



**HAL**  
open science

# Contrôle spatio-temporel de la lumière en milieux complexes

Sébastien M. Popoff

► **To cite this version:**

Sébastien M. Popoff. Contrôle spatio-temporel de la lumière en milieux complexes. Optique [physics.optics]. Université Paris-Diderot - Paris VII, 2011. Français. NNT: . pastel-00672698

**HAL Id: pastel-00672698**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00672698>**

Submitted on 21 Feb 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

*UNIVERSITE PARIS 7 - DENIS DIDEROT*  
*UFR DE PHYSIQUE*

**THÈSE**

pour l'obtention du Diplôme de

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE PARIS 7**

Spécialité :

**Acoustique Physique**

présentée et soutenue publiquement par

**Sébastien POPOFF**

le 14 Décembre 2011 à 14h

---

*Contrôle spatio-temporel de la lumière  
en milieux complexes*

---

Directeurs de Thèse :

**Claude BOCCARA, Mathias FINK**

Encadrants de Thèse :

**Sylvain GIGAN, Geoffroy LEROSEY**

**JURY**

MM. : Frank SCHEFFOLD            Rapporteurs  
          Fabrice MORTESSAGNE  
MM. : Yves COUDER                Examineurs  
          Ad LAGENDIJK  
          Roger MAYNARD  
          Mathias FINK  
          Claude BOCCARA  
          Sylvain GIGAN  
          Geoffroy LEROSEY



*Light thinks it travels faster than anything but it is wrong. No matter how fast light travels, it finds the darkness has always got there first, and is waiting for it.*

Terry Pratchett, *Reaper Man*

*Aziz, Light!*

Professor Pacoli, *The Fifth Element*



# Remerciements

Cette thèse a débuté avant la création de l'Institut Langevin qui regroupe désormais les anciens LOA (Laboratoire d'Ondes et Acoustique) et LOP (Laboratoire d'Optique Physique) de l'ESPCI. Les thèmes évoqués étant tangents aux domaines d'expertise de ces deux laboratoires, la thèse a donc été placée en co-tutelle de ces deux laboratoires. Ceci a impliqué deux encadrants et deux directeurs, et donc beaucoup de gens à remercier.

Je remercie tout d'abord Mathias Fink à l'origine des nombreuses idées que j'ai volées à l'acoustique pour les transposer à l'optique. Bien qu'étant quelqu'un de très occupé, au cours de nos discussions, son enthousiasme, son franc parler et ses idées à foison ont contribué à la réussite des travaux. Au vu du nombre de personnes dans son laboratoire, on se dit qu'il peut difficilement être à jour sur tout, c'est alors toujours étonnant d'engager une discussion avec lui entre deux portes et de le voir proposer des idées tout-à-fait pertinentes, voire carrément nouvelles, sur notre sujet d'étude.

Dans un style autre, je remercie avec une profonde affection Claude Boccara. C'est lui qui, aux prémises de ma thèse, est venu m'aider à monter mon expérience et m'a donné de nombreux conseils précieux. C'est quelqu'un d'une humilité incroyable toujours prêt à mettre la main à la pâte pour aider. Je me rappelle d'une anecdote lors d'expériences délicates. La porte de la salle que je partageais avec de (trop ?) nombreuses personnes fermait mal. Elle avait tendance à claquer en permanence si on ne prenait pas le soin de la fermer correctement, ce qui était difficile car la porte était abimée. Ces claquements avaient tendance à perturber à la fois mes résultats et mon calme. Je devais alors très fréquemment fermer la porte après le passage de personnes ne prenant pas le soin de fermer ladite porte. Après un énième passage, je laissai libre cours à mon courroux avec un cri d'énervement. Me rendant compte que la personne en question qui venait de franchir la porte n'était autre que Claude,

je m'attendais à une remontrance. Au lieu de cela, je le vis partir, revenir quelques minutes plus tard avec une ponceuse électrique et réparer la porte. C'est aussi toujours pour moi une source d'émerveillement de le voir prendre la parole après de nombreuses excuses pour m'avoir déranger, me demander si il peut me poser une question « bête » ou « stupide » pour finalement sortir une idée de génie. Claude est pour moi une encyclopédie vivante et je pense avoir beaucoup appris à son contact.

Je remercie ensuite Geoffroy Lerosey, mon encadrant du « côté acoustique », qui m'a plus qu'aidé à trouver cette thèse ainsi que le stage de Master 2 qui précédait. J'ai beaucoup apprécié travailler avec Geoffroy et son style « direct », me convient tout à fait (il ne faut néanmoins pas s'offusquer d'un paragraphe de thèse ou d'article entouré de rouge annoté d'un « On s'en fout! »). Il a été à l'origine de nombreuses idées qui ont mené aux résultats de cette thèses. Ces idées paraissaient presque saugrenues pour des opticiens, elles ont pourtant fait leurs preuves depuis le début de la thèse. De façon étrange, certaines discussions de couloir en trois minutes montre en main que j'ai eu avec lui ont été plus productives que certaines réunions d'une heure et demi que j'ai pu avoir avec d'autres personnes.

Je tiens ensuite à remercier chaleureusement Sylvain Gigan, qui m'a encadré du « côté optique ». N'étant pas opticien de formation, c'est à Sylvain qu'a incombé la charge de m'initier aux joies du montage en optique. Cette tâche ne fut pas aisée, car même lorsque je tentais de concentrer tous mes efforts pour suivre les méthodes soigneuses et scrupuleuses de l'expérimentateur en optique, mon côté PCen et acousticien avait tendance à reprendre le dessus en me sussurant à l'oreille « on va plutôt faire ça à l'arrache avec un morceau de scotch! ». Il lui a fallu du courage pour tenter de me faire entendre raison lorsque je fonçais tête baissée dans telle ou telle direction. Travailler avec Sylvain m'a appris beaucoup de subtilités, qui m'étaient jusqu'alors inconnue, sur le métier de chercheur. Il m'a aussi appris que ce qui est intéressant scientifiquement n'est pas toujours « sexy », que faire la preuve de concept avec un morceau de carton et du feutre noir, c'est peut être aussi probant mais ça en impose moins que le faire sur des billes d'or en parlant de plasmonique. De la même manière sur la présentation, il m'a appris que présenter les fondements scientifiques n'est pas forcément aussi sexy que de montrer des applications visuelles. Sans cet enseignement, j'aurais contribué à la narcolepsie de nombreuses personnes dans des centres de congrès.

Je remercie également Frank Scheffold, Fabrice Mortessagne, Ad Lagendijk et Roger Maynard pour m'avoir fait l'honneur de faire partie de mon jury et avoir eu le courage de lire cette thèse.

En plus de mes encadrants et directeurs, j'ai eu le plaisir de collaborer avec Alexandre Aubry qui est arrivé (ou revenu) au laboratoire au cours de ma thèse en tant que chercheur mécanicien. Il est à l'origine de l'idée de l'expérience de DORT optique qui occupe finalement un chapitre entier de cette thèse. C'est quelqu'un de très rigoureux sur la théorie qui m'a fait progresser là où d'autres m'auraient conseillé de « faire un truc à la louche ». Ce fut agréable d'avoir quelqu'un de disponible pour se poser autour d'une feuille de papier et m'aider à faire des calculs mathématiques rébarbatifs.

J'ai testé de nombreuses choses au niveau expérimental au cours de ma thèse. Ceci implique que j'ai embêté un grand nombre de personnes pour m'initier à telle ou telle technique, pour me dépanner de tel ou tel produit ou encore m'expliquer la théorie de tel ou tel phénomène. J'ai testé beaucoup de choses en partie car beaucoup de choses n'ont pas marché. Si tout n'a pas été utilisé à proprement parlé pour mes résultats expérimentaux, tout m'a été utile pour mon expérience. Grâce aux nombreuses personnes qui m'ont aidé, j'ai expérimenté un grand panel de techniques qui me seront très certainement utiles dans ma vie de scientifique. En dehors de mes collaborateurs directs, je remercie Rémi Carminati et Samuel Grésillon pour avoir partagé leurs connaissances théoriques qui ont été utiles en de nombreux cas. La bibliothèque de Samuel est une petite armoire magique où se trouvent les ouvrages dont tout le monde s'accorde pour dire qu'ils sont des références mais que personne n'a jamais. Gilles Tessier et Sébastien Bidault m'ont fait partager leurs expériences dans leurs domaines respectifs, ce qui m'a permis de travailler avec des billes d'or, ce qui est vraiment la classe. Je remercie également Laurent Boitard, dit « le Snake » pour m'avoir fait découvrir une technique magique encore inconnue des opticiens pour coller des billes d'or sur une surface de verre ainsi que pour les différents produits plus ou moins rares qu'il a subtilisé à mon profit. Je remercie aussi Benoit Mahler pour m'avoir aidé pour tout ce qui touchait à de la chimie ainsi que pour m'avoir initié à la technique du « Bon ben là, il y a marqué de faire comme ça, mais c'est embêtant, on va plutôt le faire à la louche. ». Je remercie Olivier Loison, en thèse également à l'institut, pour m'avoir consacré du temps pour m'aider pour les dépôts métalliques. Je remercie enfin Matthieu Leclerc, Aurélien

Peilloux et Tobias Braun qui sont passés au laboratoire en tant que stagiaires et qui ont aidé au montage et participé aux expériences.

La physique c'est bien beau, mais j'aurais bien eu du mal à travailler sans quelqu'un pour m'aider pour tout le reste. C'est grâce à Patricia Daenens, la maman du laboratoire que l'institut évolue dans une ambiance saine et cordiale, car en plus de son énorme travail au jour le jour au laboratoire, c'est surtout son accueil chaleureux, sa disponibilité et ses attentions quasi-maternelles que l'on retient.

Je tiens aussi à remercier mes collègues de bureau pour l'ambiance joviale teinté d'un soupçon de syndrome de la Tourette, Burno, Franky, Emilie et Fabrice. Je remercie en particulier Fabrice Lemoult pour avoir écouté et subit mes plaintes lorsqu'une expérience ne marchait pas ou qu'une procédure administrative était particulièrement tordue (ce qui est souvent le cas). Je remercie également les thésards et post-docs, Redha, Abdelwaheb, Alice, Nicolas, Aniss, Mathieu, Anne, Salma et j'en oublie sûrement, qui ont participé à la bonne ambiance chez les « jeunes » du laboratoire.

Tout ceci n'aurait pas été possible sans le soutien moral et financier de mes parents qui m'ont permis d'avoir fait ce parcours, je les en remercie chaudement.

Je remercie enfin ma 'tite Bounette (oui c'est ridicule, mais personne d'autre n'est censé lire les remerciements aussi loin) qui m'a subit au jour le jour et a même parfois tenté de s'intéresser à mes problèmes de thèse (essayant même de feindre l'intérêt lorsque ce n'était pas le cas). Elle a partagé mon quotidien, me réconfortant quand la thèse n'avancait pas et me disant d'arrêter de me la raconter lorsque les choses allaient bien. Au vu de mes difficultés de réveil, elle a même participé en grande partie à l'élaboration d'un réveil organique pour m'éviter les grasses matinées infructueuses. Celui-ci a d'ailleurs très bien rempli son rôle. Nous avons poussé le vice jusqu'à donner un nom à ce réveil et l'avons appelé Jules.

# Table des matières

<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>I Contrôle spatio-temporel de la lumière</b>	<b>5</b>
I.1 Introduction . . . . .	5
I.2 Propagation des ondes optiques dans les milieux linéaires : de la lentille aux milieux complexes . . . . .	7
I.2.1 Les systèmes simples : de l'optique géométrique à l'optique ondulatoire . . . . .	7
I.2.2 Propagation en milieu aberrateur . . . . .	7
I.2.2.1 Limites de l'optique géométrique . . . . .	7
I.2.2.2 Lentilles et aberrations géométriques . . . . .	8
I.2.2.3 Correction du front d'onde et optique adaptative . . . . .	10
I.2.3 Propagation en milieux complexes . . . . .	11
I.2.3.1 De la diffusion simple à la diffusion multiple . . . . .	11
I.2.3.2 La cavité réverbérante . . . . .	14
I.3 De l'équation d'onde à la représentation matricielle de la propagation	16
I.3.1 Équation d'onde et fonction de Green . . . . .	16
I.3.2 La Matrice de transmission / réflexion . . . . .	19
I.3.3 Quelques exemples de matrices de transmission . . . . .	21
I.3.4 Décomposition en valeurs singulières de la matrice de propagation . . . . .	22
I.4 Mise à profit des degrés de liberté d'un milieu complexe . . . . .	25
I.4.1 Degrés de liberté et corrélation spatiale et temporelle . . . . .	25
I.4.2 Le retournement temporel . . . . .	27
I.4.3 Contrôle des degrés de liberté spatiaux : La conjugaison de phase . . . . .	30

I.4.4	Contrôle des degrés de liberté temporels : le retournement temporel mono-voie . . . . .	32
I.4.5	Cas du retournement temporel en modulation . . . . .	34
I.5	Manipulation expérimentale de la lumière : spécificités et contraintes	36
I.5.1	Les modulateurs spatiaux de lumière . . . . .	36
I.5.1.1	Écrans à cristaux liquides nématiques torsadés . . . . .	36
I.5.1.2	Micro-miroirs déformables . . . . .	37
I.5.2	Contrôle temporel de la lumière . . . . .	38
I.5.2.1	Le « pulse shaping » . . . . .	38
I.5.2.2	La modulation sur porteuse . . . . .	40
I.5.3	Milieux photoréfractifs . . . . .	41
I.5.4	La mesure du champ optique . . . . .	44
I.6	Conclusion . . . . .	47
<b>II</b>	<b>Matrice de transmission en milieu diffusant</b>	<b>49</b>
II.1	Introduction . . . . .	49
II.2	Mesure de la matrice de transmission . . . . .	51
II.2.1	Montage expérimental . . . . .	51
II.2.2	Mesure du champ complexe optique . . . . .	52
II.2.3	Méthode d'acquisition . . . . .	53
II.2.4	Diffusion multiple et matrices aléatoires . . . . .	56
II.3	Focalisation par conjugaison de phase en milieu diffusant . . . . .	63
II.3.1	Efficacité théorique du système . . . . .	63
II.3.2	Optimisation séquentielle . . . . .	69
II.3.3	Conjugaison de phase numérique en milieu diffusant . . . . .	73
II.4	Opérateurs de reconstruction et perturbations . . . . .	76
II.4.1	Bruit expérimental . . . . .	78
II.4.2	Bruit de reconstruction . . . . .	79
II.5	Vers une reconstruction optimale : augmentation du nombre de degrés de liberté . . . . .	81
II.5.1	Réalisations virtuelles . . . . .	82
II.5.2	Augmentation du nombre de points de mesure . . . . .	84
II.6	Propriétés du milieu et matrices de transmission . . . . .	87
II.6.1	La contribution des ondes balistiques . . . . .	87
II.6.2	Corrélation de speckle et effet mémoire . . . . .	92
II.7	Conclusion . . . . .	96

---

<b>III</b>	<b>Matrice de réflexion et DORT optique</b>	<b>99</b>
III.1	Introduction . . . . .	99
III.2	La méthode DORT . . . . .	100
III.2.1	Le retournement temporel itératif . . . . .	100
III.2.2	Les invariants de l'opérateur de retournement temporel . . .	103
III.2.3	Influence du bruit sur les valeurs singulières et la technique DORT . . . . .	107
III.3	Focalisation sélective à travers un milieu aberrateur . . . . .	114
III.3.1	Objectifs et présentation du système . . . . .	114
III.3.2	Les réflexions parasites et le bruit de mesure . . . . .	116
III.3.3	Résultats expérimentaux . . . . .	117
III.3.4	Conclusion et perspectives . . . . .	120
III.4	Analyse des modes de rayonnement d'un diffuseur unique . . . . .	121
III.4.1	Objectifs et présentation du système . . . . .	121
III.4.2	Calculs analytiques . . . . .	124
III.4.3	Résultats expérimentaux . . . . .	129
III.4.4	Conclusion et perspectives . . . . .	131
III.5	Conclusion . . . . .	132
<b>IV</b>	<b>Retournement temporel en cavité optique</b>	<b>135</b>
IV.1	Introduction . . . . .	135
IV.2	Modulation et démodulation radiofréquence de lumière . . . . .	136
IV.2.1	Modulation . . . . .	136
IV.2.2	Démodulation . . . . .	139
IV.2.3	Montage Complet . . . . .	142
IV.3	Focalisation par retournement temporel sur modulation . . . . .	144
IV.3.1	Principe du retournement temporel sur modulation . . . . .	144
IV.3.2	Mise en place du retournement temporel sur modulation . .	147
IV.4	Une première expérience de focalisation temporelle . . . . .	148
IV.4.1	La cavité monomode bouclée . . . . .	148
IV.4.2	Focalisation temporelle expérimentale . . . . .	152
IV.5	Vers la focalisation spatio-temporelle . . . . .	154
IV.5.1	Conversion spatiotemporelle et milieu de propagation . . . .	154
IV.5.2	Des essais infructueux . . . . .	155
IV.5.2.1	La cavité 3D . . . . .	158
IV.6	Conclusion . . . . .	160

<b>Conclusion générale et perspectives</b>	<b>163</b>
<b>Annexes</b>	<b>167</b>
A.1 Caractérisation du SLM et modulation de phase . . . . .	167
A.2 Génération d'objets virtuels avec un modulateur de phase . . . . .	170
A.3 Valeurs singulières de la matrice de réflexion et contributions dipolaires d'une particule unique . . . . .	171

# Introduction générale

La propagation des ondes dans les milieux désordonnés est un sujet actif de recherche depuis plus de cinquante ans. En optique et en électronique, il est difficile de contrôler ou de mesurer les détails spatiaux ou temporels du champ. Des modèles ont vu le jour afin d'obtenir des valeurs statistiques sur le champ et le transport des photons ou des électrons dans les milieux complexes, c'est le domaine de la physique mésoscopique [1].

En acoustique, où il est aisé d'avoir accès à la phase des ondes et où les échelles spatiales et temporelles sont plus accessibles, de nombreuses techniques ont vu le jour pour mettre à profit les milieux complexes. Le retournement temporel, initié au Laboratoire Ondes et Acoustique de l'ESPCI par M. Fink [2], permet d'exploiter les milieux multiplement diffuseurs ou réverbérants à des fins de focalisation et d'imagerie. Il a même été prouvé que le retournement temporel tire partie de la complexité d'un milieu de propagation pour focaliser les ondes sur des taches plus fines que celles obtenues en espace libre. La technique DORT (Décomposition de l'Opérateur de Retournement Temporel) [3], qui découle de l'étude du retournement temporel, autorise à focaliser sélectivement et avec une grande précision sur des cibles, ceci même au sein d'un milieu aberrateur. Récemment, la technologie a rendu possible le contrôle spatial et temporel des micro-ondes et les techniques de retournement temporel et DORT ont pu être transposées avec succès au domaine des ondes électromagnétiques [4, 5].

Ces techniques consistent à manipuler directement des champs ondulatoires en amplitude et en phase. En optique, où de telles manipulations sont longtemps restées impossibles, les chercheurs se sont penchés sur comment compenser les effets de la propagation en modifiant le système optique de mesure. L'optique adaptative, développées pour l'astronomie, consiste à introduire des éléments optiques contrôlables pour compenser les perturbations dans les télescopes. Basée sur le même principe de compensation des perturbations, la conjugaison de phase [6] permet de corriger un système optique soumis à diverses aberrations. Plus récemment, de nouvelles

techniques d'imagerie ont vu le jour en optique qui traitent la diffusion multiple, les aberrations ou les réflexions incontrôlées comme des perturbations dont il faut s'affranchir. C'est par exemple le cas de la tomographie par cohérence optique [7] qui consiste à ne sélectionner dans un milieu diffusant que la portion d'onde qui n'a pas été diffusée : le balistique.

Les équations d'ondes étant sensiblement similaires dans les différents domaines de la physique, nous pouvons légitimement penser que les techniques utilisées en acoustique et en micro-ondes, soient transposables à l'optique. Les difficultés en optique découlent des échelles d'espace et de temps extrêmement petites. Néanmoins, l'émergence de technologies récentes permet désormais un contrôle de plus en plus fin sur le champ optique. En particulier, les modulateurs spatiaux de lumières (SLM) qui permettent de contrôler la phase du champ sur des millions de pixels, les techniques de façonnage d'impulsions qui autorisent la génération de formes d'ondes temporelles complexes où encore les modulateurs électro-optiques qui peuvent moduler une porteuse optique à très haute fréquence.

L'objectif de cette thèse est d'associer les outils développés en acoustique avec les techniques propres à l'optique et d'étudier les nouvelles possibilités qui en découlent. Le point de départ a été l'expérience réalisée aux Pays-Bas par A. Mosk et ses collaborateurs qui ont réussi à focaliser la lumière à travers un milieu très diffusant [8] à l'aide d'un SLM. L'expérience consiste, pour un champ modulé en entrée du milieu, à tester différentes valeurs de phase pour chaque pixel du SLM et à garder à chaque fois la valeur maximisant l'intensité en un point cible de l'autre côté du milieu diffusant. Une telle expérience, équivalente à la conjugaison de phase, est en réalité le pendant monochromatique du retournement temporel. Cette expérience fondatrice montre qu'il est possible d'utiliser à son avantage la diffusion multiple en optique. Nous présentons en partie I les outils pratiques qui permettent la manipulation spatio-temporelle d'ondes optiques ainsi que les différents modèles qui permettent d'appréhender la propagation de la lumière à travers les systèmes optiques linéaires. Nous évoquons aussi la théorie et les résultats fondateurs des expériences de contrôle des ondes en milieux complexes réalisées en acoustique et en micro-ondes.

Le point de départ de notre étude expérimentale est l'expérience néerlandaise de conjugaison de phase. En nous inspirant des travaux réalisés auparavant en acoustiques, nous nous sommes demandé comment apprendre suffisamment de données sur un milieu diffusant pour pouvoir l'utiliser comme une lentille, c'est-à-dire pour focaliser la lumière en sortie ou transmettre une image à travers. Pour cela nous avons voulu enregistrer la matrice entrée / sortie de notre système. Nous appelons

cette matrice la matrice de transmission (MT). Il s'agit du travail que nous présentons au chapitre II. Nous montrons dans un premier temps comment mesurer une telle matrice. Nous exposons ensuite les techniques qui permettent d'exploiter cette matrice, afin de focaliser ou d'envoyer une image à travers un milieu diffusant, ou encore afin d'extraire des données pertinentes sur la physique du transport des ondes au sein du milieu.

Pour ce travail, nous avons développé un montage permettant l'enregistrement de la matrice de transmission d'un système optique. Le montage était alors facilement modifiable pour mesurer la matrice de réflexion (MR) d'un milieu. Les expériences utilisant la technique DORT en acoustique et micro-ondes sont justement basées sur la mesure de cette matrice. Après avoir détaillé, le principe et la théorie de la technique DORT, nous présentons dans le chapitre III comment nous utilisons cette technique afin de focaliser sélectivement la lumière sur des diffuseurs optiques en présence d'un milieu aberrateur. Nous évoquons ensuite comment cette méthode peut être utilisée pour l'analyse des diagrammes de rayonnement d'une particule unique.

Malgré l'existence des techniques de façonnage d'impulsion, il est difficile de créer un signal temporel arbitraire sur des temps longs. Face à la difficulté de contrôler aussi précisément le champ optique, il est en revanche possible de le moduler à des fréquences plus basses. Il a été prouvé qu'il est possible de réaliser des expériences de retournement temporel à très haute fréquence en ne travaillant que sur l'enveloppe complexe de signaux modulés [4]. Nous présentons au chapitre IV la théorie du retournement temporel en modulation. Nous présentons ensuite comment nous avons tenté de transposer une telle technique à la focalisation spatio-temporelle de la lumière dans une cavité réverbérante.



# Chapitre I

## Contrôle spatio-temporel de la lumière

### I.1 Introduction

Avec l'évolution des connaissances et l'affinement des modèles, des lois de la réfraction en passant par la découverte de la nature ondulatoire de la lumière puis plus récemment de l'optique quantique, les hommes n'ont cessé de créer et d'améliorer des instruments optiques. L'idée de manipuler la forme de la lumière n'est pas nouvelle, ce n'est toutefois qu'avec les avancées technologiques récentes qu'il est possible réellement de façonner à souhait les détails spatiaux et temporels de la lumière. Nous commençons ce chapitre introductif en évoquant les différents modèles qui permettent d'appréhender la propagation de la lumière à travers les systèmes optiques linéaires. Nous décrivons comment la lentille optique, aisément modélisable par l'optique géométrique, devient un véritable casse-tête dès lors que l'on prend en compte la nature ondulatoire de la lumière et les effets d'aberration. Nous évoquons ensuite les milieux complexes, diffusants et réverbérants, dans lesquels l'optique géométrique ne permet plus de décrire, même de façon approchée, la propagation de la lumière. Dans une seconde partie, nous repartons de l'équation d'onde pour aboutir à la modélisation matricielle de la propagation qui nous sera utile tout au long de nos études expérimentales. Nous montrons que, quelle que soit la complexité du milieu, tant que celui-ci est linéaire, il est possible de modéliser la propagation de la lumière en son sein de manière très simple. Notre milieu devient en effet une boîte noire dont les relations liant un nombre fini d'entrées à un nombre fini de sorties sont entièrement décrites par une matrice. L'étude des propriétés statistiques de cette

## I. Contrôle spatio-temporel de la lumière

---

matrice, à l'aide de certains outils mathématiques, peut donner des renseignements sur les propriétés physiques milieu. Nous décrivons ensuite comment l'expérimentateur peut maîtriser à son avantage un milieu dit complexe. Nous définissons dans un premier temps les degrés de liberté spatiaux et temporels, qui sont en quelque sorte le nombre de leviers que peut actionner l'expérimentateur pour contrôler une onde dans un milieu quelconque. Nous illustrons l'utilisation de ces degrés de liberté en introduisant le principe de l'expérience de retournement temporel. Nous détaillons cette technique dans deux cas critiques. Dans un premier cas, seuls les degrés de liberté spatiaux sont utilisés pour focaliser une onde à travers un milieu, il s'agit d'une expérience de conjugaison de phase. Dans un second cas, seuls les degrés de liberté temporels sont contrôlés pour focaliser dans une cavité réverbérante, il s'agit d'une expérience de retournement temporel mono-voie. Nous présentons enfin les spécificités et les contraintes de la manipulation expérimentale des ondes optiques. Nous introduisons dans ce contexte différents outils qui permettent le contrôle des ondes optiques. Pour la manipulation spatiale, nous décrivons les modulateurs spatiaux de lumière (SLM) qui permettent de façonner à souhait l'amplitude et/ou la phase d'une onde. Pour le contrôle temporel, nous présentons comment il est possible de moduler une onde, que cela soit à des temps comparables à la période de l'onde par des techniques de « pulse shaping » ou bien sur des fréquences plus faibles que l'onde lumineuse par une modulation sur porteuse. Nous évoquons ensuite le cas particulier des milieux photoréfractifs qui peuvent être utilisés pour générer des opérations de conjugaison de phase avec un minimum de contrôle de la part de l'expérimentateur. Nous évoquons enfin les techniques, interférométriques et non interférométriques, de mesure du champ complexe optique.

## I.2 Propagation des ondes optiques dans les milieux linéaires : de la lentille aux milieux complexes

### I.2.1 Les systèmes simples : de l'optique géométrique à l'optique ondulatoire

Dans le cas de la propagation de la lumière dans les milieux homogènes, un grand nombre de problèmes concrets peuvent être interprétés qualitativement par l'optique géométrique : la propagation à travers un dioptré ou des lentilles, ou encore le confinement de l'onde dans une fibre optique à saut d'indice. Cette discipline interprète les phénomènes optiques en ne considérant que la direction de propagation de l'énergie de la lumière, ou rayon lumineux. On modélise alors un faisceau de lumière par un ensemble de rayons lumineux. Dans le cas de la lentille, une onde plane est représentée par un ensemble de faisceaux parallèles entre eux qui vont se concentrer en un point du plan focal après passage dans la lentille. Dans cette approche, la tache focale est un point géométrique de dimension nulle.

Il est néanmoins nécessaire de prendre en compte la nature ondulatoire de la lumière dans de nombreux cas : par exemple, dès que l'on s'intéresse à la limite de résolution d'un système optique ou encore lorsque la lumière interagit avec des objets dont les dimensions caractéristiques sont inférieures ou comparables à celle de la longueur d'onde. Les phénomènes de diffraction et d'interférence, au cœur de l'interprétation de ces problèmes, résultent de la nature ondulatoire de la lumière. Les performances d'un système optique ne sont plus parfaites lorsque l'on prend en compte ces phénomènes.

### I.2.2 Propagation en milieu aberrateur

#### I.2.2.1 Limites de l'optique géométrique

Dès lors que l'on prend en compte la nature ondulatoire de la lumière, la focalisation ne peut plus être parfaite, même pour une lentille idéale. Pour une onde plane illuminant une telle lentille, la tache observée n'est pas ponctuelle mais présente un disque central, et des cercles concentriques de plus en plus atténués. Cette forme, dite tache d'Airy [9, 10], résulte des effets de diffraction de la lumière qui passe à travers l'ouverture finie de la lentille. Le diamètre du disque de la tache d'Airy, au foyer d'une lentille de distance focale  $f$  et de diamètre  $D$ , s'exprime :

## I. Contrôle spatio-temporel de la lumière

---

$$d \approx \frac{1.22\lambda}{2n \sin \theta} \approx 1.22\lambda \frac{f}{D} \quad (\text{I.1})$$

avec  $\lambda$  la longueur d'onde dans le vide,  $n$  l'indice du milieu et  $\theta = \arcsin(D/2f)$  l'angle maximal de collection de la lentille, c'est à dire l'angle maximal que fait un rayon convergeant au point focal avec l'axe optique. Lord Rayleigh posa comme critère que deux taches de diffraction peuvent être discriminées si elles sont espacées d'une distance  $\Delta r$  égale ou supérieure au rayon du disque d'Airy. Pour une lentille d'ouverture numérique unité, le critère de résolution, s'écrit donc :

$$\Delta r = \frac{1.22\lambda}{2n} \quad (\text{I.2})$$

Un système optique classique est donc restreint dans le visible par une limite théorique de résolution autour de 250 nm. Il existe un certain nombre de techniques permettant de dépasser cette limite. Parmi celles-ci, beaucoup font appel à des effets non-linéaires, comme les méthodes de microscopie de fluorescence super-résolues : STED [11], PALM [12], RESOLFT [13], STORM [14] ou encore SSIM [15]. D'autres techniques nécessitent un dispositif en champ proche de l'objet à imager, comme une sonde locale [16] ou un système qui permet de propager les détails plus fins que la limite de diffraction en champ lointain [17, 18]. Ces expériences nécessitent des montages bien particuliers, en général onéreux, et difficiles à mettre en place. Si l'on considère la limite de diffraction comme une limite infranchissable pour un montage « simple », ce montage sera optimal en corrigeant tout effet d'aberration, c'est à dire les effets qui éloignent l'efficacité du système réel de cette limite théorique.

### I.2.2.2 Lentilles et aberrations géométriques

Un système optique parfait présente un stigmatisme rigoureux, c'est-à-dire que tous les rayons optiques issus d'un point lumineux se croisent en sortie du système en un unique point ou semblent provenir d'un unique point. Autrement dit, l'image théorique d'un point dans l'approximation de l'optique géométrique est un point. Seul le miroir plan est rigoureusement stigmatique en tout point. Pour un système optique qui n'est pas rigoureusement stigmatique, il est nécessaire de définir des conditions sous lesquels on considère le dispositif comme stigmatique. On dit alors

## I.2. Propagation des ondes optiques dans les milieux linéaires : de la lentille aux milieux complexes

---

qu'il y a stigmatisme approché. Ces conditions sont satisfaites dans le cadre de l'approximation de Gauss, obtenue lorsque l'on ne considère que des rayons proches de l'axe optique et formant des angles faibles avec celui-ci. Cette approximation, qui se limite donc à ne considérer que des petits angles entre les rayons optiques et les normales aux dioptries, permet de linéariser les fonctions trigonométriques. Lorsqu'on s'éloigne de ces conditions, les défauts de stigmatisme donnent lieu à des aberrations géométriques. Dans le cas de la lentille, il existe différents types d'aberrations géométriques qui correspondent à différents ordres de non-linéarité des équations trigonométriques : aberration sphérique, aberration de coma, astigmatisme ou encore distorsion.

Dans le cadre de l'approximation de Gauss, les rayons convergent au même point dans le plan image d'une lentille. Pour illustrer l'effet des aberrations géométriques, nous nous intéresserons à l'exemple de l'aberration géométrique qui apparaît lorsqu'on s'éloigne de l'approximation de Gauss. Les conditions de Gauss sont respectées pour un faisceau peu étendu illuminant la lentille dans la direction de l'axe optique (figure I.1(a.)). Les rayons éloignés de l'axe optique arrivent sur le dioptre incurvé de la lentille avec un angle important par rapport à la normale à l'interface. On ne peut plus linéariser le sinus dans la loi de Snell-Descartes et l'écart à l'approximation de Gauss entraîne un déplacement du point d'intersection entre ces rayons et l'axe optique (figure I.1(b.)).

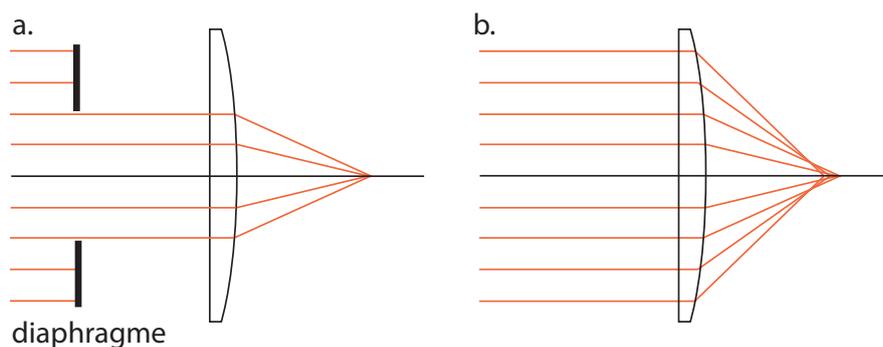


FIGURE I.1 – Aberration sphérique dans une lentille. (a.) un faisceau parallèle limité par un diaphragme satisfait l'approximation de Gauss, le système est dans des conditions de stigmatisme approché. (b.) un faisceau étendu ne satisfait plus l'approximation de Gauss, le point focal pour les rayons incidents les plus éloignés de l'axe optique est déplacé.

Il est donc nécessaire de limiter la taille du faisceau pour rester dans le cadre de l'approximation de Gauss. Ceci a néanmoins pour effet d'augmenter la taille de la tache d'Airy. Dans ce cas précis, l'effet de l'aberration est connu et peut-

## I. Contrôle spatio-temporel de la lumière

---

être calculé analytiquement. Il est pourtant difficile de s'en affranchir. Dans le cas général, l'effet de l'aberration peut être inconnu, de nouvelles techniques ont alors vu le jour pour corriger ces effets. Nous évoquerons en particulier dans la partie suivante les techniques d'optique adaptative.

### I.2.2.3 Correction du front d'onde et optique adaptative

Nous avons évoqué qu'il existe d'autres formes d'aberrations géométriques induites par une lentille que l'aberration sphérique. De plus, une imperfection dans la géométrie de la lentille au cours de sa fabrication entraîne aussi des aberrations. Les aberrations peuvent intervenir entre l'objet à observer et le système optique, c'est le cas par exemple des perturbations apportées par l'atmosphère en astronomie. L'atmosphère subit des déplacements d'air qui induisent des hétérogénéités de température, et réciproquement. Ces variations de température provoquent des variations spatiales de l'indice optique. Un front d'onde plan qui traverse l'atmosphère arrive déformé sur un télescope terrestre, l'image reconstruite d'une étoile est ainsi détériorée. Dans le cas général, on peut modéliser l'effet d'un aberrateur par une variation spatiale de la phase, que celle-ci soit connue, comme pour l'effet de l'aberration sphérique d'une lentille, ou imprévisible, comme pour l'effet de l'atmosphère.

Corriger les effets de telles aberrations est le domaine de l'optique adaptative. Cette discipline consiste à modifier les effets d'un système optique en ajoutant, supprimant ou modifiant des éléments optiques [19]. L'optique adaptative permet alors de compenser en temps réel des aberrations optiques en jouant sur les paramètres des éléments ajoutés. Dès les années 1950 a été évoqué l'idée de corriger les effets d'aberrations en compensant les variations de phase par un système rétroactif [20–22]. Pour cela, un outil de contrôle de la phase de l'onde sur un nombre donné de segments, jusque-là purement théorique, est intercalé dans le système optique d'un télescope. Le système est ensuite corrigé en agissant sur l'élément de contrôle du front d'onde. La modification à apporter est trouvée soit par une mesure directe du front d'onde (nous donnerons des méthodes de mesure du front d'onde en partie I.5.1), soit par une méthode rétroactive. Une rétroaction peut par exemple être réalisée en testant différentes valeurs de déphasage sur chaque segment du dispositif afin de minimiser la finesse de l'image d'une étoile. Cet algorithme séquentiel de rétroaction converge alors vers une compensation des effets des aberrations. Le principe d'une telle expérience est présenté en figure I.2.

## I.2. Propagation des ondes optiques dans les milieux linéaires : de la lentille aux milieux complexes

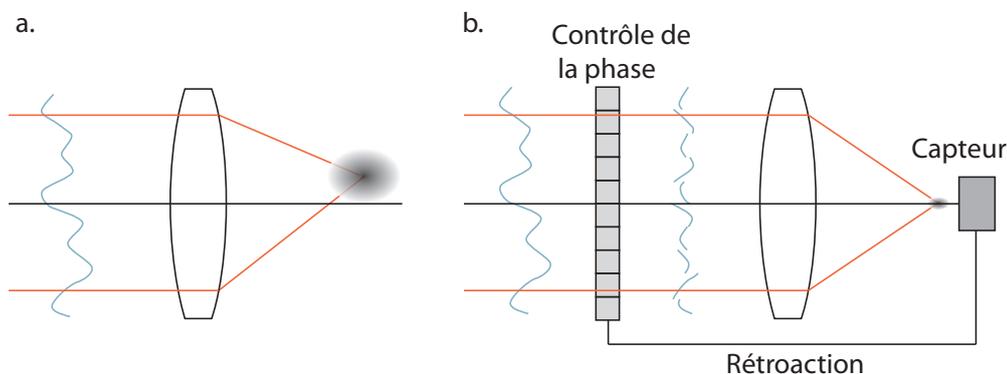


FIGURE I.2 – Une expérience d’optique adaptative par rétroaction. Les différentes parties contrôlées du front d’onde sont déphasées pour compenser au mieux l’effet des aberrations et minimiser la finesse de l’image d’une étoile.

Il a fallu attendre les années 1980 pour que la technologie rende de telles expériences réalisables [23, 24]. Un exemple de miroir actif à 19 segments permettant le contrôle en phase de l’onde incidente est présenté en figure I.3. Il consiste en 19 fragments de miroirs pouvant être translatés longitudinalement à l’aide de pistons piezoélectriques.

### I.2.3 Propagation en milieux complexes

#### I.2.3.1 De la diffusion simple à la diffusion multiple

L’onde qui rencontre une discontinuité locale de l’indice optique, que nous appelons diffuseur, est diffractée avec un diagramme de rayonnement qui dépend des propriétés de l’objet diffuseur [25]. Pour des diffuseurs gros devant la longueur d’onde, la théorie de l’optique géométrique suffit généralement à caractériser l’effet de l’obstacle. La théorie de la diffusion de Mie prédit le comportement d’une onde qui rencontre des diffuseurs de tailles comparables ou plus petites que la longueur d’onde [26]. Le cas particulier de la diffusion par des objets très petits par rapport à la longueur d’onde est décrit par la diffusion de Rayleigh. Ces théories prédisent la quantité et la direction de la lumière diffusée. La connaissance de la taille, de la nature et de la position du diffuseur permet de prédire par le calcul le champ diffusé par un diffuseur unique. Nous montrons en figure I.4 de façon schématique la diffusion par des petites particules. Pour un diffuseurs de taille comparable à la longueur d’onde, la diffusion est très directionnelle. Plus le diffuseur est petit, plus la diffusion devient isotrope. Un autre paramètre important de la diffusion d’une particule est sa section efficace de diffusion  $\sigma_{Diff}$ . La section efficace de diffusion

## I. Contrôle spatio-temporel de la lumière

---

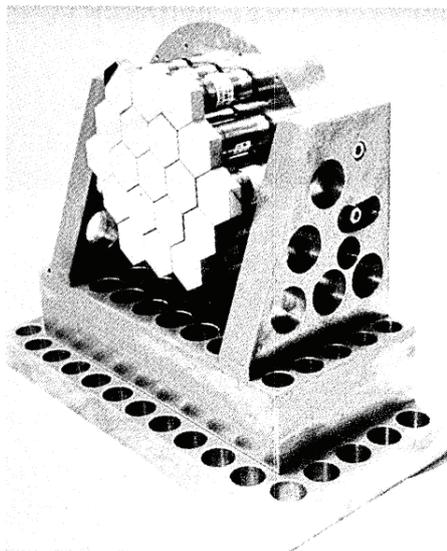


FIGURE I.3 – Miroir actif à 19 segments.

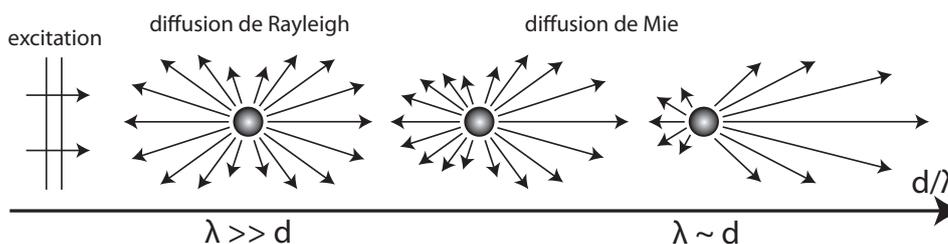


FIGURE I.4 – Diffusion de la lumière par un diffuseur diélectrique unique en fonction de sa taille. Pour un diffuseur de taille comparable à la longueur d'onde, la diffusion est très directive. Plus le diffuseurs et petit, plus la diffusion devient isotrope.

est définie par le rapport entre la puissance diffusée par la particule et l'énergie incidente, elle caractérise l'efficacité du diffuseur. Un diffuseur de très faible  $\sigma_{Diff}$  n'interagit que très peu avec la lumière.

Regardons désormais ce qui se passe lorsque la lumière traverse un milieu qui contient plusieurs diffuseurs. On définit classiquement pour les milieux diffusants deux grandeurs pour caractériser la diffusion : le libre parcours moyen élastique et le libre parcours moyen de transport. Le libre parcours moyen élastique  $l_e$  est la distance moyenne entre deux événements de diffusion subis par un photon et le libre parcours moyen de transport  $l^*$  est la distance sur laquelle la lumière conserve en moyenne sa direction de propagation.  $l^*$  est toujours supérieur à  $l_e$  et le rapport entre ces deux grandeurs varie avec l'anisotropie et l'efficacité  $\sigma_{Diff}$  des diffuseurs. Pour un petit nombre de diffuseurs dont les positions sont connues, il est possible

## I.2. Propagation des ondes optiques dans les milieux linéaires : de la lentille aux milieux complexes

---

d'appliquer plusieurs fois les prédictions de la théorie de la diffusion pour trouver le champ total diffusé. Ces résultats sont valides si l'on satisfait l'hypothèse de diffusion simple, c'est-à-dire pour un milieu dans lequel l'onde n'est statistiquement pas notablement déviée par la diffusion. C'est le cas lorsque le milieu est très dilué en diffuseurs ou que leur section efficace de diffusion est très faible. Si on note  $e$  l'épaisseur du milieu, on peut aussi écrire cette condition  $e \leq l^*$ . Le champ optique résulte alors de la somme de l'onde incidente et des ondes issues des différentes sources secondaires.

Lorsque  $e \gg l^*$ , de multiples événements de diffusion successifs entrent en jeu. Il s'agit du régime de diffusion multiple. Les événements de diffusion ne peuvent plus être considérés de manière indépendante, le champ diffusé par un objet pouvant être une source pour un autre diffuseur et réciproquement. Cela se traduit par des équations de nature implicite. Pour les systèmes périodiques, il est possible de calculer analytiquement la solution de la diffusion par le milieu [27, 28]. Lorsque la répartition des diffuseurs est aléatoire, jusqu'à un certain nombre de diffuseurs, il est possible d'implémenter une méthode des dipôles couplés [29] pour calculer le champ diffusé ou d'estimer celui-ci par des simulations numériques comme par des méthodes de Monte-Carlo [30] ou de différences finies [31, 32]. Ces techniques sont limitées par la capacité de calcul nécessaire et par la nécessité de connaître les positions et tailles de tous les diffuseurs. Prenons l'exemple de la propagation d'une onde lumineuse monochromatique traversant une petite épaisseur de peinture blanche. La peinture blanche tire son opacité de la présence d'un grand nombre de petites particules (typiquement de taille inférieure au micron) qui diffusent la lumière un grand nombre de fois. Pour une surface illuminée de  $1 \text{ mm}^2$  et une épaisseur de peinture de  $100 \text{ }\mu\text{m}$ , le nombre de particules dont on doit connaître avec précision la taille et la position, pour un éventuel calcul analytique ou une simulation numérique du champ diffusé, est supérieur à  $10^8$  ! De tels calculs ne sont pas envisageables à l'heure actuelle.

La diffusion multiple fait perdre au système la mémoire de l'onde incidente. Une onde qui traverse le milieu donne en sortie une figure d'intensité aléatoire, ou speckle, résultant de l'interférence des nombreux chemins optiques [33]. Il n'y a plus de relation simple entre le champ diffusé et l'onde incidente. En ce sens, la diffusion multiple a longtemps été considérée, en imagerie optique, comme une perturbation dont on tente de s'affranchir. Les techniques développées afin de regarder à travers des milieux diffusants consistaient à ne sélectionner que la faible portion d'onde qui n'a pas rencontré de diffuseur [34, 35] : le balistique. Cette onde balistique ayant

## I. Contrôle spatio-temporel de la lumière

---

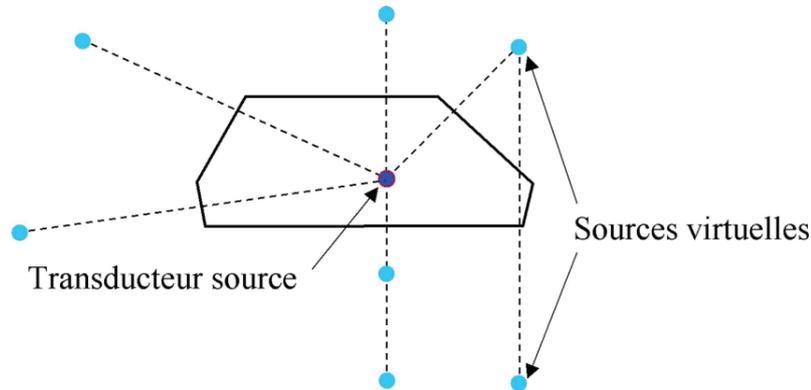


FIGURE I.5 – Une cavité réverbérante. Chacune des réflexions, simple ou multiple, agit comme une source virtuelle supplémentaire. On représente ici quelques-unes des sources virtuelles correspondant au maximum à deux réflexions.

une trajectoire rectiligne, il est possible d'appliquer les transformations de l'optique géométrique pour reconstruire une image. De telles techniques trouvent leur limitation dans le fait que la fraction d'énergie balistique décroît exponentiellement avec l'épaisseur de milieu diffusant traversé, interdisant de fait l'imagerie en profondeur.

### I.2.3.2 La cavité réverbérante

L'exemple du milieu multiple diffuseur n'est pas le seul type de milieu permettant de mélanger les ondes au point de faire perdre sa mémoire à une onde incidente. Plaçons-nous dans une cavité fermée, sans symétrie particulière, dont les parois sont des interfaces planes de réflectivité parfaite pour un type d'onde. Nous plaçons dans cette cavité une source qui émet une impulsion, le signal résultant est enregistré en une autre position quelconque à l'intérieur de la cavité. Le récepteur reçoit d'abord le signal direct (ou balistique) qui a voyagé en ligne droite depuis la source. Il reçoit ensuite la réflexion du signal sur les parois de la cavité. Pour une portion de paroi plane réfléchissante, tout se passe comme si une source virtuelle, symétrique de la source réelle par rapport à la surface, émettait une onde. Ainsi, chacune des surfaces induit des sources virtuelles, chacune de ces sources virtuelles créant elles-mêmes de nouvelles sources virtuelles par réflexion sur les parois, et ainsi de suite. Cette propriété, qui consiste à considérer les réflexions comme des sources à part entière, est appelée théorème des images. Il est illustré dans le cas d'une cavité en figure I.5.

## I.2. Propagation des ondes optiques dans les milieux linéaires : de la lentille aux milieux complexes

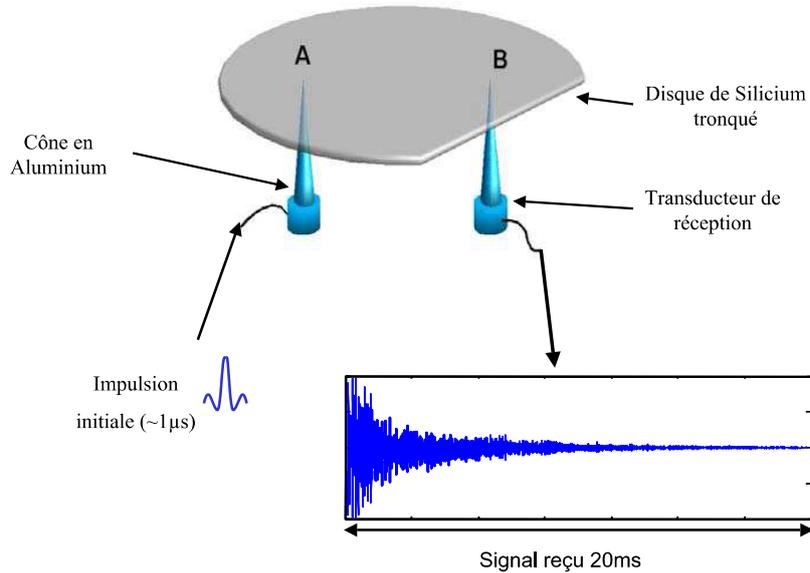


FIGURE I.6 – Mesure de signaux longs dans une cavité réverbérante. Image issue des travaux de C. Draeger et M. Fink [36]

Dans le cas théorique sans perte et avec une réflectivité parfaite des surfaces, le nombre de sources virtuelles à considérer tend vers l'infini, ainsi que la durée du signal temporel. En réalité, la réflectivité n'est jamais parfaite et le milieu de propagation peut entraîner des pertes. La durée du signal est donc finie, on la caractérise par le temps de vie d'une impulsion brève dans la cavité. La qualité d'une cavité est traditionnellement jugée par son facteur de qualité  $Q$  proportionnel à ce temps de vie.

C. Draeger et M. Fink [36] ont mesuré dans un disque de silicium tronqué des durées de signaux de plus de quatre ordres de grandeur supérieurs à la durée de l'impulsion initiale. Comme montré en figure I.6, les ondes élastiques sont générées et détectées par des transducteurs transverses couplés à des pointes en aluminium. Un des transducteurs émet une courte impulsion ultrasonore (1 période d'une sinusoïde à 1 MHz) au point A qui se propage et est réfléchi sur les parois de la cavité. L'énergie acoustique est piégée à l'intérieur de cette cavité par la réflectivité des parois. L'autre transducteur collecte les échos au point B. Grâce aux multiples réflexions de l'onde, le signal s'étend sur plus de 20 ms alors que l'impulsion émise initialement ne dure pas plus d'une microseconde. Nous expliquerons en partie I.4.4 comment est limité le temps de vie de l'impulsion dans la cavité.

## I. Contrôle spatio-temporel de la lumière

---

Plus le facteur de qualité est grand, plus le signal est long. Nous voyons en figure I.6 l'allure du signal enregistré. Le trajet balistique correspond au premier signal reçu, celui-ci porte une faible portion de l'énergie totale reçue par le récepteur. Nous voyons donc l'analogie que nous pouvons faire avec les milieux diffusants : dans les deux cas, le signal mesuré en réponse à un émetteur est la somme du signal issu de l'onde balistique et du signal issu des nombreuses sources secondaires. Lorsque le nombre de ces sources secondaires augmente, c'est-à-dire lorsque  $e/l^*$  augmente dans le cas du milieu diffusant et lorsque  $Q$  augmente dans le cas de la cavité réverbérante chaotique, le signal balistique est noyé dans le signal issu des sources secondaires.

### I.3 De l'équation d'onde à la représentation matricielle de la propagation

#### I.3.1 Équation d'onde et fonction de Green

La propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu homogène découle de son comportement électrique et magnétique prédit par les équations de Maxwell. Dans un diélectrique, l'équation d'onde, appelée équation de d'Alembert, s'écrit :

$$\Delta \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{I.3})$$

avec le vecteur  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$  pouvant représenter le champ électrique  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  ou le champ magnétique  $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ .  $v$  représente la vitesse des ondes dans le milieu. On peut relier cette vitesse à la célérité des ondes dans le vide par l'indice du milieu homogène  $n$  avec  $v = c/n$ ,  $n \geq 1$ .

Nous allons commencer une étude monochromatique puis nous généraliserons pour des signaux temporels quelconques. Nous nous restreindrons ici au champ électrique. Trouver les solutions harmoniques de l'équation I.3 revient à trouver le champ sous la forme :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r}) e^{i\omega t} \quad (\text{I.4})$$

Nous utilisons ici la notation complexe qui permet de simplifier l'écriture des équations différentielles. Le champ réel  $\mathbf{E}_r$  se déduit de sa formulation complexe par  $\mathbf{E}_r = \Re(\mathbf{E}(\mathbf{r}, t))$ . Les solutions harmoniques de l'équation I.3 doivent donc satisfaire :

### I.3. De l'équation d'onde à la représentation matricielle de la propagation

$$\Delta \mathbf{E}(\mathbf{r}) + \frac{\omega^2 n^2}{c^2} \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0 \quad (\text{I.5})$$

Cette équation est appelée équation de Helmholtz. Elle rend compte de la nature propagative de l'équation : le champ en  $\mathbf{r}$  est proportionnel au champ en ses plus proches voisins. L'origine de l'équation d'onde est donc une propagation de proche en proche du champ. De la même manière qu'en temporel où nous avons fixé la pulsation  $\omega$ , nous pouvons nous intéresser au cas d'ondes planes, c'est-à-dire pour lesquelles le champ électrique s'écrit  $\mathbf{E}(r) = \mathbf{E}e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$  où le vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  est fixé. L'équation I.5 se réduit alors :

$$\left( \frac{\omega^2 n^2}{c^2} - k^2 \right) \mathbf{E} = 0 \quad (\text{I.6})$$

avec  $k = |\mathbf{k}|$  le nombre d'onde. Le champ  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}e^{i\omega t - \mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$  est une solution non identiquement nulle de l'équation d'onde si l'équation suivante, appelée relation de dispersion, est respectée :

$$\left( \frac{\omega^2 n^2}{c^2} - k^2 \right) = 0 \quad (\text{I.7})$$

La relation de dispersion est caractéristique du milieu de propagation. Nous nous sommes restreints au début de ce paragraphe au cas des milieux diélectriques homogènes, mais tout milieu de propagation a une relation de dispersion qui lui est propre.

Le choix de se restreindre aux cas d'ondes planes monochromatiques n'est ni dû au hasard, ni restrictif. Nous voyons que dans l'équation de Helmholtz, nous ne faisons plus apparaître les termes  $e^{i\omega t - \mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$  qui se sont simplifiés. Mathématiquement, cela veut dire que ces solutions sont les invariants de l'opérateur d'Alembertien  $\square = \frac{\partial^2}{v^2 \partial t^2} - \Delta$ . Une onde correspondant à une telle solution se propage dans le milieu sans être déformée. Physiquement, de telles ondes n'existent pas. Une pulsation  $\omega$  pure impose une extension temporelle infinie, de  $t = -\infty$  à  $t = +\infty$ . De la même manière, un  $\mathbf{k}$  fixé, correspondant à une fréquence spatiale fixée, impose une extension spatiale infinie. Pour générer de telles ondes, il faudrait donc une source de taille infinie allumée pendant un temps infini. Ces solutions sont donc des outils mathématiques, mais à partir desquels on peut se ramener au cas général. Tout signal temporel peut se décomposer en une somme d'ondes monochromatiques par la transformation de Fourier. Un champ  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  se décompose ainsi :

## I. Contrôle spatio-temporel de la lumière

---

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (\text{I.8})$$

De la même façon, nous pouvons décomposer la dépendance spatiale en superposition d'onde planes de fréquences spatiales  $k_x, k_y, k_z$  par transformée de Fourier spatiale :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = \iiint \mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{k} \quad (\text{I.9})$$

Toute solution de l'équation d'onde I.3 peut ainsi se décomposer en une somme pondérée des invariants de l'opérateur d'Alembertien.

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \iiint \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) e^{i\omega t - i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d\omega d\mathbf{k} \quad (\text{I.10})$$

Nous avons jusqu'alors considéré un milieu sans source. Les problèmes physiques liés aux ondes dans des systèmes linéaires reviennent en général à connaître le champ en plusieurs points de l'espace et du temps en réponse à l'émission d'une ou plusieurs sources. Grâce à la linéarité de l'équation d'onde, il suffit de résoudre le cas de chaque source séparément et de superposer les solutions obtenues. On s'intéresse usuellement à la fonction de Green impulsionnelle [37]  $\overleftrightarrow{g}_0(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}', t')$  qui donne la réponse d'un milieu en  $\mathbf{r}$  et en  $t$  à une source ponctuelle en  $\mathbf{r}'$  émettant un signal infiniment bref en  $t'$ . Dans un diélectrique homogène, cette fonction satisfait l'équation :

$$\Delta \overleftrightarrow{g}_0(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}', t') - \frac{n^2}{v^2} \frac{\partial^2 \overleftrightarrow{g}_0(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}', t')}{\partial t^2} = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta(t - t') \quad (\text{I.11})$$

Dans le cas général, cette fonction est dyadique, elle lie un champ vecteur au point d'observation à un champ vecteur au point d'émission. Elle s'écrit donc sous la forme d'un tenseur de dimension 2x2. Au cours de cette étude, nous fixons la polarisation d'émission et nous observerons une seule polarisation du champ afin de considérer des fonctions de Green scalaires.

Dans un système invariant par translation du temps, c'est-à-dire qui n'évolue pas dans le temps, la dépendance temporelle de la fonction de Green ne s'exprime qu'en fonction de  $t - t'$ . Physiquement, cela veut dire qu'envoyer un signal au temps  $t = 0$  et observer le système au temps  $t_0$  donne le même résultat que lorsqu'on émet un signal au temps  $t = t'$  et qu'on l'observe au temps  $t_0 + t'$ , quel que soit  $t'$ . L'invariance par translation du temps est un prérequis important pour l'ensemble de notre étude. Sauf indication contraire, nous postulerons cette propriété de façon

### I.3. De l'équation d'onde à la représentation matricielle de la propagation

tacite tout au long de ce manuscrit. La fonction de Green est la réponse du système à un dirac d'émission entre deux positions du milieu. Pour une émission temporelle quelconque  $\mathbf{E}(\mathbf{r}', t')$  en  $\mathbf{r}'$ , le signal  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  en  $\mathbf{r}$  est la convolution temporelle entre le signal temporel émis et la fonction de  $\overleftrightarrow{g}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t - t')$  :

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \overleftrightarrow{g}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t - t') \mathbf{E}(\mathbf{r}', t') dt' \\ &= \overleftrightarrow{g}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t) \otimes_t \mathbf{E}(\mathbf{r}', t)\end{aligned}\quad (\text{I.12})$$

En optique, du fait du faible contrôle que l'expérimentateur peut avoir sur les détails temporels des ondes lumineuses, il est plus répandu de travailler avec la fonction de Green monochromatique qui n'est autre que la transformée de Fourier temporelle de la fonction impulsionnelle. Dans le domaine fréquentiel, l'équation précédente s'exprime simplement par un produit :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = \overleftrightarrow{g}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) \mathbf{E}(\mathbf{r}', \omega) \quad (\text{I.13})$$

#### I.3.2 La Matrice de transmission / réflexion

Dans de nombreux domaines, la technologie multi-éléments a permis le développement d'importants travaux de recherche, que ce soit en acoustique (réseau de transducteurs ultra-sonores pour l'échographie), en électromagnétisme (réseau d'antennes pour la télécommunication) ou encore en sismologie (réseau de géophones). Nous allons voir dans cette partie comment nous pouvons modéliser la propagation de la lumière dans un milieu linéaire, entre des sources (ou des modulateurs) et des récepteurs, par une matrice.

Expérimentalement, les sources ou les modulateurs ont des dimensions non nulles. On s'intéresse à un nombre fini  $N$  de sources ou modulateurs monochromatiques de surface  $S_i^{\text{src}}$ ,  $i \in \{1..N\}$  et de champ moyen  $\mathbf{E}_i^{\text{src}}(\omega) = \frac{1}{S_i^{\text{src}}} \iint_{S_i^{\text{src}}} \mathbf{E}(\mathbf{r}', \omega) d\mathbf{r}'^2$ .

Le  $i^{\text{ème}}$  élément donne en  $\mathbf{r}'$  un champ :

$$\mathbf{E}_i(\mathbf{r}, \omega) = \iint_{S_i^{\text{src}}} \overleftrightarrow{g}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) \mathbf{E}(\mathbf{r}', \omega) d\mathbf{r}'^2 \quad (\text{I.14})$$

Le champ est enregistré sur  $M$  récepteurs de surface  $S_j$ ,  $j \in \{1..M\}$  s'écrit  $\mathbf{E}_j^{\text{rec}}(\omega) = \frac{1}{S_j^{\text{rec}}} \iint_{S_j^{\text{rec}}} \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) d\mathbf{r}^2$ , ce champ est relié aux éléments de la  $i^{\text{ème}}$  source par :

## I. Contrôle spatio-temporel de la lumière

---

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_j^{\text{rec}}(\omega) &= \frac{1}{S_i^{\text{src}}} \iint_{S_j^{\text{rec}}} \iint_{S_i^{\text{src}}} \overleftrightarrow{g}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) \mathbf{E}(\mathbf{r}', \omega) d\mathbf{r}'^2 d\mathbf{r}^2 \\ &= \iint_{S_i^{\text{src}}} \overleftrightarrow{G}_j(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) d\mathbf{r}^2 \end{aligned} \quad (\text{I.15})$$

avec  $\overleftrightarrow{G}_j(\mathbf{r}, \omega) = \frac{1}{S_i^{\text{src}}} \iint_{S_j^{\text{rec}}} \overleftrightarrow{g}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) d\mathbf{r}'^2$ . Ajoutons comme hypothèse que le champ est homogène sur toute la surface d'un élément source ou modulateur, nous pouvons alors réécrire la formule I.15 :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_j^{\text{rec}}(\omega) &= \frac{\mathbf{E}(\mathbf{r}' \subset S_i^{\text{src}}, \omega)}{S_i^{\text{rec}}} \iint_{S_i^{\text{src}}} \overleftrightarrow{G}_j(\mathbf{r}', \omega) d\mathbf{r}'^2 \\ &= \overleftrightarrow{G}_{ij}(\omega) \mathbf{E}_i^{\text{src}}(\omega) \end{aligned} \quad (\text{I.16})$$

avec :

$$\begin{aligned} \overleftrightarrow{G}_{ij}(\omega) &= \frac{1}{S_i^{\text{rec}}} \iint_{S_i^{\text{src}}} \overleftrightarrow{G}_j(\mathbf{r}', \omega) d\mathbf{r}'^2 \\ &= \frac{1}{S_i^{\text{src}}} \frac{1}{S_j^{\text{rec}}} \iint_{S_i^{\text{src}}} \iint_{S_j^{\text{rec}}} \overleftrightarrow{g}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) d\mathbf{r}'^2 d\mathbf{r}^2 \end{aligned} \quad (\text{I.17})$$

Nous avons évoqué précédemment qu'au cours de notre étude nous pouvons nous limiter à une polarisation fixée en émission et en réception. Nous pouvons traiter ainsi les champ  $E_i^{\text{src}}(\omega)$  et  $E_j^{\text{rec}}(\omega)$  comme des scalaires et  $G_{ij}(\omega)$  comme les éléments d'une simple matrice. Nous voyons donc dans ce cas qu'à fréquence fixée, notre système est entièrement caractérisé par une matrice qui lie les champs en entrée du système (la moyenne des champs sur les éléments d'émission) aux champs en sortie (la moyenne des champs sur les récepteurs) par la relation :

$$E_j^{\text{rec}} = \sum_i^N G_{ij} E_i^{\text{src}} \quad j \in \{1..M\} \quad (\text{I.18})$$

Matriciellement nous pouvons écrire :

$$E^{\text{rec}} = \mathbf{G} E^{\text{src}} \quad (\text{I.19})$$

### **I.3. De l'équation d'onde à la représentation matricielle de la propagation**

Il nous reste à distinguer deux cas physiques qui ne se différencient nullement dans les formules précédentes. Lorsque sources et récepteurs sont de part et d'autre du milieu à étudier, nous appellerons cette matrice la Matrice de Transmission (MT) et la noterons  $\mathbf{H}$ . Lorsque sources et récepteurs sont du même côté du milieu à étudier, nous appellerons cette matrice la Matrice de Réflexion (MR) et la noterons  $\mathbf{K}$ . Nous avons décrit ces matrices pour des éléments en entrée étant soit des sources contrôlables soit des modulateurs. En optique, il est plus facile d'avoir une source associée à un modulateur, spatial ou temporel, qui agit sur le champ optique émis par la source.

Un tel modèle matriciel n'est pas nouveau. De nombreuses approches font appel à des matrices pour décrire la propagation des ondes ou leurs propriétés de transport. Dans le cadre de la propagation des ondes, nous pouvons évoquer par exemple la matrice de diffusion [25], utilisées pour décrire la diffusion d'une particule suivant les différentes polarisations du champ. Un autre exemple est l'utilisation des matrices de transfert [38] (ou matrices ABCD) utilisée en optique géométrique. Dans le cadre de l'approximation de Gauss, on associe à chacun des différents éléments optiques « simples » qui composent un système (milieu homogène, lentille, miroir) une matrice de taille  $2 \times 2$ . On détermine enfin les caractéristiques liées à la propagation dans l'ensemble du système par simple multiplication des matrices élémentaires. Le modèle matriciel est aussi très répandu en physique du solide et en physique mésoscopique [39,40] avec l'utilisation de matrices aléatoires.

Nous avons défini les matrices de propagation monochromatiques à l'aide de coefficients liant les champs sur les éléments du modulateur à ceux enregistrés sur les récepteurs. Nous avons donc défini les matrices dans une base de positions spatiales. On associe à une source une taille et une position dans l'espace. En optique, il est très facile d'intercaler une lentille dans le système afin de basculer dans l'espace des fréquences spatiales. Nous pouvons donc associer à une source un vecteur  $\mathbf{k}$  avec une certaine ouverture angulaire. Nous privilégierons par la suite cette approche afin de faciliter l'interprétation physique des résultats.

#### **I.3.3 Quelques exemples de matrices de transmission**

Intéressons-nous au cas de la matrice de transmission et demandons-nous quelle allure prendra celle-ci dans divers milieux de propagation. Nous allons considérer le cas de l'espace libre, de la lentille parfaite et enfin du milieu diffusant. Le cas le plus simple est celui de l'espace libre. Une onde plane n'est pas modifiée et la direction de

## I. Contrôle spatio-temporel de la lumière

---

son vecteur d'onde reste inchangée. La composante du champ incident  $E_n^{\text{in}}$  portée par le vecteur  $\mathbf{k}_n$  est intégralement retransmise sur le même vecteur d'onde et n'influe pas sur les composantes  $E_{n \neq m}^{\text{out}}$  du champ de sortie. Ainsi la matrice  $\mathbf{H}$  caractérisée par  $h_{ij} = \delta_{ij}$  ( $\delta_{ij}$  représentant le symbole de Kronecker) est la matrice identité. (figure I.7(a.)).

On considère désormais une lentille mince convergente dont on mesure la matrice entre les plans focaux objet et image. L'optique géométrique prédit que deux ondes planes incidentes avec des vecteurs d'onde différents focalisent en deux points distincts du plan image. Le champ  $E^{\text{out}}$  dans le plan image de la lentille est en réalité la transformée de Fourier du champ incident  $E^{\text{in}}$  (dont la composante portée par le vecteur d'onde  $\mathbf{k}_n$  est  $E_n^{\text{in}}$ ). On peut alors calculer simplement la matrice de transmission  $\mathbf{H}$  de ce système, celle-ci n'est plus l'identité mais il est très facile de reconstruire l'information initiale. Pour deux ondes planes de vecteurs d'onde  $\mathbf{k}_n$  et  $\mathbf{k}_{n'}$  en entrée, l'intégralité des vecteurs d'onde de sortie participe de façon égale à la focalisation, la lentille induit uniquement une différence de phase qui explique le déplacement du point focal. Matriciellement, la MT présente une amplitude constante avec des termes de phase qui se déduisent simplement à l'aide de calculs de transformée de Fourier d'ondes planes. (figure I.7(b.)).

Considérons enfin un milieu multiplement diffuseur. Une onde plane incidente de vecteur d'onde  $\mathbf{k}_n$  donne un champ de sortie complexe et d'apparence aléatoire dont on ne peut pas prévoir a priori la décomposition sur les vecteurs d'onde de sortie. Une seconde onde plane incidente de vecteur d'onde  $\mathbf{k}'_n$ , suffisamment différent de  $\mathbf{k}_n$ , donne un champ de sortie d'apparence tout aussi aléatoire ne présentant aucune corrélation particulière avec le champ de sortie précédent (la notion de « suffisamment différent » sera explicitée en section I.4.1 par l'introduction des degrés de liberté spatiaux). La MT a une apparence aléatoire en amplitude et en phase (figure I.7(c.)). L'étude de la MT des milieux multiplement diffuseurs fait l'objet du chapitre II de cette thèse.

### I.3.4 Décomposition en valeurs singulières de la matrice de propagation

Pour un système donné, la MT ou MR associée est unique et dépend du système physique considéré. Par exemple, la MT d'une portion de couche épaisse de milieu diffusant est en apparence aléatoire. Si nous déplaçons l'échantillon afin d'observer une autre portion du même échantillon, la MT a une apparence tout aussi aléa-

### I.3. De l'équation d'onde à la représentation matricielle de la propagation

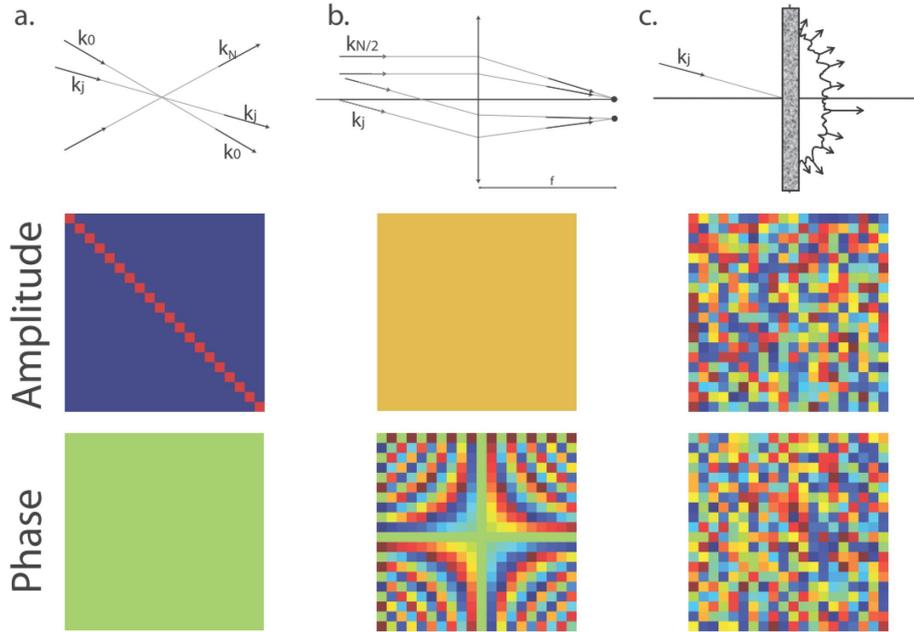


FIGURE I.7 – Allures de matrices de transmission en amplitude et en phase pour la propagation en milieu libre (a.), à travers une lentille (b.) et à travers un milieu diffusant (c.).

toire mais est totalement différente. Il est alors intéressant d'introduire un outil statistique afin d'étudier globalement les propriétés de ces matrices.

La Décomposition en Valeur Singulières (SVD pour Singular Value Decomposition en anglais) est couramment utilisée dans l'analyse de systèmes physiques. Il s'agit d'une généralisation du procédé de diagonalisation de matrice pour des matrices de taille quelconque (pas nécessairement carrées) et sans symétrie entrée / sortie particulière. Considérons une matrice de réflexion ou de transmission  $\mathbf{G}$  de taille  $M \times N$ . La SVD permet de décomposer la matrice de la façon suivante :

$$\mathbf{G} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^\dagger \quad (\text{I.20})$$

Le symbole  $^\dagger$  représente l'opération transposée conjuguée. La matrice  $\mathbf{U}$  (resp.  $\mathbf{V}$ ) est une matrice unitaire représentant la base des modes de sortie (resp. d'entrée).  $\mathbf{\Sigma}$  est une matrice diagonale à termes réels positifs  $\lambda_i$  appelés valeurs singulières. Ces valeurs représentent les coefficients de transmission ou de réflexion en amplitude de chacun des modes indépendants du système. Nous étudierons en pratique les valeurs singulières normalisées :

## I. Contrôle spatio-temporel de la lumière

---

$$\tilde{\lambda}_i = \frac{\lambda_i}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_i \lambda_i^2}} \quad (\text{I.21})$$

La SVD permet de décomposer la propagation des ondes à travers le milieu en canaux de transmission ou de réflexion indépendants. Chaque canal est caractérisé par le mode d'entrée qui lui est associé (forme que doit avoir l'onde incidente pour entrer dans ce canal), son mode de sortie (forme de l'onde qui sort du canal) et son coefficient de transmission. La SVD donne accès à la distribution énergétique d'une onde incidente dans ces différents canaux de transmission du système.  $\tilde{\lambda}_m^2$  représente la fraction énergétique de l'onde incidente portée par le  $m^{\text{ème}}$  canal de transmission du système.

Il est très important de noter que les canaux de transmission du système discriminés par la SVD ne correspondent pas nécessairement à des canaux physiques. Une première raison est l'orthogonalisation faite par la SVD : les modes de sortie calculés (colonnes de  $\mathbf{U}$ ) sont tous orthogonaux entre eux. De la même façon les modes d'entrée sont eux aussi orthogonaux entre eux. Les modes physiques sont généralement strictement orthogonaux seulement si l'on considère leur extension dans tout l'espace. Nous devons enregistrer le champ sur une surface de capteur tout autour de notre milieu à étudier pour être sûr de les observer correctement. En général, nous n'observons qu'une partie du demi-espace, sur une fenêtre limitée par l'ouverture numérique de nos instruments. Lorsqu'on projette les modes physiques sur une zone d'observation restreinte, ils ne sont plus nécessairement orthogonaux [41, 42]. Nous serons confrontés à ce genre de problème au chapitre III. Un autre paramètre important est le nombre de points de la matrice. Si par exemple, on s'intéresse au cas d'une MT d'un milieu multiplement diffuseur, le nombre de modes à l'intérieur du milieu diffusant peut facilement dépasser  $10^8$  ! Les contraintes expérimentales imposent des nombres de transducteurs en émission et réception bien moindres. Il est alors impossible de discriminer les modes physiques de la propagation dans le milieu par la SVD de la MT mesurée. Chacun des canaux de transmission calculés par la SVD est en réalité une combinaison d'un grand nombre de modes physiques. Au cours des chapitres suivants, nous utiliserons la SVD dans deux objectifs bien distincts : discriminer des modes physiques (cf Chapitre III) ou étudier la répartition statistique de l'énergie dans les différents canaux lorsque la mesure ne permet pas de discriminer les modes physiques (cf Chapitre II).

## I.4 Mise à profit des degrés de liberté d'un milieu complexe

### I.4.1 Degrés de liberté et corrélation spatiale et temporelle

Physiquement, nous obtenons toujours des signaux numériques discrétisés. Spatialement, nous avons vu que nous avons accès à un nombre fini de transducteurs ou de modulateurs ce qui se traduit par une notation matricielle de la fonction de Green. Temporellement, nous avons soit accès à un échantillonnage temporel fini fixé par une période  $T_{ech}$  lorsque l'on enregistre directement le signal temporel, soit nous avons accès à un nombre fini (voire égal à un) de fréquences.

Dans le modèle matriciel, le nombre de canaux de transmission est donné par le nombre de valeurs singulières non nulles de la SVD. Il est aussi intéressant de pouvoir quantifier le nombre de degrés de liberté accessibles par l'expérimentateur. Nous distinguerons le nombre  $N_s$  de degrés de liberté spatiaux et le nombre  $N_t$  de degrés de liberté temporels. Le nombre total de degrés de liberté  $N_{ddl}$  est le produit des degrés de liberté spatiaux et temporels  $N_{ddl} = N_s \times N_t$ , c'est le nombre de leviers accessibles pour manipuler les ondes.

Reprenons l'exemple de la lentille idéale développée en partie I.2.1. Nous avons vu dans l'équation I.1 qu'une lentille de taille  $D$  et de focale  $f$  donne idéalement des taches focales de taille  $1,22\lambda f/D$  dans le plan focal. Cela veut dire que deux récepteurs ponctuels séparés de moins de  $d_{min} = 1,22\lambda f/D$  reçoivent la même information, ou tout du moins reçoivent deux informations fortement corrélées. En considérant des récepteurs monochromatiques ponctuels disposés en ligne dans le plan focal, s'ils sont séparés d'au moins  $d_{min}$ , le nombre de degrés de liberté spatiaux est égal au nombre de récepteurs. Si maintenant les récepteurs sont espacés de moins de  $d_{min}$ , répartis uniformément sur un segment de longueur  $L$  alors on peut exprimer le nombre de degrés de liberté spatiaux par  $N_s = \frac{L}{d_{min}}$ .

Dans le cas général, on peut définir pour un système une longueur de corrélation spatiale  $l_{corr}$  qui donne la distance minimale de laquelle il faut séparer deux récepteurs pour enregistrer deux informations statistiquement indépendantes. Nous écrivons alors :

$$N_s = \frac{L}{l_{corr}} \quad (I.22)$$

## I. Contrôle spatio-temporel de la lumière

---

Il est intéressant de noter que les milieux inhomogènes, comme les milieux diffusants ou réverbérants, ont tendance à diminuer la longueur de corrélation par rapport à un milieu de propagation homogène [43]. La complexité introduit une certaine diversité spatiale qui peut être mise à profit pour augmenter l'efficacité d'un système de focalisation, comme cela a été prouvé en acoustique [2,44], en électromagnétisme [4] et en optique [45], ou pour augmenter la capacité de transfert d'information en télécommunication [46–48].

À l'instar de ce que nous avons fait spatialement, pour un milieu donné, nous pouvons définir une fréquence de corrélation  $\delta\omega$  pour laquelle deux mesures au même point, faites à des fréquences séparées d'au moins  $\omega_{corr}$ , portent des informations statistiquement indépendantes. Pour une bande passante  $\Delta\omega$  accessible par l'expérimentateur ( $\Delta\omega \propto 1/T_{ech}$ ) le nombre de degrés de liberté temporels s'exprime [49] :

$$N_t = \frac{\Delta\omega}{\omega_{corr}} \quad (I.23)$$

La fréquence de corrélation  $\omega_{corr}$  du système peut avoir différentes interprétations physiques pour différents milieux de propagation. Dans un milieu faiblement absorbant, le nombre de degrés de liberté est égal au nombre de fréquences propres du système de notre milieu dans la bande passante  $\Delta\omega$  utilisée par l'expérimentateur. La fréquence de corrélation  $\omega_{corr}$  s'exprime alors comme la distance moyenne entre deux modes du système  $\delta\omega$ . En revanche, lorsque l'absorption devient importante, l'inverse du temps caractéristique d'absorption  $1/T_{abs}$  devient grand par rapport à  $\delta\omega$ , il n'est plus possible de résoudre deux modes consécutifs du système et la fréquence de corrélation  $\omega_{corr}$  est égale à l'inverse du temps d'absorption.

Nous pouvons réécrire le nombre de degrés de liberté temporel uniquement avec des propriétés du milieu dans le domaine temporel [50]. Une impulsion brève, de durée  $\delta t \propto 1/\Delta\omega$ , est envoyée en un point du milieu. Nous enregistrons le signal en une autre position spatiale, celui-ci a une durée moyenne caractéristique  $\Delta T$ . Le nombre de degrés de liberté portés par ce signal est donc le nombre d'informations décorréliées qu'il contient. On distingue alors les deux mêmes cas que précédemment. Si l'absorption domine, c'est la durée du signal, égale au temps d'absorption  $T_{abs} \propto 1/\omega_{corr}$ , qui limite le système. On a alors :

$$N_t = \frac{\Delta t}{\delta t} \quad (I.24)$$

## I.4. Mise à profit des degrés de liberté d'un milieu complexe

---

Si maintenant  $1/T_{abs} \gg \delta\omega$ , le temps limitant est égal à l'inverse de la distance moyenne entre deux modes  $1/\delta\omega = 1/\omega_{corr}$ . Ce temps  $T_H$  est appelé temps de Heisenberg pour une cavité. Nous avons alors :

$$N_t = \frac{T_H}{\delta t} \quad (\text{I.25})$$

Nous avons ici expliqué l'idée des degrés de liberté avec des récepteurs. La propriété de réciprocité spatiale de l'équation d'onde assure qu'un raisonnement similaire est valable si nous considérons les sources. Nous pouvons donc étendre ces notions de degrés de liberté spatiaux et temporels à l'émission.

Voyons désormais comment se traduit la corrélation spatiale dans une matrice de propagation. Plaçons nous dans le cas monochromatique et considérons une matrice de transmission à travers un milieu donné entre un réseau de  $N$  émetteurs et un réseau de  $N$  récepteurs. Si les récepteurs sont séparés d'au moins la distance de corrélation, à la fois en émission et en réception, alors  $N_s = N$  et la matrice de transmission  $\mathbf{K}$  est de rang plein car toutes les lignes (et toutes les colonnes) sont indépendantes. Il s'ensuit que la SVD de  $\mathbf{K}$  donne  $N$  valeurs singulières non nulles et donc  $N$  canaux de transmission. En revanche, si nous rapprochons les récepteurs à des distances inférieures à la distance de corrélation alors  $N_s < N$ . Il ne peut plus alors y avoir  $N$  lignes indépendantes et donc  $\text{rang}(\mathbf{K}) < N$ . Il s'ensuit que le nombre de valeurs singulières est inférieur à  $N$  et donc que le nombre de canaux de transmission s'en trouve diminué.

### I.4.2 Le retournement temporel

Expérimentalement, les degrés de liberté peuvent être mis à profit pas l'expérimentateur pour focaliser ou façonner l'onde en sortie d'un milieu ou encore pour imager à travers ce milieu.

Le retournement temporel est une technique initiée au début des années 1990 par M. Fink et largement étudiée au « Laboratoire Ondes et Acoustique » de l'ESPCI. Il s'agit d'une technique de focalisation spatio-temporelle dont le principe est basé sur la réversibilité de l'équation d'onde [2].

Mathématiquement, si un champ  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$  est solution de l'équation d'onde, alors  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, T - t)$  est solution aussi. Physiquement, cela veut dire que l'équation d'onde admet comme solution possible que l'onde emprunte le même chemin en sens inverse. Ceci est vrai pour tout type d'équation de propagation tant que l'invariance par retournement temporel est vérifiée. Prenons un exemple visuel en mécanique :

## I. Contrôle spatio-temporel de la lumière

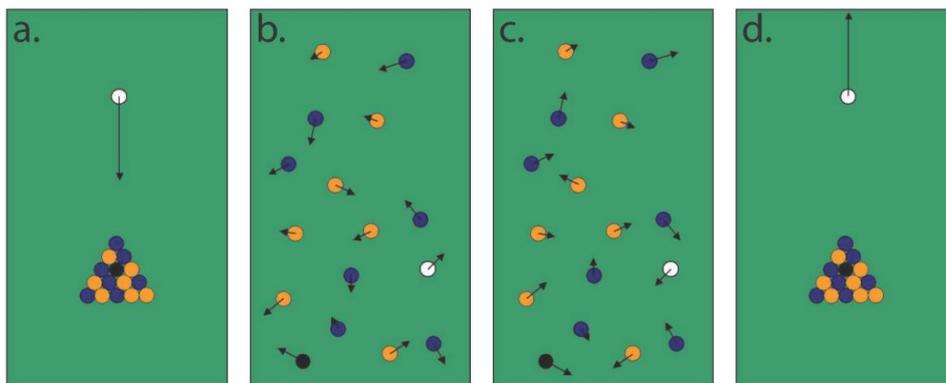


FIGURE I.8 – Le retournement temporel en mécanique. (a.) à  $t = 0$  le joueur pousse la boule blanche pour casser le tas, (b.) on fige a scène à  $t = T_1$ , (c.) on inverse les vitesses, (d.) le système converge théoriquement vers son état initial.

imaginons une partie de billard. On « casse » le paquet de 15 boules avec la boule blanche sur un billard fermé (sans trou) et où tout effet non conservatif est négligé (en particulier les frottements). Le joueur tape la boule blanche à l'instant  $t = 0$ . On note  $\vec{q}_i(t)$  les positions des billes au cours du temps. Les équations qui régissent les déplacements des boules s'écrivent :

$$m \frac{d^2}{dt^2} \vec{q}_i = \vec{\nabla}_{\vec{q}_i} U(\vec{q}_1, \vec{q}_2, \dots, \vec{q}_{16}) \quad (\text{I.26})$$

avec  $i$  l'indice attribué à chacune des boules et  $U$  est la fonction énergie potentielle du système qui ne dépend que des positions des particules. La dérivée seconde temporelle garantit la réversibilité temporelle. On peut montrer qu'il suffit d'inverser vitesses instantanées et positions à un temps donné pour recréer les trajectoires inverses. A un temps  $T$  et après plusieurs rebonds des boules sur les parois et entre elles, nous figeons le temps. Si nous étions capables d'inverser avec précision les vitesses instantanées des balles, il serait alors possible de faire converger le système vers son état initial (cf figure I.8). Cet exemple visuel reste purement théorique : la sensibilité de l'équation de propagation aux conditions initiales [51] interdit une telle expérience en laboratoire. En effet, en mécanique, une infime différence sur les conditions initiales peut se traduire par une divergence exponentielle des trajectoires des particules dans un système chaotique.

Le principe du retournement temporel avec des ondes est le même, mais contrairement à la mécanique, la sensibilité aux conditions initiales est bien moindre. En effet, en conséquence de la linéarité des systèmes ondulatoire, une erreur sur les conditions initiales d'une onde donnée ne se répercute pas sur le reste du système.

#### I.4. Mise à profit des degrés de liberté d'un milieu complexe

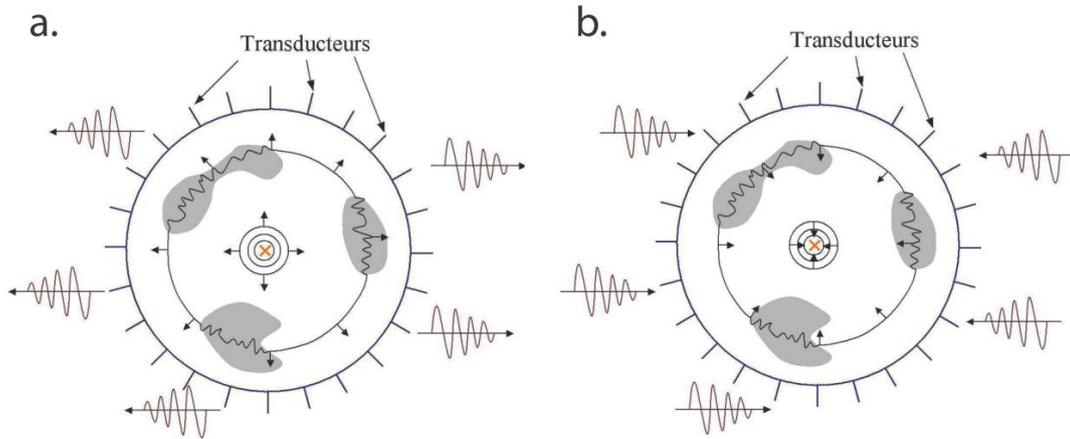


FIGURE I.9 – Principe de la cavité à retournement temporel. Une source émet un signal bref en un point donné. Le champ est mesuré sur une surface fermée autour du milieu de propagation, retourné temporellement et renvoyé. Schématiquement, les ondes revivent leurs chemins en sens inverse et reconvergent au point d'émission initial.

Pour un champ  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$  solution de l'équation d'onde, le champ  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, T - t)$  étant lui aussi solution, il faut trouver un moyen de recréer ce champ pour tout  $t$  et pour tout  $\mathbf{r}$ . Le théorème intégral d'Helmholtz-Kirchhoff affirme qu'il est suffisant de connaître le champ et sa dérivée en tout point d'une surface fermée pour en déduire le champ en tout point du volume délimité par la surface. Pour une source ponctuelle émettant un signal bref à une position donnée, avec une surface fermée de transducteurs séparés au plus de la longueur de cohérence du champ sur cette surface, l'envoi des signaux enregistrés inversés temporellement permet de faire revivre aux ondes leurs chemins initiaux en sens inverse. Il est ainsi possible de focaliser l'onde temporellement et spatialement (figure I.9).

Il est difficile d'imaginer un tel montage expérimental. Pour une source dans le vide, une cavité sphérique nécessite rapidement plus de mille transducteurs qui possèdent chacun une électronique indépendante. Il est en réalité possible d'utiliser seulement une partie de la cavité à retournement temporel. La qualité de la focalisation dans le cas d'une émission brève et ponctuelle dépend alors du nombre de degrés de liberté spatiaux et temporels et de l'ouverture angulaire du milieu complexe.

## I. Contrôle spatio-temporel de la lumière

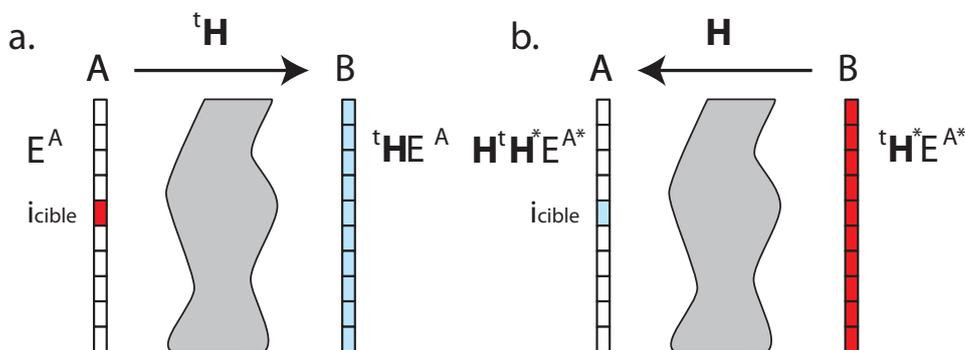


FIGURE I.10 – Principe de la conjugaison de Phase. (a.) dans une première étape, l’onde est émise par un transducteur de la partie A du système et l’onde en sortie du milieu est enregistrée par l’ensemble des transducteurs de la partie B. (b.) le champ mesuré est conjugué en phase et ré-émis par la partie B dans une seconde étape. L’onde converge théoriquement au point d’émission initial.

### I.4.3 Contrôle des degrés de liberté spatiaux : La conjugaison de phase

Nous avons vu qu’une expérience de retournement temporel permet de focaliser une onde à la fois temporellement et spatialement. En réalité, il est possible de travailler uniquement avec les degrés de liberté spatiaux afin d’obtenir une focalisation spatiale. Une telle expérience est le cas particulier monochromatique du retournement temporel qui correspond à une opération de conjugaison de phase. Considérons un nombre  $N$  de sources ou de modulateurs monochromatiques devant un milieu de propagation et un nombre  $M$  de récepteurs de l’autre côté du milieu. La distance entre chacun des émetteurs et récepteurs correspond à la longueur de corrélation du système. L’émetteur  $i$  est allumé alors que les autres sont éteints. Le signal monochromatique est enregistré en sortie du système par les récepteurs. Le retournement temporel prédit qu’en ré-émettant avec les transducteurs initialement récepteurs le champ renversé temporellement, l’onde focalise sur la source initiale. Nous nous intéressons ici à une seule polarisation du champ de façon à écrire les champs comme des scalaires. Nous utilisons la notation complexe et nous écrivons en monochromatique le champ enregistré par les récepteurs sous la forme  $E(\omega)$ .

Nous définissons  $\mathbf{H}$  la MT de notre système comme la matrice liant les champs sur les transducteurs de la partie B à ceux sur les transducteurs de la partie A (cf. figure I.10). La TM liant les champs sur les transducteurs de la partie A à ceux sur les transducteurs de la partie B est alors la matrice  ${}^t\mathbf{H}$ . Au cours de la première

#### I.4. Mise à profit des degrés de liberté d'un milieu complexe

---

étape, seul le transducteur  $i_{cible}$  est allumé, les autres sont éteints. Le champ sur les émetteurs s'écrit alors :

$$E_i^A = \delta_{i,i_{cible}} E_0, \quad i \in \{1..N\} \quad (I.27)$$

Par définition de la MT, les champs enregistrés par les transducteurs B s'écrivent :

$$E_j^B = \sum_i^N h_{ji} E_i^A, \quad j \in \{1..N\} \quad (I.28)$$

Ou encore en notation vectorielle :

$$E^B = {}^t \mathbf{H} E^A \quad (I.29)$$

Émettre en chronologie inverse le signal enregistré revient à conjuguer la phase du champ. En chacun des transducteurs, l'expérimentateur doit envoyer le champ  ${}^t \mathbf{H}^* E^{A*}$ . Finalement, les champs sur les transducteurs en A s'écrivent :

$$E_{RT}^A = \mathbf{H} \mathbf{H}^\dagger E^{A*} \quad (I.30)$$

avec  $\mathbf{H}^\dagger = {}^t \mathbf{H}^*$ . Les ondes focalisent sur la source initiale si  $E_{RT}^A \approx E^{A*}$ , c'est-à-dire si l'opérateur  $\mathbf{H}^\dagger \mathbf{H}$  est proche de l'identité. L'opérateur  $\mathbf{H} \mathbf{H}^\dagger$  est appelé opérateur de retournement temporel, son efficacité théorique et expérimentale sera étudiée au chapitre suivant.

Pour un milieu complexe (milieu diffusant ou cavité réverbérante), le champ en sortie est une somme algébrique des champs complexes issues des différents chemins empruntés par la lumière dans le milieu. La figure d'intensité aléatoire observée est alors une figure de speckle : un point sombre correspond à des interférences destructives et un point brillant à des interférences constructives. Réaliser une expérience de focalisation par conjugaison de phase revient à mettre en phase les différentes contributions du champ en un point donné. Nous montrons en figure I.11 le principe de cette expérience : les différentes contributions sont mises en phase au point voulu, augmentant ainsi l'amplitude du champ total et donc l'intensité lumineuse. La qualité de la focalisation, c'est-à-dire l'augmentation de l'intensité au point focal dépend du nombre de contributions indépendantes que l'expérimentateur peut contrôler pour les mettre en phase. Il s'agit du nombre de degrés de liberté spatiaux  $N_s$ . Il existe différentes façons d'accomplir dans la pratique ce type d'expérience,

## I. Contrôle spatio-temporel de la lumière

---

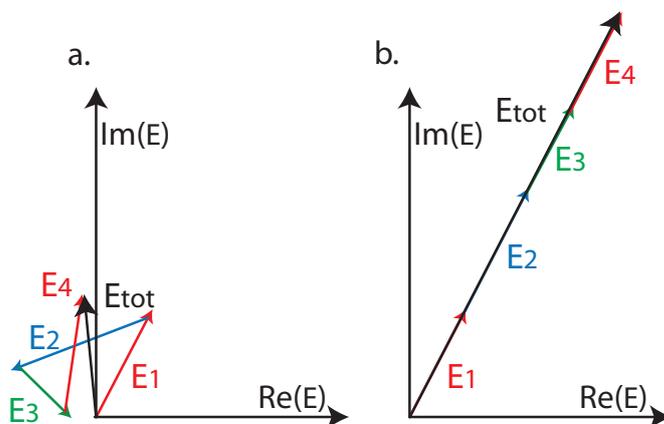


FIGURE I.11 – Principe de la focalisation par conjugaison de Phase. Représentation du champ dans le plan complexe. (a.) pour une illumination quelconque, les différentes contributions indépendantes du champ en un point donné sont aléatoires dans le plan complexe. Le champ total résulte de la somme de ces contributions. (b.) après conjugaison de phase, les contributions sont mises en phase ce qui a pour effet d'augmenter le champ total et donc l'intensité.

nous présenterons en section I.5 différents outils de manipulation spatiale de la lumière.

### I.4.4 Contrôle des degrés de liberté temporels : le retournement temporel mono-voie

La conjugaison de phase exploite les degrés de liberté spatiaux pour focaliser spatialement une onde. En réalité, les degrés de liberté spatiaux et temporels ne sont pas généralement indépendants. Dans certains milieux, il est possible de contrôler temporellement une source unique, donc avec  $N_s = 1$ , pour focaliser en un autre point du milieu. En d'autres termes, il est possible de convertir des degrés de liberté temporels en degrés de liberté spatiaux [52]. Ceci peut être réalisé en faisant une expérience de retournement temporel mono-voie.

Nous allons tout d'abord nous intéresser à une cavité réverbérante dans laquelle nous plaçons un émetteur et un récepteur. Nous avons vu que les différentes réflexions sur les parois de la cavité agissent comme des sources virtuelles. On considère la cavité ergodique, cela signifie qu'un signal émis explore statistiquement l'intégralité de l'espace des phases par réflexions successives. Un grand nombre de sources virtuelles entourent alors la cavité. Grâce aux sources virtuelles, nous nous rapprochons des conditions idéales du retournement temporel dans lesquelles il faudrait une très

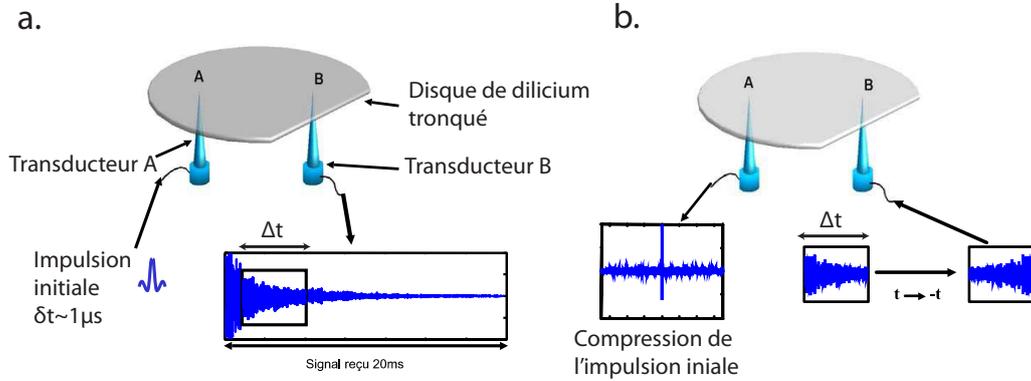


FIGURE I.12 – Une expérience de retournement temporel mono-voie en cavité réverbérante. Lors de la première étape (a.) un signal bref est émis en A et le champ est mesuré en B. Lors de la seconde étape (b.) une portion  $\Delta T$  du signal mesuré est renversée dans le temps et ré-émise. Le champ est ensuite mesuré temporellement en A et cartographié autour du point A. Il en résulte une compression spatiale et temporelle du champ autour de A.

grande quantité de transducteurs répartis sur une surface entourant le point focal. Si nous considérons que ces sources virtuelles peuvent constituer des degrés de liberté spatiaux, comment peuvent-elles être mises à profit pour focaliser l'onde ? Nous avons vu que la cavité chaotique avec un fort facteur de qualité a pour effet d'allonger significativement le signal reçu par le récepteur lorsqu'un signal bref est émis par l'émetteur. Le signal qui est enregistré en premier correspond au trajet direct, les signaux suivants correspondent aux sources virtuelles. Plus les sources virtuelles sont associées à un nombre élevé de réflexions, plus leurs contributions apparaissent avec un retard important dans le signal temporel. Ainsi, l'information spatiale des sources virtuelles est codée dans l'information temporelle enregistrée par le récepteur unique.

C. Draeger et M. Fink [36] ont réalisé l'expérience de retournement temporel dans la cavité chaotique présenté en section I.2.3.2. Un transducteur émet un signal bref de durée  $\delta t \approx 1 \mu s$  au point A et le signal est mesuré en un point B. Une portion  $\Delta T$  du signal est retournée temporellement et ré-émise au point B. Le champ est ensuite mesuré autour du point A. Cette expérience est présentée en figure I.12. Le signal temporel mesuré en A est focalisé sur une durée comparable à celle de l'impulsion initiale. La cartographie du champ autour du point A, présentée en figure I.13, montre qu'il y a aussi focalisation spatiale. La taille de la tache focale est d'environ  $\lambda/2$ , avec  $\lambda$  la longueur d'onde moyenne des ondes élastiques dans la

## I. Contrôle spatio-temporel de la lumière

---

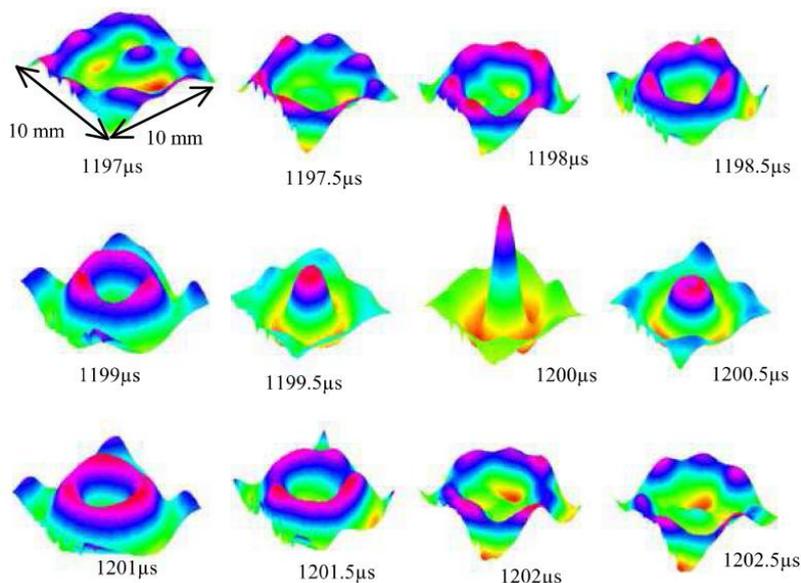


FIGURE I.13 – Cartographie du champ autour du point focal après retournement temporel.

plaque de silicium. La limite théorique de la diffraction est atteinte, ce qui signifie qu'une ouverture angulaire maximale participe à la focalisation spatiale.

Dans cette expérience, le temps d'absorption  $T_{abs}$  est bien inférieur au temps d'Heisenberg  $T_H$ . Les auteurs ont mesuré, pour différentes tailles de fenêtre  $\Delta T$  la qualité de la focalisation, c'est-à-dire le rapport entre l'intensité au point focal et l'intensité des lobes secondaires [36, 50].

Pour une fenêtre temporelle de taille  $\Delta T \ll T_H$ , le rapport pic/bruit est proportionnel à  $\Delta T/\delta t = N_t$ . Si maintenant  $\Delta T \gg T_H$ , le rapport pic/bruit ne croît plus lorsque la taille de la fenêtre augmente. Le nombre de degrés de liberté temporels dans ce cas étant limité par le temps d'Heisenberg à  $N_t = T_H/\delta t$ . Cette expérience montre qu'il est possible de contrôler seulement les degrés de liberté temporels pour obtenir une focalisation spatiale. La qualité de la focalisation étant directement liée au nombre de degrés de liberté temporels contrôlés.

### I.4.5 Cas du retournement temporel en modulation

Les expériences de retournement temporel nécessitant un contrôle temporel du champ sont difficilement transposables aux domaines où les ondes varient très rapidement. Il est en particulier difficile de manipuler la lumière à des échelles de temps comparables à la période d'une oscillation lumineuse. De la même façon, et

#### I.4. Mise à profit des degrés de liberté d'un milieu complexe

---

jusqu'à très récemment avec l'apparition de nouveaux oscilloscopes et générateurs très haute fréquence, la manipulation des ondes électromagnétiques dans les hautes gammes de fréquences était impossible. Ces difficultés technologiques ont poussé à l'utilisation de la modulation pour réaliser des expériences de retournement temporel en électromagnétisme [4].

Le principe est le suivant : puisqu'on ne peut moduler le champ à la fréquence d'oscillation de l'onde, on va réaliser une modulation de la porteuse à des fréquences plus faibles et donc plus accessibles expérimentalement. Le principe du retournement temporel est ensuite le même que précédemment à l'exception près que nous ne nous intéressons qu'au signal modulé. C'est l'expérience réalisée par G. Lerosey en 2004 [53]. Dans une cavité réverbérante métallique, une antenne émet un signal modulé bref (quelques arches de sinusoïde à 3 MHz) sur une fréquence porteuse à 2.45 GHz. Une seconde antenne dans la cavité enregistre le signal réverbéré et seule la modulation est enregistrée. Cette antenne ré-émet ensuite un signal modulé par le retourné temporel du signal enregistré. La porteuse est également conjuguée en phase et garde la même fréquence que précédemment. De la même façon qu'avec le retournement temporel « classique », l'énergie est compressée à l'endroit de l'émission initiale, à la fois spatialement et temporellement. La différence réside dans le fait que la durée idéale de l'impulsion recrée par le retournement temporel en modulation est limitée par la durée de l'impulsion initialement envoyée. La qualité de la compression temporelle est donc fixée par la bande passante de la modulation. En revanche, la taille de la tache focale est limitée par la demi-longueur d'onde à la fréquence porteuse ! Ainsi, bien qu'en travaillant uniquement avec l'enveloppe complexe des signaux, c'est-à-dire avec des fréquences bien plus faibles que celle des ondes utilisées, la qualité de la focalisation spatiale est fixée par les caractéristiques de l'onde elle-même, et non de la modulation. Le retournement temporel en modulation permet de s'affranchir de certains problèmes expérimentaux tout en gardant les avantages du retournement temporel. Une telle technique est particulièrement intéressante pour l'optique où les fréquences, supérieures à  $10^{15}$  Hz, sont inaccessibles à l'électronique ou aux modulateurs. Afin de pouvoir utiliser cette méthode, il est indispensable que le milieu de propagation allonge suffisamment le signal sur des temps supérieurs à la période de la modulation. Ainsi, avec des fréquences de modulation trop faibles ou un milieu inapproprié, le retournement temporel est inefficace. Nous détaillerons plus longuement le retournement temporel en modulation dans le cadre de l'application aux ondes optiques du chapitre IV.

### I.5 Manipulation expérimentale de la lumière : spécificités et contraintes

#### I.5.1 Les modulateurs spatiaux de lumière

##### I.5.1.1 Écrans à cristaux liquides nématiques torsadés

Parmi les instruments permettant la modulation spatiale de la lumière, les dispositifs à cristaux liquides sont les plus populaires. Ils permettent en effet, pour un coût modeste, de contrôler la lumière sur un très grand nombre de pixels avec une bonne efficacité optique.

Nous nous intéressons ici aux écrans à cristaux liquides nématiques torsadés que l'on notera TN LCD (pour Twisted Nematic Liquid Cristal Display en anglais), qui sont les plus répandus. Les liquides utilisés dans ces dispositifs sont constitués de molécules organiques en forme de bâtonnet. De par leur géométrie, ces molécules tendent à s'organiser naturellement entre elles avec des orientations privilégiées. Ces liquides présentent des propriétés comparables à certains cristaux, notamment la biréfringence. Ils ont la capacité de faire tourner la polarisation de la lumière. Néanmoins, contrairement aux cristaux, ils ne sont pas figés. Il est en particulier possible de changer l'orientation des molécules par application d'un champ électrique, ce qui modifie alors l'interaction de ces bâtonnets avec la lumière. Typiquement, un TN LCD en transmission est composé d'une couche de cristaux liquides entre deux électrodes, le tout placé entre deux polariseurs en polarisation croisée. Au repos, l'orientation hélicoïdale des cristaux fait tourner de  $90^\circ$  l'angle de polarisation de la lumière incidente, permettant à celle-ci de franchir le second polariseur sans perte d'intensité. Lorsqu'une tension est appliquée entre les deux électrodes, les cristaux s'orientent dans la direction du champ électrique créé. La polarisation de la lumière n'est plus modifiée et le second polariseur bloque la lumière. Ainsi, en chacun des pixels, la lumière peut être transmise ou bloquée par application d'une tension électrique, ces deux états sont illustrés en figure I.14. Nous utiliserons au cours de cette thèse un TN LCD en réflexion. Le principe d'un tel dispositif est un peu plus compliqué [54] mais reste assez proche du cas de la transmission.

Ces dispositifs, originellement conçus pour moduler la lumière en intensité, entraînent néanmoins une modulation de la phase. En choisissant une combinaison correcte de polarisation incidente et sortante, il est possible d'obtenir une modulation de phase de  $2\pi$  à une longueur d'onde choisie tout en ayant une modula-

## I.5. Manipulation expérimentale de la lumière : spécificités et contraintes

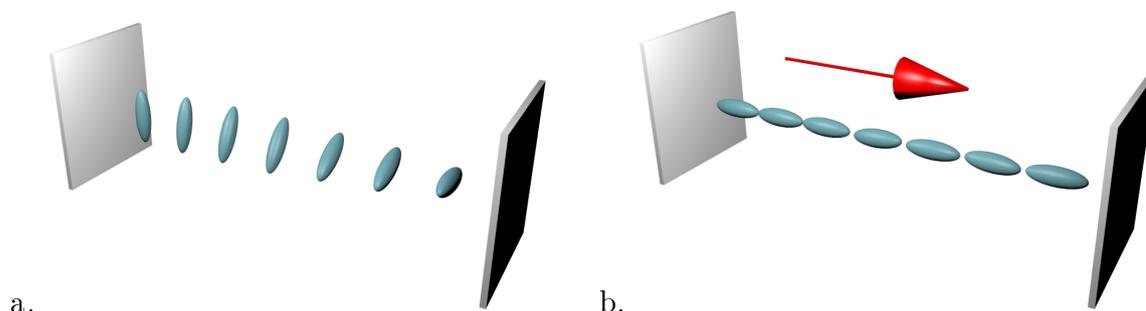


FIGURE I.14 – Principe d'un écran à cristaux liquides nématiques torsadés en transmission. (a.) au repos, les cristaux s'orientent de manière hélicoïdale faisant ainsi tourner la polarisation de la lumière. (b.) lorsqu'une tension est appliquée entre les deux électrodes, les cristaux s'orientent suivant le champ électrique créé, ils sont désormais sans incidence sur la polarisation de la lumière.

tion d'amplitude relativement faible. Ce mode de fonctionnement, appelé « phase mostly modulation » a été le sujet de nombreuses études théoriques et expérimentales [55–58] depuis la fin des années 1980. Récemment, des techniques ont été développées afin d'utiliser un TN LCD en réflexion pour moduler simultanément l'amplitude et la phase de la lumière incidente [59]. Nous utiliserons au cours de nos expériences la configuration « phase mostly », c'est-à-dire sans modulation d'amplitude (ou presque).

La principale limitation de ces appareils réside dans leur fréquence de rafraîchissement. Lors de l'application d'une tension électrique ou de son arrêt, les molécules ont besoin d'un certain temps pour changer d'organisation sur toute l'épaisseur du fluide. Ce temps de réponse, de l'ordre de 10 à 100 ms, limite ces appareils à des fréquences de rafraîchissement ne dépassant pas la centaine de hertz.

### I.5.1.2 Micro-miroirs déformables

Depuis les années 1990, la miniaturisation a rendu possible l'apparition de dispositifs similaires aux miroirs actifs utilisés pour les télescopes en optique adaptative (voir partie I.2.2.3), mais de dimensions inférieures au centimètre [60]. Il s'agit de la technologie des micro-miroirs mobiles. De tels dispositifs sont composés d'une matrice d'un grand nombre de petits miroirs que l'on peut faire bouger par application d'une tension électrique. On trouve principalement deux types de micro-miroirs mobiles, ceux en rotation et ceux en translation.

Les miroirs en rotation permettent de dévier la lumière par application d'un champ électrique. Il s'agit de la technologie généralement utilisée dans les vidéoprojecteurs.

## I. Contrôle spatio-temporel de la lumière

---

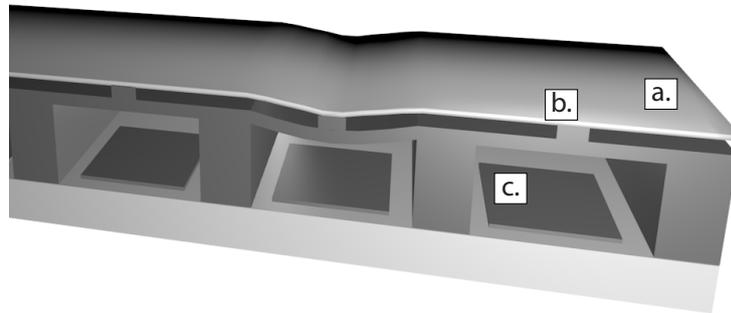


FIGURE I.15 – Un dispositif de micro-miroirs déformables à points d'attache. (a.) Membrane réfléchissante. (b.) Point d'attache. (c.) Actionneur électrostatique.

Si une tension est appliquée, la lumière est déviée vers un dispositif bloquant la lumière, le pixel est éteint. Si aucune tension n'est appliquée, la lumière passe dans le système optique de projection, le pixel est allumé. Cette méthode ne permettant que d'éteindre ou d'allumer un pixel, il est difficile de moduler ainsi la phase de la lumière. A l'opposé, les micro-miroirs en translation permettent d'induire une différence de chemin optique relative entre les différents pixels, permettant ainsi une modulation en phase de la lumière. Une représentation schématique d'un exemple de dispositif à micro-miroirs en translation à points d'attache est montrée en figure I.15. Un dispositif mécanique permet de traduire verticalement un miroir continu ou segmenté, permettant de moduler la phase de l'onde incidente. Les temps de réponse des actionneurs sont en général inférieurs à  $100 \mu\text{s}$ , permettant des fréquences de rafraîchissement de la dizaine de kilohertz jusqu'au mégahertz si le modulateur est placé dans le vide.

De tels appareils nécessitent une technique de fabrication compliquée et possèdent peu de pixels. Les prix vont à l'heure actuelle de plusieurs dizaines de milliers d'euros pour une centaine de pixels à plusieurs centaines de milliers d'euros pour quelques milliers de pixels. Ces prix justifient l'utilisation au cours de cette étude de la technologie LCD pour la modulation de phase. Nous présentons en annexe A.1 la technique de réglage du SLM pour la modulation de phase.

### I.5.2 Contrôle temporel de la lumière

#### I.5.2.1 Le « pulse shaping »

Les ondes lumineuses ont une fréquence d'oscillation de plusieurs centaines de térahertz. Les modulateurs optiques et, dans une plus large mesure, l'électronique

## I.5. Manipulation expérimentale de la lumière : spécificités et contraintes

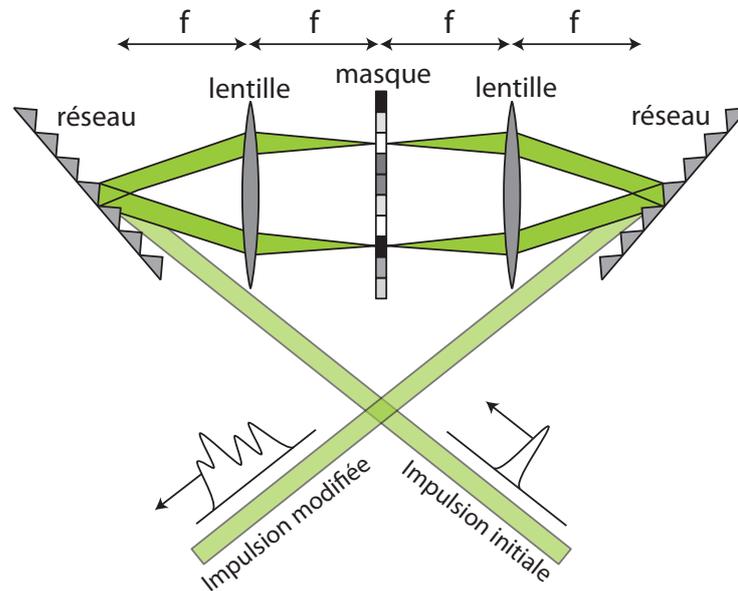


FIGURE I.16 – Un exemple de « pulse shaping ». Le système de lentille dit «  $4f$  » permet de compenser la dispersion dans le système.

nécessaire à tout modulateur, ne permettent pas d'atteindre de telles fréquences. Afin de pouvoir contrôler la lumière sur des temps très brefs, comparables à des périodes d'ondes optiques, de nombreuses techniques ont été développées. Celles-ci sont regroupées sous l'appellation de « façonnage d'impulsion ». Le façonnage d'impulsion, ou « pulse shaping » en anglais, est basé sur l'utilisation d'une source brève, un laser femtoseconde, dont l'impulsion initiale est modifiée en amplitude et en phase dans le domaine spectral [61]. Il existe pléthore de méthodes de façonnage d'impulsion. Nous montrons ici un exemple classique pour illustrer le contrôle que peut avoir l'expérimentateur sur le détail temporel d'une impulsion lumineuse.

Pour avoir accès aux composantes spectrales d'une impulsion, le faisceau peut être diffracté par un prisme ou un réseau. Les différentes composantes spectrales correspondent à des angles différents. Placé devant une lentille, ce dispositif donne des faisceaux parallèles portant des longueurs d'onde différentes. Si l'on place ensuite un masque d'amplitude et de phase, les composantes spectrales correspondant à des positions spatiales différentes, il est possible de contrôler chaque fréquence lumineuse séparément. Avec un dispositif symétrique à celui ayant permis la séparation du faisceau, celui-ci est recombinaison pour obtenir l'impulsion modifiée. Un exemple d'un tel montage est présenté en figure I.16.

Pour une impulsion initiale  $i(t) = \int_{\omega_{min}}^{\omega_{max}} \tilde{i}(\omega) d\omega$ , l'impulsion façonnée  $i'(t)$  s'écrit :

## I. Contrôle spatio-temporel de la lumière

---

$$i'(t) = \int_{\omega_{min}}^{\omega_{max}} \tilde{i}(\omega)\tilde{g}(\omega)d\omega \quad (I.31)$$

$$= i(t) \otimes_t g(t) \quad (I.32)$$

avec  $\tilde{g}(\omega)$  la modulation spectrale correspondant à une modulation spatiale du champ due au masque. La fonction de transfert temporelle du système s'écrit  $g(t) = \int_{\omega_{min}}^{\omega_{max}} \tilde{g}(\omega)d\omega$ .

À l'origine, un masque physique statique [62] est utilisé pour réaliser le masque d'amplitude et de phase. Plus tard, il est remplacé par un SLM [63] ou un modulateur acousto-optique [64] permettant un façonnage programmable et dynamique de l'impulsion.

### I.5.2.2 La modulation sur porteuse

Lorsqu'il n'est pas possible, ou peu aisé, de moduler de façon directe la lumière à des échelles de temps comparables à sa période, il est en revanche possible de la moduler à des fréquences plus faibles. Parmi les techniques de modulation temporelle de la lumière, nous nous intéressons à celles permettant de moduler à des fréquences les plus grandes possible.

En 1922 Brillouin [65] prédit la diffraction de la lumière par une onde acoustique, ceci fut expérimentalement confirmé dix ans plus tard [66,67]. En faisant propager une onde acoustique dans un milieu photo-électrique, c'est-à-dire dans lequel l'application d'une contrainte physique induit une variation d'indice, on crée un réseau sur lequel un faisceau de lumière est diffracté (figure I.17). En jouant sur l'amplitude, la phase, la fréquence ou encore la polarisation de l'onde acoustique, il est possible de moduler l'onde optique. Une technique consiste à seulement moduler l'amplitude de l'onde acoustique. Pour une intensité nulle, l'onde optique n'est pas modifiée et est transmise intégralement dans l'ordre zéro (onde non déviée). En augmentant l'intensité acoustique, on diminue la proportion d'énergie portée par l'ordre zéro. Les modulateurs acousto-optiques permettent des modulations de la lumière de quelques dizaines de MHz jusqu'au GHz.

Pour travailler à plus haute fréquence, on utilise des modulateurs utilisant des interféromètres de Mach-Zehnder [68] (figure I.18). On intercale dans l'un des deux bras d'un interféromètre un milieu d'indice  $n'$  différent de  $n$  (l'indice dans l'autre bras). La différence d'indice sur la longueur  $e$  du milieu induit une différence de

## I.5. Manipulation expérimentale de la lumière : spécificités et contraintes

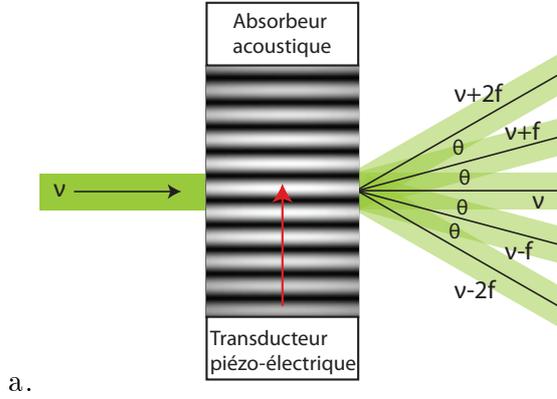


FIGURE I.17 – Un modulateur acousto-optique.  $\nu$  est la fréquence de la lumière et  $f$  la fréquence de l'onde acoustique.

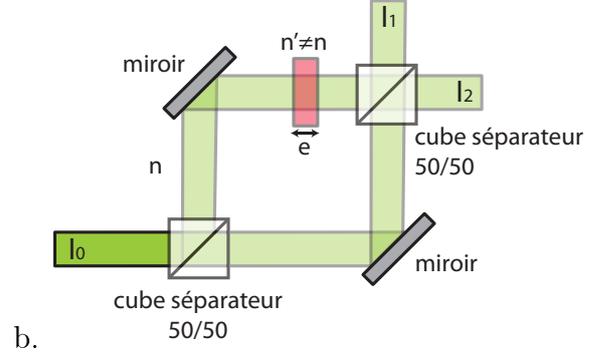


FIGURE I.18 – Un interféromètre de Mach-Zehnder.

phase  $\Delta\phi = 2\pi\mathbf{e}(n' - n)/\lambda$ . Après interférence des deux bras, les intensités  $I_1$  et  $I_2$  sortant de l'interféromètre s'expriment :

$$\begin{aligned} I_1 &= \cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)^2 \\ I_2 &= \sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)^2 \end{aligned} \quad (\text{I.33})$$

Pour obtenir un modulateur, on remplace le milieu d'indice constant par un milieu présentant de l'effet Pockels. L'effet Pockels se traduit par l'apparition d'une biréfringence proportionnelle au champ électrique. L'application d'une tension variable permet de faire varier l'indice du milieu et donc de moduler la lumière. Nous détaillerons comment obtenir une modulation analogique de la lumière par l'utilisation de plusieurs interféromètres de Mach-Zehnder dans le chapitre IV. Ce type de modulateur permet d'atteindre des fréquences de l'ordre de plusieurs dizaines de GHz [69].

### I.5.3 Milieux photoréfractifs

Il existe d'autres techniques qui permettent de contrôler une onde lumineuse. En particulier, les cristaux photoréfractifs sont beaucoup utilisés car ils permettent, sans intervention de l'expérimentateur, de générer des opérations de conjugaison de phase [70–72].

En 1966, lors d'une étude sur la génération de seconde harmonique dans des cristaux électro-optiques de  $\text{LiNbO}_3$ , A. Ashkin [73] découvre l'effet photoréfractif qu'il qua-

## I. Contrôle spatio-temporel de la lumière

---

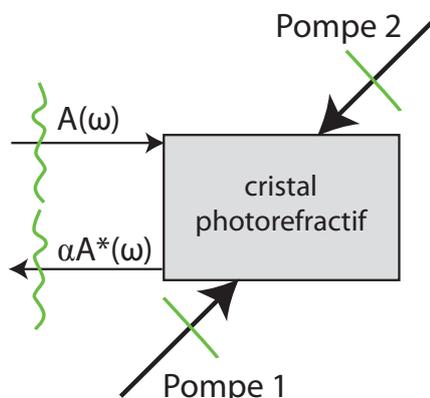


FIGURE I.19 – Un exemple de mélange à quatre ondes pour la conjugaison de phase

lieu alors de « dommage optique ». Il est compris plus tard par F.S. Chen [74, 75], ouvrant la voie à l'utilisation de cristaux photoréfractifs pour l'enregistrement holographique [76], puis plus récemment pour la génération de solitons spatiaux [77, 78]. Dans un matériau photoréfractif, un champ optique induit une distribution de charge d'espace qui reproduit la structure d'illumination. Cette distribution de charge induit à son tour une variation d'indice par effet Pockels. Il est en particulier possible d'écrire et de lire un hologramme dans un tel milieu par un mélange à quatre ondes. Nous montrons un exemple de génération de conjugaison de phase dans un milieu photoréfractif en figure I.19. Un faisceau  $A$  est envoyé sur le cristal et interfère avec un premier faisceau pompe. La figure d'interférence est imprimée dans le cristal comme une variation spatiale d'indice. Un second faisceau pompe de direction opposée au premier permet de lire l'hologramme « en sens inverse ». Les deux faisceaux pompes sont d'intensité plus forte que le faisceau incident  $A$ . En résulte en particulier, dans la direction opposée au faisceau incident, un faisceau diffracté par la variation d'indice, d'amplitude proportionnelle à l'amplitude de  $A$ , de direction opposée et de phase inversée par rapport à  $A$ . Il existe d'autres manières de générer une opération de conjugaison de phase dans des milieux photoréfractifs ou non-linéaires [70–72].

Nous voyons l'intérêt de ce genre de montage dans les problématiques qui nous occupent. Si nous plaçons un tel système derrière un milieu complexe illuminé en un point, le champ complexe qui arrive sur le cristal photoréfractif, est renvoyé conjugué en phase dans la direction opposée. Il s'agit d'une expérience de conjugaison de phase et la lumière doit donc théoriquement se concentrer au point d'illumination initial. De telles expériences ont été réalisées dans les années 1970 pour compenser des effets d'aberration [79]. Plus récemment, une expérience similaire a été réalisée

## I.5. Manipulation expérimentale de la lumière : spécificités et contraintes

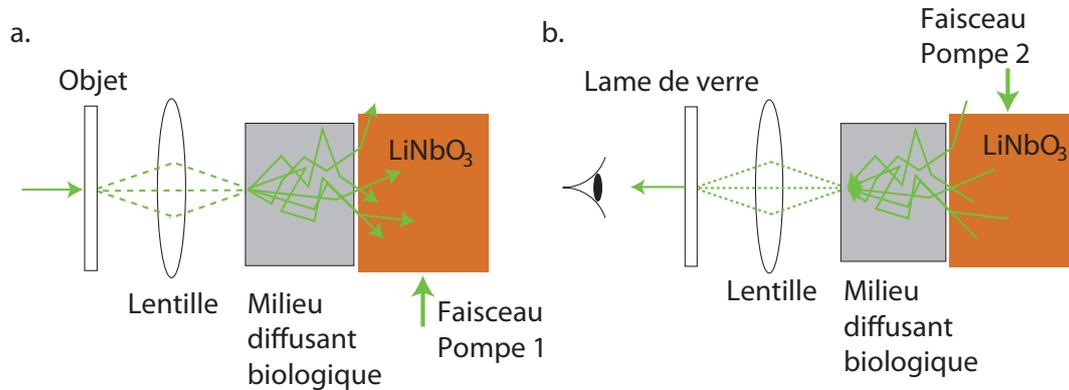


FIGURE I.20 – Principe de la conjugaison de phase par effet photoréfractif. D'après Yaqoob *et al* [80].

dans les milieux multiples diffuseurs par Z. Yaqoob et ses collaborateurs en 2008 [80]. Le principe de cette expérience est montré en figure I.20.

Dès la fin des années 1970, A. Yariv évoque l'idée que les cristaux photoréfractifs puissent être utilisés dans le domaine temporel avec des impulsions brèves pour compenser la dispersion dans les lignes de transmission [81]. De telles expériences ont été réalisées plus tard pour compenser la dispersion chromatique dans une fibre optique [82].

Les méthodes utilisant des cristaux photoréfractifs présentent l'avantage de générer automatiquement le conjugué de phase, sans calcul ou intervention supplémentaire de l'expérimentateur une fois le montage installé. Cet avantage devient un inconvénient si l'on veut rendre ces montages dynamiques ou contrôlables. Dans l'expérience de Z. Yaqoob [80], on focalise la lumière au point d'émission initial. Pour déplacer le point focal, la seule solution consiste à refaire l'expérience en injectant la lumière à un autre endroit du milieu diffusant. Le fait de s'affranchir de la mesure du champ présente aussi la contrepartie que l'expérimentateur n'enregistre pas de données sur le milieu.

Sans milieu photoréfractif ou non-linéaire, une expérience de conjugaison de phase doit être réalisée en deux étapes comme décrit en partie I.4.3. La première étape nécessite la mesure du champ optique résultant de l'émission d'une source localisée, la seconde étape implique l'émission du conjugué de phase du champ enregistré. Il est donc nécessaire d'utiliser, en plus d'un dispositif de contrôle de l'onde, un appareillage pour mesurer le champ complexe optique.

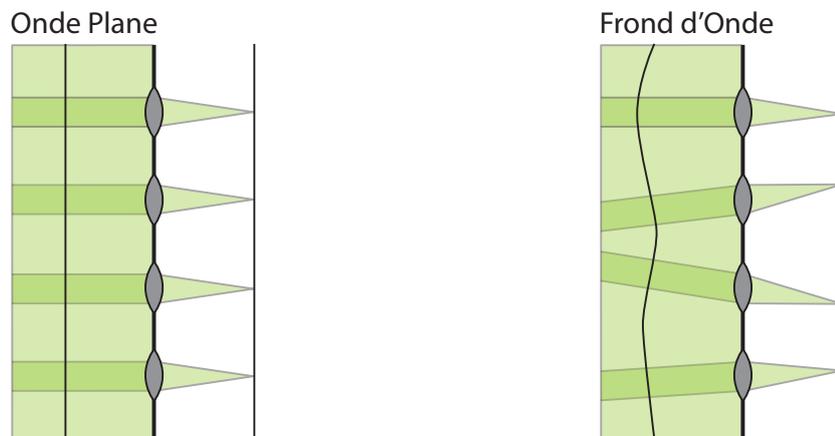


FIGURE I.21 – Principe de l'analyseur de Shack-Hartmann. Une onde plane donne, après passage par le réseau de lentille, des points focaux régulièrement espacés. Avec un front d'onde quelconque, il est possible, en analysant les positions des taches focales, de remonter à la courbure du front d'onde et donc à sa phase locale.

### I.5.4 La mesure du champ optique

Une grande difficulté de l'optique expérimentale réside dans le fait que l'expérimentateur n'a pas d'accès direct à la phase du champ optique. Aussi bien les caméras (technologie CMOS ou CCD) ou les mono-détecteurs (photodiodes ou photomultiplicateurs) qui équipent la plupart des appareils de mesure optique, ne sont sensibles qu'à l'intensité lumineuse. Nous avons vu que les techniques de retournement temporel ou de conjugaison de phase nécessitent une mesure de la phase. Il est donc primordial d'avoir accès à cette information. Parmi les techniques d'analyse du front d'onde, on en distingue deux types : celles interférométriques et celles non-interférométriques.

L'analyseur non-interférométrique le plus connu est l'analyseur de Shack-Hartmann. A la fin du XIX<sup>ème</sup> siècle J. F. Hartmann [83] eut l'idée d'utiliser une plaque percée de petits trous pour analyser localement le front d'onde afin de régler les télescopes. A la fin des années 1960, R. Shack et B. Platt modifièrent ce système en plaçant des lentilles dans les trous afin d'obtenir une meilleure sensibilité [84]. Sur chaque trou ou lentille, la courbure du front d'onde entraîne un déplacement du point focal. Pour une onde plane incidente, les taches issues du réseau d'éléments sont régulièrement espacées. Pour un front d'onde quelconque, il est possible de calculer la courbure et donc la phase de l'onde par l'analyse des taches focales. Le principe de cet analyseur est présenté en figure I.21. Il existe d'autres analyseurs non-interférométriques tels que l'analyseur de courbure [85] ou l'analyseur à pyramide [86]. Ces analyseurs

## I.5. Manipulation expérimentale de la lumière : spécificités et contraintes

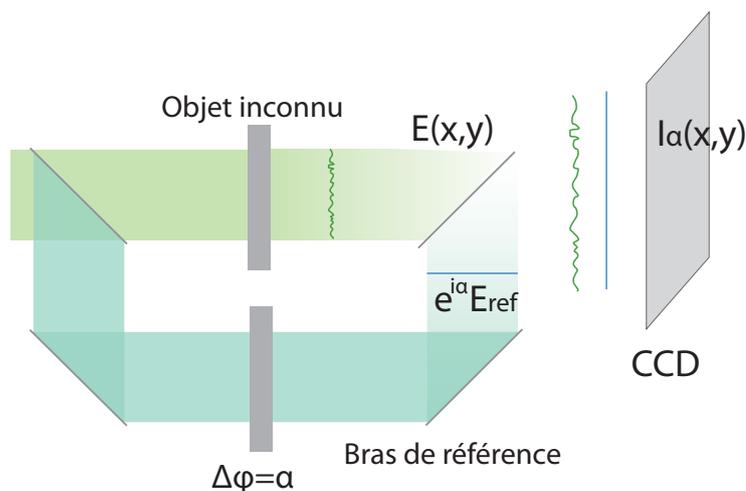


FIGURE I.22 – Méthode de décalage de phase à quatre images.

présentent tous la particularité de nécessiter un dispositif optique plus ou moins complexe pour chaque portion du front d'onde à analyser [87].

Les méthodes interférométriques font appel à une onde de référence, en général connue, qui interfère avec l'onde à mesurer. L'interféromètre de Mach-Zehnder, présenté en figure I.18 pour la modulation du champ optique, peut être utilisé de manière inverse. Par la mesure des intensités des deux sorties  $I_1$  et  $I_2$  du système, on peut remonter au déphasage induit par la lame d'indice  $n'$ . En général, il suffit de faire interférer deux fronts d'onde cohérents sur un capteur pour pouvoir remonter au déphasage relatif entre ces deux ondes.

Prenons un faisceau plan de lumière cohérente que nous séparons en deux. Dans un des deux bras, la lumière passe à travers un objet qui engendre une modification, inconnue par l'expérimentateur, de l'amplitude et de la phase du front d'onde. Dans le second bras, le faisceau reste plan, on introduit seulement un dispositif qui permet de changer la phase globale de l'onde d'une valeur  $\Delta\phi = \alpha$ . Les deux faisceaux sont ensuite recombinaés sur une caméra afin de mesurer l'intensité  $I_\alpha$  de l'interférence. Cette intensité s'écrit :

$$I_\alpha(x, y) = |e^{i\alpha} E_{\text{ref}} + E(x, y)|^2 \quad (\text{I.34})$$

avec  $E(x, y)$  le champ issu de l'objet inconnu et  $e^{i\alpha} E_{\text{ref}}$  le champ issu du front d'onde de référence. Par une combinaison linéaire de quatres images d'intensité obtenues

## I. Contrôle spatio-temporel de la lumière

---

pour quatre valeurs de  $\alpha$  ( $\alpha=0, \pi/2, \pi$  et  $3\pi/2$ ), il est possible de calculer le champ  $E(x, y)$  inconnu :

$$E(x, y) = \frac{1}{E_{\text{ref}}} \left( \frac{(I_0 - I_\pi)}{4} + i \frac{(I_{3\pi/2} - I_{\pi/2})}{4} \right) \quad (\text{I.35})$$

Cette technique est appelée méthode de décalage de phase à quatre images (« phase shifting interferometry » en anglais). Le déphasage global appliqué ici au faisceau de référence peut être appliqué sur l'autre bras avec exactement le même résultat. Nous voyons ici qu'en mesurant l'interférence sur une matrice CCD, on a accès à une mesure spatiale 2D du champ optique en phase et en amplitude. Il s'agit de la méthode que nous utiliserons dans les chapitres II et III. La technique de mesure du champ spatial sera détaillée en section II.2.2. Pour mesurer l'évolution temporelle du champ en un point, il suffit de remplacer la caméra CCD par un photodétecteur rapide, c'est la technique que nous utiliserons et détaillerons dans le chapitre IV. Il est possible de réaliser l'enregistrement du champ complexe en une seule étape en modifiant légèrement le montage pour réaliser une mesure d'holographie hors axe [88]. Cette technique, qui consiste à introduire un petit angle entre l'onde de référence et le faisceau à analyser, nécessite certaines opérations dans l'espace des fréquences spatiales pour reconstruire le champ complexe.

## I.6 Conclusion

Nous avons consacré cette partie à la présentation des différents outils, théoriques et matériels, qui seront utiles tout au long de notre étude.

Dans un premier temps, nous avons présenté les modèles simples qui permettent de modéliser la propagation de la lumière. Dans les milieux homogènes, l'optique géométrique suffit généralement à modéliser la propagation de la lumière. Néanmoins, dès lors que l'on s'intéresse à l'efficacité d'un système optique, la nature ondulatoire doit être considérée. Dans ce cadre, il n'est plus possible de négliger l'effet des aberrations. Nous introduisons alors comment se manifestent ces perturbations et comment il est possible de les corriger. Lorsqu'un diffuseur unique interagit avec la lumière, la théorie de la diffraction permet encore un calcul analytique du champ diffusé. Nous nous placerons dans ce type d'interaction au chapitre III. Lorsque la lumière interagit avec de nombreux diffuseurs ou subit de nombreuses réflexions, il n'est plus possible de prédire le comportement du champ diffusé de façon exacte. Ces milieux, dits complexes, seront au centre des études présentées dans les chapitres II et IV.

Dans une seconde partie, nous avons évoqué comment, dans un système linéaire, il est possible de modéliser la propagation de la lumière entre l'entrée et la sortie d'un système optique par une matrice. Expérimentalement, la dimension d'une telle matrice est finie dû au nombre fini de modulateurs et de récepteurs utilisables par l'expérimentateur. N'importe quel système linéaire peut être modélisé de la sorte, y compris les milieux complexes. Nous adopterons un tel modèle dans les chapitres II et III.

Nous avons ensuite défini les degrés de liberté spatiaux et temporels qui quantifient l'information accessible ou contrôlable par l'expérimentateur. Une façon de mettre à profit ces degrés de liberté est de réaliser une expérience de retournement temporel. Cette technique permet de focaliser spatialement et temporellement une onde au travers ou au sein d'un milieu linéaire. Nous avons présenté deux cas critiques du retournement temporel où seulement des degrés de liberté spatiaux ou temporels sont utilisés pour focaliser une onde. La maîtrise des seuls degrés de liberté spatiaux correspond à une expérience de conjugaison de phase, nous utiliserons un tel système chapitre II. Le contrôle des degrés de liberté temporels uniquement correspond à une expérience de retournement temporel mono-voie, nous réaliserons une telle expérience au chapitre IV.

## **I. Contrôle spatio-temporel de la lumière**

---

Dans une dernière partie, nous avons présenté les outils nécessaires au contrôle et à la mesure des ondes. Les modulateurs spatiaux de lumière permettent le contrôle de l'amplitude et/ou de la phase sur un grand nombre de pixels. Nous utiliserons un tel dispositif aux chapitres II et III. Pour contrôler le champ optique temporellement, il existe des systèmes pour façonner le détail d'une impulsion ou pour moduler une onde à des fréquences plus faibles que celle de la lumière. Nous utiliserons un montage interférométrique de modulation de la lumière sur porteuse au chapitre IV.

# Chapitre II

## Matrice de transmission en milieu diffusant

### II.1 Introduction

En optique, les premières expériences de contrôle actif de la lumière en milieu multiplement diffusant ont été réalisées aux Pays-Bas par A. Mosk et ses collaborateurs. A l'aide d'un SLM, ces expériences ont permis de focaliser la lumière à travers un milieu très diffusant [8], la présence d'un tel milieu permettant même d'améliorer la taille de la tache focale [45]. L'expérience consiste à tester différentes valeurs de phase pour chaque pixel du SLM et à garder à chaque fois la valeur maximisant l'intensité en un point cible de l'autre côté du milieu diffusant. Cette technique permet en pratique de converger vers une réalisation expérimentale de conjugaison de phase optique. Le masque obtenu est le conjugué en phase de celui qu'on aurait obtenu si une source monochromatique avait été placée au point cible et que le champ avait été mesuré sur le SLM.

Ces expériences fondatrices réalisées en 2007-2008, ont été le point de départ de notre étude sur les milieux diffusants. Cependant, la technologie utilisée, bien que très élégante, est assez limitée. En effet, il faut itérer l'apprentissage pour focaliser en un point cible différent. De même, l'algorithme étant adaptatif, il donne très peu d'information sur le milieu de propagation. Forts de l'expérience du laboratoire Ondes et Acoustique en contrôle des ondes en milieux complexes, nous avons entrepris de réaliser une expérience hybride entre le travail de A. Mosk et les travaux réalisés en acoustique et électromagnétisme au laboratoire. L'idée est de mesurer la matrice des fonctions de Green monochromatiques entre deux ensembles de points

## II. Matrice de transmission en milieu diffusant

---

situés de part et d'autre du milieu complexe, et ce, à l'aide d'un dispositif similaire à celui utilisé par A. Mosk. En d'autres termes, nous avons souhaité mesurer la matrice de transmission (MT) d'un milieu complexe optique. L'étude présentée dans ce chapitre a donné lieu à des publications dans *Physical Review Letters* [89] et dans *Nature Communications* [90]. Un article détaillé [91] a été soumis plus récemment. Nous commençons ce chapitre par la présentation du montage et des techniques expérimentales qui nous permettent de mesurer la MT d'un milieu diffusant. Le montage implique un SLM afin de moduler le champ incident et un système interférométrique associé à une caméra CCD pour mesurer le champ de sortie. Ce système nous permet de mesurer la MT liant les pixels (ou groupements de pixels) du SLM aux pixels (ou groupements de pixels) de la caméra. Nous présentons quelles sont les propriétés statistiques attendues d'une telle matrice et les comparons aux mesures. Dans la section suivante, nous étudions théoriquement puis expérimentalement l'efficacité de la focalisation par conjugaison de phase réalisée grâce à la connaissance de la MT. Nous comparons cette technique nouvelle à l'algorithme séquentiel utilisé par A. Mosk et ses collaborateurs.

Nous continuons ce chapitre en présentant une expérience de reconstruction d'une image après propagation au travers du milieu diffusant. Pour ce faire, nous introduisons divers opérateurs de reconstruction, construits à partir de la matrice de transmission du milieu. Nous montrons que la qualité de la reconstruction peut être, suivant l'opérateur utilisé, limitée par le bruit de mesure de la MT ou bien dégradée par l'opérateur lui-même. Ceci nous mène à une étude de l'efficacité de la reconstruction en fonction du bruit de mesure.

Nous constatons que l'efficacité de la reconstruction dépend du nombre de degrés de liberté spatiaux contrôlés par l'expérimentateur. Afin de détecter des images complexes, il est nécessaire d'augmenter le nombre de degrés de liberté pour augmenter la fidélité de la reconstruction. Nous montrons que l'on peut augmenter expérimentalement ce nombre de degrés de liberté, soit en moyennant sur des illuminations différentes, soit en augmentant le nombre de pixels mesurés en sortie.

Nous discutons enfin deux phénomènes qui peuvent être étudiés à l'aide de la MT. Nous discutons dans un premier temps de l'effet de la présence d'ondes balistiques sur la reconstruction d'une image et sur la statistique de la MT. Dans un second temps, nous tentons de séparer et de quantifier deux grandeurs caractéristiques du speckle issu de milieux diffusants, à savoir la taille d'un grain de speckle et la longueur de la portée de l'« effet mémoire ».

## II.2 Mesure de la matrice de transmission

### II.2.1 Montage expérimental

La mesure de la MT optique nécessite le contrôle de l'onde incidente (réalisable à l'aide d'un SLM) et la mesure du champ diffusé (accessible à l'aide d'un montage interférométrique et d'une caméra CCD). Nous détaillons la méthode de mesure du champ complexe en partie II.2.3. L'échantillon multiplement diffuseur que nous étudions est un dépôt opaque d'oxyde de zinc (Sigma-Aldrich 96479) sur une lame de verre. L'oxyde de zinc rentre dans la composition de certaines peintures blanches, lui donnant leur opacité. Le dépôt est réalisé en évaporant une solution d'eau et d'oxyde de zinc sur une lame de verre. L'oxyde de zinc étant peu soluble dans l'eau, le dépôt se fait par sédimentation en quelques minutes. Après évaporation de l'eau, nous obtenons un échantillon d'épaisseur  $80 \pm 25 \mu m$  pour un libre parcours moyen ( $l^*$ ) mesuré par la technique décrite dans [92] de  $6 \pm 2 \mu m$ . L'échantillon étant un ordre de grandeur plus épais que  $l^*$ , une onde lumineuse subit de nombreux événements de diffusion avant de sortir du milieu, nous sommes donc en régime de diffusion multiple.

Le montage expérimental est présenté en figure II.1. Afin de générer l'onde incidente, le faisceau d'un laser solide pompé par diode à 532 nm (Quantum Torus) est étendu et projeté sur le SLM (Holoeye LC-R 2500) pour être modulé. A l'aide d'un polariseur et d'un analyseur, nous choisissons la bonne combinaison de polarisation pour l'onde incidente et réfléchi afin d'obtenir une modulation de phase sur  $2\pi$  avec moins de 10% de modulation d'amplitude résiduelle. La technique de réglage du SLM est détaillée en annexe A.1. Seule une partie de la surface illuminée du SLM est modulée, le reste de l'illumination servant à générer l'onde statique de référence (voir partie II.2.3). La surface du SLM est ensuite imagée dans la pupille d'un objectif de microscope 20x ouvert à 0.5, le faisceau étant focalisé à l'entrée du milieu diffusant. De cette manière, un pixel du SLM correspond approximativement à un vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  à l'entrée du milieu diffusant. La lumière diffusée en sortie du milieu est imagée à travers un objectif 40x ouvert à 0.85 sur une caméra CCD 10 bits (AVT Dolphin F-145B). En déplaçant l'objectif de microscope, nous pouvons faire en sorte d'avoir correspondance entre un pixel de la caméra et un vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  en sortie du milieu. En général, nous nous décalons légèrement de cette situation en imageant à quelques microns de la surface de l'échantillon afin d'être moins sensibles aux effets d'éventuelles ondes balistiques (voir partie II.6.1). Nous

## II. Matrice de transmission en milieu diffusant

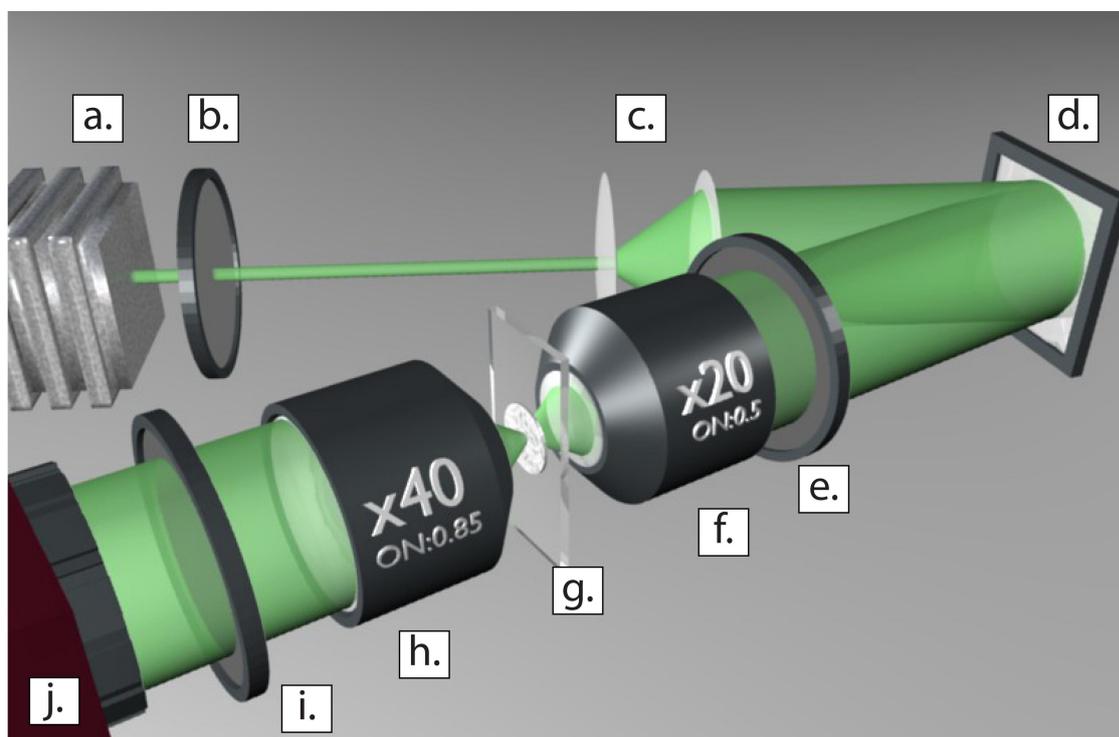


FIGURE II.1 – Représentation schématique du montage expérimental. (a.) laser solide pompé par diode monomode à 532 nm Quantum Torus. (b.) et (e.) polariseur et analyseur permettant de sélectionner la polarisation incidente et sortante du SLM pour la modulation de phase seule. (c.) expandeur de faisceau 10x. (d.) modulateur spatial de lumière Holoeye LC-R 2500. (f.) objectif de microscope 20x d'ouverture numérique 0.5. (g.) échantillon : dépôt opaque d'oxyde de zinc (Sigma-Aldrich 96479) de  $80 \pm 25 \mu\text{m}$  d'épaisseur. (h.) objectif de microscope 40x d'ouverture numérique 0.85. (i.) polariseur permettant l'enregistrement de l'intensité d'une seule polarisation sur la caméra. (j.) caméra CCD 10 bits AVT Dolphin F-145B de taille de pixel  $6.45 \mu\text{m}$ .

plaçons enfin un analyseur avant la caméra afin de n'enregistrer qu'une composante de la polarisation du champ. Cette polarisation est choisie de manière quelconque, le but étant de pouvoir réduire le tenseur de propagation à une matrice de coefficients scalaires, comme justifié en section I.3.2.

### II.2.2 Mesure du champ complexe optique

La mesure de la MT nécessite la mesure du champ complexe. Nous avons vu en partie I.5.4 qu'une méthode interférométrique permet d'avoir accès, en plus de l'amplitude, à la phase du champ optique. Pour une base d'illuminations d'entrée, nous voulons mesurer le champ complexe optique résultant de chacune de ces illu-

## II.2. Mesure de la matrice de transmission

---

minations. Pour la mesure typique d'une matrice avec mille éléments en entrée, la fréquence de rafraîchissement SLM (60 Hz) et le temps de calcul imposent un temps de mesure d'au moins plusieurs minutes (typiquement 15 minutes). Expérimentalement, ce montage interférométrique « standard » avec un bras de référence onde plane (type interféromètre de Mach-Zehnder) n'était pas stable sur des périodes aussi longues. Il s'est avéré par la suite que cette instabilité était due à notre laser. À la fin de nos travaux, nous avons remplacé la source par un laser suffisamment stable pour permettre l'obtention de figures d'interférences stables. Néanmoins, avec le matériel à notre disposition au début des travaux, il était nécessaire de trouver une autre solution interférométrique pour la mesure du champ complexe.

Nous savons que la figure de speckle observée en sortie d'un milieu diffusant est le résultat de l'interférence de nombreux chemins de propagation au sein du matériau. Si nous séparons artificiellement en deux l'illumination du milieu, le speckle observé est alors l'interférence entre les deux speckles issus des deux parties de l'illumination. Nous décidons alors de contrôler seulement une partie de l'illumination (la partie carrée dans la figure II.2(b.)), la deuxième servant de référence pour la mesure interférentielle.

Nous pouvons alors appliquer la méthode de décalage de phase à quatre images présentée en section I.5.4. Pour un champ  $e^{i\alpha} E_n^{in}$   $n \in \{0..N\}$  sur la partie modulée du SLM, le champ résultant sur le pixel  $m$  de la caméra s'écrit  $\sum_n h_{mn} E_n^{in}$  par définition de la MT. Nous écrivons  $s_m$  le champ relié au speckle de référence. La méthode des quatre images permet d'avoir accès, sur le pixel  $m$  de la CCD, au produit de ces deux contributions à une conjugaison près, ce qui s'écrit :

$$\frac{(I_m^0 - I_m^\pi)}{4} + i \frac{(I_m^{\frac{3\pi}{2}} - I_m^{\frac{\pi}{2}})}{4} = s_m^* \sum_n h_{mn} E_n^{in} \quad (\text{II.1})$$

### II.2.3 Méthode d'acquisition

Nous avons désormais accès, à une référence près, au champ complexe sur chaque pixel de la caméra. Il est alors possible de procéder à la reconstruction colonne par colonne de la MT en mesurant le champ complexe résultant de l'envoi de chacun des vecteurs d'une base d'entrée sur le SLM. La solution la plus évidente serait d'utiliser une base canonique. Cela consiste à allumer un seul pixel du SLM, à mesurer le champ résultant sur la caméra, et à répéter la procédure pour chacun

## II. Matrice de transmission en milieu diffusant

---

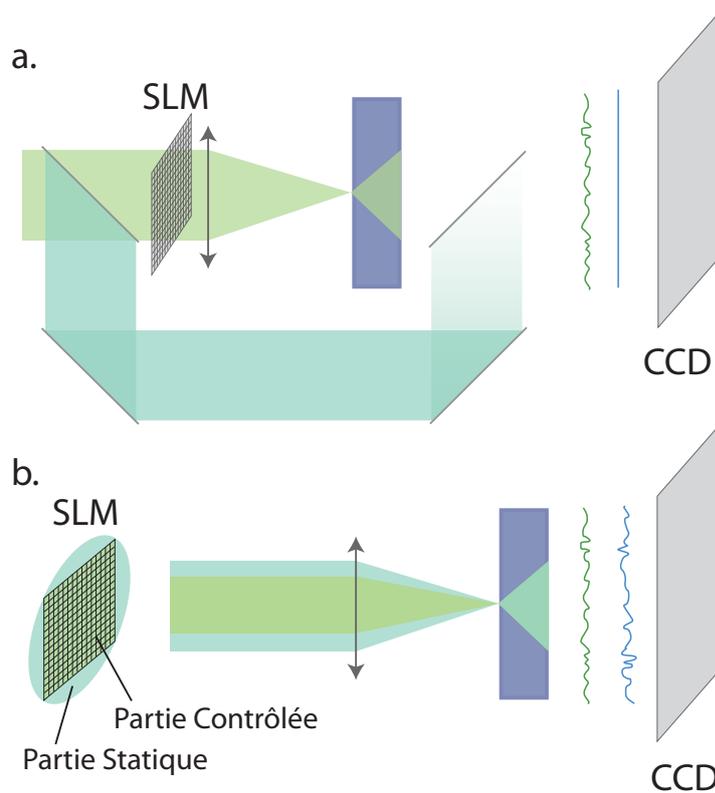


FIGURE II.2 – Mesures interférométriques. (a.) montage avec onde plane de référence. (b.) montage avec un speckle de référence issue de la propagation dans le milieu. Pour une illumination circulaire sur le SLM, seule la partie carrée est contrôlée pour la mesure de la MT. Le reste de l'illumination est statique et permet la génération du speckle de référence en sortie du milieu. On mesure sur la caméra l'interférence des champs résultant des deux parties du SLM.

## II.2. Mesure de la matrice de transmission

---

des pixels. La procédure d'illumination est montrée en figure II.3 (a.). Pour un pixel  $n$  allumé en entrée, la méthode des quatre phases donne alors accès aux composantes de la MT à la référence près :

$$\frac{(I_m^0 - I_m^\pi)}{4} + i \frac{(I_m^{\frac{3\pi}{2}} - I_m^{\frac{\pi}{2}})}{4} = s_m^* h_{mn} \quad (\text{II.2})$$

Après itération pour chacun des pixels du SLM, la matrice entière observée  $\mathbf{H}_{obs}$  s'écrit alors :

$$\mathbf{H}_{obs} = \mathbf{S}_{ref}^* \mathbf{H} \quad (\text{II.3})$$

$\mathbf{S}_{ref}$  est une matrice diagonale carrée de dimension  $M$  dont les composantes  $s_{mm}^{ref} = s_m$  représentent les contributions de la référence en amplitude et en phase. Du fait de la nature non uniforme de cette référence, la matrice mesurée est modifiée par rapport à  $\mathbf{H}$ .  $\mathbf{H}$  est la « vraie » MT, c'est-à-dire la matrice que l'on aurait mesurée avec un front d'onde plan comme référence.  $\mathbf{S}_{ref}$  agit sur les lignes de  $\mathbf{H}$ . Un point sombre de la figure de speckle de référence donne une ligne d'amplitude faible dans  $\mathbf{H}_{obs}$  et un point lumineux du speckle de référence donne une ligne de forte amplitude. La matrice observée présente alors des lignes d'amplitudes moyennes variables.

Utiliser une base canonique pose cependant deux problèmes majeurs. Premièrement, en utilisant un modulateur de phase, il n'est pas possible d'éteindre physiquement des pixels du SLM. Deuxièmement, en utilisant un grand nombre de pixels de taille réduite, l'amplitude du champ modulé par un seul pixel est faible. La mesure est alors très sensible au bruit. Il est judicieux d'opter pour une base dont l'ensemble des pixels est utilisé pour chaque vecteur de la base d'entrée et dont les composantes ont toutes la même amplitude. C'est le cas de la base de Hadamard, présentée en figure II.3(b.). Chacun des fronts d'onde composant cette base utilise l'ensemble des pixels, ceux-ci étant soit en phase, soit déphasés de  $\pi$  deux à deux. Un simple changement de base permet de se ramener à la matrice dans la base des pixels et ainsi d'obtenir la matrice  $\mathbf{H}_{obs}$  de la formule II.3. Nous utilisons désormais la mesure dans la base de Hadamard pour l'obtention expérimentale des MT.

## II. Matrice de transmission en milieu diffusant

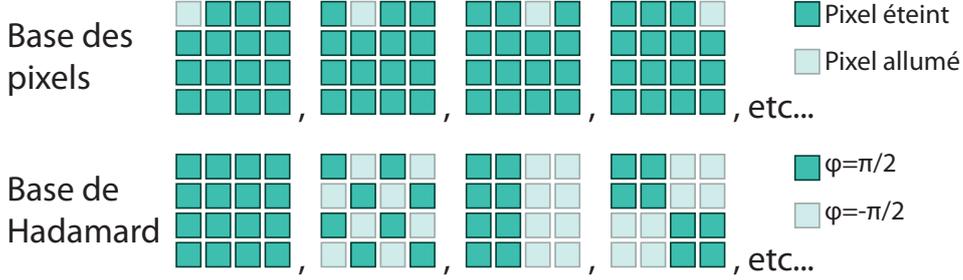


FIGURE II.3 – Les bases de mesure. (a.) base canonique ou base des pixels. Pour chaque élément de la base, un pixel est allumé et les autres éteints. (b.) base de Hadamard. Chaque élément de la base utilise l’ensemble des pixels sans modifier leur amplitude. Les deux états de pixels correspondent à une différence de phase relative de  $\pi$ .

### II.2.4 Diffusion multiple et matrices aléatoires

Sous certaines conditions, la MT de dimension  $N$  par  $M$  d’un système dominé par la diffusion multiple [93–95] est équivalente à une matrice aléatoire à coefficients indépendants et identiquement distribués de statistique gaussienne. Nous étudions ici les propriétés de telles matrices à l’aide de la théorie des matrices aléatoires et vérifions les hypothèses expérimentales pour lesquelles de celles-ci décrivent bien notre système.

Nous avons introduit en partie I.3.4 que la SVD d’une matrice d’un système physique est un outil utile pour étudier comment l’énergie transmise se répartie dans les différents canaux de transmission du système. Pour des matrices dont les éléments sont des variables indépendantes à distributions gaussiennes identiques, la théorie des matrices aléatoires prédit que la distribution statistique  $\rho(\tilde{\lambda})$  des valeurs singulières normalisées suit la loi de Marcenko Pastur [96]. Pour  $\gamma = M/N$ , cela s’écrit :

$$\rho(\tilde{\lambda}) = \frac{\gamma}{2\pi\tilde{\lambda}} \sqrt{(\tilde{\lambda}^2 - \tilde{\lambda}_{min}^2)(\tilde{\lambda}_{max}^2 - \tilde{\lambda}^2)} \quad \forall \tilde{\lambda} \in [\tilde{\lambda}_{min}, \tilde{\lambda}_{max}]$$

Avec  $\tilde{\lambda}_{min} = (1 - \sqrt{1/\gamma})$  la plus petite valeur singulière et  $\tilde{\lambda}_{max} = (1 + \sqrt{1/\gamma})$  la plus grande. En particulier, pour une matrice carrée ( $\gamma = 1$ ), la loi de Marcenko-Pastur est connue sous le nom de « loi du quart de cercle » [97] et devient :

$$\rho(\tilde{\lambda}) = \frac{1}{\pi} \sqrt{4 - \tilde{\lambda}^2} \quad (\text{II.4})$$

## II.2. Mesure de la matrice de transmission

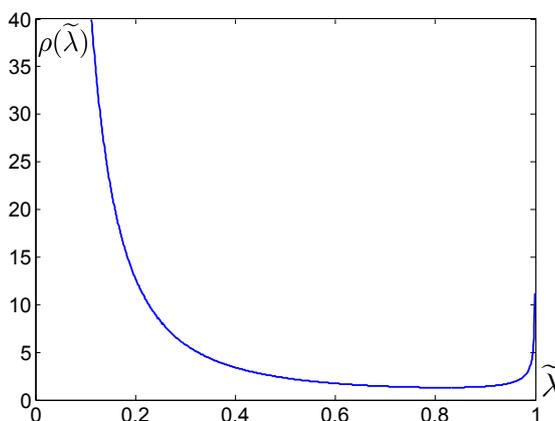


FIGURE II.4 – La distribution bimodale. Une majorité de valeurs singulières sont proches de zéro, correspondant à des canaux dit « fermés ». Un petit nombre de valeurs singulières sont proches de 1 correspondant à des canaux dit « ouverts ».

Ces prédictions sont valides lorsqu’il n’y a pas de corrélation entre les éléments de la matrice. Une condition non triviale qui viole cette hypothèse est la conservation du flux d’énergie [98,99] qui apparait si l’on considère la matrice de diffusion complète (« scattering matrix ») entre les deux côtés du système. Dans de tels systèmes, la distribution s’écrit :

$$\rho(\tilde{\lambda}) = \frac{1}{2\tilde{\lambda}^2\sqrt{1-\tilde{\lambda}^2}} \quad (\text{II.5})$$

Cette distribution des valeurs singulières représentée en figure II.4 prend alors une forme bimodale avec une majorité de canaux de transmission proche de zéro (canaux fermés) et un petit nombre de valeurs singulières de transmission maximale (canaux ouverts). Dans notre approche, nous ne pouvons pas mesurer la matrice de transfert totale du fait qu’une partie de l’énergie est utilisée pour générer notre référence et que nous ne mesurons pas le champ rétrodiffusé. Nous ne sommes donc pas affectés par ces considérations. Un autre paramètre plus évident qui peut influencer sur la corrélation des coefficients de la MT est la taille des éléments modulés (sur le SLM) et de réception (sur la caméra). Si un segment est de taille inférieure à la longueur de corrélation (*i.e.* la taille d’un grain de speckle), deux pixels (ou groupements de pixels) voisins seront fortement corrélés. Afin d’éviter toute redondance d’information dans notre MT nous décidons de fixer la taille des éléments sources (resp. récepteurs) à la longueur de corrélation à l’entrée (resp. à la sortie) du système. En conséquence, la MT  $\mathbf{H}$  est censée respecter les hypothèses nécessaires à l’observation de la loi de Marcenko-Pastur.

## II. Matrice de transmission en milieu diffusant

---

Néanmoins, la méthode de mesure du champ complexe exposée en partie II.2.2 introduit des corrélations non physiques dans la matrice, dues à la référence non uniforme. Nous n'avons en réalité accès qu'à la matrice observable  $\mathbf{H}_{obs} = \mathbf{S}_{ref}\mathbf{H}$  (cf partie II.2.3). Les éléments de cette matrice s'écrivent :

$$h_{mn}^{obs} = \sum_j^N s_{mj} h_{jn} = s_{mm} h_{mn} \quad (\text{II.6})$$

La référence étant constante, l'effet de  $S_{ref}$  est statique sur les éléments de sortie. En d'autres termes, son effet est toujours le même sur un pixel donné de la caméra. La déviation standard de l'amplitude d'un pixel de sortie, calculée pour l'ensemble des vecteurs d'entrée s'écrit alors :

$$\sqrt{\langle |h_{mn}^{obs}|^2 \rangle_n} = \sqrt{\langle |h_{mn}|^2 \rangle_n} |s_{mm}| \quad \forall m \in [1, M] \quad (\text{II.7})$$

Nous faisons l'hypothèse que tous les vecteurs  $\mathbf{k}$  incidents donnent statistiquement des speckles de même intensité moyenne. Nous pouvons faire cette hypothèse dès lors que l'illumination est homogène en entrée. Nous avons alors  $\sqrt{\langle |k_{mn}|^2 \rangle_n} = \sqrt{\langle |k_{mn}|^2 \rangle_{mn}}$ . Pour ce faire, nous n'utilisons que la partie centrale d'un faisceau gaussien étendu pour illuminer le SLM grâce à un diaphragme. Nous pouvons alors écrire :

$$\sqrt{\langle |h_{mn}^{obs}|^2 \rangle_n} = \sqrt{\langle |h_{mn}|^2 \rangle_{mn}} |s_{mm}| = \text{constante} \quad \forall m \in [1, M] \quad (\text{II.8})$$

Nous avons négligé ici les effets de corrélations, supposés faibles dans un tel système, tels que l'effet mémoire [100] (cf partie II.6.2), ainsi que les effets de corrélation longue portée [101]. Nous définissons une MT filtrée  $\mathbf{H}_{fil}$  dont les éléments  $h_{mn}^{fil}$  sont normalisés par  $\sqrt{\langle |h_{mn}^{obs}|^2 \rangle_n}$  :

$$h_{mn}^{fil} = \frac{h_{mn}^{obs}}{\sqrt{\langle |h_{mn}|^2 \rangle_{mn}} |s_{mm}|} \quad (\text{II.9})$$

$$= \frac{h_{mn}}{\sqrt{\langle |h_{mn}|^2 \rangle_{mn}}} \frac{s_{mm}}{|s_{mm}|} \quad (\text{II.10})$$

Contrairement à  $\mathbf{H}_{obs}$ , cette matrice ne subit pas l'influence de l'amplitude de la référence. On peut l'écrire :

## II.2. Mesure de la matrice de transmission

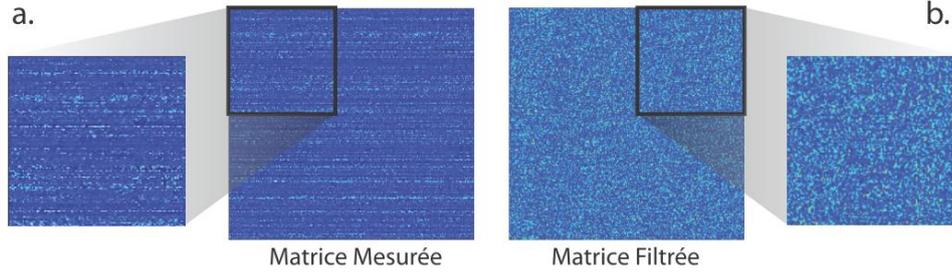


FIGURE II.5 – Allures de la matrice mesurée et de la matrice filtrée. (a.) matrice mesurée présentant des lignes d’amplitude moyenne variable représentant l’effet du speckle de référence. (b.) matrice filtrée pour supprimer l’effet de l’amplitude du speckle de référence.

$$\mathbf{H}_{fil} = \mathbf{S}_\phi \cdot \frac{\mathbf{H}}{\sqrt{\langle |h|^2 \rangle_{mn}}} \quad (\text{II.11})$$

Avec  $\mathbf{S}_\phi$  une matrice diagonale d’éléments de norme 1 qui représentent la contribution en phase du speckle de référence sur la caméra. Mathématiquement, et contrairement à  $\mathbf{S}_{ref}$ ,  $\mathbf{S}_\phi$  est unitaire puisque  $\mathbf{S}_\phi \mathbf{S}_\phi^\dagger = \mathbf{I}$  où  $\mathbf{I}$  est la matrice identité.

Si  $\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^\dagger$  nous pouvons alors écrire  $\mathbf{H}_{fil} = \mathbf{U}'\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^\dagger$  où  $\mathbf{U}' = \mathbf{S}_\phi \cdot \mathbf{U}$  est unitaire. Ces écritures sont les décompositions en valeurs singulières respectives de  $\mathbf{H}_{fil}$  et de  $\mathbf{H}$  avec la même matrice diagonale  $\mathbf{\Sigma}$ . L’intérêt de cette matrice filtrée réside dans le fait qu’elle possède les mêmes valeurs singulières que  $\mathbf{H}$ .

Nous présentons en figure II.5(a.) l’aspect d’une matrice mesurée expérimentalement  $\mathbf{H}_{obs}$  qui présente un effet de tramage due à l’influence de l’amplitude de la référence. Cet effet disparaît sur la matrice filtrée  $\mathbf{H}_{fil}$  (figure II.5(b.)). La figure II.6 montre que la distribution des valeurs singulières la matrice  $\mathbf{H}_{obs}$  ne suit pas la loi du quart de cercle prédite (formule II.4) alors que la distribution des valeurs singulières de la matrice filtrée  $\mathbf{H}_{fil}$  en est proche. Les effets de corrélations résiduels sont dus à la corrélation inter-éléments entre pixels voisins. En prenant une sous-matrice de  $\mathbf{H}_{fil}$  en enlevant un élément sur deux pour ne pas avoir deux pixels voisins, la statistique de ses valeurs singulières suit avec un bon accord la loi prédite. Ces résultats sont similaires à ceux obtenus pour des MT de milieux multiples diffuseurs en acoustiques [95].

Il est donc possible d’étudier les propriétés de la MT  $\mathbf{H}$  en ayant seulement accès à la matrice observée  $\mathbf{H}_{obs}$ . Il est important de rappeler qu’il faut être très prudent en interprétant les données statistiques issues de la SVD. Une fois la matrice mesurée et ses valeurs singulières calculées, les causes d’une déviation par rapport à des pré-

## II. Matrice de transmission en milieu diffusant

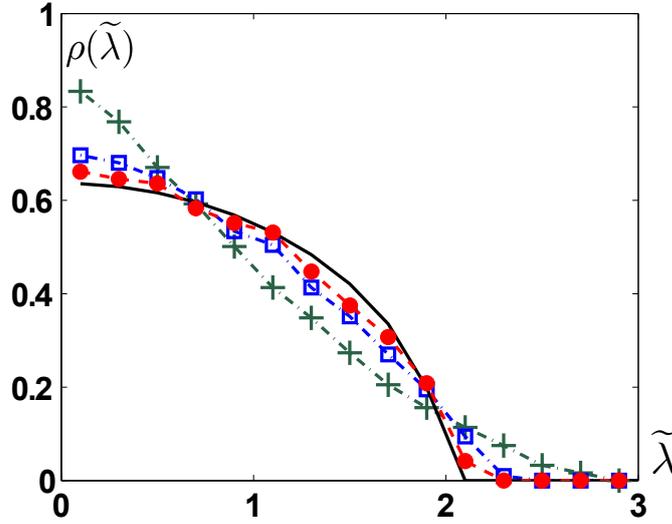


FIGURE II.6 – Distributions de valeurs singulières obtenues par un moyenne sur 16 réalisations du désordre. En ligne continue, loi du quart de cercle prédite par la théorie des matrices aléatoire. Avec + la distribution pour la matrice mesurée  $\mathbf{H}_{obs}$ , avec  $\square$  pour la matrice filtrée et avec  $\bullet$  pour la matrice filtrée avec un élément sur deux retiré pour enlever l’effet de corrélation entre proches voisins.

dictions théoriques peuvent avoir plusieurs origines. Elles peuvent être révélatrices de phénomènes physiques impliqués dans la propagation de la lumière qui modifient les propriétés de la matrice (comme c’est le cas pour l’apparition de composantes balistiques, ce point sera détaillé en partie II.6.1). Les causes de modifications des statistiques de la SVD peuvent aussi être inhérentes à la méthode expérimentale de mesure, comme c’est le cas pour l’effet de la référence.

Nous avons jusqu’ici supposé l’illumination du SLM plane. Afin d’étudier l’effet de l’inhomogénéité de l’illumination, nous agrandissons la partie du faisceau gaussien utilisée pour illuminer le SLM. Dans la figure II.7 nous comparons l’effet de la moyenne sur les lignes, c’est-à-dire l’influence globale de l’ensemble des illuminations sur un pixel de la caméra, et l’effet de la moyenne sur les colonnes, c’est-à-dire l’influence d’un pixel du SLM sur l’ensemble des pixels de la caméra. (b.1.) et (c.1.) représentent sous forme de vecteur et sous forme d’image la moyenne de la matrice sur les colonnes. Nous obtenons une image correspondant au speckle utilisé comme référence. (b.2.) et (c.2.) représentent sous forme de vecteur et sous forme d’image la moyenne de la matrice sur les lignes. L’image obtenue représente la forme de l’illumination. Le fait que la moyenne sur les colonnes ne soit pas constante brise l’hypothèse d’indépendance des coefficients de la MT au même titre que l’effet de l’amplitude du speckle. Afin de quantifier l’influence de ces deux phénomènes sur

## II.2. Mesure de la matrice de transmission

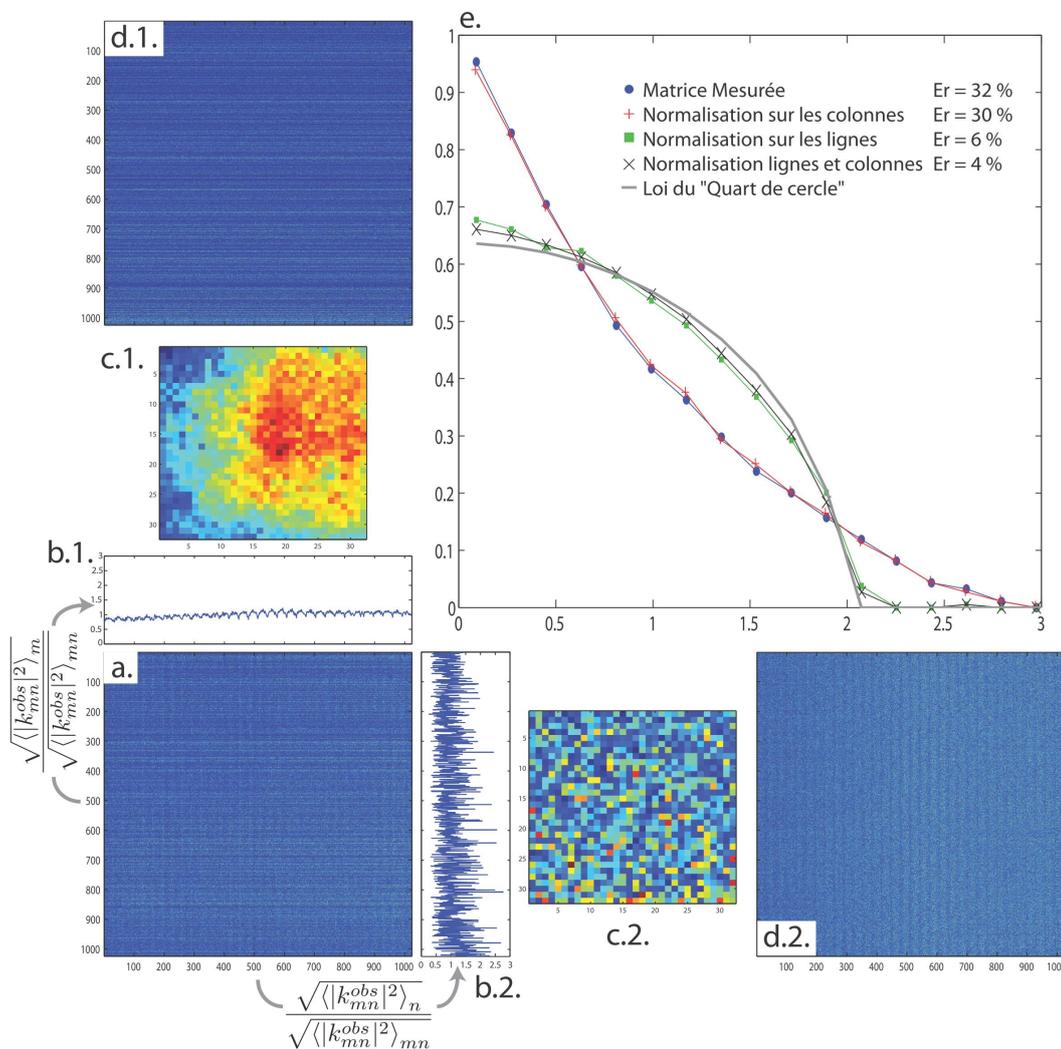


FIGURE II.7 – Corrélations induites en entrée et en sortie de la MT. (a.) représente la matrice observée  $\mathbf{H}_{obs}$ . (b.1.) et (c.1.) représentent sous forme de vecteur et sous forme d'image la moyenne de la matrice sur les colonnes, c'est à dire l'image de sortie obtenue en moyennant sur l'ensemble des vecteurs incidents. (d.1.) représente la MT normalisée par la moyenne sur les lignes. (b.2.) et (c.2.) représentent sous forme de vecteur et sous forme d'image la moyenne de la matrice sur les lignes, c'est-à-dire l'influence de chaque pixel d'entrée sur l'ensemble de l'image de sortie. (d.2.) représente la MT normalisée par la moyenne sur les colonnes. (e.) représente la distribution des valeurs singulières dans les différents cas ; matrice mesurée  $\mathbf{H}_{obs}$  (●), matrice filtrée par la moyenne sur les lignes ■, matrice filtrée par la moyenne sur les colonnes (+) et la matrice avec ces deux filtrages (×). Ces résultats sont comparés à la distribution théorique du « quart de cercle » (en trait plein) et l'erreur quadratique faite par rapport à cette courbe dans chacun des cas est indiquée en encart.

## II. Matrice de transmission en milieu diffusant

la MT, nous traçons en (e) les distributions des valeurs singulières pour la matrice  $\mathbf{K}_{obs}$  ainsi que pour les matrices filtrées par l'amplitude moyenne sur les lignes, sur les colonnes et sur les lignes et les colonnes. Pour chaque cas, nous indiquons l'erreur quadratique par rapport à la loi du quart de cercle. Si l'effet de la référence change de manière drastique la forme de la distribution en apportant plus de 25% d'erreur, l'effet de l'illumination influe peu (environ 2% d'erreur) sur la courbe. Nous négligeons désormais tout effet de la forme de l'illumination et la considérons comme plane.

Nous avons vérifié la loi de Marcenko-Pastur dans le cas d'une matrice carrée ( $M = N$ ), nous allons désormais étudier le cas d'une matrice rectangle. Avec le même montage expérimental, nous enregistrons la MT en fixant le nombre de pixels contrôlés sur le SLM ( $N = 1024$ ) et en faisant varier le nombre de pixels observés sur la caméra ( $M = \gamma N$  avec  $\gamma \in \{1; 1.5; 2; 3; 4; 5\}$ ). Les distributions de valeurs singulières normalisées sont représentées en figure II.8 et suivent qualitativement les prédictions introduites en formule II.4.

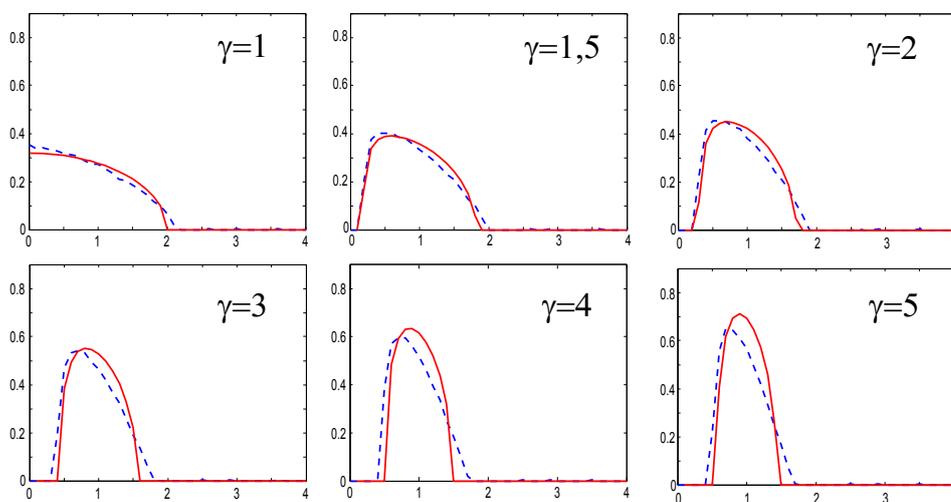


FIGURE II.8 – Distribution des valeurs singulières normalisées pour différentes valeurs du rapport d'asymétrie  $\gamma = 1, 1.5, 2, 3, 4, 5$  et 6. Nous faisons figurer en trait pointillé les résultats expérimentaux et en trait plein les prédictions de la théorie des matrices aléatoires (formule II.4). Les calculs sur les matrices mesurées sont faits en utilisant la matrice filtrée  $\mathbf{H}_{fil}$ .

Nous voyons qu'en augmentant le rapport d'asymétrie  $\gamma$ , la plage des valeurs singulières  $\tilde{\lambda}$  se rétrécit. Physiquement, cela signifie que lorsque  $\gamma$  augmente, les canaux discriminés par la SVD tendent à converger vers une transmission moyenne  $\tilde{\lambda} = 1$ . Lorsque  $M > N$ , nous enregistrons plus d'informations indépendantes en sorties

---

## II.3. Focalisation par conjugaison de phase en milieu diffusant

que le rang de la MT et donc que le nombre de canaux indépendants de la SVD. Il s'en suit un effet de moyenne qui mène à une distribution qui se resserre autour de 1 lorsque  $M$  devient grand par rapport à  $N$ .

Nous remarquons que les distributions expérimentales s'écartent des prédictions théoriques lorsque  $\gamma$  augmente. Pour obtenir des MT avec différentes valeurs de  $\gamma$ , nous enregistrons une grande MT avec  $\gamma = 11$  et créons ensuite des sous matrices de tailles variables en sélectionnant une partition aléatoire des lignes de la MT d'origine. En augmentant  $\gamma$ , nous augmentons les chances d'utiliser les contributions de pixels voisins. Ainsi, plus  $\gamma$  est élevé, plus nous sommes sensibles aux corrélations entre plus proches voisins qui modifient la statistique de la TM. Ceci explique l'écart à la théorie. D'autres effets qui modifient la distribution des valeurs singulières sont évoqués en partie II.6.1.

## II.3 Focalisation par conjugaison de phase en milieu diffusant

Dans le cas général, un speckle observé en sortie d'un milieu multiplement diffuseur peut être vu comme une somme de speckles indépendants issus des différents angles de l'illumination. Si l'on peut contrôler en phase, et de manière indépendante, les différentes composantes du champ incident, il est en particulier possible de toutes les remettre en phase en un point de sortie choisi. Cela revient à compenser en un point la distorsion de phase induite par le milieu pour tous les angles d'incidence. Il s'agit donc d'une opération de conjugaison de phase, introduite en partie I.4.3, appliquée à la focalisation en un point. Avec le montage exposé en figure II.1, il est possible de réaliser une telle opération, soit par une optimisation séquentielle [102] (cf partie II.3.2), soit par la connaissance de la MT (cf partie II.3.3). Si la MT est connue, il est aussi possible de détecter une cible en entrée du système par conjugaison de phase. Nous étudions ici en détail la focalisation et la détection de cibles à travers un milieu multiplement diffuseur.

### II.3.1 Efficacité théorique du système

Dans un système décrit pas une MT comme définie précédemment, les speckles indépendants issus de chacun de vecteurs  $\mathbf{k}$  incidents sont les colonnes de la TM. Focaliser par conjugaison de phase revient à trouver la bonne pondération en en-

## II. Matrice de transmission en milieu diffusant

---

trée pour que la somme des contributions issues des différents vecteurs  $\mathbf{k}$  incidents interfère constructivement en un point voulu.

### Cas idéal

Si  $E_{out}^{cible}$  est le vecteur cible désiré en sortie, correspondant à un champ non nul seulement au point cible, le champ incident à envoyer en entrée pour réaliser la focalisation par CP s'écrit :

$$E^{in} = \mathbf{H}^\dagger . E_{out}^{cible} \quad (\text{II.12})$$

Le champ  $E^{out}$  résultant en sortie s'écrit :

$$E^{out} = \mathbf{H} . E^{in} = \mathbf{H} . \mathbf{H}^\dagger . E_{out}^{cible} \quad (\text{II.13})$$

Nous voyons donc que nous obtenons théoriquement une bonne approximation du champ  $E_{out}^{cible}$  si la matrice  $\mathbf{H} . \mathbf{H}^\dagger$  est proche de l'identité. Cet opérateur est appelé opérateur de retournement temporel. Il n'est pas rigoureusement égal à l'identité mais il est néanmoins approprié à une expérience de focalisation. Nous verrons en partie II.4 pourquoi il n'est pas préférable d'utiliser une opération d'inversion en choisissant  $\mathbf{H}^{-1}$ , qui donne pourtant une focalisation théorique parfaite.

Si l'on désire focaliser la lumière sur le  $j^{\text{ème}}$  pixel de la caméra, le champ cible s'écrit  $e_j^{cible} = 1$  et  $e_m^{cible} = 0, \forall m \neq j$ . Après affichage du masque conjugué de phase en entrée, l'intensité du champ sur le  $m^{\text{ème}}$  pixel de la caméra s'écrit :

$$|e_m^{out}|^2 = \left| \sum_l^N h_{ml} h_{jl}^* \right|^2 \quad (\text{II.14})$$

Pour  $m \neq j$ , l'intensité moyenne ailleurs que sur le point cible s'écrit :

$$\begin{aligned} \langle |e_{m \neq j}^{out}|^2 \rangle &= \left\langle \sum_{l, l'}^{N, N} h_{ml} h_{m l'}^* h_{jl} h_{j l'} \right\rangle \\ &= \left\langle \sum_l^N |h_{ml}|^2 |h_{jl}|^2 \right\rangle + \left\langle \sum_{l \neq l'}^{N, N} h_{ml} h_{m l'}^* h_{jl} h_{j l'} \right\rangle \\ &= N \langle |h_{mn}|^2 \rangle_{mn} + 0 \end{aligned} \quad (\text{II.15})$$

Pour  $m = j$ , l'intensité moyenne sur le point cible s'écrit :

### II.3. Focalisation par conjugaison de phase en milieu diffusant

---

$$\begin{aligned}
 \langle |e_{m=j}^{out}|^2 \rangle &= \left\langle \left( \sum_l^N |h_{jl}|^2 \right)^2 \right\rangle & (II.16) \\
 &= \left\langle \sum_l^N |h_{jl}|^4 \right\rangle + \left\langle \sum_{l \neq l'}^{N,N} |h_{jl}|^2 |h_{jl'}|^2 \right\rangle \\
 &= N(N-1) \langle |h_{mn}|^2 \rangle_{mn}^2 + N \langle |h_{mn}|^4 \rangle_{mn} \\
 &\approx N^2 \langle |h_{mn}|^2 \rangle_{mn}^2 \quad \forall N \gg 1
 \end{aligned}$$

On définit un rapport signal sur bruit en énergie  $RSB$  dans le cas de la focalisation en un point comme le rapport de l'intensité lumineuse sur le point cible par l'intensité moyenne ailleurs. Nous avons :

$$RSB = \frac{\langle |e_{m=j}^{out}|^2 \rangle}{\langle |e_{m \neq j}^{out}|^2 \rangle} \approx N \quad \forall N \gg 1 \quad (II.17)$$

Matriciellement, le champ théorique en sortie lorsqu'on désire focaliser sur le  $j^{\text{ème}}$  pixel de la caméra est donné par la  $j^{\text{ème}}$  colonne de l'opérateur de retournement temporel  $\mathbf{H.H}^\dagger$ . Le  $RSB$  est alors le rapport entre l'amplitude au carré de l'élément  $(j, j)$  de  $\mathbf{H.H}^\dagger$  et la moyenne des amplitudes au carré du reste des éléments de la colonne. Le  $RSB$  moyen sur l'ensemble des points de focalisation possibles est alors donné par le rapport de la moyenne des normes au carré des éléments diagonaux de  $\mathbf{H.H}^\dagger$  par la moyenne des normes au carré de ses éléments hors-diagonaux. Nous avons dit que la focalisation peut être réalisée si  $\mathbf{H.H}^\dagger$  est proche de l'identité. La formule II.17 nous dit que l'opérateur de retournement temporel présente bien une diagonale forte par rapport aux autres éléments.

Nous obtenons des résultats similaires si l'on considère une expérience de détection. Si  $E_{out}$  est le champ de sortie correspondant à masque inconnu en entrée  $E_{in}^{cible}$  que l'on désire mesurer, l'image reconstruite de la cible  $E_{image}$  s'écrit :

$$E_{image} = \mathbf{H}^\dagger . E_{out} = \mathbf{H}^\dagger . \mathbf{H} . E_{in}^{cible} \quad (II.18)$$

Dans le cas de la détection de cible, l'opérateur de retournement temporel s'écrit  $\mathbf{H}^\dagger . \mathbf{H}$ . L'image d'intensité reconstruite pour la détection d'un point unique sur le  $j^{\text{ème}}$  pixel d'entrée s'écrit :

## II. Matrice de transmission en milieu diffusant

---

$$|e_m^{img}|^2 = \left| \sum_l^M h_{lm}^* h_{lj} \right|^2 \quad (\text{II.19})$$

Nous pouvons alors faire des calculs similaires au cas de la focalisation. Le rapport signal sur bruit associé à la reconstruction de la cible, défini comme le rapport de l'intensité de l'image reconstruite du point cible par l'intensité moyenne ailleurs s'écrit :

$$SNR \approx M \quad \forall M \gg 1 \quad (\text{II.20})$$

Nous savons que l'efficacité de la conjugaison de phase est proportionnelle au nombre de degrés de liberté contrôlés. Dans les deux cas de figure analogues de la focalisation sur un point de sortie et de la détection de cible en entrée, le nombre de degrés de liberté  $N_{ddl}$  n'a pas la même valeur. Dans le cas de la focalisation, c'est le nombre  $N$  de pixels indépendants du SLM que contrôle l'expérimentateur pour façonner l'onde en sortie. Dans le cas de la détection, c'est le nombre  $M$  de pixels indépendants mesurés sur la caméra qui gouverne la reconstruction d'une image en entrée du milieu.

### Influence de la modulation de phase seule

Pour réaliser une expérience idéale de focalisation par conjugaison de phase, il est nécessaire de contrôler l'amplitude et la phase de la lumière incidente. Notre montage expérimental utilise un SLM en modulation de phase seule. Pour une expérience de focalisation, nous affichons au pixel  $l$  du SLM uniquement la phase du masque conjugué de phase, soit  $h_{jl}^*/|h_{jl}^*|$ . L'intensité du champ résultant s'écrit alors :

$$\langle |e_m^{out}| \rangle = \sum_l^N h_{ml} \frac{h_{jl}^*}{|h_{jl}^*|} = \sum_l^N |h_{ml}| \quad (\text{II.21})$$

Nous calculons alors séparément l'intensité au point cible  $j$  (somme cohérente) et ailleurs (somme incohérente) de la même façon que dans les formules II.16 et II.15. Nous obtenons :

$$\langle |e_{m \neq j}^{out}|^2 \rangle = N \langle |h_{mn}|^2 \rangle_{mn} \quad (\text{II.22})$$

$$\langle |e_{m=j}^{out}|^2 \rangle \approx N^2 \langle |h_{mn}| \rangle_{mn}^2 \quad \forall N \gg 1 \quad (\text{II.23})$$

### II.3. Focalisation par conjugaison de phase en milieu diffusant

---

Nous avons alors un nouveau rapport signal sur bruit  $SNR_{exp}$  pour ces conditions expérimentales qui s'écrit :

$$SNR_{exp} \approx N \frac{\langle |h_{mn}| \rangle_{mn}^2}{\langle |h_{mn}|^2 \rangle_{mn}} \quad (\text{II.24})$$

Pour un système satisfaisant les hypothèses introduites en partie II.2.4 (éléments de la matrice indépendants à statistiques gaussienne), nous avons  $\langle |h_{mn}| \rangle_{mn}^2 / \langle |h_{mn}|^2 \rangle_{mn} = \frac{\pi}{4} \approx 0.78$ . Ainsi :

$$SNR_{exp} = \frac{\pi}{4} N \approx 0.78N = 0.78N_{ddl} \quad (\text{II.25})$$

#### Influence du speckle de référence

Nous avons fait les calculs pour estimer l'efficacité théorique de la conjugaison de phase lorsque la matrice  $\mathbf{H}$  est connue. Nous avons vu que nous n'avons accès qu'à la matrice  $\mathbf{H}_{obs} = \mathbf{S}_{ref}\mathbf{H}$  par notre méthode de mesure. Celle-ci est influencée par le speckle de référence via une matrice  $\mathbf{S}_{ref}$ . Nous pouvons filtrer les termes d'amplitudes issus du speckle de référence et avoir accès à  $\mathbf{H}_{fil} \propto \mathbf{S}_\phi \mathbf{H}$  (nous oublierons le coefficient multiplicateur pour simplifier l'écriture) avec  $\mathbf{S}_\phi$  une diagonale de termes non nuls  $s_{mm}^\phi$ ,  $m \in [1 : N]$  de module 1. Nous voulons étudier comment la présence de cette référence non uniforme influe théoriquement sur la focalisation par conjugaison de phase.

Le masque envoyé en entrée du système lorsqu'un champ  $E_{out}^{cible}$  est désiré en sortie s'exprime :

$$E^{in} = \mathbf{H}_{fil}^\dagger E_{out}^{cible} \quad (\text{II.26})$$

Le montage interférométrique présenté en figure II.2 nécessite d'utiliser une partie du faisceau d'illumination pour générer la référence. Une fois la MT mesurée, deux solutions sont alors possibles : soit la partie de l'illumination qui génère la référence est masquée lors de l'étape de focalisation, soit celle-ci illumine l'échantillon.

Intéressons-nous dans un premier temps à ce qui se passe lorsque la référence est masquée. Sans la référence, l'opérateur de propagation vue par l'onde incidente est la matrice  $\mathbf{H}$ . Le champ de sortie résultant de l'envoi de  $E^{in} = \mathbf{H}_{fil}^\dagger \cdot E_{out}^{cible}$  s'exprime donc :

## II. Matrice de transmission en milieu diffusant

---

$$E^{out} = \mathbf{H}.E^{in} = \mathbf{H}.\mathbf{H}_{fil}^\dagger.E_{out}^{cible} \quad (\text{II.27})$$

L'opérateur de focalisation est désormais l'opérateur  $\mathbf{H}.\mathbf{H}_{fil}^\dagger$ . Nous désirons une nouvelle fois focaliser la lumière sur le  $j^{\text{ème}}$  pixel de la caméra, nous avons toujours  $e_j^{cible} = 1$  et  $e_m^{cible} = 0, \forall m \neq j$ . Nous recalculons alors de la même manière que pour les équations II.15 et II.16 l'intensité moyenne ailleurs que sur le point focal et sur point focal :

$$\langle |e_{m \neq j}^{out}|^2 \rangle = N \langle |h_{mn}|^2 \rangle^2 \langle |s_{mm}^\phi|^2 \rangle = N \langle |h_{mn}|^2 \rangle^2 \quad (\text{II.28})$$

$$\langle |e_{m=j}^{out}|^2 \rangle \approx N^2 \langle |h_{mn}|^2 \rangle^2 \langle |s_{mm}^\phi|^2 \rangle \approx N^2 \langle |h_{mn}|^2 \rangle^2 \quad \forall N \gg 1 \quad (\text{II.29})$$

Nous voyons que l'efficacité théorique n'est pas affectée, nous avons  $SNR = N$  dans le cas idéal et  $SNR_{exp} \approx 0.78N$  en modulation de phase seule.

Pour atteindre l'efficacité théorique de la formule II.25, il est nécessaire une fois la MT mesurée et le masque conjugué de phase affiché sur le SLM, de cacher la partie de l'illumination qui génère la référence. Il est toutefois pratique de ne pas avoir à modifier physiquement le système au cours de l'expérience. Voyons désormais comment influe la référence si celle-ci illumine l'échantillon pendant l'étape de focalisation. De façon intuitive, le speckle de référence apporte une énergie qui ne participe pas à la conjugaison de phase. On peut donc légitimement supposer qu'il perturbe la focalisation en ajoutant un fond lumineux.

Posons  $N_{tot}$  le nombre de degrés de liberté total, c'est à dire le nombre de degré de liberté accessible à l'expérimentateur si celui-ci contrôle l'ensemble de la zone d'illumination. Le nombre de degrés de liberté réellement contrôlés est  $N = \gamma_{geom}N_{tot}$  avec  $\gamma_{geom}$  le rapport de l'aire illuminée du SLM servant à la focalisation sur l'aire totale illuminée. Nous avons donc  $N$  degrés de liberté qui participent à la focalisation pour  $N_{tot} - N$  qui n'y participent pas. Nous pouvons réécrire le  $RSB$  de focalisation :

$$RSB \approx \frac{N^2 + (N_{tot} - N)}{N_{tot}} \quad (\text{II.30})$$

$$\approx \gamma_{geom}N \quad \forall N \gg 1$$

### II.3. Focalisation par conjugaison de phase en milieu diffusant

---

Pour le montage présenté en figure II.2, la zone totale illuminée du SLM représente un disque tangent aux coins du carré correspondant à la zone contrôlée. Pour cette géométrie, nous avons  $\gamma_{geom} = 2/\pi$ . Ainsi, le  $RSB$  attendu devient :

$$RSB \approx \frac{2}{\pi} N_{ddl} \quad (\text{II.31})$$

En modulation de phase seule, le  $RSB$  attendu expérimentalement s'écrit :

$$RSB_{exp} \approx \left(\frac{\pi}{4}\right) \frac{2}{\pi} N_{ddl} = 0.5 N_{ddl} \quad (\text{II.32})$$

Nous voyons que le fait de laisser la référence pendant l'étape de focalisation ne modifie pas drastiquement la focalisation. Nous choisissons de toujours laisser la partie de l'illumination qui sert à créer la référence.

#### II.3.2 Optimisation séquentielle

A. Mosk et I. Vellekoop [45, 102] ont réalisé les premières expériences de conjugaison de phase optique au travers d'un milieu diffusant. Cette expérience a été faite sans mesurer la MT. Lorsqu'un milieu diffusant est illuminé de façon quelconque, l'intensité transmise résulte de l'interférence des nombreux chemins possibles dans le matériau, donnant naissance à la figure de speckle. Nous montrons en figure II.9 la figure issue de [102] qui montre l'intensité transmise à travers un milieu diffusant lorsque le faisceau incident est focalisé en entrée du milieu.

L'idée de A. Mosk et I. Vellekoop est que si l'on peut contrôler  $N$  portions indépendantes de l'onde en entrée, le champ diffusé par un milieu linéaire résulte de la somme algébrique des  $N$  contributions contrôlables.  $N$  est donc ici égal au nombre de degrés de liberté  $N_{ddl}$ . A l'aide d'un SLM, il est possible de remettre toutes ces contributions en phase en un point donné de façon à y focaliser la lumière. Pour chaque pixel illuminé du SLM, plusieurs valeurs de la phase sont testées et on garde la phase donnant l'intensité la plus forte sur le point cible choisi. Nous présentons en figure II.10 une représentation schématique de l'évolution du champ optique complexe au point cible au cours des étapes de l'optimisation.

## II. Matrice de transmission en milieu diffusant

---

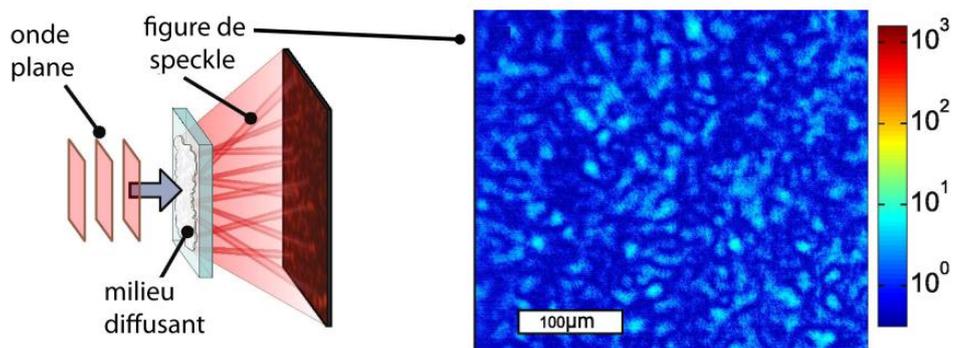


FIGURE II.9 – Milieu diffusant éclairé par un faisceau non optimisé. L'image d'intensité mesurée en sortie est une figure de speckle. D'après [102].

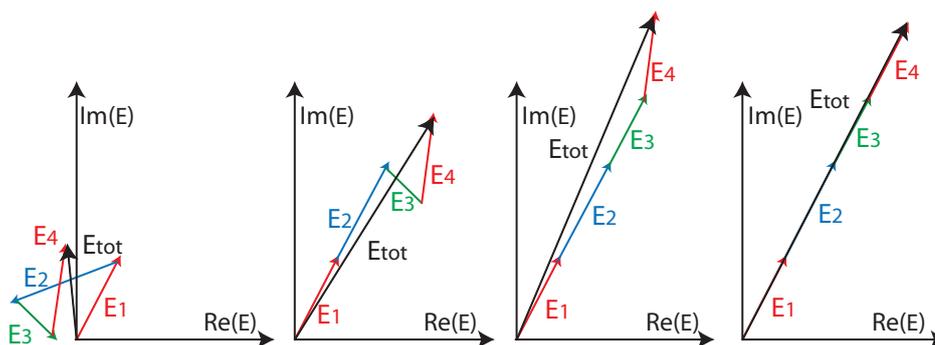


FIGURE II.10 – Représentation schématique du principe focalisation par optimisation séquentielle. En un point de la caméra, les différentes contributions du champ sont successivement remises en phase en testant différentes valeurs de phases en chaque pixel du SLM.

### II.3. Focalisation par conjugaison de phase en milieu diffusant

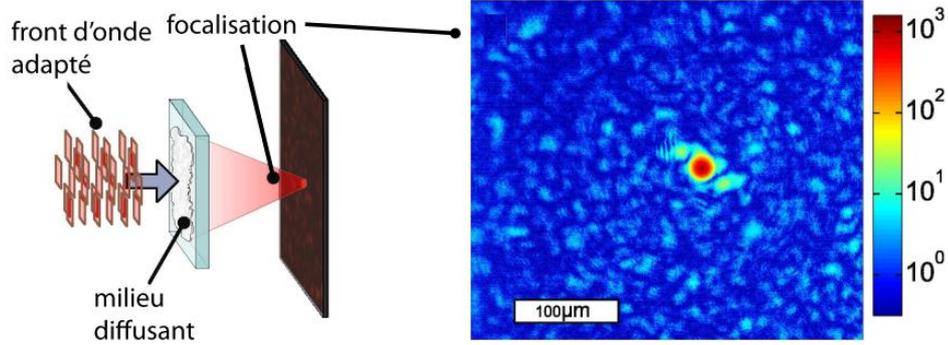


FIGURE II.11 – Milieu diffusant éclairé par le front d’onde adapté trouvé par l’algorithme séquentiel. L’intensité transmise en sortie est focalisée sur le point cible. D’après [102].

Les différentes contributions sont mises en phase une par une, augmentant ainsi l’intensité optique. Ce processus converge vers une opération de conjugaison de phase. Une fois l’optimisation séquentielle terminée, l’intensité au point cible est augmentée d’un facteur proportionnel à  $N_{ddl} = N$ . L’intensité obtenue pour le front d’onde optimisé est représentée en figure II.11.

Pour  $N$  pixels contrôlés sur le SLM, le champ optique  $E_j^{out}$  sur le  $j^{eme}$  pixel de la caméra choisi comme cible s’écrit :

$$E_j^{out} = \sum_n^N h_{jn} E_0 e^{i\phi_n} \quad (\text{II.33})$$

avec  $E_0$  l’amplitude du champ, supposée constante, sur chaque pixel du SLM et  $\phi_n$  la phase imposée sur le  $n^{eme}$  pixel du SLM. Posons  $h_{jn} = |h_{jn}| e^{i\Phi_n}$ ,  $\Phi_n$  est ici la phase introduite par la diffusion multiple au point  $j$  à la composante issue du pixel  $n$  du SLM.

Avant optimisation, l’intensité au point cible s’écrit :

$$I_j^0 = E_0^2 \left| \sum_n^N h_{jn} \right|^2 \quad (\text{II.34})$$

La focalisation est optimale lorsque la phase de chacun des pixels compense la phase introduite par la diffusion multiple au point cible, c’est à dire pour  $\phi_n = -\Phi_n$ . L’intensité du point cible s’écrit alors :

## II. Matrice de transmission en milieu diffusant

---

$$I_{j,opt}^{foc} = E_0^2 \left( \sum_n^N |h_{jn}| \right)^2 \quad (\text{II.35})$$

Pour des variables indépendantes à statistiques gaussiennes, on peut réécrire l'intensité moyenne au point focal [103] :

$$\langle I_{opt}^{foc} \rangle = E_0^2 \left( \sum_{n,n' \neq n}^N \langle |h_{jn}| |h_{jn'}| \rangle_j + \sum_n^N \langle |h_{jn'}|^2 \rangle_j \right) \quad (\text{II.36})$$

$$= E_0^2 \left[ (N-1) \frac{\pi}{4} + 1 \right] = N \frac{\pi}{4} E_0^2 \quad \forall N \gg 1 \quad (\text{II.37})$$

Cette efficacité théorique ne peut être atteinte qu'en testant un nombre de phases  $N_\phi$  infini en chacun des pixel du SLM. Pour  $N_\phi$  valeurs de phases testées régulièrement espacées, l'intensité moyenne au point focal après optimisation s'écrit :

$$\langle I_{N_\phi}^{foc} \rangle = E_0^2 \left( \sum_n^N |h_{jn}| e^{i\Delta\phi_n} \right)^2 \quad (\text{II.38})$$

$$= 2E_0^2 \sum_{n,n' < n}^N \langle |h_{jn}| |h_{jn'}| \cos(\Delta\phi_n - \Delta\phi_{n'}) \rangle_j + E_0^2 \sum_n^N \langle |h_{jn'}|^2 \rangle_j \quad (\text{II.39})$$

avec  $\Delta\phi_n = \phi_n - E \left[ \phi_n \frac{N_\phi}{2\pi} \right] \frac{2\pi}{N_\phi}$ .  $E[X]$  représente la partie entière de  $X$ .  $\Delta\phi$  est donc comprise entre  $-\frac{\pi}{N_\phi}$  et  $\frac{\pi}{N_\phi}$  avec une probabilité constante  $p(\Delta\phi) = \frac{N_\phi}{2\pi}$  indépendante du paramètre  $j$ . On en déduit alors la relation  $\langle |h_{jn}| |h_{jn'}| \cos(\Delta\phi_n - \Delta\phi_{n'}) \rangle_j = \langle |h_{jn}| |h_{jn'}| \rangle_j \langle \cos(\Delta\phi_n - \Delta\phi_{n'}) \rangle_j$  avec  $\langle \cos(\Delta\phi_n - \Delta\phi_{n'}) \rangle_j \propto \sin\left(\frac{\pi}{N_\phi}\right)$ . Finalement, nous pouvons écrire l'intensité optimisée par rapport à la valeur optimale théorique en fonction du nombre de phases testées  $N_\phi$ .

$$\langle I_{N_\phi}^{foc} \rangle / \langle I_{opt}^{foc} \rangle = 2 \left( 1 - \cos\left(\frac{2\pi}{N_\phi}\right) \right) \left(\frac{N_\phi}{2\pi}\right)^2 \quad (\text{II.40})$$

Nous montrons en figure II.12 la courbe théorique et simulée de  $I_{N_\phi}^{foc}$ . La courbe simulée est obtenue en prenant une matrice aléatoire carrée de dimension 100 à variables indépendantes à statistique gaussienne. On réalise numériquement l'algorithme d'optimisation séquentiel. Les deux courbes sont en parfait accord. Pour une efficacité  $I_{N_\phi}^{foc} / I_{opt}^{foc} \gtrsim 95\%$ , le nombre de phase à tester  $N_\phi$  doit être supérieur ou

### II.3. Focalisation par conjugaison de phase en milieu diffusant

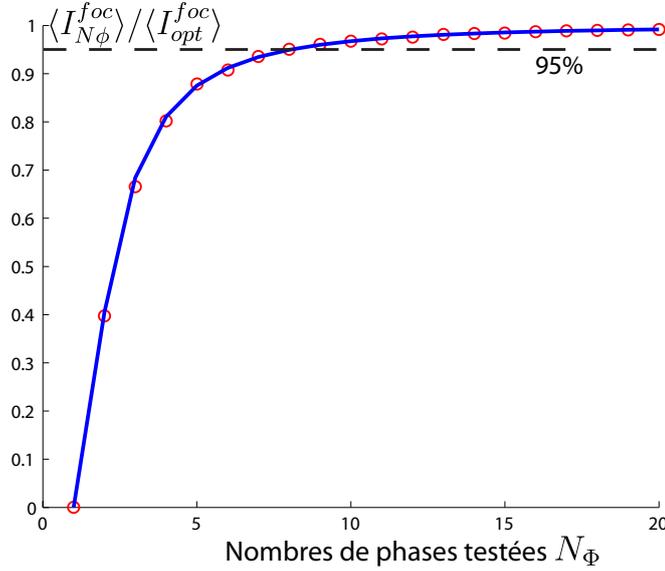


FIGURE II.12 – Efficacité de l’algorithme séquentiel en fonction du nombre de phases testées. En bleu, courbe théorique prédite par la formule II.40, avec  $\circ$  les points obtenus en simulation pour une MT modélisée par une matrice aléatoire carrée de dimension 100 et d’éléments indépendants et identiquement distribués à statistique gaussienne.

égal à 8. Il est donc nécessaire de faire  $8N$  mesures par pixel pour avoir une efficacité de focalisation proche de l’optimum.

Le principal avantage d’un tel algorithme est qu’il n’est aucunement nécessaire de mesurer la phase de l’onde au point cible. Seul un critère énergétique à optimiser permet de converger vers la conjugaison de phase optimale. Cette technique permet en particulier de focaliser sur [8] ou d’imager [104] des sondes fluorescentes. Néanmoins, elle présente l’inconvénient de devoir être réitérée si l’on désire focaliser sur un point distinct de celui déjà optimisé, interdisant par exemple de déplacer un point focal en temps réel.

#### II.3.3 Conjugaison de phase numérique en milieu diffusant

Si l’on a la connaissance de la TM, nous pouvons, sans aucune autre mesure, calculer le masque de phase à afficher sur le SLM pour focaliser en n’importe quel point ou combinaison de points de sortie en utilisant la formule II.12. Pour une matrice mesurée de taille  $256 \times 256$ , en utilisant le montage et les réglages introduits en section II.2.1, nous calculons les masques de phase à appliquer pour focaliser en un point puis en trois points sur la caméra. Les résultats expérimentaux sont présentés

## II. Matrice de transmission en milieu diffusant

---

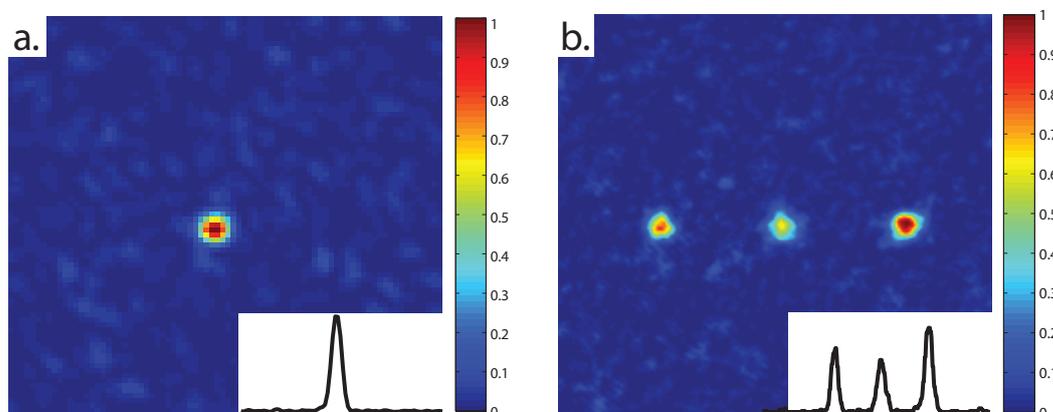


FIGURE II.13 – Résultats expérimentaux de focalisation par conjugaison de phase. Les résultats sont obtenus pour  $N = M = 256$ . Nous représentons les images des intensités mesurées par la caméra après focalisation en un point cible (a.) et en trois points simultanément (b.). Les profils d'intensité sur une ligne horizontale de l'image comprenant le ou les points focaux sont représentés en encart. Le  $RSB$  mesuré est de 56 pour la focalisation en un point et 50 pour la focalisation en trois points.

en figure II.13. Pour ces résultats caractéristiques, nous obtenons un rapport signal sur bruit de 56 pour la focalisation en un point unique et un rapport entre la somme des intensités des trois pics et le reste de l'image de 50 pour la focalisation sur trois points. Nous obtenons une efficacité similaire pour les deux expériences qui correspond à une valeur entre 40% et 44% du rapport signal sur bruit théorique de  $0,5N$ .

Pour tester la détection de cible, nous envoyons un masque d'amplitude en entrée du système puis nous utilisons la formule II.18 pour reconstruire l'image. Les masques d'amplitude consistent en des images avec un, puis deux points brillants sur un fond sombre (idéalement d'amplitude nulle). Une solution consisterait à fabriquer de tels masques, par exemple en perçant des trous dans une plaque opaque. Afin de pouvoir changer rapidement et facilement le masque à envoyer, il est préférable d'utiliser le SLM pour générer l'objet d'amplitude. Le SLM étant utilisé en modulation de phase, nous générons un objet d'amplitude par la différence de deux objets de phase. Cette technique est détaillée en annexe A.2. Nous testons la détection d'une cible unique puis de deux cibles, les résultats de reconstruction sont présentés en figure II.14. Des techniques permettant d'améliorer la reconstruction d'une image seront présentées dans la section suivante.

Nous avons expérimentalement testé la focalisation en différents points de sortie et la détection de cibles en différentes positions d'entrée. Nous désirons néanmoins

### II.3. Focalisation par conjugaison de phase en milieu diffusant

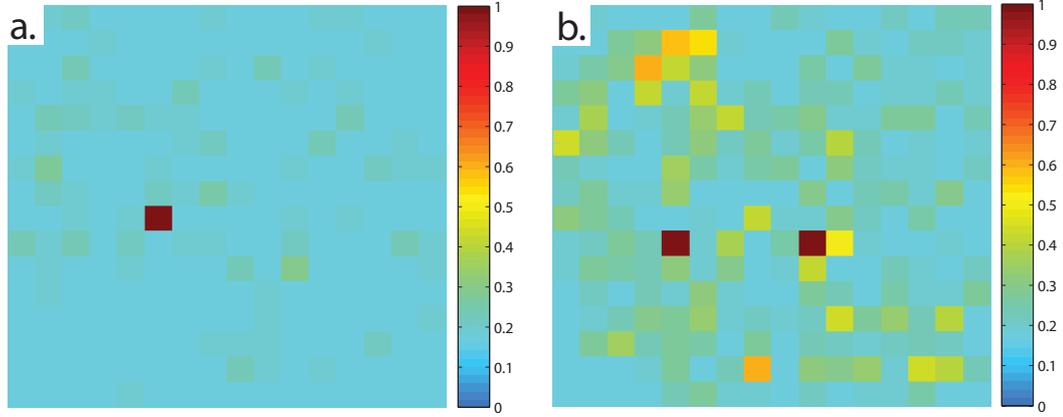


FIGURE II.14 – Résultats expérimentaux de détection de cibles par conjugaison de phase. Les résultats sont obtenus pour  $N = M = 256$ . Nous représentons les images reconstruites pour une cible ponctuelle en entrée (a.) et pour deux cibles (b.).

savoir si il est possible de focaliser partout et de détecter en tout point sans avoir à réaliser toutes les expériences. Nous avons dit dans en section II.3.1 que l'efficacité de la conjugaison de phase est liée à la valeur de la diagonale de l'opérateur de retournement temporel. L'opérateur s'écrit  $\mathbf{H}\cdot\mathbf{H}^\dagger$  dans le cas de la focalisation et  $\mathbf{H}^\dagger\cdot\mathbf{H}$  pour la détection de cibles. Nous présentons en figure II.15 l'allure de ces deux matrices. Dans les deux cas, l'ensemble de la diagonale est forte par rapport au reste de la matrice. Ceci signifie qu'il est possible de focaliser sur l'ensemble des points de sortie et qu'il est possible de détecter un point brillant à n'importe quelle position d'entrée. Sur un grand nombre de matrices mesurées, nous retrouvons le résultat théorique que l'énergie moyenne portée par la diagonale de l'opérateur de retournement temporel est en moyenne  $N$  fois plus forte que l'énergie ailleurs. Pour la matrice présentée en figure II.15 nous calculons la moyenne des carrés des éléments diagonaux divisée par la moyenne des carrés des autres éléments. Elles sont égales à 216 pour  $\mathbf{H}\cdot\mathbf{H}^\dagger$  et 260 pour  $\mathbf{H}^\dagger\cdot\mathbf{H}$ .

Nous désirons ensuite quantifier l'efficacité de la conjugaison de phase expérimentale et la comparer à l'efficacité théorique. Nous nous bornons ici à l'étude de la focalisation. Pour cela, nous réalisons une série d'expériences de focalisation sur cibles uniques et mesurons le  $RSB$  expérimentalement pour différentes valeurs de  $N$ . Dans cette expérience, nous ne masquons pas, après affichage du masque conjugué de phase sur le SLM, la partie de l'illumination correspondant à la référence. L'énergie apportée par la référence ne contribue pas à la focalisation. Afin de minimiser l'effet de la référence, nous mesurons avec la technique des quatre phases pour

## II. Matrice de transmission en milieu diffusant

---

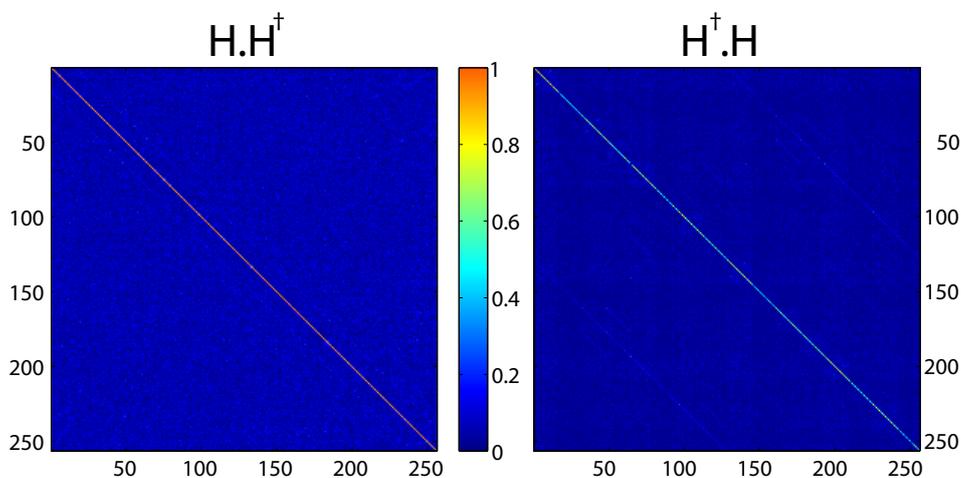


FIGURE II.15 – Allure de la valeur absolue des opérateurs de retournement temporel en focalisation ( $\mathbf{H.H}^\dagger$ ) et en détection ( $\mathbf{H}^\dagger.\mathbf{H}$ )

le masque conjugué de phase en entrée, le champ modulé en sortie. Nous pouvons alors calculer le rapport signal sur bruit de focalisation sur l'amplitude au carré de ce champ modulé. Les résultats sont présentés en figures II.16. Nous obtenons des résultats inférieurs aux prédictions théoriques, mais leur évolution est cependant qualitativement similaire par rapport au nombre  $N$  d'éléments d'entrée. Les résultats obtenus avec la partie modulée sont meilleurs que les résultats obtenus sur les images d'intensité enregistrées avec la caméra car l'effet de la référence est minimisé.

Nous avons jusqu'ici testé une seule technique de reconstruction ou de focalisation : la conjugaison de phase. Nous verrons dans la partie suivante qu'il est possible d'améliorer la reconstruction si on prend en compte le bruit du système.

### II.4 Opérateurs de reconstruction et perturbations

Expérimentalement, il est difficile de s'affranchir du bruit. Dans notre montage, les sources de bruit sont multiples ; fluctuations du laser, fluctuations du milieu, bruit de mesure de la caméra ou encore modulation résiduelle d'amplitude et calibration de la phase du SLM. Du fait de l'erreur faite sur la MT il est nécessaire, aussi bien pour la focalisation que pour la détection d'image, de trouver l'opérateur de reconstruction le plus stable et le plus efficace en présence de bruit. Nous ferons désormais la distinction entre deux sources de perturbations distinctes : le bruit expérimental, inhérent à la mesure, et le bruit de reconstruction, inhérent à l'opé-

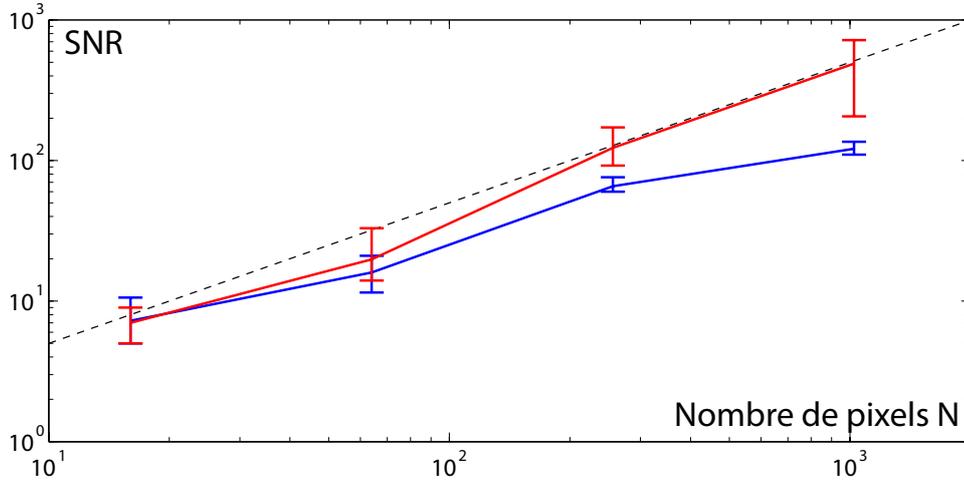


FIGURE II.16 – Rapport signal sur bruit en focalisation en fonction du nombre d’éléments contrôlés  $N$ . Nous représentons le rapport  $SNR$  de l’intensité au point focal divisé par l’intensité ailleurs. En pointillé figure l’efficacité théorique  $SNR = 0.5N$ . En bleu sont représentés les résultats expérimentaux de rapport signal sur bruit de la focalisation en un point, calculés sur l’image obtenue avec la caméra. En rouge sont représentés les résultats expérimentaux obtenus en prenant la norme au carré de la partie modulée uniquement.

rateur utilisé pour la reconstruction du signal. Nous avons jusqu’à présent toujours utilisé l’opérateur conjugaison de phase  $\mathbf{H}^\dagger$  au cours de nos expériences. Nous allons désormais étudier différentes techniques et comparer leur efficacité relative vis-à-vis des deux types de perturbations. Du fait de la réciprocité spatiale, les expériences de focalisation ou de détection sont équivalentes. Notons toutefois que dans le cas de la focalisation, le nombre de degrés de liberté est fixé par le nombre de pixels indépendants contrôlés sur le SLM et dans le cas de la détection d’image par le nombre de pixels indépendants mesurés sur la caméra. Nous nous bornerons dans cette section à l’étude de la détection d’image, plus flexible car n’étant pas limitée par la modulation de phase seule du SLM.

Les situations de problèmes inverses sont courantes dans de nombreux domaines de la physique. Le problème de la transmission optique d’une image à travers un milieu aléatoire est l’exacte l’analogie de la transmission d’informations dans un système multiples entrées / multiples sorties (MIMO en anglais pour Multiple Input / Multiple Output). Ce domaine à été grandement étudié lors des deux dernières décennies depuis l’apparition des techniques modernes de communication sans fil [105]. Des problèmes similaires ont été étudiés en tomographie optique, cohérente [106] ou incohérente [107]. Dans une plus vaste mesure, les problèmes inverses ont beaucoup

## II. Matrice de transmission en milieu diffusant

---

été étudiés théoriquement depuis plus de cinquante ans. A. Tikhonov [108,109] proposa une méthode de régularisation pour les problèmes dits « mal posés », c'est à dire dont la connaissance du système est perturbée. La régularisation de Tikhonov est une méthode qui a été largement transposée dans de nombreux domaines pour approximer la solution d'un problème inverse en présence de bruit [110–113].

### II.4.1 Bruit expérimental

Pour un objet d'amplitude  $E^{obj}$  dans le plan du SLM, le champ mesuré en sorti s'écrit  $E^{out} = \mathbf{H}.E^{in}$ . Un opérateur de reconstruction  $\mathbf{O}$  est efficace si  $\mathbf{O}.E^{out}$  donne une bonne approximation de l'objet envoyé. La première solution évidente est l'opérateur inverse  $\mathbf{H}^{-1}$  dans le cas d'un système symétrique ( $N = M$ ) puisque  $\mathbf{H}^{-1}\mathbf{H} = \mathbf{I}$  avec  $\mathbf{I}$  l'opérateur identité. L'inversion peut être généralisée pour des matrices de dimensions quelconques ( $N \neq M$ ) avec la matrice pseudo-inverse  $[\mathbf{H}^\dagger.\mathbf{H}]^{-1}\mathbf{H}^\dagger$ . Cet opérateur réalise une reconstruction parfaite de  $E^{obj}$  mais n'est en général pas stable en présence de bruit.

Si  $\lambda_i$ ,  $i \in [1 : N]$  sont les valeurs singulières de  $\mathbf{H}$ , les valeurs singulières de  $\mathbf{H}^{-1}$  sont les  $1/\lambda_i$ . Physiquement, l'opérateur inverse augmente l'énergie à travers les canaux de plus faibles transmissions afin de normaliser l'énergie qui transite dans chacun des canaux. Les  $\lambda_i$  les plus faibles sont proches de zéro et donc généralement noyées dans le bruit. Ce sont les  $1/\lambda_i$  correspondantes qui donneront les plus fortes contributions dans  $\mathbf{H}^{-1}$ . Ainsi, l'image reconstruite par l'opérateur inverse bruité sera dominée par le bruit et ne donnera pas une bonne estimation de l'objet à reconstruire.

Un autre opérateur de reconstruction est l'opérateur de retournement temporel. Cette technique a été étudiée pour les ondes acoustiques [2] et électromagnétiques [114]. Le renversement temporel réalisant un filtrage adapté [115], il est stable en présence de bruit car il maximise l'énergie transmise. Contrairement à l'inversion, il profite des fortes valeurs singulières du système en encourageant l'énergie à être véhiculée dans les canaux de plus fortes transmissions. Ainsi, les valeurs singulières noyées par le bruit véhiculent très peu d'énergie et sont donc peu influentes sur l'image reconstruite. L'équivalent monochromatique du retournement temporel est la conjugaison de phase, présentée en partie I.4.3 et déjà utilisée en partie II.3 pour la focalisation et la détection de cibles. La représentation matricielle de cet opérateur est  $\mathbf{H}^\dagger$ . L'opérateur de retournement temporel  $\mathbf{H}^\dagger\mathbf{H}$  dans le cas de la détection d'image présente une forte diagonale, mais présente des éléments hors diagonale non nuls.

## II.4. Opérateurs de reconstruction et perturbations

---

Cela signifie que la fidélité de la reconstruction n'est pas parfaite. Elle dépend en réalité de la complexité de l'image à reconstruire et des propriétés de  $\mathbf{H}$ .

Une solution intermédiaire consiste à utiliser un opérateur qui minimise l'erreur (au sens des moindres carrés) en présence de bruit. Nous appelons cet opérateur MSO (pour Mean Square Optimized operator en anglais) et le noterons  $\mathbf{W}$ . Cette opération est une application de la régularisation de Tikhonov [109] pour les systèmes linéaires perturbés. Il est aussi appelé MMSE (Minimum Mean Square Error equalizer) en télécommunication multi-antennes [111, 112]. Il prend en compte la variance du bruit expérimental pour minimiser l'espérance de l'erreur  $\mathcal{E} \{ [\mathbf{W}.E^{out} - E^{obj}] [\mathbf{W}.E^{out} - E^{obj}]^\dagger \}$ . Pour un bruit expérimental sur la mesure de variance  $N_{O_\sigma}$ ,  $\mathbf{W}$  s'écrit :

$$\mathbf{W} = [\mathbf{H}^\dagger \cdot \mathbf{H} + N_{O_\sigma} \cdot \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{H}^\dagger \quad (\text{II.41})$$

L'opérateur  $\mathbf{W}$  stabilise l'inversion en ajoutant une contrainte dépendante du niveau de bruit. Il est intermédiaire entre l'opérateur d'inversion et l'opérateur de conjugaison de phase. Pour une mesure idéale réalisée sans bruit, l'opérateur MSO s'écrit  $\mathbf{W} = [\mathbf{H}^\dagger \cdot \mathbf{H} + 0 \cdot \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{H}^\dagger = \mathbf{H}^{-1}$ . Nous retrouvons bien que l'opérateur idéal, dans le cas utopique d'un système parfaitement défini et de mesures réalisées sans bruit, est l'opérateur inverse. Si maintenant nous considérons un système extrêmement bruité, le terme dominant dans la somme de l'équation II.41 est  $N_{O_\sigma} \cdot \mathbf{I}$ . On a alors  $\mathbf{W} \approx \mathbf{H}^\dagger$ . Ceci confirme que l'opérateur de conjugaison de phase est le plus stable en présence de bruit élevé. Pour un niveau de bruit intermédiaire, l'opérateur MSO atteint le compromis optimal entre ces opérateurs. Schématiquement, les valeurs singulières bien au-dessus du bruit sont utilisées « comme » avec l'opérateur d'inversion alors que les plus petites valeurs singulières, susceptibles d'être bruitées, sont utilisées « comme » avec l'opérateur de conjugaison de phase.

### II.4.2 Bruit de reconstruction

Nous définissons le bruit de reconstruction comme la perturbation apportée par l'opérateur sur la reconstruction d'une image. Cette perturbation est intrinsèque à la technique de reconstruction utilisée, et apparaît même si la mesure de la matrice est non bruitée. Le seul opérateur à produire théoriquement une reconstruction parfaite, et donc sans bruit de reconstruction, est l'opérateur d'inversion. Néanmoins, nous avons expliqué qualitativement dans la section précédente pourquoi cet opérateur, très sensible au bruit de mesure, n'est pas fiable dans le cas général. La

## II. Matrice de transmission en milieu diffusant

---

conjugaison de phase, moins sensible au bruit expérimental, reconstruit en revanche le signal de manière imparfaite. Nous avons vu en partie II.3.1 que le rapport signal à bruit attendu dans le cas de la détection d'une cible brillante unique à l'aide de cette méthode est proportionnel au nombre de degrés de liberté  $N_{ddl}$ . Pour la reconstruction d'une image, chaque point brillant à reconstruire apporte un bruit proportionnel à  $1/N_{ddl}$  sur le reste de l'image. Autrement dit, la reconstruction de chaque point de l'image perturbe la reconstruction des autres points. Ainsi, le bruit de reconstruction en intensité pour un objet à reconstruire composé de  $N_c$  cibles est proportionnel à  $N_c/N_{ddl}$ . La reconstruction réalisée par la conjugaison de phase n'est pas parfaite et dépend de la complexité de l'image à transmettre. Dans un système symétrique avec  $N = M = N_{ddl}$ , cette limitation interdit la reconstruction d'une image complexe, c'est à dire pour laquelle  $N_c \approx N$ , puisque le bruit de reconstruction est du même ordre de grandeur que le signal utile.

Dans le cas général, nous appelons  $\mathbf{O}$  l'opérateur de reconstruction qui permet d'estimer l'objet  $E^{obj}$  envoyé en entrée par la connaissance du champ de sortie  $E^{out} = \mathbf{H}E^{obj}$ . L'image reconstruite s'écrit  $\mathbf{O}E^{out} = \mathbf{O}\mathbf{H}E^{obj}$ . Pour une MT  $\mathbf{H}$  connue avec exactitude (c'est à dire non affectée par le bruit expérimentale), nous définissons le bruit moyen normalisé de reconstruction en intensité  $N_{rec}$  pour un expérience de détection de cible unique par :

$$N_{rec} = \frac{\langle |\mathbf{O}\mathbf{H}|_{mn}^2 \rangle_{m \neq n}}{\langle |\mathbf{O}\mathbf{H}|_{mn}^2 \rangle_{m=n}} \quad (\text{II.42})$$

$N_{rec}$  est ici le rapport de l'intensité moyenne  $\langle |\mathbf{O}\mathbf{H}|_{mn}^2 \rangle_{m \neq n}$  apporté par l'opérateur de reconstruction en dehors de la position de la cible à détecter, et de l'intensité moyenne  $\langle |\mathbf{O}\mathbf{H}|_{mn}^2 \rangle_{m=n}$  sur la position de la cible. La moyenne est effectuée sur l'ensemble des positions de cibles possibles. Graphiquement,  $N_{rec}$  est l'inverse du rapport de la moyenne des intensités des éléments diagonaux de  $\mathbf{O}\mathbf{H}$  sur la moyenne des intensités ailleurs. C'est donc l'inverse du rapport signal sur bruit moyen pour estimer la qualité de la détection.

Nous étudions désormais le bruit généré par l'opérateur MSO pour différentes valeurs de  $N_{o_\sigma}$ . La figure II.17 montre les valeurs de  $N_{rec}$  obtenues en simulation en fonction de  $N_{o_\sigma}$ . Il est important de noter que pour un  $N_{o_\sigma}$  donné,  $\mathbf{W}$  est l'opérateur optimal dans le cas d'une mesure avec un bruit de variance  $N_{o_\sigma}$ . Dans le cas présent, la MT simulée  $\mathbf{H}$  et le champ  $E_{out}$  sont connus avec certitude, donc non bruités. Dans ce cas l'opérateur idéal est l'inversion, nous désirons ici tester le bruit de reconstruction indépendamment du bruit de mesure. Nous voyons que

## II.5. Vers une reconstruction optimale : augmentation du nombre de degrés de liberté

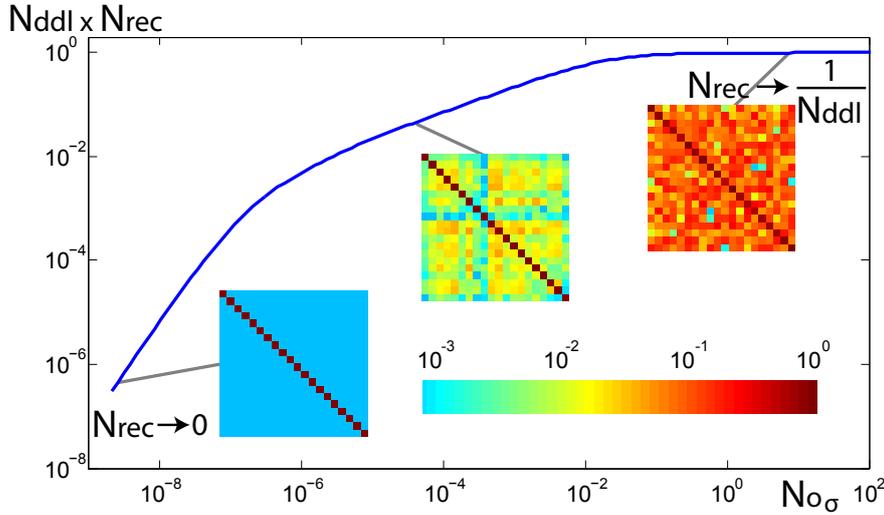


FIGURE II.17 – Bruit de reconstruction en fonction de  $No_\sigma$ . Les résultats sont obtenus par simulation en prenant une MT modélisée par une matrice 20 par 20 d’éléments à statistique gaussienne.  $No_\sigma$  est normalisée par la transmission d’énergie totale  $\sum_k \lambda_k^2$ . En encart, nous montrons l’allure des normes au carré des éléments des matrices  $W \times K$  en échelle logarithmique, pour trois valeurs de  $No_\sigma$ .

pour  $No_\sigma = 0$  (*i.e.* pour l’opération d’inversion), le bruit de reconstruction est nul. Pour  $No_\sigma$  tendant vers une valeur infinie (*i.e.* pour une opération de conjugaison de phase)  $N_{rec}$  tend vers  $1/N_{ddl}$  (ici  $N_{ddl} = M = N$ ). Cette tendance peut être observée en regardant la norme de la diagonale de  $\mathbf{W} \times \mathbf{H}$  par rapport à celle des éléments non diagonaux.

## II.5 Vers une reconstruction optimale : augmentation du nombre de degrés de liberté

Dans l’optique de détecter une image en entrée avec la meilleure précision possible, il est nécessaire de trouver le meilleur compromis entre la sensibilité au bruit expérimental et l’influence du bruit de reconstruction sur l’image reconstruite. L’opérateur optimal sous ces contraintes est l’opérateur MSO introduit en formule II.41. Pour minimiser le bruit de reconstruction pour un opérateur donné, il est possible de jouer sur le nombre de degrés de liberté  $N_{ddl}$ . Pour un objet à reconstruire utilisant un grand nombre  $N_c$  de pixels d’entrée, nous envisagerons deux possibilités : la moyenne sur différentes réalisations et l’augmentation du nombre d’éléments  $M$  enregistrés en sortie.

## II. Matrice de transmission en milieu diffusant

---

### II.5.1 Réalisations virtuelles

La première manière possible pour augmenter « virtuellement »  $N_{ddl}$  est d'effectuer la transmission de la même image à travers différentes réalisations du désordre. Le bruit de reconstruction est différent d'une réalisation à l'autre et une moyenne permet de diminuer les perturbations sur l'image finale. On peut voir cette manipulation comme l'équivalent monochromatique de l'utilisation de signaux large bande [2, 44, 49, 52] où l'on tire avantage des fréquences décorréliées dans la bande passante du signal pour augmenter le nombre de degrés de liberté. Le nombre de degrés de liberté disponible pour la reconstruction d'image est alors  $N_{ddl} = N_s \times N_t$ . Le nombre de degrés de liberté spatiaux  $N_s$  correspond dans notre cas au nombre de récepteurs indépendants. Le nombre de degrés de liberté temporels  $N_t$  correspond au nombre de fréquences décorréliées dans la bande passante  $\Delta\omega$  du signal.

Travaillant en monochromatique, nous n'avons pas accès à une telle richesse spectrale. Il est néanmoins possible de mettre à profit la diversité spatiale du milieu. De la même manière que deux fréquences décorréliées donnent des résultats indépendants, en utilisant un autre échantillon similaire ou une autre portion du même milieu d'étude, nous réalisons des expériences similaires mais pas identiques. En moyennant sur différentes réalisations du désordre nous pouvons ainsi augmenter l'efficacité de la reconstruction. Néanmoins, cette méthode est restrictive car elle nécessite un changement ou un déplacement mécanique ainsi qu'un nouvel apprentissage de la MT pour chaque changement ou déplacement du milieu.

Si nous nous restreignons à la détection d'images en amplitude, une autre manière de changer la MT « vue » par l'objet, et donc d'obtenir des bruits de reconstruction différents, est d'illuminer l'objet avec des masques de phase différents. Ceci est équivalent à transmettre la même image à travers différents canaux du même système. Pour un objet d'amplitude  $E^{obj}$  avec  $e_m^{obj} \in [0, 1]$ , le champ incident effectif sur l'objet est  $\mathbf{S}'_{phi} E^{obj}$  avec  $\mathbf{S}'_{phi}$  une matrice diagonale contenant uniquement des termes de phase représentant l'illumination. Le champ complexe de sortie sur la caméra pour une MT  $\mathbf{H}$  donnée s'écrit :

$$E_{out} = \mathbf{H} \mathbf{S}'_{phi} E_{obj} = \mathbf{H}' E_{obj} \quad (\text{II.43})$$

Avec  $\mathbf{H}' = \mathbf{S}'_{phi} \cdot \mathbf{H}$ . Physiquement, tout se passe comme si le même objet  $E_{obj}$  était transmis à travers un milieu différent. Une autre façon de voir les choses est qu'en changeant  $\mathbf{S}'_{phi}$  (*i.e.* en changeant de « réalisation virtuelle ») nous changeons la pro-

## II.5. Vers une reconstruction optimale : augmentation du nombre de degrés de liberté

---

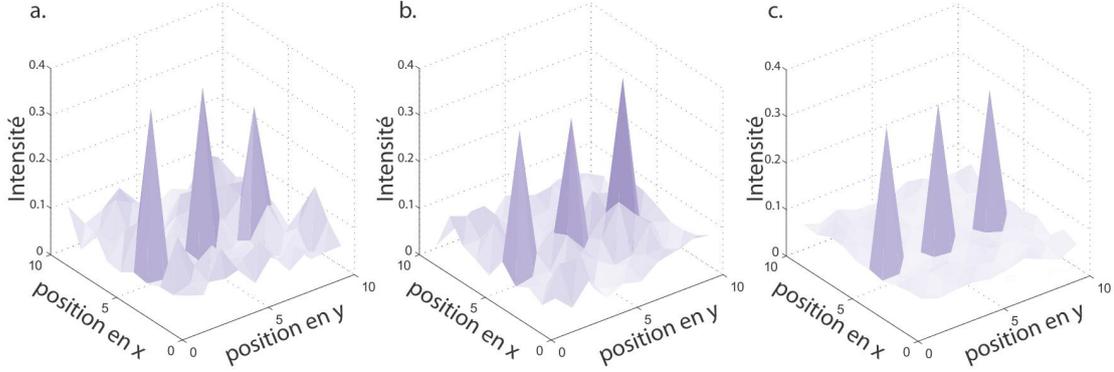


FIGURE II.18 – Comparaison de la reconstruction d’un objet d’amplitude simple pour deux « réalisations virtuelles » différentes (a.) et (b.) et de la reconstruction moyenne sur 10 « réalisations virtuelles » (c.). La simulation est faite avec des MT modélisées par des matrices 100 par 100 d’éléments à statistiques gaussiennes indépendantes. L’objet d’amplitude à reconstruire consiste en trois uniques points d’amplitudes non nulles et égales.

jection de  $E_{obj}$  sur les différents canaux du système. Pour une illumination donnée, l’amplitude de l’objet  $E_{img}$  est estimée par :

$$E_{img} = |\mathbf{W} \cdot E_{out}| = |\mathbf{W} \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{S}'_{phi} \cdot E_{obj}| = |\mathbf{W} \cdot \mathbf{H}' \cdot E_{obj}| \quad (\text{II.44})$$

Avec  $W$  l’opérateur MSO optimal pour la MT  $\mathbf{H}$  avec un niveau de bruit donné. Il suffit alors de changer l’illumination  $\mathbf{S}'_{phi}$  et de moyenner les images  $E_{img}$  obtenues pour diminuer le niveau de bruit.

Pour illustrer cet effet, nous montrons en figure II.18 des résultats de simulation pour la reconstruction d’un objet d’amplitude simple (trois points d’amplitude 1 et le reste à zéro), pour deux illuminations différentes et pour une moyenne sur 10 illuminations. La MT est connue avec exactitude dans la simulation, on ne prend donc pas en compte les perturbations issues du bruit de mesure. Nous voyons que les deux réalisations (a.) et (b.) reproduisent l’objet voulu avec des perturbations différentes mais du même ordre de grandeur. Moyenner sur plusieurs réalisations réduit significativement le bruit sur l’image (c.).

Avec un SLM en modulation de phase seule, il n’est pas possible de générer directement un objet d’amplitude. Nous créons des « objets virtuels » par combinaison de deux masques de phase. Nous utilisons des masques de phase aléatoires différents, nous montrons en annexe A.2 que ceci est équivalent à illuminer un objet d’amplitude avec des fronts d’onde aléatoires en phase.

## II. Matrice de transmission en milieu diffusant

---

Nous utilisons expérimentalement cette technique pour diminuer le bruit de reconstruction. L'image à reconstruire est une image de fleur en niveaux de gris de taille 32 par 32 pixels présentée en figure II.19(a.). Nous mesurons la MT du système avec  $N = M = 1024$ . La première étape pour reconstruire l'image avec la meilleure précision est d'avoir accès à la variance du bruit expérimental  $No_\sigma$  afin de trouver l'opérateur MSO optimal. Pour cela, nous itérons numériquement la méthode de reconstruction pour différentes valeurs de la contrainte de bruit imposée dans l'opérateur MSO (equation II.41). Nous gardons la valeur qui maximise le coefficient de corrélation entre l'image obtenue et l'image envoyée, estimant ainsi la valeur du bruit expérimental. Cette étape nécessite donc une connaissance *a priori* de l'image envoyée. On peut en réalité remplacer cette étape par n'importe quelle technique donnant accès à une estimation correcte de la variance du bruit expérimental. Nous testons la reconstruction pour une seule réalisation et pour 40 réalisations virtuelles grâce aux masques aléatoires. Les images reconstruites sont présentées en figure II.19. Comme attendu, l'inversion est dominée par le bruit et ne permet pas, même après moyenne, de reconstruire l'image envoyée. La conjugaison de phase permet la reconstruction de l'image initiale avec un coefficient de corrélation de 76% après moyenne contre 21% sans moyenne : l'image reste fortement perturbée. Les meilleurs résultats sont obtenus avec l'opérateur MSO optimal, permettant d'atteindre un coefficient de corrélation après moyenne sur 40 réalisations virtuelles de 95% entre l'image reconstruite et l'image initiale (35% sans moyenne). Nous avons vu plus tôt que ces trois opérations ne sont que trois cas particuliers de l'équation II.41 pour plusieurs valeurs de la contrainte de régularisation imposée. Nous présentons en figure II.20 la courbe du coefficient de corrélation entre l'image reconstruite et l'image envoyée en fonction de la valeur de la racine carrée de la contrainte  $No_\sigma$  imposée. Sur la même échelle, nous représentons la distribution de valeurs singulières de la TM. La valeur de  $No_\sigma$  qui maximise l'efficacité de la transmission d'image est théoriquement le niveau de bruit expérimental. Ce sont les valeurs singulières au dessous de ce niveau qui interdisent l'utilisation des techniques d'inversion.

### II.5.2 Augmentation du nombre de points de mesure

Nous avons vu que lorsque l'on choisit correctement la taille des groupements de pixels de la caméra, le nombre de degrés de liberté disponibles pour une expérience de détection est le nombre  $M$  de segments enregistrés sur la caméra. Ainsi, une

## II.5. Vers une reconstruction optimale : augmentation du nombre de degrés de liberté

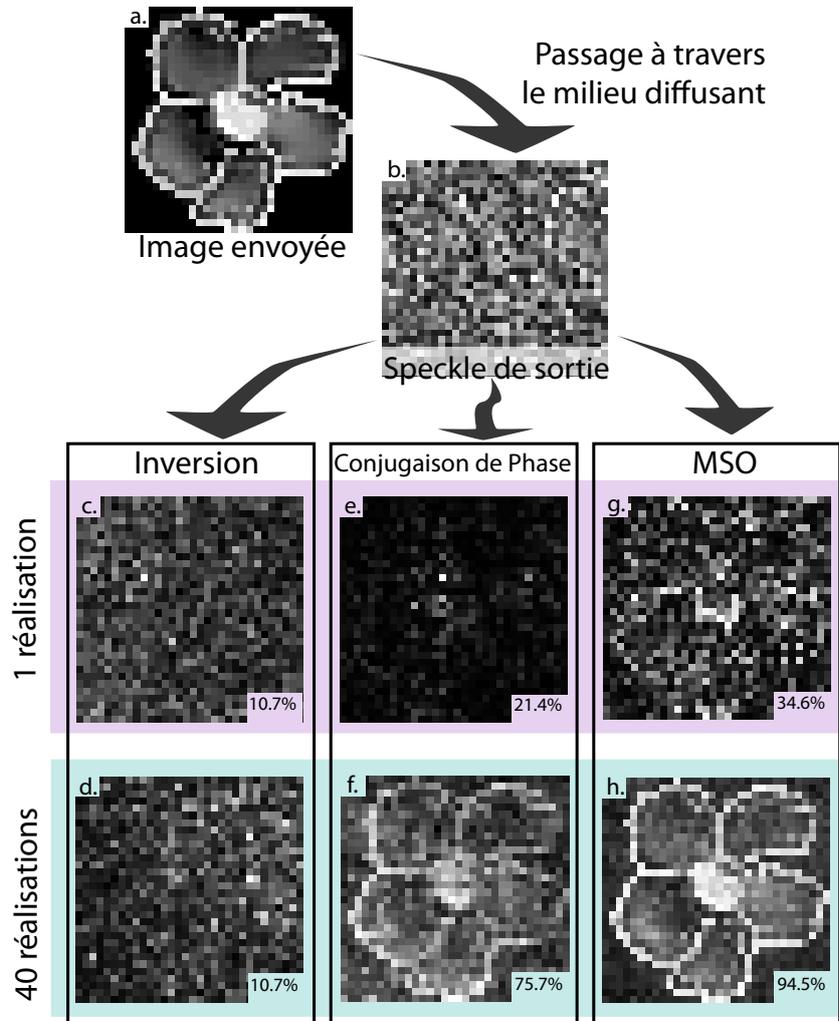


FIGURE II.19 – Comparaison des méthodes de reconstruction pour  $N = M = 1024$  avec et sans moyenne sur les réalisations virtuelles. (a.) objet en niveau de gris envoyé. (b.) figure de speckle enregistrée en sortie du milieu. (c.), (e.) et (g.) images reconstruites obtenues respectivement par inversion, conjugaison de phase et utilisation de l'opérateur optimal MSO avec une seule réalisation. (d.), (f.) et (h.) images reconstruites obtenues par moyenne sur 40 réalisations virtuelles obtenues respectivement par inversion, conjugaison de phase et utilisation de l'opérateur optimal MSO. Les pourcentages en encart indiquent les coefficients de corrélation entre les images reconstruites et l'image envoyée.

## II. Matrice de transmission en milieu diffusant

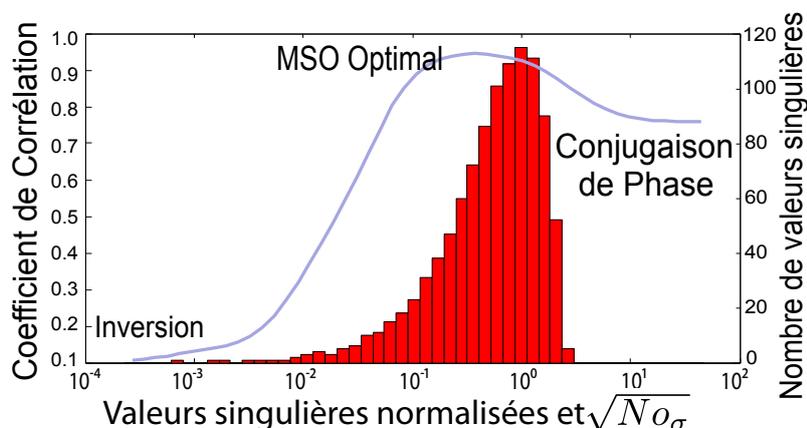


FIGURE II.20 – Influence des canaux de transmission sur la reconstruction d’une image. La courbe représente les coefficients de corrélation entre l’image reconstruite et l’image initiale en fonction de la valeur de  $\sqrt{No_\sigma}$  dans l’opérateur MSO. Les résultats sont obtenus pour une moyenne sur 40 réalisations virtuelles. L’histogramme représente la distribution des valeurs singulières normalisées.  $\sqrt{No_\sigma}$  et les valeurs singulières sont représentées avec la même échelle normalisée en abscisse.

seconde façon d’augmenter  $N_{ddl}$ , et donc la qualité de la reconstruction, est d’élargir la fenêtre d’observation sur la caméra pour enregistrer plus de points en sortie. Lors de la mesure de la MT, le temps nécessaire est proportionnel au nombre  $N$  de segments en entrée puisque le facteur limitant est la fréquence de rafraîchissement du SLM. Ainsi, contrairement à une expérience de focalisation où  $N_{ddl} = N$ , augmenter  $N_{ddl} = M$  pour une expérience de détection n’augmente pas le temps de mesure. En augmentant  $M$ , on modifie le rapport d’asymétrie  $\gamma = M/N$ , changeant ainsi les propriétés statistiques des valeurs singulières de la TM. Nous avons vu en partie II.2.4 qu’en augmentant  $\gamma$  la plage des valeurs singulières normalisées diminue [94, 96]. En particulier, la plus petite valeur singulière non nulle augmente avec  $\gamma$  et s’écrit  $\lambda_{min}^\gamma = (1 - \sqrt{1/\gamma})$ . Une conséquence intéressante est que pour un niveau de bruit raisonnable, il est possible de trouver une valeur de  $\gamma$  pour laquelle toutes les valeurs singulières (et donc les canaux de transmission) sont au-dessus du niveau de bruit. Dans un tel cas de figure, la MT mesurée est très peu sensible au bruit. Puisque qu’aucune valeur singulière n’est noyée par le bruit, une opération de pseudo-inversion peut être utilisée efficacement.

Pour montrer cet effet, nous mesurons expérimentalement la MT de notre système pour plusieurs valeurs de  $\gamma \geq 1$ . Pour chaque MT, nous testons sur une réalisation la reconstruction de l’image de fleur en utilisant l’opérateur MSO et la pseudo-inversion. Les résultats sont présentés en figure II.21. Pour  $\gamma = 1$ , nous sommes en

accord avec les résultats précédents ; l'opérateur MSO donne une image reconstruite qui présente des similarités avec l'image initiale alors que l'image reconstruite par inversion est dominée par le bruit. En augmentant  $\gamma$  et donc  $N_{dat}$ , nous améliorons de façon significative la qualité de l'image reconstruite pour chacune des techniques, et atteignons une efficacité supérieure à 85% pour  $\gamma = 11$ , ceci sans moyenner. Comme attendu, les courbes de fidélité en fonction de  $\gamma$  pour chacune des techniques se confondent lorsque la valeur de  $\lambda_{min}^\gamma$  atteint le niveau de bruit expérimental. Au-dessus de cette valeur, la pseudo-inversion et l'opérateur MSO sont équivalents.

## II.6 Propriétés du milieu et matrices de transmission

### II.6.1 La contribution des ondes balistiques

Dans les expériences précédentes, les plans image et objet respectivement de l'objectif d'illumination et de collection étaient distincts. Si ces deux plans coïncident, en enlevant l'échantillon, un vecteur  $\mathbf{k}$  incident correspond exactement à un vecteur  $\mathbf{k}$  collecté. Ainsi, un pixel du SLM correspond à un pixel de la caméra. Dans une telle situation et avec un milieu diffusant, si une partie suffisante de l'énergie est transmise de façon balistique, il est possible de la détecter dans la MT.

Afin d'observer ces contributions et d'étudier l'efficacité des méthodes de reconstruction en présence de balistique, nous utilisons une zone plus fine ( $< 50\mu m$ ) et moins homogène de notre échantillon avec un système où  $N = M = 1024$ . Nous testons les différents opérateurs utilisés précédemment avec une réalisation et une moyenne sur 40 réalisations virtuelles. Les résultats sont montrés en figure II.22. Nous retrouvons des résultats similaires au cas « sans balistique » pour l'opérateur MSO et pour l'inversion avec respectivement un coefficient de corrélation entre l'image reconstruite et l'image envoyée de 93% et de 11% avec une moyenne sur 40 réalisations. En revanche la conjugaison de phase, même avec moyenne, ne permet de reconstruire l'image qu'avec une corrélation de seulement 31%.

Nous voyons en figure II.22(c.) et (d.) qu'une grande partie de l'énergie du champ reconstruit est localisée en seulement quelques points. Nous suspectons ici un effet lié à d'éventuelles contributions balistiques. Si ces contributions sont suffisamment importantes, les trajets directs associés donnent naissance à des canaux de fortes

## II. Matrice de transmission en milieu diffusant

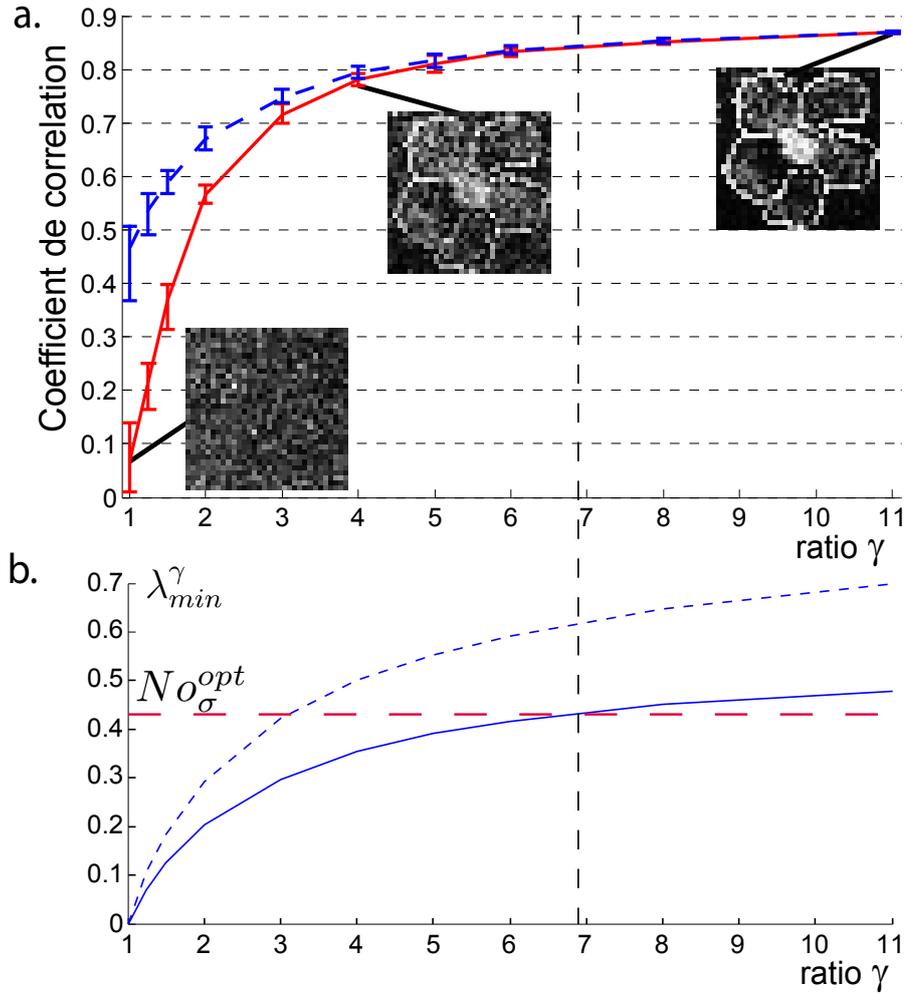


FIGURE II.21 – Influence du nombre de points de mesure sur la reconstruction. (a.) Coefficient de corrélation entre  $E_{img}$  et  $E_{obj}$  en fonction du rapport d'asymétrie  $\gamma = M/N$  pour l'opérateur MSO (trait pointillé) et pour la pseudo-inversion (trait plein). Les résultats sont obtenus sans moyenner. Les barres d'erreur correspondent à la dispersion des résultats sur 10 réalisations. (b.) courbe expérimentale (trait plein) et prédiction théorique de la loi de Marcenko-Pastur [96] (trait pointillé) du comportement de la plus petite valeur singulière normalisée en fonction de  $\gamma$ . La barre horizontale indique l'estimation du niveau de bruit expérimental  $No_\sigma^{opt}$ .

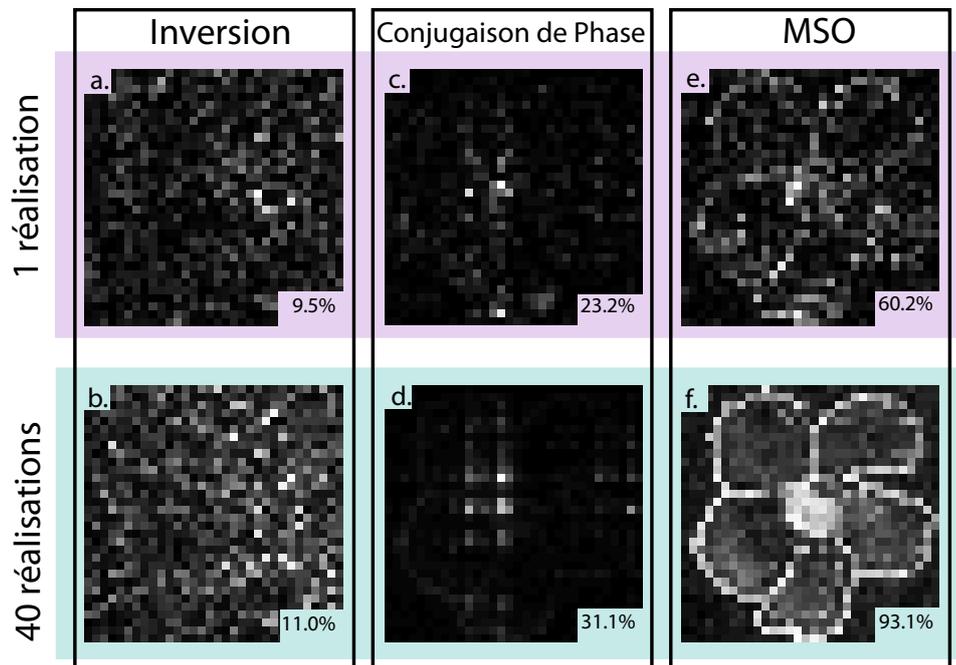


FIGURE II.22 – Comparaison des méthodes de reconstruction en présence de balistique pour  $N = M = 1024$  avec et sans moyenne sur les réalisations virtuelles. (a.), (c.) et (e.) images reconstruites obtenues respectivement par inversion, conjugaison de phase et utilisation de l'opérateur optimal MSO avec une seule réalisation. (b.), (d.) et (f.) images reconstruites obtenues par moyenne sur 40 réalisations virtuelles respectivement par inversion, conjugaison de phase et utilisation de l'opérateur optimal MSO. Les pourcentages en encart indiquent les coefficients de corrélation entre les images reconstruites et l'image envoyée.

## II. Matrice de transmission en milieu diffusant

---

transmissions, liant un vecteur  $\mathbf{k}$  en entrée au même vecteur  $\mathbf{k}$  en sortie, qui peuvent perturber la reconstruction d'image.

Afin de confirmer cette hypothèse, nous étudions la décomposition en valeurs singulières de la TM. La figure II.23 montre les valeurs singulières normalisées pour les deux expériences (avec et sans balistique supposé) et pour une matrice simulée respectant la loi du quart de cercle. Dans le cas où nous suspectons du balistique, deux fortes valeurs singulières ne peuvent pas être expliquées avec une matrice seulement gouvernée par la diffusion multiple.

Nous représentons en figure II.24(b.) l'allure spatiale en énergie du premier et du 200<sup>ème</sup> vecteur singulier d'entrée et de sortie. Le premier vecteur singulier d'entrée (V1) correspond à la forme que doit avoir l'onde en entrée du système (après réflexion sur le SLM) pour transmettre le plus d'énergie vers la sortie du système (la caméra CCD). Le premier vecteur singulier de sortie (U1) correspond à la forme de l'onde qui arrive alors sur la caméra. Nous observons que l'énergie des premiers vecteurs singuliers d'entrée et de sortie est principalement localisée en un point. Dans les fronts d'onde associés, l'énergie est alors fortement portée par un seul vecteur  $\mathbf{k}$ . Dans le cas de la présence d'une forte contribution balistique pour un angle donné, on s'attend à ces résultats (voir schéma II.24(a.)). Nous choisissons ensuite d'observer les vecteurs singuliers d'entrée et de sortie associés à la 200<sup>ème</sup> valeur singulière (sur 1024). Dans notre échantillon diffusant, on s'attend à ce que les valeurs singulières de transmissions moyennes soient totalement dominées par la diffusion multiple, même en présence de balistique dans la MT. Les vecteurs singuliers pour la 200<sup>ème</sup> valeur singulière possèdent une répartition statistique de l'énergie relativement homogène. C'est ce à quoi on s'attend pour la diffusion multiple. Ces résultats confirment l'hypothèse que les canaux de fortes transmissions, inexpliqués par la diffusion multiple, sont dominés par des contributions balistiques. Nous savons que la conjugaison de phase maximise l'énergie dans les canaux de plus forte transmission [115]. Ainsi, les canaux balistiques qui possèdent ici les plus fortes valeurs singulières sont privilégiés dans la reconstruction par conjugaison de phase. Les vecteurs singuliers associés ne sont pas spatialement homogènes en intensité mais présentent au contraire un point de plus forte intensité. Ils ne contribuent pas de façon efficace à la reconstruction d'une image quelconque. L'opérateur MSO optimal n'est pas affecté par ces contributions balistiques puisqu'il ne maximise pas le poids de canaux balistiques (qui ne contribuent pas efficacement à l'image). Nous présentons en figure II.25 à la fois la distribution des valeurs singulières normalisées et l'efficacité de la reconstruction en fonction de  $\sqrt{No_\sigma}$  imposé dans l'opérateur

## II.6. Propriétés du milieu et matrices de transmission

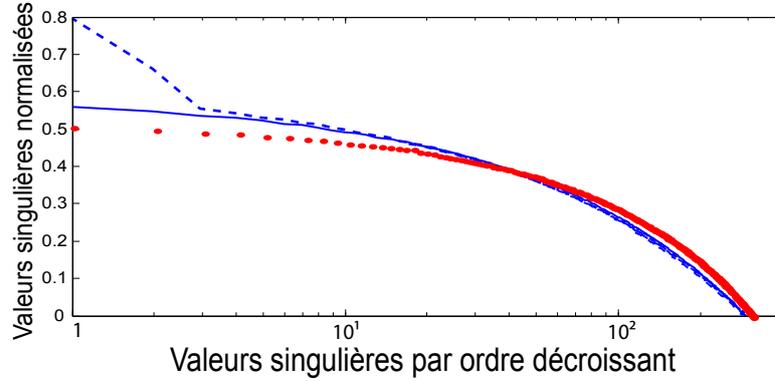


FIGURE II.23 – Mise en évidence des contributions balistiques : distribution des valeurs singulières. (a.) trait pointillé : valeurs singulières normalisées  $\tilde{\lambda}$  triées par ordre décroissant pour une MT obtenue au travers d'une région fine et peu homogène de l'échantillon et dans des conditions expérimentales sensibles au balistique. Trait plein : valeurs singulières normalisées pour une MT obtenue avec une région de  $80\mu\text{m}$  d'épaisseur avec les deux plans focaux séparés de  $0.3\text{ mm}$ .  $\bullet$  : valeurs singulières normalisées pour une MT simulée satisfaisant la loi du quart de cercle.

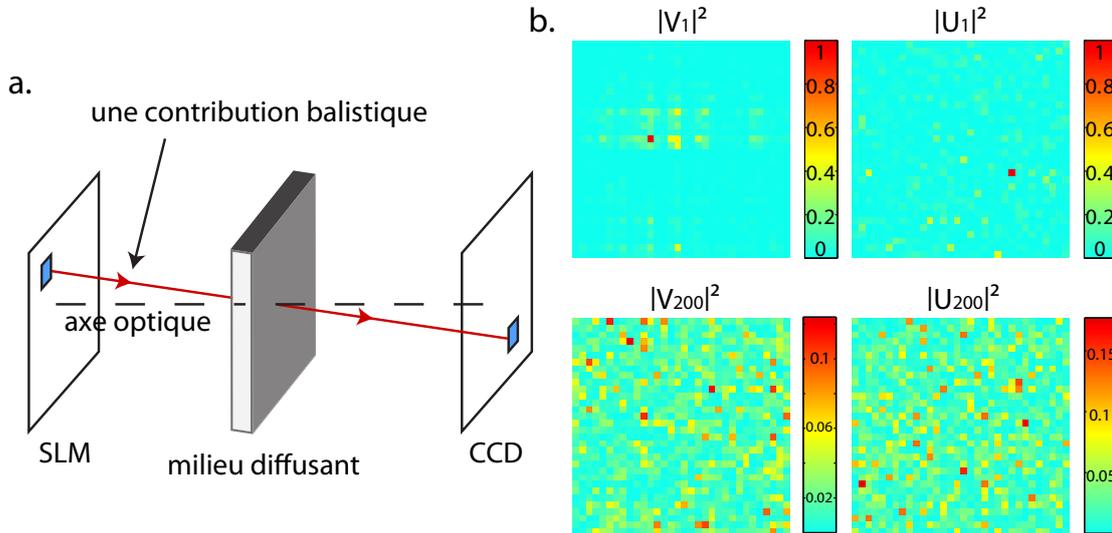


FIGURE II.24 – Mise en évidence des contributions balistiques : allures des vecteurs singuliers. (a.) représentation schématique d'un trajet direct balistique dans le système. (b.) intensité des vecteurs singuliers d'entrée et de sortie du système associés à la première valeur singulière (haut) et à la 200<sup>ème</sup> valeur singulière (bas). Les vecteurs d'entrée (resp. de sortie) sont normalisés.

## II. Matrice de transmission en milieu diffusant

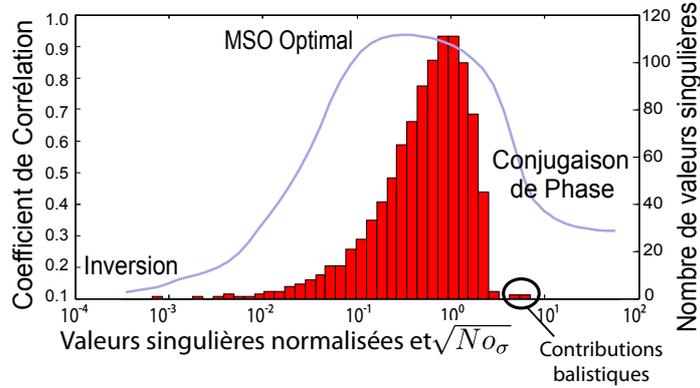


FIGURE II.25 – Influences des contributions balistiques sur la reconstruction d’une image. La courbe représente le coefficients de corrélation entre l’image reconstruite et l’image initiale en fonction de la valeur de  $\sqrt{No_\sigma}$  dans l’opérateur MSO. Les résultats sont obtenus pour une moyenne sur 40 réalisations virtuelles. L’histogramme représente la distribution des valeurs singulières normalisées.  $\sqrt{No_\sigma}$  et les valeurs singulières sont représentés avec la même échelle normalisée en abscisse.

MSO. Le maximum de la courbe de l’efficacité correspond à l’opérateur optimal. Nous voyons que dès lors que la valeur de  $\sqrt{No_\sigma}$  atteint les valeurs singulières associées au balistique, l’efficacité de l’opérateur chute de manière drastique. Ces valeurs singulières sont alors utilisées comme en conjugaison de phase et leur poids important diminue la précision de la reconstruction.

### II.6.2 Corrélation de speckle et effet mémoire

Pour définir les propriétés statistiques de la MT d’un milieu multiplement diffuseur en partie II.2.4, nous avons volontairement mis de côté les effets de corrélations faibles qui peuvent mettre en défaut l’hypothèse d’indépendance des éléments de la matrice. Parmi ces effets négligés, le plus fort et potentiellement observable dans le cas d’un système dominé par la diffusion mutiple (pas de balistique) est l’effet mémoire. Il apporte une corrélation en transmission sur une distance caractéristique  $L_{me}$  qui dépend de la géométrie de l’observation [100]. Pour une taille de grain de speckle  $L_{speckle}$  du même ordre de grandeur ou plus petit que  $L_{me}$ , l’effet mémoire apporte des corrélations dans la MT.

Nous définissons ici  $L_{speckle}$  comme la largeur à mi-hauteur de la fonction d’autocorrélation d’une figure de speckle en intensité et  $L_{me}$  comme la longueur d’atténuation de l’effet mémoire. Ces deux longueurs sont définies sur un plan d’observation donné. La taille de grain de speckle  $L_{speckle}$  dépend de la distance  $D$  entre la surface de

## II.6. Propriétés du milieu et matrices de transmission

---

l'échantillon et le plan d'observation, du rayon  $W$  de la zone illuminée et du nombre d'onde  $k$ . Il s'écrit :

$$L_{speckle} = \frac{2\pi D}{kW} \quad (\text{II.45})$$

$L_{me}$  dépend de  $k$ , de  $D$  et de l'épaisseur  $e$  de l'échantillon. Il s'écrit :

$$L_{me} = \frac{D}{ke} \quad (\text{II.46})$$

Ainsi, pour  $W \gg e$  nous avons  $L_{me} \gg L_{speckle}$ . Ce type de géométrie est intéressant, car il permet d'avoir une cohérence sur des distances bien plus grandes que la taille d'un grain de speckle. En particulier, si l'on apprend à focaliser à travers le milieu sur une tache de la taille du grain de speckle il est possible, en déphasant le masque de phase, de déplacer de façon cohérente la tache focale sans perdre la focalisation. Un tel système a été développé expérimentalement pour scanner des sondes fluorescentes à travers un milieu diffusant [116].

Expérimentalement, nous avons fixé  $D = 1.5 \pm 0.2 \text{ mm}$ ,  $W = 0.5 \pm 0.1 \text{ mm}$  et l'épaisseur de l'échantillon est  $e = 80 \pm 25 \text{ }\mu\text{m}$ . Pour ces conditions, nous nous attendons à avoir le même ordre de grandeur pour les deux longueurs avec  $L_{speckle} \approx L_{me} \approx 1.5 \text{ }\mu\text{m}$ . Chaque colonne de la MT mesurée correspond à l'amplitude complexe de la réponse à une onde plane d'angle d'incidence donné. Il est possible d'obtenir facilement la figure d'intensité pour différents angles. On peut alors calculer la fonction d'inter-corrélation  $f_{(n-n'),j}$  entre deux figures d'intensité pour deux vecteurs d'onde incidents  $\mathbf{k}_n$  et  $\mathbf{k}_{n'}$  :

$$f_{(n-n'),j} = \left\langle \frac{\left( |k_{mn}|^2 \otimes_m |k_{(M-m)n}|^2 \right)_j}{\sum_m |k_{mn}|^2 \times \sum_m |k_{mn'}|^2} \right\rangle_{(n-n')} \quad (\text{II.47})$$

Avec  $\otimes_m$  la convolution spatiale sur la variable  $m$ . Nous utilisons une dimension d'espace pour calculer les fonctions de corrélation et l'autre dimension d'espace pour réaliser une moyenne. Les résultats sont montrés en figure II.26. La taille du grain de speckle correspond à la largeur à mi-hauteur de la fonction d'auto-corrélation, c'est à dire à la fonction de corrélation pour  $n - n' = 0$ . Nous mesurons expérimentalement  $L_{speckle} = 1.3 \pm 0.48 \text{ }\mu\text{m}$ . Lorsque  $n - n' \neq 0$ , nous observons clairement que la corrélation persiste sur une distance supérieure à  $L_{speckle}$ . Cela correspond à l'effet

## II. Matrice de transmission en milieu diffusant

mémoire : la figure de speckle est translatée de manière cohérente sur une distance caractéristique  $L_{me}$ .

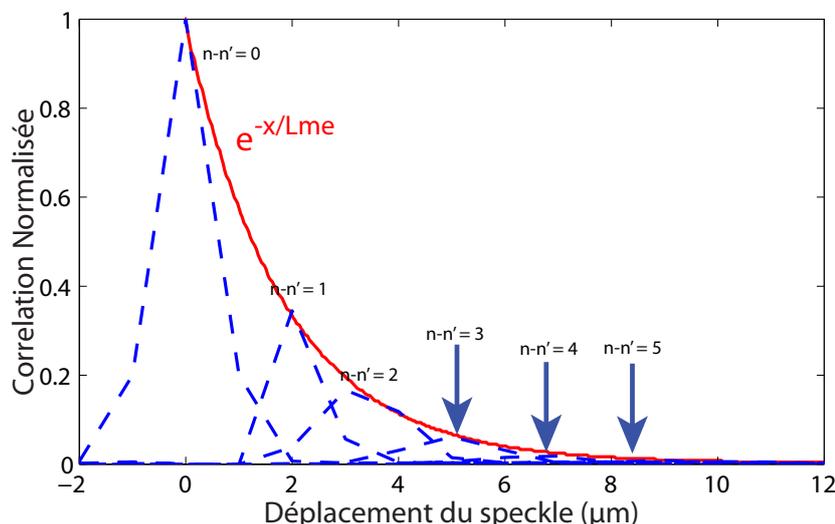


FIGURE II.26 – Fonction d’inter-corrélation pour différentes valeurs de différence d’angle d’incidence. Les courbes sont tracées en fonction de la coordonnée spatiale correspondant au déplacement de la figure de speckle dans le plan d’observation. Les flèches indiquent les maximums de corrélation pour les plus grands déplacements, ils sont peu visibles du fait de la décroissance exponentielle de l’effet mémoire.

Afin de mesurer  $L_{me}$ , nous étudions la fonction  $C(x)$  que nous définissons comme le maximum de la fonction de corrélation entre deux figures de speckle en intensité pour un déplacement  $x$  dans le plan d’observation. Dans une géométrie de type guide d’onde, la théorie prédit [117] le comportement de la décroissance de  $C(x)$  avec  $C(x) \propto \left( \frac{x/L_{me}}{\sinh(x/L_{me})} \right)^2$ . Néanmoins, pour une géométrie ouverte, une décroissance exponentielle en  $C(x) \propto e^{-x/L_{me}}$  est généralement observée [100]. Nous représentons en figure II.27  $C(x)$  en échelle logarithmique. La décroissance observée correspond bien à une décroissance exponentielle. Nous mesurons  $L_{me} = 1.72 \pm 0.13 \mu m$ .

Nous trouvons bien des valeurs du même ordre de grandeur que celui attendu pour  $L_{me}$  et  $L_{speckle}$ . Nous avons montré que nous sommes capables de séparer qualitativement ces deux effets de corrélation courte portée dans la TM et d’estimer leurs grandeurs caractéristiques.

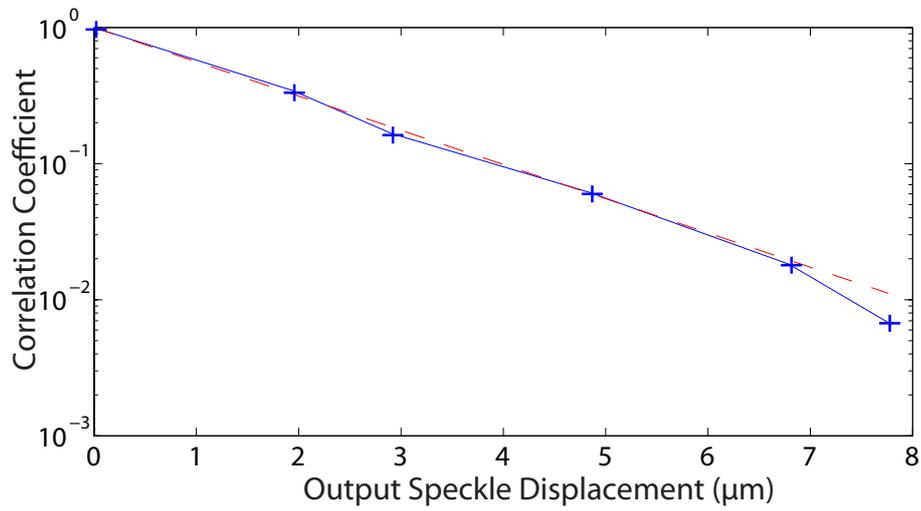


FIGURE II.27 – Décroissance exponentielle de l'effet mémoire. (trait plein) courbe expérimentale du maximum de corrélation  $C(x)$  en fonction du déplacement dans le plan focal. (trait pointillé) interpolation exponentielle  $C(x) = e^{-x/L_{me}}$  avec  $L_{me} = 1.72 \mu\text{m}$ .

### II.7 Conclusion

Nous avons consacré ce chapitre à la mesure, l'étude et l'exploitation de la matrice de transmission d'un milieu diffusant. Pour ce faire, nous avons commencé par présenter le montage expérimental ainsi que les techniques nécessaires à la mesure de ladite matrice. Une fois acquise la possibilité d'avoir accès à la MT, nous avons comparé les mesures expérimentales avec les résultats attendus. Nous avons en particulier, via la décomposition en valeurs singulières, retrouvé les propriétés statistiques prédites par la théorie des matrices aléatoires. Après ces premiers résultats validant la fiabilité de notre système de mesure, nous avons étudié expérimentalement et théoriquement la focalisation et la détection de cibles par conjugaison de phase. Nous pouvons avec succès focaliser en tout point de sortie ou détecter une cible en tout point d'entrée. Néanmoins, nous avons mis en évidence le fait que la conjugaison de phase, efficace pour détecter un ou quelques points en entrée, perd en efficacité lorsque le nombre de points à détecter augmente. Dans l'optique de transmettre des images complexes au travers de milieux complexes, nous nous sommes intéressés aux différents bruits, bruits de mesure et bruit de reconstruction, qui perturbent la détection d'une telle image. Nous avons étudié différents opérateurs de reconstruction vis-à-vis de ces perturbations. Nous avons convergé vers un opérateur optimal qui minimise, pour un bruit expérimental donné, l'erreur faite sur la reconstruction d'une image. Néanmoins, l'utilisation seule de cet opérateur n'est pas suffisante pour reconstruire efficacement une image complexe. Afin d'améliorer l'efficacité de la reconstruction, nous avons augmenté le nombre de degrés de liberté contrôlés. Pour cela, la première solution testée a été de moyenniser sur des réalisations virtuelles obtenues en changeant les fronts d'onde d'illumination. Nous avons été capables de reconstruire une image avec une grande fidélité. Nous avons ensuite augmenté le nombre de degrés de liberté en mesurant un nombre de pixels plus élevé sur la caméra CCD. Une nouvelle fois, nous avons été capables de transmettre une image avec une grande fidélité. Dans une dernière partie, nous avons tenté d'aller plus loin dans l'exploitation de la MT y extrayant des informations sur la physique de la propagation des ondes dans le milieu. Nous avons isolé dans la matrice des contributions balistiques qui apparaissent lorsque le milieu est fin et peu homogène. Nous avons en parallèle étudié l'effet de ces contributions sur la reconstruction d'une image. Nous avons enfin isolé et mesuré l'effet mémoire, qui introduit ici une corrélation de plus longue portée que la taille d'un grain de speckle.

Nous avons avec succès prouvé l'utilité de la description matricielle de la transmission dans un cas donné, la diffusion multiple. Nous allons dans la partie suivante nous placer en réflexion afin d'étudier des conditions différentes, à savoir la diffusion par des particules diluées voire uniques.

## II. Matrice de transmission en milieu diffusant

---

# Chapitre III

## Matrice de réflexion et DORT optique

### III.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons considéré la matrice de transmission d'un milieu multiplement diffusant. Caméra et modulateur de lumière sont placés de chaque côté de l'échantillon. Nous allons voir à présent qu'il est parfois utile de placer les éléments d'émission et de réception du même côté du milieu d'étude. L'onde est émise ou modulée par un ou plusieurs éléments du réseau de transducteurs ou de modulateurs. Celle-ci est au moins partiellement réfléchiée par le milieu et l'onde rétrodiffusée est ensuite mesurée par les éléments du réseau de réception. Cette configuration est notamment utilisée par les échographes, les sonars et les radars. Lorsque cela est possible, comme c'est le cas pour les barrettes de transducteurs piézoélectriques ultra-sonores ou encore les antennes en micro-ondes, les éléments de réception peuvent être les mêmes que ceux d'émission. Nous pouvons alors mesurer l'analogie de la matrice de transmission en rétrodiffusion : la matrice de réflexion (MR) notée  $\mathbf{K}$ . L'étude présentée dans ce chapitre a fait l'objet d'une publication acceptée dans *Physical Review Letters* [118].

Différentes techniques tirent avantage de l'exploitation de la MR. Nous traitons dans cette partie de la technique de Décomposition de l'Opérateur de Retournement Temporel (DORT) qui permet la focalisation sélective sur différents diffuseurs en milieu libre ou aberrateur, ainsi que l'analyse des diagrammes de rayonnement de diffuseurs. Cette technique, initialement développée dans le domaine de l'acoustique par C. Prada [2, 3, 119], a ensuite été appliquée aux micro-ondes [5, 120]. Nous

### III. Matrice de réflexion et DORT optique

---

étendons dans ce chapitre sa validité au domaine des ondes optiques grâce à la mesure expérimentale de la MR optique.

Nous commençons ce chapitre par une présentation de la technique DORT. Nous décrivons comment elle a été développée à partir de l'étude du retournement temporel itératif et comment la mettre en place en pratique grâce à la décomposition en valeurs singulières de la MR. Nous continuons par une étude théorique de l'influence du bruit sur les valeurs et vecteurs singuliers de la MR.

La seconde partie traite de l'application expérimentale de la technique DORT pour la focalisation sélective sur des particules d'or de 100 nm, à travers un milieu aberrateur. Après avoir présenté le montage permettant la mesure de la MR et les objectifs de cette expérience, nous expliquons les difficultés expérimentales de cette mesure. Nous présentons ensuite les résultats expérimentaux obtenus avant d'exposer les perspectives qu'ouvre ce type d'expérience.

Dans une troisième partie, nous évoquons comment la méthode DORT, sans aberrateur, permet d'analyser les diagrammes de rayonnement d'une particule unique. Nous introduisons les enjeux de cette expérience, puis décrivons les calculs théoriques du rayonnement d'une particule de taille petite par rapport à la longueur d'onde et son influence sur la MR. Nous continuons avec la présentation et la discussion des résultats expérimentaux. Nous terminons en évoquant les applications potentielles de cette méthode.

## III.2 La méthode DORT

### III.2.1 Le retournement temporel itératif

L'invention de la méthode DORT découle des expériences de retournement temporel itératif effectuées en ultrason [3, 121, 122]. Nous présentons ici le principe de l'expérience initiale, telle qu'elle a été pensée et réalisée dans le domaine ultra-sonore. Considérons un diffuseur très échogène placé derrière un milieu aberrateur, c'est à dire un milieu qui perturbe un front d'onde incident en modifiant sa phase et son amplitude. Nous plaçons devant le milieu un réseau à  $N$  sources ainsi qu'un réseau à  $M$  récepteurs. Dans le domaine ultrasonore, il est pratique d'utiliser la même barrette pour l'émission et la réception, dans ce cas  $N = M$ . Lorsqu'une impulsion est envoyée par un des transducteurs, le front d'onde émis est déformé par le milieu aberrateur, avant d'atteindre le diffuseur. Celui-ci réfléchit une partie de cette énergie ultra-sonore. La portion du front d'onde qui est rétrodiffusée traverse le mi-

lieu aberrateur et est mesurée par les transducteurs ultrasonores, utilisés cette fois comme récepteurs. Dans un nouvelle phase d'émission, la barrette peut être utilisée comme miroir à retournement temporel, c'est-à-dire que chaque transducteur émet le signal enregistré précédemment dans une chronologie inverse. Par application du principe de retournement temporel, l'onde converge vers sa source initiale, c'est à dire le diffuseur. Le principe d'une telle expérience est présenté en figure III.1.

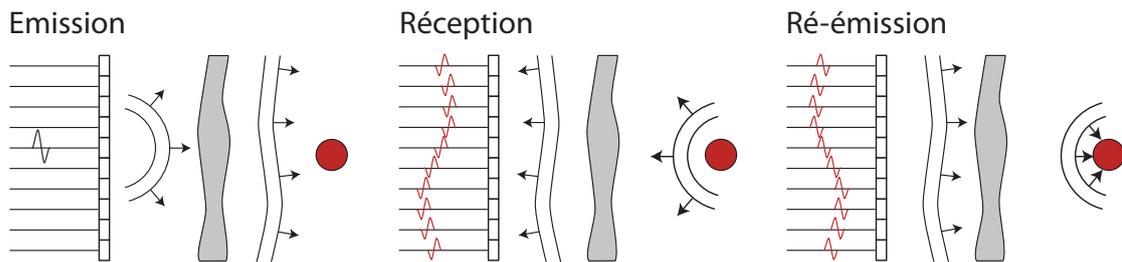


FIGURE III.1 – Principe du miroir à retournement temporel sur cible unique à travers un milieu aberrateur.

Voyons maintenant ce qui se passe en présence de plusieurs diffuseurs et lorsqu'on itère le processus de retournement temporel. Plaçons-nous tout d'abord en espace libre, c'est à dire sans milieu aberrateur. Le même montage que précédemment est utilisé pour l'émission et la réception des signaux ultrasonores. Deux diffuseurs A et B de réflectivité  $a$  et  $b$ , avec  $a > b$ , sont placés environ à la même distance de la barrette. Supposons aussi que l'on puisse négliger tout effet de diffusion multiple, c'est-à-dire  $ab \ll a, b$ . Une impulsion est envoyée par un des transducteurs. Les deux diffuseurs voient un front d'onde de même amplitude et chacun réfléchit une onde d'amplitude respectivement proportionnelle à  $a$  et  $b$ . Le signal mesuré sur les récepteurs contient les signatures des ondes provenant de A et de B, qui ont donc respectivement une amplitude proportionnelle à  $a$  et  $b$ . Ces signaux sont envoyés renversés dans le temps puis l'écho est de nouveau enregistré. Les contributions des diffuseurs A et B sont maintenant proportionnelles à  $a^2$  et  $b^2$ . En itérant  $n$  fois ce processus, l'amplitude relative de l'onde qui focalise sur le diffuseurs A est  $a^n$  alors que celle focalise sur B est  $b^n$ . Puisque  $a > b$ , pour  $n$  suffisamment grand,  $a^n \gg b^n$ . Ce processus de retournement temporel itératif tend donc à converger vers une focalisation sur la cible la plus échogène. Le principe d'une telle expérience est schématisé en figure III.2.

### III. Matrice de réflexion et DORT optique

---

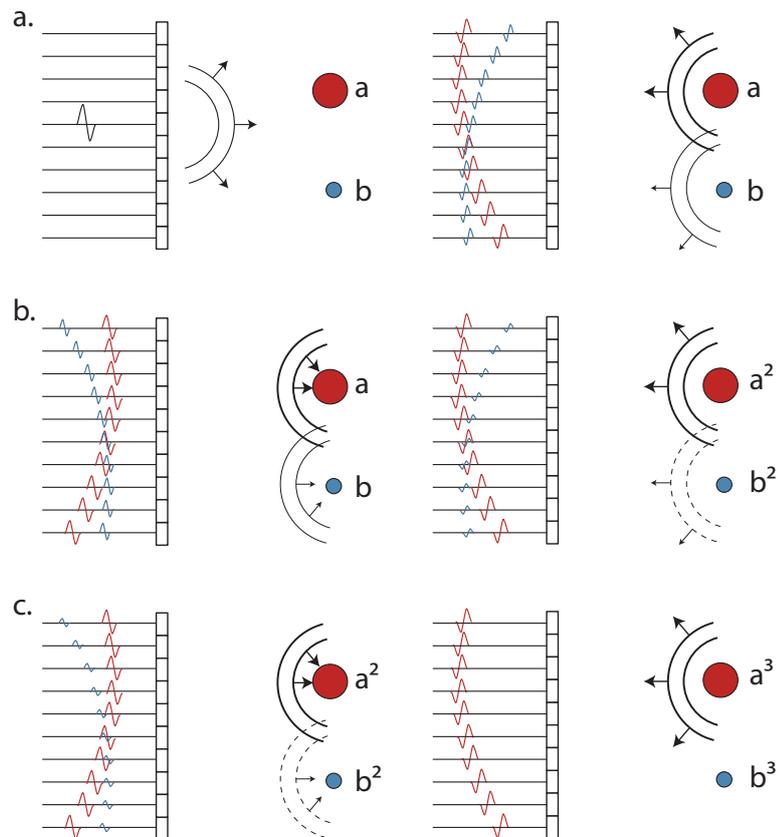


FIGURE III.2 – Principe du retournement temporel itératif en espace libre avec deux cibles. Nous montrons de façon schématique trois étapes d’émission / réception du retournement temporel itératif. Au cours des étapes successives d’enregistrement et d’émission, on tend à focaliser le faisceau ultrasonore sur le diffuseur le plus échogène.

### III.2.2 Les invariants de l'opérateur de retournement temporel

Nous définissons la matrice de réflexion spatio-temporelle  $\mathbf{K}(\mathbf{t})$  de la manière suivante; l'élément  $k_{ij}(t)$  avec  $(i, j) \in [1 : N] \times [1 : M]$  est le signal enregistré par l'élément  $j$  de réception en réponse à une impulsion infiniment brève émise sur l'élément  $i$  d'émission. Sous réserve que la propagation des ondes dans le milieu soit linéaire, le système comprenant le milieu de propagation, la barrette émettrice et la barrette réceptrice (celles-ci étant confondues dans le cas présent) est entièrement décrit par l'ensemble des réponses impulsionnelles inter-éléments  $k_{ij}(t)$ . Pour un signal quelconque émis par l'émetteur  $i$ , noté  $e_i(t)$ , le signal reçu sur le récepteur  $j$ , noté  $r_j(t)$ , est le produit de convolution de la réponse impulsionnelle par  $e_i(t)$ . Nous écrivons :

$$r_j(t) = k_{ij}(t) \otimes_t e_i(t) \quad (\text{III.1})$$

Dans l'espace de Fourier, cette relation s'écrit :

$$r_j(\omega) = k_{ij}(\omega) e_i(\omega) \quad (\text{III.2})$$

Matriciellement, cette expression se résume à :

$$R(\omega) = \mathbf{K}(\omega) E(\omega) \quad (\text{III.3})$$

Avec  $R(\omega)$  le vecteur regroupant l'ensemble des réponses mesurées sur les transducteurs à la pulsation  $\omega$  et  $E(\omega)$  le vecteur représentant l'ensemble des émissions sur les émetteurs. Nous retrouvons la définition de la matrice de réflexion (MR) monochromatique définie en section I.3.2.

Dans le cas où l'émission et la réception se font avec les mêmes transducteurs  $k_{ij}(\omega) = k_{ji}(\omega)$ , ce qui se traduit par la relation de symétrie :  $\mathbf{K}(\omega) = {}^t\mathbf{K}(\omega)$ ,  ${}^t$  indiquant la transposition matricielle. Cette condition n'est pas nécessaire à l'utilisation de la méthode DORT, nous étudierons le cas général où  $M$  et  $N$  sont quelconques et où  $\mathbf{K}$  ne présente pas de symétrie particulière.

Nous nous plaçons désormais à fréquence fixée, nous omettons volontairement la dépendance en  $\omega$ . Reprenons l'exemple de l'expérience de la figure III.2 développé précédemment. A une fréquence donnée, si  $E_0$  est le signal émis par la barrette à la première étape d'émission, le signal total enregistré à la première étape de réception s'écrit  $R_0 = \mathbf{K}E_0$ . En régime monochromatique, retourner le signal temporellement

### III. Matrice de réflexion et DORT optique

---

revient à conjuguer sa phase. Le signal  $E_1$  émis par les transducteurs, initialement utilisés comme récepteurs, est donc le conjugué de phase de  $R_0$ . Nous écrivons  $E_1 = \mathbf{K}^* E_0^*$ . L'onde se propageant en sens opposé, le signal émis à la seconde étape de réception doit donc être multipliée par  ${}^t\mathbf{K}$ , le signal enregistré par les récepteurs s'écrit  $R_1 = {}^t\mathbf{K}\mathbf{K}^* E_0^*$ . A l'étape suivante, nous envoyons le conjugué de  $R_1$  soit  $R_1^* = {}^t\mathbf{K}^*\mathbf{K}E_0 = \mathbf{K}^\dagger\mathbf{K}E_0^*$  avec  $^\dagger$  l'opération transposée conjuguée. Nous retrouvons l'opérateur de retournement temporel  $\mathbf{K}^\dagger\mathbf{K}$  par analogie avec l'étude sur les matrices de transmission du chapitre précédent.

Nous continuons à itérer ce processus. En généralisant les formules précédentes, le signal envoyé à l'étape  $2n$  s'écrit :

$$E_{2n} = (\mathbf{K}^\dagger\mathbf{K})^n E_0 \quad (\text{III.4})$$

Nous avons vu précédemment, dans les expériences réalisées dans le domaine ultrasonore, qu'itérer le processus de retournement temporel converge vers une focalisation sur une cible unique. Le fait que ce processus converge signifie que pour un nombre d'itérations  $n$  grand  $E_{2(n+1)} = \mathbf{K}^\dagger\mathbf{K}E_{2n} \approx E_{2n}$ . Autrement dit,  $E_{2n}$  est un invariant de l'opérateur de retournement temporel  $\mathbf{K}^\dagger\mathbf{K}$ . C. Prada et M. Fink [3, 119] se sont donc penchés sur l'étude de ces invariants. Pour ce faire, ils ont étudié la diagonalisation de l'opérateur de retournement temporel. Nous pouvons écrire :

$$\mathbf{K}^\dagger\mathbf{K} = \mathbf{V}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^\dagger \quad (\text{III.5})$$

où  $\mathbf{\Lambda}$  est une matrice carrée diagonale de taille  $N \times N$  composée des valeurs propres  $\Lambda_i$  de  $\mathbf{K}^\dagger\mathbf{K}$  triées par ordre décroissant ( $\Lambda_1 > \Lambda_2 > \dots > \Lambda_N$ ) et  $\mathbf{V}$  est une matrice unitaire contenant les vecteurs propres  $V_i$ . L'opérateur de retournement temporel est symétrique car  $(\mathbf{K}^\dagger\mathbf{K})^\dagger = \mathbf{K}^\dagger\mathbf{K}$ . Mathématiquement, cela entraîne que les valeurs singulières sont réelles et positives.

Dans l'expérience de retournement temporel itératif, le signal  $E_{2n}$  émis à l'étape  $2n$  peut s'écrire :

$$E_{2n} = \mathbf{V}\mathbf{\Lambda}^n\mathbf{V}^\dagger E_0 \quad (\text{III.6})$$

Pour  $n$  suffisamment grand, nous avons  $\Lambda_1^n \gg \Lambda_2^n \gg \dots \gg \Lambda_N^n$ . Nous pouvons donc écrire :

$$\Lambda^n = \begin{pmatrix} \Lambda_1^n & & & 0 \\ & \Lambda_2^n & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \Lambda_N^n \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} \Lambda_1^n & & & 0 \\ & 0 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{III.7})$$

Ainsi :

$$E_{2n} = \Lambda_1 \begin{pmatrix} V_1 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} (\mathbf{V}^\dagger \cdot E_0) \propto V_1 \quad (\text{III.8})$$

Nous voyons donc que pour  $n$  suffisamment grand, le signal envoyé est bien un invariant de l'opérateur de retournement temporel. Celui-ci est associé à la plus forte valeur propre  $\Lambda_1$ . Physiquement, cette forme d'onde est liée au diffuseur le plus écho-gène puisqu'elle permet de focaliser sur celui-ci. En réalité, dans un cas idéal (sans bruit) et sous certaines conditions que nous évoquerons plus loin dans ce chapitre, les vecteurs propres associés à des valeurs propres non nulles de l'opérateur de retournement temporel sont les formes d'onde qui focalisent sur chacun des diffuseurs. Les valeurs propres  $\Lambda_i$  sont proportionnelles aux réflectivités de ces diffuseurs. Ainsi, en exploitant l'ensemble des vecteurs propres, et non pas seulement le vecteur propre correspondant au diffuseur le plus réflectif, il est possible de détecter et de focaliser sur n'importe lequel des diffuseurs. C'est le principe de la méthode DORT.

On remarque que l'on peut obtenir la diagonalisation de  $\mathbf{K}^\dagger \mathbf{K}$  en réalisant la décomposition en valeur singulière de la MR. Écrire la SVD de  $\mathbf{K}$  revient à écrire :

$$\mathbf{K} = \mathbf{U} \Sigma \mathbf{V}'^\dagger \quad (\text{III.9})$$

Avec  $\mathbf{U}$  et  $\mathbf{V}'$  des matrices unitaires (donc  $\mathbf{U}^\dagger \mathbf{U} = \mathbf{I}$  et  $\mathbf{V}'^\dagger \mathbf{V}' = \mathbf{I}$ ,  $\mathbf{I}$  étant la matrice identité). On en déduit :

$$\mathbf{K}^\dagger \cdot \mathbf{K} = \mathbf{V}' \cdot \Sigma^2 \cdot \mathbf{V}'^\dagger \quad (\text{III.10})$$

On retrouve une expression de la diagonalisation de l'opérateur de retournement temporel similaire à l'équation III.5. Nous avons  $\Lambda = \Sigma^2$ , les valeurs propres de l'opérateur  $\mathbf{K}^\dagger \mathbf{K}$  sont les carrés des valeurs singulières  $\lambda_i$  de la MR.

Afin d'utiliser la méthode DORT pour focaliser sélectivement sur des diffuseurs, il est nécessaire dans un premier temps de mesurer expérimentalement la MR. Il suffit

### III. Matrice de réflexion et DORT optique

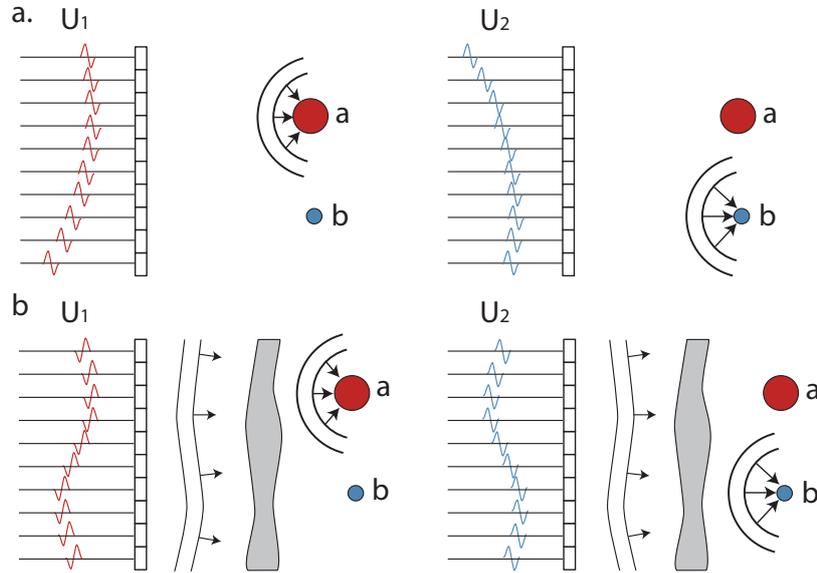


FIGURE III.3 – Principe de focalisation sélective par la méthode DORT en milieu libre (a.) et à travers un milieu aberrateur (b.). En présence de deux diffuseurs, les fronts d’onde associés au vecteurs  $V_1$  et  $V_2$  focalisent respectivement sur le diffuseur le plus échogène et sur le moins échogène.

ensuite de réaliser la SVD de la matrice mesurée : les vecteurs singuliers permettent de synthétiser les fronts d’onde qui focalisent sur les différents diffuseurs.

Les valeurs singulières au carré représentent les coefficients de réflexion en énergie des diffuseurs vus par le système. Le critère de discrimination des différentes contributions dans la SVD est donc un critère sur l’énergie rétrodiffusée. Si on intercale un milieu aberrateur entre les systèmes d’émission/réception et les diffuseurs, tant que le signal enregistré provient uniquement des diffuseurs, toutes les valeurs propres non nulles correspondent aux différents diffuseurs. Les vecteurs singuliers correspondants à ces valeurs singulières permettent alors la focalisation sélective sur chacun des diffuseurs : les fronts d’onde associés sont modifiés pour compenser les effets de l’aberration. Une représentation schématique de la méthode DORT dans le cas de deux diffuseurs en espace libre est représentée en figure III.3(a.) et à travers un milieu aberrateur en figure III.3(b.).

### III.2.3 Influence du bruit sur les valeurs singulières et la technique DORT

Nous avons pour l'instant considéré le cas idéal de la technique DORT, c'est à dire lorsque toute l'énergie rétrodiffusée provient uniquement du ou des diffuseurs et lorsque que la MR est connue parfaitement, c'est-à-dire non bruitée. Nous étudions dans cette section l'influence d'un bruit aléatoire gaussien sur la MR et notamment sur ses valeurs singulières. Pour cela nous considérons la MR  $\mathbf{K}$  d'un système constitué de seulement deux diffuseurs. On suppose que la MR possède deux valeurs singulières non nulles  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  (avec  $\lambda_1 > \lambda_2$ ) correspondant aux deux diffuseurs. Pour modéliser le bruit expérimental, nous ajoutons une perturbation représentée par une matrice  $\mathbf{B}$  dont les éléments sont indépendants et identiquement distribués selon une loi gaussienne complexe de variance  $\sigma_b^2$ . Nous écrivons la matrice mesurée  $\mathbf{K}_b = \mathbf{K} + \mathbf{B}$ . Nous prenons  $\mathbf{K}$  carrée de dimension  $N \times N$ .

Nous nous plaçons dans l'hypothèse de faible bruit, donc avec  $\sigma_b \ll \lambda_1, \lambda_2$ , nous détaillerons plus tard les conditions exactes de validité de nos calculs. La décomposition en valeurs singulières de  $\mathbf{K}$  s'écrit  $\mathbf{K} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^\dagger$  avec  $V_i$  les vecteurs propres. Puisque l'opérateur admet seulement deux valeurs singulières non nulles et non dégénérées, seuls  $V_1$  et  $V_2$  sont déterminés et la décomposition n'est pas unique. Tout jeu de vecteurs, orthogonaux entre eux, normés et orthogonaux à  $V_1$  et  $V_2$  peut constituer le reste de la matrice  $\mathbf{V}$ .

Pour  $\lambda_1 \gg \sigma_b$  et  $\lambda_2 \gg \sigma_b$ , nous avons en première estimation :

$$(\mathbf{\Sigma} + \mathbf{B}')V_1 \approx \lambda_1 U_1 \quad (\text{III.11})$$

$$(\mathbf{\Sigma} + \mathbf{B}')V_2 \approx \lambda_2 U_2 \quad (\text{III.12})$$

En première approximation, les deux premières valeurs singulières sont conservées. Les valeurs singulières suivantes, générées par le bruit, sont les valeurs singulières d'une matrice de dimension  $N - 2$  dont les coefficients suivent les mêmes lois statistiques que les éléments de  $\mathbf{B}$ . Pour un bruit gaussien, on s'attend donc à ce que les faibles valeurs singulières  $\lambda_{i,i>2}^b$  de  $\mathbf{K}_B$  présentent une densité de probabilité qui suit la loi du quart de cercle [96] avec :

$$\rho(\lambda_{i,i>2}^b) = \frac{4}{\pi \lambda_m} \sqrt{\lambda_m^2 - \lambda_{i,i>2}^b} \quad \text{si } 0 < \lambda_{i,i>2}^b < \lambda_m \quad (\text{III.13})$$

avec  $\lambda_m = 2\sqrt{N - 2}\sigma_b$ .

### III. Matrice de réflexion et DORT optique

---

Nous avons vu qualitativement que les valeurs singulières significatives sont peu modifiées par un bruit faible. Lorsque le bruit augmente, mais reste faible par rapport aux valeurs singulières de  $\mathbf{K}$ , on doit prendre en compte son effet sur les premières valeurs propres et les premiers vecteurs propres.

Pour estimer cet effet plus précisément, nous écrivons l'opérateur bruité  $\mathbf{O}_b = \mathbf{K}_b^\dagger \mathbf{K}_b$  sous la forme de la somme de l'opérateur de retournement temporel  $\mathbf{K}^\dagger \mathbf{K}$  et d'un terme de perturbation :

$$\mathbf{O}_b = \mathbf{K}^\dagger \mathbf{K} + \mathbf{W} \quad (\text{III.14})$$

avec  $\mathbf{W} = \mathbf{B}^\dagger \mathbf{K} + \mathbf{K}^\dagger \mathbf{B} + \mathbf{B}^\dagger \mathbf{B}$ . On peut alors appliquer la théorie des perturbations pour estimer les premières valeurs propres de  $\mathbf{O}_b$  (donc les valeurs singulières au carré de  $\mathbf{K}_b$ ). Au second ordre en  $\sigma_b^2$ , nous pouvons écrire les valeurs propres  $\lambda_i^{b^2}$ ,  $i \in \{1, 2\}$  :

$$\lambda_i^{b^2} = \lambda_i^2 + V_i^\dagger \mathbf{W} V_i + \sum_{k \neq i}^N \frac{|V_k^\dagger \mathbf{W} V_i|^2}{\lambda_i^2 - \lambda_k^2} + O(\sigma_b^4) \quad i \in \{1, 2\} \quad (\text{III.15})$$

Pour étudier le comportement des deux premières valeurs singulières, nous nous intéressons au comportement de leurs valeurs moyennes. Celles-ci s'écrivent :

$$\begin{aligned} \langle \lambda_1^{b^2} \rangle &= \lambda_1^2 + \langle V_1^\dagger \mathbf{W} V_1 \rangle + \sum_{k=3}^N \frac{\langle |V_k^\dagger \mathbf{W} V_1|^2 \rangle}{\lambda_1^2} \\ &+ \frac{\langle |V_2^\dagger \mathbf{W} V_1|^2 \rangle}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} + O(\sigma_b^4) \end{aligned} \quad (\text{III.16})$$

$$\begin{aligned} \langle \lambda_2^{b^2} \rangle &= \lambda_2^2 + \langle {}^t V_2^* \mathbf{W} V_2 \rangle + \sum_{k=3}^N \frac{\langle |V_k^\dagger \mathbf{W} V_2|^2 \rangle}{\lambda_2^2} \\ &+ \frac{\langle |V_1^\dagger \mathbf{W} V_2|^2 \rangle}{\lambda_2^2 - \lambda_1^2} + O(\sigma_b^4) \end{aligned} \quad (\text{III.17})$$

Les termes moyens donnent  $\langle V_i^\dagger \mathbf{B}^\dagger \mathbf{K} V_i \rangle = \langle V_i^\dagger \mathbf{K}^\dagger \mathbf{B} V_i \rangle = 0$  et  $\langle V_i^\dagger \mathbf{B}^\dagger \mathbf{B} V_i \rangle = N \sigma_b^2$ . Les termes d'ordre 2 sont liés aux moyennes quadratiques des éléments de  ${}^t \mathbf{V} \mathbf{W} \mathbf{V}$ .

On remarque que  $V_k^\dagger \mathbf{B}^\dagger \mathbf{K} V_i = \lambda_i V_k^\dagger \mathbf{B}^\dagger U_i$  et que  $V_k^\dagger \mathbf{K}^\dagger \mathbf{B} V_i = \lambda_k U_k^\dagger \mathbf{B} V_i^\dagger$  pour  $i \in \{1, 2\}$ . On peut alors calculer les moyennes quadratiques des différents termes :

$$\left\langle \left| V_k^\dagger \mathbf{B}^\dagger \mathbf{K} V_i \right|^2 \right\rangle_{i=1,2} = \lambda_i^2 \sigma_b^2 \quad (\text{III.18})$$

$$\left\langle \left| V_2^\dagger \mathbf{K}^\dagger \mathbf{B} V_1 \right|^2 \right\rangle = \lambda_2^2 \sigma_b^2 \quad (\text{III.19})$$

$$\left\langle \left| V_1^\dagger \mathbf{K}^\dagger \mathbf{B} V_2 \right|^2 \right\rangle = \lambda_1^2 \sigma_b^2 \quad (\text{III.20})$$

$$\left\langle \left| V_k^\dagger \mathbf{K}^\dagger \mathbf{B} V_i \right|^2 \right\rangle_{k>2} = 0 \quad (\text{III.21})$$

${}^t V_i^* \mathbf{B}^\dagger \mathbf{B} V_i = (\mathbf{B} V_i)^\dagger \mathbf{B} V_i$  suit la même loi statistique que  $\mathbf{B}^\dagger \mathbf{B}$ . Pour  $\mathbf{B}$  une matrice d'éléments indépendants, de statistique gaussienne et de variance  $\sigma_b^2$ , nous avons vu dans le chapitre précédent (section II.3.1) que les éléments hors diagonaux ont une moyenne quadratique de  $N\sigma_b^4$ , ainsi :

$$\left\langle \left| V_k^\dagger \mathbf{B}^\dagger \mathbf{B} V_i \right|^2 \right\rangle_{k \neq i} = N\sigma_b^4 \quad (\text{III.22})$$

On peut montrer que les trois membres de  ${}^t V_k^* \mathbf{W} V_i$  ont des statistiques indépendantes et sont à moyennes nulles. Par conséquent nous pouvons faire la somme des moyennes quadratiques des trois termes dans les équations III.16 et III.17. On obtient :

$$\begin{aligned} \langle \lambda_1^{b^2} \rangle &= \lambda_1^2 + N\sigma_b^2 + \frac{(N-2)}{\lambda_1^2} [\lambda_1^2 \sigma_b^2 + N\sigma_b^4] \\ &+ \frac{[\lambda_1^2 \sigma_b^2 + N\sigma_b^4 + \lambda_2^2 \sigma_b^2]}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} + O(\sigma_b^4) \end{aligned} \quad (\text{III.23})$$

$$\begin{aligned} \langle \lambda_2^{b^2} \rangle &= \lambda_2^2 + N\sigma_b^2 + \frac{(N-2)}{\lambda_2^2} [\lambda_2^2 \sigma_b^2 + N\sigma_b^4] \\ &- \frac{[\lambda_2^2 \sigma_b^2 + N\sigma_b^4 + \lambda_1^2 \sigma_b^2]}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} + O(\sigma_b^4) \end{aligned} \quad (\text{III.24})$$

Pour des termes perturbatifs faibles par rapport à  $\lambda_i$ ,  $i \in 1, 2$ , on peut écrire  $\langle \lambda_1^{b^2} \rangle \approx 2\lambda_1 \langle \lambda_1^b \rangle - \lambda_1^2$ . En négligeant les termes en  $N\sigma_b^4$  et  $N^2\sigma_b^4$ , pour  $N \gg 1$  on obtient finalement :

### III. Matrice de réflexion et DORT optique

---

$$\langle \lambda_1^b \rangle \approx \lambda_1 + \frac{N\sigma_b^2}{\lambda_1} + \frac{1}{2\lambda_1} \frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} \sigma_b^2 \quad (\text{III.25})$$

$$\langle \lambda_2^b \rangle \approx \lambda_2 + \frac{N\sigma_b^2}{\lambda_2} - \frac{1}{2\lambda_2} \frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} \sigma_b^2 \quad (\text{III.26})$$

On voit que l'on satisfait l'hypothèse de faibles perturbations pour  $N\sigma_b^2 \ll \lambda_1^2, \lambda_2^2$  et  $\frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} \sigma_b^2 \ll \lambda_1^2, \lambda_2^2$ . On suppose désormais que ces hypothèses sont respectées.

Pour  $N$  grand, on estime la troisième valeur singulière par la borne supérieure  $\lambda_m^b$  des valeurs singulières apportées par le bruit dans la formule III.13, nous obtenons :

$$\langle \lambda_3^b \rangle \approx 2\sqrt{N-2}\sigma_b \approx 2\sqrt{N}\sigma_b \quad (\text{III.27})$$

La première conclusion que nous pouvons tirer de ces calculs est que lorsque l'on introduit du bruit, les valeurs moyennes des valeurs singulières  $\lambda_1^b$  et  $\lambda_2^b$  augmentent avec le bruit. C'est une manifestation de la « répulsion des niveaux » observée dans diverses configurations des matrices aléatoires [40, 123, 124]. Les valeurs singulières  $\lambda_1^b$  et  $\lambda_2^b$  sont repoussées par les valeurs singulières générées par le bruit. Nous voyons aussi qu'il existe un terme de couplage entre les deux valeurs singulières qui est d'autant plus important que les deux valeurs singulières de  $\mathbf{K}$  sont proches. Nous pouvons écrire la différence des valeurs moyennes des deux premières valeurs singulières :

$$\langle \lambda_1^b \rangle - \langle \lambda_2^b \rangle \approx \lambda_1 - \lambda_2 + \frac{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}{\lambda_1 \lambda_2} N\sigma_b^2 \left[ \frac{1}{2N} \frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}{(\lambda_1 - \lambda_2)^2} - 1 \right] \quad (\text{III.28})$$

Lorsque  $\frac{1}{2N} \frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}{(\lambda_1 - \lambda_2)^2} > 1$ , les valeurs singulières sont proches, le terme de couplage prédomine et les valeurs singulières se repoussent. À l'inverse, lorsque  $\frac{1}{2N} \frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}{(\lambda_1 - \lambda_2)^2} < 1$ , le couplage est faible, la répulsion avec la troisième valeur singulière est la plus forte. La valeur singulière la plus élevée est moins repoussée que la seconde, et les deux valeurs se rapprochent. Encore une fois, ces estimations sont correctes dans l'hypothèse de faible bruit. Pour illustrer cet effet, nous simulons numériquement une matrice  $\mathbf{K}$  carrée de dimension  $N = 100$ , avec seulement deux valeurs singulières non nulles  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ , à laquelle nous ajoutons un bruit gaussien de variance  $\sigma_b^2$  variable. Nous présentons en figure III.4 l'évolution des trois premières valeurs singulières en fonction de  $N\sigma_b^2$  pour deux couples de valeurs singulières de

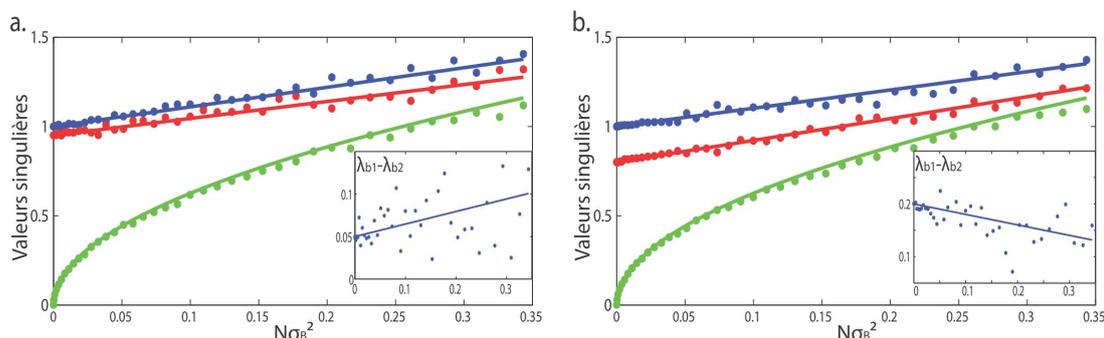


FIGURE III.4 – Évolution des valeurs singulières de la MR en fonction du bruit. Nous présentons l'évolution des trois premières valeurs singulières en fonction du paramètre de bruit  $N\sigma_b^2$ . En trait plein sont représentées les valeurs moyennes théoriques calculées analytiquement et avec des  $\bullet$  les valeurs singulières calculées pour une matrice simulée de taille  $100 \times 100$ . En (a.) nous prenons comme valeurs singulières de la matrice non bruitée  $\lambda_1 = 1$  et  $\lambda_2 = 0,95$ . En (b.) nous prenons  $\lambda_1 = 1$  et  $\lambda_2 = 0,8$ . Nous montrons en encart l'évolution théorique et simulée de la différence des deux premières valeurs singulières.

$\mathbf{K}$  :  $\lambda_1 = 1$ ,  $\lambda_2 = 0,8$  et  $\lambda_1 = 1$ ,  $\lambda_2 = 0,95$ . Nous représentons à la fois les valeurs calculées sur les matrices simulées et les valeurs moyennes théoriques calculées analytiquement. Dans le premier cas,  $\frac{1}{2N} \frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}{(\lambda_1 - \lambda_2)^2} \approx 0,2 < 1$ , les deux premières valeurs singulières s'écartent en moyenne lorsque le bruit augmente. Dans le second cas, nous avons  $\frac{1}{2N} \frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}{(\lambda_1 - \lambda_2)^2} \approx 3,8 > 1$ , les deux premières valeurs singulières se rapprochent en moyenne lorsque le bruit augmente.

Nous désirons maintenant savoir comment se manifeste le couplage des valeurs singulières sur les vecteurs singuliers de  $\mathbf{K}_b$ . Pour cela, nous écrivons l'expression des vecteurs propres associés aux deux premières valeurs singulières au premier ordre à l'aide de la théorie des perturbations :

$$V_1^b = V_1 + \sum_{k=3}^N \frac{tV_k^* W V_1}{\lambda_1^2} V_k + \frac{tV_2^* W V_1}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} V_2 \quad (\text{III.29})$$

$$V_2^b = V_2 + \sum_{k=3}^N \frac{tV_k^* W V_2}{\lambda_1^2} V_k - \frac{tV_1^* W V_2}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} V_1 \quad (\text{III.30})$$

De même que pour les valeurs singulières, on observe deux termes perturbatifs. Le premier ajoute un bruit aléatoire aux vecteurs singuliers. Le second introduit un couplage entre les deux premiers vecteurs singuliers. Ce couplage est d'autant plus

### III. Matrice de réflexion et DORT optique

---

grand que les deux valeurs singulières de  $\mathbf{K}$  sont proches. Nous regardons l'évolution des deux premiers vecteurs singuliers en fonction de  $N\sigma_b^2$  pour les matrices simulées de taille  $N = 100$  et pour les deux couples de valeurs singulières choisies  $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 0,8$  et  $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 0,95$ . Nous avons fixé comme vecteurs singuliers initiaux des vecteurs non nuls en seulement un point afin de mieux visualiser le couplage. Les résultats sont présentés en figure III.5. Ces résultats varient fortement d'une réalisation à l'autre, nous présentons ici des résultats typiques. Nous observons deux effets lorsque le bruit augmente. D'une part les vecteurs sont progressivement perturbés par un bruit aléatoire. Le vecteur le plus perturbé correspond à la plus petite valeur singulière (valeur singulière initiale de 0,8), celle-ci étant la plus proche du niveau de bruit. Nous avons d'autre part un effet de couplage qui augmente avec le bruit. Ce couplage se manifeste par le fait que les vecteurs singuliers bruités deviennent une combinaison des deux vecteurs singuliers initiaux. Cet effet est plus fort lorsque les deux valeurs singulières sont proches.

Nous avons fait ici les calcul dans le cas où  $M = N$ . Pour  $M \neq N$  les résultats sont légèrement différents mais qualitativement similaire. Les valeurs singulières introduites par le bruit suivent alors une loi de Marcenko-Pastur (voir partie II.2.4) et non plus la loi du quart de cercle. La répulsion et le couplage des valeurs et vecteurs singuliers suivent qualitativement les mêmes règles que pour les matrices carrées.

On retient de cette étude théorique que le bruit ne perturbe pas seulement de façon aléatoire les valeurs et vecteurs singuliers de  $\mathbf{K}$ . Il a tendance à augmenter en moyenne les valeurs singulières et introduit aussi un couplage entre les valeurs et vecteurs singuliers de la matrice non bruitée. Un niveau de bruit élevé rend donc difficile l'interprétation quantitative des valeurs singulières et la discrimination des vecteurs singuliers. Ainsi, la technique DORT distingue moins bien les diffuseurs lorsque le bruit augmente. La variation de la valeur moyenne des valeurs singulières, pour un bruit élevé, ne permet plus de relier quantitativement ces valeurs aux réflectivités des diffuseurs.

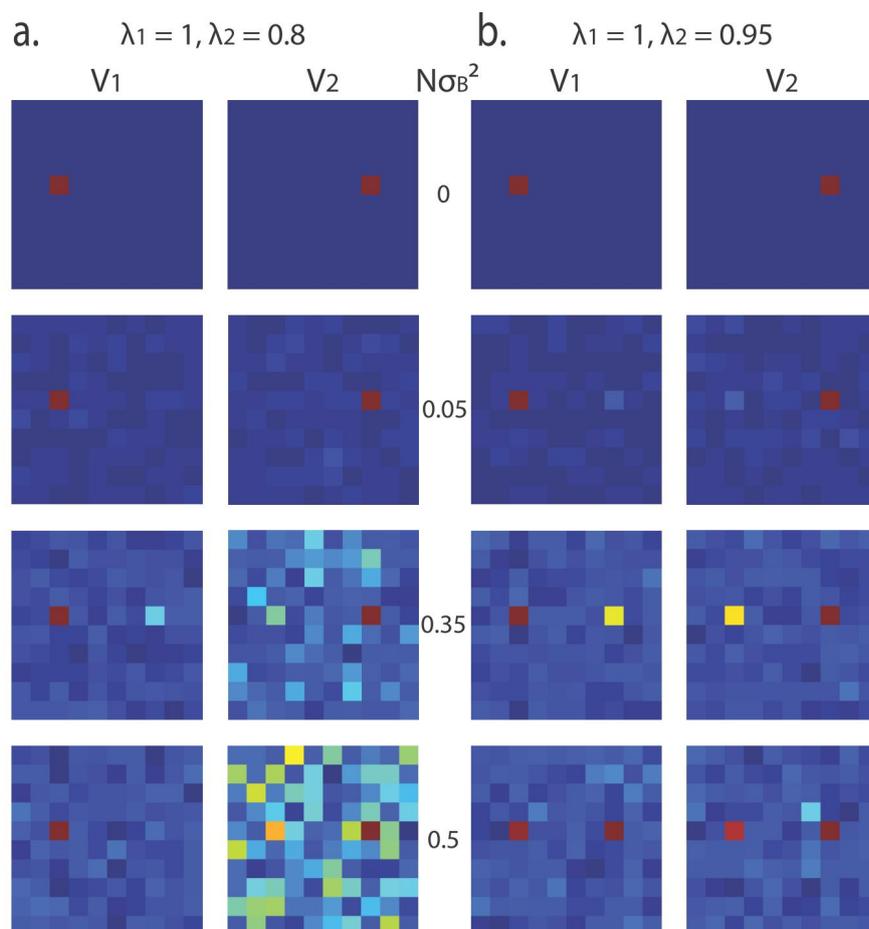


FIGURE III.5 – Allures des deux premiers vecteurs singuliers de la MR pour différentes valeurs de  $N\sigma_b^2$ . En (a.) avec  $\lambda_1 = 1$  et  $\lambda_2 = 0,8$  et en (b.) avec  $\lambda_1 = 1$  et  $\lambda_2 = 0,95$ .

## III.3 Focalisation sélective à travers un milieu aberrateur

### III.3.1 Objectifs et présentation du système

Nous désirons réaliser en optique une expérience similaire à celle présentée dans la figure III.3(b). L'objectif est de pouvoir focaliser sélectivement sur différents diffuseurs à travers un milieu aberrateur en utilisant la technique DORT. Nous choisissons comme diffuseurs optiques des billes d'or de 100 nm sur une lame de verre. La lame de verre est mouillée avec de la poly-L-lysine avant d'y déposer une solution diluée de billes d'or. La poly-L-lysine permet une accroche forte et rapide des billes métalliques. Nous évitons ainsi l'accrétion des particules, même après évaporation de l'eau. Nous considérons que nous n'avons pas d'agglomérat de particules. Nous plaçons devant ce milieu un dépôt fin (environ 200  $\mu m$ ) et irrégulier de polymère transparent (polydiméthylsiloxane, PDMS) sur une lame de verre. Les aberrations introduites par le polymère sont *a priori* inconnues. Nous les caractériserons par la suite en étudiant leurs effets sur la focalisation et sur la façon dont sont imagés les diffuseurs. La méthode DORT nécessite dans un premier temps de mesurer la MR de ce système. Le montage permettant la mesure de la MR est très similaire à celui utilisé pour la mesure de la matrice de transmission présentée en section II.2.1.

Afin de générer l'onde incidente, le faisceau d'un laser solide pompé par diode à 532 nm (Oxxius) est étendu et projeté sur le SLM (Holoeye LC-R 2500) pour être modulé. À l'aide d'un polariseur et d'un analyseur, nous choisissons la bonne combinaison de polarisations pour l'onde incidente et réfléchie afin de travailler en modulation de phase. Le SLM est imagé sur la pupille d'un objectif de microscope (MO1) de grossissement 20 et d'ouverture numérique 0,5. La lamelle de verre sur laquelle sont déposées les billes d'or de 100 nm est placée à quelques microns devant le plan focal de l'objectif d'illumination. Le but est d'avoir une zone illuminée suffisamment large pour éclairer plusieurs particules. Le champ rétrodiffusé par l'échantillon est mesuré à l'aide d'une première caméra (CCD1) grâce à un cube séparateur de faisceaux. Nous plaçons un analyseur devant cette caméra afin d'enregistrer une seule composante du champ et de pouvoir réduire le tenseur de propagation à une matrice de coefficients scalaires, comme justifié en section I.3.2. Le milieu aberrateur est intercalé entre l'objectif de microscope et les billes d'or. Pour des mesures de contrôle, nous plaçons une seconde caméra (CCD2) de l'autre côté de l'échantillon.

### III.3. Focalisation sélective à travers un milieu aberrateur

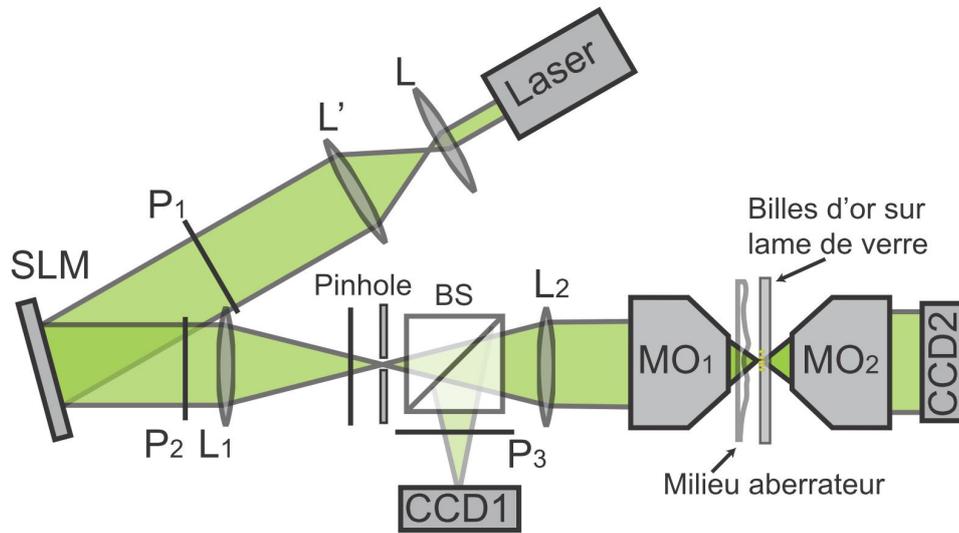


FIGURE III.6 – Montage de mesure de la matrice de réflexion. Le faisceau d'un laser à 532 nm est étendu et projeté sur le SLM (Holoeye LC-R 2500). Les polariseur et analyseur  $P_1$  et  $P_2$  sont réglés pour obtenir une modulation de phase avec peu de modulation d'amplitude (cf partie A.1). Le faisceau modulé est projeté sur un échantillon dilué de billes d'or de 100 nm à l'aide d'un objectif de microscope 20x d'ouverture numérique 0,5. L'intensité rétrodiffusée est imagée par une caméra CCD (CCD1). De l'autre côté de l'échantillon, une seconde caméra (CCD2) image le même plan à l'aide d'un objectif de microscope à immersion dans l'huile de grossissement 60 et d'ouverture numérique 1,4. Les analyseurs  $P_2$  et  $P_3$  sont orientés en polarisations croisées. L représente une lentille et BS un cube séparateur de faisceau.

Cette caméra image en transmission le même plan que la première caméra à l'aide d'un objectif de microscope à immersion (MO2) de grossissement 60 et d'ouverture numérique 1,4.

Nous choisissons de contrôler un nombre  $N = 256$  d'éléments (groupements de pixels) sur le SLM et de mesurer un nombre d'éléments  $M = 4096$  sur la caméra. La solution de billes d'or utilisée pour le dépôt sur la lame de verre est préparée de façon à avoir entre 10 et 20 particules dans le champ d'observation de la caméra. Comme pour le montage utilisé lors du chapitre précédent, nous utilisons une partie de l'illumination pour générer la référence qui sert à la mesure du champ complexe. Celle-ci est provient des réflexions sur les particules et sur les différents éléments optiques.

#### III.3.2 Les réflexions parasites et le bruit de mesure

La technique DORT marche idéalement si le signal rétrodiffusé enregistré par la caméra CCD1 provient uniquement des diffuseurs. Nous avons par exemple occulté que dans l'expérience schématisée en figure III.3, le milieu aberrateur peut lui-même réfléchir une partie de l'onde émise. Si la portion d'énergie réfléchie par la surface de l'aberrateur est supérieure à la portion d'onde rétrodiffusée par les particules, la première valeur singulière ne correspond plus à un diffuseur. La SVD discrimine les contributions par un critère énergétique : le premier vecteur singulier correspond au front d'onde à émettre de manière à obtenir un maximum d'énergie sur la caméra CCD1 après réflexion. Si des réflexions parasites sont plus énergétiques que celles sur les particules, les valeurs singulières les plus fortes sont associées à ces perturbations. La plupart des éléments optiques (lentilles, objectifs de microscope, cube) peuvent donner naissance à des réflexions parasites. Il est donc nécessaire de s'affranchir au maximum de ces réflexions qui vont avoir tendance à noyer l'information utile. C'est la raison pour laquelle nous réglons, dans le montage III.6, les polariseurs  $P_2$  et  $P_3$  en polarisations croisées. Dans cette configuration, nous limitons les réflexion spéculaires qui se font majoritairement sans modification de la polarisation. Néanmoins, nous ne supprimons pas toutes les réflexions car, après l'objectif de microscope, le faisceau étant focalisé, la polarisation n'est pas purement linéaire [125]. Une partie des réflexions passe alors à travers le système de polariseurs croisés. Pour limiter cet effet, nous prenons un objectif d'ouverture numérique relativement faible (0,5). Ce sont en effet pour les angles les plus grands que les réflexions créent des conversions de polarisation qui passent à travers les polariseurs croisés.

Le bruit sur la mesure de la matrice est composé, en plus des effets des réflexions parasites, du bruit expérimental dû aux appareils. On compte en particulier le bruit de mesure de la caméra, la modulation d'amplitude résiduelle du SLM ou encore les fluctuations du laser. Nous présentons en figure III.7 la distribution des valeurs singulières de la MR mesurée pour l'échantillon de billes d'or. Nous observons un continuum de faibles valeurs singulières correspondant aux diverses perturbations. Les fortes valeurs singulières correspondent à des diffuseurs de fortes réflectivités. Nous voyons que le bruit est proche des valeurs singulières qui constituent le signal utile. Au vu des conclusions de la section précédente sur l'effet du bruit sur la décomposition de la MR, nous nous attendons à ce que seules les plus fortes valeurs

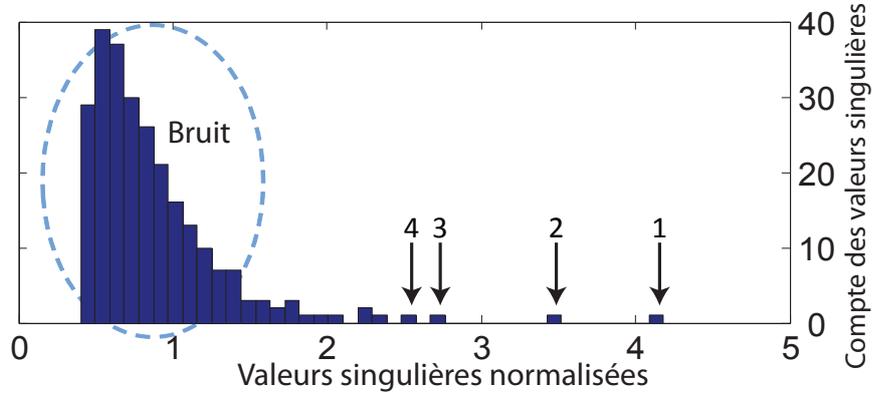


FIGURE III.7 – Distribution des valeurs singulières pour plusieurs billes d’or en présence d’un aberrateur. Le continuum de faibles valeurs singulières correspond au bruit sur la matrice. Les fortes valeurs singulières sont associées aux diffuseurs.

singulières soient exploitables, les valeurs singulières plus faibles étant soumis aux effets de couplage et de perturbation aléatoire dus au bruit.

#### III.3.3 Résultats expérimentaux

Une fois la MR mesurée, la théorie de la technique DORT prédit qu’il suffit d’afficher sur le SLM les vecteurs propres associés à chacune des fortes valeurs singulières pour focaliser sélectivement sur différents diffuseurs. Nous calculons la décomposition en valeurs singulières de la matrice  $\mathbf{K}$  et affichons la phase des vecteurs singuliers d’entrée associés aux plus fortes valeurs singulières. Nous présentons en figure III.8 les images d’intensité mesurées par la caméra de mesure CCD1 et par la caméra de contrôle CCD2 pour l’affichage des vecteurs singuliers  $V_i$  correspondant aux quatre plus fortes valeurs singulières  $\lambda_i$ ,  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$  montrés par des flèches sur la figure III.7. Les images enregistrées par la caméra CCD1 correspondent à l’intensité des vecteurs singulier de sortie  $U_i$ ,  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$  de la MR.

La caméra de contrôle image le plan des billes sans subir l’aberration induite par le polymère. Nous voyons que l’affichage de chacun des vecteurs singuliers permet de focaliser sur différentes particules. L’intensité sur la cible correspondant à la première valeur singulière est multipliée par 25 par rapport à l’émission d’une onde plane. Nous remarquons aussi que l’intensité sur la cible diminue au cours des focalisations en utilisant les vecteurs singuliers successifs  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$  et  $U_4$ . Ceci illustre bien que les valeurs  $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3 > \lambda_4$  sont liées aux réflectivités apparentes des différentes particules.

### III. Matrice de réflexion et DORT optique

---

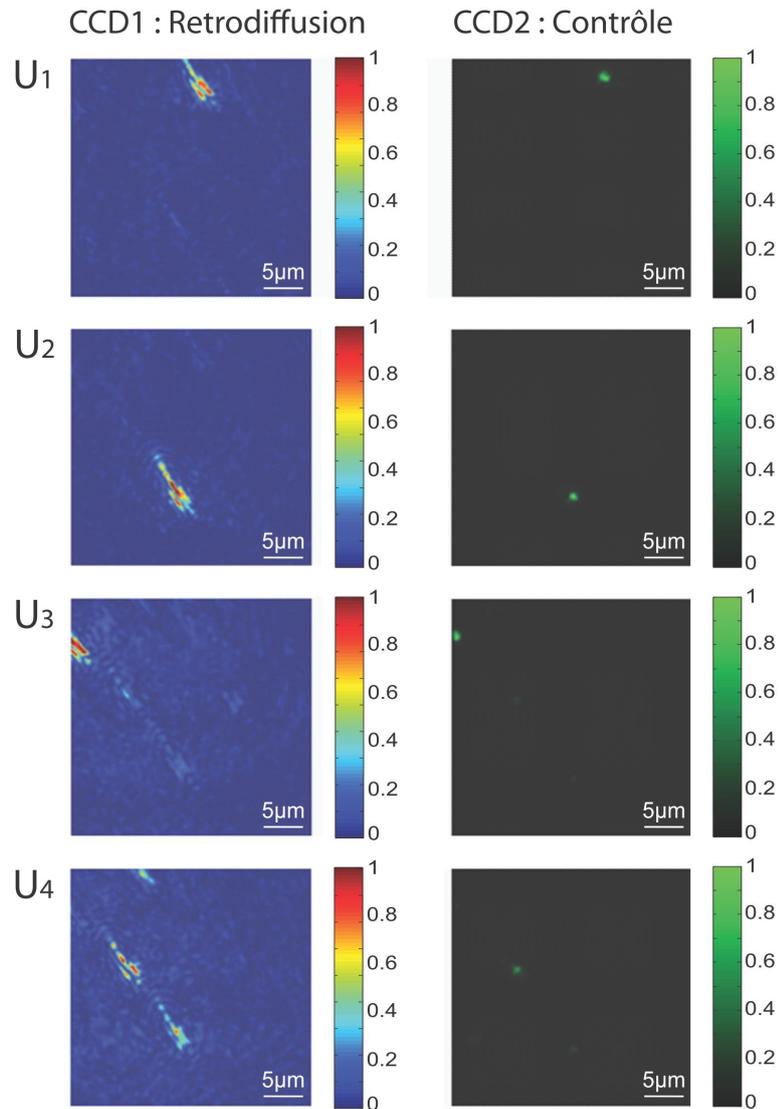


FIGURE III.8 – Mesures de focalisations sélectives en utilisant la technique DORT. Allures des images d'intensité enregistrées par la caméra de mesure (gauche) et de contrôle (droite) après affichage des quatre premiers vecteurs singuliers sur le SLM. Les images mesurées par CCD1 (resp. CCD2) partagent toute la même échelle d'intensité. Toutes les images correspondent à une zone dans le plan des billes d'environ  $30\ \mu\text{m}$  par  $30\ \mu\text{m}$ .

### III.3. Focalisation sélective à travers un milieu aberrateur

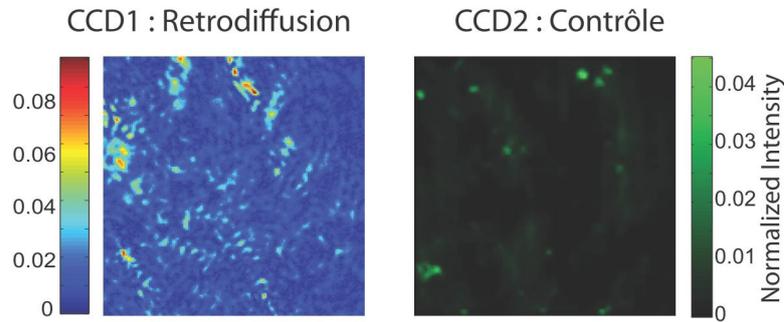


FIGURE III.9 – Images témoins pour une illumination plane mesurées par la caméra de mesure CCD1 et par la caméra de contrôle CCD2.

En guise d'expérience de contrôle, nous représentons en figure III.9 les images mesurées par les deux caméras lors de l'émission d'un front d'onde plan à l'entrée de l'objectif d'illumination. Il est impossible de discriminer à l'œil les contributions des différents diffuseurs sur l'image enregistrée par la caméra CCD1. A l'inverse, nous distinguons bien les diffuseurs sur l'image prise par la caméra de contrôle mais nous observons que certaines billes semblent plus brillantes que d'autres. Deux billes proches ont des réflectivités apparentes différentes, car le milieu aberrateur n'illumine pas le plan des billes de façon uniforme.

Le point marquant de cette expérience est qu'il est possible d'apprendre à focaliser sélectivement sur les diffuseurs alors même que l'illumination du plan contenant les cibles est perturbée par l'aberrateur. Nous observons dans la figure III.8 que les images des taches focales enregistrées par la caméra de mesure CCD1 sont distordues par l'aberrateur. Nous avons vu en observant les images prises par la caméra CCD2 que le système est capable de discriminer différents diffuseurs. Néanmoins, nous ne sommes pas encore sûrs d'avoir parfaitement compensé les effets de l'aberration. En effet, même si une tache focale dans le plan des billes est distordue et étalée du fait de l'aberration, une bille dans cette tache ré-émet une partie de cette intensité. La caméra de contrôle image le ou les diffuseurs présents dans la tache focale. Puisque pour chaque front d'onde émis nous n'observons qu'une seule bille avec le système de contrôle, nous pouvons seulement affirmer qu'il n'y a qu'une seule bille présente dans chacune des tâches focales.

Afin d'observer en détail l'effet du milieu aberrateur, nous réalisons deux expériences de focalisation avec et sans milieu aberrateur. Nous présentons en figure III.10 l'allure du masque de phase affiché sur le SLM correspondant au premier vecteur singulier d'entrée ainsi que l'image prise par la caméra de mesure CCD1 dans cha-

### III. Matrice de réflexion et DORT optique

---

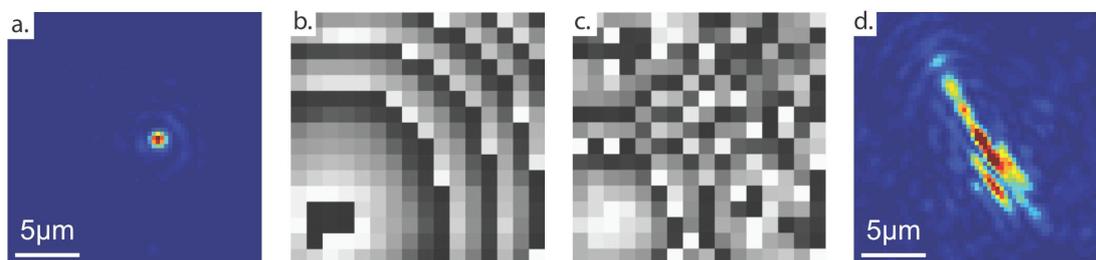


FIGURE III.10 – Comparaison avec et sans milieu aberrateur. (b.) et (c.) images des masques de phases affichés sur le SLM correspondant au premier vecteur singulier sans et avec milieu aberrateur respectivement. (a.) et (d.) images mesurées par la caméra CCD1 sans et avec milieu aberrateur respectivement.

cun des cas. Sans le milieu aberrateur, l'image du plan des billes enregistrée par la caméra après affichage du premier vecteur singulier représente une tache focale isotrope d'extension spatiale à mi-hauteur de  $1,5 \mu m$  environ. Avec l'aberrateur, nous observons une tache anisotrope dont l'extension spatiale maximale est d'environ  $11 \mu m$ . L'allure du masque de phase à imposer sans milieu aberrateur correspond à la phase introduite par une lentille de Fresnel. Le système apprend ici comment corriger le fait que le plan des billes est décalé par rapport au plan focal de l'objectif de microscope. L'image de lentille affichée est décalée pour focaliser sur la bille qui n'est pas précisément sur l'axe optique. Dans le cas où le milieu aberrateur est introduit entre l'objectif et les billes d'or, le front de phase est distordu pour compenser, au moins partiellement, les effets de l'aberration. Le premier vecteur singulier maximise l'énergie transmise à la caméra par réflexion, ce qui consiste à compenser les aberrations de phase introduites par le milieu de propagation pour concentrer l'énergie sur la particule d'or qui va ensuite réfléchir la lumière.

#### III.3.4 Conclusion et perspectives

Nous avons montré qu'il est possible d'utiliser avec succès la technique DORT en optique afin de focaliser sélectivement sur différents diffuseurs à travers un milieu aberrateur. Néanmoins, dans une zone d'observation comportant en moyenne une quinzaine de particules, nous sommes capables de focaliser, dans une expérience typique, seulement sur cinq à six particules. La principale perturbation qui gêne la discrimination de tous les diffuseurs est la présence de réflexions parasites. Malgré le dispositif en polarisations croisées, une énergie non négligeable provient de ces

---

### III.4. Analyse des modes de rayonnement d'un diffuseur unique

réflexions. Afin d'améliorer l'efficacité du système, on peut envisager dans le futur d'utiliser un dispositif champ sombre afin de limiter l'influence des réflexions.

Dans son principe, la méthode DORT en optique permet de s'affranchir des perturbations dues à des éléments qui introduisent de l'aberration. Cette optimisation se fait sans séquence itérative ni rétroaction, seule la mesure de la matrice est nécessaire. En ceci, cette technique présente une alternative originale aux techniques d'optique adaptative [19].

Il est envisageable d'utiliser le DORT optique pour l'étude de systèmes différents. La mesure de la MR spatio-temporelle d'un milieu diffusant en acoustique permet par exemple de séparer les contributions de la diffusion simple et multiple engendrées par le milieu de propagation [126, 127]. L'utilisation d'un laser pulsé ou d'un laser accordable rend possible une telle mesure en optique. Cela permettrait d'accroître la profondeur d'imagerie dans certains milieux ou encore d'étudier le transport des ondes en milieux complexes. En configuration de réflexion, il est aussi envisageable de pouvoir discriminer dans la matrice les contributions cohérentes de la rétrodiffusion [128]. La mesure du cône de rétrodiffusion cohérente permet d'avoir accès à différentes valeurs caractéristiques du milieu, telles que le coefficient de diffusion et le libre parcours moyen. Si la mesure de ce cône de rétrodiffusion est réalisable sans mesure de matrice [129, 130], elle reste délicate pour les grands angles [131], la mesure de MR pourrait offrir une alternative aux techniques existantes.

## III.4 Analyse des modes de rayonnement d'un diffuseur unique

### III.4.1 Objectifs et présentation du système

Nous avons supposé jusqu'ici qu'un diffuseur est associée à une unique valeur singulière de  $\mathbf{K}$ . Cette affirmation est en réalité fautive. Dans le cas général, il peut y avoir plusieurs valeurs singulières associées au même diffuseur. La décomposition en valeurs singulières sélectionne des modes orthogonaux par un critère énergétique. Si on néglige les réflexions parasites, les différents vecteurs singuliers associés aux valeurs singulières non nulles correspondent aux différentes manières de concentrer la lumière sur les diffuseurs. S'il existe plusieurs manières de focaliser la lumière sur un même diffuseur avec des fronts d'onde orthogonaux, alors plusieurs valeurs et vecteurs singuliers sont associés à ce diffuseur. Physiquement, il existe plusieurs

### III. Matrice de réflexion et DORT optique

---

valeurs propres pour un même diffuseur si celui-ci présente plusieurs diagrammes de rayonnement orthogonaux en champ lointain (ou tout du moins si leurs projections sur le plan du SLM et de la caméra sont orthogonales). Chacune de ces valeurs singulières correspond à un mode de rayonnement différent du diffuseur. Des expériences de caractérisation de diffuseurs par analyse des vecteurs propres de la MR ont été réalisées en acoustique et électromagnétisme [132–134]. Néanmoins, l'expérience précédente de focalisation sélective sur des particules fonctionne car, même lorsqu'à chaque diffuseur est associée plus d'une valeur singulière, on observe généralement une valeur bien plus élevée que les autres. Tant que les diffuseurs ont des réflectivités apparentes du même ordre de grandeur, les premières valeurs singulières correspondent à des diffuseurs différents.

Pour observer et utiliser cet effet en optique, nous allons étudier théoriquement et expérimentalement la MR dans le cas d'un diffuseur unique dans le champ d'observation et sans milieu aberrateur. L'étude des modes de rayonnement d'un diffuseur peut renseigner sur la nature, la forme ou encore la position du diffuseur. Il existe des méthodes d'analyse du rayonnement, soit basés sur des méthodes directes par analyse dans le plan de Fourier [135,136] ou par défocalisation [137,138] soit basées sur des mesures interférométriques [139]. Si nous sommes capables de séparer ces modes de rayonnement par l'analyse de la MR, nous avons accès à plus d'informations sur le détail du rayonnement de la particule par rapport à la seule analyse d'une image du champ diffusé.

Le montage de la mesure de la MR est légèrement modifié par rapport à l'expérience de focalisation sélective. Le milieu aberrateur est oté et la partie de contrôle supprimée. L'objectif de microscope d'illumination et de collection du champ rétrodiffusé est remplacé par un objectif à immersion ouvert à 1,4 et de grossissement 60. Le système est réglé pour qu'un pixel du SLM corresponde à un vecteur  $\mathbf{k}$  incident au point focal de l'objectif de microscope. La caméra CCD image directement le plan contenant la bille d'or. Le principal changement vient de l'ajout d'un bras de référence. L'onde rétrodiffusée interfère avec une onde plane afin de permettre une mesure absolue de l'amplitude complexe du champ rétrodiffusé. Dans l'expérience précédente de focalisation sélective, une telle mesure n'était pas indispensable. En effet, nous discriminions les diffuseurs par leurs contributions énergétiques en rétrodiffusion. Nous utilisons ensuite les vecteurs singuliers d'entrée  $V_i$  pour focaliser sélectivement sur différents diffuseurs. La référence inconnue avait pour seul effet de modifier les valeurs singulières et de changer l'aspect des vecteurs singuliers de sortie, c'est-à-dire les allures des fronts d'onde mesurés par la caméra CCD1. Pour

### III.4. Analyse des modes de rayonnement d'un diffuseur unique

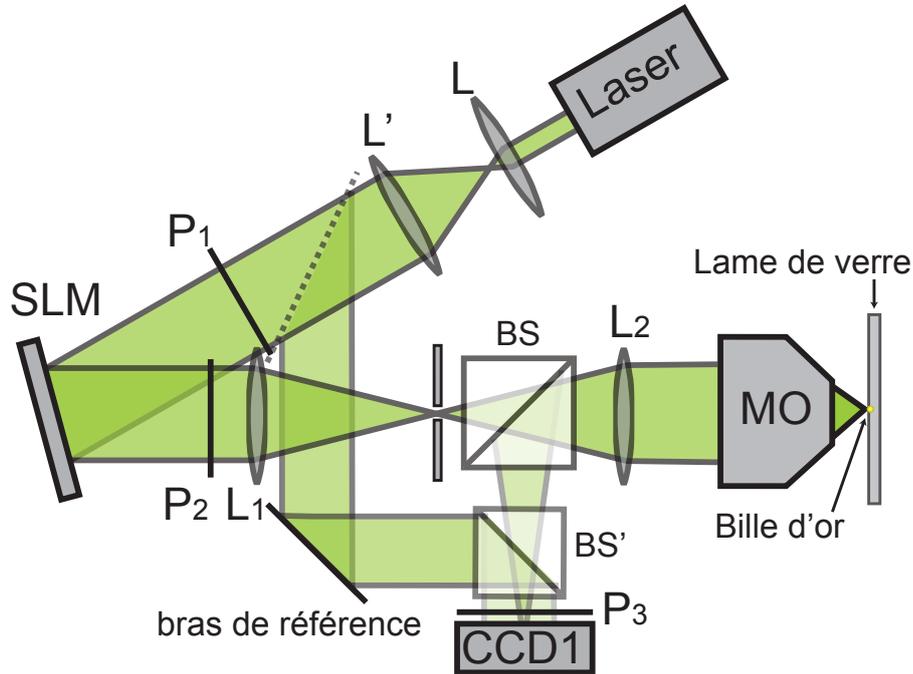


FIGURE III.11 – Montage de mesure de la MR pour l'étude des diagrammes de rayonnement. Le faisceau laser à 532 nm est étendu et projeté sur le SLM (Holoeye LC-R 2500). Les polariseurs et analyseurs  $P_1$  et  $P_2$  sont réglés pour obtenir une modulation de phase. Le faisceau modulé est focalisé dans un plan contenant une seule bille d'or de 100 nm dans le champ d'observation à l'aide d'un objectif de microscope à immersion 60x d'ouverture numérique 1,4. Une partie du faisceau incident est déviée pour servir de référence. A l'aide d'un cube séparateur, le signal d'interférence entre le champ rétrodiffusé et la référence est mesuré à l'aide d'une caméra CCD (AVT Dolphin F-145B). Les analyseurs  $P_2$  et  $P_3$  sont orientés avec des polarisations croisées. L représente une lentille et BS un cube séparateur de faisceau.

la mesure des modes de rayonnement, nous voulons connaître avec la meilleure précision les valeurs singulières et les allures des vecteurs singuliers  $U_i$  qui donnent l'aspect des modes de rayonnement.

Étant donné les problèmes de stabilité interférométriques, nous fixons  $N = 16$  afin de limiter le temps de mesure de la MR à quelques secondes. Les vecteurs singuliers d'entrée correspondent alors à des images de dimension 4 par 4, ce qui limite l'interprétation des résultats. Au contraire, nous pouvons augmenter le nombre  $M$  de points de mesure sur la caméra sans augmenter le temps de mesure. Nous fixons  $M = 1024$  et utilisons les vecteurs singuliers de sortie, qui sont des images de taille 32 par 32 pour l'observation des diagrammes de rayonnement. Nous travaillons toujours en polarisations croisées afin de limiter l'influence des réflexions parasites.

#### III.4.2 Calculs analytiques

Le champ incident est polarisé rectilignement suivant l'axe  $x$ , on mesure la polarisation orthogonale  $y$  du champ rétrodiffusé et l'axe  $z$  correspond à l'axe optique. Le transport de la lumière dans notre système peut être décomposé en trois étapes. Dans un premier temps, la lumière issue d'une seule polarisation est envoyée sur une bille d'or de 100 nm par l'objectif de microscope. Pour une ouverture numérique suffisante, le champ dans ce plan n'est plus simplement polarisé et présente une décomposition suivant les trois polarisations  $x$ ,  $y$  et  $z$  qui dépend de la position dans le plan focal. Dans une seconde étape, la bille d'or est excitée par ce champ et une partie de l'énergie est ré-émise d'une façon qui dépend, dans le cas général, des propriétés physiques et géométriques de la particule. La troisième étape correspond au retour de la lumière dans l'objectif de microscope jusqu'à la caméra. Nous n'observons que la polarisation  $y$  en retour. Nous pouvons alors décomposer la MR en un produit de trois matrices correspondant à ces trois étapes :

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}'' \cdot \bar{\alpha} \cdot \mathbf{K}' \quad (\text{III.31})$$

$\mathbf{K}'$  est une matrice de taille  $3 \times N$  décrivant la propagation de la lumière, initialement polarisée suivant  $x$ , depuis chacun des  $N$  pixels du SLM, vers la particule d'or. Les trois lignes de cette matrice correspondent aux composantes  $x$ ,  $y$ , et  $z$  du champ incident sur la particule. La seconde matrice décrit la façon dont la particule ré-émet la lumière. La particule étant petite par rapport à la longueur d'onde, elle se comporte comme trois dipôles orientés suivant les trois directions de l'espace [25]. Localement, la réponse de la particule peut être représentée par le tenseur de polarisabilité  $\bar{\alpha}$  de taille  $3 \times 3$  qui lie le champ électrique local incident aux moments dipolaires de la particule suivant les trois directions. Nous supposons la particule isotrope, nous pouvons alors écrire la réponse linéaire de la bille d'or  $\bar{\alpha} = \alpha \mathbf{I}$  avec  $\alpha$  la polarisabilité de la particule et  $\mathbf{I}$  la matrice identité.  $\mathbf{K}''$  est une matrice de taille  $M \times 3$  qui lie les moments dipolaires de la particule à la valeur de la composante  $y$  du champ sur chacun des  $M$  pixels de la caméra.

Un faisceau polarisé focalisé par un système optique d'ouverture numérique suffisante donne naissance, dans la région focale, à un champ qui peut posséder des composantes suivant les trois directions de l'espace. Il est intéressant de noter qu'on peut ainsi créer localement une composante du champ polarisé suivant l'axe optique. Les calculs de la théorie vectorielle de la diffraction [125, 140] réalisées par B. Richards et E. Wolf sur les systèmes aplanétiques prédisent que la répartition du champ dans le

### III.4. Analyse des modes de rayonnement d'un diffuseur unique

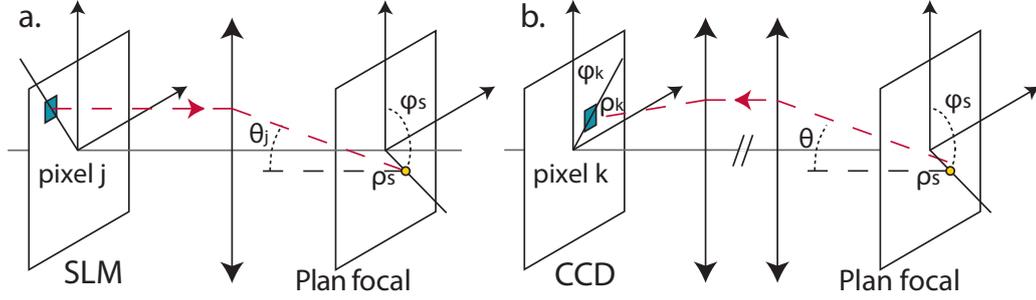


FIGURE III.12 – Système de coordonnées. En (a.) nous montrons le trajet d'un rayon modulé par le pixel  $j$  du SLM qui focalise sur la bille d'or dans le plan focal. En (b.) nous illustrons le trajet d'un rayon issu de la particule qui se propage dans le système optique jusqu'au pixel  $k$  de la caméra. On représente les positions des pixels du SLM, de la particule d'or et d'un pixel de la caméra dans des systèmes de coordonnées polaires.

plan focal suivant les trois directions de l'espace dépend de la polarisation initiale et de l'ouverture numérique du système. Les propriétés vectorielles du champ au point focal d'un système optique sont importantes dans de nombreuses applications, dans les domaines du stockage optique de données [141,142], de la microscopie optique à balayage [143,144], du guidage ou piégeage de particule [145,146], de la microscopie à force photonique [147], de la photolithographie [148] ou encore de l'imagerie de molécules uniques [149].

Pour un champ polarisé suivant  $x$ , on peut calculer le champ sur la particule issu des rayons modulés par chacun des pixels du SLM en fonction de la position de la bille dans le plan focal [25,125,140,150]. On aboutit aux expressions des coefficients de  $\mathbf{K}'$  :

$$k'_{1j} = \sqrt{\cos \theta_j} [\cos \theta_j + (1 - \cos \theta_j) \sin^2 \phi_j] e^{i \frac{2\pi}{\lambda} \rho_s \cos \epsilon_j} \Omega_j \quad (\text{III.32})$$

$$k'_{2j} = \sqrt{\cos \theta_j} (1 - \cos \theta_j) \cos \phi_j \sin \phi_j e^{i \frac{2\pi}{\lambda} \rho_s \cos \epsilon_j} \Omega_j \quad (\text{III.33})$$

$$k'_{3j} = \sqrt{\cos \theta_j} \sin \theta_j \cos \phi_j e^{i \frac{2\pi}{\lambda} \rho_s \cos \epsilon_j} \Omega_j \quad (\text{III.34})$$

avec  $\epsilon_j = \sin \theta_j \cos(\phi_j - \phi_s)$ ,  $\rho_s$  et  $\phi_s$  les coordonnées polaires de la particule dans le plan focal et  $\theta_j^1 < \theta_1^{max}$  l'angle fait par le vecteur  $\mathbf{k}$  associé au  $j^{\text{ème}}$  élément du SLM avec l'axe optique (cf figure III.12(a.)).  $\Omega_j$  est l'angle solide sous lequel la particule voit les rayons issus du  $j^{\text{ème}}$  élément du SLM. On obtient  $\Omega_j \propto \cos \theta_j$ . Les trois

### III. Matrice de réflexion et DORT optique

---

colonnes  $K'_1$ ,  $K'_2$  et  $K'_3$  sont orthogonales entre elles. Elles représentent les fronts d'onde qui excitent la particule suivant les polarisations  $x$ ,  $y$  et  $z$ .

De la même façon, nous pouvons calculer les relations entre les trois composantes du champ sur la particule et la composante  $y$  du champ rétrodiffusé sur les  $M$  pixels de la caméra. En supposant la fenêtre d'observation centrée sur de l'image du diffuseur, nous exprimons les composantes de  $\mathbf{K}''$  :

$$k''_{k1} = \sin(2\phi_k)I_2(\rho_k) \quad (\text{III.35})$$

$$k''_{k2} = I_0(\rho_k) + I_2(\rho_k) \cos(2\phi_k) \quad (\text{III.36})$$

$$k''_{k3} = 2j \sin(\phi_k)I_1(\rho_k) \quad (\text{III.37})$$

avec  $\rho_k$  et  $\phi_k$  les coordonnées polaires du  $k^{\text{ème}}$  pixel de la caméra et  $\theta_2$  l'angle fait par un rayon diffusé par la particule d'or avec l'axe optique avant d'être collecté par l'objectif de microscope (voir figure III.12(b.)). Les fonctions  $I_0$ ,  $I_1$  et  $I_2$  sont définies par les expressions suivantes :

$$I_0(\rho) = \int_0^{\theta_2^{max}} \sqrt{\cos \theta} \sin \theta (1 + \cos \theta) J_0(2\pi\rho \sin \theta) d\theta \quad (\text{III.38})$$

$$I_1(\rho) = \int_0^{\theta_2^{max}} \sqrt{\cos \theta} \sin^2 \theta J_1(2\pi\rho \sin \theta) d\theta \quad (\text{III.39})$$

$$I_2(\rho) = \int_0^{\theta_2^{max}} \sqrt{\cos \theta} \sin \theta (1 - \cos \theta) J_2(2\pi\rho \sin \theta) d\theta \quad (\text{III.40})$$

$J_0$ ,  $J_1$  et  $J_2$  sont les fonctions de Bessel du premier genre respectivement d'ordre zéro, un et deux. Nous présentons en figure III.13 l'allure des fonctions  $I_0$ ,  $I_1$  et  $I_2$  en fonction de la valeur de  $\rho/(\lambda \sin \theta_2^{max})$  pour différentes valeurs de  $\theta_2^{max}$ . La normalisation est choisie de façon à faire coïncider les zéros des fonctions pour toutes les valeurs de  $\theta_2^{max}$ .  $I_0(\rho)$  est généralement bien plus grand que  $I_2(\rho)$ , nous négligeons  $I_2(\rho_k)$  devant  $I_0(\rho_k)$  dans l'expression III.36.

La théorie prédit que les moments dipolaires en  $x$ ,  $y$  et  $z$  de la particule donnent naissance à des diagrammes de rayonnement différents lorsque l'on mesure la composante  $y$  du champ lointain. Un dipôle orienté suivant  $x$  dans le plan focal de l'objectif donne un rayonnement d'allure monopolaire (si on néglige le terme en  $I_2$  devant celui en  $I_0$  dans l'équation III.35), un dipôle orienté suivant  $x$  donne un rayonnement d'allure dipolaire (équation III.36) et un dipôle orienté suivant  $z$

### III.4. Analyse des modes de rayonnement d'un diffuseur unique

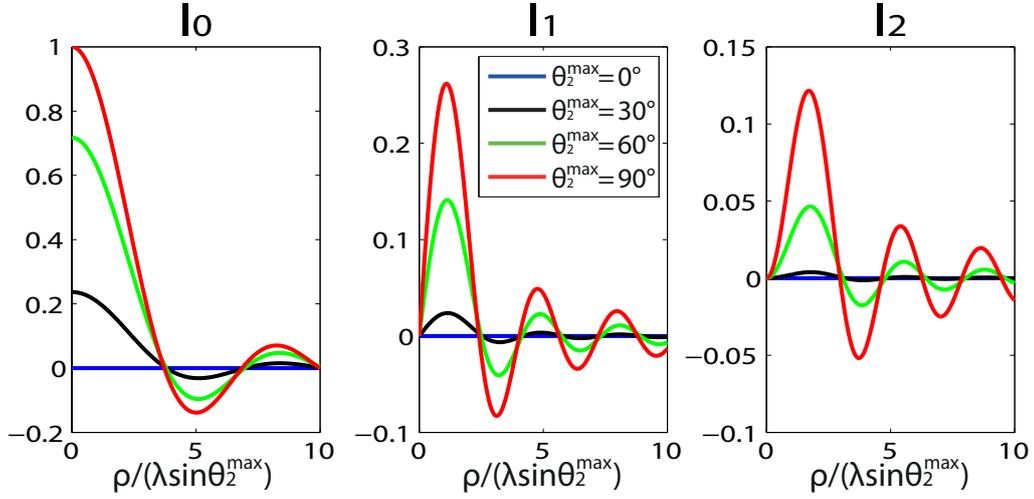


FIGURE III.13 – Allures de fonctions  $I_0(\rho)$ ,  $I_1(\rho)$  et  $I_2(\rho)$  pour différentes valeurs de  $\theta_2^{\max}$ .

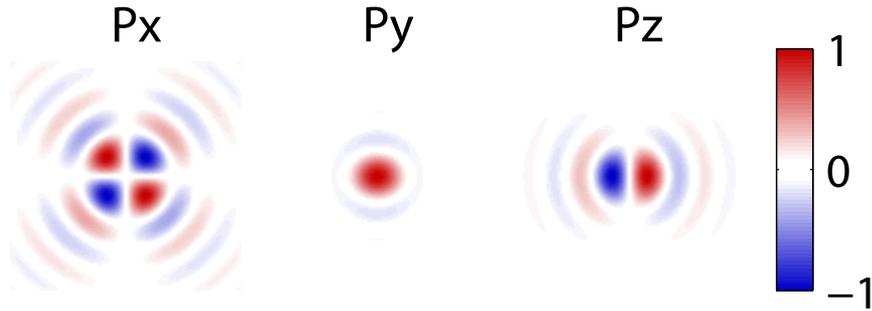


FIGURE III.14 – Allure des modes de rayonnement dipolaires suivant les axes  $x$ ,  $y$  et  $z$  dans le plan focal de l'objectif de microscope. Ils correspondent aux allures des vecteur  $K_1''$ ,  $K_2''$  et  $K_3''$ .

donne un rayonnement d'allure quadripolaire (équation III.37). Ces diagrammes de rayonnement sont orthogonaux entre eux, nous montrons en figure III.14 l'allure de ces trois modes de rayonnement. On montre en annexe A.3 que les valeurs singulières au carré représentent les fractions énergétiques réfléchies par les trois émissions dipolaires.

Nous désirons désormais étudier l'importance relative des modes de rayonnement dipolaires. Nous avons dit que la matrice totale dépend d'un grand nombre de paramètres, néanmoins, tous n'influent pas sur ses valeurs singulières. En particulier, la position de la particule n'apparaît que dans les termes de phase dans les équations III.32, III.33 et III.34. La position de la particule modifie en phase le front

### III. Matrice de réflexion et DORT optique

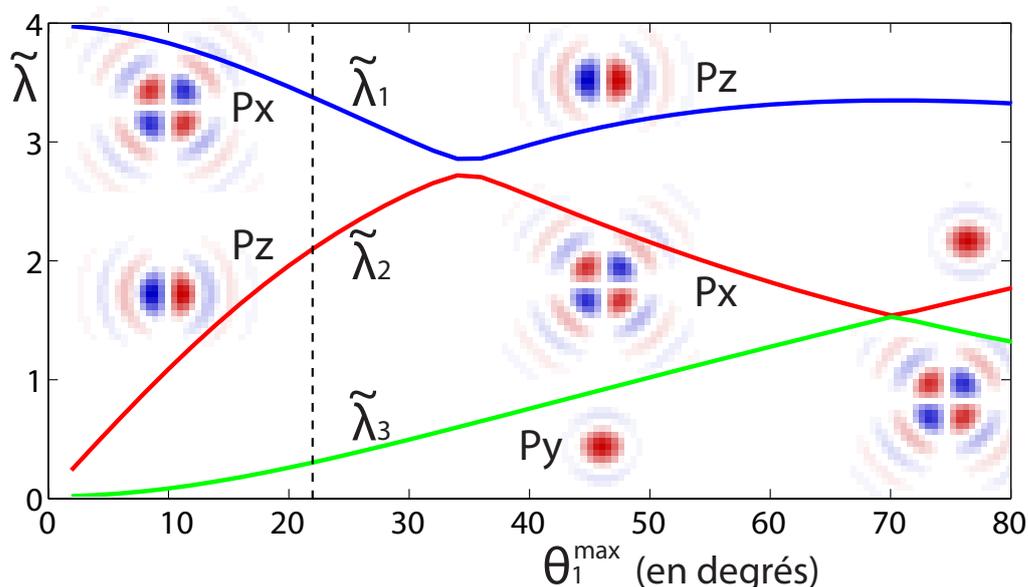


FIGURE III.15 – Valeurs singulières et émissions dipolaires. Nous représentons les trois valeurs singulières d’une MR calculée analytiquement avec  $N = 16$  et  $M = 1024$  et  $\theta_2^{\max} = 70^\circ$  en fonction de  $\theta_1^{\max}$ . Nous représentons les allures des modes de rayonnement associés à ces valeurs singulières pour différentes valeurs de  $\theta_1^{\max}$ . Lorsque les contributions des modes dipolaires suivant  $x$  et  $z$  s’inversent, l’impression de répulsion est seulement due à la discrétisation de la courbe, il n’y a pas de couplage dans notre modèle sans bruit. Nous signalons d’une barre horizontale pointillée la valeur de  $\theta_1^{\max}$  ( $22^\circ$ ) correspondant aux conditions expérimentales utilisées par la suite.

d’onde à afficher pour focaliser sur une particule mais ne modifie par l’énergie au point focal suivant les trois polarisations.

L’angle maximal de collection  $\theta_2^{\max}$  est directement donné par l’ouverture numérique du système optique, nous le garderons fixe et égal à l’ouverture de notre système de collection expérimental, soit  $68^\circ$ . L’angle d’illumination maximal  $\theta_1^{\max}$  peut être plus petit si la zone d’illumination ne remplit pas toute la pupille de l’objectif. Nous calculons numériquement la MR avec  $N = 16$ ,  $M = 1024$ , pour différentes valeurs de  $\theta_1^{\max}$ . Le comportement des trois premières valeurs singulières en fonction de  $\theta_1^{\max}$  ainsi que les vecteurs singuliers  $U_i$  associés sont représentés en figure III.15. Nous voyons que l’importance relative des trois contributions dipolaires change en fonction de  $\theta_1^{\max}$ . En particulier, pour des valeurs de  $\theta_1^{\max}$  inférieures à  $35^\circ$  environ, la composante dipolaire orientée suivant  $x$  est la plus importante. Au dessus de cette valeur, c’est la composante suivant  $z$  qui prédomine.

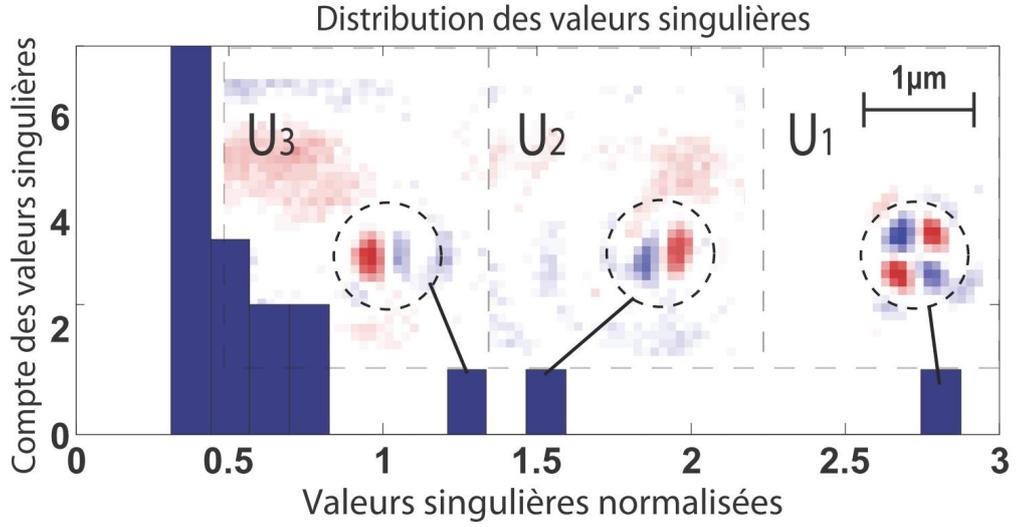


FIGURE III.16 – Rayonnement d'une particule unique : mesures expérimentales. Nous présentons la distribution des valeurs singulières pour une MR mesurée de taille 16 par 1024. Le continuum de faibles valeurs singulières correspond au bruit. Les allures des vecteurs singuliers de sortie  $U_1$ ,  $U_2$  et  $U_3$  correspondant aux trois fortes valeurs singulières sont représentées.

### III.4.3 Résultats expérimentaux

Nous avons montré que les valeurs et vecteurs propres dans un tel système dépendent de plusieurs paramètres. Nous avons déjà restreint notre étude théorique au cas de diffuseurs ponctuels isotropes. Les diffuseurs utilisés expérimentalement étant des billes d'or de 100 nm supposées monodisperses, nous satisfaisons ces hypothèses. L'angle de collection maximal  $\theta_2^{max}$  est donné par notre objectif de microscope, nous avons ici  $\theta_2^{max} \approx 68^\circ$ . L'angle maximal d'illumination peut être fixé entre 0 et  $\theta_2^{max}$  en faisant varier la taille du faisceau qui entre dans la pupille de l'objectif. Notre système de polarisations croisées mis en place pour limiter l'influence des réflexions parasites est efficace seulement pour des angles relativement faibles. Pour un angle  $\theta_1^{max} = \theta_2^{max}$ , la matrice mesurée expérimentalement est dominée par ces réflexions. Nous choisissons empiriquement  $\theta_1^{max} = 22^\circ$  afin de bénéficier d'une ouverture angulaire suffisamment grande tout en limitant les réflexions parasites. Nous avons fixé  $N = 16$  et  $M = 1024$ . La position de la particule dans le plan d'observation est inconnue.

Nous mesurons expérimentalement la MR et réalisons sa décomposition en valeurs singulières. Nous représentons en figure III.16 la distribution des valeurs singulières et l'allure des trois premiers vecteurs singuliers de sortie  $U_1$ ,  $U_2$  et  $U_3$ . De la même

### III. Matrice de réflexion et DORT optique

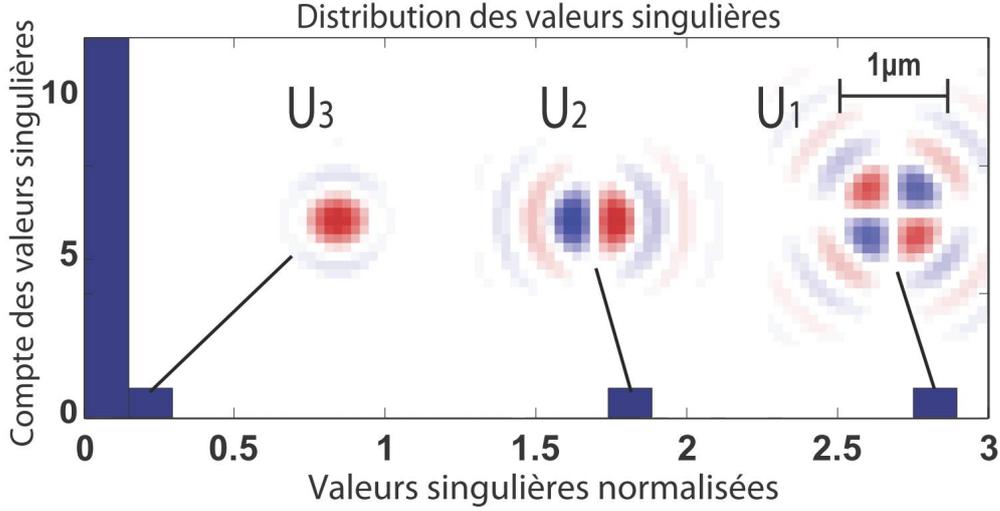


FIGURE III.17 – Rayonnement d’une particule unique : simulation. Nous présentons la distribution des valeurs singulières pour une MR calculée de taille 16 par 1024. Nous avons fixé  $\theta_1^{max} = 22^\circ$  et  $\theta_2^{max} = 68^\circ$  correspondants aux paramètres expérimentaux. Les allures des vecteurs singuliers de sortie  $U_1$ ,  $U_2$  et  $U_3$  correspondant aux trois fortes valeurs singulières sont représentées.

façon que pour l’expérience de focalisation sélective, nous observons un continuum de faibles valeurs singulières qui correspondent à du bruit. Seules trois valeurs singulières ont des amplitudes bien supérieures au niveau de bruit, les allures des vecteurs singuliers associés sont représentés. Nous voyons que  $U_1$  présente la même symétrie que le mode de rayonnement associé à l’émission dipolaire suivant l’axe  $x$ .  $U_2$  et  $U_3$  ont une allure comparable à au mode de rayonnement correspondant à l’émission dipolaire suivant l’axe  $z$ . Le mode d’aspect monopolaire n’est pas observé, ce qui semble impliquer que la contribution dipolaire suivant  $y$  n’est pas mesurée.

Afin de confronter ces résultats à la théorie, nous simulons cette MR pour des paramètres identiques en utilisant les calculs analytiques de la section précédente. Nous présentons les résultats en figure III.17. Les symétries des deux premiers vecteurs singuliers mesurés sont en bon accord avec les calculs théoriques. On s’attend bien, pour ces paramètres expérimentaux, à ce que les deux premières contributions dans la SVD de la MR soient les modes de rayonnement associés aux émissions dipolaires de la particule suivant  $x$  et  $z$ . Le rapport  $\tilde{\lambda}_1/\tilde{\lambda}_2$  est de 1.85 expérimentalement pour une valeur de 1.61 pour la matrice calculée analytiquement. Nous avons vu sur la figure III.15 que pour un angle  $\theta_1^{max}$  faible, la contribution de l’émission dipolaire suivant  $y$  est très faible. On trouve  $\tilde{\lambda} \approx 0.2$  pour  $\theta_1^{max} = 22^\circ$ . Expérimentalement, un telle valeur est comprise dans le continuum des valeurs singulières associées au

bruit. Nous n'avons jamais mesuré cette contribution au cours de nos expériences. Le troisième vecteur singulier mesuré expérimentalement dans la figure III.16 possède la même symétrie que le second. Il peut s'expliquer par exemple par le couplage entre une réflexion parasite et le second vecteur singulier.

#### III.4.4 Conclusion et perspectives

Nous avons montré expérimentalement dans cette partie qu'il est possible de séparer différentes contributions de la diffusion d'une particule unique. Les résultats sont difficilement reproductibles à l'identique et l'interprétation qualitative des résultats est difficile pour plusieurs raisons. Les principales limitations sont le bruit et la stabilité du système interférométrique. Le montage expérimental utilisé ne permet pas d'obtenir des interférences stables sur des temps longs, ainsi, même avec seulement 16 groupements de pixels contrôlés, la dérive du système interférométrique perturbe grandement la matrice. Les vecteurs propres sont distordus par la variation de phase et il est parfois nécessaire de réaliser plusieurs mesures pour obtenir des résultats cohérents. Cette perturbation associée au bruit et qui provient des réflexions parasites a aussi tendance à repousser les valeurs singulières et à introduire du couplage (cf section III.2.3). Améliorer le système pour obtenir des résultats plus quantitatifs consisterait à utiliser un laser plus stable et à monter un dispositif champ sombre afin de supprimer au maximum les réflexions parasites.

Différentes applications sont envisageables pour l'utilisation de l'analyse des modes de rayonnement d'un objet par la méthode DORT. Nous avons vu que nous sommes capables de mesurer les contributions provenant des excitations suivant la polarisation  $x$  et  $z$  au niveau de la particule. Par une rotation de  $90^\circ$  des polariseurs croisés, nous pouvons donc obtenir une information sur les trois axes. Ceci ouvre la voie à de nombreuses utilisations de cette technique pour la caractérisation de diffuseurs. L'analyse des rayonnements permet de déterminer la position de particules avec une précision meilleure que celle offerte par l'ouverture numérique du système optique permettant la superlocalisation [151]. On peut imaginer des expériences similaires à celles réalisées dans le domaine acoustique qui ont permis d'imager des détails inférieurs à la longueur d'onde par l'analyse des valeurs singulières de l'opérateur de retournement temporel [152]. Pour une particule de taille comparable ou supérieure à la longueur d'onde, la diffusion est plus complexe [25] et l'analyse des vecteurs propres peut permettre de déterminer la taille et la géométrie du diffuseur, comme cela est fait en DORT acoustique [133, 134, 153]. Le fait d'avoir accès aux

### III. Matrice de réflexion et DORT optique

---

rayonnements propres d'une particule par la SVD de la MR ouvre certainement de nombreuses applications pour l'étude de la résonance plasmon de nanoparticules.

#### III.5 Conclusion

Nous avons commencé ce chapitre par présenter le principe de la méthode DORT en montrant comment celle-ci permet la focalisation sélective sur différents diffuseurs par analyse de la décomposition en valeurs singulières de la MR  $\mathbf{K}$ . Nous avons poussé notre étude théorique en étudiant comment se comportent les valeurs et les vecteurs singuliers d'une MR en présence de bruit. Cette analyse permet à la fois d'éviter des mauvaises interprétations de résultats expérimentaux, mais aussi de fixer les limites de la méthode DORT en présence de bruit.

Nous avons dans une seconde partie réalisé expérimentalement la mesure de la MR en présence d'un milieu aberrateur. Nous avons mis à profit cette matrice en utilisant la méthode DORT pour focaliser sélectivement la lumière sur des particules d'or de taille inférieure à la longueur d'onde.

La mesure de la matrice est affectée par la présence de fortes perturbations dues à des réflexions parasites et à des instabilités interférométriques, le laser n'ayant pas les caractéristiques nécessaires pour garantir des interférences stables sur plus de quelques secondes. Nous avons pourtant réussi à discriminer mathématiquement les contributions de plusieurs diffuseurs par l'analyse des valeurs singulières de la MR. Nous avons ensuite focalisé sélectivement la lumière sur ces différentes particules en affichant sur le modulateur spatial de lumière les masques de phase correspondant aux premiers vecteurs singuliers de la MR. Puis, nous avons présenté différentes applications qu'offre la méthode DORT optique.

Nous avons ensuite appliqué la méthode DORT, sans milieu aberrateur, à l'étude des modes de rayonnement d'une particule unique sub-longueur d'onde. La particule se comporte comme trois dipôles indépendants suivant trois directions orthogonales. Nous avons montré théoriquement qu'il est possible d'exciter ces trois dipôles et de mesurer leurs contributions dans la MR. Nous avons expérimentalement séparé deux de ces contributions, dont une parallèle à l'axe optique. Par une rotation de  $90^\circ$  du système, nous devrions pouvoir obtenir une information sur les trois composantes dipolaires. Nous avons enfin exposé les domaines dans lesquels la caractérisation des modes de rayonnement peut présenter un intérêt, de l'étude de la résonance plasmon à la caractérisation de grosses particules en passant par la superlocalisation.

Nous avons avec succès transposé à l'optique la méthode DORT développée initialement dans le domaine de l'acoustique puis étendue au domaine des micro-ondes. Les calculs et la théorie sont similaires dans les différents domaines des ondes. La différence importante réside dans le montage et les difficultés expérimentales inhérentes à l'optique : le contrôle et la mesure du champ, l'importance des réflexions spéculaires, ainsi que la stabilité et la sensibilité du système.

### III. Matrice de réflexion et DORT optique

---

# Chapitre IV

## Retournement temporel en cavité optique

### IV.1 Introduction

Dans le cas général, les techniques de retournement temporel nécessitent la mesure et le contrôle de l'amplitude et de la phase des ondes. Ces techniques ont été initialement développées en acoustique [2], puis transposées aux micro-ondes [4, 53], domaines dans lesquels l'expérimentateur peut facilement avoir accès aux détails spatio-temporels de l'onde. Nous avons vu au chapitre II le cas particulier monochromatique du retournement temporel : la conjugaison de phase. Nous avons pour cela exposé comment contrôler et mesurer spatialement le champ complexe. Exploiter le retournement temporel pour la focalisation spatiale et temporelle de la lumière dans un milieu linéaire nécessite un certain degré de contrôle ou de mesure du signal temporel. Il est difficile en optique d'avoir accès au détail temporel de l'onde. Différents groupes ont néanmoins réussi à focaliser une impulsion laser, spatialement et temporellement, à travers un milieu diffusant, soit en exploitant les degrés de liberté spatiaux offerts par le milieu et en mesurant l'intensité sur une fenêtre temporelle fine [154, 155], soit en contrôlant les degrés de liberté temporels de l'onde par façonnage d'impulsion [156]. Ces premières expériences de focalisation spatio-temporelle de la lumière sont toutefois délicates et le nombre de degrés de liberté temporels contrôlables ou mesurables est très restreint, limitant ainsi l'efficacité de la focalisation.

Confrontés à des problèmes similaires dans le domaine des micro-ondes, G. Lerosey et ses collaborateurs ont prouvé, théoriquement et expérimentalement, qu'il est

## IV. Retournement temporel en cavité optique

---

possible de réaliser une expérience de retournement temporel en effectuant cette opération uniquement sur l'enveloppe complexe du signal, c'est-à-dire en contrôlant des fréquences bien inférieures à la fréquence de l'onde porteuse [4, 53]. La technologie héritée des télécommunications sur fibres optiques permet désormais de moduler et de mesurer la lumière issue d'un laser à des fréquences dépassant le GHz. Il est donc envisageable de réaliser des expériences similaires à celles démontrées en micro-ondes moyennant certaines conditions sur le milieu. Nous consacrons ce chapitre à une expérience de retournement temporel optique sur modulation pour focaliser spatialement et temporellement la lumière dans une cavité réverbérante. Nous décrivons dans un premier temps les outils permettant de moduler et de mesurer temporellement la lumière. Ces outils sont basés sur des techniques interférométriques et non sur un contrôle direct du champ. Nous présentons comment traiter les signaux, émis pour la modulation et reçus en détection, pour obtenir un système flexible et d'une grande sensibilité. Nous présentons ensuite le montage complet que nous utilisons dans notre étude expérimentale.

Nous décrivons dans une seconde partie la théorie du retournement temporel sur modulation. Nous détaillons en particulier le cas d'une cavité réverbérante et explicitons les contraintes sur le système de modulation et sur les propriétés du milieu pour que le retournement temporel soit efficace.

Nous montrons ensuite comment créer une cavité réverbérante optique qui satisfait les contraintes théoriques. Nous montrons ensuite un premier exemple de maîtrise des degrés de liberté temporels pour focaliser temporellement la lumière. Nous tentons enfin de mettre à profit ces degrés de liberté temporels pour focaliser à la fois spatialement et temporellement dans le milieu réverbérant.

## IV.2 Modulation et démodulation radiofréquence de lumière

### IV.2.1 Modulation

Les modulateurs optiques temporels à hautes fréquences utilisent généralement des milieux qui présentent un effet électro-optique. Dans certains cristaux, l'application d'un champ électrique modifie l'indice optique du matériau. En d'autres termes, lorsque le milieu est soumis à un champ électrique, la lumière voyage plus lentement en son sein. On peut ainsi moduler la phase d'une onde qui traverse le matériau

## IV.2. Modulation et démodulation radiofréquence de lumière

par application d'un champ électrique variable. Dans les applications en télécommunication, on utilise généralement du niobate de lithium ( $\text{LiNbO}_3$ ) qui permet de travailler à très hautes fréquences. On pose  $\Delta\phi$  le déphasage entre une onde traversant le milieu soumis à une tension  $V$  et une onde traversant le milieu au repos. On considère ce déphasage proportionnel à la tension appliquée, on écrit :

$$\Delta\phi = \frac{\pi}{V_\pi} V \quad (\text{IV.1})$$

avec  $V_\pi$  la tension à appliquer pour induire un déphasage de  $\pi$ .

Nous avons vu en section I.5.2.2 qu'il est possible de moduler l'amplitude d'une onde en introduisant une variation d'indice dans un interféromètre de Mach-Zehnder. Afin de ne moduler que l'amplitude, on privilégie un système dans lequel un déphasage de  $-\Delta\phi/2$  et de  $\Delta\phi/2$  est introduit respectivement dans chacun des deux bras de l'interféromètre. Pour fabriquer un tel modulateur, on utilise un guide d'onde optique dans une plaque de  $\text{LiNbO}_3$ . Ce guide d'onde se sépare en deux puis est recombinaison pour faire interférer les deux signaux. Des électrodes sont placées de façon symétrique pour induire des différences de phase opposées dans les deux bras. Une représentation schématique d'un modulateur en amplitude est représenté en figure IV.1.

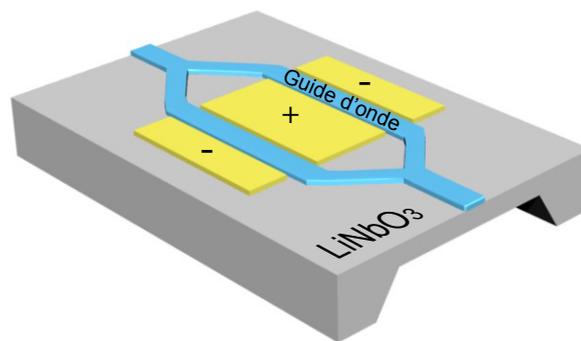


FIGURE IV.1 – Modulateur Mach-Zehnder. Les positions symétriques des électrodes permettent d'induire des différences de phase opposées les deux bras.

Dans un système sans perte, si  $E_0$  est l'amplitude initiale d'un champ monochromatique à la pulsation  $\omega_0$  en entrée du modulateur, on écrit l'amplitude complexe modulée  $E(t)$  :

#### IV. Retournement temporel en cavité optique

$$E(t) = \frac{E_0}{2} e^{i\omega_0 t} \left( e^{-\frac{\Delta\phi}{2}} + e^{\frac{\Delta\phi}{2}} \right) = E_0 e^{i\omega_0 t} \cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \quad (\text{IV.2})$$

On décompose généralement la tension appliquée en une tension continue  $V_{DC}$ , qui fixe le point de fonctionnement du système, et une tension variable  $V_{RF}(t)$ . On écrit :

$$\Delta\phi = \frac{\pi}{V_\pi} (V_{RF}(t) + V_{DC}) \quad (\text{IV.3})$$

Nous avons en particulier  $E(t) = e^{i\omega_0 t} \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{V_{RF}(t)}{V_\pi}\right)$  pour  $V_{DC} = -V_\pi$ .

Nous avons décrit ici un montage classique de modulateur électro-optique qui permet de moduler l'amplitude du champ optique. En télécommunication, il est classique de moduler de façon indépendante deux quadratures du champ, on parle de modulation IQ<sup>1</sup>. Pour réaliser une telle modulation, trois systèmes type de Mach-Zehnder sont nécessaires : deux modulateurs pour moduler les deux quadratures et un troisième qui recombine les deux signaux en quadrature et en phase, c'est à dire déphasés de  $\pi/2$ .

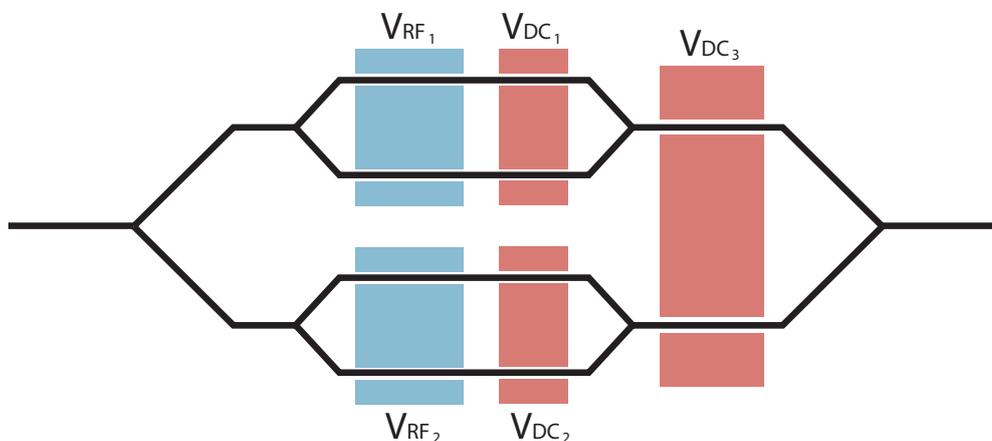


FIGURE IV.2 – Modulateur optique en quadrature et phase. Le système est composé de trois montages de type Mach-Zehnder. Les deux bras d'un interféromètre sont modulés grâce à deux modulateurs en amplitude. Les signaux sont recombinaés avec une différence de phase fixée par  $V_{DC3}$ .

Pour  $V_{DC1} = V_{DC2} = -V_\pi$ , le champ en sortie s'écrit :

$$E_s(t) = \frac{E_0}{2} e^{i\omega t} \left[ e^{-i\frac{\Delta\phi_3}{2}} \sin(s_1(t)) + e^{i\frac{\Delta\phi_3}{2}} \sin(s_2(t)) \right] \quad (\text{IV.4})$$

1. In-phase and Quadrature

## IV.2. Modulation et démodulation radiofréquence de lumière

---

$$\text{avec } \Delta\phi_3 = \frac{V_{DC3}}{V_\pi}, s_1(t) = \frac{1}{2} \frac{V_{RF1}(t)}{V_\pi} \text{ et } s_2(t) = \frac{1}{2} \frac{V_{RF2}(t)}{V_\pi}.$$

En particulier, pour  $V_{DC3} = V_\pi/2$ , nous obtenons, à un déphasage près, un signal réel de la forme :

$$e_s(t) = \sin(\omega t) \sin(s_1(t)) + \cos(\omega t) \sin(s_2(t)) \quad (\text{IV.5})$$

Nous pouvons donc moduler de façon analogique la lumière en quadrature et en phase. Nous utiliserons ce point de fonctionnement au cours de nos expériences.

### IV.2.2 Démodulation

Les détecteurs optiques classiques (capteurs CCD, capteurs CMOS, photodiodes) ne donnent accès qu'à l'intensité du champ. Nous utilisons un montage interférométrique pour mesurer le champ complexe. Pour un signal optique quelconque, nous avons besoin de mesurer les modulations sur deux quadratures du champ. Pour ce faire, nous réalisons une détection homodyne en faisant interférer le faisceau à mesurer avec un faisceau de référence monochromatique issu du même laser et cohérent avec le premier faisceau. On mesure les signaux d'interférences pour deux différences de phases qui correspondent à deux quadratures du champ. Une représentation schématique du montage expérimental est montrée en figure IV.3. Une partie du faisceau laser est récupérée avant la modulation (cf section IV.2.3) pour servir de référence. La lumière de la référence et du signal à mesurer sont acheminées par fibre optique vers des collimateurs pour obtenir des faisceaux parallèles en espace libre. La polarisation du faisceau de référence est tournée à l'aide d'une lame demi onde afin d'obtenir une polarisation rectiligne faisant un angle de  $45^\circ$  avec l'horizontale en entrée d'un cube polarisant. Le cube sépare les deux bras du système qui permettent la détection des deux quadratures du champ que nous appelons I et Q (cf figure IV.3). Cette appellation est arbitraire et n'est pas fixée par rapport aux deux voies de modulation, appelées aussi I et Q, elles sont définies à une phase aléatoire près. Les quadratures mesurées sont fixées par la phase de la référence et les différentes longueurs de parcours dans le système.

Pour une référence de forme  $R \sin(\omega_0 t)$ , chacun des deux bras reçoit une champ  $R_I(t)$  et  $R_Q(t)$  de la forme :

#### IV. Retournement temporel en cavité optique

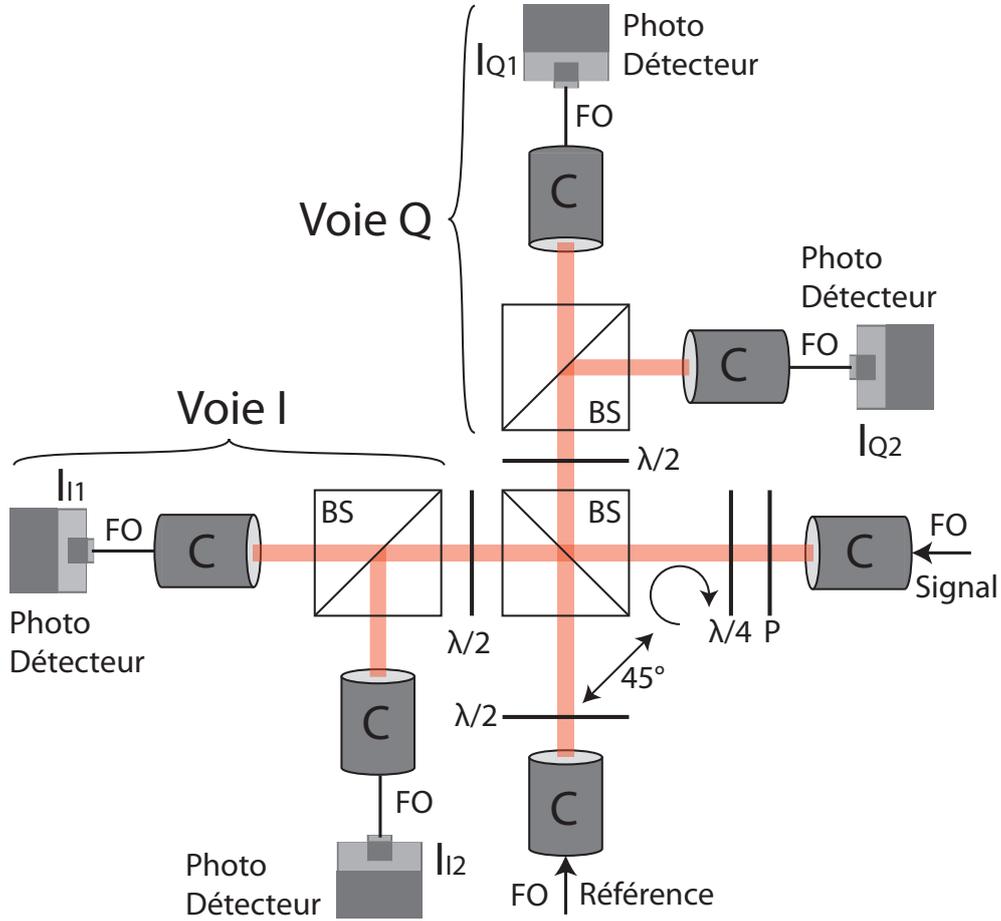


FIGURE IV.3 – Système interférométrique de démodulation. FO, fibre optique. P, polariseur.  $\lambda/4$ , lame quart d’onde.  $\lambda/2$ , lame demi onde. BS, cube polarisant. C, collimateur.

$$\begin{aligned}
 R_I(t) &= \frac{R}{2} \sin(\omega_0 t) \\
 R_Q(t) &= -\frac{R}{2} \sin(\omega_0 t)
 \end{aligned}
 \tag{IV.6}$$

Nous avons fixé ici la référence en phase avec la voie d’émission I du modulateur pour simplifier les expressions. Cette simplification se fait sans perte de généralité et ne modifie pas les résultats.

On sélectionne une polarisation du faisceau à analyser et une lame quart d’onde permet d’obtenir une polarisation circulaire. On peut écrire les champs  $S_I(t)$  et  $S_Q(t)$  dans chacun des deux bras après passage dans le cube polarisant :

## IV.2. Modulation et démodulation radiofréquence de lumière

---

$$\begin{aligned}
 S_I(t) &= \frac{1}{2} [E_I^{out}(t) \sin(\omega_0 t) + E_Q^{out}(t) \cos(\omega_0 t)] \\
 S_Q(t) &= \frac{1}{2} [E_I^{out}(t) \cos(\omega_0 t) - E_Q^{out}(t) \sin(\omega_0 t)]
 \end{aligned}
 \tag{IV.7}$$

On s'intéresse aux interférences ayant lieu dans le bras correspondant à la voie I. Les faisceaux issues de la référence et de la lumière à analyser arrivent avec des polarisation orthogonales respectivement horizontales et verticales. Ces polarisations sont tournées de  $45^\circ$  par une lame demi onde. Les faisceaux interfèrent en sortie d'un cube polarisant et la lumière est collectée par deux collimateurs dans des fibres optiques. Les intensités sont ensuite mesurées par des photodétecteurs rapides (Thorlabs SIR5-FC). Le signal électrique de sortie est amplifié par des amplificateurs faible bruit (Micro Semi AWB0518-20-08) pour être enregistré par un oscilloscope numérique de fréquence d'échantillonnage 20 GHz (Tektronix TDS6604B).

On écrit  $I_{I1}(t)$  et  $I_{I2}(t)$  les intensité optiques instantanées sur les photodétecteurs :

$$\begin{aligned}
 I_{I1}(t) &= \frac{1}{16} [E_I^{out}(t) \sin(\omega_0 t) + E_Q^{out}(t) \cos(\omega_0 t) + R \sin(\omega_0 t)]^2 \\
 I_{I2}(t) &= \frac{1}{16} [E_I^{out}(t) \sin(\omega_0 t) + E_Q^{out}(t) \cos(\omega_0 t) - R \sin(\omega_0 t)]^2
 \end{aligned}
 \tag{IV.8}$$

On remarque que la différence des deux intensité se factorise sous la forme :

$$I_{I2}(t) - I_{I1}(t) = \frac{1}{4} [E_I^{out}(t) \sin(\omega_0 t) + E_Q^{out}(t) \cos(\omega_0 t)] R \sin(\omega_0 t) \tag{IV.9}$$

On développe les termes trigonométriques :

$$I_{I2}(t) - I_{I1}(t) = \frac{R}{8} [E_I^{out}(t) (1 - \cos 2(\omega_0 t)) + E_Q^{out}(t) \sin 2(\omega_0 t)] \tag{IV.10}$$

Les détecteurs ne mesurent que la partie basse fréquence du champ, bien en dessous de la pulsation de la lumière  $\omega_0$  (jusqu'à des fréquences de 5 GHz). Les signaux  $D_{I1}(t)$  et  $D_{I2}(t)$  mesurés par les détecteurs ne font apparaître que les termes continus et radiofréquences. La différence entre les tensions issues des deux détecteurs donne un signal proportionnel à l'enveloppe du champ  $E_I^{out}(t)$  :

$$D_{I2}(t) - D_{I1}(t) \propto \frac{R}{8} E_I^{out}(t) \tag{IV.11}$$

De la même façon, si on appelle  $D_{Q1}(t)$  et  $D_{Q2}(t)$  les signaux mesurés par les deux détecteurs de la voie Q du démodulateur, nous obtenons :

## IV. Retournement temporel en cavité optique

---

$$D_{Q2}(t) - D_{Q1}(t) \propto \frac{R}{8} E_Q^{out}(t) \quad (\text{IV.12})$$

En général, nous travaillons avec une référence d'amplitude bien supérieure au signal à mesurer ( $R \gg E_I^{out}(t), E_Q^{out}(t)$ ). Il est intéressant de remarquer qu'en négligeant les termes les plus faibles dans l'expression de  $I_{I1}$  dans l'équation IV.8, nous obtenons :

$$I_{I1}(t) \approx \frac{R}{8} [E_I^{out}(t) (1 - \cos 2(\omega_0 t)) + E_Q^{out}(t) \sin 2(\omega_0 t)] + \frac{R^2}{8} (1 - \cos 2(\omega_0 t)) \quad (\text{IV.13})$$

et donc :

$$D_{I1}(t) \approx R E_I^{out}(t) + R^2 \quad (\text{IV.14})$$

De la même façon sur la voie Q du système, nous mesurons :

$$D_{Q1}(t) \approx R E_Q^{out}(t) + R^2 \quad (\text{IV.15})$$

Nous voyons donc que pour une référence forte devant le signal à mesurer, le montage de la figure IV.3 peut être simplifié en utilisant un seul collimateur et détecteur par voie puis en filtrant la composante continue de la tension enregistrée sur l'oscilloscope.

Notons que dans le système interférométrique, les signaux mesurés sont proportionnels à la référence  $R$ . Pour une référence forte, ce montage amplifie le signal à mesurer et donc augmente la sensibilité du système.

### IV.2.3 Montage Complet

Les modules de modulation et de démodulation de la lumière sont les deux blocs indispensables lorsque l'on travaille en modulation. Il est en sus nécessaire de posséder une électronique de génération et de mesure de signaux suffisamment rapide. Le schéma du montage complet est présenté en figure IV.4.

Nous choisissons de travailler à 1550 nm, longueur d'onde utilisée classiquement en télécommunication fibrée, pour des raisons de disponibilité du matériel de modulation à ces fréquences. Le laser étant utilisé dans le système de démodulation interférométriques, il doit être stable pour garantir une mesure correcte pour des grandes différences de chemins optiques. Le laser utilisé est un laser semiconducteur fibré à rétroaction distribuée (DFB pour Distributed Feedback Laser) à 1550 nm

## IV.2. Modulation et démodulation radiofréquence de lumière

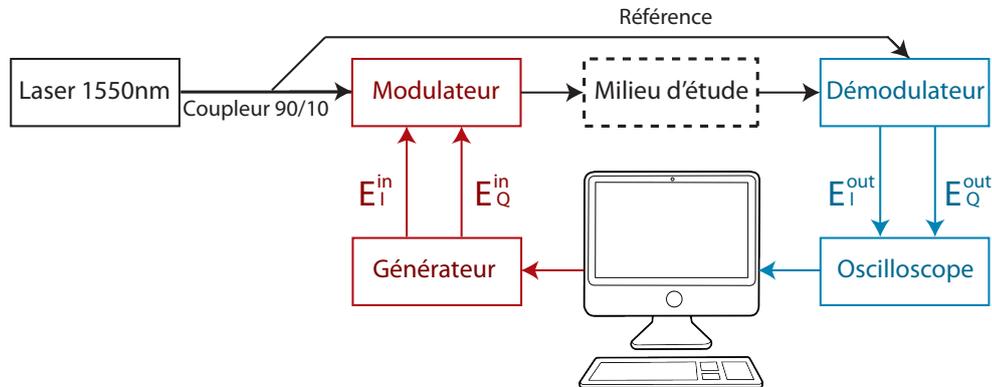


FIGURE IV.4 – Montage complet. Les éléments intervenant dans la partie modulation sont indiqués en rouge et les éléments intervenant dans la partie démodulation et enregistrement sont indiqués en bleu. Les flèches noires correspondent à des fibres optiques qui véhiculent le signal lumineux.

stabilisé par rétroaction et de finesse spectrale inférieure à 5 kHz. La puissance en sortie du laser est d'environ 70 mW. A l'aide d'un séparateur de faisceaux fibré 90/10, 10% de l'intensité est envoyée dans le système de démodulation pour être utilisé comme référence et 90% est injectée dans le système de modulation. Nous obtenons 5 à 10 mW de signal modulé. Le signal en sortie de nos milieux d'étude est en général diminué d'un facteur  $10^2$  à  $10^7$ , ainsi le signal de référence est bien supérieur au signal à mesurer et les approximations introduites précédemment peuvent s'appliquer. Les signaux radiofréquences qui alimentent le modulateur pour les deux voies I et Q sont synthétisés par un générateur de fonctions arbitraires (Tektronix AWG7102) de fréquence d'échantillonnage 10 GHz piloté par l'ordinateur. Le modulateur à triple Mach-Zehnder (Photline ModBox-QPSK-40Gbps) est entièrement paramétrable par ordinateur et donne accès à une bande passante de 40 GHz en modulation. Le signal lumineux modulé en quadrature et en phase est injecté dans le milieu de propagation à étudier. En sortie, la lumière est collectée par une fibre optique et envoyée au système de démodulation. Les signaux électriques en sortie du démodulateur sont enregistrés par un oscilloscope numérique de fréquence d'échantillonnage 20 GHz (Tektronix TDS6604B). Les signaux sont ensuite transmis à l'ordinateur.

Nous avons donc avec ce montage la possibilité de moduler un signal lumineux en quadrature et en phase ainsi que d'enregistrer le champ optique sur deux quadratures. Le tout est entièrement piloté par ordinateur.

## IV.3 Focalisation par retournement temporel sur modulation

### IV.3.1 Principe du retournement temporel sur modulation

Nous désirons étudier ici comment se comporte une technique de retournement temporel lorsque l'on travaille en modulation. Ce sujet à été étudié par G. Lerosey au cours de sa thèse de doctorat [4]. Nous travaillons en modulation IQ et nous considérons que la fréquence temporelle maximale de la modulation est inférieure à la fréquence porteuse. Nous généralisons le concept de réponse impulsionnelle à la modulation. Ces réponses impulsionnelles lient les signaux IQ en sortie du démodulateur aux signaux émis en entrée du système de modulation et prennent en compte la propagation à la fréquence porteuse. Nous négligeons ici l'effet des dispositifs électroniques en assimilant leurs réponses à des diracs temporels. Pour un signal de porteuse de pulsation  $\omega_0$  modulée en quadrature et en phase avec les signaux  $E_I^{in}(t)$  et  $E_Q^{in}(t)$ , le signal  $s(t)$  en sortie d'un système linéaire s'exprime en fonction de la réponse impulsionnelle optique  $h_{opt}(t)$  :

$$s(t) = [E_I^{in}(t) \cos(\omega_0 t) + E_Q^{in}(t) \sin(\omega_0 t)] \otimes h_{opt}(t) \quad (\text{IV.16})$$

On définit les réponses impulsionnelles radiofréquences  $H_{I \rightarrow I}$ ,  $H_{I \rightarrow Q}$ ,  $H_{Q \rightarrow I}$  et  $H_{Q \rightarrow Q}$  qui lient les modulations des deux quadratures du signal en entrée aux modulations des deux quadratures du signal en sortie du système. On écrit alors le signal  $s(t)$  :

$$s(t) = E_I^{out}(t) \cos(\omega_0 t) + E_Q^{out}(t) \sin(\omega_0 t) \quad (\text{IV.17})$$

avec

$$\begin{aligned} E_I^{out}(t) &= [E_I(t) \otimes H_{I \rightarrow I}(t) + E_Q(t) \otimes H_{Q \rightarrow I}(t)] \cos(\omega_0 t) \\ E_Q^{out}(t) &= [E_Q(t) \otimes H_{Q \rightarrow Q}(t) + E_I(t) \otimes H_{I \rightarrow Q}(t)] \sin(\omega_0 t) \end{aligned} \quad (\text{IV.18})$$

Nous comptons voir comment s'expriment les réponses  $H_{I \rightarrow I}$ ,  $H_{I \rightarrow Q}$ ,  $H_{Q \rightarrow I}$  et  $H_{Q \rightarrow Q}$  en fonction de  $h_{opt}(t)$ . Pour ce faire, nous développons les produits de convolution de l'équation IV.16 :

### IV.3. Focalisation par retournement temporel sur modulation

---

$$\begin{aligned}
 s(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} E_I^{in}(t-\tau) \cos(\omega_0(t-\tau)) h_{opt}(\tau) d\tau \\
 &+ \int_{-\infty}^{\infty} E_Q^{in}(t-\tau) \sin(\omega_0(t-\tau)) h_{opt}(\tau) d\tau
 \end{aligned} \tag{IV.19}$$

On développe les termes en cosinus et sinus dans l'expression précédente, on obtient :

$$\begin{aligned}
 s(t) &= \cos(\omega_0 t) \left[ \int_{-\infty}^{\infty} E_I^{in}(t-\tau) \cos(\omega_0 \tau) h_{opt}(\tau) d\tau - \int_{-\infty}^{\infty} E_Q^{in}(t-\tau) \sin(\omega_0 \tau) h_{opt}(\tau) d\tau \right] \\
 &\sin(\omega_0 t) \left[ \int_{-\infty}^{\infty} E_Q^{in}(t-\tau) \cos(\omega_0 \tau) h_{opt}(\tau) d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} E_I^{in}(t-\tau) \sin(\omega_0 \tau) h_{opt}(\tau) d\tau \right]
 \end{aligned} \tag{IV.20}$$

En faisant apparaître des produits de convolution, on aboutit à l'expression :

$$\begin{aligned}
 s(t) &= \cos(\omega_0 t) [E_I^{in}(t) \otimes \cos(\omega_0 t) h_{opt}(t) - E_Q^{in}(t) \otimes \sin(\omega_0 t) h_{opt}(t)] \\
 &+ \sin(\omega_0 t) [E_Q^{in}(t) \otimes \cos(\omega_0 t) h_{opt}(t) + E_I^{in}(t) \otimes \sin(\omega_0 t) h_{opt}(t)]
 \end{aligned} \tag{IV.21}$$

Nous identifions les termes des équation IV.21 et IV.18, on obtient l'expression des 4 réponses impulsionnelles. Seules deux fonctions, notées  $H_I(t)$  et  $H_Q(t)$ , sont indépendantes et s'écrivent :

$$\begin{aligned}
 H_I(t) &= H_{I \rightarrow I}(t) = H_{Q \rightarrow Q}(t) = h_{opt}(t) \cos(\omega_0 t) \\
 H_Q(t) &= -H_{I \rightarrow Q}(t) = H_{Q \rightarrow I}(t) = -h_{opt}(t) \sin(\omega_0 t)
 \end{aligned} \tag{IV.22}$$

On peut ainsi exprimer la relation entre le signal de sortie  $s(t)$  et les modulations I et Q du signal d'entrée par un produit de convolution matriciel :

$$s(t) = \begin{bmatrix} H_I(t) & H_Q(t) \\ -H_Q(t) & H_I(t) \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} E_I^{in}(t) \\ E_Q^{in}(t) \end{bmatrix} \tag{IV.23}$$

Nous voyons qu'afin de mesurer la réponse entière du système, il est en réalité suffisant d'envoyer une impulsion sur une quadrature en entrée (par exemple sur la voie I) et de mesurer les signaux sur les deux quadratures en sortie.

Regardons la réponse du système à un signal quelconque  $E_I^{in}(t)$  sur la voie I et aucune modulation sur la voie Q. Le signal de sortie s'écrit :

#### IV. Retournement temporel en cavité optique

---

$$s^I(t) = \begin{bmatrix} H_I(t) & H_Q(t) \\ -H_Q(t) & H_I(t) \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} E_I^{in}(t) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_I(t) \otimes E_I^{in}(t) \\ -H_Q(t) \otimes E_I^{in}(t) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.24})$$

On désire maintenant effectuer une opération de retournement temporel. Inverser la chronologie du signal  $S_I(t)$  revient à renvoyer les modulations inversées temporellement tout en conjuguant la phase de la porteuse. Le signal enregistré en sortie après retournement temporel s'écrit :

$$s^I(t) = \begin{bmatrix} H_I(t) & H_Q(t) \\ -H_Q(t) & H_I(t) \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} H_I(-t) \otimes E_I^{in}(-t) \\ H_Q(-t) \otimes E_I^{in}(-t) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.25})$$

$$= \begin{bmatrix} [H_I(t) \otimes H_I(-t) + H_Q(t) \otimes H_Q(-t)] \otimes E_I^{in}(-t) \\ [-H_Q(t) \otimes H_I(-t) + H_I(t) \otimes H_Q(-t)] \otimes E_I^{in}(-t) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.26})$$

De la même façon, pour une émission initiale  $E_Q^{in}$  sur la voie Q, le retournement temporel donne :

$$s^Q(t) = \begin{bmatrix} [-H_I(t) \otimes H_Q(-t) + H_Q(t) \otimes H_I(-t)] \otimes E_Q^{in}(-t) \\ [-H_I(t) \otimes H_I(-t) - H_Q(t) \otimes H_Q(-t)] \otimes E_Q^{in}(-t) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.27})$$

Dans les deux cas, le signal enregistré sur la voie de modulation ciblée est composé de la somme des autocorrélations des réponses impulsionnelles  $H_I(t)$  et  $H_Q(t)$ . Le signal sur l'autre voie est composé de la différence des intercorrélations de ces mêmes réponses impulsionnelles. Par conséquent, le signal reçu sur la voie de modulation ciblée présente un maximum pour  $t = 0$  car les deux fonctions d'autocorrélation présentent un maximum à ce temps précis. Sur l'autre voie, le signal est nul en  $t = 0$  car  $H_I(0) \otimes H_Q(0) = H_Q(0) \otimes H_I(0)$  et présente des lobes secondaires pour  $t \neq 0$ . La durée de l'impulsion recrée par retournement temporel sur modulation en limitée par la bande passante utilisée puisqu'elle correspond à l'autocorrélation des réponses impulsionnelles radiofréquences. Physiquement, cela veut dire qu'on ne peut pas avoir une durée d'impulsion par retournement temporel plus petite que la durée du signal utilisé comme impulsion initiale pour mesurer  $H_I(t)$  et  $H_Q(t)$ .

Si nous mesurons le champ en un point différent dans le cas d'une émission initiale sur la voie I, nous avons :

$$S'^I(t) = \begin{bmatrix} [H'_I(t) \otimes H_I(-t) + H'_Q(t) \otimes H_Q(-t)] \otimes E_I^{in}(-t) \\ [-H'_Q(t) \otimes H_I(-t) + H'_I(t) \otimes H_Q(-t)] \otimes E_I^{in}(-t) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.28})$$

### IV.3. Focalisation par retournement temporel sur modulation

---

$H'_I(t)$  et  $H'_Q(t)$  sont respectivement les réponses impulsionnelles radiofréquences liant le point d'émission au point de mesure. Si ce point est écarté d'une distance supérieure à la longueur de corrélation du milieu par rapport à la sonde ayant enregistré initialement les réponses  $H_I(t)$  et  $H_Q(t)$ , les réponses impulsionnelles sont alors décorrelées. En particulier,  $H'_I(t) \otimes H_I(-t)$  et  $H'_Q(t) \otimes H_Q(-t)$  ne présentent pas de maximum remarquable. Nous avons donc focalisation spatiale puisque l'énergie est localisée dans une région autour de la position de la sonde ayant mesuré les réponses impulsionnelles.

Il est très intéressant de noter que la taille de la focalisation spatiale ne dépend pas de la modulation, elle est caractérisée par la longueur de corrélation du milieu à la fréquence porteuse. On obtient donc théoriquement la même taille de tache focale que si on module directement les fréquences de l'onde porteuse pour le retournement temporel [53, 157].

#### IV.3.2 Mise en place du retournement temporel sur modulation

Idéalement, la méthodologie à suivre pour réaliser une expérience de retournement temporel est la suivante :

- Un bref signal de modulation est envoyé sur une voie du modulateur.
- Les ondes se propagent dans le milieu d'étude jusqu'au système de détection.
- Les modulations du champ optique sur deux quadratures sont mesurées.
- Les signaux sont transmis à l'ordinateur qui inverse leurs chronologies. L'amplitude est normalisée pour profiter de la dynamique d'émission.
- Ces signaux sont envoyées au générateur de fonctions arbitraires pour être émis sur les deux voies du modulateur optique.
- Les ondes modulées se propagent une nouvelle fois dans le milieu et on mesure le champ en sortie à l'aide du système de détection.

En envoyant un signal bref, on mesure directement en sortie la réponse impulsionnelle du milieu. Néanmoins, envoyer un signal très bref implique d'envoyer peu d'énergie dans le système. Lorsque le système présente des pertes ou que seule une partie de l'énergie de sortie est mesurée, les signaux à détecter sont très faibles. Il est intéressant de pouvoir mesurer la réponse impulsionnelle en envoyant un maximum d'énergie dans le système. Ceci peut être réalisée en émettant un « chirp » linéaire plutôt qu'un signal bref. Un chirp linéaire est un signal pseudo-périodique dont

## IV. Retournement temporel en cavité optique

---

la fréquence varie linéairement en fonction du temps. Un tel signal balayant un intervalle de fréquences borné par  $f_{min}$  et  $f_{max}$  au cours d'une durée  $T$ , s'écrit :

$$c(t) = \begin{cases} Ae^{i2\pi(f_{min}+(f_{max}-f_{min})\frac{t}{T})t} & \forall t \in [0 : T] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{IV.29})$$

La réponse du milieu pour un tel signal envoyé sur la voie I s'exprime :

$$s(t) = \begin{bmatrix} [H_I(t) \otimes H_I(-t) + H_Q(t) \otimes H_Q(-t)] \otimes c(t) \\ [-H_Q(t) \otimes H_I(-t) + H_I(t) \otimes H_Q(-t)] \otimes c(t) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.30})$$

Dans l'optique de trouver les réponses impulsionnelles  $H_I(t)$  et  $H_Q(t)$ , on convolue les signaux enregistrés sur les deux voies par  $c(-t)$ . On obtient :

$$s(t) \otimes c(-t) = \begin{bmatrix} [H_I(t) \otimes H_I(-t) + H_Q(t) \otimes H_Q(-t)] \otimes c(t) \otimes c(-t) \\ [-H_Q(t) \otimes H_I(-t) + H_I(t) \otimes H_Q(-t)] \otimes c(t) \otimes c(-t) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.31})$$

La fonction d'autocorrélation  $c(t) \otimes c(-t)$  présente un maximum en zéro dont l'amplitude est proportionnelle à  $T$  avec des lobes secondaires d'amplitudes proportionnelles à l'inverse de la bande de fréquences  $f_{max} - f_{min}$ . Pour une bande de fréquences suffisante, les réponses obtenues par l'équation IV.31 sont similaires à ceux obtenus pour l'envoi d'un signal de durée  $1/f_{max}$  mais dont l'amplitude est augmentée d'un rapport  $T.f_{max}$ . Nous présentons en figure IV.5 deux chirps avec  $f_{min} = 500$  MHz,  $f_{max} = 2$  GHz, une fréquence d'échantillonnage de 10 GHz pour  $T = 10$  ns et  $T = 20$  ns. Nous présentons sur la même figure leurs fonctions d'autocorrélation.

Afin d'augmenter le rapport signal à bruit de la mesure, il est donc préférable d'obtenir la réponse impulsionnelle en modulant le champ par un chirp en entrée du système et en convoluant le signal reçu par le signal envoyé en chronologie inverse. C'est la méthode que nous utilisons au cours de nos mesures expérimentales.

## IV.4 Une première expérience de focalisation temporelle

### IV.4.1 La cavité monomode bouclée

Nous avons vu au chapitre I que la qualité du retournement temporel est déterminée par le nombre de degrés de liberté contrôlés par l'expérimentateur. Dans le cas

#### IV.4. Une première expérience de focalisation temporelle

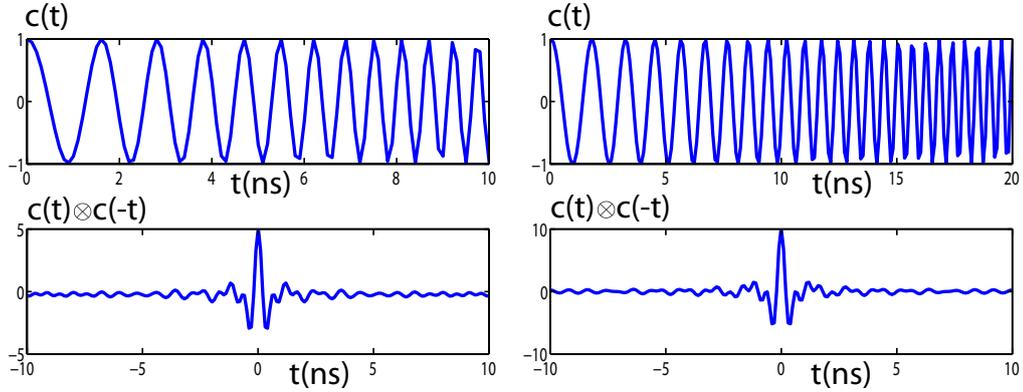


FIGURE IV.5 – Chirps et autocorrélations. Nous présentons les allures de deux chirps (haut) pour une fréquence d'échantillonnage de 10 GHz avec  $f_{min} = 500$  MHz,  $f_{max} = 2$  GHz de durées  $T = 10$  ns (a.) et  $T = 20$  ns (b.) ainsi que leurs fonctions d'autocorrélation (bas).

présent, le nombre de degrés de liberté spatiaux  $N_s$  accessible est égal à 1 car nous ne pouvons émettre un signal modulé qu'en un seul point. Avoir un nombre  $N$  de degrés de liberté spatiaux contrôlables nécessite d'avoir  $N$  montages de modulation indépendants pour injecter la lumière en  $N$  points d'un milieu. Au vu de la complexité et du prix d'un tel montage, nous travaillons avec un unique degré de liberté spatial.

Nous avons vu en section I.4.1 que le nombre de degrés de liberté temporels peut être défini par le rapport  $N_t = \Delta f / f_{corr}$  entre la bande passante  $\Delta f$  utilisée et la fréquence de corrélation  $f_{corr}$  du milieu. Si lorsqu'on émet une impulsion brève en entrée du système, celle-ci n'est pas allongée significativement par rapport à l'inverse de la bande passante, la réponse du milieu vue par le système est un dirac. La fréquence de corrélation du milieu est alors supérieure à la bande passante  $\Delta f$  et le nombre de degrés de liberté est limité à 1 ! La bande passante  $\Delta f$  du système de modulation est de 5 GHz, il est donc nécessaire que le milieu allonge la durée d'une impulsion brève envoyée sur au moins plusieurs nanosecondes. Un étalement d'une nanoseconde correspond à environ 30 cm de différence de chemin optique dans le vide, soit près de 200 000 longueurs d'onde !

Afin d'obtenir un signal de sortie allongé dans le temps, nous réalisons une cavité bouclée en fibre monomode. Pour cela, nous utilisons un séparateur de faisceau par couplage évanescent fibré 50%/50% (Thorlabs 10202A-50) que nous replions sur elle-même en ré-injectant une de ses sorties dans une de ses entrées. La taille de la boucle est d'environ un mètre. Nous envoyons le signal modulé dans la seconde

## IV. Retournement temporel en cavité optique

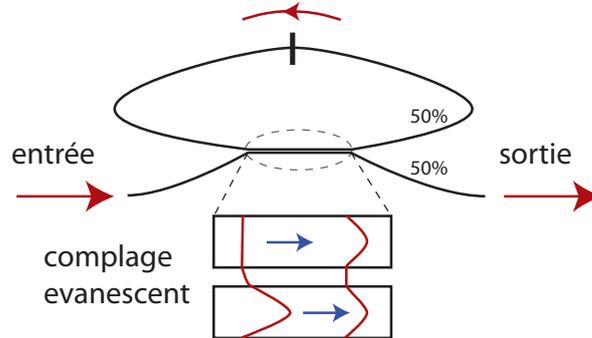


FIGURE IV.6 – La cavité monomode bouclée.

entrée et mesurerons le signal sortant de la seconde sortie. Nous représentons ce système schématiquement en figure IV.6.

Considérons dans un premier temps que la propagation dans le milieu se fait à polarisation constante. Nous enregistrons en sortie le signal suivant cette même polarisation. Pour une impulsion brève émise en entrée, le signal enregistré en sortie est une succession d'impulsions. Les impulsions sont séparées du temps de propagation dans la boucle de  $dt = dc/n \approx 5$  ns, pour  $c$  la vitesse de la lumière dans le vide,  $n \approx 1.5$  l'indice dans la fibre de silice et  $d \approx 1$  m la longueur de la boucle. L'amplitude de la  $j^{\text{ème}}$  impulsion est égale à  $A_0(1/2)^j$  avec  $A_0$  l'amplitude de l'impulsion initiale. La phase et le signe de l'impulsion sont conservés. Nous calculons à l'aides de la formule IV.26 l'allure du retournement temporel pour focaliser sur la voie I. Nous représentons en figure IV.7 l'allure des réponses impulsionnelles  $H_I(t)$  et  $H_Q(t)$  attendues ainsi que l'allure théorique de la focalisation par retournement temporel. Le rapport entre le pic principal et le pic secondaire dans le signal de retournement temporel est de  $1/2$ , soit identique au rapport entre le premier pic et le second dans la réponse impulsionnelle. Le retournement temporel n'apport donc rien au système. En réalité, les pics étant tous identiques (mis à part l'amplitude), deux pics pris aux hasards portent la même information, il y a donc un nombres d'informations indépendantes dans le signal mesuré égal à 1. Ainsi dans ce cas  $N_t = 1$ , le retournement temporel est donc inefficace.

Pour une fibre monomode qui n'est pas à maintien de polarisation, les contraintes physiques induites par la géométrie de la fibre génère localement de la biréfringence. Pour une conformation géométrique quelconque, la polarisation est modifiée tout au long du trajet de l'onde dans la fibre, cette conversion se fait de manière inconnue

#### IV.4. Une première expérience de focalisation temporelle

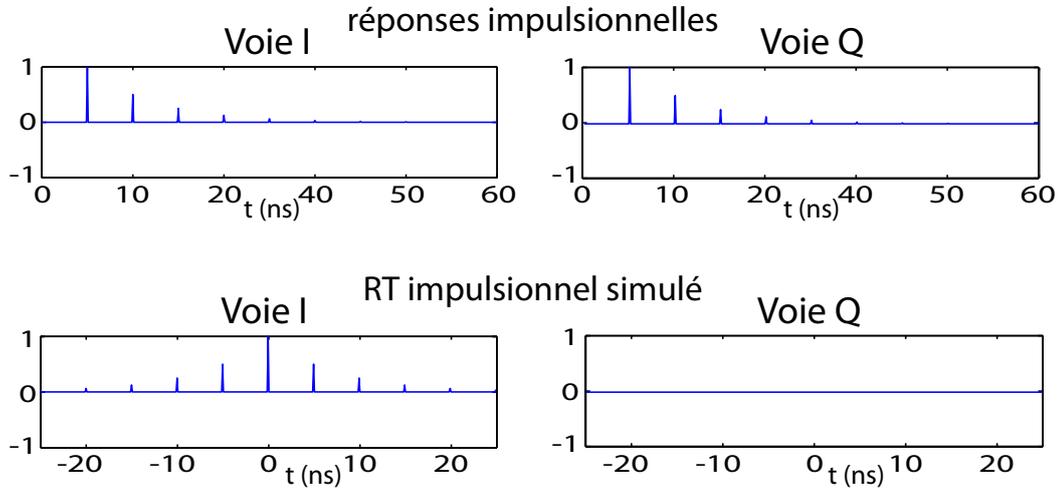


FIGURE IV.7 – Retournement temporel théorique dans une cavité monomode bouclée à maintien de polarisation. (haut) allure des réponses impulsionnelles  $H_I(t)$  et  $H_Q(t)$ . (bas) retournement temporel simulé pour focaliser sur la voie I.

mais déterministe. C'est-à-dire que la manière dont la lumière passe dans les différents états de polarisation n'est pas prédictible sans connaître en détail la courbure exacte de la fibre mais est reproductible tant que le système n'est pas physiquement modifié. Étant donné que l'on observe qu'une seule polarisation en sortie, la conversion aléatoire de polarisation se traduit sur les réponses impulsionnelles par une variation aléatoire de l'amplitude et du signe des impulsions. L'enveloppe du signal garde toujours une décroissance en  $(1/2)^j$ . Deux impulsions sont désormais indépendantes. Nous simulons ce cas en modulant les impulsions obtenues dans une fibre à maintien de polarisation par des termes aléatoires entre -1 et 1. Nous représentons en figure IV.8 l'allure des réponses impulsionnelles  $H_I(t)$  et  $H_Q(t)$  simulées ainsi que l'allure théorique de la focalisation par retournement temporel sur les deux quadratures.

Nous obtenons un rapport entre le pic principal et les lobes secondaires de 5 sur le signal après retournement temporel. Pour une durée  $dt$  entre deux impulsions, les réponses impulsionnelles ont un temps caractéristique de décroissance  $\tau = dt / \ln 2$  dans lequel nous avons un nombre statistique  $1 + 1 / \ln 2$  d'impulsions indépendantes. En multipliant par 2 pour le nombre de voies contrôlées, nous avons un nombre de degrés de liberté temporels de  $N_t = 2(1 + 1 / \ln 2) \approx 5$ , en accord avec les résultats du retournement temporel simulé.

## IV. Retournement temporel en cavité optique

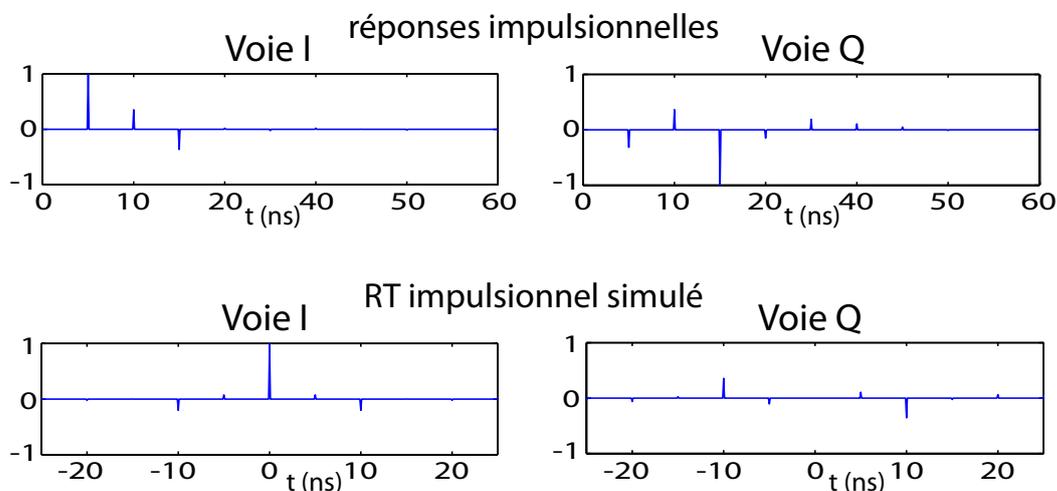


FIGURE IV.8 – Retournement temporel théorique dans une cavité monomode bouclée. (haut) allures des réponses impulsionnelles  $H_I(t)$  et  $H_Q(t)$ . (bas) retournement temporel simulé pour focaliser sur la voie I.

### IV.4.2 Focalisation temporelle expérimentale

Nous utilisons le montage présenté en figure IV.4 pour envoyer sur la voie I du modulateur un chirp  $c(t)$  de durée  $T = 3200 \mu\text{s}$  qui balaye les fréquences de 1 GHz à 2,5 GHz. La voie Q n'est pas modulée. Le signal lumineux est envoyé en entrée de la cavité monomode bouclée. Nous enregistrons en sortie du milieu le signal sur deux quadratures. Nous représentons en figure IV.9 les allures des signaux modulés émis en entrée et enregistrés en sortie du système. La réponse impulsionnelle est constituée d'impulsions brèves, séparées d'environ 5 ns, qui correspondent au nombre de trajets de la lumière dans la boucle.

Nous calculons ensuite les réponses impulsionnelles  $H_I(t)$  et  $H_Q(t)$  en convoluant les signaux mesurés par  $c(-t)$  (cf formule IV.31). Nous pouvons ensuite estimer l'allure du retournement temporel pour focaliser sur la voie I du démodulateur en utilisant la formule IV.26. Nous présentons en figure IV.10 les réponses impulsionnelles calculées  $H_I(t)$  et  $H_Q(t)$  ainsi que l'allure du retournement temporel simulé pour focaliser une quadrature en sortie. Le rapport entre le pic de focalisation et le pic secondaire le plus intense est de 3,3.

Réaliser expérimentalement le retournement temporel consiste à émettre en entrée du système dans une chronologie inverse les réponses impulsionnelles mesurées et à conjuguer la porteuse. Nous remarquons que l'intervalle entre deux pics des réponses impulsionnelles est bien plus grand que notre période d'échantillonnage. Nous décidons de convoluer les réponses impulsionnelles par une impulsion conte-

#### IV.4. Une première expérience de focalisation temporelle

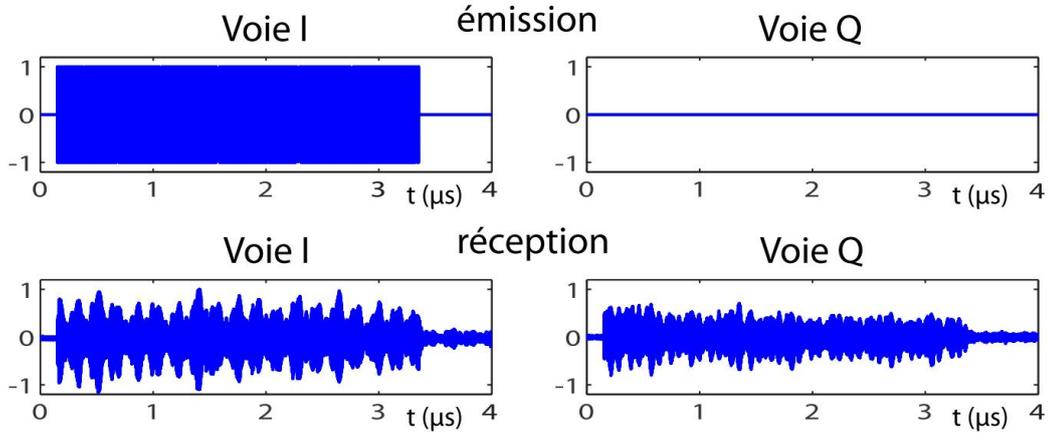


FIGURE IV.9 – Signaux émis et reçus dans la cavité monomode. Nous montrons les modulations des signaux émis en entrée du système (haut). Seule la voie I est modulée avec un chirp de 1 à 2,5 GHz sur une durée  $T = 3,2 \mu\text{s}$ . Nous représentons les signaux mesurés en sortie du système sur deux quadratures (bas).

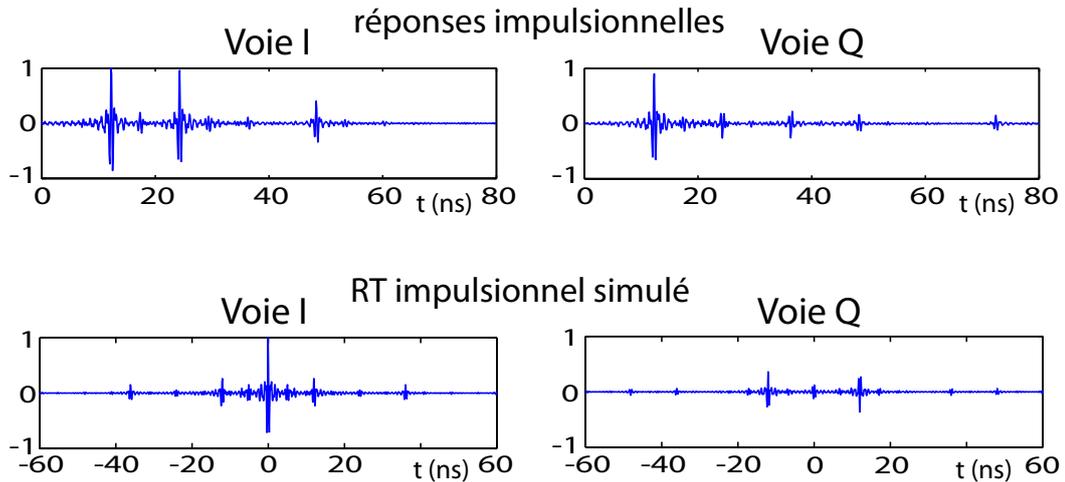


FIGURE IV.10 – Réponses impulsionnelles et autocorrélations. Nous présentons les réponses  $H_I(t)$  et  $H_Q(t)$  mesurées (haut) ainsi que les allures des signaux calculés par autocorrélation des réponses impulsionnelles (cf formule IV.26) pour une expérience de retournement temporel visant à focaliser sur la voie I de sortie (bas).

## IV. Retournement temporel en cavité optique

---

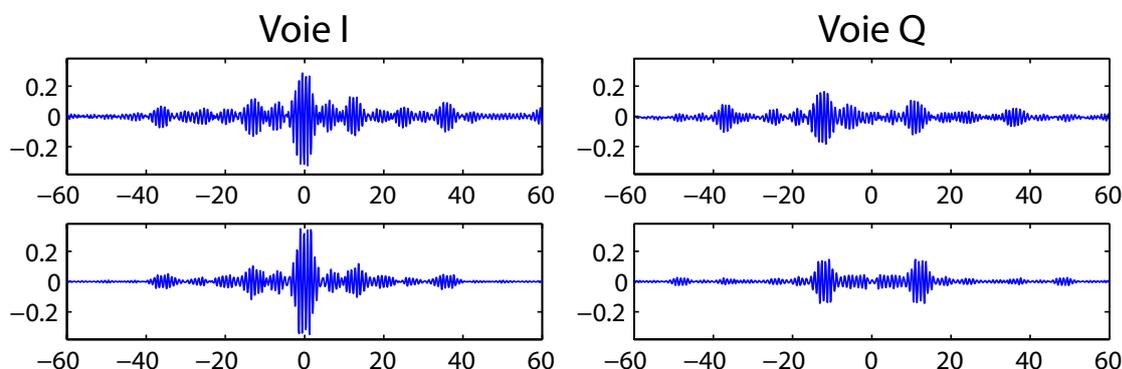


FIGURE IV.11 – Retournement temporel sur la voie I. Nous présentons les allures des signaux obtenus expérimentalement (haut) et par calcul d'autocorrélation (bas) d'une expérience de retournement temporel d'un signal initialement envoyé sur la voie I du modulateur.

nant plusieurs arches de sinusoides à 1 GHz afin de maximiser l'énergie transmise. Cette opération se fait théoriquement sans perte d'efficacité tant que la durée de l'impulsion ne dépasse pas l'intervalle entre deux pics successifs. Nous envoyons en entrée du système, sur chacune des voies, les réponses impulsionnelles  $H_I(t)$  et  $H_Q(t)$  inversées chronologiquement et convoluées par quatre arches de sinusoides. Nous présentons en figure IV.11, sur les deux quadratures du champ, les allures des signaux mesurés en sortie et des signaux théoriques calculés à partir des réponses impulsionnelles. Le rapport entre l'amplitude du pic de focalisation et le lobe secondaire le plus intense est de 2,9 expérimentalement pour une valeur de 3,3 sur le retournement temporel simulé.

Nous obtenons un rapport signal sur bruit en intensité de 8,4. Le rapport signal sur bruit en intensité théorique obtenu en envoyant seulement un signal bref en entrée est de 4 puisque les pics décroissent en  $(1/2)^j$  en amplitude. Malgré le faible nombre de degrés de liberté du système, nous avons utilisé le retournement temporel pour augmenter la transmission d'un signal bref à travers une cavité bouclée.

### IV.5 Vers la focalisation spatio-temporelle

#### IV.5.1 Conversion spatiotemporelle et milieu de propagation

Dans les expériences de retournement temporel mono-voie réalisées en acoustique en cavités réverbérantes [36, 50], on obtient une focalisation à la fois spatiale et temporelle. Dans ces expériences, il n'est pas question de modulation : le champ est

contrôlé temporellement aux fréquences des ondes acoustiques. On envoie une impulsion en un point A et on mesure en un point B. En envoyant le signal enregistré en chronologie inverse au point A, on enregistre une focalisation temporelle et spatiale en B. Physiquement, les signaux sont remis en phase seulement au point B au temps  $t = 0$ . Le signal temporel mesuré est théoriquement égal à  $h_{AB}(t) \otimes h_{AB}(-t)$ , qui présente bien un maximum en  $t = 0$ . En un point B' voisin de B éloigné d'au moins la longueur de corrélation du milieu, les chemins qui interfèrent ont des longueurs statistiquement différentes de celles au point B et  $h_{AB'}(t)$  est décorrélée de  $h_{AB}(t)$ . Le signal en B' s'écrit  $h_{AB'}(t) \otimes h_{AB}(-t)$  et ne présente pas de maximum notable.

Si nous transposons un tel raisonnement à notre cas d'étude du retournement temporel optique sur modulation, nous voyons qu'un étalement du signal temporel ne suffit pas à garantir la focalisation spatio-temporelle. Si les différents points de sortie présentent exactement les mêmes signatures temporelles (et donc les mêmes réponses impulsionnelles) dans la bande passante de travail, la focalisation temporelle se fait de la même façon en tout point. Il n'y a pas alors de focalisation spatiale. Il faut donc que les modes spatiaux soient temporellement décorrélés dans la bande passante du système, c'est cette dispersion modale qui est à l'origine de la conversion des degrés de liberté spatio-temporels [52] qui permet la focalisation spatiale par retournement temporel mono-voie.

### IV.5.2 Des essais infructueux

#### La cavité fibrée multimode

Inspirés par les expériences de retournement temporel effectuées dans les guides d'ondes acoustiques [158], nous avons tout d'abord pensé à utiliser une fibre multimode à saut d'indice comme milieu de propagation. Une telle fibre confine le champ optique dans un cœur de diamètre typique entre  $50 \mu\text{m}$  et  $1 \text{ mm}$  et possède une ouverture numérique entre 0,1 et 0,5. Nous choisissons une fibre optique de diamètre  $200 \mu\text{m}$  et d'ouverture numérique 0,48. Afin d'augmenter le temps de confinement, et donc la dispersion dans la cavité, nous refermons la fibre avec des miroirs diélectriques de réflectivité 99%. Les miroirs (fournis par Optische Interferenz Bauelemente, Jena) sont déposés aux deux extrémités de la fibre par un processus de transfert et collés à l'aide d'une résine époxy. Nous représentons de façon schématique une telle cavité en figure IV.12. Dans le système de détection, nous enregistrons les interférences entre un mode de sortie de la cavité et le faisceau

## IV. Retournement temporel en cavité optique

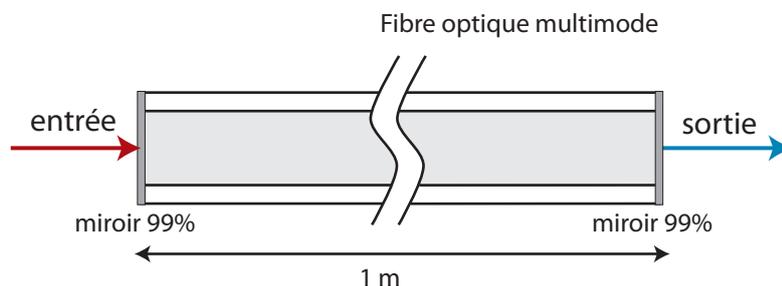


FIGURE IV.12 – Cavité fibrée multimode.

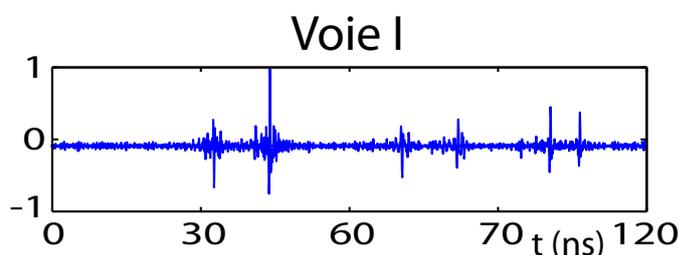


FIGURE IV.13 – Réponse impulsionnelle de la cavité multimode fibrée sur la voie I de détection.

de référence. L'énergie portée par un mode est ici de l'ordre du nanowatt, ce qui est proche de la limite de détection de notre système. Pour avoir une idée de l'allure de la réponse impulsionnelle, nous réglons le montage pour envoyer l'intégralité de la puissance de la référence dans un seul des bras de détection. Par envoi d'un chirp identique à celui utilisé en section précédente, nous mesurons le signal en sortie et en extrayons la réponse impulsionnelle  $H_I(t)$  (cf figure IV.13). Nous voyons que celle-ci est constituée d'impulsions brèves qui arrivent à environ 10 ns d'écart. Ceci correspond au temps nécessaire à l'onde pour faire un aller-retour dans la cavité. Les impulsions ne sont pas allongées, ce qui signifie que le système « voit » l'ensemble des modes spatiaux arriver en même temps à chaque réflexion. La dispersion introduite par la diversité des modes spatiaux induit des différences de temps de parcours trop petites pour être détectées par notre système. On s'attend donc à ce que les différents points de sortie du milieu aient les mêmes réponses impulsionnelles dans notre bande passante et que par conséquent la focalisation spatiale soit impossible.

Afin de tester la conversion modale dans la cavité, nous envoyons en entrée du système une modulation sinusoïdale à deux fréquences différentes. Nous enregistrons la figure de speckle en sortie dans les deux cas à l'aide d'une caméra InGaAs CCD

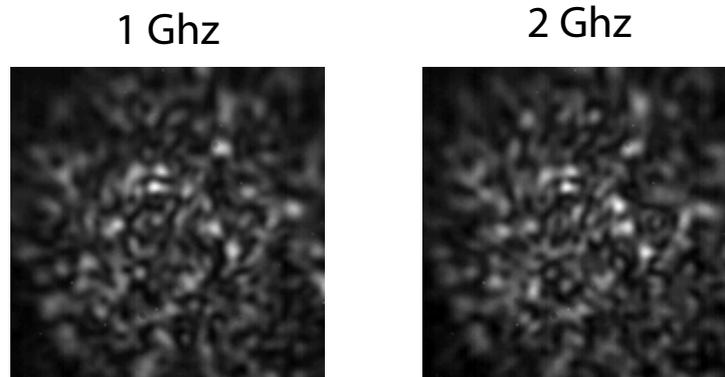


FIGURE IV.14 – Allure du speckle en sortie de la cavité multimode fibrée pour un signal sinusoïdal imposé en entrée du modulateur de 1 GHz (gauche) et de 2 GHz (droite). Le coefficient de corrélation entre les deux images est de 83%.

(Xenics Xeva-1M). Nous réglons le point de fonctionnement du modulateur de façon à ce qu'un maximum d'intensité soit portée par la modulation et un minimum par la fréquence porteuse. Nous voulons pouvoir affirmer que si les images sont identiques, cela signifie bien que les réponses du milieu à ces deux fréquences sont identiques. Nous présentons en figure IV.14 les allures de deux images de speckle pour des signaux sinusoïdaux à 1 GHz et 2 GHz en entrée du modulateur. Les figures sont très similaires et présentent entre elles un coefficient de corrélation de 83%. Changer la modulation prend quelques secondes, temps pendant lequel le système peut avoir changé. En guise d'expérience témoin, nous prenons deux images avec le même intervalle de temps (5 secondes environ) à la même fréquence de modulation de 1 GHz. La corrélation des images est de 80% environ, soit du même ordre de grandeur que précédemment. La légère différence entre les images prises à 1 GHz et à 2 GHz peut donc être expliquée par l'instabilité du milieu (due par exemple aux vibrations mécaniques de la fibre). On peut donc affirmer qu'à deux fréquences différentes, le système a spatialement la même réponse. Il est donc impossible de discriminer deux positions spatiales par leurs réponses temporelles. En particulier, il est impossible de focaliser spatialement en ne contrôlant que des degrés de liberté temporels du champ en entrée avec une bande passante comprise entre 1 et 2 GHz. Ceci est dû à la dispersion trop faible de la fibre.

## IV. Retournement temporel en cavité optique

---

### Les milieux diffusants

Une autre catégorie de milieux qui mélangent la lumière et donc dans lesquels on peut espérer tirer partie de la complexité pour focaliser la lumière par retournement temporel concerne les milieux diffusants. En prenant une épaisseur poudre compactée de particules diélectriques, il est possible d'allonger significativement le temps de vie d'une impulsion brève dans le milieu [159]. Nous compactons mécaniquement dans un cylindre creux de 1,5 mm de diamètre une épaisseur de 1 mm de poudre blanche diélectrique (cf figure IV.15). Nous testons d'une part une poudre d'oxyde de zinc ( $\text{ZnO}$ , Sigma-Aldrich 205532) de particules de diamètre 130 nm et d'autre part une poudre d'oxyde de titane ( $\text{TiO}_2$ , Sigma-Aldrich 224227) de particules de diamètre 3 à 4  $\mu\text{m}$ . Nous représentons en figure IV.16 les images de speckle en sortie

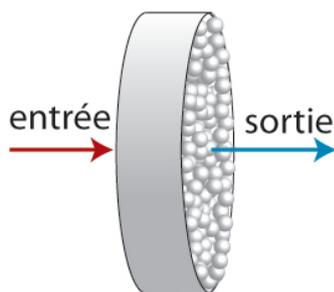


FIGURE IV.15 – Milieu diffusant.

enregistrées pour des fréquences de modulation de 1 GHz et de 2 GHz. A l'instar de la cavité multimode fibrée, les speckles obtenus pour les deux fréquences sont similaires. Une expérience de retournement temporel sur modulation n'est donc pas envisageable. Un autre problème qui se pose pour ces échantillons est que lorsque l'on tente d'injecter un mode (grain de speckle) dans une fibre monomode pour mesurer la modulation par le système de détection, l'intensité lumineuse est si faible (bien inférieure au nanowatt) qu'elle est difficilement détectable par notre système interférométrique. En effet, la diffusion des ondes dans le milieu distribue l'énergie sur un grand volume, limitant ainsi l'intensité d'un grain de speckle.

#### IV.5.2.1 La cavité 3D

Afin de garantir une conversion modale suffisante à l'utilisation du retournement temporel, nous désirons travailler dans une cavité réverbérante optique en volume, comme cela a été fait dans le domaine des micro-ondes [53]. Dans une cavité er-

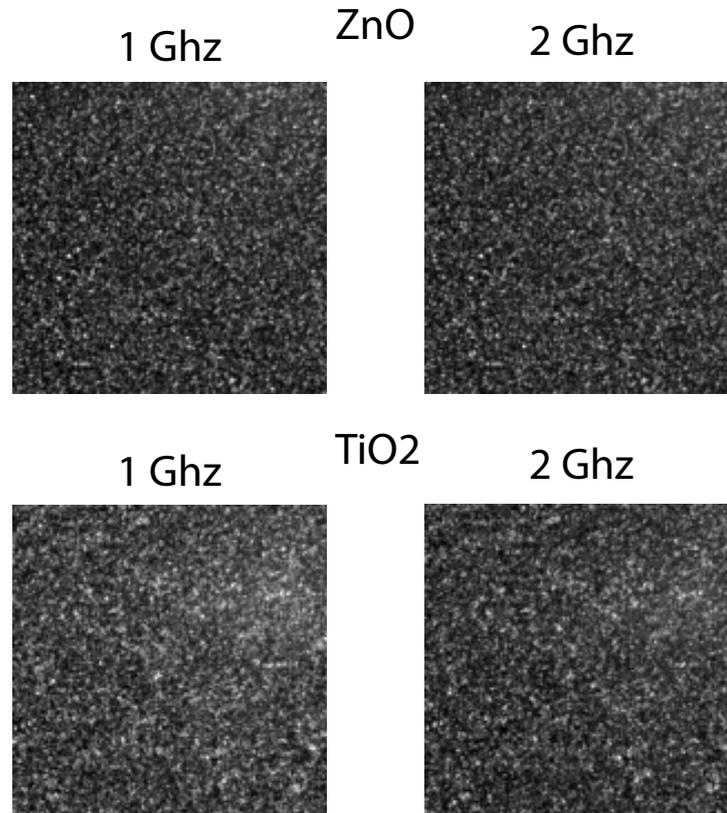


FIGURE IV.16 – Allures des speckles en sortie du milieu diffusant (haut : poudre de ZnO, bas : poudre de  $\text{TiO}_2$ ) pour une fréquence unique de modulation de 1 GHz (gauche) et de 2 GHz (droite). Le coefficient de corrélation entre les deux images est de 98,5% pour l'échantillon de ZnO et de 81% pour le  $\text{TiO}_2$ .

godique, si les pertes sont suffisamment faibles, le signal temporel enregistré en un point a statistiquement visité l'ensemble de la cavité. Dans un tel cas de figure, un allongement significatif d'une impulsion brève garantit l'efficacité du retournement temporel pour la focalisation spatiale. En effet, les signaux enregistrés en deux points suffisamment éloignés ont subi des réflexions différentes et présentent ainsi des réponses impulsionnelles différentes. L'intérêt d'une telle cavité est que, si l'énergie incidente est bien distribuée sur les différents modes, ceux-ci sont résonnants et peuvent présenter des facteurs de qualité importants. Ceci garantit ainsi une amplitude moyenne des ondes mesurées bien plus importante qu'en milieu multiplement diffusant.

Nous avons construit une cavité optique en recouvrant un volume de verre transparent d'un dépôt épais d'argent sur l'ensemble des parois par voie chimique (réaction de Tollens). La géométrie de cette cavité est représentée en figure IV.17. Le dépôt

## IV. Retournement temporel en cavité optique

---

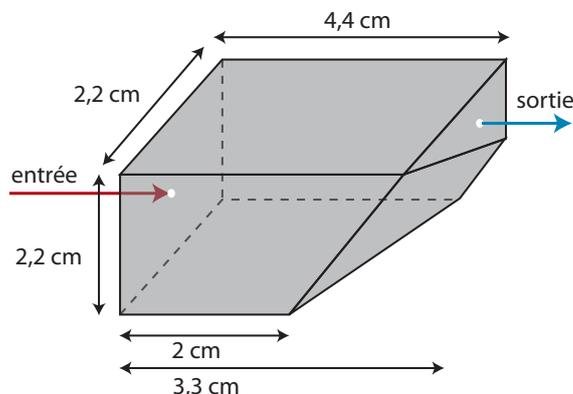


FIGURE IV.17 – Cavité 3D optique.

est gratté en deux endroit de la surface pour permettre l'émission et la détection des signaux lumineux. Nous utilisons un gel d'indice proche de celui du verre (1,4646) afin de garantir une transmission optimale entre la fibre optique qui permet l'injection de la lumière et la cavité. Les signaux en sortie étant très faibles, il est difficile de mesurer les réponses impulsionnelles. Les expériences sont actuellement en cours sur cet échantillon.

### IV.6 Conclusion

Nous avons commencé ce chapitre par la présentation des outils expérimentaux nécessaires à la modulation et à la démodulation radiofréquence d'un faisceau lumineux. Ces outils sont basés sur des techniques interférométriques et offrent un contrôle comparable à celui qui est accessible dans le domaine des micro-ondes.

Nous avons ensuite présenté le principe d'une expérience de retournement temporel sur modulation. Nous avons montré comment, en modulant seulement l'enveloppe complexe de l'onde à des fréquences bien inférieures à la fréquence porteuse, il est possible d'obtenir une focalisation spatiale et temporelle du champ. Nous avons ensuite expliqué comment mesurer expérimentalement les réponses impulsionnelles radiofréquences d'un milieu en utilisant des chirps linéaires pour maximiser la sensibilité de la mesure.

Dans la partie suivante, nous avons expérimentalement démontré la focalisation temporelle résultant du retournement temporel dans une cavité bouclée monomode. Les résultats expérimentaux sont en excellent accord avec les prédictions théoriques et les simulations basées sur l'autocorrélation numérique des réponses impulsionnelles.

Dans une dernière partie, nous avons expliqué les difficultés rencontrées pour obtenir la dispersion modale nécessaire à la focalisation spatiale. Nous avons vu qu'il est nécessaire que le milieu de propagation présente des modes spatiaux fréquemment décorrelés dans la bande passante du système. Nous avons fait des premiers essais dans une cavité fibrée multimode et avec des milieux diffusants sans succès. Nous avons ensuite tenté d'utiliser une cavité réverbérante en volume. Les travaux sont encore en cours à l'heure actuelle.

Les premiers résultats intéressants de focalisation temporelle montrent la validité du principe et du montage expérimental. Nous avons bon espoir de pouvoir obtenir une focalisation spatio-temporelle dans des milieux réverbérants, les principales difficultés expérimentales étant liées à la sensibilité de la détection et aux fréquences de travail, très faibles devant la fréquence de l'onde porteuse.

Le retournement temporel sur modulation pourrait avoir des applications en télécommunication sur fibre optique afin d'augmenter le débit de données en compensant les phénomènes de dispersion et de réverbération. Un autre champ d'application concerne le contrôle spatio-temporel des ondes optiques. En effet, par rapport aux techniques démontrées récemment [154–156], cette méthode donne accès à une bande passante beaucoup moins large mais permet un contrôle des signaux sans limite de résolution en fréquence. Notons enfin que depuis le début de cette thèse, des générateurs, modulateurs et oscilloscopes à bien plus large bande passante ont fait leur apparition, repoussant ainsi certaines barrières rencontrées.

#### IV. Retournement temporel en cavité optique

---

# Conclusion générale et perspectives

L'objectif de cette thèse était d'associer les outils développés en acoustique avec les techniques propres à l'optique. Cette approche a été motivée par les nombreuses avancées technologiques qui permettent désormais un contrôle et une mesure du champ optique, à la fois spatialement et temporellement, qui se rapproche de celui qui est couramment accessible en acoustique et dans le domaine des micro-ondes. Ce cheminement nous a amené à utiliser des formalismes qui, s'ils ne sont pas nouveaux, ne sont pas usuels en optique.

Le chapitre introductif nous a permis de présenter les techniques et d'introduire le formalisme que nous avons par la suite utilisés. En particulier, le modèle matriciel de la propagation des ondes et les notions de degrés de liberté spatiaux et temporels ont été explicités pour le système simple d'une lentille optique avant d'être généralisés aux milieux complexes.

Notre première étude expérimentale a consisté à mesurer la matrice de transmission d'un milieu multiplement diffusant. La modélisation matricielle de notre milieu linéaire a permis de s'affranchir de sa complexité, en résumant notre système optique à un système multiple entrées / multiple sorties dont les coefficients pertinents sont mesurables. Cette approche nous a conduits, en choisissant les opérateurs matriciels adaptés, à la focalisation à travers le milieu et à la détection d'une image en entrée. Ces opérations, qui semblent pourtant simples lorsque l'on ne regarde que la matrice de transmission, ne sont pourtant pas anodines. Le régime très diffusant interdit en particulier de détecter une image à travers le milieu en utilisant les méthodes usuelles, qui consistent en général à ne détecter que les ondes balistiques dont les contributions statistiques sont ici très faibles. C'est pourtant avec les ondes multiplement diffusées, classiquement considérées comme des perturbations, que nous avons été capables de transmettre une image avec une grande précision à travers un milieu diffusant. L'utilisation de la matrice pour focaliser les ondes nous permet, toujours en utilisant les ondes mutiplement diffusées, de façonner le champ en sortie quasiment en temps réel. En nous penchant sur le détail de la matrice mesurée,

nous avons pu mettre en évidence des phénomènes physiques intéressants. Nous avons en particulier pu mettre en évidence l'effet mémoire dont nous avons mesuré la longueur caractéristique et discriminer la présence d'ondes balistiques lorsque le milieu est fin et inhomogène. En augmentant la vitesse de la mesure, cette étude présente des applications pour l'imagerie des milieux biologiques. L'analyse de la statistique des matrices de transmission est pour sa part envisageable pour l'étude des milieux optiques ordonnés ou désordonnés. Notons que depuis la publication de ces travaux, nombre d'études ont été publiées qui utilisent notre concept pour diverses applications, principalement en microscopie [160, 161].

Nous avons ensuite orienté notre étude sur l'application de la méthode DORT en optique. Cette méthode, développée en acoustique puis étendue au domaine des micro-ondes, autorise, en mesurant la matrice de réflexion d'un système, la focalisation sélective à travers un milieu aberrateur ainsi que la caractérisation de diffuseurs. Nous avons dans un premier temps démontré la focalisation sélective sur des billes d'or à travers un milieu aberrateur. Le système s'adapte automatiquement, c'est-à-dire sans intervention de l'expérimentateur, aux perturbations, pour compenser leurs effets et permettre la focalisation des ondes sur les billes d'or. Cette technique pourrait être utilisée en astronomie en permettant de trouver comment compenser les aberrations introduites par les défauts du milieu de propagation sans avoir à les caractériser et sans algorithme itératif. Cette étude présente aussi des applications dans le domaine médical : en imagerie, pour compenser les aberrations introduites par le milieu, ou pour le traitement, en apprenant à concentrer la lumière sur des cibles pour bruler une zone peu profonde à traiter. Nous avons par la suite utilisé la méthode DORT pour obtenir des informations sur le rayonnement d'un diffuseur unique. Nous avons été capables de discriminer deux modes propres de rayonnement d'une bille d'or petite par rapport à la longueur d'onde. Cette étude présente des applications potentielles intéressantes pour la caractérisation de micro ou de nanoparticules ou encore pour l'imagerie super-résolue.

Le dernier axe d'étude de cette thèse a été l'application du retournement temporel sur modulation en optique. Cette technique, née de la difficulté de contrôler temporellement le champ électromagnétique à très hautes fréquences en micro-onde, permet, en modulant seulement l'enveloppe complexe de l'onde, de focaliser temporellement et spatialement des ondes dans un milieu diffusant ou réverbérant. Le premier défi de ce projet a été de pouvoir moduler et démoduler un faisceau optique de la même manière que dans le domaine des micro-ondes. Nous avons prouvé l'efficacité de cette technique pour focaliser temporellement des ondes dans une cavité

monomode. Pour étendre ces résultats à la focalisation spatiale, il est nécessaire d'utiliser un milieu de propagation qui « mélange » suffisamment les ondes pour que l'on puisse contrôler plusieurs modes décorrélés sur une gamme de fréquences cinq ordres de grandeur inférieures à la fréquence porteuse. L'autre difficulté est de pouvoir capter suffisamment de signal pour qu'il soit détectable par notre système de mesure. Nous avons testé sans succès différents milieux de propagation et cette étude est encore en cours à l'heure actuelle. Ce travail peut présenter une application intéressante en télécommunication fibrée, où les phénomènes de dispersion et de réverbération limitent généralement le débit de données. L'utilisation du retournement temporel sur modulation peut alors permettre de compenser ces effets pour optimiser le transfert d'information. De plus, un multiplexage spatial de l'information se ferait naturellement avec le retournement temporel. Enfin, il offre une alternative aux techniques récemment démontrées de contrôle spatio-temporel de la lumière, plus faible bande passante, mais infiniment plus résolu en fréquence.

## Conclusion générale et perspectives

---

# Annexes

## A.1 Caractérisation du SLM et modulation de phase

Les SLM à cristaux liquides ne sont pas originellement conçus pour la modulation de phase et leur fonctionnement dépend grandement de la polarisation. Il est donc nécessaire de pouvoir facilement caractériser la modulation de phase et d'amplitude d'un SLM afin de trouver son point de fonctionnement optimum. Le SLM TN LCD utilisé au cours de cette étude (LC-R 2500) nécessite d'imposer une polarisation d'entrée et de sélectionner une polarisation après réflexion sur le SLM pour travailler dans un régime où la modulation est principalement en phase. Les angles de polarisation ne sont pas connus *a priori* et peuvent dépendre de l'angle d'incidence du faisceau d'illumination sur le SLM.

Afin de caractériser la modulation du SLM, un montage de type « trous d'Young » est utilisé. Le faisceau issu d'un laser solide pompé par diode à 532 nm (Quantum Torus) est étendu par un extenseur de faisceau. Un écran percé de deux trous est placé sur la trajectoire du faisceau de façon à ce que le SLM soit illuminé seulement par deux points. Le SLM est alors virtuellement séparé en deux : sur une moitié du SLM les pixels sont laissés à la valeur minimale (soit 0) et sur l'autre moitié du SLM, nous faisons varier la valeur de l'ensemble des pixels de la valeur minimale à la valeur maximale (soit de 0 à 255 pour ce SLM codant sur 8 bits). Chacun des deux points illumine une des deux parties du SLM. Après réflexion sur le SLM, la lumière est collectée par un objectif de microscope. Une caméra CCD est placée au foyer de cette lentille, qui image les franges d'interférence. Une représentation schématique du montage est montrée en figure A.1. Afin de rendre le schéma plus visuel, la caméra y a été remplacée par une lentille et un écran et les trous d'Young sont placés en sortie du SLM.

Une variation de la phase entre les chemins empruntés par les deux faisceaux entraîne un décalage des franges. Un déplacement d'une inter-frange correspond à un

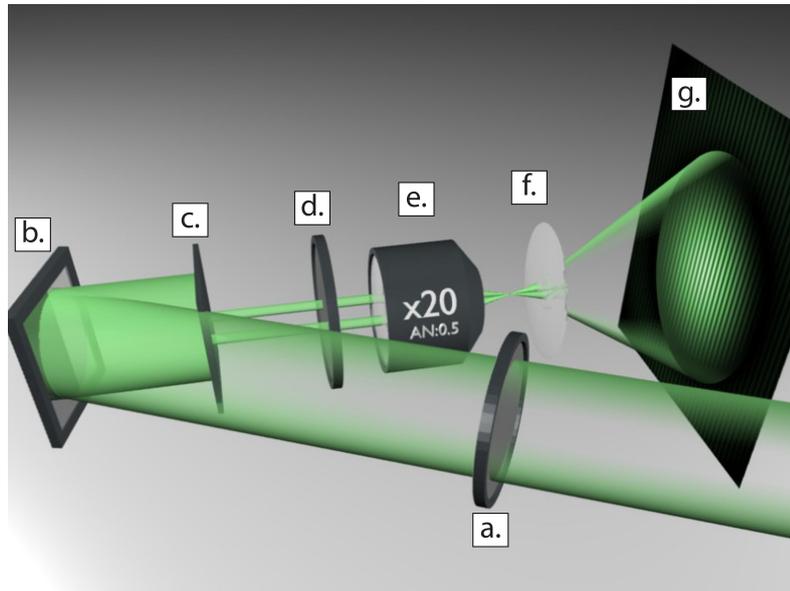


FIGURE A.1 – Montage de caractérisation du SLM. Un faisceau laser étendu est projeté en entrée du montage. (a.) et (d.) polariseur et analyseur qui permettent de sélectionner la polarisation incidente et sortante du SLM pour la modulation de phase. (c.) masque percé de deux trous. (b.) modulateur spatial de lumière Holoeye LC-R 2500. (e.) objectif de microscope 20x d'ouverture numérique 0.5. (f.) et (g.) lentille et écran (ou caméra CCD) permettant d'observer les interférences.

déphasage relatif de  $2\pi$ . Pour chaque valeur de pixel testée, nous enregistrons les franges et calculons le déphasage relatif par rapport à la figure d'interférence de référence (celle où tous les pixels du SLM ont la même valeur). Pour mesurer la modulation d'intensité, nous faisons varier tous les pixels du SLM en même temps de la valeur minimale à la valeur maximale. Il n'y a alors plus de déphasage des franges et la variation de l'intensité totale est mesurée en fonction de la valeur des pixels. Différentes orientations des polariseurs sont testées afin de trouver la modulation d'intensité la plus faible possible, tout en ayant une modulation de phase d'au moins  $2\pi$ . Nous présentons en figure A.2 et A.3 les résultats des modulations d'amplitude et de phase obtenues après réglage.

Nous obtenons ici une modulation d'un peu plus de  $2\pi$  en phase pour environ 5% de modulation d'intensité. Une modulation maximale autour de 10% est un bon résultat pour ce SLM.

## A.1 Caractérisation du SLM et modulation de phase

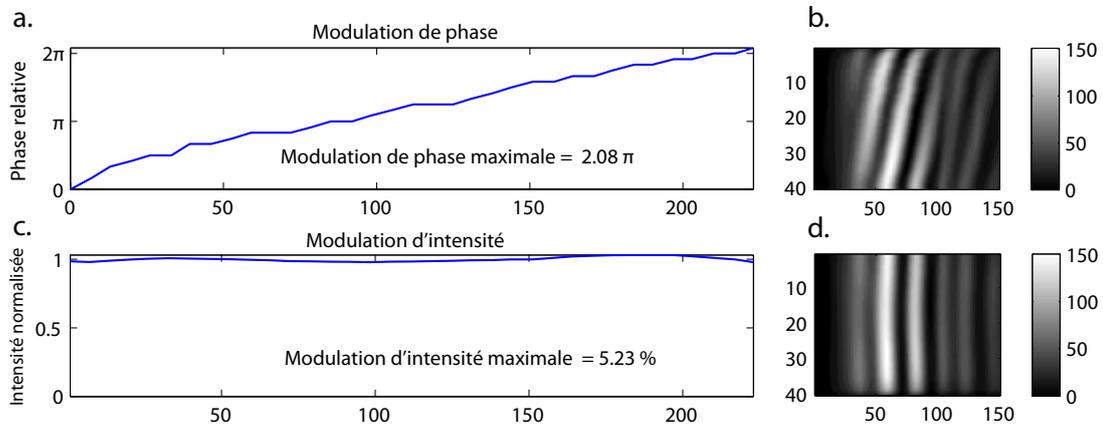


FIGURE A.2 – Caractérisation de la modulation d'intensité et de phase du SLM. (a.) modulation relative de phase en fonction de la valeur des pixels. (b.) image des franges d'interférence dont le déplacement permet la mesure du déphasage. (c.) modulation relative d'intensité en fonction de la valeur des pixels. (d.) image des franges d'interférence dont l'intensité totale a permis la mesure de la modulation d'intensité.

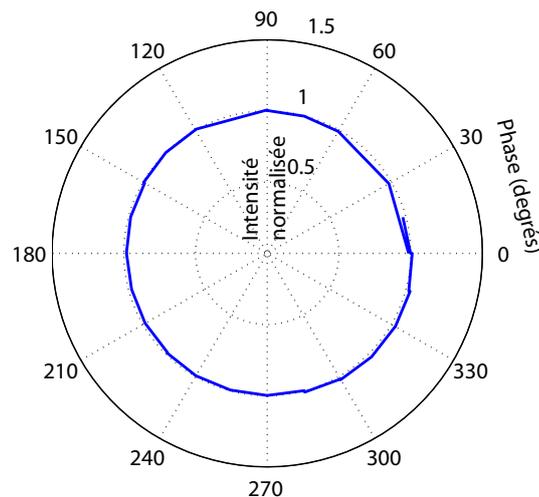


FIGURE A.3 – Représentation polaire de la modulation d'amplitude et de phase du SLM. Le cercle unité correspond à une modulation de phase pure.

## A.2 Génération d'objets virtuels avec un modulateur de phase

Le SLM utilisé dans le montage expérimental permet de moduler la lumière seulement en phase. Afin de simuler des objets d'amplitude, nous générons ce que l'on appelle des « objets virtuels ». Pour cela, nous utilisons des différences de masques de phase pour générer l'objet  $E^{obj}$  d'amplitude (avec  $e_n^{obj} \in [0, 1] \forall n \in [1, N]$ ). A partir d'un premier masque de phase quelconque  $E_{phase}^{(1)}$ , on génère un second masque  $E_{phase}^{(2)}$  dont la phase du  $n^{\text{ème}}$  pixel est changé de  $e_n^{obj} \pi$ . L'amplitude complexe du second masque est reliée à celle du premier par la relation :

$$e_n^{(2)} = e_n^{(1)} \cdot e^{ie_n^{obj} \pi} \quad (1)$$

Avec  $e_n^{(j)}$  l'amplitude complexe du  $n^{\text{ème}}$  élément de  $E_{phase}^{(j)}$ ,  $j \in \{1, 2\}$ . Nous avons alors la relation entre les deux masques de phase et l'amplitude de l'objet virtuel :

$$|E_{phase}^{(2)} - E_{phase}^{(1)}| = 2 \cdot \sin(E_{obj} \pi / 2) \quad (2)$$

Il est important de noter que dans ce cas la norme de  $E_{phase}^{(2)} - E_{phase}^{(1)}$  est fixée et contrôlée alors que sa phase est aléatoire et diffère d'une réalisation à l'autre. Le terme  $E_{amp} = |E_{phase}^{(2)} - E_{phase}^{(1)}|$  peut être estimé par :

$$E_{img} = |\mathbf{W} \cdot (E_{out}^{(2)} - E_{out}^{(1)})| \quad (3)$$

Avec  $E_{out}^{(1)}$  (resp.  $E_{out}^{(2)}$ ) l'amplitude complexe du champ optique sur la caméra résultant de l'affichage sur le SLM de  $E_{phase}^{(1)}$  (resp.  $E_{phase}^{(2)}$ ). Pour un couple donné de masques de phase, nous pouvons définir de la même manière que dans l'équation II.43, une matrice diagonale  $\mathbf{S}'_{phi}$  contenant seulement des termes de phase. Ces termes diffèrent d'une réalisation virtuelle à l'autre. Ainsi l'image reconstruite s'écrit :

$$E_{img} = |\mathbf{W} \cdot \mathbf{S}'_{phi} \cdot E_{amp}| \quad (4)$$

Cette équation est équivalente à l'équation II.44. Générer des objets virtuels à l'aide de masques de phase aléatoires est donc mathématiquement équivalent au fait d'illuminer le même objet par des fronts d'ondes aléatoires en phase.

## A.3 Valeurs singulières de la matrice de réflexion et contributions dipolaires d'une particule unique

Dans un système non bruité, la décomposition en valeur singulière de la matrice de réflexion  $\mathbf{K}$  donne accès à trois valeurs singulières non nulles qui correspondent aux trois composantes dipolaires de la particule. Nous montrons ici que la valeur singulière associée à une composante dipolaire au carré est théoriquement égale à la contribution énergétique de cette composante, c'est-à-dire au produit de la fraction énergétique qui excite cette polarisation par l'énergie rétrodiffusée dans le plan d'observation.

Dans ce cas idéal, les trois lignes de  $\mathbf{K}'$  (resp. colonnes de  $\mathbf{K}''$ ),  $K'_1$ ,  $K'_2$  et  $K'_3$  (resp.  $K''_1$ ,  $K''_2$  et  $K''_3$ ) sont orthogonales entre elles. Nous avons alors :

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} K''_1 / \|K''_1\| \\ K''_2 / \|K''_2\| \\ K''_3 / \|K''_3\| \end{pmatrix} \alpha \begin{pmatrix} \|K''_1\| \|K'_1\| & 0 & 0 \\ 0 & \|K''_2\| \|K'_2\| & 0 \\ 0 & 0 & \|K''_3\| \|K'_3\| \end{pmatrix} {}^t \begin{pmatrix} K'_1 / \|K'_1\| \\ K'_2 / \|K'_2\| \\ K'_3 / \|K'_3\| \end{pmatrix} \quad (5)$$

Les éléments de la matrice diagonale représentent l'énergie apportée par chacune des contributions dipolaires de la particule. On définit écrit les fractions énergétiques  $\beta_x$ ,  $\beta_y$ , et  $\beta_z$  :

$$\beta_x = \frac{\|K''_1\| \|K'_1\|}{I_{tot}}, \quad \beta_y = \frac{\|K''_2\| \|K'_2\|}{I_{tot}}, \quad \beta_z = \frac{\|K''_3\| \|K'_3\|}{I_{tot}} \quad (6)$$

$$\text{avec } I_{tot} = \sqrt{\|K''_1\|^2 \|K'_1\|^2 + \|K''_2\|^2 \|K'_2\|^2 + \|K''_3\|^2 \|K'_3\|^2} \quad (7)$$

Les matrices de gauche et de droite de l'équation 5 sont unitaires, on a donc une expression de la décomposition en valeurs singulières de  $\mathbf{K}$  et les coefficients  $\beta_x$ ,  $\beta_y$ , et  $\beta_z$  sont égaux aux valeurs singulières normalisées. Les vecteurs propres de  $V_i$ ,  $i \in \{1, 2, 3\}$  de  $\mathbf{K}^\dagger \mathbf{K}$  sont alors (à un coefficient près) les vecteurs  $K''_i$ ,  $i \in \{1, 2, 3\}$  qui représentent les trois rayonnements propres de la particule.

## ANNEXES

---

# Table des figures

I.1	Aberration sphérique dans une lentille . . . . .	9
I.2	Une expérience d'optique adaptative par rétroaction . . . . .	11
I.3	Miroir actif à 19 segments . . . . .	12
I.4	Diffusion de la lumière par une particule . . . . .	12
I.5	Une cavité réverbérante . . . . .	14
I.6	Mesure de signaux longs dans une cavité réverbérante . . . . .	15
I.7	Allures de différentes matrices de transmission . . . . .	23
I.8	Le retournement temporel en mécanique . . . . .	28
I.9	Principe de la cavité à retournement temporel . . . . .	29
I.10	La conjugaison de phase . . . . .	30
I.11	Principe de la focalisation par conjugaison de phase . . . . .	32
I.12	Le retournement temporel mono-voie en cavité réverbérante . . . . .	33
I.13	Cartographie du champ autour du point focal . . . . .	34
I.14	Principe d'un écran à cristaux liquides nématiques torsadés . . . . .	37
I.15	Un dispositif de micro-miroirs déformables à points d'attache . . . . .	38
I.16	Un exemple de « pulse shaping » . . . . .	39
I.17	Un modulateur acousto-optique . . . . .	41
I.18	Un interféromètre de Mach-Zehnder . . . . .	41
I.19	Un exemple de mélange à quatre ondes pour la conjugaison de phase . . . . .	42
I.20	Conjugaison de phase par effet photoréfractif . . . . .	43
I.21	Principe de l'analyseur de Shack-Hartmann . . . . .	44
I.22	Méthode de décalage de phase à quatre images . . . . .	45
II.1	Montage expérimental . . . . .	52
II.2	Mesures interférométriques . . . . .	54
II.3	Les bases de mesure . . . . .	56
II.4	La distribution bimodale . . . . .	57
II.5	Allures de la matrice mesurée et de la matrice filtrée . . . . .	59

## TABLE DES FIGURES

---

II.6	Loi du quart de cercle expérimentale . . . . .	60
II.7	Corrélations dans la MT et influence sur les valeurs singulières . .	61
II.8	Distribution des valeurs singulières en fonction du rapport d'asy- métrie . . . . .	62
II.9	Milieu diffusant éclairé par un faisceau non optimisé . . . . .	70
II.10	Représentation schématique du principe de focalisation par opti- misation séquentielle . . . . .	70
II.11	Milieu diffusant éclairé par un front d'onde adapté . . . . .	71
II.12	Efficacité de l'algorithme séquentiel en fonction du nombre de phases testées . . . . .	73
II.13	Résultats expérimentaux de focalisation par conjugaison de phase	74
II.14	Résultats expérimentaux de détection de cibles par conjugaison de phase . . . . .	75
II.15	Allure des opérateurs de retournement temporel . . . . .	76
II.16	Efficacité de la focalisation en fonction du nombre d'éléments contrô- lés . . . . .	77
II.17	Bruit de reconstruction en fonction du paramètre de régularisation	81
II.18	Réalisations virtuelles et moyenne . . . . .	83
II.19	Reconstruction d'une image complexe . . . . .	85
II.20	Influence des canaux de transmission sur la reconstruction d'image	86
II.21	Influence du nombre de points de mesure sur la reconstruction . .	88
II.22	Reconstruction d'une image complexe en présence de balistique .	89
II.23	Mise en évidence des contributions balistiques : valeurs singulières	91
II.24	Mise en évidence des contributions balistiques : allures des vecteurs singuliers . . . . .	91
II.25	Influence des contributions balistiques sur la reconstruction d'image	92
II.26	Corrélation spatiale et effet mémoire . . . . .	94
II.27	Décroissance exponentielle de l'effet mémoire . . . . .	95
III.1	Miroir à retournement temporel sur cible unique . . . . .	101
III.2	Retournement temporel itératif multi-cibles . . . . .	102
III.3	Principe de focalisation sélective par la méthode DORT . . . . .	106
III.4	Évolution des valeurs singulières de la MR en fonction du bruit .	111
III.5	Allures des vecteurs singuliers de la MR bruitée en fonction du bruit	113
III.6	Montage de mesure de la matrice de réflexion . . . . .	115
III.7	Distribution des valeurs singulières en présence d'un aberrateur .	117

**TABLE DES FIGURES**

---

III.8	Mesures de focalisations sélectives en utilisant la technique DORT	118
III.9	Images témoins pour une illumination plane . . . . .	119
III.10	Comparaison avec et sans milieu aberrateur . . . . .	120
III.11	Montage de mesure de la MR pour l'étude des diagrammes de rayonnement . . . . .	123
III.12	Système de coordonnées . . . . .	125
III.13	Allures des fonctions $I_0(\rho)$ , $I_1(\rho)$ et $I_2(\rho)$ . . . . .	127
III.14	Modes de rayonnement dipolaires . . . . .	127
III.15	Valeurs singulières et émissions dipolaires . . . . .	128
III.16	Rayonnement d'une particule unique : mesures expérimentales . .	129
III.17	Rayonnement d'une particule unique : calculs analytiques . . . .	130
IV.1	Modulateur Mach-Zehnder . . . . .	137
IV.2	Modulateur IQ optique . . . . .	138
IV.3	Système interférométrique de démodulation . . . . .	140
IV.4	Montage complet . . . . .	143
IV.5	Chirps et autocorrélations . . . . .	149
IV.6	La cavité monomode bouclée . . . . .	150
IV.7	Retournement temporel théorique dans une cavité monomode bouclée à maintien de polarisation . . . . .	151
IV.8	Retournement temporel théorique dans une cavité monomode bouclée . . . . .	152
IV.9	Signaux émis et reçus dans la cavité monomode . . . . .	153
IV.10	Réponses impulsionnelles et autocorrélations . . . . .	153
IV.11	Retournement temporel sur la voie I . . . . .	154
IV.12	Cavité fibrée multimode. . . . .	156
IV.13	Réponse impulsionnelle de la cavité multimode fibrée. . . . .	156
IV.14	Allure du speckle en sortie de la cavité multimode fibrée pour deux fréquences de modulation. . . . .	157
IV.15	Milieu diffusant. . . . .	158
IV.16	Allures des speckles en sortie du milieu diffusant pour deux fréquences de modulation. . . . .	159
IV.17	Cavité 3D optique . . . . .	160
A.1	Montage de caractérisation du SLM . . . . .	168
A.2	Caractérisation du SLM en amplitude et phase . . . . .	169
A.3	Représentation polaire de la modulation du SLM . . . . .	169

## TABLE DES FIGURES

---

# Bibliographie

- [1] É. Akkermans and G. Montambaux. *Physique mésoscopique des électrons et des photons*. EDP Sciences, 2004.
- [2] M. Fink. Time reversed acoustics. *Physics Today*, 50(3) :34–40, March 1997.
- [3] C. Prada and M. Fink. Eigenmodes of the time reversal operator : A solution to selective focusing in multiple-target media. *Wave motion*, 20 :151–163, 1994.
- [4] G. Lerosey. *Retournement temporel d'ondes électromagnétiques et application à la télécommunication en milieux complexes*. Thèse de doctorat, Université Paris 7 - Denis Diderot, 2006.
- [5] H. Tortel, G. Micolau, and M. Saillard. Decomposition of the time reversal operator for electromagnetic scattering. *J. Electromagnet. Wave*, 13 :687–719, 1999.
- [6] B.I. Zeldovich, N.F. Pilipetskii, and V.V. Shkunov. Principles of phase conjugation. In *Berlin and New York, Springer-Verlag (Springer Series in Optical Sciences. Volume 42), 1985, 262 p.*, volume 42, 1985.
- [7] D. Huang, E.A. Swanson, C.P. Lin, J.S. Schuman, W.G. Stinson, W. Chang, M.R. Hee, T. Flotte, K. Gregory, C.A. Puliafito, et al. Optical coherence tomography. *Science*, 254(5035) :1178, 1991.
- [8] I.M. Vellekoop, E.G. van Putten, A. Lagendijk, and A.P. Mosk. Demixing light paths inside disordered metamaterials. *Opt. Lett*, 1 :53–55, 2008.
- [9] S.J.F.W. Herschel. *Treatises on Physical Astronomy, Light and Sound Contributed to the Encyclopaedia Metropolitana*. University of California Libraries, 1828.
- [10] G.B. Airy. On the diffraction of an object-glass with circular aperture. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, 5 :283–291, 1835.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [11] S.W. Hell and J. Wichmann. Breaking the diffraction resolution limit by stimulated emission : stimulated-emission-depletion fluorescence microscopy. *Optics letters*, 19(11) :780–782, 1994.
- [12] E. Betzig, G.H. Patterson, R. Sougrat, O.W. Lindwasser, S. Olenych, J.S. Bonifacino, M.W. Davidson, J. Lippincott-Schwartz, and H.F. Hess. Imaging intracellular fluorescent proteins at nanometer resolution. *Science*, 313(5793) :1642, 2006.
- [13] S.W. Hell. Toward fluorescence nanoscopy. *Nature biotechnology*, 21(11) :1347–1355, 2003.
- [14] M.J. Rust, M. Bates, and X. Zhuang. Stochastic optical reconstruction microscopy (storm) provides sub-diffraction-limit image resolution. *Nature methods*, 3(10) :793, 2006.
- [15] M.G.L. Gustafsson. Nonlinear structured-illumination microscopy : wide-field fluorescence imaging with theoretically unlimited resolution. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 102(37) :13081, 2005.
- [16] Y. De Wilde and P.A. Lemoine. La nano-imagerie par microscopie optique en champ proche. *Techniques Ingénieur*, 2007.
- [17] N. Fang, H. Lee, C. Sun, and X. Zhang. Sub-diffraction-limited optical imaging with a silver superlens. *Science*, 308(5721) :534, 2005.
- [18] Z. Liu, H. Lee, Y. Xiong, C. Sun, and X. Zhang. Far-field optical hyperlens magnifying sub-diffraction-limited objects. *Science*, 315(5819) :1686, 2007.
- [19] R.K. Tyson. Principles of adaptive optics. *Boston : Academic Press, 1991*, 1, 1991.
- [20] H.W. Babcock. The possibility of compensating astronomical seeing. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 65 :229, 1953.
- [21] R.A. Muller and A. Buffington. Real-time correction of atmospherically degraded telescope images through image sharpening. *JOSA*, 64(9) :1200–1210, 1974.
- [22] D.P. Greenwood and D.L. Fried. Power spectra requirements for wave-front-compensative systems. *JOSA*, 66(3) :193–206, 1976.
- [23] J. Hardy. Solar isoplanatic patch measurements. In *Solar instrumentation : What's next ?*, volume 1, page 421, 1981.

- 
- [24] R.C. Smithson. A segmented active mirror for solar observations. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 779, pages 18–22, 1987.
- [25] C. F. Bohren and D. R. Huffman. *Absorption and scattering of light by small particles*. New York : Wiley, 1983, 1983.
- [26] G. Mie. Beiträge zur optik trüber medien, speziell kolloidaler metallösungen. *Annalen der Physik*, 330(3) :377–445, 1908.
- [27] F. Bloch. Über die quantenmechanik der elektronen in kristallgittern. *Zeitschrift für Physik A Hadrons and Nuclei*, 52 :555–600, 1929.
- [28] L. Brillouin. *Wave Propagation in Periodic Structures*. New York, McGraw-Hill, 1946.
- [29] E.M. Purcell and C.R. Pennypacker. Scattering and absorption of light by nonspherical dielectric grains. *The Astrophysical Journal*, 186 :705–714, 1973.
- [30] N. Metropolis and S. Ulam. The monte carlo method. *Journal of the American Statistical Association*, 44(247) :335–341, 1949.
- [31] K. Yee. Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equations in isotropic media. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 14(3) :302–307, 1966.
- [32] A. Taflove, S.C. Hagness, et al. *Computational electrodynamics : the finite-difference time-domain method*, volume 2010. Artech House Boston, 2005.
- [33] J.W. Goodman. Some fundamental properties of speckle. *J. Opt. Soc. Am*, 66(11) :1145–1150, 1976.
- [34] A. Shiratori and M. Obara. Photorefractive coherence-gated interferometry. *Review of Scientific Instruments*, 69 :3741, 1998.
- [35] L. Wang, P.P. Ho, C. Liu, G. Zhang, and R.R. Alfano. Ballistic 2-D imaging through scattering walls using an ultrafast optical Kerr gate. *Science*, 253(5021) :769, 1991.
- [36] C. Draeger and M. Fink. One-channel time reversal of elastic waves in a chaotic 2d-silicon cavity. *Physical review letters*, 79(3) :407–410, 1997.
- [37] C.H. Papas. *Theory of electromagnetic wave propagation*. McGraw-Hill New York, 1965.
- [38] H. Kogelnik and T. Li. Laser beams and resonators. *Proceedings of the IEEE*, 54(10) :1312–1329, 1966.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [39] H.J. Stöckmann and M.C. Gutzwiller. Quantum chaos : an introduction. *American Journal of Physics*, 68 :777, 2000.
- [40] C.W.J. Beenakker. Random-matrix theory of quantum transport. *Rev. Mod. Phys.*, 69(3) :731–808, Jul 1997.
- [41] E.S.C. Ching, P.T. Leung, W.M. Suen, S.S. Tong, and K. Young. Waves in open systems : Eigenfunction expansions. *Arxiv preprint gr-qc/9904017*, 1999.
- [42] J. Wang and A.Z. Genack. Transport through modes in random media. *Nature*, 471(7338) :345–348, March 2011.
- [43] S. Lowenthal and H. Arsenault. Image formation for coherent diffuse objects : statistical properties. *JOSA*, 60(11) :1478–1483, 1970.
- [44] A. Derode, P. Roux, and M. Fink. Robust acoustic time reversal with high-order multiple scattering. *Phys. Rev. Lett.*, 75(23) :4206–4209, Dec 1995.
- [45] I.M. Vellekoop, A. Lagendijk, and A.P. Mosk. Exploiting disorder for perfect focusing. *Nature Photonics*, 4 :320–322, 2010.
- [46] G.J. Foschini. Layered space-time architecture for wireless communication in a fading environment when using multi-element antennas. *Bell labs technical journal*, 1(2) :41–59, 1996.
- [47] S.H. Simon, A.L. Moustakas, M. Stoytchev, and H. Safar. Communication in a disordered world. *Physics Today*, 54 :38, 2001.
- [48] S. E. Skipetrov. Information transfer through disordered media by diffuse waves. *Phys. Rev. E*, 67(3) :036621, Mar 2003.
- [49] A. Derode, A. Tourin, and M. Fink. Random multiple scattering of ultrasound. ii. is time reversal a self-averaging process? *Phys. Rev. E*, 64(3) :036606, Aug 2001.
- [50] J. de Rosny. *Milieux réverbérants et réversibilité*. Thèse de doctorat, Université Paris VI - Pierre et Marie Curie, 2000.
- [51] P. Berge, Y. Pomeau, and C. Vidal. *L'ordre dans le chaos*. Hermann, Paris, 1984.
- [52] F. Lemoult, G. Lerosey, J. de Rosny, and M. Fink. Manipulating spatio-temporal degrees of freedom of waves in random media. *Phys. Rev. Lett.*, 103(17) :173902, Oct 2009.
- [53] G. Lerosey, J. de Rosny, A. Tourin, A. Derode, G. Montaldo, and M. Fink. Time reversal of electromagnetic waves. *Phys. Rev. Lett.*, 92(19) :193904, May 2004.

- 
- [54] S.T. Wu and D.K. Yang. *Reflective liquid crystal displays*. Wiley New York, 2001.
- [55] N. Konforti, E. Marom, and S.T. Wu. Phase-only modulation with twisted nematic liquid-crystal spatial light modulators. *Optics letters*, 13(3) :251–253, 1988.
- [56] T.H. Barnes, T. Eiju, K. Matusda, and N. Ooyama. Phase-only modulation using a twisted nematic liquid crystal television. *Applied optics*, 28(22) :4845–4852, 1989.
- [57] Z. Zhang, G. Lu, and F.T.S. Yu. Simple method for measuring phase modulation in liquid crystal televisions. *Optical Engineering*, 33(09) :3018–3022, 1994.
- [58] J.A. Davis, I. Moreno, and P. Tsai. Polarization eigenstates for twisted-nematic liquid-crystal displays. *Applied optics*, 37(5) :937–945, 1998.
- [59] EG van Putten, IM Vellekoop, and AP Mosk. Spatial amplitude and phase modulation using commercial twisted nematic LCDs. *Applied Optics*, 47(12) :2076–2081, 2008.
- [60] J.B. Sampsel. Spatial light modulator, September 4 1990. US Patent 4,954,789.
- [61] A.M. Weiner, S. Enguehard, and B. Hatfield. Femtosecond optical pulse shaping and processing. *Progress in quantum electronics*, 19(3) :161–238, 1995.
- [62] A.M. Weiner, J.P. Heritage, and EM Kirschner. High-resolution femtosecond pulse shaping. *JOSA B*, 5(8) :1563–1572, 1988.
- [63] A.M. Weiner, D.E. Leaird, J.S. Patel, J.R. Wullert, et al. Programmable shaping of femtosecond optical pulses by use of 128-element liquid crystal phase modulator. *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 28(4) :908–920, 1992.
- [64] F. Verluise, V. Laude, Z. Cheng, C. Spielmann, and P. Tournois. Amplitude and phase control of ultrashort pulses by use of an acousto-optic programmable dispersive filter : pulse compression and shaping. *Optics Letters*, 25(8) :575–577, 2000.
- [65] L. Brillouin. Diffusion de la lumiere et des rayons x par un corps transparent homogène (diffusion of light and x-rays by a transparent homogeneous body). *Ann. Phys.(France) 9th ser*, 17 :88–112, 1922.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [66] P. Debye and F.W. Sears. On the scattering of light by supersonic waves. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 18(6) :409, 1932.
- [67] P. Biquard and R. Lucas. Nouvelles propriétés optiques des solides et des liquides soumis à l'action des ondes ultra-sonores. *CR Acad. Sci., Paris*, 195 :121, 1932.
- [68] W.E. Martin. A new waveguide switch/modulator for integrated optics. *Applied Physics Letters*, 26(10) :562–564, 1975.
- [69] L. Liao, D. Samara-Rubio, M. Morse, A. Liu, D. Hodge, D. Rubin, U. Keil, and T. Franck. High speed silicon mach-zehnder modulator. *Optics Express*, 13(8) :3129–3135, 2005.
- [70] A. Yariv. Phase conjugate optics and real-time holography. *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 14(9) :650–660, 1978.
- [71] M. Cronin-Golomb, B. Fischer, J. White, and A. Yariv. Theory and applications of four-wave mixing in photorefractive media. *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 20(1) :12–30, 1984.
- [72] G.S. He. Optical phase conjugation : principles, techniques, and applications. *Progress in quantum electronics*, 26(3) :131–191, 2002.
- [73] A. Ashkin, G.D. Boyd, J.M. Dziedzic, R.G. Smith, A.A. Ballman, J.J. Levinstein, and K. Nassau. Optically-induced refractive index inhomogeneities in LiNbO<sub>3</sub> and LiTaO<sub>3</sub>. *Applied Physics Letters*, 9(1) :72–74, 1966.
- [74] F.S. Chen, J.T. LaMacchia, and D.B. Fraser. Holographic storage in lithium niobate. *Applied Physics Letters*, 13(7) :223–225, 1968.
- [75] F. S. Chen. Optically induced change of refractive indices in linbo<sub>3</sub> and litao<sub>3</sub>. *Journal of Applied Physics*, 40(8) :3389–3396, 1969.
- [76] P. Yeh. *Introduction to photorefractive nonlinear optics*. Wiley New York, 1993.
- [77] M. Segev, B. Crosignani, A. Yariv, and B. Fischer. Spatial solitons in photorefractive media. *Physical Review Letters*, 68(7) :923–926, 1992.
- [78] G.C. Duree Jr, J.L. Shultz, G.J. Salamo, M. Segev, A. Yariv, B. Crosignani, P. Di Porto, E.J. Sharp, and R.R. Neurgaonkar. Observation of self-trapping of an optical beam due to the photorefractive effect. *Physical review letters*, 71(4) :533–536, 1993.

- 
- [79] A. Yariv. Compensation for atmospheric degradation of optical beam transmission by nonlinear optical mixing. *Optics Communications*, 21(1) :49–50, 1977.
- [80] Z. Yaqoob, D. Psaltis, M.S. Feld, and C. Yang. Optical phase conjugation for turbidity suppression in biological samples. *Nature photonics*, 2(2) :110–115, 2008.
- [81] A. Yariv, D. Fekete, and D.M. Pepper. Compensation for channel dispersion by nonlinear optical phase conjugation. *Optics Letters*, 4(2) :52, 1979.
- [82] S. Watanabe, T. Naito, and T. Chikama. Compensation of chromatic dispersion in a single-mode fiber by optical phase conjugation. *Photonics Technology Letters, IEEE*, 5(1) :92–95, 1993.
- [83] J. Hartmann. Bemerkungen uber den bau und die justirung von spektrographen. *Z. Instrumentenkdt*, 20 :47, 1900.
- [84] R.V. Shack and BC Platt. Production and use of a lenticular hartmann screen. *J. Opt. Soc. Am*, 61(656) :1971, 1971.
- [85] F. Roddier and C. Roddier. Curvature sensing and compensation : a new concept in adaptive optics. In *Very Large Telescopes and their Instrumentation, Vol. 2*, volume 2, pages 667–673, 1988.
- [86] R. Ragazzoni et al. Pupil plane wavefront sensing with an oscillating prism. *Journal of modern optics*, 43(2) :289–293, 1996.
- [87] D. Gabor. A new microscopic principle. *Nature*, 161(4098) :777–778, 1948.
- [88] E. CuChe, P. Marquet, and C. Depeursinge. Spatial filtering for zero-order and twin-image elimination in digital off-axis holography. *Applied Optics*, 39(23) :4070–4075, 2000.
- [89] S.M. Popoff, G. Lerosey, R. Carminati, M. Fink, AC Boccara, and S. Gigan. Measuring the Transmission Matrix in Optics : An Approach to the Study and Control of Light Propagation in Disordered Media. *Physical Review Letters*, 104(10) :100601, 2010.
- [90] S.M. Popoff, G. Lerosey, M. Fink, A.C. Boccara, and S. Gigan. Image transmission through an opaque material. *Nature Communications*, 1(6) :1–5, 2010.
- [91] S.M. Popoff, G. Lerosey, M. Fink, A.C. Boccara, and S. Gigan. Controlling light through optical disordered media : Transmission matrix approach. *Arxiv preprint arXiv :1107.5285*, 2011.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [92] N. Curry, P. Bondareff, M. Leclercq, N.F. van Hulst, R. Sapienza, S. Gigan, and S. Gresillon. Direct determination of diffusion properties of random media from speckle contrast. *Arxiv preprint arXiv :1104.5554*, 2011.
- [93] J.W. Goodman. Statistical optics. *New York, Wiley-Interscience, 1985, 567 p.*, 1, 1985.
- [94] R. Sprik, A. Tourin, J. de Rosny, and M. Fink. Eigenvalue distributions of correlated multichannel transfer matrices in strongly scattering systems. *Physical Review B*, 78(1) :12202, 2008.
- [95] A. Aubry and A. Derode. Singular value distribution of the propagation matrix in random scattering media. *Waves in Random and Complex Media*, 20(3) :333–363, 2010.
- [96] V.A. Marčenko and L.A. Pastur. Distribution of eigenvalues for some sets of random matrices. *Mathematics of the USSR-Sbornik*, 1 :457, 1967.
- [97] E.P. Wigner. Random matrices in physics. *Siam Review*, 9(1) :1–23, 1967.
- [98] O.N. Dorokhov. On the coexistence of localized and extended electronic states in the metallic phase. *Solid State Communications*, 51(6) :381–384, 1984.
- [99] J.B. Pendry, A. MacKinnon, and P.J. Roberts. Universality classes and fluctuations in disordered systems. *Proceedings : Mathematical and Physical Sciences*, 437(1899) :67–83, 1992.
- [100] I. Freund, M. Rosenbluh, and S. Feng. Memory effects in propagation of optical waves through disordered media. *Phys. Rev. Lett.*, 61(20) :2328–2331, Nov 1988.
- [101] F. Scheffold and G. Maret. Universal conductance fluctuations of light. *Physical Review Letters*, 81(26) :5800–5803, 1998.
- [102] I.M. Vellekoop and A.P. Mosk. Focusing coherent light through opaque strongly scattering media. *Optics Letters*, 32(16) :2309–2311, 2007.
- [103] I.M. Vellekoop. *Controlling the propagation of light in disordered scattering media*. Thèse de doctorat, University of Twente, 2008.
- [104] I.M. Vellekoop and C.M. Aegerter. Scattered light fluorescence microscopy : imaging through turbid layers. *Optics Letters*, 35(8) :1245–1247, 2010.
- [105] A. Paulraj, R. Nabar, and D. Gore. *Introduction to Space-Time Wireless Communication*. Cambridge University Press, 2004.

- 
- [106] G. Maire, F. Drsek, J. Girard, H. Giovannini, A. Talneau, D. Konan, K. Belkebir, P.C. Chaumet, and A. Sentenac. Experimental demonstration of quantitative imaging beyond Abbe's limit with optical diffraction tomography. *Physical review letters*, 102(21) :213905, 2009.
- [107] S.R. Arridge. Optical tomography in medical imaging. *Inverse problems*, 15 :R41–R93, 1999.
- [108] A.N. Tikhonov. On the stability of inverse problems. *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, 39(5) :195–198, 1943.
- [109] A.N. Tikhonov. Solution of incorrectly formulated problems and the regularization method. *Soviet Math. Dokl*, 4(4) :1035–1038, 1963.
- [110] Y. Ephraim and D. Malah. Speech enhancement using a minimum-mean square error short-time spectral amplitude estimator. *Acoustics, Speech and Signal Processing, IEEE Transactions on*, 32(6) :1109–1121, 1984.
- [111] B.R. Petersen and D.D. Falconer. Minimum mean square equalization in cyclostationary and stationary interference-analysis and subscriber line calculations. *Selected Areas in Communications, IEEE Journal on*, 9(6) :931–940, 1991.
- [112] U. Madhow and M.L. Honig. Mmse interference suppression for direct-sequence spread-spectrum cdma. *Communications, IEEE Transactions on*, 42(12) :3178–3188, 1994.
- [113] L. Zhang and X. Wu. Color demosaicking via directional linear minimum mean square-error estimation. *Image Processing, IEEE Transactions on*, 14(12) :2167–2178, 2005.
- [114] G. Lerosey, J. de Rosny, A. Tourin, and M. Fink. Focusing beyond the diffraction limit with far-field time reversal. *Science*, 315(5815) :1120, 2007.
- [115] M. Tanter, J.L. Thomas, and M. Fink. Time reversal and the inverse filter. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 108 :223–234, 2000.
- [116] E. G. van Putten, D. Akbulut, J. Bertolotti, W. L. Vos, A. Lagendijk, and A. P. Mosk. Scattering lens resolves sub-100 nm structures with visible light. *Phys. Rev. Lett.*, 106(19) :193905, May 2011.
- [117] Shechao Feng, Charles Kane, Patrick A. Lee, and A. Douglas Stone. Correlations and fluctuations of coherent wave transmission through disordered media. *Phys. Rev. Lett.*, 61(7) :834–837, Aug 1988.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [118] S.M. Popoff, A. Aubry, G. Lerosey, M. Fink, A.C. Boccara, and S. Gigan. Exploiting the time-reversal operator for adaptative optics, selective focusing and scattering pattern analysis. *Arxiv preprint arXiv :1108.2449*, 2011.
- [119] C. Prada, S. Manneville, D. Spoliansky, and M. Fink. Decomposition of the time reversal operator : Detection and selective focusing on two scatterers. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 99 :2067, 1996.
- [120] G. Micolau, M. Saillard, and P. Borderies. DORT method as applied to ultrawideband signals for detection of buried objects. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, 41 :1813–1820, 2003.
- [121] C. Prada, F. Wu, and M. Fink. The iterative time reversal mirror : A solution to self-focusing in the pulse echo mode. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 90 :1119, 1991.
- [122] M. Fink. Time reversal of ultrasonic fields, Part I : Basic principles. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 39(5) :555–566, 1992.
- [123] EP Wigner. Proceedings of the fourth canadian mathematical congress. University of Toronto Press, Toronto, 1957.
- [124] F.J. Dyson. Statistical theory of the energy levels of complex systems. ii. *Journal of Mathematical Physics*, 3(157), 1962.
- [125] B. Richards and E. Wolf. Electromagnetic diffraction in optical systems. ii. structure of the image field in an aplanatic system. *Proc. Roy. Soc.*, 253(1274) :358, 1959.
- [126] A. Aubry. *Approche matricielle de l'opérateur de propagation des ondes ultrasonores en milieu diffusant aléatoire*. Thèse de doctorat, 2008.
- [127] A. Aubry and A. Derode. Random Matrix Theory Applied to Acoustic Backscattering and Imaging In Complex Media. *Physical Review Letters*, 102(8) :84301, 2009.
- [128] A. Aubry and A. Derode. Ultrasonic imaging of highly scattering media from local measurements of the diffusion constant : Separation of coherent and incoherent intensities. *Physical Review E*, 75(2) :026602, 2007.
- [129] Meint P. Van Albada and Ad Lagendijk. Observation of weak localization of light in a random medium. *Phys. Rev. Lett.*, 55(24) :2692–2695, Dec 1985.
- [130] C.M. Aegerter and G. Maret. Coherent backscattering and anderson localization of light. *Progress in Optics*, 52 :1–62, 2009.

- 
- [131] P. Gross, M. Störzer, S. Fiebig, M. Clausen, G. Maret, and CM Aegerter. A precise method to determine the angular distribution of backscattered light to high angles. *Review of scientific instruments*, 78 :033105, 2007.
- [132] D.H. Chambers and J.G. Berryman. Time-reversal analysis for scatterer characterization. *Physical review letters*, 92(2) :23902, 2004.
- [133] J. G. Minonzio, C. Prada, D. Chambers, D. Clorennec, and M. Fink. Characterization of subwavelength elastic cylinders with the decomposition of the time-reversal operator : Theory and experiment. *J. Acoust. Soc. Am.*, 117 :789, 2005.
- [134] J. G. Minonzio, F. D. Philippe, C. Prada, and M. Fink. Characterization of an elastic cylinder and an elastic sphere with the time-reversal operator : application to the sub-resolution limit. *Inverse Problems*, 24 :025014, 2008.
- [135] T. Ha, T.A. Laurence, D.S. Chemla, and S. Weiss. Polarization spectroscopy of single fluorescent molecules. *The Journal of Physical Chemistry B*, 103(33) :6839–6850, 1999.
- [136] T. Shegai, S. Chen, V.D. Miljkovic, G. Zengin, P. Johansson, and M. Kall. A bimetallic nanoantenna for directional colour routing. *Nat Commun*, 2 :481–, September 2011.
- [137] J. Jasny and J. Sepiol. Single molecules observed by immersion mirror objective. a novel method of finding the orientation of a radiating dipole. *Chemical physics letters*, 273(5-6) :439–443, 1997.
- [138] X. Brokmann, M.V. Ehrensperger, J.P. Hermier, A. Triller, and M. Dahan. Orientational imaging and tracking of single cdse nanocrystals by defocused microscopy. *Chemical physics letters*, 406(1-3) :210–214, 2005.
- [139] S.Y. Suck, S. Collin, N. Bardou, Y. De Wilde, and G. Tessier. Imaging the 3-d scattering pattern of plasmonic nanoantennas by heterodyne numerical holography. In *Quantum Electronics and Laser Science Conference*, page QMH2. Optical Society of America, 2010.
- [140] E. Wolf. Electromagnetic diffraction in optical systems. i. an integral representation of the image field. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 253(1274) :349, 1959.
- [141] JM Brok and HP Urbach. Simulation of polarization effects in diffraction problems of optical recording. *journal of modern optics*, 49(11) :1811–1829, 2002.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [142] V. Delaubert, N. Treps, G. Bo, and C. Fabre. Optical storage of high-density information beyond the diffraction limit : A quantum study. *Phys. Rev. A*, 73 :013820, Jan 2006.
- [143] P. Török and M. Gu. High-numerical-aperture optical microscopy and modern applications : introduction to the feature issue. *Applied Optics*, 39(34) :6277–6278, 2000.
- [144] P. Török and P. Munro. The use of gauss-laguerre vector beams in sted microscopy. *Optics Express*, 12(15) :3605–3617, 2004.
- [145] D. McGloin. Optical tweezers : 20 years on. *Philosophical Transactions : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, pages 3521–3537, 2006.
- [146] R. Eriksen, V. Daria, and J. Gluckstad. Fully dynamic multiple-beam optical tweezers. *Optics Express*, 10(14) :597–602, 2002.
- [147] A. Rohrbach and E.H.K. Stelzer. Optical trapping of dielectric particles in arbitrary fields. *JOSA A*, 18(4) :839–853, 2001.
- [148] K.H. Schuster. Radial polarization-rotating optical arrangement and microlithographic projection exposure system incorporating said arrangement, 2001. US Patent 6,191,880.
- [149] F. Kulzer and M. Orrit. Single-molecule optics. *Annu. Rev. Phys. Chem.*, 55 :585–611, 2004.
- [150] T. Wilson, R. Juskaitis, and P.wi Higdon. The imaging of dielectric point scatterers in conventional and confocal polarisation microscopes. *Optics communications*, 141(5-6) :298–313, 1997.
- [151] O.G. Rodríguez-Herrera, D. Lara, and C. Dainty. Far-field polarization-based sensitivity to sub-resolution displacements of a sub-resolution scatterer in tightly focused fields. *Optics Express*, 18(6) :5609–5628, 2010.
- [152] C. Prada and J.L. Thomas. Experimental subwavelength localization of scatterers by decomposition of the time reversal operator interpreted as a covariance matrix. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 114 :235, 2003.
- [153] DH Chambers. Target Characterization Using Time-Reversal Symmetry of Wave Propagation. *International Journal of Modern Physics B*, 21 :3511–3555, 2007.

- [154] J. Aulbach, B. Gjonaj, P.M. Johnson, A.P. Mosk, and A. Lagendijk. Control of light transmission through opaque scattering media in space and time. *Physical Review Letters*, 106(10) :103901, 2011.
- [155] O. Katz, E. Small, Y. Bromberg, and Y. Silberberg. Focusing and compression of ultrashort pulses through scattering media. *Nature Photonics*, 5(6) :372–377, 2011.
- [156] David J. McCabe, Ayhan Tajalli, Dane R. Austin, Pierre Bondareff, Ian A. Walmsley, Sylvain Gigan, and Beatrice Chatel. Spatio-temporal focusing of an ultrafast pulse through a multiply scattering medium. *Nat Commun*, 2 :447–, August 2011.
- [157] G. Lerosey, J. De Rosny, A. Tourin, A. Derode, and M. Fink. Time reversal of wideband microwaves. *Applied physics letters*, 88 :154101, 2006.
- [158] P. Roux, B. Roman, and M. Fink. Time-reversal in an ultrasonic waveguide. *Applied physics letters*, 70 :1811, 1997.
- [159] M. Störzer, P. Gross, C.M. Aegerter, and G. Maret. Observation of the critical regime near Anderson localization of light. *Physical review letters*, 96(6) :63904, 2006.
- [160] D.B. Conkey, A. Caravaca, and R. Piestun. Backscattering scanning fluorescence microscopy. In *Computational Optical Sensing and Imaging*. Optical Society of America, 2011.
- [161] Y. Choi, T.D. Yang, C. Fang-Yen, P. Kang, K.J. Lee, R.R. Dasari, M.S. Feld, and W. Choi. Overcoming the diffraction limit using multiple light scattering in a highly disordered medium. *Physical Review Letters*, 107(2) :23902, 2011.





## **Contrôle spatio-temporel de la lumière en milieux complexes**

L'objectif des travaux présentés dans cette thèse est d'associer les outils et le formalisme développés en acoustique aux techniques propres à l'optique. Ces études ont été rendues possibles grâce aux avancées technologiques récentes qui autorisent le contrôle et la mesure, spatialement et temporellement, des ondes optiques. En nous appuyant sur un système permettant de contrôler et de mesurer spatialement le champ complexe optique, nous avons enregistré la matrice de transmission d'un milieu diffusant. Nous exploitons cette matrice pour focaliser la lumière et détecter des images à travers le milieu ainsi que pour l'étude de ses propriétés physiques. En utilisant un montage et un modèle similaire, nous mesurons ensuite à travers un milieu aberrateur la matrice de réflexion d'un milieu contenant quelques diffuseurs efficaces. Nous exploitons la décomposition en valeurs singulières de cette matrice pour détecter les diffuseurs et focaliser la lumière sélectivement sur plusieurs d'entre eux, en compensant les aberrations du milieu de propagation. Une autre approche présentée est l'exploitation de l'analyse de la matrice de réflexion pour l'étude des modes de rayonnement d'une particule unique. La dernière étude réalisée concerne l'application du retournement sur modulation en optique. Cette technique consiste à apprendre les réponses d'un milieu diffusant ou réverbérant à une modulation et à exploiter ces réponses pour focaliser la lumière au sein du milieu. Nous prouvons l'efficacité de cette technique pour la focalisation temporelle dans une cavité et tentons de l'étendre pour une focalisation à la fois spatiale et temporelle.

Mots clés : optique, diffusion, conjugaison de phase, retournement temporel, focalisation, imagerie

## **Spatio-temporal control of light in complex media**

The aim of the work presented in this dissertation is to combine the tools and the formalism developed initially for acoustic waves with techniques peculiar to the field of optics. The recent technology breakthroughs devoted to the spatial and temporal control and measure of the complex optical field have made possible these studies. Thanks to a system that allows us to spatially control and measure the optical field, we record the transmission matrix of a diffusing medium. We exploit this matrix to focus light and detect an image through the medium. We also apply the analysis of the matrix to the study of some physical properties of the medium. Using the same model and a similar experimental setup, we then measure through an aberrating medium the reflection matrix of a system that consists of a few strong scatterers. Using the singular value decomposition of this matrix, we are able to detect and selectively focus light on the scatterers, compensating in the process the aberrations induced by the propagation medium. Another approach described is to apply the analysis of the reflection matrix to study the radiation patterns of a unique scatterer. The last study concerns the application of the time reversal technique with modulated signals in optics. This method consists in recording the response of a medium to a modulation. These responses are then exploited to focus light inside the medium. We successfully prove the efficiency of this technique for a temporal focusing experiment in an optical cavity. We then try to extend these results to spatio-temporal focusing.

Keywords : optics, scattering, phase conjugation, time reversal, focusing, imaging