



**HAL**  
open science

# Amélioration de la précision des robots industriels pour des applications d'usinage a grande vitesse

Adel Olabi

► **To cite this version:**

Adel Olabi. Amélioration de la précision des robots industriels pour des applications d'usinage a grande vitesse. Robotique [cs.RO]. Arts et Métiers ParisTech, 2011. Français. NNT : 2011ENAM0034 . pastel-00649019

**HAL Id: pastel-00649019**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00649019v1>**

Submitted on 6 Dec 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École doctorale n° 432 : Sciences des Métiers de l'Ingénieur

**Doctorat ParisTech**

**T H È S E**

pour obtenir le grade de docteur délivré par

**l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers**

**Spécialité " Mécanique "**

*présentée et soutenue publiquement par*

**Adel OLABI**

le 23 Novembre 2011

**Amélioration de la précision des robots industriels pour  
des applications d'usinage à grande vitesse**

Directeur de thèse : **Olivier GIBARU**

Co-encadrement de la thèse : **Richard BEAREE**

Co-encadrement de la thèse : **Mohamed DAMAK**

**Jury**

**M. Wisama KHALIL**, Professeur, IRCCYN, Ecole Centrale de Nantes  
**M. Emmanuel DUC**, Professeur, IFMA, Institut Français de Mécanique Avancée  
**M. Thierry TISON**, Professeur, LAHIM, Université de Valenciennes  
**M. Gabriel ABBA**, Professeur, Unité de recherche, Arts et Métiers ParisTech  
**M. Marc DOUILLY**, Docteur, EADS Innovation Works,  
**M. Olivier GIBARU**, Professeur, LSIS, Arts et Métiers ParisTech  
**M. Richard BEAREE**, Maître de conférences, LSIS, Arts et Métiers ParisTech  
**M. Mohamed DAMAK**, Docteur, LSIS, Arts et Métiers ParisTech, Président de GEOMNIA

Président  
Rapporteur  
Rapporteur  
Examineur  
Examineur  
Examineur  
Examineur  
Examineur





"Sont-ils égaux, ceux qui savent et ceux qui ne savent pas?"

*À mes parents*

إلى والديّ العزيزين

## Remerciements

Cette thèse a été réalisée au centre Arts et Métiers ParisTech de Lille au sein de l'équipe INSM du Laboratoire des Sciences de l'Information et des systèmes (LSIS) dirigé par Monsieur Lionel ROUCOULES (Centre d'Aix en Provenances).

En premier lieu, je tiens à remercier chaleureusement M. Wisama KHALIL, Professeur à l' Ecole Centrale de Nantes , pour avoir accepté de présider mon jury de thèse. Je remercie aussi chaleureusement Messieurs les Professeurs Emmanuel DUC et Thierry TISON, respectivement de l'Institut Français de Mécanique Avancée et de l'Université de Valenciennes pour avoir accepté d'être rapporteurs de ce mémoire de thèse. J'ai beaucoup apprécié leurs remarques très constructives qui m'ont permis de prendre le recul nécessaire à la préparation de ma soutenance. Merci également à Monsieur Gabriel ABBA, Professeur aux Arts et Métiers ParisTech et à Monsieur Marc DOUILLY, Docteur à EADS Innovation works, pour avoir participé à mon jury de thèse.

Je souhaite exprimer toute ma reconnaissance à mon directeur de thèse, Monsieur Olivier GIBARU, professeur à l'Ecole Nationale Supérieur d'Arts et Métiers, centre de Lille. Merci pour ses précieux conseils scientifiques, ses compétences, ses nombreuses relectures, et pour la confiance qu'il m'a accordée.

Je remercie chaleureusement Richard BEAREE, Maître de Conférences à l'Ecole Nationale Supérieur d'Arts et Métiers, centre de Lille, pour son soutien notamment au début de cette thèse, pour son encadrement et pour son enthousiasme. Je conserve un très bon souvenir de nos réunions de travail qui ont constitué une source d'inspiration et de motivation importante.

Je remercie vivement, Mohamed DAMAK, Président de GEOMNIA à Lille, pour sa patience, ses conseils et pour sa générosité en me transmettant son expérience dans le domaine de la robotique.

Ce n'a pas été facile de travailler avec trois encadrants de trois domaines différents, mais je dois avouer que c'était une expérience très enrichissante. C'était un vrai plaisir de travailler avec des gens aussi motivés et généreux.

Je remercie le personnel technique du centre du Lille notamment Xavier Helle pour sa bonne humeur, sa gentillesse et son aide indispensable pour la réalisation de la partie expérimentale de cette thèse.

Je souhaite remercier les membres du L2EP et de l'ENSAM avec qui j'ai partagé d'agréables moments au cours de ces dernières années, avec une pensée toute particulière pour ceux qui ont été mes collègues de bureau. Tout d'abord, Julien Gomand, qui m'a généreusement accueilli à mon arrivée. Ensuite, Khaled Fawaz, Ivàn Mauricio Garcia Herreros, Marouene OUESLATI et tout récemment Laurent GAJNY, avec lesquelles j'ai bien cohabité tout en respectant le règlement intérieur qu'on a mis en place. J'ai passé de très bons et mémorables moments en votre compagnie. Merci également aux piliers du L2EP et de l'ENSAM, Bernard Détant, Luc Bulteau et Marc Suffys, pour votre grande disponibilité et vos nombreux coups de main.

Je remercie aussi les professeurs et les enseignants de l'ENSAM notamment Eric NYIRI, Stéphane LELEU, Benoit ROHEE, Xavier KESTELYN.

Il me tient à cœur de remercier tous les collègues docteurs et doctorants pour leur soutien et

pour l'ambiance de travail sérieuse mais très détendue. Merci donc : à Paul SANDULESCU ( le photographe) pour ses belles photos, à Basel ASLAN ( mon concitoyen) pour sa gentillesse, à Karim BUDEK, le provocateur , à Rindra RAMAROTAFIKA qui arrive à nous faire rire avec ces blagues pourries, aux amis vietnamiens Hung, Quang, Tuan pour leur gentillesse et leur bon humour. Merci également à Siriwan BORIPATKOSOL, Lahoucine IDKHAJINE, Julien KORECKI, pierre RAULT, Hicham FAKHAM, Julius DUPREZ, Stéphane THIERY, Frédéric COLAS.

Je tiens à remercier les élèves ingénieurs avec lesquels j'ai travaillé durant ma thèse notamment Olivier De MEERSCHMAN, Omar ZERKLY, et David PESCADOR GARCIA.

Merci à tous les autres CDI, CDD, post-docs, thésards, apprentis et stagiaires pour l'ambiance sympathique.

Je remercie mes amis volleyballeurs de l'ASPTT Lille, Jérôme, Alain, Fanny et Coline. Je remercie également les équipes avec lesquelles j'ai joué durant ces années :- l'équipe C de l'ACHVB et l'équipe B du Sport Joie Lille.

Un grand merci à Vincet DEPIN et à sa famille de m'avoir généreusement accueillie.

Un merci spéciale à celle qui a fait le déplacement pour assister à ma soutenance.

Enfin, je remercie infiniment, mes parents et mes frères : Ahmad et Amer et ma sœur Houda, pour m'avoir supportée et encouragée au cours de ces années d'étude. Merci à toute ma famille et à mes amis sans qui ce mémoire n'aurait jamais vu le jour.

# Sommaire

Table des matières	i
Liste des figures	iv
Liste des tableaux	vii
Introduction	1
1 Précision et modélisation géométrique d'un robot polyarticulé	7
2 Planification de trajectoires adaptées à l'usinage par robot	32
3 Identification, Analyse et exploitation d'un modèle intégrant les souplesses articulaires	65
4 Identification des défauts de transmission de mouvements des axes d'un robot et correction hors ligne de trajectoires	86
5 Conclusions générales et principales perceptives	103
Glossaire	107
Bibliographie	108

# Table des matières

<b>Table des matières</b>	<b>i</b>
<b>Liste des figures</b>	<b>iv</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>vii</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Précision et modélisation géométrique d'un robot polyarticulé</b>	<b>7</b>
1.1 Etat des lieux . . . . .	7
1.2 Modélisation géométrique d'un robot poly-articulé . . . . .	11
1.3 Le Modèle Géométrique Direct (MGD) . . . . .	12
1.3.1 La transformation homogène . . . . .	12
1.3.2 Les paramètres géométriques . . . . .	13
1.3.3 Expression du modèle géométrique direct . . . . .	16
1.4 Le Modèle Géométrique Inverse (MGI) . . . . .	18
1.4.1 Méthode de Paul (analytique) . . . . .	19
1.4.2 Les repères standards . . . . .	20
1.5 Calibration Géométrique . . . . .	21
1.5.1 Modélisation . . . . .	22
1.5.2 Formulation du problème . . . . .	22
1.5.3 Identification . . . . .	26
1.6 Correction des erreurs géométriques . . . . .	27
1.6.1 Résolution du MGI par une méthode itérative . . . . .	28
1.7 Les limites de la compensation . . . . .	29
1.8 Conclusion du chapitre . . . . .	30
<b>2 Planification de trajectoires adaptées à l'usinage par robot</b>	<b>32</b>
2.1 Introduction au problème de planification de mouvement . . . . .	32
2.2 Interpolation géométrique . . . . .	34
2.2.1 Interpolation classique : linéaire et circulaire . . . . .	34
2.2.2 Interpolation par spline . . . . .	35



2.3	Généralités sur les lois de mouvement . . . . .	37
2.3.1	Lois de mouvement classiques . . . . .	38
2.3.2	A propos du choix de la loi de mouvement . . . . .	44
2.4	Planification de trajectoire dans l'espace articulaire . . . . .	47
2.4.1	Formulation du problème d'optimisation sous contraintes . . . . .	48
2.4.2	Résolution par le biais des Splines cubiques . . . . .	49
2.4.3	Mise en œuvre de la méthode . . . . .	51
2.5	Planification de trajectoires dans l'espace cartésien . . . . .	54
2.5.1	Génération de la loi de mouvement . . . . .	54
2.5.2	Interpolateur paramétrique . . . . .	57
2.5.3	Contraintes articulaires et optimisation de la vitesse d'avance . . . . .	58
2.5.4	Mise en œuvre sur le démonstrateur . . . . .	59
2.6	Conclusion du chapitre . . . . .	62
<b>3</b>	<b>Identification, Analyse et exploitation d'un modèle intégrant les souplesses articulaires</b>	<b>65</b>
3.1	Introduction . . . . .	65
3.2	Cartographie de rigidité d'un robot 6 axes . . . . .	66
3.2.1	Modèle analytique de rigidité . . . . .	67
3.2.2	Identification des raideurs articulaires . . . . .	69
3.3	Analyse de la cartographie de souplesse . . . . .	72
3.4	Planification de la trajectoire d'outil à rigidité maximale . . . . .	74
3.5	Tests de rigidité du robot en usinage . . . . .	76
3.6	Modèle élasto-statique . . . . .	81
3.6.1	Effet des déformations articulaires . . . . .	82
3.7	Conclusion du chapitre . . . . .	84
<b>4</b>	<b>Identification des défauts de transmission de mouvements des axes d'un robot et correction hors ligne de trajectoires</b>	<b>86</b>
4.1	Introduction . . . . .	86
4.2	Les sources d'erreur de position des réducteurs . . . . .	87
4.2.1	Défauts de forme . . . . .	88
4.2.2	Les défauts de montage ou de positionnement . . . . .	88
4.3	Identification des défauts de transmission des axes du robot Staübli . . . . .	88
4.3.1	Protocole d'identification . . . . .	89
4.3.2	Identification des défauts de l'axe 2 . . . . .	91
4.4	Correction hors ligne des défauts des axes du robot . . . . .	94
4.4.1	Mise en œuvre de tests de correction. . . . .	95
4.5	Conclusion du chapitre . . . . .	100

<b>5 Conclusions générales et principales perceptives</b>	<b>103</b>
5.1 Synthèse des travaux réalisés . . . . .	103
5.2 Perspectives . . . . .	105
<b>Glossaire</b>	<b>107</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>108</b>

# Liste des figures

1	Comparaison des structures du robot en série et d'une machine outil . . . . .	2
2	Chaîne fonctionnel d'un robot industriel . . . . .	2
3	Robot 6-axes équipé d'une électrobroche UGV . . . . .	4
4	Support de broche UGV . . . . .	5
5	Propriétés de l'usinage à grande vitesse [SCH88] . . . . .	5
1.1	Cellule Robotisée . . . . .	7
1.2	Précision et répétabilité . . . . .	8
1.3	Précision d'un robot industriel . . . . .	9
1.4	Représentation d'un point P dans deux repères différents . . . . .	12
1.5	Les paramètres de Denavit et Harteberg . . . . .	14
1.6	représentation DH du démonstrateur . . . . .	16
1.7	Transformations des coordonnées dans une chaîne cinématique ouverte [SSVO09] . .	17
1.8	Robot Manipulateur [Spo05] . . . . .	19
1.9	Illustration des définitions des repères outil et table par rapport au repère de base .	21
1.10	les paramètres de Denavit et Hatenberg pour deux axes consécutifs parallèles mal alignés . . . . .	23
1.11	Petits déplacements d'un solide [Dam96] . . . . .	23
1.12	Système du repérage . . . . .	25
1.13	Calcul de modèle inverse par une méthode itérative . . . . .	29
1.14	Calibration et compensation des robots poly-articulés . . . . .	29
2.1	Le problème de planification de trajectoire . . . . .	33
2.2	Interpolation classique [EA01] . . . . .	35
2.3	Interpolations : en spline et linéaire [SIE04] . . . . .	35
2.4	Spline $L_2$ (linge pointillée) versus spline $L_1$ (trait continu) [NGA11] . . . . .	36
2.5	Interpolation en $L_1C^1$ sur 5 points [NGA11]. . . . .	37
2.6	La courbure des différentes splines $L_1$ sur une série fermée de 20 points d'un cercle [NGA11]. . . . .	38
2.7	Définition générique d'une loi de mouvement bang-bang . . . . .	38
2.8	Loi du mouvement Bang-Bang en accélération . . . . .	39

2.9	Trajectoire à accélération limitée . . . . .	40
2.10	Loi du mouvement bang-bang en jerk . . . . .	41
2.11	Trajectoire en forme de polynôme cubique . . . . .	42
2.12	Trajectoire en forme de polynôme quintique . . . . .	43
2.13	Forme générique d'une loi de mouvement : (a) loi douce et (b) loi bang-bang.[Bea05]	45
2.14	Principe de la technique d'input-shaping . . . . .	45
2.15	Mise en forme d'une loi de mouvement . . . . .	46
2.16	Influence du temps de jerk sur les vibrations résiduelles : (a) Rotation autour de l'axe 1, (b) Mouvement linéaire dans la direction $Y_{robot}$ . . . . .	47
2.17	Méthodologie de planification de trajectoire dans l'espace articulaire . . . . .	49
2.18	Spirale logarithmique (gauche), la spirale discrétisée en 20 points (centre), en 10 points (droite) . . . . .	51
2.19	Trajectoires articulaires planifiées des axes 1 et 2 (Jerk max = 300 deg/s <sup>3</sup> ). . . . .	52
2.20	Les trajectoires issues de la planification dans l'espace articulaire . . . . .	52
2.21	Cas particulier de défaut d'interpolation par spline . . . . .	53
2.22	Avance de l'outil calculé pour la planification articulaire . . . . .	53
2.23	Algorithme de génération de trajectoires [OBGD10]. . . . .	55
2.24	Filtrage de la loi de mouvement . . . . .	55
2.25	Adaptation du profil de vitesse pour le filtrage . . . . .	56
2.26	Compensation de l'effet des paliers à vitesse constante . . . . .	57
2.27	Courbe Paramétrique 2D. . . . .	58
2.28	Loi du mouvement à vitesse constante. . . . .	59
2.29	Trajectoires articulaires planifiées des axes 1 et 2 (spirale non segmentée) . . . . .	59
2.30	La spirale logarithmique segmentée en 4 et 8 morceaux . . . . .	60
2.31	Trajectoires articulaires planifiées correspondant à la spirale à 8 segments des axes 1 et 2 . . . . .	60
2.32	La vitesse d'avance de l'effecteur mesurée . . . . .	61
2.33	Mesures des trajectoires réalisées . . . . .	62
2.34	Erreur du suivi de trajectoire le long de la spirale . . . . .	62
3.1	Modèle générique à constante localisée d'un axe du robot série . . . . .	67
3.2	Schéma d'installation de chargement pour l'identification globale [AS05]. . . . .	70
3.3	Configuration de l'identification des axes 1 & 2 . . . . .	71
3.4	Configuration de l'identification de l'axe 3. . . . .	72
3.5	Mise en place des niveaux électroniques. . . . .	72
3.6	Le robot en configuration d'usinage . . . . .	73
3.7	La cartographie de souplesse du robot dans un plan XY. . . . .	73
3.8	Optimisation de la rigidité en fonction de la configuration du robot . . . . .	75
3.9	Orientations de la pièce de de l'outil . . . . .	75
3.10	Configuration des tests d'usinage . . . . .	76

3.11	Usinage en opposition(Slot milling) . . . . .	77
3.12	Test d'usinage N°1 avance de l'outil dans la direction $X_{robot}$ . . . . .	77
3.13	Test d'usinage N°2 avance de l'outil dans la direction $-Y_{robot}$ . . . . .	78
3.14	Test d'usinage N°3 avance de l'outil dans la direction $-Y_{robot}$ . . . . .	78
3.15	Vibration de l'outil due à l'effort tangentiel de coupe au début de l'usinage . . . . .	81
3.16	Compensation des défauts angulaires en temps réel. [WZF09] . . . . .	82
3.17	Caractéristiques du bras i . . . . .	82
3.18	Simulation de la trajectoire avec un modèle rigide et un modèle élasto-statique. . . . .	83
3.19	(a) Trajectoire mesurée sans correction, (b) Trajectoire mesurée avec correction des défauts dus aux souplesses. . . . .	84
4.1	Position du TCP mesurée sur une trajectoire linéaire dans la direction $X_{robot}$ . . . . .	86
4.2	Positions du TCP mesurées sur une trajectoire linéaire dans la direction $Y_{robot}$ . . . . .	87
4.3	Structure d'un axe du robot Stäubli . . . . .	89
4.4	Mesures de positions d'un axe avec un Laser Tracker. . . . .	90
4.5	Conversion de la position cartésienne en position articulaire. . . . .	90
4.6	Système de compensation de gravité par ressorts. . . . .	91
4.7	Configuration du robot pour l'identification des défauts de l'axe 2. . . . .	92
4.8	L'erreur de position de l'axe 2. . . . .	92
4.9	Les couples appliqués sur l'axe 2. . . . .	93
4.10	L'erreur de position de l'axe 2. . . . .	93
4.11	Défaut de transmission du mouvement de l'axe 2. . . . .	93
4.12	Une signature typique de l'erreur d'un réducteur de type Harmonic Drive [GGA01] . . . . .	94
4.13	La composante principale du défaut de transmission de mouvement. . . . .	94
4.14	La trajectoire des tests de correction. . . . .	95
4.15	Reconstruction de la trajectoire à partir de données du contrôleur du robot. . . . .	96
4.16	Modélisation du défaut de transmission du mouvement. . . . .	97
4.17	La trajectoire mesurée (en quasi-statique) : Sans et avec correction des défauts de l'axe 2. . . . .	97
4.18	La position du TCP en Z le long de la trajectoire (statique). . . . .	98
4.19	Un offset dans la direction Z. . . . .	98
4.20	Erreur de suivi de trajectoire de l'axe 2 liée aux changements de sens de rotation. . . . .	99
4.21	Discontinuités en couple du moteur de l'axe 2 aux changements de sens de rotation. . . . .	99
4.22	La trajectoire mesurée (dynamique) : Sans et avec correction des défauts de l'axe 2. . . . .	100
4.23	La position du TCP en Z le long de la trajectoire en dynamique. . . . .	100
5.1	Différents tests de broutage sur notre robot. . . . .	105

# Liste des tableaux

1.1	Les sources des erreurs de précision de robots industriels . . . . .	9
1.2	Bilan d'erreurs du robot ACMA SR 400 [DDDC97] . . . . .	10
1.3	Bilan d'erreurs du robot Stäubli RX 170 BH . . . . .	10
1.4	Paramètres géométriques du robot Stäubli 170 BH . . . . .	16
1.5	Paramètres géométriques pour notre robot Stäubli 170 BH après calibration . . . . .	28
2.1	Paramétrage utilisé . . . . .	49
2.2	Paramètres dynamiques du robot. . . . .	51
2.3	Erreur de contour . . . . .	61
3.1	raideurs articulaires de notre robots Stäubli Rx 170 BH . . . . .	72
3.2	Contribution des souplesses des axes à la souplesse cartésienne . . . . .	73
3.3	Paramètres des tests d'usinage . . . . .	76
3.4	Paramètres de rugosité des surfaces usinées . . . . .	79
3.5	Positions articulaires durant le test N°1 . . . . .	79
3.6	Positions articulaires durant le test N°2 . . . . .	80
3.7	Positions articulaires durant le test N°3 . . . . .	80
4.1	Paramètres de l'estimation de l'erreur en $Z$ . . . . .	98
4.2	Paramètres de l'estimation de l'erreur en $Z$ . . . . .	100



# Introduction générale

## Contexte et Problématique

Les premiers robots ont été développés dans les années 70 pour réaliser des opérations pénibles, dangereuses et surtout extrêmement répétitives qui ne requéraient qu'une bonne répétabilité et aucune exigence en termes de précision absolue. C'était le cas notamment des opérations de peinture de carrosseries automobiles ou de manutention. Ces opérations ayant longtemps constituées une part significative du marché, les fabricants de robots ont logiquement focalisé leurs efforts de recherche et développement sur la création de gammes de robots dédiées aux besoins de ces opérations ne nécessitant qu'une « bonne » répétabilité de pose. L'ordre de grandeur de cette répétabilité étant de quelques centièmes de millimètre pour les petits robots et de l'ordre de quelques dixièmes de millimètre pour les gros porteurs de plus de deux mètres de rayon d'action. La compétition mondialisée, l'augmentation de la fréquence des changements de production en réponse aux demandes de personnalisation des produits, amènent d'année en année les industriels à élargir le spectre des applications susceptibles d'être robotisées à des procédés plus complexes en terme de trajectoires et plus exigeants en terme de précision absolue comme l'assemblage ou la mesure. Ainsi, le faible coût, la grande accessibilité et la facilité de reconfiguration des robots en font aujourd'hui le moyen matériel essentiel permettant de répondre à cette demande d'« agilité ». Dans ce contexte, l'adaptation des robots en vue de réaliser des opérations continues comme l'usinage représente aujourd'hui un besoin croissant de l'industrie manufacturière. De nombreuses applications d'usinage robotisé ont été développées par des intégrateurs sur la base de robots standards 6 axes sur lesquels ont été intégrés des électrobroches d'usinage. Mais l'exactitude et la faible rigidité des robots industriels en comparaison avec les machines outils néanmoins limitent les applications d'usinage robotisé aux matériaux généralement « tendres » et aux opérations ne nécessitant pas de précision importante. Cette faible rigidité des robots industriels est due en grande partie à leur structure sérielle. La figure 1 montre la différence de structure entre un robot six axes admettant un bras de levier très important et un centre d'usinage PCI Axelor 4 axes (X,Y,Z à moteurs linéaires + plateau tournant). Ainsi, le **verrou technologique** principal réside dans **l'amélioration des performances statiques et dynamiques** des robots de façon à atteindre le **niveau de précision** requis par le processus d'usinage dans l'espace de travail des robots.



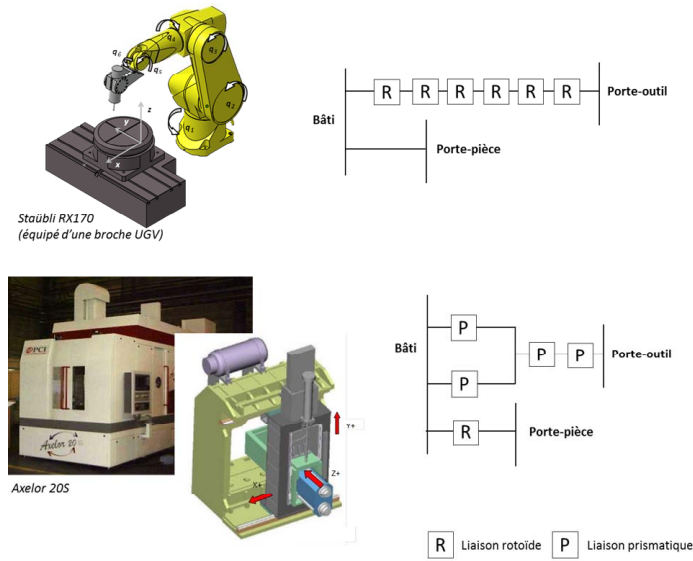


FIGURE 1 – Comparaison des structures du robot en série et d’une machine outil

## Positionnement des travaux

Les travaux développés dans cette thèse s’inscrivent dans le cadre de la résolution de la problématique actuelle posée par l’adaptation des robots industriels à la réalisation d’opérations nécessitant une précision élevée, en particulier l’usinage. Les voies d’investigation étudiées concernent uniquement une adaptation de la partie commande (cf.figure 2) sans remise en cause de la structure mécanique ou du choix des composants constitutifs du système.

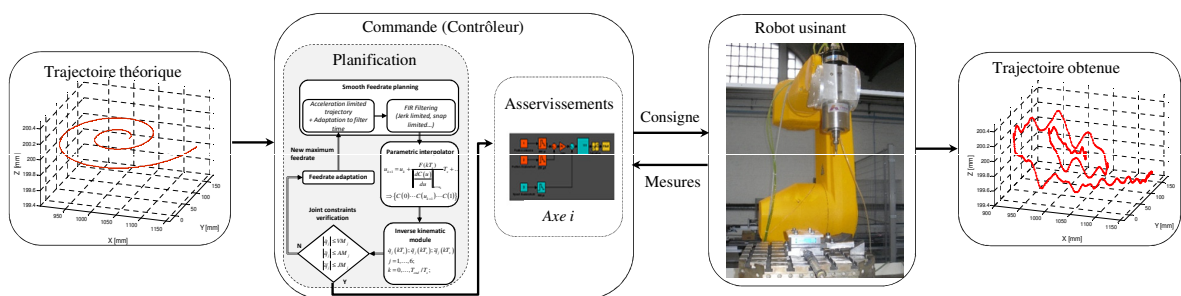


FIGURE 2 – Chaîne fonctionnel d’un robot industriel

De nombreux travaux de recherche se sont penchés sur cette problématique depuis les années 90. Dans [AWR07] et [ARW08], les auteurs présentent une identification des souplesses articulaires à partir desquelles ils déduisent une cartographie de rigidité du robot. Cette cartographie est ensuite exploitée afin de prédire les erreurs de positionnement de l’effecteur dans son volume de travail. Les travaux présentés dans [ABR<sup>+</sup>08] et [ABP<sup>+</sup>10] exploitent un couplage entre un modèle dynamique du robot et un modèle simple du processus de coupe. On citera également les travaux de [PZ08a]

et [WZF09] portant sur la correction en ligne des défauts de positionnement. La méthode s'appuie sur une mesure d'effort localisée au niveau de l'effecteur. Cette mesure est ensuite exploitée pour calculer en temps réel les déformations angulaires induites et par conséquent le correctif à appliquer sur chaque référence articulaire. D'autres travaux se sont focalisés sur la modélisation et/ou la compréhension des phénomènes de coupe particuliers dans le cas de l'usinage robotisé. En effet, les phénomènes de "broutement" ou d'instabilité de coupe, connus des usineurs, se développent relativement facilement en usinage robotisé alors que les mêmes conditions de coupe donnent un comportement plus stable sur à une machine-outil conventionnelle. [PZZW06] propose un modèle de coupe intégrant les souplesses cartésiennes équivalentes du robot. Les prédictions des zones de coupe instables ne sont toutefois pas clairement vérifiées.

De façon globale, l'état de l'art fait ressortir les points suivants :

- les travaux précédents n'évoquent pas ou ne prennent pas en compte de manière significative **les défauts des chaînes cinématiques** d'un robot industriel. Ces défauts sont pourtant, pour une grande part, responsables de la dégradation de la précision de positionnement en statique et en dynamique.
- La génération ou **planification de trajectoires des robots** est très peu évoquée, ni remise en cause. Il est donc nécessaire de l'adapter au suivi de trajectoires avec une précision élevée comme dans le contexte de la machine-outil.

La présente étude se propose d'investiguer ces aspects par une contribution dans les domaines de :

- la **planification de trajectoires** adaptée à l'usinage robotisé,
- la **compréhension, la modélisation et l'identification des défauts** des axes des robots industriels, en particuliers les souplesses et les irrégularités cinématique des systèmes de transmission,
- la **correction de défauts** par la mise en forme hors ligne de la trajectoire de référence.

Ce mémoire est organisé en quatre chapitres. Le premier chapitre détaille le paramétrage, la modélisation géométrique et les notions de base en robotique spécialement celles portant sur la précision des robots industriels. Nous avons aussi situé l'ensemble de nos travaux et les améliorations apportées en termes de précision par rapport aux limites actuelles des techniques de calibration géométriques des robots. Le second chapitre présente la problématique de planification de trajectoire et justifie la nécessité d'adapter la méthode de planification au contexte de l'usinage. Une méthodologie de planification dans l'espace opérationnel est ici développée et mise en œuvre sur un démonstrateur robotisé. Le troisième chapitre se focalise sur le problème de la faible rigidité des robots industriels. L'identification des valeurs des souplesses, ainsi que leurs exploitations afin de garantir une configuration du robot à rigidité maximale, est présentée et validée. Ces souplesses sont également utilisées dans ce chapitre pour synthétiser un modèle élasto-statique d'un robot, permettant ainsi d'estimer la déviation de position de l'organe terminal dans son espace de travail. Le quatrième chapitre aborde les défauts associés aux chaînes de transmission du robot et plus particulièrement ceux provenant des réducteurs des axes. Des validations expérimentales démontrent

la faisabilité de compensation de ses défauts, ainsi que ceux induits par les souplesses étudiées dans le chapitre précédent par une correction hors ligne. Enfin, le dernier chapitre fait la synthèse des principaux résultats et détaille les perspectives majeures concernant ces travaux.

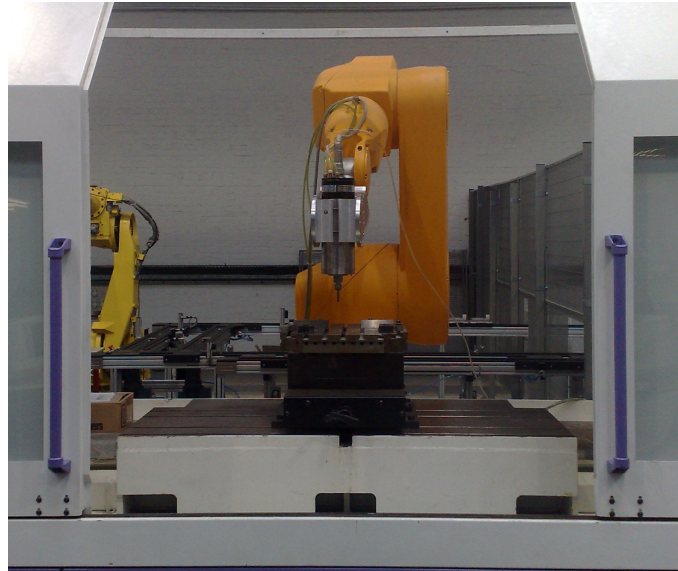


FIGURE 3 – Robot 6-axes équipé d'une électrobroche UGV

## Présentation du robot usinant utilisé comme démonstrateur

Le robot considéré dans ce travail est un robot industriel poly-articulé 6 axes de la marque Stäubli RX 170 BH (cf. figure 3). Un support « universel » de 23.6 kg, conçu en alliage d'aluminium, est fixé sur le 6<sup>ème</sup> axe de notre démonstrateur. Il porte une électrobroche UGV de 6 kW et de 40 000 tours/min. Nous avons fait le choix de ne pas modifier la structure mécanique du robot. Cette électrobroche permet d'effectuer des opérations d'Usinage à Grande Vitesse.

L'axe six du robot est l'axe le plus souple du fait de la conception du poignet à trois axes concourants. Pour limiter l'effet de cette souplesse, le support de broche a été conçu de façon à ce que la pointe outil soit située dans le prolongement de l'axe 6. Ce qui ramène alors le bras de levier par rapport à l'axe 6 à une valeur quasi-nulle. Ainsi, les efforts de coupe génèrent un couple de torsion presque nul sur l'axe 6 (cf. figure 4).

**Usinage à Grande Vitesse UGV :** La première définition d'usinage à grande vitesse a été proposée par Carl Salomon en 1931. Il a supposé qu'à une certaine vitesse de coupe, qui est de l'ordre de 5 à 10 fois plus élevée que dans le cas de l'usinage conventionnel, la température de l'interface copeau /outil commence à diminuer [Pas03].

Dans le cas de l'usinage à grande vitesse, les forces de coupe diminuent avec l'augmentation de la vitesse de coupe comme le montre la figure 5. La chaleur du procédé est évacuée principalement par les copeaux, de meilleurs états de surfaces peuvent être produits, et l'usinage peut être réalisé

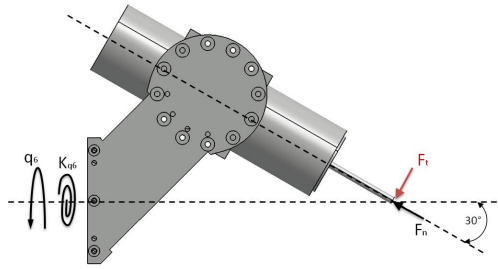


FIGURE 4 – Support de broche UGV

dans une gamme non soumis à des vibrations critiques [SCH88]. Ce sont les raisons principales qui nous ont amenées à faire le choix de nous mettre dans les conditions d'usinage à grande vitesse. Notamment, la diminution des efforts de coupe dans ce cas doit permettre de minimiser l'effet de la faible rigidité des robots poly-articulés.

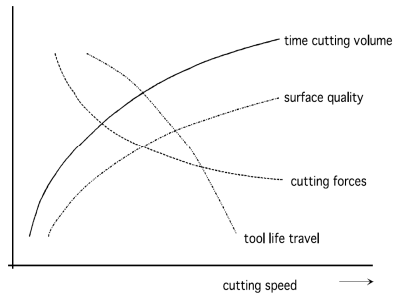


FIGURE 5 – Propriétés de l'usinage à grande vitesse [SCH88]



# Chapitre 1

## Précision et modélisation géométrique d'un robot polyarticulé

### 1.1 Etat des lieux

Une cellule robotisée industrielle, comme celle présentée à la figure 1.1, est constituée d'au moins trois éléments : le robot, l'élément terminal et la pièce. Sur l'élément terminal du robot est fixé le dispositif via une interface mécanique dans le but d'accomplir une tâche particulière : pince de soudure par point, préhenseur de perçage et de rivetage, broche d'usinage, pistolet de peinture... La pièce est l'entité sur laquelle porte le travail du robot : carrosserie à souder, voilure d'avion à percer. L'outil et la pièce peuvent être embarqués ou fixés au sol.



FIGURE 1.1 – Cellule Robotisée

Les robots industriels sont en général répétables et peu précis. La figure 1.2 illustre ces deux notions de précision et de répétabilité. La répétabilité est définie par la norme ISO 9328 relative

à l'analyse de performance des robots, comme une mesure de la reproductibilité de la même pose du robot pour la même consigne de positions articulaires (cf.figure 1.3a). La répétabilité des robots industriels est de l'ordre de 0.03 à 0.1 mm pour les robots de faible et de moyenne envergures et elle peut dépasser les 0.2 mm pour les gros porteurs [DGDS04]. Les défauts à l'origine du défaut de répétabilité sont de nature aléatoire. Ils sont causés entre autres, par les réglages des asservissements et certains phénomènes non géométriques tels que les jeux et les frottements [Deb06]. C'est donc un phénomène impossible à modéliser et à corriger par anticipation. Les écarts de pose à l'origine du défaut de précision ont quant à eux un caractère assignable et non plus aléatoire comme dans le cas du défaut de répétabilité.

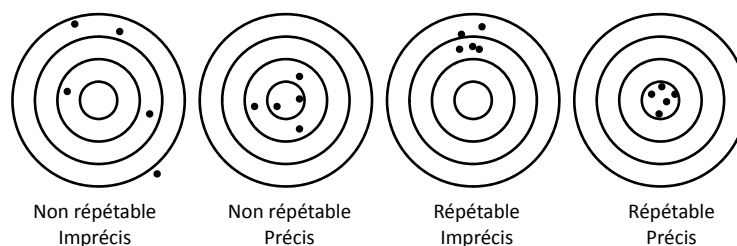
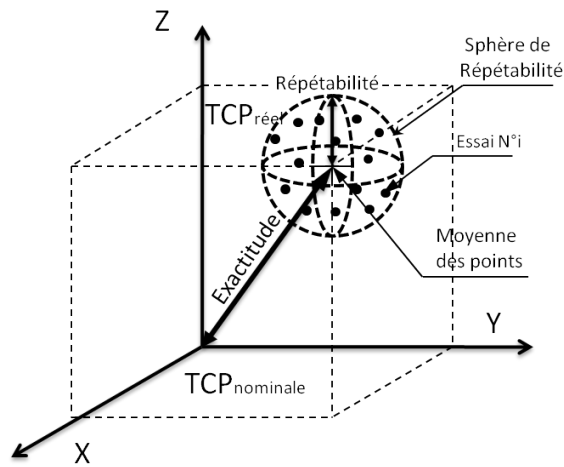


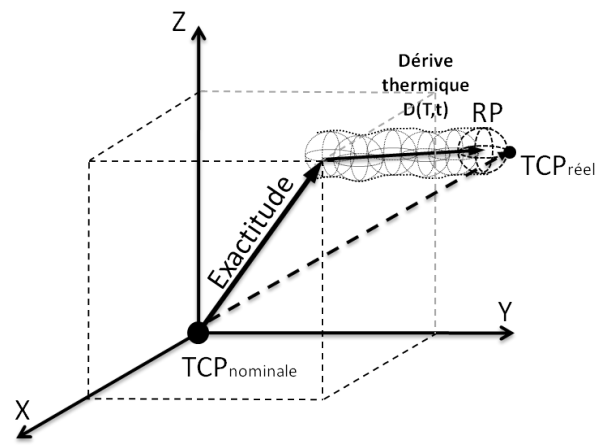
FIGURE 1.2 – Précision et répétabilité

La précision statique d'un robot, désignée par le terme « exactitude de pose » dans la norme ISO 9283, décrit la capacité du robot à atteindre une pose commandée. Elle est définie comme étant l'écart entre la pose commandée et la moyenne des poses atteintes. L'erreur d'exactitude de pose des robots industriels est souvent de quelques millimètres. L'écart entre la pose nominale commandée du robot et la pose réelle mesurée est issue de la différence entre le modèle nominale du robot, défini par le concepteur et implémenté dans le contrôleur, et le robot réel. Cette différence a pour origine de nombreux facteurs. Ces facteurs sont classés comme facteurs géométriques et non géométriques (cf.le tableau 1.1). La précision dynamique, décrit quant à elle, la capacité du robot à suivre une trajectoire désirée avec peu ou sans déviation [SCY02]. La précision dynamique est affectée par les mêmes sources d'erreurs que la précision statique. Il s'ajoute à celles-ci les paramètres dynamiques du système ainsi que ceux des asservissements.

Les robots sont classiquement programmés par apprentissage manuel. Ce mode de programmation en ligne consiste à apprendre manuellement chacun des points de passage de la trajectoire à effectuer. Le robot restitue alors, en accord avec sa répétabilité, les positions enregistrées. Cette méthode de programmation en ligne et manuelle n'est sensible ni aux problèmes d'exactitude absolue des robots industriels ni aux défauts de localisation du robot par rapport à la pièce. Avec l'arrivée de la CAO robotique au début des années 80 et des outils d'étalonnage des cellules robotisées quelques années plus tard, les techniques de Programmation Hors Ligne (PHL) des robots rencontrent un succès grandissant. En PHL, la trajectoire du robot résulte de l'apprentissage de trajectoires créés par simulation à partir d'un modèle virtuel de la cellule robotisée. Le robot doit alors atteindre des positions définies théoriquement et non plus enregistrées. Cette méthode de programmation



(a) Exactitude de pose et répétabilité



(b) Exactitude de pose, dérive thermique et répétabilité [RGK98]

FIGURE 1.3 – Précision d'un robot industriel

constitue aujourd'hui un quasi standard dans les secteurs de l'automobile et de l'aéronautique par exemple. Les techniques de modélisation numérique des cellules robotisées ne prennent en compte que des représentations nominales du robot, de la pièce des outils et de leur positionnement relatif. Les robots présentent d'importants défauts d'ordre géométrique et une structure souple. La complexité de leur morphologie peut conduire à des cumuls d'erreurs ou à des amplifications de défauts. Suivant leur volume et leur complexité, les pièces fabriquées amènent des dispersions géométriques supplémentaires amplifiant l'erreur de pose relative entre les pièces et le robot.

Précision statique du robot industriel	
<i>Erreurs géométriques</i>	<i>Erreurs non-géométriques</i>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Paramètres du modèle géométrique</li> <li>- Définition de l'organe terminal</li> <li>- Offset des axes</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Souplesse des articulations et des bras</li> <li>- Défauts de transmission dans les systèmes</li> <li>- Jeu mécanique</li> <li>- Effet thermique</li> </ul>

TABLE 1.1 – Les sources des erreurs de précision de robots industriels

Pour garantir la précision du robot dans sa cellule de travail, il est nécessaire de connaître les différentes sources d'erreurs. Les erreurs géométriques comprennent :

- les erreurs dues aux tolérances de fabrication : défauts de dimensions géométriques des composants,
- les erreurs de montage et d'assemblage des composants du robot,
- les défauts d'offset, les différences entre la position du zéro physique de l'axe déclaré par le contrôleur du robot et la vraie position initiale de l'axe,



- les erreurs des références métrologiques (codeurs,...),
- définition de l'organe terminal, les différents repères de la cellule robotisée.

Les trois premières catégories se traduisent par des défauts de position relative des axes du rotation (position et orientation).

Les erreurs non-géométriques incluent :

- les souplesses des bras et des articulations,
- les irrégularités cinématiques, ou les défauts de transmission des réducteurs,
- les dérives thermiques.

Il est difficile de quantifier la contribution de chaque source d'erreur sur la précision globale des robots. Cette contribution pour un robot donné varie en fonction de sa taille, sa charge maximale, sa structure et la qualité de la fabrication de ses composants et de leur assemblage. Cette contribution peut varier pour le même robot dans son volume de travail. Par exemple, dans le cas des robots série, les défauts des articulations, souplesses et irrégularités cinématiques, s'amplifient en fonction du bras de levier. Ainsi, ces défauts peuvent être dominants aux limites de la zone de travail.

Défauts			Valeurs		Effets	
défauts d'offset			0.1 à 0.2°		>3 mm/m	
Déformation	Articulation		Axiale	5 à 275 $\mu rad.m^{-1}.N^{-1}$	0.5 mm (10 kg)	1 à 5 mm
			Radiale	1.5 à 10 $\mu rad.m^{-1}.N^{-1}$	qqs. 1/10 mm	
	Bras	Flexion	2.5 $\mu rad m^{-1} N^{-1}$		qqs. 1/100 mm	
		Torsion	35 $\mu rad m^{-1} N^{-1}$			
Défauts angulaires( $\parallel, \perp$ )			0.001 à 0.2°		0.015 à 0.53 mm/m	
Justesses articulaires			0.02 à 0.1°		0.5 à 1.75 mm/m	

TABLE 1.2 – Bilan d'erreurs du robot ACMA SR 400 [DDDC97]

Afin de montrer les effets de ces sources d'erreurs, nous comparons le bilan d'erreurs de deux robots différents. Le tableau 1.2 présente le bilan de l'effet de différents sources d'erreurs sur la précision du robot ACMA SR 400. Ce tableau montre que les souplesses des articulations et des bras sont responsables de quelques mm d'erreur de pose. Il montre également l'effet des défauts angulaires qui causent une erreur de l'ordre de quelques 1/10 de mm au niveau de l'organe terminal. Quelques mm/m sont dues aux défauts d'offset. Les défauts de justesses articulaires engendrent une erreur de pose de quelques mm/m [DDDC97].

Défauts			Valeurs		Effets	
défauts d'offset			0.05°		1 mm/m	
Déformation	Articulation		Axiale	2 à 203 $\mu rad.m^{-1}.N^{-1}$	0.5 mm	1 à 5 mm
			Radiale	0.3045 $\mu rad.m^{-1}.N^{-1}$	qqs. 1/100 mm	
	Bras	Flexion	0.038 $\mu rad m^{-1} N^{-1}$		0 mm	
Défauts angulaires( $\parallel, \perp$ )			0.01 à 0.06°		0.17 à 1 mm/m	
Justesses articulaires			0.006°		0.1 mm/m	

TABLE 1.3 – Bilan d'erreurs du robot Stäubli RX 170 BH

Le même bilan d'erreurs a été réalisé pour notre robot Stäubli RX 170 BH. Ce bilan, présenté dans le tableau 1.3, montre des résultats similaires au niveau de la souplesse angulaire des articulations. Par contre, les bras de notre démonstrateur sont plus rigides. Les défauts de justesses articulaires (défaut de transmission dans les réducteurs), sont beaucoup moins importants. Les défauts d'offset sont également moins importants grâce à la réalisation d'une opération d'initialisation géométrique. L'identification détaillée de ces erreurs sera présentée dans la suite de ce rapport.

Le jeu mécanique est l'une des sources d'erreurs les plus difficiles à identifier. Ce problème d'identification provient du positionnement des codeurs sur les arbres moteurs plutôt qu'en bout de la chaîne de transmission [Sha88]. La dérive thermique dans la structure mécanique de robot est le résultat de la chaleur interne générée dans la structure du robot lors de son fonctionnement et de la chaleur externe de l'environnement de travail. Les moteurs et les réducteurs sont les sources principales de l'auto-échauffement du robot. Elle dépend bien évidemment des coefficients de dilatation thermique des différents composants. Cette dérive thermique conduit à la déformation de la chaîne cinématique du robot. L'effet de la dérive thermique sur la précision statique du robot est illustrée dans la figure 1.3b. Elle produit un offset sur la répétabilité du robot. L'erreur maximum due au réchauffement du robot a lieu normalement après plusieurs heures de fonctionnement [GYN00].

Il existe de nombreuses solutions pour améliorer la précision des robot. Par exemple, l'amélioration de la qualité de fabrication des composants du robot permet de réduire les tolérances et ainsi limiter les erreurs géométriques. Une autre solution consiste à rigidifier la structure mécanique pour réduire les défauts des souplesses. Une amélioration importante pourrait consister à installer des codeurs sur les axes des articulations en plus ou à la place des codeurs des moteurs. Ce type de solution augmente le prix du robot et pose de nouveaux problèmes technologiques.

La calibration de robot est la solution qui permet d'améliorer la précision statique du positionnement du robot sans aucune modification de la structure mécanique ou de la conception du robot lui-même. En général, la calibration comporte quatre étapes : modélisation, mesure, identification et implémentation. Les différents types de calibration peuvent se distinguer en trois niveaux : le niveau 1 est relatif à la calibration des axes, le niveau 2 à la calibration géométrique et le niveau 3 à la calibration non géométrique [SCY02]. Nous proposons dans la suite de ce chapitre d'analyser en détail la calibration géométrique.

## 1.2 Modélisation géométrique d'un robot poly-articulé

La conception et la commande des robots nécessitent la caractérisation des modèles géométrique, cinématique et dynamique. Ces modèles permettent d'effectuer la transformation entre l'espace opérationnel, dans lequel est défini la position et l'orientation de l'organe terminal, et l'espace articulaire, dans lequel est défini la configuration du robot [KD04]. Nous nous intéressons dans ce travail de thèse aux robots manipulateurs à architecture série ouverte. Nous supposons ici que les bras sont parfaitement rigides et qu'ils sont reliés entre eux par des articulations considérées comme

étant idéales, c'est-à-dire, sans jeu mécanique et sans flexibilités.

### 1.3 Le Modèle Géométrique Direct (MGD)

Le modèle géométrique direct permet d'exprimer la position et l'orientation de l'organe terminal en fonction de la position articulaire du robot. Afin de caractériser ce modèle géométrique, nous introduisons dans la suite une méthode classique permettant de traiter les translations et les rotations dans un formalisme unifié via la représentation sous forme de matrice homogène.

#### 1.3.1 La transformation homogène

La figure 1.4 représente les repères  $R_i$  et  $R_j$  d'origine respective  $O_i$  et  $O_j$  ainsi qu'un point  $P$ . Le vecteur  $O_j^i$ , représentant  $\vec{O_i O_j}$ , a ses coordonnées exprimées dans le repère  $R_i$ . Le vecteur  $P^j$  désigne le vecteur  $\vec{O_j P}$  dont les coordonnées sont exprimées dans le repère  $R_j$ . La matrice  $A_j^i$  est la matrice de rotation du repère  $R_j$  par rapport au repère  $R_i$ . Ainsi, la position du point  $P$  dans le repère  $R_i$ , notée  $P^i$  est donnée par la relation :

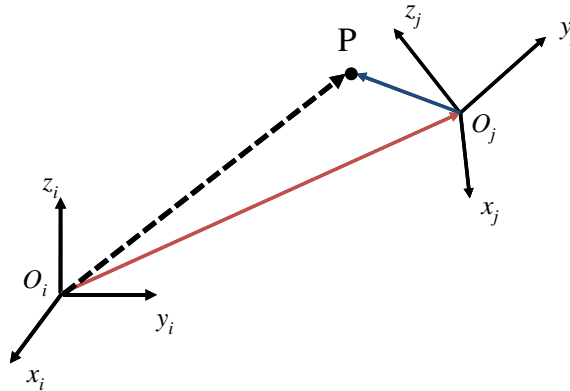


FIGURE 1.4 – Représentation d'un point  $P$  dans deux repères différents

$$P^i = O_j^i + A_j^i P^j \quad (1.1)$$

La matrice de rotation  $A_j^i$  est une matrice réelle orthogonale de  $O_3(\mathbb{R})$  telle que  $(A_j^i)^T A_j^i = I_3$  où  $I_3$  est la matrice identité de  $M_{3,3}(\mathbb{R})$ .

L'équation (1.1) donne la transformation (translation et rotation) permettant d'exprimer un point dans le repère  $R_i$  à partir des coordonnées de ce point dans le repère  $R_j$ . Comme  $A_j^i = (A_i^j)^T$ , la transformation inverse est calculée alors par la multiplication de (1.1) par  $(A_j^i)^T$  :

$$P^j = -A_i^j O_j^i + A_i^j P^i. \quad (1.2)$$

Il est possible d'obtenir une relation plus compacte de (1.2), en utilisant les coordonnées homogènes du point  $P$  sous la forme :

$$\tilde{P} = \begin{bmatrix} P \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (1.3)$$

où  $\tilde{P}$  est un représentant homogène de  $P$ . Dans ce cas, l'équation (1.1) s'écrit alors :

$$\tilde{P}^i = T_j^i \tilde{P}^j, \quad (1.4)$$

où  $T_j^i$  est donné par :

$$T_j^i = \begin{bmatrix} A_j^i & O_j^i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1.5)$$

C'est une matrice  $4 \times 4$  appelée matrice de transformation homogène. Ici  $\tilde{P}^i$  et  $\tilde{P}^j$  sont les représentations homogènes du point  $P$  respectivement exprimés dans les repères  $R_i$  et  $R_j$ . Le vecteur  $O_j^i$  est le vecteur de translation de l'origine du  $R_i$  vers l'origine du  $R_j$ . La matrice  $A_j^i$  est la matrice de rotation du  $R_j$  par rapport au repère  $R_i$ .

La transformation des coordonnées entre  $R_i$  et  $R_j$  est décrite alors par la matrice de transformation homogène  $T_i^j$  qui satisfait l'équation :

$$\tilde{P}^j = T_i^j \tilde{P}^i = (T_j^i)^{-1} \tilde{P}^i. \quad (1.6)$$

Il est à noter que la matrice de transformation homogène n'est en général pas orthogonale i.e.

$$T^{-1} \neq T^T. \quad (1.7)$$

En conclusion, une matrice de transformation homogène permet d'exprimer la transformation des coordonnées entre deux repères dans un format compact. Il est alors facile de vérifier qu'une séquence de transformations de coordonnées correspond aux produits des matrices homogènes :

$$\tilde{P}^0 = T_1^0 T_2^1 \dots T_n^{n-1} \tilde{P}^n, \quad (1.8)$$

où  $T_i^{i-1}$  représente la transformation homogène reliant la représentation d'un point dans le repère  $R_i$  à la représentation du même point dans le repère  $R_{i-1}$ .

### 1.3.2 Les paramètres géométriques

Plusieurs conventions sont possibles pour définir la position relative de repères successifs. La convention de Denavit-Hartenberg "DH" est la plus fréquemment utilisée. Cette convention utilise quatre paramètres, deux angles et deux distances [SSVO09, KYC<sup>+</sup>90]. Khalil et Kleinfinger proposent dans [KK86] une convention unifiée pour tous les types de structures mécaniques articulées : chaînes ouvertes et chaînes fermées. Chen et Chao quant à eux proposent une modélisation avec six paramètres [CC86]. Nous détaillons dans la suite la convention de Denavit-Hartenberg, utilisée

dans ce travail.

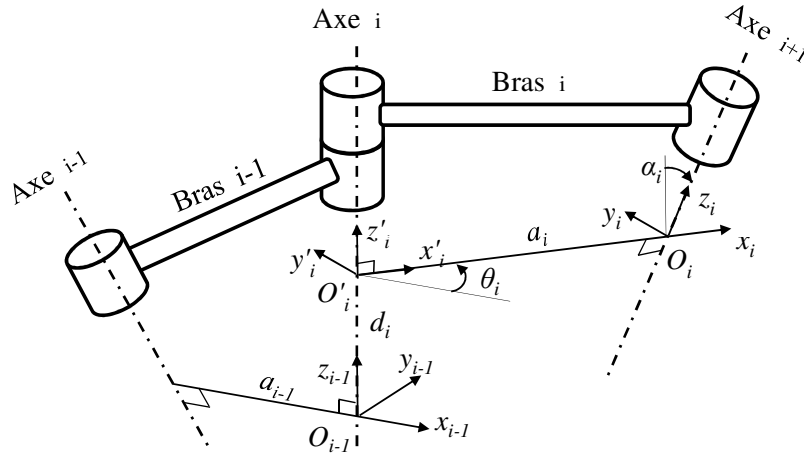


FIGURE 1.5 – Les paramètres de Denavit et Hartenberg

Comme illustré dans la figure 1.5, l'axe  $i$  relie le bras  $i-1$  et le bras  $i$ . La convention DH permet de définir le repère  $R_i$  par un nombre minimum de paramètres comme suit :

- l'axe  $z_i$  est porté par l'axe de rotation de l'articulation  $i+1$ ,
- l'origine  $O_i$  est l'intersection de l'axe  $z_i$  et de la normale commune aux axes  $z_{i-1}$  et  $z_i$ . Le point  $O_{i'}$  est issu de l'intersection de cette normale commune et de l'axe  $z_{i-1}$ ,
- l'axe  $x_i$  est porté par la normale commune aux axes  $z_{i-1}$  et  $z_i$  dans la direction de l'articulation  $i$  vers l'articulation  $i+1$ .
- l'axe  $y_i$  est défini pour avoir un repère orthonormé direct.

La convention DH ne donne pas une définition unique du repère d'une articulation dans les cas suivants :

- pour le repère  $R_0$ , seule la direction de l'axe  $z_0$  est spécifiée, puis  $O_0$  et  $x_0$  peuvent être arbitrairement choisis,
- lorsque deux axes consécutifs sont parallèles, la normale commune entre eux n'est pas définie de façon unique,
- lorsque deux axes consécutifs se croisent, la direction de  $x_i$  est arbitraire.

Une fois que ces repères sont établis, la position et l'orientation d'un repère  $R_i$  par rapport à un repère  $R_{i-1}$  est entièrement définie par les paramètres suivants :

- la longueur de bras entre  $O_i$  et  $O_{i'}$ , notée par  $a_i$ ,
- la torsion de bras, qui est l'angle de rotation entre les axes  $\vec{z}_{i-1}$  et  $\vec{z}_i$  autour de l'axe  $\vec{x}_i$  noté par  $\alpha_i$ ,
- $d_i$ , la coordonnée de  $O_{i'}$  selon la direction  $z_{i-1}$ ,
- $\theta_i$  l'angle de rotation entre les axes  $\vec{x}_{i-1}$  et  $\vec{x}_i$  autour de l'axe  $\vec{z}_{i-1}$ .

Les paramètres  $a_i$  et  $\alpha_i$  sont toujours constants. Ils dépendent uniquement de la géométrie de la connexion entre les articulations consécutives. Pour les robots poly-articulés les  $d_i$  sont également

constants.

À ce stade, la transformation des coordonnées entre  $R_i$  et  $R_{i-1}$  peut être exprimée par deux rotations et deux translations, comme suit :

$$T_i^{i-1} = Rot(z_{i-1}, \theta_i) \times Trans(z_{i-1}, d_i) \times Trans(x_i, a_i) \times Rot(x_i, \alpha_i), \quad (1.9)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) & 0 & 0 \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha_i) & -\sin(\alpha_i) & 0 \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1.10)$$

La matrice de transformation du repère  $R_{i-1}$  au repère  $R_i$  est une fonction seulement de l'angle de rotation  $\theta_i$  puisque les paramètres géométriques  $\alpha_i$ ,  $a_i$ , et  $d_i$  sont constants. Ainsi, la matrice de transformation homogène est donnée par

$$T_i^{i-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i)\cos(\alpha_i) & \sin(\theta_i)\sin(\alpha_i) & a_i \cos(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i)\sin(\alpha_i) & -\cos(\theta_i)\sin(\alpha_i) & a_i \sin(\theta_i) \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1.11)$$

Pour le robot Stäubli RX 170 BH, un système de repères a été construit en adoptant la convention de Denavit-Hartenberg, (cf.figure 1.6). Les paramètres DH correspondants sont indiqués dans le tableau 1.4.

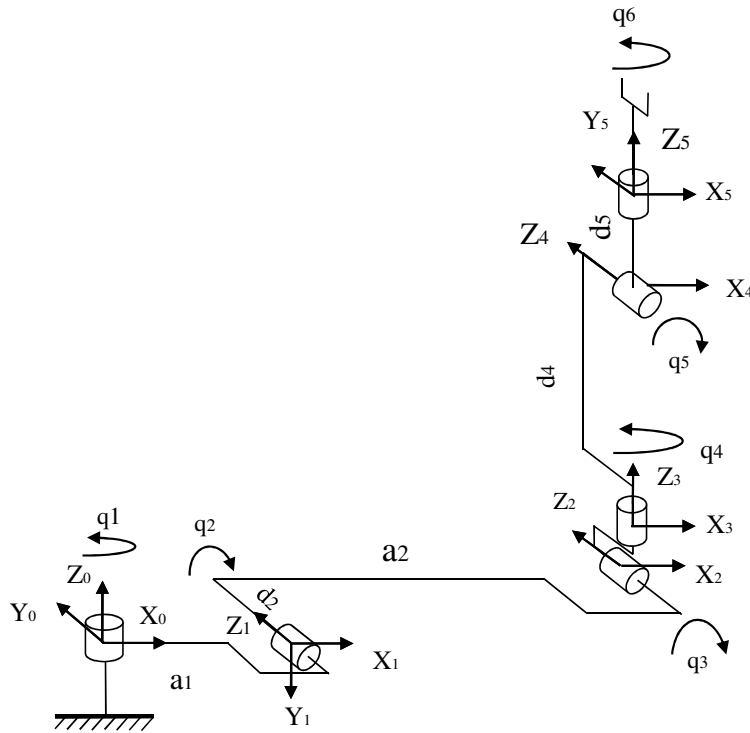


FIGURE 1.6 – représentation DH du démonstrateur

	$d[mm]$	$a[mm]$	$\alpha[deg]$	$\theta[deg]$
1	0	100	-90	$q_1$
2	70	850	0	$q_2$
3	0	0	90	$q_3$
4	750	0	-90	$q_4$
5	0	0	90	$q_5$
6	135	0	0	$q_6$

TABLE 1.4 – Paramètres géométriques du robot Stäubli 170 BH

### 1.3.3 Expression du modèle géométrique direct

La relation liant les coordonnées articulaires associées aux différentes liaisons du robot avec les coordonnées cartésiennes de l'organe terminal, est donnée par le modèle géométrique direct. Ce modèle s'exprime à l'aide de l'équation :

$$X = f(\mathbf{q}), \quad (1.12)$$

où  $\mathbf{q} = (q_1, \dots, q_n)^T$  est le vecteur des coordonnées articulaires et  $X = (x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)^T$  est le vecteur des coordonnées cartésiennes (position et orientation) de l'organe terminal dans le repère

du socle du robot.

Un robot manipulateur est constitué d'une série de corps rigides et de bras reliés par des liaisons cinématiques. L'ensemble forme une chaîne cinématique. Une extrémité de la chaîne est fixée à une base. Un organe terminal (préhenseur ou outil) est connecté à l'autre extrémité permettant la manipulation d'objets dans l'espace ou d'effectuer un travail sur une pièce fixée au sol. *Le modèle géométrique direct* consiste à calculer la pose (position et orientation) de l'organe terminal en fonction des variables articulaires. Le repère fixe lié au socle de robot  $R_b \equiv R_0$  est appelé repère de base (base frame en anglais). Le repère fixé à l'organe terminal  $R_n$ , est appelé repère outil. Il est en général lié à un point sur l'outil dit pointe outil (en anglais TCP abréviation de Tool Centre Point). Il est choisi en fonction de la tâche à réaliser. Pour un robot d'usinage, par exemple, l'origine du repère outil se trouve au centre de l'outil de coupe.

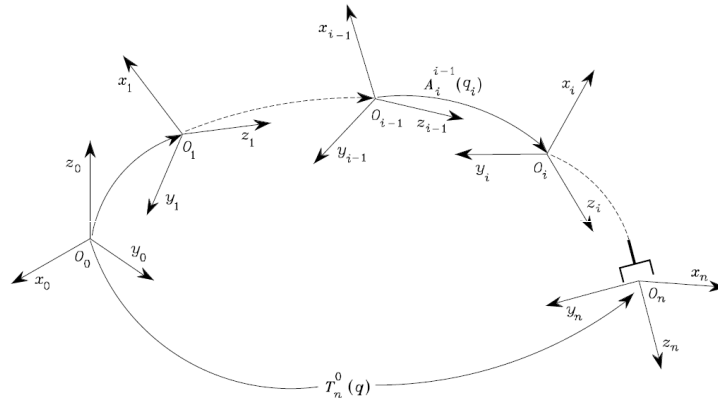


FIGURE 1.7 – Transformations des coordonnées dans une chaîne cinématique ouverte [SSVO09]

Un robot manipulateur est une chaîne ouverte constituée par  $n + 1$  bras, qui sont reliés entre eux par  $n$  articulations. Nous définissons en chaque articulation un repère noté  $R_i$  avec  $i = 0, \dots, n$ . La transformation décrivant la position et l'orientation du repère  $R_n$  par rapport au repère  $R_0$  (fig. 1.7) est donnée par :

$$T_n^0(\mathbf{q}) = T_1^0(q_1)T_2^1(q_2) \dots T_n^{n-1}(q_n). \quad (1.13)$$

Le calcul du modèle géométrique direct est obtenu d'une manière systématique par de simples produits de matrices de transformation homogène  $T_i^{i-1}(q_i)$  (pour  $i = 1, \dots, n$ ) qui dépendent des variables articulaires et des paramètres géométriques du robot.



## 1.4 Le Modèle Géométrique Inverse (MGI)

Le modèle géométrique inverse calcule les coordonnées articulaires à partir de la position et de l'orientation de l'organe terminal du robot. Ainsi, étant donné  $T_n^0$ , nous cherchons alors à calculer  $\mathbf{q} = (q_1 \dots q_{n-1})^T$ .

La solution de ce problème est d'une importance fondamentale dans le but de transformer les spécifications de mouvement attribuées à l'effecteur dans l'espace opérationnel, aux mouvements correspondant dans l'espace articulaire qui permettent l'exécution du mouvement désiré.

Il n'existe pas de méthode systématique d'inversion du modèle géométrique. La forme explicite, lorsqu'elle existe, de cette inversion exprimée analytiquement, donne un ensemble de solutions possibles au problème inverse. Elle constitue le modèle géométrique inverse.

Si une forme explicite n'existe pas, nous pouvons calculer une solution particulière du problème inverse par des procédures numériques qui fournissent une solution locale au sens où elles dépendent des conditions initiales. Notons que de telles méthodes sont pénalisantes du point de vue temps de calcul.

Comme vu dans l'équation du modèle géométrique direct (1.13), la matrice représentant la pose de l'organe terminal  $T_n^0$  est calculée d'une manière unique une fois que les variables articulaires sont connues. Par contre, le problème du modèle géométrique inverse est beaucoup plus complexe pour les raisons suivantes :

- les équations à résoudre sont en général non linéaires, et donc il n'est pas toujours possible de trouver une solution analytique ou forme explicite,
- plusieurs solutions peuvent exister, en nombre fini ou infini, comme dans le cas d'un robot redondant,
- il peut n'y avoir aucune solution faisable (position atteignable), compte tenu de la structure cinématique du manipulateur,
- l'existence de solutions n'est garantie que si la position donnée de l'organe terminal appartient à l'espace de travail du manipulateur,
- l'existence de limites des articulations mécaniques peut éventuellement réduire le nombre de solutions admissibles pour la structure réelle.

D'autre part, il est difficile de trouver des solutions analytiques. Dans tous les cas, il est alors approprié d'appliquer des techniques de résolution numérique. Celles-ci ont clairement l'avantage d'être applicable à toute structure cinématique. En général, elles ne permettent pas de calculer toutes les solutions admissibles.

Considérons le robot décrit par la matrice de transformation suivante :

$$T_n^0(\mathbf{q}) = T_1^0(q_1) \times T_2^1(q_2) \dots T_n^{n-1}(q_n). \quad (1.14)$$

Connaissant la position et l'orientation de l'organe terminal dans le repère  $R_0$  caractérisé par la

matrice homogène  $U_0 = \begin{bmatrix} s_x & n_x & a_x & P_x \\ s_y & n_y & a_y & P_y \\ s_z & n_z & a_z & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ , le problème d'inversion consiste à résoudre le système d'équations suivant :

$$T_1^0(q_1) \times T_2^1(q_2) \dots T_n^{n-1}(q_n) = U^0, \quad (1.15)$$

permettant de déterminer les solutions des variables articulaires  $q_1, \dots, q_6$ .

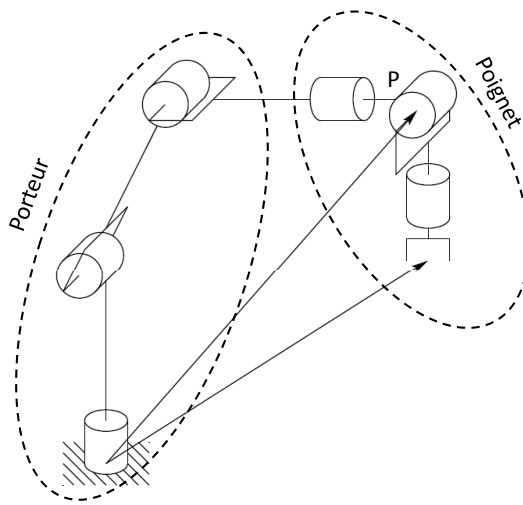


FIGURE 1.8 – Robot Manipulateur [Spo05]

### 1.4.1 Méthode de Paul (analytique)

En général, les robots manipulateurs poly-articulés ont des cinématiques qui peuvent être dissocié en deux parties. Une structure porteur dite « Bras » composée des trois premiers articulations et d'un poignet sphérique à 3 axes concourants, les trois derniers axes (cf.figure 1.8), pour lesquels la plupart des distances  $a_i$   $d_i$  et  $r_i$  sont nulles et les angles  $\alpha_i$  et  $\theta_i$  sont égaux à 0 ou  $\pi/2$ . Les trois axes consécutifs du poignet se croisent en un point commun  $P$ . Ainsi, la résolution de (1.15) peut être divisée en deux sous-systèmes. Le premier concerne l'obtention de  $q_1, q_2$  et  $q_3$  connaissant la position de  $P$  et le second concerne le calcul de  $q_4, q_5$  et  $q_6$  en fonction de l'orientation de l'organe terminal [Pau81].

#### *Equation de position*

La position du poignet  $P = O_4 = O_5 = O_6$ , est une fonction de  $q_1, q_2$  et  $q_3$  qui correspond à la

partie position de (1.15) :

$$\begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ 1 \end{bmatrix} = T_1^0 \times T_2^1 \times T_3^2 \times T_4^3 \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (1.16)$$

Nous obtenons alors les valeurs des variables  $q_1, q_2, q_3$  en pré-multipliant successivement ces équations par  $T_j^0, j = 1, 2, 3$ ; et ceci afin d'isoler et de déterminer de manière séquentielle les trois premières variables articulaires.

#### *Equation d'orientation*

L'équation correspondant à la partie orientation de (1.15) s'écrit :

$$\begin{bmatrix} S & N & A \end{bmatrix} = A_6^0(\mathbf{q}). \quad (1.17)$$

Soit encore,

$$A_0^3(q_1, q_2, q_3) \times \begin{bmatrix} S & N & A \end{bmatrix} = A_6^3(q_4, q_5, q_6). \quad (1.18)$$

Afin de simplifier l'écriture de cette équation, on pose :

$$\begin{bmatrix} F & G & H \end{bmatrix} = A_6^3(q_4, q_5, q_6). \quad (1.19)$$

La matrice  $\begin{bmatrix} F & G & H \end{bmatrix}$  est connue sachant que les paramètres  $q_1, q_2, q_3$  ont été préalablement déterminés. Aussi, on obtient successivement les paramètres  $q_4, q_5, q_6$  en pré-multipliant successivement l'équation précédente par  $A_3^4$ , puis par  $A_4^5$ .

### 1.4.2 Les repères standards

Pour déterminer le mouvement de l'organe terminal du robot dans l'espace cartésien, il est nécessaire de définir quatre repères (cf.figure 1.9). Le premier repère est *le repère de base*  $R_b$  lié à la base du robot. Le second repère est *le repère flasque*  $R_f$  lié à l'axe 6 du robot. Le troisième repère est lié à l'organe terminal utilisé : il est nommé *le repère outil*, noté  $R_t$ . Le dernier repère *le repère objet* est lié à la pièce ou au support pièce. Il est défini par rapport au repère de base et noté  $R_s$ .

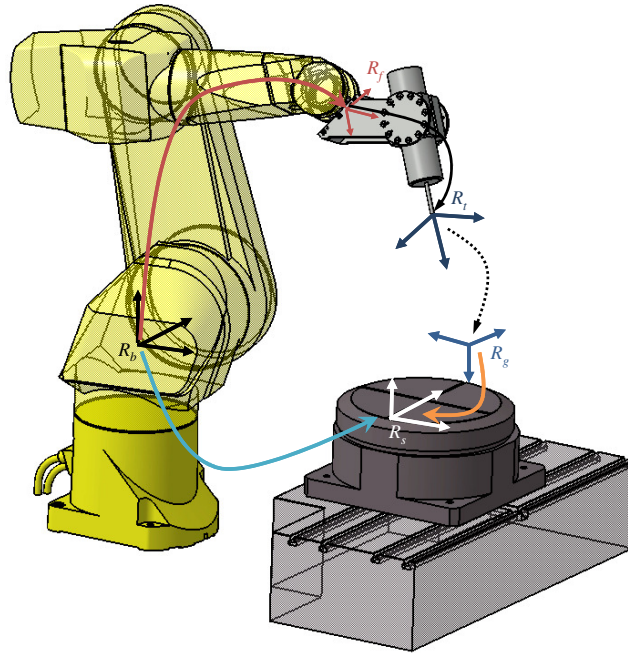


FIGURE 1.9 – Illustration des définitions des repères outil et table par rapport au repère de base

Une fois les repères  $R_t$  et  $R_s$  définis, l'opérateur peut commander une trajectoire désirée en donnant simplement une série de repères cibles  $R_g$  définies par rapport au repère table  $R_s$ . Le contrôleur du robot calcule alors les angles des articulations pour déplacer le repère outil  $R_t$  de sa position initiale jusqu'à ce qu'il coïncide avec le repère cible  $R_g$  à la fin du mouvement. Le modèle géométrique inverse est ensuite calculé de la façon suivante : étant donnée la pose désirée  $T_g^s$  exprimée dans le repère table  $R_s$ , les définitions de l'outil et de la table,  $T_g^s = T_t^s$  sont utilisées pour calculer la position du flasque par rapport à la base de robot,  $T_f^b$ .

$$T_f^b = T_s^b T_t^s (T_t^f)^{-1}. \quad (1.20)$$

Le modèle géométrique inverse prend  $T_f^b$  comme entrée. Il permet de calculer le vecteur de position articulaire  $\mathbf{q} = (q_1 \dots q_6)^T$ . Il est à noter que dans le cas des robots poly-articulés avec six axes de rotations le MGI donne huit solutions.

## 1.5 Calibration Géométrique

Les concepteurs décrivent par des longueurs et d'orientations des bras la géométrie des robots et par des masses, inerties, et souplesses des différents composants mécaniques des robots. Le terme "Calibration des robots" s'applique aux procédures utilisées pour identifier les paramètres réels, qui décrivent les dimensions géométriques et les caractéristiques mécaniques de la structure du robot fabriqué.

**La calibration géométrique** consiste à identifier les paramètres géométriques qui influencent les caractéristiques statiques du robot. Ces paramètres comprennent les longueurs des bras et les

orientations relatives des axes de rotations. La précision de l'organe terminal à l'état d'équilibre est affectée par les paramètres géométriques. La bonne connaissance de ces paramètres est importante pour améliorer la précision de position de l'organe terminal du robot.

En général, la calibration comporte quatre étapes : modélisation, mesure, identification et implémentation dans la baie de la commande du robot [Jun96].

### 1.5.1 Modélisation

Comme illustré dans le §1.3.2, les paramètres de Denavit et Hatenberg sont utilisés pour la description géométrique de la structure du robot. Les valeurs nominales de ces paramètres sont données par le fabricant du robot. Nous considérons dans la suite que les erreurs géométriques du robot sont modélisées par des variations infinitésimales autour des valeurs nominales de ces paramètres.

L'hypothèse adoptée est que les petites variations de position et d'orientation de deux articulations consécutives peuvent être modélisées par des petites variations des paramètres.

Cette hypothèse n'est pas satisfaite si nous utilisons les paramètres de DH pour la caractérisation géométrique d'un bras lorsque les deux articulations consécutives sont parallèles ou quasi-parallèles. Dans ce cas, les petites variations des paramètres de Denavit et Hatenberg n'engendrent pas des petites variations au niveau de la position de l'orientation des articulations. Ce fait est illustré dans la figure (1.10). D'après les règles de Denavit et Hartenberg, nous avons :  $\theta_i = 0, d_i = 0, a_i = L$  et  $\alpha_i = 0$ . Supposons que l'axe  $z_i$  est mal aligné d'un petit angle  $\beta$  à cause des tolérances de fabrication et des erreurs d'assemblage. Nous appelons ce nouvel axe de rotation  $z'_i$ . L'intersection entre les axes  $z_{i-1}$  et  $z'_i$  est très éloignée de l'origine du repère  $R_{i-1}$ . Ainsi, les vrais paramètres de Denavit et Hatenberg pour l'articulation  $i$  sont  $\theta_i = -90, d_i = -f$ , où  $f$  est un grand scalaire positif mesuré de  $O_{i-1}$  à l'intersection de  $z_{i-1}$  et de  $z'_i$ ,  $a_i = 0$ , et  $\alpha_i = -\beta$ . Ainsi, une petite erreur d'alignement de l'axe  $z_i$  engendre une grande erreur sur les paramètres  $\theta_i, d_i$  et  $a_i$ .

Pour remédier à ce problème, Hayati propose dans [HM85] une convention alternative de quatre paramètres donnés par :

$$T_i^{i-1} = Rot(z, \theta) \times Rot(x', \alpha) \times Trans(x'', a) \times Rot(y''', \beta). \quad (1.21)$$

Nous utilisons dans ce travail, pour le cas des axes 2 et 3 quasi-parallèles, une forme modifiée du modèle DH préposée par Wu et Veitschegger dans [VW87]. Une rotation  $Rot(y, \beta)$  est ajoutée pour caractériser le désalignement des deux axes, comme suit :

$$T_i^{i-1} = Rot(z_{i-1}, \theta_i) \times Trans(z_{i-1}, d_i) \times Trans(x_i, a_i) \times Rot(x_i, \alpha_i) \times Rot(y_i, \beta). \quad (1.22)$$

### 1.5.2 Formulation du problème

Les petits déplacements d'un solide [Dam96]

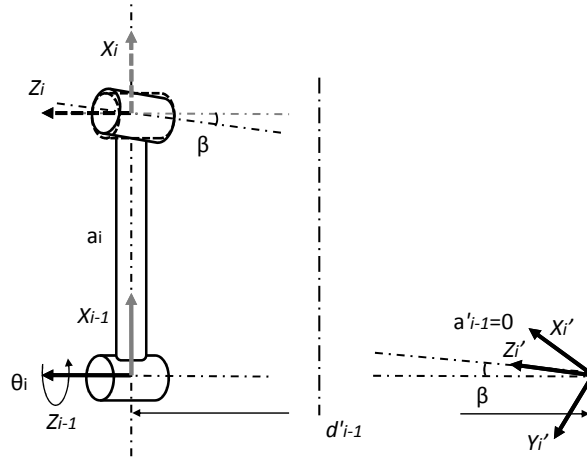


FIGURE 1.10 – les paramètres de Denavit et Hatzenberg pour deux axes consécutifs parallèles mal alignés

Un déplacement quelconque d'un solide  $S$  dans l'espace est composé d'une translation caractérisée par un vecteur de translation  $\delta_A$  d'un point  $A$  du solide et de trois rotations suivant trois axes deux à deux orthogonaux passant par le point  $A$ . Le point  $A$  étant initialement confondu avec le point  $O$ , origine du repère  $R$ , nous avons donc  $\delta_A = OA$ . Désignons par  $u, v$  et  $w$  les trois vecteurs directeurs des axes des rotations par  $\alpha, \beta$  et  $\gamma$  les angles respectifs des rotations correspondantes.

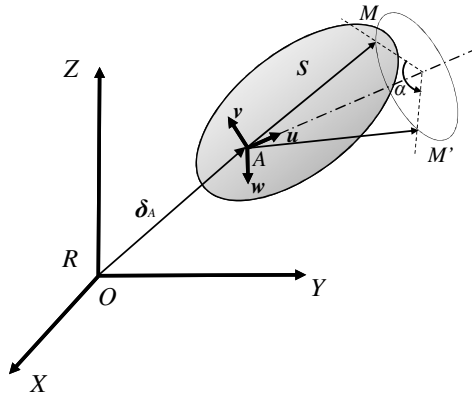


FIGURE 1.11 – Petits déplacements d'un solide [Dam96]

Considérons la première rotation  $\alpha$  autour de la droite  $(A, u)$  et un point  $M$  du solide. Après rotation, le point  $M$  devient  $M'$  (cf.figure 1.11). Pour une rotation  $\alpha$  suffisamment petite, nous avons :

$$AM' = AM + \alpha(u \wedge AM). \quad (1.23)$$

La même démarche peut être refaite pour les autres rotations. Le point  $M'$  devient  $M''$  suite à la rotation  $(\beta, v)$  et le point  $M''$  devient  $M'''$  suite à la rotation  $(\gamma, w)$ . Pour des petites rotations,

nous avons le passage de  $M$  à  $M'''$  sous la forme :

$$AM''' = AM + \mathbf{\Omega} \wedge AM, \quad (1.24)$$

où  $\mathbf{\Omega} = \alpha \mathbf{u} + \beta \mathbf{v} + \gamma \mathbf{w}$ . Le déplacement total du point  $M$  est donc la somme du vecteur translation et du déplacement associé à la rotation du solide :

$$\delta_M = \delta_A + MM'''. \quad (1.25)$$

La combinaison des deux relations (1.24) et (1.24) conduit à :

$$\delta_M = \delta_A + \mathbf{\Omega} \wedge AM. \quad (1.26)$$

Damak a développé dans [Dam96] une description des défauts géométriques des robots basée sur cette théorie de petits déplacements.

**Le modèle différentiel :** Prenons la transformation liant le repère  $R_{i-1}$  au repère  $R_i$  représentée par le produit de cinq transformations élémentaires définies à partir les paramètres  $\theta_i, d_i, a_i, \alpha_i$  et  $\beta_i$  :

$$T_i^{i-1} = Rot(z_{i-1}, \theta_i) \times Trans(z_{i-1}, d_i) \times Trans(x_i, a_i) \times Rot(x_i, \alpha_i) \times Rot(y_i, \beta_i). \quad (1.27)$$

Les petites variations des paramètres géométriques engendrent une déviation  $\Delta T_i^{i-1}$  comme illustré par l'équation (1.28) :

$$\Delta T_i^{i-1} = \frac{\partial T_i}{\partial \theta_i} \Delta \theta_i + \frac{\partial T_i}{\partial \alpha_i} \Delta \alpha_i + \frac{\partial T_i}{\partial a_i} \Delta a_i + \frac{\partial T_i}{\partial d_i} \Delta d_i. \quad (1.28)$$

$$\begin{aligned} \Delta T_i^{i-1} = & \begin{bmatrix} -s\theta_i & -c\theta_i c\alpha_i & c\theta_i s\alpha_i & -s\theta_i a_i \\ c\theta_i & s\theta_i c\alpha_i & s\theta_i s\alpha_i & c\theta_i a_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Delta \theta_i + \begin{bmatrix} 0 & s\theta_i s\alpha_i & s\theta_i c\alpha_i & 0 \\ 0 & -c\theta_i s\alpha_i & -c\theta_i c\alpha_i & 0 \\ 0 & c\alpha_i & -s\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Delta \alpha_i \\ & + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & c\theta_i \\ 0 & 0 & 0 & s\theta_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Delta a_i + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Delta d_i \quad (1.29) \end{aligned}$$

En appliquant l'hypothèse de petits déplacements, les erreurs sur les paramètres  $\theta_i, d_i, a_i, \alpha_i$  et  $\beta_i$  propres à la localisation du repère  $R_i$  relativement au repère  $R_{i-1}$ , engendrent des variations de position  $d_{n+1}$  et d'orientation  $\delta_{n+1}$  du repère  $R_{n+1}$  lié à l'organe terminal. Ces variations sont

données dans  $R_0$  par les relation suivantes :

$$d_{n+1} = (\Delta\theta_i \cdot \vec{z}_{i-1} \wedge L_{i-1,n+1}) + (\Delta d_i \cdot \vec{z}_{i-1}) + (\Delta a_i \cdot \vec{x}_i) \quad (1.30)$$

$$+ (\Delta\alpha_i \cdot \vec{x}_i \wedge L_{i,n+1}) + (\Delta\beta_i \cdot \vec{y}_i \wedge L_{i,n+1}),$$

$$\delta_{n+1} = (\Delta\theta_i \cdot \vec{z}_{i-1}) + (\Delta\alpha_i \cdot \vec{x}_i) + (\Delta\beta_i \cdot \vec{y}_i), \quad (1.31)$$

où  $L_{i-1,n+1}$  représente le vecteur exprimé dans le repère  $R_0$  liant le repère de base  $R_{i-1}$  au repère de l'organe terminal  $R_{n+1}$  (cf.figure1.12).

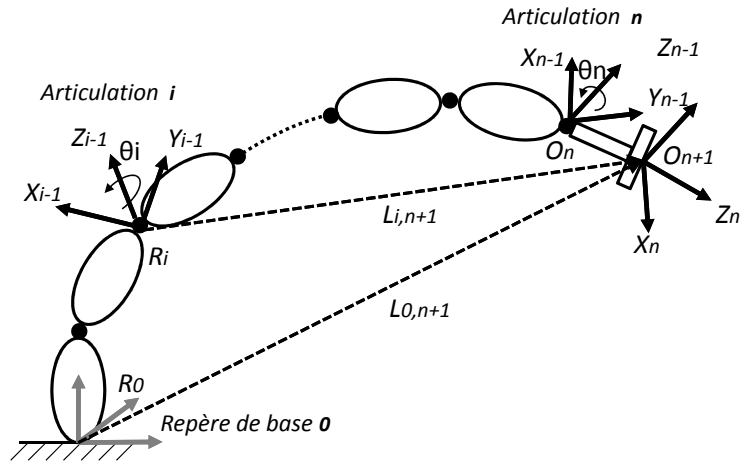


FIGURE 1.12 – Système du repérage

Pour une configuration articulaire  $i$ , si les erreurs de localisation de tous les repères sont prises en compte, alors les vecteurs traduisant les écarts de translation et de rotation résultants, projetés dans  $R_0$ , sont donnés par

$$d_{n+1}^i = \sum_{i=0}^{n+1} ((\Delta\theta_i \cdot \vec{z}_{i-1} \wedge L_{i-1,n+1}) + (\Delta d_i \cdot \vec{z}_{i-1}) + (\Delta a_i \cdot \vec{x}_i) \quad (1.32)$$

$$+ (\Delta\alpha_i \cdot \vec{x}_i \wedge L_{i,n+1}) + (\Delta\beta_i \cdot \vec{y}_i \wedge L_{i,n+1})),$$

$$\delta_{n+1}^i = \sum_{i=0}^{n+1} ((\Delta\theta_i \cdot \vec{z}_{i-1}) + (\Delta\alpha_i \cdot \vec{x}_i) + (\Delta\beta_i \cdot \vec{y}_i)). \quad (1.33)$$

Soit sous la forme matricielle



$$\begin{bmatrix} \mathbf{d}_{n+1} \\ \delta_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{\theta 1} J_{d1} J_{a1} \cdots J_{\alpha_{n+1}} J_{\beta_{n+1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta 1 \\ \Delta d 1 \\ \Delta a 1 \\ \vdots \\ \Delta\alpha_{n+1} \\ \Delta\beta_{n+1} \end{bmatrix}. \quad (1.34)$$

Ce système permet de déterminer l'influence des variations des paramètres géométrique sur la pose de l'organe terminal. Il peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\Delta X = J \Delta \zeta, \quad (1.35)$$

où  $\Delta X = (d_{n+1} \ \delta_{n+1})^T$ . Le vecteur  $d_{n+1}$  caractérise les variations en translation de l'origine  $O_{n+1}$  et  $\delta_{n+1}$  est le vecteur de variation en rotation du repère  $R_{n+1}$ . La matrice  $J$  de dimensions  $6 \times N_{par}$  est la matrice jacobienne généralisée. Le vecteur  $\Delta \zeta$  de dimensions  $N_{par}$  est le vecteur des petites variations des paramètres géométriques.

### 1.5.3 Identification

Considérons le robot nominal, noté A et le robot B considéré comme le robot réel. Le robot A est représenté mathématiquement par le modèle et les paramètres du concepteur. Les paramètres de B sont légèrement différents des ceux de A. Cette différence est due aux tolérances de fabrication, d'assemblage et d'usure des composants du robot. Dans l'étape d'identification, nous utilisons le modèle du robot A et nous effectuons les mesures sur la structure du robot B afin de déterminer le modèle mathématique réel de B [Jun96]. Nous notons  $\zeta$  le vecteur dont les composantes sont les paramètres représentant la structure du robot. Ainsi,  $\zeta_a$  et  $\zeta_b$  sont les paramètres de A et B respectivement. Soit  $X$  un robot, alors sa pose s'écrit :

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ \mathbf{r} \end{bmatrix} = f(\zeta, \mathbf{q}), \quad (1.36)$$

où  $\mathbf{p}$  est le vecteur de position et  $\mathbf{r}$  est le vecteur d'orientation de l'organe terminal,  $\mathbf{q}$  désigne le vecteur des positions articulaires. Ainsi, les poses de A et B s'écrivent :

$$\mathbf{X}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_a \\ \mathbf{r}_a \end{bmatrix} = f(\zeta_a, \mathbf{q}), \quad (1.37)$$

$$\mathbf{X}_b = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_b \\ \mathbf{r}_b \end{bmatrix} = f(\zeta_b, \mathbf{q}). \quad (1.38)$$

Pour la phase d'identification, nous utilisons le modèle du robot et les mesures effectuées sur la pose  $\mathbf{X}_b$  et la position articulaire  $\mathbf{q}$  pour déterminer les paramètres de B,  $\zeta_b$ . Réécrivons l'équation

(1.35), qui est une linéarisation en appliquant une approximation au premier ordre en séries de Taylor, pour les robots A et B :

$$\mathbf{X}_b = \mathbf{X}_a + \frac{\partial \mathbf{X}_a}{\partial \zeta_a} \cdot \Delta \zeta_a, \quad (1.39)$$

$$\mathbf{X}_b = \mathbf{X}_a + J \cdot \Delta \zeta_a, \quad (1.40)$$

où  $\mathbf{X}_b$  est la pose mesurée,  $\mathbf{X}_a$  est la pose commandée (nominale),  $\zeta_a$  est le vecteur des paramètres nominaux,  $\Delta \zeta_a$  est le vecteur des erreurs des paramètres,  $J$  est la matrice jacobienne. Les erreurs des paramètres sont déterminées par la résolution de l'équation (1.39) :

$$\Delta \mathbf{X} = J \cdot \Delta \zeta_a \quad (1.41)$$

où  $\Delta \mathbf{X}$  est l'erreur sur la pose.

L'équation (1.41) peut être résolue par la méthode des moindres carrés linéaires. Cette méthode minimise la somme des carrés des erreurs de pose :

$$\Delta \zeta_a = (J \cdot J)^{-1} \cdot J^T \Delta \mathbf{X}. \quad (1.42)$$

Cette solution linéarisée donne une solution locale de  $\Delta \zeta_a$ . Cette solution peut être optimisée par une itération, où la valeur de  $\Delta \zeta_a$  est utilisée pour calculer une nouvelle valeur comme suit :

$$\zeta_a^{\text{nouveau}} = \zeta_a^{\text{ancien}} + \Delta \zeta_a. \quad (1.43)$$

La mise à jour de la valeur des paramètres est utilisée de nouveau dans l'algorithme d'identification. L'itération peut être répétée jusqu'à ce qu'un critère d'arrêt soit satisfait.

## 1.6 Correction des erreurs géométriques

Les paramètres affichés dans la table 1.4 représentent les dimensions géométriques théoriques d'un robot Stäubli RX 170 BH. La calibration géométrique du robot montre que ces paramètres ne sont pas exacts (voir table 1.5). La différence entre les valeurs théoriques fournies par le fabricant et les valeurs réelles identifiées par la calibration est due aux tolérances de fabrication et d'assemblage. Ainsi, le robot n'est plus considéré à géométrie simple. En effet, initialement la plupart des distances  $d_i$  et  $r_i$  étaient nulles et les angles  $\alpha_i$  égaux à 0 ou  $\pi/2$ .

	$d[mm]$	$a[mm]$	$\alpha[deg]$	$\theta[deg]$	$\beta$
1	0	99,587	-89,9589	$q_1$	0
2	71,520	851,023	-0,0005	$q_2$	-0,1086
3	0	-0,708	90,0147	$q_3$	0
4	750,002	-0,204	-89,9874	$q_4$	0
5	0	0	89,9933	$q_5$	0
6	135	0	0	$q_6$	0

TABLE 1.5 – Paramètres géométriques pour notre robot Stäubli 170 BH après calibration

### 1.6.1 Résolution du MGI par une méthode itérative

Comme montré dans (§1.4.1), le modèle géométrique inverse est analytiquement exprimable pour un robot à géométrie simple. La calibration peut produire un robot non solvable analytiquement. Par exemple, dans le cas d'un robot poly-articulé avec un poignet sphérique, il se peut que les axes du poignet ne se croisent pas en un point [KD04]. La solution analytique du robot nominal peut servir après la calibration pour calculer une première solution pour résoudre le modèle inverse par méthodes itératives.

Khalil et Dombre proposent dans [KD04] une méthode itérative pour résoudre le problème de modèle géométrique inverse. Ils exploitent dans cette méthode la solution analytique pour calculer la solution initiale  $\mathbf{q}_0$ . Ensuite la pose du robot  $\mathbf{X}_0$  est calculée par le modèle géométrique direct réel. Ce modèle intègre tous les paramètres issus de la calibration de robot. On note l'erreur de pose par  $\Delta\mathbf{X} = \mathbf{X}_0 - \mathbf{X}_d$ , où  $\mathbf{X}_d$  est la pose désirée. La correction de la pose est effectuée dans l'espace articulaire en calculant le vecteur  $\Delta\mathbf{q}$  à partir de la relation  $\Delta\mathbf{q} = \mathbf{J}^{-1}\Delta\mathbf{X}$ . La nouvelle position articulaire  $\mathbf{q} = \mathbf{q} + \Delta\mathbf{q}$  est utilisée pour calculer la nouvelle pose de robot. Ces étapes peuvent se répéter jusqu'à ce que  $\Delta\mathbf{X}$  devienne très petit. Une autre méthode itérative est proposée dans [Jud90]. Les deux modèles, inverse nominal et direct réel, sont également utilisés. Dans cette méthode, la correction de l'erreur de pose est effectuée en réglant la pose actuelle en mettant à jour la position articulaire  $q$  calculée par le modèle inverse analytique et en calculant la nouvelle pose à partir du modèle réel du robot. Le réglage de la pose est défini comme suit :  $\mathbf{X}_{i+1} = \mathbf{X}_{i-1}(\mathbf{X}_i)^{-1}\mathbf{X}_d$ .

Une méthode similaire à ces deux méthodes est appliquée dans ce travail pour calculer le modèle inverse du robot. Le schéma représentant cette méthode est montré dans la figure 1.13. Dans la première étape la position réelle du robot est calculée. Dans l'étape (2), on effectue des corrections de la position autour de la position calculée dans l'étape (1) de façon itérative jusqu'à satisfaire une condition d'arrêt ( $d\mathbf{X}_i < \epsilon$ ). Le vecteur des positions articulaires  $\mathbf{q}_i$  correspondant à cet  $\epsilon$  est alors la solution de ce modèle.

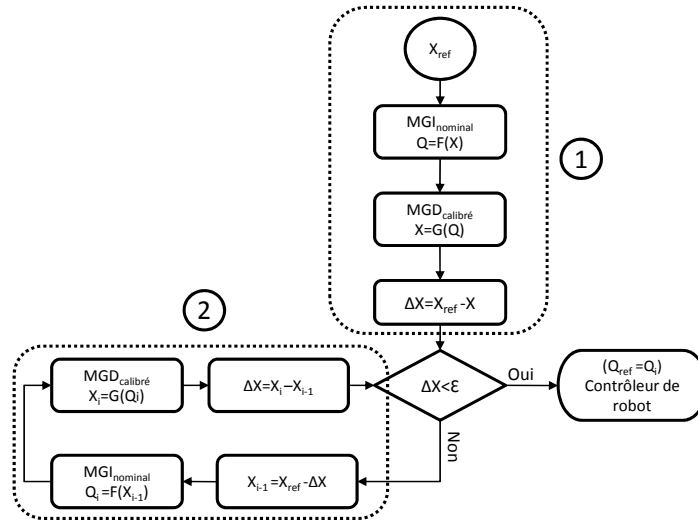


FIGURE 1.13 – Calcul de modèle inverse par une méthode itérative

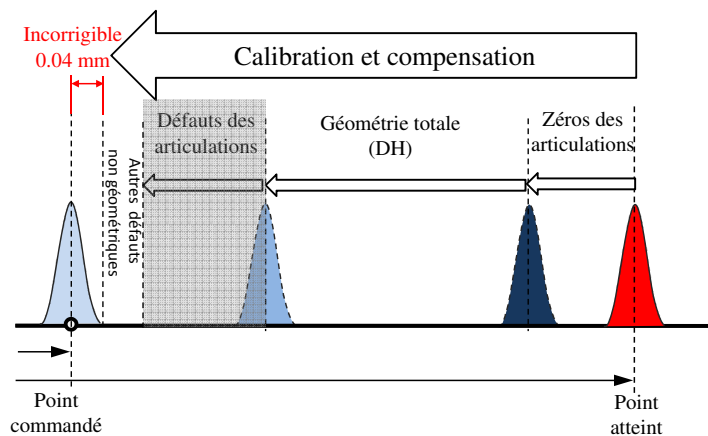


FIGURE 1.14 – Calibration et compensation des robots poly-articulés

## 1.7 Les limites de la compensation

Nous avons montré dans ce chapitre le principe de la calibration géométrique pour un robot poly-articulé. Comme nous avons mentionné précédemment, dans le cadre du travail de l'équipe, la calibration géométrique du robot avait été réalisée. Les nouveaux paramètres géométriques, ainsi les nouveaux zéros des axes, ont été implémentés dans le contrôleur du robot. Le travail suivant dans cette thèse est donc basé sur le robot corrigé (calibré). Par conséquent, l'objectif est de corriger les défauts produits aux niveaux des articulations notamment les défauts des souplesses articulaires (chapitre 3) et les défauts de transmission du mouvement dans les réducteurs des axes (chapitre 4). La figure 1.14 met en évidence le principe de la calibration et de la compensation dont l'objectif

est de corriger la position atteinte afin de s'approcher au maximum de la position commandée. Il est à noter que la limite de la correction se trouve dans les défauts de nature aléatoire caractérisés par la répétabilité. Ces défauts sont impossibles à corriger par anticipation.

## 1.8 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, nous avons présenté les principales sources à l'origine de l'imprécision des robots industriels. Un bilan quantifiant la contribution de chacune de ses sources sur la précision globale a été réalisé pour deux robots anthropomorphes : un robot ACMA SR 400 et un robot plus récent le Stäubli RX 170 BH (démonstrateur employé dans l'étude). Ce bilan souligne l'importance des erreurs géométriques sur la précision absolue du robot. Il montre aussi l'effet des erreurs induites par les souplesses des articulations qui viennent en seconde position, suivi de la contribution des défauts angulaires (quelques 1/10 de millimètre). Une calibration géométrique fine a permis de réduire l'influence de la première source d'erreur. La réduction des erreurs induites par les souplesses articulaires fera l'objet du chapitre 3. Une identification et une compensation des défauts angulaires induits par les irrégularités des réducteurs d'axes seront détaillées dans le chapitre 4. Ce chapitre ne traite pas la compensation des effets thermiques et d'autres sources de déformation liés aux bras du robot.



## Chapitre 2

# Planification de trajectoires adaptées à l'usinage par robot

### 2.1 Introduction au problème de planification de mouvement

La planification de trajectoires d'un objet mobile consiste à déterminer son mouvement dans l'espace. Le problème de la planification de trajectoires peut être décomposé en deux sous problèmes :

- la planification du trajet géométrique (*Path* en anglais) que le mobile doit suivre pour réaliser une tâche spécifiée
- la génération de la loi de mouvement (loi de vitesse) sur le trajet géométrique désiré.

Les trajectoires peuvent de même être classées en fonction de la tâche à effectuer en trois catégories(cf.figure 2.1) [KD04] :

- Trajectoire libre entre deux points (mouvement de type point/point). Dans ce cas, le mobile doit se déplacer d'une position de départ à une position finale, sans contraintes sur le chemin à parcourir
- Trajectoire via une séquence de positions intermédiaires entre la position initiale et la position finale (points de passage), avec libre parcours entre chacune des positions intermédiaires.
- Trajectoire imposée. Dans le cas de procédés continus la position et généralement la vitesse de l'objet mobile sont spécifiées à chaque instant

Dans le cas de trajectoires libres, il n'y a pas de contrainte sur le mouvement entre les positions initiale et finale. Par exemple, le mouvement d'un robot mobile pour atteindre une position spécifiée, dans un environnement mal connu, s'adapte afin d'éviter les obstacles qu'il peut rencontrer. Pour certaines tâches, un robot manipulateur doit effectuer un mouvement d'une position de départ à une position finale en passant par une séquence de positions intermédiaires, par exemple pour les opérations de peinture et de soudage.

Pour ces deux catégories de mouvement, la loi de mouvement se doit de respecter les contraintes cinématiques induites par les différentes chaînes cinématiques du système. Ces contraintes se tra-

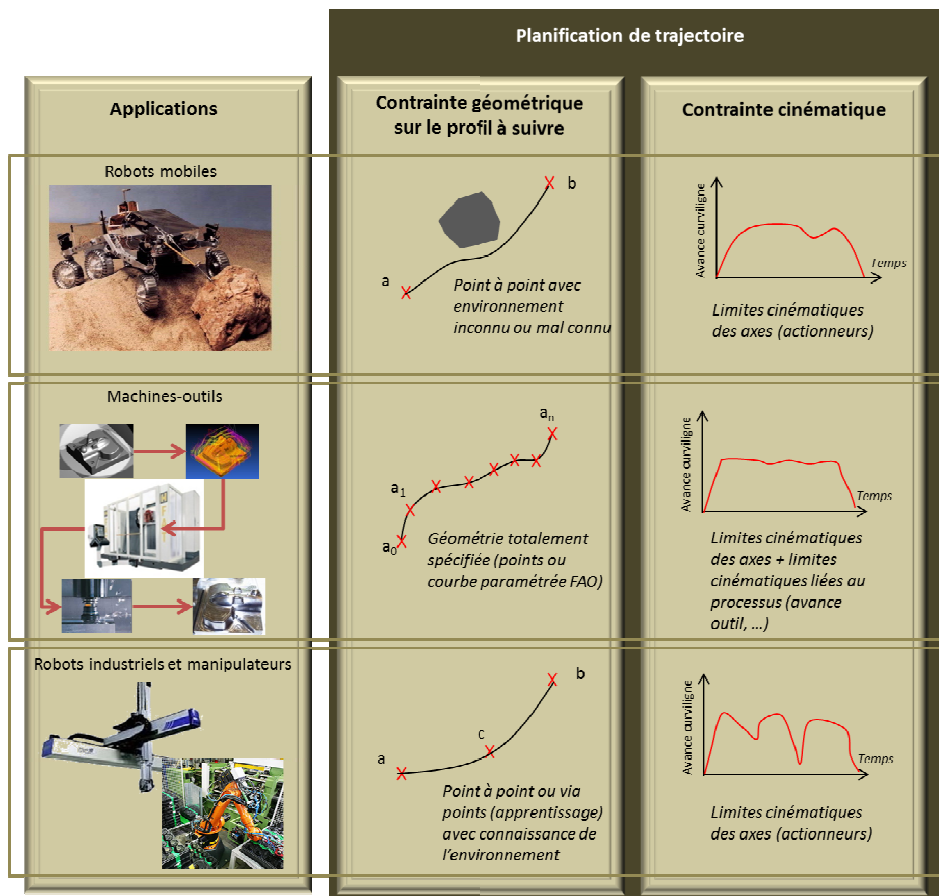


FIGURE 2.1 – Le problème de planification de trajectoire

duisent classiquement par la mise en œuvre de limitations cinématiques de type vitesse et accélération maximale pour chaque actionneur. Dans le cas d'un usinage continu, la géométrie à suivre par l'outil de coupe est totalement imposée par la définition numérique (CAO/FAO) de la pièce à usiner. L'avance de l'outil, quant à elle, doit respecter des contraintes cinématiques afin de garantir des conditions de coupe optimale et donc un état de surface attendu. Ces contraintes cinématiques sur l'avance de l'outil viennent ainsi s'ajouter aux contraintes cinématiques sur chaque actionneur. Généralement, la loi de mouvement pour ce type d'application se doit de garantir l'avance " la plus constante " possible. Les travaux développés dans ce chapitre se situent dans ce contexte particulier de la planification de trajectoires sous contraintes géométriques.

Nous introduirons tout d'abord les deux aspects du problème de la planification de trajectoires : l'interpolation géométrique et la génération de loi de mouvement. Une méthode de planification de trajectoire dans l'espace articulaire sera détaillée ensuite. Cette méthode démontre la nécessité de développer une adaptation pour l'application d'usinage. Finalement, nous présentons une méthode de planification de trajectoire pour un robot manipulateur adaptée aux applications d'usinage à grande vitesse.



## 2.2 Interpolation géométrique

On entend par *interpolation géométrique* la description sous forme de fonctions mathématiques de la géométrie de référence que doit suivre l'effecteur de la machine. Les domaines de la machine-outil et de la robotique sont historiquement, de par leurs applications distinctes, différentes dans leurs approches. La chaîne numérique de traitement de la forme à réaliser est aujourd'hui pleinement exploitée pour les machines-outils. Les fichiers de description réalisés par CAO sont transformés en parcours d'outil et stratégies d'usinage associées par un logiciel de FAO, puis finalement traduits par un post processeur, dans un langage compréhensible par la Commande Numérique de la machine. Ce programme pièce contient une traduction des parcours à réaliser sous la forme de courbes mathématiques. Ces courbes sont classiquement obtenues par interpolation linéaire et circulaire, ou plus récemment par interpolation paramétrique sous la forme de polynômes par morceaux. Pour la majorité des applications robotiques, les trajets suivis par l'effecteur sont encore largement obtenus par apprentissage. L'opérateur "apprend" manuellement l'ensemble des points de passage des trajets désirés. La programmation des trajectoires robot par une CAO robotique s'est développée depuis le début des années 80 et a donné naissance à ce qu'on appelle aujourd'hui la Programmation Hors Ligne des robots (PHL).

### 2.2.1 Interpolation classique : linéaire et circulaire

Le mouvement de l'outil de coupe dans les machines outil à commande numérique (MOCN) est réalisé en injectant une séquence de points de référence générés entre un point initial et un point final, représentant la trajectoire souhaitée, dans le système d'asservissement. Le processus de génération de cette séquence est appelé interpolation [EA01]. Classiquement, il existe deux techniques d'interpolation dans les contrôleurs des MOCNs : linéaire et circulaire (cf.figure 2.2). L'interpolation linéaire permet d'effectuer un mouvement sur une droite reliant la position initiale  $R_s$  à la position finale  $R_e$ , alors que le trajet de l'outil dans le cas d'une interpolation circulaire est un arc de cercle entre les deux points  $R_s$  et  $R_e$ . L'interpolateur de la MOCN calcule en temps réel les points de références  $R_k = R_{k-1} + \Delta S_k$  pour chaque pas d'échantillonnage  $T_s$  en fonction de  $F_k$ , la vitesse d'avance désirée ( $\Delta S_k = F_k.T_s$ ).

Ainsi, la trajectoire de l'outil de coupe est classiquement représentée par un ensemble de segments linéaires et/ou circulaires. Ce type d'interpolation demeure largement répandu de part sa facilité de mise en œuvre et conjointement de part le faible niveau de calcul nécessaire. Cependant, cette interpolation possède plusieurs inconvénients :

- elle produit des profils avec une continuité en  $C^0$ . Cette discontinuité oblige le système à ralentir le mouvement ou à s'arrêter pour éviter les échelons d'accélération sur les axes qui excitent la structure mécanique et dégradent la précision. Ainsi, l'avance de l'outil n'est pas toujours optimale.
- le compromis précision (erreur chordale/temps) est difficilement maîtrisable. Les logiciels de CAO donnent de plus en plus de liberté au concepteur pour produire des formes plus

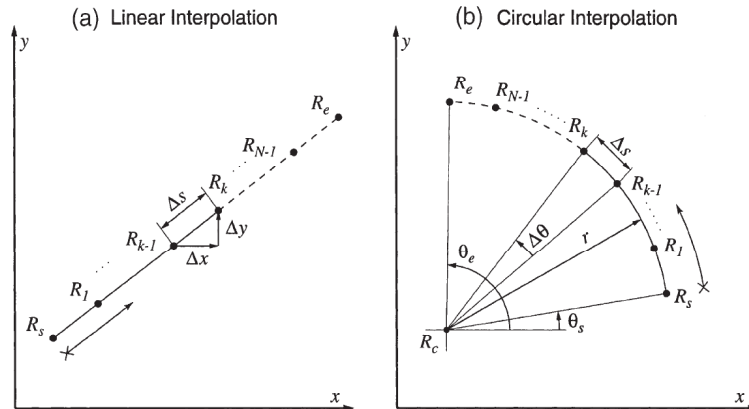


FIGURE 2.2 – Interpolation classique [EA01]

complexes en intégrant des courbes paramétriques comme les courbes de Bezier, B-Spline ou NURBS. L'interpolation linéaire/circulaire ne permet pas de représenter ce type de courbes qu'au prix d'une discrétisation très fine et donc d'un grand nombre de points de passage (cf figure 2.3).

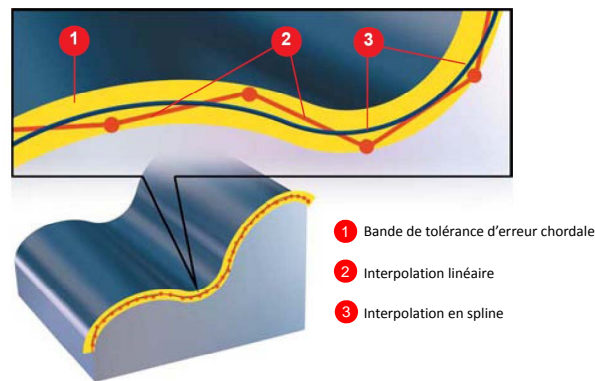


FIGURE 2.3 – Interpolations : en spline et linéaire [SIE04]

### 2.2.2 Interpolation par spline

Les logiciels de CAO donnent de plus en plus de liberté au concepteur pour produire des formes complexes via l'utilisation des courbes paramétriques comme les courbes de Bézier, B-Spline ou Nurbs.

Soient  $P_1, \dots, P_n$  points de passage du plan donné. Pour le problème de génération du parcours d'outil, il est préférable d'interpoler ces points de passage, représentant le trajet souhaité, par des courbes continues de classe  $C^2$ . Ces courbes doivent préserver la forme exigée par le concepteur. Les splines polynomiales qui caractérisent des courbes polynomiales par morceaux sont très intéressantes pour répondre à ce problème d'interpolation. Elles admettent diverses propriétés comme par exemple :

- la capacité à se conformer à des formes complexes par ajustement de la courbe via ses points de contrôle, tout en assurant une continuité  $C^k$  ( $k \geq 1$ ) entre les segments,
- une complexité des calculs linéaire avec le degré de la courbe via l'utilisation de l'algorithme d'Hörner. Ce point peut être utile dans le cas de l'utilisation en ligne de ces splines polynomiales.

Généralement, depuis Schoenberg [Sho46] en 1946, les splines polynomiales interpolantes utilisées sont les splines cubiques obtenues par la minimisation de la norme  $L_2$  de leur dérivée seconde i.e.

$$\min_{T_1, T_2, \dots, T_n} \int_0^1 \|P''(u)\|_2 du,$$

où  $P(u)$  est une spline cubique paramétrique de paramètre  $u$ , qui varie entre 0 et 1 sans perte de généralité, interpolant des points imposés. Les paramètres de la minimisation concernent les valeurs des dérivées  $T_i$  pour  $i = 1, \dots, n$  en chacun de ces points  $P_i$ . Ces splines présentent l'avantage d'admettre par construction un raccord  $C^2$  aux points  $P_i$  pour  $i = 2, \dots, n - 1$  et un algorithme de résolution linéaire [Lau72].

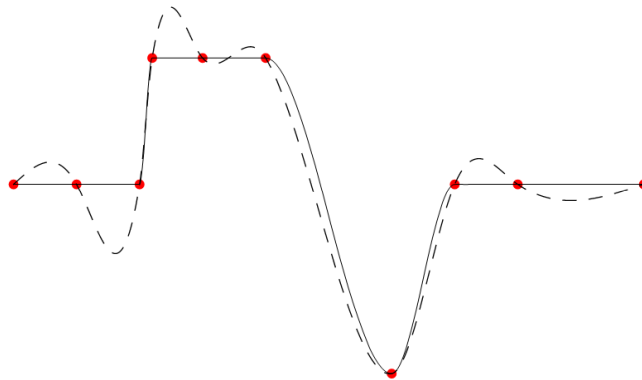


FIGURE 2.4 – Spline  $L_2$  (linge pointillée) versus spline  $L_1$  (trait continu) [NGA11]

Cependant, comme le montre la figure 2.4 ces splines  $L_2$  ne préservent pas toujours la forme du polygone associé aux points à interpoler ; polygone que l'on souhaite d'ailleurs régulariser pour bâtir des trajectoires ne présentant aucune discontinuité de courbure. En effet, il peut se présenter des oscillations non physiques en des points de passage admettant des changements brusques au niveau de coordonnées successives. Des travaux récents, initiés par J. Lavery ([Lav00b], [Lav00a],[WFL07],[Lav09]) et Ph. Auquier ([AGN07a], [AGN07b]) montrent que les splines polynomiales obtenues en minimisant la norme  $L_1$  de leur dérivée seconde i.e.

$$\min_{T_1, T_2, \dots, T_n} \int_0^1 \|P''(u)\|_1 du,$$

présentent, contrairement aux splines minimisant la norme  $L_2$ , de meilleures caractéristiques en ce qui concerne la préservation de la forme, notamment lors d'un changement brutal d'amplitude des données (cf.figure 2.4).

Ces splines polynomiale en norme  $L_1$  conduisent à la résolution d'un problème de minimisation d'une fonctionnelle convexe non linéaire suivante :

$$\sum_{i=1}^{n-1} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \left\| \Delta T_i + 6t(T_{i+1} + T_i - \frac{2}{\Delta u_i} \Delta P_i) \right\|_1 dt + \varepsilon \sum_{i=1}^n \|T_i\|_1$$

où les  $u_1 < u_2 < \dots < u_n$  sont les abscisses associés à chacun des points  $P_i$  et  $\Delta P_i = P_{i+1} - P_i$ . Le terme  $\sum_{i=1}^n \|T_i\|_1$  pondéré par le coefficient  $\varepsilon$  permet de sélectionner, quand ce minimum n'est pas unique, des dérivées ayant la norme la plus petite. Une résolution approchée a été introduite via la discrétisation des intégrales. Cette résolution est ainsi calculée par l'utilisation d'un algorithme de point intérieur nommé primal-affine introduit par Vanderbei, Meketon et Freedman (cf. [Van01],[Van89]).

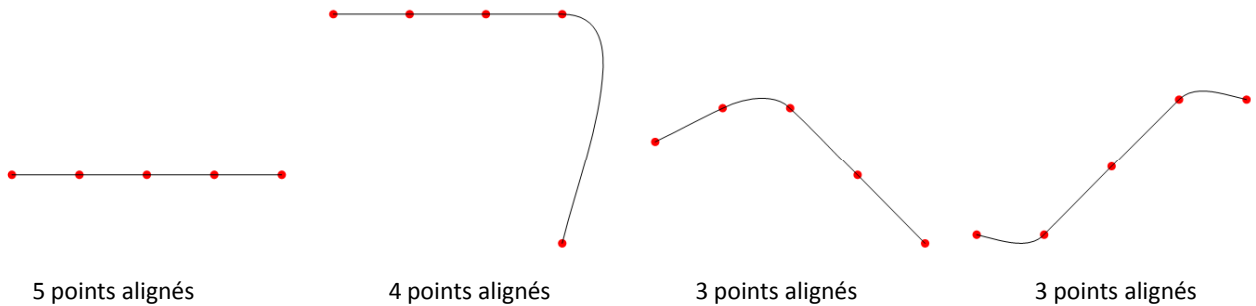


FIGURE 2.5 – Interpolation en  $L_1C^1$  sur 5 points [NGA11].

Eric Nyiri dans [NGA11] a développé une approche originale, par une méthode à fenêtre glissante de minimisation locale, permettant de calculer une solution exacte à ce problème de minimisation. Un fait remarquable est que la complexité du calcul devient alors linéaire avec le nombre de points à interpoler. De plus, cette méthode permet de préserver la forme des données, les alignements et la convexité (cf.figure2.5) et de calculer, avec une complexité linéaire, des splines présentant des régularités de raccord de type  $C^k$  avec  $k \geq 1$ . Ainsi, il est possible d'obtenir par cette méthode des splines dont la variation des courbures est bien maîtrisée (cf.figure2.6). Ce point est important afin de définir des trajectoires qui ne vont pas "trop exciter" les axes du robot. Nous avons appliqué cette méthode d'interpolation géométrique exploitant la norme  $L_1$  pour la planification des trajectoires de robots dans l'espace opérationnel. Nous détaillons plus loin dans ce chapitre les résultats de cette méthode. Ce travail a fait l'objet d'un article de conférence [OBNG10] pour la génération de trajectoires pour robot usinant.

## 2.3 Généralités sur les lois de mouvement

Pour effectuer un mouvement d'une position initiale à une position finale, il existe une infinité de façon de se déplacer, et par conséquent une infinité de fonctions mathématiques pour paramétrer

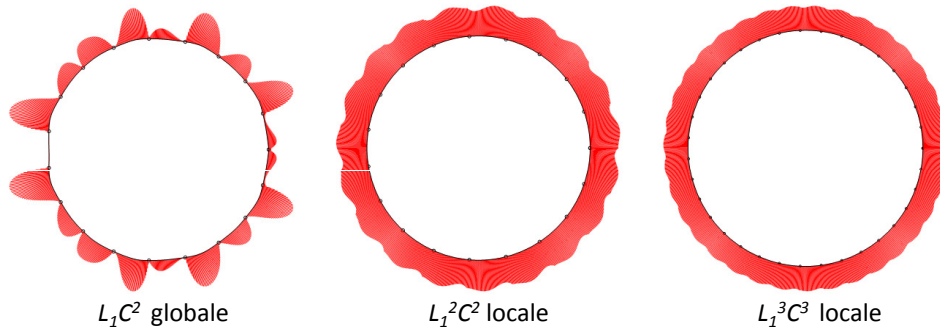


FIGURE 2.6 – La courbure des différentes splines  $L_1$  sur une série fermée de 20 points d'un cercle [NGA11].

la loi de mouvement. La loi de mouvement choisie doit classiquement satisfaire plusieurs propriétés :

1. elle doit disposer au moins d'une phase d'accélération et d'une phase de décélération ;
2. elle doit être suffisamment paramétrable pour décrire toutes les longueurs de déplacement possibles sans dégénérescence excessive de sa forme (donc de ses propriétés) ;
3. elle doit potentiellement avoir la capacité de limiter les vibrations du système (continuité suffisante).

### 2.3.1 Lois de mouvement classiques

#### 2.3.1.1 Loi Bang-Bang

Les lois bang-bang doivent leur appellation à leur principe d'élaboration qui consiste à saturer la variable de commande du système, ou une de ses dérivées, en commutant un certain nombre de fois du niveau maximal au niveau minimal autorisé, figure (2.7). La loi de mouvement résultante en position est donc composée d'une succession de courbes que l'on peut exprimer sous la forme d'une fonction polynomiale par morceaux (spline) [Tut97].

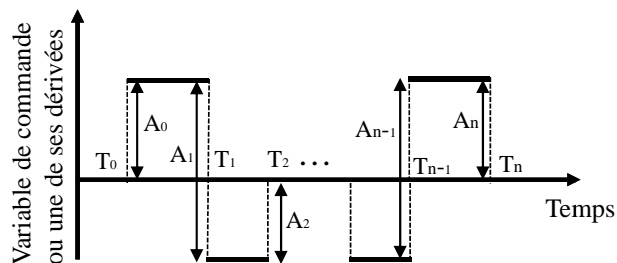


FIGURE 2.7 – Définition générique d'une loi de mouvement bang-bang

**Bang-Bang en Accélération :** La commande en temps optimal repose sur le principe du bang-bang. Pour déplacer un système d'une position initiale à une position finale en temps minimum, il

est nécessaire d'utiliser à tout instant le maximum de puissance disponible, i.e. saturer les actionneurs (loi bang-bang)[Bea05]. Elle se compose généralement de trois phases : accélération, vitesse constante (croisière), décélération (figure 2.8). Les contraintes sont : accélération (décélération) maximale, vitesse max. Cette loi permet d'imposer les vitesses et les accélérations en fonction de la capacité de l'actionneur.

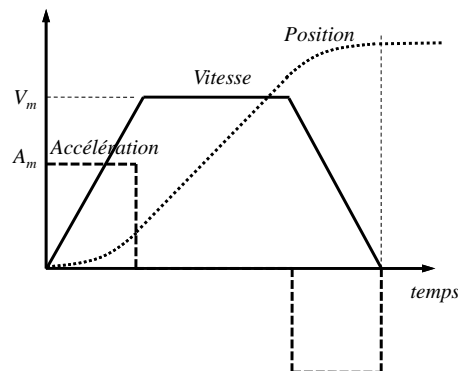


FIGURE 2.8 – Loi du mouvement Bang-Bang en accélération

Cette loi peut être générée par un segment linéaire (phase de vitesse constante) connecté à deux segments paraboliques au début et à la fin de la trajectoire pour les phases d'accélération de décélération(figure 2.9). La trajectoire générée dans ce cas est continue en position et en vitesse. L'accélération sur les segments paraboliques est constante pour produire un changement de vitesse doux. Afin de construire cette trajectoire, nous supposons que les deux segments paraboliques ont la même durée, par conséquent les capacités d'accélération et de décélération sont prises égales. La vitesse à la fin du segment parabolique doit être égale à la vitesse de la partie linéaire, et ainsi nous avons [Cra89] :

$$\ddot{q} \cdot t_b = \frac{q_h - q_b}{t_h - t_b}, \quad (2.1)$$

où  $q_b$  est la valeur de  $q$  à la fin du segment parabolique,  $\ddot{q}$  est l'accélération sur ce segment et  $t_b$  est la durée de la phase d'accélération. La valeur de  $q_b$  est donnée par :

$$q_b = q_i + \frac{1}{2} \ddot{q} t_b^2. \quad (2.2)$$

où  $q_i$  est la position initiale. A partir de (2.1) et (2.2) et  $t_f = 2t_b$ , nous obtenons :

$$\ddot{q} t_b^2 - \ddot{q} t t_b + (q_f - q_i) = 0 \quad (2.3)$$

où  $t_f$  est la durée désiré du mouvement. Etant donnée  $q_f$ ,  $q_0$  et  $t_f$  nous pouvons suivre les trajectoires données par le choix de  $\ddot{q}$  et  $t_b$  qui satisfaitent (2.3).

Habituellement, une accélération  $\ddot{q}$  est choisie, et l'équation (2.3) est résolue pour  $t_b$  correspondant. En résolvant l'équation (2.3) pour trouver  $t_b$  nous obtenons :

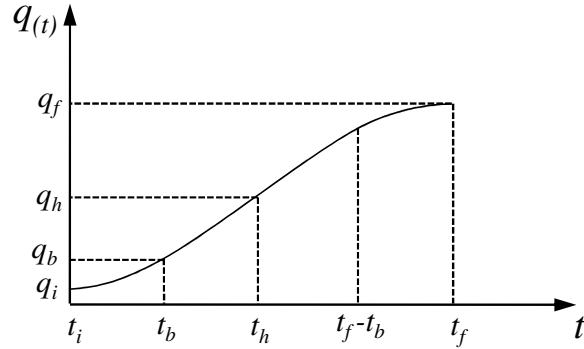


FIGURE 2.9 – Trajectoire à accélération limitée

$$t_b = \frac{t}{2} - \frac{\sqrt{\ddot{q}^2 t^2 - 4\ddot{q}(q_f - q_0)}}{2\ddot{q}}. \quad (2.4)$$

Le contrainte sur l'accélération utilisée sur les segments paraboliques est :

$$\ddot{q} \geq \frac{4(q_f - q_0)}{t^2}. \quad (2.5)$$

Dans le cas de l'égalité de l'équation (2.5) la partie linéaire est réduite à zéro et la trajectoire est composée de deux segments paraboliques.

Intuitivement, le degré d'excitation des modes vibratoires du robot sera directement lié à l'ordre de la régularité de la loi de mouvement. Cette loi provoque de fortes discontinuités d'accélération que les axes du robot ne peuvent physiquement suivre. Il peut alors se produire une excitation vibratoire élevée de certains axes ou de la structure complète du robot au cours du mouvement. Afin de réduire les vibrations de l'organe terminal, on ajoute aujourd'hui classiquement une contrainte sur la dérivé de l'accélération (le jerk) [HWM<sup>+</sup>07].

**Bang-Bang en jerk** En fixant la valeur de variation de l'accélération nous obtenons une loi de mouvement à jerk limité. Cette loi garanti un mouvement plus doux par rapport à celle à accélération limitée.

D'un point de vue pratique, une valeur excessive de jerk conduit à l'excitation des vibrations dans la structure de la machine, elle accélère l'usure des éléments de transmission et détériore la précision d'usinage [DFS07]. Dans [BBBD05] les auteurs montrent que le réglage de la valeur maximale du jerk permet dans certains cas d'annuler les vibrations résiduelles.

La loi de mouvement à jerk limité est une succession de rampes et de paliers d'accélération :

$$\ddot{x}_{ref}(t) = \begin{cases} J.t & 0 \leq t < T_j \\ A & T_j \leq t < T_a + T_j \\ A - J.t & T_a + T_j \leq t < T_a + 2T_j \\ 0 & T_a + 2T_j \leq t < T_a + 2T_j + T_v \\ -J.t & T_a + 2T_j + T_v \leq t < T_a + 3T_j + T_v \\ -A & T_a + 3T_j + T_v \leq t < 2T_a + 3T_j + T_v \\ A + J.t & 2T_a + 3T_j + T_v \leq t < 2T_a + 4T_j + T_v \\ 0 & 2T_a + 4T_j + T_v \leq t \end{cases} \quad (2.6)$$

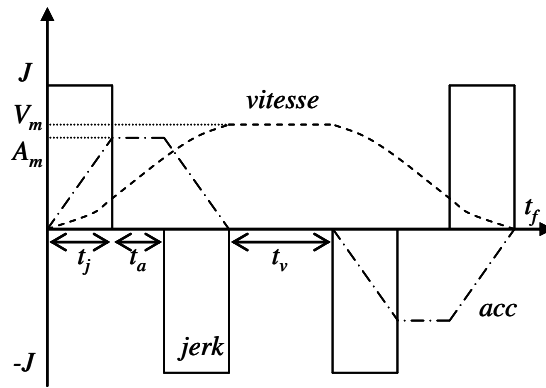


FIGURE 2.10 – Loi du mouvement bang-bang en jerk

La contrainte en jerk représente un degré supplémentaire qui peut permettre d’annuler les vibrations résiduelles via une technique proche de l’”input shaping”.

### 2.3.1.2 lois polynomiales

**Polynômes cubiques** Une fonction polynomiale de degré trois de la forme (2.7) permet d’imposer les conditions initiales et finales de la position et de la vitesse entre les positions de départ et d’arrivée.

$$q(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3. \quad (2.7)$$

Les positions initiale  $q_0$  et finale  $q_f$  représentent les deux premières contraintes. Les deux autres sont les contraintes au niveau de la vitesse. Ces dernières sont nécessaires pour assurer la continuité du mouvement. Dans le cas d’un mouvement avec une vitesse nulle aux deux extrémités de la trajectoire (eq :2.8) :

$$\begin{aligned} q(0) &= q_0; q(t_f) = q_f, \\ \dot{q}(0) &= 0; \dot{q}(t_f) = 0, \end{aligned} \quad (2.8)$$

la vitesse et l’accélération le long de la trajectoire sont données par :



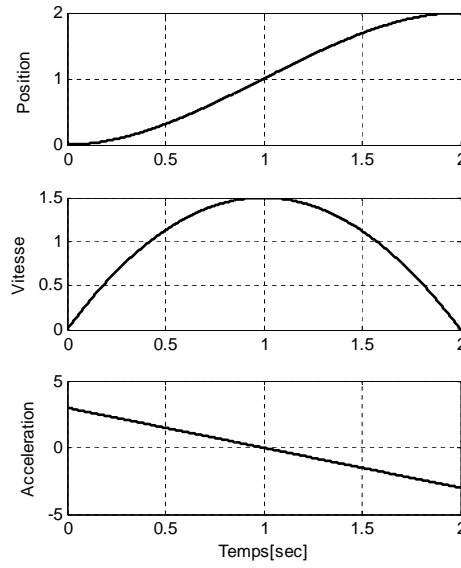


FIGURE 2.11 – Trajectoire en forme de polynôme cubique

$$\begin{aligned} \dot{q}(t) &= a_1 + 2a_2t + 3a_3t^2, \\ \ddot{q}(t) &= 2a_2 + 6a_3t. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Nous pouvons déduire à partir de ces quatre équations à quatre inconnus :

$$\begin{aligned} q_0 &= a_0, \\ q_f &= a_0 + 2a_1t_f + a_2t_f^2 + a_3t_f^3, \\ 0 &= a_1, \\ 0 &= a_1 + 2a_2t_f + 3a_3t_f^2. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Ainsi nous avons,

$$\begin{aligned} q_0 &= a_0; a_1 = 0, \\ a_2 &= \frac{3}{t_f^2}(q_f - q_0); a_3 = \frac{2}{t_f^3}(q_f - q_0). \end{aligned} \quad (2.11)$$

Cette loi est optimale par rapport à l'énergie dissipée par l'actionneur [SSVO09]. Par exemple pour entrainer un axe, dont l'inertie est  $I$ , d'une position initiale  $q_i$  à une position finale  $q_f$ , le couple moteur  $\tau$  est donné par :

$$\tau = I\ddot{q} \quad (2.12)$$

Le polynôme cubique (2.7) est la solution du problème de minimisation d'indice de performance :

$$\min \int_0^{t_f} \tau^2 dt, \quad (2.13)$$

sous la condition :

$$\int_0^{t_f} \omega(t) dt = q_f - q_i. \quad (2.14)$$

Les paramètres dans (2.11) nous permettent de calculer la loi de mouvement sous la forme d'un polynôme cubique (Eq :2.7). Le polynôme cubique ne permet pas d'imposer l'accélération au début et à la fin du mouvement. Pour ajouter ce degré de liberté, il faut augmenter l'ordre du polynôme utilisé. Dans le cas avec des contraintes sur l'accélération, un polynôme de degré cinq est suffisant.

**Polynômes quintique** Le polynôme quintique est donné par l'équation (2.15).

$$q(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4 + a_5t^5. \quad (2.15)$$

Les conditions aux limites sont données par :

$$\begin{aligned} q(0) &= 0; q(t_f) = q_f \\ \dot{q}(0) &= 0; \dot{q}(t_f) = v \\ \ddot{q}(0) &= 0; \ddot{q}(t_f) = 0 \end{aligned} \quad (2.16)$$

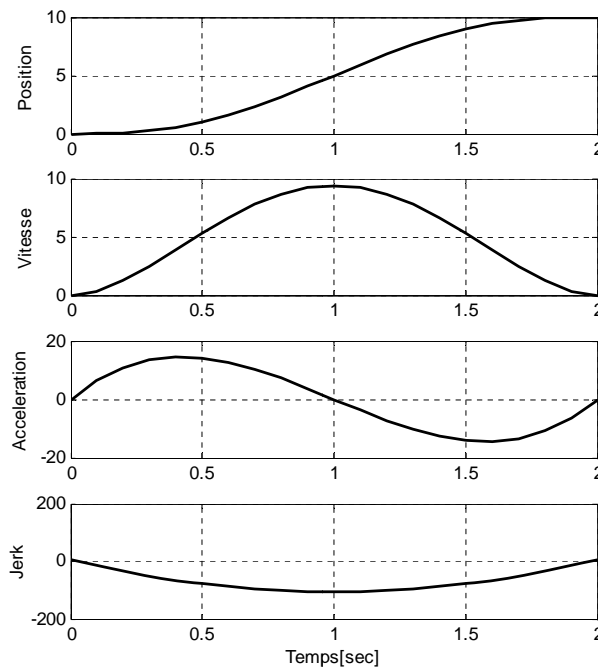


FIGURE 2.12 – Trajectoire en forme de polynôme quintique

Ainsi, on cherche le vecteur  $X$  solution de l'équation  $AX = B$  avec :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ t_f^5 & t_f^4 & t_f^3 & t_f^2 & t_f & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 5t_f^4 & 4t_f^3 & 3t_f^2 & 2t_f & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 20t_f^3 & 12t_f^2 & 6t_f & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ q_f \\ 0 \\ v \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} a_5 \\ a_4 \\ a_3 \\ a_2 \\ a_1 \\ a_0 \end{bmatrix},$$

Un polynôme quintique permet d'obtenir une loi douce similaire à celle du mouvement des articulations humaines [Har04]. Ce mouvement est appelé le mouvement à jerk minimum. Il permet de réduire l'excitation des modes propres. Ainsi, pour produire un profil à jerk minimum le problème peut se présenter sous la forme suivante : Trouver une fonction  $x_{ref}(t)$  qui minimise l'indice de performance :

$$J(x_{ref}(t)) = \frac{1}{2} \int_0^T \ddot{x}_{ref}(t), \quad (2.17)$$

où  $T$  est le temps d'exécution du mouvement.

### 2.3.2 A propos du choix de la loi de mouvement

Comme montré auparavant, il existe différents types de lois de mouvement. La détermination de la loi du mouvement lors de la génération de trajectoires peut être faite en fonction de plusieurs critères d'optimisation :

- **Optimalité en temps** : La loi à accélération limitée (bang-bang en accélération) est une loi optimale par rapport au temps. Ceci est vrai dans le cas de mouvement d'un système mécanique rigide. Par contre, si la structure mécanique du système intègre des éléments flexibles, cette optimalité peut ne pas être satisfaite en pratique à cause de l'excitation des modes propres de la structure. Ainsi, le temps de stabilisation à la fin du mouvement peut être important. Ce temps de stabilisation s'ajoute au temps total du cycle. Donc, dans le cas des machines flexibles un autre critère doit être appliqué pour minimiser les vibrations indésirables. Dans ce cas, la loi en bang-bang de jerk est privilégiée.
- **Optimalité en douceur** :  
Pour éviter l'excitation des modes propres des systèmes mécaniques il est possible d'utiliser des lois de mouvement douces type polynomiale ou sinusoïdale. Ce type de lois garantissent une continuité de la variable de commande (cf.figure 2.13), ce qui limite l'excitation de la structure mécanique. L'inconvénient principal de ces lois est de ne pas être optimales par rapport au temps [Bea05].
- **Optimalité en énergie** : la loi de mouvement peut être calculée en minimisant l'énergie consommée par les actionneurs de la machine (cf § 2.3.1.2).

D'autres critères pour la génération de loi de mouvement peuvent être utilisés.

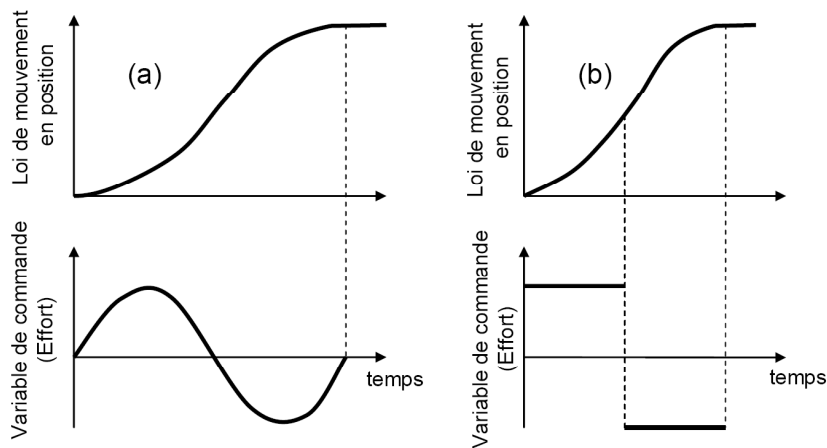


FIGURE 2.13 – Forme générique d’une loi de mouvement : (a) loi douce et (b) loi bang-bang.[Bea05]

**Technique d’input-shaping** La technique de mise en forme de l’entrée (input shaping) permet d’améliorer la précision par la réduction, voire l’annulation, des vibrations résiduelles. Le principe de cette technique repose sur le fait que les phénomènes vibratoires s’annulent naturellement lorsqu’ils sont de même amplitude mais opposés en phase, comme il est montré dans la figure 2.14.

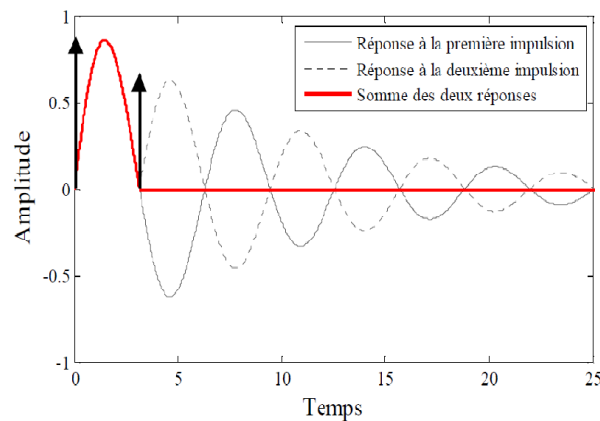


FIGURE 2.14 – Principe de la technique d’input-shaping

La mise en forme de l’entrée consiste à effectuer une convolution de la trajectoire de référence par une série d’impulsions (cf.figure 2.15). La connaissance des fréquences propres et des ratios d’amortissement permettent de déterminer les instants au cours desquels il faut appliquer les impulsions.

Dans le cas de loi de mouvement en bang-bang de jerk, la durée entre deux commutations (temps de jerk) doit être égale à un multiple de la période propre du mode de vibration [BBBD05].

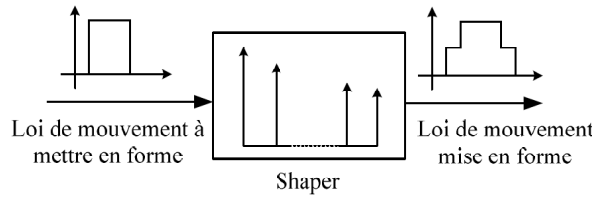


FIGURE 2.15 – Mise en forme d’une loi de mouvement

**Le temps de jerk** La technique de la mise en forme de l’entrée à été testée sur le démonstrateur. Le réglage de temps de jerk peut permettre d’annuler les vibrations résiduelles dues au mode dominant d’un axe.

Dans le cas d’une structure complexe, comme un robot en série le réglage du temps de jerk peut être effectué en fonction du mode dominant de vibration.

Plaçons nous dans le cas d’une rotation autour de l’axe 1 du robot, dans la configuration bras tendu. L’analyse modale montre un mode dominant autour de 6 Hz. Le temps de jerk a été calculé en fonction de cette valeur. Les mesures des vibrations résiduelles au niveau de l’organe terminal, montrent que le temps de jerk de 160 ms conduit à un mouvement sans vibrations résiduelles, (cf.figure 2.16).

Ce réglage du temps de jerk est efficace dans le cas d’un mouvement simple, comme dans l’exemple précédent avec un seul axe en action. Cependant, dans le cas général d’un mouvement de l’objet terminal dans lequel tous les axes du robot contribuent au mouvement, ce réglage n’est plus valide. En effet, dans le cas de mouvements coordonnés ou interpolés, le jerk maximal doit être identique sur chaque axes sous peine de détériorer la précision géométrique. Si un mode vibratoire domine la réponse du système, le réglage précédent permet tout de même de limiter le niveau vibratoire.

Une analyse modale a été effectuée sur le robot dans une configuration d’usinage (outil perpendiculaire sur la table d’usinage), (cf.figure2.16(b)). Cette analyse met en évidence un mode dominant dans la direction  $Y_{Robot}$  autour de 10 Hz. Pour annuler les vibrations résiduelles dues à ce mode, la valeur du temps de jerk doit être de 100 ms. Les courbes de la figure 2.16 montrent l’influence de la valeur du temps de jerk sur les vibrations résiduelles dans le cas du mouvement dans la direction de l’axe  $Y_{Robot}$ .

Bien entendu, dans les cas du mouvement dans la direction  $X_{Robot}$ , ce réglage n’est plus valide, en raison de couplages forts des modes vibratoires. Dans le cadre de ce travail, la valeur de jerk maximale par axe sera réglée de façon à correspondre à la réduction de vibration de l’axe 1. En effet, cet axe contribue majoritairement au caractère vibratoire du système. On notera que des travaux en cours au sein de l’équipe visent à investiguer les actions possibles sur les phénomènes de couplage vibratoire par le biais d’une mise en forme de la loi de mouvement.

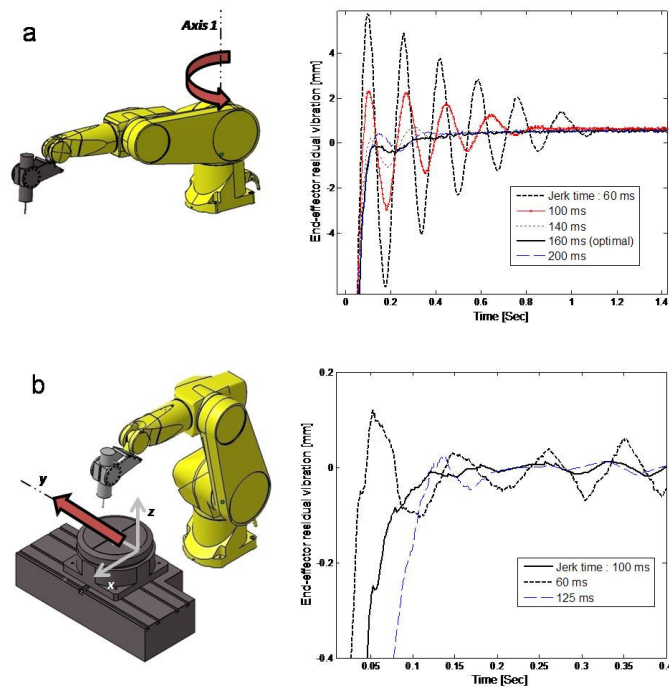


FIGURE 2.16 – Influence du temps de jerk sur les vibrations résiduelles : (a) Rotation autour de l’axe 1, (b) Mouvement linéaire dans la direction  $Y_{robot}$

## 2.4 Planification de trajectoire dans l’espace articulaire

Pour les applications traditionnelles des robots manipulateurs comme, le chargement, le soudage par point ou l’assemblage, nous considérons une trajectoire entre deux points de passage. Le problème est alors de déplacer l’organe terminal d’une position initiale à une position finale généralement en temps minimum.

Rappelons que le mouvement de l’organe terminal du robot manipulateur est le résultat des mouvements générés par ces articulations. Ceci nous oblige à réaliser physiquement la trajectoire dans l’espace articulaire du robot. Le passage de l’espace de travail du robot (espace cartésien) à l’espace articulaire s’effectue par le biais du modèle géométrique inverse. Ainsi, nous calculons les positions articulaires correspondant aux points initiaux et finaux pour chaque axe. La trajectoire de chaque articulation doit être ensuite représentée par une fonction continue dont la valeur initial  $q_0$ , au moment  $t_0$  représente la position initiale et la valeur finale  $q_f$ , au moment  $t_f$  représente la position finale souhaitée de l’articulation.

Chaque point de passage est généralement défini par la position et l’orientation du repère de l’organe terminal. Chacun de ces points de passage est converti en un ensemble de positions angulaires suite au passage par le modèle géométrique inverse. Ensuite une interpolation douce (lisse) des points de passage est calculée pour chaque articulation. Afin de réaliser un mouvement coordonné, le temps requis pour chaque segment doit être le même pour chaque articulation. Ainsi, toutes les

articulations atteindront les points de passage au même instant.

Les trajectoires de chacune des articulations sont calculées par le biais de fonctions d'interpolation qui respectent les contraintes cinématiques et dynamiques imposées. Cette méthodologie offre plusieurs avantages :

- elle nécessite moins de calculs, car il n'est pas nécessaire de calculer le modèle géométrique inverse en temps réel,
- elle permet d'éviter certains problèmes liés aux singularités cinématiques,
- elle permet la planification de trajectoires directement sur chacune des articulations. Ainsi, la prise en compte des limites cinématiques des axes est simplifiée.

En contrepartie, la planification de trajectoire dans l'espace articulaire ne permet aucune maîtrise de la cinématique imposée à l'outil [Cra89].

De nombreux travaux portent sur l'obtention de trajectoire satisfaisant une contrainte sur le jerk [PV97, DFS07]. Une approche originale, présentée dans [GZ08], exploite les propriétés des splines cubiques afin de déterminer une trajectoire de l'organe effecteur continue en accélération, tout en vérifiant les contraintes dynamiques sur le jerk, l'accélération et la vitesse de chacune des articulations. La fonction d'optimisation est scindée en un premier terme représentant la durée du mouvement et un second terme proportionnel au carré du jerk par axe. Cette fonction permet de « pondérer » le compromis entre durée du mouvement et douceur de la trajectoire.

### 2.4.1 Formulation du problème d'optimisation sous contraintes

Comme mentionné précédemment, de nombreux travaux portent sur la génération de trajectoires. La plupart de ces techniques sont basées sur l'optimisation de certains paramètres de la trajectoire ou sur l'optimisation d'une fonction objectif. Les critères d'optimalités les plus répandus sont la durée du mouvement, l'énergie et le jerk. Dans la suite, nous adoptons une méthodologie développée dans [GZ08], qui consiste à minimiser un critère hybride entre durée de mouvement et intégrale du carré du jerk. La limitation du jerk permet de limiter les variations du couple moteur, sans prendre en compte directement le modèle dynamique du système dans l'algorithme. Le problème d'optimisation de la trajectoire peut alors s'écrire de la façon suivante :

- Déterminer :

$$\min k_T \sum_{i=1}^{N_p-1} h_i + k_j \sum_{j=1}^N \int_0^{tf} (\ddot{q}_j(t))^2 dt \quad (2.18)$$

- Vérifiant pour tout  $t \geq 0$  les contraintes :

$$|\dot{q}_j(t)| \leq VM_j ; |\ddot{q}_j(t)| \leq AM_j ; |\dddot{q}_j(t)| \leq JM_j ; j=1, \dots, N. \quad (2.19)$$

La signification des paramètres utilisés est explicitée dans le tableau 2.1. Les contraintes imposées lors du mouvement d'un robot sont de deux types : les contraintes du système dues aux limitations sur les couples et vitesses des actionneurs, et les contraintes induites par le processus à

réaliser, i.e. jerk, accélération et vitesse de l'organe terminal. Lors d'opérations de type "pick-and-place", le premier type de contrainte est généralement prédominant. Pour des opérations de suivi continu de trajectoires (usinage), le second type de contrainte est le plus limitant.

$N$	Nombre d'articulations du robot
$k_T, k_J$	Pondération sur le temps et sur le terme proportionnel au jerk
$N_p$	Nombre de points de passage
$h_i = t_{i+1} - t_i$	Durée du mouvement entre deux points de passage
$t_f$	Durée totale du mouvement
$\dot{q}_j(t), \ddot{q}_j(t), \dddot{q}_j(t)$	Vitesse, accélération et jerk de la $j^{\text{ième}}$ articulation
$VM_j, AM_j, JM_j$	Limite de vitesse, d'accélération et de jerk angulaire de la $j^{\text{ième}}$ articulation

TABLE 2.1 – Paramétrage utilisé

Classiquement, le profil géométrique à suivre est spécifié dans l'espace opérationnel du robot (points de passage), c'est-à-dire par référence à la position de l'organe effecteur. La trajectoire est quant à elle planifiée dans l'espace articulaire. Le passage des points de l'espace opérationnel aux points dans l'espace articulaire est obtenu par l'utilisation du modèle géométrique inverse du robot.

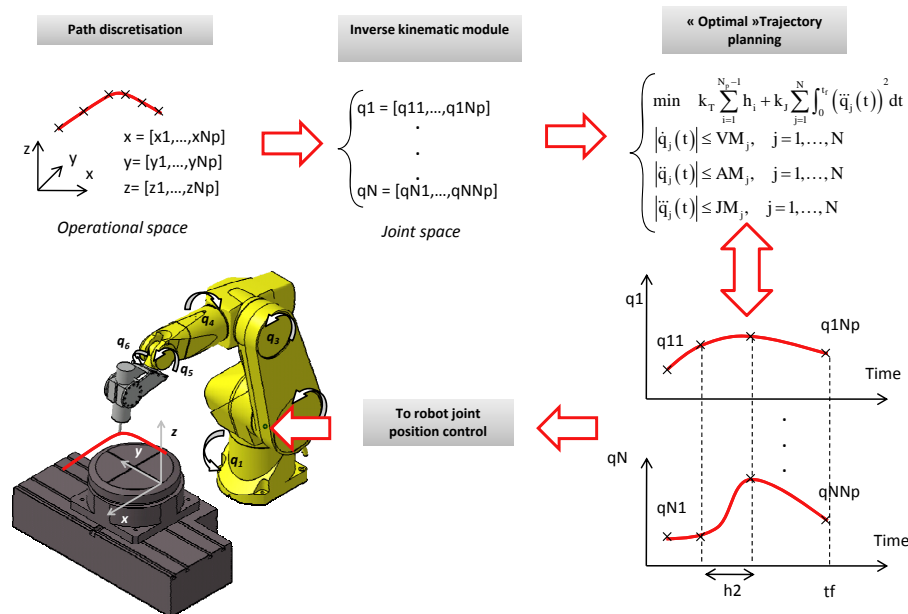


FIGURE 2.17 – Méthodologie de planification de trajectoire dans l'espace articulaire

## 2.4.2 Résolution par le biais des Splines cubiques

Le choix de cette fonction d'interpolation peut se faire en fonction du degré de continuité paramétrique recherché. Dans ce cas, nous souhaitons assurer la continuité de l'accélération à chaque point de passage. Pour satisfaire cette contrainte, nous définissons les trajectoires articulaires en utilisant des splines de degré 3 dites splines cubiques raccordées  $C_2$ .



La trajectoire de chaque articulation est alors constituée d'une séquence de polynômes cubiques reliant les points de passages. A l'instant initial  $t = t_1$ , la position de l'articulation  $q_1$ , la vitesse de l'articulation  $\dot{q}_1$  et l'accélération articulaire  $\ddot{q}_1$  sont spécifiées. De même pour les contraintes cinématiques à l'instant final  $t = t_n$ ,  $q_n, \dot{q}_n$ , et  $\ddot{q}_n$ . Les positions de l'articulation  $q_k$  à l'instant  $t = t_k$  pour  $k = 3, 4, \dots, n - 2$ , représentant la trajectoire de l'articulation, sont également imposées par la géométrie. Pour avoir assez de degré de liberté pour résoudre le problème sous contraintes, nous ajoutons deux nœuds supplémentaires :  $q_2$  et  $q_{n-1}$ . Prenons la fonction polynomial cubique  $Q_i(t)$  définie dans l'intervalle de temps  $[t_i, t_{i+1}]$ . Le problème de planification de trajectoire de l'articulation se résume donc au calcul des polynômes cubiques  $Q_i(t)$ , pour  $i = 1, 2, \dots, n - 1$  en respectant la position, la vitesse et l'accélération demandées; tout en assurant la continuité en position, vitesse et accélération dans l'intervalle  $[t_1, t_n]$ .

Puisque le polynôme  $Q_i(t)$  est cubique, la seconde dérivée par rapport au temps  $\ddot{Q}_i(t)$  peut être exprimée comme suit :

$$\ddot{Q}_i(t) = \frac{t_{i+1} - t}{h_i} \ddot{Q}_i(t_i) + \frac{t - t_i}{h_i} \ddot{Q}_i(t_{i+1}), \quad (2.20)$$

où  $i = 1, 2, \dots, n - 1$  et  $h_i = t_{i+1} - t_i$ . En intégrant  $\ddot{Q}_i(t)$  deux fois, et en imposant les conditions  $Q_i(t_i) = q_i$  et  $Q_i(t_{i+1}) = q_{i+1}$  nous obtenons les fonctions d'interpolation :

$$\ddot{Q}_i(t) = \frac{\ddot{Q}_i}{6h_i} (t_{i+1} - t)^3 + \frac{\ddot{Q}_{i+1}}{6h_i} (t - t_i)^3 + \left[ \frac{q_{i+1}}{h_i} - \frac{h_i \ddot{Q}_i(t_{i+1})}{6} \right] (t - t_i) + \left[ \frac{q_i}{h_i} - \frac{h_i \ddot{Q}_i(t_i)}{6} \right] (t_{i+1} - t) \quad (2.21)$$

Ainsi, pour  $i = 1, 2, \dots, n - 1$ ,  $Q_i(t)$  est déterminé si  $\ddot{Q}_i(t)$  et  $\ddot{Q}_{i+1}(t)$  sont connus. Sous les conditions de continuité en vitesse  $\dot{Q}_i(t_i) = \dot{Q}_{i-1}(t_i)$ ,  $i = 2, 3, \dots, n - 1$  et la continuité en accélération  $\ddot{Q}_i(t_{i+1}) = \ddot{Q}_{i+1}(t_{i+1})$ , nous déduisons un système de  $n - 2$  équations linéaires avec  $n - 2$  inconnus  $\ddot{Q}_i(t_i)$  pour  $i = 2, 3, \dots, n - 1$ . Dans le cas de notre démonstrateur, ce calcul de spline cubique est effectué pour les six articulations simultanément.

La figure 2.17 présente de façon synthétique la méthode de planification de trajectoire utilisée dans cet exemple. Le profil géométrique à réaliser est tout d'abord discrétisé en  $N_p$  points cartésiens à interpoler. Ces points cartésiennes sont ensuite transformés, après passage par le modèle géométrique inverse du robot, en un ensemble de  $N_p$  points de passage en coordonnées articulaires. Il est donc nécessaire de définir  $N_{p-1}$  fonctions d'interpolation pour chacune des  $N = 6$  articulations du robot.

La solution du problème d'optimisation décrit par (2.18) et (2.19) peut être obtenue par le biais de nombreux algorithmes de recherche séquentiel, notamment la fonction "fmincon" disponible sous *MATLAB*<sup>TM</sup>. Ce problème d'optimisation peut être résolu indépendamment sur chacune des  $N$  trajectoires articulaires. Dans ce cas, pour la  $j^{\text{ième}}$  articulation une série de  $N_{p-1}$  durées optimisées  $h_{ij}$  est calculée où l'indice  $i$  désigne le  $i^{\text{ième}}$  point de passage. Le paramètre optimisé  $h_i$  fixant la durée de la  $i^{\text{ième}}$  spline de chaque articulation sera naturellement choisi tel que :

$$h_i = \max(h_{ij}). \quad (2.22)$$

### 2.4.3 Mise en œuvre de la méthode

Le profil géométrique utilisé pour appliquer cette méthode de planification est montré à la figure 2.18, il s'agit d'une spirale logarithmique dont l'équation est  $R = a.e^{b\theta}$ , où  $a = 24$  (mm),  $b = 0.15$  (mm),  $\theta = 4\pi$  (rad). La spirale est réalisée dans un plan parallèle au plan (X,Y) du repère robot.

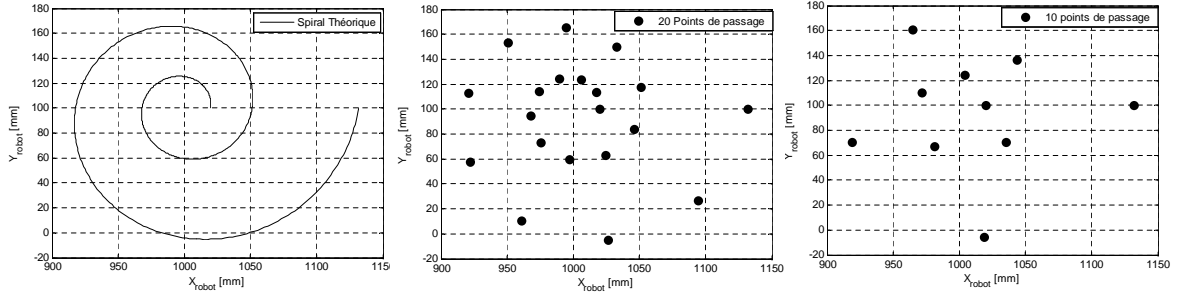


FIGURE 2.18 – Spirale logarithmique (gauche), la spirale discrétisée en 20 points (centre), en 10 points (droite)

Les paramètres dynamiques du robot utilisés, ainsi que la durée du mouvement sur le profil de référence, sont détaillés dans le tableau (2.2).

Caractéristiques dynamiques maximales	
$VM1, \dots, VM6 [deg.s^{-1}]$	65, 60, 65, 90, 100, 150
$AM1, \dots, AM6 [deg.s^{-2}]$	140, 100, 150, 450, 300, 700
$JMj [deg.s^{-3}]$	300

TABLE 2.2 – Paramètres dynamiques du robot.

Nous avons calculé deux trajectoires avec deux nombres différents de point de passage,  $N_p = 10$  et  $N_p = 20$  sur la même spirale logarithmique.

La figure 2.19 montre les trajectoires articulaires des axes 1 et 2 du robot, résultant de la méthode de planification de trajectoire en temps minimum ( $k_T = 1$ ,  $k_J = 0$ ) du profil géométrique de la figure 2.18, avec  $N_p = 20$  points de passage.

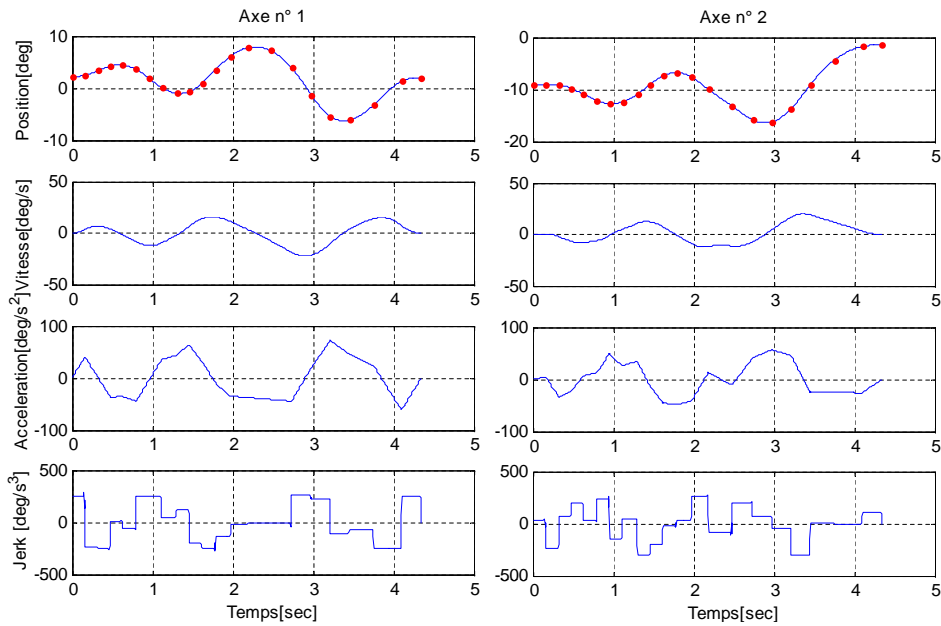


FIGURE 2.19 – Trajectoires artérielles planifiées des axes 1 et 2 (Jerk max = 300 deg/s<sup>3</sup>).

Le nombre de points de passage a un effet sur deux paramètres :

- l’erreur chordale : En augmentant le nombre de points de passage, nous minimisons cette erreur.
- le temps de parcours : Puisque le profil géométrique à parcourir change en variant le pas de discrétisation, le temps de parcours varie en changeant le nombre de points de passage.

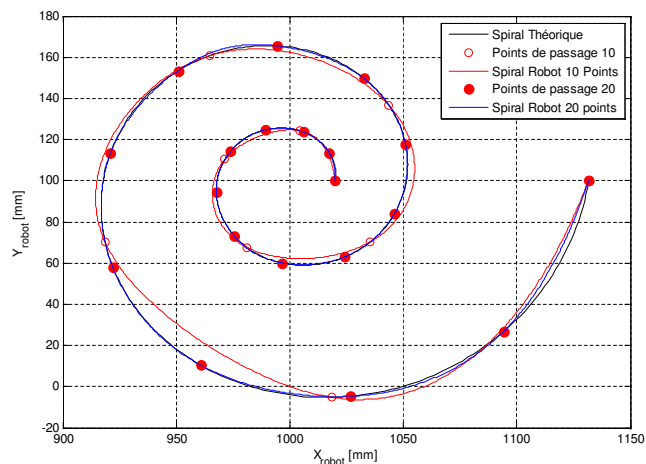


FIGURE 2.20 – Les trajectoires issues de la planification dans l’espace artériel

La figure 2.20 montre les deux trajectoires de l’outil planifié avec cette méthode. Cette figure met en évidence l’influence du pas de discrétisation de la géométrie théorique sur la trajectoire de référence après planification. On peut constater un défaut important de la planification de trajectoire dans l’espace artériel. Comme évoqué précédemment, cette méthode ne permet pas

de contrôler l'erreur entre la trajectoire obtenue et la trajectoire théorique entre les points de passage définis dans l'espace opérationnel.

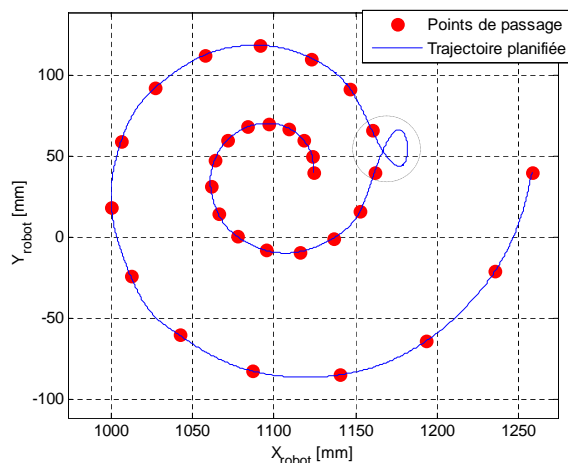


FIGURE 2.21 – Cas particulier de défaut d'interpolation par spline

Les trajectoires des articulations sont des splines cubiques paramétriques dont le paramètre est le temps de parcours. Ce temps est issu d'une opération de minimisation en respectant les contraintes sur la dynamique des axes. Donc, entre chaque point de passage consécutif, nous n'avons pas de contrôle directe sur la spline cubique. Ceci génère une erreur cordale imprévisible. La figure 2.21 montre un cas particulier de défaut d'interpolation lié au choix du nombre de points de discrétisation.

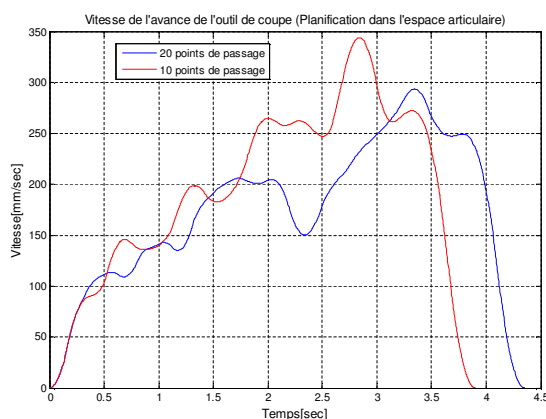


FIGURE 2.22 – Avance de l'outil calculé pour la planification articulaire

Nous montrons dans la figure 2.22 la vitesse d'avance de l'outil résultant de cette méthode de planification pour les deux trajectoires. L'avance de l'effecteur n'est ici en aucun cas maîtrisée et il est impossible d'assurer une vitesse d'avance quasi-constante ou a variation monotone, ce qui rend totalement inapte l'emploi de cette méthodologie dans le cadre d'opération d'usinage

## 2.5 Planification de trajectoires dans l'espace cartésien

Dans le contexte de l'usinage continu, la vitesse d'avance de l'outil devient un paramètre fondamental. Elle dépend entre autres de :

- la qualité désirée de l'état de surface.
- la puissance de la broche d'usinage.
- la rigidité de la machine et de la pièce à usiner.
- l'outil de coupe.
- le matériau à usiner.

La planification de trajectoire dans l'espace opérationnel permet un contrôle direct de la cinématique de l'outil, ainsi qu'une meilleure maîtrise de la géométrie suivie par ce dernier. Dans la suite, nous présentons une méthode de planification de l'avance sur trajectoire adaptée au contexte de l'usinage continu par robot.

La méthodologie développée pour générer les références de chacun des axes du robot est décrite dans la figure 2.23. Dans un premiers temps, nous générons à partir de la courbe support, définie paramétriquement, la loi horaire ou loi de mouvement à jerk contrôlé de la pointe-outil du robot. Puis, l'interpolateur paramétrique calcule les positions de référence discrètes de l'outil. Ensuite, les positions cartésiennes sont converties, à partir du Modèle Géométrique Inverse du robot, en coordonnées articulaires pour chacun des 6 axes. La dernière étape consiste à vérifier les contraintes articulaires exprimées en termes de vitesses, accélérations et jerks articulaires maximaux. La vitesse d'avance de l'outil est alors adaptée si nécessaire. Une fois les contraintes vérifiées, les trajectoires articulaires sont alors envoyées comme références aux asservissements de chacun des axes.

### 2.5.1 Génération de la loi de mouvement

La génération de la loi de mouvement de l'outil est obtenue en deux étapes (cf.figure 2.24). Dans un premier temps, une loi à accélération limitée est calculée, puis les positions déterminées sont filtrées par un filtre non récursif de façon à intégrer une contrainte supplémentaire sur le jerk curviligne. Le profil à accélération limité se divise alors en trois phases : la phase d'accélération uniforme, la phase à vitesse constante (vitesse désirée  $F_d$ ) et la phase de décélération. La vitesse d'avance durant la phase d'accélération uniforme est donnée par :

$$F_k = F_0 + A_M \cdot k \cdot T_s \quad (2.23)$$

où  $T_s$  est le pas d'échantillonnage,  $k$  l'instant d'échantillonnage,  $F_0$  la vitesse de début et  $A_M$  la contrainte cinématique sur l'accélération maximale. Si  $F_i$  la vitesse désirée est atteinte, le système entre dans la zone de vitesse constante. L'instant correspondant à l'entrée dans la phase de décélération peut être facilement calculé en utilisant la longueur du déplacement (longueur d'arc). Il est toutefois algorithmiquement plus simple d'utiliser la notion d'horizon de vitesse. L'horizon de vitesse  $F_h$  se déduit du théorème de l'énergie cinétique et s'exprime comme suit :

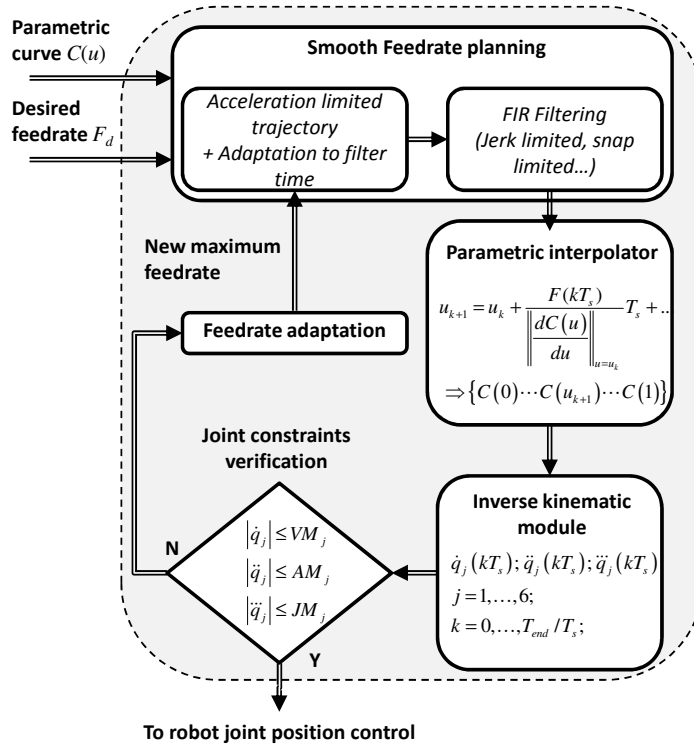


FIGURE 2.23 – Algorithme de génération de trajectoires [OBGD10].

$$F_h(L_r) = \sqrt{F_f^2 + 2 \cdot A_M \cdot L_r} \quad (2.24)$$

où  $F_f$  la vitesse de fin et  $L_r$  la distance restant à parcourir. Si  $F_h$  devient inférieur au prochain point calculé par (2.23) ou à la vitesse désirée, le système entre en phase de décélération.

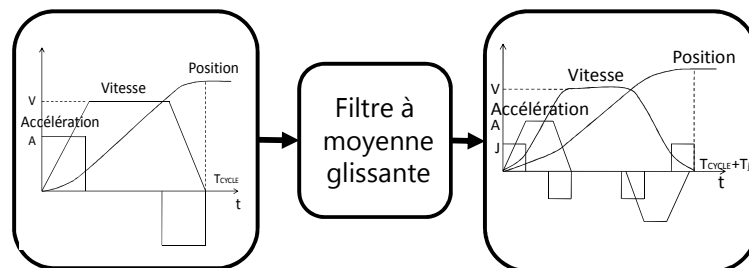


FIGURE 2.24 – Filtrage de la loi de mouvement

Finalement, la mise en oeuvre d'un filtre à moyenne glissante sur les points correspondant au profil de vitesse trapézoïdal permet d'obtenir une loi de mouvement de l'outil à jerk limité. Il s'agit notamment de filtre passe-bas ou exponentiel. L'équation du filtre moyennneur est donnée par :

$$F'_k = \left( \sum_{i=1}^m c_i \right)^{-1} \sum_{i=1}^m c_i F_{k-i+1} \quad (2.25)$$

où les coefficients  $c_i$  sont égaux à 1 dans le cas de loi du mouvement à jerk limité,  $m$  est la taille de fenêtre glissante et  $F'_k$  l'avance filtrée à l'instant  $k$ . D'autres types de lois de mouvement peuvent être générées en changeant la valeur des coefficients  $c_i$  [OBGD10]. On notera que l'algorithme d'élaboration de la loi à accélération limitée doit intégrer l'effet déformant du filtre.

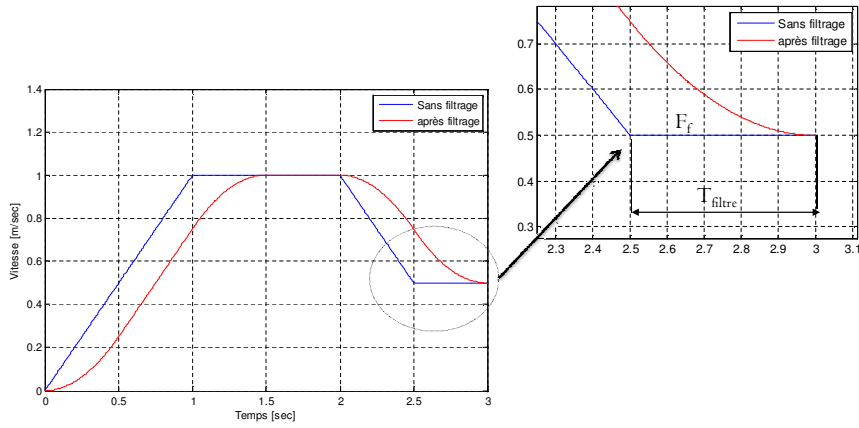


FIGURE 2.25 – Adaptation du profil de vitesse pour le filtrage

### Adaptation du profil de vitesse pour le filtrage

- Afin de respecter la vitesse finale  $F_f$ , il faut ajouter des paliers à vitesse constante  $F_f$  à la fin de chaque bloc pendant une durée égale à la durée du filtre  $mT_s$  (cf.figure 2.25).
- Pour éviter les mouvements supplémentaires dus aux paliers de vitesse additionnels, la distance à parcourir est modifiée comme suit :  $L' - \Delta L$ .

La vitesse durant le palier est égale à la vitesse demandée à la fin du bloc  $F_f$ . Ainsi, la distance supplémentaire avant filtrage est donnée par :

$$\Delta L = F_f N T_e. \quad (2.26)$$

Le filtrage de cette distance avec le filtre moyenneur (2.25) donne :

$$\Delta L = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_f i T_e, \quad (2.27)$$

sachant que :

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}. \quad (2.28)$$

Ainsi l'équation (2.27) s'écrit :

$$\Delta L = \frac{1}{N} \frac{N(N+1)}{2} F_f T_e = \frac{N+1}{2} F_f T_e. \quad (2.29)$$

- La vitesse d'avance est ajustée pour que la longueur d'arc soit un entier multiple de la vitesse.

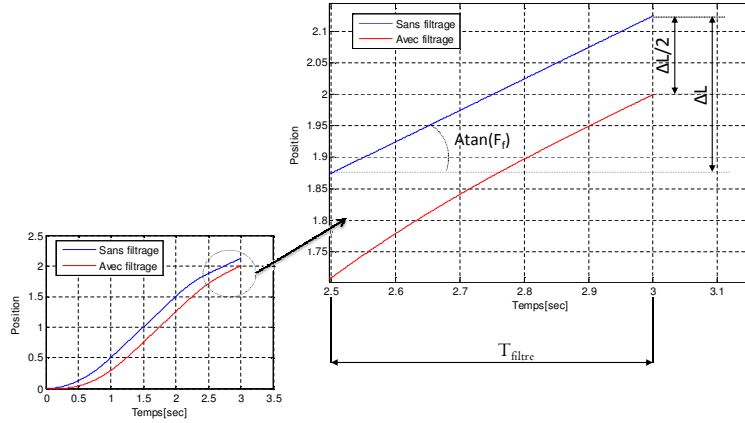


FIGURE 2.26 – Compensation de l'effet des paliers à vitesse constante

## 2.5.2 Interpolateur paramétrique

Etant donné la courbe paramétrique  $\mathbf{P}(u)$ , représentant le profil géométrique de la trajectoire désirée, et en notant  $\mathbf{F}(u)$ , la vitesse d'avance de l'outil le long de  $P(u)$ , nous pouvons écrire :

$$\mathbf{F}(u) = \frac{d\mathbf{P}(u)}{dt} = \frac{d\mathbf{P}(u)}{du} \frac{du}{dt} = \left( \frac{dx}{dt} \mathbf{i} + \frac{dy}{dt} \mathbf{j} + \frac{dz}{dt} \mathbf{k} \right) \frac{du}{dt}. \quad (2.30)$$

La fonction  $du/dt$  ajoute la notion du temps à l'information statique présentée par  $P(u)$  [YK94]. Pour obtenir cette fonction nous calculons l'équation (2.30) :

$$F(u) = |\mathbf{F}(u)| \frac{du}{dt} = \left( \frac{dx^2}{dt} + \frac{dy^2}{dt} + \frac{dz^2}{dt} \right)^{1/2} \frac{du}{dt}. \quad (2.31)$$

où  $F(u)$  est l'amplitude de  $\mathbf{F}(u)$ . L'équation (2.31) s'écrit comme suit :

$$\frac{du}{dt} = \frac{F(u)}{\left| \frac{\mathbf{P}(u)}{du} \right|}, \quad (2.32)$$

Pour le contrôle numérique une solution discrète de cette équation est nécessaire. En notant  $u_k$  et  $F_k$ , respectivement le paramètre et la vitesse d'avance à l'instant  $t = k.T_s$  ( $T_s$  est la période



d'échantillonnage), le développement en série de Taylor de  $u$  au premier ordre conduit à la relation :

$$u_{k+1} = u_k + \frac{F_k}{\left\| \frac{dp(u)}{du} \right\|_{u=u_k}} T_s. \quad (2.33)$$

Ainsi, les références successives de position de l'outil sur la courbe peuvent être générées en remplaçant la valeur du paramètre donnée par (2.33) dans l'expression paramétrique de la courbe. La figure 2.27 présente le schéma fonctionnel de l'interpolateur vitesse/paramètre.

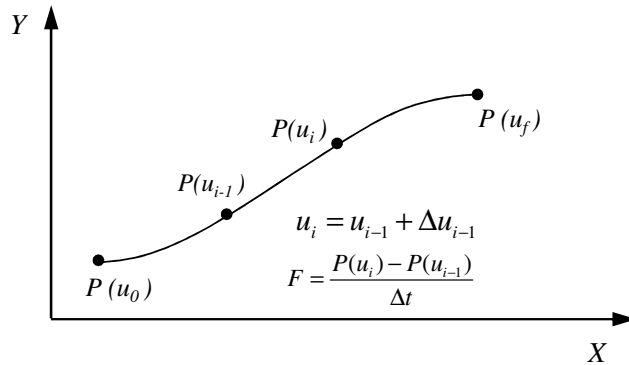


FIGURE 2.27 – Courbe Paramétrique 2D.

### 2.5.3 Contraintes articulaires et optimisation de la vitesse d'avance

La dernière phase de planification consiste à vérifier que les contraintes cinématiques articulaires sont respectées :

$$|\dot{q}_j| \leq VM_j; |\ddot{q}_j| \leq AM_j; |\dddot{q}_j| \leq JM_j; j = 1, \dots, 6 \quad (2.34)$$

où  $|\dot{q}_j|, |\ddot{q}_j|, |\dddot{q}_j|$  désignent la vitesse, l'accélération et le jerk de la  $j^{\text{ième}}$  articulation et  $VM_j, AM_j, JM_j$  les limites de vitesse, d'accélération et de jerk de la  $j^{\text{ième}}$  articulation. Les cinématiques des articulations sont obtenues par passage des références de position dans le Modèle Géométrique Inverse du robot. La principale difficulté réside dans le fait que pour une configuration de l'effecteur (position et orientation), il existe huit solutions dans l'espace articulaire. Dans le cas du robot « usinant » la zone de travail est limitée, ce qui évite certaines singularités. Durant l'usinage, ce sont les trois derniers axes qui sont principalement concernés par le problème de singularité (lorsque l'axe 4 et 6 sont alignés). Ce phénomène peut être évité en limitant la rotation de l'axe 5. Dans les autres cas, des stratégies d'usinage adaptées doivent être élaborées. L'optimisation des configurations du robot et la définition des transitions entre les passes d'usinage sont hors du cadre de ce chapitre.

Dans la stratégie développée, la vitesse d'avance désirée  $F_d$  est le seul paramètre d'optimisation (méthode classique dans le domaine de la machine-outil). Lorsque la vitesse d'avance d'un segment ou d'une courbe est incompatible avec les contraintes 2.34, la vitesse d'avance désirée est modulée de façon itérative jusqu'à la détermination d'une vitesse d'avance compatible. Dès lors, les références

de position articulaire des axes sont envoyées au contrôleur du robot. On remarquera que cette stratégie est traitée hors-ligne, mais qu'elle peut être adaptée de façon à traiter un certain nombre de blocs à l'avance (fonction de type look-ahead).

### 2.5.4 Mise en œuvre sur le démonstrateur

Pour valider notre méthode de planification, nous l'avons testée sur un robot d'usinage. Comme profil géométrique, nous utilisons l'exemple de la spirale logarithmique. Dans le premier test, la vitesse d'avance de l'outil a une valeur constante le long de la trajectoire comme montré dans la figure 2.28.

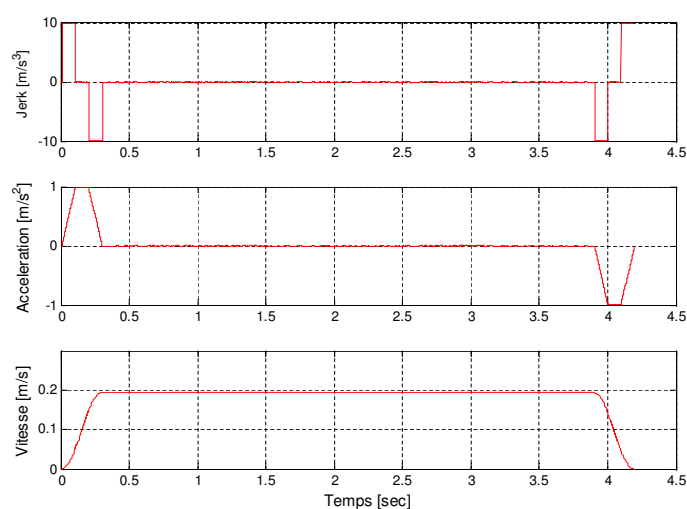


FIGURE 2.28 – Loi du mouvement à vitesse constante.

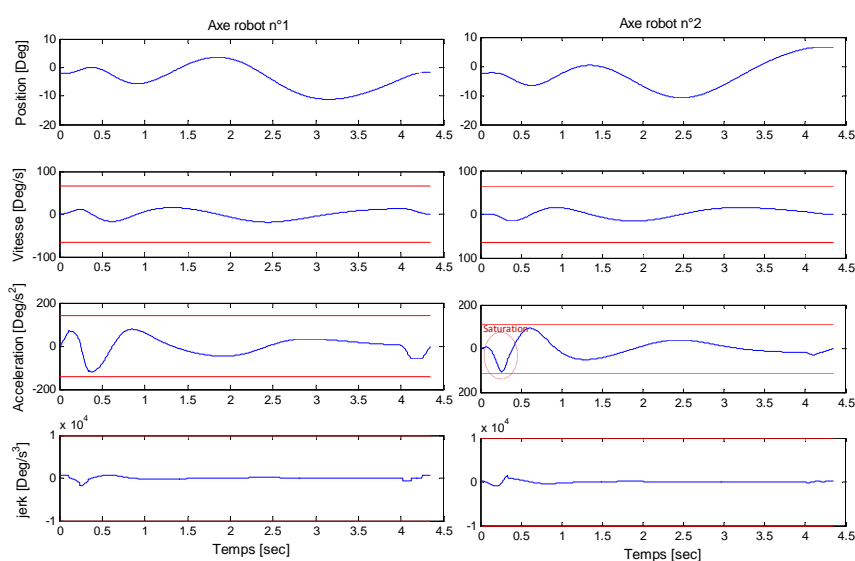


FIGURE 2.29 – Trajectoires articulaires planifiées des axes 1 et 2 (spirale non segmentée)

Les trajectoires articulaires des axes 1 et 2 sont montées dans la figure 2.29. Nous pouvons constater que la vitesse d'avance maximale fixée n'est pas atteinte. Ceci est dû à la saturation de l'axe 2 à cause de la variation importante de la courbure au début de la trajectoire. Cette variation de courbure diminue en s'éloignant du point de départ. Donc, puisque il faut garder une vitesse d'avance la plus constante possible dans le cas de l'usinage, la vitesse d'avance réduite est maintenue le long de la trajectoire.

Dans le cas des applications qui ne nécessitent pas une avance constante, nous pouvons moduler la vitesse d'avance pour calculer des trajectoires plus « optimales » en temps. Nous pouvons dans ce cas segmenter la trajectoire en fonction de la courbure et effectuer la vérification des contraintes localement sur chaque segment. Ainsi, l'avance sera adaptée en fonction de la variation de courbure de chaque segment. La segmentation peut se faire de façon automatique durant l'interpolation géométrique de la trajectoire en considérant un critère de variation maximum de courbure.

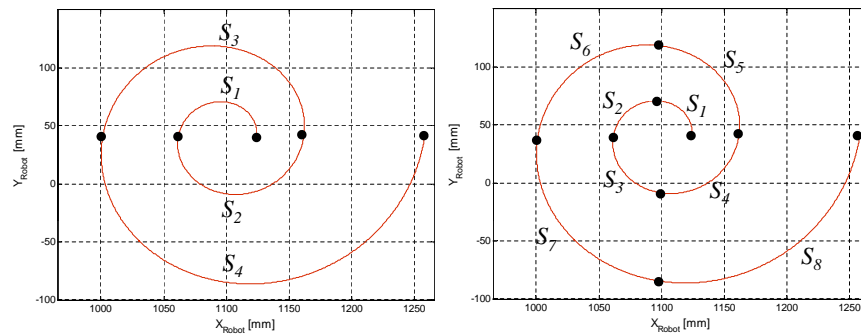


FIGURE 2.30 – La spirale logarithmique segmentée en 4 et 8 morceaux

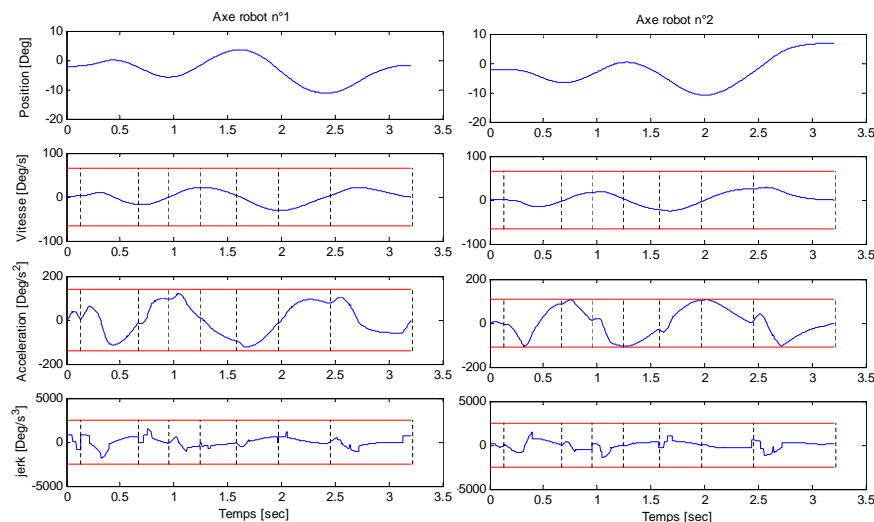


FIGURE 2.31 – Trajectoires articulaires planifiées correspondant à la spirale à 8 segments des axes 1 et 2

Une démonstration a été faite dans le cas de la spirale utilisée comme exemple. Nous l'avons

Nbre de segments	Erreur de contour		temps de parcours [sec]
	RMS [mm]	Erreur max [mm]	
1	0.2817	0.8531	4.5
4	0.3822 (+35.7 %)	0.9394	3.4(-26.8%)
8	0.4038 (+43.3%)	1.035	3.2(-29.2%)

TABLE 2.3 – Erreur de contour

segmentée en quatre et huit segments (cf. figure 2.30). Les trajectoires des axes 1 et 2 correspondant à la spirale à 8 segments sont données dans la figure 2.31. La figure 2.32 montre l’avance de l’outil sur les trajectoires segmentées. L’avance de l’outil augmente en passant d’un segment à l’autre puisque la variation de la courbure diminue. Le tableau 2.3 présente le temps de parcours pour chaque trajectoire. Nous pouvons remarquer qu’en segmentant la spirale en quatre segments le temps de parcours total est réduit de 26.8 % par rapport à la planification avec un seul segment.

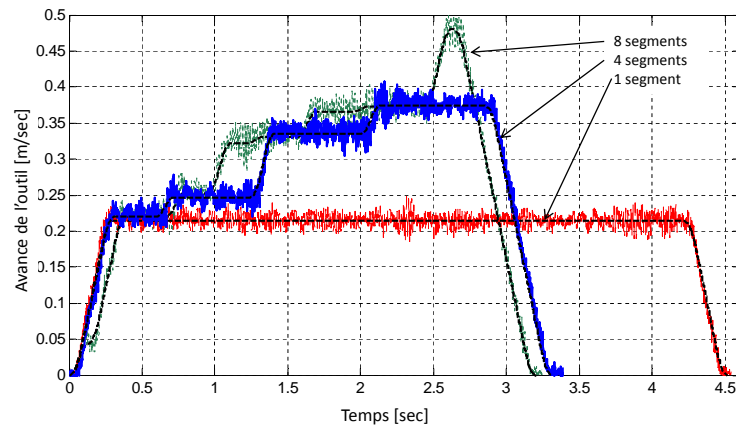


FIGURE 2.32 – La vitesse d’avance de l’effecteur mesurée

Pour valider notre méthode de planification, nous avons appliqué les trajectoires calculées sur notre démonstrateur. La trajectoire de l’effecteur a été mesurée par un système de mesure externe. La figure 2.32 montre les trois lois de vitesse demandées sur la spirale géométrique (lignes en pointillée). Sur la même figure nous avons la vitesse d’avance de l’effecteur mesurée dans les trois cas.

Ces courbes montrent la validité de la méthode de planification proposée pour le contrôle de l’avance de l’objet terminal d’un robot industriel dans le cas d’applications continues.

Nous montrons dans la figure 2.33 la trajectoire mesurée de l’effecteur dans le plan XY. Cette figure met en évidence l’erreur de contour sur les trois trajectoires. Nous avons calculé la moyenne quadratique de l’erreur de contour (RMS) et la valeur max de cette erreur (voir table 2.3).

L’erreur de contour est définie en chaque point par  $\Delta R = |R_{mes} - R|$ , où  $R$  est le rayon théorique de la spirale en ce point, et  $R_{mes}$  est le rayon de ce même point mesuré. Ces indicateurs montrent un meilleur suivi de trajectoire dans le cas de la vitesse d’avance constante le long de la trajectoire.

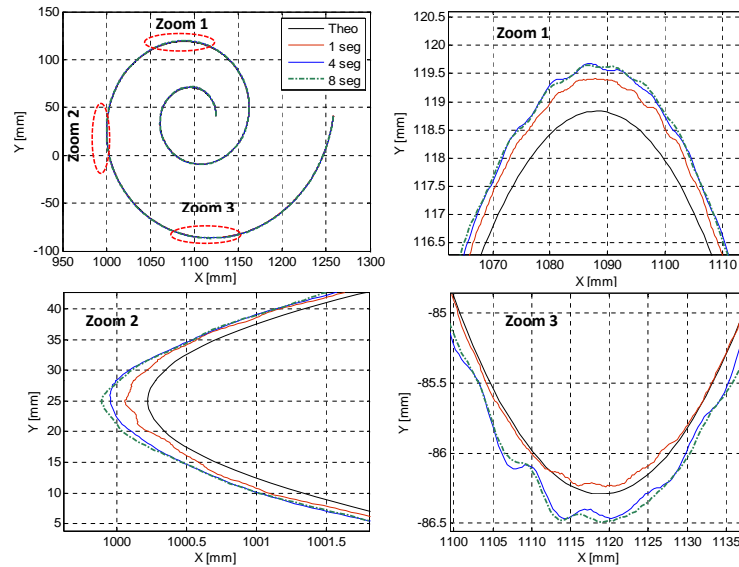


FIGURE 2.33 – Mesures des trajectoires réalisées

D'autre part, dans le cas de l'avance variable sur la trajectoire, la variation de l'accélération est plus importante et brutale. Les pics d'accélération équivalents à des chocs mécaniques excitent les modes propres de la structure mécanique provoquant des vibrations. Ainsi, le suivi de trajectoire est dégradé à cause de cette excitation de modes propres. Dans le cas de la spirale segmentée en 4 morceaux, le temps de parcours est réduit de 27 %, mais la moyenne quadratique de l'erreur de contour est augmentée de 35 %.

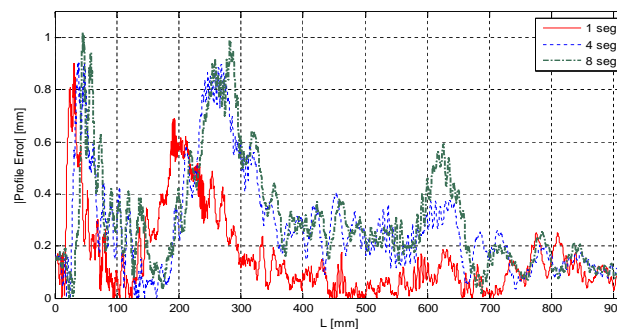


FIGURE 2.34 – Erreur du suivi de trajectoire le long de la spirale

## 2.6 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, nous avons montré l'intérêt d'adapter les méthodes de planification de mouvement des robots, afin de maîtriser le positionnement et la cinématique de l'outil pour les applications nécessitant un suivi de profil continu et notamment pour l'usinage. La contribution de ce travail se décline en deux apports.

- Une méthode innovante d'interpolation géométrique exploitant la norme  $L_1$  a été mise en œuvre afin d'assurer la préservation de la forme du trajet à suivre.
- Une méthode de planification dans l'espace opérationnel, basée sur l'interpolation paramétrique des courbes géométriques précédentes, a été développée et validée expérimentalement sur un robot usinant 6 axes. Ce planificateur permet dorénavant de garantir une meilleure maîtrise de l'avance de l'organe terminal.



## Chapitre 3

# Identification, Analyse et exploitation d'un modèle intégrant les souplesses articulaires

### 3.1 Introduction

Les robots poly-articulés industriels sont un moyen de production moins couteux que les machines outils. Ils sont structurellement moins rigides, mais ils disposent généralement d'une zone de travail plus importante. L'exploitation de ces avantages pour la réalisation de certaines opérations continues, comme l'usinage par exemple, fait l'objet d'une demande croissante de l'industrie manufacturière. Ces nouvelles applications des robots poly-articulés pour l'usinage nécessitent de progresser sur le front de l'amélioration de la précision statique et dynamique de ces structures. Le manque de rigidité des robots industriels, dû en grande partie à leur structure sérielle, limite leur précision. Dans le cas de l'usinage, les efforts qui s'exercent sur l'organe terminal du robot (outil de coupe) induisent des déformations non négligeables de la structure. Ces déformations ne sont pas corrigées par le contrôleur du robot car elle ne sont pas mesurées par les capteurs de position articulaire installés sur les arbres moteurs. Par conséquent, pour atteindre un niveau de précision acceptable pour l'usinage robotisé, ces déformations doivent être estimées pour être compensées. Les méthodes de compensation de déformation se basent généralement sur un modèle élasto-statique du robot ou à partir de mesures réalisées par des capteurs de position externes. La méthode de compensation utilisant le modèle du robot intègre les souplesses des axes et des bras afin de prédire la déformation. La référence de position du robot est alors ajustée en conséquence soit en programmation hors ligne [ABP<sup>+</sup>10] [ABR<sup>+</sup>08], soit par correction en ligne. Ces souplesses peuvent être calculées ou mesurées expérimentalement. L'amélioration de la précision dépend alors, entre autre, de la qualité de l'identification des paramètres utilisés dans le modèle.

La méthode basée sur un modèle rigide à compensation par capteurs de position, mesure la déformation dans l'espace articulaire [RDMVOR<sup>+</sup>10] ou dans l'espace cartésien [WZF09]. Elle permet



d'ajuster, uniquement en ligne, la consigne de position. Une mesure de ces erreurs par des codeurs angulaires installés directement sur les bras ou par une mesure 3D au niveau de l'organe terminal permet une compensation directe de ces défauts. Cette correction de la position du robot doit alors être faite jusqu'à ce que l'erreur de position soit inférieure à une tolérance spécifiée. Cette approche a été entreprise par la société Electro Impact qui a remplacé sur un robot anthropomorphe KUKA KR250 son contrôleur par une CN Siemens 840D, et a ajouté des codeurs (règles linéaires) sur chacun des 6 axes, et sur le rail linéaire. Toutefois, la dynamique de la compensation par capteurs devra être cohérente avec les déplacements imposés au robot. Bien que cette méthode offre une bonne précision de position, elle est cependant difficile à mettre en œuvre sur un robot manipulateur existant. Les problèmes de contraintes d'encombrement pour le positionnement des capteurs et l'intégration en temps réel des informations des capteurs au niveau de la commande numérique dépendent très fortement du niveau d'ouverture des CN de chaque constructeur. Un autre inconvénient provient du surcoût significatif engendré par l'intégration des capteurs.

Dans ce chapitre, nous proposons de qualifier les différentes souplesses d'un robot industriel 6 axes. Nous déduisons ainsi une cartographie de rigidité de ce robot poly-articulé dans l'espace de travail cartésien. Cette cartographie de rigidité est issue d'une identification expérimentale des souplesses de chacun des six axes du robot. Ces souplesses peuvent alors être utilisées pour la commande ou pour la génération de trajectoires. Ce modèle peut permettre ainsi d'anticiper les erreurs statiques induites par les souplesses articulaires qui ne sont pas mesurées par les codeurs des axes [AWR07]. Dans la suite, nous développons une méthode utilisant cette cartographie pour optimiser la configuration géométrique du robot afin d'obtenir la plus grande rigidité possible lors de la réalisation d'un trajet outil imposé. Ce travail s'inscrit donc plus particulièrement dans une démarche d'adaptation du post-processeur du robot aux trajets d'usinage. Une fois cette configuration géométrique obtenue, nous appliquons alors sur cette trajectoire outil une méthode de planification adaptée permettant de contrôler l'avance de l'outil [OBGD10]. Des résultats expérimentaux réalisés sur notre robot poly-articulé 6 axes, équipé d'une broche UGV, sont présentés.

## 3.2 Cartographie de rigidité d'un robot 6 axes

Les sources de souplesses mécaniques d'un robot série sont nombreuses : bâti, articulations, et bras du robot. Il existe aussi une souplesse active induite par le bouclage de la commande articulaire en position. La souplesse des bras du robot est généralement négligeable par rapport à celle des articulations. La souplesse d'une articulation se décompose de deux parties. Elle comprend une souplesse angulaire axiale dominante et une souplesse radiale qui peut être considérée à symétrie cylindrique. Nous faisons l'hypothèse que la raideur axiale d'une articulation est regroupée en une raideur équivalente constante  $K$  unique pour chaque axe (cf.figure 3.1)[AS05].

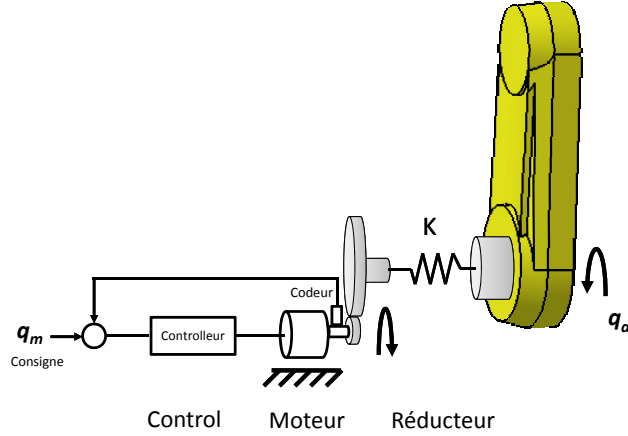


FIGURE 3.1 – Modèle générique à constante localisée d'un axe du robot série

### 3.2.1 Modèle analytique de rigidité

Sous l'effet de l'application d'un chargement externe à la structure mécanique, les axes du robot sont soumis à un moment qui produit, du fait des souplesses des chaînes cinématiques des axes, des déformations élastiques qui induisent des déplacements angulaires. Etant donné  $\boldsymbol{\tau} = (\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_6)^T$  le vecteur des couples appliqués sur les axes, les déplacements angulaires  $\boldsymbol{\delta q} = (\delta q_1, \delta q_2, \dots, \delta q_6)^T$  sont donnés par :

$$\boldsymbol{\tau} = K_j \boldsymbol{\delta q}, \quad (3.1)$$

où  $K_j = \text{diag}(k_1, k_2, \dots, k_6)$  est la matrice de raideur articulaire.

La relation liant le déplacement (linéaire et angulaire) de l'organe terminal dans l'espace cartésien noté  $\boldsymbol{\delta X} = (\delta x, \delta y, \delta z, \delta r_x, \delta r_y, \delta r_z)^T$  et le vecteur effort/couple  $\mathbf{F} = (F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z)^T$  appliqué sur cet organe est donnée par :

$$\mathbf{F} = K_c \boldsymbol{\delta X}, \quad (3.2)$$

où  $K_c$  est une matrice  $6 \times 6$  représentant la raideur cartésienne du robot au niveau de l'organe terminal.

Etant donné le modèle géométrique direct du robot sans chargement  $\mathbf{X} = G(\mathbf{q})$ , nous obtenons après l'application d'un chargement externe, le vecteur du déplacement  $\boldsymbol{\delta X}$  dans l'espace cartésien suivant :

$$\boldsymbol{\delta X} = X(\mathbf{q} + \boldsymbol{\delta q}) - X(\mathbf{q}) = G(\mathbf{q} + \boldsymbol{\delta q}) - G(\mathbf{q}). \quad (3.3)$$

En développant le terme  $G(\mathbf{q} + \boldsymbol{\delta q})$  en série de Taylor à l'ordre 1 en  $\mathbf{q}$  nous obtenons :

$$\boldsymbol{\delta X} = G(\mathbf{q}) + J(\mathbf{q})\boldsymbol{\delta q} + o(\boldsymbol{\delta q}^2) - G(\mathbf{q}). \quad (3.4)$$

Ainsi :

$$\delta \mathbf{X} = J(\mathbf{q})\delta \mathbf{q} + o(\delta \mathbf{q}^2). \quad (3.5)$$

Nous négligeons dans la suite le terme  $o(\delta \mathbf{q}^2)$ , ce qui donne

$$\delta \mathbf{X} \approx J(\mathbf{q})\delta \mathbf{q}. \quad (3.6)$$

La relation (3.6) permet de relier le déplacement au niveau de l'organe terminal  $\delta \mathbf{X}$  aux déplacements angulaires des articulations  $\delta \mathbf{q}$  grâce à la matrice jacobienne  $J(\mathbf{q})$  [Lié00]. Cette matrice pour un robot avec six ddl est une matrice  $6 \times 6$ . Elle est représentée par rapport au repère de base du robot  $R_0$  :

$$J(\mathbf{q}) = (J_1, J_2, \dots, J_6), \quad (3.7)$$

où le vecteur colonne  $J_i$  s'exprime comme suit :

$$J_i = \begin{pmatrix} Z_{i-1}^{(0)} \times (L_{0,7}^{(0)} - L_{0,i}^{(0)}) \\ Z_{i-1}^{(0)} \end{pmatrix}, \quad (3.8)$$

où  $Z_{i-1}^{(0)}$  est un vecteur unitaire porté sur l'axe de rotation de l'articulation  $i$ . Le vecteur  $L_{0,i}$  est défini entre le point d'origine du repère de base  $R_0$  et l'origine du repère de l'articulation  $i$ . Il est exprimé dans le repère  $R_0$ .

En équilibre statique, sous charge, la relation entre la force appliquée au niveau de l'organe terminal du robot, notée  $\mathbf{F}$ , et les couples articulaires  $\boldsymbol{\tau}$  est donnée par :

$$\boldsymbol{\tau} = J(\mathbf{q})^T \mathbf{F}. \quad (3.9)$$

En remplaçant les valeurs de  $\boldsymbol{\tau}$  et  $\mathbf{F}$  à partir de (3.1) et (3.2) nous obtenons :

$$K_J \delta \mathbf{q} = J(\mathbf{q})^T K_c \delta \mathbf{X}. \quad (3.10)$$

En remplaçant la valeur de  $\delta \mathbf{X}$  de (3.6) nous obtenons :

$$K_J \delta \mathbf{q} = J(\mathbf{q})^T K_c J(\mathbf{q}) \delta \mathbf{q}. \quad (3.11)$$

Ainsi :

$$K_J = J(\mathbf{q})^T K_c J(\mathbf{q}). \quad (3.12)$$

Dans une configuration du robot non singulière, il vient que :

$$K_c = J(\mathbf{q})^{-T} K_J J(\mathbf{q})^{-1}. \quad (3.13)$$

Nous pouvons réécrire cette équation en termes de souplesses à partir de la relation (3.6) comme

suit :

$$H_c \mathbf{F} = J(\mathbf{q}) H_J J(\mathbf{q}) \boldsymbol{\tau}, \quad (3.14)$$

En remplaçant la valeur de  $\boldsymbol{\tau} = J(\mathbf{q})^T \mathbf{F}$  nous obtenons :

$$H_c \mathbf{F} = J(\mathbf{q}) H_J J(\mathbf{q})^T \mathbf{q}, \quad (3.15)$$

Ainsi,

$$H_c(\mathbf{q}) = J(\mathbf{q}) H_J J(\mathbf{q})^T, \quad (3.16)$$

où  $H_c$  est une matrice  $6 \times 6$  représentant la souplesse cartésienne et  $H_j$  est une matrice diagonale  $6 \times 6$  des souplesses articulaires. L'équation (3.16) nous permet ainsi de convertir les souplesses articulaires mesurées, en souplesses cartésiennes équivalentes [ABE 06, ALA 00].

Les termes diagonaux dans la sous matrice  $3 \times 3$  de  $H_c$ , équation(3.17), correspondent aux souplesses cartésiennes dans les directions X,Y,Z dans le repère de base de robot  $R_0$ . Le reste des termes de la sous matrice donnent les souplesses de couplage entre les axes. Les termes  $H_{xy}, H_{xz}$  par exemple montrent qu'une force  $F_x$  appliquée dans la direction X induit en plus du déplacement dans la direction X, des déplacements  $\delta y$  dans la direction Y et  $\delta z$  dans la direction Z.

$$H_c = \begin{bmatrix} H_{xx} & H_{xy} & H_{xz} & & \\ H_{yx} & H_{yy} & H_{yz} & \vdots & \\ H_{zx} & H_{zy} & H_{zz} & & \\ & \dots & & \ddots & \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

### 3.2.2 Identification des raideurs articulaires

Nous pouvons classer les méthodes d'identification des raideurs articulaires en deux catégories : globales et locales. Les méthodes globales sont basées sur des mesures effectuées dans l'espace cartésien au niveau de l'organe terminal. La mise en œuvre d'une procédure d'identification est fournie par la figure 3.2, où une force externe  $F$ , mesurée par un capteur de force, type piézoélectrique est appliquée sur l'organe terminal. Le changement de position et d'orientation de l'organe terminal noté  $\delta \mathbf{X}$ , dû à  $F$ , est mesuré par un système de mesure 3D externe, type Laser Tracker.

Ainsi, la relation entre la force  $F$  et le déplacement  $\delta \mathbf{X}$  est donnée par :

$$\mathbf{F} = K_c \delta \mathbf{X} = J(\mathbf{q})^{-T} K_J J(\mathbf{q})^{-1} \delta \mathbf{X}. \quad (3.18)$$

Une solution au sens des moindres carrées est appliquée ensuite pour étalonner les rigidités et éventuellement aussi la géométrie du robot. En effet, dans [GYN00] cette approche est utilisée pour identifier les paramètres géométriques du robot et les raideurs des axes. Dans le cas d'une bonne connaissance des paramètres géométriques, nous utilisons le même principe pour identifier

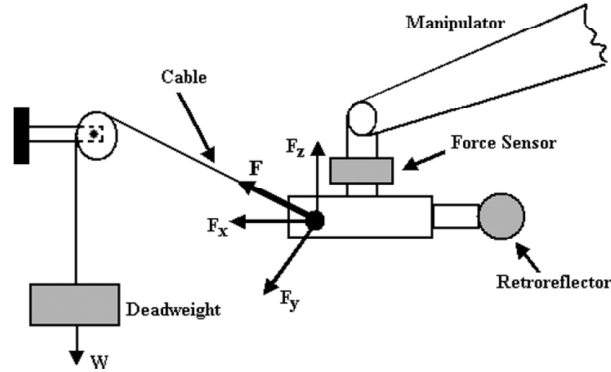


FIGURE 3.2 – Schéma d’installation de chargement pour l’identification globale [AS05].

les raideurs articulaires [AS05]. L’avantage de cette méthode globale est relatif à sa facilité de mise en œuvre. Par contre, elle présente plusieurs inconvénients :

- du fait de la surjectivité du robot, l’identification articulaire est très sensible aux configurations du robot utilisées. Le calcul peut souffrir de problèmes numériques et même aboutir à des résultats physiquement aberrants.
- les mesures du déplacement au niveau de l’organe terminal intègrent la déformation des bras, qui ne sont pas parfaitement rigides. Par conséquent, cette déformation peut introduire un biais d’identification,
- la qualité de l’identification dépend du nombre de paramètres à identifier.

Il serait donc judicieux de procéder à une identification des souplesses avant de lancer un processus de calibration géométrique globale. Nous développons ici une stratégie d’identification locale, dite axe par axe, où l’identification des raideurs articulaires est effectuée un axe à la fois. Une approche similaire a été adoptées dans [Dam96].

### 3.2.2.1 Identification dans l’espace articulaire

Dans cette approche, la raideur angulaire axiale est le paramètre à identifier. Cette raideur est calculée à partir des mesures de déplacements angulaires dus aux couples appliqués sur l’axe.

Nous avons souhaité identifier les raideurs articulaires des six axes de notre robot sans le démonter. Dans ce cas, il a fallu prendre en compte le problème de couplage des raideurs lors des mesures des déformations axiales. Pour cela, nous avons adapté des procédures d’identification différentes selon l’axe à identifier. Une configuration différente du robot pour chaque test a été choisie. Le moyen de mesure des déplacements angulaires a été adapté en fonction de l’axe à identifier : Laser Tracker ou niveaux électroniques.

**Axe 1 et 2** La figure 3.3 montre les configurations du robot choisies pour l’identification des axes 1 et 2. Une force  $F$  est appliquée sur le bras du robot pour générer un couple sur l’axe.

Le déplacement angulaire  $\delta q$  est calculé à partir de mesure de déplacements donnés par le Laser Tracker.

Les mesures ont été effectuées dans deux cas : axes asservis et axes bloqués par les freins. On note que les deux cas donnent des résultats comparables. Comme nous l'avons cité précédemment les déplacements angulaires ne sont pas corrigés par les asservissements car les codeurs sont situés au niveau de l'arbre moteur. Les freins sont eux aussi situés au niveau du moteur. Ils jouent donc le même rôle que l'asservissement quand le robot est immobile. Différentes charges  $F_i$  ont été appliquées pour chaque test. Le déplacement angulaire correspondant à chaque charge  $\delta q_i$  est mesuré. La raideur articulaire est calculée ensuite par une interpolation linéaire, où  $F = K.\delta q$ .

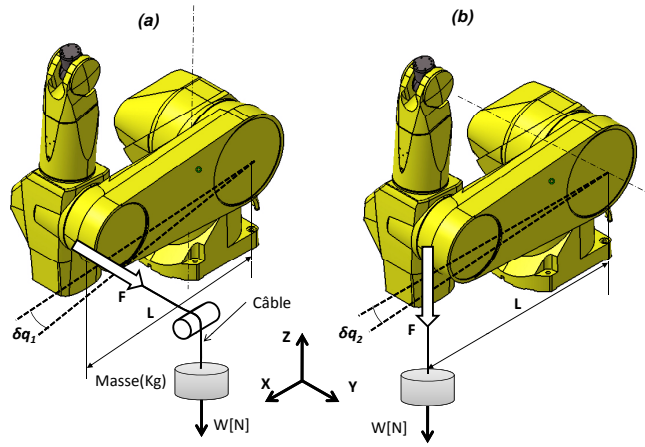


FIGURE 3.3 – Configuration de l'identification des axes 1 & 2

**Axe 3,4,5,6** Pour les axes 3,4,5 et 6, nous appliquons la stratégie force/déplacement. Néanmoins, l'application d'une force sur le bras, pour produire un couple sur l'axe 3, génère un déplacement cumulé à la fois sur l'axe 2 et 3, comme montré dans la figure 3.4. Pour remédier à ce problème, nous proposons d'effectuer une mesure relative du déplacement angulaire de l'axe 3. Nous utilisons pour cela deux niveaux électroniques : un niveau permet de mesurer par rapport à la verticale terrestre le déplacement angulaire de l'axe 2 et un autre niveau permet de mesurer le déplacement angulaire combiné des déplacements angulaires des axes 2 et 3. Ainsi, nous posons  $q_2$  et  $q_3$ , les valeurs des niveaux avant d'appliquer le couple. L'écart de mesure avant déformation est noté  $m_1 = q_3 - q_2$ . Après le déplacement les nouvelles valeurs des niveaux sont  $\hat{q}_2 = q_2 + \delta q_2$  et  $\hat{q}_3 = q_3 + \delta q_2 + \delta q_3$ , où  $\delta q_2$  et  $\delta q_3$  sont respectivement les déplacements angulaires des axes 2 et 3. L'écart de mesure après la déformation est  $m_2 = \hat{q}_3 - \hat{q}_2$ . Ainsi, la différence entre les deux écarts donne le déplacement de l'axe 3 comme suit :

$$\begin{aligned} m_2 - m_1 &= (\hat{q}_3 - \hat{q}_2) - (q_3 - q_2) \\ &= (q_3 + \delta q_2 + \delta q_3 + \delta q_2) - (q_2 + \delta q_2) . \\ &= \delta q_3. \end{aligned}$$

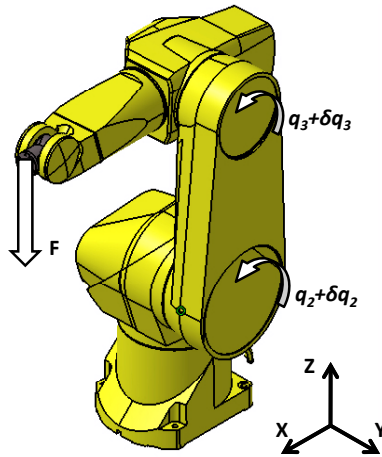


FIGURE 3.4 – Configuration de l’identification de l’axe 3.

Ce principe de mesure relative est ensuite utilisé pour l’identification des souplesses des axes 4, 5 et 6 (cf. figure 3.5 a, b et c).

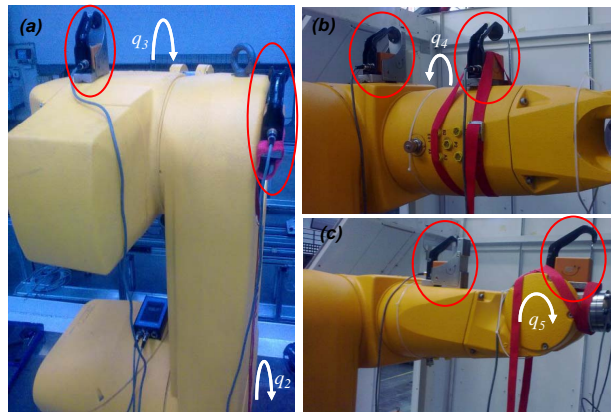


FIGURE 3.5 – Mise en place des niveaux électroniques.

Les six raideurs identifiées des articulations de notre robot sont données dans le tableau 3.1.

N° d’axe	1	2	3	4	5	6
K [ N.m/rad ]	$0.204 \cdot 10^6$	$0.85 \cdot 10^6$	$0.57 \cdot 10^6$	$0.49 \cdot 10^6$	$0.12 \cdot 10^6$	$0.005 \cdot 10^6$

TABLE 3.1 – raideurs articulaires de notre robots Stäubli Rx 170 BH

### 3.3 Analyse de la cartographie de souplesse

La cartographie de souplesse cartésienne du robot peut être déduite à partir de l’équation (3.16). Ainsi, la matrice de souplesse cartésienne dépend en un point de la configuration du robot et donc des différents bras de levier par rapport aux axes. Cette matrice en un point donné évolue donc

avec la configuration bien que la matrice de souplesse articulaire  $H_q$  soit constante.

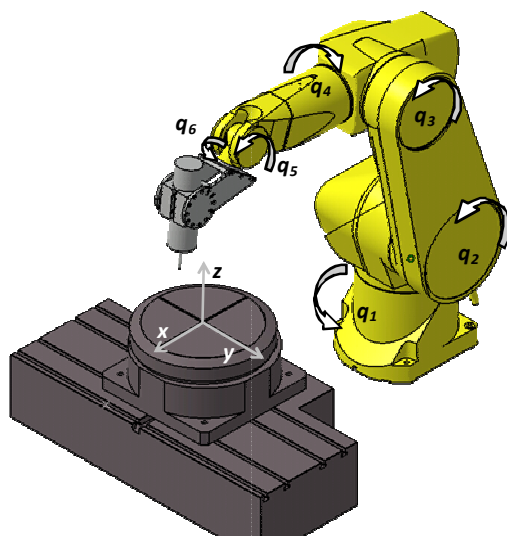


FIGURE 3.6 – Le robot en configuration d’usinage

La figure 3.7 présente un exemple de tracé issu de la cartographie de rigidité du robot usinant. Les souplesses cartésiennes de  $H_c(q)$  sont calculées dans un plan de la zone de travail du robot à  $z=400$  mm). L’outil de coupe est perpendiculaire à la table d’usinage (cf figure 3.6). La souplesse dans la direction Y est supérieure à celle des directions X et Z. Elle s’accroît en s’éloignant de l’axe 1. Cette faible rigidité est due principalement à la souplesse dominante de l’axe 1.

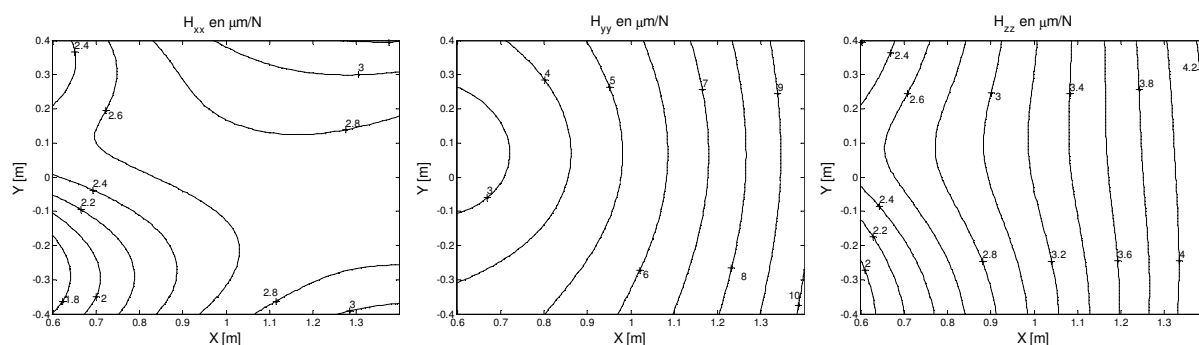


FIGURE 3.7 – La cartographie de souplesse du robot dans un plan XY.

La contribution des axes du robot dans la souplesse cartésienne dans les trois directions principales est illustrée dans le tableau 3.2.

Direction de la souplesse	N des axes impliqués
X	1,2,3,5
Y	1,4
Z	2,3,5

TABLE 3.2 – Contribution des souplesses des axes à la souplesse cartésienne



### 3.4 Planification de la trajectoire d'outil à rigidité maximale

Dans le cadre de l'utilisation du robot sous effort en usinage, il est souhaitable d'optimiser la configuration du robot afin d'obtenir en bout d'outil une rigidité optimale. Dans le cas d'un surfacage, nous nous sommes intéressés à déterminer la configuration du robot permettant de maximiser la rigidité normale à la surface.

La cartographie de souplesse présentée à la figure 3.7 montre que la rigidité du robot ne varie pas significativement dans une zone de travail limitée. Ainsi, afin de calculer la configuration optimale du robot pour l'usinage d'une pièce de dimensions limitées, nous effectuons une minimisation de la souplesse dans la direction normale à la pièce en un point de la trajectoire de l'outil comme suit :

$$\text{Min } \|H_c(q) \cdot \mathbf{N}\|^2 ; a \leq \alpha \leq b ; c \leq \beta \leq d \quad (3.19)$$

où les angles  $\alpha$  et  $\beta$  sont les angles de rotation du support de pièce autour des axes  $X_s$  et  $Y_s$ , respectivement, du repère pièce  $R_s$ .  $\mathbf{N}$  est un vecteur unitaire normale à la pièce. Puisque l'outil de coupe est maintenu avec un angle de dépînage constant perpendiculaire à la pièce durant l'usinage, la variation des deux paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  se traduit par une variation sur l'orientation, comme présenté à la figure 3.8. Nous considérons ici que cet angle de dépînage est nul. Dans le cas plus général un algorithme d'optimisation de type min-max, (équation 3.20), peut être utilisé pour répondre à ce problème :

$$\text{Min } \left[ \underbrace{\text{Max}}_{p_i} \|H_c(q) \cdot \mathbf{N}\|^2 \right] ; a \leq \alpha \leq b ; c \leq \beta \leq d \quad (3.20)$$

où  $p_i$  est l'ensemble des points de la trajectoire. Dans ce cas, la souplesse du robot est calculée en plusieurs points de la trajectoire d'outil. La minimisation de souplesse est effectuée ensuite au point qui correspond à la configuration la moins rigide du robot. La trajectoire de l'outil est ensuite planifiée par une méthode adaptée de l'avance de l'outil, c'est-à-dire permettant de maintenir la vitesse d'avance la plus constante possible. La méthodologie développée pour générer les références de chacun des axes du robot a été présentée dans le § 2.5.

**Implémentation de la méthode sous Matlab :** L'algorithme d'optimisation de rigidité est implémenté dans le logiciel de calcul numérique MATLAB. Nous utilisons la fonction *fmincon* afin de résoudre ce problème de minimisation non-linéaire sous contraintes.

Pour ce problème d'optimisation de rigidité, la fonction à minimiser est la fonction issue du produit de la matrice de la souplesse cartésienne du robot  $H_c$  par le vecteur normal à la surface. (3.19). Les variables sont les angles  $\alpha$  et  $\beta$  qui déterminent l'orientation de la pièce à usiner. L'orientation de l'outil de coupe, normale à la pièce est déterminée par deux rotations,  $r_x$  et  $r_y$  du repère outil  $R_t$  par rapport au repère de base  $R_w$  (figure 3.9). Ainsi, l'orientation de l'outil est calculée en fonction des angles  $\alpha$  et  $\beta$  comme suit :  $r_y = \pi - \beta$  et  $r_x = -\alpha$ . De cette façon, la variation de l'orientation de la pièce se traduit par un changement de configuration du robot.

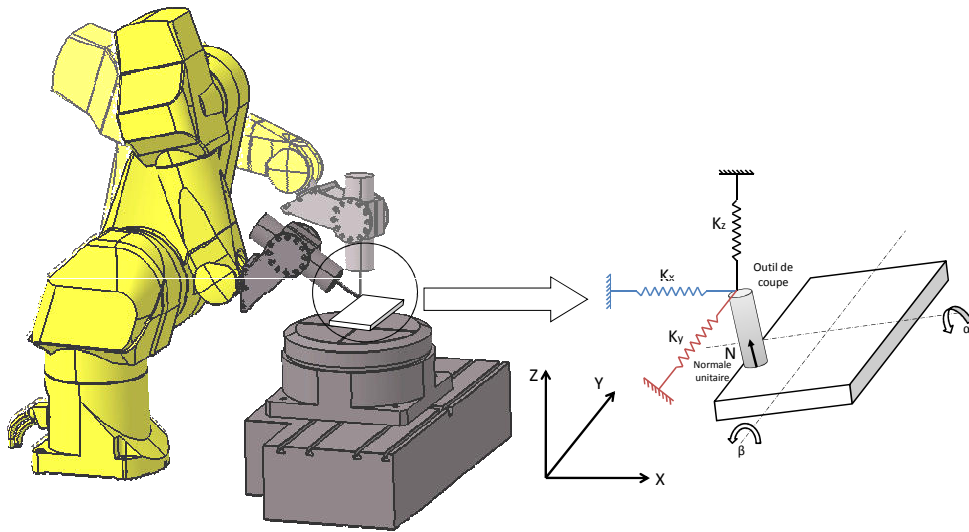


FIGURE 3.8 – Optimisation de la rigidité en fonction de la configuration du robot

Cette variation est donnée par la représentation du vecteur  $\mathbf{N}$  dans le repère de base en fonction de l'orientation de l'outil comme suit :  $\mathbf{N} = (-\sin(r_y) \cdot \cos(r_x) \quad \sin(r_x) \quad -\cos(r_y) \cdot \cos(r_x))^T$ .

Le vecteur  $(\alpha, \beta)$ , balaye les intervalles prédéterminés. Pour chaque valeur de ce vecteur, l'orientation de l'outil est calculée. La configuration du robot est déduite ensuite via le modèle géométrie inverse. La souplesse cartésienne est calculée pour chaque configuration de robot. Ceci est réalisé jusqu'à la satisfaction d'un critère d'arrêt.

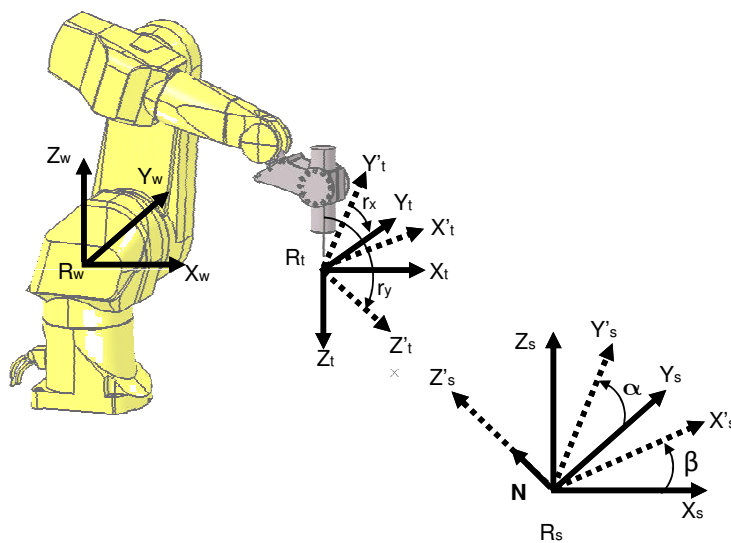


FIGURE 3.9 – Orientations de la pièce de de l'outil

### 3.5 Tests de rigidité du robot en usinage

La méthodologie précédente est validée expérimentalement sur le robot démonstrateur. Trois tests d'usinage ont été effectués sur le robot démonstrateur afin de valider les résultats de la cartographie de rigidité. L'objectif de ces tests est de démontrer l'importance du choix de la configuration du robot sur l'état de surface des pièces usinées. Deux configurations ont été calculées pour valider les résultats du calcul théorique. La première configuration correspond à une rigidité minimale dans la direction normale à la pièce à usiner, (figure 3.10a). La deuxième configuration (figure 3.10b) correspond à la rigidité maximale dans la même direction.

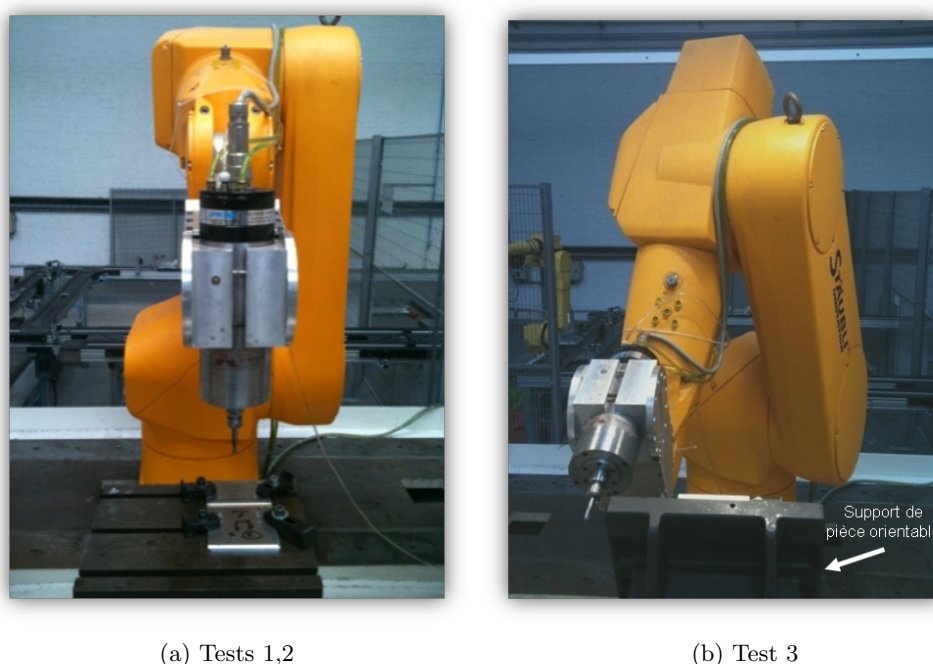


FIGURE 3.10 – Configuration des tests d'usinage

Le processus d'usinage choisi pour les tests est montré dans la figure 3.11. Il correspond à l'usinage d'une rainure sur une longueur de 110 mm. Le robot commence son mouvement à 150 mm avant d'attaquer la pièce et s'arrête à environ 150 mm après avoir quitté la pièce. Nous avons gardé les mêmes paramètres de coupe, présentés dans le tableau 3.3, pour les trois tests. L'outil utilisé pour ces tests est un outil de type fraise torique carbure monobloc *TLV212* avec deux dents, 10 mm de diamètre avec un angle d'hélice de  $25^\circ$ . Les pièces usinées sont en alliages d'aluminium 2024.

Vitesse d'avance [mm/sec]	Rotation d'outil [Tr/min]	Profondeur de coupe [mm]	Vitesse de coupe [m/min]	Engagement radial [mm]	Avance par dent [mm/dent]
150	20 000	1	625	10	0.225

TABLE 3.3 – Paramètres des tests d'usinage

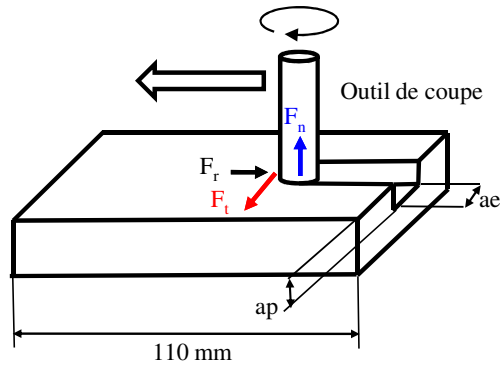


FIGURE 3.11 – Usinage en opposition (Slot milling)

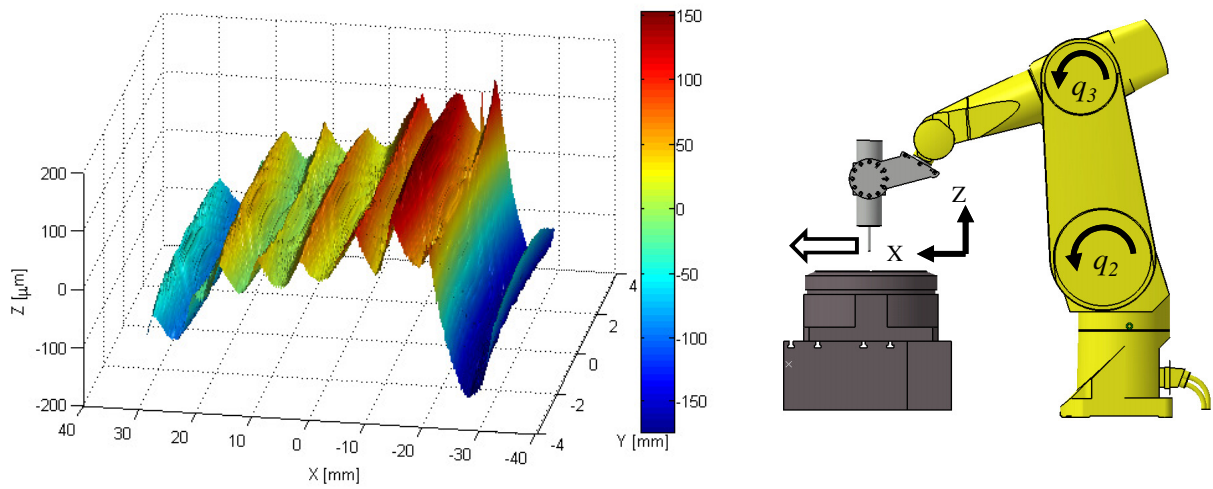


FIGURE 3.12 – Test d'usinage N°1 avance de l'outil dans la direction  $X_{robot}$

En premier lieu, la configuration du robot a été calculée pour une souplesse minimale dans la direction normale à la pièce (cf. §3). Cette configuration correspond aux valeurs des angles d'optimisation suivants :  $\alpha \approx 0^\circ$  et  $\beta \approx 0^\circ$ . La raideur équivalente  $K$  dans cette direction est de  $0.213 \text{ N}/\mu\text{m}$ . Nous avons gardé cette configuration pour les tests N°1 et N°2 comme montré dans les figures 3.12 et 3.13. L'avance de l'outil est dirigée selon la direction  $X_{robot}$  pour le test N°1 et dans la direction de  $Y_{robot}$  pour le test N°2.

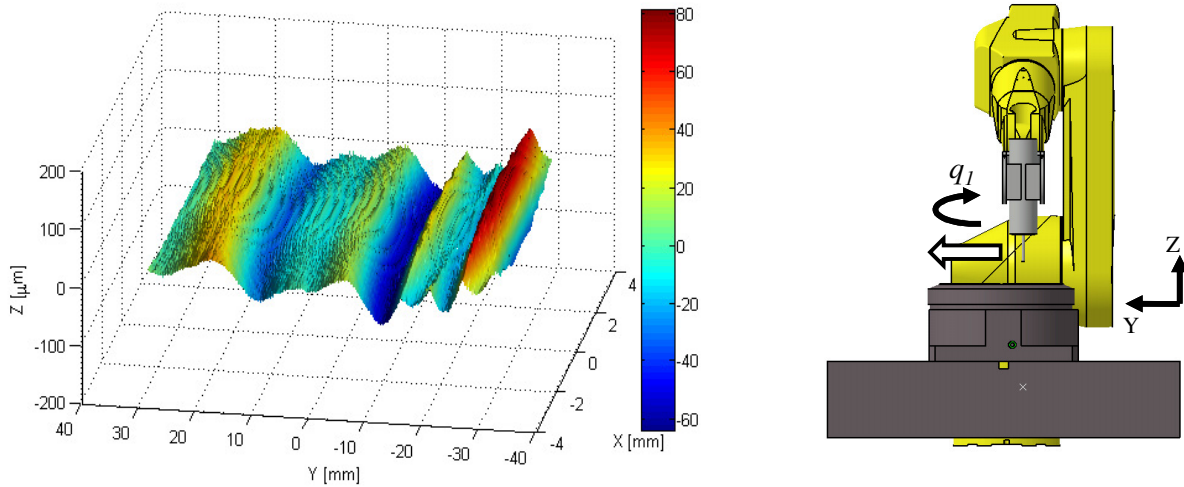


FIGURE 3.13 – Test d’usinage N°2 avance de l’outil dans la direction  $-Y_{robot}$

La deuxième configuration est calculée en minimisant la souplesse dans la direction de la normale à la pièce. Pour cette configuration les angles de rotation de la table sont  $\alpha \approx 0^\circ$  et  $\beta \approx 70^\circ$ , ce qui conduit à une raideur équivalente  $K$  de  $0.5252 \text{ N}/\mu\text{m}$ , soit une configuration pour laquelle la rigidité maximale lors de l’usinage sera 2,5 fois plus importante. Cette configuration est utilisée pour le test N°3 avec un avance de l’outil de coupe dans la direction  $-Y_{robot}$  (figure 3.14).

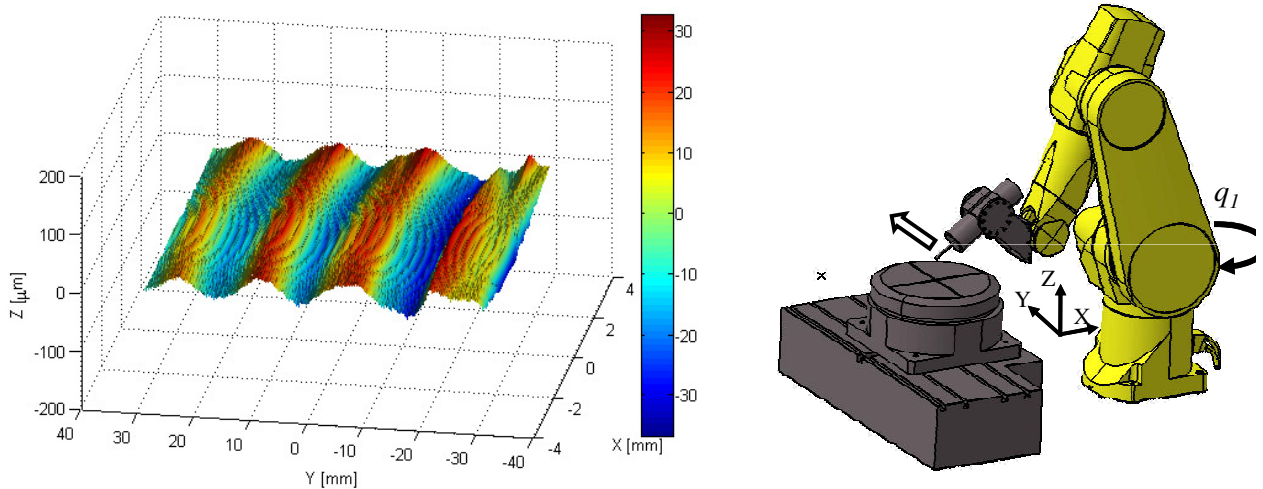


FIGURE 3.14 – Test d’usinage N°3 avance de l’outil dans la direction  $-Y_{robot}$

Les trois pièces, usinées durant ces trois tests, sont ensuite mesurées sur une longueur de 60 mm par un profilomètre pour évaluer la rugosité des surfaces produites afin de mettre en évidence l’amélioration portée par le choix de la configuration d’usinage (cf. figures 3.12, 3.13 et 3.14).

Le tableau 3.4 montre les paramètres choisis pour comparer la rugosité des pièces usinées dans les trois tests. Ces paramètres sont définis par la moyenne de l’amplitude  $S_a$  (Eq 3.21), la valeur maximale de  $z$  :  $z_{max}$ , la valeur minimale de  $z$  :  $z_{min}$  et l’écart entre les deux valeurs  $S_z = z_{max} - z_{min}$  :

$$S_a = \frac{1}{MN} \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{N-1} |z(x_k, y_l)| \quad (3.21)$$

	$S_a[\mu m]$	$z_{max}[\mu m]$	$z_{min}[\mu m]$	$S_z[\mu m]$
<i>Test</i> N°1	60.22	154.848	-173.922	328.77
<i>Test</i> N°2	19.8678	81.624	-64.647	146.271
<i>Test</i> N°3	12.0684	34.301	-39.839	74.14

TABLE 3.4 – Paramètres de rugosité des surfaces usinées

Malgré l'utilisation de la même configuration, épaule gauche et coude haut, avec une même rigidité pour les tests N°1 et N°2 nous remarquons un écart important entre les paramètres de rugosité. Par conséquent, la différence entre les états de surface n'est pas seulement due au problème de rigidité du robot. Pour déterminer les raisons de cette différence, nous analysons le mouvement du robot lors de ces deux tests.

**Analyse du mouvement** Le tableau (3.5) montre les positions initiales et finales de chaque axe du robot dans le cadre de la réalisation d'une droite. Cela correspond au test N°1, dans la direction  $X_{robot}$  de 400 mm. A partir de cette table nous pouvons remarquer que les axes qui contribuent le plus à ce mouvement sont les axes 2,3 et 5.

	$J_{initial}[Deg]$	$J_{finale}[Deg]$	$ \Delta_q[Deg] $
$q_1$	-3.8	-2.3	1.5
$q_2$	-15.2	12.3	27.5
$q_3$	123.7	97	-26.7
$q_4$	2.3	1.2	-1.1
$q_5$	41.7	40.8	-0.9
$q_6$	-5.2	-3.1	2.1

TABLE 3.5 – Positions articulaires durant le test N°1

De la même façon, le tableau (3.6) montre les mouvements des axes du robot pour réaliser une droite de 400 mm dans la direction  $Y_{robot}$ , qui correspond au cas du test N°2. Nous rappelons que nous avons gardé la configuration du robot pour les deux tests, N°1 et N°2. Nous remarquons que dans ce cas, le mouvement est produit principalement à partir du mouvement de l'axe 1 du robot avec une contribution faible des autres axes.

	$J_{initial}[Deg]$	$J_{finale}[Deg]$	$ \Delta_q[Deg] $
$q_1$	9.8	-15.5	-25.3
$q_2$	7.6	6.9	-0.4
$q_3$	102.6	103.4	0.8
$q_4$	-8.1	11.2	19.3
$q_5$	40.5	41.04	0.6
$q_6$	14.5	-22.2	-36.7

TABLE 3.6 – Positions articulaires durant le test N°2

Au vue de ces mouvements des axes 2 et 3, les différences des paramètres entre les deux tests pourraient s'expliquer par les défauts de transmission des mouvements des axes du robot. En effet, dans le cas du premier test, ces défauts sont amplifiés à cause du bras de levier très important existant entre la pointe outil et les axes 2 et 3. Dans le test 2, le mouvement de ces axes est limité. Ainsi, l'effet de ces défauts est très faible. Le défaut de transmission pour les axes du robot fera l'objet du chapitre suivant.

	$J_{initial}[Deg]$	$J_{finale}[Deg]$	$ \Delta_q[Deg] $
$q_1$	13.8	-22.1	-35.9
$q_2$	33.8	33.6	-0.2
$q_3$	140	141.2	1.2
$q_4$	14	-21.5	-34.7
$q_5$	-94	-95.12	1.2
$q_6$	-1.7	1.8	3.5

TABLE 3.7 – Positions articulaires durant le test N°3

Pour avoir une comparaison cohérente quant à l'effet des souplesses des axes, nous comparons les résultats des tests N°2 et N°3, où les mêmes axes sont en action, principalement l'axe 1, avec un changement de configuration du poignet. Afin de mettre en évidence la contribution de l'optimisation de la configuration à l'amélioration de la qualité de l'état de surface, nous comparons les paramètres de rugosité, présentés dans le tableau 3.4 entre les tests N°2 et N°3. Nous pouvons constater une diminution respectivement de 39% et de 49% de  $S_a$  et  $S_z$  grâce à l'optimisation de la rigidité. Ces résultats sont cohérents avec les calculs théoriques qui donnent pour la configuration de test N°3 une raideur dans la direction normale à la pièce deux fois plus importante que celle de la configuration de test N°2.

Une autre constatation peut être faite par rapport à la rigidité du robot dans la direction de l'effort de coupe tangentiel. Comme montré dans la cartographie de rigidité au §3.3, la rigidité du robot dans la direction  $Y_{robot}$  est inférieure à celle dans la direction  $X_{robot}$ . Nous pouvons remarquer ceci dans le test N°1, où la composante tangentielle de l'effort de coupe est dans la direction  $Y_{robot}$  (cf.figure 3.15). Une ondulation est due à la déviation de la trajectoire de l'outil notamment quand il attaque la pièce. Cette ondulation est très faible dans les tests N°2 et 3 où l'avance de l'outil est dans la direction  $Y_{robot}$ . L'effort tangentiel est donc dans la direction où le robot présente une plus

grande rigidité, c'est-à-dire  $X_{robot}$ .

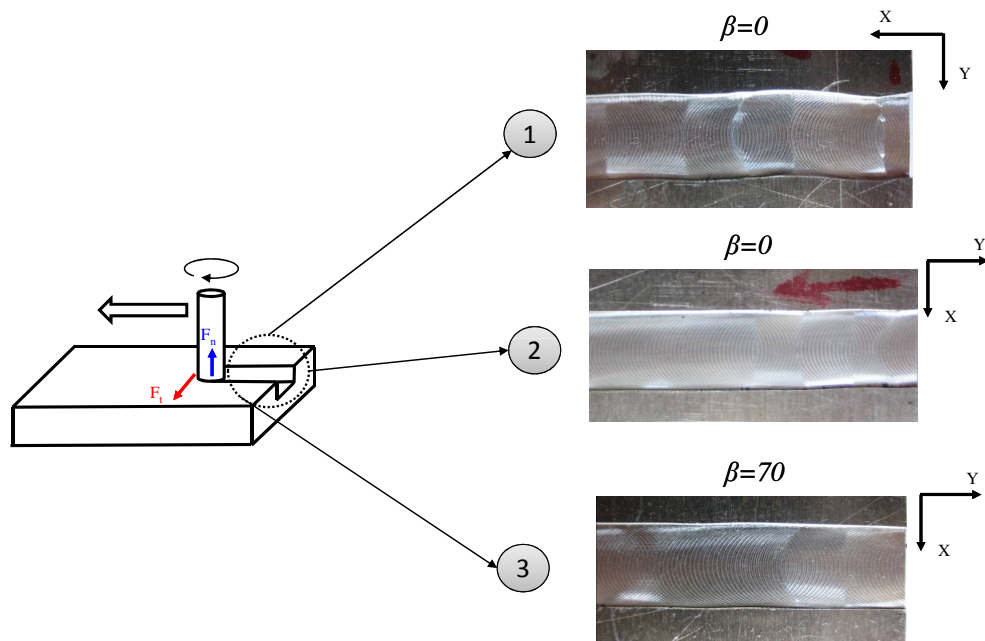


FIGURE 3.15 – Vibration de l'outil due à l'effort tangentiel de coupe au début de l'usinage

### 3.6 Modèle élasto-statique

La connaissance des raideurs équivalentes des axes du robot permet de construire un modèle élasto-statique. Dans ce modèle, nous intégrons les déformations élastiques de chaque axe du robot. Ainsi, il devient possible de calculer la déviation du TCP due à la présence des souplesses des axes.

Les axes du robot sont sollicités par un couple axial. Ce couple provoque des déplacements angulaires axiaux, qui ne sont pas mesurés par les codeurs des moteurs. L'objectif du modèle élasto-statique est de compenser la déviation du TCP due à ces déplacements axiaux. La correction des trajectoires peut être aussi effectuée en ligne ou hors ligne.

Dans [WZF09] les auteurs montrent une technique de compensation des déformations élastiques en ligne. Ils utilisent un capteur de force installé au niveau de l'organe terminal pour mesurer les forces appliquées en temps réels. Ces forces sont projetées ensuite dans l'espace articulaire pour calculer les déplacements angulaires des axes. De plus, ils calculent les déplacements dus aux masses du robot. Les déplacements angulaires calculés sont ensuite utilisés pour la correction des trajectoires articulaires par compensation (cf. figure 3.16). Cette méthode augmente la complexité du système de commande surtout lors de l'usinage à grande vitesse qui nécessite une dynamique de correction très élevée. Elle reste cependant très intéressante si la baie du robot permet de faire cette correction temps réel sans ralentir le mouvement de robots.



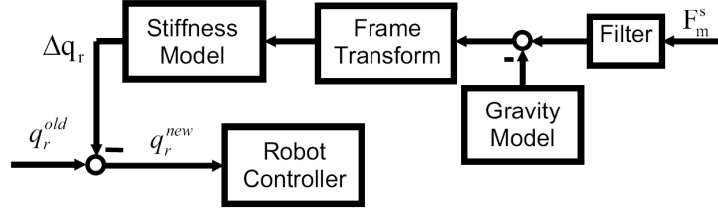


FIGURE 3.16 – Compensation des défauts angulaires en temps réel. [WZF09]

La correction d'une trajectoire hors ligne nécessite une connaissance du processus à réaliser pour prédire la déviation de l'outil par rapport à la trajectoire théorique. Dans [ABP<sup>+</sup>10] la prédiction de la déviation de l'outil de coupe d'un robot usinant est calculée en couplant un modèle du processus de coupe pour calculer les efforts de coupe, avec un modèle dynamique du robot intégrant des articulations élastiques.

Dans ce travail, nous proposons d'intégrer un modèle élasto-statique dans le planificateur de trajectoires pour un robot usinant ; le planificateur est celui que nous avons développé dans le chapitre 2.

### 3.6.1 Effet des déformations articulaires

Le fabricant du robot fournit des informations sur les masses des composants du robot, ainsi que sur la position de leurs centres de gravité. Ces informations, associées à la connaissance des forces \ couples appliqués sur l'organe terminal, nous permettent de calculer les couples appliqués sur les axes du robot [Dam96].

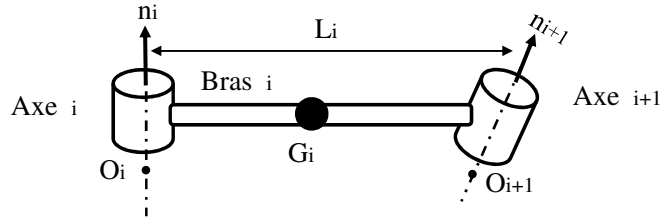


FIGURE 3.17 – Caractéristiques du bras  $i$

L'effet de la pesanteur et du chargement extérieur s'exprime au niveau de l'articulation  $i$  comme suit :

$$\vec{C}_i = \vec{M} + \overrightarrow{O_i O_N} \wedge \vec{F} - \sum_{k=i+1}^{N-1} m_k g \overrightarrow{O_i G_k} \wedge \vec{V} \quad (3.22)$$

où  $\vec{M}$  et  $\vec{F}$  sont le moment et l'effort au niveau de l'organe terminal.  $\overrightarrow{O_i O_N}$  est un vecteur liant l'articulation  $i$  à  $O_N$ , origine de référence de l'organe terminal.  $\overrightarrow{O_i G_k}$  est un vecteur liant l'articulation  $i$  au centre de gravité  $G_k$  de l'axe  $k$ .  $\vec{V}$  désigne un vecteur unitaire vertical ascendant et  $g$

l'accélération de la pesanteur. Cette formulation vectorielle présente l'avantage par rapport à (3.9) de considérer aussi bien l'effet de la pesanteur que celui d'un chargement extérieur au niveau de l'organe terminal.

La déformation élastique de l'articulation  $i$  induite par le couple  $C_i$  est donnée par :

$$\Delta q_i = H_i(\vec{C}_i \cdot \vec{n}_i) \cdot \vec{n}_i \quad (3.23)$$

où  $H_i$  est la souplesse de l'axe  $i$  et  $\vec{n}_i$  est un vecteur unitaire porté sur l'axe de rotation de l'articulation  $i$ .

A partir des équations (3.22) , (3.23) et de la connaissance du modèle de masses du robot, nous avons construit un modèle permettant de calculer les déplacements angulaires des axes en fonction de la configuration du robot et des forces externes appliquées au niveau de l'organe terminal. La figure 3.18 montre une trajectoire de type spirale logarithmique calculée par le planificateur, développé dans le chapitre 3. Dans un premier temps, la planification est réalisée sans prendre en compte les défauts de souplesses des axes et dans un deuxième temps en intégrant notre modèle de calcul des déformations élastiques. Ce modèle permet d'anticiper l'erreur due à la souplesse angulaire des axes afin de la corriger.

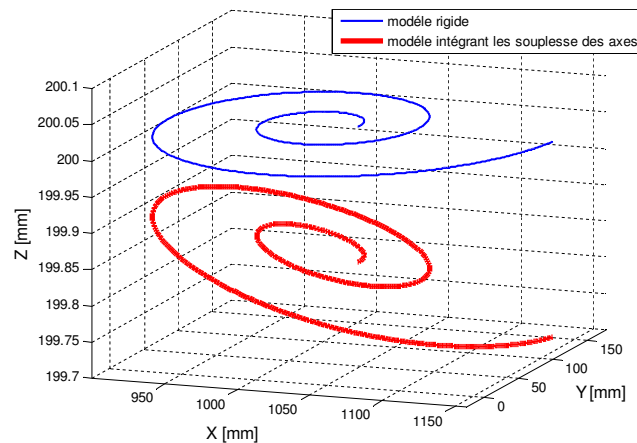


FIGURE 3.18 – Simulation de la trajectoire avec un modèle rigide et un modèle élasto-statique.

Une correction hors ligne, développée dans le chapitre suivant, nous permet via l'exemple traité dans la figure 3.19 de montrer la pertinence de notre approche de correction de trajectoire en mouvement quasi-statique. Cette approche intègre le modèle élasto-statique afin de compenser les défauts dus aux souplesses des axes. Néanmoins, nous constatons des erreurs d'oscillations non négligeables de l'ordre de quelques dixième de millimètre, que l'on propose d'étudier dans le prochain chapitre.

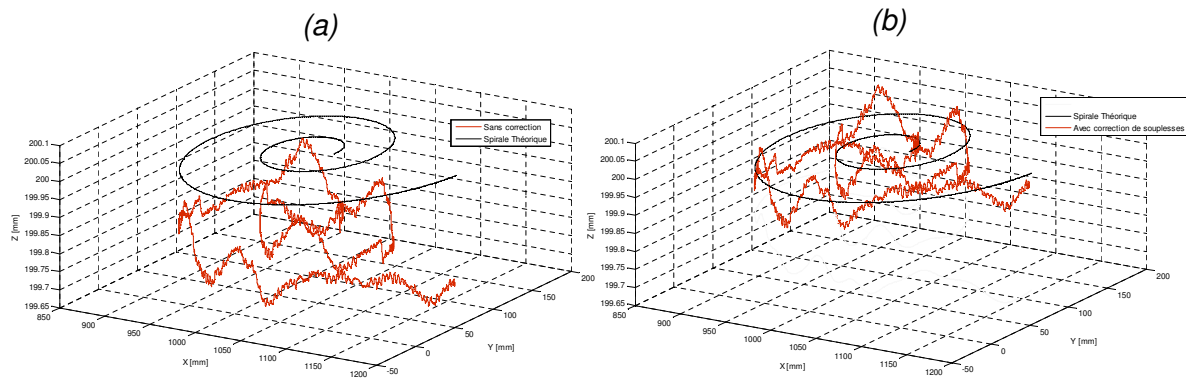


FIGURE 3.19 – (a) Trajectoire mesurée sans correction, (b) Trajectoire mesurée avec correction des défauts dus aux souplesses.

### 3.7 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, nous avons présenté une démarche expérimentale, basée sur la mesure des souplesses articulaires, permettant d’obtenir une cartographie de rigidité cartésienne d’un robot usinant. Un exemple d’exploitation de cette cartographie a été développé. Il consiste à déterminer la meilleure configuration d’usinage qui permet de garantir une rigidité maximale du robot lors de l’usinage. Des résultats expérimentaux obtenus pour un surfacage simple viennent conforter l’analyse précédente. On notera que cette méthode peut être généralisée afin d’optimiser les poses du robot lors de l’usinage, et ainsi être intégrée en tant qu’aide décisionnelle lors de la phase de FAO. Les mesures précédentes ont également été exploitées afin de développer un modèle élasto-statique d’un robot, permettant ainsi de calculer l’erreur de la position du TCP issue des souplesses articulaires. Des relevés expérimentaux obtenus lors du suivi d’un profil en spirale démontrent le gain notable sur la précision qu’apporte l’intégration de ce modèle élasto-statique.



## Chapitre 4

# Identification des défauts de transmission de mouvements des axes d'un robot et correction hors ligne de trajectoires

### 4.1 Introduction

L'analyse d'essais d'usinage, présentés dans le §3.5, nous a permis de mettre en évidence l'effet des défauts de transmission des articulations au niveau de l'organe terminal du robot via l'état de surface des pièces usinées. Pour confirmer cette analyse, nous avons mesuré la trajectoire des tests  $N^{\circ}1$  et  $N^{\circ}2$  à vide (sans réaliser l'usinage), avec une avance de l'outil quasi-nulle afin d'éliminer les effets dynamiques. La figure 4.1 montre la mesure de la trajectoire du TCP correspondant au test  $N^{\circ}1$  dans le plan  $XZ_{robot}$ . La trajectoire théorique est une trajectoire linéaire de 200 mm dans la direction  $X_{robot}$ . Nous pouvons remarquer dans cette figure que le déplacement selon l'axe z, qui devrait être nul, varie le long de la droite d'une amplitude crête à crête de 0.35 mm. Ce mouvement est engendré par un déplacement angulaire de l'axe 1 de  $\Delta q_1 = 1.5^{\circ}$ , de l'axe 2 de  $\Delta q_2 = 13.6^{\circ}$ , et de l'axe 3 de  $\Delta q_3 = 14.7^{\circ}$ .

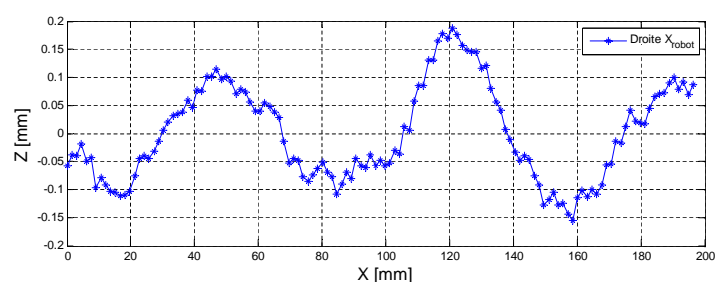


FIGURE 4.1 – Position du TCP mesurée sur une trajectoire linéaire dans la direction  $X_{robot}$ .

Nous avons effectué également une mesure de la trajectoire correspondant au cas du test  $N^{\circ}2$ . Cette trajectoire correspond à une trajectoire linéaire dans la direction  $Y_{robot}$ . La mesure, présentée dans la figure 4.2, montre que l'amplitude crête à crête du déplacement résiduel selon l'axe  $Z_{robot}$  dans ce cas ne dépasse pas 0.08 mm. Dans ce cas, le déplacement angulaire de l'axe 1 est de  $\Delta q_1 = 36^{\circ}$ , celui de l'axe 2 est de  $\Delta q_2 = 1.3^{\circ}$ , et celui de l'axe 3 est de  $\Delta q_3 = 1.2^{\circ}$ .

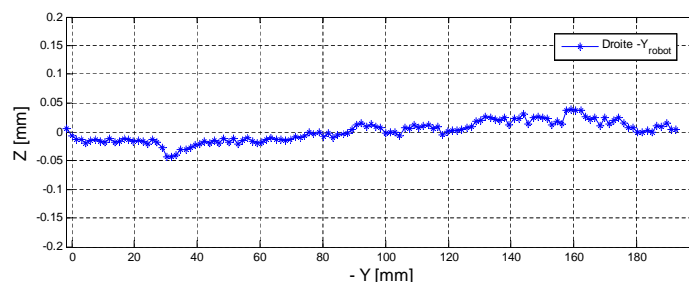


FIGURE 4.2 – Positions du TCP mesurées sur une trajectoire linéaire dans la direction  $Y_{robot}$ .

Ces deux mesures montrent que l'erreur de position du TCP selon  $Z_{robot}$  provient principalement des axes 2 et 3. On peut noter que l'amplitude du mouvement résiduel sur  $Z_{robot}$  augmente dans le cas  $N^{\circ} 1$  en s'éloignant du robot ce qui laisse supposer que l'origine de ce déplacement est une erreur de position angulaire dont l'effet s'amplifie avec le bras de levier (distance axe-point outil). Cette erreur angulaire, probablement liée à des défauts de transmission dégrade la précision du robot. Elle engendre une erreur de position de plusieurs dixièmes de millimètres sur l'axe  $Z_{robot}$ . Plus généralement, les défauts de transmission des axes 1,2 et 3 peuvent engendrer comme, on le montrera plus loin dans ce chapitre, des défauts de position du TCP qui peuvent être de l'ordre de quelques 1/10 de millimètres dans la zone de travail du robot.

Dans ce chapitre, nous détaillons d'abord les sources de défauts de transmission des articulations des robots. Ensuite, nous présentons une méthodologie d'identification appliquée à l'axe 2 de notre démonstrateur. Ce défaut de transmission est alors identifié et modélisé. Nous utilisons ensuite ce modèle de défaut de transmission de l'axe 2 en complément du modèle élasto-statique défini au §3.6 pour développer une stratégie de correction des trajectoires hors ligne. Enfin, nous présentons les résultats que nous avons obtenus sur la spirale logarithmique pour valider cette stratégie.

## 4.2 Les sources d'erreur de position des réducteurs

Les sources des erreurs cinématiques des réducteurs peuvent être divisées en deux classes[Bar95] :

- les défauts de forme des organes de transmission,
- les défauts de montage ou de positionnement.

### 4.2.1 Défauts de forme

Ce sont les erreurs liées aux défauts dimensionnels que ce soit dans la forme générale des éléments de transmission (roues dentées) ou dans la forme des profils des dentures comme par exemple :

1. Excentricité (erreur de faux-rond) : ce défaut est dû à la non-concentricité entre les axes de rotation de l'engrenage et l'arbre auquel l'engrenage est attaché. Ce défaut produit une modulation d'amplitude harmonique à la vitesse de rotation de sortie du réducteur.
2. Erreurs de pas : cette erreur est due au défaut de positionnement angulaire des dentures .
3. Erreurs de profil : cette erreur est due à la différence entre les profils théoriques des dentures et leurs profils réels.

### 4.2.2 Les défauts de montage ou de positionnement

Ces défauts sont le résultat d'erreurs dans l'assemblage qui produisent des écarts de positionnement relatif (position et orientation) entre les axes de rotations des composants du réducteur. Ces défauts engendrent une variation du rapport de réducteur. Ils proviennent principalement de :

1. défauts d'entraxe : ces défauts sont dûs à la différence entre la distance théorique entre les axes de rotation des engrenages et la distance réelle après l'assemblage. Cet écart modifie la géométrie du contact entre les dentures et engendre des erreurs harmoniques dont les fréquences dépendent de l'étage de réduction,
2. défauts d'inclinaison : ces défauts sont issus de l'erreur de parallélisme entre les axes des roues. Ils modifient également la géométrie du contact des dentures et engendrent des erreurs harmoniques d'amplitude généralement plus faible que les précédents.

## 4.3 Identification des défauts de transmission des axes du robot Staübli

Les axes 1,2 et 3 du porteur du robot Staübli RX170, sont équipés d'un système de réduction composé de deux étages (cf.figure 4.3) :

- 1<sup>er</sup> étage : un train d'engrenage classique à denture hélicoïdale.
- 2<sup>ème</sup> étage : un réducteur breveté par Staübli, JCS (Joint Combiné Staübli).

Ainsi, le défaut de position articulaire de chacun de ces axes sera composé de l'ensemble des défauts des deux étages de réduction.

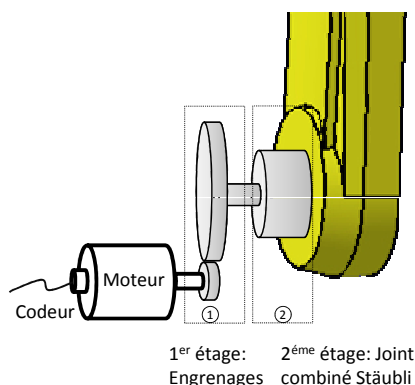


FIGURE 4.3 – Structure d'un axe du robot Stäubli

Sans rentrer dans le détail de conception du réducteur Stäubli, il s'agit d'un réducteurs de type Harmonic drive modifié.

Nous proposons dans ce chapitre une méthode d'identification des défauts de position de ces axes sans démonter la structure du robot. Ainsi, l'identification des défauts est effectuée à partir de mesures de position des bras du robot. L'inconvénient de cette approche est que nous mesurerons à la fois les défauts du réducteur et les défauts produits par les différents composants de la chaîne de l'axe. Ce point sera abordé par la suite. On notera toutefois un avantage : l'identification est réalisée in-situ et elle caractérise le comportement réel du réducteur soumis à charge. Ce comportement est d'ailleurs différent de celui du réducteur mesuré à vide [Tut92].

#### 4.3.1 Protocole d'identification

Pour mesurer ces défauts de transmission, nous proposons de réaliser des mesures des déplacements angulaires au bout de la chaîne cinématique des axes par une procédure où nous faisons varier constamment la position angulaire de l'articulation. Puis, après stabilisation nous réalisons la mesure. Pour obtenir une forme pure du défaut de transmission du mouvement des réducteurs nous avons effectué des mesures de positions statiques. Ceci permet de ne pas engendrer d'oscillations ou de vibrations issues des souplesses articulaires.

L'identification des défauts des axes est faite comme suit :

- mesure de la position angulaire réelle de l'axe via un système de mesure externe par Laser Tracker par exemple, dans un intervalle déterminé.
- Comparaison des mesures  $q_r$  avec les consignes de l'axe  $q_{theo}$  afin de calculer l'erreur de position  $\Delta q = q_r - q_{theo}$ . Cette erreur se compose de deux parties :  $\Delta q_{stiff}$  l'erreur due à la souplesse de l'axe et  $\Delta q_{gear}$  l'erreur due aux défauts de transmission.
- calcul du déplacement angulaire  $\Delta q_{stiff}$  à partir du modèle élasto-statique pour extraire  $\Delta q_{gear} = \Delta q - \Delta q_{stiff}$ .



La mesure est faite à l'aide d'un Laser Tracker qui suit une cible fixée sur le bras du robot lors des mesures. Le bras du robot tourne avec un pas fixé. Il s'arrête après chaque pas afin de réaliser la mesure de la position réelle de l'axe en statique. Le Laser Tracker est réglé pour effectuer une mesure pendant l'arrêt du mouvement du bras après un temps de stabilisation programmé. Le Laser Tracker permet de mesurer des positions dans l'espace. Pour notre identification les positions cartésiennes mesurées dans un repère déterminé par l'utilisateur sont converties ensuite en positions articulaires.

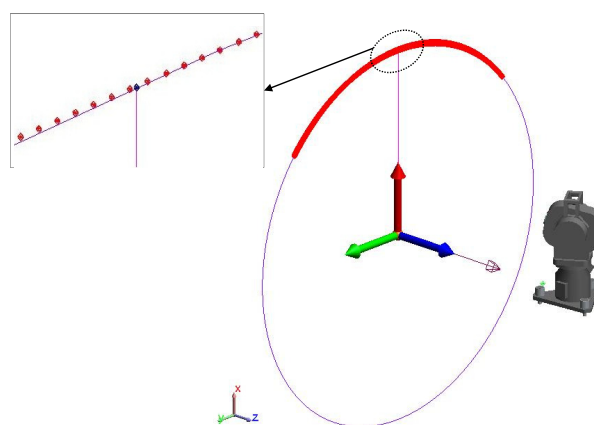


FIGURE 4.4 – Mesures de positions d'un axe avec un Laser Tracker.

Les points mesurés lors de la rotation du bras du robot forment un arc de cercle imparfait. A partir de ces points une approximation par un cercle au sens des moindres carrés est calculée. Le centre de ce cercle est considéré comme étant appartenir à l'axe de rotation de l'axe (cf.figure 4.4). Pour simplifier les calculs de positions angulaires du bras du robot, nous construisons un repère local dont l'origine est le centre de rotation de l'axe. L'axe Z est porté par la normale au plan du cercle. Pour déterminer la direction de l'axe X, nous mesurons un point en mettant l'axe du robot à sa position initiale  $q_i = 0$ .

Les coordonnées cartésiennes des points mesurés sont ensuite converties en positions angulaires par la fonction trigonometrique  $atan2(y_i, x_i)$ (cf.figure 4.5).

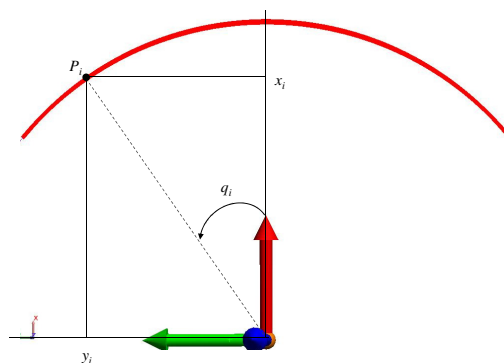


FIGURE 4.5 – Conversion de la position cartésienne en position articulaire.

### 4.3.2 Identification des défauts de l'axe 2

Dans le cas des robots manipulateurs, la gravité pose un problème car elle oblige à utiliser des actionneurs puissants ou/et des systèmes de réduction surdimensionné [WC02]. Afin de remédier à ce problème, les manipulateurs sont équipés de systèmes de compensation de gravité (équilibrage).

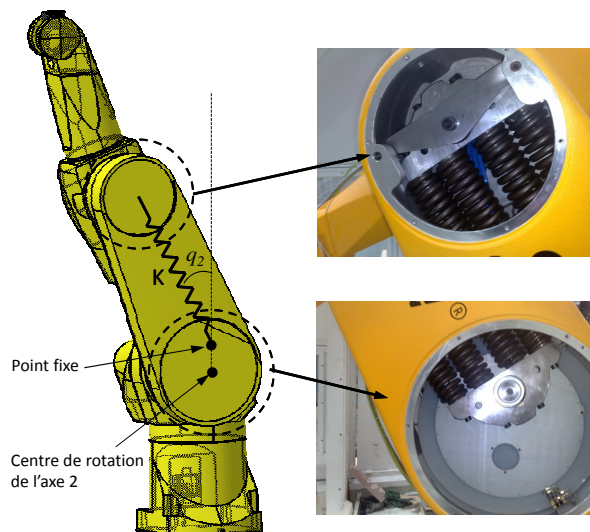


FIGURE 4.6 – Système de compensation de gravité par ressorts.

Dans le cas de notre robot Stäubli RX170BH, l'axe 2 du robot est équipé d'un système d'équilibrage à ressorts (cf.figure 4.6). Ce système est composé de quatre ressorts dont la longueur varie non linéairement en fonction de l'angle de rotation  $q_2$  de l'axe 2 . Ces ressorts de compensation génèrent un couple d'équilibrage s'opposant au couple généré par les poids des composants du robot situés en aval de cet axe : bras 3 muni de son contrepoids, bras 4 et poignet. Ainsi le couple à générer par le moteur de l'axe 2 doit être au minimum égale au couple résiduel issu de la différence entre le couple des masses et le couple du système de compensation.

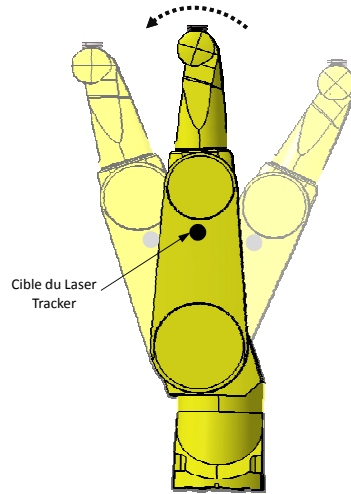


FIGURE 4.7 – Configuration du robot pour l’identification des défauts de l’axe 2.

L’identification du défaut de l’axe 2 a été réalisée comme suit : nous avons fait varier l’angle de rotation de l’axe 2 du robot d’une position initiale de  $-50^\circ$  à une position finale de  $50^\circ$  avec un pas angulaire de  $0.05^\circ$  (cf.figure 4.7). Un arrêt est effectué pour chaque pas de mesure pour réaliser une mesure statique. La position réelle du bras est mesurée par un laser tracker. La différence entre la position réelle et la position théorique nous permet de calculer l’erreur de justesse angulaire de l’axe. L’erreur de position mesurée par le Laser Tracker est donnée dans la figure 4.8.

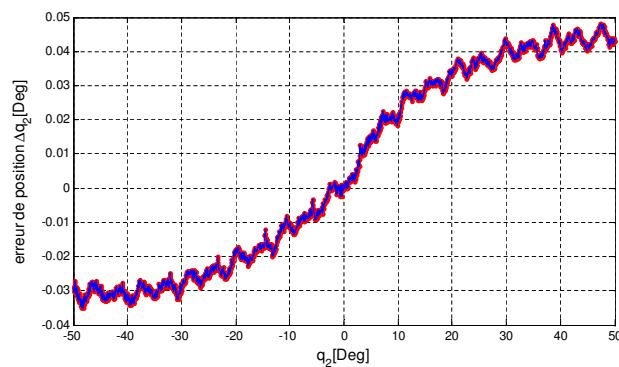


FIGURE 4.8 – L’erreur de position de l’axe 2.

A partir de cette figure, nous pouvons mettre en avant deux types de défaut :

- le défaut de souplesse  $dq_2^{stiff}$  issu de la déformation élastique en torsion de l’axe sous l’effet du couple résiduel. Ce défaut est de l’ordre de quelques centièmes de degré.
- les défaut de transmission  $dq_2^{gear}$ . Ce défaut issu de la chaîne cinématique de l’articulation, est de l’ordre de quelques millièmes de degré.

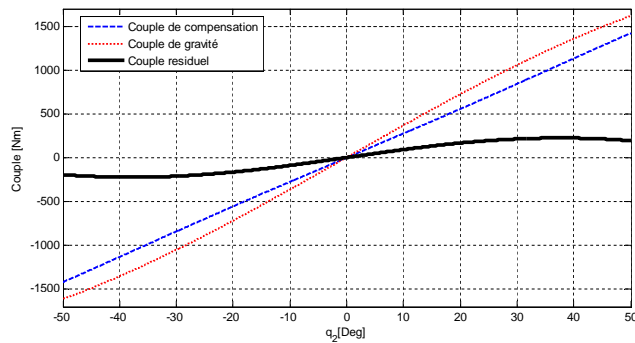


FIGURE 4.9 – Les couples appliqués sur l’axe 2.

Pour séparer les défauts de transmission, nous avons calculé le couple résiduel à partir des données du modèle de masses du robot et du modèle du système de compensation de gravité par ressorts (raideur et précharge du robot). La figure 4.9 montre ces couples dans la plage des mesures. Cette mesure permet d’ailleurs d’identifier la raideur de l’axe 2. On constate que le profil général de l’erreur de justesse angulaire relevée colle parfaitement à une constante multiplicative près au profil du couple résiduel. Cela confirme notre hypothèse de départ d’une raideur constante caractérisant la souplesse axiale. Nous avons alors calculé le déplacement du à la souplesse  $dq_2^{stiff}$  (cf.figure 4.10). On notera une traversée de jeu mécanique de  $0.011^\circ$ , correspondant à un changement de sens du couple résiduel. Le défaut de transmission  $dq_2^{gear}$  s’écrit donc comme la différence entre  $dq_2$  et  $dq_2^{stiff}$  comme le montre la figure 4.11 pour une plage  $\pm 30^\circ$  correspondant à la zone de travail la plus fréquente du robot.

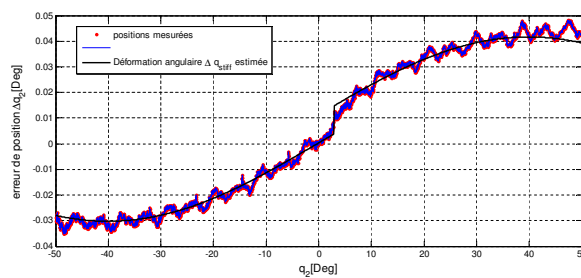


FIGURE 4.10 – L’erreur de position de l’axe 2.

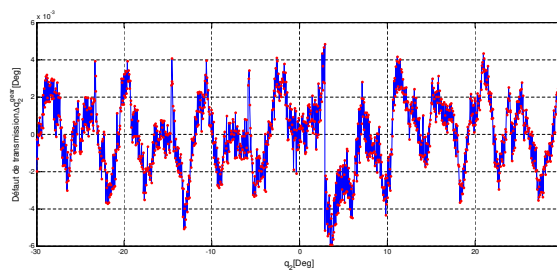


FIGURE 4.11 – Défaut de transmission du mouvement de l’axe 2.

Classiquement ce défaut de transmission des réducteurs de type Harmonic drive se compose d'un harmonique qui se répète deux fois pour chaque tour de l'entrée du réducteur [Tut92]. Cet harmonique est entaché par des défauts de faible amplitude de fréquences élevées dus aux irrégularités de forme et de placement des dentures (figure 4.12). Le mécanisme d'apparition de ce défaut est expliqué dans [GGA01]. Il s'agit principalement d'un problème d'excentricité provenant des erreurs d'assemblage. Cette excentricité implique alors une variation du contact des dentures. Le rapport de réduction devient alors variable.

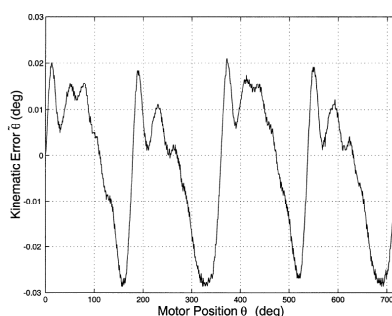


FIGURE 4.12 – Une signature typique de l'erreur d'un réducteur de type Harmonic Drive [GGA01]

Pour confirmer ce phénomène nous avons modélisé ce défaut par la fonction :  $a \sin(b\theta + c)$ , où les coefficients  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont obtenus par une approximation au sens des moindres carrés.  $\theta$  est l'angle de rotation à l'entrée du réducteur Staübli JCS. Le calcul de la fréquence  $b$  correspond bien à 2 cycles/tour de l'entrée du réducteur. La fonction sinus issue de l'approximation montre que ce défaut est la composante principale du défaut de transmission (cf.figure 4.13). Cette fonction peut être considérée comme un modèle représentatif de ce défaut.

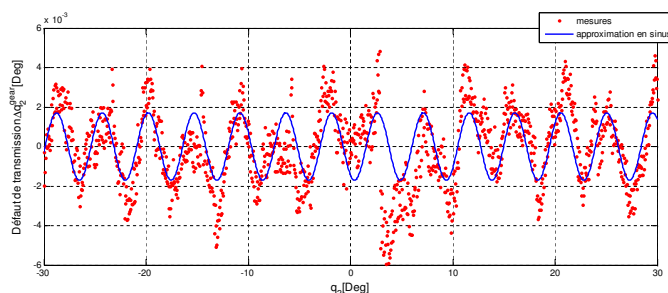


FIGURE 4.13 – La composante principale du défaut de transmission de mouvement.

## 4.4 Correction hors ligne des défauts des axes du robot

Comme mentionné précédemment, outre les défauts géométriques l'erreur de position de l'organe terminale d'un robot manipulateur est due principalement aux défauts des axes. Nous avons identifié dans ce travail deux défauts :

- la souplesse angulaire axiale des articulations  $\Delta q_{stiff}$ ,

- les défauts de transmission des axes  $\Delta q_{gear}$ .

Une modélisation mathématique de chaque défaut a été réalisée pour les intégrer dans notre planificateur de trajectoires. La correction des défauts est faite hors ligne pendant la phase de planification des trajectoires. Le principe de correction consiste alors à anticiper l'erreur de position de chaque axe afin de calculer une nouvelle consigne de position intégrant la correction comme suit :

$$Q_{consigne} = Q_{theorique} - (\Delta Q_{soup} + \Delta Q_{gear}), \quad (4.1)$$

où  $\Delta Q_{soup}$  est le vecteur des déplacements angulaires issus des déformations élastiques des axes. Cette erreur est calculée par le modèle élasto-statique développé dans le §3.6.1.  $\Delta Q_{gear}$  est le vecteur de l'erreur de position due aux défauts de transmission des axes.

#### 4.4.1 Mise en œuvre de tests de correction.

Pour des raisons de simplicité, sans perte de généralité, nous appliquons notre stratégie de correction hors ligne sur l'axe 2 du robot. La configuration des tests est donnée dans la figure 4.14. Les tests sont effectués sans charge. Ainsi la déformation élastique de l'axe 3 est négligeable grâce au système de compensation par contre poids. Donc, la seule déformation élastique considérée est celle de l'axe 2 due au couple résiduel.

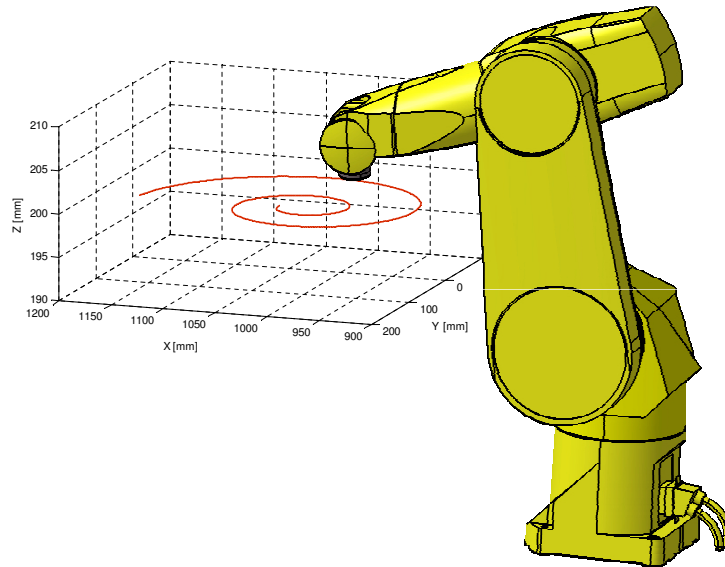


FIGURE 4.14 – La trajectoire des tests de correction.

La spirale logarithmique exploitée dans les chapitres 3 et 4 est considérée à nouveau comme profil de référence. La spirale est définie dans un plan XY à  $Z_{robot}=200$  mm (cf.figure 4.14). Avant de commencer la correction, nous avons exécuté la trajectoire choisie pour les tests afin de reconstruire la trajectoire de l'organe terminal "vue par le contrôleur". Ce test a comme objectif de confirmer que les défauts que nous allons essayer de corriger ne sont pas corrigible par le contrôleur. Ceci est

montré dans la figure 4.15. Nous pouvons constater que à part les 4 sauts en Z les autres défauts : souplesses des axes et défauts de transmission ne sont pas visibles par le contrôleur lors de la réalisation de la trajectoire. On notera aussi que les pics d'erreur en Z correspondent à l'inversion de sens de rotation de l'axe 2. Les pics d'inversion peuvent être associés à plusieurs raisons :

- un couple moteur insuffisant lors de l'inversion du mouvement de l'axe où les forces de frottement changent de direction, ce qui cause un arrêt momentané,
- un dynamique d'asservissement pas assez rapide au moment de la transition,
- un temps de long de l'asservissement trop long pour compenser le jeu à l'inversion.

Les pics d'inversion sont généralement mis aussi en évidence lors de trajectoires circulaires sur machine outil [BBB04].

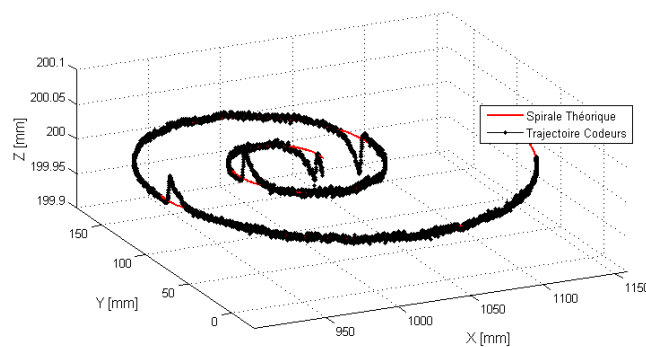


FIGURE 4.15 – Reconstruction de la trajectoire à partir de données du contrôleur du robot.

Le Laser Tracker est utilisé pour mesurer les positions de l'organe terminal lors de ces tests. Pour mettre en évidence l'apport de la correction de chaque défaut, nous corrigeons tout d'abord le défaut issu de la souplesse, puis nous ajoutons la correction des défauts de transmission.

Comme nous l'avons montré dans le § 4.3.2, la composante principale des défauts de transmission est un harmonique de fréquence égale à deux cycles par tour d'entrée du réducteur. En plus de cet harmonique d'autres harmoniques dus aux défauts des deux étages de réduction peuvent être identifiés. Dans le cas de la trajectoire choisie pour les tests de correction de trajectoire hors ligne, le mouvement de l'axe 2 varie de 15 à 30°. Pour la correction du défaut de transmission  $q_2^{gear}$ , nous avons effectué une approximation au sens des moindres carrées sous la forme de huit fonctions sinus permettant d'approcher la courbe du défaut mesuré (cf.figure 4.16). Nous ne sommes pas en mesure de donner une signification physique de cette approximation.

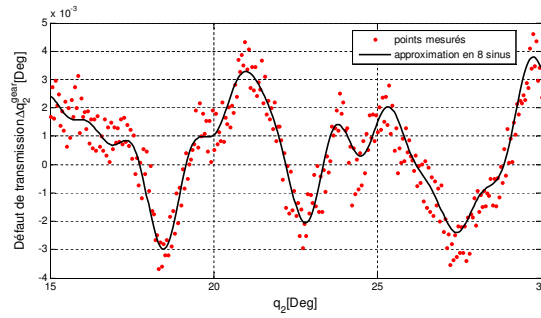


FIGURE 4.16 – Modélisation du défaut de transmission du mouvement.

#### 4.4.1.1 Tests de corrections sur des trajectoires quasi-statiques

Afin de limiter les effets dynamiques, dues aux inerties des bras du robot, nous avons fixé la vitesse d'avance à  $S=0.03 \text{ m.s}^{-1}$  et l'accélération à  $A=0.1 \text{ m.s}^{-2}$ . Nous avons mesuré la même trajectoire trois fois, sans prendre en compte les défauts, puis en prenant en compte le défaut de souplesse de l'axe 2 et enfin en considérant les défauts de souplesse et de transmission de l'axe 2. La figure 4.17 montre les mesures de la trajectoire sans correction et avec correction des défauts de la souplesse et de la transmission de l'axe 2. Afin de mettre en évidence l'effet des défauts de l'axe 2 et l'apport de la stratégie de correction, nous avons tracé dans la figure 4.18 les mesures en Z de la position de l'organe terminal le long de la trajectoire. Il est à noter que le Z théorique est constant le long de la spirale.

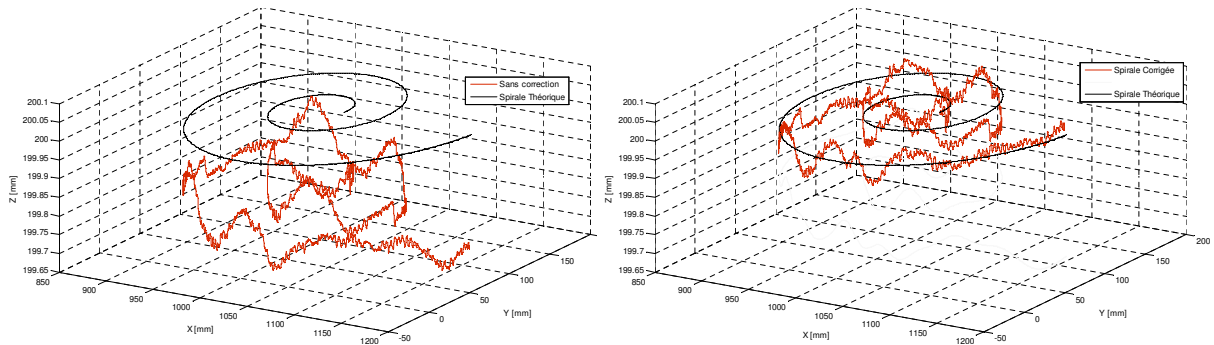


FIGURE 4.17 – La trajectoire mesurée (en quasi-statique) : Sans et avec correction des défauts de l'axe 2.

Pour quantifier l'erreur de position en Z le long de la trajectoire, nous utilisons par analogie avec les paramètres de rugosité en usinage, les deux paramètres suivants :

- la valeur moyenne  $R_a = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n |z_k|$
- l'écart entre la valeur maximale et la valeur minimale  $R_z = z_{max} - z_{min}$ .

Le tableau 4.1 montre les valeurs des paramètres :  $R_a$ ,  $z_{max}$ ,  $z_{min}$ ,  $R_z$ , pour chaque test.



Trajectoires Statiques	$R_a$ [mm]	$z_{max}$ [mm]	$z_{min}$ [mm]	$R_z$ [mm]
Sans correction	0.2032	-0.0514	-0.3396	0.2882
Correction de souplesse	0.0459	0.0915	-0.1182	0.2097
Correction de souplesse et de transmission	0.0312	0.0575	-0.0927	0.1502

TABLE 4.1 – Paramètres de l'estimation de l'erreur en Z

La figure 4.17 et le tableau 4.1 mettent en évidence l'apport de la correction mise en œuvre. La correction du défaut dû à la souplesse réduit le  $R_a$  de 77,4% et le  $R_z$  de 27,24%. La correction de défaut de transmission de l'axe 2 réduit  $R_a$  de 32,03% et le  $R_z$  de 28,37%.

On notera aussi la présence des pics en Z liés au changement du sens de rotation de l'axe 2 que nous avons signalés sur la figure 4.15 ; ces pics sont de l'ordre de quelques 1/100 de mm (cf.figure 4.19).

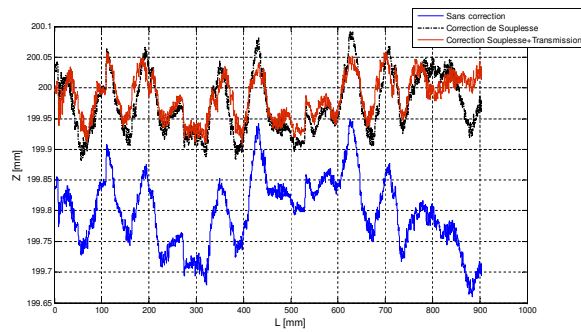


FIGURE 4.18 – La position du TCP en Z le long de la trajectoire (statique).

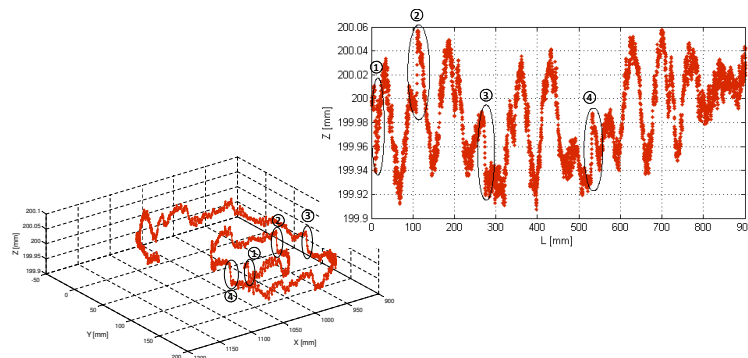


FIGURE 4.19 – Un offset dans la direction Z.

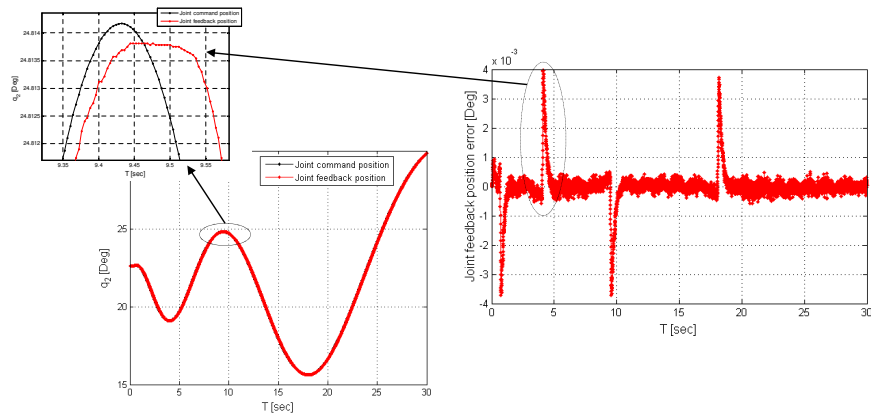


FIGURE 4.20 – Erreur de suivi de trajectoire de l’axe 2 liée aux changements de sens de rotation.

Pour repérer l’origine de ces pics, nous avons surveillé les mouvements des axes lors de la réalisation de la spirale. Ceci a permis de montrer que chaque pic en  $z$  correspond à une inversion de sens de rotation de l’axe 2. Physiquement, ces pics d’inversion correspondent certainement aux effets liés aux frottements secs dans la chaîne cinématique de l’articulation. Grâce aux données récupérées au niveau du contrôleur du robot, nous pouvons confirmer ces constations. Dans la figure 4.20, nous avons tracé la trajectoire de l’axe 2 dans le cas de la spirale quasi-statique. Cette figure montre l’erreur de suivi de trajectoire entre la consigne et le retour du codeur à chaque changement du sens de rotation de l’axe. La figure 4.21 montre les discontinuités de couple du moteur de l’axe 2 lors de ces changements.

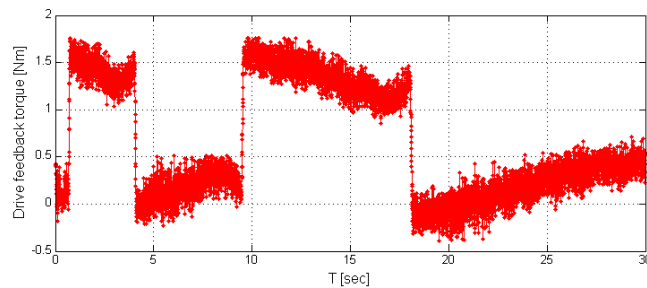


FIGURE 4.21 – Discontinuités en couple du moteur de l’axe 2 aux changements de sens de rotation.

#### 4.4.1.2 Apport de la correction sur la dynamique

Le mouvement du robot à dynamique élevée provoque un comportement vibratoire du à l’effet des inerties des bras en présence des souplesses articulaires. Nous avons souhaité ensuite tester la stratégie de correction dans le cas des trajectoires dynamiques. Ces tests permettent de montrer en plus des défauts cités précédemment, des défauts d’ordre dynamique. Pour cela, nous avons augmenté les valeurs de la vitesse maximale et de l’accélération :  $S=0.3 \text{ ms}^{-1}$  et  $A=0.4 \text{ ms}^{-2}$ . La figure 4.22 montre les mesures de la trajectoire sans correction et avec correction des défauts

identifiés de l'axe 2.

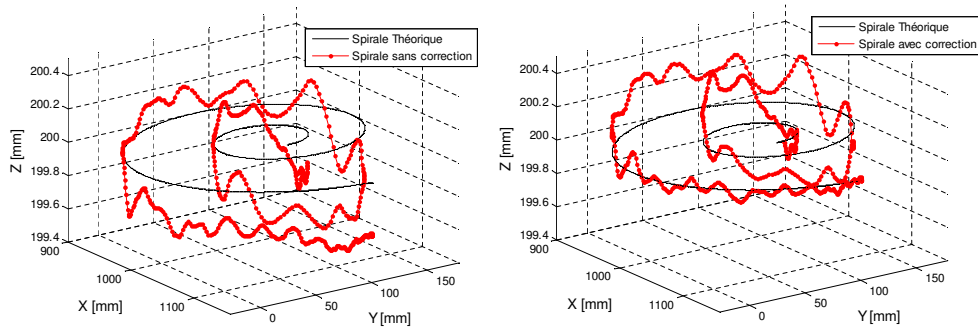


FIGURE 4.22 – La trajectoire mesurée (dynamique) : Sans et avec correction des défauts de l'axe 2.

Nous pouvons remarquer à partir de la figure 4.23 que les défauts dynamiques sont 3 à 4 fois plus importants que les défauts initialement constatés en quasi-statique. Comme on peut s'attendre, la correction des défauts de transmission de l'axe 2 est moins sensible dans ce cas vue l'importance de l'amplitude de l'erreur dynamique. En effet le gain en  $R_a$  n'est plus que de 16.55% et celui de  $R_z$  ne dépasse pas 1.73%. Par contre la correction de la souplesse de l'axe est toujours significative. Le gain en  $R_a$  est de 56,36% et en  $R_z$  est de 8,2%.

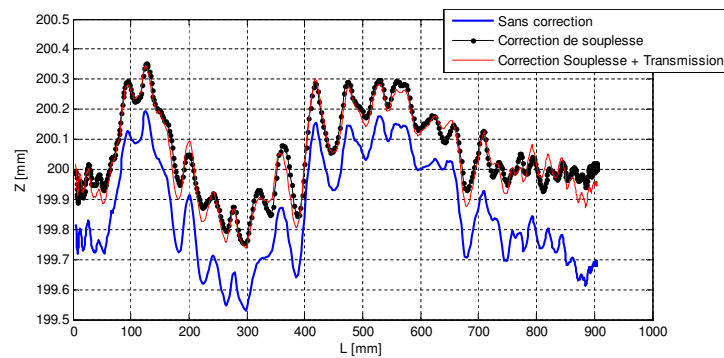


FIGURE 4.23 – La position du TCP en Z le long de la trajectoire en dynamique.

Trajectoires Dynamiques	$R_a$ [mm]	$z_{max}$ [mm]	$z_{min}$ [mm]	$R_z$ [mm]
Sans correction	0.2257	0.1928	-0.4691	0.6619
Correction de souplesse	0.0985	0.3446	-0.2629	0.6076
Correction de souplesse et de transmission	0.0822	0.3521	-0.2450	0.5971

TABLE 4.2 – Paramètres de l'estimation de l'erreur en Z

## 4.5 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, les défauts de transmission associés aux chaînes cinématiques des axes du robot sont mis en évidence. Ces défauts engendrent une erreur de position au niveau de l'organe

terminal de l'ordre de quelques dixièmes de millimètre. Un protocole d'identification de ces défauts a été proposé, via des mesures réalisées au niveau des bras du robot en utilisant un Laser Tracker. La réalisation de l'identification des défauts de l'axe 2 a été présentée. Ces défauts ont été modalisés par une série de huit fonctions sinus afin d'approcher la courbe du défaut mesuré. Ce modèle est ensuite intégré avec le modèle élasto-statique dans notre planificateur de trajectoires afin d'anticiper l'erreur de position au niveau de l'organe terminal. Une stratégie de correction hors ligne a été mise en place. L'apport de cette stratégie de correction a été montrée par des tests sur notre robot avec des trajectoires quasi-statiques et dynamiques.



## Chapitre 5

# Conclusions générales et principales perceptives

### 5.1 Synthèse des travaux réalisés

Le travail mené dans cette thèse s'inscrit dans le cadre de l'adaptation des robots industriels, conçus à l'origine pour réaliser des tâches répétitives, au contexte des processus continus et notamment celui de l'usinage. Dans ce contexte, la trajectoire de l'organe terminal, ou effecteur, est généralement programmée hors ligne, en se basant sur un modèle de représentation du comportement du système. Les éléments et phénomènes physiques pris en compte dans ce modèle, ainsi que le degré de précision obtenu lors de l'identification des paramètres le constituant, conditionneront naturellement la qualité du suivi de trajectoire.

Dans le chapitre 1, nous avons introduit les notions de base en robotique et plus spécifiquement celles portant sur la précision des robots industriels. Nous avons également situé l'ensemble de nos travaux, ainsi que les améliorations apportées en termes de précision, par rapport aux limites actuelles des techniques de calibration géométriques des robots.

L'adaptation des robots industriels pour réaliser des opérations d'usinage à grande vitesse nécessite le développement d'une méthode de planification de trajectoire permettant de maîtriser :

- la trajectoire géométrique de l'outil, représentant la forme de la pièce à usiner exigée par le concepteur,
- l'avance de l'outil, qui est un paramètre essentiel en usinage.

Nous avons montré dans le chapitre 2 que les méthodes classiques de planification de trajectoires, réalisées dans l'espace articulaires, ne répondent pas à cette nécessité. Une méthode de planification de trajectoires permettant de contrôler l'avance de l'outil de coupe à alors été mise en œuvre. Cette méthode permet de calculer différents types de lois de mouvement sur une trajectoire géométrique représentée sous la forme de courbes paramétriques. La trajectoire géométrique de l'outil doit toutefois assurer une continuité en courbure, afin d'éviter les discontinuités d'accélération équivalentes à des chocs qui excitent la structure mécanique et produisent des vibrations dégradant l'état de

surfaces des pièces usinées. Nous avons appliqué dans ce chapitre une méthode innovante d'interpolation en spline  $L_1$ , développée au sein de l'équipe, afin de générer des trajectoires continues en courbure. Le chapitre présente les résultats de notre étude qui a été poussée jusqu'à l'exploitation expérimentale sur un robot industriel 6 axes. Ces résultats montrent la pertinence de cette nouvelle approche qui peut être industriellement exploitée.

De part leur structure sérielle, les robots industriels disposent d'une faible rigidité mécanique comparativement à celle d'une machine-outil. Ce phénomène provoque des déformations de structure dégradant la précision du suivi de trajectoire. Dans le chapitre 3, nous avons introduit les différentes sources de souplesse dominants la dynamique d'un robot industriel. En se basant sur des études expérimentales, nous avons négligé l'effet des déformations de bras sur notre robot et avons seulement considéré celui des souplesses angulaires axiales. Une campagne de mesures expérimentales a permis de déterminer les valeurs des souplesses articulaires sur ce robot. Ces souplesses ont ensuite été exploitées pour :

- construire une cartographie de la souplesse effective - dans l'espace opérationnel- au niveau de l'organe terminal, dans tout le volume de travail du robot.
- élaborer un modèle élasto-statique permettant d'estimer la déviation de position de l'organe terminal induit par ces souplesses.

La cartographie de souplesse permet de calculer la souplesse cartésienne du robot au niveau de l'organe terminal. Cette cartographie nous a permis de mettre en évidence la sensibilité de cette souplesse cartésienne au choix de la configuration du robot. Pour l'application au contexte de l'usinage, il est dès lors important de choisir la meilleure configuration, i.e. celle présentant la rigidité maximale face aux efforts de coupe. Nous avons développé dans ce travail une nouvelle approche qui permet d'aboutir à un choix optimal de la configuration du robot afin d'améliorer la rigidité dans la direction normale à la pièce. Les tests d'usinage que nous avons menés sur un robot ont permis de montrer des résultats très intéressants de cette stratégie ; ces résultats confirment l'intérêt de choisir la bonne configuration qui minimise les déformations de la structure d'un robot sous l'effet des efforts de coupe. Ces tests ont également mis en évidence la présence d'un autre défaut, de l'ordre de quelques 1/10 de millimètre, dégradant l'état de surface. L'analyse de ce défaut a fait l'objet du chapitre 4.

Dans le dernier chapitre de cette thèse, nous avons montré que les défauts de transmission (irrégularités cinématiques des réducteurs) pouvaient être à l'origine d'une erreur de positionnement statique significative. Ce défaut est en effet de l'ordre de plusieurs 1/1000 de degré pour chaque axe du robot. L'identification du défaut de transmission a été réalisée plus spécifiquement pour l'axe 2 d'un robot usinant. Nous avons proposé un protocole permettant de réaliser cette identification. Ce défaut est ensuite modélisé mathématiquement, puis intégré dans le modèle élasto-statique, qui est lui-même exploité dans le planificateur de trajectoires que nous avons développé. Ceci nous a permis de réaliser une correction hors ligne des trajectoires. Les résultats des essais de correction de trajectoires réalisés ont mis en évidence une amélioration notable de la précision.

L'ensemble de nos travaux menés dans le cadre de cette thèse constituent une contribution aux

efforts d'amélioration de la précision des robots menés notamment depuis le début des années 90. Notre apport, largement appuyé par une démarche expérimentale très avancée, concerne des aspects cinématiques et statiques et plus spécifiquement la planification de trajectoires, la compensation des effets de déformation, le choix optimal de configurations d'usinage et la compensation des irrégularités cinématiques des systèmes de transmission, phénomène très peu observé et étudié jusque là. Nous contribuons ainsi à progresser sur le front de la correction des robots afin de s'approcher significativement de la limite de répétabilité des robots.

## 5.2 Perspectives

Les mesures de la trajectoire de l'organe terminal présentées dans le § (4.4.1.2) montrent l'importance des défauts dynamiques. La correction de ces défauts nécessite la réalisation d'un modèle dynamique du robot. L'identification des paramètres du robot nécessaires pour ce modèle (inerties, raideurs, frottement) n'est pas une tâche simple. Notamment de part le fait que ces paramètres sont non linéaires et non stationnaires. Des travaux en cours au sein de l'équipe visent à développer des méthodes d'identification efficaces et rapides dans l'objectif de permettre l'identification en temps réel de ces paramètres.

D'autres travaux, actuellement investigués au sein de l'équipe, visent l'amélioration de la précision par l'ajout de capteurs de positions au niveau des bras du robot. L'intégration de ces capteurs dans la commande du robot pourrait permettre de corriger les défauts des articulations cités dans cette thèse. Toutefois, la dynamique de la compensation par capteurs devra être cohérente avec les déplacements imposés au robot. Bien que cette méthode offre une bonne précision de position, elle est cependant difficile à mettre en œuvre sur un robot manipulateur existant.



FIGURE 5.1 – Différents tests de broutage sur notre robot.

Des travaux sur la stabilité de coupe dans le cas de l'usinage robotisé ont été menés dans le cadre de cette thèse (Cf.figure 5.1). Ces travaux sont basés sur un modèle simplifié du couplage entre processus et robot présentés dans [PZZW06] et [Gas98]. De nombreuses campagnes d'essais (non présentées dans ce rapport) n'ont pas permis de valider les critères de stabilité proposés sur notre robot. Cette base de données obtenue pour différentes configurations et différentes conditions de coupe devraient permettre d'appréhender les conditions de développement du phénomène d'in-



stabilité de coupe. Ce travail d'investigation est nécessaire afin de qualifier totalement un robot industriel pour la réalisation d'opération d'usinage.

# Glossaire

Pose	Terme normalisé [ISO9283] qui désigne une situation de l'élément terminal en position et en orientation d'un robot. TCP " Tool Center Point " désigne en robotique la transformation complète (3 translations et 3 rotations) qui permet de positionner un repère lié au bout de l'outil embarqué par le robot par rapport à un repère lié au flasque du robot. Ce repère flasque est communément désigné par outil nul ou " Tool Zero "
Répétabilité	Selon la définition ISO9283, la répétabilité de pose est définie comme étant l'écart de l'accord entre les positions atteintes pour la même pose commandée, répétée n fois suivant la même direction. n doit être suffisamment grand pour être significatif. La norme ISO préconise de choisir n 30 ; on parle communément du rayon maximal de la sphère contenant les points. La répétabilité de trajectoire est définie d'une manière simplifiée pour une trajectoire répétée " n " fois comme étant le diamètre maxi du " tube " contenant les trajectoires atteintes
Exactitude	Selon la définition ISO 9283, l'exactitude de pose représente l'écart entre une pose commandée et la moyenne des poses atteintes lorsque la pose commandée est atteinte suivant la même direction. En d'autres termes, elle correspond à la différence entre une pose commandée et le barycentre du nuage des points atteints. L'exactitude de trajectoire représente l'écart entre une trajectoire commandée et la ligne moyenne des trajectoires atteintes.
PHL	Programmation Hors Ligne La Programmation Hors Ligne des robots consiste à faire l'apprentissage de trajectoires sur une station de Conception Assistée par Ordinateur (C.A.O.) et à restituer ces trajectoires vers la baie de commande du robot.
Programmation par apprentissage	Ce mode de programmation consiste à apprendre manuellement une trajectoire au robot par le moyen d'un pupitre. L'opérateur positionne visuellement le robot à la pose voulue et enregistre celle-ci. Le robot effectue, à sa répétabilité près, la trajectoire enregistrée.
$E_r$	Potentiel de Repassivation

# Bibliographie

- [ABP<sup>+</sup>10] E. Abele, J. Bauer, M. Pischian, O. v. Stryk, M. Friedmann, and T. Hemker. Prediction of the tool displacement for robot milling applications using co-simulation of an industrial robot and a removal process. In *CIRP 2nd International Conference Process Machine Interactions*. CIRP, jun 2010.
- [ABR<sup>+</sup>08] E. Abele, S. Bauer, S. Rothenbucher, M. Stelzer, and O. von Stryk. Prediction of the tool displacement by coupled models of the compliant industrial robot and the milling process. In *Proceedings of the International Conference on Process Machine Interactions, September 2008*, pages 223–230, 2008.
- [AGN07a] P. Auquiart, O. Gibaru, and E. Nyiri.  $c^1$  and  $c^2$ -continuous polynomial parametric  $l_p$  splines ( $p \geq 1$ ). *Computer Aided Geometric Design*, 24 :373–394, 2007.
- [AGN07b] P. Auquiart, O. Gibaru, and E. Nyiri. On the cubic  $l_1$  spline interpolant to the heaviside function. *Numer. Algor*, 46 :321–332, 2007.
- [ARW08] E. Abele, S. Rothenbücher, and M. Weigold. Cartesian compliance model for industrial robots using virtual joints. *Production Engineering*, 2(3) :339–343, 2008.
- [AS05] G. Alici and B. Shirinzadeh. Enhanced stiffness modeling, identification and characterization for robot manipulators. *IEEE Transactions on Robotics*, 21(4) :554–564, 2005.
- [AWR07] E. Abele, M. Weigold, and S. Rothenbücher. Modeling and identification of an industrial robot for machining applications. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 56(1) :387–390, 2007.
- [Bar95] C. Bard. *Modélisation du comportement dynamique des transmissions par engrenages*. Thèse de doctorat. Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1995.
- [BBB04] R. Bearee, P. J. Barre, and S. Bloch. Influence of high-speed machine tool control parameters on the contouring accuracy. application to linear and circular interpolation. *Journal of Intelligent and Robotic Systems : Theory and Applications*, 40(3) :321–342, 2004.

- [BBBD05] P. J. Barre, R. Bearee, P. Borne, and E. Dumetz. Influence of a jerk controlled movement law on the vibratory behaviour of high-dynamics systems. *Journal of Intelligent and Robotic Systems : Theory and Applications*, 42(3) :275–293, 2005.
- [Bea05] R. Bearée. *Prise en compte des phenomenes vibratoires dans la generation de commande des machines outils a dynamique elevee*. Thèse de doctorat. Ecole nationale supérieure d’arts et métiers, Centre de Lille, 2005.
- [CC86] J. Chen and L. M. Chao. Positioning error analysis for robot manipulators with all rotary joints. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 1011–1016, 1986.
- [Cra89] J. Craig. *Introuduction to robotics, Mechanics And Control*. Addison-Wesley Publishing Company, 1989.
- [Dam96] M. Damak. *Théorie et instrumentation pour l’étalonnage statique des robots : Vers une programmation hors-ligne industriellement efficace*. Thèse de doctorat. Ecole nationale supérieure d’arts et métiers, Centre de Lille, 1996.
- [DDDC97] M. Damak, M. Douss, J. M. David, and T. Coorevits. Analyse physique et identification analytique directe des défauts de robots industriels. *Journal Européen des Systèmes Automatisés*, 31(8) :1359–1384, 1997.
- [Deb06] D. Deblaise. *Contribution à la modélisation et à l’étalonnage élasto-géométriques des manipulateurs à structure parallèle*. Thèse de doctorat. Institut National des Sciences Appliquées de Rennes, 2006.
- [DFS07] J. Dong, P. M. Ferreira, and J. A. Stori. Feed-rate optimization with jerk constraints for generating minimum-time trajectories. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 47(12-13) :1941–1955, 2007.
- [DGDS04] M. Damak, J Grosbois, and P De Smet. Vision robot based absolute accuracy measurement, calibration and uncertainty. *The 35th International Symposium on Robotics. Paris-NordVillempinte.*, 2004.
- [EA01] K. Erkorkmaz and Y. Altintas. High speed cnc system design. part i : Jerk limited trajectory generation and quintic spline interpolation. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 41(9) :1323–1345, 2001.
- [ELF<sup>+</sup>04] A. Elatta, P. G. Li, L. Z. Fan, D. Yu, and F. Luo. An overview of robot calibration. *Information Technology Journal*, 3(1) :74–78, 2004.
- [Gas98] A. Gasparetto. A system theory approach to mode coupling chatter in machining. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Transactions of the ASME*, 120(4) :545–547, 1998.

- [GGA01] F. H. Ghorbel, P. S. Gandhi, and F. Alpeter. On the kinematic error in harmonic drive gears. *Journal of Mechanical Design, Transactions Of the ASME*, 123(1) :90–97, 2001.
- [GYN00] C. Gong, J. Yuan, and J. Ni. Nongeometric error identification and compensation for robotic system by inverse calibration. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 40(14) :2119–2137, 2000.
- [GZ08] A. Gasparetto and V. Zanotto. A technique for time-jerk optimal planning of robot trajectories. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 24(3) :415–426, 2008.
- [Har04] C. M. Harris. Exploring smoothness and discontinuities in human motor behaviour with fourier analysis. *Mathematical biosciences*, 188(1-2) :99–116, 2004.
- [HM85] S. Hayati and M. Mimirani. Improving the absolute positioning accuracy of robot manipulators. *Journal of Robotic Systems*, 2(4) :397–413, 1985.
- [HWM<sup>+</sup>07] T. Huang, P. F. Wang, J. P. Mei, X. M. Zhao, and D. G. Chetwynd. Time minimum trajectory planning of a 2-dof translational parallel robot for pick-and-place operations. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 56(1) :365–368, 2007.
- [Jud90] R. P. Judd. A technique to calibrate industrial robots with experimental verification. *IEEE Transactions on robotics and automation*, 6(1) :20–30, 1990.
- [Jun96] Nitin Juneja. *Kinematic Calibration of a Reconfigurable Robot (Robo Twin)*. Thesis. University of Toronto, 1996.
- [KD04] W. Khalil and E. Dombre. *Modeling, Identification and Control of Robots*. Butterworth Heinemann, 2004.
- [KK86] W. Khalil and J. F. Kleinfinger. New geometric notation for open and closed-loop robots. In *Proceedings of the IEEE Int Conf. on Robotics and Automation*, pages 1174–1179, 1986.
- [KYC<sup>+</sup>90] M-S. Kim, H-S. Yoo, S-W. Cho, H-S. Chang, and G. Spur. A new calibration method. volume 39, 1990.
- [Lau72] P. J. Laurent. *Approximation et optimisation.*, volume 2. 1972.
- [Lav00a] J. E. Lavery. Shape-preserving, multiscale fitting of univariate data by cubic B-splines. *Computer Aided Geometric Design*, 17(7) :715–727, 2000.
- [Lav00b] J. E. Lavery. Univariate cubic  $l_p$  splines and shape-preserving, multiscale interpolation by univariate cubic  $l_1$  splines. *Computer Aided Geometric Design*, 17(4) :319–336, 2000.

- [Lav09] J. E. Lavery. Shape-preserving univariate cubic and higher-degree B-splines with function-value-based and multistep minimization principles. *Computer Aided Geometric Design*, 26(1) :1–16, 2009.
- [LCK02] Y. Li, S. Chen, and I. Kao. Stiffness control and transformation for robotic systems with coordinate and non-coordinate bases. volume 1, pages 550–555, 2002.
- [LCL83] C-S. Lin, P-R. Chang, and J. Y. S. Luh. Formulation and optimization of cubic polynomial joint trajectories for industrial robots. *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-28(12) :1066–1074, 1983.
- [Lié00] A. Liégeois. Modélisation et commande des robots manipulateurs. *Techniques de l'Ingénieur*, S 7 730, 2000.
- [Mec87] M. Mecquet. Analysis of flexibility sources in robot structures. *Proceeding of IMACS/IFAC International and Simulation of Distributed Parameter System*, pages 419–424, 1987.
- [MGS<sup>+</sup>11] D. Milutinovic, M. Glavonjic, N. Slavkovic, Z. Dimic, S. Zivanovic, B. Kokotovic, and L. Tanovic. Reconfigurable robotic machining system controlled and programmed in a machine tool manner. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 53(9-12) :1217–1229, 2011.
- [NGA11] E. Nyiri, O. Ghibaru, and P. Auquiart. Fast  $l_1^k c^k$  polynomial spline interpolation algorithm with shape-preserving properties. *Computer Aided Geometric Design*, 28(1) :65–74, 2011.
- [OBGD10] A. Olabi, R. Bearée, O. Ghibaru, and M. Damak. Feedrate planning for machining with industrial six-axis robots. *Control Engineering Practice*, 18(5) :471–482, 2010.
- [OBNG10] A. Olabi, R. Bearee, E. Nyiri, and O. Ghibaru. Enhanced trajectory planning for machining with industrial six-axis robots. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Industrial Technology*, pages 500–506, 2010.
- [Pas03] L. & Slodki B. Pasko, R. Przybylski. High speed machining (hsm)-the effective way of modern cutting. *International Workshop CA Systems and Technologies*, 2003.
- [Pau81] R. P. Paul. *Robot Manipulators : Mathematics, Programming and Control*. MIT Press, Cambridge, 1981.
- [PV97] A. Piazzoli and A. Visioli. Interval algorithm for minimum-jerk trajectory planning of robot manipulators. volume 2, pages 1924–1927, 1997.

- [PZ08a] Z. Pan and H. Zhang. Robotic machining from programming to process control. In *Proceedings of the World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA)*, pages 499–503, 2008.
- [PZ08b] Z. Pan and H. Zhang. Robotic machining from programming to process control. pages 499–503, 2008.
- [PZZW06] Z. Pan, H. Zhang, Z. Zhu, and J. Wang. Chatter analysis of robotic machining process. *Journal of Materials Processing Technology*, 173(3) :301–309, 2006.
- [RDMVOR<sup>+</sup>10] C. Rodriguez-Donate, L. Morales-Velazquez, R. Osornio-Rios, G. Herrera-Ruiz, and R. Romero-Troncoso. Fpga-based fused smart sensor for dynamic and vibration parameter extraction in industrial robot links. *Sensors*, [www.mdpi.com/journal/sensors](http://www.mdpi.com/journal/sensors), 2010.
- [RGK98] G. Reinhart, R. Graser, and R. Klingel. Qualification of standard industrial robots to cope with sophisticated assembly tasks. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 47(1), 1998.
- [SCH88] H. SCHULZ. The history of high-speed machining. *REVISTA DE CIENCIA & TECNOLOGIA*, 13(2) :9–18, 1988.
- [SCY02] P. S. Shiakolas, K. L. Conrad, and T. C. Yih. On the accuracy, repeatability, and degree of influence of kinematics parameters for industrial robots. *International Journal of Modelling and Simulation*, 22(4) :245–254, 2002.
- [Sha88] A. Shaheen. Analysis of robot drive train errors, their static effects, and their compensations. *IEEE journal of robotics and automation*, 4(2) :117–128, 1988.
- [Sho46] I. J. Shoenberg. *Contributions to the problem of approximation of equidistant data by analytic functions.*, volume 4. 1946.
- [SIE04] SIEMENS. Fabrication de pièces complexe en fraisage,manuel-edition. *SINUMERIK*, 810D/840D, 2004.
- [Spo05] M.W. Spong. *Robot Modeling and Control*. Wiley, 2005.
- [SSVO09] B. Siciliano, L. Sciavicco, L. Villani, and G. Oriolo. *Robotics : Modelling, Planning and Control*. Springer-Verlag London Limited, 2009.
- [Tut92] D. T. Tuttle. Understanding and modeling the behavior of a harmonic drive gear transmission. *Technical report, Massachusetts Institute of Technology*, 1992.
- [Tut97] T. Tuttle. *Creating time-optimal commands for linear systems*. Doctoral thesis. Massachusetts Institute of Technology, 1997.

- [Van89] R. J. Vanderbei. Affine-scaling for linear programs with free variables. *Mathematical Programming*, 43(1-3) :31–44, 1989.
- [Van01] R. J. Vanderbei. *Linear Programming : Foundations and Extensions.*, volume second ed. 2001.
- [VW87] W. K. Veitschegge and D. Wu. A method for calibration and compensating robot kinematic errors. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 39–44, 1987.
- [WC02] T. Wongratanaphisan and M. Chew. Gravity compensation of spiral two-dof serial manipulators. *Journal of Robotic Systems*, 2002.
- [WFL07] Y. Wang, S. . Fang, and J. E. Lavery. A compressed primal-dual method for generating bivariate cubic  $l_1$  splines. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 201(1) :69–87, 2007.
- [WZF09] J. Wang, H. Zhang, and T. Fuhlbrigge. Improving machining accuracy with robot deformation compensation. In *2009 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, IROS 2009*, pages 3826–3831, 2009.
- [YK94] D. C. H. Yang and T. Kong. Parametric interpolator versus linear interpolator for precision cnc machining. *Computer-Aided Design*, 26(3) :225–234, 1994.



## AMELIORATION DE LA PRECISION DES ROBOTS INDUSTRIELS POUR DES APPLICATIONS D'USINAGE A GRANDE VITESSE

**RESUME :** Les robots poly-articulés industriels sont un moyen de production moins couteux que les machines outils. De part leur structure, ils sont moins rigides, mais ils disposent d'une agilité et d'une zone de travail plus importante. L'exploitation de ces avantages pour la réalisation de certaines opérations continues, comme l'usinage par exemple, fait l'objet d'une demande croissante de l'industrie manufacturière. Ces nouvelles applications des robots poly-articulés pour l'usinage nécessitent de progresser sur le front de l'amélioration de la précision statique et dynamique de ces structures. Ainsi, afin d'améliorer la précision des robots, nous avons développé dans ce travail de thèse une méthode de planification de trajectoire basée sur l'interpolation paramétrique des courbes géométriques. Cette méthode permet de maîtriser le positionnement et la cinématique de l'outil pour les applications nécessitant un suivi de profil continu et notamment pour l'usinage. Nous proposons ainsi de qualifier les différentes souplesses des robots industriels 6 axes afin de déduire une cartographie de rigidité dans l'espace de travail cartésien. Une méthode exploitant cette cartographie permettant l'optimisation de la configuration géométrique du robot pour l'usinage est présentée. Les souplesses axiales des articulations sont intégrées dans un modèle élasto-statique utilisé pour la commande. Ce modèle permet d'anticiper les déviations statiques induites par ces souplesses articulaires. Enfin, nous mettons en évidence les défauts de transmission associés aux chaînes cinématiques des axes du robot. Nous montrons que ces défauts sont à l'origine d'une erreur de position au niveau de l'organe terminal de l'ordre de quelques dixièmes de millimètre. Un protocole d'identification de ces défauts est proposé. Ces défauts sont modélisés et intégrés dans une stratégie de correction hors ligne de position.

**Mots clés :** Précision, robot poly-articulé, planification de trajectoire, souplesse, irrégularité cinématique, cartographie de rigidité, usinage.

## IMPROVING THE ACCURACY OF INDUSTRIAL ROBOTS FOR HIGH SPEED MACHINING APPLICATIONS

**ABSTRACT :** Industrial robots are usually used to realize industrial tasks like material handling, welding, cutting and spray painting. The mobility, flexibility and important work space of these robots allow using them in new fields of industry such as prototyping, cleaning and pre-machining of casts parts as well as end-machining of middle tolerance parts. These new applications require a high level pose accuracy and to achieve a good path tracking. Unfortunately industrial robots were designed to have a good repeatability but not a good accuracy. Their poor accuracy is caused by geometric factors and non-geometric factors. Many fields of investigation are proposed to increase the accuracy of industrial robots like: robot calibration, process development and control system. In this work, firstly, the focus lies on developing an efficient and pragmatic trajectory planning algorithm for continuous machining operations with a 6-axis robot. Secondly, compliances of robots joints are identified and used to calculate the Cartesian compliance at the end effector of the robot. This Cartesian compliance is employed in a strategy to optimize the stiffness of robot structure during machining. The compliances of robot joints are used also in an elasto-static model allowing anticipating the displacement of the end-effector caused by external loads. Finally, a model based technique is used to compensate two joints major errors: compliance error and kinematic errors. The model of each error is integrated then in our trajectory planner in order to realize an off-line compensation of joints errors.

**Keywords :** Milling robot, Trajectory planning, Cartesian compliance, kinematic errors, accuracy, off-line compensation.