



**HAL**  
open science

# Détection de Changement en Imagerie Radar

Guillaume Hochard

► **To cite this version:**

Guillaume Hochard. Détection de Changement en Imagerie Radar. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Télécom ParisTech, 2011. Français. NNT : . pastel-00597421

**HAL Id: pastel-00597421**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00597421>**

Submitted on 31 May 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# Thèse

présentée pour obtenir le grade de docteur

de Telecom ParisTech

Spécialité : Signal et Images

## Guillaume HOCHARD

### Détection de changements en imagerie radar Traitement de longues séries temporelles

Soutenue le 10 mars 2011 devant le jury composé de

Alain BRETTO  
Bénédicte FRUNEAU  
Grégoire MERCIER  
Renaud BINET  
Florence TUPIN  
Jean-Marie NICOLAS  
Jean-Paul RUDANT

Président  
Rapporteur  
Rapporteur  
Examineur  
Examineur  
Directeur de thèse  
Co-directeur de thèse



*À mon grand père...*



## Remerciements

La recherche est un travail d'équipe, et à ce titre, je souhaite remercier les personnes ayant contribué à la réalisation de ce manuscrit.

En tout premier lieu, je tiens à remercier Jean-Marie Nicolas qui a dirigé cette thèse. Je garderai en mémoire nos échanges et nos longues discussions, durant lesquelles il n'a cessé de m'encourager et de nourrir ma réflexion d'idées pour me faire avancer. Pour tout cela, sa confiance, sa patience et sa générosité, je le remercie vivement.

À ces remerciements, je souhaite associer Renaud Binet, chercheur au CEA, qui m'a beaucoup apporté au cours de ces trois années, tant sur le plan scientifique et technique que sur le plan humain. Ses nombreuses remarques, questions et commentaires ont permis d'améliorer grandement la qualité de ce manuscrit.

Je remercie également Jean-Paul Rudant, pour avoir suscité en moi le goût de la recherche en master 2 et pour avoir co-encadré cette thèse.

Merci aux rapporteurs Bénédicte Fruneau et Grégoire Mercier pour avoir relu en profondeur ce manuscrit et pour l'intérêt qu'ils ont su porter à mon travail. Plus particulièrement, merci à Alain Bretto de m'avoir fait l'honneur de présider le jury de ma soutenance de thèse.

Mes remerciements vont également à Florence Tupin pour le dynamisme qu'elle transmet au groupe radar de TII, dont j'ai pu profiter au cours des traditionnelles réunions du vendredi. Merci également pour l'intérêt qu'elle a porté sur mes travaux au cours de ces trois années, ses remarques objectives, ses conseils avisés.

Cette thèse n'aurait pas été ce qu'elle est sans le concours bienveillant de Marie-Pierre Doin, du laboratoire de Géologie de l'ENS, qui nous a généreusement permis d'utiliser les données ERS-1/2 sur le lac de Serre-Ponçon, et de travailler sur le barrage dont il est question dans cette thèse. Merci à elle pour le temps qu'elle m'a consacré.

Je remercie Philippe Carrié de m'avoir accueilli au sein du laboratoire de Télédétection et Surveillance de l'Environnement du CEA-DAM, et de m'avoir permis d'effectuer ma thèse dans les meilleures conditions. Merci à lui pour la confiance et la liberté d'action qu'il m'a accordées.

Merci aussi à Béatrice Pinel-Puysségur pour ses conseils et ses relectures, à Pierre Duperray pour son aide informatique, ainsi qu'à toute l'équipe radar du CEA avec qui j'ai eu le plaisir de travailler.

Un grand merci au personnel de Telecom ParisTech, en particulier à Sophie-Charlotte Barrière, pour ses nombreux dépannages informatiques et sa disponibilité, ainsi qu'à Patricia Friedrich pour ses encouragements permanents et son soutien logistique sans faille.

Je n'oublie bien évidemment pas Aymen, Benoît, Charles, Dina, Flora, Talita et Vincent, pour ces pauses tant méritées et ces cafés corsés.

À Yves B. et Philippe G. : merci de m'avoir emmené à 4000 m prendre un peu l'air et fait décompresser quand il le fallait.

Une pensée émue pour Michel C., parti trop tôt, et avec qui j'aurais aimé discuter un peu plus.

Enfin, merci à Cécile pour son soutien constant, son coaching intensif dans la dernière ligne droite, mais aussi pour avoir supporté mes pics de mauvaise humeur lors de la phase de rédaction. Merci d'être là tous les jours...



---

## Résumé

La continuité des missions des satellites de l'ESA, ERS-1/2 ou ENVISAT, a permis de constituer une large archive d'images radar, présentant un intérêt scientifique pour la connaissance et l'interprétation fine de mouvements de terrain d'origine naturelle ou liés à des activités anthropiques. Un des problèmes rencontré lors de l'exploitation en série temporelle d'un large volume de données concerne la sélection de couples d'images pertinents, permettant une estimation de bonne qualité du signal de déformation sur l'ensemble de la période étudiée. La qualité d'un couple interférométrique et des mesures différentielles qui lui sont associées (recalage, phase interférométrique) peut être déterminée a priori par le modèle de cohérence de [Zebker et Villasenor (1992)]. En pratique, la confrontation de ce modèle à des mesures issues d'observations réelles est rendue difficile par variabilité temporelle des scènes étudiées.

Les travaux de la présente thèse portent dans un premier temps sur la qualification du modèle de cohérence de Zebker sur 82 images ERS-1/2 acquises entre 1992 et 2002, en s'appuyant sur une zone cohérente temporellement stable située sur le barrage de Serre-Ponçon (proche de Gap, Hautes-Alpes). La confrontation de ce modèle à des mesures expérimentales nous a permis de mettre en évidence des pertes de cohérence dues à un recalage imprécis du jeu de données et à proposer une méthode d'estimation de la cohérence adaptée au cas du barrage.

Dans un second temps, une stratégie de sélection de couples adaptée au recalage global de cette série temporelle peu cohérente a été alors proposée et mise en place, afin d'améliorer l'estimation de la cohérence. Nous avons d'abord montré que l'utilisation d'une conorme triangulaire permet de formaliser de la notion de distance entre images, utilisée ensuite pour sélectionner le meilleur jeu de couples via un calcul d'un arbre de recouvrement minimal tel que l'ont proposé [Refice *et al.* (2006)]. Après avoir caractérisé les limites de cette approche, nous proposons des solutions nouvelles basées sur deux types de méthodes originales de sélection de couples prenant en compte de la redondance. Nous qualifions l'apport des approches quantitativement par simulation, puis par une validation sur les données ERS-1/2, en mettant en évidence le compromis existant entre le nombre de couples traités et la qualité du résultat global obtenu. Ces méthodes permettent d'améliorer la mesure de cohérence via une réduction des erreurs de recalage d'un facteur maximal de 2,2, au prix de multiplier par 3 fois le nombre de couples traités. Enfin, nous caractérisons un effet de saturation, seuil au delà duquel l'ajout de couples supplémentaires ne permet pas d'améliorer, voire dégrade, la qualité des résultats finaux obtenus.

## Abstract

The endurance of satellite missions from the ESA, ERS-1/2 or ENVISAT has allowed to constitute a large archive of radar imagery in light of scientific interest for the knowledge and fine interpretation of land movement ; of natural origin or linked to anthropic activities.

One of the problems encountered during the exploitation of large volumes of data whilst in temporal series relates to the selections of sets of pertinent images, enabling an estimation of good quality of the deformation signal covering the entire period of study.

The quality of an interferometric dataset and the differential measures which are associated to them (coregistration, interferometric phase) can be determined a priori by [Zebker et Villasenor (1992)] coherence model. In practice, the confrontation of this model to measures emanating from real observations is rendered difficult due to temporal variability in the studied sequences.

The research presented in this thesis firstly focuses on the qualification of the Zebker coherence model on 82 ERS-1/2 images acquired between 1992 and 2002 by converging on a coherent, temporally stable area situated on the Serre-Ponçon dam (Near Gap, Hautes-Alpes). The con-

frontation of this model to experimental measures allowed to give evidence to losses in coherence due to imprecise coregistration of the dataset and to advance a method of estimation of the adapted coherence in the dam case.

Secondly, a strategy for the selection of sets adapted to the global coregistration of this temporal serie which lacked in coherence had been devised in order to better the estimation of the coherence.

It was firstly demonstrated that the application of a triangular co-norm allows to formalise the notion of distance between images, subsequently used to select the best set of data through a minimum spanning tree, as suggested [Refice *et al.* (2006)]. In considering the limitations of this approach, new solutions based on two original set selection methods were formulated, taking into account the effect of redundancy. Quantitative approaches by simulation followed by the validation of ERS-1/2 data accredit the existing compromise between the number of treated image pairs against the quality of the global results obtained. Such methods accord to amend the measures of coherence through a process of reduction of coregistration errors, of a maximum factor of 2.2 by multiplying by 3 the number of treated image pairs. Finally, a saturation effect is identified by a threshold whereby the addition of supplementary image pairs do not allow to ameliorate, but in fact tend to degrade, the quality of the final results obtained.

# Table des matières

<b>Notations</b>	<b>15</b>
<b>Introduction</b>	<b>17</b>
<b>1 L'imagerie radar RSO</b>	<b>21</b>
1.1 Principe de la synthèse d'ouverture en imagerie radar	21
1.1.1 Lois d'antenne	21
1.1.1.1 Approche temporelle	23
1.1.1.2 Huyghens point à point	24
1.1.2 Système radar	26
1.1.2.1 Visée latérale	26
1.1.2.2 Émission et répétition des impulsions	27
1.1.2.3 Résolution	27
1.1.3 Compression d'impulsion et synthèse d'ouverture	30
1.1.3.1 Traitement du signal en distance	30
1.1.3.2 Traitement du signal en azimuth	31
1.1.4 Détermination de la valeur de la FRI	34
1.1.5 De la phase spatiale à la phase temporelle : notion de Doppler	35
1.1.6 Dépointage d'antenne et centroïde Doppler	36
1.2 Propriétés du signal complexe dans les images radar	38
1.2.1 Modèle de chatoiement et chatoiement pleinement développé	38
1.3 Géométrie en interférométrie radar différentielle	41
1.3.1 La phase interférométrique	41
1.3.1.1 Phase orbitale ou de terre plate	41
1.3.1.2 Phase topographique	45
1.3.2 Limites de l'interférométrie radar	48
1.3.2.1 Limitations dans l'axe distance	48
1.3.2.2 Limitations dans l'axe azimuth	52
1.4 Propriétés spectrales du signal radar	54
1.4.1 Fonctions d'apodisation spectrales	54
1.4.2 Réponse impulsionnelle des fonctions d'apodisation spectrales	55
1.4.3 Spectre dans l'axe distance	56
1.4.4 Spectre dans l'axe azimuth	60
1.5 Bilan	62

<b>2</b>	<b>Modélisation de la cohérence interférométrique</b>	<b>65</b>
2.1	La cohérence interférométrique . . . . .	65
2.1.1	Définition . . . . .	65
2.1.2	Estimation de la cohérence . . . . .	65
2.1.3	Loi statistique de la cohérence empirique . . . . .	66
2.1.4	Estimateur de cohérence . . . . .	68
2.1.4.1	Espérance et variance de l'estimateur . . . . .	68
2.1.4.2	Cohérence et phase interférométrique . . . . .	69
2.1.5	Sources de décorrélation dans les images radar . . . . .	71
2.2	Modèle de cohérence . . . . .	72
2.2.1	Modélisation des sources de décorrélation géométrique . . . . .	73
2.2.1.1	Spectres pondérés uniformément . . . . .	73
2.2.1.2	Spectres à pondération non uniforme . . . . .	74
2.2.2	Décorrélation temporelle . . . . .	76
2.2.3	Décorrélation thermique . . . . .	78
2.2.4	Décorrélation due aux erreurs de recalage . . . . .	80
2.3	Impact de la cohérence sur le recalage d'images RSO . . . . .	81
2.3.1	Simulation : principe . . . . .	81
2.3.2	Simulations : résultats . . . . .	83
2.4	Bilan . . . . .	85
<b>3</b>	<b>Jeux de données et cadre de travail</b>	<b>87</b>
3.1	Jeux de données . . . . .	87
3.1.1	Série temporelle en bande C . . . . .	89
3.1.1.1	Caractéristiques géométriques d'acquisition . . . . .	89
3.1.1.2	Caractéristiques interférométriques . . . . .	90
3.1.2	Série temporelle en bande X . . . . .	92
3.1.2.1	Caractéristiques géométriques d'acquisition . . . . .	92
3.1.2.2	Caractéristiques interférométriques . . . . .	93
3.2	Comparaison des images d'amplitude . . . . .	95
3.2.1	La chapelle St-Michel . . . . .	95
3.2.2	Barrage de Serre-Ponçon . . . . .	96
3.2.3	Savines-le-lac . . . . .	97
3.2.4	Gap . . . . .	98
3.2.5	Récapitulatif . . . . .	98
3.3	Utilisation conjointe ERS/TSX : production de MNT . . . . .	99
<b>4</b>	<b>Qualification expérimentale du modèle de cohérence, site de Serre-Ponçon</b>	<b>101</b>
4.1	Le barrage de Serre-Ponçon : une zone cohérente stable . . . . .	101
4.1.1	Analyse qualitative : mise en évidence d'une zone stable . . . . .	101
4.1.2	Intérêt de la zone cohérente stable . . . . .	104
4.2	Modélisation des termes de décorrélation géométrique sur le barrage . . . . .	107
4.2.1	Décorrélation en distance . . . . .	107
4.2.1.1	Détermination de la ligne de base critique . . . . .	107
4.2.1.2	Calcul pour l'ensemble de la série temporelle . . . . .	109
4.2.2	Décorrélation en azimut . . . . .	109
4.2.3	Décorrélation géométrique . . . . .	110
4.3	Mesure de cohérence sur le barrage de Serre-Ponçon . . . . .	112

4.3.1	Prétraitement des données . . . . .	112
4.3.2	Méthode de mesure utilisée . . . . .	112
4.4	Analyse quantitative des résultats . . . . .	116
4.4.1	Modélisation des erreurs de recalage . . . . .	116
4.4.2	Amélioration de la précision de la mesure de cohérence . . . . .	117
4.4.3	Vérification de la base critique perpendiculaire . . . . .	118
4.4.4	Analyse temporelle de la cohérence sur le barrage . . . . .	120
4.5	Conclusion . . . . .	122
<b>5</b>	<b>Sélection d'interférogrammes pour le suivi de zone</b>	<b>125</b>
5.1	État de l'art des méthodes de sélection de couples interférométriques . . . . .	126
5.1.1	Approches par seuillage . . . . .	126
5.1.1.1	Approche petites lignes de base . . . . .	126
5.1.1.2	Petites bases géométriques et temporelles . . . . .	128
5.1.2	Approches connexes . . . . .	131
5.1.2.1	Image maître unique . . . . .	131
5.1.2.2	Approche par arbre de recouvrement minimal . . . . .	132
5.1.3	Discussion . . . . .	136
5.2	Sélection d'interférogrammes par arbres de recouvrement minimal . . . . .	138
5.2.1	Notion de distance entre images . . . . .	138
5.2.1.1	Distance classique . . . . .	138
5.2.1.2	Norme et conorme triangulaire . . . . .	138
5.2.2	Arbre de recouvrement minimal . . . . .	142
5.2.2.1	Principe . . . . .	142
5.2.2.2	Algorithmes de calcul d'ARM . . . . .	143
5.2.2.3	Sélection d'interférogrammes par calcul d'ARM . . . . .	145
5.2.3	Utilisations d'ARM en interférométrie radar . . . . .	147
5.2.3.1	Refice <i>et al.</i> , 2006 . . . . .	147
5.2.3.2	Blanco-Sanchez <i>et al.</i> , 2007 . . . . .	147
5.2.3.3	Perissin <i>et al.</i> , 2007 . . . . .	148
5.3	Méthodes d'ajout de redondance . . . . .	149
5.3.1	Approches par arêtes . . . . .	149
5.3.1.1	Insertion locale des meilleures arêtes (AL) . . . . .	149
5.3.1.2	Insertion globale des meilleures arêtes (AG) . . . . .	151
5.3.2	Approches par ARM successifs . . . . .	151
5.3.2.1	Calcul de 2 ou 3 ARM successifs (A2, A3) . . . . .	151
5.3.3	Redondance ciblée sur arêtes de poids fort . . . . .	153
5.3.3.1	Insertion locale des meilleures arêtes avec renfort ciblé (AL+) . . . . .	154
5.3.3.2	Insertion globale des meilleures arêtes avec renfort ciblé (AG+) . . . . .	155
5.3.3.3	Calcul de 2 ARM successifs avec renfort ciblé (A2+) . . . . .	156
5.3.4	Discussion . . . . .	157
5.4	Évaluation des méthodes de sélection . . . . .	158
5.4.1	Proposition d'une méthode de recalage global . . . . .	158
5.4.1.1	Sélection de couples . . . . .	159
5.4.1.2	Inversion du système d'équations . . . . .	161
5.4.1.3	Critères de qualité de l'inversion . . . . .	162
5.4.1.4	Discussion . . . . .	163
5.5	Évaluation de la sélection par ARM . . . . .	164

5.5.1	Simulations	164
5.5.2	Résultats	165
5.5.2.1	Conditionnement et taille de l'ARM	165
5.5.2.2	Conditionnement et erreur d'estimation	167
5.5.2.3	Erreur d'estimation et taille de l'ARM	168
5.5.3	Robustesse de la méthode ARM	170
5.5.4	Conclusion	171
5.6	Qualification des méthodes d'ajout de redondance	172
5.6.1	Simulations	172
5.6.2	Résultats : performances des méthodes	173
5.6.2.1	Approches par arbres de recouvrement minimal	173
5.6.2.2	Comparaison de l'approche arêtes locale et arbres	174
5.6.2.3	Comparaison des approches par ajout d'arêtes	175
5.6.2.4	Redondance complète via la méthode globale	176
5.6.2.5	Comparaison des méthodes à l'approche single master	176
5.6.3	Résultats : apport du renfort ciblé	179
5.6.3.1	Apport du renfort ciblé sur les méthodes par arbres	179
5.6.3.2	Apport du renfort ciblé sur les méthodes arêtes global	180
5.6.3.3	Apport du renfort ciblé sur les méthodes arêtes local	181
5.6.4	Résultats : comparatif global des méthodes	182
5.6.5	Conclusion	184
5.7	Application aux données réelles	185
5.7.1	Principe	185
5.7.1.1	Établissement d'une vérité terrain sur une zone stable	185
5.7.1.2	Décalages relatifs moyens autour de la zone stable	190
5.7.1.3	Comparaison à la vérité terrain	191
5.7.2	Performances des méthodes redondantes	192
5.7.2.1	Résultats	192
5.7.2.2	Comparaison aux simulations	194
5.7.2.3	Convergence du modèle	195
5.8	Conclusion	197
<b>Conclusion</b>		<b>197</b>
<b>A Annexe : Éléments de théorie des graphes</b>		<b>201</b>
A.1	Graphes simples	201
A.1.1	Graphe	201
A.1.2	Graphe orienté	202
A.1.3	Graphe non-orienté	202
A.1.4	Sous-graphe	202
A.2	Propriétés particulières	203
A.2.1	Chaînes et cycles	203
A.2.1.1	Chaîne	203
A.2.1.2	Cycle	203
A.2.2	Acyclicité	203
A.2.3	Connexité	203
A.3	Arbres	204
A.3.1	Arbre	204

---

A.3.2	Arbre de recouvrement . . . . .	204
A.3.3	Arbre de recouvrement minimal . . . . .	205
<b>B</b>	<b>Distance de chaîne</b>	<b>207</b>
B.1	Distance de chaîne : une définition . . . . .	207
B.2	Distance de chaîne et interférométrie . . . . .	207
<b>C</b>	<b>Annexe : Compléments sur le conditionnement</b>	<b>209</b>
C.1	Redondance et conditionnement . . . . .	209
C.1.1	Impact de la redondance sur le conditionnement . . . . .	209
C.1.2	Apport du renfort ciblé sur le conditionnement . . . . .	214
C.1.3	Arbres et conditionnement . . . . .	217
<b>D</b>	<b>Compléments sur la SVD</b>	<b>221</b>
D.1	SVD . . . . .	221
D.1.1	Définitions . . . . .	221
D.1.2	Calcul de l'inverse d'une matrice via la SVD . . . . .	222
D.1.3	Exemple . . . . .	222
D.2	Pseudo-inverse et solution aux moindres carrés . . . . .	223
D.2.1	Exemple . . . . .	223
<b>E</b>	<b>Annexe : séries temporelles</b>	<b>225</b>
E.1	Données auxiliaires de la série temporelle en bande C . . . . .	225
E.2	Données auxiliaires de la série temporelle en bande X . . . . .	227
	<b>Bibliographie</b>	<b>234</b>



# Notations

**ARM** : Arbre de Recouvrement Minimal. Sous-graphe ne contenant pas de cycle et qui connecte tous les sommets du graphe, tel que la somme des poids associées aux arêtes reliant les sommets soit minimale.

**CPA** : Closet Point Approach : terme emprunté au monde du Sonar désignant la position du capteur lorsque que celui-ci est situé le plus près du point à imager.

**DEOS** : Department of Earth Observation and Space Systems, Université de Delft, Pays-Bas.

**DLR** : Deutsches zentrum für Luft- und Raumfahrt. Agence spatiale allemande.

**ERS** : European Remote sensing Satellite. Satellite radar à synthèse d'ouverture fonctionnant en bande C, ayant été décliné en deux versions jumelles, ERS-1 et ERS-2.

**ESA** : European Space Agency, Agence Spatiale Européenne.

**FRI** : Fréquence de Répétition de l'Impulsion émise par le radar à synthèse d'ouverture.

**MST** : de l'anglais, *Minimum de Spanning Tree* : voir ARM.

**PRF** : de l'anglais, *Pulse Repetition Frequency* : voir FRI.

**RMSE** : de l'anglais, *Root Mean Square Error* : erreur en moyenne quadratique.

**RSB** : Rapport Signal à Bruit.

**RSO** : Radar à Synthèse d'Ouverture.

**SER** : Surface Équivalente Radar.

**SLC** : de l'anglais, *Single Look Complex* : format d'image radar présentant les données synthétisées sous forme complexe monovue.

**TSX** : TerraSAR-X, satellite radar à synthèse d'ouverture fonctionnant en bande X, opéré par le DLR.



---

# Introduction

## Problématique

L'imagerie Radar à Synthèse d'Ouverture (RSO) est souvent présentée par ses avantages par rapport à l'imagerie optique, en terme de conditions d'acquisitions, quelles soient de jour comme de nuit, ou ayant l'intérêt de pouvoir pénétrer le couvert nuageux et ainsi de disposer d'informations sur la totalité de la scène d'intérêt.

La continuité des missions des satellites de l'ESA : ERS-1 et ERS-2 ou ENVISAT, a permis d'acquérir un grand nombre d'images sur des orbites quasi-identiques, et de constituer un stock de piles d'images dont il est possible d'envisager un traitement en série temporelle. En 2005, l'archive regroupant l'ensemble des données acquises par les satellites ERS-1/2 représentait plus de 1 Po (soit plus d'un million de Go) [Lengert (2005)]. Aujourd'hui, la mise à disposition de ces archives offre un potentiel d'investigation dans le domaine de la détection de changement, pour un coût d'acquisition très réduit au regard des tarifs des images issues de capteurs nouvelle génération, tel que TerraSAR-X (une image d'archive ERS coûte environ 300 euros, contre plus de 3500 euros pour une image TSX sur commande). De plus, l'étendue spatiale couverte par les missions ERS assure de disposer d'images d'archive dans la quasi-totalité des régions du globe, ce qui n'est pas encore le cas pour TerraSAR-X, et qui plus est, couvre neuf fois moins de terrain qu'ERS en une seule acquisition (100 km<sup>2</sup> pour ERS contre un peu plus de 30 km<sup>2</sup> pour TSX, en mode stripmap). Or, il a été montré qu'il est possible de mesurer des déformations sur une zone de plus de 60000 km<sup>2</sup> avec ERS [Cazu *et al.* (2008)], ceci en combinant habilement plusieurs orbites et scènes voisines.

L'utilisation de ces images d'archive montre tout son intérêt lorsqu'une connaissance fine des mouvements de terrain est requise pour interpréter le phénomène. L'appel à ces archives a récemment montré son potentiel pour l'analyse du séisme de l'Aquila en Italie en 2009 [Atzori *et al.* (2009); Lanari *et al.* (2010)], événement majeur qui eut de lourdes conséquences socio-économiques dans cette région. L'exploitation d'archives permet également l'analyse de phénomènes *a posteriori* d'évènements tels que les déformations post-sismiques, comme cela fut pratiqué suite au tremblement de terre de 1999 sur Athènes [Atzori *et al.* (2008)]. L'impact des activités anthropiques sur l'environnement peut également être caractérisé, tel les déplacements lents observés sur le lac Mead causés par le pompage intensif des eaux du lac pour les besoins de la ville de Las Vegas [Cavalié *et al.* (2007)], ou consécutifs à des travaux sous-terrains sur le centre-ville de Paris [Fruneau et Sarti (2000); Fruneau *et al.* (2002)].

Un des problèmes rencontré lors de l'exploitation de ces grands volumes de données concerne la sélection de couples d'images pertinents, permettant une estimation de bonne qualité du signal de déformation sur l'ensemble de la série temporelle. En effet, les phénomènes de déformation lente (de l'ordre de quelques millimètres par an) ne sont détectables que sur des intervalles de temps considérables, nécessitant beaucoup d'images RSO, dont la plupart des couples interférométriques ont généralement une très faible cohérence [Crossetto *et al.* (2003)].

La question se pose alors de savoir si la qualité de ces couples peut être connue très précisément de manière *a priori*. La cohérence, un indicateur classique jugeant de la qualité d'un couple [Seymour et Cumming (1994)], peut être caractérisée par un modèle *a priori*, tel que l'ont proposé [Zebker et Villasenor (1992)] dans leurs travaux. Expérimentalement, la confrontation de ce modèle théorique à des mesures issues d'observations réelles est rendue difficile par la complexité des scènes et leur variabilité temporelle. Dans cette thèse, nous nous sommes intéressés à la zone du lac de Serre-Ponçon, et plus particulièrement à son barrage, qui présente un intérêt d'étude, de part sa stabilité temporelle exceptionnelle et son étendue. En effet, sur cette zone, il est possible de confronter le modèle de cohérence théorique de Zebker à des mesures expérimentales sur le barrage.

Une seconde question est celle de l'indicateur de qualité à mettre en place pour juger de la pertinence de la sélection de couples, c'est-à-dire d'évaluer l'impact de la sélection de couples sur la qualité globale du résultat obtenu. La problématique du recalage d'images offre des éléments de réponse à cette question, la qualité du recalage entre deux images dépendant de la cohérence de la scène [Bamler et Eineder (2005)]. *De facto*, le problème de la sélection d'images est identique pour d'autres mesures différentielles dont la qualité dépend de la cohérence des couples, tel que la phase interférométrique.

L'objectif de ces travaux est de définir une méthode d'exploitation de mesures interférométriques sur une longue série temporelle, et plus particulièrement la cohérence qui, parmi les différentes techniques et algorithmes utilisés dans le cadre de la détection de changements sur des images RSO, est largement employée comme un indicateur de changement [Rignot et Van Zyl (1993); Massonnet et Feigl (1998); Lee et Liu (2001); Liu *et al.* (2001); Hoffmann (2007)]. Cette configuration de travail sur un large volume de données, où seulement une fraction est exploitable, correspond à un scénario susceptible d'intervenir en conditions opérationnelles, lors de l'exploitation de données d'archives sur une zone où ni les changements ni leurs dates ne sont connus *a priori*, ou si l'on souhaite observer une zone avant ou après un événement majeur afin de mieux comprendre ses causes et son impact à plus ou moins long terme.

## Organisation du manuscrit

Ce manuscrit se construit autour de cinq chapitres, chacun apportant un éclairage spécifique sur la problématique abordée, de la façon suivante :

- le premier chapitre récapitule les principes de l'imagerie radar RSO, en prenant le parti original de présenter les concepts de la synthèse d'ouverture, de la géométrie d'acquisition et des limites de l'interférométrie différentielle, et des propriétés spectrales des images RSO, dans les deux directions du radar sous un même formalisme.
- le second chapitre décrit le modèle de cohérence interférométrique et les incertitudes sur son estimation. L'effort est porté sur l'explicitation des différents termes du modèle de cohérence de Zebker, en détaillant particulièrement la problématique liant la qualité de la cohérence et la précision du recalage des données RSO.
- le chapitre 3 décrit les données utilisées au cours de la thèse et dresse une première analyse des conditions d'acquisition des séries temporelles. Une analyse phénoménologique comparative des données en bande C et X sur quelques sites d'intérêt y est également présentée.
- le chapitre 4 présente l'exploitation des mesures de cohérence sur la longue série temporelle en bande C acquise sur la région de Serre-Ponçon, qui a mené à la détection et la caractérisation d'une zone cohérente stable, le barrage de Serre-Ponçon. Sur cette zone stable, nous avons entrepris une campagne de vérification du modèle de cohérence de Zebker. Nous avons pu caractériser et modéliser la faible décorrélation temporelle qui touche la surface

du barrage. De plus, nous présentons et quantifions un des principaux obstacles à la conduite de ces travaux, qui furent des erreurs de recalage causées par la faible cohérence des zones autour du barrage, entraînant un recalage de la zone imprécis.

- le chapitre 5 expose quant à lui la problématique de la sélection pertinente de couples d'images dans le but d'améliorer la précision de mesures différentielles dans le cadre d'une exploitation en série temporelle d'une pile d'images RSO, appliquée au problème du recalage sur la zone autour du barrage de Serre-Ponçon. Partant d'une approche nouvelle de l'état de l'art de sélection de couples, nous montrons dans un premier temps les points faibles de cette méthode. Nous proposons par la suite de palier ces problèmes par des méthodes originales d'ajout de redondance, permettant d'améliorer les performances globales du recalage d'une longue série temporelle. Nous caractérisons ces apports par le biais de simulations, puis validons cette nouvelle méthode de recalage global sur des données réelles en bande C, en s'aidant du barrage comme zone permettant d'établir une vérité terrain.

Enfin, ce manuscrit s'achève sur une présentation des principales conclusions de la thèse et des perspectives qui découlent du travail effectué.



---

# Chapitre 1

## L'imagerie radar RSO

### Introduction

Ce premier chapitre a pour ambition de présenter les concepts majeurs de l'imagerie Radar à Synthèse d'Ouverture. Dans un premier temps, nous rappelons quelques notions fondamentales sur les lois d'antenne pour étudier ensuite plus en détails les caractéristiques d'une antenne RSO. Nous faisons volontairement le choix de traiter rapidement la synthèse radar proprement dite. Le lecteur désirant obtenir plus d'informations à ce sujet pourra se référer au livre de [Massonnet et Souyris (2008)]. Nous portons ensuite l'accent sur le traitement du signal réalisé dans les deux directions du radar. Là où les approches classiques sur l'imagerie RSO traitent distinctement les traitements en distance et en azimut, nous proposons ici le même formalisme pour chaque direction afin de mettre en évidence le fait qu'il est possible de les considérer comme un seul et même problème. Dans un second temps, après avoir rappelé le principe du phénomène de chatoiement, nous présentons les bases géométriques et les limitations de l'interférométrie radar, là encore en analysant les axes distance et azimut avec un raisonnement identique. Enfin, le lecteur trouvera à la fin de ce chapitre une analyse comparée des propriétés spectrales du signal radar des satellites ERS et TerraSAR-X, insistant particulièrement sur les fenêtres d'apodisation employées.

### 1.1 Principe de la synthèse d'ouverture en imagerie radar

La technique de synthèse d'ouverture en imagerie radar nécessite de disposer d'un capteur actif, tel qu'une antenne émettant sa propre source de rayonnement, et d'un porteur assurant le déplacement de l'antenne au cours de l'acquisition d'une scène. Nous distinguerons par la suite le plan d'évolution du porteur (satellite, avion)  $(x, y, z)$  et le plan d'émission et réception de l'antenne  $(X, y, Z)$ , cf. figure 1.1 : ces deux plans ont en commun la direction  $Oy$ .

#### 1.1.1 Lois d'antenne

Un système radar utilise une antenne comme support d'émission ou de réception d'une onde électromagnétique. L'étude fondamentale des lois d'antenne se révèle être utile afin de permettre une meilleure compréhension de l'acquisition des données radar. Considérons une antenne et son champ rayonné associé dans le plan de l'antenne  $(X, y, Z)$  (cf figure 1.2).

Soit un point P dans la zone illuminée par l'antenne, de coordonnées  $(X_p, y_p, Z_p)$ , situé à la distance R de l'antenne :

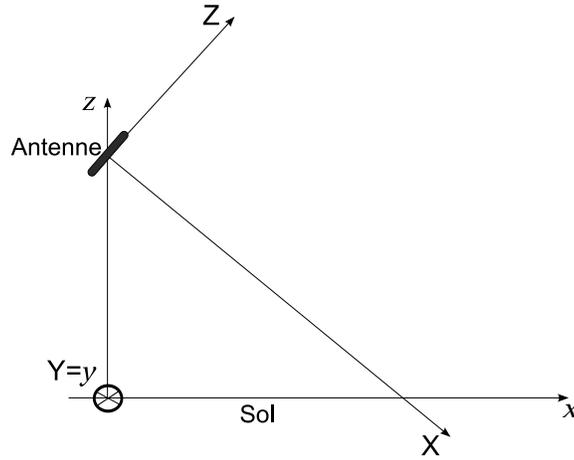


FIGURE 1.1 – Plan d'évolution du satellite  $(x,y,z)$  et plan d'antenne  $(X,y,Z)$ ,  $(Y = y)$ .

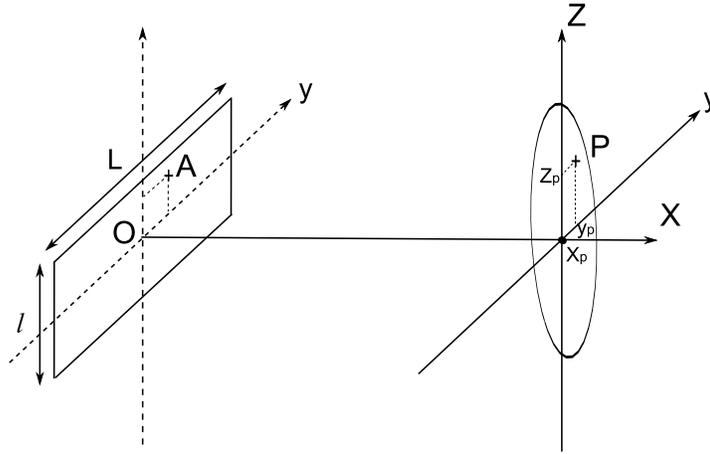


FIGURE 1.2 – Antenne rectangulaire de centre O, de longueur  $L$  et de largeur  $l$  ( $l < L$ ) et champ rayonné associé à la distance  $X_p$  dans le plan de l'antenne  $(X,y,Z)$ .

$$R = \sqrt{X_p^2 + (y_p - y)^2 + (Z_p - Z)^2} \quad (1.1)$$

pour un point  $A(0, y, Z)$  situé à la surface de l'antenne.

En considérant que P est en champ lointain (approximation de Fresnel), tel que :

$$X_p \gg \sqrt{(y_p - y)^2 + (Z_p - Z)^2} \quad (1.2)$$

et sous la condition de l'approximation de Fraunhofer :

$$y^2 + Z^2 \ll y_p^2 + Z_p^2, \quad (1.3)$$

le champ  $U$  créé en P par une antenne découlant du principe de Huyghens<sup>1</sup> s'écrit :

$$U(P) \sim \iint_{\text{Antenne}} e^{-j \frac{2\pi}{\lambda} \frac{y_p y + Z_p Z}{R}} H(y, Z) dy dZ, \quad (1.4)$$

$H(y, Z)$  étant une fonction caractéristique de l'antenne. On reconnaît dans l'équation 1.4 l'expression de la transformée de Fourier de  $H(y, Z)$ . Dans le cas d'une antenne rectangulaire de longueur  $L$  et de largeur  $l$ , la fonction caractéristique  $H(y, Z)$  est une fonction "porte" bi-dimensionnelle :

$$H(f) = \begin{cases} 1 & \text{si } -\frac{L}{2} \leq y \leq \frac{L}{2} \text{ et } -\frac{l}{2} \leq Z \leq \frac{l}{2} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (1.5)$$

Le champ  $U$  observé au point P s'écrit alors :

$$U(P) \sim e^{j\frac{2\pi}{\lambda} \frac{y_p^2}{R}} \text{sinc} \left( \frac{\pi y_p L}{\lambda R} \right) \cdot e^{j\frac{2\pi}{\lambda} \frac{Z_p^2}{R}} \text{sinc} \left( \frac{\pi Z_p l}{\lambda R} \right) \quad (1.6)$$

$$\sim \text{sinc} \left( \frac{\pi y_p L}{\lambda R} \right) \cdot \text{sinc} \left( \frac{\pi Z_p l}{\lambda R} \right), \quad (1.7)$$

sinc désignant un sinus cardinal.

Le champ  $U$  observé en un point P est donc le produit de deux sinus cardinaux, l'un étroit selon l'axe (Oy), l'autre plus large selon l'axe (OZ), puisque  $l < L$

Il s'annule pour les valeurs annulant l'un ou l'autre des sinus cardinaux :

$$y_{p,0} = \frac{\lambda R}{L} \text{ et } Z_{p,0} = \frac{\lambda R}{l}. \quad (1.8)$$

La position de la demi-largeur du lobe d'antenne, correspondant à une atténuation d'énergie égale à -3,92 dB, vaut donc :

$$y_{p,-3,92 \text{ dB}} = \frac{\lambda R}{2L} \text{ et } Z_{p,-3,92 \text{ dB}} = \frac{\lambda R}{2l}. \quad (1.9)$$

Cette position peut être choisie comme définition de la résolution.

Les résultats de l'équation 1.9 définissent les résolutions de l'antenne en bistatique dans les deux directions. On en déduit l'ouverture angulaire à -3,92 dB  $\delta\theta_a$  de l'antenne dans l'axe azimut (selon l'axe Y), comme l'angle correspondant à la largeur du lobe (entre  $-y_{p,-3,92 \text{ dB}}$  et  $y_{p,-3,92 \text{ dB}}$ ) :

$$\delta\theta_a = \frac{2y_{p,-3,92 \text{ dB}}}{R} = \frac{\lambda}{L}. \quad (1.10)$$

De même, l'ouverture angulaire à -3,92 dB  $\delta\theta_d$  de l'antenne dans l'axe distance (selon l'axe X) est définie par la relation :

$$\delta\theta_d = \frac{\lambda}{l}. \quad (1.11)$$

### 1.1.1.1 Approche temporelle

La réponse de l'antenne peut également être déterminée en utilisant une approche temporelle [Nicolas (2008)], par la méthode dite de "Huyghens point à point".

Considérons pour cela deux sous-antennes de longueur  $\frac{L}{2}$  dans le plan OXy et de largeur nulle, tel que P ait pour coordonnées  $(X_p, y_p, 0)$ . Le champ  $U$  au point P s'écrit :

---

1. Le principe de Huyghens considère que tous les points de l'antenne agissent comme des sources élémentaires isotropes unitaires et que ces points sont les seuls à être responsables du champ en P. Le champ rayonné se calcule par intégration.

$$U(X_p, y_p) = \frac{e^{j\frac{2\pi}{\lambda}R}}{R} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} e^{j\frac{2\pi}{\lambda}\frac{y_p y}{X_p}} dy, \quad (1.12)$$

$$= \frac{e^{j\frac{2\pi}{\lambda}R}}{R} \left( \int_{-\frac{L}{2}}^0 e^{j\frac{2\pi}{\lambda}\frac{y_p y}{X_p}} dy + \int_0^{\frac{L}{2}} e^{j\frac{2\pi}{\lambda}\frac{y_p y}{X_p}} dy \right). \quad (1.13)$$

Un changement de variable  $y = y' - \frac{L}{2}$  dans le premier terme intégral permet d'écrire :

$$U(X_p, y_p) = \frac{e^{j\frac{2\pi}{\lambda}R}}{R} \left( \int_0^{\frac{L}{2}} e^{j\frac{2\pi}{\lambda}\frac{y_p(y' - \frac{L}{2})}{X_p}} dy' + \int_0^{\frac{L}{2}} e^{j\frac{2\pi}{\lambda}\frac{y_p y}{X_p}} dy \right), \quad (1.14)$$

soit :

$$U(X_p, y_p) = \frac{e^{j\frac{2\pi}{\lambda}R}}{R} \left( 1 + e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}\frac{y_p L}{2X_p}} \right) \cdot \int_0^{\frac{L}{2}} e^{j\frac{2\pi}{\lambda}\frac{y_p y}{X_p}} dy. \quad (1.15)$$

Le terme entre parenthèses s'annule pour :

$$\frac{2\pi}{\lambda} \frac{y_p L}{2X_p} = \pi \text{ mod. } 2\pi, \quad (1.16)$$

soit :

$$y_{p,0} = \frac{\lambda X_p}{L}. \quad (1.17)$$

On retrouve ainsi le résultat de l'équation 1.8 sans à avoir à calculer d'intégrale.

### 1.1.1.2 Huyghens point à point

Le découpage en deux sous-antennes exposé au paragraphe précédent peut être interprété qualitativement. Considérons deux antennes identiques de taille égale à la moitié de l'antenne initiale, de sorte que la juxtaposition de ces deux antennes redonne exactement la configuration de l'antenne initiale. Ensuite, considérons un point T quelconque de la demi-antenne supérieure et le point S situé sur la demi-antenne inférieure, tel que la distance entre ces points soit égale à  $\frac{L}{2}$ . Les deux antennes émettent une onde monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$ . On constate en comparant les deux trajets  $TP$  et  $SP$  que le trajet  $SP$  est plus long d'une longueur  $SS'$  (cf. figure 1.3). Or, étant en hypothèse monochromatique, nous savons que si ce trajet est égal à  $\frac{\lambda}{2}$ , on observe un phénomène d'interférences destructives, l'amplitude en P est donc nulle. Ce phénomène s'observe pour la condition (en approximant angle, tangente et sinus) :

$$\frac{y}{X_p} = \frac{\frac{\lambda}{2}}{\frac{L}{2}}, \text{ soit } y = \frac{\lambda X_p}{L}. \quad (1.18)$$

On retrouve dans l'équation 1.18 le même résultat que celui obtenu à l'équation 1.8, qui ne dépend pas de la position de T, arbitrairement choisie au départ, mais de la dimension  $L$  de l'antenne, de la longueur d'onde  $\lambda$ , et de la position du point  $P$ .

En appliquant ce raisonnement à chaque point de la demi-antenne supérieure, qui peut être ainsi associé à un point de la demi-antenne inférieure, on en déduit que pour une valeur de  $y = \frac{\lambda X_p}{L}$ , on obtient une annulation de l'amplitude et donc le premier zéro de l'antenne.

Ainsi, par une analyse qualitative simple, nous pouvons affirmer pour une antenne de longueur  $L$  que le premier zéro s'observe en  $y = \frac{2X_P}{L}$  et que dans ce cas, la différence de trajet entre les deux bords de l'antenne est égale à  $\lambda$  (cf. figure 1.3, à droite), tel que :

$$d(PB) - d(PA) = \lambda. \quad (1.19)$$

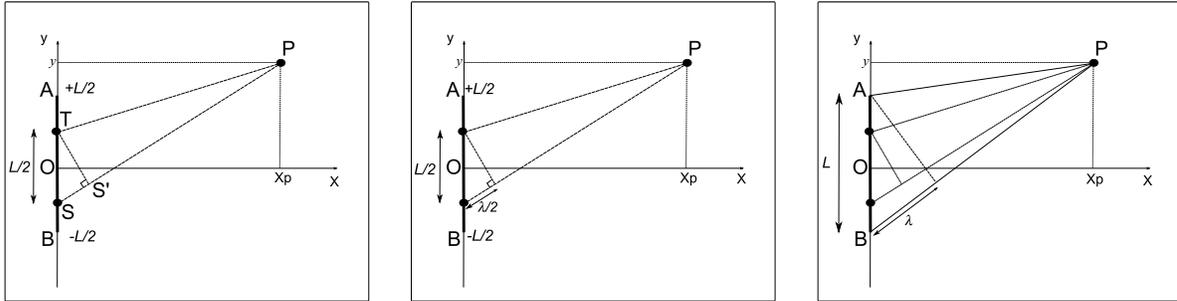


FIGURE 1.3 – Principe de Huyghens point à point. (À gauche) Appariement des points  $T$  et  $S$  de l'antenne de dimension  $L$  de telle sorte que la distance  $TS$  soit égale à  $\frac{L}{2}$ . (Au centre) Le point  $P$  se situe à une position telle que la différence de trajet entre  $PS$  et  $PT$  soit égale à  $\frac{\lambda}{2}$ . (À droite) Lorsque le point  $T$  a parcouru toutes les positions de la demi-antenne supérieure (entre  $O$  et  $A$ ), les contributions de tous ces points sont annulés par celles des points situés sur la demi-antenne inférieure (entre  $B$  et  $O$ ). La différence de marche entre les deux bords d'antenne est donc égale à  $\lambda$ .

## 1.1.2 Système radar

### 1.1.2.1 Visée latérale

Le Radar (Radio Detection And Ranging) est une technique exploitant des ondes électromagnétiques émises par une antenne en direction d'un objet. En analysant le temps entre l'émission de l'onde et la réception de l'onde électromagnétique rétrodiffusée par cet objet, on peut en déduire la distance de cet objet par rapport au radar. Le Radar exploite donc le principe d'écholocation afin de déterminer la position de cibles dans une scène donnée.

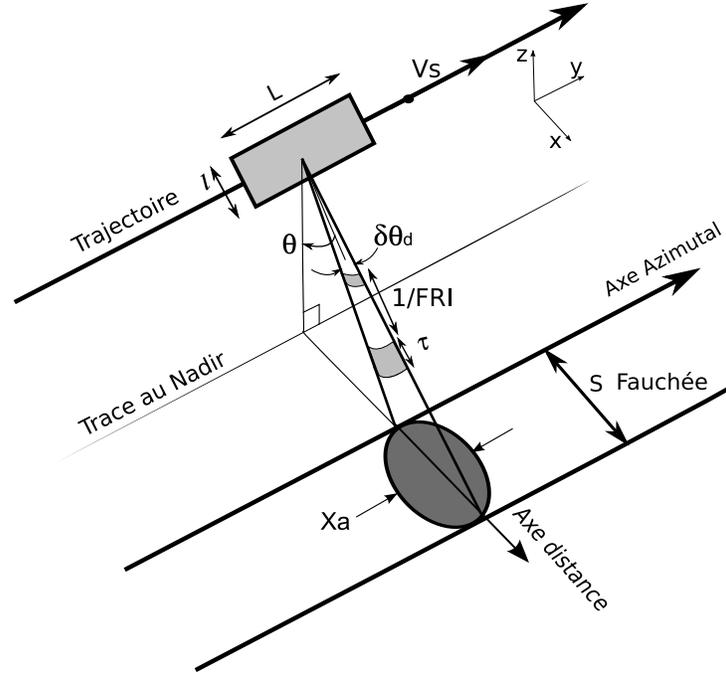


FIGURE 1.4 – Géométrie d'acquisition d'un radar à visée latérale. Le “repère sol” est  $(0xyz)$  et le repère antenne  $(OXyZ)$  (cf. figure 1.1).

La géométrie des images acquises par un radar à visée latérale se décompose selon deux axes, l'axe distance et l'axe azimut (cf. figures 1.1 et 1.4). L'antenne est alignée suivant la trace du satellite. Une impulsion micro-onde est émise latéralement vers le sol par l'antenne qui en mesure ensuite l'écho. L'impulsion est émise dans une direction inclinée d'un angle  $\theta$ , correspondant à l'angle entre l'axe central du lobe d'antenne et le nadir (cf. figure 1.6). D'après l'équation 1.11, l'ouverture du lobe d'antenne à  $-3,92$  dB en distance  $\delta\theta_d$  dépend de la longueur d'onde  $\lambda$  du système et de la largeur de l'antenne  $l$ , tel que :

$$\delta\theta_d = \frac{\lambda}{l}. \quad (1.20)$$

Ainsi, la largeur  $Z$  du faisceau en distance à  $-3,92$  dB pour le point central de la surface illuminée au sol, situé à une distance  $R$  de l'antenne, vaut :

$$Z = R \cdot \delta\theta_d = \frac{R\lambda}{l}. \quad (1.21)$$

La fauchée au sol  $S$  (cf. figure 1.4) peut être déduite de la largeur du lobe d'antenne (équation 1.21) :

$$S \simeq d_{AB} = \frac{Z}{\cos \theta} = \frac{R\lambda}{l \cos \theta} \quad (1.22)$$

La largeur de l'image est déterminée par les distances  $R_1$  et  $R_2$  (cf. figure 1.6), dépendantes de l'instant de début  $t_1$  et de fin d'enregistrement  $t_2$  des échos. La distance  $R_1 = \frac{c \cdot t_1}{2}$ , correspondant au bord de l'image le plus proche du radar (point  $A$ , cf. figure 1.6), est appelée *distance proximale* (ou near range), tandis que la distance  $R_2 = \frac{c \cdot t_2}{2}$ , correspondant à l'autre extrémité de l'image (point  $B$ ), est appelée *portée distale* (ou far range). Ces points  $A$  et  $B$  sont bien entendu dans la fauchée  $S$ .

### 1.1.2.2 Émission et répétition des impulsions

L'acquisition d'une image radar s'effectue par déplacement l'antenne. Dans le cas des radar de surveillance (cf. figure 1.5), elle suit un mouvement de rotation autour de l'axe vertical et émet dans le même temps ces impulsions afin d'illuminer un secteur angulaire de l'espace. Après chaque émission d'impulsion, le radar passe en mode récepteur. On nomme la cadence à laquelle le radar émet une impulsion la Fréquence de Répétition de l'Impulsion (FRI, ou PRF dans la littérature anglosaxonne). Pour un radar de surveillance, elle est choisie de telle sorte que l'antenne tourne entre deux impulsions d'un angle caractéristique de la résolution du système en azimut. Pour un capteur satellitaire, l'antenne est déplacée selon un mouvement rectiligne uniforme, l'émission et la réception s'effectuant à des instants déterminés par la FRI. Grâce à ces mouvements garantissant la couverture spatiale de la scène, et dans la mesure où les lobes d'antenne ne se recouvrent pas, il est possible de localiser les cibles à portée du radar.

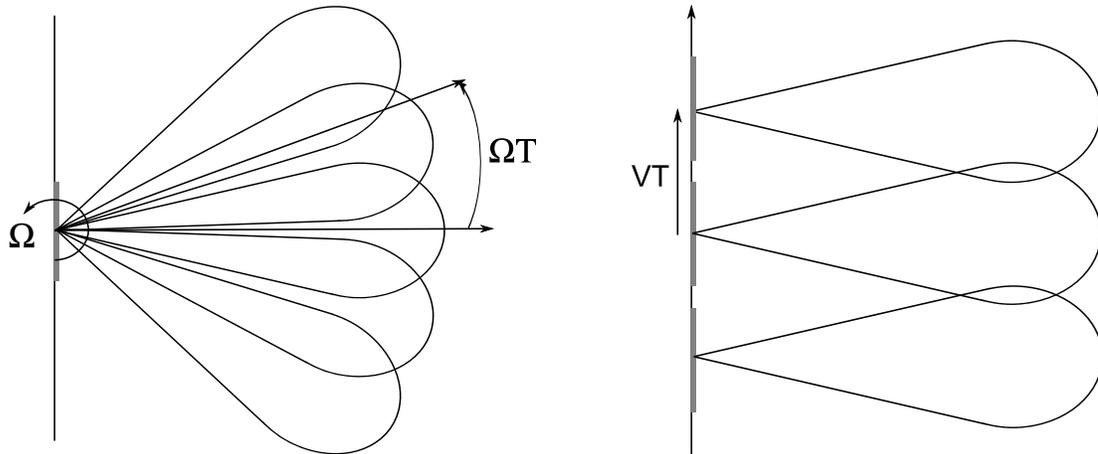


FIGURE 1.5 – Principe du radar de surveillance (à gauche) et d'un radar imageur satellitaire (à droite). Une impulsion est émise à chaque instant  $t$  séparé de  $T = \frac{1}{FRI}$ , de sorte que le porteur s'est déplacé de  $VT$  entre deux émissions. Dans le premier cas, le mouvement est assuré par une rotation de l'antenne de vitesse angulaire constante  $\Omega$ . Dans le second cas, le mouvement du capteur est assuré par le déplacement du porteur, à une vitesse constante  $V$ .

### 1.1.2.3 Résolution

Après avoir émis une impulsion, le porteur du capteur avance ensuite d'une distance  $\frac{V_s}{FRI}$ ,  $V_s$  étant la vitesse du satellite. Une nouvelle impulsion est émise et une ligne supplémentaire de

l'image est acquise. Le déplacement du porteur permet ainsi d'imager la scène dans la direction azimutale.

La résolution radiale, ou résolution en distance (*slant-range* en anglais), est déterminée par les capacités du système à séparer deux cibles identiques. En première analyse, pour distinguer deux points au sol, la largeur du train d'onde doit être égale à la distance radiale entre ces deux points. La résolution  $\delta_d$  s'écrit donc en fonction de la durée  $\tau$  de l'impulsion :

$$\delta_d = \frac{c\tau}{2}. \quad (1.23)$$

La résolution au sol  $\delta x$  se déduit de la résolution radiale  $\delta_d$  :

$$\delta x = \frac{\delta_d}{\sin \theta}. \quad (1.24)$$

L'intérêt de la visée latérale est ici démontré. En effet, en visant à la verticale, suivant la direction  $\theta = 0$ , on ne peut pas définir de résolution. À l'inverse, en visant quasi à l'horizontale pour de grandes valeurs de  $\theta$ , la résolution au sol  $\delta x$  approche la résolution radiale  $\delta_d$ , mais les ombres dues à cette configuration en visée rasante sont très importantes. Fixer la valeur de l'angle de visée  $\theta$  revient à trouver un compromis entre l'amélioration de la résolution et la limitation du phénomène d'ombrage.

La longueur  $L$  de l'antenne, la longueur d'onde électromagnétique et la distance  $R$  au capteur imposent l'ordre de grandeur de la résolution en azimuth. D'après l'équation 1.10, donnant l'ouverture en azimuth à -3,92 dB du lobe d'antenne  $\delta\theta_a$ , on en déduit la résolution en azimuth  $X_a$  :

$$X_a = R \cdot \delta\theta_a = \frac{R\lambda}{L}. \quad (1.25)$$

Réciproquement, pour un capteur satellitaire situé à une distance  $R=660$  km de la scène, opérant en bande X ( $\lambda = 3,1$  cm), et à résolution métrique en distance et en azimuth, les contraintes sur la durée de l'impulsion  $\tau$  et la longueur de l'antenne  $L$  sont telles que :

$$\tau \approx 6,7 \text{ ns} \text{ et } L \approx 20,5 \text{ km}. \quad (1.26)$$

D'une part, une antenne de cette dimension ne peut être embarquée sur un satellite. D'autre part, l'énergie à émettre sur une durée d'impulsion si courte serait trop grande compte tenu des capacités embarquables sur les satellites pour avoir une puissance d'émission du système satisfaisante. En pratique, l'amélioration de la résolution en azimuth est réalisée en traitant le signal (amplitude et phase) enregistré par le système au cours de son déplacement, selon le principe de la synthèse d'ouverture. Dans la direction de visée, l'amélioration de la résolution est obtenue en utilisant une forme d'impulsion spécifique, le *chirp*, associée à un traitement spécifique : le filtrage adapté.

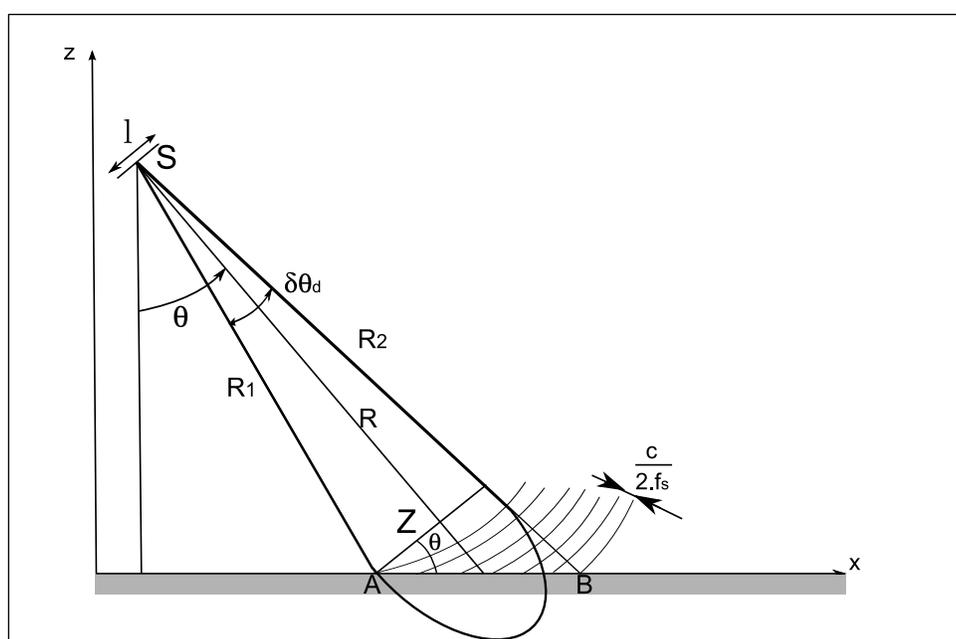


FIGURE 1.6 – Géométrie d'un radar à visée latérale dans l'axe distance, dans le repère défini par les axes  $(x,z)$ .

### 1.1.3 Compression d'impulsion et synthèse d'ouverture

Un radar à synthèse d'ouverture est donc un système "actif". Il émet à intervalle régulier (selon la FRI) un signal et mesure les caractéristiques de l'écho. Puisque d'une part les dimensions des antennes RSO ainsi que l'altitude des plateformes ne permettent pas d'obtenir directement des images à haute résolution et que d'autre part, certaines contraintes énergétiques ne permettent pas des signaux brefs, deux familles de traitement sont requises : en distance et en azimut.

#### 1.1.3.1 Traitement du signal en distance

Considérons un sous repère de l'espace, défini selon les axes  $(x,z)$  (cf. figure 1.6), ce qui correspond à la géométrie d'acquisition d'une ligne de l'image. Considérons un radar émettant un signal pseudopériodique modulé linéairement en fréquence autour d'une fréquence centrale  $f_c$ . Ce type de signal, appelé *chirp* (cf. figure 1.7), a une durée  $\tau$  et s'écrit :

$$\forall t \in \left[ \frac{-\tau}{2}; \frac{\tau}{2} \right], e(t) = A_0 \exp \left\{ 2\pi j t \left( f_c + \frac{B_r}{2\tau} t \right) \right\} \Pi(\tau), \quad (1.27)$$

avec  $\Pi$  la fonction fenêtre rectangulaire

$$\Pi(\tau) = \begin{cases} 1 & \text{si } |t| \leq \frac{\tau}{2} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (1.28)$$

La fréquence instantanée  $f_i$  est donnée par la relation :

$$f_i = -\frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt}, \quad (1.29)$$

ce qui donne pour le chirp :

$$f_i = \left( f_c + B_r \cdot \frac{t}{\tau} \right) \cdot \Pi(\tau). \quad (1.30)$$

Ainsi, on a  $f_i \in [f_c - \frac{B_r}{2}; f_c + \frac{B_r}{2}]$  et  $B_r$  est donc la bande passante du chirp.

Un filtrage adapté est ensuite appliqué pour démoduler le signal reçu : ce filtre a donc pour réponse impulsionnelle  $h(t)$  tel que

$$h(t) = e^*(-t). \quad (1.31)$$

On montre alors [Maitre (2001)] que pour une cible ponctuelle située à la distance  $\frac{c \cdot t_c}{2}$  de l'antenne radar, le résultat de ce filtrage peut s'écrire en première approximation :

$$s_{t_c}(t) = \exp \{ 2\pi j f_c (t - t_c) \} \tau \text{sinc}(\pi B_r (t - t_c)). \quad (1.32)$$

De manière analogue au cas de l'antenne (voir § 1.1.1) pour lequel le champ s'exprimait en fonction de sinus cardinaux, la résolution est définie par la largeur à -3,92 dB du sinus cardinal, ce qui donne en temps :

$$\delta t = (t - t_c) = \frac{1}{B_r}, \quad (1.33)$$

et en distance :

$$\delta_d = \frac{c}{2B_r}. \quad (1.34)$$

Le résultat du filtrage adapté pour la cible situé en  $x_c$  s'écrit alors :

$$s(x) \sim \text{sinc} \left( \frac{2\pi}{c} B_r (x - x_c) \right). \quad (1.35)$$

D'après le résultat obtenu à l'équation 1.34, la résolution ne dépend plus de la durée de l'impulsion  $\tau$ , comme dans le cas d'un radar standard, mais de la bande passante du *chirp* émis. Plus la bande passante du *chirp* est grande, meilleure est la résolution en distance. Les valeurs numériques des bandes passantes et des résolutions dans l'axe distance pour les satellites ERS-1 et TerraSAR-X sont disponibles dans le tableau 1.1.

L'analyse du signal temporel reçu dans le repère  $(x,z)$  entre les instants  $t_1$  et  $t_2$  permet de relier ces temps à des distances et de positionner les cibles rétrodiffusantes dans des cases distances. Ces cases distances sont définies par la fréquence d'échantillonnage  $f_s$ , qui découpent le signal en échantillons ou portes de durée  $\frac{1}{f_s}$  et de taille  $\Delta_d$ , tel que :

$$\Delta_d = \frac{c}{2f_s} \quad (1.36)$$

Le choix de  $f_s$  est généralement effectué en prenant en compte un léger suréchantillonnage :  $\Delta_d < \delta_d$ , soit  $f_s > B_r$ .

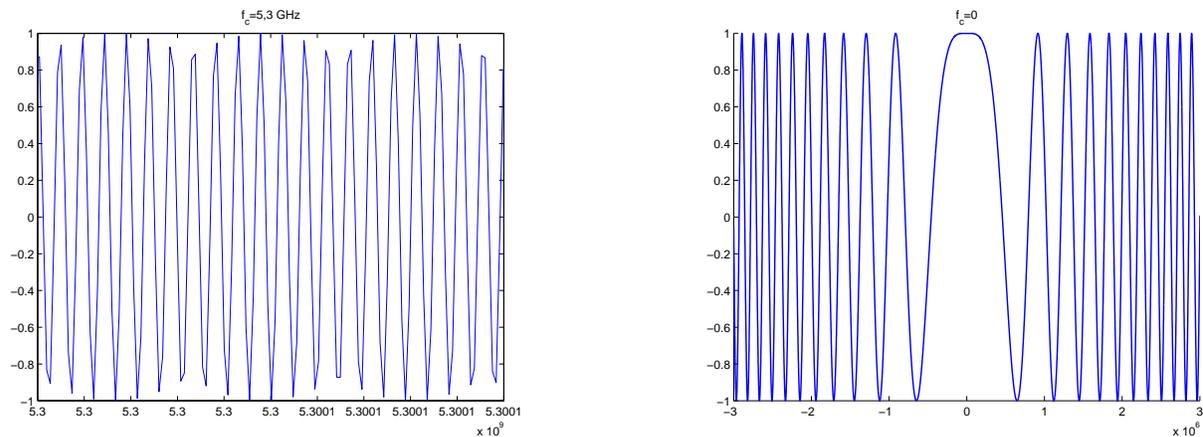


FIGURE 1.7 – Signal de type chirp de bande  $B_r = 15,55$  MHz et centré sur une fréquence porteuse  $f_c = 5,3$  GHz (à gauche) et ramené en bande de base (à droite).

### 1.1.3.2 Traitement du signal en azimuth

Considérons à présent la multiple collection d'échantillons reçus par l'antenne du radar au cours de son déplacement, dans un sous-repère de l'espace défini selon les axes  $(y,z)$  (figure 1.8).

Le lobe d'antenne étant large en azimuth (plusieurs km) et la fréquence de répétition des impulsions étant de l'ordre du  $kHz$ , le même point est donc illuminé un grand nombre de fois. En effet, d'après l'équation 1.10, une antenne de longueur  $L$  a un lobe principal à  $-3,92$  dB ayant pour ouverture  $\delta\theta_a$  définie par la relation :

$$\delta\theta_a = \frac{\lambda}{L}. \quad (1.37)$$

L'empreinte au sol  $X_a$  de l'antenne située à la distance  $R$  d'une cible vaut alors :

$$X_a = R\delta\theta_a, \quad (1.38)$$

soit environ 5 km (4,8 km pour ERS et 4,3 km pour TerraSAR-X). Un objet au sol reste donc visible par l'antenne pendant un temps correspondant à un déplacement du porteur de l'ordre de 5 km.

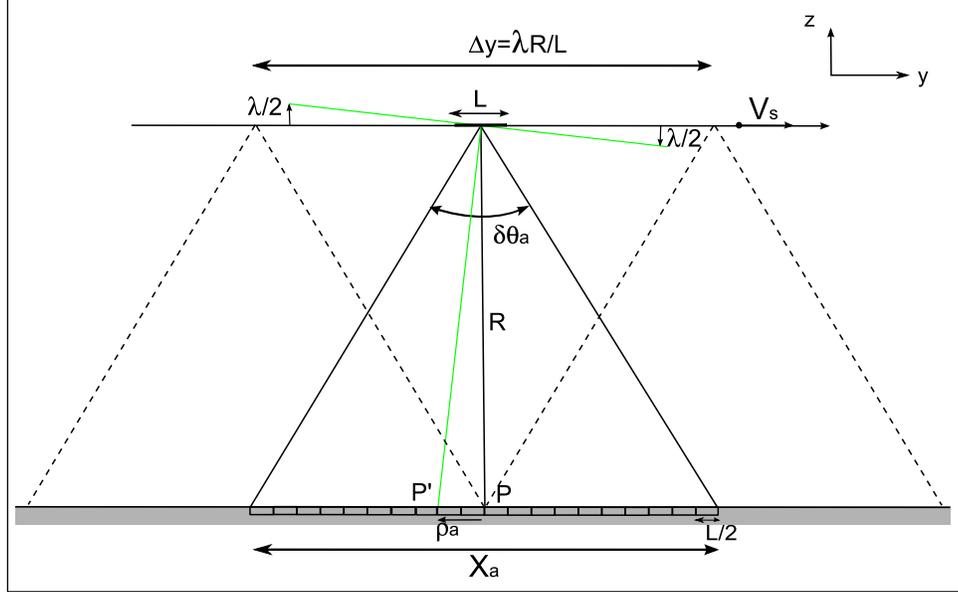


FIGURE 1.8 – Antenne synthétique. P' est le point le plus proche de P que l'on souhaite discriminer. La phase résultante de la somme des contributions du point P' tourne d'un cycle par rapport à celle du point P lorsque la différence de marche en bord d'antenne est égale à  $\lambda$ . Après traitement en azimut, la résolution de l'antenne synthétique à -3,92 dB est égale à  $\delta_a = \frac{L}{2}$ .

Le radar émet une impulsion à chaque fois qu'il avance d'une distance  $\rho_a = \frac{V_s}{FR}$ . La cible est donc vue par un nombre d'impulsions égal à  $\frac{X_a}{\rho_a}$  (environ vu 1000 fois pour une acquisition ERS, contre plus de 2000 fois pour une acquisition TSX). Ainsi, les positions  $y$  de l'antenne pour lesquelles la cible est effectivement vue sont définis par :

$$y \in \left[ -\frac{\lambda R}{2L}; \frac{\lambda R}{2L} \right]. \quad (1.39)$$

La distance  $R(y)$ , correspondant au trajet de l'onde, s'exprime pour toute position  $y$  selon :

$$R(y) = \sqrt{R^2 + y^2} \simeq R + \frac{y^2}{2R}. \quad (1.40)$$

Sur un aller-retour, le retard de phase est donc égal à :

$$\phi(y) = \frac{4\pi}{\lambda} R + \frac{2\pi}{\lambda} \frac{y^2}{R}. \quad (1.41)$$

La fréquence spatiale instantanée  $f_i(y)$  s'écrit alors :

$$f_i(y) = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{2}{\lambda R} y. \quad (1.42)$$

Par analogie avec le traitement en distance, ce résultat permet d'affirmer que la fréquence spatiale instantanée correspond à une rampe de fréquence centrée autour de la fréquence nulle, et dont

la bande passante  $B_a$  est :

$$\begin{aligned} B_a &= \frac{2}{\lambda R} \Delta y, \\ &= \frac{2}{\lambda R} \cdot \frac{\lambda R}{L}, \\ &= \frac{2}{L}. \end{aligned} \quad (1.43)$$

Puisque l'on observe un chirp en azimut (cf. équation 1.41), on peut appliquer au signal un filtrage adapté, ce qui donne pour une cible située en  $y_c$  la réponse :

$$s(y) \sim \text{sinc}(\pi B_a(y - y_c)). \quad (1.44)$$

On retrouve ici une expression similaire à celle obtenue dans la direction distance du radar (cf. équation 1.35). En combinant les résultats obtenus aux équations 1.35 et 1.44, la réponse globale d'une cible située en  $(x_c, y_c)$  s'écrit après filtrage adapté et synthèse :

$$\begin{aligned} s(x, y) &\sim \text{sinc}(\pi B_r(t - t_c)) \cdot \text{sinc}(\pi B_a(y - y_c)), \\ &\sim \text{sinc}\left(\frac{2\pi}{c} B_r(x - x_c)\right) \cdot \text{sinc}(\pi B_a(y - y_c)). \end{aligned} \quad (1.45)$$

Ce résultat, produit de deux sinus cardinaux, est analogue à l'expression du champ  $U$  créé par une antenne observé en un point  $P$  (cf. équation 1.7).

De façon similaire à l'équation 1.34, on en déduit la résolution en azimut  $\delta_a$  définie par la largeur du sinus cardinal à -3,92 dB :

$$\delta_a = y - y_c = \frac{1}{B_a} = \frac{L}{2}. \quad (1.46)$$

Cette approche est celle généralement adoptée en synthèse RSO. Elle permet donc de passer d'une résolution kilométrique à une résolution métrique. A titre d'exemple, les résolutions en azimut des satellites ERS et TerraSAR-X sont indiquées dans le tableau 1.1.

L'acquisition sur l'axe azimut doit être échantillonnée pour vérifier les conditions du théorème de Shannon. Soit  $\Delta_a$  le pas d'échantillonnage sur l'antenne synthétique ;  $\Delta_a$  doit satisfaire la condition suivante :

$$\Delta_a \leq \frac{L}{2}. \quad (1.47)$$

À titre de référence, les valeurs des pas d'échantillonnage en azimut pour ERS et TerraSAR-X figurent dans le tableau 1.1.

En reprenant l'approche de Huyghens "point à point" (cf. § 1.1.1.2), nous avons montré que le premier zéro de l'antenne correspond à sa résolution définie par la largeur du lobe à -3,92 dB. Ainsi, lorsque la distance entre deux points au sol  $P$  et  $P'$  est égale à la résolution de l'antenne synthétique  $\frac{L}{2}$ , la différence de marche entre les deux bords d'antenne est égale à  $\lambda^2$ .

---

2. Dans ce chapitre, nous avons exposé l'approche fréquentielle de la synthèse d'ouverture. Il est à l'heure actuelle possible de traiter les signaux par sommation temporelle : les signaux reçus sur l'antenne synthétique sont alors sommés (en complexe) après avoir été rééchantillonnés selon les retards liés aux distances  $R(y)$  (cf. équation 1.40).

Satellite		ERS-1/2	TSX
Altitude (km)	H	790	514
Angle d'incidence au sol	$\theta$	23°	39°(strip 11)
Distance moyenne (km)	R	850	660
Fréquence centrale de l'impulsion (GHz)	$f_c$	5,3	9,5
Longueur d'onde (cm)	$\lambda$	5,66	3,1
Bande passante du signal en azimut (Hz)	$B_a$	1340	2765
Fréquence de répétition de l'impulsion (Hz)	FRI	1680	3815
Excursion en fréquence de l'impulsion (MHz)	$B_r$	15,55	100
Fréquence d'échantillonnage en distance (MHz)	$f_s$	18,96	109,9
Coefficient de pondération spectrale (dist./az.)	$\alpha$	0,75/0,75	0,6/0,6
Dimension de l'antenne (m)	L	10	4,8
	l	1	0,7
Résolution azimutale (m)	$\delta_a$	5	2,25
Résolution radiale (m)	$\delta_d$	9,65	1,8
Pas d'échantillonnage en azimut (m)	$\Delta_a$	4	1,85
Pas d'échantillonnage radial (m)	$\Delta_d$	7,9	1,4
Base critique orthogonale (sol plat) (m)	$B_{\perp,crit}$	1100	5700
Vitesse du satellite (m.s <sup>-1</sup> )	$V_s$	7460	7610
Fauchée (km)		100	30
Inclinaison de l'orbite		98,54°	97,44°
Répétitivité de l'orbite (jours)		35	11
Heure de passage au noeud ascendant		22 h 35	18 h

TABLE 1.1 – Caractéristiques principales des capteurs ERS-1/2 et TerraSAR-X. Les informations relatives aux satellites ERS sont extraites de [Maitre (2001)]. Les caractéristiques de TerraSAR-X sont quant à elles consultables dans [Fritz et Eineder (2008)].

#### 1.1.4 Détermination de la valeur de la FRI

Le capteur émet et reçoit des signaux cadencés selon la FRI, se traduisant par l'intervalle de temps  $\Delta t$  séparant les émissions du radar, tel que :  $\Delta t = \frac{1}{FRI}$ . Le pas d'échantillonnage spatial impose que la distance parcourue par le satellite sur l'intervalle de temps  $\Delta t$  à la vitesse  $V_s$  soit inférieure à la résolution en azimut :

$$\frac{V_s}{FRI} \leq \frac{L}{2}, \quad (1.48)$$

ce qui impose une valeur minimale de la FRI :

$$FRI \geq \frac{2V_s}{L} \quad (1.49)$$

Pour ERS, la  $FRI_{min}$  est égale à 1490 Hz. La valeur de la  $FRI_{min}$  pour TerraSAR-X vaut quant à elle 3170 Hz. Par ailleurs, si la valeur de la FRI est trop élevée, l'écho d'un pulse retourné par une cible à la distance proximale  $R_1$  peut être partiellement superposé à l'écho retourné par une cible située à la portée distale  $R_2$ , ce qui conduit à une ambiguïté de la mesure dans l'axe distance.

Dans le cas d'un terrain plat, cette condition impose donc un maximum  $FRI_{max}$  de la fréquence de répétition de l'impulsion :

$$FRI_{max} = \frac{c}{2(R_2 - R_1)}, \quad (1.50)$$

avec  $R_2 - R_1 = S \sin \theta$ .

Pour ERS-1, la fauchée  $S$  valant environ 100 km, la fréquence de répétition de l'impulsion maximale admise  $FRI_{max}$  est égale à 3840 Hz. Pour TerraSAR-X, avec une fauchée de 30 km, la valeur de  $FRI_{max}$  est égale à 7940 Hz.

En réalité, on choisit la FRI bien en dessous de cette limite de façon à ce que d'une part, les échos des lobes secondaires de l'antenne ne se superposent pas à l'écho principal, et d'autre part de façon à ce que l'écho reçu ne se superpose pas avec celui du Nadir. Pour ERS-1, la valeur de la FRI utilisée est comprise entre 1640 et 1720 Hz. En pratique, elle est souvent égale à 1680 Hz. Pour TerraSAR-X, la FRI couramment utilisée se situe autour de 4000 Hz.

### 1.1.5 De la phase spatiale à la phase temporelle : notion de Doppler

Le mouvement du capteur au cours de l'acquisition n'est pas sans conséquence sur la nature du signal reçu, qui subit l'effet Doppler. En supposant que l'antenne se déplace selon un mouvement rectiligne uniforme de vitesse  $V_s$ , et en prenant l'origine des temps par rapport à son passage au CPA (Closest Point Approach), *i.e.* le point où le capteur est le plus proche du point à imager, les positions  $y$  de l'antenne peuvent s'exprimer en fonction du temps tel que  $y = V_s t$  (cf. figure 1.9). La distance émetteur-cible (cf. équation 1.40) s'exprime alors en fonction du temps sous la forme :

$$R(t) = \sqrt{R^2 + (V_s t)^2}. \quad (1.51)$$

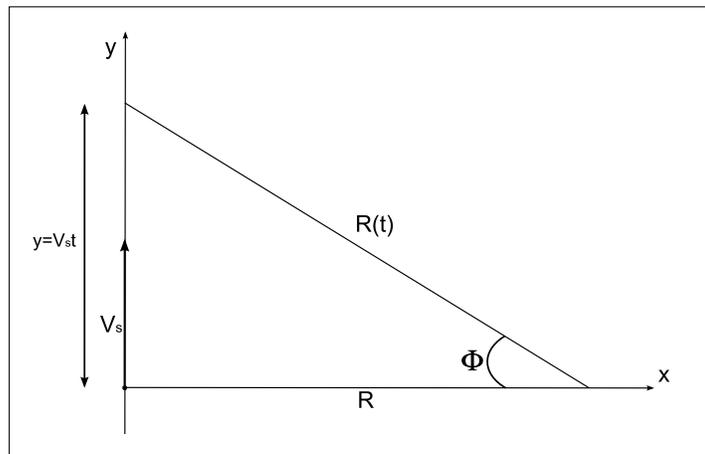


FIGURE 1.9 – Position de l'antenne  $y$  en fonction du temps  $t$  au cours de l'acquisition.

Le terme de phase lié à la distance s'écrit sur un aller simple (cf. équation 1.40) :

$$\phi(t) = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{R^2 + V_s^2 t^2} \simeq \frac{2\pi R}{\lambda} + \frac{2\pi}{\lambda R} V_s^2 t^2 \quad (1.52)$$

et la fréquence instantanée  $f_i(t)$ , obtenue par dérivation temporelle, s'écrit :

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt} = \frac{1}{\lambda} \frac{V_s^2 t}{R(t)} = \frac{V_s}{c} \frac{V_s t}{R(t)} f_c. \quad (1.53)$$

Or, la vitesse radiale  $v_r$  s'exprime comme :

$$v_r = \frac{\partial R(t)}{\partial t} = V_s \cdot \frac{V_s t}{R} = V_s \cdot \frac{y}{R}, \quad (1.54)$$

$$= V_s \sin \Phi, \quad (1.55)$$

et dans cette direction, pour la fréquence de l'onde radar  $f_c$ , le décalage Doppler s'écrit :

$$f_D = \frac{V_s}{c} \sin \Phi f_c. \quad (1.56)$$

L'expression de la fréquence instantanée obtenue à l'équation 1.53 est donc identifiable à un décalage Doppler (cf. figure 1.10).

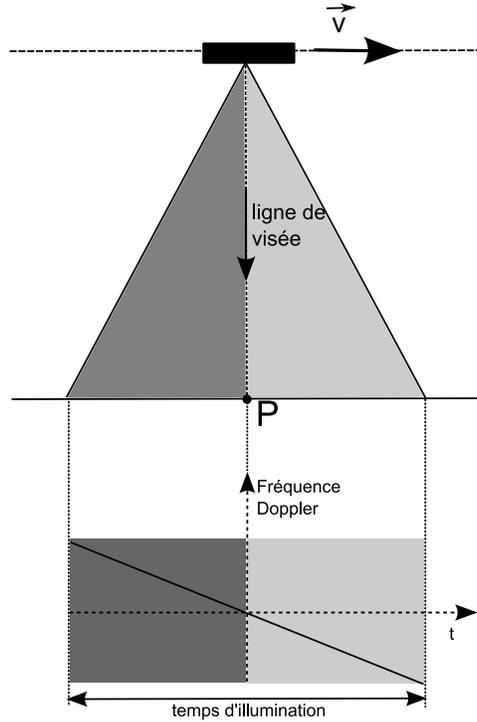


FIGURE 1.10 – Chirp naturel issu de la formation de voie en azimuth. On identifie ce chirp à l'effet Doppler, ce qui permet de caractériser dans le spectre la localisation de l'antenne.

### 1.1.6 Dépointage d'antenne et centroïde Doppler

En pratique, l'antenne n'est jamais exactement parallèle à la trajectoire du satellite. Le faisceau est souvent dépointé d'un léger angle  $\Phi$ , appelé angle de *squint*. Dans ces conditions, lorsque le point P est au centre du lobe d'antenne, la position du point correspondant sur l'antenne (le point C) ne correspond pas au point où celle-ci est le plus proche du point P : le CPA est déplacé (voir figure 1.11).

Ce rapprochement ou éloignement du CPA peut se caractériser par un décalage des fréquences Doppler des signaux reçus. Au point C, on mesure une fréquence Doppler  $f_{Dc}$  non nulle, correspondant à un décalage Doppler appelé *centroïde Doppler* (voir figure 1.12).

L'expression de la fréquence Doppler établie à l'équation 1.53, après projection sur la ligne de visée, s'écrit alors :

$$f_{Dc} = 2 \sin \Phi \frac{V_s}{c} f_c. \quad (1.57)$$

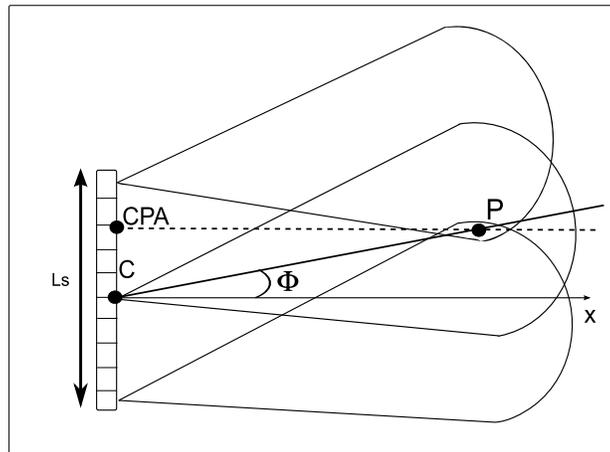


FIGURE 1.11 – Antenne synthétique et dépointage du faisceau. La cible reste dans le lobe principal de l'antenne durant le déplacement du capteur, mais le faisceau est dépointé d'un angle  $\Phi$ , le centre C de l'antenne synthétique ne correspond plus au CPA.

avec  $\theta$  l'angle de visée et  $\Phi$  l'angle de squint (figure 1.11.b).

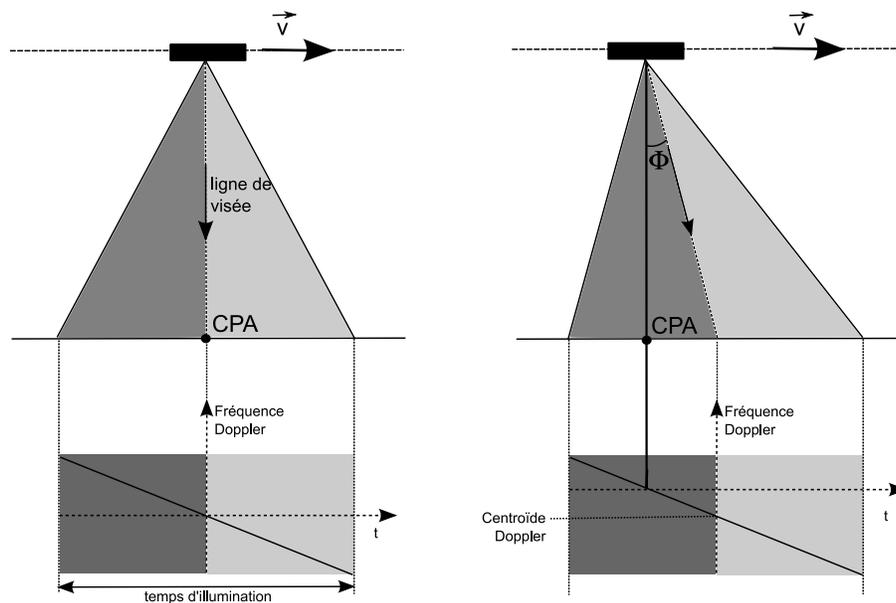


FIGURE 1.12 – (a) Évolution de la fréquence Doppler au cours de l'acquisition dans le cas d'un dépointage nul, dit à zéro Doppler (ou centroïde Doppler nul). (b) Évolution de la fréquence Doppler au cours de l'acquisition dans le cas d'un dépointage de faisceau d'angle  $\Phi$ , le centroïde Doppler est non nul.

## 1.2 Propriétés du signal complexe dans les images radar

Les images radar sont caractérisées par des mécanismes de rétrodiffusion qui leurs donnent une apparence granuleuse très bruitée. Ce bruit, communément appelé *speckle*, ou chatolement en français, rend difficile l'interprétation des images et l'application d'algorithmes automatiques. Certaines applications requièrent alors une réduction du chatolement ou filtrage pour toute extraction d'information. Cependant, le terme filtrage est mal adapté car le chatolement n'est pas un bruit. Au contraire, il peut être vu comme une caractéristique de l'interaction entre une onde électromagnétique et la surface qu'elle éclaire.

### 1.2.1 Modèle de chatolement et chatolement pleinement développé

Dans une image radar, l'amplitude complexe  $z$  d'un pixel de coordonnées  $(x_0, y_0)$  est définie par la convolution du champ complexe  $c(x, y)$  par la réponse impulsionnelle normalisée  $h(x, y)$  du radar. Nous avons démontré au paragraphe 1.1.3 que pour une cible située en  $(x_c, y_c)$ , le resultat des filtrages adaptés en distance et en azimuth peut s'exprimer sous la forme :

$$h(x, y) = \text{sinc} \left( \frac{2\pi}{c} B_r (x - x_c) \right) \cdot \text{sinc} \left( \pi B_{az} (y - y_c) \right). \quad (1.58)$$

Les cibles élémentaires contenues dans une cellule de résolution se comportent, à la réception du champ émis par l'antenne, comme une antenne en émission : c'est le concept de l'antenne-sol (cf. figure 1.13).

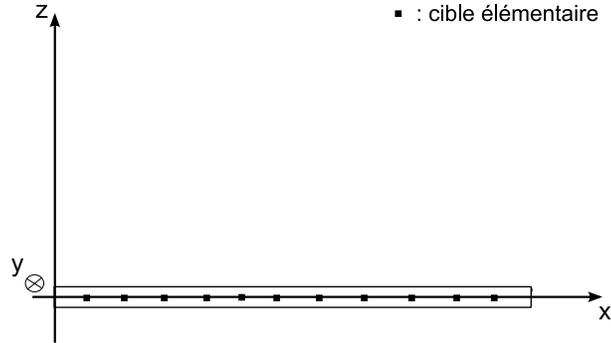


FIGURE 1.13 – Concept de l'antenne-sol : à la réception de l'onde émise par l'antenne du système RSO, les cibles élémentaires à la surface du sol se comportent comme une antenne en émission.

La réponse en un pixel de coordonnées  $(x_0, y_0)$  peut donc s'exprimer en fonction de la réponse de l'antenne-sol, c'est à dire du chatolement  $c(x, y)$ , et de la réponse impulsionnelle du radar  $h(x, y)$ . À une constante près dépendant de l'équation radar, nous pouvons donc écrire :

$$z(x_0, y_0) = c(x, y) * h(x, y). \quad (1.59)$$

En considérant un nombre fini de diffuseurs élémentaires à la surface du sol, situés chacun à une position  $(x_n, y_n)$ , cette équation peut s'écrire sous la forme discrète :

$$c(x, y) = \sum_n c_n \delta(x - x_n, y - y_n), \quad (1.60)$$

$$z(x_0, y_0) = \sum_n c_n(x_n, y_n) h(x_0 - x_n, y_0 - y_n), \quad (1.61)$$

Plus communément, on désigne la contribution  $z_n$  du diffuseur  $n$  du pixel par un terme d'amplitude  $a_n$  et un terme de phase  $\varphi_n$ . La réponse complexe du pixel considéré s'exprime alors en fonction d'un terme d'amplitude  $A$  et de phase  $\varphi$  :

$$z = Ae^{j\varphi} = \sum_{n=1}^N a_n e^{j\varphi_n}. \quad (1.62)$$

Le champ  $z$  peut être représenté par une construction de Fresnel dans le plan complexe, résultant de l'addition de  $N$  vecteurs ou phaseurs équivalents aux contributions des  $N$  réflecteurs élémentaires présents dans la cellule de résolution (figure 1.14). Dans le cas du chatoiement,  $z$  est un vecteur aléatoire si l'agencement spatial des diffuseurs et leurs propriétés électromagnétiques font que  $a_n$  et  $\phi_n$  sont eux-mêmes aléatoires.

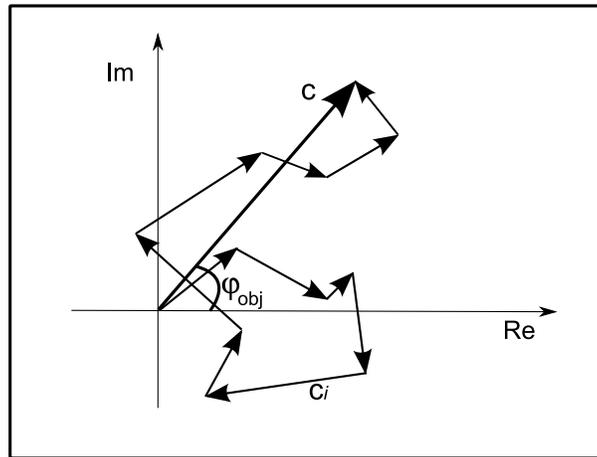


FIGURE 1.14 – Marche aléatoire des réponses complexes des diffuseurs à l'origine du chatoiement. La réponse complexe d'une cellule de résolution est la sommation des amplitudes complexes de chaque diffuseur élémentaire.

### Conditions de Goodman

Les propriétés statistiques d'une surface au sol composée de réflecteurs élémentaires dépendent des propriétés statistiques de ces cibles élémentaires. La modélisation statistique du chatoiement dans le cas de surfaces homogènes passe par la vérification de certaines hypothèses, dites hypothèses de Goodman de chatoiement pleinement développé [Goodman (2006)]. Une zone de speckle est dite pleinement développée si chaque pixel de la zone est décorrélé de ses voisins, et si les hypothèses suivantes sont vérifiées :

1. le nombre  $N$  de diffuseurs par cellule de résolution est suffisamment élevé ;
2. l'amplitude et la phase d'un diffuseur est décorrélée de celles des autres diffuseurs ;
3. l'amplitude et la phase d'un unique diffuseur sont indépendantes entre elles ;
4. les phases  $\phi_n$  sont uniformément distribuées entre  $[-\pi; \pi]$ .

En pratique, le premier critère est vérifié car la résolution spatiale est bien plus grande que la longueur d'onde  $\lambda$ , et parce qu'il y a plusieurs objets dans la cellule de résolution. Le second critère se vérifie en faisant une simplification de l'interaction onde-matière et en négligeant les

interactions entre les diffuseurs. Le troisième critère se justifie par l'hypothèse d'une structuration aléatoire du milieu diffusant, toujours vérifié pour des surfaces naturelles et même artificielles.

La surface est considérée comme rugueuse par rapport à la longueur d'onde  $\lambda$ , ce qui peut s'exprimer par le critère de Rayleigh, défini par  $\sigma_h \gg \frac{\lambda}{8\cos\theta}$ , avec  $\sigma_h$  écart-type de l'altitude des éléments diffuseurs de surface et  $\theta$  l'angle d'incidence.

Ainsi pour ERS, une surface est considérée comme rugueuse au sens du critère de Rayleigh si  $\sigma_h \gg 7,6$  mm. Pour TerraSAR-X, une surface est rugueuse si  $\sigma_h \gg 5$  mm.

Dans le cas d'un nombre de diffuseurs  $N$  faible ou d'une surface non homogène, le chatoiement n'est pas pleinement développé, et dans le cas limite  $N = 1$ , il devient déterministe.

## 1.3 Géométrie en interférométrie radar différentielle

La phase  $\varphi$  d'une image radar seule contient une information qui n'est pas exploitable directement. En revanche, l'interférométrie radar utilise la phase car son principe repose sur l'exploitation d'un ou plusieurs couples d'images acquises sur une même zone. En interférométrie monopasse, deux antennes acquièrent une image sur une même scène simultanément. En interférométrie multi-passes, les deux images sont acquises à des dates différentes. Cette section présente les bases de l'interférométrie radar différentielle et ses limitations géométriques.

### 1.3.1 La phase interférométrique

La phase  $\varphi_{pixel}$  d'un pixel est composée de deux termes, la phase propre  $\varphi_{propre}$ , issue de la sommation cohérente de toutes les réponses élémentaires dans la cellule de résolution et la phase  $\varphi_{dist}$ , due à un déphasage causé par le trajet  $R$  de l'onde au cours de sa propagation. En considérant que l'onde se propage dans le vide et ne subit pas de perturbation atmosphérique, la phase  $\varphi_{pixel}$  se modélise simplement par :

$$\varphi_{pixel} = \varphi_{propre} + \varphi_{dist} = \varphi_{propre} + \frac{4\pi}{\lambda}R. \quad (1.63)$$

En faisant l'hypothèse que la phase propre d'un pixel reste identique entre deux acquisitions, la phase interférométrique  $\phi$ , égale à la différence de phase des deux pixels, est alors proportionnelle à la différence de trajets  $R_1$  et  $R_2$  :

$$\phi = \Delta_\varphi = \varphi_{pixel_1} - \varphi_{pixel_2} = -\frac{4\pi}{\lambda}(R_2 - R_1) = -\frac{4\pi}{\lambda}\Delta R, \quad (1.64)$$

$R$  étant calculé au centre du pixel.

Il est important de souligner que la phase interférométrique n'est connue qu'à modulo  $2\pi$  près.

Par des considérations purement géométriques, on peut montrer que la phase interférométrique dépend de la configuration orbitale des satellites, qui peut être caractérisée par la longueur du bras d'écartement des deux antennes. Ce principe a été démontré par l'expérience de Thomas Young réalisée en 1803. Après avoir observé des franges dans l'ombre d'une carte à jouer éclairée par le Soleil, Young proposa d'utiliser une source de lumière blanche  $S$  monochromatique pour éclairer un écran, et d'interposer entre la source et l'écran une plaque percée de 2 fentes. Les fentes se comportent comme des sources secondaires  $S_1$  et  $S_2$  (figure 1.15). Il observa alors sur l'écran des franges alternativement sombres et claires : les ondes issues de  $S_1$  et  $S_2$  interférèrent entre elles, illustrant ainsi le principe de l'interférométrie, plus facile à observer en lumière cohérente.

De plus, il observa que la distance qui sépare les franges dépend à la fois de l'écartement des sources secondaires et de la distance les séparant de l'écran. Le radar est lui aussi un système d'ondes cohérentes. En interférométrie radar, la distance d'écartement entre les antennes est un paramètre clé, agissant sur l'observation des franges contenues dans l'interférogramme. Cette distance est la ligne de base interférométrique  $B$ .

#### 1.3.1.1 Phase orbitale ou de terre plate

En hypothèse de terre plate, considérons la configuration orbitale entre un satellite maître  $M$  et un satellite esclave  $S$ , présentée figure 1.16. Les satellites sont écartés d'une distance  $d_{sat}$ . Par soucis de simplification, les deux satellites sont supposés être à la même altitude. Considérons

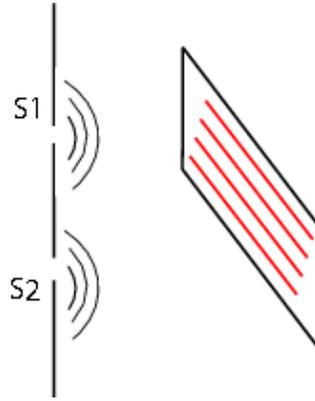


FIGURE 1.15 – L'expérience historique des fentes d'Young : après avoir observé des franges dans l'ombre d'une carte à jouer illuminée par le Soleil, Young propose de mettre en place une source monochromatique illuminant une plaque percée de deux fentes, qui se comportent comme deux sources secondaires, interfèrent entre elles. La distance séparant les franges dépend à la fois de l'écartement des sources et de la distance les séparant de l'écran.

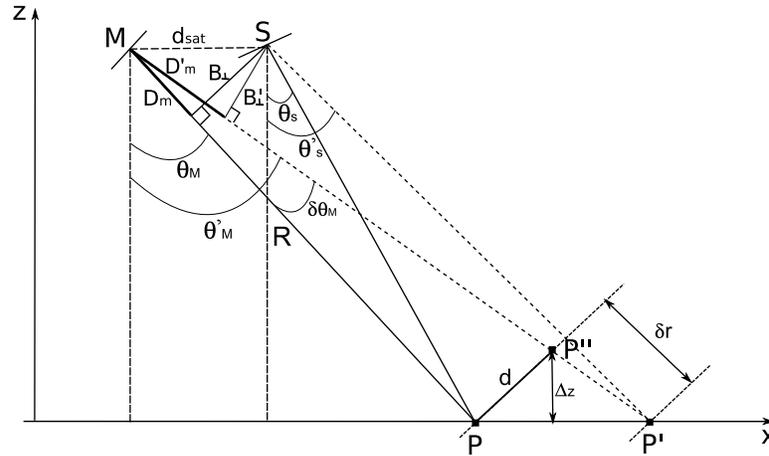


FIGURE 1.16 – Géométrie d'acquisition de deux satellites en configuration interférométrique (hypothèse de terre plate). Le satellite maître  $M$  et le satellite esclave  $S$  visent deux points au sol  $P$  et  $P'$ , respectivement sous les angles d'incidence  $\theta_M$  et  $\theta'_M$  et  $\theta_S$  et  $\theta'_S$ .  $D_m$  représente la différence de marche entre les trajets  $(MP)$  et  $(SP)$  tandis que  $D'_m$  représente la différence de marche entre les trajets  $(MP')$  et  $(SP')$ . On montre que la double différence de marche entre les points  $P$  et  $P'$  peut s'exprimer en fonction de la base perpendiculaire  $B_\perp$ , correspondant au bras d'écartement entre les deux satellites.

deux cibles au sol  $P$  et  $P'$ , situées à la même altitude mais à des positions différentes. L'altitude des points  $P$  et  $P'$  est nommée l'altitude de référence.

Le point  $P$  est vu par le satellite  $M$  sous un angle d'incidence  $\theta_M$  et par le satellite  $S$  sous un angle d'incidence  $\theta_S$ . Pour ce point, les satellites  $M$  et  $S$  sont séparés d'une ligne de base perpendiculaire  $B_\perp$ , telle que :

$$B_\perp = d_{sat} \cos \theta_M. \quad (1.65)$$

De plus, la différence de marche  $D_m$  entre les trajets  $(MP)$  et  $(SP)$  vaut :

$$D_m = d_{sat} \sin \theta_M. \quad (1.66)$$

Le point P' est vu par le satellite  $M$  sous un angle d'incidence  $\theta'_M = \theta_M + \delta\theta_M$  et par le satellite  $S$  sous un angle d'incidence  $\theta'_S$ . Les satellites  $M$  et  $S$  sont dans cette configuration séparés d'une ligne de base perpendiculaire  $B'_\perp$ . On en déduit alors pour ce point les mêmes relations que celles obtenues pour le point P (équations 1.65 et 1.66) :

$$B'_\perp = d_{sat} \cos \theta'_M, \quad (1.67)$$

et

$$D'_m = d_{sat} \sin \theta'_M, \quad (1.68)$$

avec  $D'_m$  représentant la différence de marche entre les trajets ( $MP'$ ) et ( $SP'$ ).

La double différence de marche aller retour  $\delta D_m$  entre les points P et P' vaut donc :

$$2(D'_m - D_m) = 2d_{sat}(\sin \theta'_M - \sin \theta_M) \quad (1.69)$$

$$= 2d_{sat}(\sin(\theta_M + \delta\theta_M) - \sin \theta_M) \quad (1.70)$$

$$\simeq 2d_{sat} \cos \theta_M \sin \delta\theta_M \quad (1.71)$$

$$= 2B_\perp \sin \delta\theta_M \simeq 2B_\perp \delta\theta_M \quad (1.72)$$

La différence de marche  $\delta D_m$  entre les points P et P' est donc fonction de la base perpendiculaire  $B_\perp$ , correspondant au bras d'écartement entre les deux satellites. En considérant l'approximation selon laquelle l'angle  $\delta\theta_M$  est faible devant  $\theta_M$ , on peut écrire :

$$d = \frac{\delta r}{\tan \theta_M} \text{ et } d = R\delta\theta_M, \quad (1.73)$$

soit :

$$\delta\theta_M = \frac{\delta r}{R \tan \theta_M}. \quad (1.74)$$

En reprenant le résultat de l'équation 1.72, on en déduit alors la différence de phase interférométrique entre P et P' qui s'exprime sous la forme :

$$\begin{aligned} \phi_{orb} &= \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{2B_\perp \delta r}{R \tan \theta_M}, \\ \phi_{orb} &= \frac{4\pi}{\lambda} \cdot \frac{B_\perp \delta r}{R \tan \theta_M}. \end{aligned} \quad (1.75)$$

Ainsi, par de simples considérations géométriques, on retrouve la formule de [Prati *et al.* (1994)].

Prenons à présent une cellule de résolution, dont les extrémités sont représentées par les points P et P'. En considérant que la distance entre les satellites  $d_{sat}$  reste constante, on note que la base perpendiculaire  $B_\perp$  ne dépend que de l'angle d'incidence local. Si le bras d'écartement  $B_\perp$  est tel que la phase  $\phi_{orb}$  varie d'une quantité égale à  $2\pi$  dans une cellule de résolution de taille  $\delta r = \frac{c}{2B_r}$  (cf. figure 1.17), on peut écrire :

$$\phi_{orb} = 2\pi = \frac{4\pi}{\lambda} \frac{B_{\perp,crit} \cdot c}{2B_r R \tan \theta_M}. \quad (1.76)$$

Ceci revient à dire que dans ces conditions, la différence de marche aller-retour entre les deux bords de l'antenne-sol (entre P et P') est égale à  $\lambda$ , soit un déphasage de  $2\pi$  (cf. § 1.1.1.2). La distance  $B_{\perp,crit}$  est donc égale au lobe principal de cette antenne. Sous l'hypothèse de chatoiement, pour tout  $B_\perp > B_{\perp,crit}$ , tout se passe comme si on obtient un tirage de chatoiement indépendant. Ainsi, on montre que le bras d'écartement entre les satellites peut varier jusqu'à  $B_{\perp,crit}$ , limite

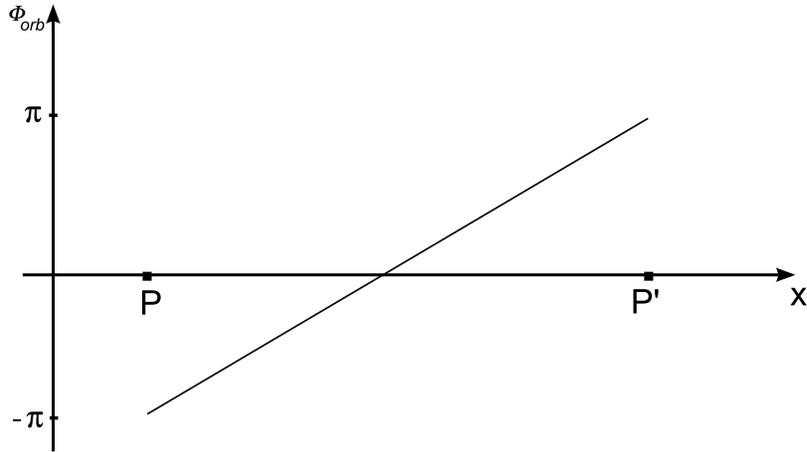


FIGURE 1.17 – Variation de la phase interférométrique dans une cellule de résolution, dans le cas où le bras d'écartement des satellites est égal à la base critique  $B_{\perp,crit}$ .

après laquelle la composante orbitale de la phase interférométrique  $\phi$  est repliée sur elle-même et n'est plus exploitable à des fins interférométriques (un raisonnement identique peut être tenu pour la composante topographique de la phase interférométrique, (cf. équation 1.83). D'après l'équation 1.76, la valeur limite du bras d'écartement vaut donc :

$$B_{\perp,crit} = \lambda(B_r/c)R \tan \theta_M. \quad (1.77)$$

Pour les satellites ERS, la ligne de base perpendiculaire critique atteint environ 1,1 km. Pour TSX, elle vaut environ 5,5 km (pour  $\theta_M = 39^\circ$ , cf. tableau 1.2).

$\theta_M$ °	$B_{\perp}$ (m), ERS	$B_{\perp}$ (m), TSX
10	440	1203
25	669	1829
20	908	2484
22	1008	2757
23.62	1091	2984
24	1111	3039
26	1217	3329
30	1441	3940
40	2094	5727
50	2974	8133

TABLE 1.2 – Base perpendiculaire critique pour ERS et TSX, en fonction de l'angle d'incidence du faisceau.

La ligne de base perpendiculaire critique dépend également de la pente topographique du terrain. Considérons un rayon incident arrivant sur une surface inclinée d'un angle  $\alpha$ , correspondant à la pente topographique selon la direction de ce rayon incident. Dans ces conditions, l'angle d'incidence local  $\theta_{loc}$  vaut  $\theta_{inc,\alpha=0} - \alpha$ , avec  $\theta_{inc,\alpha=0}$  l'angle d'incidence sur un sol plat utilisé dans l'équation 1.77. Un simple changement de repère permet d'établir l'expression de la ligne

de base perpendiculaire critique  $B_{\perp,crit}$  pour sol non plat<sup>3</sup> :

$$B_{\perp,crit} = \lambda R(B_r/c) \tan(\theta_M - \alpha). \quad (1.78)$$

### Analyse qualitative de la phase orbitale

Considérons deux rayons incidents, émis par un satellite  $M$  et par un satellite  $S$ , le premier arrivant au sol selon un angle  $\theta_M$ , l'écart angulaire entre les deux rayons valant  $\delta\theta$  (cf. figure 1.16). D'après l'équation 1.72, la différence de marche entre deux points séparés d'une distance au sol  $\delta x$  est fonction de cet écart angulaire  $\delta\theta$ . Ainsi, plus  $\delta\theta$  augmente, plus la distance  $\delta x$  augmente. Deux cas de figures se présentent alors.

D'une part, si cette variation de distance  $\delta x$  est très inférieure à la longueur d'onde  $\lambda$  (de l'ordre du centième de pixel<sup>4</sup>), ce décalage de géométrie va entraîner un décalage progressif de la phase (figure 1.18), se traduisant par plusieurs dizaines voire centaines de cycles dans une image entière. On nomme ce type de franges d'interférences les *franges orbitales*.

Comme l'illustre la figure 1.18, la géométrie de l'image esclave diffère de celle de l'image maître le long de la fauchée. L'échantillonnage au sol est en effet différent pour l'image esclave, du fait de la variation de distance  $\delta x$  : ses cases distances ne sont pas strictement superposables à celles de l'image maître. Si un décalage d'une fraction  $\frac{1}{n}$  pixel entraîne une différence de marche aller-retour égale à  $\lambda$ , alors une frange orbitale apparaît. Ainsi, un même point au sol sera localisé dans deux cases distances différentes lorsque  $n$  franges sont observées (cf. le point  $Q$  de la figure 1.18). Un recalage des images maître et esclave est donc nécessaire au bout d'un grand nombre de pixels.

D'autre part, si la variation d'angle d'incidence  $\delta\theta$  entre les deux acquisitions entraîne une variation de distance au sol trop grande (de l'ordre de quelques dixièmes de pixels), alors on ne se place plus dans un contexte interférométrique, mais plutôt stéréoscopique, relevant du domaine de la radargrammétrie.

Dans un interférogramme RSO, ces franges sont parallèles à la direction du vol du satellite, dans la mesure où les deux acquisitions ont été effectuées selon des traces strictement parallèles. Elles peuvent être modélisées et supprimées en connaissant les trajectoires orbitales de satellites. Pour le satellite ERS, les orbites affinées sont calculées par le Department of Earth Observation and Space Systems (DEOS) de l'université de Delft [Scharroo et Visser (1998)]. La précision de ces orbites est de l'ordre de 10 cm. Pour le satellite TerraSAR-X, le DLR propose différents niveaux de précision des orbites, allant jusqu'à atteindre 10 cm pour les orbites en mode "science" [Montenbruck *et al.* (2006); Wermuth *et al.*; Yoon *et al.* (2009)].

#### 1.3.1.2 Phase topographique

Considérons à présent deux cibles P et P'' ayant la même distance radiale  $R$ , mais situées à des altitudes différentes, tel que  $\Delta z = h_P - h_{P''}$  (cf. figure 1.16). Ces deux points étant situés à la même distance du satellite  $M$ , leurs phases orbitales sont identiques. En soustrayant la phase orbitale  $\phi_{orb}$  à la phase interférométrique des points P et P'', on peut en déduire la phase topographique  $\phi_{topo}$  :

$$\phi_{topo} = \Delta\phi_P - \Delta\phi_{P''} \quad (1.79)$$

3. Voilà pourquoi le tableau 1.2 des bases orthogonales critiques incluait des valeurs d'incidence a priori irréalistes.

4. Une case distance ERS mesure environ  $170\lambda$ , une case distance TSX environ  $60\lambda$  (en mode stripmap).

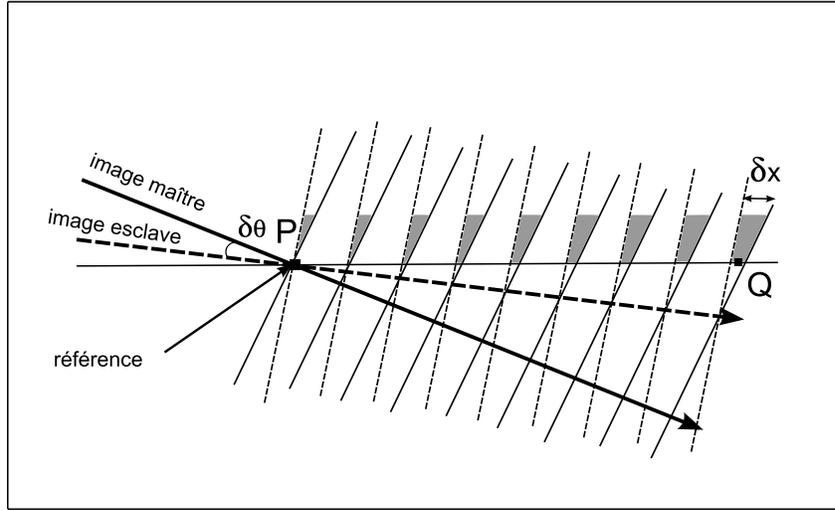


FIGURE 1.18 – Décalage progressif de la géométrie d’une image esclave par rapport à une image maître le long de la fauchée. Cette différence de géométrie entraîne un décalage progressif de la phase sur plusieurs cycles le long de la fauchée, se manifestant par des franges d’interférences dites “franges orbitales”.  $P$  est à l’origine, dans l’image maître et l’image esclave.  $Q$  est dans la huitième case distance de l’image maître, dans la neuvième pour l’image esclave. (Schéma adapté de [Massonnet et Souyris (2008)]).

En supposant que la variation  $\delta\theta$  de l’angle de vue est faible, nous avons :

$$d = \frac{\Delta z}{\sin \theta}, \quad (1.80)$$

et en utilisant l’équation 1.73, on en déduit que :

$$\delta r = \frac{\Delta z}{\cos \theta}, \quad (1.81)$$

d’où :

$$\begin{aligned} \phi_{topo} &= \frac{4\pi}{\lambda} \frac{B_{\perp}}{R \tan \theta} \frac{\Delta z}{\cos \theta}, \\ &= \frac{4\pi}{\lambda} \frac{B_{\perp}}{R \sin \theta} \Delta z. \end{aligned} \quad (1.82)$$

La phase topographique  $\phi_{topo}$  dépend donc de la base perpendiculaire  $B_{\perp}$ , de la longueur d’onde  $\lambda$ , de la distance radiale  $R$  et de la différence d’altitude  $\Delta z$ .

### Altitude d’ambiguïté

L’altitude d’ambiguïté est définie par l’altitude pour laquelle la phase topographique  $\phi_{topo}$  fait un tour complet, soit  $\phi_{topo} = 2\pi$ . La phase est repliée et on ne peut alors rien déduire d’elle (il s’agit d’un problème analogue à celui de la phase orbitale pour  $B_{\perp} = B_{\perp, crit}$ ). Ainsi, de l’équation 1.82, on en déduit l’expression de l’altitude d’ambiguïté  $h_a$  :

$$h_a = \left| \frac{\lambda R \sin \theta}{2B_{\perp}} \right|. \quad (1.83)$$

L’altitude d’ambiguïté est donc inversement proportionnelle à la base perpendiculaire. Ainsi, plus l’altitude  $h_a$  est petite, plus la phase interférométrique tourne vite.

**Bilan**

À partir de considérations purement géométriques (cf. § 1.3.1.1), nous avons démontré que la phase interférométrique définie par l'équation 1.64 peut donc s'exprimer en fonction d'une composante orbitale  $\phi_{orb}$ , dépendant de la configuration des satellites, et d'une composante dépendant de la topographie,  $\phi_{topo}$ , telle que :

$$\phi = \phi_{geom} = \phi_{orb} + \phi_{topo}, \quad (1.84)$$

$$= \frac{4\pi}{\lambda} \frac{B_{\perp} \delta r}{R \tan \theta} + \frac{4\pi}{\lambda} \frac{B_{\perp} \Delta z}{R \sin \theta}. \quad (1.85)$$

Les conditions limites pour lesquelles la phase interférométrique se replie sur elle-même sont :

$$\begin{aligned} (B_{\perp} = B_{\perp,crit} , \Delta z = 0) \\ (\delta r = 0 , \Delta z = h_a) \end{aligned} \quad (1.86)$$

### 1.3.2 Limites de l'interférométrie radar

En interférométrie radar, les images doivent être acquises dans des conditions quasi-identiques pour permettre l'exploitation des interférogrammes. L'hypothèse émise au paragraphe 1.3.1 selon laquelle la phase propre d'un pixel reste identique n'est valable théoriquement que si les capteurs maîtres et esclaves sont confondus. En réalité, cette hypothèse n'est plus valable, la phase propre dépend du chatoiement. En effet, la légère différence de point de vue entraîne une figure de chatoiement différente d'une image à l'autre. Pour des images acquises par des radar RSO satellitaires, ces différences de point de vue peuvent se modéliser dans les deux dimensions de l'image. En distance, elles sont modélisées par les différences d'angles d'incidence, liées à l'écartement des satellites, représenté par la ligne de base perpendiculaire. En azimuth, les différences de point de vue ont pour origine les différences d'angles de squint propre à chaque acquisition. De plus, si les différences de point de vue sont trop importantes entre deux images, de telle sorte que la différence de marche en bord d'antenne excède une longueur d'onde, les figures de chatoiement des images ne sont plus corrélées.

#### 1.3.2.1 Limitations dans l'axe distance

Nous avons démontré au paragraphe 1.3.1.1, sur des bases géométriques, que lorsque que le bras d'écartement des satellites atteint la valeur de la ligne de base perpendiculaire critique  $B_{\perp,crit}$ , la phase interférométrique se replie sur elle-même en tournant de  $2\pi$  dans une cellule de résolution. L'augmentation progressive de la différence d'angles d'incidences entre deux acquisitions provoquera une variation progressive du chatoiement observé, jusqu'à ce que les chatoiements ne soient plus corrélés entre eux, lorsque la base critique est atteinte. On nomme ce phénomène le "décalage du nombre d'onde".

#### Décalage du nombre d'onde en interférométrie radar

Considérons une cellule de résolution radar, constituée d'un nombre  $N$  ( $N$  vérifiant les conditions de Goodman) de réflecteurs élémentaires, positionnés en  $(x, y)$  sur un sol plat (voir figure 1.19), à la distance  $d(x, y)$  du bord de la cellule de résolution  $P$ . La cellule de résolution a pour dimensions au sol  $xD$  dans l'axe distance et  $yA$  dans l'axe azimuth.

Pour cette cellule de résolution, observée selon un angle d'incidence  $\theta$  à la longueur d'onde  $\lambda$ , le chatoiement s'écrit :

$$z(\theta) = \int_0^{yA} \left[ \int_0^{xD} c(x, y) e^{j\varphi(x, y)} e^{j2\pi \frac{d(x, y) \sin \theta}{\lambda}} dx \right] dy, \quad (1.87)$$

avec  $\varphi(x, y)$  le déphasage observé au point  $(x, y)$  situé à la distance  $d(x, y)$  du bord de la cellule de résolution (cf. figure 1.19). Le terme de phase  $\varphi_{dist}$  propre au trajet de l'onde entre le bord de la cellule de résolution et l'antenne de réception n'est pas pris en compte dans cette expression.

Considérons alors cette cellule de résolution illuminée lors d'une seconde acquisition, observée cette fois selon un angle d'incidence  $\theta'$  à une longueur d'onde  $\lambda'$ , le chatoiement s'écrit :

$$z(\theta') = \int_0^{yA} \left[ \int_0^{xD} c(x, y) e^{j\varphi(x, y)} e^{j2\pi \frac{d(x, y) \sin \theta'}{\lambda'}} dx \right] dy, \quad (1.88)$$

le chatoiement ainsi obtenu diffère de celui obtenu lors de la première acquisition sous l'angle d'incidence  $\theta$ .

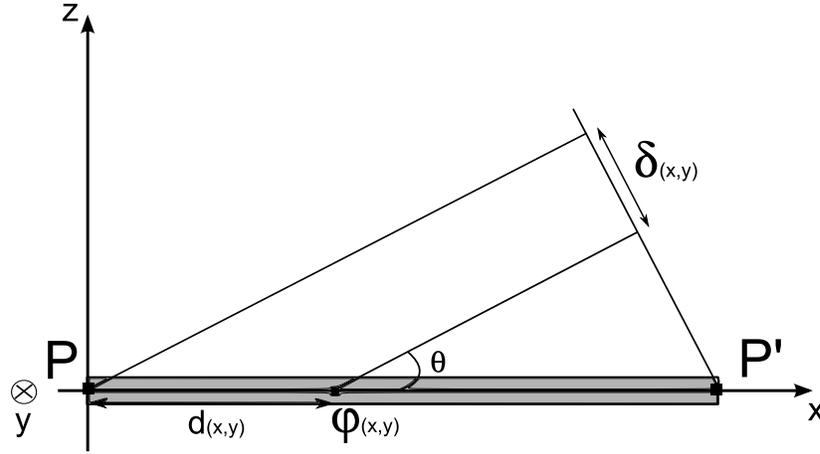


FIGURE 1.19 – Cellule de résolution radar. Les réflecteurs élémentaires sont positionnés en  $(x, y)$ . La différence de marche entre le bord de la cellule de résolution et la position  $d(x, y)$  se note  $\delta(x, y)$  et entraîne un déphasage en ce point  $\varphi(x, y)$ .

Pour que le chatoiement de cette cellule de résolution soit identique dans les deux cas de figure, il faut que la phase propre  $\varphi_{propre}$  soit la même, soit :

$$\begin{aligned} e^{j2\pi \frac{d(x,y) \sin \theta}{\lambda}} &= e^{j2\pi \frac{d(x,y) \sin \theta'}{\lambda'}}, \\ \frac{\sin \theta}{\lambda} &= \frac{\sin \theta'}{\lambda'}. \end{aligned} \quad (1.89)$$

Ce résultat est important : en effet, en considérant un autre point de vue, c'est à dire en regardant ces deux cibles avec un angle d'incidence  $\theta'$  légèrement différent de  $\theta$ , on peut obtenir la même figure de chatoiement, *i.e.* le même signal en amplitude et phase, en faisant bien entendu l'hypothèse qu'il est possible que le radar puisse utiliser une longueur d'onde différente  $\lambda'$  (cf. figure 1.20). Ce principe a été exploité lors des missions d'«interférométrie croisée» des satellites ERS-2 et ENVISAT en 2007 [Guarnieri et Prati (2000); Santoro *et al.* (2007)]. Les deux satellites opérant sur une longueur d'onde légèrement différente, des interférogrammes faisant intervenir une image issue de chaque satellite ont pu être générés, en jouant sur les angles d'incidence au sol.

En posant  $\lambda' = \lambda + \delta\lambda$  et  $\theta' = \theta + \delta\theta$ , un développement limité au premier ordre permet d'écrire :

$$\frac{\sin(\theta')}{\lambda'} = \frac{\sin(\theta) + \delta\theta \cos \theta}{\lambda + \delta\lambda} = \frac{\sin(\theta)}{\lambda} \frac{1 + \frac{\delta\theta \cos \theta}{\sin \theta}}{1 + \frac{\delta\lambda}{\lambda}}. \quad (1.90)$$

On en déduit alors la relation qui relie l'écart angulaire  $\delta\theta$  et la variation de longueur d'onde  $\delta\lambda$  :

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda} = \frac{\delta\theta \cos \theta}{\sin \theta}. \quad (1.91)$$

Le signal émis par le radar est un signal à bande étroite modulé en fréquence autour d'une fréquence centrale porteuse,  $f_c$ , de bande passante  $B_r = c/\Delta\lambda$ ,  $\Delta\lambda$  étant la plage des longueurs d'ondes émises par le chirp, qui couvrent l'intervalle  $[\lambda - \frac{\Delta\lambda}{2}; \lambda + \frac{\Delta\lambda}{2}]$ .

Reprenons le résultat de l'équation 1.91 : pour une même surface au sol, lorsque le signal radar est émis au cours d'une seconde acquisition sous un angle d'incidence  $\theta' = \theta + \delta\theta$ , tel que  $\lambda_2 = \lambda_1 + \delta\lambda$ . Le chatoiement correspondant à une longueur d'onde  $\lambda_2$  sera identique à celui de la première acquisition pour une longueur d'onde  $\lambda_1$ .

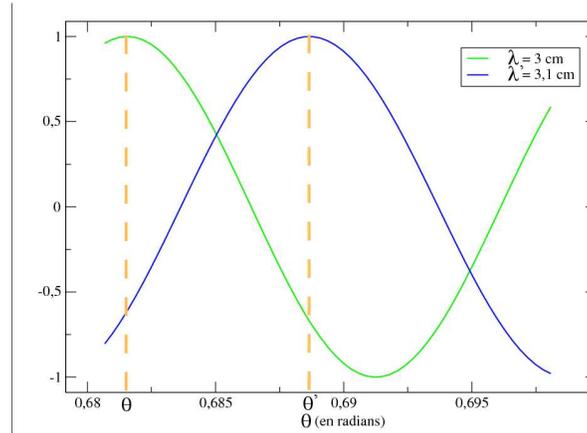


FIGURE 1.20 – Décalage de longueur d’onde pour deux incidences différentes. Deux cibles vues sous des angles  $\theta$  et  $\theta'$  donnent la même figure de chatoiement en décalant les signaux reçus d’une fraction de longueur d’onde (équation 1.89).

### Équivalence fréquentielle

La variation de longueur d’onde  $\delta\lambda$  sur la plage de longueurs d’onde  $\Delta\lambda$  de l’impulsion chirp émise par le radar est équivalente à une variation de fréquence  $\delta f$  de l’onde émise sur la bande passante du radar  $B_r$  autour de la fréquence porteuse  $f$ .

Ainsi, en reprenant la relation qui relie l’écart angulaire  $\delta\theta$  et la variation de longueur d’onde  $\delta\lambda$  obtenue à l’équation 1.91, on en déduit l’expression équivalente dans le domaine “fréquentiel sol”,

$$\delta f = \frac{f \delta\theta \cos \theta}{\sin \theta}, \quad (1.92)$$

$$= \frac{f_c B_{\perp}}{R \tan \theta}. \quad (1.93)$$

Une “fréquence sol” n’est en réalité qu’une projection de la fréquence de l’onde sur le sol. Ainsi, on observe un décalage de cette fréquence en faisant varier l’angle d’incidence. Cependant, ce concept de “fréquence sol” n’est que pure considération géométrique.

Dans le spectre image, ceci va se traduire par un “décalage” du contenu spectral de l’image 1 déplacé d’une quantité  $\delta f$  dans le spectre de l’image 2 (cf. figure 1.21). Le spectre étant borné, ce décalage va réduire la partie utile dans laquelle on peut identifier des fréquences communes. On peut alors affirmer que pour une différence d’angle d’incidence  $\delta\theta$  entre deux acquisitions, il existe un décalage dans le domaine fréquentiel *équivalent* au décalage de longueur d’onde observé dans le domaine temporel, comme l’a démontré Gatelli dans [Gatelli *et al.* (1994)].

En considérant le cas où la différence d’angles d’incidence entraîne une variation de longueur d’onde maximale, soit que le contenu spectral de l’image 1 s’est décalé d’une quantité  $\delta f$  égale à la largeur de la bande passante  $B_r$ , *i.e.*  $\frac{\delta\lambda_{max}}{\lambda} = \frac{B_r}{f_c}$ , on peut écrire :

$$\delta f_{max} = \frac{f_c \delta\theta_{max} \cos \theta}{\sin \theta}, \quad (1.94)$$

$$\delta f_{max} = \frac{f_c B_{\perp, crit}}{R \tan \theta}. \quad (1.95)$$

Par conséquent, lorsque le décalage angulaire  $\delta\theta$  devient trop important et entraîne que les fréquences du spectre image se sont déplacées entre l'image 1 et l'image 2 d'un  $\delta f$  égal à la largeur de la bande passante  $B_r$ , ces fréquences ne peuvent plus être mises en correspondance : les signaux ne sont plus corrélés. On peut ainsi définir la cohérence  $\gamma_{range}$ , c'est-à-dire la corrélation entre les deux images complexes acquises en conditions interférométriques, comme étant proportionnelle au rapport de la partie commune des spectres sur la largeur de la bande passante :

$$\gamma_{range} = \frac{\delta f_{max} - |\delta f|}{\delta f_{max}}. \quad (1.96)$$

Les décalages  $\delta f$  et  $\delta f_{max}$  étant respectivement proportionnels à la base perpendiculaire  $B_{\perp}$  (équation 1.93) et à la base perpendiculaire critique  $B_{\perp,crit}$  (équation 1.95), on en déduit :

$$\begin{aligned} \gamma_{range} &= \frac{B_{\perp,crit} - |B_{\perp}|}{B_{\perp,crit}}, \\ &= 1 - \frac{|B_{\perp}|}{B_{\perp,crit}}. \end{aligned} \quad (1.97)$$

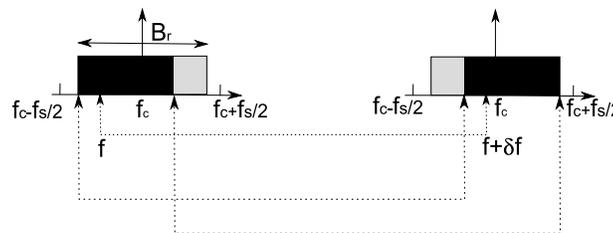


FIGURE 1.21 – Décalages de longueur d'onde et équivalence fréquentielle. Dans le spectre utile (centré autour de  $f_c$  entre les fréquences  $f_c - B_r/2$  et  $f_c + B_r/2$ ), le chatoulement est identique pour les deux capteurs si l'on choisit la fréquence  $f$  pour le capteur  $S_1$  et la fréquence  $f + \delta f$  pour le capteur  $S_2$ .

### Conséquence : le bruit interférométrique

Nous avons démontré que les conditions d'acquisition géométriques différentes entre deux images sont équivalentes dans le domaine fréquentiel de l'image à un décalage de spectre. Une partie de fréquences de la première image ne se retrouve pas dans la seconde image, ces fréquences étant remplacées par d'autres.

Considérons deux spectres d'images ayant une bande passante  $B$ , contenant une partie commune  $B - \Delta B$  et une partie  $\Delta B$  où leur contenu fréquentiel ne peut pas être mis en correspondance (figure 1.22). La multiplication complexe des deux images, intervenant lors du calcul de l'interférogramme, est équivalente à la convolution des deux spectres. Lors de cette opération de convolution, les contributions des fréquences non communes se propagent sur l'ensemble du contenu spectral du produit conjugué. Ces composantes ne peuvent alors plus être séparées du reste du signal. Plus la partie spectrale commune des deux images diminue, plus la corrélation entre ces deux images diminue. On parle alors de *bruit* au sens interférométrique. On peut ainsi définir un rapport signal à bruit, rapport de la partie commune  $B - \Delta B$  sur la partie de non-correspondance des fréquences  $\Delta B$ , tel que :

$$RSB = \frac{B - \Delta B}{\Delta B}. \quad (1.98)$$

Cependant, [Schwabisch et Geudtner (2002)] montrent qu'il est possible d'éviter l'étalement des fréquences non communes sur le spectre de l'interférogramme en filtrant les spectres des images maître et esclave avant de calculer le produit conjugué, de manière à ne conserver que les fréquences communes dans chaque spectre. La cohérence interférométrique est alors moins bruitée, mais la réduction de la bande des spectres maître et esclave entraîne une perte de résolution dans l'interférogramme.

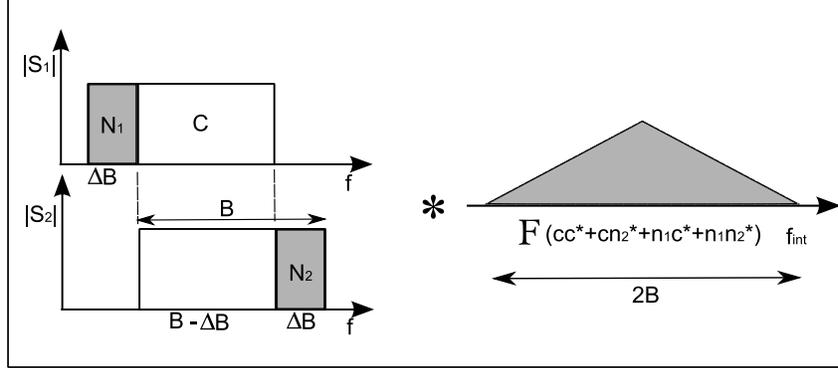


FIGURE 1.22 – Spectres d'une image de référence (image maître) et d'une image esclave ayant une bande passante  $B$ , contenant une partie des fréquences non communes  $\Delta B$  dans leur bande passante. La convolution de ces spectres entraîne un étalement des fréquences non communes sur l'ensemble du spectre de l'interférogramme (schéma adapté de [Hanssen (2001)]).

### 1.3.2.2 Limitations dans l'axe azimut

Les limitations dans l'axe azimut peuvent se concevoir avec le même type de raisonnement que celui utilisé pour l'axe distance. En effet, si on considère la cellule de résolution (figure 1.19) dans la direction azimutale, on obtiendra la même figure de chatoiement si l'angle dépointage  $\Phi$  est le même pour chaque acquisition.

De plus, en utilisant l'approche de Huyghens point à point (cf. § 1.1.1.2), si le dépointage est tel qu'il se traduit par une différence de  $\lambda$  entre les différences de trajet entre chaque bord d'antenne, c'est-à-dire,

$$d(D(PB) - D(PA)) - d(D(PB') - D(PA')) = \lambda, \quad (1.99)$$

alors on se situe au premier zéro de l'antenne synthétique, aucun signal n'est perçu, et dans ces conditions, la cohérence entre les deux signaux est de fait nulle. Par définition de la résolution de l'antenne synthétique de longueur  $L_s$  (cf. équation 1.10), cette différence est atteinte lorsque les deux antennes sont décalées d'une valeur égale à deux fois la taille du lobe d'antenne à -3,92 dB. Ainsi, si les antennes synthétiques sont décalées de plus de  $L_s$ , il n'y a pas de recouvrement entre antennes, la cohérence est nulle (cf. figure 1.23).

Le décalage des antennes synthétiques, et donc la variation de l'angle de dépointage du faisceau en azimut, est proportionnel à la variation de fréquence instantanée reçue au niveau de l'antenne, caractérisée par la fréquence du centroïde Doppler (cf. équation 1.57). Pour un décalage des antennes synthétiques maximal, c'est-à-dire lorsque les antennes ne se recouvrent pas, la variation maximale en fréquence est égale à la bande passante en azimut  $B_a$  (cf. équation 1.43).

Ainsi, en adoptant le même formalisme que celui utilisé précédemment pour l'axe distance, la cohérence  $\gamma_{azimut}$  peut être reliée au recouvrement des antennes synthétiques, et donc au recouvrement des spectres dans la direction azimut, tel que :

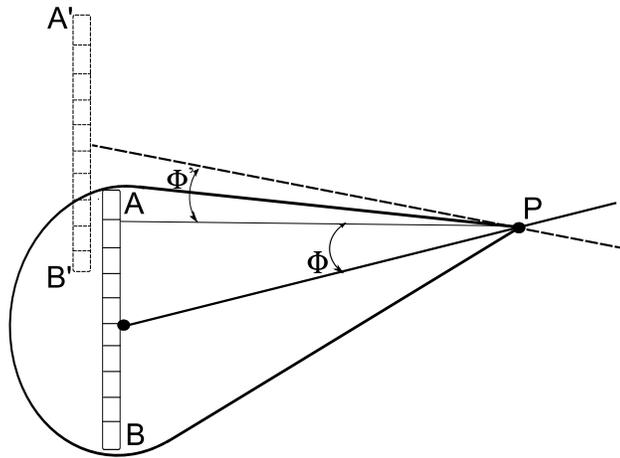


FIGURE 1.23 – Acquisition par deux capteurs ayant un angle de squint différent ( $\Phi$  et  $\Phi'$ ). L'antenne-sol émet le signal rétrodiffusé au point P situé au sol. Les deux antennes synthétiques  $AB$  et  $A'B'$  correspondantes aux deux acquisitions ont une partie commune. Lorsque le décalage augmente de sorte que les deux antennes ne se recouvrent plus, la cohérence est nulle.

$$\begin{aligned}
 \gamma_{azimut} &= \frac{f_{Dc,max} - |f_{Dc}|}{f_{Dc,max}} \\
 &= \frac{B_a - |f_{Dc}|}{B_a} \\
 &= 1 - \frac{|f_{Dc}|}{B_a}.
 \end{aligned} \tag{1.100}$$

### Bilan

Nous avons développé dans cette section les limites de l'interférométrie radar dans les deux directions, distance et azimut.

Nous avons également défini la cohérence au sens du recouvrement des fréquences dans les spectres des images, selon les équations 1.97 et 1.100. De ce modèle simplifié, nous en déduisons une expression de la cohérence  $\gamma$ , en fonction des paramètres géométriques limitant l'interférométrie. Ainsi, la cohérence  $\gamma$ , définie sur  $[0; 1]$ , s'écrit :

$$\gamma = \gamma_{range} \cdot \gamma_{azimut} = \left(1 - \frac{|B_{\perp}|}{B_{\perp,crit}}\right) \cdot \left(1 - \frac{|f_{Dc}|}{B_a}\right). \tag{1.101}$$

Ce formalisme sera repris au chapitre 2 (cf. équation 4.2), décrit au paragraphe 2.2.1.

## 1.4 Propriétés spectrales du signal radar

L'analyse des spectres des images radar apporte des informations sur le sur-échantillonnage des données, sur le décalage du centroïde Doppler, et sur les fenêtres de pondération appliquées lors de la synthèse sur le signal dans les directions distance et azimuth. En revanche, il n'y a pas de décalage visible selon l'axe distance, puisque le décalage fréquentiel équivalent (cf. § 1.3.2.1) a pour effet de réduire la bande commune du spectre mais n'a pas d'effet sur le retour en bande de base du signal radar. Les spectres des satellites ERS et TSX présentés à la figure 1.24 illustrent les différences de conception de capteur et de choix faits dans le traitement du signal. Une analyse plus en profondeur des spectres et des fonctions de pondération est développée dans les sections suivantes.

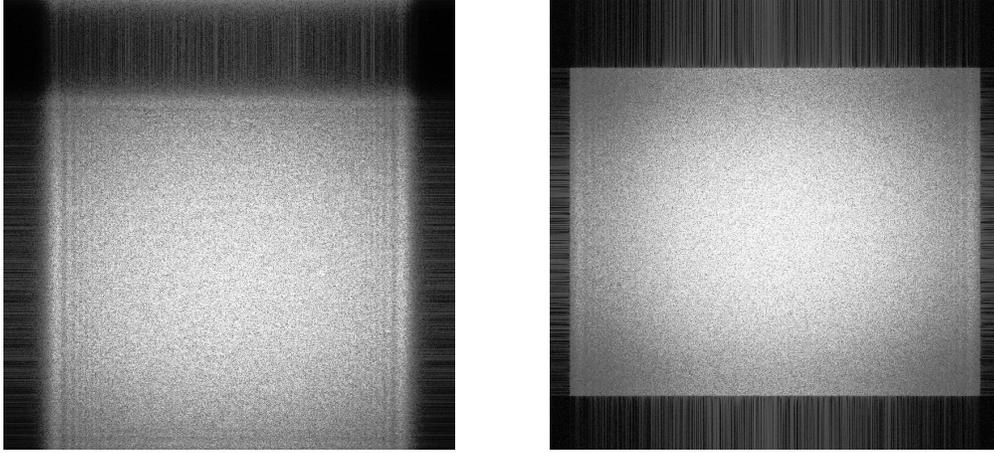


FIGURE 1.24 – (À gauche) Spectre d'une image SLC ERS (5 janvier 1998, voir annexe E). Le spectre est décalé en azimuth d'une quantité  $f_{Dc} = 182$  Hz (avec  $f_{ech} = FRI = 1680$  Hz). (À droite) Spectre d'une image SLC TSX (09 septembre 2009, cf. annexe E). Le spectre est décalé en azimuth d'une quantité  $f_{Dc} = 70$  Hz (avec  $f_{ech} = FRI = 3815$  Hz). Le suréchantillonnage est bien visible dans chacun des spectres (bandes noires), tandis que l'effet des fenêtres de pondération spectrale se distingue plus difficilement par une légère diminution de l'énergie du spectre, plus importante au centre que sur les bords.

### 1.4.1 Fonctions d'apodisation spectrales

Afin de respecter les conditions d'échantillonnage du théorème de Shannon-Nyquist, la bande passante du signal radar  $s(t)$  est restreinte à une bande  $B$  plus petite que la fréquence d'échantillonnage  $f_s$ . Dans le domaine de Fourier, la bande passante d'un signal à bande passante infinie  $S(f)$  est restreinte à une bande passante  $B$  finie telle que

$$S'(f) = S(f) \cdot \Pi\left(\frac{f}{B}\right), \quad (1.102)$$

avec  $\Pi$  la fonction fenêtre rectangulaire

$$\Pi\left(\frac{f}{B}\right) = \begin{cases} 1 & \text{si } |f| \leq \frac{B}{2} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (1.103)$$

Le signal  $s'(t)$ , dont la transformée de Fourier à bande limitée vaut  $S'(f)$ , peut être calculé en convoluant le signal  $s(t)$  à la transformée de Fourier inverse de la fonction fenêtre rectangulaire  $\Pi$ ,

$$s'(t) = s(t) * B \cdot \text{sinc}(Bt), \quad (1.104)$$

où  $*$  est l'opérateur de convolution. La variation brutale aux bords de la fenêtre fréquentielle rectangulaire  $\Pi$  provoque des effets de bords. Dans le domaine temporel, on observe les lobes secondaires de la fonction sinc.

En pratique, on cherche à réduire l'importance des lobes secondaires de la fonction sinc, afin d'atténuer l'étalement du signal associé à une cellule de résolution sur ses voisins. Ces lobes secondaires peuvent être réduits en employant une fenêtre de pondération spectrale où les variations aux bords de la fenêtre sont plus douces que celles de la fenêtre rectangulaire  $\Pi$  : c'est le principe de l'apodisation. Une fenêtre couramment utilisée en traitement du signal pour répondre à ce type de problème est la fonction de Hanning,

$$H_{\text{Hanning}}(f) = \begin{cases} 0,5 + 0,5 \cos \frac{2\pi f}{B} & \text{si } |f| \leq \frac{B}{2} \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases} \quad (1.105)$$

qui est une fonction continue.

[Curlander et McDonough (1991)] proposent une fenêtre de pondération plus adaptée aux signaux radar à synthèse d'ouverture,

$$H(f) = \begin{cases} 0,56 + 0,44 \cos \frac{2\pi f}{B} & \text{si } |f| \leq \frac{B}{2} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (1.106)$$

qui est très proche de la fenêtre de Hamming,

$$H(f) = \begin{cases} 0,54 + 0,46 \cos \frac{2\pi f}{B} & \text{si } |f| \leq \frac{B}{2} \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases} \quad (1.107)$$

Ces deux fenêtres présentent une légère discontinuité en  $-\frac{B}{2}$  et  $\frac{B}{2}$ .

De nombreuses fenêtres de pondération peuvent être appliquées, en fonction de l'importance des lobes secondaires du sinus cardinal. Néanmoins, l'expression générale d'une fenêtre de pondération spectrale peut être donnée par la relation

$$H(f) = \begin{cases} \frac{1+\beta}{2} + \frac{1-\beta}{2} \cos \frac{2\pi f}{B} & \text{si } |f| \leq \frac{B}{2} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (1.108)$$

La paramètre  $\beta$  est défini comme étant le niveau du piédestal du cosinus en  $-\frac{B}{2}$  et  $\frac{B}{2}$ , c'est-à-dire la "marche" entre la valeur nulle et la valeur de la fenêtre d'apodisation prise en ces deux valeurs. En effet, pour  $|f| = \frac{B}{2}$ ,  $H(f) = \beta$  (pour la fenêtre de Hanning, on a  $\beta = 0$ ). L'application d'une fenêtre de pondération n'est pas sans conséquence sur les performances d'un système radar, notamment en terme de résolution. Cet effet sera analysé au paragraphe 1.4.2.

### 1.4.2 Réponse impulsionnelle des fonctions d'apodisation spectrales

Une famille de fonctions d'apodisation résulte de la composition d'une fenêtre rectangulaire et d'une fenêtre modulée par un cosinus : ce sont les cosinus sur piédestal. Le cas le plus général s'écrit :

$$H(f) = \begin{cases} A + B \cos(2\pi f) & \text{si } |f| \leq 0,5 \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases} \quad (1.109)$$

La réponse impulsionnelle  $h_1$  d'une fenêtre rectangulaire  $H_1$  définie sur un support fréquentiel sur  $[-0, 5; 0, 5]$  est un sinus cardinal, s'écrivant :

$$h_1(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t}. \quad (1.110)$$

La forme analytique de la réponse impulsionnelle  $h_2$  d'un cosinus s'étalant sur un domaine spectral borné entre  $[-0, 5; 0, 5]$  peut s'écrire sous la forme d'une arche de cosinus (cf. tableau 1.3) :

$$h_2(t) = \frac{\pi^2 t^2}{\pi^2 - \pi^2 t^2} \cdot \frac{\sin(\pi t)}{\pi t}. \quad (1.111)$$

Le spectre de  $h_2$  prend des valeurs négatives, ce qui peut entraîner un déphasage de  $\pi$  dans le domaine image. Afin d'avoir une fenêtre de pondération réelle et positive ou non nulle, on ajoute un terme constant, ce qui donne :

$$h_3(t) = \frac{1}{2} \cdot (h_1 + h_2)(t) = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\sin(\pi t)}{\pi t} + \frac{\pi^2 t^2}{\pi^2 - \pi^2 t^2} \cdot \frac{\sin(\pi t)}{\pi t} \right), \quad (1.112)$$

et  $h_3(t) \in [0; 1]$ .

La transformée de Fourier  $H_3(f)$  de cette réponse impulsionnelle, le "cosinus ajusté", est illustrée dans le tableau 1.3.

Dans le domaine spectral, la fenêtre de pondération du signal est un cosinus sur piédestal. On peut décomposer cette fenêtre comme étant la somme d'une fenêtre rectangulaire (le niveau du piédestal, donné par le paramètre  $\beta$ ) et du cosinus. En prenant comme hypothèse que  $H(f = 0) = 1$ , la fenêtre de pondération s'écrit :

$$H_{pond}(f) = \beta \cdot H_1(f) + (1 - \beta) \cdot H_3(f), \quad (1.113)$$

$$h_{pond}(t) = \beta \cdot h_1(t) + (1 - \beta) \cdot h_3(t), \quad (1.114)$$

et nous pouvons en déduire la réponse impulsionnelle  $h_{pond}(t)$  sous forme analytique associée à la fenêtre de pondération  $H_{pond}(f)$ ,

$$h_{pond}(t) = \frac{(1 + \beta) \sin(\pi t)}{2 \pi t} + \frac{(1 - \beta) \pi^2 t^2}{2 \pi^2 - \pi^2 t^2} \cdot \frac{\sin(\pi t)}{\pi t}. \quad (1.115)$$

Nous vérifions à l'aide de l'expression que si  $\beta = 0$ , nous retrouvons l'expression du cosinus ajusté. Si  $\beta = 1$ , nous obtenons une fenêtre rectangulaire  $H_1$ .

Les propriétés de cette réponse impulsionnelle sont détaillées pour différentes valeurs de  $\beta$  dans le tableau 1.4. On constate que plus le paramètre  $\beta$  diminue, plus la largeur à mi-hauteur augmente, c'est-à-dire que plus l'effet de pondération est important, plus la résolution diminue. Mais il faut noter que pour  $\beta = 1$ , la largeur à mi-hauteur est minimale, mais le signal a des secondaires marqués.

### 1.4.3 Spectre dans l'axe distance

Le traitement du signal du système RSO dans l'axe distance utilise une impulsion modulée linéairement en fréquence, le chirp (équation 1.27). La corrélation de l'impulsion émise avec le signal rétrodiffusé permet de déterminer la case distance dans laquelle se trouve la cible. Les lobes secondaires provoquent l'apparition d'images "fantômes" autour des cibles. On peut réduire ces lobes secondaires au moyen d'une fenêtre de pondération spectrale (§ 1.4.1).

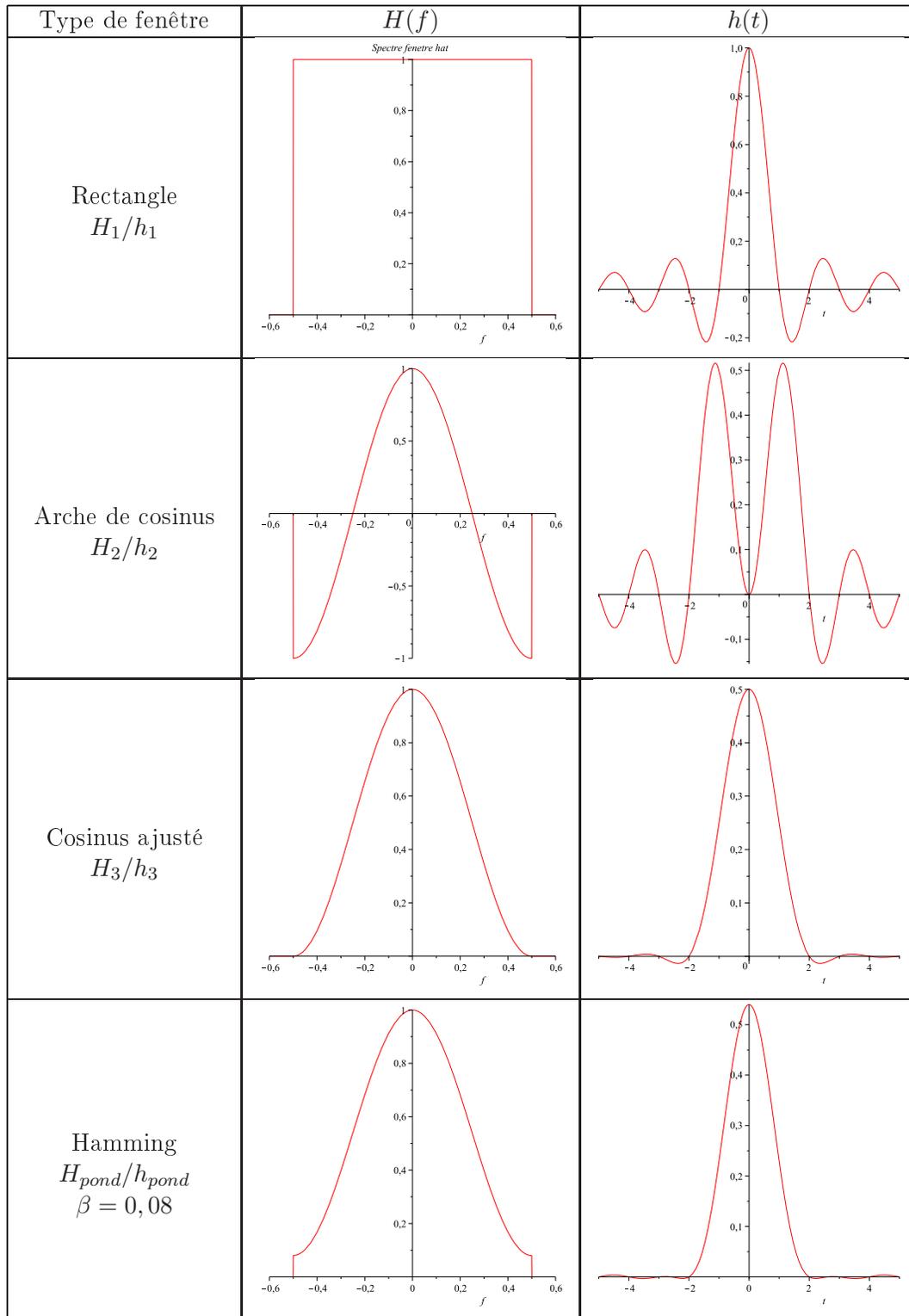


TABLE 1.3 – Spectres  $H(f)$  et réponses impulsionnelles  $h(t)$  associées. Le domaine spectral est borné entre  $[-0,5; 0,5]$ , fraction de la bande passante  $B_r$  du chirp.

$\beta$	largeur à mi-hauteur ( $\frac{1}{B_r}$ )	Position du 1 <sup>er</sup> zéro
0,00	2,00	2,00
0,08	1,82	2,00
0,10	1,78	2,00
0,12	1,72	2,00
0,20	1,62	1,73
0,30	1,52	1,47
0,40	1,44	1,32
0,50	1,37	1,22
0,60	1,33	1,15
0,80	1,26	1,06
1,00	1,21	1,00

TABLE 1.4 – Propriétés de la réponse impulsionnelle  $h_{pond}$  en fonction du paramètre  $\beta$ . Pour  $\beta = 0$ , on obtient une fenêtre de type cosinus ajusté correspondant à la réponse impulsionnelle  $h_3(t)$ . Pour  $\beta = 1$ , on retrouve une fenêtre rectangulaire classique.

Comme le confirment les figures 1.26 et 1.27, la bande passante du signal est égale à la bande passante du chirp  $B_r$ . Pour le satellite ERS, la bande passante en distance vaut  $B_r = 15,55$  MHz. La bande passante en distance de TerraSAR-X (ou du moins celle dont nous disposons) vaut quant à elle  $B_r = 100$  MHz. Les spectres indiquent également que le signal est suréchantillonné. En effet, pour respecter les conditions du théorème de Shannon, la fréquence d'échantillonnage  $f_s$ , correspondant à l'étendue du domaine spectral dans l'axe distance, est choisie de telle sorte que  $f_s > B_r$ . Pour ERS, la fréquence d'échantillonnage  $f_s$  vaut  $f_s = 18,96$  MHz. Elle est égale à  $f_s = 109,8$  MHz pour TSX.

### Cas d'ERS

La fenêtre de pondération couramment utilisée en distance pour les satellites ERS est la fenêtre décrite par l'équation 1.108, avec la valeur du paramètre  $\beta$  égale à 0,5 [Solaas et Laur (1993)].

Ainsi, la fonction de pondération appliquée sur le spectre du signal dans l'axe distance (en range, les fréquences sont notées  $f_r$ ) vaut

$$H(f_r) = \left[ 0,75 + 0,25 \cos \frac{2\pi f_r}{B_r} \right] \cdot \Pi \left( \frac{f_r}{B_r} \right). \quad (1.116)$$

### Cas de TSX

La fenêtre de pondération utilisée en distance pour le satellite TSX est également une fenêtre de Hamming. Dans la littérature [Breit et al. (2008)], on trouve une valeur de hauteur du piédestal  $\beta$  égale à 0,2. Cette valeur peut être également retrouvée par l'analyse des métadonnées image [Fritz (2007)].

Ainsi, la fonction de pondération appliquée sur le spectre du signal dans l'axe distance vaut

$$H(f_r) = \left[ 0,60 + 0,40 \cos \frac{2\pi f_r}{B_r} \right] \cdot \Pi \left( \frac{f_r}{B_r} \right). \quad (1.117)$$

### Determination expérimentale des fenêtres de pondération

Les valeurs du paramètre  $\beta$  données dans la littérature peuvent être retrouvées expérimentalement, en analysant les spectres des images, aussi bien dans la direction distance que dans la

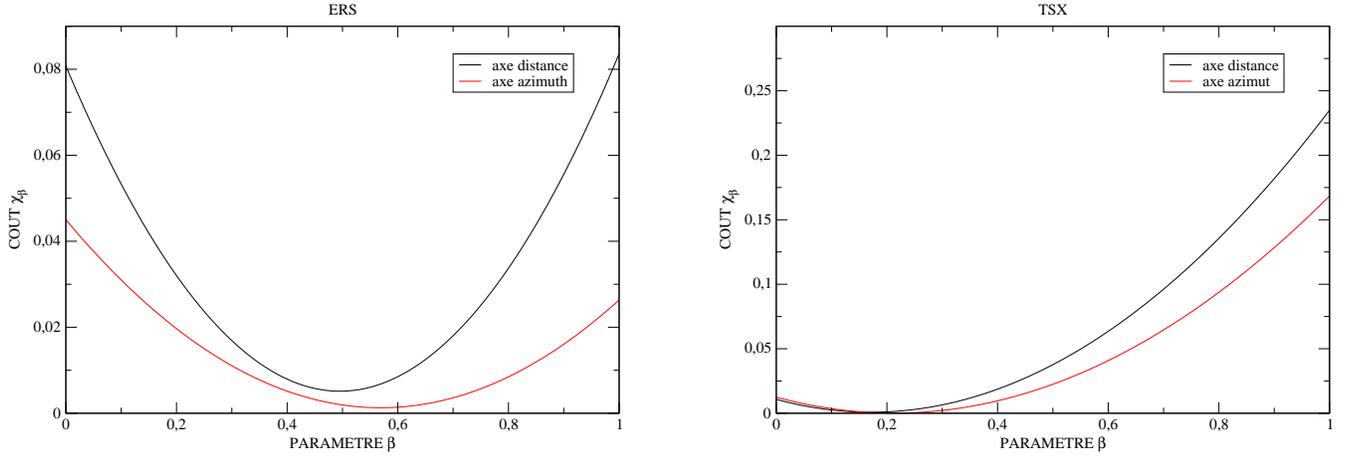


FIGURE 1.25 – Fonctions de coût  $\chi(\beta)$  calculées par moindres carrés (équation 1.118). À gauche, les paramètres  $\beta$  des fenêtres de pondération en distance et en azimuth, pour un spectre SLC ERS. Dans l’axe distance, le paramètre  $\hat{\beta}$  est égal à 0,5. Le coût  $\chi(\hat{\beta})$  associé à ce paramètre vaut  $5,1 \cdot 10^{-3}$ . Dans l’axe azimuth, le paramètre  $\hat{\beta}$  est égal à 0,57. Le coût  $\chi(\hat{\beta})$  associé à ce paramètre vaut  $1,3 \cdot 10^{-3}$ . À droite, les paramètres  $\beta$  des fenêtres de pondération en distance et en azimuth, pour un spectre SLC TSX. Dans l’axe distance, le paramètre  $\hat{\beta}$  est égal à 0,17. Le coût  $\chi(\hat{\beta})$  associé à ce paramètre vaut  $8,1 \cdot 10^{-4}$ . Dans l’axe azimuth, le paramètre  $\hat{\beta}$  est égal à 0,21. Le coût  $\chi(\hat{\beta})$  associé à ce paramètre vaut  $1,2 \cdot 10^{-4}$ .

direction azimuthale. Pour ce faire, nous proposons une méthode d’estimation du paramètre  $\beta$  de la fenêtre de pondération, par moindres carrés. Au préalable, cette méthode requiert de connaître les valeurs de la bande passante et de la fréquence d’échantillonnage du signal dans la direction considérée. Connaissant la forme théorique de la fenêtre de pondération, dépendant du paramètre  $\beta$ , nous recherchons la valeur de  $\beta$  optimale notée  $\hat{\beta}$ , tel que cette valeur minimise la fonction de coût  $\chi_\beta$ , définie par :

$$\chi(\beta) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (|S(f_i)| - H_\beta(f_i))^2, \quad (1.118)$$

avec  $n$  le nombre d’échantillons du spectre dans la direction considérée,  $S(f)$  le spectre radar déterminé par transformée de Fourier d’une portion de l’image de taille  $n \times n$ , et  $H_\beta(f)$  la fonction de pondération spectrale dépendant de  $\beta$ .

La valeur de  $\hat{\beta}$  retenue est donc celle pour laquelle :

$$\beta = \operatorname{argmin} \chi(\beta), \quad (1.119)$$

avec  $\beta \in [0; 1]$ .

Les fonctions de coût  $\chi(\beta)$  calculées pour les spectres des satellites ERS et TSX dans la direction distance sont représentées figure 1.25.

Dans le cas d’ERS, on retrouve expérimentalement exactement la valeur de  $\hat{\beta}$  donnée dans la littérature. Pour TSX, on trouve une valeur de  $\hat{\beta}$  légèrement inférieure à la valeur théorique. Ceci peut s’expliquer par le fait que, d’une part, les fenêtres de pondération de TSX peuvent varier selon le mode d’acquisition (Stripmap, ScanSAR, Spotlight) et l’angle d’incidence du faisceau.

Les spectres et les fonctions de pondération estimées par la méthode précédemment décrite sont représentés figure 1.26 et figure 1.27.

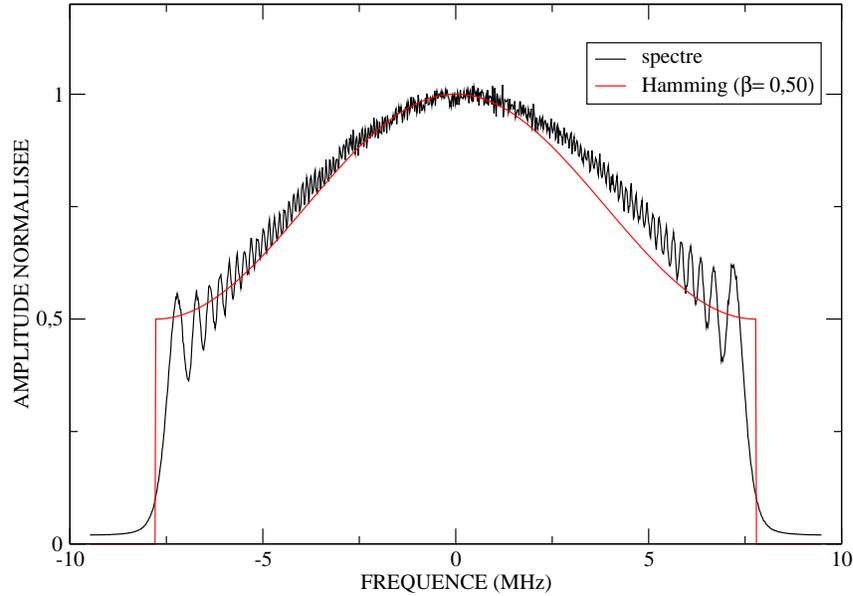


FIGURE 1.26 – Amplitude du spectre sur l’axe distance d’une image ERS (05 janvier 1998, voir annexe E) moyenné sur 1024 lignes. L’étendue du domaine spectral est égale à la fréquence d’échantillonnage en distance, soit  $f_s = 18,96$  MHz. La bande passante du signal vaut  $B_r = 15,55$  MHz. Le spectre est pondéré par une fenêtre de “Hamming” (éq. 1.116), avec comme paramètre  $\hat{\beta} = 0,50$ .

#### 1.4.4 Spectre dans l’axe azimuth

Pour chaque ligne distance, une impulsion est émise. Après que le satellite se soit déplacé sur son orbite, une autre impulsion est émise. Une ligne en distance est donc acquise en même temps qu’un pixel en azimuth sur une ligne azimuth. Ainsi, l’échelle de temps en distance est souvent nommée échelle de “temps court”, le terme de “temps long” étant alors réservé pour l’azimut, ce qui est également illustré par l’ordre de grandeur des fréquences d’échantillonnage des signaux dans les deux directions.

##### Cas d’ERS

La fréquence d’échantillonnage en azimuth, ou fréquence de répétition de l’impulsion (FRI), vaut  $f_{s,azimut} = FRI \approx 1680$  Hz. Selon ses spécifications, l’instrument est capable d’échantillonner le signal en azimuth à une fréquence comprise entre 1640 et 1720 Hz. A l’instar du spectre dans la direction distance, le signal est légèrement sur-échantillonné en azimuth, la *bande traitée*  $B_a$  en azimuth (cf. équation 1.43), correspondant à la plage d’excursion des fréquences mesurées au cours de l’illumination d’une cible radar, est de fait plus petite que la fréquence de répétition de l’impulsion. Une valeur courante de la bande passante en azimuth utilisée sur ERS est  $B_a \approx 1378$  Hz.

La figure 1.28 présente l’amplitude d’un spectre d’une image ERS SLC moyenné sur 4096 lignes azimuth. Comme pour le spectre dans la direction distance, une fenêtre de pondération est appliquée au spectre en azimuth, afin de réduire les lobes secondaires dans le domaine image. La fenêtre de pondération appliquée au spectre en azimuth ERS est constituée d’une fenêtre de

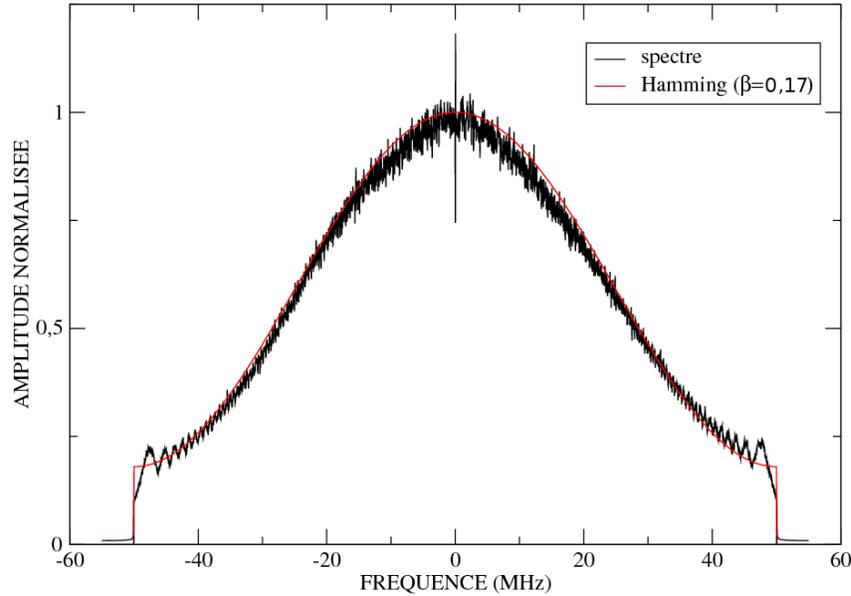


FIGURE 1.27 – Amplitude du spectre sur l’axe distance d’une image TSX (09 septembre 2008, voir annexe E) moyennée sur 4096 lignes. L’étendue du domaine spectral est égale à la fréquence d’échantillonnage en distance, soit  $f_s = 109,8$  MHz. La bande passante du signal vaut  $B_r = 100$  MHz. Le spectre est pondéré par une fenêtre de “Hamming” (éq. 1.117), avec comme paramètre  $\hat{\beta} = 0,17$ .

Hamming de paramètre  $\beta = 0,5$  et d’un sinus cardinal, issu d’une pondération sur le diagramme d’antenne [Geudtner (1995)], dépendant d’un paramètre de pondération,  $f_{Dop} \simeq 1505$  Hz. Le terme en sinus cardinal est élevé au carré, la diagramme d’antenne étant pondéré en émission et en réception.

$$H(f_a - f_{Dc}) = \left[ 0,75 + 0,25 \cos \frac{2\pi(f_a - f_{Dc})}{B_a} \right] \cdot \text{sinc}^2 \left( \pi \cdot \frac{f_a - f_{Dc}}{f_{Dop}} \right) \cdot \Pi \left( \frac{f_a - f_{Dc}}{B_a} \right), \quad (1.120)$$

où  $f_{Dc}$  est la fréquence du centroïde Doppler, correspondant à un décalage du spectre azimut par rapport à la fréquence Doppler nulle (cf. § 1.1.6). Comme l’indique la figure 1.28, le spectre est décalé de 182 Hz. La fenêtre de pondération déterminée expérimentalement par la même méthode que pour le spectre distance, *i.e.* au sens des moindres carrés, donne la valeur du paramètre  $\beta = 0,57$ , soit une valeur supérieure à celle fournie dans la littérature. Ceci peut s’expliquer par une incertitude sur le terme  $f_{Dop}$  de pondération physique de l’antenne, paramètre relatif à l’instrument et qui n’est pas disponible dans les métadonnées. La fonction de coût  $\chi_{beta}$  calculée pour ce spectre dans la direction azimut est représentée figure 1.25.

### Cas de TSX

Pour le satellite TerraSAR-X, la fréquence de répétition de l’impulsion FRI utilisée vaut  $f_{s,azimut} = FRI \approx 3815$  Hz. La bande passante traitée vaut quant à elle  $B_a \approx 2765$  Hz.

La figure 1.29 présente l’amplitude d’un spectre TSX moyenné sur 4096 lignes azimut. La fenêtre de pondération de TSX n’est constituée que d’une fenêtre de Hamming. Celle-ci est

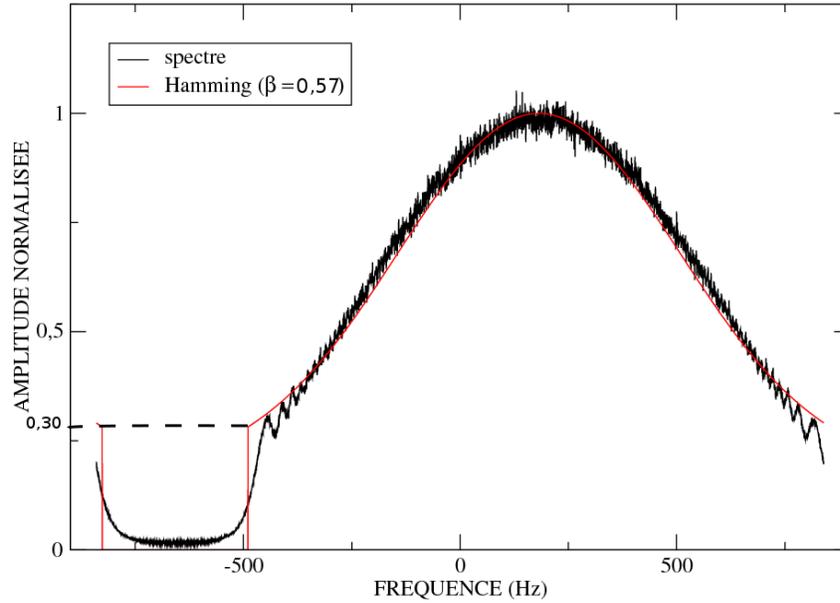


FIGURE 1.28 – Amplitude du spectre d’une image ERS sur l’axe azimut (05 janvier 1998, voir annexe E) moyennée sur 4096 lignes. L’étendue du domaine spectral est égale à la fréquence d’échantillonnage en azimut, la fréquence de répétition de l’impulsion, soit  $FRI \approx 1680$  Hz. La bande passante du signal vaut  $B_a = 1378$  Hz. Le spectre est pondéré par une fenêtre de “Hamming” (cf. équation 1.120), avec comme paramètre  $\hat{\beta} = 0,57$ . Du fait de la pondération d’antenne en  $\text{sinc}^2$ , la “marche” de la fenêtre de pondération est réduite d’un facteur 0,53, et vaut alors 0,30. Le spectre présenté ici est décalé, ceci dû à un dépointage de faisceau en azimut. La fréquence du centroïde Doppler vaut  $f_{Dc} = 182$  Hz.

habituellement choisie avec un paramètre  $\beta$  identique à celui utilisé pour la fenêtre de pondération dans l’axe distance. Le spectre est légèrement décalé, correspondant à une fréquence du centroïde Doppler environ égale à 70 Hz, ce qui est très faible à l’échelle de la bande passante en azimut. La figure 1.29 présente également la fenêtre de pondération déterminée par la méthode des moindres carrés, pour la fonction de coût  $\chi_\beta$  (cf. figure 1.25). La valeur de  $\hat{\beta}$  trouvée est légèrement inférieure à la valeur usuelle donnée dans les métadonnées TSX ( $\beta = 0,2$ ). L’aspect bruité du spectre dans les valeurs de fréquences centrales peut expliquer ce résultat, qui reste néanmoins cohérent et proche de la forme du spectre des données.

## 1.5 Bilan

Dans ce chapitre, nous avons présenté les concepts fondamentaux de l’imagerie radar à synthèse d’ouverture, en proposant un formalisme identique pour les deux directions de l’image sous trois volets différents, à la fois pour le traitement du signal lors de la synthèse d’ouverture, pour la géométrie d’acquisition et les limites de l’interférométrie, et pour la modélisation de fenêtres d’apodisation appliquées sur les spectres des images. Nous avons ainsi pu dégager les origines des sources de perturbation de la cohérence interférométrique relatives à la géométrie d’acquisition et aux traitements appliqués sur une image RSO. Ces sources de décorrélacion seront reprises dans une modélisation plus complète de la cohérence interférométrique, proposée au chapitre suivant.

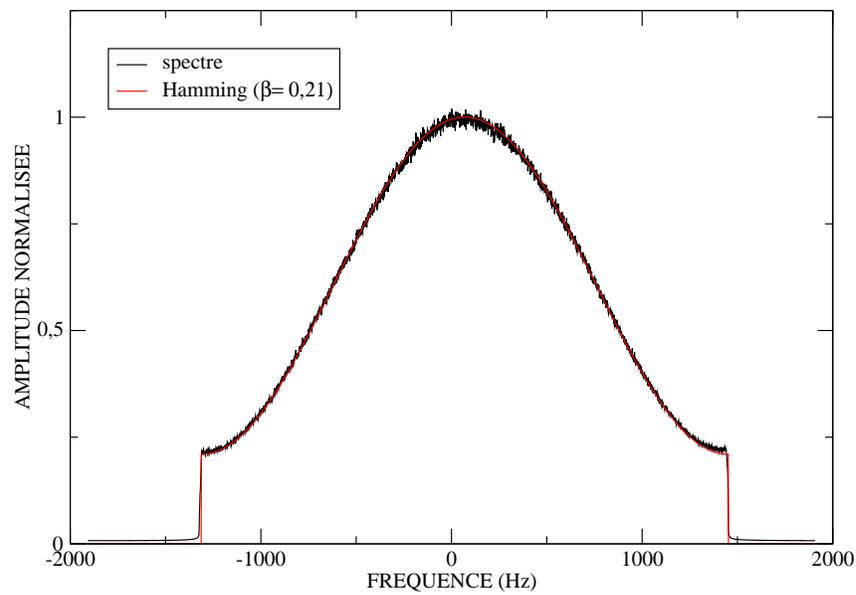


FIGURE 1.29 – Amplitude du spectre sur l’axe azimut d’une image TSX (09 septembre 2008, voir annexe E) moyennée sur 4096 lignes. L’étendue du domaine spectral est égale à la fréquence d’échantillonnage en azimut, la Fréquence de Répétition de l’Impulsion, soit  $FRI \approx 3815$  Hz. La bande passante du signal vaut  $B_a = 2765$  Hz. Le spectre est pondéré par une fenêtre de “Hamming” (éq. 1.108), avec comme paramètre  $\hat{\beta} = 0,21$ . La fréquence du centroïde Doppler vaut ici  $f_{Dc} \approx 70$  Hz.



## Chapitre 2

# Modélisation de la cohérence interférométrique

### 2.1 La cohérence interférométrique

#### 2.1.1 Définition

En s'appuyant sur le modèle gaussien circulaire complexe [Bamler et Just (1993); Lee *et al.* (1994)] appliqué à deux signaux radar différents  $z_1$  et  $z_2$ , on montre que la probabilité conjointe est également gaussienne circulaire et suit la loi de densité de probabilité suivante :

$$\text{pdf}(z_1, z_2) = \text{pdf}(Z) = \frac{1}{\pi^2 \det(C_Z)} \exp(-Z^{t*} C_Z^{-1} Z), \quad (2.1)$$

où  $Z$  est le vecteur complexe  $\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix}$ ,  $Z^{t*}$  le conjugué du transposé de  $Z$  et  $C_Z$  la matrice de covariance de  $Z$  définie par

$$C_Z = \begin{pmatrix} E \{ |z_1|^2 \} & E \{ z_1 z_2^* \} \\ E \{ z_1^* z_2 \} & E \{ |z_2|^2 \} \end{pmatrix}, \quad (2.2)$$

où  $E \{ \cdot \}$  est l'espérance mathématique.

Les termes diagonaux de cette matrice correspondent aux intensités moyennes alors que les termes non diagonaux fournissent la corrélation complexe entre les deux signaux.

La *cohérence complexe normalisée* de deux variables  $z_1$  et  $z_2$  aléatoires gaussiennes complexes circulaires à moyenne nulle est définie par

$$\rho = \frac{E \{ z_1 \cdot z_2^* \}}{\sqrt{E \{ |z_1|^2 \} E \{ |z_2|^2 \}}} = \gamma e^{j\phi_0}, \quad (2.3)$$

avec  $\gamma = |\rho|$  définie comme la *cohérence* ou encore le coefficient de corrélation entre les deux signaux gaussiens et  $\phi_0 = \arg(\rho)$  est la différence de phase moyenne entre  $z_1$  et  $z_2$ , c'est-à-dire la phase interférométrique, dans le cas où le chatouement est identique, soit quand  $\gamma = 1$ . La cohérence de deux pixels de deux images RSO complexes est comprise entre 0 et 1.

#### 2.1.2 Estimation de la cohérence

Selon l'équation 2.3, une valeur de cohérence peut être associée à chaque pixel de l'interférogramme. Idéalement, l'espérance mathématique est calculée en utilisant une suite d'observations

pour chaque pixel, c'est-à-dire plusieurs interférogrammes monopasses acquis dans les mêmes conditions géométriques. La moyenne calculée sur l'ensemble des observations obtenues à différents instants permettrait de déterminer les valeurs de cohérence attendues de l'équation 2.3. Lors d'une acquisition RSO, ce cas de figure est impossible puisque chaque pixel n'est observé qu'une fois. En faisant l'hypothèse que les réalisations du chatolement  $c(x, y)$  observé suivent un processus stochastique ergodique, il est possible d'invertir les moyennes d'ensemble calculées sur plusieurs observations à différents instants avec les moyennes calculées sur un voisinage homogène autour du pixel d'intérêt. Cette hypothèse permet d'obtenir l'estimateur au sens du maximum de vraisemblance de la cohérence  $\gamma$  sur un voisinage de  $L$  pixels<sup>1</sup> centré autour du pixel considéré [Seymour et Cumming (1994); Touzi *et al.* (1999)],

$$\hat{\gamma} = \frac{|\sum_{n=1}^L z_1(n)z_2^*(n)|}{\sqrt{\sum_{n=1}^L z_1(n)z_1^*(n) \sum_{n=1}^L z_2(n)z_2^*(n)}}, L \geq 2. \quad (2.4)$$

Dans cette équation et dans les prochains développements, nous utilisons le terme de *cohérence empirique*  $\hat{\gamma}$ , qui est en réalité l'estimateur de cohérence défini à l'équation 2.4.

Si la phase d'origine géométrique  $\phi_{geom}$  (équation 1.85), somme du terme de phase systématique  $\phi_{orb}$  et du terme de phase d'origine topographique  $\phi_{topo}$ , varie de façon trop importante à l'intérieur de la fenêtre d'estimation de la cohérence, l'hypothèse de stationnarité n'est plus valable [Touzi *et al.* (1999)]. Les cellules de résolution adjacentes dans l'interférogramme auront une valeur de phase dépendant de la géométrie d'acquisition et du relief du terrain.

L'estimation de la cohérence peut être améliorée en compensant la contribution de phase d'origine géométrique, afin de supprimer la source de non-stationnarité du signal. La cohérence peut alors être estimée selon la formule :

$$\hat{\gamma} = \frac{|\sum_{n=1}^L z_1(n)z_2^*(n) \exp\{-j\phi_{geom}\}|}{\sqrt{\sum_{n=1}^L z_1(n)z_1^*(n) \sum_{n=1}^L z_2(n)z_2^*(n)}}, L \geq 2. \quad (2.5)$$

### 2.1.3 Loi statistique de la cohérence empirique

Dans le cas multivues, [Touzi et Lopes (1996)] donnent une expression analytique de la loi de distribution de la cohérence empirique  $d = \hat{\gamma}$  qui s'exprime en fonction de la cohérence théorique  $D = \gamma$  et du nombre  $L$  de vues indépendantes, pour un processus gaussien complexe  $(z_1, z_2)$  :

$$p_{(d;D,L)} = 2(L-1)(1-D^2)^L d(1-d^2)^{L-2} \cdot {}_2F_1(L, L; 1; d^2 D^2), \quad (2.6)$$

où  ${}_2F_1$  est une fonction hypergéométrique généralisée.

La figure 2.1 montre l'influence des paramètres  $D$  et  $L$  sur la loi de distribution de la cohérence empirique (équation 2.6).

L'équation 2.6 suppose l'indépendance des pixels. En pratique, le nombre  $L$  de vues indépendantes est plus petit que le nombre de pixels  $N$  compris dans la fenêtre d'estimation de

---

1. Ou  $L$  vues. Si  $L \geq 2$ , on parle d'estimation multivues.

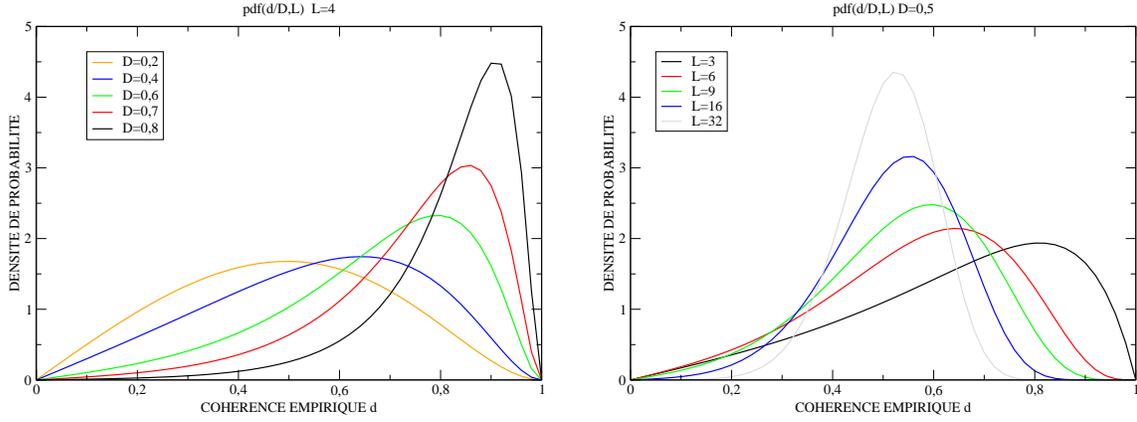


FIGURE 2.1 – (À gauche) Loi de distribution de la cohérence empirique  $d$  pour un nombre  $L$  de vues indépendantes fixé ( $L = 4$ ) et pour différentes valeurs de cohérence théorique  $D$ . (À droite) Loi de distribution de la cohérence empirique  $d$  pour une cohérence théorique  $D$  fixée  $D = 0,5$  et pour différentes valeurs du nombre  $L$  de vues indépendantes.

la cohérence. Ceci est dû au fait que le signal est suréchantillonné (voir § 1.4). Pour une image SLC, les facteurs de suréchantillonnage peuvent être déterminés en calculant les rapports entre la fréquence d'échantillonnage et la bande passante du système. Dans l'axe distance, ce facteur est égal au rapport de la fréquence d'échantillonnage sur la bande passante du chirp, soit pour une image ERS  $\eta_{range} = 18,96/15,55 = 1,219$ . Dans l'axe azimut, il est égal au rapport entre la fréquence de répétition de l'impulsion (FRI) et la bande traitée en azimut, soit  $\eta_{azimut} = 1679/1340 = 1,254$ . Dans le cas de TSX<sup>2</sup>,  $\eta_{range} = 109,9/100 = 1,099$  et  $\eta_{azimut} = 3815/2765 = 1,38$ .

Le facteur de suréchantillonnage total  $\eta$  peut être déterminé par le rapport entre l'aire totale du spectre et l'aire de la zone utile du spectre (cf. figure 2.2), tel que :

$$\eta = \frac{f_s \cdot FRI}{B_a \cdot B_r}. \quad (2.7)$$

Pour ERS et TSX, ce rapport vaut respectivement :

$$\begin{aligned} \eta_{ERS} &= 1,219 \cdot 1,254 = 1,528 \approx 1,5, \\ \eta_{TSX} &= 1,099 \cdot 1,38 = 1,517 \approx 1,5. \end{aligned} \quad (2.8)$$

En première approximation, pour les satellites ERS et TSX, le nombre  $L$  de vues indépendantes peut être lié au nombre  $N$  de pixels utilisés dans la fenêtre d'estimation de la cohérence par la relation suivante :

$$N = \eta \cdot L \approx 1,5 L. \quad (2.9)$$

---

2. Les valeurs indiquées ici peuvent varier en fonction du mode image (stripmap, spotlight) et du faisceau utilisé lors de l'acquisition.

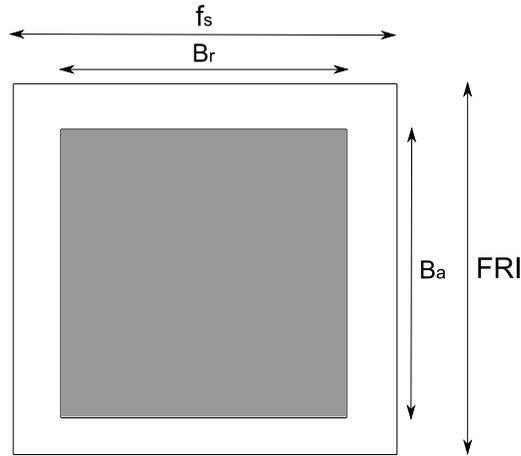


FIGURE 2.2 – Schématisation du spectre d’une image radar. La zone grisée représente la partie utile du spectre, le reste du spectre étant composé de zéros (équivalent à un sur-échantillonnage par bourrage de zéros). Le rapport  $\eta$  de l’aire totale du spectre sur l’aire du spectre utile détermine le facteur de sur-échantillonnage d’un pixel.

D	d (L=3)	d (L=9)	d (L=32)
1	1	1	1
0,8	0,828	0,806	0,801
0,5	0,648	0,539	0,509
0,3	0,574	0,395	0,324
0	0,533	0,300	0,157

TABLE 2.1 – Estimateur de cohérence  $d$ , pour différentes valeurs de cohérence vraie  $D$  et pour différents nombres de vues  $L$ .

## 2.1.4 Estimateur de cohérence

### 2.1.4.1 Espérance et variance de l’estimateur

L’espérance mathématique de la cohérence empirique  $d$  est définie par [Nicolas (2008)]<sup>3</sup> :

$$E\{d\} = E\{\hat{\gamma}\} = \frac{(1 - D^2)^L \sqrt{\pi} \cdot \Gamma(L)}{2\Gamma(L + \frac{1}{2})} \cdot {}_3F_2\left(L, L, \frac{3}{2}; 1, L + \frac{1}{2}; D^2\right), \quad (2.10)$$

où  $\Gamma$  est la fonction Gamma et  ${}_3F_2$  est une fonction hypergéométrique généralisée.

D’après le tableau 2.1, la cohérence  $d$  mesurée est sur-estimée par rapport à la cohérence vraie  $D$ . Plus la cohérence est faible, plus le biais de l’estimateur est important. Ce biais diminue en augmentant le nombre  $L$  d’échantillons indépendants pris en compte dans l’estimation de la cohérence. L’estimateur est asymptotiquement non biaisé pour des valeurs de cohérence théorique  $D$  tendant vers 1 (cf. figure 2.3). L’estimateur de la cohérence  $\hat{\gamma}$  (cf. équation 2.10) est donc biaisé.

La variance  $\sigma_{(D,L)}^2$  de l’estimateur dépend également du nombre de vues  $L$  et de la cohérence théorique  $D$ . Elle s’obtient selon la relation :

$$\sigma_{(D,L)}^2 = E\{d^2\} - (E\{d\})^2, \quad (2.11)$$

3. Le lecteur notera la coquille qui s’est glissée dans la fonction hypergéométrique du moment d’ordre 1, donnée à l’équation (6) dans [Touzi *et al.* (1999)].

avec  $E\{d^2\}$  le moment d'ordre 2 de la cohérence<sup>4</sup>.

L'influence des paramètres  $D$  et  $L$  sur l'écart-type  $\sigma_{(D,L)}$  est illustrée figure 2.3.

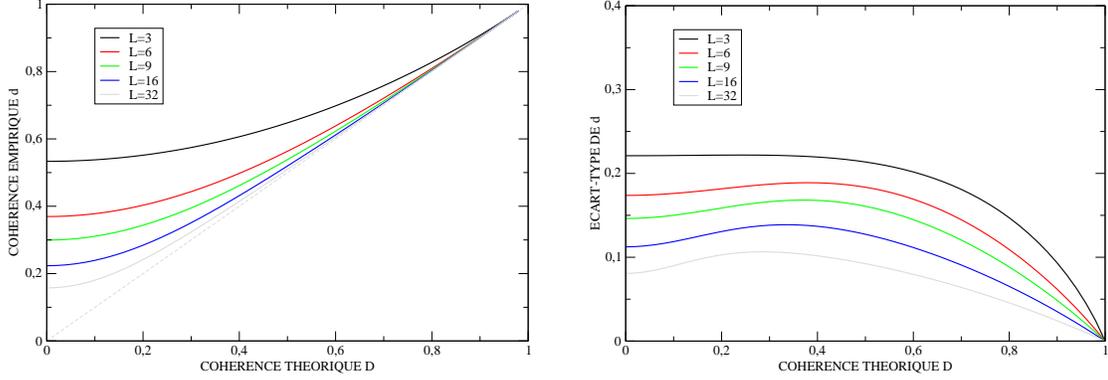


FIGURE 2.3 – (À gauche) Espérance de l'estimateur de cohérence empirique  $d$  pour différentes valeurs du nombre  $L$  de vues indépendantes en fonction de la cohérence théorique vraie  $D$ . Le biais est d'autant plus important que le nombre de vues et la cohérence théorique  $D$  sont faibles. (À droite) Écart-type de l'estimateur de cohérence empirique  $d$  pour différentes valeurs du nombre  $L$  de vues indépendantes en fonction de la cohérence théorique vraie  $D$ .

#### 2.1.4.2 Cohérence et phase interférométrique

La densité de probabilité de la phase interférométrique empirique  $\hat{\phi}$  peut s'exprimer en fonction du degré de cohérence  $D$  et du nombre de vues  $L$ <sup>5</sup> [Lee *et al.* (1994)] :

$$p(\hat{\phi}|D, L) = \frac{(1-D^2)^L}{2\pi} \cdot \frac{1}{2L+1} \cdot {}_2F_1\left(2, 2L; L + \frac{3}{2}; \frac{1-D\cos(\hat{\phi})}{2}\right) \quad (2.12)$$

La densité de probabilité de la phase interférométrique empirique  $\hat{\phi}$  pour différentes valeurs de cohérence  $D$  et de nombre de vues  $L$  est représentée figure 2.4. Ainsi, plus la cohérence est élevée, plus l'écart-type de la densité de probabilité est faible. On peut ainsi affirmer que la cohérence est un indicateur de la qualité de la phase interférométrique. Plus la cohérence est élevée, plus le bruit de la phase interférométrique est faible.

4. Le moment d'ordre 2 peut s'exprimer sous la forme :  $E\{d^2\} = (1-D^2)^L \frac{1}{L} \cdot {}_3F_2(L, L, 2; 1, L+1; D^2)$ .

5. On trouve dans la littérature d'autres écritures de l'équation 2.12, préférant l'usage de  $\Gamma(\frac{3}{2}) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$  et de  $\Gamma(\frac{1}{2}) = \sqrt{\pi}$ .

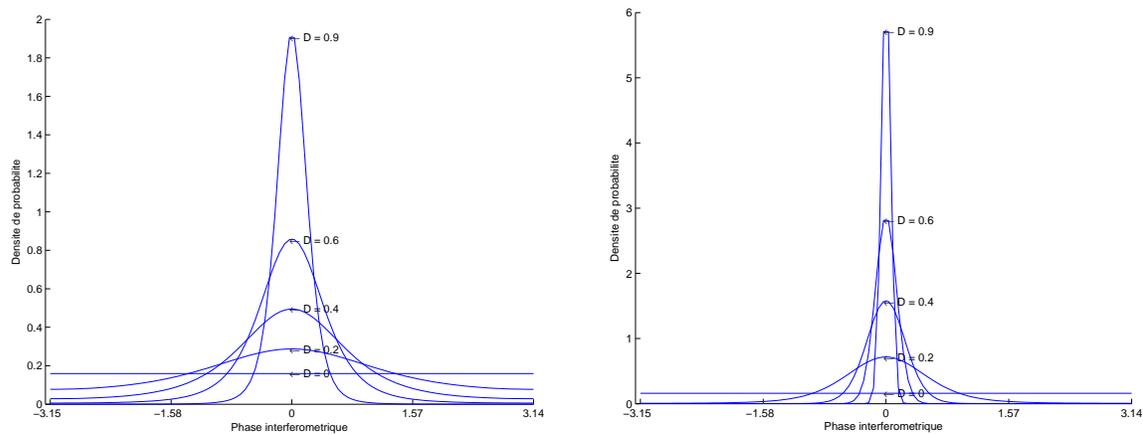


FIGURE 2.4 – Densité de probabilité de la phase interférométrique  $\hat{\phi}$  (équation 2.12) pour différentes valeurs du nombre  $L$  de vues indépendantes (de gauche à droite,  $L = 3, 32$ ) en fonction de la cohérence théorique vraie  $D$  ( $D = 0, 0,2, 0,4, 0,6, 0,9$ ).

### 2.1.5 Sources de décorrélation dans les images radar

L'identification et la classification des différentes sources de décorrélation dans les images radar, exprimées en terme de coefficients de corrélation, peuvent être réalisées de manière à mettre en évidence trois classes principales de sources. Un premier groupe est celui des sources de décorrélation d'origine géométrique, dont nous avons expliqué les origines au paragraphe 1.3.2.

Ces sources sont donc dues à :

- la décorrélation dans l'axe distance, ou décorrélation due à la ligne de base ( $\gamma_{range}$ ), causée par la différence des angles d'incidence entre les deux acquisitions (§ 1.3.2.1) ;
- la décorrélation dans l'axe azimut, ou décorrélation du centroïde Doppler ( $\gamma_{azimut}$ ), causée par la différence des fréquences des centroïdes Doppler entre les deux acquisitions (§ 2.2.1.1).

Ensuite, il nous semble pertinent de regrouper en un second groupe les sources de décorrélation liées à la nature du sol ou de la cible observée. Celles-ci sont dues à :

- la décorrélation thermique ( $\gamma_{thermique}$ ), liée au rapport signal à bruit (RSB) du système, dépendant des caractéristiques du système telles que les facteurs de gain, les spécificités de l'antenne et la surface équivalente radar d'une cible, dépendant du coefficient de rétrodiffusion  $\sigma_0$  propre à la cible imagée ;
- la décorrélation temporelle du terrain ( $\gamma_{temporel}$ ), provoquée par les changements physiques du terrain au cours du temps qui sépare deux acquisitions, modifiant la configuration des réflecteurs à la surface ;
- la décorrélation volumique ( $\gamma_{vol}$ ), causée par la pénétration de l'onde radar dans un milieu diffusant.

Enfin, une troisième classe de sources peut être attribuée à la manière dont sont traitées les données, de façon plus ou moins "destructive". C'est dans ce groupe que nous classons la décorrélation de traitement ( $\gamma_{traitement}$ ), variant selon les algorithmes de recalage et d'interpolation utilisés.

## 2.2 Modèle de cohérence

[Zebker et Villasenor (1992)] ont montré que dans le cas de deux signaux reçus  $s_1$  et  $s_2$  composés d'une partie commune  $c$  et de bruits  $n_1$  et  $n_2$  tels que,

$$\begin{aligned} s_1 &= c + n_1, \\ s_2 &= c + n_2, \end{aligned} \quad (2.13)$$

la corrélation de l'interférogramme issu de ces deux signaux, calculée avec la formule de cohérence (2.3) peut s'écrire telle que :

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{E \{s_1 s_2^*\}}{\sqrt{E \{s_1 s_1^*\} E \{s_2 s_2^*\}}} \\ &= \frac{E \{cc^* + cn_2^* + c^* n_1 + n_1 n_2^*\}}{\sqrt{E \{cc^* + cn_1^* + n_1 n_1^*\} E \{cc^* + cn_2^* + n_2 n_2^*\}}}. \end{aligned} \quad (2.14)$$

En considérant que le signal  $c$  est complètement décorrélé du bruit  $n_1$  et  $n_2$ , et en supposant que les bruits  $n_1$  et  $n_2$ , non corrélés, vérifient  $E \{n\} = E \{n_1\} = E \{n_2\}$ , nous en déduisons :

$$\gamma = \frac{E \{cc^*\}}{E \{cc^* + nn^*\}} = \frac{|c|^2}{|c|^2 + |n|^2}. \quad (2.15)$$

En utilisant la définition du rapport signal à bruit  $\text{RSB} = \frac{|c|^2}{|n|^2}$ , l'équation (2.15) peut s'écrire sous la forme :

$$\gamma = \frac{\text{RSB}}{\text{RSB} + 1} = \frac{1}{1 + \text{RSB}^{-1}}. \quad (2.16)$$

Dans l'hypothèse où  $E \{n_1\} \neq E \{n_2\}$ , la cohérence  $\gamma$  (équation 2.14) s'écrit alors :

$$\gamma = \frac{E \{c^2\}}{\sqrt{E \{c^2 + n_1^2\} E \{c^2 + n_2^2\}}}. \quad (2.17)$$

En posant  $\text{RSB}_1 = \frac{|c|^2}{|c|^2 + |n_1^2|}$  et  $\text{RSB}_2 = \frac{|c|^2}{|c|^2 + |n_2^2|}$ , on obtient :

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{(1 + \text{RSB}_1^{-1})(1 + \text{RSB}_2^{-1})}}. \quad (2.18)$$

Ainsi, en se basant sur l'équation (2.14), Zebker et Villasenor [Zebker et Villasenor (1992)] ont montré que les coefficients de corrélation associés aux sources de décorrélations décrites au paragraphe § 2.1.5 peuvent s'écrire sous la forme d'un produit :

$$\gamma_{\text{scene}} = \gamma_{\text{range}} \cdot \gamma_{\text{azimut}} \cdot \gamma_{\text{thermique}} \cdot \gamma_{\text{temporel}} \cdot \gamma_{\text{vol}} \cdot \gamma_{\text{traitement}}. \quad (2.19)$$

Historiquement, [Li et Goldstein (1990)] et [Rodriguez et Martin (1992)] ont quantifié ces différentes contributions à la décorrélation à l'aide d'un modèle statistique de formation des images à partir de cibles élémentaires. Ces travaux ont été repris et améliorés dans [Zebker et Villasenor (1992)].

Les différents termes de ce produit sont décrits dans les sections suivantes.

## 2.2.1 Modélisation des sources de décorrélation géométrique

### 2.2.1.1 Spectres pondérés uniformément

#### Cas général

Dans le but de calculer la diminution théorique du rapport signal à bruit due à un recouvrement spectral partiel par rapport à l'ensemble de la bande passante du signal, les gabarits des spectres des images maître et esclave peuvent être modélisés dans un premier temps par une enveloppe rectangulaire.

En considérant la figure 1.22, les spectres, à bande passante limitée  $B$ , ont deux bandes de fréquences  $\Delta B$  non communes et partagent une plage de fréquences  $B - \Delta B$ . Comme nous l'avons démontré au paragraphe § 1.3.2.1, les bandes non communes ajoutent du bruit dans l'interférogramme, seules les bandes communes apportent de l'information au sens interférométrique. Le rapport signal à bruit peut donc s'écrire sous la forme :

$$RSB = \frac{B - \Delta B}{\Delta B}. \quad (2.20)$$

En reprenant l'équation 2.16 établie au paragraphe § 2.2, la cohérence vaut alors :

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{1}{1 + RSB^{-1}} \\ &= 1 - \frac{\Delta B}{B}. \end{aligned} \quad (2.21)$$

#### Décorrélation géométrique dans l'axe distance

La décorrélation due à un *décalage spectral équivalent* dans l'axe distance (§ 1.3.2.1) est caractérisée par la fréquence de franges orbitales  $\Delta B = |\Delta f_r|$  et la largeur de la bande passante en range,  $B_r$ .

Ainsi, la décorrélation dans l'axe distance peut s'écrire sous la forme :

$$\gamma_{range} = 1 - \frac{|\Delta f_r|}{B_r}. \quad (2.22)$$

La fréquence de franges orbitales  $\Delta f_r$  étant liée linéairement à la base perpendiculaire  $B_\perp$  (cf. équation 1.93), et la décorrélation totale du signal étant atteinte lorsque  $\Delta f_r = B_r$ , soit lorsque la base perpendiculaire est égale à la base perpendiculaire critique  $B_\perp = B_{\perp,crit}$ , cela revient à exprimer la décorrélation dans l'axe distance selon l'équation 1.97.

Les bandes passantes du signal dans l'axe distance et la valeur de la ligne de base perpendiculaire  $B_{\perp,crit}$  sont disponibles pour les satellites ERS et TerraSAR-X au chapitre 1, regroupées dans le tableau 1.1.

#### Décorrélation géométrique dans l'axe azimut

Le décalage spectral entraînant une décorrélation dans l'axe azimut se mesure par la différence des centroïdes Doppler (§ 1.1.6) des deux images  $\Delta B = |\Delta f_{Dc}|$ , ceci par rapport à la largeur de la bande passante traitée en azimut  $B_a$  (cf. équation 1.43).

Comme nous l'avons montré au chapitre 1, la décorrélation dans l'axe azimut s'écrit sous la forme définie à l'équation 1.100. Les valeurs des bandes passantes en azimut pour les satellites ERS et TSX sont disponibles au chapitre 1, dans le tableau 1.1.

### Décorrélation géométrique totale

En se basant sur le modèle de cohérence présenté au paragraphe 2.1.5, en faisant l'hypothèse de spectres uniformément pondérés, et en tenant compte des limitations interférométriques étudiées au paragraphe 1.3.2, la décorrélation géométrique totale combinant la décorrélation dans l'axe distance et la décorrélation dans l'axe azimut peut s'écrire :

$$\begin{aligned}\gamma_{\text{geometrique}} &= \gamma_{\text{range}} \cdot \gamma_{\text{azimut}} \\ &= \left(1 - \frac{|B_{\perp}|}{B_{\perp, \text{crit}}}\right) \cdot \left(1 - \frac{|\Delta f_{Dc}|}{B_a}\right).\end{aligned}\quad (2.23)$$

On retrouve ainsi la formule de [Bamler et Just (1993)].

Sous l'hypothèse de spectres uniformément pondérés, la décorrélation géométrique dépend donc linéairement de la ligne de base perpendiculaire  $B_{\perp}$  (ou de la fréquence des franges orbitales  $\Delta f_r$ ) dans la direction distance et de la différence des fréquences centroïdes Doppler dans la direction azimut. Cette dépendance linéaire est illustrée dans la figure 2.6 pour l'axe distance, et dans la figure 2.7 pour l'axe azimut. La cohérence prend une valeur nulle pour une décorrélation totale, survenant lorsque  $|B_{\perp}| \geq B_{\perp, \text{crit}}$  en distance et  $|\Delta f_{Dc}| \geq B_a$  en azimut.

#### 2.2.1.2 Spectres à pondération non uniforme

Comme nous l'avons vu au paragraphe 1.4 pour ERS et TSX, les fenêtres de pondération sont appliquées sur le spectre de l'image dans ces deux directions pour réduire les lobes secondaires.

Les gabarits des spectres dans les directions distance et azimut sont décrits dans le paragraphe § 1.4, et nous avons montré que, pour ERS et TSX, le spectre dans l'axe distance est pondéré par une fenêtre de Hamming (§ 1.4.3). Par exemple, pour ERS, le gabarit du spectre en distance, avec pour valeur du paramètre  $\beta = 0,5$  (cf. § 1.4.1), s'écrit (formule 1.117) :

$$H(f_r - \Delta f_r) = \left[0,75 + 0,25 \cos \frac{2\pi(f_r - \Delta f_r)}{B_r}\right] \cdot \Pi\left(\frac{f_r}{B_r}\right).\quad (2.24)$$

Dans l'axe azimut, le gabarit du spectre est formé par la combinaison d'une fenêtre de Hamming et d'un sinus cardinal élevé au carré correspondant au diagramme d'antenne. La quantité du décalage spectral dans cet axe est fonction du centroïde Doppler  $f_{Dc}$ . Le gabarit du spectre en azimut s'écrit (formule 1.120) :

$$H(f_a - f_{Dc}) = \left[0,75 + 0,25 \cos \frac{2\pi(f_a - f_{Dc})}{B_a}\right] \cdot \text{sinc}^2\left(\pi \cdot \frac{f_a - f_{Dc}}{f_{Dop}}\right) \cdot \Pi\left(\frac{f_a - f_{Dc}}{B_a}\right),\quad (2.25)$$

où  $f_{Dop} \approx 1505$  Hz est un facteur de forme lié à la bande passante en azimut, lié à l'angle du faisceau dans le diagramme d'antenne. Les parties communes des deux spectres étant pondérées de manière différente selon la quantité des décalages spectraux dans les deux directions image, la formule de décorrélation (éq. 2.21) ne permet plus de modéliser correctement la décorrélation géométrique totale des données.

Un interférogramme se calcule par le produit conjugué complexe d'une image maître et d'une image esclave. Dans le domaine de Fourier, ceci est équivalent à la convolution des spectres des images maîtres et esclave. Ainsi, la corrélation du produit de deux signaux radar  $s_1$  et  $s_2$  (cf. équation 2.15) aux contenus spectraux décalés de  $\Delta B$  et pondérés non uniformément peut être déterminée par le calcul de la densité spectrale de puissance de l'interférogramme pour un décalage spectral donné, rapportée à la densité spectrale de puissance calculée pour un décalage

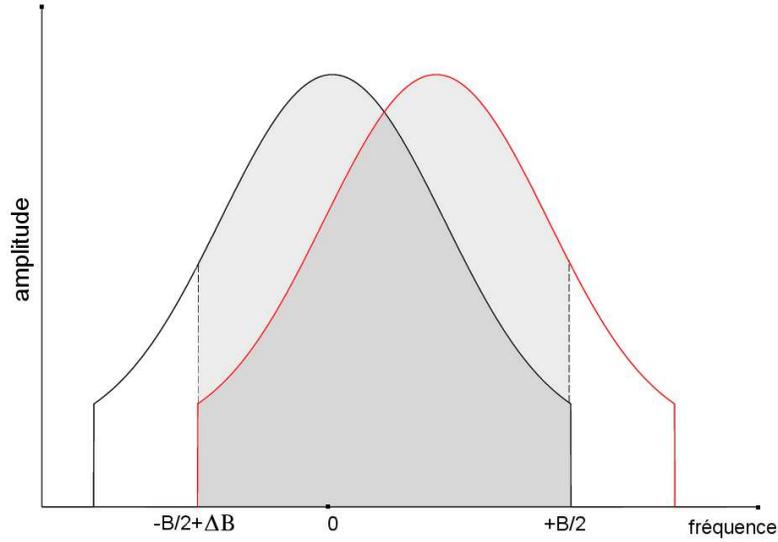


FIGURE 2.5 – Décorrélation due à un décalage spectral  $\Delta B$  pour des spectre pondérés non-uniformément, représenté ici avec  $\Delta B > 0$ . La décorrélation s'estime par le rapport de l'énergie commune aux deux signaux (zone grisée) par rapport à l'énergie totale contenue dans le spectre sur la bande spectrale  $[-B/2 + \Delta B; +B/2]$ .

nul. On détermine ainsi la quantité d'énergie commune aux deux signaux, rapportée à l'énergie totale contenue dans le spectre. Ce principe est illustré dans la figure 2.5.

Pour le spectre en distance, le calcul de la fonction d'autocorrélation de  $H(f_r)$  permet d'évaluer la cohérence théorique en fonction du décalage spectral, qui pour  $\Delta f_r > 0$ , vaut :

$$\gamma_{range}(\Delta f_r) = \frac{1}{A_{range}} \int_{-B_r/2+|\Delta f_r|}^{B_r/2} H(f_r)H(f_r - \Delta f_r) df_r, \quad (2.26)$$

avec

$$A_{range} = \int_{-B_r/2}^{B_r/2} (H(f_r))^2 df_r, \quad (2.27)$$

et  $H(f_r - \Delta f_r)$  le gabarit défini par l'équation (2.24).

De même, la cohérence théorique pour le spectre en azimut, fonction du décalage spectral  $\Delta B$ , pour  $\Delta f_{Dc} > 0$ , s'exprime sous la forme :

$$\gamma_{azimut}(\Delta f_{Dc}) = \frac{1}{A_{azimut}} \int_{-B_a/2+|\Delta f_{Dc}|}^{B_a/2} H(f_a)H(f_a - f_{Dc}) df_a, \quad (2.28)$$

avec

$$A_{azimut} = \int_{-B_a/2}^{B_a/2} (H(f_a))^2 df_a, \quad (2.29)$$

et  $H(f_a - f_{Dc})$  le gabarit défini par l'équation (2.25).

D'après le théorème de Wiener-Khintchine, la densité spectrale de puissance est égale à la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation du signal. Ainsi, dans le cas où les paramètres  $\beta$  des fenêtres d'apodisation sont connus dans les directions distance et en azimut, les cohérences théoriques  $\gamma_{range}$  et  $\gamma_{azimut}$  peuvent être déterminées par le calcul des fonctions d'autocorrélation des spectres, normalisées par leurs maxima. À partir des fonctions définies aux équations 2.26 et 2.28, nous calculons la cohérence théorique en fonction du décalage spectral resp. en distance et en azimut, représentées respectivement à la figure 2.6 et 2.7, avec pour paramètre  $\beta = 0,5$  pour ERS et  $\beta = 0,2$  pour TSX. Nous constatons que la cohérence théorique est légèrement surestimée pour un fort recouvrement spectral, puis sous-estimée lorsque la plage de fréquences communes dans la bande utile se réduit. Quelle que soit la direction étudiée, nous remarquons que ces surestimations (resp. sous-estimations) pour un fort (resp. faible) recouvrement spectral sont plus importantes pour TSX que pour ERS.

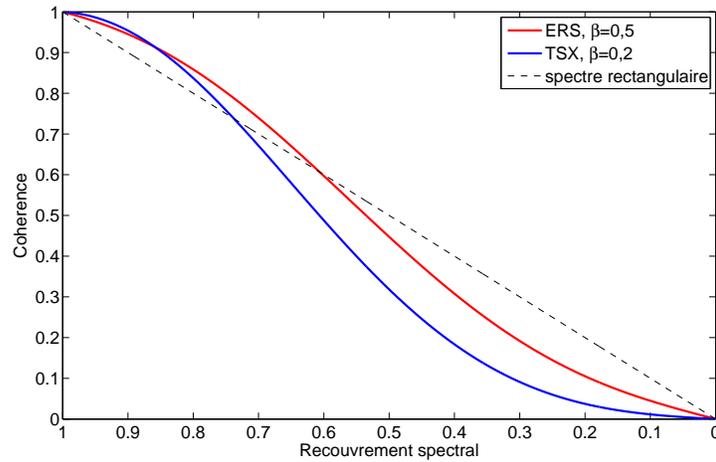


FIGURE 2.6 – Influence des fenêtres de pondération sur la cohérence théorique en distance  $\gamma_{range}$  en fonction du recouvrement des densités spectrales de puissance des images maître et esclave. La différence d'angles d'incidence est équivalente dans le domaine spectral à un décalage fréquentiel dans l'axe distance égal à la fréquence des franges orbitales  $\Delta f_r$ . Le spectre en distance est pondéré par la fonction définie à l'équation 2.24, avec  $\beta = 0,5$  pour ERS et  $\beta = 0,2$  pour TSX. À titre de comparaison, nous représentons la cohérence obtenue pour un spectre pondéré par une fenêtre rectangulaire.

## 2.2.2 Décorrélation temporelle

Un modèle de décorrélation temporelle due au changement d'état de surface a été proposé par [Zebker et Villasenor (1992)] et caractérisé sur des données réelles par [Rocca (2007)]. Ce modèle est basé sur l'influence du déplacement des réflecteurs élémentaires au sein de la cellule de résolution. Ces déplacements sont caractérisés par leur écart-type moyen,  $\sigma_x$  pour les mouvements horizontaux et  $\sigma_z$  pour les déplacements verticaux. La décorrélation temporelle peut ainsi s'exprimer sous la forme :

$$\gamma_{temporel} = \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{4\pi}{\lambda} \right)^2 \cdot (\sigma_x^2 \sin^2 \theta + \sigma_z^2 \cos^2 \theta) \right\}. \quad (2.30)$$

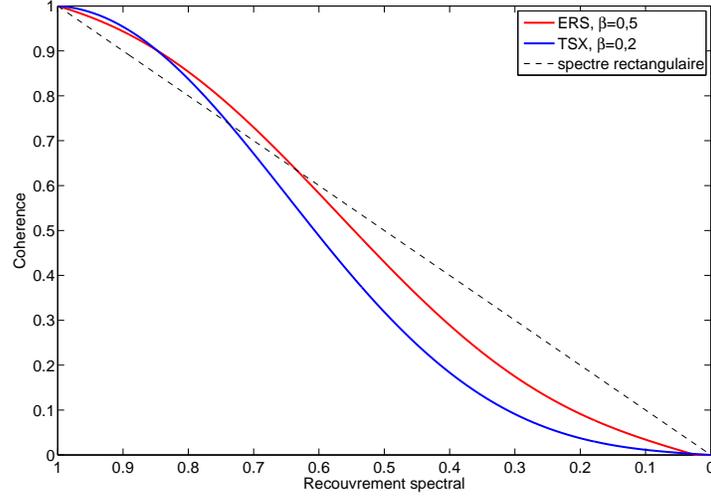


FIGURE 2.7 – Influence des fenêtres de pondération sur la cohérence théorique en azimut  $\gamma_{azimut}$  en fonction du recouvrement des densités spectrales de puissance des images maître et esclave. La différence d’angles de visée par rapport à la perpendiculaire à la trajectoire du porteur est équivalente dans le domaine spectral à des décalages du spectre dans l’axe azimut égaux aux fréquences des centroïdes Doppler  $f_{Dc}$ . Le spectre en azimut est pondéré par la fonction définie à l’équation 2.25, avec  $\beta = 0,5$  pour ERS et  $\beta = 0,2$  pour TSX. À titre de comparaison, nous représentons la cohérence obtenue pour un spectre pondéré par une fenêtre rectangulaire.

Ces déplacements sont supposés indépendants entre eux. Cependant, un déplacement de l’ensemble de la cellule de résolution dans une direction n’entraînera pas de décorrélation au sens de l’équation 2.30, mais un déphasage global.

Néanmoins, il est difficile d’estimer  $\gamma_{temporel}$  à partir de l’équation 2.30. En effet, il est difficile d’estimer les paramètres  $\sigma_x$  et  $\sigma_z$  correspondant à des mouvements au sein de la cellule de résolution. En effet, cela nécessite de connaître ces déplacements en fonction du temps, ce qui est très difficile à modéliser, faisant intervenir la nature de la cible et les perturbations extérieures qu’elle subit<sup>6</sup>. [Chaabane *et al.* (2005)] proposent un modèle de décorrélation temporelle basé sur une décroissance exponentielle de la cohérence temporelle en fonction du temps, tel que :

$$\gamma_{temporel} = \exp \{ -\beta \Delta T^2 \}, \quad (2.31)$$

où  $\Delta T$  représente la durée de l’intervalle de temps couvert par l’interférogramme, et  $\beta$  est une constante représentative des caractéristiques du terrain. Les auteurs montrent que la cohérence mesurée sur des zones de végétation diminue plus vite au cours du temps que la cohérence mesurée sur des zones rocheuses.

Nous proposons ici de simplifier l’expression de la décorrélation temporelle donnée à l’équation 2.31, en proposant une modélisation au premier ordre de la décorrélation temporelle, basée sur un modèle linéaire. Un tel modèle a déjà été proposé et utilisé par [Hoen et Zebker (2000)] pour caractériser des pertes temporelles de cohérence. Nous pouvons ainsi écrire :

6. [Zebker et Villasenor (1992)] indique que des déplacements de l’ordre de 2 à 3 cm en bande C sont suffisants pour décorrélérer deux signaux (soit de l’ordre de  $\frac{\lambda}{2}$ ), ce qui en bande X se traduit par des déplacements de l’ordre d’1 à 2 cm. La décorrélation temporelle est donc plus rapide en bande X qu’en bande C.

$$\gamma_{temporel} = 1 - \frac{\Delta T}{\Delta T_{max}}, \quad (2.32)$$

avec  $\Delta T$  l'écart temporel séparant deux acquisitions et  $\Delta T_{max}$  un paramètre de vitesse de décorrélation du milieu.

### 2.2.3 Décorrélation thermique

La corrélation entre deux signaux complexes définis selon l'équation (2.14) composés d'une partie commune  $c$  et de bruits thermiques  $n_1$  et  $n_2$  non corrélés peut s'écrire selon l'équation (2.16), tel que :

$$\gamma_{thermique} = \frac{1}{1 + \text{RSB}^{-1}}. \quad (2.33)$$

Dans le cas d'ERS-1, [Zebker *et al.* (1994)] montrent que le rapport signal à bruit du système vaut 11,7 dB, en se basant sur les paramètres d'émission et réception du satellite. Dans ces conditions, la décorrélation  $\gamma_{thermique}$  est égale à 0,94.

Pour un interférogramme formé par un couple d'images ERS-1 et ERS-2, les satellites n'ayant pas exactement le même rapport signal à bruit,  $\gamma_{thermique}$  peut s'écrire :

$$\gamma_{thermique} = \frac{1}{\sqrt{(1 + \text{RSB}_1^{-1})(1 + \text{RSB}_2^{-1})}}. \quad (2.34)$$

Selon [Askne *et al.* (1996)], les planchers de bruit thermique sont respectivement égaux à -25 dB et -24.3 dB pour ERS-1 et ERS-2. D'après le bilan de puissance établi par Zebker dans [Zebker *et al.* (1994)] fixant le rapport signal à bruit d'ERS-1 égal à 11,7 dB, on en déduit que dans les mêmes conditions, le rapport signal à bruit d'ERS-2 vaut 11 dB.

Sous ces hypothèses, la décorrélation thermique  $\gamma_{thermique}$  (eq. 2.34) a pour valeur 0,93.

[Hanssen (2001)] montre que la décorrélation thermique  $\gamma_{thermique}$  dépend également de la surface équivalente radar  $\sigma^0$ . Le rapport signal à bruit peut être calculé en divisant la puissance reçue par le radar  $P_r$  par la puissance du bruit  $P_n$ . La puissance moyenne reçue  $P_r$  par une antenne de taille  $L \times l$  émettant une puissance  $P_t$  se détermine par l'équation radar, pouvant s'écrire sous la forme :

$$P_r = \frac{P_t}{4\pi R^2} G A_{cible} \frac{Ll}{4\pi R^2} \sigma_0, \quad (2.35)$$

avec  $G$  le gain de l'antenne,  $R$  la distance émetteur-cible, et  $A_{cible}$  l'aire de la surface rétrodiffusante.

[Curlander et McDonough (1991)] ont montré que le bruit thermique  $P_n$  du système radar s'écrit

$$P_n = k T_{sys} B_r, \quad (2.36)$$

avec  $k$  la constante de Boltzmann,  $T_{sys}$  la température de bruit du système en réception, et  $B_r$  la bande passante de l'impulsion émise, le *chirp*.

Ainsi, en combinant les équations 2.35 et 2.36, le rapport signal à bruit peut s'exprimer en fonction de  $\sigma^0$ . La figure 2.8 illustre ce propos.  $\sigma^0$  dépend des caractéristiques des cibles contenues dans une cellule de résolution. L'évaluation de la décorrélation thermique du système ne peut donc pas être décorrélée des propriétés électromagnétiques de la scène imagée.

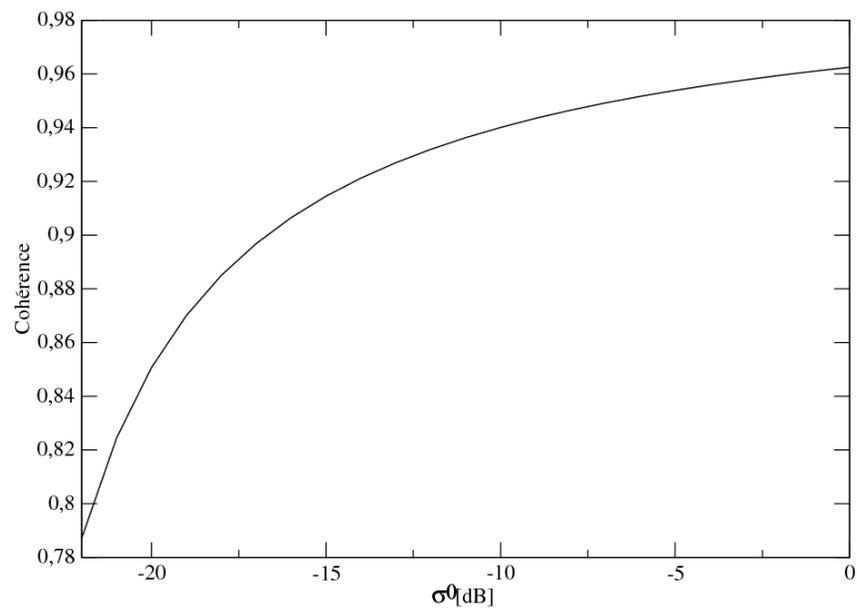


FIGURE 2.8 – Influence du bruit thermique sur la cohérence, basé sur les paramètres d’ERS fournis par [Hanssen (2001)]. La cohérence dépend des paramètres d’émission et réception du système et de la surface équivalente radar normalisée  $\sigma^0$ .

### 2.2.4 Décorrélation due aux erreurs de recalage

Une simulation effectuée sur une image ERS à été menée afin de quantifier l'impact d'une erreur de recalage sur la cohérence interférométrique. Pour ce faire, nous avons calculé la cohérence, pour plusieurs nombres de vues  $L$  indépendantes (6, 16, 100), entre une image ERS et elle-même, ré-échantillonnée avec un biais constant, équivalent à une erreur de recalage en colonne (cf. figure 2.9).

Compte tenu du facteur de suréchantillonnage environ égal à 1,5, le nombre de vues  $L$  indépendantes peut être ramené en nombre de pixels sur l'image radar, soit dans cet exemple (9, 25 et 150), en lien avec la figure 2.9, à droite. La ligne verticale à 1,22 représente la limite maximale théorique de décalage pour laquelle deux pixels RSO ne sont plus corrélés (cf. §2.1.3).

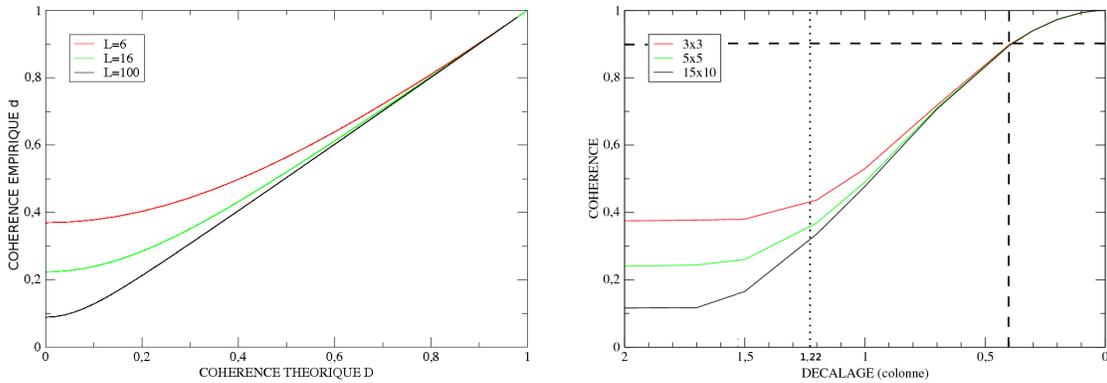


FIGURE 2.9 – (À gauche) Cohérence empirique  $d$  en fonction de la cohérence théorique  $D$ , pour plusieurs nombres de vues  $L$  indépendantes (6, 16, 100). (À droite) Simulation de l'impact d'un mauvais recalage dans l'axe distance sur la mesure de cohérence effectuée sur une image ERS.

La figure 2.9 montre qu'une erreur de recalage de 0,4 pixel provoque une chute de cohérence de l'ordre de 10%, ceci quelque soit le nombre de vues  $L$  envisagé. De plus, la cohérence ne varie pas de façon significative quand la précision du recalage est meilleure que 0,1 cellule de résolution, soit 1/8 de pixel en tenant compte du sur-échantillonnage. Pour cette précision, nous obtenons une valeur de cohérence dans l'axe distance égale à  $\gamma_{recalage,range} = 0,98$ . Le même résultat peut être trouvé dans la direction azimutale. Ainsi, la cohérence totale  $\gamma_{recalage}$  d'un signal recalé à une précision d'1/8 de pixel dans les deux directions vaut :

$$\gamma_{recalage} = \gamma_{recalage,range} \cdot \gamma_{recalage,azimut} = 0,98^2 \approx 0,96 \quad (2.37)$$

En confrontant les résultats obtenus expérimentalement par simulation aux courbes théoriques calculées via l'estimateur de cohérence  $d$  (fonction de la cohérence théorique  $D$  (équation 2.10), pour un nombre de vues indépendantes  $L$  équivalentes au nombre de pixels des fenêtres de simulation), nous observons une forte corrélation entre ces deux résultats. Le décalage peut être donc associé à une perte de cohérence vraie  $D$ .

De plus, le fait qu'une erreur de recalage de 0,4 pixel n'a qu'un impact limité sur la cohérence, qui ne chute que de 10%, explique le fait qu'il est possible d'observer des franges orbitales dans un interférogramme même si celui-ci a été généré à partir d'image recalées grossièrement au pixel près. Pour ERS, un décalage d'1/8 de pixel correspond à un décalage d'environ 1,2 m d'une case

distance, soit  $20\lambda$  environ. En tenant compte de l'aller-retour, cela veut dire que l'on observe 40 franges lorsque deux pixels sont décalés d' $\frac{1}{8}$  de leur taille. Ainsi, 120 franges orbitales sur l'interférogramme vont indiquer un décalage de 0,4 pixels, et nous observerons une perte de cohérence de 10%.

Ainsi, un recalage subpixelique précis au  $\frac{1}{10}$  de pixel est couramment considéré dans la communauté des radaristes comme une précision acceptable pour l'exploitation des valeurs de cohérence interférométrique [Curlander et McDonough (1991)], permettant une incertitude sur la cohérence de moins de 2%.

Si l'on considère le cas de figure où une image n'est bien recalée que dans une direction (recalage précis au  $\frac{1}{10}$  de pixel, moins de 2% de décorrélacion), et que l'imprécision dans l'autre direction est de l'ordre de 0,4 pixel, la cohérence  $\gamma_{recalage}$  vaut alors :

$$\gamma_{recalage} = 0,98 \cdot 0,90 \sim 0,88, \quad (2.38)$$

soit une perte de cohérence de 12%. Dans le cas de figure où une image est mal recalée dans les deux directions (imprécision de l'ordre de 0,4 pixel), la cohérence  $\gamma_{recalage}$  vaut alors :

$$\gamma_{recalage} = 0,9^2 = 0,81, \quad (2.39)$$

soit une perte de cohérence de 19%.

## 2.3 Impact de la cohérence sur le recalage d'images RSO

Nous avons vu au paragraphe 2.2.4 que la précision du recalage est un facteur clef pour mesurer précisément la cohérence. Cependant, la précision du recalage elle-même dépend de la cohérence  $D$  entre les deux images à recaler. En effet, [Bamler (2000)] montre que la précision atteignable d'un corrélateur utilisant des images complexes (il parle alors de "corrélacion cohérente") est donnée par l'écart-type  $\sigma_{\Delta\hat{x}}$  de l'erreur d'estimation  $\Delta\hat{x}$  du décalage vrai  $\Delta x$  :

$$\sigma_{\Delta\hat{x}} = \sqrt{\frac{3}{2N} \frac{\sqrt{1-D^2}}{\pi D}} \cdot osf^{3/2}, \quad (2.40)$$

donné en fraction de cellule de résolution, avec  $D$  la cohérence du couple interférométrique,  $N$  le nombre d'échantillons dans la fenêtre d'estimation et  $osf$  le facteur de surechantillonnage. [Bamler et Eineder (2005)] ajoutent que  $\sigma_{\Delta\hat{x}}$  est la borne de Cramér-Rao pour l'estimation des décalages différentiels entre deux images, de sorte que  $\sigma_{CR} = \sigma_{\Delta\hat{x}}$ . Dans le cadre de la corrélation incohérente (basée sur les images d'intensité ou d'amplitude), les auteurs indiquent que 2.40 doit être multiplié par un facteur  $\sqrt{2}$ . L'équation 2.40 se base sur la même expression que celle utilisée par [Rodriguez et Martin (1992)] pour exprimer la borne de Cramér-Rao de l'écart-type de la phase interférométrique. Celle-ci s'appuie sur une démonstration présente dans [Rodriguez (1991)], or, à ce jour, cet article n'a jamais été publié, et la référence citée est introuvable. Pour cette raison, nous proposons de ne pas utiliser cette formule directement, mais de caractériser au moyen d'une simulation les erreurs d'estimation du décalage  $\Delta x$  entre deux images en fonction de la cohérence théorique  $D$  du couple interférométrique.

### 2.3.1 Simulation : principe

Cette section présente le principe de la simulation des erreurs d'estimation du décalage  $\Delta x$  entre deux images en fonction de la cohérence théorique  $D$  de leur couple interférométrique.

La première étape de cette simulation est la génération d'images complexes corrélées suivant leur degré  $D$  de cohérence théorique. Dans un premier temps, nous générons deux variables aléatoires indépendantes complexes  $x_1$  et  $x_2$ , distribuées selon une loi gaussienne circulaire complexe à moyenne nulle [Goodman (2006)].

Nous calculons ensuite, en appliquant la formule de [Deledalle *et al.* (2009)], une matrice  $F$  telle que la matrice de covariance  $C_Z$  soit égale à  $C_Z = FF^*$  (cf. équation 2.1) :

$$F = \sqrt{R} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ De^{-j\phi} & \sqrt{1-D^2} \end{pmatrix}, \quad (2.41)$$

avec  $\phi$  la phase interférométrique et  $R$  la réflectivité de la scène. N'ayant pas d'image de réflectivité  $R$ , nous la simulons en faisant l'approximation que l'amplitude d'une scène est proportionnelle à la réflectivité [Deledalle *et al.* (2009)]. Dans le but de simuler un "paysage" radar réaliste, nous prenons donc comme image de réflectivité le module d'une image SLC sur zone de taille  $1024 \times 1024$  pixels sur l'image 46 (orbite 14176) de la série temporelle sur Serre-Ponçon (cf. figure 2.10).

Les deux variables aléatoires complexes corrélées  $z_1$  et  $z_2$  sont alors données par :

$$\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} = F \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}. \quad (2.42)$$

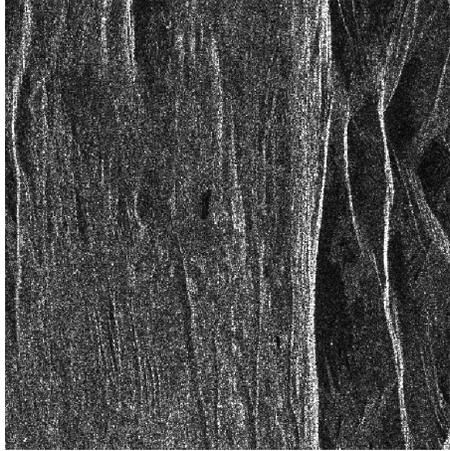


FIGURE 2.10 – Image de réflectivité  $R$  : module de l'image SLC 46 (orbite 14176) de la série temporelle ERS sur Serre-Ponçon, extrait sur une zone de taille  $1024 \times 1024$  pixels.

Les spectres des images obtenues sont pleins et non apodisés. La seconde étape de cette simulation consiste donc à suréchantillonner les signaux  $z_1$  et  $z_2$  et à appliquer les fenêtres de pondération spectrale en range et en azimuth (cf. paragraphe 1.4.1), dans le but de modéliser ces images le plus fidèlement possible à la réalité des images SLC ERS-1/2.

Pour chaque degré  $D$  de cohérence, l'image SLC  $im_2$  est alors décalée d'un pixel en colonne ( $u$ ) et en ligne ( $v$ ) par rapport à l'image  $im_1$ , la disparité entre  $im_1$  et  $im_2$  s'écrit alors :

$$(u, v)_{12} = (1, 1). \quad (2.43)$$

Nous calculons alors une grille de disparité  $(u, v)$  pour chaque couple d'images corrélé du degré  $D$  de cohérence, en utilisant un corrélateur basé sur l'amplitude des images, l'objectif étant de caractériser l'impact de la cohérence sur la précision d'estimation des disparités  $(u, v)$ .

### 2.3.2 Simulations : résultats

À l'aide de ces simulations, nous pouvons réaliser la figure 2.11, qui présente les disparités moyennes et les écart-types des disparités mesurées en colonne  $u$  et en ligne  $v$  en fonction de la cohérence théorique  $D$ . La taille de fenêtre utilisée par le corrélateur pour mesurer les disparités est de  $256 \times 256$  pixels. Dans les faibles valeurs de cohérence (resp. de 0 à 0,5), les disparités estimées sont biaisées en moyenne et possèdent un fort écart-type en ligne  $\sigma_{err}$  (resp. de 0,45 à 0,25 pixels). Les écart-types en colonne sont plus réduits, allant de 0,15 à 0,10 pixels pour des valeurs de cohérence comprises entre 0 et 0,5. Pour les cohérences moyennes à fortes (de 0,5 à 1), le biais sur les disparités moyennes est de plus en plus réduit et leurs écart-types diminuent, atteignant moins de 0,05 pixels en colonne et 0,12 pixels en ligne pour une cohérence de 0,9. Les différences observées entre la précision du corrélateur en ligne et en colonne peut s'expliquer par les structures contenues dans l'image SLC (cf. figure 2.10). En effet, les lignes brillantes correspondant à la compression du relief sont orientées en suivant les colonnes de l'image. Un décalage en colonne sera donc plus facile à mesurer qu'un décalage en ligne, car la différence de contraste entre les deux images décalées sera plus forte.

À l'aide de la figure 2.11, nous vérifions ainsi que les écart-types des disparités estimées sont en accord avec la formule de [Bamler (2000)], en n'étant pas inférieures à la borne de Cramér-Rao.

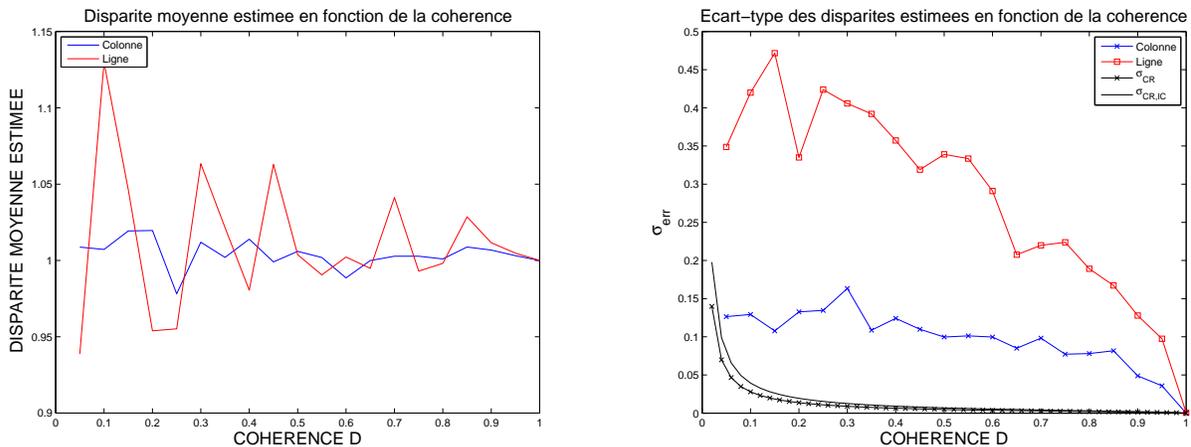


FIGURE 2.11 – (À gauche) Disparité moyenne en colonne et en ligne en fonction de la cohérence théorique  $D$ . (À droite) Écart-types  $\sigma_{err}$  des disparités mesurées en colonne et en ligne en fonction de la cohérence théorique  $D$ . La borne de Cramér-Rao en corrélation cohérente  $\sigma_{CR}$  (cf. équation 2.40) et incohérente  $\sigma_{CR,IC}$  indiquent les bornes inférieures théoriques des écart-types des disparités mesurées.

La figure 2.12 présente les disparités en colonne  $u$  et en ligne  $v$  ainsi que l'angle  $\theta$  du vecteur  $(\vec{u}, \vec{v})$  en fonction de la cohérence  $D$ , pour un point aléatoirement choisi dans la grille de disparité  $(u, v)$ . Les disparités moyennes mesurées oscillent autour de la valeur 1, la disparité vraie. Le biais d'estimation est plus important dans les faibles valeurs de cohérence que dans les hautes valeurs ; l'écart-type de l'estimateur diminuant plus la cohérence augmente, l'estimateur converge vers la valeur de disparité vraie. L'étude en fonction de la cohérence de l'orientation du vecteur  $(\vec{u}, \vec{v})$ , donnée par l'angle  $\theta$ , montre que la direction du vecteur disparité  $(\vec{u}, \vec{v})$  oscille autour de la direction  $\theta = 45^\circ$ , correspondant au vecteur de disparité vraie  $(\vec{u}, \vec{v})_{12} = (1, 1)$ . Ces oscillations peuvent être comparées à celles du mouvement brownien d'une particule "ivre". Cette particule suit une marche aléatoire, se déplaçant par petit pas dans l'une de toutes les directions possibles choisie au hasard à chaque étape. La cohérence joue ici alors le rôle de guide, donnant une

direction privilégiée à cette particule pour continuer sa marche aléatoire. Plus la cohérence est forte, plus l'indication de la direction privilégiée prend son importance, pour enfin arriver à converger vers le but à atteindre, qui est dans ce cas d'étude la disparité vraie (1,1).

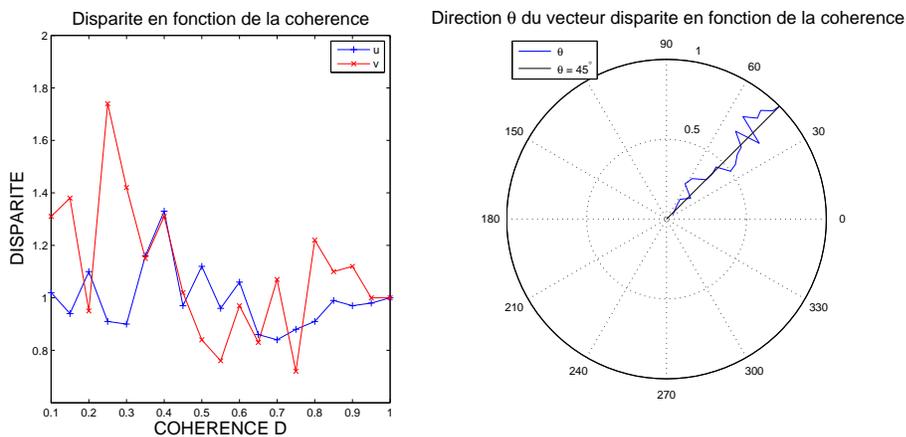


FIGURE 2.12 – (À gauche) Disparités en colonne  $u$  et en ligne  $v$  en fonction de la cohérence  $D$  pour un point quelconque de la grille de disparité  $(u, v)$ . (À droite) Angle  $\theta$  du vecteur  $(\vec{u}, \vec{v})$  en fonction de la cohérence  $D$  (la cohérence est nulle au centre du cercle, et vaut 1 en bordure du disque).

## 2.4 Bilan

Dans ce chapitre, nous nous sommes efforcés de décrire le modèle de cohérence interférométrique et les incertitudes sur son estimation. Dans un premier temps, nous avons détaillé les propriétés statistiques de l'estimateur de cohérence, par l'étude de ses deux premiers moments. Dans un second temps, nous avons décomposé le modèle de Zebker terme à terme et explicité les principales sources de décorrélation modélisables. En ce qui concerne les sources de décorrélation géométriques, nous avons pris en compte les effets de sous ou sur-estimation des fenêtres d'apodisation spectrales sur la cohérence en distance et en azimut. Enfin, nous avons montré d'une part dans quelle mesure un mauvais recalage influe sur la mesure de cohérence, et d'autre part comment la cohérence vraie de la scène influe sur la précision du recalage. La cohérence et le recalage sont donc deux problèmes liés, la qualité de l'un dépendant de l'autre et vice-versa.



---

## Chapitre 3

# Jeux de données et cadre de travail

Dans ce chapitre, nous présentons les données RSO (ERS et TSX) utilisées dans l'ensemble du travail mené au cours de cette thèse, ainsi que le MNT produit dans le cadre de cette thèse à partir des données TerraSAR-X.

### 3.1 Jeux de données

La cadre d'étude de cette thèse est constitué de deux volets, l'un portant sur des images RSO moyenne résolution en bande C, l'autre traitant des nouvelles données haute résolution en bande X. Nous disposons de deux jeux de données issus de capteurs différents, ERS et TerraSAR-X, tous deux acquis sur une même zone géographique, située dans les Alpes et centrée sur la région du lac de Serre-Ponçon (Hautes-Alpes) (cf. figure 3.1). Les zones imagées pour chaque type de capteur sont représentées à la figure 3.2. Les principaux paramètres caractéristiques de ces capteurs sont regroupés au chapitre 1 dans le tableau 1.1.

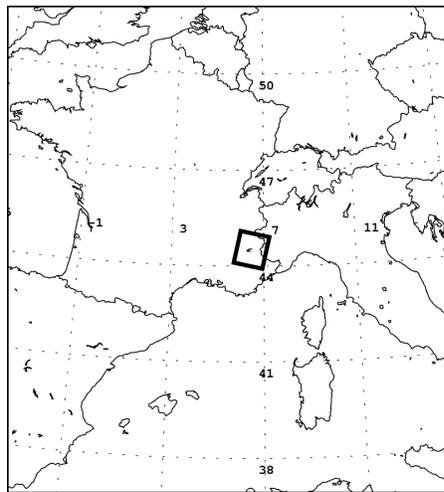


FIGURE 3.1 – Zone géographique d'acquisition des données RSO.

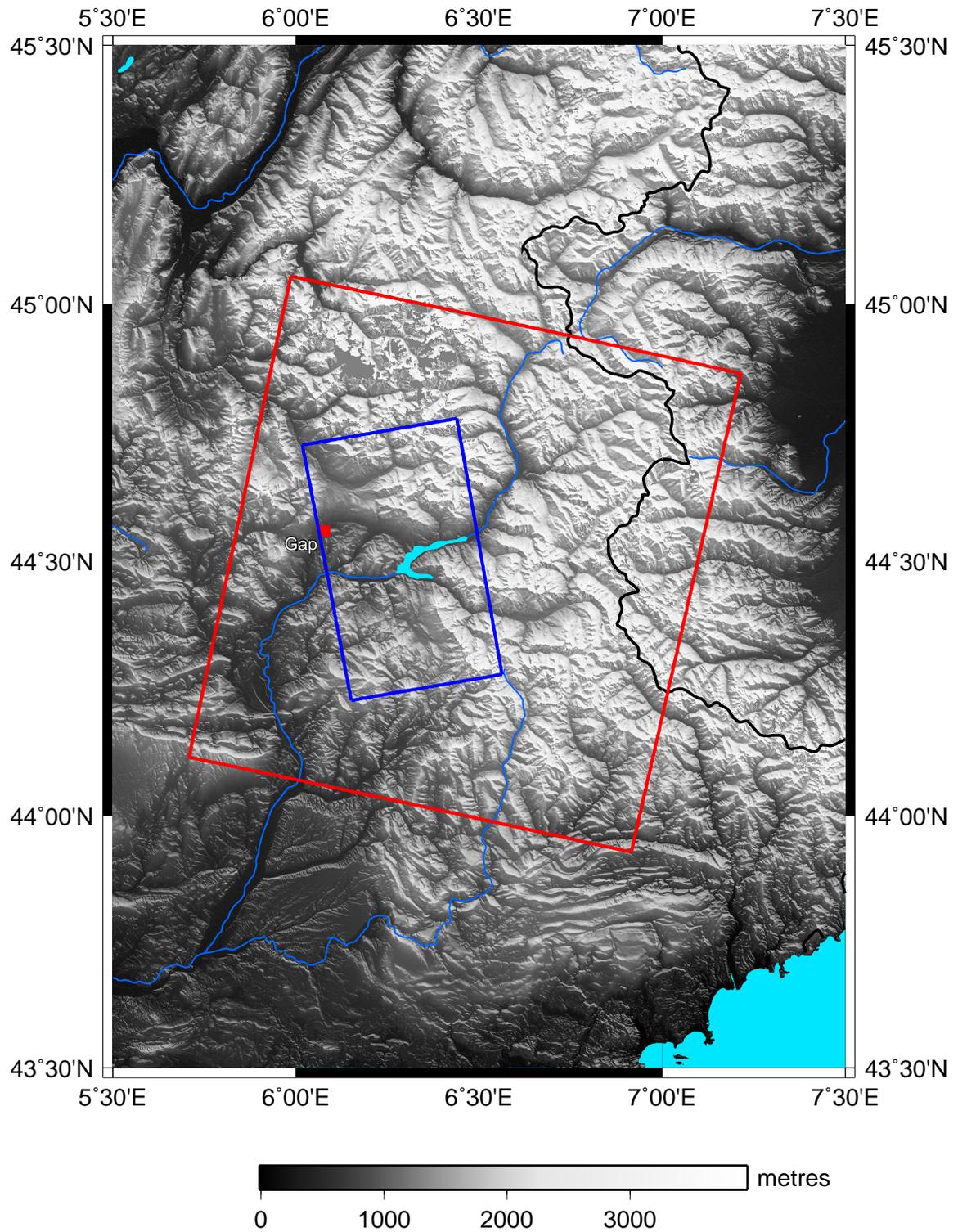


FIGURE 3.2 – Emprises au sol des acquisitions ERS (en rouge) et TerraSAR-X (en bleu), représentées sur fond de carte SRTM.

### 3.1.1 Série temporelle en bande C

La série temporelle en bande C a été acquise par les satellites ERS-1 et ERS-2 entre avril 1992 et juillet 2002 par l'Agence Spatiale Européenne. Elle nous a été mise à disposition par Marie-Pierre Doin, du laboratoire de Géologie de l'École Normale Supérieure de Paris. Ce sont des données brutes (ou RAW). La synthèse a été effectuée avec le module MSP du logiciel GAMMA, dédié à la synthèse d'images SLC. Nous disposons ainsi d'une série temporelle interférométrique constituée de 82 images SLC sur plus de dix ans, couvrant une superficie au sol d'environ 10000 km<sup>2</sup>. Ces acquisitions ont été réalisées sur une même orbite en passe descendante, ce qui a pour effet que la géométrie est inversée par rapport au sol selon l'axe Est/Ouest (cf. figure 3.3). L'angle d'incidence moyen au centre de la scène est d'environ 23°.

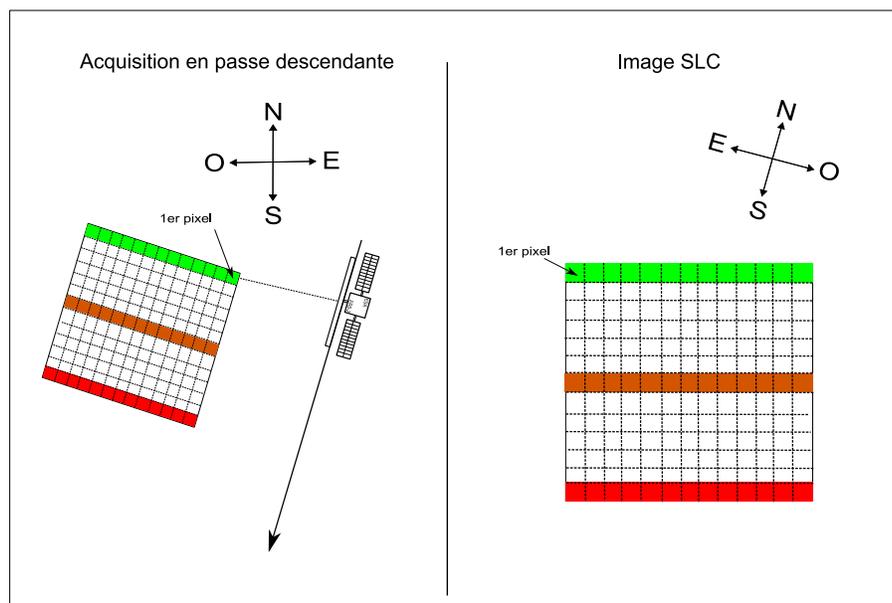


FIGURE 3.3 – Acquisition en passe descendante et inversion de la géométrie sol selon l'axe Est/Ouest (ERS vise à droite).

#### 3.1.1.1 Caractéristiques géométriques d'acquisition

Afin d'évaluer le potentiel interférométrique de la série temporelle, les paramètres géométriques limitant la qualité des interférogrammes (cf. paragraphe 1.3.2), *i.e.* la ligne de base perpendiculaire et les différences des centroïdes Doppler, doivent être déterminés pour chaque image.

Dans un premier temps, la ligne de base perpendiculaire  $B_{\perp}$  est calculée à partir des orbites des satellites et des métadonnées images. Nous avons utilisé ici les lignes de base calculées par la chaîne de traitement ROIPAC<sup>1</sup>. Les valeurs des lignes de base perpendiculaires sont représentées à la figure 3.4, en fonction du temps, et calculées par rapport à la première image de la série temporelle. La ligne de base perpendiculaire pour chaque couple peut alors être déterminée par combinaison linéaire de deux autres lignes de base. Nous pouvons constater que l'ensemble des trajectoires des satellites se situe dans un tube orbital large d'environ 2500 m, la majorité des acquisitions étant effectuées sur des orbites évoluant dans un tube large de 1500 m. La trajectoire du satellite est donc faiblement contrainte par rapport à la ligne de base critique.

1. ROIPAC (Repeat Orbit Interferometry PACKage) est une chaîne de traitement interférométrique libre de droits d'utilisation, couramment utilisée à l'ENS, et qui nous a fournis les baselines que nous avons ici exploitées.

Dans un second temps, les fréquences des centroïdes Doppler  $f_{Dc}$  correspondant à un dépointage du faisceau en azimut sont calculées pour chaque image à partir du spectre en azimut obtenu par transformée de Fourier d'une imagerie SLC extraite au centre de l'image. Elles sont représentées figure 3.4. On observe indirectement sur la figure 3.4 la perte de contrôle de l'angle de squint du satellite ERS-2 qui, à partir de 7 février 2000, a subi une avarie touchant à deux de ses trois gyroscopes embarqués qui réduisirent ses capacités de pilotage. En dehors de cette période, les attitudes des satellites ERS-1 et ERS-2 ont été très bien contrôlées et l'angle de squint pour chaque système est resté quasi identique.

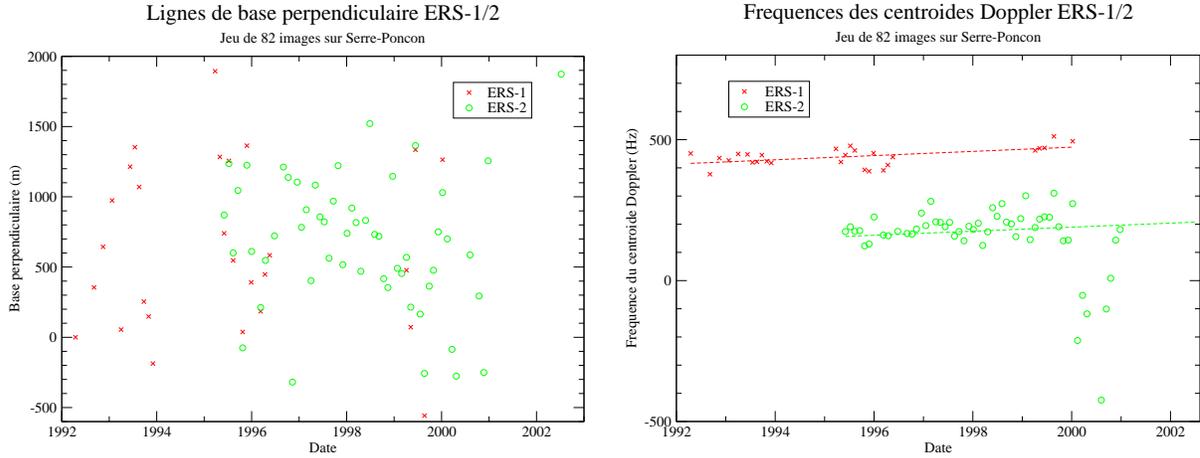


FIGURE 3.4 – (À gauche) Lignes de base perpendiculaire  $B_{\perp}$  calculées par rapport à la première image de la série temporelle pour l'ensemble du jeu de données, soit 82 images ERS-1/2. (À droite) Fréquences des centroïdes Doppler  $f_{Dc}$  pour l'ensemble de la série temporelle calculés à partir du spectre en azimut obtenu par transformée de Fourier sur une portion d'image extraite au centre de l'image.

### 3.1.1.2 Caractéristiques interférométriques

Disposant de  $n$  images, le nombre théorique d'interférogrammes possibles  $n_{interf}$  que l'on peut calculer vaut :

$$n_{interf} = \binom{n}{2} = \frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{n \cdot (n-1)}{2}, \quad (3.1)$$

soit pour les 82 images de cette série temporelle,  $n_{interf} = 3321$  interférogrammes possibles.

L'analyse de la répartition de ces couples interférométriques selon les trois paramètres (ligne de base, différences de centroïde Doppler et écart temporel séparant les deux acquisitions) permet d'affirmer que ces interférogrammes forment un groupe hétérogène au niveau de leur qualité, dépendant de leurs conditions d'acquisition. En effet, la répartition des couples en fonction de leur ligne de base perpendiculaire se distribue selon une gaussienne, centrée autour de zéro (cf. figure 3.5). Cet histogramme permet d'évaluer rapidement la quantité de couples dont la ligne de base excède en valeur absolue la base critique (environ 1000 m) et qui ne sont pas exploitables à des fins interférométriques (plus de 600 couples). La répartition des couples en fonction des différences de centroïdes Doppler et quant à elle moins étalée, et peu de couples voient cette différence excéder la valeur critique égale à la bande passante en azimut  $B_a$  (environ 1380 Hz). Ceci s'explique par la qualité du pilotage du satellite en lacet et du contrôle de l'angle de dépointage du faisceau (cf. figure 3.4).

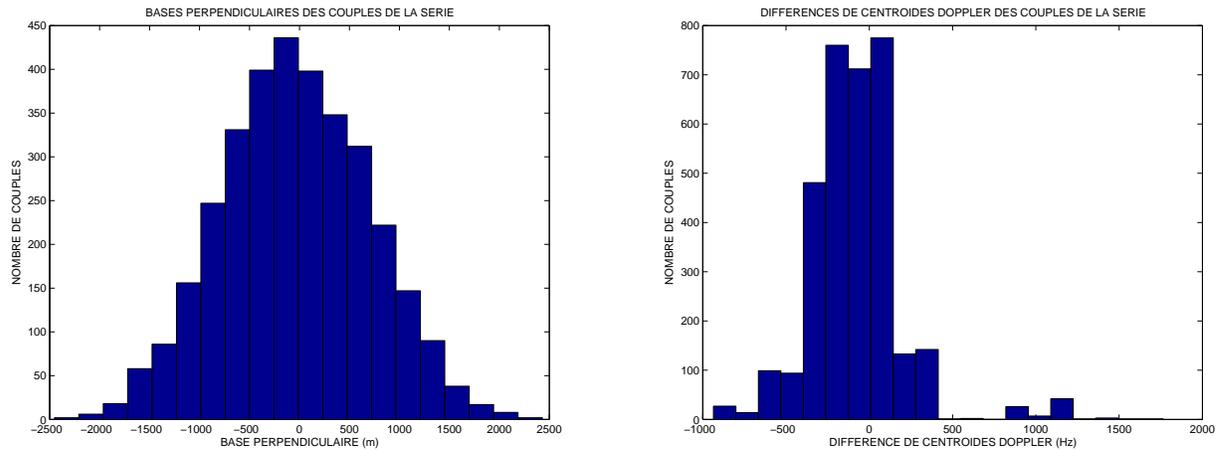


FIGURE 3.5 – Répartition des couples interférométriques en fonction de leurs paramètres géométriques, pour la série temporelle en bande C. (À gauche) Répartition du nombre de couples d’interférogrammes en fonction de leur base perpendiculaire. (À droite) Répartition du nombre de couples d’interférogrammes en fonction de leur différence de fréquence centroïde Doppler : elle est bimodale (un mode autour de -200 Hz et un mode autour de 200 Hz, correspondants aux couples ERS-1/ERS-2 et ERS-2/ERS-1).

La figure 3.6 illustre quant à elle la répartition des écarts temporels entre les images d’un même couple. Elle se distribue selon une allure de demi-gaussienne, sur sa partie positive.

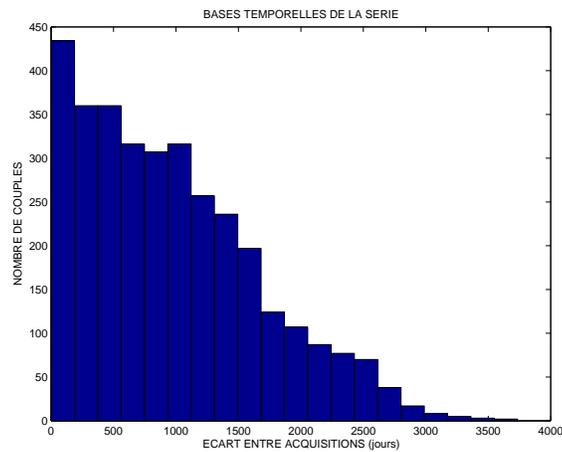


FIGURE 3.6 – Répartition des écarts temporels entre les images d’un même couple pour la série temporelle en bande C.

L’ensemble de ces informations relatives à cette série (numéros d’orbites, dates, paramètres géométriques et écarts temporels) est regroupé de manière exhaustive dans le tableau E.1 situé à l’annexe E.

### 3.1.2 Série temporelle en bande X

La série temporelle en bande X a été acquise par le satellite TerraSAR-X entre septembre 2008 et avril 2009 par le DLR, à la demande du CEA. Nous disposons ainsi d'une série temporelle interférométrique constituée de 12 images SLC sur une période de 8 mois, couvrant une superficie au sol d'environ 1500 km<sup>2</sup>, soit environ 6 fois moins qu'une image ERS. Ces acquisitions ont été réalisées sur une même orbite en passe ascendante, ce qui a pour effet que la géométrie est inversée par rapport au sol selon l'axe Nord/Sud. L'angle d'incidence moyen au centre de la scène est d'environ 40° (faisceau TSX 11).

#### 3.1.2.1 Caractéristiques géométriques d'acquisition

Le potentiel interférométrique de cette série temporelle est évalué en première analyse en calculant les paramètres géométriques limitants la qualité des interférogrammes.

La ligne de base perpendiculaire  $B_{\perp}$  est calculée à partir des orbites des satellites et des métadonnées images, à l'aide de la plate-forme interférométrique du CEA. Nous avons également développé un code permettant d'extraire les orbites TSX et de calculer les lignes de base perpendiculaire entre deux acquisitions. Nous retrouvons des valeurs de ligne de base du même ordre de grandeur (au mètre près). Les valeurs des lignes de base perpendiculaire sont calculées par rapport à la première image de la série temporelle et représentées à la figure 3.7 en fonction du temps. Nous constatons que l'ensemble des trajectoires des satellites se situe dans un tube orbital large d'environ 250 m, ce qui est exceptionnel en terme de contrôle orbital par rapport à ce que l'on peut obtenir avec ERS.

Les fréquences des centroïdes Doppler  $f_{Dc}$  sont calculées pour chaque image à partir du spectre en azimuth, comme pour les images ERS. Elles sont représentées figure 3.7. Nous observons que le contrôle de l'angle de squint est très précis, avec des écarts très faibles par rapport à la largeur de la bande passante, valant au maximum 70 Hz.

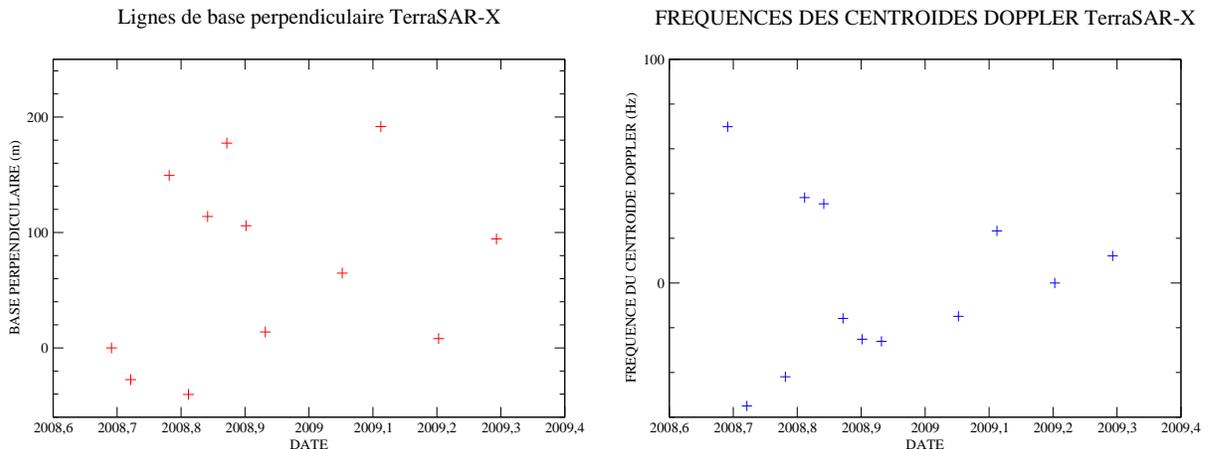


FIGURE 3.7 – (À gauche) Lignes de base perpendiculaire  $B_{\perp}$  calculées par rapport à la première image de la série temporelle pour l'ensemble du jeu de données de 12 images TSX (À droite) Fréquences des centroïdes Doppler  $f_{Dc}$  pour l'ensemble de la série temporelle calculés à partir du spectre en azimuth obtenu par transformée de Fourier sur une portion d'image extraite au centre de l'image.

### 3.1.2.2 Caractéristiques interférométriques

Disposant de 12 images, l'équation 3.1 permet de déterminer le nombre d'interférogrammes possibles  $n_{interf}$  que l'on peut calculer. Pour cette série temporelle, nous pouvons ainsi générer 66 interférogrammes différents.

La trajectoire du satellite TerraSAR-X étant très bien contrôlée (cf. figure 3.7), elle permet des acquisitions dans des conditions géométriques peu pénalisantes pour l'exploitation interférométrique des données.

En effet, avec une ligne de base critique de l'ordre de 5,5 km, la cohérence  $\gamma_{range}$  vaut dans le pire des cas avec  $B_{\perp} = 250 \text{ m}$  :

$$\gamma_{range} = 1 - \frac{B_{\perp}}{B_{\perp,crit}} = 1 - \frac{250}{5500} \approx 0,95, \quad (3.2)$$

soit une perte de cohérence maximale pour l'axe distance de 4,5%.

L'angle de squint est lui aussi finement piloté. Dans le cadre de notre série, l'écart maximal de fréquence de centroïdes Doppler s'élève à environ 130 Hz. Par rapport à une bande passante en azimuth large d'environ 2800 Hz, la cohérence  $\gamma_{azimut}$  vaut dans ce cas limite :

$$\gamma_{azimut} = 1 - \frac{\Delta f_{Dc}}{B_a} = 1 - \frac{130}{2800} \approx 0,95, \quad (3.3)$$

soit une perte de cohérence maximale pour l'axe azimuth de l'ordre de 5%.

Ainsi, dans le pire des cas, la cohérence géométrique  $\gamma_{geom}$  de l'interférogramme minimale sera égale à :

$$\gamma_{geom} = \gamma_{range} \cdot \gamma_{azimut} \approx 0,90, \quad (3.4)$$

soit une perte de cohérence géométrique de l'ordre de 10%.

Les distributions des lignes de base et des différences de centroïdes Doppler associés aux interférogrammes de la série (cf. figure 3.8) montrent que l'on dispose de fait d'un groupe d'interférogrammes à faibles lignes de base et à faibles différences d'angle de squint, les rendant *a priori* tous exploitables.

Les sources de décorrélation géométriques avec TerraSAR-X sont donc réduites dès l'acquisition des images, afin de permettre une exploitation interférométrique maximale du jeu de données.

La figure 3.9 illustre la répartition des écarts temporels entre les images d'un même couple. Sa distribution a une allure de demi-gaussienne, sur sa partie positive. La décorrélation géométrique des données TSX étant réduite, la décorrélation temporelle va jouer un rôle majeur sur la qualité des interférogrammes.

L'ensemble de ces informations relatives à cette série (numéros d'orbites, dates, paramètres géométriques et écarts temporels) est regroupée de manière exhaustive dans le tableau E.2 de l'annexe E.

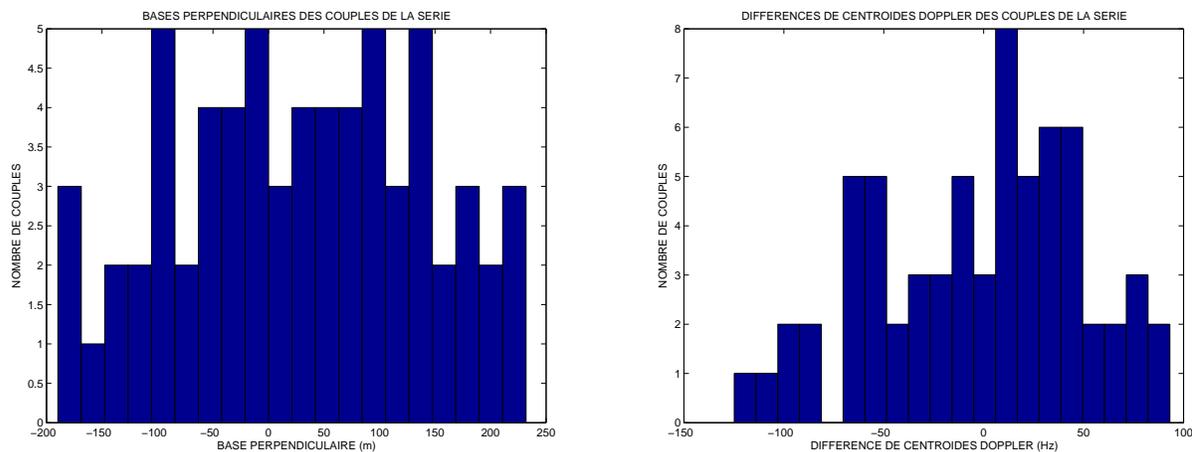


FIGURE 3.8 – Répartition des différences géométriques entre acquisitions pour la série temporelle en bande X. (À gauche) Répartition du nombre de couples d’interférogrammes en fonction de leur base perpendiculaire. (À droite) Répartition du nombre de couples d’interférogrammes en fonction de leur différence de fréquence centroïde Doppler.

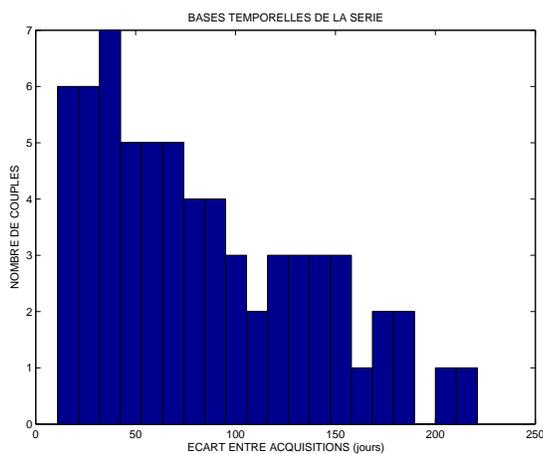


FIGURE 3.9 – Répartition des écarts temporels entre les images d’un même couple pour la série temporelle en bande X.

## 3.2 Comparaison des images d'amplitude

Dans cette section, nous proposons un rapide et non-exhaustif comparatif entre deux images RSO SLC, l'une acquise par la satellite ERS-2 le 9 février 1998, l'autre acquise par TerraSAR-X le 9 septembre 2008, sur plusieurs zones situées autour du lac de Serre-Ponçon. Les images ERS et TSX étant acquises selon des passes différentes, resp. descendante et ascendante, il est difficile de comparer ces images. Afin de faciliter l'analyse, les images ERS présentées ci-après ont subi un miroir vertical.

### 3.2.1 La chapelle St-Michel

La zone ciblée est celle de la chapelle St-Michel, située sur un îlot appartenant au lac de Serre-Ponçon. La zone commune aux deux images ERS et TSX est encadrée de rouge. L'îlot sur lequel est bâti la chapelle St-Michel, encadré de vert, est visible sur les deux images. L'identification de l'îlot est rendue plus difficile du fait de la variation du niveau du lac, le lac étant vidé en partie en hiver par la société d'exploitation du barrage pour répondre à des besoins énergétiques.

De plus, nous distinguons des bateaux mouillant dans un petit port dans l'image TSX, ce qui n'est pas le cas dans l'image ERS. Les bords du lac sont clairement identifiés dans l'image en bande X alors que le trait de côte est plus difficilement discernable en bande C.

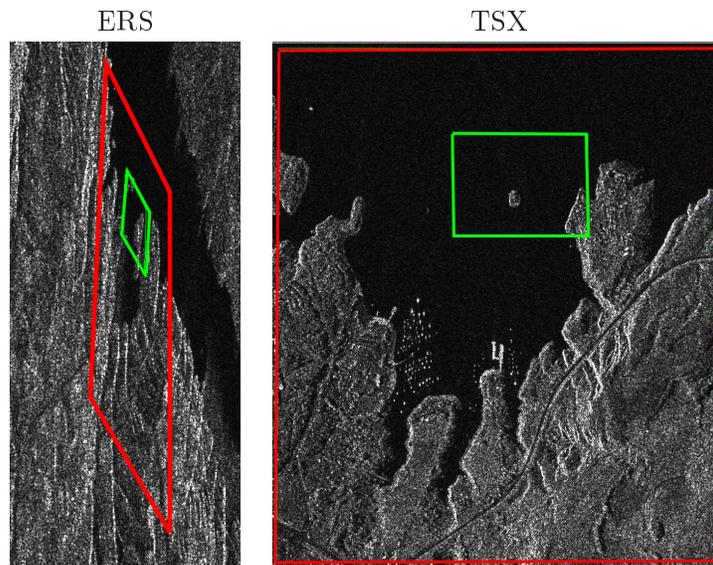


TABLE 3.1 – Chapelle St-Michel : images d'amplitude SLC bande C et bande X.

### 3.2.2 Barrage de Serre-Ponçon

Ces deux images présentent le barrage de Serre-Ponçon. La zone commune aux deux images ERS et TSX est encadrée de rouge, le barrage est délimité par une bordure blanche. Le barrage possède deux faces visibles, l'une de petite dimension orientée vers le lac et l'autre orientée à l'opposé dans la direction du bassin de compensation, en contrebas du barrage. Nous constatons que sur l'image ERS, la réponse de la face orientée vers le lac est plus forte que la réponse de la face orientée vers le bassin de compensation. Ceci s'explique par le fait que la face côté lac est orientée vers le radar. Dans l'image TerraSAR-X, ce phénomène est inversé, la réponse de la face orientée vers le bassin étant plus forte que la face côté lac. Ceci s'explique par le fait que l'image TSX est acquise en passe montante (resp. descendante pour ERS), et les deux satellites visant à droite, les faces orientées vers le radar ne sont pas les mêmes.

Nous pouvons distinguer également en bande X la route passant au sommet du barrage, et la centrale électrique au pied du barrage. Sur l'image ERS, la route n'est pas visible mais la centrale électrique se repère par la présence de quelques forts réflecteurs. Le repliement du relief aux alentours du barrage visible sur l'image ERS n'est pas visible sur l'image TSX. On peut également distinguer sur l'image TSX le prolongement de la route passant sur le barrage le long du lac.

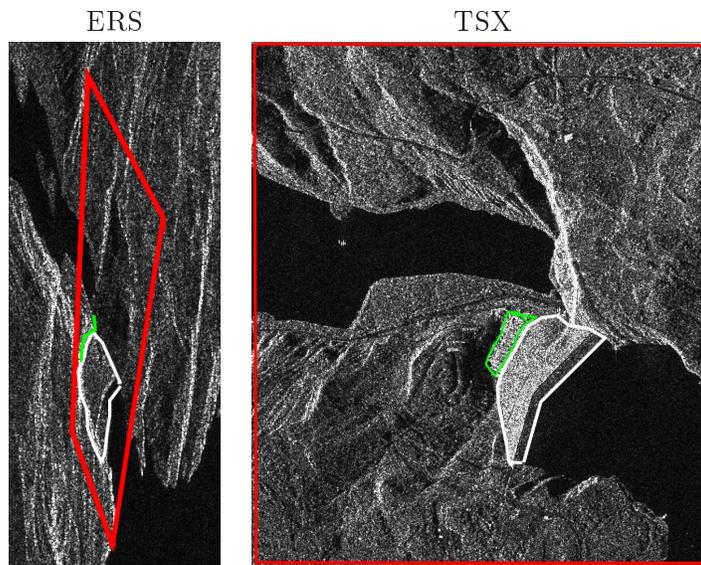


TABLE 3.2 – Barrage de Serre-Ponçon : images d'amplitude SLC bande C et bande X.

Le barrage de Serre-Ponçon fera l'objet d'une analyse plus détaillée au chapitre 4.

### 3.2.3 Savines-le-lac

La zone urbaine de Savines-le-lac est intéressante pour deux raisons. D'une part, on peut observer clairement sur l'image TerraSAR-X les différents bâtiments, les routes et les pontons, alors que l'on distingue difficilement quelques forts réflecteurs sur l'image ERS (cf. encadré vert). D'autre part, il est assez suprenant de ne pas observer le viaduc de Savines sur l'image ERS (cf. encadré blanc), alors qu'il apparait distinctement sur l'image TSX. Ce viaduc, construit en même temps que le barrage en 1960, mesure 924 mètres de long. L'intérêt d'une résolution plus fine prend alors ici tout son sens, illustrant le fait que l'imagerie bande X peut révéler des objets de grande taille non visibles dans une image ERS.

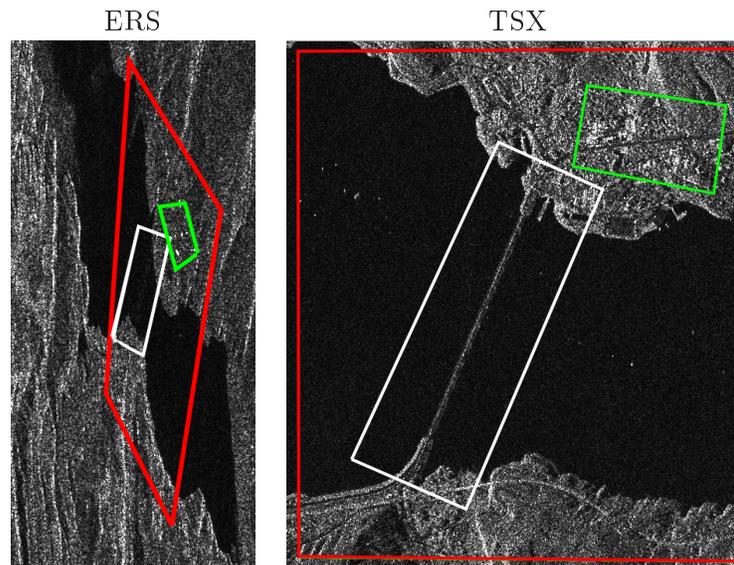


TABLE 3.3 – Savines-le-lac, une zone urbaine : images d'amplitude SLC bande C et bande X.

### 3.2.4 Gap

La zone industrielle de Gap se caractérise dans l'image ERS par une concentration de forts réflecteurs. Sur l'image TSX, les bâtiments, leur agencement, le réseau routier peuvent être distingués. Les délimitations des parcelles agricoles par des rangées d'arbres et de bosquets sont également visibles.

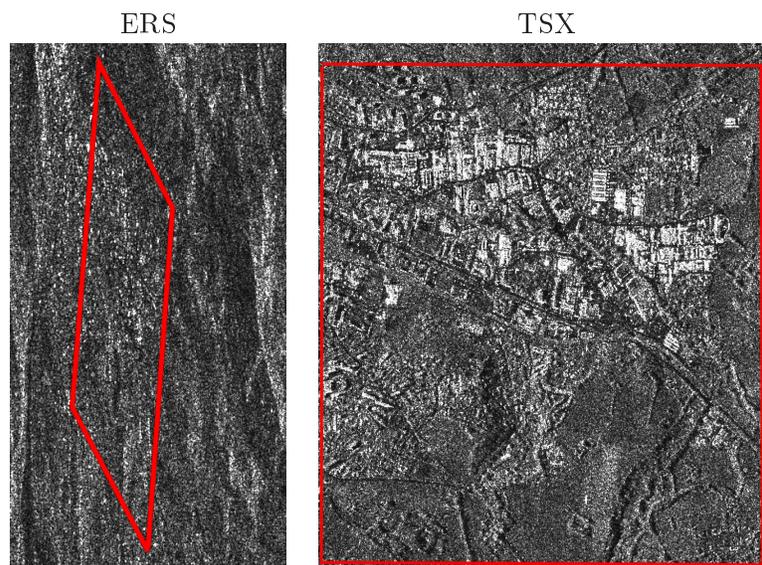


TABLE 3.4 – Zone industrielle de Gap : images d'amplitude SLC bande C et bande X.

### 3.2.5 Récapitulatif

L'utilisation d'images en bande X ayant une résolution plus fine permet une analyse plus aisée de la phénoménologie d'une scène radar. Ces quelques exemples montrent que l'imagerie bande X permet une meilleure identification des structures urbaines. Le réseau routier, les délimitations agricoles sont visibles clairement dans l'image SLC TerraSAR-X. Il est possible de compter le nombre de bateaux dans les ports, de distinguer les pontons. Le trait de côte est également plus facile à discerner en bande X qu'en bande C. De plus, l'effet du repliement du relief se fait moins sentir dans l'image TerraSAR-X, à cause de l'angle d'incidence plus grand et de la résolution plus fine. Le nombre de forts réflecteurs présents dans une image est plus important en bande X qu'en bande C. On peut en effet discerner plusieurs réflecteurs sur un même bâtiment, alors qu'en bande C, l'ensemble des contributions de ces réflecteurs est moyennée dans une cellule de résolution, donnant l'illusion qu'il n'y en a qu'un.

Cependant, l'utilisation conjointe de ces données pose deux problèmes majeurs. D'une part, les capteurs utilisés n'ont pas la même résolution, ni le même angle d'incidence. De plus, les données ERS sont acquises en passe descendante alors que les données TSX sont acquises en passe montante. Les géométries de ces images sont donc très différentes.

D'autre part, ils fonctionnent dans des bandes de fréquence différentes, et n'émettent la même fréquence porteuse. Ils perçoivent la rugosité du terrain à des échelles et sensibilités différentes. La longueur d'onde en bande X étant plus faible qu'en bande C (3,1 cm contre 5,3 cm), les interférogrammes TSX seront plus sensibles à la décorrélation temporelle que ceux en bande C.

En revanche, l'excellent contrôle des trajectoires orbitales et de l'angle de squint de TerraSAR-X garantit une meilleure qualité de l'interférogramme, la décorrélation géométrique étant minimisée.

### 3.3 Utilisation conjointe ERS/TSX : production de MNT

Nous présentons ici un exemple d'utilisation conjointe de données ERS et TerraSAR-X. L'objectif est d'obtenir un modèle numérique de terrain d'une meilleure résolution que SRTM sur le barrage de Serre-Ponçon, à l'aide d'un interférogramme TerraSAR-X. Le problème majeur est que les images bande X acquises par TerraSAR-X sont en passe ascendante, alors que les images en bande C ERS sont en passe descendante. Les satellites visant tous deux à droite de leur trajectoire, le relief n'est pas vu du même côté. Les repliements, ombrages et superpositions caractéristiques des images radars diffèrent. Il est alors impossible d'utiliser directement la phase topographique d'un interférogramme TerraSAR-X dans un interférogramme ERS. Cependant, cette incompatibilité due aux différences géométriques peut être contournée en projetant le modèle numérique de terrain TerraSAR-X en coordonnées géographiques, pour ensuite le reprojeter en géométrie radar SLC ERS.

Pour ce faire, la phase topographique issue d'un interférogramme 11 jours TerraSAR-X a été calculée avec le module SARscape intégré dans ENVI, puis projetée en coordonnées géographiques. Nous avons alors comparé le résultat obtenu à un modèle numérique de terrain SRTM donné en coordonnées géographiques préalablement sur-échantillonné à la résolution du MNT TerraSAR-X pour faciliter la comparaison. Celle-ci a révélé un décalage du MNT TerraSAR-X par rapport à SRTM non constant allant de l'ordre de moins d'un pixel à quelques pixels. Privilégiant la qualité de la localisation du MNT SRTM, nous avons décidé de recalculer le MNT TerraSAR-X par rapport au MNT SRTM dans le but de corriger ce biais.

Le modèle numérique de terrain TSX recalculé et projeté en coordonnées géographiques a été ensuite projeté en géométrie radar ERS avec un outil de la chaîne interférométrique CIAO au CEA. A l'issue de cette étape, nous avons observé un biais de 2 à 3 pixels entre le modèle numérique de terrain TSX et une image d'amplitude ERS. Ce biais est connu et systématique, il provient des imprécisions sur les métadonnées images. Pour corriger ce biais, nous avons calculé les disparités entre une image d'amplitude ERS et le modèle numérique de terrain TSX, que nous avons ombré. Le corrélateur utilisé est un corrélateur basé sur l'amplitude du signal, l'ombrage du MNT permet d'obtenir des structures qui offrent une meilleure corrélation avec les structures présentes dans une image SLC que le MNT lui-même. Le MNT TerraSAR-X a été ensuite ré-échantillonné après régularisation par un plan des disparités calculées à l'étape précédente.

Le modèle numérique de terrain ainsi obtenu (cf. figure 3.10) a été recomparé à l'image ERS d'amplitude et nous n'avons pas pu discerner visuellement de biais (cf. figure 3.11).

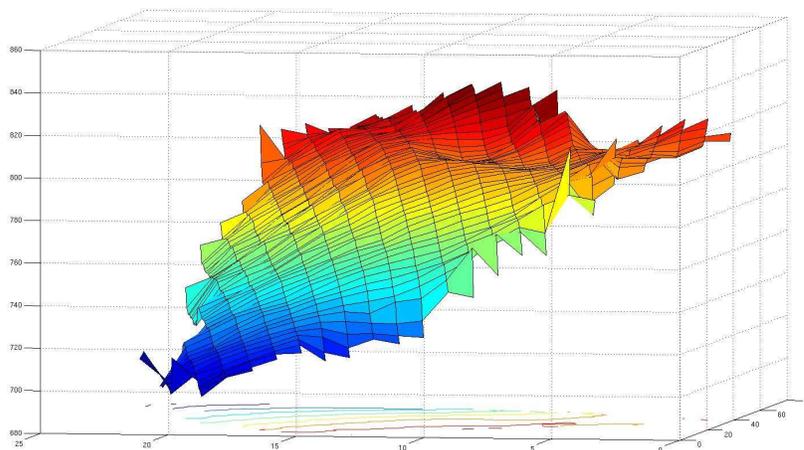


FIGURE 3.10 – Modèle numérique de terrain du barrage de Serre-Ponçon calculé par la plate-forme SARscape - Couple 11 jours TerraSAR-X, 09 septembre 2008 - 20 septembre 2008.

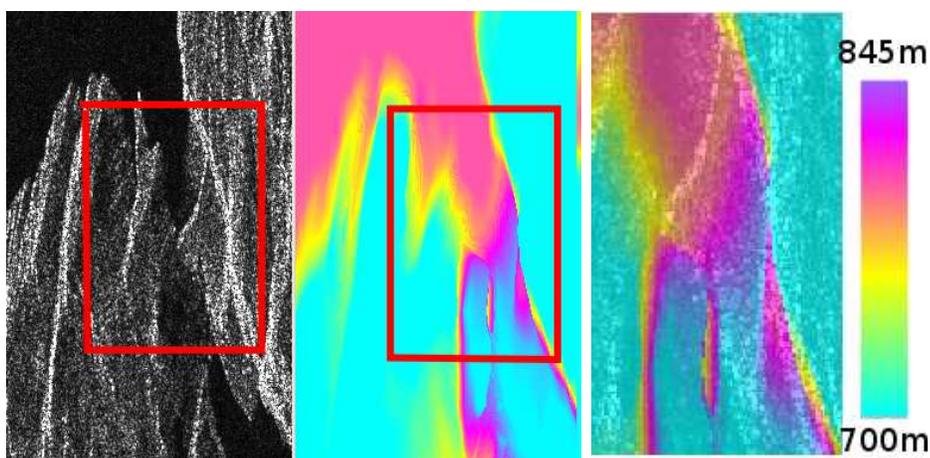


FIGURE 3.11 – (À gauche) Image ERS (orbite 14176) centrée sur le barrage de Serre-Ponçon. (Au centre) Modèle numérique de terrain calculé par la plate-forme SARscape recalé sur une image d'amplitude ERS, centré sur le barrage de Serre-Ponçon. (À droite) Superposition du MNT TSX à l'image ERS (orbite 14176).

## Chapitre 4

# Qualification expérimentale du modèle de cohérence, site de Serre-Ponçon

Ce chapitre propose de vérifier et de qualifier expérimentalement le modèle de cohérence défini au chapitre 2. Pour ce faire, nous nous basons sur l'analyse de mesures de cohérence effectuées sur la base de données de 82 images RSO en bande C (cf. chapitre 3).

Cette étude est fondée sur une analyse quantitative de la cohérence, en se basant sur l'ensemble des interférogrammes possibles de la série temporelle. Ainsi, dans le cadre de cette série temporelle de 82 images, il est possible de générer 3321 interférogrammes différents (cf. équation 3.1). À cause des limitations liées aux principes fondamentaux de l'interférométrie (cf. § 1.3.2, une faible fraction de ces 3321 interférogrammes sera exploitable.

L'objectif de ce chapitre est de pouvoir quantifier dans quelle mesure ces limitations influent sur la cohérence déterminée expérimentalement, et de pouvoir affirmer, dans le cas où ces limitations dégradent de façon trop importante la mesure de cohérence, si un interférogramme peut apporter de l'information ou non, au quel cas il devra être rejeté du jeu d'observations de taille  $n_{interf}$ . En particulier, nous étudierons en détails l'impact des limitations interférométriques d'ordre géométrique à l'aide d'une zone cohérente stable au cours du temps.

### 4.1 Le barrage de Serre-Ponçon : une zone cohérente stable

La région du lac de Serre-Ponçon est une zone montagneuse, avec des sommets culminant à plus de 3000 m. L'altitude moyenne en bord de lac est d'environ 800 m. La carte d'occupation du sol de la scène est complexe, elle comporte des zones urbaines, de végétation, des zones agricoles, et des zones de montagne pouvant être recouvertes de neige selon la saison.

#### 4.1.1 Analyse qualitative : mise en évidence d'une zone stable

Dans un premier temps, nous avons procédé à la génération d'interférogrammes tests (figure 4.2) pour estimer visuellement la vitesse de décorrélation temporelle du milieu. Afin de limiter la perte de cohérence due à des conditions géométriques d'acquisition trop pénalisantes (cf. paragraphe 1.3.2), nous avons sélectionné des interférogrammes ayant des lignes de base faibles et similaires (cf. tableau 4.1). Les paramètres auxillaires associés aux images sont regroupés et détaillés au paragraphe E.1 de l'annexe E.

Afin de caractériser l'évolution temporelle de la scène, les interférogrammes tests ont été sélectionnés en faisant varier l'intervalle de temps séparant deux acquisitions, respectivement un jour (4-5 Juin 1995) , un mois (19 Mai-24 Juin 1996), et 7 années (17 Avril 1992-19 Juillet 1999).

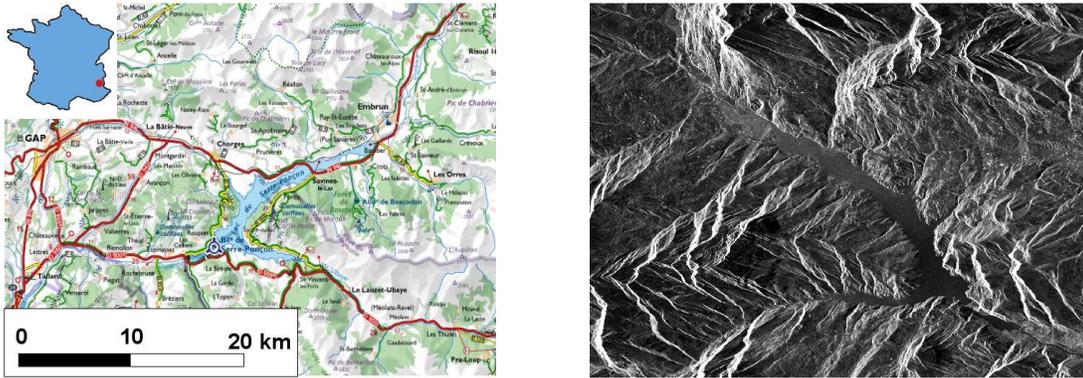


FIGURE 4.1 – (À gauche) Situation géographique du Lac de Serre-Ponçon. (À droite) Le lac de Serre-Ponçon vu par ERS-1/2. Image d’amplitude multivue moyennée à partir de 82 images ERS-1/2. La géométrie est inversée par rapport au sol selon l’axe Est/Ouest, ceci dû au fait que les passes ERS-1/2 sont sur des orbites descendantes.

Id	Orbite	Date	$\Delta t$	$B_{\perp}$	$\Delta f_{DC}$
13-14	20322-00649	4-5 Juin 1995	1 jour	130 m	272 Hz
30-31	25322-06160	19 Mai-24 Juin 1996	1 mois	138 m	264 Hz
0-65	03946-22192	17 Avril 1992-19 Juillet 1999	7 ans	165 m	232 Hz

TABLE 4.1 – Paramètres auxiliaires des interférogrammes tests

En première approximation, ces données ont été recalées avec une précision de l’ordre du pixel. Les données RSO étant suréchantillonnées (pour ERS, les facteurs de sur-échantillonnage valent  $\eta_{range} = 1,219$  et  $\eta_{azimut} = 1,254$ , cf. paragraphe 2.1.3), un recalage grossier suffit pour obtenir un interférogramme avec une cohérence suffisante permettant d’observer des franges orbitales (cf. paragraphe 2.2.4). Les franges orbitales sont en effet un bon indicateur indirect renseignant sur la cohérence de la scène. En effet, si la phase est trop bruitée, caractéristique d’une cohérence faible (cf. 2.1.4.2), l’observation des franges orbitales est très difficile voire impossible.

Nous observons des franges très localement sur l’interférogramme à 1 mois (cf. figure 4.2.b), mais une grande partie de la scène ne montre pas de zone suffisamment corrélées pour que l’on puisse observer des franges. Sur l’interférogramme couvrant plus de 7 ans d’intervalle entre les deux images du couple (fig. 4.2.c), nous observons une décorrélation complète de la scène, sauf sur une petite zone, la même que sur l’interférogramme à 1 mois, agrandie figure 4.3. La comparaison de l’interférogramme à l’image d’amplitude nous a permis d’identifier cette zone comme étant le barrage de Serre-Ponçon. La valeur de la cohérence empirique demeure élevée au cours du temps. Les réflecteurs présents à sa surface sont donc stables à l’échelle de la longueur d’onde sur cette période. Pour comprendre comment une surface peut-elle être aussi temporellement stable, il est instructif de se pencher sur les caractéristiques du barrage de Serre-Ponçon.

Situé dans les Alpes françaises (44.471N, 6.269E), son rôle est de retenir l’eau de la Durance à des fins hydroélectriques et d’irrigation. Cette retenue d’eau forme le plus grand lac artificiel d’Europe par sa capacité, d’environ 1270 millions de mètres cubes. Le lac mesure 3 km dans sa plus grande largeur, 20 km dans sa plus grande longueur. Construit en 1960, le barrage mesure environ 500 mètres de longueur pour 300 mètres de largeur, sa hauteur maximale est

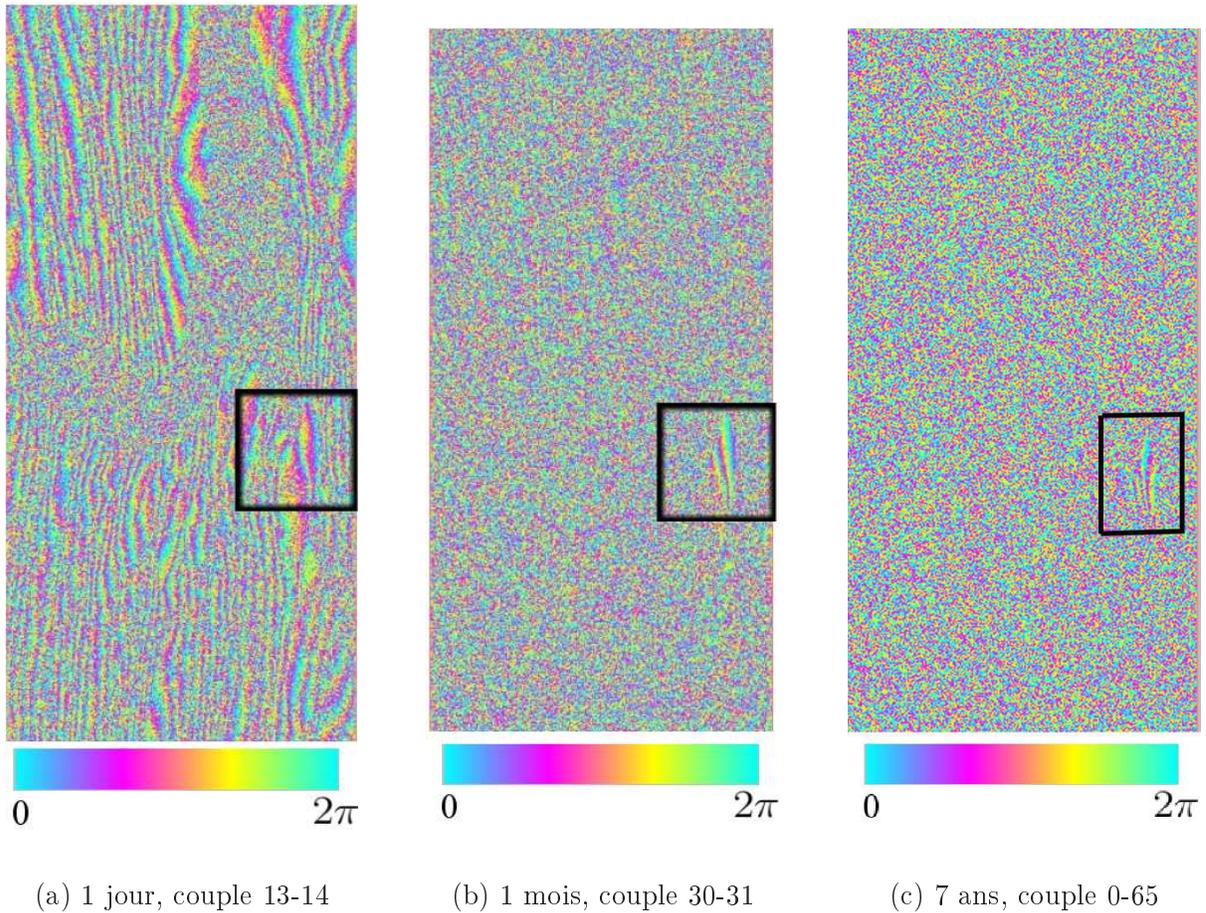


FIGURE 4.2 – Interférogrammes tests, lac de Serre-Ponçon. La zone du barrage est encadrée en noir. On observe des franges sur l’interférogramme tandem, caractéristique d’une bonne cohérence. Après un mois, seules les franges sur le barrage restent observables. Le même résultat est observé sur l’interférogramme à 7 ans.

de 123 mètres. Une schématisation du barrage est proposée figure 4.4. C’est un barrage de type-masse, réalisé à partir de matériaux alluvionnaires extraits du lit de la Durance. Il est fait de terre, de rocs et d’un noyau étanche constitué d’argile et de ciment. Une mission de terrain effectuée au mois d’avril 2009 a permis de caractériser la surface du barrage. Elle est constituée de pierres de petite taille (figure 4.5). La forme et la taille des réflecteurs à la surface du barrage sont homogènes. Ainsi, nous faisons l’hypothèse que la zone se comporte comme une zone de chatoiement pleinement développé (§ 1.2.1). Dans ces conditions, la réponse complexe de la cellule de résolution à un écho radar est une somme cohérente des contributions des réflecteurs élémentaires, qui n’est pas dominée par la présence d’un réflecteur ponctuel. Cette hypothèse sera vérifiée lors de l’analyse des interférogrammes générés sur le barrage.

Dans les sections suivantes, nous présentons une méthode de mesure de la cohérence sur le barrage, basée sur la comparaison sur l’ensemble du jeu de données de la valeur de la cohérence empirique estimée à la valeur de cohérence théorique calculée à partir du modèle de cohérence décrit au chapitre 2.

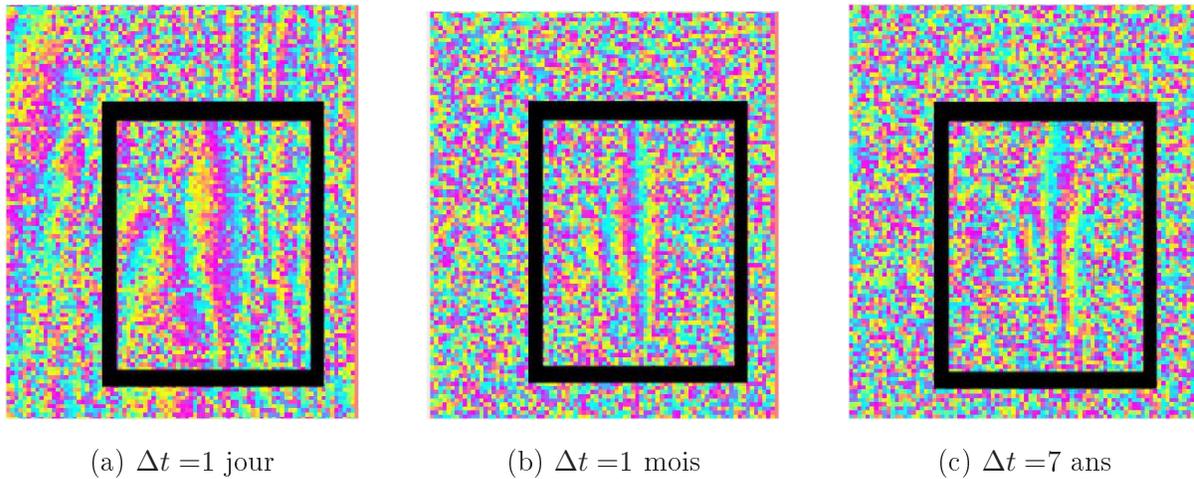


FIGURE 4.3 – Stabilité temporelle de la cohérence mesurée sur le barrage de Serre-Ponçon. Interférogrammes ERS-1/2 ayant pour base temporelle 1 jour (a), 1 mois (b) et 7 ans (c).

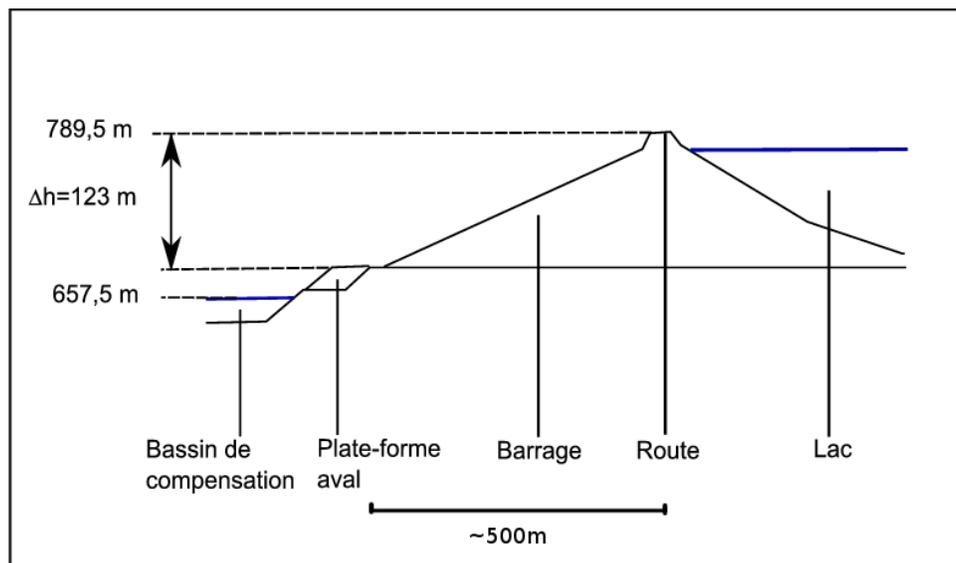


FIGURE 4.4 – Schématisation du barrage de Serre-Ponçon. *D'après document EDF.*

#### 4.1.2 Intérêt de la zone cohérente stable

La zone cohérente stable du barrage de Serre-Ponçon est intéressante pour deux raisons.

D'une part, la mesure de cohérence est soumise à plusieurs sources de décorrélation [Zebker et Villasenor (1992)]. Il est difficile de séparer la contribution de chaque source d'origine géométrique, due aux conditions d'acquisitions, ou temporelle, caractéristique de la stabilité du signal radar réfléchi par une surface soumise à des changements. Les sources de décorrélation viennent entacher la mesure d'une incertitude. En pratique, il n'existe donc pas de moyen de vérifier si la mesure correspond à la réalité terrain. L'analyse quantitative de la cohérence sur la zone stable peut donc permettre de séparer ces sources et de les quantifier une à une.



FIGURE 4.5 – (À gauche) Vue générale du barrage de Serre-Ponçon (avril 2009). (À droite) Réflecteurs élémentaires à la surface du barrage. La surface se compose de pierres de petite taille par rapport à la taille de la cellule de résolution.

D'autre part, une zone stable peut être utilisée comme un étalon, permettant de déterminer la borne supérieure de la cohérence dans l'image. Ainsi, la cohérence théorique  $D$  de l'interférogramme (cf. paragraphe 2.1.3) peut être déterminée en prenant comme valeur la mesure de cohérence calculée sur le barrage. Cette valeur sera utile pour calculer les lois théoriques de cohérence et les comparer aux mesures effectuées sur d'autres zones pour décider d'un éventuel changement.

Dans le but de caractériser la cohérence temporelle sur le barrage, nous reprenons le modèle proposé par Zebker (cf. équation 2.19) :

$$\gamma_{scene} = \gamma_{range} \cdot \gamma_{azimut} \cdot \gamma_{thermique} \cdot \gamma_{temporel} \cdot \gamma_{vol} \cdot \gamma_{traitement}.$$

Parmi les différents sources de décorrélation, certains termes sont modélisables, d'autres le sont plus difficilement. Nous avons vu au chapitre 1 que la connaissance des conditions d'acquisition des images, dépendant du bras d'écartement entre les satellites  $B_{\perp}$  et des différents angles de dépointage du faisceau en azimut, permet de modéliser les termes de décorrélation géométrique  $\gamma_{range}$  et  $\gamma_{azimut}$ . Cependant, les autres termes du produit (équation 2.19) sont plus difficilement modélisables. En effet, il est difficile de modéliser la décorrélation volumique  $\gamma_{vol}$  séparée du terme de décorrélation temporelle  $\gamma_{temporel}$ . Ces deux contributions doivent être étudiées et quantifiées séparément afin d'obtenir des résultats significatifs [Hoen et Zebker (2000)]. Cependant, la décorrélation  $\gamma_{vol}$  dépend de la pénétration de l'onde dans le milieu, et donc du couvert végétal. Le barrage étant une zone composée de pierres et rochers de petite taille sans présence de végétation, l'importance du terme  $\gamma_{vol}$  est réduite et peut être considérée comme négligeable.

La décorrélation thermique  $\gamma_{thermique}$  dépend du rapport signal à bruit du système, qui lui-même dépend de la surface équivalente radar  $\sigma^0$  (cf. § 2.2.3). Ne connaissant pas la SER  $\sigma^0$  du barrage, nous choisissons de ne pas modéliser ce terme.

Enfin, le terme  $\gamma_{traitement}$  dépend des performances de l'algorithme de recalage. La précision de l'algorithme ne peut être déterminée qu'a posteriori, une fois le recalage effectué. Cette précision est discutée dans la partie analyse des résultats, au paragraphe 4.4.1.

Ainsi, la cohérence d'une scène  $\gamma_{scene}$  peut être approchée au premier ordre par

$$\gamma_{scene} = \gamma_{range} \cdot \gamma_{azimut} \cdot \gamma_{temporel}, \quad (4.1)$$

en supposant que les images soient recalées subpixelliquement à une précision faisant tendre le terme  $\gamma_{traitement}$  vers 1.

Par conséquent, à partir de la mesure de cohérence effectuée sur le barrage et de la modélisation des termes de décorrélation géométrique, nous pouvons déterminer la cohérence temporelle.

## 4.2 Modélisation des termes de décorrélation géométrique sur le barrage

Dans cette partie, nous décrivons la méthode utilisée pour modéliser les termes de décorrélation d'origine géométrique, *i.e.* la décorrélation en distance  $\gamma_{range}$  et la décorrélation dans l'axe azimut  $\gamma_{azimut}$ , tels que

$$\gamma_{geom} = \gamma_{range} \cdot \gamma_{azimut}. \quad (4.2)$$

### 4.2.1 Décorrélation en distance

En supposant que les spectres en distance soient à gabarit rectangulaire (cf. paragraphe 2.2.1.1), la décorrélation en distance  $\gamma_{range}$  dépend de deux paramètres, la ligne de base perpendiculaire  $B_{\perp}$  et la ligne de base perpendiculaire critique  $B_{\perp,crit}$ , telle que :

$$\gamma_{range} = \left(1 - \frac{|B_{\perp}|}{B_{\perp,crit}}\right). \quad (4.3)$$

Afin d'estimer la décorrélation en distance pour un couple interférométrique, il convient de calculer la ligne de base perpendiculaire critique, correspondant à une décorrélation complète du signal dans l'axe distance, ainsi que la ligne de base perpendiculaire du couple considéré. La valeur de  $\gamma_{range}$  obtenue est ensuite corrigée par un terme prenant en compte la forme du spectre pondéré par la fenêtre de Hamming appliqué au spectre dans cette direction (§ 2.2.1.2). Ces estimations sont détaillées dans les sections suivantes.

#### 4.2.1.1 Détermination de la ligne de base critique

Le calcul de la décorrélation en distance nécessite de connaître la ligne de base perpendiculaire  $B_{\perp}$  et la ligne de base perpendiculaire critique  $B_{\perp,crit}$ . Comme nous l'avons expliqué au paragraphe 1.3.1.1, la ligne de base perpendiculaire critique  $B_{\perp,crit}$  dépend de la pente du terrain  $\alpha$ , telle que :

$$B_{\perp,crit} = \lambda R (B_r/c) \tan(\theta - \alpha) \quad (4.4)$$

Afin d'estimer la pente dans l'axe distance du barrage, nous avons utilisé un modèle numérique de terrain calculé à partir d'un couple d'images TerraSAR-X à 11 jours d'intervalle (cf. paragraphe 3.3), généré par la chaîne de traitement SARscape intégrée dans ENVI-IDL (cf. figure 4.6).

La pente est approximée par une régression linéaire, le coefficient directeur vaut  $k = -2,4$  m/pixel. La pente du barrage est définie par l'angle  $\alpha$ , calculable par la formule :

$$\alpha = \text{Arctan} \left( \frac{\Delta h}{\Delta d_{sol}} \right). \quad (4.5)$$

La distance  $d_{sol}$  que couvre un pixel s'estime en projetant sur un sol plat la distance  $r_{distance}$  (ici,  $r_{distance} = 7,905$  m) séparant chaque cellule de résolution dans l'axe distance, soit

$$d_{sol} = \frac{\Delta r_{distance}}{\sin \theta}. \quad (4.6)$$

La distance satellite-barrage  $R$  et l'angle d'incidence  $\theta$  sont déterminés par l'interpolation des métadonnées image au centre du barrage. Pour l'image de référence choisie, nous trouvons au centre  $R = 854014$  m et  $\theta = 23,62^\circ$ .

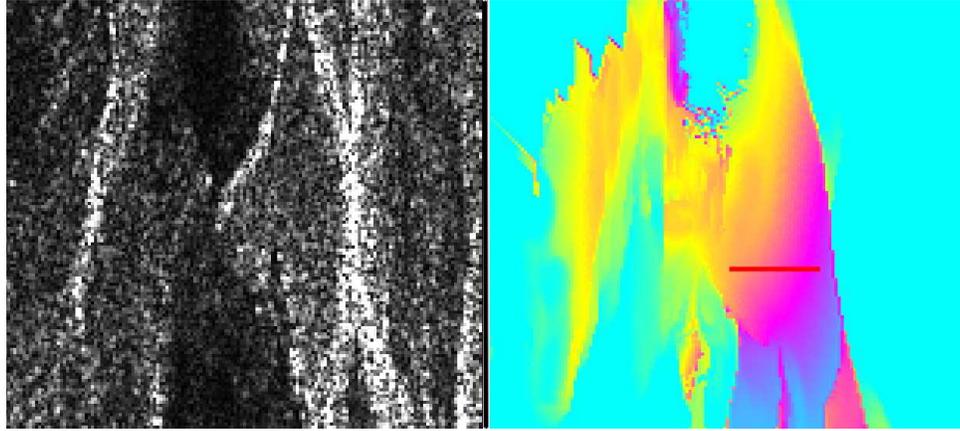


FIGURE 4.6 – Extrait d’une image d’amplitude ERS-2 choisie comme image de référence pour la série temporelle (05 janvier 1998, orbite 14176), centré sur le barrage de Serre-Ponçon (à gauche) et du modèle numérique de terrain TerraSAR-X (à droite). L’estimation de la pente  $\alpha$  du barrage dans l’axe distance est réalisée au centre du barrage selon l’axe de coupe représenté en rouge sur le MNT TerraSAR-X. La coupe est représentée figure 4.7.

L’expression de la pente  $\alpha$  peut s’écrire en fonction du coefficient directeur calculé à l’aide de la figure 4.7, telle que

$$\alpha = \text{Arctan}\left(\frac{k \sin \theta}{r_{\text{distance}}}\right). \quad (4.7)$$

L’application numérique donne alors

$$\begin{aligned} \alpha &= \text{Arctan}\left(\frac{k \sin \theta}{\Delta r_{\text{distance}}}\right) \approx \text{Arctan}\left(-2,4 \sin(23,62^\circ)/7,905\right) \\ &\approx -6,93^\circ. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Tout se passe comme si l’incidence locale sur le barrage était de  $23,62^\circ + 6,93^\circ = 30,45^\circ$ .

La ligne de base perpendiculaire critique  $B_{\perp, \text{crit}}$  calculée au centre du barrage a donc pour valeur :

$$\begin{aligned} B_{\perp, \text{crit}} &= \lambda R(B_r/c) \tan(\theta - \alpha) \\ &\approx \frac{5,66 \cdot 10^{-2} \cdot 854014 \cdot 15,55 \cdot 10^6 \tan(23,62^\circ + 6,93^\circ)}{299792458} \\ B_{\perp, \text{crit}} &\approx 1480 \text{ m} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Cette valeur diffère de la ligne de base critique habituellement utilisée dans les études interférométriques, calculée pour un terrain plat (cf. tableau 1.2). Pour une incidence de  $23,62^\circ$ , on aurait pour un sol plat  $B_{\perp, \text{crit}} = 1091 \text{ m}$ . La valeur de ligne de base déterminée ici est calculée en prenant compte la pente du barrage et n’est donc valable que sur cette zone. Cette valeur est confirmée par l’analyse des mesures de cohérence effectuées sur le barrage en fonction de la base perpendiculaire, qui permet de retrouver une valeur de base critique proche de celle déterminée ici par les métadonnées image. Cette analyse est présentée dans la partie analyse des résultats, au paragraphe 4.4.3.

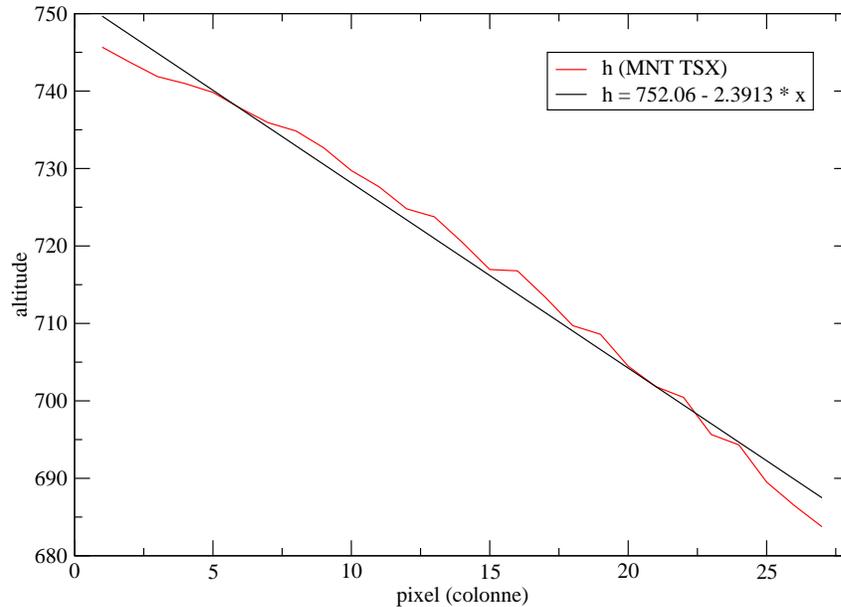


FIGURE 4.7 – Estimation de la pente  $\alpha$  selon l’axe de coupe défini à la figure 4.6. Une régression linéaire indique une pente de  $k=-2,4$  m/pixel.

#### 4.2.1.2 Calcul pour l’ensemble de la série temporelle

La décorrélation en distance  $\gamma_{range}$  est d’abord calculée selon l’équation 4.3. Ce modèle reposant sur l’hypothèse de spectres pondérés par des fenêtres rectangulaires est ensuite corrigé en prenant en compte la forme réelle du spectre en distance.

La correction s’effectue à l’aide d’un tableau de correspondance, illustré par la figure 2.6 au paragraphe 2.2.1.2. Les valeurs de décorrélation en distance sont calculées pour chaque couple interférométrique de la série temporelle, et stockées dans une matrice (figure 4.8).

Cette matrice regroupe les valeurs de  $\gamma_{range}$ , telle que les indices de ligne et de colonne correspondent à un numéro d’identification qui ordonne chronologiquement les images de la série temporelle.

#### 4.2.2 Décorrélation en azimuth

Les valeurs de décorrélation en azimuth sont calculées pour chaque couple interférométrique de la série temporelle, et archivées dans une matrice (figure 4.8). Cette matrice regroupe les valeurs de  $\gamma_{azimut}$ . Elle est organisée comme la matrice de décorrélation en distance, ordonnée chronologiquement.

On retrouve sur cette matrice la perte de contrôle de l’angle de squint du satellite ERS-2 évoquée au paragraphe 3.1.1.1, qui se manifeste par quelques colonnes sombres pour les dernières images. Les différences de fréquences centroïdes entre couples ERS-1/ERS-1 ou ERS-2/ERS-2 sont assez faibles comparées à la largeur de la bande passante en azimuth. La décorrélation en azimuth  $\gamma_{azimut}$  est donc faible, de l’ordre de quelques %, pour les couples ERS-1/ERS-1 et ERS-2/ERS-2 acquis entre 1992 et 2000.

Les couples ERS-1/ERS-2 subissent un peu plus cette décorrélation. En effet, la différence moyenne des centroïdes Doppler d’ERS-1 et ERS-2 est de 300 Hz, ce qui rapporté à la largeur

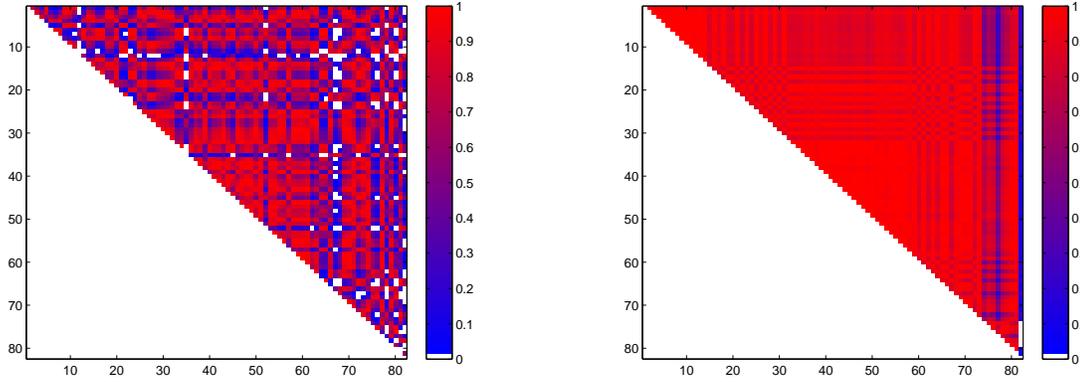


FIGURE 4.8 – (À gauche) Décorrélation en distance calculée  $\gamma_{range}$  pour l'ensemble des couples interférométriques de la série temporelle et représentée sous forme de matrice. Les indices de ligne et de colonne correspondent à un numéro d'identification qui ordonne chronologiquement les images de la série temporelle. Les valeurs les plus corrélées tendent vers le rouge, tandis que les faibles valeurs de corrélation virent au bleu. Une corrélation nulle est représentée en blanc. (À droite) Décorrélation en azimuth calculée  $\gamma_{azimut}$  pour l'ensemble des couples interférométriques de la série. On observe indirectement sur cette matrice la perte de contrôle de l'angle de squint du satellite ERS-2 à partir de début 2000.

de la bande passante en azimuth  $B_a$ , donne la valeur moyenne de décorrélation en azimuth pour les couples ERS-1/ERS-2 :

$$\gamma_{azimut} = 1 - \frac{\Delta f_{Dc,moy}}{B_a} \approx 1 - \frac{300}{1340} = 0,78. \quad (4.10)$$

### 4.2.3 Décorrélation géométrique

La décorrélation géométrique est calculée en utilisant les termes de décorrélation géométrique en distance et en azimuth calculés précédemment (figure 4.8 et 4.8), selon  $\gamma_{geometrique} = \gamma_{range} \cdot \gamma_{azimut}$ . Le résultat est représenté sous forme de matrice analogue aux matrices précédentes, illustré à la figure 4.9.

Le modèle de décorrélation géométrique établi constitue la borne supérieure des observations de cohérence possibles sur l'ensemble de la série temporelle.

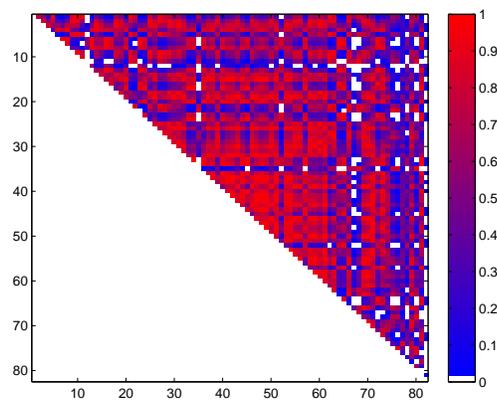


FIGURE 4.9 – Décorrélation géométrique  $\gamma_{geometrique} = \gamma_{range} \cdot \gamma_{azimut}$  regroupant les termes de décorrélation en distance  $\gamma_{range}$  et en azimut  $\gamma_{azimut}$  calculés pour l'ensemble des couples interférométriques de la série temporelle et représentée sous forme de matrice. Les indices de ligne et de colonne correspondent à un numéro d'identification qui ordonne chronologiquement les images de la série temporelle.

## 4.3 Mesure de cohérence sur le barrage de Serre-Ponçon

### 4.3.1 Prétraitement des données

Les images RSO doivent être recalées les unes par rapport aux autres avant de pouvoir effectuer des mesures de cohérence. Le recalage des données s'effectue par rapport à une image de référence, qui est choisie en fonction d'un critère géométrique. En considérant l'ensemble des images de la série temporelle, on cherche en effet l'image qui est acquise sous un angle d'incidence moyen. Cela revient à définir le critère sur la ligne de base perpendiculaire.

La répartition des valeurs de base perpendiculaire est représentée par un histogramme sur la figure 3.5. La base perpendiculaire moyenne du jeu de données vaut 676 m. En se basant sur le tableau E.1 de l'annexe E, nous choisissons l'image numéro 46, numéro d'orbite 14176, acquise par ERS-2 le 5 janvier 1998, et dont la base perpendiculaire vaut 740 m.

L'image de référence choisie, les autres images de la série temporelle sont ensuite recalées par rapport à elle. L'algorithme de recalage utilisé est un algorithme développé par le CEA, adapté de l'algorithme proposé par [Van Puymbroeck *et al.* (2000)], et utilisé dans la chaîne interférométrique du CEA (CIAO).

Un décalage dans le domaine image se traduit par un plan de phase dans le domaine de Fourier (cf équation 4.11). L'algorithme utilisé cherche à compenser ce plan de phase, par itération.

$$\mathbf{TF}(I(x) \otimes \delta(x - \Delta x)) = \mathbf{TF}(I(f)) \cdot e^{2\pi j\nu x} \quad (4.11)$$

Cet algorithme suit les principales étapes suivantes :

- recentrage des spectres en azimut
- sur-échantillonnage des images pour le calcul du module,
- calcul du produit conjugué, blanchiment de spectre, et application d'un masque pour tenir compte de la nature bornée du spectre des images radar,
- compensation du plan de Fourier au 1/10e de pixel,
- deuxième passe de compensation subpixellique.

### 4.3.2 Méthode de mesure utilisée

L'impact sur la mesure de cohérence d'une rampe de phase résiduelle localisée sur la fenêtre de calcul a été quantifié dans [Nicolas (2008)]. Nicolas démontre qu'un résidu de phase de l'ordre d'un dixième de frange dans la fenêtre de calcul ( $L=25$ ) entraîne une chute de cohérence de l'ordre de 2% (cette erreur est du même ordre que celle commise pour un recalage au  $\frac{1}{10}$  de pixel, cf. paragraphe 2.2.4). Sur une zone stable, en considérant que les résidus de phase orbitographiques et topographiques sont négligeables, *i.e.* de l'ordre d'un dixième de frange, la cohérence empirique  $\hat{\gamma}$  peut être déterminée en effectuant une sommation cohérente prenant en compte la totalité des pixels de la zone stable, tel que :

$$\hat{\gamma} = \frac{\left| \sum_{n=1}^N z_1(n) z_2^*(n) \right|}{\sqrt{\sum_{n=1}^N z_1(n) z_1^*(n) \sum_{n=1}^N z_2(n) z_2^*(n)}}, \quad (4.12)$$

avec  $N$  le nombre total de pixels de la zone stable.

Par ce calcul, on obtient une valeur unique de cohérence sur la zone. Le biais et la variance de la valeur de cohérence ainsi obtenue suivent les lois de l'estimateur de cohérence pour un nombre

$L$  de vues indépendantes (§ 2.1.4). Le nombre de vues  $L$  indépendantes se déduit du nombre  $N$  de pixels de la zone stable, suivant l'équation 2.9 définie au paragraphe 2.1.2, tel que  $L \approx N/1,5$ .

Cependant, le calcul de cohérence sur la zone stable tel qu'il est défini à l'équation 4.12 ne peut pas toujours être mené, notamment lorsque la phase de pixels subit des variations de résidus topographiques, issus d'un modèle numérique de terrain dont la résolution ne permet de modéliser la phase topographique de la cellule de résolution, ou des variations d'origine troposphérique. Afin de minimiser l'intégration de ces variations de phase, la cohérence peut être estimée localement sur des voisinages  $V$ , tel que :

$$\hat{\gamma}_k = \frac{\left| \sum_{(i,j) \in V_k} z_1(i,j) z_2^*(i,j) \right|}{\sqrt{\sum_{(i,j) \in V_k} z_1(i,j) z_{i,j}^* \sum_{(i,j) \in V_k} z_2(i,j) z_2^*(i,j)}}, \quad (4.13)$$

$(i, j)$  étant la position du pixel dans le voisinage  $V_k$ .

Le biais et la variance de l'estimateur dépendent du nombre  $L$  de vues indépendantes, et augmentent lorsque  $L$  diminue (§ 2.1.4). La variance de l'estimateur peut être réduite en effectuant une moyenne de plusieurs valeurs de cohérence, calculées sur un nombre  $N_k$  de voisinages appartenants à la zone stable, tel que :

$$\hat{\gamma} = \frac{1}{N_k} \sum_k \hat{\gamma}_k. \quad (4.14)$$

On obtient ainsi une valeur de cohérence unique pour la zone stable. Lorsque  $N_k$  tend vers l'infini, cette valeur tend vers l'espérance de l'estimateur,  $E(d)$ , et la variance tend vers 0. La convergence de la cohérence moyennée vers l'espérance de l'estimateur se démontre par le théorème de la limite centrale. Une simulation effectuée pour un nombre de vues  $L = 6$  illustre cette convergence (cf. tableau 4.2).

$D$	$\hat{\gamma}_N$	$E(d)$	$\hat{\gamma}_{,N_k=2}$	$\hat{\gamma}_{,N_k=5}$	$\hat{\gamma}_{,N_k=10}$	$\hat{\gamma}_{,N_k=20}$	$\hat{\gamma}_{,N_k=50}$	$\hat{\gamma}_{,N_k=100}$
0,1	0,101	0,38	0,43	0,47	0,43	0,43	0,39	0,39
0,2	0,197	0,40	0,59	0,51	0,42	0,45	0,41	0,40
0,3	0,301	0,44	0,45	0,54	0,51	0,44	0,43	0,42
0,4	0,399	0,50	0,50	0,51	0,52	0,51	0,52	0,51
0,5	0,500	0,56	0,69	0,63	0,62	0,59	0,61	0,58
0,6	0,598	0,64	0,51	0,61	0,66	0,63	0,65	0,64
0,7	0,699	0,72	0,61	0,68	0,73	0,72	0,73	0,74
0,8	0,800	0,81	0,85	0,84	0,85	0,79	0,79	0,80
0,9	0,900	0,90	0,87	0,87	0,88	0,89	0,89	0,90

TABLE 4.2 – Influence du nombre d'échantillons moyennés sur la cohérence, pour un nombre de vues indépendantes  $L = 6$ .  $D$  est la corrélation théorique de l'interférogramme.  $\hat{\gamma}_N$  est la valeur de cohérence calculée selon l'équation 4.12, résultat de la sommation cohérente de tous les pixels de la zone.  $\hat{\gamma}_k$  est la moyenne des cohérences calculées sur  $k$  fenêtres ayant un nombre de vues indépendantes  $L = 6$ . Plus le nombre de fenêtres  $k$  augmente, plus la moyenne des cohérences définie par l'équation 5.46 tend vers l'espérance mathématique  $E(d)$  de l'estimateur.

En effectuant ce moyennage, l'écart-type de la cohérence moyennée  $\sigma_k$  diminue et se déduit de l'écart-type théorique  $\sigma$ , selon la formule :

$$\sigma_k = \frac{\sigma}{\sqrt{k}}. \tag{4.15}$$

D	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$\sigma_{k=50,L=6}$	0,025	0,027	0,026	0,027	0,026	0,024	0,020	0,015	0,009

TABLE 4.3 – Influence du nombre d'échantillons moyennés sur la variance de la cohérence, pour un nombre de vues indépendantes  $L = 6$ , et pour  $k = 50$  échantillons moyennés.

Nous avons ensuite entrepris le calcul de la cohérence sur le barrage pour tous les couples d'interférogrammes possibles, afin de comparer ces mesures aux décorrélation théoriques, regroupées dans la matrice de décorrélation géométrique. La cohérence est estimée sur  $k = 50$  fenêtres de taille  $3 \times 3$ , soit  $N = 9$  pixels, selon l'équation 4.13. Compte tenu du suréchantillonnage des images dans les axes distance et azimut (voir paragraphe 2.1.4), on en déduit en utilisant l'équation 2.9 que le nombre d'échantillons indépendants  $L$  utilisés pour estimer la cohérence sur cette taille de fenêtre vaut  $L \approx N/1,5 \approx 6$ . Le tableau 4.3 indique l'écart-type  $\sigma_{k=50,L=6}$  en fonction de la cohérence théorique  $D$ . Nous remarquons que les valeurs d'écart-types sont bornées entre 0,009 à 0,027 pour des cohérences allant de 0,9 à 0,1, ce qui assure une bonne précision sur la mesure de cohérence  $\hat{\gamma}_{N_k=50}$ .

Ces mesures sont regroupées dans une matrice de cohérence empirique, représentée figure 4.10.

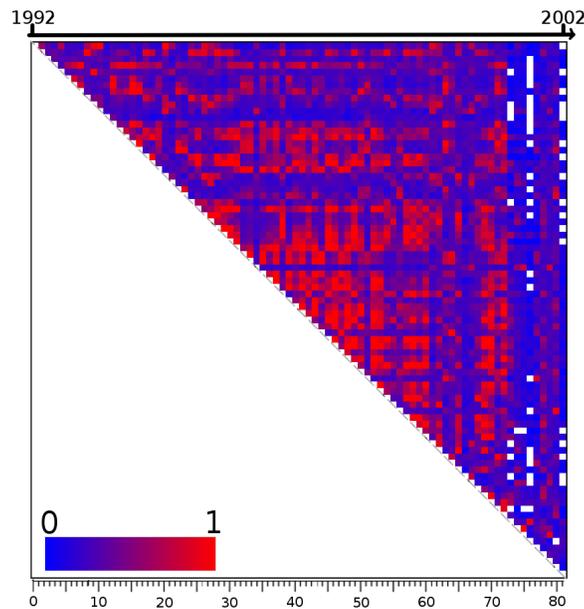


FIGURE 4.10 – Matrice de cohérence calculée sur le barrage de Serre-Ponçon sur des petites fenêtres de taille  $3 \times 3$  ( $L=6$ ), moyenne de 50 mesures sur l'ensemble du barrage.

Les valeurs de cohérence estimées sont fortement biaisées pour des valeurs de cohérence géométrique théorique inférieures à 0,4 (cf. figure 2.3). Un seuil est alors appliqué, en sélectionnant

les valeurs de cohérence empirique mesurées sur le barrage qui ont une valeur de cohérence géométrique théorique supérieure à 0,4 (figure 4.11.b). Ce seuil est également appliqué à la matrice de cohérence théorique (figure 4.11.a) pour faciliter la comparaison qualitative entre ces deux matrices.

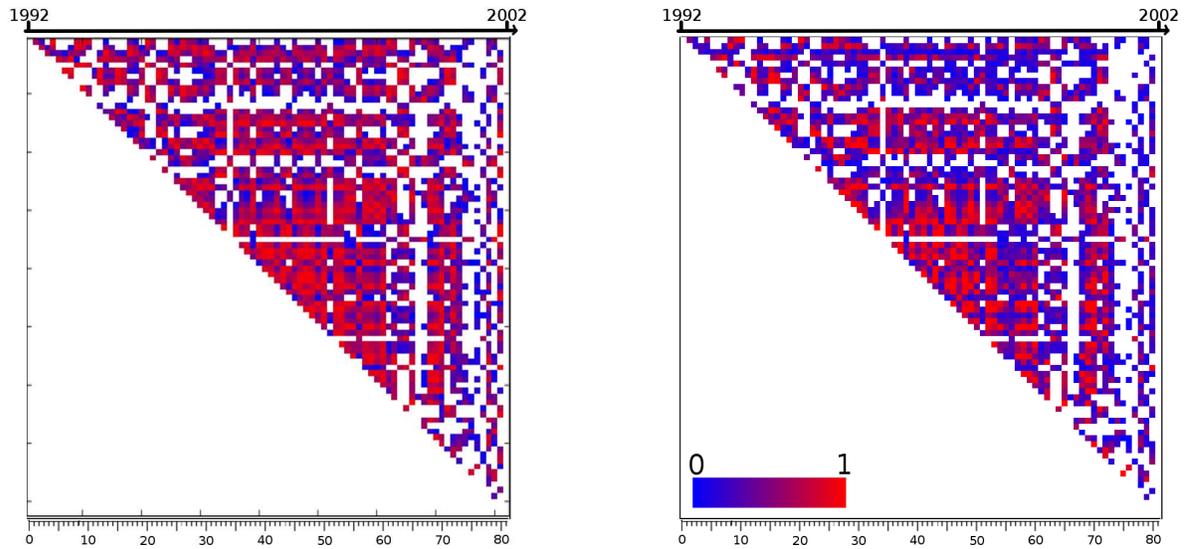


FIGURE 4.11 – (À gauche) Matrice de cohérence géométrique théorique  $\gamma_{\text{géométrique}}$  seuillée (cf. figure 4.9). Les valeurs conservées sont celles pour lesquelles  $\gamma_{\text{géométrique}} \geq 0,4$ . (À droite) Matrice de cohérence seuillée calculée sur le barrage de Serre-Ponçon sur des petites fenêtres de taille  $3 \times 3$  ( $L=6$ ), moyenne de 50 mesures sur l'ensemble du barrage. Les valeurs conservées sont celles pour lesquelles la cohérence géométrique théorique est supérieure à 0,4.

L'analyse qualitative de cette matrice comparée à la matrice théorique permet de tirer les conclusions suivantes.

Lorsque que la cohérence théorique est proche de 0, nous avons vérifié que nous n'observons pas de franges sur les interférogrammes. De plus, nous n'avons pas observé dans les images de cohérence de point brillant, caractéristique d'un réflecteur ponctuel permanent. Cela nous permet d'affirmer que le barrage se comporte comme un ensemble de diffuseurs, et non pas comme un ensemble de réflecteurs ponctuels permanents. Sa stabilité temporelle, du point de vue de la cohérence, tient au fait que les diffuseurs localisés à sa surface ne changent pas ou très peu de place au cours du temps. Il s'agit donc d'une zone cohérente stable, et non pas d'un ensemble de réflecteurs permanents.

Dans les faibles valeurs de cohérence (comprises entre 0 et 0,4) indiquées dans la matrice de cohérence géométrique théorique, la matrice de cohérence empirique indique systématiquement des valeurs surestimées. Cette sur-estimation s'explique par le biais de l'estimateur pour des fenêtres de taille  $3 \times 3$  ( $L = 6$ ).

Pour des valeurs plus élevées, nous avons vérifié que la matrice empirique suit le comportement de la matrice de cohérence théorique. Nous avons conservé dans la matrice de cohérence empirique les valeurs de cohérence supérieures à 0,4. En comparant les deux matrices, nous avons observé que la cohérence empirique reste dans le même ordre de grandeur de la valeur de cohérence géométrique théorique.

## 4.4 Analyse quantitative des résultats

Nous analysons ensuite quantitativement la cohérence empirique en fonction de la cohérence géométrique mesurée quantitativement

Le bi-histogramme représentant la cohérence estimée (cf. figure 4.10) en fonction de la cohérence géométrique théorique (cf. figure 4.9) est illustré figure 4.12. Les valeurs de cohérence empirique sont globalement sous estimées pour des valeurs de cohérence géométrique théorique supérieures à 0,4. Les valeurs inférieures à 0,4 sont biaisées et sont peu significatives. Cependant, bien que ces valeurs soient sous estimées, le comportement global de la cohérence mesurée en fonction de la cohérence géométrique suit celui de l'estimateur. Cette sous-estimation peut s'expliquer par le fait que la cohérence géométrique ne suffit pas à modéliser correctement la cohérence mesurée sur un interférogramme. Au terme de décorrélation temporelle  $\gamma_{temporel}$ , que nous cherchons à isoler, le terme  $\gamma_{traitement}$  correspondant aux erreurs de recalage doit être quantifié. Nous proposons une modélisation des erreurs de recalage au paragraphe suivant.

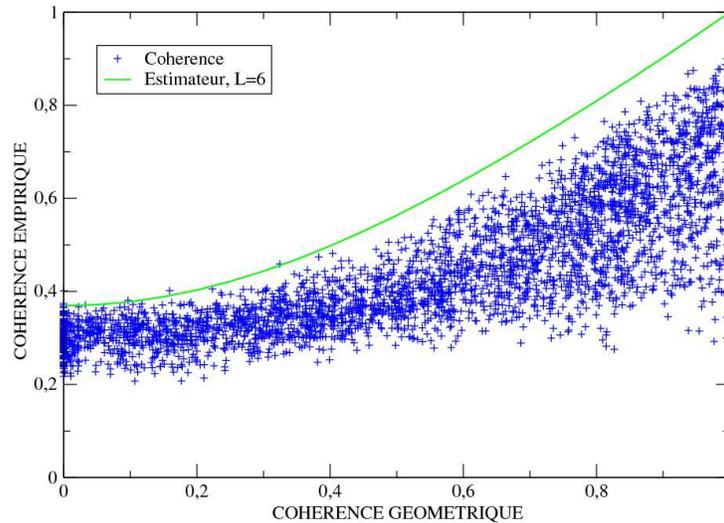


FIGURE 4.12 – Analyse de la matrice de cohérence empirique en fonction de la cohérence géométrique théorique  $\gamma_{geometrique}$ . L'espérance de l'estimateur est également représentée (en vert). On observe que les valeurs de cohérence mesurées sont globalement sous estimées pour des valeurs de cohérence géométrique théorique supérieures à 0,4. Les valeurs inférieures à 0,4 sont biaisées et sont peu significatives.

### 4.4.1 Modélisation des erreurs de recalage

La quantification du terme  $\gamma_{traitement}$ , lié à la précision de l'algorithme de recalage, permet d'expliquer l'origine de la dispersion des valeurs de cohérence illustrée au paragraphe précédent. En effet, la qualité du recalage peut être mise en doute pour la raison suivante : les interférogrammes tests (cf. figure 4.2) ont révélé une perte de cohérence rapide (dès 35 jours) sur les zones de végétation localisées autour du lac et du barrage. Les mesures de disparités effectuées par le corrélateur sur ces zones peu cohérentes sont donc imprécises (cf. paragraphe 5.7.1.2). Ces erreurs se propagent sur l'ensemble de la nappe de disparités, qui peut être modélisée par un plan ou un polynôme du second degré. Le rééchantillonnage de l'image avec cette nappe de

disparités génère alors une image mal recalée. Ainsi, le barrage étant mal recalé, les valeurs de cohérence mesurées à sa surface par la suite seront entachées d'erreur. Un recalage à  $\frac{1}{10}$  de pixel, permettant d'avoir une incertitude sur la cohérence faible de l'ordre de 2% (cf. paragraphe 2.2.4), serait acceptable en terme de précision.

Dans le but de déterminer les erreurs de recalage sur le barrage, nous avons calculé les disparités résiduelles moyennes en ligne et en colonne, entre les images recalées et l'image de référence. L'analyse des disparités en fonction de la cohérence mesurée montre que la disparité résiduelle décroît plus la cohérence est forte, comme le montre la figure 4.13.

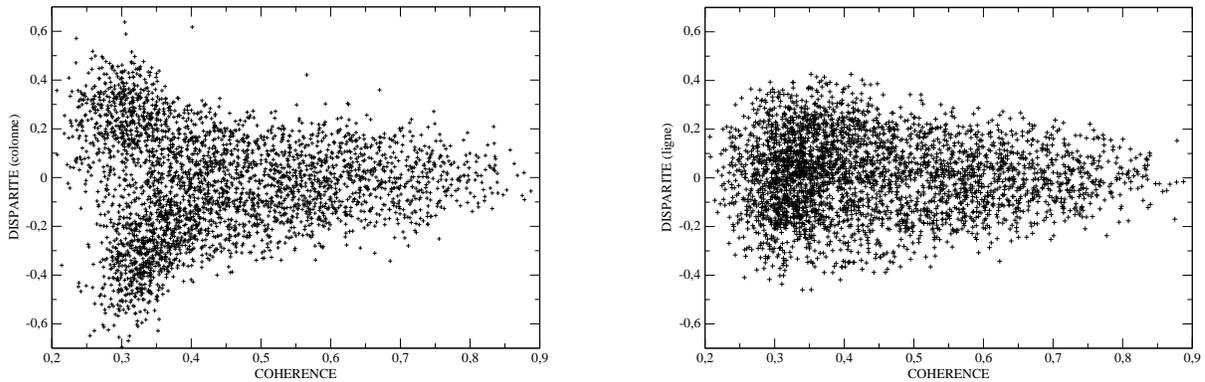


FIGURE 4.13 – (À gauche) Disparité résiduelle en colonne en fonction de la cohérence mesurée sur le barrage. (À droite) Disparité résiduelle en ligne en fonction de la cohérence mesurée sur le barrage. Les erreurs de recalage sont d'autant plus faibles que la cohérence sur le barrage est forte.

Les distributions empiriques des disparités sont calculées et représentées figure 4.14. Ces disparités peuvent être modélisées par une gaussienne à moyenne nulle, avec un écart-type  $\sigma_{col} = 0,2$  pour la disparité en colonne et un écart-type  $\sigma_{lig} = 0,16$  pour la disparité en ligne. En se basant sur cette modélisation gaussienne, et en considérant que plus de 99% des disparités mesurées se situent à  $\pm 3\sigma$  de la moyenne, les disparités maximales en colonne et en ligne valent respectivement 0,6 et 0,5 pixel. D'après la figure 2.9, pour une erreur de recalage de 0,6 pixel, le terme  $\gamma_{traitement}$  est égal à 0,77. La cohérence chute donc au maximum de 23% pour des disparités mesurées en colonne. De même, pour une erreur de recalage de 0,5 pixel, le terme  $\gamma_{traitement}$  est égal à 0,83. La cohérence chute donc au maximum de 17% pour des disparités mesurées en ligne. Ainsi, dans le cas d'un mauvais recalage dans les deux directions de l'image, ses effets se combinent, et dans ce cas, le terme  $\gamma_{traitement}$  vaut alors :

$$\gamma_{traitement} = 0,77 \cdot 0,83 \simeq 0,64. \quad (4.16)$$

Cela signifie que dans le pire des cas, la perte de cohérence due à un mauvais recalage est de l'ordre de 36%.

#### 4.4.2 Amélioration de la précision de la mesure de cohérence

Afin de minimiser les erreurs de recalage et donc maximiser le terme  $\gamma_{traitement}$ , nous mettons en place une nouvelle stratégie de recalage, basée sur la maximisation de la cohérence. Ainsi, une

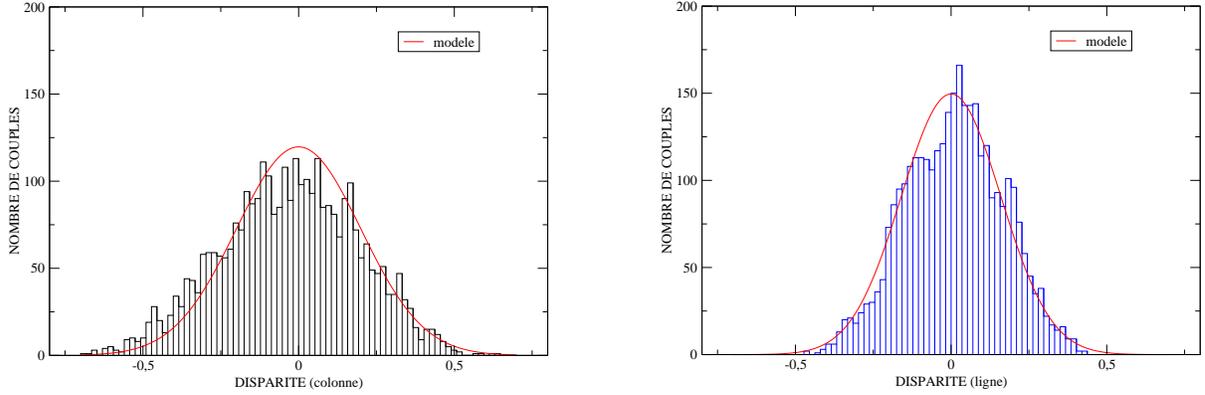


FIGURE 4.14 – (À gauche) Distribution des disparités résiduelles en colonne mesurées sur le barrage. La distribution est modélisée par une gaussienne de moyenne nulle et d'écart-type  $\sigma_{col} = 0,2$ . (À droite) Distribution des disparités résiduelles en ligne mesurées sur le barrage. La distribution est modélisée par une gaussienne de moyenne nulle et d'écart-type  $\sigma_{lig} = 0,16$ .

image est considérée comme étant bien recalée et retenue pour effectuer le calcul de la cohérence sur le barrage si elle satisfait la condition suivante :

$$\forall(\delta i, \delta j),$$

$$\hat{\gamma} = \max \frac{1}{N_k} \sum_{k=0}^{N_k} \left( \frac{\left| \sum_{(i,j) \in V_k} z_1(i,j) z_2^*(i - \delta i, j - \delta j) \right|}{\sqrt{\sum_{(i,j) \in V_k} z_1 z_1^*(i,j) \sum_{(i,j) \in V_k} z_2 z_2^*(i - \delta i, j - \delta j)}} \right), \quad (4.17)$$

avec  $N_k$  le nombre de mesures de cohérence réalisées sur le barrage, sur des voisinages  $V_k$ , et  $(\delta i, \delta j)$  étant respectivement les décalages subpixeliques en colonne et en ligne.

Le décalage subpixelique  $(\delta i, \delta j)$  optimal retenu est donc celui pour lequel la cohérence mesurée sur le barrage est maximale. Le terme  $\gamma_{traitement}$  est ainsi maximisé. Les résultats de cette approche sont illustrés à la figure 4.15.

En comparant les résultats obtenus en appliquant cette méthode de recalage aux résultats obtenus précédemment, on constate que la dispersion des valeurs de cohérence mesurée est plus faible. La cohérence est en moyenne plus forte, dans les basses et hautes valeurs. La dispersion résiduelle peut s'expliquer par des variations météorologiques faisant varier le terme de phase troposphérique d'une acquisition à l'autre, ce résidu de phase introduisant un biais dans l'estimation de la cohérence. De plus, cette dispersion peut également s'expliquer par une possible légère variation de la cohérence sur le barrage, traduisant une légère décorrélation temporelle. Une analyse temporelle de la cohérence mesurée sur le barrage est présentée au paragraphe 4.4.4.

#### 4.4.3 Vérification de la base critique perpendiculaire

Dans un premier temps, nous cherchons à vérifier que la valeur de la ligne de base perpendiculaire critique  $B_{\perp, crit}$  déterminée au paragraphe 4.2.1.1 est en accord avec les mesures effectuées.

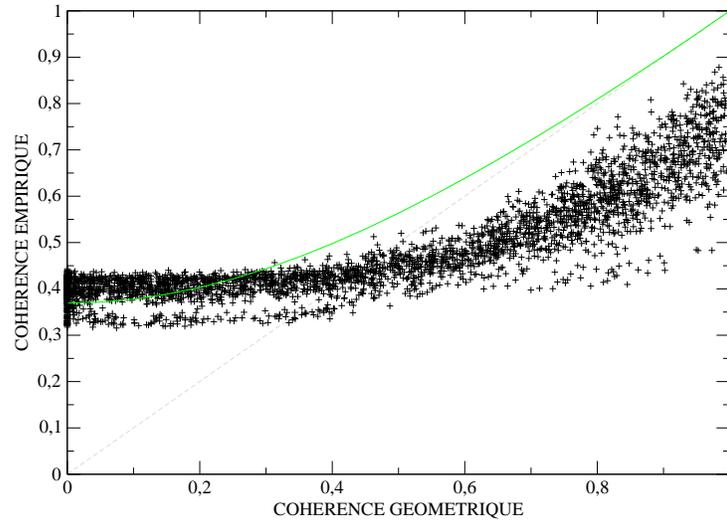


FIGURE 4.15 – Cohérence empirique en fonction de la cohérence géométrique théorique  $\gamma_{\text{géométrique}}$ . La cohérence est calculée selon l'équation 4.17, en recalant les images deux à deux dans le but de maximiser la cohérence sur le barrage. Les valeurs de cohérence mesurées sont beaucoup moins dispersées, et augmentent en moyenne par rapport aux valeurs mesurées par la méthode décrite au paragraphe 4.3.2.

Au premier ordre, la variation de la cohérence en fonction de la ligne de base perpendiculaire peut être considérée comme étant linéaire, telle que :

$$\gamma_{\text{range}} = a \cdot B_{\perp} + b. \quad (4.18)$$

La corrélation maximale étant obtenue pour une base nulle, on en déduit que  $b = 1$ .

Afin de minimiser les effets de la décorrélation temporelle sur le barrage, nous sélectionnons les couples dont les acquisitions sont séparées de moins de 400 jours. Nous recherchons ensuite une dépendance linéaire entre la cohérence mesurée et la valeur de la ligne de base perpendiculaire (cf. figure 4.16). En considérant l'ensemble des lignes de base perpendiculaire possibles, on constate que la cohérence suit d'abord un comportement linéaire pour de faibles et moyennes valeurs de  $B_{\perp}$  (jusqu'à 400 m), puis tend vers une asymptote  $\gamma = 0,4$ . Ceci s'explique par le fait que pour de grandes valeurs de bases perpendiculaires  $B_{\perp}$ , la cohérence géométrique en distance  $\gamma_{\text{range}}$  diminue jusqu'à atteindre la valeur nulle pour  $B_{\perp} = B_{\perp, \text{crit}}$ . La valeur de l'asymptote est proche de la valeur de l'espérance de l'estimateur de cohérence pour une cohérence théorique  $D = 0$ . Ainsi, pour de grandes valeurs de  $B_{\perp}$  (supérieures à 400 m), on ne peut rechercher de dépendance linéaire avec la cohérence, les valeurs mesurées étant biaisées. Nous opérons alors une seconde sélection, en isolant les couples ayant un ligne de base  $B_{\perp}$  inférieure à 300 m. Une régression linéaire entre la base perpendiculaire et la cohérence effectuée sur ces couples ( $\Delta t < 400$  jours,  $B_{\perp} < 300$  m) donne comme résultat :

$$\begin{aligned} a &= -6,94 \cdot 10^{-4} \\ b &= 0,773 \end{aligned} \quad (4.19)$$

Expérimentalement, nous ne retrouvons pas la valeur de  $b = 1$ , ceci étant dû au fait que la décorrélation temporelle n'est pas tout à fait nulle sur le barrage, et qu'il faut tenir compte de la décorrélation en azimut, qui est intégrée dans la mesure. La valeur du coefficient directeur  $a$  permet de déduire la valeur de la ligne de base perpendiculaire critique, telle que :

$$a = -\frac{1}{B_{\perp,crit}}, \quad (4.20)$$

d'où  $B_{\perp,crit} = -\frac{1}{a} \approx 1440$  m. La valeur de la ligne de base perpendiculaire critique  $B_{\perp,crit}$  calculée sur le barrage obtenue ici est donc en accord avec celle déterminée au paragraphe 4.2.1.1.

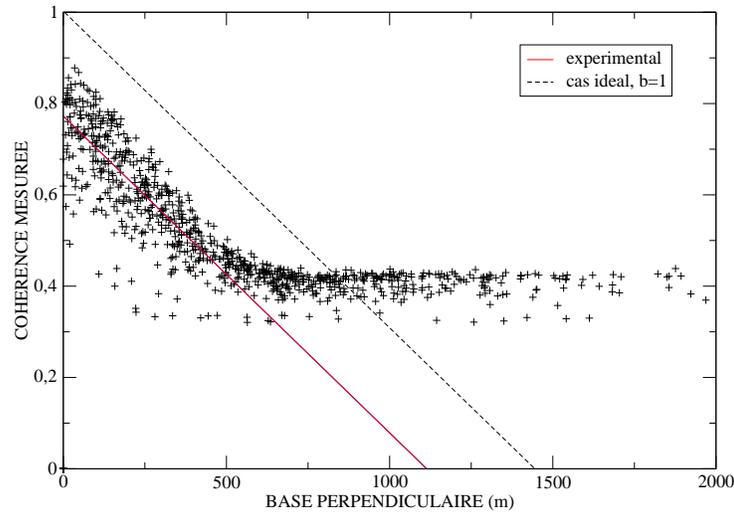


FIGURE 4.16 – Cohérence mesurée en fonction de la ligne de base perpendiculaire. Une régression linéaire effectuée sur des couples ayant une lignes de base inférieure à 300 m permet de retrouver la valeur de la ligne de base perpendiculaire critique  $B_{\perp,crit}$  sur le barrage. L'écart de la valeur  $b$  par rapport à la valeur théorique  $b = 1$  ne permet pas d'interpréter le point où la courbe coupe l'axe des abscisses comme étant la valeur de la base critique. La valeur du coefficient directeur  $a$  permet de retrouver cette valeur, soit  $B_{\perp,crit} \approx 1440$  m.

#### 4.4.4 Analyse temporelle de la cohérence sur le barrage

La modélisation des termes de décorrélation géométrique  $\gamma_{range}$  et  $\gamma_{azimut}$  permet de modéliser au premier ordre la cohérence du barrage, et d'isoler la cohérence temporelle. En effet, l'approche de recalage basée sur la maximisation de la cohérence mesurée sur le barrage permet d'affirmer que la décorrélation due à des erreurs de recalage est minimale, telle que  $\gamma_{traitement}$  tende vers 1. Ainsi, la cohérence mesurée peut être modélisée telle que :

$$\gamma_{barrage} = \gamma_{range} \cdot \gamma_{azimut} \cdot \gamma_{traitement} \cdot \gamma_{temporel}. \quad (4.21)$$

Ainsi, la cohérence mesurée sur la barrage peut être compensée des termes de décorrélation géométrique  $\gamma_{geom} = \gamma_{range} \cdot \gamma_{azimut}$  et approcher la cohérence temporelle, telle que :

$$\gamma_{temporel} = \frac{\gamma_{barrage}}{\gamma_{geom}}. \quad (4.22)$$

Nous mettons ensuite en place un critère de sélection des mesures afin d'observer l'évolution en fonction du temps de la cohérence temporelle. Ce critère est basé sur la sélection de couples ayant une petite ligne de base perpendiculaire et une faible différence d'angle de squint, afin de limiter l'importance des termes de décorrélation en distance et en azimuth. Ce seuil permet donc de choisir des couples dont la cohérence mesurée sur le barrage est forte, et dont le biais d'estimation est réduit. Ainsi, nous fixons un seuil sur la cohérence géométrique, de telle sorte que :

$$\gamma_{geom} = \gamma_{range} \cdot \gamma_{azimut} \geq 0,9. \quad (4.23)$$

Pour chaque couple sélectionné selon le seuil défini à l'équation 4.23, nous représentons la valeur de cohérence en fonction du temps qui sépare les deux acquisitions (cf. figure 4.17). Nous observons que la cohérence temporelle diminue lentement au cours du temps. Nous proposons de caractériser cette évolution par un modèle de décroissance linéaire. Ainsi, la cohérence temporelle sur le barrage est modélisée par la fonction :

$$\gamma_{temporel}(t) = 0,77 - 6,2 \cdot 10^{-5} \cdot t, \quad (4.24)$$

avec  $t$  le temps en jours qui sépare deux acquisitions.

Ainsi, nous obtenons une estimation de la perte de cohérence sur le barrage au cours du temps. Sur une période de 3000 jours, soit un peu plus de 8 ans, la cohérence temporelle chute en moyenne de 0,19, soit environ 25% de la valeur initiale de la cohérence temporelle du barrage, ce qui correspond à une chute moyenne de cohérence de 0,023/an. La perte de cohérence temporelle sur le barrage en fonction du temps est donc très faible. Nous pouvons ainsi confirmer par une approche quantitative le caractère de zone stable du barrage de Serre-Ponçon.

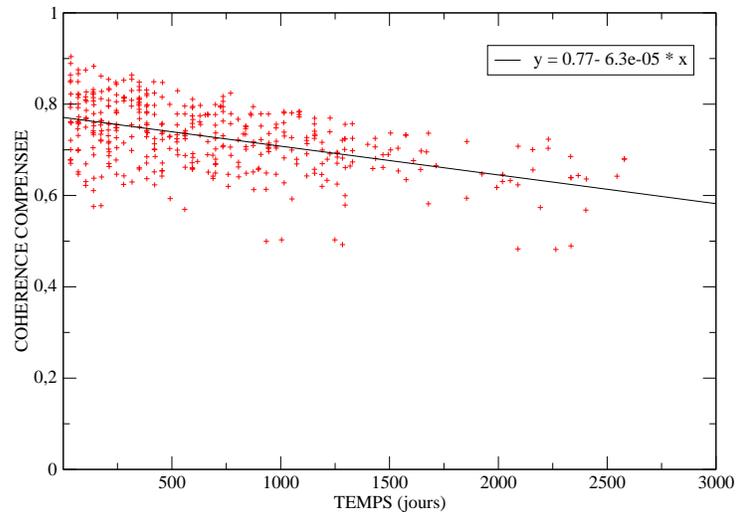


FIGURE 4.17 – Cohérence compensée des valeurs de cohérence géométrique en fonction du temps, pour les couples  $\gamma_{geom} \geq 0,9$ . On observe une tendance de décorrélation temporelle sur le barrage. Sur 8 ans, la cohérence chute en moyenne de 0,19. Le nombre de couples sélectionnés par ce critère vaut  $n_{couples} = 411$ .

## 4.5 Conclusion

### Modélisation la cohérence temporelle

La modélisation de la cohérence temporelle nécessite que les autres sources de décorrélation du modèle de Zebker soient modélisées. Le terme de décorrélation en distance  $\gamma_{range}$  dépend de valeur de la ligne de base critique, qui elle-même dépend du relief. La prise en compte du relief est donc requise pour estimer avec précision la décorrélation en distance. L'étude de la décorrélation en azimut  $\gamma_{azimut}$  nous a permis de montrer que  $\gamma_{azimut}$  est un terme de décorrélation faible pour des couples acquis par le même satellite. Pour les couples ERS-1/ERS-2, la décorrélation est alors de l'ordre de 20 % en moyenne sur ce jeu de données. En ce qui concerne le terme  $\gamma_{traitement}$ , nous avons modélisé les erreurs de recalage sur le barrage dans les deux directions, en distance et en azimut. Nous avons vérifié expérimentalement sur cette zone que plus la cohérence d'un couple d'images est faible, plus les erreurs de recalage sont importantes (cf. figure 4.13), ce qui est en accord avec les simulations effectuées au paragraphe 5.7.1.2.

Ces résultats remettent en question la méthode de recalage par rapport à une image maître unique, surtout lorsque l'on souhaite obtenir des mesures de cohérence précises. En effet, cette méthode de recalage peut être viable avec des images acquises dans des configurations proches, avec de petites lignes de base, et sous des angles de squint proches. Dans ce contexte, les termes de décorrélation géométriques sont faibles, la cohérence théorique de l'interférogramme est élevée, et les performances de l'algorithme de recalage seront meilleures. Cependant, dans le cas où l'on souhaite exploiter des couples ayant des lignes de base moyennes, ou lorsque la décorrélation temporelle est forte sur une grande partie de la scène, la corrélation des données est plus faible et le calcul de disparités va être entaché d'erreurs, qui vont se propager dans l'image recalée lors du rééchantillonnage, ayant pour résultat d'avoir une image esclave mal recalée. Une alternative possible consisterait à recaler les images de la série temporelle de proche en proche, en sélectionnant les paires d'images les plus cohérentes afin d'estimer au mieux les décalages. Une possibilité complémentaire consisterait à recaler les données en se basant sur une zone d'intérêt, en sélectionnant les décalages subpixeliques en ligne et en colonne de telle sorte que la cohérence sur cette zone soit maximale. Nous proposons d'exploiter ces pistes dans le chapitre 5.

### Caractérisation de la zone stable du barrage de Serre-Ponçon et perspectives

La modélisation des termes de décorrélation géométrique et le calcul de la cohérence temporelle sur le barrage ont permis de mettre en évidence la stabilité temporelle de la cohérence sur le barrage de Serre-Ponçon. En effet, la perte de cohérence temporelle sur le barrage est estimée à 0,023 par an, ce qui est très faible par rapport aux autres régions sur la reste de la scène. Cependant, malgré toutes les tentatives entreprises, les mesures de cohérence sur le barrage ne convergent pas totalement avec le modèle de Zebker, même sur une zone stable.

La zone du barrage de Serre-Ponçon montre l'intérêt que la connaissance de la cohérence en un point, sur une zone stable, permet de connaître la cohérence maximale que l'on peut mesurer dans l'image, qui peut être ramenée à la cohérence théorique  $D$  de l'interférogramme. Cette valeur peut alors servir d'étalon pour chaque couple interférométrique. Connaissant le nombre  $L$  de vues indépendantes, elle sera utile pour déterminer les lois de cohérence théoriques et estimer la cohérence sur d'autres zones.

La question de l'origine de ces problèmes de recalage se pose alors. Après plusieurs tests et discussions avec d'autres équipes travaillant sur la série temporelle ERS sur Serre-Ponçon, nous pouvons affirmer que ces problèmes de recalage ne sont pas spécifiques aux outils employés. En

effet, des problèmes semblables se présentent en utilisant d'autres outils, tels que les corrélateurs de GAMMA (à Telecom Paristech) ou de ROIPAC (à l'ENS). La forte décorrélation temporelle qui diminue la cohérence vraie de la scène Dans ces conditions de faible cohérence, l'efficacité des corrélateurs est donc remise en cause. Dans le prochain chapitre, nous proposerons une stratégie de recalage adaptée à cette série temporelle peu cohérente.

En ce qui concerne la série temporelle TSX, les images issues de ce capteur possèdent des métadonnées dans lesquelles figurent un excellent positionnement du capteur, grâce à une orbitographie très précise et la connaissance de la géométrie d'acquisition prenant en compte le relief de la scène, basée sur un modèle numérique de terrain SRTM. Dans ce cas de figure, le recalage est alors par la seule connaissance de ces paramètres capteurs et du relief, ce qui constitue une toute autre problématique.



## Chapitre 5

# Sélection d'interférogrammes pour le suivi de zone

Les performances des méthodes de suivi de l'évolution d'une zone au cours du temps dépendent de la qualité des prétraitements effectués sur les différentes images composant le jeu de données. Parmi ceux-ci, le recalage est un fort prérequis à la détection de changements. En effet, la méthodes des PS, c'est-à-dire des points réflecteurs permanents [Ferretti *et al.* (2000); Colesanti *et al.* (2003)] et la méthode SBAS (petites lignes de base) [Berardino et Sansosti (2002)], exploitent toutes deux un grand nombre d'images RSO préalablement recalées, dans le but de produire des cartes de déplacement et de vitesse moyenne du sol. Les couples interférométriques sélectionnés par ces méthodes incluent souvent des interférogrammes ayant une grande base perpendiculaire ou temporelle. De fait, selon l'importance de la décorrélation géométrique et temporelle [Wei et Sandwell (2010); Zebker *et al.* (1994)], la cohérence de la scène sur ces couples se révèle souvent faible sur de multiples zones. Un faible cohérence entraîne une augmentation du bruit sur la phase (cf. paragraphe 2.1.4.2), rendant ainsi le déroulement de phase et la reconstruction du signal de déformation difficile. Afin de limiter les effets de la décorrélation temporelle, des méthodes de détection de changements incohérentes [Bruzzone *et al.* (2002), Inglada (2003), Inglada *et al.* (2007), Bazi *et al.* (2005)] se basent sur des couples d'images d'amplitude. Parmi les méthodes cohérentes, [Hoffmann *et al.* (2004); Hoffmann (2007)] propose d'exploiter de proche en proche des images de cohérence. Cependant, ces méthodes ne sont pas adaptées au traitement de longues séries temporelles. Les performances des corrélateurs dépendant elles-mêmes de la cohérence du couple d'image (cf. paragraphe 5.7.1.2), le recalage des couples présentant une forte décorrélation géométrique et (ou) temporelle peut s'avérer de mauvaise qualité. Ainsi, l'intégration de ces couples au jeu d'interférogrammes sélectionnés peut provoquer des erreurs se propageant dans les traitements ultérieurs [Townshend *et al.* (1992); Zebker et Villasenor (1992)], et dégrader l'estimation du signal de déformation. De plus, la qualité de cette estimation dépend fortement du nombre d'images et de couples utilisés, ceci se faisant au détriment du temps de calcul et de la rapidité du traitement de la série temporelle. La qualité du recalage et le nombre de couples intervenant dans la sélection d'interférogrammes utilisés par ces méthodes de détection de changements apparaissent donc comme étant deux paramètres majeurs intervenant directement sur les performances de ces algorithmes.

## 5.1 État de l'art des méthodes de sélection de couples interférométriques

Cette première partie propose un état de l'art des méthodes de sélection d'interférogrammes couramment utilisées, distinguant d'une part les méthodes dites par seuillage, puis d'autre part les méthodes par arbres, connexes. Dans la suite de cette partie, nous présentons ces méthodes en les appliquant à la base de données de 82 images ERS-1/2 acquises sur la région de Serre-Ponçon (cf. paragraphe 3.1.1). Sur cette série de 82 images, il est possible de générer 3321 interférogrammes différents. Ces méthodes ont pour objectif de sélectionner parmi ces couples un sous-ensemble réduit de couples, qui seront exploités par la suite par les algorithmes de détection de changement, tel que ces couples satisfassent des critères, comme par exemple une forte cohérence géométrique.

La qualité interférométrique du jeu de données sélectionné par ces méthodes peut influencer sur la qualité du recalage. En effet, le recalage de deux images ayant une corrélation théorique faible sera plus difficile, en particulier pour les corrélateurs basés sur la corrélation des figures de chatoiement, ayant pour résultat de générer un recalage imprécis (cf. paragraphe 5.7.1.2). Nous retrouvons ainsi la question du recalage débattue au paragraphe 4.4.1. Ainsi, la sélection de couples ayant une cohérence interférométrique élevée peut se révéler utile pour améliorer la précision du recalage.

### 5.1.1 Approches par seuillage

Une première famille de stratégie de sélection d'interférogrammes se base sur des critères de seuils.

#### 5.1.1.1 Approche petites lignes de base

L'approche à petites lignes de base (*Small Baseline Subset*, [Berardino et Sansosti (2002)]) est basée sur la sélection de paires d'images séparées par de faibles lignes de base perpendiculaire, dans le but de limiter le phénomène de décorrélation dans l'axe distance (cf. paragraphe 1.3.2.1). Cette méthode est largement répandue pour extraire de faibles déformations sur des zones d'intérêt larges [Lanari *et al.* (2004)], en produisant des cartes de vitesse moyenne et de déplacement calculées sur des zones cohérentes multivues. Dans la majeure partie de ces études, les interférogrammes calculés sont sélectionnés tels que leurs lignes de base soient inférieures à 150 m. Pour la série temporelle ERS sur Serre-Ponçon, nous fixons ce seuil à 200 m, dans le but de faciliter les comparaisons avec les autres méthodes de sélection présentées ci-après. L'application de ce seuil nous permet d'extraire un ensemble de 691 interférogrammes (cf. figure 5.1). La corrélation théorique de chaque interférogramme est représentée par la couleur des arêtes liant chaque image, qui est déterminée selon la cohérence théorique du modèle de Zebker telle que :

$$\gamma_{theo} = \gamma_{RSB} \cdot \gamma_{range} \cdot \gamma_{azimut}. \quad (5.1)$$

Nous remarquons également sur la figure 5.1 que les couples sélectionnés ont des bases temporelles hétérogènes, allant d'un jour à plus de 8 ans. En moyenne, l'écart temporel entre deux images est d'environ 900 jours (soit approximativement 2 ans et demi). La série d'interférogrammes tests (cf. paragraphe 4.1.1) a montré que la décorrélation temporelle peut être très rapide, de l'ordre de quelques mois à une année selon les zones étudiées, si bien qu'une grande partie de ces interférogrammes sera inutilisable. Pour cette raison, nous entrevoyons que la prise en compte d'un critère temporel dans cette méthode de sélection pourrait être pertinente.

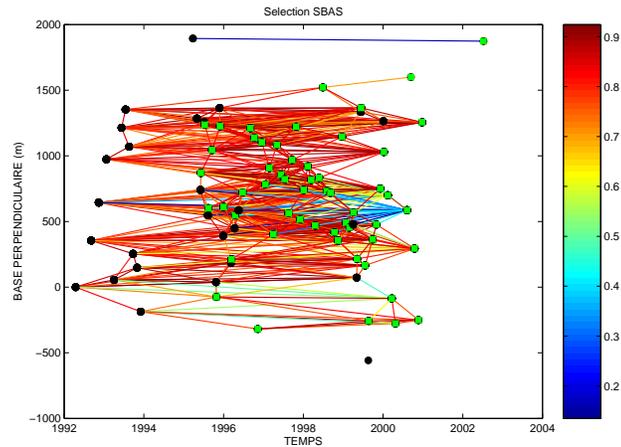


FIGURE 5.1 – Sélection de 691 interférogrammes de la série ERS sur Serre-Ponçon par la méthode des faibles lignes de base, tel que  $|B_{\perp}| < 200$  m. Les images ERS-1 (resp. ERS-2) sont représentées par des points noirs (resp. verts) ; la cohérence théorique d'un couple d'image est représentée par la couleur du lien entre deux images. La corrélation théorique moyenne de l'ensemble de ces interférogrammes vaut 0,80 (écart-type, 0,13). Le meilleur interférogramme a pour corrélation théorique 0,92, le plus mauvais 0,14.

Nous remarquons également en calculant la distribution empirique des cohérences théoriques (cf. figure 5.2) que certains interférogrammes, bien qu'ayant une ligne de base perpendiculaire faible, ont une corrélation théorique faible. Ceci s'explique par la perte de corrélation dans l'axe azimut. En effet, pour certains couples, les différences d'angles de squint entraînent une dégradation importante de la cohérence théorique. Ceci indique qu'il est nécessaire de prendre en compte cette source de décorrélation en imposant un seuil similaire à celui imposé sur les lignes de base, contraignant les différences de fréquences de centroïdes Doppler.

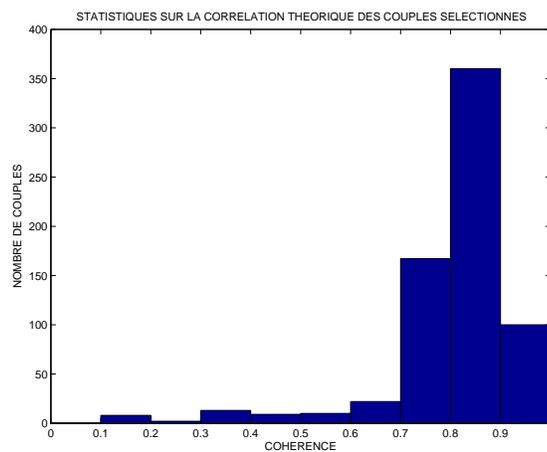


FIGURE 5.2 – Répartition des couples sélectionnés par la méthode SBAS en fonction de leur cohérence théorique. En appliquant un simple seuil sur la ligne de base perpendiculaire, on sélectionne en plus des interférogrammes d'intérêt des couples peu corrélés.

Enfin, nous constatons que l'ensemble des interférogrammes choisi ne forme pas un ensemble connexe, trois images n'étant pas reliées au reste du groupe. Pourtant, l'approche SBAS nécessite

la connexité de l'ensemble des données pour résoudre un système d'équation linéaire au sens des moindres carrés, afin d'obtenir une continuité temporelle des cartes de vitesses moyennes et de déplacements. Il est donc dans ce cas nécessaire soit d'ajouter manuellement les interférogrammes qui connectent l'ensemble des données, soit de supprimer de la série temporelle les images non connectées au reste du graphe.

### 5.1.1.2 Petites bases géométriques et temporelles

Une méthode prenant en compte les caractéristiques géométriques et les écarts temporels entre les acquisitions a été proposée par [López-Quiroz *et al.* (2009)] et mise en oeuvre dans le cadre du suivi multitemporel de subsidence sur la région de Mexico. Le suivi multitemporel de la ville de Mexico est un problème complexe, la zone présentant une forte décorrélation temporelle et des taux de subsidence très élevés. La sélection se base sur un critère empirique prenant en compte deux paramètres, la ligne de base perpendiculaire  $B_{\perp}$  (en mètres) et l'écart temporel  $\Delta T$  (exprimé en années) entre deux acquisitions. Ce critère, applicable à une série temporelle d'images acquises par les satellites ERS, s'énonce sous la forme suivante :

$$\frac{|B_{\perp}|}{200} + \frac{|\Delta T|}{2} < 2. \quad (5.2)$$

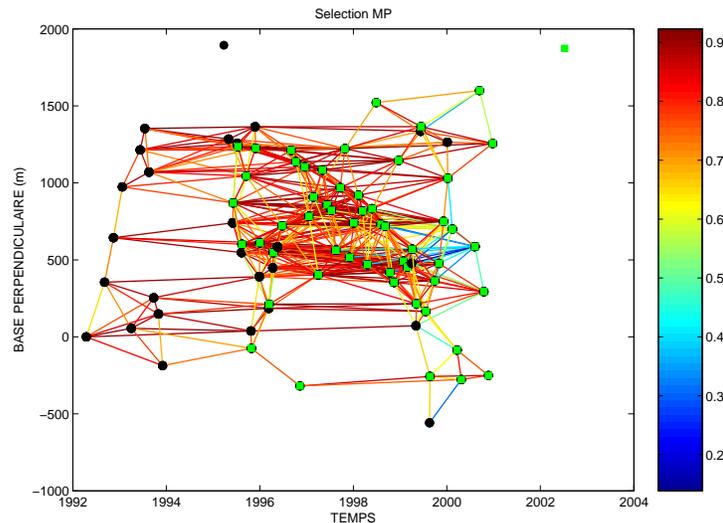


FIGURE 5.3 – Stratégie de choix d'interférogrammes pour le suivi multitemporel de zone sur la base de données de 82 images ERS-1/2 sur la région de Serre-Ponçon, selon la méthode de seuil figurant dans [López-Quiroz *et al.* (2009)]. La sélection se base sur un critère empirique prenant en compte deux paramètres, la ligne de base perpendiculaire  $B_{\perp}$  et l'écart temporel  $\Delta T$  (en années) entre deux acquisitions. Ce critère (valable pour des images ERS uniquement) s'énonce sous la forme suivante :  $|B_{\perp}|/200 + |\Delta T|/2 < 2$ .

En appliquant ce critère, le nombre d'interférogrammes possibles est divisé d'un facteur 5, soit 610 interférogrammes (cf. figure 5.3). L'ensemble des couples  $(\Delta T, B_{\perp})$  est représenté figure 5.4 par la partie grisée. Les cas limites de sélection sont un interférogramme tandem ( $\Delta T = 1$  jour) avec une base perpendiculaire  $B_{\perp}$  proche de 400 m et un interférogramme généré à partir d'images séparées temporellement d'une durée  $\Delta T = 4$  ans et à ligne de base quasi nulle. Les couples sélectionnés ont en moyenne une corrélation théorique de 0,78, allant de 0,14 au minimum à 0,92

au maximum. Les bases temporelles valent en moyenne 417 jours, allant de 1 à 1355 jours, soit près de 3 ans et 9 mois. On retrouve les cas limites de sélection discutés précédemment.

Les conditions limites imposées par un tel critère sont discutables, dans le sens où tout couple interférométrique d'images séparées temporellement de plus de 4 ans sera écarté du jeu d'observation, alors que les conditions d'acquisitions géométriques sont très favorables. Ainsi, en appliquant ce critère sur la base de données d'images ERS sur le lac de Serre-Ponçon, l'observation d'une bonne cohérence sur le barrage à plus de 7 ans d'intervalle n'aurait pas été possible. En réalité, le choix d'un critère temporel doit s'effectuer en fonction de l'exploitation que l'on souhaite faire des images, et de l'information à priori que l'on détient sur la décorrélation temporelle de la scène.

Comme pour la méthode de sélection précédente, l'évincement de la décorrélation en azimut dans le critère de seuillage a pour conséquence d'intégrer à la sélection des interférogrammes faiblement corrélés (voir figure 5.5), car ayant des différences d'angles de squint trop différents. Enfin, ces interférogrammes ne forment pas un ensemble connexe. En effet, deux images sont évincées du groupe car elles ont été acquises sur des orbites très éloignées du reste de l'ensemble du jeu de données.

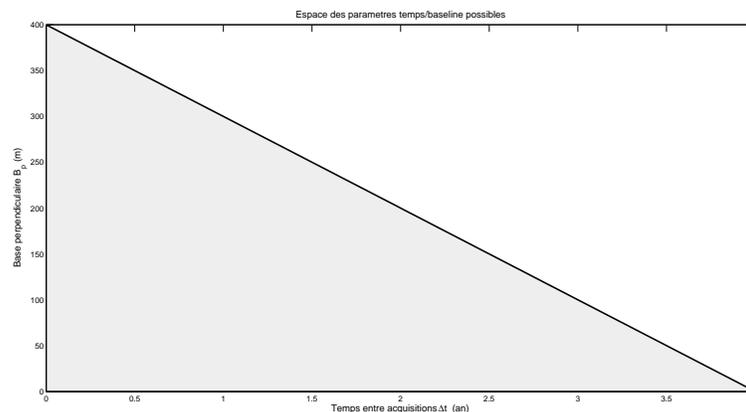


FIGURE 5.4 – Ensemble des couples possibles  $(\Delta T, B_{\perp})$  (partie grisée) pouvant être sélectionnés par la stratégie appliquant le critère de seuillage  $B_{\perp}/200 + \Delta T/2 < 2$ .

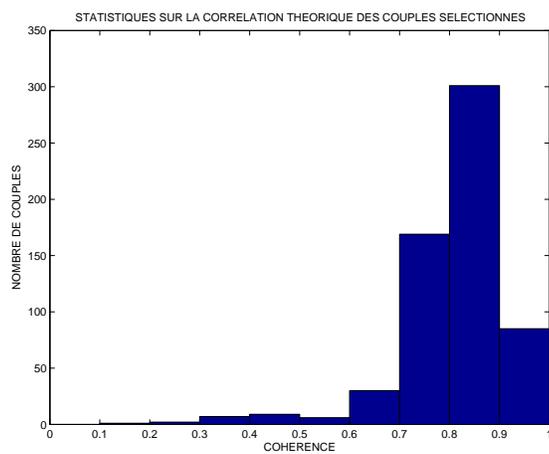


FIGURE 5.5 – Répartition des couples (sélectionnés via le critère défini à l'équation 5.2) en fonction de leur cohérence théorique. Des couples peu corrélés sont intégrés à la sélection. La corrélation théorique moyenne de l'ensemble de ces interférogrammes vaut 0,78 (écart-type, 0,12). Le meilleur interférogramme a pour corrélation théorique 0,92, le plus mauvais 0,14..

### 5.1.2 Approches connexes

Une seconde famille de stratégies de sélection s'appuie sur des arbres, où toutes les images d'un jeu de données sont connectées entre elles.

#### 5.1.2.1 Image maître unique

Cette méthode de sélection d'interférogrammes repose sur le choix d'une image maître unique (*single master*), intervenant dans chaque couple d'interférogrammes. Disposant de  $n$  images, il est donc possible d'obtenir via cette méthode  $n - 1$  couples d'images. L'image maître peut être choisie telle qu'elle soit le barycentre du nuage de points formé en représentant chaque image en fonction de sa date et de sa base perpendiculaire, ou en choisissant la moyenne ou le mode de la distribution des bases perpendiculaires associées à chaque couple d'images. Pour la série temporelle ERS sur Serre-Ponçon, l'image de référence est celle acquise le 5 janvier 1998, ayant pour numéro d'orbite 14176.

Cette méthode est surtout appliquée dans le cadre de la technique d'interférométrie exploitant les réflecteurs permanents (ou PS, pour *permanent scatterers*) [Ferretti *et al.* (2001)]. La technique des PS permet d'exploiter des interférogrammes à très grande ligne de base et à fort écart temporel. Le résultat de l'application de cette méthode à notre série temporelle est représentée figure 5.6.

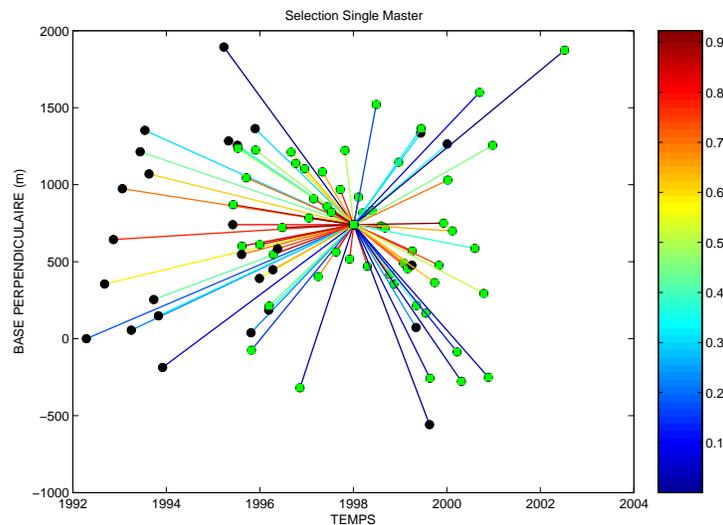


FIGURE 5.6 – Jeu d'interférogrammes sélectionnés par la méthode de l'image maître unique 14176 acquise le 8 janvier 1998.

La figure 5.7 montrant la répartition des couples en fonction de leur cohérence théorique indique que certains interférogrammes sont complètement décorrélés, et donc inexploitable du point de vue de la cohérence. En effet, plus de la moitié de ceux-ci ont une cohérence inférieure à 0,70 (à titre de comparaison, la cohérence théorique des interférogrammes tandem ERS vaut en moyenne pour cette série 0,77).

Du point de vue de l'exploitation de la cohérence interférométrique calculée sur des zones et non pas des points réflecteurs, ce type de méthode est donc à éviter, si l'on souhaite tirer parti de l'ensemble du jeu de données disponible.

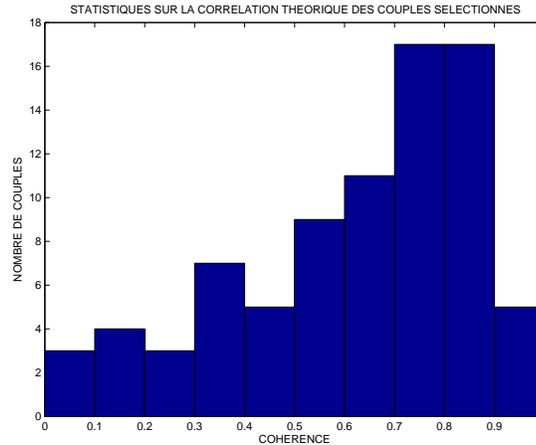


FIGURE 5.7 – Répartition des couples sélectionnés par la méthode *single master* en fonction de leur cohérence théorique. La majorité des couples intégrés à la sélection sont peu corrélés. La corrélation théorique moyenne de l'ensemble de ces interférogrammes vaut 0,54 (écart-type, 0,28). Le meilleur interférogramme a pour corrélation théorique 0,92, le plus mauvais 0,00.

### 5.1.2.2 Approche par arbre de recouvrement minimal

Cette méthode de sélection d'interférogrammes est basée sur la recherche d'un arbre faisant intervenir l'ensemble des images du jeu de données et tel que cet ensemble minimise une fonction de coût. Les algorithmes de recherche d'arbre de recouvrement minimal cherchent parmi  $n$  images le meilleur jeu de  $n - 1$  couples d'images tel que toute image peut être reliée à une autre en parcourant l'arbre. Une description plus approfondie de ces algorithmes et des arbres de recouvrement minimal sera traitée au paragraphe 5.2.2.

Appliquée à l'interférométrie radar, nous définissons l'écart d'une image  $i$  à une image  $j$ , c'est-à-dire le coût du couple  $(i, j)$ , comme étant la perte de cohérence théorique  $\gamma_{theo}$  de l'interférogramme, soit :

$$p(i, j) = 1 - \gamma_{theo} = 1 - \gamma_{RSB} \cdot \gamma_{range} \cdot \gamma_{azimut}. \quad (5.3)$$

Un état de l'art de l'utilisation des arbres de recouvrement minimal en interférométrie radar est proposé au paragraphe 5.2.3.

Le résultat de la sélection utilisant la distance définie à l'équation 5.3 est présenté figure 5.8.

La fonction de coût ne prenant en compte que des paramètres géométriques, l'algorithme de calcul d'arbre de recouvrement minimal privilégie la sélection d'interférogrammes à faibles lignes de base et à faibles écarts de centroïdes Doppler. Cette méthode est donc similaire à l'approche petites lignes de base (cf. paragraphe 5.1.1.1), mais ajoute par construction la contrainte de connexité et sélectionne un jeu réduit de  $n - 1$  interférogrammes (pour un nombre  $n$  d'images).

L'histogramme des couples sélectionnés (cf. figure 5.9) montre que la quasi totalité des couples sélectionnés ont une cohérence théorique supérieure à 0,8. En moyenne, les acquisitions des couples sélectionnés sont espacées de 790 jours, pour des valeurs extrêmes allant de 1 à 2260 jours (un peu plus de six ans).

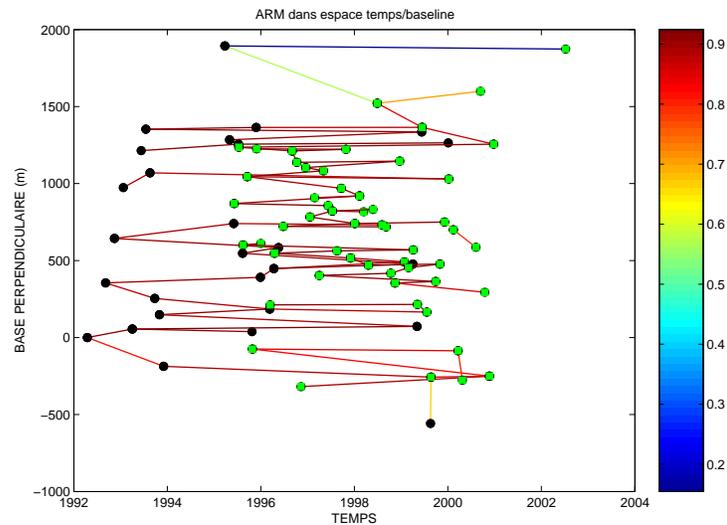


FIGURE 5.8 – Ensemble des couples déterminés par le calcul d'arbre de recouvrement minimal se basant sur la fonction de coût à l'équation 5.3. Ces 81 interférogrammes forment un ensemble connexe.

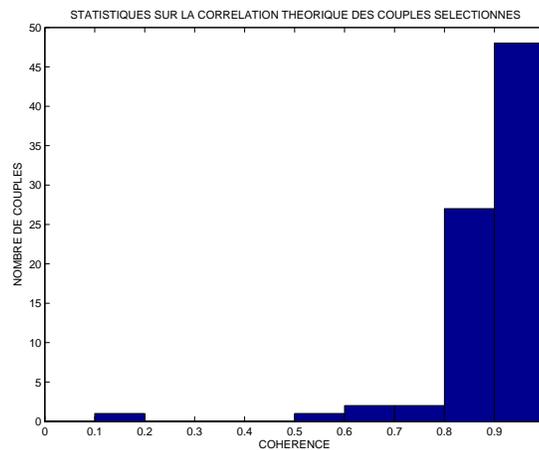


FIGURE 5.9 – Répartition des couples sélectionnés par la méthode ARM en fonction de leur cohérence théorique. La corrélation théorique moyenne de l'ensemble de ces interférogrammes vaut 0,88 (écart-type, 0,10). Le meilleur interférogramme a pour corrélation théorique 0,92, le plus mauvais 0,15.

### Intégration d'un critère temporel

La fonction de coût utilisée pour calculer l'arbre de recouvrement minimal peut également intégrer un terme temporel, à l'image de la méthode de [López-Quiroz *et al.* (2009)] décrite au paragraphe 5.1.1.2.

Ainsi, la fonction de coût définie à l'équation 5.3 s'écrit à présent :

$$p(i, j) = 1 - \gamma_{theo} = 1 - \gamma_{RSB} \cdot \gamma_{range} \cdot \gamma_{azimut} \cdot \gamma_{temporel}, \quad (5.4)$$

où la cohérence temporelle  $\gamma_{temporel}$  est considérée comme décroissante linéairement au cours du temps, tel que :

$$\gamma_{temporel} = 1 - \frac{\Delta T}{\Delta T_{max}}, \quad (5.5)$$

avec  $\Delta T_{max}$  représentant l'écart temporel pour lequel la décorrélation temporelle de la scène est telle que la cohérence de l'interférogramme est nulle.

Ce modèle linéaire est choisi afin de permettre la comparaison avec le modèle de [López-Quiroz *et al.* (2009)], où il est implicitement considéré tel quel. En reprenant leur critère de seuillage, si  $\Delta T = 0$ , alors on a  $B_{\perp} < 400$  m, c'est à dire que la valeur minimale de la corrélation théorique des interférogrammes est environ  $\gamma_{theo} = 0,6$ .

De plus, dans le cas où  $B_{\perp}$  tend vers 0 (et si les écarts de centroïdes Doppler sont négligeables), la cohérence théorique ne dépend que de la cohérence temporelle. Pour que  $\gamma_{theo} = 0,6$  avec  $\Delta T = 4$  ans, il faut que :

$$\gamma_{temporel} = 0,6 = 1 - \frac{4 \cdot 365}{\Delta T_{max}}, \quad (5.6)$$

soit  $\Delta T_{max} \sim 3650$  jours.

La sélection d'interférogrammes déterminée par arbre de recouvrement minimal s'appuyant sur la fonction de coût définie à l'équation 5.4 est présentée figure 5.10.

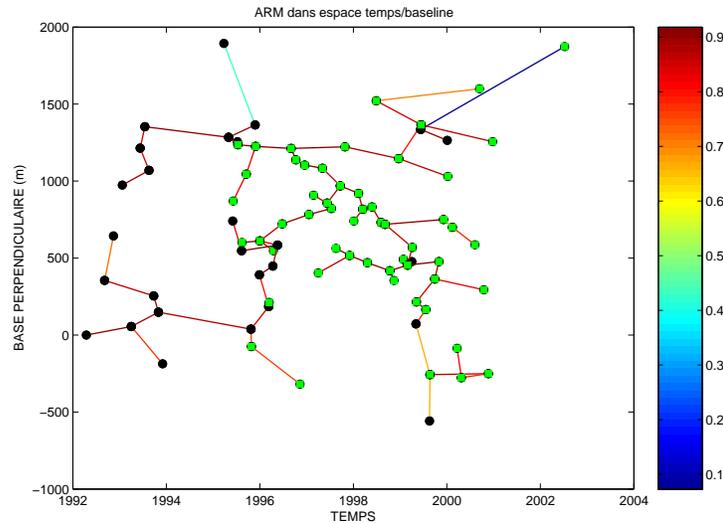


FIGURE 5.10 – Ensemble des couples déterminés par le calcul d'arbre de recouvrement minimal se basant sur la distance définie à l'équation 5.4. Ces 81 interférogrammes forment un ensemble connexe.

L'histogramme des couples sélectionnés par cette méthode (cf. figure 5.11) montre que la majorité des couples sélectionnés conservent une cohérence théorique élevée (plus de 75% des

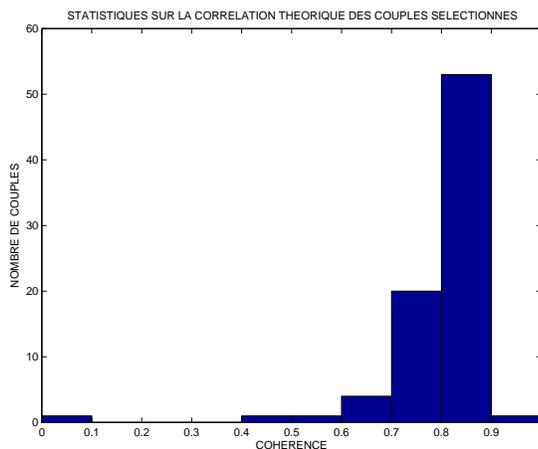


FIGURE 5.11 – Répartition des couples sélectionnés par ARM utilisant une fonction de coût avec critère temporel, en fonction de leur cohérence théorique. La corrélation théorique moyenne de l'ensemble de ces interférogrammes vaut 0,84 (écart-type, 0,12). Le meilleur interférogramme a pour corrélation théorique 0,92, le plus mauvais 0,07.

couples ont une cohérence théorique comprise entre 0,7 et 1,0). En moyenne, les acquisitions des couples sélectionnés sont espacées de 190 jours, pour des valeurs extrêmes allant de 1 à 1121 jours (un peu plus de trois ans).

Dans les deux cas présentés précédemment, le jeu d'interférogrammes sélectionnés intègre des couples faiblement corrélés. Ces couples correspondent à deux images acquises sur des orbites très éloignées par rapport à l'ensemble du groupe, ou ayant une différence de centroïdes Doppler trop importante. Ces couples pourraient être éliminés de la sélection, n'étant pas exploitables du point de vue de la cohérence interférométrique.

### 5.1.3 Discussion

Les études interférométriques sont conditionnées par deux facteurs limitants, qui sont la géométrie d'acquisition des images et l'intensité de la décorrélation temporelle de la scène. Par conséquent, la sélection de couples interférométriques dans une série temporelle telle que celle de Serre-Ponçon doit prendre en compte ces deux facteurs. L'analyse de la cohérence géométrique (cf. équation 4.2) et des écarts temporels des couples d'images sélectionnés par les méthodes décrites précédemment est présentée figure 5.12 sous forme de boîtes de Tukey.

L'ensemble des couples d'images sélectionnés par les méthodes de seuils (SB et MP) ont une cohérence géométrique médiane élevée (supérieure à 0,8), représentative de la qualité de l'ensemble du jeu de données. Leurs distributions (cf. figure 5.2 et 5.5) sont similaires. Nous pouvons observer que les interférogrammes dont la cohérence géométrique est trop faible sont considérés comme aberrants et représentés par des +. Le nombre de points aberrants est particulièrement élevé pour ces deux séries, car ces méthodes ne tiennent pas compte de la décorrélation en azimut. Des couples à faibles lignes de base mais à grands écarts de fréquences centroïdes Doppler sont intégrés à la sélection. L'analyse des boîtes des écarts temporels montre que l'introduction d'un terme temporel dans la méthode de [López-Quiroz *et al.* (2009)] réduit considérablement les écarts temporels entre images, ceci sans trop abaisser la cohérence géométrique médiane des interférogrammes sélectionnés. Cette remarque est également valable pour les méthodes par arbres de recouvrement minimal (ARM et ARM\_temp). L'introduction d'un critère temporel n'abaisse que très légèrement la cohérence géométrique médiane, pour une réduction de plus de la moitié des écarts temporels médians. Dans le but de limiter la décorrélation temporelle, l'intégration d'un critère temporel (seuil ou poids) dans la méthode de sélection ne dégrade donc que très peu la cohérence géométrique médiane.

Via la méthode par arbre de recouvrement minimal (ARM), les couples sélectionnés ont une cohérence géométrique médiane plus élevée. Du point de vue des écarts temporels, les boîtes sont similaires.

L'approche par image maître unique est de loin la plus mauvaise du point de vue de la cohérence, avec une valeur médiane proche de 0,6, et une forte dispersion.

Les approches par arbre de recouvrement minimal ont les cohérence géométriques médianes les plus élevées en comparaison aux autres méthodes, et les écarts interquartiles les plus faibles. Les écarts temporels sont fortement réduits en comparaison aux autres méthodes.

La série temporelle en bande C sur Serre-Ponçon est acquise dans des conditions géométriques hétérogènes et étalée sur un grand intervalle de temps (cf. chapitre 3). De plus, la décorrélation temporelle est très forte sur cette région (cf. paragraphe 4.1.1), ce qui limite grandement les possibilités dans le choix de couples interférométriques exploitables pour le suivi temporel de zone.

Nous proposons donc par la suite d'étudier le potentiel des méthodes par arbre de recouvrement minimal pour la sélection de couples interférométriques et de déterminer dans quelle mesure la sélection de couples influe sur les performances des algorithmes de détection de changement. Nous illustrerons notre démarche en nous concentrant sur le problème du recalage, en proposant une méthode de recalage global de série temporelle.

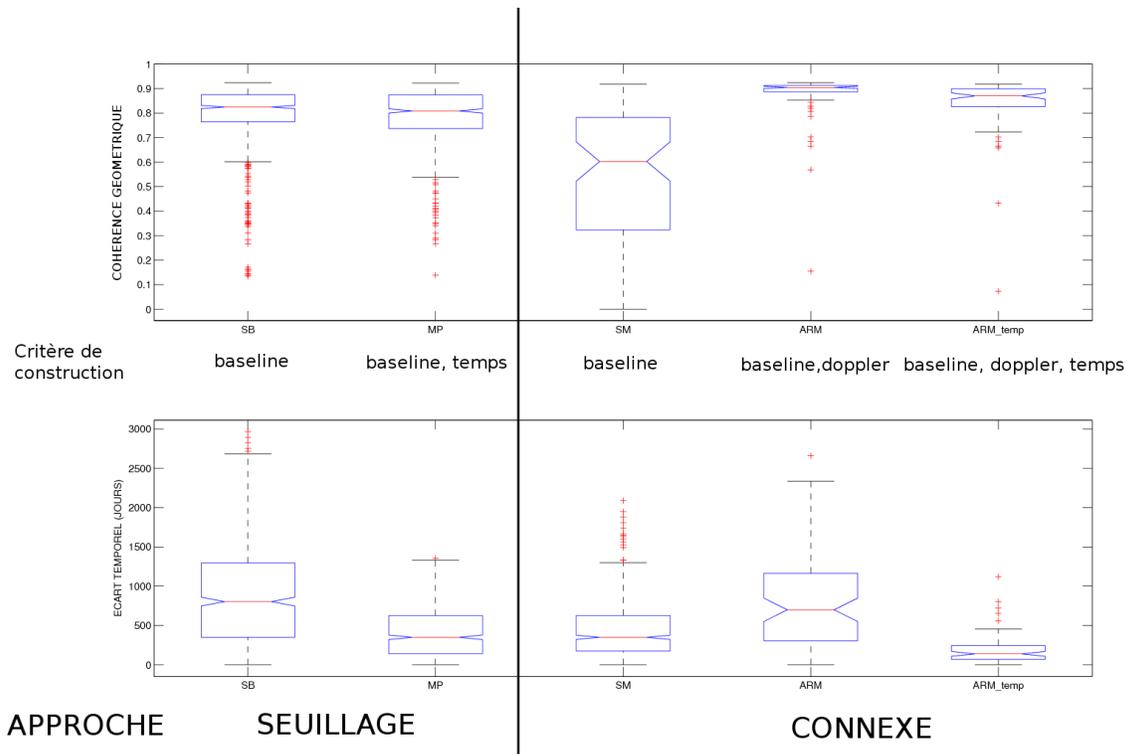


FIGURE 5.12 – Boîtes de Tukey de la cohérence géométrique (en haut) et des écarts temporels (en bas) des jeux d'interférogrammes sélectionnés par la méthode à petites lignes de base (SB), par le critère de [López-Quiroz *et al.* (2009)] (MP), par la méthode de l'image maître unique (SM), et par arbre de recouvrement minimal sur critère géométrique (ARM) (cf. équation 5.3) et sur critères géométrique et temporel (ARM\_temp) (cf. équation 5.4). Le rectangle s'étend du premier quartile  $q_1$  au troisième quartile  $q_3$  et est coupé par la médiane, en rouge. L'étendue des pattes suit la représentation classique de Tukey : elles s'étendent de  $q_1$  et  $q_3$  jusqu'à l'observation la plus éloignée appartenant à  $1,5$  l'espace interquartile  $q_3 - q_1$ . Les valeurs extrêmes, considérées comme aberrantes, sont situées au delà des pattes et sont représentées en rouge par des +.

## 5.2 Sélection d'interférogrammes par arbres de recouvrement minimal

### 5.2.1 Notion de distance entre images

Dans cette section, nous nous plaçons dans un espace métrique, c'est-à-dire un ensemble dans lequel il existe une notion de distance entre ses différents éléments. Nous nous efforçons alors à définir la notion de distance entre images.

#### 5.2.1.1 Distance classique

Une distance sur un ensemble  $\Omega$  est définie par une application  $d : \Omega \times \Omega \rightarrow \mathbb{R}^+$  vérifiant les propriétés suivantes :

- non-négativité :  $\forall i, j \in \Omega, d(i, j) \geq 0$ ,
- commutativité :  $\forall i, j \in \Omega, d(i, j) = d(j, i)$ ,
- séparation :  $\forall i, j \in \Omega, d(i, j) = 0 \Leftrightarrow i = j$ ,
- inégalité triangulaire :  $\forall i, j, k \in \Omega, d(i, k) \leq d(i, j) + d(j, k)$ .

La fonction de coût introduite à l'équation 5.3 vérifie la propriété de non-négativité, la cohérence d'une paire interférométrique ne pouvant pas être supérieure à 1, et la propriété de commutativité, la cohérence d'une paire  $(i, j)$  étant égale à celle d'une paire  $(j, i)$ .

La propriété de séparation est plus difficile à démontrer, et même fautive si l'on envisage une image  $j$  acquise exactement dans les mêmes conditions interférométriques (même orbite, même dépointement du faisceau, même angle de visée) que l'image  $i$ . Cependant, ces conditions sont statistiquement impossibles à réunir en réalité : il faudrait en effet que le satellite repasse sur la même orbite que celle empruntée lors de l'acquisition de l'image  $i$ , et ce avec une précision de l'ordre d'une fraction de longueur d'onde. Nous pouvons donc considérer que la propriété de séparation est vraie.

En revanche, l'inégalité triangulaire n'est pas vérifiée. En effet, pour trois images  $i, j, k$ , la propriété :

$$d(i, k) \leq d(i, j) + d(j, k), \quad (5.7)$$

$$1 - \gamma_{theo,ik} \leq 1 - \gamma_{theo,ij} + 1 - \gamma_{theo,jk} \quad (5.8)$$

n'est pas démontrable.

En effet, l'équation 5.8 suggère que la cohérence d'un couple peut être déterminée par la somme des cohérences d'autres couples. Si on considère 3 images, la seconde (resp. troisième) acquise avec 100 m (resp. 200m) de base perpendiculaire par rapport à la première, et en supposant que la base critique est égale à 1000 m, la cohérence du couple (1, 2) est égale à  $\gamma_{12} = 0,9$ , celle du couple (1, 3) est égale à  $\gamma_{13} = 0,8$ , et celle du couple (2, 3) est égale à  $\gamma_{23} = 0,9$ . Or, il est évident que  $\gamma_{13} \not\leq \gamma_{12} + \gamma_{23}$ . L'inégalité 5.8 n'est donc pas vérifiée.

Ainsi, nous ne pouvons pas conclure que la fonction de coût (cf. équation 5.3) est une distance, comme l'affirment les auteurs dans [Refice *et al.* (2006)], puisqu'elle ne vérifie pas l'inégalité triangulaire.

#### 5.2.1.2 Norme et conorme triangulaire

Une norme triangulaire, ou t-norme, est classiquement utilisée pour généraliser l'inégalité triangulaire des espaces métriques classiques.

### Norme triangulaire

Une t-norme est une fonction  $\top$ , définie sur :

$$\top : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1] \quad (5.9)$$

et satisfaisant les propriétés suivantes :

- commutativité :  $\top(a, b) = \top(b, a)$ ,
- monotonie : si  $a \leq c$  et  $b \leq d$ , alors  $\top(a, b) \leq \top(c, d)$ ,
- associativité :  $\top(a, \top(b, c)) = \top(\top(a, b), c)$ ,
- 1 est l'élément neutre, c'est-à-dire :  $\top(a, 1) = a$ .

Le produit de deux nombres réels  $a$  et  $b$  est une norme triangulaire, elle se note :

$$\top_{prod}(a, b) = a \cdot b. \quad (5.10)$$

Nous utiliserons cette norme par la suite et la notons  $\top$ , afin d'alléger les notations.

### Conorme triangulaire

Une t-conorme est la notion duale de la norme triangulaire, assignant  $1 - x$  à  $x$  sur  $[0, 1]$ . Si  $\top$  est une t-norme, alors la conorme complémentaire  $\perp$  de  $\top$  est définie par :

$$\perp(a, b) = 1 - \top(1 - a, 1 - b). \quad (5.11)$$

Les propriétés de commutativité, de monotonie et d'associativité restent les mêmes que celles définies pour une t-norme. En revanche, l'élément neutre vaut 0, c'est-à-dire  $\perp(a, 0) = a$ .

Soit  $a$  et  $b$  deux nombres réels appartenant à  $[0, 1]$ , définis en fonction des paramètres géométriques d'acquisition d'un couple d'images  $(i, j)$ , tel que :

$$a = \frac{|B_{\perp,ij}|}{B_{\perp,crit}}, \quad (5.12)$$

$$b = \frac{|\Delta f_{Dc,ij}|}{B_a}. \quad (5.13)$$

En utilisant les expressions de  $a$  et  $b$  précédentes, la t-conorme définie à l'équation 5.11 s'écrit :

$$\perp(a, b) = 1 - \top(1 - a, 1 - b) \quad (5.14)$$

$$= 1 - \top\left(1 - \frac{|B_{\perp,ij}|}{B_{\perp,crit}}, 1 - \frac{|\Delta f_{Dc,ij}|}{B_a}\right). \quad (5.15)$$

En identifiant dans l'équation 5.15 les expressions de la cohérence en distance  $\gamma_{range}$  et en azimut  $\gamma_{azimut}$  du couple  $(i, j)$ , il vient :

$$\perp(a, b) = 1 - \top(\gamma_{range,ij}, \gamma_{azimut,ij}). \quad (5.16)$$

Nous retrouvons dans cette équation l'expression de la cohérence géométrique définie à l'équation 4.2.

Considérons à présent le nombre réel  $r$  appartenant à  $[0, 1]$ , dépendant du rapport signal à bruit du couple interférométrique  $(i, j)$ , tel que  $r = \frac{1}{1 + \text{RSB}_{ij}}$ . En reprenant l'expression de  $\gamma_{\text{RSB},ij}$  obtenue à l'équation 2.33, nous pouvons écrire :

$$\gamma_{\text{RSB},ij} = \frac{1}{1 + \text{RSB}^{-1}} = 1 - \frac{1}{1 + \text{RSB}} = 1 - r. \quad (5.17)$$

La t-conorme entre  $r$  et la t-conorme entre  $a$  et  $b$ , c'est-à-dire  $\perp(r, \perp(a, b))$ , pour tout couple  $(i, j)$  d'images s'écrit alors :

$$\perp(r, \perp(a, b)) = 1 - \top(1 - r, 1 - \perp(a, b)) \quad (5.18)$$

$$= 1 - \top(\gamma_{\text{RSB},ij}, 1 - \top(1 - a, 1 - b)) \quad (5.19)$$

$$= 1 - \top(\gamma_{\text{RSB},ij}, \gamma_{\text{range},ij} \cdot \gamma_{\text{azimut},ij}) \quad (5.20)$$

$$= 1 - \gamma_{\text{RSB},ij} \cdot \gamma_{\text{range},ij} \cdot \gamma_{\text{azimut},ij} \quad (5.21)$$

Nous retrouvons ainsi l'expression de la fonction de coût (cf. équation 5.3). Elle vérifie donc les propriétés d'une t-conorme.

De plus, pour ajouter un critère temporel à la fonction de coût 5.3, il suffit de considérer le réel  $t$  appartenant à  $[0, 1]$ , tel que  $t = \frac{\Delta T}{\Delta T_{\text{max}}}$  et de suivre le même raisonnement que celui utilisé pour obtenir le résultat de l'équation 5.21, en calculant  $\perp(t, \perp(r, \perp(a, b)))$ . Nous retrouvons alors l'expression de l'équation 5.4, et affirmons que cette fonction de coût vérifie les propriétés d'une t-conorme.

Une t-norme ou t-conorme telles que définies précédemment sont très pénalisantes par rapport à une distance classique (cf. figures 5.13 et 5.14). Pour un couple donné, si  $B_{\perp}$ ,  $\Delta f_{Dc}$ ,  $\Delta T$  sont faibles alors l'interférogramme sera de bonne qualité. En revanche, dès qu'un de ces paramètres devient trop important, la qualité globale  $\gamma_{\text{theo}}$  de la paire interférométrique s'effondre. On ne peut ainsi pas compenser un paramètre par l'autre, en moyennant leurs effets, comme le ferait une distance euclidienne par exemple.

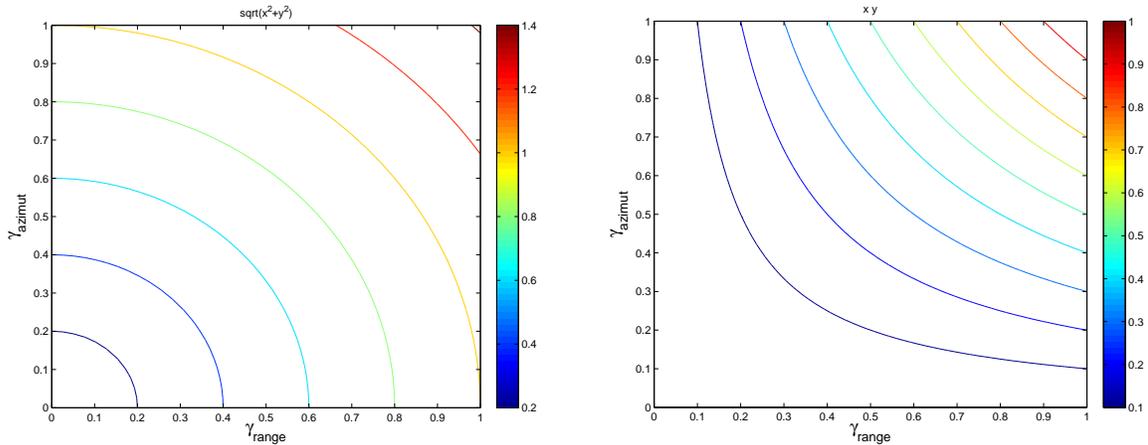


FIGURE 5.13 – Comparaison entre les iso-valeurs de cohérence obtenues par une distance euclidienne (à gauche) et une t-norme produit (à droite). Une valeur faible d'un paramètre est moins pénalisante dans le cas de la distance euclidienne que dans celui de la t-norme (moyennage contre produit).

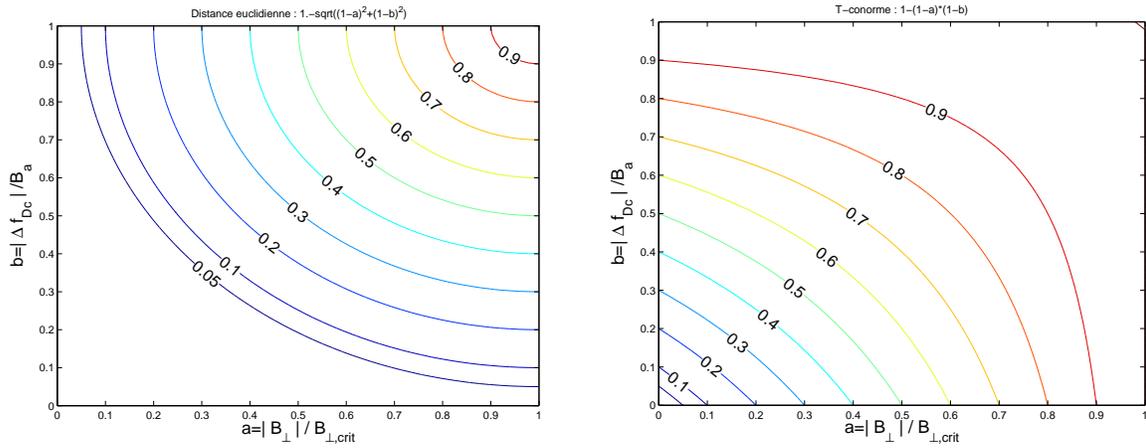


FIGURE 5.14 – Comparaison entre les iso-valeurs de “distance” obtenues par une distance euclidienne (à gauche) et une conorme triangulaire (à droite). Une valeur forte d’un paramètre de décorrélation (base perpendiculaire  $B_{\perp}$  ou différence de centroïde Doppler  $\Delta f_{Dc}$ ) est plus pénalisante dans le cas de la conorme triangulaire que dans celui de la distance euclidienne.

### 5.2.2 Arbre de recouvrement minimal

Soit un graphe  $G = (V, E)$  non orienté (cf. annexe A) où  $V$  est l'ensemble des sommets du graphe (ses noeuds), et  $E$  est l'ensemble dont les éléments sont des couples ordonnés, *i.e.* ses arêtes. Dans notre contexte d'application, l'interférométrie radar, les sommets du graphe sont associés aux images de la série temporelle, tandis que l'ensemble des arêtes est représenté par l'ensemble des interférogrammes possibles entre chaque couple d'image. Les algorithmes de calcul d'arbre de recouvrement minimal cherchent un chemin passant par tous les sommets et ne contenant pas de cycle. Ce problème peut être vu comme la recherche d'une distance de chaîne dans le graphe. Cet aspect n'est pas évoqué ici mais est détaillé à l'annexe B.

#### 5.2.2.1 Principe

Dans un graphe  $G = (V, E)$  non orienté, on définit un *arbre de recouvrement minimal* (en anglais, *minimum spanning tree*) comme étant un sous-graphe connexe de  $G$  contenant tous les sommets de  $G$ , et tel que ce sous-graphe soit aussi un arbre (*i.e.*, un graphe connexe sans cycle) et dont la somme des pondérations des arêtes est minimale (cf. annexe A). Pour chaque arête  $E$  reliant deux sommets  $v_i$  et  $v_j$ , un poids  $p(i, j)$  est attribué, correspondant à la t-cornorme triangulaire (ou l'écart) entre les images  $i$  et  $j$  définie à l'équation 5.4, tel que :

$$\text{poids}(\{v_i, v_j\}) = p(i, j). \quad (5.22)$$

Les poids attribués aux arêtes de  $G$  sont donnés par la matrice de poids  $P$ , définie par :

$$P(i, j) = \begin{cases} \text{poids}(\{v_i, v_j\}) & \text{si il existe une arête entre } v_i \text{ et } v_j \\ +\infty & \text{si il n'existe aucune arête entre } v_i \text{ et } v_j \\ 0 & \text{si } i = j \end{cases} \quad (5.23)$$

[Horowitz et Sahni (1978)] montrent qu'un arbre de recouvrement minimal est unique si les poids  $(\{v_i, v_j\})$  sont uniques. Dans notre contexte d'application, cela est vérifié dans tous les cas. En effet, la probabilité d'avoir deux images acquises selon les mêmes conditions géométriques, et donc ayant la même ligne de base perpendiculaire par rapport à une troisième image, est très faible.

Une propriété importante d'un arbre de recouvrement minimal (ARM) est que toute suppression d'arête appartenant à cet ARM entraîne la séparation de celui-ci en deux sous-arbres, et supprime l'arête de poids minimum qui reliait ces deux sous-arbres. En effet, s'il existait une autre arête n'appartenant pas à l'ARM et reliant les deux sous-arbres à un moindre coût, alors cet arbre de recouvrement ne serait pas minimal. Les algorithmes de recherche d'ARM exploitent cette propriété lors du parcours des noeuds du graphe.

### 5.2.2.2 Algorithmes de calcul d'ARM

Historiquement, le premier algorithme dédié à la recherche d'un arbre de recouvrement minimal fut développé en 1926 par Boruvka [Nesetril *et al.* (2001)] dans le but de réaliser un réseau d'électricité proposant une couverture efficace du territoire de Moravie, en République tchèque. D'autres algorithmes inspirés de celui-ci furent ensuite développés pour répondre à des problèmes de recherche d'arbre de poids minimal, tels que ceux de [Prim (1957)] ou de [Kruskal (1956)]. Pour un état de l'art complet sur le traitement du problème de la recherche d'un arbre de recouvrement minimal dans un graphe, nous invitons le lecteur à consulter l'article de [Graham et Hell (2007)].

#### Algorithme de Prim

L'algorithme de Prim est un algorithme glouton basé sur l'expansion d'un arbre en partant d'un sommet quelconque  $v$ , de telle sorte que cette croissance se fasse de la manière la plus économique possible. Soit  $Z$  un ensemble de sommets provenant de  $G = (V, E)$ ,  $G$  étant un graphe connexe. Les poids attribués aux arêtes de  $G$  sont donnés par la matrice de poids  $P$  définie à l'équation 5.23. Après avoir choisi un sommet quelconque du graphe initial pour initialiser l'algorithme, on établit à chaque étape la liste de toutes les arêtes reliant  $Z$  à un sommet qui n'est pas sur l'arbre et on choisit le sommet le plus près de  $Z$ , qui est un sommet  $v' \in V - Z$  relié à un sommet de  $Z$  par une arête de poids minimal. Lorsque tous les sommets sont contenus dans l'arbre, l'algorithme se termine et retourne l'arbre  $F$ . Cet algorithme suit les étapes décrites dans le pseudocode ci-dessous.

---

#### Algorithme 1 Prim

---

**PRÉCONDITION :**  $G = (V, E)$ ,  $G$  est un graphe connexe

**DÉBUT**

1:  $F \leftarrow \{\}$

2:  $Z \leftarrow \{v_1\}$  // Le choix du sommet de départ est arbitraire

3: **TANT QUE**  $Z \neq V$  **FAIRE**

4:    $v' \leftarrow$  sélectionner un sommet dans  $V - Z$  qui est le plus près de  $Z$

5:    $Z \leftarrow Z \cup \{v'\}$

6:    $F \leftarrow F \cup \{\text{arête (de poids minimum) qui relie } v' \text{ à } Z\}$

7: **FIN**

8: **RETOURNER**  $(Z, F)$

**FIN**

---

### Algorithme de Kruskal

Les poids attribués aux arêtes de  $G$  sont donnés par la matrice de poids  $P$  (cf. équation 5.23) identique à celle utilisée par l'algorithme de Prim. L'algorithme de Kruskal commence par établir une collection de sous-ensembles disjoints de sommets. Chaque arête est ensuite considérée, par ordre croissant de poids. Si cette arête relie deux sommets dans des sous-ensembles encore disjoints, alors elle est ajoutée aux arêtes de l'arbre de recouvrement minimal. Les deux sous-ensembles sont fusionnés, tous les sommets appartenant à ces deux sous-ensembles étant à présent reliés entre eux. De plus, si l'arête de poids minimum relie deux sommets faisant déjà partie du même sous-ensemble, cette arête n'est pas prise en compte et ne sera pas ajoutée à l'arbre final, afin d'éviter d'ajouter un cycle, et donc perdre le caractère d'arbre final désiré. Lors du déroulement de l'algorithme, l'ARM n'est pas connexe, il ne l'est qu'à la fin.

---

#### Algorithme 2 Kruskal

---

**PRÉCONDITION :**  $G = (V, E)$ ,  $G$  est un graphe connexe à  $k$  sommets

**DÉBUT**

- 1:  $F \leftarrow \{\}$
  - 2: // On notera  $S = \{S_1, \dots, S_k\}$  //  $S_k$  est un sous-ensemble
  - 3:  $S \leftarrow \{\{v_i\} | 1 \leq i \leq \text{card}(V)\}$  // On crée un sous-ensemble distinct pour chaque sommet
  - 4:  $E' \leftarrow$  séquence ordonnée (non décroissante) des arêtes provenant de  $E$
  - 5: **TANT QUE**  $\text{card}(S) \neq 1$  **FAIRE**
  - 6:    $e \leftarrow$  tête  $E'$  // On choisit l'arête de poids minimum en tête de la séquence  $E'$
  - 7:    $E' \leftarrow$  queue  $E'$  // La séquence  $E'$  est mise à jour
  - 8:   **SI** l'arête  $e$  relie deux sommets inclus dans  $S_i$  et  $S_j$  avec  $i \neq j$  **ALORS**
  - 9:      $S \leftarrow S - \{S_i, S_j\} \cup \{S_i \cup S_j\}$  // Fusion des sous-ensembles
  - 10:    $F \leftarrow F \cup \{e\}$  // Ajout de l'arête à l'arbre
  - 11:   **FIN**
  - 12: **FIN**
  - 13: Soit  $S = S_0$
  - 14: **RETOURNER**  $(S_0, F)$
- FIN**
- 

### Différences entre ces deux algorithmes

L'algorithme de Kruskal est basé sur une approche différente de celle qu'utilise l'algorithme de Prim. En effet, l'algorithme de Prim fait croître petit à petit l'arbre en partant d'un sommet arbitraire, si bien qu'à une étape donnée de l'algorithme, une partie des sommets faisant partie de l'arbre final sont reliés entre eux et les autres sommets sont isolés. Lors de l'exécution de l'algorithme de Kruskal, on dispose plutôt d'une *fôret*, c'est-à-dire d'une collection d'arbres. À chaque étape de l'algorithme, la taille de la fôret se réduit en reliant deux sous-arbres. L'avantage d'utiliser l'algorithme de Kruskal et que si le graphe n'est pas connexe, il fournira deux (ou plusieurs) sous-arbres de recouvrement minimal couvrant l'ensemble des sommets du graphe, alors que l'algorithme de Prim ne déterminera l'arbre de recouvrement minimal que d'une composante connexe du graphe.

### 5.2.2.3 Sélection d'interférogrammes par calcul d'ARM

Une série temporelle se modélise donc par un graphe  $G(V, E)$ , dont les sommets  $V$  sont associés aux images, et les arêtes  $E$  représentent les interférogrammes possibles. Les poids des arêtes sont déterminés par la fonction de pondération définie à l'équation 5.4. Nous présentons ici (figure 5.15) une galerie d'arbres de recouvrement minimal qui, pour une même série temporelle simulée regroupant 30 images ERS-1/2 et s'étalant sur 900 jours environ, sont construits selon différentes contraintes temporelles.

En première approche, le calcul d'un arbre de recouvrement peut être effectué sur des critères purement géométriques. Les poids des arcs sont alors déterminés par l'équation 5.3, prenant en compte les décorrélatons dues aux différences géométriques d'acquisition (cf. paragraphe 2.2.1).

L'arbre de recouvrement minimal obtenu est représenté figure 5.15-a, selon les axes temps/base perpendiculaire. L'algorithme de Kruskal a connecté les images en favorisant les faibles lignes de base et différences de centroïdes Doppler. Cet ARM dans cette configuration est similaire à une approche *small baselines* (voir paragraphe 5.1.1.1).

L'introduction d'une contrainte temporelle faible (cf. figure 5.15-b,  $\Delta T_{max} = 5000$  jours) modifie légèrement l'allure de l'ARM obtenu sans contrainte temporelle. Cependant, les couples à faibles lignes de base sont privilégiés, la contrainte temporelle apportant une contribution très faible à la matrice de poids  $P$ .

Avec le durcissement de la contrainte temporelle (cf. figure 5.15-c,d,e,  $\Delta T_{max} = 2000$  jours,  $\Delta T_{max} = 1000$  jours, et  $\Delta T_{max} = 600$  jours), les arêtes privilégiées pour la construction de l'arbre de recouvrement minimal sont pondérées par une valeur intégrant un poids temporel de plus en plus fort, favorisant petit à petit les couples peu espacés dans le temps, mais en conservant des écarts géométriques faibles à moyens.

Enfin, en imposant une contrainte temporelle forte (cf. figure 5.15-f,  $\Delta T_{max} = 100$  jours), les arêtes intégrées dans l'arbre de recouvrement minimal favorisent les connections de proche en proche dans le temps, les contraintes géométriques étant alors de second ordre. Des couples ayant une grande ligne de base perpendiculaire et/ou un fort écart de centroïdes Doppler sont intégrés à la sélection.

Ces différentes configurations démontrent l'importance du choix de la contrainte temporelle dans la construction de l'arbre de recouvrement minimal. Dans le cas de la série temporelle sur Serre-Ponçon, nous avons vu que [López-Quiroz *et al.* (2009)] fixe un seuil interdisant les interférogrammes de plus de 4 ans ayant pour cohérence minimale 0,6. Ainsi, pour cette série, une cohérence temporelle nulle est atteinte au bout de 10 ans, soit l'intervalle de temps couvert par la série. Ceci est somme toute très théorique, car la cohérence temporelle dépend du type de surface et de son état au moment de l'acquisition. Cependant, l'ambition ici n'est pas de modéliser fidèlement la décorrélation temporelle, mais de proposer une règle de sélection de couples. Ainsi, la contrainte temporelle  $\Delta T_{max}$  peut être ajustée, soit selon des observations obtenues à partir d'un jeu de données test, soit par des critères empiriques, en fixant par exemple  $\Delta T_{max}$  égal à l'intervalle de temps couvert par la série temporelle.

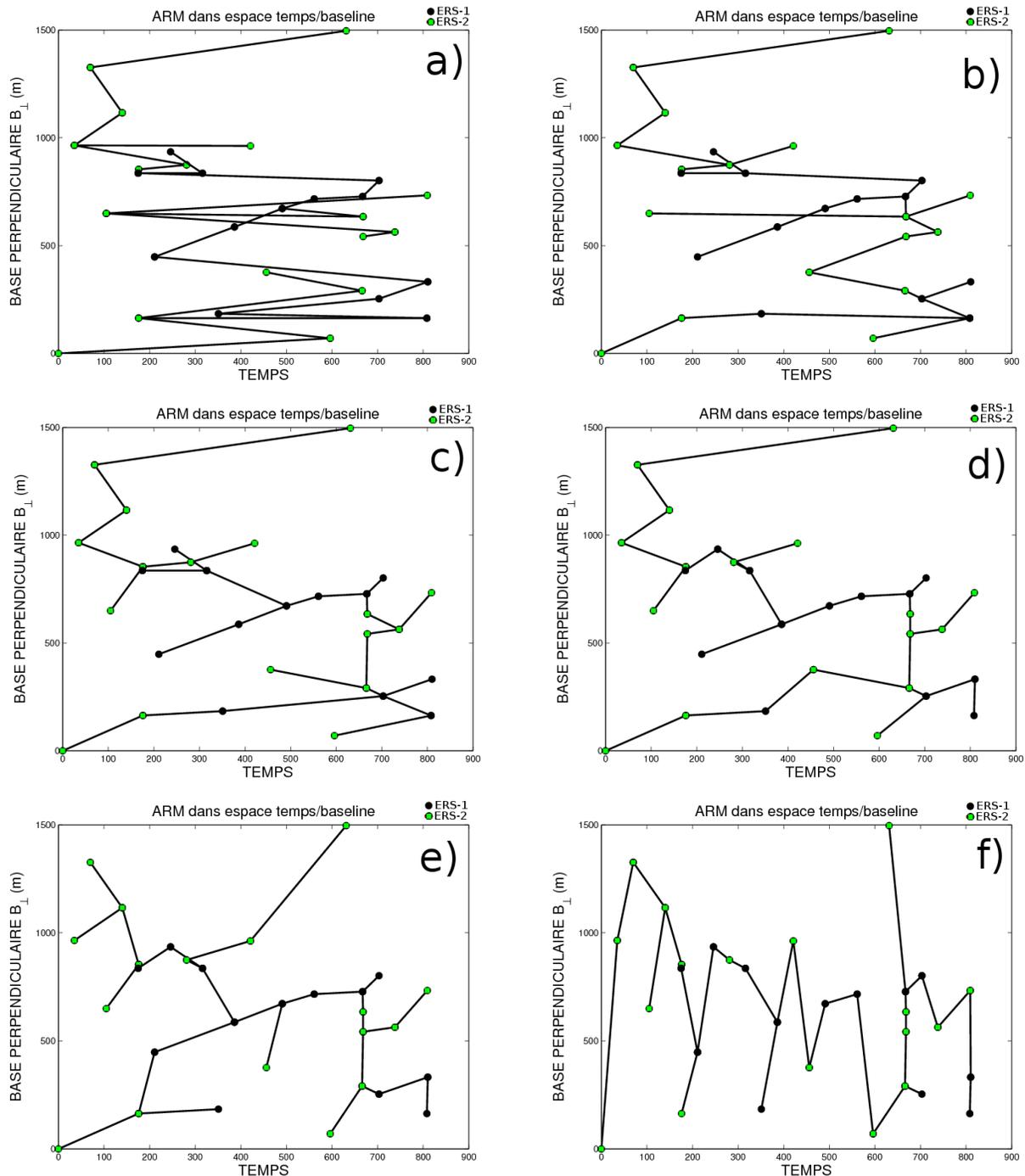


FIGURE 5.15 – Evolution de l'arbre de recouvrement minimal en fonction de la contrainte temporelle, pour une série de 30 images ERS-1/2 s'étalant sur 900 jours environ. a) ARM sans contrainte temporelle. Les connections favorisent les couples ayant les lignes de base et les écarts de centroïdes Doppler les plus faibles. b) ARM avec faible contrainte temporelle ( $\Delta T_{max} = 5000$  jours). c, d et e) ARM avec une contrainte temporelle moyenne (c) :  $\Delta T_{max} = 2000$  jours ; d) :  $\Delta T_{max} = 2000$  jours ; e) :  $\Delta T_{max} = 600$  jours) f) ARM avec une contrainte temporelle forte ( $\Delta T_{max} = 100$  jours). Les connections sont favorisées de proche en proche dans le temps.

### 5.2.3 Utilisations d'ARM en interférométrie radar

Cette section présente un état de l'art des utilisations d'arbre de recouvrement minimal pour la sélection de couples à des fins interférométriques.

#### 5.2.3.1 Refice *et al.*, 2006

La première utilisation des arbres de recouvrement minimal à des fins de sélection de couples interférométriques est présentée dans [Refice *et al.* (2003)]. Dans cet article de conférence, les auteurs présentent leur stratégie de connection des interférogrammes 2 à 2 via un ARM, et la comparent à la méthode de sélection via une image maître unique (approche *single master*, cf. paragraphe 5.1.2.1). Ils montrent que via cette approche, ils parviennent à détecter un nombre de points candidats pour être des points réflecteurs permanents (PSC) supérieur au nombre de PSC détectés avec l'approche *single master*.

Cette approche est reprise dans un article de journal [Refice *et al.* (2006)], la présentant comme une stratégie d'appariement d'images optimisée dans un contexte d'utilisation interférométrique, basée sur un arbre de recouvrement minimal construit par une fonction de coût modélisant *a priori* la qualité interférométrique de chaque paire (*i.e.* la cohérence théorique de l'interférogramme, dépendant de la décorrélation en distance et en azimut et de la décorrélation temporelle). Ils appliquent cette approche au recalage (resp. à l'égalisation radiométrique d'images SAR), basé sur des méthodes calculant des décalages relatifs (resp. des différences de radiométrie) sur des patchs répartis sur l'ensemble de l'image. Dans ces méthodes, la qualité d'un patch est évaluée selon le résultat de la corrélation d'amplitude entre deux images effectuée sur ce patch, et il est retenu pour des traitements ultérieurs si la valeur de corrélation calculée précédemment est supérieure à un seuil fixé par l'utilisateur.

Comparant leur approche à l'approche *single master*, ils montrent qu'ils obtiennent une augmentation du nombre de patchs de bonne qualité, ainsi que des décalages résiduels entre images après recalage plus faibles avec l'approche ARM que ceux obtenus avec l'approche *single master*. De plus, ils montrent à nouveau que le nombre de candidats réflecteurs permanents détectés augmente significativement par rapport à l'approche *single master*.

Les auteurs concluent sur le fait que leur approche permet de reproduire de nombreuses stratégies de sélection différentes proposées dans la littérature, et qu'elle permet une meilleure estimation des décalages relatifs entre images (ou des différences de radiométrie). Cependant, ils évoquent le fait qu'il existe un compromis entre les avantages procurés par l'usage de couples sélectionnés par ARM (meilleure estimation des paramètres entre 2 images) et la propagation d'erreur. En effet, dans l'approche *single master*, tous les décalages relatifs sont calculés par rapport à une seule et même image maître. Le décalage relatif entre chaque couple est donc connu via la différence de deux mesures relatives. Dans l'approche ARM, le décalage relatif entre deux images situées sur deux branches éloignées sur l'arbre se calcule via la différence de plusieurs décalages relatifs. L'approche ARM utilisant en moyenne plus d'étapes que l'approche *single master* pour relier deux images entre elles, les erreurs commises sur chaque mesure se propagent avec plus d'impact.

#### 5.2.3.2 Blanco-Sanchez *et al.*, 2007

[Blanco-Sanchez *et al.* (2007)] proposent de comparer les résultats de mesures de déformations non-linéaires obtenus à partir de deux sélections d'interférogrammes issus d'une même série temporelle. Le premier jeu de données, comportant 216 interférogrammes, est obtenu par triangulation de Delaunay du graphe de la série temporelle. Le second jeu de données est obtenu en

calculant l'arbre de recouvrement minimal du sous-graphe créé par le jeu de données précédemment sélectionné, réduisant ainsi à 93 le nombre de couples interférométriques utilisés. Cet ARM est calculé selon une fonction de coût prenant en compte les décorrélations en distance, en azimut et temporelle.

Les auteurs montrent qu'ils obtiennent des modèles de déformations non-linéaires similaires en exploitant ces différents jeux de données, celui utilisant l'ARM ayant l'avantage de faire intervenir moins d'interférogrammes que celui obtenu par triangulation de Delaunay (93 contre 216), et donc d'être moins coûteux en temps de calcul à qualité de résultat égale.

### 5.2.3.3 Perissin *et al.*, 2007

[Perissin *et al.* (2007)] utilisent un ARM dans le but de relâcher les contraintes imposées par la technique des réflecteurs permanents utilisant l'approche *single master*, afin d'étendre la technique à des points partiellement cohérents. Cet ARM est basé sur une fonction de coût calculée *a posteriori*, assignant à chaque couple possible un poids dépendant de la cohérence mesurée sur un ensemble de points. Cet arbre de recouvrement minimal est ensuite exploité pour choisir un jeu d'interférogrammes utilisé pour mesurer des hauteurs et vitesses de déplacement sur une région montagneuse ayant subi un glissement de terrain. Les points partiellement cohérents, obtenus en exploitant les couples désignés par l'ARM, permettent d'établir des cartes de vitesse de déplacement plus denses que celles produites en n'utilisant que les points réflecteurs permanents. Ce travail montre l'intérêt de l'approche ARM par rapport à l'approche *single master*, qui exploite l'information contenue dans les couples cohérents, de proche en proche, et qui permet d'améliorer les résultats obtenus. En effet, avec l'approche *single master*, certains points partiellement cohérents ou certains PS temporaires ne sont pas pris en compte car leur stabilité temporelle n'est pas assurée sur la totalité de l'intervalle de temps couvert par la série temporelle.

### 5.3 Méthodes d'ajout de redondance

Ce paragraphe présente différentes méthodes d'ajout de redondance à la sélection de couples, initialement obtenue via l'arbre de recouvrement minimal. Nous illustrons ici ces méthodes sur une série temporelle simulée limitée à 20 images, pour des raisons de lisibilité et de clarté. Cette série simulée est constituée d'images ERS-1/2 s'étalant sur une période d'environ 2 ans. Elle est représentée figure 5.16 dans un espace temps/ligne de base perpendiculaire. Les images ERS-1 (resp. ERS-2) sont symbolisées par un point noir (resp. vert). L'arbre de recouvrement minimal est calculé par l'algorithme de Kruskal (cf. paragraphe 5.2.2.2), les arêtes étant valuées par la fonction de pondération définie à l'équation 5.4, avec  $\Delta T_{max} = 670$  jours. Nous présentons deux types d'approches d'ajout de redondance, la première basée sur l'ajout d'arêtes, la seconde basée sur le calcul d'arbres de recouvrement minimal successifs. D'autres méthodes, basées sur l'ajout de cycles ont été testées, mais ne sont pas présentées ici par souci de simplification.

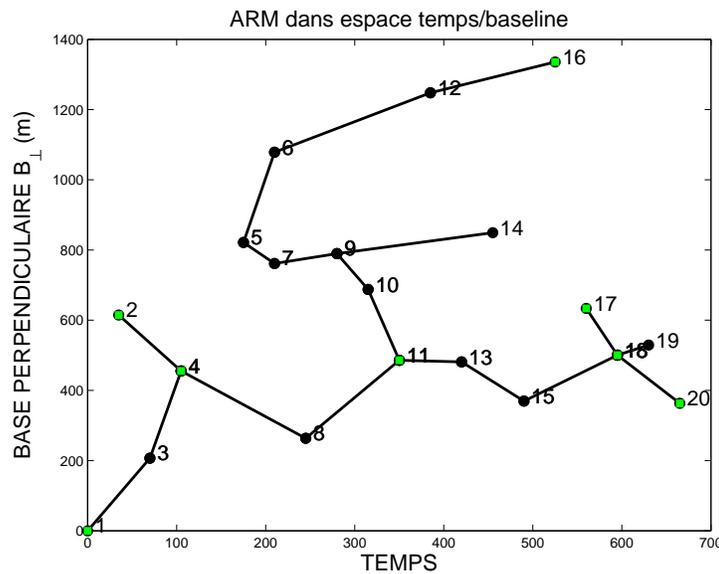


FIGURE 5.16 – Arbre de recouvrement minimal calculé pour une série temporelle simulée sur 2 ans comportant  $n = 20$  images. Chaque acquisition est représentée par un point (noir pour ERS-1, vert pour ERS-2), dans un espace temps/baseline. Le jeu de données sélectionné ici contient 19 couples d'images.

#### 5.3.1 Approches par arêtes

La première famille de méthodes d'ajout de redondance est basée sur l'ajout d'arêtes à l'arbre de recouvrement minimal.

##### 5.3.1.1 Insertion locale des meilleures arêtes (AL)

**Principe** Dans un premier temps, les poids des arêtes incluses dans l'arbre sont mis à l'infini pour qu'elles ne soient pas prises en compte une seconde fois. Ensuite, l'algorithme d'insertion locale des meilleures arêtes recherche itérativement pour chaque noeud  $v_i$  les  $k$  premières arêtes de poids minimal, parmi les arêtes connectées à  $v_i$  ne faisant pas partie de l'arbre, puis les ajoute à la sélection. Cet algorithme ajoute donc  $k \cdot (n - 1)$  arêtes dans le graphe  $G$ . Les arêtes de poids

minimal sont déterminées à l'aide de la matrice de poids  $P$  utilisée par l'algorithme de Kruskal. Il est possible que deux noeuds différents  $v_i$  et  $v_j$  aient une ou plusieurs de leurs  $k$  premières arêtes de poids minimal identiques. Dans ce cas, le nombre de couples ajoutés au total est inférieur à  $k \cdot (n - 1)$ .

**Résultat** Les arêtes ajoutées par cette méthode sont visibles figure 5.17. Ici, l'ajout de redondance est contraint aux deux meilleures arêtes connectant chaque noeud  $v_i$  à d'autres noeuds  $v_j$  et  $v_k$ , telles que les poids  $p(i, j)$  et  $p(i, k)$  sont de poids minimal. Des noeuds séparés par plusieurs arêtes sur l'arbre de recouvrement minimal mais proches selon la distance  $p$  peuvent être connectés entre eux. La méthode ajoute ici 30 couples, au lieu des 38 attendus. Ceci s'explique par le fait que l'une ou les deux meilleures arêtes pour deux sommets différents peuvent être identiques.

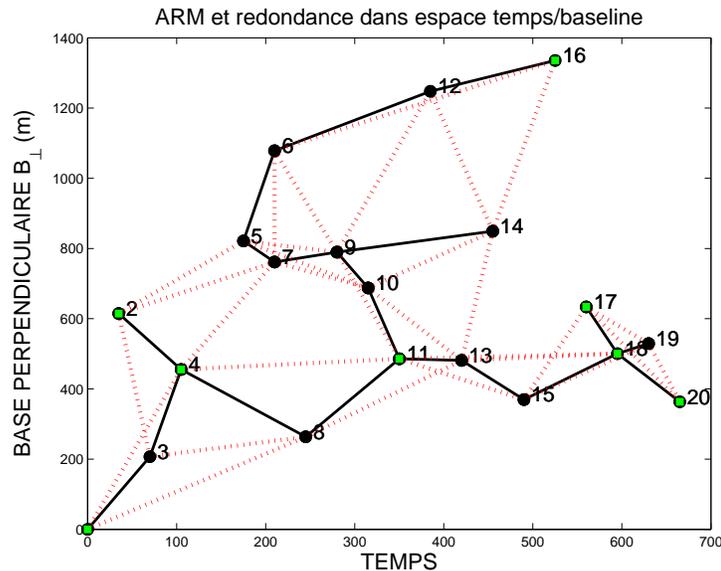


FIGURE 5.17 – Arbre de recouvrement minimal (en noir) et arêtes supplémentaires (en traits rouges pointillés) introduites par l'insertion pour chaque noeud des deux meilleures arêtes (celles de poids le plus faible) (méthode **AL**). Le jeu de données sélectionné ici contient 49 couples d'images, soit 30 couples ajoutés ( $k = 2$ ).

### 5.3.1.2 Insertion globale des meilleures arêtes (AG)

**Principe** Les arêtes de poids faibles sont déterminées ici comme pour la méthode précédente, mais sont ordonnées selon leur poids  $p$  sur l'ensemble des arêtes du graphe. Les  $m$  arêtes de poids les plus faibles sont ensuite ajoutées une à une, sans contrainte de voisinage par rapport à un noeud particulier.

**Résultat** Les arêtes ajoutées selon un classement global sans contrainte de voisinage sont représentés figure 5.18. Ici, 38 meilleures arêtes ont été ajoutées, triplant ainsi le nombre de couples obtenus par ARM. Nous remarquons la suppression des arêtes (1, 4), (2, 8) et des arêtes (6, 16) et (5, 12), qui sont des arêtes longues, de poids fort. L'algorithme ajoute les arêtes en priorité dans les zones où les noeuds sont très rapprochés, c'est-à-dire où les poids des arêtes sont faibles.

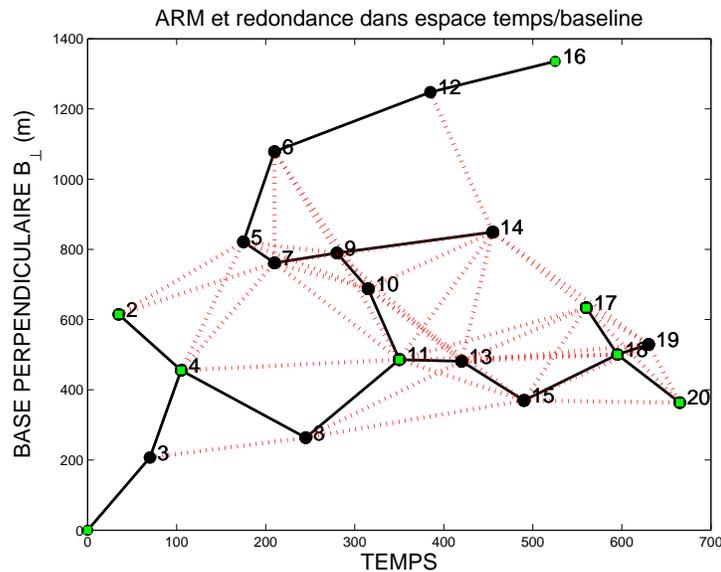


FIGURE 5.18 – Arbre de recouvrement minimal (en noir) et arêtes supplémentaires (en traits rouges pointillés) introduites par l'insertion des meilleures arêtes (celles de poids le plus faible) sur l'ensemble du graphe (méthode **AG**). Le jeu de données sélectionné ici contient 57 couples d'images, soit 38 couples ajoutés ( $m = 38$ ).

### 5.3.2 Approches par ARM successifs

La seconde famille de méthodes d'ajout de redondance est basée sur le calcul d'arbres de recouvrement minimal successifs.

#### 5.3.2.1 Calcul de 2 ou 3 ARM successifs (A2, A3)

**Principe** Cette méthode d'ajout de redondance est basé sur l'ajout d'ensemble d'arêtes connexes, appartenant à des sous-arbres de recouvrement minimal (deux ou trois ARM). Après calcul du premier arbre de recouvrement minimal, les poids des arêtes inclus dans l'ARM sont mis à l'infini dans la matrice de poids  $P$ . Un second ARM est alors calculé avec l'algorithme de Kruskal utilisant cette matrice de poids mise à jour, les arêtes du premier ARM ne pouvant ainsi faire partie du second arbre (méthode A2). Suivant le même principe, les poids des arêtes du

second arbre peuvent être mis à l'infini dans la matrice de poids  $P$ , et un troisième ARM peut être calculé (méthode A3).

**Résultat** Les arêtes ajoutées par cette méthode (ici, par un second ARM successif, A2) (resp. en traits rouges pointillés) sont représentées avec l'arbre de recouvrement minimal (resp. en traits noirs) figure 5.19. Le nombre d'arêtes ajoutées est égal à  $k \cdot (n - 1)$ ,  $n$  étant le nombre d'images de la série temporelle et  $k$  le nombre d'itérations supplémentaires de l'algorithme de Kruskal (ici,  $k = 1$ ). Le résultat de cette méthode est semblable à celui de la méthode d'insertion locale de la meilleure arête, à la différence que les arêtes ajoutées forment 1 sous-ensemble connexe se joignant au premier issu de l'ARM. Cependant, le nombre d'arêtes à ajouter n'est paramétrable que par un multiple de  $(n - 1)$ .

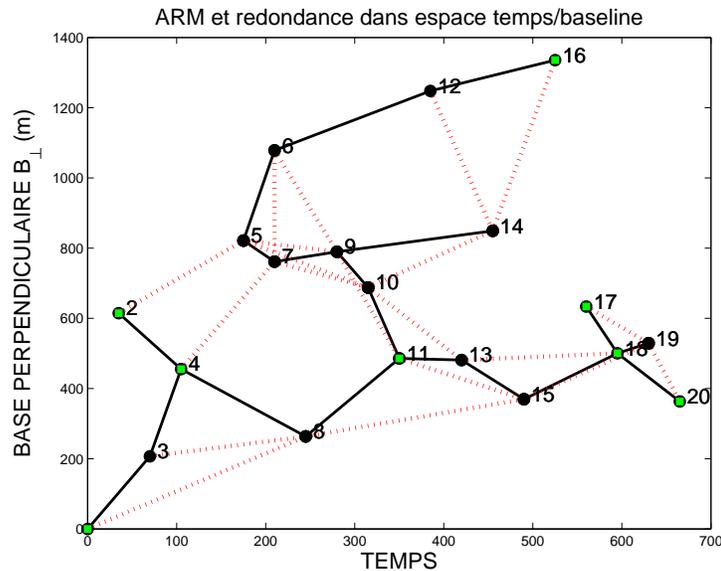


FIGURE 5.19 – Arbre de recouvrement minimal (en noir) et arêtes supplémentaires (en traits rouges pointillés) introduites le calcul d'un second arbre de recouvrement minimal (méthode A2). Le jeu de données sélectionné ici contient 38 couples d'images, soit 19 couples ajoutés.

### 5.3.3 Redondance ciblée sur arêtes de poids fort

**Principe** En complément des couples ajoutés par les méthodes de redondance présentées au paragraphe précédent, un ajout de redondance ciblé autour d'arêtes de poids forts (*i.e.* de cohérences faibles) peut être envisagé, afin d'apporter plus d'information autour d'une mesure dont la qualité est incertaine (nous considérons ici que la cohérence est un indicateur indirect de la qualité de la mesure).

Une arête  $(i, j)$  entre deux noeuds  $v_i$  et  $v_j$  est considérée comme étant à renforcer lorsque son poids  $p(i, j)$  est supérieur au seuil défini par :

$$p(i, j) > \mu_s + \sigma_s, \quad (5.24)$$

où  $\mu_s$  (resp.  $\sigma_s$ ) est la moyenne (resp. l'écart-type) des poids des arêtes des couples sélectionnés (couples issus de l'ARM et de l'introduction de redondance).

Pour chaque noeud  $v_i$  et  $v_j$  liés par l'arête  $(i, j)$  à renforcer (cf. figure 5.20), l'ensemble des arêtes possibles n'appartenant pas à la sélection précédemment opérée sont ordonnés par poids croissant. Pour chaque noeud intervenant dans l'arête à renforcer, les  $r$  meilleures arêtes (ici,  $r = 1$ ) sont alors ajoutées à la sélection (soit 2 arêtes ajoutées pour chaque arête de poids fort).

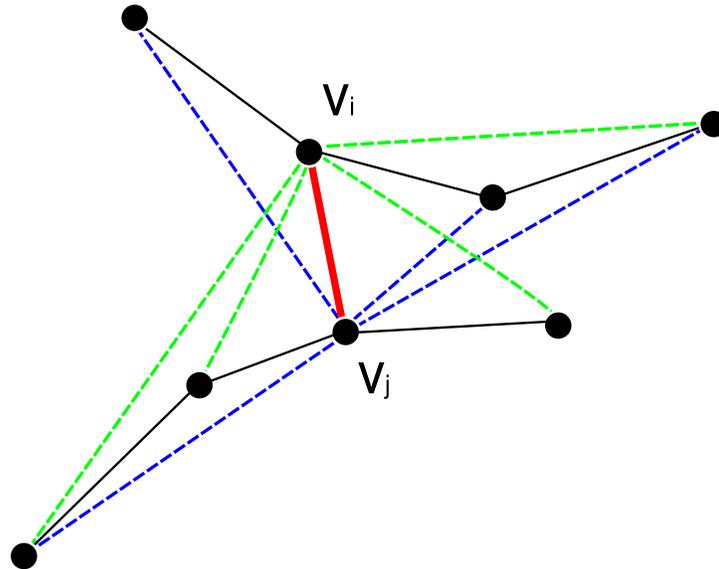


FIGURE 5.20 – Recherche d'arêtes autour d'une arête  $(i, j)$  de poids fort (en rouge) à renforcer. La recherche d'arêtes s'effectue pour chaque noeud  $v_i$  et  $v_j$  de l'arête à renforcer, classant les arêtes non encore incluses dans la sélection par ordre de poids croissant). Pour chaque noeud, parmi les arêtes candidates (resp. en traits pointillés verts pour  $v_i$ , resp. en traits pointillés bleus pour  $v_j$ ) pouvant être ajoutées à la sélection, les  $r$  arêtes de poids les plus faibles sont retenues.

### 5.3.3.1 Insertion locale des meilleures arêtes avec renfort ciblé (AL+)

**Résultat** L'algorithme de renfort ciblé a détecté 7 arêtes (cf. figure 5.21) dont les poids  $p(i, j)$  vérifient le critère 5.24. Autour de chaque couple de noeuds  $v_i$  et  $v_j$  liés par les arêtes  $(i, j)$  vérifiant le critère, les 2 meilleures arêtes sont ajoutées à la sélection, selon le principe décrit au paragraphe 5.3.3. 14 couples sont ajoutés au total.

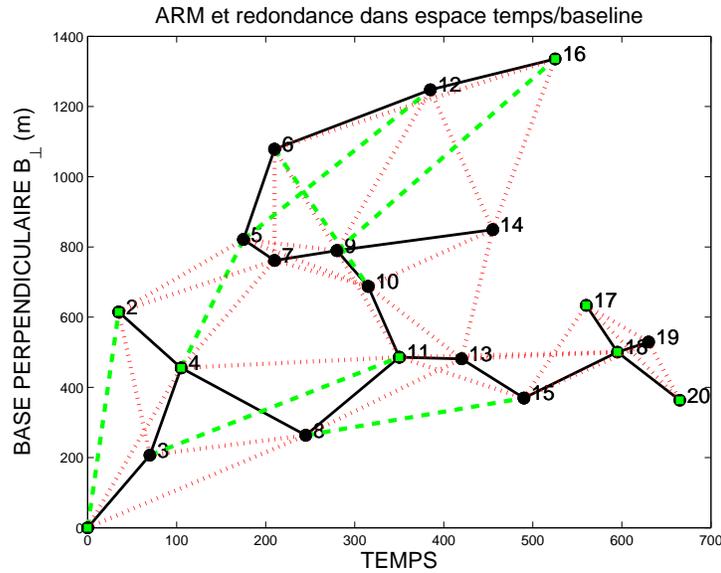


FIGURE 5.21 – Arbre de recouvrement minimal (en noir) et arêtes supplémentaires (en traits rouges pointillés) introduites par l'insertion pour chaque noeud des deux meilleures arêtes et un ajout ciblé (en traits verts pointillés) sur les arêtes faibles, définies selon l'équation 5.24 (méthode **AL+**). Le jeu de données sélectionné ici contient 56 couples d'images, soit 37 couples ajoutés, dont 7 par la méthode de renfort ciblé.

### 5.3.3.2 Insertion globale des meilleures arêtes avec renfort ciblé (AG+)

**Résultat** Cette méthode ajoute les meilleures arêtes du graphe sans contrainte de voisinage. De fait, les arêtes de poids forts vérifiant le critère 5.24 sont localisées sur l'arbre de recouvrement minimal. Ici, compte tenu de la taille du graphe et de la quantité importante d'ajout de redondance effectué (multipliant par trois le nombre de couples sélectionnés par l'ARM), l'algorithme de renfort des liens faibles agit sur les arêtes de l'ARM. Au total, 11 couples ont été ajoutés à la sélection (cf. figure 5.22).

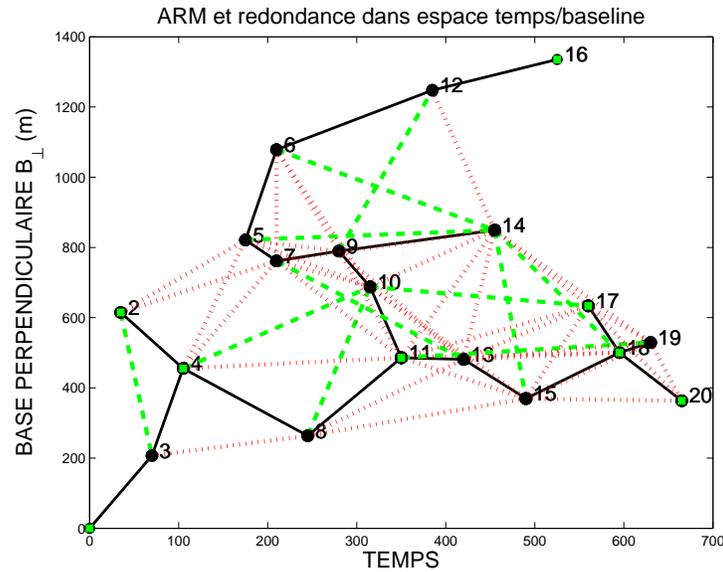


FIGURE 5.22 – Arbre de recouvrement minimal (en noir) et arêtes supplémentaires (en traits rouges pointillés) introduites par l'insertion des 38 meilleures arêtes et un ajout ciblé (en traits verts pointillés) sur les arêtes faibles, définies selon l'équation 5.24 (méthode AG+). Le jeu de données sélectionné ici contient 68 couples d'images, soit 49 couples ajoutés, dont 11 par la méthode de renfort ciblé.

### 5.3.3.3 Calcul de 2 ARM successifs avec renfort ciblé (A2+)

**Résultat** L'algorithme de renfort ciblé a ajouté 26 arêtes supplémentaires (cf. figure 5.23) autour de couples de noeuds ayant des arêtes dont les poids  $p(i, j)$  vérifient le critère 5.24. Le fait que cette méthode soit celle qui ait le plus d'arêtes à renforcer s'explique par la construction du graphe redondant à partir de 2 ARM successifs. En effet, l'algorithme de Kruskal cherche à connecter tous les noeuds entre eux, même si la dernière arête ajoutée à l'arbre est de poids fort. Ainsi, par construction, cette méthode introduit quelques arêtes de poids fort.

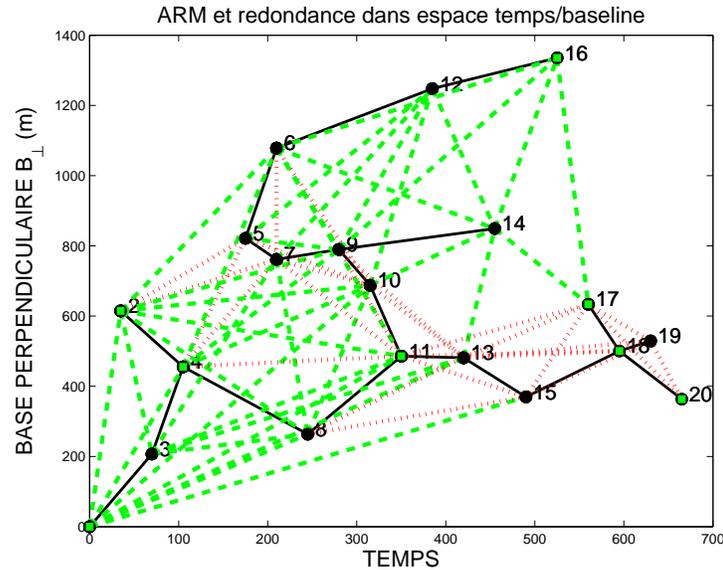


FIGURE 5.23 – Arbre de recouvrement minimal (en noir) et arêtes supplémentaires (en traits rouges pointillés) introduites par le calcul d'un second arbre de recouvrement minimal et un ajout ciblé (en traits verts pointillés) sur les arêtes faibles, définies selon l'équation 5.24 (méthode A2+). Le jeu de données sélectionné ici contient 64 couples d'images, soit 45 couples ajoutés, dont 26 par la méthode de renfort ciblé.

### 5.3.4 Discussion

L'ajout de redondance se justifie pour améliorer les performances de l'inversion obtenue via une sélection de couples par ARM. Afin de qualifier les performances de chaque méthode d'ajout de redondance, il convient d'établir des critères sur lesquels elles pourront être comparées. Les indicateurs de qualité de l'inversion, le conditionnement  $\kappa(A)$  et la performance de l'inversion donnée par l'erreur résiduelle RMSE précédemment introduits seront naturellement utilisés. Nous distinguerons également les performances de ces méthodes pour des séries difficiles, là où les erreurs d'inversion sont les plus fortes. L'erreur maximale commise et le conditionnement maximal dans ces pires cas seront des critères à prendre en compte.

De plus, le tableau ?? montre que le nombre de couples sélectionnés diffère d'une méthode à l'autre. Ceci laisse apparaître la nécessité de quantifier le compromis le nombre  $n_c$  de couples d'images utilisés et la qualité de l'inversion (conditionnement et erreur RMSE).

famille	méthode	$n_c$
	ARM	19
arêtes	AL	49
	AG	57
arbres	A2	38
renf.	AL+	56
	AG+	68
	A2+	64

FIGURE 5.24 – Nombre  $n_c$  de couples sélectionnés selon les différentes méthodes proposées.

L'étude de ce compromis, entre le nombre de couples traités et la qualité du résultat, en fonction de la méthode de sélection de couples utilisée, est détaillée au paragraphe 5.6.

## 5.4 Évaluation des méthodes de sélection

L'évaluation des méthodes de sélection repose sur la définition d'un critère permettant de comparer la qualité globale des traitements effectués par ces méthodes sur la série temporelle. En interférométrie radar, définir un tel critère sur de mesures de phase est difficile, n'ayant pas accès à une vérité terrain. [Refice *et al.* (2006)] proposent pour qualifier leur approche de montrer qu'elle permet d'améliorer la précision du recalage ainsi que d'augmenter le nombre de points réflecteurs candidats PS. En effet, le recalage des données peut être un critère de validation, car il est possible d'évaluer la qualité du recalage soit en analysant des points réflecteurs forts, soit en évaluant la cohérence d'une zone (cf. chapitre 4).

Nous proposons alors une méthode de recalage global de série temporelle, dans le but d'évaluer et de qualifier l'apport des différentes méthodes de sélection de couples. La méthode de [Refice *et al.* (2006)], bien que séduisante par sa rapidité ( $n - 1$  couples d'images à traiter), a le défaut de propager les erreurs dans les résultats obtenus, du fait de l'absence totale de redondance. Les auteurs évoquent cet aspect sans pour autant le quantifier. Ainsi, nous nous attacherons dans un premier temps à répondre à cette question, au moyen de notre méthode de recalage global de série temporelle. Dans un second temps, nous proposons de partir de l'approche de [Refice *et al.* (2006)] et d'introduire de la redondance, afin de palier au problème de la propagation d'erreur. Nous devons qualifier chacune de ces méthodes et quantifier le compromis existant entre le temps de calcul (la quantité de redondance introduite) et les performances de notre méthode de recalage global (décalage résiduel entre images le plus petit possible). Pour ce faire, nous proposons tout d'abord une série de simulations permettant d'évaluer la méthode de sélection par ARM (cf. paragraphe 5.5) et les méthodes redondantes (cf. paragraphe 5.6). Par la suite, nous proposons une mise en oeuvre expérimentale de la méthode de recalage global sur des données réelles (cf. paragraphe 5.7), en utilisant la zone stable du barrage de Serre-Ponçon comme vérité terrain.

### 5.4.1 Proposition d'une méthode de recalage global

Considérons une série temporelle de  $n$  images RSO acquises en conditions interférométriques par les satellites ERS-1/2. Les conditions d'acquisition étant variables (ligne de base perpendiculaire, fréquence du centroïde Doppler et écart temporel), ce jeu de données est partiellement cohérent, si bien que certains couples d'images présentent une cohérence théorique trop faible pour être exploitables à des fins interférométriques.

Soit  $X$  l'ensemble des décalages absolus entre  $n$  pixels appartenant chacun à une image de la série temporelle et correspondant au sol à un même point. Ces décalages sont ici considérés dans une seule dimension (ligne ou colonne), chaque dimension pouvant être traitée indépendamment l'une de l'autre. La première image sert de référence au reste de la série temporelle, tel que le décalage absolu de l'image 1  $x_1$  soit nul.

Cependant, il n'est possible en réalité que de calculer des décalages relatifs  $s_{ij}$  entre deux pixels d'une image  $i$  et d'une image  $j$ . Notre méthode de recalage global propose donc de déterminer l'ensemble des décalages absolus  $x_i$  en exploitant les décalages relatifs  $s_{ij}$ , en suivant les étapes clefs suivantes :

- modélisation de la série sous forme de graphe  $G$  et calcul de la matrice de poids  $P$ ,
- sélection d'un jeu réduit d'interférogrammes (graphe connexe, via l'ARM du graphe  $G$  et/ou en ajoutant de la redondance à l'ARM, cf. paragraphe 5.3)
- mesures de disparités relatives  $s_{ij}$  sur ces couples d'images,

- génération d'un système d'équation matriciel,
- inversion du système via une décomposition en valeurs singulières (SVD),
- mesure de la qualité de l'inversion (si une vérité terrain est disponible, ou mesure des résidus).

Les différentes étapes de la méthode sont représentées figure 5.25.

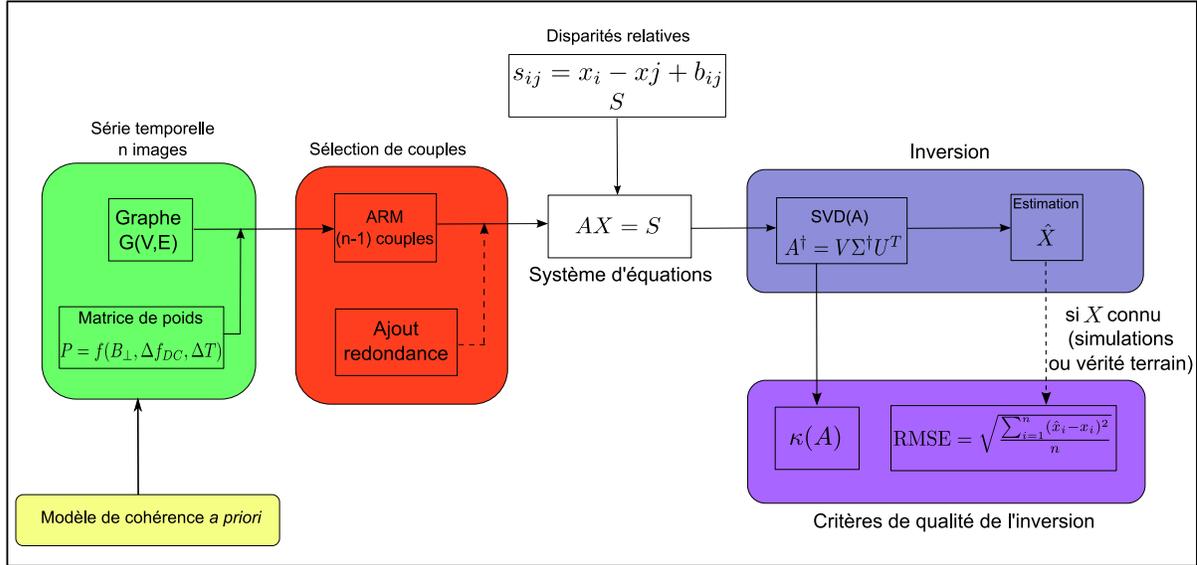


FIGURE 5.25 – Modélisation de la méthode de recalage global.

#### 5.4.1.1 Sélection de couples

Ce jeu de données se modélise par un graphe  $G(V, E)$  non-orienté, tel que  $V$  soit l'ensemble des sommets  $v_i$  associés à chaque image  $i$  et  $E$  l'ensemble incluant toute arête reliant deux sommets  $v_i$  et  $v_j$  (cf. annexe A). La matrice de poids  $P$  associée au graphe  $G$  est calculée selon l'équation 5.4.

En utilisant cette matrice de poids, il est possible de construire un arbre de recouvrement minimal du graphe  $G(V, E)$ . L'algorithme de calcul d'ARM connecte l'ensemble des  $n$  images de la série temporelle par un chemin dont la somme des poids des arêtes est minimal, déterminant ainsi  $n - 1$  connections dans le graphe, correspondant à  $n - 1$  couples.

Après calcul de l'arbre de recouvrement minimal, il est possible d'ajouter des couples d'images en suivant une des méthodes de redondance décrites au paragraphe 5.3. Le jeu de données ainsi obtenu est connexe, et contient  $n - 1$  couples issus de l'ARM et  $m$  couples ajoutés par redondance, soit  $n_c = n - 1 + m$  couples.

À partir de ces couples, l'ensemble  $S$  des décalages relatifs  $s_{ij}$  entre un pixel contenu dans l'image  $i$  et un pixel contenu dans l'image  $j$  correspondant à une même surface sol peut être déterminé, par des méthodes classiques de mise en correspondance d'images RSO (recalage d'images via corrélation complexe ou corrélation d'amplitude [Zitová et Flusser (2003)]). Chaque décalage relatif  $s_{ij}$  entre deux pixels, l'un (resp. l'autre) contenu dans l'image  $i$  (resp.  $j$ ), correspond à une différence de décalages absolus,  $x_i$  et  $x_j$ , tel que :

$$s_{ij} = x_j - x_i + b_{ij}, \quad (5.25)$$

$b_{ij}$  étant l'incertitude sur la mesure  $s_{ij}$  liée à la précision du corrélateur.

Nous disposons ainsi du décalage relatif entre deux images sur une zone donnée pour chaque couple sélectionné, soit  $n - 1 + m$  mesures  $s_{ij}$ .

### Génération du système d'équations

L'ensemble des décalages relatifs  $S$  mesurés sur les  $n - 1 + m$  interférogrammes sélectionnés sont alors regroupés sous forme d'équation matricielle :

$$A_{[n-1+m,n]} \times X_{[n,1]} = S_{[n-1+m,1]}. \quad (5.26)$$

avec  $X_{[n,1]}$  le vecteur des décalages absolus,  $A_{[n-1+m,n]}$  la matrice-modèle (comprenant  $n - 1 + m$  lignes et  $n$  colonnes) donnant les  $n - 1 + m$  combinaisons linéaires entre les décalages absolus  $x_i$ , et  $S_{[n-1+m,1]}$  la matrice des décalages relatifs mesurés.

La matrice  $A$  est construite telle que pour la  $k$ -ième mesure  $s_{ij} = x_i - x_j + b_{ij}$  appartenant à  $S$  :

$$A(k,l) = \begin{cases} 1 & \text{si } l = i \\ -1 & \text{si } l = j \\ 0 & \text{si } l \neq i \text{ ou si } l \neq j \end{cases} \quad (5.27)$$

Sous forme plus explicite, pour un arbre de recouvrement minimal incluant les couples d'images  $\{(1, 3); (2, 4); (3, 4); (3, 5); \dots; (i, j); \dots; (5, n)\}$ , ce système s'écrit :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 \dots 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & \dots & 0 \dots 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \dots 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & \dots & 0 \dots 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \dots -1 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \dots 0 & \dots & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 = 0 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ \vdots \\ x_i \\ \vdots \\ x_j \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{13} \\ s_{24} \\ s_{34} \\ s_{35} \\ \vdots \\ s_{ij} \\ \vdots \\ s_{5n} \end{bmatrix}.$$

La référence des décalages absolus étant prise pour la première image ( $x_1 = 0$ ), la première colonne de  $A$  n'a pas d'importance. En supprimant cette colonne, le système peut s'écrire sous la forme :

$$A_{[n-1+m,n-1]} \times X_{[n-1,1]} = S_{[n-1+m,1]}, \quad (5.28)$$

ce qui donne sous forme plus explicite, en reprenant le même exemple que précédemment :

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \cdots 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & \cdots & 0 \cdots 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & \cdots & 0 \cdots 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & \cdots & 0 \cdots 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \cdots -1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \cdots 0 & \cdots & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ \vdots \\ x_i \\ \vdots \\ x_j \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{13} \\ s_{24} \\ s_{34} \\ s_{35} \\ \vdots \\ s_{ij} \\ \vdots \\ s_{5n} \end{bmatrix} .$$

La prochaine étape de la méthode consiste à inverser le système d'équation  $AX = S$  obtenu, et de déterminer une estimée de  $X$ , notée  $\hat{X}$ .

#### 5.4.1.2 Inversion du système d'équations

Le système d'équations linéaires suivant :

$$AX = S, \quad (5.29)$$

peut se résoudre, dans le cas où  $A$  est une matrice carrée inversible de taille  $n \times n$ , en calculant l'inverse de  $A$ ,  $A^{-1}$  :

$$X = A^{-1}S. \quad (5.30)$$

Cependant, dans le cas où  $A$  n'est pas inversible (en particulier, lorsque  $A$  n'est pas une matrice carrée), l'inverse peut être approximé en recherchant la matrice pseudo-inverse de  $A$ . L'équation 5.28 peut être alors résolue en utilisant la transposée de  $A$  :

$$A^T A X = A^T S, \quad (5.31)$$

$$X = (A^T A)^{-1} A^T S, \quad (5.32)$$

$$X = A^\dagger S, \quad (5.33)$$

$A^\dagger = (A^T A)^{-1} A^T$  étant la matrice pseudo-inverse de Moore-Penrose. L'utilisation de la technique de décomposition en valeurs singulières (SVD) peut être alors utile pour calculer la matrice pseudo-inverse  $A^\dagger$  [Golub et Reinsch (1970); Penrose (2008)]. La matrice pseudo-inverse  $A^\dagger$  est la meilleure approximation de la solution à l'équation 5.28 au sens des moindres carrés [Penrose (1955)].

#### Décomposition en valeurs singulières

Une matrice  $A$  quelconque, de taille  $m \times n$ , peut être factorisée via la méthode de Décomposition en Valeurs Singulières (ou SVD, pour *Singular Value Decomposition*), tel que  $A$  s'écrive comme étant le produit de trois matrices :

$$A = U \Sigma V^T \quad (5.34)$$

$$\begin{matrix} [m \times n] & & [m \times m] & [m \times n] & [n \times n] \end{matrix}$$

où  $U$  est la matrice orthogonale des vecteurs singuliers gauches,  $V$  la matrice orthogonale des vecteurs singuliers droits, et  $\Sigma$  une matrice diagonale dont les éléments, les valeurs singulières, sont positifs ou nuls (cf. annexe D).

La décomposition en valeurs singulières de  $A$  telle que  $A = U\Sigma V^T$  permet d'obtenir la matrice pseudo-inverse  $A^\dagger$  :

$$A^\dagger = V\Sigma^\dagger U^T, \quad (5.35)$$

où  $\Sigma^\dagger$  est la pseudo-inverse de Moore-Penrose de  $\Sigma$  (cf. annexe D).

### 5.4.1.3 Critères de qualité de l'inversion

Deux outils sont mis en place dans le but de juger de la qualité de l'inversion du système 5.28, le conditionnement de la matrice-modèle  $A$  et l'erreur quadratique moyenne (cf. équation 5.38). Le premier traite de la stabilité numérique de la solution et le second mesure l'écart moyen entre l'estimation  $\hat{X}$  et la vérité terrain  $X$ .

#### Conditionnement de la matrice $A$

Pour un système linéaire de la forme définie à l'équation 5.29, le conditionnement  $\kappa(A)$  donne une borne d'erreur relative commise sur la solution  $\hat{X}$  dans le cas de perturbations  $b$  sur les observables  $S$ , tel que :

$$\frac{\|X - \hat{X}\|_2}{\|X\|_2} \leq \kappa(A) \frac{\|b\|_2}{\|S\|_2}, \quad (5.36)$$

avec  $\|\cdot\|_2$  la norme  $L_2$ . Ainsi, lorsque  $\kappa(A)$  est très grand, l'erreur d'estimation peut rendre la solution numérique inexploitable. Pour de grandes valeurs de  $\kappa(A)$  (de quelques centaines à quelques milliers), la matrice  $A$  est dite mal conditionnée.

Dans le cas de la norme  $L_2$ , le conditionnement  $\kappa(A)$  d'une matrice  $A$  peut s'exprimer en fonction de ses valeurs singulières selon [Golub et Van Loan (1996)] :

$$\kappa(A) = \frac{\sigma_{max}(A)}{\sigma_{min}(A)}, \quad (5.37)$$

$\sigma_{max}(A)$  et  $\sigma_{min}(A)$  étant respectivement la valeur singulière maximale (resp. minimale non nulle) de la matrice  $\Sigma$  issue de la décomposition SVD de  $A$ .

#### Racine de l'erreur en moyenne quadratique (RMSE)

La racine de l'erreur en moyenne quadratique (RMSE, en anglais *Root Mean Square Error*), est définie telle que

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{x}_i - x_i)^2}{n}} \quad (5.38)$$

avec  $n$  le nombre d'images de la série temporelle.

Sous la condition de connaître les valeurs  $X$  (ce qui est possible en pratique uniquement lors de simulations ou si l'on dispose d'une vérité terrain), la racine de l'erreur quadratique moyenne permet de quantifier avec quelle précision l'estimée  $\hat{X}$  est proche de la vérité terrain  $X$ .

L'écart-type de l'erreur d'estimation s'obtient quand à lui en calculant la moyenne de l'erreur quadratique  $\overline{\text{RMSE}}$  sur  $m$  systèmes différents :

$$\sigma_{\text{RMSE}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (\overline{\text{RMSE}} - \text{RMSE})^2}{m}} \quad (5.39)$$

$m$  étant le nombre de cas envisagés.

#### 5.4.1.4 Discussion

La méthode de recalage global propose donc de valider la sélection de couples, en s'appuyant sur la qualité du recalage obtenue. Le recalage étant une mesure différentielle entre deux images, notre méthode peut également s'appliquer à des mesures différentielles interférométriques, telles que des différences de phase. Le critère de sélection serait donc identique pour ces mesures, d'autant plus que les poids sur les arêtes sont les mêmes.

Notre méthode de recalage global utilise une inversion aux moindres carrés, ne prenant pas en compte de pondération. 0 partir de la matrice de variance-covariance  $\Omega$  du bruit  $B$ , tel que  $E(BB^T) = \Omega$ , il est possible de définir un poids sur les observables. En théorie, connaissant la cohérence d'un couple, dont dépend le bruit  $B$  sur les observables, le calcul de la matrice  $\Omega$  est envisageable. En pratique, effectuer une pondération en se basant sur la cohérence théorique d'un couple n'est pas très judicieux. En effet, considérons deux couples interférométriques espacés d'une même intervalle de temps, l'un (resp. l'autre) ayant une bonne (resp. moyenne) cohérence théorique. Si le premier couple a une cohérence vraie moyenne ou faible, la cohérence de la scène étant perturbé par une forte décorrélacion temporelle (changement saisonnier de végétation, chute de neige), et que le second couple a quant à lui une cohérence vraie impactée faiblement par la décorrélacion temporelle, alors dans ces conditions le bruit  $B$  sur la mesure de décalage du premier couple peut être supérieur à celui obtenu sur la mesure de décalage du second couple. Dans ce cas de figure, une inversion aux moindres carrés pondérée donnerait plus de poids à la mesure ayant un bruit plus fort, venant dégrader la qualité du recalage global des données.

## 5.5 Évaluation de la sélection par ARM

Cette partie a pour objectif d'évaluer les performances de la méthode de recalage présentée au paragraphe 5.4.1, basée sur la sélection d'un jeu de couples d'images par arbre de recouvrement minimal. Afin de vérifier la pertinence de cette approche, nous procédons à des simulations de séries temporelles et à l'inversion du système d'équations obtenu via l'ARM. Les critères de qualité, le conditionnement et l'erreur RMSE, sont ensuite calculés afin de juger de la performance de la méthode. Le principal point faible de cette méthode est qu'en n'apportant pas d'information redondante au système d'équation, une erreur locale sur un des décalages calculés de proche en proche peut se propager à l'ensemble de l'arbre. Nous présentons dans un premier temps les simulations puis les résultats qui nous amènent à conclure sur la performance de la méthode et la propagation d'erreur dans ce contexte de sélection de couples interférométriques par arbre de recouvrement minimal.

### 5.5.1 Simulations

Les simulations effectuées pour illustrer et quantifier la propagation d'erreur après inversion d'un système obtenu par un arbre de recouvrement minimal sont détaillées ci-après. Elles suivent les différentes étapes suivantes :

1. Simulation des paramètres d'une série temporelle  $(B_{\perp}, f_{Dc})$  et création du graphe  $G(V, E)$ ,
2. Simulation des décalages absolus  $x_i$ ,
3. Simulation des disparités mesurées  $s_{ij}$  calculées à partir des  $x_i$  et d'un modèle de bruit  $b_{ij}$ ,
4. Calcul de l'arbre de recouvrement minimal sur  $G(V, E)$ ,
5. Inversion du système via SVD,
6. Calcul des critères de qualité.

Dans un premier temps, nous simulons les paramètres de séries temporelles composées de  $n$  images ERS-1/2, de taille variable ( $10 \leq n \leq 150$ ). D'après l'étude statistique des paramètres d'acquisition de la série temporelle ERS sur Serre-Ponçon (cf. paragraphe 3.1.1.1), les distributions des bases perpendiculaires et des fréquences centroïdes Doppler peuvent être considérées comme gaussiennes. Les paramètres des distributions simulées sont regroupés dans le tableau figure ??.

Satellite	$\overline{B_{\perp}}$ (m)	$\sigma_{B_{\perp}}$ (m)	$\overline{f_{Dc}}$ (Hz)	$\sigma_{f_{Dc}}$ (Hz)
ERS-1	700	450	400	50
ERS-2	700	450	180	70

FIGURE 5.26 – Moyenne et écart-type des distributions simulant les paramètres d'acquisition des séries temporelles.

L'ensemble  $X$  des décalages absolus  $x_i$  est simulé afin de pouvoir disposer d'une *vérité terrain* permettant de qualifier la performance de l'inversion et l'écart entre l'estimée  $\hat{X}$  et  $X$ . Les décalages absolus  $x_i$  sont distribués uniformément entre  $[-15; 15]$  pixels.

Les disparités relatives  $s_{ij}$  sont ensuite calculées à partir des décalages absolus  $x_i$ , ce pour chaque couple d'images  $(i, j)$  inclus dans l'arbre de recouvrement minimal du graphe  $G(V, E)$  modélisant la série temporelle, suivant l'équation 5.25. Le bruit  $b_{ij}$  correspondant à l'imprécision

de la mesure du corrélateur est modélisé par une gaussienne de moyenne nulle et de variance  $\sigma_{b_{ij}}^2$ . Dans les simulations effectuées, nous modélisons plusieurs niveaux de bruit différents, tel que  $\sigma_{b_{ij}} = 0, 1, \sigma_{b_{ij}} = 0, 2, \sigma_{b_{ij}} = 0, 5$  et  $\sigma_{b_{ij}} = 1$ .

L'arbre de recouvrement minimal est calculé sur le graphe  $G(V, E)$  via la fonction de pondération  $p$  (avec  $B_{\perp, crit} = 1100$  m,  $B_a = 1340$  Hz, et  $\Delta T_{max} = 10$  ans, ce  $\Delta T_{max}$  étant équivalent aux conditions du critère de seuil établi par [López-Quiroz *et al.* (2009)], cf. paragraphe 5.1.2.2).

La matrice  $A$  (équation 5.27) est ensuite décomposée en valeurs singulières pour procéder à l'inversion du système 5.28. À l'issue de l'inversion, le conditionnement  $\kappa(A)$  de la matrice  $A$  et l'erreur résiduelle RMSE entre  $\hat{X}$  et  $X$  sont calculés, donnant des indicateurs de la performance de l'inversion.

Pour une taille de série  $n$  donnée, nous réalisons 1000 simulations de séries différentes et d'inversion suivant les différentes étapes présentées ci-dessus. Les résultats de ces simulations figurent au paragraphe suivant.

## 5.5.2 Résultats

Ce paragraphe présente les résultats des simulations d'inversion des décalages absolus  $x_i$  entre images décrites au paragraphe précédent.

### 5.5.2.1 Conditionnement et taille de l'ARM

La stabilité de la solution numérique proposée par l'inversion se caractérise par le conditionnement de la matrice  $A$  (cf. équation 5.37). La matrice  $A$  étant construite à partir de l'arbre de recouvrement minimal du graphe associé à une série temporelle, sa taille dépend directement du nombre d'images  $n$  composant la série. L'étude du conditionnement  $\kappa(A)$  de cette matrice en fonction de la taille  $n$  de la série temporelle révèle que le conditionnement  $\kappa(A)$  croît de manière quasi-linéaire en fonction de  $n$  (cf. figure 5.27). Ainsi, en se basant sur un système d'équations issu d'un ARM, le conditionnement  $\kappa(A)$  de la matrice-modèle est d'autant plus élevé qu'il y a d'images dans la série temporelle, si bien que l'erreur relative d'estimation théorique  $\frac{\|X - \hat{X}\|_2}{\|X\|_2}$  sera majorée par une valeur plus importante (cf. équation 5.36).

La dépendance linéaire du conditionnement  $\kappa(A)$  en fonction de  $n$  peut être approximée par la régression linéaire :

$$\kappa(A) = 0,7n + 8,7. \quad (5.40)$$

Cette loi empirique à l'intérêt pratique de donner une majoration a priori de l'erreur relative d'estimation théorique (cf. équation 5.36) uniquement à partir de la taille de la série temporelle.

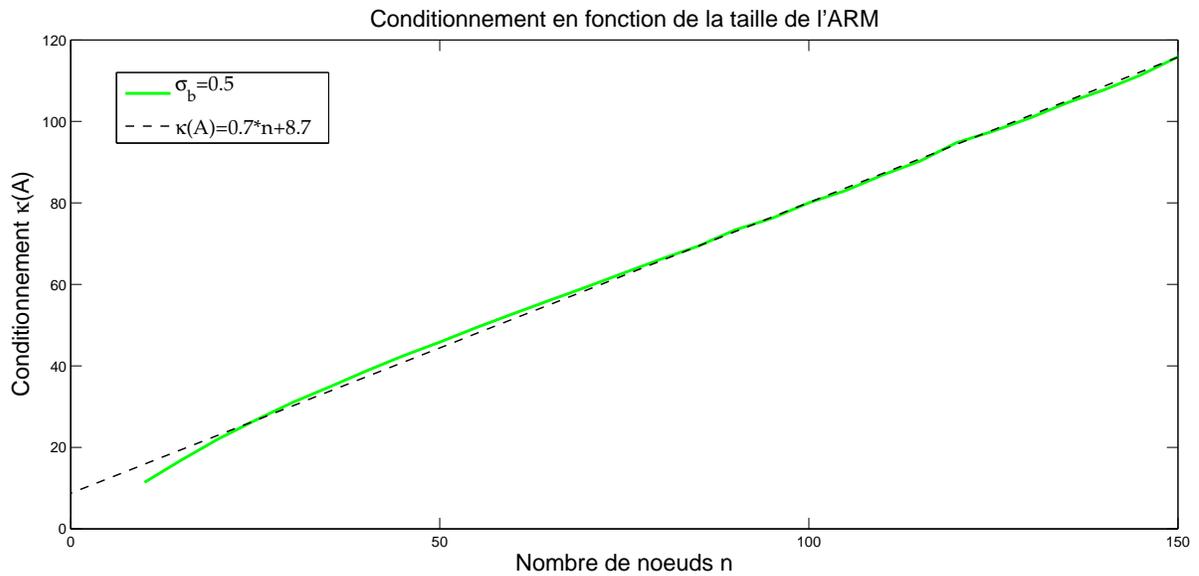


FIGURE 5.27 – Conditionnement  $\kappa(A)$  de la matrice  $A$  en fonction de la taille de la série temporelle, *i.e.* du nombre  $n$  de noeuds  $V$  contenus dans le graphe  $G(V, E)$ . Plus la taille de l'arbre de recouvrement minimal sur le graphe  $G$  augmente, plus le conditionnement  $\kappa(A)$  de la matrice  $A$  calculée via les connections établies par l'arbre de recouvrement minimal (cf. paragraphe 5.4.1.1) croît.

### 5.5.2.2 Conditionnement et erreur d'estimation

L'étude de l'évolution de l'erreur d'estimation RMSE (cf. équation 5.38) en fonction du conditionnement de la matrice  $A$  est présentée figure 5.28. Quatre niveaux de bruit  $b_{ij}$  différents ont été appliqués sur les mesures de disparités relatives  $s_{ij}$ . La figure 5.28 permet d'affirmer que l'erreur estimation RMSE augmente d'autant plus que le conditionnement de la matrice  $\kappa(A)$  est grand, ce qui est en accord avec l'équation 5.36.

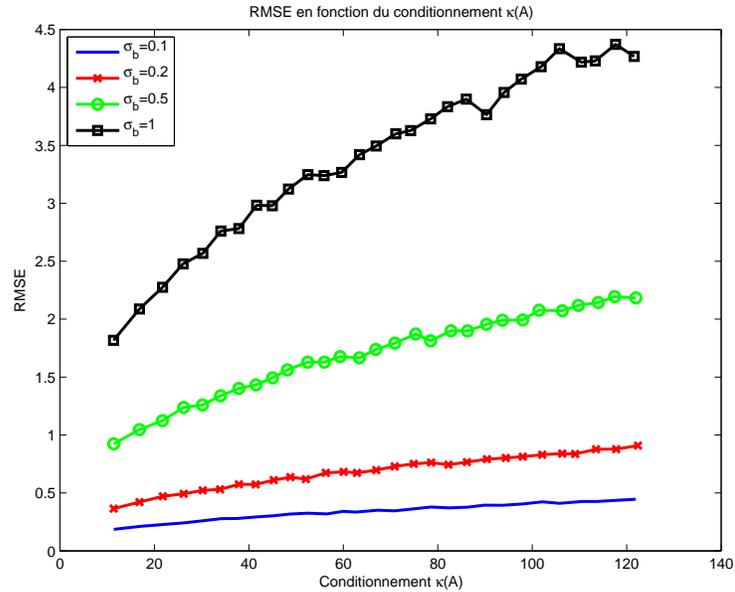


FIGURE 5.28 – Racine de l'erreur en moyenne quadratique (RMSE) en fonction du conditionnement  $\kappa(A)$  de la matrice  $A$ . Plus le conditionnement  $\kappa(A)$  de la matrice  $A$  augmente, plus l'erreur d'estimation RMSE sur les décalages absolus  $\hat{X}$  croît.

### 5.5.2.3 Erreur d'estimation et taille de l'ARM

La figure 5.29 présente la quantification de l'erreur d'estimation RMSE en fonction de la taille de l'ARM ( $n - 1$  connections pour une série temporelle de taille  $n$ ). L'erreur RMSE et sa dispersion  $\sigma_{RMSE}$  (cf. équation 5.39) est d'autant plus grande que le nombre d'images  $n$  est grand et que le bruit sur les mesures  $s_{ij}$  est fort. Ainsi, nous pouvons affirmer que plus le nombre d'images composant la série temporelle est grand, plus l'inversion et l'estimation des décalages absolus  $x_i$  basée sur une sélection de couples par arbre de recouvrement minimal sera bruitée. Le bruit  $b_{ij}$  sur une mesure de décalage relatif  $s_{ij}$  se propage donc à l'ensemble du système via l'arbre de recouvrement minimal.

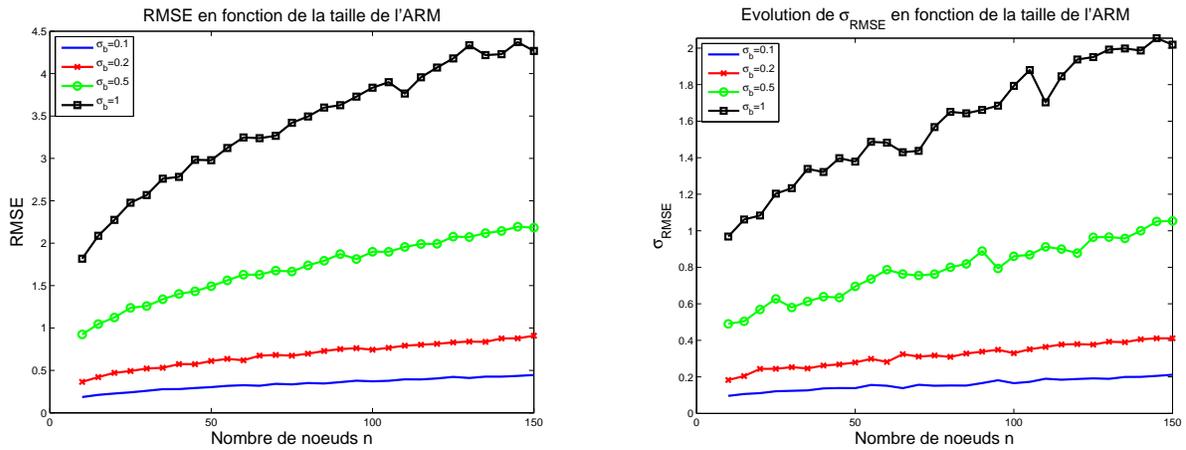


FIGURE 5.29 – (À gauche) Racine de l'erreur en moyenne quadratique (RMSE) en fonction de la taille de la série temporelle, *i.e.* du nombre  $n$  de noeuds  $V$  contenus dans le graphe  $G(V, E)$ , pour différents niveaux de bruit ( $\sigma_{b_{ij}} = 0, 1$ ,  $\sigma_{b_{ij}} = 0, 2$ ,  $\sigma_{b_{ij}} = 0, 5$ , et  $\sigma_{b_{ij}} = 1$ ). Plus la taille de l'arbre de recouvrement minimal sur le graphe  $G$  augmente, plus l'erreur RMSE calculée à partir de l'estimée  $\hat{X}$  obtenue par inversion du système 5.28 augmente. (À droite) Écart-type de l'erreur d'estimation  $\sigma_{RMSE}$  en fonction de la taille de la série temporelle. Plus la taille de l'arbre de recouvrement minimal sur le graphe  $G$  augmente, plus la dispersion de l'erreur d'estimation est grande.

L'allure semblable des courbes donnant l'évolution de l'erreur RMSE et de son écart-type  $\sigma_{RMSE}$  (cf. figure 5.29) tend à suggérer une dépendance d'une variable sur l'autre. Ceci est confirmé en traçant l'écart-type de l'erreur d'estimation  $\sigma_{RMSE}$  en fonction de l'erreur RMSE (cf. figure 5.30), pour les différents niveaux de bruit étudiés ( $\sigma_{b_{ij}} = 0, 1$ ,  $\sigma_{b_{ij}} = 0, 2$ ,  $\sigma_{b_{ij}} = 0, 5$ , et  $\sigma_{b_{ij}} = 1$ ). Nous constatons une dépendance linéaire de  $\sigma_{RMSE}$  en fonction du RMSE. Au moyen d'une régression linéaire aux moindres carrés, nous déterminons la loi empirique donnant l'écart-type de l'erreur d'estimation  $\sigma_{RMSE}$  en fonction du RMSE :

$$\sigma_{RMSE} \approx 0,47 \cdot RMSE. \quad (5.41)$$

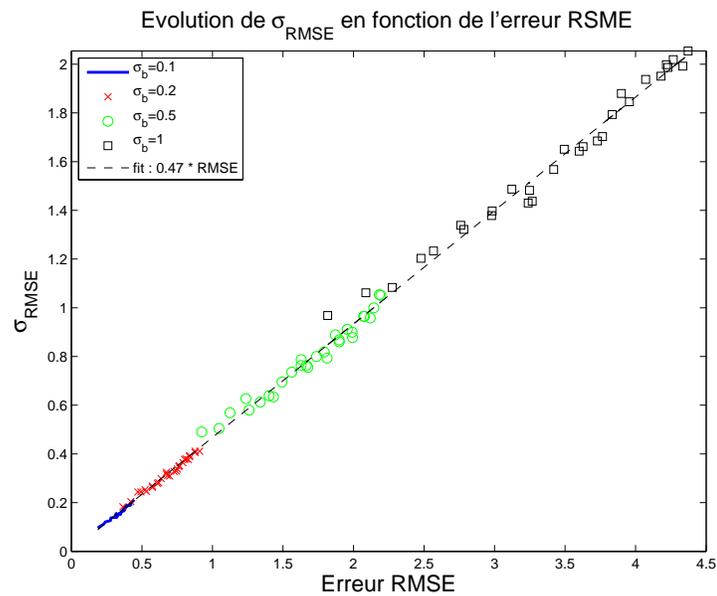


FIGURE 5.30 – Écart-type de l'erreur d'estimation  $\sigma_{\text{RMSE}}$  en fonction de l'erreur RMSE, pour différents niveaux de bruit ( $\sigma_{b_{ij}} = 0,1$ ,  $\sigma_{b_{ij}} = 0,2$ ,  $\sigma_{b_{ij}} = 0,5$ , et  $\sigma_{b_{ij}} = 1$ ). La dépendance de  $\sigma_{\text{RMSE}}$  en fonction du RMSE se modélise par une régression linéaire aux moindres carrés (représentée en pointillés).

### 5.5.3 Robustesse de la méthode ARM

Dans [Refice *et al.* (2006)], les auteurs suggèrent que le nombre d'étapes successives pour transférer un jeu de paramètres calculé de proche en proche à une image de référence est un facteur déterminant la qualité du résultat obtenu via l'exploitation d'un arbre de recouvrement minimal. En effet, en présence d'une mesure locale très bruitée intégrée à la sélection proposée par l'ARM, l'erreur va se propager sur l'ensemble des couples liés au couple bruité jusqu'à la racine de l'arbre. Dans le but de quantifier la robustesse de la méthode d'inversion par ARM, nous proposons de comparer les résultats obtenus dans le cas où le bruit  $b_{ij}$  sur les disparités  $s_{ij}$  est gaussien (avec  $\sigma_{b_{ij}} = 0,5$ ), et dans le cas où une mesure de disparité  $s_{ij}$  sur un couple  $(i, j)$  inclus dans l'ARM est entachée d'une erreur importante (de l'ordre de 10 pixels). Les distributions du bruit  $b_{ij}$  dans ces deux cas sont représentées figure 5.31.

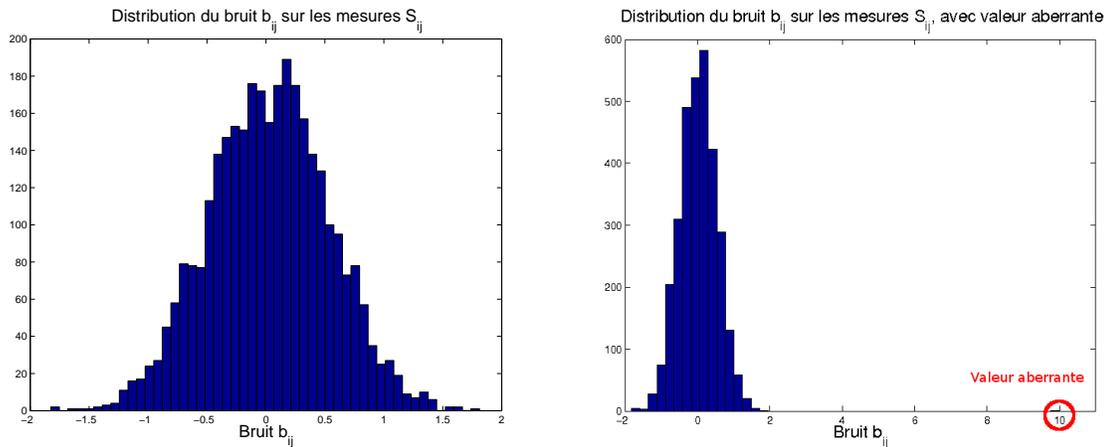


FIGURE 5.31 – (À gauche) Distribution du bruit  $b_{ij}$  sur les disparités relatives  $s_{ij}$ , avec  $\sigma_{b_{ij}} = 0,5$ . (À droite) Distribution du bruit  $b_{ij}$  sur les disparités relatives  $s_{ij}$ , intégrant une valeur aberrante, correspondant à une erreur de recalage de 10 pixels.

1000 simulations ont été effectuées sur des séries temporelles intégrant  $n = 80$  images. Pour chacune d'elle, nous déterminons l'erreur RMSE après inversion dans le cas des deux distributions de bruit présentées à la figure 5.31. L'erreur de recalage s'insère aléatoirement sur une des arêtes incluses dans l'arbre de recouvrement minimal. Les résultats sont présentés figure 5.32, sous forme de boîtes de Tukey. La médiane de l'erreur sur les 1000 simulations est représentée par la valeur centrale de la boîte, en rouge. Le premier quartile  $q_1$  et le troisième quartile  $q_3$  ferment la boîte, tandis que les valeurs minimales et maximales figurent aux extrémités des segments.

Nous remarquons que l'introduction d'une erreur importante dans l'ARM augmente d'un facteur 2 la valeur médiane de l'erreur. L'écart interquartile est quand à lui multiplié par 3, l'erreur maximale est 2,5 fois plus forte. La mesure fortement bruitée introduite dans l'ARM perturbe l'ensemble du système et dégrade la qualité de l'estimation des décalages absolus  $x_i$ . Nous pouvons affirmer à la vue de ces résultats que l'estimation de paramètres sur l'ensemble d'une série temporelle au moyen d'un seul arbre de recouvrement minimal est donc peu robuste en présence d'une valeur aberrante d'observable  $s_{ij}$ . Comme suggéré dans le paragraphe précédent, la qualité de l'estimation peut être améliorée par l'introduction de redondance dans la sélection de couples initialement obtenue par ARM.

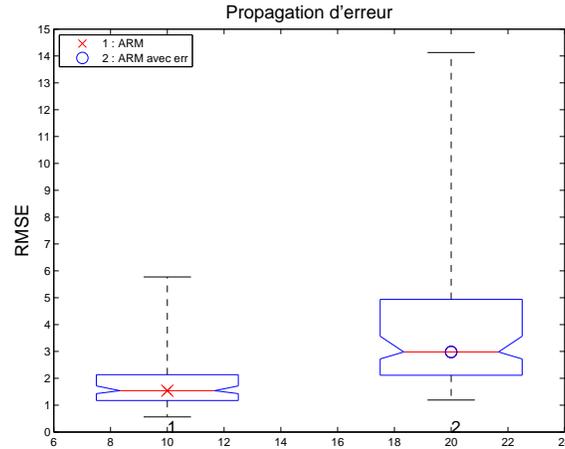


FIGURE 5.32 – Erreur RMSE après inversion pour une distribution d'erreur  $b_{ij}$  gaussienne ( $\sigma_{b_{ij}} = 0,5$ ) (à gauche, cas 1), et pour la même distribution intégrant une valeur aberrante de 10 pixels (voir figure 5.31) prise en compte dans l'arbre de recouvrement minimal (à gauche, cas 2).

#### 5.5.4 Conclusion

La sélection de couples basée sur un arbre de recouvrement minimal a pour avantage de connecter l'ensemble des images d'une série temporelle entre elles, permettant d'appliquer une méthode d'inversion en vue d'estimer des paramètres, tels que les décalages absolus  $x_i$  entre images. L'analyse des critères de qualité de l'inversion en fonction du nombre  $n$  d'images de la série, *i.e.* le conditionnement  $\kappa(A)$  de la matrice-modèle et l'erreur d'estimation RMSE des décalages absolus, montre les limites de cette approche.

D'une part, plus le nombre  $n$  d'images dans la série augmente, plus le conditionnement de la matrice  $A$  augmente. Ceci a pour effet d'augmenter la borne supérieure majorant l'erreur relative commise sur les paramètres à estimer, les décalages absolus entre images (cf. équation 5.36). D'autre part, plus le nombre  $n$  d'images dans la série augmente, plus l'erreur d'estimation augmente (en moyenne et en dispersion). Ainsi, pour un couple d'images  $(i, j)$ , le bruit  $b_{ij}$  sur la mesure de disparité relative  $s_{ij}$  se propage à l'ensemble du système lors de l'inversion. Ceci s'explique par le fait que l'arbre de recouvrement minimal utilise le nombre minimum de liens permettant de connecter les données entre elles. Une mesure locale très bruitée peut donc perturber globalement le système. Enfin, nous avons montré que l'estimation de paramètres sur l'ensemble d'une série temporelle au moyen d'un seul arbre de recouvrement minimal est peu robuste face à une valeur aberrante  $s_{ij}$ .

Une solution pour réduire l'effet propagatif du bruit dans l'arbre de recouvrement minimal et de palier son manque de robustesse est donc d'insérer des mesures redondantes, créant ainsi des cycles sur l'ARM (ainsi, en introduisant des cycles, le terme d'arbre n'est plus valide, on parle de sous-graphe). Ces cycles permettent, en augmentant le nombre de mesures, d'atténuer par moyennage les erreurs et d'augmenter la qualité de l'inversion et l'estimation d'un paramètre, tel que les décalages absolus  $x_i$  entre images.

## 5.6 Qualification des méthodes d'ajout de redondance

### 5.6.1 Simulations

Les simulations effectuées pour comparer et qualifier les différentes méthodes d'ajout de redondance suivent la démarche illustrée figure 5.25. Après calcul de l'arbre de recouvrement minimal, des couples d'images sont ajoutés à cette sélection initiale suivant une des méthodes de redondance décrites au paragraphe 5.3. Le jeu de données ainsi obtenu est connexe, et contient  $n - 1$  couples issus de l'ARM et  $m$  couples ajoutés par redondance, soit  $n_c = n - 1 + m$  couples.

Les séries temporelles simulées sont composées de 80 images, ce qui est du même ordre de grandeur que la série réelle sur Serre-Ponçon qui en compte 82. Ces séries sont simulées en se basant sur les mêmes paramètres que les simulations précédentes, regroupés dans le tableau ??.

Les décalages absolus  $x_i$  sont distribués uniformément entre  $[-15; 15]$  pixels. Les disparités relatives  $s_{ij}$  sont calculées à partir des décalages absolus  $x_i$ , ce pour chaque couple d'images  $(i, j)$  inclus dans la sélection des  $n - 1 + m$  couples, suivant l'équation 5.25.

Le bruit  $b_{ij}$  sur les disparités mesurées dépend de la cohérence du couple d'images à recaler (cf. paragraphe 5.7.1.2). Le bruit  $b_{ij}$  est ainsi modélisé par l'écart-type du corrélateur (cf. figure 5.33), en considérant le cas le plus défavorable (disparités les plus bruitées en ligne, cf. figure 2.11-droite).

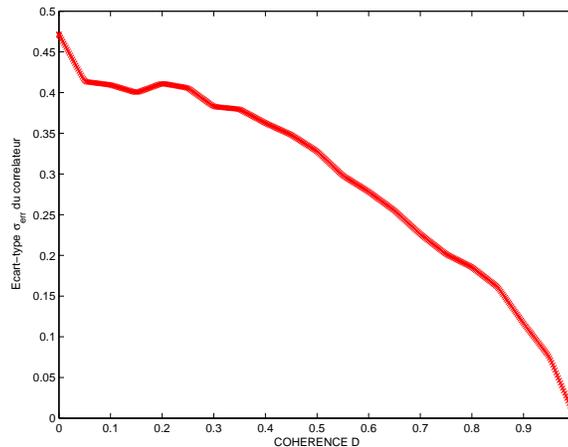


FIGURE 5.33 – Bruit  $b_{ij}$  sur les disparités mesurées en fonction de la cohérence  $D$  du couple interférométrique. Le bruit  $b_{ij}$  est modélisé par l'écart-type  $\sigma_{err}$  du corrélateur utilisé pour calculer les disparités (cf. figure 2.11-droite).

Ainsi, le bruit sur les disparités relatives calculées sur des couples  $(i, j)$  ayant une bonne cohérence (c'est-à-dire un poids  $p(i, j)$  faible) sera donc en moyenne plus faible que sur les couples ayant une faible cohérence (poids  $p(i, j)$  fort).

La matrice  $A_{[n-1+m, n-1]}$  (équation 5.26) est ensuite décomposée en valeurs singulières pour procéder à l'inversion du système 5.26. Nous calculons ensuite les critères de qualité de l'inversion, c'est-à-dire le conditionnement  $\kappa(A)$  et l'erreur résiduelle RMSE entre  $\hat{X}$  et  $X$ .

Nous réalisons 1000 simulations de séries différentes et inversions, en testant pour chacune d'elles les méthodes d'ajout de redondance présentées au paragraphe 5.3. Pour chaque série et pour chaque méthode, nous augmentons la redondance en faisant varier incrémentalement la quantité de couples ajoutés  $m$ , ceci afin de mesurer les performances de l'inversion en fonction à la fois du nombre total  $n_c$  de couples ajoutés mais aussi de la méthode de redondance utilisée. Les résultats de ces simulations figurent au paragraphe suivant.

### 5.6.2 Résultats : performances des méthodes

Nous présentons ici les résultats des simulations décrites au paragraphe précédent.

Les distributions des conditionnements  $\kappa(A)$  et des erreurs RMSE calculées sur l'ensemble des 1000 simulations sont présentées ici sous forme de boîtes de Tukey. Nous faisons ce choix ayant observé que ces distributions ne sont pas gaussiennes. La médiane est représentée par la valeur centrale de la boîte, en rouge. Le premier quartile  $q_1$  et le troisième quartile  $q_3$  ferment la boîte, tandis que les valeurs minimales et maximales figurent aux extrémités des segments. Dans le but de simplifier la comparaison entre ces différentes méthodes, nous ne présenterons dans la partie suivante que les résultats traitant de l'erreur RMSE d'estimation des décalages absolus entre images. Néanmoins, le comportement du conditionnement  $\kappa(A)$  face aux différentes méthodes et à la quantité d'ajout de redondance est présenté en annexe C.

#### 5.6.2.1 Approches par arbres de recouvrement minimal

La figure 5.34 présente une analyse comparative des approches basées sur les arbres de recouvrement minimal. Le calcul d'arbres de recouvrement successifs réduit l'erreur résiduelle RMSE d'inversion. En effet, en calculant un second ARM (méthode A2), ce qui a pour effet de doubler le nombre de couples, l'erreur RMSE est divisée d'un facteur 2. Le calcul d'un troisième ARM permet de réduire encore un peu plus l'erreur, dans des proportions moindres, au prix de multiplier par 3 le temps de calcul. Nous observons une réduction progressive de l'écart interquartile  $iq = q_3 - q_1$  et des valeurs extrêmes (min et max), ce plus le nombre de couples augmente. Ainsi, bien que la méthode A3 n'apporte qu'une faible réduction de l'erreur RMSE par rapport à la méthode A2, elle présente l'avantage d'avoir des valeurs extrêmes plus faibles : dans des cas difficiles, on peut affirmer que la méthode A3 offrira de meilleurs résultats que la méthode A2 ou ARM.

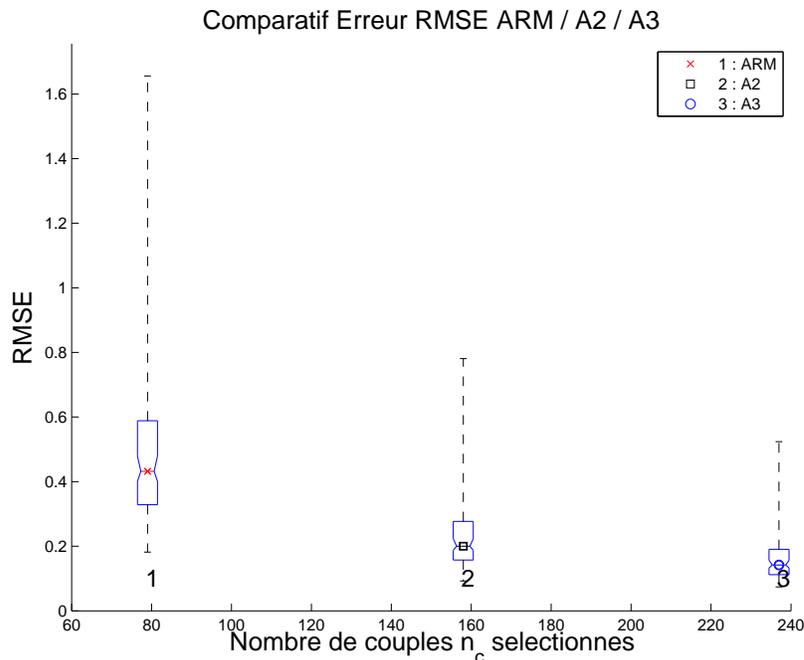


FIGURE 5.34 – Erreur RMSE en fonction du nombre de couples sélectionnés par arbres de recouvrement minimal (ARM), deux ARM successifs (A2) et trois ARM successifs (A3).

Un lecteur curieux trouvera à l'annexe C un comparatif de ces méthodes basé sur le conditionnement  $\kappa(A)$  (cf. figure C.1).

### 5.6.2.2 Comparaison de l'approche arêtes locale et arbres

La figure 5.35 compare les approches basées sur les arbres de recouvrement minimal et l'approche arêtes locale. Les méthodes basées sur les arbres successifs (A2 et A3) retournent une erreur RMSE du même ordre de grandeur que celle de l'approche arêtes locale (AL), avec des valeurs extrêmes légèrement inférieures. Par construction dans la méthode AL, le fait qu'il soit possible que deux sommets différents puissent partager une ou plusieurs des  $k$  meilleures arêtes locales permet un positionnement en terme de couples  $n_c$  sélectionnés à mi-chemin entre la méthode A2 et A3 (pour  $k = 2$ ). Dans ce cas, cette méthode peut être un compromis en terme de temps de calcul entre les méthodes A2 et A3.

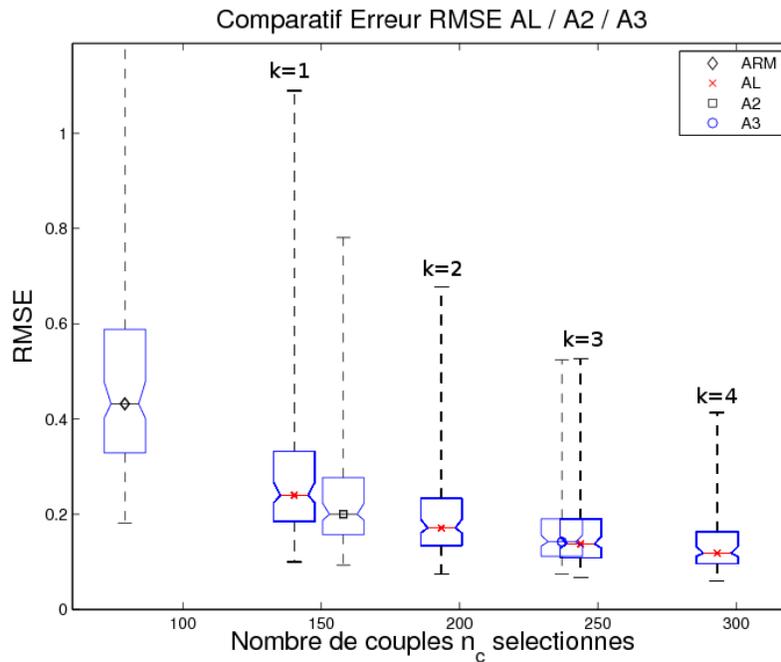


FIGURE 5.35 – Erreur RMSE en fonction du nombre de couples sélectionnés via les approches par arêtes locales (AL) et arbres de recouvrement minimal (ARM, A2, A3).

L'étude du conditionnement  $\kappa(A)$  en fonction de ces différentes méthodes est présenté annexe C, figure C.2

### 5.6.2.3 Comparaison des approches par ajout d'arêtes

La figure 5.36 présente une analyse comparative des approches basées sur l'ajout d'arêtes. La représentation des résultats pour la méthode d'ajout global d'arêtes (AG) diffère des autres représentations du fait qu'il est possible via cette méthode d'ajouter un nombre quelconque d'arêtes. Lors des simulations, l'ajout d'arêtes a été effectué par pas de 5, ce qui explique l'aspect continu des résultats. Pour la méthode d'ajout local d'arêtes, la redondance est ajoutée par multiples de  $n - 1$ . Cependant, le nombre de couples ajoutés n'est pas toujours égal exactement à  $k \cdot (n - 1)$ , les  $k$  meilleures arêtes locales pouvant être identiques pour deux sommets différents. Nous représentons ainsi les distributions obtenues sous forme de boîtes de Tukey, positionnées pour chaque niveau d'ajout de redondance  $k$  aux valeurs moyennes du nombre de couples ajoutés, proches de  $k \cdot (n - 1)$ .

À nombre de couples  $n_c$  égal, la méthode donnant l'erreur RMSE la plus faible est la méthode d'ajout local (AL). L'écart interquartile et les valeurs extrêmes obtenues par cette méthode sont bien plus faibles que celles obtenues par la méthode globale (AG), indiquant que la méthode locale donnera des meilleurs résultats pour les cas les plus difficiles. Le gain sur l'erreur évolue très faiblement à partir de  $n_c = 300$  couples par rapport au nombre de couples ajoutés en plus à la sélection.

L'évolution du conditionnement  $\kappa(A)$  en fonction du nombre de couples ajoutés par ces méthodes est présenté figure C.3.

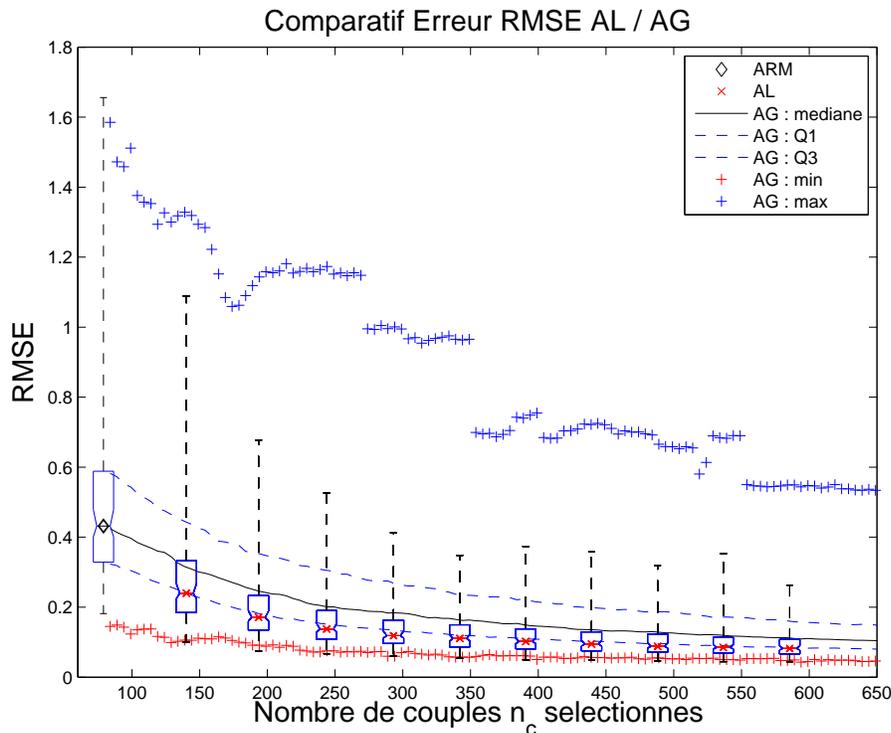


FIGURE 5.36 – Comparaison des approches par arêtes global (AG) et locales (AL) : évolution de l'erreur RMSE en fonction du nombre de couples sélectionnés par la méthode ARM, AG et AL.

### 5.6.2.4 Redondance complète via la méthode globale

La figure 5.37 présente l'ajout de redondance pour la méthode arêtes globale (AG), effectuée progressivement par pas de couples constant (5) jusqu'à atteindre la totalité des couples possibles, soit plus de 3000 paires d'images.

Lorsque la redondance est totale, l'erreur RSME médiane peut être réduite jusqu'à un facteur 10 (de 0,5 à 0,05). Ceci permet d'affirmer que la précision atteignable sur l'erreur RMSE ne peut excéder la valeur plancher de 0,05, pour le modèle de bruit sélectionné. Dans les cas difficiles, l'erreur RSME maximale est réduite également d'un facteur 10, passant de 1,6 à 0,15.

Pour la valeur intermédiaire de 1000 couples sélectionnés, soit 921 couples ajoutés par redondance, l'erreur RMSE vaut environ 0,1. En acceptant une multiplication par 2 de l'erreur minimale atteignable (0,5), on peut ainsi réduire par 3 le nombre de couples sélectionnés, et donc réduire de ce même facteur le temps de calcul.

L'évolution du conditionnement  $\kappa(A)$  en fonction du nombre de couples ajoutés par cette méthode est présenté figure C.4.

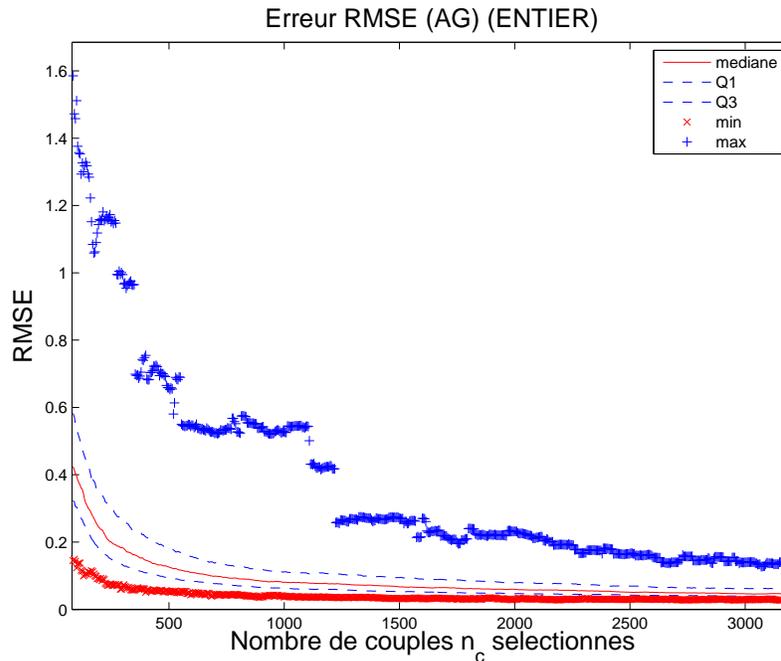


FIGURE 5.37 – Performances de la méthode AG jusqu'à redondance complète (cas où tous les couples possibles sont utilisés dans l'inversion).

### 5.6.2.5 Comparaison des méthodes à l'approche single master

Cette partie présente les performances des différentes méthodes par rapport à la méthode *single master* (SM) décrite dans l'état de l'art au paragraphe 5.1.2.1.

La figure 5.38 présente les performances comparées de la méthode ARM et SM. Pour un nombre de couples sélectionnés identiques ( $n_c = 79$ ), les performances médianes sont similaires, avec un très léger avantage à l'approche SM. En ce qui concerne les valeurs maximales, l'approche ARM est pénalisante par rapport à l'approche SM. Ceci peut s'expliquer par le phénomène de propagation d'erreur au sein de l'arbre de recouvrement minimal (cf. paragraphe 5.5). L'erreur

RMSE minimale atteignable est équivalente pour les deux méthodes, de l'ordre de 0,2. Le conditionnement  $\kappa(A)$  obtenu par ces deux méthodes est présenté figure C.5.

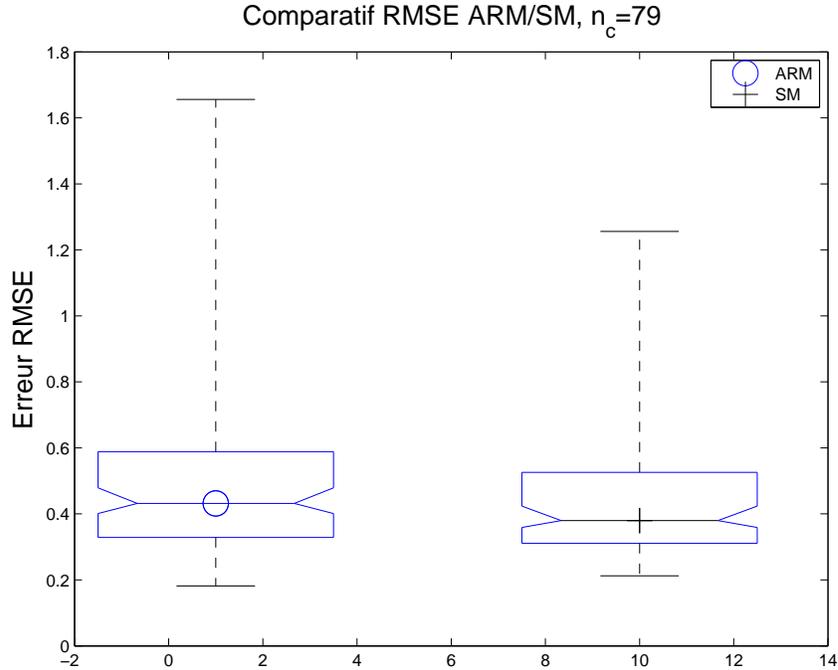


FIGURE 5.38 – Comparatif des performances des méthodes ARM (à gauche) et SM (à droite) (abscisse non significative).

La figure 5.39 (à gauche) compare les performances de la méthode SM et des méthodes par ARM successifs, A2 et A3. L'erreur RMSE médiane est divisée d'un facteur 2 par la méthode A2, au prix d'un temps de calcul double, et par un facteur 2,5 par la méthode A3 au prix d'un temps de calcul triple. Les valeurs maximales sont également fortement réduites, d'un tiers pour la méthode A2 (passant de 1,3 à 0,8), et d'un facteur 2,5 pour la méthode A3 (de 1,3 à 0,5).

La figure 5.39 (à droite) compare quant à elle les performances de la méthode SM et des méthodes par ajout d'arêtes, locale (AL) et globale (AG). À partir de 130 couples, la méthode globale (AG) donne une erreur RSME médiane plus faible que l'approche SM. Au premier rang d'ajout de redondance ( $k = 1$ ), la méthode (AL) est également plus performante que la méthode SM. Les erreurs maximales sont également progressivement réduites, et sont inférieures à celles proposées par la méthode SM dès 150 couples ajoutés.

Les méthodes redondantes permettent donc d'améliorer les performances sur l'erreur RMSE résiduelle calculée sur les décalages absolus entre images, par rapport à celles obtenues par l'approche de sélection basée sur une image maître unique.

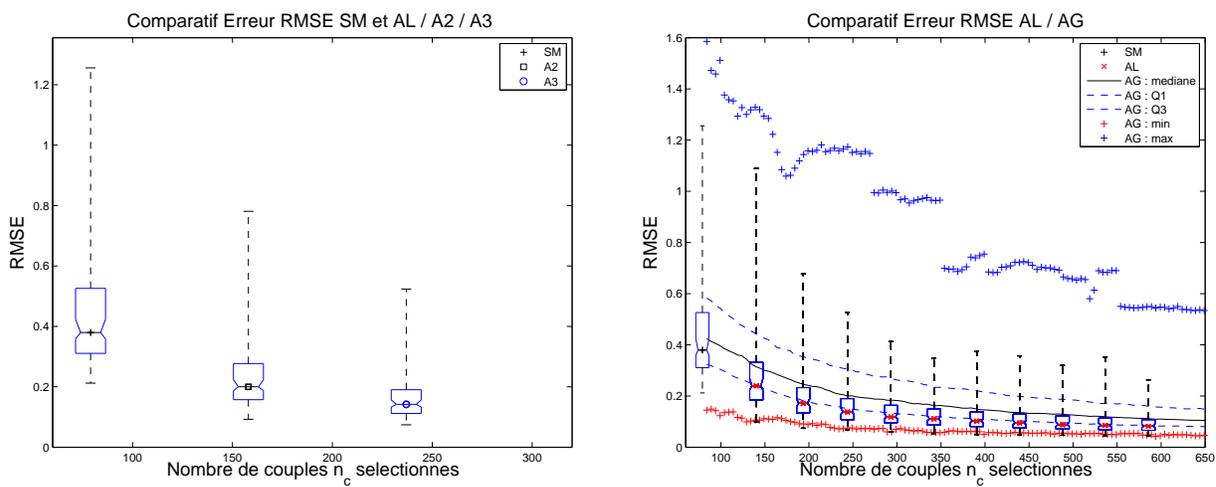


FIGURE 5.39 – (À gauche) Comparatif des performances des méthodes SM et A2, A3. (À droite) Comparatif des performances des méthodes SM et AG, AL.

### 5.6.3 Résultats : apport du renfort ciblé

#### 5.6.3.1 Apport du renfort ciblé sur les méthodes par arbres

La figure 5.40 présente les performances de la méthode de renfort ciblé appliquée sur les méthodes basées sur des arbres, ARM, A2 et A3. 3 niveaux de renfort sont envisagés,  $r = 1$  (+),  $r = 2$  (++) , et  $r = 3$  (+++). L'ajout de redondance ciblée sur les arêtes de poids fort réduit progressivement l'erreur RMSE, ainsi que l'écart interquartile et les valeurs extrêmes (min et max). Pour les méthodes A2 et A3, nous observons une légère diminution des écarts interquartiles de l'erreur RSME plus  $r$  augmente. Pour la méthode A2, les erreurs maximales diminuent seulement dans le cas A2+ ( $r = 1$ ), l'ajout ciblé d'ordre supérieur n'apportant pas d'amélioration sur ce point. Pour la méthode A3, le renfort ciblé ne permet pas de réduire les erreurs maximales. Pour les méthodes A2 et A3, l'erreur RSME médiane diminue en augmentant le niveau  $r$  de redondance, mais de manière très faible. Sur ce point, le renfort ciblé n'apporte donc pas de nette amélioration.

Le conditionnement  $\kappa(A)$  pour ces différentes méthodes est présenté figure C.6.

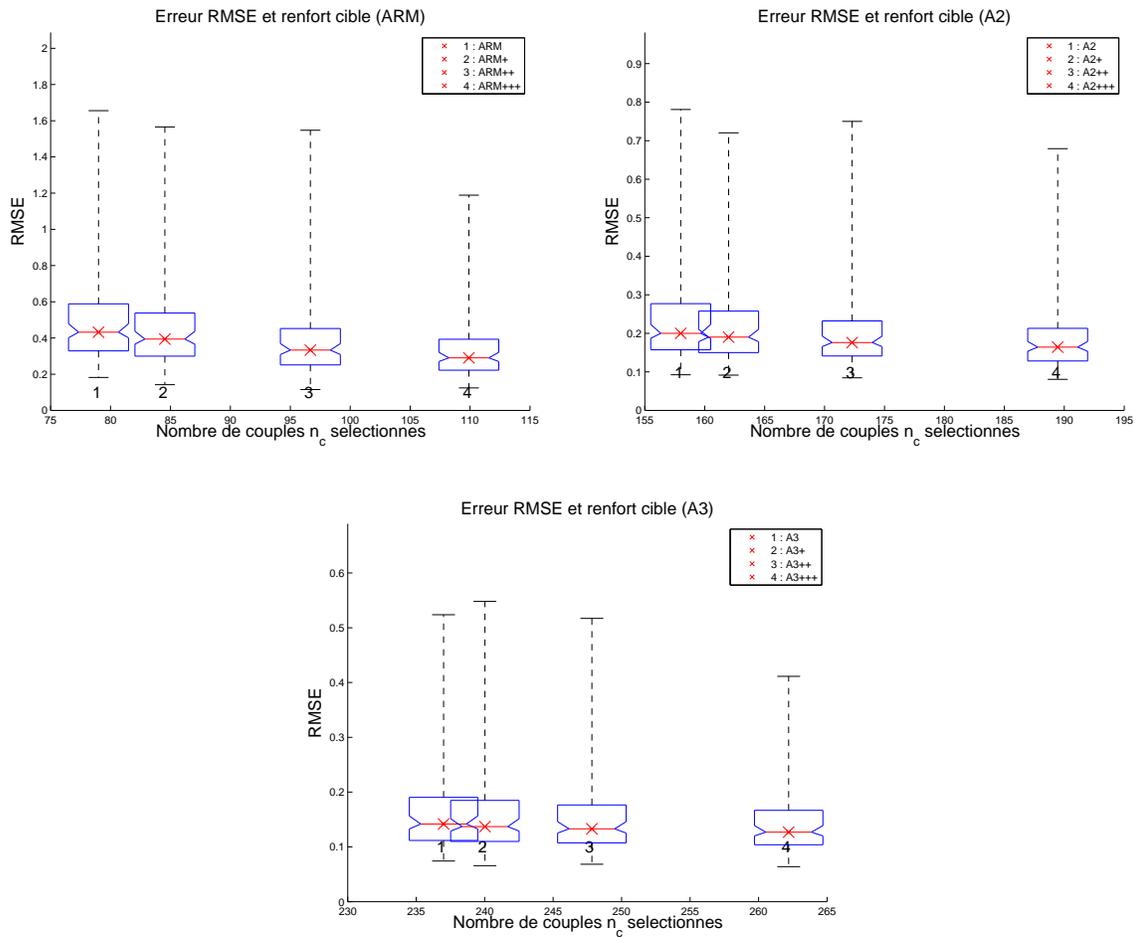


FIGURE 5.40 – Impact sur l'erreur RMSE de l'ajout de redondance ciblée sur arêtes de poids fort pour les méthodes basées sur des arbres, ARM, A2 et A3, pour 3 niveaux d'ajout,  $r = 1$  (+),  $r = 2$  (++) , et  $r = 3$  (+++).

### 5.6.3.2 Apport du renfort ciblé sur les méthodes arêtes global

La figure 5.41 présente les performances de la méthode de renfort ciblé appliquée sur la méthode d'ajout global d'arêtes (AG). 3 niveaux de renfort sont envisagés,  $r = 1$  (+),  $r = 2$  (++) , et  $r = 3$  (+++).

L'ajout de redondance ciblée sur les arêtes de poids fort sélectionnées via la méthode AG réduit globalement l'erreur RMSE pour  $r = 1$  (+). Les valeurs médianes et maximales diminuent, l'écart interquartile reste identique. Pour  $r = 2$  (++) , une légère diminution de la médiane est observée, sans avoir d'incidence sur les valeurs extrêmes. Pour  $r = 3$  (+++) , aucune amélioration significative n'est observée.

Pour cette méthode, le renfort ciblé n'apporte donc qu'une amélioration sensible des performances pour  $r = 1$ .

Les observations faites sur le conditionnement sont présentées figure C.7.

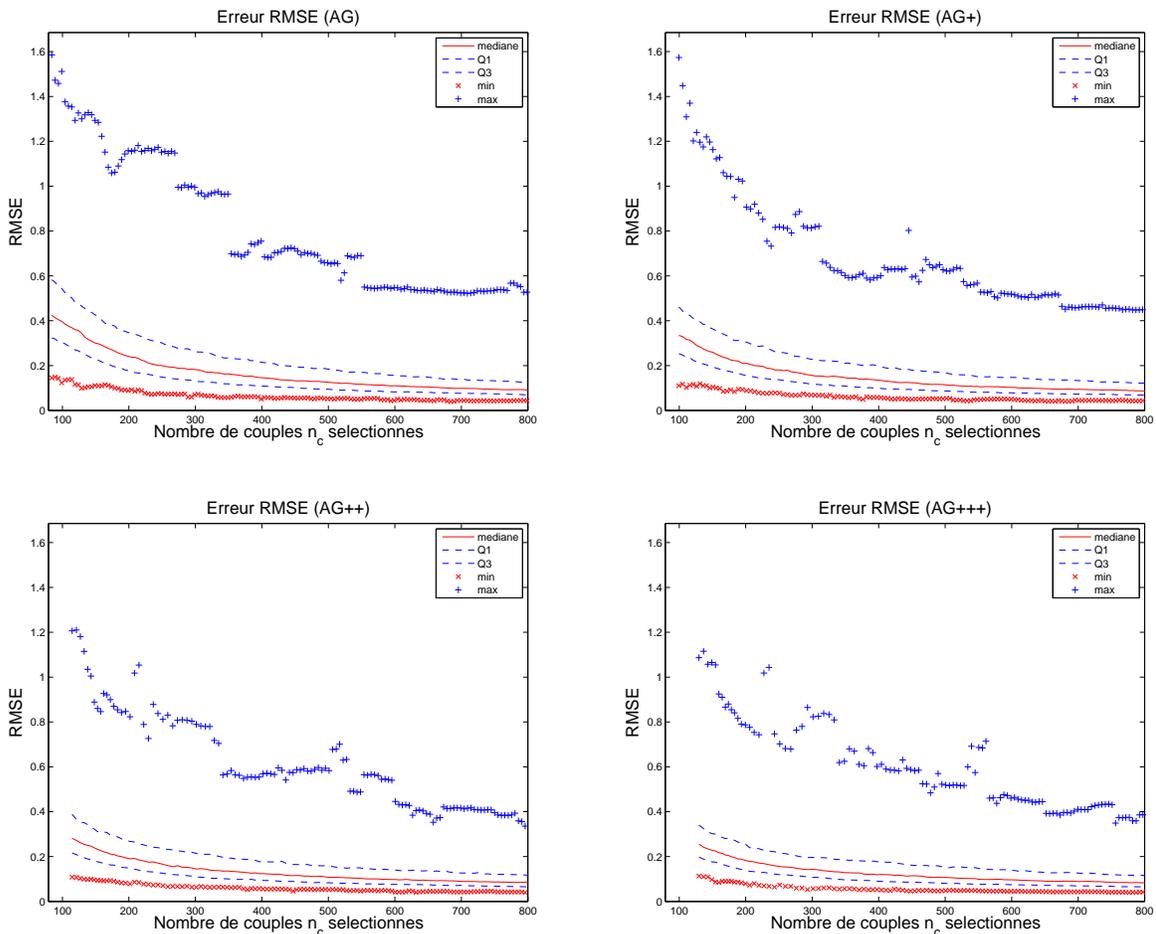


FIGURE 5.41 – Impact sur l'erreur RMSE de l'ajout de redondance ciblée sur arêtes de poids fort pour la méthode basée sur l'ajout global d'arêtes (AG), pour 3 niveaux d'ajout,  $r = 1$  (+),  $r = 2$  (++) , et  $r = 3$  (+++).

### 5.6.3.3 Apport du renfort ciblé sur les méthodes arêtes local

La figure 5.42 présente les performances de la méthode de renfort ciblé appliquée sur la méthode d'ajout local d'arêtes (AL). 3 niveaux de renfort sont envisagés,  $r = 1$  (+),  $r = 2$  (++) , et  $r = 3$  (+++). Pour cette méthode, nous observons que le renfort ciblé n'apporte pas d'amélioration significative des performances, ce quel que soit le nombre de couples sélectionnés par la méthode AL et le niveau de redondance ciblé  $r = 1, 2$  ou  $3$ . La redondance étant ajoutée de manière homogène par la méthode AL sur l'ensemble du graphe, les performances de l'inversion sont quasi-optimales. De plus, les deux méthodes se basent sur le même critère local de choix d'arêtes. En effet, si nous considérons une arête faible, la méthode AL ajoutant la ou les  $k$  meilleures arêtes locales agit comme le ferait l'ajout ciblé de redondance. Les observations faites sur le conditionnement sont présentées figure C.8.

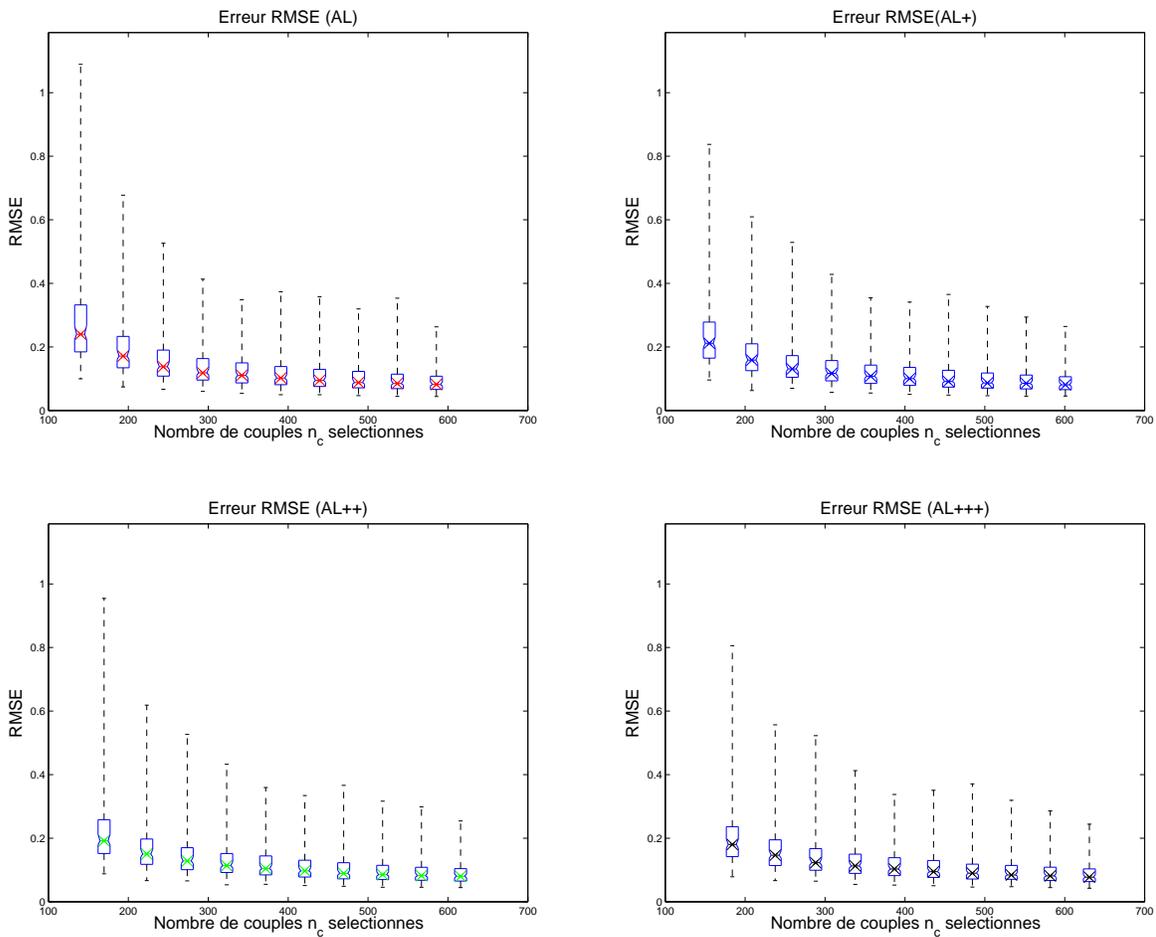


FIGURE 5.42 – Impact sur l'erreur RMSE de l'ajout de redondance ciblée sur arêtes de poids fort pour la méthode basée sur l'ajout local d'arêtes (AL), pour 3 niveaux d'ajout,  $r = 1$  (+),  $r = 2$  (++) , et  $r = 3$  (+++).

### 5.6.4 Résultats : comparatif global des méthodes

La difficulté de la démarche de comparaison des performances des différentes méthodes en fonction du nombre de couples sélectionnés est qu'il est difficile de comparer à nombre de couples égal ces performances. Ainsi, nous proposons de comparer les performances de ces méthodes par rapport à celles de la méthode ARM seule, en confrontant le temps de calcul supplémentaire (c'est-à-dire le nombre  $n_c$  de couples) demandé par ces méthodes au gain de performance par rapport à la méthode ARM. Ainsi, le rapport du temps de calcul par rapport à celui de la méthode ARM (ou SM, comprenant  $n_{c,ARM}=79$  couples), se note  $\frac{n_c}{n_{c,ARM}}$ . Le gain de performance correspond au facteur de réduction de l'erreur RMSE obtenu via ces différentes méthodes par rapport à l'erreur RMSE obtenue via la méthode ARM. Ce facteur de réduction de l'erreur se note :  $\frac{RMSE_{ARM}}{RMSE}$ .

La figure 5.43 synthétise les résultats obtenus précédemment pour les différentes méthodes d'ajout de redondance, sous forme de compromis temps de calcul / performance. Les méthodes A2 et A3 proposent une amélioration des performances linéaire par rapport au temps de calcul. En effet, la méthode A2 (resp. A3) permet de réduire l'erreur RMSE d'un facteur 2 (resp.3), au prix de doubler (resp. tripler) le nombre de couples sélectionnés. La méthode d'ajout d'arêtes locale (AL) permet d'améliorer les performances de façon linéaire par rapport au temps de calcul jusqu'à un facteur 4. Le temps de calcul augmente ensuite pour une amélioration des performances moins sensible, offrant un gain de réduction de l'erreur de 5 pour un temps de calcul multiplié par un facteur 7,5. La méthode d'ajout d'arêtes globale (AG) est celle offrant le compromis temps de calcul/performance le plus défavorable, en ne permettant qu'une réduction d'un facteur 4,5 de l'erreur RSME pour un temps de calcul 10 fois supérieur à celui de la méthode ARM. En comparaison, pour un facteur de réduction de l'erreur identique, la méthode d'ajout d'arêtes locale (AL) ne requiert que 5 fois plus de couples par rapport à la méthode ARM, soit 2 fois moins que l'approche globale pour une même performance. Ainsi, pour un gain de réduction d'erreur allant jusqu'à 3, les méthodes A2 A3 ou AL offrent un compromis temps de calcul / performance similaire, et sont meilleures que l'approche d'ajout global d'arêtes (AG). L'approche d'ajout local d'arêtes (AL) est la méthode qui offre le meilleur compromis quelle que soit la quantité de redondance introduite.

La figure 5.44 présente un comparatif des temps de calcul / performance plus exhaustif, en incluant l'ensemble des méthodes d'ajout de redondance présentées (méthode d'ajout et renfort ciblé). Nous constatons que le renfort ciblé n'apporte pas de gain significatif sur le compromis temps de calcul / performance pour les différentes méthodes proposées, à l'exception de la méthode d'ajout d'arêtes globale, pour laquelle nous notons un apport significatif (pour un rapport de temps de calcul de 4, le renfort ciblé permet d'augmenter le facteur de réduction de l'erreur RMSE de 2,3 pour la méthode AG à 3 pour la méthode AG+++.)

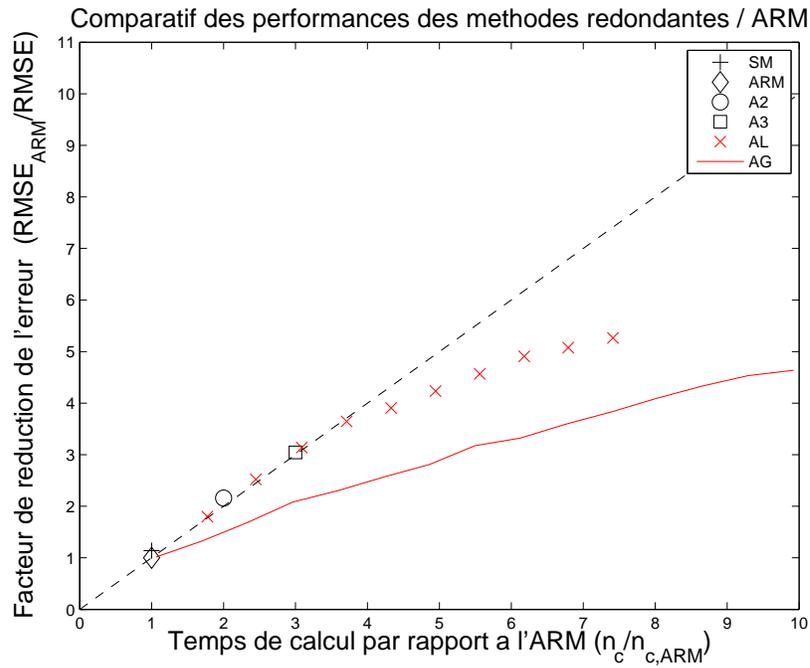


FIGURE 5.43 – Comparatif temps de calcul / performance des méthodes ARM, A2, A3, AL et AG.

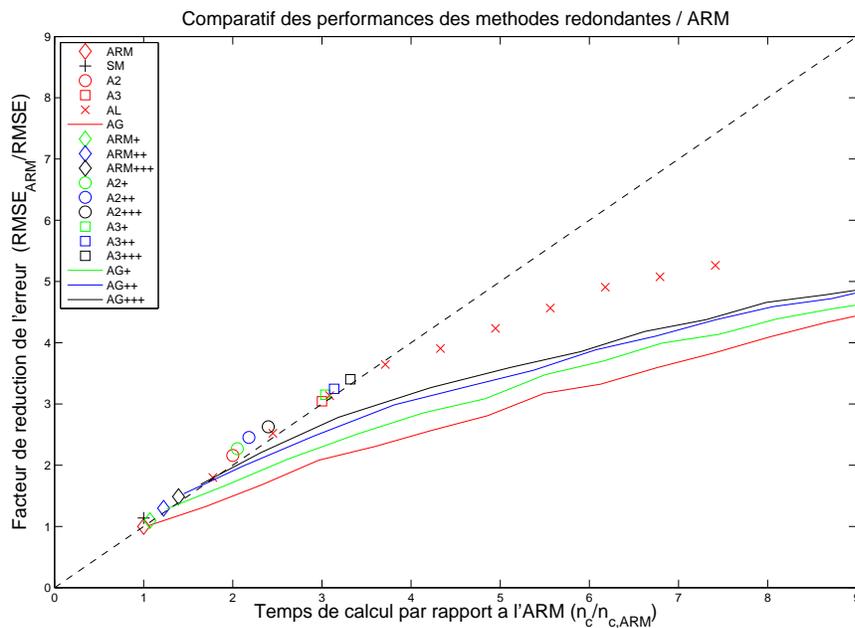


FIGURE 5.44 – Comparatif des temps de calcul / performance pour l'ensemble des méthodes d'ajout de redondance présentées.

### 5.6.5 Conclusion

L'analyse des méthodes de redondance suivant le nombre de couples utilisés, l'erreur RMSE d'estimation des décalages absolus, et les performances face aux cas difficiles permet de comparer les différentes méthodes d'ajout de redondance et de quantifier le compromis entre le temps de calcul et la qualité des résultats obtenus par simulation. Parmi les méthodes par ajout d'arêtes, nous avons montré que la méthode locale est plus performante que la méthode globale, en moyenne et pour les cas difficiles. Les méthodes par arbres successifs donnent, à nombre de couples égal, des performances similaires à l'approche par arêtes locales. Dans certains cas, l'approche par arêtes locales peut se révéler plus flexible en terme de temps de calcul, en permettant de se positionner entre deux approches par arbres successifs (A2 et A3). La méthode d'ajout de redondance ciblé sur les arêtes de poids fort est utile dans certains cas, pour renforcer un ARM seul par exemple. Globalement, cette méthode associée en complément d'une autre permet d'améliorer les performances, au prix d'ajouter quelques couples supplémentaires. Néanmoins, des essais de renfort ciblé au delà du rang 1 ( $r = 1$ ) ont démontré que cela n'apportait pas d'amélioration sensible sur la qualité du résultat final, à l'exception de l'approche d'ajout global d'arêtes, pour lequel le renfort ciblé est efficace pour les différents rangs de renfort ciblé testés ( $r = 1$ ,  $r = 2$  et  $r = 3$ ).

## 5.7 Application aux données réelles

Les méthodes d'ajout de redondance à l'approche ARM et la qualification de ces méthodes présentée aux paragraphes 5.4 et 5.6 ont montré par simulation leur intérêt dans le cadre d'une méthode de recalage global d'images appartenant à une longue série temporelle (cf. paragraphe 5.4.1). Cette section propose une mise en oeuvre de la méthode de recalage global sur les images de la série temporelle ERS acquise sur Serre-Ponçon, dans le but de qualifier les différentes méthodes d'ajout de redondance sur des données réelles.

### 5.7.1 Principe

La validation permettant de qualifier les différentes méthodes d'ajout de redondance sur des données RSO réelles s'effectue en trois temps :

- l'établissement d'une vérité terrain, à l'aide du barrage de Serre-Ponçon ;
- mesures de décalages relatifs sur une zone centrée autour du barrage ;
- application de la méthode de recalage global et comparaison des décalages absolus obtenus à la vérité terrain.

Le principe de cette validation est synthétisé figure 5.45.

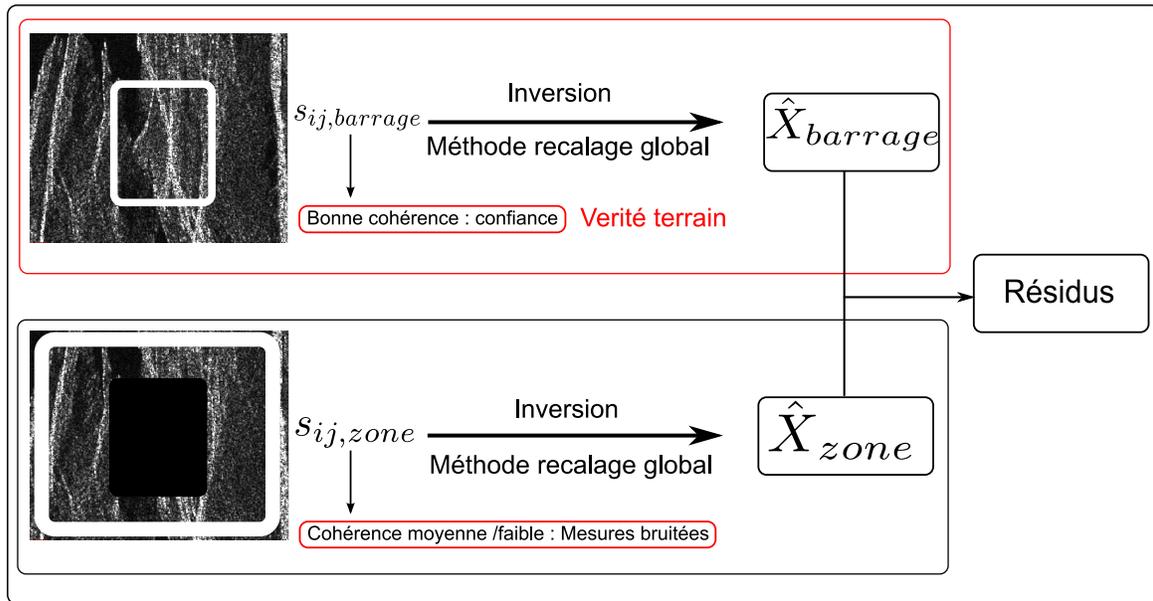


FIGURE 5.45 – Principe de validation de la méthode de recalage global et de qualification des méthodes d'ajout de redondance sur la série temporelle ERS-1/2 de Serre-Ponçon.

#### 5.7.1.1 Établissement d'une vérité terrain sur une zone stable

Dans les simulations présentées au paragraphe 5.6, nous disposons des décalages absolus  $x_i$  vrais entre images. Nous confrontons alors à cette vérité terrain les décalages absolus estimés obtenus par inversion d'un jeu de décalages relatifs<sup>1</sup>  $s_{ij}$ , via la méthode de recalage global.

1.  $s_{ij} = x_i - x_j + b_{ij}$  : un décalage relatif  $s_{ij}$  est calculé par différence de deux recalages  $x_i$  et  $x_j$ , au bruit  $b_{ij}$  près (cf. paragraphe 5.4.1).

Dans le but d'appliquer le même procédé expérimental afin de pouvoir qualifier les différentes méthodes d'ajout de redondance, nous devons déterminer un ensemble  $X$  de décalages absolus  $x_i$  constituant une vérité terrain. Étant donné que ces décalages absolus ne sont en pratique calculables qu'avec des mesures relatives effectuées sur des couples d'images, l'application de la méthode de recalage global doit donc s'effectuer sur des mesures relatives de bonne qualité (c'est-à-dire faiblement bruitées), ceci afin d'estimer avec précision les décalages absolus  $x_i$  qui serviront de vérité terrain dans le reste du processus de validation.

Dans le chapitre 4, nous avons montré la particularité du barrage de Serre-Ponçon, qui est d'être une zone cohérente stable. En effet, le degré de cohérence du barrage reste élevé, même pour des couples d'images séparés par de longues bases temporelles.

Dans le chapitre 2, nous avons démontré dans quelle mesure la cohérence d'une scène influe sur la qualité du recalage de deux images RSO monovue. Ainsi, nous proposons d'utiliser le barrage de Serre-Ponçon comme une "punaise cohérente". En effet, le barrage ayant une cohérence temporelle élevée, il est possible d'obtenir sur cette zone des mesures différentielles de bonne qualité, dont des mesures de décalages relatifs, et donc envisageable d'appliquer la méthode de recalage global afin d'obtenir les décalages absolus  $x_i$  centrés sur cette zone. Ce jeu de décalages absolus calculés sur le barrage, obtenus à partir de décalages relatifs faiblement bruités, seront donc considérés par la suite comme mesures de référence sur la zone.

### Détermination des décalages relatifs sur le barrage

**Décalages au pixel près** Dans un premier temps, les décalages relatifs  $s_{ij}$  entre images sont préalablement déterminés au pixel près. Les décalages en colonne et en ligne  $(\Delta x, \Delta y)$  sont calculés à partir des images d'amplitudes  $|z_1|$  et  $|z_2|$  sur une partie d'image SLC de taille  $2048 \times 2048$ . En faisant l'hypothèse que la seconde image d'amplitude est décalée d'une quantité  $(\Delta x, \Delta y)$ , nous pouvons écrire :

$$|z_2| \approx |z_1| \otimes \delta(x - \Delta x, y - \Delta y) \quad (5.42)$$

avec  $\otimes$  l'opérateur convolution et  $\delta(x, y)$  un dirac centré en  $(0, 0)$ .

Ainsi, en s'inspirant de la méthode de [Balci et Foroosh (2006)], les décalages relatifs  $s_{ij}$  peuvent être calculés grossièrement au pixel près selon :

$$s_{ij} = (\Delta x, \Delta y) = \arg \max_{x, y} \text{TF}^{-1} \left\{ \frac{\text{TF} \{|z_2|\}}{\text{TF} \{|z_1|\}} \right\}, \quad (5.43)$$

ce qui revient donc à estimer la position du pic de Dirac défini à l'équation 5.42.

Les images sont alors découpées sur une zone de taille  $1024 \times 1024$  centrée sur le barrage, en prenant en compte les décalages relatifs calculés à l'équation 5.43, de sorte que ces imagettes soient toutes recalées au pixel près.

**Décalages subpixelles** Dans un second temps, nous devons procéder au calcul fin des décalages relatifs  $s_{ij}$ , en déterminant les décalages subpixelles  $(\delta x, \delta y)$  entre images sur le barrage. L'estimation des décalages entre deux images  $z_1$  et  $z_2$  s'effectue par maximisation de la cohérence. En effet, il est possible de montrer que la cohérence est l'estimateur au sens du maximum de vraisemblance du décalage relatif de deux signaux complexes circulaires gaussiens [Prati *et al.* (1994); Bamler (2000)].

Pour chaque couple d'image possible, l'image  $z_2$  est décalée d'une quantité  $(\delta x, \delta y)$ , avec  $(\delta x, \delta y) \in [-2; 2]$ , tel que :

$$z_{2,shift}(x, y) = z_2(x, y) \otimes \delta(x - \delta x, y - \delta y). \quad (5.44)$$

Pour ce faire, nous mettons en place une méthode fonctionnant en trois passes. Dans un premier temps, les images sont décalées avec un pas 0,5 pixel sur la plage de décalages  $[-2; 2]$  considérée, dans les deux directions de l'image. Ces décalages sont effectués dans le plan de Fourier, au moyen d'une multiplication par un plan de phase.

La cohérence est alors estimée localement, sur une zone au centre du barrage, sur des voisinages  $V$  de taille  $3 \times 3$  pixels, tel que :

$$\hat{\gamma}_k = \frac{\left| \sum_{(x,y) \in V_k} z_1(x, y) z_2^*(x, y) \cdot e^{-j\phi_{geom}} \right|}{\sqrt{\sum_{(x,y) \in V_k} z_1(x, y) z_1(x, y)^* \sum_{(x,y) \in V_k} z_2(x, y) z_2^*(x, y)}}, \quad (5.45)$$

$(x, y)$  étant la position du pixel dans le voisinage  $V_k$ ,  $\phi_{geom}$  la composante de phase interférométrique géométrique (orbitale et topographique) (cf. équation 1.85), calculée avec le module ISP de la plateforme GAMMA.

Les valeurs de cohérence obtenues sur les différents voisinages  $V_k$  sont ensuite moyennées selon

$$\hat{\gamma} = \frac{1}{N_k} \sum_k \hat{\gamma}_k. \quad (5.46)$$

Enfin, le décalage relatif subpixelique  $(\delta x, \delta y)$  retenu après la première passe est celui qui maximise la cohérence moyenne sur la zone (cf. équation 5.46).

Ceci nous permet de connaître la valeur du décalage à une précision de 0,5 pixel. La seconde passe consiste à tester toutes les valeurs de décalages à 0,1 pixel situées autour de la valeur déterminée lors de la première passe. Le décalage relatif subpixelique  $(\delta x, \delta y)$  précis à 0,1 pixel retenu à l'issue de la seconde passe est celui qui maximise la cohérence moyenne sur la zone. La troisième passe teste alors suivant le même principe toutes les valeurs situées autour de la valeur obtenue lors de la seconde passe, avec un pas de 0,01 pixel, et sélectionne le décalage relatif subpixelique  $(\delta x, \delta y)$  final selon le critère défini à l'équation 5.46

A première vue, il est possible de reprocher à cette méthode de présenter l'inconvénient suivant : les décalages subpixeliques seront mal estimés pour des cohérence faibles ou seront non significatifs pour des couples d'images dont la ligne de base perpendiculaire  $B_\perp$  est supérieure à la base perpendiculaire critique  $B_{\perp,crit}$ . Cependant, la cohérence vraie du barrage pouvant être liée à la qualité théorique de l'interférogramme (au terme, faible, de décorrélation temporelle près), il apparaît alors évident que pour ces couples, si la cohérence sur le barrage est faible, il en sera de même voire pire sur les autres zones de la scène. Dans ces conditions, l'exploitation interférométrique de ces couples est alors compromise. Ainsi, même si les mesures de décalages relatifs sont effectuées de manière systématique sur l'ensemble des couples possibles de la série temporelle, elles ne seront pas prises en compte lors de l'opération de sélection de couples, reposant sur la cohérence théorique de l'interférogramme.

### Détermination des décalages absolus sur le barrage

Disposant de l'ensemble des décalages relatifs subpixelliques sur le barrage, nous devons sélectionner un sous-ensemble de couples, dans le but d'obtenir les décalages absolus  $\hat{X}_{barrage}$  sur le barrage.

Dans un premier temps, le sous-ensemble de couples est déterminé par le calcul de l'arbre de recouvrement minimal sur le graphe de la série temporelle. Afin de minimiser l'importance de la décorrélation temporelle, nous choisissons de durcir la contrainte temporelle en appliquant un modèle de décorrélation exponentiel tel que :

$$\gamma_{temporel} = 1 - \exp\left\{\frac{-\Delta T}{\tau}\right\}, \quad (5.47)$$

avec  $\tau$  un facteur de décorrélation (ici,  $\tau = 2000$  jours). Ce durcissement de la contrainte temporelle se justifie, non pas pour contraindre la sélection des mesures sur le barrage (qui est une zone cohérente stable), mais plutôt pour contraindre la sélection des mesures autour de la zone, plus affectées par la décorrélation temporelle. Pour comparer ces deux jeux de mesures, il faut qu'ils proviennent de couples sélectionnés selon la même fonction de poids (cf. équation 5.4). Cette fonction de poids est donc ajustée sur le jeu de données le plus pénalisant.

L'arbre de recouvrement minimal obtenu est présenté figure 5.46 (à gauche).

Dans un second temps, nous complétons ce sous-ensemble, dont la connexité est assurée par l'ARM, en ajoutant les meilleurs couples possibles en seuillant leur cohérence théorique à 0,6 (méthode AG, avec seuil à 0,6). Pour le modèle de décorrélation temporelle choisi (cf. équation 5.47), ce seuil autorise au maximum des interférogrammes séparés d'une base temporelle légèrement supérieure à un an. L'ensemble final des couples sélectionnés formant un graphe redondant (ARM + meilleurs couples) est représenté figure 5.46 (à droite). Au total, nous obtenons un graphe dont le facteur de redondance est égal à 5 (81 couples initialement sélectionnés par l'ARM, 418 couples dans le graphe redondant). L'ensemble  $\hat{X}_{barrage}$  des décalages absolus est alors déterminé par la méthode de recalage global, intégrant les 418 mesures de décalages relatifs sélectionnées.

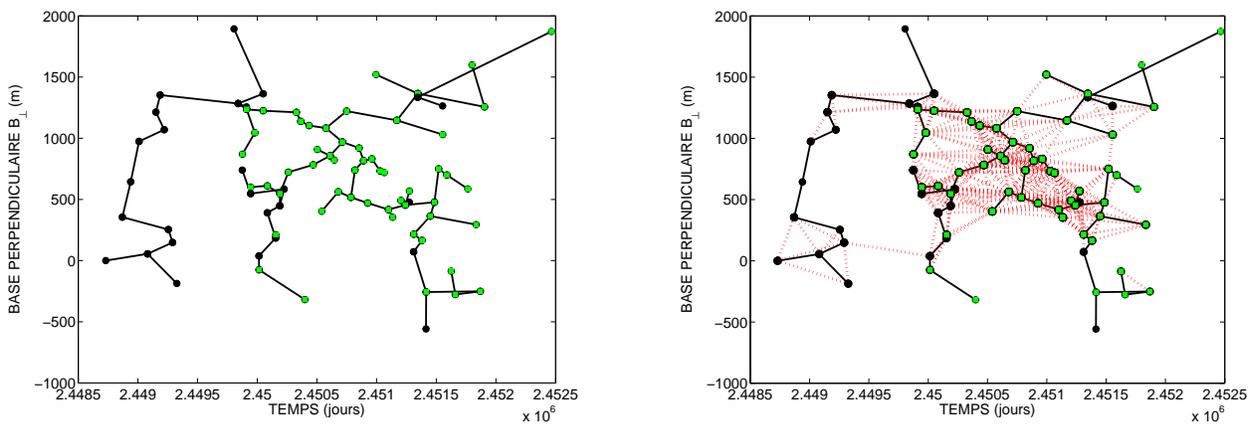


FIGURE 5.46 – (À gauche) Arbre de recouvrement minimal calculé sur la série temporelle de Serre-Ponçon (81 couples), intégrant la contrainte temporelle définie à l'équation 5.47. (À droite) Graphe redondant obtenu après ajout à l'ARM des meilleurs couples par seuillage de leur cohérence théorique ( $\gamma_{theo} = \gamma_{RSB} \cdot \gamma_{range} \cdot \gamma_{azimut} \cdot \gamma_{temporel}$ ) à 0,6 (418 couples).

### Mesure des résidus d'inversion

Après avoir déterminé les décalages absolus  $\hat{X}_{barrage}$  sur le barrage, nous proposons de contrôler la qualité de la vérité terrain obtenue en mesurant les résidus entre les mesures de décalages relatifs et les décalages relatifs obtenus par différence de deux décalages absolus, tel que :

$$\text{res} = (\hat{x}_i - \hat{x}_j) - s_{ij}. \quad (5.48)$$

Dans un premier temps, nous étudions la distribution des résidus obtenus entre les 418 décalages relatifs mesurés de notre sélection et les décalages relatifs obtenus via une différence de décalages absolus  $x_i$  sont présentés figure 5.47 (à gauche). Ils sont distribués autour de 0 avec un écart-type égal à  $\sigma_{\text{res}} = 0,02$  pixel. En approximant cette distribution à une gaussienne, nous pouvons affirmer que plus de 99 % des résidus sont compris dans l'intervalle  $[-0,06; 0,06]$ . L'ensemble des mesures de décalages relatifs ont donc dans le pire des cas une précision de l'ordre de 0,12 pixel (en supposant un biais de mesure nul), ce qui est acceptable du point de vue de la précision du recalage (pour rappel, une erreur de recalage de 0,1 pixel entraîne une perte de cohérence de l'ordre de 2 %).

Suivant le même principe, nous déterminons les résidus pour l'ensemble des 3321 mesures de décalages relatifs possibles (cf. figure 5.47, à droite). Nous observons que la dispersion des résidus est 30 fois supérieure à celle obtenue précédemment, ceci s'expliquant par la prise en compte de mesures pour des couples incohérents ou faiblement cohérents, donc fortement bruitées. Cela confirme que la sélection initiale de couples ayant une bonne cohérence est cruciale pour obtenir une vérité terrain de bonne qualité.

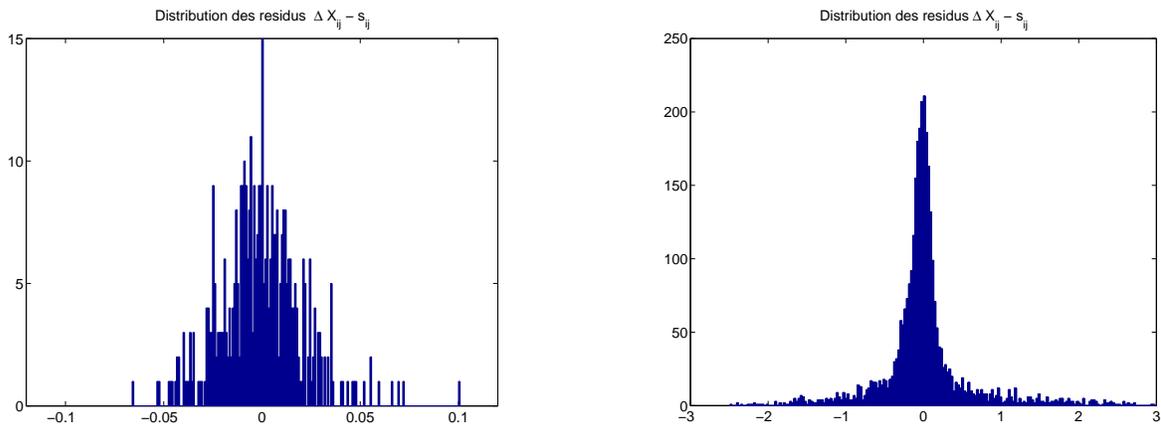


FIGURE 5.47 – Distribution des résidus (cf. équation 5.48) obtenus par la méthode de recalage global, intégrant les mesures de décalages relatifs des 418 couples sélectionnés (cf. figure 5.46) (à gauche) et pour l'ensemble des 3321 couples possibles (à droite). Dans le premier (resp. second) cas, la moyenne des résidus est égale à 0,00 (resp. 0,02), son écart-type  $\sigma_{\text{res}} = 0,021$  (resp. 0,60).

Dans un second temps, les plus forts résidus obtenus pour notre sélection de 418 couples sont isolés afin de déterminer une cause possible responsable de leur écart à la vérité terrain. Les résidus supérieurs (resp. inférieurs) à  $3\sigma_{\text{res}}$  (resp.  $-3\sigma_{\text{res}}$ ) sont présentés dans le tableau 5.1. La figure 5.48 met en évidence ces couples dans le graphe de la série temporelle (par soucis de clarté, nous n'avons représenté ici que l'ARM, le couple ajouté par redondance ayant un fort résidu est représenté par une ligne rouge pointillée).

Nous constatons que les couples (5, 7) et (6, 7) sont placés dans le graphe dans une zone “charnière” à la jonction de deux forêts éloignées, c’est-à-dire que ces couples réalisent la jointure de deux parties de l’arbre de recouvrement minimal. Nous pouvons ainsi expliquer ce fort résidu d’une part par une double propagation d’erreur, l’une venant de la première forêt (incluant les toutes premières images de la série temporelle) et l’autre venant de l’autre forêt, et d’autre part par la faible redondance autour de ces couples. Les couples (20, 24) et (48, 60) ont également ce rôle de jonction entre deux forêts éloignées du graphe, comme en témoigne la figure 5.46 (à droite). Comme pour les couples précédents, ces forts résidus peuvent s’expliquer par une double propagation d’erreur. Le couple (64, 80) est quand à lui sur une branche isolée de l’arbre, faisant intervenir peu de redondance. La qualité des mesures relatives et le manque de redondance autour de ce couple peuvent donc expliquer ce fort résidu.

Im1	Im2	Résidu
5	7	-0.066074
6	7	0.066498
20	24	0.100824
48	60	0.072058
64	80	0.069400

TABLE 5.1 – Détection des couples d’images (cf. figure 5.48) ayant les plus forts résidus d’inversion tels que  $res > 3\sigma_{res}$ .

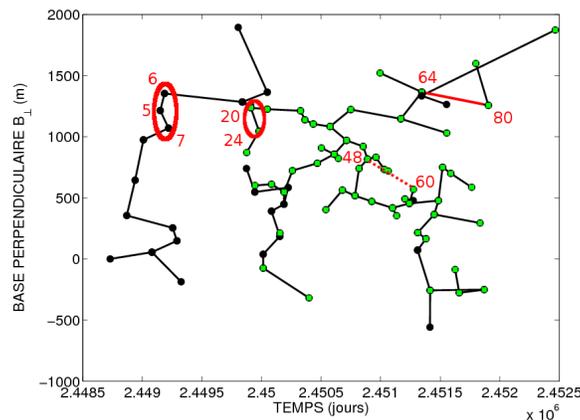


FIGURE 5.48 – Localisation des couples d’images ayant les plus forts résidus d’inversion tels que  $res > 3\sigma_{res}$  (cf. tableau 5.1).

### 5.7.1.2 Décalages relatifs moyens autour de la zone stable

Dans cette partie, nous utilisons un des corrélateurs d’images fournis dans le logiciel GAMMA. Ce corrélateur calcule les décalages relatifs  $\hat{x}$  sur des images d’intensité suréchantillonnées d’un facteur 2. Les mesures sont effectuées avec un pas de 24 pixels, avec une taille de fenêtre de  $128 \times 128$  pixels, sur une zone de taille  $1024 \times 1024$  pixels centrée sur le barrage. Les mesures de décalages sur le barrage ne sont pas prises en compte, ceci afin de ne pas biaiser ultérieurement la comparaison entre les mesures effectuées autour de la zone stable et sur le barrage lui-même.

Un décalage relatif moyen pour la zone  $x_{zone}$  est alors estimé, en pondérant les mesures par leur rapport signal à bruit :

$$\hat{x}_{i,zone} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i \cdot \text{RSB}_i}{\sum_{i=1}^N \text{RSB}_i}, \quad (5.49)$$

avec  $x_i$  le décalage mesuré (en ligne ou en colonne) sur la  $i$ -ème fenêtre et  $\text{RSB}_i$  le rapport signal à bruit de la mesure d'indice  $i$ , donné par GAMMA comme facteur de qualité de la mesure du décalage mesuré.

La figure 5.49 présente l'écart-type des décalages mesurés autour de la zone stable en colonne en fonction de la cohérence géométrique des couples d'images. Nous constatons que la dispersion des mesures, c'est-à-dire l'erreur de recalage, augmente plus la cohérence du couple interférométrique est faible. Cette constatation est cohérente avec ce qui a été exposé au chapitre 2, au paragraphe traitant de l'impact de la cohérence sur la qualité du recalage. De plus, nous vérifions que l'imprécision du corrélateur utilisé ici est du même ordre de grandeur que celui du bruit sur le corrélateur utilisé lors de simulations (cf. figure 5.33).

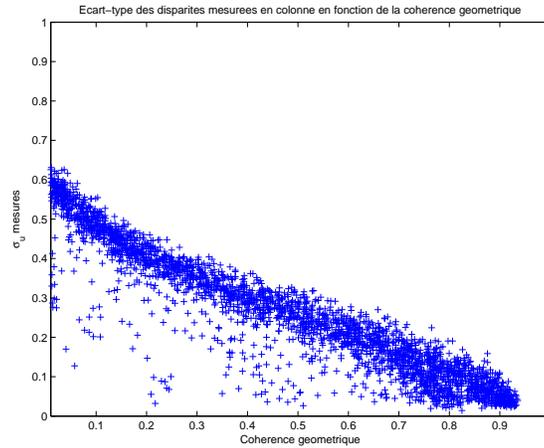


FIGURE 5.49 – Écart-type des décalages mesurés autour de la zone stable en colonne en fonction de la cohérence géométrique ( $\gamma_{geom} = \gamma_{range} \cdot \gamma_{azimut}$ ) du couple d'images considéré. L'ensemble mesures associées aux 3321 couples possible de la série sont représentés ici.

### 5.7.1.3 Comparaison à la vérité terrain

En utilisant les décalages relatifs moyens  $u_{zone}$  pour la zone centrée autour du barrage, nous appliquons le méthode de recalage global en faisant varier les méthodes d'ajout de redondance et la quantité de redondance introduite, dans le but d'obtenir des jeux de décalages absolus moyens  $\hat{X}_{zone}$  sur la zone. Pour chaque jeu de décalages absolus moyens  $\hat{X}_{zone}$  obtenus, nous déterminons son écart à la vérité terrain, en calculant l'erreur RMSE entre les décalages absolus moyens sur la zone  $\hat{X}_{zone}$  et les décalages absolus sur le barrage  $\hat{X}_{barrage}$ , tel que :

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{x}_{i,zone} - x_{i,barrage})^2}{n}}. \quad (5.50)$$

Les résultats de la comparaison des jeux de décalages absolus  $\hat{X}_{zone}$  à la vérité terrain  $\hat{X}_{barrage}$  en fonction des différentes méthodes d'ajout de redondance sont présentés au paragraphe 5.7.2.1.

## 5.7.2 Performances des méthodes redondantes

Après avoir exposé le principe de validation expérimentale des méthodes d'ajout de redondance dans les paragraphes précédents, nous proposons de mesurer la performance de la méthode de recalage global, en étudiant l'écart (cf. équation 5.50) entre le jeu de décalages absolus  $\hat{X}_{zone}$  et la vérité terrain, ceci en fonction du nombre total de couples utilisés pris en compte par chaque méthode d'ajout de redondance.

### 5.7.2.1 Résultats

La figure 5.50 présente l'écart RMSE résiduel entre les décalages absolus  $\hat{X}_{zone}$  et  $\hat{X}_{barrage}$  en fonction du nombre de couples ajoutés par les méthodes d'ajout de redondance.

Les méthodes d'ajout de redondance utilisées dans cette validation expérimentale sont les mêmes que celles utilisées dans les simulations (cf. paragraphe 5.6.1), à savoir les méthodes par ajout d'arêtes, globale (AG) ou locale (AL), et les méthodes par ajout d'arbres (A2 ou A3). Nous représentons également le résultat obtenu par la méthode de l'image maître unique (ou *single master*, SM). L'erreur RMSE obtenue par la méthode *single master* (SM) est plus faible que celle obtenue par la méthode ARM seule, ceci s'expliquant par la propagation d'erreur induite par la méthode ARM elle-même. Nous constatons que l'erreur RMSE obtenue par la méthode *single master* (SM) est égalée par la méthode d'ajout d'arêtes globale (AG) pour environ 100 couples traités au total, ce qui signifie que la propagation d'erreur de la méthode ARM peut être compensée et similaire à celle de l'approche *single master* en introduisant un faible nombre de couples redondants (ici, les 20 meilleurs couples sont suffisants).

En ce qui concerne la méthode d'ajout local d'arêtes (AL), l'erreur RSME est réduite progressivement jusqu'à la valeur minimale de 0,07, puis augmente petit à petit. Nous constatons ainsi qu'il existe pour cette méthode un nombre de couples redondants optimal au delà duquel l'ajout supplémentaire de couples dégrade les performances de la méthode de recalage global. La performance optimale (RMSE = 0,07) est obtenue pour un nombre de couples légèrement supérieur à 300, soit environ 4 fois le nombre de couples traité par la méthode ARM seule. Pour la méthode d'ajout global d'arêtes (AG), l'erreur RMSE est globalement réduite par rapport à la méthode ARM seule. La valeur minimale atteinte de l'erreur RSME est de 0,06 pour un peu plus de 400 couples traités, puis augmente petit à petit. Pour un peu plus de 300 couples, nous retrouvons le résultat de l'approche locale (AL). L'évolution de l'erreur en fonction du nombre de couples a un comportement en dents de scie, ce qui témoigne de l'instabilité de la méthode. L'ajout global d'arêtes (AG) améliore donc globalement les performances, mais il est difficile de définir un nombre optimal de couples à ajouter.

Pour les méthodes par ajout d'arbres (A2, A3), nous constatons une réduction de l'erreur RSME par rapport à la méthode ARM seule. Pour la méthode A2 (resp. A3), l'erreur obtenue est de 0,08 (resp. 0,07). Nous retrouvons ainsi pour la méthode A3 une erreur semblable à celles obtenues par les méthodes AL et AG pour un peu plus de 300 couples, mais pour un nombre de couples total traité inférieur (243 contre 310 et 320).

La figure 5.51 reprend les résultats de la figure 5.50 en présentant

Pour les méthodes AL et A2, nous constatons que le facteur de réduction de l'erreur est proportionnel au nombre de couples ajoutés jusqu'à  $n_c/n_{c,ARM} = 2$ . Les méthodes AL et AG permettent d'améliorer les performances de la méthode ARM jusqu'à un facteur maximal de 2,3 pour 4 fois plus de couples ajoutés. Pour la méthode AL, ce résultat constitue une valeur

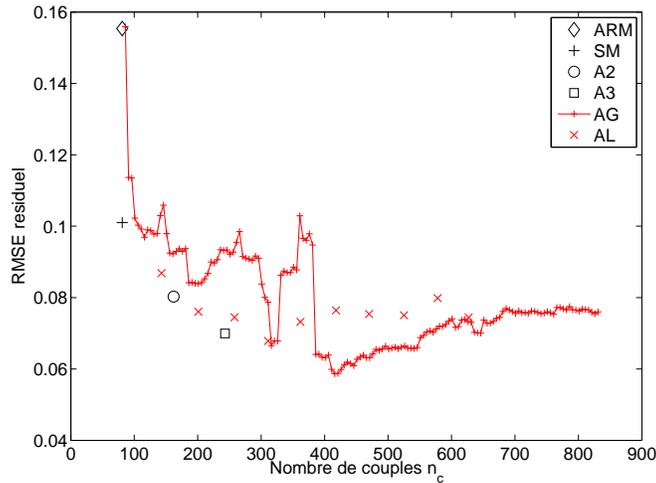


FIGURE 5.50 – Erreur RMSE résiduelle entre les décalages absolus moyens  $\hat{X}_{zone}$  et le jeu de décalages absolus  $\hat{X}_{barrage}$  constituant la vérité terrain, en fonction du nombre de couples  $n_c$  ajoutés pour différentes méthodes d’ajout de redondance.

optimale, les performances se dégradant par la suite. La méthode A3 propose quant à elle une amélioration des performances d’un facteur 2, 2, pour 3 fois plus de couples ajoutés. Ce résultat, très proche de celui obtenu par la méthode AL, mais pour un nombre de couples inférieur, montre la pertinence de la méthode A3 et des approches par ajout d’arbre, qui offrent le meilleur compromis entre la réduction de l’erreur et le nombre de couples ajoutés. Les approches par ajout d’arêtes AL ou AG permettent certes une amélioration plus importante de la méthode de recalage global, mais au prix d’ajouter plus de couples à traiter.

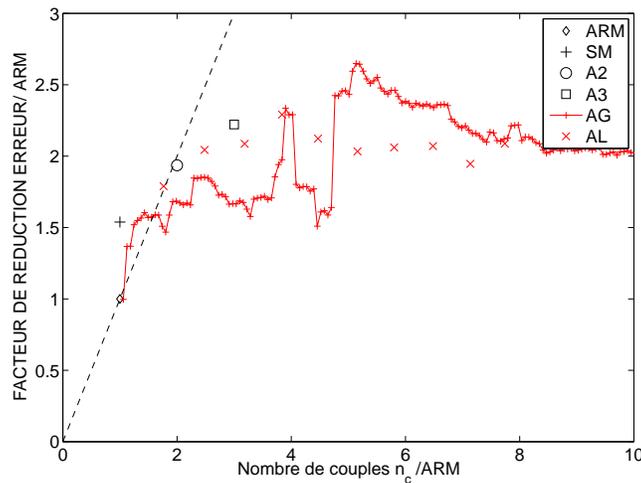


FIGURE 5.51 – Facteur de réduction de l’erreur ( $RMSE_{ARM}/RMSE$ ) en fonction du nombre de couples traités par rapport à la méthode ARM.

### 5.7.2.2 Comparaison aux simulations

Les résultats expérimentaux obtenus précédemment sur les données réelles sont confrontés, figure 5.52, aux résultats obtenus par simulation, décrits au paragraphe 5.6.4 et synthétisés figure 5.43.

Nous observons que nous obtenons des résultats semblables, à un facteur d'échelle près. Les performances des méthodes les unes par rapport aux autres ont quasi la même allure dans le cas de la simulation et de la validation expérimentale. Dans le cas des simulations, nous constatons une sur-estimation des performances des méthodes d'ajout de redondance par rapport aux performances observées dans le cas du traitement de la série temporelle de Serre-Ponçon. Ceci dit, les courbes présentées obtenues par simulation représentent les performances médianes des différentes méthodes, pour 1000 simulations de séries temporelles différentes. Il faut également noter que la série de Serre-Ponçon est une série particulièrement difficile, du fait de la forte décorrélation temporelle des zones en milieu naturel qui entraîne un fort bruit sur les mesures différentielles. D'autre part, la qualité de la vérité terrain établie au paragraphe 5.7.1.1 peut être remise en cause. En effet, les couples sélectionnés pour établir la vérité terrain ont certes une cohérence élevée, mais il existe des résidus après inversion sur les décalages absolus (cf. figure 5.47). Les différences entre les courbes simulées et expérimentales peuvent s'expliquer par ces incertitudes sur la vérité terrain, qui n'ont pas été modélisées dans les simulations. Cet aspect sera discuté plus avant au paragraphe 5.7.2.3.

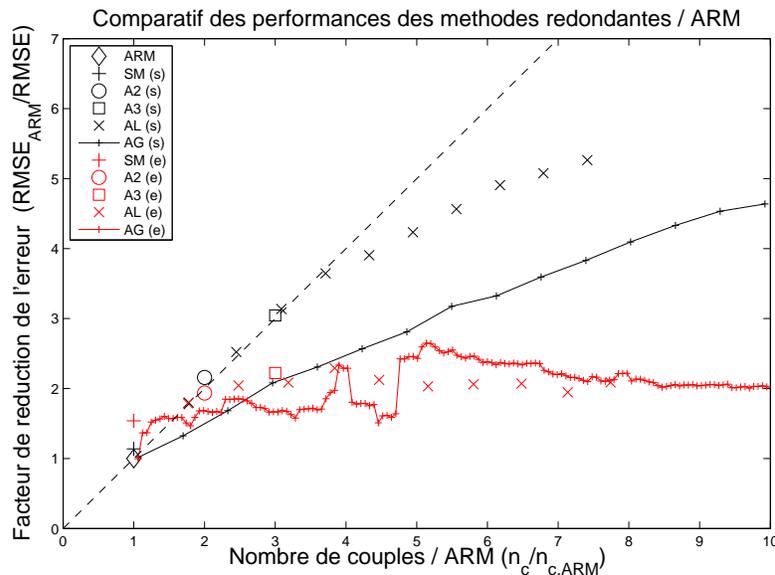


FIGURE 5.52 – Comparaison des performances des méthodes d'ajout de redondance, résultats obtenus par simulation (en noir, (s)) et avec la validation expérimentale sur les données réelles (en rouge, (e)).

La figure 5.52 met en évidence la pertinence des méthodes redondantes par ajout d'arbres, (A2 ou A3), qui offrent le meilleur compromis entre le nombre de couples traités et l'amélioration de la qualité du résultat obtenu via la méthode de recalage global que nous avons proposée.

Nous pouvons également vérifier que l'approche par arbre de recouvrement minimal offre des résultats proches de l'approche *single master* en simulation et avec des données réelles, mais globalement de moins bonne qualité, ceci s'expliquant principalement par la propagation

d'erreurs dans l'arbre de recouvrement minimal.

Les approches par ajout d'arêtes permettent de réduire encore plus l'erreur RSME dans les deux cas (simulations et données réelles), ceci au prix d'augmenter le nombre de couples traités. Dans les simulations, ceci se traduit par un compromis entre le nombre de couples et la réduction des erreurs, ce compromis étant de moins en moins bon plus le nombre de couples traités augmente. Dans notre mise en oeuvre expérimentale, nous avons détecté qu'il existe un nombre de couples limite pour lequel la réduction de l'erreur est minimale, et au delà duquel les performances ne peuvent être améliorées par l'ajout de nouveaux couples, sinon dégradées. Au delà de ce nombre de couples, le bruit sur les décalages relatifs mesurés sur les autres couples deviennent si forts que l'intégration de ces mesures bruitées n'apportera pas d'aide à l'affinement de l'estimation des décalages absolus entre images.

### 5.7.2.3 Convergence du modèle

Dans le but d'expliquer les différences entre les courbes simulées et expérimentales, nous proposons de reprendre les simulations décrites au paragraphe 5.6.1, en introduisant des incertitudes sur la vérité terrain, c'est-à-dire sur les décalages absolus  $x_i$ . Pour cela, nous introduisons un bruit gaussien de moyenne nulle et d'écart-type  $\sigma_{vt}$ . Deux niveaux de bruit sont considérés, le premier ayant pour écart-type  $\sigma_{vt} = 0,1$  et le second  $\sigma_{vt} = 0,2$ . Nous réalisons 1000 simulations de séries temporelles différentes et comparons les performances des méthodes d'ajout de redondance en fonction du nombre  $n_c$  de couples ajoutés, pour les deux niveaux de bruit envisagés sur la vérité terrain. Les résultats sont présentés à la figure 5.53.

Parmi les méthodes d'ajout de redondance proposées, nous nous focalisons dans un premier temps sur la méthode AG (cf. figure 5.53, à gauche). Nous observons sur les deux courbes présentées (en haut, pour  $\sigma_{vt} = 0,1$  et en bas, pour  $\sigma_{vt} = 0,2$ ) un effet de saturation : au delà d'un certain nombre de couples, l'ajout de couples supplémentaires ne permet pas de façon significative la réduction de l'erreur RMSE. Pour le premier niveau de bruit introduit ayant pour écart-type  $\sigma_{vt} = 0,1$ , l'erreur RMSE plafonne à la valeur de 0,15 après ajout des 800 meilleurs couples. Pour le second niveau de bruit sur la vérité terrain (avec  $\sigma_{vt} = 0,2$ ), l'erreur RMSE plafonne quant à elle à la valeur de 0,22 pour le même nombre de couples ajoutés. Ces résultats montrent donc que la réduction maximale de l'erreur RMSE résiduelle dépend de la qualité de la vérité terrain.

Dans un second temps, nous confrontons les résultats obtenus par nouvelles simulations à ceux obtenus sur les données réelles, en comparant les performances des différentes méthodes d'ajout de redondance par rapport à la méthode ARM (cf. figure 5.53, à droite). Nous constatons sur ces deux figures une estimation des performances des méthodes redondantes obtenue par simulation plus proche des courbes expérimentales. Pour  $\sigma_{vt} = 0,1$ , les courbes simulées présentent encore une sur-estimation des performances des méthodes redondantes par rapport aux résultats expérimentaux. Pour  $\sigma_{vt} = 0,2$ , nous observons la tendance inverse, les performances simulées étant sous-estimées par rapport aux résultats expérimentaux. Nous observons également l'effet de saturation, particulièrement pour les courbes générées avec une incertitude d'écart-type  $\sigma_{vt} = 0,2$  sur la vérité terrain.

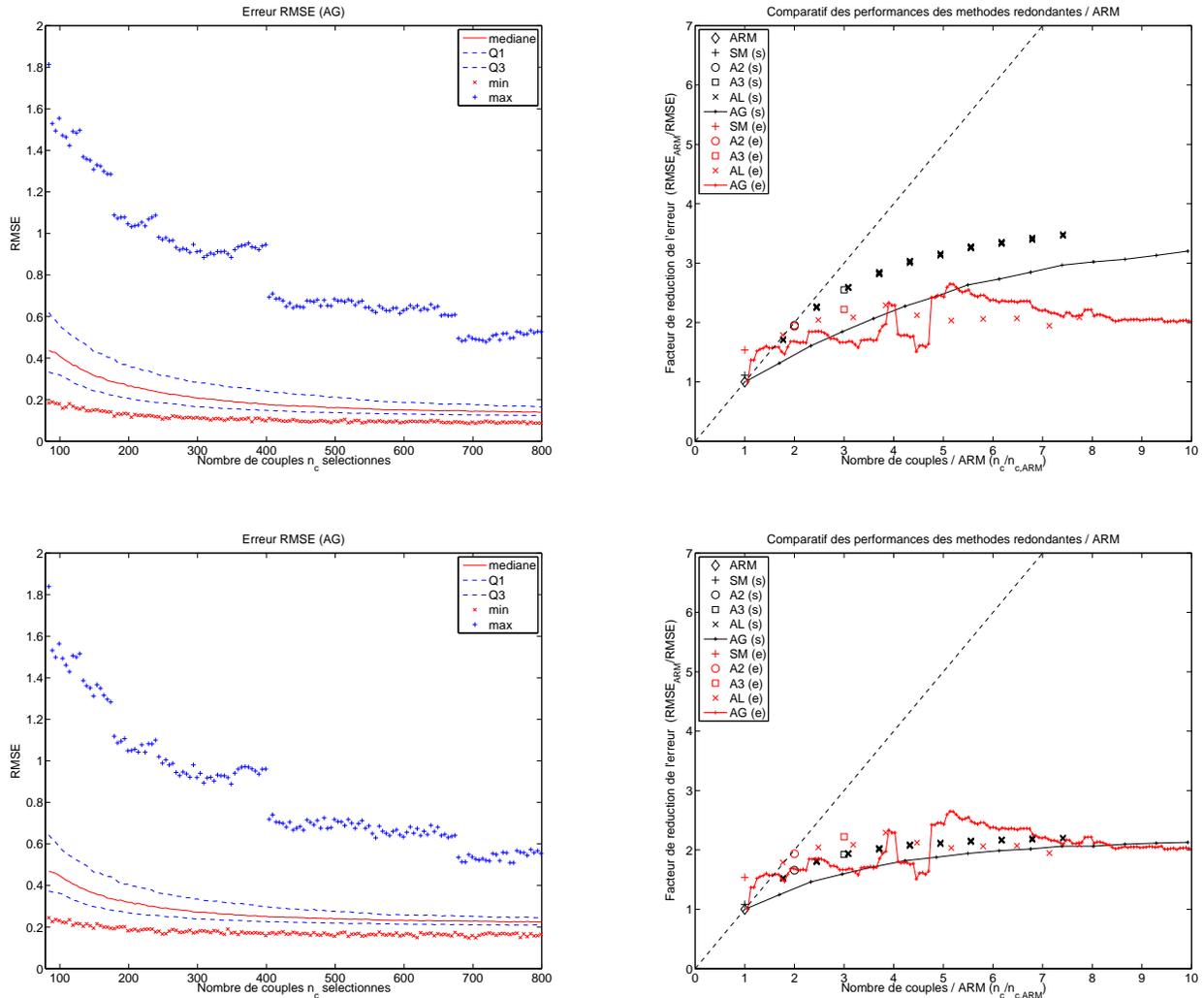


FIGURE 5.53 – Impact de l'introduction d'une erreur sur la vérité terrain sur les résultats simulés et comparaison aux résultats obtenus sur les données réelles. (À gauche) Évolution de l'erreur RMSE pour la méthode AG en fonction du nombre de couples sélectionnés, pour des erreurs introduites sur la vérité terrain d'écart-type  $\sigma = 0,1$  (en haut) et  $\sigma = 0,2$  (en bas). (À droite) Comparaison des performances des méthodes d'ajout de redondance, résultats obtenus par simulation (en noir, (s)) et avec la validation expérimentale sur les données réelles (en rouge, (e)), pour des erreurs introduites sur la vérité terrain d'écart-type  $\sigma = 0,1$  (en haut) et  $\sigma = 0,2$  (en bas).

## 5.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes penchés sur le problème de la sélection de couples pertinents pour le traitement en série temporelle d'un large jeu d'images ERS-1/2. Après avoir présenté un état de l'art des différentes approches de sélection de couples pour l'exploitation interférométrique de séries temporelles, nous nous sommes efforcés d'exprimer dans un contexte formel la notion de distance entre images, à l'aide d'une co-norme triangulaire.

Dans le but d'évaluer ces différentes approches de sélection, nous avons proposé une méthode de recalage de série temporelle. Dans un premier temps, l'exploitation de cette méthode nous a permis de mettre en évidence et de caractériser deux faiblesses de l'approche de sélection par arbre de recouvrement minimal de [Refice *et al.* (2006)], à savoir la propagation d'erreur et un manque de robustesse.

Ceci nous a conduit à proposer dans un second temps des méthodes originales d'ajout de redondance à la sélection par ARM afin de palier les deux problèmes précédemment cités. L'apport des méthodes d'ajout de redondance a été qualifié quantitativement par simulation, puis validé sur des données réelles, sur la série temporelle de Serre-Ponçon. Dans le cadre applicatif de notre méthode de recalage global, nous avons mis en évidence et quantifié le compromis existant entre le nombre de couples traités (c'est-à-dire, le nombre de mesures différentielles traitées) et la qualité du résultat global obtenu. Suite à ce travail, nous pouvons dégager trois grandes remarques.

1. En comparant les résultats obtenus par l'approche *single master* et ceux obtenus par la méthode ARM, nous constatons que cette dernière souffre de la propagation d'erreur et n'offre pas, pour le problème du recalage, des performances supérieures à celles obtenues par l'approche *single master*. Néanmoins, dans le cadre d'applications interférométriques différentielles, l'approche ARM utilisant des couples très cohérents de proche en proche, renforcée par l'apport d'informations redondantes, montre tout son intérêt, en limitant en particulier le bruit sur la phase des couples exploités.
2. Parmi les différentes méthodes d'ajout de redondance proposées, nous avons montré que les approches par ajout d'arbres offrent le meilleur compromis entre le nombre de couples traités et la qualité du résultat.
3. Les méthodes par ajout d'arêtes, quant à elles, peuvent être comparées sur le principe de construction à l'approche SBAS. Nous avons démontré qu'au delà d'un certain nombre de couples, l'ajout de couples supplémentaires ne permet pas d'améliorer, voire dégrade, la qualité des résultats finaux obtenus (la cohérence théorique  $\gamma_{theo}$  est inférieure à 0,6 au delà de 420 couples). Ceci est à nuancer par le fait que des incertitudes sur la vérité terrain induisent un effet de saturation, seuil au delà duquel l'ajout de redondance ne permet pas de réduire l'erreur RMSE entre une vérité terrain et l'inversion de mesures différentielles.



---

## Conclusion

L'ensemble des travaux menés au cours de cette thèse ont permis une meilleure compréhension des phénomènes de décorrélation dans les images RSO, et de proposer une méthode d'exploitation en série temporelle basée sur la sélection de couples pertinents selon des critères prenant en compte le modèle de cohérence interférométrique de Zebker, appliquée au problème du recalage global de l'ensemble d'une pile de 82 images ERS-1/2 acquises sur plus de dix années.

La modélisation de la cohérence passe par la connaissance approfondie du capteur et de sa géométrie d'acquisition. Nous avons tout d'abord proposé une approche originale des concepts de l'interférométrie en présentant sous un même formalisme la géométrie et les traitements effectués dans les axes distance et azimut. Dans un second temps, nous avons mis en place une campagne de qualification du modèle de cohérence de Zebker sur le barrage de Serre-Ponçon et révélé son caractère de zone stable, en mesurant la cohérence temporelle à sa surface : la perte de cohérence temporelle sur le barrage a été estimée à 0,023 par an, ce qui est absolument exceptionnel au regard des vitesses de décorrélation des autres zones de la scène. Les données bande X ont permis l'amélioration des mesures de cohérence sur le barrage, en fournissant un modèle numérique de terrain ayant une meilleure résolution que SRTM. D'un point de vue méthodologique, nous avons montré qu'une zone stable peut être utilisée comme un étalon pour l'ensemble de l'image et servir de référence pour d'autres zones moins cohérentes. Les problèmes de recalage que nous avons rencontrés ont remis en question la méthode de recalage par rapport à une image maître unique, surtout lorsque l'on souhaite obtenir des mesures de cohérence précises et remis en cause l'efficacité des corrélateurs dans des conditions de faible cohérence.

Une stratégie de recalage adaptée à cette série temporelle peu cohérente a été alors proposée et mise en place, ceci afin de réduire les erreurs de recalage pour améliorer les mesures de cohérence. Dans un premier temps, une réflexion sur la notion de couple pertinent, c'est-à-dire ayant une bonne cohérence interférométrique, a débouché sur la formalisation de la notion de distance entre images, à l'aide d'une conorme triangulaire. Partant de la méthode de sélection de couples par arbre de recouvrement minimal de [Refice *et al.* (2006)], nous avons caractérisé et quantifié les problèmes de cette approche et proposé des solutions originales permettant la résolution de ces problèmes. L'apport de ces solutions, basées sur des stratégies d'ajout de redondance à la sélection initiale de [Refice *et al.* (2006)], a été qualifié quantitativement par simulation, puis validé sur des données réelles, sur la série temporelle de Serre-Ponçon. Dans le cadre applicatif de notre méthode de recalage global, nous avons mis en évidence et quantifié le compromis existant entre le nombre de couples traités et la qualité du résultat global. Parmi les différentes méthodes d'ajout de redondance proposées, nous avons montré que les approches par arbres offrent le meilleur compromis entre le nombre de couples traités et la qualité du résultat, en permettant une amélioration des performances de recalage d'un facteur maximal de 2,2, au prix de multiplier par 3 fois le nombre de couples traités. Nous avons également montré, au moyen des méthodes par ajout d'arêtes, similaires sur le principe de construction à l'approche SBAS, que des incertitudes sur la vérité terrain induisent un effet de saturation, seuil au delà duquel l'ajout de

couples supplémentaires ne permet pas d'améliorer, voire dégrade, la qualité des résultats finaux obtenus ; de plus, cet effet de saturation est renforcé par le bruit sur les mesures différentielles utilisées au delà de ce seuil, issues de couples de moins en moins cohérents.

## Perspectives

Une limitation du travail effectué ici se situe dans l'existence de sources de décorrélation non-modélisées dans le modèle de cohérence de Zebker qui, faute de temps n'ont pas pu être investiguées. Une étude de la perte de cohérence volumique en fonction de la bande et du type de milieu rencontré, fusionnant des données issus de plusieurs capteurs RSO pourrait être envisagée. De même, une étude sur les perturbations atmosphériques, prenant en compte le délai sec et le délai humide de l'atmosphère, permettrait d'estimer le terme de décorrélation d'origine météorologique sur la cohérence. Une comparaison des différentes vitesses de décorrélation temporelle, en bande L et en bande C, serait également d'intérêt pour caractériser la plage temporelle de viabilité d'un couple interférométrique, et de définir une stratégie d'acquisition prenant en compte les caractéristiques du milieu observé, en adaptant la répétitivité des acquisitions aux vitesses de décorrélation temporelle des scènes.

La méthode de recalage global proposée exploitant les méthodes de sélection de couples développées (approches par ajout d'arêtes ou d'arbres) peut être facilement transposée et adaptée pour le traitement d'autres mesures différentielles, telles que des mesures de différences de phase. De plus, d'autres contraintes pourraient être introduites dans la construction de la matrice de poids permettant la construction de l'arbre de recouvrement minimal et déterminant les couples redondants à ajouter. Par exemple, l'utilisation d'informations météorologiques locales d'importance (chutes de neige, précipitations importantes) pourraient être modélisés sous forme d'une source de décorrélation supplémentaire, pouvant interdire l'utilisation de certains couples faisant intervenir des images acquises dans des conditions météorologiques pouvant perturber la cohérence de la scène ou de régions spécifiques. Nous pouvons également envisager une sélection de couples adaptée à une région spécifique, en introduisant des informations saisonnières dans la matrice de poids. En effet, nous avons remarqué que les zones à plus forte cohérence étaient situées dans les zones de haute montagne pour des interférogrammes été/été, et au contraire dans des zones à plus basse altitude avec couvert végétal dans des interférogrammes hiver/hiver. L'approche développée est en cours d'adaptation par les équipes du Gipsa-lab de Grenoble dans le but de caractériser des zones de fontes du permafrost, et de mesurer le signal de déformation due à des glissements de terrain associés à ce phénomène.

Une autre utilisation des méthodes d'ajout de redondance peut être envisagée pour la construction de graphes redondants, utilisés dans des approches PS nouvelles telle que celle de l'algorithme STUN (*Spatio-Temporal Unwrapping Network*) de [Kampes (2005); Kampes et Adam (2006)], affinant l'estimation des déplacements (valeurs, vitesses) sur des réseaux de points réflecteurs permanents. Ce type d'algorithme a été récemment implémenté au CEA et pourrait bénéficier de ces méthodes afin d'améliorer la précision des résultats déjà obtenus.

## Annexe A

# Annexe : Éléments de théorie des graphes

Nous présentons ici quelques éléments de théorie des graphes. Le lecteur désirent approfondir ses connaissances dans ce domaine peut se référer à l'ouvrage [Diestel (2005)], dont certaines parties ont été utilisées pour la rédaction de cette annexe.

### A.1 Graphes simples

#### A.1.1 Graphe

Un graphe  $G$  est un ensemble d'éléments, dénommés les *sommets* (ou noeuds), et dont certaines paires de points peuvent être reliées par des liens, désignés sous le nom resp. d'*arêtes* ou d'*arcs* selon le type de graphe (resp. non-orienté ou orienté). L'ensemble des sommets de  $G$  est noté couramment  $V$ ,  $E$  désigne l'ensemble des arêtes (ou arcs) (cf. figure A.1). Le nombre d'arêtes (ou arcs) du graphe  $G$  est noté  $|G|$ .

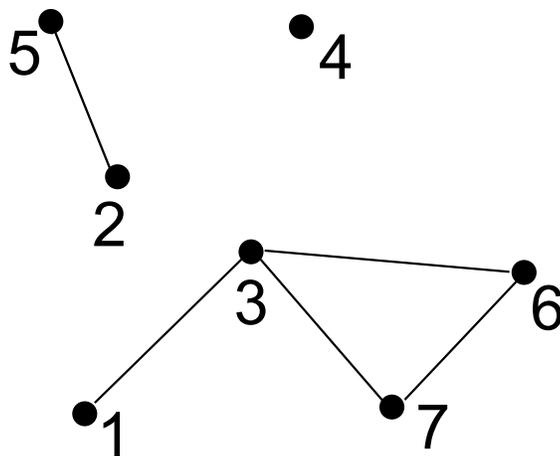


FIGURE A.1 – Graphe  $G$  sur l'ensemble des sommets  $V = \{1 \dots 7\}$ , et ayant comme arêtes l'ensemble  $E = \{\{1, 3\}, \{2, 5\}, \{3, 6\}, \{3, 7\}\}$ .

### A.1.2 Graphe orienté

Un graphe orienté  $G$  est un couple  $(V, E)$  si ses arêtes ont un sens. Par exemple,  $e_{ij}$  indique qu'un arc relie le sommet  $v_i$  vers  $v_j$  (cf. figure A.2).

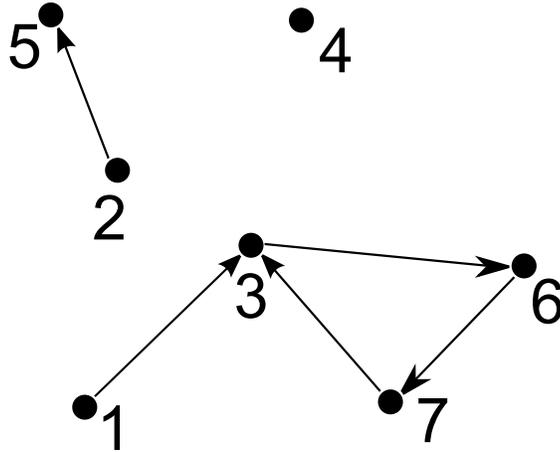


FIGURE A.2 – Graphe orienté  $G_1$  sur  $V$ , ayant pour arcs  $e_{13}$ ,  $e_{36}$ ,  $e_{67}$ ,  $e_{73}$  et  $e_{25}$ .

### A.1.3 Graphe non-orienté

Un graphe non-orienté  $G$  : les arêtes incluses dans  $E$  ne comportent pas d'indication de sens (cf. figure A.1).

### A.1.4 Sous-graphe

Soit un graphe  $G(V, E)$  et un graphe  $G'(V', E')$ . Si  $V' \subseteq V$  et  $E' \subseteq E$ , alors  $G'$  est un sous-graphe de  $G$  (cf. figure A.3).

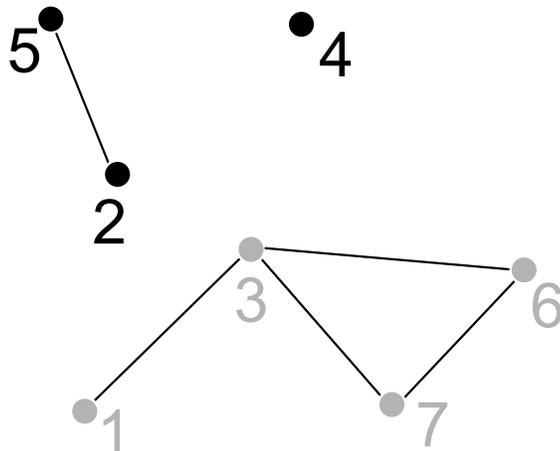


FIGURE A.3 – Le graphe  $G'$ , tel que  $V' = \{2, 4, 5\}$  et  $E' = \{\{2, 5\}\}$ , est un sous graphe de  $G$ .

## A.2 Propriétés particulières

### A.2.1 Chaînes et cycles

#### A.2.1.1 Chaîne

Une chaîne dans  $G$  est une suite de la forme  $(v_0, e_1, v_1, e_2, \dots, v_{k-1}, e_k, v_k)$  dont les éléments sont alternativement des sommets  $v_i$  et des arêtes  $e_i$ , commencent et se terminent par un sommet, et telle que  $\forall i = 1, \dots, k$ , les extrémités de  $e_i$  soient  $v_{i-1}$  et  $v_i$ .

Si  $v_0 = d$  (départ) et  $v_k = a$  (arrivée), on dira que la chaîne relie  $d$  et  $a$ . La longueur  $k$  de la chaîne est égale au nombre d'arêtes de la chaîne. Une chaîne comporte au moins une arête.

#### A.2.1.2 Cycle

Une chaîne fermée simple est appelée cycle si seul le sommet de départ apparaît deux fois dans la chaîne. Dans un graphe non-orienté, un cycle est une suite d'arêtes consécutives (*chaîne*) dont les deux sommets aux extrémités sont identiques. La longueur d'un cycle correspond au nombre de sommets qu'il inclut (cf. figure A.4).

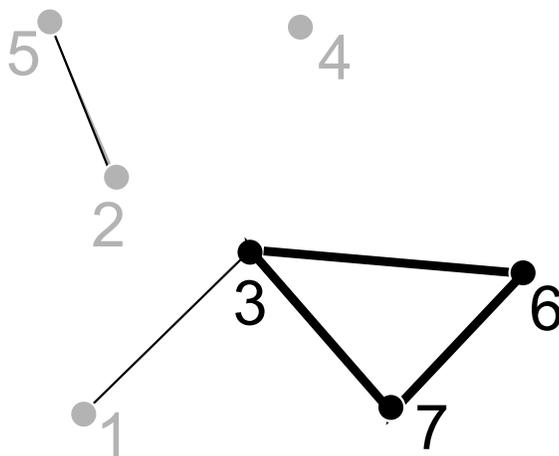


FIGURE A.4 – Exemple de cycle d'ordre 3 (entre les sommets 3, 6 et 7) dans un graphe non-orienté.

### A.2.2 Acyclicité

Un graphe *acyclique* est un graphe ne contenant aucun cycle. Selon le type de graphe (orienté ou non-orienté), cette notion a un sens différent. Dans un graphe orienté, acyclique signifie *ne possédant pas de circuit*, c'est-à-dire une suite d'arcs consécutifs (*chemin*) dont les deux sommets aux extrémités sont identiques.

Un graphe non-orienté acyclique est dénommé une forêt, c'est-à-dire un ensemble d'arbres.

### A.2.3 Connexité

Un graphe non-orienté  $G = (V, E)$  est dit connexe s'il existe, pour tous sommets  $v_i$  et  $v_j$  de  $V$ , une suite d'arêtes permettant d'atteindre le sommet  $v_j$  en partant de  $v_i$ . Un sous-graphe connexe d'un graphe  $G$  non-orienté est une *composante connexe* du graphe  $G$  (cf. figure A.5).

Un graphe connexe à  $n$  sommets possède au moins  $n - 1$  arêtes. S'il en a exactement  $n - 1$ , on parle alors d'arbre (cf. figure A.6).

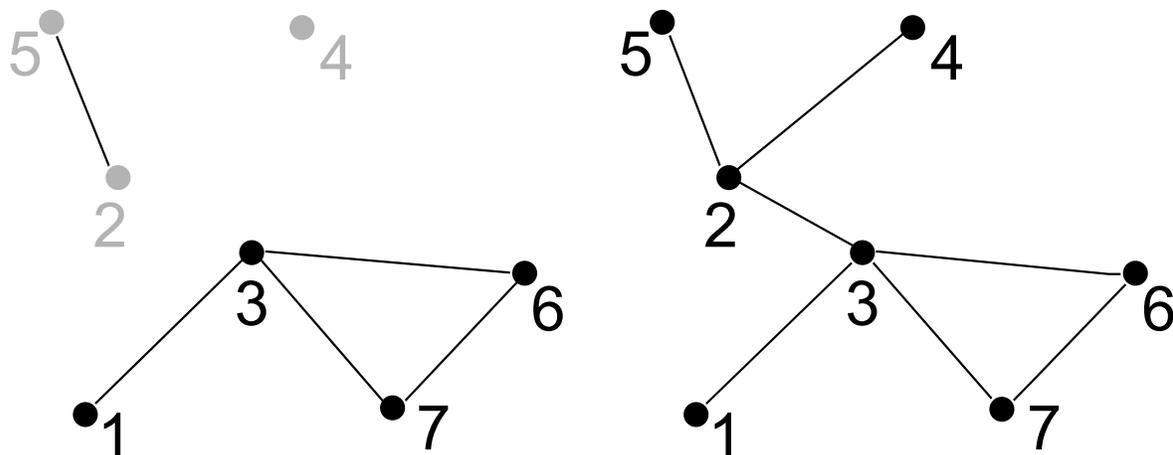


FIGURE A.5 – (À gauche) Le sous-graphe (constitué des sommets 1, 3, 6 et 7 et ayant pour arêtes  $\{1, 3\}$ ,  $\{3, 6\}$ ,  $\{3, 7\}$ , et  $\{6, 7\}$ ) est un composante connexe du graphe  $G$ . (À droite) Exemple de graphe non-orienté connexe.

## A.3 Arbres

### A.3.1 Arbre

Un arbre est un graphe non-orienté, acyclique et connexe.

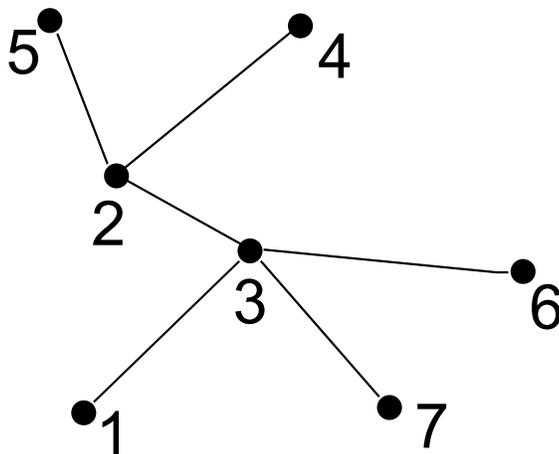


FIGURE A.6 – Exemple d'arbre : graphe non-orienté connexe, sans cycle.

### A.3.2 Arbre de recouvrement

Soit  $G(V, E)$  un graphe simple. Un arbre de recouvrement de  $G$  est un sous-graphe de  $G$  qui est un arbre contenant chaque sommet de  $G$ .

### A.3.3 Arbre de recouvrement minimal

Soit  $G(V, E)$  un graphe non orienté, et soit  $p : E \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction de pondération des arêtes. L'arête  $e(i, j)$  relie les sommets  $v_i$  et  $v_j$ . Un arbre de recouvrement minimal est un sous-graphe  $G'$  de  $G$ , tel qu'il existe un sous-ensemble  $T \subseteq E$  pour lequel  $T$  est acyclique, connecte tous les sommets de  $G$ , et tel que  $T$  ait un poids total  $p(T)$  minimal (cf. équation A.1) :

$$p(T) = \sum_{(i,j) \in T} p(i, j). \quad (\text{A.1})$$

Il existe différents algorithmes pour calculer un arbre de recouvrement minimal, les plus connus étant ceux de Prim ou de Kruskal (cf. paragraphe 5.2.2.2).



## Annexe B

# Distance de chaîne

### B.1 Distance de chaîne : une définition

La distance de chaîne permet de définir un écart entre échantillons en terme de chemin. Ceci correspond intuitivement à l'idée de traverser une rivière en allant d'un caillou à l'autre (sans mettre le pied dans l'eau), où l'on cherche à minimiser le pas le plus grand que l'on doit faire entre deux cailloux successifs. De façon plus formelle, quelques définitions sont nécessaires.

Soit une distance  $d$  sur  $V$  (l'ensemble des échantillons). On nomme chemin de  $x_1$  à  $x_n$ , ( $\{x_1, \dots, x_n\} \in V$ ), une suite d'échantillons  $v = (v_1, v_2, \dots, v_n)$  tel que :

$$\forall i, v_i \in V, \tag{B.1}$$

$$\begin{aligned} v_1 &= x_1, \\ v_n &= x_n. \end{aligned}$$

On définit le pas du chemin comme étant la distance maximale entre deux sommets consécutifs sur le chemin  $c$ , soit :

$$P(c) = \sup_{i=1}^{n-1} d(v_i, v_{i+1}). \tag{B.2}$$

La distance de chaîne est alors définie sur  $V \times V$  comme étant le plus petit pas de tous les chemins connectant  $x_1$  à  $x_n$  :

$$\delta(x_1, x_n) = \inf_{c \in CH(x_1, x_n)} P(c), \tag{B.3}$$

où  $CH(x_1, x_n)$  représente l'ensemble de tous les chemins de  $x_1$  à  $x_n$ .

### B.2 Distance de chaîne et interférométrie

Soit un graphe  $G = (V, E)$  non orienté (cf. annexe A). Soit  $V$  soit l'ensemble des sommets du graphe et  $E$  l'ensemble de ses arêtes. Dans le contexte de l'interférométrie radar, les sommets du graphe sont associés aux images de la série temporelle, tandis que l'ensemble des arêtes est représenté par l'ensemble des interférogrammes possibles entre chaque couple d'image. Notre objectif est de trouver un chemin permettant de suivre une zone entre une date  $t_1$  et  $t_n$ ,  $t_1$  étant la date d'acquisition de la première image de la série temporelle et  $t_n$  la date de l'image acquise en dernier. Ainsi, le premier (resp. dernier) sommet  $v_1$  (resp.  $v_n$ ) est associé à la première (resp. dernière) image  $im(t_1)$  (resp.  $im(t_n)$ ) de la série temporelle.

La distance  $d$  entre deux images (qui est en réalité un conorme triangulaire, cf. paragraphe 5.2.1.2) est définie en prenant en compte leur rapport signal à bruit et leurs différences d'acquisition, caractérisées par la décorrélation géométrique (cf. paragraphe 2.2.1). Cette distance s'exprime sous la forme :

$$d(im_i, im_j) = 1 - \gamma_{RSB} \cdot \gamma_{range} \cdot \gamma_{azimut}. \quad (\text{B.4})$$

Pour imposer une contrainte temporelle sur un couple, on peut ajouter un terme de décorrélation temporelle à la distance définie à l'équation B.4. La décorrélation temporelle peut se modéliser en première approche sous la forme d'une décroissance linéaire, telle que :

$$\gamma_{temporel} = 1 - \frac{\Delta T}{\Delta T_{max}}, \quad (\text{B.5})$$

où  $\Delta T$  est l'intervalle de temps séparant les acquisitions du couple d'image  $(im_i, im_j)$ ,  $\Delta T_{max}$  un paramètre de décorrélation.

La distance prenant en compte la décorrélation temporelle s'exprime alors sous la forme :

$$d(im_i, im_j) = 1 - \gamma_{RSB} \cdot \gamma_{range} \cdot \gamma_{azimut} \cdot \gamma_{temporel} \quad (\text{B.6})$$

$$(\text{B.7})$$

Ainsi, la distance entre deux images augmente d'autant plus que leur décorrélation géométrique et l'écart de temps les séparant sont importants. Le pas du chemin, défini à l'équation B.2, correspond à l'écart maximal entre deux images. La distance de chaîne (cf. équation B.3) définit le chemin qui minimise cette distance maximale. Ce chemin inclut l'ensemble des images de la série temporelle, en minimisant la décorrélation maximale des interférogrammes, c'est-à-dire en minimisant le plus grand poids des arêtes de ce chemin.

Le calcul de la distance de chaîne requiert de connaître l'ensemble des chemins, afin de déterminer le chemin incluant le plus petit pas.

Sur la série temporelle en bande C de Serre-Ponçon, parmi les 3321 interférogrammes possibles, associés aux arêtes du graphe  $G$  dont les poids des arêtes sont les écarts définis aux équations B.4 ou B.7, il existe un nombre  $n_c$  de chemins incluant les 82 images égal à :

$$n_c = \binom{3321}{81} \approx 10^{164}, \quad (\text{B.8})$$

$n_c$  étant égal par ailleurs au cardinal de  $CH$ . Pour des séries temporelles plus réduites, comme celle acquise en bande X par TSX sur Serre-Ponçon contenant 12 images, le nombre  $n_c$  de chemins incluant ces images est égal à :

$$n_c = \binom{66}{12} \approx 4,9 \cdot 10^{12}. \quad (\text{B.9})$$

À la vue de ce résultat, la recherche du chemin optimal au sens de la distance de chaîne effectuée sur de longues séries temporelles en calculant l'ensemble des chemins possibles se révèle être un problème trop coûteux en temps de calcul. Pour des séries plus réduites, cette solution reste envisageable, en testant toutes les combinaisons possibles.

Ainsi, pour de grandes séries temporelles, la recherche de chemin optimal, satisfaisant les conditions définies à l'équation B.3, doit être réalisée en adoptant une stratégie différente. Ainsi, ce problème peut être reformulé et vu comme un problème de recherche d'un arbre de recouvrement minimal au sein d'un graphe (cf. paragraphe 5.2.2).

## Annexe C

# Annexe : Compléments sur le conditionnement

## C.1 Redondance et conditionnement

### C.1.1 Impact de la redondance sur le conditionnement

#### Approches par arbres de recouvrement minimal

La figure C.1 présente une analyse comparative des approches basées sur les arbres de recouvrement minimal, basée sur le critère du conditionnement  $\kappa(A)$ . Le calcul d'arbres de recouvrement successifs améliore le conditionnement. En effet, en calculant un second ARM (méthode A2) (ce qui a pour effet de doubler le nombre de couples), le conditionnement est divisé d'un facteur 2. Le calcul d'un troisième ARM permet de réduire encore un peu plus le conditionnement, dans des proportions moindres, au prix de multiplier par 3 le temps de calcul. Nous observons une réduction progressive de l'écart interquartile  $iq = q_3 - q_1$  et des valeurs extrêmes (min et max), plus le nombre de couples augmente. Ainsi, bien que la méthode A3 n'apporte qu'une faible réduction du conditionnement par rapport à la méthode A2, elle présente l'avantage d'avoir des valeurs extrêmes plus faibles. Dans des cas difficiles, la méthode A3 donnera des solutions plus stables numériquement que les méthodes A2 ou ARM.

#### Comparaison de l'approche arêtes local et arbres (AL vs. ARM, A2, A3)

La figure C.2 présente une analyse comparative des approches basées sur les arbres de recouvrement minimal et l'approche arête locale. Les méthodes basées sur les arbres successifs (A2 et A3) proposent des conditionnements du même ordre de grandeur que celui de l'approche arêtes locales (AL), avec des valeurs extrêmes légèrement inférieures.

#### Comparaison de l'approche arêtes global et arêtes local (AG vs. AL)

La figure C.3 présente une analyse comparative des approches basées sur l'ajout d'arêtes.

L'ajout global d'arêtes n'a que peu d'effet sur le conditionnement  $\kappa(A)$  qui diminue légèrement jusqu'à  $n_c = 300$  couples, puis reste stable. Nous remarquons une forte dispersion, et des valeurs extrêmes très fortes, en comparaison de celles obtenues par l'ajout local d'arêtes. La méthode par ajout local d'arêtes (AL) propose un meilleur conditionnement et un espace interquartile  $iq$  et des valeurs extrêmes nettement plus faibles que la méthode globale. À partir de  $n_c = 300$

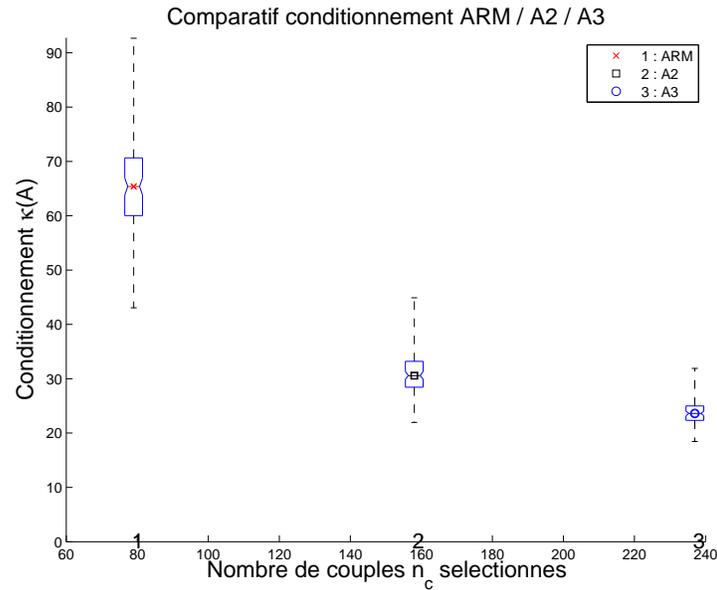


FIGURE C.1 – Conditionnement  $\kappa(A)$  en fonction du nombre de couples sélectionnés par la méthode ARM, A2 et A3.

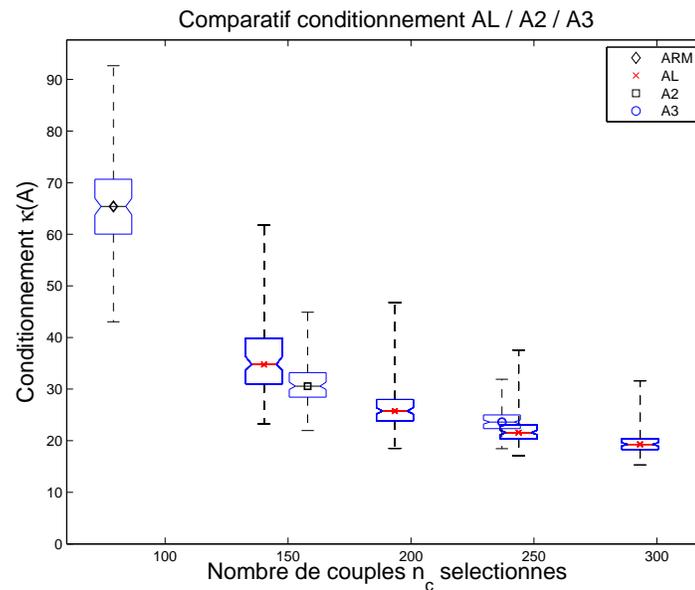


FIGURE C.2 – Conditionnement  $\kappa(A)$  en fonction du nombre de couples sélectionnés par la méthode AL, ARM, A2 et A3.

couples, le gain sur le conditionnement est faible par rapport au nombre de couples ajoutés en plus à la sélection.

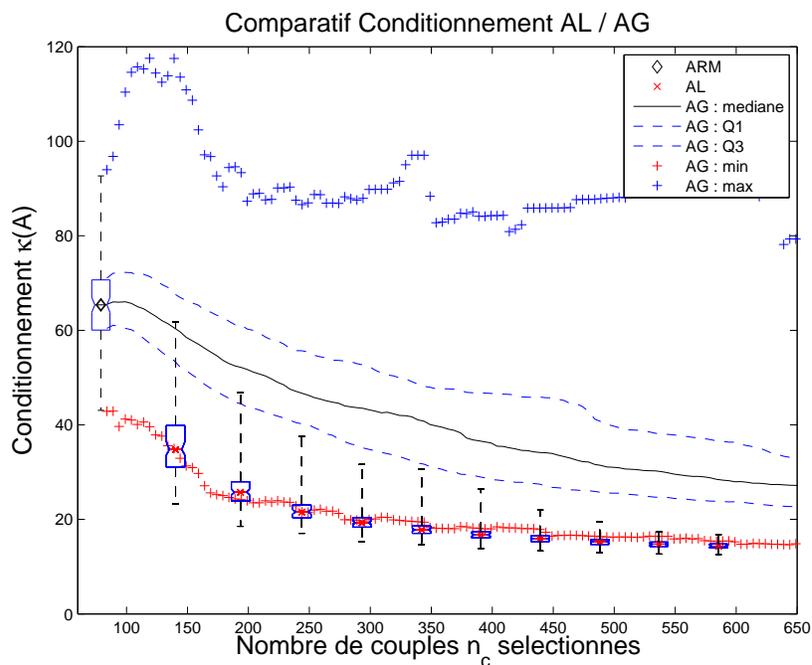


FIGURE C.3 – Conditionnement  $\kappa(A)$  en fonction du nombre de couples sélectionnés par la méthode ARM, AG et AL.

### Redondance complète via la méthode AG

La figure C.4 présente l'effet de l'ajout de redondance sur le conditionnement  $\kappa(A)$  pour la méthode arêtes globale (AG), effectuée progressivement par pas de couples constant (5) jusqu'à atteindre la totalité des couples possibles, soit plus de 3000 paires d'images.

L'ajout de redondance a pour effet de réduire globalement le conditionnement  $\kappa(A)$  de la matrice  $A$  obtenue via l'ajout de redondance par la méthode AG. En effet, le conditionnement médian diminue d'abord rapidement (jusqu'à 600 couples sélectionnés), puis diminue lentement jusqu'à la redondance complète. Elle est divisé d'un facteur 6, passant de 65 (pas de redondance) à 10 (redondance complète). Les valeurs maximales diminuent également progressivement, la tendance subissant un ralentissement à partir d'un grand nombre de couples ajoutés ( $n_c = 1400$ ).

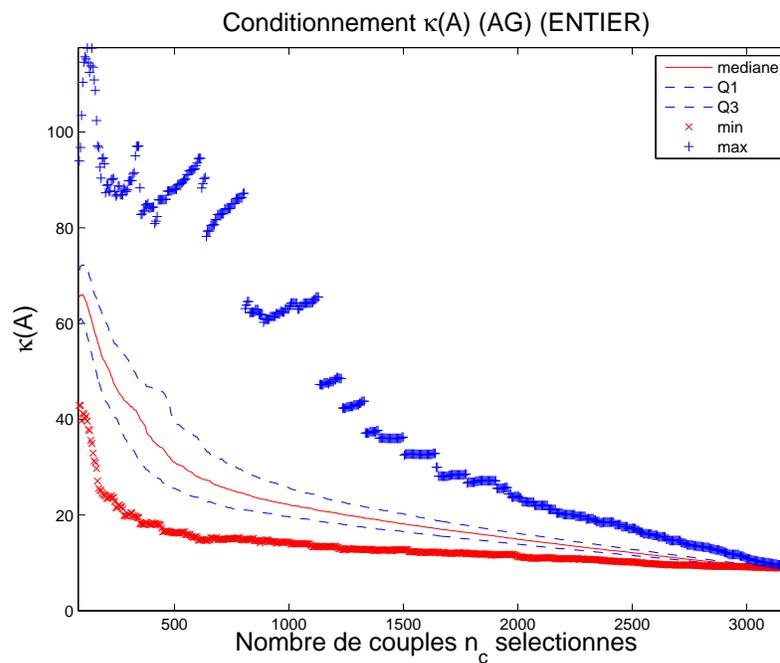


FIGURE C.4 – Conditionnement de la matrice  $\kappa(A)$  obtenue via la méthode AG, jusqu'à redondance complète (cas où tous les couples possibles sont utilisés dans l'inversion).

### Comparaison de la méthode ARM à l'approche single master (SM)

La figure C.5 présente l'effet de l'ajout de redondance sur le conditionnement  $\kappa(A)$  pour les méthodes ARM et SM.

Le conditionnement  $\kappa(A)$  de la matrice  $A$  obtenue par l'approche *single master* est constant, ce quelque soit l'image maître choisie (dans ces simulations, l'image maître a été sélectionnée classiquement en considérant le centre de masse du graphe de la série temporelle, les points associés aux images étant pondérés par leur ligne de base perpendiculaire, leur fréquence de centroïdes Doppler et la date d'acquisition). La méthode basée sur l'arbre de recouvrement minimal offre un conditionnement médian inférieur à celui obtenu par l'approche *single master*. Cependant, dans les cas difficiles, le conditionnement maximal obtenu via l'ARM est supérieur à celui obtenu par l'arbre SM. La méthode ARM offre donc globalement un meilleur conditionnement  $\kappa(A)$  que l'approche *single master*.

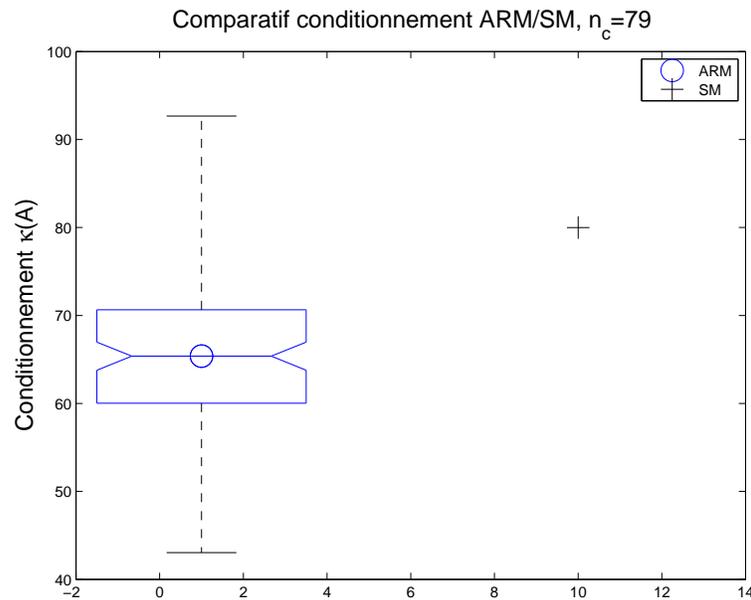


FIGURE C.5 – Comparatif des conditionnements  $\kappa(A)$  obtenus via les méthodes ARM et SM (abscisse sans signification).

### C.1.2 Apport du renfort ciblé sur le conditionnement

#### Apport du renfort ciblé sur les méthodes par arbres

La figure C.6 présente les performances de la méthode de renfort ciblé appliquée sur les méthodes basées sur des arbres, ARM, A2 et A3. 3 niveaux de renfort sont envisagés,  $r = 1$  (+),  $r = 2$  (++) , et  $r = 3$  (+++). L'ajout de redondance ciblée sur les arêtes de poids fort améliore globalement le conditionnement de la méthode ARM. Pour les méthodes A2 et A3, nous observons que le conditionnement médian et l'écart interquartile sont de plus en plus réduits plus  $r$  augmente. Le renfort ciblé peut donc réduire le conditionnement des méthodes A2 et A3 et ainsi permettre d'obtenir des solutions numériques plus stables après inversion du système d'équations linéaires.

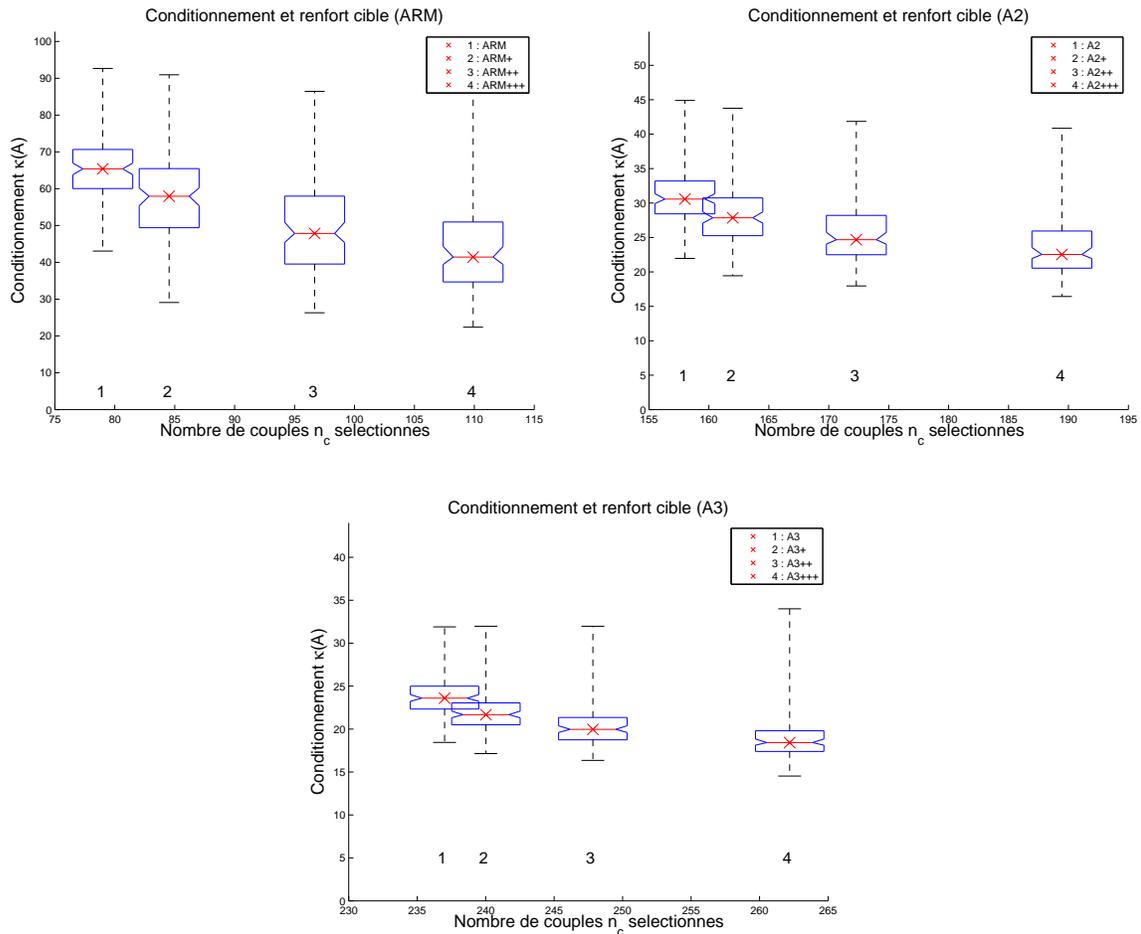


FIGURE C.6 – Impact sur le conditionnement  $\kappa(A)$  de l'ajout de redondance ciblée sur arêtes de poids fort pour les méthodes basées sur des arbres, ARM, A2 et A3, pour 3 niveaux d'ajout,  $r = 1$  (+),  $r = 2$  (++) , et  $r = 3$  (+++).

### Apport du renfort ciblé sur la méthode arêtes global (AG)

La figure C.7 présente les performances de la méthode de renfort ciblé appliquée sur la méthode d'ajout global d'arêtes (AG). 3 niveaux de renfort sont envisagés,  $r = 1$  (+),  $r = 2$  (++) , et  $r = 3$  (+++).

L'ajout de redondance ciblée sur les arêtes de poids fort sélectionnées via la méthode AG réduit globalement le conditionnement pour  $r = 1$  (+). Les valeurs médianes et maximales diminuent, l'écart interquartile reste identique. Pour  $r = 2$  (++) , une légère diminution de la médiane est observée, sans avoir d'incidence sur les valeurs extrêmes, tandis que pour  $r = 3$  (+++), aucune amélioration significative n'est observée.

Pour cette méthode, le renfort ciblé n'apporte donc qu'une réduction sensible du conditionnement pour  $r = 1$ .

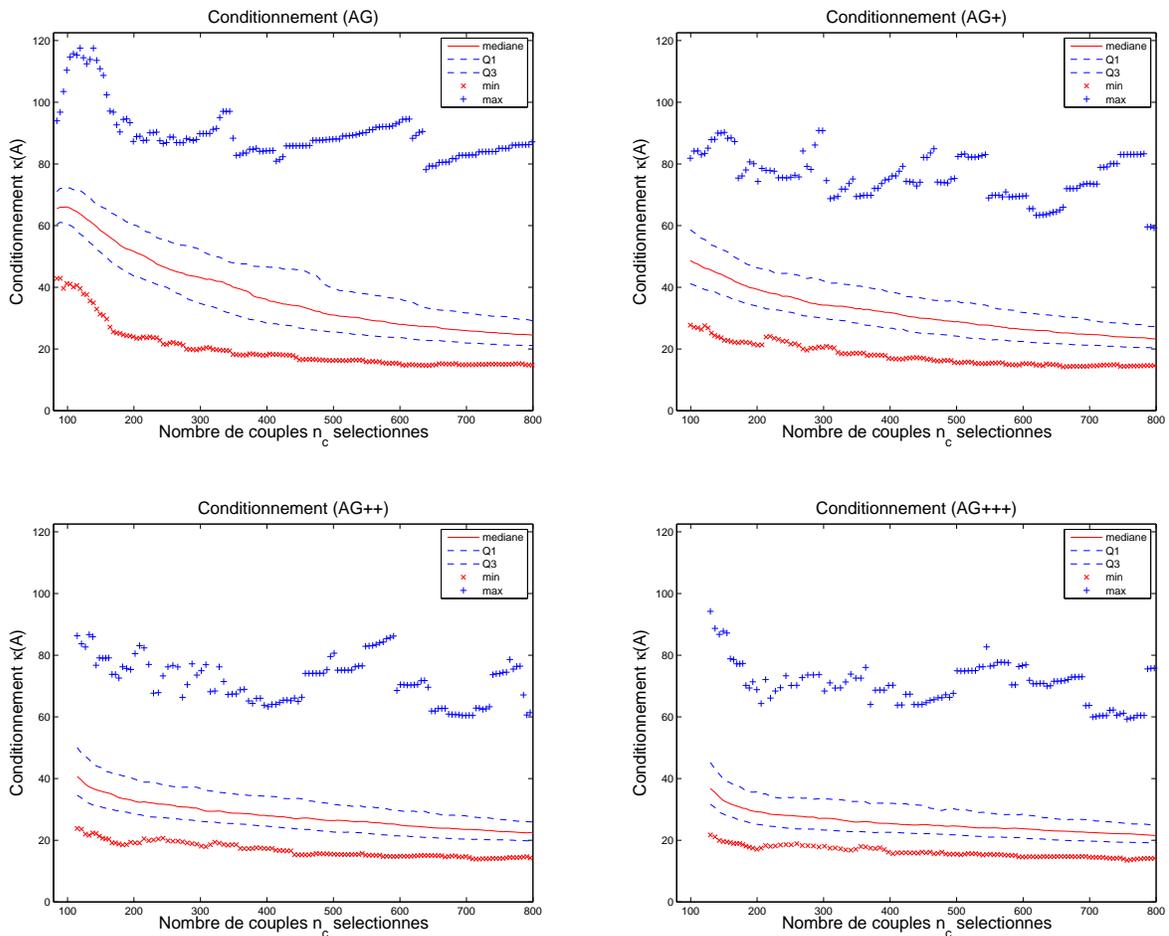


FIGURE C.7 – Impact sur le conditionnement  $\kappa(A)$  de l'ajout de redondance ciblée sur arêtes de poids fort pour la méthode basée sur l'ajout global d'arêtes (AG), pour 3 niveaux d'ajout,  $r = 1$  (+),  $r = 2$  (++) , et  $r = 3$  (+++).

### Apport du renfort ciblé sur les méthodes arêtes local (AL)

La figure C.8 présente les performances de la méthode de renfort ciblé appliquée sur la méthode d'ajout local d'arêtes (AL). 3 niveaux de renfort sont envisagés,  $r = 1$  (+),  $r = 2$  (++) , et  $r = 3$  (+++). Pour cette méthode, nous observons que le renfort ciblé réduit légèrement le conditionnement médian et maximal pour niveau de redondance ciblé  $r = 1$ . Aux niveaux de redondance ciblé supérieurs  $r = 2$  (++) et  $r = 3$  (+++), nous n'observons pas de diminution sensible du conditionnement.

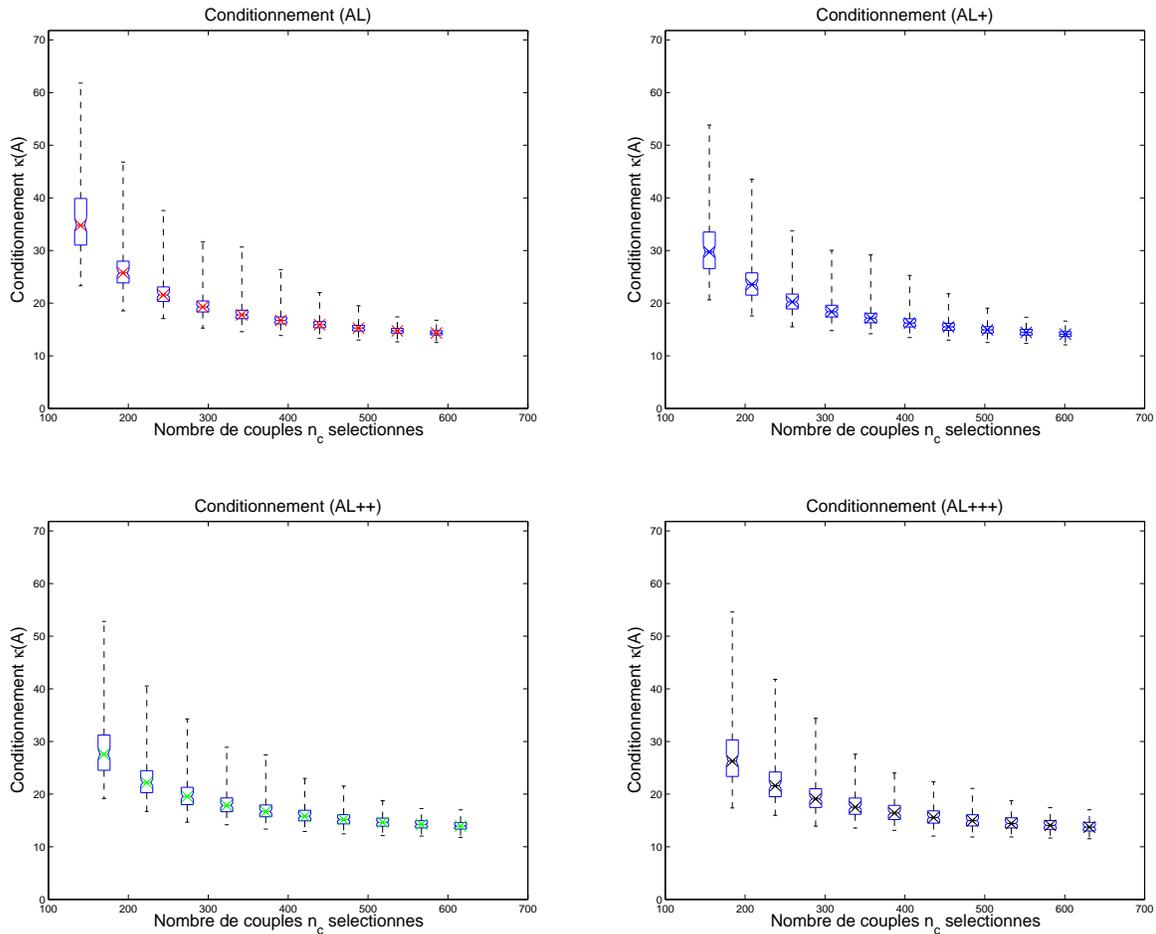


FIGURE C.8 – Impact sur le conditionnement  $\kappa(A)$  de l'ajout de redondance ciblée sur arêtes de poids fort pour la méthode basée sur l'ajout local d'arêtes (AL), pour 3 niveaux d'ajout,  $r = 1$  (+),  $r = 2$  (++) , et  $r = 3$  (+++).

### C.1.3 Arbres et conditionnement

En observant le comportement du conditionnement sur l'ensemble des méthodes présentées, nous notons souvent de brusques diminutions du conditionnement  $\kappa(A)$  de la matrice modèle  $A$ . Les simulations ayant été effectuées sur 1000 séries temporelles différentes, la question se pose de savoir si ces brusques diminutions correspondent à une franche amélioration du conditionnement du graphe redondant via l'ajout d'une arête (qui se révélerait donc capitale pour l'amélioration des performances de l'inversion du système d'équations (cf. équation 5.29)), ou bien alors si ces diminutions marquent le passage d'une série à une autre.

La figure C.9 présente l'évolution du conditionnement pour la méthode d'ajout d'arêtes global (AG) et les indices des séries ayant été répertoriées comme donnant le conditionnement  $\kappa(A)$  maximal sur l'ensemble des autres séries pour une quantité de redondance donnée. Cette figure permet de constater que les brusques diminutions du conditionnement correspondent au passage d'une série à une autre.

La figure C.10 présente les séries temporelles, arbres de recouvrement minimal et arêtes redondantes ajoutées par la méthode globale pour trois séries temporelles simulées 303, 495 et 547, donnant le conditionnement  $\kappa(A)$  maximal sur l'ensemble des 1000 séries temporelles simulées. Le nombre total de couples sélectionnés  $n_c$  par l'ARM et la méthode AG pour ces séries est respectivement égal à  $n_c = 85$ ,  $n_c = 660$  et  $n_c = 550$ . La figure C.11 présente les séries temporelles, arbres de recouvrement minimal et arêtes redondantes ajoutées par la méthode globale pour trois séries temporelles simulées 29 et 743, donnant le conditionnement  $\kappa(A)$  minimal sur l'ensemble des 1000 séries temporelles simulées. Le nombre total de couples sélectionnés  $n_c$  par l'ARM et la méthode AG pour ces séries est respectivement égal à  $n_c = 190$  et  $n_c = 655$ .

Nous constatons sur la figure C.10 que les graphes redondants présentent de nombreuses arêtes isolées, de branches éloignées du reste de l'arbre de recouvrement minimal et une forte concentration locale de redondance autour de certains sommets. A contrario, les graphes redondants de la figure C.11 associés aux matrices  $A$  ayant le conditionnement  $\kappa(A)$  le plus faible montrent des arbres plus compacts, et une redondance répartie uniformément autour différents arêtes et sommets de l'arbre de recouvrement minimal. Par ces observations, nous pouvons apprécier l'importance à la fois de la forme de l'arbre de recouvrement minimal et de la distribution de la redondance sur le conditionnement  $\kappa(A)$  des matrices  $A$  construites à partir de ces graphes redondants.

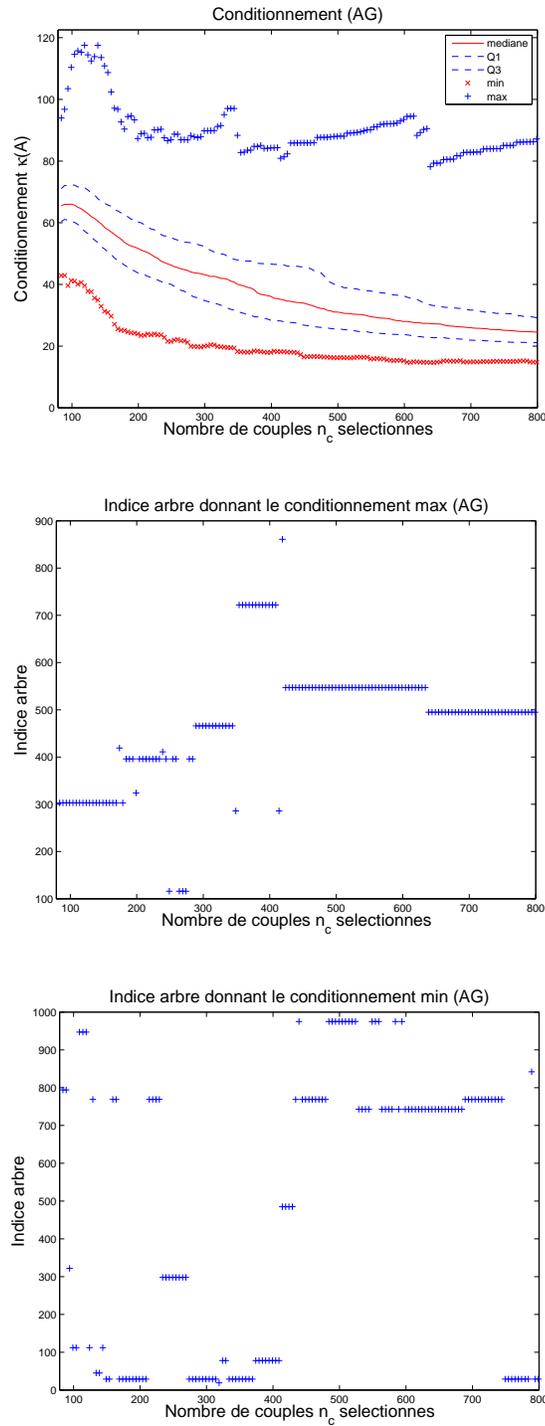


FIGURE C.9 – (En haut) Conditionnement  $\kappa(A)$  pour la méthode basée sur l'ajout global d'arêtes (AG). (Au centre) Identifiant de l'arbre donnant le conditionnement  $\kappa(A)$  maximal. (En bas) Identifiant de l'arbre donnant le conditionnement  $\kappa(A)$  minimal.

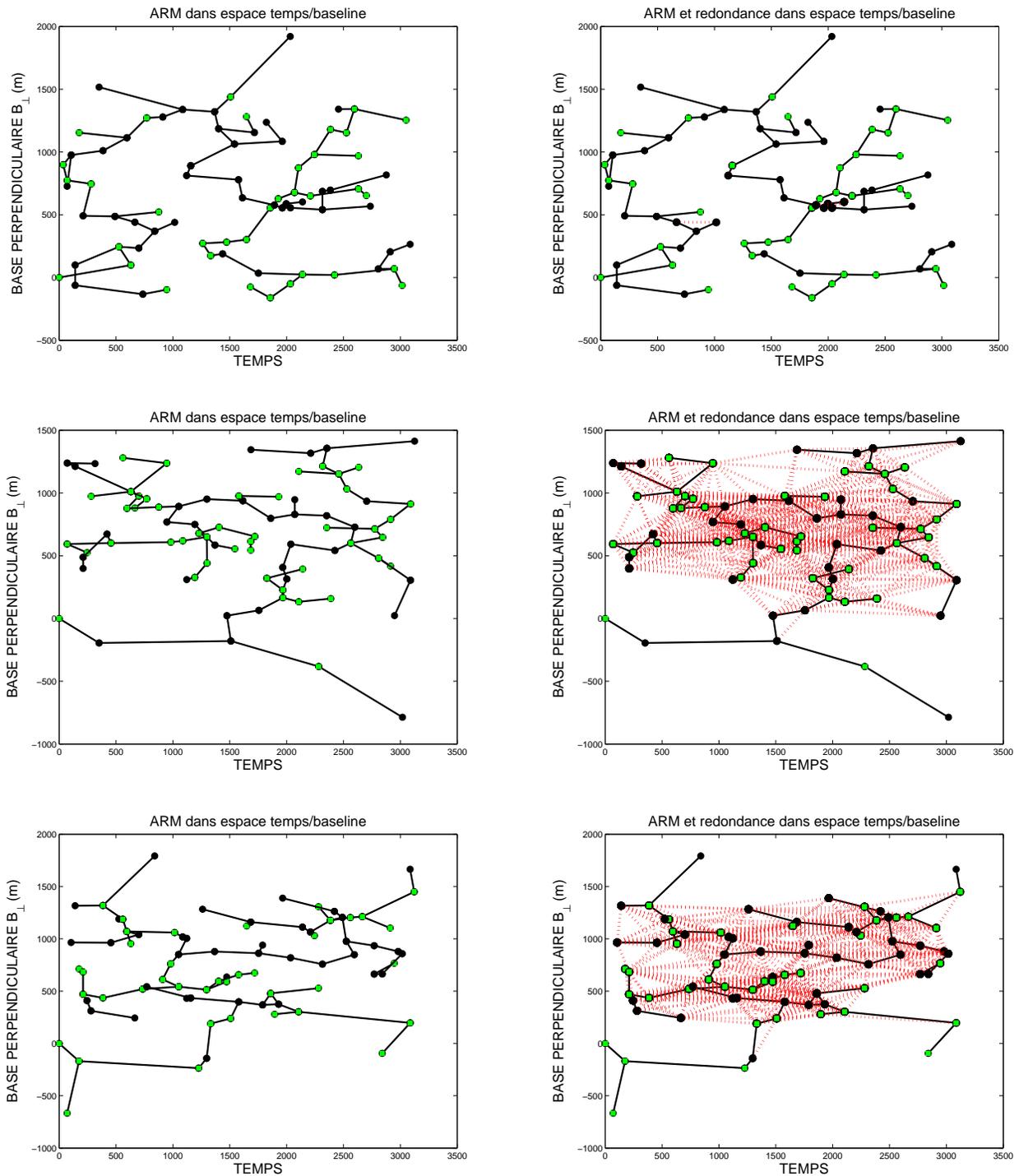


FIGURE C.10 – Cas de conditionnement  $\kappa(A)$  maximal de la matrice  $A$ . (À gauche) Arbres de recouvrement minimal calculés sur les séries temporelles simulées 303, 495 et 547 (de haut en bas). (À droite) Arbres de recouvrement minimal et redondance ajoutée par la méthode globale AG (resp.  $n_c = 85, n_c = 660, n_c = 550$ ) pour les séries temporelles resp. 303, 495 et 547 (de haut en bas).

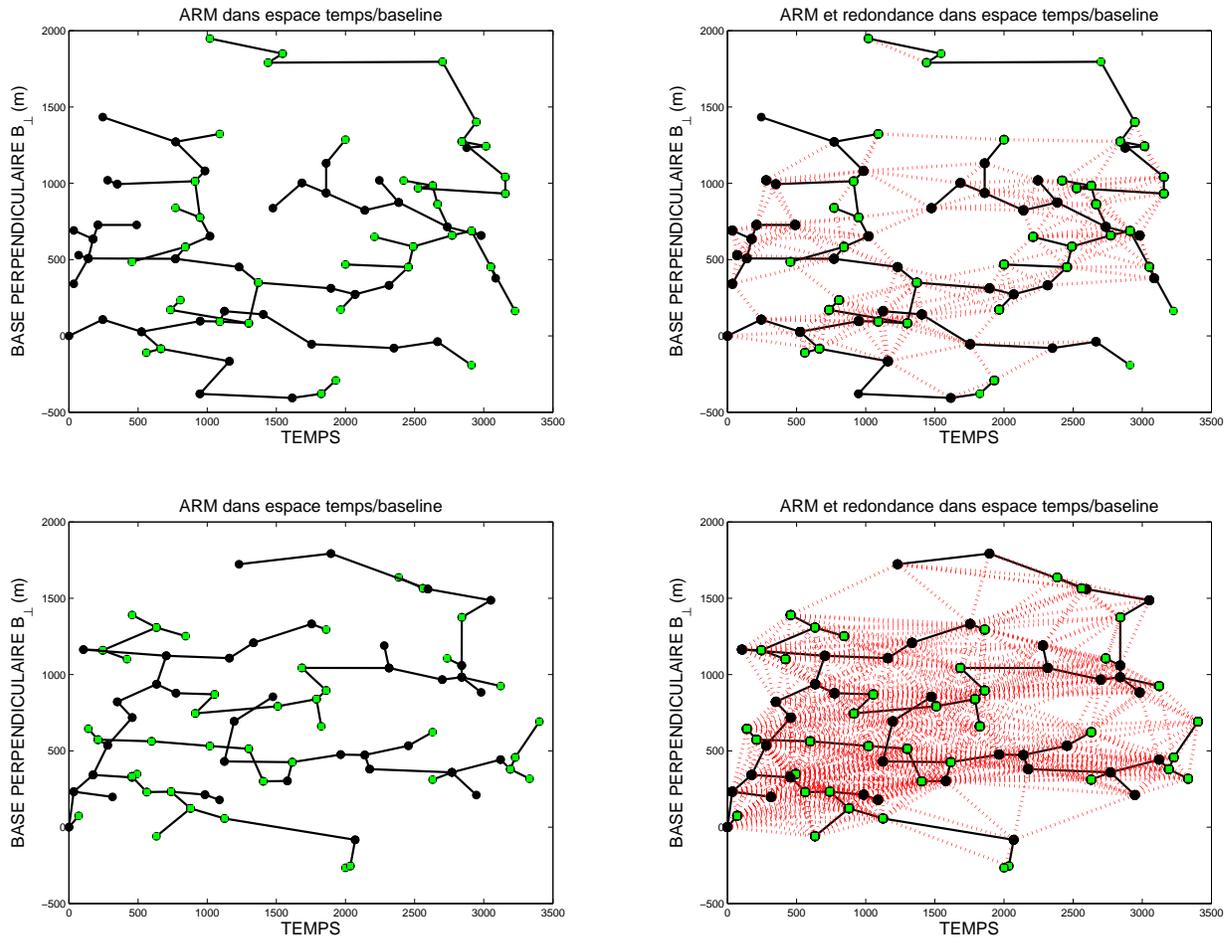


FIGURE C.11 – Cas de conditionnement  $\kappa(A)$  minimal de la matrice  $A$ . (À gauche) Arbres de recouvrement minimal calculés sur les séries temporelles simulées 29 et 743 (de haut en bas). (À droite) Arbres de recouvrement minimal et redondance ajoutée par la méthode globale AG (resp.  $n_c = 190$  et  $n_c = 655$ ) pour les séries temporelles resp. 29 et 743 (de haut en bas).

## Annexe D

# Compléments sur la SVD

Cette annexe présente la technique de décomposition en valeurs singulières (SVD) et quelques unes des ses propriétés, illustrée par quelques exemples. Cette annexe est inspirée et librement adaptée de l'ouvrage [Trucco et Verri (1998)].

### D.1 SVD

#### D.1.1 Définitions

La technique de décomposition en valeurs singulières (SVD) décompose une matrice  $A$  de taille  $m \times n$  selon la factorisation suivante :

$$\begin{aligned}
 A &= U\Sigma V^T & (D.1) \\
 &= [u_1 \ u_2 \ \cdots \ u_{n-1} \ u_n]_{m \times n} \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_n \end{bmatrix}_{n \times n} \begin{bmatrix} v_1^T \\ v_2^T \\ \cdots \\ v_{n-1}^T \\ v_n^T \end{bmatrix}_{n \times n}
 \end{aligned}$$

où  $U$  est la matrice orthogonale de taille  $m \times n$  des vecteurs singuliers gauches (ses colonnes sont les vecteurs propres de  $AA^T$ <sup>1</sup>),  $V$  la matrice orthogonale de taille  $n \times n$  des vecteurs singuliers droits (ses colonnes sont les vecteurs propres de  $A^T A$ <sup>2</sup>), et  $\Sigma$  une matrice diagonale dont les éléments, les valeurs singulières, sont positifs ou nuls<sup>3</sup>. Par convention, les valeurs singulières sont ordonnées par ordre décroissant le long de la diagonale.

Le rang  $r$  de la matrice  $A$  est égale au nombre de valeurs singulières non-nulles.

La matrice  $A$  peut alors s'écrire :

$$A = \sum_{i=1}^r u_i \sigma_i v_i^T. \quad (D.2)$$

1.  $AA^T = U\Sigma V^T V \Sigma U^T = U\Sigma^2 U^T$ .

2.  $A^T A = V \Sigma U^T U \Sigma V^T = V \Sigma^2 V^T$ .

3. Si  $\sigma$  est une valeur singulière de  $A$ , alors  $\sigma^2$  est une valeur propre de  $AA^T$  et  $A^T A$ .

### D.1.2 Calcul de l'inverse d'une matrice via la SVD

Soit  $A$  une matrice carrée de taille  $n \times n$ .  $A$  est une matrice non singulière si  $\forall i, \sigma_i \neq 0$ .

Si  $A$  est une matrice  $n \times n$  non singulière, elle se décompose en valeurs singulières  $A = U\Sigma V^T$  et son inverse est égale à :

$$A^{-1} = V\Sigma^{-1}U^T, \quad (\text{D.3})$$

avec

$$\Sigma^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sigma_{n-1}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sigma_n} \end{bmatrix}_{n \times n}. \quad (\text{D.4})$$

Si  $A$  est une matrice singulière ou *mal conditionnée*, l'inverse de  $A$  peut être approchée aux moindres carrés par la pseudo-inverse  $A^\dagger = V\Sigma_0^{-1}U^T$  de  $A$  via une décomposition en valeurs singulières :

$$A^{-1} = (U\Sigma V^T)^{-1} \approx V\Sigma_0^{-1}U^T = A^\dagger, \quad (\text{D.5})$$

avec

$$\Sigma_0^{-1} = \begin{cases} \frac{1}{\sigma_i} & \text{si } \sigma_i > t \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{D.6})$$

avec  $t$  une valeur de seuil ( $t$  relativement petite devant la plus forte des valeurs singulières  $\sigma_i$ ).

### D.1.3 Exemple

Soit la matrice  $A$  de taille  $3 \times 3$  :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad (\text{D.7})$$

La première étape pour déterminer les valeurs propres de  $A$  consiste à calculer  $A^T A$  et  $A A^T$  :

$$A^T A = A A^T = \begin{bmatrix} 6 & 10 & 6 \\ 10 & 17 & 10 \\ 6 & 10 & 6 \end{bmatrix}. \quad (\text{D.8})$$

Les valeurs propres de  $A$  s'obtiennent en résolvant l'équation caractéristique :

$$A^T A - \lambda I = 0, \quad (\text{D.9})$$

avec  $I$  la matrice identité de taille  $3 \times 3$ . En résolvant l'équation [D.9](#), nous obtenons les valeurs propres de  $A^T A$  et  $A A^T$  qui sont égales à :

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 28,86 \\ 0,14 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{D.10})$$

Les vecteurs propres de  $A^T A$  et  $A A^T$  sont alors égaux à :

$$u_1 = v_1 = \begin{bmatrix} 0,454 \\ 0,766 \\ 0,454 \end{bmatrix}, u_2 = v_2 = \begin{bmatrix} 0,552 \\ -0,643 \\ 0,542 \end{bmatrix}, u_3 = v_3 = \begin{bmatrix} -0,707 \\ 0 \\ -0,707 \end{bmatrix}. \quad (\text{D.11})$$

$$A = \sum_{i=1}^2 u_i \sigma_i v_i^T. \quad (\text{D.12})$$

La seconde valeur propre est nettement inférieure à la première. En la négligeant dans la sommation de l'équation D.12, il est possible d'approcher  $A$  en introduisant de faibles erreurs :

$$A = \begin{bmatrix} 1,11 & 1,87 & 1,11 \\ 1,87 & 3,15 & 1,87 \\ 1,11 & 1,87 & 1,11 \end{bmatrix}. \quad (\text{D.13})$$

## D.2 Pseudo-inverse et solution aux moindres carrés

Considérons le système *sur-déterminé* d'équations linéaires :

$$AX = B, (A \text{ de taille } m \times n \text{ avec } m > n. \quad (\text{D.14})$$

Soit  $R$  le vecteur résiduel tel que :

$$R = AX - B. \quad (\text{D.15})$$

Le vecteur  $X^*$  donnant le plus petit résidu possible est la solution aux moindres carrés du système défini à l'équation D.14 :

$$\|R\|_2 = \|AX^* - B\|_2 \leq \|AX - B\|_2, \forall i \in \mathbb{R}, \quad (\text{D.16})$$

avec  $\|\cdot\|_2$  la norme  $L_2$  (norme euclidienne).

Il existe toujours une solution aux moindres carrés, mais elle n'est pas forcément unique. La solution aux moindres carrés de  $X$  ayant la norme  $\|X\|_2$  minimale est unique est obtenue par :

$$\begin{aligned} A^T AX &= A^T B \\ X &= (A^T A)^{-1} A^T B = A^\dagger B. \end{aligned} \quad (\text{D.17})$$

### D.2.1 Exemple

Soit le système d'équations linéaires défini à l'équation D.18.

$$\begin{bmatrix} -11 & 2 \\ 2 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 7 \\ 5 \end{bmatrix} \quad (\text{D.18})$$

En s'appuyant sur une décomposition en valeurs singulières de la matrice  $A$  et en calculant sa pseudo-inverse  $A^\dagger$ , l'inversion du système D.18 donne :

$$x = A^\dagger B = \begin{bmatrix} -0,148 & 0,180 & 0,246 \\ 0,164 & 0,189 & -0,107 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 7 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,492 \\ 0,787 \end{bmatrix} \quad (\text{D.19})$$



## Annexe E

# Annexe : séries temporelles

### E.1 Données auxiliaires de la série temporelle en bande C

TABLE E.1 – Paramètres auxiliaires des images de la série temporelle en bande C sur la région du lac de Serre-Ponçon

id.	ERS	Orbite	Date	$\Delta_t(\text{jour})$	$B_{\perp}(m)$	$f_{Dc}$ (Hz)
0	1	03946	17 avril 1992	0	0	451
1	1	05950	4 septembre 1992	139	355	377
2	1	06952	13 novembre 1992	209	644	435
3	1	07954	22 janvier 1993	278	974	427
4	1	08956	2 avril 1993	350	55	449
5	1	09958	11 juin 1993	420	1214	448
6	1	10459	16 juillet 1993	455	1353	419
7	1	10960	20 août 1993	490	1070	422
8	1	11461	24 septembre 1993	524	254	445
9	1	11962	29 octobre 1993	559	148	423
10	1	12463	3 décembre 1993	594	-187	418
11	1	19320	26 mars 1995	1074	1894	468
12	1	19821	30 avril 1995	1108	1284	421
13	1	20322	4 juin 1995	1143	740	445
14	2	00649	5 juin 1995	1144	870	174
15	1	20823	9 juillet 1995	1179	1256	478
16	2	01150	10 juillet 1995	1180	1236	191
17	1	21324	13 août 1995	1213	547	462
18	2	01651	14 août 1995	1214	601	175
19	2	02151	18 septembre 1995	1248	1045	177
20	1	22326	22 octobre 1995	1283	38	393
21	2	02853	23 octobre 1995	1284	-75	123
22	1	22827	26 novembre 1995	1317	1364	388
23	2	03154	27 novembre 1995	1318	1225	130
24	1	23328	31 décembre 1995	1353	391	452
25	2	03655	1 janvier 1996	1353	611	226
26	1	24330	10 mars 1996	1423	185	391
27	2	04657	11 mars 1996	1424	212	162

...suite page suivante...

---

...suite de la page précédente...

28	1	24831	14 avril 1996	1458	448	410
29	2	05158	15 avril 1996	1459	547	159
30	1	25332	19 mai 1996	1493	584	438
31	2	06160	24 mai 1996	1528	722	175
32	2	07162	1 septembre 1996	1597	1212	167
33	2	07663	7 octobre 1996	1633	1138	165
34	2	08164	11 novembre 1996	1668	-319	183
35	2	08665	16 décembre 1996	1703	1104	240
36	2	09166	20 janvier 1997	1737	783	195
37	2	09667	24 février 1997	1772	908	281
38	2	10168	31 mars 1997	1809	403	208
39	2	10669	5 mai 1997	1844	1083	207
40	2	11170	9 juin 1997	1879	857	191
41	2	11671	14 juillet 1997	1914	822	207
42	2	12172	18 août 1997	1949	563	157
43	2	12673	22 septembre 1997	1983	969	174
44	2	13174	27 octobre 1997	2018	1222	141
45	2	13675	1 novembre 1997	2053	517	193
46	2	14176	5 janvier 1998	2088	740	181
47	2	14677	9 février 1998	2122	920	203
48	2	15178	16 mars 1998	2160	817	125
49	2	15679	20 avril 1998	2194	470	173
50	2	16180	25 mai 1998	2229	832	258
51	2	16681	29 juin 1998	2264	1521	228
52	2	17182	3 août 1998	2299	732	273
53	2	17683	7 septembre 1998	2333	719	208
54	2	18184	12 octobre 1998	2369	417	201
55	2	18685	16 novembre 1998	2403	354	156
56	2	19186	21 décembre 1998	2439	1146	220
57	2	19687	25 janvier 1999	2473	491	301
58	2	20188	1 mars 1999	2510	454	145
59	1	40362	4 avril 1999	2543	477	462
60	2	20689	5 avril 1999	2544	569	188
61	1	40863	9 mai 1999	2579	72	469
62	2	21190	10 mai 1999	2580	215	218
63	1	41364	13 juin 1999	2613	1335	471
64	2	21691	14 juin 1999	2614	1365	226
65	2	22192	19 juillet 1999	2650	165	225
66	1	42366	22 août 1999	2683	-558	512
67	2	22693	23 août 1999	2684	-257	310
68	2	23194	27 septembre 1999	2718	364	191
69	2	23695	1 novembre 1999	2753	477	141
70	2	24196	6 décembre 1999	2789	750	144
71	1	44370	9 janvier 2000	2822	1264	495
72	2	24697	10 janvier 2000	2823	1030	273
73	2	25198	14 février 2000	2858	700	-212

...suite page suivante...

---

---

...suite de la page précédente...

74	2	25699	20 mars 2000	2894	-86	-52
75	2	26200	24 avril 2000	2929	-277	-118
76	2	27703	7 aout 2000	3033	586	-424
77	2	28204	11 septembre 2000	3068	1599	-101
78	2	28705	16 octobre 2000	3103	294	8
79	2	29207	20 novembre 2000	3138	-251	144
80	2	29707	25 décembre 2000	3173	1256	181
81	2	37723	8 juillet 2002	3734	1873	1340

---

## E.2 Données auxiliaires de la série temporelle en bande X

id.	Orbite	Date	$\Delta_t(\text{jour})$	$B_{\perp}(m)$
0	6872	9 septembre 2008	0	0
1	7039	20 septembre 2008	11	-27.4
2	7373	12 octobre 2008	33	149.4
3	7540	23 octobre 2008	44	-40.3
4	7707	3 novembre 2008	55	113.9
5	7874	14 novembre 2008	66	177.4
6	8041	25 novembre 2008	77	105.8
7	8208	6 décembre 2008	88	13.8
8	8876	19 janvier 2009	131	64.8
9	9210	10 février 2009	153	191.7
10	9711	15 mars 2009	188	8.1
11	10212	17 avril 2009	221	94.4

TABLE E.2 – Métadonnées image de la série temporelle TerraSAR-X sur la région de Serre-Ponçon.



---

# Bibliographie

- J. ASKNE, P. DAMMERT et G. SMITH : Report on ERS-1/2 tandem demonstration, 1996.
- S. ATZORI, I. HUNSTAD, M. CHINI, S. SALVI, C. TOLOMEI, C. BIGNAMI, S. STRAMONDO, E. TRASATTI, A. ANTONIOLI et E. BOSCHI : Finite fault inversion of DInSAR coseismic displacement of the 2009 L'Aquila earthquake (central Italy). *Geophysical Research Letters*, 36(15):L15305, 2009. ISSN 0094-8276.
- S. ATZORI, M. MANUNTA, G. FORNARO, A. GANAS et S. SALVI : Postseismic displacement of the 1999 Athens earthquake retrieved by the Differential Interferometry by Synthetic Aperture Radar time series. *Journal of Geophysical Research*, 113(B9):B09309, 2008. ISSN 0148-0227.
- M. BALCI et H. FOROOSH : Subpixel estimation of shifts directly in the fourier domain. *Image Processing, IEEE Transactions on*, 15(7):1965–1972, 2006.
- R. BAMLER : Interferometric stereo radargrammetry : absolute height determination from ERS-ENVISAT interferograms. In *IEEE 2000 International Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2000. Proceedings. IGARSS 2000*, vol. 2, 2000.
- R. BAMLER et M. EINEDER : Accuracy of differential shift estimation by correlation and split-bandwidth interferometry for wideband and delta-k SAR systems. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2(2):151, 2005.
- R. BAMLER et D. JUST : Phase statistics and decorrelation in SAR interferograms. *Proceedings of IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing Symposium, Tokyo, Japan*, p. 980–984, 1993.
- Y. BAZI, L. BRUZZONE et F. MELGANI : An unsupervised approach based on the generalized Gaussian model to automatic change detection in multitemporal SAR images. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 43(4):874–887, 2005.
- P. BERARDINO et E. SANSOSTI : A new algorithm for surface deformation monitoring based on small baseline differential SAR interferograms. *IEEE Trans. on Geosci. and Remote Sensing*, 40(11):2375–2383, 2002.
- P. BLANCO-SANCHEZ, S. DUQUE, J. MALLORQUI et D. MONELLS : Optimizing interferogram generation, pixel selection and data processing for high non-linear deformation monitoring with Orbital DInSAR. In *IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2007. IGARSS 2007*, p. 1163–1166, 2007.
- H. BREIT, B. SCHÄTTLER, T. FRITZ, U. BALSS, H. DAMEROW et E. SCHWARZ : TerraSAR-X Payload Data Processing : results from commissioning and early operational phase. In *International Geoscience and Remote Sensing Symposium, IGARSS '08.*, 2008.

- L. BRUZZONE, F. PRIETO *et al.* : An Adaptive Semi-Parametric and Context-Based Approach to Unsupervised Change Detection in Multitemporal Remote-Sensing Images. 2002.
- O. CAVALIÉ, M. DOIN, C. LASSERRE et P. BRIOLE : Ground motion measurement in the Lake Mead area, Nevada, by differential synthetic aperture radar interferometry time series analysis : Probing the lithosphere rheological structure. *Journal of Geophysical Research*, 112 (B3):B03403, 2007.
- F. CAZU, M. MANZO, A. PEPE et R. LANARI : Sbas-dinsar analysis of very extended areas : First results on a 60000 km square test site. *Geoscience and Remote Sensing Letters, IEEE*, 5 (3):438 –442, 2008.
- F. CHAABANE, F. TUPIN et H. MAITRE : An empirical model for interferometric coherence. *Proceedings of SPIE, International Society for Optical Engineering*, 5980, 2005.
- C. COLESANTI, A. FERRETTI, F. NOVALI, C. PRATI et F. ROCCA : Sar monitoring of progressive and seasonal ground deformation using the permanent scatterers technique. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 41(7):1685–1701, jul. 2003.
- M. CROSETTO, A. ARNAUD, J. DURO, E. BIESCAS et M. AGUDO : Deformation monitoring using remotely sensed radar interferometric data. *In 11th FIG Symposium on Deformation Measurements, Patras Univ., Santorini, Greece*, 2003.
- J. CURLANDER et R. MCDONOUGH : *Synthetic aperture radar : systems and signal processing*. John Wiley and Sons Inc., New York, USA, 1991.
- C. DELEDALLE, L. DENIS et F. TUPIN : *NL-InSAR : estimation non-locale d'interférogrammes*. Rapport de recherche Telecom ParisTech, 2009D021, Paris, France, 2009.
- R. DIESTEL : *Graph theory, volume 173 of Graduate Text in Mathematics*, vol. 91. Springer, Heidelberg, 2005.
- A. FERRETTI, C. PRATI et F. ROCCA : Nonlinear subsidence rate estimation using permanent scatterers in differential sar interferometry. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 38(5):2202–2212, sep. 2000.
- A. FERRETTI, C. PRATI et F. ROCCA : Permanent scatterers in SAR interferometry. *IEEE Trans. on Geosci. and Remote Sensing*, 39(1):8–20, jan. 2001.
- T. FRITZ : TerraSAR-X Ground Segment Level 1b Product Format Specification. Rap. tech., TX-GS-DD-3307, 2007.
- T. FRITZ et M. EINEDER : TerraSAR-X Ground Segment, Basic Product Specification Document. Rap. tech., TX-GS-DD-3302, 2008.
- B. FRUINEAU, J. RUDANT, D. OBERT et D. RAYMOND : Small displacements detected by SAR interferometry on the city of Paris (France). *In Geoscience and Remote Sensing Symposium, 1999. IGARSS'99 Proceedings. IEEE 1999 International*, vol. 4, p. 1943–1945. IEEE, 2002. ISBN 0780352076.
- B. FRUINEAU et F. SARTI : Detection of ground subsidence in the city of Paris using radar interferometry : isolation of deformation from atmospheric artifacts using correlation. *Geophysical Research Letters*, 27(24):3981–3984, 2000. ISSN 0094-8276.

- F. GATELLI, A. GUAMIERI, F. PARIZZI, P. PASQUALI, C. PRATI et F. ROCCA : The wavenumber shift in SAR interferometry. *IEEE Trans. on Geosci. and Remote Sensing*, 32(4):855–865, juil. 1994.
- D. GEUDTNER : *The interferometric processing of ERS-1 SAR data, rapport technique*. DLR, Oberpfaffenhofen, Allemagne, août 1995.
- G. GOLUB et C. REINSCH : Singular value decomposition and least squares solutions. *Numerische Mathematik*, 14(5):403–420, 1970.
- G. GOLUB et C. VAN LOAN : *Matrix computations*. Johns Hopkins Univ Pr, 1996.
- J. GOODMAN : *Speckle phenomena in optics, theory and applications*. Roberts and Compagny Publishers, Greenwood Village, USA, 2006.
- R. GRAHAM et P. HELL : On the history of the minimum spanning tree problem. *IEEE Annals of the History of Computing*, 7(1):43–57, 2007.
- A. GUARNIERI et C. PRATI : ERS-ENVISAT Combination for Interferometry and Super-resolution. In *ERS-ENVISAT Symposium (Gothenburg, Sweden)*, vol. 1222, 2000.
- R. HANSEN : *Radar Interferometry, Data Interpretation and Error Analysis*. Kluwer Academic Publishers, 2001.
- E. HOEN et H. ZEBKER : Penetration depths inferred from interferometric volume decorrelation observed over the Greenland ice sheet. *IEEE Trans. on Geosci. and Remote Sensing*, (38), nov. 2000.
- J. HOFFMANN : Mapping damage during the Bam (Iran) earthquake using interferometric coherence. *IEEE Trans. on Geosci. and Remote Sensing*, 28(6), 2007.
- J. HOFFMANN, A. ROTH et S. VOIGT : Interferometric displacement and damage assessment for the 2003 Bam earthquake. In *Proceedings of the 2004 Envisat and ERS Symposium, Salzburg, Austria*, p. 6–10, 2004.
- E. HOROWITZ et S. SAHNI : *Fundamentals of computer algorithms*. Computer Science Press, Incorporated, 1978.
- J. INGLADA : Change detection on SAR images by using a parametric estimation of the Kullback-Leibler divergence. In *2003 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2003. IGARSS'03. Proceedings*, vol. 6, 2003.
- J. INGLADA, G. MERCIER et T. CNES : A new statistical similarity measure for change detection in multitemporal SAR images and its extension to multiscale change analysis. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 45(5 Part 2):1432–1445, 2007.
- B. KAMPES : *Displacement parameter estimation using permanent scatterer interferometry*. DLR, Bibliotheks-und Informationswesen, 2005.
- B. KAMPES et N. ADAM : The STUN algorithm for persistent scatterer interferometry. In *Fringe 2005 Workshop*, vol. 610, p. 16, 2006.
- J. KRUSKAL : On the shortest spanning subtree of a graph and the traveling salesman problem. *Proceedings of the American Mathematical Society*, 7(1):48–50, 1956.

- R. LANARI, P. BERARDINO, M. BONANO, F. CASU, A. MANCONI, M. MANUNTA, M. MANZO, A. PEPE, S. PEPE, E. SANSOSTI *et al.* : Surface displacements associated with the L'Aquila 2009 Mw 6.3 earthquake (central Italy) : New evidence from SBAS-DInSAR time series analysis. *Geophysical Research Letters*, 37(20):L20309, 2010. ISSN 0094-8276.
- R. LANARI, O. MORA, M. MANUNTA, J. MALLORQUI, P. BERARDINO et E. SANSOSTI : A small-baseline approach for investigating deformations on full-resolution differential sar interferograms. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 42(7):1377–1386, juil. 2004.
- H. LEE et J. LIU : Analysis of topographic decorrelation in SAR interferometry using ratio coherence imagery. *IEEE Trans. on Geosci. and Remote Sensing*, 39:223–232, 2001.
- J. LEE, K. HOPPEL, S. MANGO et R. MILLER : Intensity and phase statistics of multilook polarimetric and interferometric SAR imagery. *IEEE Trans. on Geosci. and Remote Sensing*, 32:1017–1028, 1994.
- W. LENGERT : ERS and Envisat missions status. In *FRINGE 2005 Workshop, ESA ESRIN, Frascati, Italy*, 2005.
- F. LI et R. GOLDSTEIN : Studies of multibaseline spaceborne interferometric synthetic aperture radar. *IEEE Trans. on Geosci. and Remote Sensing*, 28(1):88–97, 1990.
- J. G. LIU, A. BLACK, H. LEE, H. HANAIZUMI et J. MOORE : Land surface change detection in a desert area in Algeria using multi-temporal ERS SAR coherence images. *International Journal of Remote Sensing*, 22(13):2463–2477, 2001.
- P. LÓPEZ-QUIROZ, M. DOIN, F. TUPIN, P. BRIOLE et J.-M. NICOLAS : Time series analysis of mexico city subsidence constrained by radar interferometry. *Journal of Applied Geophysics*, 69(1):1–15, 2009. Advances in SAR Interferometry from the 2007 Fringe Workshop.
- H. MAITRE : *Le traitement des images de radar à synthèse d'ouverture*. Hermès, collection IC2, 2001.
- D. MASSONNET et K. FEIGL : Radar interferometry and its application to changes in the Earth's surface. *Reviews of Geophysics*, 36:441–500, 1998.
- D. MASSONNET et J.-C. SOUYRIS : *Imaging with Synthetic Aperture Radar*. EPFL Press, 2008.
- O. MONTENBRUCK, Y. YOON, E. GILL et M. GARCIA-FERNANDEZ : Precise orbit determination for the TerraSAR-X mission. In *Proceedings of the International Symposium on Space Technology and Science*, vol. 25, p. 613, 2006.
- NESETRIL, MILKOVA et NESETRILOVA : Otakar boruvka on minimum spanning tree problem : Translation of both the 1926 papers, comments, history. *DMATH : Discrete Mathematics*, 233, 2001.
- J.-M. NICOLAS : *Les approches temporelles en imagerie cohérente*. Département Traitement du Signal et des Images, Telecom ParisTech, note interne 2008D016, 2008.
- R. PENROSE : On best approximation solutions of linear matrix equations : Proc. In *Cambridge Philos. Soc*, vol. 52, p. 17–19, 1955.

- R. PENROSE : A generalized inverse for matrices. *In Mathematical proceedings of the Cambridge philosophical society*, vol. 51, p. 406–413. Cambridge University Press, 2008.
- D. PERISSIN, A. FERRETTI, R. PIANTANIDA, D. PICCAGLI, C. PRATI, F. ROCCA, A. RUCCI et F. DE ZAN : Repeatpass SAR interferometry with partially coherent targets. *In Proceedings of Fringe*, p. 26–30, 2007.
- C. PRATI, F. ROCCA, A. GUARNIERI et P. PASQUALI : *SAR interferometric techniques and applications*. Rapport technique, 1994.
- R. PRIM : Shortest connection networks and some generalizations. *Bell System Technical Journal*, 36:1389–1401, 1957.
- A. REFICE, F. BOVENGA et R. NUTRICATO : Stepwise approach to InSAR processing of multi-temporal datasets. *In Proceedings of FRINGE*, vol. 3, 2003.
- A. REFICE, F. BOVENGA, R. NUTRICATO, C. DELLE RICERCHE et I. BARI : MST-based stepwise connection strategies for multipass radar data, with application to coregistration and equalization. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 44(8):2029, 2006.
- E. RIGNOT et J. VAN ZYL : Change detection techniques for ERS-1 SAR data. *IEEE Trans. on Geosci. and Remote Sensing*, 1993.
- F. ROCCA : Modeling interferogram stacks. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, 45(10):3289–3299, 2007.
- E. RODRIGUEZ : Maximum likelihood estimation of the interferometric phase from distributed targets. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, 1991.
- E. RODRIGUEZ et J. MARTIN : Theory and design of interferometric synthetic aperture radars. *IEEE Proceedings*, 139(2):147–159, 1992.
- M. SANTORO, J. ASKNE, U. WEGMILLER et C. WERNER : Observations, modeling, and applications of ers-envisat coherence over land surfaces. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 45(8):2600–2611, Aug. 2007.
- R. SCHARROO et P. VISSER : Precise orbit determination and gravity field improvement for the ERS satellites. *J. Geophys. Res.*, 103(C4):8113–8127, 1998.
- M. SCHWABISCH et D. GEUDTNER : Improvement of phase and coherence map quality using azimuth prefiltering : Examples from ERS-1 and X-SAR. *In Geoscience and Remote Sensing Symposium, 1995. IGARSS'95. 'Quantitative Remote Sensing for Science and Applications', International*, vol. 1, p. 205–207. IEEE, 2002.
- M. SEYMOUR et I. CUMMING : Maximum likelihood estimation for SAR interferometry. *In International Geoscience and Remote Sensing Symposium, 1994. IGARSS '94. Surface and Atmospheric Remote Sensing : Technologies, Data Analysis and Interpretation*, vol. 4, p. 2272–2275, août 1994.
- G. SOLAAS et H. LAUR : The Nyquist criterion in SAR images, 1993.
- R. TOUZI et A. LOPES : Statistics of Stockes parameters and of the complex coherence parameters in one-look and multilook speckle field. *IEEE Trans. on Geosci. and Remote Sensing*, 34:519–532, 1996.

- R. TOUZI, A. LOPES, J. BRUNIQUEL et P. VACHON : Coherence estimation for SAR imagery. *IEEE Trans. on Geosci. and Remote Sensing*, 37(1):135–149, 1999.
- J. TOWNSHEND, C. JUSTICE, C. GURNEY et J. MCMANUS : The impact of misregistration on change detection. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 30(5):1054–1060, sep. 1992.
- E. TRUCCO et A. VERRI : Introductory Techniques for 3-D Computer Vision. 1998.
- N. VAN PUYMBROECK, R. MICHEL, R. BINET, J. AVOUAC et J. TABOURY : Measuring earthquakes from optical satellite images. *Applied Optics*, 39:3486–3494, juil. 2000.
- M. WEI et D. SANDWELL : Decorrelation of l-band and c-band interferometry over vegetated areas in california. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 48(7):2942–2952, jul. 2010.
- M. WERMUTH, A. HAUSCHILD, O. MONTENBRUCK et A. JAGGI : TERRASAR-X rapid and precise orbit determination.
- Y. YOON, M. EINEDER, N. YAGUE-MARTINEZ et O. MONTENBRUCK : TerraSAR-X Precise Trajectory Estimation and Quality Assessment. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 47(6):1859–1868, juin 2009.
- H. ZEBKER et J. VILLASENOR : Decorrelation in interferometric radar echoes. *IEEE Trans. on Geosci. and Remote Sensing*, 30(5):950–959, sept. 1992.
- H. ZEBKER, C. WERNER, P. ROSEN et S. HENSLEY : Accuracy of topographic maps derived from ERS-1 interferometric radar. *IEEE Trans. on Geosci. and Remote Sensing*, 32(4):823–836, juil. 1994.
- B. ZITOVÁ et J. FLUSSER : Image registration methods : a survey. *Image and vision computing*, 24:997–1000, 2003.