



**HAL**  
open science

# Étude d'une source d'ions obtenue par extraction et accélération à partir d'une source plasma filaire

R Gueroult

► **To cite this version:**

R Gueroult. Étude d'une source d'ions obtenue par extraction et accélération à partir d'une source plasma filaire. Physique des plasmas [physics.plasm-ph]. Ecole Polytechnique X, 2011. Français. NNT: . pastel-00646821

**HAL Id: pastel-00646821**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00646821>**

Submitted on 30 Nov 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Thèse présentée pour obtenir le grade de  
**Docteur de l'École Polytechnique**

Spécialité:  
**Physique**

par  
**Renaud Gueroult**

---

**Etude d'une source d'ions obtenue par extraction  
et accélération d'ions à partir d'une source plasma  
filaire**

---

Thèse soutenue le 19 septembre 2011 devant le jury composé de :

Pr. Edgar Y. CHOUEIRI	Président	Princeton University
Pr. Jean-Marcel RAX	Directeur de thèse	Ec. Polytechnique & Univ. Paris XI
Dr. Laurent GARRIGUES	Rapporteur	CNRS Université Toulouse III
Pr. Yves PEYSSON	Rapporteur	INSTN - CEA Cadarache
Pr. Catherine KRAFFT	Examineur	Univ. Paris XI
Pr. Christophe LAUX	Examineur	Ec. Centrale Paris
Dr. Stéphane MAZOUFFRE	Examineur	CNRS Orléans
Dr. Denis PACKAN	Examineur	ONERA



# Remerciements

Je voudrais tout d'abord exprimer ma gratitude à Messieurs Laurent Garrigues et Yves Peysson pour avoir accepté d'être les rapporteurs de mon mémoire de thèse. Mes plus vifs remerciements vont également à Monsieur Edgar Choueiri pour avoir traversé l'Atlantique afin de présider mon jury de thèse. Merci également au jury dans son ensemble de bien avoir voulu consacrer une partie de son temps à l'évaluation de mes travaux.

Je tiens à remercier Jean-Marcel Rax pour avoir accepté d'encadrer cette thèse. Les discussions que l'on a pu avoir m'ont permis d'entrapercevoir la multitude de facettes que présente la physique des plasmas, et de constater alors que le chemin à parcourir est encore long avant de pouvoir considérer un sujet spécifique tout en ayant une vue d'ensemble du domaine. Merci d'avoir su, au travers de ces discussions, me pousser à essayer de mettre en perspective mes travaux du moment.

Je souhaite également exprimer ma reconnaissance à Denis Packan pour m'avoir donné la possibilité de travailler sur ce sujet fort passionnant - n'est-il pas ? - que sont les sources plasma filaire. L'envoi de navette spatiale aux confins du système solaire avec cette source demeure encore, comment dirais-je, ... , hypothétique, mais c'est bien la propulsion spatiale qui m'a amené jusqu'à l'Onera, et à la réalisation de cette thèse. Merci d'avoir rendu cela possible.

Vient alors le tour de Paul-Quentin. Un immense merci pour ta constante disponibilité et ton implication malgré un agenda de ministre et aucune obligation autre que ton sacerdoce envers la recherche. Ton suivi à distance de mon travail, et les nombreuses discussions que l'on a pu partager, m'ont été d'une grande aide. Ton enthousiasme a également été un élément moteur non négligeable dans les moments où la motivation se faisait moindre. Je te laisse le bureau et te confie le code PIC et Belzebuth. Fais en bon usage...

Merci aux différents intermittents - de passage, arrivés, ou partis, au cours de ce périple - ayant enrichi mon environnement de travail ces trois années. Jean pour m'avoir toujours offert spontanément une main d'un grand secours au labo. Sara pour l'ambiance sonore, les requêtes de publi, et la compagnie italienne à laquelle il me faut associer Simone, et, par assimilation géographique et compétences linguistiques, Alain. Julien, pour sa spontanéité et le partage de grandes aventures offertes par le RER B. Et je te promets, ce n'est que le début... En même temps, avec cette idée saugrenue de vouloir habiter à Paris... Merci également aux voisins du J3 pour leur bonne humeur, leur accueil, et leur généreuse mise à disposition de l'imprimante : Jean-Baptiste, Thomas, Bertrand...

Merci à la bande de joyeux drilles m'ayant accompagné dans ma tentative, en ces

temps difficiles, de relance de l'économie par le biais d'un investissement dans le houblon belge et irlandais. Fred, Lise, Eddy, Perrine, Chris, ou la fine équipe des barbecs, apéros, voyages, formée bien avant la thèse, et appelée à se prolonger bien après... Ces trois années n'auront peut-être pas été de tout repos, mais il serait bien exagéré d'incriminer la réalisation de nos thèses comme seule responsable... Que de retours en vélib laborieux... de 62 à 18 et 20 min... de tôles à la coinche... de grosses dindes et autres sept tétons... Special thanks à Chris pour le gîte, pour le couvert on repassera... Merci à Mouss pour son soutien délocalisé mais non moins présent. Tu commences à prendre le rythme... Merci également à mon ancestral camarade Verny pour ses passages certes trop peu fréquents mais toujours à propos.

Merci à ma famille pour m'avoir soutenu, accompagné - et supporté ? - dans cette aventure, et plus encore dans celles qui ont précédé. Je n'aurais certainement pas à écrire ces quelques lignes si je n'avais pu bénéficier en temps utile de votre justesse et de votre clairvoyance, permettant d'allier à une autonomie appréciable quelques recadrages opportuns. Que vous en soyez remercié ici. Mention spéciale à mes parents et à ma petite sœur, il est bon de se savoir bien et prochement entouré.

Merci enfin à Marie. Tu as été pour beaucoup dans ma décision de faire une thèse, et ça a été un plaisir que de pouvoir s'accompagner mutuellement sur nos sujets respectifs. Même si je n'ai pas su l'exprimer au quotidien, par non conscience immédiate du fait vraisemblablement de mon penchant naturel limité pour l'introspection lorsque le confort de la situation ne me semble pas l'imposer, le recul me montre que ta présence a été pour beaucoup dans mon équilibre et ma motivation à mener à bien mes projets. La fin de cette thèse clôt un long, beau et fructueux chapitre entamé alors qu'une thèse semblait bien lointaine, le prochain reste à écrire.

*... nous avons une grande force, ... c'est de ne pas savoir exactement ce que nous voulons. De l'incertitude profonde des desseins naît une étonnante liberté de manoeuvre.*

Becket ou l'Honneur de Dieu  
*Jean Anouilh*

# Table des matières

Remerciements . . . . .	iii
Table des matières . . . . .	viii
Notations . . . . .	xvii
<b>Présentation de l'étude</b>	<b>1</b>
<b>I Introduction</b>	<b>5</b>
<b>1 Source plasma filaire</b>	<b>7</b>
1.1 Concept historique . . . . .	8
1.2 Concepts alternatifs et utilisation . . . . .	9
1.3 Source filaire en régime pulsé . . . . .	12
1.4 Source filaire en régime continu . . . . .	13
<b>2 Physique et modélisation numérique d'un plasma basse pression</b>	<b>19</b>
2.1 Des modèles microscopiques aux modèles cinétiques . . . . .	20
2.1.1 Description microscopique . . . . .	20
2.1.2 Équations cinétiques . . . . .	22
2.2 Les méthodes particulières . . . . .	24
2.2.1 Principes mathématiques . . . . .	24
2.2.2 Contraintes inhérentes aux méthodes particulières . . . . .	27
2.3 Modélisation des phénomènes collisionnels . . . . .	30
2.3.1 Collisions particules chargées - particules neutres . . . . .	30
2.3.2 Collisions coulombiennes . . . . .	33
2.3.3 Méthode PIC-MCC . . . . .	33
<b>II Étude et modélisation du fonctionnement d'une décharge filaire en régime continu basse pression</b>	<b>35</b>
<b>3 Étude expérimentale de la source filaire en régime continu</b>	<b>37</b>
3.1 Dispositif expérimental . . . . .	38
3.1.1 Configuration de décharge filaire retenue . . . . .	38
3.1.2 Montage expérimental . . . . .	39
3.2 Comportement caractéristique . . . . .	41
3.2.1 Modes de décharge . . . . .	41

3.2.2	Caractéristiques courant-tension . . . . .	43
3.2.3	Tension d'amorçage . . . . .	45
3.2.4	Spectre d'émission . . . . .	46
3.3	Etude paramétrique . . . . .	47
3.3.1	Influence du gaz utilisé . . . . .	48
3.3.2	Rayon de l'anode filaire $R_a$ . . . . .	50
3.3.3	Rayon de la cathode $R_c$ . . . . .	56
3.4	Synthèse . . . . .	57
<b>4</b>	<b>Développement d'un code PIC/MCC 2d3v</b>	<b>59</b>
4.1	Résolution des équations de champs . . . . .	60
4.1.1	Méthodes de résolution aux éléments finis . . . . .	61
4.1.2	Validation . . . . .	61
4.1.3	Prise en compte du circuit électrique externe . . . . .	65
4.2	Déplacement des particules . . . . .	69
4.2.1	Méthode d'interpolation . . . . .	69
4.2.2	Intégration des éq. du mouvement en coordonnées cylindriques . . . . .	70
4.2.3	Position d'une particule sur le maillage . . . . .	74
4.3	Phénomènes d'émission secondaire . . . . .	76
4.3.1	Émission secondaire par impact de particules lourdes . . . . .	76
4.3.2	Émission secondaire par impact d'électrons . . . . .	78
4.4	Processus collisionnels . . . . .	80
4.4.1	Collisions électron-neutre . . . . .	81
4.4.2	Collisions ion-neutre . . . . .	85
4.4.3	Collisions neutre rapide-neutre . . . . .	86
4.5	Architecture du code . . . . .	86
4.5.1	Implémentation . . . . .	86
4.5.2	Parallélisation . . . . .	87
4.6	Synthèse . . . . .	88
<b>5</b>	<b>Simulation numérique de la source plasma filaire</b>	<b>91</b>
5.1	Paramètres de simulation . . . . .	92
5.1.1	Discrétisation spatiale et temporelle . . . . .	92
5.1.2	Conditions aux limites . . . . .	95
5.2	Validité de la solution numérique obtenue . . . . .	99
5.2.1	Convergence temporelle . . . . .	99
5.2.2	Dépendance de la solution relativement aux conditions initiales . . . . .	100
5.2.3	Convergence en maillage . . . . .	102
5.3	Comparaison des résultats de simulation avec les données expérimentales . . . . .	103
5.3.1	Extension spatiale de la décharge . . . . .	103
5.3.2	Évolution de la tension de décharge en fonction de la pression . . . . .	106
5.4	Analyse critique des résultats de simulation . . . . .	108
5.4.1	Validité de la condition aux limites $\phi_0(r)$ . . . . .	108
5.4.2	Influence de l'émission électronique par impact de particules lourdes à la cathode . . . . .	110

5.4.3	Influence de l'émission électronique par impact d'électrons à l'anode	111
5.5	Synthèse . . . . .	112
<b>6</b>	<b>Fonctionnement de la décharge filaire : modèles physiques</b>	<b>115</b>
6.1	Modélisation de la transition de mode . . . . .	116
6.1.1	Évolution des niveaux de population avec la pression . . . . .	116
6.1.2	Explication phénoménologique de la transition de mode . . . . .	118
6.1.3	Rapprochement des modes contracté/diffus des régimes normal/obstrué d'une décharge luminescente . . . . .	124
6.2	Évolution de la tension de décharge avec la pression . . . . .	126
6.2.1	Équation de conservation de la population électronique . . . . .	126
6.2.2	Adaptation de la décharge à une diminution de la pression . . . . .	127
6.3	Influence des conditions de décharge sur les propriétés des ions impactant la cathode . . . . .	132
6.3.1	Fonction de distribution en vitesse radiale des ions . . . . .	133
6.3.2	Fonction de distribution en vitesse orthoradiale des ions . . . . .	136
6.3.3	Fonction de distribution en vitesse axiale des ions . . . . .	137
6.4	Synthèse . . . . .	139
<b>III</b>	<b>Étude et modélisation d'une source d'ions développée sur la base d'une source plasma filaire</b>	<b>141</b>
<b>7</b>	<b>Conception et étude expérimentale d'une source d'ions obtenue à par- tir d'une décharge filaire</b>	<b>143</b>
7.1	Design de la source d'ions . . . . .	144
7.1.1	Principe de fonctionnement . . . . .	144
7.1.2	Configuration retenue . . . . .	146
7.1.3	Montage expérimental . . . . .	147
7.2	Moyens d'acquisition permettant la caractérisation de la source . . . . .	148
7.2.1	Banc de mesure . . . . .	148
7.2.2	Identification d'un jeu de paramètres optimal pour l'acquisition . . . . .	151
7.3	Étude expérimentale des propriétés de la source d'ions . . . . .	155
7.3.1	Dispersion en énergie . . . . .	155
7.3.2	Dispersion spatiale du faisceau . . . . .	160
7.4	Synthèse . . . . .	167
<b>8</b>	<b>Simulation numérique des propriétés de faisceau</b>	<b>169</b>
8.1	Étude paramétrique des propriétés de faisceau . . . . .	170
8.1.1	Approche numérique retenue . . . . .	170
8.1.2	Validation du modèle . . . . .	172
8.1.3	Évolution des propriétés de faisceau . . . . .	175
8.2	Modélisation PIC/MCC des zones d'extraction et d'accélération . . . . .	178
8.2.1	Paramètres du modèle . . . . .	179
8.2.2	Influence des effets de charge d'espace . . . . .	186

8.2.3	Influence des effets collisionnels . . . . .	190
8.3	Synthèse . . . . .	198
<b>9</b>	<b>Évaluation des performances : application à la propulsion spatiale</b>	<b>201</b>
9.1	Poussée . . . . .	202
9.2	Impulsion spécifique . . . . .	204
9.3	Efficacité énergétique . . . . .	207
9.4	Synthèse . . . . .	209
<b>Conclusion</b>		<b>211</b>
Contribution de l'étude . . . . .		211
Perspectives . . . . .		213
<b>Bibliographie</b>		<b>225</b>
<b>A</b>	<b>Hiérarchie B.B.G.K.Y</b>	<b>227</b>
<b>B</b>	<b>Caractéristiques I-V de la source filaire dans différents gaz</b>	<b>231</b>
<b>C</b>	<b>Formulation variationnelle du problème mixte pour l'équation de Poisson</b>	<b>237</b>
<b>D</b>	<b>Méthode de Ferrari</b>	<b>239</b>
<b>E</b>	<b>Écoulement ionique limité par charge d'espace en régime collisionnel intermédiaire</b>	<b>243</b>
<b>F</b>	<b>Articles publiés dans des revues à comité de lecture</b>	<b>249</b>
	Particle in cell modeling of the observed modes of a dc wire discharge, <i>J. Phys. D : Appl. Phys.</i> , 43(36) :365204, 2010 . . . . .	251
	A narrow band, variable energy ion source derived from a wire plasma source, <i>PSST</i> , 20(4) :045006, 2011 . . . . .	263

# Table des figures

1.1	Schéma de principe de la source à fil . . . . .	8
1.2	Décroissance radiale logarithmique du potentiel laplacien en géométrie fil-cylindre . . . . .	9
1.3	Configuration à deux fils de la source filaire . . . . .	10
1.4	Principe général de fonctionnement d'un canon à électron à émission secondaire . . . . .	11
1.5	Mécanisme de Townsend : cascade électronique . . . . .	14
1.6	Trajectoire d'un électron émis à la cathode pour différentes intensités de champ magnétique . . . . .	16
1.7	Modes de décharge identifiés par Pigache . . . . .	17
2.1	Processus itératif de résolution de type Particle In Cell (PIC) . . . . .	28
2.2	Processus itératif de résolution de type PIC-MCC . . . . .	34
3.1	Schéma de la configuration filaire retenue . . . . .	38
3.2	Montage expérimental utilisé pour l'étude de la source plasma filaire en régime continu. . . . .	40
3.3	Étendue spatiale et profil longitudinal d'émission sur l'axe de la décharge . . . . .	41
3.4	Tension de décharge en fonction de la pression . . . . .	42
3.5	Caractéristiques courant-tension de la source plasma filaire en régime continu dans l'hélium. Un agrandissement met en évidence le fait que la résistivité du plasma est légèrement négative à haute pression au delà d'un courant limite. . . . .	44
3.6	Régime pulsé induit par la régulation de l'alimentation pour une résistance négative du plasma . . . . .	45
3.7	Tension d'amorçage dans l'hélium en fonction de la pression . . . . .	46
3.8	Signature spectrale de la décharge filaire dans l'hélium . . . . .	47
3.9	Comparaison de l'allure des caractéristiques I-V dans différents gaz pour une même pression . . . . .	48
3.10	Influence du rayon du fil sur la tenue en pression . . . . .	51
3.11	Dérive de la tension de décharge observée à basse pression pour de faibles rayons d'anode . . . . .	51
3.12	Puissance dissipée par rayonnement pour différents rayons de fil et résistance du fil en fonction de la température. . . . .	52
3.13	Profil de densité de neutres résultant du chauffage de l'anode filaire dans l'hypothèse d'un régime purement inertiel . . . . .	53

3.14	Décharge filaire dans l'hélium pour un rayon de cathode de 40 cm . . . .	56
4.1	Potentiel électrique pour une distribution cylindrique uniforme de charge	62
4.2	Cas test pour le solveur éléments finis . . . . .	63
4.3	Distribution de potentiel obtenue par calcul Comsol® et erreur relative commise par le code pour différents cas de charge . . . . .	64
4.4	Caractéristique courant-tension typique d'une décharge continue . . . .	66
4.5	Pondération surfacique retenue pour l'interpolation 2D . . . . .	70
4.6	Conservation de l'énergie lors de l'avancement des particules . . . . .	72
4.7	Fonction de distribution de l'erreur relative commise sur l'énergie totale	73
4.8	Intersection de la trajectoire parabolique d'une particule au cours d'un pas de temps avec la frontière de la cellule courante. . . . .	76
4.9	Sections efficaces de collision correspondant aux différents processus . .	82
4.10	Angle de déviation pour une collision élastique en fonction de l'énergie de l'électron incident. . . . .	83
4.11	Distribution de l'énergie entre l'électron diffusé et l'électron créé pour l'ionisation par impact d'électron . . . . .	84
4.12	Boucle itérative type PIC-MCC partiellement parallélisée. . . . .	87
5.1	Maillage du domaine de calcul utilisé pour la simulation de la décharge filaire . . . . .	94
5.2	Conditions aux limites utilisées pour la simulation de la source plasma filaire. . . . .	96
5.3	Conditions aux limites pour les particules . . . . .	97
5.4	Convergence de la simulation vers un état stationnaire . . . . .	100
5.5	Indépendance de la solution par rapport au choix de la charge surfacique initiale à l'anode . . . . .	101
5.6	Erreur relative commise sur la tension de décharge pour deux maillages distincts . . . . .	103
5.7	Transformée d'Abel des taux volumiques d'excitation obtenus numéri- quement . . . . .	104
5.8	Profils d'émission axiaux en $r = R_a$ traduisant l'extension axiale du plasma obtenus expérimentalement et par simulation numérique . . . .	105
5.9	Elargissement du profil résultant de la diffusion sur la paroi interne de la cathode. . . . .	106
5.10	Profils d'émission normalisés correspondant aux photons diffusés et non diffusés atteignant le capteur de l'appareil photo . . . . .	107
5.11	Évolution de la tension de décharge avec la pression pour un courant de décharge de 1 mA . . . . .	108
5.12	Évolution du débit d'électrons au travers des trous et du courant de fuite en fonction de la pression. . . . .	109
5.13	Influence de l'émission secondaire par impact d'électrons à l'anode . . .	112
6.1	Évolution des niveaux de population de chacune des espèces avec la pression . . . . .	117

6.2	Trajectoire typique d'un ion créé par impact électronique au sein de la décharge. . . . .	118
6.3	Profil de potentiel électrique réduit correspondant à un régime limité par charge d'espace et profils obtenus par simulation particulière pour différentes pressions de fonctionnement . . . . .	120
6.4	Évolution de la distribution spatiale du potentiel électrique réduit avec la pression . . . . .	121
6.5	Profils de champ électrique dans le plan axial médian en fonction du rayon réduit pour diverses conditions de pression . . . . .	125
6.6	Fonction de distribution en énergie des électrons pour différentes pressions et taux d'ionisation . . . . .	128
6.7	Évolution de l'énergie électronique moyenne en fonction de la tension de décharge . . . . .	129
6.8	Évolution de la fréquence de collection des électrons à l'anode en fonction de la tension de décharge . . . . .	130
6.9	Évolution de la fréquence de collection électronique en fonction de la pression . . . . .	131
6.10	Fonctions de distribution en vitesse selon la direction radiale pour différentes pressions . . . . .	134
6.11	Évolution de la chute de potentiel normalisée en fonction du rapport entre le taux d'ionisation au rayon $r$ et le taux d'ionisation total de la décharge pour différentes pressions . . . . .	135
6.12	Fonctions de distribution en vitesse selon la direction orthoradiale pour différentes pressions . . . . .	136
6.13	Évolution de la vitesse orthoradiale normalisée à la cathode en fonction de la pression . . . . .	137
6.14	Fonctions de distribution en vitesse selon la direction axiale pour différentes pressions . . . . .	138
6.15	Évolution de la fonction de distribution en vitesse axiale avec le courant de décharge pour une pression donnée . . . . .	139
7.1	Érosion par impact ionique de l'électrode accélératrice d'un canon à électrons à émission secondaire . . . . .	145
7.2	Principe de fonctionnement de la source d'ions . . . . .	145
7.3	Principe de fonctionnement de la source d'ions . . . . .	147
7.4	Installation de la source d'ions sur le caisson à vide . . . . .	148
7.5	Schéma du RPA à quatre grilles utilisé . . . . .	149
7.6	Photographie de l'analyseur à potentiel retardateur. . . . .	150
7.7	Schéma du montage expérimental complet . . . . .	151
7.8	Influence des potentiels de grille. . . . .	152
7.9	Influence de la fréquence d'acquisition . . . . .	155
7.10	Fonctions de distribution en vitesse obtenues au moyen de l'analyseur à potentiel retardateur pour chacun des modes de décharge de la source plasma filaire. . . . .	156
7.11	Fonction de distribution en vitesse d'un faisceau d'ions $Xe^+$ . . . . .	157

7.12	Fonction de distribution en vitesse mesurée aux cotés de la courbe correspondant à la somme de fonctions de distribution PIC-MCC obtenues pour des tensions de décharge suivant une distribution gaussienne . . .	159
7.13	Champ de densité de courant et de densité de courant normalisée d'un faisceau d'ions $\text{He}^+$ . . . . .	161
7.14	Iso-contours de la fonction de distribution en vitesse le long des axes $y$ et $x$ . . . . .	162
7.15	Image du faisceau d'ions formée par la lentille électrostatique . . . . .	163
7.16	Champs de densité de courant normalisée pour des conditions de décharge de la source plasma filaire dans l'hélium données et deux tensions d'accélération $V_f$ distinctes . . . . .	164
7.17	Distribution de lignes iso-potentiel au sein du système obtenue pour un calcul laplacien . . . . .	165
7.18	Champs de densité de courant normalisée dans le plan $\mathcal{A}$ de faisceaux d'ions $\text{Ar}^+$ and $\text{Xe}^+$ . . . . .	166
7.19	Champs de densité de courant normalisée dans le plan $\mathcal{A}$ de faisceaux d'ions $\text{Xe}^+$ . . . . .	166
8.1	Domaine de calcul utilisé pour la simulation tri-dimensionnelle de trajectoires ioniques . . . . .	171
8.2	Potentiel électrique et trajectoires ioniques émises à partir de la source plasma filaire . . . . .	171
8.3	Densité de courant de faisceau d'ions hélium sur l'axe en fonction de la tension d'accélération pour différentes valeurs de courant source . . . . .	172
8.4	Champs de potentiel électrique et de taux d'ionisation volumique au sein de la source plasma filaire . . . . .	174
8.5	Densité de courant de faisceau obtenue par simulation numérique avec et sans prise en compte de la charge d'espace . . . . .	175
8.6	Évolution de la densité de courant en fonction de la tension d'accélération pour différentes distances inter-électrodes . . . . .	176
8.7	Évolution de la densité de courant en fonction de la tension d'accélération pour différentes profondeurs de diaphragme . . . . .	177
8.8	Influence de la distance inter-électrodes et de la profondeur du diaphragme sur les propriétés de faisceau . . . . .	178
8.9	Domaine de calcul utilisé pour la modélisation particulière de la source d'ions . . . . .	179
8.10	Champ de densité de neutres au sein du domaine de simulation . . . . .	180
8.11	Évolution du coefficient d'émission secondaire électronique par impact d'ions hélium avec l'énergie cinétique de l'ion incident . . . . .	182
8.12	Interface entre les domaines de calcul particuliers . . . . .	183
8.13	Maillage du domaine de calcul pour la modélisation particulière du faisceau d'ions . . . . .	185
8.14	Distribution spatiale de potentiel de charge d'espace au sein du domaine de calcul obtenue en négligeant les phénomènes collisionnels et d'émission secondaire électronique . . . . .	187

---

8.15	Distribution spatiale de potentiel de charge d'espace au sein du domaine de calcul . . . . .	189
8.16	Contribution de la charge d'espace au champ de potentiel électrique . .	190
8.17	Distributions spatiales de densité de courant et de densité de courant normalisée dans le plan de sortie . . . . .	191
8.18	Iso-contours de la fonction de distribution en vitesse en fonction du rayon dans le plan de sortie du domaine . . . . .	192
8.19	Fonction de distribution en vitesse sur l'axe. . . . .	193
8.20	Iso-contours de la fonction de distribution en vitesse intégrée radialement en fonction de la coordonnée axiale . . . . .	194
8.21	Composante axiale du champ électrique laplacien au sein du diaphragme obtenue par simulation PIC et au moyen d'un logiciel commercial . . .	195
8.22	Fonctions de distribution en vitesse axiale obtenues expérimentalement pour différentes pression de source . . . . .	196
8.23	Justification de l'allure de la fonction de distribution en vitesse axiale .	197
9.1	Poussée produite par le faisceau d'ions et Isp en fonction de l'énergie cinétique des ions pour différents courants de faisceau . . . . .	203
9.2	Isp réelle pour différentes valeurs de rayon de diaphragme et de poussée du seul faisceau d'ions . . . . .	206
9.3	Évolution de l'efficacité énergétique avec le rayon de cathode . . . . .	208
9.4	Évolution de l'efficacité énergétique et de la poussée en fonction du courant de décharge et de la tension d'accélération . . . . .	209
B.1	Caractéristiques courant-tension dans l'hélium . . . . .	232
B.2	Caractéristiques courant-tension dans le néon . . . . .	233
B.3	Caractéristiques courant-tension dans l'argon . . . . .	234
B.4	Caractéristiques courant-tension dans le xénon . . . . .	235
B.5	Caractéristiques courant-tension dans l'air . . . . .	236
C.1	Domaine de calcul pour la résolution de l'équation de Poisson . . . . .	237
E.1	Erreur relative pour différent fits de $C(t)$ . . . . .	246



# Liste des tableaux

2.1	Tableau récapitulatif des contraintes inhérentes à la modélisation particulaire . . . . .	29
3.1	Pression moyenne de transition de mode sur la plage $I_s \in [0, 2]$ mA. . .	49
3.2	Valeur du saut de tension observé à la transition de mode. . . . .	50
3.3	Pression de transition dans l'hélium pour différents rayons d'anode et un courant de décharge $I_s = 1$ mA. . . . .	50
4.1	Erreur relative commise par le solveur relativement à la solution analytique	62
4.2	Coefficients de <i>fit</i> utilisés pour le modèle d'émission secondaire par impact électronique. . . . .	80
4.3	Processus collisionnels pris en compte pour les simulations numériques.	81
5.1	Dimensions de la source filaire utilisées pour le modèle numérique. . .	92
5.2	Conditions de simulations utilisées pour comparaison avec les données expérimentales . . . . .	103
5.3	Débit d'électrons au travers des perçages des plaques de bout et courant de fuite équivalent pour diverses conditions de décharge. . . . .	110
6.1	Comparatif des épaisseurs de gaine à la transition de mode obtenues par simulation numérique et au moyen du modèle de Child-Langmuir collisionnel . . . . .	122
6.2	Données expérimentales étayant la justification de l'évolution de la pression de transition de mode avec la masse du gaz . . . . .	123
6.3	Tensions de décharge obtenues par simulation numérique pour différents rayons d'anode et différents rayons de perçage des plaques de bout . . .	132
7.1	Dimensions de la source filaire utilisée au sein de la source d'ions. . . .	146
7.2	Principales dimensions du dispositif d'extraction et accélération. . . . .	146
7.3	Largeur à mi-hauteur mesurée pour différentes tensions d'accélération .	159
7.4	Rayon des cylindres enveloppant respectivement 50 et 80 pour-cent du courant total d'un faisceau d'ions $\text{He}^+$ pour diverses tension d'accélération $V_f$ . . . . .	160
7.5	Rayon des cylindres enveloppant respectivement 50 et 80 pour-cent du courant total d'un faisceau d'ions $\text{Xe}^+$ pour diverses tension d'accélération $V_f$ . . . . .	167

8.1	Tension de décharge $V_d$ mesurée dans l'hélium lors de l'extraction d'ions	173
8.2	Courant d'ions impactant l'électrode accélératrice en fonction de la tension d'accélération . . . . .	178
9.1	Isp d'un propulseur gaz froid en fonction du gaz utilisé . . . . .	205

# Notations

$\alpha$	$[\text{m}^{-1}]$	: Premier coefficient de Townsend
$\gamma$	[1]	: Second coefficient de Townsend
$\delta\phi$	[V]	: Chute de potentiel électrique
$\delta R$	[m]	: Espace inter-électrodes
$\delta t$	[s]	: Pas de temps
$\epsilon$	[J]	: Énergie cinétique
$\epsilon_0$	$[\text{F.m}^{-1}]$	: Permittivité du vide
$\zeta$	$[\text{m}^3.\text{s}^{-1}]$	: Taux de collision réduit
$\lambda$	[m]	: Libre parcours moyen
$\lambda_D$	[m]	: Longueur de Debye
$\mu_0$	$[\text{H.m}^{-1}]$	: Perméabilité du vide
$\nu$	$[\text{s}^{-1}]$	: Fréquence de collision
$\rho_i$	$[\text{C.m}^{-3}]$	: Densité de charge volumique de l'espèce $i$
$\sigma$	$[\text{m}^2]$	: Section efficace de collision
$\sigma_c$	$[\text{S.m}^{-1}]$	: Conductivité
$\sigma_s$	$[\text{C.m}^{-2}]$	: Charge surfacique
$\phi_a$	[V]	: Potentiel électrique d'anode pour une décharge filaire
$\omega_p$	$[\text{s}^{-1}]$	: Pulsation plasma
$\mathbf{B}$	[T]	: Vecteur champ magnétique
$\mathbf{E}$	$[\text{V.m}^{-1}]$	: Vecteur champ électrique
$E$	[J]	: Énergie
$e$	[C]	: Charge élémentaire
$E_i$	[J]	: Énergie d'ionisation
$f$	[1]	: Fonction de distribution
$H^m(\Omega)$	[-]	: Espace de Sobolev d'ordre $m$
$I_c$	[A]	: Courant sur l'électrode accélératrice
$I_f$	[A]	: Courant de faisceau
$I_{RPA}$	[A]	: Courant mesuré sur l'analyseur à potentiel retardateur (RPA)
$I_s$	[A]	: Courant de source
$j$	$[\text{A.m}^{-2}]$	: Densité de courant
$L$	[m]	: Longueur de la source plasma filaire
$L^2(\Omega)$	[-]	: Ensemble des fonctions de carré intégrable sur $\Omega$
$n_e$	$[\text{m}^{-3}]$	: Densité électronique
$n_g$	$[\text{m}^{-3}]$	: Densité de neutres

---

$n_i$	$[\text{m}^{-3}]$	: Densité ionique
$\mathbf{p}$	$[\text{kg.m.s}^{-1}]$	: Vecteur quantité de mouvement
$P$	$[\text{J.s}^{-1}]$	: Puissance électrique
$p$	$[\text{N.m}^{-2}]$	: Pression
$r$	$[\text{m}]$	: Coordonnée radiale
$R_a$	$[\text{m}]$	: Rayon d'anode filaire
$R_c$	$[\text{m}]$	: Rayon de cathode pour une décharge filaire
$R_d$	$[\text{m}]$	: Rayon du diaphragme d'extraction
$R_e$	$[\text{m}]$	: Rayon de perçage de l'électrode accélératrice
$R_{end}$	$[\text{m}]$	: Rayon de perçage des plaques de bout
$T$	$[\text{K}]$	: Température
$T_e$	$[\text{K}]$	: Température électronique
$T_i$	$[\text{K}]$	: Température ionique
$\mathbf{v}$	$[\text{m.s}^{-1}]$	: Vecteur vitesse
$v$	$[\text{m.s}^{-1}]$	: Norme du vecteur vitesse
$V_d$	$[\text{V}]$	: Tension de décharge
$V_f$	$[\text{V}]$	: Tension de faisceau
$V_s$	$[\text{V}]$	: Tension de source
$\mathbf{x}$	$[\text{m}]$	: Vecteur position
$z$	$[\text{m}]$	: Coordonnée axiale
$s$	$[-]$	: Grandeur relative à la source plasma filaire
$f$	$[-]$	: Grandeur relative au faisceau d'ions

*"You know that I write slowly. This is chiefly because I am never satisfied until I have said as much as possible in a few words, and writing briefly takes far more time than writing at length."*

Carl Friedrich Gauss (1777-1855)

## Présentation de l'étude

Les sources d'ions sont de nos jours utilisées dans de nombreux domaines : applications médicales, analyse non destructive de matériau, gravure et dépôt en micro/nanotechnologies, propulsion spatiale, fusion inertielle... Ces nombreuses applications requièrent des sources d'ions aux propriétés (type de particule, courant, énergie, fréquence, étendue spatiale...) très variées. Le large spectre de ces propriétés fait qu'il s'est développé pratiquement autant de type de source d'ions que d'applications. En effet, pour obtenir des caractéristiques aussi diverses, les principes physiques sur lesquels reposent ces sources sont tout aussi variés : décharge luminescente, laser, radiofréquence, résonance cyclotron, cathode creuse... Ces sources sont donc très peu transposables d'une application à une autre. La conception et construction d'une source d'ions fonctionnant indifféremment avec un large choix de particules, délivrant un courant modulable dans un faisceau quasi monoénergétique et peu divergent, dont l'énergie peut être également modulée sur une large gamme, aurait donc un caractère relativement singulier.

Dès les années 1960, Fitch *et al.* [1], puis Fitch et Rushton [2], mirent en avant la possibilité de générer un faisceau d'ions par simple extraction d'ions à partir d'une source plasma filaire [3] (wire induce plasma source - WIPS). La source, dans ce cas utilisée dans une configuration à deux fils [4] en régime continu à basse pression, produit des ions qui sont simplement extraits au travers d'une ouverture réalisée dans la cathode. Néanmoins, une source d'ions reposant sur la simple extraction d'ions au travers d'une ouverture réalisée dans la cathode est relativement limitée du fait de la limitation en énergie du faisceau ainsi produit. En effet, l'énergie du faisceau d'ion est nécessairement inférieure à la tension existant aux bornes de la décharge, or l'augmentation de celle-ci se traduit par une augmentation proportionnelle de la puissance électrique requise, et cela alors que seule une fraction de cette puissance consommée est transmise au faisceau.

A la même période, Clark et Dunning [5] adaptèrent le concept de canon à électrons à émission secondaire (Secondary emission electron gun - SEEG) proposé par Pigache et Fournier [6] à une source plasma filaire. Dans ce type de canons à électrons, des électrons créés par émission secondaire par impact d'ions extraits d'un plasma filaire - de manière analogue à l'extraction réalisée dans le canon à ions de Rushton *et al.* - sont accélérés par une électrode polarisée négativement. Selon les conditions de fonctionnement de la source plasma filaire (régime continu ou pulsé, courant, pression du gaz, ...), des courants d'électrons allant de quelques milliampères [7] à plusieurs centaines d'ampères [8–10] sous la forme de faisceaux relativement collimatés, et pour lequel l'énergie peut être facilement modulée, ont ainsi été produits. La forte dépendance des propriétés de faisceaux relativement aux conditions de décharge de la source plasma conduisit à l'étude de cette source. Pigache [7] mit en évidence expérimentalement l'existence de deux modes de décharge pour la configuration à un fil à basse pression et en régime continu pour une densité linéique de courant de quelques milliampères par centimètre. Hotta *et al.* [11] identifièrent d'autres modes de décharge pour une configuration voisine à plus haute pression. Plus récemment, Makarov *et al.* étudièrent expérimentalement [12] le régime pulsé à fort courant de la source et proposèrent une modélisation de son fonctionnement [13, 14].

L'ensemble de ces travaux indique que la modularité des canons à électrons à émission secondaire est la conséquence de deux phénomènes distincts. D'une part les conditions de fonctionnement de la source plasma et la géométrie de la zone d'extraction conditionnent le courant d'ions extraits et donc le courant de faisceau. D'autre part la possibilité de varier le potentiel de polarisation de l'électrode d'accélération permet de moduler l'énergie du faisceau. Néanmoins, du fait de la forte dépendance des propriétés de faisceau relativement aux conditions de fonctionnement de la source plasma, il est impératif de maîtriser les paramètres de ce plasma en vue de pouvoir optimiser le faisceau.

Il est donc envisagé dans cette étude de tirer partie des avantages propres à ces canons à émission secondaires en ajoutant au concept de canon à ions présenté par Rushton *et al.* le principe d'accélération propre aux canons à électrons. Les ions extraits du plasma et accélérés vers l'électrode polarisée ne servent plus alors à la production d'électrons par émission secondaire mais sont extraits au travers d'une ouverture réalisée dans cette électrode.

L'étude consiste à modéliser le plasma créé lors d'une décharge filaire en régime continu basse pression et bas courant afin notamment d'identifier les conditions optimales pour l'extraction d'ions, et par la suite de caractériser le faisceau d'ions obtenu par accélération d'ions extraits de ce plasma.

Le document s'organise en trois parties. Dans une première partie introductive, le concept de source plasma filaire ainsi que ses principales caractéristiques sont introduits [Chapitre 1], puis les moyens permettant de décrire un tel plasma sont présentés [Chapitre 2].

Dans une seconde partie, les spécificités d'une source plasma filaire sont étudiées. Pour ce faire, une étude expérimentale de la source filaire en régime continu basse pression ( $10^{-5}$ – $10^{-2}$  mbar) et bas courant ( $\sim 1$  mA) est réalisée afin d'acquérir des données macroscopiques (courant, tension, distribution spatiale de l'excitation,..) caractérisant

la décharge [Chapitre 3]. Dans un deuxième temps, un code particulière 2d/3v est développé afin d'obtenir un outil de simulation adapté à la modélisation numérique du fonctionnement de la source filaire, permettant ainsi d'avoir accès au comportement microscopique - fonctions de distribution des particules - dans le régime considéré [Chapitre 4]. Ce code numérique est alors validé en confrontant les résultats de simulations aux données expérimentales sur différents critères. En particulier, la capacité du code numérique à reproduire les différents modes de décharge existants ainsi que l'évolution de la tension aux bornes de la décharge en fonction de la pression est analysée [Chapitre 5]. À la lumière des simulations numériques, un modèle de la transition de mode existant au sein de la décharge est proposé et confronté aux résultats numériques et expérimentaux [Chapitre 6]. Ces travaux ont donné lieu à une publication [15] et à une communication orale en conférence [16].

La troisième partie est consacrée au développement d'une source d'ions développée sur la base de la source plasma filaire précédemment étudiée. Un prototype de canon à ions obtenu par extraction et accélérations d'ions à partir de la source plasma filaire est ainsi proposé et étudié expérimentalement afin de mettre en lumière l'influence des conditions de décharge sur les propriétés du faisceau d'ions (distribution en énergie, focalisation, ...). Pour ce faire un analyseur à potentiel retardateur (Retarding Potential Analyser - RPA) est placé sur une platine mobile trois axes, de sorte de pouvoir scanner sous vide le faisceau d'ions pour diverses conditions [Chapitre 7]. Ces travaux ont donné lieu à une publication [17]. Une étude numérique de la zone d'accélération est alors réalisée à deux fins : d'une part de corroborer les données expérimentales, d'autre part d'étudier de quelle manière une modification de différents paramètres géométriques de la source peut être utilisée afin d'optimiser les propriétés de faisceau [Chapitre 8]. Ces travaux ont donné lieu à une communication orale en conférence [18]. Pour finir, le potentiel applicatif de cette source d'ions est illustré au travers de la caractérisation de ses performances actuelles en vue de son utilisation comme propulseur spatial, et différentes optimisations possibles sont identifiées [Chapitre 9].



# Première partie

## Introduction



*“Une erreur originale vaut mieux qu’une vérité banale.”*

Fiodor Dostoïevski (1821-1881)

# 1

## Source plasma filaire

**Résumé.** Le concept de source plasma filaire présente un intérêt de par sa capacité à produire un plasma de décharge à basse pression ( $\sim 10^{-5}$  mbar) pour une tension de décharge limitée ( $\sim 1$  kV), et ce de manière purement électrostatique. Un tel dispositif possède en théorie un potentiel applicatif similaire à celui d’autres sources plasma basse pression type magnétron par exemple, sans avoir les inconvénients induits par la nécessité de générer un champ magnétique.

On commencera par présenter le concept original de source plasma filaire, puis l’on identifiera les différentes évolutions du concept original proposées afin de répondre aux besoins applicatifs. Ces différents besoins nous amèneront à distinguer deux régimes de fonctionnement de la source plasma : pulsé et continu. Ces deux régimes de fonctionnement seront alors utilisés comme axes naturels afin de présenter l’état des connaissances.

### Sommaire

---

1.1	Concept historique . . . . .	8
1.2	Concepts alternatifs et utilisation . . . . .	9
1.3	Source filaire en régime pulsé . . . . .	12
1.4	Source filaire en régime continu . . . . .	13

---

La spécificité d'une décharge électrique dans un gaz à basse pression réside dans le fait que le libre parcours moyen  $\lambda$  des électrons, *i. e.* la distance moyenne qu'un électron parcourt entre deux collisions successives, est supérieur aux dimensions caractéristiques de la décharge. Les électrons ont ainsi tendance à passer d'une électrode à l'autre sans ioniser le gaz. Il est donc impératif de confiner les électrons de sorte que la distance moyenne parcourue par un électron présent au sein de la décharge soit supérieure au libre parcours moyen, et qu'ainsi puissent être formées de nouvelles paires ion/électron permettant le maintien de la décharge. Cette condition, dites de Schottky (voir par exemple Rax [19], s'exprime mathématiquement sous la forme

$$l = \sqrt{\lambda_i(T_e)\lambda_c(T_e)}, \quad (1.1)$$

où  $T_e$  est la température électronique,  $\lambda_i$  et  $\lambda_c$  sont les libres parcours moyen d'ionisation et de transfert d'impulsion et  $l$  est l'extension spatiale de l'enceinte.

Une méthode classiquement utilisée pour augmenter la distance moyenne parcourue par un électron est le recours à un confinement magnétique, la décharge étant alors une décharge dite de Penning ou encore magnétron. Le principal inconvénient de ce type de décharge est la complexité induite par l'ajout de bobines électriques assurant la génération du champ magnétique.

Une alternative au confinement magnétique de type Penning est un confinement purement électrostatique tel que rencontré au sein d'une décharge filaire. Dans la mesure où l'on s'intéresse ici au confinement des électrons, donc à l'augmentation de leur temps de résidence au sein de la décharge et non pas à leur piégeage strict, une solution purement électrostatique n'est pas en contradiction avec le théorème d'Earnshaw [20] démontrant l'impossibilité de maintenir une particule dans un équilibre stable au moyen d'un seul champ électrostatique.

## 1.1 Concept historique

Les premières apparitions du concept de décharge filaire remontent aux années 1960 et aux travaux expérimentaux de McClure [3]. Ce dernier démontre que le confinement électronique propre à une configuration d'électrodes fil-cylindre permet l'établissement d'une décharge électrique dans un gaz à faible pression. Le dispositif expérimental de

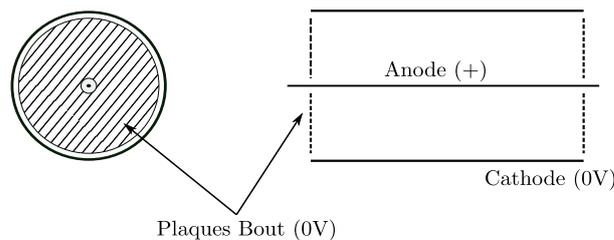


FIGURE 1.1: Schéma de principe de la source à fil

McClure présenté figure 1.1 consiste simplement en une électrode filaire de faible rayon portée à un potentiel positif (anode) et placée sur l'axe d'une cavité cylindrique reliée à la masse (cathode). Cette géométrie d'électrodes - transposition aux électrons du piège à ions de Kingdon [21] - donne lieu à un confinement électrostatique des électrons

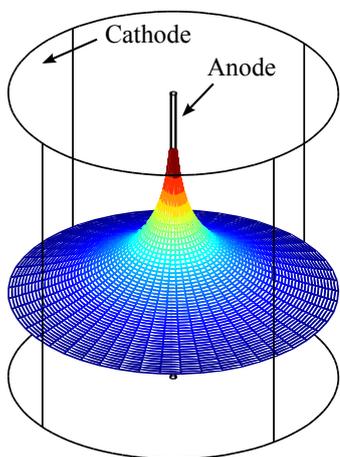


FIGURE 1.2: Décroissance radiale logarithmique du potentiel laplacien en géométrie fil-cylindre.

dans le plan perpendiculaire au cylindre. Les électrons évoluant au sein du potentiel logarithmique (voir figure 1.2) ainsi généré décrivent en effet dans ce plan des orbites autour de l'anode filaire [22]. Afin de confiner les électrons dans la direction parallèle à l'axe du cylindre, des disques métalliques reliés à la masse sont placés à chaque extrémité du cylindre. Ces disques sont percés en leur centre de sorte de laisser une ouverture suffisante au passage du fil. En utilisant un tel dispositif, McClure montre qu'il est possible de réaliser une décharge électrique dans un gaz de Deutérium à  $10^{-5}$  mbar et ce pour une tension d'anode de l'ordre du millier de Volts. La possibilité d'abaisser la tension de décharge par le biais d'une diminution du rayon de ces percages ou de l'utilisation d'un fil de plus faible rayon fut observée expérimentalement dès cette première étude.

Le fonctionnement à basse pression de la source filaire repose sur l'utilisation d'une anode filaire de très faible rayon ( $\sim 100 \mu\text{m}$ ) permettant de limiter la fraction d'électrons ayant une trajectoire impactant directement l'anode. Néanmoins, l'utilisation d'anodes de faibles rayons impose de limiter le courant de décharge à quelques dizaines de milliampères en régime continu. Le fonctionnement au delà de ces valeurs de courant entraîne en effet un échauffement important du fil par bombardement électronique, échauffement pouvant mener à la destruction du fil.

## 1.2 Concepts alternatifs et utilisation

Le concept historique implique donc la recherche d'un compromis entre la pression limite de fonctionnement et le courant maximal. Ce compromis se traduit par le choix d'un rayon d'anode adapté. Différentes évolutions du concept original ont néanmoins été proposées afin de tenter de contourner cette limitation.

Une solution consiste en l'ajout d'une composante de champ magnétique parallèle à l'axe du cylindre permettant de limiter l'intersection des orbites électroniques avec le fil. En effet, la présence d'un champ magnétique, au travers de la force de Lorentz  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ , tend à éloigner les électrons du fil, et donc à améliorer le confinement des électrons. Cela permet d'abaisser la tension d'allumage pour une pression donnée [23, 24], ou encore de diminuer la pression limite de fonctionnement de la source. On peut donc dans une certaine mesure augmenter le rayon d'anode tout en conservant une pression limite de fonctionnement constante en augmentant le champ magnétique. Néanmoins l'ajout d'un champ magnétique retire à la source filaire un de ses principaux avantages,

à savoir sa simplicité.

Une autre solution repose sur l'utilisation de plusieurs anodes filaires (voir figure 1.3) au sein de la cavité cathodique. Ce montage présente un double avantage. Le premier, relativement immédiat, est de réduire le courant par fil pour un même courant total. Le second, mis en évidence par McIlraith [4] pour une configuration à deux fils, est d'abaisser la pression limite de fonctionnement. L'auteur montre ainsi que dans une telle configuration les trajectoires électroniques passent majoritairement entre les fils, limitant ainsi les pertes électroniques. En effet, puisque les lignes de champ électrique loin du centre sont pratiquement radiales, les électrons émis de la cathode acquièrent principalement une vitesse radiale. Proche du centre, les lignes de champ électrique se courbent pour se refermer sur les anodes, mais la quantité de mouvement des électrons est alors trop importante pour que ces derniers suivent les lignes de champ. Une large fraction des électrons passe donc entre les fils. Cela correspond une fois encore à un meilleur confinement des électrons au sein de la décharge, et permet donc d'abaisser la pression limite de fonctionnement. McIlraith obtient ainsi une pression limite dans l'air de  $3.10^{-3}$  torr dans une configuration à un fil contre  $8.10^{-5}$  torr dans une configuration à deux fils espacés de 2.5 mm, et ce pour un même rayon de fil ( $160 \mu\text{m}$ ) et une tension de 6 kV aux bornes de la décharge. Le principal inconvénient de ce système est la nécessité de multiplier les moyens de fixation des fils et des connexions haute tension s'y raccordant, ce qui complexifie le système. En outre, les travaux de Rushton *et al.* [25] semblent indiquer que ce gain est conditionné par l'opération de la source à basse pression.

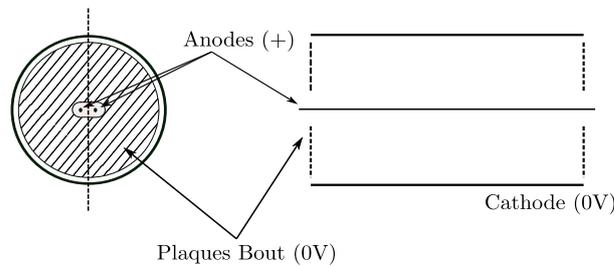


FIGURE 1.3: Évolution de la source à fil dans une configuration à deux fils telle qu'étudiée par McIlraith [4]

Le choix d'utiliser ou non plusieurs fils ainsi que d'adjoindre ou non un champ magnétique dépend principalement des contraintes propres à l'application envisagée pour la source filaire.

A ce jour, les principaux dispositifs faisant usage de sources filaires sont les canons à électrons à émission secondaire (Secondary Emission Electron Gun - SEEG) [6]. Pour cette application, des ions sont extraits de la source filaire au travers d'une ouverture réalisée dans la paroi cylindrique, puis accélérés vers une électrode polarisée négativement (voir figure 1.4). Les ions impactent alors cette électrode avec une énergie cinétique de l'ordre de l'opposé du potentiel de l'électrode en question pour un ion

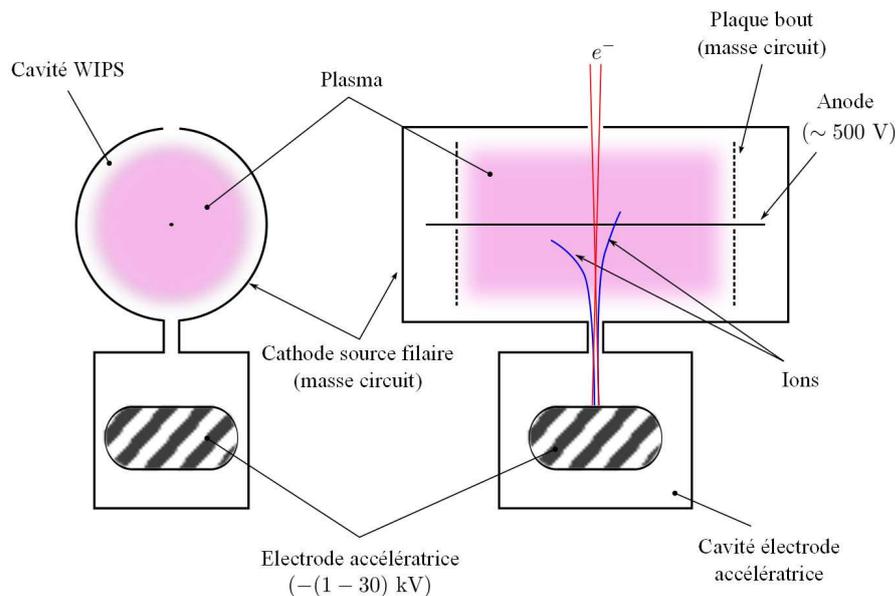


FIGURE 1.4: Principe général de fonctionnement d'un canon à électrons à émission secondaire

monochargé. Cela donne lieu à l'émission d'électrons secondaires [26], et ce majoritairement par émission cinétique du fait de l'énergie élevée des ions. Les électrons ainsi produits sont alors accélérés en sens inverse des ions, traversent la cavité de la source filaire et quittent cette cavité au travers d'un second diaphragme. On obtient de cette façon un faisceau d'électrons relativement collimaté et d'énergie variable.

En fonction de leur usage, les canons à électrons à émission secondaire peuvent être séparés en deux catégories : d'une part les canons à électrons à fort courant (de quelques ampères à quelques centaines d'ampères) reposant sur une source filaire en régime pulsé, et d'autre part les canons à électrons à faible courant ( $\sim 1$  mA) fonctionnant en régime continu. En effet, comme on a pu le voir précédemment, le faible rayon d'anode ne permet pas de faire fonctionner la source filaire en régime continu dès lors que le courant de décharge dépasse typiquement une centaine de milliAmpères. Les applications nécessitant un courant plus important, telles que la pré-ionisation de laser à gaz [27], imposent donc un fonctionnement de la source filaire en régime pulsé, voir même en régime pulsé avec plusieurs fils lorsque le courant dépasse la centaine d'ampères [9, 10]. Pour des courants inférieurs, le fonctionnement de la source en régime continu ne pose pas de problème. Ce type de canon à électrons est entre autre destiné à la réalisation de diagnostics au sein d'écoulement hypersonique [28]. La fluorescence par faisceaux d'électrons permet en effet de mesurer de manière non intrusive la densité, la vitesse ainsi que les températures vibrationnelles et rotationnelles d'un écoulement de faible densité ( $< 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ).

Cette division existant entre canons à électrons à émission secondaire de faible et fort courant a naturellement conduit à étudier séparément les régimes pulsé et continu de la source filaire.

### 1.3 Source filaire en régime pulsé

L'intérêt d'un rayonnement X par opposition à une irradiation UV pour la pré-ionisation de laser à gaz [29] a conduit au développement de canons à électrons [30, 31] de forte puissance. Un canon à électrons fonctionnant à suffisamment haute tension est en effet susceptible de générer un rayonnement en bande X par rayonnement de freinage (Bremsstrahlung) des électrons sur une cible. Le volume de gaz à traiter variant significativement selon les applications de ces lasers, il est intéressant de pouvoir moduler l'étendue spatiale de la source X. Or, de par l'invariance des paramètres de décharge relativement à la longueur de la source [32], un canon à électrons à émission secondaire reposant sur une source plasma filaire permet de moduler l'extension spatiale du faisceau d'électrons et donc de la source X. Différentes études de la source filaire en régime pulsé ont été réalisées dans ce cadre, conduisant à une compréhension relativement complète du fonctionnement de la source filaire en régime pulsé (haut courant).

Makarov *et al.* [12] montrent expérimentalement qu'une décharge filaire pulsée dans l'hélium à 6.6 pascals peut être décomposée en quatre phases successives : phase d'amorçage, régime transitoire bas courant non auto-entretenu, mode cathode creuse et phase instable. La phase instable n'apparaît que lorsque la densité linéique de courant dépasse une valeur limite ( $\sim 1 \text{ A.cm}^{-1}$ ), tandis que le régime transitoire bas courant n'est observable que si la résistance de ballast est suffisamment importante.

Le régime transitoire non auto-entretenu est caractérisé par une densité linéique de courant limité ( $\sim 50 \text{ mA.cm}^{-1}$ ). La charge d'espace étant à ce stade négligeable, le potentiel électrique est le potentiel laplacien logarithmique généré par la géométrie cylindrique d'électrodes

$$\phi(r) = \phi_a \frac{\ln\left(\frac{R_c}{r}\right)}{\ln\left(\frac{R_c}{R_a}\right)}, \quad (1.2)$$

où  $R_a$  et  $R_c$  sont respectivement les rayons d'anode et de cathode, et  $\phi_A$  le potentiel d'anode. Les électrons ayant une énergie cinétique supérieure à l'énergie d'ionisation  $E_i$  se trouvent donc dans une zone de quelques rayons d'anode autour de l'anode, et l'ionisation est ainsi limitée à une zone de quelques millimètres autour du fil. Le temps de multiplication électronique étant court comparativement au temps caractéristique de déplacement des ions, une charge d'espace positive se crée proche du fil, diminuant ainsi le champ électrique et donc l'ionisation dans cette zone.

Si le courant n'est pas limité, la zone d'ionisation s'étend radialement, de sorte que la densité de courant devient suffisante pour que se forme une gaine cathodique. L'émission secondaire devient alors significative, permettant ainsi le maintien de la décharge et l'établissement d'un courant de décharge important. Les électrons produits par émission secondaire ont un mouvement pendulaire analogue à celui existant dans une décharge à cathode creuse, et la chute cathodique ( $\sim 300 \text{ V}$ ) ne dépend alors plus du courant. Le courant de décharge est régulé par une gaine anodique (charge négative) permettant l'extraction d'électrons thermiques présents au sein du plasma

neutre existant entre les gaines.

Au delà d'une certaine densité linéaire de courant ( $\sim 1 \text{ A.cm}^{-1}$ ), la gaine anodique devient collisionnelle, ce qui facilite l'extraction d'électrons à l'anode. La forte chute anodique ( $\sim 700 \text{ V}$ ) nécessaire à l'extraction des électrons dans le mode cathode creuse n'est alors plus nécessaire, ce qui conduit à un écroulement de la gaine anodique. Des oscillations de fréquence d'environ 13 MHz sont observées sur les signaux de tension et de courant de décharge. Ces valeurs sont tout à fait comparables aux oscillations à une fréquence proche de 20 MHz observées mais non expliquées par McClure [3] pour une densité linéaire de courant de  $0.6 \text{ A.cm}^{-1}$  dans un gaz de Deutérium à 6.6 Pa et une configuration d'électrodes similaire.

De par la forte dépendance des conditions de décharges relativement au circuit électrique externe, les données macroscopiques obtenues pour différents dispositifs expérimentaux divergent significativement. Ainsi, Hotta *et al.* [33] puis Yasui *et al.* [34] déterminent au moyen d'une sonde de Langmuir la densité et température électronique  $n_e$  et  $T_e$  au sein d'une décharge filaire pulsée pour une pression d'hélium variant entre 1.3 Pa et 2.6 Pa et une densité linéaire de courant de l'ordre de  $8 \text{ A.cm}^{-1}$ . La densité électronique maximale relevée est  $n_e \sim 10^{18} \text{ m}^{-3}$  à l'extinction de la décharge pour une température électronique  $T_e \sim 10 \text{ eV}$  au même instant. La température électronique mesurée 20  $\mu\text{s}$  après extinction de la décharge est de  $T_e \sim 0.25 \text{ eV}$ . Ces valeurs semblent relativement élevées comparativement aux quelques  $n_e \sim 10^{15} \text{ m}^{-3}$  obtenus numériquement par Makarov *et al.* [13] pour une tension de décharge de 1000 V dans l'Hélium à 6.7 Pa, conditions correspondantes au mode cathode creuse [12] de la décharge filaire décrite ci-dessus. En revanche la mesure de la dépendance du potentiel plasma en fonction de la coordonnée radiale  $r$  réalisée par Yasui *et al.* [34] confirme bien l'existence d'une chute cathodique marquée pour ces conditions.

## 1.4 Source filaire en régime continu

A l'inverse du régime pulsé, dont l'étude a été encouragée du fait du développement industriel de canons à électrons de forte puissance, le régime continu de la source plasma filaire n'a été l'objet que de peu de travaux. Néanmoins, en sus des grandes lignes dégagées au cours des études initiales de McClure [3] et McIlraith [4], différentes spécificités de la source filaire dans ce régime ont été rapportées.

### Écart de la tension d'amorçage à la théorie de Townsend

La loi de Paschen [35] permet usuellement d'évaluer la tension d'amorçage pour un couple distance inter électrode  $d$  et pression de gaz  $p$  donné. Elle repose sur le mécanisme de conduction/multiplication dit de *Townsend* ou encore d'*avalanche électronique* (figure 1.5). La conduction électrique au sein d'un gaz est dans ce cas assurée par une multiplication en cascade des électrons moyennant un champ électrique suffisamment important. La description du critère d'amorçage de Townsend se fait au moyen de deux coefficients  $\alpha$  et  $\gamma$ .

Le premier coefficient de Townsend  $\alpha$  caractérise la production de paires électron-ion résultant du déplacement d'un électron dans un milieu au sein duquel règne un champ électrique : le nombre de paires électron-ion créées par un électron se déplaçant d'une distance infinitésimale  $\delta x$  le long d'un champ électrique uniforme  $\mathbf{E}$  est défini comme

$$\alpha(E, p)\delta x. \quad (1.3)$$

Ce coefficient est fonction de la pression  $p$  et du champ électrique  $E$ . Par intégration, le nombre de paires électron-ion créées par un électron parcourant une distance  $d$  le long d'une ligne de champ électrique est

$$\exp[\alpha(E, p)d]. \quad (1.4)$$

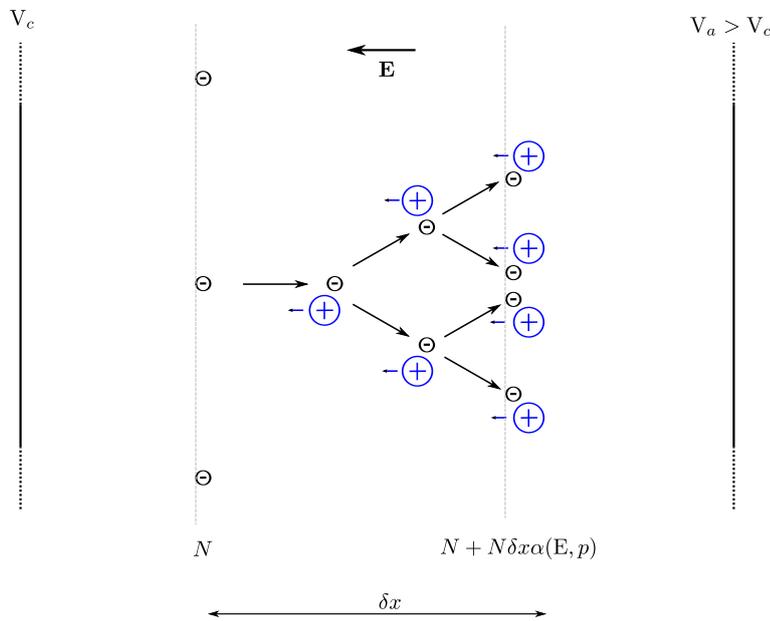


FIGURE 1.5: Mécanisme de Townsend : cascade électronique

Le second coefficient de Townsend  $\gamma$  est défini comme le nombre d'électrons émis par conversion d'énergie cinétique et potentielle lors de l'impact d'un ion sur la cathode. Le critère d'amorçage de Townsend consiste alors simplement à écrire que la décharge est auto entretenue lorsque le nombre d'ions créés par un électron allant de la cathode à l'anode est tel que lorsque l'ensemble de ces ions aura atteint la cathode un électron aura été émis par émission secondaire, soit :

$$\gamma (\exp[\alpha(E, p)d] - 1) = 1. \quad (1.5)$$

La loi de Paschen est généralement écrite pour une décharge entre deux électrodes parallèles pour laquelle le champ électrique est constant et égal à la différence de potentiel divisée par la distance inter électrodes. On peut alors obtenir la différence de

potentiel vérifiant le critère de Townsend, autrement dit la tension d'amorçage. Cette tension d'amorçage est dans ce cas une fonction convexe du produit  $pd$ .

Urai *et al.* montrent expérimentalement [36] que les tensions d'amorçage dans la configuration de la source filaire sont de plusieurs ordres de grandeurs inférieures aux valeurs obtenues par la loi de Paschen pour une configuration d'électrodes parallèles. D'après l'auteur, l'écart réside dans le fait que l'hypothèse d'électrons se déplaçant directement de la cathode vers l'anode n'est pas vérifiée dans le cas de la source filaire [36]. En effet, du fait du faible rayon d'anode, les électrons effectuent des orbites autour du fil, augmentant ainsi considérablement la distance moyenne parcourue par les électrons comparativement à la trajectoire directe - sans orbite - de la cathode vers l'anode effectuée pour un fil de taille comparable au rayon de cathode. Afin de rendre compte de la situation observée dans le cas de la source filaire, le premier coefficient de Townsend  $\alpha$  peut être scindé [37] en deux composantes  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$ , où  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  sont les nombres moyens de collisions ionisantes effectuées respectivement par un électron d'émission secondaire et par un électron produit par ionisation dans le volume. Le critère de Townsend s'écrit alors

$$\alpha_1 + \alpha_1\alpha_2 + \alpha_1\alpha_2^2 + \alpha_1\alpha_2^3 + \dots = 1/\gamma \quad (1.6)$$

soit

$$\frac{\alpha_1}{1 - \alpha_2} = \frac{1}{\gamma}. \quad (1.7)$$

Les coefficients  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  peuvent être obtenus par simulation numérique pour différentes tensions de décharge et pressions au moyen de modèles de Monte Carlo rendant compte des phénomènes collisionnels - collision élastique, excitation, ionisation. En fixant le second coefficient de Townsend  $\gamma$  à une valeur adaptée à l'énergie moyenne d'un ion impactant la cathode et au matériau la composant, le critère (1.7) reproduit convenablement la dépendance de la tension d'amorçage en fonction de la pression observée expérimentalement dans une configuration filaire.

### Influence d'un champ magnétique

Le recours à un champ magnétique pour l'opération d'une décharge dans un gaz à basse pression étant largement répandu, différentes études ont été entreprises afin de quantifier l'éventuel apport d'un champ magnétique pour le fonctionnement d'une décharge filaire basse pression. Avant même l'apparition du concept de source filaire, Hull [23] puis Penning [24] ont mis en évidence une diminution pouvant aller jusqu'à un facteur quatre du potentiel d'amorçage d'une décharge entre deux électrodes coaxiales par ajout d'un champ magnétique axial de quelques centièmes de Teslas. Cette diminution repose sur la force  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  exercée sur un électron, force tendant à empêcher un électron de suivre les lignes de champ électrique radiales et donc de percuter le fil (figure 1.6). Néanmoins une diminution telle qu'observée par Penning n'est pas retrouvée lorsque le diamètre du fil est réduit à des valeurs typiques d'une décharge filaire ( $\sim 100 \mu\text{m}$ ). Urai *et al.* [32] mesurent en effet une diminution beaucoup plus faible, au mieux d'un tiers pour un champ de 0.02 Teslas. Cela s'explique par le fait que dans une configuration à faible rayon d'anode, la décroissance radiale du champ

électrique est rapide. Ainsi, pour avoir une énergie suffisante ( $E > E_i$ ) pour participer à l'ionisation, un électron doit passer suffisamment près du fil. L'ajout du champ magnétique tendant à éloigner les électrons de l'anode, la fraction de ceux-ci participant à l'ionisation est réduite. Cette baisse du taux d'ionisation est compensée par une fraction d'électrons impactant l'anode moindre, conduisant à une dépendance limitée de la tension d'amorçage relativement au champ magnétique axial dans le cas d'une anode de faible rayon.

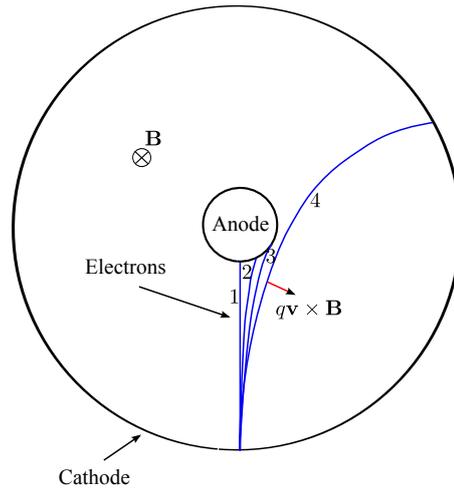


FIGURE 1.6: Trajectoire d'un électron émis à la cathode pour différentes intensités de champ magnétique ( $B$  augmente de 1 à 4). La force  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  éloigne l'électron de l'anode.

## Modes de décharge

L'opération de la source plasma filaire pour différentes conditions de fonctionnement fait apparaître de fortes disparités en terme de zones d'émission lumineuse.

Dans une géométrie d'électrodes (voir figure 1.7) où la cathode n'est plus cylindrique mais de section rectangulaire ( $a_1 \times a_2$ ), Pigache [7] fait état de deux modes de décharge distincts. À relativement basse pression ( $\sim 10^{-2}$  mbar) et basse densité linéique de courant ( $< 1 \text{ mA.cm}^{-1}$ ), un mode de décharge dit *wire mode* pour lequel l'émission lumineuse est limitée à quelques millimètres autour de l'anode filaire est observé (figure 1.7(a)). L'émission lumineuse est alors homogène selon l'axe du fil, et ce jusqu'à quelques millimètres des plaques de bout. En deçà d'une valeur limite fonction de la pression, une augmentation progressive de courant dans ces conditions conduit à une incandescence homogène du fil (figure 1.7(b)). L'augmentation du courant de décharge au delà de cette valeur limite  $I_{lim}(p)$  conduit à une transition soudaine - accompagnée d'un saut de tension - vers un mode de décharge dit *glow* (figure 1.7(c)). La zone d'émission lumineuse prend la forme d'un disque, dont l'épaisseur augmente (figure 1.7(d)) avec le courant jusqu'à remplir l'intégralité de la cavité. La tension de décharge reste relativement constante pour ce mode de décharge.

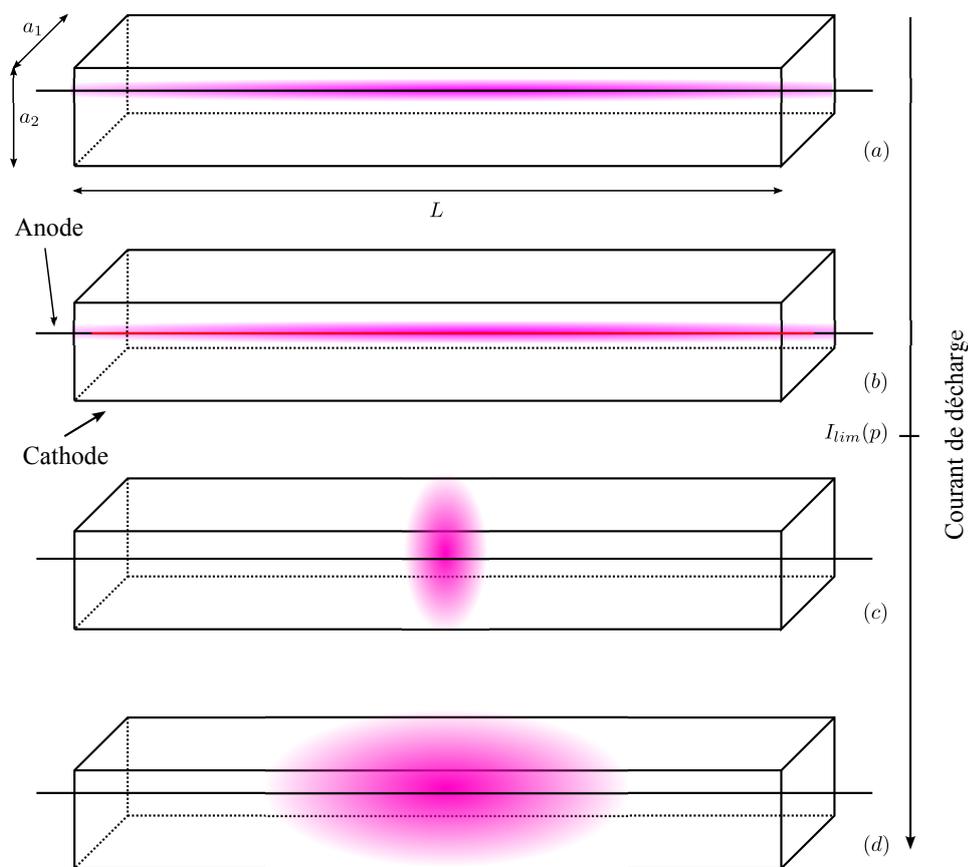


FIGURE 1.7: Modes de décharge identifiés par Pigache [7] dans une configuration de section rectangulaire : *wire mode* pour un courant de décharge inférieur à  $I_{lim}(p)$  et *glow* au delà.

Hotta *et al.* [11], dans une configuration cylindrique cette fois, observent également deux modes de décharge, dont un ayant des propriétés d'émission lumineuse similaires à celle du *wire mode* de Pigache. Cependant, ce mode est présenté comme apparaissant de manière soudaine au dessus et non en dessous d'un certain courant limite. Le second mode, existant donc à plus bas courant, est décrit comme peu lumineux, uniforme spatialement et de forte résistivité.

Ces deux études font chacune référence à deux modes de décharge distincts dont l'apparition dépend de la densité linéique de courant de décharge ainsi que de la pression. La transition entre les deux modes est dans les deux cas soudaine. En revanche, bien que deux des modes aient une ressemblance marquée, la plage de courant correspondante n'est pas la même dans les deux cas. Néanmoins, les conditions (courant et pression) de l'étude expérimentale menée par Hotta *et al.* n'étant pas clairement spécifiées, il est difficile d'infirmer ou de confirmer la correspondance entre les modes décrits.

La modélisation physique de l'existence de ces modes de décharge distincts dans une configuration filaire en régime continu et bas courant, ainsi que de la transition soudaine observée entre ces modes de décharge, reste faiblement développée. La seule

avancée est la comparaison réalisée par Pigache [7] entre l'épaisseur de gaine

$$d \propto \frac{V^{3/4}}{I^{1/2}} \quad (1.8)$$

correspondant à une loi de Child-Langmuir [38] pour un courant d'ions  $I$  et une différence de potentiel  $V$  entre deux électrodes parallèles, et la largeur de la cavité  $a_1$ . Pour des conditions de décharge correspondant au *wire mode*, l'épaisseur de gaine  $d$  est supérieure à la largeur du dispositif ( $d > a_1$ ), tandis qu'elle est du même ordre de grandeur pour des conditions de décharge proche de la transition de mode ( $d \sim a_1$ ). Cela est confirmé par Makarov *et al.* [12] qui identifie le *wire mode* de décharge de Pigache à un régime transitoire d'une décharge pulsée à haut courant, pour lequel la gaine cathodique n'est pas encore formée. Ce résultat permet, sans présager des phénomènes physiques régissant la décharge, d'obtenir une estimation des conditions de fonctionnement de la décharge filaire correspondant à un mode *glow*.

*"Sensible mathematics involves neglecting a quantity when it turns out to be small - not neglecting it just because it is infinitely great and you do not want it!"*

Paul Dirac (1902-1984)

# 2

## Physique et modélisation numérique d'un plasma basse pression

**Résumé.** L'importance moindre des phénomènes collisionnels dans un plasma basse pression comparativement aux cas à pression plus élevée conduit à un écart des fonctions de distribution des espèces relativement à la distribution maxwellienne propre à un équilibre thermodynamique. Cet écart rend une modélisation fluide d'un tel plasma caduque. Il est donc nécessaire d'avoir recours à des modèles microscopiques ou encore cinétiques permettant de rendre compte de la forme de la fonction de distribution de chaque espèce.

Nous présenterons tout d'abord les équations régissant l'évolution d'un plasma à basse pression, puis détaillerons comment une approche dite particulière permet de modéliser numériquement ces équations d'évolution dans un cadre non collisionnel. Nous introduirons enfin les outils numériques permettant de rendre compte des phénomènes collisionnels pouvant jouer un rôle dans la physique de ces plasmas.

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Des modèles microscopiques aux modèles cinétiques . . .</b>	<b>20</b>
2.1.1	Description microscopique . . . . .	20
2.1.2	Équations cinétiques . . . . .	22
<b>2.2</b>	<b>Les méthodes particulières . . . . .</b>	<b>24</b>
2.2.1	Principes mathématiques . . . . .	24
2.2.2	Contraintes inhérentes aux méthodes particulières . . . . .	27
<b>2.3</b>	<b>Modélisation des phénomènes collisionnels . . . . .</b>	<b>30</b>

---

2.3.1	Collisions particules chargées - particules neutres . . . . .	30
2.3.2	Collisions coulombiennes . . . . .	33
2.3.3	Méthode PIC-MCC . . . . .	33

---

Un plasma est un ensemble de particules chargées et neutres. La modélisation d'un plasma consiste donc en l'étude des interactions de particules chargées sous l'effet de la combinaison du champ électromagnétique qu'elles génèrent et d'un champ électromagnétique externe. En effet, chaque particule chargée générant un champ électromagnétique en tout point de l'espace, la modélisation complète du plasma nécessite la résolution de l'équation du mouvement propre à chaque particule sous l'effet de la combinaison de l'ensemble des champs créés et éventuellement d'un champ extérieur. Cette description en principe exacte reste néanmoins hypothétique à ce jour du fait du nombre excessivement important de particules ( $> 10^{10}$ ) constituant un plasma, le simple stockage des conditions initiales de chaque particule étant déjà bien au delà des capacités actuelles. Néanmoins cette description microscopique est intéressante d'un point de vue formel, puisqu'elle est à la base de modèles plus fonctionnels.

## 2.1 Des modèles microscopiques aux modèles cinétiques

### 2.1.1 Description microscopique

De manière classique, l'état d'une particule peut être décrit de manière satisfaisante par ses six composantes  $(\mathbf{r}, \mathbf{p} = m\mathbf{v})$  dans l'espace des phases. L'état d'un système constitué de  $N$  particules peut ainsi être caractérisé par un jeu de coordonnées dans l'espace

$$\Gamma = \{\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_N\}$$

de dimension  $6N$ . On note

$$\mathcal{F}(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_N, t) d^3\mathbf{r}_1 \dots d^3\mathbf{r}_N d^3\mathbf{p}_1 \dots d^3\mathbf{p}_N \quad (2.1)$$

la probabilité pour un tel système de se trouver dans l'état  $(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_N)$  à l'instant  $t$ .

Soit  $d\Gamma$  un volume de l'espace des phases. Les trajectoires des particules occupant ce volume à l'instant  $t$  étant parfaitement connues, il est possible de déterminer le volume  $d\Gamma'$  de l'espace des phases occupé par ces particules à un instant ultérieur  $t'$ . Le théorème de Liouville établit que le volume d'espace des phases occupé par un tel système reste constant au cours du temps, soit

$$d\Gamma = d\Gamma'. \quad (2.2)$$

Or puisque l'ensemble des points présents dans  $d\Gamma$  évoluent vers  $d\Gamma'$ , la probabilité de trouver les  $N$  particules dans  $d\Gamma$  à l'instant  $t$  est égale à la probabilité de trouver ces  $N$  mêmes particules dans  $d\Gamma'$  à l'instant  $t'$ , ou encore

$$\mathcal{F}(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_N, t) d\Gamma = \mathcal{F}(\mathbf{r}'_1, \dots, \mathbf{r}'_N, \mathbf{p}'_1, \dots, \mathbf{p}'_N, t') d\Gamma'. \quad (2.3)$$

La densité de probabilité  $\mathcal{F}$  est donc conservée au cours du mouvement, ce qui dans un formalisme Lagrangien s'écrit

$$\frac{D\mathcal{F}}{Dt} = 0, \quad (2.4)$$

ou encore selon la forme plus connue de l'équation de Liouville

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \sum_{i=1}^N \frac{d\mathbf{r}_i}{dt} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_i} + \sum_{i=1}^N \frac{d\mathbf{p}_i}{dt} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}_i} \right) \mathcal{F} = 0. \quad (2.5)$$

Pour un ensemble de particules chargées non relativistes, le terme de force  $d\mathbf{p}_i/dt$  peut être explicité comme somme de trois composantes : la force induite par le champ électrique extérieur  $\mathbf{E}$ , la force induite par le champ magnétique total  $\mathbf{B}$  défini par

$$\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{B} = \mathbf{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (2.6)$$

et la force résultant des interactions entre particules. On distinguera par la suite la force

$$\mathbf{F}_i = q_i(\mathbf{E}_i + \frac{\mathbf{p}_i}{m_i} \times \mathbf{B}_i), \quad (2.7)$$

où  $\mathbf{E}_i$  et  $\mathbf{B}_i$  sont respectivement les champs électrique extérieur  $\mathbf{E}$  et magnétique total  $\mathbf{B}$  aux coordonnées de la particule  $i$ , des forces électrostatiques générées par chacune des particules  $j \neq i$  sur la particule  $i$

$$\mathbf{F}_{ij} = -\nabla \left[ \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_i q_j}{r_{ij}} \right]. \quad (2.8)$$

En notant

$$\mathbf{X}_i = \mathbf{F}_i + \sum_{j \neq i} \mathbf{F}_{ij}, \quad (2.9)$$

l'équation de Liouville s'écrit pour un ensemble de particules chargées

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \sum_{i=1}^N \frac{\mathbf{p}_i}{m_i} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_i} + \sum_{i=1}^N \mathbf{X}_i \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}_i} \right) \mathcal{F} = 0. \quad (2.10)$$

La fonction de distribution  $\mathcal{F}$  décrit de manière exacte les propriétés du système à  $N$  particules, ce qui en pratique constitue une quantité d'informations trop importante pour être utilisée. On cherche donc à simplifier le modèle en travaillant sur les propriétés

d'un sous-ensemble de  $\Gamma$ . En supposant les  $N$  particules indiscernables, la fonction de distribution réduite à  $p \leq N$  particules est définie par

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{1p}(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_p, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_p) \\ = N(N-1) \cdots (N-p+1) \int \mathcal{F}(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_N) d^3\mathbf{r}_{p+1} \dots d^3\mathbf{r}_N d^3\mathbf{p}_{p+1} \dots d^3\mathbf{p}_N \end{aligned} \quad (2.11)$$

où le coefficient  $N(N-1) \cdots (N-p+1)$  rend compte du nombre d'arrangements possibles pour les  $p$  particules. Par exemple, les deux premières fonctions réduites (réduites respectivement à une et deux particules) sont :

$$\mathcal{F}_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{p}_1) = N \int \mathcal{F}(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_N) d^3\mathbf{r}_2 \dots d^3\mathbf{r}_N d^3\mathbf{p}_2 \dots d^3\mathbf{p}_N \quad (2.12)$$

et

$$\mathcal{F}_{12}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = N(N-1) \int \mathcal{F}(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_N) d^3\mathbf{r}_3 \dots d^3\mathbf{r}_N d^3\mathbf{p}_3 \dots d^3\mathbf{p}_N \quad (2.13)$$

La fonction  $\mathcal{F}_1$  correspond donc à la probabilité de trouver la première particule du système à  $N$  particules dans un volume  $d^3\mathbf{r}_1 d^3\mathbf{p}_1$  autour de  $(\mathbf{r}_1, \mathbf{p}_1)$ , l'état des  $N-1$  autres particules étant quelconque. Il existe  $N$  fonctions réduites à une particule identiques du fait de l'indiscernabilité des particules. Dans le cas limite d'une décorrélation totale, la densité de probabilité  $\mathcal{F}$  s'écrit comme le produit de ces  $N$  fonctions de distribution réduites à une particule

$$\mathcal{F}(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_N, t) = \mathcal{F}_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{p}_1, t) \mathcal{F}_1(\mathbf{r}_2, \mathbf{p}_2, t) \cdots \mathcal{F}_1(\mathbf{r}_N, \mathbf{p}_N, t). \quad (2.14)$$

On peut montrer (voir Annexe A) en suivant la hiérarchie dite B.B.G.K.Y que l'équation de Liouville réécrite pour la fonction de distribution  $\mathcal{F}_{1p}$  a pour second membre une fonction de  $\mathcal{F}_{1p+1}$ . En particulier :

$$\frac{\partial \mathcal{F}_1}{\partial t}(\mathbf{r}_1, \mathbf{p}_1) + \frac{\mathbf{p}_1}{m} \cdot \frac{\partial \mathcal{F}_1}{\partial \mathbf{r}_1}(\mathbf{r}_1, \mathbf{p}_1) + \mathbf{F}_1 \cdot \frac{\partial \mathcal{F}_1}{\partial \mathbf{p}_1}(\mathbf{r}_1, \mathbf{p}_1) = \mathcal{B}(\mathcal{F}_{12}) \quad (2.15)$$

avec

$$\mathcal{B}(\mathcal{F}_{12}) = - \int \mathbf{F}_{12} \cdot \frac{\partial \mathcal{F}_{12}}{\partial \mathbf{p}_1} d\mathbf{r}_2 d\mathbf{p}_2. \quad (2.16)$$

Cette dépendance au second membre est la traduction mathématique de l'interaction entre particules. Il est donc nécessaire pour résoudre le problème de choisir une relation de fermeture explicitant le terme d'interaction, et du choix de cette fermeture dépendra la physique qu'il sera possible de modéliser.

### 2.1.2 Équations cinétiques

La solution la plus radicale consiste à négliger purement et simplement les interactions entre particules, soit  $\mathcal{B}(\mathcal{F}_{12}) = 0$ . Cela conduit à l'équation de Boltzmann sans second membre

$$\frac{\partial \mathcal{F}_1}{\partial t}(\mathbf{r}_1, \mathbf{p}_1) + \frac{\mathbf{p}_1}{m} \cdot \frac{\partial \mathcal{F}_1}{\partial \mathbf{r}_1}(\mathbf{r}_1, \mathbf{p}_1) + \mathbf{F}_1 \cdot \frac{\partial \mathcal{F}_1}{\partial \mathbf{p}_1}(\mathbf{r}_1, \mathbf{p}_1) = 0. \quad (2.17)$$

Ce modèle, bien que décrivant convenablement l'évolution d'un ensemble de particules chargées sous l'effet d'un champ électromagnétique extérieur, a une portée relativement limitée. En effet dès lors que la densité est suffisante pour induire une modification du champ électromagnétique externe, les interactions entre particules ne sont plus négligeables, et la relation de fermeture ne décrit alors plus convenablement le système.

Dans le cas où le champ électrique de charge d'espace est non négligeable, la solution la plus simple consiste à supposer les corrélations entre particules nulles, soit :

$$\mathcal{F}_{12}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = \mathcal{F}_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{p}_1)\mathcal{F}_1(\mathbf{r}_2, \mathbf{p}_2) \quad (2.18)$$

En reportant (2.18) dans (2.16), on obtient

$$\mathcal{B}(\mathcal{F}_{12}) = -q_1 \mathbf{E}'_1 \cdot \frac{\partial \mathcal{F}_1}{\partial \mathbf{p}_1} \quad (2.19)$$

où  $\mathbf{E}'_1$  est le champ de charge d'espace défini par

$$\mathbf{E}'_1 = - \int n_2(\mathbf{r}_2, t) \nabla \left[ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}} \right] d\mathbf{r}_2 \quad (2.20)$$

avec

$$n_2(\mathbf{r}_2, t) = \int \mathcal{F}_1(\mathbf{r}_2, \mathbf{p}_2) d\mathbf{p}_2 \quad (2.21)$$

la densité obtenue par intégration de  $\mathcal{F}_1$  sur l'espace des vitesses. La réécriture de (2.15) moyennant (2.19) conduit à l'équation de Vlasov :

$$\frac{\partial \mathcal{F}_1}{\partial t}(\mathbf{r}_1, \mathbf{p}_1) + \frac{\mathbf{p}_1}{m_1} \cdot \frac{\partial \mathcal{F}_1}{\partial \mathbf{r}_1}(\mathbf{r}_1, \mathbf{p}_1) + q_1(\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}'_1 + \frac{\mathbf{p}_1}{m_1} \times \mathbf{B}_1) \cdot \frac{\partial \mathcal{F}_1}{\partial \mathbf{p}_1}(\mathbf{r}_1, \mathbf{p}_1) = 0. \quad (2.22)$$

L'hypothèse de décorrélation (2.18) utilisée comme relation de fermeture implique une modélisation dite de « champ moyen » : les interactions entre particules sont approximées par un champ moyen  $\mathbf{E}'_1$ , une particule n'étant sensible aux effets des  $(N - 1)$  autres particules qu'au travers de ce champ moyen. Le champ  $\mathbf{E}'_1$  étant lui même fonction de la fonction de distribution  $\mathcal{F}_1$ , le problème est dit « d'auto-cohérence » dans la mesure où la solution  $\mathcal{F}_1$  de (2.22) obtenue pour le champ  $\mathbf{E}'_1$  doit redonner ce même champ une fois reportée dans (2.20). Un tel modèle de champ moyen rend ainsi correctement compte des effets collectifs mais pas des interactions binaires à courte distance. Ce modèle permet toutefois de décrire de manière satisfaisante un plasma non collisionnel, pour lequel les interactions collectives intervenant aux échelles supérieures à la longueur de Debye  $\lambda_D$  jouent un rôle plus important que les interactions binaires. Par ailleurs, les caractéristiques de l'équation de Vlasov (2.22) sont

$$\frac{d\mathbf{r}_1}{dt} = \frac{\mathbf{p}_1}{m_1} \quad (2.23)$$

et

$$\frac{d\mathbf{p}_1}{dt} = q_1(\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}'_1 + \frac{\mathbf{p}_1}{m_1} \times \mathbf{B}_1) \quad (2.24)$$

traduisant ainsi le fait que la fonction de distribution  $\mathcal{F}_1$  est conservée le long des trajectoires des particules, elles mêmes déterminées par le champ électromagnétique moyen.

Une méthode de résolution directe de l'équation de Vlasov consiste à utiliser un schéma aux différences finies sur un maillage de l'espace des phases à six dimensions. La principale limitation de cette approche est la nécessité de mailler l'ensemble de l'espace des phases, et ce même si la fonction de distribution recherchée n'occupe qu'un volume limité de celui-ci. Cette charge supplémentaire fait que ce type de code (*Vlasov code*) nécessite l'utilisation de supercalculateurs dès lors que l'espace des phases modélisé est de dimension deux. Une méthode de résolution plus intéressante d'un point de vue coût de calcul consiste à utiliser une approche de type éléments finis. La fonction de distribution est alors échantillonnée au moyen d'un ensemble d'éléments de l'espace des phases de dimension finie. Pour des raisons de concision et de clarté, cette méthode de résolution est présentée dans un cadre purement électrostatique, et la fonction de distribution réduite à une particule  $\mathcal{F}_1$  est notée  $f$ .

## 2.2 Les méthodes particulières

Les premières approches particulières se développèrent dans les années 1950, faisant suite à des modèles de simulation de trajectoires de particules chargées. Les formulations PIC dites *auto cohérentes*, pour lesquelles à chaque instant champs et distributions de particules sont en équilibre, furent standardisées par Birdsall et Langdon [39], et Hockney et Eastwood[40].

### 2.2.1 Principes mathématiques

La résolution de l'équation de Vlasov (2.22) au moyen de méthodes particulières peut être vue comme un échantillonnage de la fonction de distribution  $f$  d'une espèce sur l'espace des phases. L'idée générale consiste en effet à supposer que la fonction de distribution d'une espèce  $f$  est égale à la somme d'un grand nombre d'éléments  $f_n$ , appelés superparticules :

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = \sum_n f_n(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t). \quad (2.25)$$

Chaque élément représente un nombre élevé de particules réelles, proches l'une de l'autre dans l'espace des phases. Une superparticule représente par conséquent un groupe de particules réelles aux propriétés voisines, et possède donc une extension finie dans l'espace des phases.

Le caractère fini de l'extension spatiale des superparticules inhérent à la formulation particulière trouve son origine dans le fait que la trajectoire d'une particule n'est que peu sensible aux interactions binaires inter particules lorsque le nombre de particules dans une sphère ayant pour rayon la longueur de Debye

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 kT}{ne^2}} \quad (2.26)$$

est grand. Cette caractéristique permet de limiter les interactions entre particules comparativement au cas de particules ponctuelles. L'interaction entre particules d'extension finie est en effet choisie de sorte que lorsque deux éléments sont partiellement superposés dans l'espace des phases, la surface de recouvrement ne contribue pas à la force entre les deux particules. Ce choix ne modifie donc pas les interactions longue distance, permettant ainsi une reproduction fidèle des effets collectifs, mais limite les interactions coulombiennes lorsque la distance inter superparticules décroît en deçà de l'étendue spatiale des superparticules. Le cas limite de deux superparticules de même surface superposées conduit ainsi à une interaction nulle tandis que la force existant entre deux particules ponctuelles diverge lorsque la distance inter particules tend vers zéro. Cette modélisation permet, moyennant la condition d'utiliser un nombre suffisant de superparticules par sphère de Debye, de limiter la charge de calcul relative aux interactions inter superparticules.

L'étendue d'un élément  $f_n$  dans l'espace des phases est fixée par le choix de fonctions de formes

$$f_n(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = N_n S_{\mathbf{r}}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n(t)) S_{\mathbf{v}}(\mathbf{v} - \mathbf{v}_n(t)) \quad (2.27)$$

où  $S_{\mathbf{r}}$  et  $S_{\mathbf{v}}$  sont les fonctions de forme des superparticules et  $N_n$  est le nombre de particules réelles appartenant au volume d'espace des phases représenté par la  $n$ -ième superparticule. Le fait que ces fonctions de forme décrivent une étendue finie de l'espace des phases leur impose d'avoir un support compact. D'autre part, la définition donnée par (2.27) se traduit par une condition de normalisation

$$\int_{-\infty}^{\infty} S_{\zeta}(\zeta - \zeta_n) d\zeta = 1 \quad (2.28)$$

où  $\zeta$  désigne n'importe quelle coordonnée de l'espace des phases. Enfin les fonctions de forme utilisées sont symétriques

$$S_{\zeta}(\zeta - \zeta_n) = S_{\zeta}(\zeta_n - \zeta). \quad (2.29)$$

De sorte de limiter l'élargissement du volume d'espace des phases propre à un élément, la fonction de forme dans l'espace des vitesses est usuellement prise égale à une distribution de Dirac

$$S_{\mathbf{v}}(\mathbf{v} - \mathbf{v}_n) = \delta(\mathbf{v} - \mathbf{v}_n). \quad (2.30)$$

Le choix de la fonction de forme dans l'espace des positions est en revanche plus libre. Néanmoins, la majorité des codes PIC font usage de fonction de forme d'ordre<sup>1</sup> zéro ou un dans l'espace des positions.

La linéarité de (2.25) permet de transformer l'équation de Vlasov relative à  $f$  en un système d'équations couplées [41, 42], chaque élément  $f_n$  vérifiant également une équation de type Vlasov pour laquelle le champ électrique est le champ électrique total correspondant à la somme du champ électrique d'origine externe  $\mathbf{E}$  et du champ électrique moyen  $\mathbf{E}'$  résultant des  $n$  éléments

$$\frac{\partial f_n}{\partial t}(\mathbf{r}, \mathbf{v}) + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f_n}{\partial \mathbf{r}}(\mathbf{r}, \mathbf{v}) + \frac{q}{m}(\mathbf{E} + \mathbf{E}' + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial f_n}{\partial \mathbf{v}}(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = 0. \quad (2.31)$$

1. Les fonctions de forme étant généralement choisies sous la forme de fonctions polynomiales, l'ordre d'une fonction de forme désigne le degré du polynôme associé.

Le calcul des premiers moments de (2.31) permet de déterminer des lois d'évolutions des superparticules. En notant

$$\langle \dots \rangle = \int d^3\mathbf{r} \int d^3\mathbf{v} \quad (2.32)$$

l'intégration sur l'espace des phases, le moment d'ordre zéro ( $\langle (2.31) \rangle$ ) et les six moments d'ordre un ( $\langle \mathbf{r} \cdot (2.31) \rangle$  et  $\langle \mathbf{v} \cdot (2.31) \rangle$ ) s'écrivent :

$$\frac{\partial \langle f_n \rangle}{\partial t} + \left\langle \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f_n}{\partial \mathbf{r}} \right\rangle + \left\langle \frac{q(\mathbf{E} + \mathbf{E}')}{m} \cdot \frac{\partial f_n}{\partial \mathbf{v}} \right\rangle = 0 \quad (2.33)$$

$$\frac{\partial \langle \mathbf{r} f_n \rangle}{\partial t} + \left\langle \mathbf{r} \cdot \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f_n}{\partial \mathbf{r}} \right\rangle + \left\langle \mathbf{r} \cdot \frac{q(\mathbf{E} + \mathbf{E}')}{m} \cdot \frac{\partial f_n}{\partial \mathbf{v}} \right\rangle = 0 \quad (2.34)$$

$$\frac{\partial \langle \mathbf{v} f_n \rangle}{\partial t} + \left\langle \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f_n}{\partial \mathbf{r}} \right\rangle + \left\langle \mathbf{v} \cdot \frac{q(\mathbf{E} + \mathbf{E}')}{m} \cdot \frac{\partial f_n}{\partial \mathbf{v}} \right\rangle = 0 \quad (2.35)$$

Après calculs faisant usage des différentes propriétés des fonctions de forme, les équations (2.33), (2.34) et (2.35) mènent respectivement aux sept équations scalaires suivantes :

$$\frac{dN_n}{dt} = 0 \quad (2.36)$$

$$\frac{d\mathbf{r}_n}{dt} = \mathbf{v}_n \quad (2.37)$$

$$\frac{d\mathbf{v}_n}{dt} = \frac{q}{m} \mathbf{E}_n \quad (2.38)$$

où

$$\mathbf{E}_n = \int S_{\mathbf{r}}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n)(\mathbf{E}(\mathbf{r}) + \mathbf{E}'(\mathbf{r}))d^3\mathbf{r} \quad (2.39)$$

Cette dérivation formelle met en évidence le fait que les superparticules suivent une loi d'évolution tout à fait similaire à celle propre aux particules réelles, si ce n'est que le champ électrique appliqué  $\mathbf{E}_n$  est un champ moyen. La détermination de l'évolution temporelle des superparticules nécessite par conséquent la connaissance du champ électrique total  $\mathbf{E} + \mathbf{E}'$ . Dans le cadre électrostatique utilisé ici, le champ électrique  $\mathbf{E}'$  satisfait à l'équation de Poisson

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\varepsilon \nabla \phi(\mathbf{r}, t)) &= -\rho(\mathbf{r}, t) \\ \mathbf{E}' &= -\nabla \phi(\mathbf{r}, t). \end{aligned} \quad (2.40)$$

Le terme source  $\rho$  peut être obtenu par intégration des fonctions de distribution sur l'espace des vitesses

$$\rho(\mathbf{r}, t) = q \sum_n \int f_n(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d^3\mathbf{v} \quad (2.41)$$

ou encore, en utilisant la fonction de forme relative à chaque élément

$$\rho(\mathbf{r}, t) = q \sum_n N_n S_{\mathbf{r}}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n). \quad (2.42)$$

Les méthodes particulières reposent donc sur la résolution simultanée des équations du mouvement des superparticules et de l'équation de Poisson. L'équation de Poisson peut être résolue au moyen de différentes méthodes numériques : différences finies, volumes finis, éléments finis, ... L'ensemble de ces méthodes ont en commun l'utilisation de données sur un ensemble de points constituant un maillage du domaine spatial de calcul. La position des superparticules évoluant continûment, il est nécessaire d'interpoler les données relatives aux superparticules sur le maillage ainsi que les données de champ connues aux nœuds du maillage aux positions des particules. En considérant une maille cubique de dimensions  $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ , la contribution de la superparticule  $n$  aux propriétés au nœud  $p$  au centre de la maille est

$$W(\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_p) = \int_{x_p - \Delta x/2}^{x_p + \Delta x/2} S_x(x_n - x) dx \int_{y_p - \Delta y/2}^{y_p + \Delta y/2} S_y(y_n - y) dy \int_{z_p - \Delta z/2}^{z_p + \Delta z/2} S_z(z_n - z) dz. \quad (2.43)$$

$W$  est appelée la fonction d'interpolation au nœud  $p$ . Cette fonction d'interpolation permet entre autre de calculer directement la densité de charge en un point du maillage à partir de la fonction de forme  $S_r$ . La densité de charge due à l'ensemble des superparticules est notamment

$$\rho_p = \frac{q}{\Delta x \Delta y \Delta z} \sum_n N_n W(\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_p) \quad (2.44)$$

De manière analogue, la fonction d'interpolation est utilisée afin de calculer le champ électrique aux coordonnées de la superparticule  $n$

$$\mathbf{E}_n = \sum_p (\mathbf{E}_p + \mathbf{E}'_p) W(\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_n). \quad (2.45)$$

L'utilisation de la même fonction  $W$  pour l'interpolation des données de champ aux coordonnées des particules et des données propres aux particules aux nœuds du maillage permet d'éviter l'apparition de forces fictives [39, 43] n'ayant pas de réalité physique.

Les différentes étapes nécessaires à la résolution de l'équation de Vlasov au moyen d'un code particulière sont résumées figure 2.1. La densité de charge aux nœuds calculée (équation 2.44) par interpolation du premier moment de la fonction de distribution des superparticules  $f$  est utilisée comme terme source pour la résolution de l'équation de Poisson sur un maillage du domaine. Le champ électrique ainsi obtenu est alors interpolé (équation 2.45) aux positions des superparticules afin de recalculer les coordonnées des superparticules dans l'espace des phases après un déplacement correspondant à un incrément de temps  $\Delta t$ .

### 2.2.2 Contraintes inhérentes aux méthodes particulières

Différentes contraintes découlent de la modélisation d'un plasma au moyen de méthodes particulières telles que présentées ci-dessus. Quatre conditions concernant le pas

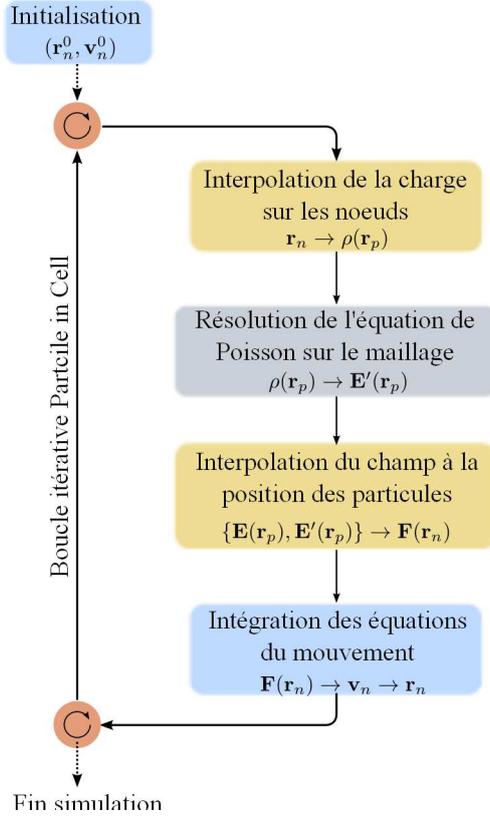


FIGURE 2.1: Processus itératif de résolution de type Particle In Cell (PIC)

de temps  $\Delta t$ , le pas de maille  $\Delta x$  et le nombre de particules par sphère de Debye  $N_D$  sont requises afin d'obtenir une modélisation fidèle des phénomènes physiques.

Comme expliqué section 2.2.1, l'utilisation de superparticules d'étendue finie dans le cadre de la résolution de l'équation de Vlasov est conditionnée par la présence d'un nombre suffisamment important de superparticules par sphère de Debye. La non ponctualité des superparticules se traduit en effet par une sous évaluation des interactions entre particules à courte distance. Sur une échelle caractéristique de la longueur de Debye, cette sous évaluation induit un lissage des trajectoires des superparticules. Cependant, ce lissage numérique n'a de sens physique que lorsque que le nombre de superparticules par sphère de Debye  $N_D$  est important et que la force ressentie par une superparticule n'est alors que la moyenne des interactions binaires. Les valeurs typiques rencontrées dans des simulations PIC permettant de satisfaire à cette condition sont

$$N_D \sim 10^3. \quad (2.46)$$

Par ailleurs, en raisonnant sur un simple oscillateur harmonique de pulsation  $\omega_0$ , on peut montrer [44] que le schéma classique d'avancement des superparticules dit de *Leap Frog* est stable lorsque

$$\omega_0 \Delta t < 2. \quad (2.47)$$

L'expérience [43] montre que, moyennant l'introduction de la pulsation plasma

$$\omega_p = \sqrt{\frac{ne^2}{\varepsilon_0 m}}, \quad (2.48)$$

une condition assurant d'une part la stabilité du schéma pour des oscillations simples telles que les oscillations plasma et d'autre part une précision satisfaisante est

$$\omega_p \Delta t < 0.2. \quad (2.49)$$

De façon analogue, une analyse mono dimensionnelle dans le cas d'un plasma non magnétisé révèle [40, 45] que le fait de travailler avec des superparticules non ponctuelles sur un espace discretisé conduit à une croissance non physique de certaines ondes pouvant exister au sein du plasma, et ce dès lors que la dimension caractéristique  $\Delta x$

du maillage est trop importante relativement à la longueur de Debye  $\lambda_D$ . La valeur limite usuellement retenue en deçà de laquelle ce phénomène est négligeable est telle que

$$\Delta x < 3.4 \lambda_D. \quad (2.50)$$

La dernière condition numérique relie le pas de temps  $\Delta t$  à la dimension caractéristique du maillage  $\Delta x$ . Le champ électrique étant calculé à chaque pas de temps, un déplacement trop important des superparticules au cours d'un pas de temps induirait une erreur sur le calcul du champ électrique. La limitation du déplacement des superparticules permet en effet d'éviter l'apparition d'un déséquilibre entre la charge d'espace servant de terme source pour l'équation de Poisson et le champ électrique utilisé pour l'avancement des superparticules. Il est communément choisi de limiter le pas de temps de sorte que les superparticules ne traversent pas plus d'une cellule du maillage au cours d'un pas de temps,

$$v \frac{\Delta t}{\Delta x} < 1 \quad (2.51)$$

où  $v$  est la norme de la vitesse d'une superparticule.

Enfin, les méthodes particulières faisant appel à un échantillonnage de la fonction de distribution et non à une discrétisation de l'espace des phases, le choix d'un échantillon initial de superparticules approprié est une condition nécessaire à la modélisation réaliste du phénomène étudié. En effet, un choix de conditions initiales trop éloignées (particules trop rapides ou trop lentes par exemple) des conditions physiques recherchées peut conduire dans certains cas à une disparition des superparticules avant que les phénomènes que l'on cherche à modéliser ne puissent être observés. Il peut donc être utile d'avoir une idée de la fonction de distribution existante au sein du plasma modélisé lors du choix d'un échantillon initial. Si tel est le cas, il est possible d'obtenir un échantillon optimal en utilisant des méthodes dites *quiet start* [46].

Conditions	Expression
Résolution de la fréquence plasma	$\omega_p \Delta t < 0.2$
Résolution de la longueur de Debye	$\Delta x < 3.4 \lambda_D$
Limite d'avancement des superparticules	$v \frac{\Delta t}{\Delta x} < 1$

TABLE 2.1: Tableau récapitulatif des contraintes inhérentes à la modélisation particulaire.

**Remarque 2.1.** *Dans le cas de la modélisation de plasmas magnétisés, une condition supplémentaire vient s'ajouter aux contraintes synthétisées au sein du tableau 2.1. Il est en effet alors nécessaire de résoudre la pulsation cyclotronique  $\omega_c$ , soit un pas de temps  $\Delta t$  tel que*

$$\max(\omega_p, \omega_c) \Delta t < 0.2. \quad (2.52)$$

## 2.3 Modélisation des phénomènes collisionnels

Comme explicité section 2.1, la description d'un plasma à l'aide de l'équation de Vlasov conduit à négliger les interactions binaires entre particules, et donc à négliger les processus collisionnels pouvant intervenir au sein du plasma. Ces phénomènes collisionnels ne pouvant que rarement être totalement écartés, des méthodes furent développées afin d'étendre le champ d'application des méthodes particulières.

### 2.3.1 Collisions particules chargées - particules neutres

La modélisation des collisions entre particules chargées et neutres fut introduit dans le formalisme particulaire par Boswell et Morey [47]. Ce modèle de collision fut ensuite raffiné par Vahedi et Surendra [48] afin de rendre compte de la dépendance de la section efficace de collision  $\sigma$  relativement à l'énergie cinétique des particules. En subdivisant un incrément de temps  $\Delta t$  en  $N$  éléments infinitésimaux  $\delta t$ , on montre (voir par exemple Rax [19]) que la probabilité de non collision pour une particule de vitesse  $v$  est décrite par une décroissance exponentielle de la forme

$$\exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau}\right) \quad (2.53)$$

où  $\tau = (\sigma n_g v)^{-1}$  est l'inverse de la fréquence de collision  $\nu$  pour le processus de section efficace  $\sigma$ . La probabilité  $P_c$  pour une superparticule chargée de subir une collision durant un pas de temps  $\Delta t$  est ainsi décrite par

$$P_c = 1 - \exp[-n_g(\mathbf{r})\sigma_T(E)v\Delta t] \quad (2.54)$$

où  $n_g(\mathbf{r})$  est la densité de neutres aux coordonnées  $\mathbf{r}$  de la superparticule,  $\sigma_T(E) = \sum_j \sigma_j(E)$  est la somme des sections efficaces des différents processus collisionnels pour une énergie cinétique  $E$ , et  $v$  est la norme de la vitesse de la superparticule incidente.

La modélisation des phénomènes collisionnels consiste à réaliser un tirage d'une variable  $R_1$  suivant une loi uniforme sur  $[0, 1]$  à chaque pas de temps et pour chaque superparticule chargée, et de comparer cette variable  $R_1$  à la probabilité  $P_c$  de collision de la superparticule en question. Dans le cas où  $R_1 \leq P_c$ , la superparticule est identifiée comme subissant une collision. Un nouveau tirage d'une variable  $R_2$  suivant une loi uniforme sur  $[0, 1]$  permet alors de déterminer quel type de collision la superparticule a

subi parmi les  $n_c$  processus collisionnels possibles. On suit pour cela le schéma suivant :

$$\left| \begin{array}{l}
 0 \leq R_2 < \frac{\sigma_1(E)}{\sum_{j=1}^{n_c} \sigma_j(E)} \rightarrow \text{processus 1} \\
 \\
 \frac{\sigma_1(E) + \sigma_2(E)}{\sum_{j=1}^{n_c} \sigma_j(E)} \leq R_2 < \frac{\sum_{j=1}^3 \sigma_j(E)}{\sum_{j=1}^{n_c} \sigma_j(E)} \rightarrow \text{processus 2} \\
 \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 \\
 \frac{\sum_{j=1}^{n_c-1} \sigma_j(E)}{\sum_{j=1}^{n_c} \sigma_j} \leq R_2 \leq 1 \rightarrow \text{processus } n_c
 \end{array} \right. \quad (2.55)$$

Le processus est ainsi déterminé en suivant une loi de probabilité fonction de la section efficace de collision propre à chaque processus pour l'énergie cinétique  $E$  de la superparticule incidente.

Une condition importante relative à ce type de modélisation des phénomènes collisionnels concerne le pas de temps  $\Delta t$ . Il existe en effet une probabilité non nulle pour une superparticule de subir plus d'une collision au cours d'un pas de temps, phénomène non pris en compte par le modèle. Il est donc important de s'assurer que cette probabilité de collision multiple est faible. En considérant des processus collisionnels pour lesquels la perte d'énergie de la superparticule incidente est faible (*e. g.* les collisions élastiques électron-neutre), la probabilité pour une superparticule de subir  $n$  collisions au cours d'un pas de temps  $\Delta t$  est  $P_c^n$ , et donc le nombre de collisions manquées est

$$r \sim \sum_{i=2}^{\infty} P_c^i = \frac{P_c^2}{1 - P_c}. \quad (2.56)$$

Si  $P_c$  est très petit devant un, le nombre de collisions manquées évolue comme  $P_c^2$ . L'erreur ainsi commise est excessivement limitée dès lors que

$$\max [n_g(\mathbf{r}) \sigma_T(E) v] \Delta t \ll 1, \quad (2.57)$$

et ce pour l'ensemble des paramètres  $\mathbf{r}$ ,  $v$  et  $E$  décrivant les superparticules de la simulation.

Lorsque la densité de particules neutres est réduite, la probabilité de collision  $P_c$  diminue. Par conséquent, pour un nombre donné de superparticules, la fraction d'entre elles subissant une collision au cours d'un pas de temps diminue également. Il existe

alors une méthode décrite par Skullerud [49] permettant de s'abstenir du calcul de  $\sigma_j(E)$  pour chaque processus et chaque superparticule chargée à chaque pas de temps. Cette technique, dite de *null collision*, repose sur le calcul *a priori* des valeurs maximales  $\sigma_j^{\max}$  des sections efficaces de collisions  $\sigma_j(E)$  pour chaque processus. Le tirage de la variable  $R_1$  uniformément distribuée sur  $[0, 1]$  réalisé à chaque pas de temps est alors comparé à une probabilité de collision maximale

$$P_c^{\max} = 1 - \exp[-n_g(\mathbf{r})\sigma_T^{\max}v\Delta t] \quad (2.58)$$

où  $\sigma_T^{\max}(E) = \sum_j \sigma_j^{\max}$ . Il n'est donc plus nécessaire de calculer l'ensemble des valeurs des sections efficaces  $\sigma_j(E)$  pour l'énergie cinétique  $E$  de la superparticule à chaque pas de temps. Ce calcul n'intervient que lorsque  $R_1 \leq P_c^{\max}$ . Si tel est le cas, le tirage d'une nouvelle variable  $R_2$  uniformément distribuée sur  $[0, 1]$  permet alors de déterminer le processus collisionnel subi en adoptant la démarche suivante :

$$\left. \begin{array}{l} 0 \leq R_2 < \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{n_c} \rightarrow \text{processus 1} \\ \sum_{j=1} \sigma_j^{\max} \\ \frac{\sigma_1(E) + \sigma_2(E)}{\sum_{j=1}^{n_c} \sigma_j^{\max}} \leq R_2 < \frac{\sum_{j=1}^3 \sigma_j(E)}{\sum_{j=1}^{n_c} \sigma_j^{\max}} \rightarrow \text{processus 2} \\ \vdots \\ \frac{\sum_{j=1}^{n_c-1} \sigma_j(E)}{\sum_{j=1}^{n_c} \sigma_j^{\max}} \leq R_2 < \frac{\sum_{j=1}^{n_c} \sigma_j(E)}{\sum_{j=1}^{n_c} \sigma_j^{\max}} \rightarrow \text{processus } n_c \\ \frac{\sum_{j=1}^{n_c} \sigma_j(E)}{\sum_{j=1}^{n_c} \sigma_j^{\max}} \leq R_2 \leq 1 \rightarrow \text{pas de collision} \end{array} \right\} \quad (2.59)$$

Tout se passe donc comme s'il existait un processus collisionnel fictif ne conduisant à aucune collision et ayant pour probabilité la différence entre la somme des sections efficaces maximales  $\sigma_T^{\max}$  et la somme des sections efficaces pour l'énergie cinétique de la particule  $\sigma_T(E)$ . Cette méthode permet de restreindre le calcul de la dépendance des sections efficaces en fonctions de l'énergie  $\sigma_j(E)$  à un nombre réduit de superparticules, permettant ainsi un gain de temps de calcul.

### 2.3.2 Collisions coulombiennes

Comme expliqué précédemment section 2.2.1, une modélisation particulaire a pour effet de sous estimer les interactions entre particules chargées à courte distance. Il est néanmoins possible, lorsque les interactions entre particules chargées sont suspectées de jouer un rôle important aux échelles inférieures à la dimension caractéristique du maillage, de recourir à différents modèles permettant de reproduire les interactions coulombiennes à courte distance. Une brève revue de ces modèles est donnée ici pour information. Pour une revue plus exhaustive, se référer par exemple aux travaux de Lemons *et al.* [50] ou encore de Finnegan *et al.* [51].

Takizuka et Abe [52] proposent un modèle permettant de rendre compte des interactions binaires électron-électron, ion-ion et électron-ion au moyen de tirages aléatoires de particules chargées au sein d'une même cellule du maillage, pour lequel la quantité de mouvement ainsi que l'énergie totale sont conservées au cours d'une collision. Jones *et al.* [53] développent une approche différente permettant de calculer la force appliquée à une particule à partir d'un champ représentatif des collisions connu sur le maillage du code particulaire. Ces méthodes supposent néanmoins une distribution de vitesse proche d'une distribution maxwellienne. Une extension proposée par Manheimer *et al.* [54] généralise toutefois la méthode de Jones à une distribution isotrope arbitraire de vitesse. Dans un souci d'optimisation de la méthode, Nanbu [55] reprend l'idée développée par Cranfil *et al.* [56] consistant à regrouper un certain nombre de collisions de faible angle de déviation en une seule collision conduisant à un angle de déviation important, rendant ainsi le calcul plus rapide.

### 2.3.3 Méthode PIC-MCC

La prise en compte des phénomènes collisionnels dans la modélisation d'un plasma basse pression est réalisée par l'adjonction d'un module Monte-Carlo (MCC) aux schémas de résolution de type Particle in Cell. Un certain nombre de processus collisionnels sont sélectionnés parmi l'ensemble des processus pouvant intervenir au sein du plasma étudié en fonction de leur influence escomptée. La contribution de ces processus collisionnels est alors explicitée au moyen des modèles probabilistes décrit ci-dessus. Les différentes étapes d'une itération de type PIC-MCC sont présentées figure 2.2.

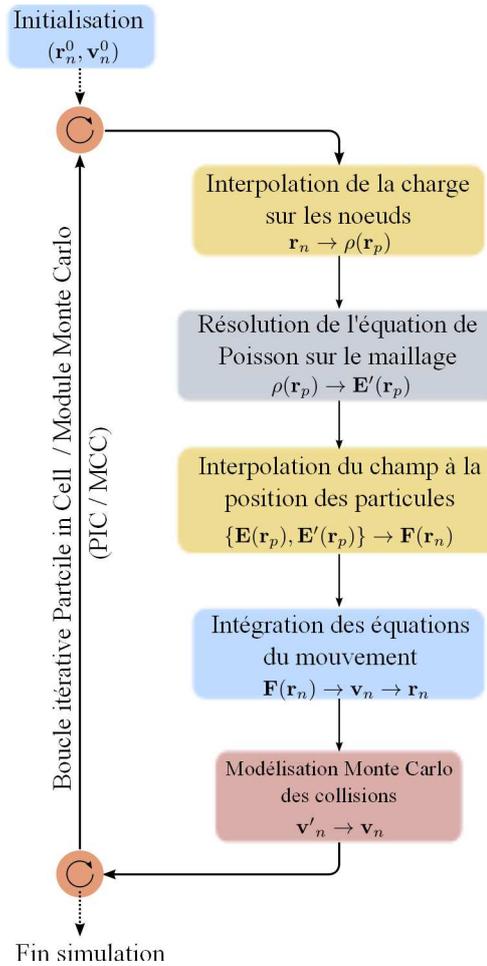


FIGURE 2.2: Processus itératif de résolution de type Particle In Cell (PIC) couplé à un module Monte Carlo (MCC) permettant de rendre compte des phénomènes collisionnels.

## Deuxième partie

### Étude et modélisation du fonctionnement d'une source plasma filaire en régime continu basse pression



*"If your experiment needs statistics, then you ought to have done a better experiment."*

Ernest Rutherford (1871-1937)

# 3

## Étude expérimentale de la source filaire en régime continu

**Résumé.** Une étude expérimentale de la source filaire basse pression ( $10^{-5}$  –  $10^{-1}$  mbar) bas courant (0.1 – 20 mA) en régime continu est réalisée afin de déterminer l'évolution des paramètres physiques décrivant le fonctionnement de la décharge en fonction des conditions opératoires. On cherche également à dégager des paramètres d'influence ayant un rôle particulier sur le fonctionnement de la source filaire.

On commencera tout d'abord par présenter le dispositif expérimental utilisé pour réaliser cette étude. Dans un second temps, on décrira le comportement caractéristique de la source filaire dans l'hélium. Pour cela, on utilisera notamment les caractéristiques courant-tension de la décharge obtenues pour diverses pressions de fonctionnement. Les différents modes de décharges observés expérimentalement seront également introduits. Enfin, une étude paramétrique permettra de mettre en évidence le rôle joué par le rayon de l'anode sur les propriétés de la décharge ainsi que les modifications induites par l'utilisation de différents gaz.

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Dispositif expérimental</b>	<b>38</b>
3.1.1	Configuration de décharge filaire retenue	38
3.1.2	Montage expérimental	39
<b>3.2</b>	<b>Comportement caractéristique</b>	<b>41</b>
3.2.1	Modes de décharge	41
3.2.2	Caractéristiques courant-tension	43

3.2.3	Tension d'amorçage . . . . .	45
3.2.4	Spectre d'émission . . . . .	46
<b>3.3</b>	<b>Etude paramétrique . . . . .</b>	<b>47</b>
3.3.1	Influence du gaz utilisé . . . . .	48
3.3.2	Rayon de l'anode filaire $R_a$ . . . . .	50
3.3.3	Rayon de la cathode $R_c$ . . . . .	56
<b>3.4</b>	<b>Synthèse . . . . .</b>	<b>57</b>

## 3.1 Dispositif expérimental

### 3.1.1 Configuration de décharge filaire retenue

Le dispositif expérimental utilisé afin d'étudier la décharge filaire en régime continu bas courant et basse pression est présenté figure 3.1. Il s'agit d'une configuration à un seul fil placé sur l'axe d'une cavité cylindrique, sans champ magnétique externe. L'anode est un fil de tungstène de rayon  $R_a = 100 \mu\text{m}$ . La cathode, de rayon  $R_c = 2.5 \text{ cm}$ , est chemisée au moyen d'une feuille en acier inoxydable sur l'intégralité de sa surface intérieure de sorte de minimiser les modifications de l'état de surface dues à l'oxydation. On place à chaque extrémité du cylindre une grille circulaire de rayon légèrement supérieur à  $R_c$ , reliée comme la cathode à la masse du circuit. Ces grilles sont percées en leur centre ( $R_{end} = 3 \text{ mm}$ ) afin de permettre le passage du fil, et distantes l'une

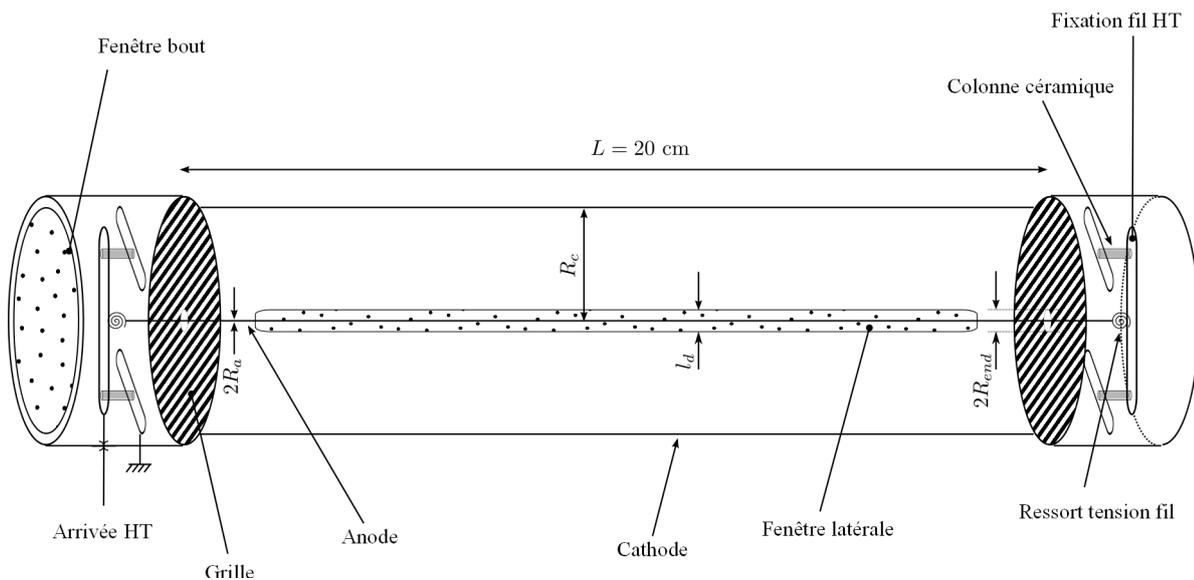


FIGURE 3.1: Schéma de la configuration filaire retenue.  $R_a = 0.1 \text{ mm}$ ,  $R_c = 2.5 \text{ cm}$ ,  $L = 20 \text{ cm}$ ,  $R_{end} = 3 \text{ mm}$ ,  $l_d = 6 \text{ mm}$ .

de l'autre de  $L = 20$  cm. Après être passé au travers des grilles, le fil est maintenu à chaque extrémité du cylindre au moyen de ressorts assurant une tension satisfaisante du fil. Des plaques de fixation, mécaniquement fixées sur la cathode via des colonnes en céramique isolante (Macor®), supportent l'ensemble fil-ressorts. Cette configuration, utilisée depuis de longues années au sein de canons à électrons à émission secondaire, a démontré sa capacité à fonctionner convenablement dans les conditions envisagées.

Afin de pouvoir contrôler visuellement l'étendue spatiale de la décharge, la cathode est percée de sorte de placer deux fenêtres. La première fenêtre est positionnée à une extrémité du cylindre, permettant ainsi un contrôle de l'extension radiale de la décharge à travers la grille. Une seconde fenêtre est placée sur la longueur de la décharge, autorisant une mesure de l'extension longitudinale de la décharge. Cette fenêtre latérale ne peut néanmoins pas être de taille trop importante sans quoi la surface de la cathode serait modifiée, et donc le fonctionnement de la décharge également. On se limite donc à une ouverture de  $l_d = 6$  mm de coté, ce qui représente un peu moins de 4% de la surface intérieure du cylindre.

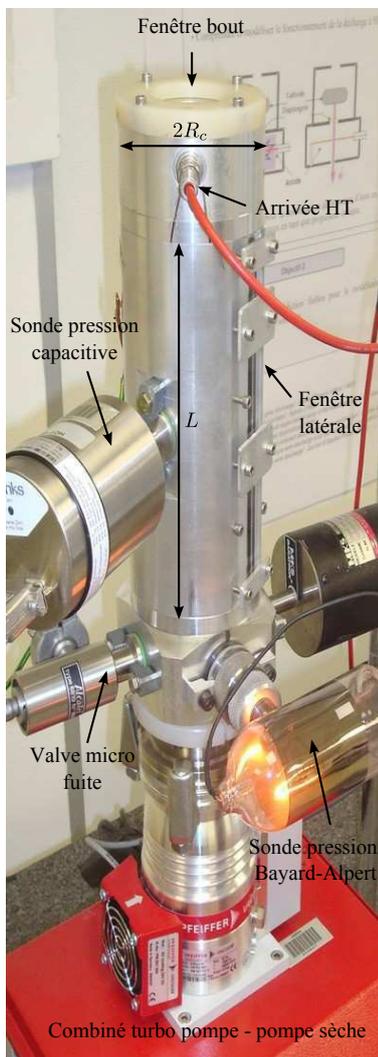
### 3.1.2 Montage expérimental

Afin de minimiser les pertes de charge, la source filaire est montée directement sur un combiné « pompe primaire sèche - pompe turbo-moléculaire » Pfeiffer HiCube (figure 3.2). Le pompage est réalisé au travers de l'extrémité de la source filaire opposée à la fenêtre. Une telle configuration permet d'atteindre un vide limite de  $6 \times 10^{-7}$  mbar dans l'hélium. L'admission de gaz (He, Ne, Ar, Xe, Air) au sein de la cavité est contrôlée à l'aide d'une vanne. La pression au sein de la source filaire est mesurée au moyen de trois jauges distinctes. Une jauge Pirani ( $p \geq 10^{-2}$  mbar) autorise un contrôle de la descente en pression. Une jauge capacitive MKS Baratron 1 Torr pleine échelle permet une mesure différentielle de la pression  $p$  pour des pressions comprises entre  $10^{-4}$  mbar et 1 mbar, et ce indépendamment du gaz utilisé. Pour des pressions inférieures, une jauge à filament type Bayard et Alpert est utilisée. Ce type de jauge repose sur la mesure d'un courant dans une chambre d'ionisation. Par conséquent, les valeurs mesurées nécessitent d'être corrigées en fonction du gaz présent dans la source. Les facteurs correctifs disponibles n'étant malheureusement qu'une linéarisation du comportement réel sur la plage de pression de la jauge ( $10^{-3} - 10^{-11}$  mbar), l'incertitude concernant les pressions mesurées à l'aide de la jauge à filament est relativement importante ( $\pm 15\%$ ).

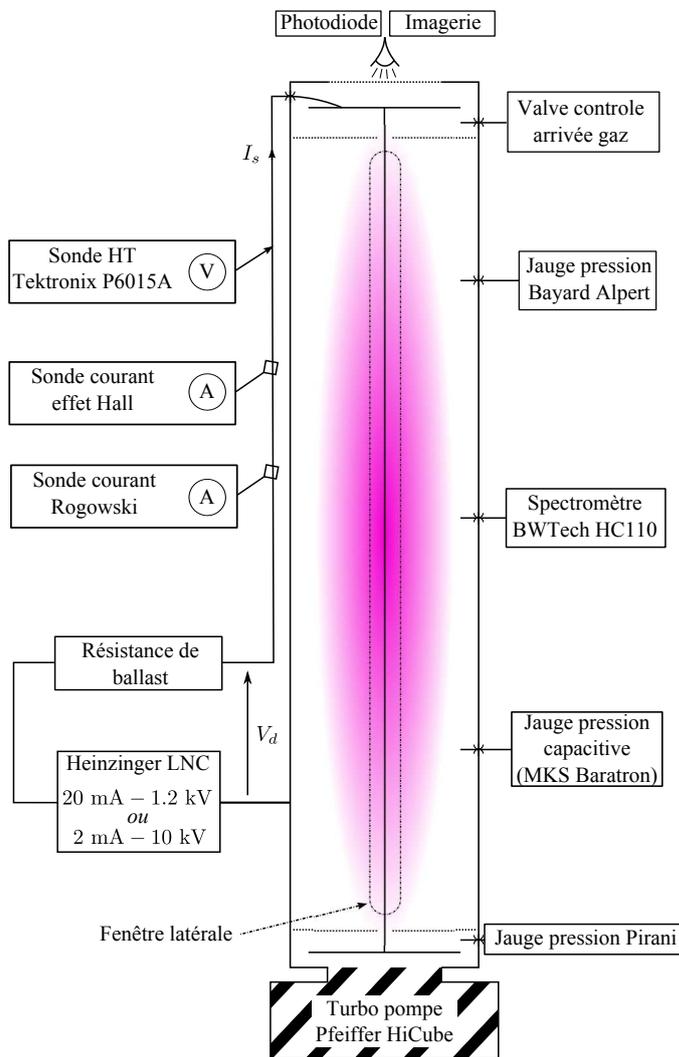
Deux alimentations continues stabilisées Heinzinger LNC 2 mA-10 kV et 20 mA-1.2 kV sont utilisées selon les conditions. L'alimentation 2 mA-10 kV permet une étude de la décharge à plus basse pression (*i. e.* plus haute tension) mais pour un courant de décharge limité à 2 mA, tandis que l'alimentation 20 mA-1.2 kV autorise une plage de courant plus large dès lors que la tension de décharge  $V_d$  est inférieure à 1.2 kV. Une résistance de ballast placée en série permet au besoin de stabiliser la décharge. Cette résistance varie selon les conditions entre  $0 \Omega$  (*i. e.* pas de résistance de ballast) et  $47 \text{ k}\Omega$ . La tension de décharge  $V_d$  est mesurée au moyen d'une sonde haute tension Tektronix P6015A. La composante basse fréquence du courant de décharge  $I_s$  est mesurée à l'aide d'une sonde à effet Hall, tandis que l'absence de composante haute fréquence est contrôlée grâce à une sonde Rogowski. L'ensemble de ces signaux est affiché sur un

oscilloscope Lecroy 100 MHz.

Une photodiode positionnée en regard de la fenêtre placée à l'extrémité de la source est utilisée afin de mettre en évidence l'existence d'éventuels régimes de décharge pulsés. Par ailleurs, des moyens d'imagerie (caméra intensifiée, appareil photo) permettent de caractériser l'étendue spatiale de la décharge au travers des deux fenêtres. Enfin, une fibre optique insérée au travers de la cathode permet au moyen d'un spectromètre compact BWTek BTC 112 de réaliser des mesures spectrométriques intégrées en temps et en espace.



(a) Photographie



(b) Schéma de principe

FIGURE 3.2: Montage expérimental utilisé pour l'étude de la source plasma filaire en régime continu.

## 3.2 Comportement caractéristique

### 3.2.1 Modes de décharge

L'opération de la source filaire dans l'hélium sans résistance de ballast met en évidence l'existence de deux modes stables de décharge distincts.

Pour un courant de décharge  $I_s = 1$  mA et une pression inférieure à  $2.1 \times 10^{-2}$  mbar, la décharge est limitée radialement à un cylindre de quelques millimètres autour de l'anode (figure 3.3(b)). En revanche, la décharge est homogène dans la direction du fil jusqu'à environ un centimètre des grilles de bout. Ce mode de décharge est appelé mode *contracté* du fait de son extension radiale limitée. Lorsque l'on augmente le courant pour une même pression ou bien diminue la pression pour ce même courant de 1 mA, la structure de la décharge reste inchangée, mais le fil devient incandescent sur une longueur similaire à celle de la décharge.

A l'inverse, une augmentation de la pression au delà de  $2.1 \times 10^{-2}$  mbar se traduit par un changement soudain de l'étendue spatiale de la décharge accompagné d'une

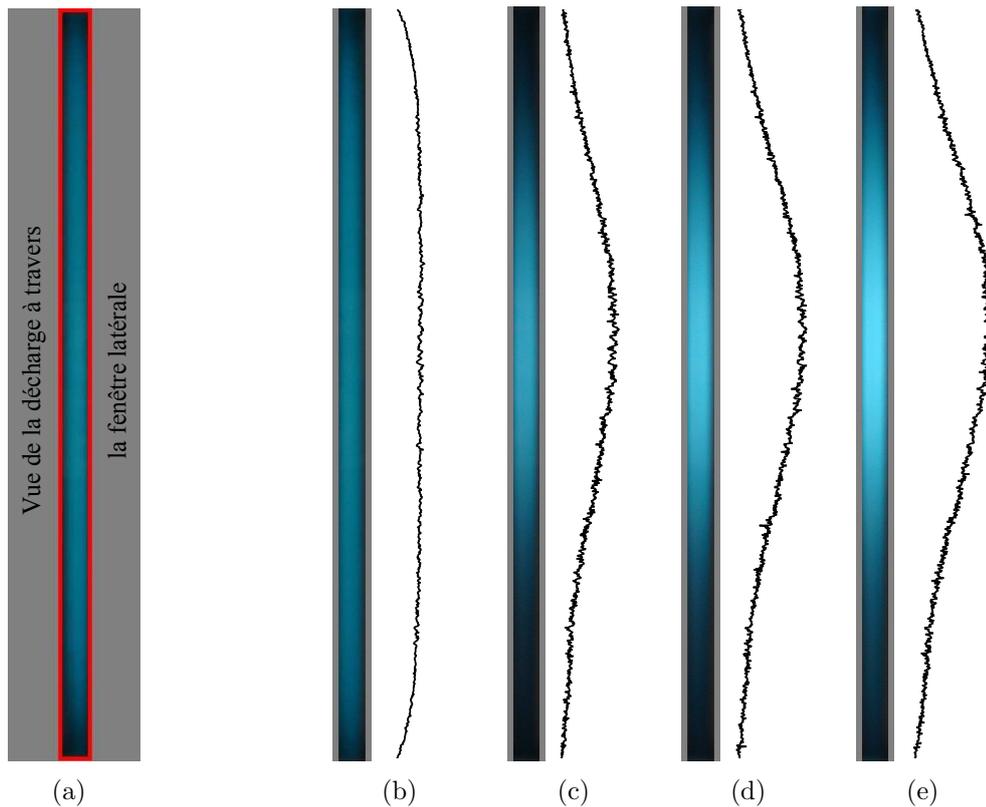


FIGURE 3.3: Étendue spatiale et profil longitudinal d'émission sur l'axe de la décharge vue au travers de la fenêtre latérale - (b) : Mode contracté  $p = 1.10^{-2}$  mbar,  $I_s = 1$  mA - (c),(d),(e) Croissance longitudinale du mode diffus ( $p = 2.8.10^{-2}$  mbar) avec le courant de décharge  $I_s = 1, 1.5$  et  $2$  mA.

chute de la tension de décharge de l'ordre d'une centaine de Volts. Pour ce même courant  $I_s$  de 1 mA, la décharge est alors limitée axialement à une « tranche » de quelques centimètres d'épaisseur, tandis que l'extension radiale augmente significativement (figure 3.3(c)). Ce mode de décharge est alors appelé mode *diffus* de par son extension radiale comparativement au mode *contracté*. Une augmentation de courant pour une même pression conduit à une croissance axiale de la décharge sans modification de l'extension radiale (figures 3.3(d) et 3.3(e)).

L'évolution de la tension de décharge  $V_d$  en fonction de la pression  $p$  pour un courant de décharge  $I_s = 1$  mA est donnée figure 3.4. La diminution brutale de la tension de décharge ( $\sim 60$  V) observée lors du passage du mode contracté au mode diffus se traduit ici par une discontinuité de la courbe pour une pression égale à la pression de transition. Une légère hystérésis est observée lors de la transition de mode : la pression de transition pour un courant de décharge  $I_s$  donné est légèrement supérieure (*resp.* inférieure) lorsque la transition de mode est obtenue par une augmentation (*resp.* diminution) de la pression. A plus basse pression, on observe une divergence de la tension de décharge avec la pression. Cette forte croissance de la tension de décharge se traduit par un échauffement important du fil. En effet, une augmentation de tension de décharge  $V_d$  pour un courant de décharge  $I_s$  donné conduit à une augmentation

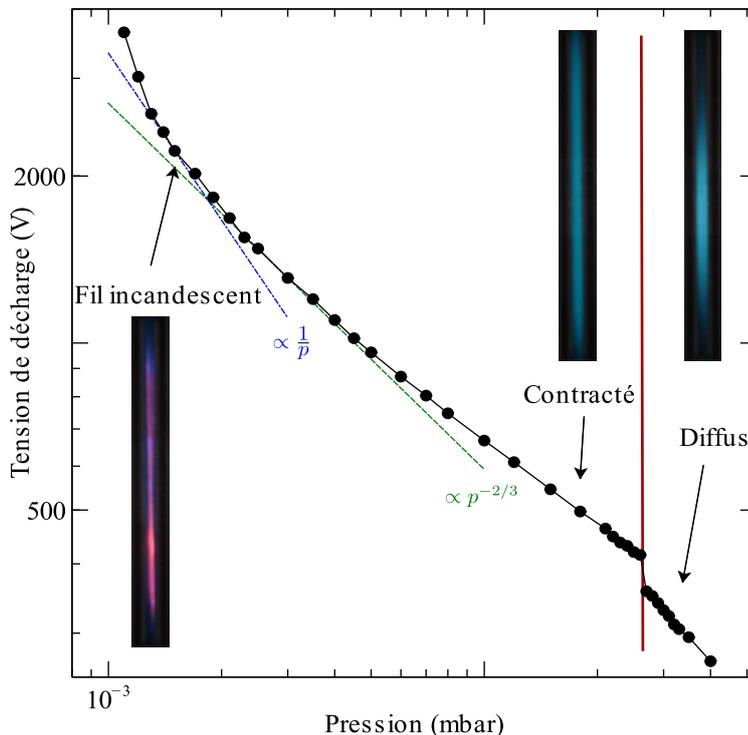


FIGURE 3.4: Tension de décharge en fonction de la pression pour un courant de décharge  $I_s = 1$  mA. Le mode contracté existe à basse pression. Si l'on augmente la pression au delà d'une valeur limite fonction du courant  $I_s$ , la transition de mode se produit (ligne rouge), et le mode diffus apparaît.

de l'énergie transmise aux électrons, et donc *in fine* à une augmentation de l'énergie transférée par bombardement électronique au fil. De par la faible section du fil et la faible pression du gaz au voisinage du fil, les transferts thermiques par conduction et convection sont excessivement limités. Le seul mode de transfert thermique permettant au fil de dissiper l'énergie provenant du bombardement électronique est le rayonnement, ce qui conduit à l'incandescence du fil. Il est toutefois possible de faire fonctionner la décharge à basse pression sans détruire le fil du fait du haut point de fusion (3695 K) du tungstène employé comme matériau pour l'anode.

Le comportement de la source filaire observé expérimentalement est tout à fait similaire à celui mis en avant par Pigache [7] pour une densité linéique de courant cinq à dix fois supérieure et dans une configuration où la cathode est de section rectangulaire et non circulaire. Les modes contracté et diffus ont en effet des caractéristiques tout à fait similaires à celles des modes *wire* et *glow* décrits par l'auteur.

### 3.2.2 Caractéristiques courant-tension

Afin de caractériser la décharge, les caractéristiques courant-tension sont relevées dans l'hélium pour diverses pressions et tracées figure 3.5. Le comportement général peut être décrit de la manière suivante. Pour des pressions de l'ordre de la pression de transition ( $\sim 10^{-2}$  mbar), la tension de décharge  $V_d$  est relativement indépendante du courant de décharge  $I_s$ . Lorsque l'on diminue la pression, la pente des caractéristiques augmente, traduisant une croissance de la résistivité du plasma pour un courant  $I_s$  donné avec une baisse de la pression. Cette croissance de la résistivité du plasma se poursuit jusqu'à divergence des caractéristiques courant-tension pour une pression de l'ordre de  $10^{-4}$  mbar.

Le tracé des courbes iso-puissance sur la même figure montre qu'il existe, pour une pression et une puissance données, deux régimes de fonctionnement de la source filaire. L'un basse pression bas courant et forte tension et l'autre haute pression, plus haut courant et tension de décharge plus faible. Il est donc possible pour une puissance donnée de faire fonctionner la source aussi bien en mode contracté qu'en mode diffus, et ce en faisant varier la pression.

L'apport de l'étude de la décharge filaire sur la plage de courant de décharge [2, 20] mA est limité dans la mesure où celle-ci n'est possible, du fait de l'alimentation utilisée, que pour des pressions suffisamment élevées pour que la tension de décharge  $V_d$  soit inférieure au 1200 V disponibles. La résistivité du plasma étant très faible pour les couples pression et courant de décharge accessibles, la tension de décharge correspondante est relativement indépendante du courant. Par conséquent, la caractérisation de la source plasma filaire sur la plage  $I_s \in [2, 20]$  mA se traduit simplement par la prolongation des caractéristiques I-V horizontales observées à haute pression ( $\sim 10^{-2}$  mbar) figure 3.5.

Une observation détaillée des caractéristiques I-V indique qu'au delà d'une certaine pression ( $\sim 10^{-2}$  mbar), le plasma est faiblement résistif à bas courant puis présente une résistance légèrement négative au delà d'un courant limite. L'encart figure 3.5 tend à montrer que ce courant limite croît avec la pression. Dans certaines conditions, la résistance négative peut conduire à un régime instable du fait de l'incapacité de

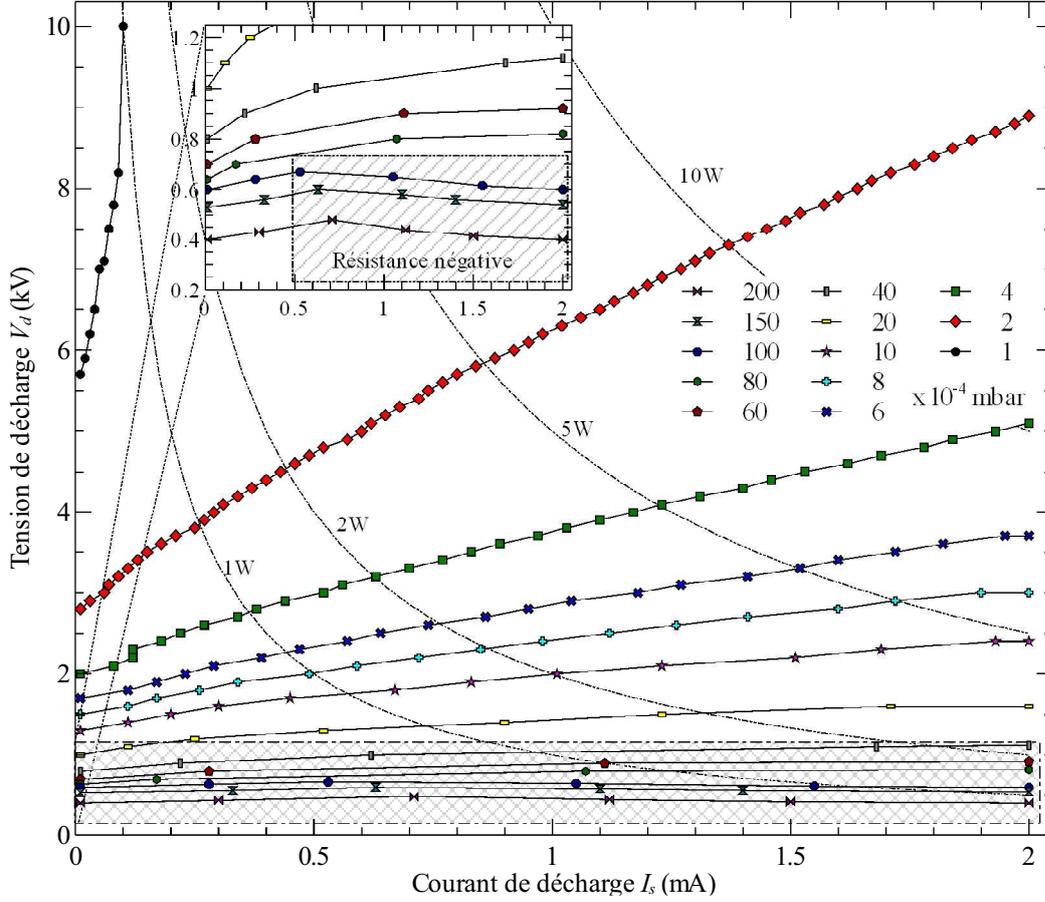


FIGURE 3.5: Caractéristiques courant-tension de la source plasma filaire en régime continu dans l'hélium. Un agrandissement met en évidence le fait que la résistivité du plasma est légèrement négative à haute pression au delà d'un courant limite.

l'alimentation à maintenir un courant de décharge fixé. Les signaux correspondant à la photodiode et à la sonde de courant Rogowski traduisent alors l'existence d'un régime pulsé, comme présenté figure 3.6(a). Ce régime résulte de l'utilisation d'une alimentation régulée qui dans ces conditions débite un courant instantané  $I$  largement supérieur à la valeur de consigne  $I_s$  pendant une courte durée  $\delta t$ , puis un courant nul pendant une période  $\Delta t - \delta t$  telle que

$$\int_0^{\Delta t} I dt = I_s \Delta t. \quad (3.1)$$

La figure 3.6(b) montre que la fréquence des signaux décroît linéairement avec le courant de consigne  $I_s$ , ce qui est en accord avec la description du cycle donné ci-dessus. En effet, la charge

$$Q = \int_0^{\Delta t} I dt = \int_0^{\delta t} I dt \quad (3.2)$$

ne dépendant que des caractéristiques de l'alimentation, notamment sa capacité de

sortie, l'équation (3.1) indique bien que  $\Delta t$  est inversement proportionnel à  $I_s$ . L'ajout d'une résistance de ballast en série de la décharge permet toutefois de supprimer ces instabilités en rétablissant une charge résistive aux bornes du générateur.

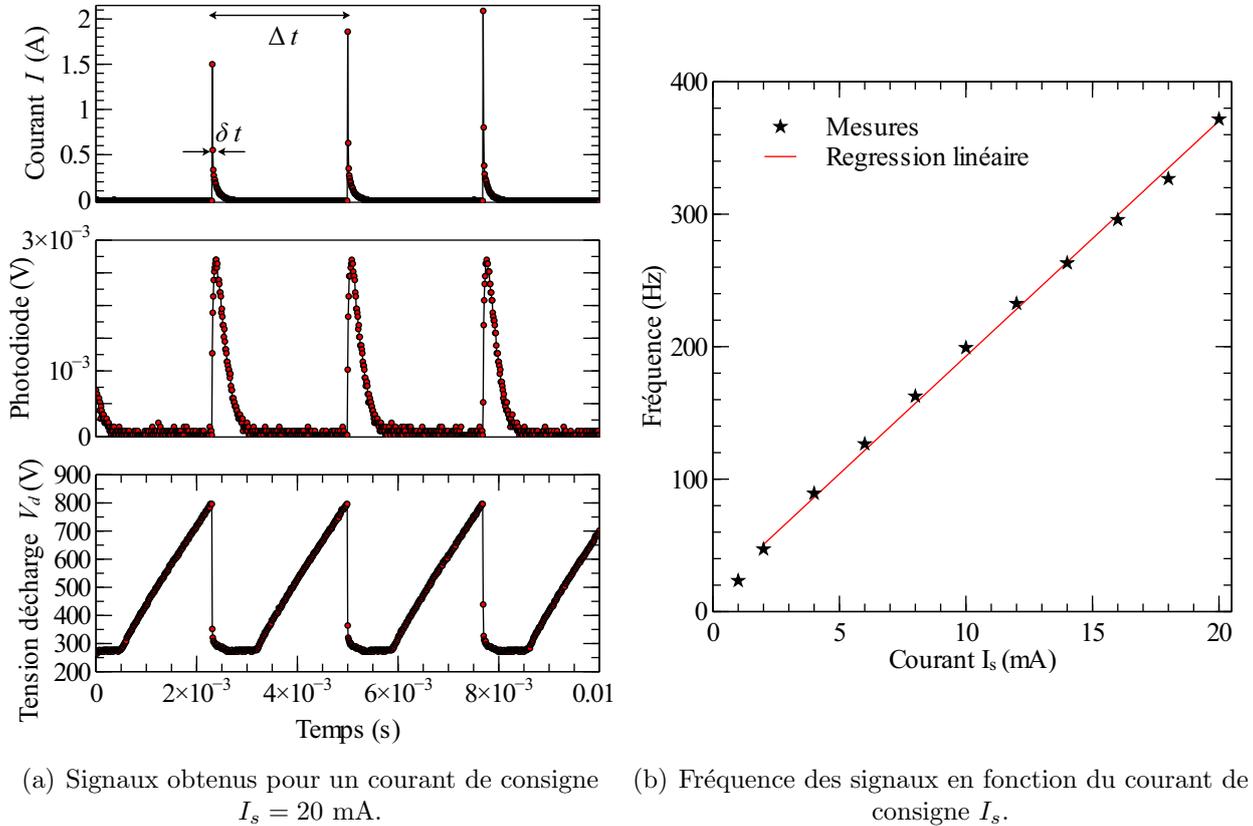


FIGURE 3.6: Régime pulsé induit par la régulation de l'alimentation pour une résistance négative du plasma ( $p = 2.1 \times 10^{-2}$  mbar). Le courant instantané débité par l'alimentation atteint plusieurs ampères alors que le courant nominal est au maximum de 20 mA.

### 3.2.3 Tension d'amorçage

La courbe de tension d'amorçage en fonction de la pression est obtenue pour un courant de décharge de l'ordre de quelques micro ampères. Les résultats présentés figure 3.7 confirment la déviation relativement à la courbe prédictive de Paschen pour une configuration d'électrodes parallèles distantes de  $d = R_c = 2.5$  cm mis en avant par Urai *et al* [36]. L'incertitude propre à la mesure de pression sur la plage inférieure est due à la nécessité d'utiliser la jauge à filament dès lors que la pression est inférieure à la pression limite de la jauge capacitive MKS Baratron, à savoir  $10^{-4}$  mbar. Pour une tension de quelques centaines de Volts, la décharge filaire peut être amorcée à une pression de l'ordre de dix fois inférieure à la pression nécessaire dans le cas d'électrodes parallèles. A plus basse pression et donc plus haute tension, le gain est largement supérieur, pouvant atteindre un facteur mille pour une tension d'amorçage de l'ordre

du kilo Volts. La loi de Paschen peut être généralisée aux situations pour lesquelles le champ électrique n'est pas uniforme [57–59]. Le critère de Townsend s'écrit dans le cas d'une décharge entre deux électrodes coaxiales

$$\int_{R_c}^{R_a} \alpha(E(r), p) dr = \ln(1 + 1/\gamma) \quad (3.3)$$

où  $\alpha$  et  $\gamma$  sont respectivement le premier et le second coefficient de Townsend. Le champ électrique laplacien

$$E(r) = \frac{\phi_a}{\ln(R_c/R_a) r} \quad (3.4)$$

étant connu, une intégration numérique de (3.3) utilisant la forme générique du premier coefficient de Townsend

$$\alpha = Ap \exp\left(-\frac{Bp}{E}\right) \quad (3.5)$$

conduit au potentiel d'amorçage pour une géométrie d'électrodes coaxiales. Comme on peut le constater figure 3.7, cette généralisation de la loi de Paschen ne permet pas non plus d'expliquer la capacité de la décharge à s'amorcer à basse pression pour une tension de décharge limitée.

Cette non adéquation s'explique principalement par le fait que le critère (3.3) suppose un électron allant directement de la cathode vers l'anode, ce qui n'est plus le cas du fait de l'existence d'orbites électroniques dès lors que le fil est suffisamment fin. La distance moyenne parcourue par un électron au sein de la décharge dépasse alors largement la distance inter électrodes. Par ailleurs, le faible rayon d'anode donne lieu à des valeurs de champ électrique proches du fil très importantes ( $\sim 10^6 \text{ V.m}^{-1}$ ), ce qui conduit à des valeurs de champ réduit  $E/p$  pour lesquelles la forme classique du premier coefficient de Townsend (3.5) n'est plus valide [60]. La modélisation de l'amorçage dans une situation à faible rayon d'anode nécessite par conséquent une approche différente, par exemple une approche statistique telle que décrite par Urai *et al.* [37].

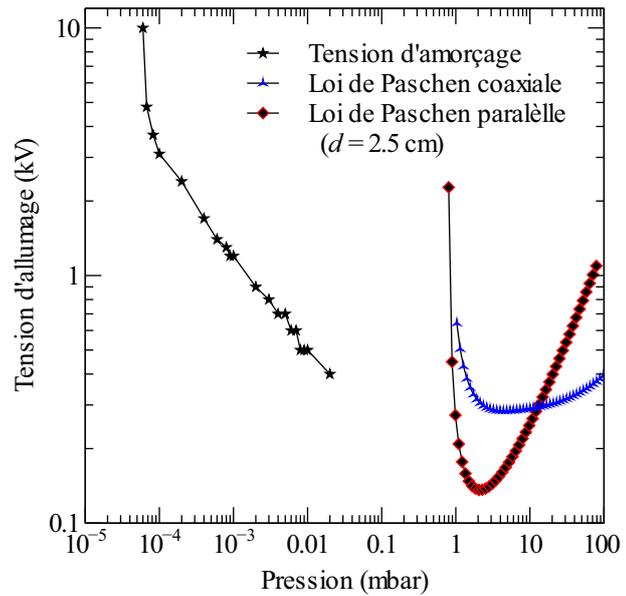


FIGURE 3.7: Tension d'amorçage dans l'hélium en fonction de la pression  $p$  et courbes de Paschen pour des configuration parallèles (distance  $d = 2.5 \text{ cm}$ ) et coaxiales d'électrodes.

### 3.2.4 Spectre d'émission

Des mesures spectrométriques en émission ont été réalisées au moyen d'un spectromètre compact BWTek BTC 112 de 2 nm de résolution et d'une fibre optique placée au

sein de la source. Un tel dispositif conduit à une mesure non résolue spatialement, les résultats correspondant à une intégration du spectre sur un cône d'une vingtaine de degrés de demi angle au sommet. Les résultats tels que présentés figure 3.8 ne permettent pas de distinguer catégoriquement un mode de décharge de l'autre. En effet, le spectre de la décharge présente une raie marquée à 501.5 nm, ainsi que deux raies secondaires à 388.8 nm et 587.5 nm, et ce quel que soit le mode de décharge. La raie principale à 501.5 nm correspond à une transition d'un niveau  $3p^1P^0$  d'énergie 23.09 eV vers un niveau  $2s^1S$  d'énergie 20.61 eV, et confère à la décharge sa lueur verte. On constate de manière générale une diminution de l'intensité relative des raies secondaires par rapport à la raie principale avec une diminution de la pression. Néanmoins, le fait que les seules raies sortant du bruit soient des raies neutres limite fortement les enseignements d'une étude spectroscopique en émission.

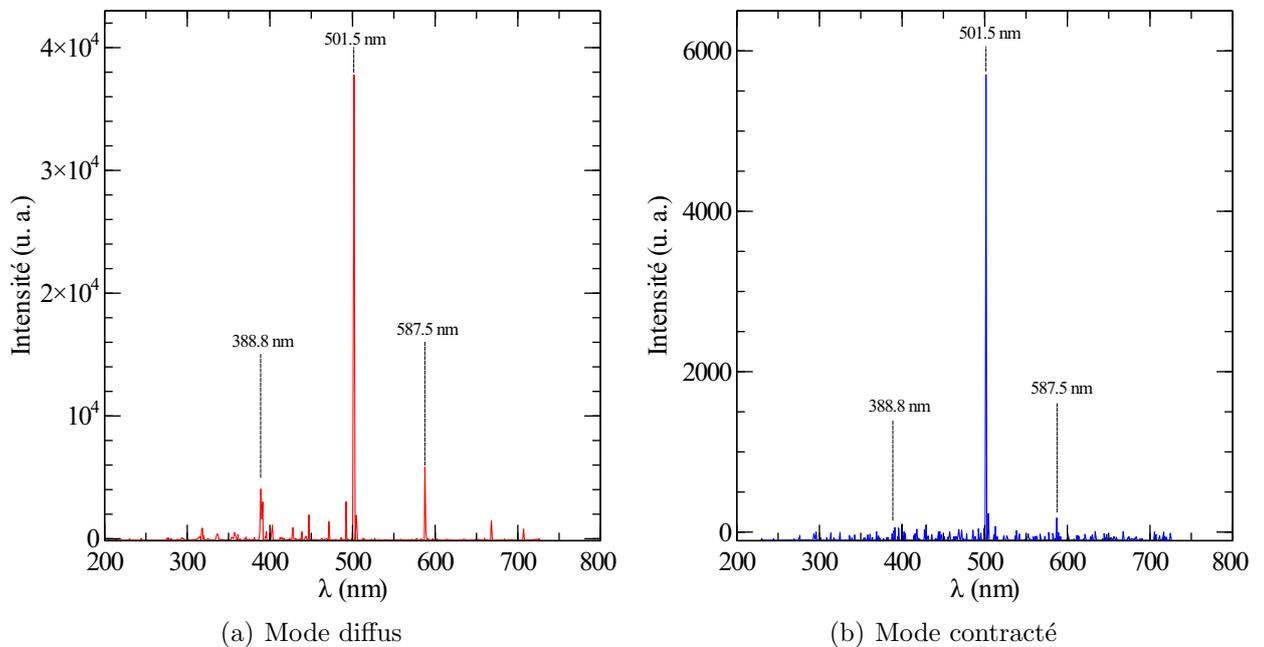


FIGURE 3.8: Signature spectrale de la décharge filaire dans l'hélium pour  $I_s = 2$  mA : (a) mode diffus  $p = 9 \times 10^{-2}$  mbar, (b) mode contracté  $p = 6 \times 10^{-3}$  mbar.

### 3.3 Étude paramétrique

Les principales caractéristiques de la source filaire ayant été présentées au travers de l'étude de la décharge dans l'hélium pour un rayon d'anode  $R_a = 100 \mu\text{m}$ , on souhaite dorénavant identifier les paramètres influant sur le fonctionnement de la source.

### 3.3.1 Influence du gaz utilisé

L'expérience montre qu'il est possible d'obtenir une décharge dans divers gaz : hélium, néon, argon, xénon, air, dioxyde de carbone ( $\text{CO}_2$ ), monoxyde d'azote ( $\text{NO}$ ), dioxyde d'azote ( $\text{NO}_2$ ), ... On se limite toutefois dans cette étude aux gaz rares et à l'air.

L'étude de la décharge filaire dans différents gaz montre que le fonctionnement de la décharge reste globalement inchangé. Deux modes de décharge - contracté en dessous d'une pression limite et diffus au delà - tels que décrit section 3.2.1 existent quel que soit le gaz utilisé, et l'allure des caractéristiques courant-tension<sup>1</sup> reste la même que celle présentée section 3.2.2. Néanmoins la gamme de pression correspondant à ce même comportement de la source filaire varie de plusieurs ordres de grandeur en fonction du gaz. La famille de caractéristiques I-V obtenue pour un gaz et une pression donnés est qualitativement identique à celle obtenue dans un autre gaz mais pour une pression différente.

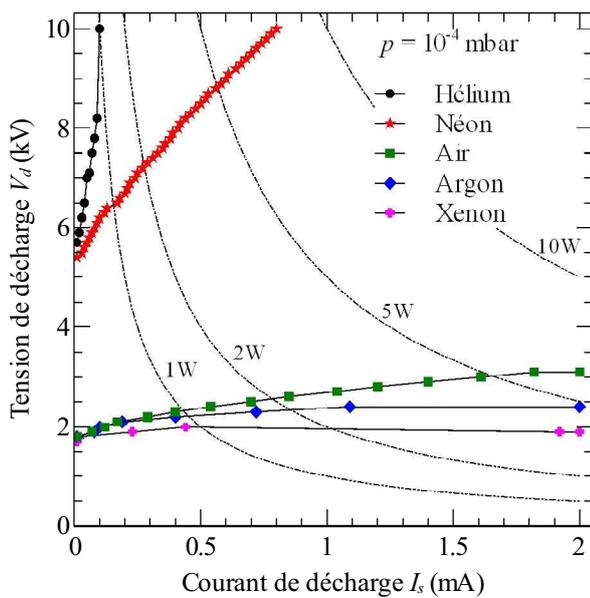


FIGURE 3.9: Comparaison de l'allure des caractéristiques I-V dans différents gaz pour une même pression  $p = 10^{-4}$  mbar.

de transition de mode pour un courant de décharge  $I_s$  donné varie en fonction du gaz utilisé.

#### Pression de transition de mode

La pression correspondant au saut de mode est mesurée en fixant le courant  $I_s$  et en régulant le débit de gaz au moyen de la vanne micro fuite. Du fait de l'existence

En adoptant le point de vue inverse, le tracé d'une seule caractéristique I-V pour une même pression et différents gaz reproduit l'allure générale d'une famille de caractéristiques telle que présentée figure 3.5. La figure 3.9 obtenue pour He, Ne, Ar, Xe et l'air et une pression  $p = 10^{-4}$  mbar illustre cette similitude. Les caractéristiques I-V mesurées correspondent à différentes valeurs de résistivité de la décharge. La courbe obtenue dans le xénon est tout a fait typique d'une phase à résistance limitée telle qu'observée à plus haute pression dans l'hélium, tandis que les caractéristiques correspondant à l'argon, à l'air et au néon reproduisent la croissance de la résistivité avec une baisse de la pression mise en avant section 3.2.2.

Du fait de la variation de la plage de pression conduisant à un même comportement de la décharge filaire, la pression

1. L'ensemble des caractéristiques courant-tensions pour les gaz étudiés est donné en Annexe B.

d'hystérésis (*c. f.* section 3.2.1), la valeur retenue est la moyenne des deux pressions de transition obtenues respectivement en augmentant et en diminuant la pression. Les mesures réalisées sur la plage  $I_s \in [0, 2]$  mA sont synthétisées dans le tableau 3.1.

Gaz	He	Ne	Ar	Xe
Pression de transition (mbar)	$2 \times 10^{-2}$	$8 \times 10^{-3}$	$1 \times 10^{-3}$	$3 \times 10^{-4}$

TABLE 3.1: Pression moyenne de transition de mode sur la plage  $I_s \in [0, 2]$  mA.

L'agencement des pressions de transition de mode entre les différents gaz est bien cohérent avec celui mis en avant par comparaison des caractéristiques. Cette correspondance peut être expliquée en reprenant la méthode de l'estimation de la pression de transition formulée par Pigache [7], à savoir que la transition de mode se produit lorsque l'épaisseur de gaine correspondant à un courant ionique entre les électrodes limité par la charge d'espace est de l'ordre de grandeur de la dimension caractéristique de l'enceinte. L'agencement des caractéristiques I-V est tel que la tension  $V_d$  nécessaire à l'établissement d'une décharge de courant donné  $I_s$  pour une pression  $p$  fixée s'ordonne en fonction du gaz de la manière suivante

$$V_d^{\text{He}}(I_s, p) > V_d^{\text{Ne}}(I_s, p) > V_d^{\text{Ar}}(I_s, p) > V_d^{\text{Xe}}(I_s, p). \quad (3.6)$$

En suivant une loi de Child-Langmuir [38] pour un courant d'ions, l'épaisseur de gaine

$$d \propto \frac{V_d^{3/4}}{I_s^{1/2}} \quad (3.7)$$

sera alors telle que

$$d^{\text{He}} > d^{\text{Ne}} > d^{\text{Ar}} > d^{\text{Xe}}. \quad (3.8)$$

En abaissant la pression, donc en augmentant la tension de décharge  $V_d$ , l'épaisseur de gaine atteindra alors la dimension caractéristique de l'enceinte  $R_c$  tout d'abord dans l'hélium, puis dans le néon, puis dans l'argon et enfin dans le xénon.

On peut par ailleurs remarquer ici que cette explication implique une tension aux bornes de la décharge pour les conditions de transition de mode indépendante du gaz considéré. Ce comportement est partiellement corroboré par les résultats expérimentaux dans la mesure où ces résultats indiquent que la tension de fonctionnement limite en mode diffus  $V_{lim_{\mathcal{D}}}$  pour un courant  $I_s$  donné est relativement indépendante du gaz utilisé ( $V_{lim_{\mathcal{D}}}$  est de l'ordre de 300 V pour un courant de décharge de l'ordre du milliampère). En revanche, ces mêmes résultats montrent que les valeurs de saut de tension à la transition, et donc de tension limite de fonctionnement en mode contracté, sont fonction du gaz.

### Valeur du saut de tension à la transition de mode

Tout comme la pression de transition, la valeur du saut de tension observée à la transition de mode dépend du gaz considéré (tableau 3.2). On mesure un saut de

Gaz	He	Ne	Ar	Xe
Saut de tension (V)	100	300	500	600

TABLE 3.2: Valeur du saut de tension observé à la transition de mode.

tension d'autant plus important que la pression de transition est faible. La tension limite de fonctionnement en mode diffus  $V_{lim_D}$  étant relativement indépendante du gaz, la dépendance de la valeur du saut de tension en fonction du gaz implique une variation de la tension limite de fonctionnement en mode contracté  $V_{lim_C}$ , qui décroît donc avec la pression de transition. Pour un courant  $I_s$  donné, la tension limite de fonctionnement en mode contracté  $V_{lim_C}$  s'ordonne ainsi en fonction du gaz de la manière suivante

$$V_{lim_C}^{\text{He}}(I_s) < V_{lim_C}^{\text{Ne}}(I_s) < V_{lim_C}^{\text{Ar}}(I_s) < V_{lim_C}^{\text{Xe}}(I_s). \quad (3.9)$$

### 3.3.2 Rayon de l'anode filaire $R_a$

Le fait qu'un fil de faible rayon permette le fonctionnement de la source filaire à une pression inférieure comparativement à un fil de rayon plus important a déjà été mis en évidence [3]. L'explication généralement retenue pour expliquer ce gain est le meilleur confinement des électrons obtenu en utilisant un fil de rayon inférieur. Ce comportement est retrouvé ici dans une certaine mesure. En effet, pour des rayons d'anode de quelques centaines de microns de rayon typiquement rencontrés dans des sources filaires, la meilleure tenue en pression, *i. e.* une augmentation de la tension de décharge à pression et courant donnés avec le rayon d'anode filaire, est également observée. Cela est par exemple mis en évidence par une augmentation de la pression de transition de mode avec le rayon d'anode comme le montrent les données rapportées dans le tableau 3.3.

Rayon d'anode $R_a$ ( $\mu\text{m}$ )	50	100	150
Pression de transition (mbar)	$1.7 \times 10^{-2}$	$2.1 \times 10^{-2}$	$2.3 \times 10^{-2}$

TABLE 3.3: Pression de transition dans l'hélium pour différents rayons d'anode  $R_a$  et un courant de décharge  $I_s = 1$  mA.

En revanche, l'utilisation d'un fil de très faible rayon ( $R_a = 5 \mu\text{m}$ ) ne conduit pas à une diminution telle que l'on pourrait l'imaginer en extrapolant les données obtenues pour des rayons plus importants.

La figure 3.10 présente les courbes de tension de décharge  $V_d$  en fonction de la pression  $p$  obtenues dans l'hélium pour un courant de décharge  $I_s = 1$  mA et différents rayons d'anode. On peut ainsi dégager deux comportements distincts. Les courbes correspondant à des rayons d'anode classiques ( $R_a = 50, 100$  et  $150 \mu\text{m}$ ) traduisent bien une amélioration de la tenue en pression avec un fil de rayon inférieur, tandis que la courbe pour  $R_a = 5 \mu\text{m}$  met en évidence un comportement distinct. Une explication

possible à cette singularité est la suivante. Davydov [60] montre que pour deux rayons de fil distincts et un même potentiel d'anode, le nombre d'électrons produits par un électron d'émission secondaire peut être supérieur pour la situation à plus grand rayon. En effet, le champ électrique est d'autant plus fort que le fil est fin mais sa décroissance est également d'autant plus rapide. Or, au delà d'une certaine valeur de champ réduit  $E/p$ , le coefficient de Townsend  $\alpha$  sature. Il est donc préférable afin de maximiser l'ionisation d'avoir un champ réduit plus faible mais sur une distance plus importante qu'un fort champ réduit sur une distance très courte. Dans le cas d'un rayon d'anode  $R_a = 5 \mu\text{m}$ , le champ électrique réduit  $E/p$  varie dans une zone proche du fil entre  $10^7$  et  $10^8 \text{ V} \cdot (\text{cm} \cdot \text{mbar})^{-1}$  sur la gamme de pression considérée. Ces valeurs sont bien au delà de la limite de saturation de  $\alpha$ . Une justification plausible de la singularité observée pour la courbe  $R_a = 5 \mu\text{m}$  figure 3.10 est donc la nécessité pour une tension  $V_d$  fixée d'augmenter la pression afin de diminuer le champ réduit  $E/p$ , permettant ainsi d'assurer une ionisation suffisante pour maintenir un courant de décharge  $I_s$  donné. L'amélioration du confinement électronique due à l'utilisation d'un fil de faible rayon serait alors contrebalancée par une dégradation de la fréquence de collision ionisante d'un électron sur son orbite autour de l'anode.

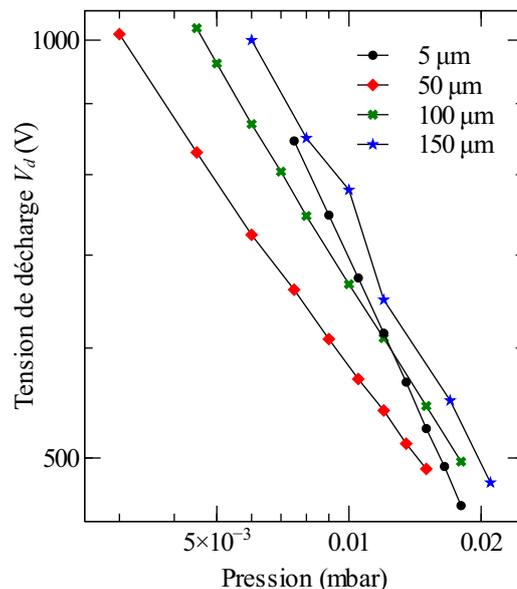


FIGURE 3.10: Influence du rayon du fil sur la tenue en pression. Décharge dans l'hélium,  $I_s = 1 \text{ mA}$ .

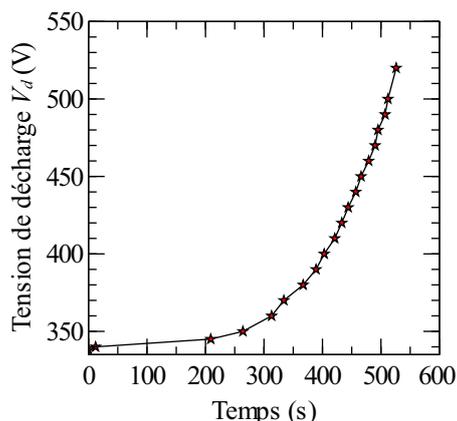


FIGURE 3.11: Dérive de la tension de décharge observée à basse pression ( $10^{-2} \text{ mbar}$  d'hélium) pour de faibles rayons d'anode ( $R_a = 50 \mu\text{m}$ ).  $I_s = 10 \text{ mA}$ .

L'utilisation d'anode de faible rayon permet également de mettre en évidence, comme illustré figure 3.11, l'existence d'une dérive (croissance) de la tension de décharge à basse pression - mode contracté - lorsque le courant de décharge est suffisamment important. Une hypothèse avancée pour justifier cette croissance de la tension de décharge en fonction du temps repose sur la présence d'un échauffement important du fil, et ce même pour des valeurs de courant très faibles ( $\sim 1 \text{ mA}$ ), lorsque le fil est suffisamment fin. Cette divergence de la tension de décharge est par exemple observée dès un milliampère pour un rayon d'anode  $R_a = 5 \mu\text{m}$  tandis qu'elle n'apparaît qu'à partir d'une dizaine d'ampères lorsque le rayon d'anode est de  $50 \mu\text{m}$ . Le lien

existant entre les effets thermiques et la croissance de la tension est par ailleurs distinctement mis en évidence expérimentalement par une évolution au cours du temps de la couleur du fil.

L'énergie transférée à l'anode filaire par bombardement électronique étant nécessairement dissipée par rayonnement (*c. f.* paragraphe 3.2.1), la température du fil augmente. Une estimation haute de la puissance à dissiper est obtenue en faisant l'hypothèse que les électrons arrivent à la cathode avec une énergie voisine de  $eV_d$ . Le courant d'anode étant uniquement un courant d'électrons, la puissance à dissiper est alors simplement  $I_s V_d$ . En assimilant le fil à un corps gris, la température  $T$  du fil peut être estimée au moyen de la loi de Stefan–Boltzmann

$$W = \epsilon S \frac{2\pi^5 k^4}{15h^3 c^2} T^4 \quad (3.10)$$

où  $W$  est la puissance rayonnée,  $\epsilon$  est l'émissivité du matériau,  $S$  est la surface rayonnante,  $k$  est la constante de Boltzmann,  $h$  est la constante de Planck et  $c$  est la vitesse de la lumière dans le vide. Les courbes correspondantes, tracées figure 3.12, permettent une estimation de la température du fil  $T$  en fonction de l'énergie dissipée  $W$  pour différentes valeurs de rayon d'anode  $R_a$ . La plage d'émissivité retenue ( $\epsilon \in [0.1, 0.4]$ ) correspond aux valeurs typiques observées pour du tungstène et différentes conditions de surface et de températures [61, 62]. On constate par exemple que la température du fil varie entre 900 K et 2700 K selon le rayon du fil pour une puissance à dissiper égale à 2 W.

**Remarque 3.1.** *Le tracé de la courbe de résistivité du tungstène [62, 63] en fonction de la température met par ailleurs en évidence un accroissement significatif de la résistance du fil, ce qui se traduit par une chute de tension le long des 20 cm du fil pouvant atteindre 20 V dans le cas d'un fil de 5  $\mu\text{m}$  à 2700 K et un courant de décharge  $I_s$  de l'ordre de 10 mA.*

Les travaux de Semyonov *et al.* [64], et plus récemment de Sharipov *et Bertoldo* [65] et Pantazis *et Valougeorgis* [66] indiquent que l'existence d'un différentiel de température entre la cathode (température ambiante) et l'anode (chauffée par l'impact des électrons) se traduit par une diminution de la densité au voisinage du fil. Le nombre de Knudsen ( $K_n$ ) - rapport entre le libre parcours moyen d'un atome neutre et la dimension caractéristique de l'enceinte - étant dans le cas nous concernant de l'ordre de 5, la

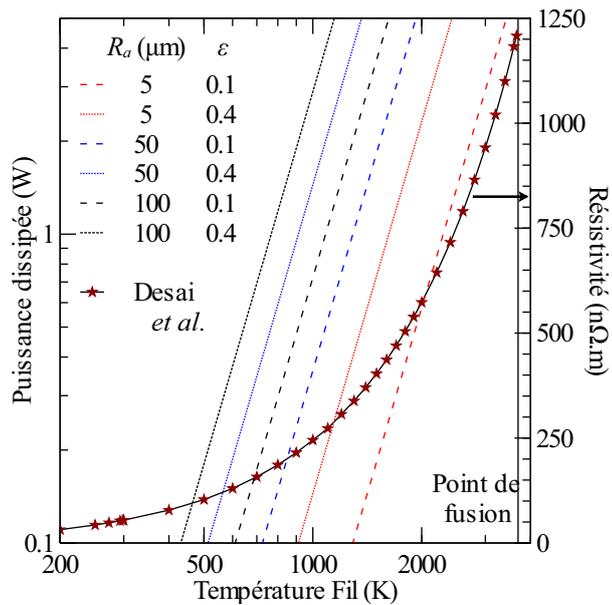
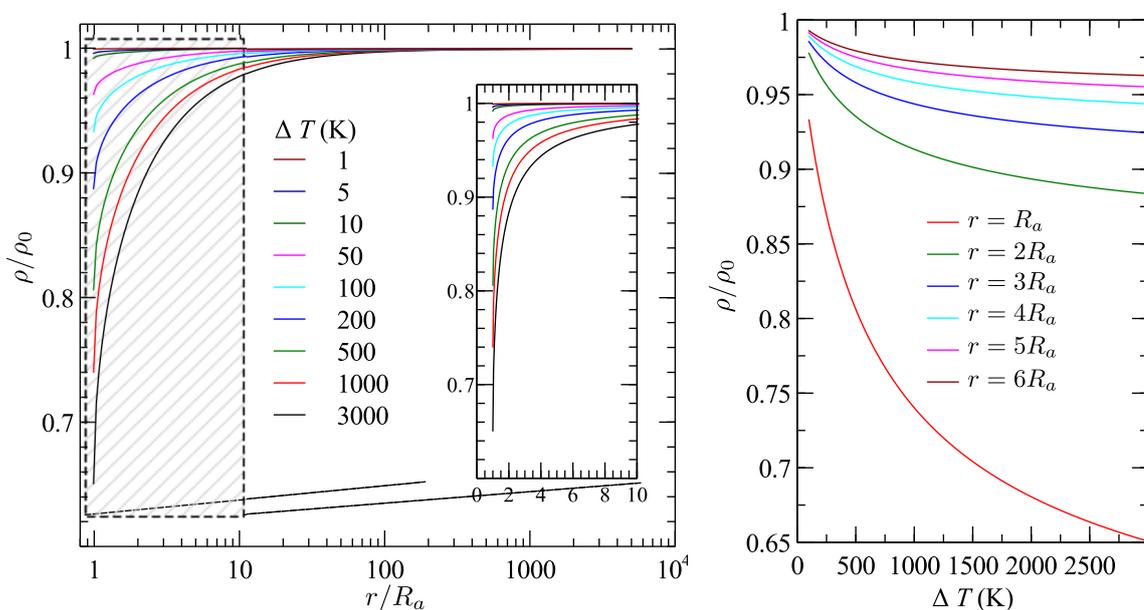


FIGURE 3.12: Puissance dissipée par rayonnement pour différents rayons de fil et résistance du fil en fonction de la température.

trajectoire d'un neutre présent dans l'enceinte peut raisonnablement être assimilée à un segment joignant les parois de l'enceinte. Dans ce cas limite d'un régime purement moléculaire (pas de collision, soit  $K_n \rightarrow \infty$ ), le profil radial de densité peut être obtenu analytiquement. En notant  $\Delta T$  le différentiel de température entre les température de l'anode ( $T_a$ ) et de la cathode ( $T_c$ ), et en supposant les particules réfléchies de manière diffuse à la paroi, le rapport entre la densité  $\rho(r)$  au rayon  $r$  et la densité uniforme  $\rho_0$  correspondant à la condition initial  $T_a = T_c$  peut s'écrire [66] sous la forme :

$$\frac{\rho(r)}{\rho_0} = \frac{1}{\pi} \left[ \arcsin \left( \frac{R_a}{r} \right) \left( \frac{1}{\sqrt{1 + \Delta T/T_c}} - 1 \right) + \pi \right]. \quad (3.11)$$

Les profils radiaux de densité obtenus pour différentes valeurs du différentiel de température  $\Delta T = T_a - T_c$  sont tracés figure 3.13. On constate que la déplétion est limitée à une zone d'une dizaine de rayons d'anode autour de l'anode, et que cette déplétion n'est supérieure à 10% de la densité initiale  $\rho_0$  à une distance d'un rayon d'anode que lorsque que le différentiel de température  $\Delta T$  est supérieur à un millier de degrés. Comme indiqué par Makarov [12] - cela sera démontré numériquement par la suite -, cette zone de déplétion correspond également à la région où le taux volumique d'ionisation par impact électronique est le plus fort. La diminution de densité induite par un différentiel de température conduit ainsi à une diminution de la production de paires électron-ion au sein de la décharge. La décharge étant régulée en courant, cette diminution est alors contrebalancée par une augmentation de la tension de décharge  $V_d$ . L'augmentation de



(a) Profil radial de densité pour différentes valeurs du différentiel de température  $\Delta T = T_a - T_c$

(b) Diminution de la déplétion avec le rayon

FIGURE 3.13: Profil de densité de neutres résultant du chauffage de l'anode filaire dans l'hypothèse d'un régime purement inertiel (non collisionnel) pour  $T_c = 300$  K.

le tension de décharge conduit à un accroissement de l'énergie des électrons et donc de la puissance  $I_s V_d$  à dissiper au fil, et par voie de conséquence de la température du fil et du différentiel de température.

Ce mécanisme est donc susceptible d'expliquer la dérive de la tension de décharge à basse pression lorsque le courant de décharge est tel que la puissance à dissiper par rayonnement induit un échauffement du fil trop important. De plus, le fait que, comme indiqué figure 3.4, la tension de décharge diverge à basse pression plus vite que  $1/p^\alpha$  avec  $\alpha > 0$ , combiné au fait que la température du fil est proportionnelle à la racine quatrième de la puissance, donc à  $p^{-\alpha/4}$ , permet de justifier l'accélération de la divergence observée figure 3.11. En effet, la déplétion étant, comme indiquée figure 3.13(b), proportionnelle au différentiel de température dès lors que l'on s'éloigne de plus d'un rayon d'anode de l'anode et que le différentiel de température dépasse 500 K, la divergence de la température du fil à basse pression conduit à une amplification du phénomène de chauffage du fil - déplétion - augmentation de la tension de décharge à mesure que la pression baisse.

Deux éléments distincts peuvent par ailleurs être avancés afin de donner un sens au temps caractéristique relativement long propre à la divergence de la tension de décharge.

Premièrement, le fait que le nombre de Knudsen soit important se traduit par l'absence de thermalisation du gaz par collision élastique entre atomes neutres. La convergence vers un état d'équilibre ne peut se faire qu'au travers de la réflexion des particules aux parois. Aoki *et Golse* [67] et Tsuji *et al.* [68] ont récemment mis en évidence que la convergence vers un état stationnaire était, dans cette situation, significativement plus longue que les temps caractéristiques obtenus pour des nombres de Knudsen inférieurs. A ce comportement s'ajoute le fait que dans le cas nous intéressant ici, l'électrode susceptible de modifier la distribution en énergie des atomes neutres est de superficie excessivement faible, et par conséquent que le flux de neutres sur cette paroi l'est également. Pour une distribution initiale isotrope de neutres, et en négligeant les phénomènes collisionnels, la fraction  $\varrho$  de particules impactant le fil sur leur trajet vers une paroi est de l'ordre de

$$\varrho \sim \int_{R_a}^{R_c} \frac{2R_a}{2\pi r} \frac{2\pi r dr}{\pi(R_c^2 - R_a^2)} = \frac{2}{\pi} \frac{R_a}{R_c + R_a}, \quad (3.12)$$

ce qui correspond à environ un atome neutre sur mille pour un rayon d'anode  $R_a = 50 \mu\text{m}$ . La probabilité pour un neutre émis de manière diffuse à la cathode d'impacter le fil est de l'ordre de

$$\varpi \sim \frac{2R_a}{\pi R_c}, \quad (3.13)$$

soit également de l'ordre de un sur mille pour ce même rayon d'anode puisque  $R_a \ll R_c$ . En notant  $n$  la densité initiale de neutres et  $\langle v \rangle = \sqrt{8kT/(\pi m)}$  la vitesse moyenne de ces neutres, le flux surfacique  $\Phi$  de neutres à la cathode est de l'ordre de  $n\langle v \rangle/4$ . En supposant les particules incidentes sur les électrodes immédiatement réémises, le temps caractéristique  $\tau_c$  tel que le nombre de particules ayant touché l'anode soit égal

au nombre total de particules présent dans l'enceinte est donc

$$\tau_c = \frac{n\pi R_c^2(1 - \varrho)}{2\pi R_c \Phi \varpi} = \frac{R_c^2}{R_a \langle v \rangle} \frac{\pi R_c + (\pi - 2)R_a}{R_c + R_a} \sim \frac{\pi R_c^2}{R_a \langle v \rangle}. \quad (3.14)$$

Dans le cas d'une décharge dans l'hélium et un gaz originellement à température ambiante,  $\tau_c$  est de l'ordre de 25 ms pour un fil de 50  $\mu\text{m}$  de rayon.

Deuxièmement, le débit de gaz entrant, mesuré au moyen d'un débitmètre Bronkhorst EL Flow, pour une pression égale à  $10^{-2}$  mbar correspondant à la dérive observée figure 3.11, est de 15  $\mu\text{g}\cdot\text{s}^{-1}$ , soit environ  $2.3 \times 10^{18}$  atomes d'hélium par seconde. Le temps caractéristique de renouvellement  $\tau_r$  des neutres au sein de la décharge est alors de l'ordre de 100 ms. On constate ainsi que  $\tau_r$  est comparable à  $\tau_c$ , ce qui conduit à un accroissement du temps de convergence vers un état stationnaire comparativement au cas d'une enceinte fermée, puisqu'une fraction non négligeable des particules chauffées par impact sur l'anode filaire est extraite de l'enceinte et remplacée par des particules à température ambiante.

Les temps caractéristiques ainsi obtenus plaident en faveur d'un accroissement du temps caractérisant la divergence de la tension de décharge, mais restent toutefois bien inférieurs au temps caractéristique mesuré expérimentalement (figure 3.11). Néanmoins, d'autres phénomènes, notamment le fait que la probabilité pour une particule incidente sur un paroi d'être réémise avec une température égale à celle de la paroi en question est d'autant plus faible que l'écart entre la température de la particule incidente est celle de la paroi est importante [69], devraient renforcer cette tendance, et pourraient ainsi potentiellement justifier pleinement le temps d'évolution obtenu expérimentalement. Par ailleurs, le fait que cette dérive de la tension de décharge ne soit observée qu'à basse pression semble cohérent dans la mesure où, à plus haute pression, l'énergie des électrons impactant la cathode est moindre du fait d'une part de phénomènes collisionnels plus importants et d'autre part de la décroissance de la tension de décharge avec la pression.

**Remarque 3.2.** *Le fait que le temps caractéristique  $\tau_c$  soit inversement proportionnel à  $R_a$  pourrait laisser croire qu'il est possible de supprimer cette divergence en diminuant suffisamment le rayon d'anode, puisque  $\tau_r$  deviendrait alors inférieure à  $\tau_c$ . Cela n'est pas le cas dans la mesure où, pour des conditions de décharge données, une diminution du rayon du fil conduit à un échauffement nettement plus important de celui-ci (figure 3.12), et que la déplétion correspondante en état stationnaire est alors beaucoup plus importante (figure 3.13). Un profil de densité correspondant à une solution transitoire entre la solution uniforme initiale et la solution stationnaire peut ainsi donner lieu à une déplétion plus importante que celle correspondant à un profil de densité stationnaire à plus basse température.*

**Remarque 3.3.** *Les températures d'anode filaire induites par le bombardement électronique sont telles que des électrons sont produits à l'anode par émission thermionique. En effet, la loi de Richardson*

$$j = \lambda_R \frac{4\pi m k^2 e}{h^3} T^2 \exp\left(-\frac{W}{kT}\right), \quad (3.15)$$

où  $e$  et  $m$  désigne la charge et la masse d'un électron,  $h$  est la constante de Planck,  $k$  est la constante de Boltzmann,  $T$  est la température,  $W$  est le travail de sortie du matériau considéré et  $\lambda_R$  est un coefficient correctif fonction du matériau valant typiquement 0.5, conduit à des valeurs de densité de courant  $j$  dans le cas d'un fil de tungstène à 2200 K de l'ordre de  $3000 \text{ A.m}^{-2}$ . Malgré la faible surface d'émission, de telles densités de courant conduisent à une émission thermionique de quelques 0.1 A, soit largement plus que le courant de décharge. Toutefois, ces électrons étant émis avec une énergie cinétique faible et dans une zone de fort champ électrique, ces derniers sont réabsorbés à l'anode en un temps de l'ordre de la picoseconde. Le rôle joué par l'émission thermionique peut ainsi être a priori négligé.

### 3.3.3 Rayon de la cathode $R_c$

Afin de mettre en évidence l'influence du rayon de cathode sur le fonctionnement de la source filaire, une décharge a été réalisée, comme illustré figure 3.14, dans une configuration où l'anode est comme précédemment un fil de  $100 \mu\text{m}$  de rayon mais dans laquelle on utilise les parois d'un caisson à vide de 80 cm de diamètre et 2 m de longueur en tant que cathode. L'opération d'une telle décharge dans l'hélium ne révèle pas de modification significative du fonctionnement de la source filaire. Les deux modes de décharge sont retrouvés et la tenue à basse pression - tension de décharge  $V_d$  pour un courant  $I_s$  et une pression  $p$  donnée - tout à fait similaire à celle observée pour un rayon de cathode  $R_c = 2.5 \text{ cm}$ .

La principale modification est la présence d'un courant de décharge nettement plus conséquent du fait de la longueur dix fois plus importante de la source. La tendance dégagée ici est en accord avec les travaux expérimentaux de Llewellyn-Jones [70] ou d'Osawa *et al.* [71] faisant état d'une faible influence du rayon de cathode sur la tenue à basse pression dans des configurations à respectivement un et deux fils. En revanche, Osawa *et al.* mettent en évidence une baisse de la tension d'amorçage avec une augmentation du rayon de cathode. Une explication à ce comportement peut être apportée en faisant une analogie avec une décharge entre deux électrodes planes parallèles et en remarquant qu'une augmentation du rayon de cathode conduit à une augmentation de la distance inter électrodes.

Étant donné la faible pression  $p$  et l'espace inter électrodes  $d = R_c$  considérés, la tension d'amorçage d'une décharge dans une configuration à deux électrodes parallèles distantes de  $d$  est une fonction décroissante du produit  $pd$ . Le produit  $pd$  est en effet tel que la situation est celle correspondant à la branche de gauche de la courbe de Paschen. La diminution de la tension d'amorçage observée avec une augmentation du rayon de

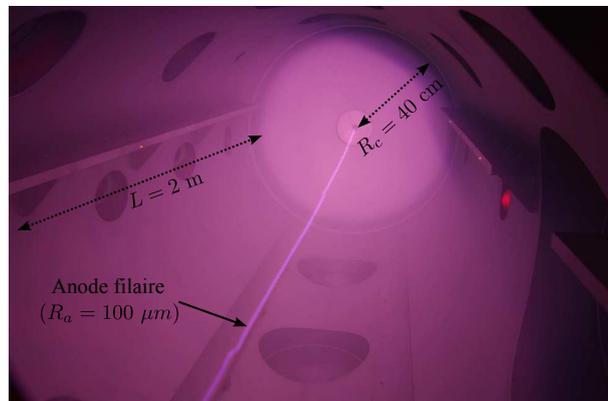


FIGURE 3.14: Décharge filaire dans l'hélium pour un rayon de cathode de 40 cm.

cathode, donc de la distance inter électrodes, est bien cohérente avec le comportement attendu dans le cas de deux électrodes parallèles.

Pour une pression et un courant de décharge suffisamment élevés, le modèle de Pigache [7] indique qu'une gaine cathodique est formée. Le potentiel plasma présente alors une forme similaire à celle rencontrée pour une décharge glow entre deux électrodes parallèles. En poursuivant plus loin l'analogie, il est possible de rapprocher l'influence d'une augmentation du rayon de cathode  $R_c$  sur la décharge filaire de celle d'une augmentation de l'espace inter électrodes dans le cas d'une décharge lumineuse. La relative invariance en fonction du rayon de cathode  $R_c$  pourrait alors être expliquée par la seule croissance de la région à faible champ électrique, comme cela est observé [72] pour la colonne positive d'une décharge lumineuse.

On voit ainsi que la décroissance de la tension d'amorçage avec le rayon de cathode ainsi que la relative indépendance de la tension de décharge  $V_d$  pour un courant  $I_s$  et une pression  $p$  donnée en fonction de ce même rayon de cathode  $R_c$  peuvent être analysées comme deux déclinaisons de phénomènes classiquement rencontrés dans le cas d'une décharge entre deux électrodes parallèles.

### 3.4 Synthèse

L'étude expérimentale entreprise dans ce chapitre a permis de dégager les principaux traits du fonctionnement de la source filaire en régime continu basse pression et bas courant. Deux modes de décharge - diffus au dessus d'une pression limite et contracté en deçà - ont été mis en évidence. De plus, l'analyse des caractéristiques courant-tension en fonction de la pression de fonctionnement fait ressortir une décroissance de la résistivité du plasma avec la pression. Ce comportement se traduit notamment par une forte croissance de la tension de décharge à basse pression (divergence). Par ailleurs, les rôles joués respectivement par le rayon d'anode sur la tenue de la décharge à basse pression et la nature du gaz utilisé sur la plage de pression de fonctionnement ont été démontrés.

Néanmoins, la physique régissant le fonctionnement de la source plasma filaire, en particulier l'existence de modes de décharge, reste relativement méconnue. Qui plus est, l'unique description de la transition de mode proposée [7] ne prend pas en considération le gaz de fond neutre alors que les données expérimentales relevées dans différents gaz mettent en évidence le rôle joué par la pression sur la transition de mode,

On cherche donc, à la lumière des données expérimentales recueillies dans ce chapitre, à modéliser le comportement de la décharge filaire afin de parvenir à une compréhension plus complète des phénomènes physiques régissant une telle décharge. Pour des pressions typiques ( $10^{-5} - 10^{-2}$  mbar) telles que rencontrées au sein de la source filaire, le libre parcours moyen d'un électron

$$\lambda = \frac{1}{\sigma n}, \quad (3.16)$$

où  $\sigma$  est la section efficace de collision et  $n = p/kT$  la densité de neutres, varie entre quelques dizaines de centimètres et quelques centaines de mètres. Le libre parcours

moyen est donc largement supérieur à la dimension caractéristique  $R_c = 2.5$  cm de la décharge. Une approche fluide du problème n'est par conséquent pas envisageable, et on s'intéresse ainsi au développement d'un code particulière permettant de modéliser la décharge filaire.

*"It is unworthy of excellent men to lose hours like slaves in the labor of calculation which could safely be relegated to anyone else if machines were used."*

Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646-1716)

# 4

## Développement d'un code PIC/MCC 2d3v

**Résumé.** Le développement d'un code particulière permettant en particulier la modélisation de la source filaire en régime continu est entrepris. L'hypothèse de travail retenue est celle d'un modèle électrostatique en géométrie axisymétrique.

Les différentes étapes constituant une boucle itérative caractéristique d'un code particulière ayant été introduites au chapitre 2, on s'intéresse ici plus spécifiquement aux méthodes mises en œuvre au sein de chacune de ces étapes. La première partie du chapitre sera dédiée à la présentation du solveur aux éléments finis implémenté en vue de la résolution de l'équation de Poisson. On s'attachera particulièrement à l'évaluation des capacités du solveur au travers d'une confrontation avec un logiciel commercial, ainsi qu'à la mise en œuvre d'un solveur de circuit électrique permettant de reproduire les caractéristiques d'une source idéale de courant. On introduira dans un second temps les spécificités propres à l'avancement des particules en géométrie cylindrique, puis on se penchera par la suite sur la modélisation des phénomènes d'émission secondaire induits par l'impact de particules sur les parois. Pour finir, le traitement des phénomènes collisionnels sera explicité dans le cadre de la modélisation d'un plasma basse pression dans l'hélium. On précisera enfin la manière selon laquelle ces différents éléments ont été implémentés au sein du code.

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Résolution des équations de champs . . . . .</b>	<b>60</b>
4.1.1	Méthodes de résolution aux éléments finis . . . . .	61
4.1.2	Validation . . . . .	61
4.1.3	Prise en compte du circuit électrique externe . . . . .	65

---

<b>4.2</b>	<b>Déplacement des particules</b>	<b>69</b>
4.2.1	Méthode d'interpolation	69
4.2.2	Intégration des éq. du mouvement en coordonnées cylindriques	70
4.2.3	Position d'une particule sur le maillage	74
<b>4.3</b>	<b>Phénomènes d'émission secondaire</b>	<b>76</b>
4.3.1	Émission secondaire par impact de particules lourdes	76
4.3.2	Émission secondaire par impact d'électrons	78
<b>4.4</b>	<b>Processus collisionnels</b>	<b>80</b>
4.4.1	Collisions électron-neutre	81
4.4.2	Collisions ion-neutre	85
4.4.3	Collisions neutre rapide-neutre	86
<b>4.5</b>	<b>Architecture du code</b>	<b>86</b>
4.5.1	Implémentation	86
4.5.2	Parallélisation	87
<b>4.6</b>	<b>Synthèse</b>	<b>88</b>

---

Bien que mis en œuvre afin de répondre au besoin de modélisation de la source plasma filaire entrevu au chapitre précédent, le code numérique est développé dans le cadre le plus général possible. Afin de limiter la charge de calcul à des valeurs acceptables, on se limite toutefois à une approche bi-dimensionnelle dans l'espace des positions, et plus précisément à un traitement en coordonnées cylindriques  $(r, z)$  du fait de la géométrie de la source filaire. De plus, on se limitera à un modèle électrostatique, permettant toutefois la prise en compte d'un éventuel champ magnétique externe.

Le principe général des méthodes de résolution particulières ayant été décrit au chapitre 2, on s'attachera ici à présenter les spécificités des différentes étapes d'une boucle itérative (figure 2.2) propre à ces méthodes de résolution.

## 4.1 Résolution des équations de champs

Le cadre de travail retenu étant celui d'un modèle électrostatique, la résolution des équations de Maxwell se limite à la seule résolution de l'équation de Poisson

$$\nabla \cdot (\varepsilon \nabla \phi(\mathbf{r}, t)) = -\rho(\mathbf{r}, t) \quad \text{sur } \Omega \quad (4.1)$$

associée aux conditions aux limites

$$\phi = f \quad \text{sur } \Gamma_D \quad (4.2a)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{n}} = 0 \quad \text{sur } \Gamma_N \quad (4.2b)$$

où  $\Gamma_D$  et  $\Gamma_N$  sont les frontières correspondant respectivement aux conditions aux limites de type Dirichlet (potentiel électrique  $\phi$  fixé) et Neumann (champ électrique normal fixé),  $\mathbf{n}$  est la normale sortante au domaine de calcul  $\Omega$  et  $f$  est une fonction de carré intégrable définie sur  $\Gamma_D$ . On a par ailleurs  $\partial\Omega = \Gamma_D \cup \Gamma_N$ .

### 4.1.1 Méthodes de résolution aux éléments finis

La dérivation de la formulation faible du problème mixte pour l'équation de Poisson (4.1-4.2) réalisée en Annexe C conduit à

$$\int_{\Omega} (\varepsilon \nabla \phi) \cdot \nabla v d\Omega = \int_{\Omega} \rho v d\Omega \quad \forall v \in H_{0,\Gamma_D}^1(\Omega). \quad (4.3)$$

La discrétisation de la formulation faible (4.3) est réalisée au moyen d'éléments de Lagrange quadrangles de degré un. Soit  $N_d$  le nombre de nœuds correspondant à une condition aux limites de type Dirichlet et  $N_n$  le nombre de nœuds étant soit à l'intérieur du domaine  $\Omega$ , soit sur une frontière de type Neumann. En notant  $\psi_i : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  la  $i$ -ème des  $N_t = N_d + N_n$  fonctions de base globales, le potentiel électrique  $\phi$  est approché sur  $\Omega$  par

$$\Phi = \sum_{i=1}^{N_n} \phi_i \psi_i + \sum_{j=1}^{N_d} f_j \psi_j \quad (4.4)$$

où  $f_j$  est la valeur de la fonction  $f$  - potentiel électrique fixé - au nœud  $j$  et  $\phi_i$  est la valeur du potentiel électrique  $\phi$  au nœud  $i$  que l'on cherche à déterminer. La substitution de l'approximation (4.4) dans (4.3) mène, après utilisation des fonctions de base globales  $\psi_i$  en tant que fonction test  $v$ , au système linéaire

$$\mathbb{K}\Phi = \mathbb{A}\rho + \mathbb{B}\mathbf{F} \quad (4.5)$$

où  $\mathbb{K}$ ,  $\mathbb{A}$  et  $\mathbb{B}$  sont respectivement des matrices de taille  $N_n \times N_n$ ,  $N_n \times N_t$  et  $N_n \times N_d$ ,  $\rho$  est le vecteur ayant pour composantes les densités de charge à chacun des  $N_t$  nœuds et  $\mathbf{F} = (f_1, \dots, f_{N_d})$  est le vecteur rendant compte du potentiel électrique imposé sur les frontières de type Dirichlet. Les matrices  $\mathbb{K}$ ,  $\mathbb{A}$  et  $\mathbb{B}$  sont obtenues par assemblage de matrices élémentaires connues élément par élément. En particulier, la matrice  $\mathbb{K}$  a pour coefficient  $k_{ij}$  avec

$$k_{ij} = \int_{\Omega} \varepsilon \nabla \psi_i \cdot \nabla \psi_j d\Omega. \quad (4.6)$$

Puisque les coefficients  $k_{ij}$ ,  $a_{ij}$  et  $b_{ij}$  des matrices  $\mathbb{K}$ ,  $\mathbb{A}$  et  $\mathbb{B}$  sont fixés une fois le maillage du domaine réalisé, le calcul en amont des matrices  $\mathbb{K}^{-1}\mathbb{A}$  et  $\mathbb{K}^{-1}\mathbb{B}$  permet de calculer directement le potentiel  $\Phi$  à chaque pas de temps sous la forme d'une somme de deux produits matriciels

$$\Phi = \mathbb{K}^{-1}\mathbb{A}\rho + \mathbb{K}^{-1}\mathbb{B}\mathbf{F}, \quad (4.7)$$

dans laquelle seul  $\rho$  et éventuellement  $\mathbf{F}$  sont fonction du temps.

### 4.1.2 Validation

Afin de démontrer les capacités du solveur présenté au paragraphe précédent, celui-ci est évalué sur différents cas test. La première configuration est un cas de charge simple pour lequel une solution analytique peut-être obtenue. Toutefois, afin de tester le code sur des configurations plus réalistes, le solveur est ensuite évalué en le confrontant à un logiciel commercial éprouvé.

### Comparaison sur un cas analytique

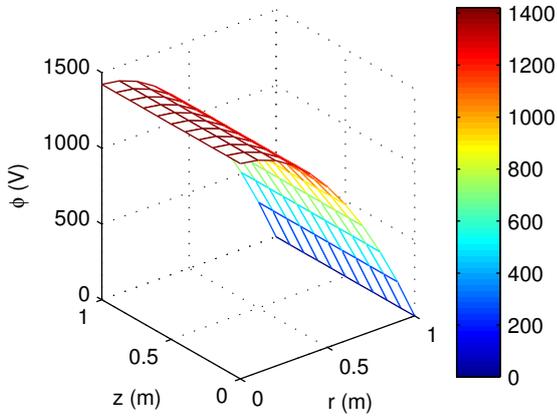


FIGURE 4.1: Potentiel électrique pour une distribution cylindrique uniforme de charge

Dans un milieu homogène de permittivité  $\varepsilon_0$ , le potentiel électrique peut être exprimé de manière analytique dans le cas d'un chargement cylindrique uniforme en volume. En effet, l'équation de Poisson s'écrit simplement dans ce cas

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) = -\frac{\rho_0}{\varepsilon_0}, \quad (4.8)$$

et le potentiel électrique  $\phi$  a alors pour solution analytique

$$\tilde{\phi}(r) = \frac{\rho_0}{4\varepsilon_0} (r_c^2 - r^2) \quad (4.9)$$

où  $\rho_0$  est la densité uniforme de charge et  $r_c$  le rayon du cylindre chargé. La figure 4.1 présente la solution numérique obtenue sur un maillage uniforme de dix mailles par dix mailles, avec pour conditions aux limites

$$\phi(r_c, z) = 0 \quad (4.10a)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial r}(0, z) = 0 \quad (4.10b)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z}(r, 0) = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial \phi}{\partial z}(r, L) = 0. \quad (4.10c)$$

La densité uniforme de charge est  $\rho_0 = 5 \times 10^{-8} \text{ C.m}^{-3}$ , et le rayon ainsi que la longueur du cylindre sont pris de longueur unitaire ( $r_c = 1 \text{ m}$ ,  $L = 1 \text{ m}$ ). L'erreur relative commise par rapport à la solution analytique  $\tilde{\phi}$  telle que rapportée dans le tableau 4.1 est au plus de 0.7 % sur l'axe, et décroît lorsque l'on s'éloigne de l'axe. On constate par ailleurs qu'un raffinement du maillage dans la direction radiale (20 mailles  $\times$  10 mailles) permet de ramener l'erreur relative à des niveaux tout à fait négligeables.

$r \text{ (m)}$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
$\frac{\phi - \tilde{\phi}}{\tilde{\phi}} \text{ (}\circ/\circ\circ\text{)} [10 \times 10]$	7.20	3.82	2.73	2.56	1.78	1.11	1.30	1.11	1.11	0.99
$\frac{\phi - \tilde{\phi}}{\tilde{\phi}} \text{ (}\circ/\circ\circ\text{)} [20 \times 10]$	2.29	0.97	0.52	0.23	0.10	0.17	0.30	0.28	0.33	0.24

TABLE 4.1: Erreur relative en pour mille commise par le solveur relativement à la solution analytique  $\tilde{\phi}$  pour différents raffinements de maillage : 10 mailles  $\times$  10 mailles et 20 mailles  $\times$  10 mailles.

### Confrontation avec un solveur commercial

Les performances du solveur sont évaluées sur le cas test présenté figure 4.2(a) pour différentes valeurs de permittivité relative  $\varepsilon_r$  et densité de charge  $\rho_0$ . Pour ce faire, les résultats sont comparés à des calculs réalisés au moyen du logiciel commercial Comsol® sur un maillage identique à celui utilisé par le solveur (figure 4.2(b)), en utilisant également des éléments de Lagrange quadrangles d'ordre un. On s'intéresse plus particulièrement à trois cas test :

- $\rho_0 = 0$  et  $\varepsilon_r = 1$  : cas simple du calcul du potentiel électrique laplacien pour une électrode cylindrique portée à un potentiel positif.
- $\rho_0 = 5 \times 10^{-8} \text{ C.m}^{-3}$  et  $\varepsilon_r = 1$  : même géométrie d'électrodes mais prise en compte du champ de charge d'espace induit par une distribution homogène de charge en volume.
- $\rho_0 = 0$  et  $\varepsilon_r = 4$  : cas d'une électrode cylindrique placée à l'intérieur d'un diélectrique, calcul du potentiel laplacien sur le domaine complet. La valeur de permittivité relative utilisée est représentative du plexiglas ( $\varepsilon_r = 3.3$ ).

Quel que soit le cas, les conditions aux limites sont les mêmes, à savoir un potentiel  $\phi$  fixé sur la découpe du domaine ( $0 \leq \xi \leq 0.1$  où  $\xi$  désigne  $r$  ou  $z$ ), une condition type Neumann homogène sur le segment  $0.1 < \xi < 0.3$ , et une condition de potentiel nul sur le reste des frontières du domaine.

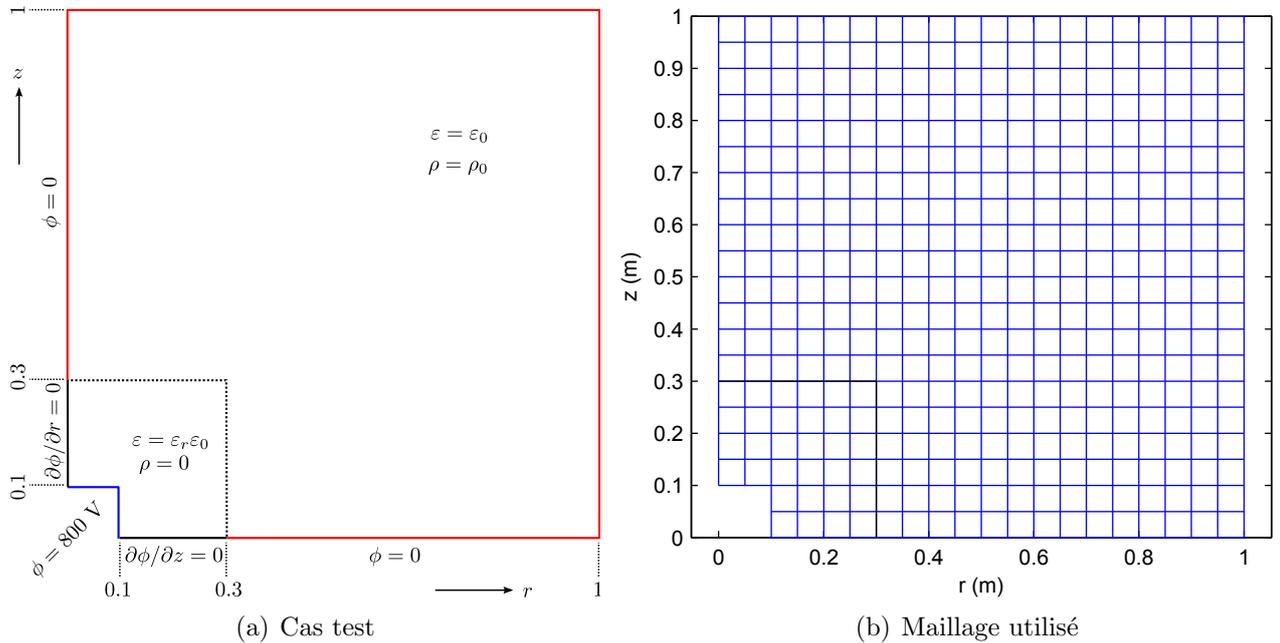


FIGURE 4.2: Cas test pour le solveur éléments finis

La figure 4.3 présente pour chacun des trois cas la solution obtenue au moyen du solveur commercial Comsol® ainsi que l'erreur relative

$$\zeta_r = \frac{\phi - \phi_{\text{Comsol}}}{\phi_{\text{Comsol}}} \quad (4.11)$$

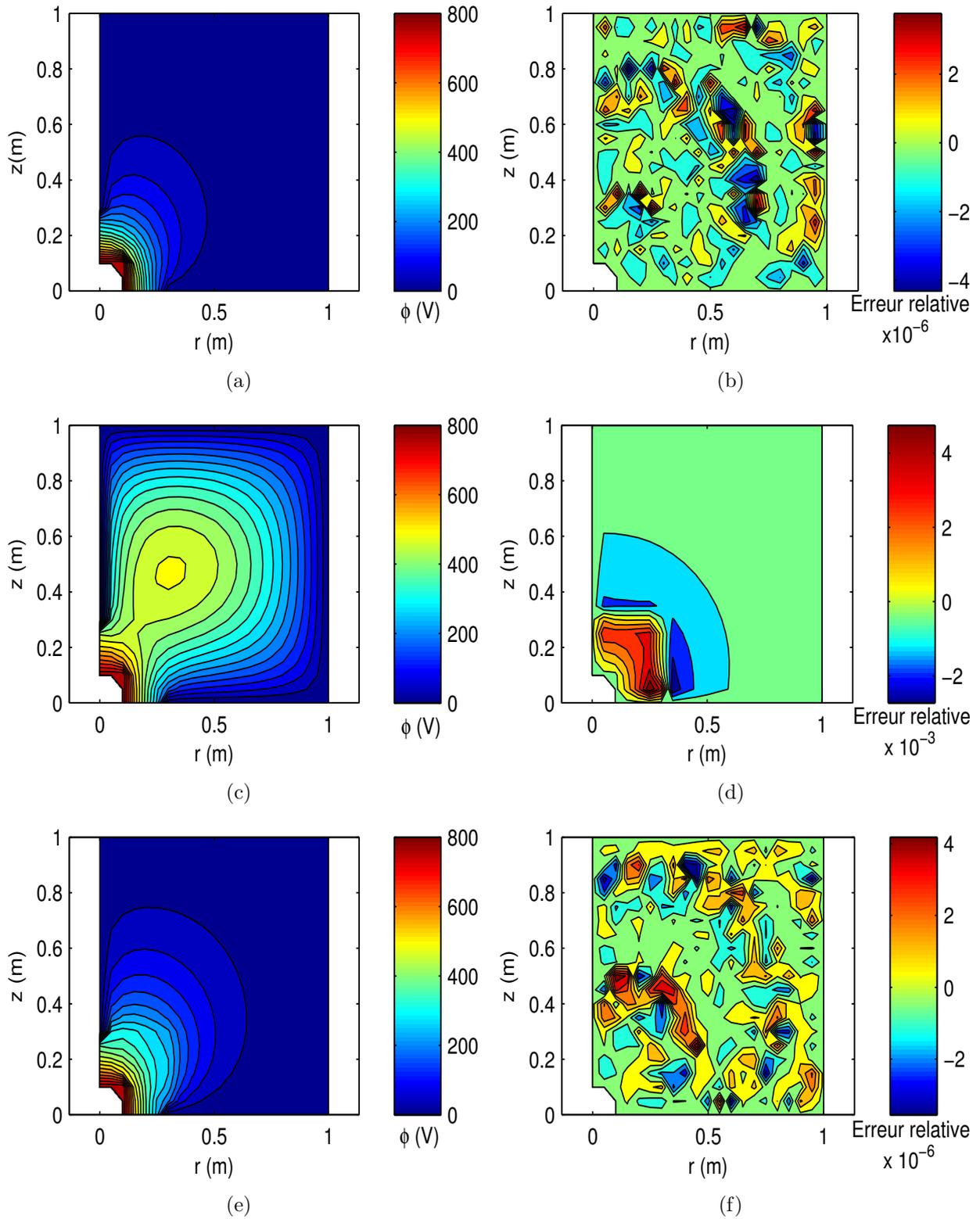


FIGURE 4.3: Distribution de potentiel  $\phi_{\text{Comsol}}$  obtenue par calcul Comsol® (a)(c)(e) et erreur relative  $(\phi - \phi_{\text{Comsol}})/\phi_{\text{Comsol}}$  commise (b)(d)(f) par le code pour différents cas de charge :  $\rho_0 = 0$  et  $\varepsilon_r = 1$  (a)(b),  $\rho_0 = 5 \times 10^{-8} \text{ C.m}^{-3}$  et  $\varepsilon_r = 1$  (c)(d) et  $\rho_0 = 0$  et  $\varepsilon_r = 4$  (e)(f)

existant entre cette solution et celle obtenue par le solveur aux éléments finis développé. Les résultats correspondant au calcul laplacien font ressortir (figure 4.3(b)) une erreur relative  $\zeta_r$  de l'ordre de quelques  $10^{-6}$ . Ce très faible niveau d'erreur correspond en pratique à la troncature réalisée sur les données extraites du calcul Comsol®. Il faut toutefois bien noter ici que la convergence en maillage n'est pas réalisée, et donc que le potentiel électrique présenté figure 4.3(a) n'est pas tout à fait représentatif de la réalité. Cela n'est néanmoins pas problématique dans la mesure où l'objectif de ce comparatif est simplement de confronter sur des configurations identiques le solveur développé à un solveur ayant démontré sa fiabilité.

L'erreur relative  $\zeta_r$  observée figure 4.3(d) dans le cas d'un chargement uniforme en volume  $\rho_0 = 5 \times 10^{-8} \text{ C.m}^{-3}$  est de l'ordre du dixième de pour-cent dans une zone localisée autour de l'interface définie par  $\xi = 0.3$ , ce qui reste intrinsèquement une valeur satisfaisante. Qui plus est, cette erreur résulte majoritairement d'une prise en compte de la charge aux nœuds définissant l'interface différente selon le solveur. En effet, la charge est spécifiée en volume et non directement sur les nœuds dans le cas du solveur commercial, et la charge au nœud est calculée comme une fraction de la charge en volume en fonction du nombre de cellules chargées auxquelles le nœud appartient. La charge sur les nœuds de l'interface est donc inférieure dans le cas du solveur commercial, ce qui explique le caractère positif de  $\zeta_r$  pour  $\xi < 0.3$  et négatif pour  $\xi > 0.3$ .

Le calcul réalisé pour une permittivité électrique localement supérieure à un ( $\varepsilon_r = 4$ ) présente une erreur relative  $\zeta_r$  tout à fait comparable (figure 4.3(f)) à celle observée dans le cas laplacien pour un milieu homogène ( $\varepsilon_r = 1$ ). On peut néanmoins distinguer un maxima de l'erreur relative  $\zeta_r$  dans la zone voisine de la discontinuité de permittivité, mais cette erreur reste à des niveaux tout à fait négligeables.

En conséquence, l'ensemble des essais réalisés démontre la capacité du solveur à résoudre de manière satisfaisante le problème mixte pour l'équation de Poisson, pour un champ de charge d'espace arbitraire, et sur un domaine présentant éventuellement une discontinuité de permittivité.

### 4.1.3 Prise en compte du circuit électrique externe

En supposant qu'il soit possible de disposer d'un générateur de tension idéal, l'expérience montre que ce type de générateur n'est que peu adapté à la mise en œuvre de plasmas de laboratoire, ces derniers nécessitant généralement l'utilisation de circuits électriques d'alimentation spécifiques (résistances, capacités, ...). En effet, la caractéristique courant-tension typique d'une décharge continue présentant plusieurs points de fonctionnement pour une même tension de décharge (voir figure 4.4), il est nécessaire de limiter le courant de décharge afin de s'assurer d'un fonctionnement stable. De manière analogue, les résultats indiquent qu'il est difficile, si ce n'est impossible, d'obtenir une solution numérique représentative d'une solution physique propre à une décharge continue sans l'adjonction de composants permettant de limiter le courant [73, 74]. Cette nécessité de modéliser fidèlement le comportement du circuit électrique externe dans le cas de la simulation numérique d'un plasma de décharge fut rapidement identifiée par Lawson [75]. Afin de répondre à ce besoin, Lawson proposa de rendre compte

du comportement du circuit externe au sein de code de simulation particulière mono-dimensionnel au travers d'un choix de conditions au limites pour le champ électrique adapté. Cette méthode fut ensuite généralisée par Verboncoeur *et al.* [76] afin de résoudre simultanément les équations de champ et l'équation décrivant le circuit externe.

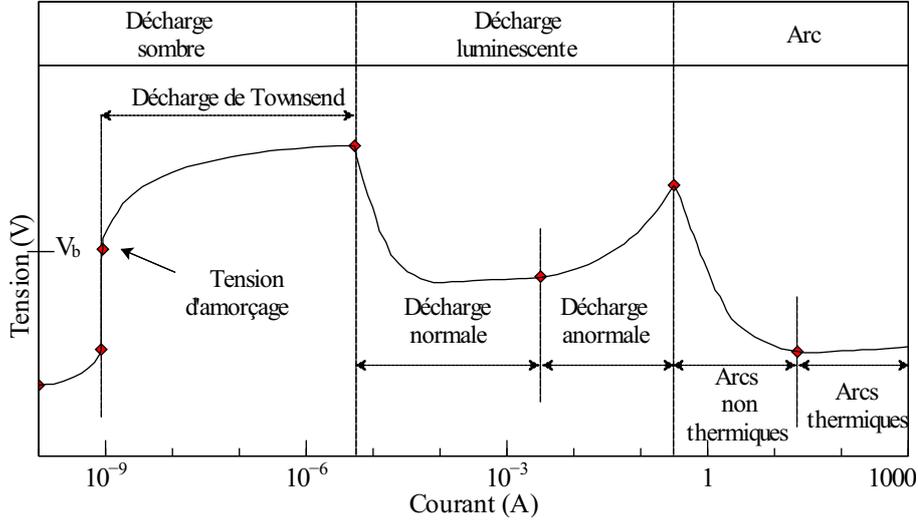


FIGURE 4.4: Caractéristique courant-tension typique d'une décharge continue (voir par exemple Roth [77] ou Raizer [78]).

### Intérêt d'une source idéale de courant

Le solveur tel que présenté jusqu'ici permet la spécification d'un potentiel électrique sur les électrodes - condition de Dirichlet -, ce qui est équivalent à un générateur idéal de tension. La reproduction numérique fidèle d'une décharge continue au moyen de ce seul modèle est ainsi délicate. Une interprétation de ce phénomène, proposée par Hammel *et* Verboncoeur [79], repose sur la forme de la résistivité d'un plasma. En effet, en régime continu, la conductivité plasma

$$\sigma_c = \frac{n_e e^2}{\nu_m m_e}, \quad (4.12)$$

où  $\nu_m$  est la fréquence de collision électron-neutre, est proportionnelle à la densité électronique  $n_e$  du plasma. par ailleurs, la puissance absorbée par le plasma  $P_{abs}$  est également proportionnelle à la densité électronique

$$P_{abs} \propto \epsilon_c \nu_m n_e, \quad (4.13)$$

où  $\epsilon_c$  est l'énergie moyenne perdue par paire électron-ion créée. Or, pour un générateur idéal de tension, la puissance délivrée

$$P = UI = \frac{U^2}{R} \propto U^2 n_e \quad (4.14)$$

est inversement proportionnelle à la résistance à ses bornes, donc proportionnelle à la densité électronique. Une variation de  $n_e$  de  $\delta n_e$  autour d'un point d'équilibre conduit donc à une variation  $\delta R$  de la résistance aux bornes du plasma de signe opposé. L'équation (4.14) indique alors qu'un tel  $\delta R$  mène à une variation  $\delta P$  de la puissance délivrée du même signe que  $\delta n_e$ , et ainsi à un accroissement de  $\delta n_e$ , c'est à dire à une aggravation du déséquilibre. Cette situation correspond à un point d'équilibre instable pour l'opération de la décharge d'un point de vue numérique. Cette instabilité n'est pas observée expérimentalement du fait de la résistivité intrinsèque non nulle du circuit externe.

A l'inverse, la puissance délivrée par une source idéale de courant

$$P = UI = I^2 R \propto \frac{I^2}{n_e} \quad (4.15)$$

est proportionnelle à la résistance à ses bornes, et donc inversement proportionnelle à la densité électronique  $n_e$  du plasma. Une augmentation de la densité électronique conduit donc à une diminution de la puissance délivrée, qui elle même conduit à une diminution de  $n_e$ . De même, une diminution de la densité électronique amène à une augmentation de la puissance délivrée, qui tend à une augmentation de  $n_e$ . Ce comportement indique que l'opération d'une décharge au moyen d'une source idéale de courant est stable, ce qui est cohérent avec le fait qu'il ne correspond qu'une tension de décharge à un courant de décharge donné pour une caractéristique courant-tension typique de décharge (*c. f.* figure 4.4). L'utilisation d'une source idéale de courant permet donc en théorie de passer outre les instabilités de fonctionnement associées aux générateurs de tension idéaux. On cherche ainsi à permettre la simulation numérique d'une décharge continue au moyen d'une source idéale de courant.

### Implémentation

L'implémentation d'une source idéale de courant au sein du solveur décrit précédemment (section 4.1.1) est réalisée en adaptant au solveur aux éléments finis la méthode proposée par Vahedi et DiPeso [80] pour un solveur aux différences finies bi-dimensionnel.

Une électrode reliée à une source idéale de courant et immergée au sein d'un plasma possède une charge surfacique  $\sigma_s$  évoluant au cours du temps du fait d'une part du courant  $I$  imposé par la source idéale de courant et d'autre part du flux de particules chargées provenant du plasma. En notant  $j_{\text{conv}}$  le courant de convection à l'électrode provenant du plasma et  $\mathcal{S}$  la surface de l'électrode, l'équation régissant l'évolution temporelle de la charge surfacique  $\sigma$  est

$$\frac{d\sigma_s}{dt} = j_{\text{conv}} + \frac{I}{\mathcal{S}}. \quad (4.16)$$

En se plaçant dans le cadre d'une électrode parfaitement conductrice, *i. e.* au sein de laquelle le champ électrique est nul, les relations de passage à la traversée de l'interface plasma-électrode permettent d'écrire le champ électrique normal à la paroi de l'électrode sous la forme

$$\mathbf{E}_{\tilde{\mathbf{n}}} = -\frac{\partial\phi}{\partial\tilde{\mathbf{n}}} = \frac{\sigma_s}{\varepsilon}\tilde{\mathbf{n}}, \quad (4.17)$$

où  $\tilde{\mathbf{n}}$  est la normale sortante de l'électrode. De plus, en supposant la surface  $\Gamma_{sc}$  de l'électrode de courbure constante, la charge surfacique  $\sigma_s$  est uniforme sur la surface, et la condition de source idéale de courant est alors équivalente à une condition de Neumann non homogène

$$\frac{\partial\phi}{\partial\mathbf{n}} = \frac{\sigma_s(t)}{\varepsilon} \quad \text{sur } \Gamma_{sc} \quad (4.18)$$

avec  $\mathbf{n} = -\tilde{\mathbf{n}}$  la normale sortante au domaine  $\Omega$ , en lieu et place d'une condition de Dirichlet dans le cas d'un générateur de tension idéal. Le jeu de conditions aux limites (4.2) pour l'équation de Poisson se réécrit alors sous la forme

$$\phi = f \quad \text{sur } \Gamma_D \quad (4.19a)$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial\mathbf{n}} = 0 \quad \text{sur } \Gamma_N \quad (4.19b)$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial\mathbf{n}} = \frac{\sigma_s}{\varepsilon} \quad \text{sur } \Gamma_{sc} \quad (4.19c)$$

avec  $\partial\Omega = \Gamma_D \cup \Gamma_N \cup \Gamma_{sc}$ . Le problème ainsi posé permet la description d'un générateur idéal de courant au moyen de la condition aux limites  $\Gamma_D$ , et celle d'une source idéale de courant au travers de  $\Gamma_{sc}$ . La formulation faible (4.3) devient alors

$$\int_{\Omega} (\varepsilon \nabla\phi) \cdot \nabla v d\Omega = \int_{\Omega} \rho v d\Omega + \int_{\Gamma_{sc}} \sigma_s v d\Gamma_{sc} \quad \forall v \in H_{0,\Gamma_D}^1(\Omega). \quad (4.20)$$

En reproduisant le schéma de discrétisation utilisé dans la section 4.1.1, l'équation (4.20) peut se mettre sous la forme du système matriciel

$$\mathbb{K}\Phi = \mathbb{A}\rho + \mathbb{B}\mathbf{F} + \mathbb{C}\sigma_s \quad (4.21)$$

où  $\mathbb{C}$  est une matrice de taille  $N_n \times N_n$  et  $\sigma_s$  est un vecteur ayant pour composantes  $\sigma_s$  et zéro aux nœuds appartenant respectivement à  $\Gamma_{sc}$  et  $\Gamma_N$ . L'ensemble des coefficients des matrices  $\mathbb{A}$ ,  $\mathbb{B}$ ,  $\mathbb{C}$  et  $\mathbb{K}$  ne dépendant pas du temps mais simplement du maillage, le système d'équations résolu à chaque itération est

$$\Phi = \mathbb{K}^{-1}\mathbb{A}\rho + \mathbb{K}^{-1}\mathbb{B}\mathbf{F} + \mathbb{K}^{-1}\mathbb{C}\sigma_s \quad (4.22a)$$

$$\frac{d\sigma_s}{dt} = j_{conv} + \frac{I}{S}. \quad (4.22b)$$

La démarche présentée ci-dessus pour une électrode connectée à une source idéale de courant peut bien évidemment être généralisée à  $n$  sources de courant distinctes en introduisant les différentes charges surfaciques  $\sigma_s^1, \dots, \sigma_s^n$  propres à chacune des électrodes. Par ailleurs, le formalisme utilisé pour décrire une source idéale de courant peut être généralisé à un circuit générique ou encore à la description du chargement d'un diélectrique moyennant une adaptation de la loi d'évolution temporelle (4.22b) de la charge surfacique  $\sigma_s$ .

## 4.2 Déplacement des particules

La position des particules étant connue de manière continue dans l'espace des phases, il est nécessaire d'interpoler les données de champ connues aux nœuds du maillage aux coordonnées de la particule afin d'intégrer les équations du mouvement sur une durée égale à un pas de temps  $\Delta t$ . Une fois le choix d'une méthode d'interpolation acté, deux problèmes demeurent. Le premier est lié à la singularité inhérente à la résolution des équations du mouvement en coordonnées axisymétriques. Le second résulte de la nécessité de maintenir une table de correspondance entre la position continue d'une particule et sa position au sein du maillage du domaine.

### 4.2.1 Méthode d'interpolation

Comme expliqué au chapitre 2, l'interfaçage entre les données de champ connues aux nœuds du maillage et les données propres aux particules connues de manière continue dans l'espace des phases est réalisée au moyen des fonctions de forme.

La formulation retenue ici est similaire à la formulation classique type Cloud In Cell (CIC) [39] écrite pour une configuration cylindrique, si ce n'est qu'elle permet l'utilisation d'un maillage non uniforme. Il s'agit d'une fonction de forme bilinéaire équivalente à une pondération surfacique, telle que représentée figure 4.5. En notant  $\Delta r_i = r_{i+1} - r_i$  et  $\Delta z_j = z_{j+1} - z_j$  les pas de maille dans les directions radiale et axiale de la cellule contenant la particule  $n$  de coordonnées  $\mathbf{x}_n = (r_n, z_n)$ , les restrictions à la cellule courante  $\mathcal{C}$  des quatre fonctions d'interpolation associées à chacun des quatre nœuds sont

$$W^0|_{\mathcal{C}}(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_0) = \frac{(r_{i+1} - r_n)(z_{j+1} - z_n)}{\Delta r_i \Delta z_j} \quad (4.23a)$$

$$W^1|_{\mathcal{C}}(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_1) = \frac{(r_n - r_i)(z_{j+1} - z_n)}{\Delta r_i \Delta z_j} \quad (4.23b)$$

$$W^2|_{\mathcal{C}}(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_2) = \frac{(r_{i+1} - r_n)(z_n - z_j)}{\Delta r_i \Delta z_j} \quad (4.23c)$$

$$W^3|_{\mathcal{C}}(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_3) = \frac{(r_n - r_i)(z_n - z_j)}{\Delta r_i \Delta z_j} \quad (4.23d)$$

où 0, 1, 2 et 3 sont les indices locaux des nœuds de coordonnées  $(i, j)$ ,  $(i, j+1)$ ,  $(i+1, j)$  et  $(i+1, j+1)$ .

La fonction de forme au nœud  $p$  de coordonnées  $(i, j)$  est alors obtenue en sommant les restrictions à chacune des quatre cellules  $\mathcal{C}_k$  adjacentes

$$S(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_p) = \frac{\sum_{k=1}^4 W^k|_{\mathcal{C}_k}(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_p)}{V_{ij}}, \quad (4.24)$$

où

$$V_{ij} = \pi r_i (\Delta r_{i-1} + \Delta r_i) (\Delta z_{j-1} + \Delta z_j) / 2 \quad (4.25)$$

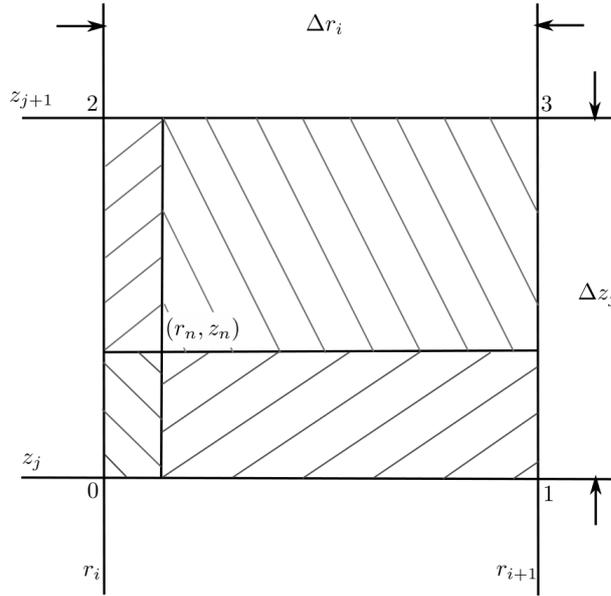


FIGURE 4.5: Pondération surfacique retenue pour l'interpolation 2D

permet de rendre compte du volume de l'anneau de rayon  $2\pi r_i$  et de section

$$(\Delta r_{i-1} + \Delta r_i)(\Delta z_{j-1} + \Delta z_j)/4 \quad (4.26)$$

représenté par le nœud  $p$ .

## 4.2.2 Intégration des équations du mouvement en coordonnées cylindriques

La résolution des équations du mouvement en coordonnées cylindriques pose le problème de la singularité en  $r = 0$ . On s'affranchit de cette difficulté en réalisant l'avancement des particules en coordonnées cartésiennes.

### Algorithme d'avancement des particules

Au début de chaque pas de temps, la transformation fictive

$$\begin{pmatrix} r^t \\ - \\ z^t \\ v_r^t \\ v_\theta^t \\ v_z^t \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} x^t = r^t \\ y^t = 0 \\ z^t \\ v_x^t = v_r^t \\ v_y^t = v_\theta^t \\ v_z^t \end{pmatrix} \quad (4.27)$$

permet d'exprimer la position de la particule en coordonnées cartésiennes. En notant  $\mathbf{B} = (B_x, B_y, B_z)$  le champ magnétique statique d'origine externe, l'avancement de la

particule de coordonnées  $(\mathbf{x}^t, \mathbf{v}^t)$  subissant une force

$$\begin{pmatrix} F_x^t \\ F_y^t \\ F_z^t \end{pmatrix} = q \begin{pmatrix} E_x^t + v_y^t B_z - v_z^t B_y \\ v_z^t B_x - v_x^t B_z \\ E_z^t + v_x^t B_y - v_y^t B_x \end{pmatrix} \quad (4.28)$$

où  $E_x^t = E_r^t$  puisque  $y^t = 0$  et  $E_y^t = E_\theta^t = 0$  par symétrie de révolution, est alors réalisé en coordonnées cartésiennes. On utilise pour cela un schéma d'avancement classique de Runge-Kutta explicite d'ordre 4 (voir par exemple *Numerical Recipes* [81], chapitre 17), à savoir

$$\mathbf{x}^{t+\Delta t} = \mathbf{x}^t + \frac{\mathbf{k}_1^x + 2\mathbf{k}_2^x + 2\mathbf{k}_3^x + \mathbf{k}_4^x}{6} \quad (4.29)$$

et

$$\mathbf{v}^{t+\Delta t} = \mathbf{v}^t + \frac{\mathbf{k}_1^y + 2\mathbf{k}_2^y + 2\mathbf{k}_3^y + \mathbf{k}_4^y}{6}, \quad (4.30)$$

où les vecteurs  $\mathbf{k}_i^x$  et  $\mathbf{k}_i^y$ ,  $i \in [1, 4]$ , sont définis par

$$\mathbf{k}_1^x = \mathbf{v}^t \Delta t \quad (4.31a)$$

$$\mathbf{k}_2^x = \left( \mathbf{v}^t + \frac{\mathbf{k}_1^y}{2} \right) \Delta t \quad (4.31b)$$

$$\mathbf{k}_3^x = \left( \mathbf{v}^t + \frac{\mathbf{k}_2^y}{2} \right) \Delta t \quad (4.31c)$$

$$\mathbf{k}_4^x = \left( \mathbf{v}^t + \mathbf{k}_3^y \right) \Delta t \quad (4.31d)$$

et

$$\mathbf{k}_1^y = \frac{q}{m} [\mathbf{E}^t(\mathbf{x}) + (\mathbf{v}^t \times \mathbf{B}^t)] \Delta t \quad (4.32a)$$

$$\mathbf{k}_2^y = \frac{q}{m} \left[ \mathbf{E}^t\left(\mathbf{x} + \frac{\mathbf{k}_1^x}{2}\right) + \left[ \left( \mathbf{v}^t + \frac{\mathbf{k}_1^y}{2} \right) \times \mathbf{B}^t \right] \right] \Delta t \quad (4.32b)$$

$$\mathbf{k}_3^y = \frac{q}{m} \left[ \mathbf{E}^t\left(\mathbf{x} + \frac{\mathbf{k}_2^x}{2}\right) + \left[ \left( \mathbf{v}^t + \frac{\mathbf{k}_2^y}{2} \right) \times \mathbf{B}^t \right] \right] \Delta t \quad (4.32c)$$

$$\mathbf{k}_4^y = \frac{q}{m} [\mathbf{E}^t(\mathbf{x} + \mathbf{k}_3^x) + [(\mathbf{v}^t + \mathbf{k}_3^y) \times \mathbf{B}^t]] \Delta t \quad (4.32d)$$

Les coordonnées  $(\mathbf{x}^{t+\Delta t}, \mathbf{v}^{t+\Delta t})$  ainsi obtenues sont alors projetées sur le référentiel cylindrique

$$\begin{pmatrix} x^{t+\Delta t} \\ y^{t+\Delta t} \\ z^{t+\Delta t} \\ v_x^{t+\Delta t} \\ v_y^{t+\Delta t} \\ v_z^{t+\Delta t} \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} r^{t+\Delta t} = \sqrt{(x^{t+\Delta t})^2 + (y^{t+\Delta t})^2} \\ - \\ z^{t+\Delta t} \\ v_r^{t+\Delta t} = v_x^{t+\Delta t} \cos(\theta) + v_y^{t+\Delta t} \sin(\theta) \\ v_\theta^{t+\Delta t} = -v_x^{t+\Delta t} \sin(\theta) + v_y^{t+\Delta t} \cos(\theta) \\ v_z^{t+\Delta t} \end{pmatrix} \quad (4.33)$$

avec

$$\theta = \arctan\left(\frac{y^{t+\Delta t}}{x^{t+\Delta t}}\right). \quad (4.34)$$

Cette transformation revient à effectuer une rotation d'un angle  $\theta$  autour de l'axe  $\mathbf{e}_r$  à l'issue de chaque pas de temps. De cette manière la coordonnée  $y^t$  d'une particule au début d'un pas de temps est toujours nulle, et le champ électrique n'a donc qu'une composante selon  $\mathbf{e}_x$ .

### Validation de l'algorithme d'avancement des particules

L'algorithme d'avancement des particules est évalué dans une configuration électrostatique sans champ magnétique ( $\mathbf{B} = \mathbf{0}$ ) pour laquelle le potentiel électrique laplacien est le potentiel logarithmique produit entre deux électrodes cylindriques coaxiales lorsque l'électrode interne est l'anode. On étudie alors les propriétés de conservation de l'énergie totale d'électrons - générés avec une vitesse thermique ( $T_e = 300\text{ K}$ ) - orbitant entre une anode de faible rayon ( $R_a = 100\ \mu\text{m}$ ) et de potentiel égal à 800 volts et une cathode de rayon  $R_c = 2.5\text{ cm}$  reliée à la masse, soit une configuration d'électrodes analogue à celle de la source plasma filaire présentée au chapitre 3. L'évolution temporelle typique de la coordonnée radiale  $r$  de la particule ainsi que des énergies cinétique ( $\epsilon_c$ ), potentielle ( $\epsilon_p$ ) et totale ( $\epsilon_T$ ), obtenue pour un pas de temps  $\Delta t = 10^{-12}\text{ s}$ , est présentée figure 4.6(a). Comme indiqué figure 4.6(b), l'erreur relative

$$\Delta\epsilon_T(t) = \frac{\epsilon_T(t) - \epsilon_T(0)}{\epsilon_T(0)} \quad (4.35)$$

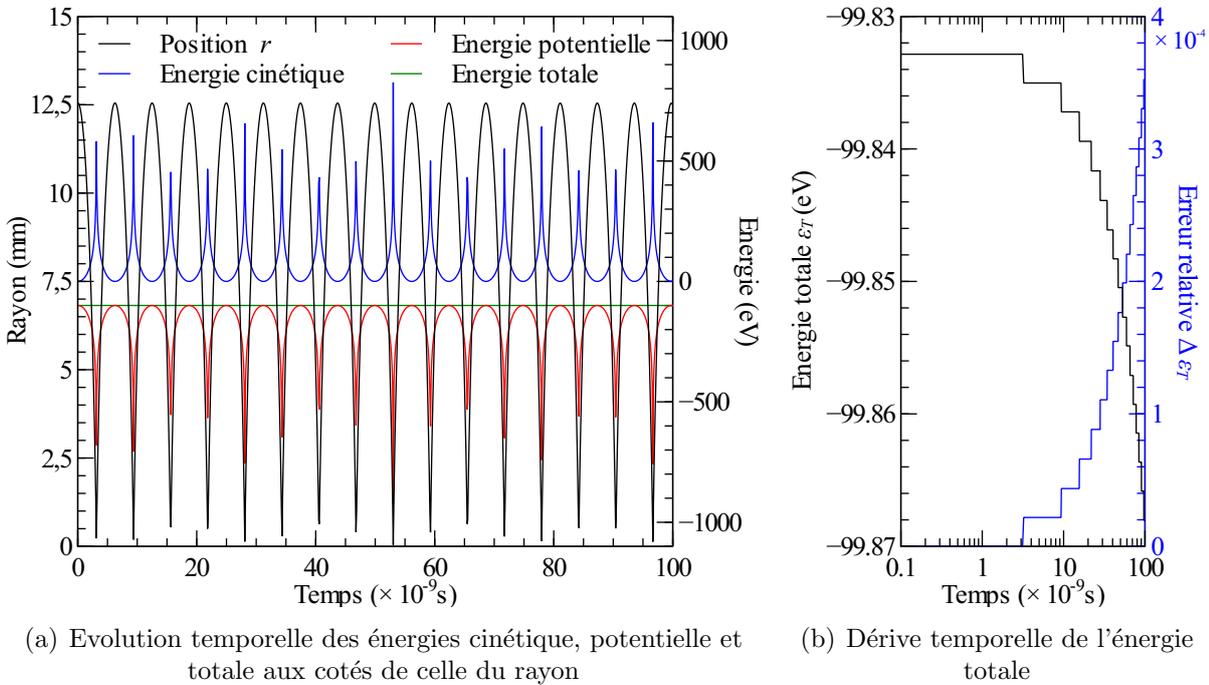


FIGURE 4.6: Conservation de l'énergie lors de l'avancement des particules.

correspondante est de l'ordre de quelques centièmes de pour-cent pour un temps d'évolution du système égal à 0.1 ms, soit  $10^5$  avancements. On constate que l'erreur augmente de manière soudaine à chaque passage de l'électron au voisinage du fil. Cela s'explique par deux considérations distinctes. D'une part, la distance angulaire  $\theta$  parcourue par un électron au cours d'une subdivision - propre au schéma de Runge-Kutta - du pas de temps  $\Delta t$  est d'autant plus importante que l'électron est proche du fil. D'autre part, la variation de la norme du champ électrique  $\Delta E$  entre les positions initiale et finale d'un déplacement correspondant à une subdivision du pas de temps est d'autant plus importante que l'électron est proche du fil puisque la norme de la vitesse radiale  $|r'|$  d'un électron, donc la distance radiale parcourue, décroît avec le rayon, et que le champ électrique décroît en  $1/r$ . Le modèle reposant sur un champ électrique de direction et de norme fixées sur chacune des subdivisions du pas de temps, l'erreur est d'autant plus significative que la distance angulaire  $\theta$  parcourue et la variation de champ  $\Delta E$  sont importantes. Ce comportement donne lieu à une croissance quasi incrémentielle de l'erreur relative, cet incrément se produisant lorsque l'électron est au plus proche du fil, soit à une fréquence égale à l'inverse de la période de révolution de l'électron autour de l'anode filaire. Pour un jeu de conditions initiales données, la fréquence de révolution d'un électron autour du fil croît avec le potentiel de l'anode, et l'erreur relative augmente ainsi d'autant plus rapidement que le potentiel de l'anode est élevé. De manière évidente, toutes choses égales par ailleurs, une diminution du pas de temps conduit à une diminution des distances angulaire et radiale parcourues au cours d'une subdivision du pas de temps, et donc de la valeur de l'incrément de l'erreur relative apparaissant à chaque passage de l'électron au voisinage du fil. Cette croissance de

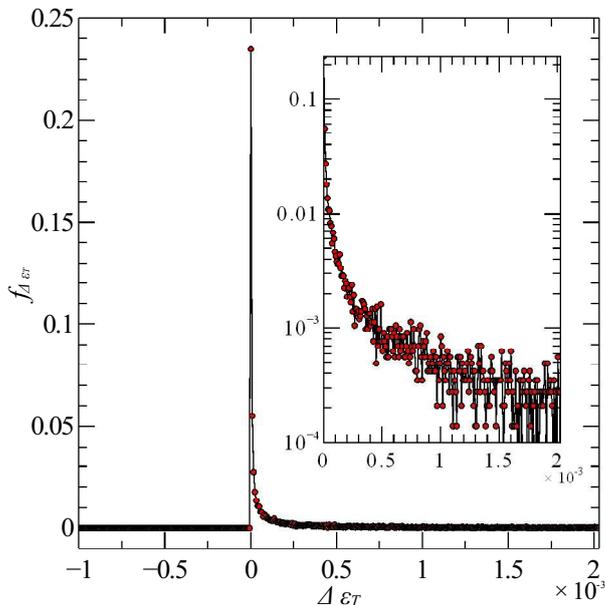


FIGURE 4.7: Fonction de distribution de l'erreur relative  $\Delta\epsilon_T$  commise sur l'énergie totale pour un temps d'évolution de  $10^{-7}$  s.

l'erreur relative  $\Delta\epsilon_T$  avec le pas de temps  $\Delta t$  est vérifiée numériquement.

La fonction de distribution de l'erreur relative  $\Delta\epsilon_T$  commise sur l'énergie totale pour un temps d'évolution de  $10^{-7}$  seconde et une distribution initiale isotrope en vitesse et uniforme en volume d'électrons est présentée figure 4.7. On constate que cette erreur reste majoritairement inférieure à  $5 \times 10^{-4}$ , ce qui est tout à fait satisfaisant. L'étude de l'évolution de l'erreur relative pour des temps plus longs ne présente que peu d'intérêt dans la mesure où la fréquence de collision électron-neutre

$$\nu_e = \sigma n_g v_e, \quad (4.36)$$

où  $\sigma$  est la section efficace de collision électron-neutre,  $n_g$  est la densité du gaz et  $v_e$  est la vitesse d'un électron, est telle que le temps séparant deux collisions inélastiques est inférieur à  $10^{-7}$  s et celui

séparant deux collisions élastiques encore inférieur. Une collision électron-neutre ayant pour effet d'interrompre la trajectoire balistique d'un électron, un électron subissant une collision cède une partie plus ou moins importante (selon le type de collision) de son énergie cinétique, et l'orientation de son vecteur vitesse est modifiée (voir paragraphe 4.4.1).

Le fait que l'erreur correspondant à la non conservation de l'énergie totale d'un électron par l'algorithme reste négligeable, comme observé figure 4.7, sur un temps égal à l'inverse de la fréquence de collision électron-neutre permet de conclure positivement quant aux capacités de l'algorithme d'avancement des particules à remplir sa tâche de manière satisfaisante.

### 4.2.3 Position d'une particule sur le maillage

Une seconde difficulté résulte d'un choix d'implémentation, à savoir celui de conserver au cours du temps l'indice de la cellule dans laquelle se trouve une particule. Ce choix impose de vérifier pour chaque particule si celle-ci sort de la cellule dans laquelle elle se trouve au cours de l'avancement correspondant à un pas de temps  $\Delta t$ , et si oui, vers quelle cellule voisine ou frontière physique elle se dirige. En supposant les frontières de la cellule dans laquelle se trouve la particule à l'instant  $t$  décrites par le jeu de coordonnées  $(r_i, r_{i+1}, z_i, z_{i+1})$ , et en notant  $\mathbf{B} = (B_x, B_y, B_z)$  le champ magnétique statique d'origine externe, cette vérification revient à calculer s'il existe  $\tau \leq \Delta t$  tel qu'une des quatre équations suivantes soit vérifiée

$$\begin{aligned} (r_{i+1})^2 &= (x^t)^2 + (y^t)^2 + 2(x^t v_x^t + y^t v_y^t) \tau \\ &\quad + \left[ (v_x^t)^2 + (v_y^t)^2 + x^t a_x^t + y^t a_y^t \right] \tau^2 \\ &\quad + (a_x^t v_x^t + a_y^t v_y^t) \tau^3 + \left[ \left( \frac{a_x^t}{2} \right)^2 + \left( \frac{a_y^t}{2} \right)^2 \right] \tau^4 \end{aligned} \quad (4.37a)$$

$$\begin{aligned} (r_i)^2 &= (x^t)^2 + (y^t)^2 + 2(x^t v_x^t + y^t v_y^t) \tau \\ &\quad + \left[ (v_x^t)^2 + (v_y^t)^2 + x^t a_x^t + y^t a_y^t \right] \tau^2 \\ &\quad + (a_x^t v_x^t + a_y^t v_y^t) \tau^3 + \left[ \left( \frac{a_x^t}{2} \right)^2 + \left( \frac{a_y^t}{2} \right)^2 \right] \tau^4 \end{aligned} \quad (4.37b)$$

$$z_{j+1} = z^t + v_z^t \tau + \frac{a_z^t}{2} \tau^2 \quad (4.37c)$$

$$z_j = z^t + v_z^t \tau + \frac{a_z^t}{2} \tau^2 \quad (4.37d)$$

où

$$\begin{pmatrix} a_x^t \\ a_y^t \\ a_z^t \end{pmatrix} = \frac{q}{m} \begin{pmatrix} E_x^t + v_y^t B_z - v_z^t B_y \\ v_z^t B_x - v_x^t B_z \\ E_z^t + v_x^t B_y - v_y^t B_x \end{pmatrix} \quad (4.38)$$

est le vecteur accélération de la particule à l'instant  $t$ . La composante  $E_y^t$  est nulle puisque  $y^t = 0$  et que  $E_\theta^t = 0$  par symétrie de révolution.

Les équations (4.37a) et (4.37b) sont des polynômes d'ordre quatre en  $\tau$ . Pour la situation physique décrite, les racines de ces polynômes sont les solutions de l'intersection d'un cercle de rayon  $r_i$  ou  $r_{i+1}$  et d'une parabole correspondant à la trajectoire de la particule pour le pas de temps en cours. Comme cela est illustré figure 4.8, ces racines sont au nombre de quatre, deux ou encore zéro selon le cas. La détermination de ces solutions peut se faire analytiquement (voir la méthode de Ferrari en Annexe D), par recherche des valeurs propres de la matrice associée<sup>1</sup> ou encore au moyen de méthodes théoriquement plus robustes telle que celle proposée par Strobach [82]. Après comparaison des diverses possibilités, la méthode reposant sur les valeurs propres de la matrice associée présente, après un adimensionnement approprié, un compromis entre coût de calcul et précision intéressant pour l'application envisagée, et a donc été implémentée.

La démarche d'avancement consiste alors simplement à déterminer la plus petite racine  $\tau_s$  réelle strictement positive parmi les douze racines des polynômes (4.37a), (4.37b), (4.37c) et (4.37d). Si  $\tau_s \leq \Delta t$ , les coordonnées de la particule dans l'espace des phases sont avancées d'un pas de temps  $\tau_s$ , l'indice de cellule est modifié en conséquence. Si la nouvelle cellule appartient au domaine d'évolution des particules, le calcul reprend pour la même particule avec un pas de temps égal à  $\Delta t - \tau_s$ . En revanche, si la frontière de la cellule atteinte en un temps  $\tau_s$  correspond à une frontière du domaine, la particule est placée dans une liste secondaire pour être traitée par le module rendant compte de l'impact de particules sur les frontières du domaine (émission secondaire, symétrie, ...). Enfin, si  $\tau_s > \Delta t$ , les coordonnées de la particule sont simplement avancées d'un pas de temps  $\Delta t$ , l'indice de cellule reste inchangé, et le calcul reprend avec la particule suivante.

L'alternative au choix de conserver l'indice de cellule propre à chaque particule est le calcul direct de l'indice de cette cellule après chaque avancement. Quelle que soit la méthode retenue, il est en effet nécessaire de connaître la cellule dans laquelle se trouve chaque particule à l'issue d'un pas de temps de sorte de pouvoir calculer la charge aux nœuds, les propriétés résultant de l'impact d'une particule sur une paroi, etc. La méthode retenue consistant à conserver l'indice de cellule à tout instant impose une méthode d'avancement plus lourde mais permet de s'abstenir du calcul de l'indice de cellule de chaque particule à l'issue de chaque pas de temps. Cela permet ainsi de ne pas avoir à recourir à un algorithme couteux de tri/recherche pour chacune des particules

1. La matrice associée au polynôme du quatrième ordre  $aX^4 + bX^3 + cX^2 + dX + e$  est

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -e/a \\ 1 & 0 & 0 & -d/a \\ 0 & 1 & 0 & -c/a \\ 0 & 0 & 1 & -b/a \end{bmatrix}$$

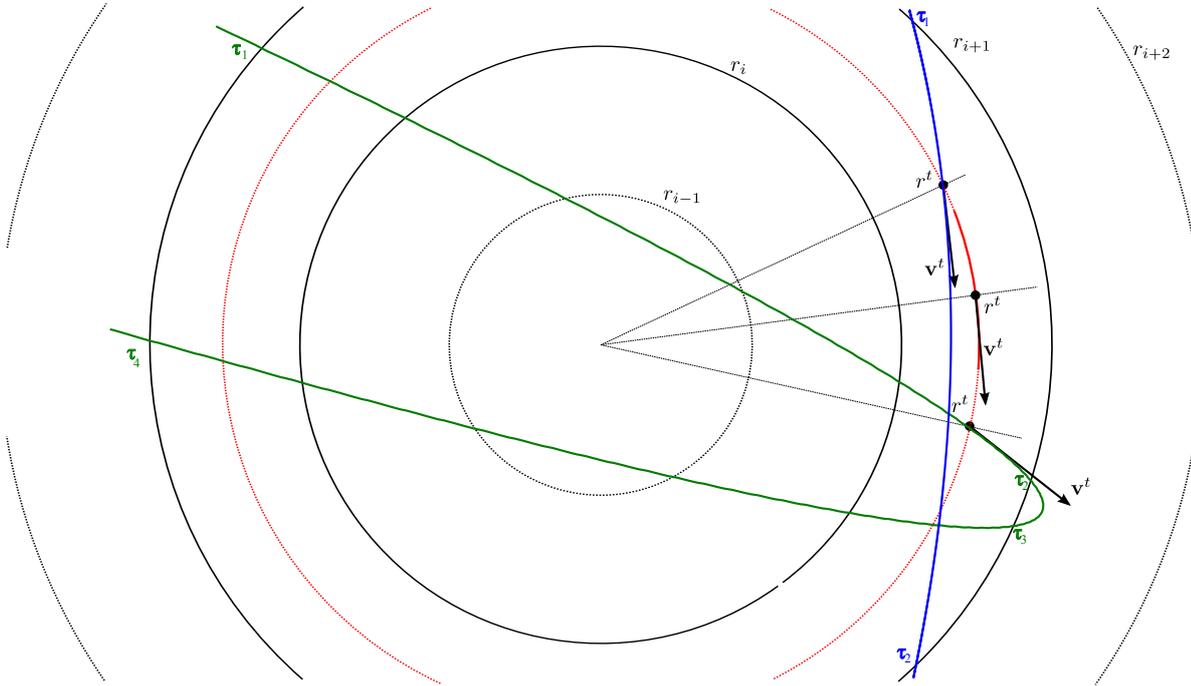


FIGURE 4.8: Intersection de la trajectoire parabolique d'une particule de coordonnées initiales  $(\mathbf{x}^t, \mathbf{v}^t)$  au cours d'un pas de temps avec la frontière définie par  $r = r_{i+1}$  de la cellule courante en fonction de la forme de la parabole : quatre solutions (vert), deux solutions (bleu) et zéro solution (rouge).

à chaque pas de temps.

### 4.3 Phénomènes d'émission secondaire

Le code étant destiné à la modélisation d'un plasma existant dans une enceinte, il est important de pouvoir rendre compte des effets induits par l'impact de particules du plasma sur les parois de cette enceinte. Les mécanismes induits par ces impacts se distinguant en fonction de la masse de la particule incidente, le traitement des particules lourdes (ions, neutres) diffère de celui des particules légères (électrons) dans le cadre de la modélisation de ces phénomènes.

#### 4.3.1 Émission secondaire par impact de particules lourdes

L'émission secondaire par impact de particules lourdes relève essentiellement de l'émission cinétique d'électrons, à laquelle s'adjoint l'émission potentielle dans le cas de particules chargées (ions).

L'émission potentielle par impact de particule lourde chargée existe dès lors que la particule incidente possède une énergie cinétique supérieure à deux fois le travail de sortie du matériau - de l'ordre de 4.5 eV, 4.4 eV pour l'acier inoxydable - formant

l'électrode. Celle-ci prend majoritairement la forme d'une neutralisation Auger pour une cible en matériau réfractaire bombardée par des ions de gaz rare [26]. Au cours d'un tel processus, deux électrons sont arrachés de la surface : l'un sert à neutraliser l'ion incident, l'autre contribue au coefficient d'émission secondaire  $\gamma$ . Ce coefficient d'émission secondaire est d'autant plus élevé que l'ion de gaz rare est léger et que le travail de sortie du matériau cible est faible [26, 83]. Les valeurs typiques relevées sont de  $\gamma \sim 0.25$  pour un ion hélium  $\text{He}^+$  impactant une cible de tungstène, cette valeur étant relativement indépendante de l'énergie cinétique de l'ion incident [26].

Dès lors que l'énergie de la particule incidente (ion ou neutre) dépasse une valeur seuil de l'ordre de cinq cent électron Volts, la contribution de l'émission cinétique au coefficient d'émission secondaire  $\gamma$  devient significative. L'émission cinétique est en effet une fonction croissante de l'énergie cinétique de la particule incidente sur la plage 1 – 10 keV. Mahadevan *et al.* [84] mettent par exemple en évidence une croissance de  $\gamma$  de 0.26 à 0.45 entre 500 eV et 2500 eV pour des ions  $\text{He}^+$  sur une cible de molybdène. Néanmoins, outre le fait que les valeurs du coefficient d'émission secondaire dépendent fortement du couple particule incidente-matériau cible utilisé, l'état de surface - pollution, rugosité - de la cible joue un rôle déterminant. Brunnée [85] ou encore Waters [86] observent ainsi pour différents matériaux cibles et particules incidentes une multiplication par un facteur variant entre deux et quatre du coefficient d'émission secondaire du fait de l'adsorption de gaz. L'état de surface étant un paramètre difficilement caractérisable et donc reproductible, les valeurs de coefficients d'émission secondaire rapportées dans la littérature diffèrent fréquemment, et ce pour des conditions assez proches. Ainsi, pour un ion  $\text{He}^+$  impactant une cible en acier inoxydable, Szapiro *et al.* [87] relève un coefficient  $\gamma = 0.6$  à 500 eV tandis que Bohm et Perrin [88] donne  $\gamma = 0.25$  à 350 eV.

Le modèle de Phelps et Petrovic [89] reposant sur un *fit* de données expérimentales permet par essence une représentation fidèle des phénomènes observés, mais son application ne peut malheureusement s'étendre au delà des couples particule incidente-matériau cible étudiés expérimentalement. Le manque de données, et surtout le manque de convergence entre les données existantes, limite fortement le développement d'un modèle susceptible de rendre compte correctement de la dépendance du coefficient d'émission secondaire par impact de particules lourdes en fonction du matériau ainsi que de l'énergie de la particule incidente. On se bornera par conséquent dans une première phase à l'utilisation d'un coefficient  $\gamma$  fonction du matériau cible et du type de particule incidente, mais indépendant de l'énergie de la particule incidente.

La répartition angulaire des électrons secondaires est déterminée par une loi en  $\cos(\theta)$ , où  $\theta$  est l'angle entre la normale à la surface et le vecteur vitesse  $\mathbf{v}$  de la particule incidente, de manière analogue au modèle proposé par Katz *et al.* [90]. L'énergie de ces électrons secondaires est en théorie fonction du matériau cible, de la particule incidente ainsi que de son énergie. Néanmoins, l'absence de données nous contraint à nous limiter à une loi maxwellienne dont la température est fonction du seul matériau. Cette modélisation n'est malgré tout que peu éloignée des fonctions de distribution d'électrons d'émission secondaire calculées par Von Roos [91].

**Remarque 4.1.** *Le fait que la section efficace d'échange de charge ion-neutre soit,*

comme on le verra dans la section suivante, relativement importante conduit à un niveau non négligeable de neutres rapides. L'existence de phénomènes d'émission secondaire électronique par impact de neutres incite alors à la modélisation des neutres en tant que superparticules de sorte de pouvoir rendre compte de ces phénomènes. Néanmoins, l'émission d'électrons par impact de neutres n'étant effective qu'à condition que l'énergie cinétique du neutre incident excède une énergie limite fonction du matériau et du neutre considéré, seuls les neutres ayant une énergie supérieure à cette énergie limite sont modélisés au moyen de superparticules.

### 4.3.2 Émission secondaire par impact d'électrons

En incidence normale, le coefficient d'émission secondaire par impact électronique  $\delta$  présente un maximum pour une énergie incidente  $\epsilon_m$  fonction du matériau cible [92]. Pour la majorité des métaux, l'énergie incidente  $\epsilon_m$  correspondant au maximum d'émission varie entre 200 eV et 500 eV. Bien que les maxima d'émission correspondant aux métaux purs soient globalement inférieurs à un, les valeurs de maxima mesurés sont plus généralement compris entre un et cinq du fait de la contamination - corrosion entre autre - des matériaux [93]. Au delà de l'énergie incidente correspondant à ce maximum, le coefficient d'émission secondaire décroît jusqu'à se stabiliser à une valeur comprise entre cinquante et quatre-vingt dix pour-cent du maximum selon le matériau. Pour un angle d'incidence non nul, le coefficient d'émission secondaire augmente avec l'angle d'incidence [94].

L'émission secondaire par impact d'électrons se compose de trois phénomènes distincts [95, 96]. Une partie des électrons incidents ne pénètre pas dans le matériau et est réfléchi élastiquement ( $\delta_e$ ). Une seconde partie est également réfléchi, mais de manière inélastique ( $\delta_r$ ). Ces électrons sont alors réfléchis après être entrés en collision avec un ou plusieurs atomes du matériau. Enfin la dernière composante est celle des électrons réellement émis - *true secondaries* - par le matériau du fait d'une interaction entre ce dernier et l'électron incident ( $\delta_{ts}$ ). La fonction de distribution en énergie des électrons quittant la cible permet de quantifier l'importance relative de ces trois phénomènes. Le spectre est composé de deux pics : l'un à une énergie de quelques électron Volts correspondant aux électrons réellement émis ( $\delta_{ts}$ ), l'autre à une énergie proche de l'énergie du faisceau incident résultant de la réflexion élastique des électrons ( $\delta_e$ ). La densité spectrale non nulle présente entre ces deux pics correspond à la large plage d'énergie couverte par la réflexion inélastique ( $\delta_r$ ). Il faut par ailleurs noter que l'allure de ce spectre varie fortement avec l'énergie du faisceau d'électron incident [97], l'importance relative du pic correspondant aux électrons réfléchis élastiquement augmentant considérablement lorsque l'énergie de l'électron incident diminue en deçà de dix électrons Volts.

Différents modèles ont été proposés afin de rendre compte de l'évolution du coefficient d'émission secondaire  $\delta$  en fonction de l'énergie de l'électron incident et de l'angle d'incidence. Le modèle global - pas de distinction entre les différentes contributions - de Vaughan [98] permet une prise en compte de l'état de surface du matériau cible, mais repose sur une énergie de coupure en deçà de laquelle le coefficient d'émission secondaire est nul. Le modèle proposé par Scholtz *et al.* [96], bien qu'également global,

permet de remédier à cette limitation en adoptant une approche empirique consistant en un *fit* de données expérimentales en incidence normale. La formulation retenue fait alors usage d'un paramètre multiplicatif ayant pour rôle spécifique de rendre compte du phénomène de réflexion élastique. Le fait d'utiliser un coefficient constant présente néanmoins l'inconvénient de surestimer le rôle joué par ces réflexions élastiques en deçà d'une énergie limite. Afin de contourner ce problème, le modèle de Furman et Pivi [99] distingue les trois composantes de l'émission secondaire par impact d'électrons. Chacun des processus suit une loi distincte obtenue par *fit* de données expérimentales de  $\delta_e$ ,  $\delta_r$  et  $\delta_{ts}$ . Ce modèle permet une description précise des phénomènes physiques observés mais repose sur un nombre de paramètres important ne pouvant être obtenus qu'à partir de mesures expérimentales spécifiques. Ces paramètres sont notamment connus - moyennant l'incertitude existante sur l'état de surface - pour l'acier inoxydable ainsi que pour le cuivre. Ces données sont synthétisées dans le tableau 4.2.

Afin de rendre compte du mieux possible des phénomènes d'émission secondaire par impact électronique, le modèle implémenté est adapté de celui de Furman et Pivi [99]. L'algorithme mis en œuvre lorsqu'un électron d'énergie cinétique  $\epsilon$  impacte une surface interne de l'enceinte enveloppant le plasma est le suivant :

1. Détermination de l'angle  $\theta$  d'incidence à la paroi aux coordonnées  $\mathbf{x}$  d'impact et calcul du vecteur normal à la surface en ce point.
2. Calcul des coefficients d'émission secondaire  $\delta_e(\epsilon, \theta)$ ,  $\delta_r(\epsilon, \theta)$  et  $\delta_{ts}(\epsilon, \theta)$  et de leur somme  $\delta_t(\epsilon, \theta)$  à partir du jeu de paramètres décrivant le matériau de la surface concernée.
3. Détermination du nombre  $n$  d'électrons créés par comparaison successive de  $\delta_t(\epsilon, \theta) - k$  à un tirage aléatoire  $R_k \in [0, 1]$  :

$$\begin{aligned}
 k &= 0 \\
 \text{tant que } (\delta_t(\epsilon, \theta) - k &\geq R_k) \\
 k &= k + 1 \\
 n &= k
 \end{aligned}$$

4. Détermination pour chacun des  $n$  électrons créés du type de processus ayant conduit à sa création par confrontation d'un tirage aléatoire  $R_2 \in [0, 1]$  aux valeurs  $\delta_e(\epsilon, \theta)/\delta_t(\epsilon, \theta)$ ,  $\delta_r(\epsilon, \theta)/\delta_t(\epsilon, \theta)$  et  $\delta_{ts}(\epsilon, \theta)/\delta_t(\epsilon, \theta)$  de la contribution relative de chacun des trois phénomènes.
5. Calcul du vecteur vitesse de chacun des  $n$  électrons en fonction du processus ayant conduit à sa création :
  - réflexion élastique : le vecteur vitesse de l'électron incident subit simplement une réflexion par rapport au plan défini par la surface impactée.
  - réflexion inélastique : l'énergie de l'électron est choisie aléatoirement sous la forme  $R_3 \times \epsilon$  où  $R_3 \in [0, 1]$ . L'émission est isotrope.
  - *true emission* : l'énergie de l'électron suit une distribution maxwellienne dont la température est fonction du matériau. L'émission est également isotrope.

Cet algorithme est répété pour tout électron impactant une surface pour laquelle ont été spécifiées des propriétés d'émission secondaire par impact électronique.

	$P_{1,e}(\infty)$	$\hat{P}_{1,e}$	$\hat{E}_e$ (eV)	$W$ (eV)	$p$	$\sigma_e$ (eV)	$e_1$	$e_2$
Cuivre	0.02	0.496	0	60.86	1	2	0.26	2
Acier inox	0.07	0.5	0	100	0.9	1.9	0.26	2

(a) Réflexion élastique

	$P_{1,r}(\infty)$	$\hat{E}_r$ (eV)	$r$	$q$	$r_1$	$r_2$
Cuivre	0.2	0.041	0.104	0.5	0.26	2
Acier inox	0.74	40	1	0.4	0.26	2

(b) Réflexion inélastique

	$\hat{\delta}_{ts}$	$\hat{E}_{ts}$ (eV)	$s$	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$
Cuivre	1.8848	276.8	1.54	0.66	0.8	0.7	1
Acier inox	1.22	310	1.813	0.66	0.8	0.7	1

(c) True secondaries

TABLE 4.2: Coefficients de *fit* utilisés pour le modèle d'émission secondaire par impact électronique de Furman et Pivi [99] dans le cas respectivement du cuivre et de l'acier inoxydable : réflexion élastique (a), réflexion inélastique (b) et true secondaries (c).  $\hat{P}$  désigne la probabilité maximale d'émission pour le processus considéré, ce maximum étant obtenu pour l'énergie  $\hat{E}$ .

## 4.4 Processus collisionnels

Le code étant développé dans l'optique de modéliser en particulier des phénomènes de décharge auto-entretenu, la prise en compte des phénomènes collisionnels est fondamentale. Par ailleurs, les temps de calcul étant généralement d'autant plus long que les particules sont lourdes, on cherche à modéliser le comportement de la source filaire dans le gaz le plus léger ayant été étudié expérimentalement, à savoir l'hélium.

Le tableau 4.3 synthétise un jeu de processus collisionnels électron-neutre, ion-neutre et neutre rapide-neutre suspectés de jouer un rôle dans les conditions modélisées (basse pression, taux d'ionisation limité). Les collisions coulombiennes sont supposées négligeables, et ne sont donc pas modélisées, du fait des faibles valeurs du taux d'ionisation du milieu considéré. Les sections efficaces utilisées pour modéliser les processus regroupés au sein du tableau 4.3 sont celles proposées par Hartmann *et al.* [100], excepté la section efficace d'excitation par impact électronique qui est tirée de Stone *et al.* [101]. Pour des raisons de simplicité et également par manque de données, les différents niveaux excités sont regroupés en un seul état, et le processus équivalent a pour section efficace la somme des sections efficaces correspondant aux processus conduisant aux différents niveaux. L'ensemble de ces sections efficaces, tracées figure 4.9, sont utilisées afin de déterminer à chaque pas de temps si une particule subit une collision, et si oui, de quel type. Une méthode dite de *null collision* telle que présentée en section 2.3

a été implémentée à cette fin.

Impact électronique			
$e^- + \text{He}$	$\rightarrow$	$e^- + \text{He}$	Élastique
$e^- + \text{He}$	$\rightarrow$	$e^- + \text{He}^*$	Excitation
$e^- + \text{He}$	$\rightarrow$	$2e^- + \text{He}^+$	Ionisation
Impact ionique			
$\text{He}^+ + \text{He}$	$\rightarrow$	$\text{He}^+ + \text{He}$	Élastique
$\text{He}^+ + \text{He}$	$\rightarrow$	$\text{He} + \text{He}^+$	Échange de charge
$\text{He}^+ + \text{He}$	$\rightarrow$	$\text{He}^+ + \text{He}^*$	Excitation
$\text{He}^+ + \text{He}$	$\rightarrow$	$2\text{He}^+ + e^-$	Ionisation
Impact de neutres rapides			
$\text{He}^f + \text{He}$	$\rightarrow$	$\text{He}^f + \text{He}$	Élastique
$\text{He}^f + \text{He}$	$\rightarrow$	$\text{He}^f + \text{He}^*$	Excitation
$\text{He}^f + \text{He}$	$\rightarrow$	$\text{He}^f + \text{He}^+ + e^-$	Ionisation

TABLE 4.3: Processus collisionnels pris en compte pour les simulations numériques dans l'hélium. Les sections efficaces utilisées pour modéliser ces phénomènes, tracées figure 4.9, sont celles proposées par Hartmann *et al.* [100], excepté celle pour l'excitation par impact électronique qui est tirée de Stone *et al.* [101].

**Remarque 4.2.** *Le fait que le processus d'échange de charge ait une section efficace relativement importante dans l'hélium (voir figure 4.9) incite à la modélisation des neutres rapides en tant que superparticules, et ce en particulier afin de pouvoir rendre compte des phénomènes d'émission cinétique induits par l'impact de neutres rapides aux électrodes (c. f. section 4.3.1). Le coefficient d'émission secondaire par impact de neutres dépendant de l'énergie cinétique des neutres en question, les processus collisionnels par impact de neutres sont modélisés afin de reproduire au mieux la fonction de distribution en énergie des neutres impactant les électrodes.*

Une fois le type de collision subie par une particule établi, il convient de déterminer les modifications induites sur les propriétés - direction, énergie - d'une particule au cours de cette collision, ainsi que les propriétés des particules éventuellement créées au cours de la collision. Différents modèles sont utilisés dans cette optique en fonction du type de collision.

#### 4.4.1 Collisions électron-neutre

##### Collision élastique

L'angle de déviation  $\chi$  d'un électron incident peut être obtenu par inversion de la section efficace différentielle de collision  $\sigma(\epsilon_i, \chi)$  [43]. Une expression empirique de la section efficace différentielle de collision élastique proposée originalement pour l'argon

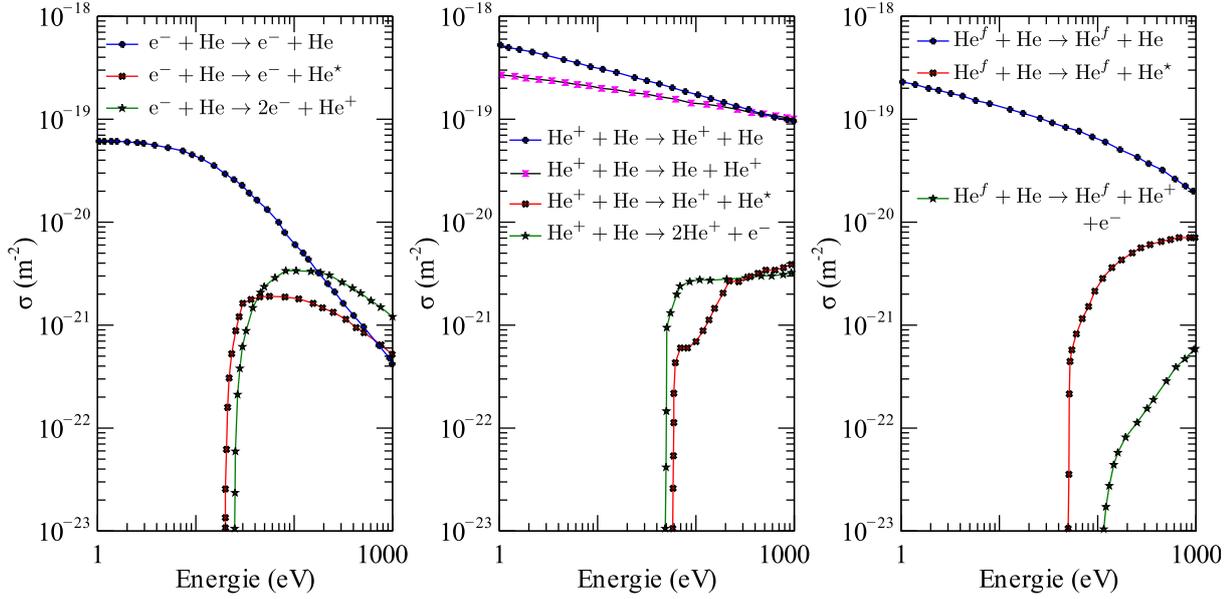


FIGURE 4.9: Sections efficaces de collision correspondant aux différents processus répertoriés dans le tableau 4.3.

par Surendra *et al.* [102] est

$$\frac{\sigma(\epsilon_i, \chi)}{\sigma(\epsilon_i)} = \frac{\epsilon_i}{4\pi[1 + \epsilon_i \sin^2(\chi/2)] \ln(1 + \epsilon_i)} \quad (4.39)$$

où  $\epsilon_i$  est l'énergie de l'électron incident et  $\chi$  est l'angle de déviation. Bien que des formulations alternatives aient été proposées [103–105] pour différents gaz, la forme empirique (4.39) est généralement retenue, et ce quelque soit le gaz. La fonction de répartition associée est

$$F_\chi(\chi) = \frac{\int_0^\chi \sigma(\epsilon_i, \chi') \sin(\chi') d\chi'}{\int_0^\pi \sigma(\epsilon_i, \chi') \sin(\chi') d\chi'} \quad (4.40)$$

Moyennant un changement de variable  $u = \cos(\chi')$  et l'expression (4.39) de la section efficace différentielle de collision, l'intégration de (4.40) conduit à

$$F_\chi(\chi) = \frac{\ln \left[ 1 + \frac{\epsilon_i}{2} (1 - \cos(\chi)) \right]}{\ln(1 + \epsilon_i)} \quad (4.41)$$

Soit  $R$  une variable aléatoire uniformément distribuée sur  $[0, 1]$ , l'angle de déviation peut alors être exprimé sous la forme

$$\chi = \arccos \left( \frac{2 + \epsilon_i - 2(1 + \epsilon_i)^R}{\epsilon_i} \right). \quad (4.42)$$

La figure 4.10 présente l'évolution du cosinus de l'angle de déviation  $\chi$  en fonction de l'énergie de l'électron incident  $\epsilon_i$  telle que dictée par la loi (4.42). Pour des énergies

d'électron incident inférieures à l'électron Volt, les collisions électron-neutre élastiques sont isotropes. Dès lors que l'énergie de l'électron incident augmente, la probabilité d'obtenir une diffusion vers l'avant - *forward scattering* - augmente. La distribution angulaire est en effet d'autant plus dominée par une diffusion à faible angle que l'énergie de l'électron incident est importante.

Le rapport entre la masse d'un électron et celle d'un ion étant très faible ( $\sim 10^{-4}$ ), la perte d'énergie subie par un électron au cours d'une collision élastique est limitée. Néanmoins, la combinaison de la conservation de l'énergie totale et de la quantité de mouvement au cours de la collision permet d'exprimer (voir par exemple Lieberman et Lichtenberg [106]) la dépendance de la fraction d'énergie perdue  $\Delta\epsilon$  par un électron relativement à son énergie incidente  $\epsilon_i$  en fonction de l'angle de déviation  $\chi$  sous la forme

$$\frac{\Delta\epsilon}{\epsilon_i} = \frac{2mM}{(m+M)^2} [1 - \cos(\chi)] \sim \frac{2m}{M} [1 - \cos(\chi)] \quad (4.43)$$

où  $m$  et  $M$  sont respectivement la masse d'un électron et d'un atome d'hélium.

### Processus inélastiques

**Excitation** Les différents niveaux excités n'étant pas pris en compte individuellement dans la modélisation des processus d'excitation, l'énergie perdue  $\Delta\epsilon$  par l'électron incident est tirée aléatoirement entre l'énergie du premier état excité  $\epsilon_{\text{exc1}}$  et l'énergie d'ionisation  $E_i$ . Dans le cas où l'énergie de l'électron est inférieure à l'énergie d'ionisation, le tirage est fait entre l'énergie du premier état excité et l'énergie disponible. La perte d'énergie  $\Delta\epsilon$  est ainsi prise égale à

$$\Delta\epsilon = -(\epsilon_{\text{exc1}} + (\epsilon^* - \epsilon_{\text{exc1}})R) \quad (4.44)$$

où  $\epsilon^* = \min(\epsilon_i, E_i)$  et  $R$  est une variable aléatoire uniformément distribuée sur  $[0, 1]$ .

La littérature ne faisant pas mention à notre connaissance de données sur les sections efficaces différentielles d'excitation par impact électronique dans l'hélium, le processus d'excitation est traité de manière isotrope.

**Ionisation** Dans le cas de l'ionisation par impact électronique, la somme de l'énergie de chacun des électrons après collision est égale à la différence entre l'énergie de

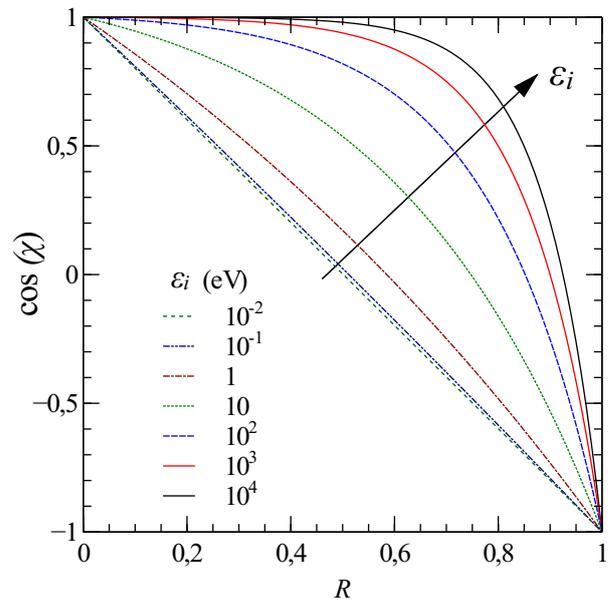


FIGURE 4.10: Angle de déviation pour une collision élastique en fonction de l'énergie de l'électron incident.

l'électron incident  $\epsilon_i$  et l'énergie d'ionisation  $E_i$  :

$$\epsilon_1 + \epsilon_2 = \epsilon_i - E_i \quad (4.45)$$

où  $\epsilon_1$  est l'énergie de l'électron diffusé et  $\epsilon_2$  celle de l'électron créé. Par convention, l'électron créé est pris comme l'électron de moindre énergie ( $\epsilon_2 \leq \epsilon_1$ ). L'énergie de l'atome neutre avant collision et celle de l'ion créé sont supposées égales, et n'apparaissent donc pas dans l'équation de conservation de l'énergie (4.45).

De manière analogue à ce qui a été fait sur la section différentielle en angle pour les collisions élastiques électron-neutre, une inversion de la section efficace différentielle en énergie  $\sigma(\epsilon_i, \epsilon_2)$  correspondant au processus d'ionisation par impact électronique est utilisée afin de déterminer l'énergie de chacun des électrons après collision [107, 108]. Une telle inversion permet en particulier d'exprimer l'énergie de l'électron créé  $\epsilon_2$  sous la forme

$$\epsilon_2 = \beta(\epsilon_i) \tan \left[ R \arctan \left( \frac{\epsilon_i - E_i}{2\beta(\epsilon_i)} \right) \right] \quad (4.46)$$

où  $\beta(\epsilon_i)$  est une fonction de l'énergie de l'électron incident  $\epsilon_i$ . Cette fonction croît de 15.4 eV à 17.6 eV entre 100 eV et 2000 eV dans le cas de l'hélium [108]. La courbe décrivant l'évolution de la répartition d'énergie entre les électrons diffusé et créé en fonction de l'énergie de l'électron incident  $\epsilon_i$  est présentée figure 4.11. L'énergie disponible  $\epsilon_i - E_i$  est répartie uniformément entre l'électron diffusé et l'électron créé lorsque l'énergie de l'électron incident  $\epsilon_i$  est proche de l'énergie d'ionisation  $E_i$ . Lorsque l'énergie de l'électron incident augmente, la répartition d'énergie devient de plus en plus asymétrique, l'électron diffusé recevant la majorité de l'énergie disponible.

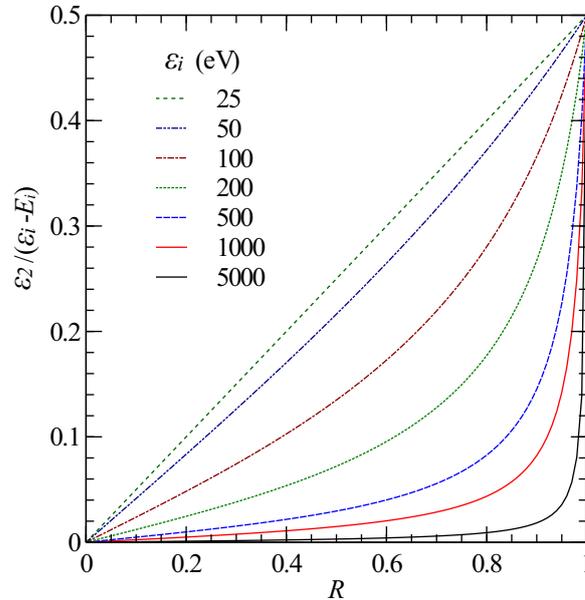


FIGURE 4.11: Distribution de l'énergie entre l'électron diffusé et l'électron créé pour l'ionisation par impact d'électron pour différentes valeurs d'énergie cinétique de l'électron incident  $\epsilon_i$ .

Une fois la répartition de l'énergie entre électron créé ( $\epsilon_2$ ) et diffusé ( $\epsilon_1$ ) déterminée, on utilise la section efficace différentielle en angle  $\sigma(\epsilon_i, \chi)$  (4.39) avec dans ce cas  $\epsilon_i = \epsilon_1$  afin de déterminer l'angle de diffusion de l'électron diffusé. L'orientation du vecteur vitesse de l'électron créé est choisie de telle sorte qu'il y ait conservation de la quantité de mouvement au cours de la collision.

#### 4.4.2 Collisions ion-neutre

La différence majeure entre les processus électron-neutre et ion-neutre réside dans la différence existant entre la masse d'un électron et celle d'un ion. En effet, les ions ayant une masse similaire à celle des atomes neutres, les équations de chocs ne conduisent plus aux mêmes propriétés.

##### Processus élastiques

**Collision élastique** Un modèle de sphères dures est utilisé pour représenter les collisions élastiques ion-neutre. En notant  $\epsilon_1$  l'énergie de l'ion diffusé et  $\epsilon_i$  l'énergie de l'ion incident, la relation liant  $\epsilon_1$  à  $\epsilon_i$  est

$$\epsilon_1 = \epsilon_i \cos^2(\chi) \quad (4.47)$$

où  $\chi$  est l'angle de déviation. Le caractère isotrope du processus est reproduit en prenant

$$\cos(\chi) = \sqrt{1 - R} \quad (4.48)$$

où  $R$  est une variable aléatoire uniformément distribuée sur  $[0, 1]$ . Ce choix conduit bien à une diffusion isotrope de l'ion incident sur  $[0, \pi/2]$ .

**Échange de charge** La prise en compte des phénomènes d'échange de charge consiste simplement en la création d'un neutre rapide ayant les propriétés - vecteur vitesse - de l'ion incident, tandis que l'ion est réémis de manière isotrope ( $\chi \in [0, \pi/2]$ ) avec une énergie déterminée par une distribution maxwellienne ayant pour température la température du gaz de fond. L'énergie de l'ion lent diffusé étant égale à l'énergie du neutre lent incident, l'énergie est bien conservée au cours de la collision. Le neutre rapide créé par ce processus est alors suivi de manière tout à fait analogue aux ions et électrons, si ce n'est que l'avancement des neutres rapides ne nécessite pas de connaissance du champ électromagnétique. Le mouvement d'un neutre rapide est en effet rectiligne uniforme entre deux collisions.

##### Collisions inélastiques

**Excitation** Tout comme cela est fait pour l'excitation par impact électronique, la perte d'énergie de l'ion incident est déterminée par tirage aléatoire entre l'énergie du premier niveau excité  $\epsilon_{\text{exc1}}$  et le minimum entre l'énergie de l'ion incident  $\epsilon_i$  et l'énergie d'ionisation  $E_i$ . Une fois la perte d'énergie déterminée, l'ion diffusé est réémis de manière isotrope

$$\epsilon_1 = (\epsilon_i - [\epsilon_{\text{exc1}}(1 - R_1) + \min(\epsilon_i, E_i)R_1]) \cos^2(\chi) \quad (4.49)$$

où  $\cos(\chi) = \sqrt{1 - R_2}$  avec  $R_1$  et  $R_2$  deux variables aléatoires uniformément distribuées sur  $[0, 1]$ .

**Ionisation** L'absence de section efficace différentielle en angle au sein de la littérature contraint à un traitement isotrope du processus d'ionisation par impact d'ion. L'énergie de l'ion diffusé  $\epsilon_1$  est

$$\epsilon_1 = (\epsilon_i - E_i) \cos^2(\chi) \quad (4.50)$$

où  $\epsilon_i$  est l'énergie de l'ion incident et  $E_i$  l'énergie d'ionisation. L'angle de déviation  $\chi$  est encore une fois déterminé par  $\cos(\chi) = \sqrt{1 - R_1}$  où  $R_1$  est une variable aléatoire uniformément répartie sur  $[0, 1]$ . L'énergie restante  $\epsilon_i - E_i - \epsilon_1$  est alors communiquée à l'électron créé, ce qui revient à considérer que l'énergie de l'ion créé est égale à l'énergie de l'atome neutre avant ionisation. L'orientation du vecteur vitesse de l'électron créé est déterminée de sorte de satisfaire à la conservation de la quantité de mouvement au cours de la collision.

### 4.4.3 Collisions neutre rapide-neutre

Faute de section efficace différentielle pour les processus de collision élastique, d'excitation et d'ionisation par impact de neutres rapides, l'ensemble de ces processus sont traités de manière isotrope, *i. e.* de façon analogue à la description donnée ci-dessus pour les collisions ion-neutre. La seule distinction provient du fait que lorsqu'un neutre rapide voit son énergie diminuer - du fait d'une collision - en deçà d'une valeur limite, celui-ci est supprimé de la simulation. Le choix de modéliser les neutres rapides au moyen de superparticules est en effet motivé par la volonté de reproduire au mieux les effets induits par l'émission cinétique d'électrons, qui n'apparaît, comme cela a été montré au paragraphe 4.3.1, que lorsque l'énergie du neutre incident excède une énergie limite fonction du matériau. Les neutres ayant une énergie inférieure à cette limite sont donc traités en tant que gaz de fond.

## 4.5 Architecture du code

On présente dans cette section les choix relatifs à l'implémentation du code de calcul. On s'intéresse en particulier aux algorithmes retenus pour la résolution des problèmes d'algèbre linéaire mis en exergue dans ce chapitre, ainsi qu'à la parallélisation du code.

### 4.5.1 Implémentation

Le code est écrit en C++ de sorte de tirer parti des avantages offerts par la programmation orientée objet, et notamment de la souplesse offerte par les classes dérivées. Il est ainsi par exemple possible de définir, à partir d'une classe générique décrivant les interactions particules-paroi, un jeu de classes dérivées permettant de rendre compte

d'une condition de symétrie, d'un diélectrique, d'une électrode sur laquelle les phénomènes d'émission secondaire sont ou non modélisés... L'ajout d'un nouveau type d'interaction est alors transparent vis à vis du reste du code.

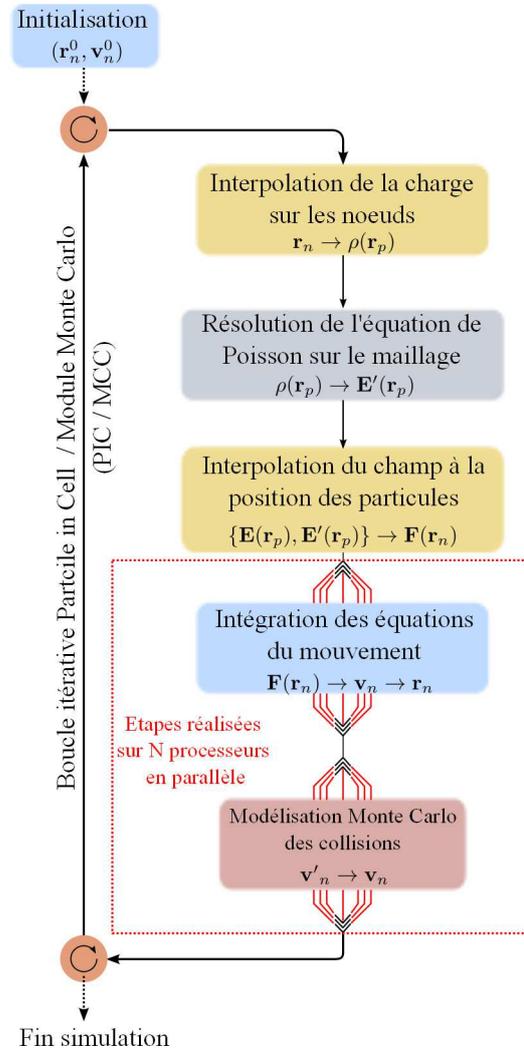


FIGURE 4.12: Boucle itérative type PIC-MCC partiellement parallélisée.

La figure 4.12 présente la boucle itérative ainsi parallélisée.

En notant  $N_n$  le nombre de particules suivies, chacun des  $N$  processeurs se voit confier un nombre de particules de l'ordre de  $N_n/N$  à l'entrée du module d'avancement des particules. Les données de champ électromagnétique étant stockées au sein de la mémoire partagée, chaque processeur accède aux mêmes données de champ et réalise l'avancement de ses particules. Une fois cette opération réalisée, l'ensemble des particules est regroupé sur un seul processeur afin de poursuivre le cycle de calcul.

La parallélisation du module Monte-Carlo est relativement similaire si ce n'est que le nombre de particules à regrouper à l'issue du calcul peut être différent de celui à

Par ailleurs, pour des raisons d'optimisation, les opérations d'algèbre linéaire telles que l'inversion de matrice et la résolution de systèmes matriciels sont réalisées au moyen des fonctions implémentées au sein de la librairie LAPACK [109]. Le solveur d'équations de champ (section 4.1) ainsi que l'algorithme d'avancement des particules (section 4.2) font ainsi appel à différentes fonctions de cette librairie. Une version de la librairie LAPACK spécialement compilée et optimisée pour la station de calcul SUN employée est utilisée.

## 4.5.2 Parallélisation

Afin de minimiser le temps de calcul nécessaire à la résolution d'un nombre donné de boucles itératives type particule in cell couplé à un module de Monte-Carlo, le code a été partiellement parallélisé.

Un profilage du code révèle que le temps de calcul nécessaire à la résolution des équations de champ ne représente que moins de dix pour-cent du temps de calcul total sur un cycle. Il est donc préférable dans le cas d'une parallélisation partielle de se concentrer sur la parallélisation des tâches relatives au traitement des particules. Ainsi, l'étape d'avancement des particules et le module de Monte-Carlo ont été parallélisés au moyen de la librairie de parallélisation openMP, de sorte de pouvoir bénéficier des huit processeurs disponibles sur la station de calcul Sun utilisée. La

l'entrée du fait notamment des phénomènes d'ionisation. Chaque processeur possède alors une liste de particules créées, l'ensemble de ces listes étant regroupé à l'issue du calcul. Cette liste globale de particules créées est ensuite concaténée à la liste principale sur un seul processeur.

## 4.6 Synthèse

Un code particulière 2d3v couplé à un module de Monte Carlo représentatif des phénomènes collisionnels a été développé dans un cadre électrostatique en géométrie cylindrique  $(r, z)$ .

La résolution du problème mixte pour l'équation de Poisson associé est réalisée au moyen d'un solveur aux éléments finis, dont les capacités ont été évaluées par confrontation avec un solveur commercial sur différents cas test. En particulier, la capacité du code à rendre compte d'un champ de charge d'espace ainsi que d'une discontinuité de permittivité a été démontrée, et ce pour diverses conditions aux limites. Une extension de ce solveur a ensuite été réalisée afin de permettre la modélisation d'une source idéale de courant.

Les méthodes d'avancement des particules en géométrie cylindrique ainsi que d'interpolation retenues ont été présentées. Afin de passer outre les problèmes liés à la singularité radiale, une rotation des particules est effectuée à chaque pas de temps de sorte de réaliser l'avancement en géométrie cartésienne. Il a également été montré que le choix de conserver la cellule propre à chaque particule au cours du temps nécessite la résolution d'équations polynomiales du quatrième ordre, et ce afin de déterminer les éventuelles intersections de la trajectoire de la particule avec les frontières de la cellule courante.

La modélisation des phénomènes d'émission secondaire électronique adoptée consiste en la modélisation des phénomènes induits par impact d'électrons, d'ions ainsi que de neutres rapides. L'émission secondaire d'électrons par impact de particules lourdes (ions ou neutres rapides) est modélisée par un coefficient constant dépendant du type de particule ainsi que du matériau cible. Le modèle d'émission secondaire par impact d'électrons rend compte de la dépendance du coefficient d'émission secondaire en fonction de l'énergie de l'électron incident, de son angle d'incidence ainsi que du matériau cible.

La prise en compte des phénomènes collisionnels est réalisée par l'adjonction d'un module Monte-Carlo dit de *null collision*. Les phénomènes modélisés sont les collisions élastiques, l'excitation et l'ionisation par impact électronique, ionique et de neutre rapide ainsi que l'échange de charge ion-neutre. La modification des propriétés des particules au cours d'une collision est déterminée par inversion des sections efficaces différentielles lorsque celles-ci sont connues.

Les parties les plus couteuses en temps de calcul ont été parallélisées au moyen de la librairie OpenMP. Pour cela, les particules sont distribuées sur l'ensemble des processeurs disponibles lors de l'avancement des particules ainsi que du traitement du module de Monte Carlo.

Bien que les différentes composantes du code ait été testées et validées de manière

---

indépendante, la capacité du code à modéliser un plasma en régime continu reste à déterminer. En particulier, l'aptitude du code à reproduire les phénomènes physiques - modes de décharge, tenue en pression - tels qu'observés expérimentalement lors de l'étude de la décharge filaire basse pression reste à démontrer.



*“But are we sure of our observational facts? Scientific men are rather fond of saying pontifically that one ought to be quite sure of one’s observational facts before embarking on theory. Fortunately those who give this advice do not practice what they preach. Observation and theory get on best when they are mixed together, both helping one another in the pursuit of truth. It is a good rule not to put overmuch confidence in a theory until it has been confirmed by observation. I hope I shall not shock the experimental physicists too much if I add that it is also a good rule not to put overmuch confidence in the observational results that are put forward until they have been confirmed by theory.”*

Arthur Stanley Eddington (1882-1944)

# 5

## Simulation numérique de la source plasma filaire

**Résumé.** L’utilisation de résultats de simulation obtenus au moyen du code particulaire présenté au chapitre précédent est assujettie à la validation du comportement du code dans le cadre précis de la décharge filaire en régime continu. On se propose de démontrer les capacités du code en analysant les résultats de simulation à la lumière des résultats expérimentaux obtenus au chapitre 3.

Une analyse des propriétés géométriques de la source permettra dans un premier temps de déterminer les paramètres de simulation adaptés à la simulation de la décharge filaire. Les résultats de simulation ainsi obtenus seront ensuite mis en regard des données expérimentales. Les résultats propres aux propriétés d’émission des modes de décharges ainsi qu’à l’évolution de la tension de décharge avec la pression seront en particulier comparés à leurs équivalents expérimentaux. Enfin, une analyse critique sera menée dans une dernière partie afin de mettre en évidence l’éventuelle influence de différents paramètres et hypothèses du modèle sur les résultats de simulation.

### Sommaire

---

<b>5.1 Paramètres de simulation</b>	<b>92</b>
5.1.1 Discrétisation spatiale et temporelle	92
5.1.2 Conditions aux limites	95
<b>5.2 Validité de la solution numérique obtenue</b>	<b>99</b>
5.2.1 Convergence temporelle	99
5.2.2 Dépendance de la solution relativement aux conditions initiales	100

---

5.2.3	Convergence en maillage . . . . .	102
<b>5.3</b>	<b>Comparaison des résultats de simulation avec les données expérimentales . . . . .</b>	<b>103</b>
5.3.1	Extension spatiale de la décharge . . . . .	103
5.3.2	Évolution de la tension de décharge en fonction de la pression	106
<b>5.4</b>	<b>Analyse critique des résultats de simulation . . . . .</b>	<b>108</b>
5.4.1	Validité de la condition aux limites $\phi_0(r)$ . . . . .	108
5.4.2	Influence de l'émission électronique par impact de particules lourdes à la cathode . . . . .	110
5.4.3	Influence de l'émission électronique par impact d'électrons à l'anode . . . . .	111
<b>5.5</b>	<b>Synthèse . . . . .</b>	<b>112</b>

---

On souhaite démontrer les capacités du code numérique développé au chapitre précédent pour la simulation du fonctionnement de la décharge filaire basse pression en régime continu dans l'hélium. Les dimensions physiques de la source filaire modélisée sont celles du dispositif expérimental présentée au chapitre 3, et sont données pour rappel dans le tableau 5.1.

Grandeur	Notation	Valeur
Rayon de l'anode	$R_a$	100 $\mu\text{m}$
Rayon de la cathode	$R_c$	2.5 cm
Longueur de la source	$L$	20 cm
Rayon de perçage des plaque de bout	$R_{end}$	3 mm

TABLE 5.1: Dimensions de la source filaire utilisées pour le modèle numérique.

## 5.1 Paramètres de simulation

### 5.1.1 Discrétisation spatiale et temporelle

Comme cela a pu être montré au chapitre 2, la simulation d'un plasma au moyen d'un code particulière impose la vérification d'un certain nombre de conditions (*c. f.* tableau 2.1). La vérification de ces conditions, reliant notamment le pas de maille au pas de temps ainsi qu'à la vitesse des particules, est nécessaire à l'obtention d'une solution numérique reproduisant fidèlement les phénomènes physiques observés expérimentalement. L'analyse de ces contraintes dans le cadre de la source filaire permet de déterminer un pas de temps ainsi qu'un maillage adapté à la simulation.

## Discrétisation spatiale

Un paramètre important relativement à la qualité de la modélisation est la capacité à rendre compte fidèlement des variations du champ électrique. En effet, comme on a pu le voir au chapitre 1, une des spécificités de la décharge à fil est le rôle prépondérant joué par les trajectoires électroniques. Or, ces trajectoires ne peuvent être fidèlement reproduites qu'à la seule condition d'une fidèle reproduction du champ électrique. Le champ électrique laplacien étant divisé par deux entre  $r = R_a$  et  $r = 2R_a$ , il est particulièrement important de rendre compte proprement des variations des grandeurs physiques proche du fil. Cela suppose un maillage radial suffisamment fin, avec un paramètre de maille typiquement inférieur au rayon du fil dans cette zone. Cette seule considération proscrit l'utilisation d'un maillage régulier de l'espace inter électrodes radial. En effet, la discrétisation du segment  $[R_a, R_c]$  avec un pas de maille égal à un demi rayon d'anode conduirait à l'utilisation de 498 mailles pour la seule direction radiale. De fait, en faisant usage d'un nombre similaire de mailles sur la longueur  $L$  de la décharge, le nombre de cellules d'un tel maillage  $(r, z)$  serait de l'ordre de  $2.5 \times 10^5$ . Ce nombre dépasse de plus d'un ordre de grandeur les limites raisonnablement acceptables du fait, comme on le verra par la suite, du nombre important d'itérations temporelles à réaliser. On se tourne donc vers un maillage non uniforme aussi bien dans la direction radiale que dans la direction axiale. Le pas de maille du maillage présenté figure 5.1 suit une progression géométrique proche des parois tandis qu'il est constant dans la zone centrale définie par

$$\begin{cases} R_a < r_1 < r < r_2 < R_c \\ 0 < z_1 < z < z_2 < L \end{cases} \quad (5.1)$$

où  $r_1 = 3.2$  mm,  $r_2 = 1.18$  cm,  $z_1 = 4$  cm et  $z_2 = 16$  cm. L'utilisation d'un maillage non uniforme permet de réduire le nombre de nœuds à 2555 tout en assurant un raffinement suffisant là où cela est nécessaire, puisque le pas de maille  $\Delta r$  est alors égal à  $20 \mu\text{m}$ , soit  $R_a/5$ , au niveau de l'anode filaire.

On vérifie par ailleurs que le critère consistant à résoudre convenablement le fil impose un pas de maille tel que la condition (2.50) est aisément vérifiée. En effet, la longueur de Debye

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k T_e}{n_e e^2}} \quad (5.2)$$

est de l'ordre du centimètre pour les conditions de décharge envisagées ( $n_e \sim 10^{13} \text{ m}^{-3}$ ,  $T_e \sim 20$  eV), soit bien supérieure à la dimension caractéristique d'une maille.

Le critère le plus restrictif n'est donc pas de résoudre la longueur de Debye mais bien de résoudre le rayon d'anode. Le maillage présenté figure 5.1 est par conséquent théoriquement adapté à la modélisation de la configuration de source filaire étudiée expérimentalement, et est donc utilisé comme maillage par défaut pour la suite de l'étude.

La connaissance des données macroscopiques reposant sur l'interpolation des propriétés des superparticules présentes au sein de chaque cellule, une maximisation du nombre de superparticules par cellule permet de minimiser l'erreur commise. Pour un nombre  $N$  de superparticules, cette erreur évolue comme  $N^{-1/2}$  [39]. Néanmoins, le

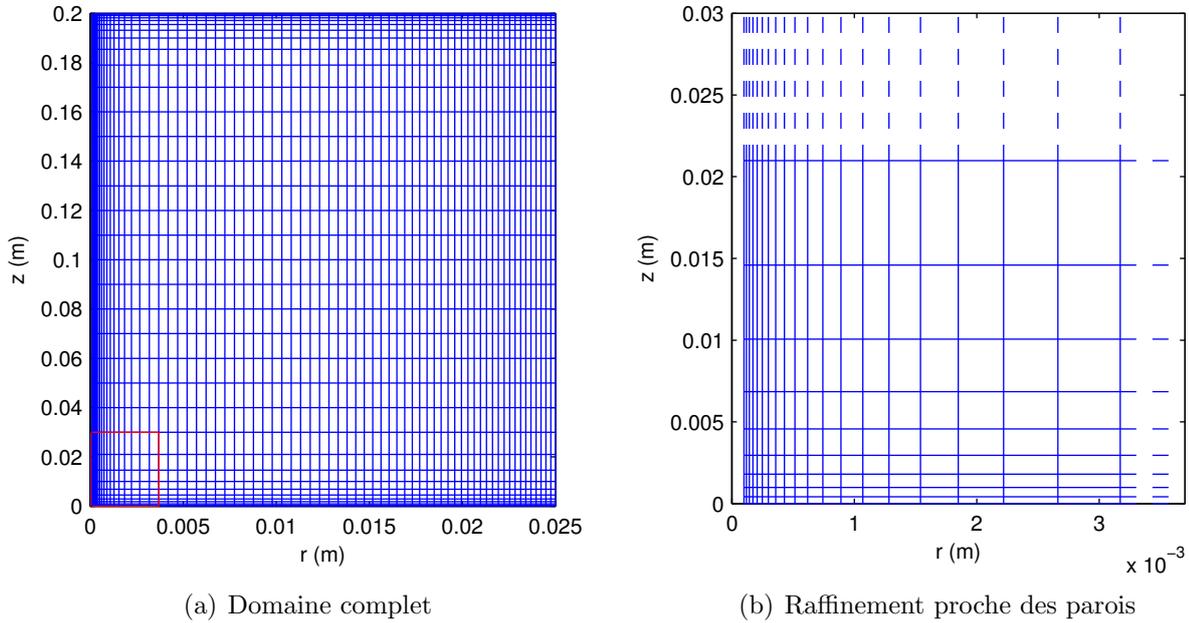


FIGURE 5.1: Maillage du domaine de calcul  $[R_a, R_c] \times [0, L]$  utilisé pour la simulation de la décharge filaire, 2555 nœuds.

temps de calcul étant proportionnel à  $N$ , il est nécessaire de trouver un compromis entre temps de calcul et précision, ce qui se traduit par le choix d'un nombre de superparticules par cellule adapté. Une revue de différentes simulations PIC-MCC ou DSMC (Direct Simulation Monte Carlo) bi-dimensionnelle fait ressortir un nombre de superparticules par cellule typique variant entre 10 et 100. Le maillage utilisé pour la simulation du fonctionnement de la source plasma filaire (figure 5.1) faisant usage de 2448 cellules, un tel nombre de superparticules par cellule conduit au suivi d'environ  $10^5$  superparticules par espèce modélisée.

### Discrétisation temporelle

Une fois déterminé un maillage tel que le pas de maille soit inférieur à la longueur de Debye (condition 2.50), il convient (*c. f.* section 2.2.2) de choisir un pas de temps tel que d'une part une particule ne traverse pas plus d'une maille au cours d'un pas de temps (condition (2.51)), et d'autre part l'inverse de la fréquence plasma soit supérieure au pas de temps (condition (2.49)).

La première de ces conditions, conjuguée à la limitation du pas de maille introduite au paragraphe précédent, impose une forte restriction du pas de temps  $\Delta t$ . Cette limitation du pas de temps est d'autant plus forte que les électrons les plus rapides se trouvent proches du fil, c'est à dire dans la zone où le maillage est le plus raffiné. Pour une tension de décharge  $V_d$ , un électron émis à la cathode et passant proche du fil sans avoir subi de collision inélastique possède une énergie cinétique voisine de  $eV_d$ . Le pas

de maille  $\Delta r$  à l'anode étant égal à  $20 \mu\text{m}$ , le pas de temps est tel que

$$\Delta t < \frac{\Delta r}{\sqrt{\frac{2eV_d}{m_e}}}, \quad (5.3)$$

soit  $\Delta t \leq 10^{-12}$  s pour une tension de décharge  $V_d = 1000$  V. L'utilisation d'un pas de temps de l'ordre de la pico-seconde permet par ailleurs de satisfaire sans difficulté à la condition (2.49), puisque la fréquence plasma

$$f_p = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{n_e e^2}{\varepsilon_0 m}} \quad (5.4)$$

est de l'ordre de  $10^7$  Hz pour une densité électronique attendue de  $n_e \sim 10^{13} \text{ m}^{-3}$ .

Une estimation basse du temps d'établissement de la décharge, donc de la durée à simuler, peut être obtenue en calculant le temps  $t_d$  nécessaire à un ion généré proche de l'anode pour dériver dans le champ laplacien sans collision jusqu'à la cathode. Pour une même tension de décharge  $V_d = 1000$  V et un ion d'hélium  $\text{He}^+$ , une résolution numérique mène à

$$t_d^{\text{He}^+} = 1.3 \times 10^{-7} \text{ s}. \quad (5.5)$$

Le temps nécessaire à l'établissement d'une décharge stable étant au minimum de quelques  $t_d^{\text{He}^+}$ , on obtient une durée à simuler de l'ordre de la micro seconde. En reprenant le pas de temps

$$\Delta t = 1 \text{ ps} \quad (5.6)$$

imposé par la condition (5.3) pour une tension de décharge  $V_d$  de l'ordre du millier de Volts, la simulation d'une micro seconde est équivalente à un nombre d'itérations temporelles

$$N_t \sim 10^6. \quad (5.7)$$

En considérant le nombre de superparticules utilisées pour modéliser chacune des populations, un tel nombre d'itérations temporelles équivaut à environ  $10^{11}$  avancements de particule par espèce au cours de la simulation.

**Remarque 5.1.** *On comprend ici l'importance de limiter le nombre de mailles du maillage au minimum permettant une reproduction fidèle des phénomènes physiques. En effet, outre le fait qu'une augmentation de la taille du maillage se traduise par un coût de calcul correspondant à la résolution des équations de champ plus important, un maillage plus important induit également une augmentation proportionnelle du nombre de superparticules, et donc du nombre d'avancements de particules nécessaires.*

### 5.1.2 Conditions aux limites

Le jeu de conditions aux limites devant être définies en vue de la simulation de la décharge peut être décomposé en deux catégories : les conditions aux limites pour le champ électrique et les conditions aux limites pour les particules.

### Conditions aux limites pour le champ électrique

Les conditions aux limites pour le champ électrique aux frontières du domaine, présentées figure 5.2(a), sont les suivantes :

- condition de Neumann non homogène sur l’anode filaire :

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{\sigma_s}{\varepsilon_0} \quad \text{sur le segment défini par } r = R_a \text{ et } z \in [0, L]. \quad (5.8)$$

- condition de Dirichlet sur la cathode :

$$\phi = 0 \quad \text{sur le segment défini par } r = R_c \text{ et } z \in [0, L]. \quad (5.9)$$

- condition de Dirichlet sur les plaques de bout :

$$\phi = 0 \quad \text{sur les segments définis par } r \in [R_{end}, R_c] \text{ et } z = \{0, L\}. \quad (5.10)$$

- condition de Dirichlet avec potentiel électrique non nul sur la frontière correspondant aux perçages des plaques de bout :

$$\phi = \phi_0(r) \quad \text{sur les segments définis par } r \in [R_a, R_{end}] \text{ et } z = \{0, L\} \quad (5.11)$$

où  $\phi_0(r)$  est déterminé en interpolant le potentiel électrostatique obtenu en résolvant l’équation de Laplace sur un domaine étendu (voir figure 5.2(b)). La démarche consistant à utiliser la solution numérique obtenue sur un domaine plus étendu permet de modéliser les effets de bord au voisinage des plaques de bout.

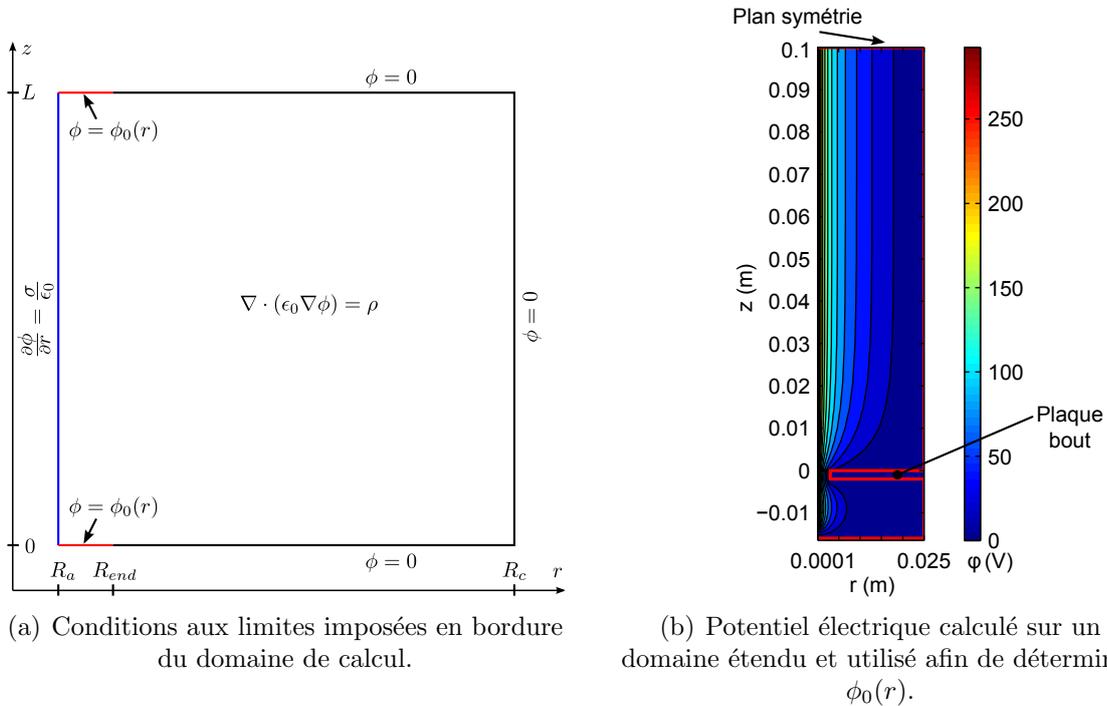


FIGURE 5.2: Conditions aux limites utilisées pour la simulation de la source plasma filaire.

**Remarque 5.2.** La résolution du problème sur le domaine de calcul présenté figure 5.2(a) nécessite la spécification de conditions aux limites sur des frontières ne correspondant pas à des électrodes. Cette difficulté est contournée en résolvant le problème dans un cas laplacien sur un domaine étendu bordé uniquement d'électrodes, puis en imposant un potentiel électrique  $\phi_0(r)$  obtenue par interpolation de la solution étendue sur ces frontières. Cette démarche suppose néanmoins que le champ de charge d'espace est négligeable dans cette zone proche des frontières en question pour les conditions de décharge envisagées. Il conviendra de vérifier la validité de cette hypothèse en temps voulu.

### Conditions aux limites pour les particules

L'impact de particules sur les frontières du domaine de simulation donne lieu à différents processus en fonction de la nature de la particule incidente et du type de frontière rencontrée. L'ensemble des conditions aux limites pour les particules est synthétisé figure 5.3.

**Impact d'électrons aux parois** Comme montré précédemment, le libre parcours moyen  $\lambda$  d'un électron au sein de la cavité est supérieur à la dimension caractéristique  $R_c$  de la source filaire du fait du fonctionnement à basse pression de la décharge. De ce fait,

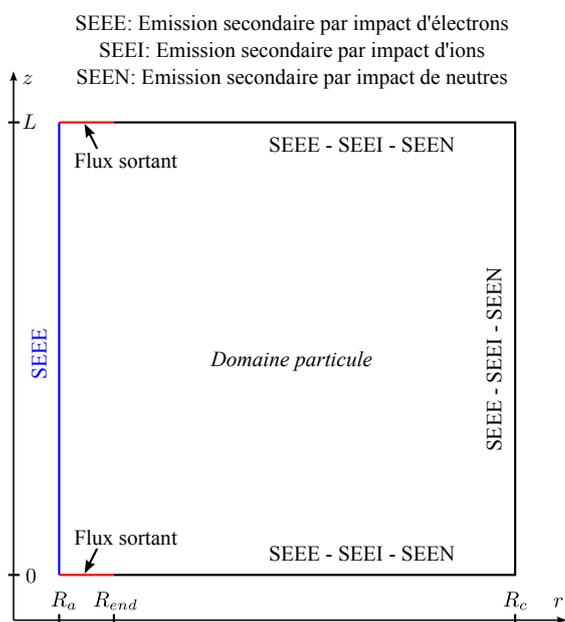


FIGURE 5.3: Conditions aux limites pour les particules.

il existe une probabilité non négligeable - d'autant plus importante que la pression est basse - qu'un électron émis à la cathode revienne impacter la cathode après une orbite autour du fil. En effet, un électron émis à la cathode par impact d'une particule lourde - ion ou neutre rapide - possède une énergie de l'ordre de quelques électron Volts [26], et reviendra donc à la cathode avec une énergie similaire si aucune collision inélastique ne survient au cours de sa première orbite autour du fil. Il est donc nécessaire de rendre compte de l'impact des électrons à la cathode ainsi que sur les plaques de bout. Ces phénomènes sont modélisés au moyen de l'adaptation du modèle de Furman [99] présentée section 4.3.2, en utilisant pour matériau cible de l'acier inoxydable.

L'impact d'électrons sur l'anode filaire en tungstène peut également donner lieu à des phénomènes d'émission secondaire. Le spectre d'énergie cinétique couvert par les électrons impactant l'anode s'étale des très faibles énergies (quelques dixièmes d'électron Volts) jusqu'à l'énergie  $eV_d$  correspondant à la tension de décharge  $V_d$ , soit typiquement quelques centaines voire milliers d'électron-Volts. Néanmoins, la probabilité

pour un électron de subir une réflexion élastique décroissant rapidement avec son énergie cinétique  $\epsilon$  [97], l'immense majorité des électrons émis à l'anode le sont avec une énergie de seulement quelques électron-Volts. Le champ électrique étant particulièrement fort proche du fil, le temps de séjour au sein de la décharge d'un tel électron est excessivement limité. Une simulation numérique montre en effet qu'un électron émis à l'anode de manière isotrope avec une énergie cinétique égale à 5 eV s'éloigne au plus de 20  $\mu\text{m}$  de l'anode et retourne à l'anode en moins de  $6.2 \times 10^{-12}$  s, et ce pour une tension de décharge  $V_d = 500$  V. La probabilité pour un tel électron d'être réémis ou de donner lieu à l'émission d'un nouvel électron est alors inférieure à un demi [110, 111] du fait de sa faible énergie. La combinaison des faibles temps de séjour et probabilité d'émission font que la charge d'espace induite par les phénomènes d'émission secondaire par impact électronique à l'anode est négligeable. On s'attend par conséquent à ce que le rôle joué par ces phénomènes soit limité. Un modèle similaire à celui mis en place pour l'impact d'électrons à la cathode est néanmoins implémenté de sorte de démontrer la validité de cette analyse en comparant les résultats obtenus avec ou sans prise en compte de l'émission secondaire par impact électronique à l'anode.

**Impact de particules lourdes aux parois** De par le faible rayon d'anode utilisé, la probabilité pour un neutre rapide de rentrer en collision avec le fil est tout à fait négligeable. Un simple calcul montre en effet que l'angle sous lequel est vu le fil par un neutre rapide créé à mi-distance entre les électrodes ( $R_c/2$ ) est de l'ordre de

$$2\pi \frac{2R_a}{2\pi \frac{R_c}{2}} = \frac{4R_a}{R_c} \sim 1.6 \times 10^{-2} \text{ rad.} \quad (5.12)$$

De plus, les ions ne pouvant être générés que par ionisation en volume, l'énergie cinétique initiale d'un ion - de l'ordre de la température du gaz de fond - est inférieure à la différence  $q(\phi_a - \phi(r))$ , où  $r$  est la coordonnée radiale de la position où l'ion a été créé et  $q$  la charge de l'ion. Un ion ne peut par conséquent pas rejoindre l'anode. Les phénomènes d'émission secondaire par impact de particules lourdes à l'anode ne sont donc pas modélisés, et un neutre rapide impactant l'anode est alors simplement retiré de la simulation.

Le fait que les flux d'ions et de neutres rapides à la cathode et sur les plaques de bout soient nettement plus important impose en revanche de prendre en considération le rôle joué par l'émission secondaire d'électrons par impact de particules lourdes sur ces surfaces. Ces phénomènes sont représentés au moyen du modèle décrit section 4.3.1. Le matériau utilisé ici étant de l'acier inoxydable, les coefficients d'émission secondaire par impact d'ions  $\text{He}^+$  et de neutres rapides He sont pris respectivement égaux à

$$\gamma_{\text{He}^+} = 0.3 \quad \text{et} \quad \gamma_{\text{He}} = 0.1. \quad (5.13)$$

L'état de surface de la cathode ainsi que des plaques de bout étant difficilement caractérisable, une étude paramétrique sera utilisée afin de déterminer l'influence de la valeur des coefficients d'émission secondaire  $\gamma_{\text{He}^+}$  et  $\gamma_{\text{He}}$ .

**Remarque 5.3.** *Faute de données concernant l'énergie limite pour l'émission cinétique d'électrons par impact d'atome He, l'énergie limite pour la modélisation des atomes*

*d'hélium en tant que superparticules est fixée arbitrairement à 20 eV. Cette valeur est bien en deçà du seuil à partir duquel l'émission cinétique par impact de neutres joue un rôle, mais permet d'avoir une indication quant à l'influence des phénomènes collisionnels par impact de neutres. Ce choix n'est néanmoins pas limitant dans la mesure où seul le produit du niveau de population de neutres rapides par le coefficient d'émission secondaire par impact de neutre  $\gamma_{He}$  joue un rôle, et que, comme on vient de le voir, l'influence de la valeur de ce coefficient  $\gamma_{He^+}$  sera déterminée au moyen d'une étude paramétrique.*

**Particules quittant le domaine** Les frontières définies par  $r \in [R_a, R_{end}]$  et  $z = \{0, L\}$  ne correspondant pas à des parois physiques, l'impact de particules - électrons, ions, neutres rapides - sur ces frontières du domaine se traduit par leur suppression de la simulation.

## 5.2 Validité de la solution numérique obtenue

Les paramètres de simulation adaptés à la modélisation particulière de la source plasma filaire ayant été établis au sein de la section précédente, il convient dorénavant de vérifier qu'il est possible d'obtenir numériquement un régime de décharge stable, et de démontrer que la solution numérique ainsi obtenue est indépendante du maillage ainsi que du jeu de conditions initiales utilisés. Différents diagnostics ont ainsi été implémentés afin de pouvoir contrôler le bon déroulement, et notamment la convergence d'une simulation, mais également afin de permettre l'analyse des résultats de simulation au travers de l'évolution de certaines grandeurs physiques. Deux fréquences d'acquisition distinctes sont utilisées selon la nature des données enregistrées :

- les niveaux de population de chaque espèce, les flux de particules aux parois espèce par espèce, les fréquences moyennes de collision processus par processus ainsi que la charge surfacique de l'anode sont enregistrés tous les  $5 \times 10^{-9}$  s.
- les données de champ sont stockées tous les  $10^{-8}$  s. Celles-ci comprennent des données aux nœuds - composantes radiale et axiale du champ électrique, potentiel électrique, charge d'espace -, mais également des données connues cellule par cellule, notamment les taux de collision volumique pour chacun des processus. De plus, les coordonnées dans l'espace des phases de l'ensemble des superparticules de chacune des espèces sont enregistrées aux mêmes instants.

### 5.2.1 Convergence temporelle

La convergence d'une simulation vers un état stationnaire est contrôlée en analysant l'évolution temporelle de certains diagnostics présentés ci-dessus.

Dans le cas particulier d'une décharge régulée en courant nous intéressant, l'établissement d'un régime stable de décharge doit logiquement se traduire par la convergence des courants d'électrodes vers une même valeur consigne  $I_s$ . L'évolution temporelle de différents diagnostics présentée figure 5.4 illustre la convergence de la simulation en question vers un état stationnaire après un régime transitoire de plus ou moins

$3 \times 10^{-6}$  s. On constate en effet que l'ensemble des signaux, courants d'électrodes compris, convergent alors vers une valeur stationnaire. La durée du régime transitoire précédant l'établissement du régime stationnaire dépend bien évidemment du choix de conditions initiales ainsi que des conditions de décharge simulées.

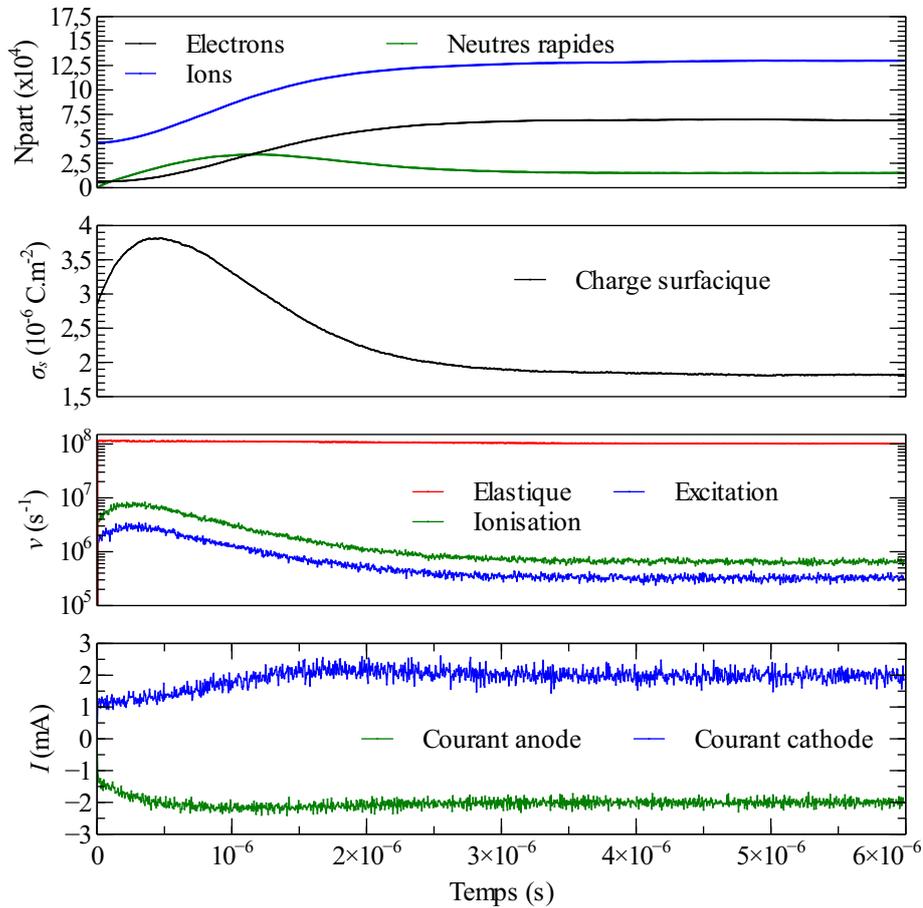


FIGURE 5.4: Convergence de la simulation vers un état stationnaire. La reproduction d'un régime stable de décharge se traduit par la convergence des niveaux de population des différentes espèces, de la charge surfacique  $\sigma_s$  de l'anode, des fréquences de collision électron-neutre et des courants d'électrodes. Conditions de décharge :  $I_s = 2$  mA et  $p = 6.79 \times 10^{-2}$  mbar.

## 5.2.2 Dépendance de la solution relativement aux conditions initiales

Le choix des conditions initiales se compose d'une part du choix de conditions initiales pour les superparticules modélisant les différentes espèces et d'autre part du choix d'une charge surfacique initiale pour l'anode.

**Remarque 5.4.** Dans l'éventualité où une simulation a été réalisée pour des conditions de décharge proches de celles envisagées, il est alors bénéfique de se servir de

la solution de cette simulation en tant que condition initiale pour la nouvelle simulation. En revanche, si aucune solution n'est disponible, il est nécessaire d'initialiser la simulation selon un processus d'essais et erreurs.

D'un point de vue théorique, la présence d'un seul électron initial - représentatif de l'ionisation par rayonnement cosmique par exemple - aux propriétés *ad hoc* est suffisante à l'amorçage de la décharge. Une telle approche permet de s'affranchir de toute hypothèse quant aux distributions initiales de superparticules. Néanmoins, son implémentation nécessiterait un échantillonnage régulier des populations lors de la phase de croissance de la décharge de sorte de garder un nombre de superparticules raisonnable. L'utilisation d'un ensemencement de superparticules uniforme en volume et maxwellien en vitesse permet généralement, pour un choix d'énergie moyenne adaptée, de donner à certaines superparticules des propriétés dans l'espace des phases proches des propriétés de particules réelles à un stade intermédiaire de la décharge. Dans ce cas, l'énergie moyenne des superparticules formant les diverses populations doit être déterminée par un processus d'essais et erreurs, et ce afin de maximiser le nombre de superparticules ayant des propriétés proches de l'état de décharge intermédiaire envisagé. Un choix inadapté conduit à la disparition rapide d'un nombre trop important de superparticules, ce qui se traduit par l'extinction de la décharge après un régime transitoire.

Le choix de la valeur initiale de la charge surfacique  $\sigma_s$  peut-être optimisé afin de limiter la durée du régime transitoire précédant l'établissement d'un régime stable de décharge (figure 5.4). Néanmoins, le choix de deux conditions initiales  $\sigma_{s_0}$  distinctes raisonnables (*i. e.* de l'ordre de grandeur de la valeur finale) n'induit pas de modification de la solution. La figure 5.5 illustre ainsi le fait que bien qu'initialisée avec deux valeurs distinctes ( $\sigma_{s_0} = 10^{-6} \text{ C.m}^{-1}$  et  $\sigma_{s_0} = 2 \times 10^{-6} \text{ C.m}^{-1}$ ), la charge surfacique

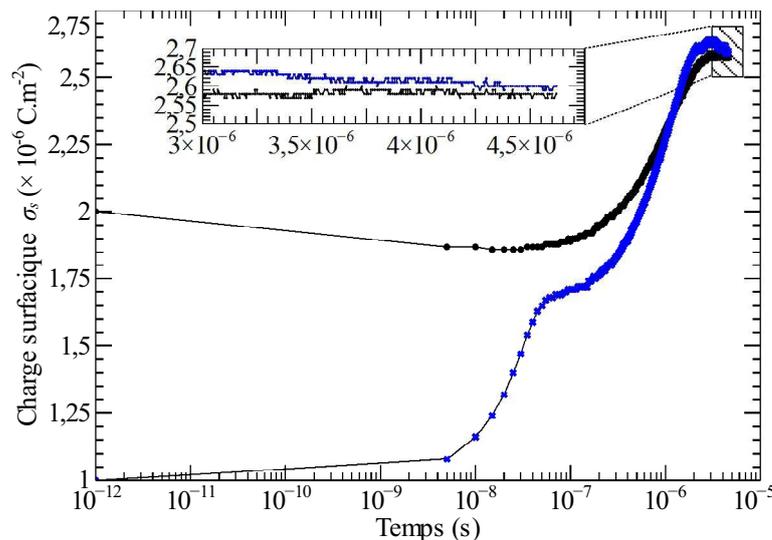


FIGURE 5.5: Indépendance de la solution par rapport au choix de la charge surfacique initiale à l'anode  $\sigma_{s_0}$  démontrée ici pour  $\sigma_{s_0} = 10^{-6} \text{ C.m}^{-1}$  et  $\sigma_{s_0} = 2 \times 10^{-6} \text{ C.m}^{-1}$ . Conditions de décharge :  $p = 67.9 \times 10^{-3} \text{ mbar}$ ,  $I_s = 2 \text{ mA}$

à l'anode  $\sigma_s$  évolue vers une même valeur en régime stable, le temps de convergence étant simplement plus long dans le cas où la différence entre  $\sigma_{s_0}$  et la valeur de  $\sigma_s$  en régime stable est la plus grande.

**Remarque 5.5.** *La spécification d'une valeur initiale pour la charge surfacique  $\sigma_s$  de l'anode est équivalente à la donnée d'un potentiel initial d'anode. La situation décrite ici est en effet celle d'une capacité coaxiale*

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{R_c}{R_a}\right)}. \quad (5.14)$$

*La cathode étant reliée à la masse, le potentiel d'anode  $\phi_a$  est égale à la différence de potentiel entre les deux électrodes. La relation liant la charge surfacique  $\sigma_s$  de l'anode à son potentiel  $\phi_a$  est donc*

$$\sigma_s = \frac{\phi_a\epsilon_0}{R_a \ln\left(\frac{R_c}{R_a}\right)}. \quad (5.15)$$

*La convergence de la charge surfacique  $\sigma_s$  est par conséquent équivalente à la convergence du potentiel d'anode  $\phi_a$ .*

### 5.2.3 Convergence en maillage

Un maillage raffiné (103 mailles  $\times$  35 mailles) a été utilisé en lieu et place du maillage classique présenté figure 5.1 (73 mailles  $\times$  35 mailles) afin de démontrer l'indépendance de la solution numérique relativement au maillage utilisé. Le raffinement est opéré dans la direction radiale puisque c'est selon cet axe que sont observées des variations rapides des grandeurs physiques (*c. f.* section 5.1.1).

On initialise une simulation sur chacun des deux maillages au moyen des résultats d'un calcul convergé obtenus sur le maillage le plus lâche. Il est bien évidemment impossible de présenter ici un comparatif complet de l'évolution temporelle des différents diagnostics obtenus pour chacun des deux maillages. Néanmoins, la figure 5.6 présente à titre d'exemple l'évolution de l'erreur relative

$$\frac{V_d^{[103 \times 35]} - V_d^{[73 \times 35]}}{V_d^{[73 \times 35]}} \quad (5.16)$$

commise sur la tension de décharge  $V_d$ , *i. e.* sur le potentiel d'anode  $\phi_a$  puisque la cathode est reliée à la masse. On constate que l'erreur est bornée, et demeure à des niveaux relativement faibles (de l'ordre de deux pour-cent). On vérifie par ailleurs que l'erreur commise sur la distribution spatiale du potentiel électrique est du même ordre. On peut par conséquent raisonnablement conclure positivement quant à l'indépendance de la solution vis à vis du maillage.

L'ensemble de ces résultats fait ressortir qu'il est en effet possible d'obtenir un régime de décharge stable. Les données présentées indiquent de plus que si un régime de décharge stable est obtenu, alors la solution est indépendante du choix des conditions initiales ainsi que du maillage.

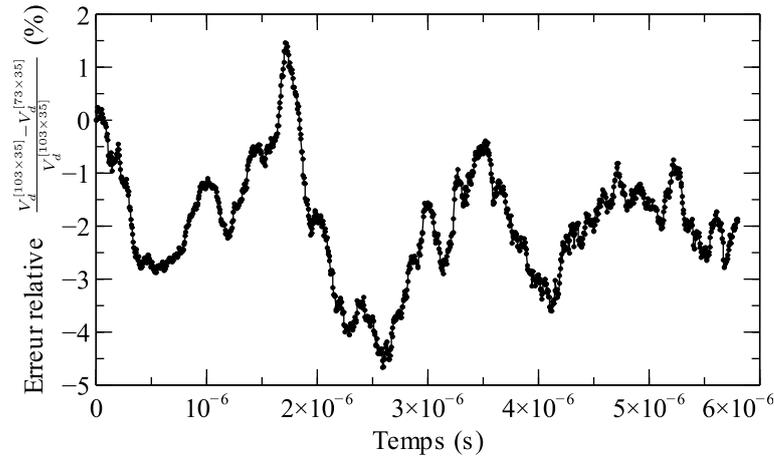


FIGURE 5.6: Erreur relative  $(V_d^{[103 \times 35]} - V_d^{[73 \times 35]})/V_d^{[73 \times 35]}$  commise sur la tension de décharge  $V_d$  pour deux maillages distincts :  $103 \times 35$  et  $73 \times 35$ . Conditions de décharge :  $I_s = 1$  mA et  $p = 5.66 \times 10^{-2}$  mbar.

## 5.3 Comparaison des résultats de simulation avec les données expérimentales

Afin de démontrer la capacité du code numérique à modéliser le fonctionnement de la source plasma filaire, des simulations sont réalisées pour différentes conditions de décharge. Les résultats de ces simulations sont alors confrontés à différents niveaux aux résultats expérimentaux présentés au chapitre 3. Les taux d'excitation, représentatifs de l'émission lumineuse de la décharge, obtenus par simulation numérique sont tout d'abord mis en regard des photographies expérimentales. La courbe numérique décrivant l'évolution de la tension de décharge avec la pression est ensuite comparée à son analogue expérimentale.

### 5.3.1 Extension spatiale de la décharge

Trois conditions de fonctionnement (pression et courant de décharge) permettant de reproduire numériquement les modes de décharge observés expérimentalement sont simulées. Ces conditions sont présentées dans le tableau 5.2. Le cas  $\mathcal{C}$  correspond à une

	Cas $\mathcal{C}$	Cas $\mathcal{D}_1$	Cas $\mathcal{D}_2$
Mode	Contracté	Diffus	Diffus
Pression ( $10^{-2}$ mbar)	1.36	6.07	6.07
Courant (mA)	1	1	2
Tension de décharge $V_d$ (V)	610	192	138

TABLE 5.2: Conditions de simulations utilisées pour comparaison avec les données expérimentales

décharge contractée pour un courant de décharge de 1 mA tandis que les cas  $\mathcal{D}_1$  et  $\mathcal{D}_2$  décrivent des décharges en mode diffus pour des courant de décharge de respectivement 1 mA et 2 mA.

En négligeant le rôle joué par d'éventuels atomes d'hélium métastables, le taux volumique d'excitation est représentatif de l'émission lumineuse de la décharge. Les données d'imagerie obtenues expérimentalement correspondant à une intégration selon la ligne de visée, ces données doivent être comparées à la transformée d'Abel

$$\nu_{\text{exc}}(x, z) = 2 \int_x^{R_c} \frac{\nu_{\text{exc}}(r, z)r}{\sqrt{r^2 - x^2}} dr \quad (5.17)$$

du taux volumique d'excitation  $\nu_{\text{exc}}(r, z)$ , et non directement au taux d'excitation volumique  $\nu_{\text{exc}}(r, z)$ . La figure 5.7 présente la transformée d'Abel  $\nu_{\text{exc}}(x, z)$  du taux volumique d'excitation  $\nu_{\text{exc}}(r, z)$  obtenu par simulation numérique pour chacun des trois cas  $\mathcal{C}$ ,  $\mathcal{D}_1$  et  $\mathcal{D}_2$ . Les résultats de simulation mettent clairement en évidence deux modes de décharge aux propriétés identiques aux modes observés expérimentalement (*c. f.* figure 3.3 au chapitre 3). A basse pression, la décharge est limitée radialement à une zone

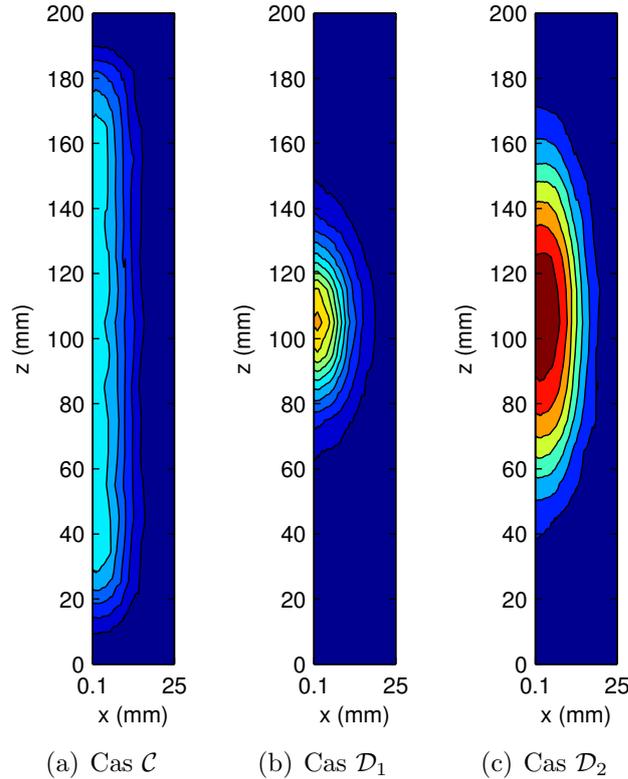


FIGURE 5.7: Transformée d'Abel des taux volumiques d'excitation obtenus numériquement : (a) Mode contracté pour un courant de décharge  $I_s = 1$  mA et une pression  $p = 1.36 \cdot 10^{-2}$  mbar (cas  $\mathcal{C}$ ) - (b) et (c) Modes diffus pour une pression  $p = 6.07 \cdot 10^{-2}$  mbar et des courants de décharge  $I_s$  de 1 mA et 2 mA respectivement (cas  $\mathcal{D}_1$  et  $\mathcal{D}_2$ )

proche de l'anode filaire, mais uniforme selon l'axe du cylindre (figure 5.7(a)). A plus haute pression et pour un même courant de décharge de 1 mA, l'extension radiale de la décharge est plus importante tandis que l'extension axiale est limitée à une tranche de quelques centimètres d'épaisseur (figure 5.7(b)). L'expansion axiale de la décharge en mode diffus avec une augmentation de courant est également fidèlement reproduite numériquement (figure 5.7(c)).

Afin de comparer quantitativement les modes de décharge obtenus numériquement aux données expérimentales, il est possible d'extraire les profils d'émission axiaux de la décharge  $\nu_{\text{exc}}(r_a, z)$  pour les différentes conditions de décharge modélisées. La figure 5.8 présente l'ensemble de ces profils ainsi que les courbes expérimentales correspondantes. Les courbes numériques présentées ont simplement été normalisées au moyen d'un coefficient indépendant du cas considéré, et égal au rapport entre les maxima numérique et expérimental pour le cas  $\mathcal{D}_2$  (mode diffus,  $I_s = 2$  mA). Les niveaux relatifs d'émission observés expérimentalement et simulés pour chacun des cas sont pratiquement identiques, et ce malgré l'utilisation d'un coefficient constant pour la normalisation des données de simulation. Par ailleurs, bien que les profils simulés soit légèrement plus étroits que ceux obtenus expérimentalement, on constate globalement un bon accord deux à deux entre les différents profils d'émission. Une explication avancée à cet élargissement de profil est la contribution des photons diffusés sur les parois de la cathode. Le retour vers l'état fondamental d'un atome excité donne en effet lieu à l'émission isotrope de photons, dont seule une fraction minime ont donc un vecteur vitesse dirigé de sorte qu'ils traversent la fenêtre latérale et poursuivent leur trajectoire jusqu'au capteur de l'appareil photo. En revanche, les

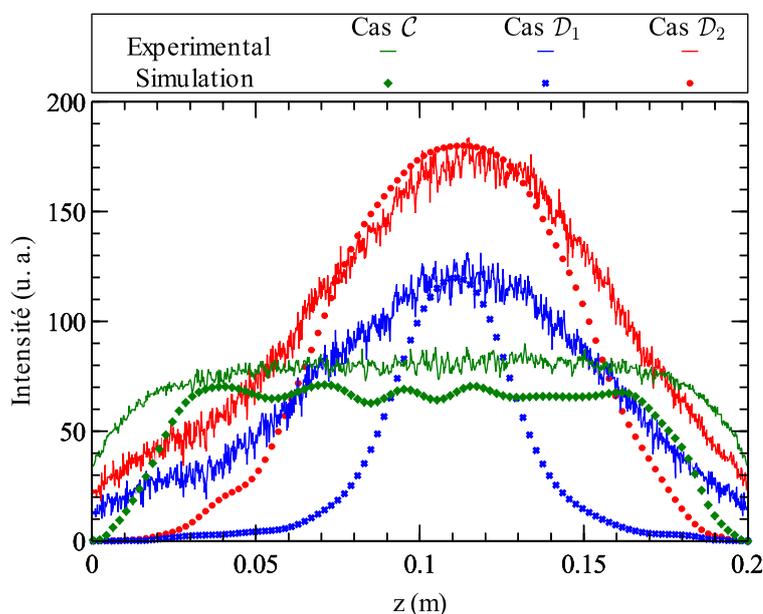


FIGURE 5.8: Profils d'émission axiaux en  $r = R_a$  traduisant l'extension axiale du plasma obtenus expérimentalement et par simulation numérique. Les conditions de simulation sont synthétisées dans le tableau 5.2.

photons impactant les parois internes de la cathode sont susceptibles d'y être diffusés avant d'éventuellement venir impacter le capteur de l'appareil photo (figure 5.9). Ces diffusions pouvant se produire dans une zone éloignée du plan médian de la source, le fait qu'un profil plus large soit observé expérimentalement pourrait être expliqué par la superposition de la contribution de ces photons diffusés aux parois au profil plus étroit résultant des photons émis directement vers le détecteur de l'appareil photo.

Une indication quant à la validité de cette explication est obtenue en simulant les trajectoires tri-dimensionnelles de photons au sein de la décharge. Les photons sont initialisés en suivant la distribution spatiale du taux volumique d'excitation  $\nu_{\text{exc}}(x, y, z)$  obtenue à partir des résultats de simulation  $\nu_{\text{exc}}(r, z)$ . L'hypothèse retenue est celle d'une réflexion diffuse isotrope d'un photon à la surface de la cathode. La probabilité de réflexion est prise par défaut indépendante de l'énergie du photon incident et de l'angle d'incidence, et égale à 0.65 [112]. Les trajectoires des photons sont alors suivies jusqu'à ce que le photon soit absorbé aux parois ou alors quitte la décharge au travers de la fenêtre latérale (6 mm  $\times$  20 cm). Le capteur est placé à 30 cm de la source filaire et est matérialisé par un rectangle de 3 mm  $\times$  3 mm. On comptabilise alors le nombre de photons atteignant le capteur. Sur un total de plus de  $4 \times 10^9$  photons émis sur l'ensemble du volume de la décharge pour le cas  $\mathcal{D}_2$ , environ 9000 (soit un peu plus de deux sur un million) rejoignent le capteur, dont 1800 après une ou plusieurs diffusions et 7200 directement. La figure 5.10 présente les profils d'émission normalisés correspondant d'une part aux photons directement émis vers le capteur et d'autre part aux photons diffusés sur la paroi interne de la cathode. On constate effectivement que le profil résultant de photons diffusés est nettement plus large comparativement à celui correspondant aux photons émis directement vers le capteur. Les photons diffusés contribuent donc bien à un élargissement du profil axial d'émission tel qu'observé figure 5.8. Une modélisation plus fine, *i. e.* tenant compte de l'état de surface réel, des phénomènes de diffusion des photons aux parois devrait permettre de rendre compte quantitativement de cet élargissement du profil.

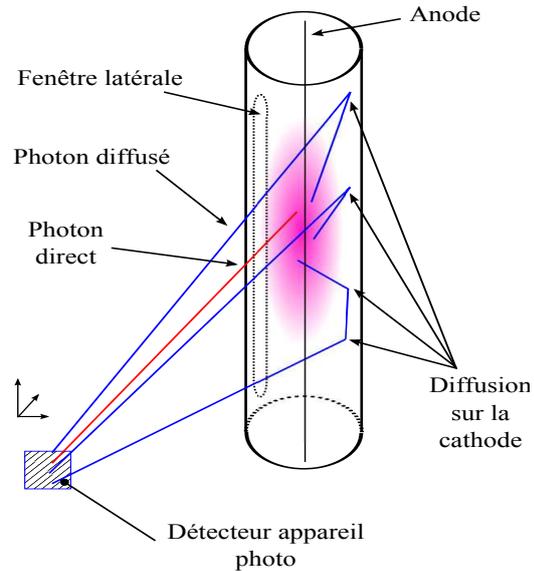


FIGURE 5.9: Elargissement du profil résultant de la diffusion sur la paroi interne de la cathode.

### 5.3.2 Évolution de la tension de décharge en fonction de la pression

La courbe décrivant l'évolution de la tension de décharge en fonction de la pression obtenue pour un courant de 1 mA par simulation numérique est tracée au côté de

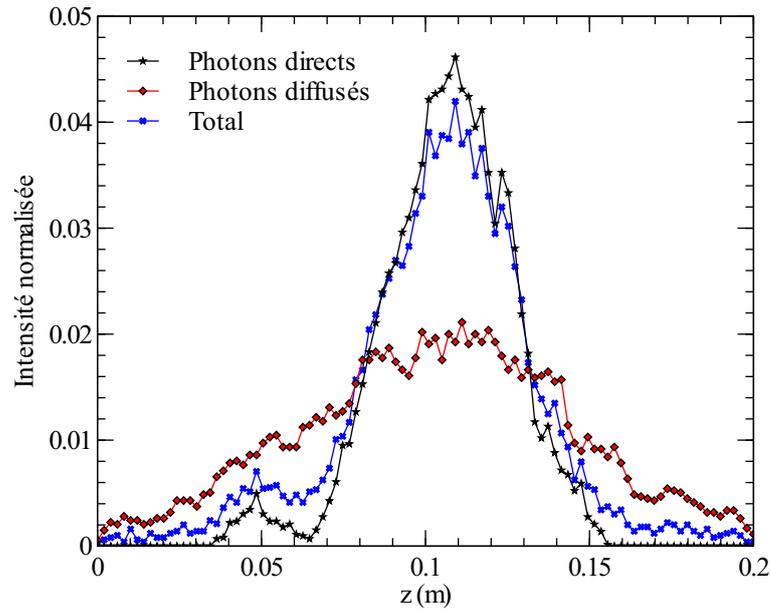


FIGURE 5.10: Profils d'émission normalisés correspondant aux photons atteignant le capteur de l'appareil photo directement (en noir) et après une ou plusieurs diffusions sur la paroi interne de la cathode. Les photons diffusés contribuent à un élargissement du profil axial d'émission.

la courbe expérimentale figure 5.11. La divergence de la tension de décharge observée expérimentalement à basse pression est fidèlement reproduite par les simulations numériques. Le principal point de divergence réside dans la modélisation du comportement à haute pression, et notamment sur la valeur de la pression conduisant à la transition de mode. Le saut de tension traduisant la transition soudaine observée entre les modes diffus et contracté est en effet retrouvé sur la courbe simulée, mais pour une pression plus importante. Cet écart du modèle relativement aux données expérimentales sera commenté dans la prochaine section en analysant le rôle joué par le coefficient d'émission secondaire  $\gamma$ . Néanmoins, malgré un saut de tension plus marqué sur la courbe numérique, les pentes de chacune de deux courbes sont tout à fait similaires pour des pressions voisines des pressions de transition respectives.

Le bon accord entre les données de simulation présentées dans cette section et les données expérimentales obtenues au chapitre 3 démontre ainsi l'aptitude du code à modéliser le fonctionnement de la source plasma filaire basse pression en régime continu sur une large gamme de pression et de courant de décharge. Il est ainsi raisonnable d'utiliser ces résultats de simulation de sorte de proposer différents modèles pouvant expliquer les propriétés spécifiques de la source plasma filaire. On cherche toutefois auparavant à justifier à la lueur des résultats de simulation différents choix de modélisation réalisés section 5.1.

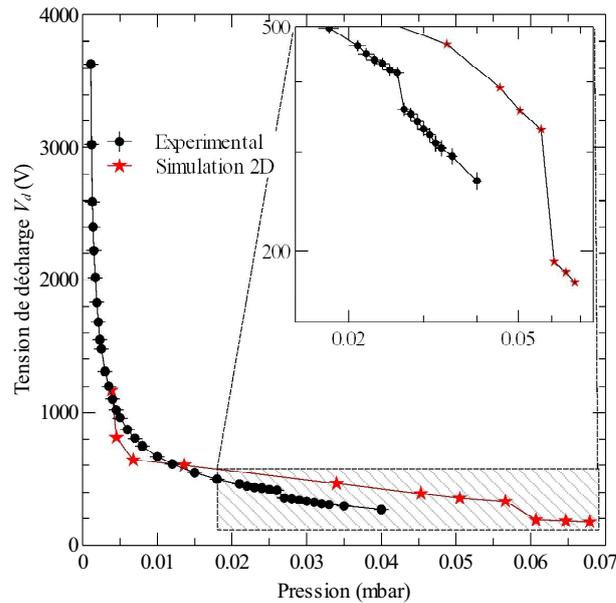


FIGURE 5.11: Évolution de la tension de décharge avec la pression obtenue expérimentalement et par simulation numérique pour un courant de décharge de 1 mA. Un saut de tension est observé sur les deux courbes à la transition de modes.

## 5.4 Analyse critique des résultats de simulation

On cherche dans cette partie d'une part à démontrer la validité de l'hypothèse concernant la condition aux limites électrique retenue pour modéliser le comportement de la source plasma filaire, et d'autre part à analyser l'influence de différents paramètres du modèle sur les solutions numériques obtenues.

### 5.4.1 Validité de la condition aux limites $\phi_0(r)$

L'hypothèse retenue pour modéliser la condition aux limites pour le champ électrique sur les frontières correspondant aux perçages des plaques de bout est celle d'un potentiel laplacien. Ce choix implique un champ de charge d'espace négligeable dans la zone considérée. Une indication quant à la validité de cette hypothèse peut être obtenue en calculant la chute de potentiel induite par la charge d'espace résultant du flux de particules chargés aux travers des perçages, et ce lorsque la condition aux limites appliquée suppose un champ de charge d'espace nulle.

Les simulations mettent en évidence le fait que le flux d'électrons sur les frontières correspondant aux perçages des plaques de bout ( $r \in [R_a, R_{end}]$ ,  $z = \{0, L\}$ ) est de plusieurs ordres de grandeur supérieur aux flux d'ions et de neutres rapides au même endroit. L'évolution du débit d'électrons  $\Phi_{e^-}$  quittant le domaine aux travers de ces frontières avec la pression est présentée figure 5.12, et la dépendance en fonction du courant de décharge est illustrée pour deux pressions distinctes dans le tableau 5.3. On

constate que, pour un courant de décharge  $I_s$  donné, le débit  $\Phi_{e^-}$  dépend quasi linéairement de la pression. Ce comportement est cohérent avec la diminution de la fréquence de collision induite par une diminution de la pression. Les trajectoires électroniques non-collisionnelles peuvent en effet être vues

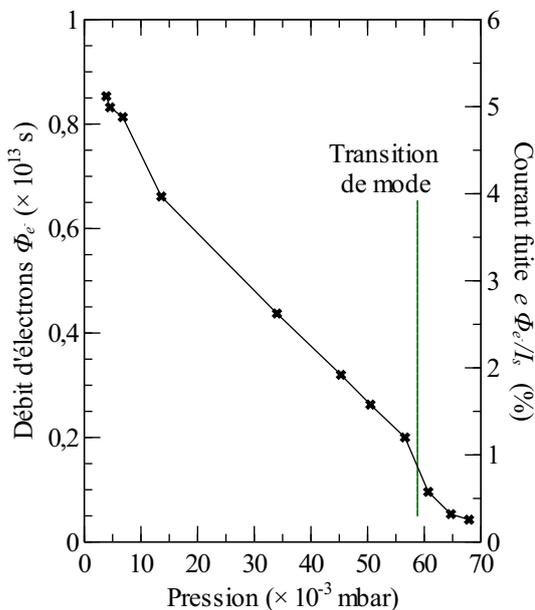


FIGURE 5.12: Évolution du débit d'électrons  $\Phi_{e^-}$  quittant le domaine au travers des trous et du courant de fuite  $e\Phi_{e^-}/I_s$  en fonction de la pression pour un courant de décharge  $I_s = 1$  mA.

comme la combinaison d'orbites autour du fil dans le plan perpendiculaire au cylindre et d'un mouvement oscillant entre les plaques de bout selon l'axe du cylindre. Les collisions, en interrompant ces trajectoires, limitent le mouvement oscillant dans la direction du cylindre, limitant ainsi les possibilités de fuite d'électrons par les perçages des plaques de bout placées à chaque extrémité du cylindre. Les courants de fuite correspondants varient entre 0.25 pour-cent et 5 pour-cent du courant de décharge  $I_s$  à respectivement haute et basse pression. Les données présentées dans le tableau 5.3 indiquent par ailleurs que, pour une pression donnée, le débit  $\Phi_{e^-}$  augmente avec le courant de décharge.

La charge volumique correspondant au débit d'électrons  $\Phi_{e^-}$  au travers des perçages de rayon externe  $R_{end}$  est

$$\rho = \frac{e\Phi_e}{Sv} \quad (5.18)$$

où  $e$  est la charge élémentaire,  $v$  la moyenne des composantes axiales des vecteurs vitesses des électrons sortants du domaine au travers des perçages et  $S = \pi(R_{end}^2 - R_a^2)$  la surface des trous correspondants. En supposant la charge volumique uniforme dans le trou de rayon externe  $R_{end}$ , la chute de potentiel induite par la charge d'espace entre l'anode et la plaque de bout est de l'ordre de

$$\delta\phi \sim \frac{\rho}{4\epsilon_0}(R_{end}^2 - R_a^2) = \frac{e\Phi_e}{4\pi v\epsilon_0}. \quad (5.19)$$

Le potentiel électrique laplacien chutant de  $V_d$ , soit typiquement de quelques centaines à quelques milliers de volts, entre  $R_a$  et  $R_{end}$ , une chute de potentiel induite par la charge d'espace inférieure à la dizaine de volts peut-être objectivement considérée comme négligeable. Pour un débit d'électrons  $\Phi_{e^-}$  de l'ordre de  $10^{14}$  s $^{-1}$  tel qu'observé figure 5.12, l'équation (5.19) indique qu'une chute de tension  $\delta\phi$  de dix volts correspond à une moyenne de la composante axiale de la vitesse des électrons de l'ordre de  $10^4$  m.s $^{-1}$ , soit une énergie cinétique selon l'axe  $\mathbf{e}_z$  de l'ordre de  $3 \times 10^{-4}$  eV. L'énergie typique des électrons orbitant proche du fil, et donc susceptibles de quitter le domaine au travers des perçages des plaques de bout, est au minimum de quelques électron volts, plus généralement de l'ordre de quelques dizaines voir centaines d'électron volts. De ce fait, même en considérant des électrons quittant le domaine en incidence rasante

( $|v_r| \gg |v_z|$ ),  $v$  est bien supérieure aux  $10^4$  m.s<sup>-1</sup> nécessaires à un  $\delta\phi$  de dix volts, et la chute de potentiel induite par ce courant de fuite est par conséquent tout à fait négligeable. Le choix d'imposer une condition aux limites  $\phi_0(r)$  obtenue par un calcul laplacien sur un domaine étendu est donc justifié par ces considérations.

Pression ( $\times 10^{-3}$ mbar)	6.79			67.9	
Courant (mA)	0.5	1	1.5	1	2
$\Phi_{e^-}$ ( $\times 10^{13}$ s <sup>-1</sup> )	14.2	30.5	66.7	1.6	4.0
$\frac{e\Phi_{e^-}}{I_s}$ (%)	4.54	4.88	7.11	0.25	0.32

TABLE 5.3: Débit d'électrons  $\Phi_{e^-}$  au travers des perçages des plaques de bout et courant de fuite équivalent pour diverses conditions de décharge.

#### 5.4.2 Influence de l'émission électronique par impact de particules lourdes à la cathode

Comme cela a été expliqué paragraphe 4.3.1, le manque de données au sein de la littérature concernant les coefficients d'émission secondaire par impact d'ions hélium  $\text{He}^+$  et de neutres rapides  $\text{He}$  sur une cible en acier inoxydable a conduit à l'utilisation de coefficients constants

$$\gamma_{\text{He}^+} = 0.3 \quad \text{et} \quad \gamma_{\text{He}} = 0.1. \quad (5.20)$$

Une étude paramétrique a donc été menée afin de déterminer l'influence de  $\gamma_{\text{He}^+}$  et  $\gamma_{\text{He}}$  sur les résultats de simulation numérique. Les arguments suivants peuvent néanmoins être avancés avant toute étude numérique.

Toutes choses égales par ailleurs, une augmentation de la valeur des coefficients d'émission secondaires  $\gamma_{\text{He}^+}$  et  $\gamma_{\text{He}}$  conduit à un accroissement du niveau de population électronique  $N_{e^-}$ , et par voie de conséquence du taux d'ionisation

$$\nu = \sum_{j=1}^{N_{e^-}} n_g \sigma^i(v_j) v_j = N_{e^-} n_g \langle \sigma^i v \rangle \quad (5.21)$$

où  $n_g$  est la densité de neutres,  $\sigma^i$  la section efficace d'ionisation par impact électronique,  $v_j$  la vitesse de la  $j$ -ème superparticule de la population électronique et

$$\langle \sigma^i v \rangle = \frac{1}{N_{e^-}} \sum_{j=1}^{N_{e^-}} \sigma^i(v_j) v_j \quad (5.22)$$

la valeur moyenne du produit  $\sigma^i(v_j) v_j$  sur l'ensemble de la population. Cette augmentation du taux d'ionisation se traduit alors par une augmentation du courant de décharge  $I_s$ . Le plasma étant résistif sur la plage de pression considérée, une augmentation de

courant de décharge  $I_s$  conduit à une augmentation de tension. Formulé différemment, le courant de décharge original  $I_s$  peut être obtenu pour une tension de décharge  $V_d$  plus faible en supposant le coefficient d'émission secondaire  $\gamma$  plus élevé. Par ailleurs, puisque la fraction d'électrons d'émission secondaire susceptibles de retourner à la cathode augmente avec le libre parcours moyen, et donc avec une diminution de la pression, le rôle joué par les phénomènes d'émission secondaire devrait croître avec la pression.

Les simulations numériques réalisées pour un coefficient d'émission secondaire par impact d'ions  $\gamma_{He^+} = 0.6$  et un coefficient d'émission secondaire par impact de neutres  $\gamma_{He}$  inchangé confirment le comportement dégagé ci-dessus. Les tensions de décharge  $V_d$  obtenues pour une pression et un courant donné sont en effet inférieures pour  $\gamma_{He^+} = 0.6$  que pour  $\gamma_{He^+} = 0.3$ . En particulier, la tension de décharge relevée à la transition de mode demeure inchangée ( $V_d \sim 330$  V) malgré une diminution de la pression de transition  $p_t$  de  $6 \times 10^{-2}$  mbar à  $4.4 \times 10^{-2}$  mbar. L'augmentation de la valeur du coefficient d'émission secondaire  $\gamma$  peut être globalement analysée comme un simple décalage vers les basses pressions de la courbe  $V_d = f(p)$  présentée figure 5.11, ce qui conduit notamment à une diminution de la pression de transition de mode  $p_t$ .

Les différences de comportement relevées à haute pression entre les courbes numérique et expérimentale décrivant l'évolution de la tension de décharge avec la pression (figure 5.11) peuvent ainsi être atténuées, si ce n'est supprimées, au moyen d'un choix de valeurs de  $\gamma_{He^+}$  et  $\gamma_{He}$  adaptées. Néanmoins, le fonctionnement de la décharge - modes de décharge, propriétés de ces modes - demeurant inchangé lors d'une modification des paramètres d'émission secondaire par impact de particules lourdes, le reste de l'étude a été réalisée avec les valeurs de coefficients d'émission secondaire données en (5.20).

### 5.4.3 Influence de l'émission électronique par impact d'électrons à l'anode

Comme expliqué section 5.1.2, on s'attend à ce que l'influence des phénomènes d'émission secondaire électronique par impact d'électrons à l'anode soit faible du fait des effets combinés d'une énergie d'émission limitée et, conséquence directe, d'un court temps de séjour au sein de la décharge. Ce comportement est validé en comparant les résultats de simulation obtenus pour des mêmes conditions de décharge lorsque la prise en compte des phénomènes d'émission secondaire par impact électronique (Secondary Emission of Electrons by Electron impact - SEEE) à l'anode est activée ou non. La figure 5.13 présente à titre d'exemple l'évolution temporelle de la charge surfacique  $\sigma_s$  à l'anode dans les deux cas pour une pression  $p = 67.9 \times 10^{-3}$  mbar et un courant de décharge  $I_s = 2$  mA. On vérifie bien que la différence en terme de tension de décharge  $V_d$  est très faible - de l'ordre de 3 V -, et que la convergence vers le régime de décharge stable est tout à fait similaire dans les deux cas. La modification de la tension de décharge  $V_d$  observée est toutefois cohérente avec l'augmentation du niveau de population électronique induit par la prise en compte de l'émission électronique à l'anode, puisque la tension de décharge est inférieure lorsque ces phénomènes sont

pris en compte. La reproduction de ce type de comparatif pour d'autres conditions de décharge ne montre pas de différence significative. Les modifications de comportement observées étant tout à fait minimales, le reste de l'étude a été réalisée en négligeant les phénomènes d'émission secondaire par impact d'électrons à l'anode.

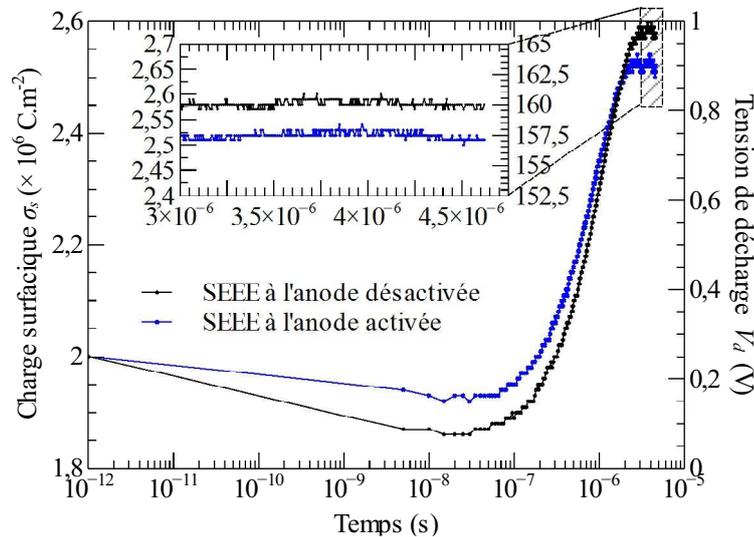


FIGURE 5.13: Influence de l'émission secondaire par impact d'électrons (Secondary Emission of Electrons by Electron impact - SEEE) à l'anode. Conditions de décharge :  $p = 67.9 \times 10^{-3}$  mbar,  $I_s = 2$  mA.

## 5.5 Synthèse

La réalisation de simulations pour diverses conditions de décharge a permis de démontrer la capacité du code numérique à reproduire de manière satisfaisante le comportement de la source plasma filaire observé expérimentalement.

Les deux modes de décharge - contracté en deçà d'une pression limite fonction du courant de décharge et diffus au-delà - mis en évidence expérimentalement ont été reproduits numériquement. Les propriétés spatiales (extension, intensité) de chacun des modes de décharge obtenus par simulation numérique sont en bon accord avec celles établies expérimentalement. Les profils axiaux d'émission sur l'axe obtenus expérimentalement et numériquement montrent un très bon accord, en particulier au niveau des intensités relatives, mais également en terme de forme.

La simulation du comportement de la décharge filaire sur une large plage de pression et pour un courant de décharge  $I_s$  fixé a permis de retrouver le saut de tension existant à la transition de mode, ainsi que la divergence de la tension de décharge à basse pression. La différence observée entre les valeurs numérique et expérimentale de la pression  $p_t$  correspondant à la transition de mode a été expliquée en mettant en exergue le rôle joué par le coefficient d'émission secondaire par impact de particules lourdes.

Les capacités du code numérique pour la simulation du fonctionnement de la source plasma filaire ayant été démontrées, on cherche dorénavant à utiliser cet outil afin de mieux comprendre les différentes spécificités de cette décharge, et notamment l'existence des deux modes de décharges distincts.



*"It is a capital mistake to theorise before one has data. Insensibly one begins to twist facts to suit theories instead of theories to suit facts."*

Sherlock Holmes, the fictional creation of Arthur Conan Doyle  
(1859-1930)

# 6

## Fonctionnement de la décharge filaire : modèles physiques

**Résumé.** Bien que le comportement général - modes de décharge, divergence de la tension de décharge à basse pression - de la source plasma filaire ait été mis en évidence au moyen de l'étude expérimentale menée au chapitre 3, les phénomènes physiques conduisant à ce comportement demeurent incertains si ce n'est inconnus. On cherche par conséquent à utiliser l'outil de simulation numérique développé et validé dans les chapitres 4 et 5 afin de pouvoir proposer une explication physique aux propriétés observées expérimentalement.

Les distributions spatiales de potentiel électrique et de charge d'espace seront tout d'abord utilisées afin de proposer un modèle collisionnel d'écoulement limité par la charge d'espace permettant une description phénoménologique de la transition de mode. La divergence de la tension de décharge à basse pression sera ensuite justifiée en analysant la dépendance relativement à la tension de décharge du taux d'ionisation par impact électronique et d'un paramètre décrivant le confinement des électrons au sein de la décharge. Les fonctions de distribution en vitesse des ions seront enfin utilisées afin de déterminer l'influence des conditions de décharge sur les propriétés d'un hypothétique faisceau d'ions extrait au travers de la cathode.

### Sommaire

---

<b>6.1</b>	<b>Modélisation de la transition de mode . . . . .</b>	<b>116</b>
6.1.1	Évolution des niveaux de population avec la pression . . . . .	116
6.1.2	Explication phénoménologique de la transition de mode . . . . .	118

6.1.3	Rapprochement des modes contracté/diffus des régimes normal/obstrué d'une décharge luminescente . . . . .	124
<b>6.2</b>	<b>Évolution de la tension de décharge avec la pression . . .</b>	<b>126</b>
6.2.1	Équation de conservation de la population électronique . . .	126
6.2.2	Adaptation de la décharge à une diminution de la pression . .	127
<b>6.3</b>	<b>Influence des conditions de décharge sur les propriétés des ions impactant la cathode . . . . .</b>	<b>132</b>
6.3.1	Fonction de distribution en vitesse radiale des ions . . . . .	133
6.3.2	Fonction de distribution en vitesse orthoradiale des ions . . .	136
6.3.3	Fonction de distribution en vitesse axiale des ions . . . . .	137
<b>6.4</b>	<b>Synthèse . . . . .</b>	<b>139</b>

La capacité du code à reproduire fidèlement les phénomènes physiques observés dans le cadre de la décharge filaire en régime continu permet d'envisager son utilisation afin de dégager les mécanismes physiques régissant le fonctionnement de cette décharge à l'échelle macroscopique. On s'appuiera pour cela sur l'évolution de quantités microscopiques, *e. g.* les taux volumiques de collision ou les fonctions de distribution des différentes espèces, avec les conditions de décharge obtenue par simulation numérique.

## 6.1 Modélisation de la transition de mode

A la lumière de résultats expérimentaux, Pigache [7] fit remarquer que, dans le mode de décharge haute pression (diffus) d'une décharge filaire, l'épaisseur de la gaine cathodique est du même ordre de grandeur que la longueur de gaine obtenue pour un courant d'ions limité par la charge d'espace - modèle de Child-Langmuir [38] - entre deux électrodes parallèles. Makarov *et al* [12] firent la même constatation en étudiant les propriétés du régime transitoire observé pour une décharge filaire en régime pulsé. Ces analyses supposent le rôle joué par les électrons négligeable, puisque la décharge est modélisée comme un simple courant d'ions. Ces différents travaux ne faisant néanmoins état que d'un accord qualitatif entre les données expérimentales et un modèle d'écoulement ionique entre deux électrodes parallèles et non coaxiales, cette hypothèse implicite nécessite d'être vérifiée avant d'envisager une extension de cette approche pour la modélisation de la transition de mode.

### 6.1.1 Évolution des niveaux de population avec la pression

Lorsque la pression augmente, la vitesse moyenne des ions décroît du fait d'une part d'une tension de décharge  $V_d$  moindre, et d'autre part d'un taux de collision - élastique et d'échange de charge en particulier - plus important. Le courant de cathode étant majoritairement un courant d'ions, le niveau de population ionique doit augmenter lors d'un accroissement de la pression de sorte de maintenir un flux à la cathode constant. En deçà d'une pression limite, le niveau de population de neutres rapides suit une

évolution similaire à celui de la population ionique du fait des processus d'échange de charge se produisant au sein de la décharge. Lors d'une augmentation de la pression, l'énergie moyenne des neutres décroît du fait d'une part d'une énergie des ions moindre et d'un taux de collision élastique plus important. Les neutres rapides n'étant modélisés au moyen de superparticules qu'à la condition que leur énergie cinétique excède une valeur limite prise égale à 20 eV (*c. f.* section 4.3.1 et 5.1.2), le niveau de population de cette espèce décroît au delà d'une pression limite.

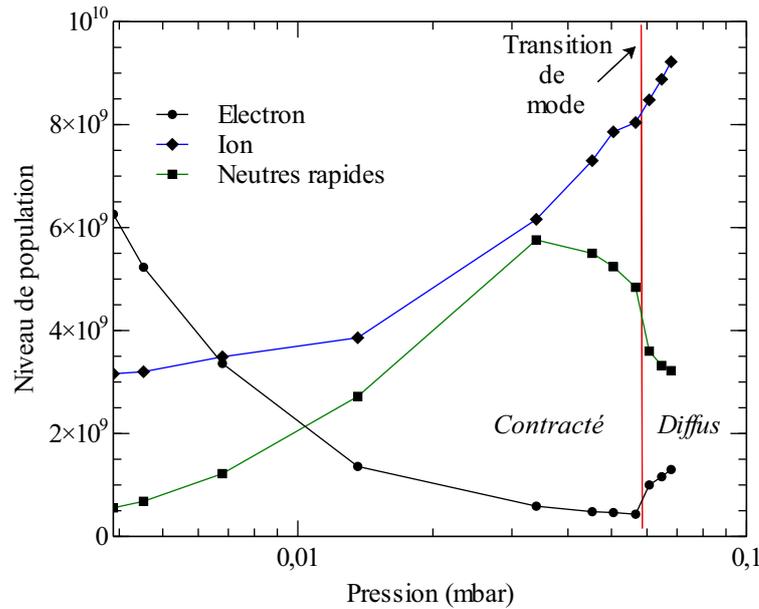


FIGURE 6.1: Évolution des niveaux de population - nombre total de particules au sein du volume de la décharge - de chacune des espèces avec la pression pour un courant de décharge  $I_s = 1$  mA.

Les niveaux de population obtenus par simulation numérique pour un courant de décharge  $I_s = 1$  mA présentés figure 6.1 confirment ce comportement. Par ailleurs, le niveau de population ionique  $N_i$  est environ dix fois plus important que le niveau de population électronique  $N_e$  pour une pression proche de la transition de mode. La charge d'espace est par conséquent essentiellement constituée par les ions, justifiant ainsi l'assimilation de la décharge à un seul courant d'ions au voisinage de la transition de mode. Néanmoins, du fait des valeurs relativement élevées des sections efficaces de collision élastique et d'échange de charge par impact ionique ( $\sigma = 2 \times 10^{-19}$  m<sup>2</sup> dans l'hélium), les ions subissent un nombre significatif de collisions sur leur trajet vers la cathode. Le libre parcours moyen  $(\sigma n_g)^{-1}$  de l'ordre du demi centimètre pour une pression  $p = 2 \times 10^{-2}$  mbar conduit en effet un ion à subir en moyenne cinq collisions avant de rejoindre la cathode. La figure 6.2 illustre les modifications induites par les phénomènes collisionnels sur la trajectoire d'un ion créé par impact électronique. Les collisions étant équivalentes du point de vue des ions à une force de freinage, la présence du gaz de fond neutre se traduit par une augmentation de la charge d'espace, et donc par une limitation accrue du courant de décharge comparativement à un modèle purement

inertiel. Il est donc important de rendre compte des phénomènes collisionnels afin de modéliser fidèlement le comportement observé.

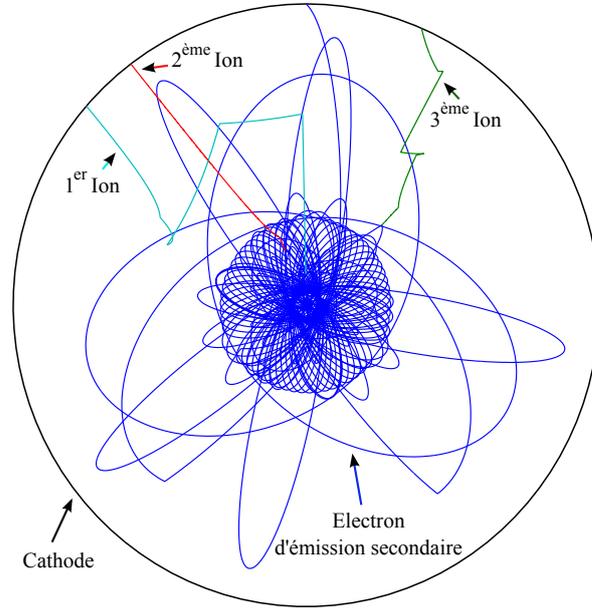


FIGURE 6.2: Trajectoire typique d'un ion créé par impact électronique au sein de la décharge. Les phénomènes collisionnels, en accroissant le temps nécessaire à un ion pour rejoindre la cathode, se traduisent par une augmentation de la charge d'espace. Pression du gaz de fond :  $1.6 \times 10^{-2}$  mbar.

### 6.1.2 Explication phénoménologique de la transition de mode

La prépondérance de la densité ionique sur la densité électronique pour la charge d'espace ayant été démontrée, on cherche dorénavant à généraliser le modèle d'un écoulement ionique collisionnel afin de proposer un modèle physique décrivant le phénomène de transition de mode. On commencera par établir un modèle permettant d'expliquer la transition de mode d'une décharge de courant fixé dans l'hélium, puis on montrera comment ce modèle permet d'appréhender les différences observées en fonction du gaz considéré ou encore de la valeur du courant de décharge.

#### Dérivation d'un modèle décrivant la transition de mode

L'évolution de la différence de potentiel  $V_d$  existant entre deux électrodes parallèles en fonction de la densité de courant  $j$  et de l'espace inter électrodes  $d$  dans le cas d'un écoulement limité par la charge d'espace est bien connue pour les cas asymptotiques que sont les lois de Child-Langmuir [38] (régime inertiel, *i. e.* écoulement non collisionnel) et de Mott-Gurney [113] (régime collisionnel). Bien que moins connue, la forme générale décrivant l'ensemble des régimes de collisionnalité peut être obtenue analytiquement. La dérivation de cette solution analytique fait l'objet de l'annexe E. Cette solution

ne peut toutefois pas être généralisée à notre connaissance à la configuration coaxiale d'électrodes telle que rencontrée dans le cas de la source plasma filaire. Dans ce cas, le système d'équations décrivant un écoulement ionique limité par la charge d'espace est

$$\frac{d}{dr} \left( r \frac{d\phi}{dr} \right) = -\frac{I_s}{2\pi\epsilon_0 L v} \quad (6.1a)$$

$$v \frac{dv}{dr} = -\frac{q}{m} \frac{d\phi}{dr} - \nu v \quad (6.1b)$$

où  $m$ ,  $q$  et  $v$  sont respectivement la masse, la charge et la vitesse d'un ion,  $L$  est la dimension axiale des électrodes cylindriques,  $I_s$  est le courant aux électrodes et  $\nu$  est la fréquence de collision traduisant la force de freinage subie par les ions du fait des collisions élastique et d'échange de charge ion-neutre. Les équations (6.1a) et (6.1b) sont respectivement l'équation de Poisson en coordonnées cylindriques écrite pour une charge d'espace correspondant au courant de décharge  $I_s$  et l'équation de quantité de mouvement pour les ions. La résolution numérique du système (6.1) associé aux conditions aux limites décrivant un écoulement limité par la charge d'espace (space charge limited - SCL)

$$\phi(r = R_a) = \phi_a, \quad \phi(r = R_c) = 0 \quad \text{et} \quad E(r = R_a) = -\frac{d\phi}{dr} \Big|_{R_a} = 0 \quad (6.2)$$

permet de déterminer le courant maximal  $I_{scl}^\odot$  pour la configuration coaxiale étudiée. Le courant  $I_{scl}^\odot$  est obtenu lorsque la charge d'espace est telle que le champ électrique  $E$  est nul à l'anode, ce qui correspond bien à une maximisation du courant puisqu'une charge d'espace plus importante conduirait à une inversion du champ électrique, et donc à une réflexion des ions vers l'anode. A la différence de la solution de Child-Langmuir [38]

$$j_{CL} \parallel \propto \frac{V_d^{3/2}}{d^2} \quad (6.3)$$

en régime inertiel pour laquelle la différence de potentiel  $V_d$  entre les électrodes ne dépend que de la densité de courant  $j$  et de l'espace inter électrodes  $d$ , le fait de prendre en compte un terme collisionnel implique que  $I_{scl}^\odot$  dépend également de la pression :

$$I_{scl}^\odot = I_{scl}^\odot(V_d, \delta R, p) \quad (6.4)$$

où  $\delta R$  désigne l'espace inter électrodes en géométrie cylindrique.

La figure 6.3 présente l'évolution en fonction du rayon réduit  $\hat{r} = r/R_c$  du potentiel électrique réduit  $\hat{\phi} = \phi/\phi_a$  correspondant d'une part à une décharge de courant limite  $I_{scl}^\odot$  pour une pression  $p$  égale à la pression de transition  $p_t$  obtenue expérimentalement, et d'autre part aux résultats de simulation particulière dans le plan axial médian ( $z = L/2$ ) obtenus pour différentes conditions de pression et un courant de décharge  $I_s = 1$  mA. On constate que le profil correspondant au modèle d'écoulement collisionnel limité par la charge d'espace délimite l'espace  $(\hat{r}, \hat{\phi})$  en deux zones, et que les profils obtenus par simulation se répartissent dans chacune de ces zones selon leurs modes de décharge respectifs. Cette dichotomie indique que le profil de potentiel obtenu au moyen du modèle d'écoulement ionique collisionnel limité par la charge d'espace est

représentatif du comportement de la décharge filaire au voisinage de la transition de mode.

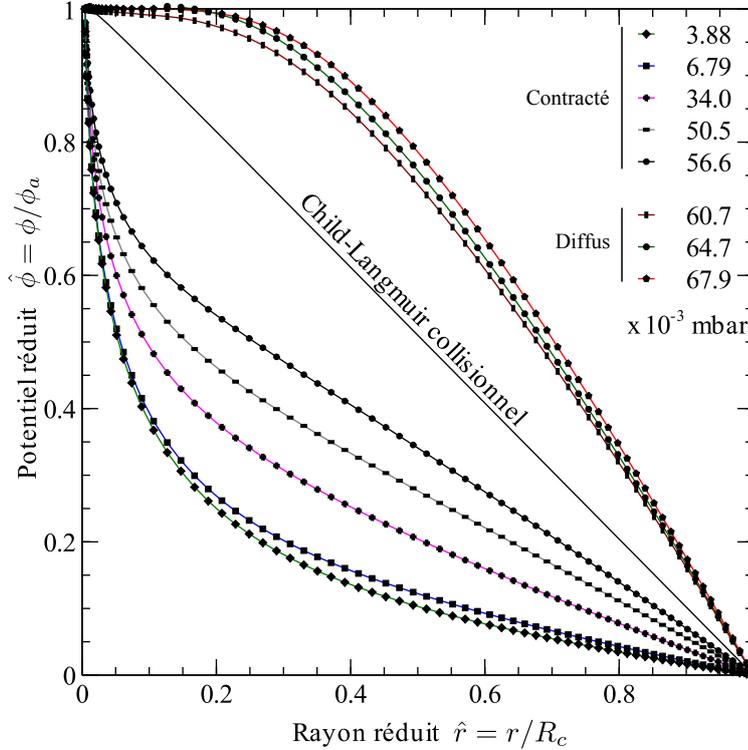


FIGURE 6.3: Profil du potentiel électrique réduit  $\hat{\phi} = \phi/\phi_a$  correspondant à un régime limité par charge d'espace et profils obtenus par simulation particulaire pour différentes pressions de fonctionnement dans le plan axial médian ( $z = L/2$ ) en fonction du rayon réduit  $\hat{r} = r/R_c$ .

En se souvenant que la tension de décharge  $V_d$  diminue avec la pression, le modèle d'écoulement ionique collisionnel limité par la charge d'espace permet alors d'expliquer la transition de mode d'une décharge de courant  $I_s$  donné de la manière suivante. A basse pression, la tension de décharge  $V_d$  est suffisamment importante comparative-ment à l'espace inter électrodes  $\delta R$  pour que le courant  $I_{scl}^\circ(V_d, \delta r, p_i)$  soit supérieur au courant de décharge  $I_s$ . La combinaison d'une tension de décharge élevée, donc d'une vitesse moyenne ionique importante, et d'un faible taux de collision limite la charge d'espace, et la distribution de potentiel  $\phi$  ne diffère alors que peu du potentiel laplacien (figures 6.4(a) à 6.4(d)). Lorsque la pression augmente, la tension de décharge  $V_d$  diminue et le taux de collision augmente, et par conséquent la charge d'espace augmente. Cette charge d'espace est positive puisque comme on a pu le voir (figure 6.1) le niveau de population ionique  $N_i$  est environ dix fois supérieur au niveau de population électronique  $N_{e-}$  au voisinage de la transition de mode. Les plaques de bout repoussant les électrons vers le plan axial médian ( $z = L/2$ ) de la décharge, la charge d'espace se crée préférentiellement dans cette zone (figures 6.4(e) à 6.4(h)). Ce comportement se poursuit jusqu'à ce que la tension de décharge  $V_d$  atteigne la valeur  $V_d^t$  pour laquelle le courant

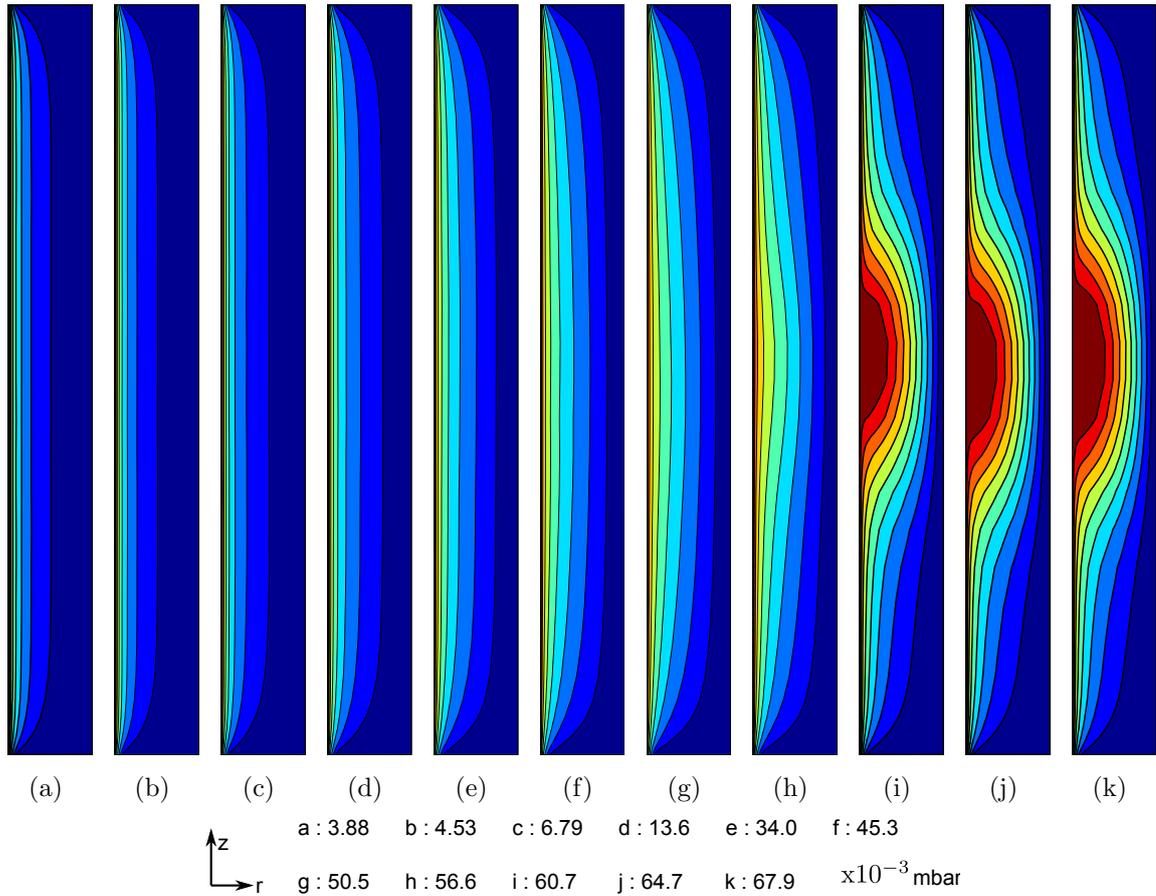


FIGURE 6.4: Évolution de la distribution spatiale du potentiel électrique réduit  $\tilde{\phi} = \phi/\phi_a$  avec la pression. La transition de mode se traduit par l'apparition d'un puits de potentiel confinant les électrons dans la zone médiane de la décharge.

limite  $I_{scl}^\circ(V_d^t, \delta r, p_t)$  est égal au courant de décharge  $I_s$ . Cette égalité se traduit par l'annulation locale du champ électrique à l'anode. La croissance de la charge d'espace étant favorisée dans une zone proche du plan axial médian, la coordonnée axiale pour laquelle le champ électrique s'annule est proche de  $L/2$ . L'aplanissement du potentiel électrique  $\phi$  correspondant à l'annulation du champ électrique dans une zone proche du plan médian de la décharge conduit à un confinement axial des électrons. Ce confinement a pour effet de limiter la production de paires électron-ion à une zone proche du plan axial médian, et conduit ainsi à un renforcement de la charge d'espace positive dans cette zone. La décharge n'est alors plus homogène selon l'axe du fil mais limitée à un disque dont l'épaisseur correspond à la longueur sur laquelle on constate un aplanissement du potentiel électrique  $\phi$  (figures 6.4(i) à 6.4(k)). L'aplanissement du potentiel électrique  $\phi$  induit par l'annulation du champ électrique équivaut de plus à une diminution virtuelle de l'espace inter électrodes  $\delta R$ , permettant ainsi le maintien du courant de décharge  $I_s$  sans augmentation de la tension de décharge  $V_d$ . La transition de mode peut de ce fait être interprétée comme une réorganisation de la décharge permettant de

maintenir un courant de décharge  $I_s$  donné à une pression  $p$  et une tension de décharge  $V_d$  pour lesquelles le courant limite  $I_{scl}^\circ(V_d, \delta r, p)$  est inférieur à  $I_s$ .

La contraction axiale de la décharge observée à la transition de mode explique par ailleurs l'expansion radiale observée. En effet, en considérant un courant de décharge  $I_s = 2\pi l j(r)$  donné, une diminution de l'extension axiale de la décharge  $l$  conduit nécessairement à un accroissement de la densité de courant  $j$ . Afin de répondre à cet accroissement de la densité de courant sans augmenter la tension de décharge  $V_d$ , une diminution de l'épaisseur de gaine est nécessaire.

L'utilisation de ce modèle d'écoulement ionique limité par la charge d'espace permet de calculer, moyennant la donnée de trois des quatre paramètres que sont la pression  $p$ , la tension de décharge  $V_d$ , le courant de décharge  $I_s$  et la distance inter électrodes  $\delta R$ , la valeur du quatrième paramètre pour laquelle la transition de mode se produit. Ce dernier paramètre doit en effet être tel que le système (6.1) soit vérifié, et peut donc être obtenu numériquement. De plus, la connaissance en mode diffus de la tension de décharge  $V_d$  et de la longueur sur laquelle s'étend axialement la décharge permet de déterminer l'épaisseur de la gaine  $\delta_g$ , ou inversement l'extension axiale de la décharge connaissant l'épaisseur de la gaine. On utilise pour cela le système (6.1) en prenant le rayon interne  $R_a$  et la longueur  $L$  respectivement égal au rayon de cathode  $R_c$  minoré de la longueur de gaine  $\delta_g$  et à l'extension axiale de la décharge. La valeur de l'épaisseur de gaine  $\delta_g$  ainsi calculée pour une tension égale à la tension de décharge  $V_d = 360$  V mesurée expérimentalement en mode diffus à la transition de mode pour un courant  $I_s = 1$  mA et une extension axiale de la décharge de l'ordre de 4 cm déduite des figures 3.3 et 5.7 est présentée aux côtés des données extraites de simulations numériques (*c. f.* figure 6.4(i)) dans le tableau 6.1. Le bon accord entre ces données confirme la validité du modèle de Child-langmuir collisionnel pour la prédiction de la transition de mode.

	Child-Langmuir collisionnel	Simulation
Épaisseur de gaine en mode diffus $\delta_g$ (mm)	15.5	14

TABLE 6.1: Comparatif des épaisseurs de gaine  $\delta_g$  à la transition de mode obtenues par simulation numérique et au moyen du modèle de Child-Langmuir collisionnel pour un courant  $I_s = 1$  mA.

L'explication phénoménologique de la transition de mode ainsi proposée permet par ailleurs d'expliquer l'influence du coefficient d'émission secondaire par impact de particules lourdes  $\gamma$  mis en évidence numériquement section 5.4.2. La transition de mode découlant de la formation d'une charge d'espace positive telle que le champ électrique s'annule à l'anode, un coefficient d'émission secondaire  $\gamma$  plus important conduit à une croissance plus rapide de la charge d'espace et donc à une pression de transition  $p_t$  inférieure. En effet, la charge d'espace à la pression de transition  $p_t$  étant essentiellement constituée d'ions (voir figure 6.1), une croissance du nombre d'électrons

émis à la cathode se traduit par une croissance du taux d'ionisation, et donc du niveau de population ionique  $N_i$ .

### Explication des tendances observées expérimentalement

Les données présentées dans le chapitre 3 indiquent que, pour un courant de décharge donné, la pression de transition est d'autant plus faible que le gaz est lourd. Cette tendance peut être expliquée au moyen du modèle de Child-Langmuir collisionnel de la manière suivante.

Une modification du gaz utilisé se traduit par une modification de la masse  $m$  dans l'équation de quantité de mouvement (6.1b) écrite pour les ions. Dans le même temps, les données expérimentales indiquent que la tension de décharge  $V_d$  à la limite de transition de mode en mode contracté est d'autant plus importante que le gaz est lourd (voir tableau 3.2 chapitre 3). Ces données, réécrites sous la forme du rapport entre tension de décharge et masse des ions, indiquent toutefois que le rapport  $V_d/m$ , et donc la vitesse d'un ion, décroît avec la masse du gaz (tableau 6.2). Par conséquent, pour un courant de décharge  $I_s$  et une pression  $p$  donnés, la charge d'espace est d'autant plus élevée que l'ion est lourd. La charge d'espace limite conduisant à la transition de mode sera donc bien atteinte pour une pression  $p_t$  d'autant plus faible que le gaz est lourd.

Gaz	He	Ne	Ar	Xe
Tension de décharge $V_d$ en limite de mode contracté (V)	400	600	800	900
Masse $m$ (m. a.)	4.00	20.18	39.95	131.29
$\sqrt{V_d/m}$	9.99	5.45	4.47	2.62
Pression de transition $p_t$ (mbar)	$2 \times 10^{-2}$	$8 \times 10^{-3}$	$1 \times 10^{-3}$	$3 \times 10^{-4}$

TABLE 6.2: Données expérimentales étayant la justification de l'évolution de la pression de transition de mode avec la masse du gaz. La décroissance de la pression de transition de mode observée avec la masse du gaz est cohérente avec la diminution de la vitesse des ions.

**Remarque 6.1.** *Pour un gaz donné, et donc une masse  $m$  donnée, une augmentation de courant se traduit par un niveau de population ionique  $N_i$  plus important. En effet, en se souvenant que la tension de décharge  $V_d$  est relativement indépendante du courant de décharge pour des pressions de l'ordre de la pression de transition  $p_t$ , l'extraction d'un flux ionique à la cathode plus élevé - imposé par un courant  $I_s$  plus important - pour une tension de décharge du même ordre, et donc une vitesse des ions similaire, requiert une densité ionique plus élevée. (c. f. section 6.1.1). La charge d'espace limite conduisant à la transition de mode devrait donc être obtenue pour une pression  $p_t$  d'autant plus faible que le courant de décharge  $I_s$  est important. Cette analyse est partiellement corroborée par les données expérimentales dans la mesure où les courbes  $p_t(I_s)$  sont décroissantes pour  $I_s \in [0, 2]$  mA dans le cas de l'argon et du xénon. L'évolution plus chaotique de ces mêmes courbes dans le cas de l'hélium et du néon indique toutefois que d'autres phénomènes - dépendance de la répartition axiale de la charge d'espace avec le courant*

notamment - pourraient influencer sur l'évolution de la pression de transition avec le courant de décharge.

**Remarque 6.2.** *La modification de l'extension spatiale de la décharge à la transition de mode permet d'expliquer la chute soudaine du rendement des canons à électrons à émission secondaire à basse pression. En effet, la transition de mode de décharge de la source filaire, au travers de la contraction axiale de la décharge, conduit à une diminution brutale et significative de la densité de courant à la cathode dans le plan médian de la décharge, et donc du courant d'ions impactant l'électrode accélératrice. Le courant d'électrons d'émission secondaire diminue ainsi fortement à la transition de mode, et le rapport entre ce courant d'électrons et le courant de décharge de la source filaire, i. e. le rendement du canon à électrons, suit la même évolution.*

### 6.1.3 Rapprochement des modes contracté/diffus des régimes normal/obstrué d'une décharge luminescente

Le fait, pour une décharge luminescente dans un gaz, de constater une augmentation de la tension de décharge en réaction à une diminution de la pression d'autant plus élevée que la pression est faible est, d'après Francis [114], caractéristique d'un régime de décharge obstrué. Un tel comportement de la tension de décharge ayant été observé à basse pression dans le cas de la décharge filaire (voir section 3.2.1), le mode contracté d'une décharge filaire en régime continu pourrait être la manifestation d'un régime obstrué de décharge en géométrie coaxiale. La référence aux travaux de Francis prend d'autant plus de sens ici que l'auteur explique la croissance de la tension comme le résultat d'une expansion progressive de la région cathodique - espace sombre de Faraday, lueur négative, espace sombre cathodique - jusqu'à ce que celle-ci remplisse l'intégralité de l'espace inter électrodes. Or, comme cela a pu être montré précédemment, le mode de décharge contracté existe lorsque la longueur de gaine est supérieure à la distance inter électrodes. Un deuxième point appuyant la similitude existant entre le mode contracté et le régime obstrué d'une décharge est obtenu en reprenant la définition du régime obstrué d'une décharge luminescente entre deux électrodes parallèles donnée par Donko *et al.* [115] : un régime de décharge est dit obstrué lorsque le champ électrique  $E$  ne s'annule pas à l'anode. Le tracé des profils radiaux dans le plan axial médian ( $z = L/2$ ) du champ électrique obtenus par simulations numériques pour diverses conditions de pression est présenté figure 6.5. On constate effectivement que les courbes correspondant à un mode contracté ( $p \leq 6 \times 10^{-2}$  mbar) présentent un champ électrique significatif à l'anode ( $r = R_a$  ou encore  $\hat{r} = 4 \times 10^{-3}$ ), tandis que les courbes correspondant à un mode diffus exhibent des valeurs de champ au moins deux ordres de grandeur plus faibles à l'anode. L'existence d'un champ électrique à l'anode semble donc bien être une spécificité du mode de décharge contracté par opposition au mode diffus. Il paraît donc raisonnable, en se référant aux différentes définitions proposées par Francis et Donko *et al.*, de rapprocher le mode de décharge contracté de la décharge filaire du régime obstrué d'une décharge luminescente en géométrie coaxiale.

A l'inverse, les caractéristiques courant-tension présentées section 3.2.2 et en annexe B montrent que, lorsque la décharge filaire se trouve en mode diffus, la tension

de décharge  $V_d$  est relativement indépendante du courant de décharge  $I_s$ . Cette caractéristique est typique du régime normal d'une décharge luminescente [78].

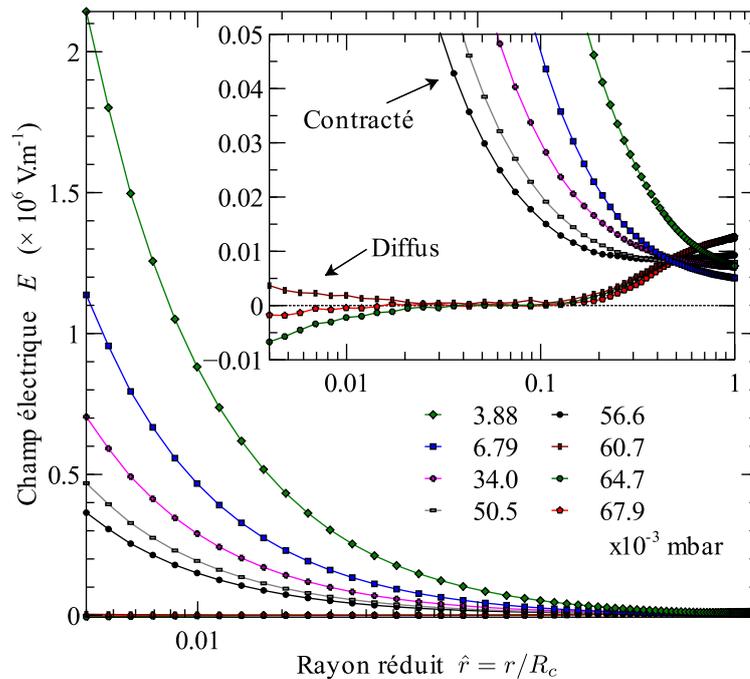


FIGURE 6.5: Profils de champ électrique  $E$  dans le plan axial médian ( $z = L/2$ ) en fonction du rayon réduit  $\hat{r} = r/R_c$  obtenus par simulations numériques pour diverses conditions de pression et un courant de décharge  $I_s = 1$  mA. Les courbes correspondant à un mode de décharge contracté ( $p \leq 6 \times 10^{-2}$  mbar) présentent un champ électrique à l'anode au moins deux ordres de grandeur plus important que celles correspondant à un mode de décharge diffus.

L'étude des deux modes de décharge de la source plasma filaire basse pression en régime continu fait donc ressortir des propriétés similaires aux régimes normal et obstrué d'une décharge luminescente. Les modes diffus et contracté pourraient donc être la manifestation de régimes normal et obstrué d'une décharge luminescente dans la configuration asymétrique coaxiale d'électrodes propre à la décharge filaire. Néanmoins, comparativement à la transition continue entre ces deux régimes traditionnellement observée, la transition se traduit ici par une discontinuité. Une explication à cette différence de comportement pourrait être le caractère fortement asymétrique de la décharge - le rapport de la surface anodique sur la surface cathodique est  $R_a/R_c$ , soit typiquement  $4 \times 10^{-3}$  -, ou encore la configuration coaxiale d'électrodes.

## 6.2 Évolution de la tension de décharge avec la pression

Comme cela a été expliqué section 3.2.3, la divergence de la tension de décharge à basse pression ne peut être expliquée par un modèle classique de Paschen du fait notamment de la finesse de l'anode filaire utilisée. Cette divergence de la tension de décharge se traduisant par un fort accroissement de la puissance électrique nécessaire à l'opération de la source, il est toutefois intéressant de comprendre les mécanismes physiques conduisant à cette divergence afin de pouvoir éventuellement accroître la plage de pression de fonctionnement de la source filaire.

### 6.2.1 Équation de conservation du niveau de population électronique

Une explication de la divergence de la tension de décharge  $V_d$  à basse pression peut-être proposée en considérant l'équation bilan relatif au niveau de population électronique  $N_{e^-}$ . En se souvenant que le courant d'anode  $I$  - égal au courant de décharge  $I_s$  en régime stationnaire - résulte uniquement d'un flux d'électrons, l'équation de conservation relatif à  $N_{e^-}$  peut se mettre sous la forme

$$\frac{dN_{e^-}}{dt} = n_g \sum_{j=0}^{N_{e^-}} \zeta_{e^-}^j - I/e \quad (6.5)$$

où  $\zeta_{e^-}^j = \sigma_{e^-}^i (v_{e^-}^j) v_{e^-}^j$  est le taux d'ionisation - fréquence d'ionisation divisée par la densité de neutres - pour le  $j$ -ème électron,  $N_{e^-}$  le niveau de population électronique,  $v_{e^-}^j$  la vitesse du  $j$ -ème électron,  $\sigma_{e^-}^i$  la section efficace d'ionisation par impact électronique et  $n_g$  est la densité de neutres. Un bilan exhaustif aurait imposé de considérer la création d'électrons par impact de neutres rapides ou d'ions à la cathode, la perte d'électrons à la cathode, les phénomènes d'ionisation par impact de neutres rapides ou d'ions ainsi que les pertes à chaque extrémité du cylindre dans l'équation de conservation (6.5). Néanmoins, l'objectif étant de modéliser le comportement basse pression pour lequel le libre parcours moyen électronique excède largement les dimensions caractéristiques de la décharge, les différents flux d'électrons à la cathode sont supposés de somme nulle. En effet, les seuls électrons susceptibles d'impacter la cathode sont ceux générés par émission secondaire à la cathode, et la probabilité pour ces électrons d'émission secondaire de demeurer au sein de la décharge décroît avec la pression puisque seule une collision inélastique durant la première orbite leur permet d'y parvenir. L'immense majorité des électrons émis à la cathode retourne donc à la cathode, ce qui se traduit bien par un flux net nul. De plus, les processus d'ionisation par impact d'ions et de neutres peuvent être raisonnablement négligés du fait des fréquences d'occurrence beaucoup plus faibles des ces phénomènes. Enfin, les pertes induites par le flux d'électrons sortant à chaque extrémité du cylindre sont négligées du fait de la faible fraction d'électrons quittant la décharge au travers des plaques de bout (*c. f.* figure 5.12). En introduisant le taux

d'ionisation moyen

$$\zeta_m = \frac{1}{N_{e^-}} \sum_{j=1}^{N_{e^-}} \zeta_{e^-}^j \quad (6.6)$$

et la fréquence de collection des électrons à l'anode

$$\nu_a = \frac{I}{eN_{e^-}}, \quad (6.7)$$

l'équation (6.5) devient

$$\frac{dN_{e^-}}{dt} = N_{e^-}(n_g\zeta_m - \nu_a). \quad (6.8)$$

En régime permanent,  $n_g\zeta_m = \nu_a$ . Par ailleurs, le courant d'anode  $I$  est égal au courant de décharge de consigne  $I_s$ , et donc

$$n_g\zeta_m = \nu_a|_{I=I_s} = \nu_{a_s}. \quad (6.9)$$

L'équation (6.9) indique qu'une diminution de la pression, donc de  $n_g$ , doit nécessairement être compensée par une augmentation du taux d'ionisation moyen  $\zeta_m$  ou par une diminution de la fréquence de collection des électrons à l'anode  $\nu_{a_s}$ , sans quoi le niveau de population électronique  $N_{e^-}$  décroît jusqu'à extinction de la décharge.

## 6.2.2 Adaptation de la décharge à une diminution de la pression

La détermination de la modification des caractéristiques de la décharge induite par une diminution de la pression repose sur la connaissance de l'évolution du taux d'ionisation moyen  $\zeta_m$ , de la fréquence de collection électronique à l'anode  $\nu_{a_s}$  et du niveau de population électronique  $N_{e^-}$  avec l'accroissement de tension associé à cette diminution de pression.

### Augmentation du taux d'ionisation moyen $\zeta_m$

L'évolution du taux d'ionisation  $\zeta_{e^-}$  en fonction de l'énergie d'un électron  $\epsilon_e$  présentée figure 6.6 indique que la pente  $d\zeta_{e^-}/d\epsilon_e$  décroît avec l'énergie  $\epsilon_e$ , jusqu'à devenir négative au delà d'une énergie limite  $\epsilon_{e_T}$  pour laquelle  $\zeta_{e^-}$  est maximal. Par conséquent, une augmentation du taux d'ionisation  $\zeta_{e^-}$  de  $\Delta\zeta_{e^-}$  nécessite une augmentation d'énergie  $\Delta\epsilon_e$  d'autant plus importante que l'énergie de l'électron  $\epsilon_e$  est importante, jusqu'à ce que cela devienne impossible ( $\epsilon_e \geq \epsilon_{e_T}$ ). En généralisant ce comportement à la population électronique dans son ensemble, le taux d'ionisation moyen  $\zeta_m$  présente un maximum lorsque l'énergie moyenne électronique est proche de  $\epsilon_{e_T}$ , ou encore, de manière équivalente, lorsque le pic de la fonction de distribution en énergie des électrons (electron energy distribution function - EEDF) se trouve aux alentours de l'énergie  $\epsilon_{e_T}$ . La courbe décrivant l'évolution de l'énergie moyenne électronique en fonction de la tension de décharge  $V_d$  obtenue par simulation numérique telle que présentée figure 6.7 met en évidence une croissance linéaire de l'énergie moyenne de la population électronique

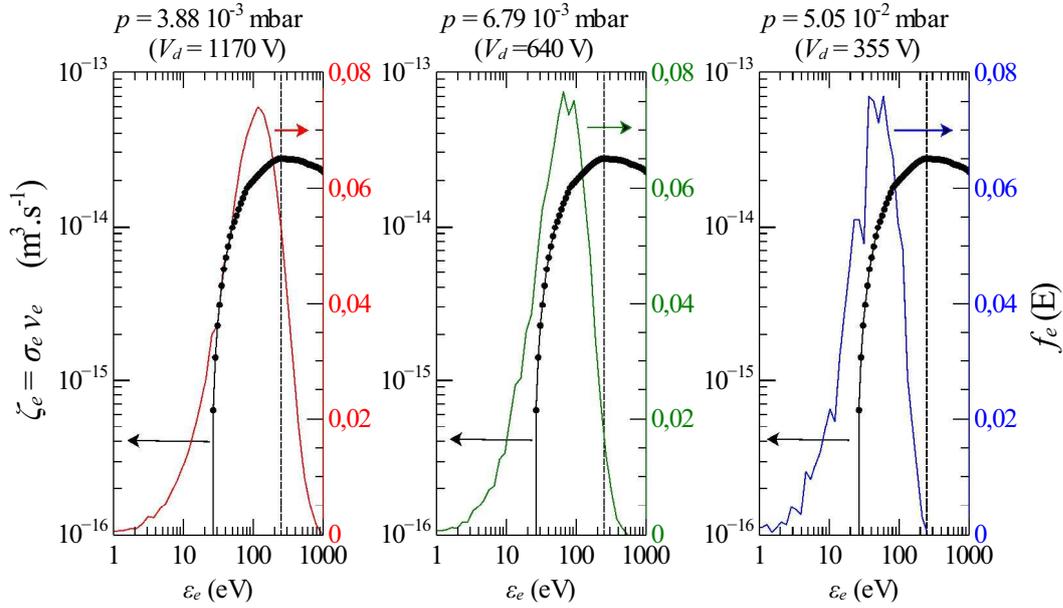


FIGURE 6.6: Fonction de distribution en énergie des électrons pour différentes pressions et taux d'ionisation  $\zeta_{e-}^j = \sigma_{e-}^i (v_{e-}^j) v_{e-}^j$  calculé à partir de la section efficace  $\sigma_{e-}^i$ .

avec la tension de décharge  $V_d$  en mode contracté (haute tension). Par conséquent, le comportement de  $\zeta_m$  peut être analysé de manière équivalente en fonction de l'énergie moyenne électronique ou de la tension de décharge  $V_d$ . Ce comportement est illustré au moyen de l'évolution des fonctions de distribution en énergie des électrons avec la pression présentée figure 6.6. A haute pression ( $p \sim 5 \times 10^{-2}$  mbar), la fraction des électrons ayant une énergie supérieure à l'énergie  $\epsilon_{eT}$  est pratiquement nulle, et une augmentation de la tension de décharge conduit donc à un accroissement du taux d'ionisation  $\zeta_{e-}$  de la quasi totalité des électrons constituant la population. L'augmentation du taux d'ionisation moyen  $\zeta_m$  associée est par conséquent significative. Lorsque la pression décroît, la combinaison d'une diminution de la pente  $d\zeta_{e-}/d\epsilon_e$  et d'une augmentation de la fraction des électrons d'énergie  $\epsilon_e \geq \epsilon_{eT}$  induit une diminution du taux d'accroissement  $d\zeta_m/dV_d$ . Une augmentation du taux d'ionisation moyen  $\zeta_m$  d'une valeur donnée nécessite donc une augmentation de la tension de décharge  $V_d$  d'autant plus élevée que la pression est faible, jusqu'à ce que cela devienne impossible. En effet, au delà d'une tension de décharge  $V_d$  limite, la fraction des électrons ayant une énergie  $\epsilon_e \geq \epsilon_{eT}$  est telle qu'une augmentation de la tension, *i. e.* de l'énergie moyenne des électrons, conduit non plus à une augmentation mais à une diminution du taux d'ionisation moyen  $\zeta_m$ .

### Diminution de la fréquence de collection électronique à l'anode $\nu_{a_s}$

La fréquence de collection des électrons à l'anode  $\nu_{a_s}$  peut être vue comme un paramètre décrivant le confinement des électrons. Plus le paramètre  $\nu_{a_s}$  est petit, meilleur est le confinement des électrons au sein de la décharge.

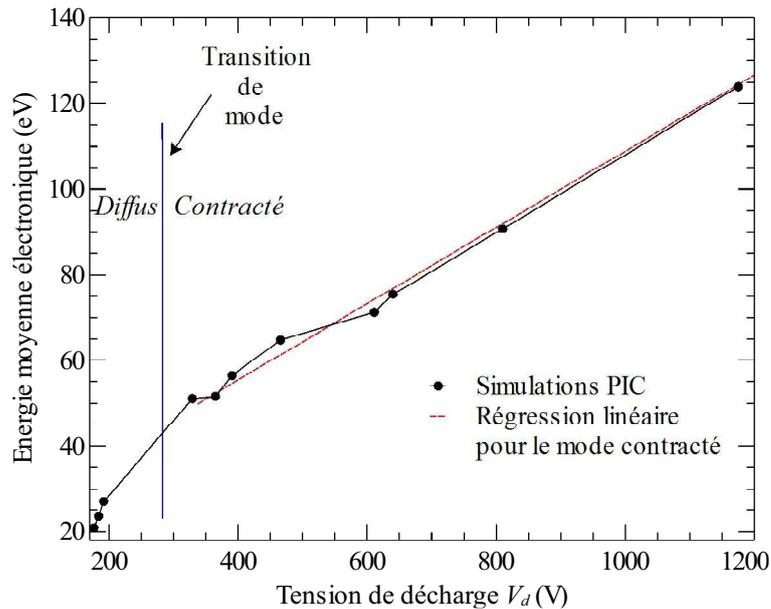


FIGURE 6.7: Évolution de l'énergie électronique moyenne en fonction de la tension de décharge. Dans le mode contracté (haute tension), l'énergie moyenne croît linéairement avec la tension de décharge

Un électron orbitant sur une trajectoire donnée autour du fil ne peut entrer en collision avec le fil qu'à la seule condition que ses propriétés soient modifiées par une collision. A basse énergie cinétique, *i. e.* pour des tensions de décharge  $V_d$  limitées, la diffusion d'un électron au cours d'une collision est majoritairement isotrope (voir figure 4.10 section 4.4), et la probabilité dans le cas d'une collision ionisante de communiquer à l'électron créé une énergie significative est faible (voir figure 4.11 section 4.4). La probabilité d'une modification significative de l'orientation du vecteur vitesse de l'électron incident est de ce fait importante lorsque la tension de décharge  $V_d$  est faible. Pour un électron d'énergie cinétique plus importante, *i. e.* pour une tension de décharge plus importante, la probabilité d'une collision à faible angle de diffusion - forward scattering - s'accroît, augmentant par conséquent la probabilité pour l'électron diffusé de rester sur une trajectoire voisine de sa trajectoire originale et donc d'éviter le fil. De même, cet accroissement de l'énergie cinétique induit une augmentation de l'énergie des électrons créés par ionisation par impact électronique, augmentant ainsi la probabilité pour ces électrons créés en volume de se trouver sur une trajectoire n'interceptant pas le fil. Ce comportement se traduit par une décroissance lente de  $\nu_{a_s}$  à basse tension de décharge, puis un accroissement du taux de décroissance  $|\partial\nu_{a_s}/\partial V_d|$  lorsque la tension de décharge augmente. Cependant, les différents modèles de collision montrent (*c. f.* section 4.4) que l'accroissement d'énergie nécessaire à une diminution de l'angle de diffusion ou à une augmentation de l'énergie moyenne des électrons créés d'une valeur donnée est d'autant plus élevé que l'énergie moyenne des électrons est importante. Par conséquent, la valeur absolue du taux d'accroissement  $|\partial\nu_{a_s}/\partial V_d|$ , après être passée par

un maximum, décroît avec la tension de décharge  $V_d$  ou l'énergie moyenne des électrons. La courbe décrivant l'évolution de la fréquence de collection des électrons  $\nu_{a_s}$  en fonction de la tension de décharge  $V_d$  obtenue par simulation numérique, et présentée figure 6.8, confirme cette analyse.

### Comportement global

Les modifications induites par une diminution de la pression sur les variables  $\zeta_m$ ,  $\nu_a$  et  $N_{e^-}$  peuvent être déduites à partir des temps caractéristiques propres aux différents processus régissant l'équation de conservation du niveau de population électronique (6.5). Lors d'une diminution de la pression, le courant d'anode  $I$ , et par voie de conséquence la fréquence de captation  $\nu_a$ , décroissent en un temps  $\tau$  égal à une fraction de l'inverse du taux d'ionisation  $\nu = n_g \zeta_m$ , soit  $\tau = O(n_g \zeta_m)^{-1}$ . Dès lors, puisque le courant d'anode  $I$  est inférieur au courant de consigne  $I_s$ , l'anode se charge positivement. La tension de décharge  $V_d$  croît par conséquent comme  $(I_s - I)t$  tant que le courant à l'anode  $I$  est inférieur au courant de consigne  $I_s$ . Un accroissement de la tension de décharge  $V_d$  se traduit par une augmentation du taux d'ionisation moyen  $\zeta_m$  en un temps de l'ordre d'une période de révolution d'un électron autour de l'anode. Cette période est de l'ordre de  $10^{-8}$  s pour un électron ayant une énergie de quelques centaines d'électron volts, soit une durée inférieure à l'inverse de la fréquence d'ionisation  $\nu^{-1}$  qui se situe entre  $8 \times 10^{-8}$  et  $7 \times 10^{-7}$  secondes selon la pression. L'équation 6.5 indique que l'évolution temporelle de  $N_{e^-}$  est plus lente, avec une constante de temps de l'ordre de quelques  $\tau$ .

Muni de cet agencement temporel des processus, l'évolution de la tension de décharge  $V_d$  en fonction de la pression peut être expliquée comme suit. Lorsque la pression est relativement élevée, l'accroissement de tension de décharge  $\Delta V_d$  conduisant à une augmentation du taux d'ionisation moyen  $\zeta_m$  suffisant à contrebalancer une diminution de la densité de neutres  $n_g$  est relativement faible du fait de la pente  $\partial \zeta_m / \partial V_d$  importante. L'accroissement de la tension de décharge nécessaire à l'équilibrage du membre de droite  $(n_g \zeta_m - \nu_a)$  de l'équation 6.5 est donc obtenu rapidement, et le niveau de population électronique  $N_{e^-}$  demeure ainsi pratiquement inchangé. De plus, pour des tensions de décharge limitées, un faible accroissement de la tension de décharge ne modifie que faiblement la fréquence de captation à l'anode  $\nu_{a_s}$ , et par conséquent  $\nu_a$  décroît avec  $I$  avant de retourner à

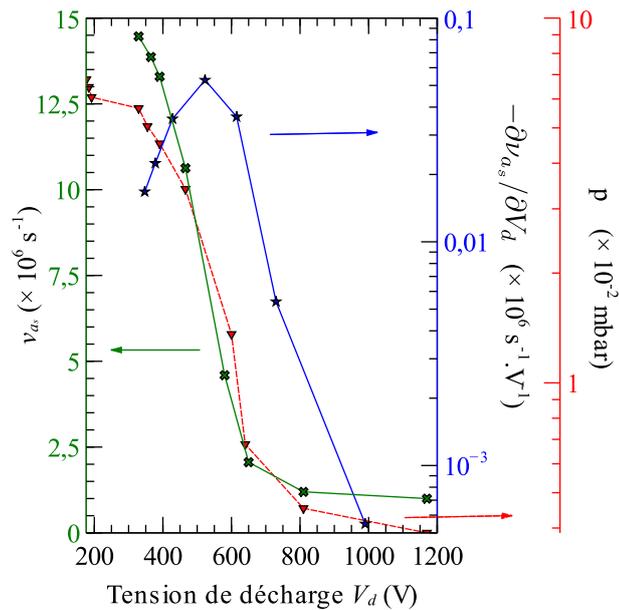


FIGURE 6.8: Évolution de la fréquence de collection des électrons à l'anode  $\nu_{a_s}$  en fonction de la tension de décharge  $V_d$  en mode contracté.

une valeur  $\nu_{a_s}$  proche de la valeur originale avant diminution de la pression durant le régime transitoire rapide. Pour des pressions plus faibles, *i. e.* des tensions de décharge plus élevées, l'augmentation de tension  $\Delta V_d$  nécessaire à un retour de la décharge vers une situation d'équilibre s'accroît du fait de la décroissance de  $\partial\zeta_m/\partial V_d$  avec la tension de décharge  $V_d$ . Le temps nécessaire à l'établissement d'une charge surfacique à l'anode équivalant à cet accroissement de la tension de décharge  $\Delta V_d$  augmente alors en conséquence, laissant ainsi le temps à une croissance du niveau de population électronique  $N_{e^-}$ . Dans le même temps,  $\nu_{a_s}$  diminue dès lors que la croissance de la tension de décharge  $V_d$  devient significative. Une diminution de la pression est alors rééquilibrée par l'action combinée d'une croissance du taux d'ionisation moyen  $\zeta_m$  et d'une diminution de la fréquence de collection des électrons à l'anode  $\nu_{a_s}$ . En deçà d'une pression limite, *i. e.* au delà d'une tension de décharge limite, le taux d'ionisation moyen  $\zeta_m$  sature, et c'est alors le seul paramètre  $\nu_{a_s}$  qui, en décroissant linéairement avec la pression, doit permettre le rééquilibrage de la décharge (équation 6.9). Ce comportement est clairement mis en évidence au moyen des données de simulation présentées figure 6.9. La valeur absolue de la pente  $|\partial\nu_{a_s}/\partial V_d|$  décroissant avec la tension de décharge  $V_d$ , la divergence de la tension de décharge initiée par la saturation de  $\zeta_m$  se poursuit à basse pression.

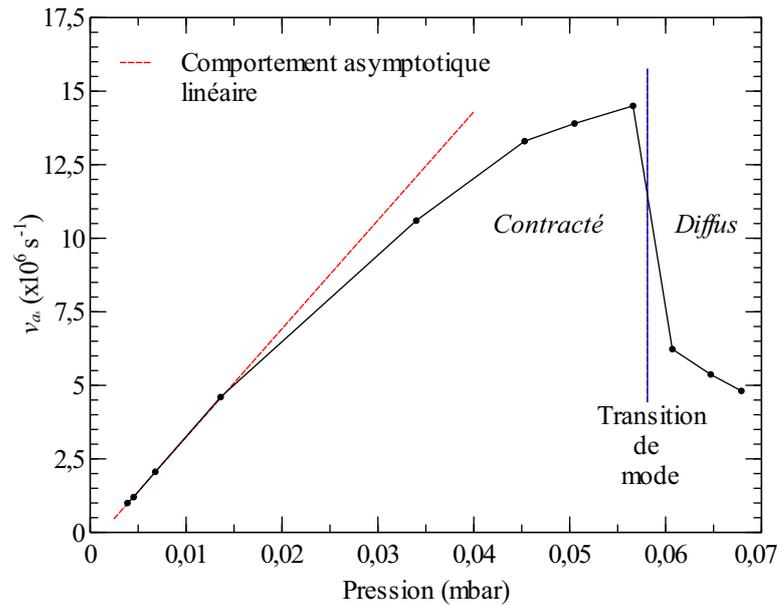


FIGURE 6.9: Évolution de la fréquence de collection électronique  $\nu_{a_s}$  en fonction de la pression. On vérifie bien un comportement asymptotique linéaire à basse pression.

L'explication à la divergence de la tension de décharge à basse pression proposée ci-dessus indique que la fréquence de collection des électrons à l'anode  $\nu_{a_s}$  varie linéairement avec la densité de neutres à basse pression. De par la définition (6.7) de  $\nu_a$  donnée, le niveau de population électronique doit croître de manière inversement proportionnelle à la densité de neutres  $n_g$  sur la même plage de pression. Les données de simulations présentées figure 6.1 confirment ce comportement. L'importance relative

de l'accroissement du taux d'ionisation moyen  $\zeta_m$  par rapport à une diminution de la fréquence de collection électronique à l'anode  $\nu_{a_s}$  en réponse à une diminution de la pression étant d'autant plus importante que la pression est élevée, la valeur absolue de la pente de la courbe décrivant l'évolution du niveau de population électronique  $N_{e-}$  avec la pression  $|\partial N_{e-}/\partial p|$  est d'autant plus faible que la pression est élevée.

Une des façons de répondre à l'objectif initial de cette section, à savoir identifier les paramètres permettant d'étendre le domaine de pression de fonctionnement de la source filaire en retardant l'apparition de la divergence de la tension de décharge  $V_d$ , consiste donc à diminuer la fréquence de collection électronique à l'anode  $\nu_{a_s}$ . Une manière d'y parvenir consiste à utiliser une anode filaire de rayon légèrement inférieur, puisqu'alors, toutes choses étant égales par ailleurs, la fraction d'électrons impactant l'anode décroît. Une simulation réalisée avec un rayon d'anode  $R_a = 75 \mu\text{m}$  au lieu de  $R_a = 100 \mu\text{m}$  montre ainsi une diminution de la tension de décharge  $V_d$  de cinq pour cent (1115 V au lieu de 1175 V) pour un courant de décharge  $I_s = 1 \text{ mA}$  et une pression  $p = 3.88 \times 10^{-3} \text{ mbar}$ . Une alternative à la diminution du rayon de l'anode filaire permettant également une diminution de la tension de décharge consiste à diminuer le rayon  $R_{end}$  des perçages des plaques de bout. Une simulation réalisée pour un rayon de perçage divisé par deux ( $R_{end} = 1.5 \text{ mm}$ ) indique une diminution de la tension de décharge légèrement inférieure à quatre pour cent (voir tableau 6.3). Cette diminution se comprend aisément en réalisant qu'une diminution du rayon de perçage des plaques de bout conduit à une diminution du courant de fuite (principalement électronique, *c. f.* section 5.4.1), et donc à une augmentation de la densité électronique.

		$R_a$ ( $\mu\text{m}$ )	
		75	100
$R_{end}$ (mm)	1.5	–	1130 V
	3	1115 V	1175 V

TABLE 6.3: Tensions de décharge  $V_d$  obtenues par simulation numérique pour différents rayons d'anode ( $R_a$ ) et différents rayons de perçage des plaques de bout ( $R_{end}$ ). Conditions de décharge :  $p = 3.88 \cdot 10^{-3} \text{ mbar}$  et  $I_s = 1 \text{ mA}$ .

### 6.3 Influence des conditions de décharge sur les propriétés des ions impactant la cathode

Dans le cas d'une décharge filaire dans une configuration à deux fils, Rushton *et al.* [25] mirent expérimentalement en avant la dépendance des propriétés d'un faisceau d'ions extraits au travers d'une ouverture réalisée dans la cathode en fonction des modes de décharge observés. En faisant l'hypothèse que les propriétés d'un hypothétique faisceau d'ions quittant la décharge au travers d'un trou percé dans la cathode sont les mêmes que celles des ions impactant la cathode, la simulation numérique du comportement de la source plasma filaire sur une large gamme de pression permet de

caractériser la dépendance des propriétés d'un tel faisceau d'ions en fonction des conditions de décharge, et en particulier des modes de décharge. En effet, la connaissance des distributions spatiales de taux d'ionisation volumique  $\nu_i(r, z)$  et de potentiel électrique  $\phi(r, z)$  permet, moyennant le calcul des trajectoires collisionnelles tridimensionnelles d'ions générés suivant une distribution spatiale déduite de  $\nu_i(r, z)$  et évoluant au sein du champ électrique dérivé du potentiel  $\phi(r, z)$ , de déterminer la fonction de distribution  $f^i(r, \theta, z, v_r, v_\theta, v_z)$  des ions en tout point de l'espace. On peut ainsi, en particulier, accéder aux fonctions de distribution en vitesse d'ions impactant la cathode sur une surface  $\mathcal{S}$  donnée

$$f_{v_r} = \frac{1}{\mathcal{S}} \int_{\mathcal{S}} \int \int f^i(r, \theta, z, v_r, v_\theta, v_z) d\mathcal{S} dv_\theta dv_z \quad (6.10a)$$

$$f_{v_\theta} = \frac{1}{\mathcal{S}} \int_{\mathcal{S}} \int \int f^i(r, \theta, z, v_r, v_\theta, v_z) d\mathcal{S} dv_\theta dv_z \quad (6.10b)$$

$$f_{v_z} = \frac{1}{\mathcal{S}} \int_{\mathcal{S}} \int \int f^i(r, \theta, z, v_r, v_\theta, v_z) d\mathcal{S} dv_\theta dv_z. \quad (6.10c)$$

En prenant  $\mathcal{S}$  égale à la surface d'extraction et compte tenu de l'hypothèse formulée ci-dessus, ces fonctions de distribution sont également celles d'un faisceau d'ions extraits de la décharge au travers d'un trou percé dans la cathode. On s'intéresse en particulier à l'extraction d'ions au travers d'un trou circulaire de rayon  $R_d = 4$  mm situé dans le plan axial médian ( $z = L/2$ ) de la décharge, soit

$$\mathcal{S} = \left\{ (r, \theta, z) \quad \mid \quad r = R_c \quad \text{et} \quad \sqrt{(R_c \sin(\theta))^2 + \left(z - \frac{L}{2}\right)^2} < R_d \right\}. \quad (6.11)$$

Les fonctions de distribution présentées dans la suite du chapitre sont obtenues en intégrant la trajectoire de quelques  $10^7$  ions générés sur l'intégralité du volume de l'enceinte. Les phénomènes collisionnels sont modélisés lors de l'intégration de ces trajectoires au moyen d'un module Monte-Carlo analogue à celui présenté section 4.4.2.

### 6.3.1 Fonction de distribution en vitesse radiale $f_{v_r}$ des ions

L'évolution de la fonction de distribution en vitesse radiale  $f_{v_r}$  des ions sur la surface  $\mathcal{S}$  est présentée figure 6.10. On constate immédiatement une forte disparité de comportement selon le mode de décharge observé, et également au sein du mode de décharge contracté selon la pression. La fonction de distribution  $f_{v_r}$  présente en effet un pic pour une vitesse correspondant à l'énergie maximale  $e\phi_a$  - énergie d'un ion créé à l'anode et rejoignant la cathode sans subir de collision - pour un mode de décharge diffus (figure 6.10(b)), tandis que le spectre obtenu pour un mode contracté est beaucoup plus large bande (figure 6.10(a)). On observe également qu'en mode contracté la valeur normalisée  $v_r/(2e\phi_a/m)^{1/2}$  de la vitesse radiale pour laquelle la fonction de distribution présente un maximum croît avec la pression.

Le fait que la fonction de distribution  $f_{v_r}$  présente un spectre plus large bande en mode contracté qu'en mode diffus peut sembler relativement étrange à première vue,

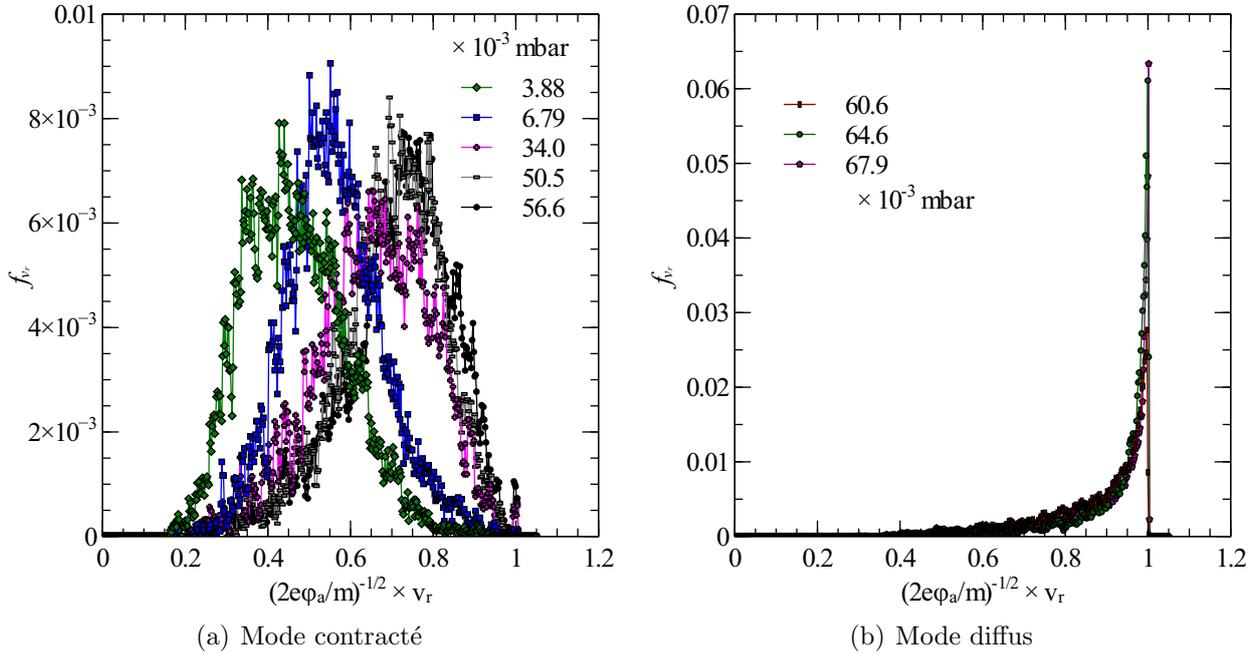


FIGURE 6.10: Fonctions de distribution en vitesse selon la direction radiale  $f_{v_r}$  pour différentes pressions. Conditions de décharge :  $I_s = 1$  mA.

dans la mesure où l'on pourrait croire que la pression plus élevée propre au mode diffus conduirait à un élargissement du spectre du fait du rôle plus important joué par les phénomènes collisionnels. En réalité, ce comportement peut être expliqué en analysant l'évolution des profils radiaux dans le plan axial médian ( $z = L/2$ ) du taux d'ionisation volumique  $K(r)$  et du potentiel électrique  $\phi(r)$  avec les conditions de décharge. La non-consideration de la dépendance selon la coordonnée axiale  $z$  du taux d'ionisation et du potentiel électrique est justifiée par le fait que les champs  $K(r, z)$  et  $\phi(r, z)$  sont relativement indépendants de cette coordonnée axiale sur une bande axiale de quelques centimètres centrée aux alentours de  $z = L/2$ , et ce y compris en mode diffus (zone d'aplanissement du potentiel, *c. f.* section 6.1). Comme cela a pu être montré au cours de la modélisation du phénomène de transition de mode, le potentiel électrique  $\phi(r)$  reste proche du potentiel d'anode  $\phi_a$  sur une distance de quelques dizaines de rayons d'anode en mode diffus, tandis qu'il chute rapidement en mode contracté. Dans le même temps, quel que soit le mode de décharge, l'ionisation est limitée à un cylindre de dix à vingt rayons d'anode autour de l'anode filaire, cylindre dont le rayon croît lentement mais continûment avec la pression. Par conséquent, malgré le fait que la zone d'ionisation s'étende légèrement plus loin du fil en mode diffus (haute pression), une fraction significative des ions possède une énergie potentielle proche de l'énergie maximale  $e\phi_a$  lors de leur création. A l'inverse, en mode contracté, l'ionisation recouvre une zone sur laquelle le potentiel électrique varie significativement, donnant ainsi lieu à une forte dispersion de l'énergie potentielle initiale des ions.

Afin de justifier de manière quantitative cette analyse, on introduit la chute de

potentiel normalisée  $\delta_V$  et le rapport  $\Omega$  entre le taux d'ionisation à une distance  $r$  et le taux d'ionisation total dans la décharge définis respectivement par

$$\delta_V(r) = 1 - \frac{\phi(r)}{\phi_a} \quad (6.12)$$

et

$$\Omega(r) = \frac{\int_{R_a}^r K(r') 2\pi r' dr'}{\int_{R_a}^{R_c} K(r') 2\pi r' dr'} \quad (6.13)$$

où  $\phi_a$  est le potentiel électrique à l'anode,  $K(r')$  le taux volumique d'ionisation en  $r'$ , et  $R_a$  et  $R_c$  les rayons d'anode et de cathode. La différence de comportement expliquée qualitativement ci-dessus est clairement mise en évidence au moyen de la figure 6.11 présentant l'évolution de  $\delta_V$  en fonction de  $\Omega$  pour différentes conditions de pression représentatives des deux modes de décharge. On constate ainsi qu'environ trois ions sur quatre sont créés avec une énergie potentielle supérieure ou égale à 80% de l'énergie maximale  $e\phi_a$  en mode diffus. A l'inverse, en mode contracté, au mieux 50% des ions sont créés avec une énergie potentielle supérieure ou égale à la moitié de l'énergie maximale. Par ailleurs, la variation de la valeur normalisée  $v_r/(2e\phi_a/m)^{1/2}$  de la vitesse radiale conduisant à un maximum de la fonction de distribution  $f_{v_r}$  en mode contracté s'explique par le décalage vertical observé entre les courbes  $\delta_V(\Omega)$  propres au mode contracté. Ce décalage vertical se traduit en effet par une fraction d'ions ayant une

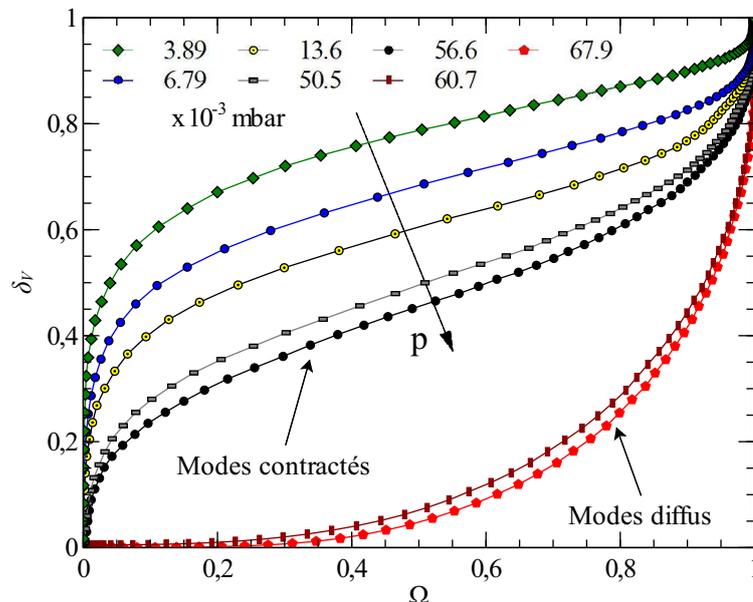


FIGURE 6.11: Évolution de la chute de potentiel normalisée  $\delta_V(r) = 1 - \phi(r)/\phi_a$  en fonction du rapport  $\Omega(r)$  entre le taux d'ionisation au rayon  $r$  et le taux d'ionisation total de la décharge pour différentes pressions.

énergie potentielle initiale normalisée  $e\phi/(e\phi_a)$  supérieure à une valeur donnée d'autant plus faible que la pression est basse.

### 6.3.2 Fonction de distribution en vitesse orthoradiale $f_{v_\theta}$ des ions

Le tracé de l'évolution de la fonction de distribution en vitesse orthoradiale  $f_{v_\theta}$  présenté figure 6.12 révèle également des différences de comportement selon le mode de décharge de la source filaire. Bien que ces différences soient moins évidentes que dans le cas de la fonction de distribution en vitesse radiale  $f_{v_r}$ , les fonctions de distribution  $f_{v_\theta}$  correspondant à un mode diffus (figure 6.12(b)) présentent une largeur à mi-hauteur environ quatre fois plus importante que celles correspondant à un mode contracté (figure 6.12(a)). Pris indépendamment, on constate un élargissement du spectre avec la pression pour chacun des modes de décharge. Ce comportement est tout à fait cohérent avec l'augmentation de la fréquence de collision induite par l'accroissement de la pression. Néanmoins, l'élargissement observé entre la courbe correspondant au mode contracté à  $p = 56.6 \times 10^{-2}$  mbar et celle au mode diffus à  $p = 60.6 \times 10^{-2}$  mbar est nettement plus important que l'élargissement résultant de la seule augmentation de pression.

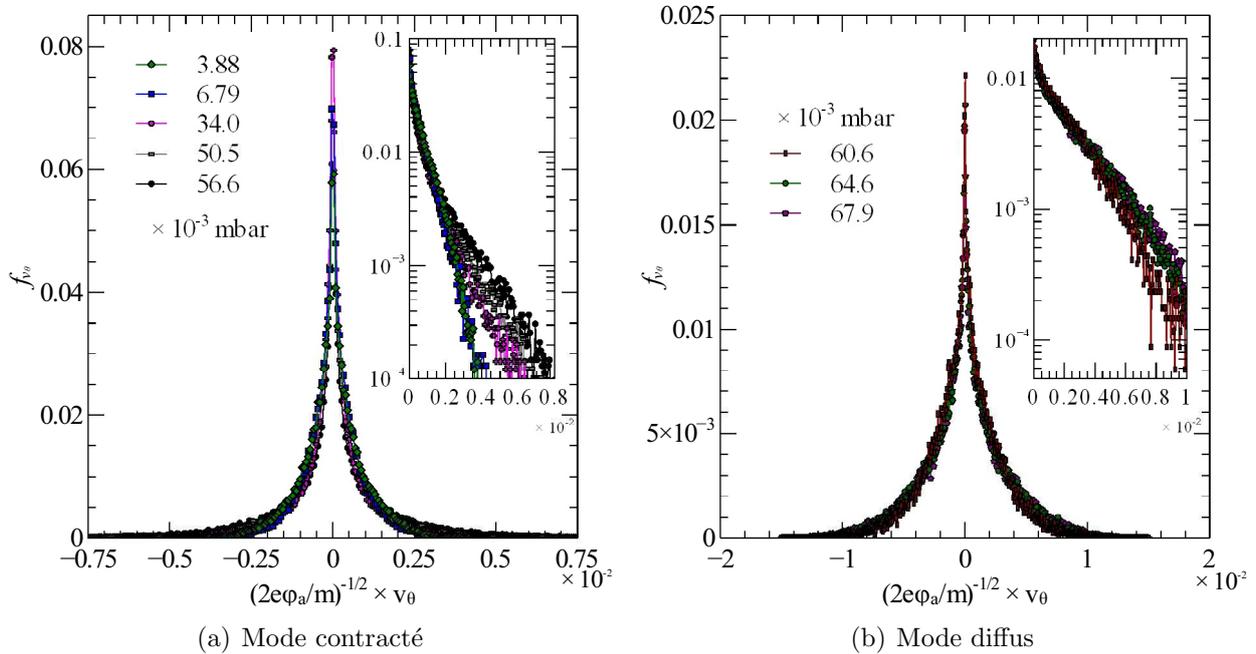


FIGURE 6.12: Fonctions de distribution en vitesse selon la direction orthoradiale  $f_{v_\theta}$  pour différentes pressions. Conditions de décharge :  $I_s = 1$  mA.

Cette discontinuité à la transition de mode peut être expliquée par la modification

du profil radial du potentiel électrique au sein de la décharge induit par la transition de mode. La figure 6.13 présente l'évolution de la vitesse orthoradiale normalisée  $v_\theta/(2e\phi_a/m)^{1/2}$  à la cathode en fonction de la pression, obtenue en calculant la trajectoire d'un ion généré en  $r = 1.5$  mm, soit à 14 rayons d'anode de l'anode, et évoluant dans un champ électrique tel que le potentiel électrique radial soit celui présenté figure 6.3 pour la pression correspondante. L'ion est généré avec une énergie cinétique initiale prise égale à  $3.8 \times 10^{-2}$  eV - énergie typique d'un neutre thermique ionisé par impact électronique - et dirigée selon la direction orthoradiale. On constate effectivement un saut de la vitesse orthoradiale normalisée à la transition de mode. Celui-ci s'explique par le fait que l'aplanissement du profil de potentiel observé en mode diffus permet d'allonger la durée durant laquelle les composantes radiale et orthoradiale de la vitesse sont du même ordre, par opposition au mode contracté pour lequel la chute rapide du potentiel se traduit par un accroissement rapide de  $|v_r/v_\theta|$ . La limitation du facteur  $|v_r/v_\theta|$  à des valeurs inférieures ou du moins proches de l'unité permet à l'ion de s'écarter d'une trajectoire purement radiale, ce qui se traduit par un accroissement de la vitesse orthoradiale normalisée  $v_\theta/(2e\phi_a/m)^{1/2}$  des ions à la cathode.

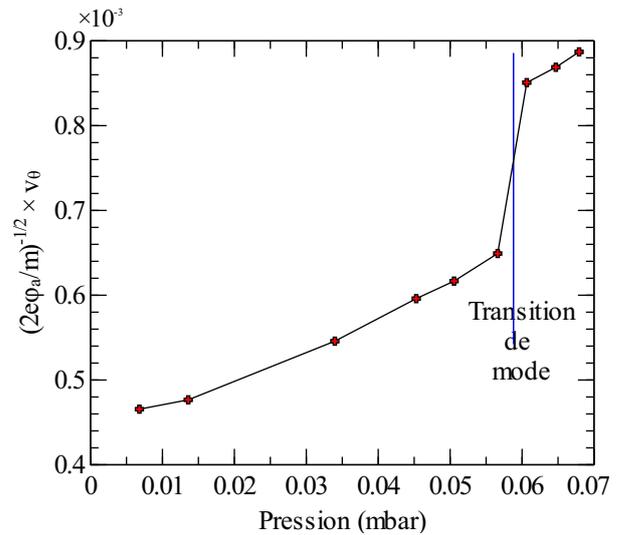


FIGURE 6.13: Évolution de la vitesse orthoradiale normalisée  $v_\theta/(2e\phi_a/m)^{1/2}$  à la cathode résultant de la seule distribution de potentiel en fonction de la pression.

### 6.3.3 Fonction de distribution en vitesse axiale $f_{v_z}$ des ions

Les fonctions de distribution en vitesse axiale  $f_{v_z}$  des ions sur la surface  $\mathcal{S}$  présentées figure 6.14 font une fois encore clairement apparaître une différence de comportement entre les modes diffus (figure 6.14(a)) et contracté (figure 6.14(b)). Outre une différence de forme marquée, les vitesses axiales normalisées  $v_z/(2e\phi_a/m)^{1/2}$  sont de plus d'un ordre de grandeur inférieures dans le cas d'un mode contracté que dans le cas d'un mode diffus.

En mode contracté, les fonctions de distribution  $f_{v_z}$  sont relativement symétriques ( $f_{v_z}(v_z) \sim f_{v_z}(-v_z)$ ). La forme en double pic observée est tout à fait conforme à la distribution isotrope des vitesses des ions créés en volume. La vitesse axiale des ions générés en volume suit en effet une distribution en  $\cos(\theta)$  où  $\theta$  est une variable uniformément distribuée sur  $[0, \pi]$ , ce qui conduit à la fonction de répartition observée figure 6.14(a). Le fait que les valeurs de vitesse axiale normalisée conduisant au maximum de la fonction de distribution  $f_{v_z}$  augmentent avec la pression résulte de deux phénomènes distincts. D'une part la tension de décharge  $V_d$  est d'autant plus grande que la pression est faible. D'autre part, le champ électrique axial étant limité en mode

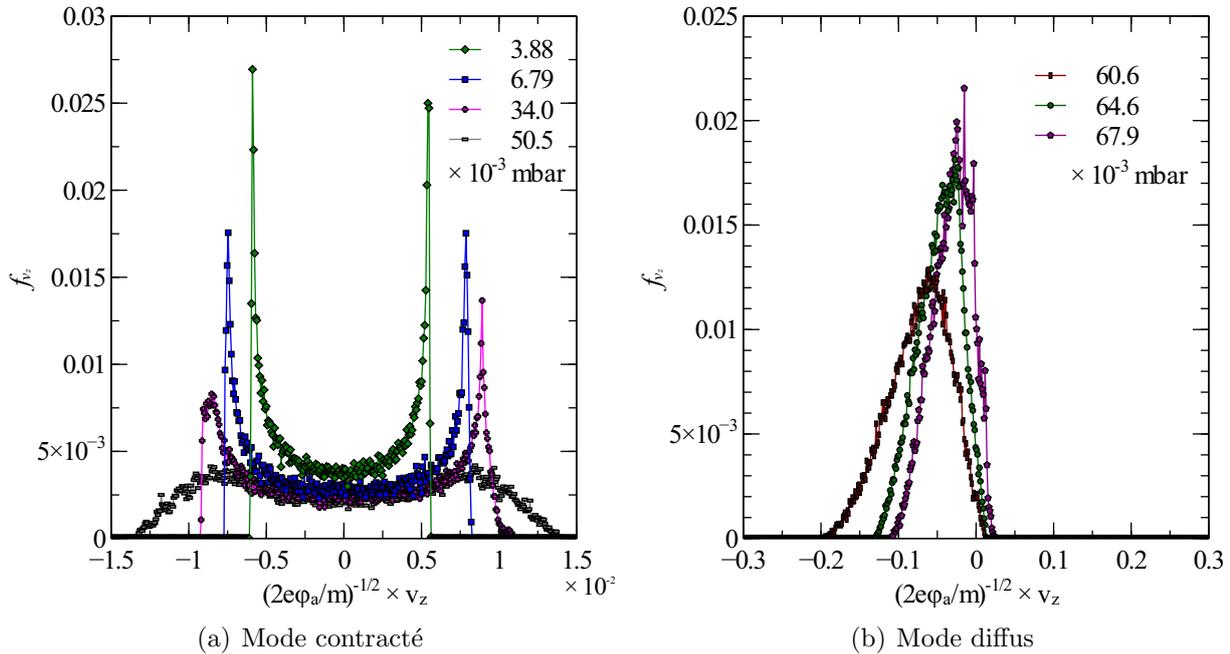


FIGURE 6.14: Fonctions de distribution en vitesse selon la direction axiale  $f_{v_z}$  pour différentes pressions. Conditions de décharge :  $I_s = 1$  mA.

contracté, et l'énergie cinétique initiale des ions ne variant pas, la vitesse axiale des ions à la cathode demeure inchangée en négligeant l'influence des processus collisionnels. Le rapport entre la vitesse axiale des ions à la cathode et la vitesse correspondant à l'énergie cinétique maximale  $eV_d$  croît par conséquent avec la pression. Le rôle joué par les processus collisionnels est toutefois mis en évidence par un élargissement des deux pics des fonctions de distribution  $f_{v_z}$  lors d'une augmentation de pression.

Le fait que les valeurs de vitesse axiale normalisée pour lesquelles les fonctions de distribution  $f_{v_z}$  sont non nulles soient négatives (figure 6.14(b)) résulte du caractère non centré du mode diffus. En effet, la contraction axiale de la décharge à la transition de mode conduit numériquement, comme cela peut être observé sur les figures 5.7(b), 5.7(c) et 5.8 au chapitre 5, à un extremum de densité dans un plan axial de coordonnée  $z$  légèrement supérieure au plan médian ( $z = L/2$ ). Les électrons atteignant la cathode dans le plan médian ont donc majoritairement une vitesse axiale négative. Par ailleurs, la norme plus élevée de la composante axiale de la vitesse relevée en mode diffus comparativement au mode contracté provient de l'existence d'un champ électrique axial fort en mode diffus. En effet, de par l'existence d'une zone de charge d'espace importante confinant axialement les électrons en mode diffus (*c. f.* section 6.1), certains ions sont créés dans une région où le gradient axial de potentiel est important, et peuvent ainsi acquérir une vitesse axiale importante. Toutefois, une augmentation du courant de décharge se traduisant en mode diffus par un expansion axiale de la décharge, la fraction d'ions créés dans une zone à fort gradient axial de potentiel électrique diminue avec le courant de décharge. Par ailleurs, ces zones de fort gradient

axial de potentiel ayant pour effet de repousser les ions vers les extrémités du cylindre, les ions possédant une énergie cinétique importante - *i. e.* créés dans ces zones - ne peuvent atteindre le plan médian de la cathode dès lors que la décharge s'étend de part et d'autre de ce plan médian. La figure 6.15 montre ainsi que, pour une pression donnée en mode diffus, la vitesse axiale normalisée  $v_z/(2e\phi_a/m)^{1/2}$  dans le plan médian de la cathode décroît avec le courant de décharge  $I_s$ . L'expansion axiale de la décharge de part et d'autre du plan médian conduit en outre à une augmentation de la fraction d'ions arrivant dans le plan médian de la cathode avec une vitesse axiale positive.

## 6.4 Synthèse

Différents modèles ont été proposés afin d'expliquer le comportement - modes de décharge, divergence de la tension de décharge à basse pression - de la décharge filaire en régime continu basse pression bas courant.

Le phénomène de transition de mode a été expliqué comme une réorganisation naturelle de la décharge au delà d'une pression limite - fonction du courant - pour laquelle le courant de décharge est égal au courant limite dans le cas d'un écoulement ionique limité par la charge d'espace. Un modèle d'écoulement ionique limité par la charge d'espace prenant en considération les effets collisionnels permet ainsi de prédire la pression de transition de mode pour un courant de décharge, une tension de décharge et une distance inter électrodes donnés. Ce modèle permet en outre d'expliquer l'expansion radiale de la décharge à la transition de mode comme une conséquence de sa contraction axiale en considérant la densité de courant à la cathode. L'approche consistant à assimiler la décharge à un écoulement ionique limité par la charge d'espace permet de plus d'expliquer l'agencement des pressions de transition de mode pour un courant donné en fonction du gaz considéré.

La divergence de la tension de décharge à basse pression est analysée comme la conséquence de deux phénomènes distincts : d'une part l'existence d'un maximum du taux d'ionisation  $\sigma^i(v)v$  d'un électron, et d'autre part la difficulté croissante à maintenir un électron sur une orbite n'interceptant pas le fil avec une augmentation de la tension de décharge. Cette divergence de la tension de décharge à basse pression peut toutefois être retardée en utilisant une anode filaire de moindre rayon ou encore en diminuant le rayon de perçage des plaques de bout confinant les électrons dans la direction axiale.

La forte dépendance des fonctions de distribution en vitesse des ions à l'anode

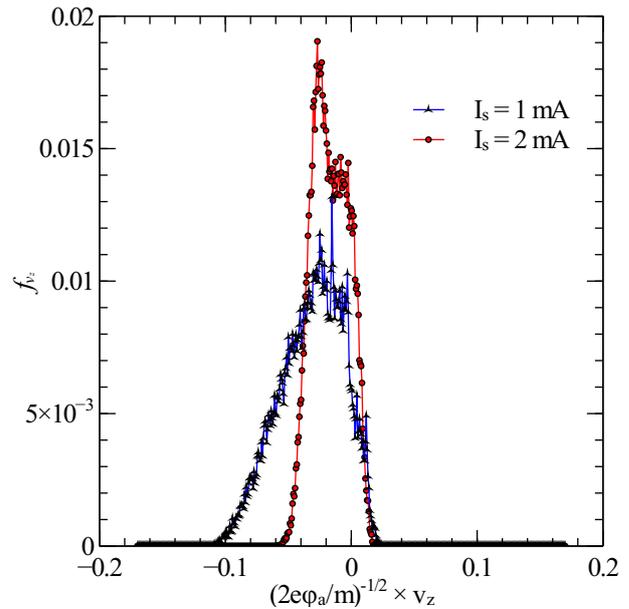


FIGURE 6.15: Évolution de la fonction de distribution en vitesse axiale  $f_{v_z}$  avec le courant de décharge  $I_s$  pour une pression  $p = 6.79 \times 10^{-2}$  mbar donnée.

relativement aux modes de décharge a été démontrée. Le caractère piqué en mode diffus et large bande en mode contracté de la fonction de distribution en vitesse radiale  $f_{v_r}$  est justifié par l'évolution des propriétés des distributions spatiales de potentiel électrique et d'ionisation avec la pression. L'existence en mode diffus d'un champ électrique axial - induit par la charge d'espace - important permet par ailleurs d'expliquer l'importance relative de la composante axiale de la vitesse dans ce mode comparativement au mode contracté.

Les propriétés de la fonction de distribution en vitesse radiale mises en exergue dans ce chapitre désignent le mode de décharge diffus comme un bon candidat en vue du développement d'une source d'ions à bande étroite. On cherchera donc dans la suite de cette étude à tirer parti des différentes spécificités de la source plasma filaire modélisées dans ce chapitre afin d'allier les caractéristiques d'un faisceau d'ions extraits directement de cette source à un dispositif permettant d'accélérer un tel faisceau.

## Troisième partie

Étude et modélisation d'une source  
d'ions développée sur la base d'une  
source plasma filaire



*"No effect that requires more than 10 percent accuracy in measurement is worth investigating."*

Walther Nernst (1864-1941)

# 7

## Conception et étude expérimentale d'une source d'ions obtenue à partir d'une décharge filaire

**Résumé.** Les propriétés de la source plasma filaire identifiées au chapitre 6 permettent d'envisager son utilisation en tant que source d'ions. Néanmoins, l'énergie d'un faisceau d'ions obtenu par extraction directe à partir de la source plasma filaire étant limitée par la tension de décharge, l'obtention d'une source d'ions d'énergie facilement modulable est conditionnée par le développement d'un dispositif d'accélération approprié.

On commencera par mettre en évidence comment l'adjonction d'une adaptation du concept d'accélération propre aux canons à électrons à émission secondaire permet théoriquement la production d'un faisceau d'ions d'énergie modulable, puis l'on exhibera les caractéristiques d'un prototype expérimental d'une telle source d'ions. Les moyens d'acquisition développés afin de caractériser cette source d'ions seront ensuite présentés. Les résultats expérimentaux obtenus pour différentes conditions de faisceau et dans différents gaz seront finalement analysés afin de dégager les paramètres influant sur les propriétés du faisceau, notamment en terme de dispersion en énergie et de distribution spatiale.

### Sommaire

---

7.1	Design de la source d'ions . . . . .	144
7.1.1	Principe de fonctionnement . . . . .	144

7.1.2	Configuration retenue . . . . .	146
7.1.3	Montage expérimental . . . . .	147
<b>7.2</b>	<b>Moyens d'acquisition permettant la caractérisation de la source . . . . .</b>	<b>148</b>
7.2.1	Banc de mesure . . . . .	148
7.2.2	Identification d'un jeu de paramètres optimal pour l'acquisition	151
<b>7.3</b>	<b>Étude expérimentale des propriétés de la source d'ions . .</b>	<b>155</b>
7.3.1	Dispersion en énergie . . . . .	155
7.3.2	Dispersion spatiale du faisceau . . . . .	160
<b>7.4</b>	<b>Synthèse . . . . .</b>	<b>167</b>

---

La modélisation du fonctionnement de la source plasma filaire basse pression réalisée au chapitre 6 indique qu'il est théoriquement possible d'extraire au travers de la cathode d'une telle source un faisceau d'ions présentant une faible dispersion en énergie. Un tel faisceau d'ions, obtenu - à la manière de Fitch [1] - par simple extraction, est néanmoins limité en énergie par la tension  $V_d$  existant aux bornes de la décharge. On cherche par conséquent, comme cela est fait dans le cas des canons à électrons à émission secondaire [5], à adjoindre à ce système d'extraction directe un dispositif permettant l'accélération des ions ainsi extraits, de sorte de disposer d'un faisceau d'ions d'énergie modulable.

## 7.1 Design de la source d'ions

L'utilisation d'un canon à électrons à émission secondaire (Secondary Emission Electron Gun - SEEG) reposant sur une source plasma filaire en régime continu, dont un schéma de principe est donné figure 1.4, met en évidence une érosion progressive de l'électrode accélératrice. L'état de surface de l'électrode accélératrice après plusieurs dizaines d'heures de fonctionnement pour des conditions fixées, observé au microscope, est présenté figure 7.1. Les modifications de l'état de surface induites par le bombardement ionique peuvent être séparées en deux composantes. On constate d'une part une érosion marquée sur une surface elliptique d'environ  $250 \mu\text{m}$  de demi grand-axe et  $150 \mu\text{m}$  de demi petit-axe. Cette érosion localisée se traduit par la présence d'une marche de quelques microns de hauteur à la frontière de cette région. On observe d'autre part une auréole moins marquée de la forme d'un disque d'un diamètre de plus ou moins 3 mm. Il est donc raisonnable de penser qu'une vaste majorité des ions extraits de la source plasma filaire impactent l'électrode accélératrice sur une surface incluse dans un disque de quelques millimètres de rayon.

### 7.1.1 Principe de fonctionnement

A la lumière de ces constatations, on envisage d'utiliser un dispositif d'accélération du faisceau d'ions extrait à partir de la source plasma filaire analogue à celui propre

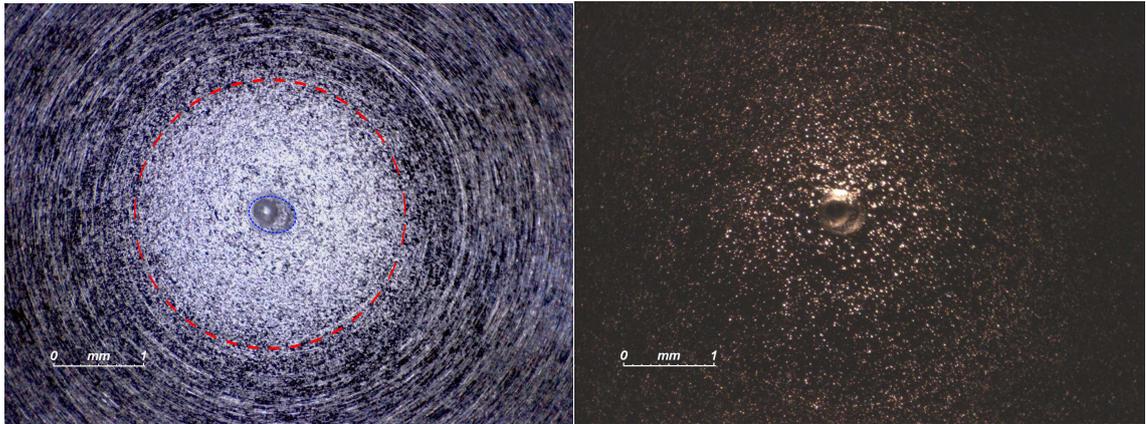


FIGURE 7.1: Érosion par impact ionique de l'électrode accélératrice d'un canon à électrons à émission secondaire. Érosion peu marquée sur un disque (rouge) et plus profonde sur une surface elliptique (bleu) de surface moindre.

au concept de canon à électrons à émission secondaire, si ce n'est que l'électrode accélératrice est dans ce cas percée de sorte de permettre le passage des ions. Tout comme cela est fait dans le cas des SEEG, les ions sont extraits du plasma au travers d'un diaphragme percé dans la cathode de la source plasma filaire, puis accélérés vers une électrode tel qu'indiqué figure 7.2. L'idée est alors de percer cette électrode de sorte que les ions passent au travers au lieu de générer des électrons par émission secondaire comme cela se fait dans le cas des SEEG. Néanmoins, à l'inverse des canons à électrons

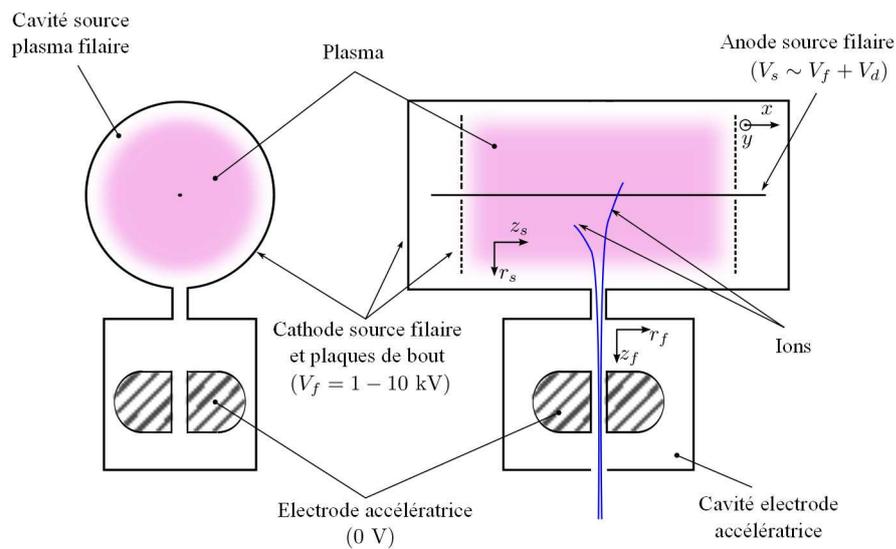


FIGURE 7.2: Principe de fonctionnement de la source d'ions. Les ions sont extraits de la source plasma filaire et accélérés au moyen d'une électrode reliée à la masse.

à émission secondaire pour lesquels l'électrode accélératrice est polarisée négativement et la cathode de la source plasma filaire (*i. e.* le corps de la source) est reliée à la masse, dans une source d'ions l'électrode accélératrice doit être reliée à la masse afin d'accélérer un faisceau d'ions. En effet, en supposant l'électrode accélératrice polarisée négativement, les ions quittant le système au travers du trou percé dans l'électrode accélératrice seraient alors attirés en retour vers celle-ci du fait de son potentiel négatif. Cela impose de polariser positivement la cathode de la source filaire (potentiel  $V_f$ ) ainsi que l'anode filaire (potentiel  $V_s = V_f + V_d$ ). Dans cette configuration, le corps de la source est donc polarisé à la tension d'accélération  $V_f$ .

### 7.1.2 Configuration retenue

Les dimensions de la source plasma filaire sur laquelle repose la source d'ions sont synthétisées dans le tableau 7.1. Ces dimensions sont identiques, exception faite de la longueur de la source, à celles de la source plasma filaire étudiée au sein des chapitres précédents, et ce afin de pouvoir faire usage des résultats déjà établis. La seule modification concerne en effet la longueur de la source qui est réduite à 10 cm pour des raisons de compacité. Par ailleurs, le chemisage de la paroi interne de la cathode a été supprimé, et le matériau constituant la cathode est donc l'aluminium. Une fenêtre en silice permettant de contrôler l'extension radiale de la décharge est placée à l'extrémité du cylindre.

Grandeur	Notation	Valeur
Rayon de l'anode	$R_a$	100 $\mu\text{m}$
Rayon de la cathode	$R_c$	2.5 cm
Longueur de la source	$L$	10 cm
Rayon de perçage des plaques de bout	$R_{end}$	3 mm

TABLE 7.1: Dimensions de la source filaire utilisée au sein de la source d'ions.

Comme montré figure 7.3, un diaphragme de rayon  $R_d = 4$  mm et de profondeur  $z_d = 6$  mm connecte la chambre principale de la décharge filaire à une seconde chambre dans laquelle se trouve l'électrode accélératrice. Cette électrode accélératrice est constituée d'un disque de laiton de  $h = 1$  mm d'épaisseur situé à une distance  $d = 1.6$  cm

Grandeur	Notation	Valeur (mm)
Rayon du diaphragme	$R_d$	4
Profondeur du diaphragme	$z_d$	6
Distance électrode accélératrice - extrémité diaphragme	$d$	16
Épaisseur électrode accélératrice	$h$	1
Rayon trou électrode accélératrice	$R_e$	4

TABLE 7.2: Principales dimensions du dispositif d'extraction et accélération.

de l'extrémité du diaphragme, et percé en son centre d'un trou de rayon  $R_e = 4$  mm. Le choix d'une électrode en laiton est dicté par la valeur moindre du coefficient d'émission secondaire de ce matériau comparativement à l'Aluminium [87]. Une fraction des ions extraits de la décharge filaire est en effet susceptible d'impacter l'électrode accélératrice et par conséquent de donner lieu à l'émission secondaire d'électrons. Le choix d'une électrode en laiton permet ainsi de limiter ces phénomènes.

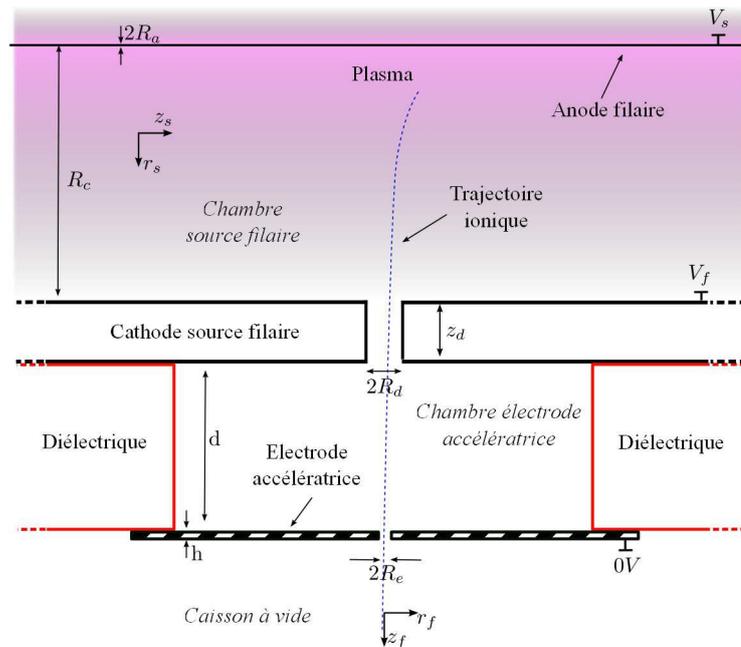


FIGURE 7.3: Principe de fonctionnement de la source d'ions. Les ions sont extraits de la source plasma filaire et accélérés au moyen d'une électrode reliée à la masse.  $R_d = 4$  mm,  $z_d = 6$  mm,  $d = 1.6$  cm,  $h = 1$  mm et  $R_e = 4$  mm.

### 7.1.3 Montage expérimental

La source d'ions est placée, comme illustré figure 7.4, sur un caisson à vide cylindrique de 2 m de longueur et 0.8 m de diamètre. Le pompage de ce caisson est assuré par la combinaison d'une pompe turbo-moléculaire Pfeiffer HiPace 2300 et d'une pompe primaire à palettes Alcatel AC 2100. La capacité de pompage de cette configuration est de 2000 litres d'azote par seconde, permettant d'atteindre un vide limite de quelques  $10^{-7}$  mbar dans l'hélium. La pression régnant dans le caisson est mesurée au moyen de deux jauges distinctes : une jauge capacitive Baratron 1 Torr pleine échelle, ainsi qu'une jauge Pfeiffer Compact FullRange PBR 260 (combiné jauge Pirani et jauge Bayard-Alpert) précise à 15% pour une pression comprise entre  $10^{-8}$  et  $10^{-2}$  mbar. Le débit de gaz (hélium, argon, xénon) entrant dans l'enceinte est contrôlé au moyen de débitmètres Bronkhorst EL Flow de débit massique maximal dans l'azote égal à  $1 \text{ mg.s}^{-1}$  ou  $14.5 \text{ } \mu\text{g.s}^{-1}$  selon la gamme de pression de fonctionnement de la source plasma filaire étudiée et le gaz utilisé. La pression au sein de la source filaire est mesurée

au moyen d'une jauge capacitive Baratron 10 Torr pleine échelle. De par la vitesse de pompage et les valeurs des rayons  $R_d$  et  $R_e$  des diaphragmes reliant la source plasma filaire au caisson, la pression au sein du caisson est au minimum cent fois inférieure à la pression régnant dans la cavité de la source filaire.

La jauge de pression Baratron 10 Torr pleine échelle ainsi que le débitmètre sont reliés à la source filaire au moyen de tubes en vinyle permettant d'isoler électriquement ces composants. La longueur de ces tubes détermine par conséquent le couple plage de pression - tension d'accélération  $V_f$  admissible. Un choix inadapté conduit à l'amorçage d'une décharge dans ces tubes. Le dimensionnement retenu ici est adapté à l'opération de la décharge filaire à  $10^{-2}$  mbar dans l'hélium - pression voisine de la pression de transition de mode - pour une tension d'accélération  $V_f$  inférieure ou égale à 5 kV.

La cathode de la source plasma filaire est polarisée au moyen d'une alimentation stabilisée Stanford SRS PS350 (5 kV - 5 mA). La différence entre les potentiels de l'anode ( $V_s$ ) et de la cathode ( $V_f$ ) de la source plasma filaire variant typiquement entre quelques centaines et quelques milliers de Volts, *i. e.* des valeurs faibles devant la tension d'accélération  $V_f$ , la polarisation de l'anode filaire est réalisée au moyen d'un transformateur d'isolement et d'une alimentation flottante isolée (Heinzinger LNC 1.2 kV - 20 mA). Les tensions  $V_f$  et  $V_s$  correspondantes sont mesurées à l'aide de deux sondes haute tension Tektronix P6015A. Le courant de décharge  $I_s$ , éventuellement stabilisé au moyen d'une résistance de ballast, est mesuré à l'aide du sonde de courant à effet Hall et d'une sonde Rogowski. Un oscilloscope LeCroy Wave Jet 100 MHz permet de contrôler l'évolution temporelle de l'ensemble de ces signaux.

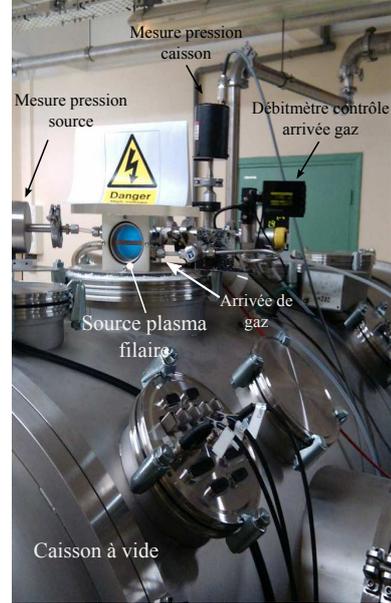


FIGURE 7.4: Installation de la source d'ions sur le caisson à vide.

## 7.2 Moyens d'acquisition permettant la caractérisation de la source

La caractérisation du faisceau d'ions - énergie, distribution spatiale - obtenu au moyen du prototype de source d'ions présenté dans la section précédente nécessite la mise en œuvre de moyens de mesure adaptés. On commencera donc par présenter le banc de mesure développé à cette fin, puis l'on identifiera les réglages optimaux de ce système d'acquisition pour la caractérisation du faisceau d'ions.

### 7.2.1 Banc de mesure

La connaissance complète des propriétés du faisceau consiste en la donnée de la fonction de distribution  $f^i(r_f, \theta_f, z_f, v_{r_f}, v_{\theta_f}, v_{z_f})$  des ions, où  $(r_f, \theta_f, z_f)$  est le référentiel

propre au faisceau tel que présenté figure 7.3. La mesure expérimentale de cette fonction de distribution n'est toutefois pas réaliste, et seule une mesure locale de la fonction de distribution en vitesse selon une direction particulière est envisageable.

### Analyseur à potentiel retardateur

L'utilisation d'un analyseur à potentiel retardateur - Retarding Potential Analyser (RPA) - plan permet de déterminer la fonction de distribution en vitesse des ions selon la direction perpendiculaire au plan de mesure [116, 117]. Un tel dispositif consiste en un diaphragme d'entrée limitant le flux de particules et un collecteur entre lesquels sont placées différentes grilles planes de potentiel distinct [118]. Cette configuration permet théoriquement l'établissement de plans iso-potentiel parallèles sur le trajet du faisceau d'ions. L'analyse est alors réalisée en augmentant linéairement le potentiel d'une de ces électrodes - dite grille d'analyse - au cours du temps. Pour un faisceau d'ions de fonction de distribution en vitesse perpendiculaire aux grilles donnée, cette augmentation du potentiel de la grille d'analyse se traduit par une diminution de la fraction d'ions pouvant atteindre le collecteur. Le courant  $I_{RPA}$  sur le collecteur décroît alors jusqu'à atteindre zéro lorsque le potentiel de la grille d'analyse  $V$  est supérieur à l'énergie cinétique maximale des ions pénétrant dans le RPA. La courbe  $I_{RPA}(V)$  permet de déterminer la fonction de distribution en vitesse selon la direction perpendiculaire à la grille  $f_{v_{\perp}}$  comme la dérivée du courant  $I_{RPA}$  relativement au potentiel de la grille d'analyse :

$$f_{v_{\perp}}^i(v_{\perp}) \propto -\frac{\partial I_{RPA}}{\partial V}. \quad (7.1)$$

L'analyseur à potentiel retardateur (RPA) utilisé est présenté figure 7.5. Il s'agit d'un RPA à quatre grilles. Les particules pénètrent au sein du RPA, porté à la masse, au travers d'un diaphragme de 1.25 mm de rayon. La première grille ( $G_0$ ) est également connectée à la masse du circuit, soit  $V_0 = 0$ . La seconde grille ( $G_1$ ) sert à repousser les électrons en provenance du plasma. Le potentiel  $V_1$  est donc négatif. La grille  $G_2$  est la grille d'analyse. Son potentiel varie entre zéro volt et une tension supérieure à l'énergie

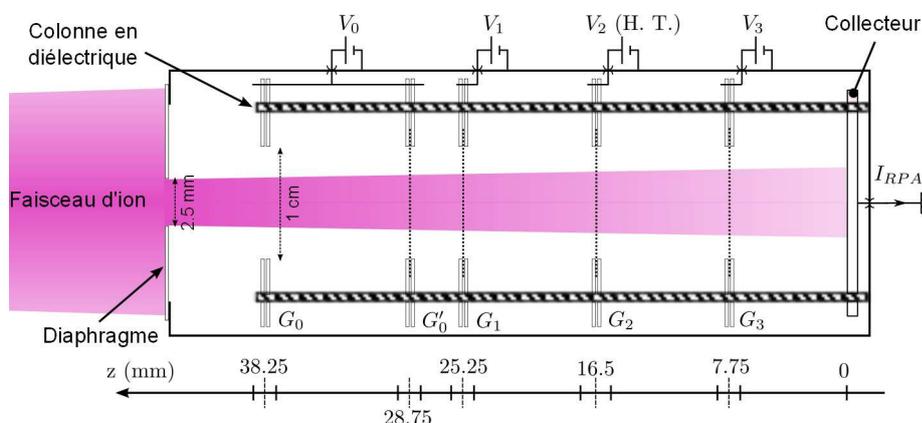


FIGURE 7.5: Schéma du RPA à quatre grilles utilisé.

cinétique maximale des ions, soit  $V_2 \geq V_s$ , où  $V_s = V_d + V_f$  est la somme de la tension de décharge de la source filaire et de la tension d'accélération. La troisième grille, dite de suppression, a pour rôle de repousser vers le collecteur les électrons émis sur celui-ci par émission secondaire suite à l'impact d'ions. Le potentiel  $V_3$  est par conséquent négatif.

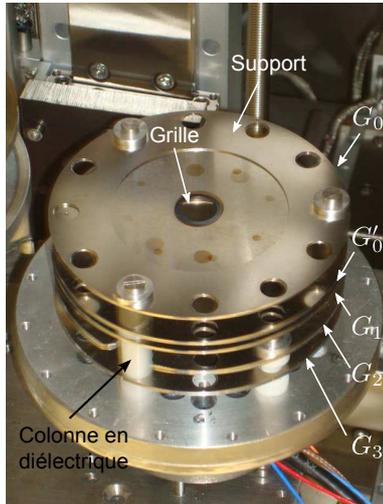


FIGURE 7.6: Photographie de l'analyseur à potentiel retardateur.

Les grilles constituant le RPA sont réalisées au moyen d'un entrelacement orthogonal de fils de  $75 \mu\text{m}$  de rayon et distants de  $0.6 \text{ mm}$ . La transmission théorique pour chacune des grilles est donc de l'ordre de  $0.56$ , soit une transmission totale pour le système à quatre grilles proche de dix pour-cent. Comme on peut le constater figure 7.6, les supports de ces grilles sont percés afin de permettre une meilleure circulation du gaz entre les différentes cavités, et ainsi d'éviter l'apparition d'un éventuel gradient de pression selon l'axe du RPA dû à la neutralisation des ions sur le collecteur.

La polarisation de la grille d'analyse  $G_2$  est réalisée au moyen d'une alimentation stabilisée Heinzinger LNC 2 mA - 10 kV. Cette alimentation est commandée au travers d'un bornier National Instruments BNC2110 par un signal externe - fonction en escalier - généré au moyen d'une carte d'acquisition National Instruments PCI 6251. L'incrément de tension est choisi égal à  $2 \text{ V}$ , et la fréquence d'acquisition varie entre  $2 \text{ Hz}$  et  $500 \text{ Hz}$  (voir paragraphe suivant). Le potentiel  $V_2$  de la grille  $G_2$  est mesuré au moyen d'une sonde haute tension Tektronix P6015A puis filtré à l'aide d'un filtre analogique SRS SIM965. Le signal correspondant, ainsi que le signal de sortie d'un micro-ampèremètre Keithley 485 mesurant le courant  $I_{RPA}$  sur le collecteur, sont utilisés comme voies d'entrée de la carte d'acquisition. La dérivation du signal de courant relativement à celui de tension permet la détermination de la fonction de distribution en vitesse en un point de l'espace selon la direction de l'analyseur à potentiel retardateur, *i. e.* la direction perpendiculaire aux grilles composant le RPA.

La polarisation de la grille d'analyse  $G_2$  est réalisée au moyen d'une alimentation stabilisée Heinzinger LNC 2 mA - 10 kV. Cette alimentation est commandée au travers d'un bornier National Instruments BNC2110 par un signal externe - fonction en escalier - généré au moyen d'une carte d'acquisition National Instruments PCI 6251. L'incrément de tension est choisi égal à  $2 \text{ V}$ , et la fréquence d'acquisition varie entre  $2 \text{ Hz}$  et  $500 \text{ Hz}$  (voir paragraphe suivant).

### Balayage spatial du faisceau

Afin de pouvoir analyser la dépendance spatiale des propriétés de faisceau, et en premier lieu son étendue, l'analyseur à potentiel retardateur est monté sur une platine de translation trois axes AXMO fonctionnant sous vide. Le schéma du dispositif complet est présenté figure 7.7. L'acquisition est automatisée au moyen de différents scripts écrits en python permettant de contrôler de manière synchrone d'une part les mouvements de la platine de translation et d'autre part la carte d'acquisition National Instruments PCI 6251 via la librairie NI-DAQmx. L'analyseur à potentiel retardateur étant positionné parallèlement à l'axe  $z_f$  du référentiel  $(r_f, \theta_f, z_f)$ , le système ainsi automatisé permet de déterminer à la volée les fonctions de distribution en vitesse des

ions selon la coordonnée  $z_f$

$$f_{v_z}^f(v_{z_f}) \propto -\frac{\partial I_{RPA}}{\partial V_2} \quad (7.2)$$

pour un jeu de points de coordonnées  $(x_p, y_p, z_p)$  donné. On s'intéresse en particulier à deux plans de mesures (plan  $\mathcal{A}$  et  $\mathcal{B}$ ) distants respectivement de six et onze centimètres de l'électrode accélératrice de la source d'ions (voir figure 7.7).

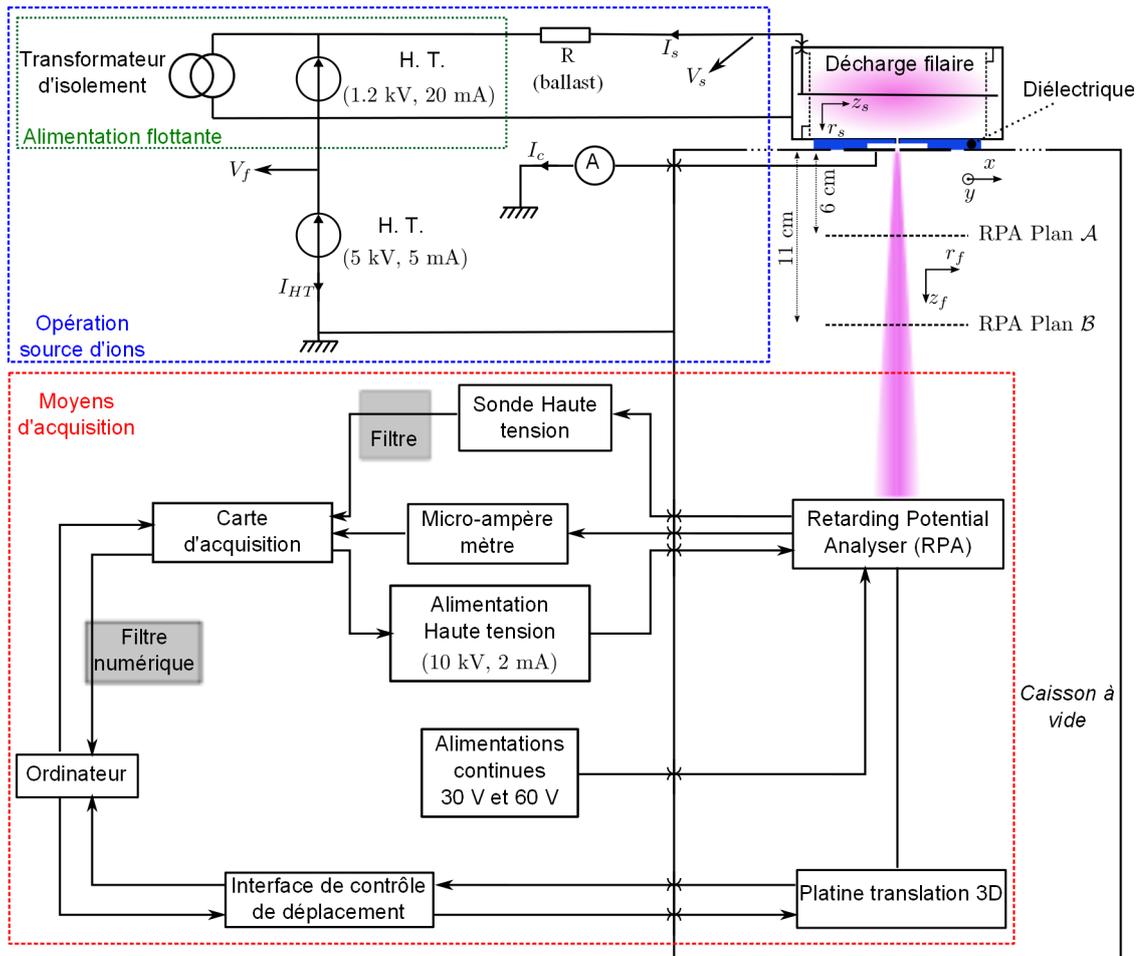


FIGURE 7.7: Schéma du montage expérimental complet.

### 7.2.2 Identification d'un jeu de paramètres optimal pour l'acquisition

Le dispositif d'acquisition présenté au paragraphe précédent repose sur différents paramètres que sont principalement les potentiels des grilles  $G_1$  et  $G_3$ , le diamètre de diaphragme limitant le flux d'ions entrant dans le RPA ainsi que la fréquence d'acquisition.

## Potentiels de grille

L'influence du choix des potentiels de grille  $V_1$  et  $V_3$  sur la courbe décrivant l'évolution du courant du collecteur  $I_{RPA}$  avec la tension de la grille d'analyse a été étudiée par Bohm et Perrin [88]. Cette étude conclut notamment sur la nécessité, comme on a pu le signaler précédemment, de polariser négativement les grilles  $G_1$  et  $G_3$  afin d'une part de limiter le flux d'électrons entrant dans le RPA et d'autre part de mesurer sur le collecteur le seul courant d'ions et non la somme de ce courant et du courant d'électrons d'émission secondaire. Néanmoins, outre ces résultats classiques [118], la mise en œuvre du RPA pour l'analyse du faisceau d'ions étudié met en évidence le besoin d'utiliser un potentiel  $V_3$  pour la grille  $G_3$  (grille de suppression) inférieur au potentiel de la grille  $G_1$ . Afin de donner un sens physique à ce résultat, il convient de rappeler ici que lorsque le potentiel de la grille  $G_2$  est supérieur à l'énergie cinétique maximale des ions ( $V_2 > V_s$ ), les ions sont réfléchis par la grille  $G_2$ , et une fraction de ces ions donne ainsi lieu en retour à l'émission secondaire d'électrons par impact sur la grille  $G_1$ . Lorsque le potentiel  $V_1$  est inférieur au potentiel  $V_3$ , les électrons d'émission secondaire créés en retour sur la grille  $G_1$  peuvent rejoindre le collecteur. Ce comportement se traduit par l'existence d'un courant  $I_{RPA}$  négatif tel qu'observé figure 7.8.

Ce courant électronique s'accompagne par ailleurs, malgré la faible pression régnant au sein du RPA, d'un courant d'ions résultant de l'ionisation par impact électronique. Les valeurs importantes du potentiel  $V_2$  permettent en effet la création de paires ion-électron par impact électronique, et les ions ainsi créés en aval de la grille  $G_2$  rejoignent le collecteur et contribuent au courant  $I_{RPA}$ . Ce courant ionique est toutefois très inférieur au courant électronique de par la faible pression au sein du RPA. Lorsque  $V_3$  décroît, la fraction d'électrons réfléchis par la grille  $G_3$  augmente. Cela se traduit par une diminution de la contribution électronique au courant  $I_{RPA}$ . Dans le même temps, la réflexion d'un électron par la grille  $G_3$  conduit à un doublement de la distance parcourue avec une énergie supérieure à l'énergie d'ionisation - aller retour  $G_1G_3$  au lieu d'un simple trajet  $G_1G_3$  -, et donc à un accroissement du courant ionique résultant de l'ionisation. Ces deux effets ont pour conséquence une croissance du courant  $I_{RPA}$ , qui s'annule pour une valeur de  $V_3$  légèrement inférieur à  $V_1$ . Lorsque le potentiel  $V_3$  décroît en deçà du potentiel  $V_1$  minorée de quelques fois l'énergie typique d'un électron d'émission secondaire (quelques électron Volts [26]), l'immense majorité des électrons générés sur la grille  $G_3$  est réfléchi, et seule demeure

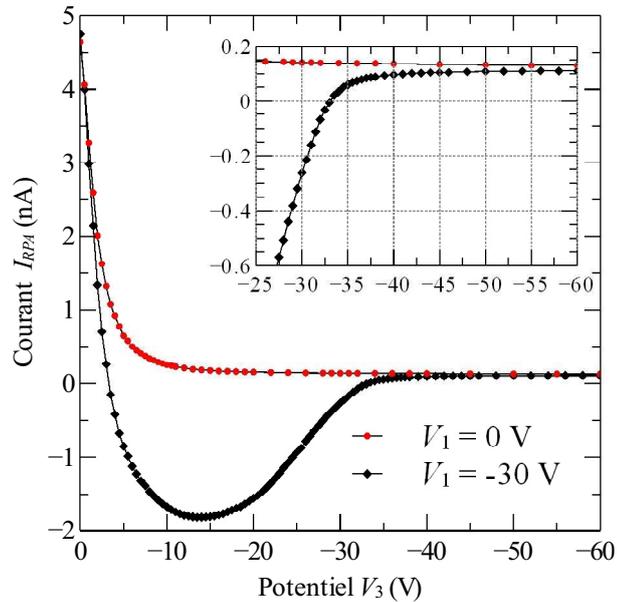


FIGURE 7.8: Influence des potentiels de grille sur le signal  $I_{RPA}$  pour  $V_2 > V_s$ .

la composante ionique du courant  $I_{RPA}$ . Comme on peut le constater figure 7.8, le courant  $I_{RPA}$  reste alors relativement stable puisque la production d'ions est pratiquement indépendante de  $V_3$ .

Le potentiel  $V_3$  doit donc être choisi inférieur à  $V_1$  tout en restant suffisamment proche pour que le courant  $I_{RPA}$  soit nul lorsque le potentiel de la grille d'analyse est supérieur à l'énergie cinétique maximale des ions ( $V_2 > V_s$ ). Un choix de potentiel  $V_3$  tel que  $|V_3| \gg |V_1|$  conduit en effet à un courant  $I_{RPA}$  non nul pour  $V_2 > V_s$  du fait d'une part de l'impact d'ions produits par impact électronique entre les grilles  $G_2$  et  $G_3$ , et d'autre part de la réflexion par la grille  $G_3$  de la totalité des électrons produits par émission secondaire sur la grille  $G_1$  ou par ionisation en volume entre les grilles  $G_1$  et  $G_3$ .

Afin de satisfaire à l'ensemble des conditions présentées ci-dessus, le choix se porte sur un couple  $(V_1, V_3)$  de moins vingt et moins vingt-huit volts. Un choix de potentiel  $V_1$  de  $-20$  V est en effet suffisant pour repousser la majeure partie des électrons susceptibles de pénétrer dans le RPA, tandis qu'un potentiel  $V_3$  de  $-28$  V permet d'une part de repousser l'ensemble des électrons produits sur le collecteur et d'autre part d'expulser du RPA une fraction significative des électrons produits sur la grille  $G_1$ .

**Remarque 7.1.** *Le fait que le courant  $I_{RPA}$  présenté figure 7.8 soit positif lorsque le potentiel de la grille  $G_3$  est nul peut s'expliquer par l'émission secondaire d'électrons par impact électronique sur le collecteur avec un coefficient d'émission supérieur à un. La valeur de coefficient d'émission secondaire de l'ordre de trois observée ici, bien que relativement élevée, reste cohérente avec les valeurs d'émission en incidence oblique pour une cible en aluminium [119]. Lorsque le potentiel de la grille  $G_3$  croît, la fraction des électrons émis sur le collecteur et repoussés vers ce dernier augmente. Par conséquent, le courant  $I_{RPA}$  s'annule puis devient négatif.*

**Remarque 7.2.** *Le ratio observé entre les composantes ionique et électronique du courant  $I_{RPA}$  sur la figure 7.8 est de l'ordre de un vingtième, ce qui est bien supérieur à la probabilité  $P$  pour un électron de réaliser une ionisation sur la distance  $G_1G_3$  parcourue,*

$$P = 1 - \exp[-\sigma^i(v)n_g d_{G_1G_3}] \sim 10^{-5} - 10^{-4}, \quad (7.3)$$

*pour une pression de l'ordre de  $10^{-5}$  mbar. Une explication pouvant être avancée pour justifier cet écart consiste à considérer l'orientation des vecteurs vitesses des particules lors de leur création. Les ions, créés avec une énergie initiale très faible, suivent les lignes de champ, et rejoignent le collecteur. A l'inverse, les électrons sont générés sur la grille  $G_1$  avec une énergie de quelques électron-Volts et selon une distribution angulaire de vecteur vitesse variant comme le cosinus de l'angle d'émission [90], et la fraction de ces électrons rejoignant le collecteur est donc limitée.*

### Dimensionnement du diaphragme d'entrée

Le choix d'un diamètre de diaphragme d'entrée pour l'analyseur à potentiel retardateur (RPA) est dicté par diverses considérations.

Dans le cas d'un RPA destiné à être immergé au sein d'un plasma, le diaphragme d'entrée doit être dimensionné de sorte de limiter l'angle d'acceptance des ions, et ce

afin de limiter la dégradation de la résolution induite par une composante de vitesse normale à l'axe du RPA [116]. Néanmoins, dans le cas de l'analyse d'un faisceau d'ions dirigé nous concernant, l'angle existant entre la vitesse d'un ion et l'axe du RPA est déterminé par la position du RPA par rapport à la source d'ions. La pression dans le caisson étant en effet très faible - inférieure à un centième de la pression existant dans la source, soit moins de  $10^{-5}$  mbar -, les phénomènes collisionnels sont négligeables dans le caisson. Comme de plus la charge d'espace est limitée du fait du faible courant de faisceau, les ions se propagent de manière rectiligne entre le plan de sortie de la source et le RPA. L'angle d'entrée d'un ion dans le RPA est donc l'angle  $\theta$  existant entre l'axe du RPA et le vecteur reliant le point d'entrée de l'ion dans le RPA au point de sortie de l'ion de la source. Dans la mesure où la position du RPA est contrôlée de sorte que l'angle  $\theta$  demeure dans une gamme de valeurs acceptables, il n'est donc pas nécessaire de limiter le diaphragme d'entrée pour s'assurer d'un angle d'acceptance satisfaisant.

D'autre part, le diaphragme doit être choisi suffisamment grand afin d'obtenir un flux d'ions sur le collecteur tel que le courant  $I_{RPA}$  soit détectable ( $\geq 10^{-12}$  A) et continu, mais dans le même temps suffisamment petit pour que la charge d'espace dans le RPA soit négligeable. De plus, outre la limite basse imposée par l'établissement d'un courant sur le collecteur, le rayon de diaphragme doit également être pris grand devant le rayon des fils composant les différentes grilles du RPA. Un rayon de diaphragme du même ordre de grandeur que le rayon des fils composant les grilles conduirait en effet potentiellement à une diminution significative de la transmission selon le placement de ces grilles relativement au diaphragme [120].

A la lueur de ces différentes considérations et après essais, un diaphragme de 1.25 mm de rayon permet l'obtention d'un courant d'ions  $I_{RPA}$  variant entre 2 nA et 400 nA pour des courants de décharge filaire  $I_s$  et des tensions d'accélération  $V_f$  variant respectivement entre 2 mA et 12 mA et entre 200 V et 4500 V. Un tel dimensionnement du diaphragme conduit alors à un recouvrement d'environ 10 « mailles » constituant les grilles du RPA. Par ailleurs, un calcul d'ordre de grandeur montre que la chute de potentiel  $\delta\phi$  induite par un faisceau cylindrique d'ion hélium de 4  $\mu$ A

$$\delta\phi = \frac{I}{4\pi\epsilon_0 v_{He^+}} \quad (7.4)$$

est inférieure au volt pour une énergie de faisceau de 200 eV ( $v_{He^+} \sim 10^5$  m.s $^{-1}$ ), soit effectivement une valeur négligeable comparativement à la distribution de potentiel laplacienne induite par les seules électrodes.

### Fréquence d'acquisition

La réalisation de mesures pour des conditions de faisceau données et différentes fréquences d'acquisition confirme le résultat établi par Bohm et Perrin [88] : les mesures semblent relativement indépendantes de la fréquence d'acquisition en deçà d'une certaine valeur. Une illustration de ce comportement, présentée figure 7.9, est obtenue pour un courant de décharge  $I_s = 10$  mA et un potentiel de source  $V_s = 2295 \pm 5$  V. La fonction de distribution en vitesse est en effet relativement indépendante de la fréquence d'acquisition tant que celle-ci demeure en deçà de 100 Hz. Pour des fréquences plus

élevées, une différence de comportement apparaît. Cette différence se traduit par un décalage du pic de la fonction de distribution en vitesse  $f_{v_z}$  de l'ordre de 10 eV à 500 Hz. La fréquence limite de l'ordre de 100 Hz mesurée ici est tout à fait comparable aux 500 Hz relevés dans l'étude de Bohm et Perrin

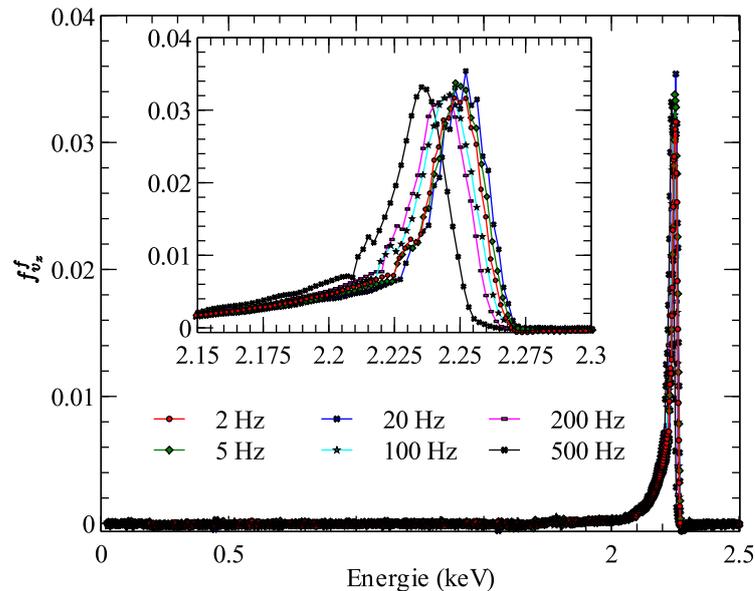


FIGURE 7.9: Influence de la fréquence d'acquisition sur la fonction de distribution en vitesse  $f_{v_z}^f$  mesurée. Conditions de faisceau :  $I_s = 10$  mA,  $V_d = 295 \pm 5$  V,  $V_f = 2$  kV.

Afin de passer outre ces problèmes, sauf mention explicite, les données présentées dans le reste de l'étude sont obtenues pour une fréquence d'acquisition égale à 50 Hz.

## 7.3 Étude expérimentale des propriétés de la source d'ions

Le dispositif d'acquisition présenté au sein de la section précédente est utilisé afin de caractériser le faisceau d'ions généré à partir du prototype de source d'ions introduit section 7.1. Des mesures sur l'axe de la source d'ions seront tout d'abord réalisées dans le but de déterminer la dispersion en énergie du faisceau d'ions. Une étude tri-dimensionnelle sera ensuite menée de sorte de mettre en évidence l'influence des conditions opératoires sur les propriétés spatiales du faisceau.

### 7.3.1 Dispersion en énergie

La fonction de distribution  $f_{v_z}^f$  en vitesse selon la coordonnée  $z_f$  sur l'axe du faisceau d'ions est obtenue en alignant l'analyseur à potentiel retardateur (RPA) sur l'axe de la source d'ions. Les fonctions de distribution  $f_{v_z}^f$ , obtenues expérimentalement à une

distance de 6 cm de l'électrode accélératrice pour des modes de décharge de la source plasma filaire diffus et contracté dans l'hélium et une tension d'accélération  $V_f = 2$  kV, sont présentées figure 7.10. La courbe correspondant au mode de décharge diffus est tracée aux côtés de la courbe obtenue par simulation numérique PIC-MCC pour le même mode de décharge (figure 6.10(b)) et translatée de la tension d'accélération  $V_f$ . On constate que les courbes expérimentales sont en bon accord avec les fonctions de distribution d'ions impactant la cathode  $f_{v_r}$  pour la seule source plasma filaire présentées section 6.3.1 : le mode diffus conduit à un faisceau d'ions présentant une distribution en énergie limitée tandis que le mode diffus mène à un spectre plus large.

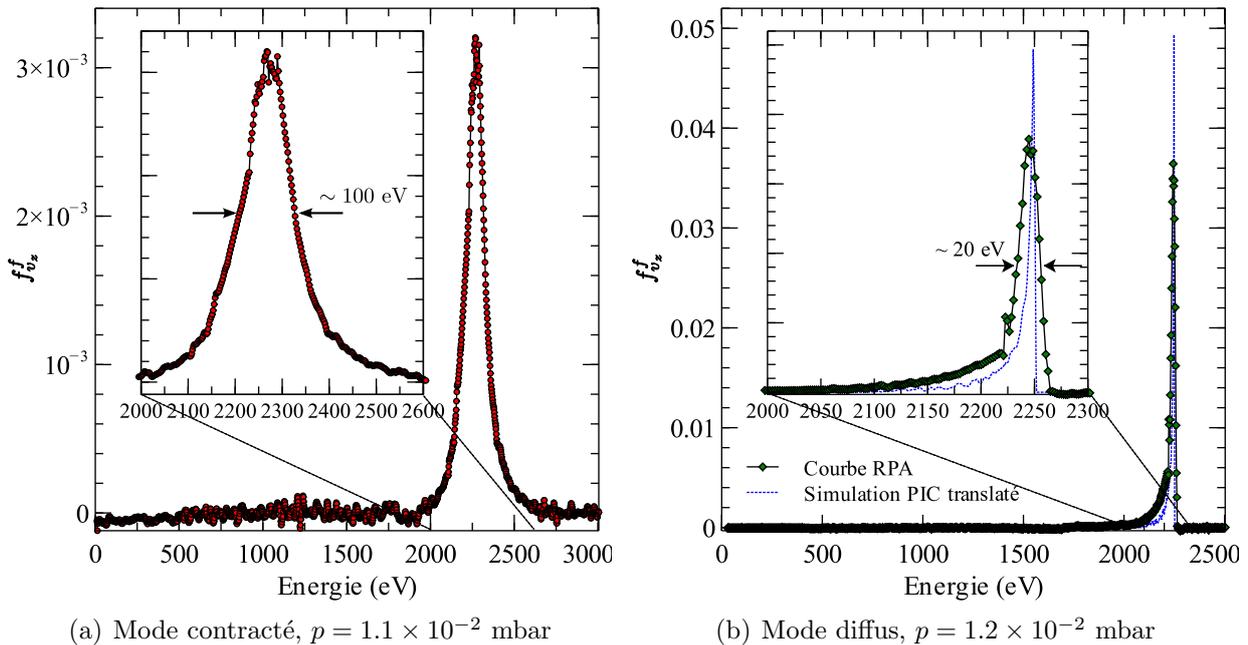


FIGURE 7.10: Fonctions de distribution en vitesse  $f_{v_z}^f$  obtenues au moyen de l'analyseur à potentiel retardateur à 6 cm (plan  $\mathcal{A}$ ) de l'électrode accélératrice pour chacun des modes de décharge de la source plasma filaire dans l'hélium et une tension d'accélération  $V_f = 2$  kV. Le mode contracté donne lieu à un spectre large bande tandis que le mode diffus permet l'obtention d'un spectre plus piqué. Le tracé de la courbe obtenue par simulation PIC en mode diffus met par ailleurs en évidence un bon accord avec les données expérimentales.

La source plasma filaire pouvant être opérée dans différents gaz, il est possible de produire des faisceaux de diverses espèces ioniques. Comme cela a été montré lors de l'étude expérimentale menée au chapitre 3, l'opération de la source plasma filaire dans l'hélium, le néon, l'argon ou encore le xénon ne révèle pas de différences de comportement significatives, exception faite d'une variation de la pression conduisant à la transition de mode. On s'attend par conséquent à ce que les propriétés des faisceaux d'ions obtenus à partir de ces différents gaz ne présentent pas non plus de différences notoires. L'analyse des propriétés de faisceau au moyen de l'analyseur à potentiel retardateur confirme cette indépendance relativement au gaz utilisé comme cela est illustré figure 7.11 dans le cas du xénon. Le caractère piqué de la fonction de distribution en

vitesse  $f_{v_z}^f$  d'un faisceau d'ion  $\text{Xe}^+$  est en effet retrouvé dès lors que le mode de décharge de la source filaire est le mode diffus. Le fait que l'énergie du faisceau soit légèrement plus importante dans le cas d'un faisceau d'ions  $\text{Xe}^+$  que d'ions  $\text{He}^+$  pour une même tension d'accélération  $V_f$  s'explique par une tension de décharge filaire  $V_d$  plus élevée dans le xénon que dans l'hélium.

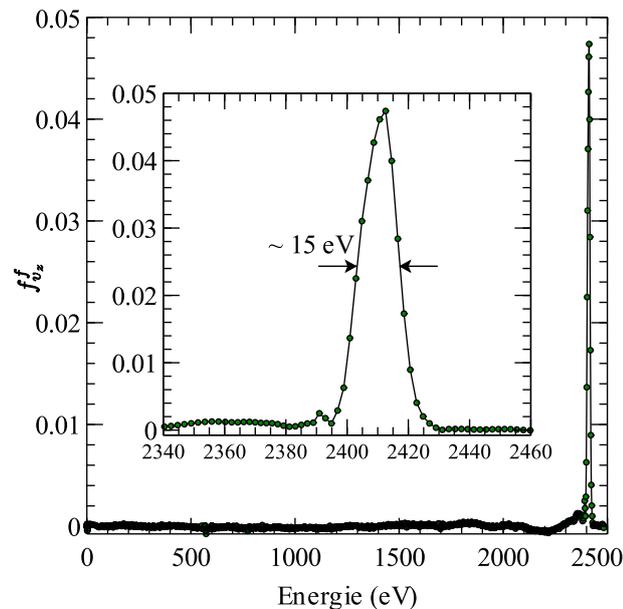


FIGURE 7.11: Fonction de distribution en vitesse  $f_{v_z}^f$  d'un faisceau d'ions  $\text{Xe}^+$  obtenu pour une tension d'accélération  $V_f = 2$  kV. Conditions de décharge de la source plasma filaire :  $I_s = 4$  mA,  $p = 2 \times 10^{-3}$  mbar et  $V_d = V_s - V_f \sim 415$  V (mode diffus).

Le bon accord observé figure 7.10(b) entre la fonction de distribution en vitesse d'ions impactant la cathode dans son plan médian dans le cas de la source filaire seule obtenue par simulation numérique et les fonctions de distribution en vitesse mesurées expérimentalement au sein du faisceau d'ions tend à indiquer que la production d'ions à l'intérieur de la source plasma filaire et leur accélération sont deux phénomènes relativement décorrés. On constate toutefois un faible élargissement du spectre correspondant aux données expérimentales comparativement aux résultats de simulation. Outre l'intérêt d'expliquer cet écart afin de justifier pleinement la décorrélation évoquée ci-dessus, le fait de pouvoir éventuellement diminuer la largeur spectrale du faisceau d'ions est particulièrement intéressant pour des applications telle que la calibration d'instruments de mesure. On cherche donc à quantifier l'impact des différents éléments composant le dispositif expérimental sur la largeur du spectre en énergie mesurée.

L'étude du dispositif expérimental permet d'identifier trois contributions distinctes à l'élargissement du pic de la fonction de distribution en vitesse  $f_{v_z}^f$ . La première est liée à l'opération de la source plasma filaire au moyen d'une alimentation régulée en courant. Cette régulation du courant de décharge  $I_s$  se traduit par une variation de la tension de décharge  $V_d = V_s - V_f$  associée de quelques volts autour de sa valeur

moyenne. La fréquence de ces oscillations étant plus élevée que la fréquence d'acquisition, le signal mesuré au moyen de l'analyseur à potentiel retardateur (RPA) consiste en la somme de signaux correspondant à des faisceaux dont l'énergie varie comme  $V_s$ . La seconde contribution à l'élargissement du pic de  $f_{v_z}^f$  est l'« ondulation » - *ripple* - de l'alimentation servant à polariser la grille d'analyse du RPA. Ces ondulations du potentiel de la grille d'analyse conduisent à une limitation de la résolution du système d'acquisition en induisant un lissage de la fonction de distribution. Ces deux contributions à l'élargissement du spectre, bien qu'ayant des origines distinctes, se traduisent par un même effet - par essence indépendant de l'énergie du faisceau - sur la fonction de distribution idéale du faisceau d'ions. La troisième contribution à l'élargissement du spectre en énergie résulte de l'impossibilité à générer une surface équipotentielle parfaitement plane au moyen d'une grille. En reprenant le calcul du potentiel moyen au voisinage d'une grille mené par Spangenberg [92], Enloe [121] déduit une limitation intrinsèque à la résolution d'un analyseur à potentiel retardateur plan : l'analyse d'un faisceau mono-énergétique d'énergie  $E$  au moyen d'un RPA donne lieu à un élargissement  $\Delta E_e$  tel que

$$\frac{\Delta E_e}{E} = 1 - \frac{2\pi(d/a) - \ln 4}{2\pi(d/a) - 2 \ln [2 \sin(\pi r/a)]} \quad , \quad (7.5)$$

où  $r$  est le rayon des fils composant les grilles du RPA,  $a$  est la distance entre ces fils et  $d$  est la distance entre les grilles du RPA. L'élargissement total  $\Delta E$  du pic de la fonction de distribution en vitesse  $f_{v_z}^f$  du faisceau d'ions résulte donc de la convolution de l'élargissement  $\Delta E_n$  propre au circuit électrique et de l'élargissement  $\Delta E_e$  induit par la limitation de la résolution du RPA,  $\Delta E_n$  étant lui-même la convolution de l'élargissement  $\Delta E_n^{V_d}$  causé par la régulation du courant de décharge et de l'élargissement  $\Delta E_n^{RPA}$  occasionné par l'ondulation du potentiel de la grille d'analyse du RPA.

Afin de déterminer l'importance relative de  $\Delta E_e$  et  $\Delta E_n$  sur  $\Delta E$ , la fonction de distribution en vitesse d'un faisceau d'ions  $\text{He}^+$  mesurée pour une tension d'accélération nulle ( $V_f = 0$  V) est comparée aux résultats de simulation. Le fait d'analyser un faisceau obtenu pour une tension d'accélération  $V_f$  nulle permet de limiter l'énergie de faisceau  $E$ , et donc de limiter l'élargissement  $\Delta E_e$  induit par la résolution limitée du RPA. Pour une énergie de faisceau  $E \sim 225$  eV telle que mesurée figure 7.12, l'erreur induite par la résolution limitée du RPA est ainsi de l'ordre de 1.4 eV, soit bien en deçà de la largeur à mi-hauteur d'environ 13 eV du pic de la fonction de distribution. Comme le montre la figure 7.12, la fonction de distribution mesurée expérimentalement est très bien reproduite en sommant les contributions de diverses fonctions de distribution obtenues par simulation PIC-MCC pour des tensions de décharge  $V_d$  suivant une distribution gaussienne d'écart type égal à 5 V et d'espérance égale à 225 eV. En considérant les  $\Delta E_n^{V_d} \sim 3$  V d'oscillation de tension de décharge  $V_d$  observés expérimentalement et les  $\Delta E_n^{RPA} \sim 3$  V d'ondulation du potentiel de grille d'analyse du RPA, cet écart type de 5 V est tout à fait comparable à la valeur théorique

$$\varsigma = \sqrt{(\Delta E_n^{V_d})^2 + (\Delta E_n^{RPA})^2 + (\Delta E_e)^2} \sim 4.45 \text{ V}. \quad (7.6)$$

Lorsque l'énergie de faisceau augmente, l'élargissement  $\Delta E_e$  induit par la limitation de la résolution du RPA augmente tandis que  $\Delta E_n$  reste constant. La convolution des

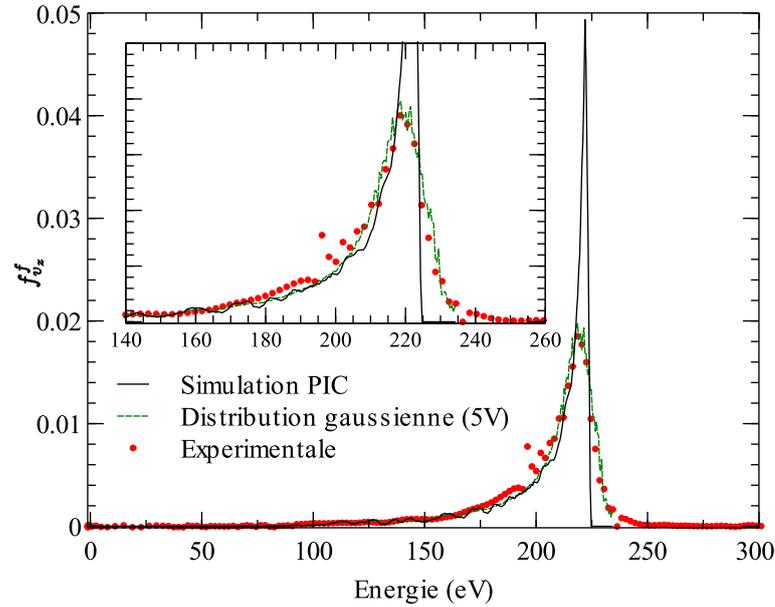


FIGURE 7.12: Fonction de distribution en vitesse  $f_{v_z}^f$  mesurée pour  $V_f = 0$  kV aux cotés de la courbe correspondant à la somme de fonctions de distribution PIC-MCC obtenues pour des tensions de décharge  $V_d$  suivant une distribution gaussienne d'écart type égal à 5 V.

signaux  $\Delta E_e$  et  $\Delta E_n$  tend ainsi vers  $\Delta E_e$  lorsque l'énergie de faisceau croît. Les données synthétisées dans le tableau 7.3 corroborent cette analyse en mettant en évidence une croissance linéaire de la largeur à mi hauteur du pic de la fonction de distribution  $f_{v_z}^f$  avec l'énergie du faisceau. La différence relevée entre la largeur à mi-hauteur mesurée et la contribution  $\Delta E_e$ , de l'ordre de 6 V, est par ailleurs en bon accord avec la valeur de 5 V obtenue précédemment au moyen de simulations PIC-MCC.

$V_s$ (V)	2225	2725	3225	3725	4225	4725	5225
FWHM (eV)	19	22	26	30	32	34	38
$\Delta E_e$ (eV)	13.7	16.8	19.9	22.9	26.0	29.1	32.2
Différence (eV)	5.3	5.2	6.1	7.0	6.0	4.9	5.8

TABLE 7.3: Largeur à mi-hauteur (Full Width at Half Maximum - FWHM) mesurée pour différentes tensions d'accélération  $V_f$ . L'augmentation observée est en bon accord avec la diminution de résolution  $\Delta E_e$  décrite par Enloe [121] ( $r = 7.5 \cdot 10^{-5}$  m,  $a = 4.5 \cdot 10^{-4}$  m,  $d = 7 \cdot 10^{-3}$  m).

Pour résumer, l'étude des propriétés de dispersion en énergie du faisceau d'ions indique qu'il est possible de produire des faisceaux d'ions d'énergie variable présentant un spectre en énergie dont la largeur à mi-hauteur est de l'ordre de quelques dizaines d'électron volts lorsque la source plasma filaire fonctionne en mode diffus. L'opération de la source plasma filaire dans différents gaz confirme que cette propriété est générique et non spécifique à un gaz en particulier. De plus, une analyse des caractéristiques du

montage expérimental permet de montrer que la largeur spectrale mesurée est surestimée, la dispersion en énergie d'un tel faisceau étant vraisemblablement de l'ordre de la dizaine d'électron volts, voire moins en utilisant une source plasma filaire réglée en tension et non en courant.

### 7.3.2 Dispersion spatiale du faisceau

Deux plans de coupe parallèles à l'électrode accélératrice sont utilisés afin de déterminer l'extension spatiale du faisceau d'ions. Ces plans sont respectivement situés à 6 cm (plan  $\mathcal{A}$ ) et 11 cm (plan  $\mathcal{B}$ ) de l'électrode accélératrice comme indiqué figure 7.7. Chaque plan de mesure est constitué d'une grille non régulière de 21 points par 21 points, soit 441 points de mesure par plan. L'allure typique des champs de densité de courant et de densité de courant normalisée - densité de courant divisée par la valeur maximum de la densité de courant - est présentée figure 7.13.

L'augmentation de la surface couverte par le faisceau entre les plans  $\mathcal{A}$  et  $\mathcal{B}$  résulte de la divergence du faisceau. L'extension spatiale du faisceau d'ions  $\text{He}^+$  est telle que 50% du courant est contenu dans un cylindre de 1.6 mm de rayon à 6 cm de l'électrode accélératrice, et 80% dans un cylindre de 2.7 mm de rayon. La variation de l'extension spatiale du faisceau en fonction de la tension d'accélération est illustrée au travers des données présentées dans le tableau 7.4. On observe d'une part une augmentation de la surface couverte par le faisceau avec la tension d'accélération  $V_f$ , et dans le même temps une décroissance de la divergence du faisceau - calculée à partir du cône à 80 % - de  $1.3^\circ$  pour  $V_f = 2$  kV à  $1.0^\circ$  pour  $V_f = 3$  kV.

Tension d'accélération $V_f$ (kV)	Plan id	Rayon 50% (mm)	Rayon 80% (mm)
2	$\mathcal{A}$	1.6	2.7
2	$\mathcal{B}$	2.4	3.9
3	$\mathcal{A}$	2.3	3.7
3	$\mathcal{B}$	3.1	4.6
4	$\mathcal{A}$	2.7	4.2

TABLE 7.4: Rayon des cylindres enveloppant respectivement 50 et 80 pour-cent du courant total d'un faisceau d'ions  $\text{He}^+$  pour diverses tensions d'accélération  $V_f$ . Conditions de décharge de la source filaire :  $p = 1.2 \times 10^{-2}$  mbar et  $I_s = 10$  mA.

La connaissance des champs de densité de courant permet, en utilisant le coefficient de transmission global du RPA, d'estimer le courant de faisceau. Les données correspondant à une tension d'accélération  $V_f = 2$  kV et une pression  $p$  et un courant  $I_s$  de source respectivement égal à  $1.2 \times 10^{-2}$  mbar et 10 mA conduisent à un courant de faisceau de l'ordre de 10  $\mu\text{A}$ . Le courant mesuré sur l'électrode accélératrice  $I_c$  - somme du courant d'ions impactant l'électrode et du courant d'électrons d'émission secondaire - est alors de l'ordre de 1  $\mu\text{A}$ . Un rapide calcul permet de montrer que ces valeurs de courant de faisceau corroborent l'hypothèse de décorrélation existant entre la production et l'accélération des ions au sein de la source d'ions. En notant  $\varpi$  le rapport entre

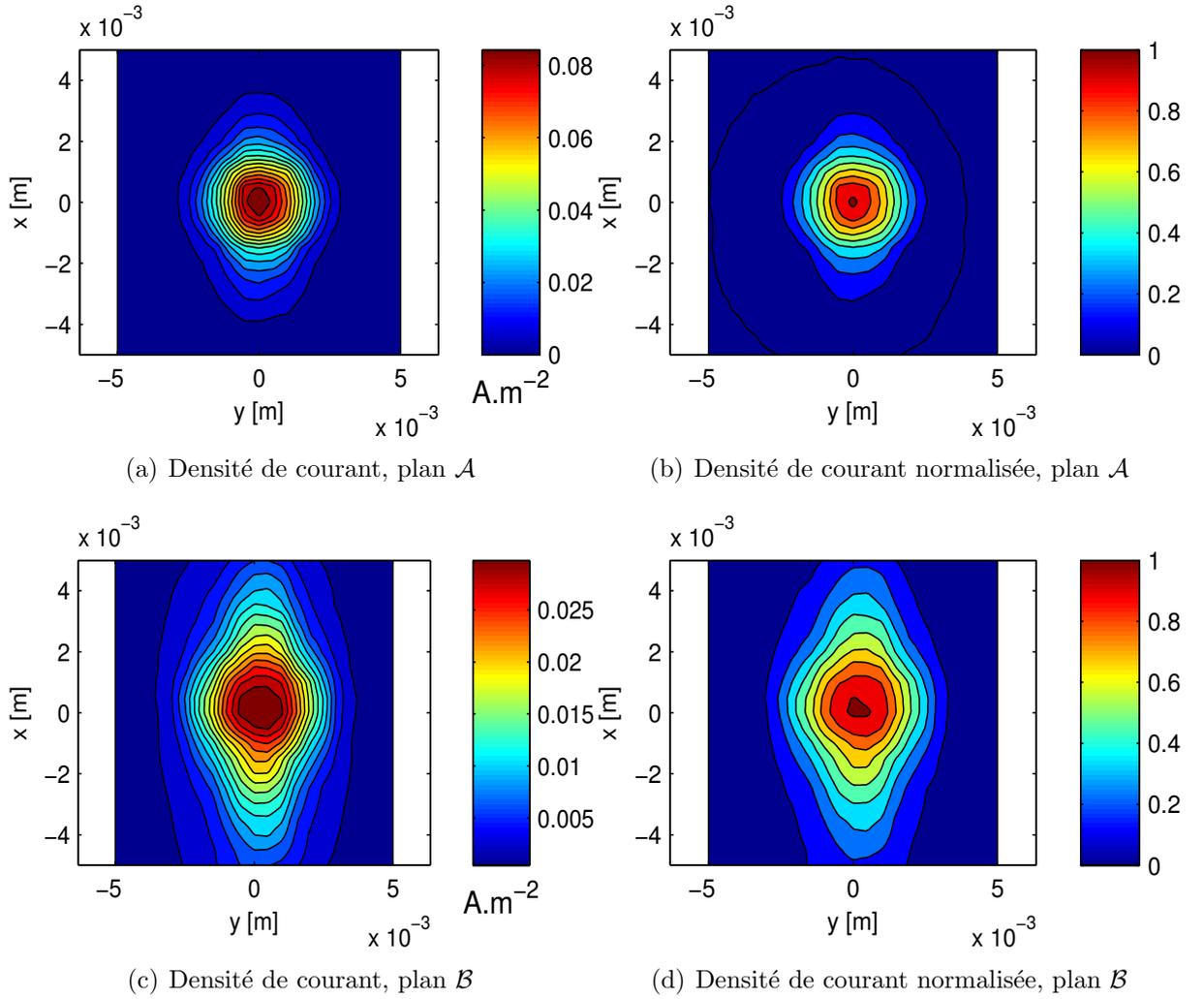


FIGURE 7.13: Champ de densité de courant ((a),(c)) et de densité de courant normalisée ((b),(d)) d'un faisceau d'ions  $\text{He}^+$  obtenus à respectivement 6 cm (plan  $\mathcal{A}$ ) et 11 cm (plan  $\mathcal{B}$ ) de l'électrode accélératrice ( $V_f = 2$  kV). Conditions de décharge :  $I_s = 10$  mA et  $p = 1.2 \times 10^{-2}$  mbar.

la superficie du trou d'extraction et celle de la paroi interne de la cathode,

$$\varpi = \frac{\pi(R_d)^2}{2\pi R_c L} = 3.2 \times 10^{-3}, \quad (7.7)$$

le courant de faisceau correspondant à une décorrélation totale - le fonctionnement de la source plasma filaire n'est pas modifié par le perçage de la cathode et l'adjonction de l'électrode d'accélération - est égale à  $\varpi I_s$ , soit  $32 \mu\text{A}$  dans notre cas. On vérifie bien que l'estimation du courant de faisceau obtenue à partir du champ de densité de courant est du même ordre que  $\varpi I_s$ , et non supérieure comme cela serait le cas si l'adjonction du dispositif d'accélération modifiait le fonctionnement de la source filaire en augmentant la fraction d'ions extraits.

Outre les champs de densité de courant, le balayage du faisceau au moyen du RPA

permet de déterminer point par point la fonction de distribution en vitesse selon la direction  $z_f$  (axe du RPA). Les iso-contours de la fonction de distribution obtenus le long des axes  $x$  et  $y$ , et tracés figure 7.14, démontrent que la faible dispersion en énergie observée sur l'axe de la source lorsque la source plasma filaire fonctionne en mode diffus est en réalité une propriété vérifiée sur l'ensemble du faisceau. La fonction de distribution demeure en effet piquée pour une énergie proche de  $V_s$  quelle que soit la position au sein du faisceau. La légère courbure des iso-contours observée hors axe figure 7.14 résulte du non alignement de l'axe du RPA avec l'axe de la source d'ions. En effet, dès lors que le RPA s'éloigne de l'axe de la source d'ions, l'angle  $\alpha$  entre l'axe de la source et le vecteur reliant le centre du collecteur du RPA au centre du perçage de l'électrode accélératrice augmente. La vitesse mesurée étant proportionnelle au cosinus de l'angle  $\alpha$ , l'énergie conduisant au pic de la fonction de distribution décroît lorsque l'on s'éloigne de la position sur l'axe de la source d'ions.

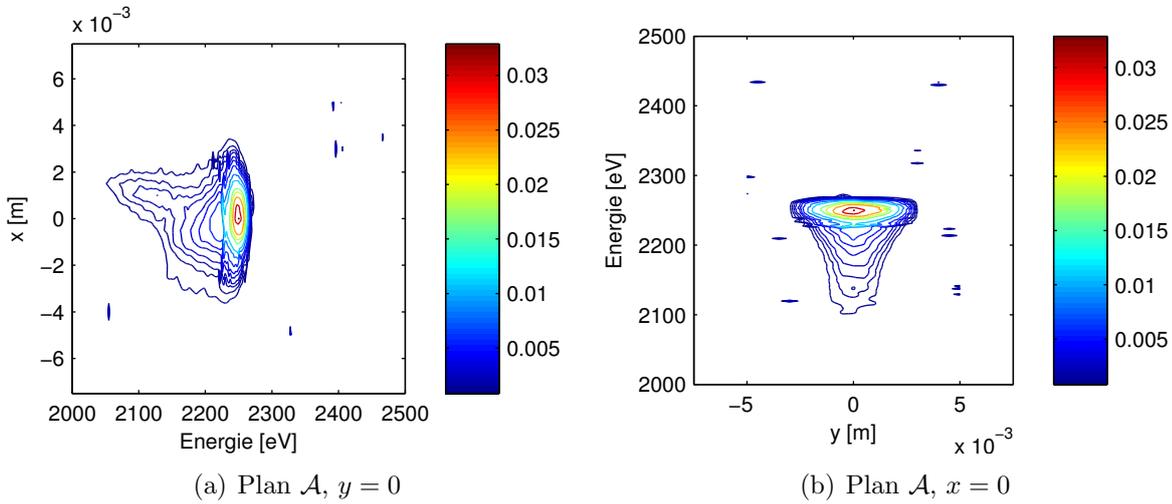


FIGURE 7.14: Iso-contours de la fonction de distribution en vitesse  $f_{v_z}^f$  le long des axes  $y$  (a) et  $x$  (b) pour un faisceau d'ions  $\text{He}^+$  de  $10 \mu\text{A}$ . Tension d'accélération 2 kV,  $I_s = 10 \text{ mA}$  et  $p = 1.2 \times 10^{-2} \text{ mbar}$ .

L'opération de la source plasma filaire dans différents gaz permet par ailleurs de déterminer, parmi les variables décrivant la source (*e. g.*  $V_d$ ,  $V_f$ ,  $I_s$ ), les paramètres jouant un rôle sur la distribution spatiale du faisceau. De manière générale, l'extension spatiale du faisceau selon les directions  $x$  et  $y$  (voir figure 7.7) peut s'expliquer de la manière suivante.

En considérant le fait que le champ électrique dans la source plasma filaire peut être raisonnablement approché par un champ purement radial sur une étendue axiale couvrant le diaphragme d'extraction (*c. f.* section 6.3.1), les ions, émis avec une énergie cinétique négligeable, suivent les lignes de champ électrique radiales. Le vecteur vitesse  $\mathbf{v}$  des ces ions est alors simplement aligné sur le vecteur unitaire  $\mathbf{e}_{r_s}$  du référentiel  $(r_s, \theta_s, z_s)$  de la source plasma filaire comme indiqué figure 7.15. En notant que les directions  $x$  et  $y$  sont respectivement alignées selon la direction du fil de la source plasma filaire et le vecteur défini par le produit vectoriel  $r_s \times z_s$ , le vecteur vitesse  $\mathbf{v}$

peut s'écrire

$$\mathbf{v} = v_0 [\sin(\theta_s) \mathbf{y} + \cos(\theta_s) \mathbf{x} \times \mathbf{y}]. \quad (7.8)$$

Le faisceau d'ions présente par conséquent l'apparence d'un faisceau parallèle dans un plan perpendiculaire à la direction  $y$  (figure 7.15(a)), tandis que les trajectoires ioniques sont divergentes dans un plan perpendiculaire à la direction  $x$  (figure 7.15(b)). En outre, une augmentation de la tension de décharge  $V_d = V_s - V_f$  ne modifie pas la divergence de ce faisceau, mais se traduit par une augmentation de la composante  $v_y$  du vecteur vitesse  $\mathbf{v}$  selon la direction  $y$ .

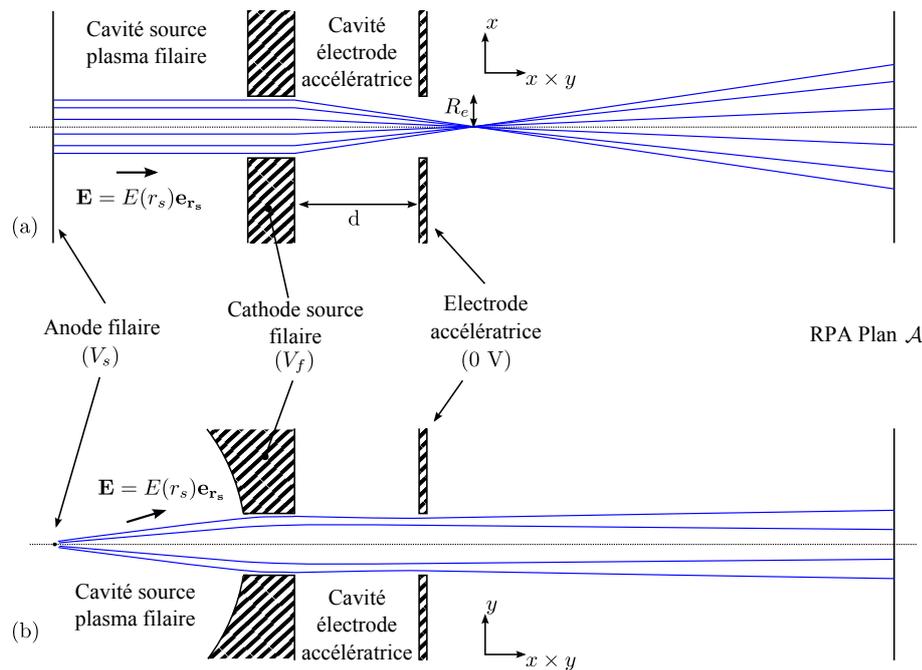


FIGURE 7.15: Image du faisceau d'ions formé par la lentille électrostatique dans le plan axial (a) et dans le plan transverse (b) de la source plasma filaire. La longueur focale de la lentille est une fonction décroissante de la tension d'accélération  $V_f$  et une fonction croissante de la tension de décharge de la source plasma filaire  $V_d = V_s - V_f$ .

La combinaison du diaphragme de sortie de la source plasma filaire et de l'électrode accélératrice se comporte comme une lentille électrostatique vis à vis du faisceau d'ions passant au travers de ce système d'électrodes. De par la valeur importante du rapport entre la distance  $d$  séparant ces électrodes et le rayon  $R_e$  des percages permettant le passage du faisceau ( $d/R_e = 4$ ), la longueur focale de la lentille électrostatique ainsi formée ne peut pas être décrite, par opposition au cas d'une lentille idéale à deux cylindres [122], par une simple fonction décroissante du rapport  $V_s/V_d$ . La longueur focale  $f_l$  est alors une fonction des deux variables  $V_s$  et  $V_d$  telle que  $\partial f_l / \partial V_d > 0$  et  $\partial f_l / \partial V_s < 0$ . La formule idéale correspondant à une lentille électrostatique à deux cylindres peut toutefois être utilisée comme approximation au premier ordre du comportement du système étudié. Une augmentation de la tension d'accélération  $V_f$  pour

une tension de décharge de la source plasma filaire  $V_d = V_s - V_f$  donnée conduit notamment à une diminution de la longueur focale du système, et donc à un accroissement du grandissement. L'image du faisceau parallèle présenté figure 7.15(a) devrait donc croître avec la tension d'accélération. Les champs de densité de courant de faisceau présentés figure 7.16 confirment ce comportement, un accroissement de l'extension spatiale du faisceau selon la direction  $x$  étant clairement observé lorsque  $V_f$  croît de 2 kV à 3 kV.

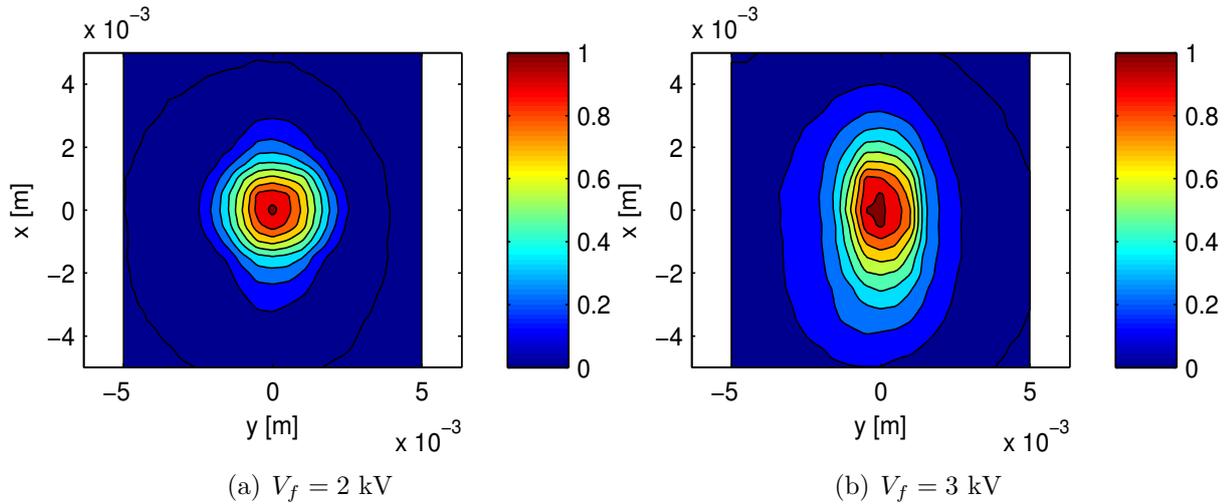


FIGURE 7.16: Champs de densité de courant normalisée dans le plan  $\mathcal{A}$  pour des conditions de décharge de la source plasma filaire dans l'hélium données ( $p = 1.2 \times 10^{-2}$  mbar,  $I_s = 10$  mA et  $V_d \sim 225$  V) et deux tensions d'accélération  $V_f$  distinctes. L'étendue du faisceau croît principalement dans la direction  $x$ .

Une explication plus fine de l'évolution de l'étendue spatiale du faisceau en fonction des paramètres décrivant la source d'ions est obtenue en étudiant la distribution de potentiel laplacien au sein du système. Comme illustré figure 7.17, la géométrie d'électrodes considérée conduit à une pénétration des lignes iso-potential de potentiel inférieur à  $V_f$  (potentiel de la cathode de la source plasma filaire) au sein du diaphragme permettant l'extraction des ions. Cette distribution de lignes iso-potential donne lieu à l'existence d'un champ électrique radial au sein du diaphragme, et est ainsi la cause de l'inversion de l'image du faisceau d'ions observée dans la direction  $x$ . En effet, de par l'existence d'un champ électrique radial au sein du diaphragme, les ions formant le faisceau parallèle incident acquièrent une composante de vitesse radiale  $v_{r_f}$  négative, transformant ainsi le faisceau d'ions parallèle en un faisceau convergent. De plus, une augmentation du potentiel d'accélération  $V_f$  se traduisant par une avancée des lignes iso-potential au sein du diaphragme plus marquée, et donc un champ électrique radial plus fort, la longueur focale du système décroît avec la tension d'accélération.

Le rôle joué par la distribution de potentiel laplacien au sein du système sur l'extension spatiale du faisceau dans la direction  $y$  peut être analysée de la manière suivante. À l'inverse de ce qui est observé dans la direction  $x$ , les ions pénètrent dans le diaphragme

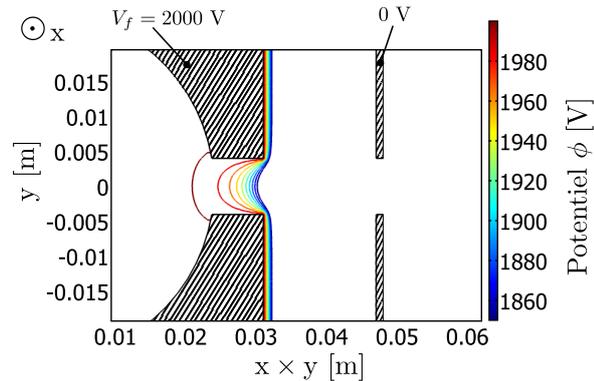


FIGURE 7.17: Distribution de lignes iso-potential au sein du système obtenue pour un calcul laplacien ( $V_f = 2$  kV et  $V_d = 200$  V). Le champ électrique radial résultant de la pénétration des lignes iso-potential de potentiel inférieur à  $V_f$  au sein du diaphragme permet d'expliquer l'extension spatiale du faisceau dans les directions  $x$  et  $y$ .

avec une composante  $v_y$  de vitesse dans la direction  $y$  non nulle, de façon analogue à un faisceau lumineux émanant d'une source ponctuelle. De ce fait, l'extension spatiale du faisceau dans la direction  $y$  dépend de la modification induite sur la composante de vitesse  $v_y$  des ions par le champ électrique radial lorsque les ions traversent le diaphragme. Pour des valeurs du rapport  $V_s/V_f$  élevées, la chute de potentiel radiale induite par la pénétration des lignes iso-potential au sein du diaphragme est faible comparativement à l'énergie cinétique des ions dans la direction  $y$ . La composante de vitesse  $v_y$  demeure alors positive à la sortie du système, l'image du faisceau n'est pas renversée, et l'extension spatiale du faisceau dans la direction  $y$  est une fonction croissante du rapport  $V_s/V_f$ . A l'inverse, en deçà d'une certaine valeur du rapport  $V_s/V_f$ , le champ électrique radial est suffisamment fort pour conduire à une annulation de la composante de vitesse  $v_y$  à une distance donnée de l'entrée du diaphragme. La situation est alors analogue à celle d'un faisceau d'ions parallèle décrite lors de la discussion de l'étendue du faisceau selon la direction  $x$ . L'image formée par le système est une image inversée, et l'étendue spatiale du faisceau dans la direction  $y$  est une fonction décroissante du rapport  $V_s/V_f$ .

La dépendance de l'étendue spatiale du faisceau selon la direction  $y$  peut être illustrée en considérant trois cas distincts. Tout d'abord, l'opération de faisceaux d'ions pour des valeurs du couple  $(V_s, V_f)$  proches conduit à une extension de ces faisceaux dans la direction  $y$  pratiquement identique. La figure 7.18 obtenue pour des faisceaux d'ions  $\text{Ar}^+$  et  $\text{Xe}^+$  - même tension d'accélération  $V_f$  et tensions de décharge  $V_d$  voisines - présente ainsi des formes de faisceau tout à fait similaires, et ce malgré une différence significative en terme de courant de faisceau et l'utilisation d'espèces ioniques distinctes. Deuxièmement, la comparaison des figures 7.18(b) et 7.16(a), obtenues pour une même tension d'accélération  $V_f$  et deux tensions de décharge  $V_d$  distinctes (415 V dans le xénon et 225 V dans l'hélium), indique que l'étendue spatiale du faisceau dans la direction  $y$  est d'autant plus importante que  $V_s = V_f + V_d$  est grande. Enfin, l'analyse d'un faisceau d'ions  $\text{Xe}^+$  pour une même tension de décharge  $V_d \sim 450$  V et deux tensions d'accélération distinctes met en évidence, comme illustré figure 7.19, une étendue

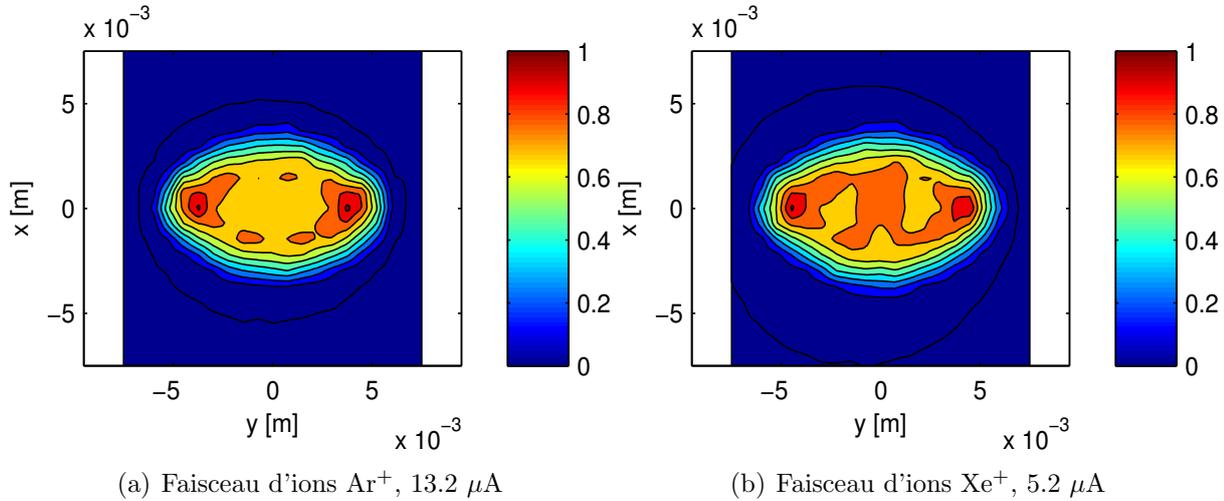


FIGURE 7.18: Champs de densité de courant normalisée dans le plan  $\mathcal{A}$  de faisceaux d'ions  $\text{Ar}^+$  (a) et  $\text{Xe}^+$  (b) pour une tension d'accélération  $V_f = 2 \text{ kV}$ . Les conditions de décharge filaire sont les suivantes : (a)  $I_s = 10 \text{ mA}$ ,  $V_d \sim 390 \text{ V}$  et  $p = 1.5 \times 10^{-3} \text{ mbar}$ , (b)  $I_s = 4 \text{ mA}$ ,  $V_d \sim 415 \text{ V}$  et  $p = 2 \times 10^{-3} \text{ mbar}$ .

selon la direction  $y$  moindre pour la plus grande valeur du rapport  $V_s/V_f$ . Ces deux derniers résultats sont cohérents avec la croissance de l'étendue spatiale du faisceau selon la direction  $y$  avec le rapport  $V_s/V_f$  établie précédemment dans le cas de valeurs du rapport  $V_s/V_f$  suffisamment importantes. La situation décrite est par conséquent celle de l'image non inversée d'un faisceau divergent. Cette situation est corroborée par

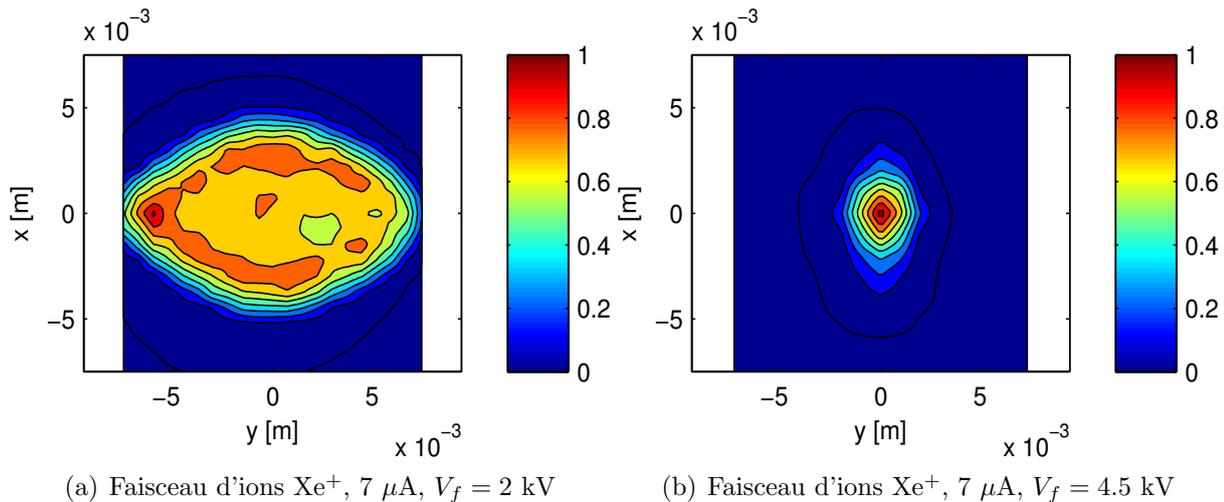


FIGURE 7.19: Champs de densité de courant normalisée dans le plan  $\mathcal{A}$  de faisceaux d'ions  $\text{Xe}^+$  pour des tensions d'accélération  $V_f$  de respectivement  $2 \text{ kV}$  (a) et  $4.5 \text{ kV}$  (b). Conditions de décharge :  $I_s = 6 \text{ mA}$ ,  $V_d \sim 450 \text{ V}$  et  $p = 2 \times 10^{-3} \text{ mbar}$ .

le fait que, comme indiqué tableau 7.5, la divergence du faisceau diminue pour un jeu de conditions de décharge donnée lorsque la tension d'accélération  $V_f$  augmente.

Tension d'accélération $V_f$ (kV)	Plan id	Rayon 50% (mm)	Rayon 80% (mm)	Divergence (°)
2	$\mathcal{A}$	4.5	5.9	2.2
	$\mathcal{B}$	6.3	7.8	
4.5	$\mathcal{A}$	1.9	2.9	1.8
	$\mathcal{B}$	2.8	4.5	

TABLE 7.5: Rayon des cylindres enveloppant respectivement 50 et 80 pour-cent du courant total et divergence calculée sur la base du rayon à 80% d'un faisceau d'ions  $\text{Xe}^+$  pour diverses tensions d'accélération  $V_f$ . Conditions de décharge de la source filaire :  $p = 2 \times 10^{-3}$  mbar et  $I_s = 10$  mA.

**Remarque 7.3.** *L'analyse précédente a été menée en négligeant les phénomènes de charge d'espace. La validité de cette hypothèse peut être vérifiée a posteriori en évaluant l'amplitude du champ de potentiel de charge d'espace résultant de l'existence du faisceau d'ions au sein du diaphragme. En supposant la charge uniformément répartie, la densité ionique au sein du diaphragme correspondant à un courant de faisceau de  $20 \mu\text{A}$  ( $1.25 \text{ A}\cdot\text{m}^{-2}$ ) varie de  $2.4 \times 10^{13} \text{ m}^{-3}$  dans l'hélium à  $1 \times 10^{14} \text{ m}^{-3}$  dans le xénon. La chute de potentiel entre l'axe et le rayon externe du diaphragme correspondant à une telle densité ionique varie entre 1.7 et 7.2 volts. Dans le même temps, la chute de potentiel induite par la distribution de potentiel laplacien (figure 7.17) varie entre 20 et 150 volts. Le fait de considérer le seul potentiel laplacien est donc justifié, le potentiel de charge d'espace jouant tout au plus un rôle du second ordre.*

En résumé, des faisceaux d'ions de diverses espèces ioniques et de quelques dizaines de micro-ampères ont été produits. Quelle que soit l'espèce ionique considérée, les propriétés spatiales sont les suivantes : (i) la fonction de distribution en vitesse est uniforme sur l'ensemble du faisceau (ii) l'extension spatiale du faisceau selon la direction  $x$  correspond à l'image inversée du faisceau quittant la source plasma filaire, et le grandissement de cette image est contrôlé par le rapport  $V_s/V_d$  (iii) la valeur du rapport  $V_s/V_f$  détermine le régime décrivant l'extension spatiale du faisceau selon la direction  $y$ . Pour de basses valeurs de  $V_s/V_f$  le comportement observé selon la direction  $x$  est retrouvé tandis que pour de plus hautes valeurs l'image est non inversée, et l'étendue croît avec le rapport  $V_s/V_f$ .

## 7.4 Synthèse

Un prototype de source d'ions utilisant un dispositif d'accélération dérivé du concept de canon à électrons à émission secondaire a été proposé afin de permettre l'accélération d'ions extraits à partir d'une source plasma filaire.

L'étude expérimentale de ce prototype de source d'ions a permis de vérifier expérimentalement les propriétés de faisceau prédites par la modélisation particulière de la source plasma filaire seule. Il est en effet possible de générer un faisceau d'ions présentant une dispersion en énergie limitée (de l'ordre de la dizaine d'électron volts) autour d'une énergie aisément modulable dès lors que la source plasma filaire fonctionne en mode diffus. L'opération de la source dans différents gaz a en outre permis de démontrer que cette propriété spectrale est retrouvée indépendamment de l'espèce ionique considérée.

L'analyse tri-dimensionnelle des propriétés de faisceau a conduit à l'établissement de trois résultats distincts. Premièrement, les propriétés de faible dispersion en énergie établies localement sur l'axe de la source d'ions sont en réalité retrouvées sur l'ensemble du faisceau. Deuxièmement, l'étendue spatiale du faisceau selon la direction parallèle à l'anode filaire correspond à l'image inversée du faisceau d'ions quittant la décharge filaire formée par la lentille électrostatique composée du diaphragme et de l'électrode accélératrice. Le grandissement de cette image est contrôlé par le rapport  $V_s/V_d$  entre le potentiel de l'anode filaire  $V_s$  et la tension de décharge  $V_d$ . Enfin, l'étendue spatiale selon la direction perpendiculaire à l'anode filaire peut correspondre, selon les valeurs du rapport  $V_s/V_f$ , à une situation analogue à celle d'une image inversée telle qu'observée dans la direction parallèle à l'anode filaire, ou, au delà d'une valeur limite de  $V_s/V_f$ , à une image non inversée dont la taille croît avec le rapport  $V_s/V_f$ .

Le courant du faisceau d'ions ainsi produit a été estimé, en prenant en considération la transparence des grilles composant l'analyseur à potentiel retardateur, à quelques dizaines de micro-ampères, et ce quelle que soit l'espèce ionique considérée. La divergence d'un tel faisceau est alors de l'ordre du degré.

Les résultats expérimentaux présentés dans ce chapitre ont permis d'acquérir une connaissance relativement précise des caractéristiques du faisceau d'ions produit au moyen du prototype expérimental de source d'ions proposé. Dans l'optique de donner une suite à cette étude préliminaire démontrant la possible utilisation d'un tel système en tant que source d'ions, il semble intéressant de déterminer l'influence sur les performances - propriétés de faisceau - de cette source d'ions d'une variation de différents paramètres du dispositif expérimental. La connaissance de ces tendances comportementales permettrait en effet de pouvoir éventuellement mettre en relief différents développements conduisant à une optimisation de cette source. Une telle étude étant par essence difficilement réalisable expérimentalement, une étude paramétrique numérique est entreprise.

*“The outcome of any serious research can only be to make two questions grow where only one grew before.”*

Thorstein Veblen (1857-1929)

# 8

## Simulation numérique des propriétés de faisceau

**Résumé.** L'étude expérimentale du prototype de source d'ions menée au chapitre 7 a permis de démontrer la capacité de cette source à produire des faisceaux de diverses espèces ioniques de quelques dizaines de micro-ampères, et ce pour des énergies de faisceau variant entre deux et cinq kilo-électronVolts. On cherche dorénavant au travers d'une étude numérique paramétrique à dégager les tendances comportementales - évolution des propriétés de faisceau - de cette source d'ions, et ce en vue de possibles optimisations du système.

On commencera par étudier l'influence de différents paramètres sur les propriétés de faisceau, en particulier la densité de courant sur l'axe, au moyen de simulations électrostatiques d'optique ionique tri-dimensionnelle dans un cadre laplacien. On vérifiera dans un second temps dans quelle mesure ces résultats sont corroborés par des simulations type *particle in cell* des seules zones d'extraction et d'accélération. On s'attachera en particulier à déterminer l'influence de la non considération de la charge d'espace et des effets collisionnels sur les résultats de l'étude paramétrique.

### Sommaire

---

<b>8.1</b>	<b>Étude paramétrique des propriétés de faisceau . . . . .</b>	<b>170</b>
8.1.1	Approche numérique retenue . . . . .	170
8.1.2	Validation du modèle . . . . .	172
8.1.3	Évolution des propriétés de faisceau . . . . .	175

<b>8.2</b>	<b>Modélisation PIC/MCC des zones d'extraction et d'accélération</b>	<b>178</b>
8.2.1	Paramètres du modèle	179
8.2.2	Influence des effets de charge d'espace	186
8.2.3	Influence des effets collisionnels	190
<b>8.3</b>	<b>Synthèse</b>	<b>198</b>

---

Les résultats expérimentaux obtenus au chapitre 7 indiquent que le prototype de source d'ions développé est adapté à la génération de faisceau d'ions de quelques dizaines de micro-ampères. On cherche dans ce chapitre à mettre en évidence au moyen de simulations numériques d'éventuelles optimisations de cette source, et ce dans l'optique de son utilisation pour diverses applications.

## 8.1 Étude paramétrique des propriétés de faisceau

L'étude paramétrique des propriétés du faisceau d'ions extraits de la source présentée section 7.1 nécessite l'utilisation d'un code numérique suffisamment rapide de sorte de pouvoir explorer l'espace des paramètres en un temps raisonnable. Il est ainsi inenvisageable d'utiliser à cette fin un code PIC pour lequel le temps de calcul nécessaire à l'obtention d'une solution pour une situation donnée - gaz, tension d'accélération  $V_f$ , courant de source  $I_s$ , ... - est de l'ordre de quelques jours. On cherche ainsi un modèle suffisamment rapide mais dans le même temps proposant une modélisation suffisamment fine pour décrire fidèlement les phénomènes étudiés.

### 8.1.1 Approche numérique retenue

L'idée consiste à simuler les trajectoires ioniques tri-dimensionnelles d'ions générés au sein de la source plasma filaire. Le domaine considéré est constitué, comme illustré figure 8.1, de la source plasma filaire connectée via le diaphragme à la cavité de l'électrode accélératrice et d'une troisième cavité reproduisant l'intérieur du caisson à vide. Les dimensions du domaine de simulation sont identiques à celles du dispositif expérimental (*c. f.* tableaux 7.1 et 7.2), et l'extension du domaine selon l'axe de la source d'ions correspond à la situation où l'analyseur à potentiel retardateur est placé à 6 cm de l'électrode accélératrice.

Les ions sont, comme indiqué figure 8.2, générés à l'intérieur de la source plasma filaire selon une distribution spatiale déterminée par les taux volumiques d'ionisation par impact électronique obtenus par simulation particulière au chapitre 5. Le potentiel dont dérive le champ électrique régissant les trajectoires ioniques est lui constitué du champ laplacien propre à la géométrie d'électrodes auquel est adjoint un champ de potentiel de charge d'espace au sein de la source de sorte de rendre compte de la distribution spatiale du plasma. Excepté le domaine considéré, le calcul est alors analogue à celui mené section 6.3 à la différence près que les collisions ne sont pas prises en considération.

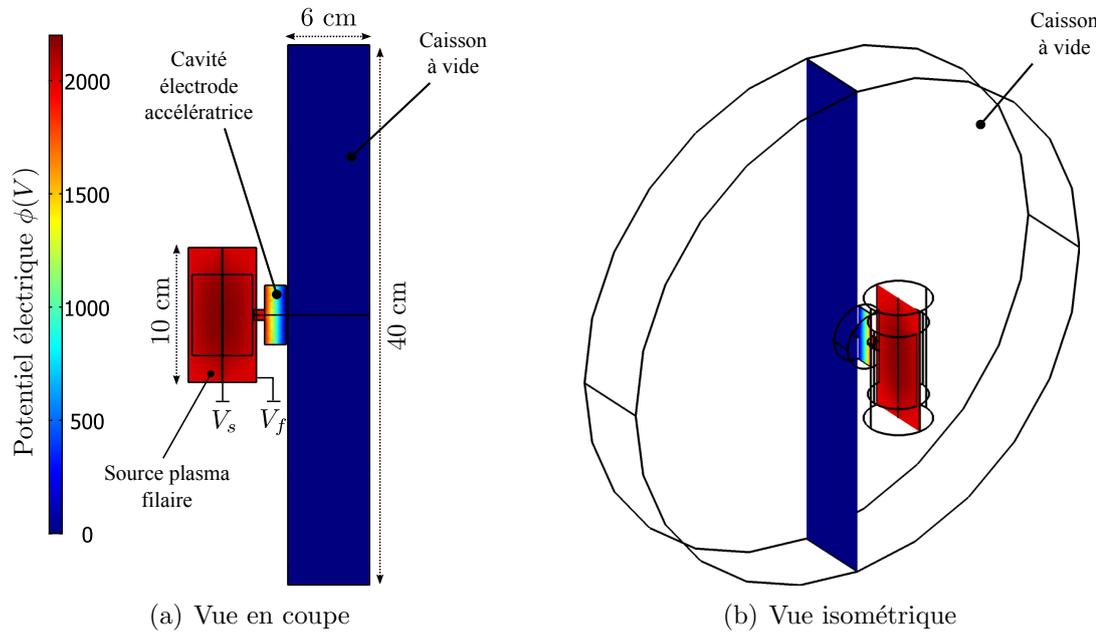


FIGURE 8.1: Domaine de calcul utilisé pour la simulation tri-dimensionnelle de trajectoires ioniques. Le potentiel électrique est laplacien en dehors de la source plasma filaire, mais solution de l'équation de Poisson au sein de celle-ci. Potentiels appliqués :  $V_f = 2000$  V.  $V_d = 200$  V.

Les hypothèses simplificatrices imposées par ce modèle sont donc celles d'un potentiel électrique purement laplacien en dehors de la source plasma filaire ainsi de phénomènes collisionnels négligeables sur l'ensemble du domaine de calcul.

L'étude consiste alors à générer un nombre  $N$  d'ions (typiquement  $10^4$ ) au sein de la source plasma filaire et, après calcul tri-dimensionnel des trajectoires de ces ions au moyen du logiciel Comsol®, à réaliser une statistique en fonction de la frontière du domaine impactée par chacun de ces  $N$  ions. On comptabilise en particulier le nombre d'ions impactant la cathode de la source plasma filaire, les parois internes du diaphragme, l'électrode accélératrice ainsi qu'une surface représentative de l'analyseur à potentiel retardateur placé sur

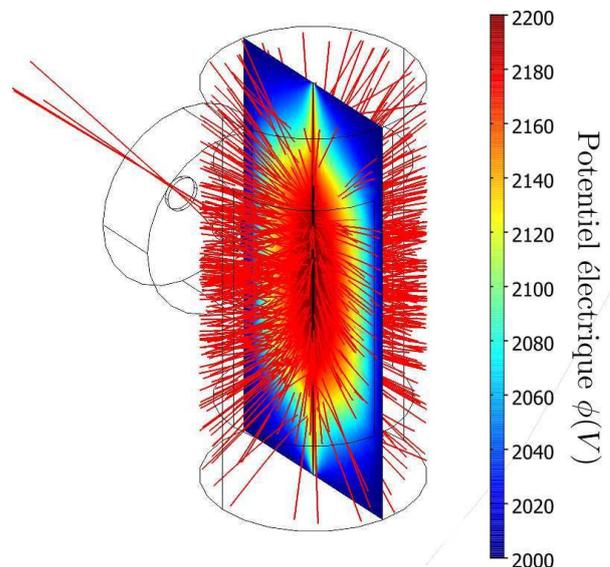


FIGURE 8.2: Potentiel électrique  $\phi$  et trajectoires ioniques émises à partir de la source plasma filaire. Les ions sont générés suivant la distribution spatiale de taux d'ionisation. Potentiels appliqués :  $V_f = 2000$  V.  $V_d = 200$  V.

l'axe (disque de rayon 1.25 mm). Les ions passant au travers de l'électrode accélératrice sont également comptabilisés de sorte d'avoir une estimation du courant de faisceau. La surface d'extraction étant très faible comparativement à la surface de la cathode (de l'ordre du pour-cent), la fraction d'ions pénétrant dans le diaphragme est limitée, et le nombre d'ions impactant chacune de ces surfaces en aval du diaphragme est faible. L'opération est de ce fait reproduite entre dix et vingt fois pour chaque condition de faisceau afin de moyennner cette statistique. Le nombre limité d'ions extraits au travers du diaphragme donne toutefois lieu à un écart type significatif entre les courants calculés pour chacune de ces reproductions d'une même condition de faisceau, ce qui se traduit par des barres d'erreurs conséquentes sur les résultats de simulation.

### 8.1.2 Validation du modèle

On cherche dans un premier temps à démontrer la validité de cette approche en confrontant les résultats obtenus au moyen de ce modèle aux données expérimentales.

#### Mesures expérimentales de référence

L'étude expérimentale présentée au chapitre précédent permet de déterminer l'évolution de la densité de courant sur l'axe en fonction de la tension d'accélération, et ce pour divers courants de décharge  $I_s$ . Les courbes présentées figure 8.3 mettent ainsi en évidence l'existence d'un maximum de densité de courant pour une tension d'accélération  $V_f^m$  donnée, ce qui est cohérent avec l'analyse en terme de lentille électrostatique

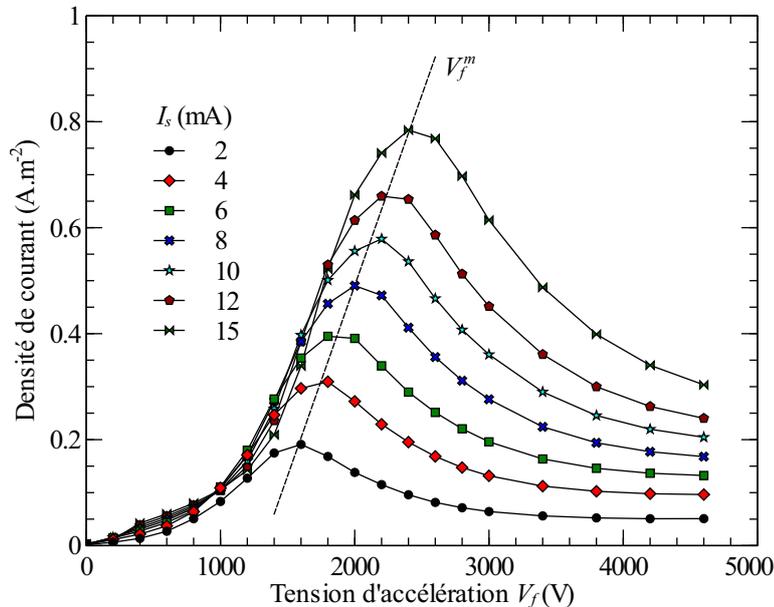


FIGURE 8.3: Densité de courant de faisceau d'ions hélium mesurée expérimentalement sur l'axe à 6 cm de l'électrode accélératrice en fonction de la tension d'accélération pour différentes valeurs de courant source  $I_s$ . Pression de source :  $p = 2.2 \times 10^{-2}$  mbar.

proposée section 7.3.2. Il existe en effet une valeur de  $V_f$  pour laquelle le rapport  $V_d/V_f$  est tel que le point focal image de la lentille électrostatique coïncide avec le diaphragme d'entrée de l'analyseur à potentiel retardateur. La densité de courant est alors maximale dans ces conditions

On constate par ailleurs que la tension d'accélération  $V_f^m$  donnant lieu à ce maximum de la densité de courant est une fonction croissante et relativement linéaire du courant de décharge  $I_s$  de la source plasma filaire. Cela s'explique par le fait que la tension de décharge  $V_d$  croît, comme indiqué dans le tableau 8.1, avec le courant de décharge  $I_s$ , et donc qu'une tension d'accélération  $V_f$  supérieure est nécessaire à l'obtention d'un même rapport  $V_d/V_f$  lorsque  $I_s$  augmente.

Courant de décharge $I_s$ (mA)	2	4	6	8	10	12	15
Tension de décharge $V_d$ (V)	221	228	231	238	241	243	248

TABLE 8.1: Tension de décharge  $V_d$  mesurée expérimentalement dans l'hélium lors de l'extraction d'ions.

**Remarque 8.1.** *Les valeurs des maxima de quelques dixièmes d'ampère par mètre carré présentées ici (figure 8.3) sont obtenues en tenant compte du coefficient de transmission de 0.56 de chacune des quatre grilles composant l'analyseur à potentiel retardateur (RPA, c. f. section 7.2). Ces valeurs sont ainsi en bon accord avec les  $8 \times 10^{-2} \text{ mA.m}^{-2}$  mesurés en sortie du RPA pour un faisceau d'ions hélium obtenu pour une tension d'accélération  $V_f = 2 \text{ kV}$ , un courant de source  $I_s = 10 \text{ mA}$  et une pression  $p = 1.2 \times 10^{-2} \text{ mbar}$ , tel qu'indiqué figure 7.13(a).*

### Confrontation des résultats avec les données expérimentales

Le comportement de la décharge filaire dans l'hélium pour un courant de décharge  $I_s = 2 \text{ mA}$  ayant été simulé au chapitre 6, les champs de potentiel électrique normalisé  $\hat{\phi}(r, z)$  et de taux d'ionisation normalisé  $\hat{i}_i(r, z)$  correspondants présentés figure 8.4 sont utilisés comme données d'entrée pour ce modèle.

La densité de courant sur l'axe à 6 cm de l'électrode accélératrice obtenue par simulation numérique pour un courant de décharge  $I_s = 2 \text{ mA}$  est tracée aux côtés des données expérimentales figure 8.5. Bien que les tensions d'accélération  $V_f^m$  conduisant au maximum de densité de courant soit proches, les densités de courant mesurées expérimentalement sont de l'ordre de quatre fois inférieures aux densités obtenues par simulation numérique. Cette différence s'explique toutefois par le fait que les phénomènes collisionnels sont négligés dans cette simulation, ce qui conduit à une surestimation de la densité de courant. De manière quantitative, la section efficace de collision élastique ion-neutre étant de l'ordre de  $10^{-19} \text{ m}^2$  dans le cas de l'hélium sur la gamme d'énergie considérée, le libre parcours moyen ionique correspondant à une pression de  $2.2 \times 10^{-2} \text{ mbar}$  telle que mesurée expérimentalement est

$$\lambda = \frac{1}{\sigma_e n_g} \sim 1.8 \text{ cm.} \quad (8.1)$$

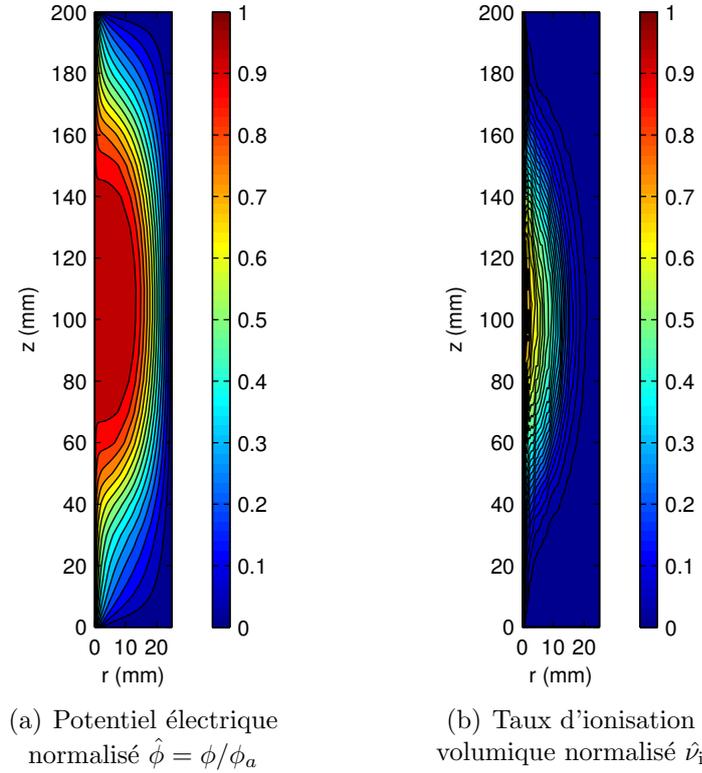


FIGURE 8.4: Champs de potentiel électrique et de taux d'ionisation volumique au sein de la source plasma filaire obtenus par simulation numérique PIC-MCC pour un courant de décharge  $I_s = 2$  mA en mode diffus dans l'hélium.

La probabilité pour un ion de parcourir sans collision la distance  $d = R_c - R_a + z_d$  ( $d \sim 3.1$  cm), séparant le fil de la sortie du diaphragme est de l'ordre de  $\exp(-d/\lambda)$ , soit de moins d'une chance sur cinq. Une collision élastique donnant lieu à une diffusion isotrope de l'ion incident (*c. f.* section 4.4.2), la probabilité pour un ion subissant une collision élastique de poursuivre sa trajectoire au travers du diaphragme est faible. Les phénomènes collisionnels permettent ainsi a priori de justifier du facteur quatre observé figure 8.5 entre les maxima numérique et expérimental de la densité de courant sur l'axe.

On constate par ailleurs que la prise en compte du potentiel de charge d'espace au sein de la source plasma filaire est une condition *sine qua non* à la reproduction du comportement observé expérimentalement. Les données obtenues dans le cas d'un potentiel purement laplacien sur l'ensemble du domaine et présentées figure 8.5 mettent en effet en évidence un comportement tout à fait différent, qui se traduit notamment par l'obtention d'un maximum de densité de courant pour une tension d'accélération  $V_f^m$  largement inférieure aux données expérimentales. Cela peut s'expliquer par le fait que, contrairement au champ électrique laplacien purement radial, le potentiel de charge d'espace contribue à l'existence d'une composante axiale de la vitesse. Ce phénomène est d'autant plus important que le courant de décharge est limité puisque l'extension

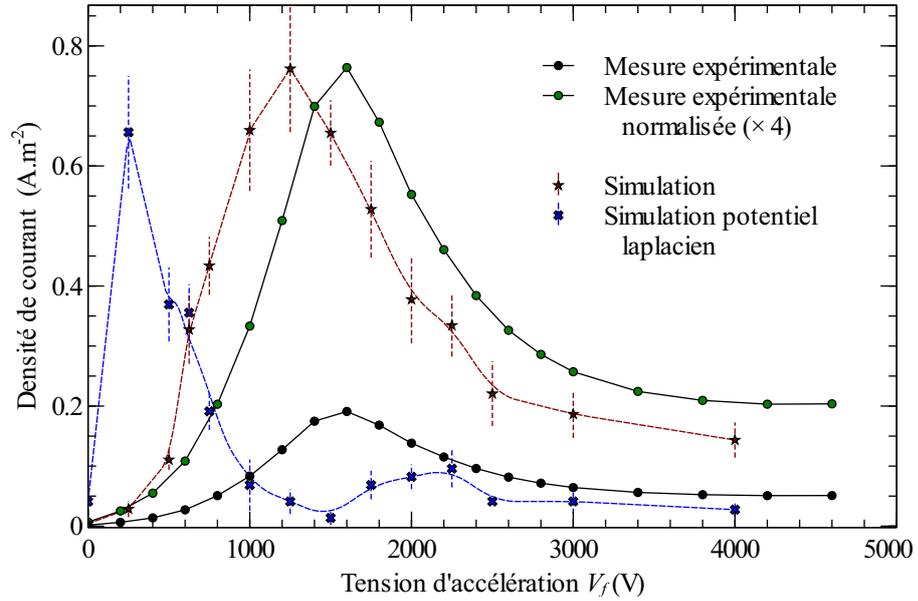


FIGURE 8.5: Densité de courant de faisceau d’ions hélium sur l’axe obtenue par simulation numérique à 6 cm de l’électrode accélératrice avec et sans prise en compte de la charge d’espace au sein de la source plasma filaire. Conditions de décharge :  $p = 2.2 \times 10^{-2}$  mbar et  $I_s = 10$  mA.

axiale de la décharge est alors moindre, et donc que le champ électrique peut être raisonnablement assimilable à un champ purement radial sur une étendue axiale  $z$  autour du plan médian d’autant plus courte. La situation est alors, quelle que soit la direction (plans parallèle ou perpendiculaire au fil), celle d’un faisceau non parallèle (*c. f.* extension selon la direction  $y$  du faisceau décrite paragraphe 7.3.2), et la tension  $V_f^m$  doit augmenter afin de rendre le faisceau convergent.

Ces différents résultats permettent ainsi d’être raisonnablement confiant quant à la capacité du modèle numérique à rendre compte du comportement observé expérimentalement, sous réserve de démontrer quantitativement l’influence des effets collisionnels sur les valeurs de densité de courant obtenues numériquement. Cette étude sera menée dans la section suivante au moyen d’une modélisation particulière collisionnelle. On cherche dans l’immédiat à mettre en évidence l’influence de certains paramètres géométriques sur les propriétés de faisceau, et ce afin d’identifier d’éventuelles modifications géométriques permettant d’optimiser le système ou encore de l’adapter à une application spécifique.

### 8.1.3 Évolution des propriétés de faisceau

L’influence de l’espace inter-électrodes  $d$  ainsi que de la profondeur du diaphragme  $z_d$  (*c. f.* figure 7.3) sur les propriétés de faisceau est étudiée en simulant les trajectoires ioniques pour des valeurs de  $d$  et  $z_d$  voisines des valeurs par défaut ( $d = 1.6$  cm et  $z_d = 6$  mm). Ces deux paramètres ont été choisis prioritairement de par leur impact

attendu sur les propriétés de focalisation de faisceau, puisqu'une modification d'un de ces paramètres conduit à une modification des propriétés de la lentille électrostatique formée par le diaphragme et l'électrode accélératrice. Un autre paramètre d'intérêt, non étudié ici du fait du temps de calcul relativement important de ces simulations, serait le rayon de diaphragme  $R_d$ . Les conditions de décharge de la source plasma filaire sont celles présentées ci-dessus, à savoir un courant de décharge  $I_s = 2$  mA en mode diffus dans l'hélium.

### Influence de la distance inter-électrodes $d$

Les courbes de densité de courant sur l'axe en fonction de la tension d'accélération  $V_f$  pour différentes valeurs de  $d$  sont présentées figure 8.6. On constate qu'une modification de  $d$  se traduit principalement par une translation de la courbe conduisant à une tension d'accélération  $V_f^m$  d'autant plus élevée que l'espace inter-électrodes est important, ainsi que par une légère augmentation de la densité de courant maximale avec  $d$ .

Ce comportement peut s'expliquer de la manière suivante. Un accroissement de l'espace inter-électrodes  $d$  pour une même tension d'accélération  $V_f$  conduit à une pénétration des lignes isopotentiels au sein du diaphragme (*c. f.* paragraphe 7.3.2) moindre. La divergence du faisceau d'ions pénétrant dans le diaphragme est ainsi d'autant moins facilement rectifiée que la distance inter-électrodes est importante. Une tension d'accélération plus élevée doit donc être appliquée de sorte d'obtenir la convergence du faisceau en un point donné sur l'axe (position de l'analyseur à potentiel retardateur simulé) lorsque l'espace inter-électrodes augmente.

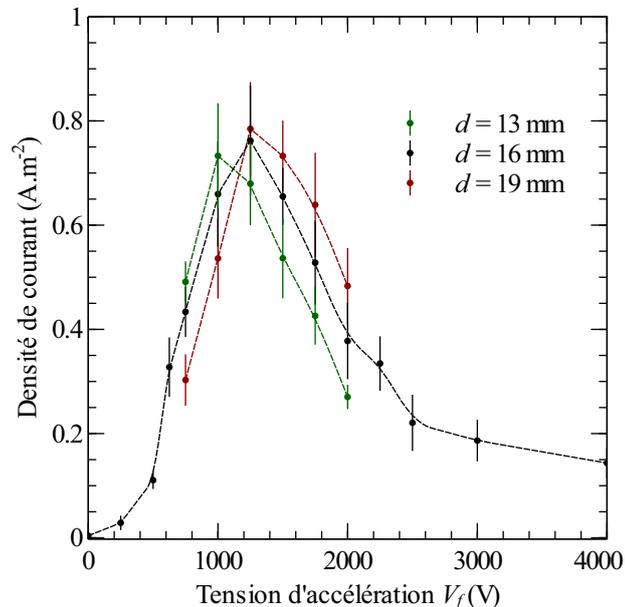


FIGURE 8.6: Évolution de la densité de courant sur l'axe à 6 cm en fonction de la tension d'accélération  $V_f$  pour différentes distances inter-électrodes  $d$ .

### Influence de la profondeur du diaphragme $z_d$

L'évolution du comportement de la courbe décrivant la densité de courant sur l'axe en fonction de la tension d'accélération avec la profondeur du diaphragme  $z_d$  est illustrée pour trois valeurs de  $z_d$  distinctes figure 8.7. On observe une variation significative des niveaux de densité de courant sur l'axe lorsque la profondeur du diaphragme est modifiée, ainsi qu'un décalage de la tension d'accélération  $V_f^m$  conduisant au maximum de densité de courant. Le maximum de densité de courant est d'autant plus élevé et se produit pour une tension d'accélération  $V_f^m$  d'autant plus grande que la profondeur du

diaphragme  $z_d$  est faible.

Le fait que le maximum de densité de courant sur l'axe décroisse avec la profondeur du diaphragme se comprend relativement bien dans la mesure où, sans modification des lignes iso-potential au sein du diaphragme, le caractère divergent du faisceau entrant dans le diaphragme implique que la fraction d'ions impactant le diaphragme est d'autant plus grande que le diaphragme est profond. Toutefois, une diminution de la profondeur du diaphragme se traduit par une diminution de la longueur sur laquelle le champ électrique radiale existant au sein du diaphragme est susceptible de redresser la trajectoire des ions. Il est alors nécessaire d'augmenter la tension d'accélération pour maintenir une longueur focale donnée au système, ce qui se traduit par une augmentation de la tension d'accélération  $V_f^m$ .

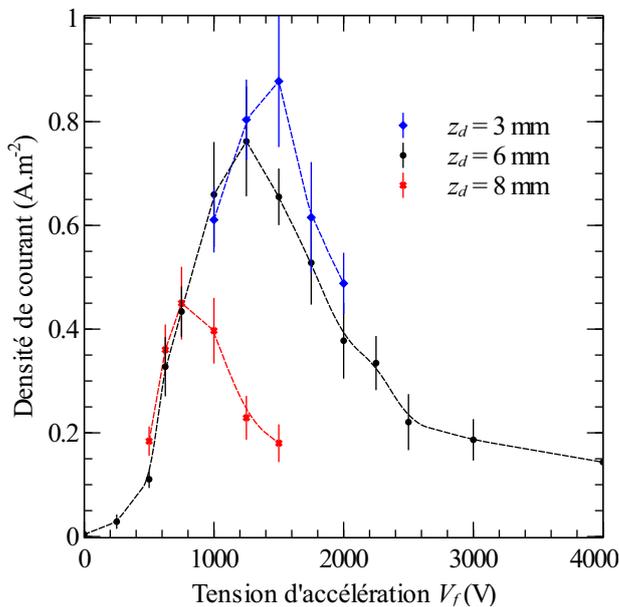


FIGURE 8.7: Évolution de la densité de courant sur l'axe à 6 cm en fonction de la tension d'accélération  $V_f$  pour différentes profondeurs de diaphragme  $z_d$ .

que  $V_f$  dépasse 650 V (voir tableau 8.2).

Plus généralement, le courant de faisceau ne croît que modérément avec la tension d'accélération  $V_f$ , ce qui est cohérent avec la relative décorrélation entre la production et l'accélération des ions au sein de la source d'ions indiquée par les mesures expérimentales (*c. f.* paragraphe 7.3.2). Cette relative indépendance des processus de création et d'accélération des ions permet d'envisager la simulation du comportement global de la source d'ions en modélisant séparément ces deux processus. L'intérêt est alors notamment de pouvoir évaluer le rôle joué par les processus collisionnels et les effets de charge d'espace dans les phases d'extraction et d'accélération des ions par le biais d'une étude particulière 2d/3v collisionnelle distincte de ces régions.

L'observation d'un tel comportement sur l'axe se traduit au niveau des propriétés d'ensemble du faisceau, comme indiqué figure 8.8, par une augmentation du courant de faisceau ainsi qu'une diminution de la fraction d'ions impactant les parois internes du diaphragme lors d'une diminution de la profondeur du diaphragme  $z_d$ . Les données montrent par ailleurs que ces deux variables ne sont que peu dépendantes de la distance inter-électrodes  $d$ . L'analyse des données de simulation relatives au courant d'ions impactant l'électrode accélératrice ne permet pas de mettre en évidence une quelconque influence des paramètres  $d$  et  $z_d$ . En effet, quelles que soient les valeurs de ces paramètres (parmi les valeurs étudiées ci-dessus), le courant d'ions sur l'électrode accélératrice décroît de quelques micro-ampères pour une tension d'accélération nulle ( $V_f = 0$ ) à moins de  $0.1 \mu A$  dès lors

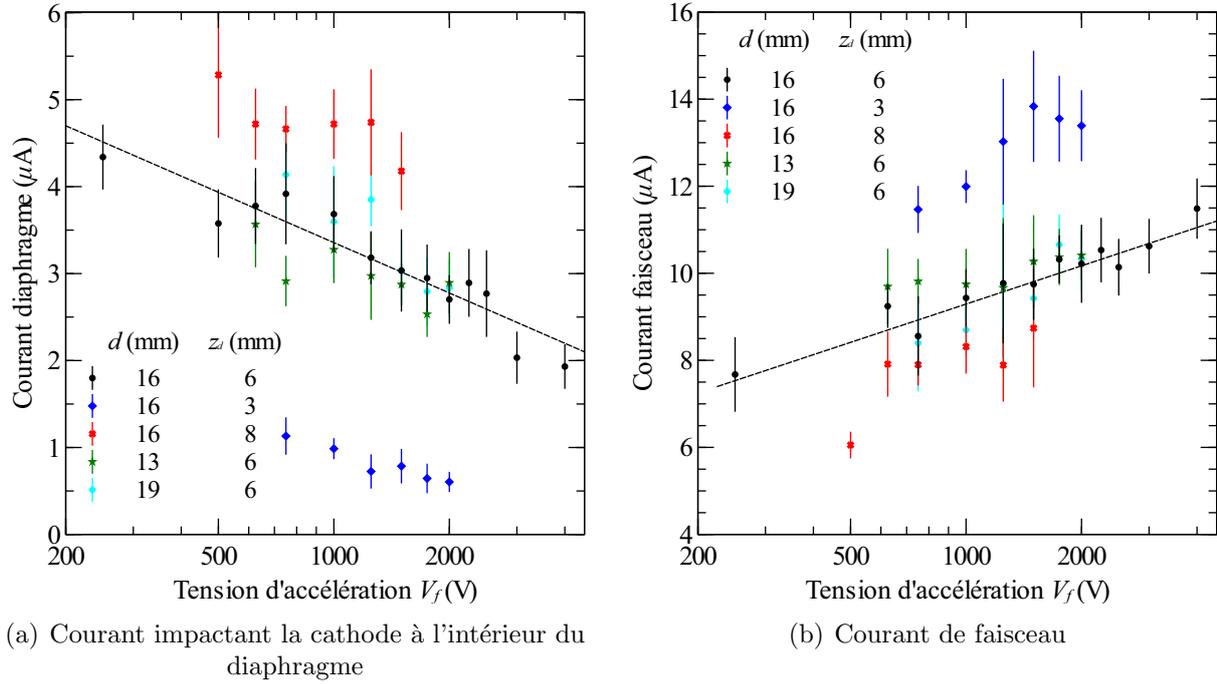


FIGURE 8.8: Influence de la distance inter-électrodes et de la profondeur du diaphragme sur les propriétés de faisceau : courant d'ions impactant le diaphragme (a) et courant de faisceau (b). Courant de décharge de la source plasma filaire  $I_s = 2$  mA.

$V_f$ (V)	0	250	500
Courant d'ions sur l'électrode accélératrice $I_c$ ( $\mu\text{A}$ )	$4.02 \pm 1.28$	$1.51 \pm 0.74$	$0.40 \pm 0.34$
	625	750	
	$0.12 \pm 0.07$	$0.08 \pm 0.06$	

TABLE 8.2: Courant d'ions  $I_c$  impactant l'électrode accélératrice en fonction de la tension d'accélération  $V_f$  pour un courant de décharge  $I_s = 2$  mA. L'analyse des données ne permet pas de mettre en évidence une variation significative de  $I_c$  avec les paramètres  $d$  et  $z_d$ .

## 8.2 Modélisation PIC/MCC des zones d'extraction et d'accélération

Au delà des considérations de temps de calcul évoquées précédemment, la simulation du comportement de la source d'ions dans son ensemble au moyen du code particulière présenté au chapitre 4 est rendue impossible par l'absence de symétrie permettant de ramener l'étude du système à une étude bi-dimensionnelle. Néanmoins, en s'appuyant sur la relative décorrélation observée entre les processus de création et d'accélération des ions au chapitre 7 et dans la section précédente, on envisage de découpler le problème

en utilisant les résultats de simulation propres à l'étude de la seule source plasma filaire comme données d'entrée pour simuler séparément les processus d'extraction et d'accélération.

Une telle approche permet de compléter les résultats obtenus dans la section précédente en permettant notamment de déterminer et de quantifier les effets induits par la charge d'espace ainsi que par les phénomènes collisionnels sur les propriétés du faisceau d'ions. Dans cette optique, les paramètres du modèle particulaire sont tout d'abord précisés, puis le rôle de ces différents effets - charge d'espace et collision - est analysé dans la suite de cette section.

### 8.2.1 Paramètres du modèle

On s'intéresse dans ce paragraphe aux différentes hypothèses mises en œuvre afin de modéliser le comportement du faisceau d'ions au moyen du code particulaire décrit au chapitre 4. Le domaine de calcul, les conditions aux limites électriques et pour les particules ainsi que le maillage du domaine sont ainsi successivement passés en revue.

#### Domaine de calcul

Le domaine de calcul considéré, reprenant la géométrie ainsi que les dimensions du dispositif d'accélération expérimental présenté section 7.1, est représenté schématiquement figure 8.9. L'extension du domaine de calcul selon la direction de propagation du faisceau (axe  $z_f$ ) est limitée à 8.3 cm, soit 6 cm au delà de l'électrode accélératrice,

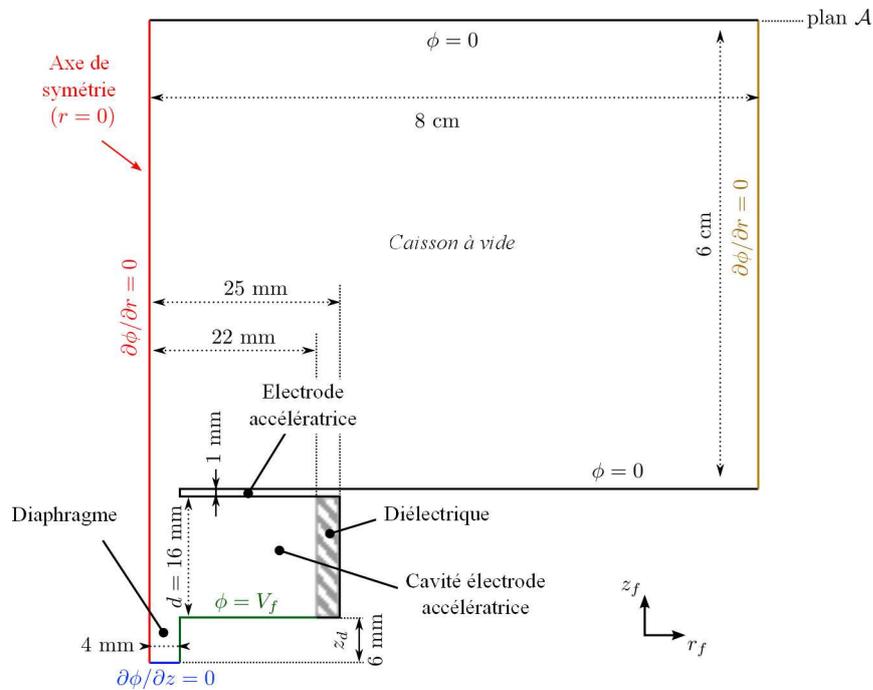
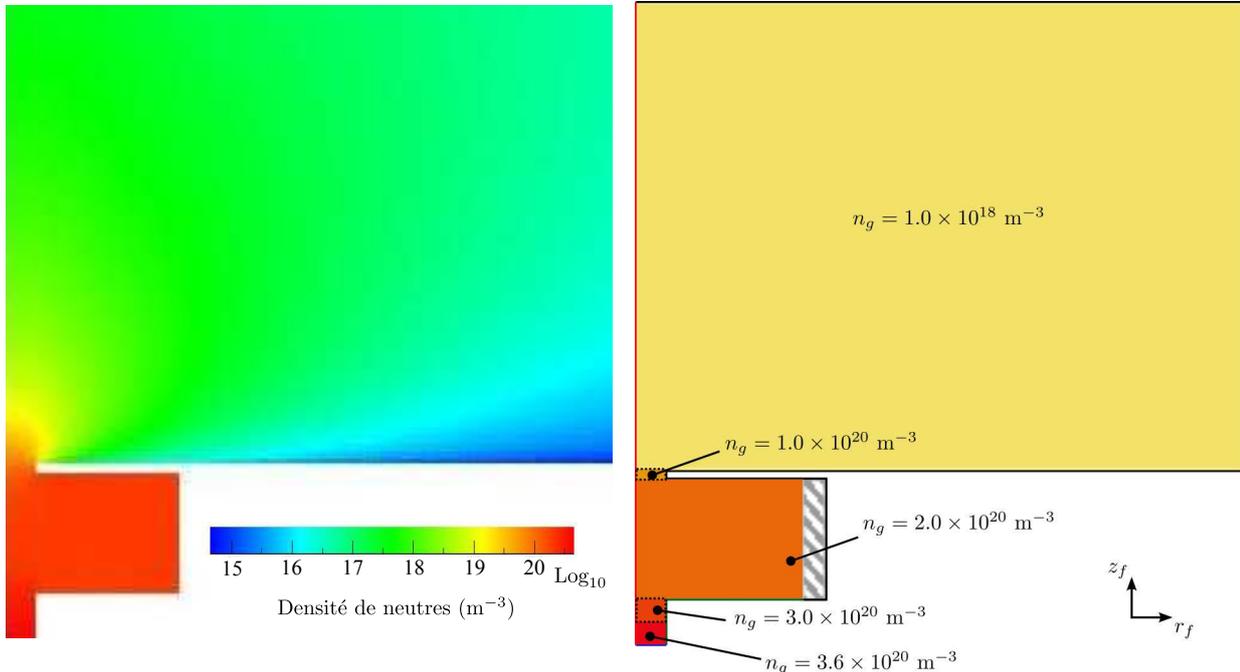


FIGURE 8.9: Domaine de calcul utilisé pour la modélisation particulaire de la source d'ions.

ce qui correspond à la position de l'analyseur à potentiel retardateur (RPA) lorsque celui-ci est situé dans le plan  $\mathcal{A}$  (*c. f.* section 7.2).

La pression au sein du caisson à vide étant de plusieurs ordres de grandeur inférieure à celle régnant dans la source plasma filaire, le champ de densité de neutres  $n_g$  au sein du domaine de calcul ne peut être choisi uniforme. De plus, de par les faibles densités de neutres considérées, le calcul du champ de densité  $n_g$  correspondant à un débit de gaz entrant dans la source plasma filaire donné ne peut être fidèlement reproduit qu'au moyen d'un code particulaire (Direct simulation Monte Carlo - DSMC) [123]. Le champ de densité de neutres  $n_g$  solution est donc calculé *a priori* au moyen du code de calcul DS2V [124]. La solution correspondant à une pression au sein de la source plasma filaire de  $2.2 \times 10^{-2}$  mbar dans l'hélium, et à une réflexion diffuse des neutres impactant les parois supposées de température  $T = 300$  K, est présentée figure 8.10(a). Toutefois, l'utilisation d'une solution aussi raffinée comme donnée d'entrée pour la modélisation des phénomènes collisionnels n'est *a priori* pas nécessaire puisque, les taux de collisions étant proportionnels à la densité de neutres  $n_g$ , les effets induits par la variation de la densité de neutres  $n_g$  dans les zones où celle-ci est limitée sont négligeables. Les régions devant faire l'objet d'une attention particulière sont donc principalement le diaphragme et dans une moindre mesure la cavité de l'électrode accélératrice. Le champ de densité utilisé pour la modélisation particulaire du faisceau d'ions consiste ainsi en l'approximation donnée figure 8.10(b).



(a) Champ de densité de neutres  $n_g$  obtenu par calcul DSMC (logiciel DS2V) (b) Champ de densité de neutres  $n_g$  utilisé pour la simulation PIC-MCC

FIGURE 8.10: Champ de densité de neutres au sein du domaine de simulation. Condition de décharge filaire :  $p = 2.2 \times 10^{-2}$  mbar.

### Conditions aux limites électriques

Les conditions aux limites pour le champ électrique imposées aux frontières du domaine sont les suivantes :

- condition de Dirichlet pour chacune des deux électrodes (cathode de la source plasma filaire au potentiel  $V_f$  et électrode accélératrice à la masse) ainsi que pour les parois du caisson à vide et la frontière correspondant au plan de mesure  $\mathcal{A}$ .
- condition de Neumann homogène pour l'axe de symétrie, la frontière radiale du domaine de calcul à l'intérieur du caisson à vide et la surface d'entrée du diaphragme connectant la source plasma filaire à la cavité de l'électrode accélératrice.

Le choix d'imposer une condition aux limites pour le potentiel électrique équivalente à un plan de masse sur la frontière limitant axialement le domaine est réalisé de manière à pouvoir comparer les résultats de simulation aux données expérimentales relevées au moyen du RPA dans le plan  $\mathcal{A}$  et présentées au chapitre précédent.

La spécification d'une condition de Neumann homogène sur la frontière délimitant l'interface entre la source plasma filaire et le diaphragme est quant à elle dictée par le choix du domaine de calcul. Une modélisation plus fine nécessiterait de résoudre l'équation de Laplace sur un domaine plus étendu, et ce afin de remplacer la condition de Neumann homogène par une condition de Dirichlet correspondant à l'interpolation du champ de potentiel électrique obtenu sur un domaine pur lequel l'ensemble des conditions aux limites sont connues comme cela a été fait au chapitre 5. Les conséquences d'un tel choix seront mises en évidence dans la suite de ce chapitre.

### Conditions aux limites pour les particules

Les conditions aux limites du domaine pour les particules sont de quatre types : réflexion spéculaire, paroi parfaitement absorbante, paroi émissive et flux entrant.

**Réflexion spéculaire** Le type réflexion spéculaire permet de modéliser l'axe de symétrie radial défini par  $r = 0$ . Une particule de vecteur vitesse  $(v_r^t, v_\theta^t, v_z^t)$  telle que sa coordonnée radiale  $r$  s'annule à un instant  $t + \delta t$  voit ses coordonnées dans l'espace des phases mises à jour de manière classique (*c. f.* section 4.2), puis est réémise à l'instant  $t + \delta t$  avec un vecteur vitesse  $(-v_r^{t+\delta t}, v_\theta^{t+\delta t}, v_z^{t+\delta t})$ .

**Paroi parfaitement absorbante** Une particule impactant une paroi de type parfaitement absorbante est supprimée de la simulation. De telles parois sont utilisées afin de modéliser la surface du diélectrique ainsi que la frontière limitant le domaine radialement à l'intérieur du caisson à vide. Dans le cas du diélectrique, le flux de particules incident est toutefois utilisé afin de modéliser la charge surfacique existant à l'interface diélectrique - domaine particule.

**Paroi émissive** Une paroi de type émissive est utilisée afin de modéliser les effets d'émission secondaire électronique par impact d'ions et de neutres rapides sur la frontière représentant l'analyseur à potentiel retardateur, ainsi que sur les parois internes du caisson à vide et sur l'électrode accélératrice. L'énergie cinétique  $\epsilon_i$  des ions impactant

ces surfaces pouvant être élevée (typiquement quelques keV) et varier significativement, l'utilisation d'un coefficient d'émission secondaire électronique par impact d'ions  $\gamma_{He^+}$  constant tel que mis en œuvre pour la modélisation de la source plasma filaire seule (*c. f.* chapitre 5) est difficilement applicable dans ce cas. On utilise alors un coefficient d'émission secondaire par impact d'ions  $\gamma_{He^+}$  fonction de l'énergie cinétique  $\epsilon_i$  de l'ion incident. Les valeurs de  $\gamma_{He^+}$  utilisées sont tirées des travaux de Szapiro *et al* [87] dans le cas d'un matériau cible en cuivre et sont présentées figure 8.11. Le coefficient demeure indépendant de l'angle d'incidence, et l'émission d'électron se fait une fois encore selon une loi en  $\cos(\theta)$  (*c. f.* paragraphe 4.3.1). Bien que les valeurs de  $\gamma_{He^+}$  soit plus élevées dans le cas où le matériau cible est l'aluminium, les phénomènes d'émission secondaire par impact d'ions sont modélisés au moyen des données tabulées pour une cible en cuivre, et ce quelle que soit la frontière du domaine considérée. Ce choix conduit à une modélisation relativement fidèle des phénomènes induits par l'impact d'ions sur l'électrode accélératrice en laiton (alliage majoritairement composé de cuivre), et à une légère sous-estimation de ces mêmes phénomènes sur les parois du caisson à vide en acier inoxydable. Le coefficient d'émission électronique par impact de neutre rapide  $\gamma_{He}$  demeure en revanche constant et égal à 0.1, et ce essentiellement par manque de données au sein de la littérature. Ce choix n'est toutefois pas particulièrement problématique dans la mesure où, de par la présence d'un gradient axial de pression marqué (*c. f.* figure 8.10(a)), une majorité des neutres rapides est créée au sein du diaphragme, c'est à dire dans une région où l'énergie cinétique  $\epsilon_i$  des ions est encore limitée. Cette diminution des phénomènes d'échange de charge à mesure que la pression décroît, c'est à dire que le faisceau se propage, est renforcée par une diminution de la section efficace de ce processus à mesure que l'énergie cinétique des ions  $\epsilon_i$  s'accroît. La majorité des neutres rapides possède donc une énergie cinétique de l'ordre de la tension de décharge  $V_d$ . L'utilisation d'un coefficient  $\gamma_{He}$  constant identique à celui utilisé précédemment est ainsi raisonnable, et la valeur de 0.1 implémentée est cohérente avec les valeurs mesurées par Hayden *et* Utterback [125] sur la plage d'énergie cinétique considérée ( $0 \leq \epsilon \leq 200$  eV).

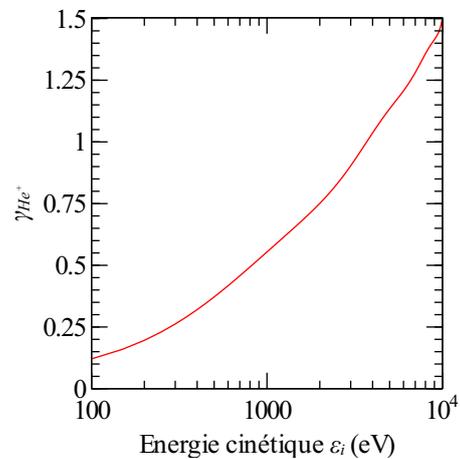


FIGURE 8.11: Évolution du coefficient d'émission secondaire électronique par impact d'ions hélium  $\gamma_{He^+}$  sur une cible en cuivre avec l'énergie cinétique  $\epsilon_i$  de l'ion incident [87].

**Flux entrant** Une paroi de type flux entrant est utilisée afin de modéliser la fonction de distribution des ions sur la frontière correspondant à l'interface entre la source plasma filaire et le diaphragme d'extraction. Le flux d'électrons pénétrant dans le diaphragme en provenance de la source plasma filaire étant tout à fait négligeable, seul un flux ionique entrant est spécifié sur cette frontière du domaine. En supposant les

processus de production et d'accélération totalement découplés, la fonction de distribution des ions pénétrant dans le diaphragme est identique à celle des ions impactant la cathode. Les conditions de flux entrant spécifiées sur la surface du domaine définie par  $0 \leq r_f \leq R_d$  et  $z_f = 0$  sont ainsi déduites des fonctions de distribution en vitesse  $f_{v_r}$ ,  $f_{v_\theta}$  et  $f_{v_z}$  obtenues section 6.3. Les référentiels  $(r_s, \theta_s, z_s)$  et  $(r_f, \theta_f, z_f)$  de la source et du faisceau étant, comme indiqué figure 8.12, tels que

$$\mathbf{e}_{\mathbf{r}_f} = \mathbf{e}_{\mathbf{z}_s} \quad (8.2a)$$

$$\mathbf{e}_{\theta_f} = \mathbf{e}_{\theta_s} \quad (8.2b)$$

$$\mathbf{e}_{\mathbf{z}_f} = \mathbf{e}_{\mathbf{r}_s}, \quad (8.2c)$$

les fonctions de distribution en vitesse  $f_{v_r}^f$ ,  $f_{v_\theta}^f$  et  $f_{v_z}^f$  sont obtenues selon la correspondance

$$f_{v_r}^f \leftrightarrow f_{v_z} = \frac{1}{\mathcal{S}} \int_{\mathcal{S}} \int \int f^i(r, \theta, z, v_r, v_\theta, v_z) d\mathcal{S} dv_\theta dv_z \quad (8.3a)$$

$$f_{v_\theta}^f \leftrightarrow f_{v_\theta} = \frac{1}{\mathcal{S}} \int_{\mathcal{S}} \int \int f^i(r, \theta, z, v_r, v_\theta, v_z) d\mathcal{S} dv_r dv_z \quad (8.3b)$$

$$f_{v_z}^f \leftrightarrow f_{v_r} = \frac{1}{\mathcal{S}} \int_{\mathcal{S}} \int \int f^i(r, \theta, z, v_r, v_\theta, v_z) d\mathcal{S} dv_\theta dv_z. \quad (8.3c)$$

La fonction de distribution en position  $f_r^f$  est quant à elle obtenue en établissant une statistique sur la position des ions impactant la cathode sur une surface équivalente au trou telle que calculée section 6.3. Une telle statistique fait ressortir que la fonction  $f_r$

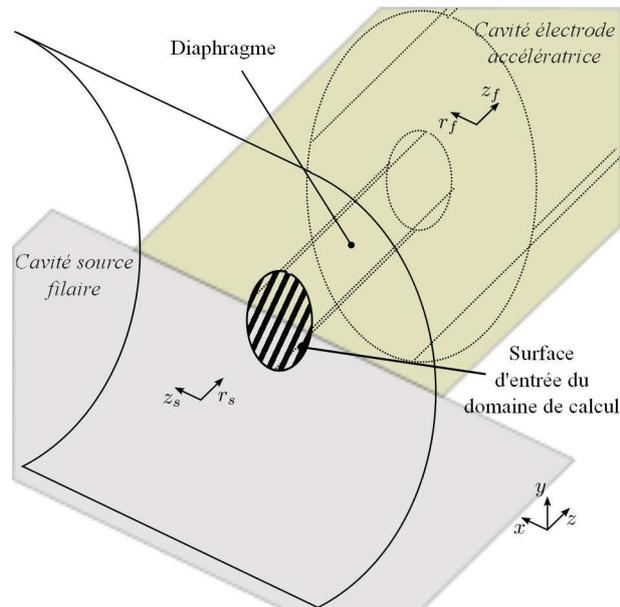


FIGURE 8.12: Interface entre les domaines de calcul particuliers utilisés pour modéliser d'une part la source plasma filaire (saumon) et d'autre part les zones d'extraction et d'accélération (beige).

est constante sur  $[0, R_d]$ , ce qui n'est pas surprenant dans la mesure où, comme cela a été montré précédemment, la décharge filaire est homogène axialement sur la longueur du trou et invariante par rotation selon  $\theta_s$ .

**Remarque 8.2.** *On pourrait croire que le choix d'utiliser les fonctions de distribution intégrées sur la surface du trou  $f_{v_r}$ ,  $f_{v_\theta}$  et  $f_{v_z}$  en lieu et place de la fonction de distribution  $f(v_x, v_y, v_z)$  est inadapté dans la mesure où le fait de ne considérer que les grandeurs intégrées ne permet pas de modéliser les effets de focalisation de faisceau. En effet, la focalisation du faisceau résultant d'une dépendance selon  $\theta_f$  de la composante de vitesse  $v_r^f$  (c. f. paragraphe 7.3.2), le choix d'une fonction de distribution en vitesse  $f_{v_r}^f$  indépendante de la position sur le trou ne permet pas de rendre compte de ces effets. Néanmoins, une spécification de la fonction de distribution des ions entrants plus complexe ne permettrait pas de remédier à ce problème dans la mesure où la modélisation  $2d/3v$  retenue suppose une invariance par rotation d'angle  $\theta_f$  des propriétés de faisceau, et interdit donc par elle même la modélisation des effets de focalisation non axisymétriques.*

### Paramètres de discrétisation spatiale et temporelle

Le maillage du domaine de calcul utilisé est présenté figure 8.13. Il s'agit d'un maillage composé de 3850 nœuds, raffiné à proximité des électrodes et de l'axe de symétrie  $r = 0$ . Le pas de maille selon la direction radiale varie ainsi de  $10^{-4}$  m proche de l'axe à  $5 \times 10^{-3}$  m en bordure de domaine. Le pas de maille dans la direction axiale varie lui de  $5 \times 10^{-4}$  m à  $5 \times 10^{-3}$  m.

La longueur de Debye à considérer dans le cas nous concernant ici n'est plus la forme simple

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k T_e}{n_e e^2}} \quad (8.4)$$

obtenue en tenant compte uniquement de la température électronique  $T_e$ , mais la forme générale

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k}{(n_e/T_e + n_i/T_i)e^2}}, \quad (8.5)$$

où  $n_e$ ,  $n_i$  et  $T_e$ ,  $T_i$  sont respectivement les densités et températures électronique et ionique. La densité ionique est, en négligeant les phénomènes collisionnels, fixée par le courant de faisceau et par l'énergie cinétique des ions le composant. La densité électronique, résultant uniquement de l'ionisation en volume et de l'émission secondaire, est supposée négligeable en regard de  $n_i$ . Les valeurs de densité ionique de quelques  $4 \times 10^{13} \text{ m}^{-3}$  correspondant à un faisceau d'ions hélium de  $30 \mu\text{A}$  et de  $200 \text{ eV}$  d'énergie cinétique - situation à l'entrée du diaphragme - conduisent alors à des longueurs de Debye de l'ordre de deux centimètres. En aval du faisceau, l'énergie cinétique des ions est plus importante, donc la densité ionique moindre, et la longueur de Debye s'accroît de ce fait à mesure que les ions accélèrent. On vérifie donc bien que les paramètres de maille du maillage permettent de résoudre sans difficulté la longueur de Debye, et ce quelle que soit la région du domaine considérée.

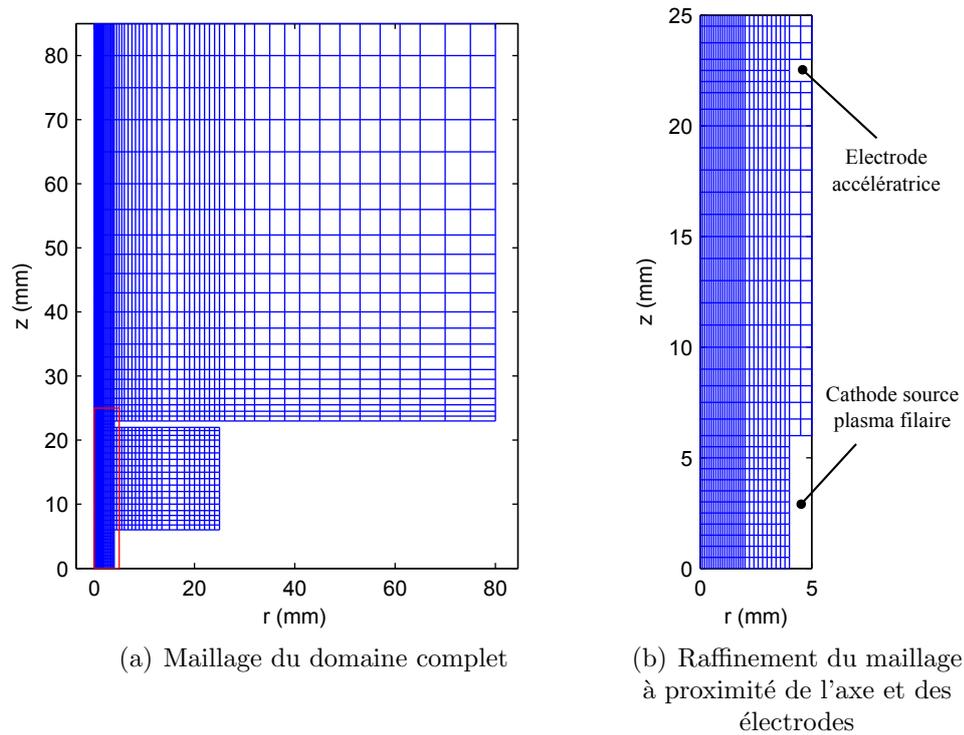


FIGURE 8.13: Maillage du domaine de calcul pour la modélisation particulaire du faisceau d'ions.

Le choix d'un pas de temps  $\Delta t = 10^{-10}$  s permet alors de satisfaire aisément aux deux autres conditions imposées par la formulation particulaire et synthétisées dans le tableau 2.1. En effet, en supposant la densité électronique au plus égale à un dixième de la densité ionique, les pulsations plasma ionique ( $\omega_p^i$ ) et électronique ( $\omega_p^e$ ) sont respectivement de l'ordre de  $2 \times 10^6$  rad.s $^{-1}$  et  $5 \times 10^7$  rad.s $^{-1}$ , et les produits  $\omega_p^i \Delta t$  et  $\omega_p^e \Delta t$  sont donc tout à fait négligeables devant un. Enfin, la condition de stabilité consistant à ne pas déplacer les particules de plus d'une maille en un pas de temps est largement satisfaite pour les ions et dans une moindre mesure dans le cas des électrons. Le fait que certains électrons puissent se déplacer de plus d'une maille en un pas de temps ne devrait toutefois pas être préjudiciable dans la mesure où la densité électronique est limitée. De ce fait l'erreur induite sur la charge d'espace, et donc sur le champ électrique, par un déplacement de plus d'une maille au cours d'un pas de temps demeure en théorie négligeable.

### Conditions de simulation

La simulation des zones d'extraction et d'accélération au moyen du code particulaire est réalisée pour un jeu de conditions de flux entrant de particules donné, c'est à dire pour un jeu de conditions de décharge de la source plasma filaire donné. On utilise ici les résultats de simulation du fonctionnement de la source plasma filaire seule (*c. f.* chapitre 5) obtenu pour une décharge dans l'hélium en mode diffus ( $V_d =$

165 V). Le courant d'ions entrant dans le diaphragme est fixé à  $32 \mu\text{A}$ , soit la valeur du courant dans l'hypothèse d'une décorrélation totale entre création et accélération pour un courant de décharge  $I_s = 10 \text{ mA}$ .

Le champ de pression est celui présenté figure 8.10(b), soit une simplification du champ de pression obtenu par calcul DSMC pour une pression au sein de la source plasma filaire de  $2.2 \times 10^{-2} \text{ mbar}$ .

### 8.2.2 Influence des effets de charge d'espace

Les résultats de simulation numérique particulière des zones d'extraction et d'accélération de la source d'ions sont utilisés dans ce paragraphe afin de déterminer l'influence des effets de charge d'espace sur la propagation du faisceau. On commencera par quantifier l'influence de la charge d'espace créée par le seul faisceau d'ions, puis on évaluera l'influence de la charge d'espace créée par l'interaction de ce faisceau avec le gaz de fond (phénomènes collisionnels) ainsi qu'avec les parois (émission secondaire).

#### Charge d'espace créée par le seul flux d'ions entrant

De par les faibles courants de faisceau considérés, la modification du champ de potentiel électrique induite par le seul faisceau d'ions entrant est limitée. En effet, la chute de potentiel  $\delta\phi$  induite entre l'axe et le rayon externe  $R_d$  du diaphragme par une densité ionique de  $n_i = 4 \times 10^{13} \text{ m}^{-3}$  correspondant à un courant de faisceau de  $32 \mu\text{A}$  de 200 eV d'énergie est

$$\delta\phi = \frac{en_i R_d^2}{4\varepsilon_0} \quad (8.6)$$

où  $e$  désigne la charge élémentaire, soit légèrement moins de trois volts. Cet ordre de grandeur est confirmé par les résultats de simulation obtenus en négligeant les phénomènes collisionnels et d'émission secondaire tels qu'indiqués figure 8.14. Une variation de l'ordre du volt étant tout à fait minime comparativement aux variations du champ de potentiel généré par la géométrie d'électrodes dans cette même zone, les effets de charge d'espace sont à priori négligeables. Il convient toutefois de vérifier que les phénomènes collisionnels (élastique et inélastique) et d'émission secondaire ne conduisent pas à un champ de densité nette de charge ( $n_i - n_{e^-}$ ) significativement différent du champ de densité ionique  $n_i$  propre au seul flux d'ions entrant. Le rôle joué par ces différents phénomènes est mis en relief dans l'analyse suivante, avant d'être validé par les résultats de simulation.

#### Influence des phénomènes d'émission secondaire sur la charge d'espace

Pour une tension d'accélération  $V_f = 2000 \text{ V}$ , soit une énergie cinétique des ions aux parois de l'ordre de 2200 eV, le coefficient d'émission secondaire  $\gamma_{He^+}$  est, comme indiqué figure 8.11, d'environ 0.75. L'impact d'ions sur l'électrode accélératrice ainsi que sur le plan de masse représentatif de l'analyseur à potentiel retardateur (RPA) conduit ainsi à l'émission d'un courant d'électrons égal à environ trois-quart du courant d'ions incident. Ces deux zones d'émission se distinguent toutefois par le comportement des électrons émis à partir de ces différentes surfaces.

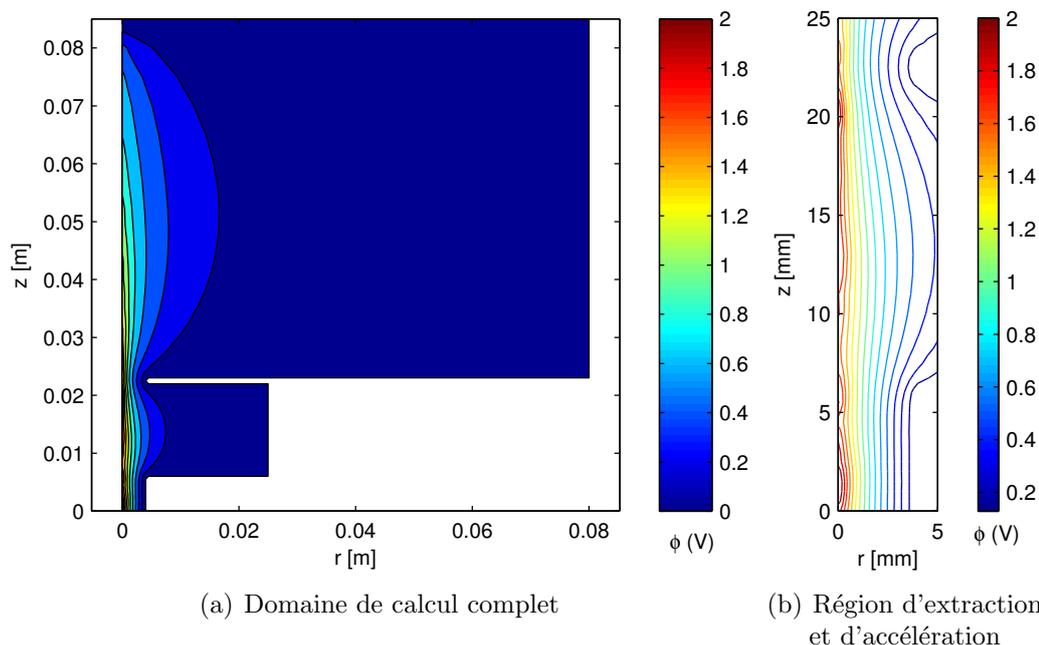


FIGURE 8.14: Distribution spatiale de potentiel de charge d'espace au sein du domaine de calcul obtenue en négligeant les phénomènes collisionnels et d'émission secondaire électronique.  $V_f = 2000$  V.

De par les dimensions caractéristiques du système et du fait d'un angle d'émission en  $\cos(\theta)$  [90], l'impact d'ions sur le RPA à proximité de l'axe donne lieu à la présence d'électrons à l'intérieur du caisson à vide sur une extension spatiale beaucoup plus large, et la fraction d'électrons susceptible de revenir vers la source filaire est ainsi négligeable. La faible énergie cinétique - de l'ordre de quelques électron-Volts [26] - avec laquelle sont émis ces électrons, combinée à l'absence de champ électrique au sein du caisson à vide, conduit alors ces électrons à rejoindre les parois internes du caisson avec une énergie cinétique inchangée. Ces électrons ne peuvent donc pas participer à l'ionisation en volume. Néanmoins, la vitesse d'un électron de 5 eV d'énergie cinétique étant de l'ordre de quatre fois celle d'un ion hélium de 2000 eV d'énergie cinétique, la charge d'espace électronique résultant de l'émission secondaire n'est pas totalement négligeable dans cette région. Les électrons produits par émission secondaire sur le RPA sont donc susceptibles de conduire à une neutralisation partielle de la charge d'espace positive induite par le faisceau d'ions au sein du caisson à vide.

Les électrons produits par émission secondaire par impact d'ions sur l'électrode accélératrice, et accélérés en sens inverse vers la source plasma filaire, ont en revanche un comportement distinct. Compte tenu de la tension d'accélération élevée, ces électrons sont en effet susceptibles de produire de nouvelles paires électron-ion par ionisation en volume. Toutefois, l'énergie cinétique des électrons devenant rapidement supérieure à l'énergie conduisant à un maximum de la section efficace d'ionisation par impact électronique (*c. f.* figure 6.6), ce phénomène demeure à priori négligeable. En effet, le taux d'ionisation  $\zeta_{e^-}^i = \sigma^i(v_{e^-})v_{e^-}$  pour un électron d'énergie cinétique voisine de

1000 eV est d'environ  $2 \times 10^{-14} \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ . En notant respectivement  $m_{e^-}$  et  $-e$  la masse et la charge d'un électron, le temps nécessaire à un électron pour parcourir la distance  $d$  séparant l'électrode accélératrice de la cathode de la source plasma filaire est

$$\delta t = \sqrt{\frac{2d^2 m_{e^-}}{eV_f}}, \quad (8.7)$$

soit un temps  $\delta t$  de l'ordre de la nanoseconde pour une distance  $d = 1.6$  cm et une tension d'accélération  $V_f = 2000$  V. La probabilité de subir une collision ionisante est

$$1 - \exp(-n_g \delta t \zeta_{e^-}^i), \quad (8.8)$$

soit environ  $10^{-3}$  en considérant un taux d'ionisation réduit  $\zeta_{e^-}^i \sim 2 \times 10^{-14} \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  et les valeurs de densité de neutres  $n_g$  présentées figure 8.10(a). Le courant d'ions impactant l'électrode accélératrice étant limité comparativement au courant de faisceau (moins de dix pour-cent, *c. f.* paragraphe 7.3.2), et l'énergie cinétique des électrons élevée, la modification induite sur la charge d'espace par la présence de ces électrons au sein de la cavité accélératrice est négligeable.

### Influence des phénomènes collisionnels par impact d'ions sur la charge d'espace

Le rôle joué par les phénomènes collisionnels sur les propriétés de faisceau sera étudié en détail dans la prochaine section. On cherche simplement ici à mettre qualitativement en évidence l'influence que peuvent avoir ces phénomènes sur la charge d'espace.

La section efficace d'ionisation par impact d'ions étant faible ( $\sigma^i \sim 5 \times 10^{-21} \text{m}^2$ ), la probabilité pour un ion de subir une collision ionisante sur sa trajectoire de l'entrée du diaphragme à la sortie du domaine de simulation est limitée. Pour une tension d'accélération  $V_f = 2000$  V et un champ de densité de neutres  $n_g$  tel que présenté figure 8.10(a), cette probabilité est de l'ordre de  $2 \times 10^{-3}$ . Le raisonnement proposé ci-dessus pour un électron créé par émission secondaire pouvant être appliqué à un électron créé cette fois par ionisation par impact d'ions, la probabilité pour ces électrons créés en volume de subir à leur tour une collision ionisante est très faible. La contribution de l'ionisation par impact d'ions à la charge d'espace est ainsi négligeable.

En revanche, les sections efficaces de collisions élastiques et d'échange de charge étant relativement importantes, la fraction d'ions subissant de telles collisions est a priori non négligeable. En effet, en considérant une section efficace pour chacun de ces processus de l'ordre de  $10^{-19} \text{m}^2$ , la probabilité pour un ion de 200 eV d'énergie cinétique de subir une collision au sein du diaphragme est de l'ordre de 0.05, soit un sur vingt. Ces collisions sont équivalentes du point de vue des ions à une force de freinage et conduisent donc à une augmentation de la charge d'espace. La probabilité de collision décroissant avec la coordonnée axiale sous l'action combinée d'une diminution de la pression et d'une augmentation de la vitesse des ions, on s'attend à ce que l'augmentation de la charge d'espace soit d'autant plus faible que l'on s'éloigne de l'entrée du diaphragme.

### Validation au moyen du code particulaire

La contribution limitée des phénomènes collisionnels et d'émission secondaire à la charge d'espace est confirmée par le tracé figure 8.15 du champ de potentiel de charge d'espace obtenu par simulation particulaire modélisant l'ensemble de ces phénomènes. La comparaison des figures 8.15 et 8.14 met ainsi principalement en évidence deux modifications : une augmentation de la charge d'espace à l'entrée du diaphragme et une neutralisation de la charge d'espace au sein du caisson à vide. Ce comportement est tout à fait cohérent avec d'une part la présence d'une force de freinage induite par les collisions ions-neutre et d'autre part l'émission d'électrons secondaire sur le RPA évoquée ci-dessus.

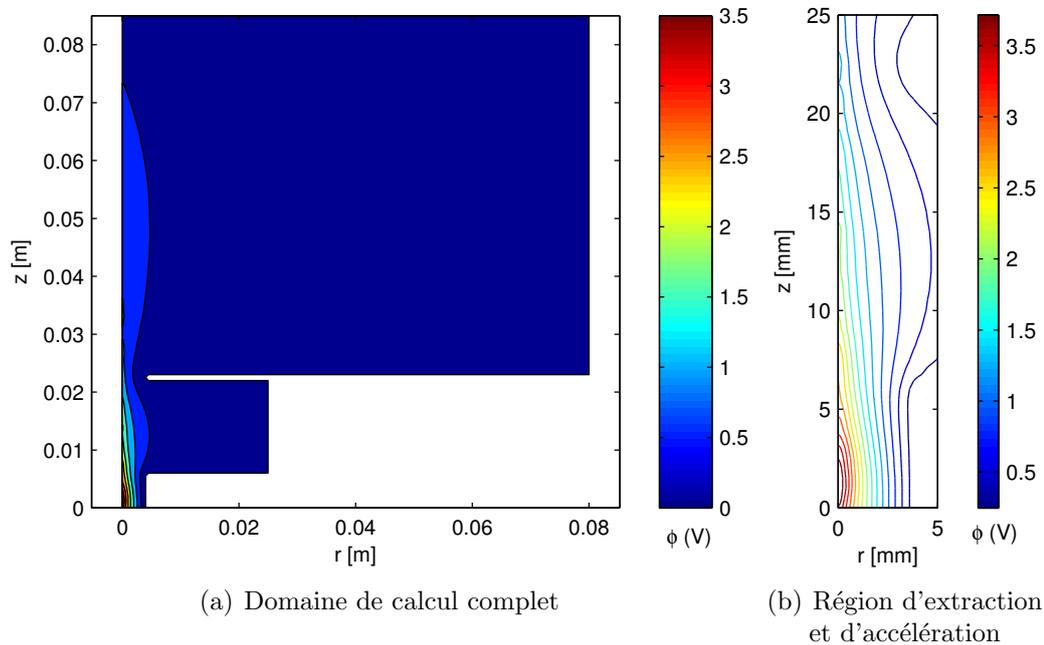


FIGURE 8.15: Distribution spatiale de potentiel de charge d'espace au sein du domaine de calcul.  $V_f = 2000$  V.

La contribution relative du potentiel de charge d'espace au potentiel électrique au sein des régions d'extraction et d'accélération est tracée figure 8.16. On vérifie bien que la charge d'espace ne modifie que très faiblement le champ de potentiel électrique créé par la géométrie d'électrode, avec une contribution d'au plus 0.5% dans la zone d'intérêt. L'augmentation observée en aval de l'électrode accélératrice résulte des faibles valeurs du champ de potentiel créé par les électrodes au sein du caisson à vide, d'où une augmentation significative de la contribution de la charge d'espace pour une valeur de densité nette de charge  $n_i - n_{e^-}$  du même ordre. Le champ électrique induit par la charge d'espace étant très limité du fait des faibles valeurs de ce dernier, cet accroissement de la contribution du potentiel de charge d'espace au potentiel électrique est d'influence négligeable sur les trajectoires ioniques, et ce d'autant plus que les ions possèdent dans cette région une énergie cinétique significative. L'équation 8.6 indique ainsi une chute de

potentiel de l'ordre de 0.4 V entre l'axe et la limite externe d'un faisceau d'ions hélium de 2 keV et 15  $\mu\text{A}$  tel que quittant l'électrode accélératrice au travers d'un perçage de rayon  $R_e = 4$  mm. Le champ électrique radial induit par cette chute de potentiel ne conduit alors qu'à un déplacement radial de 49  $\mu\text{m}$  d'un ion sur les 6 cm séparant l'électrode accélératrice de l'analyseur à potentiel retardateur. Dans le cas d'un faisceau d'ions xénon de même courant et énergie, ce déplacement radial n'est encore que de 280  $\mu\text{m}$ .

Cette faible influence de la charge d'espace sur les propriétés du faisceau d'ions permet de conforter les résultats de mesure obtenus au travers de la simulation de trajectoires ioniques dans un cadre laplacien obtenu section 8.1.

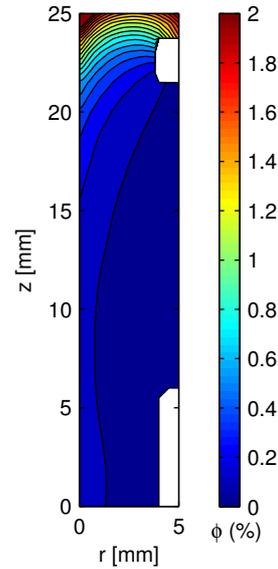


FIGURE 8.16: Contribution de la charge d'espace au champ de potentiel électrique en pourcentage. Tension d'accélération  $V_f = 2$  kV.

### 8.2.3 Influence des effets collisionnels

L'influence des effets collisionnels est étudiée en analysant les dispersions spatiale et énergétique du faisceau.

#### Dispersion spatiale du faisceau

Les champs de densité de courant et de densité de courant normalisée mesurées dans le plan de sortie du domaine de simulation sont présentés figure 8.17. Excepté l'invariance par rotation d'angle  $\theta_f$  inhérente aux hypothèses de la modélisation numérique, on constate que ces données sont tout à fait comparables aux données mesurées expérimentalement (*c. f.* figures 7.13(a) et 7.13(b)) pour un même courant de décharge  $I_s = 10$  mA, une même tension d'accélération  $V_f = 2$  kV et une pression légèrement inférieure. Les résultats de simulation numérique mettent ainsi en évidence une décroissance d'un facteur deux de la densité de courant sur une distance de l'ordre de 2 mm, et une densité de courant de plus d'un ordre de grandeur inférieure au maximum à une distance à l'axe de 4 mm. On constate donc que malgré les limitations du modèle formulées remarque 8.2, les données de simulation sont en bon accord avec les données expérimentales pour une tension d'accélération  $V_f = 2$  kV.

Outre cet accord qualitatif, les niveaux de densité de courant de  $0.8 \text{ A.m}^{-2}$  obtenus numériquement sur l'axe pour une pression  $p = 2.2 \times 10^{-2}$  mbar au sein de la source filaire sont tout à fait cohérents avec les données expérimentales, à savoir  $0.6 \text{ A.m}^{-2}$  (*c. f.* figure 8.3) et  $0.8 \text{ A.m}^{-2}$  pour des pressions respectives de  $p = 2.2 \times 10^{-2}$  mbar

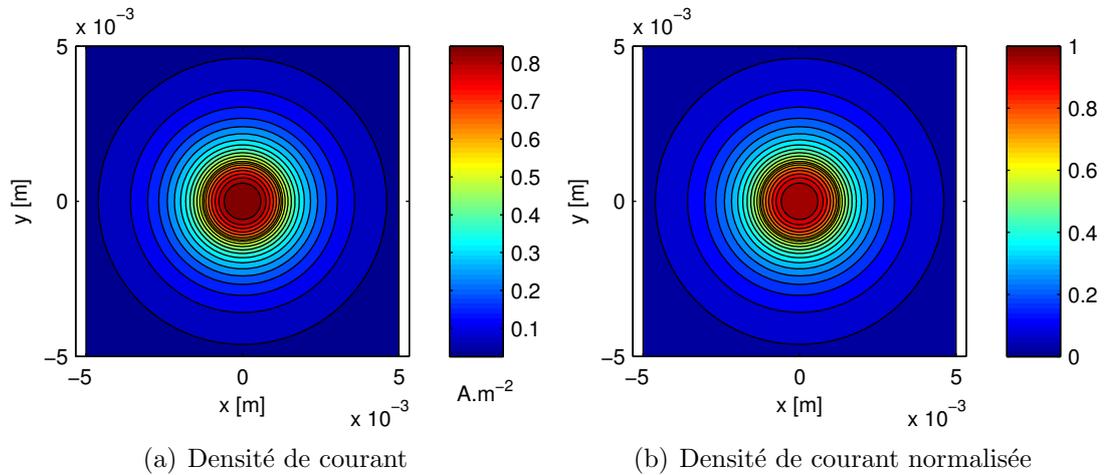


FIGURE 8.17: Distributions spatiales de densité de courant et de densité de courant normalisée dans le plan de sortie. Tension d'accélération  $V_f = 2$  kV. Conditions de décharge :  $V_d = 165$  V,  $p = 2.2 \times 10^{-2}$  mbar.

et  $p = 1.2 \times 10^{-2}$  mbar<sup>1</sup>. Le fait que, pour une pression donnée, la densité de courant obtenue par simulation numérique soit légèrement supérieure à la valeur mesurée expérimentalement peut potentiellement être expliqué par la configuration expérimentale, à savoir que la jauge permettant la mesure de pression est raccordée à la source plasma filaire au moyen d'un tube en vinyle et non directement. Cette configuration, imposée par la nécessité d'isoler électriquement la jauge de pression (*c. f.* section 7.1), peut ainsi conduire à une sous-estimation de la pression existant réellement au sein de la source plasma filaire.

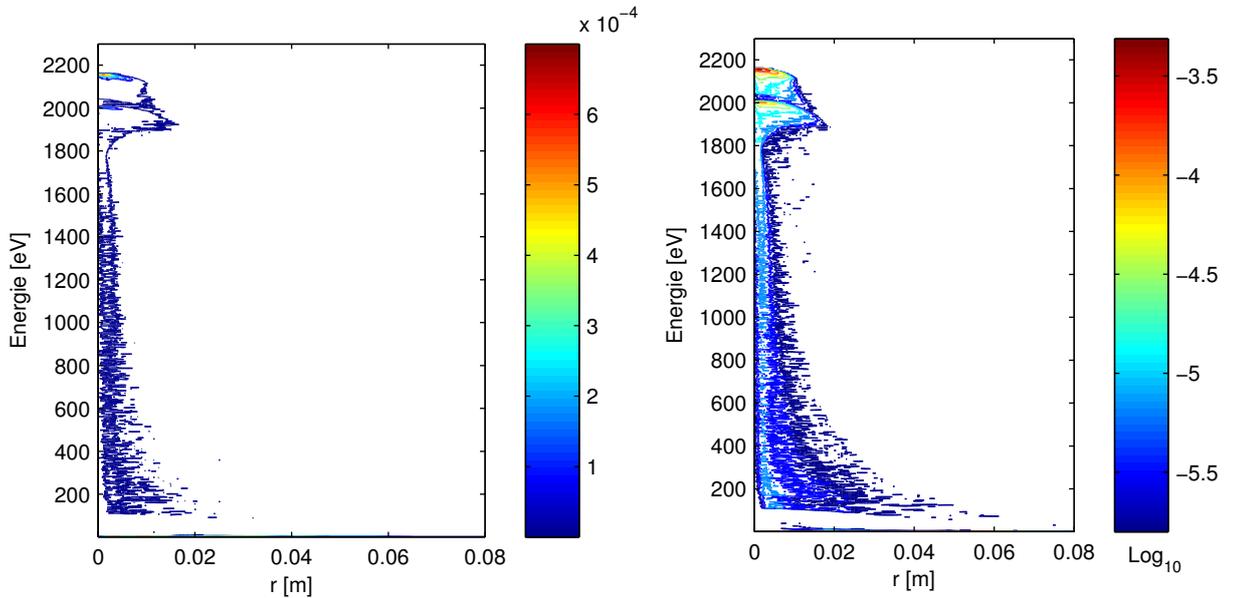
Les résultats de simulation de trajectoires ioniques présentés dans la section précédente ont mis en avant l'existence d'un facteur quatre entre les niveaux de densité de courant obtenus respectivement par simulation numérique et expérimentalement. Le rôle joué par les effets collisionnels a alors été avancé afin de justifier de cet écart. Le bon accord quantitatif en termes de niveaux de densité de courant obtenus respectivement par simulation numérique particulière collisionnelle et expérimentalement dans cette section confirme et valide alors cette hypothèse.

### Dispersion en énergie du faisceau

La modélisation de la zone d'accélération au moyen du code particulière permet d'avoir accès point par point à la fonction de distribution des ions au sein du faisceau. On peut notamment étudier l'allure de la fonction de distribution en vitesse  $v_z^f$  du faisceau dans le plan de sortie du domaine, donnée qui est l'analogue numérique des mesures expérimentales obtenues au moyen de l'analyseur à potentiel retardateur (RPA) dans le plan  $\mathcal{A}$ . Les iso-contours de la fonction de distribution en vitesse  $f_{v_z}^f$

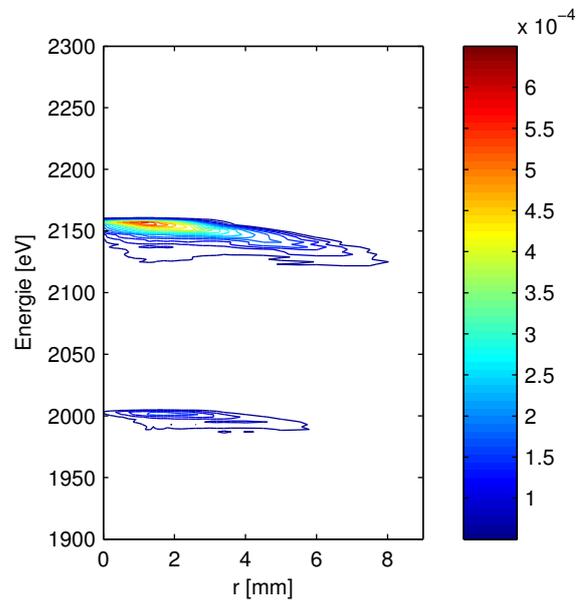
1. Cette valeur de densité de courant de  $0.8 \text{ A.m}^{-2}$  est obtenue en tenant compte du facteur de transmission global du RPA pris égal à 0.1 et des valeurs expérimentales présentées figure 7.13(a).

en fonction de la coordonnée radiale sont tracés figure 8.18. On vérifie, comme observé expérimentalement figure 7.14, que la fonction de distribution  $f_{v_z}^f$  présente un pic pour une énergie égale à la somme des tensions de décharge ( $V_d$ ) et d'accélération ( $V_f$ ).



(a) Domaine complet - Échelle linéaire

(b) Domaine complet - Échelle logarithmique



(c) Région correspondant aux deux pics principaux

FIGURE 8.18: Iso-contours de la fonction de distribution en vitesse  $f_{v_z}^f$  en fonction du rayon dans le plan de sortie du domaine de calcul. Tension d'accélération  $V_f = 2$  kV. Conditions de décharge :  $V_d = 165$  V,  $p = 2.2 \times 10^{-2}$  mbar.

Comme indiqué figure 8.19, la largeur à mi-hauteur de ce pic est de l'ordre de la dizaine d'électron-Volts, ce qui est cohérent avec les valeurs déduites des mesures expérimentales une fois pris en compte l'élargissement induit par le système d'acquisition (*c. f.* paragraphe 7.3.1).

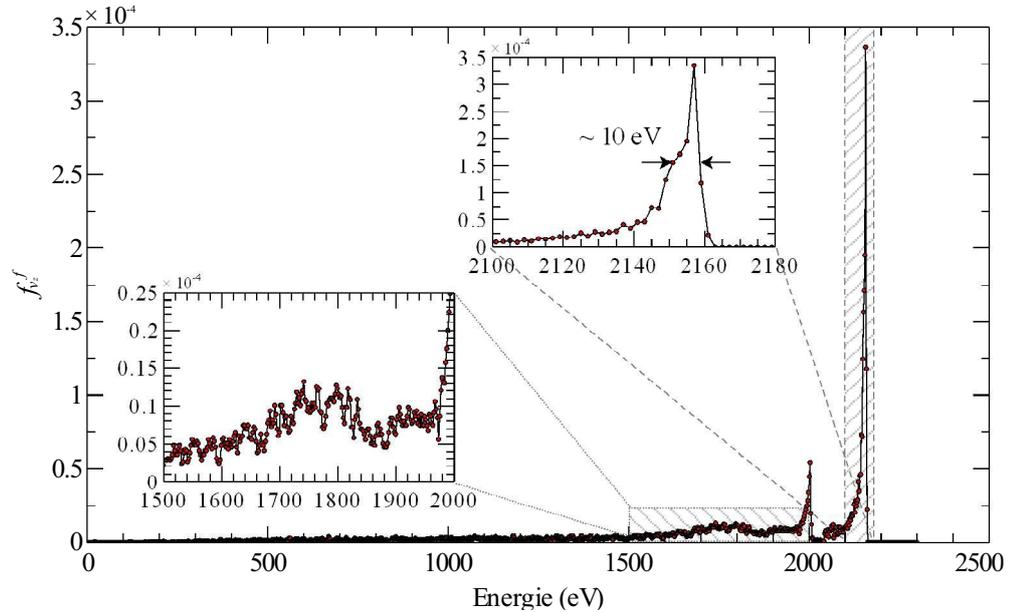


FIGURE 8.19: Fonction de distribution en vitesse  $f_{v_z}^f$  sur l'axe dans le plan de sortie du domaine de calcul. Tension d'accélération  $V_f = 2$  kV. Conditions de décharge :  $V_d = 165$  V,  $p = 2.2 \times 10^{-2}$  mbar.

Néanmoins, contrairement aux données expérimentales pour lesquelles seul ce pic est observé, les données de simulation présentent, comme illustré figure 8.19, un pic secondaire pour une énergie équivalente à la tension d'accélération  $V_f$  ainsi qu'un spectre non nul sur une bande de plus ou moins 200 eV de largeur centrée sur une énergie de l'ordre de 250 eV en deçà de  $V_f$ . La figure 8.18(a) indique par ailleurs que la bande d'énergie cinétique axiale -  $m(v_z^f)^2/2$  - donnant lieu à ce spectre non nul est d'autant plus faible que l'on s'éloigne de l'axe. L'existence de ces deux propriétés peut s'expliquer de la manière suivante.

**Existence d'un pic secondaire** Les données de simulation font ainsi ressortir, par opposition aux résultats expérimentaux, l'existence d'un pic secondaire d'amplitude moindre pour une énergie correspondant à la tension de décharge  $V_f$ . L'analyse des résultats de simulation fait apparaître que ce pic secondaire correspond à une population d'ions générés par échange de charge à l'entrée du diaphragme connectant la source plasma filaire à la cavité de l'électrode accélératrice. Le tracé de la fonction de distribution en vitesse  $f_{v_z}^f$  intégrée radialement en fonction de la coordonnée axiale  $z$ , présenté figure 8.20, indique en effet que les deux pics observés dans le plan de sortie sont déjà formés à quelques millimètres de l'entrée du diaphragme. Les populations

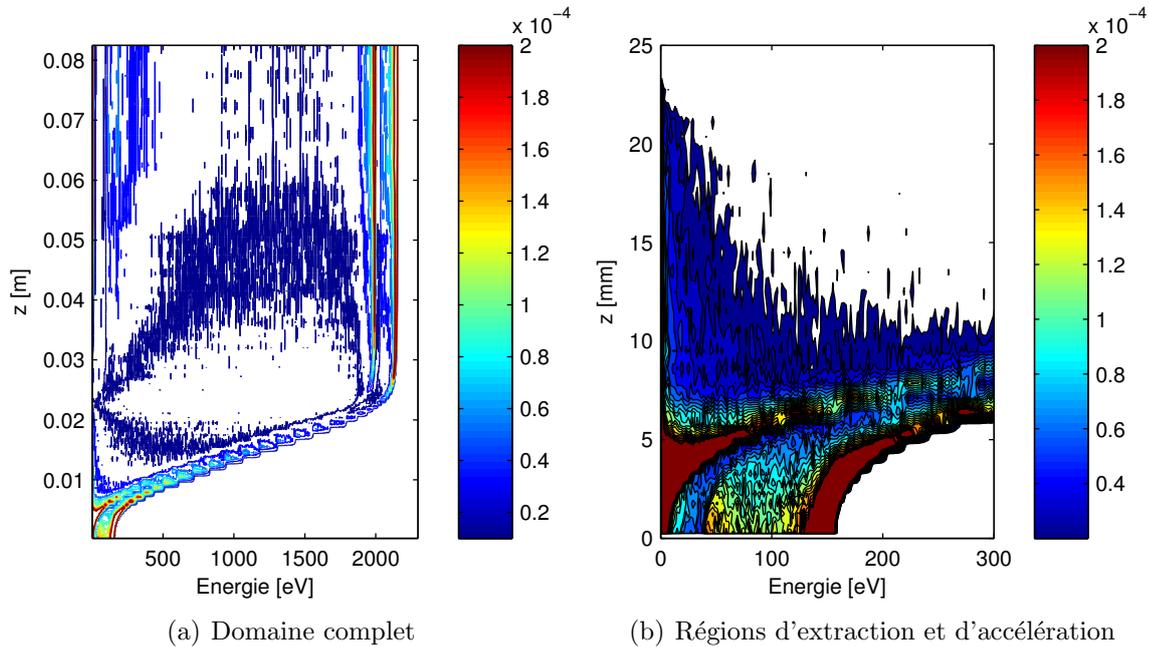


FIGURE 8.20: Iso-contours de la fonction de distribution en vitesse intégrée radialement en fonction de la coordonnée axiale  $z$ . Tension d'accélération  $V_f = 2$  kV. Tension de décharge  $V_d = 165$  V.

ioniques correspondant à chacun de ces deux pics sont alors simplement accélérées au sein de la cavité de l'électrode accélératrice, ce qui conduit à un décalage progressif des énergies pour lesquelles ces pics sont observés à mesure que la coordonnée axiale augmente, et ce jusqu'à la sortie de cette cavité.

L'existence de ce pic secondaire, ou du moins le fait qu'il soit aussi fin, résulte de la modélisation adoptée, et en particulier de la condition aux limites pour le champ électrique spécifiée sur la paroi d'entrée du domaine. En effet, la modélisation des seules zones d'extraction et d'accélération requiert de spécifier, comme on a pu l'évoquer précédemment, la forme du potentiel électrique (ou de sa dérivée normale) sur la surface correspondant à l'interface entre la source plasma filaire et le diaphragme d'extraction. Le choix par défaut d'une condition de Neumann correspond ainsi à la spécification d'une composante axiale du champ électrique nulle sur cette surface. Un tel choix limite, comme illustré figure 8.21, la pénétration des lignes iso-potential de potentiel inférieur à  $V_f$  au sein du diaphragme, conduisant ainsi globalement à une sous-estimation du champ électrique axial au sein du diaphragme. Cette sous-estimation du champ électrique axial est alors responsable de l'existence du pic secondaire observé figure 8.19, puisque l'ensemble des ions créés sur les premiers millimètres du diaphragme possède une énergie potentielle voisine, à l'inverse de ce qui est observé lorsque les particules sont créées dans une zone où règne un gradient de potentiel plus important. Un tel choix de condition aux limites conduit donc d'une part à surestimer les effets collisionnels au sein du diaphragme puisque les ions y sont moins rapidement accélérés,

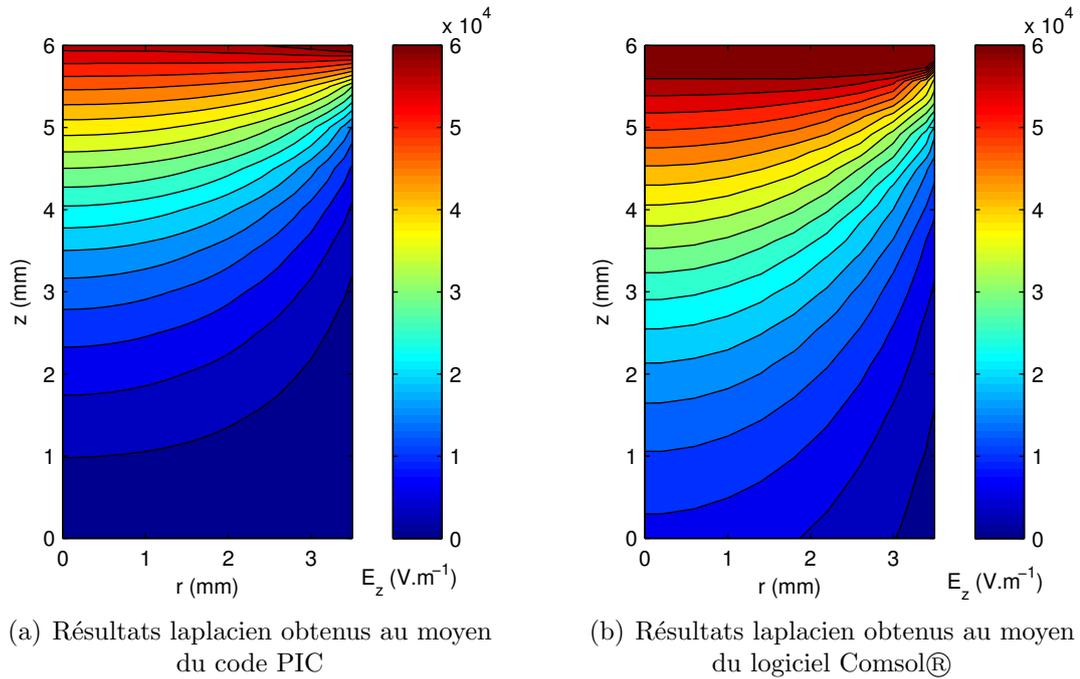


FIGURE 8.21: Composante axiale du champ électrique laplacien au sein du diaphragme obtenue par simulation PIC des seules zone d'extraction et d'accélération et par une simulation du domaine complet au moyen d'un logiciel commercial. Le fait de spécifier sur la paroi d'entrée du diaphragme une condition de Neumann ( $\partial V/\partial z = 0$ ) conduit à une sous-estimation du champ électrique axial au sein du diaphragme.  $V_f = 2000$  V,  $V_d = 200$  V.

et d'autre part à uniformiser la signature spectrale des ions créés sur les premiers millimètres du diaphragme du fait de la sous-estimation du gradient de potentiel électrique selon la direction axiale.

Une solution permettant de remédier à ce problème consisterait, comme indiqué au paragraphe 8.2.1, à résoudre préalablement à la simulation les équations de champ électrique sur un domaine étendu pour lequel l'ensemble des conditions aux limites est connu (surface physique ou condition de symétrie), puis à interpoler le potentiel électrique ainsi obtenu sur la surface d'entrée du domaine de calcul actuel. La condition aux limites électrique sur la surface d'entrée serait alors une condition de Dirichlet obtenue au moyen d'un calcul de champ sur un domaine étendu, comme cela a été fait dans le cas de la modélisation de la source plasma filaire seule au paragraphe 5.1.2.

**Spectre non nul pour une énergie inférieure à  $V_f$**  La fonction de distribution en vitesse  $f_{v_z}^f$  obtenue numériquement sur l'axe et présentée figure 8.19 fait également ressortir l'existence d'une population d'ions d'énergie cinétique selon l'axe  $\mathbf{e}_z^f$  variant entre 1650 et 1850 eV, et ce pour une tension d'accélération  $V_f = 2$  kV. L'énergie moyenne de cette population est, comme indiqué figure 8.18(a), d'autant plus faible que l'on s'éloigne de l'axe de la source d'ions. Une observation attentive des résultats expérimentaux obtenus dans l'hélium pour une même pression  $p = 2.2 \times 10^{-2}$  mbar

indique que cette propriété a bien une origine physique, et ne relève donc pas uniquement, à l'inverse de l'existence du pic secondaire décrit ci-dessus, du modèle numérique retenu. Les spectres sur l'axe obtenus expérimentalement dans l'hélium pour un courant de décharge  $I_s = 10$  mA, une même tension d'accélération  $V_d = 2000$  eV et deux pressions distinctes (figure 8.22) mettent en effet en évidence la formation d'une population d'ions d'énergie cinétique selon l'axe  $\mathbf{e}_z^f$  inférieure à la tension de décharge. On vérifie par ailleurs que les valeurs d'énergie cinétique de l'ordre de 1750 eV observées figure 8.22 sont tout à fait comparables aux énergies relevées numériquement figure 8.19. A titre de remarque, le fait que l'énergie de faisceau  $V_s$  soit légèrement supérieure dans le cas basse pression résulte simplement d'une tension de décharge  $V_d = V_s - V_f$  plus importante.

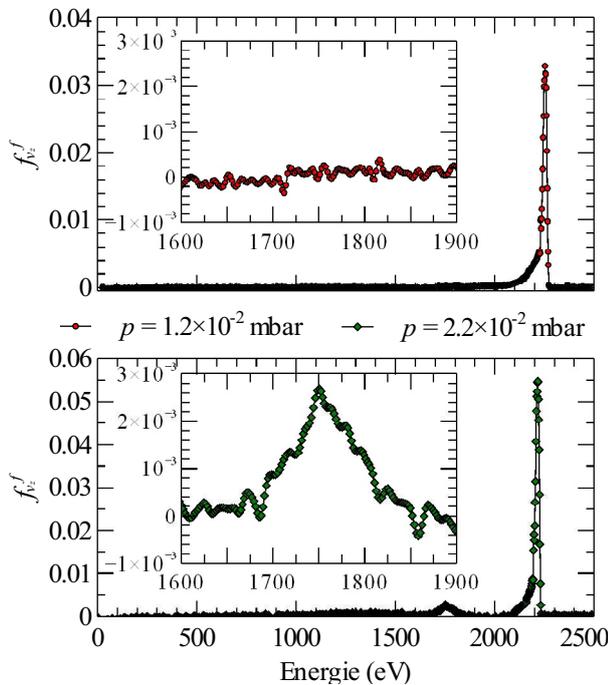


FIGURE 8.22: Fonctions de distribution sur l'axe en vitesse axiale  $f_{v_z}^f$  obtenues expérimentalement pour différentes pression de source. Tension d'accélération  $V_f = 2$  kV.

dans le plan de l'analyseur à potentiel retardateur (RPA) en fonction de la position  $(r_f, z_f)$  où est généré cet ion. La figure 8.23(a) présente les résultats correspondants obtenus au moyen du logiciel Simion® pour une tension d'accélération  $V_f = 2$  kV. On constate que la position radiale d'impact d'un ion dans le plan de sortie diffère fortement selon la position initiale de l'ion. De par un champ axial limité (*c. f.* discussion précédente sur l'existence d'un pic secondaire) et l'existence d'une composante radiale négative du champ électrique, un ion généré au sein du diaphragme est accéléré vers l'axe et voit sa vitesse radiale changer de signe. A l'autre extrémité, un ion généré

L'existence d'une telle population ionique peut être interprétée de la façon suivante. Malgré la chute de densité de neutres  $n_g$  significative observée entre l'entrée du diaphragme et l'électrode accélératrice (*c. f.* figure 8.10(a)), les taux volumiques de collision ion-neutre, en particulier d'échange de charge, demeurent à des niveaux relativement importants sur l'ensemble de ce volume. De telles collisions donnent lieu à la production d'ions d'énergie cinétique initialement négligeable au sein du diaphragme et de la région d'accélération (cavité de l'électrode accélératrice). Le potentiel de charge d'espace étant, comme on a pu le montrer au paragraphe précédent, d'influence minime, l'évolution des coordonnées dans l'espace des phases de ces ions est alors déterminée par le seul champ électrique généré par la géométrie d'électrodes.

Une simulation tri-dimensionnelle de trajectoire ionique permet ainsi de déterminer la position radiale d'un ion

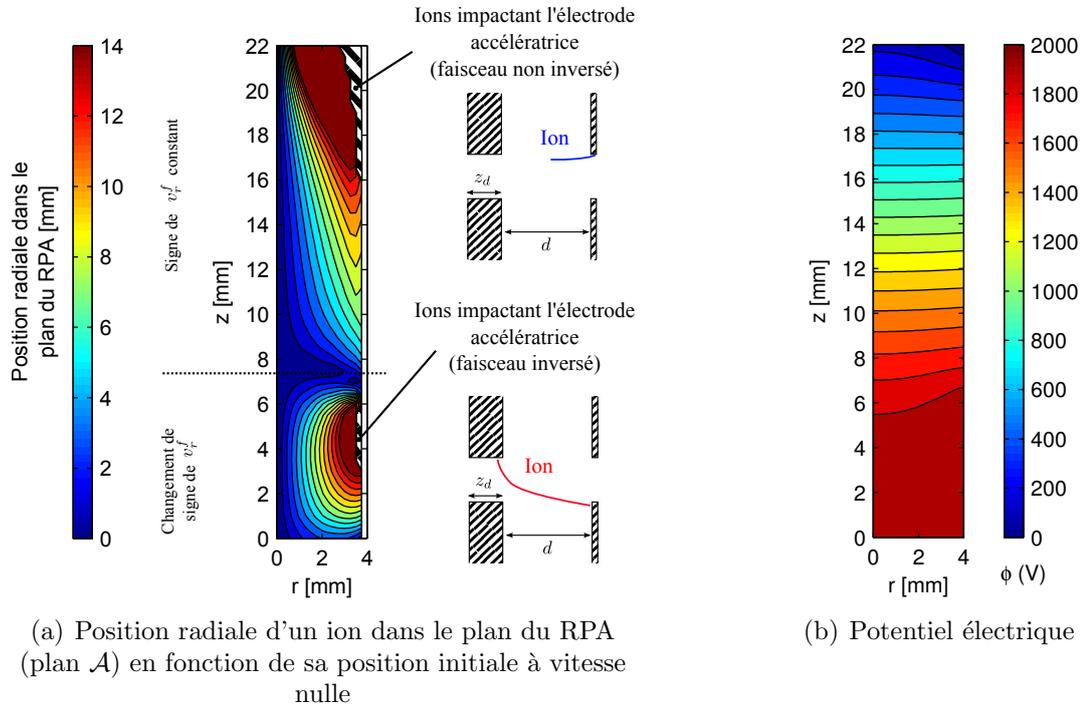


FIGURE 8.23: Justification de l'allure de la fonction de distribution en vitesse axiale  $f_{v_z}^f$ . Tension d'accélération  $V_f = 2000$  V.

proche de l'électrode accélératrice s'éloigne continuellement de l'axe sous l'effet d'une composante radiale de champ électrique positive. Dans la zone intermédiaire, l'intensité du champ électrique radial diminuant à mesure que l'on remonte vers le diaphragme, le rapport entre composantes radiale et axiale de vitesse des ions diminue. La position radiale des ions dans le plan du RPA est ainsi d'autant plus faible que l'ion est généré en amont de la région d'accélération, et ce jusqu'à la sortie du diaphragme. Il existe de ce fait, comme matérialisé figure 8.23(a), une zone de quelques millimètres de longueur en sortie du diaphragme ( $6 \text{ mm} \leq z_f \leq 8 \text{ mm}$ ) au sein de laquelle un ion généré sans vitesse initiale est, quelle que soit sa position radiale initiale, transporté par le champ électrique de telle sorte que sa position radiale dans le plan du RPA soit inférieure à deux millimètres.

En plaçant la distribution spatiale de potentiel électrique (figure 8.23(b)) en regard de ces données, on constate que le potentiel électrique varie entre 1850 V et 1700 V sur les deux premiers millimètres de la cavité de l'électrode accélératrice ( $6 \text{ mm} \leq z_f \leq 8 \text{ mm}$ ). La coordonnée radiale d'ions générés sans vitesse initiale dans cette zone étant au plus de deux millimètres, les ions produits par échange de charge dans cette zone atteignent le plan du RPA proche de l'axe avec une énergie cinétique variant entre 1700 eV et 1850 eV, soit des valeurs tout à fait cohérentes avec celles observées

expérimentalement figure 8.22 et numériquement figure 8.19. De manière analogue, la probabilité pour un ion d'impacter le RPA loin de l'axe étant d'autant plus élevée que la coordonnée axiale  $z_f$  où cet ion est généré est grande, et le potentiel électrique décroissant avec  $z_f$  dans la région d'intérêt, la bande d'énergie sur laquelle la fonction de distribution en vitesse  $f_{v_z}^f$  est non nulle est d'autant plus basse que l'analyseur à potentiel retardateur est éloigné de l'axe. Le calcul de trajectoires d'ions générés par échange de charge au sein du diaphragme et de la cavité de l'électrode accélératrice associé à la distribution spatiale de potentiel électrique permet ainsi de justifier l'allure des iso-contours de la fonction de distribution en vitesse  $f_{v_z}^f$  présentés figure 8.18(a).

Le rôle joué par les phénomènes collisionnels sur la dispersion en énergie du faisceau est par ailleurs confirmé par les résultats de simulation numérique obtenus en supposant la densité de neutres égale à un millièème des valeurs indiquées figure 8.10(b). Une telle simulation conduit, comme on pouvait s'y attendre, à une fonction de distribution en vitesse  $f_{v_z}^f$  identique à la fonction de distribution  $f_{v_r}$  des ions impactant la cathode de la source plasma filaire translattée de la tension d'accélération  $V_f$ .

**Remarque 8.3.** *L'analyse proposée ci-dessus a été développée en considérant uniquement les phénomènes de collision de type échange de charge. Or, la section efficace de collision ion-neutre élastique étant du même ordre que celle d'échange de charge, les taux de collision élastique sont également non négligeables. Toutefois, une collision élastique donnant lieu à une diffusion isotrope de l'ion incident (c. f. paragraphe 4.4.2), la probabilité pour un ion subissant une telle collision de rejoindre le plan du RPA au travers de l'électrode accélératrice est très faible. La contribution de ces ions aux fonctions de distribution étudiées est donc limitée. Ces collisions conduisent néanmoins à un accroissement du courant d'ions impactant l'électrode accélératrice, et ce au détriment du courant de faisceau.*

En résumé, la simulation particulière collisionnelle des régions d'extraction et d'accélération du faisceau d'ions permet de conforter les résultats obtenus au moyen de simulation de trajectoires ioniques non collisionnelles section 8.1. La quantification de l'influence des phénomènes collisionnels permet en effet de justifier les différences observées en terme de densité de courant sur l'axe. Cette modélisation démontre en outre que ces effets résultent majoritairement de collisions élastique et d'échange de charge au sein du diaphragme et de la cavité de l'électrode accélératrice, et qu'une diminution de la pression de fonctionnement de la source filaire permet par conséquent de limiter ces phénomènes. Une diminution de la pression permet notamment de limiter la fonction de distribution en vitesse  $f_{v_z}^f$  à un unique pic d'énergie égale à la somme des tensions de décharge et d'accélération.

### 8.3 Synthèse

Une étude numérique a été conduite afin de mettre en évidence les effets d'une modification de deux paramètres géométriques propres au concept de source d'ions proposé au chapitre précédent sur les propriétés du faisceau d'ions extraits de cette source.

L'étude des propriétés de focalisation au moyen d'un code de simulation électrostatique d'optique ionique tri-dimensionnelle permettant de reproduire les trajectoires d'ions générés au sein de la source plasma filaire a permis de dégager diverses tendances comportementales. Les résultats montrent ainsi qu'une variation de la distance  $d$  séparant la cathode de la source plasma filaire de l'électrode accélératrice permet de moduler la longueur focale du dispositif sans modification significative du courant de faisceau. Le courant de faisceau peut quant à lui être contrôlé en modulant la profondeur du diaphragme  $z_d$  reliant la source plasma filaire à la cavité de l'électrode accélératrice. Une variation de la profondeur du diaphragme  $z_d$  étant par ailleurs accompagnée par une légère modification de la focalisation de faisceau, il est envisageable de combiner une modulation de  $z_d$  et de  $d$  de sorte de faire varier le courant de faisceau sans en modifier la focalisation. Enfin, une analyse des ces différents résultats a permis de démontrer la cohérence existant entre ces tendances comportementales et l'analyse en terme de lentille électrostatique proposée au chapitre précédent.

La simulation des régions d'extraction et d'accélération des ions au moyen du code particulière développé au chapitre 4 a permis d'une part de démontrer la faible influence de la charge d'espace sur les propriétés de faisceau et d'autre part de mettre en évidence le rôle joué par les phénomènes collisionnels, notamment sur la fonction de distribution en énergie des ions. Il a ainsi été montré que, de par les faibles courants de faisceau considérés et l'absence de processus de création de paires électron-ion en volume significatif, le potentiel de charge d'espace est tout à fait négligeable comparativement au potentiel électrique généré par la géométrie d'électrodes. En revanche, les niveaux relativement importants des taux volumiques de collision élastique et d'échange de charge au sein des régions d'extraction et d'accélération ont été invoqués afin de donner un sens aux différentes populations ioniques d'énergie distincte mises en évidence par la fonction de distribution obtenue par simulation numérique. Une analyse conjointe de la trajectoire d'ions générés par échange de charge et de la distribution spatiale de potentiel électrique a en effet permis de justifier l'existence d'une population d'ions d'énergie cinétique inférieure à la tension d'accélération, et d'énergie d'autant plus faible que l'on s'éloigne de l'axe de la source d'ions. L'analyse des données numériques et expérimentales a toutefois démontré que le niveau relatif de cette population demeure bien inférieur à celui de la population correspondant au pic de la fonction de distribution, et peut être abaissé en diminuant la pression au sein de la source plasma filaire sous réserve de maintenir la décharge en mode diffus.

En s'appuyant sur l'ensemble de ces résultats, les performances de la source d'ions développée dans cette étude peuvent dorénavant être jugées à l'aune des différentes applications potentielles d'une telle source, et les développements pouvant conduire à une éventuelle amélioration de la balance avantages-inconvénients identifiés.



*"The strongest arguments prove nothing so long as the conclusions are not verified by experience. Experimental science is the queen of sciences and the goal of all speculation."*

Roger Bacon (1214-1294)

# 9

## Évaluation des performances : application à la propulsion spatiale

**Résumé.** L'objectif de ce chapitre est de juger les performances de cette source à l'aune d'une application spécifique, la propulsion spatiale, afin de mettre en lumière différents développements pouvant conduire à l'optimisation des performances de la source dans ce cadre ainsi que pour d'autres applications. On cherchera pour cela à mettre les caractéristiques de la source d'ions développée en regard des caractéristiques typiques de diverses solutions technologiques existantes.

### Sommaire

---

9.1	Poussée . . . . .	202
9.2	Impulsion spécifique . . . . .	204
9.3	Efficacité énergétique . . . . .	207
9.4	Synthèse . . . . .	209

---

On cherche dans ce chapitre à utiliser les différents résultats établis au cours des chapitres précédents afin de caractériser les performances de la source d'ions développée dans cette thèse. On prend le parti d'étudier les performances de cette source dans le cadre particulier qu'est la propulsion spatiale, en gageant que les résultats de cette étude permettent de mettre en évidence différentes optimisations du système pouvant être par ailleurs utilisées dans un contexte applicatif distinct.

Les performances d'un propulseur électrique sont usuellement caractérisées par la donnée de trois paramètres principaux que sont la poussée, l'impulsion spécifique et l'efficacité énergétique du système propulsif [126]. On estimera donc successivement chacun de ces paramètres dans le cas du concept de source d'ions proposé, et on proposera d'éventuels développements permettant améliorer les performances du système actuel.

## 9.1 Poussée

La poussée  $F_f$  produite par un faisceau d'ions parallèle d'énergie cinétique  $\epsilon_i$  et de masse  $m$  est définie par

$$F_f = \sqrt{\frac{2\epsilon_i}{m}} \frac{I}{q} \propto \frac{I}{q} \sqrt{\epsilon_i m}, \quad (9.1)$$

où  $I$  est le courant de faisceau et  $m$  et  $q$  sont respectivement la masse et la charge de l'ion. Ainsi, un courant d'ions de  $10 \mu\text{A}$  correspond à une poussée variant respectivement de  $0.1 \mu\text{N}$  à  $1 \mu\text{N}$  pour des faisceaux d'ions hélium à  $1.2 \text{ keV}$  et d'ions xénon à  $4 \text{ keV}$ . Les poussées correspondant aux courants de faisceau mesurés expérimentalement au chapitre 7 varient de fait, comme indiqué figure 9.1(a), de quelques dixièmes de micro-newton lors de l'opération de la décharge filaire à bas courant  $I_s$  dans l'hélium et pour une tension d'accélération  $V_f$  limitée, à deux micro-newtons pour un courant de décharge  $I_s = 15 \text{ mA}$  et une tension d'accélération  $V_f = 4.5 \text{ kV}$ . Ces poussées de l'ordre du micro-newton sont typiquement celles produites par une unique pointe d'un propulseur FEED (Field Emission Electric Propulsion) [127] fonctionnant à une tension d'accélération de  $8 \text{ kV}$  et à un courant de  $10 \mu\text{A}$ , ou encore d'un propulseur colloïde [128] pour une tension d'accélération de  $3 \text{ kV}$  et un débit massique de  $1 \mu\text{g}\cdot\text{s}^{-1}$ .

L'équation 9.1 indique que des poussées plus importantes pourraient être obtenues en augmentant au choix l'énergie cinétique, la masse atomique du gaz utilisé ou encore le courant de faisceau. La poussée n'augmentant que comme la racine de la masse atomique du gaz et de l'énergie cinétique  $\epsilon_i$ , il semble dans un premier temps préférable de se concentrer sur une augmentation du courant de faisceau  $I$ . Le potentiel apport de chacune de ces voies de développement peut-être analysé de la manière suivante.

Dans la configuration géométrique actuelle, une augmentation du courant de faisceau peut être obtenue de deux manières. Une première solution, relativement immédiate, repose sur un accroissement du flux d'ions impactant la cathode de la source plasma filaire, c'est à dire sur une augmentation de la densité ionique au sein de la source filaire (*c. f.* paragraphe 6.1.1). Les moyens de parvenir à une telle augmentation seront discutés par la suite. Une seconde solution, indirecte, consiste en une diminution de la pression régnant au sein de la source filaire, ce qui conduit à une moindre

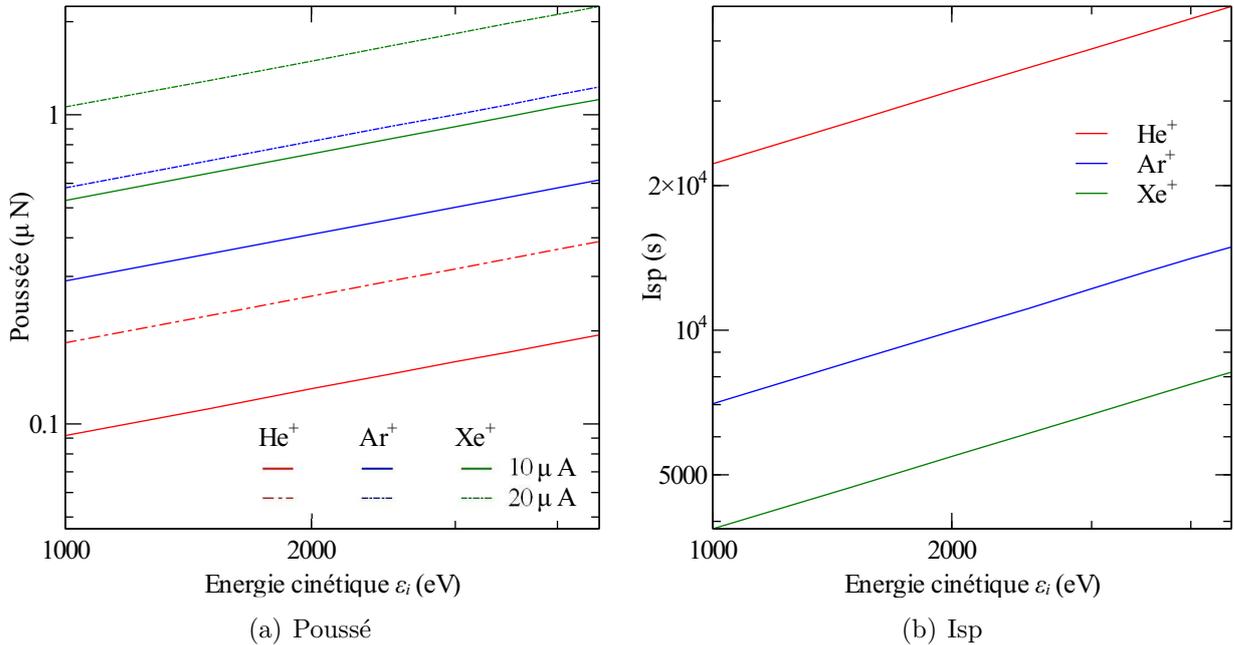


FIGURE 9.1: Poussée produite par le faisceau d'ions et  $I_{sp}$  en fonction de l'énergie cinétique des ions pour différents courants de faisceau.  $V_f = 2000 \text{ V}$ .

influence des effets collisionnels dans les régions d'extraction et d'accélération (*c. f.* paragraphe 8.2.3), donc à un courant de faisceau accru. Ces deux solutions peuvent bien évidemment être dans une certaine mesure combinées. Il est en effet raisonnable, à la vue des calculs menés au paragraphe 8.2.2 dans le cas d'un faisceau d'ions hélium, d'estimer qu'une augmentation d'un ordre de grandeur du courant de faisceau ne devrait pas conduire à des modifications significatives des propriétés de faisceau. Il est toutefois à noter ici que les valeurs de courant de faisceau conduisant à des effets de charge d'espace non négligeables sont inférieures dans le cas de l'argon et du xénon comparativement à l'hélium du fait de leur masse plus importante, et donc d'une densité ionique croissant toutes choses égales par ailleurs en racine carré de la masse.

Un accroissement de la poussée par le biais d'un accroissement de la masse atomique des ions considérés n'est que peu envisageable dans la mesure où d'une part une large gamme de masse atomique a doré et déjà été considérée au travers des faisceaux d'ions hélium, argon et xénon produits, et que d'autre part les gaz rares de masse atomique plus élevée que le xénon sont radioactifs. Il est toutefois envisageable d'étudier le fonctionnement de la source d'ions lorsque la décharge filaire est réalisée dans un gaz moléculaire lourd.

Enfin, bien qu'un accroissement de la poussée par le biais d'une augmentation de l'énergie cinétique des ions  $\epsilon_i$  semble la solution la plus évidente puisqu'une simple augmentation de la tension d'accélération  $V_f$  permet d'y parvenir, un tel choix se révèle préjudiciable au delà d'une valeur limite. En effet, une augmentation trop importante de la tension d'accélération conduit, comme on le verra par la suite, à une dégradation

de l'efficacité énergétique du système.

## 9.2 Impulsion spécifique

L'impulsion spécifique (Isp), définie comme le rapport

$$\text{Isp} = \frac{F}{\dot{m}g} \quad (9.2)$$

où  $g$  est l'accélération de la pesanteur,  $\dot{m}$  le débit de masse éjectée et  $F$  la poussée, permet de caractériser l'efficacité d'un système propulsif.

L'impulsion spécifique théorique du propulseur dérivé de la source d'ions est, comme indiqué figure 9.1(b), élevée. Les valeurs typiques varient ainsi de  $4 \times 10^3$  à  $5 \times 10^4$  secondes selon le gaz et l'énergie de faisceau considérée (1 – 5 keV). Ces valeurs ne correspondent néanmoins pas à l'impulsion spécifique réelle du dispositif, qui elle est de plusieurs ordres de grandeur inférieure. En effet, le taux d'ionisation au sein de la décharge filaire étant faible ( $10^{-6}$  –  $10^{-5}$ ), une quantité importante de particules neutres s'échappent de l'enceinte au travers du diaphragme, accroissant ainsi fortement la consommation de gaz. Ce phénomène a pour effet de dégrader fortement l'Isp du système, puisque l'on se trouve alors dans une situation similaire à celle d'un propulseur à gaz froid, dont l'impulsion spécifique est inférieure à la centaine de secondes [129] dans le cas d'un jet d'azote, auquel s'ajoute la poussée produite par le faisceau d'ions.

Cette dégradation de l'impulsion spécifique étant d'autant plus marquée que la pression de fonctionnement de la source filaire est élevée, il convient d'abaisser au maximum la pression sous réserve de maintenir la décharge en mode diffus (haute pression), de sorte de conserver les propriétés de faisceau propre à ce mode. Dans cette optique, l'utilisation d'un gaz de forte masse atomique est recommandée puisque la pression de transition de mode de décharge de la source plasma filaire pour un courant de décharge donné est d'autant plus faible que le gaz utilisé est lourd (*c. f.* paragraphe 3.3.1). Cet intérêt pour un gaz de forte masse atomique est renforcé par le fait que la vitesse moyenne

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \quad (9.3)$$

des particules neutres pour une température  $T$  donnée est d'autant plus faible, et donc que le flux  $\Phi_n$  de neutres au travers du diaphragme de section  $\mathcal{S}$ ,

$$\Phi_n = \frac{n_g v}{4} \mathcal{S}, \quad (9.4)$$

est d'autant moins important, que le gaz est lourd.

En reprenant les valeurs de pression de transition de mode présentées tableau 3.1, il est possible de déterminer l'Isp réelle du système pour diverses valeurs de poussées produites par le seul faisceau d'ions  $F_f$ . Les résultats correspondants sont présentés figure 9.2 pour les trois gaz considérés et diverses valeurs de poussée  $F_f$  et de rayon de diaphragme  $R_d$ . L'objectif étant ici de mettre en relief le potentiel applicatif de la

source d'ions, on ne s'intéresse pas aux conditions - courant de faisceau, énergie cinétique - conduisant à de telles poussées  $F_f$  (*c. f.* section précédente), mais simplement à l'impulsion spécifique réelle du système dans une configuration donnée. C'est la raison pour laquelle la plage de poussées  $F_f$  considérée excède largement les valeurs de poussées obtenues par estimation basée sur les mesures réalisées au moyen de l'analyseur à potentiel retardateur (RPA). Une telle extension du domaine des paramètres n'est toutefois pas injustifiée dans la mesure où l'obtention de telles poussées  $F_f$  ne semble pas utopique. En effet, les densités d'ions calculés numériquement demeurent limitées ( $10^{14} - 10^{15} \text{ m}^{-3}$ ) comparativement aux valeurs au moins un ordre de grandeur supérieures dans le cas de décharge filaire à plus haut courant dont fait état la littérature, et l'obtention de courant de faisceau plus important paraît de ce fait envisageable. L'ensemble des données présentées figure 9.2 sont ainsi indiquées dans l'optique de se faire une idée des performances de la source dans sa configuration actuelle ainsi que des performances potentielles de cette même source après une phase de développement adéquate.

On vérifie ainsi que l'impulsion spécifique réelle est effectivement très proche de l'Isp d'un propulseur gaz froid dans le cas de l'hélium (figure 9.2(a)) - les impulsions spécifiques propres aux propulseurs gaz froid correspondants sont synthétisées<sup>1</sup> dans le tableau 9.1 -, et demeure inférieure à cent secondes dans le cas de l'argon et du xénon (figures 9.2(b) et 9.2(c)) pour la configuration actuelle ( $R_d = 4 \text{ mm}$ ,  $F_f \sim 2 \text{ } \mu\text{N}$ ). En revanche, on constate qu'un accroissement de la poussée d'un ordre de grandeur, ou autrement dit un accroissement du courant de faisceau d'un ordre de grandeur, conduit à une Isp dans le xénon de l'ordre de 500 secondes. Bien que relativement faibles, ces valeurs correspondent à la borne inférieure des valeurs rencontrées dans le cas des propulseurs colloïdes [129]. On constate par ailleurs que, pour le même gaz, des impulsions spécifiques de l'ordre de 850 et 2000 secondes sont accessibles moyennant des diminutions respectives du rayon du diaphragme  $R_d$  de vingt-cinq et cinquante pour-cent. Ce résultat est toutefois à nuancer dans la mesure où une diminution significative du rayon de diaphragme devrait probablement conduire par ailleurs à une modification non négligeable des propriétés de faisceau puisque la disposition des lignes iso-potentiels au voisinage et au sein du diaphragme s'en trouvera modifiée.

Gaz	He	Ar	Xe
Isp « gaz froid » (s)	127	40	22

TABLE 9.1: Isp d'un propulseur gaz froid en fonction du gaz utilisé

L'accroissement de l'impulsion spécifique du dispositif à jusqu'ici été envisagé soit au travers d'un accroissement du courant de faisceau, et ce au moyen d'un accroissement du courant de décharge à pression donnée, soit au travers d'une diminution de la surface d'extraction. Une troisième façon d'envisager l'optimisation de l'impulsion

1. L'impulsion spécifique des propulseurs présentée ici est calculée sur la base d'une éjection du gaz sans expansion dans une tuyère, soit  $I_{sp} = \frac{1}{g} \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$ , avec une température  $T$  prise égale à 300 K. L'utilisation d'une tuyère conduit à des impulsions spécifiques légèrement supérieures.

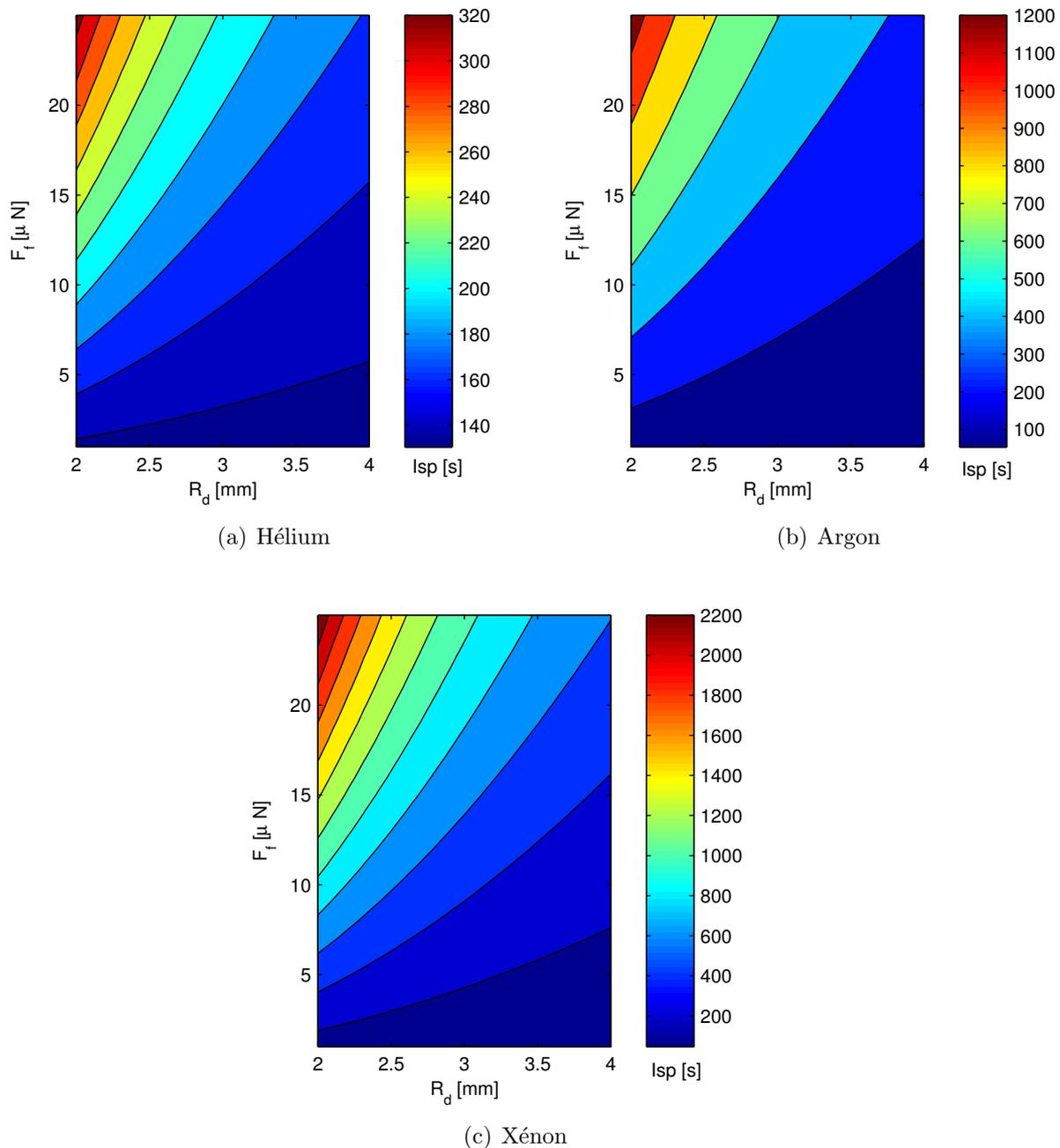


FIGURE 9.2: Impulsion spécifique réelle pour différentes valeurs de rayon de diaphragme  $R_d$  et de poussée du seul faisceau d'ions  $F_f$  : hélium (a), argon (b) et xénon (c).

spécifique réelle consiste à rechercher un moyen d'abaisser la pression limite de fonctionnement en mode diffus de la décharge filaire pour un gaz et un courant de décharge donnés. Comme on a pu le voir au paragraphe 3.3.2, une diminution du rayon d'anode permet dans une certaine mesure d'y parvenir. Néanmoins, le courant de décharge

maximal auquel peut être opérée la décharge diminuant rapidement avec une diminution du rayon d'anode, cette solution n'a que peu d'intérêt d'un point de vue applicatif. Une solution alternative, non évaluée à ce jour, consisterait en l'application d'un fort champ magnétique axial, de sorte de magnétiser les électrons sur leurs trajectoires. Dans l'hypothèse où les trajectoires du centre-guide de ces électrons ne différeraient que peu des trajectoires électroniques dans le cas non magnétisé et que les modes de décharge précédemment exhibés subsistent, l'accroissement de la distance parcourue par les électrons pourrait alors conduire à un abaissement significatif de la pression de fonctionnement en mode diffus, et donc à un accroissement de l'impulsion spécifique.

### 9.3 Efficacité énergétique

L'efficacité énergétique est définie comme le rapport entre la puissance électrique consommée par le propulseur et la poussée. Dans notre cas, la puissance électrique nécessaire est la somme des puissances électriques nécessaires d'une part à l'opération de la source plasma filaire ( $P_s = I_s V_d$ ) et d'autre part à l'accélération du faisceau extrait de la source ( $P_f = V_f I_f$ ), où  $I_f$  est le courant de faisceau.

Cette distinction permet d'identifier immédiatement une des limitations principales quant à l'utilisation du concept de source d'ions en tant que propulseur spatial. En effet, le courant de faisceau étant typiquement de l'ordre de mille fois inférieur au courant de décharge  $I_s$ , l'immense majorité de la puissance est consommée pour accélérer des particules ne contribuant pas au faisceau. Cette propriété découle directement du fait que, pour la configuration géométrique actuelle ( $L = 10$  cm,  $R_c = 2.5$  cm,  $R_d = 4$  mm), la surface d'entrée du diaphragme ne représente que 3.2 pour-mille de la surface totale de la cathode de la source plasma filaire.

Cette limitation pourrait bien évidemment être atténuée en réduisant l'extension axiale de la décharge au strict minimum permettant de conserver les propriétés de la décharge globalement inchangées dans le plan médian, mais il n'en demeurerait pas moins que la surface d'entrée du diaphragme ne représente qu'une fraction négligeable de la surface totale de la cathode de la source plasma filaire. En considérant une décharge de deux centimètres de long et un rayon de diaphragme  $R_d = 4$  mm, la surface d'entrée du diaphragme ne représente en effet encore qu'un peu plus de un pour-cent de la surface totale de la cathode, ce qui conduit à des efficacités énergétiques de l'ordre  $500 \text{ W.mN}^{-1}$ , contre quelques  $\text{W.mN}^{-1}$  à une cinquantaine de  $\text{W.mN}^{-1}$  dans le cas respectivement des propulseurs colloïde et FEED [129].

Une solution complémentaire en vue de l'optimisation de l'efficacité énergétique du dispositif étudié consiste, comme indiqué figure 9.3, en la diminution du rayon de cathode  $R_c$  de sorte de maximiser la fraction d'ions pénétrant naturellement dans le diaphragme d'extraction. Néanmoins, en supposant qu'il soit possible d'abaisser le rayon de cathode à cinq millimètres sans modifier significativement les propriétés de la décharge (*c. f.* paragraphe 3.3.3), l'efficacité ne serait améliorée que d'un facteur cinq puisque celle-ci varie linéairement avec le rayon de cathode  $R_c$ . Cette amélioration, bien qu'intéressante puisque donnant lieu à une efficacité énergétique du même

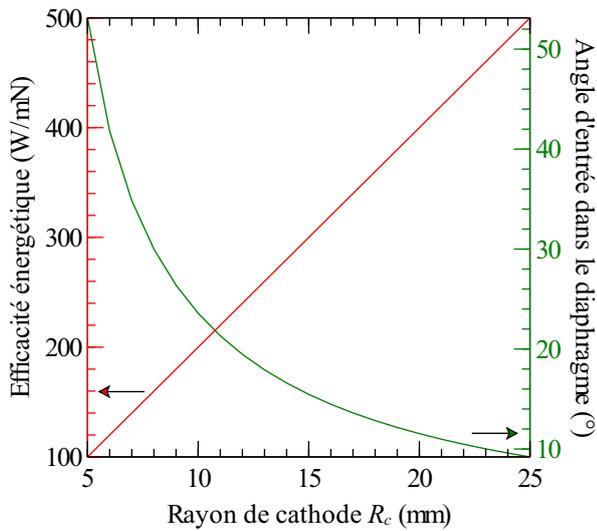


FIGURE 9.3: Évolution de l'efficacité énergétique et de l'angle d'entrée des ions au sein du diaphragme avec le rayon de cathode dans l'hypothèse d'une décharge filaire de deux centimètres de longueur.

le courant de faisceau et comme la racine carrée de la tension d'accélération, une telle solution nécessite rapidement de recourir à des tensions d'accélération relativement importantes ( $\geq 10$  keV). Ce comportement est illustré figure 9.4, dans le cas simplifié obtenu en supposant d'une part le courant de faisceau  $I_f$  indépendant de la tension d'accélération  $V_f$  et variant linéairement avec le courant de source  $I_s$ , et d'autre part la tension de décharge  $V_d$  indépendante du courant de décharge  $I_s$ . On vérifie ainsi qu'une augmentation d'un facteur un tiers de la tension d'accélération  $V_f$  suffit à abaisser l'efficacité énergétique de  $450 \text{ W}\cdot\text{mN}^{-1}$  à  $400 \text{ W}\cdot\text{mN}^{-1}$ , mais qu'une augmentation d'un facteur trois est nécessaire pour limiter cette même efficacité énergétique à  $300 \text{ W}\cdot\text{mN}^{-1}$ . De telles augmentations de la tension d'accélération  $V_f$  conduisent rapidement la puissance  $P_f$  nécessaire à l'accélération du faisceau à croître au delà de la puissance  $P_s$  nécessaire à l'opération de la source. La limite pour laquelle les puissances  $P_f$  et  $P_s$  sont égales est en effet atteinte pour une tension d'accélération  $V_f$  de l'ordre de vingt kilo-Volts. Une augmentation de la tension d'accélération  $V_f$  telle que  $P_f > P_s$  dégradant l'efficacité énergétique, il existe un choix de tension d'accélération optimum maximisant l'efficacité énergétique.

A titre de remarque, il est à noter que le fait que les données présentées figure 9.4 indiquent une indépendance de la tension d'accélération  $V_f$  correspondant à cette maximisation de l'efficacité énergétique relativement au courant de décharge  $I_s$  résulte des hypothèses simplificatrices utilisées dans ce cas. Une prise en compte des dépendances de la tension de décharge  $V_d$  en fonction du courant de décharge  $I_s$  et du courant de faisceau  $I_f$  en fonction de la tension d'accélération  $V_f$  conduirait à une forme plus complexe de la fonction  $V_f(I_s)$  décrivant l'égalité entre les puissance  $P_s$  et  $P_f$ .

ordre que celle des propulseurs FEEP, serait toutefois accompagnée par une augmentation importante de l'angle maximal d'entrée des ions au sein du diaphragme ( $R_d = 4$  mm). Il est ainsi vraisemblable qu'une telle diminution du rayon de cathode conduise à une modification importante des propriétés de faisceau, notamment de dispersion spatiale, et qu'il soit donc nécessaire de trouver un compromis entre efficacité énergétique et focalisation de faisceau.

Une solution alternative permettant d'optimiser l'efficacité énergétique consiste à produire une poussée donnée à moindre courant de source  $I_s$  et plus grande tension d'accélération  $V_f$ . Néanmoins, la poussée variant, comme indiqué équation (9.1), linéairement avec le

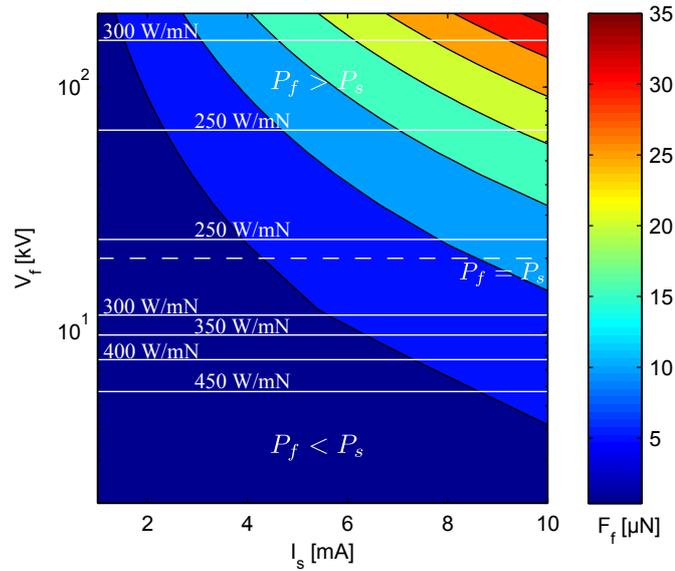


FIGURE 9.4: Évolution de l'efficacité énergétique et de la poussée résultante du seul faisceau d'ions  $F_f$  en fonction du courant de décharge  $I_s$  et de la tension d'accélération  $V_f$  dans l'hypothèse d'une décharge filaire de deux centimètres de longueur et d'un courant de faisceau  $I_f$  indépendant de  $V_f$  et variant linéairement avec le courant de source  $I_s$ . Tension de décharge :  $V_d = 200$  V.

## 9.4 Synthèse

L'analyse des performances de la source d'ions développée en terme de poussée, d'impulsion spécifique et d'efficacité énergétique confirme le fait que, tout en possédant des propriétés intéressantes, une phase d'optimisation est nécessaire en vue d'atteindre des caractéristiques satisfaisantes comparativement aux propulseurs existants. En effet, bien que cette source présente l'avantage de pouvoir moduler aussi bien la poussée que l'impulsion spécifique du fait de sa modularité en terme d'espèces ioniques et d'énergie de faisceau, la faible valeur de ces paramètres - poussée, impulsion spécifique, efficacité énergétique - dans la configuration actuelle conduit à envisager différents développements devant permettre d'accroître les performances du système.

Une augmentation de la densité ionique au sein de la source plasma filaire à été identifiée comme un des développements devant permettre de faire passer la poussée de quelques micro-newtons à quelques dizaines de micro-newtons. Une atténuation des phénomènes collisionnels au sein du diaphragme et de la cavité d'accélération par le biais d'une diminution de la pression de fonctionnement de la source filaire devrait également contribuer à un accroissement du courant de faisceau, et donc de la poussée.

Un accroissement de la poussée pour un débit de gaz entrant donné a également été pointé comme une solution devant conduire à une amélioration de l'impulsion spécifique réelle du dispositif. Cette solution, combinée à une diminution de la surface d'extraction à courant de faisceau fixé, ou à une diminution de la pression limite de fonctionnement de la source plasma filaire en mode diffus, devrait permettre d'atteindre des impulsions

spécifiques de l'ordre du millier de secondes.

Enfin, l'étude de l'efficacité énergétique du système a fait apparaître que le concept consistant à découpler les phénomènes de production et d'accélération des ions à l'origine du principal avantage de cette source, à savoir sa modularité, est également responsable de son efficacité énergétique limitée. Diverses modifications géométriques - diminution de l'extension axiale de la décharge, abaissement du rayon de cathode - combinées à un choix de tension d'accélération optimal devraient toutefois permettre d'atteindre des efficacités énergétiques de l'ordre de la centaine de watts par micronewton.

*“En route, le mieux c’est de se perdre. Lorsqu’on s’égaré, les projets font place aux surprises et c’est alors, mais alors seulement, que le voyage commence.”*

Nicolas Bouvier (1929-1998)

## Conclusion

### Contribution de l’étude

Cette étude porte sur l’étude du fonctionnement d’une source plasma filaire en régime continu basse pression en vue de son utilisation en tant que source d’ions d’énergie modulable.

L’opération d’une décharge électrique continue à basse pression dans une configuration fil-cylindre révèle l’existence de deux modes de décharge distinct selon la pression et le courant de décharge. Ces modes de décharge se traduisent expérimentalement par une distribution spatiale de luminosité significativement différente. La transition entre ces modes est soudaine, et accompagnée par une discontinuité de la tension de décharge à courant donné. Une telle configuration de décharge permet par ailleurs l’existence d’une décharge à basse pression ( $\sim 10^{-5}$  mbar), et ce pour des tensions de plusieurs ordres de grandeur inférieures à la tension nécessaire dans le cas d’une décharge plan-plan. Cette caractéristique repose sur l’utilisation d’une anode filaire de faible rayon. Il existe toutefois un optimum en terme de rayon d’anode en deçà duquel une diminution du rayon ne conduit plus à une diminution de la tension de décharge pour une pression et un courant donnés. Le comportement de cette décharge demeure globalement indépendant du gaz utilisé, si ce n’est que la pression conduisant à la transition de mode pour un courant donné est d’autant plus faible que le gaz considéré est lourd.

Une simulation numérique particulière collisionnelle bi-dimensionnelle dans l’espace des positions et tri-dimensionnelle dans l’espace des vitesses permet de reproduire les propriétés de cette décharge, notamment les deux modes de décharge et la transition existant entre ces modes. Les résultats de simulation sont alors utilisés afin de proposer différents modèles macroscopiques aux propriétés spécifiques de la décharge filaire. La

transition de mode est notamment analysée en termes d'écoulement ionique de Child-Langmuir collisionnel en géométrie cylindrique. La transition de mode est dans ce cas interprétée comme une réorganisation naturelle de la décharge lorsque le courant de décharge excède un courant limite dépendant de la tension de décharge, de la pression et de l'espace inter-électrodes. Cette réorganisation se traduit par la création d'une charge d'espace positive proche du fil agissant comme une diminution de l'espace inter-électrodes. Par ailleurs, le comportement de la tension de décharge en fonction de la pression propre à cette décharge est expliqué par l'existence d'un maximum d'efficacité d'ionisation par impact électronique ainsi que par la croissance asymptotique vers une valeur limite du taux de confinement des électrons avec la tension.

L'analyse conjointe des distributions spatiales au sein de la source filaire du potentiel électrique et du taux d'ionisation volumique en fonction de la pression met en évidence une nette disparité des propriétés - fonctions de distribution - des ions impactant la cathode selon le mode de décharge. La fonction de distribution en vitesse selon la direction radiale de ces ions se présente ainsi sous la forme d'un unique pic de faible largeur pour une vitesse correspondante à la tension de décharge dans le cas du mode haute pression (mode diffus), tandis que le spectre est significativement plus large et de vitesse d'autant plus limitée comparativement à la tension de décharge que la pression est basse dans le cas du mode basse pression (mode contracté).

Un dispositif d'accélération similaire au concept de canon à électrons à émission secondaire permettant l'extraction et l'accélération d'ions à partir de la source plasma filaire permet alors de tirer parti des propriétés de faisceau de la source plasma filaire seule tout en y alliant la modularité en terme d'énergie de faisceau apportée par le découplage des processus de création et d'accélération des ions. L'étude expérimentale d'un tel dispositif confirme le fait que le dispositif d'accélération ne modifie pas, outre un décalage correspondant à la tension d'accélération, la fonction de distribution en vitesse des ions selon la direction de faisceau. Il est ainsi possible de produire, en opérant la décharge filaire en mode diffus (haute pression), des faisceaux d'ions de diverses espèces ioniques, d'énergie modulable (0 – 5 keV) et de dispersion en énergie limitée ( $\sim 10$  eV). Les courants de faisceau mesurés sont de l'ordre de quelques dizaines de micro-ampères, et la divergence d'un tel faisceau est de l'ordre du degré. Une analyse du dispositif en termes de lentille électrostatique permet d'expliquer la distribution spatiale du faisceau selon les directions parallèle et perpendiculaire à l'axe de la source plasma filaire.

La simulation numérique de la source d'ions permet d'une part de corroborer ces résultats et d'autre part de déterminer l'influence d'une variation de différents paramètres géométriques sur les propriétés de faisceau. Les résultats indiquent en particulier qu'il est a priori possible d'augmenter le courant de faisceau sans en modifier la focalisation par le biais d'une modification adéquate de deux paramètres. L'analyse de la propagation du faisceau dans les régions d'extraction et d'accélération met par ailleurs en évidence le rôle joué par les phénomènes collisionnels. Outre une diminution du courant de faisceau en sortie du dispositif, ces collisions donnent lieu au peuplement de la fonction de distribution en vitesse des ions sur une plage de vitesse inférieure à la tension d'accélération, et d'autant plus faible que l'on s'éloigne de l'axe. Ces phénomènes peuvent toutefois être atténués en abaissant la pression de fonctionnement de la source plasma filaire.

L'étude des performances de cette source en vue de son utilisation potentielle en tant que propulseur spatial, tout en soulignant ses avantages, met à jour différentes limitations du système sous sa forme actuelle, et conduit à proposer divers développements devant permettre d'améliorer ces performances.

## Perspectives

En premier lieu, il conviendrait de vérifier expérimentalement la possibilité d'opérer de manière stable la décharge filaire à des courants de l'ordre de quelques centaines de milli-ampères en mode diffus. Dans l'éventualité où un tel fonctionnement soit possible, il serait intéressant de procéder à une analyse des propriétés de faisceau obtenu dans ce cas, de sorte d'examiner si le faisceau présente des propriétés - fonction de distribution en vitesse, dispersion spatiale - identiques à celles obtenues pour des courants de décharge moindres, si ce n'est une densité de courant plus importante.

En vue de l'optimisation de la source d'ions, une étude mettant en évidence l'influence de différents paramètres géométriques d'importance devrait être menée. Il serait notamment intéressant de caractériser l'influence de la longueur de décharge et du rayon de cathode de sorte de mettre en évidence deux valeurs minimales de ces paramètres assurant des propriétés de décharge en mode diffus inchangées. Dans cette même optique, le développement d'un prototype de source d'ions pour lequel les ions sont extraits et accélérés au travers d'un système de fentes parallèles à l'axe de la source filaire et non plus de diaphragmes cylindriques pourrait être envisagé afin de produire un « plan » d'ions.

D'un point de vue numérique, deux études distinctes présentent un intérêt tout particulier.

Tout d'abord, la simulation du fonctionnement de la seule source plasma filaire en présence d'un champ magnétique axial pourrait permettre de mettre en lumière les modifications comportementales induites par la présence d'un tel champ en fonction de son intensité sur une large gamme, couvrant aussi bien les cas où les électrons sont magnétisés que non magnétisés. Il serait alors tout particulièrement intéressant d'examiner s'il existe une gamme d'intensité de champ magnétique pour laquelle les propriétés des modes de décharge telles qu'exhibées dans le cas non magnétisé perdurent, et si dans ce cas la présence d'un champ magnétique conduit à un abaissement de la pression limite de fonctionnement en mode diffus.

Parallèlement, la simulation du fonctionnement de la source d'ions dans son ensemble au moyen d'un code particulière 3d/3v devrait permettre de passer outre les limitations entrevues dans cette étude lors de la simulation découplée du fonctionnement de la source filaire seule d'une part et des régions d'extraction et d'accélération d'autre part. Il devrait ainsi être en particulier possible de reproduire les propriétés de focalisation de faisceau observées expérimentalement, et donc de conclure quant au rôle joué par la non-invariance selon  $\theta$  de la vitesse radiale des ions pénétrant dans le diaphragme sur la focalisation du faisceau. Enfin, le couplage d'un tel code de simulation à un modèle raffiné d'émission secondaire par impact d'ions, à savoir rendant compte de la dépendance pour un matériau donné du coefficient d'émission secondaire en fonction

de l'énergie cinétique et de l'angle d'incidence d'un ion, devrait permettre de modéliser le comportement d'un canon à électrons à émission secondaire. Une telle modélisation permettrait alors d'optimiser le système de sorte notamment de maximiser le courant du faisceau d'électrons produit.

# Bibliographie

- [1] R. K. FITCH, T. MULVEY, W. J. THATCHER et A. H. MCILRAITH : A new type of ion source. *J. Phys. D : Appl. Phys.*, 3(9):1399–1403, 1970. ISSN 0022-3727. URL <http://dx.doi.org/10.1088/0022-3727/3/9/324>. 1, 144
- [2] R. K. FITCH et G. J. RUSHTON : Low-pressure ion source. *J. Vac. Sci. Technol.*, 9(1):379–382, janvier 1972. URL <http://dx.doi.org/10.1116/1.1316619>. 1
- [3] G. W. MCCLURE : Low-pressure glow discharge. *Appl. Phys. Lett.*, 2(12):233–234, June 15 1963. URL <http://dx.doi.org/10.1063/1.1753749>. 1, 8, 13, 50
- [4] A. MCILRAITH : A charged particle oscillator. *Nature*, 212:1422, Dec 1966. URL <http://dx.doi.org/10.1038/2121422a0>. 1, 10, 13
- [5] W. Jr. CLARK et G. DUNNING : A long pulse, high-current electron gun for e-beam sustained excimer lasers. *IEEE J. Quantum Electron.*, 14:126–129, 1978. URL <http://dx.doi.org/10.1109/JQE.1978.1069743>. 2, 144
- [6] D. PIGACHE et G. FOURNIER : Secondary-emission electron gun for high pressure molecular lasers. *J. Vac. Sci. Technol.*, 12(6):1197–1199, novembre 1975. URL <http://dx.doi.org/10.1116/1.568492>. 2, 10
- [7] D. PIGACHE : Experimental study of an electrostatic confinement discharge. *In Proc. of the XVIII Int. Conf. on Phenomena in Ionized Gases (Swansea)*, volume 4, pages 782–783, 1987. 2, 16, 17, 18, 43, 49, 57, 116
- [8] H. YASUI, T. TAMAGAWA, I. OHSHIMA, H. URAI et E. HOTTA : Electrical characteristics of a low pressure wire discharge and an application to high current density electron gun. *Radiat. Phys. Chem.*, 46(4-6, Part 1):499–502, 1995. URL [http://dx.doi.org/10.1016/0969-806X\(95\)00203-A](http://dx.doi.org/10.1016/0969-806X(95)00203-A). 2
- [9] H. URAI, T. KUROSAWA, A. OKINO, E. HOTTA, H. YASUI, T. TAMAGAWA et K.-C. KO : High-repetition-rate operation of the wire ion plasma source using a novel method. *Rev. Sci. Instrum.*, 68(9):3346–3350, septembre 1997. URL <http://dx.doi.org/10.1063/1.1148295>. 11
- [10] P. R. CHALISE, M. WATANABE, A. OKINO, K.C. KO et E. HOTTA : Characteristics of an ion induced secondary emission electron gun. *Plasma Sources Sci.*

- Technol.*, 12:235–243, 2003. URL <http://dx.doi.org/10.1088/0963-0252/12/2/315>. 2, 11
- [11] E. HOTTA, M. SUZUKI, H. YASUI et T. TAMAGAWA : Characteristics of a wire ion plasma source for the application as a secondary emission electron gun. *In Proc. of the IEEE Int. Conf. on Plasma Science (Williamsburg)*, page 198, 1991. 2, 17
- [12] M. MAKAROV, Y. LOUMANI et A. KOZYREV : Pulsed low-pressure wire discharge. *J. Appl. Phys.*, 100:033301, 2006. URL <http://dx.doi.org/10.1063/1.2219154>. 2, 12, 13, 18, 53, 116
- [13] M. MAKAROV, Y. LOUMANI, T. MINEA, G. GOUSSET et A. KOZYREV : Why does a low-pressure wire-discharge exist self-sustained? *Europhys. Lett.*, 74:431–437, 2006. URL <http://dx.doi.org/10.1209/epl/i2005-10542-y>. 2, 13
- [14] T. M. MINEA, Y. LOUMANI, M. MAKAROV et G. GOUSSET : Particle modelling of low-pressure high-current wire discharge. *Plasma Processes Polym.*, 4(S1):S973–S977, 2007. URL <http://dx.doi.org/10.1002/ppap.200732310>. 2
- [15] R. GUEROULT, P. Q. ELIAS, D. PACKAN, J. BONNET et J. M. RAX : Particle in cell modelling of the observed modes of a dc wire discharge. *J. Phys. D : Appl. Phys.*, 43(36):365204, 2010. URL <http://dx.doi.org/10.1088/0022-3727/43/36/365204>. 3
- [16] R. GUEROULT, P. Q. ELIAS et D. PACKAN : Collisionless to space charge dominated transition of a dc low pressure wire discharge. *In Proceedings of the 63rd Gaseous Electronics Conference*, 2010. 3
- [17] R. GUEROULT, P. Q. ELIAS, D. PACKAN et J. M. RAX : A narrow-band, variable energy ion source derived from a wire plasma source. *Plasma Sources Sci. Technol.*, 20(4):045006–, 2011. ISSN 0963-0252. URL <http://dx.doi.org/10.1088/0963-0252/20/4/045006>. 3
- [18] R. GUEROULT, P. Q. ELIAS et D. PACKAN : Investigation of the current density properties of an ion beam extracted from a low pressure wire discharge. *In Proceedings of the 38th International Conference On Plasma Science*, 2011. 3
- [19] J. M. RAX : *Physique des plasmas*. 2005. 8, 30, 243
- [20] S. EARNSHAW : On the nature of the molecular forces which regulate the constitution of the luminiferous ether. *Trans. Camb. Phil. Soc.*, 7:97–112, 1842. 8
- [21] K. H. KINGDON : A method for the neutralization of electron space charge by positive ionization at very low gas pressures. *Phys. Rev. B*, 21(4):408–418, avril 1923. URL <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRev.21.408>. 9

- [22] R. H. HOOVERMAN : Charged particle orbits in a logarithmic potential. *J. Appl. Phys.*, 34(12):3505–3508, décembre 1963. URL <http://dx.doi.org/10.1063/1.1729248>. 9
- [23] A. W. HULL : The effect of a uniform magnetic field on the motion of electrons between coaxial cylinders. *Phys. Rev.*, 18(1):31–, juillet 1921. URL <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRev.18.31>. 9, 15
- [24] F. M. PENNING : Die glimmentladung bei niedrigem druck zwischen koaxialen zylindern in einem axialen magnetfeld. *Physica III*, (3):973 – 894, 1936. 9, 15
- [25] G. J. RUSHTON, K. R. O'SHEA et R. K. FITCH : Modes of operation of an electrostatic ion gun. *J. Phys. D : Appl. Phys.*, 6:1167–1172, 1973. URL <http://dx.doi.org/10.1088/0022-3727/6/10/302>. 10, 132
- [26] M. KAMINSKY : *Atomic and Ionic Impact Phenomena on Metal Surfaces*. Springer-Verlag, Berlin, 1965. 11, 77, 97, 152, 187
- [27] D. PIGACHE, J. BONNET et D. DAVID : A short pulse secondary emission electron gun for high pressure gas lasers and plasma chemical reactors. *In Proceedings of the XVI International Conference on Phenomena in Ionized Gases (Dusseldorf)*, 1983. 11
- [28] A.K. MOHAMED, T. POT et B. CHANETZ : Diagnostics by electron beam fluorescence in hypersonics. *In Instrumentation in Aerospace Simulation Facilities, 1995. ICIASF '95 Record., International Congress on DOI - 10.1109/ICIASF.1995.519120*, pages 14/1–14/4, 1995. URL <http://dx.doi.org/10.1109/ICIASF.1995.519120>. 11
- [29] S.-C. LIN et J. I. LEVATTER : X-ray preionization for electric discharge lasers. *Appl. Phys. Lett.*, 34(8):505–508, avril 1979. URL <http://dx.doi.org/10.1063/1.90844>. 12
- [30] J. A. MANGANO, J. H. JACOB et J. B. DODGE : Electron-beam-controlled discharge pumping of the xef laser. *Appl. Phys. Lett.*, 29(7):426–428, octobre 1976. URL <http://dx.doi.org/10.1063/1.89106>. 12
- [31] J. I. LEVATTER, J. H. MORRIS et S.-C. LIN : Electron-beam-controlled discharge xel excimer laser. *Appl. Phys. Lett.*, 32(10):630–632, mai 1978. URL <http://dx.doi.org/10.1063/1.89874>. 12
- [32] H. URAI, E. HOTTA, M. S. MAEYAMA, H. YASUI et T. TAMAGAWA : Effect of axial magnetic fields on electrical characteristics of low-pressure wire discharge. *Jpn. J. Appl. Phys.*, 33(Part 1, No. 7B):4243–4246, 1994. URL <http://dx.doi.org/10.1143/JJAP.33.4243>. 12, 15
- [33] E. HOTTA, T. OSAWA, S. NAKAO, M. SUZUKI, H. YASUI et T. TAMAGAWA : Characteristics of a wire ion plasma source. *In Proceedings of the IEEE International Conference on Plasma Science*, page 152, 1992. 13

- [34] H. YASUI, T. TAMAGAWA, I. OSHIMA, M. S. MAEYAMA, T. OHSAWA, H. URAI et E. HOTTA : Electrical characteristics of a low pressure wire discharge as an ion source. *In Proceedings of the 21st International Conference on Phenomena in Ionized Gases*, volume 2, pages 341–342, 1993. 13
- [35] F. PASCHEN : Ueber die zum funkenubergang in luft, wasserstoff und kohlen-saure bei verschiedenen drucken erforderliche potentialdifferenz. *Ann. Phys.*, 273(5):69–96, 1889. ISSN 1521-3889. URL <http://dx.doi.org/10.1002/andp.18892730505>. 13
- [36] H URAI, A. OKINO, E. HOTTA et C.-K KO : Electrical characteristics of break-down phase of a wire ion plasma source. *In Proceedings of the IEEE International Conference on Plasma Science*, pages 122–123, 1995. 15, 45
- [37] H. URAI, T. KUROSAWA, A. OKINO, E. HOTTA, H. YASUI et T. TAMAGAWA : Monte carlo simulation and experimental study of the breakdown phase of a low-pressure wire discharge. *In Proceedings of the XXI International Conference on Gas Discharges and their Applications*, 1995. 15, 46
- [38] I. LANGMUIR : The effect of space charge and residual gases on thermionic currents in high vacuum. *Phys. Rev.*, 2(6):450–486, décembre 1913. URL <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRev.2.450>. 18, 49, 116, 118, 119
- [39] C. K. BIRDSALL et A. B. LANGDON : *Plasma Physics via Computer Simulation*. McGraw-Hill, 1985. 24, 27, 69, 93
- [40] R. W. HOCKNEY et J. W. EASTWOOD : *Computer Simulation Using Particles*. Taylor & Francis, 1988. 24, 28
- [41] H. D. VICTORY, Jr. EDWARD et J. ALLEN : The convergence theory of particle-in-cell methods for multidimensional vlasov poisson systems. *SIAM J. Num. Anal.*, 28(5):1207–1241, 1991. URL <http://dx.doi.org/10.1137/0728065>. 25
- [42] G. LAPENTA, J. U. BRACKBILL et P. RICCI : Kinetic approach to microscopic-macroscopic coupling in space and laboratory plasmas. *Phys. Plasmas*, 13(5): 055904–9, mai 2006. URL <http://dx.doi.org/10.1063/1.2173623>. 25
- [43] C. K. BIRDSALL : Particle-in-cell charged-particle simulations, plus monte carlo collisions with neutral atoms, pic-mcc. *IEEE Trans. Plasma Sci.*, 19:65–85, 1991. URL <http://dx.doi.org/10.1109/27.106800>. 27, 28, 81
- [44] H. FEHSKE et R. SCHNEIDER : *Computational Many-Particle Physics*. Lecture Notes in Physics , Vol. 739. Springer, 2008. 28
- [45] D. TSKHAKAYA, K. MATYASH, R. SCHNEIDER et F. TACCOGNA : The particle-in-cell method. *Contrib. Plasma Phys.*, 47(8-9):563–594, 2007. ISSN 1521-3986. URL <http://dx.doi.org/10.1002/ctpp.200710072>. 28

- [46] J. M. DAWSON : Particle simulation of plasmas. *Rev. Mod. Phys.*, 55:403–447, 1983. URL <http://dx.doi.org/10.1103/RevModPhys.55.403>. 29
- [47] R. W. BOSWELL et I. J. MOREY : Self-consistent simulation of a parallel-plate rf discharge. *Appl. Phys. Lett.*, 52(1):21–23, janvier 1988. URL <http://dx.doi.org/10.1063/1.99327>. 30
- [48] V. VAHEDI et M. SURENDRA : A monte carlo collision model for the particle-in-cell method : applications to argon and oxygen discharges. *Comp. Phys. Commun.*, 87(1-2):179–198, mai 1995. URL [http://dx.doi.org/10.1016/0010-4655\(94\)00171-W](http://dx.doi.org/10.1016/0010-4655(94)00171-W). 30
- [49] H. R. SKULLERUD : The stochastic computer simulation of ion motion in a gas subjected to a constant electric field. *J. Phys. D : Appl. Phys.*, 1:1567–1568, 1968. URL <http://dx.doi.org/10.1088/0022-3727/1/11/423>. 32
- [50] D. S. LEMONS, D. WINSKE, W. DAUGHTON et B. ALBRIGHT : Small-angle coulomb collision model for particle-in-cell simulations. *J. Comput. Phys.*, 228(5):1391–1403, mars 2009. ISSN 0021-9991. URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.jcp.2008.10.025>. 33
- [51] S. M. FINNEGAN, L. YIN, J. L. KLINE, B. J. ALBRIGHT et K. J. BOWERS : Influence of binary coulomb collisions on nonlinear stimulated raman backscatter in the kinetic regime. *Phys. Plasmas*, 18(3):032707–12, mars 2011. URL <http://dx.doi.org/10.1063/1.3570659>. 33
- [52] T. TAKIZUKA et H. ABE : A binary collision model for plasma simulation with a particle code. *J. Comput. Phys.*, 25(3):205–219, novembre 1977. ISSN 0021-9991. URL [http://dx.doi.org/10.1016/0021-9991\(77\)90099-7](http://dx.doi.org/10.1016/0021-9991(77)90099-7). 33
- [53] M. E. JONES, D. S. LEMONS, R. J. MASON, V. A. THOMAS et D. WINSKE : A grid-based coulomb collision model for pic codes. *J. Comput. Phys.*, 123(1):169–181, janvier 1996. ISSN 0021-9991. URL <http://dx.doi.org/10.1006/jcph.1996.0014>. 33
- [54] W. M. MANHEIMER, M. LAMPE et G. JOYCE : Langevin representation of coulomb collisions in pic simulations,. *J. Comput. Phys.*, 138(2):563–584, décembre 1997. URL <http://dx.doi.org/10.1006/jcph.1997.5834>. 33
- [55] K. NANBU : Theory of cumulative small-angle collisions in plasmas. *Phys. Rev. E*, 55(4):4642–, avril 1997. URL <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevE.55.4642>. 33
- [56] C. W. CRANFILL, J. U. BRACKBILL et S. R. GOLDMAN : A time-implicit monte carlo collision algorithm for particle-in-cell electron transport models. *J. Comput. Phys.*, 66(1):239–249, septembre 1986. ISSN 0021-9991. URL [http://dx.doi.org/10.1016/0021-9991\(86\)90063-X](http://dx.doi.org/10.1016/0021-9991(86)90063-X). 33

- [57] M. J. DRUYVESTEYN et F. M. PENNING : The mechanism of electrical discharges in gases of low pressure. *Rev. Mod. Phys.*, 12(2):87–176, avril 1940. URL <http://dx.doi.org/10.1103/RevModPhys.12.87>. 46
- [58] M. J. DRUYVESTEYN et F. M. PENNING : Errata : Mechanism of electrical discharges in gases of low pressure. *Rev. Mod. Phys.*, 13(1):72–, janvier 1941. URL <http://dx.doi.org/10.1103/RevModPhys.13.72>.
- [59] A. VON ENGEL : *Ionized Gases*. American Inst. Phys., 1954. 46
- [60] Y. I. DAVYDOV : On the first townsend coefficient at high electric field. *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 53(5):2931–2935, 2006. ISSN 0018-9499. URL <http://dx.doi.org/10.1109/TNS.2006.881543>. 46, 51
- [61] Y. S. TOULOUKIAN et D. P. DEWITT : volume 7 - Thermal Radiative Properties. IFI/Plenum, 1970. 52
- [62] D. LIDE : *CRC Handbook of Chemistry and Physics*. CRC Press, 84th édition, 2004. 52
- [63] P. D. DESAI, T. K. CHU, H. M. JAMES et C. Y. HO : Electrical resistivity of selected elements. *J. Phys. Chem. Ref. Data*, 13(4):1069–1096, octobre 1984. URL <http://dx.doi.org/10.1063/1.555723>. 52
- [64] Yu. G. SEMYONOV, S. F. BORISOV et P. E. SUETIN : Investigation of heat transfer in rarefied gases over a wide range of knudsen numbers. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 27(10):1789–1799, octobre 1984. ISSN 0017-9310. URL [http://dx.doi.org/10.1016/0017-9310\(84\)90161-3](http://dx.doi.org/10.1016/0017-9310(84)90161-3). 52
- [65] F. SHARIPOV et G. BERTOLDO : Heat transfer through a rarefied gas confined between two coaxial cylinders with high radius ratio. *J. Vac. Sci. Technol. A*, 24(6):2087–2093, novembre 2006. URL <http://dx.doi.org/10.1116/1.2353847>. 52
- [66] S. PANTAZIS et D. VALOUGEORGIS : Heat transfer through rarefied gases between coaxial cylindrical surfaces with arbitrary temperature difference. *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, 29(6):494–509, novembre 2010. ISSN 0997-7546. URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.euromechflu.2010.05.004>. 52, 53
- [67] K. AOKI et F. GOLSE : On the speed of approach to equilibrium for a collisionless gas. Rapport technique, 2010. URL <http://hal-polytechnique.archives-ouvertes.fr/hal-00517886/en/>. 54
- [68] T. TSUJI, K. AOKI et F. GOLSE : Relaxation of a free-molecular gas to equilibrium caused by interaction with vessel wall. *J. Stat. Phys.*, 140(3):518–543, aout 2010. ISSN 0022-4715. URL <http://dx.doi.org/10.1007/s10955-010-9997-5>. 54

- [69] C. CERCIGNANI et M. LAMPIS : Kinetic models for gas-surface interactions. *Transport Theory and Statistical Physics*, 1(2):101–114, 1971. URL <http://dx.doi.org/10.1080/00411457108231440>. 55
- [70] F. LLEWELLYN-JONES : *Ionization and breakdown in gases*. Wiley, 1957. 56
- [71] T OSAWA, H URAI, H. MAEYAMA, M. S.and Yasui, T. TAMAGAWA et E. HOTTA : Dc discharge characteristics of wire ion plasma source. *J. Plasma Fusion Res.*, 70(5):506–513, May 1994. 56
- [72] B. CHAPMAN : *Glow Discharge Processes : Sputtering and Plasma Etching*. Wiley-Interscience, first édition, September 1980. 57
- [73] T. A. van der STRAATEN, N. F. CRAMER, I. S. FALCONER et B. W. JAMES : The cylindrical dc magnetron discharge : I. particle-in-cell simulation. *J. Phys. D : Applied Physics*, 31(2):177–, 1998. ISSN 0022-3727. URL <http://dx.doi.org/10.1088/0022-3727/31/2/004>. 65
- [74] E. BULTINCK, I. KOLEV, A. BOGAERTS et D. DEPLA : The importance of an external circuit in a particle-in-cell/monte carlo collisions model for a direct current planar magnetron. *J. Appl. Phys.*, 103(1):013309–9, janvier 2008. URL <http://dx.doi.org/10.1063/1.2828155>. 65
- [75] W. S. LAWSON : Particle simulation of bounded 1d plasma systems. *J. Comput. Phys.*, 80(2):253–276, février 1989. ISSN 0021-9991. URL [http://dx.doi.org/10.1016/0021-9991\(89\)90099-5](http://dx.doi.org/10.1016/0021-9991(89)90099-5). 65
- [76] J. P. VERBONCOEUR, M. V. ALVES, V. VAHEDI et C. K. BIRDSALL : Simultaneous potential and circuit solution for 1d bounded plasma particle simulation codes. *J. Comput. Phys.*, 104(2):321–328, février 1993. ISSN 0021-9991. URL <http://dx.doi.org/10.1006/jcph.1993.1034>. 66
- [77] J. R ROTH : *Industrial Plasma Engineering : Volume 1 : Principles*. Institute of Physics, 1995. 66
- [78] Y. P RAIZER : *Gas Discharge Physics*. Springer, 2001. 66, 125
- [79] J. HAMMEL et J. VERBONCOEUR : Dc discharge studies using pic-mcc. Rapport technique, PTSG Berkeley, 2004. URL <http://ptsg.berkeley.edu/~jhammel/report.pdf>. 66
- [80] V. VAHEDI et G. DiPESO : Simultaneous potential and circuit solution for two-dimensional bounded plasma simulation codes. *J. Comput. Phys.*, 131(1):149–163, février 1997. ISSN 0021-9991. URL <http://dx.doi.org/10.1006/jcph.1996.5591>. 67
- [81] W. H. PRESS, S. A. TEUKOLSKY, W. T. VETTERLING et B. P. FLANNERY : *Numerical Recipes*. Cambridge University Press, 3rd édition, 2007. 71

- [82] P. STROBACH : The fast quartic solver. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 234(10):3007–3024, septembre 2010. ISSN 0377-0427. URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.cam.2010.04.015>. 75
- [83] H. D. HAGSTRUM : Auger ejection of electrons from tungsten by noble gas ions. *Phys. Rev.*, 96(2):325–, octobre 1954. URL <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRev.96.325>. 77
- [84] P. MAHADEVAN, J. K. LAYTON et D. B. MEDVED : Secondary electron emission from clean surface of molybdenum due to low-energy noble gas ions. *Phys. Rev.*, 129(1):79–83, janvier 1963. URL <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRev.129.79>. 77
- [85] C. BRUNNEE : Uber die ionenreflexion und sekundarelektronenemission beim auftreten von alkaliionen auf reine molybdan-oberflächen. *Zeitschrift fur Physik A Hadrons and Nuclei*, 147(2):161–183, 1957. ISSN 0939-7922. URL <http://dx.doi.org/10.1007/BF01336930>. 77
- [86] P. M. WATERS : Kinetic ejection of electrons from tungsten by cesium and lithium ions. *Phys. Rev.*, 111(4):1053–1061, août 1958. URL <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRev.111.1053>. 77
- [87] B. SZAPIRO, J. J. ROCCA et T. PRABHURAM : Electron yield of glow discharge cathode materials under helium ion bombardment. *Appl. Phys. Lett.*, 53(5):358–360, août 1988. URL <http://dx.doi.org/10.1063/1.100401>. 77, 147, 182
- [88] C. BOHM et J. PERRIN : Retarding-field analyzer for measurements of ion energy distributions and secondary electron emission coefficients in low-pressure radio frequency discharges. *Rev. Sci. Instrum.*, 64(1):31–44, janvier 1993. URL <http://dx.doi.org/10.1063/1.1144398>. 77, 152, 154
- [89] A. V. PHELPS et Z. Lj. PETROVIC : Cold-cathode discharges and breakdown in argon : surface and gas phase production of secondary electrons. *Plasma Sources Sci. Technol.*, 8(3):R21–R44, 1999. ISSN 0963-0252. URL <http://dx.doi.org/10.1088/0963-0252/8/3/201>. 77
- [90] I. KATZ, D. E. PARKS, M. J. MANDELL, J. M. HARVEY, D. H. Jr. BROWNELL, S. S. WANG et M. ROTENBERG : A three dimensional dynamic study of electrostatic charging in materials. Rapport technique NASA-CR-135256 ; SSS-R-77-3367, August 1977. URL <http://ntrs.nasa.gov/>. 77, 153, 187
- [91] O. v. ROOS : Theorie der kinetischen emission von sekundarelektronen, ausgelost durch positive ionen. *Zeitschrift fur Physik A Hadrons and Nuclei*, 147(2):210–227, 1957. ISSN 0939-7922. URL <http://dx.doi.org/10.1007/BF01336932>. 77
- [92] K. SPANGENBERG : *Vacuum tubes*. Electrical and electronic engineering series. Mc-Graw Hill, 1948. 78, 158

- [93] H. BRUINING et J.H. de BOER : Secondary electron emission : Part i. secondary electron emission of metals. *Physica*, 5(1):17–30, janvier 1938. ISSN 0031-8914. URL [http://dx.doi.org/10.1016/S0031-8914\(38\)80103-8](http://dx.doi.org/10.1016/S0031-8914(38)80103-8). 78
- [94] H. BRUINING : Secondary electron emission : Part ii. absorption of secondary electrons. *Physica*, 5(10):901–912, décembre 1938. ISSN 0031-8914. URL [http://dx.doi.org/10.1016/S0031-8914\(38\)80032-X](http://dx.doi.org/10.1016/S0031-8914(38)80032-X). 78
- [95] H. BRUINING : *Physics and Applications of Electron Secondary Emission*. Mc Graw Hill, 1954. 78
- [96] J. J. SCHOLTZ, D. DIJKKAMP et R. W. A. SCHMITZ : Secondary electron emission properties. *Philips J. Res.*, 50(3-4):375–389, 1996. ISSN 0165-5817. URL [http://dx.doi.org/10.1016/S0165-5817\(97\)84681-5](http://dx.doi.org/10.1016/S0165-5817(97)84681-5). 78
- [97] V. BAGLIN, I. COLLINS, B. HENRIST, N. HILLERET et G. VORLAUFER : A summary of main experimental results concerning the secondary electron emission of copper. Rapport technique LHC Project Report 472, CERN, 2002. URL <http://documents.cern.ch/cgi-bin/setlink?base=preprint&categ=cern&id=lhc-project-report-472>. 78, 98
- [98] J.R.M. VAUGHAN : A new formula for secondary emission yield. *IEEE Trans. Electron Devices*, 36(9):1963–1967, 1989. ISSN 0018-9383. URL <http://dx.doi.org/10.1109/16.34278>. 78
- [99] M. A. FURMAN et M. T. F. PIVI : Probabilistic model for the simulation of secondary electron emission. *Phys. Rev. Spec. Top. Accel Beams*, 5(12):124404, décembre 2002. URL <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevSTAB.5.124404>. 79, 80, 97
- [100] P. HARTMANN, Z. DONKO, G. BANO, L. SZALAI et K. ROZSA : Effect of different elementary processes on the breakdown in low-pressure helium gas. *Plasma Sources Sci. Technol.*, 9(2):183–190, 2000. ISSN 0963-0252. URL <http://dx.doi.org/10.1088/0963-0252/9/2/311>. 80, 81
- [101] P. M. STONE, Y. K. KIM et J. P. DESCLAUX : Electron-impact cross sections for dipole- and spin-allowed excitations of hydrogen, helium, and lithium. *J. Res. Nat. Inst. Stand. Technol.*, 107(4):327–337, 2002. URL <http://nvl.nist.gov/pub/nistpubs/jres/107/4/cnt107-4.htm>. 80, 81
- [102] M. SURENDRA, D. B. GRAVES et G. M. JELLUM : Self-consistent model of a direct-current glow discharge : Treatment of fast electrons. *Phys. Rev. A*, 41(2):1112–1125, janvier 1990. URL <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.41.1112>. 82
- [103] A. E. S. GREEN et T. SAWADA : Ionization cross sections and secondary electron distributions. *Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics*, 34(10):1719–1728, octobre 1972. ISSN 0021-9169. URL [http://dx.doi.org/10.1016/0021-9169\(72\)90031-1](http://dx.doi.org/10.1016/0021-9169(72)90031-1). 82

- [104] R. L. KINDER et M. J. KUSHNER : Noncollisional heating and electron energy distributions in magnetically enhanced inductively coupled and helicon plasma sources. *J. Appl. Phys.*, 90(8):3699–3712, octobre 2001. URL <http://dx.doi.org/10.1063/1.1400091>.
- [105] A. OKHRIMOVSKYY, A. BOGAERTS et R. GIJBELS : Electron anisotropic scattering in gases : A formula for monte carlo simulations. *Phys. Rev. E*, 65(3):037402–, février 2002. URL <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevE.65.037402>. 82
- [106] M. A. LIEBERMAN et A. J. LICHTENBERG : *Principles of Plasma Discharge for Materials Processing*. John Wiley & Sons, 1994. 83
- [107] S. YOSHIDA, A. V. PHELPS et L. C. PITCHFORD : Effect of electrons produced by ionization on calculated electron-energy distributions. *Phys. Rev. A*, 27(6):2858–, juin 1983. URL <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.27.2858>. 84
- [108] C. B. OPAL, W. K. PETERSON et E. C. BEATY : Measurements of secondary-electron spectra produced by electron impact ionization of a number of simple gases. *J. Chem. Phys.*, 55(8):4100–4106, octobre 1971. URL <http://dx.doi.org/10.1063/1.1676707>. 84
- [109] E. ANDERSON, Z. BAI, C. BISCHOF, S. BLACKFORD, J. DEMMEL, J. DONGARRA, J. DU CROZ, A. GREENBAUM, S. HAMMARLING, A. MCKENNEY et D. SORENSEN : *LAPACK Users' Guide*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, 3rd édition, 1999. ISBN 0-89871-447-8. 87
- [110] R. L. PETRY : Secondary electron emission from tungsten, copper and gold. *Phys. Rev.*, 28(2):362–, août 1926. URL <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRev.28.362>. 98
- [111] K. NISHIMURA, J. KAWATA et K. OHYA : Comparative study of secondary electron emission from tungsten and beryllium irradiated by plasmas. *J. Plasma Fusion Res.*, 6:535, 1996. 98
- [112] B. KARLSSON et C. G. RIBBING : Optical constants and spectral selectivity of stainless steel and its oxides. *J. Appl. Phys.*, 53(9):6340–6346, septembre 1982. URL <http://dx.doi.org/10.1063/1.331503>. 106
- [113] N. F. MOTT et R. W. GURNEY : *Electronic Processes in Ionic Crystals*. Clarendon Press, Oxford, second édition, 1948. 118, 243
- [114] G. FRANCIS : *The glow discharge at low pressure*. Encyclopedia of Physics. Springer Berlin, 1956. 124
- [115] Z. DONKO, K. ROZSA, R. C. TOBIN et K. A. PEARD : Modeling and measurements on an obstructed glow discharge in helium. *Phys. Rev. E*, 49(4):3283–3289, avril 1994. URL <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevE.49.3283>. 124

- [116] J. A. SIMPSON : Design of retarding field energy analyzers. *Rev. Sci. Instrum.*, 32 (12):1283–1293, décembre 1961. URL <http://dx.doi.org/10.1063/1.1717235>. 149, 154
- [117] R. A. HEELIS et W. B. HANSON : Measurements of thermal ion drift velocity and temperature using planar sensors. In *Measurement Techniques in Space Plasmas – Particles*, pages 61–, 1998. 149
- [118] I. A. HUTCHINSON : *Principles of Plasma Diagnostics*. Cambridge University Press, second édition, August 2002. 149, 152
- [119] H. O. MULLER : Die abhangigkeit der sekundarelektronenemission einiger metalle vom einfallswinkel des primaren kathodenstrahls. *Zeitschrift fur Physik A Hadrons and Nucleir*, 104(7):475–486, 1937-07-01. ISSN 0939-7922. URL <http://dx.doi.org/10.1007/BF01330064>. 153
- [120] C. K. CHAO et S.-Y. SU : Charged particle motion inside the retarding potential analyzer. *Phys. Plasmas*, 7(1):101–107, janvier 2000. URL <http://dx.doi.org/10.1063/1.873817>. 154
- [121] C. L. ENLOE : High-resolution retarding potential analyzer. *Rev. Sci. Instrum.*, 65 (2):507–508, février 1994. URL <http://dx.doi.org/10.1063/1.1145167>. 158, 159
- [122] E. HARTING et F.H. READ : *Electrostatic Lenses*. Elsevier, 1976. 163
- [123] G. A. BIRD : *Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows*. Oxford University Press, 2 édition, 1994. 180
- [124] G. A. BIRD : *Visual DSMC Program for Two Dimensional and Axially Symmetric Flows*, 2006. 180
- [125] H. C. HAYDEN et N. G. UTTERBACK : Ionization of helium, neon, and nitrogen by helium atoms. *Phys. Rev.*, 135(6A):A1575–A1579, septembre 1964. URL <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRev.135.A1575>. 182
- [126] R. G. JAHN : *Physics of Electric Propulsion*. McGraw-Hill, 1968. 202
- [127] G. F. RUDENAUER, M. FEHRINGER et W. STEIGER : Indium field emission microthrusters. In *European Spacecraft Propulsion Conference*, volume 398, août 1997. 202
- [128] F. M. PRANAJAYA et M. A. CAPPELLI : Performance studies of a colloid thruster system. In *Proceedings of the 27th International Electric Propulsion Conference*, 2001. 202
- [129] J. MUELLER : *Micropropulsion for Small Spacecraft*, volume 187, chapitre Thruster Options for Microspacecraft : A review and Evaluation of State-of-the-Art and Emerging Technologies, pages 45–137. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2000. 204, 205, 207



# A

## Hiérarchie B.B.G.K.Y

La hiérarchie dite B.B.G.K.Y, du nom des cinq scientifiques (Bogoliubov, Born, Green, Kirkwood et Yvon) l'ayant mise en évidence indépendamment, montre que pour un système à  $N$  particules, l'équation d'évolution d'une fonction de distribution réduite à  $p \leq N$  particules dépend de la fonction de distribution réduite à  $p + 1$  particules. La résolution du système ainsi formé nécessite donc la définition d'une relation de fermeture.

On rappelle ici l'équation de Liouville

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \sum_{i=1}^N \frac{\mathbf{p}_i}{m_i} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_i} + \sum_{i=1}^N \mathbf{X}_i \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}_i} \right) \mathcal{F} = 0. \quad (\text{A.1})$$

écrite pour la densité de probabilité  $\mathcal{F}$  telle que la probabilité pour le système à  $N$  particules se trouve dans l'état  $(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_N)$  à l'instant  $t$  soit

$$\mathcal{F}(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_N, t) d^3 \mathbf{r}_1 \dots d^3 \mathbf{r}_N d^3 \mathbf{p}_1 \dots d^3 \mathbf{p}_N. \quad (\text{A.2})$$

On définit une fonction de distribution réduite à  $p \leq N$  particules parmi  $N$  particules indiscernables par

$$\begin{aligned} & \mathcal{F}_{1p}(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_p, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_p) \\ &= N(N-1) \dots (N-p+1) \int \mathcal{F}(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_N) d^3 \mathbf{r}_{p+1} \dots d^3 \mathbf{r}_N d^3 \mathbf{p}_{p+1} \dots d^3 \mathbf{p}_N \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

où le coefficient  $N(N-1) \dots (N-p+1)$  rend compte du nombre d'arrangements possibles pour les  $p$  particules.

Il est possible d'obtenir une équation sur  $\mathcal{F}_{1p}$  en intégrant (A.1) sur l'espace des phases réduit à  $\{\mathbf{r}_{p+1}, \dots, \mathbf{r}_N, \mathbf{p}_{p+1}, \dots, \mathbf{p}_N\}$ . On notera par la suite :

$$d\Gamma_p^N = N(N-1) \dots (N-p+1) d^3 \mathbf{r}_{p+1} \dots d^3 \mathbf{r}_N d^3 \mathbf{p}_{p+1} \dots d^3 \mathbf{p}_N \quad (\text{A.4})$$

L'intégration du premier terme de (A.1) est relativement immédiate étant donnée la définition (A.3) de  $\mathcal{F}_{1p}$  :

$$\int \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} d\Gamma_p^N = \frac{\partial}{\partial t} \int \mathcal{F} d\Gamma_p^N = \frac{\partial \mathcal{F}_{1p}}{\partial t}. \quad (\text{A.5})$$

Le second terme de (A.1) s'intègre de la manière suivante ;

$$\begin{aligned} \int \sum_{i=1}^N \frac{\mathbf{p}_i}{m_i} \cdot \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \mathbf{r}_i} d\Gamma_p^N &= \sum_{i=1}^p \frac{\mathbf{p}_i}{m_i} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_i} \int \mathcal{F} d\Gamma_p^N \\ &+ \int \sum_{i=p+1}^N \frac{\mathbf{p}_i}{m_i} \cdot \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \mathbf{r}_i} d\Gamma_p^N. \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Le deuxième terme du membre de droite de l'équation précédente est nul puisqu'il suffit d'étendre le domaine d'intégration au delà de l'extension physique réelle du système et alors nécessairement  $\mathcal{F}$  est nulle en bordure du domaine d'intégration, donc l'intégration de son gradient spatial relativement à cette même coordonnée d'espace est nulle. On a alors :

$$\begin{aligned} \int \sum_{i=1}^N \frac{\mathbf{p}_i}{m_i} \cdot \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \mathbf{r}_i} d\Gamma_p^N &= \sum_{i=1}^p \frac{\mathbf{p}_i}{m_i} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_i} \int \mathcal{F} d\Gamma_p^N \\ &= \sum_{i=1}^p \frac{\mathbf{p}_i}{m_i} \cdot \frac{\partial \mathcal{F}_{1p}}{\partial \mathbf{r}_i}. \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Le troisième terme de (A.1) peut se décomposer en deux termes, l'un résultant des interactions électrostatiques existant entre les particules et l'autre des forces extérieures

$$\mathbf{X}_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \mathbf{F}_{ij} + \mathbf{F}_i \quad (\text{A.8})$$

avec

$$\mathbf{F}_{ij} = -\nabla \left[ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i q_j}{r_{ij}} \right] \quad (\text{A.9})$$

et

$$\mathbf{F}_i = q_i (\mathbf{E}_i + \frac{\mathbf{p}_i}{m_i} \times \mathbf{B}_i). \quad (\text{A.10})$$

Le terme du aux forces extérieures est simplement

$$\begin{aligned} \int \sum_{i=1}^N \mathbf{F}_i \cdot \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \mathbf{p}_i} d\Gamma_p^N &= \int \sum_{i=1}^p \mathbf{F}_i \cdot \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \mathbf{p}_i} d\Gamma_p^N \\ &+ \int \sum_{i=p+1}^N \mathbf{F}_i \cdot \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \mathbf{p}_i} d\Gamma_p^N \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

qui se réduit à

$$\begin{aligned} \int \sum_{i=1}^N \mathbf{F}_i \cdot \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \mathbf{p}_i} d\Gamma_p^N &= \int \sum_{i=1}^p \mathbf{F}_i \cdot \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \mathbf{p}_i} d\Gamma_p^N \\ &= \sum_{i=1}^p \mathbf{F}_i \cdot \frac{\partial \mathcal{F}_{1p}}{\partial \mathbf{p}_i} \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

du fait du caractère fini de la quantité de mouvement des particules et de la définition de  $\mathcal{F}_{1p}$ . Le terme du aux interactions électrostatiques est :

$$\begin{aligned} \int \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \mathbf{F}_{ij} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}_i} \mathcal{F} d\Gamma_p^N &= \sum_{i=1}^p \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^p \mathbf{F}_{ij} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}_i} \int \mathcal{F} d\Gamma_p^N \\ &+ \int \sum_{i=1}^p \sum_{j=p+1}^N \mathbf{F}_{ij} \cdot \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \mathbf{p}_i} d\Gamma_p^N \\ &+ \int \sum_{i=p+1}^N \sum_{j=1}^p \mathbf{F}_{ij} \cdot \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \mathbf{p}_i} d\Gamma_p^N \\ &+ \int \sum_{i=p+1}^N \sum_{\substack{j=p+1 \\ j \neq i}}^N \mathbf{F}_{ij} \cdot \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \mathbf{p}_i} d\Gamma_p^N. \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

En supposant les particules indiscernables, la fonction  $\mathcal{F}$  est symétrique, et le second terme du membre de droite de (A.13) peut être réécrit comme suit :

$$\begin{aligned} \int \sum_{i=1}^p \sum_{j=p+1}^N \mathbf{F}_{ij} \cdot \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \mathbf{p}_i} d\Gamma_p^N &= \int \sum_{i=1}^p (N-p) \mathbf{F}_{ip+1} \cdot \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \mathbf{p}_i} d\Gamma_p^N \\ &= (N-p) \int \sum_{i=1}^p \mathbf{F}_{ip+1} \cdot \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \mathbf{p}_i} \frac{d\Gamma_{p+1}^N}{(N-p)} d^3 \mathbf{r}_{p+1} d^3 \mathbf{p}_{p+1} \\ &= \int \sum_{i=1}^p \mathbf{F}_{ip+1} \cdot \frac{\partial \mathcal{F}_{1p+1}}{\partial \mathbf{p}_i} (\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_{p+1}, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_{p+1}) d^3 \mathbf{r}_{p+1} d^3 \mathbf{p}_{p+1}. \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

Les deux derniers termes du membre de droite de (A.13) sont nuls, puisque l'on intègre

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \mathbf{p}_i} \quad i \in [p+1, N]$$

relativement à  $\{\mathbf{p}_p, \dots, \mathbf{p}_N\}$ , et qu'il est toujours possible de majorer la quantité de mouvement d'une particule. En utilisant le fait que

$$\sum_{i=1}^p \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^p \mathbf{F}_{ij} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}_i} \int \mathcal{F} d\Gamma_p^N = \sum_{i=1}^p \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^p \mathbf{F}_{ij} \cdot \frac{\partial \mathcal{F}_{1p}}{\partial \mathbf{p}_i}, \quad (\text{A.15})$$

et en regroupant les résultats (A.5), (A.7), (A.12) et (A.14), on obtient l'équation suivante sur  $\mathcal{F}_{1p}$  :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{F}_{1p}}{\partial t} + \sum_{i=1}^p \frac{\mathbf{p}_i}{m_i} \cdot \frac{\partial \mathcal{F}_{1p}}{\partial \mathbf{r}_i} + \sum_{i=1}^p \mathbf{X}_i \cdot \frac{\partial \mathcal{F}_{1p}}{\partial \mathbf{p}_i} \\ = - \int \sum_{i=1}^p \mathbf{F}_{ip+1} \cdot \frac{\partial \mathcal{F}_{1p+1}}{\partial \mathbf{p}_i}(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_{p+1}, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_{p+1}) d^3 \mathbf{r}_{p+1} d^3 \mathbf{p}_{p+1}. \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

La relation (A.16) lie l'équation de Liouville relativement à  $\mathcal{F}_{1p}$  à  $\mathcal{F}_{1p+1}$ . La résolution de ce système est tout aussi délicate que celle de l'équation de Liouville propre à  $\mathcal{F}$ , puisque jusqu'ici aucune simplification n'a été faite. Elle permet néanmoins, moyennant une hypothèse sur une relation de fermeture, de réduire la dimension du problème. La réduction du système à une fonction de distribution d'une seule particule se fait en exprimant de manière approchée le second membre de A.16, alors fonction de  $\mathcal{F}_{12}$ , au moyen de la seule fonction réduite à une particule  $\mathcal{F}_1$ . Selon la relation de fermeture choisie, on obtient entre autres les équations de Boltzmann, de Vlasov, de Fokker-Planck ou encore de Landau.

# B

## Caractéristiques I-V de la source filaire dans différents gaz

Les caractéristiques courant-tension de la décharge filaire dans l'hélium, le néon, l'argon, le xénon et l'air sont regroupées dans cette annexe. L'ensemble de ces caractéristiques sont qualitativement identiques, mais les plages de pression sur lesquelles est observé ce même comportement global diffèrent selon le gaz utilisé.

Dans certains cas, le régime de décharge change de contracté vers diffus lors du tracé (augmentation du courant) d'une caractéristique courant-tension pour une pression donnée. Cela se traduit par une discontinuité de la courbe telle que celle observée figure B.4 pour une décharge dans le xénon à  $5 \times 10^{-3}$  mbar et un courant  $I_s$  légèrement supérieur à 0.4 mA.

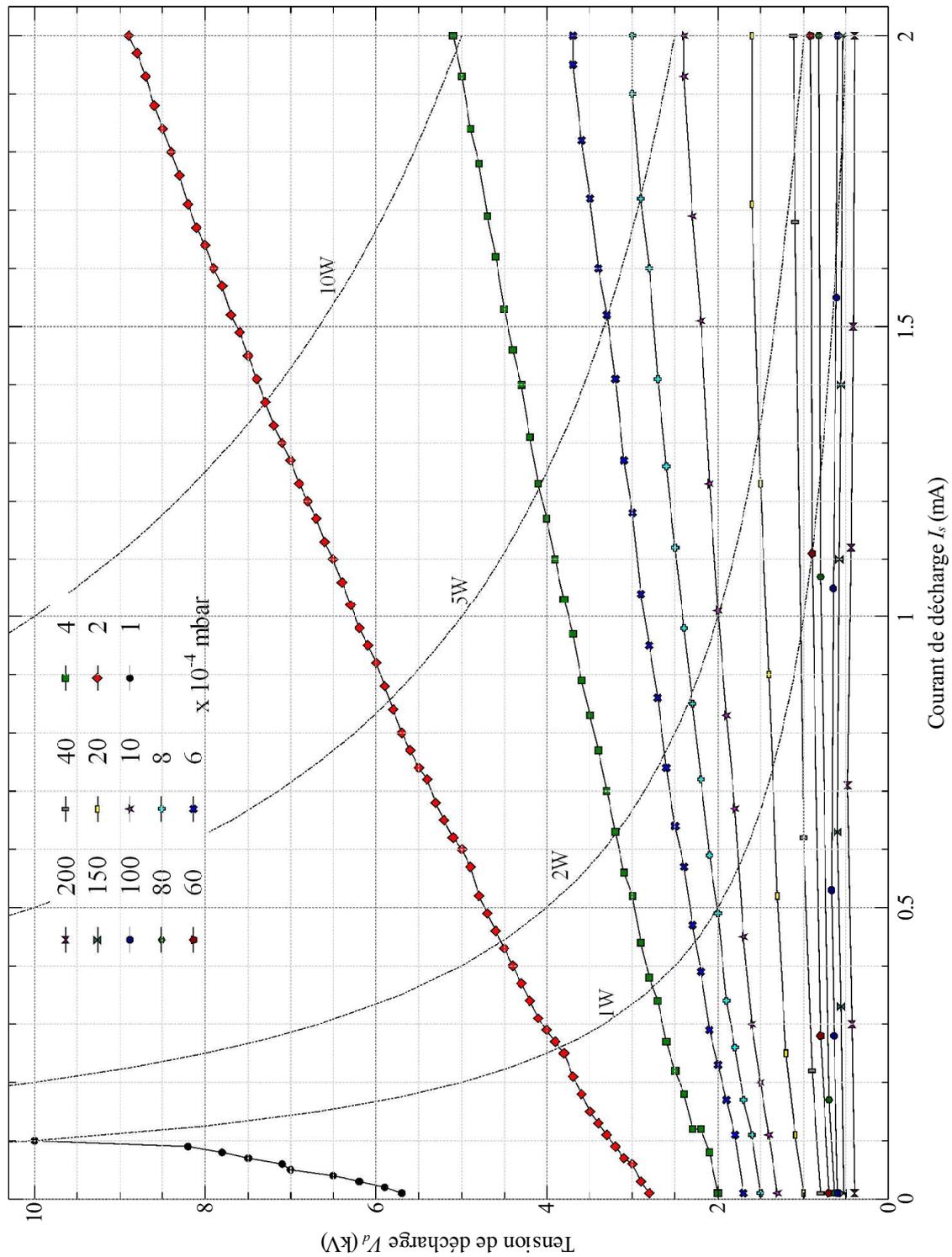


FIGURE B.1: Caractéristiques courant-tension dans l'hélium

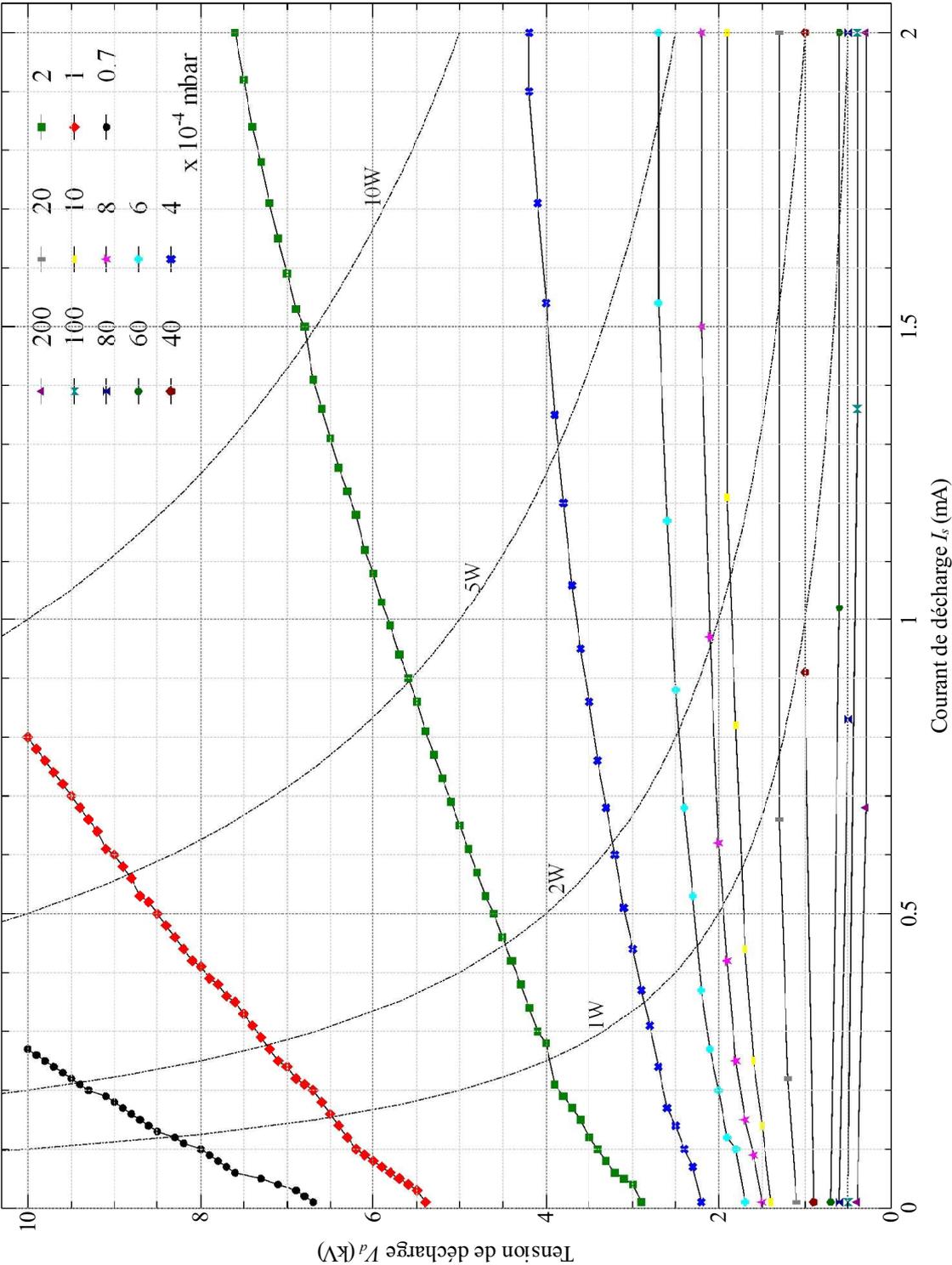


FIGURE B.2: Caractéristiques courant-tension dans le néon

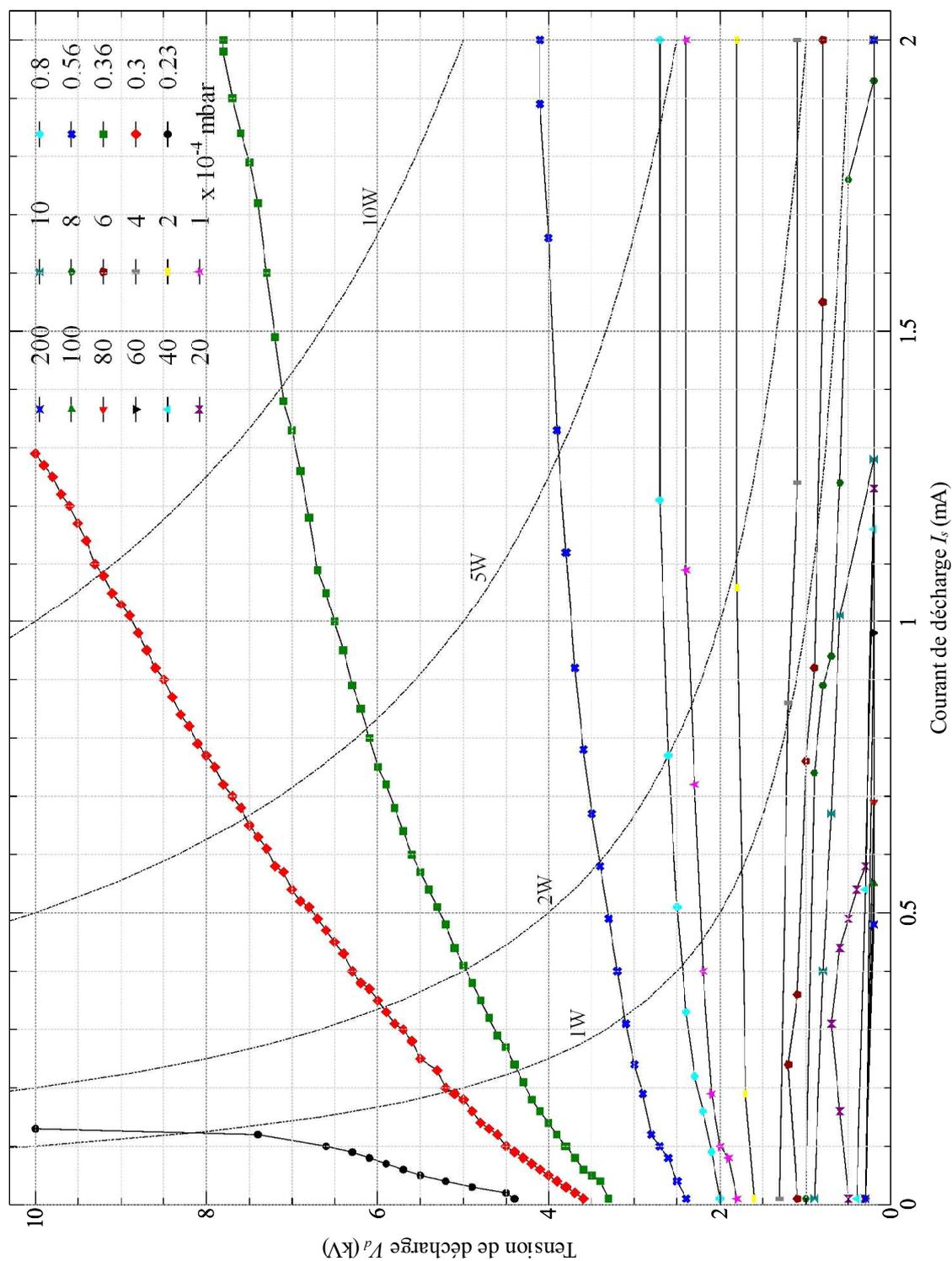
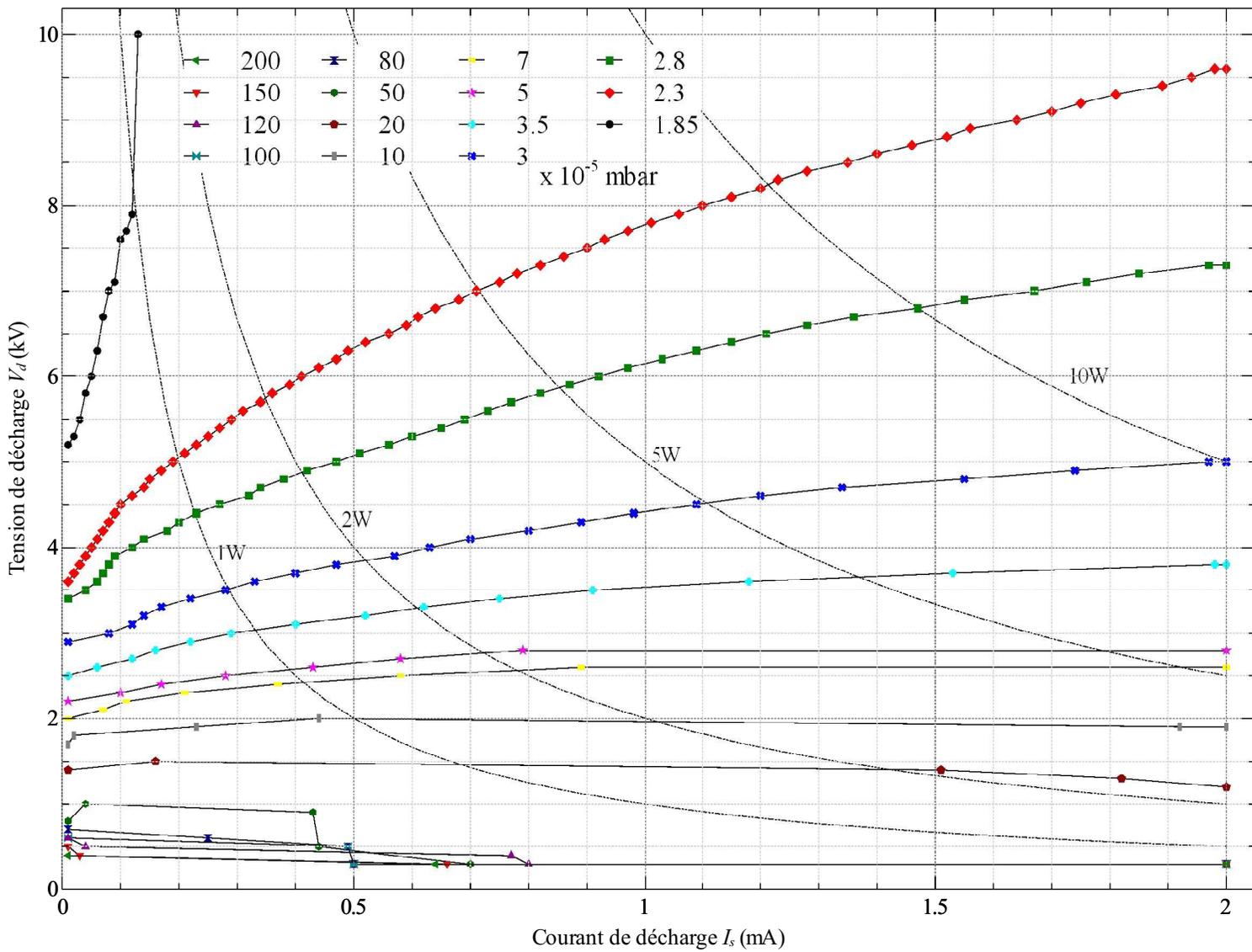


FIGURE B.3: Caractéristiques courant-tension dans l'argon

FIGURE B.4: Caractéristiques courant-tension dans le xénon



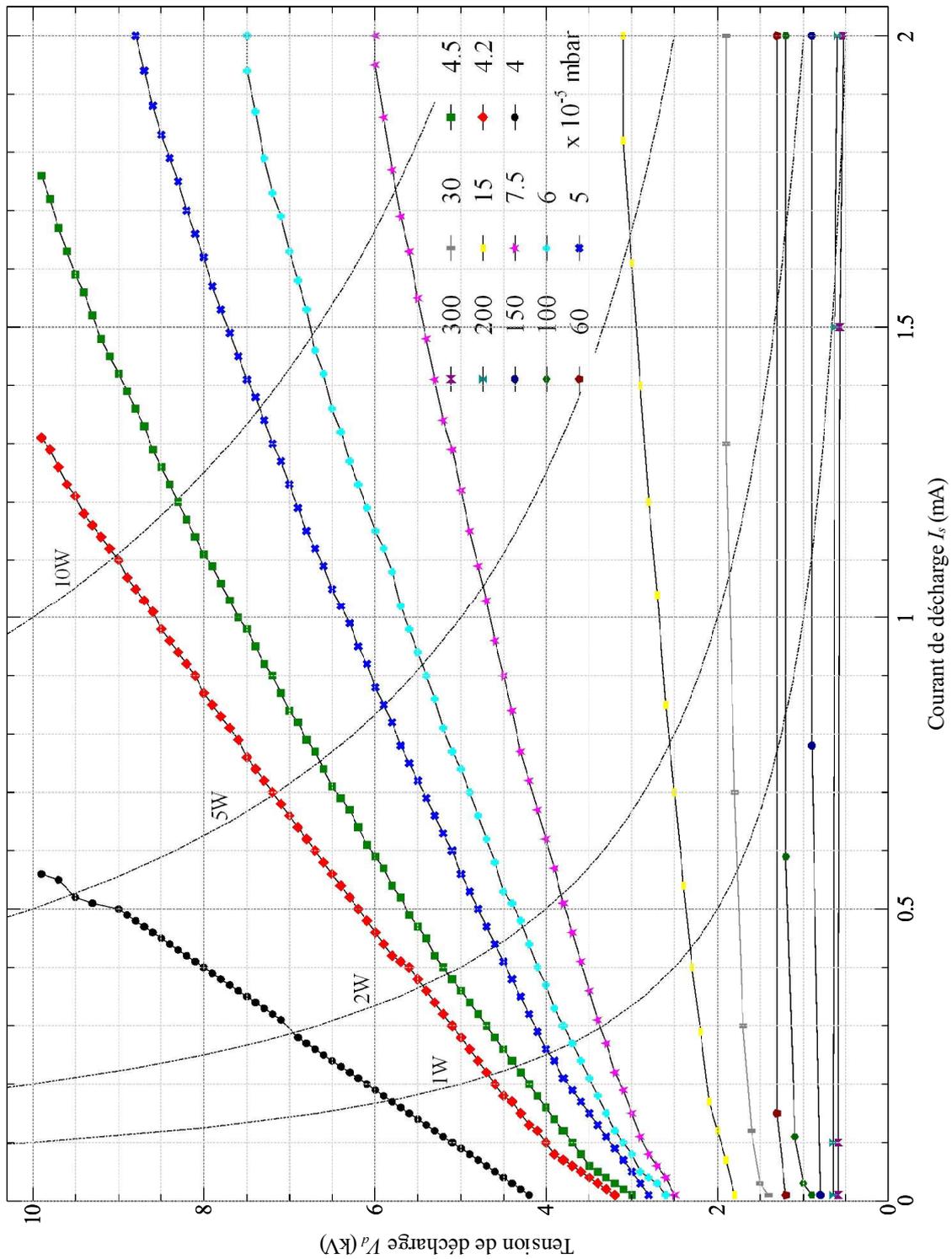


FIGURE B.5: Caractéristiques courant-tension dans l'air

# C

## Formulation variationnelle du problème mixte pour l'équation de Poisson

La formulation forte du problème mixte pour l'équation de Poisson s'écrit :

$$-\nabla \cdot (\varepsilon \nabla \phi) = \rho \quad \text{sur } \Omega \quad (\text{C.1})$$

$$\phi = \phi_0 \quad \text{sur } \Gamma_D \quad (\text{C.2})$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{n}} = g \quad \text{sur } \Gamma_N \quad (\text{C.3})$$

avec  $\Gamma_D \cap \Gamma_N = \emptyset$  et  $\Gamma_D \cup \Gamma_N = \partial\Omega$ ,  $\rho \in L^2(\Omega)$ ,  $g \in L^2(\Gamma_N)$  et  $\phi_0 \in L^2(\Gamma_D)$  telle qu'il existe un relèvement  $\tilde{\phi}_0 \in H^1(\Omega)$  tel que  $\tilde{\phi}_0 = \phi_0$  sur  $\Gamma_D$ .

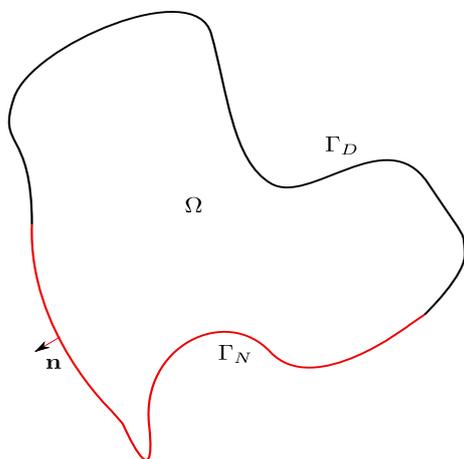


FIGURE C.1: Domaine de calcul pour la résolution de l'équation de Poisson.  $\Gamma_D$  : frontière type Dirichlet.  $\Gamma_N$  : frontière type Neumann.

On introduit  $H_{0,\Gamma_D}^1(\Omega)$  l'ensemble des fonctions de  $H^1(\Omega)$  s'annulant sur la frontière type Dirichlet

$$H_{0,\Gamma_D}^1(\Omega) = \{v \in H^1(\Omega), v|_{\Gamma_D} = 0\}$$

de façon à écrire la condition aux limites de type Dirichlet non homogène (C.2) sous la forme équivalente :

$$\phi = \tilde{\phi}_0 + \tilde{\phi}, \quad \tilde{\phi} \in H_{0,\Gamma_D}^1(\Omega). \quad (\text{C.4})$$

En multipliant (C.1) par une fonction  $v \in H_{0,\Gamma_D}^1(\Omega)$ , puis en intégrant sur le domaine  $\Omega$ , il vient :

$$\int_{\Omega} -\nabla \cdot (\varepsilon \nabla \phi) v d\Omega = \int_{\Omega} \rho v d\Omega \tag{C.5}$$

ce qui s'écrit, moyennant l'utilisation d'un corollaire de la formule de Green

$$-\int_{\Omega} \nabla \cdot (\varepsilon \nabla \phi) w d\Omega = \int_{\Omega} \varepsilon \nabla \phi \cdot \nabla w d\Omega - \int_{\partial\Omega} \varepsilon \nabla \phi \cdot w \mathbf{n} d\Gamma, \tag{C.6}$$

sous la forme

$$\int_{\Omega} (\varepsilon \nabla \phi) \cdot \nabla v d\Omega = \int_{\Omega} \rho v d\Omega + \int_{\partial\Omega} \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{n}} v d\Gamma. \tag{C.7}$$

Étant donné que  $v \in H_{0,\Gamma_D}^1(\Omega)$ , le terme de bord de (C.7) se réduit à

$$\int_{\partial\Omega} \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{n}} v d\Gamma = \int_{\Gamma_N} g v d\Gamma, \tag{C.8}$$

et  $\phi$  est solution du problème suivant

$$\int_{\Omega} (\varepsilon \nabla \phi) \cdot \nabla v d\Omega = \int_{\Omega} \rho v d\Omega + \int_{\Gamma_N} g v d\Gamma \quad \forall v \in H_{0,\Gamma_D}^1(\Omega), \tag{C.9}$$

ou encore  $\tilde{\phi}$  est solution de

$$\int_{\Omega} (\varepsilon \nabla \tilde{\phi}) \cdot \nabla v d\Omega = \int_{\Omega} \rho v d\Omega + \int_{\Gamma_N} g v d\Gamma - \int_{\Omega} (\varepsilon \nabla \tilde{\phi}_0) \cdot \nabla v d\Omega \quad \forall v \in H_{0,\Gamma_D}^1(\Omega). \tag{C.10}$$

# D

## Méthode de Ferrari

La méthode de Ferrari permet d'exprimer analytiquement les racines d'un polynôme de degré 4. Soit l'équation générale du quatrième degré suivante :

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0. \quad (\text{D.1})$$

Moyennant normalisation, (D.1) s'écrit

$$x^4 + \frac{b}{a}x^3 + \frac{c}{a}x^2 + \frac{d}{a}x + \frac{e}{a} = 0 \quad (\text{D.2})$$

ou encore, sous la forme d'un carré en  $x^2$  :

$$\left(x^2 + \frac{b}{2a}x\right)^2 + \left(\frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2}\right)x^2 + \frac{d}{a}x + \frac{e}{a} = 0 \quad (\text{D.3})$$

On peut alors introduire une nouvelle variable  $y$  :

$$\left(x^2 + \frac{b}{2a}x + \frac{y}{2}\right)^2 + \left(\frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2} - y\right)x^2 + \left(\frac{d}{a} - \frac{b}{2a}y\right)x + \left(\frac{e}{a} - \frac{y^2}{4}\right) = 0 \quad (\text{D.4})$$

Cette équation étant valable pour tout  $y$ , on le choisit tel que

$$\left(\frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2} - y\right)x^2 + \left(\frac{d}{a} - \frac{b}{2a}y\right)x + \left(\frac{e}{a} - \frac{y^2}{4}\right) \quad (\text{D.5})$$

ait un discriminant nul. Cela conduit à :

$$\left(\frac{d}{a} - \frac{b}{2a}y\right)^2 = 4\left(\frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2} - y\right)\left(\frac{e}{a} - \frac{y^2}{4}\right) \quad (\text{D.6})$$

Après calcul, (D.6) s'écrit sous la forme d'une polynôme d'ordre 3 en  $y$  :

$$y^3 - \frac{c}{a}y^2 + \left(\frac{bd}{a^2} - \frac{4e}{a}\right)y + \left(\frac{4ce}{a^2} - \frac{b^2e}{a^3} - \frac{d^2}{a^2}\right) = 0 \quad (\text{D.7})$$

Il est alors possible, par une méthode de Cardan par exemple, de trouver une racine réelle  $y_1$  à (D.7).

Par ailleurs, toute polynôme du second degré  $px^2 + qx + r$  peut s'écrire :

$$p \left( \left( x + \frac{q}{2p} \right)^2 - \frac{q^2 - 4pr}{4p^2} \right) \quad (\text{D.8})$$

Si ce polynôme à un discriminant nul, *i.e.*  $q^2 = 4pr$ , alors (D.8) devient

$$p \left( \left( x + \frac{q}{2p} \right)^2 \right) \quad (\text{D.9})$$

ou encore

$$p \left( \left( x + \pm \sqrt{\frac{r}{p}} \right)^2 \right) \quad (\text{D.10})$$

puisque  $\frac{q^2}{4p^2} = \frac{r}{p}$ . Par conséquent, comme on a choisit  $y_1$  de sorte que (D.5) ait un discriminant nul, on peut réécrire (D.5) sous la forme suivante :

$$\left( \frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2} - y_1 \right) \left( x \pm \frac{\sqrt{\left( \frac{e}{a} - \frac{y_1^2}{4} \right)}}{\sqrt{\left( \frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2} - y_1 \right)}} \right)^2 \quad (\text{D.11})$$

L'équation (D.4) écrite pour  $y = y_1$  conduit à

$$\left( x^2 + \frac{b}{2a}x + \frac{y_1}{2} \right)^2 + \left( \frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2} - y_1 \right) x^2 + \left( \frac{d}{a} - \frac{b}{2a}y_1 \right) x + \left( \frac{e}{a} - \frac{y_1^2}{4} \right) = 0 \quad (\text{D.12})$$

qui moyennant (D.11) peut être mis sous la forme

$$\left( x^2 + \frac{b}{2a}x + \frac{y_1}{2} \right)^2 = \left( \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a} + y_1 \right) \left( x \mp \frac{\sqrt{\left( \frac{y_1^2}{4} - \frac{e}{a} \right)}}{\sqrt{\left( \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a} + y_1 \right)}} \right)^2. \quad (\text{D.13})$$

En prenant la racine carré de chaque membre, il vient

$$x^2 + \frac{b}{2a}x + \frac{y_1}{2} = \pm x \sqrt{\left( \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a} + y_1 \right)} \mp \sqrt{\frac{y_1^2}{4} - \frac{e}{a}} \quad (\text{D.14})$$

ou sous forme canonique

$$x^2 + \left( \frac{b}{2a} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{b^2}{a^2} - \frac{4c}{a} + 4y_1} \right) x + \frac{1}{2} \left( y_1 \mp \sqrt{y_1^2 - \frac{4e}{a}} \right) = 0 \quad (\text{D.15})$$

En résolvant cette équation du second degré de manière conventionnelle, on obtient

$$x = \frac{-p \pm \sqrt{p^2 - 4q}}{4} \quad (\text{D.16})$$

avec

$$p = \frac{b}{a} \pm \sqrt{\frac{b^2}{a^2} - \frac{4c}{a} + 4y_1} \quad \text{et} \quad q = y_1 \mp \sqrt{y_1^2 - \frac{4e}{a}}. \quad (\text{D.17})$$



# E

## Écoulement ionique limité par charge d'espace en régime collisionnel intermédiaire

La relation liant la densité de courant  $j$  d'un écoulement ionique entre deux électrodes séparées d'une distance  $d$  à la différence de potentiel  $V$  existant entre ces électrodes est connue dans le cadre d'électrodes parallèles pour différents cas limites de collisionnalité :  $V \sim J^{2/3}d^{4/3}$  pour un régime inertiel (loi de Child-Langmuir) et  $V \sim J^{1/2}d^{3/2}$  pour un écoulement dominé par les collisions (la loi de Mott-Gurney [113]). Néanmoins, bien que ces résultats soient donnés dans la plupart des livres traitant de la physique des décharges (voir par exemple Rax [19]), le régime de collisionnalité intermédiaire, pour lequel les termes inertiel et collisionnel de l'équation du mouvement sont du même ordre, ne fait l'objet que de peu d'attention. La transition de mode observée dans le cadre de la décharge filaire en régime continu est obtenue par un balayage de la pression couvrant une large gamme de régimes de collisionnalité. On cherche par conséquent dans cette annexe une solution analytique généralisant les solutions asymptotiques de Child-Langmuir et Mott-Gurney à l'ensemble des régimes de collisionnalité. On se place pour des raisons de simplicité dans le cadre d'un écoulement entre deux électrodes parallèles.

En supposant que l'électrode polarisée est la cathode et en introduisant  $x$  la distance à l'anode (de potentiel nul), le système d'équations vérifié par la différence de potentiel

$V$  entre les deux électrodes, le champ électrique  $E$  et la vitesse  $v$  est

$$\frac{dV}{dx} = -E \quad (\text{E.1a})$$

$$\frac{dE}{dx} = \frac{j}{\varepsilon_0 v} \quad (\text{E.1b})$$

$$v \frac{dv}{dx} = \frac{q}{m} E - \nu v \quad (\text{E.1c})$$

où  $q$  et  $m$  sont respectivement la charge et la masse d'un ion et  $\nu$  la fréquence de collision rendant compte de la force de freinage induite par les collisions élastique et d'échange de charge ion-neutre. On introduit alors le jeu de variables adimensionnées suivant :

$$X = \frac{\nu^3 m \varepsilon_0}{qj} x, \quad U = \frac{\nu^4 m \varepsilon_0^2}{qj^2} V, \quad F = \frac{\nu \varepsilon_0}{j} E, \quad W = \frac{\nu^2 m \varepsilon_0}{qj} v. \quad (\text{E.2})$$

La réécriture du système (E.1) au moyen de ces variables adimensionnées conduit à

$$\frac{dU}{dX} = -F \quad (\text{E.3a})$$

$$\frac{dF}{dX} = \frac{1}{W} \quad (\text{E.3b})$$

$$W \frac{dW}{dX} = F - W \quad (\text{E.3c})$$

ce qui, exprimé en fonction du champ électrique adimensionné  $F$  et non plus en fonction de la position adimensionnée  $X$ , peut se mettre sous la forme

$$\frac{dU}{dF} = -FW \quad (\text{E.4a})$$

$$\frac{dX}{dF} = W \quad (\text{E.4b})$$

$$\frac{dW}{dF} = F - W \quad (\text{E.4c})$$

Le système d'équations différentielles (E.4) est résolu en exhibant tout d'abord une solution à l'équation différentielle du premier ordre en  $F$  vérifiée par  $W$  (E.4c). Les ions étant supposés émis à l'anode avec une vitesse nulle, cette solution prend la forme

$$W = \exp(-F) + F - 1. \quad (\text{E.5})$$

L'expression de  $W$  en fonction de  $F$  ainsi obtenue permet alors de résoudre les équations (E.4a) et (E.4b). L'adimensionnement de la condition aux limites pour un écoulement limité par la charge d'espace, à savoir un champ électrique nul à l'anode  $E(x=0) = 0$ , couplé à celui de l'hypothèse d'un potentiel d'anode nul  $V(x=0) = 0$ , conduit aux conditions aux limites en variables adimensionnées

$$F(X=0) = 0 \quad (\text{E.6a})$$

$$U(X=0) = 0, \quad (\text{E.6b})$$

et les solutions du système (E.4) sont alors

$$X(F) = 1 - \exp(-F) - F + \frac{F^2}{2} \quad (\text{E.7a})$$

$$U(F) = (1 + F) \exp(-F) - \frac{F^3}{3} + \frac{F^2}{2} - 1. \quad (\text{E.7b})$$

L'évolution du potentiel électrique  $V(x)$  entre l'anode et la cathode est ainsi connue au moyen de la représentation paramétrique

$$x(F) = \frac{qJ}{\nu^3 m \varepsilon_0} \left[ 1 - \exp(-F) - F + \frac{F^2}{2} \right] \quad (\text{E.8a})$$

$$V(F) = \frac{qJ^2}{\nu^4 m \varepsilon_0^2} \left[ (1 + F) \exp(-F) - \frac{F^3}{3} + \frac{F^2}{2} - 1 \right] \quad (\text{E.8b})$$

Moyennant la définition d'une fonction  $C(t)$  telle que

$$C(t) = -(1 + s) \exp(-s) + \frac{s^3}{3} - \frac{s^2}{2} + 1 \quad (\text{E.9a})$$

$$t = 1 - \exp(-s) - s + \frac{s^2}{2} \quad (\text{E.9b})$$

la forme générale de la loi de Child-Langmuir s'écrit alors

$$V(J, d, \nu) = -\frac{q}{m \varepsilon_0^2 \nu^4} \frac{j^2}{j} \times C\left(\frac{m \varepsilon_0 \nu^3 d}{q} \frac{j^3}{j}\right). \quad (\text{E.10})$$

Il est possible d'expliciter la forme générale (E.10) pour différents cas limites correspondant à différents régimes de collisionnalité. On vérifie tout d'abord la validité de la forme générale pour les cas asymptotiques que sont les régimes inertiel et collisionnel, c'est à dire pour respectivement de très petites et très grandes valeurs du paramètre

$$X_d = \frac{m \varepsilon_0 \nu^3 d}{q} \frac{j^3}{j}. \quad (\text{E.11})$$

La courbe présentée figure E.1 montre que la fonction paramétrique  $C(X_d)$  peut être localement approchée par une loi de puissance

$$C(X_d) \sim A X_d^n \quad (\text{E.12})$$

où les coefficients  $A$  et  $n$  prennent différentes valeurs selon la plage de valeurs de  $X_d$ , *i. e.* de collisionnalité, considérée. Pour des régimes faiblement collisionnel, *i. e.* à basses valeurs de  $X_d$ , on constate qu'une loi de puissance en  $X_d^{4/3}$ , qui n'est autre que la loi de Child-Langmuir pour un régime inertiel, permet d'approcher convenablement la fonction  $C(X_d)$ . En effet, si  $C(X_d) \propto X_d^{4/3}$ , alors le potentiel  $V$  varie bien comme  $j^{2/3} d^{4/3}$ . De manière analogue, pour de fortes valeurs de  $X_d$ ,  $C(t)$  varie comme  $t^{3/2}$ , soit un comportement équivalent à la loi de Mott-Gurney en régime collisionnel puisqu'alors  $V \sim j^{1/2} d^{3/2}$ .

Pour des régimes de collisionnalité intermédiaires, *i. e.* des valeurs intermédiaires de  $X_d$ , on montre (voir figure E.1) que  $C(t)$  est convenablement approchée par  $-1.6 t^{1.4}$ . Le régime intermédiaire de l'équation de Child-Langmuir généralisée prend par conséquent la forme

$$V(J, d, \nu) \approx -1.6 \times \frac{q}{\nu^4 m \varepsilon_0^2} j^2 \left( \frac{\nu^3 m \varepsilon_0 d}{q j} \right)^{1.4} = -6.85 \times 10^6 \left( \frac{m}{q} \right)^{0.4} \nu^{0.2} j^{0.6} d^{1.4}. \quad (\text{E.13})$$

On vérifie ici que le scaling  $V \sim J^{0.60} d^{1.4}$  correspondant se positionne bien comme un intermédiaire entre le scaling inertiel de child-Langmuir  $V \sim J^{0.66} d^{1.33}$  et celui collisionnel de Mott-Gurney  $V \sim J^{0.5} d^{1.5}$ .

En conclusion, la solution générale (E.10) obtenue au moyen de la fonction  $C(t)$  permet de décrire de manière unique la relation liant la tension  $V$  à la densité de courant  $j$  sur l'ensemble des régimes de collisionnalité dans une configuration à électrodes parallèles. Cette solution conduit en particulier aux formes asymptotiques que sont les lois de Child-Langmuir et Mott-Gurney.

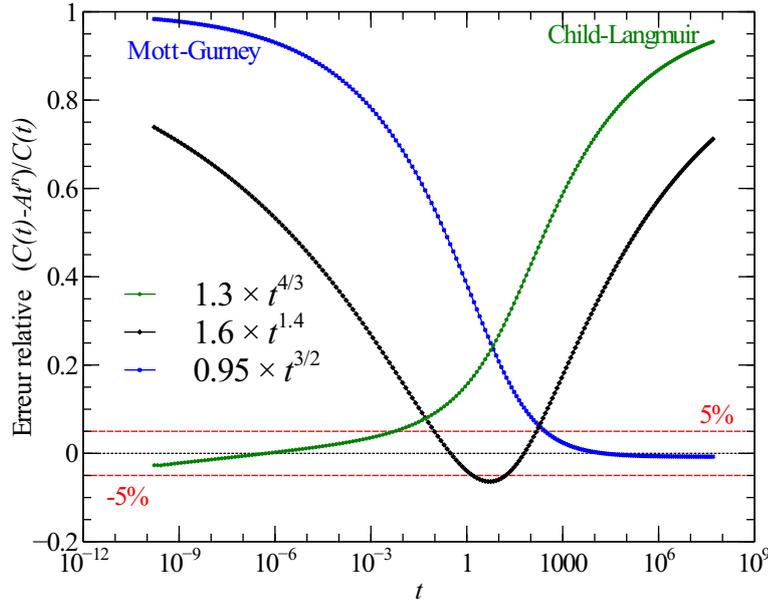


FIGURE E.1: Erreur relative  $(C(t) - At^n)/C(t)$  pour différents couples  $(A, n)$ . Les lois de Child-Langmuir ( $V \sim J^{2/3} d^{4/3}$ ) et Mott-Gurney ( $V \sim J^{1/2} d^{3/2}$ ) sont retrouvées pour les cas limites à respectivement basse et haute collisionnalité, tandis qu'une loi en  $V \sim J^{0.60} d^{1.4}$  est identifiée pour les régimes intermédiaires.

La généralisation de ce résultat analytique à une configuration d'électrodes coaxiales telle que rencontrée dans le cas de la décharge filaire est rendue impossible par le fait que la densité de courant  $j$  n'est alors plus indépendante de  $x$  mais inversement

---

proportionnelle au rayon  $r$ . Le système d'équations (E.1) s'écrit alors

$$\frac{dV}{dr} = -E \quad (\text{E.14a})$$

$$\frac{d}{dr}(rV) = \frac{I}{2\pi l \varepsilon_0 v} \quad (\text{E.14b})$$

$$v \frac{dv}{dr} = \frac{q}{m} E - \nu v \quad (\text{E.14c})$$

avec  $I$  le courant aux électrodes et  $l$  la dimension axiale de ces électrodes.



# F

Articles publiés dans des revues à comité de lecture

## Sommaire

---

Particle in cell modeling of the observed modes of a dc wire discharge, <i>J. Phys. D : Appl. Phys.</i> , 43(36) :365204, 2010	251
A narrow band, variable energy ion source derived from a wire plasma source, <i>PSST</i> , 20(4) :045006, 2011 . . . . .	263

---



# Particle in cell modelling of the observed modes of a dc wire discharge

R Gueroult<sup>1,2</sup>, P Q Elias<sup>1</sup>, D Packan<sup>1</sup>, J Bonnet<sup>1</sup> and J M Rax<sup>2</sup>

<sup>1</sup> ONERA Palaiseau, 91761 Palaiseau, France

<sup>2</sup> LPP, Ecole Polytechnique, 91128 Palaiseau Cedex, France

E-mail: [renaud.gueroult@polytechnique.edu](mailto:renaud.gueroult@polytechnique.edu)

Received 12 May 2010, in final form 22 July 2010

Published 25 August 2010

Online at [stacks.iop.org/JPhysD/43/365204](http://stacks.iop.org/JPhysD/43/365204)

## Abstract

Low-pressure dc wire induced plasma sources exhibit two stable modes of discharge—constricted below a threshold pressure and diffuse above. Starting from experimental measurements, we conduct two-dimensional particle in cell (PIC) modelling of a dc low-pressure ( $10^{-4}$ – $10^{-2}$  mbar), low-current ( $\sim 1$  mA) wire discharge in helium. 2D PIC modelling is required to capture longitudinal non-uniformity of the diffuse mode. PIC simulations reproduce the two discharge modes. The voltage versus pressure curve obtained from simulations matches fairly well the experimental data, including the transition region. Discharge voltage dependence on pressure is analysed in consideration of electron impact ionization rates' evolution with energy. In light of the PIC findings, a model of the discharge mode transition based on the Child–Langmuir theory for ions is proposed. Confrontation with simulated data shows good agreement and validates the model for mode transition prediction. Simulations show that the diffuse mode is a space-charge-dominated regime.

(Some figures in this article are in colour only in the electronic version)

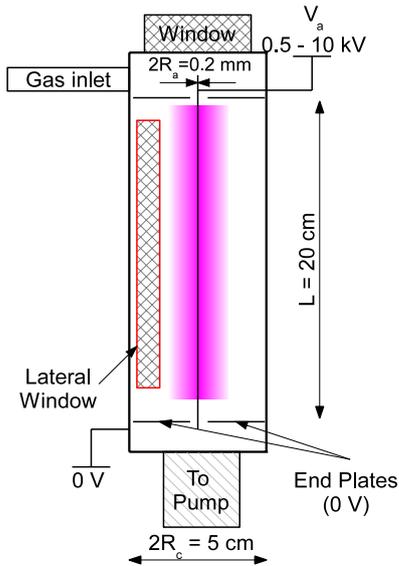
## 1. Introduction

A wire-induced plasma source (WIPS) is a type of low-pressure gas discharge. Low-pressure discharge specificity relies on the fact that the electron mean free path often exceeds the discharge chamber typical length scale, thus requiring a way of confinement. In the case of WIPs, efficient confinement is achieved electrostatically [1], electrons being captured in the logarithmic potential generated between a cylindrical cathode and a positively biased wire anode centred inside the cathode. This technique is the direct transposition—reversed polarity—of the one used in the Kingdon [2] ion trap, and permits low pressure ( $\sim 10^{-5}$  mbar) gaseous discharge at very low applied voltage ( $\sim 1$  kV) within a chamber a few centimetres in size.

Consequently, WIPs have been used as an ion source for secondary emission electron guns [3], and their development has been pushed forward within this framework: versions of WIPs with multiple wires [4] and axial magnetic field [5] to increase their efficiency have been proposed. Nevertheless, those improvements are balanced by the increased weight and complexity of the system induced by the addition of magnets

and/or wire tightening systems. Since then, whilst wire sources are widely used in electron guns, efforts to develop an understanding of the WIPs itself had been scarce. Most of the studies have been devoted to pulsed WIPs which can develop current density of about one ampere per centimetre length, being therefore a good candidate as ion source for the high-current electron gun [3, 6–8]. Recently, Makarov undertook both an experimental [9] and a 1D numerical study [10, 11] of a high-current pulsed WIPs and the temporal evolution of the discharge.

Experiments show that, depending on operating conditions, various modes of discharge are observed. This has been reported in various configurations: single [12] or multiple wires [13] at low pressure, single wire at higher pressure [14]. Low-pressure dc WIPs in the milliampere range, used for example in electron beam fluorescence (EBF) optical diagnosis [15] electron guns, exhibits two distinct modes of discharge. Apart Pigache's [12] remark that, in the high pressure mode, the cathode sheath length was of the same order as the planar Child–Langmuir length, to our knowledge, no thorough model of the dc low-pressure, low-current wire source was given. A better understanding of the main physical features of the wire



**Figure 1.** Experimental setup. The anode is a tungsten wire 0.1 mm in radius, the cathode is a stainless steel cylinder 2.5 cm in radius and 20 cm long. The vessel is filled with helium. Anode potential is  $V_a = 0.5\text{--}10\text{ kV}$  dc. End plates ensure longitudinal electrostatic confinement.

discharge would benefit EBF electron guns' optimization and development of dc WIPS-based technologies.

In this paper, we seek to examine the WIPS physics, and in particular its mode transition, in the light of an experimental characterization. We numerically investigate the operation of a dc low-pressure ( $10^{-4}\text{--}10^{-2}$  mbar), low-current ( $\sim 1$  mA) wire discharge which could typically be used in EBF electron guns. We limit our study to the single-centred wire configuration without applied magnetic field. To begin with, an experimental characterization of the wire discharge is conducted in section 2. Description of the specific features of our 2D particle in cell (PIC) code follows in section 3. PIC modelling validation is then achieved by confronting numerical results with experimental data in section 4. Finally, based on simulations microscopic outputs we propose macroscopic models of observed phenomenon in section 5.

## 2. Experimental characterization of the low-pressure WIPS

### 2.1. Experimental setup

Experimental measurements have been made on the setup sketched in figure 1. The cathode is made of a  $R_c = 2.5$  cm inner radius,  $L = 20$  cm length stainless steel cylinder. At one end of the cylinder, a silica window allows observation of the radial expansion of the discharge. Another window is installed laterally to monitor the longitudinal plasma development. The anode is a  $R_a = 0.1$  mm radius tungsten wire placed on the axis of the cylinder. Grounded end plates at each end provide longitudinal confinement. These discs have an inner hole diameter of 6 mm.

The plasma source was directly mounted on a Pfeiffer HiCube turbo pump reaching an ultimate pressure of  $6 \times 10^{-7}$  mbar in measurement configuration. Measurements

presented in this paper were done in helium, but Ne, Ar, Xe, NO, CO,  $\text{CO}_2$  and air have been successfully tested. Incoming gas flow was controlled by an input valve. In order to have reliable reading of the pressure, several pressure gauges were compared and cross calibrated: two Baratron capacitive gauges, one hot cathode Bayard–Alpert gauge and one Pfeiffer Compact Full Range gauge. Pressure resolution in that configuration was about  $10^{-5}$  mbar.

Typical anode voltage ( $V_a$ ) varies from 500 V to 10 kV depending on the gas type and pressure. Heinzinger LNC stabilized dc power generators were used. A +10 kV, 2 mA generator was used for low pressure measurements, whereas a +1200 V, 10 mA generator was used for higher pressure.

Voltage and current were recorded using a P6015A Tektronix high voltage probe and a Hall current probe, respectively, and displayed on a LeCroy 100 MHz oscilloscope. Current was measured at the power generator output.

### 2.2. Discharge modes

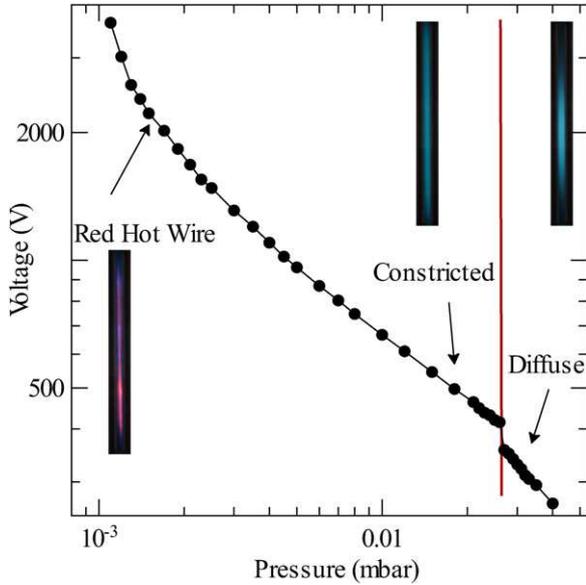
Two discharge modes are observed experimentally. These modes are similar to those described by Pigache [12] at higher currents. Figure 2 presents the discharge evolution with pressure.

At low values of pressure ( $p \leq 10^{-2}$  mbar), the plasma glow is limited to a region close to the anode, but fully expanded longitudinally. Therefore, we refer to this mode as the *constricted* mode. When the pressure is decreased ( $p < 2 \times 10^{-3}$  mbar), the wire becomes red hot, and discharge voltage curve diverges. According to Francis [16], the divergence of the discharge voltage with pressure decrease is symptomatic of an obstructed discharge. This behaviour combined with, as it will be shown later, the potential profile near the anode indicates that the constricted mode might be an obstructed discharge in a wire cylinder configuration.

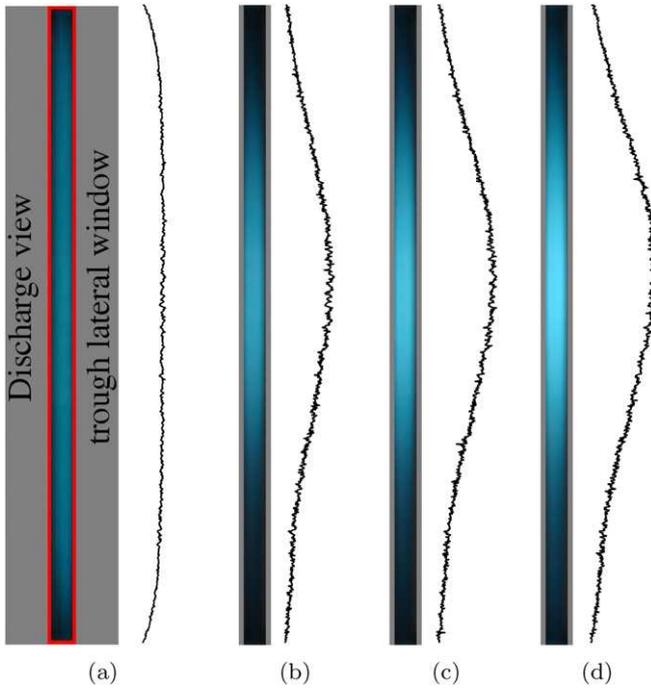
On the other hand, when pressure is increased above the threshold value, the discharge switches to a *diffuse* mode. The transition is sudden, and a voltage drop of slightly less than a hundred volts is observed. The system exhibits hysteresis on mode transition, the transition occurring at slightly lower (respectively higher) pressure when decreasing (respectively increasing) the pressure. In the *diffuse* mode, the plasma glow fills the whole radial interelectrode volume but is limited longitudinally to a slice of a few centimetres. For a given pressure, the slice width increases with current, as shown in figure 3. In the diffuse mode, current increase is obtained at almost constant voltage, which is a characteristic feature of a normal glow discharge.

## 3. PIC modelling of low-pressure discharge

Longitudinal constriction of the discharge at the mode transition underlines the importance of 2D effects. It is therefore necessary to use a bi-dimensional model to simulate the wire discharge behaviour. Moreover, a Knudsen number well above one due to the low working gas pressure implies a PIC numerical modelling.



**Figure 2.** Voltage versus pressure curve for a 1 mA current. The *diffuse* mode is observed at high pressure, transition (red vertical line) occurs on decreasing the pressure and the *constricted* mode takes place. At lower pressure, the anode becomes red hot.



**Figure 3.** Discharge profile views through the lateral window. (a) Constricted mode  $p = 1 \times 10^{-2}$  mbar,  $I = 1$  mA; (b)–(d) diffuse mode ( $p = 2.8 \times 10^{-2}$  mbar) longitudinal expansion with current for  $I = 1, 1.5$  and  $2$  mA.

In a classical manner [17–19], a two-dimensional 2D3V ( $r, z$ ) PIC code has been developed. Particles modelled are electrons, ions and fast neutrals. Fast neutral population is included mainly for secondary emission purposes. Indeed due to the high value of the charge exchange cross section in helium, depending on pressure conditions, fast neutral number density could be rather important and thus neutrals could play a role on secondary emission. Particle trajectories are computed

**Table 1.** Active species—background gas collision processes modelled in the simulations. Corresponding cross section are from Hartmann *et al* [20], except for electron impact excitation taken from Stone *et al* [21].

Electron impact induced processes	
$e^- + \text{He} \rightarrow e^- + \text{He}$	Elastic
$e^- + \text{He} \rightarrow e^- + \text{He}^*$	Excitation
$e^- + \text{He} \rightarrow 2e^- + \text{He}^+$	Ionization
Ion impact induced processes	
$\text{He}^+ + \text{He} \rightarrow \text{He}^+ + \text{He}$	Elastic
$\text{He}^+ + \text{He} \rightarrow \text{He} + \text{He}^*$	Charge exchange
$\text{He}^+ + \text{He} \rightarrow \text{He}^+ + \text{He}^*$	Excitation
$\text{He}^+ + \text{He} \rightarrow 2\text{He}^+ + e^-$	Ionization
Fast neutral impact induced processes	
$\text{He}^f + \text{He} \rightarrow \text{He}^f + \text{He}$	Elastic
$\text{He}^f + \text{He} \rightarrow \text{He}^f + \text{He}^*$	Excitation
$\text{He}^f + \text{He} \rightarrow \text{He}^f + \text{He}^+ + e^-$	Ionization

using a Runge–Kutta fourth-order algorithm. The anode radius  $R_a$  being an order of magnitude smaller than the chamber radius  $R_c$ , a non-uniform cylindrical mesh has been used to minimize the number of cells. Nevertheless, it is strictly necessary to resolve properly the wire to compute high field gradients in this area and hence to integrate properly the particle trajectories.

Despite the low working pressure, collisions are fundamental to model the discharge. Consequently, we implemented a complete Monte Carlo collision (MCC) module [19]. Collisions taken into account in the simulation are given in table 1. The corresponding cross sections are those gathered by Hartmann *et al* [20], an exception is made of electron impact excitation for which we used Stone’s [21] data. Indeed, Hartmann *et al* [20] cross sections for this process differ significantly from standards [21]. Regarding the excitation process, only one excited level is taken into account, but the energy loss during the excitation process is computed randomly between the energy of the first excited level and the ionization energy. For a given collision process, energy distribution between all particles involved is computed by inverting the differential cross section  $\sigma(E, \chi)$  for that collision [19, 22]. Gas-dependent fitting parameters for ionization processes are taken from Opal *et al* [23]. Null collision technique [24] has been implemented to speed up calculations.

Due to the low working pressure, collisions between active populations are neglected. Similarly, the low ionization fraction justifies the implementation of a fixed density background gas.

Secondary emission models are used for all three species’ impacts on the electrodes. The processes involved for heavy particles are kinetic emission (ions, fast neutrals) and potential emission (ions) [25, 26]. For ion impact secondary electron emission at a few hundred electron volts, references for the fitting parameters are scarce in the literature. For example, Bohm and Perrin [27] give a value  $\gamma_{\text{He}^+} \sim 0.25$  emitted electrons per incident ion at 350 eV whereas Szapiro *et al* [28] have  $\gamma_{\text{He}^+} \sim 0.6$  at 500 eV, both for clean stainless steel. In addition, the secondary emission coefficient depends strongly

**Table 2.** Simulation conditions used for comparison with experimental discharge modes.

	Case A	Case B	Case C
Mode	Constricted	Diffuse	Diffuse
Pressure ( $10^{-2}$ mbar)	1.36	6.07	6.07
Current (mA)	1	1	2

on surface condition, this parameter being hardly known. Following Bohm and Perrin [27], simulations are made using

$$\gamma_{\text{He}^+} = 0.3, \quad \gamma_{\text{He}^0} = 0.1 \quad (1)$$

as default values. The influence of those parameters will be analysed parametrically. Impacting electrons can be elastically or inelastically reflected or create true secondaries [29–31].

Depending on the plasma impedance, ideal voltage sources can induce instabilities. It is thus desirable to drive the plasma with an ideal current source. The anode potential evolves due to the cumulated effect of impacting particles and electrons drawn by the current source. The simulation runs until electrode currents have converged to a specified value.

#### 4. Code validation: comparison with experiments

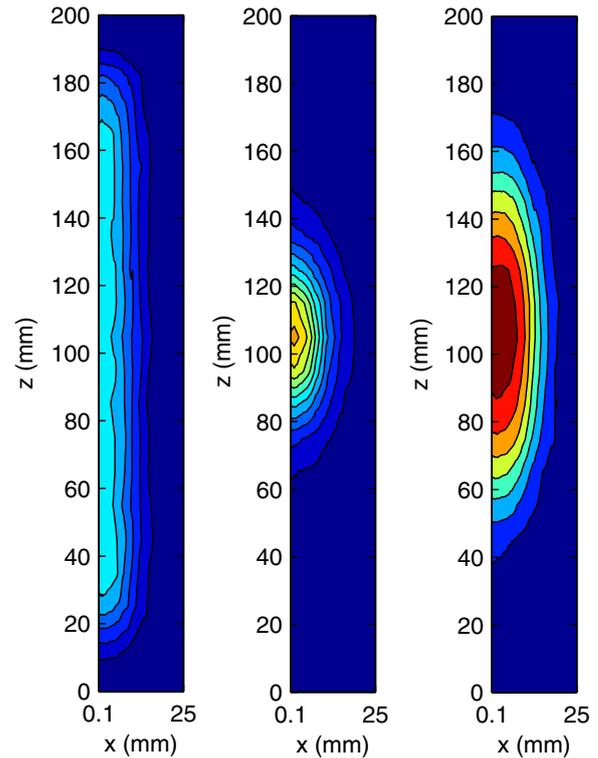
In order to validate the PIC code described in the previous section, test cases are run and results are confronted to experimental data. Simulations results are compared with experiments on two different levels. First, visual aspect and spatial properties of the simulated discharge are compared qualitatively with experimental pictures. Then, computed voltage versus pressure curve is examined in light of the experimental one.

##### 4.1. Discharge modes: spatial properties

Three cases matching the experimental modes of discharge are numerically modelled. Working conditions of these cases are summarized in table 2. The first one corresponds to a constricted mode at a 1 mA discharge current (case A). The others are diffuse modes for 1 mA and 2 mA (cases B and C, respectively).

Figure 4 presents the Abel transform of the volumic excitation rate for the three cases. The Abel transform of the excitation rate is directly related to the emitted light and its comparison with observed glow is a good indicator. Simulations confirm the existence of a *constricted* mode of discharge where excitation is localized near the anode and uniform longitudinally. At higher pressure, for the same 1 mA discharge current, the excitation area increases radially and collapses longitudinally. The longitudinal expansion with current is well modelled by the simulations.

Longitudinal profiles of the Abel transform of excitation are plotted with profiles obtained from experimental pictures in figure 5. No correction has been made to the raw data, except a normalization of all simulated curves with a single coefficient equal to the ratio of the observed maxima over the simulated one for the 2 mA *diffuse* mode case. Relative levels of intensity

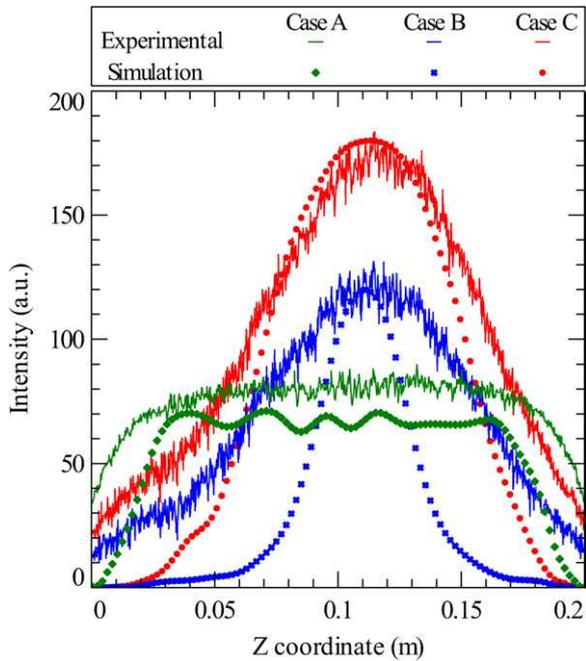


**Figure 4.** Simulated discharge modes: (a) constricted mode at 1 mA discharge current,  $p = 1.36 \times 10^{-2}$  mbar (case A), (b) and (c) diffuse mode at  $p = 6.07 \times 10^{-2}$  mbar for 1 mA and 2 mA discharge current, respectively (cases B and C).

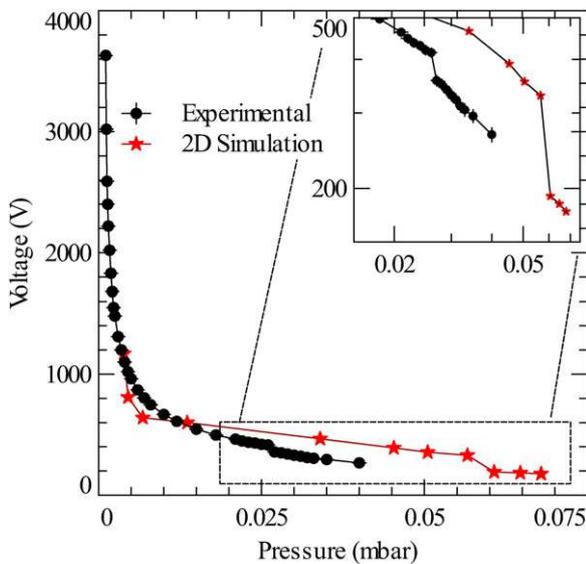
for simulated and experimental data are almost equal, and shapes, although not exactly superimposed, are qualitatively identical. Indeed, simulated emission profile maxima are more peaked than the experimental ones. Reflected light—not modelled in our PIC code—is thought to contribute to the peak broadening. Indeed excitation produces photons with directions distributed equally on a solid sphere angle, and only a small fraction of it directly hit the camera detector. Another fraction of photons is diffused from the cathode surface and then possibly enter the camera detector. Diffusion can take place in areas far from the median plane, increasing in turn the signal on both sides of the excitation maximum.

##### 4.2. Discharge voltage variation with pressure

The simulated discharge voltage versus pressure is plotted along with the experimental data in figure 6. The sharp transition observed experimentally between the two modes is found as well on the simulated curve. The voltage jump is well defined, and curve evolutions around the mode transition are very similar: computed curve slopes above and below the mode transition closely match the experimental ones. A discrepancy between simulated and experimental data is mainly present on the high-pressure region, where, as will be shown in the next paragraph, secondary emission coefficient value plays a role. For lower pressures, PIC results stick closely to the experimental ones, modelling properly the strong rise in discharge voltage with pressure decrease.



**Figure 5.** Simulated and experimental plasma longitudinal expansion profiles. Simulations conditions are summarized in table 2.



**Figure 6.** Experimental and simulated discharge voltage versus pressure for 1 mA current. Voltage jump of slightly less than hundred volts is observed on both curves.

#### 4.3. Influence of secondary emission coefficients

As mentioned in section 3, constant secondary electron emission value for ion and fast neutral impact were used due to the lack of data in the literature. A parametric study was made to discriminate the influence of these coefficients on the simulations. Before any computational study, an analysis could be formulated as follows. Increasing secondary emission coefficients would lead to higher electron population number  $N_{e^-}$ , and in turn to higher ionization rate, yielding eventually a higher discharge current ( $I > I_0$ ). On the pressure range considered, the plasma is resistive, meaning that the original  $I_0$

discharge current can be obtained at lower voltage using higher value of  $\gamma$ . Moreover, the fraction of secondary electrons returning to the cathode increases with mean free path, thus dependence on  $\gamma$  should diminish with pressure decrease. Simulations made with  $\gamma_{He^+} = 0.6$  validate this analysis: the transition occurs numerically at the same voltage  $V \sim 330$  V despite of a drop in the mode transition pressure from  $p_t = 6 \times 10^{-2}$  mbar for default  $\gamma_{He^+}$  value to  $p_t = 4.4 \times 10^{-2}$  mbar. Influence of secondary emission on the voltage versus pressure curve given in figure 6 is hence mainly a shift to the left, the mode transition occurring then at lower pressure. This shift will be explained by the mode transition model proposed in section 5.

To summarize, secondary emission values tuning could diminish, if not remove, discrepancies between simulations and experimental data in terms of pressure of transition. Considering that secondary emission values do not change the fundamental behaviour—mode transition, spatial properties of the modes—of the discharge on the pressure range considered and that these coefficients are hardly predictable, no further attention has been paid to this phenomenon.

## 5. Discussion

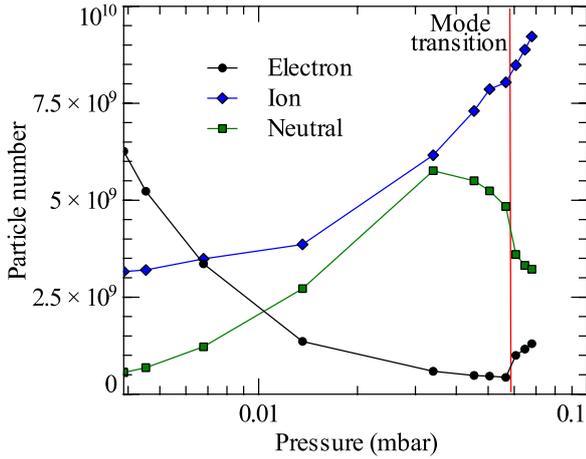
Numerical results on the previous test cases justify the use of the code as a means to dig out microscopic data, e.g. ionization volumic rates or densities, to propose a macroscopic model of the discharge.

### 5.1. Model of the mode transition

Based on experimental measurements, Pigache [12] noted that the high pressure cathode sheath width was of the same order as the Child–Langmuir length computed for a helium ion current between planar electrodes. Makarov *et al* [9] used the same approach to describe one state of its pulsed wire discharge. Those analyses rely on the hypothesis that the discharge can be on first approximation considered as a unipolar current of helium ions. In order to extend Pigache’s argument to the mode transition analysis, this hypothesis has to be justified at first.

When pressure is increased, the ion mean velocity decreases because of the lower discharge voltage and higher collision rate with the neutral background gas. Considering that the cathode current is mainly an ion current, in order to sustain a given current, the ion population number should increase to balance the velocity decrease. This way, the ion flux to the cathode remains constant. Due to charge exchange collisions, fast neutral population follows the ion population increase, until pressure reaches the threshold value. Beyond this limit, the fast neutral energy is limited as well by a lower discharge voltage and elastic collisions, and hence more and more fast neutrals are transferred back to the background gas population as pressure increases. Indeed neutrals are monitored as fast neutrals as long as their energy exceeds a given value, taken as a threshold for kinetic secondary emission on electrodes.

Simulation results presented in figure 7 confirm these variations. The ion population number is about ten times



**Figure 7.** Evolution of electron, ion and fast neutral population numbers with pressure. Plasma is mainly made of ions at high pressure, whereas electron number increases strongly at lower pressures.

more important than electron ones in the vicinity of the mode transition. Charged particles are thus mainly ions, justifying the study of the discharge as a space-charge-limited ion current between electrodes. Nevertheless, ion neutral cross sections for elastic and charge exchange processes in helium ( $\sigma \sim 2 \times 10^{-19} \text{ m}^2$ ) indicate that, at the pressure of transition, a typical ion has approximately five collisions on its way to the cathode. Collisions limit ion speed, increasing space charge and in turn limiting the sustainable current. Consequently, accounting for collisions is important to model the transition.

Thus, assuming an ion current between cylindrical electrodes, and using the collision frequency to model ion impacts, the Child–Langmuir problem can be stated as

$$\frac{d}{dr} \left( r \frac{dV}{dr} \right) = -\frac{I}{2\pi\epsilon_0 L v}, \quad (2)$$

$$m v \frac{dv}{dr} = -e \frac{dV}{dr} - \nu m v, \quad (3)$$

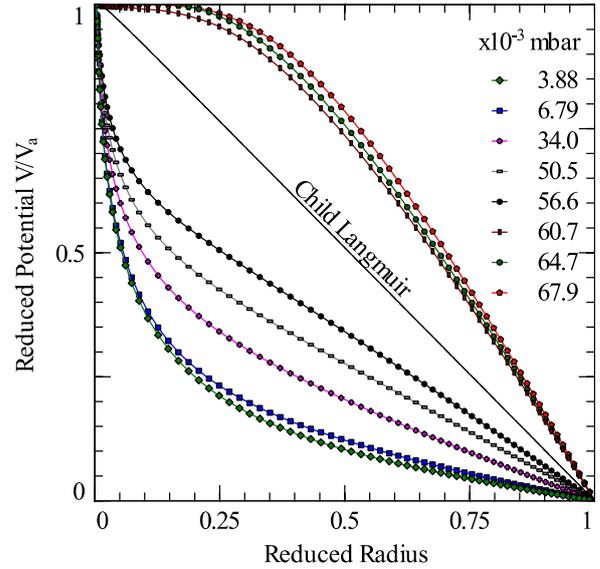
(2) and (3) being Poisson’s equation expressed in cylindrical coordinates and the momentum equation for helium ions, respectively. Here  $V$  is the electric potential,  $v$  is the ion speed,  $I$  is the discharge current,  $L$  is the discharge length,  $m$  is the helium ion mass,  $e$  is the elementary charge and  $\nu = \sigma n_g v$  is the ion collision frequency. Resolving numerically the system formed by (2) and (3) for ions having a thermal velocity at the anode with

$$\begin{aligned} V(R_a) &= V_a \\ V(R_c) &= 0 \end{aligned} \quad E(R_a) = -\frac{dV}{dr}(R_a) = 0 \quad (4)$$

yields the Child–Langmuir limiting current  $I_{CL}$  for the studied configuration—anode potential and electrode geometry.  $I_{CL}$  is obtained when the space charge cancels the electric field at the anode, meaning that no more ions could be drawn.

For comparison, in the analytic situation of a classical Child–Langmuir current between planar electrodes [32],  $I_{CL}$  is expressed as

$$I_{CL||} \propto \frac{V^{3/2}}{d^2}, \quad (5)$$

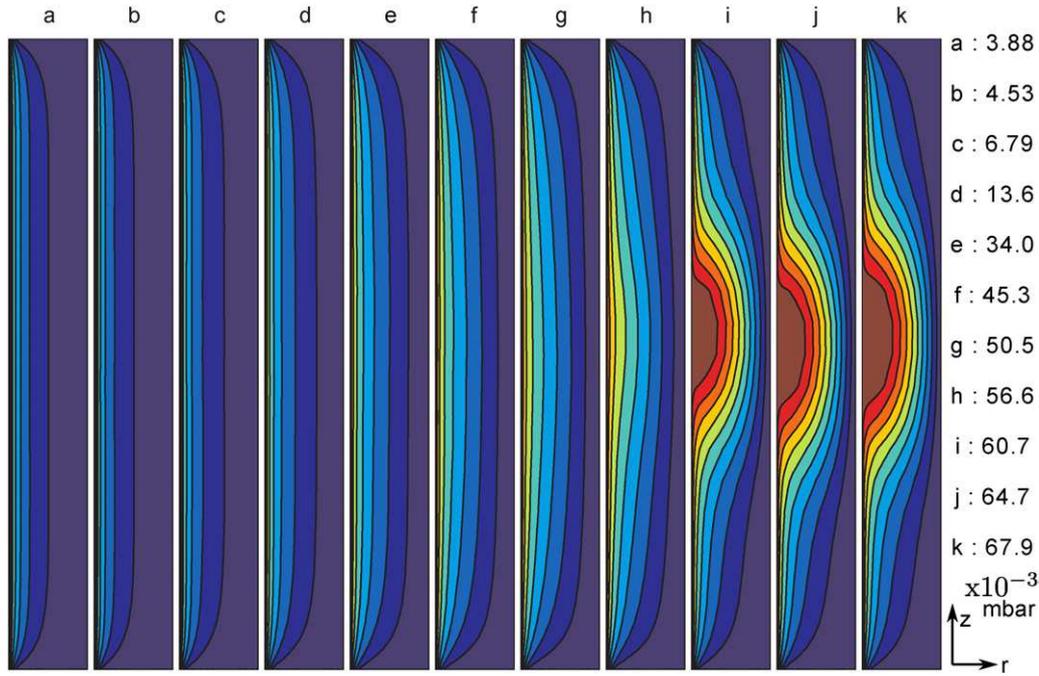


**Figure 8.** Child–Langmuir limit for the pressure of mode transition and PIC simulations’ reduced potential  $V/V_A$  at  $z = z_m$  against reduced radius  $r/R_c$  for various gas pressures. When increasing pressure, the positive space charge builds up near the anode. Above a given pressure, the voltage profile crosses the one obtained from Child–Langmuir model and transition occurs. Potential is then flattened near the anode to sustain higher currents.

where  $d$  is the inter electrode gap and  $V$  is the applied voltage. In our situation, the Child–Langmuir limiting current is a function of  $V$ , the inter electrode gap  $\delta R$  as well as the pressure  $p$  due to the collisional term in (3):

$$I_{CL} = I_{CL}(V, \delta R, p). \quad (6)$$

Remembering that the discharge voltage decreases with pressure, the discharge mode transition for a given current  $I_0$  can be explained as follows. Figure 8 shows the reduced potential  $V/V_A$  versus reduced radius ( $r/R_c$ ) at  $z_m = L/2$  on a wide range of pressure values obtained from PIC simulations, as well as the Child–Langmuir limit obtained using the pressure  $p = p_t$  of mode transition in the collisional term. At low pressure, the discharge voltage is high enough compared with the inter electrode gap  $\delta R$  to collect  $I_0 < I_{CL}(V, \delta R, p_t)$ . When increasing pressure, thus decreasing voltage, the discharge voltage reaches  $V_t$ , the computed Child–Langmuir potential for  $I_0$  and  $\delta R$ , so that  $I_0 = I_{CL}(V_t, \delta R, p_t)$ . Above this pressure, it is no longer possible to sustain the discharge current  $I_0$  without reducing the sheath width. Transition occurs and a space charge builds up near the anode. Grounded end plates push electrons away, favouring space charge build-up close to the longitudinal mid plane. This space charge flattens the radial potential profile near the anode, in turn decreasing the sheath width and hence permitting stronger current. Flat behaviour of the potential at  $z \sim z_m$  near the anode observed in figure 9 creates a longitudinal confinement of electrons near the mid plane. Electrons therefore oscillate longitudinally close to  $z_m$ , increasing in turn the number density and confinement in that area. The plasma is no longer uniform longitudinally, but centred near the mid plane defined by  $z = z_m$ . This longitudinal constriction justifies the fact that



**Figure 9.** Evolution of the normalized electric potential distribution in the  $(r, z)$  plane with pressure. The formation of the electron confinement area existing in the diffuse mode is clearly seen.

**Table 3.** Comparative of experimental, simulation and Child–Langmuir model results for mode transition prediction.

	Experimental	Child–Langmuir model	Simulation
Transition voltage (V)	415	320	330
Sheath width (mm)	—	12	14

*diffuse* mode sheath width has a minimum. Indeed, working at constant current  $I = 2\pi r L j(r)$ , a longitudinal collapse induces an increase in  $j(r)$ . To sustain this current density rise without increasing the potential drop across the sheath, a step decrease in the sheath width is necessary.

Using this modified Child–Langmuir model, it is possible to predict the voltage of the mode transition for a given electrode geometry and discharge current. Moreover, knowing the voltage drop across the transition, we can calculate the sheath width of the *diffuse* mode and vice versa. Results obtained from experimental measurements, simulations and Child–Langmuir model are compared in table 3. Data show fair agreements and confirm the efficiency of the modified Child–Langmuir model for mode transition prediction.

To summarize, the mode transition is the result of a positive space charge growth beyond the threshold value, inducing a space-charge-limited regime. Transition is observed when current exceeds the Child–Langmuir current computed for the given configuration. The decrease in the mode transition pressure  $p_t$  noted in section 4 is the direct consequence of the accelerated build-up of positive space charge, higher value of secondary emission coefficient inducing higher electron number density  $n_e$ . Indeed,  $n_e$  being many times lower than the ion number density  $n_i$  near the mode

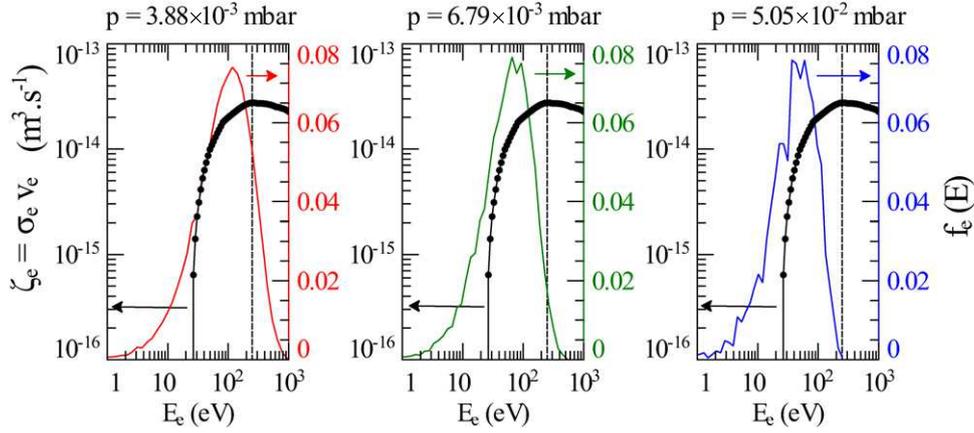
transition, a small increase in  $n_e$  will induce a larger increase in  $n_i$ , and consequently the positive space charge limit for mode transition will be obtained at lower pressure.

Phenomenologically speaking, potential profiles given in figure 8 provide a new feature differentiating the constricted and diffuse modes: the existence of an electric field at the anode. Following Donko’s [33] proposition of definition of an obstructed discharge—the electric field does not vanish at the anode, the constricted mode could be an obstructed discharge mode between coaxial cylinders.

### 5.2. Discharge voltage dependence on pressure

For WIPS-based technologies, working conditions should exclude regions of  $V-p$  curve divergence. Indeed divergence of the  $V-p$  curve at a given current requires higher power input, which is to be avoided as much as possible. It is therefore important to get insights into the discharge voltage behaviour.

The wire cylinder configuration permits low pressure gaseous discharge at low discharge voltage. Indeed, although  $V-p$  curves look like typical Paschen’s curves, discharge can be operated at pressure orders of magnitude lower than that which would predict Paschen’s law for a parallel plates configuration and a given potential. Even though the generalization of Paschen’s law to non-uniform electric field between coaxial cylinders [34, 35] induces slight modifications, it cannot explain the low voltage ignition. Actually, due to the small anode radius used in our configuration, a large fraction of electrons misses the anode and orbits around it. The effective electron path for ionization is therefore much longer than the distance an electron would travel if it falls directly on the anode (hypothesis implicitly used for the derivation of Paschen’s law between coaxial



**Figure 10.** EEDF is plotted for different pressures along with the reduced electron ionization impact frequency  $\zeta_{e^-} = \sigma_{e^-}^i(v_{e^-})v_{e^-}$  obtained from cross section.

cylinders). The direct consequence of this longer electron path is the capability to satisfy the breakdown criterion at much lower pressure, making it possible to operate discharges at 1 kV for pressure orders of magnitude lower than that which would predict Paschen's law [34]. To summarize, the observed deviation from Paschen's law results from the use of a very small anode.

The study of the  $V$ - $p$  curve divergence relies on the electron population number  $N_e$  balance in the discharge. Considering that the anode current  $I$  is an electron current, the electron population number conservation can be expressed as

$$\frac{dN_e}{dt} = n_g \sum_{j=1}^{N_e} \zeta_{e^-}^j - I/e, \quad (7)$$

where  $\zeta_{e^-}^j = \sigma_{e^-}^i(v_{e^-}^j)v_{e^-}^j$  is the reduced ionization frequency—ionization collision rate over number density—for the  $j$ th electron,  $N_e$  is the total number of electrons in the discharge,  $v_{e^-}^j$  is the speed of the  $j$ th electron,  $\sigma_{e^-}^i$  is the ionization cross section for electron impact and  $n_g$  is the neutral gas density. Secondary emission of electrons from ions and fast neutrals' impact on the cathode should have been included in (7). Nevertheless, our interest here is in the low-pressure range where secondary electrons are mainly impacting back on the cathode after crossing the discharge chamber without collisions. We thus neglect both secondary emission of electrons and electron current at the cathode, which are supposed to balance each other. Ion and fast neutral impact ionization phenomena, which are found to be of second order, have been neglected as well.

Introducing the mean reduced electron ionization rate  $\zeta_m$  and the anode electron collection rate  $v_a$  as

$$\zeta_m = \frac{1}{N_e} \sum_{j=1}^{N_e} \zeta_{e^-}^j \quad (8)$$

and

$$I = eN_e v_a, \quad (9)$$

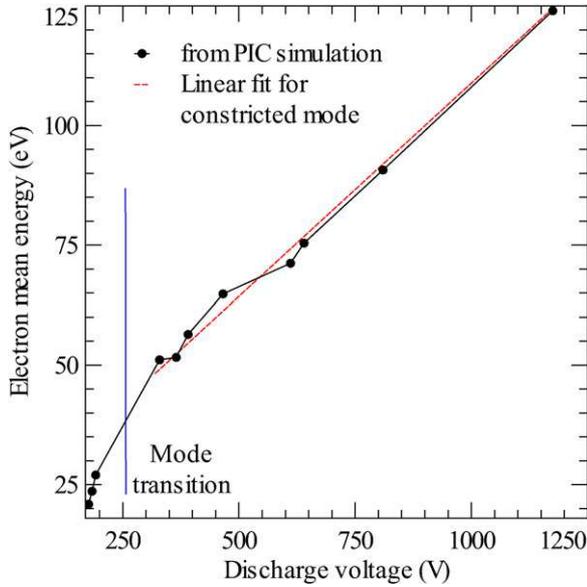
equation (7) becomes

$$\frac{dN_e}{dt} = N_e(n_g \zeta_m - v_a). \quad (10)$$

At steady state,  $n_g \zeta_m = v_a$ . In addition, anode current  $I$  and set point current  $I_0$  have to be equal, so  $n_g \zeta_m = v_a|_{I=I_0} = v_{a_0}$ . Hence, a pressure decrease has to be compensated by an increase in  $\zeta_m$  or a decrease in  $v_{a_0}$ .

As shown in figure 10,  $d\zeta_{e^-}/dE_e$  decreases with electron energy  $E_e$ , becoming negative above threshold value  $E_{eT}$ —energy for which  $\zeta_{e^-}$  is maximum. Therefore, for an individual electron, increasing  $\zeta_{e^-}$  by  $\Delta\zeta_{e^-}$  requires a larger  $\Delta E_e$  as  $E_e$  increases, until it gets impossible ( $E_e \geq E_{eT}$ ). Generalizing to the whole electron population,  $\zeta_m$  has a qualitatively similar behaviour, exhibiting a maximum as the electron energy distribution function (EEDF) peaks around  $E_{eT}$ . As featured in figure 11, electron mean energy varies almost linearly with the discharge voltage in the constricted mode. Consequently, behaviour of  $\zeta_m$  as a function of electron mean energy or discharge voltage is identical. This behaviour is well illustrated by the EEDF obtained from PIC simulations (see figure 10). At higher pressure, electron temperature is low and a voltage increase results in the increase in the ionization cross section of all electrons, leading to a large increase in  $\zeta_m$ . When pressure decreases, due to the combined effect of a lower slope of  $\zeta_{e^-}(E_e)$  and an increase in the fraction of electrons having an energy above  $E_{eT}$ ,  $\partial\zeta_m/dV$  decreases. Decreasing further the pressure will lead  $\zeta_m$  to reach a maximum and then to decrease.

On the other hand,  $v_{a_0}$  can be seen as a measure of the electron confinement. The lower  $v_{a_0}$ , the better is the confinement. On the lower voltage range,  $v_{a_0}$  remains almost constant as low primary electron energy leads mainly to isotropic scattering. As voltage increases, higher electron mean temperature leads to a smaller angle of scattering and higher energy for secondary electrons. Smaller scattering angles allow primaries to keep on their path and miss the anode. Higher energy for secondaries increases their chance to miss the anode. Hence  $v_{a_0}$  is a decreasing function of the electron mean energy and, in turn, of voltage. Scattering models [19] show that the higher the electron energy  $E_e$ , the higher is the  $\Delta E_e$  required to decrease the angle of scattering or increase the energy of secondaries by a given value. Therefore, after passing through a maximum,  $|\partial v_{a_0}/\partial V|$  decreases with electron energy or anode potential.



**Figure 11.** Electron mean energy versus discharge voltage obtained from PIC simulations. Data corresponding to the constricted mode are well fitted by a linear curve (red dashed curve).

Evolution of  $\zeta_m$ ,  $\nu_a$  and  $N_e$  with a diminution of pressure is obtained from time constants of the various processes involved. As pressure is decreased, the anode current  $I$  and thus  $\nu_a$  diminish in a fraction of  $\tau = (n_g \zeta_m)^{-1}$ —the inverse of the ionization rate. Then, as  $I$  is lower than set point value  $I_0$ , a positive charge builds up on the anode and, in turn, the anode potential rises as  $(I_0 - I)t$  until  $I$  return to  $I_0$ . As anode potential increases,  $\zeta_m$  evolves in about the time it takes for an electron to make one orbit around the wire. This period is about  $10^{-8}$  s for an electron of a few hundred electronvolts, being smaller than  $\tau$  which varies from  $8 \times 10^{-8}$  to  $7 \times 10^{-7}$  s depending on pressure. Equation (7) shows that  $N_e$  evolution is slower, with a time constant of a few  $\tau$ .

The evolution of  $\partial V/\partial p$  can thus be summarized as follows. At higher pressure, the voltage increase  $\Delta V$  needed to get a sufficient growth of  $\zeta_m$  to balance the  $n_g$  decrease is small, and thus obtained quickly. Therefore,  $(n_g \zeta_m - \nu_a)$  returns to zero before  $N_e$  had time to evolve. Besides, small  $\Delta V$  at low discharge voltage leaves  $\nu_{a0}$  unchanged, so during the short transient regime  $\nu_a$  decreases with  $I$  and then returns to almost the same  $\nu_{a0}$ . As pressure diminishes,  $\partial \zeta_m/\partial V$  decreases, so a larger  $\Delta V$  is needed. Charging of the anode to get this larger  $\Delta V$  takes longer, leaving enough time for a growth of  $N_e$ . In the meantime,  $\nu_{a0}$  starts decreasing as discharge voltage rises. Decreasing further the pressure,  $\zeta_m$  is less capable of balancing alone a decrease in  $n_g$ , which is then compensated by a proportional decrease in  $\nu_{a0}$ .  $|\partial \nu_{a0}/\partial V|$  being decreasing,  $V-p$  curve divergence initiated by the  $\zeta_m$  saturation is extended at low pressure.

Since  $\nu_{a0}$  is proportional to the neutral number density at low pressure,  $N_e = I_0(e\nu_{a0})^{-1}$  has to increase as  $1/n_g$ . This is confirmed by simulated data shown in figure 7. As pressure increases,  $n_g$  decrease is mainly compensated by an increase in  $\zeta_m$ , and  $N_e$  decreasing rate tends to zero.

To prevent divergence, and thus extend the optimal range of working conditions, McClure [1] proved experimentally that

**Table 4.** Simulated discharge voltage for various anode radii ( $R_a$ ) and end plates holes radii ( $R_{end}$ ) for  $p = 3.88 \times 10^{-3}$  mbar.

	$R_a$ ( $\mu\text{m}$ )	
	75	100
$R_{end}$ (mm)	1.5	1130 V
	3	1175 V

a solution was to decrease the anode radius or end plates holes' radii. As shown in table 4, simulations confirm efficiency of both methods. We already explained how smaller wire radii yield better ionization efficiency (or similarly lower  $\nu_{a0}$ ) and thus lower discharge voltage. On the other hand, smaller end apertures lead to better confinement of electrons. This improved confinement allows higher electron density without voltage increase. Looking at figure 7, this indeed means translating the point of the  $V-p$  curve divergence to lower pressures.

## 6. Summary

In this paper, a 2D3v PIC code was used to study a wire discharge and its mode transition. Simulations reproduce fairly well the two discharge modes and their distinct properties—e.g. glow intensity and discharge voltage. Longitudinal constriction and voltage drop at the mode transition match closely the experimental data.

The simulation results justify modelling the discharge near the mode transition as a unipolar ion current between cylindrical electrodes and allow us to conclude that the diffuse mode is a space-charge-dominated regime. A modified Child–Langmuir law accounting for collisional effects is proposed, and its ability to predict mode transition is successfully validated against experimental and PIC results. Discharge voltage dependence on pressure is satisfactorily explained in light of electron ionization frequency variations.

Despite a close match in terms of relative intensity levels, glow longitudinal profiles of the diffuse mode obtained from experiments and simulations for various operating conditions differ slightly, experimental profiles being a little wider. Diffusion of light on the electrodes was mentioned as a plausible contributor to that profile broadening, de-excitation of the helium metastable states being possibly another one. To go further, the addition of a collisional radiative module to the existing code would permit distinguishing between the various excited states and thus allow us to, among other things, discriminate the influence of metastable states on emission profiles.

## References

- [1] McClure G W 1963 *Appl. Phys. Lett.* **2** 233–4
- [2] Kingdon K H 1923 *Phys. Rev. B* **21** 408–18
- [3] Pigache D and Fournier G 1975 *J. Vac. Sci. Technol.* **12** 1197–9
- [4] McIlraith A 1966 *Nature* **212** 1422
- [5] Urai H, Hotta E, Maeyama M S, Yasui H and Tamagawa T 1994 *Japan. J. Appl. Phys.* **33** 4243–6

- [6] Yasui H, Tamagawa T, Ohshima I, Urai H and Hotta E 1995 *Radiat. Phys. Chem.* **46** 499–502
- [7] Urai H, Kurosawa T, Okino A, Hotta E, Yasui H, Tamagawa T and Ko K C 1997 *Rev. Sci. Instrum.* **68** 3346–50
- [8] Chalise P R, Watanabe M, Okino A, Ko K and Hotta E 2003 *Plasma Sources Sci. Technol.* **12** 235–43
- [9] Makarov M, Loumani Y and Kozyrev A 2006 *J. Appl. Phys.* **100** 033301
- [10] Makarov M, Loumani Y, Minea T, Gousset G and Kozyrev A 2006 *Europhys. Lett.* **74** 431–7
- [11] Minea T M, Loumani Y, Makarov M and Gousset G 2007 *Plasma Processes Polym.* **4** S973–7
- [12] Pigache D 1987 *Proc. 18th Int. Conf. on Phenomena in Ionized Gases (Swansea, UK)* vol 4 pp 782–3
- [13] Rushton G J, O’Shea K R and Fitch R K 1973 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **6** 1167–72
- [14] Hotta E, Suzuki M, Yasui H and Tamagawa T 1991 *Proc. IEEE Int. Conf. on Plasma Science (Williamsburg, VA)* p 198
- [15] Mohamed A, Pot T and Chanetz B 1995 *Int. Congress on Instrumentation in Aerospace Simulation Facilities (Dayton, OH)* pp 14.1–14.4
- [16] Francis G 1956 *The glow discharge at low pressure Encyclopedia of Physics* (Berlin: Springer)
- [17] Dawson J M 1983 *Rev. Mod. Phys.* **55** 403–47
- [18] Birdsall C and Langdon A 1985 *Plasma Physics via Computer Simulation* (New York: McGraw-Hill)
- [19] Birdsall C K 1991 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **19** 65–85
- [20] Hartmann P, Donko Z, Bano G, Szalai L and Rozsa K 2000 *Plasma Sources Sci. Technol.* **9** 183–90, ISSN 0963-0252
- [21] Stone P M, Kim Y K and Desclaux J P 2002 *J. Res. Natl Inst. Stand. Technol.* **107** 327–37
- [22] Surendra M, Graves D B and Jellum G M 1990 *Phys. Rev. A* **41** 1112–25
- [23] Opal C B, Peterson W K and Beaty E C 1971 *J. Chem. Phys.* **55** 4100–6
- [24] Skullerud H R 1968 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **1** 1567–8
- [25] Kaminsky M 1965 *Atomic and Ionic Impact Phenomena on Metal Surfaces* (Berlin: Springer)
- [26] Katz I, Parks D E, Mandell M J, Harvey J M, Brownell D H J, Wang S S and Rotenberg M 1977 *A three dimensional dynamic study of electrostatic charging in materials Technical Report NASA-CR-135256; SSS-R-77-3367*
- [27] Bohm C and Perrin J 1993 *Rev. Sci. Instrum.* **64** 31–44
- [28] Szapiro B, Rocca J J and Prabhuram T 1988 *Appl. Phys. Lett.* **53** 358–60
- [29] Vaughan J 1989 *IEEE Trans. Electron Devices* **36** 1963–7, ISSN 0018-9383
- [30] Scholtz J J, Dijkkamp D and Schmitz R W A 1996 *Philips J. Res.* **50** 375–89, ISSN 0165-5817
- [31] Furman M A and Pivi M T F 2002 *Phys. Rev. ST Accel Beams* **5** 124404
- [32] Langmuir I 1913 *Phys. Rev.* **2** 450–86
- [33] Donko Z, Rózsa K, Tobin R C and Peard K A 1994 *Phys. Rev. E* **49** 3283–9
- [34] Druyvesteyn M J and Penning F M 1940 *Rev. Mod. Phys.* **12** 87–176
- [35] Von Engel A 1954 *Ionized Gases* (New York: American Institute of Physics)





# A narrow-band, variable energy ion source derived from a wire plasma source

R Gueroult<sup>1,2</sup>, P Q Elias<sup>1</sup>, D Packan<sup>1</sup> and J M Rax<sup>2</sup>

<sup>1</sup> ONERA Palaiseau, 91761 Palaiseau, France

<sup>2</sup> LPP, Ecole Polytechnique, 91128 Palaiseau Cedex, France

E-mail: [renaud.gueroult@polytechnique.edu](mailto:renaud.gueroult@polytechnique.edu)

Received 2 March 2011, in final form 6 April 2011

Published 31 May 2011

Online at [stacks.iop.org/PSST/20/045006](http://stacks.iop.org/PSST/20/045006)

## Abstract

A low pressure wire-induced plasma source (WIPS) operated in its high-pressure mode ( $\sim 10^{-2}$  mbar) exhibits a narrow ion energy distribution function peaked at an energy corresponding to the discharge voltage. In order to take advantage of this peculiar feature, we design an electrode geometry enabling the acceleration of ions extracted from a WIPS. Probing of the obtained ion plume by means of a retarding potential analyser (RPA) demonstrates the capability of such an ion source to generate narrow-band (full width at half maximum of about 20 eV), variable energy (1 to 5 keV) ion beams. Comparison with particle-in-cell simulations of the WIPS shows that the energy spread of these ion beams is actually about 10 eV, the slight broadening being mainly the effect of the limited planar RPA energy resolution. The ion beam spot size measured at 6 cm of the ion source exit is about 3 mm for a  $10 \mu\text{A He}^+$  beam at 2 keV, with a divergence of about one degree. Operating the WIPS in argon and xenon leads to similar properties for  $\text{Ar}^+$  and  $\text{Xe}^+$  beams, and in principle other species could also be used.

(Some figures in this article are in colour only in the electronic version)

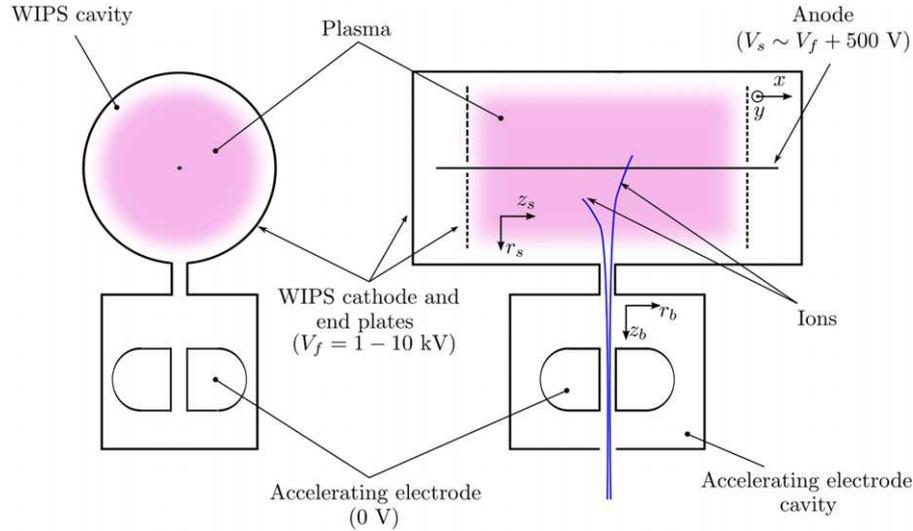
## 1. Introduction

Shortly after the discovery by McClure [1] of the wire-induced plasma source (WIPS), Fitch [2] pointed out its relevance for the production of ion beams. Indeed, the simple wire-cylinder electrode configuration of the WIPS allows the operation of a low-pressure gaseous discharge at low applied potential by means of an efficient electron confinement, limiting in turn the gas flow requirement. Moreover, the electron confinement being strictly electrostatic, the WIPS does not require any magnetic coils as opposed to low pressure discharge devices relying on magnetic confinement such as the Penning discharge.

The first WIPS-based ion guns [2–4] made use of a two-wire WIPS configuration proposed earlier by McIlraith [5]. This configuration gives rise to a pendulum motion of electrons perpendicularly to the axis of the wire anodes, which extends the electron mean free path and thus permits the further decrease of the working gas pressure. Current densities of a few  $100 \mu\text{A cm}^{-2}$  were measured at  $10^{-4}$  mbar in argon. Despite its benefits, this kind of ion gun still has major drawbacks. To begin with, the energy of this beam has to be controlled by the anode potential. Considering that

only a small fraction of ions exits the source, increasing the anode potential rapidly increases the power requirement, even if only a limited part of it is given to the beam. Furthermore, the obtained ion beam has a broad-band energy spectrum [3], which is undesirable for some applications (diagnosis, calibration, etc).

The possibility of extracting ions from a wire source has given rise to the concept of a secondary emission electron gun (SEEG) [6–8]. A negatively biased electrode is placed in a second chamber, connected to the main chamber via a small diaphragm. Ions exit the main chamber through the diaphragm, then accelerate towards the electrode, and eventually generate electrons by secondary emission processes. Electrons are accelerated in the opposite direction, cross the diaphragm and the main chamber and finally exit it through a second diaphragm. The negatively biased electrode permits modulation of the electron beam energy almost independently of the beam current. Nevertheless, the efficiency of these electron guns, in term of beam current, has been shown [9] to depend strongly on the WIPS operating conditions. In the SEEG, the beam current is partly tied to the ion current impacting the emitting electrode. Thus increasing the efficiency of the SEEG requires a good characterization



**Figure 1.** Ion source concept. Ions are extracted from a wire plasma source and accelerated towards a grounded electrode before escaping through a hole.

the ion beam extracted from the WIPS, in terms of energy and spatial extension. Incidentally, this characterization would provide a direct evaluation of the WIPS as a standalone ion source. Indeed, the idea here is to add to Fitch's concept of ion extraction the modularity offered by an additional electrode controlling ion acceleration, in a way very similar to the SEEG.

In this paper, we show that an ion source derived from a wire discharge produces low divergence ( $<2^\circ$ ), narrow-band ion beams of variable energy (200 to 5 keV), and can be operated in various gases. First, the wire discharge operating conditions most favourable to the generation of a narrow band ion beam are identified using particle-in-cell (PIC) simulations in section 2. Then, the experimental setup enabling the extraction and acceleration of ions and the diagnosis equipment are presented in section 3. Finally, experimental results dealing with the energy spread and the spatial spread of the ion beam are given and discussed in section 4.

## 2. Operating principles

The ion source consists of a SEEG in which the accelerating electrode is drilled to let ions pass through it. As shown in figure 1, ions are extracted from the wire discharge chamber through a diaphragm drilled in the WIPS cathode and are accelerated towards a grounded electrode. The idea is that instead of generating electrons by means of secondary emission processes as in a SEEG, ions escape the device through the hole drilled in the accelerating electrode.

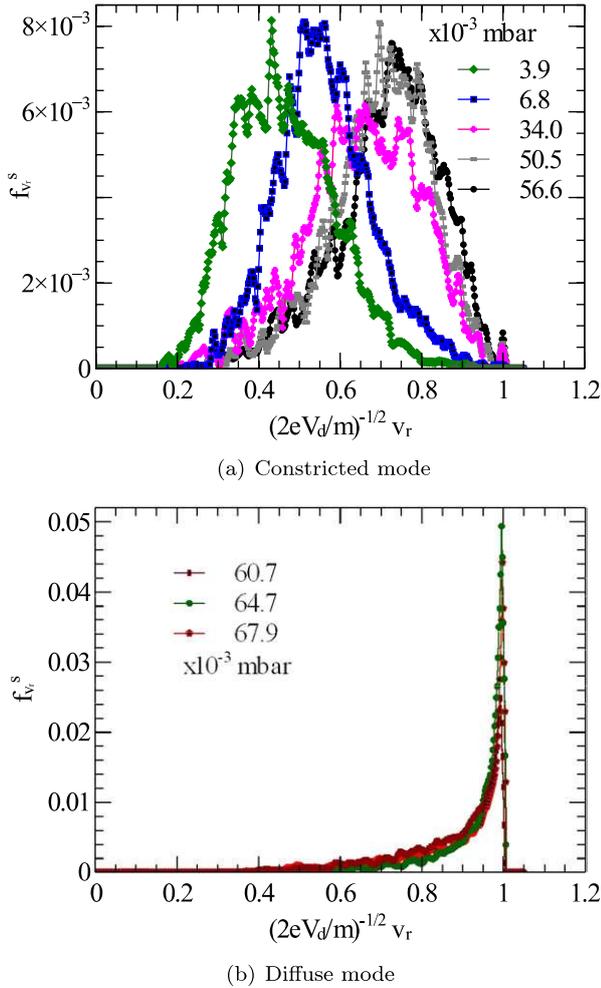
Considering that the pressure in the accelerating electrode cavity is low, collisional effects should be limited. Consequently the energy distribution function  $f_i^s$  of ions exiting the ion source should be more or less the same as that of ions going through the diaphragm connecting the two chambers, but shifted by the acceleration voltage. Assuming that the presence of the accelerating electrode does not modify significantly the electric field inside the wire discharge chamber, an estimate of  $f_i^s$  can be obtained by studying a single wire discharge without a diaphragm.

This assumption presupposes a relative decorrelation between the ion production inside the WIPS and the acceleration process.

A PIC modelling of the dc low pressure ( $10^{-4}$ – $10^{-2}$  mbar) wire discharge in the milliamperage range has been reported elsewhere [10]. The two experimentally observed modes of discharge—diffuse above a threshold pressure and constricted below—have been reproduced numerically in helium, the transition between these modes occurring for a pressure of about  $5.8 \times 10^{-2}$  mbar for a 1 mA discharge current. Hints have been shown indicating that the diffuse and constricted modes of the low pressure wire discharge could potentially be, respectively, some kind of normal and obstructed regime of a strongly asymmetric discharge between coaxial electrodes. PIC simulation results yield the ion radial velocity distribution function

$$f_{v_r}^s = \int \int f(v_r, v_\theta, v_z) dv_\theta dv_z$$

in the WIPS discharge chamber frame  $(r_s, \theta_s, z_s)$ . In particular, the ion radial velocity distribution function  $f_{v_r}^s$  can be obtained on the surface  $S_e$  of the WIPS cathode corresponding to the extraction area, and that for various pressure values. As illustrated in figure 2, the shape of  $f_{v_r}^s$  is fundamentally different depending on the WIPS discharge mode. Indeed, when the discharge is diffuse (high pressure mode),  $f_{v_r}^s$  peaks at the discharge potential, decreasing to zero at a few per cent of the discharge voltage. Conversely, in the constricted mode (low pressure),  $f_{v_r}^s$  is much broader. The fact that  $f_{v_r}^s$  is much broader at low pressure might look counter-intuitive as one might think that higher pressure and thus higher collision rates should lead to broader spectrum. Nevertheless it can be explained by looking at the evolution of both the ionization  $K(r_s)$  and the electric potential  $V(r_s)$  radial profiles in the discharge longitudinal mid-plane, in both modes. Using a 1D radial assumption is justified as both the ionization  $K(r_s, z_s)$  and electric potential fields  $V(r_s, z_s)$  are almost independent of  $z_s$  in a volume corresponding to a longitudinal slice centred on the extraction surface  $S_e$ . In the diffuse mode, the potential

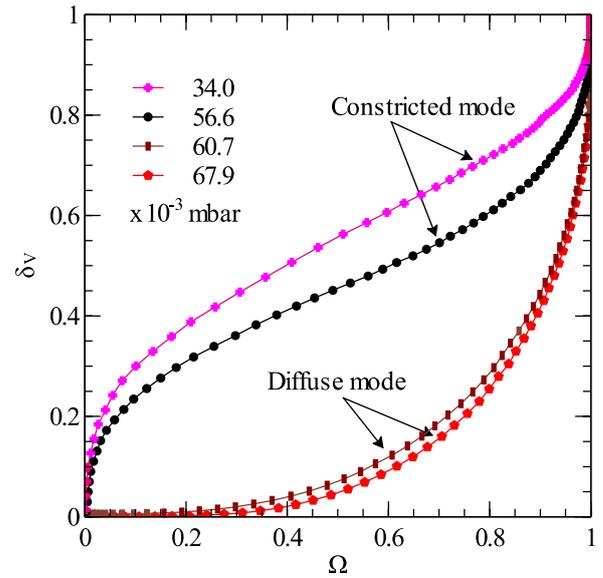


**Figure 2.** Normalized radial velocity distribution function  $f_{v_r}^s$  of ions impacting the surface of the cathode corresponding to the extraction area  $\mathcal{S}_c$  for various pressures. Curves corresponding to the diffuse mode (b) are peaked for an energy corresponding to the WIPS discharge voltage ( $V_d$ ), whereas distribution functions for the constricted mode (a) are much broader.

remains nearly equal to the anode potential on a few tens of anode radii whereas it quickly drops in the constricted mode. In the meantime, irrespective of the discharge mode, ionization is limited to a cylinder of 10 to 20 anode radii around the anode, and whose radius slightly increases with pressure. Thus, even if the ionization region expands a little further in the high-pressure mode, many of the ions have an initial potential energy of the order of the discharge voltage in the diffuse mode. On the other hand, the ionization covers a region where the electric potential evolves quickly in the constricted mode, giving rise to a broader spectrum.

In order to quantitatively illustrate this feature, let us introduce the normalized electric potential decrease  $\delta_V$  and the ratio  $\Omega$  of the ionization rate in a cylinder of radius  $r_s$  over the total ionization rate in the discharge as

$$\delta_V(r_s) = 1 - \frac{V(r_s)}{V_a} \quad \text{and} \quad \Omega(r_s) = \frac{\int_{R_a}^{r_s} K(r') 2\pi r' dr'}{\int_{R_a}^{R_c} K(r') 2\pi r' dr'} \quad (1)$$



**Figure 3.** Normalized electric potential decrease  $\delta_V(r_s) = 1 - V(r_s)/V_a$  as a function of the ratio of the ionization rate in a cylinder of radius  $r_s$  over the total ionization rate in the discharge  $\Omega(r_s)$  for various pressure conditions corresponding to the two distinct modes of discharge.

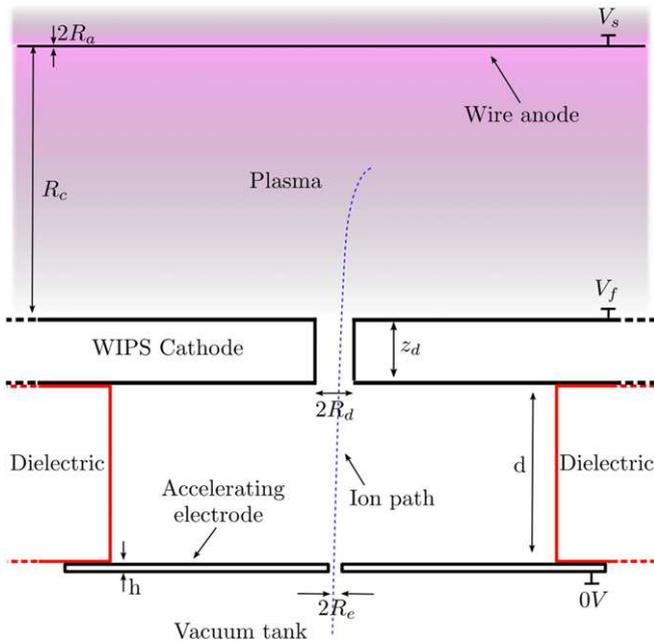
where  $K(r')$  is the volumic ionization rate at radius  $r'$ ,  $V_a$  the anode potential, and  $R_a$  and  $R_c$  the WIPS anode and cathode radii. As shown in figure 3, in the diffuse mode about three ions out of four are generated in a region where the electric potential is higher than 80% of the discharge voltage. On the other hand, in the constricted mode at most 50% of the ions are generated in a region where the electric potential is greater than half of the discharge voltage. Moreover, curves corresponding to the diffuse mode (high pressure) are very close to each other, as opposed to those of the constricted mode (low pressure). This difference explains the distinct behaviour of the  $f_{v_r}^s$  curves set in each mode observed in figure 2. Indeed the dispersion of the energy corresponding to the  $f_{v_r}^s$  maximum in the constricted mode results from the vertical shift existing between the  $\Omega$  versus  $\delta_V$  curves.

The strong difference observed on  $f_{v_r}^s$  between the diffuse and the constricted modes explains why the spectrum properties of ions exiting the ion source should depend strongly on the operating conditions of the WIPS. In particular, the high-pressure mode of the WIPS seems the most adequate to produce narrow-band ion beams. Moreover, the strong dependence of the SEEG efficiency on the operating conditions partly results from the sudden variation of the ion beam properties with the WIPS mode transition. Indeed, since the coefficient of secondary emission by ion impact is an increasing function of the ion energy on the energy range considered [11], a narrow-band ion beam leads to a better efficiency than a broad-band one for a given anode voltage.

### 3. Experimental setup

#### 3.1. Ion source prototype

The wire plasma source is made of a wire anode, a cylindrical cathode and two plates at each end of the cathode providing



**Figure 4.** Design of the extraction and acceleration region.

longitudinal confinement of electrons. The anode is a  $R_a = 0.1$  mm radius tungsten wire stretched on the axis of the aluminium cathode. The radius and length of the cathode are  $R_c = 2.5$  cm and  $L = 10$  cm, respectively. A silica window is placed at one end of the cylinder to control visually the discharge radial extension. As shown in figure 4, a  $R_d = 4$  mm radius,  $z_d = 6$  mm long diaphragm connects the wire discharge chamber to a second chamber, in which the accelerating electrode is located. The accelerating electrode is an  $h = 1$  mm thick brass disc, having a concentric hole of radius  $R_e = 4$  mm, and placed at a distance  $d = 1.6$  cm from the diaphragm exit. Because of its relatively low secondary emission coefficient compared with aluminium [12], brass is used to limit secondary emission of electrons resulting from ion impact on the accelerating electrode.

As opposed to the SEEGs, the accelerating electrode cannot be negatively biased, or else ions would return to it. The anode and cathode of the WIPS are consequently positively biased to potentials  $V_s$  and  $V_f$ , respectively— $V_s$  being typically a few hundred volts higher than  $V_f$ —while the accelerating electrode is grounded. The WIPS end plates are connected to the cathode.

The ion source is mounted on a 2 m long, 0.8 m diameter vacuum tank, pumped by a HiPace 2300 Pfeiffer turbomolecular pump ( $2000 \text{ L s}^{-1}$  in  $\text{N}_2$ ). The amount of gas (helium, argon, xenon) fed into the wire discharge chamber is controlled using an EL Flow Bronkhorst mass flow meter and the pressure in the WIPS chamber measured by a Baratron capacitive gauge. The mass flow meter and the pressure gauge are connected to the wire source by means of vinyl tubing. The lengths of these tubings have to be carefully designed to avoid undesirable breakdown. In our case, the setup was designed to operate with  $V_f \leq 5$  kV in helium at  $10^{-2}$  mbar in the WIPS cavity. The pressure in the vacuum tank is about a hundred times lower than that in the WIPS cavity.

### 3.2. Data acquisition bench

The complete setup is sketched in figure 5. The equipment list can be divided into two groups according to their usage.

The first one is dedicated to the recording of the ion source operating conditions. The WIPS anode and cathode potentials ( $V_s$  and  $V_f$ ) are recorded using P6015A Tektronix high voltage probes. The direct component of the wire discharge current  $I_s$  is measured using a Hall current probe while the non-existence of high frequency oscillations is assessed using a Rogowski probe. All signals are monitored on a LeCroy Wave jet 100 MHz oscilloscope.

The rest of the equipment is used to characterize the ion beam produced by the ion source. The axial velocity distribution function of the ion beam is probed using a retarding potential analyser (RPA), which consists of four polarized grids and a collector. The inter-grid distance is 7 mm. The first grid is grounded, acting mainly as an attenuator. The second grid is negatively biased to  $-25$  V to repel electrons coming from the vacuum tank. The third grid is the analysing grid. The last grid, called the suppressor grid, is used to suppress secondary emission electrons coming from the collector and the three first grids. To be efficient, it has to be polarized at a potential lower than the potential of the electrode on which secondary emission occurs minus the typical energy of secondary emission electrons. It is consequently negatively biased to  $-30$  V, which is enough to suppress electrons coming from the first and third grids and the collector, as well as a large number of electrons coming from the second grid. The RPA housing is grounded, with a 1.25 mm radius hole on its top. A National Instruments PCI 6251 data acquisition card is used to generate a ramp input signal for the power supply dedicated to the polarization of the RPA analysing grid. The sample rate varies between 10 and 500 Hz with a 2 V resolution. The input signals of the acquisition card are the analysing grid potential measured by means of a P6015A Tektronix high voltage probe and filtered using a SIM965 Stanford Research Systems analogue filter, as well as the current reaching the collector measured using a Keithley 485 pico ampere meter.

A global python script controls the displacement of an AXMO three-axis translation stage on which is placed the RPA as well as the National Instruments BNC 2110 block using the NI-DAQmx library, hence permitting a fully automated 3D scan of the ion beam.

## 4. Results and discussion

Experimental characterization of the ion beam exiting the ion source is made using the setup described in section 3. To begin with, measurements are made on the axis of the ion source to determine the energy spread of the ion beam. Then a three-dimensional RPA analysis of the ion plume is realized to characterize its spatial extension for various operating conditions. An estimate of the ion beam current is obtained using the current density maps.

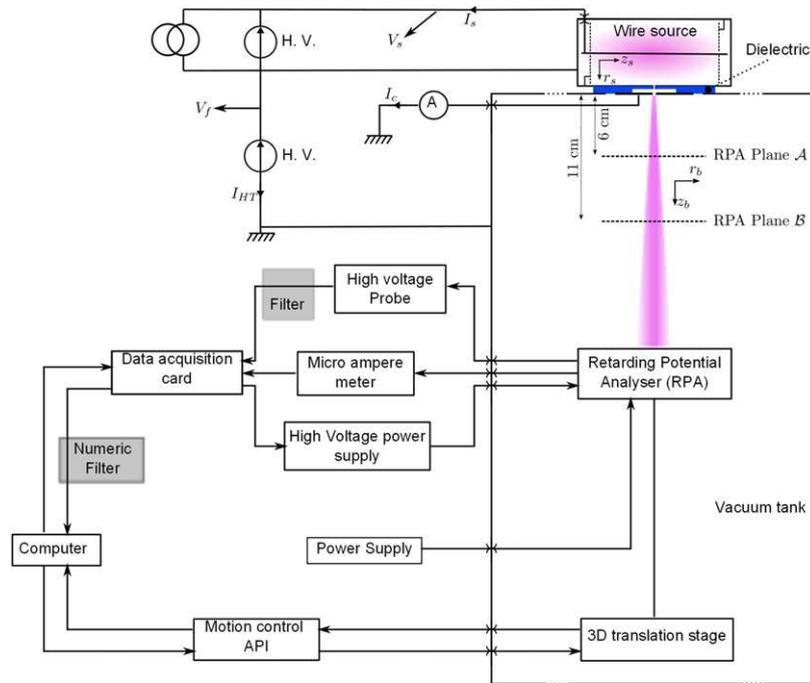


Figure 5. Sketch of the experimental setup.

#### 4.1. Ion beam energy spread

A single point RPA scan gives access to the local distribution function of the ion velocity projected on the RPA axis. The RPA is therefore aligned on the ion source axis in order to obtain the distribution function  $f_{v_z}^b$  of the  $z_b$  velocity component in the beam frame ( $r_b, \theta_b, z_b$ ).

Figure 6 presents the on-axis shape of  $f_{v_z}^b$  obtained at 6 cm of the accelerating electrode for each mode of discharge of the WIPS and a 2 kV accelerating voltage. The high pressure mode curve is plotted along with the PIC simulation distribution function  $f_{v_z}^s$  shifted by the acceleration voltage  $V_f = 2$  kV. Spectrum shapes match very well the predictions of the model given in section 2, justifying *a posteriori* the hypothesis of relative decorrelation existing between ion production in the WIPS and acceleration.

As the wire discharge may be operated in various gases, beams of various ionic species can be obtained. Experimental measurements show that the global WIPS behaviour remains unchanged when using neon, argon or xenon instead of helium, except for a variation of the pressure corresponding to the mode transition. Hence the energy distribution function of other ionic species beam should not be significantly different from the one of an  $\text{He}^+$  beam. The distribution function  $f_{v_z}^b$  of a  $\text{Xe}^+$  beam plotted in figure 7 confirms that the narrow band property is indeed not a specific feature of an  $\text{He}^+$  beam, as long as the discharge is operated in its diffuse mode. The slightly higher energy beam observed for  $\text{Xe}^+$  for the same accelerating voltage  $V_f$  results from a higher WIPS discharge voltage  $V_d$  in xenon.

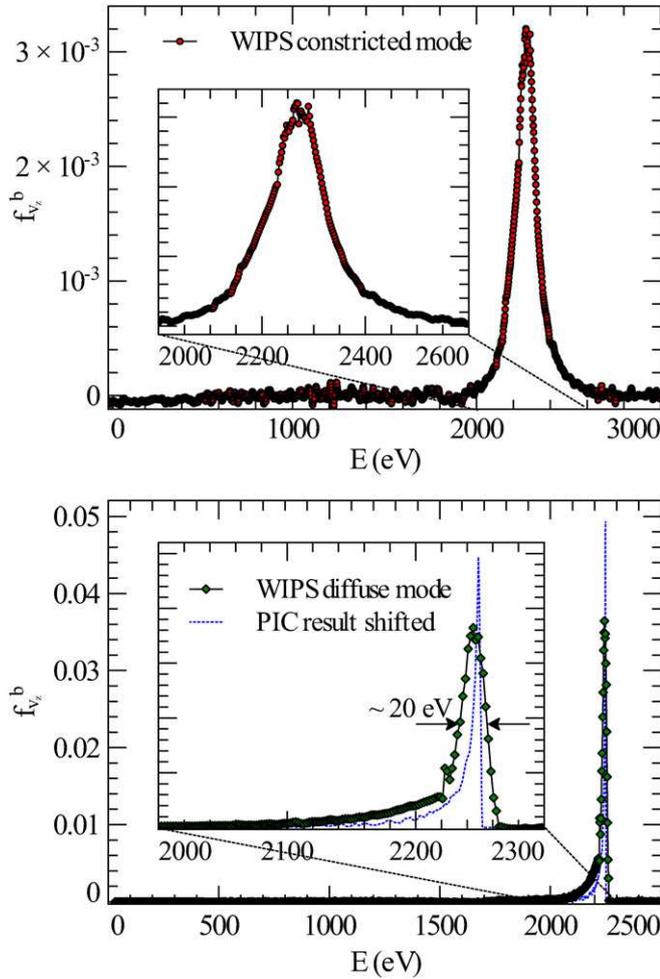
Despite a close match between the experimental energy distribution function and the PIC predictions, a close up of figure 6 (inset) shows that the width of the experimental peak is slightly larger than the numerical one. In terms of applications

such as calibration, being able to narrow the energy spectrum is particularly interesting. It is therefore essential to discriminate between the actual beam energy spectrum spread and the broadening induced by the experimental operation of the device.

Three different origins of broadening can be identified. First, the wire discharge is current driven, and thus the WIPS discharge voltage  $V_d = V_s - V_f$  is regulated to maintain the current  $I_s$  to its set point. It induces variations of  $V_d$  by a few volts around its mean value. Those variations being at frequencies higher than the acquisition frequency, the RPA signal is equivalent to the sum of multiple contributions of beams having an energy varying like  $V_s$ . Second, the ripple of the RPA analysing grid power generator limits the acquisition resolution by acting as a moving average on the distribution function. Despite having different origins, these two phenomena have similar effects on the theoretical distribution function and these effects are independent of the ion beam energy. The third cause of broadening is related to the intrinsic resolution of a planar RPA. As described by Enloe [13], a RPA scan of an ideal mono-energetic beam of energy  $E$  would see its width broaden as

$$\frac{\Delta E_e}{E} = 1 - \frac{2\pi(d/a) - \ln 4}{2\pi(d/a) - 2\ln[2\sin(\pi r/a)]} \quad (2)$$

where  $r$  is the radius of an RPA grid wire,  $a$  is the distance between grid wires and  $d$  is the distance between the RPA grids. This broadening results from the inability of grid wires to generate perfectly flat equipotential surfaces. The total beam energy broadening  $\Delta E$  is hence the convolution of the power supply induced broadening  $\Delta E_n$  and the RPA resolution induced broadening  $\Delta E_e$ ,  $\Delta E_n$  itself being the convolution of the  $V_d$  regulation induced broadening  $\Delta E_n^{V_d}$



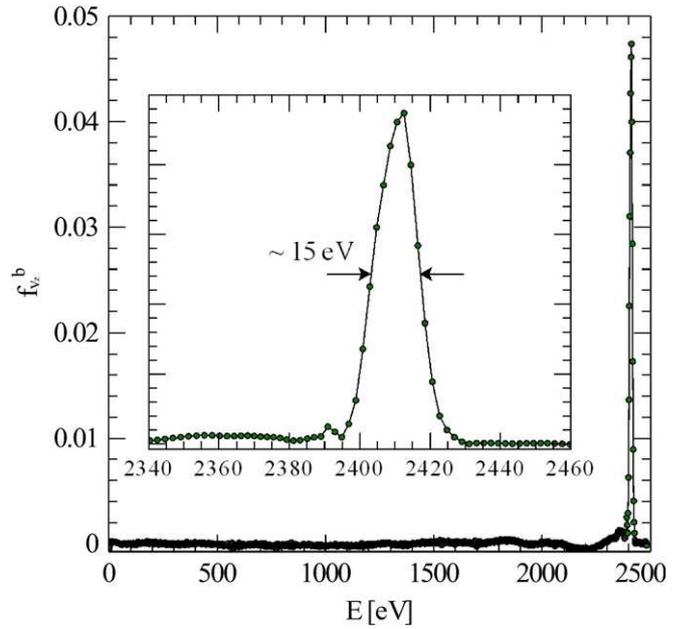
**Figure 6.** Distribution function  $f_{v_z}^b$  obtained by RPA measurement at 6 cm of the accelerating electrode for each WIPS mode of discharge and a 2 kV accelerating voltage. The narrow-band spectrum peculiar to the diffuse mode is obtained at high pressure whereas a broad-band spectrum is produced when pressure is decreased below the threshold value.

and the RPA analysing grid power supply ripple induced broadening  $\Delta E_n^{RPA}$ .

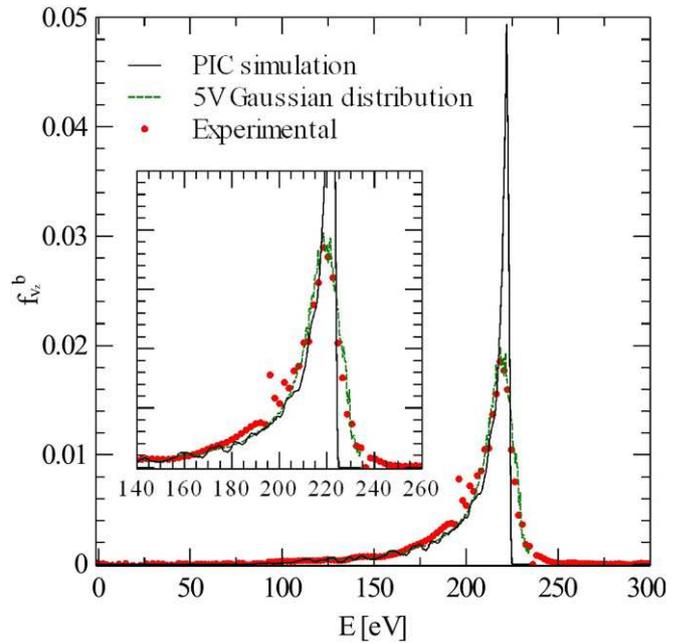
To distinguish between the two contributions  $\Delta E_n$  and  $\Delta E_e$ , the distribution function for zero acceleration is measured and compared with the PIC predictions. The experimental peak full width at half maximum (FWHM) featured in figure 8 is about 13 eV. As the beam energy is limited ( $\sim 225$  eV), the RPA resolution error  $\Delta E_e$  is reduced to about 1.4 eV. The observed broadening is very well reproduced by summing the contribution of PIC profiles with a 5 V standard deviation Gaussian distribution of energies. Considering the standard deviation of  $\Delta E_n^{V_d} \sim 3$  V observed experimentally for the  $V_d$  signal and the  $\Delta E_n^{RPA} \sim 3$  V ripple of the RPA analysing grid power generator, the standard deviation  $\sigma = 5$  V used in this plot agrees very well with the theoretical value

$$\sigma = \sqrt{(\Delta E_n^{V_d})^2 + (\Delta E_n^{RPA})^2 + (\Delta E_e)^2} \sim 4.45 \text{ V.}$$

As the beam energy increases,  $\Delta E_e$  becomes larger and larger whereas  $\Delta E_n$  remains constant. The convolution



**Figure 7.**  $\text{Xe}^+$  energy distribution function  $f_{v_z}^b$  for  $V_f = 2$  kV. The narrow-band property identified for  $\text{He}^+$  is recovered for  $\text{Xe}^+$ . The WIPS operating conditions are  $I_s = 4$  mA and  $V_d = V_s - V_f \sim 415$  V.

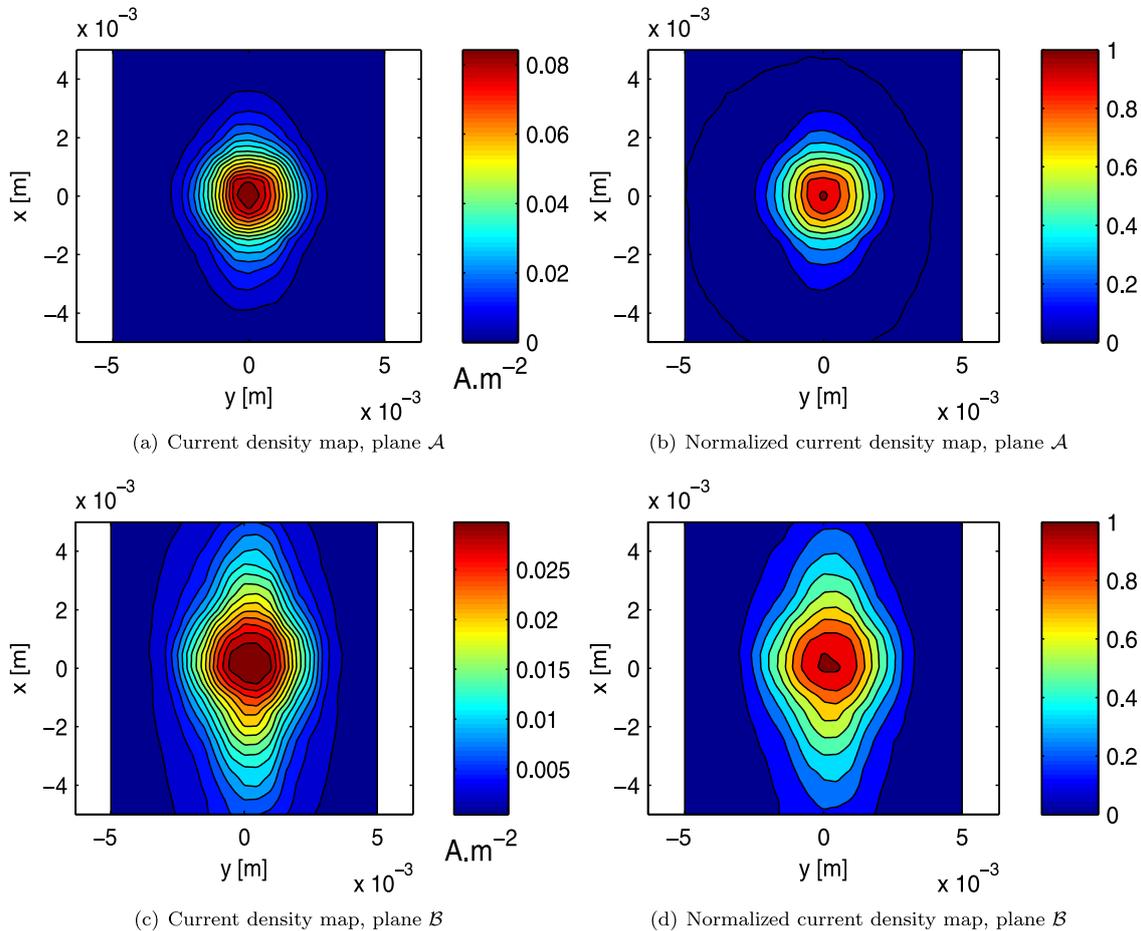


**Figure 8.** Distribution function  $f_{v_z}^b$  for  $V_f = 0$  kV along with PIC prediction as well as the sum of PIC predictions for energies spread over a Gaussian distribution ( $\sigma = 5$  V).

of  $\Delta E_n$  and  $\Delta E_e$  therefore tends to  $\Delta E_e$  as  $E$  increases. Experimental data synthesized in table 1 confirms the scaling of the beam energy spectrum width with the beam energy. The small difference between the observed energy spectrum width and the theoretical values  $\Delta E_e$  obtained using (2) is indeed relatively independent of the beam energy. Moreover, the difference of about 6 eV agrees very well with the prediction of the PIC calculations.

**Table 1.** Ion energy FWHM for various accelerating potentials. The slight increase is in good agreement with the RPA resolution decrease  $\Delta E_c$  described by Enloe [13] ( $r = 7.5 \times 10^{-5}$  m,  $a = 4.5 \times 10^{-4}$  m,  $d = 7 \times 10^{-3}$  m).

$V_s$ (V)	2225	2725	3225	3725	4225	4725	5225
FWHM (eV)	19	22	26	30	32	34	38
$\Delta E_c$ (eV)	13.7	16.8	19.9	22.9	26.0	29.1	32.2
Difference (eV)	5.3	5.2	6.1	7.0	6.0	4.9	5.8



**Figure 9.**  $\text{He}^+$  beam current density ((a), (c)) and normalized current density—current density over the maximum current density—((b), (d)) maps at, respectively, 6 cm (plane  $\mathcal{A}$ ) and at 11 cm (plane  $\mathcal{B}$ ) of the accelerating electrode (2 kV).

To summarize, ion beams having a distribution function FWHM of a few tens of electron volts have been measured. Operating the WIPS in its high-pressure mode in various gases confirms that ion beams of various ionic species featuring the same narrow band property can be obtained. Moreover, as the slight broadening compared with the PIC predictions is largely due to the acquisition loop, the effective energy distribution FWHM of an ion beam extracted from the ion source should be about 10 eV, and potentially lower using a voltage driven WIPS.

#### 4.2. Ion beam spatial spread

In order to characterize the beam spatial extension, RPA measurements are made point by point in planes parallel to the accelerating electrode at, respectively, 6 mm (plane  $\mathcal{A}$ ) and 11 mm (plane  $\mathcal{B}$ ) from it, as shown in figure 5. Typical current density and normalized current density—current density over

the maximum current density—maps (441 points by plane) obtained are given in figure 9. The increase in the beam spot size between planes  $\mathcal{A}$  and  $\mathcal{B}$  results from the divergence of the beam.

Using the transmission coefficient of each RPA grid, a  $10 \mu\text{A}$  estimate of the ion beam total current is deduced from the current density map plotted in figure 9, whereas an ion current  $I_c \sim 1 \mu\text{A}$  is measured on the accelerating electrode. The spatial extension of an  $\text{He}^+$  beam at  $V_f = 2$  kV in plane  $\mathcal{A}$  is such that 50% of the total beam current is contained in a 1.6 mm radius cylinder and 80% in a 2.7 mm radius cylinder. Spatial extension of the ion beam are synthesized in table 2 for various conditions. Whereas the spatial extension of the beam increases with the acceleration voltage, the divergence of the beam—computed from the 80% cone—decreases from  $1.3^\circ$  at 2 kV to  $1.0^\circ$  at 3 kV.

In addition to the current density maps, RPA scans give access to the energy distribution function of ions as a function

of the position in the beam. The distribution function isolevels along the  $x$  and  $y$  axes plotted in figure 10 indicate that the almost mono-energetic property observed along the ion source axis in section 4.1 is a global property of the ion beam. Indeed the energy distribution function remains peaked at  $V_s$  independently of the position in the beam. The slight decrease in the beam energy, resulting in a small curvature of the isocontours in figure 10, as the measurement point moves away from ion source axis is a consequence of the misalignment of the RPA and wire source axis. As a matter of fact, the angle  $\alpha$  between the line connecting the RPA collector to the accelerating electrode hole centre and the wire source axis increases ( $|\alpha| \leq 15^\circ$ ) as the measurement point moves away from the on-axis position. Consequently the projection of the  $z$  velocity component measured by the RPA decreases proportionally to the cosine of the angle  $\alpha$ .

In addition, using the WIPS in various gases permits discrimination of the parameters of influence on the beam spot size among the various variables (e.g.  $V_d$ ,  $V_f$ ,  $I_s$ ). As a rule, the beam spot size extension in both directions can be explained as follows.

Remembering that the electric field in the WIPS is well approximated in front of the extraction area by a sole radial component and considering ions created with zero initial kinetic energy, a typical ion trajectory in this region follows the radial electric field lines. Under this assumption, ion velocity  $v$  is simply aligned on the local radial unitary vector as shown in figure 11. Noting that the  $x$  and  $y$  axis are, respectively,

along the wire anode and the  $r_s \times z_s$  axis, the ion velocity  $v$  is just

$$v = v_0[\sin(\theta_s) \mathbf{y} + \cos(\theta_s) \mathbf{x} \times \mathbf{y}]. \quad (3)$$

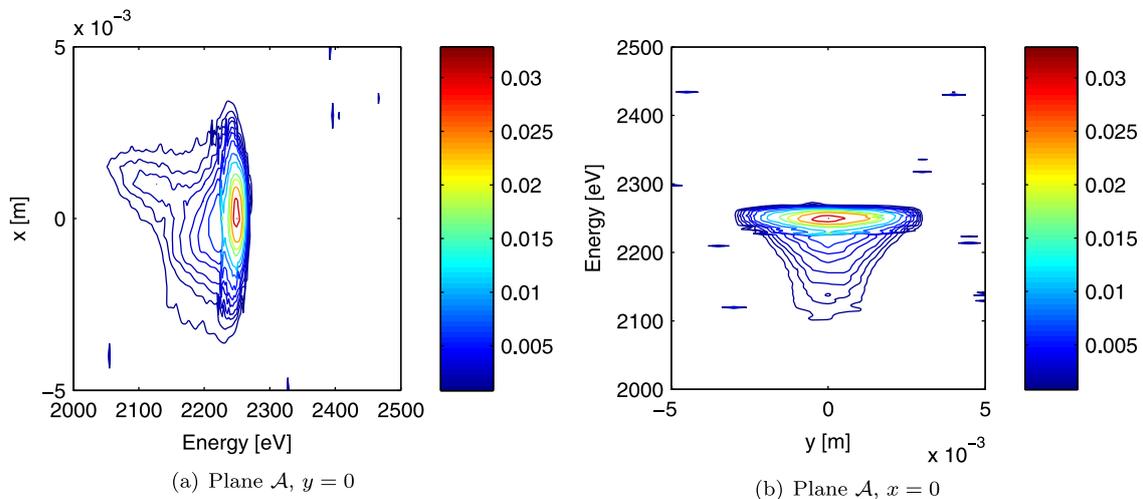
Consequently, the ion beam projected in a plane perpendicular to the  $y$  axis features parallel ion trajectories (figure 11(a)). Conversely, the ion beam appears as a diverging beam in a plane perpendicular to the  $x$  axis (figure 11(b)); an increase in the WIPS discharge voltage results in a larger  $v_y$  without modifying the beam divergence.

The combination of the diaphragm and the accelerating electrode hole acts as an electrostatic lens. Due to the large value of the ratio  $d/R_e = 4$ , the focal length of this system is not strictly a decreasing function of  $V_s/V_d$  as opposed to an ideal two-cylinder electrostatic lens [14], but a function  $f_l$  of both parameters  $V_s$  and  $V_d$  such that  $\partial f_l / \partial V_d > 0$  and  $\partial f_l / \partial V_s < 0$ . Nevertheless, the two-cylinder formulae can be used as a first-order approximation of the focal length of the system. Looking at the  $x$  extension of the beam (figure 11(a)), increasing  $V_f = V_s - V_d$  for a given WIPS discharge voltage  $V_d$  decreases the focal length and hence yields a larger lens magnification. As illustrated in figure 12, the beam spot size indeed extends in the  $x$  direction when  $V_f$  is increased.

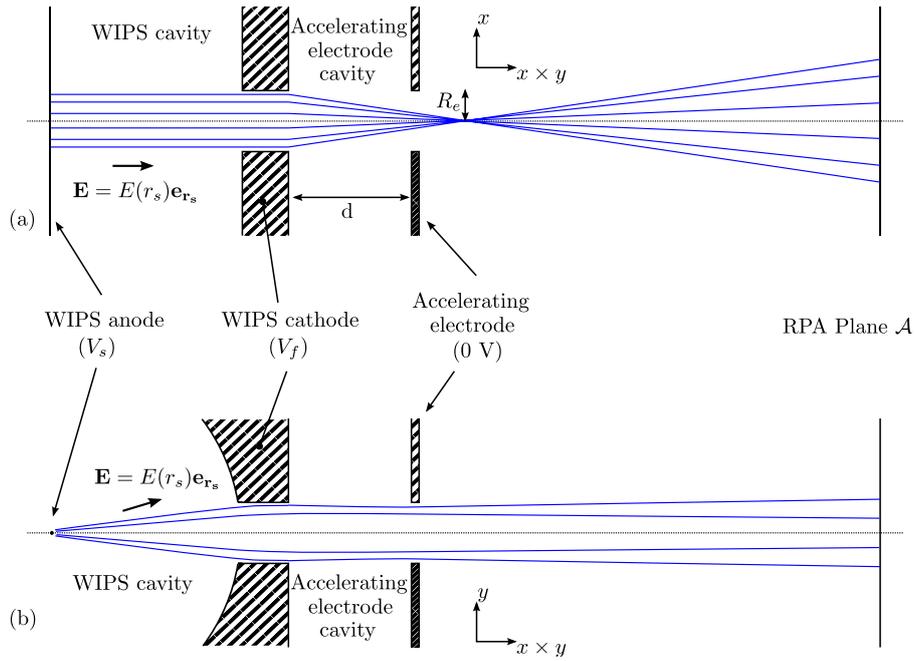
A refined explanation of the  $x$  extension of the beam is obtained by considering the Laplacian electric potential distribution in the system. Due to the electrodes configuration, isopotential lines corresponding to electric potentials lower than the WIPS cathode potential  $V_f$  penetrate into the diaphragm, as shown in figure 13. This isopotential line distribution creates a radial electric field localized in the diaphragm which is responsible of the mirror image observed in the  $x$  direction. Indeed, an inward radial momentum is transferred to the incoming parallel ion beam, yielding a converging ion beam. Moreover, as the accelerating electrode potential is increased, the isopotential lines penetrate further into the diaphragm, leading to a higher electric field and thus a shorter focal length.

**Table 2.** Radii of the cylinders surrounding, respectively, 50% and 80% of the total beam current for various  $\text{He}^+$  beam conditions.

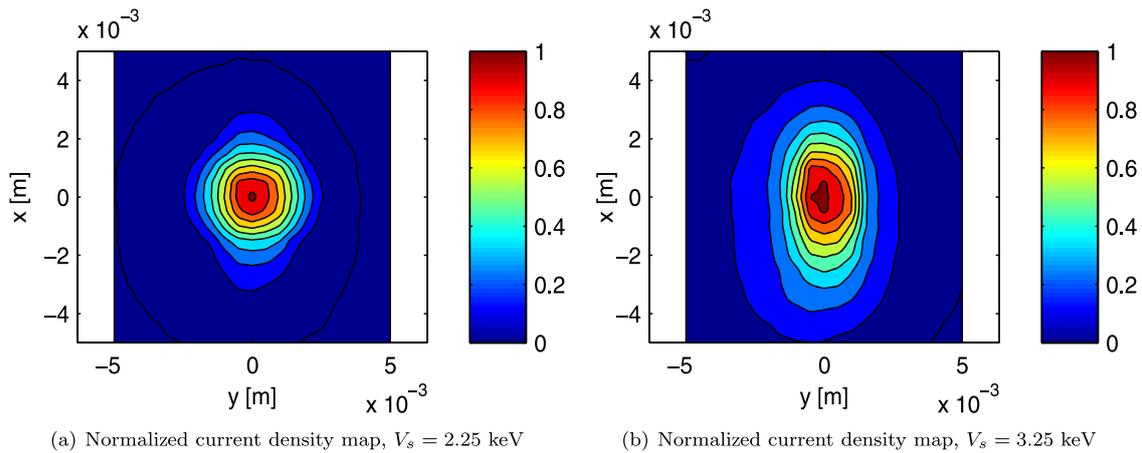
Accelerating voltage $V_f$ (kV)	Plane id	50% radius (mm)	80% radius (mm)
2	$\mathcal{A}$	1.6	2.7
3	$\mathcal{A}$	2.3	3.7
4	$\mathcal{A}$	2.7	4.2
2	$\mathcal{B}$	2.4	3.9
3	$\mathcal{B}$	3.1	4.6



**Figure 10.** Isolevels of the dimensionless energy distribution function along the  $y$  (a) and  $x$  (b) axis for a  $10 \mu\text{A}$   $\text{He}^+$  beam. The accelerating voltage is 2 kV.



**Figure 11.** Image of the ion distribution formed by the electrostatic lens. The focal length is a decreasing function of the accelerating voltage  $V_f$  and an increasing function of WIPs discharge voltage  $V_d = V_s - V_f$ .



**Figure 12.** Normalized current density maps in plane  $\mathcal{A}$  for the same discharge condition in helium, but for two (a) and three (b) kilovolts of accelerating voltage. The beam spot size increases mainly in the  $x$  direction.

The role played by the radial electric field localized inside the diaphragm on the  $y$  beam extension can be synthesized as follows. As opposed to the  $x$  extension, ions penetrate into the diaphragm with a non-null velocity component in the  $y$  direction ( $v_y \neq 0$ ), in a way similar to light rays originating from a point source. Therefore, the ion beam extension in the  $y$  direction depends on the modification induced on  $v_y$  by the radial electric field while ions cross the diaphragm. For large  $V_s/V_f$  values, the potential well induced by the isopotential lines bending inside the diaphragm is shallow compared with the ion kinetic energy in the  $y$  direction, so that the sign of the  $v_y$  velocity component remains unchanged along the diaphragm crossing. Thus the image is a non-inverted diverging beam of which the divergence and the  $y$  extension are increasing functions of the ratio  $V_s/V_f$ . On the other hand, below a threshold value of  $V_s/V_f$ , the radial electric

field is sufficiently strong to straighten up the ion trajectory— $v_y = 0$ —at a certain distance inside the diaphragm. In this case, the situation of a parallel ion beam similar to the one described for the  $x$  extension of the beam is recovered. The image is consequently an inverted image, and hence the divergence and the  $y$  extension of the beam are decreasing functions of  $V_s/V_f$ .

The dependence of the  $y$  beam spot extension on  $V_s$  and  $V_f$  is well illustrated by three different cases. First, as shown in figure 14, comparable values of  $(V_s, V_f)$  corresponding to WIPs discharge voltages  $V_d = V_s - V_f$  of about 390 V and 415 V in argon and xenon and the same accelerating voltage  $V_f = 2$  kV lead to similar beam spot sizes despite of a large variation in terms of beam current. Second, the larger  $y$  extension observed in figure 14(a) compared with figure 12(a) for the same accelerating voltage  $V_f$  and a larger  $V_d$  (390 V

and 225 V) indicates that the beam extension in the  $y$  direction increases with  $V_s = V_d + V_f$ . Third, probing the ion beam obtained for the same WIPS discharge voltage  $V_d = 390$  V in argon and a higher  $V_f$  (lower  $V_s/V_f$ ) features a smaller extension in the  $y$  direction. These last two results corroborate the fact that the divergence of the beam is an increasing function of  $V_s/V_f$ , which is consistent with the explanation given for high  $V_s/V_f$  ratios.

The interpretation of the beam extension in both directions has been conducted neglecting the space charge phenomenon. The validity of this assumption can be verified *a posteriori* by evaluating the space charge electric potential inside the diaphragm. Ion number densities in the diaphragm corresponding to a  $20 \mu\text{A}$  ion current ( $1.25 \text{ A m}^{-2}$ ) extracted from the WIPS range between  $2.4 \times 10^{13} \text{ m}^{-3}$  in helium to and  $1.0 \times 10^{14} \text{ m}^{-3}$  in xenon, leading to electric potential differences of 1.7 to 7.2 V between the diaphragm axis and the diaphragm walls. In the meantime, potential differences ranging between 20 and 150 V are measured when computing the Laplacian electric potential distribution (figure 11). The

influence of the space charge induced electric field is therefore much limited and the Laplacian approximation is hence appropriate.

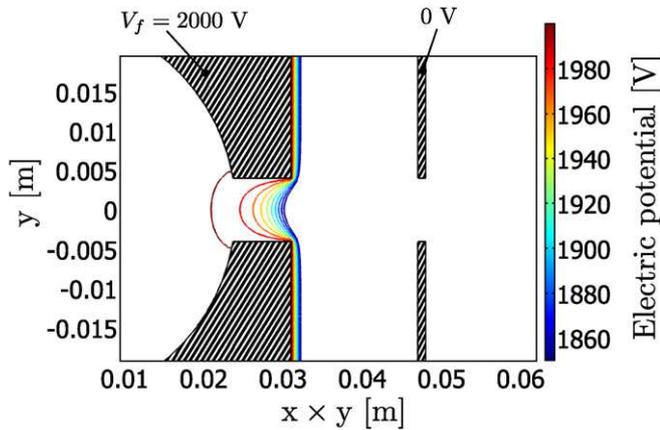
To summarize, ion beam currents of up to a few tens of microamperes have been obtained for various ionic species. Irrespective of ionic species, the spatial broadening of the beam spot size can be broken down into two contributions. The  $x$  extension is controlled by the ratio  $V_s/V_d$  and features an inverted image of the ion distribution in the WIPS on the range of potentials considered. Regarding the  $y$  extension, low values of  $V_s/V_f$  lead to the same behaviour as the one observed in the  $x$  direction whereas increasing  $V_s/V_f$  above the threshold value yields a non-inverted image.

## 5. Summary

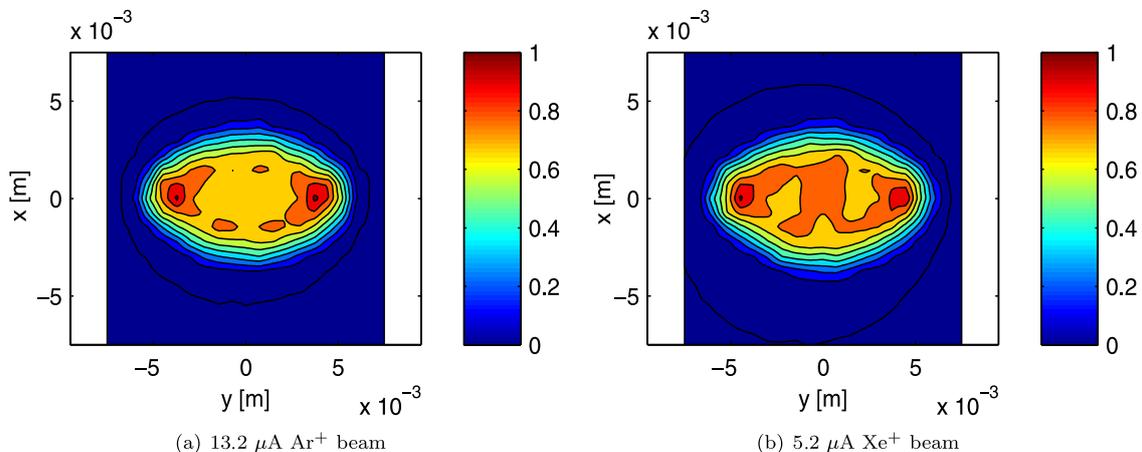
Particle-in-cell (PIC) simulation of a low pressure ( $10^{-4}$ – $10^{-2}$  mbar) dc wire-induced plasma source reveals its high-pressure discharge mode to be a good candidate for the production of narrow-band ion beams.

In order to capitalize on this specificity, an experimental setup enabling the acceleration of an ion beam extracted from a low pressure dc wire discharge is reported. Retarding potential analyser (RPA) measurements corroborate the numerical results: operating the WIPS in its low-pressure mode leads to a broad-band energy distribution whereas a narrow-band ( $\sim 20$  eV) ion beam is produced when pressure is increased above the WIPS mode transition threshold pressure ( $\sim 10^{-2}$  mbar). Operating the WIPS in various gases shows that this behaviour is independent of the beam ionic species. Varying the accelerating electrode potential results in a simple shift of the energy distribution function, authorizing in turn a fine tuning (1–5 keV) of the beam energy. Analysis of the various contributions to the beam energy slight broadening compared with the PIC prediction suggests that the beam energy distribution width could be reduced to 10 eV using a voltage driven WIPS.

Three-dimensional RPA probing of the ion beam axial velocity component in the plume demonstrates that the ion



**Figure 13.** Isopotential lines for electric potential just below  $V_f$  ( $V_f = 2$  kV and  $V_d = 200$  V). The radial electric field resulting from the penetration of isopotential lines into the diaphragm is responsible of the beam extension in both directions  $x$  and  $y$ .



**Figure 14.** Normalized current density maps in plane  $\mathcal{A}$  of  $\text{Ar}^+$  (a) and  $\text{Xe}^+$  (b) beams at  $V_f = 2$  kV. The WIPS operating conditions are (a)  $I_s = 10$  mA and  $V_d \sim 390$  V, (b)  $I_s = 4$  mA and  $V_d \sim 415$  V. The increase in the beam spot size observed for both  $\text{Ar}^+$  and  $\text{Xe}^+$  compared with  $\text{He}^+$  results from a higher WIPS discharge voltage.

beam spot size is very limited, 80% of a  $10\ \mu\text{A}$   $\text{He}^+$  beam at 2.3 keV being contained in a 3 mm radius cylinder at 6 cm of the accelerating electrode. Comparison of data for two planes 5 cm apart indicates a divergence of about one degree. In addition, the local ion energy distribution function is shown to be almost uniform on the whole beam extension. Furthermore, the beam spot size extension can be broken down into two components. Extension of the beam along the WIPS wire anode is an inverted image of the ion distribution inside the WIPS whose size scales with the ratio  $V_s/V_d$ . On the other hand, the image in the perpendicular direction can be inverted or not depending on the value of the same ratio  $V_s/V_f$ .

Considering the fact that the focal length of the electrostatic lens formed by the diaphragm and the accelerating electrode hole determines the  $x$  extension of the beam spot size, a fine tuning of the distance between the diaphragm and the accelerating electrode should permit optimization of the current density for a given accelerating voltage. Moreover, enhancing the electron confinement in the WIPS would enable one to operate the WIPS at a lower discharge voltage  $V_d$ , decreasing in turn the beam spot size extension in the  $y$  direction as well as the power consumption.

## References

- [1] McClure G W 1963 *Appl. Phys. Lett.* **2** 233–4
- [2] Fitch R K, Mulvey T, Thatcher W J and McIlraith A H 1970 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **3** 1399
- [3] Fitch R K and Rushton G J 1972 *J. Vac. Sci. Technol.* **9** 379–82
- [4] Rushton G J, O'Shea K R and Fitch R K 1973 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **6** 1167–72
- [5] McIlraith A 1966 *Nature* **212** 1422
- [6] Clark W J and Dunning G 1978 *IEEE J. Quantum Electron.* **14** 126–9
- [7] Pigache D, Bonnet J and David D 1983 *Proc. 16th Int. Conf. on Phenomena in Ionized Gases (Dusseldorf)*
- [8] Urai H, Kurosawa T, Okino A, Hotta E, Yasui H, Tamagawa T and Ko K C 1997 *Rev. Sci. Instrum.* **68** 3346–50
- [9] Pigache D 1987 *Proc. 18th Int. Conf. on Phenomena in Ionized Gases (Swansea, UK)* vol 4 pp 782–3
- [10] Gueroult R, Elias P Q, Packan D, Bonnet J and Rax J M 2010 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **43** 365204
- [11] Kaminsky M 1965 *Atomic and Ionic Impact Phenomena on Metal Surfaces* (Berlin: Springer)
- [12] Szapiro B, Rocca J J and Prabhuram T 1988 *Appl. Phys. Lett.* **53** 358–60
- [13] Enloe C L 1994 *Rev. Sci. Instrum.* **65** 507–8
- [14] Harting E and Read F 1976 *Electrostatic Lenses* (Amsterdam: Elsevier)





# Etude d'une source d'ions obtenue par extraction et accélération d'ions à partir d'une source plasma filaire

L'objet de ce travail consiste dans un premier temps en la modélisation d'une source plasma filaire en régime continu basse pression, puis, dans un second temps, en la caractérisation des propriétés d'une source d'ions développée sur la base de la source plasma préalablement étudiée. Un code particulière permettant de modéliser le fonctionnement de la source plasma est ainsi développé, puis validé par comparaison avec les résultats d'une étude expérimentale. A la lueur des résultats de simulation, une analyse de la décharge en termes d'écoulement ionique de Child-Langmuir collisionnel en géométrie cylindrique est proposée, permettant alors d'interpréter la transition de mode comme une réorganisation naturelle de la décharge lorsque le courant de décharge excède un courant limite fonction de la tension de décharge, de la pression et de l'espace inter-électrodes. L'analyse de la fonction de distribution en énergie des ions impactant la cathode met par ailleurs en évidence la possibilité d'extraire un faisceau d'ions de faible dispersion en énergie autour de la tension de décharge, et ce sous réserve d'opérer la décharge dans son mode haute pression. Un prototype de source d'ions permettant l'extraction et l'accélération d'ions à partir de la source filaire est alors proposé. L'étude expérimentale d'un tel dispositif confirme le fait que l'adjonction d'un processus d'accélération se traduit par un simple décalage de la fonction de distribution en vitesse des ions d'une valeur correspondant à la tension d'accélération, mais ne l'élargit pas. Il est ainsi possible de produire des faisceaux d'ions de diverses espèces ioniques, d'énergie modulable (0 – 5 keV) et de dispersion en énergie limitée ( $\sim 10$  eV). Les courants de faisceau mesurés sont de quelques dizaines de micro-ampères, et la divergence d'un tel faisceau est de l'ordre du degré. Une modélisation numérique de cette source d'ions est finalement entreprise afin d'identifier de possibles optimisations du concept proposé.

**Mots-clés :** PLASMA BASSE-PRESSION, MODÉLISATION PARTICULAIRE, SOURCE D'IONS, FAISCEAU DE PARTICULES CHARGÉES, PIC.

## Characterization of an ion beam produced by extraction and acceleration of ions from a wire plasma source

In this study we first model a DC low pressure wire plasma source and then characterize the properties of an ion gun derived from the plasma source. In order to study the properties of the derived ion gun, we develop a particle-in-cell code fitted to the modelling of the wire plasma source operation, and validate it by confrontation with the results of an experimental study. In light of the simulation results, an analysis of the wire discharge in terms of a collisional Child-Langmuir ion flow in cylindrical geometry is proposed. We interpret the mode transition as a natural reorganisation of the discharge when the current is increased above a threshold value which is a function of the discharge voltage, the pressure and the inter-electrodes distance. In addition, the analysis of the energy distribution function of ions impacting the cathode demonstrates the ability to extract an ion beam of low energy spread around the discharge voltage assuming that the discharge is operated in its high pressure mode. An ion source prototype allowing the extraction and acceleration of ions from the wire source is then proposed. The experimental study of such a device confirms that, apart from a shift corresponding to the accelerating voltage, the acceleration scheme does not spread the ion velocity distribution function along the axis of the beam. It is therefore possible to produce tunable energy (0 – 5 keV) ion beams of various ionic species presenting limited energy dispersion ( $\sim 10$  eV). The typical beam currents are about a few tens of micro-amperes, and the divergence of such a beam is on the order of one degree. A numerical modelling of the ion source is eventually conducted in order to identify potential optimizations of the concept.

**Keywords:** LOW-PRESSURE PLASMA, PARTICLE IN CELL MODELLING, ION SOURCE, CHARGED PARTICLES BEAM.