2}{2(R_d^2 - (R\xi)^2)} \left[ \frac{b A_p}{\Lambda + 2\Gamma} \ln \left( \frac{R\xi}{R_d} \right) + \frac{S_{Rd} - S_r^*}{\Gamma} \right]} \quad (2.82)$$

Pour obtenir la constante  $C_{10}$  on écrit que  $R_d^2 S_r(R_d) - (R_\xi)^2 S_r(R_\xi) = R_d^2 S_{Rd} - (R_\xi)^2 S_r^*$ , soit :

$$C_{10} = \frac{1}{2(\Lambda + \Gamma)} \left[ S_r^* - S_0 + \frac{R_d^2 (S_{Rd} - S_r^*)}{R_d^2 - (R_\xi)^2} + \frac{b A_P}{2} + \frac{\Gamma b}{\Lambda + 2\Gamma} \frac{(R_\xi)^2}{R_d^2 - (R_\xi)^2} A_P \ln \left( \frac{R_\xi}{R_d} \right) \right] \quad (2.83)$$

En injectant les valeurs de  $C_9$  et  $C_{10}$  dans les expressions (2.80) et (2.81), on pourra retenir au final une expression plus simple pour les contraintes :

$$S_r = -\frac{A_7}{r^2} + A_8 \ln \left( \frac{r}{R_d} \right) + A_9 \quad (2.84)$$

$$S_\theta = \frac{A_7}{r^2} + A_8 \left( \ln \left( \frac{r}{R_d} \right) + 1 \right) + A_9 \quad (2.85)$$

avec :  $A_7 = \frac{(R_\xi)^2 R_d^2}{(R_\xi)^2 - R_d^2} \left[ \frac{\Gamma b}{\Lambda + 2\Gamma} A_P \ln \left( \frac{R_d}{R_\xi} \right) - (S_{Rd} - S_r^*) \right]$   $A_8 = \frac{\Gamma b}{\Lambda + 2\Gamma} A_P$

$$A_9 = S_r^* + \frac{R_d^2 (S_{Rd} - S_r^*)}{R_d^2 - (R_\xi)^2} - \frac{\Gamma b}{\Lambda + 2\Gamma} \frac{(R_\xi)^2}{R_d^2 - (R_\xi)^2} A_P \ln \left( \frac{R_d}{R_\xi} \right)$$

La contrainte intermédiaire  $S_x$  se calcule facilement à partir des expressions (2.22) :

$$S_x = (1 - 2\nu) S_0 + \nu (S_r + S_\theta) + (1 - 2\nu) b (P - P_0)$$

En remarquant que  $\nu = \frac{\Lambda}{2(\Lambda + \Gamma)}$  et que  $1 - 2\nu = \frac{\Gamma}{\Lambda + \Gamma}$ , on obtient :

$$S_x = \frac{1}{\Lambda + \Gamma} \left[ \Gamma S_0 + \frac{\Lambda}{2} (A_8 + 2A_9) \right] + 2A_8 \ln \left( \frac{r}{R_d} \right) \quad (2.86)$$

Ces différentes expressions peuvent être comparées de manière concluante avec les formulations de Wang & Dusseault (1995), ce qui fournit une validation réciproque.

#### 2.4.3.2 Formulations modifiées en fonction de la valeur de $S_{Rd}$

Les solutions développées dans la section précédente ont été établies en considérant une contrainte normalisée  $S_{Rd}$  quelconque au niveau du rayon de drainage. En pratique, on choisit couramment de considérer que tout ce qui se passe pour des valeurs de  $r > R_d$  est négligeable et on prend :

$$S_{Rd} = S_0$$

Ce choix est en particulier justifié par le fait que l'expression (2.75) conduit à une discontinuité de  $\text{grad}(P)$  au niveau du rayon de drainage, ce qui physiquement n'est pas correct (voir Schneebeli (1966) e.g.) : on se limite donc à travailler sur des rayons inférieurs à  $R_d$ .

Toutefois, d'autres auteurs (Huergo (2000) e.g.) préfèrent accepter cette légère incohérence du modèle, et ainsi calculer  $S_{Rd}$  en fonction de  $S_0$  et  $S_r^*$  au lieu de fixer une valeur arbitraire. Cela permet

notamment de travailler à nouveau en milieu semi-infini plutôt qu'en anneau épais et de simplifier les expressions des contraintes et déplacements. Nous examinons ce cas ci-dessous.

Sur l'intervalle  $[R_d, +\infty[$ , la pression interstitielle normalisée reste constante, égale à  $p_0$ , ce qui ramène au cas monophasique d'un tunnel de rayon  $R_d$  confiné par une contrainte  $\sigma_{Rd}$  dans un milieu infini de contrainte initiale isotrope  $\sigma_0$ . En variables normalisées, le déplacement s'exprime alors simplement :

$$u = \frac{S_0 - S_{Rd}}{2\Gamma} \frac{R_d^2}{r} \quad (2.87)$$

Du fait de la continuité des déplacements radiaux en  $r = R_d$ , on peut évaluer les expressions (2.87) et (2.77) au niveau du rayon de drainage :

$$\frac{S_0 - S_{Rd}}{2\Gamma} R_d = \frac{C_9}{R_d} + C_{10} R_d$$

ce qui après développement et expression des constantes  $C_9$  et  $C_{10}$  par (2.82) et (2.83) permet de calculer la valeur de  $S_{Rd}$  :

$$S_{Rd} = \frac{(R\xi)^2}{R_d^2} \left[ S_r^* + \frac{\Gamma b A_p}{\Lambda + 2\Gamma} \ln\left(\frac{R_d}{R\xi}\right) \right] + \frac{R_d^2 - (R\xi)^2}{R_d^2} \left[ S_0 - \frac{\Gamma b A_p}{2(\Lambda + 2\Gamma)} \right] \quad (2.88)$$

En injectant cette valeur dans les expressions (2.77), (2.78), (2.79), (2.84), (2.85) et (2.86), on obtient de nouvelles formulations des contraintes et déplacements :

$$u(r) = \frac{S_0 - S_r^*}{2\Gamma} \frac{(R\xi)^2}{r} - \frac{1}{2\Gamma} r \cdot \tilde{h}(r) \quad (2.89)$$

$$\varepsilon_r = -\frac{S_0 - S_r^*}{2\Gamma} \frac{(R\xi)^2}{r^2} + \frac{1}{2\Gamma} \tilde{h}(r) - \frac{b A_p}{(\Lambda + 2\Gamma)} \ln\left(\frac{r}{R_d}\right) \quad (2.90)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{S_0 - S_r^*}{2\Gamma} \frac{(R\xi)^2}{r^2} - \frac{1}{2\Gamma} \cdot \tilde{h}(r) \quad (2.91)$$

$$S_r = S_0 - (S_0 - S_r^*) \frac{(R\xi)^2}{r^2} + \tilde{h}(r) \quad (2.92)$$

$$S_\theta = S_0 + (S_0 - S_r^*) \frac{(R\xi)^2}{r^2} - \tilde{h}(r) + \frac{2\Gamma b A_p}{\Lambda + 2\Gamma} \ln\left(\frac{r}{R_d}\right) \quad (2.93)$$

$$S_x = S_0 + \frac{2\Gamma}{\Lambda + 2\Gamma} b A_p \ln\left(\frac{r}{R_d}\right) \quad (2.94)$$

avec 
$$\tilde{h}(r) = \frac{\Gamma b A_p}{2(\Lambda + 2\Gamma)} \left[ \left( 2 \ln\left(\frac{R_d}{R\xi}\right) + 1 \right) \frac{(R\xi)^2}{r^2} + 2 \ln\left(\frac{r}{R_d}\right) - 1 \right]$$

L'avantage de ces expressions (analogues à celles de Huergo (2000) pour  $b = 1$ ), outre leur simplicité, est qu'on y identifie aisément les formulations du cas monophasique, ce qui permet de quantifier directement l'influence de l'écoulement sur le comportement du massif.

## 2.4.4 Étude de la zone élastoplastique (régime de face)

### 2.4.4.1 Généralités – conditions aux limites

Il n'existe pas à l'heure actuelle de méthode analytique permettant d'estimer les convergences en situation drainée dans le cas élastoplastique avec critère de Hoek-Brown généralisé. Seul le critère de Mohr-Coulomb a été abordé par les auteurs recensés dans le cadre de ce mémoire (voir section 1.4.4.2). La résolution du problème proposée ici utilise la même démarche que celle présentée pour le cas monophasique, la forme des équations permettant à nouveau de séparer la détermination des contraintes de celle des déplacements et déformations (voir ci-après).

L'apparition de la plasticité n'affecte pas le régime hydraulique, supposé permanent, dans le cas drainé. L'expression des valeurs radiales de pressions interstitielles (2.75) reste donc valable, avec les conditions aux limites  $P = P_i$  en  $r = R$  et  $P = P_0$  en  $r = R_d$ .

La contrainte totale en paroi du tunnel est supposée connue, ainsi que celle à la limite élastique plastique (sa valeur sera déterminée plus loin) :

$$- \text{ en } r = R\xi \text{ (rayon plastique) : } \quad S_r(R\xi) = S_r^* \quad (\text{CL6})$$

$$- \text{ en } r = R \text{ (rayon du tunnel) : } \quad S_r(R) = S_i \quad (\text{CL8})$$

La résolution du cas élastique présentée antérieurement permet enfin d'obtenir une condition supplémentaire en déplacement à la limite élastique plastique :

$$- \text{ en } r = R\xi \text{ (rayon plastique) : } \quad u(R\xi) \text{ calculé par (2.77) ou (2.89)} \quad (\text{CL9})$$

**Remarque :** Lorsque l'on travaille en milieu infini ( $S_{Rd}$  calculé plutôt que fixé arbitrairement), l'expression (2.89) fournit simplement :  $u(R\xi) = \frac{S_0 - S_r^*}{2\Gamma} \cdot R\xi$  ... identique au cas monophasique !

### 2.4.4.2 Calcul des contraintes dans la zone plastique

L'équation d'équilibre (2.19) et le critère de rupture (2.24), assortis de la condition  $F = 0$  caractérisant la plasticité permettent d'établir l'équation différentielle des contraintes radiales :

$$\frac{\partial S_r}{\partial r} - \frac{1}{r}(S_r - \delta P)^\alpha = 0$$

Pour la suite, il sera plus pratique de travailler en contraintes effectives ( $S_r' = S_r - \delta P$ ), et comme la valeur de P est déterminée par  $P(r) = P_0 - A_p \ln\left(\frac{R_d}{r}\right)$ , on obtient l'équation :

$$\boxed{\frac{\partial S_r'}{\partial r} - \frac{1}{r}(S_r')^\alpha = -\frac{\delta A_p}{r}} \quad (2.95)$$



Il s'agit d'une équation différentielle de type « séparable », pour laquelle il existe une méthode générale de résolution (non détaillée ici), qui ne permet toutefois pas dans le cas présent de réaliser une intégration explicite, y compris dans le cas  $\alpha = 1/2$ . Les valeurs de contrainte radiale doivent donc être obtenues *de manière itérative à partir de la paroi du tunnel*, avec par exemple une méthode de Runge-Kutta. On peut utiliser la méthode d'ordre 4 décrite en annexe A1 avec (pour un pas de discrétisation  $h$ , régulier) :

$$t = r \quad t_0 = R \quad h_j = h \quad y = S_r' \quad \dot{y} = \frac{\partial S_r'}{\partial r} \quad y_0 = S_i' \quad f(r, S_r'(r)) = \frac{1}{r} (S_r')^\alpha - \frac{\delta A_p}{r}$$

La contrainte orthoradiale effective est ensuite obtenue par le critère de rupture :  $S_\theta' = S_r' + S_r'^\alpha$

La contrainte longitudinale totale se déduit des relations (2.22) :

$$S_x = (1 - 2\nu)S_0 + \nu(S_r + S_\theta) + (1 - 2\nu)b(P - P_0) \quad (2.96)$$

#### 2.4.4.3 Caractérisation de la limite élastique-plastique

Les expressions des contraintes dans la zone élastique montrent que, du fait du gradient radial de pression interstitielle, on ne peut plus considérer comme dans le cas monophasique que les valeurs  $S_\theta + S_r$  ou  $S_\theta' + S_r'$  sont constantes. Or cela permettait d'obtenir facilement une caractérisation du rayon plastique en fonction des valeurs de la contrainte radiale normalisée uniquement.

On est donc ramené ici pour caractériser la limite élastique plastique à écrire simplement que les contraintes telles que déterminées dans la zone élastique vérifient le critère de plasticité.

- Pour le cas de l'anneau épais de rayon  $R_d$  ( $S_{Rd}$  fixé arbitrairement) :

On écrit que  $S_\theta - S_r - (S_r - \delta P)^\alpha = 0$  en  $r = R\xi$ , avec  $S_\theta$  et  $S_r$  calculées par (2.85) et (2.84) et  $P$  par (2.75). Cela permet d'obtenir une expression caractéristique du rayon plastique :

$$\frac{2A_7}{(R\xi)^2} + A_8 - \left[ S_r^* - \delta \left( P_0 - A_p \ln \left( \frac{R_d}{R\xi} \right) \right) \right]^\alpha = 0, \text{ soit } f_{pl}^1(R\xi, S_r^*) = 0 \text{ avec :}$$

$$f_{pl}^1(r, S_r) = \frac{2R_d^2}{(r)^2 - R_d^2} \left[ \frac{\Gamma b}{\Lambda + 2\Gamma} A_p \ln \left( \frac{R_d}{r} \right) - (S_{Rd} - S_r) \right] + \frac{\Gamma b}{\Lambda + 2\Gamma} A_p - \left[ S_r - \delta \left( P_0 - A_p \ln \left( \frac{R_d}{r} \right) \right) \right]^\alpha \quad (2.97)$$

- Pour le cas du milieu infini ( $S_{Rd}$  calculé à partir des contraintes initiales à l'infini) :

On obtient de la même façon, à partir des expressions (2.92) et (2.93), l'expression caractéristique du rayon plastique  $f_{pl}^2(R\xi, S_r^*) = 0$  avec :

$$f_{pl}^2(r, S_r) = 2(S_0 - S_r) + \frac{2\Gamma b A_p}{\Lambda + 2\Gamma} \ln \left( \frac{r}{R_d} \right) - \left[ S_r - \delta \left( P_0 - A_p \ln \left( \frac{R_d}{r} \right) \right) \right]^\alpha = 0 \quad (2.98)$$

Ces deux fonctions  $f_{pl}^j(r, S_r)$ ,  $j \in \{1, 2\}$ , dépendant de  $r$  et  $S_r$  uniquement, permettent donc en tout point de déterminer la position par rapport au rayon plastique :  $f_{pl}^j(r, S_r) < 0$  dans la zone élastique,

$f_{pl}^j(r, S_r) = 0$  au rayon plastique,  $f_{pl}^j(r, S_r) > 0$  dans la zone plastique. Cette approche permet en particulier d'identifier facilement le passage du rayon plastique dans une méthode itérative calculant la contrainte radiale par incrément de rayon. On notera que le cas purement élastique sera caractérisé simplement par  $f_{pl}^j(R, S_i) \leq 0$ .

#### 2.4.4.4 Calcul des déplacements et déformations dans la zone plastique

Pour le calcul des déplacements et déformations dans la zone plastique, il convient de remarquer en premier lieu que dans le cas drainé, la pression interstitielle normalisée  $P$  décrite par (2.75) ne dépend pas du paramètre  $\xi$ . Compte-tenu de cette observation et des conditions aux limites, contrairement au cas monophasique, on ne peut plus garantir que la contrainte effective normalisée  $S_r$  dépend uniquement de  $\rho = \frac{r}{R\xi}$  à l'exclusion de  $r$  et  $\xi$  séparément. Il n'est donc plus possible de simplifier les équations différentielles dépendant du paramètre cinématique par des changements de variable du type (2.52). La résolution « analytique » nécessiterait donc une double discrétisation (en pas d'application de la charge et en rayon), qui ne présente plus véritablement d'intérêt par rapport à une méthode numérique courante comme un calcul par éléments finis.

On se limite donc ici au cas du potentiel plastique de Mohr-Coulomb pour lequel les aspects cinématiques peuvent être éliminés en utilisant la relation (2.71) :

$$\varepsilon_r^P = -K_\psi \cdot \varepsilon_\theta^P$$

Les équations (2.22), (2.5) et (2.6) permettent alors d'écrire :

$$\begin{cases} \frac{u}{r} = \frac{1}{2\Gamma} \left[ (1-\nu)(S_\theta^{ef} - S_0^{ef}) - \nu(S_r^{ef} - S_0^{ef}) \right] + \varepsilon_\theta^P \\ \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{2\Gamma} \left[ (1-\nu)(S_r^{ef} - S_0^{ef}) - \nu(S_\theta^{ef} - S_0^{ef}) \right] - K_\psi \varepsilon_\theta^P \end{cases}$$

avec  $S_j^{ef} = S_j - bP$  la contrainte effective élastique (à l'état initial  $S_0^{ef} = S_0 - bP_0$ ).

En éliminant les déformations plastiques, on en déduit l'équation différentielle en déplacements :

$$\frac{\partial u}{\partial r} - A_{10} \frac{u}{r} = \frac{1}{2\Gamma} \left[ A_{11}(S_r^{ef} - S_0^{ef}) - A_{12}(S_\theta^{ef} - S_0^{ef}) \right] \quad (2.99)$$

avec :  $A_{10} = -K_\psi$   $A_{11} = (1-\nu) - \nu \cdot K_\psi$   $A_{12} = \nu - (1-\nu) \cdot K_\psi$

que l'on peut également expliciter en fonction de  $S_r$  et  $P$  uniquement, puisque  $S_\theta = S_r + (S_r - \delta P)^\alpha$  :

$$\frac{\partial u}{\partial r} - A_{10} \frac{u}{r} = \frac{1}{2\Gamma} \left[ (A_{11} - A_{12})(S_r - S_0 - b(P - P_0)) - A_{12}(S_r - \delta P)^\alpha \right] \quad (2.100)$$

Les contraintes radiales n'étant pas exprimées explicitement (voir section précédente), l'équation (2.100) n'est pas intégrable directement et la solution doit à nouveau être recherchée avec une méthode approchée comme l'algorithme de Runge-Kutta. On peut appliquer la méthode d'ordre 4

présentée en annexe A1, en partant du rayon plastique  $R\xi$  en direction de la paroi du tunnel, avec (pour un pas de discrétisation  $h < 0$  constant) :

$$t = r \quad t_0 = R\xi \quad h_j = h \quad y = u \quad \dot{y} = \frac{\partial u}{\partial r} \quad y_0 = u(R\xi) \text{ issu du calcul élastique}$$

$$f(r, u(r)) = A_{10} \frac{u}{r} + \frac{1}{2\Gamma} \left[ A_{11} (S_r^{ef} - S_0^{ef}) - A_{12} (S_\theta^{ef} - S_0^{ef}) \right]$$

Après obtention des déplacements radiaux  $u$ , les déformations peuvent être calculées simplement par (2.5), (2.6) et (2.99) :

$$\begin{cases} \varepsilon_\theta = \frac{u}{r} \\ \varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r} = A_{10} \frac{u}{r} + \frac{1}{2\Gamma} \left[ A_{11} (S_r^{ef} - S_0^{ef}) - A_{12} (S_\theta^{ef} - S_0^{ef}) \right] \end{cases} \quad (2.101)$$

## 2.4.5 Étude de la zone élastoplastique (régime d'arête)

### 2.4.5.1 Détermination du « rayon d'arête » et calcul des contraintes

Comme dans le cas monophasique, le régime d'arête ne peut apparaître qu'entre les contraintes effectives normalisées orthoradiale  $S_\theta'$  et longitudinale  $S_x'$ . Afin que l'apparition du régime d'arête coïncide entre le critère de rupture et le potentiel plastique, on supposera que  $\delta = \beta$ , mais cette hypothèse simplificatrice n'a pas d'influence sur les équations ci-après dans la mesure où l'on se limite au potentiel plastique de Mohr-Coulomb ( $\beta$  n'apparaît alors pas dans les calculs de déplacement en conditions drainées).

On reste en régime de face tant que  $S_x - \delta P < S_\theta - \delta P$ , soit d'après (2.96) et le critère de rupture :

$$\boxed{(2\nu - 1)(S_r - S_0 - b(P - P_0)) + (\nu - 1)(S_r - \delta P)^\alpha < 0} \quad (2.102)$$

que l'on peut écrire encore plus simplement dans le cas particulier où  $\delta = b$  :

$$\boxed{(2\nu - 1)(S_r^{ef} - S_0^{ef}) + (\nu - 1)(S_r^{ef})^\alpha < 0} \quad (2.103)$$

Le régime d'arête est obtenu lorsque les expressions (2.102) ou (2.103) sont nulles.  $S_r$  et  $P$  étant des fonctions de  $r$  indépendantes, (2.102) ne peut être résolue qu'en  $r$ , ce qui n'est pas possible analytiquement en l'absence d'une expression explicite de  $S_r$  (voir section 2.4.4.2). On est donc ramené, après calcul des valeurs de  $S_r$  dans la zone plastique (qui ne sont pas affectées par le régime d'arête) par discrétisation radiale, à tester (2.102) à chaque pas de rayon pour déterminer le rayon d'arête  $R\xi$ , ce qui permet l'obtention d'une solution approchée suffisamment précise.

Dans le cas où  $\delta = b$  et lorsque  $\alpha = \frac{1}{2}$ , on peut résoudre l'équation (2.103) similairement au cas monophasique, ce qui donne une expression explicite de la contrainte radiale caractérisant le rayon d'arête :

$$\hat{S}_r^{ef} = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{1-\nu}{1-2\nu} \right)^2 + 2S_0^{ef} - \left( \frac{1-\nu}{1-2\nu} \right) \sqrt{\left( \frac{1-\nu}{1-2\nu} \right)^2 + 4S_0^{ef}} \right] \quad (2.104)$$

et à nouveau le rayon d'arête  $R\zeta$  est obtenu simplement en recherchant le point où  $S_r^{ef} \approx \hat{S}_r^{ef}$ .

Une fois le rayon d'arête déterminé, les contraintes dans la zone en régime d'arête s'obtiennent de la façon suivante :

- $S_r$  est obtenu par itérations à partir de (2.95) pour tout  $r$  inférieur à  $R\xi$  ;
- $S_\theta$  est obtenu par  $S_\theta = S_r + (S_r - \delta P)^\alpha$  pour tout  $r$  inférieur à  $R\xi$  ;
- $S_x$  est obtenu par (2.96) pour  $R\zeta \leq r \leq R\xi$  et par  $S_x = S_\theta$  pour tout  $r$  inférieur à  $R\zeta$ .

#### 2.4.5.2 Calcul des déplacements et déformations dans la zone en régime d'arête

Pour les mêmes raisons que dans l'étude du régime de face, on se limite ici au cas du potentiel plastique de Mohr-Coulomb, pour lequel on peut écrire d'après les équations d'écoulement :

$$\varepsilon_r^P = -K_\psi (\varepsilon_\theta^P + \varepsilon_x^P)$$

En injectant cette équation ainsi que les relations (2.5) et (2.6) dans le système (2.32) on obtient alors :

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial r} + K_\psi \left[ \frac{u}{r} - \frac{2}{H} \left( (1-\nu)(S_\theta - S_0) - \nu(S_r - S_0) - (1-2\nu)b(P - P_0) \right) \right] \\ = \frac{1}{H} \left[ (S_r - S_0) - 2\nu(S_\theta - S_0) - (1-2\nu)b(P - P_0) \right] \end{aligned}$$

qui se simplifie en :

$$\left[ \frac{\partial u}{\partial r} - \hat{A}_{10} \frac{u}{r} = \frac{1}{H} \left[ \hat{A}_{11} (S_r^{ef} - S_0^{ef}) - \hat{A}_{12} (S_\theta^{ef} - S_0^{ef}) \right] \right] \quad (2.105)$$

avec :  $\hat{A}_{10} = -K_\psi$   $\hat{A}_{11} = 1 - 2\nu \cdot K_\psi$   $\hat{A}_{12} = 2(\nu - (1-\nu) \cdot K_\psi)$

On retrouve dans l'expression (2.105) la forme de l'équation différentielle en déplacements obtenue dans le cas du régime de face, avec simplement des coefficients constants différents. À nouveau, on ne disposera pas d'une solution exacte en l'absence de forme explicite pour les contraintes normalisées, et l'intégration pourra se faire par la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 présentée en annexe A1 avec (pour un pas de discrétisation  $\hat{h} < 0$  constant) :

$$t = r \quad t_0 = R\zeta \quad h_j = \hat{h} \quad y = u \quad \dot{y} = \frac{\partial u}{\partial r} \quad y_0 = u(R\zeta) \text{ issu du calcul en régime de face}$$

$$f(r, u(r)) = \hat{A}_{10} \frac{u}{r} + \frac{1}{H} \left[ \hat{A}_{11} (S_r^{ef} - S_0^{ef}) - \hat{A}_{12} (S_\theta^{ef} - S_0^{ef}) \right]$$

Après obtention des déplacements radiaux  $u$ , les déformations peuvent être calculées simplement par (2.5), (2.6) et (2.105) :

$$\begin{cases} \varepsilon_{\theta} = \frac{u}{r} \\ \varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r} = \hat{A}_{10} \frac{u}{r} + \frac{1}{H} \left[ \hat{A}_{11} (S_r^{ef} - S_0^{ef}) - \hat{A}_{12} (S_{\theta}^{ef} - S_0^{ef}) \right] \end{cases} \quad (2.106)$$

## 2.4.6 Mise en œuvre des solutions analytiques et validation

### 2.4.6.1 Mise en œuvre d'un schéma de résolution

Les méthodes de résolution présentées dans les paragraphes précédents permettent de déterminer complètement les champs de contraintes et déplacement autour du tunnel dans le cas élastoplastique drainé, avec critère de rupture de Hoek-Brown généralisé et potentiel plastique de Mohr-Coulomb. Bien que nécessitant à plusieurs reprises l'emploi d'une méthode d'intégration approchée à un pas (Runge-Kutta) pour finaliser la résolution, la démarche reste suffisamment simple pour faire l'objet d'une implantation dans une feuille de calcul (tableur Microsoft Excel e.g.). Comme pour le cas monophasique, ce travail de mise en forme a été réalisé dans le cadre du doctorat de sorte à ce que les résultats produits soient directement utilisables à l'issue de la thèse.

L'étude du cas drainé nécessite une certaine rigueur dans l'ordre de résolution, chaque étape conditionnant l'obtention de paramètres d'entrée essentiels pour les étapes suivantes. Nous recommandons donc d'adopter la démarche suivante, que nous avons utilisée pour l'implantation en tableur :

- 1- *Calcul des valeurs normalisées* :  $S_0, S_i, S_{Rd}, P_0, P_i, \Gamma, \Lambda, H$  à partir des données initiales du problème telles que représentées sur la Figure 29, auxquelles on ajoute le rayon de drainage  $R_d$ .  $S_{Rd}$  est calculé soit par  $S_{Rd} = S_0$  (résolution en anneau épais), soit par la relation (2.88) (résolution en milieu infini,  $A_p$  étant donné par (2.75)) ;
- 2- *Calcul du profil radial de pression interstitielle normalisée* :  
Par la relation (2.75) entre le rayon du tunnel  $R$  et le rayon de drainage  $R_d$ .
- 3- *Vérification d'un critère de développement d'une zone plastique*  
Par les relations (2.97) ou (2.98) en prenant  $r = R$  et  $S_r = S_i$  et en vérifiant le signe de  $f_{pl}^j(R, S_i)$  (positif en cas de plastification du terrain).
- 4- *Calcul de la contrainte radiale normalisée dans la zone plastique* :  
Intégration de la relation (2.95) à partir de la paroi du tunnel par la méthode de Runge-Kutta, comme indiqué dans la section 2.4.4.2. Le pas de discrétisation radiale est choisi fin (centimètre par exemple) de sorte à pouvoir bien cerner le rayon plastique dans les étapes ultérieures.
- 5- *Calcul du rayon plastique  $R\xi$  et de la contrainte radiale correspondante  $S_r^*$*  :  
Les relations (2.97) ou (2.98) sont utilisées de la manière suivante : pour un rayon donné  $r_k$  dans la zone plastique, une valeur de contrainte radiale normalisée  $S_{r,k}$  a été déterminée à

l'étape 3- précédente. Pour chaque pas de rayon  $r_k$ , on calcule donc  $f_{pl}^j(r_k, S_{r,k})$  et on recherche (automatiquement) le point pour lequel  $f_{pl}^j(r_k, S_{r,k}) \approx 0$ , caractérisant le rayon plastique  $R\xi$  et la contrainte radiale correspondante  $S_r^*$ .

6- *Calcul du rayon d'arête  $R\zeta$  et de la contrainte radiale correspondante  $\hat{S}_r$  :*

De même, on recherche le rayon  $r_k$  pour lequel la relation (2.102) s'annule, caractérisant le rayon d'arête  $R\zeta$  et la contrainte radiale correspondante  $\hat{S}_r$ .

7- *Calcul des contraintes orthoradiale et longitudinale dans la zone plastique :*

- $S_\theta$  est obtenu par  $S_\theta = S_r + (S_r - \delta P)^\alpha$  pour tout  $r$  inférieur à  $R\xi$  ;
- $S_x$  est obtenu par (2.96) pour  $R\zeta \leq r \leq R\xi$  et par  $S_x = S_\theta$  pour tout  $r$  inférieur à  $R\zeta$ .

8- *Calcul des contraintes et déplacements dans la zone élastique :*

Par les relations (2.77) à (2.79) et (2.84) à (2.86), ou (2.89) à (2.94) en fonction du choix effectué pour la détermination de  $S_{Rd}$ .

9- *Calcul du déplacement dans la zone plastique en régime de face :*

Intégration de la relation (2.99) à partir du rayon plastique par la méthode de Runge-Kutta, comme indiqué dans la section 2.4.4.4.

10- *Calcul du déplacement dans la zone plastique en régime d'arête :*

Intégration de la relation (2.105) à partir du rayon d'arête par la méthode de Runge-Kutta, comme indiqué dans la section 2.4.5.2.

11- *Calcul des déformations dans la zone plastique :*

Par les relations (2.101) pour le régime de face et (2.106) pour le régime d'arête, pour chaque pas de rayon.

#### **2.4.6.2 Validation des solutions obtenues**

Les solutions obtenues ont été validées par deux méthodes :

- en comparant les valeurs de contraintes obtenues par les solutions présentées ici avec un cas proposé par Wang & Dusseault (1995) (situation drainée élastoplastique avec critère de Mohr-Coulomb) ;
- en comparant les résultats en contraintes et déplacement avec des calculs par éléments finis réalisés sous CESAR-LCPC.

##### ➤ **Comparaison avec Wang & Dusseault (1995)**

Les solutions de Wang & Dusseault concernent uniquement le critère de Mohr-Coulomb. Afin d'effectuer une comparaison, on utilise le fait que lorsque  $\alpha = 1$ , le critère de Hoek-Brown devient linéaire. Il est alors facile d'obtenir des paramètres de Hoek-Brown équivalents : pour  $\alpha = 1$ , on a :

$$m = \frac{1 + \sin(\varphi)}{1 - \sin(\varphi)} - 1 \qquad \sigma_{ci} = 2c \sqrt{\frac{1 + \sin(\varphi)}{1 - \sin(\varphi)}} \qquad s = 1$$

avec  $c$  et  $\varphi$  la cohésion effective et l'angle de frottement respectivement.

La normalisation (2.16) interdisant théoriquement le cas  $\alpha = 1$ , nous avons mis en œuvre les solutions développées dans cette partie en utilisant une valeur  $\alpha = 0.99$ .

Le Tableau 12 présente les paramètres utilisés pour la modélisation et la Figure 33 compare les résultats obtenus avec les différentes méthodes de résolution. La configuration, issue de l'ingénierie pétrolière, est celle étudiée par Wang & Dusseault (1995) et correspond à un forage profond.

Description du modèle et paramètres élastiques				Critère de rupture			
$R$ (m)	5	$p_0$ (MPa)	0	Mohr-Coulomb		Hoek-Brown « équivalent »	
$R_d$ (m)	255	$E$ (MPa)	10000	$c$ (MPa)	0.3	$\alpha$	0.99
$\sigma_i$ (MPa)	2.5	$\nu$	0.25			$\sigma_{ci}$ (MPa)	1.287
$\sigma_{Rd}$ (MPa)	25	$b$	0.9	$\varphi$ (°)	40	$m$	3.599
$p_i$ (MPa)	2.5	$\beta = \delta$	1			$s$	1

Tableau 12 : Paramètres utilisés pour la modélisation, adaptés de Wang & Dusseault (1995)

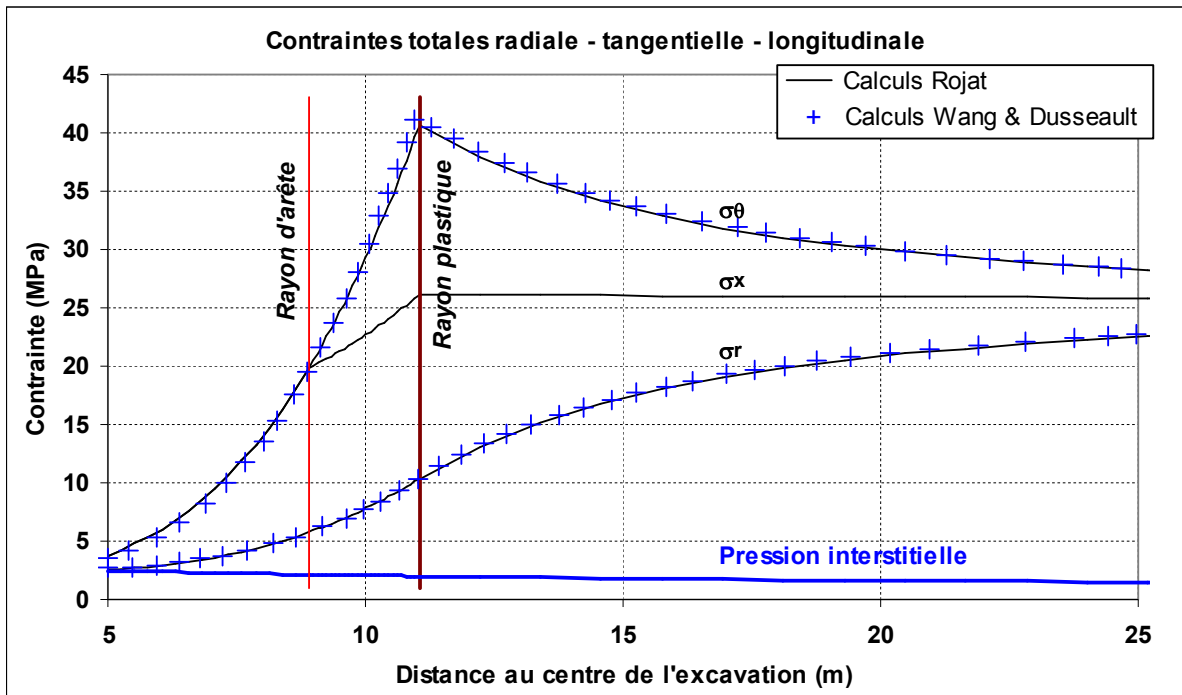


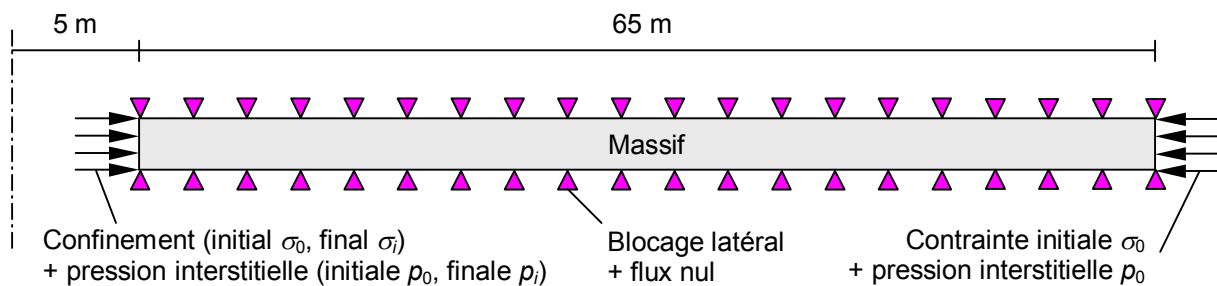
Figure 33 : Comparaison des résultats obtenus par les solutions de Wang & Dusseault et par les solutions issues du présent travail ( $\alpha = 0.99$  pour se rapprocher du critère de Mohr-Coulomb)

Une très bonne correspondance est obtenue, bien que la comparaison soit entachée d'imprécisions liées notamment à :

- la valeur de  $\alpha = 0.99$ , qui conduit lors de la normalisation des contraintes (2.16) à des valeurs très faibles, en limite des capacités de calcul du tableur utilisé ;
- la récupération des résultats de Wang & Dusseault sous forme graphique.

➤ **Comparaison avec les calculs CESAR-LCPC**

Les calculs CESAR-LCPC ont été à nouveau effectués sur un modèle 1D-axisymétrique, dans lequel l'excavation est simulée par la décroissance d'une contrainte de confinement appliquée au niveau de la paroi du tunnel (contrainte égale à  $\sigma_0$  à l'état initial). Le modèle utilisé dans les comparaisons ci-après est présenté sur la Figure 34. Le maillage est constitué d'éléments quadrangulaires avec interpolation quadratique ; les éléments au voisinage de la paroi du tunnel ont une extension radiale de 7 cm, ceux à l'extrémité du modèle d'environ 1.30 m. La résolution a été effectuée en anneau épais (pas d'éléments infinis aux bornes du modèle), ce qui est tout à fait compatible avec les solutions développées ici.



**Figure 34 : Structure du modèle 1D-axisymétrique CESAR-LCPC utilisé pour la validation des solutions analytiques dans le cas biphasique drainé (le blocage latéral correspond à des rouleaux)**

Les analyses sont effectuées avec le module CSNL dont l'objectif est le calcul de phénomènes de consolidation en situations « non linéaires » (i.e. avec plasticité). Ce module permet la prise en compte complète du comportement du milieu poreux, avec toutefois la restriction d'une contrainte effective de Terzaghi (c'est-à-dire que les grains solides sont considérés incompressibles, et  $b = \beta = \delta = 1$ ). Pour simuler le comportement drainé, une perméabilité forte ( $k = 5.10^{-2}$  m/s) a été arbitrairement affectée au matériau, et la modélisation a été réalisée de la façon suivante :

- initialisation isotrope des contraintes et pressions interstitielles dans le modèle ;
- décroissance lente de la pression interstitielle en paroi et stabilisation du régime hydraulique (immédiate en pratique) ;
- décroissance lente de la contrainte en paroi puis stabilisation du régime hydraulique (immédiate en pratique).

L'absence d'évolution des pressions interstitielles durant la phase de décharge mécanique permet de vérifier que le cas modélisé est bien « drainé ». Notons qu'il s'agit ici de reproduire le cas idéalisé correspondant aux solutions analytiques, supposant le régime hydraulique définitif préétabli (drainage préalable, matériau très perméable, etc.). En pratique, on pourrait aussi imaginer des chemins de déchargement différents, avec par exemple une décroissance simultanée de  $\sigma_i$  et  $p_i$  : l'obtention de rayons plastiques plus élevés en cours de décharge serait alors envisageable.

Le jeu de paramètres utilisé dans les modélisations présentées ci-après est fourni dans le Tableau 13. Les paramètres du critère de rupture sont ceux d'un grès quartzitique tectonisé, d'après Habimana



(1999) pour des échantillons du lot D de la galerie de Cleuson-Dixence. Les autres paramètres ont été fixés arbitrairement.

<i>Description du modèle et paramètres élastiques</i>				<i>Critère de rupture de Hoek-Brown et potentiel plastique de Mohr-Coulomb</i>	
$R$ (m)	5	$p_i$ (MPa)	0.5	$\alpha$	0.54
$R_d$ (m)	70	$p_0$ (MPa)	5	$\sigma_{ci}$ (MPa)	61
$\sigma_i$ (MPa)	1	$E$ (MPa)	5000	$m$	3.17
$\sigma_0$ (MPa)	40	$\nu$	0.3	$s$	0.0039
$\sigma_{Rd}$ (MPa)	40	$b = \beta = \delta$	1	$\psi$ (°)	20

**Tableau 13 : Jeu de paramètres pour la validation des solutions analytiques biphasiques en situation drainée (potentiel plastique de Mohr-Coulomb, présence d'un régime d'arête)**

Le Tableau 14 ci-dessous permet la comparaison quantitative des déplacements et des rayons plastique et d'arête (les valeurs en italique sont issues d'une interpolation entre deux points de calcul). Enfin, la Figure 35 présente une synthèse graphique des résultats en contraintes et déplacement, ainsi que la courbe caractéristique du terrain obtenue après calcul pour diverses valeurs de  $\sigma_i$ .

<i>Valeurs en m</i>	$R\xi$	$R\zeta$	u(15m)	u( $R\xi$ )	u( $R\zeta$ )	u( $R$ )
Analytique $\sigma_{Rd}$ calculé	8.018	5.710	0.031	0.054	0.101	0.138
Analytique $\sigma_{Rd} = \sigma_0$	8.064	5.710	0.033	0.055	0.104	0.142
Calculs CESAR	8.043	5.706	0.033	0.055	0.104	0.142

**Tableau 14 : Comparaison des valeurs de rayon plastique, rayon d'arête et déplacements obtenues par la résolution analytique et par les calculs numériques CESAR-LCPC (module CSNL)**

Les résultats analytiques et numériques correspondent de manière tout à fait remarquable. L'erreur relative sur la convergence en paroi entre le calcul CESAR-LCPC et la solution en anneau épais pour le cas du Tableau 14 est inférieure à 0.3 %. Les rayons plastique et d'arête sont également bien évalués. Enfin, les courbes de convergence apparaissent semblables. Le calcul en milieu infini ( $\sigma_{Rd} = \sigma_0$ ) donne des valeurs proches de la solution en anneau épais du fait du rayon de drainage  $R_d$  suffisamment grand (voir 2.4.6.3), limitant les « effets de bord ».

Les comparaisons effectuées dans cette section permettent donc de valider les solutions proposées pour le cas drainé. Elles confirment également la très bonne qualité des évaluations numériques du module de calcul CSNL de CESAR-LCPC en situation biphasique (non couplée toutefois).

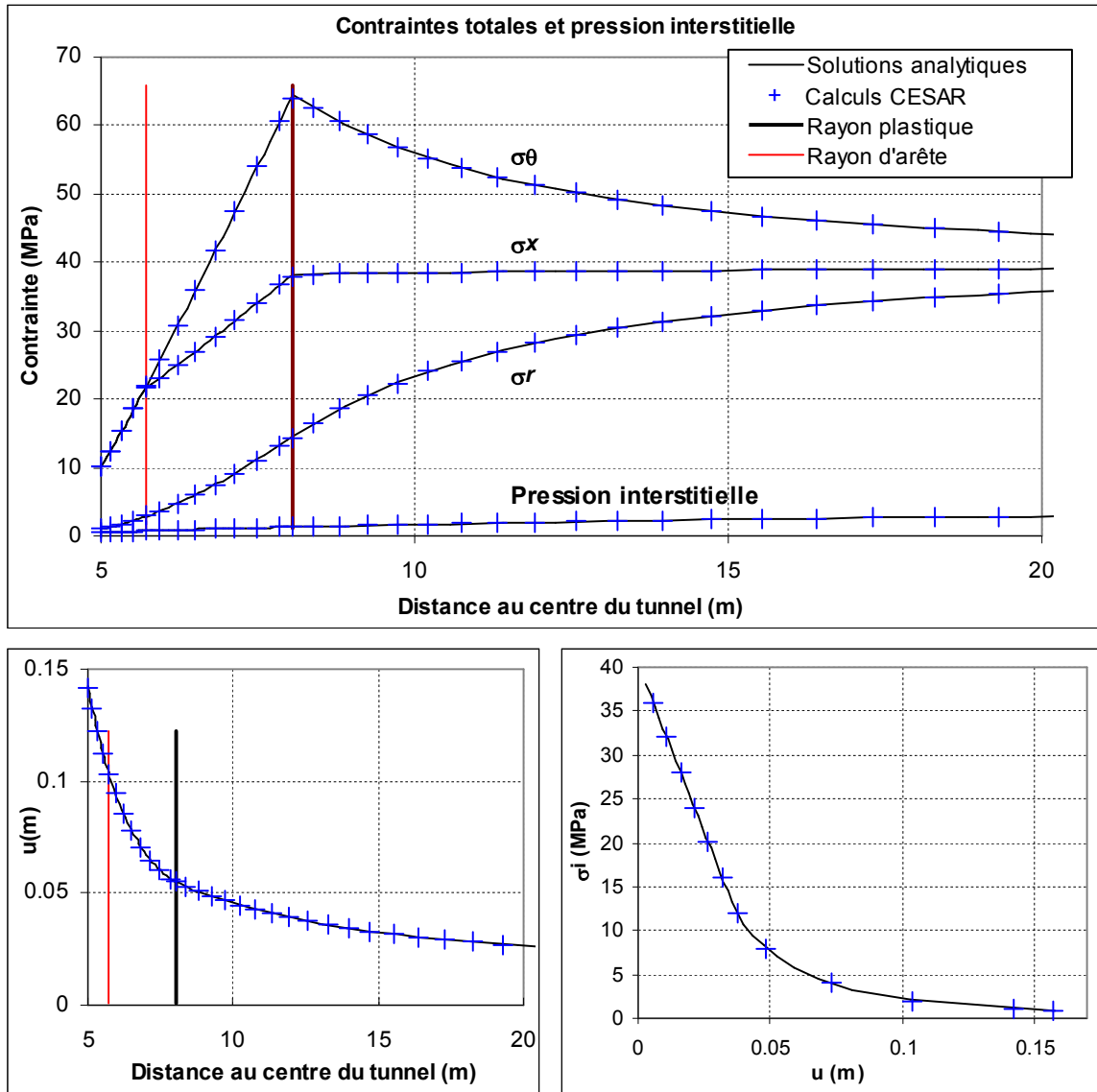


Figure 35 : Comparaison des résultats issus des solutions analytiques (en anneau épais) et des modélisations CESAR-LCPC (module CSNL) : contraintes, pression interstitielle, déplacement, convergence, courbe caractéristique du terrain

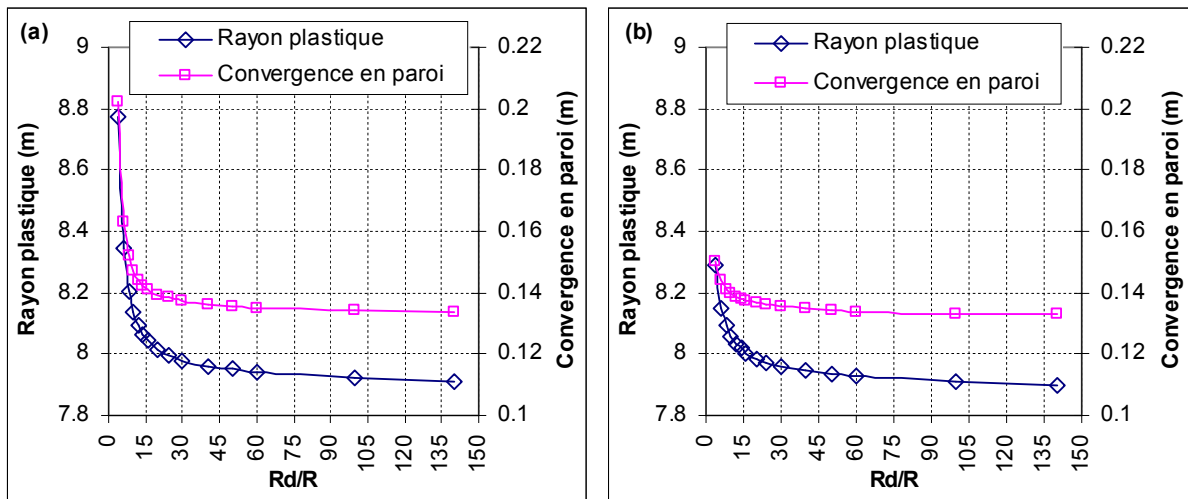
#### 2.4.6.3 Analyse complémentaire : influence de $R_d$

Comme le rayon de drainage évolue en réalité au cours du temps et ne reflète que des régimes « quasi-permanents » (voir section 2.4.2), il paraît intéressant de s'interroger sur son influence sur le comportement du terrain autour de l'excavation. Le profil radial de pression interstitielle dépend en effet directement du rapport  $R_d/R$  : la modification du rayon de drainage entraîne donc une modification du champ des contraintes effectives qui se répercute sur des éléments clés pour le dimensionnement comme le rayon plastique ou la convergence en paroi.

La Figure 36 montre l'influence du rayon de drainage sur ces deux grandeurs pour le cas d'étude présenté dans le Tableau 13. Le graphique (b) (calcul en milieu infini) est le plus pertinent dans la mesure où l'extension radiale du modèle n'est pas modifiée en même temps que  $R_d$ . L'accroissement

du rayon de drainage conduit à une diminution du rayon plastique et de la convergence en paroi, qui tendent progressivement à se stabiliser. En pratique, comme le rayon de drainage croît proportionnellement à  $\sqrt{t}$ , cela signifie que les situations les plus défavorables pour la stabilité du tunnel dans le cas drainé sont plutôt rencontrées immédiatement après l'excavation. On atteint ensuite rapidement une situation proche de l'équilibre à long terme : à titre d'exemple, pour une perméabilité de l'ordre de  $10^{-5}$  m/s, d'après les formules proposées par Schneebeli (1966), un rayon de drainage de 100 m ( $R_d/R = 20$ ) serait atteint en quelques jours.

Pour le cas d'une résolution en anneau épais de rayon extérieur  $R_d$  (graphique (a)), l'influence sur le rayon plastique et les déformations est beaucoup plus forte pour  $R_d$  faible, puisque des « effets de bord » viennent se superposer au problème du drainage. On constate néanmoins que pour  $R_d \approx 15R$ , qui est un ordre de grandeur couramment employé dans les calculs numériques, les convergences restent relativement proches du calcul en milieu infini.



**Figure 36 : Influence du rayon de drainage sur la convergence en paroi et sur la valeur du rayon plastique pour  $R_d/R$  compris entre 4 et 140.**

**Graphique (a) : calcul en anneau épais ( $\sigma_{Rd} = \sigma_0$ ). Graphique (b) : calcul en milieu infini.**

Dans la réalité, comme le milieu naturel autour du tunnel n'est pas véritablement infini et comme le rayon  $R_d$  reste une représentation idéalisée du phénomène d'écoulement, il reviendra à l'ingénieur de choisir le paramétrage le plus pertinent vis-à-vis de la configuration du projet, éventuellement avec l'aide d'une étude paramétrique. Il sera également nécessaire de garder à l'esprit que c'est la situation à court terme qui est la plus défavorable (voir ci-avant), et en conséquence d'adopter des dispositions constructives permettant d'anticiper la mise en place du régime hydraulique, comme le drainage préalable à l'avant du front.

### 2.4.7 Conclusion sur le cas élastique linéaire parfaitement plastique en situation biphase drainée

L'étude menée ici a permis d'aboutir à une résolution complète du problème de convergence du terrain en situation biphase drainée pour un matériau élastique linéaire parfaitement plastique

obéissant au critère de rupture de Hoek-Brown généralisé (avec un potentiel plastique de Mohr-Coulomb). L'analyse a conduit à introduire la notion de rayon de drainage, courante dans les problèmes de puits, et à distinguer deux cas en fonction de la contrainte appliquée au niveau de ce rayon : résolution en anneau épais pour  $\sigma_{Rd} = \sigma_0$  imposé, résolution en milieu infini pour  $\sigma_{Rd}$  calculé (avec toutefois une légère incohérence dans le gradient de pression interstitielle).

Dans le cas élastique les solutions exactes obtenues correspondent à celles existant par ailleurs dans la littérature. Dans le cas élastoplastique, la complexité des équations différentielles caractérisant le comportement mécanique ne permet pas de déterminer explicitement les valeurs de contraintes et déformations. Toutefois, il reste possible de traiter séparément les contraintes et les déplacements et d'obtenir les valeurs recherchées par une simple méthode d'intégration à un pas comme celle de Runge-Kutta. Des critères ont été déterminés permettant de définir le rayon plastique et le rayon d'arête au cours du calcul. La confrontation de ces résultats avec des modélisations numériques sous CESAR-LCPC est apparue particulièrement concluante.

Cette partie de la thèse a donc abouti à un schéma complet de résolution, suffisamment simple pour pouvoir être implanté dans un tableur (fourni avec le présent mémoire). Malgré les étapes d'intégration numérique, ce travail permet au final des calculs extrêmement rapides, permettant de produire en quelques minutes des études paramétriques pour des excavations en régime hydraulique drainé (voir section 2.4.6.3 par exemple). On attirera néanmoins l'attention sur la nécessité de s'assurer de la représentativité de l'hypothèse d'établissement préalable du régime hydraulique, au regard des conditions de terrain et des procédures d'excavation, pour appliquer la méthode.

## **2.5 ÉTUDE DU CAS ÉLASTIQUE LINÉAIRE PARFAITEMENT PLASTIQUE EN SITUATION BIPHASIQUE NON DRAINÉE**

### **2.5.1 Introduction – équations modifiées**

À l'opposé de la sollicitation drainée étudiée dans la section 2.4 précédente, le cas d'un *creusement infiniment rapide* par rapport à la vitesse de diffusion hydraulique permet de négliger les transferts hydriques au sein du matériau au cours du déchargement mécanique. Cette simplification est usuellement considérée comme valable dans le cas de massifs de très faible perméabilité, par exemple des argilites ou des roches marneuses, en l'absence d'arrêt prolongé du chantier. Cette situation est relativement fréquente dans les contextes de sols indurés – roches tendres.

Il convient également de souligner qu'en pratique la *sollicitation non drainée* ne constitue qu'une première phase de l'évolution des contraintes et déformations autour du tunnel. Elle laisse place

ensuite à un lent phénomène de rééquilibrage des pressions interstitielles, conduisant sur le long terme à un régime hydraulique permanent dont la configuration dépend de la perméabilité du revêtement :

- dans le cas d'un revêtement imperméable, l'évolution tend à ramener la nappe vers sa configuration hydrostatique initiale (avant creusement) ;
- dans le cas d'un revêtement perméable, l'évolution *hydraulique* s'orientera vers un gradient de pression interstitielle autour du tunnel du type de celui calculé dans le cas drainé en section 2.4.2 (l'évolution mécanique étant en revanche différente dans le cas général poro-élasto-plastique).

Gärber (2003) a clairement identifié ces phénomènes et démontré l'influence des diverses configurations possibles sur les convergences et pressions en paroi à long terme, en proposant une méthode d'évaluation simplifiée.

Les calculs présentés ci-après qui ne s'intéressent qu'au comportement à court terme relèvent donc du dimensionnement du soutènement. Le calcul du revêtement nécessitera d'autres modélisations, incluant l'évolution des pressions interstitielles au cours du temps et divers facteurs influents comme les phénomènes de gonflement ou de fluage. Ces points ne sont pas traités dans le cadre de ce mémoire ; ils sont sommairement abordés à titre d'exemple dans le cas d'application de la partie 3.

Pratiquement (voir section 1.3.3.6), la littérature met en évidence deux approches principales pour traiter le problème de convergence dans le cas élastoplastique non-drainé : le principe d'équivalence tel que mis en oeuvre par Giraud (1993) ou le calcul biphasique tel qu'appliqué par exemple par Labiouse & Giraud (1998) ou Bobet (2010). Sur le cas étudié ici, avec un critère de rupture de Hoek-Brown généralisé, l'emploi du principe d'équivalence conduit à des formulations faisant apparaître un terme d'écrouissage, qui ne peuvent pas être ramenées aux cas étudiés en section 2.3 (même en géométrie cylindrique et pour une dilatance nulle). Après diverses tentatives (non présentées ici), cette approche a donc été abandonnée au profit d'un calcul direct de la solution biphasique, comme présenté ci-après.

L'absence d'écoulement du fluide interstitiel en réponse à la sollicitation mécanique instantanée du milieu poreux s'écrit simplement en terme d'apport total de masse fluide par unité de volume initial, caractérisé par la variable  $m_{fl}$  :

$$m_{fl} = 0$$

Notons que cette condition ne porte pas sur les parties réversibles et irréversibles de cette variable. Cela signifie que dans le cas élastoplastique rien n'interdit d'avoir  $m_{fl}^P \neq 0$ , les apports irréversibles étant simplement compensés par un transfert réversible de même ampleur.

La simplification des relations déformations – pressions interstitielles a été abordée en 1.3.3.6. En coordonnées cylindriques, avec l'hypothèse des contraintes effectives plastiques permettant d'écrire

que  $\frac{m_{fl}^P}{\rho^{fl}} = \phi^P = -\beta \cdot \text{Tr}[\underline{\underline{\varepsilon}}^P]$ , pour un régime de face, l'équation (2.21) se simplifie en :

$$\frac{P - P_0}{W} = b(\varepsilon_r + \varepsilon_\theta) + (\beta - b)(\varepsilon_r^P + \varepsilon_\theta^P) \quad (2.107)$$

Les autres équations de comportement, indépendantes de  $m_{fl}$ , restent semblables aux expressions de la section 2.2.3.

### 2.5.2 Étude de la zone élastique

En situation non drainée, les pressions interstitielles évoluent par couplage hydromécanique. En particulier, au niveau du rayon intérieur de la zone d'étude, elles sont inconnues au départ et ne peuvent être déterminées que par le calcul. Les seules conditions aux limites pour la zone élastique sont donc les suivantes :

$$- \text{ en } r = R\xi \text{ (rayon plastique) : } \quad S_r(R\xi) = S_r^* \quad (\text{CL10})$$

$$- \text{ quand } r \rightarrow +\infty : \quad S_r(r \rightarrow +\infty) = S_0 \quad (\text{CL11})$$

$$\text{et} \quad P(r \rightarrow +\infty) = P_0 \quad (\text{CL12})$$

La contrainte à la limite élastique / plastique  $S_r^*$  est supposée connue à ce stade de la résolution. Dans le cas d'absence de zone plastique autour du tunnel, on remplacera simplement dans les expressions  $R\xi$  par  $R$  et  $S_r^*$  par  $S_i$ .

La relation (2.107), avec  $\varepsilon_r^P = \varepsilon_\theta^P = 0$  en conditions élastiques, permet de remplacer dans le système (2.20)  $P - P_0$  par  $b.W.(\varepsilon_r + \varepsilon_\theta)$  ce qui conduit aux équations modifiées :

$$\begin{cases} S_r - S_0 = (\Lambda_u + 2\Gamma)\varepsilon_r + \Lambda_u\varepsilon_\theta \\ S_\theta - S_0 = \Lambda_u\varepsilon_r + (\Lambda_u + 2\Gamma)\varepsilon_\theta \\ S_x - S_0 = \Lambda_u(\varepsilon_r + \varepsilon_\theta) \end{cases} \quad (2.108)$$

avec  $\Lambda_u = \Lambda + b^2W$  coefficient de Lamé non drainé normalisé.

$$\text{Et on écrira également que : } \quad S_x - S_0 = \frac{\Lambda_u}{Wb}(P - P_0) \quad (2.109)$$

Ces équations sont les mêmes que celles du cas monophasique, en remplaçant simplement  $\Lambda$  par  $\Lambda_u$  ; les autres relations de comportement restent inchangées. Les solutions sont donc exactement les mêmes que dans le cas monophasique, soit :

$$\begin{aligned} \boxed{S_r = S_0 - (S_0 - S_r^*)\left(\frac{R\xi}{r}\right)^2} & \quad \boxed{S_\theta = S_0 + (S_0 - S_r^*)\left(\frac{R\xi}{r}\right)^2} & \quad \text{et} & \quad \boxed{S_x = S_0} \\ \boxed{\varepsilon_r = -\frac{1}{2\Gamma}(S_0 - S_r^*)\left(\frac{R\xi}{r}\right)^2} & \quad \boxed{\varepsilon_\theta = \frac{1}{2\Gamma}(S_0 - S_r^*)\left(\frac{R\xi}{r}\right)^2} & \quad \text{et} & \quad \boxed{u = \frac{1}{2\Gamma}(S_0 - S_r^*)\frac{(R\xi)^2}{r}} \end{aligned}$$

et d'après (2.109), les pressions interstitielles valent :

$$\boxed{P = P_0} \quad (2.110)$$

Cette absence de variation de pression interstitielle apparaît parfaitement logique en l'absence de déformation volumique en conditions élastiques dans ce cas axisymétrique.

### 2.5.3 Étude de la zone élastoplastique

#### 2.5.3.1 Conditions aux limites et système différentiel

Comme dans le cas drainé, il n'existe pas actuellement de méthode (semi-) analytique permettant d'estimer les convergences en situation non drainée dans une configuration élastoplastique avec critère de Hoek-Brown généralisé. Seul le critère de Mohr-Coulomb a été abordé, comme recensé en section 1.4.4.2. La principale difficulté de résolution se situe dans le couplage hydro-mécanique qui rend plus difficile la séparation des variables pour obtenir des formulations intégrables simplement.

Compte-tenu des résultats obtenus dans la zone élastique, les *conditions aux limites mécaniques et hydrauliques* pour la zone plastique sont les suivantes :

$$\text{- en } r = R\xi \text{ (rayon plastique) : } \quad S_r(R\xi) = S_r^* \quad \text{et} \quad P(R\xi) = P_0 \quad (\text{CL10, CL13})$$

$$u(R\xi) = \frac{S_0 - S_r^*}{2\Gamma} R\xi \quad (\text{CL14})$$

$$\text{- en } r = R \text{ (rayon du tunnel) : } \quad S_r(R) = S_i \quad (\text{CL15})$$

La valeur de  $S_r^*$  est supposée connue à ce stade de développement. Sa détermination est indiquée dans la section 2.5.3.4.

On se limite en première approche à l'étude du *cas de régime de face* (voir section 2.5.3.5) et au *potentiel plastique de Mohr-Coulomb*, qui permet de s'affranchir des aspects cinématiques dans la zone plastique en utilisant la relation (2.71) :  $\varepsilon_r^P = -K_\psi \cdot \varepsilon_\theta^P$

L'équation (2.99) établie dans le cas drainé reste valable en conditions non drainées. Il est toutefois plus simple pour la suite des calculs de travailler avec les contraintes effectives définies pour le critère de rupture ( $S_j' = S_j - \delta.P$ ) et de la réécrire :

$$\frac{\partial u}{\partial r} - B_1 \frac{u}{r} = \frac{1}{2\Gamma} \left[ B_2 (S_r' - S_0') - B_3 (S_\theta' - S_0') + B_4 (P - P_0) \right] \quad (2.111)$$

$$\text{avec :} \quad B_1 = -K_\psi \quad B_2 = (1-\nu) - \nu \cdot K_\psi \quad B_3 = \nu - (1-\nu) \cdot K_\psi$$

$$B_4 = (1-2\nu)(1+K_\psi)(\delta-b)$$

Par ailleurs, en partant de l'équation (2.107) et en y injectant les relations (2.5) et (2.6) (élimination de  $\varepsilon_r$  et  $\varepsilon_\theta$ ), (2.71) (élimination de  $\varepsilon_r^P$ ) et (2.22) (élimination de  $\varepsilon_\theta^P$ ), on obtient :

$$\frac{P - P_0}{W} = b \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \right) + (\beta - b)(1 - K_\psi) \left[ \frac{u}{r} - \frac{1}{2\Gamma} \left[ (1-\nu)(S_\theta' - S_0') - \nu(S_r' - S_0') - (1-2\nu)(b - \delta)(P - P_0) \right] \right]$$

$$\text{soit :} \quad \boxed{P - P_0 = B_5 \frac{\partial u}{\partial r} + B_6 \frac{u}{r} + B_7 (S_\theta' - S_0') + B_8 (S_r' - S_0')} \quad (2.112)$$

$$\text{avec :} \quad B_5 = \frac{b}{B_9} \quad B_6 = \frac{b + (\beta - b)(1 - K_\psi)}{B_9} \quad B_7 = -\frac{(\beta - b)(1 - K_\psi)(1 - \nu)}{2\Gamma \cdot B_9}$$

$$B_8 = \frac{(\beta - b)(1 - K_\psi)v}{2\Gamma \cdot B_9} \quad B_9 = \frac{2\Gamma - W(1 - 2\nu)(\beta - b)(b - \delta)(1 - K_\psi)}{2\Gamma W}$$

L'équation d'équilibre (2.19) et le critère de rupture (2.24), assortis de la condition  $F = 0$  (2.25) caractérisant la plasticité permettent enfin d'établir l'équation différentielle suivante :

$$\boxed{\frac{\partial S'_r}{\partial r} - \frac{S'_r{}^\alpha}{r} = -\delta \frac{\partial P}{\partial r}} \quad (2.113)$$

En éliminant  $S'_\theta$  dans les équations (2.111) et (2.112) d'après le critère de rupture (2.25), on obtient ainsi le système différentiel à résoudre :

$$\boxed{\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial r} - B_1 \frac{u}{r} = \frac{1}{2\Gamma} \left[ (B_2 - B_3)(S'_r - S'_0) - B_3 (S'_r)^\alpha + B_4 (P - P_0) \right] \\ \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{B_6}{B_5} \frac{u}{r} = \frac{P - P_0}{B_5} - \frac{1}{B_5} \left[ (B_7 + B_8)(S'_r - S'_0) + B_7 (S'_r)^\alpha \right] \\ \frac{\partial S'_r}{\partial r} - \frac{S'_r{}^\alpha}{r} = -\delta \frac{\partial P}{\partial r} \end{cases}} \quad (2.114)$$

On notera la complexification des équations apportée par la distinction entre les contraintes effectives élastiques et plastiques, puisque lorsque  $b = \beta = \delta$  les coefficients se simplifient en :

$$B_5 = B_6 = bW \quad \text{et} \quad B_7 = B_8 = 0$$

La résolution (semi-) analytique de ce système d'équations différentielles nécessite la distinction de deux cas en fonction de la valeur de dilataance :  $K_\psi = 1$  (cas non dilatant) et  $K_\psi \neq 1$  (cas dilatant).

### 2.5.3.2 Étude du cas non dilatant ( $K_\psi = 1$ )

Dans le cas non dilatant, le système (2.114) peut être nettement simplifié, les coefficients  $B_5$ ,  $B_6$ ,  $B_7$  et  $B_8$  prenant les mêmes valeurs que pour le cas  $b = \beta = \delta$  cité précédemment. En travaillant avec le changement de variable  $\rho = \frac{r}{R\xi}$  comme expliqué dans la section 2.3.2.4, ce qui permet de simplifier

la détermination du rayon plastique (voir 2.5.3.4), on obtient le système :

$$\boxed{\begin{cases} \frac{du}{d\rho} + \frac{u}{\rho} = \frac{R\xi}{2\Gamma} \left[ 2(1 - 2\nu)(S'_r - S'_0) + (1 - 2\nu)(S'_r)^\alpha + 2(1 - 2\nu)(\delta - b)(P - P_0) \right] & (i) \\ \frac{du}{d\rho} + \frac{u}{\rho} = \frac{R\xi}{bW} (P - P_0) & (ii) \\ \frac{dS'_r}{d\rho} - \frac{S'_r{}^\alpha}{\rho} = -\delta \frac{dP}{d\rho} & (iii) \end{cases}} \quad (2.115)$$

#### ➤ Calcul des contraintes et de la pression interstitielle

Il est simple à partir de (2.115) d'éliminer la variable  $u$  (déplacement) du système, ce qui permet la résolution. Les deux premières équations conduisent ainsi à :

$$\boxed{P = P_0 + B_{10} \left[ (S'_r)^\alpha + 2(S'_r - S'_0) \right]} \quad (2.116)$$



avec

$$B_{10} = \frac{1 - 2\nu}{\frac{2\Gamma}{bW} - 2(1 - 2\nu)(\delta - b)}$$

On obtient alors par dérivation  $\frac{dP}{d\rho} = B_{10} \left[ 2 + \alpha (S_r')^{\alpha-1} \right] \frac{dS_r'}{d\rho}$  qui peut être injecté dans la dernière équation du système (2.115) pour obtenir l'équation différentielle permettant de déterminer les valeurs de contraintes dans la zone plastique :

$$\boxed{\frac{dS_r'}{d\rho} = \frac{(S_r')^\alpha}{\rho \left[ 1 + \delta B_{10} (2 + \alpha S_r'^{\alpha-1}) \right]}} \quad (2.117)$$

L'intégration de cette équation différentielle à variables séparables, avec la condition aux limites issue de (CL10) et (CL13) au niveau du rayon plastique  $S_r'(\rho = 1) = S_r^{*'}$ , est présentée en annexe A3.

Le résultat final est :

$$\boxed{S_r' = S_r^{*' \cdot \rho^{\frac{1}{\alpha\delta B_{10}}} \cdot \exp\left[\frac{B_{11}}{1-\alpha} (S_r^{*'})^{1-\alpha}\right] \cdot \exp\left[\frac{1}{\alpha-1} \cdot \Omega_0 \left(\rho^{\frac{1-\alpha}{\alpha\delta B_{10}}} B_{11} (S_r^{*'})^{1-\alpha} \exp\left(B_{11} (S_r^{*'})^{1-\alpha}\right)\right)\right]}} \quad (2.118)$$

avec  $\Omega_0$  la branche principale de la fonction « Oméga » ou fonction « W de Lambert » (voir annexe

A3) et :  $B_{11} = \frac{1 + 2\delta B_{10}}{\alpha\delta B_{10}}$

Les valeurs de  $S_r'$  étant ainsi connues, la *pression interstitielle* est aisément obtenue grâce à la relation (2.116). On peut de plus déterminer la contrainte orthoradiale effective par le critère de rupture :

$$\boxed{S_\theta' = S_r' + S_r'^\alpha}$$

Enfin, la contrainte longitudinale totale peut se déduire de la relation (2.96) qui reste valable dans le cas non drainé. En contraintes effectives, cela donne :

$$\boxed{S_x' = (1 - 2\nu)S_0' + \nu(S_r' + S_\theta') + (1 - 2\nu)(b - \delta)(P - P_0)} \quad (2.119)$$

**Remarque :** Pour la résolution du problème de convergence dans un tableur, la fonction  $\Omega$  n'est en général pas disponible directement et il peut être nécessaire de la programmer (voir annexe A3). À défaut, il reste possible de réaliser une intégration de (2.117) par la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 telle que présentée en annexe A1, avec (pour un pas de discrétisation  $h < 0$ , régulier) :

$$t = \rho \quad t_0 = 1 \quad h_j = h \quad y = S_r' \quad \dot{y} = \frac{dS_r'}{d\rho} \quad y_0 = S_r^{*' \quad f(\rho, S_r'(\rho)) = \frac{(S_r')^\alpha}{\rho \left[ 1 + \delta B_{10} (2 + \alpha S_r'^{\alpha-1}) \right]}$$

➤ **Calcul du déplacement et des déformations**

Les pressions interstitielles étant désormais connues, le déplacement radial peut être directement calculé en intégrant la deuxième équation du système (2.115) :

$$\frac{du}{d\rho} + \frac{u}{\rho} = \frac{R\xi}{bW}(P - P_0)$$

assortie de la condition aux limites (CL14). Compte-tenu de la complexité de la formulation de  $P(\rho)$ , nous suggérons une intégration par la méthode de Runge-Kutta telle que présentée en annexe A1, avec (pour un pas de discrétisation  $h < \theta$ , régulier) :

$$t = \rho \quad t_0 = l \quad h_j = h \quad y = u \quad \dot{y} = \frac{du}{d\rho} \quad y_0 = \frac{S_0 - S_r^*}{2\Gamma} R\xi$$

$$\text{et} \quad f(\rho, u(\rho)) = \frac{R\xi}{bW}(P(\rho) - P_0) - \frac{u}{\rho}$$

Après obtention du déplacement radial  $u$ , les déformations peuvent être calculées simplement par (2.5), (2.6) et (2.114) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_\theta = \frac{u}{r} \\ \varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r} = -\varepsilon_\theta + \frac{P(r) - P_0}{bW} \end{array} \right. \quad (2.120)$$

### 2.5.3.3 Étude du cas dilatant ( $K_\nu \neq 1$ )

Afin de simplifier les expressions dans le processus de résolution, le système (2.114) peut être réécrit sous la forme suivante (après changement de variable  $\rho = \frac{r}{R\xi}$ ) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{du}{d\rho} - B_1 \frac{u}{\rho} = \frac{R\xi}{2\Gamma} \left[ B_{12}(S'_r - S'_0) - B_3(S'_r)^\alpha + B_4(P - P_0) \right] \quad (i) \\ \frac{du}{d\rho} + B_{13} \frac{u}{\rho} = \frac{R\xi}{2\Gamma} \left[ B_{14}(S'_r - S'_0) + B_{15}(S'_r)^\alpha + B_{16}(P - P_0) \right] \quad (ii) \\ \frac{dS'_r}{d\rho} - \frac{S'_r{}^\alpha}{\rho} = -\delta \frac{dP}{d\rho} \quad (iii) \end{array} \right. \quad (2.121)$$

Les coefficients  $B_{12}$  à  $B_{16}$  sont détaillés dans l'annexe A3 (section A3.2.).

#### ➤ Calcul des contraintes et des pressions interstitielles

L'obtention d'une équation différentielle en contraintes à partir du système (2.121) nécessite des manipulations d'expressions relativement fastidieuses qui ont été reportées en annexe A3. On obtient au final l'expression suivante caractérisant les contraintes radiales effectives :

$$\left[ B_{23} + B_{24}\alpha S'_r{}^{\alpha-1} \right] \rho \frac{d^2 S'_r}{d\rho^2} + B_{24}\alpha(\alpha-1) \rho S'_r{}^{\alpha-2} \left( \frac{dS'_r}{d\rho} \right)^2 + \left[ B_{25} + B_{26}\alpha S'_r{}^{\alpha-1} \right] \frac{dS'_r}{d\rho} + B_{27} \frac{S'_r{}^\alpha}{\rho} = 0 \quad (2.122)$$

$$\begin{aligned}
 \text{avec : } \quad B_{23} &= \frac{2\Gamma}{W} + b(1-2\nu) \left[ 2b - \beta(1-K_\psi) \right] & B_{24} &= b\delta(1-2\nu) + \beta\delta(1-\nu)(K_\psi - 1) \\
 B_{25} &= \frac{2\Gamma}{W} (K_\psi + 2) + b(1-2\nu) \left[ (2b + \beta)K_\psi + 4b - \beta \right] \\
 B_{26} &= -\frac{2\Gamma}{W} + \left[ (1-2\nu)(\delta - \beta)b + 3\beta\delta(1-\nu) \right] K_\psi + (1-2\nu)(\beta - 2b + 4\delta)b + 3\beta\delta(\nu - 1) \\
 B_{27} &= 2(1 + K_\psi) \left[ (1-2\nu)b(\delta - b) - \frac{\Gamma}{W} \right]
 \end{aligned}$$

Cette équation différentielle n'est pas intégrable directement, elle peut en revanche être résolue de manière approchée par une méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 telle que présentée en annexe A1, avec (pour un pas de discrétisation  $h < 0$ , régulier) :

$$\begin{aligned}
 t = \rho \quad t_0 = 1 \quad h_j = h \quad y = S_r' \quad \dot{y} = \frac{dS_r'}{d\rho} \quad \ddot{y} = \frac{d^2S_r'}{d\rho^2} \\
 f\left(\rho, S_r'(\rho), \frac{dS_r'(\rho)}{d\rho}\right) = -\frac{B_{24}\alpha(\alpha-1)S_r'^{\alpha-2}}{B_{23} + B_{24}\alpha S_r'^{\alpha-1}} \left(\frac{dS_r'}{d\rho}\right)^2 - \frac{B_{25} + B_{26}\alpha S_r'^{\alpha-1}}{B_{23} + B_{24}\alpha S_r'^{\alpha-1}} \frac{1}{\rho} \frac{dS_r'}{d\rho} - \frac{B_{27}}{B_{23} + B_{24}\alpha S_r'^{\alpha-1}} \frac{S_r'^\alpha}{\rho^2}
 \end{aligned}$$

Deux conditions aux limites sont nécessaires à l'intégration :

- la première condition est issue de (CL10) et (CL13) au niveau du rayon plastique :

$$\boxed{y_0 = S_r'(\rho=1) = S_r^{*'} = S_r^* - \delta P_0}$$

- la seconde condition est obtenue sur la dérivée des contraintes effectives radiales normalisées en injectant la dernière équation du système (2.121) dans la relation intermédiaire (6.8) en annexe A3 :

$$\frac{du}{d\rho} - \frac{u}{\rho} = \rho \frac{R\xi}{2\Gamma} \left[ \left( B_{17} + B_{18}\alpha S_r'^{\alpha-1} \right) \frac{dS_r'}{d\rho} + \frac{B_{19}}{\delta} \left( \frac{S_r'^\alpha}{\rho} - \frac{dS_r'}{d\rho} \right) \right]$$

La continuité des déplacements et des vitesses au niveau de la limite élastique / plastique permet ensuite d'écrire d'après les solutions élastiques que :

$$\left. \frac{u}{\rho} \right|_{\rho=1} = \frac{S_0' - S_r^{*'}}{2\Gamma} R\xi \quad \left. \frac{du}{d\rho} \right|_{\rho=1} = -\frac{S_0' - S_r^{*'}}{2\Gamma} R\xi$$

et d'aboutir à la condition aux limites :

$$\boxed{\dot{y}_0 = \frac{dS_r'}{d\rho}(\rho=1) = \frac{-2(S_0' - S_r^{*'}) - \frac{B_{19}}{\delta} (S_r^{*'})^\alpha}{B_{17} - \frac{B_{19}}{\delta} + B_{18}\alpha (S_r^{*'})^{\alpha-1}}} \quad (\text{CL16})$$

la forme explicite des coefficients  $B_{17}$ ,  $B_{18}$  et  $B_{19}$  étant :

$$B_{17} = (1-2\nu) \left( 1 + \frac{2b}{\beta(K_\psi - 1)} \right) \quad B_{18} = 1 - \nu + \frac{b}{\beta} \frac{1-2\nu}{K_\psi - 1}$$

$$B_{19} = -\frac{2\Gamma}{W\beta(K_\psi - 1)} + \frac{(1-2\nu)(\delta - b)}{\beta(K_\psi - 1)} \left[ 2b + \beta(K_\psi - 1) \right]$$

Pour le calcul de la pression interstitielle, il est commode d'utiliser la troisième équation du système (2.121) qui s'écrit :

$$\frac{dP}{d\rho} = f(\rho) \quad \text{avec} \quad f(\rho) = -\frac{1}{\delta} \left( \frac{dS_r'}{d\rho} - \frac{S_r'^\alpha}{\rho} \right)$$

Les valeurs de  $S_r'$  et de  $\frac{dS_r'}{d\rho}$  étant désormais connues à ce stade du calcul, les valeurs de  $P$  peuvent être déterminées simplement par une méthode de Heun, avec une discrétisation radiale par pas de  $\rho$  décroissants ( $\rho_{j+1} = \rho_j + h$  avec  $h < 0$ ) :

$$P(\rho_j + h) = P(\rho_j) + h \cdot \frac{f(\rho_j) + f(\rho_j + h)}{2}$$

et la condition initiale correspondant à (CL13) :  $P(\rho_0 = 1) = P_0$ .

Par ailleurs, la contrainte orthoradiale effective s'obtient par le critère de rupture :

$$S_\theta' = S_r' + S_r'^\alpha$$

et à nouveau la contrainte longitudinale effective peut se déduire de la relation (2.119) qui reste valable dans le cas  $K_\psi \neq 1$ , les valeurs de  $S_r'$ ,  $S_\theta'$  et  $P$  étant désormais connues :

$$S_x' = (1-2\nu)S_0' + \nu(S_r' + S_\theta') + (1-2\nu)(b - \delta)(P - P_0)$$

### ➤ Calcul du déplacement et des déformations

Le calcul des déplacements se fait de manière simple à partir de la relation intermédiaire (6.6)(i) en annexe A3 (coefficients  $B_{17}$  à  $B_{19}$  définis plus haut) :

$$u = \rho \frac{R\xi}{2\Gamma} \left[ B_{17}(S_r' - S_0') + B_{18}(S_r')^\alpha + B_{19}(P - P_0) \right] \quad (2.123)$$

Après obtention du déplacement radial  $u$ , les déformations peuvent être calculées simplement par (2.5), (2.6) et l'équation (6.6)(ii) en annexe A3 :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_\theta = \frac{u}{r} \\ \varepsilon_r = \frac{1}{R\xi} \frac{du}{d\rho} = \frac{1}{2\Gamma} \left[ B_{20}(S_r' - S_0') + B_{21}(S_r')^\alpha + B_{22}(P - P_0) \right] \end{array} \right. \quad (2.124)$$

la forme explicite des coefficients  $B_{20}$ ,  $B_{21}$  et  $B_{22}$  étant :

$$B_{20} = (1-2\nu) \left( 1 + \frac{2bK_\psi}{\beta(1-K_\psi)} \right) \quad B_{21} = -\nu + \frac{b}{\beta} \frac{1-2\nu}{1-K_\psi} K_\psi$$

$$B_{22} = \frac{2\Gamma K_{\psi}}{W\beta(K_{\psi}-1)} + \frac{(1-2\nu)(b-\delta)}{\beta(K_{\psi}-1)} [2bK_{\psi} + \beta(1-K_{\psi})]$$

#### 2.5.3.4 Caractérisation de la limite élastique / plastique

Toute la démarche de résolution présentée dans les sections précédentes a été basée sur l'hypothèse d'une connaissance de la limite élastique plastique, en particulier du rayon correspondant  $R\xi$  et de la contrainte radiale normalisée  $S_r^*$  à ce niveau.

La détermination de ces deux paramètres peut être effectuée à partir des développements présentés antérieurement, en utilisant la continuité des valeurs de contraintes de part et d'autre du rayon plastique.

Compte-tenu de la forme des solutions analytiques dans la zone élastique, la contrainte radiale normalisée  $S_r^*$  peut être déterminée comme dans le cas monophasique. Les contraintes effectives radiale et orthoradiale vérifient  $S_r' + S_{\theta}' = 2S_0'$  ce qui, avec le critère de rupture (2.25), fournit l'équation en contraintes effectives caractérisant le passage en plasticité :

$$\boxed{S_r^{*\alpha} + 2S_r^{*'} - 2S_0' = 0} \quad (2.125)$$

On se reportera aux commentaires de la section 2.3.2.3 pour la résolution de cette équation. Dans le cas  $\alpha = 1/2$ , on obtient la solution particulière exacte :

$$S_{r,\alpha=1/2}^{*'} = \left[ \frac{1 - \sqrt{1 + 16S_0'}}{4} \right]^2$$

La contrainte totale correspondante est obtenue simplement par :  $S_r^* = S_r^{*'} + \delta P_0$

Concernant le rayon plastique, on peut le définir à partir de l'expression des contraintes et pression interstitielle dans la zone plastique, en utilisant simplement la condition aux limites (CL15)  $S_r(R) = S_i$  comme dans le cas monophasique. Toutefois, la complexité de l'expression (2.118) de  $S_r'$  dans le cas non dilatant et l'absence de formulation explicite dans le cas dilatant conduisent à favoriser l'emploi d'une méthode itérative. La démarche suivante est proposée :

- calcul de  $S_r^*$  par (2.125) :
  - o si  $S_r^* \leq S_i$ , le cas est purement élastique et il n'est pas nécessaire de rechercher un rayon plastique
  - o dans le cas contraire on suit les étapes ci-après ;
- $S_r^*$  étant désormais connue, partant de  $\rho = 1$ , calcul par pas de  $\rho$  décroissants (et faibles) des valeurs de :
  - o  $S_r'(\rho_j)$  → par (2.118) cas non dilatant ou (2.122) cas dilatant
  - o  $P(\rho_j)$  → par (2.116) cas non dilatant ou (2.121)(iii) cas dilatant

- le point  $\rho_k$  où  $S_r'(\rho_k) + \delta.P(\rho_k) \approx S_i$  correspond au rayon normalisé  $\rho_k = \frac{1}{\xi}$  (soit  $r = R$ ) ce qui permet de déterminer le rayon plastique.

Cette méthode montre bien l'intérêt d'avoir utilisé des formulations en  $\rho = \frac{r}{R\xi}$  pour la résolution du problème. Pour la zone plastique, les conditions aux limites en  $P$  et  $S_r'$  sont en effet connues uniquement au niveau de la limite élastique – plastique. La définition  $\rho = 1$  de cette limite fait disparaître le paramètre  $\xi$  des relations déterminant les contraintes. On peut donc réaliser une intégration de proche en proche sans connaître a priori le rayon plastique.

### **2.5.3.5 Commentaires sur le régime d'arête**

Comme on pourra le constater dans les exemples d'application présentés ultérieurement, l'étude du régime d'arête ne présente que très peu d'intérêt dans le cas de la sollicitation non drainée. Bien que cela ne soit pas aisément démontrable mathématiquement du fait de la complexité (forme explicite ou non, nombre de paramètres) des formulations obtenues, il apparaît systématiquement dans nos calculs que les contraintes axiale, radiale et orthoradiale évoluent de manière très symétrique dans la zone plastique, rendant difficiles les intersections. On retrouve bien ce type de comportement dans Labiouse (1999) par exemple pour le critère de Mohr-Coulomb.

Après expérimentation de diverses gammes de paramètres sur les cas d'étude du Laboratoire souterrain de Mol et du tunnel d'Arbus, les constats suivants ont pu être effectués :

- lorsque le matériau est non dilatant un régime d'arête suivant les axes  $x - \theta$  n'apparaît que pour un coefficient de Biot ( $b$ ) et un module de Biot ( $M$ ) simultanément très faibles ;
- lorsque le matériau est dilatant, un régime d'arête peut apparaître suivant les axes  $x - r$  seulement si la dilataance est relativement forte ( $> 15^\circ$ ) avec un coefficient de Biot  $b$  proche de 1.

Sachant que le massif doit également être assez peu résistant pour permettre le développement d'une large zone plastique, dans la gamme usuelle des paramètres géotechniques rencontrés pour les sols indurés et roches tendres, l'occurrence du régime d'arête apparaît au final relever de cas exceptionnels.

On se limitera donc dans le travail présenté ici à constater l'absence d'intersection des valeurs de contraintes sur les différents calculs effectués.

## **2.5.4 Mise en œuvre des solutions analytiques et validation**

### **2.5.4.1 Mise en œuvre d'un schéma de résolution**

Comme dans le cas drainé, l'étude du comportement du massif à court terme autour du tunnel nécessite une certaine rigueur dans l'ordre de résolution. Nous proposons ci-dessous un schéma de calcul utilisant les formulations déterminées dans les paragraphes précédents. Bien que certaines équations nécessitent l'intervention d'un processus de résolution en partie numérique, celui-ci peut toujours être ramené à une méthode à un pas (Runge-Kutta, Heun e.g.) ce qui permet une implantation

aisée dans un tableau. L'outil correspondant est fourni avec le présent mémoire ce qui permet à nouveau une application directe des développements de la thèse.

La résolution du cas purement élastique est simple du fait de la similitude des équations avec le cas monophasique et ne sera pas redétaillée ici. Dans le cas général, les étapes de calcul sont les suivantes :

1- *Calcul des valeurs normalisées* :  $S_0, S_i, P_0, \Gamma, W$  à partir des données initiales du problème telles que représentées sur la Figure 29 et des paramètres élastiques  $G$  et  $M$  ;

2- *Calcul de la contrainte radiale normalisée  $S_r^*$  caractérisant le rayon plastique* :

Résolution de l'équation (2.125), exacte dans le cas  $\alpha = 1/2$  ou approchée par une méthode de Newton-Raphson dans les autres cas. La pression interstitielle normalisée reste égale à  $P_0$  au niveau du rayon plastique. Si  $S_r^* \leq S_i$ , le cas est purement élastique, sinon une zone plastique se développe, impliquant un rayon plastique.

3- *Calcul des contraintes et pression interstitielle normalisées dans la zone plastique et détermination du rayon plastique  $R\xi$*  :

Calcul par pas de  $\rho$  décroissants (et faibles) des valeurs de  $S_r'(\rho_j)$  (par (2.118) dans le cas non dilatant ou (2.122) dans le cas dilatant) et de  $P(\rho_j)$  (par (2.116) dans le cas non dilatant ou (2.121)(iii) dans le cas dilatant). Les paramètres d'intégration par une méthode de Runge-Kutta ou de Heun lorsque cela est nécessaire sont fournis dans les sections 2.5.3.2 et 2.5.3.3.

Le point  $\rho_k$  où  $S_r'(\rho_k) + \delta.P(\rho_k) \approx S_i$  correspond au rayon normalisé  $\rho_k = \frac{1}{\xi}$  (soit  $r = R$ ) ce

qui permet de déterminer le rayon plastique de valeur  $\frac{R}{\rho_k}$ .

4- *Calcul des contraintes orthoradiale et longitudinale dans la zone plastique* :

- $S_\theta'$  est obtenu par  $S_\theta' = S_r' + (S_r')^\alpha$  pour tout  $r$  inférieur à  $R\xi$  (ou  $\rho < 1$ ) ;
- $S_x'$  est obtenu par la relation (2.119) pour tout  $r$  inférieur à  $R\xi$  (ou  $\rho < 1$ ).

5- *Calcul du déplacement et des déformations dans la zone plastique* :

Le déplacement est obtenu par la relation (2.115)(ii) dans le cas non dilatant et par la relation (2.123) dans le cas dilatant. Les paramètres d'intégration par une méthode de Runge-Kutta dans le cas non dilatant sont fournis en 2.5.3.2.

Les déformations sont calculées par (2.120) dans le cas non dilatant et par (2.124) dans le cas dilatant.

6- *Calcul des contraintes, déplacement et déformations dans la zone élastique* :

Le calcul se fait de manière identique au cas monophasique. Les expressions correspondantes sont rappelées en section 2.5.2.

**Remarques :**

- La mise en œuvre de ce schéma de calcul dans un tableur montre que l'utilisation des expressions du cas dilatant avec une valeur de  $K_\psi$  proche de 1 ( $\psi = 0.01^\circ$  e.g.) conduit à des résultats très proches de ceux calculés par les expressions valables en l'absence de dilatance. Néanmoins, il n'a pas pu être obtenu dans le cadre de ce travail une méthode simple (comme un passage à la limite sur la relation (2.123) par exemple) permettant d'exprimer ce lien de manière explicite.
- Dans l'hypothèse du potentiel plastique de Hoek-Brown,  $\dot{\varepsilon}_r^P$  n'étant pas constant, le système différentiel obtenu, à coefficients non constants, conduit à une complexification forte de la résolution. Ce cas compromet au final l'obtention de solutions explicites sur tout ou partie du problème et n'a donc pas été développé ici.

**2.5.4.2 Validation des solutions obtenues**

Les solutions obtenues ont été validées en deux étapes :

- par comparaison des résultats obtenus avec ceux proposés par Labiouse & Giraud (1998) sur un cas élastoplastique non drainé non dilatant avec critère de rupture de Mohr-Coulomb ;
- en comparant avec des calculs par éléments finis réalisés sous CESAR-LCPC les résultats obtenus en contraintes et déplacement sur un cas dilatant avec critère de Hoek-Brown et potentiel plastique de Mohr-Coulomb.

➤ **Comparaison avec Labiouse & Giraud (1998)**

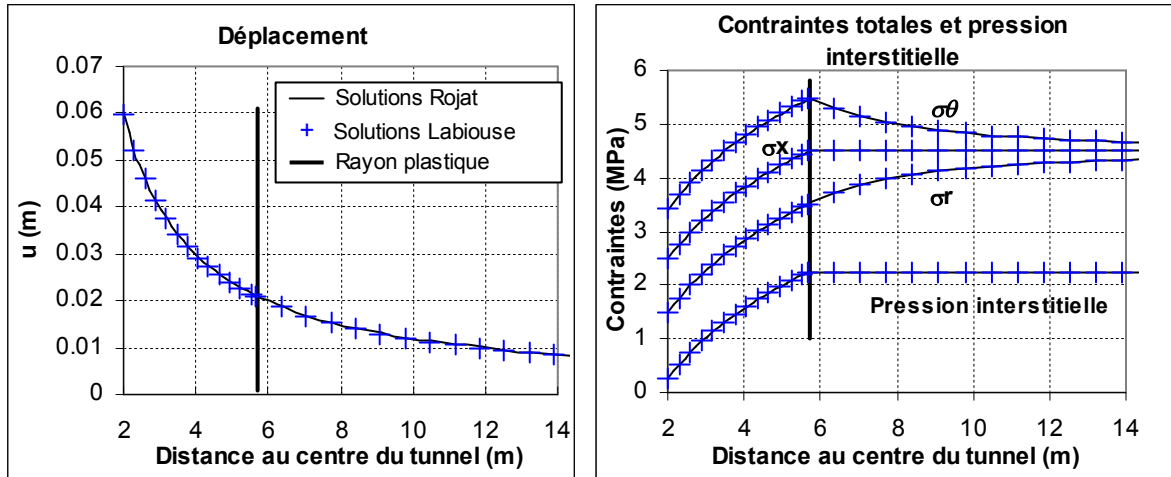
Comme les solutions de Labiouse & Giraud concernent uniquement le critère de Mohr-Coulomb, il a été nécessaire de définir un critère de Hoek-Brown « équivalent » avec  $\alpha \approx 1$  pour pouvoir effectuer la comparaison, comme dans la section 2.4.6.2. La modélisation effectuée est similaire à celle des auteurs, inspirée du Laboratoire Souterrain de Mol, et concerne l'excavation d'une galerie de 2 m de rayon au sein de l'argile de Boom (caractéristiques présentées en annexe A4).

Le Tableau 15 présente les paramètres utilisés pour la modélisation et la Figure 37 compare les résultats obtenus avec les différentes méthodes de résolution.

Description du modèle et paramètres d'évolution				Critère de rupture			
$R$ (m)	2	$E$ (MPa)	300	Mohr-Coulomb		Hoek-Brown « équivalent »	
$\sigma_i$ (MPa)	1.5	$\nu$	0.125				
$\sigma_\theta$ (MPa)	4.5	$b = \beta = \delta$	1	$c$ (MPa)	0.3	$\alpha$	0.99
$p_0$ (MPa)	2.25	$M$ (MPa)	5128	$\varphi$ (°)	18	$\sigma_{ci}$ (MPa)	0.826
$\phi$	0.39	$\psi$ (°)	0			$m$	0.894
						$s$	1

**Tableau 15 : Paramètres utilisés pour la modélisation, adaptés de Labiouse & Giraud (1998)**





**Figure 37 : Comparaison des résultats obtenus par les solutions de Labiouse & Giraud et par les solutions issues du présent travail ( $\alpha = 0.99$  pour se rapprocher du critère de Mohr-Coulomb)**

Une excellente correspondance est obtenue entre les deux méthodes, malgré les probables imprécisions de calcul liées à la valeur de  $\alpha = 0.99$ , qui conduit lors de la normalisation des contraintes (2.16) à des valeurs très faibles, en limite des capacités de calcul du tableur utilisé.

➤ **Comparaison avec les calculs CESAR-LCPC**

Comme dans les cas étudiés précédemment (monophasique, biphasique drainé), la validation des solutions analytiques par comparaison avec CESAR-LCPC a été effectuée sur un modèle 1D axisymétrique. Le cas étudié est également inspiré du Laboratoire souterrain de Mol, avec les paramètres présentés en annexe A4 et rappelés dans le tableau ci-dessous.

Description du modèle et paramètres d'évolution				Critère de rupture de Hoek-Brown et potentiel plastique de Mohr-Coulomb	
$R$ (m)	2	$E$ (MPa)	300	$\alpha$	0.5
$\sigma_i$ (MPa)	1.5	$\nu$	0.125	$\sigma_{ci}$ (MPa)	0.5
$\sigma_0$ (MPa)	4.5	$b = \beta = \delta$	1	$m$	5.5
$p_0$ (MPa)	2.25	$M$ (MPa)	5128	$s$	1
$\phi$	0.39	$k$ (m/s)	$4.10^{-12}$	$\psi$ (°)	5

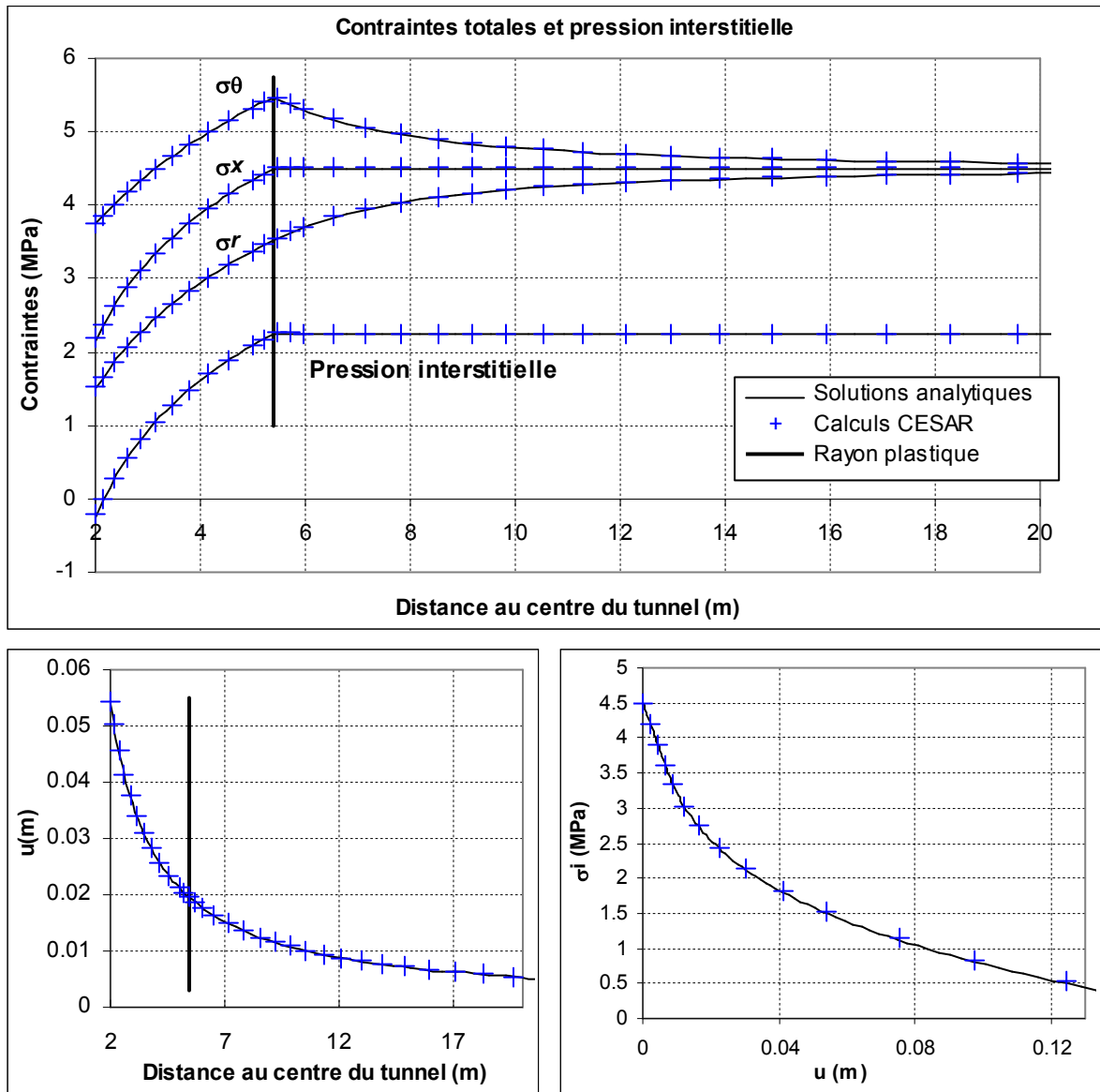
**Tableau 16 : Jeu de paramètres pour la validation des solutions analytiques biphasiques en situation non drainée (potentiel plastique de Mohr-Coulomb avec dilatance non nulle)**

Le maillage utilisé est identique à celui du cas drainé (voir section 2.4.6.2, Figure 34), translaté pour obtenir un rayon interne de 2 m. Les calculs sont à nouveau effectués sous le module CSNL (contrainte effective de Terzaghi). Le cas non-drainé est modélisé de la façon suivante :

- initialisation isotrope des contraintes et pression interstitielle ;
- décroissance rapide de la contrainte en paroi (en 10 pas de 30 minutes, ce qui est très supérieur à la vitesse de diffusion hydraulique).

On vérifie pour chaque pas de calcul l'absence d'oscillation numérique pouvant traduire un découpage temporel inadapté.

La Figure 38 ci-dessous permet la comparaison des valeurs de contraintes et déplacement dans le massif pour les données du Tableau 16. Une comparaison entre les courbes de convergence (diverses contraintes en paroi) est également proposée.



**Figure 38 : Comparaison des résultats issus des solutions analytiques et des modélisations CESAR-LCPC (CSNL) : contraintes, pression interstitielle, déplacement, courbe caractéristique du terrain**

Les résultats obtenus par les deux méthodes de calcul sont très proches (seulement 0.3 % d'erreur par exemple sur la convergence en paroi) et confirment la validité de la démarche. On remarquera également, par rapport à la Figure 37 montrant des évolutions de contraintes quasi-similaires pour les trois directions principales dans la zone plastique, la dissymétrie plus marquée apportée par la dilatance. En référence à la section 2.5.3.5, on notera toutefois que l'on reste encore loin d'un éventuel régime d'arête.

**Remarque :** il est également intéressant sur ce cas d'étude d'examiner l'évolution des contraintes effectives au sein du massif. La Figure 39 présente les résultats correspondants.

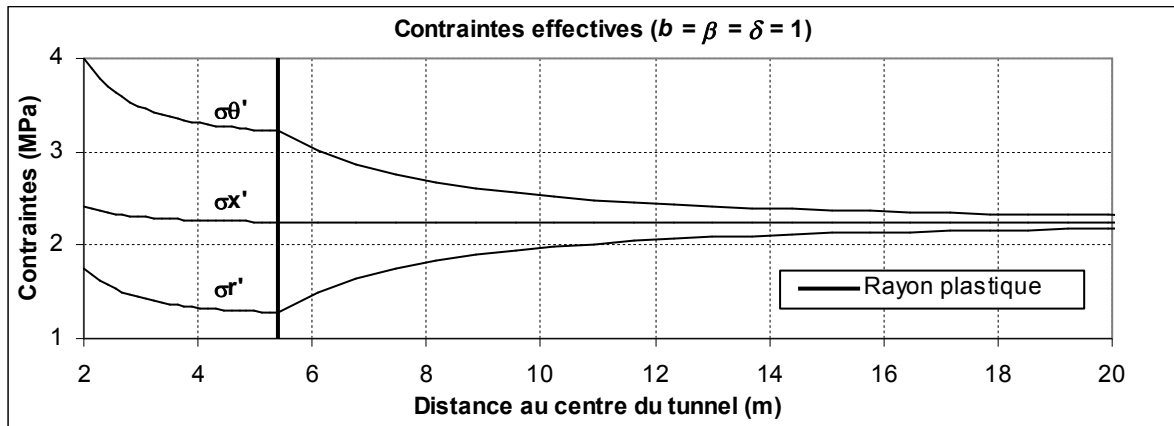


Figure 39 : Représentation des contraintes effectives pour le modèle décrit dans le Tableau 16

On note sur ces graphiques le rôle favorable du couplage hydromécanique sur la stabilité de l'excavation à court terme avec, par rapport à un cas drainé par exemple, la disparition de la chute des contraintes effectives dans la zone plastique, et même leur accroissement du fait de la dilatance (voir aussi Labiouse (1999) e.g.).

### 2.5.5 Conclusion sur le cas élastique linéaire parfaitement plastique en situation biphasique non drainée

La situation biphasique non drainée apportait une difficulté analytique supplémentaire du fait de l'interdépendance des équations de comportement ne permettant pas a priori une résolution séparée des contraintes et du déplacement. Il a toutefois été démontré ici que, par un certain nombre de manipulations d'expressions, il était possible d'obtenir un schéma de résolution quasi-explicite, à condition de distinguer le cas non dilatant ( $\psi = 0$ ) du cas dilatant ( $\psi \neq 0$ ).

Dans le cas non dilatant une expression exacte des contraintes a été obtenue, faisant intervenir la fonction transcendante  $\Omega$ , ou «  $W$  de Lambert ». La pression interstitielle a également été déterminée de manière explicite. Le calcul du déplacement doit en revanche être finalisé avec un schéma d'intégration à un pas, de type Runge-Kutta par exemple. Pour le cas dilatant, inversement, les contraintes et pressions interstitielles nécessitent une étape d'intégration ultime par un schéma numérique, alors que le déplacement (isolable dans le système (2.121)) est obtenu de manière exacte à partir des calculs précédents.

Dans tous les cas, un schéma de résolution complet a été établi, permettant de caractériser la limite élastique-plastique ainsi que le comportement du massif dans les deux zones ainsi délimitées. Les méthodes décrites sont suffisamment simples pour être implantables dans un tableur (fourni avec le présent mémoire) et les résultats obtenus ont été validés par comparaison avec des solutions de la littérature (en ajustant le critère de rupture pour se rapprocher d'une surface de Mohr-Coulomb) et avec des calculs numériques sous CESAR-LCPC.

À l'issue de cette partie, les différents cas monophasiques et biphasiques ont donc été résolus intégralement, permettant d'obtenir des outils de calcul « simples » des courbes caractéristiques du

terrain avec critère de rupture de Hoek-Brown généralisé. Dans le cas non drainé, il est particulièrement intéressant de remarquer que les non-linéarités (ici issues de la plastification) pilotent le comportement hydromécanique, la zone élastique linéaire n'amenant pas de perturbation des pressions interstitielles sous la condition d'axisymétrie. Nous proposons donc à titre complémentaire dans les sections suivantes une approche dérivant du modèle de Fahey-Carter, associé au critère de Hoek-Brown généralisé, permettant d'intégrer également des non-linéarités « pseudo-élastiques ».

## **2.6 ÉTUDE DU CAS ÉLASTIQUE PARFAITEMENT PLASTIQUE EN SITUATION BIPHASIQUE NON DRAINÉE, AVEC MODÈLE NON-LINÉAIRE DE FAHEY-CARTER**

### **2.6.1 Introduction – démarche de travail**

Comme mentionné dans l'étude bibliographique, il est relativement courant que les SIRT présentent des comportements complexes s'écartant de l'approche simple élastique linéaire parfaitement plastique. Il existe de multiples modèles de comportement permettant d'appréhender ces phénomènes, se rattachant essentiellement aux notions de consolidation ou de structure du matériau (modèles à écrouissage cinématique et/ou à surface limite par exemple). Néanmoins (voir section 1.3.2), ces approches correspondent à des formulations relativement complexes difficiles à mettre en œuvre dans une démarche analytique ou semi-analytique, et ont une philosophie initiale assez différente de celle des modèles présentant un simple critère de rupture, avec homogénéisation éventuelle.

Pour le présent travail, basé fortement sur l'approche de Hoek & Brown (1997) associée au formalisme des milieux poreux dans les cas biphasiques, il reste néanmoins possible d'intégrer « simplement » des non-linéarités dans la phase « élastique » par des formulations d'origine empirique (voir section 1.3.5). Cette partie propose donc en complément du cas non drainé présenté antérieurement une approche pseudo-élastique non-linéaire parfaitement plastique s'appuyant sur le modèle de Fahey-Carter. L'un des intérêts principaux est d'autoriser un développement de perturbations hydrauliques avant la limite élastique-plastique (malgré la condition d'axisymétrie), ce qui pourrait permettre de se rapprocher de constats in situ tels ceux effectués dans les galeries souterraines de Mol (voir annexe A4).

Le modèle de Fahey-Carter a été décrit et analysé dans la partie bibliographique de ce mémoire, la section 1.3.5.4 présentant une synthèse des équations et de la signification des différents paramètres. La formulation retenue ici est celle adaptée au critère de Hoek-Brown généralisé, soit avec :

$$t_{\max} = \frac{\sigma_{ci}}{2} \left( m \frac{\sigma_3'}{\sigma_{ci}} + s \right)^\alpha$$

Au niveau d'une résolution analytique du comportement du massif autour d'un tunnel en axisymétrie, ce modèle pose deux problèmes importants :

- la formulation est basée sur des coefficients élastiques  $G_i$  et  $\nu_i$  tangents ce qui impose une discrétisation « temporelle » du chargement dont on ne peut s'affranchir simplement par des changements de variable comme dans la section 2.3.2.4 ;
- pour un pas de chargement donné, la formulation des paramètres élastiques tangents reste dépendante du critère de rupture et de la contrainte moyenne effective ce qui complexifie considérablement l'expression de la loi de Hooke généralisée et compromet la séparation contraintes – déplacement qui avait pu être obtenue dans la partie 2.5.3.

Ces difficultés n'ont pas permis, au final, de réaliser une intégration directe des équations de la mécanique comme cela a été le cas dans les parties précédentes de ce travail. Il a donc été retenu ici une approche semi-analytique, dite des « matrices de transfert », pour résoudre le problème.

## 2.6.2 La méthode des matrices de transfert

La méthode des matrices de transfert est une approche permettant de résoudre le problème d'évolution à partir d'une double discrétisation : spatiale (du massif autour du tunnel) et temporelle (de la décharge mécanique). L'analyse incrémentale qui en résulte est bien adaptée à des modèles définis par des coefficients tangents, comme le modèle de Fahey-Carter, qui peuvent être raisonnablement linéarisés au voisinage de chaque pas de temps. Il s'agit d'une méthode « semi-analytique » approchée dont l'application aux ouvrages souterrains a été proposée par Sulem (1994). On notera également plus récemment le travail de Martin (2007) qui l'utilise pour analyser le comportement de matériaux soumis à une loi d'endommagement autour d'un tunnel.

On considère une configuration de creusement obéissant aux hypothèses de la méthode convergence-confinement rappelées en section 2.2.1. Le chargement est obtenu par la diminution progressive de la pression totale exercée en paroi du tunnel, entraînant la convergence du massif. La méthode des matrices de transfert est applicable dès lors que les variations de contraintes et déformations au cours d'une évolution du système liée à une diminution infinitésimale de la pression en paroi peuvent être reliées par une loi incrémentale du type :

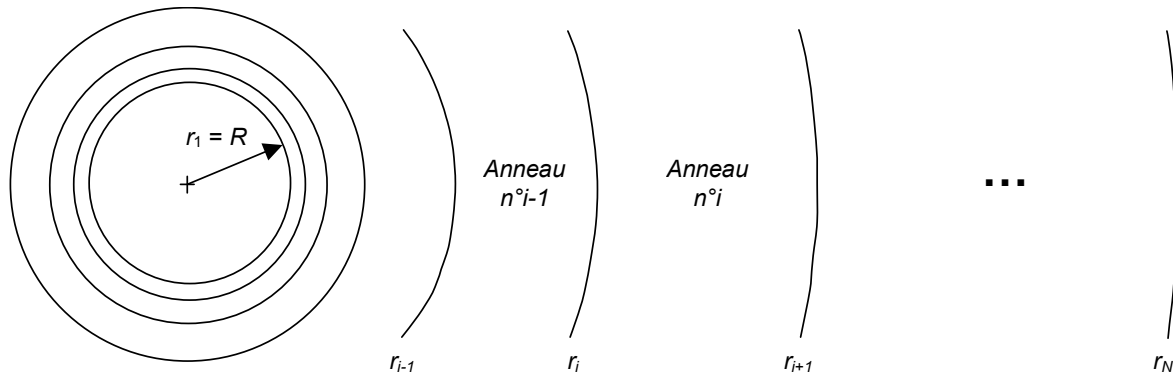
$$\Delta \sigma_{ij} = C_{ijkl} \cdot \Delta \varepsilon_{kl} \quad (2.126)$$

avec  $C_{ijkl}$  les composantes du tenseur d'ordre 4 caractérisant la rigidité du système.

Dans le cas étudié ici, en ignorant la contrainte longitudinale du fait de l'absence usuelle de régime d'arête (voir section 2.5.3.5) et dans la mesure où  $t$  n'est déterminé que par les contraintes principales majeure et mineure, on peut limiter ce tenseur à une simple matrice  $2 \times 2$  dont les composantes satisfont les relations suivantes ( $\Delta$  désignant ici une évolution « temporelle » liée au chargement) :

$$\begin{cases} \Delta\sigma_\theta = C_{11} \cdot \Delta\varepsilon_\theta + C_{12} \cdot \Delta\varepsilon_r \\ \Delta\sigma_r = C_{21} \cdot \Delta\varepsilon_\theta + C_{22} \cdot \Delta\varepsilon_r \end{cases} \quad (2.127)$$

Les coefficients  $C_{ij}$  sont définis par le modèle de comportement du terrain et peuvent à leur tour dépendre de l'état actuel de contraintes, déformations, etc. Toutefois, en discrétisant le massif autour du tunnel en  $N-1$  anneaux concentriques de dimension modeste (voir Figure 40, une répartition géométrique étant souvent retenue), on peut admettre que sur un anneau donné ces coefficients restent quasi-constants et ne varient pas au cours du pas de chargement considéré. Les relations (2.127) sont donc ramenées pour un anneau et un pas de temps donnés à un système linéaire pour lequel une résolution analytique peut être recherchée.



**Figure 40 : Principe de discrétisation spatiale du massif autour du tunnel pour la méthode des matrices de transfert**

En pratique, les équations (2.1), (2.127), (2.5) et (2.6) conduisent ainsi pour un anneau à l'équation différentielle classique :

$$C_{22} \frac{d^2 \Delta u}{dr^2} + (C_{22} + C_{21} - C_{12}) \frac{1}{r} \frac{d \Delta u}{dr} - C_{11} \frac{\Delta u}{r^2} = 0 \quad (2.128)$$

dont la solution s'exprime sous la forme :

$$\Delta u = \tilde{A}_1 r^{\beta_1} + \tilde{A}_2 r^{\beta_2} \quad (2.129)$$

avec  $\tilde{A}_1$  et  $\tilde{A}_2$  les constantes d'intégration et  $\beta_1, \beta_2$  les racines de l'équation :

$$C_{22} \beta^2 + (C_{21} - C_{12}) \beta - C_{11} = 0 \quad (2.130)$$

Les contraintes sont obtenues par (2.127) soit :

$$\Delta \sigma_r = \tilde{A}_1 (\beta_1 C_{22} + C_{21}) r^{\beta_1 - 1} + \tilde{A}_2 (\beta_2 C_{22} + C_{21}) r^{\beta_2 - 1} \quad (2.131)$$

Les coefficients  $C_{ij}$  étant connus pour un anneau donné à chaque pas de déchargement d'après le modèle de comportement et l'état actuel des contraintes et déformations (voir 2.6.3), il ne reste plus qu'à déterminer les constantes d'intégration pour finaliser la résolution.

Les anneaux numéro  $i$  et  $i - 1$  sont séparés par un rayon  $r_i$ . L'anneau numéro  $i$  est par ailleurs affecté par les constantes d'intégration  $\tilde{A}_1^i$  et  $\tilde{A}_2^i$  que l'on peut regrouper dans un vecteur  $\tilde{A}^i$  :

$$\tilde{A}^i = \begin{bmatrix} \tilde{A}_1^i \\ \tilde{A}_2^i \end{bmatrix}$$

On peut alors démontrer (voir Sulem (1994)) que les conditions aux limites des anneaux  $i$  et  $i - 1$  sont liées par une relation de la forme :

$$\tilde{A}^i = Z^i \cdot \tilde{A}^{i-1} \quad (2.132)$$

avec  $Z^i$  la matrice de transfert définie par :

$$Z^i = \begin{bmatrix} r_i^{\beta_1^i} & r_i^{\beta_2^i} \\ (\beta_1^i C_{22}^i + C_{21}^i) r_i^{\beta_1^i - 1} & (\beta_2^i C_{22}^i + C_{21}^i) r_i^{\beta_2^i - 1} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} r_i^{\beta_1^{i-1}} & r_i^{\beta_2^{i-1}} \\ (\beta_1^{i-1} C_{22}^{i-1} + C_{21}^{i-1}) r_i^{\beta_1^{i-1} - 1} & (\beta_2^{i-1} C_{22}^{i-1} + C_{21}^{i-1}) r_i^{\beta_2^{i-1} - 1} \end{bmatrix}$$

En appliquant de manière récursive l'équation (2.132) on obtient alors pour  $N - 1$  anneaux la relation :

$$\tilde{A}^{N-1} = [Z^{N-1} \cdot Z^{N-2} \dots Z^3 \cdot Z^2] \cdot \tilde{A}^1 \quad (2.133)$$

qui relie les constantes d'intégration du premier et du dernier anneau sur lesquels les conditions aux limites sont définies :

- variation de contrainte égale au pas de déchargement en paroi du tunnel ;
- contrainte constante *ou* déplacement nul sur le bord extérieur du modèle.

Cela conduit à un système de deux équations à deux inconnues ( $\tilde{A}_1^1$  et  $\tilde{A}_2^1$ ) facilement soluble puis à l'obtention de toutes les constantes d'intégration de proche en proche par la relation (2.132).

L'application de la méthode des matrices de transfert au modèle de matériau étudié ici (élasticité non linéaire de Fahey-Carter, critère de rupture de Hoek-Brown généralisé) nécessite donc seulement de déterminer la matrice de rigidité tangente  $C_{ijkl}$  correspondante.

### 2.6.3 Calcul d'une matrice de rigidité tangente pour le cas biphasique non drainé avec critère de Hoek-Brown généralisé

Au cours d'une évolution infinitésimale du système, caractérisée par un paramètre cinématique  $\eta$  quelconque, les variations de contraintes, déplacement et déformations sont pilotées par les dérivées temporelles  $\dot{\sigma}_\theta, \dot{\sigma}_r, \dot{u}, \dot{\varepsilon}_\theta, \dot{\varepsilon}_x = 0, \dot{\varepsilon}_r$  (remarque : on choisit ici une notation différentielle  $\dot{x} = \frac{\partial x}{\partial \eta}$  par

homogénéité avec le reste du mémoire, mais les notations incrémentales pour une application numérique peuvent être obtenues en remplaçant simplement  $\dot{x}$  par la variation  $\Delta x$ ).

Pour simplifier la résolution, les hypothèses suivantes sont retenues :

- les paramètres de contrainte effective  $b$  (Biot) et  $\delta$  (pour le critère de rupture) sont égaux. Le paramètre  $\beta$  définissant les contraintes effectives plastiques est en revanche quelconque ;
- seul le régime de face est considéré dans les calculs ;

- pour la zone plastique, on travaille avec le potentiel de Mohr-Coulomb uniquement.

Les équations caractérisant le comportement du matériau autour du tunnel sont obtenues simplement par dérivation des relations présentées dans la section 2.2, auxquelles on ajoute l'équation de cohérence, soit dans le cas non drainé :

$$\begin{cases} \dot{\sigma}'_r = (\lambda + 2\mu)(\dot{\varepsilon}'_r - \dot{\varepsilon}'_r^P) + \lambda(\dot{\varepsilon}'_\theta - \dot{\varepsilon}'_\theta^P) & (i) \\ \dot{\sigma}'_\theta = \lambda(\dot{\varepsilon}'_r - \dot{\varepsilon}'_r^P) + (\lambda + 2\mu)(\dot{\varepsilon}'_\theta - \dot{\varepsilon}'_\theta^P) & (ii) \\ \dot{p} = bM(\dot{\varepsilon}'_r + \dot{\varepsilon}'_\theta) + (\beta - b)M(\dot{\varepsilon}'_r^P + \dot{\varepsilon}'_\theta^P) & (iii) \\ \dot{\varepsilon}'_r^P = -K_\psi \cdot \dot{\varepsilon}'_\theta^P & (iv) \\ \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \sigma'_r} \dot{\sigma}'_r + \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \sigma'_\theta} \dot{\sigma}'_\theta = 0 & (v) \end{cases} \quad (2.134)$$

avec  $\mathcal{F}$  le critère de rupture, dépendant uniquement de  $\sigma'_r$  et  $\sigma'_\theta$ .

À partir des équations (2.134) (i), (ii), (iv) et (v), on obtient la relation suivante permettant d'éliminer les déformations plastiques :

$$\boxed{\dot{\varepsilon}'_\theta^P = A(\sigma'_\theta, \sigma'_r) \cdot \dot{\varepsilon}'_r + B(\sigma'_\theta, \sigma'_r) \cdot \dot{\varepsilon}'_\theta} \quad (2.135)$$

$$\text{avec } \begin{cases} A(\sigma'_\theta, \sigma'_r) = \frac{\lambda \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \sigma'_\theta} + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \sigma'_r}}{\lambda \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \sigma'_r} + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \sigma'_\theta} - K_\psi \left( \lambda \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \sigma'_\theta} + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \sigma'_r} \right)} \\ B(\sigma'_\theta, \sigma'_r) = \frac{\lambda \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \sigma'_r} + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \sigma'_\theta}}{\lambda \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \sigma'_r} + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \sigma'_\theta} - K_\psi \left( \lambda \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \sigma'_\theta} + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \sigma'_r} \right)} \end{cases}$$

ou encore pour le critère de Hoek-Brown généralisé  $\mathcal{F}_{HB} = \sigma'_\theta - \sigma'_r - \sigma_c \left( m \frac{\sigma'_r}{\sigma_c} + s \right)^\alpha$  :

$$\boxed{\begin{cases} A(\sigma'_\theta, \sigma'_r) = \frac{-2\mu - \alpha m (\lambda + 2\mu) \left( m \frac{\sigma'_r}{\sigma_c} + s \right)^{\alpha-1}}{2\mu(1 + K_\psi) - \alpha m (\lambda - (\lambda + 2\mu) K_\psi) \left( m \frac{\sigma'_r}{\sigma_c} + s \right)^{\alpha-1}} \\ B(\sigma'_\theta, \sigma'_r) = \frac{2\mu - \alpha m \lambda \left( m \frac{\sigma'_r}{\sigma_c} + s \right)^{\alpha-1}}{2\mu(1 + K_\psi) - \alpha m (\lambda - (\lambda + 2\mu) K_\psi) \left( m \frac{\sigma'_r}{\sigma_c} + s \right)^{\alpha-1}} \end{cases}} \quad (2.136)$$

On notera ces coefficients simplement  $A$  et  $B$  par la suite pour alléger les notations.



En injectant (2.135) dans les équations (2.134) (i), (ii) et (iv), on obtient :

$$\begin{cases} \dot{\sigma}'_r = \left[ \lambda + 2\mu + ((\lambda + 2\mu)K_\psi - \lambda)A \right] \dot{\epsilon}_r + \left[ \lambda + ((\lambda + 2\mu)K_\psi - \lambda)B \right] \dot{\epsilon}_\theta \\ \dot{\sigma}'_\theta = \left[ \lambda + (\lambda K_\psi - (\lambda + 2\mu))A \right] \dot{\epsilon}_r + \left[ \lambda + 2\mu + (\lambda K_\psi - (\lambda + 2\mu))B \right] \dot{\epsilon}_\theta \end{cases} \quad (2.137)$$

Puis, avec les relations (2.135) et (2.134) (iii) et (iv) :

$$\dot{p} = \left[ bM + (\beta - b)M(1 - K_\psi)A \right] \dot{\epsilon}_r + \left[ bM + (\beta - b)M(1 - K_\psi)B \right] \dot{\epsilon}_\theta \quad (2.138)$$

Les relations (2.137) et (2.138) permettent d'obtenir les coefficients de la matrice de rigidité :

$$\begin{cases} \dot{\sigma}_\theta = C_{11} \cdot \dot{\epsilon}_\theta + C_{12} \cdot \dot{\epsilon}_r \\ \dot{\sigma}_r = C_{21} \cdot \dot{\epsilon}_\theta + C_{22} \cdot \dot{\epsilon}_r \end{cases}$$

avec :

$$\begin{cases} C_{11} = \lambda + b^2M + 2\mu + \left[ \lambda K_\psi - (\lambda + 2\mu) + b(\beta - b)M(1 - K_\psi) \right] B \\ C_{12} = \lambda + b^2M + \left[ \lambda K_\psi - (\lambda + 2\mu) + b(\beta - b)M(1 - K_\psi) \right] A \\ C_{21} = \lambda + b^2M + \left[ (\lambda + 2\mu)K_\psi - \lambda + b(\beta - b)M(1 - K_\psi) \right] B \\ C_{22} = \lambda + b^2M + 2\mu + \left[ (\lambda + 2\mu)K_\psi - \lambda + b(\beta - b)M(1 - K_\psi) \right] A \end{cases} \quad (2.139)$$

où  $A$  et  $B$  sont définis par (2.136), et dépendent donc de l'état actuel de contrainte *effective*, même si la matrice de rigidité permet de relier les incréments de contraintes *totales* aux incréments de déformations.

La prise en compte de l'élasticité non linéaire est alors simple : il suffit de remplacer dans les relations (2.139) les coefficients de Lamé constants  $\lambda$  et  $\mu$  par leurs équivalents tangents  $\lambda_{FC}$  et  $\mu_{FC}$  définis par le modèle de Fahey-Carter et dépendant de l'état de contrainte. Les calculs précédents restent en effet valides car sur une variation infinitésimale de chargement  $\lambda_{FC}$  et  $\mu_{FC}$  peuvent être considérés comme constants, et seront actualisés au pas de chargement suivant.

#### 2.6.4 Mise en œuvre d'un schéma de résolution

La résolution du problème de convergence en situation non drainée avec critère de Hoek-Brown généralisé et élasticité non-linéaire de Fahey-Carter nécessite donc de mettre en œuvre la méthode des matrices de transfert présentée en 2.6.2 avec les coefficients de rigidité définis par (2.139) et (2.136).

Les phases élastique et plastique peuvent être différenciées simplement en examinant pour chaque anneau concentrique autour du tunnel si le critère de rupture est dépassé lors d'un incrément donné de décharge en paroi. Pour basculer simplement des formulations en élasticité aux formulations en plasticité dans le massif, on multiplie dans la relation (2.139) les coefficients  $A$  et  $B$  par un paramètre  $a$  tel que :

- $a = 0$  si  $\mathcal{F} < 0$  (élasticité) ;
- $a = 1$  sinon.

Compte-tenu des aspects peu pratiques des calculs matriciels dans les tableurs classiques, l'implantation de la méthode des matrices de transfert a été réalisée dans le cadre de cette thèse sous la forme d'un programme Maple, dont le code commenté est fourni en annexe A5. Ce type d'outil étant généralement disponible dans les centres de recherche et les grands bureaux d'études, l'objectif d'applicabilité immédiate des résultats de la recherche pour la profession reste satisfait.

Le programme de calcul est structuré de la manière suivante :

1- *Définition du modèle mécanique :*

- critère de rupture de Hoek-Brown (fonction) et paramètres associés  $\sigma_c, m, s, \alpha$  ;
- modèle de Fahey-Carter : fonctions définissant les modules et coefficient de Poisson tangents et paramètres associés  $C_0, \nu_0, n, f, g$  ;
- potentiel plastique de Mohr-Coulomb (fonction) et paramètre associé  $\psi$  ;
- paramètres du milieu poreux  $b, M, \beta$ .

2- *Définition de la géométrie du problème :*

Rayon du tunnel, rayon maximal de calcul, définition de la discrétisation en anneaux par un tableau des rayons successifs  $r_j$  ( $j = 1 \dots N$ ) ( $N$  points de calcul soit  $N - 1$  anneaux).

3- *Définition des conditions de chargement :*

Contrainte isotrope et pression interstitielle initiales, contrainte totale finale en paroi du tunnel, découpage du déchargement en un tableau de  $K$  valeurs successives de contrainte en paroi  $\sigma_i^j$  ( $j = 1 \dots K$ ).

4- *Détermination de la matrice de rigidité tangente :*

Définition des paramètres  $C_{11}, C_{12}, C_{21}, C_{22}$  d'après (2.139) comme fonctions des contraintes effectives.

5- *Définition des tableaux de stockage des valeurs :*

Tableaux  $K \times N$  pour les stockages à chaque pas de décharge et à chaque rayon de calcul des contraintes totales radiale, orthoradiale et longitudinale, de la pression interstitielle, du déplacement et des déformations.

Tableaux  $1 \times (N-1)$ , renouvelés à chaque pas de décharge, pour la définition dans chaque anneau de la valeur du critère de rupture, des coefficients  $C_{11}, C_{12}, C_{21}, C_{22}$ , et du résultat des calculs de  $\beta_1, \beta_2, \tilde{A}_1, \tilde{A}_2$ .

Tableau  $1 \times (N-2)$  de matrices, renouvelé à chaque pas de décharge, pour la liste des matrices de transfert  $Z^i$ .

Initialisation des tableaux d'après les conditions aux limites.

6- *Pour chaque pas de déchargement :*

- a. Calcul pour chaque anneau des valeurs actuelles de contraintes effectives d'après l'étape de calcul précédente, déduction des valeurs de  $C_{11}, C_{12}, C_{21}, C_{22}, \beta_1, \beta_2$  ;
- b. Calcul de la liste des  $N-2$  matrices de transfert et multiplication d'après (2.133) ;

- c. Calcul des coefficients  $\tilde{A}_1^1$ ,  $\tilde{A}_2^1$  dans le premier anneau d'après les conditions aux limites (variation de contrainte en paroi, contrainte constante ou déplacement nul au rayon maximal), liées par les matrices de transfert ;
- d. Calcul de proche en proche des coefficients  $\tilde{A}_1$ ,  $\tilde{A}_2$  dans chaque anneau
- e. Calcul des contraintes, déplacement, déformations à partir des relations (2.129) et (2.131).

7- *Représentation graphique des résultats :*

Définition d'une contrainte en paroi puis obtention des courbes correspondantes de contraintes, déplacement et déformations dans le massif à partir des tableaux de stockage de valeurs définis à l'étape 5. Obtention de la courbe de convergence à partir des tableaux de déplacement et contrainte radiale, en paroi.

Le temps de calcul et la qualité des résultats dépendent évidemment de la densité des discrétisations temporelle et spatiale. En pratique, avec un ordinateur de bureau classique (Processeur 2GHz, 2Go de RAM), une résolution impliquant 2000 points de calcul (40 en rayon, 50 en déchargement) dure environ 1'40''.

### 2.6.5 Validation partielle des résultats

La principale difficulté concernant l'obtention de courbes caractéristiques du terrain en conditions non drainées avec élasticité non linéaire de Fahey-Carter et critère de Hoek-Brown généralisé est qu'il n'existe pas de référence correspondante dans la littérature et que les codes de calcul par éléments finis à notre disposition dans le cadre de ce doctorat (CESAR-LCPC, Plaxis) n'intègrent pas l'association de ces deux modèles de comportement.

La programmation sous forme de code Maple présentée antérieurement a donc été « validée » de la manière suivante :

- comparaison des résultats avec ceux obtenus dans le cas élastique linéaire parfaitement plastique de la section 2.5 en imposant  $f=0$  et  $n=0$  ce qui correspond à  $G_0 = C_0.p_{ref}$ ,  $G_t = G_0$ ,  $\nu_t = \nu_0$  ;
- calcul avec les valeurs de paramètres obtenues pour l'argile de Boom (annexe A4) sur le cas du laboratoire souterrain de Mol pour examiner la cohérence des résultats vis-à-vis d'autres approches (élasticité linéaire, modèle à bulle).

➤ **Comparaison des résultats sur le cas élastique linéaire parfaitement plastique étudié dans la section 2.5**

La comparaison a été effectuée sur le cas d'étude présenté dans la section 2.5.4.2, inspiré du laboratoire souterrain de Mol, et dont les paramètres de calcul sont présentés dans le Tableau 16.

Pour reproduire l'élasticité linéaire à partir du modèle de Fahey-Carter, les valeurs suivantes ont été retenues pour la partie élastique :  $f=0$   $n=0$   $C_0 = 1333.333$   $p_{ref} = 0.1$  MPa  $\nu_0 = 0.125$

L'extension radiale du calcul a été fixée arbitrairement à 60 m, ce qui est suffisant pour limiter les effets de bord, avec une condition aux limites en contrainte  $\sigma_r(R=60m)=\sigma_0$ . Au niveau de la discrétisation spatiale, une répartition géométrique des rayons a été retenue, avec 100 points de calcul (le premier anneau ayant une épaisseur de 0.02 m). En paroi, la décharge mécanique a été découpée en 100 pas identiques.

La Figure 41 présente les résultats obtenus. La comparaison avec le modèle élastique linéaire est excellente (moins de 1% d'écart sur la valeur de convergence en paroi notamment) ce qui constitue une première validation du code de calcul présenté antérieurement.

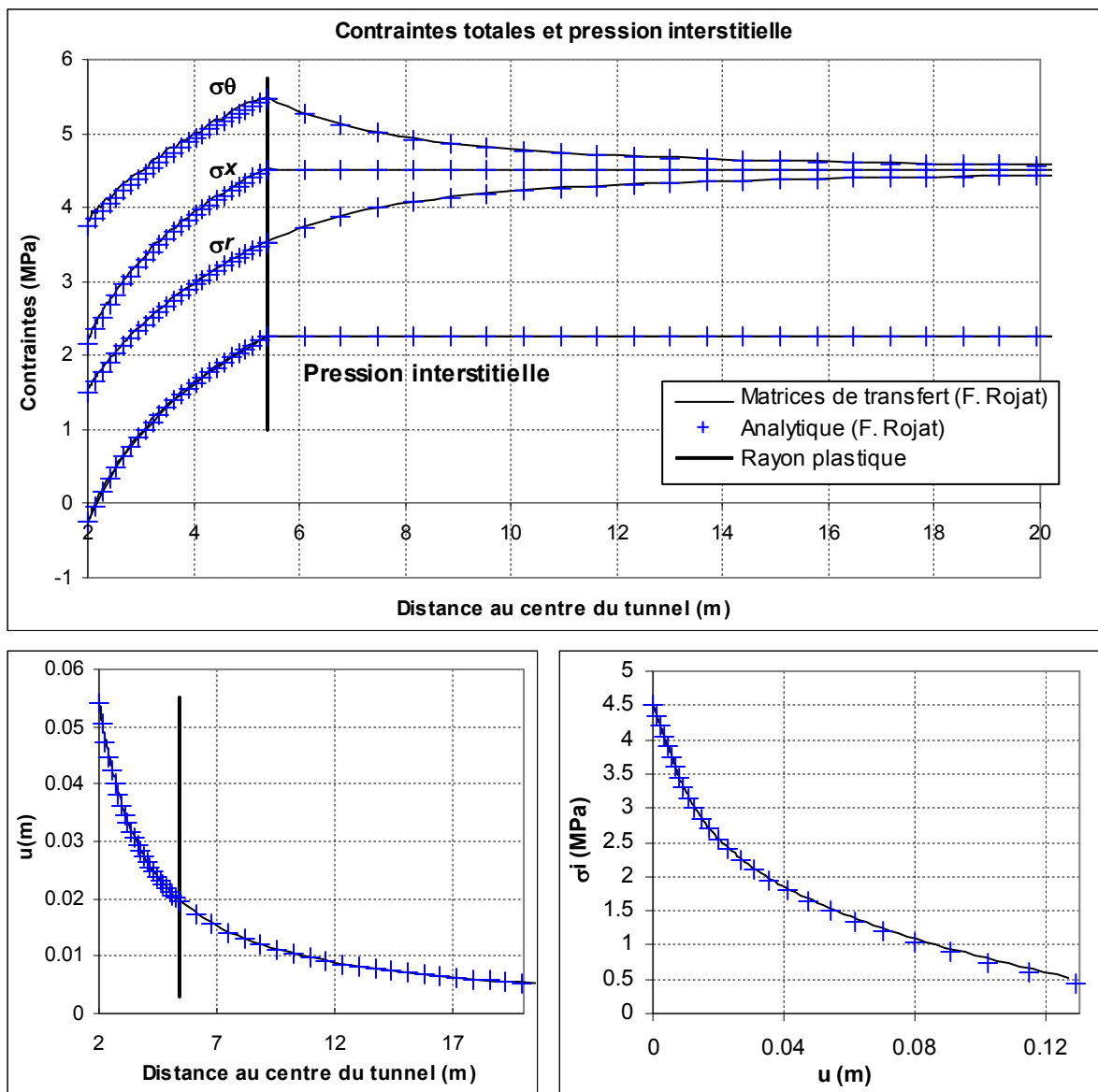


Figure 41 : Comparaison du calcul par les matrices de transfert et des solutions analytiques de la partie 2.5 : contraintes, pression interstitielle, déplacement, courbe caractéristique du terrain

➤ **Examen d'un cas non linéaire (laboratoire souterrain de Mol)**

Le cas étudié, à nouveau inspiré du laboratoire souterrain de Mol, reprend la géométrie et le critère de rupture présentés dans le Tableau 16. Le modèle de comportement élastique linéaire est en revanche remplacé par les formulations de Fahey-Carter, avec le paramétrage présenté en fin d'annexe A4.

Le calcul par la méthode des matrices de transfert a été effectué de la même façon que précédemment, soit 100 rayons de calcul (répartition géométrique) et 100 pas de déchargement, avec une extension radiale du modèle fixée à 60 m.

La Figure 42 présente une comparaison avec deux autres approches :

- le cas élastique linéaire parfaitement plastique résolu analytiquement en section 2.5 ;
- un modèle à bulle avec surface limite (Al Tabbaa (1987)), utilisé par Labiouse (1999) sur le même cas d'étude.

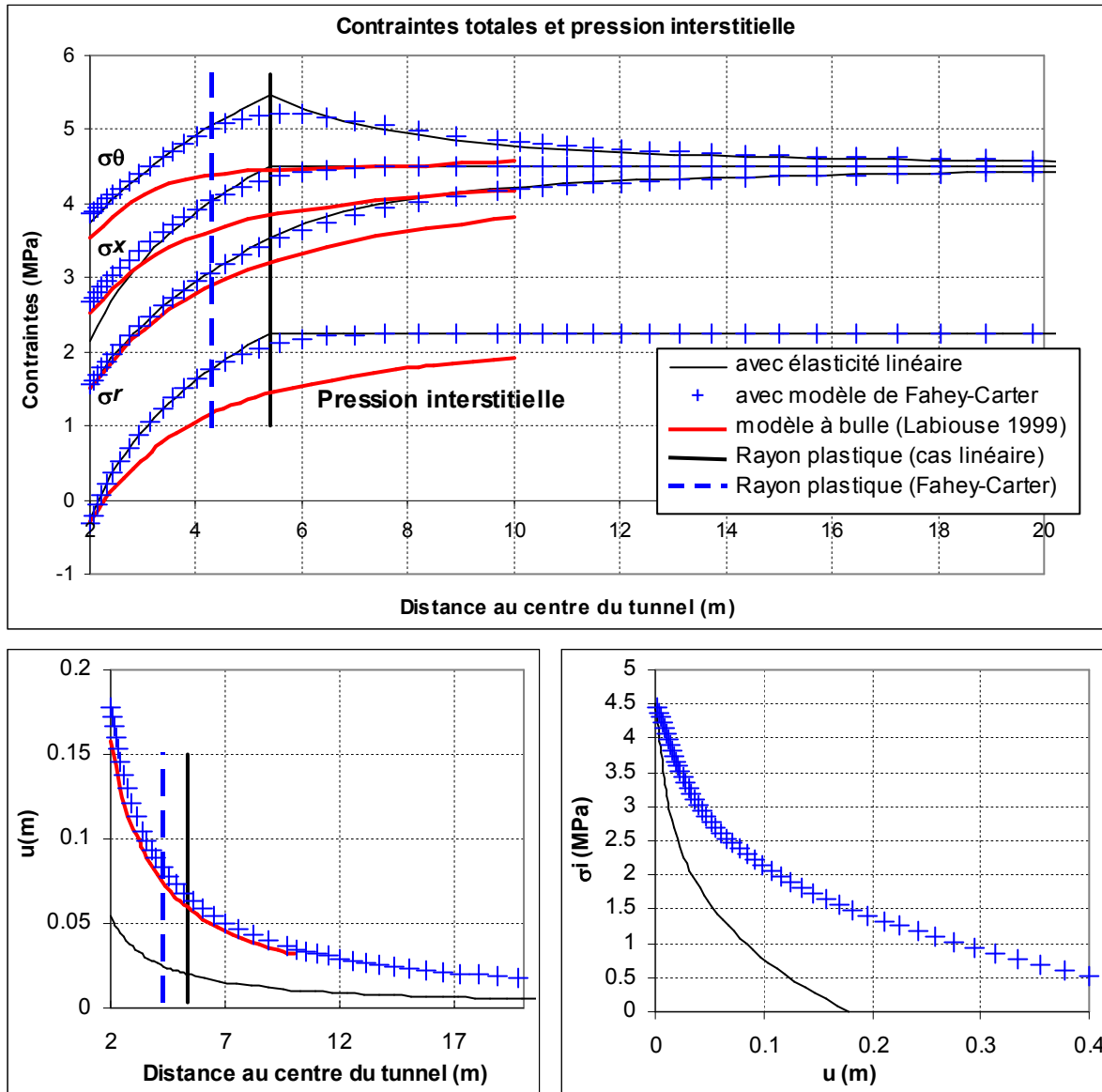
Ce dernier modèle, basé sur une formulation de Cam-Clay modifiée, présente une très faible zone élastique linéaire vraie initiale, puis un écrouissage cinématique permettant de représenter une réponse en contraintes et déformations non linéaire et de prendre en compte en partie l'effet de l'histoire du chargement. Ce type de formulation permet de reproduire assez finement les comportements observés en laboratoire. Barnichon (2002), qui l'applique au laboratoire souterrain de Mol, démontre également qu'il fournit des résultats de convergence plus réalistes que les formulations élastiques linéaires parfaitement plastiques et permet de justifier de perturbations hydrauliques plus loin dans le massif.

Concernant les contraintes, la Figure 42 indique que le modèle de Fahey-Carter « lisse » les variations au voisinage du rayon plastique, en adoucissant la transition entre les domaines élastique et plastique. Ce phénomène apparaît de manière beaucoup plus forte encore avec un modèle à bulle du fait du faible domaine d'élasticité initial. On notera que les trois simulations conduisent à des valeurs de contraintes relativement cohérentes au voisinage de la paroi du tunnel.

Au niveau des pressions interstitielles, le principal apport des modèles non-linéaires est de permettre aux perturbations hydrauliques de remonter plus loin dans le massif que le simple rayon plastique. La différence, très nette pour le modèle à bulle (considéré comme plus réaliste d'après l'expérience de Mol), n'apparaît au final que modérément sensible sur le modèle de Fahey-Carter. Les valeurs en paroi restent similaires dans les trois approches.

Au niveau des déplacements, le modèle de Fahey-Carter apparaît éloigné du cas élastique linéaire parfaitement plastique (convergence en paroi trois fois plus forte) mais assez proche du modèle à bulle. Ces différences sont essentiellement liées à la méthode de prise en compte de la relation contraintes – déformations dans la zone « pseudo-élastique ». En effet, le modèle de Fahey-Carter ou le modèle à bulle approchent assez fidèlement la courbe de chargement et conduisent à représenter une rigidité décroissante, aboutissant à des déplacements forts. A contrario, le modèle élastique linéaire utilise une unique valeur de module d'Young, qui peut être assez forte pour un chargement monotone si elle a été par exemple évaluée sur des cycles de décharge-recharge, ce qui minimise les déformations à contrainte équivalente. Un module sécant à la rupture ou à 50% de la rupture par exemple aurait probablement amené des résultats plus proches de ceux des modèles non linéaires si

l'on se réfère aux courbes présentées en annexe A4 (qui ne constituent toutefois qu'un aperçu très partiel des informations disponibles sur le comportement mécanique réel de l'argile de Boom).



**Figure 42 : Comparaison des résultats obtenus par le modèle de Fahey-Carter avec ceux issus du cas élastique linéaire parfaitement plastique et d'un modèle à bulle (Labrousse 1999) : contraintes, pression interstitielle, déplacement, convergences**

On notera que les convergences réelles à court terme ont été évaluées dans Gärber (2003) à environ 15 cm pour une pression en paroi de 1.2 MPa autour de la galerie « Test Drift » ( $R \approx 2.50$  m), et à environ 9 cm pour une pression en paroi de 1.5 MPa autour de la galerie « Connecting gallery » ( $R \approx 2.40$  m). Cela semble indiquer que si le modèle élastique linéaire parfaitement plastique conduit à une sous-évaluation du déplacement, le modèle non-linéaire de Fahey-Carter paraît a contrario sur-évaluer la convergence sur ce cas d'étude, même si ses résultats sont proches de ceux du modèle à bulle. Il est probable que des ajustements seraient nécessaires dans la qualification des paramètres du modèle pour tenter de se rapprocher au maximum des mesures in situ.

Au final, les différentes modélisations présentées indiquent néanmoins une certaine cohérence dans les résultats de calcul, ce qui constitue un indice intéressant quant-à la validité de la démarche de résolution proposée pour le problème d'élasticité non linéaire avec critère de rupture de Hoek-Brown généralisé, en conditions non drainées. Elles montrent également que, si les formulations de Fahey-Carter apportent un plus intéressant dans la représentation des essais de laboratoire (voir annexe 4 et partie 3 de ce mémoire) ou même dans l'analyse du déplacement radial, elles restent encore nettement en deçà des modèles plus évolués sur la prédiction des perturbations hydrauliques.

## 2.6.6 Commentaires additionnels sur les coefficients de Biot $b$ et $M$

Une autre difficulté peut être soulevée quant-à la validité de la démarche présentée ici. Le modèle de Fahey-Carter est basé sur une variation des paramètres élastiques au cours de la sollicitation dont la formulation est d'origine empirique (voir section 1.3.5). La « superposition » de cette approche avec les modèles issus de la mécanique des milieux poreux pose la question de la prise en compte des non-linéarités dans le calcul des paramètres de Biot  $b$  et  $M$  : il n'y a en effet pas de raison particulière en poroélasticité pour que ces coefficients restent constants (comme dans les calculs présentés ici) alors que les modules drainés  $G_t$  et  $K_t$  évoluent. Dans le cas présent ce problème peut être abordé suivant deux points de vue.

En première approche, les relations (1.8) et (1.9) peuvent être utilisées pour déterminer l'évolution théorique de  $b$  et  $M$  au cours des sollicitations étudiées dans le cadre de ce mémoire (essais triaxiaux et convergence de tunnel en situation axisymétrique essentiellement). La Figure 43 présente deux exemples de résultats de modélisations avec la formulation de Fahey-Carter : le premier pour le cas moyen de convergence présenté en section 3.3.2, le second pour l'essai triaxial ARB95 du tunnel d'Arbus (voir partie 3). Il apparaît clairement que le module d'incompressibilité drainé tangent  $K_t$  évolue très peu dans ces situations, conduisant à des variations négligeables de  $b$  et  $M$ . Le choix de conserver les paramètres de Biot constants dans les calculs présentés antérieurement paraît donc tout-à-fait raisonnable au final (dans la limite des applications envisagées ici).

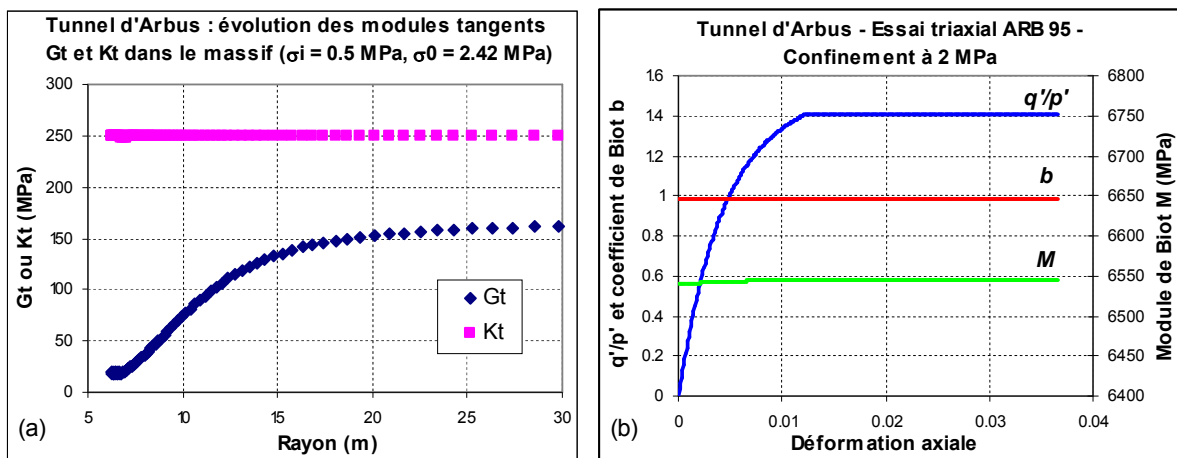


Figure 43 : Calculs avec un modèle de Fahey-Carter : (a) Évolution des modules élastiques tangents autour du tunnel d'Arbus avec les paramètres moyens présentés en 3.2.6 ; (b) Évolution des coefficients de Biot  $b$  et  $M$  dans l'essai triaxial ARB95

Au-delà de cette justification sommaire il reste nécessaire de rappeler que les expressions (1.8) et (1.9) correspondent à une vision macroscopique du milieu dont la validité dépend d'hypothèses sur la répartition microscopique de la porosité permettant notamment d'assimiler le matériau à un milieu isotrope. On pourrait envisager une approche des non-linéarités sur une base physique et théorique plus détaillée, dérivant par exemple d'une analyse de l'endommagement microscopique du matériau, à intégrer dans le modèle poroélastique. Dormieux *et al.* (2006) montrent par exemple à partir d'un modèle conceptuel de pore sphérique puis d'une généralisation à une géométrie quelconque, comment les paramètres de Biot dépendent des caractéristiques mécaniques de la matrice solide, de la géométrie et de la répartition des pores. Les auteurs retrouvent d'ailleurs les expressions classiques homogénéisées (1.8) et (1.9) de  $b$  et  $M$  sous l'hypothèse d'une géométrie et d'un comportement microscopiques isotropes.

L'amélioration du modèle de non-linéarité en poroélasticité pourrait ainsi constituer un sujet de recherche complémentaire intéressant pour la modélisation du comportement des S.I.R.T., qui dépasse toutefois le périmètre de ce travail de doctorat. Le choix effectué ici avec les formulations de Fahey-Carter apparaît finalement comme un « compromis raisonnable » entre la précision du modèle physique et la simplicité nécessaire aux développements analytiques ou semi-analytiques.

## **2.6.7 Conclusion sur le cas biphasique non drainé avec élasticité non linéaire de Fahey-Carter**

Nous avons présenté dans cette partie un développement complémentaire permettant d'aborder, en situation biphasique non drainée, les non-linéarités des relations contraintes-déformations dans la zone « pseudo-élastique » par une évolution des paramètres tangents de la loi de Hooke. Le modèle retenu (Fahey-Carter) permet une représentation relativement fidèle des essais de laboratoire (voir partie 3 et annexe A4) avec un nombre réduit de paramètres et a pu être appliqué au calcul des courbes caractéristiques du terrain par la méthode des matrices de transfert. Cette approche semi-analytique adaptée de Sulem (1994), relativement générale, ne permet pas de tirer des solutions exactes mais assure l'obtention de la courbe caractéristique du terrain avec une précision très satisfaisante pour peu que les discrétisations (spatiale et temporelle) soient suffisamment fines. Un code de calcul Maple a été établi (annexe A5) et permet une application des travaux du doctorat sur des cas pratiques.

La modélisation proposée sur le cas du Laboratoire souterrain de Mol a montré que la méthode de Fahey-Carter parvenait à se rapprocher dans le cas d'un creusement de tunnel (solicitation monotone) des résultats pouvant être obtenus avec un modèle de comportement avancé comme celui de Al Tabbaa (1987), au moins pour le calcul du déplacement radial. Les résultats sont plus mitigés sur les contraintes et pressions interstitielles ; ils constituent toutefois une avancée par rapport au cas élastique linéaire parfaitement plastique (même si à ce niveau on reste encore assez loin de la réalité in situ, assez bien documentée pour le cas des pressions interstitielles). Les méthodes présentées ici constituent donc une alternative intéressante pour les projets de tunnels en sols indurés et roches tendres, lorsque l'élasticité linéaire ne peut plus être considérée comme suffisante.



## 2.7 CONCLUSION DE LA DEUXIÈME PARTIE

La deuxième partie de ce mémoire de doctorat a formalisé des développements constituant une avancée importante dans le domaine des solutions analytiques ou semi-analytiques pour l'obtention de courbes caractéristiques du terrain en milieu rocheux poro-élastoplastique. À partir d'un choix initial de modélisation géotechnique des sols indurés roches tendres faisant intervenir le critère de rupture de Hoek-Brown généralisé, quatre cas différents ont été analysés et résolus, couvrant un large panel de configurations mécaniques et/ou hydrauliques pouvant être rencontrées dans la pratique. Dans les cas couplés, le nombre d'hypothèses simplificatrices a été réduit autant que possible, en travaillant avec l'approche de Biot pour la prise en compte de la compressibilité des différents constituants et en conservant la distinction entre les contraintes effectives élastiques et plastiques.

L'analyse du *cas monophasique* a tout d'abord permis d'établir un schéma général de résolution qui a ensuite pu être étendu aux configurations plus complexes. L'étude présentée reprend principalement les travaux de Carranza-Torres & Fairhurst (1999) et Carranza-Torres (2004), mais les complète en proposant une simplification des équations (amélioration de la transformation de Londe), en étudiant les problèmes de régime d'arête et en déterminant une nouvelle solution exacte dans le cas d'un potentiel plastique de Hoek-Brown (associé).

Dans le *cas biphasique drainé*, la notion de rayon de drainage, courante dans les problèmes de puits, a été introduite pour caractériser l'écoulement permanent résultant de l'excavation dans un milieu à vitesse de diffusion hydraulique importante. Deux cas ont été distingués (résolution en anneau épais ou en milieu infini), pour lesquels une méthode de calcul des courbes caractéristiques du terrain en élastoplasticité a été déterminée, avec prise en compte des régimes d'arête. Si les solutions élastiques rejoignent divers développements présentés dans la littérature, l'étude de la zone plastique avec critère de rupture de Hoek-Brown généralisé constitue en revanche un apport entièrement nouveau.

L'étude du *cas biphasique non drainé* correspond au cas courant d'excavation dans des sols indurés roches tendres de faible perméabilité, à court terme. Les solutions développées sont dans la continuité des travaux de Labiouse & Giraud (1998), Gärber (2003) ou Bobet (2010) qui ont conduit des analyses approfondies sur le cas du critère de rupture de Mohr-Coulomb. Les calculs présentés ici montrent qu'il est également possible d'obtenir des formulations complètes des contraintes et déplacement autour de l'excavation pour un milieu vérifiant le critère de Hoek-Brown généralisé avec un potentiel plastique de Mohr-Coulomb. Pour cela deux cas de plasticité ont dû être distingués en fonction de la dilataance du matériau ( $\psi = 0$ ,  $\psi \neq 0$ ) pour obtenir des solutions analytiques.

Enfin, un développement complémentaire a permis d'adjoindre au cas biphasique non drainé la prise en compte de phénomènes non linéaires dans la zone pseudo-élastique à partir des *formulations empiriques de Fahey-Carter*. Cette étape a été abordée avec la méthode semi-analytique des matrices de transfert du fait de l'impossibilité d'obtenir des expressions explicites pour l'ensemble du massif. Il en ressort en particulier que la modélisation des non-linéarités élastiques influence significativement le calcul de la convergence en paroi et permet la remontée de perturbations hydrauliques à court terme au-delà de la limite élastique-plastique.

Dans les trois premiers cas d'étude, la résolution du problème a pu être obtenue à chaque fois soit explicitement, soit avec une étape ultime d'intégration par une méthode à un pas de type Runge-Kutta d'ordre 4. Ces démarches ont été formalisées par la programmation d'outils de calcul simples, fournis avec le présent mémoire et permettant une mise en œuvre directe des résultats de la thèse pour les praticiens. En dehors des formulations faisant intervenir le modèle de Fahey-Carter, dont la complexité a nécessité une programmation sous Maple, toutes les autres solutions ont pu être implantées dans un simple tableur. Les résultats de calcul ont été validés de manière très concluante par comparaison avec certains développements issus de la littérature ou avec des calculs par éléments finis sous le logiciel CESAR-LCPC, module CSNL.

À l'issue de ce travail de développement, la troisième partie du mémoire présente ci-après un exemple d'application des formulations non drainées à un cas réel correspondant au projet de tunnel d'Arbus. L'étude examine aussi bien la détermination des différents paramètres mécaniques des modèles que la mise en œuvre des calculs, mettant en évidence les principaux apports et difficultés des méthodes proposées ici. Les études de sensibilité réalisées permettent ensuite d'analyser le poids relatif des différentes sources d'incertitude et constituent un élément particulièrement intéressant vis-à-vis de l'influence du modèle géotechnique sur le dimensionnement des ouvrages dans les sols indurés et roches tendres.



**PARTIE 3 :**  
**ÉTUDE D'UN CAS D'APPLICATION :**  
**LE TUNNEL D'ARBUS**



### **3.1 INTRODUCTION**

Le développement d'un cas d'étude au sein du travail de thèse revêt un double intérêt. En premier lieu, il permet d'aborder en détails l'applicabilité des développements réalisés, déjà esquissée en partie ici lors des étapes de validation des résultats. L'objectif est autant de montrer l'intérêt de la nouvelle méthode de calcul par rapport à d'autres méthodes existantes, que d'en explorer les limites, qui tiennent à la fois aux hypothèses initiales de calcul (cas axisymétrique) et aux modèles de comportement choisis.

En second lieu, l'examen d'un cas réel permet de prendre en compte dans l'analyse les incertitudes inhérentes à la variabilité naturelle des paramètres géotechniques au sein du massif. Ce point relativement sensible pour de nombreux S.I.R.T., lié essentiellement à l'histoire géologique du site, reste assez peu abordé dans les projets d'ouvrage neufs où des valeurs moyennes plus ou moins minorées par des coefficients de sécurité sont généralement retenues. Si la réussite courante des projets de génie civil semble attester de la validité de ce type d'approche, son principal inconvénient est de ne pas permettre la quantification des incertitudes ou au moins de l'amplitude envisageable des sollicitations mécaniques autour du cas moyen. Dans le cas des tunnels, la connaissance généralement limitée du massif (sondages ponctuels vs projet linéaire) rend cette réflexion d'autant plus intéressante. En outre, les renseignements tirés ainsi dans le cadre de la recherche sur un ouvrage donné fournissent des ordres de grandeur qui permettront à l'ingénieur d'avoir une première idée des principaux paramètres influents lors du calcul de futurs tunnels dans des contextes géotechniques proches.

La première difficulté dans une telle démarche consiste à identifier un ouvrage adapté, regroupant à la fois les conditions d'application du modèle de calcul (au moins approximativement), une caractérisation mécanique du matériau approfondie pour permettre un travail sur les essais et une identification des principaux paramètres géotechniques, et si possible des mesures in situ (convergences, pressions interstitielles, etc.). Après un tour d'horizon de divers tunnels mené notamment avec le C.E.Tu.<sup>6</sup>, mettant en évidence la difficulté manifeste à réunir les trois conditions précédentes, l'option a été choisie de partir sur un projet d'ouvrage neuf (le tunnel d'Arbus), avec un programme d'essais en cours (réalisé par le L.R.P.C.<sup>7</sup> d'Aix-en-Provence). Ce choix a permis d'obtenir des résultats d'essais nombreux et de qualité, d'assister à certains carottages, de visualiser les matériaux, de travailler en partenariat avec les projeteurs. En revanche, compte-tenu des délais usuels d'aboutissement des projets de génie civil, la construction n'a pas été réalisée pendant la durée du doctorat. On pourra donc envisager à terme des développements complémentaires lorsque des mesures in situ apporteront des éléments d'analyse inverse additionnels.

Après une présentation générale du contexte géologique local, cette partie expose un examen détaillé des essais de laboratoire pour la détermination des paramètres des modèles de comportement et des fourchettes de valeurs associées. Les méthodes de calcul présentées dans la partie 2 sont ensuite appliquées, d'abord sur un cas moyen, puis pour une étude de sensibilité permettant de cerner les

---

<sup>6</sup> C.E.Tu. : Centre d'Étude des Tunnels (Bron, France)

<sup>7</sup> L.R.P.C. : Laboratoire Régional des Ponts et Chaussées

principaux facteurs influents pour le dimensionnement. Enfin, ce travail est complété par deux analyses s'écartant des hypothèses de calcul initiales : le cas des contraintes non hydrostatiques et le comportement à long terme.

## **3.2 ÉTUDE DES PROPRIÉTÉS MÉCANIQUES DU MASSIF D'ARBUS**

### **3.2.1 Vue d'ensemble du massif traversé par le tunnel d'Arbus**

#### **3.2.1.1 Contexte général**

Le projet de tunnel d'Arbus est localisé dans les Pyrénées-Atlantiques, à environ 15 km au Nord-Ouest de Pau, et s'inscrit dans le cadre de la liaison autoroutière Pau-Oloron. Le tracé avait été retenu au moment de l'étude du projet du fait de son faible impact environnemental, lié notamment à la possibilité de passage en souterrain. Le tunnel en lui-même se trouve ainsi situé dans une zone de collines molassiques appartenant au piémont pyrénéen.

Les études géotechniques d'avant-projet, pilotées par le C.E.Tu., se sont principalement fondées, outre la reconnaissance géologique initiale, sur les informations tirées de deux campagnes de sondages carottés (sondages AR1 à AR4 puis sondages AR5 à AR6). Celles-ci ont permis d'effectuer un certain nombre de reconnaissances géophysiques et de bénéficier, pour les essais de laboratoire, d'échantillons de qualité, paraffinés et stockés sous gaine étanche pour limiter les déperditions hydriques.

#### **3.2.1.2 Aperçu du modèle géologique**

Le massif traversé par le tunnel d'Arbus est constitué d'une « molasse » (voir Serratrice (2002)), soit une formation détritique postérieure à la phase orogénique et n'ayant pas subi de sollicitations mécaniques fortes dans son histoire. Une analyse géologique relativement complète du site est proposée dans le dossier d'avant-projet sommaire du CETu (2006) auquel on pourra éventuellement se référer. Cette analyse s'appuie notamment sur deux documents de l'Association des Géologues du Sud-Ouest (AGSO) (Cussey *et al.* (1996)) et de l'Association des Sédimentologues Français (Delfaud *et al.* (1997)) étudiant de manière détaillée la structure du remplissage molassique dans une zone proche.

Hormis les terrains superficiels, il apparaît que la seule formation recoupée par le tunnel est celle des « Poudingues de Jurançon ». C'est un faciès d'origine détritico-torrentiel, continental et torrentiel, déposé par une succession de crues et de décrues d'anciens torrents. Ce mode de genèse conduit à une organisation en séquences fluviales. Dans les Poudingues de Jurançon, la séquence élémentaire est constituée à la base de poudingue, au sommet d'argile ou de marne. En intermédiaire se situent des argiles ou des marnes plus ou moins sableuses ou silteuses. Il est toutefois rare de retrouver une

séquence élémentaire complète, chaque dépôt d'une nouvelle séquence érodant en partie ou totalement la précédente.

Au niveau du tunnel d'Arbus, l'organisation séquentielle n'apparaît pas clairement dans les sondages. En fait, le tunnel se situe dans une zone intermédiaire entre deux cônes détritiques principaux, dans un faciès à dominance marneuse nette. Sur la base des diverses campagnes de sondages, le C.E.Tu. propose le long du tracé le modèle géologique indiqué en Figure 44. La structure en séquences sub-horizontales peut être rapprochée du modèle d'organisation générale de la formation des Poudingues de Jurançon proposé par Cussey *et al.* (1996). Les matériaux correspondent essentiellement à des marnes beiges argileuses à silteuses (voire sableuses), avec des passages argilo-gréseux et des concrétions calcaires. Quelques passées conglomératiques sont aussi relevées dans les forages.

Au final, trois zones principales ressortent du profil géologique de la Figure 44 :

- au Nord, une structure se dégage autour de bancs conglomératiques continus. Cela n'exclut toutefois pas, du fait de l'histoire de la formation, la présence de lentilles de poudingue sans continuité apparente d'un sondage à l'autre ;
- au Sud, les passées conglomératiques se font rares et sont de faible épaisseur. Les séquences n'apparaissent pas clairement ;
- entre les deux, une zone de transition (vallon du Sibé), dans laquelle est implanté le sondage AR2, pourrait être présente. L'existence d'un accident tectonique (faille) dans cette zone est qualifiée de « possible » par le C.E.Tu. sur la base de la bibliographie régionale, mais aucun indice sur le terrain ou dans les sondages n'est en réalité observé.

En pratique, l'étude présentée ici s'est concentrée sur la zone Sud du tunnel (sondages AR2-3-4-6), les essais sur les échantillons de la zone Nord ayant révélé des comportements en laboratoire légèrement différents (critère de rupture linéaire notamment).

### **3.2.1.3 Le problème des discontinuités et de la qualité du massif rocheux**

La qualité du massif rocheux et l'agencement des discontinuités sont fréquemment au cœur des problématiques des matériaux intermédiaires sols-roches. Leurs caractéristiques (espacement, orientation, etc.) permettent d'examiner si une approche de modélisation continue, éventuellement homogénéisée, est pertinente ou si des modèles discontinus doivent plutôt être retenus.

Le massif traversé par le tunnel d'Arbus présente d'après les sondages des discontinuités peu marquées et sans orientation préférentielle nette. La notion même de RQD n'est en fait pas véritablement pertinente car la plus grande partie de la fracturation relevée sur carottes est issue de l'action du forage. L'approche la plus pertinente dans ce cas est suggérée par Marinos & Hoek (2000) :

*« Siltstones and claystones may be homogeneous with no discontinuities other than bedding planes, if they are of recent geological age and have not suffered from major tectonic effects. In these cases the GSI classification is not applicable and its use, even approximately, is not recommended. In these cases laboratory testing is to be applied. »*





En pratique, ce type de massif rocheux issu d'une histoire géologique récente pourra donc être appréhendé comme un milieu continu, avec pour caractéristiques mécaniques celles issues directement des essais de laboratoire sur échantillons intacts.

#### 3.2.1.4 Objectifs recherchés dans l'analyse des essais de laboratoire

Bien que pouvant être considérée comme homogène à l'échelle du tunnel, la molasse d'Arbus présente en réalité une variabilité d'ordre métrique à décimétrique. Cette variabilité est liée aux proportions diverses de quartz, calcite, argile dans le matériau, présentant une dispersion importante d'après les analyses effectuées en laboratoire (voir Serratrice (2006)). Cela ne donne toutefois pas lieu in situ à des surfaces de discontinuité bien identifiées et la roche apparaît continue, massive. Ces différents aspects sont assez typiques des molasses ; on les retrouve par exemple pour des milieux plus gréseux dans Hoek *et al.* (2005).

Néanmoins, au niveau des essais de laboratoire, qui concernent justement des échantillons décimétriques, cette variabilité ressort particulièrement et se traduit par une dispersion relativement importante des résultats. Cela rend plus difficile l'obtention d'une caractérisation mécanique fine du matériau, comme en témoigne par exemple la Figure 45 ci-dessous représentant les points à la rupture obtenus dans les essais triaxiaux sur les échantillons des sondages AR1 à AR4.

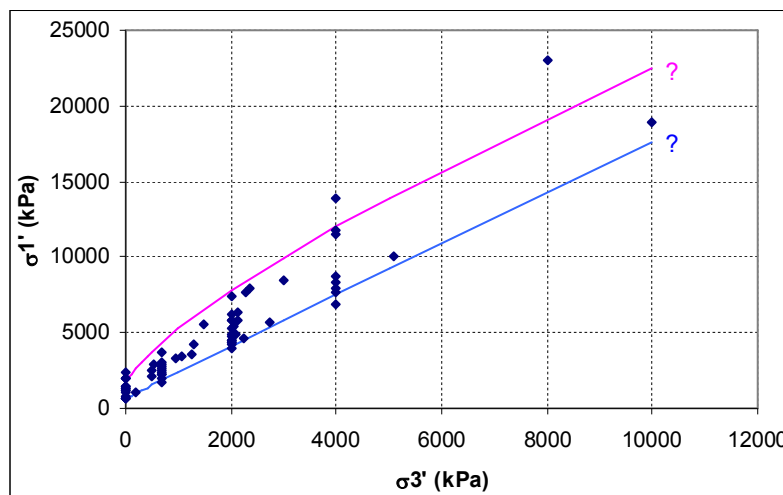


Figure 45 : Points à la rupture obtenus dans les essais triaxiaux sur les échantillons des sondages AR1 à AR4 du tunnel d'Arbus, et encadrement sommaire par des surfaces linéaires ou non

L'objectif sera donc ici de rechercher, dans l'ensemble des essais disponibles, à établir des groupes cohérents permettant de définir les paramètres mécaniques des modèles et leur variabilité, en essayant de se baser sur des constats simples comme la profondeur, les descriptions géologiques, etc.

#### 3.2.2 Détermination des paramètres du critère de rupture de Hoek-Brown

Du fait des périodes de réalisation des forages par rapport aux échéances du doctorat, les analyses présentées dans cette partie ont été effectuées sur les échantillons issus de la première campagne de

sondages (forages AR1 à AR4, 2006). Les résultats de la deuxième campagne (AR6 en particulier) ont été simplement ajoutés en fin de réflexion pour vérifier leur concordance avec les premières conclusions.

### **3.2.2.1 Les paramètres $s$ et $\alpha$ de Hoek-Brown**

Comme mentionné précédemment, la molasse d'Arbus apparaît dans les carottages comme un matériau intact, peu ou pas fissuré, ce qui conduit classiquement aux choix de paramètres pour la roche intacte :

$$s = 1 \qquad \alpha = 0.5$$

Néanmoins, les résultats d'essais sur le sondage AR1 (voir Serratrice (2006)), non reproduits ici, indiquant un critère de rupture de Mohr-Coulomb et des matériaux dans l'ensemble moins silteux, laissent supposer que les matériaux d'Arbus puissent être caractérisés dans certains cas par un critère linéaire, soit  $\alpha \approx 1$ . On pourrait donc être tenté de décrire l'ensemble de la formation molassique en utilisant le critère de Hoek-Brown généralisé à la manière de Habimana (1999) pour les roches cataclastiques, c'est-à-dire une surface permettant de caractériser une transition de la roche vers le sol avec un exposant  $\alpha$  pouvant atteindre 1.

Pour le cas des matériaux d'Arbus cela aurait nécessité de définir une règle d'évolution des paramètres du critère  $s$  et  $\alpha$  en fonction d'éléments descriptifs objectifs (description visuelle ou minéralogique, etc.), ce que n'ont pas permis les informations en notre possession. Habimana avait par exemple retenu la valeur du GSI, non applicable ici. Le travail a donc au final été mené autour d'un critère de Hoek-Brown classique ( $\alpha = 0.5$ ), sans dégradation particulière compte-tenu de la très faible fracturation du massif, en se limitant à la zone sud du tunnel (excluant de fait le sondage AR1).

### **3.2.2.2 Le problème de la résistance à la compression simple**

La résistance à la compression simple de la roche intacte  $\sigma_{ci}$  constitue usuellement le premier paramètre du critère de rupture de Hoek-Brown à déterminer. De nombreux essais de compression uniaxiale ont été réalisés sur les carottes prélevées in situ pour ce projet mais la plupart n'ont pas pu être pris en compte à cause d'une conservation non satisfaisante des éprouvettes. En effet, du fait de la nature des matériaux, la dessiccation entraîne une résistance additionnelle et doit absolument être évitée durant le transport et le stockage des carottes pour conserver la représentativité des échantillons.

La Figure 46 ci-après représente donc uniquement la répartition des valeurs de résistance à la compression simple obtenues par Serratrice (2006) sur 16 éprouvettes bien conservées des forages AR2-3-4. Ce graphique appelle plusieurs commentaires. Tout d'abord, on observe un ensemble relativement cohérent, s'étalant approximativement suivant une loi normale, de moyenne 1.50 MPa. La variabilité apparaît assez forte avec un écart type de 0.39 MPa. Par ailleurs, la représentation de la siltosité des échantillons (voir définition en section 3.2.2.3, alinea « Recherche de groupes cohérents – prise en compte des descriptions géologiques ») montre qu'au sein de la molasse les éléments très silteux semblent se rattacher à des résistances élevées alors que les éléments moyennement à peu silteux occupent le bas de l'échelle. Cela semble indiquer des possibilités de rattachement des paramètres du critère de rupture à certaines descriptions visuelles (cf. 3.2.2.3).

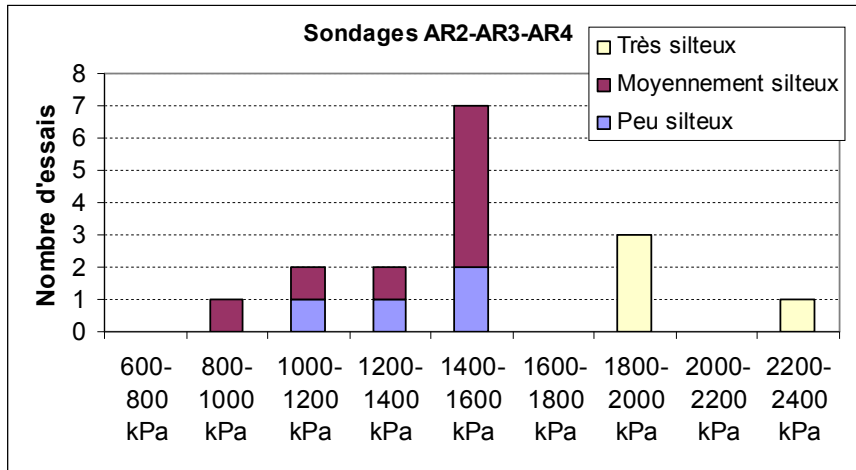


Figure 46 : Valeurs de résistance à la compression simple dans les sondages AR2-3-4

En pratique, on peut néanmoins s'interroger sur la représentativité de ces valeurs. En effet, compte-tenu de la vitesse d'écrasement usuelle des compressions uniaxiales, on peut difficilement certifier que l'essai reste de type consolidé-drainé tout au long de son exécution. Ainsi, s'il se développe un couplage hydromécanique au cours de l'écrasement, les valeurs obtenues pourraient être biaisées par rapport aux caractéristiques drainées. D'autre part, on remarquera que la plupart des compressions uniaxiales ont été réalisées suite à des essais de fluage uniaxiaux drainés, qui d'après Serratrice (2006) conduisent au final à une augmentation de  $\sigma_c$ . Si l'on ne prend en compte que les compressions uniaxiales sans fluage, on obtient  $\sigma_c^{moyen} \approx 1.10$  MPa.

En réalité on recommande donc plutôt pour ce type de matériau d'évaluer la résistance à la compression simple en prolongeant à l'origine les résultats des essais triaxiaux CD réalisés pour des valeurs de confinement supérieures à zéro. Ici, on en déduit une valeur moyenne approximative de l'ordre de 1.00 MPa, avec une fourchette de variation de l'ordre de 0.50 à 1.60 MPa, confirmée sur les graphiques présentés en section 3.2.2.3. Notons que cette valeur moyenne de 1.00 MPa est également celle retenue par le CETu (2006).

### 3.2.2.3 Recherche des paramètres du critère de rupture

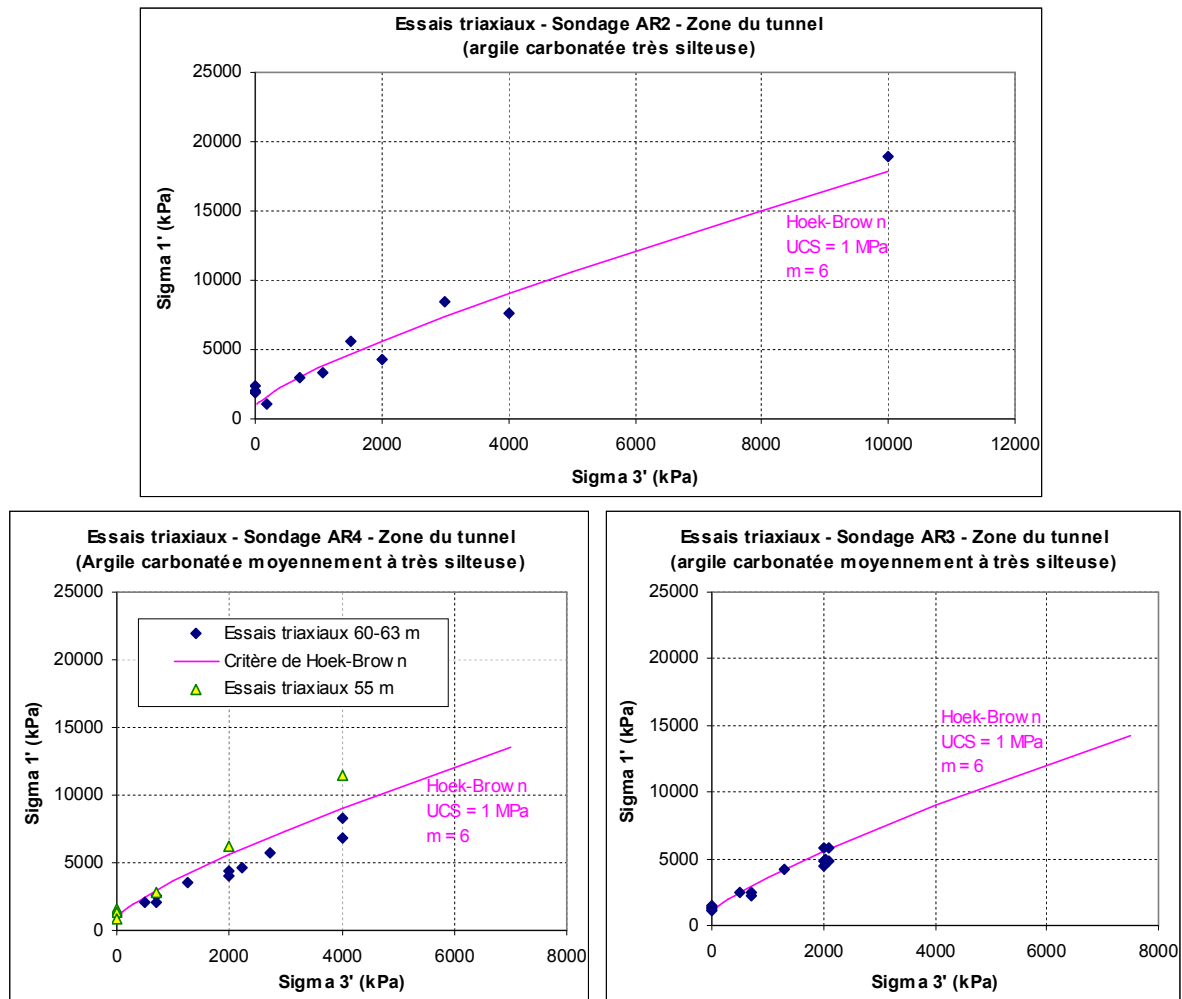
La position des différents échantillons utilisés pour les essais de laboratoire au sein de chaque sondage a été reportée sur la Figure 44 (○). Au total, 33 essais triaxiaux CD et 21 essais CU+u ont été réalisés sur les échantillons des forages AR2-3-4-6 par Serratrice (2006).

Comme le critère de rupture ne sera véritablement sollicité qu'au voisinage du tunnel, où la zone plastique devrait se développer, il est proposé dans un premier temps de s'intéresser uniquement aux compressions réalisées à proximité de l'axe de l'ouvrage, soit les groupes d'essais b, c, e, f, h, j et k (voir Figure 44).

Les résultats obtenus pour les différents sondages au niveau du tunnel sont présentés en Figure 47, assortis d'une représentation du critère de Hoek-Brown avec les paramètres  $\{\sigma_c = 1 \text{ MPa}, m = 6\}$ . Une telle surface de rupture décrit raisonnablement un paramétrage moyen pour les essais considérés ici, même si le sondage AR4 apparaît un peu plus dispersé (deux groupes peuvent toutefois y être distingués, observation probablement liée à la structure lenticulaire). Notons que ces valeurs sont tout-



à-fait typiques de ces formations indurées et peuvent être rapprochées des propositions de Marinatos & Hoek (2000) pour les marnes ( $m = 7 \pm 2$ ) et pour les argilites ( $m = 4 \pm 2$ ).



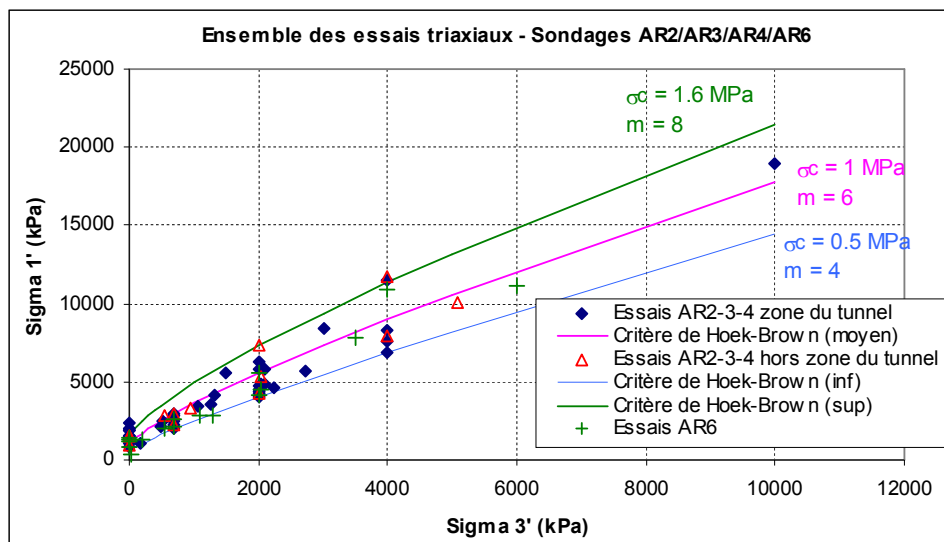
**Figure 47 : Points à la rupture obtenus dans les essais triaxiaux (CD et CU+u) pour des échantillons prélevés au voisinage du futur tunnel par Serratrice (2006), et courbe de Hoek-Brown**

### ➤ Examen de la variabilité de la formation

Les graphiques précédents indiquent que le comportement à la rupture des matériaux du tunnel d'Arbus peut-être raisonnablement décrit par des surfaces de Hoek-Brown. Pour chaque sondage, les résistances obtenues dans la zone du tunnel sont relativement homogènes et s'alignent approximativement sur un critère de paramètres :  $\sigma_c = 1 \text{ MPa}$  et  $m = 6$ .

Toutefois, compte-tenu de l'aspect lenticulaire de la formation, des valeurs plus dispersées sont susceptibles d'être obtenues in situ. Afin d'évaluer, pour les modélisations, la variabilité des paramètres, nous proposons de faire l'hypothèse que la dispersion obtenue dans l'ensemble des essais sur échantillons des sondages AR2 à AR4, quelle que soit la position du prélèvement, est représentative de celle qui sera observée in situ au niveau du tunnel. Cette hypothèse paraît cohérente dans la mesure où aucune corrélation entre la profondeur des échantillons et leurs propriétés mécaniques n'a été relevée dans les essais (voir plus loin).

Sur cette base, en prenant en compte la variabilité de la résistance à la compression simple  $\sigma_c$  évaluée au point 3.2.2.2, on peut établir la fourchette de paramètres de Hoek-Brown présentée sur la Figure 48, encadrant l'ensemble des points à la rupture disponibles sur les sondages AR2 à AR4. On notera que les essais issus du forage AR6, ajoutés ultérieurement, s'insèrent aussi correctement dans cette fourchette.



**Figure 48 : Ensemble des points à la rupture issus des essais triaxiaux sur les échantillons des forages AR2-3-4-6 et encadrement par des surfaces de Hoek-Brown**

➤ *Recherche de groupes cohérents – prise en compte des descriptions géologiques*

Au-delà d'une simple analyse de la variabilité de la formation, il est particulièrement intéressant dans une optique de chantier de tenter de classer les échantillons suivant des paramètres simples, visuels par exemple, qui pourraient permettre in situ d'identifier des faciès rattachés à telles ou telles propriétés mécaniques.

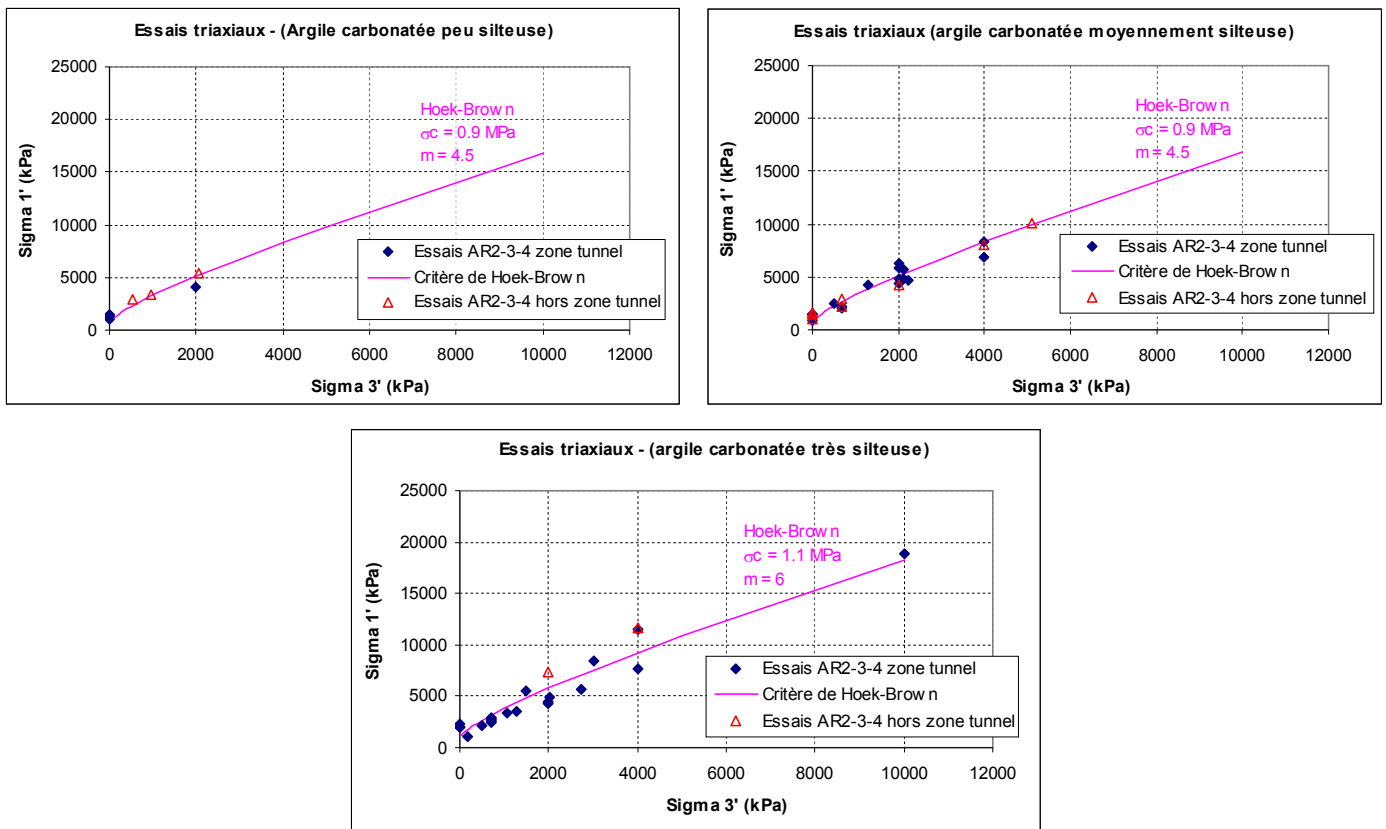
Diverses approches ont été examinées dans le cadre de ce travail, en particulier :

- un classement en fonction de la carbonatation par examen visuel : cette estimation s'est avérée difficile car la carbonatation est présente sous forme de traces dans de nombreux échantillons et il n'est pas évident de déterminer si elle joue ou non un rôle important dans le comportement mécanique observé ;
- un classement en fonction de la carbonatation par les valeurs de gamma naturel (les calcaires ont une radioactivité faible à nulle, les argiles une radioactivité plus forte) : les valeurs de gamma obtenues par diagraphies apparaissent au final assez homogènes sur la hauteur des forages et, en dehors de passées conglomératiques sporadiques, les variations relevées n'apparaissent pas corrélables à des différences de comportement mécanique ;
- un classement en fonction de la profondeur : cette approche aurait pu permettre de retranscrire l'effet supposé d'une plus ou moins grande surconsolidation sur les résistances mécaniques. Toutefois elle ne traduit pas la variabilité correspondant à la structure lenticulaire de la formation (issue de son mode de dépôt), qui semble jouer un

rôle important ici. L'analyse effectuée n'a ainsi montré aucune corrélation entre résistance mécanique et profondeur.

Au final, la seule approche apparue pertinente sur ces échantillons a consisté à se référer aux descriptions géologiques des sondages AR2-3-4, examinés par le même géologue. Dans le cas du tunnel d'Arbus, la molasse a été qualifiée globalement par le géologue d'« argile carbonatée », et classée en « peu silteuse », « silteuse », ou « très silteuse » (voire silt argileux). Il s'agit d'une information granulométrique : dans ce cas toutefois, elle désigne principalement une plus ou moins grande présence de cristaux quartzeux. Il n'est malheureusement pas possible de fournir une appréciation plus quantitative car les analyses minéralogiques réalisées dans le cadre de ce projet n'étaient pas rattachables aux échantillons de laboratoire utilisés pour les essais mécaniques.

Afin d'obtenir un classement le plus représentatif possible, l'ensemble des éprouvettes d'essai a été ré-examiné (visuellement) et ces observations ont été croisées avec l'analyse du géologue (qui fournissait une appréciation globale sur la carotte dont est issu l'échantillon). Pour les sondages AR2, AR3 et AR4 le classement obtenu au final conduit aux graphiques de la Figure 49, les paramètres de Hoek-Brown ayant été établis en prenant en compte une influence de la siltosité des échantillons sur la résistance à la compression simple, comme constaté en section 3.2.2.2.



**Figure 49 : Classement des points à la rupture des échantillons issus des sondages AR2-3-4 en fonction de leur siltosité, et paramètres de Hoek-Brown associés**

Les ensembles ainsi constitués apparaissent assez cohérents et permettent d'identifier raisonnablement des paramètres de Hoek-Brown moyens. Pour les matériaux peu silteux, on constate que le nombre de points est faible et ne permet pas d'avoir des renseignements sur le comportement sous forte contrainte

de confinement. Dans la gamme de contraintes rencontrée dans le tunnel (< 3 MPa), le critère de rupture semble néanmoins comparable à celui des échantillons moyennement silteux.

➤ **Synthèse sur la détermination des paramètres du critère de rupture**

Les éléments présentés ici montrent que, en ce qui concerne le critère de rupture, des ensembles cohérents suivant raisonnablement une loi de Hoek-Brown peuvent être dégagés localement (en distinguant chaque sondage autour de la zone du tunnel), ainsi qu'en se basant sur les descriptions géologiques des échantillons, pour la partie Sud du tunnel. Ainsi, malgré la relative dispersion des résultats qui appert dans la Figure 48, il est possible avec des critères relativement simples (localisation, matériau plus ou moins silteux), de dégager des paramètres de Hoek-Brown décrivant le comportement du matériau. Cette conclusion est à rapprocher du mode de formation des « Poudingues de Jurançon » qui favorise l'apparition d'ensembles lenticulaires plus ou moins volumineux.

Pour l'ensemble de la formation présente dans la partie Sud du tunnel, on peut au final retenir une résistance à la compression simple caractéristique de l'ordre de  $\sigma_c \approx 1$  MPa avec une plage de variation probable de 0.50 à 1.60 MPa. Les valeurs du paramètre  $m$  seraient quant-à elles de l'ordre de  $6 \pm 2$ . La Figure 49 indique par ailleurs qu'outre le cas  $\{\sigma_c = 1 \text{ MPa}, m = 6\}$  représentatif des conditions moyennes d'excavation et les cas extrêmes (moins probables), il existe deux situations fréquentes qui pourront être analysées dans les dimensionnements :  $\{\sigma_c \approx 1.1 \text{ MPa}, m \approx 6\}$  dans le cas de matériaux très silteux et  $\{\sigma_c \approx 0.9 \text{ MPa}, m \approx 4.5\}$  sinon.

**Remarque :** *À l'issue de cette analyse, il est intéressant de constater que, même lorsque le critère de Hoek-Brown semble raisonnablement applicable, compte-tenu de la dispersion naturelle des résultats d'essais, la droite de Mohr-Coulomb reste une approximation assez satisfaisante. Cela constitue une difficulté générale du critère de Hoek-Brown vis-à-vis d'un ensemble donné d'essais de laboratoire. Si l'on observe par exemple la Figure 16 de l'étude bibliographique, tirée de Hoek & Brown (1997), et qu'on y ajoute une légère dispersion des résultats, le même type de constat s'impose. Un critère de Hoek-Brown véritablement « convaincant » ne peut donc être obtenu que par l'examen d'un large panel de contraintes de confinement, ce qui reste encore peu fréquent. Dans le cas du tunnel d'Arbus, il sera donc intéressant d'examiner l'influence de tel ou tel choix de modélisation du critère de plasticité sur le dimensionnement.*

### 3.2.3 Détermination des paramètres élastiques : $E, \nu, b, M$

#### 3.2.3.1 Méthode d'exploitation des essais consolidés drainés (CD), zone élastique

Les valeurs de module d'Young  $E$  ont pu être déterminées sur les essais CD de Serratrice (2006) par la relation classique :

$$E = \frac{dq}{d\varepsilon_a} \quad \text{où } q \text{ est le déviateur et } \varepsilon_a \text{ la déformation axiale.}$$

Comme le creusement d'un tunnel est raisonnablement comparable à une sollicitation monotone (au maximum un cycle de décharge-recharge), il a été choisi de travailler avec un module d'Young



moyennant le comportement monotone dans la phase élastique. La valeur sécante à 50 % du déviateur de rupture, notée  $E_{50\%}$  dans la suite du mémoire, a ainsi été retenue pour cette approche. On notera que les valeurs obtenues peuvent s'écarter sensiblement de celles en décharge-recharge ou de celles tangentes à l'origine comme cela est analysé plus loin.

La valeur du coefficient de Poisson  $\nu$  a quant-à elle été obtenue dans le plan {déformation axiale – déformation volumique} pour lequel le comportement élastique linéaire théorique se traduit par une droite de pente  $1 - 2\nu$ . Comme pour le module d'Young, on a cherché à moyennner le comportement monotone et choisi un coefficient  $\nu_{50\%}$  sécant à 50 % de la rupture. Les coefficients  $E_{50\%}$  et  $\nu_{50\%}$  ont bien entendu été déterminés sur les mêmes plages de contraintes.

### 3.2.3.2 Méthode d'exploitation des essais consolidés non drainés (CU+u), zone élastique

Dans le comportement non drainé à l'appareil triaxial, d'après l'approche « milieux poreux », l'obtention des coefficients de Biot  $b$  et  $M$  est liée à celle des coefficients  $E$  et  $\nu$ . Cette interdépendance impose de disposer dans les essais de quatre relations liant contraintes, déformations axiale et volumique, pressions interstitielles. Usuellement, lorsque les programmes d'essais en laboratoire visent une détermination précise de  $b$  et  $M$ , des protocoles expérimentaux spécifiques sont donc mis en œuvre (voir partie 1, section 1.3.3.3). Dans le cas du tunnel d'Arbus, pour lequel les essais ont été réalisés dans une perspective d'ingénierie plus « classique », de tels essais n'étaient pas disponibles. En particulier, la déformation volumique, très faible, n'avait pu être mesurée pendant le cisaillement ce qui conduit à un manque d'informations pour déterminer de manière univoque tous les coefficients poro-élastiques. Nous proposons donc ci-dessous d'ajouter plusieurs hypothèses de travail pour permettre une estimation « raisonnable » des paramètres recherchés à partir d'essais « standard ».

En pratique, l'exploitation des courbes CU+u disponibles permet d'utiliser deux relations :

$$dq = C_1 \cdot d\varepsilon_a \quad \text{où} \quad C_1 = \frac{E \cdot [E + 3b^2 M (1 - 2\nu)]}{E + 2b^2 M (1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad (3.1)$$

$$dp = C_2 \cdot dq \quad \text{où} \quad C_2 = \frac{bM(1 - 2\nu)}{E + 3b^2 M (1 - 2\nu)} \quad (3.2)$$

avec  $q$  le déviateur des contraintes (Pa)  
 $p$  la pression interstitielle (Pa)

On peut ajouter les relations usuelles (1.8) et (1.9) définissant les paramètres  $b$  et  $M$  ce qui ramène le problème à la détermination de  $E$ ,  $\nu$ ,  $K_S$ ,  $K_\beta$ ,  $\phi$ . La méthode proposée correspond à une approche en deux temps :

- détermination des paramètres tangents, à l'origine des courbes triaxiales, avec les hypothèses mentionnées ci-après ;
- obtention des paramètres sécants à 50 % en considérant que  $K_S$ ,  $b$  et  $M$  restent identiques au cas précédent.

➤ **Hypothèses de travail pour l'analyse des essais CU+u**

L'exploitation des essais CD (Serratrice (2006)) montre que le coefficient de Poisson  $\nu_{mi}$  à l'origine de la courbe de chargement déviatorique varie peu d'un essai à l'autre et est indépendant de la pression moyenne.

→ **Hypothèse 1** : *Le coefficient de Poisson est connu à l'origine des courbes triaxiales pour tous les essais et vaut :*

$$\nu_{mi} = 0.22$$

Par ailleurs, les essais sont réalisés avec de l'eau désaérée, avec une phase de saturation soignée. On propose donc :

→ **Hypothèse 2** : *Le module d'incompressibilité du fluide interstitiel est assimilé à celui de l'eau pure :  $K_{fl} = 2.10^6$  kPa.*

Enfin, la porosité de l'échantillon avant essai  $\phi_0$  ayant été mesurée, ainsi que la déformation volumique  $\varepsilon_V$  au cours de la phase *de consolidation*, la porosité  $\phi_{mi}$  à l'origine de la courbe triaxiale peut être connue si :

→ **Hypothèse 3** : *La masse volumique des grains solides ne varie pas durant la phase de consolidation (grains incompressibles).*

Cette hypothèse paraît raisonnable au regard des gammes de contraintes utilisées dans les essais. On a alors :

$$\phi_{mi} = 1 - \frac{1 - \phi_0}{1 + \varepsilon_V} \quad (3.3)$$

Ces trois hypothèses sont théoriquement suffisantes pour résoudre le problème de détermination des paramètres. Toutefois, le coefficient  $C_2$  apparaît en réalité particulièrement difficile à caler du fait de l'aspect généralement non linéaire de la courbe pression interstitielle – déviateur et de la forte sensibilité de la relation (3.2), une erreur de quelques pourcents seulement sur la pente  $C_2$  pouvant conduire à des résultats très différents. L'hypothèse suivante est donc ajoutée (voir Lamoureux-Var (1997) ou Giraud (1993) e.g.) :

→ **Hypothèse 4** : *Pour la phase de cisaillement, le module d'incompressibilité des grains solides est considéré comme connu et vaut  $K_S \approx 40$  GPa.*

➤ **Méthode de calcul**

Les hypothèses 1 à 4 permettent de calculer les paramètres tangents à l'origine des courbes de cisaillement par les étapes suivantes :

- détermination de  $\phi_{mi}$  par l'équation (3.3) ;
- mesure de  $C_{1mi}$ , à l'origine de la courbe triaxiale ;
- calcul de  $E_{mi}$ ,  $b$  et  $M$  à l'origine de la courbe triaxiale d'après (3.1), (1.8) et (1.9) ;
- calcul de  $C_{2mi}$  par (3.2) et report sur le graphique pression interstitielle – déviateur pour vérifier la cohérence du résultat.

On dispose ainsi de l'ensemble des paramètres élastiques à l'origine de la courbe de chargement triaxial. En considérant que les coefficients  $b$ ,  $M$  et  $K_S$  restent identiques, on peut alors passer aux paramètres sécants (comparables à ceux des essais CD) en mesurant sur les courbes d'essai  $C_{1,50\%}$  (sécant à 50 % du déviateur de rupture) et en obtenant  $E_{50\%}$  et  $\nu_{50\%}$  par :

$$E_{50\%} = \frac{9K_S C_{1,50\%} [K_S(1-2b) + (K_S + M)b^2 - Mb^3]}{9K_S^2(1-2b) + [9K_S(K_S + M) + C_{1,50\%}M]b^2 - 9Mb^3K_S} \quad (3.4)$$

$$\nu_{50\%} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{E_{50\%}}{3(1-b)K_S} \right) \quad (3.5)$$

**Remarque :** dans cette dernière étape, les coefficients  $b$ ,  $M$  et  $K_S$  constants impliquent nécessairement une valeur de  $K_0$  constante, les valeurs de  $G$ ,  $E$  et  $\nu$  pouvant en revanche varier par rapport à l'origine de la courbe triaxiale. Bien que critiquable, ce choix peut être rapproché de l'hypothèse du modèle de Fahey-Carter présentée en section 1.3.5.3.

### 3.2.3.3 Valeurs et répartition du module d'Young sécant

Le calcul de  $E_{50\%}$  a été effectué pour tous les essais CD et CU+u disponibles dans les sondages AR2, AR3, AR4 et AR6. Quelques courbes exploitées ont été reproduites en annexe B1, l'ensemble des fichiers étant par ailleurs fournis numériquement avec le présent mémoire. Deux types de comportements « élastiques » ont été principalement observés :

- un comportement proche de l'élasticité linéaire, permettant un calcul aisé de  $E_{50\%}$  avec une bonne représentativité (essai ARB 47 en annexe B1 e.g.) ;
- un comportement pseudo-élastique non-linéaire, avec en général un module tangent à l'origine plus fort que le module sécant à 50 % (essai ARB 97 en annexe B1 e.g.). Si le module moyen constitue généralement une approximation raisonnable dans ces cas, ces essais seront mieux approchés par un modèle non linéaire (voir plus loin).

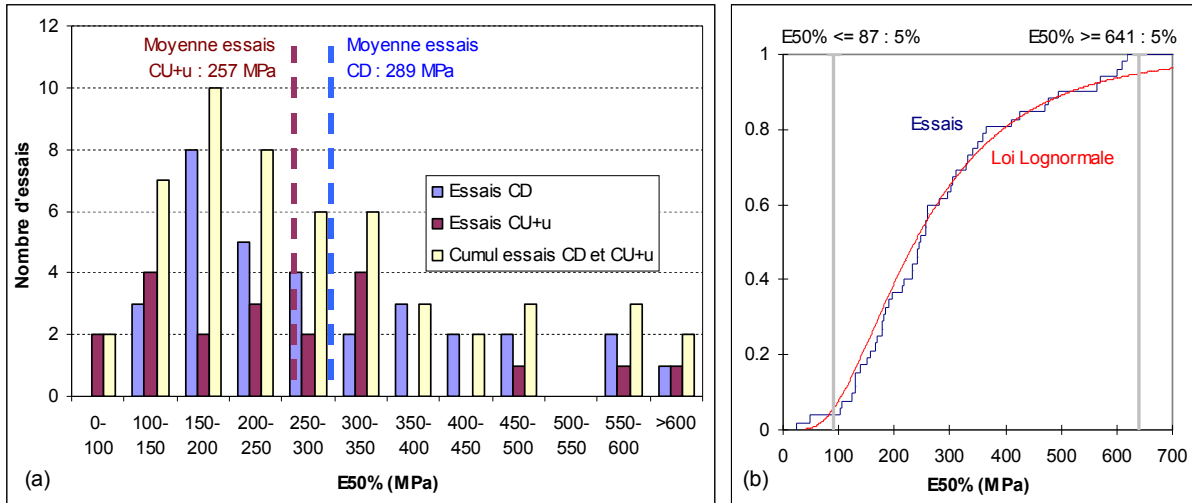
Un essai a été considéré comme inexploitable dans cette approche (ARB 98), le palier plastique n'ayant pas été atteint et la partie pseudo-élastique montrant une très forte non-linéarité.

La Figure 50 présente la répartition statistique des modules telle qu'observée sur l'ensemble des essais. Les valeurs se concentrent essentiellement dans la tranche 100 – 350 MPa, avec une queue de distribution assez étendue, la valeur maximale mesurée étant de 620 MPa (essai ARB37, sondage AR3). Le cumul des valeurs issues des essais CD et CU+u s'ajuste raisonnablement sur une loi de distribution Lognormale de moyenne 285 MPa et d'écart-type 190 MPa. La moyenne obtenue sur l'échantillonnage est de 276 MPa, soit très proche de celle fournie par la loi Lognormale.

L'intérêt de la modélisation par une loi statistique est surtout de pouvoir déterminer un intervalle de confiance, délimitant une fourchette de valeurs d'étude. Avec une probabilité de 90 %, la fourchette de valeurs à considérer peut être de 90 à 640 MPa (N.B. : 90 - 350 MPa à 70 %).

Ces considérations statistiques ne peuvent toutefois être retenues pour l'étude du tunnel d'Arbus que s'il n'apparaît pas de critère géotechnique permettant l'identification de sous-familles pertinentes (par

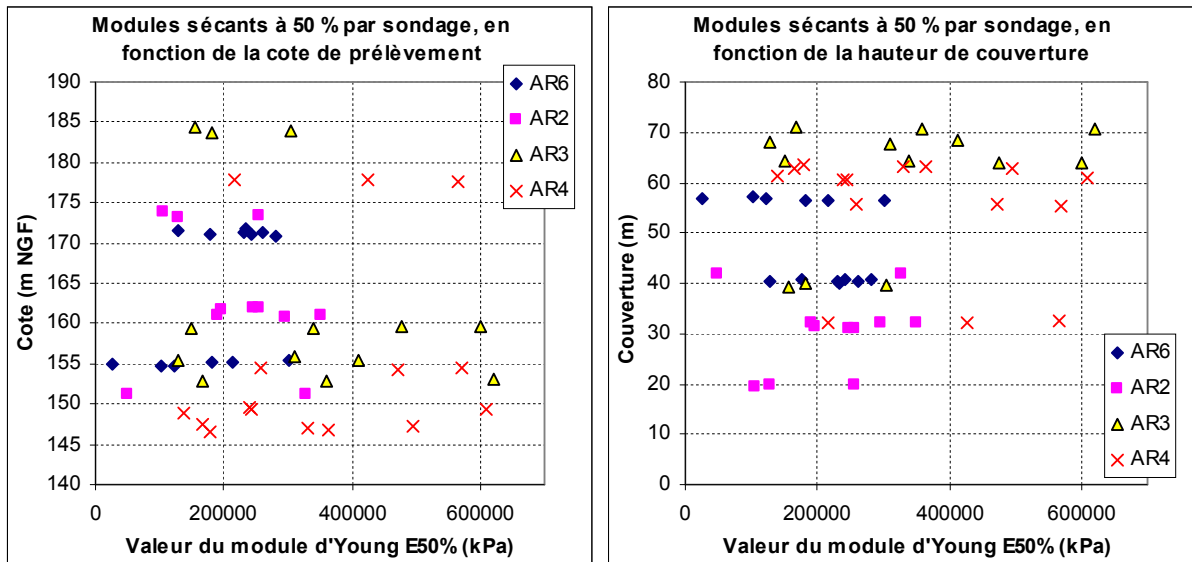
exemple : la localisation des éprouvettes dans les forages, les descriptions géologiques, etc.). Ce point est analysé dans les paragraphes suivants.



**Figure 50 : Répartition des valeurs de module d'Young dans les essais de laboratoire : (a) Histogramme de valeurs ; (b) Densité statistique comparée à la loi Lognormale de paramètres (285, 190) et intervalle de confiance à 90 %**

➤ *Variation du module d'Young sécant  $E_{50\%}$  dans les différents sondages*

Les modules d'Young sécants à 50% du déviateur de rupture sont représentés sur la Figure 51, pour chaque sondage, en fonction de la cote NGF ou de la hauteur de couverture. La première représentation permet d'examiner si l'organisation approximativement sub-horizontale des Poudingues de Jurançon se manifeste dans les valeurs du module. La seconde permet de restituer un éventuel niveau de préconsolidation des matériaux variant avec la contrainte en place.



**Figure 51 : Répartition des valeurs de  $E_{50\%}$  suivant les différents sondages, en fonction de la cote de prélèvement (m NGF) ou de la hauteur de couverture (m)**

Ces graphiques ne montrent aucune corrélation particulière, même en travaillant sondage par sondage.

Il semble toutefois que les valeurs mesurées côté nord de la zone d'étude (à proximité du vallon du Sibé), dans les sondages AR2 à AR6, soient globalement plus faibles que celles mesurées dans les deux autres sondages (AR3, AR4). On remarque également que les mesures dans les sondages AR3 et AR4 sont plus dispersées. Notamment, à la côte projet (entre 145 et 155 m NGF), toute la gamme des valeurs de  $E_{50\%}$  est recensée.

Au final, cette analyse ne remet donc pas en cause la fourchette de valeurs de  $E_{50\%}$  estimée précédemment, mais elle indique que le modèle pourrait être affiné autour du vallon du Sibé, en considérant un module moindre et une plage de valeurs significatives moins étendue.

➤ **Répartition de  $E_{50\%}$  suivant la siltosité des échantillons**

Le caractère plus ou moins silteux des échantillons ayant constitué une clé d'analyse intéressante pour l'étude du critère de rupture, des corrélations avec les modules mesurés en laboratoire ont également été recherchées. La Figure 52 montre la répartition des modules des différents types d'échantillons (peu, moyennement ou très silteux) pour les différents sondages. Seuls les sondages AR2-3-4 ont été pris en compte, le sondage AR6 n'ayant pas été examiné par le même géologue.

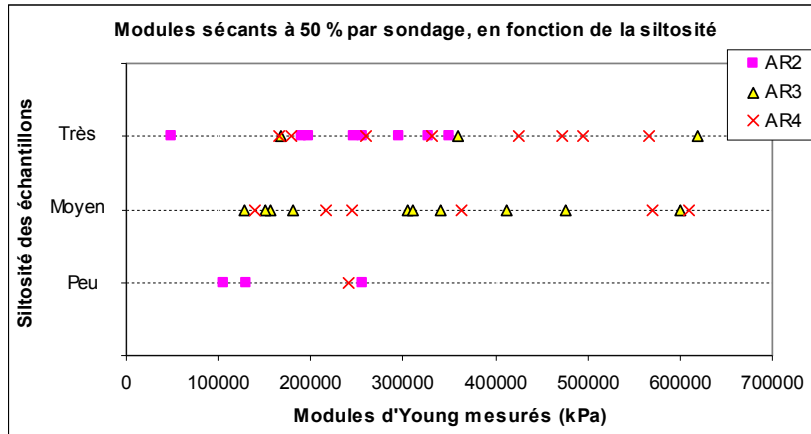


Figure 52 : Répartition de  $E_{50\%}$  suivant la siltosité des matériaux, par sondage

Aucune corrélation particulière n'apparaît entre le module  $E_{50\%}$  et le caractère plus ou moins silteux des échantillons. Les échantillons peu silteux semblent montrer un module en moyenne plus faible, mais le nombre d'essais correspondant (quatre) est trop réduit pour garantir la représentativité de l'échantillonnage. On notera que les moyennes des  $E_{50\%}$  pour les matériaux moyennement et très silteux sont presque identiques et valent respectivement 325 et 313 MPa.

Un regroupement des échantillons en fonction de la siltosité n'apparaît donc au final pas pertinent pour l'analyse du module d'Young.

➤ **Analyse complémentaire : répartition de  $E_{50\%}$  suivant la contrainte moyenne en début de cisaillement**

La variation du module d'Young avec la pression moyenne est un constat classique en mécanique des sols et des roches, qui a été détaillé dans la section 1.3.5.1 de ce mémoire. La large gamme de valeurs disponible sur les matériaux d'Arbus ainsi que la perspective d'application du modèle de Fahey-Carter conduisent naturellement à examiner si des corrélations peuvent être obtenues à ce niveau.

La Figure 53 (a) présente les variations du module  $E_{50\%}$  en fonction de la contrainte de confinement effective isotrope appliquée en début d'essai triaxial (fin de la phase de consolidation). Malgré la dispersion importante, une tendance générale apparaît qui peut être encadrée, en référence au modèle de Fahey-Carter, par deux courbes de type « loi puissance modifiée » (voir partie 1 tableau 6) :

$$E = p_{ref} \cdot C \left( 1 + \frac{\sigma'_m}{p_{ref}} \right)^n \quad (3.6)$$

$p_{ref}$  étant une pression de référence choisie égale à la pression atmosphérique ( $p_{ref} \approx 100$  kPa).

Le paramètre  $n$  étant usuellement fixé à 0.5, le module d'Young se trouve ici raisonnablement encadré par les courbes de paramètres  $C = 280$  et  $C = 1050$ .

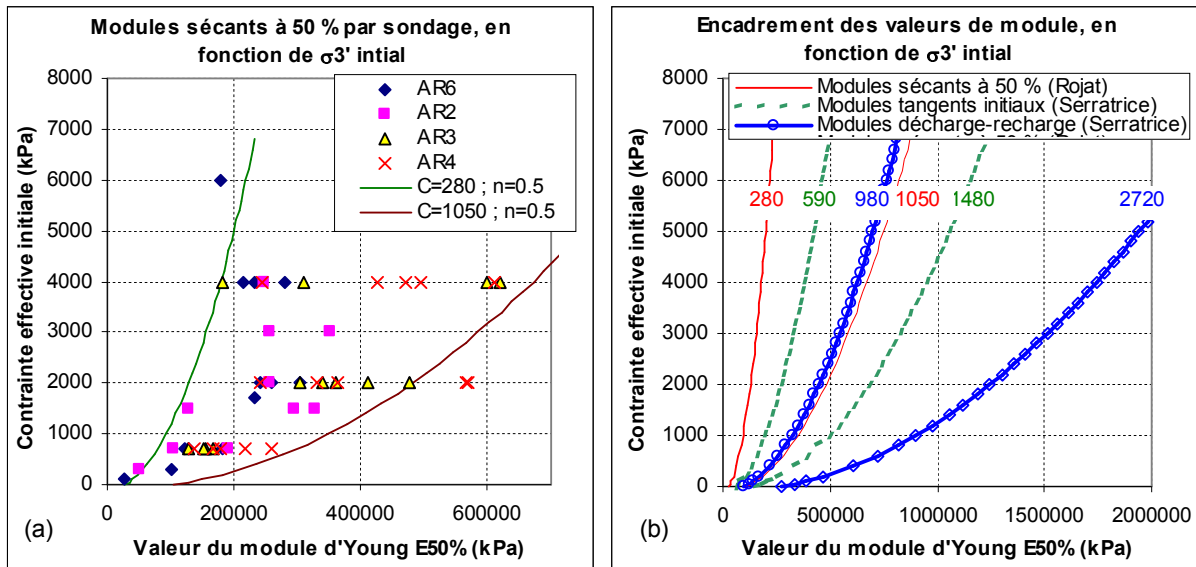
Par ailleurs, les différents sondages peuvent être en moyenne décrits par les courbes de paramètres :

AR2 :  $C \approx 400$

AR6 :  $C \approx 550$

AR3 et AR4 :  $C \approx 750$

On retrouve à nouveau des valeurs plus faibles dans les sondages de la partie nord de la zone d'étude.



**Figure 53 : Fourchettes de variation des modules en fonction de la contrainte de confinement initiale (a) Encadrement des modules sécants à 50% de la rupture ; (b) Comparaison des plages obtenues pour les modules sécants, modules initiaux et modules en décharge-recharge**

La Figure 53 (b) compare la position de la fourchette des valeurs de  $E_{50\%}$  précédemment définie avec celles pouvant être tirées des analyses de Serratrice (2006) sur les modules tangents initiaux et les modules en décharge-recharge (les valeurs de  $C$  sont indiquées sur chaque courbe). Les modules sécants à 50 %, jugés ici plus représentatifs de la courbe de chargement triaxial, correspondent nettement aux valeurs les plus faibles, alors que les modules en décharge-recharge sont quasiment tous supérieurs aux plus forts modules sécants, à contrainte de confinement donnée.

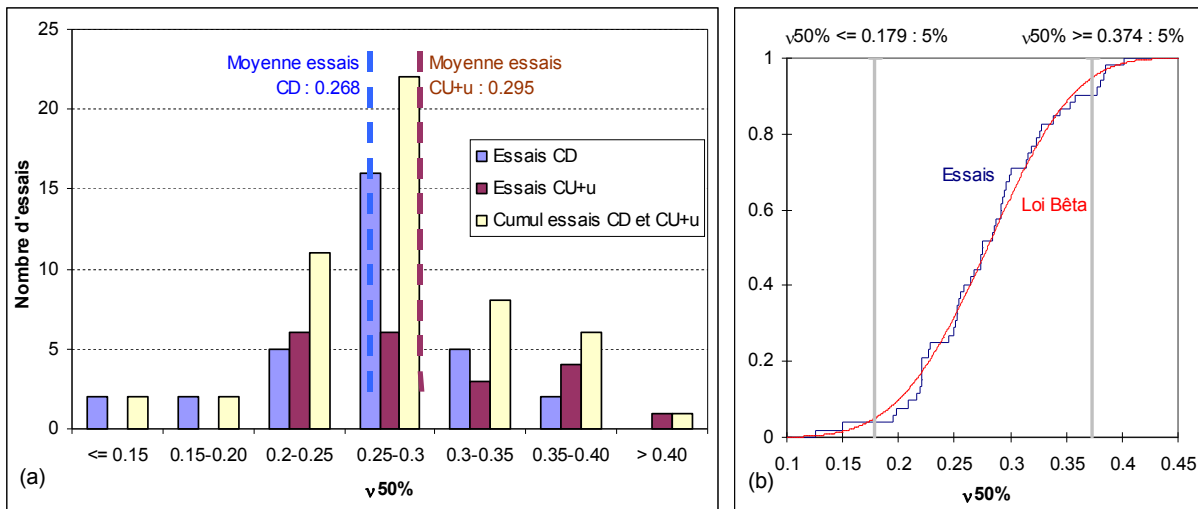
Cette courte analyse démontre clairement la variabilité qui peut être attendue dans les dimensionnements au niveau des valeurs de module : outre la dispersion naturelle et la dépendance au confinement dans les essais triaxiaux, le choix même de l'ingénieur de considérer plutôt un module sécant, tangent initial ou en décharge-recharge joue ici un rôle considérable.

**Remarque :** La dépendance à la contrainte de confinement constatée ici introduit en fait un biais dans les analyses des Figures 51 et 52. Ces exploitations ont donc été reprises dans le cadre de ce travail en prenant en compte le confinement : à nouveau il n'est apparu aucune corrélation entre les modules et la profondeur, la côte NGF ou la siltosité.

**3.2.3.4 Valeurs et répartition du coefficient de Poisson**

De même que pour le module, la répartition statistique de l'ensemble des valeurs du coefficient de Poisson  $\nu_{50\%}$  a été examinée. La Figure 54 donne un aperçu de la distribution obtenue. La répartition est visiblement proche d'une loi normale, avec un pic médian bien marqué. Pour prendre en compte le caractère borné des valeurs ( $\nu$  est compris entre 0 et 0.5), il est plus satisfaisant toutefois d'utiliser une loi Bêta en « cloche », de paramètres  $\alpha_1 = 9.25$ ,  $\alpha_2 = 7.38$ ,  $\min = 0$ ,  $\max = 0.5$ .

L'ajustement apparaît de bonne qualité (voir Figure 54 (b)). La moyenne sur l'ensemble des essais est d'environ 0.28, pour la loi bêta comme pour la population analysée. Un intervalle de confiance à 90 % peut être défini : approximativement  $\nu_{50\%} \approx 0.18$  à 0.38.



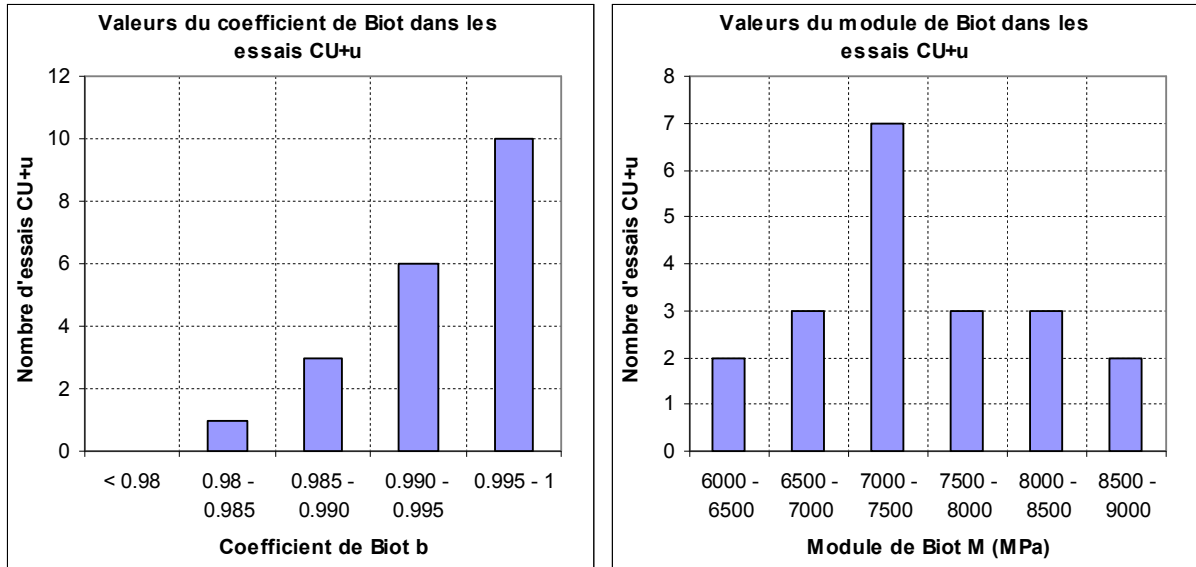
**Figure 54 : Répartition des valeurs du coefficient de Poisson dans les essais de laboratoire : (a) Histogramme de valeurs ; (b) Densité statistique comparée à la loi Bêta de paramètres (9.25, 7.38, 0, 0.5) et intervalle de confiance à 90 %**

Comme précédemment, il a été examiné si les variations de  $\nu_{50\%}$  pouvaient être corrélées à divers paramètres comme la localisation (sondage, cote de prélèvement), la contrainte in situ (hauteur de couverture), la siltosité ou la contrainte moyenne effective au début de la sollicitation triaxiale. Ces analyses ne sont pas présentées ici dans la mesure où aucune corrélation n'a pu être mise en évidence. Le lecteur intéressé pourra si nécessaire les trouver dans Rojat (2008).

Notons que les exploitations de Serratrice (2006), basées sur la mesure du coefficient de Poisson tangent à l'origine (moyenne des essais 0.22, plage de variation 0.17 à 0.29), ne mettent pas non plus en évidence d'association des valeurs avec les paramètres physiques du terrain ou le niveau de confinement dans les essais.

### 3.2.3.5 Détermination des paramètres poroélastiques de Biot

Les coefficients de Biot  $b$  et  $M$ , qui caractérisent les relations pression interstitielle – déformations, ont été évalués dans les essais CU+u suivant la méthodologie détaillée en 3.2.3.2. Leur répartition apparaît sur la Figure 55.



**Figure 55 : Répartition du coefficient de Biot  $b$  et du module de Biot  $M$  dans les essais CU+u sur les échantillons du site d'Arbus**

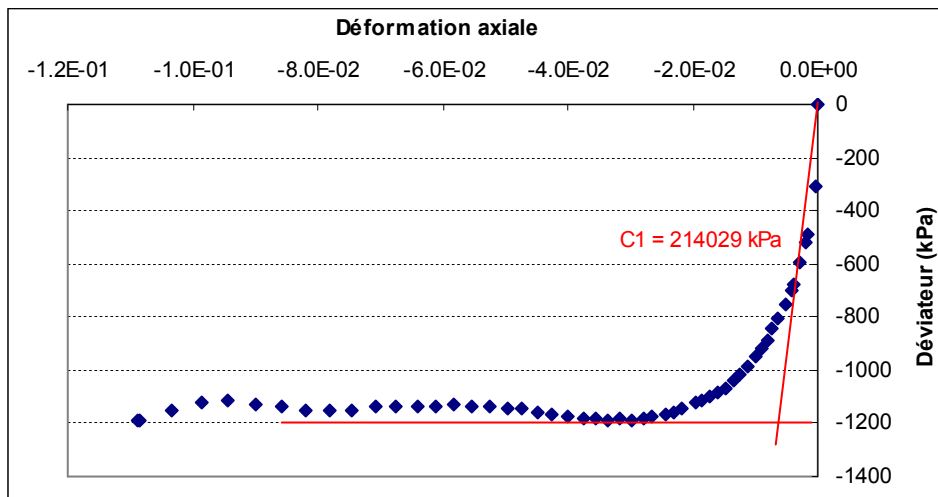
Les valeurs du coefficient  $b$  apparaissent très resserrées, entre 0.98 et 1, ce qui est en bon accord avec les constats usuellement effectués à des niveaux de confinement modérés (voir par exemple Lade & De Boer (1997)). En outre, ces résultats apparaissent logiques dans la mesure où le module d'incompressibilité des grains  $K_S$ , estimé à 40 GPa, est ici supérieur de plus de deux ordres de grandeur au module d'incompressibilité de la matrice solide ( $E_{50\%} = 280$  MPa et  $\nu_{50\%} = 0.28$  conduisant à  $K_0 \approx 212$  MPa). Pour prendre en compte l'influence de cette hypothèse sur  $K_S$  et pour permettre ultérieurement une étude de sensibilité sur une gamme de valeurs suffisamment étendue, on pourra retenir une fourchette élargie, comme  $0.8 \leq b \leq 1$  (la borne inférieure étant largement sous-évaluée), avec un cas « moyen » par défaut  $b \approx 1$ .

Les valeurs du module de Biot  $M$  apparaissent également assez resserrées, entre 6200 et 8800 MPa, avec une moyenne à 7500 MPa. Le nombre plus important de valeurs entre 7000 et 7500 MPa (voir Figure 55) est essentiellement lié à la répartition des porosités des échantillons : en pratique, ces valeurs traduisent en grande partie les choix méthodologiques effectués en 3.2.3.2, en particulier le module d'incompressibilité du fluide fixé à  $2 \cdot 10^6$  kPa. Toutefois, on rappellera que, comme le soulignent Fredlund & Rahardjo (1993), une proportion très faible d'air dissous dans le fluide interstitiel peut suffire à faire chuter son coefficient d'incompressibilité apparent  $K_{fl}$  de plusieurs ordres de grandeur. Il est donc envisageable que le module de Biot  $M$  (pour  $b \approx 1$ ) puisse être, en réalité, plus faible que celui évalué ici d'après les essais de laboratoire, en fonction de la composition réelle de l'eau interstitielle. Comme aucune information n'est disponible sur ce dernier point, on pourra retenir dans les calculs une moyenne de 7500 MPa et une plage de variation fixée arbitrairement à 90 – 9000 MPa (soit deux ordres de grandeur).



### 3.2.3.6 Examen d'un essai d'extension

Comme expliqué en 3.2.3.1, les paramètres d'élasticité linéaire ont été choisis de sorte à reproduire au mieux une sollicitation monotone à partir d'un confinement donné. Toutefois, tous les essais exploités ci-avant correspondent au cas classique d'une sollicitation en compression, alors qu'en réalité, le creusement d'un tunnel est un cas de décharge. Un essai UU d'extension (essai TAR40, sondage AR6) a donc été réalisé en 2007 par le LRPC d'Aix-en-Provence, dont la courbe est reproduite sur la Figure 56 ci-après, afin de disposer d'éléments de comparaison, en particulier concernant les valeurs de module. Dans cet essai l'éprouvette a été confinée de manière isotrope à 2 MPa avant la phase de cisaillement, puis la contrainte axiale a été progressivement réduite jusqu'à la rupture.



**Figure 56 : Courbe déformation axiale - déviateur pour l'essai d'extension UU TAR40, sondage AR6**

La pression interstitielle et les déformations volumiques n'étant pas mesurées, seule la relation théorique (3.1) est utilisable pour l'interprétation des courbes d'essai. Pour évaluer le module sécant à 50 % du déviateur de rupture, on l'applique avec les paramètres moyens suivants, issus des parties précédentes :

$$\nu_{50\%} = 0.28$$

$$b = 1$$

$$M = 7500 \text{ MPa}$$

La valeur de  $C_1 = \frac{dq}{d\varepsilon_a}$  mesurée sur la Figure 56 conduit à :  $E_{50\%} \approx 212 \text{ MPa}$

Cette valeur s'intègre parfaitement dans la fourchette déterminée au cours des essais en compression.

Bien qu'une seule mesure ne puisse avoir valeur de preuve, l'essai TAR40 tend donc à confirmer que les valeurs de module sécant obtenues dans les parties précédentes seront aussi raisonnablement représentatives de la sollicitation en extension.

**Remarque :** on peut noter sur la Figure 56 la valeur relativement élevée de la résistance en traction de l'échantillon (en contraintes totales). S'il est possible que le confinement appliqué à l'éprouvette (2 MPa) joue un rôle dans cette observation, on rappellera surtout que des phénomènes de succion (pression interstitielle négative) sont susceptibles de se développer au cours de l'essai d'extension non drainé par couplage hydromécanique, augmentant la résistance apparente.

### 3.2.4 Détermination des coefficients plastiques : $\psi$ , $\beta$ , $\delta$

#### 3.2.4.1 Évaluation de la dilatance $\psi$

Pour la zone plastique, il a été choisi pour les matériaux d'Arbus de ne s'intéresser qu'au cas du potentiel plastique de Mohr-Coulomb, pour lequel les solutions de convergence ont été développées. Pour un essai triaxial (régime d'arête), on a alors :

$$d\varepsilon_r^P = d\varepsilon_\theta^P = -\frac{K_\psi}{2} d\varepsilon_a^P \quad (3.7)$$

Dans le cas de l'essai CD, lorsque seule la contrainte axiale varie, on peut écrire :

$$d\varepsilon_a = d\varepsilon_a^P \quad \text{et} \quad d\varepsilon_r = d\varepsilon_r^P = d\varepsilon_\theta = d\varepsilon_\theta^P$$

L'angle de dilatance peut alors être obtenu dans le plan déformation axiale – déformation volumique, où une droite de pente  $1 - K_\psi$  caractérise théoriquement la phase plastique.

Dans les essais CU+u, le lien entre les déformations totales et les déformations plastiques est lié à la variation de pression interstitielle. On ne peut donc pas déterminer de manière simple la valeur de la dilatance à partir du plan déformation axiale – déformation volumique. Plus précisément, la relation  $d\varepsilon_a - d\varepsilon_r$  fait intervenir tous les autres paramètres du modèle ( $E$ ,  $\nu$ ,  $b$ ,  $M$ ,  $\alpha$ ,  $m$ ,  $s$ ,  $\sigma_c$ ,  $\beta$ ,  $\delta$ ).

Compte-tenu des incertitudes existant sur les différents paramètres soulignées dans les parties précédentes et des non-linéarités élastiques se manifestant sur les courbes d'essai, la zone plastique des essais CU+u se révèle au final difficilement exploitable. Il a donc été choisi pour la dilatance de n'exploiter que les essais consolidés drainés.

L'analyse effectuée indique que de nombreux essais conservent un comportement contractant dans la phase plastique (essai ARB97 en annexe B1 e.g.). La contractance est observée sur tous les essais confinés à 4 MPa (ou plus) et sur une grande partie des essais confinés à 2 MPa. Dans la majorité des cas, la contractance reste toutefois assez peu marquée (angle de dilatance équivalent de l'ordre de  $-5^\circ$ , voir tableau de résultats en annexe B1).

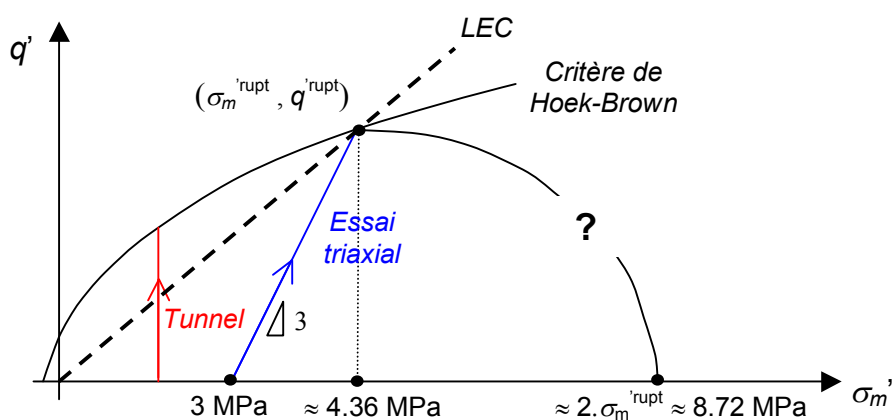
Au contraire, tous les essais confinés à 700 kPa montrent un comportement dilatant (essai ARB47 e.g.). La dilatance apparaît dans l'ensemble faible, avec des valeurs comprises entre  $0^\circ$  et  $9^\circ$ .

Au final, compte-tenu des contraintes maximales attendues au niveau du tunnel ( $\sigma_0^{max} \approx 2.5$  MPa avec une hypothèse d'isotropie) et des chemins de contraintes typiques du cas non drainé ( $\sigma_m'$  constante, voir Figure 57) qui devraient conduire lors de la plastification à s'approcher des conditions recensées dans les essais confinés à 700 kPa, il paraît raisonnable de caractériser le cas moyen par une dilatance non nulle, mais faible. Nous proposons la valeur  $\psi \approx 3^\circ$ , avec une étude de sensibilité portant sur la gamme  $[0^\circ, 9^\circ]$  observée dans les essais.

**Remarque :** Il est également intéressant d'analyser ces résultats d'essais dans l'esprit de modèles basés sur le concept d'état critique, avec surface de charge. Dans cette approche, le comportement dilatant est rencontré lorsque la ligne d'état critique (LEC), est franchie avant l'atteinte de la surface de charge. La plasticité à dilatance nulle est obtenue classiquement au voisinage du « point critique ».

à l'intersection de ces deux courbes. Si l'on admet d'après les résultats d'essais que le point critique est atteint dans les essais pour des confinements compris entre 2 et 4 MPa, on peut effectuer une évaluation sommaire de la pression de préconsolidation isotrope en fermant la surface de charge par un arc d'ellipse dans le plan  $\sigma'_m - q'$  (Figure 57). Cela fournit une valeur de l'ordre de 8.7 MPa, en bon accord avec les propositions de Serratrice (2006) sur ces matériaux (8 MPa). Notons que dans cette interprétation, le critère de Hoek-Brown apparaît au final comme une approximation de la surface de Hvorslev.

De plus, compte-tenu des contraintes prévisibles au voisinage du tunnel et du cheminement de contrainte élastique non drainé dans le plan  $\sigma'_m - q'$  sous les hypothèses de la méthode convergence-confinement (voir Figure 57), on en déduit qu'il est probable que le matériau reste dans la zone surconsolidée durant la sollicitation due au creusement.



**Figure 57 : Évaluation sommaire de la pression de préconsolidation isotrope de la molasse d'Arbus, trajets de chargement pour un essai triaxial et un tunnel (hypothèses convergence-confinement, cas non drainé)**

### 3.2.4.2 Calcul des contraintes effectives plastiques

Les derniers paramètres restant à évaluer (voir Coussy (1991), Giraud (1993) e.g.) pour la modélisation élastique linéaire parfaitement plastique sont les coefficients de contrainte effective pour le critère de rupture (coefficient  $\delta$ ) et pour la loi d'écoulement plastique (coefficient  $\beta$ ). Les essais disponibles ne permettant pas de déterminer ces paramètres, on choisit donc  $\delta = \beta = 1$ , ce qui est une hypothèse jugée raisonnable par la littérature pour la gamme de contraintes in situ considérée sur le projet (voir Lade & De Boer (1997) par exemple).

### 3.2.5 Prise en compte des non-linéarités élastiques par le modèle de Fahey-Carter

#### 3.2.5.1 Généralités – Méthode d'exploitation des essais

Comme de nombreux matériaux intermédiaires, les molasses d'Arbus présentent des non-linéarités plus ou moins marquées dans la zone élastique (voir Figure 56 e.g.). Ici, ces non-linéarités traduisent

en réalité une « pseudo-élasticité », c'est-à-dire que la réversibilité des déformations n'est pas parfaitement observée comme en témoignent les valeurs très élevées des modules de décharge-recharge (voir Figure 53) par rapport aux modules initiaux ou sécants.

De nombreux modèles permettent de simuler des non-linéarités élastiques, parfois avec des paramètres nombreux et / ou difficiles à établir à partir de résultats d'essai. On se reportera à la section 1.3.5 de ce mémoire pour divers exemples. Ici, nous avons retenu une approche de formulation relativement simple, d'origine empirique, qui est celle de Fahey-Carter. Les relations tangentes définissant dans ce cas le comportement élastique, la signification des paramètres et leur ordre de détermination ont été détaillés dans la section 1.3.5.4. L'analyse des essais d'Arbus en constitue une simple application.

Le principal inconvénient du modèle de Fahey-Carter étant que la forme des relations contraintes – déformations ne permet pas de calculer analytiquement l'évolution d'un échantillon de sol au cours d'un essai de cisaillement, le choix a été fait ici de programmer dans un tableur une simulation d'essai triaxial, sur la base de la formulation incrémentale indiquée dans le Tableau 7. Cela a permis ensuite de caler les différents paramètres par approximations successives en recherchant la meilleure adéquation entre les courbes calculées et expérimentales. Les cycles de décharge-recharge n'ont pas été pris en compte du fait de la sollicitation relativement monotone attendue autour du tunnel.

Compte-tenu des difficultés d'exploitation des essais CU+u avec une approche « milieux poreux » en l'absence de mesure des déformations volumiques (voir 3.2.3.2), seuls les essais consolidés drainés ont été au final modélisés avec une formulation de Fahey-Carter. Quelques paramètres ont été imposés compte-tenu de notre connaissance du matériau et des choix usuels présentés dans la littérature :

- pour le critère de rupture de Hoek-Brown :  $\alpha = 0.5$  et  $s = 1$
- pour le modèle de Fahey-Carter :  $n = 0.5$

De plus, pour les différents essais exploités, la valeur de dilatance a été reprise directement des analyses effectuées précédemment, voir section 3.2.4.1.

### **3.2.5.2 Exploitation des essais CD**

On se reportera à l'annexe B1 pour le tableau de résultats et la représentation de quelques courbes exploitées.

#### **➤ Présentation d'ensemble des résultats**

Parmi les essais consolidés drainés, seuls ceux présentant une dilatance positive ou nulle dans la zone plastique, c'est-à-dire confinés à moins de 2 MPa (voir 3.2.4.1) parviennent à être reproduits assez fidèlement par le modèle de Fahey-Carter. Pour les autres, on ne parvient pas à caler simultanément les courbes déformation axiale – déviateur et déformation axiale – déformation volumique. En particulier, les déformations volumiques qui apparaissent durant les essais sont alors beaucoup plus importantes que celles prédites par le modèle.

Compte-tenu des contraintes effectives prévisibles dans la zone du tunnel (voir plus loin), on peut toutefois considérer que les essais confinés à moins de 2 MPa seront plus représentatifs des conditions in situ que ceux confinés à 4, 6 ou 10 MPa. La détermination des paramètres de Fahey-Carter a donc été effectuée ici uniquement sur les essais à contrainte radiale inférieure ou égale à 2 MPa.

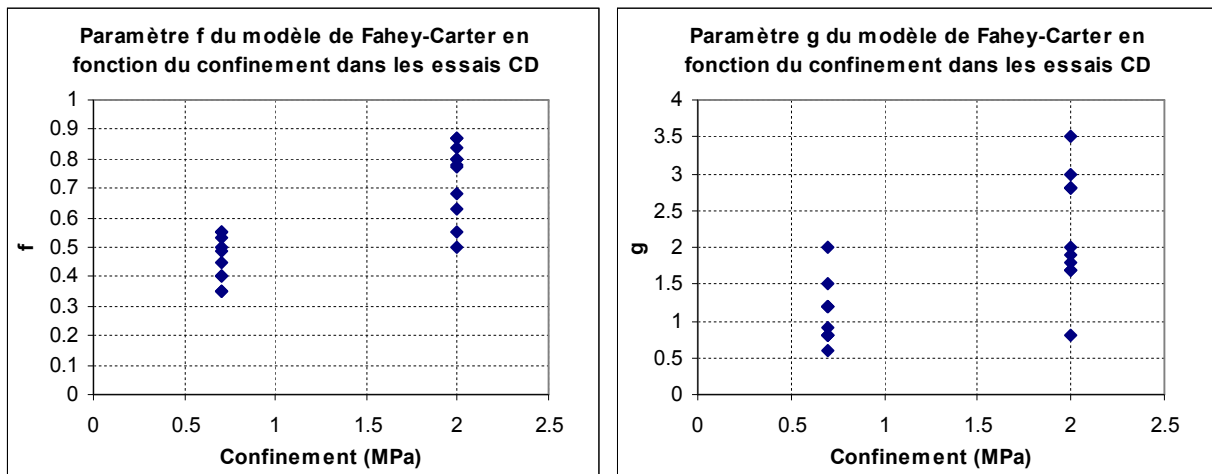
Les valeurs obtenues pour les différents paramètres du modèle sont synthétisées en annexe B1. Pour certains essais contractants à 2 MPa, seule la courbe contrainte – déformation a pu être bien approchée par le modèle, au détriment de la courbe déformation axiale – déformation volumique. Pour les autres essais, la correspondance essai – modèle apparaît excellente.

➤ *Valeurs des différents paramètres*

Au final, le paramètre  $C_0$  définissant la pente à l'origine du module de cisaillement  $G_t$  montre une certaine dispersion, qui retranscrit les variations du module tangent initial telles que représentées sur la Figure 53 (b). Les valeurs dans les essais exploités suivant le modèle de Fahey-Carter sont comprises entre 250 et 550, avec une moyenne à 370 environ, ce qui est en très bon accord avec les fourchettes évaluées précédemment sur l'ensemble des essais pour  $E_{ini}$  (Figure 53). Nos analyses n'ont pas permis d'identifier de lien particulier entre les variations de  $C_0$  et les différentes caractéristiques des échantillons testés (siltosité, profondeur de prélèvement, etc.), ni non plus de dépendance particulière à la contrainte de confinement ce qui est logique car cet effet est déjà pris en compte par la formulation du modèle.

Le paramètre  $\nu_0$  s'étend de 0.14 à 0.33, avec une valeur moyenne de 0.23, ce qui correspond bien aux valeurs proposées par Serratrice (2006). L'échantillonnage ne permet pas de caler une loi statistique particulière sur ce paramètre. Il n'apparaît pas non plus de dépendance aux caractéristiques des échantillons testés ni à la contrainte de confinement.

Le paramètre  $f$  présente des valeurs comprises entre 0.35 et 0.87, avec une moyenne à 0.60. On observe cette fois une certaine dépendance à la contrainte de confinement (Figure 58). Cela traduit un développement des non-linéarités sur une gamme de déformations de plus en plus importante avec l'augmentation du confinement. En pratique, pour les contraintes radiales élevées, la courbe contrainte-déformation se rapproche d'un comportement asymptotique vis-à-vis du critère de rupture.



**Figure 58 : Valeurs des paramètres  $f$  et  $g$  en fonction de la contrainte de confinement appliquée à l'échantillon (essais CD confinés à 0.7 et 2 MPa)**

Enfin, le paramètre de forme  $g$ , compris entre 0.6 et 3.5 pour une moyenne à 1.7, tend à indiquer une courbure faible dans les essais peu confinés (pour les plus faibles valeurs de  $f$  le comportement se rapproche donc de l'élasticité linéaire). En revanche, à plus fort confinement, les valeurs de  $g$  élevées

indiquent un comportement quasi-linéaire initial laissant place à une courbure plus importante à l'approche du critère de rupture.

En pratique, l'éventuelle dépendance de  $f$  et  $g$  au niveau de confinement indique plutôt un biais du modèle et il n'a pas été choisi de la prendre en compte par une formulation plus complexe.

Suite à cette analyse, nous proposons d'utiliser pour les calculs avec le modèle de Fahey-Carter :

- dans le cas moyen : les moyennes mesurées sur chaque paramètre  $C_0, \nu_0, f, g$  ;
- pour l'étude de sensibilité : l'ensemble de la gamme de valeurs mesurée.

### 3.2.6 Synthèse sur les propriétés mécaniques du massif d'Arbus

Dans l'idée d'une recherche des propriétés les plus influentes sur le dimensionnement des tunnels dans un contexte de sol induré roche tendre, l'analyse menée ici sur la molasse d'Arbus a permis d'identifier des valeurs moyennes des paramètres mécaniques, des fourchettes probables de variation et de mettre en avant un certain nombre de difficultés.

Le massif montre une structure relativement simple, avec une fracturation quasi-inexistante, permettant de travailler avec une approche continue et des paramètres tirés directement des essais de laboratoire. Néanmoins le matériau constitutif, bien que d'apparence homogène à grande échelle, présente à l'échelle de l'échantillon des variations sensibles sur les plans physique et mécanique liées probablement au mode de formation fluviale qui a favorisé une organisation lenticulaire.

Au niveau du critère de rupture, une gamme de valeurs des paramètres de Hoek-Brown a pu être établie et deux sous-groupes ont pu être identifiés en fonction du caractère plus ou moins silteux des échantillons. Il est apparu délicat de déterminer précisément la valeur de  $\sigma_{ci}$  au début de la démarche, du fait de l'impossibilité de garantir l'absence de couplage hydromécanique au cours de la compression uniaxiale. Une approche par extrapolation à partir de l'enveloppe de rupture obtenue à l'appareil triaxial a été proposée.

Au niveau des paramètres élastiques, les nombreuses données disponibles ont permis un calage approximatif des valeurs de  $E$  et  $\nu$  sur des lois statistiques (Lognormale, Bêta) qui ont conduit à l'évaluation de fourchettes fiables à 90 %. Pour les modules plus particulièrement, le choix de la méthode de détermination (tangent initial / sécant / décharge-recharge) est apparu crucial sur la gamme de valeurs à considérer : ici des évaluations sécantes à 50 % de la rupture ont été finalement retenues dans l'optique d'une sollicitation in situ relativement monotone.

La principale difficulté est apparue dans l'exploitation des essais CU+u qui devraient permettre en théorie la détermination des coefficients poroélastiques de Biot  $b$  et  $M$ . En pratique, la difficulté des mesures volumiques dans les essais non drainés et la non-linéarité des courbes pression interstitielle – déviateur ont conduit à introduire plusieurs hypothèses de travail supplémentaires, en particulier sur les modules d'incompressibilité, pour pouvoir conclure. Une approche plus complète aurait nécessité des essais spécifiques (compressions isotropes, chemins en étoile, etc. voir section 1.3.3.3) en nombre, qui ne sont généralement pas disponibles dans les campagnes de laboratoire « standard » pour les

tunnels. Les difficultés rencontrées ici montrent toutefois que de tels essais restent particulièrement intéressants dans le contexte de sols indurés roches tendres.

Enfin, l'approche de Fahey-Carter a permis une représentation assez satisfaisante des non-linéarités élastiques du matériau, lorsque celui-ci reste dans la zone surconsolidée, avec un comportement dilatant. À partir de la programmation sur tableur d'une simulation d'essai triaxial et en utilisant un ordre fixe de calcul des coefficients du modèle (voir section 1.3.5.4), des valeurs relativement cohérentes ont pu être obtenues sur les courbes issues des essais CD.

On notera que de manière générale, malgré de multiples tentatives, il n'a pas pu être mis en évidence au cours de ce travail de relation claire entre les paramètres poro-élasto-plastiques et les caractéristiques physiques des prélèvements ou leur localisation. Cela conduit à considérer, en dehors d'une éventuelle distinction liée à la siltosité des matériaux pour le critère de rupture, que l'ensemble des essais est relativement représentatif des incertitudes qui seront rencontrées au niveau du tunnel et à proposer les gammes de valeurs rappelées dans le Tableau 17 pour l'étude du creusement.

<i>Paramètre</i>		<i>Valeur cas moyen</i>	<i>Plage de valeurs</i>
$\alpha$		0.5	0.5
$m$		6	4 – 8
$s$		1	1
$\sigma_c$		1 MPa	0.5 – 1.6 MPa
$E_{50\%}$	Général	280 MPa	90 – 640 MPa
	Remarque : zone AR2 – AR6	200 MPa	50 – 350 MPa
	Remarque : zone AR3 – AR4	340 MPa	130 – 620 MPa
$\nu_{50\%}$		0.28	0.18 – 0.38
$b$		1	0.8 – 1
$M$		7500 MPa	90 – 9000 MPa
$\psi$		3°	0° - 9°
$\beta$		1	1
$\delta$		1	1
Modèle de Fahey-Carter	$C_0$	370	250 – 550
	$\nu_0$	0.23	0.14 – 0.33
	$f$	0.60	0.35 – 0.87
	$g$	1.7	0.60 – 3.50
	$n$	0.5	0.5
	$p_{ref}$	100 kPa	100 kPa

**Tableau 17 : Valeurs retenues pour les études de sensibilité du tunnel d'Arbus**

Pour le critère de rupture, on pourra également examiner les deux cas typiques du matériau peu à moyennement silteux ( $\sigma_c = 0.9$  MPa,  $m = 4.5$ ) et du matériau très silteux ( $\sigma_c = 1.1$  MPa,  $m = 6$ ).

### **3.3 MODÉLISATION DU CREUSEMENT À COURT TERME**

#### **3.3.1 Caractéristiques du tunnel et prise en compte du soutènement**

Il est particulièrement important pour la représentativité de l'étude menée ici de travailler sur une option de creusement / soutènement suffisamment réaliste. Parallèlement, compte-tenu de la nature des solutions développées dans la partie 2 du mémoire, certaines méthodes de soutènement, comme celles correspondant à un renforcement du terrain (clouage e.g.), se trouvent naturellement exclues de notre analyse. Une courte étude des conditions d'excavation a donc été menée en se basant sur diverses données issues de l'étude d'avant-projet du CETu (2006).

##### **3.3.1.1 Choix d'une zone d'étude et définition des conditions initiales**

La zone du tunnel retenue pour les modélisations présentées ici est celle de plus forte couverture dans la partie Sud du massif. Cette partie de l'ouvrage présente plusieurs caractéristiques intéressantes :

- la *couverture de l'ordre de 110 m* permet de valider l'application de la méthode convergence-confinement, et les terrains ne semblent pas présenter de passée conglomératique majeure dans la zone d'influence du tunnel ;
- cette hauteur de couverture apparaît relativement homogène sur une distance d'environ 300 m, ce qui permettra dans une optique d'instrumentation de disposer d'une zone témoin représentative, avec une contrainte in situ relativement homogène ;
- compte-tenu des propriétés du matériau, cette zone devrait être l'une des plus sensibles (plus forte plastification).

D'après le CETu (2006), dans cette zone le tunnel peut être modélisé par une excavation circulaire de *6.25 m de rayon* environ. Du fait de la forte déformabilité des terrains, l'usage d'un tunnelier est jugé plus délicat et il est probable que l'excavation soit effectuée de manière traditionnelle, par exemple avec une machine à attaque ponctuelle. Nous considérerons une mise en place du soutènement à *2 m derrière le front*, ce qui correspond à une gestion rigoureuse du chantier autorisant une pose assez rapide après excavation, et permet de rester dans les hypothèses de Gärber (2003) ( $0.25 \leq d_0/R \leq 1$ ) qui seront utilisées ultérieurement pour le calcul de la courbe de confinement.

Comme souvent, les conditions initiales sont mal connues du fait de l'absence de mesures de contraintes dans la zone étudiée. Nous avons donc retenu pour cette étude une *contrainte géostatique de 2.42 MPa* au niveau du tunnel, correspondant à 110 m de couverture de molasse de masse volumique humide  $2200 \text{ kg/m}^3$ . Le rapport des contraintes effectives horizontales et verticale est naturellement fixé à  $K0 \approx 1$  pour l'application de la méthode convergence-confinement. Un modèle avec  $K0 = 0.5$  sera toutefois présenté en fin d'étude pour évaluer l'influence de cette hypothèse sur les dimensionnements.

Concernant les pressions interstitielles, les matériaux apparaissant saturés en place d'après Serratrice (2006), la plus forte pression envisageable correspondrait à une « nappe » continue depuis la surface,



soit 1100 kPa. Cette valeur semble toutefois peu probable du fait de la présence des incursions conglomératiques au sein du massif, a priori drainantes (même si les exutoires restent mal connus), et de la topographie favorisant probablement un rabattement vers les vallons. Nous avons donc retenu une valeur intermédiaire de  $p_0 \approx 550$  kPa pour l'étude.

*Remarque :* Le sondage AR5 dans la partie Nord du massif, qui est le seul instrumenté, n'a permis de mesurer après deux années d'équilibrage des pressions interstitielles qu'une valeur de l'ordre de 100 kPa au niveau du futur tunnel. Cette valeur est nettement plus faible que celle retenue mais le contexte géomorphologique local apparaît aussi relativement différent de la zone d'étude (proximité de la vallée, davantage de passées conglomératiques, etc.). La valeur de  $p_0$  sera donc intégrée par la suite dans les études de sensibilité.

### 3.3.1.2 Modélisation du soutènement

Le choix du type de soutènement constitue une étape majeure dans le dimensionnement d'un tunnel. Il s'agit d'un problème complexe en raison de la multitude de paramètres à prendre en compte, et diverses méthodes, recensées en section 1.4.3.2, sont susceptibles d'être utilisées pour présélectionner les solutions techniques envisageables. Une analyse sommaire a été menée à partir des propositions de l'AFTES (1993) qui semblent les moins biaisées vis-à-vis des comportements spécifiques des S.I.R.T. Dans l'idée d'une excavation en méthode traditionnelle et en excluant l'emploi d'un boulonnage pour les raisons mentionnées précédemment, un choix de soutènement acceptable pourrait être une combinaison cintres + béton projeté. L'usage du béton projeté permet une action protectrice qui devrait être favorable vis-à-vis de possibles problèmes de gonflement, et les cintres restent admissibles bien que la configuration à fort diamètre soit plutôt défavorable. L'intérêt de ce type de soutènement est également de présenter une rigidité modérée, plutôt intéressante dans des terrains très déformables par rapport par exemple à l'usage direct de voussoirs en béton préfabriqués.

Nous proposons d'étudier un soutènement composé d'un anneau de béton projeté de 20 cm d'épaisseur, couplé à des cintres de type HEB 200 espacés de 1 m. Les deux modes de soutènement sont considérés comme parfaitement solidaires, mis en œuvre à la même distance du front de taille, et en contact avec le terrain sur toute leur surface extérieure.

#### ➤ Rigidité du soutènement composite

La rigidité totale du soutènement composite est calculée par (Panet (1995)) :

$$k_S = k_{S,bp} + k_{S,HEB} \quad (3.8)$$

$$k_{S,bp} = \frac{E_{bp} \left[ R^2 - (R - e_{bp})^2 \right]}{(1 + \nu_{bp}) \left[ (1 - 2\nu_{bp}) R^2 + (R - e_{bp})^2 \right]} \quad (3.9)$$

$$k_{S,HEB} = \frac{E_a A}{d \cdot R} \quad (3.10)$$

avec :

- $k_{S,bp}$  : rigidité du soutènement en béton projeté (MPa)
- $k_{S,HEB}$  : rigidité du soutènement par cintre HEB 200 (MPa)

$E_{bp}$ :	module d'Young du béton projeté (MPa)	10 000 MPa
$\nu_{bp}$ :	coefficient de poisson du béton projeté	0.20
$e_{bp}$ :	épaisseur de béton projeté (m)	0.20 m
$R$ :	rayon du tunnel (m)	6.25 m
$E_a$ :	module d'Young de l'acier (MPa)	210 000 MPa
$A$ :	aire de la section du cintre HEB 200 (m <sup>2</sup> )	$7.81 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$
$d$ :	distance entre les cintres (m)	1.00 m

On obtient au final, avec les valeurs de prédimensionnement courantes mentionnées ci-avant :

$$k_{S,bp} \approx 341 \text{ MPa} \quad k_{S,HEB} \approx 262 \text{ MPa}$$

$$\boxed{k_S \approx 600 \text{ MPa}}$$

➤ **Pression maximale admissible sur le soutènement composite**

La pression de soutènement maximale  $p_S^{\max}$  est évaluée par la méthode simplifiée présentée en section 1.4.4.3 : la déformation maximale tolérable est celle correspondant à la rupture du premier élément de soutènement. On obtient les résultats suivants :

- déplacement en paroi maximal admissible après la pose du soutènement en béton projeté :

$$p_{S,bp}^{\max} = \frac{\sigma_{bp} \cdot e_{bp}}{R} \approx 0.64 \text{ MPa} \quad \text{d'où} \quad \delta_{S,bp}^{\max} = \frac{R}{k_{S,bp}} p_{S,bp}^{\max} \approx 0.0118 \text{ m}$$

La résistance à la compression simple du béton projeté  $\sigma_{bp}$  (MPa) étant estimée à 24 h à environ 20 MPa (avec usage d'un accélérateur de prise).

- déplacement en paroi maximal admissible après la pose du soutènement en cintres HEB :

$$p_{S,HEB}^{\max} \approx 13 \cdot \frac{(2R)^{-1.3}}{d} \approx 0.48 \text{ MPa} \quad \text{d'après Hoek (2007)} \quad \text{d'où} \quad \delta_{S,HEB}^{\max} \approx 0.0115 \text{ m}$$

Donc la rupture sera obtenue pour le soutènement composite après un déplacement en paroi  $\delta_S$  d'environ 11.5 mm (après pose), soit :

$$\boxed{p_S^{\max} = \frac{k_S}{R} \cdot \delta_S \approx 1.10 \text{ MPa}}$$

Remarque : Les valeurs de  $p_S^{\max}$  et  $k_S$  établies ici supposent un anneau de soutènement continu, ce qui ne sera pas forcément le cas sur chantier. Si les conditions réelles induisent des diminutions significatives de ces caractéristiques, les calculs (stabilité, convergence) présentés dans les sections suivantes devront bien sûr être réévalués.

➤ **Caractéristiques homogénéisées pour les calculs numériques**

Afin d'éviter la modélisation (nécessairement tridimensionnelle) de la pose des cintres il est proposé de travailler pour les calculs avec un soutènement homogénéisé reprenant les caractéristiques de résistance et de déformabilité du soutènement composite. Pour cela, on représentera une simple coque cylindrique en béton projeté de 20 cm d'épaisseur, présentant les caractéristiques suivantes :

- $v_{bp} = 0.20$  ;
- $E_{bp}$  calculé d'après (3.9) pour obtenir  $k_{S,bp} = 600$  MPa soit  $E_{bp} \approx 17573$  MPa ;
- résistance  $\sigma_{bp}$  calculée pour obtenir  $p_{S,bp}^{\max} = 1.10$  MPa soit  $\sigma_{bp} \approx 34.4$  MPa.

Pour l'évolution à long terme du tunnel, on pourra par ailleurs utiliser les paramètres additionnels classiques suivants du soutènement en béton projeté :

- porosité de l'ordre de 14 % ;
- perméabilité de l'ordre de  $10^{-10}$  m/s (d'après Celestino (2005)) ;
- masse volumique de l'ordre de 2.4 t/m<sup>3</sup>.

#### ➤ **Détermination du déplacement $\delta_{R0}$ à l'origine de la courbe de soutènement**

Comme cela a été discuté dans la section 1.4.4.3, la valeur du déplacement en paroi  $\delta_{R0}$  à la pose du soutènement, dépendant notamment de la distance au front, constitue l'un des points délicats de la méthode convergence-confinement. En particulier, dans le cas biphasique non drainé, la seule méthode existant actuellement pour déterminer  $\delta_{R0}$  est celle proposée par Gärber (2003), citée dans la partie bibliographique de ce mémoire. Cette méthode est en outre particulièrement intéressante dans la mesure où les formulations sont explicites et où la plastification, la distance de pose et la rigidité du soutènement sont pleinement prises en compte.

Nous proposons donc de considérer pour les calculs ci-après que la formulation (1.48) est utilisable « en l'état » avec le critère de rupture de Hoek-Brown généralisé. Il s'agit a priori d'une hypothèse relativement légère (pour des gammes de contraintes modérées) dans la mesure où elle revient à conserver une forme identique de la courbe longitudinale de déplacement en paroi mais à prendre quand-même en compte le changement de critère de rupture par la valeur de  $\chi = \delta_R^\infty / \delta_{R,elast}$ . Nous choisissons également d'ignorer dans les calculs les corrections liées à la dilatance pour les cas  $\psi \neq 0$ . Cela apparaît parfaitement justifié d'après Gärber (2003) dans la mesure où  $\psi$  est faible et où  $\chi$  restera généralement inférieur à 2 (voir plus loin), ce qui ne devrait pas introduire d'erreur supérieure à 2 à 3 % sur la valeur de  $\delta_{R0}$ .

La détermination de  $\delta_{R0}$  est en revanche nettement plus délicate dans le cas de l'élasticité non linéaire de Fahey-Carter en situation biphasique non drainée. Il n'existe en effet dans la littérature aucune formulation de l'évolution longitudinale du déplacement en paroi qui soit adaptée à ce modèle. En outre, le paramètre de convergence finale du tunnel non soutenu dans le cas élastique  $\delta_{R,elast}$ , qui est présent dans la plupart des formulations de  $\delta_{R0}$ , est mal défini dans le cas du modèle de Fahey-Carter. En effet, le critère de rupture intervient dans l'équation (1.41) du modèle à travers  $t_{max}$  : donc si l'on modifie la résistance du matériau pour garantir l'absence de plastification, on modifie également le comportement élastique et  $\delta_{R,elast}$  n'a plus de sens. Pour contourner cette difficulté, nous proposons donc d'approcher la courbe de convergence du cas à élasticité non linéaire par un modèle élastique linéaire parfaitement plastique pour lequel le problème pourra être résolu plus simplement. Nous procéderons de la façon suivante :

- obtention de  $\delta_R^\infty$  pour le modèle de Fahey-Carter (méthode des matrices de transfert) ;

- recherche d'un module d'Young fictif  $E_{fictif}$  conduisant à la même valeur de  $\delta_R^\infty$  par un calcul élastique linéaire parfaitement plastique ( $\nu$  restant fixé à la valeur moyenne de 0.28 et le critère de rupture étant inchangé), selon les formulations de la section 2.5 ;
- calcul de  $\delta_{R,elast}$  pour ce cas approché ;
- détermination de  $\chi = \delta_R^\infty / \delta_{R,elast}$  et obtention de  $\delta_{R0}$  par la formulation (1.48) de Gärber.

### 3.3.2 Modélisation du cas moyen

#### 3.3.2.1 Présentation des cas étudiés

L'étude du cas moyen (colonne médiane du Tableau 17) permet d'établir une modélisation de référence qui servira de base pour examiner l'influence des différents paramètres de calcul sur le dimensionnement. On peut en outre sur ce cas comparer diverses approches de modélisation ou lois de comportement afin d'obtenir une évaluation partielle de l'erreur « de modèle », qui pourra être comparée aux erreurs « de données » analysées lors de l'étude de sensibilité (Mestat *et al.* (2000)).

Cette section du mémoire présente donc les résultats de calcul issus des cas moyens définis antérieurement à partir des essais de laboratoire (élasticité linéaire ou de Fahey-Carter), en configuration biphasique non drainée (court terme), et les compare à d'autres approches ayant déjà fait l'objet de développements analytiques dans la littérature, accessibles aux bureaux d'études :

- une modélisation monophasique (« Tresca », non drainée) : une pratique courante dans des contextes géotechniques similaires à celui d'Arbus est de représenter le matériau par un milieu monophasique doté de coefficients non drainés directement issus des essais de laboratoire. Outre la modification des paramètres élastiques, un critère de rupture de Tresca est alors retenu. Ici, les essais UU en compression de Serratrice (2006) indiquent une cohésion non drainée moyenne  $c_u \approx 1200$  kPa, mais le seul essai UU d'extension disponible (configuration plus proche de la sollicitation in situ), présenté sur la Figure 56, conduit à  $c_u \approx 600$  kPa. En l'absence de données plus détaillées, une valeur intermédiaire  $c_u \approx 900$  kPa a finalement été choisie. Le module d'Young et le coefficient de Poisson deviennent par ailleurs  $E_u \approx 325$  MPa,  $\nu_u \approx 0.49$  ;
- deux modélisations biphasiques utilisant le critère de Mohr-Coulomb :
  - dans la première (« Mohr-Coulomb essais ») les paramètres du critère sont obtenus par une régression sur l'ensemble des points d'essai disponibles (Figure 48), soit :
 
$$c' \approx 490 \text{ kPa} \qquad \varphi' \approx 17^\circ$$
  - dans la seconde (« Mohr-Coulomb BFe ») les paramètres du critère sont dérivés des coefficients de Hoek-Brown par la méthode « BFe » de Sofianos & Nomikos (2006) résumée en section 1.3.4.3, soit :
 
$$c' \approx 385 \text{ kPa} \qquad \varphi' \approx 25^\circ$$

*Remarques :* la représentation monophasique non drainée du problème, bien que courante dans la pratique, n'est en réalité pas correcte si l'on se réfère au formalisme des milieux poreux. Comme le

démontre Giraud (1993), les caractéristiques monophasiques non drainées équivalentes du milieu dépendent notamment de la géométrie du problème ; il devient alors délicat de comparer les résultats d'essais triaxiaux au comportement qui serait obtenu autour d'une excavation souterraine. La modélisation monophasique est néanmoins présentée ici à titre de comparaison du fait de sa « popularité ».

Le déplacement  $\delta_{R0}$  à l'origine de la courbe de soutènement est calculé par la méthode de Gärber pour tous les cas biphasiques, et par une moyenne des principes de similitude et de similitude étendu de Corbetta pour le cas du critère de Tresca.

### 3.3.2.2 Comportement du massif et courbes de convergence

Les résultats obtenus pour les différentes modélisations présentées antérieurement sont synthétisés sur la Figure 59 (contraintes, pressions interstitielles et déplacements dans le massif, courbe de convergence). Les rayons plastiques obtenus pour une contrainte en paroi de 0.5 MPa, correspondant aux courbes de contraintes et déplacements du graphique, et de 0 MPa correspondant au cas non soutenu sont détaillés dans le Tableau 18.

Modèle	Tresca	Mohr-Coulomb essais	Mohr-Coulomb BFe	Hoek-Brown court terme	Hoek-Brown Fahey-Carter
$R_{\xi} (\sigma_i = 0.5 \text{ MPa})$	11.01 m	9.71 m	8.76 m	8.68 m	6.82 m
$R_{\xi} (\sigma_i = 0 \text{ MPa})$	14.54 m	12.24 m	10.78 m	10.67 m	8.53 m

**Tableau 18 : Valeurs du rayon plastique dans le cas moyen pour différents modèles, dans le cas de contraintes en paroi de 0.5 et 0 MPa**

Le premier constat est que les différentes modélisations biphasiques conduisent à des comportements relativement cohérents. Notamment, les cas avec élasticité linéaire (Hoek-Brown court terme, Mohr-Coulomb essais, Mohr-Coulomb BFe) sont sur certains graphiques quasi-superposés. Les commentaires suivants peuvent être proposés :

- le très faible écart entre les calculs « Hoek-Brown court terme » et « Mohr-Coulomb Bfe » confirme simplement la bonne qualité de la méthode d'approximation de Sofianos & Nomikos (2006) sur le critère de rupture et son intérêt pour les travaux souterrains. Notons toutefois que la comparaison est en réalité biaisée puisque la détermination de la gamme de contraintes optimale pour la linéarisation du critère de Hoek-Brown dépend justement de la capacité à effectuer des calculs de comportement du massif avec ce critère ;
- le calcul « Mohr-Coulomb essais » est plus intéressant : il permet, sur la base d'un même ensemble d'essais de laboratoire, d'estimer l'influence du choix de tel ou tel critère de rupture sur le dimensionnement. On constate un décalage relativement marqué par rapport aux autres approches biphasiques sur les contraintes tangentiels et longitudinales ainsi que sur les pressions interstitielles et les déplacements au sein du massif. Au final, le choix d'un critère de Mohr-Coulomb plutôt que de Hoek-Brown

conduit dans ce cas à une sur-estimation de la convergence du tunnel non soutenu d'environ 20 % ;

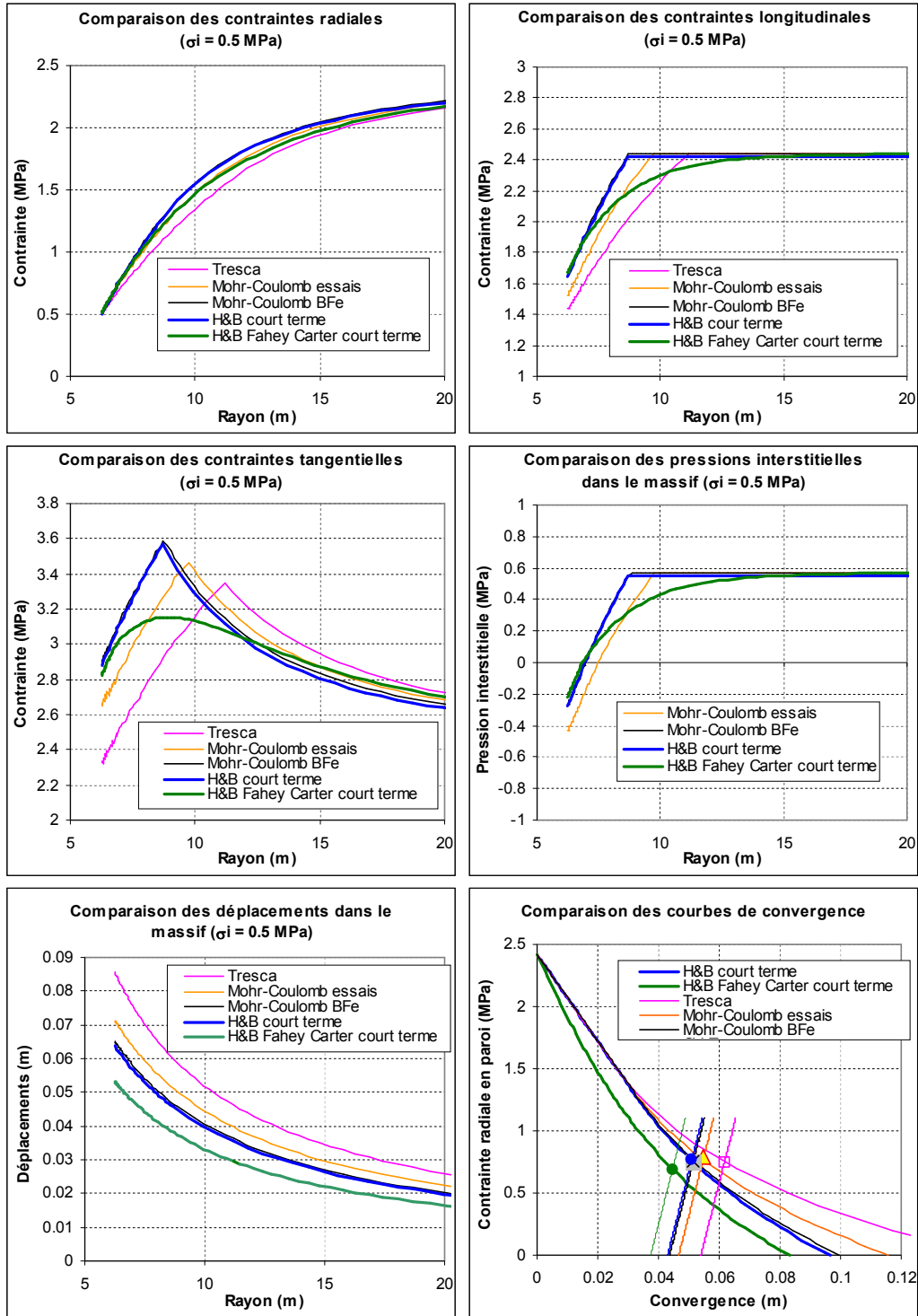


Figure 59 : Principaux résultats de calcul pour le tunnel d'Arbus, obtenus dans le cas moyen suivant différents modèles. Les graphiques de contrainte, déplacement, pression interstitielle correspondent à une pression en paroi  $\sigma_t = 0.5$  MPa.

- le calcul simplifié «Tresca» s'écarte des autres modélisations même s'il reste raisonnable en terme d'ordre de grandeur. Les convergences et rayons plastiques sont assez nettement

surestimés. En pratique, les résultats de la comparaison apparaissent fortement liés au niveau de pression interstitielle considéré dans les autres calculs, à la précision de l'évaluation de la cohésion non drainée  $c_u$  et à sa bonne correspondance avec la géométrie étudiée. Ici, compte-tenu du nombre réduit d'essais UU disponibles et de leur dispersion relativement forte ( $600 \text{ kPa} \leq c_u \leq 1600 \text{ kPa}$  d'après Serratrice (2006)), la comparaison avec le cas de référence reste assez hasardeuse. On observera par exemple sur ce cas d'étude une quasi-superposition des courbes « Tresca » et « Hoek-brown court terme » pour  $c_u = 1200 \text{ kPa}$  mais des résultats très différents pour  $c_u = 600 \text{ kPa}$  ( $R\xi \approx 18.78 \text{ m}$  et  $\delta_R \approx 16.9 \text{ cm}$  pour  $\sigma_i = 0.5 \text{ MPa}$ ). Cette approche simplifiée semble donc pouvoir être utilisée pour une première évaluation, sommaire, du comportement du massif mais ne saurait constituer une véritable alternative aux moyens de calcul biphasiques ;

- *le calcul avec élasticité non-linéaire de Fahey-Carter* se détache nettement des autres. Au sein du massif tout d'abord, les variations de pression interstitielle remontent beaucoup plus loin de la paroi du tunnel qu'avec les autres modèles (bien que le rayon plastique soit nettement plus faible), ce qui se rapproche a priori de la réalité observée in situ par Barnichon & Volckaert (2000) par exemple (sur le cas du laboratoire souterrain de Mol). Les courbes de contraintes se trouvent également lissées du fait de l'adoucissement de la transition élastique-plastique (modèle pseudo-élastique). Au niveau des convergences, la capacité du modèle à mieux reproduire les variations de la déformabilité en fonction de l'état de contraintes modifie les prédictions de déplacement en paroi et dans le massif. Les non-linéarités apparaissent rapidement sur la courbe de convergence, bien avant le début de la plastification. Notons toutefois que les ordres de grandeur restent grossièrement respectés vis-à-vis des méthodes à élasticité linéaire, ce qui peut être lié au choix du module sécant à 50 % lors de l'exploitation des essais.

Au final, les quelques modèles expérimentés ici permettent d'identifier les principaux enjeux rattachés à tel ou tel choix de représentation mécanique du matériau. La modélisation des non-linéarités, que ce soit au niveau du critère de rupture ou du modèle élastique, semble avoir une influence significative sur les résultats de calcul en approche biphasique. On peut par exemple ainsi estimer l'amplitude de l'erreur de méthode sur la convergence du tunnel non soutenu à environ 3 cm, soit par rapport au cas biphasique non drainé (court terme) avec critère de Hoek-Brown environ 30 %. Le calcul simplifié monophasique « Tresca » s'écarte encore davantage de ces estimations et peut présenter une variabilité très forte en fonction de la dispersion de la cohésion non drainée  $c_u$ .

### **3.3.2.3 Examen des points d'équilibre**

Au-delà de la vue d'ensemble proposée dans la section précédente, le critère décisif pour les dimensionnements réside davantage dans la position des points d'équilibre soutènement-massif. En particulier, la pression finale sur le soutènement peut rester relativement similaire pour des courbes de convergence très différentes si le paramètre  $\delta_{R0}$  permet de compenser les écarts. Ici, les valeurs de  $\delta_{R0}$  obtenues sont celles indiquées dans le Tableau 19. Les points d'équilibre sur la Figure 59 étant relativement proches, une synthèse des résultats, accompagnée des valeurs de rayon plastique, est également présentée dans le même tableau.

Cas d'étude	Méthode de calcul de $\delta_{R0}$	$\delta_{R0}$ (m)	Pression d'équilibre $\sigma_i^{equ}$	Convergence à l'équilibre $\delta_R^{equ}$	Rayon plastique $R\xi$
Tresca	Corbetta	0.054 m	0.759 MPa	0.062 m	9.54 m
Mohr-Coulomb essais	Gärber	0.047 m	0.770 MPa	0.055 m	8.52 m
Mohr-Coulomb BFe	Gärber	0.044 m	0.748 MPa	0.052 m	7.88 m
Hoek-Brown court terme	Gärber	0.043 m	0.762 MPa	0.051 m	7.77 m
Hoek-Brown Fahey-Carter court terme	Gärber ( $E_{fictif} \approx 325$ MPa)	0.037 m	0.691 MPa	0.045 m	6.27 m

**Tableau 19 : Méthode de calcul des courbes de confinement et coordonnées des points d'équilibre pour le cas moyen**

Compte-tenu de la rigidité du soutènement et de la faible distance de pose, la plastification du terrain reste modérée, ce qui limite la différenciation entre les modèles élastiques linéaires parfaitement plastiques. On notera en particulier l'obtention pour le cas monophasique de Tresca d'une pression d'équilibre tout-à-fait cohérente avec celle des calculs biphasiques, malgré une courbe de convergence qui s'écarte sensiblement des autres modèles. Le rayon plastique et la convergence en paroi restent en revanche nettement plus élevés.

Le cas non-linéaire de Fahey-Carter se détache à nouveau et conduit notamment à une pression estimée sur le soutènement environ 8 à 10 % plus faible que dans les autres modèles biphasiques. On notera d'ailleurs que dans ce modèle le critère de rupture est à peine atteint à l'équilibre et qu'il n'y a quasiment aucune zone plastique (contre plus de 1.50 m dans les autres modèles). Cette différence notable met en évidence l'intérêt de la prise en compte des non-linéarités élastiques dans le prédimensionnement. Il n'est toutefois pas évident que dans la pratique la plastification soit véritablement absente : le modèle de Fahey-Carter (« pseudo-élastique ») traduisant en effet une forme d'endommagement du matériau, il est probable qu'en réalité des comportements irréversibles se manifestent. Le constat effectué ici semble toutefois indiquer que l'altération du matériau au voisinage du tunnel pourrait être inférieure à celle prédite par les modèles plus classiques à élasticité linéaire.

Au niveau des convergences à l'équilibre le constat est relativement proche, le point correspondant au modèle de Fahey-Carter se détachant des autres cas d'étude biphasiques. Dans tous les cas le déplacement relatif  $\delta_R^{eq}/R$  reste inférieur au critère de 1 % usuellement considéré comme la limite d'apparition de difficultés notables de stabilité dans les ouvrages souterrains (Hoek (2001) par exemple).

### 3.3.3 Étude de sensibilité

#### 3.3.3.1 Présentation générale de l'étude

L'étude de sensibilité consiste à analyser l'influence des différentes caractéristiques du massif sur les calculs. Le grand nombre d'essais de laboratoire disponible sur le tunnel d'Arbus a permis de dégager dans les sections précédentes des fourchettes de variation réalistes pouvant être utilisées pour mener à bien l'étude. L'intérêt pour le dimensionnement du tunnel est double :



- identifier les paramètres les plus influents, qui constitueront des axes prioritaires d'investigations complémentaires pour le projeteur ou de suivi pour le maître d'œuvre ou l'entreprise en charge des travaux ;
- disposer d'un ordre de grandeur des incertitudes associées au dimensionnement, en référence au cas moyen plus particulièrement.

En outre, dans le cadre du travail de recherche présenté ici, une telle approche permet de fournir un exemple concret qui pourra servir de référence pour guider les études dans des contextes géotechniques similaires (molasses argilo-marneuses à gréseuses en particulier).

L'analyse menée ici s'intéresse exclusivement au comportement à court terme du tunnel, dans le cadre de la méthode convergence-confinement. Les modèles de calcul utilisés pour les courbes caractéristiques du terrain correspondent aux solutions analytiques non drainées avec critère de rupture de Hoek-Brown développées dans les sections 2.5 (élasticité linéaire) et 2.6 (élasticité non linéaire de Fahey-Carter). Le soutènement reste modélisé conformément à la section 3.3.1.2.

### 3.3.3.2 Modélisation élastique linéaire parfaitement plastique

Les résultats des calculs pour chacun des paramètres variables du Tableau 17 sont présentés en annexe B2. Les courbes de convergence, rayon plastique et pression interstitielle en paroi, en fonction de la valeur de  $\sigma_i$ , sont proposées. Afin d'alléger la présentation, seules quelques courbes de confinement et points d'équilibre ont été représentés dans chaque cas.

La Figure 60 ci-dessous synthétise une partie des résultats obtenus en représentant l'influence de chaque paramètre sur la position du point d'équilibre convergence-confinement du tunnel soutenu.

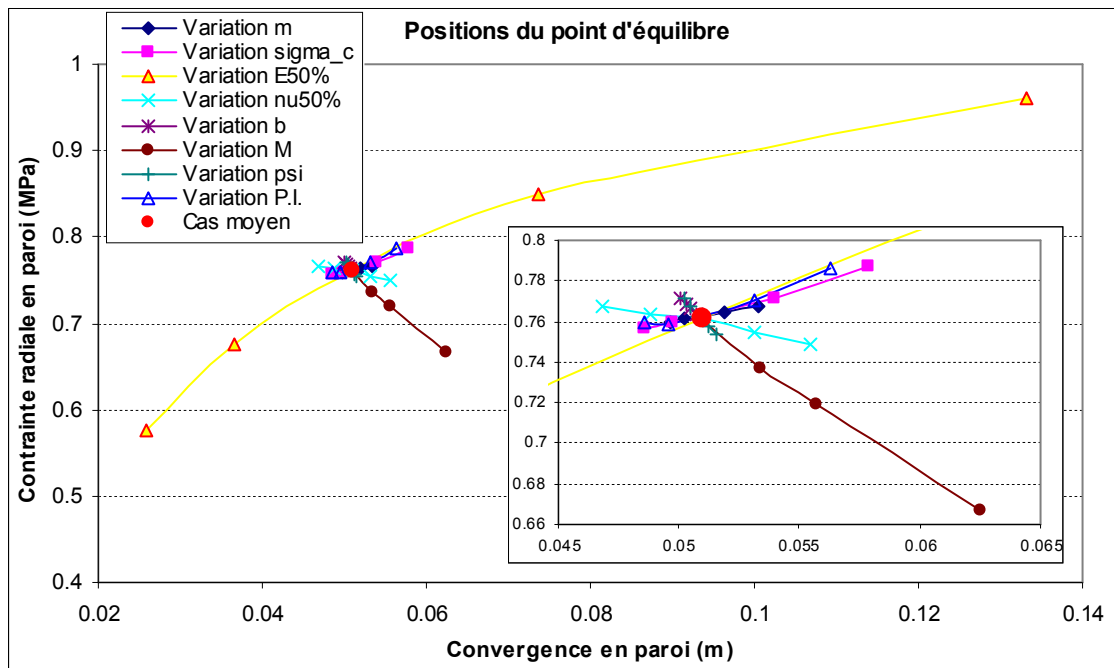


Figure 60 : Synthèse des positions du point d'équilibre à l'issue de l'étude de sensibilité sur le cas élastique linéaire parfaitement plastique à court terme, les paramètres variant suivant le Tableau 17

Les commentaires suivants peuvent être proposés à l'issue des calculs de sensibilité (voir graphiques en annexe B2) :

➤ **Influence des paramètres élastiques sécants  $E_{50\%}$ ,  $\nu_{50\%}$**

La valeur du module d'Young  $E_{50\%}$  apparaît indubitablement comme étant la plus influente sur les efforts subis par le soutènement comme sur la convergence finale du tunnel soutenu. Au niveau de la pression d'équilibre, la plage de variation est importante, de l'ordre de  $\pm 25\%$ . Bien que dans les cas étudiés ici la pression limite du soutènement ne soit jamais atteinte (avec l'hypothèse d'un anneau continu), les variations restent très significatives vis-à-vis de l'optimisation des dispositions constructives par rapport à l'étude d'un unique cas moyen.

Les convergences sont susceptibles de varier du simple (cas le plus raide) au quintuple. Pour les modules sécants inférieurs à 200-250 MPa, ce qui a été rencontré dans environ 45 % des essais de laboratoire (dissymétrie de la distribution de type lognormale, voir Figure 50), le seuil empirique de 1 % de déformation est d'ailleurs franchi, pouvant laisser envisager de plus fortes difficultés de creusement. Il faut néanmoins souligner que les plus faibles modules sont aussi associés aux plus faibles rayons plastiques du fait de l'accroissement de la pression d'équilibre ( $R\xi \approx 7$  m dans le cas le plus déformable contre environ 8.50 m dans le cas le plus raide).

Le coefficient de Poisson sécant (« nu50% » sur le graphique) présente une influence beaucoup moins marquée que le module d'Young sur le dimensionnement. Bien que la convergence y reste relativement sensible ( $\pm 10\%$  sur les cas étudiés), les pressions d'équilibre (et de fait le rayon plastique) varient peu.

On notera enfin que la modification du module d'Young comme du coefficient de Poisson entraîne des variations nulles à faibles des courbes de pression interstitielle en paroi en fonction de  $\sigma_i$ . Toutefois, les variations sensibles de la pression d'équilibre dans le cas du module d'Young induisent des différences notables de pression interstitielle en paroi, environ  $-300$  kPa /  $+300$  kPa autour du cas moyen. Notons qu'alors les plus forts rayons plastiques sont aussi associés aux phénomènes de succion, pouvant amener un certain effet stabilisateur additionnel à court terme.

➤ **Influence des paramètres du critère de rupture  $m$ ,  $\sigma_c$**

Dans la gamme de valeurs considérée le paramètre  $m$  du critère de Hoek-Brown influe faiblement sur la position du point d'équilibre. Les convergences sont affectées sur une amplitude modérée, de l'ordre de 10 %, et ne dépassent pas le seuil empirique ( $\delta_R/R \approx 1\%$ ) de convergence relative. La pression sur le soutènement reste très proche de la valeur moyenne, avec des variations d'un calcul à l'autre non significatives, inférieures au pourcent. Il faut toutefois garder en mémoire que cette relative stabilité est liée en grande partie à l'évolution de  $\delta_{R0}$ , estimé par extrapolation des solutions de Gärber (2003) au critère de Hoek-Brown, qui conduit pour chaque valeur de  $m$ , par translation de la courbe de soutènement, à compenser quasi-exactement les modifications de la courbe de convergence. Ainsi, pour  $m$  faible, la plastification se développe malgré tout davantage autour du tunnel, comme en témoignent les valeurs de rayon plastique (environ 1 m de différence entre les cas  $m = 4$  et  $m = 8$ ).

Le paramètre  $\sigma_c$  (« sigma\_c » sur le graphique) conduit qualitativement à des constats similaires. Quantitativement toutefois, les variations enregistrées sur la position du point d'équilibre pour la

gamme de valeurs considérée sont plus fortes que pour  $m$ . L'amplitude constatée sur les convergences en paroi est de l'ordre de 15 à 20 % de la valeur du cas moyen, ce qui est sensible même si à nouveau le seuil  $\delta_R/R \approx 1\%$  n'est pas dépassé. Au niveau de la pression d'équilibre, l'amplitude des variations reste faible, de l'ordre de 5 % du cas moyen, ce qui comme précédemment est lié aux évolutions concomitantes de la courbe de convergence et de la droite de confinement (paramètre  $\delta_{R0}$ ). Les variations du rayon plastique à l'équilibre sont en revanche fortes, avec environ 2.50 m d'écart entre les valeurs extrémales de  $\sigma_c$ , une valeur maximale de l'ordre de 9.50 m étant obtenue pour  $\sigma_c = 0.5$  MPa.

Enfin, les fourchettes de valeurs des deux paramètres  $m$  et  $\sigma_c$  conduisent à des variations significatives des pressions interstitielles en paroi à l'équilibre (plusieurs centaines de kPa). Les charges hydrauliques n'évoluant que dans la zone plastique dans les modèles étudiés, ces variations reflètent en fait essentiellement l'extension plus ou moins importante de la plastification. Au final, les contraintes effectives dans la zone plastique restent pratiquement constantes suite au couplage hydromécanique, ce qui justifie également qu'il y ait peu de convergence supplémentaire en paroi.

#### ➤ **Influence du module de Biot $M$**

Le module de Biot  $M$  apparaît sur la Figure 60 comme le deuxième paramètre le plus influent sur la position des points d'équilibre convergence-confinement. En pratique, sur la fourchette de valeurs retenue, la convergence est susceptible de s'écarter d'environ 20 % du cas moyen et la pression d'équilibre présente une amplitude de 12 %. On notera en revanche que, contrairement à d'autres paramètres (résistance à la compression simple  $\sigma_c$  e.g.), l'accroissement de la convergence pour les faibles valeurs de  $M$  s'accompagne d'une nette réduction de la pression sur le soutènement. Le cas le plus défavorable correspond donc aux fortes valeurs de  $M$ , qui sont celles mesurées en laboratoire

Il est également intéressant de remarquer qu'une influence véritablement significative de ce paramètre n'apparaît que pour une variation supérieure à un ordre de grandeur. Cette situation est envisageable d'après Fredlund & Rahardjo (1993), en fonction de la quantité d'air dissous dans le fluide interstitiel notamment, mais elle n'a pu être véritablement quantifiée dans le cadre des essais de laboratoire (la limite basse des valeurs de  $M$  a été fixée arbitrairement).

On notera enfin d'après les graphiques présentés en annexe que malgré une influence modérée sur le rayon plastique à l'équilibre, la valeur de  $M$  est susceptible d'induire des différences de plusieurs centaines de kPa sur les pressions interstitielles en paroi. Ce constat apparaît logique dans la mesure où le module de Biot a une influence forte sur le couplage pression interstitielle / déformation volumique (voir équation 1.5 par exemple).

#### ➤ **Influence des autres paramètres du modèle ( $b$ , $\psi$ )**

Le coefficient de Biot  $b$  et la dilatance  $\psi$  ne conduisent pas à des écarts vraiment significatifs par rapport au cas moyen. Sur les différentes situations synthétisées en Figure 60, la pression d'équilibre comme la convergence ne s'écarteront pas de plus de 1 à 2 % de la valeur moyenne. L'influence de ces deux paramètres apparaît par ailleurs très faible sur les valeurs de rayon plastique à l'équilibre et reste peu marquée sur les pressions interstitielles en paroi.

On notera toutefois que la pente des ensembles de points d'équilibre correspondants sur le diagramme peut laisser envisager, dans des situations géotechniques différentes où ces paramètres connaîtraient une plus forte plage de variation, une influence plus nette sur la pression finale d'équilibre en paroi.

➤ **Influence de la pression interstitielle initiale  $p_0$**

La pression interstitielle initiale  $p_0$  (« P.I. » sur le graphique) constitue un cas à part puisqu'il ne s'agit pas d'un paramètre du modèle lié à la variation naturelle du matériau mais plutôt d'un facteur in situ qui est mal appréhendé du fait d'insuffisances dans les reconnaissances instrumentées. L'analyse de son influence permet au projeteur d'examiner si le prédimensionnement du projet peut en être affecté de manière sensible et s'il est alors nécessaire de réaliser des investigations complémentaires in situ. L'étude a porté ici sur une large gamme de pressions interstitielles initiales, de 50 à 1100 kPa.

Au niveau de la position du point d'équilibre dans le plan contrainte radiale en paroi – déplacement (Figure 60), l'influence de ce facteur apparaît comparable à celle constatée antérieurement pour  $\sigma_c$ , soit une amplitude par rapport au cas moyen de l'ordre de 20 % sur la convergence et des variations plus modérées (4 à 5 % du cas moyen) sur la pression d'équilibre. De plus, la valeur de  $p_0$  modifiant le niveau des contraintes effectives, le critère de rupture en est directement affecté, ce qui se traduit par une variation marquée des rayons plastiques (plus de 2 m d'écart entre les cas extrêmes à l'équilibre, voir annexe B2).

Au niveau des pressions interstitielles en paroi, la valeur de  $p_0$  présente aussi de manière évidente une influence significative. Toutefois, on notera que les écarts entre les différents cas d'étude sont en partie compensés par le fait que les plus fortes valeurs de  $p_0$  induisent aussi les plus forts rayons plastiques, d'où une chute de la charge hydraulique plus marquée. Au final, les pressions interstitielles en paroi à l'équilibre se trouvent dans une fourchette d'environ -300 kPa / +300 kPa autour du cas moyen.

➤ **Synthèse**

L'analyse menée ici est bien entendu tributaire des fourchettes de valeurs retenues pour les différents paramètres, relativement typiques néanmoins des contextes de molasses (sauf pour les coefficients de Biot dont la fourchette a été volontairement élargie). Elle permet de montrer que pour le tunnel d'Arbus le paramètre prépondérant pour le dimensionnement du soutènement est la valeur du module d'Young, sur lequel il serait utile de disposer d'une moindre variabilité. Le modèle de Fahey-Carter, éliminant une partie de la dispersion par une prise en compte appropriée de l'influence de l'état de contraintes, permettra d'apporter de premières réponses (voir ci-après).

Le module de Biot  $M$  présente également une influence significative sur le point d'équilibre et les pressions interstitielles en paroi lorsqu'il varie de plusieurs ordres de grandeur. Il reste toutefois difficile de déterminer la pertinence de cette analyse au regard des conditions in situ en n'ayant aucune information précise sur d'éventuelles différences de compressibilité du fluide entre le site d'Arbus et le laboratoire. On soulignera que la situation la plus défavorable pour le soutènement est relevée pour les fortes valeurs de  $M$ , correspondant aux essais de laboratoire.

Les autres paramètres du modèle présentent des influences beaucoup plus modérées sur les points d'équilibre dans le plan contrainte radiale en paroi – déplacement : les valeurs de pression sur le

soutènement restent très proches du cas moyen, et les convergences, quoique plus variables, n'atteignent jamais le seuil empirique  $\delta_R/R \approx 1\%$  (pour la rigidité de soutènement considérée ici). On notera toutefois que les paramètres du critère de rupture  $m$  et  $\sigma_c$  influent significativement sur les valeurs de rayon plastique et de pression interstitielle en paroi et méritent donc d'être pris en considération.

Le facteur « pression interstitielle initiale »  $p_0$  reste aussi un élément important, en particulier vis-à-vis de l'extension de la plastification et du déplacement en paroi à l'équilibre ; il serait certainement utile de mieux l'appréhender grâce à des mesures in situ. Les variations enregistrées autour de la valeur de ce facteur confirment aussi le caractère relativement factice de la comparaison avec le critère de Tresca proposée en section 3.3.2, cette approche monophasique ne prenant par définition pas en compte les pressions interstitielles.

Les conclusions énoncées ici sur l'influence des différents paramètres seraient à reconsidérer pour le cas du tunnel non soutenu ou d'un soutènement placé très loin du front (cas  $\sigma_i \approx 0$  sur les graphiques en annexe B2). L'analyse de la pression d'équilibre n'a alors plus vraiment d'intérêt et les principaux critères de comparaison concernent la convergence, les pressions interstitielles en paroi et le rayon plastique. Au niveau des valeurs de convergence, la gamme des modules d'Young  $E_{50\%}$  reste alors indiscutablement l'élément prépondérant, mais ce paramètre a un effet nul sur les pressions interstitielles en paroi et le rayon plastique. Ensuite, les paramètres à prendre prioritairement en compte seraient (dans l'ordre) : le module de Biot  $M$  (s'il est susceptible de varier de plusieurs ordres de grandeur), les paramètres du critère de rupture  $\sigma_c$  puis  $m$ , le coefficient de Poisson  $\nu_{50\%}$  et la dilataance  $\psi$ , puis le paramètre de Biot  $b$  dont les valeurs ont une influence négligeable sur le dimensionnement dans les situations étudiées ici.

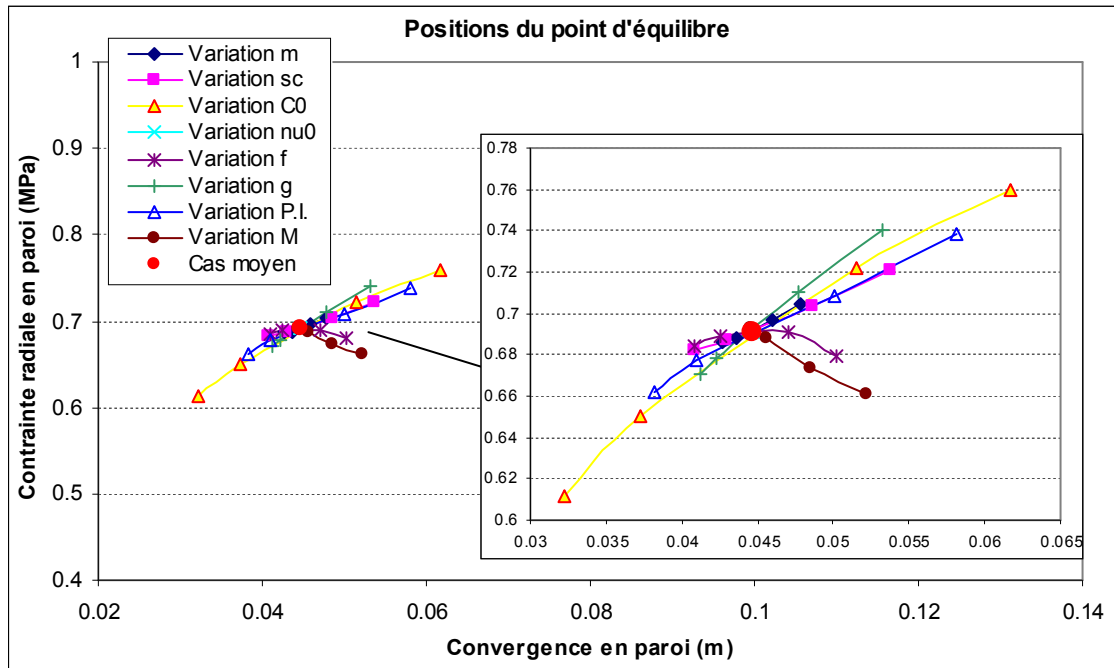
On notera enfin que dans les configurations tardivement ou pas soutenues (ou pour des soutènements de faible rigidité), les pressions interstitielles sont susceptibles d'atteindre des valeurs particulièrement faibles, correspondant à des succions pouvant dépasser la pression d'entrée d'air du matériau : une désaturation devient alors envisageable, rendant discutable la représentativité des modèles de calcul utilisés ici.

### **3.3.3.3 Modélisation élastique non-linéaire parfaitement plastique (modèle de Fahey-Carter)**

Dans la continuité de l'étude présentée dans la section précédente, l'influence de la variabilité des paramètres du Tableau 17 sur une modélisation à élasticité non linéaire (modèle de Fahey-Carter) a été examinée. L'intérêt est de pouvoir prendre en compte de manière plus appropriée les non-linéarités du matériau et la dépendance des modules tangents à l'état de contraintes, ce qui devrait limiter en partie les incertitudes soulignées antérieurement.

Les résultats des calculs sont présentés en annexe B3 et la Figure 61 ci-après synthétise une partie des valeurs obtenues, au niveau de la position du point d'équilibre. Seuls les paramètres du modèle de Fahey-Carter et ceux ayant une influence notable sur le dimensionnement ont été représentés. L'échelle du graphique principal (non zoomé) est la même que celle de la Figure 60 afin de permettre

les comparaisons. Outre un déplacement global des points d'équilibre (réduction de la contrainte radiale en paroi et de la convergence), on observe en évidence une réduction importante de l'incertitude de dimensionnement. En effet, même si certains paramètres voient leur influence croître par rapport à l'élasticité linéaire (voir ci-après), la prise en compte de la dépendance des modules à l'état de contraintes permet de réduire fortement la variabilité issue du modèle d'élasticité.



**Figure 61 : Synthèse des positions du point d'équilibre à l'issue de l'étude de sensibilité sur le cas élastique non-linéaire parfaitement plastique à court terme, avec modèle de Fahey-Carter, les paramètres variant suivant le Tableau 17**

➤ **Influence des paramètres élastiques de Fahey-Carter ( $C_0$ ,  $\nu_0$ ,  $f$ ,  $g$ )**

Le paramètre  $C_0$ , qui caractérise principalement dans les essais triaxiaux la valeur du module tangent initial (en fonction de la contrainte moyenne effective), présente l'influence prépondérante, avec des variations de la pression d'équilibre de l'ordre de  $\pm 10\%$  par rapport au cas moyen et d'environ  $\pm 30$  à  $40\%$  sur les convergences. Ces valeurs, bien inférieures aux fourchettes identifiées sur  $E_{50\%}$  précédemment, restent tout à fait raisonnables par rapport au prédimensionnement des solutions techniques de soutènement pour le cas considéré ici. On notera en outre que l'on n'est plus amené ici à dépasser le critère de  $1\%$  de convergence relative et que les points d'équilibre restent suffisamment loin de la pression maximale admissible par la structure composite.

Le paramètre  $\nu_0$  présente une influence négligeable sur l'ensemble des critères de comparaison considérés (convergence, pression sur le soutènement, pression interstitielle en paroi, rayon plastique).

Le paramètre  $f$ , qui pilote dans les essais triaxiaux le niveau de déformation nécessaire pour atteindre le critère de rupture ( $f = 1$  renvoyant le contact à l'infini), montre une influence modérée ( $\pm 10\%$  par rapport au cas moyen environ) sur la convergence en paroi et quasi-négligeable sur la pression d'équilibre, pour la gamme de valeurs considérée ici. Ce paramètre pèse en revanche très fortement sur la position du rayon plastique ; le cas  $f = 0.87$  n'induit par exemple aucune plastification même en

décharge totale, alors que le rayon plastique atteint presque 10 m pour les valeurs les plus faibles. Notons que cela ne se traduit néanmoins pas par des différences majeures sur les courbes de pression interstitielle car l'effet du couplage hydromécanique se manifeste dans le modèle de Fahey-Carter bien avant le rayon plastique (en outre, les contraintes effectives varient assez peu dans la zone plastique).

La valeur de  $g$  permet essentiellement de caractériser la vitesse de développement des non-linéarités par rapport au module tangent initial, sous sollicitation déviatorique. Ce paramètre présente donc une influence faible sur le rayon plastique, ainsi que sur les pressions interstitielles en paroi (modification de courbure essentiellement, voir graphique en annexe B3). En revanche, le « délai » plus ou moins important d'apparition du comportement non-linéaire induit nécessairement une modification des courbes de convergence, qui apparaît significative pour la gamme de valeurs déterminée par les essais de laboratoire. Au final, une amplitude autour du point d'équilibre d'environ 30 % sur la convergence et d'environ 10 % sur la pression reçue par le soutènement, avec un effet prépondérant des plus faibles valeurs de  $g$ , est relevée.

➤ ***Influence des paramètres du critère de rupture ( $m, \sigma_c$ )***

La sensibilité du modèle aux paramètres  $m$  et  $\sigma_c$  apparaît légèrement supérieure à celle relevée sur le cas avec élasticité linéaire examiné antérieurement. Cela semble logique car les caractéristiques du critère de rupture interviennent aussi dans les formulations pseudo-élastiques du modèle de Fahey-Carter. Les comportements restent néanmoins assez similaires et les mêmes commentaires que dans la section 3.3.3.2 peuvent être formulés. On notera que pour les plus fortes valeurs de  $m$  et  $\sigma_c$ , les calculs avec le modèle de Fahey-Carter conduisent à l'absence de plastification au point d'équilibre, ce qui n'était pas observé dans les calculs effectués précédemment.

➤ ***Influence du module de Biot  $M$***

Au niveau de la position des points d'équilibre, la sensibilité du modèle au module de Biot  $M$  apparaît inférieure à celle observée dans le cas élastique linéaire parfaitement plastique. Même pour une chute de deux ordres de grandeur de  $M$ , on ne s'écarte ici que de quelques pourcents de la pression d'équilibre relevée dans le cas moyen. L'influence est en revanche un peu plus forte sur les convergences.

Au niveau de la position du rayon plastique, les valeurs de  $M$  étudiées conduisent à l'opposé à des variations plus fortes que dans le cas avec élasticité linéaire. Les non-linéarités du modèle de Fahey-Carter permettant le développement du couplage hydromécanique bien avant le rayon plastique, la valeur de  $M$  conditionne l'amplitude des chutes de pression interstitielle dans la phase élastique, ce qui se traduit directement sur les contraintes effectives et donc l'atteinte du critère de rupture.

➤ ***Influence de la pression interstitielle initiale  $p_0$***

La pression interstitielle initiale dans le massif constitue avec le modèle de Fahey-Carter un facteur nettement plus influent sur le dimensionnement du tunnel. Si la sensibilité du rayon plastique et des pressions interstitielles en paroi reste approximativement similaire au cas avec élasticité linéaire, les

points d'équilibre présentent une variabilité beaucoup plus marquée. La pression d'équilibre varie sur une amplitude de l'ordre de 10 % autour du cas moyen, et pour la convergence en paroi les variations sont de l'ordre de -15% / +30 % sur la gamme de valeurs étudiée. En pratique, il s'agit ici du deuxième paramètre le plus influent sur la modélisation, indiquant clairement la nécessité d'approfondir les reconnaissances par une instrumentation in situ appropriée (sondes de pression interstitielle, etc.).

Cette sensibilité plus marquée s'explique notamment par la dépendance du module de cisaillement  $G_0$  à la contrainte moyenne effective, donc à la pression interstitielle, ce qui vient se superposer dès l'origine de la courbe caractéristique du terrain aux autres effets identifiés pour le cas élastique linéaire.

### ➤ *Synthèse*

L'analyse menée sur le cas avec élasticité non linéaire révèle les multiples intérêts de ce type de modélisation. Outre une possible meilleure estimation des convergences soulignée antérieurement, la prise en compte de la dépendance des modules à l'état de contrainte permet de supprimer une source d'imprécision et de limiter sensiblement la dispersion observée sur le cas élastique linéaire. L'influence du niveau de pression interstitielle initial apparaît en revanche plus marquée, mais l'incertitude pourrait être largement circonscrite par une instrumentation in situ adéquate.

On notera également pour conclure que seuls trois paramètres du modèle d'élasticité ( $C_0$ ,  $f$  et  $g$ ) apparaissent véritablement influents sur les résultats de calcul, ce qui au final n'ajoute qu'un paramètre par rapport au cas linéaire.

## **3.3.4 Comment dimensionner ?**

### **3.3.4.1 Généralités sur le dimensionnement et la variabilité des paramètres géotechniques**

Usuellement, le calcul des tunnels conduit à découper le massif en tronçons homogènes en terme de contraintes in situ et / ou de propriétés géotechniques (paramètres des modèles de calculs) et à effectuer des calculs pour vérifier la tenue de l'ouvrage. Chaque tronçon est alors caractérisé par un unique jeu de paramètres, correspondant à des valeurs moyennes (éventuellement minorées), permettant de justifier par un calcul déterministe le choix de tel ou tel soutènement (déplacement et pression admissibles).

Ici l'étude menée sur les différents sondages par essais de laboratoire a montré que l'on pouvait difficilement limiter la variabilité des paramètres par un zonage spatial. Seuls quelques indices comme la siltosité du matériau sont apparus pertinents, mais uniquement pour le critère de rupture, et il n'est pas certain qu'ils soient véritablement exploitables sur le chantier du fait de la structure lenticulaire de la formation. Le projeteur se retrouve donc réduit à aborder le dimensionnement sur la base des incertitudes par paramètre issues de l'étude de sensibilité précédente. Comment alors établir la fourchette de valeurs la plus probable, par exemple pour les points d'équilibre massif-soutènement ? Chaque paramètre présentant une certaine influence sur le dimensionnement, il est probable que leurs



différents effets se superposent, en s'additionnant ou non, et aboutissent à une gamme d'options de dimensionnement relativement étendue. En contrepartie, de multiples cas (comme par exemple le cumul de tous les effets défavorables sur la pression de soutènement) sont très peu probables dans la réalité du terrain.

Une analyse de Monte-Carlo pourrait par exemple fournir des indications intéressantes sur la répartition probable des caractéristiques évaluées ici (rayon plastique, pression interstitielle, pression sur le soutènement et convergence) en prenant en compte les fonctions de distribution des différents paramètres. Une telle étude sort toutefois du périmètre du présent travail ; il faut reconnaître également que les processus de calcul développés restent insuffisamment automatisés pour permettre sa réalisation dans des délais raisonnables.

Nous proposons donc de manière alternative d'obtenir des valeurs indicatives par l'utilisation de la méthode des estimations ponctuelles de Rosenblueth (1981), également envisagée pour les dimensionnements par Hoek (1998). Pour  $k$  variables aléatoires  $X_1, X_2, \dots, X_k$  supposées indépendantes, de distribution symétrique, une estimation raisonnable des trois premiers moments de la fonction  $Y(X_1, X_2, \dots, X_k)$  suffisamment régulière au voisinage des  $X_i$  peut être obtenue en :

- remplaçant la fonction de répartition de chaque variable  $X_i$  par une estimation en deux points centrés sur la moyenne et espacés d'un écart-type, dont les trois premiers moments sont identiques à la fonction de répartition initiale ;
- en calculant toutes les combinaisons possibles de ces différentes valeurs, soit  $2^k$  calculs, et en déduisant de la répartition des résultats les moments de  $Y$  recherchés.

La méthode est applicable également pour des distributions dissymétriques et/ou des variables dépendantes, mais plus complexe à mettre en œuvre. On trouvera dans Rosenblueth (1981) les éléments complémentaires correspondants et quelques indications sur la qualité de cette évaluation.

#### **3.3.4.2 Paramètres retenus pour l'évaluation**

Nous considérons donc que tous les paramètres présentent une distribution symétrique – ce qui n'est pas nécessairement le cas dans la réalité (modules d'Young e.g.) – et nous calculons les moyennes et écarts-types directement à partir des essais de laboratoire.

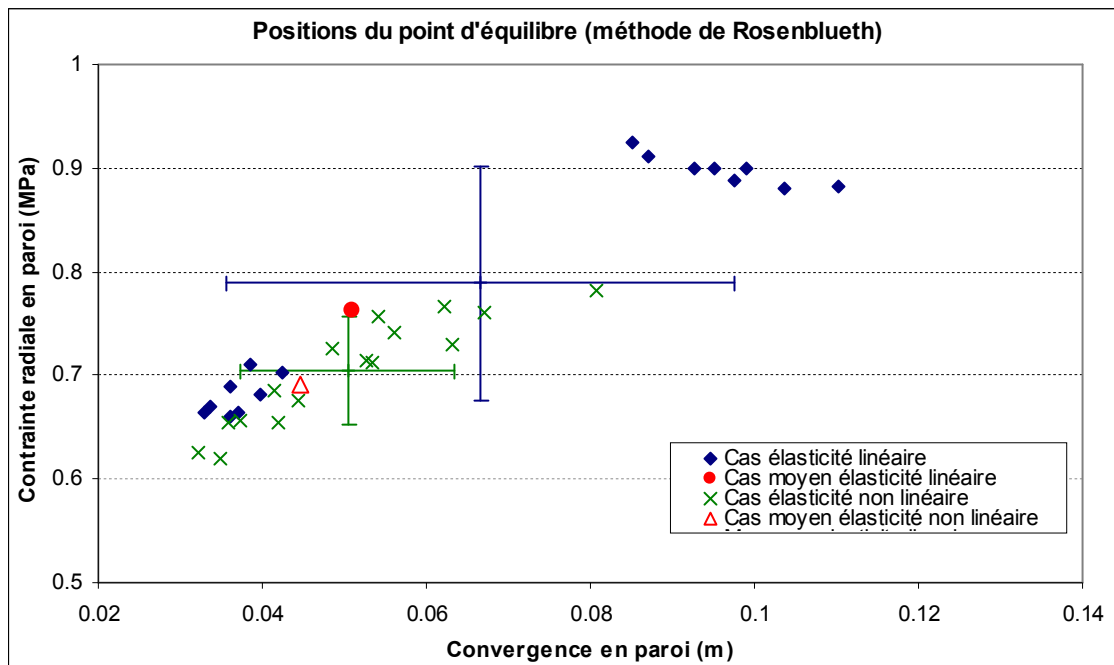
Pour réduire le nombre de calculs à effectuer, seuls les paramètres les plus influents identifiés antérieurement sont retenus pour l'évaluation. Le module de Biot  $M$  est écarté de notre analyse car l'étude de sensibilité menée précédemment avait été effectuée sur une gamme de valeurs artificiellement étendue (dont la pertinence vis-à-vis des conditions in situ est difficile à évaluer), les valeurs mesurées dans les essais conduisant par ailleurs à une influence négligeable (voir Figure 55 et graphiques en annexe B2). La pression interstitielle est fixée à 550 kPa (cas « moyen ») en considérant que l'incertitude sur ce facteur pourrait être facilement réduite par des mesures in situ.

Les paramètres retenus au final sont présentés dans le Tableau 20. Les valeurs moyennes sont celles déjà déterminées antérieurement. Les écarts-types sont calculés directement à partir des essais de laboratoire. On remarquera, en référence à une distribution normale, que les fourchettes retenues initialement dans le Tableau 17 correspondaient ainsi pour ces différents paramètres à des probabilités d'occurrence d'environ 90 %.

Modélisation	Paramètre	Moyenne	Écart-type	Estimations ponctuelles	
				Point 1	Point 2
Élasticité linéaire + Hoek-Brown	$E_{50\%}$	280 MPa	145 MPa	135 MPa	425 MPa
	$\nu_{50\%}$	0.28	0.06	0.22	0.34
	$m$	6	1.2	4.8	7.2
	$\sigma_c$	1 MPa	0.34 MPa	0.66 MPa	1.34 MPa
Élasticité non linéaire de Fahey-Carter + Hoek-Brown	$C_0$	370	90	280	460
	$f$	0.60	0.17	0.43	0.77
	$g$	1.70	0.86	0.84	2.56
	$\sigma_c$	1 MPa	0.34 MPa	0.66 MPa	1.34 MPa

**Tableau 20 : Valeurs des paramètres retenues pour la méthode des estimations ponctuelles de Rosenblueth**

Une synthèse des résultats de modélisation est présentée sur la Figure 62, en distinguant les points issus du modèle élastique linéaire parfaitement plastique de ceux issus du modèle non linéaire de Fahey-Carter. Le graphique indique également le cas moyen déterminé antérieurement pour chacun des modèles (voir 3.3.2.3), et sous forme de « croix » la moyenne et une amplitude d'un écart-type obtenues par la méthode de Rosenblueth. Par rapport aux simples études de sensibilité des paragraphes précédents, l'intérêt de la méthode d'estimation ponctuelle saute aux yeux dans la mesure où elle permet une visualisation beaucoup plus complète de la gamme probable des dimensionnements.



**Figure 62 : Positions du point d'équilibre massif / soutènement par la méthode des estimations ponctuelles de Rosenblueth, avec élasticité linéaire (bleu) ou élasticité non linéaire de Fahey-Carter (vert). Les croix indiquent un intervalle de +/- 1 écart-type autour de la moyenne des résultats.**

Dans le cas élastique linéaire parfaitement plastique, l'étude reste toutefois d'une représentativité limitée : en effet, les modules présentent une variabilité trop forte par rapport aux autres paramètres et leur distribution est trop dissymétrique. Cela correspond à deux limitations importantes de la méthode, ce qui conduit sur la Figure 62 à deux groupes de points distincts au lieu d'un « nuage » encadrant la moyenne. Par rapport au « cas moyen » calculé avec la moyenne des paramètres, la méthode de Rosenblueth permet néanmoins de cerner raisonnablement la pression d'équilibre, mais surévalue la convergence en paroi. Même si les capacités du soutènement ne sont pas dépassées, la variabilité apparaît au final très importante et il sera délicat de prescrire des optimisations sur cette base. L'approche à élasticité linéaire ne restera donc intéressante pour le tunnel d'Arbus que s'il est possible de limiter l'incertitude sur les modules par des investigations complémentaires ou des observations in situ corrélables aux propriétés du matériau.

Dans le cas avec élasticité non linéaire de Fahey-Carter, la prise en compte de la dépendance des modules à l'état de contraintes permet, comme souligné précédemment, de réduire nettement les incertitudes et de proposer un prédimensionnement plus fiable. La moyenne des cas calculés par la méthode de Rosenblueth se rapproche d'ailleurs nettement du « cas moyen » évalué antérieurement. La méthode indique ici qu'une optimisation du soutènement pourrait être recherchée, la valeur de rupture du soutènement composite  $p_s^{max} \approx 1.1$  MPa (sous l'hypothèse d'un anneau continu) restant bien supérieure à la gamme de points d'équilibre prévisibles. Le critère de convergence de 1 % n'est de plus que rarement dépassé dans ce cas.

### 3.3.5 Conclusion sur l'étude à court terme

L'étude à court terme menée ici a permis la pleine exploitation des méthodes de calcul développées dans la partie 2 du mémoire pour le cas non drainé. Elle a mis en évidence l'intérêt de ces outils simples permettant de réaliser de nombreux calculs sur un temps court et d'étudier ainsi l'influence des différents paramètres du milieu sur le dimensionnement. Les incertitudes résultantes peuvent alors être évaluées, par exemple avec des méthodes simplifiées comme les estimations ponctuelles de Rosenblueth.

Il ressort de l'étude de sensibilité que, sur les gammes de valeurs prévisibles pour le tunnel d'Arbus, la variabilité du module d'Young est très nettement prépondérante sur la position du point d'équilibre massif-soutènement dans le cas d'une analyse élastique linéaire parfaitement plastique avec critère de Hoek-Brown. En pratique, sachant que la dispersion est en partie liée à une erreur de « modèle » (module indépendant de l'état de contrainte) et compte-tenu de l'incertitude résultante, il semblerait judicieux de ne pas utiliser cette méthode de calcul au-delà d'un prédimensionnement sommaire ; sinon de nouveaux critères seraient à établir pour rattacher les modules à des observations physiques et ainsi réduire localement la fourchette des valeurs envisageables. Un autre point notable est l'influence modérée sur le dimensionnement final des paramètres les plus difficiles à caler (les coefficients de Biot  $b$  et  $M$  en particulier). Cela permet de valider les hypothèses effectuées lors de l'analyse des essais de laboratoire, la démarche correspondante ayant peu d'impact sur le résultat final.

Le cas avec élasticité non linéaire est particulièrement intéressant. Il montre qu'une meilleure prise en compte de la dépendance des modules à l'état de contraintes permet, sur la base du même ensemble

d'essais de laboratoire, d'affiner sensiblement le dimensionnement et de limiter les incertitudes. On remarque au niveau de l'étude de sensibilité l'influence négligeable du paramètre  $\nu_0$  et l'impact faible de  $f$  sur la pression d'équilibre. On note également que les rayons plastiques apparaissent nettement plus faibles dans le modèle de Fahey-Carter, mais il faut rappeler que ce modèle traduit une forme « d'endommagement » du matériau (« pseudo-élasticité »), ce qui limite la représentativité du point précis de contact avec le critère de rupture. Le modèle de Fahey-Carter permet aussi de représenter des perturbations hydrauliques nettement plus loin dans le massif (par rapport au cas élastique linéaire parfaitement plastique) ce qui se rapproche des observations typiques in situ dans des formations argileuses (Bernier *et al.* (2007) e.g.).

On notera enfin que l'étude rappelle la nécessité d'affiner la connaissance des pressions interstitielles initiales dans le massif, qui modifient sensiblement le comportement au creusement, et que les erreurs « de modèle » correspondant au choix de tel ou tel critère de rupture apparaissent ici dans l'ensemble plus faibles que celles issues de la variabilité des paramètres géotechniques.

### **3.4 ÉLÉMENTS COMPLÉMENTAIRES : ÉQUILIBRE À LONG TERME, CAS DE CONTRAINTES NON HYDROSTATIQUES**

#### **3.4.1 Introduction**

L'analyse à court terme du comportement du tunnel, telle qu'examinée précédemment, constitue un élément clé pour la bonne maîtrise du processus de creusement. Néanmoins, il ne s'agit que d'une étape intermédiaire vers l'ouvrage définitif, qui subira au cours de ses premières années de vie diverses sollicitations additionnelles. Nous proposons donc ci-après un premier complément d'étude examinant la mise en place des équilibres à long terme.

Plus précisément, dans des contextes de sols indurés roches tendres de type molassique rencontrés ici, on peut envisager les effets principaux suivants (voir section 1.2.3) :

- les phénomènes de gonflement sous imbibition ;
- le fluage du matériau ;
- l'évolution différée par rééquilibrage des pressions interstitielles.

Ces trois phénomènes vont induire des modifications de l'état de contraintes et de déformations autour du tunnel, remettant en cause les conditions d'équilibre mécanique déterminées à court terme. Bien que l'existence des phénomènes de gonflement sous imbibition et de fluage ait été démontrée en laboratoire pour les matériaux d'Arbus, la modélisation de leur développement au cours du temps peut revêtir des formes relativement complexes qui sortent des limites de ce travail. Ils ont donc été ignorés en première approche et les calculs présentés ci-après se limitent à la prise en compte des évolutions

différées par couplage hydromécanique, du fait de la modification progressive du régime hydraulique. L'importance de ces effets différés sur le dimensionnement de l'ouvrage a notamment été soulignée par Gärber (2003).

Au-delà de ce premier travail complémentaire permettant d'aborder de manière plus complète la vie de l'ouvrage, il a également paru intéressant de jauger l'importance des hypothèses de la méthode convergence-confinement sur les calculs présentés. Outre l'aspect 2D de la méthode, qui a été discuté antérieurement et dont les inconvénients ont pu être en partie compensés par la prise en compte des travaux de Gärber (2003), l'un des points qui est apparu le plus critiquable est l'hypothèse de contraintes initiales isotropes. Le rapport  $K0$  entre les contraintes effectives horizontales et verticale apparaît usuellement compris entre 0.5 et 1, en fonction des propriétés des matériaux et de l'historique du site ayant favorisé ou non le développement des pressions horizontales. Bien que les contextes argileux se prêtent usuellement aux fortes valeurs de  $K0$ , la profondeur modérée du tunnel d'Arbus et l'histoire géologique du site a priori peu perturbé mécaniquement ne peuvent permettre d'exclure des rapports plus faibles. Une analyse complémentaire est donc proposée dans les paragraphes suivants pour un cas de contraintes initiales non hydrostatiques, correspondant au rapport  $K0 = 0.5$ .

Les différents calculs introduits ici ne pouvant être effectués de manière analytique, des modélisations numériques par éléments finis sous CESAR-LCPC ont été mises en œuvre, en utilisant le module de consolidation non linéaire CSNL spécifiquement reprogrammé pour permettre la prise en compte du critère de rupture de Hoek-Brown. Le modèle de Fahey-Carter n'ayant pu être ajouté à ce module dans le cadre du doctorat, les analyses resteront limitées aux cas élastiques linéaires parfaitement plastiques.

### 3.4.2 Étude de l'équilibre à long terme

#### 3.4.2.1 Modèle de calcul et hypothèses

Le cas étudié ici est le cas moyen élastique linéaire parfaitement plastique établi dans les sections précédentes (voir Tableau 17). L'étude des évolutions hydromécaniques à partir de l'équilibre court terme déterminé antérieurement par la méthode convergence confinement peut s'effectuer à partir d'un simple modèle 1D axisymétrique tel que présenté sur la Figure 63. Le maillage est constitué d'éléments quadrangulaires avec une interpolation quadratique ; les éléments au voisinage de la paroi ont une extension radiale de 10 cm, ceux à l'extrémité du modèle d'environ 2.20 m.

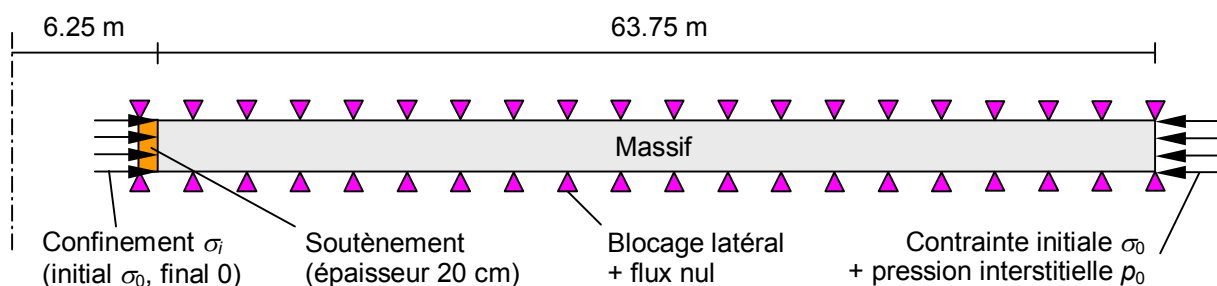


Figure 63 : Schéma de principe du modèle 1D axisymétrique utilisé pour l'étude du comportement à long terme (le blocage latéral correspond à des rouleaux)

Bien que dans la réalité un revêtement soit mis en œuvre à l'issue de la phase de creusement, il a été choisi ici de conserver les propriétés initiales du soutènement afin de ne pas biaiser les comparaisons court terme / long terme à l'issue de la phase de modélisation.

La démarche de calcul a été la suivante :

- excavation du tunnel par diminution rapide de la contrainte en paroi jusqu'à  $\sigma_i \approx 0.396\sigma_0$ , taux de déconfinement correspondant à la valeur de  $\delta_{R0}$  calculée antérieurement par la méthode de Gärber ;
- activation du soutènement et fin du déconfinement, avec drainage intrados autorisé. En tout, le déconfinement total est effectué sur environ 5h30 ce qui constitue bien un cas « non drainé » au regard de la perméabilité du matériau ;
- évolution sur 20 ans avec drainage intrados.

On remarquera que seul le cas d'un soutènement perméable, avec drainage, a été examiné. Le cas d'une imperméabilisation complète du tunnel n'a ici pas d'intérêt en termes d'ingénierie dans la mesure où elle conduit à long terme à un retour à l'état initial des charges hydrauliques, engendrant une pression additionnelle sur le soutènement néfaste à l'équilibre global. En outre, le béton projeté présente une perméabilité plus forte que le matériau du site et ne constitue pas une imperméabilisation (écoulement interstitiel, fissures, etc.).

### 3.4.2.2 Analyse des résultats

#### ➤ Évolution des pressions interstitielles

La Figure 64 présente l'état des pressions interstitielles au sein du massif, à l'issue du creusement non drainé (cas « court terme ») puis à diverses étapes du processus d'évolution : 1 semaine, 1 mois, 4 mois, 2 ans, 10 ans, 20 ans.

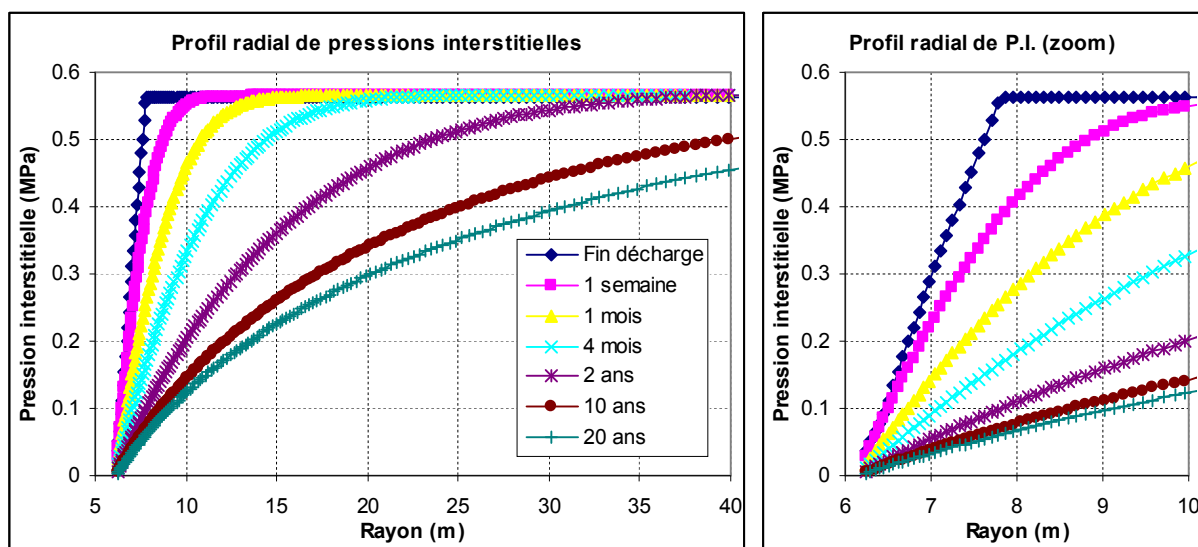


Figure 64 : Évolution des pressions interstitielles au cours du temps dans le massif, après creusement, sur 20 ans (drainage intrados)

Suite à la chute initiale de charge hydraulique dans la zone plastique, liée au couplage hydromécanique, le système évolue progressivement vers le régime permanent associé aux deux conditions aux limites imposées :  $p = 0$  en paroi et  $p = p_0$  sur le bord extérieur du modèle (70 m). La courbe obtenue après 20 ans correspond approximativement à la solution de Laplace (2.75).

La lenteur des phénomènes de rééquilibrage est manifeste. On remarquera par exemple que plusieurs mois après le creusement le régime final est encore loin d'être atteint. On examine dans les paragraphes suivants l'effet de ces modifications hydrauliques sur le comportement mécanique et les critères usuels de dimensionnement du tunnel.

### ➤ Évolution des contraintes et déplacements

L'évolution des contraintes et déplacements au voisinage du tunnel entre la situation « court terme » (creusement) et la situation « long terme » (après 20 ans) est représentée sur la Figure 65.

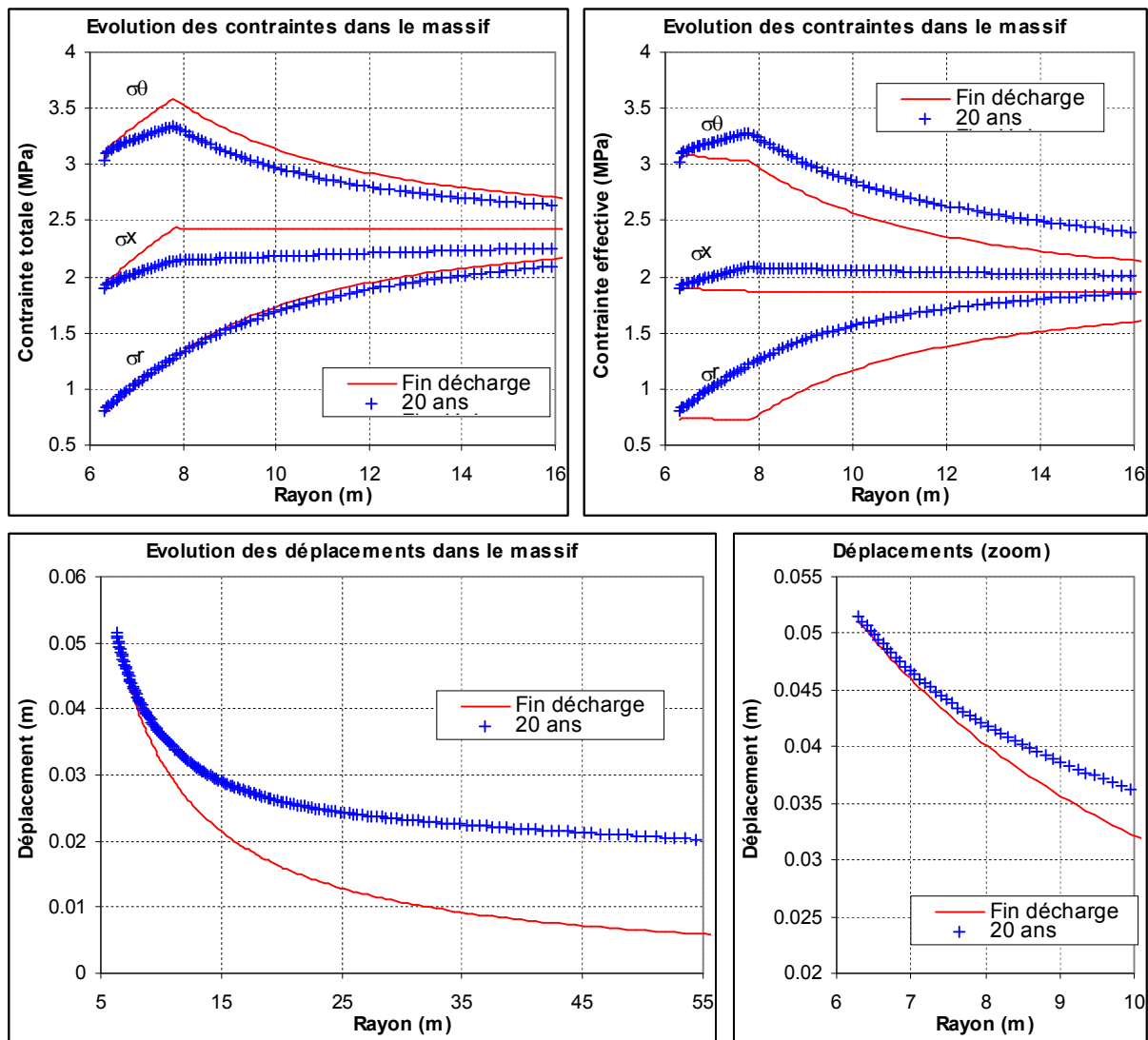


Figure 65 : Évolution des contraintes totales et effectives et des déplacements dans le massif entre la fin du creusement et la situation calculée à 20 ans

On remarque l'accroissement des contraintes effectives, qui vient compenser la chute de pression interstitielle, traduisant le report des charges du fluide vers la structure minérale (consolidation). Au niveau du rayon plastique (environ 7.8 m pour l'équilibre à court terme en fin de décharge, voir Tableau 19), l'évolution se traduit par une « recompression » de la zone plastique, qui repasse dans le domaine élastique. Il n'apparaît ainsi plus de zone plastique en fin d'évolution (à 20 ans), même si le terrain conserve la mémoire de l'existence d'un équilibre « court terme » à travers la forme des courbes de contraintes longitudinale ou orthoradiale (voir Figure 65). Il est intéressant aussi d'observer que la contrainte totale en paroi traduisant l'équilibre avec le soutènement n'évolue quasiment pas.

Au niveau des déplacements, l'évolution en paroi reste également négligeable, mais les déformations s'accroissent à distance du tunnel. L'étude menée sur le cas drainé dans la partie 2.4 permet de comprendre ce phénomène, en se référant pour simplifier au cas purement élastique. Les équations (2.75), (2.90) et (2.91) montrent en effet que même en l'absence de modification des contraintes aux limites, la simple chute de pression interstitielle conduit à des déformations volumiques proportionnelles à la décharge hydraulique :

$$\varepsilon_r + \varepsilon_\theta = \frac{b}{\lambda + 2\mu}(p_0 - p)$$

L'établissement du régime permanent drainé induit donc une contraction d'ensemble du modèle qui s'initie à la paroi du tunnel et croît progressivement jusqu'à ses limites extérieures, même en l'absence d'évolution des contraintes en paroi. Ici, le principe reste le même avec toutefois d'autres effets venant se superposer dans la zone plastique, comme l'influence de la dilatance ou le rééquilibrage d'éventuelles succions liées à la décharge mécanique, plus difficiles à apprécier qualitativement.

### **3.4.2.3 Conclusion sur l'équilibre à long terme**

Au final, l'évolution des contraintes, déplacements et pressions interstitielles à l'intérieur du massif apparaît tout à fait significative, avec la mise en place progressive d'un régime hydraulique permanent et une extension des déformations vers l'extérieur du modèle, à rapprocher de l'étude du cas « drainé ». On relève également le phénomène de « recompression » de la zone plastique, ramenant le voisinage du tunnel dans le domaine élastique à long terme.

Néanmoins, ces modifications substantielles ne se traduisent pas, dans le cas d'une paroi perméable, par une évolution importante de l'équilibre massif – soutènement. La convergence et la pression sur le soutènement ne changent quasiment pas. En fait, ce type de constat avait déjà été effectué par Gärber (2003) qui montrait que le point d'équilibre ne subissait des mouvements notables que :

- lorsque des succions fortes étaient présentes en paroi à l'issue de la phase de creusement (ce qui aurait pu se produire ici pour de plus grands rayons plastiques) et pour des matériaux très dilatants ;
- lorsque le revêtement du tunnel était imperméable.

Au final, notre analyse vient donc simplement confirmer ce résultat de la littérature et souligne l'importance d'une bonne évaluation de l'équilibre à court terme, qui se trouve de fait dimensionnant, dans le cas du revêtement perméable (et lorsque les autres effets différés sont négligeables).



### 3.4.3 Cas des contraintes initiales non hydrostatiques : $K0 = 0.5$

#### 3.4.3.1 Modèle de calcul et hypothèses

Le cas des contraintes initiales non hydrostatiques a été étudié à partir d'un modèle 2D dont le principe est représenté sur la Figure 66. Le maillage est constitué d'éléments quadrangulaires avec une interpolation quadratique ; les éléments au voisinage de la paroi ont une extension radiale de 10 cm, ceux à l'extrémité du modèle d'environ 5 m. Les forces de confinement sont calculées pour compenser exactement la contrainte initiale anisotrope ( $\sigma_0^V = 2.42$  MPa,  $\sigma_0^H = 1.485$  MPa), puis elles sont diminuées progressivement pour simuler l'excavation. Cette méthode permet de choisir facilement le taux de déconfinement atteint à la pose du soutènement : ici, en l'absence de données sur le comportement en situation de contrainte anisotrope, la même valeur que dans le cas isotrope a été retenue, soit  $\sigma_t \approx 0.396\sigma_0$  en tout point de la paroi du tunnel. Comme dans l'étude précédente, seul le soutènement a été modélisé (pas d'ajout de revêtement à l'issue de l'excavation).

Pour le matériau, les propriétés retenues sont à nouveau celles correspondant au cas moyen élastique linéaire parfaitement plastique (voir Tableau 17). Le phasage excavation / soutènement / évolution à long terme est le même que pour le modèle de la section 3.4.2.

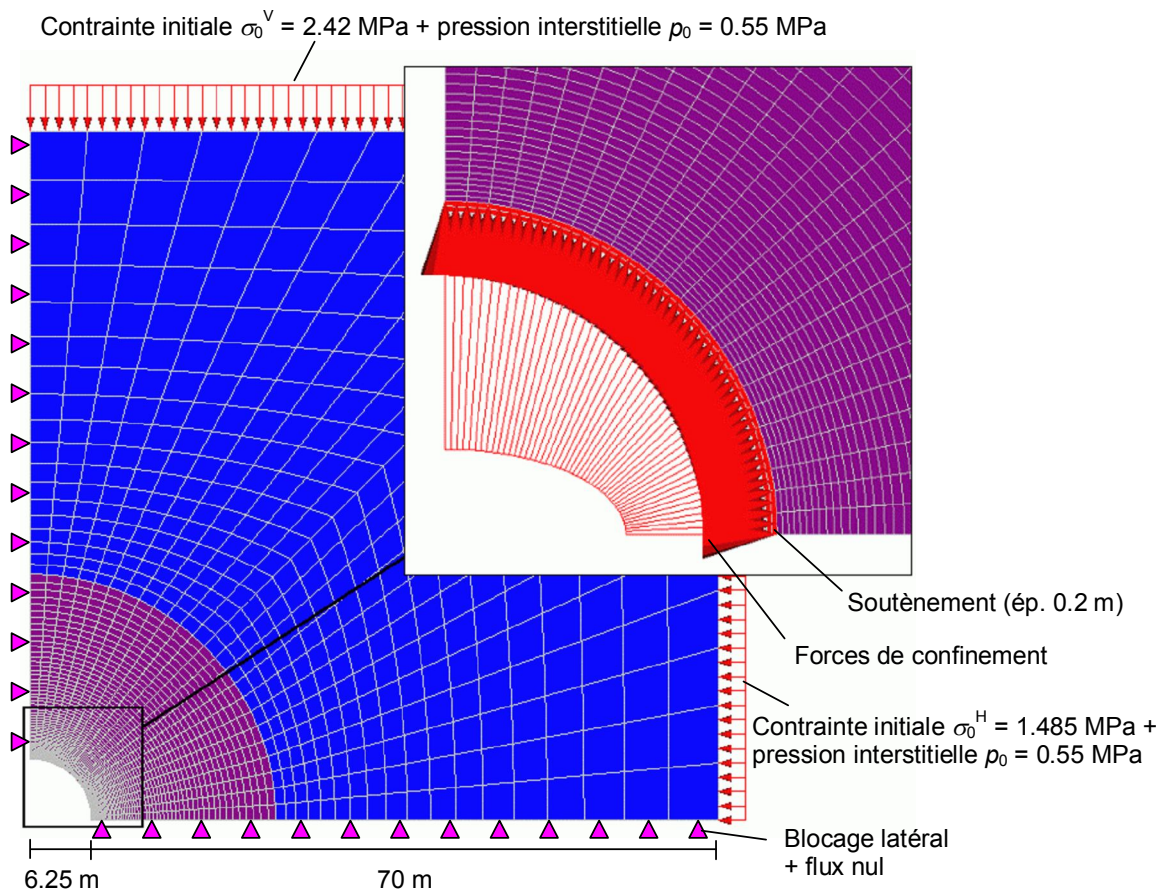


Figure 66 : Modèle bidimensionnel utilisé pour l'étude du cas de contraintes initiales anisotropes ( $K0 = 0.5$ )

### 3.4.3.2 Analyse des résultats

#### ➤ Remarques préliminaires

En préambule de l'analyse des résultats, il est utile d'examiner qualitativement les modifications apportées par une contrainte initiale non isotrope sur le comportement d'une excavation. On peut se fonder par exemple pour cela sur les études de Detournay & Cheng (1988) ou de Carter & Booker (1982), qui présentent à partir d'une méthode de résolution analytique l'état des contraintes, déformations et pressions interstitielles dans le massif pour un cas purement élastique.

L'examen des pressions interstitielles est plus particulièrement intéressant. Nous avons montré dans le cas isotrope qu'à court terme, pour un matériau élastique, la charge hydraulique ne variait pas autour du tunnel durant la décharge mécanique. Ce résultat était essentiellement lié au caractère symétrique de la sollicitation, engendrant une déformation volumique nulle, ne perturbant pas les pressions interstitielles. La contrainte initiale non hydrostatique remet en cause ce constat : les déformations volumiques tendent à devenir positives (compressions) suivant l'axe horizontal et négatives (expansion) suivant l'axe vertical. Detournay & Cheng (1988) indiquent l'expression littérale des pressions interstitielles dans le cas élastique :

$$p(r) = p_0 - \frac{4}{3} \frac{\sigma_0^V - \sigma_0^H}{2} \frac{bM}{K_0 + b^2M} (1 + \nu_u) \frac{R^2}{r^2} \cos(2\theta)$$

où  $\theta$  désigne l'angle par rapport à la contrainte principale majeure (ici  $\sigma_0^V$ )  
 $\nu_u$  désigne le coefficient de Poisson non drainé

Cela conduit à une variation de la pression interstitielle nulle à 45° des contraintes principales (comme dans le cas isotrope) et à deux distributions symétriques de  $p(r) - p_0$ , l'une positive l'autre négative, suivant les axes de l'ellipse des contraintes initiales.

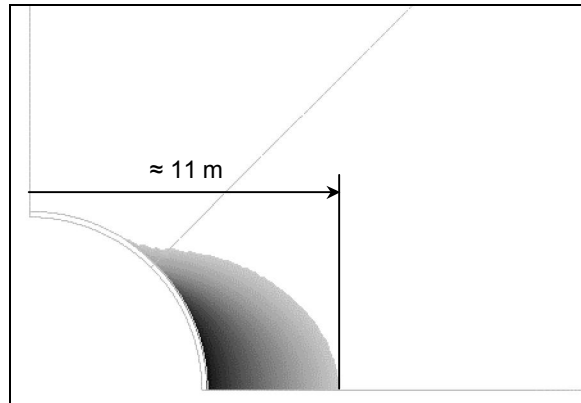
Bien que le cas élastoplastique amène des modifications comportementales additionnelles, on peut donc s'attendre approximativement à un cumul des effets de la plasticité (entraînant par couplage une chute de pression interstitielle au voisinage de la paroi) avec une tendance comportementale générale d'augmentation ou de diminution des charges hydrauliques en fonction de l'axe considéré. Compte-tenu de l'étude de sensibilité de la section 3.3.3.2 sur l'influence de la pression interstitielle et de l'analyse à long terme de la section 3.4.2, on peut aussi s'attendre, suivant la direction considérée, à des effets différents de l'évolution des pressions interstitielles sur l'équilibre massif-soutènement.

Les résultats du calcul élastoplastique pour le tunnel d'Arbus sont présentés en annexe B4, pour trois directions : verticale ( $\theta = 0^\circ$ ), horizontale ( $\theta = 90^\circ$ ) et intermédiaire ( $\theta = 45^\circ$ ).

#### ➤ Pressions interstitielles, rayon plastique

La répartition des pressions interstitielles autour du tunnel correspond bien aux comportements attendus (voir annexe B4). Suivant l'axe horizontal, l'accroissement de la charge hydraulique dans la zone élastique est compensée au voisinage de la paroi par la chute correspondant à la plastification, conduisant à une courbe avec maximum intermédiaire, tout à fait singulière par rapport au cas

isotrope. Suivant l'axe vertical au contraire, l'absence de plastification (voir Figure 67) induit une répartition assez régulière, avec l'apparition d'une succion sur environ deux mètres. La remontée des pressions interstitielles sur les premiers centimètres est liée au début de drainage intrados (actif durant la pose du soutènement). Le profil intermédiaire ( $\theta = 45^\circ$ ) apparaît perturbé par la dissymétrie des comportements volumiques identifiés suivant les deux axes orthogonaux précédents, ce qui provoque malgré une faible plastification des modifications hydrauliques remontant assez loin dans le massif (près de 20 m).



**Figure 67 : Zone plastique autour du tunnel en fin de creusement, à l'équilibre massif-soutènement, dans le cas  $K_0 = 0.5$**

À long terme, le milieu évolue vers un régime permanent correspondant à la solution de Laplace dans toutes les directions. L'amplitude des variations de pression au cours du temps dépend donc exclusivement de l'état obtenu en fin de creusement, conduisant ici à des changements forts suivant l'axe horizontal mais limités suivant l'axe vertical.

#### ➤ *Contraintes principales*

Comme cela apparaît en annexe B4, le cas  $K_0 = 0.5$  remet en cause l'ordonnement simple des contraintes principales (radiale, orthoradiale) caractéristique du cas isotrope. La contrainte radiale en particulier ne reste une contrainte principale que suivant les axes  $\theta = 0^\circ$  et  $\theta = 90^\circ$ . Pour toutes les autres directions des rotations des contraintes principales se produisent au sein du massif : on notera par exemple que pour  $\theta = 45^\circ$  la contrainte radiale ne correspond pas exactement à la contrainte principale mineure au contact massif – soutènement. On relèvera aussi pour  $\theta = 0^\circ$  la modification de l'ordre des contraintes principales en fonction de la distance à la paroi du tunnel, même en l'absence de rotation.

On retrouve bien sur les diagrammes de contraintes les différences d'amplitude de plastification en fonction de la direction considérée : jusqu'à  $r \approx 11$  m à l'horizontale, sans zone plastique à la verticale, sur quelques décimètres pour le profil incliné à  $45^\circ$ . On note également les pressions d'équilibre massif – soutènement variables autour du tunnel, à mettre en relation avec les convergences en paroi (voir ci-après).

L'évolution au cours du temps des contraintes apparaît conforme à ce que l'on pouvait attendre à partir de l'analyse des pressions interstitielles. Les modifications sont faibles suivant l'axe vertical où la charge hydraulique varie assez peu, mais beaucoup plus marquées suivant l'axe horizontal.

Contrairement au cas isotrope, la contrainte radiale en paroi ne reste pas quasi-constante au cours du temps, une évolution significative est observée entre la situation court terme (fin du creusement) et long terme (après 20 ans).

#### ➤ **Déplacements**

Le graphique des déplacements met principalement en évidence la disparité des situations autour du tunnel, avec des convergences en paroi pouvant aller du simple au double suivant la direction considérée. Au-delà de ce constat classique, il est intéressant de relever que, même si le comportement global au cours du temps reste proche du cas isotrope (accroissement des déplacements à distance du tunnel en particulier), une sensibilité accrue se manifeste au voisinage de la paroi. En particulier, dans les deux directions verticale et horizontale, l'écart de convergence court terme / long terme apparaît désormais significatif, avec un effet de recompression pour  $\theta = 90^\circ$  (diminution de la convergence, augmentation de la pression sur le soutènement), et de relaxation pour  $\theta = 0^\circ$ .

Il est rappelé pour mémoire que dans le cas  $\theta = 45^\circ$  la direction du vecteur déplacement n'est en réalité pas parfaitement radiale.

#### **3.4.3.3 Conclusion sur le cas des contraintes initiales non hydrostatiques**

À l'issue de cette courte étude, l'influence du coefficient  $K0$  sur le comportement du massif autour du tunnel se révèle importante (même si le choix relativement arbitraire du taux de déconfinement mériterait d'être approfondi). Que ce soit au niveau de la localisation de la zone plastique, de l'évolution des pressions interstitielles ou de la répartition des contraintes et des déplacements autour du tunnel, des modifications majeures apparaissent par rapport au cas isotrope.

La dernière représentation graphique en annexe B4 permet d'avoir une vue synthétique de ces différents aspects au regard de la position des points d'équilibre, critiques pour le dimensionnement. La résistance maximale du soutènement telle que définie dans le cas isotrope n'est pas atteinte, mais on observe autour du tunnel une large gamme de pressions en paroi et de convergences (un calcul de structure plus détaillé pourrait d'ailleurs être nécessaire pour vérifier la tenue à la flexion par exemple). En pratique, les variations relevées sont du même ordre de grandeur que les incertitudes recensées du fait de la dispersion des paramètres géotechniques (voir Figure 62). De plus, même avec l'hypothèse d'un soutènement perméable, la différence court terme / long terme, négligeable dans le cas isotrope, devient ici significative : la fourchette de valeurs à prendre en compte pour le dimensionnement augmente d'ailleurs sensiblement, les pressions sur le soutènement ayant tendance à s'accroître au cours du temps pour  $\theta = 90^\circ$  et à diminuer pour  $\theta = 0^\circ$ . On remarque toutefois que le cas moyen isotrope reste d'une représentativité grossière mais acceptable vis-à-vis de ces différents cas possibles, et pourrait servir d'ordre de grandeur à un stade d'étude préliminaire.

La contrainte initiale hydrostatique apparaît donc comme une hypothèse assez forte des méthodes de calcul développées ici. Elle mériterait autant que possible d'être vérifiée par des mesures in situ pour disposer d'un point de vue critique sur la représentativité des résultats.

### **3.5 CONCLUSION DE LA TROISIÈME PARTIE**

La dernière partie de ce mémoire a permis le développement d'un cas d'application mettant en lumière l'intérêt et les principales difficultés des méthodes de prédimensionnement développées dans les sections antérieures. Le projet choisi, le tunnel d'Arbus, correspond à un contexte de sol induré roche tendre de type molassique, dont les caractéristiques physiques et mécaniques se prêtent bien à la mise en œuvre de modèles couplés utilisant le critère de rupture de Hoek-Brown. Il a fait l'objet d'un programme d'essais de laboratoire relativement étendu, mais non spécifiquement adapté à la détermination de paramètres poro-élasto-plastiques, ce qui rapproche le cas d'un ouvrage étudié de manière « courante », sans programme de recherche particulièrement approfondi.

L'analyse des résultats d'essais de laboratoire a été volontairement détaillée dans notre approche : elle montre à quel point le choix de simples valeurs moyennes pour les dimensionnements de tunnels dans des contextes de matériaux intermédiaires sols – roches peut être excessivement simplificateur. Des fourchettes de variation ont été établies ici, en se basant sur diverses hypothèses concernant la dispersion des résultats ou le calcul de certains paramètres à partir de données incomplètes ( $b$ ,  $M$  par exemple). On retiendra au final la quasi-impossibilité d'identification de sous-ensembles cohérents permettant de réduire les incertitudes dans ce contexte de molasses argilo-marneuses à gréseuses. Outre les paramètres de Biot, les valeurs les plus délicates à déterminer se sont révélées être la résistance à la compression simple (pour le critère de Hoek-Brown), du fait de l'impossibilité de garantir le caractère « drainé » de la sollicitation, et le module d'Young, du fait de la multiplicité des cas envisageables (modules sécants / tangents / en décharge-recharge / etc.) et de la forte dispersion des valeurs dans tous les cas.

À partir de ces éléments, l'étude de sensibilité a permis d'identifier si les incertitudes recensées représentaient ou non une source d'erreur forte vis-à-vis du dimensionnement du soutènement. Les méthodes utilisées ont été celles développées dans la deuxième partie du mémoire : *elles ont montré à ce stade de l'étude un intérêt fort, permettant d'examiner approximativement une centaine de cas de calcul dans un temps limité et de caractériser ainsi l'influence des divers paramètres du modèle géotechnique sur le point d'équilibre massif / soutènement*. Pour le tunnel d'Arbus, le paramètre le plus influent s'est révélé être dans le cadre d'une modélisation élastique linéaire parfaitement plastique la valeur du module d'Young. On notera l'impact relativement faible du coefficient de Biot  $b$ , mais l'influence plus marquée du module de Biot  $M$  si des variations de plus d'un ordre de grandeur sont prévisibles. Ces constats ont néanmoins permis de valider, en l'absence d'une meilleure caractérisation, l'idée de détermination approximative de ces paramètres proposée lors de l'exploitation des essais.

La comparaison de ces résultats avec ceux issus du modèle à élasticité non-linéaire de Fahey-Carter a en outre conduit à mettre en évidence les multiples intérêts d'une représentation plus précise de la déformabilité des terrains :

- suppression du problème de choix d'un module tangent / sécant / etc. ;

- réduction de l'incertitude initiale sur le module du fait de la prise en compte de la dépendance à l'état de contraintes, se répercutant sur le dimensionnement ;
- meilleure représentation de l'évolution du massif, avec en particulier une perturbation des pressions interstitielles par l'excavation plus étendue radialement.

L'incertitude finale sur le dimensionnement a pu être caractérisée par une approche probabiliste simplifiée (estimations ponctuelles de Rosenblueth), ce qui a confirmé l'amélioration des estimations issues du modèle à élasticité non linéaire. Elle a aussi permis de montrer que même si, individuellement, nombre de paramètres du modèle de calcul gardent une influence réduite sur l'équilibre massif – soutènement, la superposition des différents cas possibles conduit à une gamme de valeurs de pression en paroi et de convergence relativement étendue.

Ce tableau positif sur l'utilité des méthodes de calcul simplifiées issues de l'approche convergence – confinement développées dans ce mémoire ne doit toutefois pas faire oublier le biais initial introduit par leurs hypothèses (voir section 2.2). L'hypothèse de contrainte initiale isotrope se révèle à travers les calculs numériques présentés en fin de chapitre relativement forte, l'étude du cas  $K0 = 0.5$  montrant une variabilité de la pression sur le soutènement autour du tunnel du même ordre de grandeur que celle issue des paramètres géotechniques. Cette limitation peut toutefois être associée à toutes les méthodes de calcul de tunnel axisymétriques. Il convient également de ne pas omettre l'existence d'un équilibre à long terme, lié en particulier au rééquilibrage des pressions interstitielles : pour le tunnel d'Arbus, comme le laissaient supposer les travaux de Gärber (2003), cet aspect n'est toutefois pas apparu prépondérant sur le dimensionnement du soutènement dans le cas d'une structure perméable si  $K0 \approx 1$ . L'influence est en revanche plus marquée pour  $K0 \approx 0.5$ . Un dernier biais est introduit par la définition du taux de déconfinement, associé au déplacement  $\delta_{R0}$  à la pose du soutènement. L'utilisation des travaux de Gärber a permis une estimation raisonnable prenant en compte les phénomènes de couplage hydromécanique et l'interaction massif – soutènement dans le cas élastique linéaire parfaitement plastique et axisymétrique. Toutefois, une validation plus approfondie, qui sort du cadre de ce travail, serait appréciable pour le cas de l'élasticité non linéaire de Fahey-Carter.



## **CONCLUSION ET PERSPECTIVES**

En lien avec le constat que les méthodes analytiques de calcul de tunnels utilisant directement le critère de rupture de Hoek-Brown (et profitant de fait des nombreux développements empiriques associés pour la caractérisation mécanique du milieu) restent encore assez peu développées, ce doctorat a permis de s'intéresser aux spécificités de comportement des matériaux intermédiaires sols / roches et à leur prise en compte dans une démarche de dimensionnement. Le travail, mené à partir d'approches relevant de la mécanique des roches et des sols, a poursuivi systématiquement un objectif d'applicabilité des solutions développées, en favorisant des méthodes simples, peu coûteuses en temps pour les utilisateurs, et en concevant des outils pratiques pour leur mise en œuvre.

La première partie du mémoire, de nature majoritairement bibliographique, a permis de rassembler les connaissances sur les caractéristiques des sols indurés et roches tendres et d'examiner les difficultés susceptibles de survenir lorsque ces matériaux sont rencontrés dans un contexte d'ouvrage souterrain. Il en est ressorti un panel de situations envisageables relativement large, lié à la diversité des structures géologiques pouvant être englobées dans les « S.I.R.T. », avec néanmoins des tendances communes comme une résistance moyenne à faible, l'importance des couplages hydromécaniques ou l'évolution de la déformabilité en fonction de l'état de contrainte. Le choix a été fait de privilégier dans ce travail les phénomènes intervenant dans la réponse à court terme des matériaux (ce qui correspond à l'étude d'un soutènement), l'approche à long terme n'étant abordée pour mémoire qu'en fin de document.

L'étude bibliographique a également permis d'examiner les multiples aspects des démarches usuelles de dimensionnement des tunnels, incluant les principaux modèles mécaniques utilisés, la caractérisation des propriétés du massif à partir d'observations in situ (RMR, Q, AFTES, etc.) et en laboratoire ou les différentes méthodes de calcul envisageables (empirisme, réactions hyperstatiques, convergence-confinement, modèles numériques, etc.). La difficulté de prise en compte des particularités des matériaux intermédiaires sols / roches a ainsi pu être mise en évidence : en dehors des méthodes numériques (de mise en œuvre plus complexe), aucune approche simplifiée de prédimensionnement n'apparaissait en mesure de prendre en compte les spécificités de comportement des S.I.R.T., plus particulièrement les non-linéarités du critère de rupture et des relations contraintes-déformations ou l'influence des pressions interstitielles.

La deuxième partie du mémoire a donc consisté à développer des extensions adaptables aux S.I.R.T. de la méthode convergence-confinement, largement utilisée dans la pratique et permettant une prise en compte satisfaisante de l'interaction entre le massif et le soutènement. Les calculs se sont fondés sur une formalisation inspirée de travaux de Carranza-Torres & Fairhurst (1999) pour la représentation du critère de rupture de Hoek-Brown et de Biot (1941) ou Coussy (1991) pour le traitement des propriétés poro-élasto-plastiques du milieu. Après une présentation des principales équations régissant le système en conditions axisymétriques, une démarche de complexification progressive a été mise en œuvre. Le cas monophasique a été ré-examiné pour mémoire, avec un certain nombre de compléments aux



solutions présentes dans la littérature, comme une nouvelle forme adimensionnelle du critère de rupture et le traitement des problèmes de régime d'arête. L'étude s'est ensuite concentrée sur des cas biphasiques, pour aboutir à des solutions analytiques ou semi-analytiques de convergence dans les situations drainée (creusement infiniment lent) ou non-drainée (creusement infiniment rapide). Les calculs prennent en compte la compressibilité des différents constituants et les résultats ont pu être systématiquement exprimés par des formulations explicites ou par des équations solubles via des méthodes numériques simples à un pas. Dans chaque cas un outil de résolution sous forme de tableur a ainsi pu être proposé, permettant la visualisation des contraintes et déformations au sein du massif et la détermination des courbes caractéristiques du terrain. Toutes les solutions développées ont été validées avec succès par comparaison avec des calculs par éléments finis. Enfin, une approche poro-élastoplastique complémentaire, en configuration non-drainée, utilisant le modèle non-linéaire de Fahey-Carter, a été mise en œuvre. Du fait d'une formulation plus complexe il a été nécessaire de faire appel à la méthode des matrices de transfert, mais les développements restent assez faciles à mettre en œuvre dans un logiciel de calcul formel : un exemple de programmation a pu être proposé.

La dernière partie du mémoire s'est intéressée à un cas d'application, le tunnel d'Arbus, dont les études d'avant-projet étaient en cours au début du doctorat. Cet ouvrage traverse des molasses du piémont Pyrénéen de nature argilo-marneuse à gréseuse, peu perméables, dont les propriétés correspondent bien à la définition d'un matériau intermédiaire sols / roches. Une analyse complète des essais de laboratoire a été présentée, de sorte à mettre en évidence les difficultés de détermination de certains paramètres des modèles (coefficients de Biot par exemple) à partir de programmes de reconnaissance « standard » et d'identifier la variabilité naturelle des propriétés du massif. L'étude de sensibilité menée sur cette base a clairement montré l'intérêt des outils de calcul simples développés dans la partie précédente, permettant d'examiner un grand nombre de situations sur un temps court et d'intégrer des notions d'incertitude dans le dimensionnement. L'analyse a également conduit à mettre en évidence les paramètres géotechniques les plus influents sur les points d'équilibre massif-soutènement, constituant des points clés pour la fiabilité de la conception. Dans le cas d'Arbus, le rôle du module d'Young est apparu particulièrement fort et la possibilité d'emploi de modèles à élasticité non linéaire s'est révélée d'un intérêt très significatif, permettant de réduire les incertitudes et de mieux appréhender le comportement du massif. Enfin, l'étude complémentaire par un modèle numérique de l'évolution à long terme et du cas de contraintes initiales anisotropes a révélé certaines limites de la modélisation simplifiée correspondant à l'approche convergence-confinement, l'hypothèse de contraintes in situ hydrostatiques apparaissant en particulier relativement forte dans une situation de comportement biphasique couplé.

Comme le soulignait déjà l'introduction de ce mémoire, l'histoire de la construction des tunnels est vaste et ancienne et emprunte actuellement autant à l'empirisme de ses débuts qu'aux développements mathématiques qui ont conduit à la mise en œuvre d'approches plus déterministes. Le travail de recherche présenté ici ne constitue dans cette perspective qu'un pas supplémentaire pour la prise en compte appropriée des propriétés du milieu naturel dans les travaux souterrains. À la croisée d'approches typiques de la mécanique des roches (critère de rupture de Hoek-Brown e.g.) et d'autres plus axées « mécanique des sols » (consolidation, étude des milieux poreux e.g.), il ouvre la voie à plusieurs pistes de réflexion additionnelles. La première concerne la méthode de dimensionnement susceptible d'être associée aux nouvelles formulations de courbes caractéristiques du terrain

présentées en partie 2. Si l'utilisation des travaux de Gärber (2003), conçus initialement pour le critère de rupture de Mohr-Coulomb, apparaît comme un choix raisonnable en l'état actuel des connaissances (voir partie 3), des adaptations pourraient être recherchées en direction du critère de Hoek-Brown ou de modèles à élasticité non linéaire comme celui de Fahey-Carter. Cela nécessiterait une étude dimensionnelle plus approfondie et un nombre important de calculs numériques 3D pour prendre en compte l'influence du front de taille et caractériser le profil de déformations longitudinales. Ce travail d'ampleur pourrait représenter à lui seul un nouveau sujet de doctorat.

Une autre extension particulièrement intéressante serait l'analyse critique des méthodes proposées ici par comparaison avec le comportement réel d'un ouvrage. À ce titre, l'instrumentation du tunnel d'Arbus au moyen d'extensomètres (appareillages à fibre optique placés à l'avant du front par exemple) associés à des mesures de convergence (fil invar), de pression interstitielle (sondes mises en œuvre en forage avant creusement), etc., et à des essais de laboratoire en cours de creusement apporterait des jeux de données très profitables. Il serait alors envisageable, en référence à la partie 3 du présent mémoire, d'évaluer la pertinence de la caractérisation retenue pour le matériau, y compris la variabilité des propriétés géotechniques, et d'examiner la représentativité des méthodes de calcul sur des paramètres objectifs comme les convergences, la pression sur le soutènement ou le profil radial de pression interstitielle. Nul doute qu'une telle démarche apporterait des éléments de réflexion additionnels et ouvrirait encore de nouvelles pistes de progrès.

A l'issue de ce travail, on ne peut dans tous les cas qu'encourager les bureaux d'études et chercheurs à se saisir des outils de calcul développés, à les expérimenter sur leurs projets dans des contextes de matériaux intermédiaires sols – roches, afin de tester in situ leur validité et d'en faire surgir de nouvelles interrogations.



# RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- AFTES (1983). "Recommandations sur l'emploi de la méthode convergence-confinement." Tunnels et ouvrages souterrains (59): 218-238.
- AFTES (1993). "Recommandations relatives au choix d'un type de soutènement en galerie." Tunnels et ouvrages souterrains Spec. 93.
- AFTES (2002). "La méthode convergence-confinement." Tunnels et ouvrages souterrains (170): 79-89.
- AFTES (2003). "Caractérisation des massifs rocheux utile à l'étude et à la réalisation des ouvrages souterrains." Tunnels et ouvrages souterrains (177): 138-186.
- Al Tabbaa, A. (1987). Permeability and stress-strain response of speswhite kaolin, University of Cambridge. **PhD**.
- Alfonsi, P., M. Gasc-Barbier and D. Virely (2006). "Modélisation numérique de la rupture d'une fondation sur versant rocheux : influence du modèle et des paramètres utilisés pour la fracturation". ELU-ULS - Symposium international sur les états limites ultimes des ouvrages géotechniques, Marne-la-Vallée, France, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, 175-182.
- Anagnostou, G. (1995). "The influence of tunnel excavation on the hydraulic head." International Journal for numerical and analytical methods in geomechanics **19**: 725-746.
- Aversa, S. and A. Evangelista (1998). "The Mechanical Behaviour of a Pyroclastic Rock: Yield Strength and "Destructuration" Effects." Rock Mechanics and Rock Engineering **31** (1): 25-42.
- Aydan, Ö., T. Akagi and T. Kawamoto (1993). "The Squeezing Potential of Rocks Around Tunnels ; Theory and Prediction." Rock Mechanics and Rock Engineering **26** (2): 137-163.
- Baldi, G., T. Hueckel, A. Peano and R. Pellegrini (1991). Developments in modelling of thermo-hydro-geomechanical behaviour of Boom Clay and clay-based buffer materials, ISMES Final report EUR 13365/1: 134.
- Bardet, J. P. (1990). "Hypoplastic Model for Sand." ASCE Journal of Engineering Mechanics **116** (9): 1973-1994.
- Barnichon, J.-D. (2002). "Contribution of the bounding surface plasticity to the simulation of gallery excavation in plastic clays." Engineering Geology (64): 217-231.
- Barnichon, J.-D. and G. Volckaert (2000). "Hydro-mechanical coupling in the Boom clay (Mol URL, Belgium): recent in situ observations, predictions and perspectives". International Workshop on Geomechanics: HM and THM behaviour of deep argillaceous rocks: Theory and Experiments, Paris, Ecole des Mines.
- Bartek, P. and B. Stempfeler (2002). "Les travaux dans une géologie difficile de la galerie de Finges (Suisse)." Tunnels et ouvrages souterrains (170): 73-78.
- Barton, N., R. Lien and J. Lunde (1974). "Engineering classification of rock masses for design of tunnel support." Rock Mechanics **6** (4): 189-236.
- Benamar, I. (1996). Etudes des effets différés dans les tunnels profonds. Paris, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées. **Thèse de doctorat**: 205.

- Bernaud, D., I. Benamar and G. Rousset (1994). "La "nouvelle méthode implicite" pour le calcul des tunnels dans les milieux élastoplastiques et viscoplastiques." Revue Française de Géotechnique (68).
- Bernier, F., X.-L. Li and W. Bastiaens (2007). "Twenty-five years' geotechnical observation and testing in the Tertiary Boom Clay formation." Geotechnique **57** (2): 229-237.
- Bieniawski, Z. T. (1973). "Engineering Classification of Jointed Rock Masses." Transactions South African Institution of Civil Engineers **15** (12): 335-344.
- Bieniawski, Z. T. (1989). *Engineering Rock Mass Classifications*. J. Wiley and sons. New York.
- Biot, M. A. (1941). "General theory of three-dimensional consolidation." Journal of Applied Physics **12**: 155-164.
- Bjerrum (1967). "Progressive failure in slopes in overconsolidated plastic clay and clay shales." ASCE Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division **93** (SM5): 3-49.
- Bobet, A. (2010). "Characteristic Curves for Deep Circular Tunnels in Poroplastic Rock." Rock Mechanics and Rock Engineering **43** (2): 185-200.
- Botte, J., P. Mean and J.-F. Tournery (1996). "Galerie d'aménée de l'aménagement Cleuson-Dixence - Traitement des accidents géologiques." Tunnels et ouvrages souterrains (138): 329-338.
- Bourgeois, E. (2002). "Tridimensional finite element analysis of settlements induced by tunnelling: the case of the mechanical precutting technique". Numerical Methods in Geotechnical Engineering, Paris, France, Presses de l'ENPC/LCPC, 561-566.
- Bourgeois, E., S. Coquillay and P. Mestat (2005). "Exemples d'utilisation d'un modèle élastoplastique avec élasticité non linéaire pour la modélisation d'ouvrages géotechniques." Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées (256-257 Numéro spécial CESAR-LCPC): 67-84.
- Bourgeois, E., D. Garnier and J.-F. Semblat (2002). "A 3D homogenized model for the analysis of bolt-reinforced tunnel faces". Numerical Methods in Geotechnical Engineering, Paris, France, Presses de l'ENPC/LCPC, 573-578.
- Brown, E. T., J. W. Bray, B. Ladanyi and E. Hoek (1983). "Ground Response Curves for Rock Tunnels." Journal of Geotechnical Engineering **109** (1): 15-39.
- Brown, E. T., J. W. Bray and F. J. Santarelli (1989). "Influence of stress dependant elastic moduli on stresses and strains around axisymmetric boreholes." Rock Mechanics and Rock Engineering **22**: 189-203.
- Carranza-Torres, C. (2004). "Elastoplastic solution of tunnel problems using the generalized form of the Hoek-Brown failure criterion. Proceedings of the ISRM SINOROCK 2004 Symposium China, May 2004." International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences **41** (3): 480-481.
- Carranza-Torres, C. and C. Fairhurst (1999). "The elasto-plastic response of underground excavations in rock masses that satisfy the Hoek-Brown failure criterion." International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences **36**: 777-809.
- Carranza-Torres, C. and J. Zhao (2009). "Analytical and numerical study of the effect of water pressure on the mechanical response of cylindrical lined tunnels in elastic and elasto-plastic porous media." International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences **46** (3): 531-547.
- Carter, J. P. and J. R. Booker (1982). "Elastic consolidation around a deep circular tunnel." International Journal of Solids and Structures **18** (12): 1059-1074.
- Celestino, T. B. (2005). "Shotcrete And Waterproofing For Operational Tunnels". AITES - ITA Workshop on Waterproofing, Sao Paulo, <http://www.ita-aites.org>.

- CETu (1998). Dossier pilote des tunnels - génie civil : section 3 conception et dimensionnement. Bron, France, Centre d'Etude des Tunnels: 34.
- CETu (2006). Autoroute A650 - Laison Pau-Oloron - Tunnel d'Arbus - Complément au dossier d'avant projet sommaire - 1- Rapport et 2- Annexes. E. Bieth. Lyon: 179.
- Chandler, R. J. (1969). "The effect of weathering on the shear strength properties of Keuper marl." Géotechnique **19** (3): 321-324.
- Chern, J. C., F. Y. Shiao and C. W. Yu (1998). "An empirical safety criterion for tunnel construction". Regional Symposium on Sedimentary Rock Engineering, Taipei, Taiwan, 222-227.
- Clayton, C. R. I. and J.-F. Serratrice (1993). "Les propriétés mécaniques et le comportement des sols indurés et des roches tendres. Rapport général de la session 2". Geotechnical Engineering of Hard Soils - Soft Rocks, Athens (Greece), A.A. Balkema, 1839-1877.
- Coll, C. (2005). Endommagement des roches argileuses et perméabilité induite au voisinage d'ouvrages souterrains. Grenoble, Université Joseph Fourier. **Thèse de doctorat**: 257.
- Corbetta, F. (1990). Nouvelles méthodes d'étude des tunnels profonds. Calculs analytiques et numériques., Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris. **Thèse de doctorat**.
- Corbetta, F., D. Bernaud and D. Nguyen Minh (1991). "Contribution à la méthode convergence-confinement par le principe de similitude." Revue Française de Géotechnique (54): 5-11.
- Corless, R. M., G. H. Gonnet, D. E. G. Hare, D. J. Jeffrey and D. E. Knuth (1996). "On the Lambert W function." Advances in Computational Mathematics **5**: 329-359.
- Coussy, O. (1991). Mécanique des milieux poreux. Paris, Editions Technip, 437.
- Cundall, P. A. (1971). "A computer model for simulating progressive, large scale movements of blocky rock systems". Symposium of the International Society of Rock Mechanics, Nancy, France, Paper II.8.
- Cussey, D., J. Delfaud, J. Neurdin, J. Revert, R. Sabrier, G. Thomas and M. Morales (1996). Géologie et Terroirs - deux complexes détritiques du piémont pyrénéen dans le Vic Bilh et le Jurançonnais, Association des Géologues du Sud-Ouest (AGSO): 84.
- De Boer, R., L. Shiffman and R. E. Gibson (1996). "The origins of the theory of consolidation : the Terzaghi-Fillunger dispute." Geotechnique **46** (2): 175-186.
- Delfaud, J., D. Cussey, A. Lavenue, J. Neurdin, P. Pailhe, J. Revert, R. Sabrier, G. Thomas, D. Chauvaud and F. Causse (1997). Modélisation d'un système de piémont - Des reliefs pyrénéens aux bassins molassiques gascons du Miocène au Quaternaire – Excursion des 19, 20, et 21 septembre 1996. A. d. S. Français. Paris, SGF af024.
- Descoedres, F. (2001). Géomécanique - Notes de cours - Chap. 4. Lausanne, EPFL, 12.
- Detournay, E. (1986). "Elastoplastic Model of a Deep Tunnel for a Rock with Variable Dilatancy." Rock Mechanics and Rock Engineering **19**: 99-108.
- Detournay, E. and A. H.-D. Cheng (1988). "Poroelastic response of a borehole in a non-hydrostatic stress field." International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanical Abstracts **25** (3): 171-182.
- Dobereiner, L. and M. H. De Freitas (1986). "Geotechnical properties of weak sandstones." Géotechnique **36** (1): 79-94.
- Dormieux, L., D. Kondo and F.-J. Ulm (2006). Microporomechanics, John Wiley & Sons, 328.
- Duffaut, P., J.-L. Durville, J.-P. Piguet and et al. (Comité Français de Mécanique des Roches) (2003). Chapitre 12 : La mécanique des roches pour l'ingénieur. Manuel de mécanique des roches - Tome 2 : les applications. Paris, Presses de l'Ecole des Mines de Paris: 459.
- Duffaut, P., J.-L. Durville, J.-P. Piguet and et al. (Comité Français de Mécanique des Roches) (2003). Chapitre 13 : Reconnaissance et auscultation des massifs rocheux. Manuel de

- mécanique des roches - Tome 2 : les applications. Paris, Presses de l'Ecole des Mines de Paris: 459.
- Duncan, J. M. and C.-Y. Chang (1970). "Nonlinear analysis of stress and strain in soils." Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Proc. ASCE: 1629-1653.
- Elliott, G. M. and E. T. Brown (1985). "Yield of a soft, high porosity rock." Géotechnique **35** (4): 413-423.
- Escoffier, S. (2002). Caractérisation expérimentale du comportement hydromécanique des argilites de Meuse/Haute-Marne. Nancy, Institut National Polytechnique de Lorraine. **Thèse de doctorat**.
- Fahey, M. (1992). "Shear modulus of cohesionless soil : variation with stress and strain level." Canadian Geotechnical Journal **29**: 157-161.
- Fahey, M. and J. P. Carter (1993). "A finite element study of the pressuremeter test in sand using a non linear elastic plastic model." Canadian Geotechnical Journal **30**: 348-362.
- Fenner, R. (1938). "Untersuchungen zur Erkenntnis des Gebirgsdruckes." Gluckhauf **74**: 681-695, 705-715.
- Fredlund, D. G. and H. Rahardjo (1993). Chap.8 : Pore Pressure Parameters. Soil Mechanics for Unsaturated Soils, John Wiley & Sons, Inc.: 178-184.
- Gärber, R. (2003). Design of deep galleries in low permeable saturated porous media. Département de Génie Civil. Lausanne, EPFL. **PhD**: 213.
- Gatmiri, B. and P. Magnin (1994). "Minimum time step criterion in FE analysis of unsaturated consolidation, model U-DAM". Numerical Methods in Geotechnical Engineering, Manchester, UK, A.A. Balkema, 43-50.
- Gens, A. and R. Nova (1993). "Conceptual bases for a constitutive model for bonded soils and weak rocks". Geotechnical Engineering of Hard Soils - Soft Rocks, Athens (Greece), A.A. Balkema, 485-494.
- Geological Society (1970). "The logging of rock cores for engineering purposes." Quarterly Journal of Engineering Geology **3** (1): 1-24.
- Ghazvinian, A. H., A. Fathi and Z. A. Moradian (2008). "Failure behavior of marlstone under triaxial compression." International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences **45** (5): 807-814.
- Giraud, A. (1993). Couplages Thermo-Hydro-Mécaniques dans les Milieux Poreux Peu Perméables : Application aux Argiles Profondes. Paris, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées. **Thèse de doctorat**: 269.
- Giraud, A., F. Homand and V. Labiouse (2002). "Explicit solutions for the instantaneous undrained contraction of hollow cylinders and spheres in porous elastoplastic medium." International Journal for numerical and analytical methods in geomechanics **26**: 231-258.
- Griffith, A. A. (1924). "Theory of rupture". First International Congress on Applied Mechanics, Delft, Netherlands, 55-63.
- Guilloux, A., R. Cojean, M. Dore, D. Fabre, M. Ghoyrechi, J.-B. Kazmierczak, Et al. and G. d. t. c. CFGI-CFMR-CFMS (2005). "Note sur la définition des "Sols Indurés Roches Tendres" (SIRT)." Revue Française de Géotechnique (111): 59-66.
- Habimana, J. (1999). Caractérisation géomécanique de roches cataclastiques rencontrées dans des ouvrages souterrains alpins. Département de Génie Civil. Lausanne, EPFL. **Thèse de doctorat**: 228.
- Habimana, J., V. Labiouse and F. Descoedres (2002). "Geomechanical characterisation of cataclastic rocks: experience from the Cleuson-Dixence project." International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences **39** (6): 677-693.
- Hardin, B. O. (1978). "The nature of stress-strain behaviour of soils". ASCE Geotechnical Engineering Division Specialty Conference, 3-90.

- Hardin, B. O. and V. P. Drnevich (1972). "Shear modulus and damping in soils: design equations and curves." ASCE Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division **98** (SM7): 667-692.
- Hoek, E. (1965). Rock fracture under static stress conditions - Report MEG383. Pretoria, South Africa, Council for Scientific and Industrial Research.
- Hoek, E. (1994). "Strength of rock and rock masses." ISRM News Journal **2** (2): 4-16.
- Hoek, E. (1998). "Reliability of Hoek-Brown Estimates of Rock Mass Properties and their Impact on Design." International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences **35** (1): 63-68.
- Hoek, E. (2001). "Big Tunnels in Bad Rock." Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering **127** (9): 726-740.
- Hoek, E. (2007). Practical Rock Engineering, Rocscience (<http://www.rocscience.com/hoek/PracticalRockEngineering.asp>).
- Hoek, E. and E. T. Brown (1980a). Chapter 8 : Underground excavation support design. Underground excavations in rock, Institution of Mining and Metallurgy: 244-269.
- Hoek, E. and E. T. Brown (1980b). "Empirical Strength Criterion for Rock Masses." ASCE Journal of the Geotechnical Engineering Division **106** (GT9): 1013-1035.
- Hoek, E. and E. T. Brown (1997). "Practical Estimates of Rock Mass Strength." International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences **34** (8): 1165-1186.
- Hoek, E., C. Carranza-Torres and B. Corkum (2002). "Hoek-Brown failure criterion - 2002 edition". NARMS-TAC 2002, Toronto, 267-273.
- Hoek, E., P. K. Kaiser and W. F. Bawden (1995). Support of underground excavations in hard rock. Rotterdam, A.A. Balkema, 215.
- Hoek, E. and P. Marinos (2007). "A brief history of the development of the Hoek-Brown failure criterion." Soils and rocks (2).
- Hoek, E., P. G. Marinos and V. P. Marinos (2005). "Characterisation and engineering properties of tectonically undisturbed but lithologically varied sedimentary rock masses." International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences **42**: 277-285.
- Hoshino, K. (1993). "Geological evolution from the soil to the rock: Mechanism of lithification and change in mechanical properties". Geotechnical Engineering of Hard Soils - Soft Rocks, Athens (Greece), A.A. Balkema, 131-138.
- Huder, J. and G. Amberg (1970). "Quellung in Mergel, Opalinuston und Anhydrit." Schweizerische Bauzeitung (43): 975-980.
- Huergo, P. J. (2000). Les constructions souterraines - Eléments de conception et de calcul. Notes de cours de l'Université Libre de Bruxelles, 2ème édition. Bruxelles: 101-172.
- Itasca, C. G. (2000). UDEC v. 3.1 - Universal Distinct Element Code - User's Guide. Minneapolis, Minnesota, USA.
- Janbu, N. (1963). "Soil Compressibility as Determined by Oedometer and Triaxial Tests". European Conference on Soil Mechanics & Foundations Engineering, Wiesbaden, Germany, 19-25.
- Jimenez, R., A. Serrano and C. Olalla (2008). "Linearization of the hoek and Brown failure criterion for tunnelling in elasto-plastic rock masses." International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences **45**: 1153-1163.
- Johnston, I. W. (1985). "Comparison of Two Strength Criteria for Intact Rock." ASCE Journal of the Geotechnical Engineering Division **111** (12): 1449-1454.
- Johnston, I. W. (1985). "Strength of Intact Geomechanical Materials." ASCE Journal of the Geotechnical Engineering Division **111** (6): 730-749.
- Johnston, I. W. (1993). Soft Rock Engineering. Comprehensive Rock Engineering. **1**: 367-393.



- Johnston, I. W. and E. A. Novello (1993). "Soft rocks in the geotechnical spectrum". Geotechnical Engineering of Hard Soils - Soft Rocks, Athens (Greece), A.A. Balkema, 177-183.
- Kahraman, S. and M. Alber (2008). "Triaxial strength of a fault breccia of weak rocks in a strong matrix." Bulletin of engineering geology and the environment **67** (3): 435-441.
- Kaiser, P. K., M. S. Diederichs, D. C. Martin, J. Sharp and W. Steiner (2000). "Underground Works in Hard Rock Tunnelling and Mining. Keynote lecture". GeoEng2000, Melbourne, Australia.
- Kavvas, M. and A. Amorosi (2000). "A constitutive model for structured soils." Géotechnique **50** (3): 263-273.
- Kavvas, M., A. Anagnostopoulos and N. Kalteziotis (1993). "A framework for the mechanical behaviour of the cemented Corinth marl". Geotechnical Engineering of Hard Soils - Soft Rocks, Athens (Greece), A.A. Balkema, 577-583.
- Kharchafi, M. and F. Descoedres (1995). "Comportement différé des roches marneuses encaissant les tunnels". Colloque Craies et Schistes GBMR, Bruxelles, 58-67.
- Kielbassa, S. and H. Duddeck (1991). "Stress-strain field at the tunnelling face - three-dimensional analysis of two-dimensional technical approach." Rock Mechanics and Rock Engineering **24**: 115-132.
- Kondner, R. L. (1963). "Hyperbolic Stress-Strain Response: Cohesive Soils." ASCE Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division **89** (SM1): 115-143.
- Kovari, K. and J. Staus (1996). "Basic Considerations on Tunnelling in Squeezing Ground." Rock Mechanics and Rock Engineering **29** (4): 203-210.
- Kulhawy, F. H. (1975). "Stress deformation properties of rock and rock discontinuities." Engineering Geology **9**: 327-350.
- Labrousse, V. (1999). "Predictions of hydro-mechanical disturbances around tunnels based on different constitutive models". 7th International Symposium on Numerical Models in Geomechanics (NUMOG VII), Graz, Austria, A. A. Balkema, 391-396.
- Labrousse, V. and F. Bernier (1997). "Influence of pore water compressibility on the short and long term stability of nuclear waste disposal galleries in clay". Geomechanics 96, Roznov (Czech Republic), A. A. Balkema, 253-258.
- Labrousse, V. and A. Giraud (1998). "Analytical solutions for the undrained response of a poro-elasto-plastic medium around a cylindrical opening". Biot Conference on Poromechanics, Louvain-la-Neuve, A.A. Balkema, 439-444.
- Lade, P. V. and R. De Boer (1997). "The concept of effective stress for soil, concrete and rock." Géotechnique **47** (1): 61-78.
- Lamé, M. G. (1866). Leçons sur la théorie mathématique de l'élasticité des corps solides. Paris, Gauthier-Villars, 335.
- Lamoureux-Var, V. (1997). Modélisation de la compaction dans les bassins sédimentaires - Approche mécanique. Paris, Ecole Polytechnique. **Thèse de doctorat**: 243.
- Larcher, P. H. (1855). Histoire d'Hérodote (traduit du grec). Paris, Charpentier, 566.
- Lee, Y. L., N. Arafati, E. Leca, J.-P. Magnan, P. Mestat and J.-F. Serratrice (1993). "Comportement et modélisation des marnes de Las Planas". Geotechnical Engineering of Hard Soils - Soft Rocks, Athens (Greece), A.A. Balkema, 1479-1486.
- Leroueil, S. and P. R. Vaughan (1990). "The general and congruent effects of structure in natural soils and weak rocks." Géotechnique **40** (3): 467-488.
- Li, X.-L. (2003). The hydromechanical behaviour of the host rock during excavation of the connecting gallery. Euridice news n°2. Euridice, [www.euridice.be](http://www.euridice.be): 18-23.
- Lionço, A. and A. Assis (2000). "Behaviour of Deep Shafts in Rock Considering Nonlinear Elastic Models." Tunnelling and Underground Space Technology **15** (4): 445-451.

- Londe, P. (1988). "Discussion on "The determination of the shear stress failure in rock masses"." ASCE Journal of the Geotechnical Engineering Division **114** (3): 374-376.
- Magnan, J.-P. (2002). "L'organisation du travail en géotechnique : développement, normalisation et artisanat." Revue Française de Géotechnique (99): 73-80.
- Magnan, J.-P. (2005). "Le rôle de l'expérience dans la pratique de la géotechnique." Revue Française de Géotechnique (112): 59-66.
- Marinos, P. and E. Hoek (2000). "GSI : a geologically friendly tool for rock mass strength estimation". GeoEng 2000, Melbourne, Australia.
- Marinos, P. and E. Hoek (2001). "Estimating the geotechnical properties of heterogeneous rock masses such as Flysch." Bulletin of engineering geology and the environment **60**: 85-92.
- Marsland, A. (1971). "The shear strength of stiff fissured clays". Stress-Strain Behaviour of Soils - Roscoe Memorial Symposium, Cambridge, 59-68.
- Martin, F. (2007). Apport des lois d'endommagement continues pour la conception des ouvrages souterrains et la hiérarchisation des comportements rocheux. Cachan, Ecole Normale Supérieure de Cachan. **Thèse de doctorat**: 127.
- McLellan, P. J. and Y. Wang (1994). "Predicting the effects of pore pressure penetration on the extent of wellbore stability: Application of a versatile poro-elastoplastic model". Eurock'94, Delft, A.A. Balkema, 205-214.
- Mestat, P. (1997). "Maillages d'éléments finis pour les ouvrages de géotechnique - Conseils et recommandations." Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées (212): 39-64.
- Mestat, P. and P. Humbert (2001). "Référentiel de tests pour la vérification de la programmation des lois de comportement dans les logiciels d'éléments finis." Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées (230): 23-38.
- Mestat, P., P. Humbert and A. Dubouchet (2000). "Recommandations pour la vérification des modèles d'éléments finis en géotechnique." Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées (229): 33-51.
- Nguyen Minh, D. and C. Guo (1993). "A ground - support interaction principle for constant rate advancing tunnels". Eurock'93, 2nd Eurock Conference, Lisboa, Portugal.
- Nguyen Minh, D., C. Guo, D. Bernaud and G. Rousset (1995). "New approaches to Convergence Confinement Method for analysis of deep supported tunnels". ISRM International Congress on Rock Mechanics, Tokyo, A.A. Balkema, 883-887.
- Panet, M. (1995). Le calcul des tunnels par la méthode convergence-confinement. Paris, Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 177.
- Papantonopoulos, C. I. and D. K. Amatzidis (1993). "A failure criterion for natural and artificial soft rocks". Geotechnical Engineering of Hard Soils - Soft Rocks, Athens (Greece), A.A. Balkema, 729-735.
- Petley, D. N. (1999). Failure envelopes of mudrocks at high confining pressures. Muds and Mudstones: Physical and Fluid Flow Properties. A. C. Aplin, A. J. Fleet and M. J. H. S. London, The Geological Society of London. **158**: 61-71.
- Pouya, A. and M. Ghoreychi (2001). "Homogénéisation numérique de la résistance mécanique des massifs fracturés." Revue Française de Géotechnique (94): 49-57.
- Risnes, R., R. Bratli and P. Harsrud (1982). "Sand stresses around a wellbore." Society of Petroleum Engineers Journal: 883-898.
- Rojat, F. (2008). Quelques propriétés mécaniques des matériaux d'Arbus - Rapport intermédiaire pour l'opération 11P061, LCPC / LRPC de Toulouse: 47.
- Rojat, F., V. Labiouse, P. K. Kaiser and F. Descoedres (2009). "Brittle Rock Failure in the Steg Lateral Adit of the Löttschberg Base Tunnel." Rock Mechanics and Rock Engineering **42** (2): 341-359.

- Rosenblueth, E. (1981). "Two-point estimates in probabilities." Applied Mathematical Modelling **5** (5): 329-335.
- Russo, G. (1994). "Some Considerations on the Applicability of Major Geomechanical Classifications to Weak and Complex Rocks in Tunnelling". GEAM XXXI, Torino, 63-70.
- Russo, G., G. Scotti and J. Habimana (1998). "On the use of direct and indirect methods in defining geomechanical properties of weak and complex rock masses - Application: Borzoli Cavern". The Geotechnics of Hard Soils - Soft Rocks (2nd International Conference), Naples, Italie, A.A. Balkema, Rotterdam.
- Salençon, J. (2002). De l'élasto-plasticité au calcul à la rupture, Presses internationales Polytechnique, 262.
- Schnaid, F. and F. M. Mantaras (2003). "Cavity expansion in cemented materials: structure degradation effects." Géotechnique **53** (9): 797-807.
- Schneebeli, G. (1966). Hydraulique souterraine, Eyrolles, 362.
- Serratrice, J.-F. (2002). "Outils et procédures de caractérisation des sols indurés et des roches tendres : l'expérience du LRPC d'Aix-en-Provence". PARAM 2002, Paris, Presses de l'ENPC, 313-326.
- Serratrice, J.-F. (2006). RN134 - Tunnel d'Arbus - Essais de laboratoire - Rapport et annexes A1 à A4, L.R.P.C. d'Aix-en-Provence: 70.
- Serratrice, J.-F. and B. Soyeux (1996). "Les essais de gonflement." Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées (204): 65-85.
- Sharan, S. K. (2003). "Elastic-brittle-plastic analysis of circular openings in Hoek-Brown media." International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences **40**: 817-824.
- Sharan, S. K. (2005). "Exact and approximate solutions for displacements around circular openings in elastic-brittle-plastic Hoek-Brown rock." International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences **42** (4): 542-549.
- Sharan, S. K. (2008). "Analytical solutions for stresses and displacements around a circular opening in a generalized Hoek-Brown rock." International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences **45**: 78-85.
- Shin, J. H., D. M. Potts and L. Zdravkovic (2002). "Three-dimensional modelling of NATM tunnelling in decomposed granite soil (Discussion)." Geotechnique **53** (5): 685-687.
- Sofianos, A. I. and P. P. Nomikos (2006). "Equivalent Mohr-Coulomb and generalized Hoek-Brown strength parameters for supported axisymmetric tunnels in plastic or brittle rock." International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences **43**: 683-704.
- Steiner, W. (1996). "Tunnelling in Squeezing Rocks: Case Histories." Rock Mechanics and Rock Engineering **29** (4): 211-246.
- Sulem, J. (1994). "Analytical methods for the study of tunnel deformation during excavation". 5th ciclo di conferenze di Meccanica e Ingegneria delle Rocce Politecnico di Torino, Italie, G. Barla.
- Terzaghi, K. (1946). Rock defects and loads in tunnel supports. Rock tunneling with steel supports. R. V. Proctor and T. L. White. Youngstown, Ohio, The Commercial Shearing and Stamping Company. **1**: 17-99.
- Triclot, J., M. Rettighieri and G. Barla (2007). "Situation des importantes convergences rencontrées dans la descenderie de Saint-Martin-La-Porte du projet de base du Lyon Turin." Tunnels et ouvrages souterrains (204): 409-413.
- Ulusay, R. and J. A. Hudson, Eds. (2007). The complete ISRM suggested methods for rock characterization, testing and monitoring : 1974-2006. Ankara, Turkey, ISRM Turkish National Group (on behalf of the ISRM), 628.
- Vaziri, H. H. and P. M. Byrne (1990). "Analysis of stress, flow and stability around deep wells." Geotechnique **40** (1): 63-77.

- Vermeer, P. A. and A. Verruijt (1981). "An accuracy condition for consolidation by finite elements." International Journal for numerical and analytical methods in geomechanics **5**: 1-14.
- Virely, D. (2003). La démarche adoptée dans les projets de mécanique des roches. Communication personnelle. Toulouse.
- Vlachopoulos, N. and M. S. Diederichs (2009). "Improved Longitudinal Displacement Profiles for Convergence Confinement Analysis of Deep Tunnels." Rock Mechanics and Rock Engineering **42** (2): 131-146.
- Wang, Y. (1996). "Ground response of a circular tunnel in poorly consolidated rock." ASCE Journal of Geotechnical Engineering **122** (9): 703-708.
- Wang, Y. and M. B. Dusseault (1995). "Response of a circular opening in a friable low-permeability medium to temperature and pore pressure changes." International Journal for numerical and analytical methods in geomechanics **19**: 157-179.
- Zienkiewicz, O. C. (1979). La méthode des éléments finis. Paris, McGraw-Hill Inc., 851.



## **ANNEXE A**

# **ÉLÉMENTS COMPLÉMENTAIRES À LA DEUXIÈME PARTIE DU MÉMOIRE**



## **ANNEXE A1**

# **LA MÉTHODE DE RUNGE-KUTTA D'ORDRE 4**





Les équations différentielles apparaissent dans la résolution d'un grand nombre de problèmes de la physique. On les retrouve dans des situations aussi diverses que les sollicitations vibratoires, les problèmes d'écoulement, la propagation de la chaleur, ... ou même la modélisation du réseau français d'électricité ! Or, dès lors que l'on sort des quelques cas typiques facilement intégrables (équations différentielles linéaires à coefficients constants par exemple), la plupart des équations différentielles n'admettent pas de solution analytique simple. Il est donc nécessaire de disposer de méthodes numériques rapides et faciles à mettre en œuvre pour déterminer une valeur approchée des solutions.

Les méthodes de Runge-Kutta s'attachent à la résolution de problèmes de Cauchy du type :

$$\begin{cases} \dot{y} = f(t, y(t)) \\ y(t_0) = y_0 \end{cases} \quad (4.1)$$

avec  $t$  la variable de dérivation définie sur un intervalle  $I \in \mathbb{R}$  (« temps »)  
 $y$  à valeurs dans  $\mathbb{R}^p$  ( $p = 1$  dans les cas étudiés ici)  
 $\dot{y}$  la dérivée de  $y$  par rapport à  $t$   
 $f$  une fonction continue sur  $I \times \mathbb{R}^p$ .

On se donne une subdivision de l'intervalle  $I = [t_0; t_0 + T]$  en  $n$  pas de temps  $t_0 < t_1 < \dots < t_n = t_0 + T$ , définissant des intervalles de temps  $h_j = t_{j+1} - t_j$ . En chaque point  $t_j$ , la fonction  $y$  peut être approchée par une valeur  $y_j \approx y(t_j)$ .

De manière générale, les méthodes dites « à un pas » permettent pour chaque pas de temps de calculer  $y_{j+1}$  et fonction de  $y_j$  et  $t_j$  uniquement :

$$\begin{cases} y_{j+1} = y_j + h_j \Phi(t_j, y_j, h_j) \\ y_0 = \text{approximation de la condition initiale} \end{cases} \quad (4.2)$$

Les méthodes à un pas diffèrent par le choix de la fonction  $\Phi$ , qui conduit à diverses propriétés de stabilité, convergence et ordre de la méthode.

Il existe une multitude de méthodes de Runge-Kutta. Nous présentons ici la plus classiquement utilisée, d'ordre 4, qui permet usuellement une très bonne approximation du résultat recherché sans forcément nécessiter de très faibles pas de temps. Elle correspond à l'expression suivante :

$$\Phi(t, y, h) = \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (4.3)$$

$$k_1 = f(t, y) \quad (4.4)$$

$$k_2 = f\left(t + \frac{h}{2}, y + \frac{h}{2}k_1\right) \quad (4.5)$$

$$k_3 = f\left(t + \frac{h}{2}, y + \frac{h}{2}k_2\right) \quad (4.6)$$

$$k_4 = f(t + h, y + h \cdot k_3) \quad (4.7)$$

On notera qu'en définissant l'erreur  $e_j = |y_j - y(t_j)|$ , on peut démontrer sous condition d'une régularité suffisante de  $y$  que :

$$\max_{0 \leq j \leq n} (e_j) \leq C \cdot h^4$$

En conséquence, avec cette méthode, l'erreur est divisée par 16 lorsque le pas de temps est divisé par deux !

La méthode peut être adaptée aux équations différentielles du second ordre dont la résolution est posée sous la forme du problème de Cauchy :

$$\begin{cases} \ddot{y} = f(t, y(t), \dot{y}(t)) \\ y(t_0) = y_0 \\ \dot{y}(t_0) = \dot{y}_0 \end{cases} \quad (4.8)$$

La discrétisation suivant les pas de temps  $t_j$  mentionnés antérieurement s'effectue alors sous la forme :

$$\begin{cases} y_{j+1} = y_j + h_j \Phi_1(t_j, \dot{y}_j, y_j, h_j) \\ \dot{y}_{j+1} = \dot{y}_j + h_j \Phi_2(t_j, \dot{y}_j, h_j) \\ y_0 \text{ et } \dot{y}_0 = \text{approximations des conditions initiales} \end{cases} \quad (4.9)$$

Et on a (voir Detournay (1986) par exemple) :

$$\begin{cases} \Phi_1(t, \dot{y}, y, h) = \dot{y} + \frac{h}{6}(k_1 + k_2 + k_3) \\ \Phi_2(t, \dot{y}, h) = \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \end{cases} \quad (4.10)$$

$$k_1 = f(t, y, \dot{y}) \quad (4.11)$$

$$k_2 = f\left(t + \frac{h}{2}, y + \frac{h}{2}\dot{y} + \frac{h^2}{8}k_1, \dot{y} + \frac{h}{2}k_1\right) \quad (4.12)$$

$$k_3 = f\left(t + \frac{h}{2}, y + \frac{h}{2}\dot{y} + \frac{h^2}{8}k_1, \dot{y} + \frac{h}{2}k_2\right) \quad (4.13)$$

$$k_4 = f\left(t + h, y + h\dot{y} + \frac{h^2}{2}k_3, \dot{y} + hk_3\right) \quad (4.14)$$

**ANNEXE A2**

**CAS MONOPHASIQUE :**

**INTÉGRATION DE L'ÉQUATION**

**DIFFÉRENTIELLE (2.49)**

**POUR  $\alpha = 1/2$**



Dans le cadre de la résolution du problème de convergence en milieu monophasique avec élasticité linéaire, critère de rupture de Hoek-Brown généralisé et potentiel plastique associé on aboutit à l'équation :

$$\frac{d^2 g(\rho)}{d\rho^2} + \frac{1 + \alpha S_r^{\alpha-1}}{\rho} \frac{dg(\rho)}{d\rho} - \frac{1 + \alpha S_r^{\alpha-1}}{\rho^2} g(\rho) = \frac{R}{2\rho\Gamma} \left[ 2(1-2\nu)(S_r^\alpha + \alpha S_r^{2\alpha-1}) + (1-\nu)\alpha^2 S_r^{3\alpha-2} \right] \quad (2.49)$$

D'après Carranza-Torres (2004) cette équation ne peut être intégrée de manière exacte, même pour  $\alpha = 1/2$ , l'algorithme simple de Runge-Kutta permettant alors de conclure. En fait, dans le cadre du travail présenté ici, nous avons pu déterminer une solution exacte quasi-complète de cette équation, à un terme près qui peut néanmoins être déterminé par une fonction transcendante.

Lorsque  $\alpha = 1/2$ , l'équation (2.49) s'écrit :

$$\frac{d^2 g(\rho)}{d\rho^2} + \left( 1 + \frac{1}{\ln(\rho) + 2\sqrt{S_r^*}} \right) \frac{1}{\rho} \frac{dg(\rho)}{d\rho} - \left( 1 + \frac{1}{\ln(\rho) + 2\sqrt{S_r^*}} \right) \frac{1}{\rho^2} g(\rho) = \frac{R}{2\rho\Gamma} \left[ (1-2\nu)(\ln(\rho) + 2\sqrt{S_r^*} + 1) + \frac{1}{2} \frac{1-\nu}{\ln(\rho) + 2\sqrt{S_r^*}} \right] \quad (5.1)$$

➤ **Résolution de l'équation sans second membre**

Pour résoudre l'équation sans second membre (« ESSM »), on recherche deux solutions linéairement indépendantes.

- $g_1(\rho) = \rho$  est en évidence solution de l'ESSM ;
- on recherche une deuxième solution sous la forme :  $g_2(\rho) = \rho \cdot f_1(\rho)$ , ce qui fournit (en posant  $f_2(\rho) = \frac{df_1(\rho)}{d\rho}$ ) :

$$\rho \frac{df_2(\rho)}{d\rho} + \left( 3 + \frac{1}{\ln(\rho) + 2\sqrt{S_r^*}} \right) f_2(\rho) = 0 \quad (5.2)$$

L'équation (5.2) s'intègre en :  $f_2(\rho) = \frac{\tilde{C}_1}{\rho^3 (\ln(\rho) + 2\sqrt{S_r^*})}$  avec  $\tilde{C}_1$  la constante d'intégration.

Et on obtient  $f_1(\rho) = \tilde{C}_1 \cdot e^{4\sqrt{S_r^*}} \cdot \text{Ei}(-2\ln(\rho) - 4\sqrt{S_r^*}) + \tilde{C}_2$  avec  $\tilde{C}_2$  une constante.

« Ei » désigne la fonction transcendante « exponentielle intégrale » définie par :

$$\text{Ei}(x) = -\int_{-x}^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt$$

Cette intégrale s'entend en terme de valeur principale de Cauchy puisque  $\frac{1}{t}$  présente une singularité en  $t = 0$ . Les valeurs de cette fonction peuvent être estimées à partir du développement :

$$\text{Ei}(x) = \gamma_{EM} + \ln(x) - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1} (-x)^k}{k \cdot k!}$$

où  $\gamma_{EM}$  désigne la constante d'Euler-Mascheroni :

$$\gamma_{EM} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - \ln(n) \right) \approx 0.57721566490153286\dots$$

En conclusion, la détermination de  $f_I(\rho)$  ci-avant permet d'obtenir une seconde solution de l'équation (5.1) sans second membre. Il sera commode pour la suite des calculs de choisir une solution s'annulant en  $\rho = 1$ , soit pour  $\tilde{C}_1 = e^{-4\sqrt{S_r^*}}$  et  $\tilde{C}_2 = -\text{Ei}(-4\sqrt{S_r^*})$  :

$$g_2(\rho) = \left[ \text{Ei}(-2\ln(\rho) - 4\sqrt{S_r^*}) - \text{Ei}(-4\sqrt{S_r^*}) \right] \cdot \rho$$

Comme les deux solutions obtenues sont linéairement indépendantes, on peut écrire **la solution générale de l'équation sans second membre** sous la forme d'une combinaison linéaire de ces deux solutions particulières :

$$g_0(\rho) = \left( \left[ \text{Ei}(-2\ln(\rho) - 4\sqrt{S_r^*}) - \text{Ei}(-4\sqrt{S_r^*}) \right] \cdot \tilde{C}_3 + \tilde{C}_4 \right) \rho \quad (5.3)$$

où  $\tilde{C}_3$  et  $\tilde{C}_4$  sont des constantes à déterminer d'après les conditions initiales.

➤ **Recherche d'une solution particulière pour l'équation avec second membre**

Nous recherchons une solution particulière de l'équation avec second membre (« EASM ») sous la forme :  $g_p(\rho) = \rho \cdot f_3(\rho)$ . On obtient alors à partir de (5.1), en posant  $f_4(\rho) = \frac{df_3(\rho)}{d\rho}$  :

$$\rho \frac{df_4(\rho)}{d\rho} + \left( 3 + \frac{1}{\ln(\rho) + 2\sqrt{S_r^*}} \right) f_4(\rho) = \frac{R}{2\rho\Gamma} \left[ (1-2\nu) \left( \ln(\rho) + 2\sqrt{S_r^*} + 1 \right) + \frac{1}{2} \frac{1-\nu}{\ln(\rho) + 2\sqrt{S_r^*}} \right] \quad (5.4)$$

On peut résoudre cette équation de la façon suivante :

- solution générale de l'équation sans second membre :

$$f_{4,0}(\rho) = \frac{\tilde{C}_5}{\rho^3 \left( \ln(\rho) + 2\sqrt{S_r^*} \right)} \quad \text{avec } \tilde{C}_5 \text{ la constante d'intégration.}$$

- solution particulière de l'équation avec second membre : on la recherche sous la forme :

$$f_{4,p}(\rho) = \frac{f_5(\rho)}{\rho^3 \left( \ln(\rho) + 2\sqrt{S_r^*} \right)}$$

En injectant  $f_{4,p}(\rho)$  dans (5.4), on obtient :

$$\frac{df_5(\rho)}{d\rho} = \frac{\rho R}{2\Gamma} \left[ (1-2\nu) \left( \ln(\rho) + 2\sqrt{S_r^*} + 1 \right) \left( \ln(\rho) + 2\sqrt{S_r^*} \right) + \frac{1}{2}(1-\nu) \right]$$

que l'on peut intégrer en (avec  $\tilde{C}_6$  la constante d'intégration) :

$$f_5(\rho) = \frac{R\rho^2}{\Gamma} \left[ (1-2\nu) \left( \frac{\ln(\rho)^2}{4} + \sqrt{S_r^*} \ln(\rho) + S_r^* \right) + \frac{1-\nu}{8} \right] + \tilde{C}_6$$

D'où une solution particulière de l'équation (5.4) :

$$f_{4,p}(\rho) = \frac{R}{\Gamma \rho \left( \ln(\rho) + 2\sqrt{S_r^*} \right)} \left[ (1-2\nu) \left( \frac{\ln(\rho)^2}{4} + \sqrt{S_r^*} \ln(\rho) + S_r^* \right) + \frac{1-\nu}{8} \right] \quad (5.5)$$

En choisissant  $\tilde{C}_5 = 0$ , on obtient une solution particulière de (5.1) par  $g_p(\rho) = \rho \cdot \int f_{4,p}(\rho) d\rho$ , soit :

$$g_p(\rho) = \frac{\rho R}{2\Gamma} \left[ (1-2\nu) \ln(\rho) \sqrt{S_r^*} + \frac{1}{4}(1-2\nu) \ln(\rho)^2 + \frac{1}{4}(1-\nu) \ln(\ln(\rho) + 2\sqrt{S_r^*}) \right] \quad (5.6)$$

Et on déduit la solution générale de l'équation (5.1) :

$$g(\rho) = \left( \left[ \text{Ei}(-2\ln(\rho) - 4\sqrt{S_r^*}) - \text{Ei}(-4\sqrt{S_r^*}) \right] \cdot \tilde{C}_3 + \tilde{C}_4 \right) \rho + \frac{\rho R}{2\Gamma} \left[ (1-2\nu) \ln(\rho) \sqrt{S_r^*} + \frac{1}{4}(1-2\nu) \ln(\rho)^2 + \frac{1}{4}(1-\nu) \ln(\ln(\rho) + 2\sqrt{S_r^*}) \right] \quad (5.7)$$

➤ **Recherche de la solution obéissant aux conditions initiales**

La solution finale doit également répondre aux conditions initiales définies en  $\rho = 1$  par les valeurs

$g(1)$  et  $g'(1) = \frac{dg}{d\rho}(1)$ . En différenciant l'expression (5.7), on obtient le système :

$$\begin{cases} g(1) = \tilde{C}_4 + \frac{R}{8\Gamma} (1-\nu) \ln(2\sqrt{S_r^*}) \\ g'(1) = \tilde{C}_4 + \frac{R}{8\Gamma} (1-\nu) \ln(2\sqrt{S_r^*}) + \frac{R}{2\Gamma} \left( (1-2\nu) \sqrt{S_r^*} + \frac{1-\nu}{8\sqrt{S_r^*}} \right) + \frac{e^{-4\sqrt{S_r^*}}}{2\sqrt{S_r^*}} \tilde{C}_3 \end{cases} \quad (5.8)$$

D'où on déduit :

$$\begin{cases} \tilde{C}_4 = g(1) - \frac{R}{8\Gamma} (1-\nu) \ln(2\sqrt{S_r^*}) \\ \tilde{C}_3 = 2\sqrt{S_r^*} \cdot e^{4\sqrt{S_r^*}} \cdot \left[ g'(1) - g(1) - \frac{R}{2\Gamma} \left( (1-2\nu) \sqrt{S_r^*} + \frac{1-\nu}{8\sqrt{S_r^*}} \right) \right] \end{cases} \quad (5.9)$$





**ANNEXE A3**  
**CAS BIPHASIQUE NON DRAINÉ :**  
**INTÉGRATION DE L'ÉQUATION**  
**DIFFÉRENTIELLE (2.117)**  
**ET RÉOLUTION DU SYSTÈME**  
**(2.121)**



### **A3.1. INTÉGRATION DE L'ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE (2.117)**

La résolution du problème de convergence en milieu biphasique avec élasticité linéaire, critère de rupture de Hoek-Brown généralisé et potentiel plastique de Mohr-Coulomb, dans le cas non dilatant ( $K_\psi = 1$ ) conduit à l'équation (voir section 2.5 du mémoire) :

$$\frac{dS'_r}{d\rho} = \frac{(S'_r)^\alpha}{\rho \left[ 1 + \delta B_{10} (2 + \alpha S_r'^{\alpha-1}) \right]} \quad (6.1)$$

assortie de la condition aux limites :  $S'_r(\rho = 1) = S_r^{**}$ .

Ce type d'équation est dit « à variables séparables », puisque (6.1) peut se mettre sous la forme :

$$\frac{d}{d\rho} [S'_r(\rho)] = f_1(\rho) \cdot f_2(S'_r(\rho))$$

avec :  $f_1(\rho) = \frac{1}{\rho}$  et  $f_2(x) = \frac{x^\alpha}{1 + 2\delta B_{10} + \alpha \delta B_{10} x^{\alpha-1}}$

La solution générale de ce type d'équation se calcule par (avec  $\tilde{C}_7$  la constante d'intégration) :

$$\int f_1(\rho) d\rho - \int_{S'_r(\rho)}^x \frac{1}{f_2(x)} dx + \tilde{C}_7 = 0 \quad \text{soit :}$$

$$\ln(\rho) + \frac{-\delta B_{10} \alpha \ln(S'_r) \cdot S_r'^\alpha + \frac{1 + 2\delta B_{10}}{\alpha - 1} S_r'}{S_r'^\alpha} + \tilde{C}_7 = 0 \quad \text{d'où :}$$

$$\boxed{\ln(\rho) - \delta B_{10} \alpha \ln(S'_r) + \frac{1 + 2\delta B_{10}}{\alpha - 1} S_r'^{1-\alpha} + \tilde{C}_7 = 0} \quad (6.2)$$

Après passage à l'exponentielle, on peut réécrire cette équation sous la forme :

$$\frac{1 + 2\delta B_{10}}{\alpha \delta B_{10}} S_r'^{1-\alpha} \cdot \exp \left[ \frac{1 + 2\delta B_{10}}{\alpha \delta B_{10}} S_r'^{1-\alpha} \right] = \frac{1 + 2\delta B_{10}}{\alpha \delta B_{10}} \cdot \exp \left[ \frac{1 - \alpha}{\alpha \delta B_{10}} (\ln(\rho) + \tilde{C}_7) \right]$$

En observant que dans les gammes de valeur usuelles des paramètres géotechniques le coefficient  $\frac{1 + 2\delta B_{10}}{\alpha \delta B_{10}}$  reste positif, on peut alors écrire :

$$\frac{1 + 2\delta B_{10}}{\alpha \delta B_{10}} S_r'^{1-\alpha} = \Omega_0 \left[ \frac{1 + 2\delta B_{10}}{\alpha \delta B_{10}} \cdot \exp \left[ \frac{1 - \alpha}{\alpha \delta B_{10}} (\ln(\rho) + \tilde{C}_7) \right] \right]$$

où  $\Omega_0$  est la branche principale de la fonction transcendante « Oméga » ou fonction « W de Lambert » (voir remarque ci-après).

En utilisant la propriété  $\ln(\Omega_0(x)) = \ln(x) - \Omega_0(x)$  on obtient alors la solution générale à (6.1) :

$$S'_r(\rho) = \rho^{\frac{1}{\alpha\delta B_{10}}} \cdot \exp\left[\frac{\tilde{C}_7}{\alpha\delta B_{10}}\right] \cdot \exp\left[\frac{1}{\alpha-1} \cdot \Omega_0\left(\frac{1+2\delta B_{10}}{\alpha\delta B_{10}} \exp\left(\frac{1-\alpha}{\alpha\delta B_{10}}(\ln(\rho) + \tilde{C}_7)\right)\right)\right] \quad (6.3)$$

L'injection de la condition aux limites  $S'_r(\rho = 1) = S_r^{*}$  dans la relation (6.2) permet par ailleurs de déterminer la valeur de  $\tilde{C}_7$  :

$$\tilde{C}_7 = \delta B_{10} \alpha \ln(S_r^{*}) - \frac{1+2\delta B_{10}}{\alpha-1} (S_r^{*})^{1-\alpha} \quad (6.4)$$

d'où la solution recherchée :

$$S'_r = S_r^{*} \cdot \rho^{\frac{1}{\alpha\delta B_{10}}} \cdot \exp\left[\frac{B_{11}}{1-\alpha} (S_r^{*})^{1-\alpha}\right] \cdot \exp\left[\frac{1}{\alpha-1} \cdot \Omega_0\left(\rho^{\frac{1-\alpha}{\alpha\delta B_{10}}} B_{11} (S_r^{*})^{1-\alpha} \exp(B_{11} (S_r^{*})^{1-\alpha})\right)\right] \quad (6.5)$$

avec  $B_{11} = \frac{1+2\delta B_{10}}{\alpha\delta B_{10}}$

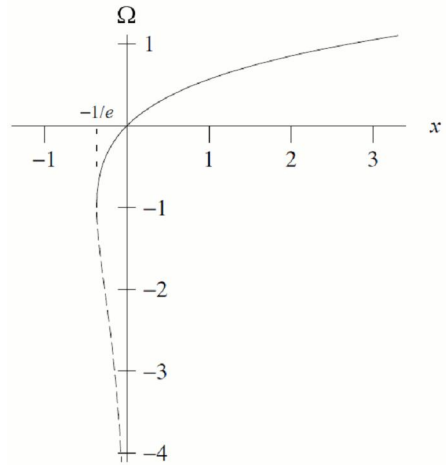
Remarque :

La fonction «  $\Omega$  » ou «  $W$  de Lambert » est la fonction transcendante définie par :

$$\Omega(x) \cdot \exp(\Omega(x)) = x$$

Une synthèse des principales propriétés de cette fonction et de plusieurs applications pratiques est présentée dans Corless et al. (1996). On retrouve la fonction  $\Omega$  dans de multiples domaines comme des modèles de combustion, de cinétique enzymatique, de croissance de population, etc. En géotechnique, elle permet notamment une résolution exacte de l'équation de Richards décrivant les transferts hydriques dans un milieu non saturé.

De manière pratique, cette fonction n'est pas injective et lorsque  $x$  est réel, à valeurs supérieures à  $-1/e$ , elle présente deux branches dans  $\mathbb{R}$  (voir Figure A3-1). Nous avons noté dans cette annexe  $\Omega_0(x)$  la branche dite « principale », à valeurs dans  $[-1, +\infty[$ . La branche dite « secondaire », souvent notée  $\Omega_{-1}(x)$  n'existe que pour  $-1/e \leq x < 0$ , et ses valeurs sont dans  $]-\infty, -1]$ .



**Figure A3-1 : Les deux branches réelles de la fonction  $\Omega$  (d'après Corless et al. (1996)) :**  
 --- branche principale  $\Omega_0(x)$  ; - - - branche secondaire  $\Omega_{-1}(x)$

La fonction  $\Omega$  est implémentée dans les grands logiciels de calcul formel tels Mathematica ou Maple, mais n'est généralement pas incluse dans les tableurs commerciaux. On peut alors calculer la valeur de  $\Omega_0(x)$  à partir de diverses méthodes itératives, par exemple :

- pour  $x < e$  :  $\omega_0 = 1$  et  $\omega_{n+1} = x \cdot e^{-\omega_n}$
- pour  $x > 1/e$  :  $\omega_0 = \ln(x)$  et  $\omega_{n+1} = \omega_n - \frac{\omega_n e^{\omega_n} - x}{(1 + \omega_n) e^{-\omega_n}}$

Cette dernière formulation en particulier converge très rapidement.

### **A3.2. RÉOLUTION DU SYSTÈME DIFFÉRENTIEL (2.121)**

La résolution du problème de convergence en milieu biphasique avec élasticité linéaire, critère de rupture de Hoek-Brown généralisé et potentiel plastique de Mohr-Coulomb, dans le cas dilatant ( $K_\psi \neq 1$ ) conduit à au système d'équations (voir section 2.5 du mémoire) :

$$\begin{cases} \frac{du}{d\rho} - B_1 \frac{u}{\rho} = \frac{R\xi}{2\Gamma} \left[ B_{12} (S'_r - S'_0) - B_3 (S'_r)^\alpha + B_4 (P - P_0) \right] & (i) \\ \frac{du}{d\rho} + B_{13} \frac{u}{\rho} = \frac{R\xi}{2\Gamma} \left[ B_{14} (S'_r - S'_0) + B_{15} (S'_r)^\alpha + B_{16} (P - P_0) \right] & (ii) \\ \frac{dS'_r}{d\rho} - \frac{S_r'^\alpha}{\rho} = -\delta \frac{dP}{d\rho} & (iii) \end{cases} \quad (2.121)$$

avec :  $B_1 = -K_\psi$   $B_3 = \nu - (1 - \nu) \cdot K_\psi$   $B_4 = (1 - 2\nu)(1 + K_\psi)(\delta - b)$

$$\begin{aligned}
 B_{12} &= (1-2\nu)(1+K_\psi) & B_{13} &= 1 + \frac{(\beta-b)(1-K_\psi)}{b} & B_{14} &= \frac{(\beta-b)(1-K_\psi)(1-2\nu)}{b} \\
 B_{15} &= \frac{(\beta-b)(1-K_\psi)(1-\nu)}{b} & B_{16} &= \frac{2\Gamma - W(1-2\nu)(\beta-b)(b-\delta)(1-K_\psi)}{bW}
 \end{aligned}$$

En soustrayant (2.121)(i) – (2.121)(ii) puis en sommant  $B_1$ .(2.121)(ii) +  $B_{13}$ .(2.121)(ii), on obtient le système équivalent :

$$\begin{cases}
 \frac{u}{\rho} = \frac{R\xi}{2\Gamma} \left[ B_{17}(S'_r - S'_0) + B_{18}(S'_r)^\alpha + B_{19}(P - P_0) \right] & (i) \\
 \frac{du}{d\rho} = \frac{R\xi}{2\Gamma} \left[ B_{20}(S'_r - S'_0) + B_{21}(S'_r)^\alpha + B_{22}(P - P_0) \right] & (ii) \\
 \frac{dS'_r}{d\rho} - \frac{S'_r{}^\alpha}{\rho} = -\delta \frac{dP}{d\rho} & (iii)
 \end{cases} \quad (6.6)$$

$$\begin{aligned}
 \text{avec : } B_{17} &= \frac{B_{14} - B_{12}}{B_{13} + B_1} & B_{18} &= \frac{B_{15} + B_3}{B_{13} + B_1} & B_{19} &= \frac{B_{16} - B_4}{B_{13} + B_1} \\
 B_{20} &= \frac{B_{14}B_1 + B_{12}B_{13}}{B_{13} + B_1} & B_{21} &= \frac{B_{15}B_1 - B_3B_{13}}{B_{13} + B_1} & B_{22} &= \frac{B_1B_{16} + B_4B_{13}}{B_{13} + B_1}
 \end{aligned}$$

La soustraction des deux premières équations de ce système conduit à :

$$\frac{du}{d\rho} - \frac{u}{\rho} = \frac{R\xi}{2\Gamma} \left[ (B_{20} - B_{17})(S'_r - S'_0) + (B_{21} - B_{18})(S'_r)^\alpha + (B_{22} - B_{19})(P - P_0) \right] \quad (6.7)$$

On peut d'autre part différencier la relation (6.6)(i) pour obtenir :

$$\frac{du}{d\rho} - \frac{u}{\rho} = \rho \frac{R\xi}{2\Gamma} \left[ (B_{17} + B_{18}\alpha S_r'^{\alpha-1}) \frac{dS'_r}{d\rho} + B_{19} \frac{dP}{d\rho} \right] \quad (6.8)$$

Les équations (6.7) et (6.8) permettent de supprimer les déplacements et d'obtenir une relation en contraintes et pressions interstitielles normalisées uniquement. Par différenciation on obtient alors :

$$\begin{aligned}
 & \left[ (B_{17} + B_{18}\alpha S_r'^{\alpha-1}) \frac{dS'_r}{d\rho} + B_{19} \frac{dP}{d\rho} \right] + \rho \left[ (B_{17} + B_{18}\alpha S_r'^{\alpha-1}) \frac{d^2 S'_r}{d\rho^2} + B_{19} \frac{d^2 P}{d\rho^2} + B_{18}\alpha(\alpha-1) S_r'^{\alpha-2} \left( \frac{dS'_r}{d\rho} \right)^2 \right] \\
 & = (B_{20} - B_{17}) \frac{dS'_r}{d\rho} + (B_{21} - B_{18}) \alpha S_r'^{\alpha-1} \frac{dS'_r}{d\rho} + (B_{22} - B_{19}) \frac{dP}{d\rho}
 \end{aligned} \quad (6.9)$$

Cette équation ne contient les pressions interstitielles que sous forme différenciée, ce qui permet

d'utiliser (6.6)(iii) et sa dérivée  $\frac{d^2 P}{d\rho^2} = \frac{1}{\delta} \left( -\frac{S_r'^\alpha}{\rho^2} + \frac{\alpha S_r'^{\alpha-1}}{\rho} \frac{dS'_r}{d\rho} - \frac{d^2 S_r'}{d\rho^2} \right)$  pour obtenir :

$$\begin{aligned}
 & \left[ B_{17} - \frac{B_{19}}{\delta} + B_{18}\alpha S_r'^{\alpha-1} \right] \rho \frac{d^2 S'_r}{d\rho^2} + B_{18}\alpha(\alpha-1) \rho S_r'^{\alpha-2} \left( \frac{dS'_r}{d\rho} \right)^2 \\
 & + \left[ 2B_{17} - B_{20} + \frac{B_{22} - 2B_{19}}{\delta} + \left( 2B_{18} - B_{21} + \frac{B_{19}}{\delta} \right) \alpha S_r'^{\alpha-1} \right] \frac{dS'_r}{d\rho} + \frac{B_{19} - B_{22}}{\delta} \frac{S_r'^\alpha}{\rho} = 0
 \end{aligned}$$

Après calcul des différents termes et multiplication par  $\delta\beta(K_\psi - 1)$  on déduit l'équation différentielle caractérisant les seules contraintes radiales normalisées :

$$\boxed{\left[ B_{23} + B_{24}\alpha S_r'^{\alpha-1} \right] \rho \frac{d^2 S_r'}{d\rho^2} + B_{24}\alpha(\alpha-1) \rho S_r'^{\alpha-2} \left( \frac{dS_r'}{d\rho} \right)^2 + \left[ B_{25} + B_{26}\alpha S_r'^{\alpha-1} \right] \frac{dS_r'}{d\rho} + B_{27} \frac{S_r'^\alpha}{\rho} = 0} \quad (6.10)$$

$$\text{avec : } B_{23} = \frac{2\Gamma}{W} + b(1-2\nu) \left[ 2b - \beta(1-K_\psi) \right] \quad B_{24} = b\delta(1-2\nu) + \beta\delta(1-\nu)(K_\psi - 1)$$

$$B_{25} = \frac{2\Gamma}{W} (K_\psi + 2) + b(1-2\nu) \left[ (2b + \beta)K_\psi + 4b - \beta \right]$$

$$B_{26} = -\frac{2\Gamma}{W} + \left[ (1-2\nu)(\delta - \beta)b + 3\beta\delta(1-\nu) \right] K_\psi + (1-2\nu)(\beta - 2b + 4\delta)b + 3\beta\delta(\nu - 1)$$

$$B_{27} = 2(1 + K_\psi) \left[ (1-2\nu)b(\delta - b) - \frac{\Gamma}{W} \right]$$

La démarche présentée ici a donc permis à partir du système (2.121) d'isoler une équation différentielle (6.10) en contraintes radiales normalisées seules qui malgré sa relative complexité peut être intégrée par une méthode à un pas de type Runge-Kutta d'ordre 4 par exemple (voir section 2.5 du mémoire).

Une fois les contraintes déterminées il est ensuite aisé de calculer successivement :

- les pressions interstitielles normalisées par (6.6)(iii) ;
- les valeurs de déplacement par (6.6)(i), la forme explicite des coefficients  $B_{17}$ ,  $B_{18}$  et  $B_{19}$  étant :

$$B_{17} = (1-2\nu) \left( 1 + \frac{2b}{\beta(K_\psi - 1)} \right) \quad B_{18} = 1 - \nu + \frac{b}{\beta} \frac{1-2\nu}{K_\psi - 1}$$

$$B_{19} = -\frac{2\Gamma}{W\beta(K_\psi - 1)} + \frac{(1-2\nu)(\delta - b)}{\beta(K_\psi - 1)} \left[ 2b + \beta(K_\psi - 1) \right]$$

Ce qui permet la résolution complète du système.





**ANNEXE A4**

**PRÉSENTATION D'ENSEMBLE DU  
LABORATOIRE SOUTERRAIN DE MOL**

**—**

**QUELQUES PROPRIÉTÉS DE  
L'ARGILE DE BOOM**



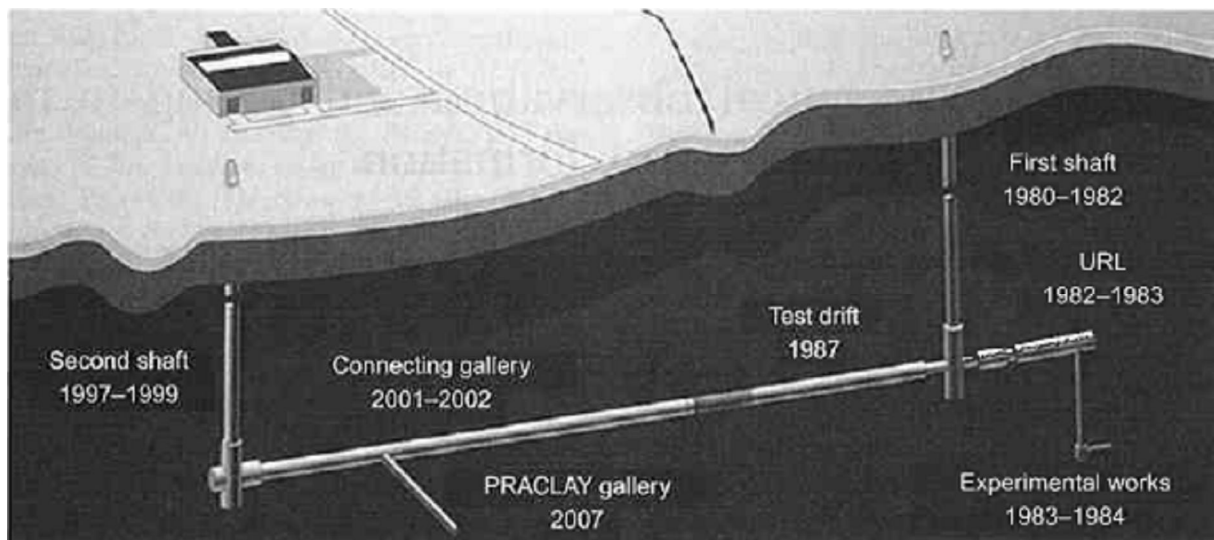
## **A4.1. PRÉSENTATION DU LABORATOIRE SOUTERRAIN DE MOL**

### **A4.1.1 Introduction – généralités**

Le laboratoire souterrain de Mol (« HADES »), Belgique, est destiné à démontrer la faisabilité du stockage des déchets nucléaires ultimes en profondeur. Il constitue une importante expérimentation in situ, de nature multidisciplinaire puisque l'objectif est de récolter des informations sur les propriétés géologiques, hydrogéologiques, géochimiques et géotechniques de la roche, d'analyser les perturbations entraînées par l'excavation des galeries de stockage, d'examiner les conséquences de l'interaction de la roche avec les déchets (modification des propriétés du milieu, etc.).

Le laboratoire en lui-même a été excavé à une profondeur d'environ 230 m, au sein d'une formation argileuse tertiaire, l'argile de Boom (puissance d'environ 100 m), qui a fait l'objet d'une caractérisation particulièrement approfondie (voir plus loin). Il présente plusieurs galeries qui correspondent à des instrumentations et expérimentations variées, touchant pour la partie géotechnique aux comportements (généralement couplés) mécaniques, hydrauliques, thermiques, chimiques de la roche. Ces travaux sont plus ou moins adaptées à la problématique « tunnel » qui constitue le cœur de ce doctorat mais ils constituent au minimum une intéressante banque de données sur le comportement d'un SIRT autour d'une excavation. En outre, les conditions in situ sont assez proches des hypothèses de la méthode convergence-confinement, ce qui a donné lieu à de multiples travaux de modélisation (Labiouse & Bernier (1997), Labiouse (1999), Barnichon & Volckaert (2000), Barnichon (2002) par exemple).

Un résumé de la géométrie du site est présenté sur la Figure A4-1 ci-dessous.



**Figure A4-1 : Géométrie et historique de la construction du laboratoire souterrain HADES (Mol, Belgique), d'après Bernier *et al.* (2007)**

La section suivante présente synthétiquement quelques instrumentations des différentes galeries expérimentales et diverses analyses liées au comportement milieu sous sollicitation mécanique (creusement).

#### A4.1.2 Les différentes galeries

##### A4.1.2.1 Le tunnel « Test Drift »

Il a été excavé depuis le premier puits (« First Shaft ») et présente un rayon d'environ 2.40 m. Les principales instrumentations destinées à l'analyse du comportement du milieu sous creusement sont résumées sur la Figure A4-2 ci-dessous. Elles fournissent des valeurs de convergence (3 points de mesure) et de pressions interstitielles (5 points de mesure), voir Barnichon (2002) par exemple. Ces appareillages mettent clairement en évidence des perturbations de la pression interstitielle loin de l'axe du tunnel (au-delà de 12 m, soit 5 fois le rayon du tunnel, distance maximale instrumentée).

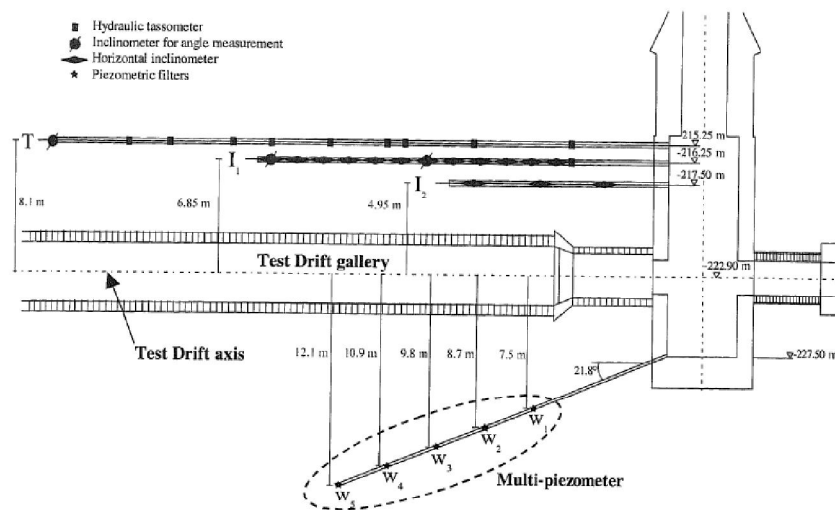


Figure A4-2 : Instrumentation autour du "Test Drift" d'après Barnichon (2002)

Les calculs effectués par Barnichon (2002) montrent que cette extension des perturbations hydro-mécaniques ne peut être reproduite par des modèles simples élastiques linéaires parfaitement plastiques en milieu poreux. Des lois de comportement permettant de prendre en compte le développement progressif de la plasticité au cours de la sollicitation, comme un modèle à bulle, ont été testés. Les résultats sont plus convaincants sur l'extension géométrique des perturbations mais reproduisent encore mal la réalité en terme de valeurs. Comme le soulignent Bernier *et al.* (2007), les propriétés de l'argile de Boom nécessiteraient d'inclure d'autres effets comme la fracturation de la roche autour de la galerie, les phénomènes de succion, la viscosité du squelette minéral, etc. pour de meilleures prédictions.

Les mesures effectuées autour du « Test Drift » présentent en outre plusieurs inconvénients :

- elles sont toutes localisées assez loin de la paroi du tunnel (2 fois le rayon au minimum pour les convergences, 3 fois pour les pressions interstitielles) ;
- elles incluent probablement une part d'influence du « First Shaft », difficile à quantifier hors analyse 3D ;

- les pressions interstitielles initiales varient significativement entre les piézomètres et les chutes de pression lors de l'excavation s'ordonnent pas clairement en fonction de la distance à l'axe de la galerie, ce qui pourrait en partie confirmer le point précédent.

Le tunnel « Test Drift » constitue donc une expérimentation particulièrement bien documentée dans la littérature, mais dont les résultats vis-à-vis du comportement à l'excavation restent délicats à modéliser. Néanmoins, les multiples travaux scientifiques réalisées autour de ce chantier constituent des références intéressantes pour effectuer des comparaisons, avec de nouvelles méthodes de prédimensionnement par exemple (Gärber (2003) e.g.).

#### **A4.1.2.2 Le puits « second shaft »**

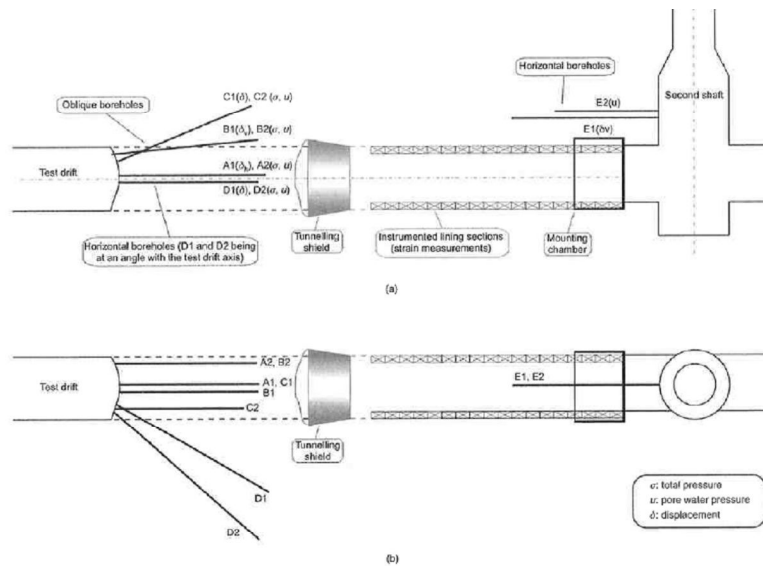
La mise en œuvre de l'instrumentation CLIPEX (voir A4.1.2.3) ayant précédé la réalisation de ce second puits, cela a permis l'observation d'une perturbation hydraulique à grande distance (60 à 70 m soit plus de 15 fois le rayon du tunnel), en situation non drainée.

À nouveau, il n'a pas été possible de reproduire ces constats à partir de modèles simples. Barnichon & Volckaert (2000) suggèrent la prise en compte de divers phénomènes observés in situ (fracturation autour du puits notamment) ainsi qu'une approche poro-élastoplastique-viscoplastique pour expliquer ces comportements. Toutefois, si les perturbations hydrauliques sont ainsi mieux reproduites, les convergences calculées restent très supérieures à la réalité.

Les observations liées au « Second Shaft » fournissent donc à nouveau des données inattendues sur l'extension des perturbations hydrauliques en sollicitation non drainée dans l'argile de Boom. Elles ne correspondent toutefois qu'à un seul point de mesure, très loin de l'axe du puits, ce qui peut rendre difficile la comparaison avec des modélisations.

#### **A4.1.2.3 Le tunnel « connecting gallery » et le programme CLIPEX**

La galerie de connexion part du second puits et vient rejoindre le « Test Drift ». Le programme d'instrumentation « CLIPEX » a été mis en œuvre à l'extrémité du tunnel existant pour suivre les perturbations engendrées par l'avancement de la nouvelle excavation (mécanisée). Il s'agit de multiples forages instrumentés en suivi des pressions interstitielles, contraintes totales ou déplacements. Les orientations retenues, résumées sur la Figure A4-3, permettent de disposer de renseignements sur le comportement 3D à l'avancement du front puis sur le comportement 2D une fois le creusement achevé. En outre, après le creusement, d'autres programmes expérimentaux ont conduit à l'instrumentation de forages radiaux permettant un suivi de l'évolution des pressions interstitielles au cours du temps.



**Figure A4-3 : Programme d'instrumentation CLIPEX, d'après Bernier et al. (2007)**  
**(a) : vue de profil ; (b) : vue du dessus**

La technique d'excavation utilisée (jupe + machine à attaque ponctuelle) a en outre permis un avancement rapide avec des paramètres d'excavation maîtrisés, conduisant à une sollicitation quasiment « non drainée » du milieu et à de faibles hors-profils.

Les nombreuses mesures effectuées indiquent à nouveau des perturbations hydrauliques qui atteignent des distances importantes dans le massif, nettement au-delà des prédictions des modèles élastiques linéaires parfaitement plastiques. Au niveau de l'approche tridimensionnelle, le comportement à l'approche du front de taille a pu être détaillé, avec notamment l'observation d'un accroissement de pression interstitielle à l'approche du front, précédant la chute liée à l'excavation non drainée. Des informations ont été aussi rassemblées sur la pression exercée sur le soutènement (Li (2003) e.g.).

Les mesures issues de l'expérimentation CLIPEX constituent une base de données assez exceptionnelle sur la réponse hydromécanique à court terme de l'argile de Boom suite à une excavation. À nouveau, la difficulté à reproduire précisément les comportements observés in situ a montré l'importance de bien représenter mécaniquement le développement de la plasticité, des phénomènes différés (diffusion et viscosité) et de l'endommagement induit (fracturation) à proximité de la galerie. Ces travaux sont toujours en cours. Les modélisations ont également indiqué qu'en dehors des zones typiquement tridimensionnelles (jonction puits - galerie e.g.) les approches axi-symétriques pouvaient produire des résultats tout à fait acceptables (en comparaison des modèles 3D).

#### **A4.1.2.4 Le tunnel « PRACLAY »**

Il s'agit d'un programme récent, encore en cours, ayant fait l'objet de multiples mesures incluant les effets thermiques. Il s'agit de simuler en vraie grandeur une galerie de stockage, dans une configuration aussi proche que possible du dimensionnement de référence, à la différence près que les déchets vitrifiés sont remplacés par un système électrique de chauffage. Il y a encore peu d'information disponible dans la littérature sur les résultats in situ (suivi sur au moins 10 ans).

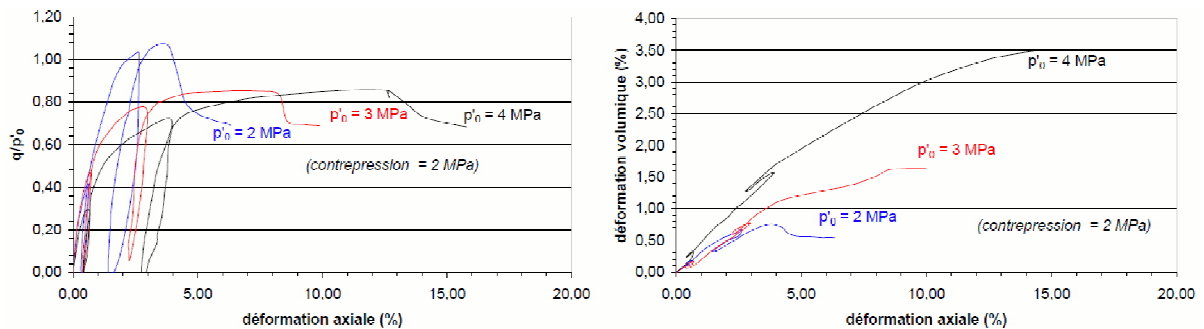
## **A4.2. QUELQUES PROPRIÉTÉS DE L'ARGILE DE BOOM**

### **A4.2.1 Vue d'ensemble du comportement mécanique de l'argile de Boom**

Le comportement de l'argile de Boom, en particulier ses propriétés hydro-mécaniques, est étudié depuis le début de la construction du laboratoire souterrain (1980) et a fait l'objet de multiples publications. On se référera utilement à Coll (2005) qui présente, outre de nouveaux essais de laboratoire, un aperçu relativement complet des études antérieures.

L'argile de Boom se présente in situ comme une formation stratifiée mais peu fracturée, d'une centaine de mètres d'épaisseur. Formée au cours de l'ère tertiaire, elle constitue une couche stable depuis plusieurs millions d'années, surconsolidée, très peu perméable et auto-cicatrisante. Ces propriétés en font un candidat de choix pour les stockages de déchets nucléaires à long terme. Les conditions de contrainte in situ, au niveau des galeries, sont approximativement les suivantes : contrainte verticale (lithostatique) d'environ 4.5 MPa, pression interstitielle d'environ 2.25 MPa,  $K_0$  d'environ 0.9. On est donc assez proche des hypothèses de la méthode convergence – confinement.

Les propriétés hydro-mécaniques de l'argile de Boom ont été essentiellement étudiées sur la base de chemins œdométriques et triaxiaux. Le matériau présente des comportements complexes assez typiques des situations de sols indurés roches tendres : non-linéarité de l'enveloppe de rupture et des relations contrainte-déformation, influence de la préconsolidation, influence du niveau de confinement sur la rupture, fort potentiel de gonflement, phénomènes de fluage, etc. La Figure A4-4 montre un exemple de résultats d'essais triaxiaux drainés révélant clairement des comportements non linéaires et l'influence de la contrainte effective initiale.



**Figure A4-4 : Exemples d'essais de compression triaxiale drainés, avec trois niveaux de contrainte effective initiale, d'après Baldi *et al.* (1991)**

Néanmoins, de multiples modélisations ont été réalisées à partir d'une caractérisation de type élastique linéaire parfaitement plastique constituant une approximation « raisonnable ». Les paramètres poro-mécaniques approchant au mieux le comportement réel sont alors les suivants (voir Barnichon & Volckaert (2000) par exemple) :



<i>Paramètre</i>	<i>Valeur</i>
Module d'Young (effectif)	300 MPa
Coefficient de Poisson (effectif)	0.125
Cohésion (effective)	300 kPa
Angle de frottement (effectif)	18°
Dilatance	0 à 10°
Coefficient de Biot	1
Porosité	0.39
Coefficient de perméabilité	$4.10^{-12}$ m/s
Module d'incompressibilité de l'eau	2 GPa

**Tableau A4-1 : Principaux paramètres poro-mécaniques de l'argile de Boom pour le laboratoire souterrain de Mol (modèle élastique linéaire parfaitement plastique)**

D'autres caractérisations plus complexes ont également été effectuées, permettant de mieux représenter les comportements observés en laboratoire et d'améliorer les résultats des modélisations : critère de Cam-Clay modifié, modèle à surface limite de Dafalias-Kaliakin, modèle à bulle. Les paramètres de ces modèles pour l'argile de Boom ne sont pas détaillés ici, le lecteur intéressé pourra se référer notamment à Labiouse (1999) ou Barnichon (2002).

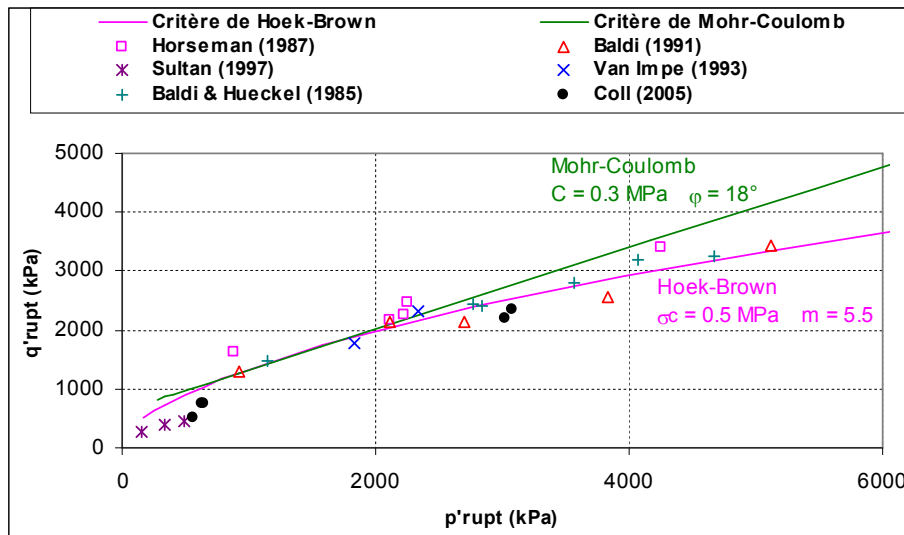
#### **A4.2.2 Paramètres de Hoek-Brown**

Dans le cadre de la validation des méthodes analytiques développées dans la partie 2 du présent mémoire, le cas du laboratoire souterrain de Mol est utilisé à plusieurs reprises comme référence de travail. Il a donc été jugé intéressant à ce titre de tenter d'extraire des données disponibles dans la littérature les principaux paramètres des modèles ayant servi à l'établissement des solutions de convergence, en particulier le critère de rupture non linéaire de Hoek-Brown (ci-dessous) et le modèle de Fahey-Carter (voir section suivante).

Le calage des paramètres de Hoek-Brown s'est effectué à partir des résultats d'essais triaxiaux de divers auteurs, drainés ou non, recensés par Coll (2005). Les points à la rupture de ces différents essais sont représentés sur la Figure A4-5, accompagnés d'un critère de Hoek-Brown constituant une approximation raisonnable :

$$\alpha = 0.5 \quad s = 1 \quad m = 5.5 \quad \sigma_c = 500 \text{ kPa}$$

On peut ainsi traduire en partie la non-linéarité de l'enveloppe de rupture, ce qui était impossible avec le critère de Mohr-Coulomb présenté dans le Tableau A4-1.



**Figure A4-5 : Essais triaxiaux (voir Coll (2005)), critère de Mohr-Coulomb et critère de Hoek-Brown pour l'argile de Boom**

On notera que dans le cas présent, vis-à-vis de modèles mécaniques plus complets (prise en compte du niveau de consolidation, développement progressif de la plasticité), notamment basés sur le critère de Cam-Clay, la courbe de Hoek-Brown constitue en fait une approximation locale de la surface de Hvorslev.

#### A4.2.3 Paramètres pseudo-élastiques de Fahey-Carter

Les équations décrivant le modèle de Fahey-Carter et les paramètres associés sont décrits en partie 1 du mémoire. Comme pour le critère de Hoek-Brown précédemment, le calage s'est effectué à partir d'essais présentés par Coll (2005), en ne retenant toutefois que les essais CD beaucoup plus simples à exploiter pour ce modèle.

Sur ces essais, des comportements volumiques différents apparaissent durant la phase de cisaillement suivant la contrainte de confinement appliquée :

- $\sigma_3' < 2$  MPa : le comportement est contractant dans la zone pseudo-élastique puis dilatant, avec des angles de dilatance pouvant atteindre  $10^\circ$  ;
- $\sigma_3' \approx 2$  à 3 MPa : le comportement est contractant dans la zone pseudo-élastique, puis les déformations plastiques se font approximativement à volume constant ( $\psi \approx 0^\circ$ ) ;
- $\sigma_3' > 3$  MPa : le comportement est contractant dans la phase élastique comme dans la phase plastique.

En pratique, comme pour le tunnel d'Arbus, seuls les essais CD présentant un comportement plastique à dilatance positive ou nulle parviennent à être reproduits fidèlement par le modèle de Fahey-Carter. Pour ceux confinés à 3 MPa ou plus, le comportement volumique n'est pas bien approché par le modèle.

On ne retient donc pour le calage que les essais drainés confinés à moins de 3 MPa, ce qui reste cohérent avec la contrainte effective isotrope initiale qui sera utilisée dans les modélisations

(2.25 MPa). Il reste alors 4 essais CD exploitables : 1 essai de Baldi *et al.* (1991) confiné à 2 MPa et 3 essais de Coll (2005) : {BC08, BC07, BC20} confinés respectivement à {0.4 MPa, 2.3 MPa, 2.3 MPa}.

Compte-tenu de la dispersion naturelle des points à la rupture autour du critère de Hoek-Brown (voir Figure A4-5), on est amené pour obtenir un calage fiable du modèle de Fahey-Carter à rechercher l'enveloppe de rupture la mieux adaptée aux 4 essais retenus ici. Une courbe satisfaisante est obtenue en diminuant simplement  $\sigma_c$  à 400 kPa.

Le calage des paramètres de Fahey-Carter n'étant pas univoque, on suit la méthode présentée dans la section 1.3.5.4 du mémoire, soit une détermination des paramètres dans l'ordre suivant :  $C_0$ ,  $\nu_0$ ,  $f$ ,  $g$ . Les paramètres  $n$  et  $p_{ref}$  sont fixés, classiquement, à  $n = 0.5$  et  $p_{ref} = 100$  kPa.

Les valeurs obtenues sont les suivantes :

<i>Essai</i>	<i>Confinement</i>	$C_0$	$f$	$\nu_0$	$g$	$\psi$
Baldi (1991)	2 MPa	120	0.68	0.25	3	2°
BC07	2.3 MPa	90	0.41	0.24	5	3°
BC20	2.3 MPa	80	0.5	0.35	4	0°
BC08	0.4 MPa	50	0.35	0.22	3	8°

**Tableau A4-2 : Paramètres de Fahey-Carter obtenus pour différents essais sur l'argile de Boom**

La Figure A4-6 montre le calage obtenu pour chaque essai. Le modèle de Fahey-Carter parvient à reproduire assez fidèlement les courbes expérimentales. Le résultat est un peu moins satisfaisant pour BC08 car le point de rupture est situé en-dessous de la courbe de Hoek-Brown définie précédemment, ce qui nuit au calage dans le plan contraintes-déformations.

Au final, on propose de retenir comme paramétrage une moyenne des valeurs obtenues sur les trois essais effectués à une contrainte de confinement effective proche de celle in situ : Baldi (1991), BC07 et BC20. On obtient le paramétrage suivant :

<i>Paramètre</i>	$C_0$	$f$	$\nu_0$	$g$	$\psi$
<i>Valeur</i>	95	0.53	0.28	4	2°

**Tableau A4-3 : Paramètres de Fahey-Carter retenus pour l'argile de Boom à Mol**

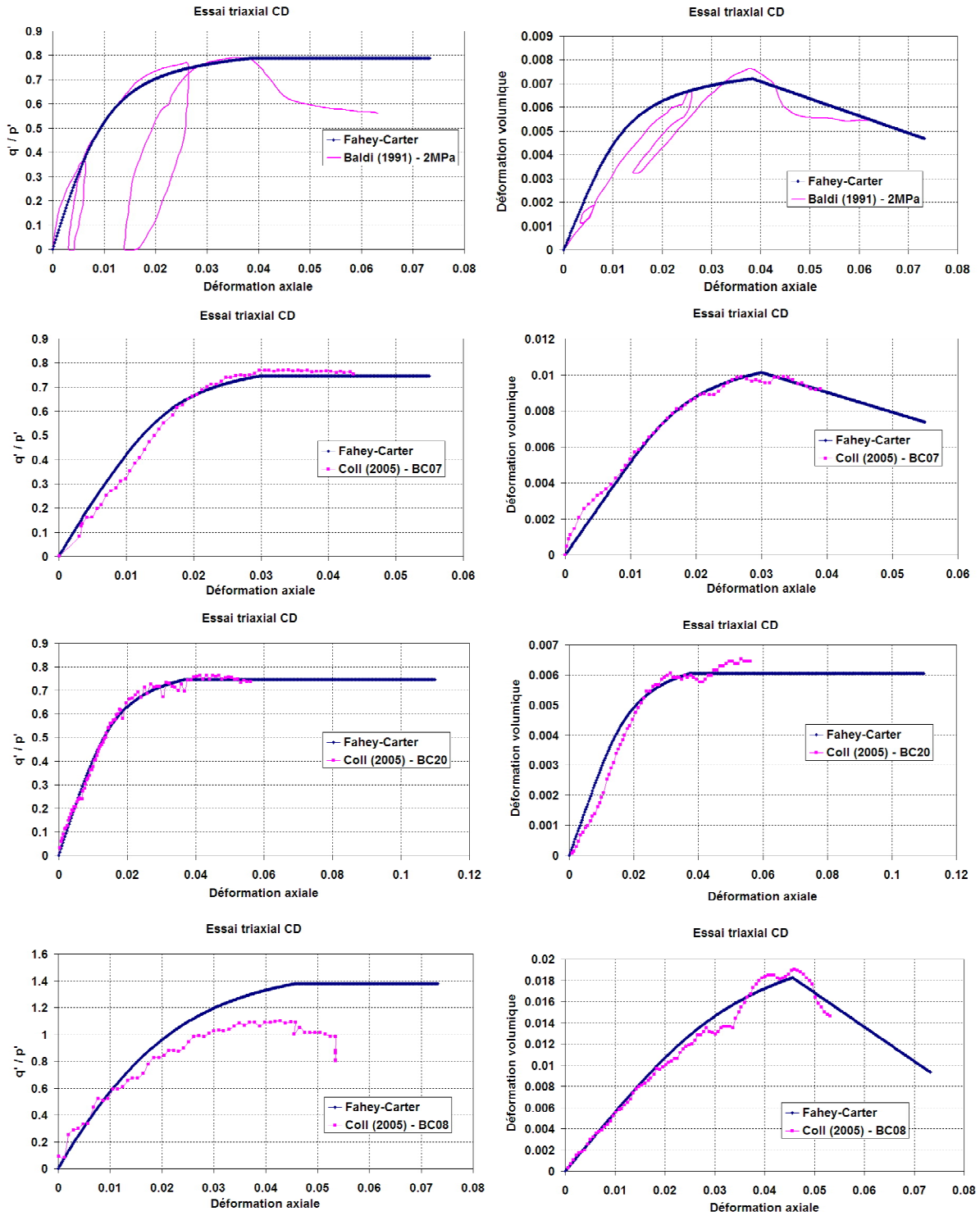


Figure A4-6 : courbes triaxiales (contraintes – déformations et déformations axiales – déformations volumiques) et calage de Fahey-Carter pour quatre essais CD sur l’argile de Boom



**ANNEXE A5**

**CODE DE CALCUL MAPLE COMMENTÉ**

**POUR LE CALCUL DES COURBES DE**

**CONVERGENCE AVEC LA MÉTHODE**

**DES MATRICES DE TRANSFERT**

**—**

**ÉLASTICITÉ NON LINÉAIRE DE**

**FAHEY-CARTER**



## Calcul de courbes de convergence en élastoplasticité sous sollicitation non drainée par la méthode des matrices de transfert

Par F.ROJAT (2008), d'après SULEM (1994)

### A- Saisie du modèle mécanique

#### Initialisation de la feuille de calcul

```
> restart:
with(LinearAlgebra):
with(plots):
Digits := 10:
Warning, the name changecoords has been redefined
```

#### Préliminaire : hypothèses et unités de travail

Les hypothèses retenues sont les suivantes :

- on se place dans le cadre des hypothèses de la méthode convergence-confinement.
- dans le milieu poreux, les paramètres de contrainte effective  $b$  (Biot) et  $\delta$  (pour le critère de rupture) sont égaux. Le paramètre  $\beta$  définissant les contraintes effectives plastiques est quelconque.
- seul le régime de face est considéré dans les calculs.
- le critère de rupture ne dépend que des contraintes principales majeure et mineure.
- pour la zone plastique, on travaille avec le potentiel de Mohr-Coulomb uniquement, qui conduit à :  $d(\varepsilon_r^p) = (-K_\psi) \cdot (d(\varepsilon_\theta^p))$

Les unités de travail sont les suivantes :

- MPa (Méga-Pascal) pour les contraintes et pressions interstitielles.
- m (mètre) pour les distances.

#### Définition du critère de rupture

Critère de rupture retenu : *Hoek-Brown généralisé*

```
> F := (s1ef,s3ef) -> s1ef-s3ef-sc*(m*s3ef/sc+s)^alpha:
```

Valeurs des paramètres du critère :

```
> sc := 0.5:
m := 5.5:
s := 1:
alpha := 0.5:
> 'F'=F(s1ef,s3ef);
```

$$F = s1ef - s3ef - .5 (11.00000000s3ef + 1)^5$$

#### Définition des paramètres élastiques (linéaires ou non) : valeurs tangentes (modèle de Fahey-Carter)

Valeurs des constantes :

```
> pref := 0.1:
CC := 95:
nu0 := 0.28:
nn := 0.5:
ff := 0.53:
gg := 4:
```

Modèle élastique retenu : *Elasticité non linéaire de Fahey-Carter*

```
> G0 := (s1ef,s2ef,s3ef) -> pref*CC*(1+((s1ef+s2ef+s3ef)/3)/pref)^nn:
```



```
Gt := (s1ef,s2ef,s3ef) -> G0(s1ef,s2ef,s3ef)*((1-ff*(s1ef-
s3ef)/(sc*(m*s3ef/sc+s)^alpha))^gg)^2/(1-ff*(1-gg)*(s1ef-
s3ef)/(sc*(m*s3ef/sc+s)^alpha))^gg):
Kt := (s1ef,s2ef,s3ef) -> (2*(1+nu0))/(3*(1-2*nu0))*G0(s1ef,s2ef,s3ef):
```

Calcul des autres paramètres élastiques :

```
> lambdat := (s1ef,s2ef,s3ef) -> Kt(s1ef,s2ef,s3ef) -
(2*Gt(s1ef,s2ef,s3ef))/3:
mut := (s1ef,s2ef,s3ef) -> Gt(s1ef,s2ef,s3ef):
nut := (s1ef,s2ef,s3ef) ->
lambdat(s1ef,s2ef,s3ef)/(2*(lambdat(s1ef,s2ef,s3ef)+mut(s1ef,s2ef,s3ef))):
Et := (s1ef,s2ef,s3ef) -> 2*Gt(s1ef,s2ef,s3ef)*(1+nut(s1ef,s2ef,s3ef)):
```

Bilan : valeur des paramètres élastiques

```
> #'E[t]' =
Et((s1ef,s2ef,s3ef)); 'nu[t]'=nut(s1ef,s2ef,s3ef); 'G[t]'=Gt(s1ef,s2ef,s3ef);
'K[t]'=Kt(s1ef,s2ef,s3ef); 'lambda[t]'=lambdat(s1ef,s2ef,s3ef); 'mu[t]'=mut(s
1ef,s2ef,s3ef);
```

### Définition du potentiel plastique (Mohr-Coulomb)

```
> G:= (s1efP,s3efP) -> s1efP-Kpsi*s3efP:
```

Valeur de la dilatance et calcul de  $K_\psi$  :

```
> psi := 5:
Kpsi := evalf((1+sin(psi*Pi/180))/(1-sin(psi*Pi/180))):
#'K[psi]' = evalf(Kpsi);
> 'G'=G(s1efP,s3efP);
```

$$G = s1efP - 1.190954245s3efP$$

### Définition des paramètres du milieu poreux (solicitation non drainée)

Coefficient de contrainte effective élastique de Biot :

```
> b := 1:
```

Coefficient de contrainte effective plastique :

```
> beta := 1:
```

Module de Biot (MPa) :

```
> M := 5128:
```

## B- Définition de la géométrie du problème

Rayon du tunnel :

```
> R := 2:
```

Rayon maximal de calcul :

```
> Rmax := 60:
```

Nombre de points de calcul :

```
> N := 40:
```

Valeur du premier pas de discrétisation (au niveau de la paroi du tunnel, en m) :

```
> dr1 := 2/100:
```

Raison q pour la répartition géométrique des anneaux :  $r_{i+1} = r_i + dr1 q^{(i-2)}$  avec  $r_1 = R$  et

$$r_N = R_{max}$$

```
> q := fsolve(Rmax=R+dr1*(x^(N-1)-1)/(x-1), x, 0..infinity);
q := 1.172889929
```

Calcul de la liste des  $r_i$  :

```
> Rlist := [R, seq(evalf(R+dr1*(q^(i-1)-1)/(q-1)), i=2..N-1), Rmax]:
```

**Rlist;**

```
[2, 2.020000000, 2.043457799, 2.070971214, 2.103241422, 2.141090825, 2.185484007, 2.237552324, 2.298622729,
 2.370251591, 2.454264362, 2.552802096, 2.668376010, 2.803931492, 2.962923150, 3.149402865,
 3.368123046, 3.624657742, 3.925544703, 4.278451990, 4.692373393, 5.177857638, 5.747277219,
 6.415143711, 7.198477593, 8.117242017, 9.194851552, 10.45876893, 11.94120489, 13.67993909,
 15.71928293, 18.11120879, 20.91667453, 24.20717705, 28.06657431, 32.59322249, 37.90248256,
 44.12966022, 51.43345418, 60]
```

## C- Définition des conditions de chargement

Contrainte totale initiale isotrope (MPa) :

```
> sigma0 := 4.5:
```

Pression interstitielle initiale (MPa) :

```
> p0 := 2.25:
```

Contrainte totale finale en paroi du tunnel (MPa) :

```
> sigmaint := 0.5:
```

Nombre de pas de déchargement :

```
> K := 50:
```

Calcul de la valeur du pas de déchargement en paroi du tunnel (MPa) :  $\sigma_{k+1}^{int} = \sigma_k^{int} - d(\sigma)$  avec

$$\sigma_1^{int} = \sigma_0 \text{ et } \sigma_k^{int} = \sigma^{int}$$

```
> dsigma := (sigma0-sigmaint)/(K-1):
```

```
'd(sigma)'=evalf(dsigma);
```

```
d(sigma) = .08163265306
```

Calcul de la liste des valeurs de contrainte en paroi :

```
> sigmalist := [seq(evalf(sigma0-(k-1)*dsigma), k=1..K)]:
```

```
sigmalist;
```

```
[4.5, 4.418367347, 4.336734694, 4.255102041, 4.173469388, 4.091836735, 4.010204082, 3.928571429,
 3.846938776, 3.765306122, 3.683673469, 3.602040816, 3.520408163, 3.438775510, 3.357142857,
 3.275510204, 3.193877551, 3.112244898, 3.030612245, 2.948979592, 2.867346939, 2.785714286,
 2.704081633, 2.622448980, 2.540816327, 2.459183674, 2.377551020, 2.295918367, 2.214285714,
 2.132653061, 2.051020408, 1.969387755, 1.887755102, 1.806122449, 1.724489796, 1.642857143,
 1.561224490, 1.479591837, 1.397959184, 1.316326531, 1.234693878, 1.153061225, 1.071428571,
 .989795918, .908163265, .826530612, .744897959, .663265306, .581632653, .500000000]
```

## D- Calcul de la matrice de rigidité tangente

Les variations de contraintes sont représentées dans le repère principal par  $\Delta \sigma = [[\Delta \sigma_1], [\Delta \sigma_3]]$

et les variations de déformations par  $\Delta \varepsilon = [[\Delta \varepsilon_1], [\Delta \varepsilon_3]]$ . La matrice de rigidité tangente est

notée C, telle que  $\Delta \sigma = C \Delta \varepsilon$ .

```
> unassign('a'):
```

```
A := (s1ef, s2ef, s3ef) ->
```

```
(lambdat(s1ef, s2ef, s3ef)*D[1](F)(s1ef, s3ef) + (lambdat(s1ef, s2ef, s3ef) + 2*mut(s1ef, s2ef, s3ef))*D[2](F)(s1ef, s3ef)) / ((lambdat(s1ef, s2ef, s3ef) - Kpsi*(lambdat(s1ef, s2ef, s3ef) + 2*mut(s1ef, s2ef, s3ef)))*D[2](F)(s1ef, s3ef) + ((lambdat(s1ef, s2ef, s3ef) + 2*mut(s1ef, s2ef, s3ef)) - Kpsi*lambdat(s1ef, s2ef, s3ef))*D[1](F)(s1ef, s3ef))):
```

```
B := (s1ef, s2ef, s3ef) ->
```

```
(lambdat(s1ef, s2ef, s3ef)*D[2](F)(s1ef, s3ef) + (lambdat(s1ef, s2ef, s3ef) + 2*mut(s1ef, s2ef, s3ef))*D[1](F)(s1ef, s3ef)) / ((lambdat(s1ef, s2ef, s3ef) - Kpsi*(lambdat(s1ef, s2ef, s3ef) + 2*mut(s1ef, s2ef, s3ef)))*D[2](F)(s1ef, s3ef) + ((
```

```

lambdat(s1ef,s2ef,s3ef)+2*mut(s1ef,s2ef,s3ef))-
Kpsi*lambdat(s1ef,s2ef,s3ef))*D[1](F)(s1ef,s3ef)):
C11 := (s1ef,s2ef,s3ef) ->
lambdat(s1ef,s2ef,s3ef)+b^2*M+2*mut(s1ef,s2ef,s3ef)+(Kpsi*lambdat(s1ef,s2ef
,s3ef)-(lambdat(s1ef,s2ef,s3ef)+2*mut(s1ef,s2ef,s3ef))+b*(beta-b)*M*(1-
Kpsi))*B(s1ef,s2ef,s3ef)*a:
C12 := (s1ef,s2ef,s3ef) ->
lambdat(s1ef,s2ef,s3ef)+b^2*M+(Kpsi*lambdat(s1ef,s2ef,s3ef)-
(lambdat(s1ef,s2ef,s3ef)+2*mut(s1ef,s2ef,s3ef))+b*(beta-b)*M*(1-
Kpsi))*A(s1ef,s2ef,s3ef)*a:
C21 := (s1ef,s2ef,s3ef) ->
lambdat(s1ef,s2ef,s3ef)+b^2*M+(Kpsi*(lambdat(s1ef,s2ef,s3ef)+2*mut(s1ef,s2e
f,s3ef))-lambdat(s1ef,s2ef,s3ef)+b*(beta-b)*M*(1-
Kpsi))*B(s1ef,s2ef,s3ef)*a:
C22 := (s1ef,s2ef,s3ef) ->
lambdat(s1ef,s2ef,s3ef)+b^2*M+2*mut(s1ef,s2ef,s3ef)+(Kpsi*(lambdat(s1ef,s2e
f,s3ef)+2*mut(s1ef,s2ef,s3ef))-lambdat(s1ef,s2ef,s3ef)+b*(beta-b)*M*(1-
Kpsi))*A(s1ef,s2ef,s3ef)*a:
C := (s1ef,s2ef,s3ef) ->
(Matrix(2,2,[[C11(s1ef,s2ef,s3ef)],C12(s1ef,s2ef,s3ef)], [C21(s1ef,s2ef,s3e
f),C22(s1ef,s2ef,s3ef)])):
> #A(3,2,1);B(3,2,1);C(3,2,1);

```

## E- Résolution du problème : Calcul des courbes de convergence par pas de déconfinement

```

> # Définition des tableaux de stockage des résultats
Sigmartab := array(1..K,1..N):
Sigmatlab := array(1..K,1..N):
Sigmaxtab := array(1..K,1..N):
Pinttab := array(1..K,1..N):
Epsilonrtab := array(1..K,1..N):
Epsilonlntab := array(1..K,1..N):
Depltab := array(1..K,1..N):
Ftab := array(1..N-1):
C11tab := array(1..N-1):
C12tab := array(1..N-1):
C21tab := array(1..N-1):
C22tab := array(1..N-1):
Beta1tab := array(1..N-1):
Beta2tab := array(1..N-1):
A1tab := array(1..N-1):
A2tab := array(1..N-1):
Zlist := array(2..N-1):

# Initialisation des calculs
for i from 1 to N do
  Sigmartab[1,i] := sigma0:
  Sigmatlab[1,i] := sigma0:
  Sigmaxtab[1,i] := sigma0:
  Pinttab[1,i] := p0:
  Epsilonrtab[1,i] := 0:
  Epsilonlntab[1,i] := 0:
  Depltab[1,i] := 0:
end do:

# Calcul par incrément de décharge en paroi (indice k)

for k from 2 to K do

```

```

# Calcul du critère de rupture par anneau

for i from 1 to N-1 do
  Ftab[i] := F(Sigmattab[k-1,i]-b*Pintttab[k-1,i],Sigmartab[k-1,i]-
b*Pintttab[k-1,i]):
end do:

# Calcul des coefficients des équations

for i from 1 to N-1 do
  if Ftab[i]<0 then a:=0 else a:=1 end if:
  # Calcul des coefficients de la matrice de rigidité pour chaque
anneau n°i
  Sigmatef := Sigmattab[k-1,i]-b*Pintttab[k-1,i]:
  Sigmaxef := Sigmaxtab[k-1,i]-b*Pintttab[k-1,i]:
  Sigmaref := Sigmartab[k-1,i]-b*Pintttab[k-1,i]:
  C11tab[i] := evalf(C11(Sigmatef, Sigmaxef, Sigmaref)):
  C12tab[i] := evalf(C12(Sigmatef, Sigmaxef, Sigmaref)):
  C21tab[i] := evalf(C21(Sigmatef, Sigmaxef, Sigmaref)):
  C22tab[i] := evalf(C22(Sigmatef, Sigmaxef, Sigmaref)):
  # Calcul des coefficients beta pour chaque anneau n°i
  Racines := [solve(C22tab[i]*x^2+(C21tab[i]-C12tab[i])*x-
C11tab[i],x)]:
  Beta1tab[i] := Racines[1]:
  Beta2tab[i] := Racines[2]:
end do:

#Calcul des constantes d'intégration

Z := IdentityMatrix(2):
for i from 2 to N-1 do
  Zia := (Rlist[i])^(Beta1tab[i]):
  Zib := (Rlist[i])^(Beta2tab[i]):
  Zic := (Beta1tab[i]*C22tab[i]+C21tab[i])*(Rlist[i])^(Beta1tab[i]-1):
  Zid := (Beta2tab[i]*C22tab[i]+C21tab[i])*(Rlist[i])^(Beta2tab[i]-1):
  Zie := (Rlist[i])^(Beta1tab[i-1]):
  Zif := (Rlist[i])^(Beta2tab[i-1]):
  Zig := (Beta1tab[i-1]*C22tab[i-1]+C21tab[i-1])*(Rlist[i])^(Beta1tab[i-
1]-1):
  Zih := (Beta2tab[i-1]*C22tab[i-1]+C21tab[i-1])*(Rlist[i])^(Beta2tab[i-
1]-1):
  Zi := Matrix(2,2,[[ (Zid*Zie-Zib*Zig)/(Zia*Zid-Zib*Zic), (Zid*Zif-
Zib*Zih)/(Zia*Zid-Zib*Zic) ], [ (Zia*Zig-Zic*Zie)/(Zia*Zid-Zib*Zic), (Zia*Zih-
Zic*Zif)/(Zia*Zid-Zib*Zic) ]]):
  Z := MatrixMatrixMultiply(Zi,Z):
  Zlist[i] := Z:
end do:

# Cas 1 : déplacements nuls à Rmax
# sols := solve({(Z[1,1]*A1+Z[1,2]*A2)*Rmax^Beta1tab[N-
1]+(Z[2,1]*A1+Z[2,2]*A2)*Rmax^Beta2tab[N-
1]=0,A1*(Beta1tab[1]*C22tab[1]+C21tab[1])*R^(Beta1tab[1]-
1)+A2*(Beta2tab[1]*C22tab[1]+C21tab[1])*R^(Beta2tab[1]-1)=-
dsigma},{A1,A2}):

# Cas 2 : sigma_r = sigma0 à Rmax
sols := solve({(Z[1,1]*A1+Z[1,2]*A2)*(Beta1tab[N-1]*C22tab[N-
1]+C21tab[N-1])*Rmax^(Beta1tab[N-1]-1)+(Z[2,1]*A1+Z[2,2]*A2)*(Beta2tab[N-
1]*C22tab[N-1]+C21tab[N-1])*Rmax^(Beta2tab[N-1]-
1)=0,A1*(Beta1tab[1]*C22tab[1]+C21tab[1])*R^(Beta1tab[1]-
1)+A2*(Beta2tab[1]*C22tab[1]+C21tab[1])*R^(Beta2tab[1]-1)=-
dsigma},{A1,A2}):

```

```

Altab[1] := subs(sols,A1):
A2tab[1] := subs(sols,A2):
for i from 2 to N-1 do
  Altab[i] := Zlist[i][1,1]*Altab[1]+Zlist[i][1,2]*A2tab[1]:
  A2tab[i] := Zlist[i][2,1]*Altab[1]+Zlist[i][2,2]*A2tab[1]:
end do:

# Calcul des contraintes, déplacements, déformations pour le pas de
décharge considéré

for i from 1 to N-1 do

  Sigmartab[k,i] := Sigmartab[k-
1,i]+Altab[i]*(Beta1tab[i]*C22tab[i]+C21tab[i])*(Rlist[i])^(Beta1tab[i]-
1)+A2tab[i]*(Beta2tab[i]*C22tab[i]+C21tab[i])*(Rlist[i])^(Beta2tab[i]-1):
  Depltab[k,i] := Depltab[k-
1,i]+(Altab[i])*Rlist[i]^Beta1tab[i]+(A2tab[i])*Rlist[i]^Beta2tab[i]:
  Epsilononttab[k,i] := Epsilononttab[k-1,i]+(Depltab[k,i]-Depltab[k-
1,i])/Rlist[i]:
  Epsilonontab[k,i] := Epsilonontab[k-1,i]+(Sigmartab[k,i]-Sigmartab[k-
1,i]-C21tab[i]*(Epsilononttab[k,i]-Epsilononttab[k-1,i]))/C22tab[i]:
  Sigmattab[k,i] := Sigmattab[k-1,i]+C12tab[i]*(Epsilonontab[k,i]-
Epsilonontab[k-1,i])+C11tab[i]*(Epsilononttab[k,i]-Epsilononttab[k-1,i]):
  Pinttab[k,i] := Pinttab[k-1,i]+ (b*M+(beta-b)*M*(1-Kpsi)*A(Sigmattab[k-
1,i]-b*Pinttab[k-1,i],Sigmaxtab[k-1,i]-b*Pinttab[k-1,i],Sigmartab[k-1,i]-
b*Pinttab[k-1,i]))*(Epsilonontab[k,i]-Epsilonontab[k-1,i])+ (b*M+(beta-
b)*M*(1-Kpsi)*B(Sigmattab[k-1,i]-b*Pinttab[k-1,i],Sigmaxtab[k-1,i]-
b*Pinttab[k-1,i],Sigmartab[k-1,i]-b*Pinttab[k-1,i]))*(Epsilononttab[k,i]-
Epsilononttab[k-1,i]):
  Sigmaxtab[k,i] := Sigmaxtab[k-1,i]+nut(Sigmattab[k-1,i]-b*Pinttab[k-
1,i],Sigmaxtab[k-1,i]-b*Pinttab[k-1,i],Sigmartab[k-1,i]-b*Pinttab[k-
1,i])*(Sigmartab[k,i]-Sigmartab[k-1,i]+Sigmattab[k,i]-Sigmattab[k-1,i])+ (1-
2*nut(Sigmattab[k-1,i]-b*Pinttab[k-1,i],Sigmaxtab[k-1,i]-b*Pinttab[k-
1,i],Sigmartab[k-1,i]-b*Pinttab[k-1,i]))*b*(Pinttab[k,i]-Pinttab[k-1,i]):
end do:

  Sigmartab[k,N] := Sigmartab[k-1,N]+Altab[N-1]*(Beta1tab[N-1]*C22tab[N-
1]+C21tab[N-1])*(Rlist[N])^(Beta1tab[N-1]-1)+A2tab[N-1]*(Beta2tab[N-
1]*C22tab[N-1]+C21tab[N-1])*(Rlist[N])^(Beta2tab[N-1]-1):
  Depltab[k,N] := Depltab[k-1,N]+(Altab[N-1])*Rlist[N]^Beta1tab[N-
1]+(A2tab[N-1])*Rlist[N]^Beta2tab[N-1]:
  Epsilononttab[k,N] := Epsilononttab[k-1,N]+(Depltab[k,N]-Depltab[k-
1,N])/Rlist[N]:
  Epsilonontab[k,N] := Epsilonontab[k-1,N]+(Sigmartab[k,N]-Sigmartab[k-1,N]-
C21tab[N-1]*(Epsilononttab[k,N]-Epsilononttab[k-1,N]))/C22tab[N-1]:
  Sigmattab[k,N] := Sigmattab[k-1,N]+C12tab[N-1]*(Epsilonontab[k,N]-
Epsilonontab[k-1,N])+C11tab[N-1]*(Epsilononttab[k,N]-Epsilononttab[k-1,N]):
  Pinttab[k,N] := Pinttab[k-1,N]+ (b*M+(beta-b)*M*(1-Kpsi)*A(Sigmattab[k-
1,N-1]-b*Pinttab[k-1,N-1],Sigmaxtab[k-1,N-1]-b*Pinttab[k-1,N-
1],Sigmartab[k-1,N-1]-b*Pinttab[k-1,N-1]))*(Epsilonontab[k,N]-Epsilonontab[k-
1,N])+ (b*M+(beta-b)*M*(1-Kpsi)*B(Sigmattab[k-1,N-1]-b*Pinttab[k-1,N-
1],Sigmaxtab[k-1,N-1]-b*Pinttab[k-1,N-1],Sigmartab[k-1,N-1]-b*Pinttab[k-
1,N-1]))*(Epsilononttab[k,N]-Epsilononttab[k-1,N]):
  Sigmaxtab[k,N] := Sigmaxtab[k-1,N]+nut(Sigmattab[k-1,N-1]-b*Pinttab[k-
1,N-1],Sigmaxtab[k-1,N-1]-b*Pinttab[k-1,N-1],Sigmartab[k-1,N-1]-
b*Pinttab[k-1,N-1])*(Sigmartab[k,N]-Sigmartab[k-1,N]+Sigmattab[k,N]-
Sigmattab[k-1,N])+ (1-2*nut(Sigmattab[k-1,N-1]-b*Pinttab[k-1,N-
1],Sigmaxtab[k-1,N-1]-b*Pinttab[k-1,N-1],Sigmartab[k-1,N-1]-b*Pinttab[k-
1,N-1]))*b*(Pinttab[k,N]-Pinttab[k-1,N]):

```

```
# Passage au pas de décharge suivant
end do:

print("Calculs terminés");

"Calculs terminés"
```

## F- Représentations graphiques

### Représentation des contraintes totales dans le massif pour une pression totale en paroi donnée

```
> #Pression en paroi (MPa) :
Pression := 1.5;

#Définition du graphique :
Liste_point_r := array(1..2,1..N):
Liste_point_t := array(1..2,1..N):
Liste_point_x := array(1..2,1..N):
Liste_point_p := array(1..2,1..N):
if Pression > sigma0 or Pression < sigmaint then
  print("Pression en dehors des limites du calcul");
else
  indice := 1:
  while round(Sigmartab[indice,1]*10^6) > Pression*10^6 do
    indice := indice+1:
  end do:
  if Pression = round(Sigmartab[indice,1]) then
    for i from 1 to N do
      Liste_point_r[1,i] := Rlist[i]:
      Liste_point_r[2,i] := Sigmartab[indice,i]:
      Liste_point_t[1,i] := Rlist[i]:
      Liste_point_t[2,i] := Sigmattab[indice,i]:
      Liste_point_x[1,i] := Rlist[i]:
      Liste_point_x[2,i] := Sigmaxtab[indice,i]:
      Liste_point_p[1,i] := Rlist[i]:
      Liste_point_p[2,i] := Pinttab[indice,i]:
    end do:
  else
    regr := (Sigmartab[indice,1]-Pression) / (Sigmartab[indice,1]-
Sigmartab[indice-1,1]):
    for i from 1 to N do
      Liste_point_r[1,i] := Rlist[i]:
      Liste_point_r[2,i] := Sigmartab[indice,i]-regr*(Sigmartab[indice,i]-
Sigmartab[indice-1,i]):
      Liste_point_t[1,i] := Rlist[i]:
      Liste_point_t[2,i] := Sigmattab[indice,i]-regr*(Sigmattab[indice,i]-
Sigmattab[indice-1,i]):
      Liste_point_x[1,i] := Rlist[i]:
      Liste_point_x[2,i] := Sigmaxtab[indice,i]-regr*(Sigmaxtab[indice,i]-
Sigmaxtab[indice-1,i]):
      Liste_point_p[1,i] := Rlist[i]:
      Liste_point_p[2,i] := Pinttab[indice,i]-regr*(Pinttab[indice,i]-
Pinttab[indice-1,i]):
    end do:
  end if:
end if:

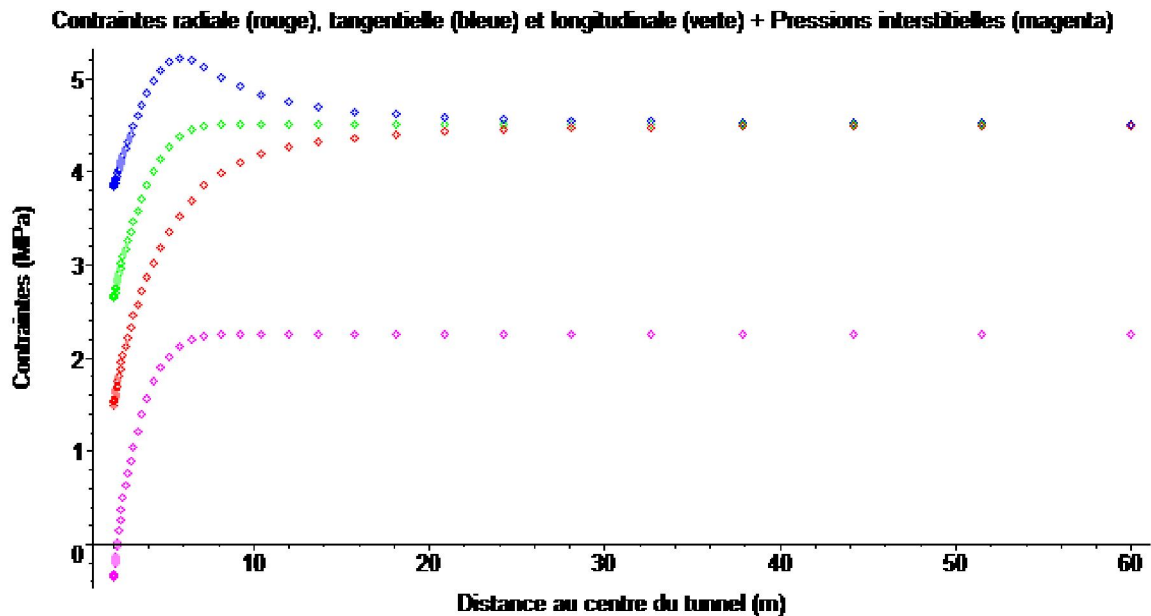
#Création d'une matrice de données pour l'exportation
```

```

Resultats_sigma := Matrix(N,5):
for i from 1 to N do
  Resultats_sigma[i,1] := Rlist[i]:
  Resultats_sigma[i,2] := Liste_point_r[2,i]:
  Resultats_sigma[i,3] := Liste_point_x[2,i]:
  Resultats_sigma[i,4] := Liste_point_t[2,i]:
  Resultats_sigma[i,5] := Liste_point_p[2,i]:
end do:

#Affichage
Graph1 := pointplot(Liste_point_r, color=red):
Graph2 := pointplot(Liste_point_t, color=blue):
Graph3 := pointplot(Liste_point_x, color=green):
Graph4 := pointplot(Liste_point_p, color=magenta):
display({Graph1,Graph2,Graph3,Graph4},title="Contraintes radiale (rouge),
tangentielle (bleue) et longitudinale (verte) + Pressions interstitielles
(magenta)",labeldirections=[HORIZONTAL,VERTICAL],labels=["Distance au
centre du tunnel (m)","Contraintes (MPa)"]);
  
```

*Pression:=1.5*



### Représentation des contraintes effectives dans le massif pour une pression totale en paroi donnée

```

> #Pression en paroi (MPa) :
Pression := 1.5;

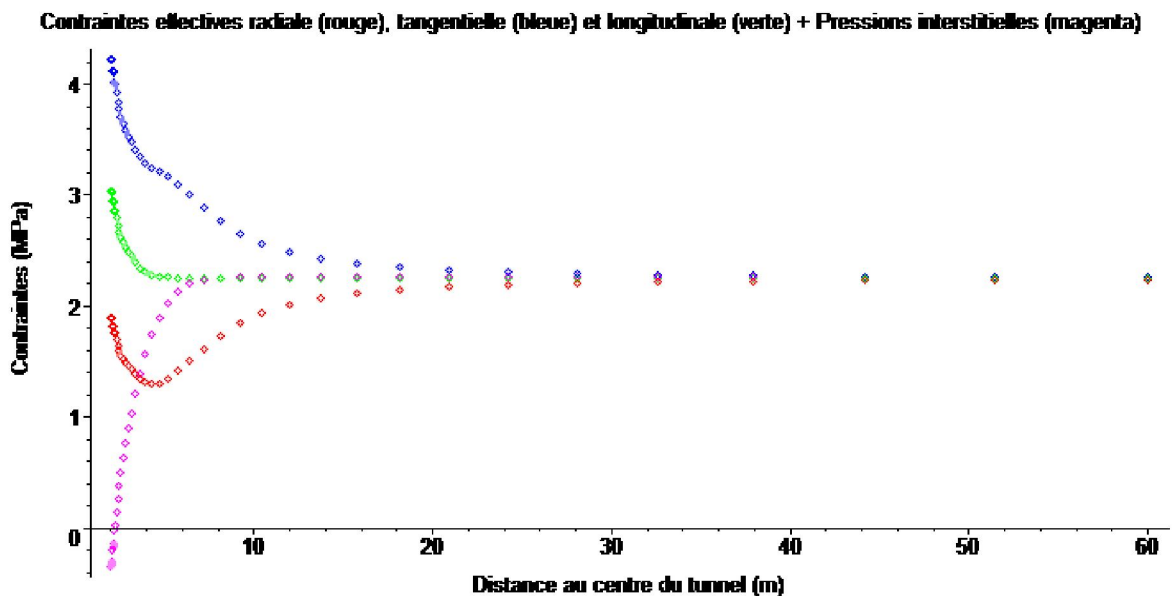
#Définition du graphique :
Liste_point_r := array(1..2,1..N):
Liste_point_t := array(1..2,1..N):
Liste_point_x := array(1..2,1..N):
Liste_point_p := array(1..2,1..N):
if Pression > sigma0 or Pression < sigmaint then
  print("Pression en dehors des limites du calcul");
else
  indice := 1:
  while round(Sigmartab[indice,1]*10^6) > Pression*10^6 do
    indice := indice+1:
  end do:
  if Pression = round(Sigmartab[indice,1]) then
    for i from 1 to N do
  
```

```

Liste_point_r[1,i] := Rlist[i]:
Liste_point_r[2,i] := Sigmartab[indice,i]-b*Pinttab[indice,i]:
Liste_point_t[1,i] := Rlist[i]:
Liste_point_t[2,i] := Sigmatatab[indice,i]-b*Pinttab[indice,i]:
Liste_point_x[1,i] := Rlist[i]:
Liste_point_x[2,i] := Sigmaxtab[indice,i]-b*Pinttab[indice,i]:
Liste_point_p[1,i] := Rlist[i]:
Liste_point_p[2,i] := Pinttab[indice,i]:
end do:
else
  regr := (Sigmartab[indice,1]-Pression)/(Sigmartab[indice,1]-
Sigmartab[indice-1,1]):
  for i from 1 to N do
    Liste_point_r[1,i] := Rlist[i]:
    Liste_point_r[2,i] := Sigmartab[indice,i]-b*Pinttab[indice,i]-
regr*(Sigmartab[indice,i]-Sigmartab[indice-1,i]):
    Liste_point_t[1,i] := Rlist[i]:
    Liste_point_t[2,i] := Sigmatatab[indice,i]-b*Pinttab[indice,i]-
regr*(Sigmatatab[indice,i]-Sigmatatab[indice-1,i]):
    Liste_point_x[1,i] := Rlist[i]:
    Liste_point_x[2,i] := Sigmaxtab[indice,i]-b*Pinttab[indice,i]-
regr*(Sigmaxtab[indice,i]-Sigmaxtab[indice-1,i]):
    Liste_point_p[1,i] := Rlist[i]:
    Liste_point_p[2,i] := Pinttab[indice,i]-regr*(Pinttab[indice,i]-
Pinttab[indice-1,i]):
  end do:
end if:
end if:

#Affichage
Graph1 := pointplot(Liste_point_r, color=red):
Graph2 := pointplot(Liste_point_t, color=blue):
Graph3 := pointplot(Liste_point_x, color=green):
Graph4 := pointplot(Liste_point_p, color=magenta):
display({Graph1,Graph2,Graph3,Graph4},title="Contraintes effectives radiale
(rouge), tangentielle (bleue) et longitudinale (verte) + Pressions
interstitielles
(magenta)",labeldirections=[HORIZONTAL,VERTICAL],labels=["Distance au
centre du tunnel (m)","Contraintes (MPa)"]);
Pression:= 1.5

```





## Représentation des déplacements dans le massif pour une pression totale en paroi donnée

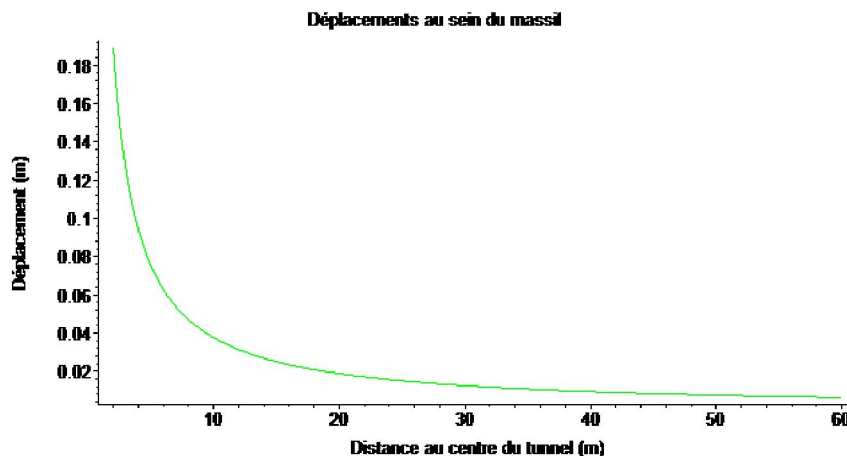
```

> #Pression en paroi (MPa) :
Pression := 1.5;

#Définition du graphique :
Liste_point_u := array(1..2,1..N):
if Pression > sigma0 or Pression < sigmaint then
  print("Pression en dehors des limites du calcul");
else
  indice := 1:
  while round(Sigmartab[indice,1]*10^6) > Pression*10^6 do
    indice := indice+1:
  end do:
  if Pression = round(Sigmartab[indice,1]) then
    for i from 1 to N do
      Liste_point_u[1,i] := Rlist[i]:
      Liste_point_u[2,i] := Depltab[indice,i]:
    end do:
  else
    regr := (Sigmartab[indice,1]-Pression)/(Sigmartab[indice,1]-
Sigmartab[indice-1,1]):
    for i from 1 to N do
      Liste_point_u[1,i] := Rlist[i]:
      Liste_point_u[2,i] := Depltab[indice,i]-regr*(Depltab[indice,i]-
Depltab[indice-1,i]):
    end do:
  end if:
end if:

#Affichage
Graph1 := pointplot(Liste_point_u, color=green, style=line):
display({Graph1},title="Déplacements au sein du
massif",labeldirections=[HORIZONTAL,VERTICAL],labels=["Distance au centre
du tunnel (m)","Déplacement (m)"]);
  
```

*Pression:= 1.5*



## Représentation de la courbe de convergence : déplacement en paroi en fonction de la pression totale en paroi

```

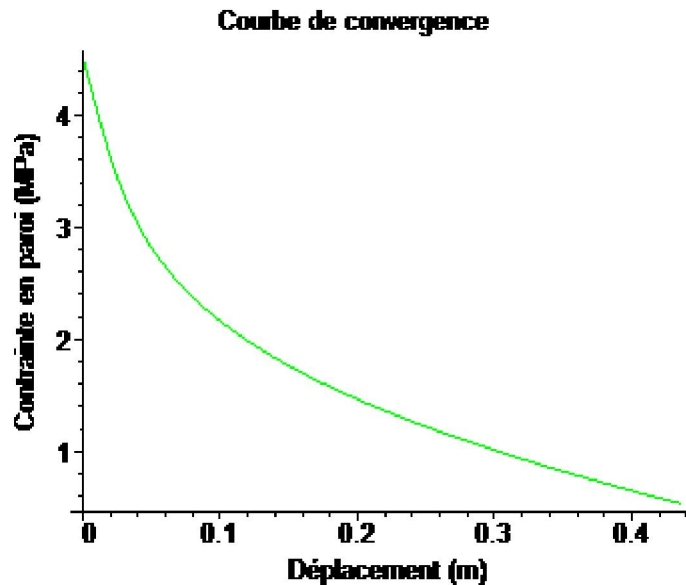
> #Définition du graphique :
Liste_point_CV := array(1..2,1..K):
  
```

```

for i from 1 to K do
  Liste_point_CV[1,i] := Depltab[i,1]:
  Liste_point_CV[2,i] := Sigmartab[i,1]:
end do:

#Affichage
Graph1 := pointplot(Liste_point_CV, color=green, style=line):
display({Graph1},title="Courbe de
convergence",labeldirections=[HORIZONTAL,VERTICAL],labels=["Déplacement
(m)","Contrainte en paroi (MPa)"]);

```



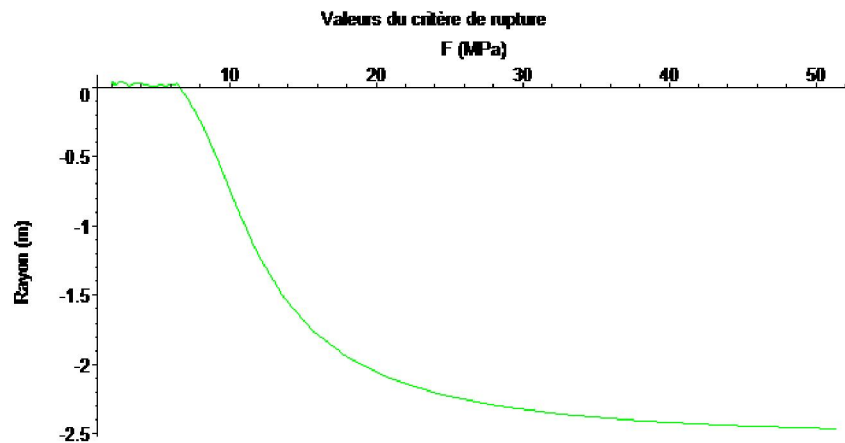
### Représentation du critère de rupture en fonction du rayon, au dernier pas de déchargement

```

> #Définition du graphique :
Liste_point_F := array(1..2,1..N-1):
for i from 1 to N-1 do
  Liste_point_F[1,i] := Rlist[i]:
  Liste_point_F[2,i] := Ftab[i]:
end do:

#Affichage
Graph1 := pointplot(Liste_point_F, color=green, style=line):
display({Graph1},title="Valeurs du critère de
rupture",labeldirections=[HORIZONTAL,VERTICAL],labels=["F (MPa)", "Rayon
(m)"]);

```



**Préparation d'une matrice de résultats pour l'exportation**

Ordre des colonnes pour les courbes de comportement du massif : Rayon - Sigma\_r effective - Sigma\_x effective - Sigma\_t effective - Déplacements - Pression interstitielle.

**ATTENTION** : Cette procédure utilise les résultats calculés lors de l'édition des graphiques. Vérifier que tous les graphiques aient bien été établis avec la même contrainte en paroi.

Ordre des colonnes pour la courbe de convergence : Déplacements - Contrainte en paroi.

```
> Matrice_resultats := Matrix(N+1,6):
Matrice_CV := Matrix(K+1,2):
  Matrice_resultats[1,1] := "Rayon (m)":
  Matrice_resultats[1,2] := "Sigma_r effective (MPa)":
  Matrice_resultats[1,3] := "Sigma_x effective (MPa)":
  Matrice_resultats[1,4] := "Sigma_t effective (MPa)":
  Matrice_resultats[1,5] := "Déplacements (m)":
  Matrice_resultats[1,6] := "Pression interstitielle (MPa)":
  Matrice_CV[1,1] := "Déplacements (m)":
  Matrice_CV[1,2] := "Contrainte en paroi (MPa)":
for i from 2 to N+1 do
  Matrice_resultats[i,1] := Rlist[i-1]:
  Matrice_resultats[i,2] := Liste_point_r[2,i-1]:
  Matrice_resultats[i,3] := Liste_point_x[2,i-1]:
  Matrice_resultats[i,4] := Liste_point_t[2,i-1]:
  Matrice_resultats[i,5] := Liste_point_u[2,i-1]:
  Matrice_resultats[i,6] := Liste_point_p[2,i-1]:
end do:
for k from 2 to K+1 do
  Matrice_CV[k,1] := Liste_point_CV[1,k-1]:
  Matrice_CV[k,2] := Liste_point_CV[2,k-1]:
end do:

> Matrice_resultats;
Matrice_CV;
```

```
[ 41 x 6 Matrix
  Data Type: anything
  Storage: rectangular
  Order: Fortran_order ]
```

```
[ 51 x 2 Matrix
  Data Type: anything
  Storage: rectangular
  Order: Fortran_order ]
```

## **ANNEXE B**

# **ÉLÉMENTS COMPLÉMENTAIRES À LA TROISIÈME PARTIE DU MÉMOIRE**



## **ANNEXE B1**

# **TABLEAUX DE SYNTHÈSE ET QUELQUES COURBES EXPLOITÉES POUR LES ESSAIS CD ET CU+U SUR LES MATÉRIAUX D'ARBUS**



Sondage	Echantillon	$\sigma$ (MPa)	Couverture (m)	Siltosité	E tangent à l'origine (kPa) (Serratrice, 2006)	E déch. - recharge (kPa) (Serratrice, 2006)	E sécant 50 % (kPa)	v sécant à 50%	$\psi$ (°)
AR 2	ARB 8	0.7	32.06	très	169000	702000	189000	0.31	8.9
	ARB 9	3	32.18	très	483000	1095000	350000	0.27	-
	ARB 10	1.5	32.3	très	343000	634000	295000	0.27	-
	ARB 20	2	31.06	très	390000	390000	256000	0.32	-
	ARB 24	4	31.19	très	730000	730000	247000	0.26	-
	ARB 25	10	31.32	très	396000	2520000	197000	0.29	-
AR 3	ARB 35	0.7	68.18	moyen	124000	433000	128000	0.27	3.2
	ARB 39	0.7	70.88	très	175000	425000	167000	0.29	5.2
	ARB 47	0.7	39.24	moyen	197000	426000	156000	0.38	3.8
	ARB 27	2	64.09	moyen	600000	594000	476000	0.28	-
	ARB 36	2	68.36	moyen	470000	487000	411000	0.32	-
	ARB 38	2	70.75	très	414000	380000	360000	0.29	-
	ARB 45	4	39.92	moyen	413000	737000	181000	0.22	-
	ARB 46	2	39.79	moyen	442000	394000	305000	0.26	-
AR 4	ARB 92	2	60.57	peu	333000	333000	241000	0.30	-
	ARB 94	4	60.83	moyen	908000		609000	0.36	-
	ARB 95	2	32.46	très	644000	1060000	566000	0.34	1.7
	ARB 96	2	55.51	moyen	649000	697000	570000	0.33	0.0
	ARB 97	4	55.83	très	726000	1790000	472000	0.22	-
	ARB 98	4	63.23	moyen	629000	750000	<i>inexploitable</i>	<i>inexploitable</i>	<i>inexploitable</i>
	ARB 99	2	63.36	moyen	399000	435000	364000	0.30	-
	ARB 100	0.7	61.17	moyen	133000	524000	138000	0.23	3.6
	ARB 101	0.7	63.48	très	174000	585000	179000	0.30	1.3
	ARB 105	4	32.33	très	625000	1910000	426000	0.27	-
	ARB 107	0.7	32.2	moyen	275000	965000	217000	0.21	6.5
ARB 110	0.7	55.67	très	290000		259000	0.29	6.4	
AR 6	TAR 24	2	56.32		334000	782000	303000	0.25	-
	TAR 25	0.7	56.45		187000	835000	183000	0.2	6.7
	TAR 26	4	56.57		871000	871000	215000	0.13	-
	TAR 35	6	40.72		370000	847000	177000	0.2	-
	TAR 37	2	40.47		301000	556000	261000	0.25	-
	TAR 38	4	40.35		370000	897000	231000	0.22	-
	TAR 39	0.7	40.22		1350000	363000	129000	0.15	5.2

Tableau B1-1 : Synthèse des exploitations réalisées sur les essais CD du tunnel d'Arbus, sondages AR2-3-4-6



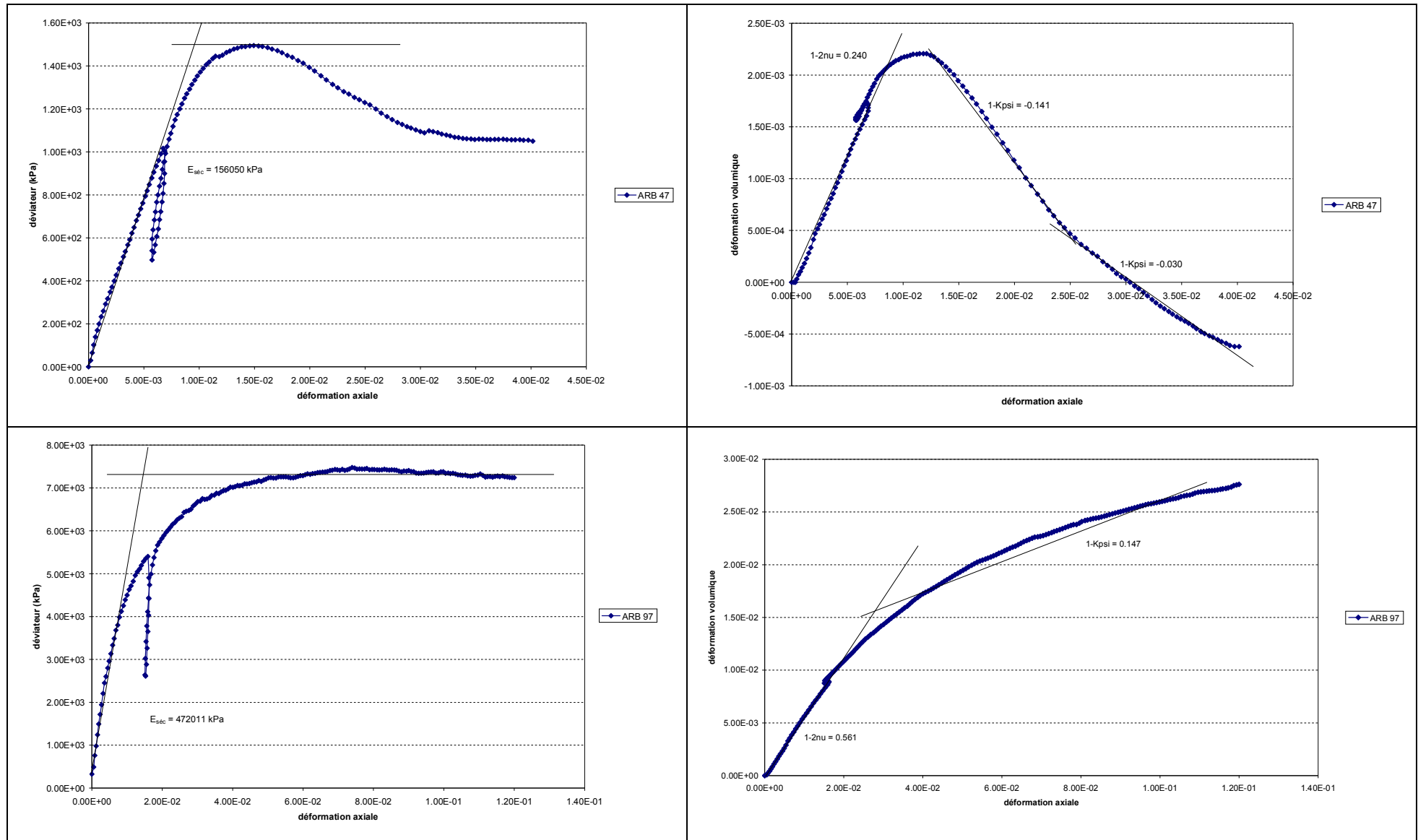


Figure B1-1 : Exemples d'exploitations d'essais CD sur les matériaux d'Arbus (échantillons ARB 47 et ARB 97)

Sondage	Echantillon	$\sigma$ (MPa)	Couverture (m)	Siltosité	$\phi_{ini}$	1/C2ini	C1ini (kPa)	$\nu_{ini}$	Eini (kPa)	Biot b	Biot M (kPa)	Ks (kPa)	Bs (Skempton)	C150% (kPa)	$\nu_{50\%}$	E50% (kPa)
AR 2	ARB 5	3	41.94	très	0.267	3.068	425000	0.22	348000	0.995	7 489 000	40 000 000	0.978	294000	0.29	255000
	ARB 6	1.5	41.81	très	0.271	3.062	382000	0.22	313000	0.995	7 368 000	40 000 000	0.980	139000	0.38	129000
	ARB 7	0.7	19.74	peu	0.244	3.042	294000	0.22	240000	0.996	8 209 000	40 000 000	0.986	115000	0.38	106000
	ARB 19	0.3	19.86	peu	0.239	3.009	68000	0.22	55000	0.999	8 383 000	40 000 000	0.997	59000	0.25	50000
	ARB 18	1.5	19.26	peu	0.234	3.083	609000	0.22	499000	0.993	8 547 000	40 000 000	0.973	372000	0.32	328000
AR 3	ARB 26	4	63.96	moyen	0.256	3.184	1183000	0.22	978000	0.985	7 803 000	40 000 000	0.942	671000	0.33	600000
	ARB 28	0.7	64.22	moyen	0.249	3.027	185000	0.22	150000	0.998	8 029 000	40 000 000	0.991	185000	0.22	150000
	ARB 29	2	64.35	moyen	0.269	3.067	415000	0.22	340000	0.995	7 427 000	40 000 000	0.978	415000	0.22	340000
	ARB 34	4	67.85	moyen	0.273	3.070	426000	0.22	349000	0.995	7 313 000	40 000 000	0.977	370000	0.25	310000
	ARB 37	4	70.62	très	0.228	3.182	1353000	0.22	1119000	0.983	8 768 000	40 000 000	0.943	686000	0.34	620000
AR 4	ARB 93	4	60.7	moyen	0.301	3.062	337000	0.22	276000	0.996	6 634 000	40 000 000	0.980	291000	0.25	244000
	ARB 106	2	63.13	très	0.274	3.073	443000	0.22	363000	0.995	7 302 000	40 000 000	0.976	396000	0.25	330000
	ARB 108	4	62.91	très	0.250	3.111	747000	0.22	614000	0.991	7 993 000	40 000 000	0.964	577000	0.27	494000
	ARB 109	0.7	62.73	très	0.252	3.031	210000	0.22	171000	0.997	7 929 000	40 000 000	0.990	203000	0.23	166000
AR 6	TAR 34	4	40.84		0.292	3.150	833000	0.22	686000	0.990	6 854 000	40 000 000	0.952	303000	0.39	281000
	TAR 36	2	40.6		0.311	3.162	340000	0.22	687000	0.990	6 425 000	40 000 000	0.949	258000	0.40	242000
	TAR 41	0.1	56.82		0.298	3.007	41000	0.22	33000	1.000	6 717 000	40 000 000	0.998	30000	0.29	25000
	TAR 42	0.7	56.94		0.285	3.026	151000	0.22	123000	0.998	7 013 000	40 000 000	0.991	151000	0.22	123000
	TAR 43	0.3	57.06		0.275	3.039	239000	0.22	195000	0.997	7 277 000	40 000 000	0.987	114000	0.35	103000
	TAR 44	1.7	39.97		0.319	3.069	351000	0.22	287000	0.996	6 274 000	40 000 000	0.977	274000	0.27	233000

Tableau B1-2 : Synthèse des exploitations réalisées sur les essais CU+u du tunnel d'Arbus, sondages AR2-3-4-6

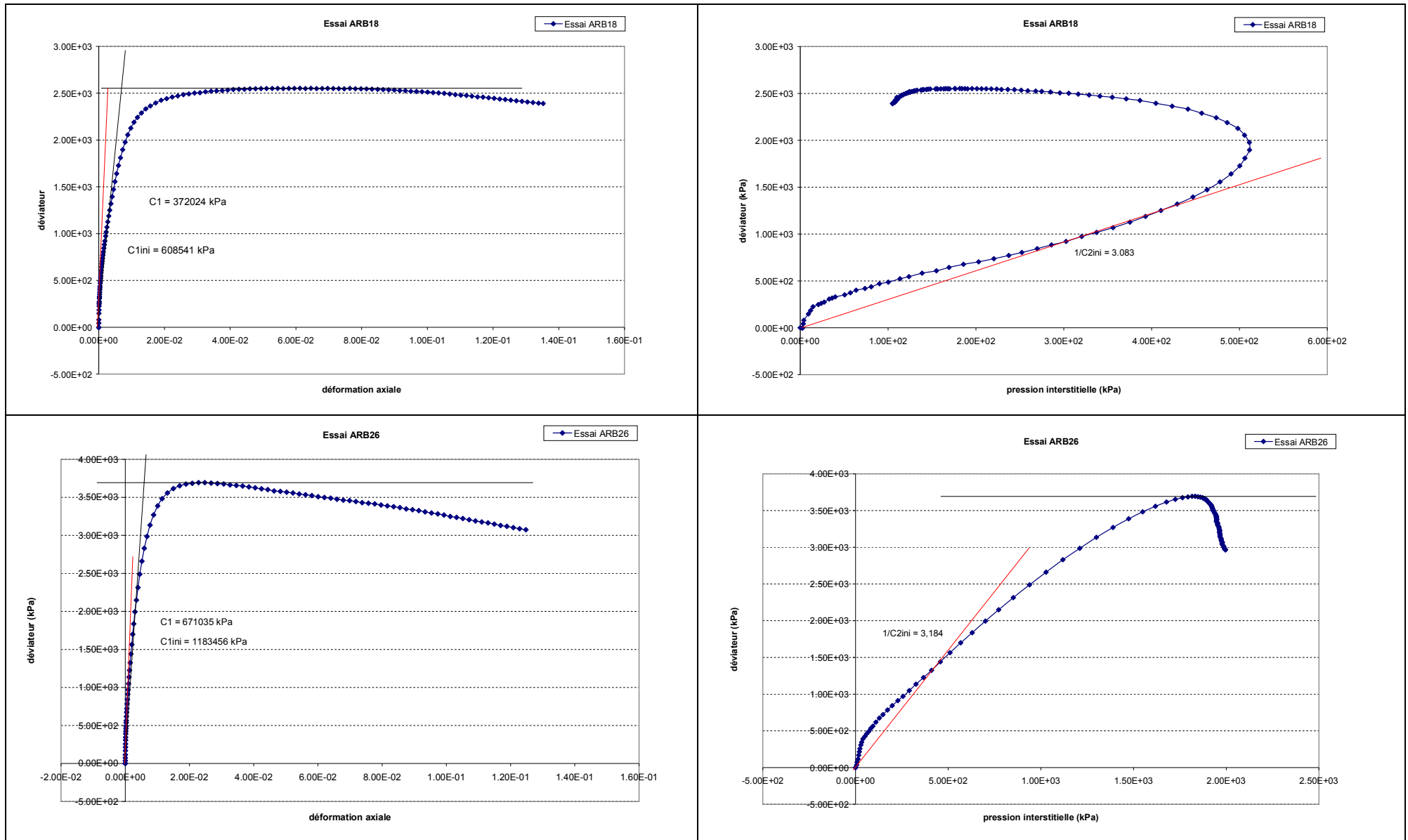


Figure B1-2 : Exemples d'exploitations d'essais CU+u sur les matériaux d'Arbus (échantillons ARB 18 et ARB 26)

Sondage	Echantillon	Confinement (MPa)	C0	f	v0	g
AR 2	ARB 08	0.7	250	0.35	0.30	0.80
	ARB 20	2	300	0.78	0.25	3.00
AR 3	ARB27	2	500	0.8	0.22	2.00
	ARB 35	0.7	310	0.55	0.18	0.80
	ARB 36	2	400	0.68	0.30	2.80
	ARB 38	2	450	0.77	0.20	1.70
	ARB 39	0.7	280	0.35	0.25	0.80
	ARB 46	2	380	0.87	0.20	1.80
	ARB 47	0.7	260	0.53	0.33	2.00
AR 4	ARB 92	2	450	0.8	0.20	0.80
	ARB 95	2	550	0.5	0.30	1.70
	ARB 96	2	500	0.55	0.24	2.80
	ARB 99	2	350	0.63	0.25	3.50
	ARB 100	0.7	320	0.55	0.15	0.90
	ARB 101	0.7	270	0.4	0.24	1.50
	ARB 107	0.7	450	0.5	0.15	0.60
ARB 110	0.7	430	0.4	0.28	1.20	
AR 6	TAR 24	2	350	0.84	0.15	1.90
	TAR 25	0.7	330	0.45	0.19	1.20
	TAR 37	2	260	0.87	0.22	2.80
	TAR 39	0.7	260	0.49	0.14	1.20

Tableau B1-3 : Synthèse des exploitations réalisées sur les essais CD du tunnel d'Arbus, sondages AR2-3-4-6, suivant le modèle de Fahey-Carter

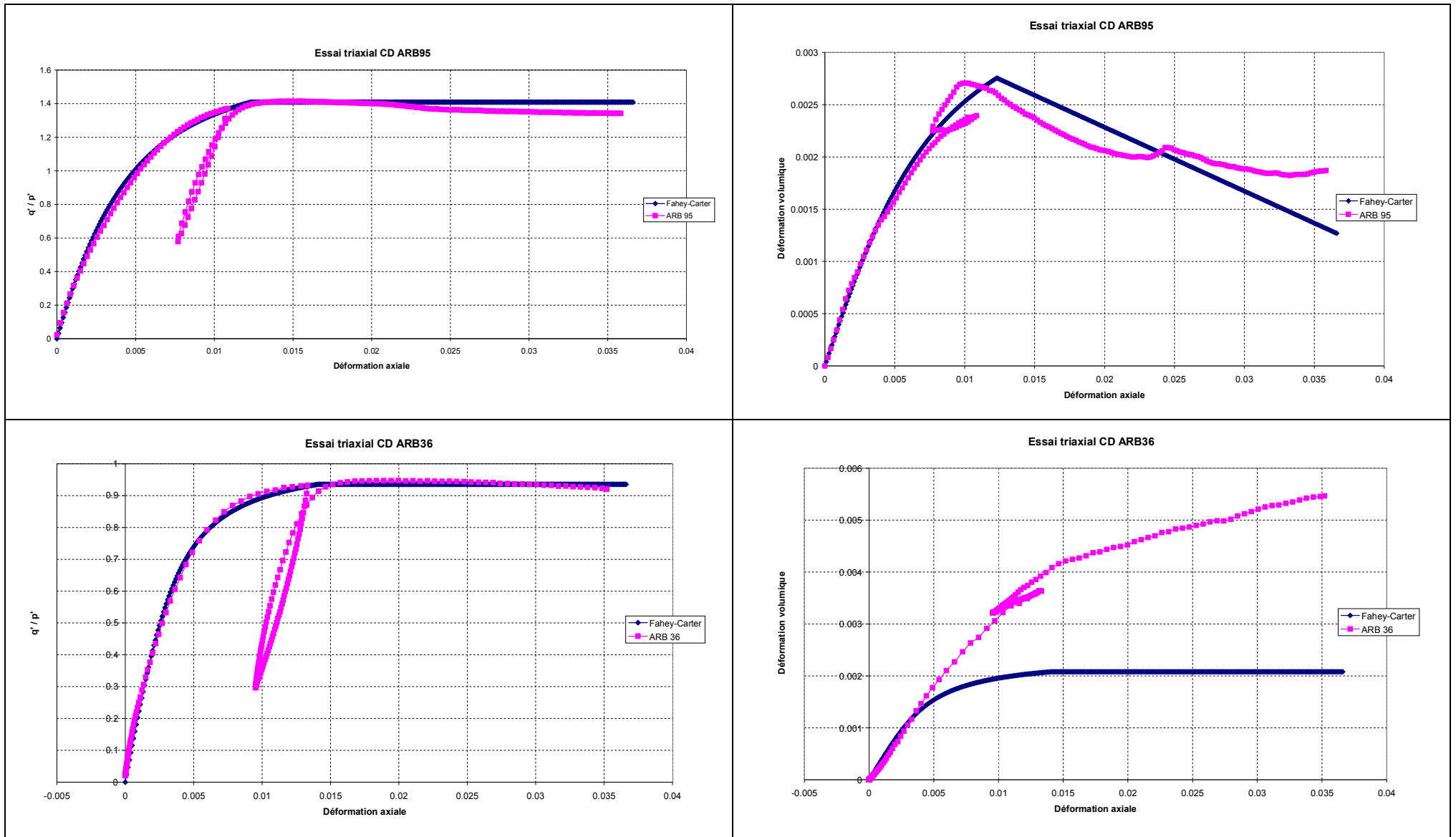


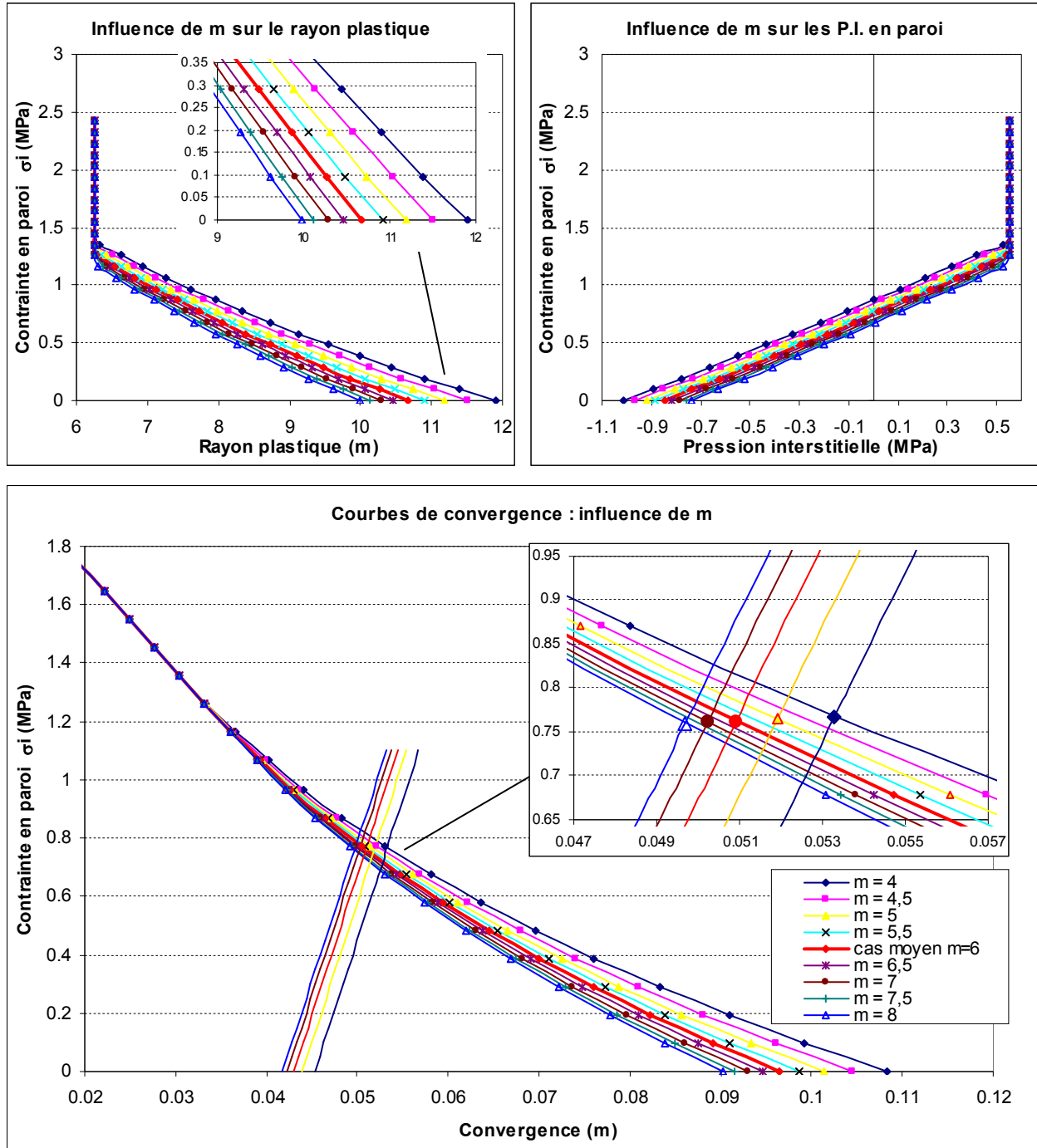
Figure B1-3 : Exemples d'exploitations d'essais CD sur les matériaux d'Arbus suivant le modèle de Fahey-Carter (échantillons ARB 95 et ARB 36)

**ANNEXE B2**

**ÉTUDE DE SENSIBILITÉ SUR LES  
PROPRIÉTÉS DU MASSIF D'ARBUS  
EN SITUATION « COURT-TERME »**



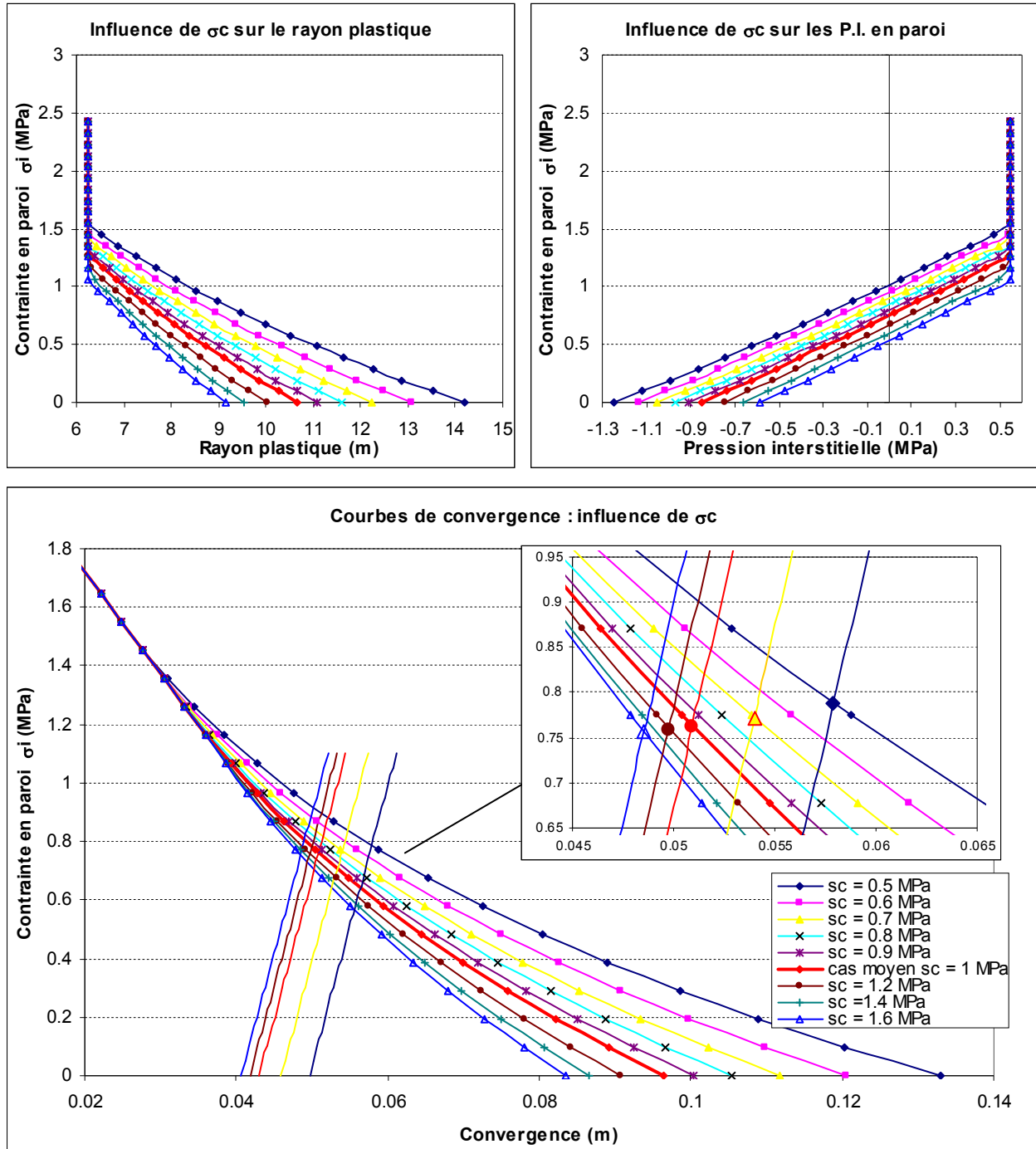
## Étude de sensibilité sur le paramètre $m$ du critère de Hoek-Brown



Tunnel d'Arbus – Légende commune aux différents diagrammes. P.I. = Pression Interstitielle.

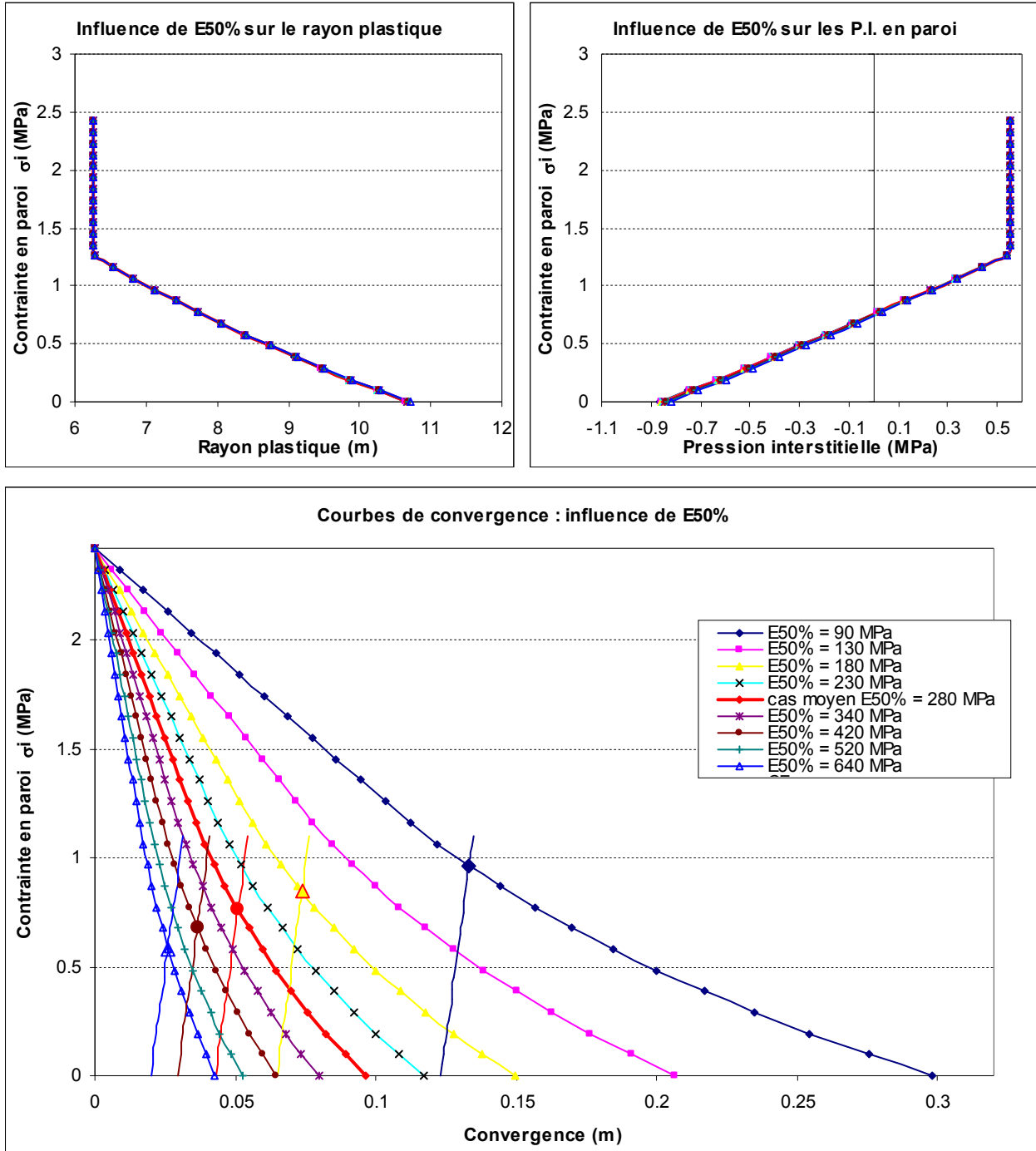


## *Étude de sensibilité sur le paramètre $\sigma_c$ (résistance à la compression simple) du critère de Hoek-Brown*



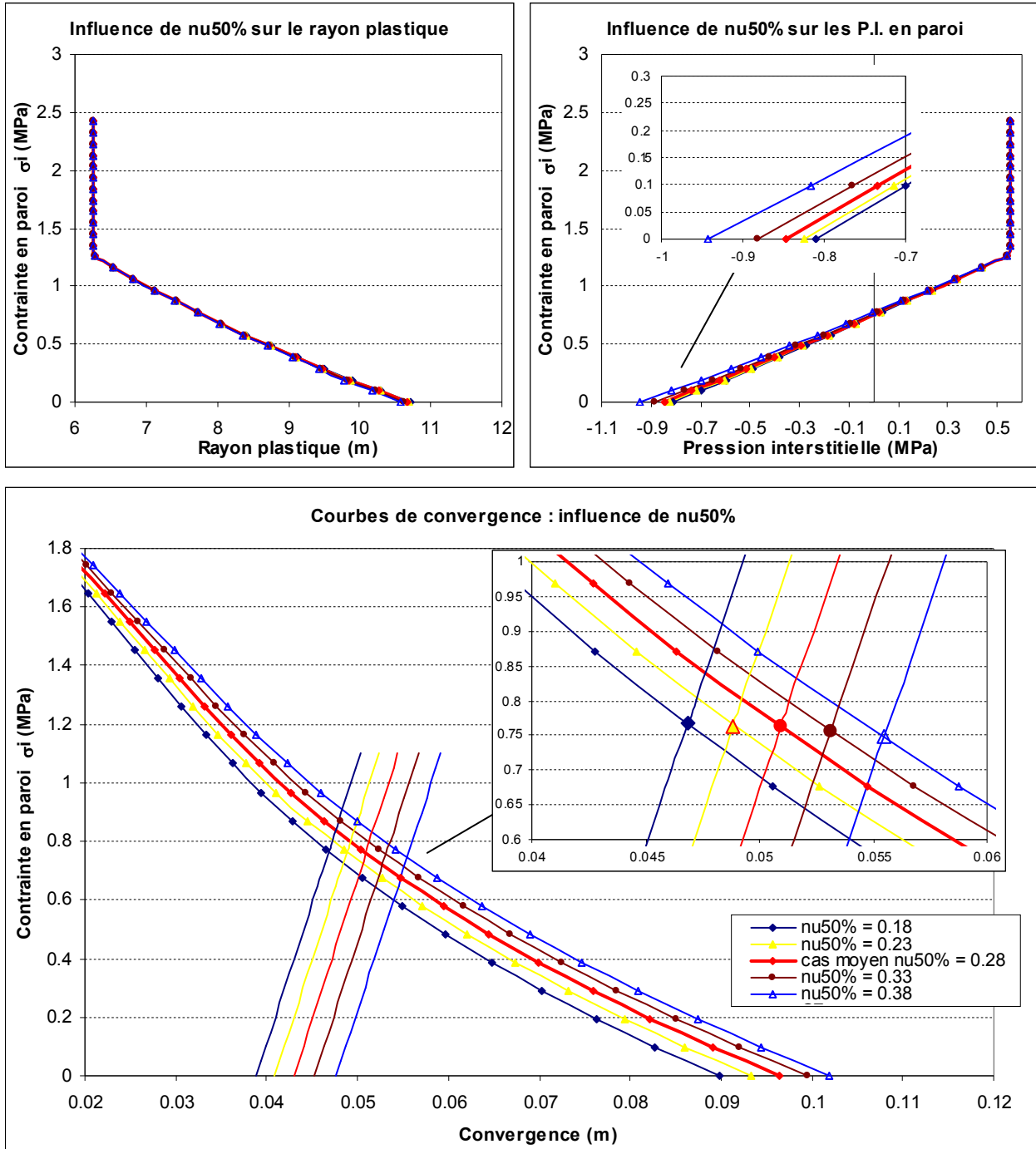
Tunnel d'Arbus – Légende commune aux différents diagrammes. P.I. = Pression Interstitielle.

## *Étude de sensibilité sur la valeur du module d'Young sécant à 50 % de la rupture ( $E_{50\%}$ )*



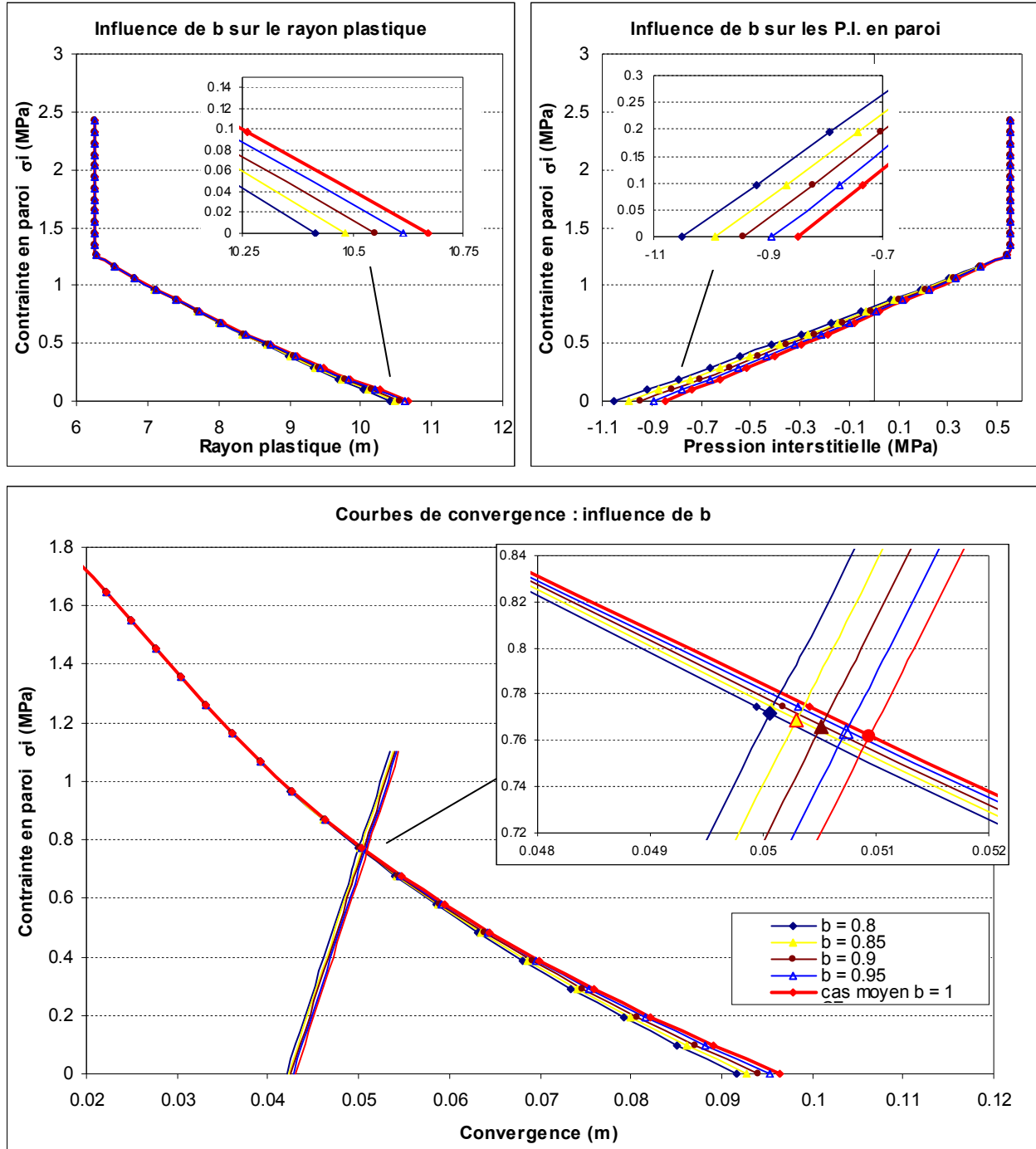
Tunnel d'Arbus – Légende commune aux différents diagrammes. P.I. = Pression Interstitielle.

## Étude de sensibilité sur la valeur du coefficient de Poisson sécant à 50 % de la rupture ( $\nu_{50\%}$ )



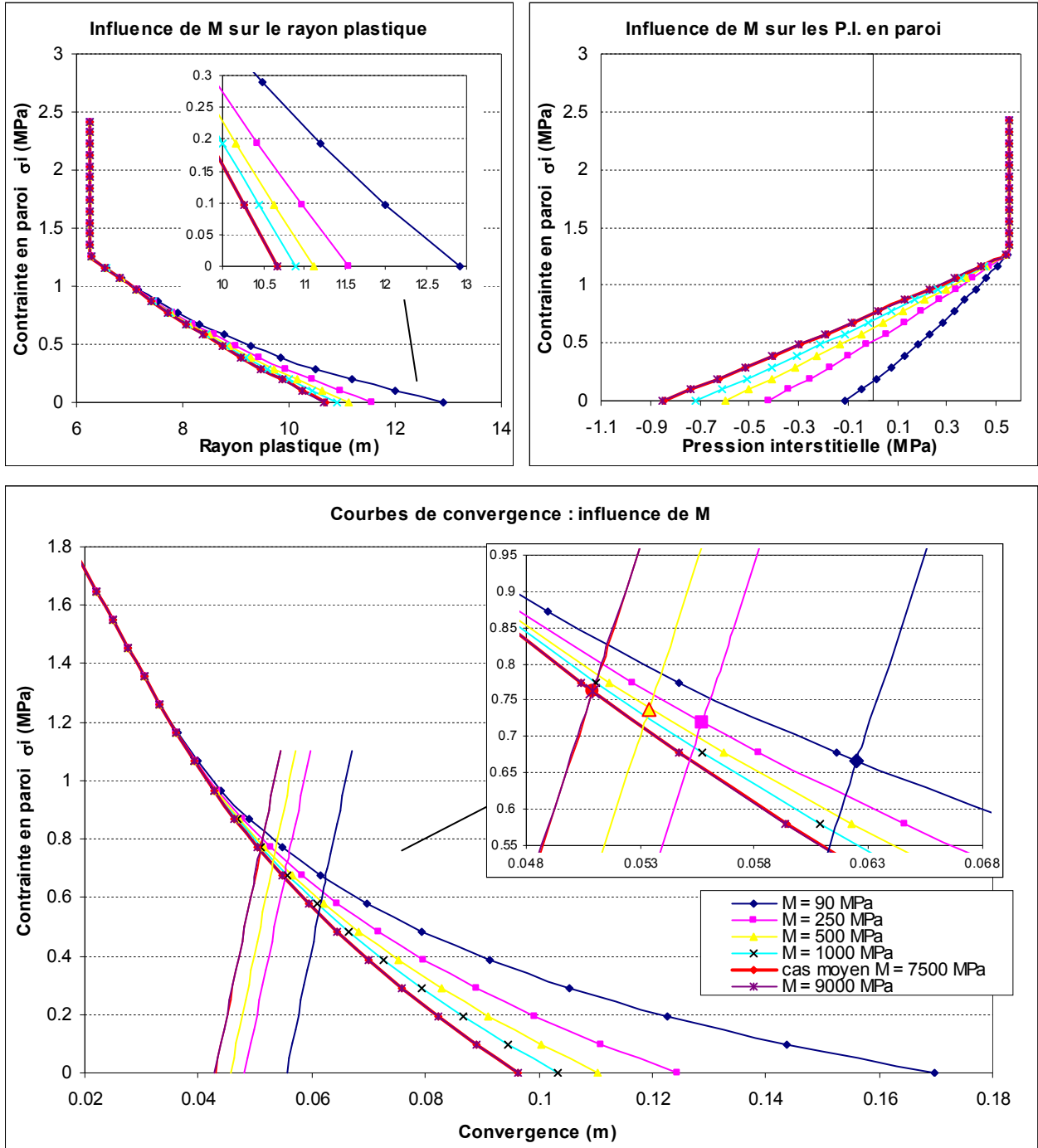
Tunnel d'Arbus – Légende commune aux différents diagrammes. P.I. = Pression Interstitielle.

## *Étude de sensibilité sur la valeur du paramètre de Biot $b$*



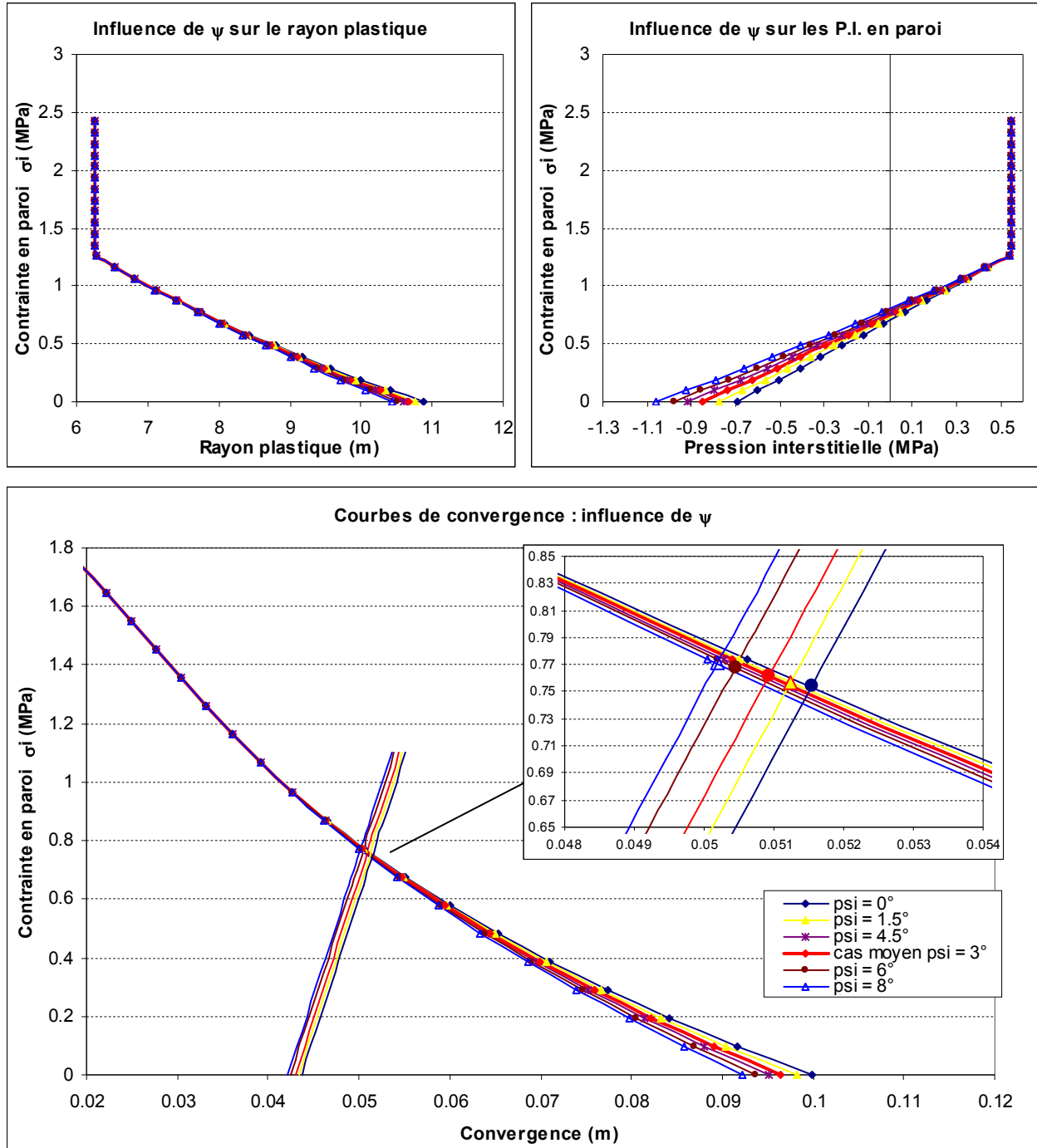
Tunnel d'Arbus – Légende commune aux différents diagrammes. P.I. = Pression Interstitielle.

## Étude de sensibilité sur la valeur du module de Biot $M$



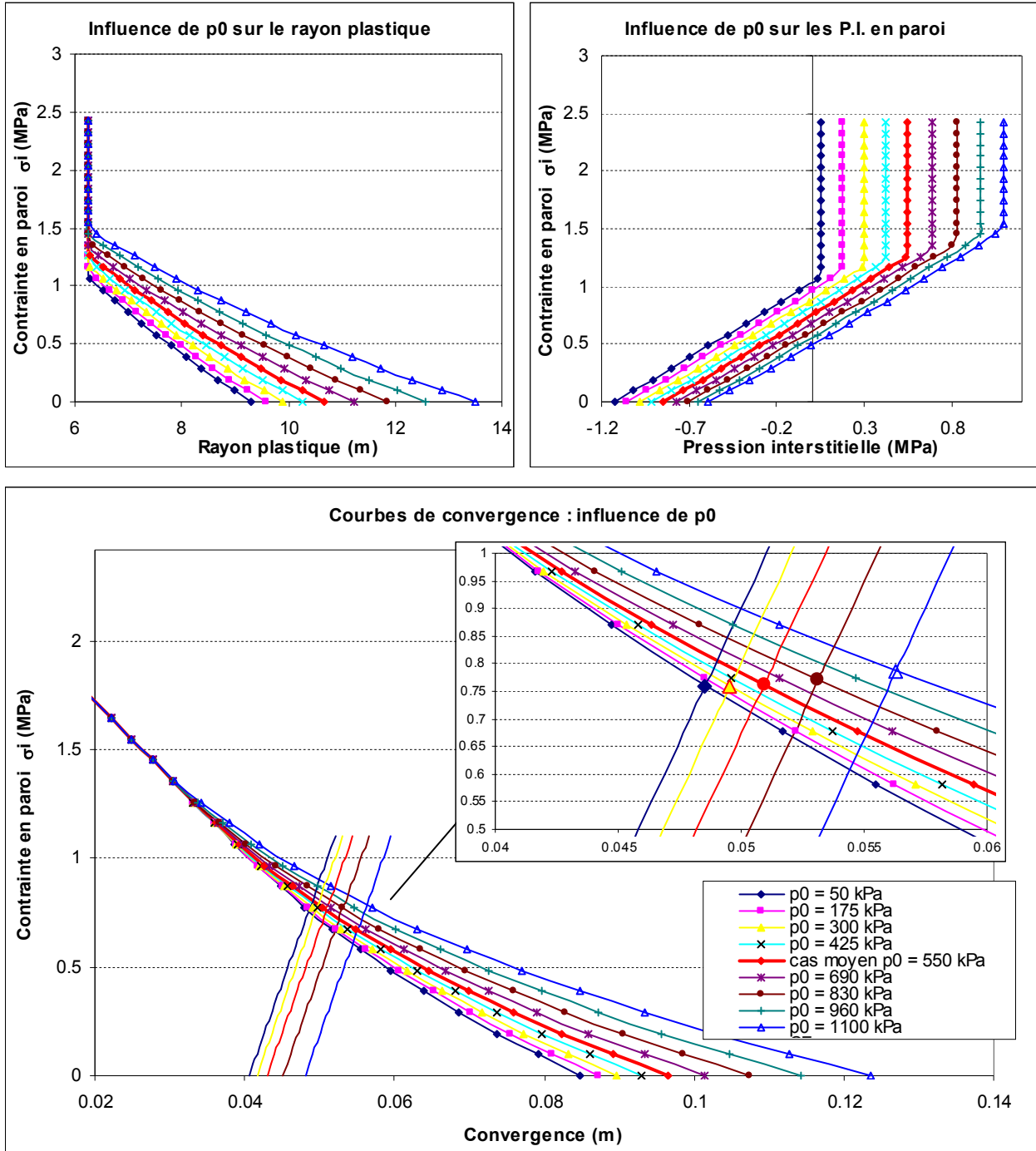
Tunnel d'Arbus – Légende commune aux différents diagrammes. P.I. = Pression Interstitielle.

## Étude de sensibilité sur la valeur du coefficient de dilatance $\psi$



Tunnel d'Arbus – Légende commune aux différents diagrammes. P.I. = Pression Interstitielle.

## *Étude de sensibilité sur la valeur de pression interstitielle initiale $p_0$ dans le massif*



Tunnel d'Arbus – Légende commune aux différents diagrammes. P.I. = Pression Interstitielle.

**ANNEXE B3**

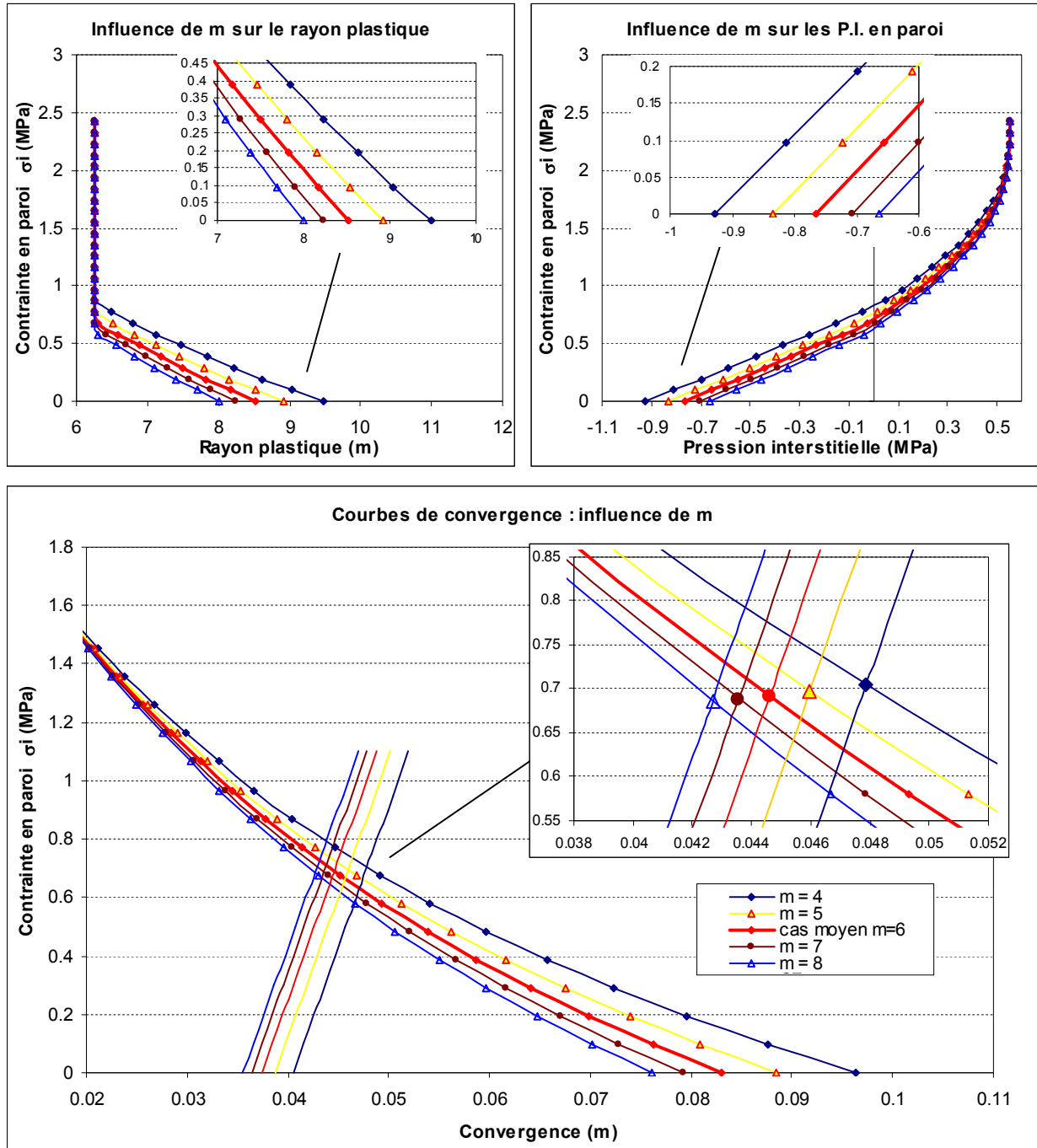
**ÉTUDE DE SENSIBILITÉ SUR LES  
PROPRIÉTÉS DU MASSIF D'ARBUS EN  
SITUATION « COURT-TERME » AVEC  
MODÈLE DE FAHEY-CARTER**





## *Étude de sensibilité sur le paramètre $m$ du critère de Hoek-Brown*

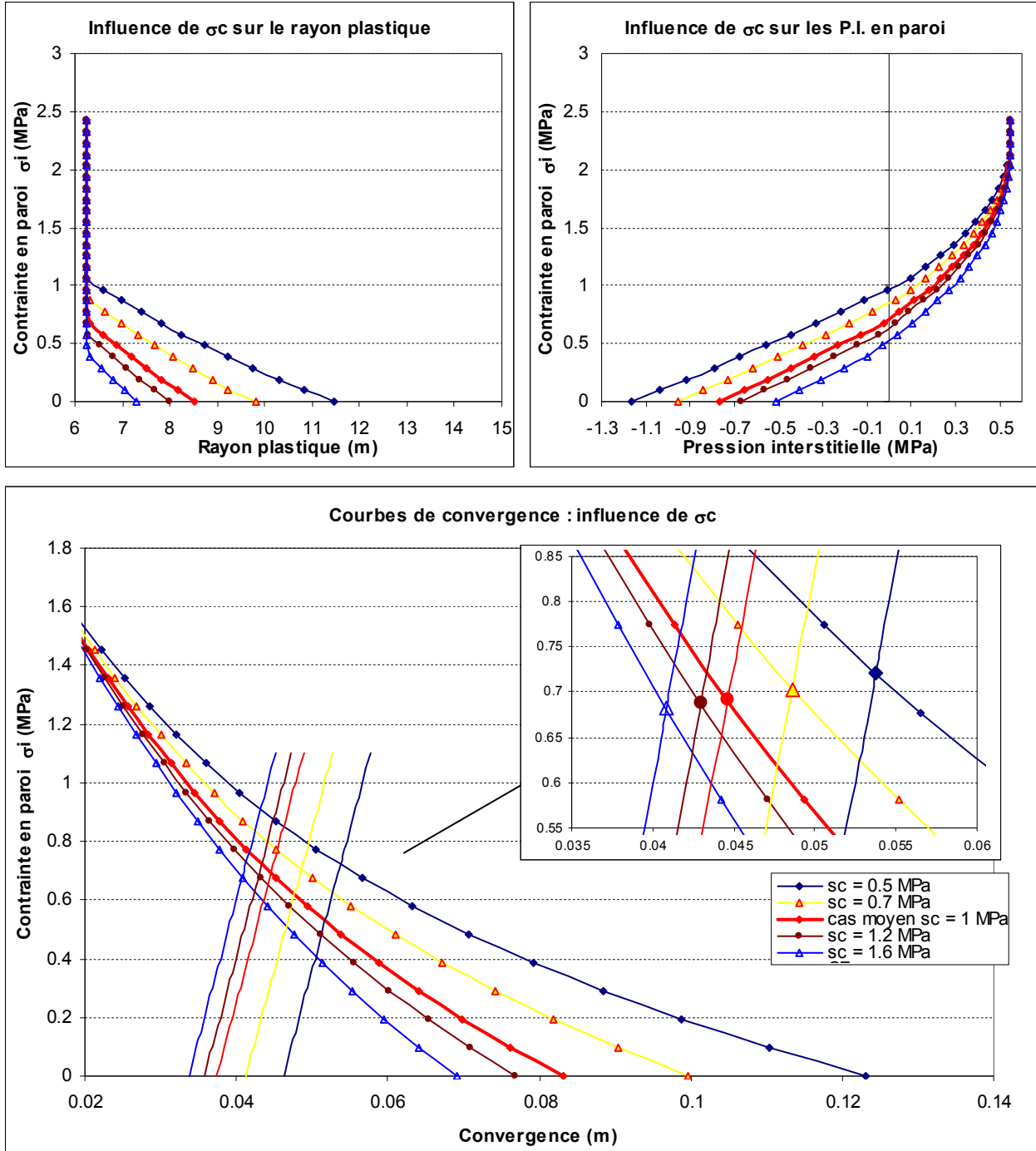
*(élasticité non linéaire de Fahey-Carter)*



Tunnel d'Arbus – Légende commune aux différents diagrammes. P.I. = Pression Interstitielle.

# Étude de sensibilité sur le paramètre $\sigma_c$ (résistance à la compression simple) du critère de Hoek-Brown

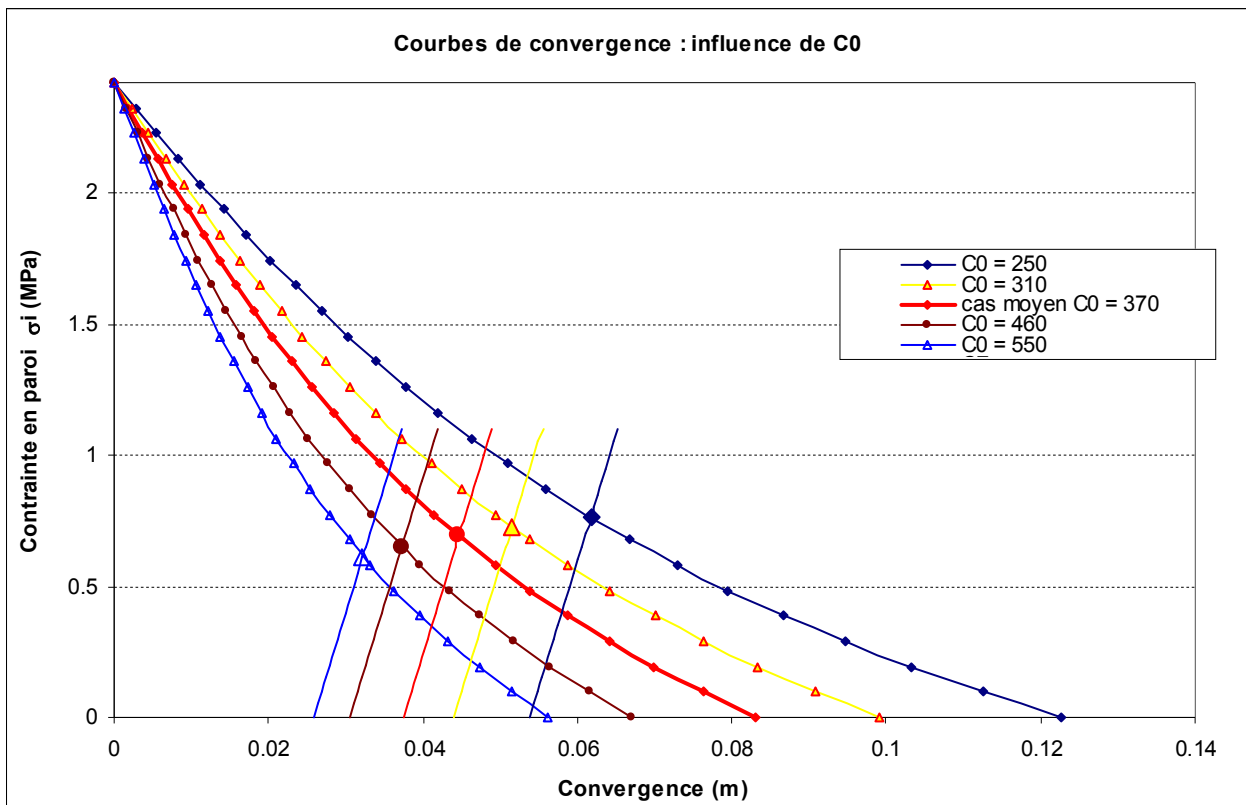
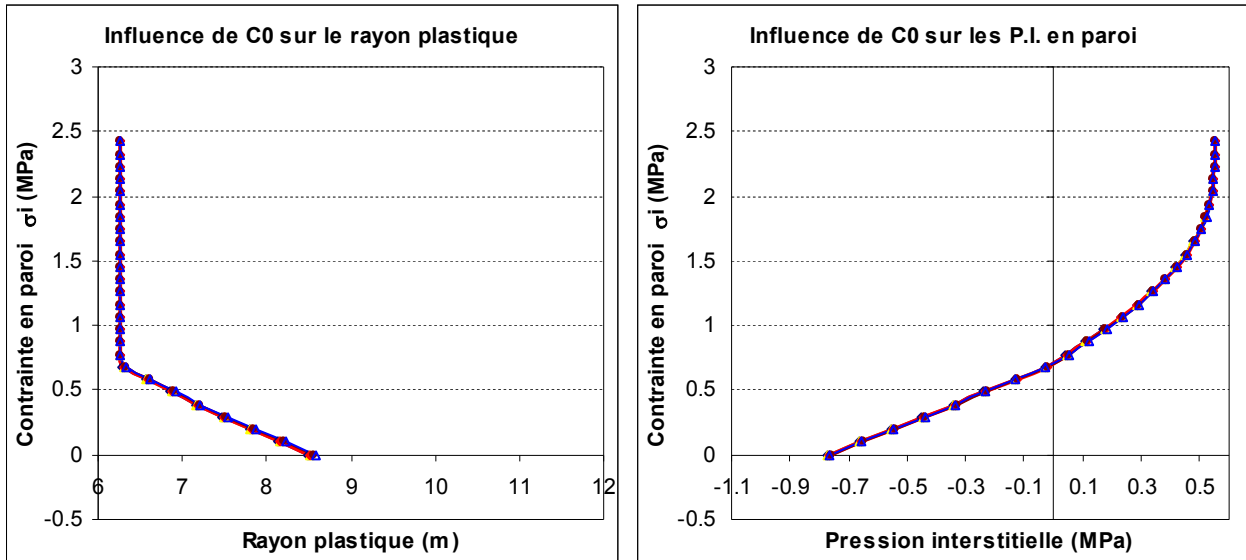
(élasticité non linéaire de Fahey-Carter)



Tunnel d'Arbus – Légende commune aux différents diagrammes. P.I. = Pression Interstitielle.

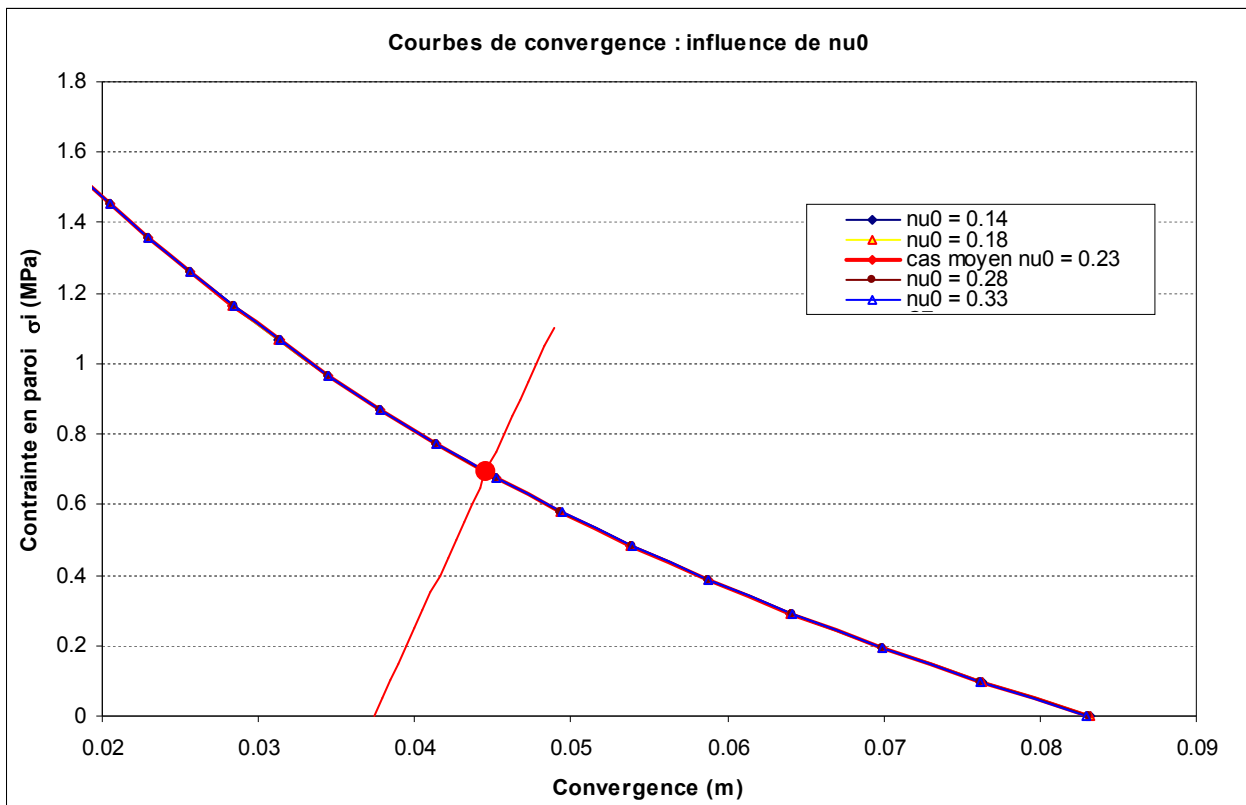
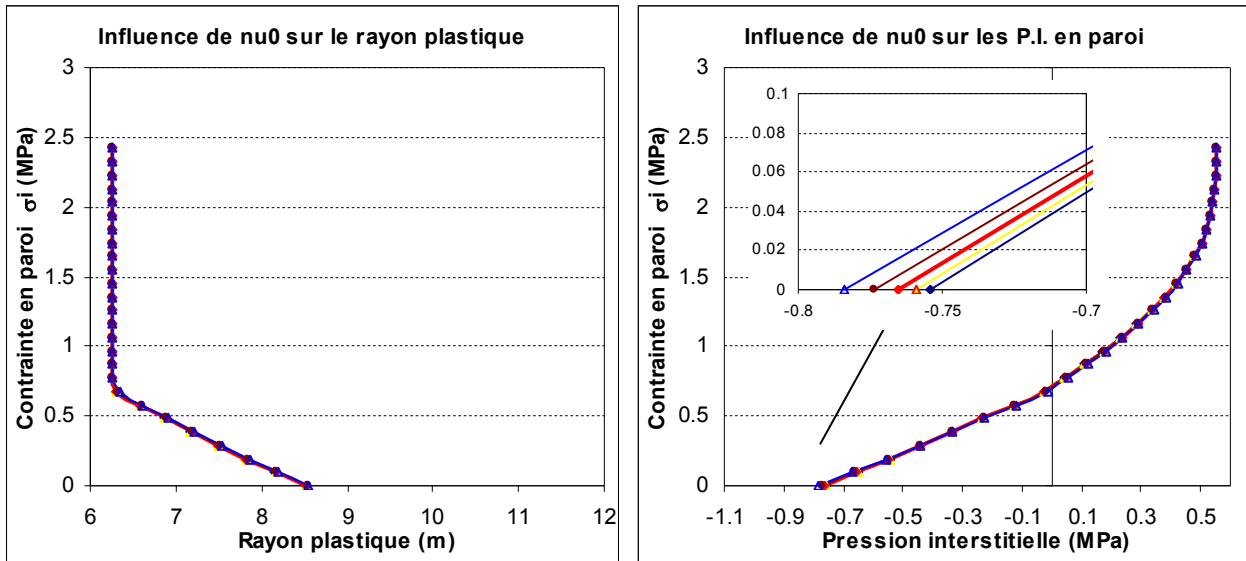
## *Étude de sensibilité sur le paramètre élastique $C_0$ du modèle de Fahey-Carter*

*(élasticité non linéaire de Fahey-Carter)*



Tunnel d'Arbus – Légende commune aux différents diagrammes. P.I. = Pression Interstitielle.

## Étude de sensibilité sur le paramètre élastique $\nu_0$ du modèle de Fahey-Carter

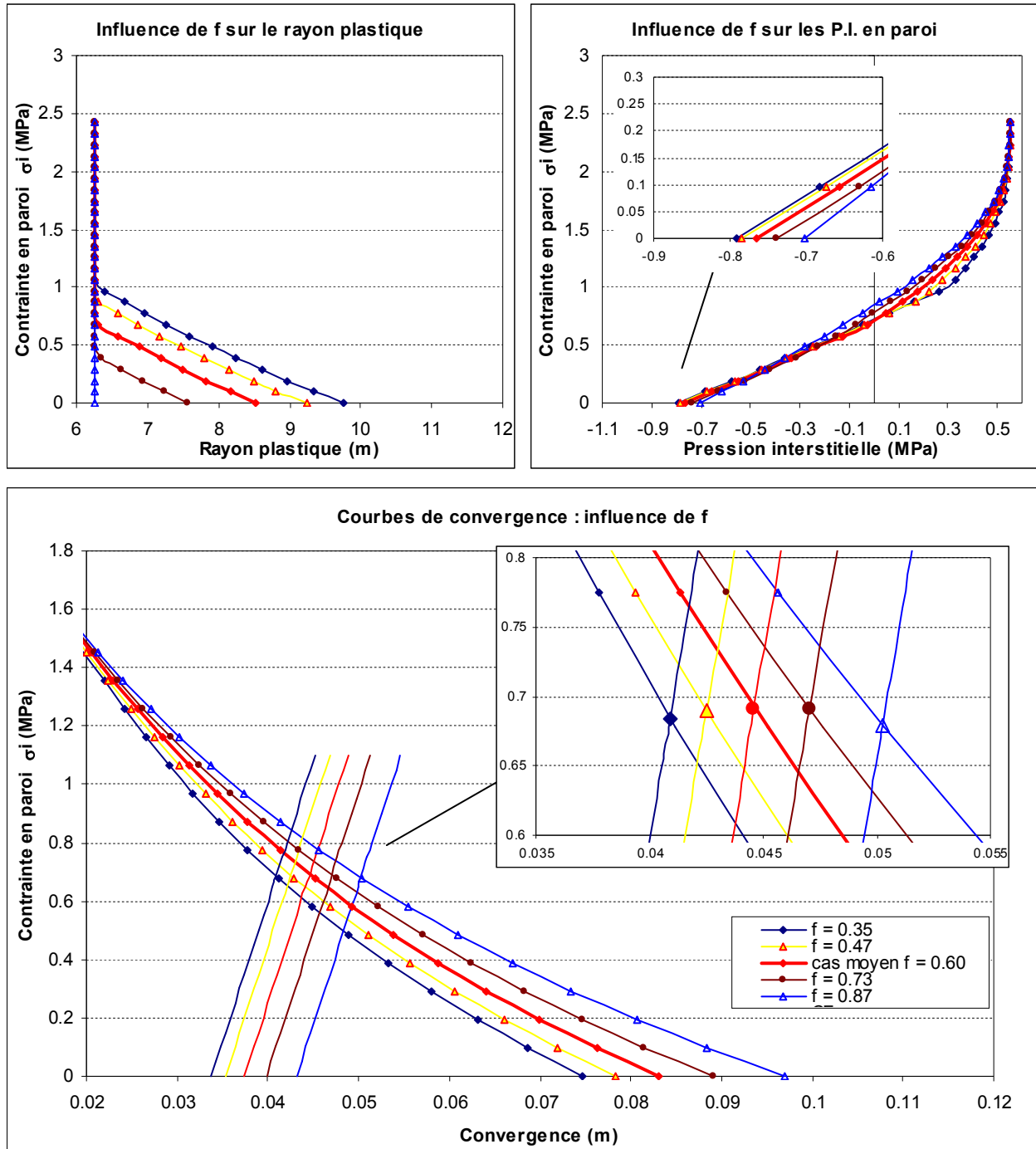


*(élasticité non linéaire de Fahey-Carter)*

*Tunnel d'Arbus – Légende commune aux différents diagrammes. P.I. = Pression Interstitielle.*

## *Étude de sensibilité sur le paramètre élastique $f$ du modèle de Fahey-Carter*

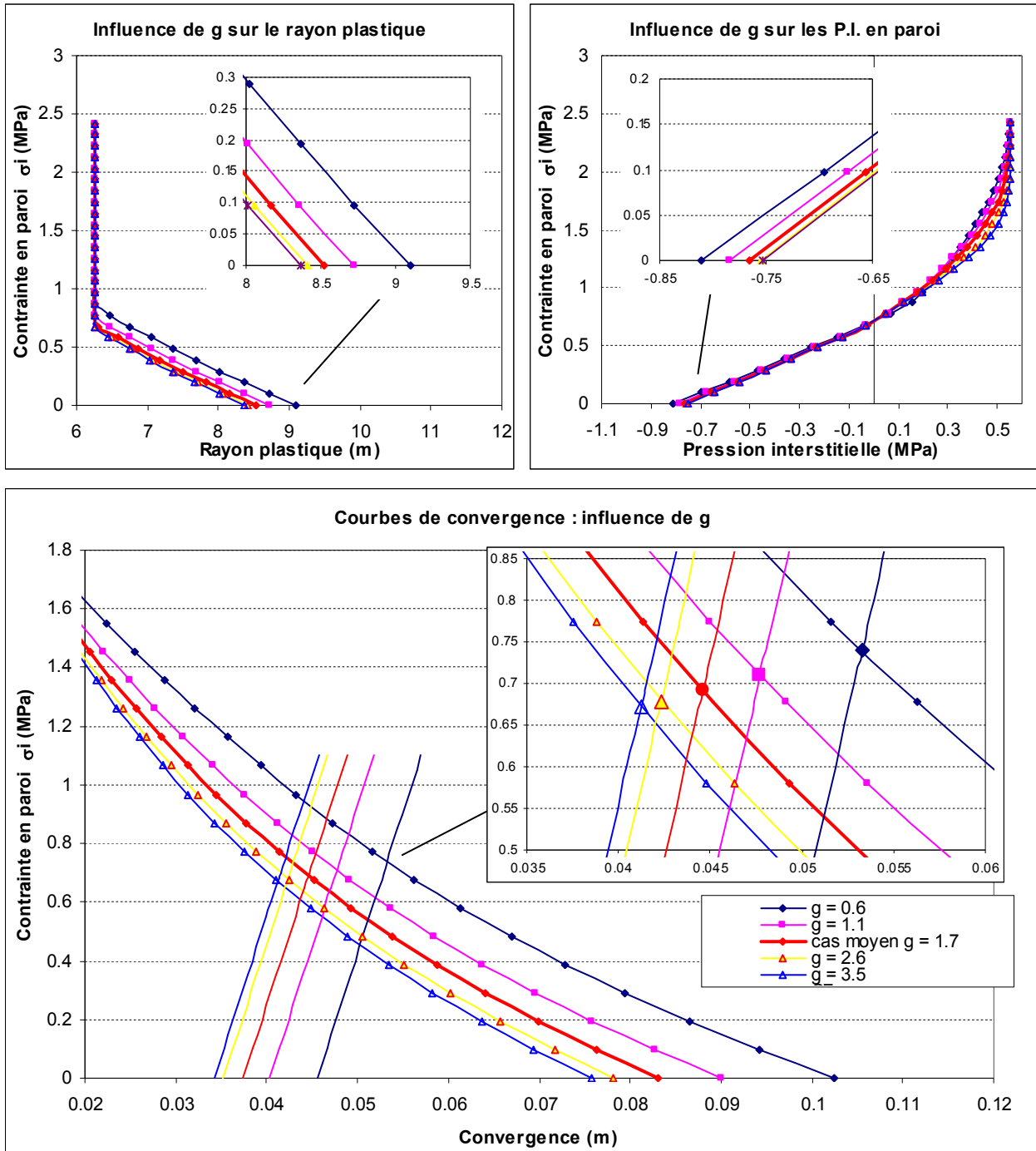
*(élasticité non linéaire de Fahey-Carter)*



Tunnel d'Arbus – Légende commune aux différents diagrammes. P.I. = Pression Interstitielle.

## *Étude de sensibilité sur le paramètre élastique $g$ du modèle de Fahey-Carter*

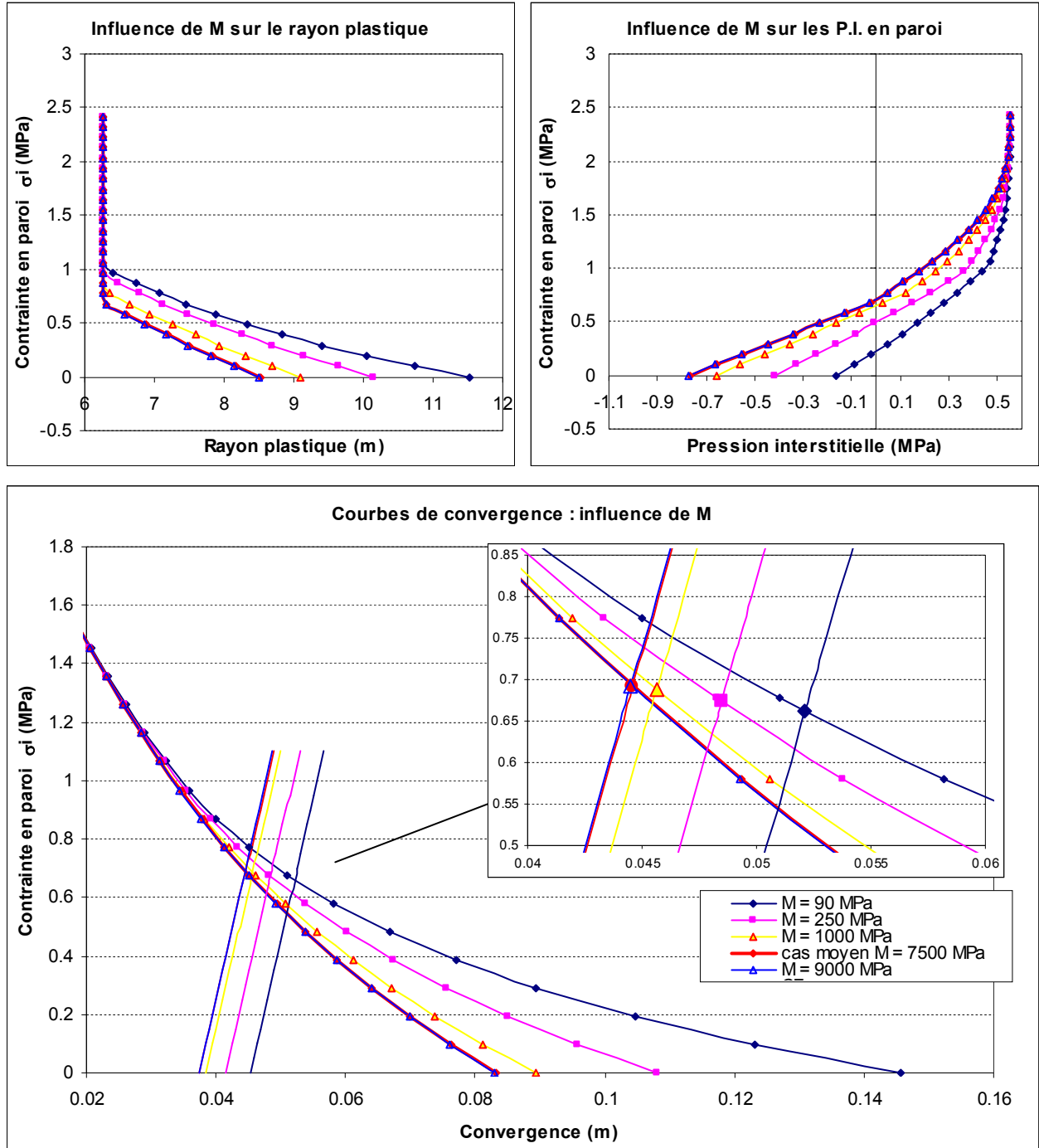
*(élasticité non linéaire de Fahey-Carter)*



Tunnel d'Arbus – Légende commune aux différents diagrammes. P.I. = Pression Interstitielle.

## Étude de sensibilité sur le module de Biot $M$

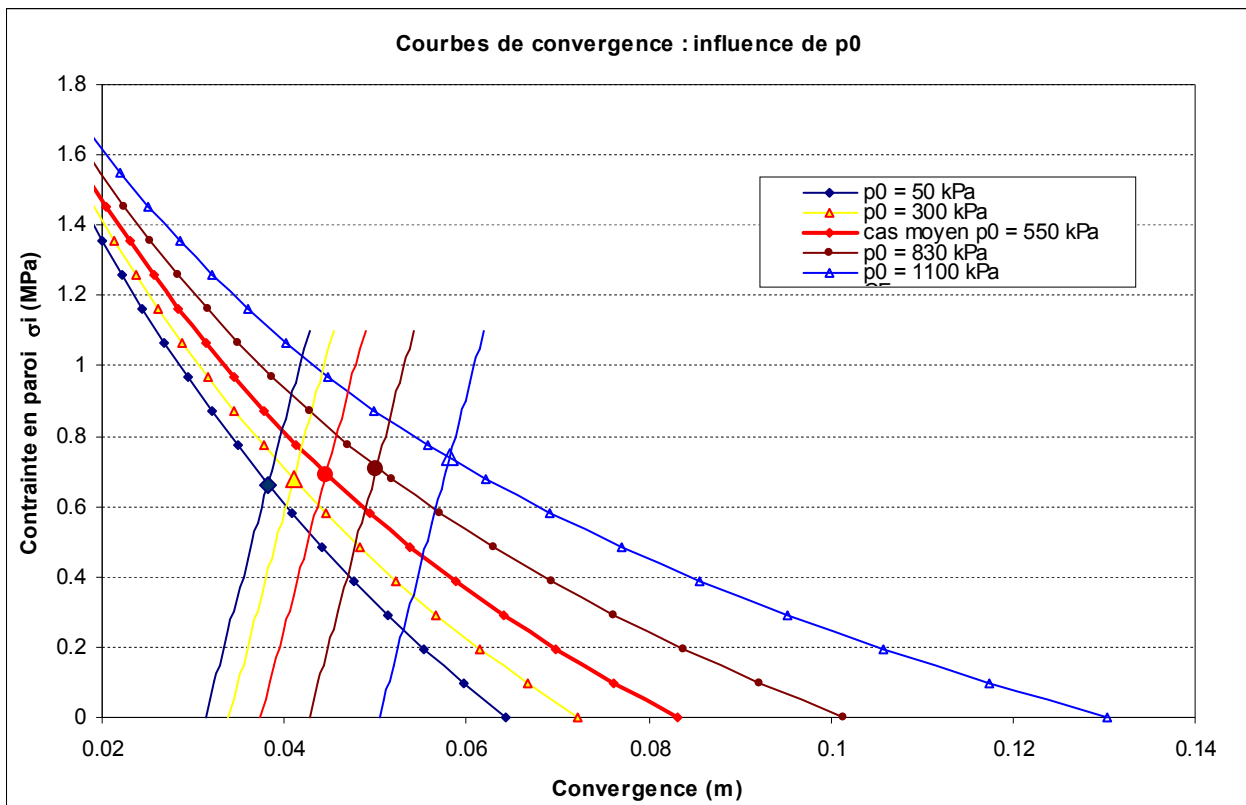
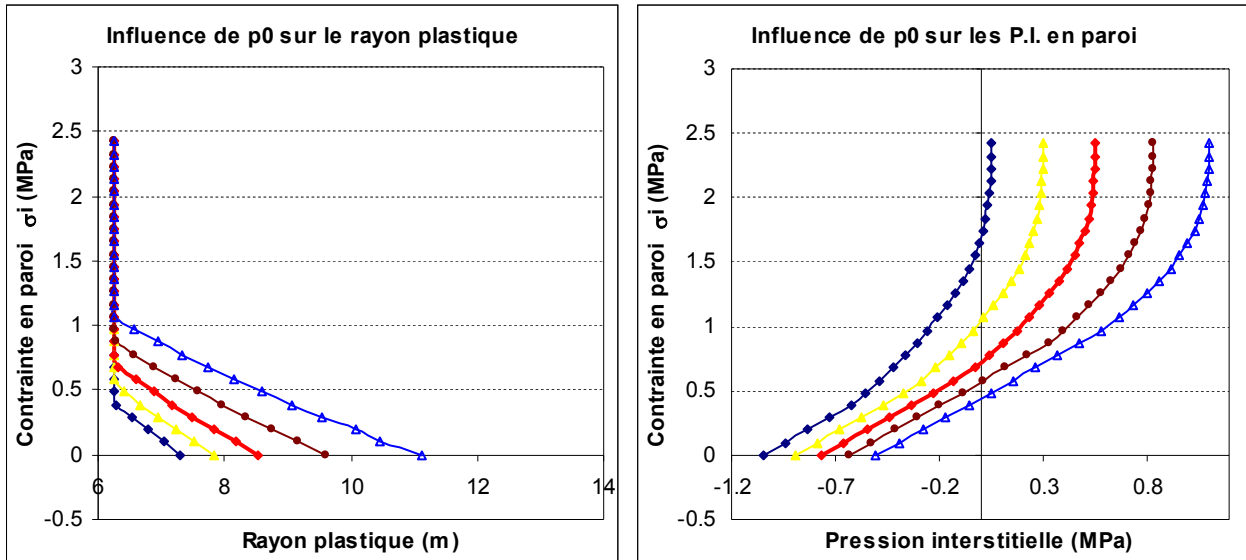
(élasticité non linéaire de Fahey-Carter)



Tunnel d'Arbus – Légende commune aux différents diagrammes. P.I. = Pression Interstitielle.



## *Étude de sensibilité sur la valeur de pression interstitielle initiale $p_0$ dans le massif (élasticité non linéaire de Fahey-Carter)*

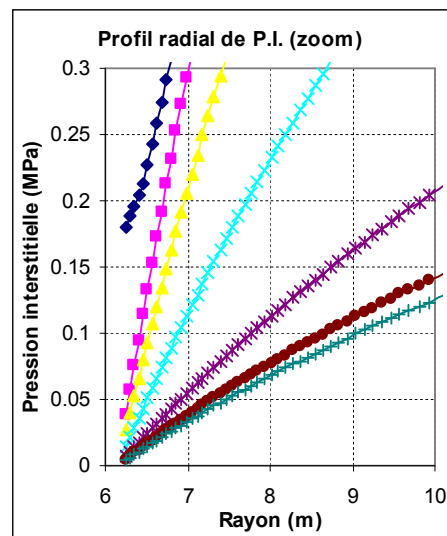
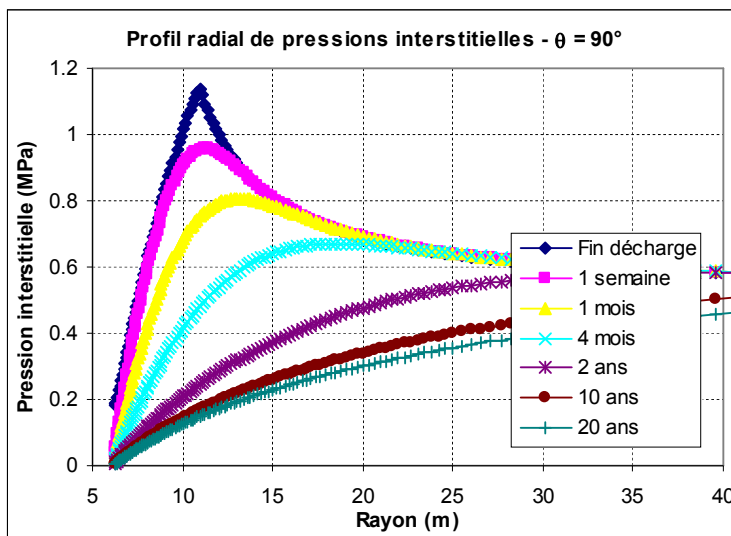
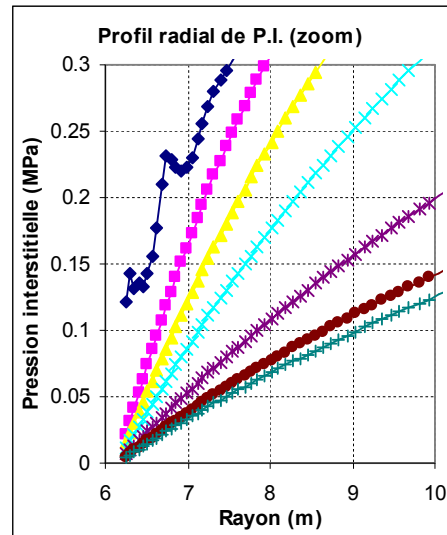
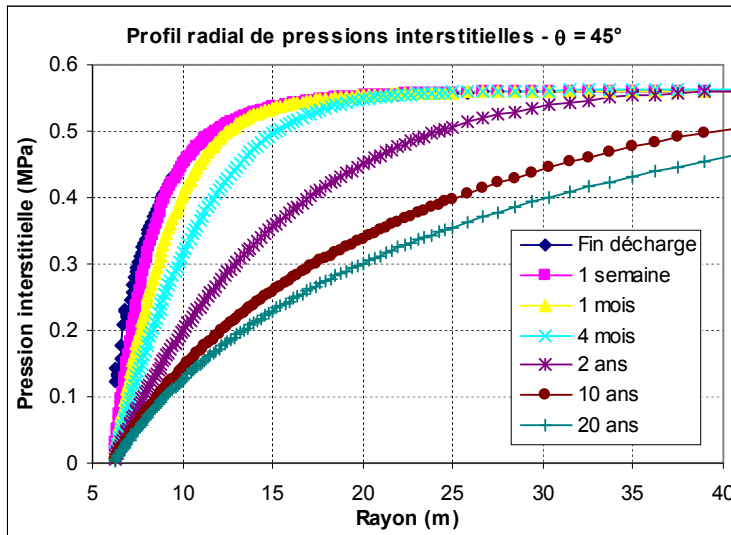
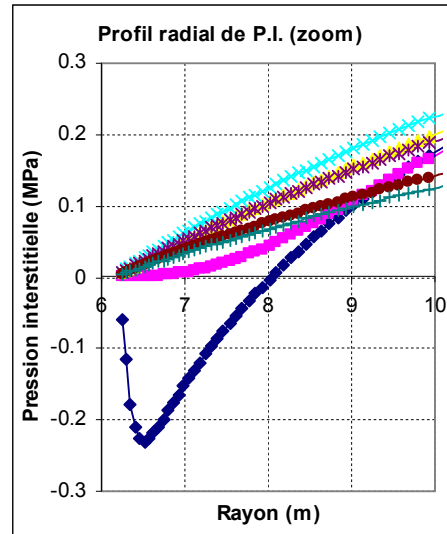
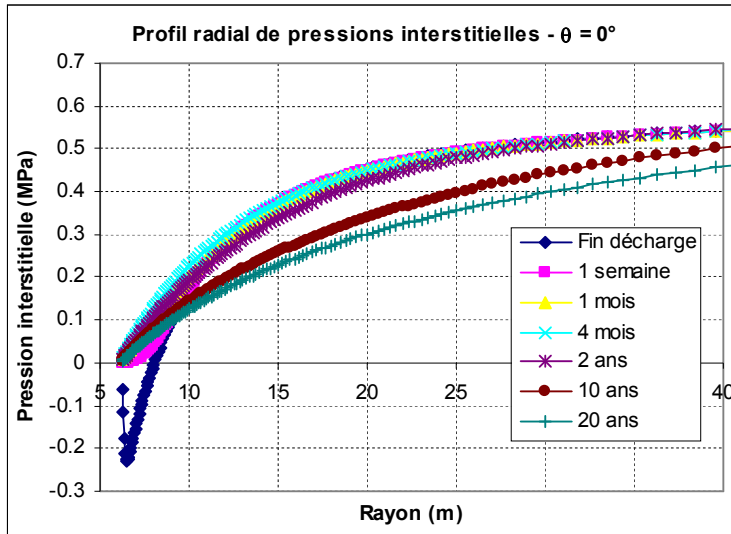


Tunnel d'Arbus – Légende commune aux différents diagrammes. P.I. = Pression Interstitielle.

**ANNEXE B4**  
**RÉSULTATS DES CALCULS 2D AVEC**  
**CONTRAINTES INITIALES**  
**ANISOTROPE POUR LE TUNNEL**  
**D'ARBUS**

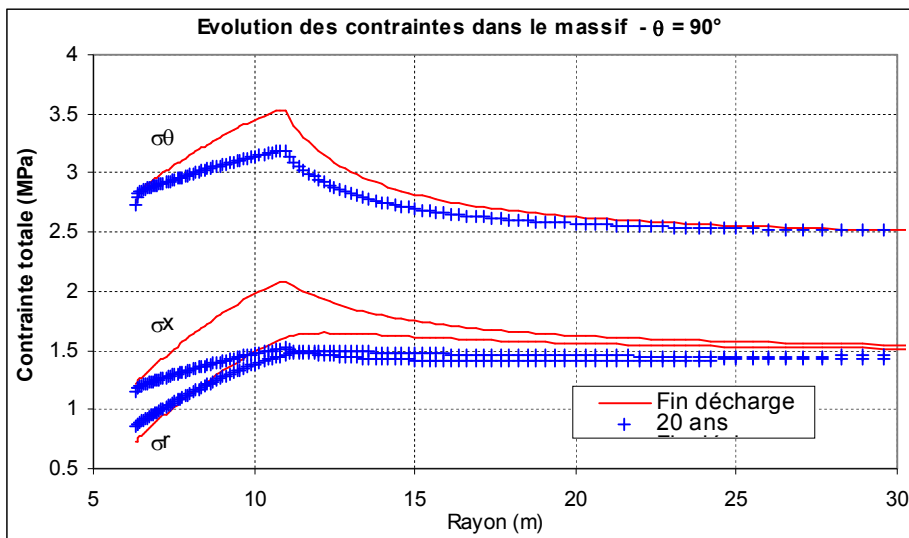
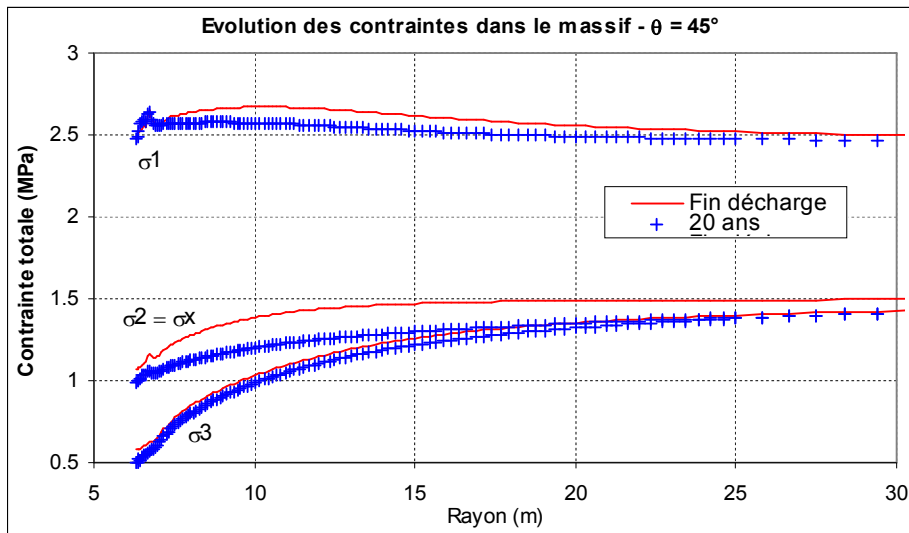
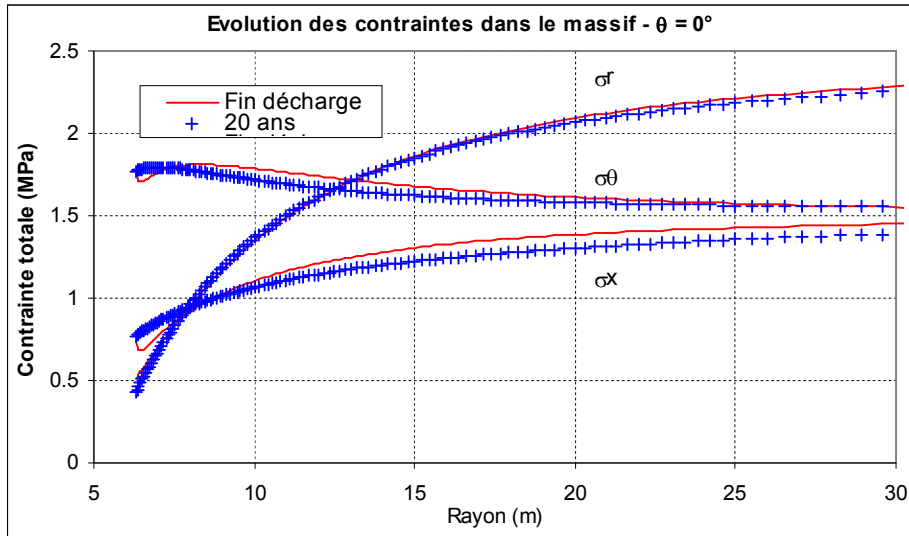


## Évolution des pressions interstitielles au cours du temps



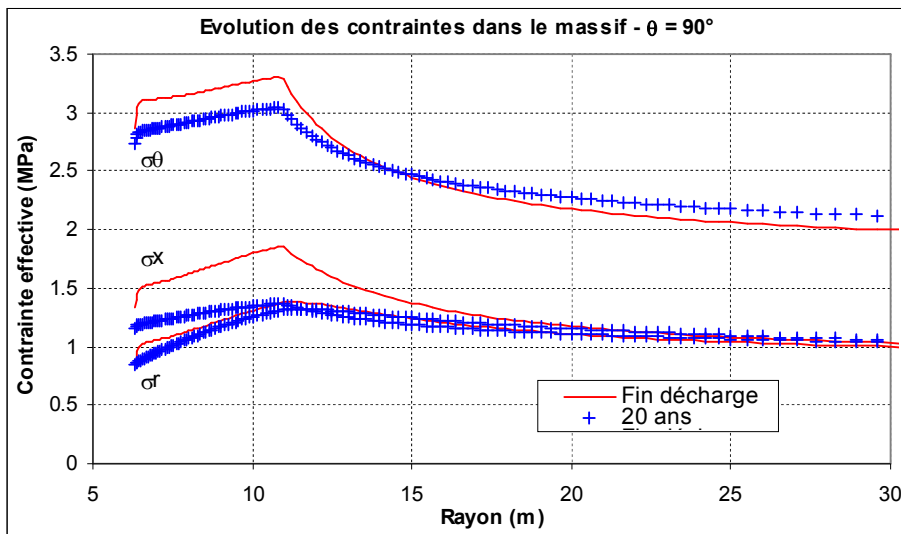
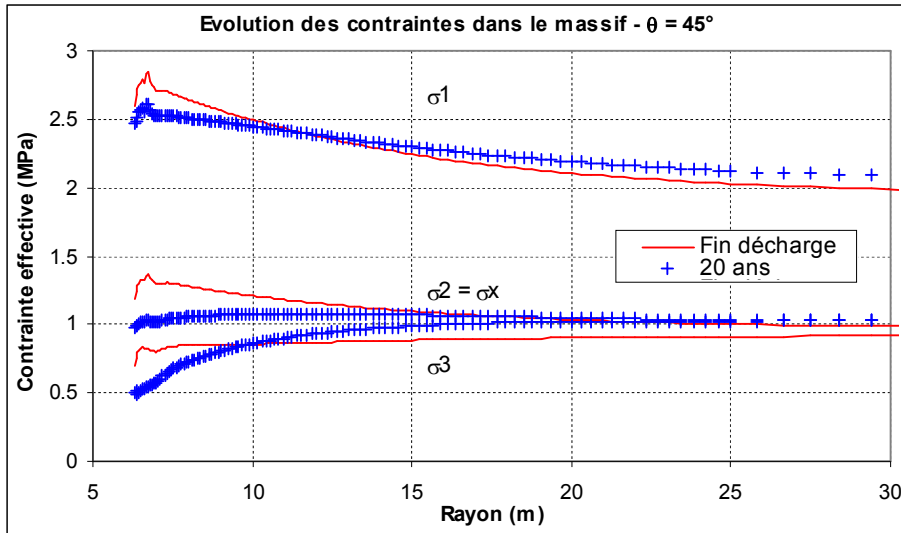
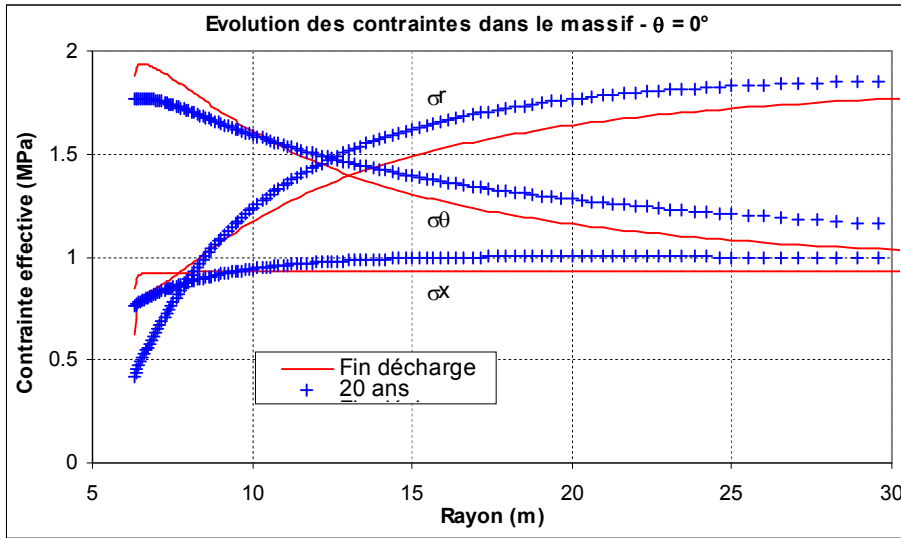
$\theta = 0^\circ$  : verticale –  $\theta = 90^\circ$  : horizontale

## Contraintes totales en fin de décharge et après 20 ans



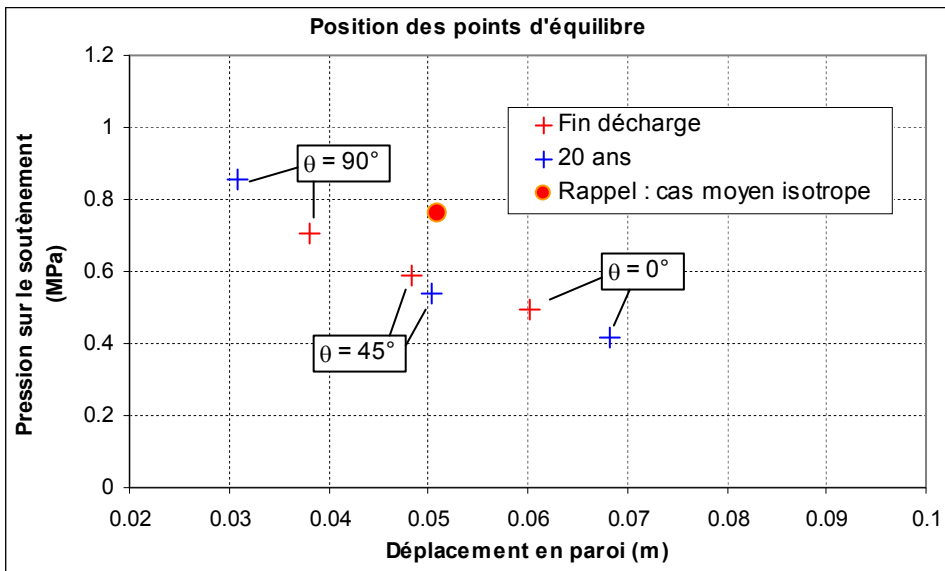
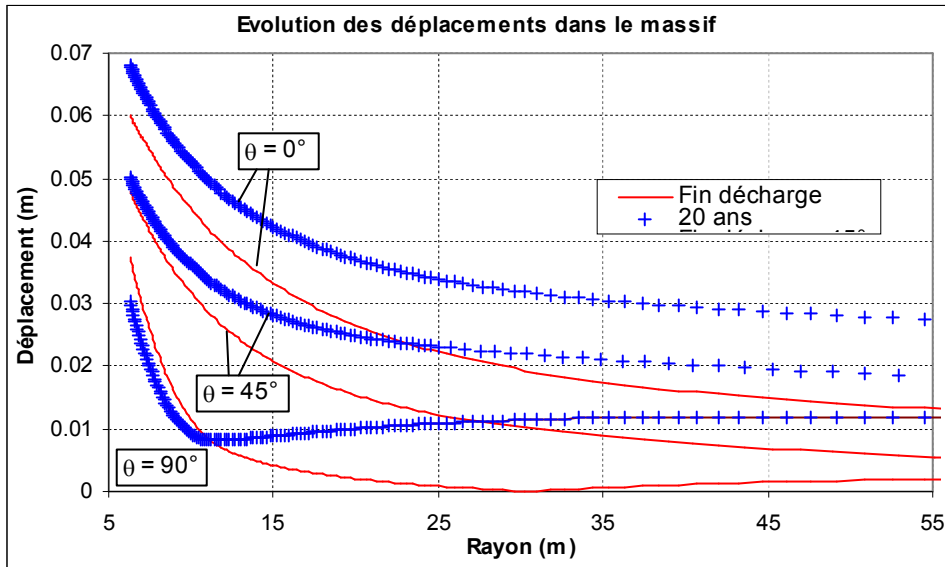
$\theta = 0^\circ$  : verticale –  $\theta = 90^\circ$  : horizontale

## Contraintes effectives en fin de décharge et après 20 ans



$\theta = 0^\circ$  : verticale –  $\theta = 90^\circ$  : horizontale

## Déplacements et position des points d'équilibre massif - soutènement en fin de décharge et après 20 ans



$\theta = 0^\circ$  : verticale –  $\theta = 90^\circ$  : horizontale