



HAL
open science

Aspects phénoménologiques de la brisure de supersymétrie

Jeanne Parmentier

► **To cite this version:**

Jeanne Parmentier. Aspects phénoménologiques de la brisure de supersymétrie. Physique des Hautes Energies - Phénoménologie [hep-ph]. Ecole Polytechnique X, 2011. Français. NNT: . pastel-00695795

HAL Id: pastel-00695795

<https://pastel.hal.science/pastel-00695795v1>

Submitted on 9 May 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ÉCOLE POLYTECHNIQUE

THÈSE

présentée pour obtenir le grade de

DOCTEUR EN SCIENCES

par Jeanne Parmentier

**Aspects phénoménologiques
de la brisure de supersymétrie**

À présenter le 11 juillet 2011 devant le jury composé de :

Steve Abel,	Rapporteur
Emilian Dudas,	Directeur de thèse
Stéphane Lavignac,	Directeur de thèse
Jean Orloff,	Rapporteur
Mariano Quiros,	Président du Jury
Carlos Savoy,	Examineur

À tous les Science Ac' du monde...

Ainsi qu'à ceux qui les aident à grandir.

Table des matières

1	Survol de la physique des particules	11
1.1	Modèle Standard, une présentation générale	11
1.1.1	Les acteurs et leurs liaisons	11
1.1.2	Le boson de Higgs	12
1.2	Limites et problèmes	13
1.2.1	Stabilité de l'échelle électrofaible	13
1.2.2	Matière noire	14
1.2.3	Masse des neutrinos	15
1.3	Extensions possibles	15
1.3.1	Supersymétrie	16
1.3.2	Théories de grande unification	18
1.3.3	Masse des neutrinos	20
1.3.4	Supergravité	21
1.3.5	Dimensions supplémentaires	21
1.3.6	Cordes	22
1.3.7	Bilan	22
1.4	Contraintes à vérifier	23
2	Supersymétrie	25
2.1	Quelques éléments d'introduction	25
2.1.1	Idées et formalisme de base	25
2.1.2	Le MSSM	29
2.1.3	Termes softs	32
2.1.4	Limites des modèles les plus simples	32
2.1.5	Les bases des modèles plus évolués	34
2.2	Brisure dynamique de SUSY	34
2.2.1	Théorèmes généraux	34
2.2.2	Brisure dynamique et QCD supersymétrique	37
2.2.3	Modèle d'Intrilligator, Seiberg et Shih (ISS)	40
2.3	Médiation de jauge	42
2.3.1	Description succincte et résultats classiques	42
2.3.2	Formalisme classique de la médiation de jauge	43
2.3.3	Propriétés classiques	45

2.3.4	Autres mécanismes de transmission de la brisure de la supersymétrie, comparaison	45
3	O’Raifeartaigh avec messagers	49
3.1	O’Raifeartaigh : Méta- et Instabilité	49
3.1.1	Stabilité et génération des masses des jauginos, un autre compromis à trouver	49
3.1.2	Stabilisation par les corrections quantiques : une condition	50
3.1.3	Comment calculer les corrections quantiques	52
3.2	O’Raifeartaigh : vers la stabilité?	55
3.2.1	Condition à l’ordre des arbres	55
3.2.2	Énergies des vides calculées à une boucle	56
3.2.3	A-t-on stabilisation?	59
3.2.4	Conclusions et ouvertures	60
4	Médiation de jauge et GUT	61
4.1	Problématique	61
4.1.1	Justification du couplage	61
4.1.2	Vers des spectres atypiques	63
4.1.3	De l’importance de la gravitation	64
4.1.4	Méthodologie	65
4.2	Construction d’un modèle explicite	65
4.2.1	Définition du modèle	65
4.2.2	Stabilité et temps de vie	66
4.2.3	Stabilisation à une boucle	67
4.2.4	Génération d’un potentiel de Higgs correct	68
4.3	Modèles	69
4.3.1	Couplages	69
4.3.2	Des masses de messagers vers les spectres	70
4.3.3	$SU(5)$ comme groupe de grande unification	71
4.3.4	$SO(10)$ comme groupe de grande unification	72
4.4	Spectres remarquables	73
4.4.1	$G = SU(5)$, $\Sigma = \mathbf{24}$, ou naissance d’un neutralino léger comme LSP	73
4.4.2	$G = SO(10)$, $\Sigma = \mathbf{45}$, messagers dans $(\mathbf{10}, \mathbf{10}')$ ou comment faire un Wino NLSP	80
4.4.3	$G = SO(10)$, $\Sigma = \mathbf{45}$, messagers dans $(\overline{\mathbf{16}}, \mathbf{16})$, où comment faire un gluino léger	83
4.5	Spectres, un peu d’exhaustivité	86
4.5.1	$SU(5)$ comme groupe de grande unification	86
4.5.2	$SU(5)$ flippé comme groupe de grande unification	88
4.5.3	$SO(10)$ comme groupe de grande unification	89
4.6	Conclusions	98

5	Modèles de Saveurs	101
5.1	Introduction, problématique et plan	101
5.1.1	Deux approches différentes pour la saveur	101
5.1.2	Des prédictions proches	102
5.1.3	Des différences au niveau de la saveur	103
5.2	Modèles de Froggatt-Nielsen	103
5.2.1	Froggatt-Nielsen en quelques mots	103
5.2.2	Froggatt-Nielsen dans les modèles que nous considérons	104
5.3	Nelson-Strassler	104
5.3.1	Nelson-Strassler	104
5.4	Comparaison des deux modèles	105
5.4.1	Généralités	105
5.4.2	Exemples	107
5.5	Unification et hiérarchie des fonctions d'onde	111
5.5.1	Quelques mots sur le mécanisme de Green-Schwarz	111
5.5.2	Une contrainte commune (et mystérieuse)	112
5.6	Un modèle à 5 dimensions pour réaliser une renormalisation forte des fonctions d'onde	114
5.7	Conclusions	118

Introduction

One of the things that makes science very difficult is that it takes a lot of imagination. It's very hard to imagine all the crazy things, that things really are like.

R. Feynman

La physique théorique semble être une source inépuisable de concepts loufoques. L'histoire en a fourni de célèbres : ondes qui se propagent sans support, trajectoires imprédictibles, montres qui se désynchronisent pour peu qu'on aille à la montagne ou qu'on aille vite... La physique moderne n'est pas en reste, proposant des concepts d'univers à plus de 4 dimensions, de symétries jamais vérifiées ou de particules échappant à nos détecteurs depuis plus de 30 ans... Mais aussi surprenantes qu'elles aient été, ces idées du passé ont révolutionné notre conception du monde autant que les technologies disponibles pour tous. Les théories actuelles n'ont pas encore trouvé entièrement leur cadre, et nous espérons que cette thèse sera une illustration de la façon dont ces concepts abstraits sont utilisés pour comprendre la physique à basse énergie et nous éclairer sur la physique des particules moderne.

Un travail d'équipes

L'époque où la physique fondamentale avançait grâce à un scientifique réalisant lui-même des expériences, les théorisant et inventant des concepts mathématiques au passage est bien révolue. Chacune de ces étapes a toujours lieu, mais elles demandent un travail d'équipe et une coordination qui n'existaient pas un siècle auparavant. Il y a d'ailleurs aujourd'hui plus de chercheurs vivants qu'ayant jamais vécu, ce qui amène à une spécialisation et une dispersion des connaissances uniques dans l'histoire. Ainsi, l'expérience du LHC au CERN aura demandé, rien qu'au point de vue expérimental, le travail de plus de 5 000 personnes sur une quinzaine d'années, et coûté plus de 3 milliards d'euros. Les publications d'un article sur un des détecteurs, comme CMS, sont signées par 2000 personnes !

Du point de vue théorique, les travaux vont de l'interprétation de données à la construction de structures abstraites en interaction avec la recherche en mathématiques.

Les questions que la physique des particules cherche à expliquer restent très simples : D'où vient la matière ? Comment interagit-elle ? Combien de forces

fondamentales et pourquoi ? Comment et pourquoi la masse ? Le travail fourni par les physiciens des générations précédentes a permis de préciser ces questions. Si les questions actuelles peuvent surprendre le néophyte : quelle symétrie de saveur pour générer les Yukawas ? Comment compactifier les dimensions supplémentaires pour rendre compte des symétries de jauge ? Les questions fondamentales qui se cachent derrière sont toujours les mêmes. Elles ont juste été précisées et divisées afin de pouvoir bénéficier de l'effet de spécialisation des scientifiques.

La physique des hautes énergies est complexe, à la fois expérimentalement et technologiquement. Malgré le travail acharné de milliers de physiciens, la physique post-modèle standard se fait attendre. Pris séparément, le travail des physiciens des hautes énergies fait parfois douter. On craint que beaucoup de modèles puissent vérifier les contraintes expérimentales. Que beaucoup de théories cohérentes puissent être écrites. C'est lorsqu'on cherche à croiser toutes les contraintes que la difficulté apparaît clairement. Et ce n'est probablement qu'une fois mises ensemble toutes les contraintes que l'on pourra éliminer la plupart des modèles pour n'en garder que quelques-uns. Personnellement, si on arrive à construire un cadre théorique cohérent mathématiquement, qui permette de décrire toutes les interactions (modèle standard et gravité), de calculer les effets des corrections quantiques et de renormalisation, et de prédire un certain nombre de propriétés de la physique des particules et de la cosmologie grâce à un petit nombre de paramètres, ça sera déjà "pas mal" !

Contexte scientifique

Cela dit, on est encore loin de ce rêve qui animera probablement les physiciens de ma génération et de celle d'après.

Symétries

La notion de symétries est extrêmement vieille. Dans le cadre scientifique, les modèles les plus simples, utilisant le moins de paramètres possibles, sont toujours les plus appréciés. L'utilisation de symétries est une façon simple de réduire le nombre de paramètres utilisés et de simplifier les problèmes. Le modèle standard en a fait une notion cruciale pour comprendre la physique des particules et des interactions. On part de l'idée que si deux particules peuvent se transformer via une force, c'est qu'aux yeux de celle-ci, elles sont identiques. La force agit donc comme une symétrie capable d'agir sur des particules. On arrive au modèle standard, qui décrit les forces fortes, faibles, et électromagnétiques via la symétrie $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. La gravitation repose aussi, dans un autre cadre, sur l'invariance par reparamétrisation et comporte ses propres symétries, dites de Poincaré.

La plupart des extensions du modèle standard cherchent à étendre les symétries de celui-ci : les théories de grande unification cherchent une symétrie unique capable de donner celles du modèle standard à basse énergie, la supersymétrie

étend les symétries de Lorentz...

Supersymétrie et modernité

L'ouverture du LHC, initialement prévue en 2007, suscite une excitation croissante dans la communauté scientifique. Après le boson de Higgs, la supersymétrie est une des théories les plus attendues au LHC.

Malgré tout le travail accompli depuis une génération, beaucoup d'interrogations subsistent.

La brisure de supersymétrie et sa transmission sont toujours mal comprises. Les constructions de modèles de ces dernières années ont fortement été influencées par le modèle dit d'ISS [1]. L'idée qu'on puisse se situer dans un vide métastable a ouvert le champ à des modèles plus simples que ceux considérés auparavant. Le fait d'identifier des dualités dans différents régimes de QCD supersymétrique permet de construire des modèles explicites de brisure dynamique. Dans cette thèse, nous avons beaucoup travaillé autour du scénario dans lequel la brisure de supersymétrie est transmise du secteur caché au modèle standard supersymétrique via des champs chargés, les messagers [2]. Cette médiation, dite de jauge, a fait l'objet d'études anciennes [2] [3] [4], [5], [6] et récentes [7] [8]. Elle engendre cependant souvent des problèmes au niveau du potentiel de Higgs (génération de μ , $B \mu$) ou de la stabilité du système.

Les théories de grande unification permettent d'aborder la question de la masse des neutrinos, de la leptogénèse et de la baryogénèse, et permettent d'essayer de prédire une partie des paramètres du modèle standard. Il est cependant difficile de trouver des signatures permettant de distinguer les différents groupes de grande unification à basse énergie.

Pour les problèmes de saveur, de nouvelles approches ont été développées, utilisant des dimensions supplémentaires ou des renormalisations fortes de fonctions d'onde.

Les quelques idées et articles développés proviennent souvent de cette volonté de relier et comparer plusieurs de ces perspectives. Que se passe-t-il au niveau d'un secteur caché lorsqu'on le couple à des messagers ? Est-il déstabilisé ? Que se passe-t-il si un modèle comporte des messagers et un secteur de grande unification ? Comment le spectre en est-il affecté ? Comment des théories différentes cherchant à résoudre le problème de la saveur peuvent-elles être comparées ou discriminées ? Nous essaierons toujours, dans la mesure du possible, de comprendre comment des contraintes liées à la construction des modèles permettent d'éclairer les résultats des futures expériences, et inversement, de comprendre comment les contraintes expérimentales peuvent nous renseigner sur la structure de la physique à haute énergie.

Plan

Le premier chapitre esquisse un cadre qui permet d'expliquer l'intérêt d'étudier la supersymétrie. La physique des particules est un domaine complexe, car un

bon modèle doit rendre compte de problèmes extrêmement différents, allant des prédictions dans les collisionneurs à l'explication de phénomènes astrophysiques, le tout avec autant de simplicité et de beauté formelle que possible. Si aucun modèle parfait n'existe à ce jour, nous espérons vous convaincre que par la variété des problèmes qu'elle attaque simultanément, la supersymétrie est une piste qui mérite d'être consciencieusement explorée.

La seconde partie permettra de rafraîchir la mémoire du lecteur concernant la supersymétrie, avec quelques bases pour fixer les notations, et quelques rappels sur les notions que nous allons utiliser par la suite : théorèmes généraux sur la brisure de supersymétrie et médiation de jauge.

Dans la troisième partie, nous présenterons un travail effectué dans [9] sur les questions de stabilité. En effet, la question de la stabilité des modèles de type O'Raifeartaigh a été étudiée en détail, et on peut se demander ce qui se passe quand on rajoute des messagers au système caché. Nous verrons que si l'apparition d'un second vide d'énergie plus basse est courante, elle peut être évitée dans certains modèles grâce à l'utilisation judicieuse des corrections quantiques.

Dans la quatrième partie, nous reviendrons sur le travail des articles [10] et [11]. Comme la supersymétrie et les théories de grande unification sont souvent considérées ensemble, nous avons regardé ce qui se passerait dans des modèles possédant à la fois des messagers et un secteur de grande unification. Il en ressort un certain nombre de spectres atypiques, les plus marquants étant ceux ayant un neutralino et un gluino légers par rapport au reste du spectre. On a aussi remarqué que comme les masses des messagers étaient proches de l'échelle de grande unification, les effets gravitationnels pouvaient générer un potentiel de Higgs brisant la symétrie électrofaible (ie des termes μ et $B\mu$ du bon ordre de grandeur).

La cinquième partie s'intéresse au problème des saveurs traité dans [12], en comparant deux approches différentes. Les deux modèles sont assez différents, l'un reposant sur les symétries de saveur, l'autre sur la renormalisation des fonctions d'onde avec localisation des champs le long d'une dimension supplémentaire. On verra que si les deux types de modèles, caractérisés par des modèles de type Frogatt-Nielsen [13] pour le premier, de type Nelson-Strassler [14] [91] pour le second, ont des prédictions semblables pour les Yukawas, on peut avoir des effets de suppression de saveur intéressants dans le cas des modèles avec dimension supplémentaire.

Un dernier article [17] s'intéresse aux couplages du goldstino à la matière dans l'infrarouge. La technique utilisée est une généralisation de celle développée dans [18]. D'après Komargodski et Seiberg, il suffit d'imposer des contraintes quadratiques pour décrire la physique infrarouge correspondant à des modèles dans lesquels on a intégré out des scalaires lourds. La physique qui en découle est semblable à celle de Volkov-Akulov [19] et indépendante des conditions ultraviolettes. Nous verrons dans quelle mesure nous pouvons étendre ces contraintes afin d'englober des modèles plus généraux que ceux utilisés dans [18]. Nous trouvons que des contraintes d'ordre supérieur (par exemple, d'ordre trois) permettent d'obtenir les mêmes effets, c'est-à-dire de décrire la physique à basse

énergie résultant de l'intégration des champs lourds, tout en capturant les effets ultraviolets dans certains paramètres. Ceci permet de faciliter l'étude des couplages non-universaux du goldstino à la matière.

Tous les articles sont disponibles à la suite du manuscrit.

Chapitre 1

Survol de la physique des particules

1.1 Modèle Standard, une présentation générale

En physique des particules, tout ce qui est connu tourne autour du modèle standard. Ce chapitre synthétise les grandes lignes du modèle standard. Pour une introduction plus complète, voir [20] [21] [22].

1.1.1 Les acteurs et leurs liaisons

Le modèle standard répond à deux questions :

- de quoi est faite la matière ?
- comment les particules interagissent-elles ?

Concernant la première question, on répertorie à ce jour :

- des quarks : up, down, top, bottom, charm, strange
- les leptons : électron, neutrino électronique, muon, neutrino muonique, tau, neutrino tauique

La réponse à la seconde question décrit les interactions comme des transformations de symétrie locale. En effet, pour modéliser les interactions, le modèle standard part du principe que si une particule peut se transformer en une autre, c'est qu'un groupe de symétrie agit sur elle et que les deux particules appartiennent à une même représentation de ce groupe. Les actions élémentaires d'un groupe sont codées dans les générateurs. Les particules qui véhiculent un échange élémentaire de particules sont les bosons de jauge.

Les symétries peuvent être conservées. Dans ce cas, les masses des bosons de jauge sont nulles. C'est ce qui arrive pour les symétries de couleur $SU(3)$ et électromagnétique $U(1)_{em}$. Dans le modèle standard, les trois forces proviennent du groupe de symétrie $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$.

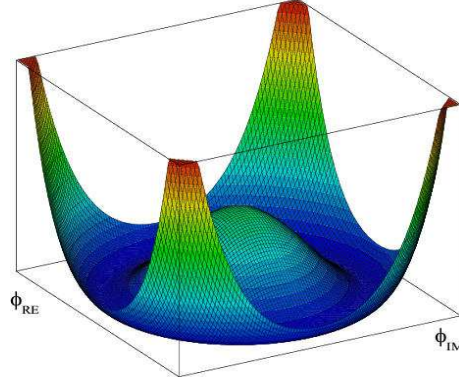


FIGURE 1.1 – Potentiel de Higgs, $V(\phi)$ en fonction de $\text{Re}(\phi)$ et $\text{Im}(\phi)$. On voit que le minimum se situe pour une vev non nulle de ϕ . Son choix va donc briser la symétrie.

1.1.2 Le boson de Higgs

Masse des fermions

La façon la plus simple de faire intervenir des termes de masse pour les fermions du modèle standard consiste à introduire un doublet scalaire se comportant comme $(1, 2, -1)$ sous $\text{SU}(3)_c \times \text{SU}(2)_L \times \text{U}(1)_Y$, le doublet de Higgs.

On peut alors écrire les termes de masses suivants :

$$\mathcal{L}_Y = Y_{ij}^{[e]} L_i H e_j^c + Y_{ij}^{[u]} Q_i H u_j^c + Y_{ij}^{[d]} Q_i H^\dagger d_j^c \quad (1.1)$$

Les couplages de Yukawas sont rentrés à la main pour coller aux données expérimentales. Un des défis de la physique des particules est de construire un modèle susceptible de prédire leurs valeurs.

Masse des bosons de jauge, brisure de symétrie électrofaible

Une des beautés du modèle standard est que le doublet introduit pour donner une masse aux fermions donne aussi une masse aux bosons de jauge.

En effet, pour que le doublet de Higgs donne une masse aux fermions, il faut que sa vev soit non nulle. Pour cela, on lui construit un potentiel de cette forme

$$L = D_\mu^\alpha \phi^\dagger D_\mu^\alpha \phi - V(\phi^\dagger \phi), \quad (1.2)$$

où a représente le groupe de jauge, D_μ^α est la dérivée covariante $D_\mu^\alpha \phi = (\partial_\mu - ig^a A_\mu^a t^a) \phi$, t_a étant les générateurs du groupe de jauge.

$$V(\phi^\dagger \phi) = -m^2 \phi^\dagger \phi + \frac{\lambda}{2} (\phi^\dagger \phi)^2 \quad (1.3)$$

En prenant une vev non nulle, le boson de Higgs brise $SU(2) \times U(1)_Y$ en $U(1)_{em}$ et donne une masse aux bosons W et Z. Pour cela, le doublet de Higgs perd trois de ses degrés de liberté et il ne reste plus qu'une particule à trouver au final, le boson de Higgs. C'est la seule particule du modèle standard qui n'a pas encore été découverte. C'est (principalement) pour elle qu'à été construit le LHC, ce qui souligne l'importance de sa découverte, si celle-ci a lieu un jour.

1.2 Limites et problèmes

Si le modèle standard représente un grand succès de la physique du XX^e siècle, il n'en reste pas moins des choses à comprendre.

Parmi les questions ouvertes, on peut compter :

- D'où viennent les 19 paramètres libres (3 couplages de jauge, 2 paramètres dans le secteur de Higgs, 9 masses des particules, 3 angles de mélange, 1 phase CP et 1 paramètre θ de QCD) ? On préférerait qu'il y en ait moins.
- D'où viennent les masses des neutrinos ?
- On voudrait savoir pourquoi les charges électriques ne sont pas quelconques (comme pour les masses) mais des multiples de $e/3$
- On aimerait comprendre comment sont fixées les masses des particules, et en particulier pourquoi il y a t'il de telles différences d'ordre de grandeur dans ce domaine ?
- La gravité est traitée à part, et on ne sait pas comment prendre en compte des effets de gravitation quantique par exemple. De leur côté, les gens qui travaillent sur la gravitation et la cosmologie ont des problèmes difficiles à résoudre (en particulier comprendre d'où vient la valeur de la constante cosmologique et compter le nombre de micro-états d'un trou noir) qui peuvent gagner à être étudiés en synergie avec la physique des particules.

En dehors de ces questions fondamentales, un certain nombre de problèmes se posent.

1.2.1 Stabilité de l'échelle électrofaible

Unitarité

La contrainte d'unitarité permet de comprendre que de la nouvelle physique doit apparaître avant le TeV. En effet, si on impose l'unitarité de la matrice-S, soit la conservation des probabilités au niveau quantique, on se retrouve avec des contraintes qui donnent un cutoff de l'ordre du TeV pour le modèle standard. La majeure partie des modèles considèrent que c'est une contrainte sur la masse du higgs, imposant $m_h < 780$ GeV. D'autres modèles qui se passent de Higgs sont obligés d'invoquer d'autres mécanismes à l'échelle du TeV (dimensions supplémentaires...).

Hierarchie et naturalité

Pour donner des masses aux particules du modèle standard du bon ordre de grandeur, on sait que la masse du boson de Higgs doit être de l'ordre de quelques centaines de GeV.

Or, il est difficile de réaliser une masse de scalaire de l'ordre de 100 GeV si le modèle standard est valable jusqu'à l'échelle de Planck. En effet, dans ce cas, on peut calculer les corrections radiatives à la masse du boson de Higgs, et elles sont toutes de l'ordre de grandeur du cut-off, c'est-à-dire ici l'échelle de Planck. On comprend mal comment une somme de contributions de l'ordre de l'échelle de Planck pourraient valoir 100 GeV au final sans un gros fine-tuning.

Ainsi, la contribution à une boucle à la masse du boson de Higgs dans le modèle standard est

$$\delta m_h^2 = \frac{3\Lambda^2}{8\pi^2 v^2} (2M_W^2 - 4M_Z^2 - 2M_t^2 - m_h^2) \quad (1.4)$$

où Λ représente le cut-off du modèle standard, présumément la masse de Planck M_p .

Cela peut vouloir dire plusieurs choses.

- Soit il y a effectivement un fine-tuning qui a lieu ordre par ordre, et c'est très frustrant mais c'est comme ça
- Soit le cut-off n'est pas situé à l'échelle de Planck, et nos modèles physiques ne sont valables que jusqu'à une échelle intermédiaire qui peut être le TeV
- Soit les corrections quantiques, qui ne prennent en compte que les particules que nous connaissons, sont erronées car il existe aussi des particules plus lourdes que nous n'avons pas encore découvertes mais qui devraient être prises en compte dans le calcul des radiations correctives à plus haute énergie

Enfin, même si on résout le problème de hiérarchie, c'est-à-dire qu'on construit un modèle sans trop de fine-tuning¹, il reste à comprendre à partir de quoi et comment l'échelle électrofaible a été générée (problème de naturalité).

1.2.2 Matière noire

L'hypothèse de la matière noire a été introduite pour répondre principalement à des observations astrophysiques. La relativité générale et la prise en compte de la matière connue (celle qu'on voit) conduit à des prédictions astrophysiques en décalage avec nos observations.

Par exemple, la figure 4 de l'article [23] montre la différence entre la vitesse de rotation prédite classiquement et celle observée calculée explicitement.

Pour expliquer cette différence, deux possibilités existent

- Considérer que la gravité est correctement décrite mais qu'il existe un type de matière invisible encore inconnu (dit noire ou sombre²) qui échappe à

1. Le trop dépendant des goûts et des contraintes des modèles que l'on sait construire

2. La traduction correcte serait sombre, mais tout le monde parle de matière noire, et nous ferons de même.

notre détection optique et dont la masse modifie la vitesse des objets que nous observons.

- Considérer que la relativité générale n'est pas valable et chercher à corriger la théorie de la gravitation. C'est la piste explorée par les théories de type MOND (Modified Newtonian Dynamics). Cela dit, même les gens qui travaillent sur des théories de gravitation modifiée comme MOND ont besoin d'avoir recours à de nouveaux types de matière. Pour leur cohérence, elles ont quand même besoin de faire appel à de la matière qui ne serait pas décrite par le modèle standard. Les solutions développées sont donc souvent un mélange contenant ces deux différentes pistes.

On observe aussi des effets de lentilles gravitationnelles qui nécessitent l'existence de particules massives et interagissant faiblement avec la matière connue[24].

La matière noire est également nécessaire pour expliquer les anisotropies du fond diffus cosmologique mesuré par WMAP [25]. Ceux-ci permettent d'évaluer à $\Omega_M h^2 = 0.1326 \pm 0.0063$, avec h le paramètre de Hubble, en unités de 100 km/sec par Mpc.

Enfin, les simulations qui tentent de comprendre comment la matière s'est agrégée pour former des galaxies ont besoin d'introduire de la matière noire pour obtenir des résultats valables[26].

Pour une revue sur la matière noire, voir [27].

1.2.3 Masse des neutrinos

Depuis 1998 et l'expérience de Super-Kamiokande, on sait que les neutrinos oscillent et qu'ils ont une masse. Aujourd'hui, on a les contraintes suivantes sur leurs masses et angles de mélanges [28] :

$$\sin^2(2\theta_{12}) = 0.87 \pm 0.03 \quad (1.5)$$

$$\Delta m_{21}^2 = (7.59 \pm 0.20)10^{-5} eV^2 \quad (1.6)$$

$$\sin^2(2\theta_{23}) > 0.92 \quad (1.7)$$

$$\Delta m_{32}^2 = (2.43 \pm 0.13)10^{-3} eV^2 \quad (1.8)$$

$$\sin^2(2\theta_{13}) < 0.15 \quad (1.9)$$

Les contraintes cosmologiques imposent elles une autre contrainte : $\sum_i m_i \leq 0.75$ eV. Les neutrinos sont trop légers pour être des candidats viables à la matière noire.

Le modèle standard décrit des neutrinos de masse nulle. Il faut donc au moins rajouter des termes de masse, et si possible comprendre pourquoi la leur est bien plus faible que celle des autres particules.

1.3 Extensions possibles

Dans cette section, nous présenterons rapidement quelques unes des pistes explorées pour compléter le modèle standard. Cette partie n'a pas pour but

d'être exhaustive³, ni de développer le formalisme de chacune des théories. Il s'agit juste de broser en quelques mots les idées fondamentales de chaque théorie afin de pouvoir se repérer et comprendre les relations qu'elles entretiennent entre elles.

1.3.1 Supersymétrie

Chaque particule vient accompagnée d'un double supersymétrique, de mêmes charges, de spins et de masse différentes. La nomenclature pour les particules du modèle standard et leurs doubles est simple. Les doubles supersymétriques des fermions sont les sfermions de spin 0, donc squarks et sleptons pour les partenaires respectifs des quarks et leptons. Les partenaires de bosons ont un spin 1/2 et prennent -ino comme suffixe. Ainsi, les jauginos et higgsinos sont les partenaires respectifs des bosons de jauge et des bosons de Higgs. Lorsque nous aborderons plus tard la question de la gravité, nous aurons un graviton de spin 2 pour la médier, et un gravitino de spin 3/2 comme superpartenaire associé. Les "doubles" supersymétriques couplent de la même manière aux interactions du modèle standard, et on ne connaît pas encore leur masse. On sait juste que s'ils existent, ils sont trop lourds pour avoir été déjà détectés.

Le formalisme sera développé dans les chapitres suivants.

Stabilisation du Higgs

Le problème de hiérarchie nous amène à trois pistes

- On peut décider que ce n'est qu'un problème esthétique et faire avec
- Cela peut vouloir dire que le cut-off est à une échelle proche de celle du modèle standard
- Cela veut dire qu'on a oublié de prendre en compte les particules plus lourdes qu'on ne connaît pas encore dans notre calcul des corrections quantiques

Si on prend en compte la supersymétrie, les corrections à la masse du higgs qui prennent en compte ces partenaires ne divergent plus de manière quadratique. La supersymétrie ramène donc le problème de hiérarchie à un fine-tuning plus raisonnable, de l'ordre du pourcent. Malheureusement, plus on tarde à voir les particules supersymétriques, plus on doit supposer qu'elles sont lourdes, et plus on augmente le fine-tuning. Il reste cependant plus raisonnable que sans supersymétrie, où il vaudrait 10^{-16} !

Certains articles étudient même les modèles qui minimiseraient ce fine-tuning, comme [29] par exemple.

Matière noire

Concernant la matière noire, on peut toujours mettre à la main un nouveau type de matière dont on ne sait rien, si ce n'est qu'elle est neutre et massive. En effet, elle doit être neutre sous $U(1)_{em}$ et $SU(3)$, sinon on les aurait déjà

3. (les physiciens ont trop d'imagination pour que ce soit réaliste)

probablement détectées⁴. Cependant, les théories supersymétriques fournissent automatiquement un candidat pour la matière noire. En effet, on introduit de nouvelles particules massives. Si on introduit une R-parité suivant laquelle particules sont chargées + et sparticules sont chargées -, la sparticule la plus légère (notée LSP) est neutre et stable.

La LSP étant stable, elle doit s'être accumulée et contribuer gravitationnellement. Il est donc naturel de se demander si c'est la matière noire décrite précédemment.

Les densités de matière baryonique et de matière noire sont telles que

$$\Omega_M = \frac{\rho_M}{\rho_c} \sim 0.3 \quad (1.10)$$

avec ρ_c = densité critique = $3H_0^2 M_p^2 \sim 10^{-26} \text{kg.m}^{-3}$, H_0 étant le paramètre de Hubble mesurant l'expansion de l'univers à l'époque actuelle.

$$\Omega_B = \frac{\rho_B}{\rho_c} \leq 0.02 \quad (1.11)$$

La dynamique de la matière noire est pilotée via son annihilation et son expansion et décrite dans cette équation :

$$\frac{dn_x}{dt} + 3Hn_x = - \langle \sigma_{ann} v \rangle (n_x^2 - n_x^{(eq)2}) \quad (1.12)$$

Les notations sont les suivantes :

- $\langle \sigma_{ann} v \rangle$ est la moyenne thermique des sections d'annihilation $X\bar{X}$ multipliée par la vitesse relative des deux particules s'annihilant
- $n_x^{(eq)}$ est la densité d'équilibre obtenue pour une distribution de l'espace des phases de type Fermi-Dirac (+) / Bose-Einstein (-) $f(p) = \frac{1}{\exp(E/kT) \pm 1}$
- H est le paramètre de Hubble, et $3Hn_x$ permet de prendre en compte l'expansion de l'univers.

Quand la température est en dessous de m_x , l'expansion l'emporte sur l'annihilation et le nombre de particules X dans un covolume devient constant.

La densité des particules reliques est

$$\Omega_X = \frac{m_x n_x(t_0)}{\rho_c} = 40 \sqrt{\frac{\pi}{5}} \frac{s_0}{k} \frac{\bar{h}^3}{H_0^2 M_p^3} \frac{g_*^{1/2}}{g_s} \frac{x_f}{\langle \sigma_{ann} v \rangle} \quad (1.13)$$

où on a noté $x_f = m_x/(kT_f)$, s_0 la densité d'entropie actuelle, g_s le nombre de degrés de libertés internes de la particule utilisés pour évaluer l'entropie et g_* le nombre de degrés de liberté relativistes présents dans l'univers au moment du découplage.

En mettant des chiffres,

$$\langle \sigma_{ann} v \rangle \sim \frac{\alpha^2}{m_X^2} \quad (1.14)$$

4. Il y a quelques articles qui explorent la possibilité d'avoir une LSP chargée, par exemple colorées[30]. Nous ne les discuterons pas ici.

On remarque qu'une particule interagissant via les interactions faibles, d'une masse $m_x \sim \alpha \times 100$ TeV donne naturellement le bon ordre de grandeur pour la densité relicue. C'est ce qu'on appelle le WIMP miracle.

On peut très bien étendre le modèle standard sans faire appel à la supersymétrie pour rendre compte de la matière noire, mais celle-ci permet de justifier naturellement l'existence d'une telle particule. De plus, on peut évaluer sa densité relicue et celle-ci peut naturellement avoir pour ordre de grandeur ce qui est nécessaire pour expliquer les observations astrophysiques et cosmologiques.

Tout modèle supersymétrique se doit donc de calculer l'abondance de sa LSP afin de savoir si celle-ci n'est pas trop grande. Si elle est suffisante pour expliquer nos observations, c'est un plus car le problème est résolu naturellement. Elle est souvent naturellement trop grande, ce qui réduit souvent l'espace des paramètres viables du MSSM. Si la densité est trop faible, le modèle n'est pas exclu mais il faudrait faire appel à un autre type de matière supplémentaire pour arriver à la bonne densité relicue.

1.3.2 Théories de grande unification

Dans le modèle standard, les symétries qui restent à des énergies plus faibles que celles du modèle standard sont en fait ce qui reste de la symétrie $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ qui existe vers 100 GeV. L'idée des théories de grande unification est la même, c'est-à-dire de se demander si les symétries du modèle standard sont les réminiscences d'une symétrie plus grande qui aurait été brisée à une énergie plus grande, notée Λ_{GUT} .

Convergence des constantes de couplage

Il y a 30 ans, on pensait que les constantes de couplage du modèle standard convergèrent naturellement à haute énergie 10^{16} GeV.

On sait maintenant que les constantes de couplages se rapprochent mais ne convergent pas exactement (voir figure 1.2).

On peut choisir parmi plusieurs interprétations possibles

- Les constantes de couplage ne convergent pas
- Les constantes de couplage convergent. En calculant l'évolution des constantes de couplage avec l'énergie, on calcule les corrections quantiques dues aux particules du modèle standard, déjà connues. Mais si d'autres particules, chargées sous $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$, plus lourdes et qu'on n'a pas encore détectées existent, elles contribuent également aux corrections quantiques et aux équations de renormalisation. C'est parce qu'on oublie de les prendre en compte que les constantes de couplages ne semblent a priori pas converger.

Dans le cas des théories supersymétriques, il faut compter toutes les sparticules, chargées et de masse ~ 1 TeV, dans les équations de renormalisation. On se rend alors compte que les constantes de couplage convergent naturellement à 10^{16} GeV.

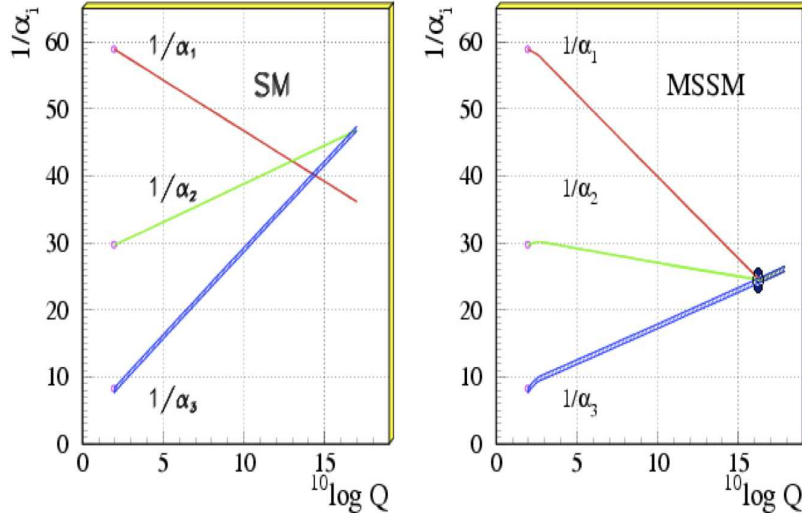


FIGURE 1.2 – Evolution des constantes de couplages sans et avec les superpartenaires. Tiré de [28].

C'est pour ça qu'on dit que l'unification des constantes de couplage est un signe en faveur de la supersymétrie (voir parfois de manière un peu exagérée qu'elles ont besoin de la supersymétrie pour exister).

Bien entendu, on peut aussi rajouter de manière plus ou moins ad hoc des champs chargés dont la prise en compte ferait converger les constantes de couplage, sans pour autant faire appel à la supersymétrie. Mais là encore, la supersymétrie donne une raison naturelle de faire appel à des particules supplémentaires aux propriétés adéquates.

Annulation des anomalies dans le modèle standard

Dans le modèle standard, les différents quarks et leptons sont dans des représentations différentes et sont donc complètement indépendants. On remarque cependant que si on calcule les anomalies de $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$, les contributions des quarks et des leptons s'annulent quasi-miraculeusement. S'ils appartiennent à une même représentation d'un groupe plus grand, ceci s'explique plus naturellement.

Quelques chaînes de brisures

Pour illustration, on note ici quelques façons de passer d'un groupe de grande unification aux groupes de symétries du modèle standard.

Le modèle le plus simple est celui de $SU(5)$. La matière du modèle standard est contenue dans une $\bar{5}$ et une 10, et $SU(5)$ se brise lorsque le Higgs Σ

dans l'adjointe prend une vev. Un superpotentiel simple pour arriver à cette dynamique est

$$W(\Sigma) = \frac{M}{2} \text{Tr} \Sigma^2 + \frac{\Lambda}{3} \text{Tr} \Sigma^3 \quad (1.15)$$

$$\text{Avec } \Sigma = v \begin{pmatrix} 2 & & & & \\ & 2 & & & \\ & & 2 & & \\ & & & -3 & \\ & & & & -3 \end{pmatrix}, \text{ on retombe sur } SU(5) \rightarrow SU(3)_c \times$$

$SU(2)_L \times U(1)_Y$. Il y a deux autres vides supersymétriques mais ils sont moins intéressants.

Pour $SO(10)$, il y a plusieurs manières de passer de $SO(10)$ à $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$.

Désintégration du proton

Dans les théories de grande unification, les quarks et leptons appartiennent à des représentations communes du groupe de grande unification. Cela veut dire qu'il y a des bosons massifs capables de transformer un quark en lepton, menant à terme à la désintégration du proton. Celle-ci n'ayant jamais été observée, cela met des contraintes sur les théories de grande unification [31] [32].

1.3.3 Masse des neutrinos

Depuis 10 ans, on sait que les neutrinos oscillent dont qu'ils ont une masse. Si comme pour les autres particules, on rajoute un terme de masse de Dirac, il faut que les couplages entre le higgs et les neutrinos soient extrêmement petits : $\lambda \sim 10^{-13}$. Sinon, on peut facilement étendre le modèle standard pour générer un mécanisme de See-Saw. Pour cela, on a besoin d'un neutrino droit N_R en plus du neutrino gauche ν_L , qui se trouve être neutre sous les symétries du modèle standard. On tire parti du fait qu'on peut écrire un terme de masse de Majorana $M \bar{N}_L^c N_R$. Dans ce cas, la matrice de masse des neutrinos s'écrit :

$$\nu_L \quad N_L^c \quad (1.16)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & m \\ m & M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_R^c \\ N_R \end{pmatrix} \quad (1.17)$$

Ces deux valeurs propres donnent deux masses d'échelle très différentes pour peu que $m \ll M$: $m_1 \sim M$ et $m_2 \sim m^2/M$. Pour $m \sim 100$ GeV et $M \sim 10^{14}$ GeV, on obtient les bons ordres de grandeur.

Un intérêt supplémentaire dans l'ajout de ce neutrino droit est que dans ce cas, on peut mettre tous les fermions du modèle standard dans la représentation 16 de $SO(10)$. C'est un autre argument en faveur des théories de grande unification.

1.3.4 Supergravité

Dans le modèle standard, on sait que si on part d'une symétrie globale et qu'on la jauge, on obtient une interaction. Dans le cas de la supersymétrie, c'est une généralisation de la gravitation que l'on trouve en la jaugeant. Sans surprise, le goldstino que l'on obtient en brisant la supersymétrie globale est absorbé par le gravitino et lui confère une masse de l'ordre de $\frac{\Lambda_{BS}^2}{M_p}$, Λ_{BS} étant l'échelle de brisure de la supersymétrie et M_p la masse de Planck.

De plus, si on regarde la limite à basse énergie $M_p \rightarrow \infty$, la masse du gravitino $m_{3/2}$ étant fixée, on retrouve les modèles décrits par la supersymétrie globale avec brisure douce.

1.3.5 Dimensions supplémentaires

L'idée d'avoir des dimensions en plus a plus d'un siècle, avec les théories de Kaluza-Klein. Il s'agissait alors d'unifier les deux forces connues de l'époque, gravitation et électromagnétisme, en introduisant l'idée d'une 5ème dimension. L'idée a été bien reprise et développée depuis lors. Si on croit aux théories des cordes, celles-ci ne sont valables que dans des univers à 10 dimensions (pour les supercordes, 26 pour les cordes bosoniques). Indépendamment des cordes, la physique des dimensions supplémentaire est suffisamment riche pour avoir donné lieu à de nombreux développements, en physique des saveurs avec le modèle de Randall Sundrum par exemple [33]. On peut aussi jouer sur le problème de naturalité en invoquant des dimensions de l'ordre de TeV [34] [35] [36] [37], chercher des particules de Kaluza-Klein aux collisionneurs, étudier la cosmologie de tels modèles...

La taille de la dimension supplémentaire est critique. C'est elle qui va donner l'échelle de masse des niveaux d'excitations des fonctions d'onde. Comme dans un oscillateur harmonique en mécanique quantique, on va trouver des particules dont l'énergie sera proportionnelle à $\frac{1}{R}$. Il faut donc que le rayon R de la dimension supplémentaire soit suffisamment petit pour justifier le fait que ces états excités n'ont jamais été observés. Certains modèles se placent à cette limite, avec $R \sim TeV^{-1}$ et proposent une nouvelle physique parfois sans Higgs, et testable au LHC [38].

Si dans les modèles les plus simples, les dimensions supplémentaires sont plates, dans les modèles de type Randall-Sundrum [39], la dimension supplémentaire est courbée. La métrique de l'espace-temps est

$$ds^2 = \exp(-2ky)\eta_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu - dy^2, \quad (1.18)$$

où y est la dimension supplémentaire, et varie entre 0 et πR . En 0 et πR , il y a deux branes, respectivement appelées branes ultraviolettes et branes infrarouge. k est la courbure de l'espace. La physique située en y subit la courbure de l'espace, ce qui se traduit par des énergies corrigées par un facteur $\exp(-ky)$. On comprend le choix de la nomenclature pour les deux branes : les énergies sur la brane infrarouge Λ_{IR} sont reliées à celles de la brane ultraviolette Λ_{UV} par

la relation

$$\Lambda_{IR} = \Lambda_{UV} \exp(-\pi k R) \quad (1.19)$$

On peut alors expliquer les hiérarchies de masses dans le modèle standard. Suivant leur localisation relative par rapport au Higgs le long de la dimension supplémentaire, les particules vont paraître plutôt lourdes ou légères. Par exemple, si le Higgs est sur la brane ultraviolette, on aura donc plutôt la première et seconde génération le long de la brane infrarouge, et la troisième le long de la brane ultraviolette. Les champs de jauge interagissent avec tous les fermions du modèle standard, donc doivent être situés dans le bulk (espace entier).

1.3.6 Cordes

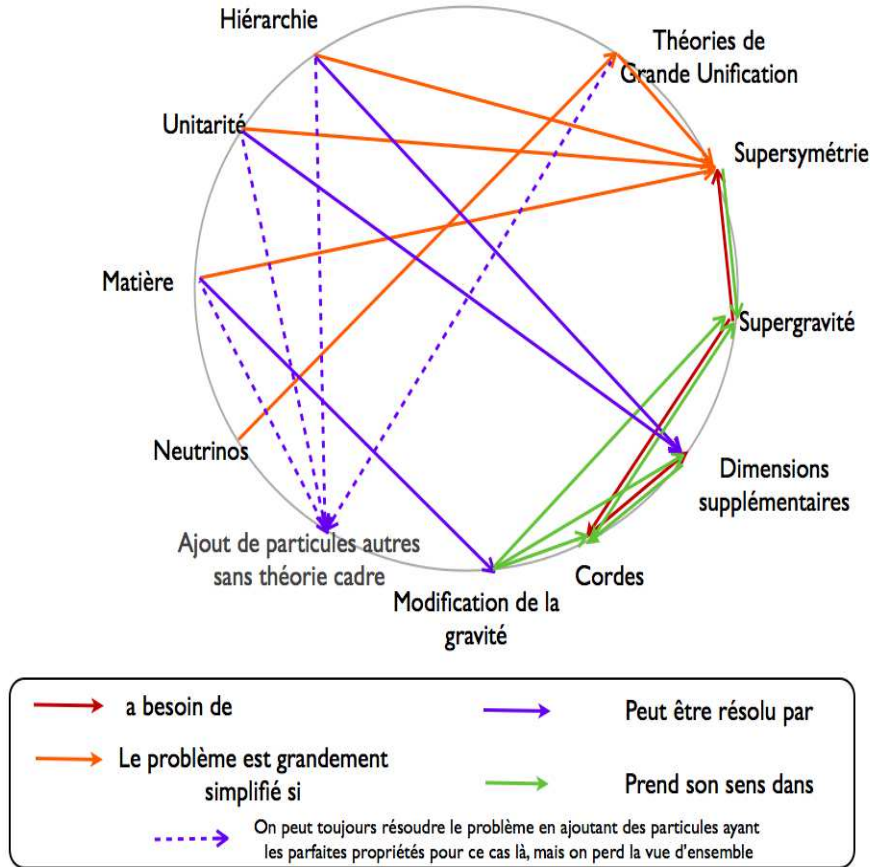
Une remarque préliminaire concernant la théorie des cordes. Beaucoup de personnes reprochent à la théorie des cordes de ne pas être prédictible, c'est-à-dire de ne pas prédire les paramètres du modèle standard. On peut cependant considérer que, de même que la théorie des champs n'est pas prédictible en soi, la théorie des cordes ne constitue qu'un cadre dans lequel construire un modèle. De même que le modèle standard choisit certains champs et interactions au sein de la théorie des champs, c'est seulement une fois la théorie des cordes construite de manière cohérente que l'on pourra décider de ce qu'on met dedans, voir quelles prédictions on obtient à basse énergie et juger de sa prédictibilité.

La théorie des cordes est l'aboutissement des hypothèses décrites auparavant (supersymétrie, supergravité, dimensions supplémentaires). Elle décrit la physique des hautes énergies comme étant celle de cordes se déplaçant dans un univers à 10 ou 11 dimensions (dans le cas supersymétrique). Celles-ci sont trop petites pour que leurs effets aient été détectés à nos échelles. Leur structure mathématique complexe permet de poser un cadre aux théories de supergravité ou aux branes. Si l'ensemble des modèles de cette thèse sont décrits dans le cadre classique de la théorie des champs, nous gardons en tête la possibilité d'implanter nos modèles dans le cadre plus vaste de la théorie des cordes.

1.3.7 Bilan

On sait que le modèle standard n'est pas la fin de l'histoire. Chaque problème vu précédemment peut être pris séparément et résolu sans supersymétrie. Entre ceux qui sont persuadés que la supersymétrie n'existe pas et ceux qui sont sûrs que le LHC va prouver son existence, tous les degrés de croyances existent, menant à de nombreux débats entre physiciens.

Seule l'expérience tranchera, mais notons tout de même que cette théorie a le mérite d'aborder tous les problèmes à la fois. En effet, la supersymétrie est la seule à adresser tous ces problèmes à la fois.



1.4 Contraintes à vérifier

Le modèle standard a été extrêmement bien testé. Les modèles qui cherchent à l'étendre doivent satisfaire toutes sortes de contraintes :

- Il faut pouvoir calculer la valeur de $\rho = \frac{M_W^2}{M_Z^2 \cos^2(\theta_W)}$. Cette grandeur vaut un à l'ordre des arbres dans le modèle standard, et seulement des corrections de l'ordre du pourcent via les corrections radiatives. Il faut que les modèles au delà du modèle standard collent aussi bien aux contraintes expérimentales, et ce corrections quantiques comprises.
- le LEP a mis une limite de 114,4 GeV sur la masse du Higgs. Des mesures plus récentes ont exclues la bande comprise entre 158 GeV et 175 GeV[40].

Dans le modèle standard, le mécanisme de GIM permet d'expliquer pourquoi les changements de saveur sont faibles. Si on rajoute de nouvelles particules, on risque de prédire des oscillations en contradiction avec les observations actuelles. Il faut donc expliquer pourquoi les matrices de masse sont telles que les

changements de saveurs restent supprimés.

- les mélanges de mésons, supprimés par GIM dans le modèle standard. Ce sont les mélanges de mésons K qui sont les plus contraignants, devant les mésons B et D. Ils suivent la contrainte $(\frac{500 GeV}{\bar{m}^2})(\frac{\Delta_{d\bar{s}}}{\bar{m}^2}) \leq 10^{-2,-3}$ [42]
- le moment magnétique anomal du muon. Connue avec une grande précision, la valeur du modèle standard est à trois sigma de celle mesurée : $a_\mu|_{exp} - a_\mu|_{MS} = (6 - 25)10^{-10}$. La supersymétrie peut essayer de corriger cet écart, sachant que $a_\mu|_{SUSY} - a_\mu|_{MS} \sim 1310^{-10} \left(\frac{100 GeV}{M_{SUSY}}\right)^2 \tan\beta \text{ sign } \mu$
- la transition $b \rightarrow s\gamma$. Le modèle standard prédit $B[B \rightarrow X_s\gamma]_{MS} = (3,70 \pm 0,30)10^{-4}$ tandis que les valeurs expérimentales sont $B[B \rightarrow X_s\gamma]_{exp} = (3,55 \pm 0,32)10^{-4}$. Faire aussi bien est un défi contraignant pour les nouveaux modèles construits.
- la transition $\mu \rightarrow e\gamma$ qui est inobservable dans le modèle standard.

La matière noire a fait l'objet de recherches directes et indirectes

- La détection directe consiste à chercher à détecter la diffusion d'une particule de matière noire sur de la matière. On distingue deux types de limites, celles qui dépendent du spin de la particule cible et celles qui sont indépendantes du spin. Ces dernières sont un peu plus sensibles.
- La détection indirecte, elle, consiste à chercher le résultat de l'annihilation de particules de matière noire. On peut ainsi analyser les rayons gammas, les rayons cosmiques ou les neutrinos solaires.
- Il faut que les candidats à la matière noire puissent reproduire la densité de matière noire observée aujourd'hui. Il faut également que les particules légères ne perturbent pas la baryogénèse primordiale, c'est-à-dire la façon dont les éléments légers se sont formés lors de l'expansion de l'univers.

Chapitre 2

Supersymétrie

2.1 Quelques éléments d'introduction

Cette partie servira à rappeler les principaux résultats concernant la supersymétrie globale et à fixer quelques notations. Nous ne pouvons malheureusement, faute de place et de temps, faire une introduction complète à la supersymétrie. Le lecteur pourra se référer à [43] pour une introduction plus détaillée, et à [28] et [44] pour des exemples de revues sur la supersymétrie.

2.1.1 Idées et formalisme de base

Cette section est destinée aux lecteurs et lectrices qui ne connaîtraient pas la supersymétrie et seraient tout de même arrivés jusqu'ici¹.

Algèbre supersymétrique

Suivant les goûts du physicien, la structure formelle de la supersymétrie peut être motivée par différents points de vue :

- le point de vue mathématique : on cherche la plus grande structure susceptible de contenir l'algèbre de Poincaré (ie une symétrie capable d'englober celles de l'espace-temps). Le théorème de Coleman-Mandula nous dit que les quantités conservées qui se transforment comme tenseurs sous le groupe de Lorentz se limitent aux scalaires, aux générateurs des translations et des transformations de Lorentz. On étend donc nos recherches aux superalgèbres de Lie, qui contiennent des opérateurs fermioniques.
- le point de vue du phénoménologue : les observations décrites au chapitre précédent nous amènent à chercher une symétrie qui relie des particules de spins différents. Les opérateurs doivent donc en porter un et ne sont plus bosoniques. Ayant un spin demi-entier, ils risquent donc de suivre, non pas des relations de commutation, mais des relations d'anti-commutation.

1. Bravo!

L'algèbre supersymétrique est décrite par :

$$\{Q_\alpha, \bar{Q}_\beta\} = 2\sigma_{\alpha\beta}^\mu P_\mu \quad (2.1)$$

$$[Q_\alpha, P_\mu] = 0 \quad (2.2)$$

$$[Q_\alpha, M_{\mu,\nu}] = i\sigma_{\alpha\beta}^{\mu,\nu} Q_\beta \quad (2.3)$$

(2.1) signifie que la composition de deux transformations de supersymétrie amène à une translation dans l'espace-temps.

(2.2) signifie que le générateur de supersymétrie commute avec le générateur de translations ie que l'invariance par translation est respectée.

(2.3) donne la facon qu'a le générateur de supersymétrie de se transformer sous les rotations, ce qui permet de confirmer que son spin est 1/2.

En supersymétrie globale, on montre facilement que l'énergie du système est toujours positive, et que le minimum est supersymétrique si et seulement si son énergie est nulle. Cela nous donne un critère simple pour savoir si notre modèle est phénoménologiquement viable, ie si la supersymétrie est bien brisée. Il suffit de regarder l'énergie du vide et de vérifier qu'elle est bien non nulle.

Les incontournables- Énergie du système

Comme toujours en physique théorique, la physique est codée dans le lagrangien du système. Avec les notations habituelles, il est difficile de voir qu'une théorie est supersymétrique (quand elle l'est). On a donc trouvé d'autres outils plus adaptés aux théories supersymétriques.

Le superpotentiel permet de décrire les interactions entre les champs.

En supersymétrie, le Kähler intervient vis-à-vis des termes cinétiques des champs.

Un potentiel de Kähler canonique s'écrit

$$K = \sum_i \phi_i^\dagger \phi_i \quad (2.4)$$

Cependant, si on travaille sur des modèles à haute énergie avant d'intégrrer des champs et de regarder la physique à basse énergie, des potentiels de Kähler plus complexes peuvent intervenir. Dans cette thèse, il nous arrivera de les prendre en compte sous la forme de corrections

$$K = \sum_i \phi_i^\dagger \phi_i + \sum_i \frac{\text{Opérateurs}_i}{\text{Échelle de coupure}^{4-d_i}} \quad (2.5)$$

d_i étant la dimension de l'opérateur Opérateurs_i .

À partir du potentiel de Kähler, on construit la métrique du système

$$g_{i,\bar{j}} = \frac{\partial^2 K}{\partial \phi_i \partial \bar{\phi}_{\bar{j}}} \quad (2.6)$$

Les termes cinétiques des scalaires se généralisent ensuite à

$$L_{kin} = g_{i,\bar{j}} \partial^\mu \phi^i \partial_\mu \bar{\phi}^{\bar{j}} \quad (2.7)$$

Les termes de jauge sont eux codés par la fonction cinétique $f(\phi^i)$

$$L_{kin} = -\frac{1}{4} \text{Re}(f_{ab}(\phi^i)) F^{a\mu\nu} F_{\mu\nu}^b + \frac{1}{4} \text{Im}(f_{ab}(\phi^i)) F^{a\mu\nu} \tilde{F}_{\mu\nu}^b \quad (2.8)$$

Finalement, on obtient l'énergie du système

$$V = F^i g_{i,\bar{j}} \bar{F}^{\bar{j}} + \frac{1}{2} \text{Re}(f_{ab}) D^a D^b \quad (2.9)$$

avec, pour $\kappa^{-1} = \frac{M}{\sqrt{8\pi}}$ l'échelle de Plank réduite

$$F^i = -g^{i\bar{j}} e^{\kappa^2 K/2} \left(\frac{\partial \bar{W}}{\partial \bar{\phi}^{\bar{j}}} + \kappa^2 \frac{\partial K}{\partial \bar{\phi}^{\bar{j}}} \bar{W} \right), \quad (2.10)$$

$$D = (\text{Re}f)_{ab}^{-1} \frac{\partial K}{\partial \phi^i} (t^a \phi)^i \quad (2.11)$$

Superchamps

L'idée de superchamp reprend des outils bien connus en symétrie. Lorsqu'on travaille dans l'espace, on sait que ce sont les vecteurs, et non pas les coordonnées prises séparément, qui ont du sens lorsqu'on effectue des rotations sur le système. De même, dans le modèle standard, les particules qui se transforment les unes dans les autres par échange de bosons sont regroupées dans des représentations du groupe de symétrie. En supersymétrie, ce sont les champs bosoniques et fermioniques qui se mélangent lors de transformations supersymétriques. On comprend donc que ce sont les superchamps, qui rassemblent dans le même objet les composantes de spin différents, qui seront à même de décrire simplement les objets supersymétriques.

De même que pour un vecteur $\vec{x} = x_1 \vec{u}_1 + x_2 \vec{u}_2 + x_3 \vec{u}_3$, on va pouvoir écrire par exemple $X = x + \theta y + \theta^2 z$. où x , y et z seront les composantes du superchamp. Comme ces champs ont des spins différents, on sait que θ a un spin 1/2, ce qui en fait une variable de Grassmann. Pour que les transformations soient linéaires, on va être obligés de rajouter des champs auxiliaires. Leur rôle est de simplifier les calculs. Ils ne sont pas dynamiques car n'ont pas de terme cinétique et ne sont donc pas physiques.

Suivant le spin des particules concernées, on a différents types de superchamps :

- Superchamps chiraux

Ce champ permet de décrire un scalaire complexe ϕ , son superpartenaire ψ comme fermion de Weyl, accompagnés d'un champ auxiliaire F .

$$\Phi = \phi + \sqrt{2} \theta^\alpha \psi_\alpha + \theta^2 F \quad (2.12)$$

L'action pour un superchamp chiral s'écrit simplement

$$S = \int d^4x d^2\theta d^2\bar{\theta} \Phi^\dagger(x, \theta, \bar{\theta}) \Phi(x, \theta, \bar{\theta}) + \int d^4x d^2\theta W(\Phi(x, \theta)) + cc \quad (2.13)$$

Alors que l'action par composantes s'écrit

$$S = \int d^4x \left(\partial^\mu \phi^* \partial_\mu \phi + i\psi \sigma^\mu \partial_\mu \bar{\psi} + F^* F + \frac{\partial W}{\partial \Phi}(\phi) F + \left[\frac{\partial W}{\partial \Phi}(\phi) \right]^* F^* - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 W}{\partial \Phi^2}(\phi) \psi \psi - \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 W}{\partial \bar{\Phi}^2} \right](\bar{\phi}) \bar{\psi} \bar{\psi} \right) \quad (2.14)$$

- Le superchamp vectoriel

Le superchamp vectoriel contient un vecteur, un fermion et un champ auxiliaire réel $(A_\mu(x), \lambda(x), D(x))$.

$$V(x, \theta, \bar{\theta}) = V^\dagger(x, \theta, \bar{\theta}) \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned} V(x, \theta, \bar{\theta}) = & C(x) + i\theta \chi_x - i\bar{\theta} \bar{\chi}(x) + \frac{i}{2} \theta^2 [M(x) + iN(x)] - \frac{i}{2} \bar{\theta}^2 [M(x) - iN(x)] + \theta \sigma^\mu \bar{\theta} A_\mu(x) \\ & + \theta^2 \bar{\theta}_{\dot{\alpha}} \left(\bar{\lambda}^{\dot{\alpha}}(x) + \frac{1}{2} (\bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \chi(x))^{\dot{\alpha}} \right) + \bar{\theta}^2 \theta^\alpha \left(\lambda_\alpha(x) - \frac{1}{2} (\sigma^\mu \partial_\mu \bar{\chi}(x))_\alpha \right) \\ & - \frac{1}{2} \theta^2 \bar{\theta}^2 \left(D(x) + \frac{1}{2} \partial_\mu \partial^\mu C(x) \right) \end{aligned} \quad (2.16)$$

Évidemment, à cause de l'invariance de jauge, certains champs qui apparaissent ici ne sont pas physiques.

Les champs physiques sont contenus dans le superchamp chiral

$$W_\alpha = -\frac{1}{4} \bar{D}_{\dot{\alpha}} \bar{D}^{\dot{\alpha}} D_\alpha V \quad (2.17)$$

On obtient l'action à partir de

$$S = \int d^4x d^4\theta \Phi_i^\dagger e^{-2gV} \Phi_i + \left(\frac{1}{4} \int d^4x d^2\theta W^\alpha W_\alpha + cc \right) \quad (2.18)$$

Ceci donne le même résultat que

$$\begin{aligned} S = & \int d^4x \left(D^\mu \phi^{i*} D_\mu \phi_i + i\psi_i \sigma^\mu D_\mu \bar{\psi}^i + F^{*i} F_i \right. \\ & \left. + g(\phi^{i*} D^\alpha t_i^{\alpha j} \phi_j + \sqrt{2} \phi^{i*} \lambda^\alpha t_i^{\alpha j} \psi_j + \sqrt{2} \bar{\lambda}^\alpha \bar{\psi}^i t_i^{\alpha j} \phi_j) \right) \\ & + \text{Tr} \int d^4x \left(-\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + i\lambda \sigma^\mu \partial_\mu \bar{\lambda} + \frac{1}{2} D^2 \right) \end{aligned} \quad (2.19)$$

2.1.2 Le MSSM

L'acronyme MSSM traduit Minimal Supersymmetric Standard Model. C'est donc l'extension minimale du modèle standard.

Contenu en superchamps

Elle contient donc :

- les superchamps contenant les champs de matière du modèle standard (fermions) et leurs partenaires supersymétriques (sfermions) :
- les superchamps contenant les bosons de jauge du modèle standard et leurs superpartenaires (jauginos)
- deux bosons de Higgs et leurs superpartenaires (higgsinos). On rappelle qu'il faut deux doublets de Higgs pour pouvoir écrire un superpotentiel holomorphe contenant les couplages de Yukawa pour tous les fermions et pour éviter les anomalies de jauge.
- on ajoute aussi le gravitino, qui intervient naturellement quand on se place dans le cadre de la supergravité

supermultiplet	$SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$	spin de la particule standard	spin du partenaire supersymétrique
$Q = \begin{pmatrix} U \\ D \end{pmatrix}$	$(3, 2, \frac{1}{3})$	$\frac{1}{2}$	0
$L = \begin{pmatrix} N \\ E \end{pmatrix}$	$(1, 2, -1)$	$\frac{1}{2}$	0
U^c	$(\bar{3}, 1, \frac{-4}{3})$	$\frac{1}{2}$	0
D^c	$(3, 1, \frac{2}{3})$	$\frac{1}{2}$	0
E^c	$(1, 1, 2)$	$\frac{1}{2}$	0
$H_1 = \begin{pmatrix} H_1^0 \\ H_1^- \end{pmatrix}$	$(1, 2, -1)$	0	$\frac{1}{2}$
$H_2 = \begin{pmatrix} H_2^+ \\ H_2^0 \end{pmatrix}$	$(1, 2, 1)$	0	$\frac{1}{2}$
V_Y	$(1, 1, 0)$	1	$1/2$
$V_i, i=1..3$	$(1, 3, 0)$	1	$1/2$
$V_a = a=1..8$	$(8, 1, 0)$	1	$1/2$
gravitino	$(1, 1, 0)$	2	$3/2$

Superpotentiel du MSSM

$$W_{Higgs} = -\mu H_1 \cdot H_2 \quad (2.20)$$

$$W_{Yukawa} = \lambda_d Q H_1 D^c + \lambda_u Q H_2 U^c + \lambda_e L H_1 E^c \quad (2.21)$$

Champs physiques

Les particules physiques sont des combinaisons des partenaires supersymétriques des particules du modèle standard. En effet, si par exemple les bosons de Higgs du modèle standard et les bosons de jauge ne peuvent se mélanger entre eux

(scalaires et vecteurs), leurs partenaires sont tous de spin 1/2. Ceux qui ont la même charge peuvent donc se mélanger entre eux via une matrice de masse. Les états physiques sont les états propres de cette matrice et sont donc une combinaison de tous les gens.

Ainsi on sait qu'on obtient les neutralinos à partir des partenaires neutres des champs de jauge λ_{B_L} , λ_{3_L} ainsi que ceux des bosons de higgs neutres $\Psi_{H_{1L}^0}$ et $\Psi_{H_{2L}^0}$.

$$\begin{pmatrix} \chi_{1L}^0 \\ \chi_{2L}^0 \\ \chi_{3L}^0 \\ \chi_{4L}^0 \end{pmatrix} = U_{\chi^0} \begin{pmatrix} \lambda_{B_L} \\ \lambda_{3_L} \\ \Psi_{H_{1L}^0} \\ \Psi_{H_{2L}^0} \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

U_{χ^0} est la matrice de passage qui permet de diagonaliser la matrice de masse M_{χ}

$$M_{\chi^0} = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & M_Z \cos\beta \sin\theta_W & -M_Z \sin\beta \sin\theta_W \\ 0 & M_2 & -M_Z \cos\beta \cos\theta_W & M_Z \sin\beta \cos\theta_W \\ M_Z \cos\beta \sin\theta_W & -M_Z \cos\beta \cos\theta_W & 0 & -\mu \\ -M_Z \sin\beta \sin\theta_W & M_Z \sin\beta \cos\theta_W & -\mu & 0 \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

Les charginos eux, sont obtenus à partir de Higgs et jauginos chargés

$$\begin{pmatrix} \chi_{1L}^+ \\ \chi_{2L}^+ \end{pmatrix} = U_{\chi^+} \begin{pmatrix} \lambda_L^+ \\ \Psi_{H_{2L}^+} \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

U_{χ^+} permet de diagonaliser la matrice de masse

$$M_{\chi^+} = \begin{pmatrix} M_2 & -M_W \sqrt{2} \sin\beta \\ -M_W \sqrt{2} \cos\beta & \mu \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

De même, on obtient χ_1^- et χ_2^- à partir de λ^- et $\Psi_{H_1^-}$.

Les squarks et sleptons gauches et droits ont chacun un partenaire supersymétrique. On a donc à chaque fois deux sfermions $\tilde{f}_{1,2}$ obtenus comme combinaisons linéaires de $\tilde{f}_{L,R}$. Il en ressort à chaque fois deux sparticules, notées \tilde{p}_1 et \tilde{p}_2 .

Si on rajoute les jauginos, il ne manque plus que les Higgs pour avoir un spectre complet. Dans le secteur des bosons de Higgs, il y a h_0 le plus léger, H_0 et A_0 ceux qui sont pair et impair sous CP, et les higgs chargés H^+ et H^- .

On obtient des spectres dont des exemples sont disponibles en figures 2.5 et 2.4.

Enfin notons que si on cherche à représenter un spectre théorique, on peut encore rajouter le gravitino afin de compléter le tableau.

particule	limite sur sa masse
χ_1^0	46 GeV
χ_2^0	62.4 GeV
χ_3^0	99.9 GeV
χ_4^0	116 GeV
χ_1^+	94 GeV
\tilde{e}	107 GeV
$\tilde{\mu}$	94 GeV
$\tilde{\tau}$	81.9 GeV
\tilde{q}	379 GeV
\tilde{b}	89 GeV
\tilde{t}	95.7 GeV
\tilde{g}	308 GeV

FIGURE 2.1 – Limites sur les masses des partenaires données par [28]. Soulignons le fait que ce ne sont en fait que des ordres de grandeur, la valeur exacte des limites dépendant toujours des hypothèses sur lesquelles sont basées les analyses. *Ces limites sont en partie obsolètes, les nouvelles mesures ayant tendance à mettre des contraintes plus fortes, en particulier sur les gluinos et les squarks [40]. Il semblerait que ceux-ci soient plus lourds que 500 GeV (au moins 562 GeV du fait de la recherche de hadrons stables à atlas). Les limites étant souvent dépendantes des analyses, encore peu nombreuses, nous avons gardé ici les vieilles valeurs de [28].*

2.1.3 Termes softs

Les termes softs peuvent être abordés de plusieurs facons :

- du point de vue phénoménologique, on peut les mettre “à la main” en ne gardant que les termes qui garantissent des corrections quantiques logarithmiques à la masse du higgs. On supprime arbitrairement les autres.
- on peut aussi avoir une approche “top-down”, c’est-à-dire constater que si on part d’un lagrangien supersymétrique à haute énergie (en supergravité) et qu’on garde les termes dans la limite $M_p \rightarrow \infty$, à $\frac{F}{M_p}$ constant, on se retrouve avec les mêmes termes softs que trouvés par la méthode précédente.

Les seuls termes softs possibles sont :

- les termes de masse pour les scalaires et pseudo-scalaires $m^2 \phi^* \phi$, $\tilde{m}^2 (\phi^2 + \phi^{*2})$, où ϕ est un scalaire.
- les A-termes $A(\phi^3 + \phi^{*3})$
- les termes de masses pour les jauginos $M_\lambda (\lambda\lambda + \bar{\lambda}\bar{\lambda})$

2.1.4 Limites des modèles les plus simples

SuperTrace ou la nécessité d’un secteur additionnel

Dans les premiers modèles supersymétriques, la brisure de supersymétrie était posée de question naturelle : Peut-on construire un modèle contenant uniquement le MSSM et dans lequel la supersymétrie est brisée ?

Il se trouve que cette condition est difficile à réaliser.

Si aucun théorème ne permet d’exclure qu’un modèle simple pourrait exister, ceux-ci font face à un certain nombre de contraintes.

Ainsi par exemple, une condition imposée par la supersymétrie est que sans D terme

$$\text{Str} M^2 = \sum_{\text{particules } i} (-1)^{2S_i} (2S_i + 1) M_i^2 = 0 \quad (2.26)$$

Où M_i et S_i sont les masses et spins des particules concernées.

S’il existe une échelle qui fixe la masse des superpartenaires, elle doit être plus lourde que celle du modèle standard, donc cette égalité ne peut pas être préservée.

Si on veut briser la supersymétrie par les F-termes dans le MSSM, cela ne peut se faire que sur celui du Higgs. En effet, les autres étant définis via $-F^* = \frac{\partial W}{\partial \phi}$, W étant neutre et les champs étant chargés, avoir un F terme non nul impose de briser la symétrie sous laquelle ϕ est chargée.

On peut essayer de briser la supersymétrie via les D-termes en utilisant un terme de Fayet Iliopoulos, mais dans ce cas la difficulté vient du fait qu’il faut réussir à éviter les anomalies tout en engendrant des masses suffisamment grandes pour les jauginos.

Devant les difficultés rencontrées, les théoriciens ont pris l’habitude de rajouter un ensemble de particules (secteur) dont le rôle est uniquement de briser la supersymétrie.

Deux facons d'échapper à la condition $StrM^2 = 0$:

- prendre en compte les corrections quantiques (médiation de jauge)
- prendre en compte des effets gravitationnels (supergravité et médiation gravitationnelle). La formule devient alors

$$StrM^2 = \sum_{\text{particules } i} (-1)^{2S_i} (2S_i + 1) M_i^2 = 2e^G \frac{G_z G_{\bar{z}}}{G_{z\bar{z}}} \frac{R_{z\bar{z}}}{G_{z\bar{z}}} \Big|_{min}, \quad (2.27)$$

où S_i représente le spin de la particule, M_i sa masse, tandis que $G = \frac{8\pi}{M_p^2} K + \ln|W|^2$, et $R_{z\bar{z}}$ est sa courbure $R_{z\bar{z}} = -\partial_z \partial_{\bar{z}} \ln(G_{z\bar{z}})$.

Si le mécanisme qui génère des masses pour les sfermions est découplé de la physique des saveurs, on risque de prédire des changements de saveur en contradiction avec l'expérience. Il faut donc comprendre pourquoi les masses des sfermions sont

- soit universelles (matrice de masse pour les trois familles proportionnelle à l'identité)
- soit générées dans la même base que celle du modèle standard (on parle d'alignement, la matrice de masses au carré est diagonale dans la base où les matrices de masses du modèle standard sont diagonales. Le plus simple est d'avoir proportionnalité entre les deux (Minimum Flavor Violation))
- avec des coefficients, probablement fine-tunés, tels que les particules n'engendrent pas de changements de saveur en contradiction avec l'expérience.

Masse du higgs

À l'ordre des arbres, la masse du higgs doit vérifier $m_h \leq m_Z$. On peut donc être surpris du fait qu'il n'ait pas encore été détecté. En fait, si on prend en compte les corrections radiatives, on trouve une limite qui vaut plutôt

$$m_h^2 \leq M_Z^2 + \frac{3g^2 m_t^4}{8\pi^2 m_W^2} \left(\ln(M_s^2/m_t^2) + \frac{X_t^2}{M_s^2} \left(1 - \frac{X_t^2}{12M_s^2}\right) \right) \quad (2.28)$$

avec $X_t = A_t - \mu \cot\beta$, $M_S^2 = \frac{1}{2}(M_{t_1}^2 + M_{t_2}^2)$. Pour une masse du top $m_t = 175$ GeV et une masse moyenne des stops $M_s \leq 2$ TeV, on évalue pour le MSSM, $m_h \leq 135$ GeV.

Aujourd'hui, la limite expérimentale sur la masse du Higgs est de 114,4 GeV [?].

μ et $B\mu$

μ et $B\mu$ déterminent la forme du potentiel de Higgs et vérifient donc un certain nombre de contraintes :

$$V = (m_1^2 + \mu^2)|h_1^0|^2 + (m_2^2 + \mu^2)|h_2^0|^2 + B\mu(h_1^0 h_2^0 + \bar{h}_1^0 \bar{h}_2^0) + \frac{g^2 + g'^2}{8} (|h_1^0|^2 - |h_2^0|^2)^2 \quad (2.29)$$

On vérifie que dans la direction $|h_1^0| = |h_2^0|$ il n'y a pas d'instabilité, ce qui impose

$$m_1^2 + m_2^2 + 2\mu^2 > 2|B\mu| \quad (2.30)$$

L'instabilité en zero est nécessaire pour la brisure électrofaible :

$$(m_1^2 + \mu^2)(m_2^2 + \mu^2) < |B\mu|^2 \quad (2.31)$$

Il faut savoir comment générer le μ terme.

Le problème se pose ainsi : comment générer naturellement une échelle de l'ordre de grandeur attendu (1 TeV) alors que tous les paramètres sont à une échelle différente ($M_P, \Lambda_{GUT} \dots$) ?

Une réponse simple consiste à rajouter un scalaire dont le rôle est de prendre une vev et générer ainsi un μ terme du bon ordre de grandeur.

$$\lambda S H_2 \cdot H_1 \quad (2.32)$$

Ces modèles sont appelés nMSSM [45].

Dans les autres modèles, μ et $B\mu$ peuvent être générées par les corrections radiatives et les interactions non renormalisables.

2.1.5 Les bases des modèles plus évolués

Un système comprenant les particules du modèle standard et leurs partenaires supersymétriques ne peut pas briser la supersymétrie en cohérence avec les observations du modèle standard.

Il faut donc rajouter aux modèles des particules en plus, qui forment un secteur dans lequel la supersymétrie est brisée, puis étudier comment la brisure de supersymétrie est communiquée au MSSM. Dans le cas où la brisure de supersymétrie est communiquée gravitationnellement, on parle de secteur caché. Dans cette thèse, on appellera secteur caché le secteur additionnel qui brise la supersymétrie, indépendamment de la façon dont la brisure de supersymétrie est médiée.

2.2 Modèles explicites de brisure de la SUSY, Brisure dynamique

Il s'agit ici de construire des modèles pour les secteurs cachés. On doit donc trouver un certain nombre de champs qui interagissent de telle sorte que la supersymétrie soit brisée. On se concentre ici sur les modèles qui brisent la supersymétrie via leurs F-termes.

2.2.1 Théorèmes généraux

Afin de comprendre les contraintes auxquels la plupart des modèles sont soumis, un certain nombre de théorèmes ont été développés. Nous décrivons ici le rôle de la R symétrie dans la brisure de supersymétrie, amenant aux raisons pour lesquelles les gens s'intéressent de près aux vides métastables.

R symétrie est nécessaire pour la brisure de supersymétrie

Dans [87], Nelson et Seiberg expliquent pourquoi la majorité des modèles nécessitent une brisure de R-symétrie pour briser la supersymétrie.

Hypothèses :

Dans ce modèle, le potentiel de Kähler est canonique : $K = \sum_i z_i^* z_i$.²

Du coup, avoir un vide supersymétrique revient à pouvoir résoudre les équations suivantes.

$$\frac{\partial W}{\partial z_j} = 0 \text{ (F-termes)} \quad (2.33)$$

$$z_j^* T_{j,k}^A z_k = 0 \text{ (D-termes)} \quad (2.34)$$

Dans l'article, les auteurs considèrent qu'à basse énergie les éléments chargés se sont agrégés pour former des condensats et qu'il ne reste donc que des éléments neutres (invariants de jauge). Ils n'ont donc pas de condition sur les D-termes. C'est le cas de la plupart des modèles utilisés dans la construction des modèles O'Raifeartaigh.

L'étude se fait en 3 étapes

1/ Premier cas : le système ne comporte pas de symétrie.

Comme il n'y a pas de D-termes, chercher un vide supersymétrique revient à résoudre n équations à n inconnues. Un modèle générique va donc posséder un minimum supersymétrique.

2/ Second cas : le système comporte une symétrie globale ou une symétrie de jauge.

Pour le démontrer, on regarde d'abord ce qui se passe dans le cas d'une symétrie U(1). Le superpotentiel dépend de n champs $W(\phi_i), i = 1..n$. Il y a au moins un champ chargé (sinon on revient au cas précédent). Pour les notations, on considère que c'est le champ n qui est chargé, soit $q_n \neq 0$. On peut ainsi redéfinir les champs $X_i = \phi_i / \phi_n^{q_i/q_n}$, pour $i = 1..n-1$. Le superpotentiel dépend des n-1 X_i et de ϕ_n . Le superpotentiel est neutre, tous les champs sauf ϕ_n sont neutres, ϕ_n est chargé, donc W ne dépend que des X_i .

$$\frac{\partial W}{\partial \phi_n} = 0. \quad (2.35)$$

Il reste n-1 contraintes à satisfaire pour n-1 champs.

$$\frac{\partial W}{\partial X_j} = 0, j = 1..n-1 \quad (2.36)$$

Si le superpotentiel est générique, cela veut dire que l'on peut a priori résoudre le système et mettre tous les F-termes à zéro, donc que le vide est supersymétrique.

2. En fait, cet argument sert uniquement à écrire l'équation (2.33) . On peut donc le généraliser tant que la métrique ne s'annule pas. On sait de toutes les façons, notre modèle n'est plus valide si la métrique devient singulière, par exemple parce que le système développe de nouveaux degrés de liberté de masse nulle non décrits dans notre système.

3/ Troisième cas : le système possède une R-symétrie. La différence avec le cas précédent vient du fait que dans ce cas, le superpotentiel est chargé, de charge 2. Avec les mêmes notations qu'au cas précédent, la seule façon de l'écrire en fonction de ϕ_n chargé et des X_i neutres est donc

$$W = \phi_n^{2/q_n} \tilde{W}(X_i) \quad (2.37)$$

On réutilise le fait que notre étude se limite aux endroits où le Kähler ne s'annule pas.

Ainsi, les conditions pour mettre tous les F-termes à zéro sont

$$\frac{\partial \tilde{W}}{\partial X_i} = 0, i = 1..n - 1 \quad (2.38)$$

$$\tilde{W}(X_i) = 0 \quad (2.39)$$

Pour un superpotentiel quelconque, il faut résoudre n équations avec n-1 inconnues, pour mettre tous les F-termes à zéro, c'est-à-dire pour avoir un vide supersymétrique.

Conclusion :

- avec un Kähler canonique (en fait une métrique non singulière)
- pour des vev de champs non nulles et non infinies (En fait on note que c'est la vev du champ chargé sous la R symétrie qui doit être non nulle. Cela correspond à une brisure spontanée de R-symétrie)
- pour un système sans D-termes (qui exclut donc les modèles dynamiques dans lesquels la supersymétrie est liée à des effets de confinements dus à des couplages forts)
- pour un système générique, c'est-à-dire sans fine-tuning ou sans relation particulière entre les paramètres,

Il faut une R symétrie pour pouvoir briser la supersymétrie.

On peut trouver un certain nombre de contre-exemples dans [47] [48] par exemple.

La R symétrie est incompatible avec la brisure de supersymétrie.

Si la supersymétrie existe, elle doit être brisée, donc les jauginos, qui n'ont jamais été observés, doivent avoir une masse. Celle-ci, si elle est de Majorana, est de la forme : $M\lambda\lambda$. Comme les champs de jauge ne peuvent pas être chargés sous la R symétrie, ce terme brise la R-symétrie.

Il faut donc briser la R symétrie pour générer les masses des jauginos et briser la supersymétrie de manière réaliste.

Notons qu'il y a eu des tentatives pour échapper au problème en construisant des masses de Dirac pour les jauginos [49].

De manière générale, on se référera à la masse de Majorana des jauginos quand on parlera de la masse des jauginos.

La métastabilité ou l'art du compromis

Le lecteur averti aura noté que les phrases “Il faut une R symétrie pour pouvoir briser la supersymétrie.” et “Il faut donc briser la R symétrie pour briser la supersymétrie de manière réaliste.” sont un peu contradictoires. Heureusement, le physicien rusé a inventé pour vous un concept qui nous permet de sortir de cette impasse : celui de métastabilité. Le potentiel possède plusieurs vides locaux. Celui de plus basse énergie restaure la supersymétrie, ce qui permet de générer facilement des masses de jauginos.

Nous allons revenir brièvement sur l'impact de la R-symétrie dans les modèles de O'Raifeartaigh, puis nous décrirons brièvement le modèle dit d'ISS, qui permet de briser dynamiquement la supersymétrie de manière métastable.

2.2.2 Brisure dynamique et QCD supersymétrique

On sait que la difficulté d'étudier QCD vient du fait que son couplage est fort et qu'on ne peut donc pas travailler perturbativement à basse énergie. A basse énergie, les bons degrés de libertés ne sont plus tant les quarks et gluons que les baryons et mésons. On sait également qu'en QCD, le confinement n'est pas seulement dû au couplage fort mais dépend aussi du nombre de familles relativement à la taille du groupe de jauge. Dans la version de QCD supersymétrique, on trouve également des comportements différents suivant les valeurs de N_f et N_c . Seiberg [50] identifie des dualités entre théories à couplage faible et fort en comparant leurs degrés de liberté. Pour utiliser le même vocabulaire, on appellera mésons les particules composées de quarks et celles qui apparaissent à basse énergie.

À haute énergie, on travaille avec des quarks Q et \tilde{Q} “fondamentaux” qui sont soumis à une symétrie de saveur $SU(N_f)$ et de couleur $SU(N_c)$ ainsi qu'à une R symétrie et une symétrie baryonique. À partir des quarks élémentaires, on peut construire des mésons et des baryons (ceux-ci n'étant définis que si $N_f \leq N_c$) :

$$M_{\tilde{j}}^i = Q^i \tilde{Q}_{\tilde{j}} \quad (2.40)$$

$$B^{i_1 \dots i_{N_c}} = Q^{i_1} \dots Q^{i_{N_c}} \quad (2.41)$$

$$\tilde{B}^{\tilde{i}_1 \dots \tilde{i}_{N_c}} = \tilde{Q}^{\tilde{i}_1} \dots \tilde{Q}^{\tilde{i}_{N_c}} \quad (2.42)$$

A l'ordre des arbres

On peut calculer leurs vevs à l'ordre des arbres, celles-ci annulant la contribution à l'énergie liée aux D-termes :

$$N_f < N_c$$

$$Q = \tilde{Q} = \begin{pmatrix} a_1 & & & \\ & a_2 & & \\ & & \dots & \\ & & & a_{N_f} \end{pmatrix} \quad (2.43)$$

$$N_f \geq N_c$$

$$Q = \begin{pmatrix} a_1 & & & \\ & a_2 & & \\ & & \dots & \\ & & & a_{N_c} \end{pmatrix}, \tilde{Q} = \begin{pmatrix} \tilde{a}_1 & & & \\ & \tilde{a}_2 & & \\ & & \dots & \\ & & & \tilde{a}_{\tilde{N}_c} \end{pmatrix} \quad (2.44)$$

avec $|a_i|^2 - |\tilde{a}_i|^2 = \text{indépendant de } i$

$$M = \begin{pmatrix} a_1 \tilde{a}_1 & & & \\ & a_2 \tilde{a}_2 & & \\ & & \dots & \\ & & & a_{N_c} \tilde{a}_{\tilde{N}_c} \end{pmatrix}, \quad (2.45)$$

$$B^{1\dots N_c} = a_1 a_2 \dots a_{N_c} \quad (2.46)$$

$$\tilde{B}^{1\dots N_c} = \tilde{a}_1 \tilde{a}_2 \dots \tilde{a}_{\tilde{N}_c} \quad (2.47)$$

Sous $SU(N_f) \times SU(N_f) \times U(1)_B \times U(1)_R$, Q se comporte comme $(N_f, 1, 1, \frac{N_f - N_c}{N_f})$ et \tilde{Q} comme $(1, \tilde{N}_f, -1, \frac{N_f - N_c}{N_f})$.

Pour trouver les superpotentiels donnés dans la table (2.2), on cherche les superpotentiels qui vérifient les symétries du problème, et sont cohérents entre eux (si on découple un quark par exemple, on trouve bien le cas $N_f - 1$, et les théories collent au raccordement, lorsque l'énergie du système vaut la masse du quark lourd).

	Contraintes classiques	Corrections quantiques au superpotentiel	Comportements /commentaires
$N_f < N_c$		$W_{eff} = (N_c - N_f) \left(\frac{\Lambda^{3N_c - N_f}}{\det \tilde{Q} Q} \right)^{1/N_c - N_f}$	Pas de vide (runaway)
$N_f < N_c$	$W_{tree} = \text{Tr} m M$ Rajouté pour stabiliser le runaway	$W_{eff} = (N_c - N_f) \left(\frac{\Lambda^{3N_c - N_f}}{\det \tilde{Q} Q} \right)^{1/N_c - N_f}$	N_c vides : $\langle M_j^i \rangle = (\det m \Lambda^{3N_c - N_f})^{1/N_c} \left(\frac{1}{m} \right)_j^i$
$N_f = N_c$	$\det M - B\tilde{B} = 0$ Il y a une singularité en 0 qui correspond à l'apparition de particules de masse nulle	$\det M - B\tilde{B} = \Lambda^{2N_c}$ Au niveau quantique, 0 n'est plus solution, la symétrie $SU(N_f)$ est brisée	
$N_f = N_c + 1$	$\det M (1/m)_j^i - B_i B^{\tilde{j}} = 0$ $M_j^i B_i = M_j^i \tilde{B}^{\tilde{j}} = 0$	$W_{eff} = \frac{1}{\Lambda^{2N_c - 1}} \left(M_j^i B_i \tilde{B}^{\tilde{j}} - \det M \right)$	
$N_f \geq 3N_c$			là la valeur de la constante de couplage diminue en même temps que l'énergie, on peut travailler simplement avec les champs du lagrangien.
$3/2N_c < N_f < 3N_c$			Liberté asymptotique. On considère qu'il existe un point fixe \rightarrow théorie des champs superconforme.

FIGURE 2.2 – Liste des différents cas possibles pour SQCD

Dualité

Le cas $3/2N_c < N_f < 3N_c$ est particulièrement intéressant, car la théorie qu'il décrit peut également l'être par une théorie dite duale.

En effet, considérons, la théorie possédant

- un groupe de jauge $SU(N_f - N_c)$
- une symétrie de saveur $SU(N_f)$
- N_f quarks q_i et antiquarks \tilde{q}_i , $i = 1..N_f$ “magnétiques”
- des mésons magnétiques neutres dans l'adjoint de $SU(N_f)$, $M_{m,\tilde{j}}^i$

Comme $3/2(N_f - N_c) < N_f < 3(N_f - N_c)$, on sait que le système évolue vers un point fixe où la théorie des champs devient superconforme. Il se trouve que lorsqu'on prend en compte le superpotentiel suivant

$$W = \frac{1}{\mu} M_{m,\tilde{j}}^i q_i \tilde{q}^{\tilde{j}} \quad (2.48)$$

la théorie électrique (avec les quarks électriques Q chargés sous $SU(N_c)$ et $SU(N_f)$) et la théorie magnétique évoluent vers le même point fixe. On peut donc choisir l'une ou l'autre des descriptions suivant ce qui est le plus simple à manipuler (celle au couplage faible, par exemple), en gardant en tête les relations suivantes :

$$M = \mu M_m \quad (2.49)$$

$$\Lambda_e^{3N_c - N_f} \tilde{\Lambda}_m^{2N_f - 3N_c} = (-1)^{N_f - N_c} \mu^{N_f} \quad (2.50)$$

Λ_e et Λ_m correspondent aux échelles dynamiques générées dans les théories électrique et magnétique, tandis que μ est introduite en (2.49) pour faire le raccord dimensionnel entre les deux théories.

Les symétries globales sont les mêmes dans les deux cas : $SU(N_f) \times SU(N_f) \times U(1)_B \times U(1)_R$, avec q se transformant comme $(\bar{N}_f, 1, \frac{N_c}{N_f - N_c}, \frac{N_c}{N_f})$ et \tilde{q} comme $(1, N_f, -\frac{N_c}{N_f - N_c}, \frac{N_c}{N_f})$.

2.2.3 Modèle d'Intrilligator, Seiberg et Shih (ISS)

Le modèle dit ISS, pour Intrilligator, Seiberg et Shih [51] est très populaire car il permet de :

- Générer dynamiquement un modèle de type O'Raifeartaigh via SQCD
- Résoudre le conflit apparent concernant la R-symétrie

Comme vu précédemment, on peut partir d'une théorie à haute énergie avec $N = 1$ SUSY QCD, avec N_f saveurs et un groupe de jauge $SU(N_c)$. Si $N_c < N_f < 3/2N_c$, on sait qu'à basse énergie, dans la théorie duale, on peut décrire le système perturbativement par des quarks et des mésons magnétiques, chargés sous une symétrie de jauge $SU(N)$, $N = N_f - N_c$ et avec une symétrie globale de saveur $SU(N_f)$. Les mésons sont dans l'adjoint de $SU(N_f)$: X_{ij} , $i, j = 1..N_f$. Les quarks sont notés $q_{i,a}$ et \tilde{q}_a^i , $a = 1..N$

Le superpotentiel s'écrit

$$W = h\text{Tr}(qX\tilde{q}) - h\mu^2\text{Tr}(X) \quad (2.51)$$

Il suffit de choisir $N < N_f$ pour que la supersymétrie soit brisée. En effet,

$$-F_{X_{i,j}}^* = hq_{i,a}\tilde{q}_j^a - h\mu^2\delta_{i,j} \quad (2.52)$$

La première matrice est de rang N et ne peut donc pas être égale au second terme de rang N_f . La supersymétrie est donc brisée et certains champs X font office de spurions³.

L'énergie du vide vaut

$$V_{min} = (N_f - N)|h^2\mu^4| \quad (2.53)$$

et est obtenue, à l'ordre des arbres, pour des champs dont les vev valent :

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & X_0 \end{pmatrix} \quad (2.54)$$

$$q = \begin{pmatrix} q_{0,1} \\ \vdots \\ q_{0,N} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.55)$$

$$\tilde{q} = (\tilde{q}_{0,1}, \dots, \tilde{q}_{0,N}, 0) \quad (2.56)$$

Comme pour l'étude des modèles O'Raifeartaigh, on montre qu'il existe des directions plates à l'ordre des arbres qui sont levées par les corrections quantiques :

$$V_{eff} = \frac{1}{64\pi^2} \text{STr} M^4 \log \frac{M^2}{\Lambda^2} = \frac{1}{64\pi^2} \text{Tr} m_B^4 \log \frac{m_B^2}{\Lambda^2} - \text{Tr} m_F^4 \log \frac{M_F^2}{\Lambda^2} \quad (2.57)$$

où m_B et m_F sont les masses des bosons et des fermions.

On trouve que des vevs qui maximisent les symétries conservées, c'est-à-dire $X = 0$ et $q = \tilde{q}^T = (\underbrace{\mu, \dots, \mu}_{N \text{ times}}, \underbrace{0, \dots, 0}_{N_f - N})$. Sans surprise, on trouve que la R-symétrie

est conservée dans ce vide qui brise la supersymétrie.

Le suspense est à son comble : comment va-t'on modifier le système pour réussir à générer des masses de jauginos ?

On étudie le même modèle, mais jaugé.

Les changements sont négligeables au voisinage du vide qui brisait la supersymétrie. Il le fait toujours.

On étudie ensuite le système loin de l'origine. L'index de Witten nous dit déjà que le système possède $N_f - N$ vides supersymétriques. Pour en savoir plus,

3. ce qui justifie a posteriori nos notations

on étudie ce qui se passe si $\langle X \rangle$ prend une vev. Alors les quarks prennent une masse $h \langle X \rangle$. Si on les intègre-out et qu'on regarde la physique infrarouge, on trouve le superpotentiel suivant :

$$W_{low} = N(h^{N_f} \Lambda_m^{(N_f-3N)} \det X)^{1/N} - h\mu^2 \text{Tr} X \quad (2.58)$$

En conséquence :

- Loin de l'origine, se développent $N_f - N$ vides supersymétriques pour $\langle hX \rangle = \Lambda_m \left(\frac{\mu}{\Lambda_m}\right)^{2N/(N_f-N)} \mathbf{1}_{N_f} = \left(\frac{\Lambda_m}{\mu}\right)^{(N_f-3N)/(N_f-N)} \mathbf{1}_{N_f}$
- Parce qu'il existe désormais un vide qui restaure la supersymétrie, le vide qui la brise n'est plus stable mais métastable. Heureusement, son temps de vie est grossièrement estimé à $\exp(S)$, avec

$$S = \left(\frac{\Lambda_m}{\mu}\right)^{4(N_f-3N)/(N_f-N)} \gg 1 \quad (2.59)$$

Ce modèle a l'intérêt d'être à la fois un modèle de brisure de supersymétrie dynamique, crée à partir d'un couplage fort, et grâce à la dualité, de pouvoir être étudié perturbativement. De plus, on sait depuis longtemps grâce à l'index de Witten que les modèles les plus simples ont des vides supersymétriques. Ici, la métastabilité permet de garantir à la fois la simplicité relative du modèle ainsi que le fait qu'il brise la supersymétrie.

2.3 Médiation de jauge

Pour les raisons vues précédemment, la supersymétrie ne peut pas être brisée directement dans le MSSM. Afin d'assouplir les contraintes sur la construction des modèles supersymétriques, on construit des modèles dans lesquels la brisure de supersymétrie n'est communiquée au MSSM que par des effets gravitationnels ou par des corrections radiatives.

La supersymétrie est brisée dans un secteur qu'on appelle caché, ou "secluded" soit "retiré"⁴. Comme vu précédemment, on peut construire des modèles explicites pour ce secteur, par exemple avec des brisures dynamiques de supersymétrie.

Cela dit, il n'est pas nécessaire de savoir comment la supersymétrie est brisée pour étudier ses mécanismes de transmission. On considère alors le secteur caché comme une boîte noire capable de donner un spurion X , avec $\langle X \rangle = X_0 + \theta^2 F_X$.

2.3.1 Description succincte et résultats classiques

En médiation de jauge, on couple le secteur caché à un ensemble de champs chargés sous le modèle standard, dit messagers. Ceux-ci sont dans des représentations

4. nous utiliserons abusivement le terme caché dans cette thèse

réelles, vectorielles. Si on travaille dans le cadre de théories de grande unification, on les prend dans des représentations complètes du grand groupe de symétrie afin de ne pas perturber l'unification des couplages. Dans ce contexte, il faut aussi faire attention à ne pas mettre trop de messagers pour éviter l'apparition des pôles de Landau.



Avantages :

- En médiation de jauge, tout repose sur des calculs de boucles qui sont calculables exactement dans le cas où le secteur des messagers est perturbatif. Tout se déroule dans le cadre connu de la théorie des champs.
- Comme les masses sont générées dans la base d'états propres des interactions, elles ne peuvent pas engendrer de changements de saveur supplémentaire, et ne posent donc pas de problème de saveur.

Inconvénients :

- En médiation de jauge, il est difficile de générer μ et $B \mu$ du bon ordre de grandeur. Plus précisément, si μ et $B \mu$ sont engendrés par des boucles de messagers, $B \mu \sim 16\pi^2 \mu^2$. Il faut donc trouver des façons de contourner et résoudre le problème [3].
- Le gravitino est souvent la LSP. Comme il est difficile de tester ses propriétés dans les collisionneurs, on ne peut pas faire de prédiction simple sur la densité de matière noire que l'on peut confronter aux mesures ensuite. Il faut également s'assurer qu'il ne perturbe pas la synthèse des éléments légers pendant la nucléosynthèse.

2.3.2 Formalisme classique de la médiation de jauge

Dans le cas de la médiation de jauge [52], les masses des particules sont engendrées par corrections radiatives. Pour cela, on introduit des particules, dites messagers, couplées au secteur caché et chargées sous les symétries du modèle standard. Plus précisément, on prend N_m champs $\phi, \tilde{\phi}$ qui appartiennent à la représentation $r + \bar{r}$ du groupe de jauge. Si l'on veut conserver l'unification des constantes de couplage, il faut choisir les messagers dans des représentations complètes du groupe de grande unification choisi. Si l'on veut conserver la perturbativité, on ne peut pas mettre trop de champs de masse M sous peine de générer des pôles de Landau, ce qui donne comme condition $N_m < \frac{150}{\ln M_{GUT}/M}$. Classiquement, on couple les messagers avec les spurions X_l par le biais du couplage $W = \tilde{\phi}_i (\lambda_{i,j}^l X_l + M_{i,j}^0) \phi_j$, $\langle X_l \rangle = X_{0,l} + \theta^2 F_l$.

Les messagers sont donc composés de fermions de masse $M_{i,j} = (\lambda_{i,j}^k X_{0,k} + M_{i,j}^0)$ et de scalaires dont la masse est donnée par

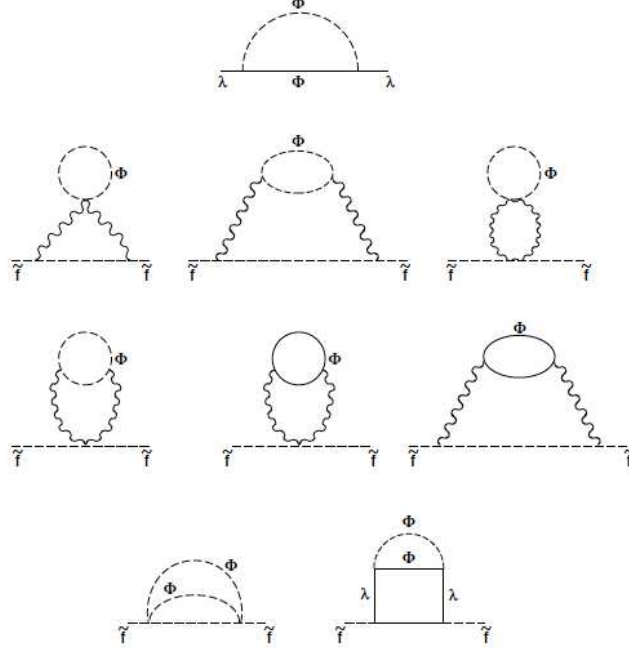


FIGURE 2.3 – Génération des masses des jauginos et des scalaires à une et deux boucles respectivement. Figure prise dans [2], les pointillés sont des scalaires, les lignes pleines des fermions et les lignes ondulées sont les vecteurs.

$$(\phi^\dagger, \tilde{\phi}) \begin{pmatrix} (M)^\dagger(M) & -(\lambda F)^\dagger \\ -(\lambda F) & (M)^\dagger(M) \end{pmatrix} (\phi, \tilde{\phi}^\dagger) \quad (2.60)$$

Comme dans beaucoup de modèles, X_0 est petit devant M_0 (parfois nul pour des raisons de symétries), la condition de stabilité pour les masses des scalaires s'écrit $F < M^2$. Souvent, on aura $F \ll M^2$, ce qui permet de travailler de manière perturbative en F/M .

Si on trace les diagrammes de Feynman pour les termes softs, on obtient la figure 2.3.2.

La masse des jauginos est engendrée à une boucle :

$$M_{\lambda_r} = N_m k_r \frac{\alpha_r(t)}{4\pi} \sum_{i,j} \frac{\lambda_{i,j}^l F_l}{M_{i,j}}, \quad (2.61)$$

$$(2.62)$$

où $k_1 = 5/3, k_2 = k_3 = 1$ pour que $k_r \alpha_r$ soient égaux à GUT. l représente le nombre de champs qui brisent la supersymétrie, N_m est le nombre de messagers.

La masse carrée des sfermions est elle générée à deux boucles :

$$m_\chi^2 = 2 \sum_a C_\chi^a \left(\frac{\alpha_a}{4\pi} \right)^2 \sum_{i,j,k} 2T_a(R_i) N_m \left| \frac{\lambda_{j,k}^l F_l}{M_{j,k}} \right|^2, \quad (2.63)$$

avec les notations habituelles : a représente le groupe de jauge, i l'indice de la composante ϕ_i du messenger Φ , ce dernier appartenant à la représentation R_i du groupe choisi. $T_a(R_i)$ est l'index de Dynkin de la représentation R_i , et les C_χ^a sont les coefficients de Casimir quadratiques pour le superchamp chiral χ , tous par rapport à G_a .

2.3.3 Propriétés classiques

Dans la plupart des cas, on prend pour simplifier les masses des messagers égales à haute énergie. Une fois les paramètres fixés à l'échelle de Λ_{GUT} (F-termes) et les caractéristiques des messagers choisis (masses, nombre et représentations), on peut calculer les corrections à une boucle et prédire des spectres à basse énergie.

Quand les masses des messagers sont égales à haute énergie, on sait que celles des jauginos vérifieront à toute énergie et à une boucle

$$\frac{M_1}{\alpha_1} = \frac{M_2}{\alpha_2} = \frac{M_3}{\alpha_3} \quad (2.64)$$

C'est donc un test facile à effectuer à basse énergie. Notons qu'il ne permet de faire la différence avec minimal SUGRA, mais il permet tout de fois de tester l'universalité dans l'ultraviolet.

En général, la masse à laquelle on trouve les messagers $M_m \ll M_P$ donc le gravitino est la LSP : $m_{3/2} \sim \frac{F}{M_P} \ll \Lambda_{GM}$

Un spectre classique de médiation de jauge avec neutralino NLSP est mis en figure 2.4, tiré de [53].

2.3.4 Autres mécanismes de transmission de la brisure de la supersymétrie, comparaison

Une façon très naturelle de transmettre la brisure de supersymétrie est de le faire par la gravitation [54]. On sait déjà qu'on peut obtenir les termes softs comme limite à basse énergie d'un lagrangien de supergravité.

Dans ce cas, la LSP est le neutralino⁵

Avantages :

- La gravitation étant présente dans tous les cas (!), c'est un mécanisme naturel.
- Lorsque la médiation est gravitationnelle, le mécanisme de Giudice-Masiero (voir [55]) permet de générer naturellement les termes μ et $B\mu$ via les interactions gravitationnelles. On prend la limite à basse énergie ($M_p \rightarrow \infty$, F/M_p constant) et il reste les termes désirés.

5. le cas où $\tilde{\tau}_1$ est la LSP n'est pas viable et doit donc être évité

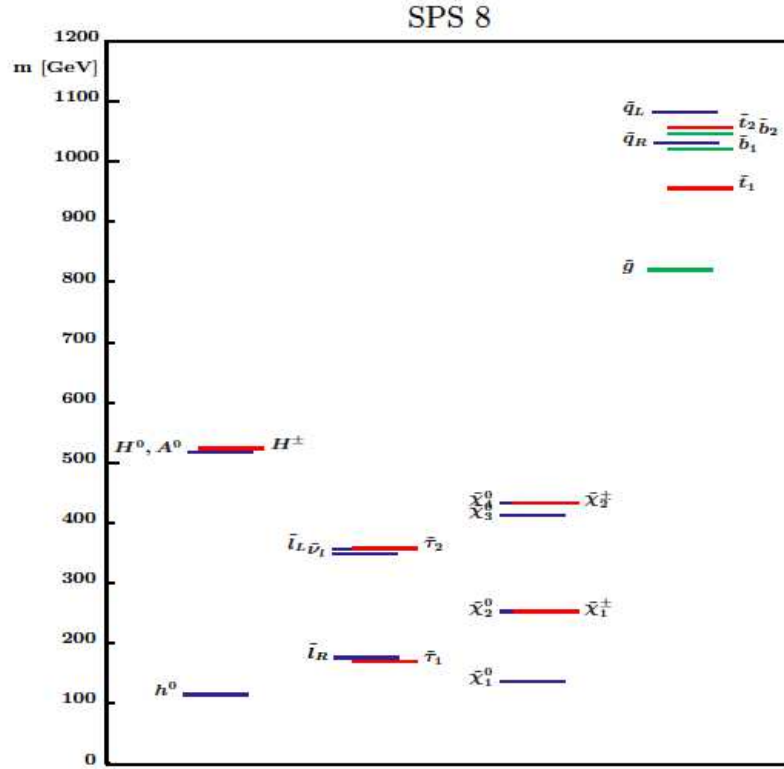


FIGURE 2.4 – Spectre classique sps8 [53]. Il est obtenu avec médiation de jauge et les paramètres suivants : $\Lambda = F/M = 100$ TeV, $M_{mess} = 200$ TeV, $N_m = 1$, $\tan\beta = 15$, $\mu > 0$.

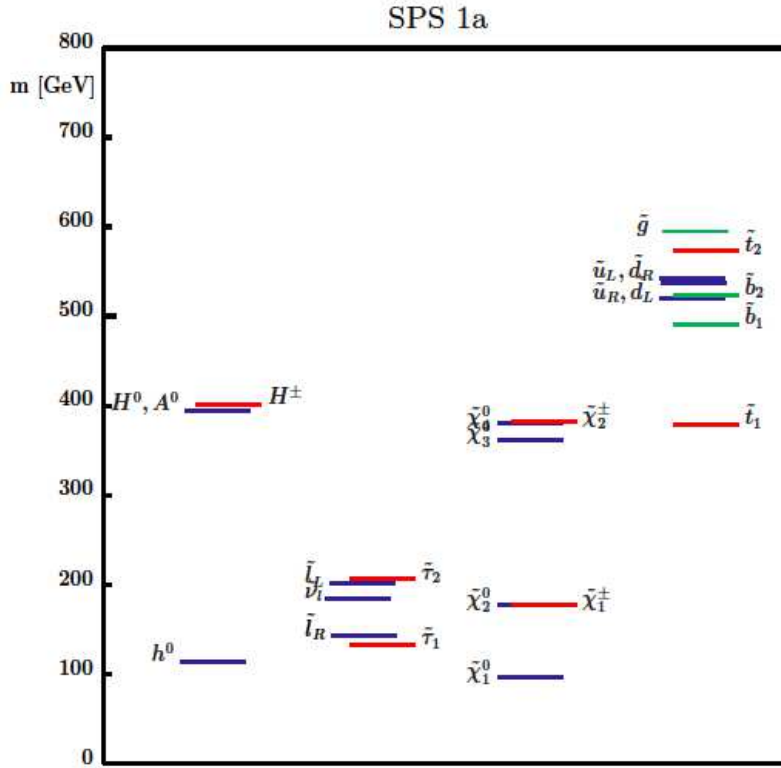


FIGURE 2.5 – Spectre classique sps1a. Il est obtenu avec minimal sugra et les paramètres suivants : $m_0 = 100\text{GeV}$, $m_{1/2} = 250\text{ GeV}$, $A_0 = -100\text{ GeV}$, $\tan\beta = 10$, $\mu > 0$.

Inconvénients :

- Les modèles les plus simples génèrent des changements de saveur difficiles à éviter.
- Les modèles de médiation gravitationnelle sont plus difficiles à tester car moins prédictifs (un des intérêts d'un modèle physique est de pouvoir le tester...). C'est pourquoi on se concentre sur mSUGRA.

Note : la médiation gravitationnelle existe dans tous les cas. Mais comme son ordre de grandeur est $\frac{F}{M_P}$, elle est souvent négligeable face à des mécanismes ayant lieu à un échelle plus basse $M \ll M_P$. La médiation de jauge est naturellement dominante pour des échelles inférieures à 10^{14}GeV .

Un spectre classique de médiation gravitationnelle est le spectre suivant mis en figure (2.5), tiré de [53].

On peut aussi travailler dans un cadre dit de médiation de jauge directe

[56] : dans ce cas là, les messagers appartiennent au secteur “caché” (secluded) et sont chargés sous les symétries de jauge du modèle standard.

Chapitre 3

Stabilité des modèles d’O’Raifeartaigh avec messagers

Lors de la construction de modèles, on a tendance à construire le secteur caché avec un modèle qui brise la supersymétrie, puis à rajouter des messagers qui se coupleront directement au spurion et transmettront la brisure de supersymétrie.

Ce chapitre cherche à répondre à la question suivante : Comment l’ajout de messagers modifie-t’il la dynamique du secteur caché ?

Pour cela, nous nous limiterons au cas classique dans lequel la supersymétrie est brisée par un secteur caché de type O’Raifeartaigh. Ces modèles ont en effet un certain nombre de caractéristiques générales qui nous permettent de mieux comprendre les dynamiques mises en oeuvre.

3.1 O’Raifeartaigh : Méta- et Instabilité

Les modèles de type O’Raifeartaigh possèdent des caractéristiques générales qui ont des impacts forts en terme de construction de modèles : le phénoménologue doit naviguer entre des masses de jauginos difficiles à générer et des instabilités qui risquent d’amener le système vers des vides qui brisent les symétries du modèle standard.

3.1.1 Stabilité et génération des masses des jauginos, un autre compromis à trouver

Dans [57], Komargodski et Shih expliquent que dans un modèle de type O’Raifeartaigh, si un vide non supersymétrique est stable à l’ordre des arbres (directions plates incluses), la masse des jauginos est forcément supprimée par

rapport au reste du spectre, conduisant à des modèles non viables ou à des spectres lourds difficiles à détecter au LHC.

On doit donc choisir entre avoir un vide non supersymétrique stable ou un spectre sans trop de hiérarchie. Dans le cas de la médiation de jauge, on va voir qu'on est toujours avec un vide non supersymétrique qui est au mieux métastable.

En effet, dans [47], S. Ray montre que dans un modèle de O'Raifeartaigh général, il y a toujours une direction plate dans les directions $\partial_a W$, dès que $F_a \neq 0$. Il y a donc toujours une direction plate dans la direction du goldstino. Ensuite, si on se place au point de coordonnées $\lambda X + M = 0$, la matrice de masse des messagers vaut

$$\begin{pmatrix} 0 & \lambda^* F^\dagger \\ \lambda F & 0 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

La masse supersymétrique des messagers s'annule en ce point, ce qui correspond à une instabilité.

On peut donc suivre un chemin qui part du premier vide, suit la direction plate jusqu'à $\lambda X + M = 0$ puis suit l'instabilité jusqu'au second vide dans lequel les messagers prennent une vev et les symétries du modèle standard sont brisées (voir Figure 3.1.2).

Un modèle d'O'Raifeartaigh couplé à des messagers est instable à l'ordre des arbres, et c'est pour ça que la masse des jauginos n'est pas supprimée par rapport au reste du spectre dans ce modèle.

3.1.2 Stabilisation par les corrections quantiques : une condition

Si à l'ordre des arbres, un modèle de type O'Raifeartaigh couplé à une médiation de jauge est instable, les corrections quantiques se chargent de stabiliser le système en levant les directions plates.

Cela dit, il faut bien lever toutes les directions plates pour s'assurer que le système ne reste pas instable. Nous allons voir que cette condition n'est pas toujours réalisée, et nous allons introduire une condition nécessaire (mais non suffisante) à vérifier afin de s'assurer de la viabilité de nos modèles.

Considérons un modèle générique de type

$$W = X_i f_i(\varphi_a) + g(\varphi_a) + \phi(\lambda.X + M)\tilde{\phi}, \quad (3.2)$$

avec $i = 1..N, a = 1..P$

L'énergie du système vaut

$$V = \sum_i |f_i(\varphi_a) + \lambda_i \phi \tilde{\phi}|^2 + \sum_a |X_i \partial_a f_i(\varphi_b) + \partial_a g(\varphi_b)|^2 + |\lambda.X + M|^2 (|\phi|^2 + |\tilde{\phi}|^2) \quad (3.3)$$

Il y a au moins deux minima, le premier dans lequel la supersymétrie est brisée et les symétries du modèle standard sont conservées, qu'on appellera à partir de maintenant vide "Modèle Standard" :

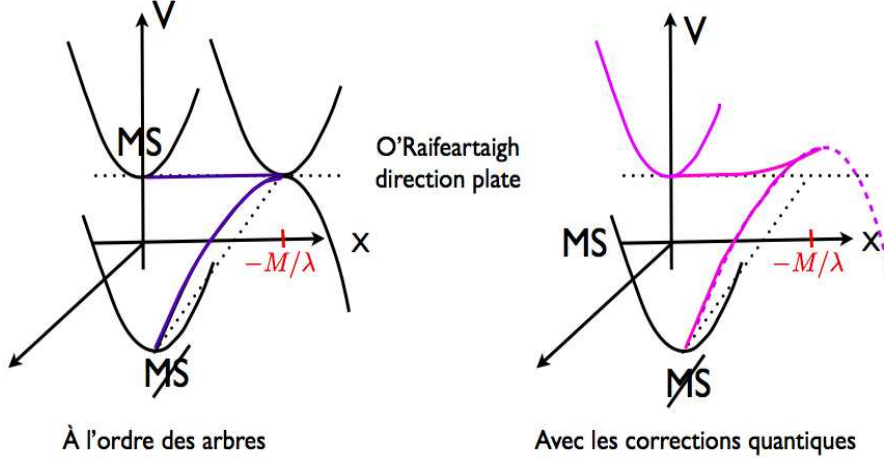


FIGURE 3.1 – Potentiel scalaire en fonction de X et des messagers

$$\phi = \tilde{\phi} = 0 \quad (3.4)$$

$$V_1 = f^2 = \sum_i \bar{f}_i f_i \quad (3.5)$$

Un autre, d'énergie plus basse, dans lequel les messagers ont des vevs donc les symétries du modèle standard sont brisées. On l'appellera “vide messagers”.

$$V_2 = f^2 - \frac{|\bar{\lambda}f|^2}{|\lambda|^2} \quad (3.6)$$

avec $|\lambda|^2 = \sum_i \lambda_i \lambda_i$ et $\bar{\lambda}_i f_i = \bar{\lambda} \cdot f$.

A l'ordre des arbres, c'est donc le vide “messagers” qui est le plus bas tandis que celui qui nous intéresse est instable.

Dans O'Raifeartaigh (sans couplage aux messagers), les corrections quantiques lèvent les directions plates. On regarde ici si elles sont également capable de stabiliser localement le vide “Modèle Standard”.

Comment lever toutes les directions plates

Les directions plates d'O'Raifeartaigh n'interviennent que via les matrices de masses qui serviront à calculer les corrections au potentiel scalaire, ie

$$M_F = \begin{pmatrix} 0 & \partial_a f_i(\phi) \\ \partial_b f_j(\varphi) & X_i \partial_a \partial_b f_i(\varphi) + \partial_a \partial_b g(\varphi) \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

Ici, les combinaisons sont $\chi_{a,b} = X_i \partial_a \partial_b f_i(\varphi)$. Si $P(P+1)/2 < N$, il y en a $P(P+1)/2$ d'indépendantes, sinon il y en a N . Ce sont elles qui apparaissent dans l'énergie potentielle, et ce sont donc elles dont les valeurs seront fixées lorsque nous chercherons à le minimiser.

Nous avons donc $N-P$ directions plates à l'ordre des arbres dont on doit fixer la valeur, et nous aurons $\min(N, P(P+1)/2)$ contraintes après minimisation du potentiel scalaire. Pour lever toutes les directions plates, il faut plus de contraintes que de directions plates, c'est à dire $N - P \leq P(P+1)/2$.

Si cette condition est remplie, les directions plates peuvent être levées et le vide peut être stabilisé. Sinon, on n'a même pas besoin de faire le calcul des corrections quantiques, on sait qu'il y aura une instabilité et que le vide "Modèle Standard" sera instable.

La condition nécessaire, mais non suffisante (il faut toujours faire le calcul des corrections quantiques pour s'assurer que le vide "Modèle Standard" est métastable) est donc que

$$N \leq \frac{P(P+3)}{2} \quad (3.8)$$

3.1.3 Comment calculer les corrections quantiques

Cette section donne quelques formules pour pouvoir évaluer les corrections quantiques à l'énergie d'un vide dans le cas d'un modèle assez général de secteur caché de type O'Raifeartaigh.

On prend pour exemple le modèle

$$W = X_i (f_i + \frac{1}{2} h_a^{(i)} \varphi_a^2) + m_a \varphi_a Y_a + \phi (\lambda_i X^i + M) \tilde{\phi} \quad (3.9)$$

avec $i = 1 \dots N_1$ et $a = 1 \dots p$

On verra plus tard que nous aurons besoin de la condition pour $m_a = m$

$$\lambda_X \ll \frac{1}{8\pi^2} \left| \sum_a h_a^{(X)} (\lambda \cdot \bar{h}_a) \right|, \quad (3.10)$$

afin de garantir la stabilité du vide phénoménologiquement viable. Cependant, cette condition n'intervient pas tout de suite, et on peut l'oublier pour l'instant.

Étude à l'ordre des arbres

Le système étudié a pour potentiel scalaire :

$$V = |f_i + \frac{1}{2} h_a^{(i)} \varphi_a^2 + \lambda_i \phi \tilde{\phi}|^2 + |m_a \varphi_a|^2 + |X_i h_a^{(i)} \varphi_a + m_a Y_a|^2 + |\lambda_i X^i + M|^2 (|\tilde{\phi}|^2 + |\phi|^2). \quad (3.11)$$

On comprend que si on prend m_a assez grands, le système va devoir choisir un vide avec $\varphi_a = Y_a = 0$ à l'ordre des arbres¹. Pour $N_1 > 1$, la supersymétrie

1. Nous faisons ce choix pour simplifier les calculs et non pas pour des raisons théoriques particulières

est bien brisée car on ne pourra pas mettre $f_i - \lambda_i \phi \tilde{\phi}$ à zéro pour tous les $i = 1..N_1$. A l'ordre des arbres, les directions plates sont

- N_1 , les champs X_i dans le vide "Modèle Standard"
- $N_1 - 1$ X_i qui restent après avoir imposé $(\lambda_i X^i + M) = 0$, et la condition imposée par le D-terme $\phi = \tilde{\phi}$ dans le vide "messagers"

Maintenant, il reste à calculer les corrections quantiques.

Calcul des corrections quantiques : méthode

Pour cela, la procédure est de commencer par calculer les matrices de masses fermioniques.

Ici, la masse des fermions se décompose en

$$M_F = \begin{pmatrix} \mathcal{M}_1 & 0 \\ 0 & \mathcal{M}_2 \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

avec une contribution liée au secteur de O'Raiifeartaigh

$$\mathcal{M}_1 = \begin{pmatrix} h_a^{(i)} X_i & m_a \\ m_a & 0 \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

et une contribution liée aux messagers

$$\mathcal{M}_2 = \begin{pmatrix} 0 & \lambda X + M & \lambda_j \tilde{\phi} \\ \lambda X + M & 0 & \lambda_j \phi \\ \lambda_i \tilde{\phi} & \lambda_i \phi & 0 \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

On doit donc calculer les corrections à l'énergie du vide dans les deux vides pour pouvoir ensuite étudier la stabilité du vide phénoménologiquement viable.

\mathcal{M}_1 est commune aux deux vides, \mathcal{M}_2 ne l'est pas.

Puis on peut calculer les corrections au potentiel de Kähler :

$$K^{(1)} = - \frac{1}{32\pi^2} \text{Tr} \left(M_F M_F^\dagger \log \frac{M_F M_F^\dagger}{\Lambda^2} \right) \quad (3.15)$$

On a ainsi le potentiel scalaire

$$V = (K^{-1})_{i\bar{j}} F_i \bar{F}_j = V_0 + V^{(1)}, \text{ avec} \\ V^{(1)} = \frac{1}{32\pi^2} \sum_\alpha \left[\log \frac{\mu_\alpha^2}{\Lambda^2} + \frac{1}{\mu_\alpha^2} \frac{\partial \mu_\alpha^2}{\partial X_i} \frac{\partial \mu_\alpha^2}{\partial \bar{X}_j} \right] F_i \bar{F}_j, \quad (3.16)$$

où $K_{i\bar{j}} = \frac{\partial^2 K}{\partial X_i \partial \bar{X}_j}$. Les μ_α^2 sont les valeurs propres de la matrice de masses carrées $M_F M_F^\dagger$.

Il ne reste enfin "plus qu'à" étudier ses minima et leur stabilité.

Application au secteur d'O'Raifeartaigh

On applique la méthode décrite dans la section précédente en partant de

$$\mathcal{M}_1 = \begin{pmatrix} h_a^{(i)} X_i & m_a \\ m_a & 0 \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

Ce qui donne pour le potentiel de Kähler

$$\begin{aligned} \text{Tr } \mathcal{M}_1 \mathcal{M}_1^\dagger \log \frac{\mathcal{M}_1 \mathcal{M}_1^\dagger}{\Lambda^2} &= \sum_a \left\{ (|h_a^{(i)} X_i|^2 + 2m_a^2) \log \frac{m_a^2}{\Lambda^2} \right. \\ &\left. + 2 |h_a^{(i)} X_i| \sqrt{|h_a^{(i)} X_i|^2 + 4m_a^2} \log \frac{|h_a^{(i)} X_i| \sqrt{|h_a^{(i)} X_i|^2 + 4m_a^2}}{2m_a} \right\} \quad (3.18) \end{aligned}$$

Dans la mesure où $F \ll M^2$, on peut travailler dans l'approximation de Kähler et on trouve

$$K_{i\bar{j}} = \delta_{ij} + Z_a h_a^{(i)} \bar{h}_a^{(j)}, \quad (3.19)$$

où on a posé

$$\begin{aligned} Z_a &= -\frac{1}{32\pi^2} \left\{ \log \frac{m_a^2}{\Lambda^2} + 2 - \frac{2m_a^2}{|h_a^{(i)} X_i|^2 + 4m_a^2} + \right. \\ &\left. \frac{2}{|h_a^{(i)} X_i|} \frac{|h_a^{(i)} X_i|^4 + 6m^2 |h_a^{(i)} X_i|^2 + 4m_a^4}{(|h_a^{(i)} X_i|^2 + 4m^2)^{3/2}} \log \frac{|h_a^{(i)} X_i| + \sqrt{|h_a^{(i)} X_i|^2 + 4m_a^2}}{2m_a} \right\} \quad (3.20) \end{aligned}$$

À une boucle et au premier ordre, la correction à la métrique vaut donc

$$K_{i\bar{j}}^{-1} = \delta_{ij} - Z_a h_a^{(i)} \bar{h}_a^{(j)}. \quad (3.21)$$

Ceci nous donne une contribution à l'énergie qui vaut

$$V^{(1)} = -Z_a(\chi_a) |\bar{h}_a f|^2. \quad (3.22)$$

On remarque que si on définit $\chi_a = h_a^{(i)} X_i$, les fonctions Z_a décroissent de manière monotone par rapport à $|\chi_a|$, et sont bornées par

$$\begin{aligned} Z_a(\chi_a \ll m_a) &\simeq -\frac{1}{32\pi^2} \left(2 + \log \frac{m_a^2}{\Lambda^2} + \frac{2|\chi_a|^2}{3m_a^2} \right), \\ Z_a(\chi_a \gg m_a) &\simeq -\frac{1}{32\pi^2} \log \frac{|\chi_a|^2}{\Lambda^2}. \quad (3.23) \end{aligned}$$

Comme Z_a est décroissante, cela veut dire que ces corrections ont tendance à stabiliser χ_a , c'est-à-dire les directions plates X_i vers 0.

Au voisinage de 0, on peut donc évaluer la correction au potentiel scalaire :

$$V^{(1)} \simeq \text{const} + \frac{1}{32\pi^2} \left(2 + \log \frac{m_a^2}{\Lambda^2} + \frac{2}{3m_a^2} h_a^{(i)} \bar{h}_a^{(j)} X_i \bar{X}_j \right) |\bar{h}_a f|^2. \quad (3.24)$$

On voit bien que si

$$M_{ij}^2 = \sum_a \frac{|\bar{h}_a f|^2}{m_a^2} h_a^{(i)} \bar{h}_a^{(j)} \quad (3.25)$$

a des valeurs propres toutes strictement positives, c'est-à-dire si $\text{rang}[M_{ij}^2] = N_1$, les pseudo-modules sont stabilisés en zéro. C'est une application du raisonnement général décrit auparavant. Si $\text{rang}[M_{ij}^2] < N_1$, il reste des directions plates après prise en compte des corrections quantiques. Le vide n'est pas totalement stabilisé et si on ajoute des messagers, le système sera instable.

Note : Si $p \geq N_1$ et que les couplages sont génériques, cette condition est a priori remplie. Les champs χ_a ne sont pas indépendants mais cela ne nuit pas à notre raisonnement.

On trouve bien le fait que les corrections quantiques permettent, lorsqu'elles lèvent toutes les directions plates, de stabiliser l'origine. Ceci n'est pas surprenant car on sait que dans un modèle d' O'Raifeartaigh sans messagers, le vide est stabilisé à l'origine, qui respecte la R-symétrie.

3.2 O'Raifeartaigh : vers la stabilité ?

On a vu que de manière générale, un modèle d'O'Raifeartaigh avec messagers mène à deux vides dont la différence d'énergie vaut

$$\Delta V = V_{\phi\bar{\phi}} - V_{MS} = -\frac{|\bar{\lambda} \cdot f|^2}{|\lambda|^2}. \quad (3.26)$$

Malheureusement, c'est le vide "messagers", dans lequel les messagers prennent une vev et les symétries du modèle standard sont brisées, qui a l'énergie la plus basse.

L'idée est de voir si dans certains cas, cette différence peut être contrebalancée par les corrections quantiques à une boucle.

3.2.1 Condition à l'ordre des arbres

Pour que les corrections à une boucle puisse compenser ΔV calculé à l'ordre des arbres, il faut que celui-ci soit "petit", soit

$$|\bar{\lambda} f|^2 \ll |\lambda|^2 f^2 \quad (3.27)$$

où nous avons noté $f^2 = \sum_i \bar{f}_i f_i$ et $\bar{\lambda} \cdot f = \sum_i \bar{\lambda}_i f_i$.

On peut comprendre la condition (3.27) comme étant liée à un faible couplage entre les messagers et le goldstino. En effet, on pose pour le goldstino à basse énergie

$$X = \frac{1}{f} f_i X_i \quad , \quad F_X = f = \sqrt{\sum_i |f_i|^2} \quad , \quad (3.28)$$

Avec (X, χ_i) , $i = 1 \cdots N - 1$ les champs orthogonaux vérifiant $F_{\chi_i} = 0$ qui complètent la base, on peut tout réécrire sachant que²

$$X_i = \frac{\bar{f}_i}{f} X + c_{ij} \chi_j \quad , \quad (3.29)$$

La condition (3.27) se comprend donc comme une contrainte sur le couplage λ_X entre le goldstino et les messagers

$$\lambda_X = \frac{\lambda \cdot \bar{f}}{f} \ll \lambda = \sqrt{\sum_i |\lambda_i|^2} \quad . \quad (3.30)$$

Pour savoir si l'on peut vraiment stabiliser le vide "Modèle standard" grâce aux corrections quantiques, il faut cependant aller jusqu'au calcul des corrections à une boucle. Nous avons déjà calculé la correction liée au secteur d'O'Raifeartaigh, et nous allons maintenant calculer la contribution liée aux messagers.

3.2.2 Énergies des vides calculées à une boucle

Contribution du secteur messagers

Il y a une seconde contribution qui provient des messagers, avec leurs masses

$$\mathcal{M}_2 \mathcal{M}_2^\dagger = \begin{pmatrix} |\lambda_i X^i + M|^2 + \lambda^2 |\tilde{\phi}|^2 & \lambda^2 \tilde{\phi} \phi^* & \lambda_i^* \phi^* (\lambda X + M) \\ \lambda^2 \phi \tilde{\phi}^* & |\lambda_i X^i + M|^2 + \lambda^2 |\phi|^2 & \lambda_i^* \tilde{\phi}^* (\lambda X + M) \\ \lambda_j \phi (\lambda X + M) & \lambda_j \tilde{\phi} (\lambda X + M) & \lambda_i \lambda_j (|\phi|^2 + |\tilde{\phi}|^2) \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

Quand on calcule leurs valeurs propres, on trouve $N_1 - 1$ valeurs propres nulles correspondant aux directions plates, avec une valeur propre nulle en plus dans le cas du vide "Modèle Standard".

Les valeurs propres non nulles vérifient l'équation

$$\mu^2 \left(\mu^2 - \lambda^2 (|\phi|^2 + |\tilde{\phi}|^2) - |\lambda X + M|^2 \right)^2 = 4\lambda^4 |\phi|^2 |\tilde{\phi}|^2 |\lambda X + M|^2 \quad . \quad (3.32)$$

Énergie du Vide Modèle Standard

Dans le vide "Modèle Standard", l'étude est simple puisque $\phi = \tilde{\phi} = 0$. Les deux valeurs propres sont donc égales à $|\lambda X + M|^2$ et

$$\text{Tr } \mathcal{M}_2 \mathcal{M}_2^\dagger \log \frac{\mathcal{M}_2 \mathcal{M}_2^\dagger}{\Lambda^2} = 2|\lambda X + M|^2 \log \frac{|\lambda X + M|^2}{\Lambda^2} \quad . \quad (3.33)$$

2. On peut calculer les c_{ij} si besoin est mais cela n'est pas utile pour notre argumentation.

On rajoute cette contribution à ce qui a déjà été calculé auparavant

$$K_{i\bar{j}} = \delta_{ij} + Z_a h_a^{(i)} \bar{h}_a^{(j)} + Z' \lambda_i \bar{\lambda}_j , \quad (3.34)$$

Z_a étant inchangé et Z' valant

$$Z' = -\frac{1}{16\pi^2} \left(\ln \frac{|\lambda X + M|^2}{\Lambda^2} + 2 \right) . \quad (3.35)$$

Comme précédemment, on définit $\chi_a = h_a^{(i)} X_i$ et $\chi' = \lambda X + M$. Comme le couplage entre le goldstino et les messagers est faible, on regarde au voisinage de l'origine

$$V^{(1)} = -Z_a |\bar{h}_a \cdot f + (\bar{h}_a \cdot \lambda) \phi \tilde{\phi}|^2 - Z' |\bar{\lambda} \cdot f|^2 . \quad (3.36)$$

Dans le cas $p \geq N_1$, on trouve un extremum pour

$$M_{ij}^2 X_j = -\frac{3\bar{\lambda}_i}{M} |\bar{\lambda} \cdot f|^2 , \quad (3.37)$$

avec la même matrice M_{ij}^2 que dans (3.25).

La condition des petites vev $X_i \ll m_a, M$ est satisfaite pour des messagers lourds, $m_a \ll M$. On peut alors obtenir une très bonne approximation de l'énergie du vide du modèle standard en posant $X_i = 0$ dans le potentiel effectif. On obtient finalement

$$V_1 = f^2 + \frac{1}{32\pi^2} \left[\sum_a |h_a \cdot \bar{f}|^2 \left(\log \frac{m_a^2}{\Lambda^2} + 2 \right) + 2 |\bar{\lambda} \cdot f|^2 \left(\log \frac{M^2}{\Lambda^2} + 2 \right) \right] . \quad (3.38)$$

On peut réécrire cette équation en remarquant que la dépendance en $\log(\Lambda)$ correspond à la renormalisation de l'énergie du vide calculée à l'ordre des arbres.

On a donc au final :

$$V_1 = f^2(\mu) + \frac{1}{32\pi^2} \left[\sum_a |h_a \cdot \bar{f}|^2 \left(\log \frac{m_a^2}{\mu^2} + 2 \right) + 2 |\bar{\lambda} \cdot f|^2 \left(\log \frac{M^2}{\mu^2} + 2 \right) \right] , \quad (3.39)$$

en évaluant les couplages à l'échelle μ .

Énergie du vide dans celui qui brise le modèle standard

Dans ce vide, les messagers prennent une vev et les symétries du modèle standard sont donc brisées.

$$\lambda_i X_i + M = 0 \quad (3.40)$$

$$\phi \tilde{\phi} = -\frac{1}{\lambda^2} \sum_i \bar{\lambda}_i f_i \quad (3.41)$$

En fait, ces relations sont corrigées à une boucle :

$$\lambda_i X_i + M = 0 \quad (3.42)$$

$$\phi \tilde{\phi} = -\frac{1}{\lambda^2} \sum_i \bar{\lambda}_i f_i (1 + \epsilon_\phi) , \quad (3.43)$$

(3.42) est inchangé car dans ce modèle, il n'y a pas de dimension anormale permettant de mélanger les champs du secteur caché, $\gamma_{X_i}^\phi = \gamma_{X_i}^{\tilde{\phi}} = 0$. La relation $F_\phi \sim (\lambda X + M)\tilde{\phi} = 0$ est donc inchangée à une boucle.

Dans 3.43, on verra que la correction à une boucle ϵ_ϕ n'intervient qu'en facteur de termes correctifs, et ne contribue donc pas aux corrections à une boucle à l'énergie du vide

Calculer l'énergie dans ce cas là est un peu plus difficile que dans le premier vide, car nous avons besoin de garder les termes en $\phi, \tilde{\phi}$ et X pour calculer les dérivées de μ par rapport aux X_i qui existent dans le potentiel scalaire.

Dans l'approximation $|\lambda X + M|^2 \ll \lambda^2(|\phi|^2 + |\tilde{\phi}|^2)$, on évalue la métrique de Kähler

$$K_{i\bar{j}} = \delta_{ij} + Z_a h_a^{(i)} \bar{h}_a^{(j)} + Z' \lambda_i \bar{\lambda}_j , \quad (3.44)$$

où nous avons noté

$$\begin{aligned} Z' = & -\frac{1}{16\pi^2} - \frac{1}{16\pi^2(|\phi|^2 + |\tilde{\phi}|^2)} \left\{ 2|\phi\tilde{\phi}|^2 \left(\log \frac{4|\phi\tilde{\phi}|^2 |\lambda X + M|^2}{(|\phi|^2 + |\tilde{\phi}|^2)\Lambda^2} + 2 \right) \right. \\ & \left. + (|\phi|^4 + |\tilde{\phi}|^4) \log \frac{\lambda^2(|\phi|^2 + |\tilde{\phi}|^2)}{\Lambda^2} \right\} . \end{aligned} \quad (3.45)$$

Dans le "vide-messenger", $\lambda_i F_i = 0$ à l'ordre des arbres. Le terme proportionnel à Z' sera donc d'ordre au moins deux boucles dans l'énergie potentielle et peut être négligé.

Le potentiel à une boucle se simplifie donc pour donner

$$V^{(1)} = -\sum_a Z_a |h_a^{(i)} f_i + h_a^{(i)} \lambda_i \phi \tilde{\phi}|^2 . \quad (3.46)$$

On retrouve ici le fait que la correction à une boucle vue en (3.43) ne contribue pas à la correction à l'ordre d'une boucle de l'énergie du vide. En effet, sa contribution à une boucle s'annule :

$$\epsilon_\phi \bar{\lambda}_i (f_i - \frac{\lambda_i}{\lambda^2} \bar{\lambda} f) = 0 . \quad (3.47)$$

On rappelle que les Z_a trouvent leur minima pour $\chi_a = h_a^{(i)} X_i = 0$, tandis que Z_a, Z' décroissent de manière monotone vis-à-vis de χ_a and χ' , respectivement. On commencera par travailler comme si χ_a et χ' étaient des variables indépendantes. Ceci n'est pas vrai dans le cas qui nous intéresse $p > N_1$, mais

cette hypothèse simplifiera nos calculs et sera suffisante pour notre étude. En effet, la vraie minimisation impose à certains $X_i \neq 0$ d'être non nul, et donc d'avoir quelques $\chi_a \neq 0$, ce qui fait que l'énergie est en fait plus grande que dans notre estimation. Comme nous allons sous-estimer la valeur de l'énergie du vide "messagers", notre conclusion n'en sera que renforcée si on trouve $V_1 < V_2$.

On trouve ainsi comme limite sur V_2

$$V_2 > |f_i - \frac{\lambda_i}{\lambda^2} \bar{\lambda} \cdot f|^2 + \frac{1}{32\pi^2} \sum_a (\log \frac{m_a^2}{\Lambda^2} + 2) |\bar{h}_a \cdot f - (\bar{h}_a \cdot \lambda) \frac{\bar{\lambda} \cdot f}{\lambda^2}|^2. \quad (3.48)$$

De même que précédemment, la dépendance en $\log(\Lambda)$ correspond à la re-normalisation du vide à l'ordre des arbres. Finalement,

$$V_2 > |f_i - \frac{\lambda_i}{\lambda^2} \bar{\lambda} \cdot f|^2(\mu) + \frac{1}{32\pi^2} \sum_a (\log \frac{m_a^2}{\mu^2} + 2) |\bar{h}_a \cdot f - (\bar{h}_a \cdot \lambda) \frac{\bar{\lambda} \cdot f}{\lambda^2}|^2. \quad (3.49)$$

Le vrai vide vérifiera probablement $\lambda_i X_i + M = 0$, avec un minimum de champs χ_a éloignés de l'origine. Dans ce cas et dans la limite $M \gg m_a$, les valeurs de Z_a à remplacer dans l'énergie du "vide messagers" sont celles des champs à grande valeurs, second cas présenté dans (3.23).

3.2.3 A-t-on stabilisation ?

On veut savoir à quelle condition est-ce que le "vide modèle standard" est stable, c'est-à-dire à quelle condition est-ce que son énergie est plus basse que l'énergie du "vide-messagers". Les évaluations que nous venons de faire nous donnent

$$\begin{aligned} \Delta V = V_1 - V_2 < |\bar{\lambda} \cdot f|^2 \left\{ \frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{32\pi^2} \left[2 \left(\log \frac{M^2}{\mu^2} + 2 \right) - \frac{1}{\lambda^4} \sum_a \left(\log \frac{m_a^2}{\mu^2} + 2 \right) |\bar{h}_a \cdot \lambda|^2 \right] \right\} \\ + \frac{1}{32\pi^2 \lambda^2} \sum_a \left(\log \frac{m_a^2}{\mu^2} + 2 \right) [(h_a \cdot \bar{f})(\bar{h}_a \cdot \lambda)(\bar{\lambda} \cdot f) + c.c] \quad . \end{aligned} \quad (3.50)$$

et on souhaite bien entendu que

$$\Delta V = V_1 - V_2 < 0 \quad (3.51)$$

L'idée est de compenser le premier terme de (3.50), toujours positif, par le second, dont le signe dépend du modèle.

Il faut donc, en prenant des masses égales $m_a = m$ pour illustration :

$$\begin{aligned} & |\bar{\lambda} \cdot f|^2 \left\{ 1 + \frac{1}{16\pi^2} \left[\lambda^2 \left(\log \frac{M^2}{\mu^2} + 2 \right) - \sum_a \frac{|\bar{h}_a \cdot \lambda|^2}{\lambda^2} \right] \right\} \\ & < \frac{1}{32\pi^2 \lambda^2} \sum_a \left(\log \frac{m_a^2}{\mu^2} + 2 \right) [(h_a \cdot \bar{f})(\bar{h}_a \cdot \lambda)(\bar{\lambda} \cdot f) + c.c] \end{aligned} \quad (3.52)$$

Si on regarde cette condition à l'échelle $\mu = m_a = m$, cette condition devient simplement

$$\bar{\lambda} \cdot f < \frac{1}{8\pi^2} \left| \sum_a (\lambda \cdot \bar{h}_a)(h_a \cdot \bar{f}) \right|. \quad (3.53)$$

Il semblerait donc que l'on puisse renverser la situation à l'ordre des arbres et faire du vide "Modèle standard" un vide stable. Remarquons que cela permet d'échapper aux contraintes de l'article de Komargodski et Shih, et d'avoir à la fois un vide non supersymétrique stable viable phénoménologiquement et des masses de jauginos du même ordre de grandeur que le reste des sparticules.

Les conditions imposées par notre modèle sont donc :

$$\bar{\lambda} \cdot f \ll \lambda f, \quad m_a \ll M, \quad \bar{h}_a \cdot f < m_a^2, \quad \frac{\bar{\lambda} \cdot f}{M} \sim 100 \text{ TeV}. \quad (3.54)$$

La dernière condition correspond à la génération de termes soft de l'ordre du TeV.

Ceci est réalisé pour des paramètres de masses valant au moins

$$M \sim 10^6 \text{ TeV}, \quad m_a \sim 10^5 \text{ TeV}, \quad f \sim (10^5 \text{ TeV})^2, \quad \bar{\lambda} \cdot f \sim (10^4 \text{ TeV})^2. \quad (3.55)$$

3.2.4 Conclusions et ouvertures

La brisure de supersymétrie amène un certain nombre de contraintes fortes, auquel nous échappons dans ce modèle. Nous arrivons donc ici à avoir un modèle stable dans lequel la masse des jauginos n'est pas supprimée par rapport au reste du spectre. Il est intéressant de voir que nous ne sommes pas en contradiction avec l'argumentation de [57]. En effet, notre modèle est instable à l'ordre des arbres, ce qui explique l'absence de hiérarchie dans le spectre final. Ce n'est qu'une fois les corrections quantiques calculées que l'on peut s'assurer de la stabilité du vide phénoménologiquement viable. Le prix à payer pour cela est la petitesse du couplage entre le spurion et les messagers.

Chapitre 4

Médiation de jauge et Théories de Grande Unification

4.1 Problématique

Nous voulons étudier la phénoménologie des modèles dans lesquels il y a à la fois des théories de grande unification et de la médiation de jauge. Notons que cette problématique est assez répandue. Le fait que la supersymétrie fasse converger les constantes de couplages du modèle standard plaide en sa faveur et en celle des théories de grande unification. On va voir qu'il est très naturel de coupler les messagers $\phi, \tilde{\phi}$ aux champs du secteur de grande unification, et que cela a des conséquences non négligeables sur les spectres générés.

En particulier, nous verrons que contrairement au cas de médiation de jauge minimal [8], dans lequel les messagers ont tous la même masse à haute énergie, les champs composant les messagers auront des masses différentes dictées par la théorie des groupes. Cela donne un cas particulier inscrit dans la médiation de jauge générale, avec une motivation théorique pour le choix des paramètres à haute énergie. Cela donne aussi naturellement des spectres atypiques à basse énergie. Les plus remarquables sont ceux possédant un neutralino léger LSP ou un gluino léger NLSP.

4.1.1 Justification du couplage

Nous voulons ici évaluer à quel point il est naturel pour des messagers de coupler au secteur de grande unification, quand le modèle possède les deux ingrédients : médiation de jauge et groupe de grande unification.

Contraintes sur les messagers

Dans la plupart des modèles décrivant des secteurs cachés, la supersymétrie est brisée par un spurion X . Les messagers ϕ et $\tilde{\phi}$ couplent directement au spurion chirale X via $X\phi\tilde{\phi}$.

Dans le cas des modèles de type O’Raifeartaigh, on sait qu’on peut écrire le superpotentiel sous la forme [57]

$$W = fX + 2(\lambda_{ab}X + m_{ab})\Phi_a\Phi_b + \frac{1}{6}\lambda_{abc}\Phi_a\Phi_b\Phi_c, \quad (4.1)$$

où on a choisi les paramètres pour que X soit le spurion et la supersymétrie soit brisée pour $\Phi = 0$. X est donc neutre, et comme l’existence d’une R-symétrie aide à briser la supersymétrie, il a souvent une R-charge 2.

Même si on ignore de quoi est fait le secteur caché, on sait que les messagers prennent généralement une masse via un terme du type $M\phi\tilde{\phi}$, ou bien $X\phi\tilde{\phi}$ avec $\langle X \rangle \neq 0$.

Ce qui nous importe ici, c’est que $\phi\tilde{\phi}$ est neutre sous les symétries du modèle standard.

Un couplage naturel

Par simplicité, on note dans cette partie Σ un champ quelconque du secteur de grande unification. Une notation de type Σ^2 ou Σ^3 correspond donc à des opérateurs obtenus en contractant plusieurs champs du secteur de grande unification, les indices de sommation étant omis.

Dans les modèles les plus simples, on trouve des champs Σ qui peuvent directement coupler avec les messagers. On en verra des exemples par la suite, ainsi que leurs conséquences sur la phénoménologie à basse énergie.

Il faut noter que beaucoup d’opérateurs existent, et qu’il y en a forcément certains qui sont neutres sous les symétries du modèle standard. Ainsi si on travaille avec des messagers et des champs de grande unification, on peut éviter certains couplages en utilisant judicieusement certaines symétries¹, mais on ne peut pas les supprimer tous à la fois. En effet, il faut bien pouvoir décrire la dynamique du système et donc écrire un superpotentiel!

Dans ce cas, le superpotentiel va donc contenir des opérateurs de type $W_{GUT} = \sum_i c_i O_{GUT}^i$, où O_{GUT} est un opérateur fait à partir des champs de grande unification. Ces opérateurs sont neutres, et on peut a priori les coupler aux messagers $\phi O_{GUT}^i \tilde{\phi}$. On aura donc un superpotentiel de couplage qui pourra contenir, en plus de couplages directs, les termes

$$W_c = \phi O_{GUT} \tilde{\phi}, \text{ soit } W_c \sim \phi \frac{\Sigma^2}{M_P} \tilde{\phi}, \quad \phi \frac{\Sigma^3}{M_P^2} \tilde{\phi}. \quad (4.2)$$

Au final, on s’attend donc à avoir des couplages du type

$$\phi \Sigma \tilde{\phi}, \quad \phi \frac{\Sigma^2}{M_P} \tilde{\phi}, \quad \phi \frac{\Sigma^3}{M_P^2} \tilde{\phi}. \quad (4.3)$$

1. en fait, la construction de modèles réalistes nécessite la suppression de certains couplages par des symétries judicieusement choisies

En particulier, $\phi\Sigma\tilde{\phi}$ est invariant de jauge quand Σ est dans l'adjoint du groupe. Par exemple, dans le cas où le groupe de jauge est $SU(5)$ et le Higgs dans la représentation adjointe $\Sigma = 24$ du groupe, on va avoir un superpotentiel $W_{GUT} = \mu/2\sigma^2 + \lambda\Sigma^3/3$ dans le secteur de grande unification, et un couplage à l'ordre des arbres avec des messagers dans des représentations $5, \bar{5}$ ou $10, \bar{10}$.

À partir du moment où on peut écrire un terme de masse pour les messagers $M\phi\tilde{\phi}$, neutre sous les GUT, on doit aussi permettre des couplages du type (4.3).

Par souci de simplicité, nous étudierons les cas où les masses sont données par un couplage renormalisable à un champ de Higgs donnant des masses à tous les messagers.

L'adjoint du groupe de grande unification **Adj** peut se coupler avec tous les messagers vectoriels, comme dans (4.3). Comme celui-ci sert souvent à briser le groupe de grande unification, il prend une vev, ce qui induit des masses pour les messagers. C'est ce phénomène qui va nous intéresser ici, car tous les champs contenus dans les messagers ne vont pas alors avoir la même masse. D'autres champs de GUT prenant une grande vev peuvent coupler avec les messagers, engendrant d'autres termes de masses pour ceux-ci.

4.1.2 Vers des spectres atypiques

Puisque l'on couple des champs de grande unification prenant des vev aux messagers, on engendre des termes de masse pour ceux-ci. Ces termes ne sont plus invariants sous le groupe de grande unification. Les composantes des messagers n'ont plus forcément la même masse. Ceci s'oppose à la plupart des modèles, pour lesquels les masses des jauginos sont égales à haute énergie (universalité). On s'attend donc à avoir des spectres différant des spectres typiques.

En effet, pour la plupart des modèles (en particulier minimal supergravity, notée mSUGRA, et médiation de jauge minimale, notée mGM), les masses des jauginos vérifient la relation suivante, valable à toute énergie et à une boucle

$$\frac{M_{\lambda_1}}{\alpha_1} = \frac{M_{\lambda_2}}{\alpha_2} = \frac{M_{\lambda_3}}{\alpha_3}. \quad (4.4)$$

Ici, on note sans surprise $\alpha_a = g_a^2/4\pi$, $a = 1, 2, 3$ les couplages de jauge associés à $U(1)_Y$ (dans la normalisation de $SU(5)$), $SU(2)_L$ et $SU(3)_C$. On a aussi noté M_{λ_1} , M_{λ_2} and M_{λ_3} les masses respectives des bino, winos et des gluinos.

Pour mSUGRA, non seulement les constantes de couplages convergent à haute énergie, mais les jauginos ont aussi tous la même masse à Λ_{GUT} :

$$M_{\lambda_1} = M_{\lambda_2} = M_{\lambda_3} \quad (4.5)$$

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 \quad (4.6)$$

Dans le cas de mGM, on suppose que tous les messagers ont la même masse, ce qui induit (4.4).

L'intérêt de l'hypothèse d'universalité est sa simplicité, qui permet de réduire le nombre de paramètres à piloter afin de prédire des spectres à basse énergie. Bien entendu, on peut toujours trouver des spectres dans lesquels les masses

de jauginos ne vérifient pas cette relation. La plupart du temps, les paramètres sont alors mis à la main et choisis arbitrairement.

Cependant, ici, le spectre est différent du cas minimal et est déterminé par la structure du système à haute énergie. Si nous devons toujours faire certains choix pour les modèles (groupe et représentations...), ceux-ci sont plus prédictifs que si on mettait tous les paramètres à la main sans justification théorique.

4.1.3 De l'importance de la gravitation

Si les messagers prennent une masse via un couplage du type (4.3), celles-ci seront générées à des échelles proches de l'échelle de grande unification. Les effets gravitationnels ne seront donc pas forcément négligeables.

Pour évaluer cet effet, on note qu'un couplage typique à l'ordre des arbres de type $\lambda\phi\Sigma\tilde{\phi}$ donnera une masse de l'ordre de $\lambda 10^{16}$ GeV aux messagers pour $\lambda \sim 1$. Si on supprime une partie des opérateurs dont ceux renormalisables, on peut tout de même penser qu'il y aura au moins des opérateurs de type $\phi\Sigma^3/M_P^2\tilde{\phi}$ pour donner des masses de messagers. On estime donc que les masses des messagers seront comprises entre 10^{10} GeV $\leq M \leq 10^{16}$ GeV.

Il y a également une contribution liée au spurion, qui vaut $\lambda_X X\phi\tilde{\phi}$, avec X le champ qui brise la supersymétrie. Comme nous l'avons vu dans le chapitre sur la stabilité, X_0 est souvent protégé par une symétrie ou une pseudo-symétrie. Cette contribution est donc souvent négligeable devant les termes que nous considérons. Nous ferons systématiquement cette hypothèse par la suite.

On peut donc mesurer la part d'effets gravitationnels par rapport aux contributions de jauge dans la génération des termes softs en regardant

$$\frac{M_{GM}}{m_{3/2}} \sim \frac{g^2}{16\pi^2} \lambda_X \frac{M_P}{M} . \quad (4.7)$$

(4.7) nous dit que les effets gravitationnels sont minoritaires pour

$$M \lesssim \frac{g^2}{16\pi^2} \lambda_X M_P \sim \lambda_X M_{GUT} . \quad (4.8)$$

Si on prend des masses de messagers $M \sim 10^{16} GeV$, les contributions aux termes softs liées aux médiations gravitationnelles et de jauge seront du même ordre de grandeur. Dans ce cas, l'importance de la contribution gravitationnelle nous fait perdre le côté prédictif de notre modèle.

En choisissant M à quelques ordres de grandeur en dessous de $\lambda_X M_{GUT}$, on garde un spectre donné principalement par la médiation de jauge, avec des effets gravitationnels non négligeables. Ceci sera utilisé par la suite.

Soulignons le fait que si on veut obtenir $m_{3/2} \leq 100$ GeV on doit, via (4.7), avoir $M \leq \lambda_X 10^{15}$ GeV, c'est-à-dire à prendre des messagers dont la masse est légèrement plus petite que l'échelle de grande unification. Nous travaillons avec $M < 10^{14} GeV$, auquel cas les contributions de jauge l'emportent sur les effets gravitationnels avec un facteur 10^4 dans les masses des scalaires. Nous avons fait ce choix pour supprimer la plupart des changements de saveur. On doit donc

travailler avec un couplage $\lambda_\Sigma < 0.1$ relativement supprimé, où λ_Σ intervient dans $\lambda_\Sigma \phi \Sigma \tilde{\phi}$. Ceci peut provenir de symétries de saveurs ou de modèles avec dimensions supplémentaires dans lequel on trouve une suppression géométrique.

Nous verrons par la suite que garder une contribution gravitationnelle sous dominante mais non négligeable a plusieurs avantages :

- parce que le spectre est principalement donné par la médiation de jauge, il est prédictif et contient peu de changement de saveurs
- parce que la gravitation n'est pas négligeable, on peut générer un μ et $B \mu$ termes du bon ordre de grandeur
- dans certains cas, le neutralino sera la LSP. Il sera donc possible d'obtenir des contraintes sur le modèle via l'étude de la densité relique.

4.1.4 Méthodologie

Nous nous proposons donc de détailler les conséquences de cette interaction dans le cas de SU(5) et SO(10).

La méthodologie est la suivante :

1. regarder la liste des couplages autorisés par les symétries de jauge
2. regarder les masses des messagers qu'elles engendrent
3. calculer le spectre à hautes énergies
4. calculer le spectre à basse énergie
5. vérifier sa viabilité ainsi que ses prédictions

4.2 Construction d'un modèle explicite

Dans cette section, nous nous intéressons non pas aux spectres, mais aux aspects généraux de stabilité et de génération des termes μ et $B \mu$ du bon ordre de grandeur.

4.2.1 Définition du modèle

$$W = W_{MSSM} + W_{SB}(X, \dots) + W_m(\Phi, \tilde{\Phi}, X, \Sigma) + W_{GUT}(\Sigma), \quad (4.9)$$

Ce modèle comporte le superpotentiel de plusieurs secteurs :

- le secteur du MSSM, W_{MSSM}
- le secteur dans lequel la supersymétrie est brisée $W_{SB}(X, \dots)$
- le secteur de grande unification $W_{GUT}(\Sigma)$
- le secteur des messagers, couplé au spurion X et au higgs Σ , $W_m(\Phi, \tilde{\Phi}, X, \Sigma) = \Phi(\lambda_X X + \lambda_\Sigma \Sigma) \tilde{\Phi}$.

Pour pouvoir faire des calculs explicites, on choisit un secteur caché qui correspond à une brisure dynamique de la supersymétrie [48], et plus particulièrement le modèle d'ISS [1].

On a donc $\mathcal{N} = 1$ SUSY QCD avec N_f saveur et un groupe de jauge $SU(N_c)$, avec $N_c < N_f < \frac{3}{2} N_c$. Dans l'infrarouge, la théorie est fortement couplée, donnant naissance à une physique décrite par la théorie duale magnétique. Celle-ci contient un groupe de jauge $SU(N_f - N_c)$, N_f saveurs pour des quarks q_a^i et des antiquarks \tilde{q}_i^a , ainsi que des mésons singlets de jauge X_i^j ($i, j = 1 \dots N_f$, $a = 1 \dots N$, avec $N \equiv N_f - N_c$). La théorie magnétique est libre dans l'infrarouge et peut donc être analysée de manière perturbative.

Son superpotentiel vaut

$$W_{ISS} = h q_a^i X_i^j \tilde{q}_j^a - h f^2 \text{Tr} X, \quad (4.10)$$

La supersymétrie est brisée pour $\langle q_a^i \rangle = \langle \tilde{q}_i^a \rangle = f \delta_i^a$, $\langle X \rangle = 0$.

À l'ordre des arbres, il y a des directions plates pour X_i^j $i, j = (N+1) \dots N_f$. Celles-ci sont levées par les corrections quantiques $\langle X \rangle = 0$ [1]. On peut remarquer que le système a une R-symétrie et que cette vev la préserve. Comme vu précédemment, cela veut aussi dire qu'on a du mal à générer les masses des jauginos.

ISS possède un second vide, pour lequel $\langle X \rangle \neq 0$, mais il est suffisamment éloigné du premier pour que ce dernier soit métastable, avec une durée de vie grande devant l'âge de l'univers.

Une fois le secteur d'ISS couplé aux messagers, on trouve, comme prévu par [58], qu'il existe un nouveau vide, d'énergie plus basse, et que le vide ISS est stabilisé à côté de l'origine, avec une durée de vie très grande devant l'âge de l'univers.

Le vide acceptable pour le modèle standard a pour propriétés :

$$\begin{aligned} - V(\phi\tilde{\phi} = 0) &= (N_f - N)h^2 f^4; \\ - \phi &= \tilde{\phi} = 0 \end{aligned}$$

Le vide messagers a lui pour propriétés :

$$\begin{aligned} - \phi\tilde{\phi} &= \frac{\sum_{i=N+1}^{N_f} \lambda_{X,i}^i h f^2}{\sum_{(i,j) \notin \{i=j=1 \dots N\}} |\lambda_{X,j}^i|^2} \\ - V(\phi\tilde{\phi} \neq 0) &= h^2 f^4 \left(N_f - N - \frac{\left| \sum_{i=N+1}^{N_f} \lambda_{X,i}^i \right|^2}{\sum_{(i,j) \notin \{i=j=1 \dots N\}} |\lambda_{X,j}^i|^2} \right) \\ - \lambda_{X,i}^j < X >_j^i + M &\text{ a une valeur propre nulle.} \end{aligned}$$

4.2.2 Stabilité et temps de vie

On peut estimer le temps de vie du vide "Modèle Standard" par l'approximation triangulaire comme dans [1] qui donne $\tau \sim \exp(\frac{(\Delta\Phi)^4}{\Delta V})$.

On estime

$$\Delta V = V_{\phi\tilde{\phi}} - V_{MS} = -h^2 f^4 \left(\left| \sum_{i=N+1}^{N_f} \lambda_{X,i}^i \right|^2 / \sum_{(i,j) \notin \{i=j=1\dots N\}} |\lambda_{X,j}^i|^2 \right) \quad (4.11)$$

et

$$(\Delta\Phi)^2 = \Delta\phi^2 + \Delta X^2 \quad (4.12)$$

On peut facilement évaluer $\Delta\phi^2$.

$$\Delta\phi^2 = \left(\frac{\sum_{i=N+1}^{N_f} \lambda_{X,i}^i h f^2}{\sum_{(i,j) \notin \{i=j=1\dots N\}} |\lambda_{X,j}^i|^2} \right) \quad (4.13)$$

La distance ΔX^2 doit être calculée à une boucle, vu qu'il y a des directions plates à l'ordre des arbres. Nous avons choisi une limite conservative en prenant simplement

$$(\Delta\Phi)^2 \geq \left(\frac{\sum_{i=N+1}^{N_f} \lambda_{X,i}^i h f^2}{\sum_{(i,j) \notin \{i=j=1\dots N\}} |\lambda_{X,j}^i|^2} \right)^2. \quad (4.14)$$

Cela donne

$$\frac{\Delta V}{(\Delta\Phi)^4} \leq \sum_{(i,j) \notin \{i=j=1\dots N\}} |\lambda_{X,j}^i|^2 \equiv \bar{\lambda}^2. \quad (4.15)$$

On peut donc avoir $\frac{(\Delta\phi)^4}{\Delta V} \gg 1$ si on prend des couplages λ assez petits. Le vide métastable peut donc avoir une durée de vie plus longue que celle de l'univers.

4.2.3 Stabilisation à une boucle

On peut calculer les corrections quantiques à une boucle et on trouve :

$$V_{1\text{-loop}}(X_0, Y_0) = 2N h^2 f^2 |Y_0|^2 + \frac{1}{64\pi^2} \left\{ 8h^4 f^2 (\ln 4 - 1) N(N_f - N) |X_0|^2 + \frac{10N_m h^2 f^4 |\text{Tr}'\lambda|^2}{3\lambda_\Sigma v} \left[(\text{Tr}'\lambda) X_0 + (\text{Tr}''\lambda) Y_0 + \text{h.c.} \right] \right\}, \quad (4.16)$$

avec $\tilde{X} = X_0 1_{N_f-N}$, $\tilde{Y} = Y_0 1_N$ et où on a défini $\text{Tr}'\lambda \equiv \sum_{i=N+1}^{N_f} \lambda_{X,i}^i$, $\text{Tr}''\lambda \equiv \sum_{i=1}^N \lambda_{X,i}^i$. Dans l'équation (4.16), la première ligne contient le potentiel de X

à l'ordre des arbres et les corrections à une boucle calculées dans [1]. Les termes linéaires de la seconde ligne sont générés par les boucles de messagers.

Les mésons prennent les vev suivantes :

$$\langle X_0 \rangle \simeq - \frac{5N_m |\text{Tr}'\lambda|^2 (\text{Tr}'\lambda)^*}{12(\ln 4 - 1)h^2 N(N_f - N)} \frac{f^2}{\lambda_\Sigma v}, \quad (4.17)$$

$$\langle Y_0 \rangle \simeq - \frac{5N_m |\text{Tr}'\lambda|^2 (\text{Tr}''\lambda)^*}{192\pi^2 N} \frac{f^2}{\lambda_\Sigma v}. \quad (4.18)$$

4.2.4 Génération d'un potentiel de Higgs correct

Nous allons discuter ici de la génération des termes μ et $B\mu$.

Comme dit précédemment, $m_{3/2} \ll M_{GM}$ donc le mécanisme de Giudice-Masiero ne peut pas donner un terme μ du bon ordre de grandeur. Nous allons voir comment les effets gravitationnels permettent tout de même, dans notre cas, de générer les termes μ et $B\mu$ du bon ordre de grandeur.

Nous avons fait l'hypothèse répandue de la séparation du secteur observable et du secteur caché. Il n'y a donc pas de terme de couplage direct entre leurs champs, comme $XH_u H_d$. Par contre, il y a des interactions non renormalisables, gravitationnelles ou via les messagers, qui vont nous être utiles par la suite.

Considérons ainsi

$$\lambda_1 \frac{q\tilde{q}}{M_P} H_u H_d. \quad (4.19)$$

Cet opérateur d'origine gravitationnelle donne naissance à un terme μ qui peut être plus grand que $m_{3/2}$. (4.19) permet d'avoir

$$\mu = \frac{\lambda_1}{h} \frac{N}{\sqrt{N_c}} \sqrt{3} m_{3/2}, \quad (4.20)$$

$$B = -2h\langle Y_0^* \rangle = - \frac{5N_m |\text{Tr}'\lambda|^2 (\text{Tr}''\lambda)}{96\pi^2 N \sqrt{N_c}} \frac{M_P}{\lambda_\Sigma v} \sqrt{3} m_{3/2}, \quad (4.21)$$

où on a utilisé $m_{3/2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=N+1}^{N_f} |F_{X,i}^i|^2}{3}} / \sqrt{3} M_P = \sqrt{N_c} h f^2 / \sqrt{3} M_P$.

On peut donc à la fois avoir $m_{3/2} \ll M_{GM}$, ce qui permet de supprimer les effets indésirables de saveur, et avoir une brisure de symétrie électrofaible avec un μ -terme de l'ordre de grandeur des masses de squarks et gluinos.

On peut obtenir $\mu \sim 1$ TeV pour $m_{3/2} \sim (10 - 100)$ GeV, quite à prendre un petit couplage h . En guise d'exemple, on peut prendre $m_{3/2} = 50$ GeV, $N_c = 5$, $N_f = 7$ and $\lambda_1/h = 10$, auquel cas $\mu = 775$ GeV.

L'opérateur

$$\lambda_2 \frac{XX}{M_P} H_u H_d, \quad (4.22)$$

donne quant à lui une contribution négligeable à μ , mais donne $B\mu = -\lambda_2 \sqrt{3N_c} \langle X_0 \rangle m_{3/2}$.

$$B = -\lambda_2 \frac{h}{\lambda_1} \frac{N_c}{N} \langle X_0 \rangle = -\lambda_2 \frac{h}{\lambda_1} \frac{5N_m |\text{Tr}'\lambda|^2 (\text{Tr}'\lambda)^*}{12(\ln 4 - 1)h^3 N^2 \sqrt{N_c}} \frac{M_P}{\lambda_\Sigma v} \sqrt{3} m_{3/2}, \quad (4.23)$$

On peut avoir un $B\mu$ terme du bon ordre de grandeur, avec les mêmes valeurs que précédemment et $h = 0.1$, on a $B/\lambda_2 = 7.9$ TeV. Si on prend $\text{Tr}'\lambda = 10^{-2}$ on a $B/\lambda_2 = 250$ GeV.

Les vev acquièrent par les champs à une boucle permettent donc de générer des paramètres μ et $B\mu$ du bon ordre de grandeur.

4.3 Modèles

Cette section introduit le formalisme général nécessaire pour discuter des idées présentées précédemment.

4.3.1 Couplages

Considérons un groupe de grande unification G ($G = SU(5), SO(10), \dots$) et des messagers $(\Phi, \tilde{\Phi})$ dans une représentation réelle $\mathbf{R} \oplus \bar{\mathbf{R}}$ de G . À partir de maintenant, Σ à un des Higgs appartenant au secteur de grande unification et prenant du vev lors de la brisure du groupe de symétrie.

Si le higgs Σ , est dans la représentation adjointe du groupe, comme $\mathbf{R} \otimes \bar{\mathbf{R}} = \mathbf{1} \oplus \text{Adj.} \oplus \dots$, on peut toujours coupler les messagers $\phi, \tilde{\phi}$ et Σ .

Les composantes des messagers ont donc des masses différentes, déterminées par les représentations de G auxquelles elles appartiennent. Le spectre en découlera.

Les messagers sont couplés à un champ X qui brise la supersymétrie et à un champ Σ . Σ brise le groupe G avec une vev qui respecte les symétries du modèle standard $\langle \Sigma \rangle \neq 0$:

$$W_{\text{mess}} = \lambda_X \Phi X \tilde{\Phi} + \lambda_\Sigma \Phi \Sigma \tilde{\Phi}. \quad (4.24)$$

On considère que le couplage renormalisable $\Phi \Sigma \tilde{\Phi}$ est permis par toutes les symétries de la théorie unifiée, symétries globales incluses.

En l'absence de cette contribution, il faudra prendre d'autres contributions d'ordre plus élevées.

Suivant le groupe de grande unification et la représentation des messagers choisies, d'autres couplages utilisant, Φ et/ou $\tilde{\Phi}$ peuvent être autorisés ou supprimés par les symétries de jauge, comme des termes du superpotentiel mélangeant matière/Higgs avec les messagers.

Lorsque Σ prend une vev, G est brisé et le couplage $\Phi \Sigma \tilde{\Phi}$ donne des masses de messagers de l'ordre $\lambda_\Sigma \langle \Sigma \rangle$. L'échelle des termes softs sera donnée approximativement par $\alpha \frac{F_X}{\langle \Sigma \rangle}$, avec α un couplage de jauge et $\sqrt{F_X}$ l'échelle de brisure de supersymétrie, $\langle X \rangle = X_0 + F_X \theta^2$. Comme $\langle \Sigma \rangle \sim M_{\text{GUT}}$, l'échelle de brisure de supersymétrie est élevée.

On a vu au chapitre précédent que dans la plupart des modèles, $\lambda_X X_0 \ll \lambda_\Sigma \langle \Sigma \rangle$, avec $\langle X \rangle = X_0 + F\theta^2$. En effet, la brisure de supersymétrie appelle

une R -symétrie, qui a tendance à protéger les vev des champs autour de 0. Elle peut être légèrement brisée pour générer les masses des jauginos, mais les corrections aux vev sont souvent petites. Les masses des messagers peuvent également recevoir une autre contribution provenant du terme de masse $M\Phi\tilde{\Phi}$, qui est autorisé par toutes les symétries, à part la R -symétrie sous laquelle X est chargée.

Par la suite, on supposera que la masse de messagers déterminée par le couplage aux champs de grande unification l'emporte devant les autres termes.

Les composantes des superchamps messagers ont donc in fine des masses différentes, ce qui va conduire à des spectres différents du cas de médiation de jauge minimale.

4.3.2 Des masses de messagers vers les spectres

Parce que leurs masses viennent du couplage à Σ , et que $\langle \Sigma \rangle$ ne préserve que les symétries du modèle standard, les champs messagers n'ont pas tous la même masse. On aboutit donc à un schéma de médiation de jauge non minimale, avec des spectres non standards, mais avec une démarche qui reste pourtant prédictive. Si on note M_i les masses des champs $(\phi_i, \tilde{\phi}_i)$, la masse des jauginos engendrée à une boucle vaut

$$M_a(\mu) = N_m \frac{\alpha_a(\mu)}{4\pi} \sum_i 2T_a(R_i) \frac{\lambda_X F_X}{M_i}, \quad (4.25)$$

où la somme porte sur tous les composantes des champs messagers ϕ_i , et $T_a(R_i)$ est l'index de Dynkin de la représentation R_i de ϕ_i , normalisé à 1/2 pour la représentation fondamentale de $SU(N)$. Pour $U(1)$, on utilise une normalisation pour $SU(5)$ $\alpha_1 = \frac{5}{3} \alpha_Y$; on a également $T_1(R_i) = 3Y_i^2/5$, où l'hypercharge Y est défini par $Y = Q - T_3$.

Les masses softs des scalaires sont données par

$$m_\chi^2 = 2N_m \sum_a C_\chi^a \left(\frac{\alpha_a}{4\pi} \right)^2 \sum_i 2T_a(R_i) \left| \frac{\lambda_X F_X}{M_i} \right|^2, \quad (4.26)$$

où C_χ^a sont les coefficients de Casimir quadratiques pour les superchamps χ , normalisé à $C(N) = (N^2 - 1)/2N$ pour les représentations fondamentales de $SU(N)$ et à $C_\chi^1 = 3Y_\chi^2/5$ pour $U(1)$. Nous avons négligé l'effet de l'évolution des couplages entre les différentes échelles de messagers M_i , qui est supposé être petit. En pratique, on définit une échelle moyenne liée aux messagers M_{mess} et à laquelle l'équation (4.26) est valide, avec $\alpha_a \equiv \alpha_a(M_{\text{mess}})$.

Dans les équations (4.25) et (4.26), nous avons pris N_m copies de paires de messagers identiques, et supposé par simplicité qu'ils ont tous les mêmes couplages λ_X et λ_Σ . Si on relâche cette hypothèse, on bouge juste l'échelle globale des scalaires par rapport à l'échelle de masse des jauginos, et les ratios entre les masses de jauginos restent les mêmes (idem pour les masses des scalaires).

À cause de la hiérarchie entre l'échelle de grande unification (où sont définis λ_X et M_i) et l'échelle des messagers (où sont générés les termes softs), les effets

de renormalisation peuvent être importants. En effet, les champs messagers $(\phi_i, \tilde{\phi}_i)$ ont des dimensions anormales différentes, donc les masses M_i et les couplages $\lambda_{X,i}$ (tels que $W_{\text{mess}} \ni \sum_i \lambda_{X,i} \phi_i X \tilde{\phi}_i$) évoluent différemment en dessous de l'échelle de grande unification.

Cependant, comme remarqué par Ref. [59], les ratios $\lambda_{X,i}/M_i$ n'évoluent pas, à part potentiellement d'une contribution universelle associée aux dimensions anormales du champ qui brise la supersymétrie X . Les masses des jauginos et des scalaires ne sont donc pas affectées par le running entre l'échelle des messagers et l'échelle de grande unification, et peuvent être calculées à partir de (4.25) et (4.26), avec les masses M_i évaluées à l'échelle de grande unification. L'unification des couplages de jauge, elle, dépend de ces effets de renormalisation.

4.3.3 $SU(5)$ comme groupe de grande unification

Le cas le plus simple est celui où le groupe de grande unification est donné par $SU(5)$. Nous verrons aussi que c'est le cas le plus intéressant phénoménologiquement, car la masse du bino va s'annuler la plupart des cas à une boucle, conduisant à un neutralino plus léger que le reste du spectre.

Nous nous limitons au cas où les messagers appartiennent à des paires de $(\mathbf{5}, \bar{\mathbf{5}})$ ou de $(\mathbf{10}, \bar{\mathbf{10}})$. On peut décomposer leur produit suivant les règles de la théorie des groupes :

$$\mathbf{5} \otimes \bar{\mathbf{5}} = \mathbf{1} \oplus \mathbf{24}, \quad (4.27)$$

$$\mathbf{10} \otimes \bar{\mathbf{10}} = \mathbf{1} \oplus \mathbf{24} \oplus \mathbf{75}. \quad (4.28)$$

Les couplages² possibles sont

1. des messagers dans $(\mathbf{5}, \bar{\mathbf{5}})$ couplés au Higgs dans l'adjoint $\mathbf{24}$
2. des messagers dans $(\mathbf{10}, \bar{\mathbf{10}})$ couplés au Higgs dans l'adjoint $\mathbf{24}$
3. des messagers dans $(\mathbf{10}, \bar{\mathbf{10}})$ couplés au Higgs dans le multiplet $\mathbf{75}$

La $\mathbf{24}$ est couramment utilisée pour briser $SU(5)$ en $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$.

La $\mathbf{75}$ est utilisée dans certains modèles qui cherchent à résoudre le problème du "doublet-triplet splitting", ie à donner une grande masse au Higgs triplet coloré tout en gardant le doublet léger.

On peut alors réaliser un "doublet-triplet splitting" de manière naturelle via le mécanisme du "partenaire manquant" [60]. Pour cela, on a dû introduire une paire de Higgs dans $(\mathbf{50}, \bar{\mathbf{50}})$ en plus.

Les cas 1 et 2 donnent un neutralino LSP. Ils seront décrits dans la partie "Spectres remarquables".

Le cas 3 sera traité dans la partie suivante "Spectres, un goût d'exhaustivité"

2. Plus généralement, n'importe quelle paire de messagers vectoriels $(\mathbf{R}, \bar{\mathbf{R}})$ peut coupler à la représentation adjointe, et la plupart d'entre eux peuvent aussi coupler à une $\mathbf{75}$. D'autres représentations de $SU(5)$ contiennent des singlets du modèle standard, comme la $\mathbf{200}$ qui apparaît dans $\mathbf{R} \otimes \bar{\mathbf{R}}$, pour certaines grandes représentations de \mathbf{R} . Cependant, ces représentations ne sont pas utilisées dans les modèles courants de $SU(5)$, aussi nous ne les considérerons pas ici.

4.3.4 $SO(10)$ comme groupe de grande unification

Le second cas répandu de théorie de grande unification est celui du groupe $SO(10)$. Les modèles réalistes de $SO(10)$ utilisent plusieurs Higgs prenant des vev.

Par souci de simplicité, nous avons décidé de ne regarder que le cas où les messagers couplent à un et un seul Higgs.

Il y a donc plus de cas à étudier que dans le cas de $SU(5)$. Nous nous limiterons aux cas où les messagers sont dans des représentations $\mathbf{10}$ ou $\mathbf{16}$. Les représentations plus grandes sont plus complexes et risquent de mener à un pôle de Landau.

Les messagers vont donc se comporter comme :

$$\mathbf{10} \otimes \mathbf{10} = \mathbf{1}_s \oplus \mathbf{45}_a \oplus \mathbf{54}_s, \quad (4.29)$$

$$\mathbf{16} \otimes \overline{\mathbf{16}} = \mathbf{1} \oplus \mathbf{45} \oplus \mathbf{210}. \quad (4.30)$$

Nous considérons le cas de leurs couplages aux Higgs les plus couramment utilisés pour briser $SO(10)$, c'est-à-dire dans une $\mathbf{45}$ ou dans une $\mathbf{54}$ (voir [61] pour une revue).

La $\mathbf{54}$ contient une vev qui respecte les symétries du modèle standard et qui brise $SO(10)$ en le sous-groupe de Pati-Salam $SU(4)_C \times SU(2)_L \times SU(2)_R$. La $\mathbf{45}$, elle, contient deux vevs compatibles avec le modèle standard. On peut ainsi choisir les symétries en fonction des générateurs de $SO(10)$ que l'on veut préserver.

Les directions qui sont le plus utilisées pour construire des modèles sont :

- (i) $B - L$, qui garde le sous groupe $SU(3)_c \times SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$ de $SO(10)$ intact ;
- (ii) T_{3R} , la troisième composante de l'isospin droit, qui laisse $SU(4)_c \times SU(2)_L \times U(1)_R$ intact ;
- (iii) Y , qui brise le sous groupe $SU(5)$ en $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$;
- (iv) X , le générateur de $SO(10)$ qui commute avec $SU(5)$ et qui garde $SU(5) \times U(1)_X$ intact.

Les directions (i) et (ii) peuvent être utilisées, en combinaison avec une vev $\mathbf{54}$, lors de la première étape de la brisure de $SO(10)$; (i) est aussi nécessaire pour le mécanisme de vev manquante dans le doublet-triplet splitting [62].

La direction (iii) est souvent utilisée pour briser $SU(5)$ en le $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$, après avoir déjà brisé $SO(10)$ en $SU(5)$ via la vev d'une $\mathbf{16}$ (avec son partenaire $\overline{\mathbf{16}}$, afin de garder le D-terme nul).

La direction (iv) peut être employée pour briser $SO(10)$ en $SU(5)$ flippé.

En présence des opérateurs non-renormalisables appropriés, les quatres directions donnent des corrections à la relation naive de $SO(10)$ $M_u = M_d = M_e$.

Comme la brisure de $SO(10)$ en $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ nécessite une réduction du rang par les vevs d'une $\mathbf{16} \oplus \overline{\mathbf{16}}$ ou une paire $\mathbf{126} \oplus \overline{\mathbf{126}}$, on doit aussi considérer les couplages possibles entre ces multiplets et les champs messagers.

Au niveau renormalisable, les seules possibilités sont $\mathbf{16}_M \mathbf{16}_M \overline{\mathbf{126}}$ ($\overline{\mathbf{16}}_M \overline{\mathbf{16}}_M \mathbf{126}$) et $\mathbf{16}_M \mathbf{10}_M \mathbf{16}$ ($\overline{\mathbf{16}}_M \mathbf{10}_M \overline{\mathbf{16}}$)

Le dernier ne donne qu'une masse au singlet du modèle standard contenu dans $\mathbf{16}_M$ ($\overline{\mathbf{16}}_M$), et ne contribue donc pas à la génération de termes softs pour le MSSM via la médiation de jauge.

Tous ces couplages sont supprimés par la symétrie discrète ci-après. Nous ne les compterons plus par la suite.

Comme précisé dans la section 4.2, la symétrie de jauge $SO(10)$ autorise aussi des termes mélangeant les champs messagers, la matière du MSSM et les Higgs dans le superpotentiel. C'est le cas des termes comme $\mathbf{16}_i \overline{\mathbf{16}}_M$, $\mathbf{10}_H \mathbf{10}_M$, $\mathbf{16}_i \mathbf{16}_M \mathbf{10}_H$ et $\mathbf{16}_i \mathbf{45} \overline{\mathbf{16}}_M$, où $\mathbf{16}_i$ ($\mathbf{10}_H$) contiennent des champs de matière du MSSM (Higgs), alors que $\mathbf{16}_M$, $\overline{\mathbf{16}}_M$ et $\mathbf{10}_M$ sont des champs messagers.

On peut interdire ces termes en introduisant une symétrie \mathbf{Z}_4 telle que

$$\Phi \rightarrow i\Phi, \quad \tilde{\Phi} \rightarrow -i\tilde{\Phi} \quad (4.31)$$

(si les messagers sont dans des représentations réelles, on peut choisir une parité $\Phi \rightarrow -\tilde{\Phi}$), ce qui garantit que Φ et $\tilde{\Phi}$ apparaissent systématiquement sous la combinaison $\Phi\tilde{\Phi}$ dans le superpotentiel renormalisable.

Cette symétrie pourrait aussi interdire les couplages renormalisables entre les champs messagers et les multiplets de Higgs ($\mathbf{16}, \overline{\mathbf{16}}$) / ($\mathbf{126}, \overline{\mathbf{126}}$).

Par la suite, nous allons présenter les spectres obtenus, en commençant par les spectres les plus remarquables. Par simplicité, nous ne prenons qu'une paire de messagers, et un seul couplage entre la paire de messagers et le champ de Higgs qui brise le groupe de grande unification.

4.4 Spectres remarquables

Lors de ce travail, effectué en 2008-2010, nous avons pris soin de vérifier la compatibilité de nos modèles les contraintes expérimentales de l'époque. Certaines d'entre elles ayant été actualisées, certains modèles étudiés ont été exclus. Bien que n'ayant pas eu le temps de rechercher des spectres compatibles avec l'expérience pour reprendre la phénoménologie, nous présentons tout de même ici ces études illustrant la démarche à suivre.

Pour guider le lecteur parmi les résultats, nous mettons ici les spectres les plus remarquables obtenus. La section suivante sera consacrée à l'obtention systématique d'autres spectres possibles à partir des modèles décrits ci-avant.

4.4.1 $G = SU(5)$, $\Sigma = \mathbf{24}$, ou naissance d'un neutralino léger comme LSP

Masses des messagers

On commence par le cas le plus simple de grande unification : $SU(5) \rightarrow SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. Le Higgs qui réalise cette brisure est dans l'adjoint

de $SU(5)$. On sait que la valeur de Σ est donnée par

$$\langle \Sigma \rangle = V \text{Diag}(2, 2, 2, -3, -3) = 6VY, \quad (4.32)$$

où V est à l'échelle de grande unification soit $\approx 10^{16}\text{GeV}$, tandis que Y est le générateur de l'hypercharge, normalisé pour que $Y = Q - T_3$.

Dans les cas où la masse des messagers est bien donnée par le couplage³ $\lambda_\Sigma \langle \Sigma \rangle$ on obtient les masses suivantes pour les composantes des messagers :

$$\Phi(\bar{5}) = \{\phi_{\bar{3},1,+1/3}, \phi_{1,2,-1/2}\}, \quad M_\Phi = \{2\lambda_\Sigma V, -3\lambda_\Sigma V\}, \quad (4.33)$$

$$\Phi(10) = \{\phi_{3,2,+1/6}, \phi_{\bar{3},1,-2/3}, \phi_{1,1,+1}\}, \quad M_\Phi = \{\lambda_\Sigma V, -4\lambda_\Sigma V, 6\lambda_\Sigma V\}. \quad (4.34)$$

Pour l'exemple, on a pris les messagers dans les représentations $(\mathbf{5}, \bar{\mathbf{5}})$ ou $(\mathbf{10}, \bar{\mathbf{10}})$, mais on a de manière générale

$$M_i \propto \lambda_\Sigma V Y_i. \quad (4.35)$$

Annulation de la masse du bino

Ceci débouche sur une propriété intéressante sur la masse du bino. En effet,

$$M_1 = \frac{\alpha_1}{4\pi} \sum_i 2 \frac{3}{5} Y_i^2 \frac{\lambda_X F_X}{6\lambda_\Sigma V Y_i} \propto \sum_i Y_i, \quad (4.36)$$

avec $T_1(R_i) = 3Y_i^2/5$. Or, Y est un générateur de $SU(5)$ donc sa trace prise sur une représentation complète de $SU(5)$ s'annule.

La contribution principale au bino vaut donc

$$M_{\lambda_1}|_{\text{GM}} = 0. \quad (4.37)$$

Ceci est vrai quelque soit la représentation choisie pour les messagers.

Sa masse sera donc plus petite que le reste du spectre. Elle sera donnée par une contribution sous-dominante, venant par exemple :

- de la médiation gravitationnelle,
- des corrections quantiques : deux boucles ou plus,
- du couplage $M\Phi\tilde{\Phi}$ provenant peut-être de la vev de X ,
- des opérateurs du type $\Phi\Sigma^2\tilde{\Phi}/M_P$.

Les messagers sont très lourds, avec des masses de l'ordre de $\lambda_\Sigma \times 10^{16}\text{GeV}$. Il faut donc faire attention aux corrections liées à la supergravité, qui ne seront plus forcément négligeables. C'est le rapport $m_{3/2}/M_{\text{GM}} \sim \lambda_\Sigma V / (\alpha_{\text{GUT}} \lambda_X M_P / 4\pi) \sim \lambda_\Sigma / \lambda_X$ qui permet de mesurer l'importance de ces contributions.

Ainsi, si la masse du bino est générée gravitationnellement à haute énergie, on a

$$M_{\lambda_1} \sim m_{3/2} \ll (M_{\lambda_2}, \mu) \sim M_{\text{GM}}, \quad (4.38)$$

3. les autres termes de masse ayant été négligés.

Si c'est la contribution gravitationnelle qui domine, on obtient typiquement à l'échelle électrofaible, $M_1 < m_{3/2}$, ce qui donne une LSP avec forte composante en bino. Dans le cas contraire, la LSP est le gravitino.

Vu que l'échelle de gravitation est proche de l'échelle de grande unification, nous avons considéré le cas dans lequel c'est la gravitation qui génère M_1 . Par simplicité, on suppose que $M_1(M_{\text{mess}}) = m_{3/2}$. On prend en compte les effets de supergravité sur les autres termes softs en rajoutant un terme $m_{3/2}$ et $m_{3/2}^2$ dans les masses des jauginos et des scalaires.

Après renormalisation, on arrive à la hiérarchie suivante :

$$M_1 \approx 0.5 m_{3/2} \ll M_2, M_3, \quad (4.39)$$

On sait que les équations de renormalisation imposent à l'échelle électrofaible $M_{\lambda_1} \sim 0.5 m_{3/2}$. Dans ce cas, la LSP est un neutralino léger, avec une forte composante en bino.

Notons qu'un neutralino léger n'est pas exclu par les bornes du LEP, même s'il pèse moins de 50 GeV. En effet, ceux-ci ont d'abord fixé des limites sur les winos et gluinos, puis ont supposé l'universalité afin d'en tirer des contraintes sur la masse du neutralino. Sans cette hypothèse, leur borne n'est plus valable. D'ailleurs, certains papiers phénoménologiques ont étudié des scénarios dans lesquels les neutralinos pouvaient être aussi légers que possibles [63].

Ceci n'est pas courant dans un spectre de médiation de jauge, puisqu'en général c'est le gravitino qui est la particule la plus légère. Cette spécificité est d'autant plus frappante qu'elle est indépendante de la représentation dans laquelle figure les messagers.

Des masses de jauginos déterminées par les représentations des messagers

On peut calculer le reste du spectre en fonction des représentations \mathbf{R} dans lesquelles sont les messagers. En dégageant une échelle typique $\Lambda \equiv \frac{\lambda_X F_X}{\lambda_\Sigma V}$, on trouve pour des messagers dans $(\mathbf{5}, \bar{\mathbf{5}})$

$$M_1 = 0, \quad M_2 = -\frac{1}{3} \frac{\alpha_2}{4\pi} N_m \Lambda, \quad M_3 = \frac{1}{2} \frac{\alpha_3}{4\pi} N_m \Lambda \quad (4.40)$$

et pour des messagers dans $(\mathbf{10}, \bar{\mathbf{10}})$.

$$M_1 = 0, \quad M_2 = 3 \frac{\alpha_2}{4\pi} N_m \Lambda, \quad M_3 = \frac{7}{4} \frac{\alpha_3}{4\pi} N_m \Lambda, \quad (4.41)$$

Les ratios caractéristiques valent

$$(\mathbf{5}, \bar{\mathbf{5}}) : \frac{M_{\lambda_2}/\alpha_2}{M_{\lambda_3}/\alpha_3} = -\frac{2}{3}, \quad (\mathbf{10}, \bar{\mathbf{10}}) : \frac{M_{\lambda_2}/\alpha_2}{M_{\lambda_3}/\alpha_3} = \frac{12}{7}. \quad (4.42)$$

Déterminer le ratio entre le wino et le gluino aide donc à distinguer les représentations dans lesquelles se retrouvent les messagers.

Pour les masses des scalaires, elles s'écrivent :

$$m_\chi^2(M_{\text{mess}}) = \sum_a d_\chi^a \left(\frac{\alpha_a}{4\pi} \right)^2 N_m |\Lambda|^2, \quad (4.43)$$

où $\alpha_a \equiv \alpha_a(M_{\text{mess}})$ et les valeurs des coefficients d_χ^a sont rentrées dans le tableau 4.1. On a négligé leur évolution entre les différentes échelles de masses de messagers.

	d_χ^a	$SU(3)$	$SU(2)$	$U(1)$		d_χ^a	$SU(3)$	$SU(2)$	$U(1)$
(5, $\bar{5}$):	\bar{Q}	2/3	1/6	1/180	(10, $\bar{10}$):	\bar{Q}	11/2	9/2	1/90
	U^c	2/3	0	4/45		U^c	11/2	0	8/45
	D^c	2/3	0	1/45		D^c	11/2	0	2/45
	L	0	1/6	1/20		L	0	9/2	1/10
	E^c	0	0	1/5		E^c	0	0	2/5
	H_u, H_d	0	1/6	1/20		H_u, H_d	0	9/2	1/10

TABLE 4.1 – Coefficients d_χ^a pour des messagers dans la $\mathbf{5} \oplus \bar{\mathbf{5}}$ (gauche) et $\mathbf{10} \oplus \bar{\mathbf{10}}$ (droite) représentations de $SU(5)$, couplés au multiplet de Higgs dans une $\mathbf{24}$ de $SU(5)$.

On peut trouver un exemple de spectre dans la figure 4.1. Il est obtenu avec les conditions suivantes :

- les higgs et messagers appartiennent aux représentations $(\mathbf{10}, \bar{\mathbf{10}})$
- la masse des messagers vaut $M_{\text{mess}} \equiv \lambda_\Sigma V = 10^{13}$ GeV, $M_{\text{GM}} \equiv \frac{\alpha_3(M_{\text{mess}})}{4\pi} \frac{\lambda_X F}{\lambda_\Sigma V} = 215$ GeV,
- $m_{3/2} = 85$ GeV
- $\tan \beta = 15$.
- on a rajouté une contribution de supergravité universelle $m_{3/2}$ pour tous les termes softs.

Neutralino léger et nucléosynthèse primordiale

Comme dit précédemment, la LSP est un neutralino à forte composante en bino, ce qui est surprenant pour un scénario de médiation de jauge.

C'est une bonne nouvelle pour la BBN (Big Bang Nucleosynthesis), qui met des contraintes sévères sur les particules reliques qui ont une grande durée de vie, et qui sont particulièrement difficiles à satisfaire lorsque le gravitino est la LSP.

Ici, la désintégration tardive du gravitino est compatible avec les prédictions de la BBN tant que sa densité est suffisamment petite. Pour une production thermique, cela pose une borne supérieure sur la température de réchauffement, $T_R \lesssim 10^{5-6}$ GeV [64].

Matière noire

Un autre avantage d'avoir un neutralino LSP est que contrairement au gravitino, il permet de faire des prédictions vis-à-vis de la matière noire. On peut en effet prédire sa densité à partir des paramètres mesurés aux collisionneurs. On peut aussi le chercher dans des expériences de détection directe [65] [66].

Pour l'instant, on sait que ce spectre a deux caractéristiques marquées :

- un neutralino léger LSP, principalement bino
- des masses de jauginos non-universelles codant les représentations dans lesquelles sont les messagers.

On va voir qu'il faut également avoir des sleptons singlets légers.

En effet, on doit satisfaire la contrainte liée à WMAP [67]

$$\Omega_{DM}h^2 = 0.1109 \pm 0.0056. \quad (4.44)$$

Pour cela, on doit réaliser des annihilations efficaces via $\tilde{\chi}_1^0\tilde{\chi}_1^0 \rightarrow \tau^+\tau^-$, réalisées via l'échange d'un $\tilde{\tau}_1$ léger.

Pour que la NLSP, c'est-à-dire le gravitino, ne se désintègre pas trop tôt en $\tilde{\chi}_1^0\gamma$ et $\tilde{\chi}_1^0q\bar{q}$, ruinant ainsi les prédictions cohérentes de la BBN, on doit imposer que la température de réchauffement vérifie $T_R \lesssim 10^{5-6}\text{GeV}$. [68]

Il est difficile de distinguer le cas du neutralino léger de celui de mSUGRA (par exemple SPS1a, dans lesquels $M_{\tilde{\chi}_1^0} = 97\text{GeV}$) dans les collisionneurs de hadrons. Il y a juste une section efficace qui est un peu augmentée dans les processus tels que $p\bar{p}/pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0\tilde{\chi}_1^0 + \text{jet}$. [69]

Spectres

Comme exemple, on peut considérer le spectre décrit dans le tableau 4.2 et représenté dans Fig. 4.1. Nous avons pris une paire de messagers dans $\mathbf{10} \oplus \overline{\mathbf{10}}$. Les paramètres considérés sont $M_{GM} \equiv \alpha_3(M_{\text{mess}})\Lambda/4\pi = 240\text{ GeV}$, $M_{\text{mess}} = 10^{13}\text{GeV}$, $m_{3/2} = 86\text{ GeV}$, $\tan\beta = 18$ et $\text{sign}(\mu) = +$. Pour tenir compte des corrections de supergravité, on a rajouté une contribution universelle de $m_{3/2}$ et $m_{3/2}^2$ pour les masses softs des jauginos et des scalaires respectivement.

Les termes softs ont alors évolué de l'échelle des messagers vers l'échelle électrofaible et le spectre physique a été calculé avec SUSPECT [70], en prenant $m_t = 173.1\text{GeV}$.

Nos spectres présentent des sleptons singlets plus légers que le reste du spectre (neutralino exclu). Cela est dû au fait qu'ils permettent de réduire la densité relique de neutralino jusqu'à des quantités en accord avec les observations actuelles. Cela vient des annihilations transmises par \tilde{l}_R , $\tilde{\chi}_1^0\tilde{\chi}_1^0 \rightarrow l^+l^-$ qui sont assez efficaces. (Du fait de la proximité du Z , les annihilations en fermions médiés par un Z sont aussi importantes, et ce malgré la petite composante en higgsino dans $\tilde{\chi}_1^0$). Pour les paramètres donnés précédemment, la densité relique calculée via MicrOMEGAs [71, 72] vaut $\Omega_{\tilde{\chi}_1^0}h^2 = 0.112$, comparée à la valeur de WMAP calculée à 68% C.L. $\Omega_{CDM}h^2 = 0.1109 \pm 0.0056$ [67].

Par souci d'exhaustivité, nous donnons aussi les valeurs des sections efficaces indépendantes du spin et dépendantes du spin calculées par MicrOMEGAS qui

h	A	H^0	H^\pm	$\tilde{\chi}_1^\pm$	$\tilde{\chi}_2^\pm$	$\tilde{\chi}_1^0$	$\tilde{\chi}_2^0$	$\tilde{\chi}_3^0$	$\tilde{\chi}_4^0$	\tilde{g}
114.5	765.3	765.4	769.7	514.0	634.7	43.7	513.9	560.7	634.5	1042
\tilde{t}_1	\tilde{t}_2	\tilde{u}_1, \tilde{c}_1	\tilde{u}_2, \tilde{c}_2	\tilde{b}_1	\tilde{b}_2	\tilde{d}_1, \tilde{s}_1	\tilde{d}_2, \tilde{s}_2			
780.8	1085	1017	1158	995.2	1068	1016	1161			
$\tilde{\tau}_1$	$\tilde{\tau}_2$	$\tilde{e}_1, \tilde{\mu}_1$	$\tilde{e}_2, \tilde{\mu}_2$	$\tilde{\nu}_\tau$	$\tilde{\nu}_e, \tilde{\nu}_\mu$					
92.2	580.9	138.4	584.1	574.7	578.8					

TABLE 4.2 – Spectre généré par une paire de messagers dans $(\mathbf{10}, \overline{\mathbf{10}})$ couplé à un Higgs dans la représentation adjointe de $SU(5)$, avec pour paramètres $M_{\text{GM}} = 240\text{GeV}$, $M_{\text{mess}} = 10^{13}\text{GeV}$, $m_{3/2} = 86\text{GeV}$, $\tan\beta = 18$ and $\mu > 0$ (all masses in GeV).

valent respectivement, $\sigma_p^{\text{SI}} = 5.17 \times 10^{-46} \text{cm}^2$ ($\sigma_p^{\text{SD}} = 8.33 \times 10^{-43} \text{cm}^2$) pour une diffusion sur un proton, et $\sigma_n^{\text{SI}} = 3.4 \times 10^{-44} \text{cm}^2$ ($\sigma_n^{\text{SD}} = 9.99 \times 10^{-43} \text{cm}^2$) pour une diffusion sur un neutron. Les sections efficaces indépendantes du spin sont presque deux ordres de magnitude en dessous des limites actuelles venant des expériences de détection directe comme CDMS [73] et XENON [74].

Un neutralino plus léger que 50GeV tel que décrit dans le tableau 4.2 n'est pas en contradiction avec la limite du LEP, car celle-ci suppose l'unification de masses de jauginos à haute échelle. Plus précisément, il n'y pas de borne venant du LEP tant que $M_{\tilde{\chi}_1^0} + M_{\tilde{\chi}_2^0}$ dépasse la limite cinématique de 208GeV.

Dans les collisionneurs de hadrons, les signatures des neutralinos légers ne sont pas très différentes de celles d'un scénario standard de type SPS1a (dans lequel $M_{\tilde{\chi}_1^0} = 97\text{GeV}$), malgré la section efficace légèrement plus grande due à un espace de phase plus grand.

Par exemple, au LHC avec $\sqrt{s} = 14 \text{TeV}$, la section efficace pour la production d'une paire de neutralinos en association avec un jet est seulement augmentée d'à peu près 20% dans le cas extrême d'un bino sans masse [69].

La meilleure façon de tester le scénario est donc de mesurer la masse des superpartenaires, surtout le ratio entre les masses du wino par rapport au gluino, qui dépend de la représentation des messagers.

Pour synthétiser, ce scénario se caractérise par les particularités suivantes vis-à-vis de son spectre :

- neutralino LSP à majeure bino
- des masses de jauginos non universelles définies par le ratio de M_2/M_3
- sleptons droits légers, en particulier avec des messagers dans $(\mathbf{10}, \overline{\mathbf{10}})$.

Changements de saveur

Une différence importante entre ce scénario et la médiation de jauge classique est que les contributions gravitationnelles aux termes softs ne peuvent pas être négligées. La gravité mélangeant les familles entre elles, cela peut induire des changements de saveurs qui n'existeraient pas dans une médiation de jauge pure.

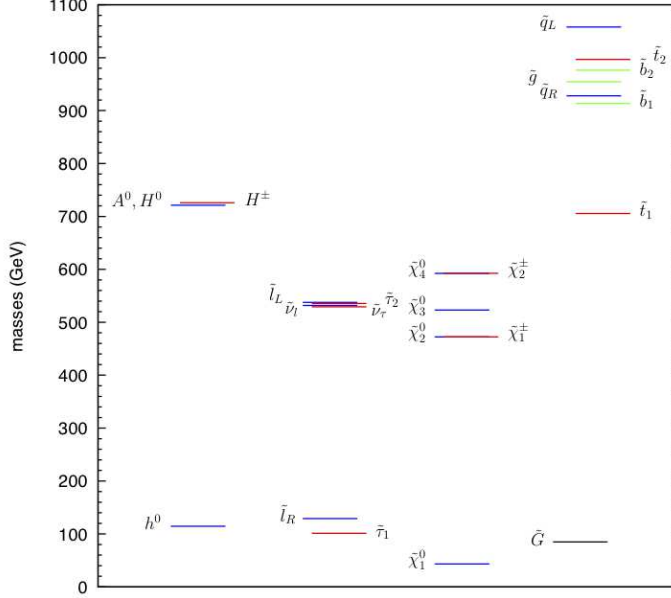


FIGURE 4.1 – Spectre de masses des superpartenaires pour une paire de messagers dans un $(\mathbf{10}, \overline{\mathbf{10}})$ couplés à une adjointe de $SU(5)$, pour $M_{\text{GM}} = 240\text{GeV}$, $M_{\text{mess}} = 10^{13}\text{GeV}$, $m_{3/2} = 86\text{GeV}$, $\tan\beta = 18$ and $\mu > 0$.

Les matrices de masse des sfermions peuvent être décomposées en :

$$(M_\chi^2)_{ij} = m_\chi^2 \delta_{ij} + (\lambda_\chi)_{ij} m_{3/2}^2 \quad (\chi = Q, U^c, D^c, L, E^c), \quad (4.45)$$

où les coefficients $(\lambda_\chi)_{ij} \lesssim 1$ paramétrisent les contributions non universelles liées à la supergravité.

Dans le secteur des squarks, l'insertion des paramètres de masses qui contrôlent les observables violant la saveur sont supprimées par $m_{3/2}^2/m_{\tilde{q}}^2 \sim 7 \times 10^{-3}$, ce qui est assez pour être compatible avec toutes les contraintes expérimentales, à l'exception du secteur du Kaon, où on doit imposer en plus $\sqrt{(\lambda_Q)_{12}(\lambda_{D^c})_{12}} \lesssim 0.3$ [75].

Par contre, dans le secteur des sleptons, la suppression est seulement $m_{3/2}^2/m_{\tilde{l}_L}^2 \sim 0.02$ ($m_{3/2}^2/m_{\tilde{l}_R}^2 \sim 0.5$) pour les insertions de masse LL (RR). Il faut donc des contributions de supergravité universelles pour les masses softs des sleptons, peut-être grâce à des symétries de saveur responsables pour les hiérarchies de Yukawa.

Le problème de saveur en supersymétrie est donc simplifié mais pas entièrement résolu dans le secteur des leptons.

4.4.2 $G = SO(10)$, $\Sigma = \mathbf{45}$, messagers dans $(\mathbf{10}, \mathbf{10}')$ ou comment faire un Wino NLSP

Nous étudions le cas où le Higgs est dans une $\mathbf{45}$ proportionnelle à T_{3R} de $SO(10)$, avec deux messagers distincts dans une $\mathbf{10}_M$ et une $\mathbf{10}'_M$ (en effet, la représentation adjointe apparaît dans le produit antisymétrique de deux représentations vectorielles).

Le superpotentiel est le suivant

$$W_{\text{mess}} = \lambda_X X \mathbf{10}_M \mathbf{10}'_M + \lambda_{45} \mathbf{10}_M \mathbf{45} \mathbf{10}'_M. \quad (4.46)$$

La vev $\langle \mathbf{45} \rangle = V_R T_{3R}$ ne génère pas de masses pour les triplets et anti-triplets de $\mathbf{10}_M$ et $\mathbf{10}'_M$. Celles-ci vont donc, comme dans le cas précédent, être générées par des effets sous-dominants, par exemple un terme de masse M_T pour les messagers colorés, venant de $X_0 \neq 0$, d'un terme de masse directe $M_T \mathbf{10}_M \mathbf{10}'_M$ ou de contributions de supergravité.

La masse des winos est ainsi supprimée par rapport aux masses des bino et gluinos.

Comme précédemment, on considère que M_T , quelque soit son origine, vérifie $M_T \ll \lambda_{45} V_R$. Cela donne :

$$M_{\lambda_2} \propto \frac{\lambda_X F_X}{M_T} \left(\frac{M_T}{\lambda_{45} V_R} \right)^2, \quad M_{\lambda_1}, M_{\lambda_3} \propto \frac{\lambda_X F_X}{M_T}. \quad (4.47)$$

On a donc plutôt un spectre possédant un LSP gravitino et un NLSP wino. Les sleptons seront plus légers que les squarks.

Le formalisme général sera expliqué en détails dans la section suivante. Pour illustration, on prend un spectre typique, obtenu avec les ratios

$$\frac{M_1}{\alpha_1} : \frac{M_2}{\alpha_2} : \frac{M_3}{\alpha_3} = \frac{13}{20} : -\frac{1}{4} : 2. \quad (4.48)$$

Les masses des scalaires sont elles données par :

$$m_\chi^2 = \sum_a d_\chi^a \left(\frac{\alpha_a}{4\pi} \right)^2 |\Lambda_D|^2. \quad (4.49)$$

Les coefficients d_χ^a sont donnés dans le tableau 4.3. Le spectre des partenaires supersymétriques a été évalué avec SUSPECT pour

- une échelle liée aux messagers $M_{\text{mess}} \equiv \lambda_{45} V_R = 10^{11} \text{ GeV}$,
- $M_{\text{GM}} = 550 \text{ GeV}$,
- $M_T = M_{\text{mess}}/6$
- $\tan \beta = 15$.

Les valeurs sont données dans le tableau 4.4 et représentées dans la figure 4.2. Le gravitino a une masse de l'ordre d'1 GeV. Les superpartenaires les plus légers sont les winos neutres et chargés $\tilde{\chi}_1^0$ et $\tilde{\chi}_1^\pm$, tandis que le bino est légèrement plus lourd ($\tilde{\chi}_2^0$). Si on avait pris un ϵ_L plus grand, on aurait eu une différence plus importante entre la masse du bino et du wino.

La dégénérescence de masse dans le triplet de wino est levée par les corrections radiatives. Celles-ci rendent le chargino le plus léger un peu plus lourd que le neutralino le plus léger. (La différence de masses provenant de la diagonalisation des matrices de masses du neutralino et du chargino est négligeable pour $M_1, M_2 \ll |\mu|$)

Les sleptons sont assez légers, avec une masse de l'ordre de 300GeV, tandis que les particules colorées sont plus lourdes, entre 1.8 and 2TeV.

d_χ^a	$SU(3)$	$SU(2)$	$U(1)$
Q	16/3	15/32	79/2400
U^c	16/3	0	79/150
D^c	16/3	0	79/600
L	0	15/32	237/800
E^c	0	0	237/200
H_u, H_d	0	15/32	237/800

TABLE 4.3 – Coefficients d_χ^a obtenus pour des messagers ($\mathbf{10}_M, \mathbf{10}'_M$) couplés à un Higgs dans une $\mathbf{45}$ de $SO(10)$, avec une vev dans la direction T_{3R} . $\Lambda_D = \Lambda_L$ et $\epsilon_L = 1/6$.

h	A	H^0	H^\pm	$\tilde{\chi}_1^\pm$	$\tilde{\chi}_2^\pm$	$\tilde{\chi}_1^0$	$\tilde{\chi}_2^0$	$\tilde{\chi}_3^0$	$\tilde{\chi}_4^0$	\tilde{g}
118.3	1236	1236	1239	114.1	1220	114.1	117.2	1218	1218	1978
\tilde{t}_1	\tilde{t}_2	\tilde{u}_1, \tilde{c}_1	\tilde{u}_2, \tilde{c}_2	\tilde{b}_1	\tilde{b}_2	\tilde{d}_1, \tilde{s}_1	\tilde{d}_2, \tilde{s}_2			
1723	1902	2002	2011	1883	1985	1994	2013			
$\tilde{\tau}_1$	$\tilde{\tau}_2$	$\tilde{e}_1, \tilde{\mu}_1$	$\tilde{e}_2, \tilde{\mu}_2$	$\tilde{\nu}_\tau$	$\tilde{\nu}_e, \tilde{\nu}_\mu$					
272.9	370.5	326.7	329.6	318.2	320.1					

TABLE 4.4 – Spectre de masse supersymétrique obtenu pour des messagers ($\mathbf{10}_M, \mathbf{10}'_M$) couplés à un Higgs dans une $\mathbf{45}$ de $SO(10)$, avec une vev dans la direction T_{3R} . $\Lambda_D = \Lambda_L$, $\epsilon_L = 1/6$, $M_{GM} = 550\text{GeV}$, $M_{\text{mess}} = 10^{11}\text{GeV}$, $\tan\beta = 15$ and $\mu > 0$ (les masses étant données en GeV).

La principale caractéristique de ce scénario est un wino neutre NLSP avec une longue durée de vie.

En effet, s'il n'y a pas de violation de R-parité, la composante la plus légère du triplet de wino ne peut se désintégrer que gravitationnellement.

Pour évaluer son temps de vie, on peut utiliser la formule suivante [76] :

$$\Gamma(\tilde{W}^3 \rightarrow \tilde{G}W^3) = \frac{1}{48\pi} \frac{M_{\tilde{\chi}_1^0}^5}{(m_{3/2}M_P)^2} \left(1 - \frac{m_{3/2}^2}{M_{\tilde{\chi}_1^0}^2}\right)^3 \left(1 + 3 \frac{m_{3/2}^2}{M_{\tilde{\chi}_1^0}^2}\right). \quad (4.50)$$

Cela donne $\tau_{\tilde{\chi}_1^0} \sim 5 \times 10^4$ s pour $M_{\tilde{\chi}_1^0} = 114.1\text{GeV}$ et $m_{3/2} \sim 1\text{GeV}$.

Au niveau des signatures dans les collisionneurs, ce scénario ressemble aux modèles où la brisure de supersymétrie est transmise par des anomalies (on parle d' "anomaly mediation"), auquel cas le wino est la LSP.

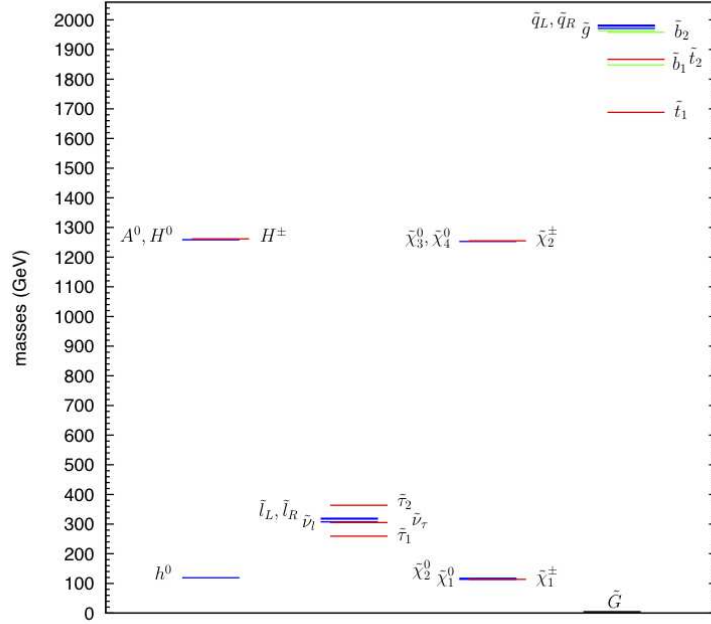


FIGURE 4.2 – Spectre de masse supersymétrique obtenus pour des messagers ($\mathbf{10}_M, \mathbf{10}'_M$) couplés à un Higgs dans une $\mathbf{45}$ de $SO(10)$, avec une vev dans la direction T_{3R} . $\Lambda_D = \Lambda_L$, $\epsilon_L = 1/6$, $M_{GM} = 550\text{GeV}$, $M_{\text{mess}} = 10^{11}\text{GeV}$, $\tan\beta = 15$ and $\mu > 0$ (les masses étant données en GeV).

A une boucle, on génère une différence de masses $M_{\tilde{\chi}_1^+} - M_{\tilde{\chi}_1^0}$. Elle est toujours positive et un peu plus grande que la masse du pion chargé.

Le chargino le plus léger va se désintégrer en la NLSP via $\tilde{\chi}_1^+ \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \pi^+$, menant à la trace d'une particule chargée lourde terminant par la production d'un pion très soft.

La signature caractéristique au LHC est une production $\tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_1^-$ en association avec un jet, laissant deux vertex déplacés et de l'énergie transverse manquante.

Le signal correspondant, la production d'une paire de $\tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_1^-$ avec un jet, laissant deux vertex déplacés et de l'énergie transverse manquante, est délicate pour le LHC. Si la différence de masse $\tilde{\chi}_2^0 - \tilde{\chi}_1^0$ est assez grande, il peut aussi être intéressant d'observer la production d'une paire $\tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_1^+$ suivie de $\tilde{\chi}_2^0 \rightarrow l^+ l^- \tilde{\chi}_1^0$ or $\bar{\nu} l^- \tilde{\chi}_1^+$.

Contrairement au bino, le wino a des interactions de jauge importantes. L'efficacité de ses annihilations permet donc d'avoir une densité relique très petite devant la densité relique d'un bino. Cependant, il peut toujours y avoir des désintégrations tardives qui posent des problèmes liées à la BBN [77]. Cela

demande de satisfaire la contrainte $m_{3/2} \lesssim$ quelques GeV.

Là aussi, les signatures doivent être comparées avec les nouveaux résultats [40] du LHC. A priori, les premières analyses ne posent pas de contraintes fortes sur les winos. Ce scénario a l'avantage d'expliquer la grande masse des particules colorées, en accord avec l'absence de signal détecté correspondant à un gluino ou un squark pour l'instant.

4.4.3 $G = SO(10)$, $\Sigma = \mathbf{45}$, messagers dans $(\overline{\mathbf{16}}, \mathbf{16})$, où comment faire un gluino léger

Dans cet exemple, nous considérons le groupe de grande unification $SO(10)$ et une paire de messagers dans $(\mathbf{16}, \overline{\mathbf{16}})$ couplés à un Higgs dans un adjoint, avec une vev alignée dans la direction $B - L$, $\langle \mathbf{45} \rangle = V_{B-L} T_{B-L}$.

La masse de chaque composante des messagers ϕ_i dépend donc de $B - L$, $M_i = (B - L)_i \lambda_{45} V_{B-L}$.

La masse du gluino est alors supprimée

$$M_{\lambda_3}|_{\text{GM}} = \frac{\alpha_3}{4\pi} \frac{\lambda_X F_X}{\lambda_{45} V_{B-L}} \left(2 \times \frac{1}{1/3} + \frac{1}{-1/3} + \frac{1}{-1/3} \right) = 0. \quad (4.51)$$

On peut avoir un point de vue plus général sur la question.

Si on néglige les possibles contributions sous-dominantes, les masses des composantes des messagers sont déterminées par leur charge $B - L$.

Comme $T_{B-L}(Q_M) = -T_{B-L}(U_M) = -T_{B-L}(D_M)$, cela donne une annulation pour la masse du gluino.

Ainsi, si on ne prend en compte que les effets à une boucle, on trouve :

$$M_1 = -\frac{24}{5} \frac{\alpha_1}{4\pi} \Lambda, \quad M_2 = 8 \frac{\alpha_2}{4\pi} \Lambda, \quad M_3 = 0, \quad (4.52)$$

$$m_\chi^2 = 6 \left[16 \delta_\chi^3 \left(\frac{\alpha_3}{4\pi} \right)^2 + 7 \delta_\chi^2 \left(\frac{\alpha_2}{4\pi} \right)^2 + \frac{108}{25} Y_\chi^2 \left(\frac{\alpha_1}{4\pi} \right)^2 \right] |\Lambda|^2, \quad (4.53)$$

où $\Lambda \equiv \lambda_X F_X / (\lambda_{45} V_{45})$.

L'annulation de la masse du gluino semble accidentelle. On peut la relier à l'annulation de l'anomalie de jauge mixte $SU(3)_C - SU(3)_C - U(1)_{B-L}$ en remarquant que Q_M , U_M and D_M ont la même valeur pour $(B - L)^2$. Ainsi, $\sum_R 2T_{SU(3)_C}(R) \Lambda/x_R$ est proportionnelle au coefficient anomal de $SU(3)_C - SU(3)_C - U(1)_{B-L}$, x_R étant le coefficient de la masse des messagers dépendant de leur représentation (le formalisme est présenté dans la section "exhaustive").

Par comparaison, Q_M and L_M n'ont pas la même valeur pour $(B - L)^2$. Du coup, l'annulation de l'anomalie mixte $SU(2)_L - SU(2)_L - U(1)_{B-L}$ ne donne pas $M_2 = 0$.

On peut générer une masse de gluino grâce aux corrections de supergravité, comme dans le cas du neutralino léger. La différence avec les neutralinos, c'est que le groupe de renormalisation fait grandir la masse des gluinos quand on descend en énergie. Si on part de $M_{\lambda_3}(M_{\text{mess}}) \sim m_{3/2} \ll M_{\text{GM}}$, on obtient un gluino NLSP de longue vie avec un gravitino LSP.

La prédiction $M_3 = 0$ est corrigée par les contributions venant de la médiation gravitationnelle et de $M_R \neq 0$. Si les corrections venant de la supergravité dominent, on peut écrire :

$$M_3(M_{\text{mess}}) \sim m_{3/2} \ll M_{\text{GM}}. \quad (4.54)$$

Ceci mène à $M_3 \sim 3m_{3/2}$ à l'échelle électrofaible. Le gluino va donc a priori être la NLSP, à moins que la hiérarchie $m_{3/2} \ll M_{\text{GM}}$ soit assez petite pour permettre au neutralino d'être la NLSP.

Le spectre contenant les Higgs et les superpartenaires est représenté dans la figure 4.3. Les paramètres sont

- une masse pour les messagers de $M_{\text{mess}} \equiv \lambda_{45} V_{B-L} = 10^{13} \text{GeV}$,
- $M_{\text{GM}} = 150 \text{GeV}$
- $m_{3/2} = 70 \text{GeV}$
- $\tan \beta = 15$.

On a rajouté une contribution universelle liée à la supergravité $m_{3/2}$ aux termes softs de masses. Le neutralino le plus léger et le gluino ont pour masses respectives $M_{\tilde{\chi}_1^0} = 228.9 \text{GeV}$ et $M_{\tilde{g}} = 218.4 \text{GeV}$.

La limite inférieure expérimentale sur la masse du gluino se traduit sur une limite inférieure sur la masse du gravitino. Comme les autres termes softs se comportent comme $M_{\text{GM}} \gg m_{3/2}$, le spectre supersymétrique résultant est plutôt lourd.

Si au contraire, la masse du gluino vient principalement d'effets non gravitationnels, le gravitino est plus léger, et en utilisant Eq. (4.90) avec $\epsilon_Q = \epsilon_U = \epsilon_D \equiv \epsilon$ dans la formule plus générale, on trouve :

$$M_3 \simeq -36 \frac{\alpha_3}{4\pi} \Lambda \epsilon. \quad (4.55)$$

M_1 , M_2 et les autres masses softs de scalaires sont toujours données par les mêmes équations (4.52) et (4.53). Le spectre supersymétrique est donc semblable au cas précédent, à l'exception d'un gravitino plus léger dont la masse n'est plus corrélée à celle du gluino. Suivant la valeur de ϵ , le gluino sera la NLSP ou pas.

Mais dans tous les cas, un gluino léger est une des caractéristiques de ce scénario.

À partir de maintenant, on se concentre sur le cas plus intéressant du gluino NLSP. Comme le gluino ne peut se désintégrer que gravitationnellement, il a une grande durée de vie, évaluée par [76] :

$$\tau^{-1}(\tilde{g} \rightarrow \tilde{G}g) = \frac{1}{48\pi} \frac{M_{\tilde{g}}^5}{(m_{3/2} M_P)^2} \left(1 - \frac{m_{3/2}^2}{M_{\tilde{g}}^2}\right)^3 \left(1 + 3 \frac{m_{3/2}^2}{M_{\tilde{g}}^2}\right). \quad (4.56)$$

pas à notre scénario, puisque $\tau_{\tilde{g}} \sim 10^7$ s.

Un tel temps de vie peut sembler inconsistant avec les contraintes de la BBN si on prend en compte les effets des états liés sur la nucléosynthèse primordiale [81]. Dans ce cas, une contrainte plus forte, $\tau_{\tilde{g}} \lesssim 100$ s s'appliquerait. Cela laisserait penser que les corrections gravitationnelles sont petites, $m_{3/2} < 1$ GeV, et que la masse du gluino est générée par un autre type de contributions sous-dominantes. Dans ce cas, la limite trouvée par D0 s'applique.

Le LHC a déjà mis des contraintes bien plus fortes sur la masse du gluino, qui doit maintenant faire au moins 500 GeV. Il faudrait donc modifier ce modèle afin d'éviter cette nouvelle contrainte. Notons que les contraintes les plus fortes supposent l'universalité, qui n'est pas valable ici. Les contraintes plus faibles vérifient aussi des hypothèses théoriques, comme le fait d'un neutralino de masse nulle pour la limite de 725 GeV d'ATLAS [40], qui ne sont pas forcément valables dans ce modèle. La contrainte la plus forte semble donc provenir de l'absence d'hadrons formés à partir de gluinos. Atlas pose ainsi des limites de l'ordre de 570 GeV sur la masse des gluinos. Cette analyse là est donc exclue telle qu'elle et devra être mise à jour pour coller aux données du LHC

4.5 Spectres, un peu d'exhaustivité

4.5.1 SU(5) comme groupe de grande unification

Messagers couplés à un Higgs dans une 24

Le cas du Higgs dans une 24 couplé à des messagers dans une (5, $\bar{5}$) ou une (10, $\bar{10}$) a déjà été traité précédemment, c'est celui du neutralino léger.

Messagers couplés à un Higgs dans une 75

La seule représentation non triviale de $SU(5)$ à laquelle les messagers (5, $\bar{5}$) peuvent coupler au niveau renormalisable est 24. Des messagers dans (10, $\bar{10}$) peuvent aussi coupler à une 75. Nous considérons ici le cas où un multiplet de Higgs dans une 75, décrit par un tenseur A_{kl}^{ij} avec deux indices covariants et 2 indices contravariants ($i, j, k, l = 1 \dots 5$), est utilisé pour briser $SU(5)$ en $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$.

Sa vev vaut alors $\langle A_{kl}^{ij} \rangle = V \epsilon_{kl}^{ij}$, avec [82] :

$$\begin{aligned} \epsilon_{kl}^{ij} = & 6(\delta_4^i \delta_5^j - \delta_5^i \delta_4^j)(\delta_k^4 \delta_l^5 - \delta_k^5 \delta_l^4) - 2\delta_k^i (\delta_4^j \delta_l^4 + \delta_5^j \delta_l^5) + 2\delta_k^j (\delta_4^i \delta_l^4 + \delta_5^i \delta_l^5) \\ & + 2\delta_l^i (\delta_4^j \delta_k^4 + \delta_5^j \delta_k^5) - 2\delta_l^j (\delta_4^i \delta_k^4 + \delta_5^i \delta_k^5) + \delta_k^i \delta_l^j - \delta_l^i \delta_k^j . \end{aligned} \quad (4.57)$$

Coupler cette vev à une paire de champs messagers dans $(\mathbf{10}, \overline{\mathbf{10}})$ induit la différence de masse suivante parmi leurs composants $(\phi_i, \tilde{\phi}_i)$:

$$\phi_i = (\phi_{3,2,+1/6}, \phi_{\bar{3},1,-2/3}, \phi_{1,1,+1}), \quad M_i = (-4\lambda_\Sigma V, 4\lambda_\Sigma V, 12\lambda_\Sigma V). \quad (4.58)$$

Pour calculer la masse des jauginos, il suffit de mettre (4.58) dans (4.25) :

$$M_1 = \frac{9}{20} \frac{\alpha_1}{4\pi} N_m \Lambda, \quad M_2 = -\frac{3}{4} \frac{\alpha_2}{4\pi} N_m \Lambda, \quad M_3 = -\frac{1}{4} \frac{\alpha_3}{4\pi} N_m \Lambda, \quad (4.59)$$

Ceci nous amène à une hiérarchie inversée entre le wino et le gluino à l'échelle électrofaible.

Ici, la LSP est le gravitino, comme d'habitude, et dans la plupart des cas, la NLSP est le neutralino le plus léger (pour de grandes valeurs de $\tan\beta$, c'est parfois le stau le plus léger qui fait office de NLSP).

Les masses des scalaires sont toujours données par (4.43), et les coefficients d_χ^a sont cette fois référencés dans le tableau 4.5.

d_χ^a	$SU(3)$	$SU(2)$	$U(1)$
Q	1/2	9/32	29/7200
U^c	1/2	0	29/450
D^c	1/2	0	29/1800
L	0	9/32	29/800
E^c	0	0	29/200
H_u, H_d	0	9/32	29/800

TABLE 4.5 – Coefficients d_χ^a pour des messages dans une $\mathbf{10} \oplus \overline{\mathbf{10}}$ $SU(5)$ couplé à un multiplet de Higgs dans une $\mathbf{75}$.

Le spectre supersymétrique physique, évalué avec SUSPECT pour $N_m = 1$, $M_{\text{GM}} = 1700\text{GeV}$, $M_{\text{mess}} = 10^{11}\text{GeV}$, $\tan\beta = 20$ et $\text{sign}(\mu) = +$, est donné dans le tableau 4.6.

Ce qui est marquant dans ce spectre, c'est la présence d'un gluino relativement léger, plus léger que le chargino le plus léger ou que le second neutralino. Cela permet de réduire le fine-tuning dans le potentiel de Higgs, et ce malgré un spectre relativement lourd. Le chargino le plus léger ainsi que les second et troisième neutralinos sont principalement higgsinos, alors que le chargino le plus lourd est principalement composé de wino.

Comme le gravitino est la LSP, la NLSP a une longue durée de vie, et ses désintégrations tardives peuvent détruire les prédictions de la nucléosynthèse primordiale (Big Bang Nucleosynthesis-BBN) [83]. Les contraintes de la BBN sont particulièrement fortes pour une NSLP principalement composée de bino, car celui-ci a de larges rapports d'embranchement hadroniques venant du mode de désintégration $\tilde{B} \rightarrow \tilde{G}q\bar{q}$. Ceux-ci mènent à une hadro-dissociation des éléments légers synthétisés. Pour une masse du bino autour de 230 GeV, comme dans le spectre du tableau 4.6, ces contraintes peuvent être contournées si la masse du

h	A	H^0	H^\pm	$\tilde{\chi}_1^\pm$	$\tilde{\chi}_2^\pm$	$\tilde{\chi}_1^0$	$\tilde{\chi}_2^0$	$\tilde{\chi}_3^0$	$\tilde{\chi}_4^0$	\tilde{g}
114.8	1037	1037	1040	727.8	855.4	263.5	726.8	757.5	855.1	632.2
\tilde{t}_1	\tilde{t}_2	\tilde{u}_1, \tilde{c}_1	\tilde{u}_2, \tilde{c}_2	\tilde{b}_1	\tilde{b}_2	\tilde{d}_1, \tilde{s}_1	\tilde{d}_2, \tilde{s}_2			
1028	1417	1357	1554	1300	1410	1341	1556			
$\tilde{\tau}_1$	$\tilde{\tau}_2$	$\tilde{e}_1, \tilde{\mu}_1$	$\tilde{e}_2, \tilde{\mu}_2$	$\tilde{\nu}_\tau$	$\tilde{\nu}_e, \tilde{\nu}_\mu$					
329.0	815.8	358.5	820.8	811.3	817.1					

TABLE 4.6 – Spectre supersymétrique pour le cas d’une paire de messagers dans $(\mathbf{10}, \overline{\mathbf{10}})$, couplés à un Higgs dans la représentation $\mathbf{75}$ de $SU(5)$, pour $M_{\text{GM}} = 1700\text{GeV}$, $M_{\text{mess}} = 10^{11}\text{GeV}$, $\tan\beta = 20$ et $\mu > 0$ (toutes les masses sont en GeV).

gravitino est plus petite que quelques 0.1GeV [64]. Une valeur aussi petite de $m_{3/2}$ n’est possible que pour une échelle de messagers de l’ordre de 10^{11}GeV , sachant que :

$$M_{\text{mess}} = 1.1 \times 10^{11}\text{GeV} \left(\frac{\alpha_3(M_{\text{mess}})}{0.05} \right) \left(\frac{1.5\text{TeV}}{M_{\text{GM}}} \right) \left(\frac{\lambda_X}{10^{-2}} \right) \left(\frac{m_{3/2}}{0.25\text{GeV}} \right), \quad (4.60)$$

où $M_{\text{mess}} \equiv 4\lambda_\Sigma V$.

Une analyse plus détaillée donne une limite plus forte, $m_{3/2} \lesssim 0.01\text{GeV}$ [77]. Elle est cependant relâchée par les cohannihilations $\tilde{\tau}_1\text{-}\tilde{\chi}_1^0$, qui réduisent la densité relique en bino.

Étant la LSP, le gravitino est un candidat naturel à la matière noire froide, et un choix adéquat de la température de reheating après inflation permet à sa densité relique de tomber dans l’intervalle autorisé par WMAP [84].

4.5.2 $SU(5)$ flippé comme groupe de grande unification

Nous regardons ici le cas où le groupe de grande unification est $SU(5)$ flippé : $SU(5) \times U(1)_X$ [85].

Du point de vue de la théorie des champs, ce modèle met en oeuvre le mécanisme du partenaire manquant pour le doublet-triplet splitting. Du point de la théorie des cordes, c’est une construction naturelle liée aux groupes de grande unification, obtenue via les cordes hétérotiques et la F-théorie. Dans les constructions les plus simples, on n’a pas besoin de Higgs appartenant à l’adjoint du groupe afin de briser le groupe de grande unification.

La matière est contenue dans les représentations suivantes

$$\mathbf{10}_1 = (Q, D, N) \quad , \quad \overline{\mathbf{5}}_{-3} = (L, U) \quad , \quad \mathbf{1}_5 = E \quad . \quad (4.61)$$

On peut le voir comme les restes d’une $\mathbf{16}$ de $SO(10)$ décomposée sous $SU(5) \times U(1)_X$.

Le secteur de Higgs est décrit par

$$\Sigma \text{ , } \overline{\Sigma} = \mathbf{10}_1 \oplus \overline{\mathbf{10}}_{-1} \quad , \quad H \text{ , } \overline{H} = \mathbf{5}_{-2} \oplus \overline{\mathbf{5}}_2 \quad . \quad (4.62)$$

La brisure de $SU(5) \times U(1)_X \rightarrow SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ est réalisée via $\langle \Sigma \rangle = \langle N_\Sigma \rangle \neq 0$. On essaie maintenant d'introduire des représentations de messagers de faible dimension, $\mathbf{5}_M - \bar{\mathbf{5}}_M$ and $\mathbf{10}_M - \bar{\mathbf{10}}_M$, couplant aux champs de Higgs $\Sigma, \bar{\Sigma}$.

Les seuls couplages renormalisables permis sont

$$\Sigma \bar{H} \bar{\mathbf{5}}_M \quad , \quad \Sigma \bar{\mathbf{5}}_M \bar{\mathbf{5}}'_M \quad , \quad \Sigma H \mathbf{10}_M \quad . \quad (4.63)$$

Le premier couplage doit être interdit car il donne une grande masse à l'un des doublets des Higgs du MSSM⁴. Les deux autres opérateurs ne donnent pas des masses à tous les champs messagers. Afin de rester simple, nous ne considérerons que le cas dans lequel tous les messagers d'une représentation prennent des masses via le couplage aux Higgs du secteur de grande unification. Pour cela, il faut regarder les couplages non-renormalisables. Les opérateurs d'ordre les plus bas composés à partir de Higgs sont

$$\begin{aligned} \Sigma \otimes \Sigma &= \bar{\mathbf{5}} \oplus \mathbf{45} \oplus \mathbf{50}, \\ \Sigma \otimes \bar{\Sigma} &= \mathbf{1} \oplus \mathbf{24} \oplus \mathbf{75}. \end{aligned} \quad (4.64)$$

La seule contribution à la masse provenant de la première ligne de (4.64) est $\mathbf{50}$, et cela ne convient pas car cela ne donne une masse qu'à N_Σ . Les opérateurs de la seconde ligne de (4.64) sont tous valables, eux. Le singlet donne la médiation de jauge minimale (standard) [86], le second $\mathbf{24}$ a été discuté en détails dans la partie 4.4.1, et le troisième $\mathbf{75}$ a été discuté dans la section 4.5.1.

4.5.3 $SO(10)$ comme groupe de grande unification

Messagers dans des représentations $\mathbf{10}$

On regarde ici le cas du groupe de grande unification $SO(10)$, avec des messagers dans la représentation vectorielle $\mathbf{10}$.

S'il n'y a qu'un seul messenger, le produit antisymétrique $(\mathbf{10} \otimes \mathbf{10})_a$ s'annule, donc il ne peut coupler qu'à un Higgs dans une $\mathbf{54}$.

S'il y a au moins deux champs messagers dans $\mathbf{10}$ et $\mathbf{10}'$, on peut écrire $\mathbf{10} \mathbf{10}' \mathbf{54}$ comme $\mathbf{10} \mathbf{10}' \mathbf{45}$.

Comme $\mathbf{10} \otimes \mathbf{10} = \mathbf{1}_s \oplus \mathbf{45}_a \oplus \mathbf{54}_s$, les messagers peuvent coupler avec l'adjoint de $SO(10)$ $\mathbf{45}$ ou avec un multiplet de Higgs dans $\mathbf{54}$. Ces deux higgs interviennent dans les chaînes de brisure qui font passer $SO(10)$ vers $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$, souvent combinés ensemble.

Le cas où le Higgs est dans une $\mathbf{54}$ est similiaire à l'étude faite dans le cas $SU(5)$ avec des messagers dans $(\mathbf{5}, \bar{\mathbf{5}})$.

Dans le cas des messagers dans une $\mathbf{45}$, il faut deux messagers distincts dans une $\mathbf{10}_M$ et une $\mathbf{10}'_M$ ⁵. La $\mathbf{45}$ a deux vevs singlets sous le modèle standard, dans les directions $B - L$ et T_{3R} .

4. il y a aussi des opérateurs qui mélangent les champs de matière avec les messagers, $\Sigma \bar{\mathbf{5}}_i \bar{\mathbf{5}}_M, \Sigma \mathbf{10}_i \mathbf{5}_M$, avec $i = 1, 2, 3$ l'indice de famille. Leur interdiction donne des contraintes supplémentaires sur les charges $U(1)_X$ des messagers .

5. La représentation adjointe apparaît dans le produit antisymétrique de deux représentations vectorielles

Nous n'avons pas réussi à produire des cas viables dans le premier cas, et le second cas a déjà été étudié dans la section précédente.

Un seul champ messager dans une représentation $\mathbf{10}$

Nous détaillons ici un peu l'argument donné ci-dessus dans le cas de messagers dans une représentation $\mathbf{10}$ de $SO(10)$. Le superpotentiel vaut

$$W_{\text{mess}} = \lambda_X X \mathbf{10}_M \mathbf{10}_M + \lambda_{54} \mathbf{10}_M \mathbf{54} \mathbf{10}_M. \quad (4.65)$$

Les vev de la $\mathbf{54}$ invariants sous Pati-Salam sont

$$\langle \mathbf{54} \rangle = V_{54} \begin{pmatrix} 2\mathbf{I}_6 & \mathbf{0}_{6 \times 4} \\ \mathbf{0}_{4 \times 6} & -3\mathbf{I}_4 \end{pmatrix}, \quad (4.66)$$

Elles séparent les masses des composants $(\phi_i, \tilde{\phi}_i)$ de $\mathbf{10}_M$ de la manière suivante :

$$\mathbf{10}_M = \{\phi_{6,1,1}, \phi_{1,2,2}\}, \quad M_\Phi = \{2\lambda_{54} V_{54}, -3\lambda_{54} V_{54}\}, \quad (4.67)$$

où les indices renvoient aux représentations sous le groupe de Pati-Salam $SU(4)_C \times SU(2)_L \times SU(2)_R$.

Comme la $\mathbf{6}$ de $SU(4)$ se décompose comme $(\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1}, +1/3) \oplus (\mathbf{3}, \mathbf{1}, -1/3)$ sous $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$, cela donne exactement les mêmes résultats que lorsqu'on a une paire de messagers dans $(\mathbf{5}, \bar{\mathbf{5}})$ couplée à un adjoint de $SU(5)$.

En particulier, les masses de bino proviennent des contributions sous dominantes aux termes softs, permettant un neutralino léger LSP. Le spectre supersymétrique est le même que celui décrit dans la section précédente.

Plusieurs messagers dans des représentations $\mathbf{10}$

Lorsqu'il y a plusieurs champs messagers dans des représentations $\mathbf{10}$, on peut coupler antisymétriquement les messagers avec un Higgs dans une $\mathbf{45}$.

Nous formalisons et développons ici le cas de deux champs messagers $\mathbf{10}_M$ et $\mathbf{10}'_M$ couplé à une $\mathbf{45}$:

$$W_{\text{mess}} = \lambda_X X \mathbf{10}_M \mathbf{10}'_M + \lambda_{45} \mathbf{10}_M \mathbf{45} \mathbf{10}'_M. \quad (4.68)$$

Comme on a imposé une symétrie \mathbf{Z}_4 comme définie en (4.31), on n'a pas de terme du type $X \mathbf{10}_M \mathbf{10}_M$ et $X \mathbf{10}'_M \mathbf{10}'_M$ dans W_{mess} .

La différence de masse entre les multiplets de messagers dépend de l'orientation de la vev du $\mathbf{45}$.

On décompose $\mathbf{10}_M, \mathbf{10}'_M$ comme

$$\mathbf{10}_M = (D_M, L_M) \oplus (\bar{D}_M, \bar{L}_M), \quad \mathbf{10}'_M = (D'_M, L'_M) \oplus (\bar{D}'_M, \bar{L}'_M), \quad (4.69)$$

où $D_M \equiv \phi_{\bar{3},1,+1/3}$, $\bar{D}_M \equiv \phi_{3,1,-1/3}$, $L_M \equiv \phi_{1,2,-1/2}$, $\bar{L}_M \equiv \phi_{1,2,+1/2}$ (et de même pour les champs primés), on obtient :

$$\mathbf{10}_M \langle \mathbf{45} \rangle \mathbf{10}'_M = x_D V_{45} (D'_M \bar{D}_M - D_M \bar{D}'_M) + x_L V_{45} (L'_M \bar{L}_M - L_M \bar{L}'_M), \quad (4.70)$$

direction de (45)	x_D	x_L
$B - L$	$2/3$	0
T_{3R}	0	$-1/2$
Y	$1/3$	$-1/2$
X	-2	-2

TABLE 4.7 – Coefficients x_D et x_L de l'équation (4.70) pour différentes orientations de la vev **45**.

avec les coefficients x_D et x_L donnés dans le tableau 4.7.

Le signe relatif des masses entre les deux paires de doublets (ou triplets) de messagers mène à une annulation entre leur contribution à la masse des messagers. S'il n'y avait pas d'autres contributions à la masse des messagers et pas de corrections de supergravité, cela donnerait des jauginos sans masse.

Les corrections peuvent venir

- d'un couplage entre un Higgs dans une **54** ($\lambda_{54} \mathbf{10}_M \mathbf{54} \mathbf{10}'_M$)
- d'une vev $X_0 \neq 0$ pour la composante la plus basse de X ,
- d'un terme de masse direct $M \mathbf{10}_M \mathbf{10}'_M$
- d'opérateurs non renormalisables

On paramétrise ces contributions sous dominantes via deux paramètres de masse, M_D et M_L , ce qui permet d'écrire les masses des messagers comme :

$$(M_D + x_D \lambda_{45} V_{45}) D'_M \bar{D}_M + (M_D - x_D \lambda_{45} V_{45}) D_M \bar{D}'_M + (M_L + x_L \lambda_{45} V_{45}) L'_M \bar{L}_M + (M_L - x_L \lambda_{45} V_{45}) L_M \bar{L}'_M. \quad (4.71)$$

S'il y a une invariance sous $SO(10)$, on prend $M_D = M_L \equiv M$.

Comme $M_D, M_L \ll \lambda_{45} V_{45}$, on peut développer la masse du jaugino par rapport aux paramètres $\epsilon_D \equiv M_D / (\lambda_{45} V_{45})$ et $\epsilon_L \equiv M_L / (\lambda_{45} V_{45})$:

$$\begin{aligned} M_3 &\simeq 2 \frac{\alpha_3}{4\pi} \Lambda_D \left\{ \delta_D - (1 - \delta_D) \frac{\epsilon_D^2}{x_D^2} \right\}, \\ M_2 &\simeq 2 \frac{\alpha_2}{4\pi} \Lambda_L \left\{ \delta_L - (1 - \delta_L) \frac{\epsilon_L^2}{x_L^2} \right\}, \\ M_1 &\simeq \frac{12}{5} \frac{\alpha_1}{4\pi} \left\{ \frac{\Lambda_D}{3} \left[\delta_D - (1 - \delta_D) \frac{\epsilon_D^2}{x_D^2} \right] + \frac{\Lambda_L}{2} \left[\delta_L - (1 - \delta_L) \frac{\epsilon_L^2}{x_L^2} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (4.72)$$

avec

$$\Lambda_D \equiv \frac{\lambda_X F_X}{M_D}, \quad \epsilon_D \equiv \frac{M_D}{\lambda_{45} V_{45}}, \quad \delta_D = \begin{cases} 1 & \text{si } x_D = 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}, \quad (4.73)$$

et de même pour Λ_L , ϵ_L , δ_L en remplaçant (M_L, x_L) par (M_D, x_D) .

En faisant le même développement, on obtient l'expression suivante pour les masses des scalaires à l'ordre dominant :

$$m_\chi^2 \simeq \frac{16}{3} \delta_\chi^{\mathbf{3}} \left(\frac{\alpha_3}{4\pi}\right)^2 |\Lambda_D|^2 \left[\delta_D + \frac{1-\delta_D}{x_D^2} |\epsilon_D|^2 \right] + 3\delta_\chi^{\mathbf{2}} \left(\frac{\alpha_2}{4\pi}\right)^2 |\Lambda_L|^2 \left[\delta_L + \frac{1-\delta_L}{x_L^2} |\epsilon_L|^2 \right] + \frac{72}{25} Y_\chi^2 \left(\frac{\alpha_1}{4\pi}\right)^2 \left\{ \frac{1}{3} |\Lambda_D|^2 \left[\delta_D + \frac{1-\delta_D}{x_D^2} |\epsilon_D|^2 \right] + \frac{1}{2} |\Lambda_L|^2 \left[\delta_L + \frac{1-\delta_L}{x_L^2} |\epsilon_L|^2 \right] \right\}, \quad (4.74)$$

où $\delta_\chi^{\mathbf{3}} = 1$ si χ se trouve dans la représentation (anti-)fondamentale de $SU(3)_C$ et $\delta_\chi^{\mathbf{3}} = 0$ autrement, et de même pour $\delta_\chi^{\mathbf{2}}$.

On peut maintenant appliquer les formules (4.72) et (4.74) à quelques orientations particulières de la vev de la **45**.

Les paramètres utilisés dans l'exemple étudié précédemment ont été définis comme suit.

De manière générale, on peut écrire

$$M_1 \simeq \frac{4}{5} \frac{\alpha_1}{4\pi} \Lambda_D, \quad M_2 \simeq -8 \frac{\alpha_2}{4\pi} \Lambda_L \epsilon_L^2, \quad M_3 = 2 \frac{\alpha_3}{4\pi} \Lambda_D, \quad (4.75)$$

$$m_\chi^2 \simeq \frac{16}{3} \delta_\chi^{\mathbf{3}} \left(\frac{\alpha_3}{4\pi}\right)^2 |\Lambda_D|^2 + 12 \delta_\chi^{\mathbf{2}} \left(\frac{\alpha_2}{4\pi}\right)^2 |\Lambda_L|^2 |\epsilon_L|^2 + \frac{72}{25} Y_\chi^2 \left(\frac{\alpha_1}{4\pi}\right)^2 \left[\frac{1}{3} |\Lambda_D|^2 + 2 |\Lambda_L|^2 |\epsilon_L|^2 \right]. \quad (4.76)$$

Pour $|\epsilon_L| \lesssim 0.2 \sqrt{|\Lambda_D/\Lambda_L|}$, le wino est plus léger que le bino et est souvent la NLSP. Le gravitino est toujours la LSP.

Pour $\Lambda_D = \Lambda_L$ et $\epsilon_L = 1/6$, les masses des jauginos sont données par

$$\frac{M_1}{\alpha_1} : \frac{M_2}{\alpha_2} : \frac{M_3}{\alpha_3} = \frac{13}{20} : -\frac{1}{4} : 2, \quad (4.77)$$

et les masses des scalaires par :

$$m_\chi^2 = \sum_a d_\chi^a \left(\frac{\alpha_a}{4\pi}\right)^2 |\Lambda_D|^2, \quad (4.78)$$

avec les coefficients d_χ^a du tableau 4.3.

On retrouve le cas dont la physique a été discuté auparavant, et dont on peut trouver une illustration dans le tableau (4.4) et la figure (4.3).

(i) Couplage $\lambda_{45} \mathbf{10}_M \mathbf{45} \mathbf{10}'_M$, $\langle \mathbf{45} \rangle = V_{45} T_{B-L}$

Dans ce cas, la vev de la **45** ne contribue pas aux masses des doublets ($x_L = 0$). Les triplets contenus dans les champs messagers sont plus lourds que ces derniers.

En conséquence, les masses des gluinos et des squarks singlets sont supprimés par un facteur ϵ_D^2 par rapport aux autres masses softs :

$$M_1 \simeq \frac{6}{5} \frac{\alpha_1}{4\pi} \Lambda_L, \quad M_2 = 2 \frac{\alpha_2}{4\pi} \Lambda_L, \quad M_3 \simeq -\frac{9}{2} \frac{\alpha_3}{4\pi} \Lambda_D \epsilon_D^2, \quad (4.79)$$

$$m_\chi^2 \simeq 12 \delta_\chi^3 \left(\frac{\alpha_3}{4\pi} \right)^2 |\Lambda_D|^2 |\epsilon_D|^2 + 3 \delta_\chi^2 \left(\frac{\alpha_2}{4\pi} \right)^2 |\Lambda_L|^2 + \frac{72}{25} Y_\chi^2 \left(\frac{\alpha_1}{4\pi} \right)^2 \left[\frac{3}{4} |\Lambda_D|^2 |\epsilon_D|^2 + \frac{1}{2} |\Lambda_L|^2 \right]. \quad (4.80)$$

À cause de la hiérarchie entre les masses des squark doublet et singlet, le couplage de Yukawa du top quark amène $m_{U^c}^2$ à des valeurs négatives à l'échelle électrofaible, développant un tachyon dans le secteur du stop. Ni une petite masse de gluino, ni un ϵ_D allant jusqu'à 1/4 ne suffit pas à compenser cet effet.

Le cas $\langle \mathbf{45} \rangle = V_{45} T_{B-L}$ n'est donc pas viable.

(ii) Couplage $\lambda_{45} \mathbf{10}_M \mathbf{45} \mathbf{10}'_M$, $\langle \mathbf{45} \rangle = V_{45} T_{3R}$

Ce cas a déjà été traité dans la section (4.4.2). C'est celui du wino léger et NLSP.

(iii) Couplage $\lambda_{45} \mathbf{10}_M \mathbf{45} \mathbf{10}'_M$, $\langle \mathbf{45} \rangle = V_{45} T_Y$

Dans ce cas, on a

$$M_1 \simeq -\frac{12}{5} \frac{\alpha_1}{4\pi} \Lambda (3\epsilon_D + 2\epsilon_L), \quad M_2 \simeq -8 \frac{\alpha_2}{4\pi} \Lambda \epsilon_L, \quad M_3 = -18 \frac{\alpha_3}{4\pi} \Lambda \epsilon_D, \quad (4.81)$$

$$m_\chi^2 \simeq 12 \left[4 \delta_\chi^3 \left(\frac{\alpha_3}{4\pi} \right)^2 + \delta_\chi^2 \left(\frac{\alpha_2}{4\pi} \right)^2 + \frac{6}{5} Y_\chi^2 \left(\frac{\alpha_1}{4\pi} \right)^2 \right] |\Lambda|^2, \quad (4.82)$$

où $\Lambda \equiv \lambda_X F_X / (\lambda_{45} V_{45})$. Comme on a supposé $\epsilon_D, \epsilon_L \ll 1$, ce scénario présente des masses de jauginos qui sont toutes petites devant les masses des scalaires.

Si les corrections sous dominantes aux masses de messagers sont invariantes sous SO(10), $\epsilon_D = \epsilon_L$ et les masses des jauginos vérifient les ratios suivants :

$$\frac{M_1}{\alpha_1} : \frac{M_2}{\alpha_2} : \frac{M_3}{\alpha_3} = -6 : -4 : -9. \quad (4.83)$$

(iv) Couplage $\lambda_{45} \mathbf{10}_M \mathbf{45} \mathbf{10}'_M$, $\langle \mathbf{45} \rangle = V_{45} T_X$

Comme dans le cas précédent, les masses des jauginos sont supprimées par rapport aux masses des scalaires :

$$M_1 \simeq -\frac{3}{5} \frac{\alpha_1}{4\pi} \Lambda \left(\frac{1}{3} \epsilon_D + \frac{1}{2} \epsilon_L \right), \quad M_2 \simeq -\frac{1}{2} \frac{\alpha_2}{4\pi} \Lambda \epsilon_L, \quad M_3 = -\frac{1}{2} \frac{\alpha_3}{4\pi} \Lambda \epsilon_D, \quad (4.84)$$

$$m_\chi^2 \simeq \left[\frac{4}{3} \delta_\chi^3 \left(\frac{\alpha_3}{4\pi} \right)^2 + \frac{3}{4} \delta_\chi^2 \left(\frac{\alpha_2}{4\pi} \right)^2 + \frac{3}{5} Y_\chi^2 \left(\frac{\alpha_1}{4\pi} \right)^2 \right] |\Lambda|^2. \quad (4.85)$$

À l'ordre dominant, les masses des scalaires ont les mêmes ratios que dans la version minimale de la médiation de jauge. Cela provient du fait que les termes qui génèrent la majeure partie des masses sont invariants sous $SU(5)$. Si toutes les contributions, même sous-dominantes, sont invariantes sous $SU(5)$ (soit $\epsilon_D = \epsilon_L$), les masses de jauginos respectent les ratios de la médiation de jauge minimale, c'est-à-dire $M_1 : M_2 : M_3 = \alpha_1 : \alpha_2 : \alpha_3$.

Messagers dans des représentations ($\mathbf{16}$, $\overline{\mathbf{16}}$)

, higgs dans une des $\langle 45 \rangle$ possibles

On regarde maintenant le cas où les messagers sont dans la représentation $\mathbf{16} \oplus \overline{\mathbf{16}}$. Comme le produit $\mathbf{16} \otimes \overline{\mathbf{16}}$ contient la représentation adjointe, on peut écrire le superpotentiel suivant :

$$W_{\text{mess}} = \lambda_X X \overline{\mathbf{16}}_M \mathbf{16}_M + \lambda_{45} \overline{\mathbf{16}}_M \mathbf{45} \mathbf{16}_M. \quad (4.86)$$

Comme dans les sections précédentes, nous supposons que la contribution dominante aux masses des messagers vient des vev de $\mathbf{45}$, avec de possibles contributions sous-dominantes venant de $X_0 \neq 0$ ou d'un terme de masse directe $M \overline{\mathbf{16}}_M \mathbf{16}_M$ (qui ne soit pas contenue dans W_{mess}). Décomposant $\mathbf{16}_M$ en :

$$\mathbf{16}_M = (Q_M, U_M, D_M, L_M, E_M, N_M), \quad (4.87)$$

où $Q_M \equiv \phi_{3,2,+1/6}$, $U_M \equiv \phi_{\overline{3},1,-2/3}$, $D_M \equiv \phi_{\overline{3},1,+1/3}$, $L_M \equiv \phi_{1,2,-1/2}$, $E_M \equiv \phi_{1,1,+1}$, $N_M \equiv \phi_{1,1,0}$ (et de même pour son partenaire vectoriel $\overline{\mathbf{16}}_M$), on obtient :

$$\overline{\mathbf{16}}_M \langle \mathbf{45} \rangle \mathbf{16}_M = \sum_{R=Q,U,D,L,E,N} x_R V_{45} \bar{R}_M R_M, \quad (4.88)$$

avec les coefficients x_R donnés dans le tableau 4.8. Les masses de messagers peuvent donc être écrites comme :

$$\sum_{R=Q,U,D,L,E,N} (M_R + x_R \lambda_{45} V_{45}) \bar{R}_M R_M, \quad (4.89)$$

où les M_R ($M_R \ll \lambda_{45} V_{45}$) paramétrisent les potentielles contributions sous-dominantes. Quand ces dernières sont pertinentes (en particulier quand certains x_R sont nuls, auquel cas M_R ne peut être négligé), cela peut être utile

orientation dela $\langle 45 \rangle$	x_Q	x_U	x_D	x_L	x_E	x_N
$B-L$	1/3	-1/3	-1/3	-1	1	1
T_{3R}	0	-1/2	1/2	0	1/2	-1/2
Y	1/6	-2/3	1/3	-1/2	1	0
X	-1	-1	3	3	-1	5

TABLE 4.8 – Coefficients x_R de l'équation (4.88) pour les différentes orientations de la vev $\mathbf{45}$.

de développer la masse des jauginos et des scalaires par rapport aux petits paramètres $\epsilon_R \equiv M_R/(\lambda_{45}V_{45})$:

$$M_a \simeq \frac{\alpha_a}{4\pi} \sum_R 2T_a(R)\Lambda_R \left\{ \delta_R + (1 - \delta_R) \frac{\epsilon_R}{x_R} \left(1 - \frac{\epsilon_R}{x_R} \right) \right\}, \quad (4.90)$$

$$m_\chi^2 = 2 \sum_a C_\chi^a \left(\frac{\alpha_a}{4\pi} \right)^2 \sum_R 2T_a(R) |\Lambda_R|^2 \left\{ \delta_R + (1 - \delta_R) \frac{|\epsilon_R|^2}{x_R^2} \right\}. \quad (4.91)$$

où

$$\Lambda_R \equiv \frac{\lambda_X F_X}{M_R}, \quad \epsilon_R \equiv \frac{M_R}{\lambda_{45}V_{45}}, \quad \delta_R = \begin{cases} 1 & \text{si } x_R = 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}. \quad (4.92)$$

(i) **Couplage** $\lambda_{45}\overline{\mathbf{16}}_M \mathbf{45} \mathbf{16}_M$, $\langle \mathbf{45} \rangle = V_{45}T_{B-L}$

Le cas a été traité dans la section (4.4.3). C'est celui du gluino léger.

(ii) **Couplage** $\lambda_{45}\overline{\mathbf{16}}_M \mathbf{45} \mathbf{16}_M$, $\langle \mathbf{45} \rangle = V_{45}T_{3R}$

Comme $x_Q = x_L = 0$, les messagers (Q_M, \bar{Q}_M) et (L_M, \bar{L}_M) ne reçoivent pas de contribution à leurs masses de la part du Higgs $\mathbf{45}$ dans ce cas, mais de la part de contributions sous-dominantes M_Q et M_L . Les masses softs des jauginos et des scalaires sont données via (4.90) et (4.91) par :

$$M_1 \simeq \frac{1}{5} \frac{\alpha_1}{4\pi} (\Lambda_Q + 3\Lambda_L), \quad M_2 \simeq \frac{\alpha_2}{4\pi} (3\Lambda_Q + \Lambda_L), \quad M_3 = 2 \frac{\alpha_3}{4\pi} \Lambda_Q, \quad (4.93)$$

$$m_\chi^2 \simeq \frac{16}{3} \delta_\chi^3 \left(\frac{\alpha_3}{4\pi} \right)^2 (1 + 4|\epsilon_Q|^2) |\Lambda_Q|^2 + \frac{3}{2} \delta_\chi^2 \left(\frac{\alpha_2}{4\pi} \right)^2 (3|\Lambda_Q|^2 + |\Lambda_L|^2) + \frac{6}{25} Y_\chi^2 \left(\frac{\alpha_1}{4\pi} \right)^2 [(1 + 64|\epsilon_Q|^2) |\Lambda_Q|^2 + 3|\Lambda_L|^2] \quad (4.94)$$

Si les contributions sous-dominantes à la masse des messagers sont invariantes sous $SO(10)$, $\Lambda_Q = \Lambda_L$ et les ratios des masses des jauginos sont données par :

$$\frac{M_1}{\alpha_1} : \frac{M_2}{\alpha_2} : \frac{M_3}{\alpha_3} = \frac{4}{5} : 4 : 2, \quad (4.95)$$

et les masses des scalaires par :

$$m_\chi^2 \simeq \left[\frac{16}{3} \delta_\chi^3 \left(\frac{\alpha_3}{4\pi} \right)^2 (1 + 4|\epsilon_Q|^2) + 6\delta_\chi^2 \left(\frac{\alpha_2}{4\pi} \right)^2 + \frac{24}{25} Y_\chi^2 \left(\frac{\alpha_1}{4\pi} \right)^2 (1 + 16|\epsilon_Q|^2) \right] |\Lambda_Q|^2 \quad (4.96)$$

(iii) Couplage $\lambda_{45} \overline{\mathbf{16}}_M \mathbf{45} \mathbf{16}_M$, $\langle \mathbf{45} \rangle = V_{45} T_Y$

Dans ce cas, on a, pour $M_R = 0$:

$$M_1 = 0, \quad M_2 = 16 \frac{\alpha_2}{4\pi} \Lambda, \quad M_3 = \frac{27}{2} \frac{\alpha_3}{4\pi} \Lambda, \quad (4.97)$$

$$m_\chi^2 = 2 \left[111 \delta_\chi^3 \left(\frac{\alpha_3}{4\pi} \right)^2 + 84 \delta_\chi^2 \left(\frac{\alpha_2}{4\pi} \right)^2 + \frac{54}{5} Y_\chi^2 \left(\frac{\alpha_1}{4\pi} \right)^2 \right] |\Lambda|^2, \quad (4.98)$$

où $M_1 = 0$ est, comme dans le cas de $SU(5)$, une conséquence du fait que la vev du Higgs dans l'adjoint du groupe de grande unification est dans la direction de l'hypercharge. La masse du bino provient des contributions gravitationnelles ou sous-dominantes des masses des messagers. Dans le dernier cas, on a :

$$M_1 \simeq -\frac{6}{5} \frac{\alpha_1}{4\pi} (6\epsilon_Q + 3\epsilon_U + 3\epsilon_D + 2\epsilon_L + \epsilon_E) \Lambda, \quad (4.99)$$

Si les contributions sous dominantes aux masses des messagers sont invariantes sous $SO(10)$, ceci se simplifie en $M_1 \simeq -18(\alpha_1/4\pi)\Lambda\epsilon$

Si les corrections de supergravité dominant, $M_1(M_{\text{mess}}) \approx m_{3/2}$ donne $M_1 \approx 0.5m_{3/2}$ à l'échelle électrofaible.

Comme pour le cas $SU(5)$ avec des messagers couplant à une $\mathbf{24}$, ce cas est caractérisé par un bino léger LSP, le reste du spectre étant différent toutefois.

(iv) Couplage $\lambda_{45} \overline{\mathbf{16}}_M \mathbf{45} \mathbf{16}'_M$, $\langle \mathbf{45} \rangle = V_{45} T_X$

Comme le générateur T_X de $SO(10)$ commute avec tous les générateurs de $SU(5)$, les masses des messagers sont invariants sous $SU(5)$ et ce cas se ramène à celui de la médiation de jauge minimale. Plus précisément, le secteur des messagers est composé d'une paire de $(\mathbf{5}, \overline{\mathbf{5}})$ et de $(\mathbf{10}, \overline{\mathbf{10}})$ avec pour masses $M_5 = -3M_{10}$.

Cela donne des masses de jauginos vérifiant

$$\frac{M_1}{\alpha_1} = \frac{M_2}{\alpha_2} = \frac{M_3}{\alpha_3} = -\frac{8}{3} \frac{\Lambda}{4\pi}, \quad (4.100)$$

Les masses des scalaires, elles, vérifient

$$m_\chi^2 \simeq \frac{56}{9} \left[\frac{4}{3} \delta_\chi^3 \left(\frac{\alpha_3}{4\pi} \right)^2 + \frac{3}{4} \delta_\chi^2 \left(\frac{\alpha_2}{4\pi} \right)^2 + \frac{3}{5} Y_\chi^2 \left(\frac{\alpha_1}{4\pi} \right)^2 \right] |\Lambda|^2. \quad (4.101)$$

4.6 Conclusions

Les modèles de supersymétrie qui considèrent à la fois l'existence d'un secteur de grande unification et d'une médiation de jauge pour la brisure de supersymétrie peuvent facilement posséder des spectres atypiques. Le rapport des masses de gauginos sera une des clés pour comprendre la structure sous-jacente du modèle. Ceci permettra de favoriser les modèles possédant les groupes de grande unification et les représentations adéquates. Les spectres peuvent avoir des caractéristiques peu ordinaires pour une médiation de jauge, comme un neutralino léger LSP, ou un wino/gluino NSLP. Les contraintes expérimentales font du cas neutralino LSP le scénario le plus intéressant à étudier.

	H	$\phi & \tilde{\phi}$	$\frac{M_3}{\alpha_3} : \frac{M_2}{\alpha_2} : \frac{M_1}{\alpha_1}$	Propriétés remarquables
mSUGRA			1 : 1 : 1	
mGM			1 : 1 : 1	
$SU(5)$	24	5 & $\bar{5}$	1 : -2/3 : ϵ	neutralino LSP, sleptons légers, $T_R \leq 10^{5-6}$ GeV,
		10 & $\bar{10}$	1 : 12/7 : ϵ	changements de saveur ok à part chez les leptons
	75	10 & $\bar{10}$	1 : 3 : -9/5	
$SU(5) \times U(1)_X$			combinaisons de cas déjà étudiés	
$SO(10)$	54	10 & 10	1 : -2/3 : ϵ	Cas du neutralino léger
	45 $\sim T_{3R}$	10 & 10'	13/20 : -1/4 : 2	wino NSLP, $\tau 10^{4-5}$ s, sleptons légers, sparticules colorées lourdes, $M_{3/2} \sim$ GeV
		16 & $\bar{16}$	$\frac{4}{5} : 4 : 2$	
	45 $\sim T_{B-L}$	10 & 10'	$-\frac{3}{5} : 1 : \epsilon$	gluinos légers
		16 & $\bar{16}$	6 : 4 : 9	pas viable
	45 $\sim T_Y$	10 & 10'	$\epsilon : 16 : \frac{27}{2}$	neutralino léger LSP
		16 & $\bar{16}$		
	45 $\sim T_X$	10 & 10'	1 : 1 : 1	
16 & $\bar{16}$		1 : 1 : 1		

FIGURE 4.4 – Sommaire des propriétés des modèles de grande unification avec messagers suivant les groupes et les représentations choisies.

Chapitre 5

Modèles de Saveurs

5.1 Introduction, problématique et plan

L'étude du domaine des saveurs est vaste et complexe¹. Le modèle standard décrit très bien la suppression des changements de saveur dans les courants neutres (notés FCNCs pour Flavor Changing Neutral Currents) et les processus violant CP. Cependant, ces explications reposent sur les matrices de masses obtenues expérimentalement. Pour les extensions du modèle standard telles que la supersymétrie, on ne peut pas (encore) reposer sur l'expérience. Lorsqu'on écrit des modèles pour prédire les masses des particules, il faut donc s'assurer qu'ils n'entraînent pas d'effets de saveur en contradiction avec les données expérimentales actuelles. On cherche donc à expliquer l'origine des couplages de Yukawa et l'explication au problème de hiérarchie, tout en expliquant l'absence de FCNCs observés ou de violation de CP.

5.1.1 Deux approches différentes pour la saveur

Nous nous limiterons ici à la comparaison de deux types de modèles différents, aux prédictions proches.

Le premier considère une ou des symétries agissant sur les trois familles du modèle standard. On parle de symétries "horizontales". Lorsque celles-ci sont brisées, elles génèrent une hiérarchie pour les couplages de Yukawas engendrés. Le modèle de Froggatt-Nielsen (FN), dans lequel la symétrie $U(1)$ de saveur est jaugée, est une illustration classique de ce genre d'idées. Ces symétries peuvent être non-abéliennes. Ces scénarios peuvent être compatibles avec les limites des FCNCs et de la violation de CP sous réserve de :

- avoir une masse de fermions assez lourde, causant des problèmes de petite hiérarchie
- se placer dans une région restreinte parmi les paramètres supersymétriques disponibles, ou faire des hypothèses supplémentaires, comme l'alignement

1. Pour changer.

ou la violation de saveur minale dite MFV par exemple [87, 88, 89] (voir [90] pour une discussion récente).

En général, les contraintes sont difficiles à satisfaire et les FCNCs sont prédits proches des limites actuelles.

Dans le second type de modèles, les hiérarchies proviennent d'une forte renormalisation des fonctions d'onde (modèles noté WFR, pour wave fonction renormalisation). Celles-ci peuvent provenir

- de l'évolution du groupe de renormalisation vers une échelle M située quelques ordres de grandeur en dessous de l'échelle fondamentale M_0 . Dans notre exemple, on aura $M_0 = M_P$ et $M = \Lambda_{GUT}$. On peut très bien aussi avoir $M_0 = M_p$ ou Λ_{GUT} et $M = M_{SUSY}$. On peut coupler le MSSM à un secteur conforme afin de générer de larges dimensions anomales pour les champs de matière [14, 46, 91]
- d'une dimension supplémentaire dans laquelle sont répartis les champs de matières [93, 92]. Cette idée a été largement considérée pour régler la question de la saveur dans le cadre de modèles non supersymétriques de type Randall-Sundrum, avec des dimensions supplémentaires fortement courbées [94].

On sait que ces deux cas sont souvent duaux. Ainsi, un modèle type comme celui de Nelson-Strassler [14] [91] permet de générer des fonctions d'ondes hiérarchiques, avec des Yukawas corrects et en supprimant les FCNCs.

5.1.2 Des prédictions proches

Ces deux types de modèles cherchent à résoudre la question de la hiérarchie de masse chez les fermions, ainsi qu'à comprendre pourquoi les FCNCs sont supprimés en supersymétrie [13, 87, 95, 96, 97, 88, 98, 100].

Comme cela a été déjà dit dans le papier initial de Nelson et Strassler, les prédictions d'un modèle utilisant un mécanisme de WFR supersymétrique ressemblent à des modèles de saveur reposant sur le mécanisme de FN, avec des symétries horizontales abéliennes, des fermions du MS portant des charges du même signe et avec un seul champ familon.

Effectivement, les prédictions des deux approches pour les matrices de Yukawa sont identiques, une fois faite l'identification entre les différents paramètres.

Cela permet de construire des modèles de WFR viables. En effet, il y a un nombre limité de modèles supersymétriques de type FN avec

- des symétries horizontales abéliennes
- un seul champ familon
- tous les fermions ayant des charges du même signe
- sans anomalie de jauge
- qui arrivent à rendre compte correctement des masses et mélanges des quarks et leptons.

Chaque choix de charges horizontales peut être mise en relation avec des valeurs d'un modèle de WFR, les deux modèles donnant les même prédictions pour les matrices de Yukawa.

On peut donc se baser sur le travail déjà accompli sur les modèles de FN qui marchent pour identifier ceux de WFR qui vont le faire.

Au delà de masses de fermions identiques, nous nous proposons de pousser la comparaison entre ces deux types de modèles aux masses des scalaires.

Les deux modèles prédisent des matrices de masses similaires pour les fermions. Cependant, les changements de saveur dans les courants neutres sont mieux supprimés dans le cas des modèles de type Nelson-Strassler.

Nous verrons également que les deux modèles satisfont une même contrainte pour deux raisons apparemment très différentes :

- Dans le cas des symétries de jauge dans un modèle à 4D, il faut veiller à l’annulation des anomalies de jauge.
- Dans les cas des modèles de type Nelson-Strassler, on impose l’unification des couplages de jauge.

Le fait que les modèles de type WFR subissent des contraintes similaires à celles de FN laisse à penser que l’ensemble des Yukawas générés par les deux approches pourrait être le même.

5.1.3 Des différences au niveau de la saveur

Pour appréhender les différences entre les deux modèles, nous aborderons la construction d’un modèle simple avec une dimension en plus dans lequel les fonctions d’ondes sont hiérarchiques. Dans celui-ci, les courants neutres leptoniques seront supprimés grâce à un couplage fort (CFT) générant la masse de l’électron.

On connaît le lagrangien effectif du modèle standard obtenu après intégration des degrés de libertés supersymétriques [99]. L’importance des FCNCs et de la violation CP à l’échelle électrofaible est déterminée par les coefficients de ses opérateurs de dimension 6. Nous verrons que les facteurs de suppression de certains opérateurs de dimension 6 seront assez différents dans les deux types de modèles.

Si les masses générées semblent être les mêmes dans les modèles de type FN et NS, il est intéressant de les comparer en détails, en particulier au niveau de la suppression des FCNCs et la violation de CP.

5.2 Modèles de Froggatt-Nielsen

5.2.1 Froggatt-Nielsen en quelques mots

Dans le cas des modèles de type Froggatt-Nielsen, on considère que la structure de la saveur dans le modèle standard est expliquée par une symétrie spontanément brisée. On fait donc appel à une symétrie de saveur, $U(1)$ dans le cas le plus simple. On peut aussi généraliser et chercher à étudier le cas où le groupe de saveur est non-abélien. On a un familon, de charge -1 sous la symétrie $U(1)$, qui va coupler aux champs du modèle standard. En fonction de leurs charges,

les couplages seront différents. Lorsque le familon prend une vev, une hiérarchie des masses se forme naturellement.

5.2.2 Froggatt-Nielsen dans les modèles que nous considérons

Nous allons étudier les cas supersymétriques de FN, car ce sont ceux dont le secteur de saveur est le plus délicat à comprendre. On considère des modèles effectifs supersymétriques à des échelles plus grandes que l'échelle de brisure de la supersymétrie Λ_{BS} , et plus petites que l'échelle de brisure pour la symétrie de saveur M .

La structure liée à la saveur va donc apparaître de manière effective, dans les termes cinétiques, dans le superpotentiel et dans la structure des termes softs.

Comme notre but sera de comparer les modèles de type Nelson-Strassler à ceux de Froggatt-Nielsen, on se limite seulement aux modèles possédant des charges de FN positives. Nous verrons que ce sont ceux qui ont une correspondance dans les cas où l'on utilise la renormalisation des fonctions d'onde.

L'action effective est déterminée par

$$\begin{aligned} W &= \epsilon^{q_i+u_j+h_u} (Y_{ij}^U + A_{ij}^U X) Q_i U_j H_u + \epsilon^{q_i+d_j+h_d} (Y_{ij}^D + A_{ij}^D X) Q_i D_j H_d \\ &+ \epsilon^{l_i+e_j+h_e} (Y_{ij}^E + A_{ij}^E X) L_i E_j H_d \\ K &= \epsilon^{|q_i-q_j|} (1 + C_{ij} X^\dagger X) Q_i^\dagger Q_j + \dots, \end{aligned} \quad (5.1)$$

où $\epsilon = \theta/M$, avec θ un superchamp chiral possédant une charge $U(1) -1$, $X = \theta^2 F$ est le champ qui brise la supersymétrie et tous les éléments de Y_{ij}^U sont d'ordre un.

Les charges liées aux familles des superchamps de matière sont définies comme q_i pour la composante gauche du doublet Q_L , ainsi que u_i et d_i pour les composantes de saveurs des quarks singlets, les conjugués des triplets de couleur U_R et D_R , respectivement, et de même pour les leptons.

Les charges horizontales sont définies dans une base électrofaible. Dans ce cas, les termes cinétiques possèdent des termes de mélange pour la saveur. Comme on suppose que les coefficients C_{ij} , Y_{ij} et A_{ij} sont d'ordre un, cela n'affecte pas les ordres dominants en ϵ . On se placera toujours dans cette base canonique.

5.3 Nelson-Strassler

5.3.1 Nelson-Strassler

Dans [14], Nelson et Strassler proposent un modèle qui permet de reproduire les hiérarchies du modèle standard sans utiliser de symétries de saveur. Pour cela, ils couplent le MSSM à un secteur conforme comportant une symétrie $U(1)$ qui empêche les trois familles de se mélanger entre elles. Ensuite, les dimensions anormales des familles étant différentes, les masses obtenues dans l'infrarouge le sont aussi et peuvent respecter les ordres de grandeurs mesurés dans le modèle standard.

L'action effective à l'échelle M est déterminée par

$$\begin{aligned} W &= (Y_{ij}^U + A_{ij}^U X) Q_i U_j H_u + (Y_{ij}^D + A_{ij}^D X) Q_i D_j H_d \\ &+ (Y_{ij}^E + A_{ij}^E X) L_i E_j H_d \\ K &= \epsilon^{-2q_i} Q_i^\dagger Q_i + C_{ij} X^\dagger X Q_i^\dagger Q_j + \dots \end{aligned} \quad (5.2)$$

Ici, les facteurs ϵ^{-2q_i} , $q_i > 0 \forall i$ sont les facteurs de renormalisation des fonctions d'onde, provenant de la physique entre M_0 et M , et dans les notions convenant à la comparaison des deux approches. On a fait disparaître les mélanges de saveur d'ordre un apparaissant à l'échelle M_0 dans les termes cinétiques via des rotations judicieuses.

Après avoir renormalisé les fonctions d'onde $Q_i \rightarrow \epsilon^{q_i} Q_i$ et autres (Higgs inclus), l'action effective dans le cas WFR est donné par

$$\begin{aligned} W &= \epsilon^{q_i+u_j+h_u} (Y_{ij}^U + A_{ij}^U X) Q_i U_j H_u + \epsilon^{q_i+d_j+h_d} (Y_{ij}^D + A_{ij}^D X) Q_i D_j H_d \\ &+ \epsilon^{l_i+e_j+h_d} (Y_{ij}^E + A_{ij}^E X) L_i E_j H_d \\ K &= Q_i^\dagger Q_i + C_{ij} \epsilon^{q_i+q_j} X^\dagger X Q_i^\dagger Q_j + \dots \end{aligned} \quad (5.3)$$

On voit que si les masses des fermions sont les mêmes dans les deux cas, il n'en sera pas de même pour les masses des scalaires et des termes softs.

On utilise cette structure pour décrire les hiérarchies et les mélanges dans les matrices de masse des fermions.

5.4 Comparaison des deux modèles

5.4.1 Généralités

On peut comparer les prédictions des deux modèles quant aux couplages de Yukawa, pour peu qu'on identifie à haute énergie les paramètres des modèles supersymétriques WFR (q_i) aux charges des modèles de FN. On voit que la classe des modèles FN qui se rapproche vraiment des modèles WFR est celle pour laquelle il n'y a qu'un seul $U(1)_X$, des charges positives et avec un seul champ de charge négative, le familon. Celui-ci brise la symétrie de saveur, et tous les Yukawas sont générés par couplage holomorphe au familon.

Comme la renormalisation de la fonction d'onde ne fait pas de distinction entre les particules et antiparticules, la suppression des masses des sfermions est beaucoup plus forte dans le cas WFR : il suffit de comparer le facteur $\epsilon^{q_i+q_j}$ de l'équation (5.3) et $\epsilon^{|q_i-q_j|}$ de l'équation 5.1 pour s'en convaincre. Cette remarque est générale et a déjà été faite dans le cas non supersymétrique [101].

Pour toute comparaison avec les données expérimentales, nous avons besoin d'être dans la base où les matrices de masse sont diagonales. Comme les principales contraintes expérimentales proviennent du secteur quark down, on choisit de rester dans une base électrofaible qui diagonalise la matrice de Yukawa du quark down. Pour cela, les termes du Lagrangien liés aux champs scalaires vont

subir les rotations gauches et droite. Ces rotations ne vont pas changer les facteurs de suppression dominants, mais vont rajouter des contributions sur les termes off diagonaux des matrices de masses.

Pour les modèles de FN, les éléments diagonaux sont les coefficients d'ordre un $C_{ii} \neq C_{jj}$ qui peuvent dépendre de la saveur. Ils sont présents de manière générique dans les D -termes liés à $U(1)$ et dépendent de la saveur. Ces contributions supplémentaires aux termes off-diagonaux dans les masses sont de l'ordre de grandeur des angles de rotations permettant de diagonaliser la matrice de Yukawa du quark down (en gros de l'ordre de grandeur des angles CKM) et sont gênants. Ils fournissent une borne supérieure (un peu trop forte) sur la suppression des termes off diagonaux.

Dans ces modèles, si tous les fermions portent des charges horizontales de même signe, les facteurs de suppression des termes off diagonaux originaux sont les mêmes que la suppression des termes venant du diagonal splitting, donc le problème de compatibilité avec les données est aussi difficile pour les deux types de modèles.

Il y a des modèles avec une symétrie $U(1)$ et des charges de signes différents ou/et plusieurs symétries $U(1)$ qui n'ont pas d'équivalent WFR mais qui arrivent à décrire le secteur de Yukawa et à donner une suppression assez forte des termes off-diagonaux de saveur dans les termes des masses de sfermions.

Cependant, ils doivent traiter le problème mentionné ci-dessus concernant la contribution des D termes dépendant de la saveur aux masses diagonales. Ils doivent aussi prendre en compte le diagonal splitting possible venant des coefficients quelconques d'ordre 1 liés à la symétrie $U(1)$.

Après rotations, la suppression des termes off-diagonaux dans la base des masses propres pour les quarks est similaire que dans les modèles avec les charges de même signe. Il en résulte certaines tensions dans l'espace des paramètres sur les termes softs de brisure de supersymétrie. [90].

On peut se demander ce qui se passe dans le cas de modèles de FN qui rendent compte du secteur de Yukawa et qui n'ont pas d'équivalent en WFR. On peut ainsi considérer des modèles avec plusieurs symétries $U(1)$. Cependant, ces modèles ont encore des problèmes : une fois pris en compte les effets du splitting sur la diagonale et des contributions des D -termes aux masses des sfermions, ces modèles donnent des prédictions pour les FCNCs assez proches que dans le cas où les champs de matière ont des charges du même signe. Nous les écartons donc de notre étude.

L'approche WFR évite ces problèmes. Il n'y a pas de symétrie $U(1)$, pas de D -termes et les termes de la diagonale qui dépendent de la saveur sont supprimés par des puissances de ϵ . Il n'y a donc pas de problème lié à des paramètres incontrôlés d'ordre un.

En plus de travailler dans une base électrofaible dans laquelle les quarks down sont diagonaux, pour pouvoir comparer nos modèles avec les données expérimentales, nous devons inclure tous les effets de renormalisation liés au MSSM pour le running de l'échelle M jusqu'à l'échelle électrofaible.

Au final, l'analyse standard des données sur les FCNCs et la violation de CP est faite par rapport aux coefficients des opérateurs effectifs de dimension

6 obtenus dans le lagrangien du modèle standard après avoir intégré les degrés de liberté liés à la supersymétrie [99]. Les coefficients de ces opérateurs peuvent être calculés en fonction des paramètres de brisure douce de supersymétrie et les facteurs de suppression discutés précédemment ont un lien direct avec les facteurs de suppression des opérateurs de dimension supérieure.

Comparons la façon dont les symétries de saveur et les modèles WFR rendent compte des hiérarchies dans les masses de fermions. On a vu précédemment qu'on pouvait s'appuyer sur le travail fait sur les modèles de FN. Si un tel modèle a des fermions portant des charges de même signe et rend compte de la hiérarchie, il peut être transcrit en modèle de type WFR².

Du point de vue des opérateurs générant la désintégration du proton, les deux approches donnent le même type de suppression. La symétrie $U(1)_X$ d'un modèle de FN peut supprimer la désintégration du proton avec des charges comme $l_i = n_i + 1/3$, $e_i = m_i - 1/3$, n_i, m_i entier (les charges des autres champs du MSSM étant entières). Dans ce cas, il y a une symétrie effective discrète Z_3 leptonique qui empêche le proton de se désintégrer. Plus généralement, les modèles de type FN et WFR génèrent tous deux des suppressions pour les premières générations, qui ont des charges élevées.

5.4.2 Exemples

La suppression de la saveur est paramétrée par la variable ϵ introduite auparavant. A priori, ϵ sera de l'ordre de l'angle de Cabbibo, $\epsilon \sim 0.22$. On peut toujours prendre une valeur différente si les charges choisies absorbent cette différence.

Les références Refs. [97, 98] ont listé les charges donnant des modèles consistants. Pour se faire une idée, voici trois modèles :³

$$q = u = e = (3, 2, 0), \quad d = \ell = (2, 0, 0) + d_3, \quad (\text{Model A})$$

$$q = u = e = (4, 2, 0), \quad d = \ell = (1, 0, 0) + d_3, \quad (\text{Model B})$$

$$q = (3, 2, 0), \quad u = (5, 2, 0), \quad d = (1, 0, 0) + d_3, \quad \ell = q + \ell_3, \quad e = d - \ell_3. \quad (\text{Model C})$$

Dans les trois cas, les charges horizontales des Higgs sont nulles. On doit prendre $q_3 = u_3 = 0$ pour avoir un top lourd, tandis que d_3 est laissé libre sous réserve de vérifier, avec $\tan\beta$ la relation suivante :

$$\epsilon^{-d_3} \tan\beta \sim \frac{m_t(M_c)}{m_b(M_c)} \sim \epsilon^{-3}. \quad (5.4)$$

2. A priori, les modèles de type FN sont plus contraints, car ils doivent vérifier l'annulation des anomalies. On verra par la suite que si on demande aux modèles WFR de vérifier l'unification des constantes de couplage du MSSM, ceux-ci doivent vérifier des contraintes similaires.

3. A et B ont été traités dans [98], où ils apparaissent comme étant modèle 1 et 5 respectivement. Le modèle C est utilisé dans [97].

a	$\tilde{m}_{a,LL}^2 / m_0^2$	$\tilde{m}_{a,RR}^2 / m_0^2$	$A_a / m_0 \sim Y_a$
u	$r_q \mathbf{1} + \begin{pmatrix} \epsilon^6 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \\ \epsilon^5 & \epsilon^4 & \epsilon^2 \\ \epsilon^3 & \epsilon^2 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$ $r_q \mathbf{1} + \begin{pmatrix} \epsilon^0 & \epsilon^1 & \epsilon^3 \\ \epsilon^1 & \epsilon^0 & \epsilon^2 \\ \epsilon^3 & \epsilon^2 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$	$r_u \mathbf{1} + \begin{pmatrix} \epsilon^6 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \\ \epsilon^5 & \epsilon^4 & \epsilon^2 \\ \epsilon^3 & \epsilon^2 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$ $r_u \mathbf{1} + \begin{pmatrix} \epsilon^0 & \epsilon^1 & \epsilon^3 \\ \epsilon^1 & \epsilon^0 & \epsilon^2 \\ \epsilon^3 & \epsilon^2 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \epsilon^6 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \\ \epsilon^5 & \epsilon^4 & \epsilon^2 \\ \epsilon^3 & \epsilon^2 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$
d	$r_q \mathbf{1} + \begin{pmatrix} \epsilon^6 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \\ \epsilon^5 & \epsilon^4 & \epsilon^2 \\ \epsilon^3 & \epsilon^2 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$ $r_q \mathbf{1} + \begin{pmatrix} \epsilon^0 & \epsilon^1 & \epsilon^3 \\ \epsilon^1 & \epsilon^0 & \epsilon^2 \\ \epsilon^3 & \epsilon^2 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$	$r_d \mathbf{1} + t_\beta^2 \begin{pmatrix} \epsilon^{10} & \epsilon^8 & \epsilon^8 \\ \epsilon^8 & \epsilon^6 & \epsilon^6 \\ \epsilon^8 & \epsilon^6 & \epsilon^6 \end{pmatrix}$ $r_d \mathbf{1} + \begin{pmatrix} \epsilon^0 & \epsilon^2 & \epsilon^2 \\ \epsilon^2 & \epsilon^0 & \epsilon^0 \\ \epsilon^2 & \epsilon^0 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$	$t_\beta \begin{pmatrix} \epsilon^8 & \epsilon^6 & \epsilon^6 \\ \epsilon^7 & \epsilon^5 & \epsilon^5 \\ \epsilon^5 & \epsilon^3 & \epsilon^3 \end{pmatrix}$
e	$r_\ell \mathbf{1} + t_\beta^2 \begin{pmatrix} \epsilon^{10} & \epsilon^8 & \epsilon^8 \\ \epsilon^8 & \epsilon^6 & \epsilon^6 \\ \epsilon^8 & \epsilon^6 & \epsilon^6 \end{pmatrix}$ $r_\ell \mathbf{1} + \begin{pmatrix} \epsilon^0 & \epsilon^2 & \epsilon^2 \\ \epsilon^2 & \epsilon^0 & \epsilon^0 \\ \epsilon^2 & \epsilon^0 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$	$r_e \mathbf{1} + \begin{pmatrix} \epsilon^6 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \\ \epsilon^5 & \epsilon^4 & \epsilon^2 \\ \epsilon^3 & \epsilon^2 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$ $r_e \mathbf{1} + \begin{pmatrix} \epsilon^0 & \epsilon^1 & \epsilon^3 \\ \epsilon^1 & \epsilon^0 & \epsilon^2 \\ \epsilon^3 & \epsilon^2 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$	$t_\beta \begin{pmatrix} \epsilon^8 & \epsilon^7 & \epsilon^5 \\ \epsilon^6 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \\ \epsilon^6 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \end{pmatrix}$

TABLE 5.1 – Yukawas et masses carrées softes pour les scalaires dans le modèle A [98] : $q = u = e = (3, 2, 0)$, $\ell = d$ avec $d - d_3 = (2, 0, 0)$ et où on a utilisé la relation $\tan\beta = t_\beta = \epsilon^{d_3-3}$. Les lignes du haut correspondent au cas WFR, celles du bas à celui de FN.

Les couplages de Yukawa résultant du modèle A sont rassemblés dans la dernière colonne du tableau Tab. 5.1. Ils peuvent reproduire les masses et mélanges des fermions du modèle standard avec des coefficients d'ordre 1.

Après prise en compte des effets de renormalisation[102], les termes softs des masses à l'échelle électrofaible sont données avec une assez bonne approximation par :

$$\tilde{m}_{u,LL,ij}^2 \sim r_q m_{1/2}^2 \delta_{ij} + \hat{m}_q^2 e^{|q_i \pm q_j|} \quad (5.5)$$

$$\tilde{m}_{u,RR,ij}^2 \sim r_u m_{1/2}^2 \delta_{ij} + \hat{m}_u^2 e^{|u_i \pm u_j|} \quad (5.6)$$

$$\tilde{m}_{u,LR,ij}^2 \sim A_u v \sin \beta \epsilon^{q_i + u_j} \quad (5.7)$$

$$\tilde{m}_{d,LL,ij}^2 \sim r_q m_{1/2}^2 \delta_{ij} + \hat{m}_q^2 \epsilon^{|q_i \pm q_j|} \quad (5.8)$$

$$\tilde{m}_{d,RR,ij}^2 \sim r_d m_{1/2}^2 \delta_{ij} + \hat{m}_d^2 \epsilon^{|d_i \pm d_j|} \quad (5.9)$$

$$\tilde{m}_{d,LR,ij}^2 \sim A_d v \cos \beta \epsilon^{q_i + d_j} \quad (5.10)$$

$$\tilde{m}_{e,LL,ij}^2 \sim r_\ell m_{1/2}^2 \delta_{ij} + \hat{m}_\ell^2 \epsilon^{|l_i \pm l_j|} \quad (5.11)$$

$$\tilde{m}_{e,RR,ij}^2 \sim r_e m_{1/2}^2 \delta_{ij} + \hat{m}_e^2 \epsilon^{|e_i \pm e_j|} \quad (5.12)$$

$$\tilde{m}_{e,LR,ij}^2 \sim A_e v \cos \beta \epsilon^{\ell_i + e_j} \quad (5.13)$$

où nous avons défini l'échelle à haute énergie des masses softs $m_{1/2}$, \hat{m}_a et A_a . A moins qu'il n'y ait un mécanisme là afin de générer des suppressions supplémentaires, on s'attend à ce que ces termes soient du même ordre de grandeur. Par simplicité, on les prendra égaux, valant m_0 .

Pour simplifier, on a omis les coefficients d'ordre 1 dépendant de la saveur qui doivent multiplier les termes supprimés par des puissances en ϵ . Les charges sont toutes positives ou nulles, les signes + correspondent au cas WFR, et les - au cas FN. Les constantes r_a paramétrisent la renormalisation de jauge dominante et sont données par environ $r_q = 6.5$, $r_u = 6.2$, $r_d = 6.1$, $r_\ell = 0.5$ et $r_e = 0.15$. Les corrections des Yukawa devraient être grandes pour la troisième génération mais vu qu'on travaille avec des coefficients inconnus $\mathcal{O}(1)$, on n'a pas besoin de les évaluer. Les matrices de masses obtenues sont présentées dans le tableau 5.1.

Plusieurs points méritent d'être soulignés.

- Pour WFR, les contributions dominantes aux masses propres des première et seconde générations sont déduites du running des boucles de bosons de jauge/jauginos, tandis que dans le cas FN, les masses softs à l'ordre des arbres donnent des contributions non négligeables, en particulier pour les sleptons.
- Les Yukawas et les masses softs qui changent la chiralité (A -termes) sont supprimés de la même façon. Ils sont même identiques dans le cas FN et WFR.
- Comme souligné auparavant, les modèles WFR suppriment mieux les termes off-diagonaux des secteurs LL et RR que les modèles FN.

Pour comparer les prédictions aux expériences, on étudie les limites en termes des paramètres d'insertions de masses δ_{ij}^a par rapport à une masse de sfermion de référence. Elles sont définies comme

$$\delta_{MN,ij}^a = \frac{\tilde{m}_{a,MN,ij}^2}{\tilde{m}_{a,M,i} \tilde{m}_{a,N,j}}, \quad \langle \delta_{ij}^a \rangle = \sqrt{\delta_{LL,ij}^a \delta_{RR,ij}^a} \quad (5.14)$$

pour $a = u, d, e$, $M, N = L, R$, $i \neq j$. Les expressions sont normalisées par rapport aux entrées diagonales $\tilde{m}_{a,M,i}^2$, $i = 1, 2, 3$. On associe le même type de paramètres pour les A -termes (quelques soient i, j) :

$$\delta_{LR,ij}^a = (\delta_{RL,ji}^a)^* = \frac{\tilde{m}_{a,LR,ij}^2}{\tilde{m}_{a,L,i} \tilde{m}_{a,R,j}}. \quad (5.15)$$

En commençant avec les limites provenant du secteur des hadrons, nous donnons les limites et les résultats du modèle A dans le tableau 5.2 et 5.3. Toutes les limites dans le tableau . 5.2 sont satisfaites sans problème (même pour $\tan\beta$ assez grand). Elles pourraient même être satisfaites avec des masses de squarks plus petites.

Notons que dans le modèle FN avec les charges correspondantes, il est très difficile de satisfaire la borne sur $\langle\delta_{12}\rangle$ [90]. Comme les mélanges entre squarks de première et seconde génération sont supprimés au plus par des termes d'ordre deux en ϵ , pour satisfaire les bornes expérimentales, il faut donc des effets de renormalisation insensibles à la saveur assez forts, c'est-à-dire un large ratio entre la valeur initiale de la masse du gluino sur la masse des squarks à haute énergie.

Les insertions de masse sur le changement de chiralité du tableau Tab 5.3 sont plus contraignants. En particulier, les 11 entrées sont fortement contraintes par la mesure de l'EDM du neutron. Cela étant dit, les prédictions correspondantes de notre modèle pour des masses de squarks d'1 TeV satisfont les limites expérimentales sur leurs limites.

Du côté des leptons, nous citons dans la table 5.4 les limites⁴ provenant des LFV désintégrations des leptons chargés, $\mu \rightarrow e\gamma$, $\tau \rightarrow e\gamma$ et $\tau \rightarrow \mu\gamma$ ainsi que des prédictions théoriques obtenues avec l'hypothèse d'une échelle de brisure de supersymétrie unique à haute énergie m_0 .

Alors, à l'échelle électrofaible $A_e \sim m_0$ et l'échelle typique pour les sleptons est $\tilde{m}_{sl} = (r_\ell r_e)^{\frac{1}{4}} m_0$. On observe que même pour une masse de sleptons aussi élevée que 400 GeV (correspondant à $m_0 = 750$ GeV) la contribution à $\mu \rightarrow e\gamma$ n'est pas suffisamment supprimée. Il est intéressant de savoir jusqu'où on peut ajuster les charges e_i et ℓ_i pour améliorer ce problème. À cette fin, considérons le produit

$$\delta_{LR,12}^e \delta_{RL,12}^e \sim \frac{A_e^2 v^2}{\tilde{m}_{sl}^4} \epsilon^{\ell_1+e_2+\ell_2+e_1} \cos^2 \beta \sim \frac{A_e^2 m_e m_\mu}{\tilde{m}_{sl}^4}. \quad (5.16)$$

Il est clair que ce produit est indépendant du choix fait de la charge et ne peut être diminué qu'en augmentant \tilde{m}_{sl} ou en diminuant A_e . Cela veut dire qu'au moins une des contributions est plus grande que

$$\frac{A_e \sqrt{m_e m_\mu}}{\tilde{m}_{sl}^2} \sim 3.5 \times 10^{-5} \quad (5.17)$$

où les valeurs ont été prises pour $\tilde{m}_{sl} = 400$ GeV. C'est une prédiction assez solide (à des coefficients $\mathcal{O}(1)$ près), et effectivement, Tab. 5.4 montre que cela tient en particulier pour le modèle A. Une suppression plus forte peut être obtenue à condition que les A termes soient plus petites que m_0 et/ou m_0 soit plus grand, soit $\tilde{m}_{sl} > 400$ GeV. Par exemple, on peut avoir un taux de désintégration acceptable pour $A_e \sim 100$ GeV et $\tilde{m}_{sl} \sim 400$ GeV. Pour diminuer encore la masse des sleptons, il faut plus de fine-tuning sur A_0 , tandis

4. Notons que le taux de désintégration dépend de $(\delta_{LR,ij})^2 + (\delta_{RL,ij})^2$ [99]. Les entrées LL et RR sont bien moins contraintes et nous ne les considérerons pas ici.

a	ij	$\delta_{LL,ij}^a$		$\delta_{RR,ij}^a$		$\langle \delta_{ij}^a \rangle$	
		Exp.	Th.	Exp.	Th.	Exp.	Th.
d	12	0.03	8.6×10^{-5}	0.03	$9.1 \times 10^{-7} t_\beta^2$	0.002	$8.9 \times 10^{-6} t_\beta$
d	13	0.2	1.8×10^{-3}	0.2	$9.1 \times 10^{-7} t_\beta^2$	0.07	$4.0 \times 10^{-6} t_\beta$
d	23	0.6	8.1×10^{-3}	1.8	$1.8 \times 10^{-5} t_\beta^2$	0.2	$3.8 \times 10^{-4} t_\beta$
u	12	0.1	8.6×10^{-5}	0.1	8.6×10^{-5}	0.008	8.6×10^{-5}

TABLE 5.2 – Limites sur les insertions de masses hadroniques qui préservent la chiralité et résultats obtenus pour le modèle A de WFR. Les limites (prises dans le tableau IV de Isidori :2010kg) sont valides pour des masses de squarks de 1 TeV et varient linéairement par rapport à ce dernier.

a	ij	$\delta_{LR,ij}^a$		$\delta_{RL,ij}^a$	
		Exp.	Th.	Exp.	Th.
d	12	2×10^{-4}	8.1×10^{-6}	2×10^{-3}	1.8×10^{-6}
d	13	0.08	8.1×10^{-6}	0.08	3.7×10^{-5}
d	23	0.01	3.7×10^{-5}	0.01	7.6×10^{-4}
d	11	4.7×10^{-6}	3.9×10^{-7}	4.7×10^{-6}	3.9×10^{-7}
u	12	0.02	3.7×10^{-5}	0.02	3.7×10^{-5}
u	11	9.3×10^{-6}	8.1×10^{-6}	9.3×10^{-6}	8.1×10^{-6}

TABLE 5.3 – Limites sur les insertions de masses changeant la chiralité des hadrons et résultats obtenus pour le modèle A des WFR. Les limites sont prises de Tab. V de [103] et sont données pour des masses de squarks de 1 TeV. Alors que les limites sur les éléments $i \neq j$ ($i = j$) croissent linéairement avec ces derniers (quadratiquement) with the latter, nos prédictions diminuent linéairement.

que $\tilde{m}_{sl} \sim 400$ GeV donne des masses de l'ordre de 1.9 TeV pour les squarks, ce qui provoque des tensions vis à vis du problème de petite hiérarchie.

Pour conclure, les limites leptoniques sont plus contraignantes que les limites hadroniques (voir [14], [92]). Finalement, soulignons que les modèles FN ont un problème semblable (avec les mêmes limites dans le secteur LR/RL). Ils prédisent aussi une suppression insuffisante dans les secteurs LL et RR .

Dans la partie 5.6, nous décrivons une façon de supprimer le taux de désintégration de $\mu \rightarrow e\gamma$ dans les modèles de type WFR. Cela permet d'alléger les masses des superpartenaires sans fine-tuning sur les A termes leptoniques.

5.5 Unification et hiérarchie des fonctions d'onde

5.5.1 Quelques mots sur le mécanisme de Green-Schwarz

On considère un système décrit par

ij	$\delta_{MN,ij}^e$		
	Exp.	Th. (LR)	Th. (RL)
12	4.8×10^{-6}	2.0×10^{-5}	9.4×10^{-5}
13	1.8×10^{-2}	4.3×10^{-4}	9.4×10^{-5}
23	1.2×10^{-2}	8.9×10^{-3}	4.3×10^{-4}

TABLE 5.4 – Limites expérimentales sur les insertions de masses leptoniques et les résultats du modèle A de WFR. Limites (prises du tableau 7 de [99]), valables pour des masses de sleptons de 400 GeV.

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_{GS} \quad (5.18)$$

\mathcal{L}_0 représente un secteur possédant au moins une symétrie $U(1)_X$, a est l'indice des groupes de jauge du modèle standard, $S = s_r + is_i$ est un axio-dilaton. $\mathcal{L}_{GS} = \int d^2\theta \frac{1}{2} k_a S (W^\alpha W_\alpha)_i$ est le couplage de S aux champs de jauge.

Le système représenté par \mathcal{L}_0 peut avoir des anomalies mixtes notées A_a entre $U(1)_X$ et G_a , G_a contenant au moins les symétries du modèle standard et $U(1)_X$.

Si Λ correspond au superchamp correspondant aux transformations de jauge, les anomalies de $U(1) \times G_a^2$ donnent donc

$$\delta\mathcal{L}_0 = \sum_a \int d^2\theta \Lambda A_a (W^\alpha W_\alpha)_a \quad (5.19)$$

Il suffit que les variations du lagrangien \mathcal{L}_{GS} compensent celles du reste du système pour que le système conserve ses symétries. On prend donc

$$S \rightarrow S + \Lambda \delta_{GS}, \text{ où } \delta_{GS} = \frac{A_3}{k_3} = \frac{A_2}{k_2} = \frac{A_1}{k_1} \quad (5.20)$$

Dans ce cas, un système qui peut sembler anomal ne l'est en fait pas.

5.5.2 Une contrainte commune (et mystérieuse)

Dans les modèles de type WFR, nous ne sommes pas obligés de supposer l'unification des constantes de couplage du modèle standard. Mais si nous le faisons, nous arrivons à un résultat intéressant sur nos modèles.

Les couplages de jauges physiques d'une théorie des champs supersymétrique sont données à tous les ordres de la théorie des perturbations par [104, 105]

$$\frac{4\pi^2}{g_a^2(\mu)} = Ref_a + \frac{b_a}{4} \log \frac{\Lambda^2}{\mu^2} + \frac{T(G_a)}{2} \log g_a^{-2}(\mu^2) - \sum_r \frac{T_a(r)}{2} \log \det Z_{(r)}(\mu^2), \quad (5.21)$$

où

$$b_a = \sum_r n_r T_a(r) - 3T(G_a) \quad , \quad T_a(r) = Tr_r T_{(a)}^2 \quad (5.22)$$

sont les fonction beta et l'index de Dynkin de la représentation r sous le facteur du groupe de jauge G_a , f_a sont les couplages de jauge holomorphiques, $Z_{(r),ij}$ sont les fonctions d'onde des champs de matière d'indices i, j et le déterminant $\det Z_{(r)}(\mu^2)$ est calculé sur l'espace de saveurs.

Dans notre cas, $Z_{(r)} \simeq \text{diag} (\epsilon^{-2q_1^{(r)}}, \epsilon^{-2q_2^{(r)}}, \epsilon^{-2q_3^{(r)}})$ et donc

$$\log \det Z_{(r)} = -2 \sum_i q_i^{(r)} \log \epsilon, \quad (5.23)$$

où les $q_i^{(r)}$ sont les "charges" $U(1)$ des représentations contenant la matière $r = Q, U, D, L, E, H_u, H_d$. On définit les quantités suivantes

$$A_a = -\frac{1}{\log \epsilon} \sum_r \frac{T_a(r)}{2} \log \det Z_{(r)}, \quad (5.24)$$

qui sont proportionnelles aux contributions additionnelles au running provenant d'un secteur couplé fortement, produisant les fonctions d'onde hiérarchiques. Notons que l'unification du MSSM est préservée si

$$A_3 = A_2 = \frac{3}{5} A_1. \quad (5.25)$$

Avec le contenu en champs du MSSM, on trouve

$$\begin{aligned} SU(3) : \quad A_3 &= \sum_i (2q_i + u_i + d_i), \\ SU(2) : \quad A_2 &= \sum_i (3q_i + l_i) + h_u + h_d, \\ U(1)_Y : \quad A_1 &= \sum_i \left(\frac{1}{3} q_i + \frac{8}{3} u_i + \frac{2}{3} d_i + l_i + 2e_i \right) + h_u + h_d \end{aligned} \quad (5.26)$$

Notons aussi que les quantités A_i peuvent être simplement reliées aux déterminants des matrices de Yukawa des leptons et quarks via

$$\begin{aligned} \det(Y_U Y_D^{-2} Y_L^3) &= \epsilon^{\frac{3}{2}(A_1 + A_2 - 2A_3)}, \\ \det(Y_U Y_D) &= \epsilon^{A_3 + 3(h_u + h_d)}. \end{aligned} \quad (5.27)$$

Ces quantités interviennent dans le cas de d'un Froggatt-Nielsen, avec un $U(1)$ jaugé qui génère la hiérarchie des Yukawas, via (5.25)-(5.27), voir [95], [96], [97]. On peut comparer ces contraintes au cas étudié ici :

- Dans le cas de FN jaugé, les quantités (5.26) correspondent aux coefficients des anomalies mixtes $U(1)_X G_a^2$, entre le groupe jaugé $U(1)_X$ et les groupes de jauges du modèle standard $G_a = SU(3), SU(2), U(1)_Y$.
- Dans le cas de FN, (5.25) représente la condition d'annulation des anomalies de Green-Schwarz (pour des cordes hétérotiques et certaines cordes de type II).

Dans notre cas, (5.25) représente les conditions pour l'unification des couplages de jauge à l'échelle ou le secteur fortement couplé découple du running. Même s'il n'y a pas de symétrie $U(1)$ de jauge dans le cas WFR, l'unification des couplages impose exactement les mêmes contraintes que si les "charges" étaient reliées à une symétrie $U(1)$ de type FN (en tous cas pour les anomalies mixtes $U(1)_X \times G_a^2$).

En utilisant les résultats de [96], [97] sur la structure des masses des quarks et leptons, on peut écrire cette relation qui va nous être utile

$$A_1 + A_2 - \frac{8}{3}A_3 \simeq 2(h_u + h_d) . \quad (5.28)$$

Les conditions d'unification (5.25) amènent donc à $h_u + h_d = 0$. Comme dans les modèles de renormalisation des fonctions d'ondes, toutes les "charges" sont positives ou nulles, cela donne donc $h_u = h_d = 0$. Dans le cas où on interprète la renormalisation des fonctions d'onde avec une dimension supplémentaire, cela se traduit par le fait que les deux doublets de Higgs sont localisés sur la brane ultraviolette.

On peut aussi mentionner une autre possibilité plausible pour l'unification : les couplages de jauge holomorphe et les fonctions d'onde prises séparément violent les relations des couplages de jauge de $SU(5)$, mais leurs contributions combinées les préservent. Pour une étude approfondie de l'unification des couplages de jauge dans des théories comprenant des secteurs fortement couplés, voir [106]

Remarquons que, dans le cas de FN, les conditions sur les anomalies mixtes (5.26) imposée au modèle C de la partie (5.4) donnent aussi $h_u + h_d = 0$, $d_3 - l_3 = 2/3$. Une façon simple de réaliser cette contrainte est de prendre $h_u = h_d = 0$, $d_3 = 1, l_3 = 1/3$. Dans ce cas, la symétrie $U(1)_X$ se brise en une symétrie discrète Z_3^L agissant sur les leptons. Elle permet d'éviter la désintégration du proton. C'est un effet qu'il est difficile de reproduire dans le cas de modèles de type WFR, qui ont donc typiquement des problèmes avec la désintégration du proton.

5.6 Un modèle à 5 dimensions pour réaliser une renormalisation forte des fonctions d'onde

Il y a plusieurs façons de générer un modèle reposant sur la renormalisation des fonctions d'onde. On peut utiliser des modèles à 4D fortement couplés ou bien des modèles avec dimension supplémentaire dans lesquels les fonctions d'ondes sont localisées différemment en fonction de leur saveur.

On a travaillé avec une variante du modèle standard de Randall-Sundrum [39], avec une brane ultraviolette dont l'échelle était $\Lambda_{UV} \sim M_p$ et une brane infrarouge d'échelle $\Lambda_{IR} \sim \Lambda_{GUT}$. En comparant le cas standard RS non supersymétrique, dans lequel les hiérarchies dans les masses de fermions sont générées par le recouvrement des fonctions d'onde on remarque que dans ce cas, comme

5.6. UN MODÈLE À 5 DIMENSIONS POUR RÉALISER UNE RENORMALISATION FORTE DES FONCTIONS L

$\epsilon_{RS} = \frac{\Lambda_{UV}}{\Lambda_{IR}} \sim 10^{-16}$, les masses de bulk c_i doivent être ajustée pour être proches de $1/2$ et ne pas générer de trop grandes hiérarchies dans les masses des fermions. Comme dans notre cas, on a pris une dimension supplémentaire très petite, $10^{-3} \leq \epsilon \leq 10^{-1}$ il n'y a pas besoin d'ajustement. Evidemment, le problème de hiérarchie n'est pas résolu avec une dimension de cette taille. C'est la supersymétrie qui va s'assurer de répondre au problème de naturalité.

Vu la différence entre les énergies, la cinquième dimension est donc très petite, de rayon R et la hiérarchie est donnée par

$$\epsilon = \frac{\Lambda_{IR}}{\Lambda_{UV}} = e^{-k\pi R} \quad (5.29)$$

où k est la courbure de l'espace AdS à 5 dimensions.

Tous les champs du MSSM sont dans le bulk, localisés de sorte à créer des Yukawas hiérarchiques [132].

Comme dans l'article [93], on commence avec des termes de Kähler ($0 < y < \pi R$)

$$\begin{aligned} \hat{K} = & e^{(1-2c_{h_u})ky} H_u^\dagger H_u + e^{(1-2c_{h_d})ky} H_d^\dagger H_d \\ & + e^{(1-2c_{q,i})ky} Q_i^\dagger Q_i + e^{(1-2c_{u,i})ky} U_i^\dagger U_i + e^{(1-2c_{d,i})ky} D_i^\dagger D_i \\ & + \delta(y)k^{-3} X^\dagger X \left(C_{q,ij} Q_i^\dagger Q_j + C_{u,ij} U_i^\dagger U_j + C_{d,ij} D_i^\dagger D_j + C_{h_u} H_u^\dagger H_u + C_{h_d} H_d^\dagger H_d \right). \end{aligned} \quad (5.30)$$

dans lesquels $i, j = 1, 2, 3$ représente les familles et les coefficients sont quelconques $\mathcal{O}(1)$. On n'a gardé que les champs avec des modes zéros (l'échelle est petite donc les états excités sont hors d'accès), les champs conjugués ϕ^c dont des conditions de Diriclet aux bords ($--$) et donc n'ont pas de zero mode.

Les leptons ont un lagrangien analogue. Les termes cinétiques localisés sur les branes peuvent aussi être introduits, et même s'ils dépendent de la saveur, ils ne changent rien au résultat final.

On introduit un superpotentiel qui rend compte des couplages sur les deux branes (on se limite aux squarks par simplicité) :

$$\begin{aligned} \hat{W} = & \delta(y)k^{-\frac{3}{2}} \left(\hat{Y}_{ij}^u H_u Q_i U_j + \hat{Y}_{ij}^d H_d Q_i D_j + k^{-1} X \hat{A}_{ij}^u H_u Q_i U_j + k^{-1} X \hat{A}_{ij}^d H_d Q_i D_j \right) \\ & + \delta(y - \pi R) (k\epsilon)^{-\frac{3}{2}} \left(\hat{Y}_{ij}^{\prime u} \epsilon^{c_{h_u} + c_{q_i} + c_{u_j}} H_u Q_i U_j + \hat{Y}_{ij}^{\prime d} \epsilon^{c_{h_d} + c_{q_i} + c_{d_j}} H_d Q_i D_j \right) \end{aligned} \quad (5.31)$$

On a confiné le spurion X qui brise la supersymétrie sur la brane ultraviolette, à $y = 0$. On a introduit des couplages de Yukawas sans dimension arbitraires sur chacune des branes. Après intégration sur la dimension supplémentaire, les termes cinétiques gagnent une renormalisation de fonction d'ondes

$$Z_q = \frac{1}{(1 - 2c_q)k} (\epsilon^{2c_q - 1} - 1), \quad (5.32)$$

et donc on peut approximer Z_q par

$$Z_q \sim \frac{\epsilon^{2c_q-1}}{(1-2c_q)k} \text{ pour } c < 1/2 \text{ et } Z_q \sim \frac{1}{(2c_q-1)k} \text{ pour } c > 1/2. \quad (5.33)$$

Notons que

- Pour $c_q < \frac{1}{2}$ le champ est localisé près de la brane infrarouge. On lui donne les "charges" fictives $q = \frac{1}{2} - c_q > 0$ et $q' = 0$.
- Pour $c_q > \frac{1}{2}$ le champ est localisé près de la brane ultraviolette. Ses charges sont $q = 0$ et $q' = c_q - \frac{1}{2} > 0$.
- On retrouve une localisation exacte sur la brane ultraviolette (resp infrarouge) en prenant la limite q' (q) tend vers l'infini.

Après être revenu à une normalisation canonique, cela donne des couplages de Yukawas suivant

$$Y_{ij}^u = \hat{Y}_{ij}^u \epsilon^{q_i+u_j+h_u} + \hat{Y}_{ij}^{\prime u} \epsilon^{q'_i+u'_j+h'_u}, \quad (5.34)$$

$$Y_{ij}^d = \hat{Y}_{ij}^d \epsilon^{q_i+d_j+h_d} + \hat{Y}_{ij}^{\prime d} \epsilon^{q'_i+d'_j+h'_d}. \quad (5.35)$$

Chaque champ a au moins un type de yukawa supprimé, \hat{Y} ou \hat{Y}' , suivant qu'il soit localisé vers l'infrarouge ou l'ultraviolet.

Comme on choisit de prendre X sur la brane ultraviolette, la masse soft et les A -termes à haute énergie sont donnés par les expressions de la section 5.4 avec

$$m_0 \sim \frac{|F_X|}{k}. \quad (5.36)$$

On choisit de placer les champs du MSSM comme suit :

- Les deux premières générations de quarks et leptons sont localisés près de la brane infrarouge. Dans l'interprétation 4D holographique, les deux premières générations sont des états composites.
- le quark top est localisé sur ou près de la brane ultraviolette, tandis que le bottom et le tau sont localisés près de la brane ultraviolette ou infrarouge, suivant la valeur de $\tan\beta$. Dans le langage holographique, le quark top est élémentaire.
- les deux doublets de Higgs H_u, H_d sont localisés près de la brane ultraviolette et donc $h_u, h_d = 0$. Ils sont donc élémentaires dans l'interprétation holographique. Dans le scénario suivant, nous considérerons un h'_d non nul représentant une "queue" non négligeable près de l'infrarouge. Ceci est facile à réaliser vu que la dimension supplémentaire est très petite.
- le spurion X est localisé sur la brane ultraviolette

Ici, c'est bien parce qu'on travaille dans un modèle de type WFR qu'on a plus de libertés que d'habitude. Les cas interprétables en termes de symétries FN sont ceux pour lesquels les Yukawas sont situés sur la brane ultraviolette. Dans ce cas, les corrections provenant de la "queue" du Higgs, près de la brane infrarouge, sont négligés.

5.6. UN MODÈLE À 5 DIMENSIONS POUR RÉALISER UNE RENORMALISATION FORTE DES FONCTIONS L

Si h'_u et h'_d sont assez grands (c'est à dire que les Higgs sont très proches de la brane UV), les couplages de Yukawas provenant de la brane infrarouge (c'est-à-dire les termes proportionnels à \hat{Y}' dans Eqns. (5.34) et (5.35)) sont toujours sous-dominants par rapport à ceux provenant de la brane ultraviolette, donc négligeables. Pour des valeurs plus grandes, ils peuvent devenir comparables, au moins pour les générations légères, et peuvent être utilisées pour contourner le problème lié à $\mu \rightarrow e\gamma$ signalé dans la partie 5.4. Par exemple, pour les trois générations de leptons localisés vers l'infrarouge (pour des $\tan \beta$ petits ou moyens), on a

$$Y_{ij}^e = \hat{Y}_{ij}^e \epsilon^{\ell_i + e_j} + \hat{Y}'_{ij}{}^e \epsilon^{h'_d}, \quad A_{ij}^e = m_0 \hat{A}_{ij}^e \epsilon^{\ell_i + e_j} \quad (5.37)$$

Idéalement, cela supprimerait les dangereux A termes sans supprimer les Yukawas correspondants. Pour le faire, il suffit d'augmenter ℓ_1 et/ou e_1 de telle sorte que A_{12}^e et A_{21}^e soient assez petits pour vérifier les limites pour une masse de sleptons donnée.⁵ Pour éviter d'avoir une masse trop petite pour l'électron, on génère Y_{11}^e grâce à h'_d , c'est à dire grâce aux couplages sur la brane infrarouge habituellement négligés. On peut par exemple prendre :

$$\ell_1 + e_1 > h'_d \quad (5.38)$$

$$h'_d \sim 5 + \ell_3 + e_3 \quad (5.39)$$

$$\ell_2 + e_2 \sim 2 + \ell_3 + e_3. \quad (5.40)$$

où les deux dernières relations donnent les bons rapports de masses pour $e - \tau$ et $\mu - \tau$. Un choix possible, satisfaisant aussi les conditions d'unification Eq. (5.25), reste donné par

$$q = (4, 2, 0), \quad u = (3, 2, 0), \quad e = (5, 2, 0), \quad (5.41)$$

$$d = (5, 0, 0) + d_3, \quad \ell = (4, 0, 0) + d_3, \quad h'_d \sim 5 + d_3. \quad (5.42)$$

Ceci donne les Yukawas suivants :

$$Y^u \sim \begin{pmatrix} \epsilon^7 & \epsilon^6 & \epsilon^0 \\ \epsilon^5 & \epsilon^4 & \epsilon^2 \\ \epsilon^3 & \epsilon^2 & \epsilon^0 \end{pmatrix}, \quad Y^d \sim t_\beta \begin{pmatrix} \epsilon^8 & \epsilon^7 & \epsilon^7 \\ \epsilon^8 & \epsilon^5 & \epsilon^5 \\ \epsilon^8 & \epsilon^3 & \epsilon^3 \end{pmatrix}, \quad Y^e \sim t_\beta \begin{pmatrix} \epsilon^8 & \epsilon^8 & \epsilon^7 \\ \epsilon^8 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \\ \epsilon^8 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \end{pmatrix}. \quad (5.43)$$

Les exposants soulignés sont ceux qui sont générés par les nouvelles contributions dans le second terme de l'équation Eq. (5.37). On voit que seul les masses des quarks et de l'électron sont affectées par h'_d . De l'autre côté, les A-termes sont donnés par

$$A^u \sim Y^u, \quad A^d \sim t_\beta \begin{pmatrix} \epsilon^{12} & \epsilon^7 & \epsilon^7 \\ \epsilon^{10} & \epsilon^5 & \epsilon^5 \\ \epsilon^8 & \epsilon^3 & \epsilon^3 \end{pmatrix}, \quad A^e \sim t_\beta \begin{pmatrix} \epsilon^{12} & \epsilon^9 & \epsilon^7 \\ \epsilon^8 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \\ \epsilon^8 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \end{pmatrix}. \quad (5.44)$$

5. Le terme A_{11}^e qui génère l'EDM de l'électron en est d'autant plus supprimé.

La suppression des éléments 12 et 21 de A^e est maintenant suffisante pour fournir une masse de sleptons de l'ordre de 200 GeV. Notons que les modèles FN, même avec plusieurs $U(1)$, n'ont pas de mécanisme équivalent.

Pour supprimer les opérateurs qui violent la R-parité, nous devons imposer la R-parité comme symétrie dans l'action effective. Une fois que cela est fait, il reste souvent des opérateurs de dimension 5. Dans notre cas, si le champ triplet de Higgs est localisé sur la brane ultraviolette avec les doublets, ces opérateurs y sont généralement naturellement générés, et on trouve

$$\frac{1}{\Lambda_{UV}} \epsilon^{q_i+q_j+q_l+l_m} Q_i Q_j Q_k L_m \quad , \quad \frac{1}{\Lambda_{UV}} \epsilon^{u_i+u_j+d_k+e_m} U_i U_j D_k E_m \quad . \quad (5.45)$$

Comme les deux premières générations sont localisés sur la brane infrarouge, on a une suppression supplémentaire, tout comme les Yukawas des deux premières générations situées dans l'ultraviolet, ce qui est assez pour ramener ces opérateurs dans les limites expérimentales [107].

5.7 Conclusions

Les modèles supersymétriques avec renormalisation de fonction d'ondes reproduisent le succès des modèles de FN pour décrire les matrices de masses des fermions ainsi que leurs mélanges, tout en réduisant leurs problèmes vis-à-vis des changements de saveur dans les courants neutres. Dans les modèles à 4 dimensions, ceux-ci sont fortement supprimés dans le secteur des quarks mais doivent être regardés de près dans le secteur leptonique, avec des problèmes pour $\mu \rightarrow e\gamma$. On a vu que si on prend un modèle avec une dimension en plus, du genre RS mais avec une brane infrarouge à l'échelle de Λ_{GUT} , avec les deux premières générations composites, dans l'infrarouge, et la troisième élémentaire, dans l'ultraviolet, on peut résoudre ce problème grâce à un terme de masse pour l'électron généré via un couplage fort au secteur conforme. Le cas WFR dans un espace à 5 dimensions offre donc certaines libertés qu'on ne peut reproduire dans le cadre de modèles de type FN.

Nous avons vu que les modèles de FN et le WFR suivent une contrainte commune pour deux raisons apparemment différentes. Dans le premier cas, il s'agit d'une condition d'annulation des anomalies, tandis que dans le cas de WFR, il s'agit de s'assurer de la convergence des constantes de couplage.

On a vu que les changements de saveur dans les courants neutres sont plus fortement supprimés dans les cas de WFR que dans les cas de FN. Si on en détecte près des limites actuelles, cela sera donc un signal pour des modèles de type FN plutôt que WFR.

Conclusions

On l'a vu, ce qui fait la richesse, mais aussi la complexité de la supersymétrie, c'est la diversité des contraintes à prendre en compte lorsqu'on construit un modèle. Parmi les contraintes théoriques, on trouve : viabilité, stabilité, brisure de supersymétrie, capacité à générer toutes les masses, problème de hiérarchie et de naturalité, calculabilité... Les contraintes expérimentales ne sont pas en reste : mesures de détection directe, indirecte, matière noire, baryogénèse, prévisions aux collisionneurs...

Nous nous sommes intéressés à la dynamique d'un secteur caché de type O'Raifeartaigh lorsque l'on lui rajoute des messagers afin de transférer la brisure de supersymétrie au modèle standard. Dans la majeure partie des cas, le vide dans lequel les symétries du modèle standard sont conservées n'est que métastable. Nous avons construit un modèle dans lequel ce dernier n'était pas métastable, mais bien stable. Malgré cette particularité, le spectre ne contient pas de hiérarchie entre la masse des jauginos et le reste des particules supersymétriques, contrairement à ce que l'on pourrait croire à première vue via [47], [57]. Cela tient au fait que ce sont les corrections quantiques qui stabilisent le vide et transforment l'instabilité de l'ordre des arbres en stabilité à une boucle.

Après avoir étudié les conséquences d'un couplage des messagers à un secteur caché de type O'Raifeartaigh, nous avons étudié les conséquences phénoménologiques d'un couplage des messagers à un secteur de grande unification. Dès lors qu'il y a une médiation de jauge et un groupe de grande unification, il est quasiment impossible de supprimer tous les couplages entre les messagers et les champs du secteur de grande unification. Il en résulte des masses de messagers à la fois lourdes, proches de l'échelle de grande unification, ainsi qu'une disparité dans les masses des champs composant les messagers.

La lourdeur des messagers permet de bénéficier des effets gravitationnels dans le cas où ils sont sous-dominants mais non négligeables. On peut ainsi réduire les problèmes de changements de saveur dans les courants neutres, tout en générant facilement des termes μ et $B\mu$ du bon ordre de grandeur, assurant ainsi la bonne forme pour le potentiel de Higgs et ainsi la brisure de symétrie électrofaible. Le fait que les messagers n'aient pas la même masse donne un spectre différent de celui de mSUGRA ou de la médiation de jauge minimale,

avec des différences en particulier au niveau des masses de jauginos. Leur rapport dépend de la physique des hautes énergies et trahit le groupe de grande unification ainsi que les représentations auxquelles appartiennent les Higgs et les messagers. Le spectre le plus marquant est celui dans lequel on obtient un neutralino LSP, et ce malgré le fait que nous ayons une médiation de jauge.

En supersymétrie, il est parfois à la fois difficile et important de pouvoir distinguer plusieurs modèles différents. Gardant en tête l'objectif d'étudier la physique de la saveur, nous avons comparé deux modèles très différents, celui de Froggatt-Nielsen (FN) et celui dit de renormalisation de fonction d'onde (WFR). Nous avons constaté que si les matrices de masses qu'ils étaient capables de reproduire étaient identiques, leurs effets sur les changements de saveur dans les courants neutres étaient différents, à l'avantage des modèles de type WFR. Certains effets de suppression sont propres à certaines configurations prenant place à 5 dimensions, et ne peuvent être reproduits par des symétries de saveur comme c'est le cas dans des modèles FN. Au passage, nous avons remarqué une coïncidence étonnante entre les contraintes imposées par l'annulation des anomalies dans le cas FN, et l'unification des constantes de couplages dans le cas WFR.

Toujours dans l'idée de comprendre quelles informations relevant de la physique à hautes énergies sont accessibles à basse énergie, nous avons travaillé sur les couplages du goldstino à la matière [17]. Nous sommes partis du formalisme des superchamps contraints développé dans [18], et nous l'avons étendu à des contraintes d'ordre 3 sur les superchamps, permettant de travailler sur des modèles plus complexes, et de capturer des indices sur la physique à haute énergie à partir des paramètres de basse énergie. Ces outils sont adaptés pour étudier les cas où le goldstino se couple de manière non-universelle à la matière.

Nous espérons que ces exemples reflètent la complexité de la physique des hautes énergies. Certains sont assez formels, comme celui sur la question de la stabilité des modèles de O'Raiheartaigh. D'autres sont plus orientés sur la façon dont différents spectres vont trahir la physique à des échelles potentiellement proches de M_{GUT} . Ceux-ci sont plus contraints par les contraintes expérimentales. D'ailleurs certains d'entre eux, qui étaient viables au moment de notre étude (2009) ont été exclus depuis, preuve que ces modèles sont prédictifs. Les idées en jeu restent juste, et pour continuer ce travail, il faudrait reprendre l'espace des paramètres pour étudier les spectres compatibles avec les nouvelles limites expérimentales.

Maintenant, pour en savoir plus, les théoriciens comme les expérimentateurs attendent le verdict du LHC.

Bibliographie

- [1] K. Intriligator, N. Seiberg and D. Shih, JHEP **0604** (2006) 021 [arXiv :hep-th/0602239].
- [2] G. F. Giudice and R. Rattazzi, Phys. Rept. **322** (1999) 419 [arXiv :hep-ph/9801271].
- [3] S. Dimopoulos, S. D. Thomas and J. D. Wells, Nucl. Phys. B **488** (1997) 39 [arXiv :hep-ph/9609434]; J. A. Bagger, K. T. Matchev, D. M. Pierce and R. j. Zhang, Phys. Rev. D **55** (1997) 3188 [arXiv :hep-ph/9609444].
- [4] L. Alvarez-Gaume, M. Claudson and M. B. Wise, Nucl. Phys. B **207** (1982) 96; M. Dine and W. Fischler, Phys. Lett. B **110** (1982) 227; C. R. Nappi and B. A. Ovrut, Phys. Lett. B **113** (1982) 175; S. Dimopoulos and S. Raby, Nucl. Phys. B **219** (1983) 479.
- [5] M. Dine, A. E. Nelson and Y. Shirman, Phys. Rev. D **51** (1995) 1362 [arXiv :hep-ph/9408384]; M. Dine, A. E. Nelson, Y. Nir and Y. Shirman, Phys. Rev. D **53** (1996) 2658 [arXiv :hep-ph/9507378].
- [6] G. R. Dvali, G. F. Giudice and A. Pomarol, Nucl. Phys. B **478** (1996) 31 [arXiv :hep-ph/9603238].
- [7] R. Kitano, H. Ooguri and Y. Ookouchi, Phys. Rev. D **75** (2007) 045022 [arXiv :hep-ph/0612139]; C. Csaki, Y. Shirman and J. Terning, JHEP **0705** (2007) 099 [arXiv :hep-ph/0612241]; S. Abel, C. Durnford, J. Jaeckel and V. V. Khoze, Phys. Lett. B **661** (2008) 201 [arXiv :0707.2958 [hep-ph]]. N. Haba and N. Maru, Phys. Rev. D **76** (2007) 115019 [arXiv :0709.2945 [hep-ph]].
- [8] C. Cheung, A. L. Fitzpatrick and D. Shih, arXiv :0710.3585 [hep-ph]; P. Meade, N. Seiberg and D. Shih, arXiv :0801.3278 [hep-ph]; H. Ooguri, Y. Ookouchi, C. S. Park and J. Song, arXiv :0806.4733 [hep-th]; J. Distler and D. Robbins, arXiv :0807.2006 [hep-ph]; K. Intriligator and M. Sudano, arXiv :0807.3942 [hep-ph]; K. Benakli and M. D. Goodsell, Nucl. Phys. B **816** (2009) 185 [arXiv :0811.4409 [hep-ph]]. S. Abel, M. Goodsell,
- [9] E. Dudas, S. Lavignac and J. Parmentier, Phys. Lett. B **698** (2011) 162 [arXiv :1011.4001 [hep-th]].
- [10] E. Dudas, S. Lavignac and J. Parmentier, Nucl. Phys. B **808** (2009) 237 [arXiv :0808.0562 [hep-ph]];

- [11] E. Dudas, S. Lavignac and J. Parmentier, Non-standard supersymmetric spectra in gauge mediation, Proceedings of the 45th Rencontres de Moriond : ELECTROWEAK INTERACTIONS AND UNIFIED THEORIES, La Thuile, Aosta Valley, Italy, 6-13 March 2010. ; Article in preparation E. Dudas, S. Lavignac and J. Parmentier, "Unification and gauge mediation"
- [12] E. Dudas, G. von Gersdorff, J. Parmentier and S. Pokorski, JHEP **1012** (2010) 015 [arXiv :1007.5208 [hep-ph]].
- [13] C. D. Froggatt and H. B. Nielsen, Nucl. Phys. B **147** (1979) 277.
- [14] A. E. Nelson and M. J. Strassler, JHEP **0009**, 030 (2000) [arXiv :hep-ph/0006251];
- [15] A. E. Nelson and N. Seiberg, Nucl. Phys. B **416** (1994) 46 [arXiv :hep-ph/9309299].
- [16] A. E. Nelson and M. J. Strassler, JHEP **0207**, 021 (2002) [arXiv :hep-ph/0104051].
- [17] E. Dudas, G. von Gersdorff, D. M. Ghilencea, S. Lavignac and J. Parmentier, arXiv :1106.5792 [hep-th].
- [18] Z. Komargodski and N. Seiberg, JHEP **0909** (2009) 066 [arXiv :0907.2441 [hep-th]].
- [19] D. V. Volkov, V. P. Akulov, Phys. Lett. **B46** (1973) 109-110.
- [20] M. E. Peskin, D. V. Schroeder, Reading, USA : Addison-Wesley (1995) 842 p.
- [21] S. Weinberg, Cambridge, UK : Univ. Pr. (1996) 489 p.
- [22] P. Langacker, Boca Raton, USA : CRC Pr. (2010) 663 p.
- [23] A. Borriello and P. Salucci, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **323** (2001) 285 [arXiv :astro-ph/0001082].
- [24] H. Hoekstra, H. Yee and M. Gladders, New Astron. Rev. **46** (2002) 767 [arXiv :astro-ph/0205205].
- [25] E. Komatsu *et al.* [WMAP Collaboration], Astrophys. J. Suppl. **180** (2009) 330 [arXiv :0803.0547 [astro-ph]].
- [26] M. Tegmark *et al.* [SDSS Collaboration], Astrophys. J. **606** (2004) 702 [arXiv :astro-ph/0310725].
- [27] G. Bertone, D. Hooper, J. Silk, Phys. Rept. **405** (2005) 279-390. [hep-ph/0404175]. D. Hooper, arXiv :0901.4090 [hep-ph].
- [28] K. Nakamura *et al.* (Particle Data Group), J. Phys. G **37**, 075021 (2010)
- [29] S. Cassel, D. M. Ghilencea, S. Kraml, A. Lessa, G. G. Ross, JHEP **1105** (2011) 120. [arXiv :1101.4664 [hep-ph]].
- [30] S. Raby, Phys. Lett. B **422**, 158 (1998); S. Raby and K. Tobe, Nucl. Phys. B **539**, 3 (1999); A. Mafi and S. Raby, Phys. Rev. D **62**, 035003 (2000).
- [31] P. Langacker, Phys. Rept. **72** (1981) 185.
- [32] K. Nakamura *et al.* [Particle Data Group Collaboration], J. Phys. G **G37** (2010) 075021.

- [33] L. Randall and R. Sundrum, Phys. Rev. Lett. **83** (1999) 3370 [arXiv :hep-ph/9905221];
- [34] I. Antoniadis, Phys. Lett. **B246** (1990) 377-384.
- [35] K. R. Dienes, E. Dudas, T. Gherghetta, Phys. Lett. **B436** (1998) 55-65. [hep-ph/9803466].
- [36] T. Appelquist, H. -C. Cheng, B. A. Dobrescu, Phys. Rev. **D64** (2001) 035002. [hep-ph/0012100].
- [37] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos and G. R. Dvali, Phys. Lett. B **429** (1998) 263 [arXiv :hep-ph/9803315].
- [38] G. Cacciapaglia, C. Csaki, C. Grojean, M. Reece, J. Terning, Phys. Rev. **D72** (2005) 095018. [hep-ph/0505001].
- [39] L. Randall and R. Sundrum, Phys. Rev. Lett. **83** (1999) 3370 [arXiv :hep-ph/9905221].
- [40] ATLAS-CONF-2011-086, ATLAS-CONF-2011-086, June 2011; G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], arXiv :1103.6214 [hep-ex].; S. Chatrchyan *et al.* [CMS Collaboration], arXiv :1106.0933 [hep-ex].;
- [41] A. Patwa [CDF and D0 Collaborations], PoS **ICHEP2010** (2010) . [http ://pos.sissa.it/archive/conferences/120/544/ICHEP](http://pos.sissa.it/archive/conferences/120/544/ICHEP)
- [42] M. Ciuchini *et al.*, JHEP **9810** (1998) 008 [arXiv :hep-ph/9808328].
- [43] P. Binetruy, Oxford, UK : Oxford Univ. Pr. (2006) 520 p.
- [44] N. Polonsky, Lect. Notes Phys. **M68** (2001) 1-169. [hep-ph/0108236].
- [45] J. R. Ellis, J. F. Gunion, H. E. Haber, L. Roszkowski, F. Zwirner, Phys. Rev. **D39** (1989) 844.; U. Ellwanger, M. Rausch de Traubenberg, C. A. Savoy, Nucl. Phys. **B492** (1997) 21-50. [hep-ph/9611251].; H. P. Nilles, M. Srednicki, D. Wyler, Phys. Lett. **B120** (1983) 346.; U. Ellwanger, M. Rausch de Traubenberg, C. A. Savoy, Z. Phys. **C67** (1995) 665-670. [hep-ph/9502206].; T. Elliott, S. F. King, P. L. White, Phys. Rev. **D49** (1994) 2435-2456. [hep-ph/9308309].; U. Ellwanger, M. Rausch de Traubenberg, C. A. Savoy, Phys. Lett. **B315** (1993) 331-337. [hep-ph/9307322].;
- [46] T. Kobayashi and H. Terao, Phys. Rev. D **64**, 075003 (2001) [arXiv :hep-ph/0103028].
- [47] S. Ray, Phys. Lett. **B642** (2006) 137-141. [hep-th/0607172]; [arXiv :0708.2200 [hep-th]].
- [48] I. Affleck, M. Dine and N. Seiberg, Nucl. Phys. B **241** (1984) 493; Nucl. Phys. B **256** (1985) 557; K. I. Izawa and T. Yanagida, Prog. Theor. Phys. **95** (1996) 829 [arXiv :hep-th/9602180]; K. A. Intriligator and S. D. Thomas, Nucl. Phys. B **473** (1996) 121 [arXiv :hep-th/9603158]. For a recent review, see e.g. K. Intriligator and N. Seiberg, Class. Quant. Grav. **24** (2007) S741 [arXiv :hep-ph/0702069].
- [49] K. Benakli and M. D. Goodsell, Nucl. Phys. B **816** (2009) 185 [arXiv :0811.4409 [hep-ph]]. S. Abel, M. Goodsell, [arXiv :1102.0014 [hep-th]].

- [50] N. Seiberg, Nucl. Phys. B **435** (1995) 129 [arXiv :hep-th/9411149].
- [51] K. Intriligator, N. Seiberg and D. , JHEP **0604** (2006) 021 [arXiv :hep-th/0602239].
- [52] G. F. Giudice and R. Rattazzi, Nucl. Phys. B **511** (1998) 25 [arXiv :hep-ph/9706540].
- [53] B. C. Allanach *et al.*, in *Proc. of the APS/DPF/DPB Summer Study on the Future of Particle Physics (Snowmass 2001)* ed. N. Graf, Eur. Phys. J. C **25** (2002) 113 [arXiv :hep-ph/0202233].
- [54] R. Barbieri, S. Ferrara and C. A. Savoy, Phys. Lett. B **119** (1982) 343; A. H. Chamseddine, R. Arnowitt and P. Nath, Phys. Rev. Lett. **49** (1982) 970; L. J. Hall, J. D. Lykken and S. Weinberg, Phys. Rev. D **27** (1983) 2359; E. Cremmer, P. Fayet and L. Girardello, Phys. Lett. B **122** (1983) 41. For a review, see e.g. H. P. Nilles, Phys. Rept. **110** (1984) 1.
- [55] G. F. Giudice and A. Masiero, Phys. Lett. B **206** (1988) 480.
- [56] N. Maru, Phys. Rev. **D82**, 075015 (2010). [arXiv :1008.1440 [hep-ph]].; N. Haba, N. Maru, Phys. Rev. **D76**, 115019 (2007). [arXiv :0709.2945 [hep-ph]].; C. Csaki, Y. Shirman, J. Terning, JHEP **0705**, 099 (2007). [hep-ph/0612241].;
- [57] Z. Komargodski and D. Shih, JHEP **0904** (2009) 093 [arXiv :0902.0030 [hep-th]].
- [58] M. Dine and J. Mason, Phys. Rev. D **77** (2008) 016005 [arXiv :hep-ph/0611312]; H. Murayama and Y. Nomura, Phys. Rev. Lett. **98** (2007) 151803 [arXiv :hep-ph/0612186]; Phys. Rev. D **75** (2007) 095011 [arXiv :hep-ph/0701231]; O. Aharony and N. Seiberg, JHEP **0702** (2007) 054 [arXiv :hep-ph/0612308]; C. Csaki, Y. Shirman and J. Terning, JHEP **0705** (2007) 099 [arXiv :hep-ph/0612241]; T. Kawano, H. Ooguri and Y. Ookouchi, Phys. Lett. B **652** (2007) 40 [arXiv :0704.1085 [hep-th]]; N. Haba and N. Maru, Phys. Rev. D **76** (2007) 115019 [arXiv :0709.2945 [hep-ph]]; S. A. Abel, C. Durnford, J. Jaeckel and V. V. Khoze, JHEP **0802** (2008) 074 [arXiv :0712.1812 [hep-ph]].
- [59] S. Shirai, M. Yamazaki and K. Yonekura, JHEP **1006** (2010) 056 [arXiv :1003.3155 [hep-ph]].
- [60] A. Masiero, D. V. Nanopoulos, K. Tamvakis and T. Yanagida, Phys. Lett. B **115** (1982) 380; B. Grinstein, Nucl. Phys. B **206** (1982) 387.
- [61] R. N. Mohapatra, arXiv :hep-ph/9911272; A. Melfo and G. Senjanovic, arXiv :hep-ph/0511011.
- [62] S. Dimopoulos and F. Wilczek, preprint NSF-ITP-82-07, August 1981 (unpublished) and *Supersymmetric Unified Models*, in *Proceedings of the Erice Summer School* (A. Zichichi ed.), 1981, pp. 237-249; M. Srednicki, Nucl. Phys. B **202** (1982) 327; K. S. Babu and S. M. Barr, Phys. Rev. D **48** (1993) 5354 [arXiv :hep-ph/9306242].
- [63] D. Choudhury, H. K. Dreiner, P. Richardson and S. Sarkar, Phys. Rev. D **61** (2000) 095009 [arXiv :hep-ph/9911365]; H. K. Dreiner, S. Heinemeyer,

- O. Kittel, U. Langenfeld, A. M. Weber and G. Weiglein, arXiv :0707.1425 [hep-ph].
- [64] M. Kawasaki, K. Kohri, T. Moroi and A. Yotsuyanagi, *Phys. Rev. D* **78** (2008) 065011 [arXiv :0804.3745 [hep-ph]].
- [65] E. Aprile *et al.* [XENON100 Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **105** (2010) 131302. [arXiv :1005.0380 [astro-ph.CO]].; E. Aprile *et al.* [XENON100 Collaboration], [arXiv :1104.2549 [astro-ph.CO]].
- [66] Z. Ahmed *et al.* [CDMS Collaboration], [arXiv :1012.5078 [astro-ph.CO]].
- [67] N. Jarosik *et al.* [WMAP Collaboration], arXiv :1001.4744 [astro-ph.CO].
- [68] M. Kawasaki, K. Kohri, T. Moroi and A. Yotsuyanagi, *Phys. Rev. D* **78**, 065011 (2008).
- [69] H. K. Dreiner *et al.*, *Phys. Rev. D* **80**, 035018 (2009).
- [70] A. Djouadi, J. L. Kneur and G. Moultaka, *Comput. Phys. Commun.* **176** (2007) 426 [arXiv :hep-ph/0211331].
- [71] G. Belanger, F. Boudjema, A. Pukhov and A. Semenov, *Comput. Phys. Commun.* **176** (2007) 367 [arXiv :hep-ph/0607059], arXiv :0803.2360 [hep-ph].
- [72] G. Belanger, F. Boudjema, A. Pukhov and A. Semenov, *Comput. Phys. Commun.* **149** (2002) 103 [arXiv :hep-ph/0112278], *Comput. Phys. Commun.* **174** (2006) 577 [arXiv :hep-ph/0405253].
- [73] Z. Ahmed *et al.* [The CDMS-II Collaboration], *Science* **327** (2010) 1619 [arXiv :0912.3592 [astro-ph.CO]].
- [74] J. Angle *et al.* [XENON Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **100** (2008) 021303 [arXiv :0706.0039 [astro-ph]]; J. Angle *et al.* [XENON10 Collaboration], *Phys. Rev. D* **80** (2009) 115005 [arXiv :0910.3698 [astro-ph.CO]].
- [75] G. Isidori, Y. Nir and G. Perez, arXiv :1002.0900 [hep-ph].
- [76] J. L. Feng, S. f. Su and F. Takayama, *Phys. Rev. D* **70** (2004) 063514 [arXiv :hep-ph/0404198].
- [77] L. Covi, J. Hasenkamp, S. Pokorski and J. Roberts, *JHEP* **0911**, 003 (2009).
- [78] W. Kilian, T. Plehn, P. Richardson and E. Schmidt, *Eur. Phys. J. C* **39**, 229 (2005); J. L. Hewett, B. Lillie, M. Masip and T. G. Rizzo, *JHEP* **0409**, 070 (2004).
- [79] A. Arvanitaki *et al.*, *Phys. Rev. D* **76**, 055007 (2007).
- [80] V. M. Abazov *et al.* [D0 Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **99**, 131801 (2007).
- [81] M. Kusakabe, T. Kajino, T. Yoshida and G. J. Mathews, *Phys. Rev. D* **80**, 103501 (2009).
- [82] H. Georgi, *Phys. Lett. B* **108** (1982) 283.
- [83] M. Y. Khlopov and A. D. Linde, *Phys. Lett. B* **138** (1984) 265; J. R. Ellis, J. E. Kim and D. V. Nanopoulos, *Phys. Lett. B* **145** (1984) 181. For recent work on the BBN constraints, see e.g. M. Kawasaki, K. Kohri, T. Moroi and A. Yotsuyanagi, arXiv :0804.3745 [hep-ph].

- [84] M. Bolz, A. Brandenburg and W. Buchmuller, Nucl. Phys. B **606** (2001) 518 [Erratum-ibid. B **790** (2008) 336] [arXiv :hep-ph/0012052];
- [85] I. Antoniadis, J. R. Ellis, J. S. Hagelin and D. V. Nanopoulos, Phys. Lett. B **194** (1987) 231; Phys. Lett. B **231** (1989) 65.
- [86] M. Dine, A. E. Nelson and Y. Shirman, Phys. Rev. D **51** (1995) 1362 [arXiv :hep-ph/9408384]; M. Dine, A. E. Nelson, Y. Nir and Y. Shirman, Phys. Rev. D **53** (1996) 2658 [arXiv :hep-ph/9507378].
- [87] Y. Nir and N. Seiberg, Phys. Lett. B **309** (1993) 337 [arXiv :hep-ph/9304307]; M. Leurer, Y. Nir and N. Seiberg, Nucl. Phys. B **420** (1994) 468 [arXiv :hep-ph/9310320].
- [88] E. Dudas, S. Pokorski and C. A. Savoy, Phys. Lett. B **369** (1996) 255 [arXiv :hep-ph/9509410]; E. Dudas, C. Grojean, S. Pokorski and C. A. Savoy, Nucl. Phys. B **481** (1996) 85 [arXiv :hep-ph/9606383].
- [89] Y. Kawamura and T. Kobayashi, Phys. Lett. B **375** (1996) 141 [Erratum-ibid. B **388** (1996) 867] [arXiv :hep-ph/9601365].
- [90] Z. Lalak, S. Pokorski and G. G. Ross, arXiv :1006.2375 [hep-ph].
- [91] A. E. Nelson and M. J. Strassler, JHEP **0207**, 021 (2002) [arXiv :hep-ph/0104051].
- [92] Y. Nomura, M. Papucci and D. Stolarski, Phys. Rev. D **77** (2008) 075006 [arXiv :0712.2074 [hep-ph]]; Y. Nomura, M. Papucci and D. Stolarski, JHEP **0807** (2008) 055 [arXiv :0802.2582 [hep-ph]].
- [93] K. w. Choi, D. Y. Kim, I. W. Kim and T. Kobayashi, arXiv :hep-ph/0301131; K. w. Choi, D. Y. Kim, I. W. Kim and T. Kobayashi, Eur. Phys. J. C **35**, 267 (2004) [arXiv :hep-ph/0305024].
- [94] S. J. Huber and Q. Shafi, Phys. Lett. B **498** (2001) 256 [arXiv :hep-ph/0010195]; S. J. Huber, Nucl. Phys. B **666** (2003) 269 [arXiv :hep-ph/0303183]; K. Agashe, G. Perez and A. Soni, Phys. Rev. Lett. **93** (2004) 201804 [arXiv :hep-ph/0406101]; Phys. Rev. D **71** (2005) 016002 [arXiv :hep-ph/0408134]; G. Cacciapaglia, C. Csaki, J. Galloway, G. Marandella, J. Terning and A. Weiler, JHEP **0804** (2008) 006 [arXiv :0709.1714 [hep-ph]]; C. Csaki, C. Delaunay, C. Grojean and Y. Grossman, JHEP **0810** (2008) 055 [arXiv :0806.0356 [hep-ph]]; C. Csaki, A. Falkowski and A. Weiler, Phys. Rev. D **80** (2009) 016001 [arXiv :0806.3757 [hep-ph]]; S. Casagrande, F. Goertz, U. Haisch, M. Neubert and T. Pfoh, JHEP **0810** (2008) 094 [arXiv :0807.4937 [hep-ph]].
- [95] L. E. Ibanez and G. G. Ross, Phys. Lett. B **332** (1994) 100 [arXiv :hep-ph/9403338].
- [96] P. Binetruy and P. Ramond, Phys. Lett. B **350** (1995) 49 [arXiv :hep-ph/9412385]; P. Binetruy, S. Lavignac and P. Ramond, Nucl. Phys. B **477** (1996) 353 [arXiv :hep-ph/9601243]; N. Irges, S. Lavignac and P. Ramond, Phys. Rev. D **58** (1998) 035003 [arXiv :hep-ph/9802334].

- [97] E. Dudas, S. Pokorski and C. A. Savoy, Phys. Lett. B **356** (1995) 45 [arXiv :hep-ph/9504292]; Y. Nir, Phys. Lett. B **354** (1995) 107 [arXiv :hep-ph/9504312].
- [98] P. H. Chankowski, K. Kowalska, S. Lavignac and S. Pokorski, Phys. Rev. D **71** (2005) 055004 [arXiv :hep-ph/0501071].
- [99] F. Gabbiani, E. Gabrielli, A. Masiero and L. Silvestrini, Nucl. Phys. B **477** (1996) 321 [arXiv :hep-ph/9604387].
- [100] W. Altmannshofer, A. J. Buras, S. Gori, P. Paradisi and D. M. Straub, Nucl. Phys. B **830** (2010) 17 [arXiv :0909.1333 [hep-ph]].
- [101] S. Davidson, G. Isidori and S. Uhlig, Phys. Lett. B **663** (2008) 73 [arXiv :0711.3376 [hep-ph]].
- [102] D. Choudhury, F. Eberlein, A. Konig, J. Louis and S. Pokorski, Phys. Lett. B **342** (1995) 180 [arXiv :hep-ph/9408275];
- [103] G. Isidori, Y. Nir and G. Perez, arXiv :1002.0900 [hep-ph].
- [104] M. A. Shifman and A. I. Vainshtein, Nucl. Phys. B **359** (1991) 571.
- [105] V. Kaplunovsky and J. Louis, Nucl. Phys. B **422** (1994) 57 [arXiv :hep-th/9402005].
- [106] A. Pomarol, Phys. Rev. Lett. **85** (2000) 4004 [arXiv :hep-ph/0005293]; W. D. Goldberger, Y. Nomura and D. Tucker-Smith, Phys. Rev. D **67** (2003) 075021 [arXiv :hep-ph/0209158]; K. Agashe, R. Contino and R. Sundrum, Phys. Rev. Lett. **95** (2005) 171804 [arXiv :hep-ph/0502222]; Y. Nomura, D. Poland and B. Tweedie, JHEP **0612** (2006) 002 [arXiv :hep-ph/0605014].
- [107] R. Barbier *et al.*, Phys. Rept. **420** (2005) 1 [arXiv :hep-ph/0406039].
- [108] M. Drees, R. Godbole and P. Roy, “Theory and phenomenology of sparticles : An account of four-dimensional N=1 supersymmetry in high energy physics”, *Hackensack, USA : World Scientific (2004) 555 p.*
- [109] S. R. Coleman and E. J. Weinberg, Phys. Rev. D **7** (1973) 1888.
- [110] M. T. Grisaru, M. Rocek and R. von Unge, Phys. Lett. B **383** (1996) 415 [arXiv :hep-th/9605149].
- [111] E. Dudas, S. Lavignac and J. Parmentier, Nucl. Phys. B **808** (2009) 237 [arXiv :0808.0562 [hep-ph]]; N. J. Craig and D. R. Green, Phys. Rev. D **79** (2009) 065030 [arXiv :0808.1097 [hep-ph]]; M. Ibe and T. T. Yanagida, Phys. Rev. D **81** (2010) 035017 [arXiv :0912.4221 [hep-ph]].
- [112] E. Poppitz and S. P. Trivedi, Phys. Lett. B **401** (1997) 38 [arXiv :hep-ph/9703246]; M. Ibe and R. Kitano, JHEP **0708** (2007) 016 [arXiv :0705.3686 [hep-ph]]; Y. Nomura and M. Papucci, Phys. Lett. B **661** (2008) 145 [arXiv :0709.4060 [hep-ph]]; J. L. Feng, C. G. Lester, Y. Nir and Y. Shadmi, arXiv :0712.0674 [hep-ph]; E. Dudas, Y. Mambrini, S. Pokorski and A. Romagnoni, JHEP **0804** (2008) 015 [arXiv :0711.4934 [hep-th]]; S. Nakamura, K. i. Okumura and M. Yamaguchi, Phys. Rev. D **77** (2008) 115027 [arXiv :0803.3725 [hep-ph]]; L. L. Everett, I. W. Kim, P. Ouyang

- and K. M. Zurek, arXiv :0804.0592 [hep-ph] , arXiv :0806.2330 [hep-ph]; Z. Lalak, S. Pokorski and K. Turzynski, arXiv :0808.0470 [hep-ph].
- [113] D. Hooper and T. Plehn, Phys. Lett. B **562** (2003) 18 [arXiv :hep-ph/0212226].
- [114] A. Bottino, N. Fornengo and S. Scopel, Phys. Rev. D **67** (2003) 063519 [arXiv :hep-ph/0212379]; A. Bottino, F. Donato, N. Fornengo and S. Scopel, Phys. Rev. D **68** (2003) 043506 [arXiv :hep-ph/0304080].
- [115] G. Belanger, F. Boudjema, A. Cottrant, A. Pukhov and S. Rosier-Lees, JHEP **0403** (2004) 012 [arXiv :hep-ph/0310037].
- [116] A. Bottino, N. Fornengo, G. Polesello and S. Scopel, Phys. Rev. D **77**, 115026 (2008) [arXiv :0801.3334 [hep-ph]].
- [117] J. L. Feng, J. Kumar and L. E. Strigari, arXiv :0806.3746 [hep-ph]; F. Petriello and K. M. Zurek, arXiv :0806.3989 [hep-ph]; A. Bottino, F. Donato, N. Fornengo and S. Scopel, arXiv :0806.4099 [hep-ph]; S. Chang, A. Pierce and N. Weiner, arXiv :0808.0196 [hep-ph]; S. Andreas, T. Hambye and M. H. G. Tytgat, arXiv :0808.0255 [hep-ph].
- [118] R. Bernabei *et al.* [DAMA Collaboration], arXiv :0804.2741 [astro-ph].
- [119] M. Dine and J. D. Mason, arXiv :0712.1355 [hep-ph]; G. F. Giudice, H. D. Kim and R. Rattazzi, Phys. Lett. B **660** (2008) 545 [arXiv :0711.4448 [hep-ph]].
- [120] K. Choi, A. Falkowski, H. P. Nilles and M. Olechowski, Nucl. Phys. B **718** (2005) 113 [arXiv :hep-th/0503216]; M. Endo, M. Yamaguchi and K. Yoshioka, Phys. Rev. D **72** (2005) 015004 [arXiv :hep-ph/0504036]; A. Falkowski, O. Lebedev and Y. Mambrini, JHEP **0511** (2005) 034 [arXiv :hep-ph/0507110]; O. Lebedev, H. P. Nilles and M. Ratz, Phys. Lett. B **636** (2006) 126 [arXiv :hep-th/0603047];
- [121] E. Dudas, C. Papineau and S. Pokorski, JHEP **0702** (2007) 028 [arXiv :hep-th/0610297]; H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi and Y. Omura, Phys. Rev. D **75** (2007) 025019 [arXiv :hep-th/0611024]; O. Lebedev, V. Lowen, Y. Mambrini, H. P. Nilles and M. Ratz, JHEP **0702** (2007) 063 [arXiv :hep-ph/0612035].
- [122] A. Masiero, S. K. Vempati and O. Vives, arXiv :0711.2903 [hep-ph].
- [123] I. Masina and C. A. Savoy, Nucl. Phys. B **661** (2003) 365 [arXiv :hep-ph/0211283].
- [124] S. P. Martin, *Phys. Rev. D* **79**, 095019 (2009)
- [125] P. Meade, N. Seiberg and D. Shih, *Prog. Theor. Phys. Suppl.* **177**, 143 (2009).
- [126] J. L. Feng, T. Moroi, L. Randall, M. Strassler and S. f. Su, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1731 (1999); T. Gherghetta, G. F. Giudice and J. D. Wells, *Nucl. Phys. B* **559**, 27 (1999).
- [127] G. D'Ambrosio, G. F. Giudice, G. Isidori and A. Strumia, Nucl. Phys. B **645** (2002) 155 [arXiv :hep-ph/0207036].

- [128] C. Amsler *et al.* [Particle Data Group], Phys. Lett. B **667** (2008) 1.
- [129] H. Georgi, A. E. Nelson and A. Manohar, Phys. Lett. B **126**, 169 (1983).
- [130] D. Poland and D. Simmons-Duffin, JHEP **1005** (2010) 079 [arXiv :0910.4585 [hep-ph]].
- [131] T. Gherghetta and A. Pomarol, Nucl. Phys. B **586** (2000) 141 [arXiv :hep-ph/0003129].
- [132] M. Gabella, T. Gherghetta and J. Giedt, Phys. Rev. D **76** (2007) 055001 [arXiv :0704.3571 [hep-ph]]; O. Aharony, L. Berdichevsky, M. Berkooz, Y. Hochberg and D. Robles-Llana, Phys. Rev. D **81** (2010) 085006 [arXiv :1001.0637 [hep-ph]].
- [133] K. Agashe, T. Okui and R. Sundrum, Phys. Rev. Lett. **102** (2009) 101801 [arXiv :0810.1277 [hep-ph]].
- [134] C. Beasley, J. J. Heckman and C. Vafa, JHEP **0901** (2009) 059 [arXiv :0806.0102 [hep-th]]; A. Font and L. E. Ibanez, JHEP **0902** (2009) 016 [arXiv :0811.2157 [hep-th]]; J. J. Heckman and C. Vafa, Nucl. Phys. B **837** (2010) 137 [arXiv :0811.2417 [hep-th]]; S. Cecotti, M. C. N. Cheng, J. J. Heckman and C. Vafa, arXiv :0910.0477 [hep-th]; J. P. Conlon and E. Palti, JHEP **1001** (2010) 029 [arXiv :0910.2413 [hep-th]].
- [135] E. Dudas and E. Palti, JHEP **1001** (2010) 127 [arXiv :0912.0853 [hep-th]]; S. F. King, G. K. Leontaris and G. G. Ross, Nucl. Phys. B **838** (2010) 119 [arXiv :1005.1025 [hep-ph]]; E. Dudas and E. Palti, arXiv :1007.1297 [hep-ph].
- [136] R. Barbieri, G. R. Dvali and L. J. Hall, Phys. Lett. B **377** (1996) 76 [arXiv :hep-ph/9512388]; R. Barbieri, L. J. Hall and A. Romanino, Phys. Lett. B **401** (1997) 47 [arXiv :hep-ph/9702315].
- [137] S. F. King and G. G. Ross, Phys. Lett. B **520** (2001) 243 [arXiv :hep-ph/0108112]; Phys. Lett. B **574** (2003) 239 [arXiv :hep-ph/0307190].

A light neutralino in hybrid models of supersymmetry breaking

Emilian Dudas^{a,b}, Stéphane Lavignac^c and Jeanne Parmentier^{a,c}

^a *Centre de Physique Théorique¹, Ecole Polytechnique,
F-91128 Palaiseau, France.*

^b *Laboratoire de Physique Théorique², Université de Paris-Sud,
Bât. 210, F-91405 Orsay, France.*

^c *Institut de Physique Théorique³, CEA-Saclay,
F-91191 Gif-sur-Yvette Cedex, France.*

Abstract

We show that in gauge mediation models where heavy messenger masses are provided by the adjoint Higgs field of an underlying $SU(5)$ theory, a generalized gauge mediation spectrum arises with the characteristic feature of having a neutralino LSP much lighter than in the standard gauge or gravity mediation schemes. This naturally fits in a hybrid scenario where gravity mediation, while subdominant with respect to gauge mediation, provides μ and $B\mu$ parameters of the appropriate size for electroweak symmetry breaking.

¹Unité mixte du CNRS (UMR 7644).

²Unité mixte du CNRS (UMR 8627).

³Laboratoire de la Direction des Sciences de la Matière du Commissariat à l'Énergie Atomique et Unité de Recherche associée au CNRS (URA 2306).

Contents

1	Introduction and motivations	3
2	Gauge mediation with GUT-induced messenger mass splitting	5
3	A complete model	8
3.1	The SUSY breaking sector	9
3.2	Coupling the SUSY breaking sector to messengers	10
3.2.1	Stability of the phenomenologically viable vacuum	10
3.2.2	Generation of the μ and $B\mu$ terms	12
4	Low-energy phenomenology	14
5	Conclusions	20
A	Gauge contributions to the MSSM gaugino and scalar masses	22
A.1	General formulae	22
A.2	$(5, \bar{5})$ and $(10, \bar{10})$ messengers with GUT-induced mass splitting	23
B	Quantum corrections and metastability of the vacuum	24
B.1	Tree-level vacuum structure	24
B.2	Lifetime of the metastable vacuum	26
B.3	Quantum corrections to the scalar potential	27

1 Introduction and motivations

Supersymmetry (SUSY) breaking is the central open question in supersymmetric extensions of the Standard Model. There are two major transmission mechanisms, each having its own advantages and disadvantages:

- gravity mediation [1] easily generates all soft terms needed at low energy in the Minimal Supersymmetric Standard Model (MSSM), including the μ and $B\mu$ terms of the Higgs sector [2], all being of the order of the gravitino mass at high energy. A traditional problem is that the flavor universality needed in order to avoid flavor changing neutral current (FCNC) transitions is not automatic. The lightest supersymmetric particle (LSP) in gravity mediation is generically the lightest neutralino.

- gauge mediation (GMSB) [3, 4, 5] uses Standard Model gauge loops, and therefore successfully addresses the flavor problem of supersymmetric models. The soft terms are typically of the order of a scale determined by the SUSY breaking times a loop factor, which we call M_{GM} in the following. There is however a serious problem in generating μ and $B\mu$ of the right size [6]. The gravitino, whose mass $m_{3/2}$ is much smaller than M_{GM} , is the LSP. Its lightness is the main signature of gauge mediation.

An obvious way of combining the advantages and possibly reducing the disadvantages of both mechanisms is to assume

$$m_{3/2} \sim (0.01 - 0.1) M_{GM} , \quad M_{GM} \sim 1 \text{ TeV} . \quad (1)$$

In this case, the FCNC amplitudes induced by the non-universal gravity contributions to soft scalar masses are suppressed by a factor of order $m_{3/2}^2/M_{GM}^2$. Concerning the $\mu/B\mu$ problem, an option would be to generate $\mu \sim B \sim m_{3/2}$, through the Giudice-Masiero mechanism [2]. However, since $M_{GM} \gg m_{3/2}$, the squark and gluino masses are much larger than $m_{3/2}$, and therefore electroweak symmetry breaking requires $\mu \gg m_{3/2}$. As we will see explicitly later on, there is a way of generating $\mu \sim M_{GM}$ in the scenario considered in this paper, namely through Planck-suppressed non-renormalizable operators.

Combining the gauge and gravity mediation mechanisms is an obvious possibility, which has been considered in the past or more recently from various perspectives [7]. It is easy to see that such a hybrid scenario arises for messenger masses close to the GUT scale. Indeed, consider a set of messenger fields generically denoted by $(\Phi, \tilde{\Phi})$ coupling to a set of SUSY breaking fields, generically denoted by X :

$$W_m = \Phi (\lambda_X X + m) \tilde{\Phi} , \quad (2)$$

with $\langle X \rangle = X_0 + F_X \theta^2$. The gauge-mediated contributions to the MSSM soft terms are proportional to

$$M_{GM} = \frac{g^2}{16\pi^2} \frac{\lambda_X F_X}{M}, \quad (3)$$

where $M = \lambda_X X_0 + m$, and $g^2/16\pi^2$ is the loop suppression of gauge mediation. Since the gravitino mass is given by $m_{3/2} \sim F_X/M_P$ (numerical factors are omitted in this introductory part), the ratio of the gauge to the gravity contribution reads

$$\frac{M_{GM}}{m_{3/2}} \sim \frac{g^2}{16\pi^2} \lambda_X \frac{M_P}{M}, \quad (4)$$

which shows that gravity mediation is subdominant for $M \lesssim \frac{g^2}{16\pi^2} \lambda_X M_P \sim \lambda_X M_{GUT}$, but not completely negligible if M lies within a few orders of magnitude of $\lambda_X M_{GUT}$.

In the case where messengers come into vector-like pairs of complete $SU(5)$ multiplets, such as $(5, \bar{5})$ or $(10, \bar{10})$, and ignoring for simplicity a possible ‘‘flavor’’ structure in the messenger indices, the messenger mass matrix can be written as

$$M(X) = \lambda_X X + m, \quad m = m_0 \mathbb{I} + \lambda_\Sigma \langle \Sigma \rangle + \dots, \quad (5)$$

where Σ is the $SU(5)$ adjoint Higgs field. Indeed, any vector-like pair of complete $SU(5)$ multiplets, besides having an $SU(5)$ symmetric mass m_0 , can also couple to Σ and get an $SU(5)$ -breaking mass term from its vev. Depending on the messenger representation, m could also receive contributions from other operators, denoted by dots in Eq. (5): operators involving other $SU(5)$ Higgs representations than Σ , or higher-dimensional operators such as $\Phi \Sigma^2 \tilde{\Phi}/M_P$.

From a model-building perspective, the main novelty of the present paper⁴ is to consider the case where the messenger mass matrix is mostly given by the second term in m , i.e. we assume

$$M(X) = \lambda_X X + \lambda_\Sigma \langle \Sigma \rangle, \quad \text{with } \lambda_X X_0 \ll \lambda_\Sigma \langle \Sigma \rangle. \quad (6)$$

As we shall see in Section 3.2, the latter condition is naturally satisfied when X is identified with the SUSY breaking field of a hidden sector, e.g. when X is the meson field of the ISS model [9]. Since⁵ $\langle \Sigma \rangle = 6vY$, where $v \approx 10^{16}$ GeV and Y is the hypercharge generator embedded in $SU(5)$, Eq. (6) implies

$$M = 6\lambda_\Sigma v Y, \quad (7)$$

⁴Preliminary results of this paper were reported at several conferences [8].

⁵In the following, we define the $SU(5)$ breaking vev v by $\langle \Sigma \rangle = v \text{Diag}(2, 2, 2, -3, -3)$. By identifying the mass of the superheavy $SU(5)$ gauge bosons with the scale M_{GUT} at which gauge couplings unify, we obtain $v = \sqrt{2/25} M_{GUT}/g_{GUT} \approx 10^{16}$ GeV.

up to small corrections of order $\lambda_X X_0$. Eq. (7) has a significant impact on the structure of the GMSB-induced soft terms in the visible (MSSM) sector. Most notably, since the gaugino masses M_a (where a refers to the SM gauge group factor $G_a = SU(3)_C, SU(2)_L$ or $U(1)_Y$) are proportional to $\text{Tr}(Q_a^2/M)$, where the Q_a 's stand for the charges of the messenger fields under G_a , it is readily seen that the gauge-mediated contribution to the bino mass vanishes in the limit $X_0 = 0$:

$$M_1|_{GMSB, X_0=0} \propto \text{Tr}(Y^2 M^{-1}) \propto \text{Tr} Y = 0. \quad (8)$$

This result holds independently of the $SU(5)$ representation of the messengers. A nonzero bino mass is generated from gravity mediation, from $X_0 \neq 0$ and from possible other terms in m , but it is expected to be much smaller than the other gaugino masses, which are of order M_{GM} . The resulting mass hierarchy,

$$M_1 \ll M_2 \sim M_3 \sim \mu, \quad (9)$$

leads to a light mostly-bino neutralino, which is therefore the LSP (unless $M_1 \gtrsim 2m_{3/2}$ at the messenger scale, in which case the LSP is the gravitino). In addition to being theoretically well motivated, this scheme provides a natural realization of the light neutralino scenarios occasionally considered in the literature [10, 11, 12, 13, 14], and invoked more recently [15] in connection with the new DAMA/LIBRA data [16].

The plan of the paper is the following. In Section 2, we present the MSSM soft terms induced by the messenger mass matrix (6), which breaks the $SU(5)$ symmetry in a well-defined manner. In Section 3, we couple the messenger sector to an explicit (ISS) supersymmetry breaking sector. We study the stability of the phenomenologically viable vacuum after including quantum corrections, and discuss the generation of the μ and $B\mu$ terms by Planck-suppressed operators. In Section 4, we discuss the low-energy phenomenology of the scenario, paying particular attention to the dark matter constraint. Finally, we present our conclusions in Section 5. The appendices contain technical details about the computation of the MSSM soft terms and the quantum corrections to the scalar potential.

2 Gauge mediation with GUT-induced messenger mass splitting

The main difference between minimal gauge mediation and the scenario considered in this paper⁶ lies in the messenger mass matrix (6). The messenger mass splitting

⁶For recent analyses of general messenger masses, see e.g. Refs. [17].

depends on the $SU(5)$ representation of the messenger fields. Denoting by $(\phi_i, \tilde{\phi}_i)$ the component messenger fields belonging to definite SM gauge representations and by Y_i their hypercharge, one has

$$\text{Tr}(\Phi\langle\Sigma\rangle\tilde{\Phi}) = 6v \sum_i Y_i \phi_i \tilde{\phi}_i, \quad (10)$$

yielding a mass $M_i = 6\lambda_\Sigma v Y_i$ for $(\phi_i, \tilde{\phi}_i)$ (again $X_0 = 0$ is assumed). In the cases of $(\bar{5}, 5)$ and $(10, \overline{10})$ messengers, the component fields and their masses are, respectively,

$$\Phi(\bar{5}) = \{\phi_{\bar{3},1,1/3}, \phi_{1,2,-1/2}\}, \quad M = \{2\lambda_\Sigma v, -3\lambda_\Sigma v\}, \quad (11)$$

$$\Phi(10) = \{\phi_{3,2,1/6}, \phi_{\bar{3},1,-2/3}, \phi_{1,1,1}\}, \quad M = \{\lambda_\Sigma v, -4\lambda_\Sigma v, 6\lambda_\Sigma v\}, \quad (12)$$

where the subscripts denote the $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ quantum numbers, and the components $\tilde{\phi}_i$ of $\tilde{\Phi}$ are in the complex conjugate representations.

The one-loop GMSB-induced gaugino masses are given by (see Appendix A)

$$M_a(\mu) = \frac{\alpha_a(\mu)}{4\pi} \sum_i 2T_a(R_i) \frac{\partial \ln(\det M_i)}{\partial \ln X} \frac{F_X}{X} \Big|_{X=X_0}, \quad (13)$$

where the sum runs over the component messenger fields $(\phi_i, \tilde{\phi}_i)$, and $T_a(R_i)$ is the Dynkin index of the representation R_i of ϕ_i . As noted in the introduction, with the messenger mass matrix (6), the gauge-mediated contribution to the bino mass vanishes irrespective of the $SU(5)$ representation of the messengers, up to a correction proportional to $\lambda_X X_0$ which will turn out to be negligible (see Section 3.2). Then M_1 is mainly of gravitational origin:

$$M_1 \sim m_{3/2}. \quad (14)$$

As the messenger masses are not $SU(5)$ symmetric, the running between the different messenger scales should be taken into account in the computation of the soft scalar masses. The corresponding formulae are given in Appendix A. For simplicity, we write below the simpler expressions obtained when the effect of this running is neglected. The two-loop MSSM soft scalar mass parameter m_χ^2 , induced by N_1 messengers of mass M_1 and N_2 messengers of mass M_2 and evaluated at the messenger scale, reads

$$m_\chi^2 = 2 \sum_a C_\chi^a \left(\frac{\alpha_a}{4\pi}\right)^2 \left\{ 2N_2 T_a(R_2) \left| \frac{\partial \ln M_2}{\partial \ln X} \right|^2 + 2N_1 T_a(R_1) \left| \frac{\partial \ln M_1}{\partial \ln X} \right|^2 \right\} \left| \frac{F_X}{X} \right|^2. \quad (15)$$

In Eq. (15), C_χ^a are the second Casimir coefficients for the superfield χ , normalized to $C(N) = (N^2 - 1)/2N$ for the fundamental representation of $SU(N)$ and to $C_\chi^1 = 3Y_\chi^2/5$ for $U(1)$, and $T_a(R_i)$ are the Dynkin indices for the messenger fields.

While the vanishing of the GMSB contribution to the bino mass is a simple consequence of the underlying hypercharge embedding in a simple gauge group and of the structure of the mass matrix (6) (i.e. it is independent of the representation of the messengers), the ratios of the other superpartner masses, including the ratio of the gluino to wino masses M_3/M_2 , do depend on the representation of the messengers. This is to be compared with minimal gauge mediation [5], in which the ratios of gaugino masses (namely, $M_1 : M_2 : M_3 = \alpha_1 : \alpha_2 : \alpha_3$) as well as the ratios of the different scalar masses is independent of the representation of the messengers [18]. Leaving a more extensive discussion of the mass spectrum to Section 4, we exemplify this point below with the computation of the gaugino and scalar masses in the cases of $(5, \bar{5})$ and $(10, \bar{10})$ messengers:

i) $(5, \bar{5})$ messenger pairs: in this case the gluino and $SU(2)_L$ gaugino masses are given by

$$M_3 = \frac{1}{2} N_m \frac{\alpha_3}{4\pi} \frac{\lambda_X F_X}{\lambda_\Sigma v}, \quad M_2 = -\frac{1}{3} N_m \frac{\alpha_2}{4\pi} \frac{\lambda_X F_X}{\lambda_\Sigma v}, \quad (16)$$

where N_m is the number of messenger pairs, leading to the ratio $|M_3/M_2| = 3\alpha_3/2\alpha_2$ (≈ 4 at $\mu = 1$ TeV). The complete expressions for the scalar masses can be found in Appendix A. For illustration, we give below the sfermion soft masses at a messenger scale of 10^{13} GeV, neglecting the running between the different messenger mass scales as in Eq. (15):

$$m_Q^2 : m_{U^c}^2 : m_{D^c}^2 : m_L^2 : m_{E^c}^2 \approx 0.79 : 0.70 : 0.68 : 0.14 : 0.08, \quad (17)$$

in units of $N_m M_{GM}^2$, with $M_{GM} \equiv (\alpha_3/4\pi)(\lambda_X F_X/\lambda_\Sigma v)$. In Eq. (17) as well as in Eq. (19) below, we used $(\alpha_1/\alpha_3)(10^{13} \text{ GeV}) = 0.65$ and $(\alpha_2/\alpha_3)(10^{13} \text{ GeV}) = 0.85$.

ii) $(10, \bar{10})$ messenger pairs: in this case the gluino and $SU(2)_L$ gaugino masses are given by

$$M_3 = \frac{7}{4} N_m \frac{\alpha_3}{4\pi} \frac{\lambda_X F_X}{\lambda_\Sigma v}, \quad M_2 = 3 N_m \frac{\alpha_2}{4\pi} \frac{\lambda_X F_X}{\lambda_\Sigma v}, \quad (18)$$

leading to the ratio $M_3/M_2 = 7\alpha_3/12\alpha_2$ (≈ 1.5 at $\mu = 1$ TeV). In this case too, we give the sfermion soft masses at a messenger scale of 10^{13} GeV for illustration:

$$m_Q^2 : m_{U^c}^2 : m_{D^c}^2 : m_L^2 : m_{E^c}^2 \approx 8.8 : 5.6 : 5.5 : 3.3 : 0.17, \quad (19)$$

again in units of $N_m M_{GM}^2$. For the Higgs soft masses, one has $m_{H_u}^2 = m_{H_d}^2 = m_L^2$ irrespective of the messenger representation.

In contrast to minimal gauge mediation with $SU(5)$ symmetric messenger masses, in which the ratios of gaugino masses are independent of the messenger representation, in our scenario the gaugino mass ratios and more generally the detailed MSSM mass spectrum are representation dependent. There is however one clear-cut prediction, which distinguishes it from both minimal gauge mediation and minimal gravity mediation, namely the vanishing of the one-loop GMSB contribution to the bino mass. Notice also the lightness of the scalar partners of the right-handed leptons for $(10, \overline{10})$ messengers, which arises from the correlation between the hypercharge and the mass of the different component messenger fields (the lightest components have the smallest hypercharge). Finally, we would like to point out that, due to the fact that messengers carrying different SM gauge quantum numbers have different masses, gauge coupling unification is slightly modified compared to the MSSM. Since the messengers are heavy and their mass splitting is not very important, however, this effect is numerically small.

In the above discussion, the higher-dimensional operator $\lambda'_\Sigma \Phi \Sigma^2 \tilde{\Phi} / M_P$ was assumed to be absent. Before closing this section, let us briefly discuss what relaxing this assumption would imply. If $\lambda'_\Sigma \neq 0$, the messenger mass matrix (7) receives an additional contribution, which affects the gauge-mediated MSSM soft terms. In particular, M_1 no longer vanishes:

$$M_1|_{GMSB} = -\frac{6}{5} d \text{Tr} Y^2 \frac{\lambda'_\Sigma v}{\lambda_\Sigma M_P} \frac{\alpha_1}{\alpha_3} N_m M_{GM} , \quad (20)$$

where d is the dimension of the messenger representation, and the trace is taken over the representation. Eq. (20) was derived under the assumption that the λ'_Σ -induced corrections to the messenger masses are small, so that to a good approximation, the scalar and electroweak gaugino masses are still given by Eqs. (16) to (19). It is easy to show that this implies

$$M_1|_{GMSB} \ll 0.2 N_m M_{GM} , \quad (21)$$

for both $(5, \bar{5})$ and $(10, \overline{10})$ messengers. In the rest of the paper, we shall therefore neglect the contribution of $\lambda'_\Sigma \neq 0$ and assume that M_1 is generated by gravity mediation.

3 A complete model

The computation of the MSSM soft terms performed in the previous section is to a large extent insensitive to the details of the sector that breaks supersymmetry. The generation of the μ and $B\mu$ terms, on the other hand, depends on its details. The

goal of the present section is to consider an explicit SUSY breaking sector, to couple it to the messenger sector, and to check that the following constraints are satisfied: (i) nonperturbative instabilities towards possible color-breaking vacua are sufficiently suppressed; (ii) μ and $B\mu$ parameters of the appropriate size can be generated.

The model can be described by a superpotential of the form:

$$W = W_{MSSM} + W_{SB}(X, \dots) + W_m(\Phi, \tilde{\Phi}, X, \Sigma) + W_{GUT}(\Sigma) , \quad (22)$$

where $W_{SB}(X, \dots)$ describes the SUSY breaking sector, $W_m(\Phi, \tilde{\Phi}, X, \Sigma)$ the couplings of the messengers fields $(\Phi, \tilde{\Phi})$ to the SUSY breaking fields X and to the $SU(5)$ adjoint Higgs field Σ , and $W_{GUT}(\Sigma)$ describes the breaking of the unified gauge symmetry, $SU(5) \rightarrow SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. In this paper, we consider the case where $W_m(\Phi, \tilde{\Phi}, X, \Sigma) = \Phi(\lambda_X X + \lambda_\Sigma \Sigma) \tilde{\Phi}$. The details of the GUT sector are irrelevant for our purposes and will not be further discussed in the following. The implicit assumption here is that the SUSY breaking sector and the GUT sector only couple via gravity and via the messenger fields. It is therefore reasonable to expect that they do not influence significantly their respective dynamics.

3.1 The SUSY breaking sector

A generic dynamical supersymmetry breaking sector [19] coupled to the messenger sector is enough for our purposes. For concreteness and simplicity, we consider here the ISS model [9], namely $\mathcal{N} = 1$ SUSY QCD with N_f quark flavors and gauge group $SU(N_c)$ in the regime $N_c < N_f < \frac{3}{2} N_c$. In the IR, the theory is strongly coupled, giving rise to a low-energy physics that is better described by a dual ‘‘magnetic’’ theory with gauge group $SU(N_f - N_c)$, N_f flavors of quarks q_a^i and antiquarks \tilde{q}_i^a , and meson (gauge singlet) fields X_i^j ($i, j = 1 \dots N_f$, $a = 1 \dots N$, with $N \equiv N_f - N_c$). The magnetic theory is IR free and can be analyzed perturbatively.

The superpotential of the magnetic theory,

$$W_{ISS} = h q_a^i X_i^j \tilde{q}_j^a - h f^2 \text{Tr} X , \quad (23)$$

leads to supersymmetry breaking a la O’Raifeartaigh, since the auxiliary fields $(-F_X^*)^i_j = h q_a^i \tilde{q}_j^a - h f^2 \delta_j^i$ cannot all be set to zero. Indeed, the matrix $q_a^i \tilde{q}_j^a$ is at most of rank N , whereas the second term $h f^2 \delta_j^i$ has rank $N_f > N$. The supersymmetry-breaking ISS vacuum is defined by $\langle q_a^i \rangle = \langle \tilde{q}_i^a \rangle = f \delta_i^a$, $\langle X \rangle = 0$. At tree level, there are flat directions along which the components $i, j = (N + 1) \dots N_f$ of X_i^j are non-vanishing; quantum corrections lift them and impose $\langle X \rangle = 0$ [9]. This means that the R-symmetry under

which X is charged is not spontaneously broken, which in turn implies that no gaugino masses are generated in the minimal ISS model. Another important feature of the ISS vacuum is that it is metastable. Indeed, according to the Witten index, the theory possesses N_c supersymmetric vacua. These vacua are obtained in the magnetic description by going along the branch with nonzero meson vev's, $\langle X \rangle \neq 0$, where magnetic quarks become massive and decouple, so that the low-energy theory becomes strongly coupled again. In order to ensure that the lifetime of the ISS vacuum is larger than the age of the universe, one requires $f \ll \Lambda_m$, where Λ_m is the scale above which the magnetic theory is strongly coupled.

3.2 Coupling the SUSY breaking sector to messengers

Let us now couple the SUSY breaking sector to the messenger sector by switching on the superpotential term $\lambda_X \Phi X \tilde{\Phi}$, and address the following two questions:

- How is the vacuum structure of the model affected, in particular is the ISS vacuum still metastable and long lived?
- Is it possible to generate μ and $B\mu$ of the appropriate size?

The first question has been investigated in several works [20] in the case of $SU(5)$ symmetric messenger masses. We reanalyze it in our scenario and come to a similar conclusion: the messenger fields induce a lower minimum which breaks the SM gauge symmetries, a rather common feature of gauge mediation models. To our knowledge, the solution we propose for the second issue has not been discussed in the literature⁷. We now proceed to address the above two questions in detail.

3.2.1 Stability of the phenomenologically viable vacuum

It is well known that coupling a SUSY breaking sector to a messenger sector generally introduces lower minima in which the messenger fields have nonzero vev's. Since the messengers carry SM gauge quantum numbers, these vacua are phenomenologically unacceptable. Such minima also appear in our scenario. Summarizing the analysis done in Appendix B, we indeed find two types of local supersymmetry-breaking minima at tree level:

⁷For recent approaches to the $\mu/B\mu$ problem of gauge mediation, see Refs. [21].

- the ISS vacuum with no messenger vev's and energy $V(\phi\tilde{\phi} = 0) = (N_f - N)h^2 f^4$;

- lower minima with messenger vev's $\phi\tilde{\phi} = \frac{-\sum_{i=N+1}^{N_f} \lambda_{X,i}^i h f^2}{\sum_{(i,j) \notin \{i=j=1\dots N\}} |\lambda_{X,j}^i|^2}$ and energy

$$V(\phi\tilde{\phi} \neq 0) = h^2 f^4 \left(N_f - N - \frac{\left| \sum_{i=N+1}^{N_f} \lambda_{X,i}^i \right|^2}{\sum_{(i,j) \notin \{i=j=1\dots N\}} |\lambda_{X,j}^i|^2} \right).$$

Transitions from the phenomenologically viable ISS minimum to the second class of minima, in which the SM gauge symmetry is broken by the messenger vev's, must be suppressed. An estimate of the lifetime of the ISS vacuum in the triangular approximation gives $\tau \sim \exp(\frac{(\Delta\phi)^4}{\Delta V})$, with

$$\frac{\Delta V}{(\Delta\phi)^4} = \sum_{(i,j) \notin \{i=j=1\dots N\}} |\lambda_{X,j}^i|^2 \equiv \bar{\lambda}^2. \quad (24)$$

The lifetime of the phenomenologically viable vacuum is therefore proportional to $e^{1/\bar{\lambda}^2}$. To ensure that it is larger than the age of the universe, it is enough to have $\bar{\lambda}^2 \lesssim 10^{-3}$.

We conclude that, as anticipated, the superpotential coupling $\lambda_X \Phi X \tilde{\Phi}$ induces new minima with a lower energy than the ISS vacuum, in which the messenger fields acquire vev's that break the SM gauge symmetry. In order to ensure that the ISS vacuum is sufficiently long lived, the coupling between the ISS sector and the messenger sector, λ_X , has to be small. We believe that this result is quite generic.

Let us now discuss the stability of the phenomenologically viable vacuum under quantum corrections. As shown in Ref. [9], the ISS model possesses tree-level flat directions that are lifted by quantum corrections. The novelty of our analysis with respect to Ref. [9] is that we include messenger loops in the computation of the one-loop effective potential, and we find that these corrections result in a nonzero vev for X . The detailed analysis is given in Appendix B; here we just notice that since the messenger fields do not respect the R-symmetry of the ISS sector, it is not surprising that coupling the two sectors induces a nonzero vev for X (which otherwise would be forbidden by the R-symmetry). Indeed, the one-loop effective potential for the meson fields reads, keeping only the leading terms relevant for the minimization procedure

(see Appendix B for details):

$$\begin{aligned}
V_{1\text{-loop}}(X_0, Y_0) &= 2Nh^2f^2|Y_0|^2 + \frac{1}{64\pi^2} \left\{ 8h^4f^2(\ln 4 - 1)N(N_f - N)|X_0|^2 \right. \\
&\quad \left. + \frac{10N_m h^2 f^4 |\text{Tr}'\lambda|^2}{3\lambda_\Sigma v} \left[(\text{Tr}'\lambda) X_0 + (\text{Tr}''\lambda) Y_0 + \text{h.c.} \right] \right\}, \quad (25)
\end{aligned}$$

where we have set $\tilde{X} = X_0 \mathbb{1}_{N_f - N}$, $\tilde{Y} = Y_0 \mathbb{1}_N$ and defined $\text{Tr}'\lambda \equiv \sum_{i=N+1}^{N_f} \lambda_{X,i}^i$, $\text{Tr}''\lambda \equiv \sum_{i=1}^N \lambda_{X,i}^i$. In Eq. (25), the first line contains the tree-level potential for X and the one-loop corrections computed in Ref. [9], whereas the linear terms in the second line are generated by messenger loops. The latter induce vev's for the meson fields:

$$\langle X_0 \rangle \simeq - \frac{5N_m |\text{Tr}'\lambda|^2 (\text{Tr}'\lambda)^*}{12(\ln 4 - 1)h^2N(N_f - N)} \frac{f^2}{\lambda_\Sigma v}, \quad (26)$$

$$\langle Y_0 \rangle \simeq - \frac{5N_m |\text{Tr}'\lambda|^2 (\text{Tr}''\lambda)^*}{192\pi^2 N} \frac{f^2}{\lambda_\Sigma v}. \quad (27)$$

Notice that, due to $\langle Y_0 \rangle \neq 0$, magnetic quarks (and antiquarks) do contribute to supersymmetry breaking: $F_q \sim \tilde{q}X \neq 0$ ($F_{\tilde{q}} \sim qX \neq 0$), while $F_q = F_{\tilde{q}} = 0$ in the ISS model as a consequence of the R-symmetry. Here instead, the R-symmetry is broken by the coupling of the ISS sector to the messengers fields, and the F-terms of the magnetic (anti-)quarks no longer vanish. We have checked that, in the messenger direction, $\phi = \tilde{\phi} = 0$ is still a local minimum. We have also checked that the nonzero vev's (26) and (27) resulting from quantum corrections do not affect the discussion about the lifetime of the phenomenologically viable vacuum. Notice that these vev's also appear in the standard case where messenger masses are $SU(5)$ symmetric.

3.2.2 Generation of the μ and $B\mu$ terms

As stressed in the introduction, due to the hierarchy of scales $m_{3/2} \ll M_{GM}$, the Giudice-Masiero mechanism fails to generate a μ term of the appropriate magnitude for radiative electroweak symmetry breaking. Fortunately, there are other sources for μ and $B\mu$ in our scenario.

A crucial (but standard) hypothesis is the absence of a direct coupling between the hidden SUSY breaking sector and the observable sector (i.e. the MSSM). In particular, the coupling XH_uH_d should be absent from the superpotential. The fields of the ISS sector therefore couple to the MSSM fields only via non-renormalizable interactions and via the messengers. It is easy to check that non-renormalizable interactions involving the ISS and MSSM fields have a significant effect only on the μ and $B\mu$ terms, whereas

they induce negligible corrections to the MSSM soft terms and Yukawa couplings. The most natural operators mixing the two sectors, which are local both in the electric and in the magnetic phases of the ISS model, are the ones built from the mesons X . It turns out, however, that such operators do not generate μ and $B\mu$ parameters of the appropriate magnitude.

Fortunately, a more interesting possibility arises in our scenario, thanks to the loop-induced vev of the meson fields discussed in the previous subsection. Indeed, the Planck-suppressed operator

$$\lambda_1 \frac{q\tilde{q}}{M_P} H_u H_d , \quad (28)$$

in spite of being of gravitational origin, yields a μ term that can be parametrically larger than $m_{3/2}$. This allows us to assume $m_{3/2} \ll M_{GM}$, as needed to suppress the most dangerous FCNC transitions, consistently with electroweak symmetry breaking (which typically requires a μ term of the order of the squark and gluino masses). More precisely, the operator (28) generates

$$\mu = \frac{\lambda_1}{h} \frac{N}{\sqrt{N_c}} \sqrt{3} m_{3/2} , \quad (29)$$

$$B = -2h \langle Y_0^* \rangle = -\frac{5N_m |\text{Tr}'\lambda|^2 (\text{Tr}''\lambda)}{96\pi^2 N \sqrt{N_c}} \frac{M_P}{\lambda_\Sigma v} \sqrt{3} m_{3/2} , \quad (30)$$

where we used $m_{3/2} = \sqrt{\sum_{i=N+1}^{N_f} |F_{X,i}^i|^2} / \sqrt{3} M_P = \sqrt{N_c} h f^2 / \sqrt{3} M_P$. Using Eqs. (26) and (27), it is easy to convince oneself that one can obtain $\mu \sim 1$ TeV for e.g. $m_{3/2} \sim (10 - 100)$ GeV, by taking a small enough ISS coupling h . As a numerical example, one can consider for instance $m_{3/2} = 50$ GeV, $N_c = 5$, $N_f = 7$ and $\lambda_1/h = 10$, in which case $\mu = 775$ GeV. As for the B parameter, it turns out to be somewhat smaller than $m_{3/2}$. For instance, taking as above $N_c = 5$, $N_f = 7$ and assuming further $N_m = 1$, $|\text{Tr}'\lambda|^2 = 10^{-3}$ and $\lambda_\Sigma v = 10^{13}$ GeV, one obtains $B = -0.49 (\text{Tr}''\lambda) m_{3/2}$. This will in general be too small for a proper electroweak symmetry breaking, even if $\text{Tr}''\lambda \sim 1$ is possible in principle (contrary to $\text{Tr}'\lambda$, $\text{Tr}''\lambda$ is not constrained by the lifetime of the ISS vacuum). However, $B\mu$ also receives a contribution from the non-renormalizable operator

$$\lambda_2 \frac{X X}{M_P} H_u H_d , \quad (31)$$

which gives a negligible contribution to μ , but yields $B\mu = -\lambda_2 \sqrt{3N_c} \langle X_0 \rangle m_{3/2}$. Using Eq. (29), one then obtains

$$B = -\lambda_2 \frac{h}{\lambda_1} \frac{N_c}{N} \langle X_0 \rangle = -\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \frac{5N_m |\text{Tr}'\lambda|^2 (\text{Tr}'\lambda)^*}{12(\ln 4 - 1) h^2 N^2 \sqrt{N_c}} \frac{M_P}{\lambda_\Sigma v} \sqrt{3} m_{3/2} , \quad (32)$$

which is enhanced with respect to Eq. (30) by the absence of the loop factor and by the presence of h^2 in the denominator. It is then easy to obtain the desired value of the B parameter. As an illustration, choosing the same parameter values as in the above numerical examples and taking $h = 0.1$, one obtains $B/\lambda_2 = 7.9$ TeV, while choosing $\text{Tr}'\lambda = 10^{-2}$ (instead of $10^{-3/2}$) gives $B/\lambda_2 = 250$ GeV.

We conclude that Planck-suppressed operators can generate μ and $B\mu$ parameters of the appropriate size in our scenario, thanks to the vev's of the meson fields induced by messenger loops, which are crucial for the generation of $B\mu$. As mentioned in the previous subsection, these vev's appear independently of whether the messenger masses are split or not. Therefore, the μ and $B\mu$ terms can be generated in the same way in more standard gauge mediation models with $SU(5)$ symmetric messenger masses.

Notice that there is a price to pay for the above solution to the $\mu/B\mu$ problem: the interaction term (28), which is local in the magnetic ISS description, becomes non-local in the electric description, analogously to the $qX\tilde{q}$ coupling of the magnetic Seiberg duals [22].

4 Low-energy phenomenology

The phenomenology of minimal gauge mediation has been investigated in detail in the past (see e.g. Ref. [18]). The main distinctive feature of our scenario with respect to standard gauge mediation is the presence of a light neutralino, with a mass of a few tens of GeV in the picture where $M_1 \sim m_{3/2} \sim (10-100)$ GeV. As is well known, such a light neutralino is not ruled out by LEP data: the usually quoted lower bound $M_{\tilde{\chi}_1^0} \gtrsim 50$ GeV assumes high-scale gaugino mass unification, and can easily be evaded once this assumption is relaxed⁸. The other features of the superpartner spectrum depend on the messenger representation. Particularly striking is the lightness of the \tilde{l}_R with respect to other sfermions (including the \tilde{l}_L) in the case of $(10, \overline{10})$ messengers. The values of the soft terms at the reference messenger scale⁹ $M_{mess} = 10^{13}$ GeV are given by

⁸More precisely, for a mostly-bino neutralino (as in our scenario, where $M_1 \ll M_2, |\mu|$), there is no mass bound from LEP if either $M_{\tilde{\chi}_1^0} + M_{\tilde{\chi}_2^0} > 200$ GeV or selectrons are very heavy [23]. The former constraint is satisfied by all superpartner mass spectra considered in this section. Furthermore, a mostly-bino neutralino has a suppressed coupling to the Z boson and thus only gives a small contribution to its invisible decay width.

⁹As explained in Appendix B.2, the requirement that our metastable vacuum is sufficiently long lived constrains the messenger scale $M_{mess} \equiv \lambda_\Sigma v$ to lie below 10^{14} GeV or so. Demanding $M_{GM}/m_{3/2} \sim 10$ further pushes it down to 10^{13} GeV.

Eqs. (16) to (19). One can derive approximate formulae for the gaugino and the first two generation sfermion masses at low energy by neglecting the Yukawa contributions in the one-loop renormalization group equations, as expressed by Eq. (A.4). At the scale $\mu = 1$ TeV, one thus obtains

$$M_2 \simeq 0.25N_m M_{GM}, \quad M_3 \simeq N_m M_{GM}, \quad (33)$$

$$m_{Q_{1,2}}^2 \simeq (0.79 + 0.69N_m)N_m M_{GM}^2, \quad m_{U_{1,2}^c}^2 \simeq (0.70 + 0.66N_m)N_m M_{GM}^2, \quad (34)$$

$$m_{D_{1,2}^c}^2 \simeq (0.68 + 0.66N_m)N_m M_{GM}^2, \quad m_{L_{1,2}}^2 \simeq (0.14 + 0.03N_m)N_m M_{GM}^2, \quad (35)$$

$$m_{E_{1,2}^c}^2 \simeq 0.08N_m M_{GM}^2 + 0.12M_1^2, \quad (36)$$

for $(5, \bar{5})$ messengers, and

$$M_2 \simeq 2.2N_m M_{GM}, \quad M_3 \simeq 3.5N_m M_{GM}, \quad (37)$$

$$m_{Q_{1,2}}^2 \simeq (8.8 + 10.4N_m)N_m M_{GM}^2, \quad m_{U_{1,2}^c}^2 \simeq (5.6 + 8.1N_m)N_m M_{GM}^2, \quad (38)$$

$$m_{D_{1,2}^c}^2 \simeq (5.5 + 8.1N_m)N_m M_{GM}^2, \quad m_{L_{1,2}}^2 \simeq (3.3 + 2.3N_m)N_m M_{GM}^2, \quad (39)$$

$$m_{E_{1,2}^c}^2 \simeq 0.17N_m M_{GM}^2 + 0.12M_1^2, \quad (40)$$

for $(10, \overline{10})$ messengers, where $M_{GM} = (\alpha_3(M_{mess})/4\pi)(\lambda_X F_X/\lambda_\Sigma v)$. Furthermore, one has in both cases:

$$M_{\tilde{\chi}_1^0} \approx 0.5M_1. \quad (41)$$

In Eqs. (33) to (40), the unknown gravitational contribution to the soft terms is not taken into account, apart from M_1 which is taken as an input (we neglected subdominant terms proportional to M_1^2 in all sfermion masses but $m_{E_{1,2}^c}^2$). These formulae fit reasonably well the results obtained by evolving the soft terms from $M_{mess} = 10^{13}$ GeV down to $\mu = 1$ TeV with the code SUSPECT [24]. For the third generation sfermion masses, most notably for $m_{Q_3}^2$ and $m_{U_3^c}^2$, the Yukawa couplings contribute sizeably to the running and the above formulae do not apply. The Higgs and neutralino/chargino spectrum also depend on $\tan\beta$ and on the values of the μ and $B\mu$ parameters, which are determined from the requirement of proper radiative electroweak symmetry breaking. As for the lightest neutralino, Eq. (41) implies that $M_{\tilde{\chi}_1^0} < m_{3/2}$ as long as $M_1 \lesssim 2m_{3/2}$, a condition which is unlikely to be violated if M_1 is of gravitational origin, and we can therefore safely assume that the lightest neutralino is the LSP. The gravitino is then the NLSP, and its late decays into $\tilde{\chi}_1^0\gamma$ tend to spoil the successful predictions of Big Bang nucleosynthesis if it is abundantly produced after inflation. This is the well-known gravitino problem [25], and it is especially severe for a gravitino mass in the few

10 GeV range, as in our scenario. We are therefore led to assume a low reheating temperature in order to reduce the gravitino abundance, typically $T_R \lesssim (10^5 - 10^6)$ GeV, which strongly disfavor baryogenesis mechanisms occurring at very high temperatures, such as (non-resonant) thermal leptogenesis.

While the lightness of $\tilde{\chi}_1^0$ is a welcome feature from the point of view of distinguishing the present scenario from other supersymmetric models (for recent studies of the collider signatures of a light neutralino, see e.g. Refs. [13, 14]), it might be a problem for cosmology. Indeed, a neutralino with a mass below, say, 50 GeV will generally overclose the universe, unless some annihilation processes are very efficient [11, 12, 13]: (i) the annihilation into $\tau^+\tau^-$ and $b\bar{b}$ via s -channel exchange of the CP-odd Higgs boson A , or (ii) the annihilation into a fermion-antifermion pair via t - and u -channel exchange of a light sfermion. The process (i) can bring the relic neutralino abundance down to the observed dark matter level (namely, $\Omega_{DM}h^2 = 0.1099 \pm 0.0062$ [26]) if A is light, $\tan\beta$ is large and $\tilde{\chi}_1^0$ contains a sizeable higgsino component (which requires $|\mu| \sim 100$ GeV). More precisely, $\tilde{\chi}_1^0$ can be as light as 6 GeV for $M_A \sim 90$ GeV and $\tan\beta > 30$ [12, 13], in the anti-decoupling regime for the lightest Higgs boson h . The process (ii) is more efficient for light sleptons (\tilde{l}_R) and large values of $\tan\beta$. In particular, in the large m_A region where the process (i) is not relevant, $\tilde{\chi}_1^0$ can be as light as 18 GeV without exceeding the observed dark matter density if $m_{\tilde{\tau}_1}$ is close to its experimental bound of 86 GeV and $\tan\beta \sim 50$ [11, 13]. Note that experimental limits on superpartner masses and rare processes have been imposed in deriving these bounds.

We were not able to find values of M_{GM} , N_m and $\tan\beta$ leading to a light A boson (say, $M_A \leq 120$ GeV); hence we must consider $M_{\tilde{\chi}_1^0} > 18$ GeV in order to comply with the dark matter constraint. In Table 1, we display 6 representative spectra with $20 \text{ GeV} \leq M_{\tilde{\chi}_1^0} \leq 45 \text{ GeV}$ and light \tilde{l}_R masses (apart from model 1), corresponding to different numbers and types of messengers, and different values of M_{GM} and $\tan\beta$. The superpartner masses were obtained by running the soft terms from $M_{mess} = 10^{13}$ GeV down to low energy with the code SUSPECT. Apart from M_1 , which is taken as an input, the unknown subdominant gravitational contributions to the soft terms have not been included (we shall comment on this later). As is customary, \tilde{f}_1 and \tilde{f}_2 refer to the lighter and heavier \tilde{f} mass eigenstates; for the first two generations of sfermions, they practically coincide with \tilde{f}_R and \tilde{f}_L . We also indicated in Table 1 the bino and down higgsino components of the lightest neutralino, in the notation $\tilde{\chi}_1^0 = Z_{11}\tilde{B} + Z_{12}\tilde{W}^3 + Z_{13}\tilde{H}_d^0 + Z_{14}\tilde{H}_u^0$.

Let us now comment on these spectra. In the case of messengers in $(5, \bar{5})$ representations, taking into account the LEP lower bound on the lightest Higgs boson mass

model	1	2	3	3 bis	4	5	6
$N_{(5,5)}$	1	6	0	0	0	1	3
$N_{(10,10)}$	0	0	1	1	4	1	1
M_{GM}	1000	200	300	300	110	220	160
M_1	50	50	50	85	80	85	85
$\tan\beta$	30	24	15	15	9	15	15
$\text{sign}(\mu)$	+	+	+	+	+	+	+
h	114.7	115.0	115.2	115.2	116.5	114.6	114.8
A	779.2	645.4	892.2	892.4	1015	735.8	662.7
H^0	779.2	645.5	892.4	892.6	1015	735.9	662.8
H^\pm	783.3	650.3	895.7	895.9	1018	740.1	667.5
$\tilde{\chi}_1^\pm$	259.4	305.0	560.2	560.3	676.7	408.0	223.9
$\tilde{\chi}_2^\pm$	747.8	636.8	693.9	694.0	970.4	590.4	597.5
$\tilde{\chi}_1^0$	24.5	23.5	23.2	42.9	38.1	43.0	42.9
$\tilde{\chi}_2^0$	259.4	305.0	560.1	560.3	677.1	408.0	223.9
$\tilde{\chi}_3^0$	743.3	629.8	596.9	597.1	691.0	570.8	589.2
$\tilde{\chi}_4^0$	745.7	634.7	693.8	693.9	970.4	590.4	596.3
$ Z_{11} $	0.9982	0.9975	0.9971	0.9971	0.9978	0.9968	0.9969
$ Z_{13} $	0.0599	0.0708	0.0750	0.0755	0.0648	0.0792	0.0772
\tilde{g}	1064	1207	1097	1097	1527	1028	1063
\tilde{t}_1	984.6	927.3	861.7	861.6	1080	795.7	809.5
\tilde{t}_2	1156	1074	1240	1240	1468	1058	1002
\tilde{u}_1, \tilde{c}_1	1195	1087	1135	1135	1361	1006	987.9
\tilde{u}_2, \tilde{c}_2	1240	1115	1327	1327	1555	1118	1043
\tilde{b}_1	1128	1040	1123	1123	1356	995.4	966.2
\tilde{b}_2	1169	1079	1224	1224	1451	1038	987.1
\tilde{d}_1, \tilde{s}_1	1184	1085	1134	1134	1360	1005	987.1
\tilde{d}_2, \tilde{s}_2	1243	1117	1329	1329	1557	1121	1046
$\tilde{\tau}_1$	242.2	99.0	86.3	89.3	87.0	96.7	95.2
$\tilde{\tau}_2$	420.3	289.4	696.2	696.3	753.1	498.6	349.8
$\tilde{e}_1, \tilde{\mu}_1$	294.4	150.6	131.5	133.6	105.4	123.6	117.4
$\tilde{e}_2, \tilde{\mu}_2$	413.4	275.1	699.1	699.2	754.1	500.1	348.5
$\tilde{\nu}_\tau$	396.6	260.5	691.4	691.5	749.0	491.4	337.6
$\tilde{\nu}_e, \tilde{\nu}_\mu$	405.8	263.6	694.8	694.9	750.1	493.9	339.5
$\Omega_{\tilde{\chi}_1^0} h^2$	6.40	0.428	0.279	0.122	0.124	0.118	0.116

Table 1: Supersymmetric mass spectra obtained by running the soft terms from $M_{mess} = 10^{13}$ GeV down to low energy with the code SUSPECT (all masses in GeV).

($m_h \geq 114.4$ GeV) and the experimental limits on the superpartner masses generally leads to relatively heavy \tilde{l}_R (see model 1), although larger values of $\tan\beta$ yield a lighter $\tilde{\tau}_1$ (for instance, shifting $\tan\beta$ from 30 to 50 in model 1 gives $m_{\tilde{\tau}_1} = 150$ GeV). However, one can accommodate a lighter $\tilde{\tau}_1$ if one assumes a large number of messengers, as exemplified by model 2. Light sleptons are more easily obtained with messengers in $(10, \overline{10})$ representations (models 3/3bis and 4), or in both $(5, \overline{5})$ and $(10, \overline{10})$ representations (models 5 and 6). Note that both $m_{\tilde{\tau}_1}$ and $m_{\tilde{\mu}_1, \tilde{e}_1}$ are close to their experimental limits in model 4. Apart from the mass of the lightest neutralino (and to a lesser extent of \tilde{l}_R), the low-energy spectrum very weakly depends on the actual value of M_1 (compare models 3 and 3bis, which only differ by the value of M_1). In the last column of Table 1, we give the relic density of $\tilde{\chi}_1^0$ computed by the code micrOMEGAs [27, 28]. One can see that, for $M_{\tilde{\chi}_1^0} \sim (20 - 25)$ GeV, $\Omega_{\tilde{\chi}_1^0} h^2$ lies above the observed dark matter density, even though \tilde{l}_R are light (models 1 to 3); this can be traced back to the small higgsino admixture of $\tilde{\chi}_1^0$, which suppresses the Z boson exchange contribution [13]. Larger values of $M_{\tilde{\chi}_1^0}$ enable the relic density to fall in the 2σ WMAP range (models 3bis to 6).

We conclude that the scenario of supersymmetry breaking considered in this paper can provide supersymmetric models with a light neutralino ($M_{\tilde{\chi}_1^0} \sim 40$ GeV) accounting for the dark matter of the universe. We have checked that the models of Table 1 are consistent with the negative results from direct dark matter detection experiments such as CDMS [29] and XENON [30]. Since the spin-independent (spin-dependent) neutralino-nucleon cross section is dominated by Higgs boson and squark exchange diagrams (Z boson and squark exchange diagrams), it is expected to be rather small in our scenario, in which squarks are heavy and the neutralino is mostly a bino. This is confirmed by a numerical computation with MicrOMEGAs, which gives typical values of $(10^{-46} - 10^{-45})$ cm² for the spin-independent cross-section, and of $(10^{-46} - 10^{-45})$ cm² for the spin-dependent cross-section.

Let us add for completeness that models 1 to 3 can be made consistent with the observed dark matter density by assuming a small amount of R-parity violation [10]. In fact, in the presence of R -parity violation, nothing prevents us from considering even smaller neutralino masses by lowering¹⁰ $m_{3/2}$.

Some comments are in order regarding the subdominant supergravity contributions

¹⁰Assuming $M_1 \sim m_{3/2}$, one can reach $M_{\tilde{\chi}_1^0} \sim 5$ GeV by choosing $m_{3/2} \sim 10$ GeV. We refrain from considering much lower values of $m_{3/2}$, which would render the generation of $\mu \sim M_{GM}$ less natural. However, we note that in recent models of moduli stabilization [31, 32], gravity (moduli) contributions to gaugino masses are typically smaller than $m_{3/2}$ by one order of magnitude.

to the soft terms and their effects in flavor physics. First of all, these contributions will shift the values of the soft terms at M_{mess} by a small amount and correspondingly affect the spectra presented in Table 1. Since supergravity contributions are parametrically suppressed with respect to gauge contributions by a factor $m_{3/2}/(N_m M_{GM})$ for gaugino masses, and by a factor $m_{3/2}/(\sqrt{N_m} M_{GM})$ for scalar masses, we do not expect them to change the qualitative features of the spectra¹¹. Also, the gravity-mediated A -terms are suppressed by the small gravitino mass, and they should not affect the sfermion masses in a significant way. The most noticeable consequence of the supergravity contributions is actually to introduce flavor violation in the sfermion sector at the messenger scale:

$$(M_\chi^2)_{ij} = m_\chi^2 \delta_{ij} + (\lambda_\chi)_{ij} m_{3/2}^2 \quad (\chi = Q, U^c, D^c, L, E^c), \quad (42)$$

where $m_\chi^2 \delta_{ij}$ is the flavor-universal gauge-mediated contribution, and the coefficients $(\lambda_\chi)_{ij}$ are at most of order one. As is well known, flavor-violating processes are controlled by the mass insertion parameters (here for the down squark sector):

$$(\delta_{LL}^d)_{ij} \equiv \frac{(M_Q^2)_{ij}}{\bar{m}_d^2}, \quad (\delta_{RR}^d)_{ij} \equiv \frac{(M_{D^c}^2)_{ij}}{\bar{m}_d^2}, \quad (\delta_{LR}^d)_{ij} \equiv \frac{(A_d)_{ij} v_d}{\bar{m}_d^2} \quad (i \neq j), \quad (43)$$

where $(M_Q^2)_{ij}$, $(M_{D^c}^2)_{ij}$ and $(A_d)_{ij} v_d$ are the off-diagonal entries of the soft scalar mass matrices renormalized at low energy and expressed in the basis of down quark mass eigenstates, and \bar{m}_d is an average down squark mass.

Neglecting the RG-induced flavor non-universalities, which are suppressed by a loop factor and by small CKM angles, the mass insertion parameters $(\delta_{MM}^d)_{ij}$ ($M = L, R$) arising from the non-universal supergravity contributions are suppressed by a factor $m_{3/2}^2/\bar{m}_d^2$, and possibly also by small coefficients $(\lambda_{Q,D^c})_{ij}$. For $m_{3/2} = 85$ GeV and $\bar{m}_d \sim 1$ TeV as in the spectra displayed in Table 1, we find $(\delta_{LL}^d)_{ij} \sim 7 \times 10^{-3} (\lambda_Q)_{ij}$ and $(\delta_{RR}^d)_{ij} \sim 7 \times 10^{-3} (\lambda_{D^c})_{ij}$, which is sufficient to cope with all experimental constraints (in the presence of large CP-violating phases, however, ϵ_K further requires $\sqrt{(\lambda_Q)_{12}(\lambda_{D^c})_{12}} \lesssim 0.04$, see e.g. Ref. [33]). As for the $(\delta_{LR}^d)_{ij}$, they are typically suppressed by $m_{3/2} m_{d_i}/\bar{m}_d^2$ and are therefore harmless.

The situation is much more problematic in the slepton sector, where processes such as $\mu \rightarrow e\gamma$ and $\tau \rightarrow \mu\gamma$ put strong constraints on the $(\delta_{MN}^e)_{ij}$, $M, N = L, R$ (see e.g. Ref. [34]). Indeed, the leptonic δ 's are less suppressed than the hadronic ones, due to the smallness of the slepton masses: for $m_{3/2} = 50$ GeV and $m_{L_i} \sim 500$ GeV,

¹¹For values of $m_{3/2}$ as large as 80 – 85 GeV, however, the supergravity contribution to the \tilde{l}_R masses is expected to be comparable to the GMSB one. In this case the parameters of the models in Table 1 must be adjusted in order to keep the sleptons sufficiently light.

$m_{E_i^c} \sim 100$ GeV, one e.g. finds $(\delta_{LL}^e)_{ij} \sim 10^{-2}(\lambda_L)_{ij}$ and $(\delta_{RR}^e)_{ij} \sim 0.3(\lambda_{E^c})_{ij}$. To cope with the experimental constraints, which are particularly severe in the presence of a light neutralino and of light sleptons, we need to assume close to universal supergravity contributions to slepton soft masses, perhaps due to some flavor symmetry responsible for the Yukawa hierarchies. Possible other sources of lepton flavor violation, e.g. radiative corrections induced by heavy states, should also be suppressed. Let us stress that the same problem is likely to be present in any light neutralino scenario in which the neutralino annihilation dominantly proceeds through slepton exchange. Alternatively, in models where the relic density of $\tilde{\chi}_1^0$ is controlled by a small amount of R-parity violation, all sleptons can be relatively heavy as in model 1, thus weakening the constraints from the non-observation of lepton flavor violating processes.

Throughout this paper, we assumed that the non-renormalizable operator $\Phi\Sigma^2\tilde{\Phi}/M_P$ is absent from the superpotential and that M_1 is purely of gravitational origin. Let us mention for completeness the alternative possibility that this operator is present and gives the dominant contribution to M_1 . In this case, the lightest neutralino mass is no longer tied up with the mass of the gravitino, which can be the LSP as in standard gauge mediation. This makes it possible to solve the lepton flavor problem by taking $m_{3/2} \lesssim 10$ GeV and considering a model with relatively heavy \tilde{l}_R . Such a scenario is still characterized by a light neutralino, but it is no longer the LSP, and the dark matter abundance is no longer predicted in terms of parameters accessible at high-energy colliders. Furthermore, the superpartner spectrum depends on an additional parameter, the coefficient of the non-renormalizable operator $\Phi\Sigma^2\tilde{\Phi}/M_P$.

5 Conclusions

In this paper, we have shown that models in which supersymmetry breaking is predominantly transmitted by gauge interactions lead to a light neutralino if the messenger mass matrix is oriented with the hypercharge generator, $M \sim vY$. This arises naturally if the main contribution to messenger masses comes from a coupling to the adjoint Higgs field of an underlying $SU(5)$ theory. In this case, the bino receives its mass from gravity mediation, leading to a light neutralino which is then the LSP. While from a model building perspective the gravitino, hence the neutralino, could be much lighter, we considered a typical neutralino mass in the (20 – 45) GeV range and worked out the corresponding low-energy superpartner spectrum. We noticed that, in the case of $(10, \overline{10})$ messengers or of a large number of $(5, \overline{5})$ messengers, the scalar partners of the right-handed leptons are much lighter than the other sfermions, making it possible

for a neutralino with a mass around 40 GeV to be a viable dark matter candidate. However, such a SUSY spectrum also creates potential FCNC problems in the lepton sector, which asks for a high degree of universality or alignment in slepton masses.

In the hybrid models of supersymmetry breaking considered in this paper, the gravity-mediated contributions, although subdominant, are essential in generating the μ and $B\mu$ terms through Planck-suppressed operators. We studied the case where the SUSY breaking sector is provided by the ISS model and found that, as expected, messenger loops induce a breaking of the R-symmetry in the ISS vacuum. The associated meson vev's happen to be of the appropriate size for generating the $B\mu$ term needed for electroweak symmetry breaking. We stress that this mechanism also works for more general messenger mass matrices than the one studied in this paper, in particular in the simpler case of $SU(5)$ symmetric messenger masses.

While the vanishing of the GMSB contribution to the bino mass is a simple consequence of the messenger mass matrix (6) and of the embedding of the hypercharge into a simple gauge group, the other features of the superpartner spectrum depend on the representation of the messengers, in contrast to minimal gauge mediation. For example, the gluino to wino mass ratio is $|M_3/M_2| = 3\alpha_3/2\alpha_2$ for $(5, \bar{5})$ messengers and $|M_3/M_2| = 7\alpha_3/12\alpha_2$ for $(10, \overline{10})$ messengers. The experimental evidence for one of these mass ratios at the LHC, together with the discovery of a light neutralino LSP, would be a clear signature of the hybrid models of supersymmetry breaking studied in this paper. In most high-energy scenarios, gaugino masses are assumed to be universal, leading to the hierarchy $M_1 : M_2 : M_3 = \alpha_1 : \alpha_2 : \alpha_3$ at low energy. The possibility that non-universal gaugino masses be related to the lightness of the neutralino LSP by an underlying GUT structure appears to be appealing and deserves further investigation.

Acknowledgments

We thank Geneviève Bélanger, Marco Cirelli, Tony Gherghetta, Yann Mambrini, Mariano Quiros, Alberto Romagnoni and Carlos Savoy for useful discussions and comments. We are grateful to Yann Mambrini for providing us with an improved version of the code SUSPECT. This work has been supported in part by the ANR grants ANR-05-BLAN-0079-02, ANR-05-BLAN-0193-02, ANR-05-JCJC-0023, the RTN contracts MRTN-CT-2004-005104 and MRTN-CT-2004-503369, the CNRS PICS # 2530 and 3747 and the European Union Excellence Grant MEXT-CT-2003-509661.

A Gauge contributions to the MSSM gaugino and scalar masses

In this appendix, we compute the gauge-mediated contributions to the MSSM soft terms in the scenario with a GUT-induced messenger mass splitting considered in this paper. We use the method of Ref. [35], appropriately generalized to the case of several types of messengers with different masses.

A.1 General formulae

The gauge-mediated contributions to gaugino masses are encoded in the running of the gauge couplings [35]:

$$\frac{1}{g_a^2(\mu)} = \frac{1}{g_a^2(\Lambda_{UV})} - \frac{b_a}{8\pi^2} \ln\left(\frac{\Lambda_{UV}}{\mu}\right) + \sum_i \frac{2T_a(R_i)}{8\pi^2} \ln\left(\frac{\Lambda_{UV}}{M_i}\right), \quad (\text{A.1})$$

where $b_a = 3C_2(G_a) - \sum_R T_a(R)$ is the beta function coefficient of the gauge group factor G_a , and the sum runs over several types of messengers $(\phi_i, \tilde{\phi}_i)$ with masses M_i ($\mu < M_i < \Lambda_{UV}$) belonging to the SM gauge representations R_i . $T_a(R_i)$ is the Dynkin index of the representation R_i , normalized to 1/2 for fundamental representations of $SU(N)$. For $U(1)$, we use the $SU(5)$ normalization $\alpha_1 = \frac{5}{3}\alpha_Y$; correspondingly, $T_1(R_i)$ should be understood as $3Y_i^2/5$, where the hypercharge Y is defined by $Y = Q - T_3$ (so that $Y_Q = 1/6$, $Y_{U^c} = -2/3$, $Y_{D^c} = 1/3$, $Y_L = -1/2$ and $Y_{E^c} = 1$). The one-loop gaugino masses are then given by [35]

$$M_a(\mu) = \frac{\alpha_a(\mu)}{4\pi} \sum_i 2T_a(R_i) \frac{\partial \ln(\det M_i)}{\partial \ln X} \frac{F_X}{X} \Big|_{X=X_0}. \quad (\text{A.2})$$

The gauge-mediated contributions to scalar masses are encoded in the wave-function renormalization of the MSSM chiral superfields χ [35]:

$$Z_\chi(\mu) = Z_\chi(\Lambda_{UV}) \prod_a \left(\frac{\alpha_a(\Lambda_{UV})}{\alpha_a(M_2)} \right)^{\frac{2C_\chi^a}{b_{a,2}}} \left(\frac{\alpha_a(M_2)}{\alpha_a(M_1)} \right)^{\frac{2C_\chi^a}{b_{a,1}}} \left(\frac{\alpha_a(M_1)}{\alpha_a(\mu)} \right)^{\frac{2C_\chi^a}{b_a}}, \quad (\text{A.3})$$

where $\mu < M_1 < M_2 < \Lambda_{UV}$, $b_{a,1} \equiv b_a - 2N_1 T_a(R_1)$, $b_{a,2} \equiv b_{a,1} - 2N_2 T_a(R_2)$, and C_χ^a are the quadratic Casimir coefficients for the superfield χ , normalized to $C(N) = (N^2 - 1)/2N$ for the fundamental representation of $SU(N)$ and to $C_\chi^1 = 3Y_\chi^2/5$ for $U(1)$. In Eq. (A.3), we considered for simplicity only 2 types of messengers, characterized by

their masses $M_{1,2}$ (which should not be confused with the bino and wino masses), SM gauge representations $R_{1,2}$ and multiplicities $N_{1,2}$. Following Ref. [35], we obtain for the soft mass parameter m_χ^2 :

$$m_\chi^2 = 2 \sum_a C_\chi^a \left(\frac{\alpha_a(\mu)}{4\pi} \right)^2 \left\{ \left[2N_2 T_a(R_2) \xi_{a,2}^2 + \frac{(2N_2 T_a(R_2))^2}{b_{a,1}} (\xi_{a,1}^2 - \xi_{a,2}^2) \right] \left| \frac{\partial \ln M_2}{\partial \ln X} \right|^2 + 2N_1 T_a(R_1) \xi_{a,1}^2 \left| \frac{\partial \ln M_1}{\partial \ln X} \right|^2 + \frac{1 - \xi_{a,1}^2}{b_a} \left| \frac{\partial \ln(\det M)}{\partial \ln X} \right|^2 \right\} \left| \frac{F_X}{X} \right|^2 \Big|_{X=X_0}, \quad (\text{A.4})$$

where $\xi_{a,i} \equiv \frac{\alpha_a(M_i)}{\alpha_a(\mu)}$ ($i = 1, 2$) and $\det M = M_1^{N_1} M_2^{N_2}$. In Eq. (A.4), the first term in square brackets contains the contribution of the messengers of mass M_2 renormalized at the scale M_1 , the second term represents the contribution of the messengers of mass M_1 , and the third term the running from the messenger scale M_1 down to the low-energy scale μ .

A.2 $(5, \bar{5})$ and $(10, \bar{10})$ messengers with GUT-induced mass splitting

We are now in a position to evaluate the MSSM gaugino and scalar masses induced by N_m $(5, \bar{5})$ messenger pairs with a mass matrix $M(X)$ given by Eq. (6). Inside each pair, the $SU(3)_C$ triplets have a mass $2\lambda_\Sigma v$, while the $SU(2)_L$ doublets have a mass $-3\lambda_\Sigma v$ (we omit the contribution of $X_0 \neq 0$, which as discussed in Section 3.2 turns out to be negligible). Applying Eq. (A.2), we obtain for the one-loop gaugino masses:

$$M_3 = \frac{1}{2} N_m \frac{\alpha_3}{4\pi} \frac{\lambda_X F_X}{\lambda_\Sigma v}, \quad M_2 = -\frac{1}{3} N_m \frac{\alpha_2}{4\pi} \frac{\lambda_X F_X}{\lambda_\Sigma v}, \quad M_1 = 0. \quad (\text{A.5})$$

In computing scalar masses, we neglect for simplicity the running of the gauge couplings between different messenger scales, which amounts to set $\alpha_a(M_1) = \alpha_a(M_2) \equiv \alpha_a(M_{mess})$ in Eq. (A.4), where M_{mess} is an average messenger mass. Summing up all gauge contributions, we can cast the scalar masses in the form

$$m_\chi^2(M_{mess}) = N_m \sum_a d_\chi^a \left(\frac{\alpha_a}{4\pi} \right)^2 \left| \frac{\lambda_X F_X}{\lambda_\Sigma v} \right|^2, \quad (\text{A.6})$$

where $\alpha_a = \alpha_a(M_{mess})$ and the coefficients d_χ^a are given in the following table:

d_χ^a	$SU(3)_C$	$SU(2)_L$	$U(1)$
Q	2/3	1/6	1/180
U^c	2/3	0	4/45
D^c	2/3	0	1/45
L	0	1/6	1/20
E^c	0	0	1/5
H_u, H_d	0	1/6	1/20

Consider now N_m ($10, \overline{10}$) messenger pairs. Inside each pair, the $(\phi_{3,2,+1/6}, \tilde{\phi}_{\overline{3},2,-1/6})$ fields have a mass $\lambda_\Sigma v$, $(\phi_{\overline{3},1,-2/3}, \tilde{\phi}_{\overline{3},1,+2/3})$ have a mass $-4\lambda_\Sigma v$, and $(\phi_{1,1,+1}, \tilde{\phi}_{1,1,-1})$ have a mass $6\lambda_\Sigma v$. Then the gaugino masses are given by

$$M_3 = \frac{7}{4} N_m \frac{\alpha_3}{4\pi} \frac{\lambda_X F_X}{\lambda_\Sigma v}, \quad M_2 = 3 N_m \frac{\alpha_2}{4\pi} \frac{\lambda_X F_X}{\lambda_\Sigma v}, \quad M_1 = 0, \quad (\text{A.7})$$

and the scalar masses by Eq. (A.6), with coefficients d_χ^a given by:

d_χ^a	$SU(3)_C$	$SU(2)_L$	$U(1)$
Q	11/2	9/2	1/90
U^c	11/2	0	8/45
D^c	11/2	0	2/45
L	0	9/2	1/10
E^c	0	0	2/5
H_u, H_d	0	9/2	1/10

B Quantum corrections and metastability of the vacuum

B.1 Tree-level vacuum structure

We are searching for the minima of the scalar potential

$$V = |F_X^a|^2 + |F_X^b|^2 + |F_q|^2 + |F_{\tilde{q}}|^2 + |F_\phi|^2 + |F_{\tilde{\phi}}|^2 + |F_\Sigma|^2, \quad (\text{B.1})$$

where

$$\begin{aligned}
|F_X^a|^2 &= \sum_{i=1}^N \left| hq_a^i \tilde{q}_i^a - hf^2 + \lambda_{X,i}^i \phi \tilde{\phi} \right|^2, \\
|F_X^b|^2 &= \sum_{(i,j) \notin \{i=j=1\dots N\}} \left| -hf^2 \delta_j^i + \lambda_{X,j}^i \phi \tilde{\phi} \right|^2, \\
|F_q|^2 &= \sum_{a,i=1\dots N} \left| hX_i^j \tilde{q}_j^a \right|^2, \\
|F_{\tilde{q}}|^2 &= \sum_{a,j=1\dots N} \left| hq_a^i X_i^j \right|^2, \\
|F_\phi|^2 &= \left| (\lambda_X X + \lambda_\Sigma \Sigma) \tilde{\phi} \right|^2, \\
|F_{\tilde{\phi}}|^2 &= \left| \phi (\lambda_X X + \lambda_\Sigma \Sigma) \right|^2, \\
|F_\Sigma|^2 &= \left| \lambda_\Sigma \phi \tilde{\phi} + \frac{\partial W_{GUT}}{\partial \Sigma} \right|^2.
\end{aligned} \tag{B.2}$$

We choose a basis in which $q_a^i \tilde{q}_j^a$ is a rank N diagonal matrix:

$$\left(\begin{array}{ccc|cc}
q_1 \tilde{q}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & q_N \tilde{q}_N & 0 & 0 \\
\hline
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array} \right). \tag{B.3}$$

The potential (B.1) does not contain the supergravity contributions nor the corresponding soft terms, which are expected to have a negligible impact in the present discussion. $W_{GUT}(\Sigma)$ is the superpotential for the $SU(5)$ adjoint Higgs field Σ , whose vev is responsible for the spontaneous breaking of $SU(5)$.

We find that all the F-terms, except F_X^b , can be set to zero. However, $F_\phi = F_{\tilde{\phi}} = 0$ has two types of solutions. More precisely, for values of X such that the matrix (acting on $SU(5)$ gauge indices) $\lambda_X X + \lambda_\Sigma \Sigma$ is

- invertible, then $\phi = \tilde{\phi} = 0$;
- non invertible, then both ϕ and $\tilde{\phi}$ can have a non zero vev.

Indeed, if $\lambda_X X + \lambda_\Sigma \sigma_i = 0$, where σ_i is an eigenvalue of Σ , the values of ϕ and $\tilde{\phi}$ are not fixed by the constraint $F_\phi = F_{\tilde{\phi}} = 0$. The equation $F_\Sigma = 0$ implies that they must be of

the form $\phi = (0, \dots, 0, \phi^{\alpha_0}, 0, \dots, 0)$ and $\tilde{\phi}^T = (0, \dots, 0, \tilde{\phi}_{\alpha_0}, 0, \dots, 0)$. Indeed, one has $F_{\Sigma, \beta}^\alpha = f'(\Sigma)_\beta^\alpha - \rho \delta_\beta^\alpha + \lambda_\Sigma \phi^\alpha \tilde{\phi}_\beta = 0$, where $\alpha, \beta = 1 \dots 5$ are $SU(5)$ indices and $f(\Sigma)$ is defined by $W_{GUT}(\Sigma) = f(\Sigma) - \rho \text{Tr} \Sigma$ (the specific form of the function f is irrelevant here). Working in a $SU(5)$ basis in which Σ_α^β is diagonal, one concludes that at most one component in ϕ and $\tilde{\phi}$ can be nonzero, and it must be the same component. As for F_q and $F_{\tilde{q}}$, they can always be fixed to zero by choosing the matrix X_i^j to be symmetric, with the vectors $q_a^i = \tilde{q}_i^a$ ($a = 1 \dots N$), solutions of $h q_a^i \tilde{q}_i^a - h f^2 + \lambda_{X,i}^i \phi \tilde{\phi} = 0$ (so as to satisfy the constraint $|F_X^a|^2 = 0$), belonging to its kernel. Note that the value of X is not completely determined at this level.

We have succeeded to set all F-terms but F_X^b to zero without completely fixing the value of X . For generic couplings $\lambda_{X,j}^i$, it is still possible to arrange for the matrix $\lambda_X X + \lambda_\Sigma \Sigma$ to have a zero eigenvalue, in which case ϕ and $\tilde{\phi}$ can be nonzero. We can minimize $|F_X^b|^2$ in both cases ($\phi \tilde{\phi} = 0$ versus $\phi \tilde{\phi} \neq 0$), which yields two types of local supersymmetry-breaking minima:

- $\phi \tilde{\phi} = 0$, with the ISS energy $V_0 = (N_f - N) h^2 f^4$;
- $\phi \tilde{\phi} = \frac{-\sum_{i=N+1}^{N_f} \lambda_{X,i}^i h f^2}{\sum_{(i,j) \notin \{i=j=1 \dots N\}} |\lambda_{X,j}^i|^2}$, with $V_0 = h^2 f^4 \left(N_f - N - \frac{\left| \sum_{i=N+1}^{N_f} \lambda_{X,i}^i \right|^2}{\sum_{(i,j) \notin \{i=j=1 \dots N\}} |\lambda_{X,j}^i|^2} \right)$.

B.2 Lifetime of the metastable vacuum

Following Ref. [9], we evaluate the lifetime of the metastable ISS vacuum in the triangle approximation. The decay rate is proportional to

$$\exp\left(-\frac{(\Delta\phi)^4}{\Delta V}\right), \quad \text{with} \quad \frac{\Delta V}{(\Delta\phi)^4} = \sum_{(i,j) \notin \{i=j=1 \dots N\}} |\lambda_{X,j}^i|^2 \equiv \overline{\lambda^2}. \quad (\text{B.4})$$

In order for the metastable vacuum to be sufficiently long lived, we require $\overline{\lambda^2} \lesssim 10^{-3}$. The individual couplings $\lambda_{X,j}^i$ must then typically be of order 10^{-2} , except the ones corresponding to $i = j = 1 \dots N$, which can in principle be larger. From Eq. (4) we see that, for $\text{Tr}' \lambda \equiv \sum_{i=N+1}^{N_f} \lambda_{X,i}^i = 10^{-2}$, $M_{GM}/m_{3/2} \sim 10$ corresponds to a messenger scale $\lambda_\Sigma v \sim 10^{13}$ GeV, which in turn requires $\lambda_\Sigma \sim 10^{-3}$.

B.3 Quantum corrections to the scalar potential

As explained in Ref. [9], the ISS model has a tree-level flat direction along the $i, j = (N + 1) \dots N_f$ components of X_i^j . In the absence of messengers, quantum corrections enforce $\langle X \rangle = 0$. In this section, we add the contribution of the messengers to the one-loop effective potential for X and study its behaviour around $\phi = \tilde{\phi} = 0$. Our aim is to determine whether the ISS vacuum remains metastable and long lived in our scenario after quantum corrections have been included.

We parametrize the quantum fluctuations in the following way:

$$X = \begin{pmatrix} \tilde{Y} & \delta Z^\dagger \\ \delta \tilde{Z} & \tilde{X} \end{pmatrix}, \quad q = (f e^\theta + \delta\chi, \delta\rho), \quad \tilde{q} = \begin{pmatrix} f e^{-\theta} + \delta\tilde{\chi}^\dagger \\ \delta\tilde{\rho}^\dagger \end{pmatrix}, \quad (\text{B.5})$$

with $\tilde{X} = X_0 + \delta\hat{X}$ and $\tilde{Y} = Y_0 + \delta\hat{Y}$. The only F-term from the ISS sector that is relevant for the computation of the messenger contribution to the one-loop effective potential is the one of \tilde{X} :

$$-F_{\tilde{X}_{ff'}}^* = h \text{Tr}_{N_c}(\delta\rho \delta\tilde{\rho}^\dagger)_{ff'} - h f^2 \delta_{ff'} + \lambda_{X,ff'} \delta\phi \delta\tilde{\phi}, \quad (\text{B.6})$$

where $f, f' = (N + 1) \dots N_f$. The terms of the scalar potential that contribute to the scalar messenger mass matrix are:

$$|h \text{Tr}_{N_c}(\delta\rho \delta\tilde{\rho}^\dagger)_{ff'} - h f^2 \delta_{ff'} + \lambda_{X,ff'} \delta\phi \delta\tilde{\phi}|^2 + |(\lambda_X X + m) \delta\tilde{\phi}|^2 + |\delta\phi(\lambda_X X + m)|^2. \quad (\text{B.7})$$

Around the vacuum with zero messenger vev's, $\phi = \tilde{\phi} = 0$, there is no quadratic mixing between the ISS and messenger fields. We can therefore compute separately the contributions of the ISS and messenger sectors to the effective potential.

Let us first consider the messenger sector. With the notations $\tilde{M}_I \equiv \lambda_X X + m_I$ (where the index I refers to different components of the messenger fields in definite SM gauge representations, and $m_I = 6\lambda_\Sigma Y_I v$), $\text{Tr}'\lambda \equiv \sum_{i=N+1}^{N_f} \lambda_{X,i}^i$ and $t \equiv h f^2 \text{Tr}'\lambda$, the scalar mass matrix reads:

$$\begin{pmatrix} \phi_I^\dagger & \tilde{\phi}_I^\dagger & \phi_I & \tilde{\phi}_I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\tilde{M}_I|^2 & & & -t^* \\ & |\tilde{M}_I|^2 & -t^* & \\ & -t & |\tilde{M}_I|^2 & \\ -t & & & |\tilde{M}_I|^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_I \\ \tilde{\phi}_I \\ \phi_I^\dagger \\ \tilde{\phi}_I^\dagger \end{pmatrix}. \quad (\text{B.8})$$

We then find the mass spectrum (which is non-tachyonic since $|t| = |\lambda_X F_X| \ll \lambda_\Sigma^2 v^2 \sim m_I^2$):

$$m_{0,I}^2 = |\tilde{M}_I|^2 \pm |t| = |\lambda_X X + m_I|^2 \pm h f^2 |\text{Tr}'\lambda|. \quad (\text{B.9})$$

The contribution of the messenger sector to the effective potential is then:

$$V_{\phi, \tilde{\phi}}^{(1)} = \frac{1}{64\pi^2} \text{Str} M^4 \ln \left(\frac{M^2}{\Lambda^2} \right) = \frac{2N_m}{64\pi^2} \left(20|t|^2 + 2|t|^2 \ln \left(\frac{\det \tilde{M}^\dagger \tilde{M}}{\Lambda^2} \right) \right). \quad (\text{B.10})$$

As for the contribution of the ISS sector, it is given by [9]:

$$V_{ISS}^{(1)} = \frac{1}{64\pi^2} 8 h^4 f^2 (\ln 4 - 1) N(N_f - N) |X_0|^2, \quad (\text{B.11})$$

where we have set $\tilde{X} = X_0 \mathbb{1}_{N_f - N}$, $\tilde{Y} = Y_0 \mathbb{1}_N$, and we have omitted a term proportional to $|Y_0|^2$, which is subleading with respect to the tree-level potential for Y_0 , $V_{ISS}^{(0)}(Y_0) = 2N h^2 f^2 |Y_0|^2$ (by contrast, the term proportional to $|X_0|^2$ in $V_{ISS}^{(1)}$ is fully relevant, since there is no tree-level potential for X_0). To $V_{ISS}^{(0)} + V_{ISS}^{(1)}$, we add the linearized field-dependent one-loop contribution of the messenger sector, using the fact that $|t| \ll \lambda_\Sigma^2 v^2$:

$$V_{\phi, \tilde{\phi}}^{(1)} = \frac{N_m |\text{Tr}' \lambda|^2 h^2 f^4}{64\pi^2} \left[-\frac{35}{18\lambda_\Sigma^2 v^2} (\lambda_X X)^2 + \frac{10}{3\lambda_\Sigma v} \lambda_X X + \text{h.c.} \right]. \quad (\text{B.12})$$

As will become clear after minimization of the full one-loop effective potential, the quadratic term in $V_{\phi, \tilde{\phi}}^{(1)}$ is suppressed with respect to the quadratic terms in V_{ISS} by $\langle X \rangle \ll \lambda_\Sigma v$, and can therefore be dropped. Minimizing $V_{ISS}^{(0)} + V_{ISS}^{(1)} + V_{\phi, \tilde{\phi}}^{(1)}$, one finds that the contribution of the messenger fields to the effective potential destabilizes the tree-level ISS vacuum and creates small tadpoles for the meson fields:

$$\langle X_0 \rangle \simeq -\frac{5N_m |\text{Tr}' \lambda|^2 (\text{Tr}' \lambda)^*}{12(\ln 4 - 1) h^2 N(N_f - N)} \frac{f^2}{\lambda_\Sigma v} \ll \lambda_\Sigma v, \quad (\text{B.13})$$

$$\langle Y_0 \rangle \simeq -\frac{5N_m |\text{Tr}' \lambda|^2 (\text{Tr}'' \lambda)^*}{192\pi^2 N} \frac{f^2}{\lambda_\Sigma v} \ll \lambda_\Sigma v, \quad (\text{B.14})$$

where $\text{Tr}'' \lambda \equiv \sum_{i=1}^N \lambda_{X,i}^i$. The contribution of Eqs. (B.13) and (B.14) to the vacuum energy, being suppressed both by a loop factor and by $\langle X_0 \rangle, \langle Y_0 \rangle \ll \lambda_\Sigma v$, is negligible compared with the ISS energy. Hence, we still have a metastable vacuum around $\langle \phi \rangle = \langle \tilde{\phi} \rangle = 0$, with a small tadpole induced for X . This plays an important role in generating μ and $B\mu$ parameters of the appropriate size in the MSSM Higgs sector, as discussed in Section 3.

References

- [1] R. Barbieri, S. Ferrara and C. A. Savoy, Phys. Lett. B **119** (1982) 343; A. H. Chamseddine, R. Arnowitt and P. Nath, Phys. Rev. Lett. **49** (1982) 970; L. J. Hall, J. D. Lykken and S. Weinberg, Phys. Rev. D **27** (1983) 2359; E. Cremmer, P. Fayet and L. Girardello, Phys. Lett. B **122** (1983) 41. For a review, see e.g. H. P. Nilles, Phys. Rept. **110** (1984) 1.
- [2] G. F. Giudice and A. Masiero, Phys. Lett. B **206** (1988) 480.
- [3] L. Alvarez-Gaume, M. Claudson and M. B. Wise, Nucl. Phys. B **207** (1982) 96; M. Dine and W. Fischler, Phys. Lett. B **110** (1982) 227; C. R. Nappi and B. A. Ovrut, Phys. Lett. B **113** (1982) 175; S. Dimopoulos and S. Raby, Nucl. Phys. B **219** (1983) 479.
- [4] M. Dine, A. E. Nelson and Y. Shirman, Phys. Rev. D **51** (1995) 1362 [arXiv:hep-ph/9408384]; M. Dine, A. E. Nelson, Y. Nir and Y. Shirman, Phys. Rev. D **53** (1996) 2658 [arXiv:hep-ph/9507378].
- [5] G. F. Giudice and R. Rattazzi, Phys. Rept. **322** (1999) 419 [arXiv:hep-ph/9801271].
- [6] G. R. Dvali, G. F. Giudice and A. Pomarol, Nucl. Phys. B **478** (1996) 31 [arXiv:hep-ph/9603238].
- [7] E. Poppitz and S. P. Trivedi, Phys. Lett. B **401** (1997) 38 [arXiv:hep-ph/9703246]; M. Ibe and R. Kitano, JHEP **0708** (2007) 016 [arXiv:0705.3686 [hep-ph]]; Y. Nomura and M. Papucci, Phys. Lett. B **661** (2008) 145 [arXiv:0709.4060 [hep-ph]]; J. L. Feng, C. G. Lester, Y. Nir and Y. Shadmi, arXiv:0712.0674 [hep-ph]; E. Dudas, Y. Mambrini, S. Pokorski and A. Romagnoni, JHEP **0804** (2008) 015 [arXiv:0711.4934 [hep-th]]; S. Nakamura, K. i. Okumura and M. Yamaguchi, Phys. Rev. D **77** (2008) 115027 [arXiv:0803.3725 [hep-ph]]; L. L. Everett, I. W. Kim, P. Ouyang and K. M. Zurek, arXiv:0804.0592 [hep-ph] , arXiv:0806.2330 [hep-ph]; Z. Lalak, S. Pokorski and K. Turzynski, arXiv:0808.0470 [hep-ph].
- [8] E. Dudas, talks at the conferences Planck 2008 (Barcelona, Spain, 19-23 May, 2008) and Quarks 2008 (Sergiev Posad, Russia, 23-29 May, 2009).
- [9] K. Intriligator, N. Seiberg and D. Shih, JHEP **0604** (2006) 021 [arXiv:hep-th/0602239].

- [10] D. Choudhury, H. K. Dreiner, P. Richardson and S. Sarkar, Phys. Rev. D **61** (2000) 095009 [arXiv:hep-ph/9911365]; H. K. Dreiner, S. Heinemeyer, O. Kittel, U. Langenfeld, A. M. Weber and G. Weiglein, arXiv:0707.1425 [hep-ph].
- [11] D. Hooper and T. Plehn, Phys. Lett. B **562** (2003) 18 [arXiv:hep-ph/0212226].
- [12] A. Bottino, N. Fornengo and S. Scopel, Phys. Rev. D **67** (2003) 063519 [arXiv:hep-ph/0212379]; A. Bottino, F. Donato, N. Fornengo and S. Scopel, Phys. Rev. D **68** (2003) 043506 [arXiv:hep-ph/0304080].
- [13] G. Belanger, F. Boudjema, A. Cottrant, A. Pukhov and S. Rosier-Lees, JHEP **0403** (2004) 012 [arXiv:hep-ph/0310037].
- [14] A. Bottino, N. Fornengo, G. Polesello and S. Scopel, Phys. Rev. D **77**, 115026 (2008) [arXiv:0801.3334 [hep-ph]].
- [15] J. L. Feng, J. Kumar and L. E. Strigari, arXiv:0806.3746 [hep-ph]; F. Petriello and K. M. Zurek, arXiv:0806.3989 [hep-ph]; A. Bottino, F. Donato, N. Fornengo and S. Scopel, arXiv:0806.4099 [hep-ph]; S. Chang, A. Pierce and N. Weiner, arXiv:0808.0196 [hep-ph]; S. Andreas, T. Hambye and M. H. G. Tytgat, arXiv:0808.0255 [hep-ph].
- [16] R. Bernabei *et al.* [DAMA Collaboration], arXiv:0804.2741 [astro-ph].
- [17] C. Cheung, A. L. Fitzpatrick and D. Shih, arXiv:0710.3585 [hep-ph]; P. Meade, N. Seiberg and D. Shih, arXiv:0801.3278 [hep-ph]; H. Ooguri, Y. Ookouchi, C. S. Park and J. Song, arXiv:0806.4733 [hep-th]; J. Distler and D. Robbins, arXiv:0807.2006 [hep-ph]; K. Intriligator and M. Sudano, arXiv:0807.3942 [hep-ph].
- [18] S. Dimopoulos, S. D. Thomas and J. D. Wells, Nucl. Phys. B **488** (1997) 39 [arXiv:hep-ph/9609434]; J. A. Bagger, K. T. Matchev, D. M. Pierce and R. j. Zhang, Phys. Rev. D **55** (1997) 3188 [arXiv:hep-ph/9609444].
- [19] I. Affleck, M. Dine and N. Seiberg, Nucl. Phys. B **241** (1984) 493; Nucl. Phys. B **256** (1985) 557; K. I. Izawa and T. Yanagida, Prog. Theor. Phys. **95** (1996) 829 [arXiv:hep-th/9602180]; K. A. Intriligator and S. D. Thomas, Nucl. Phys. B **473** (1996) 121 [arXiv:hep-th/9603158]. For a recent review, see e.g. K. Intriligator and N. Seiberg, Class. Quant. Grav. **24** (2007) S741 [arXiv:hep-ph/0702069].

- [20] M. Dine and J. Mason, Phys. Rev. D **77** (2008) 016005 [arXiv:hep-ph/0611312]; H. Murayama and Y. Nomura, Phys. Rev. Lett. **98** (2007) 151803 [arXiv:hep-ph/0612186]; Phys. Rev. D **75** (2007) 095011 [arXiv:hep-ph/0701231]; O. Aharony and N. Seiberg, JHEP **0702** (2007) 054 [arXiv:hep-ph/0612308]; C. Csaki, Y. Shirman and J. Terning, JHEP **0705** (2007) 099 [arXiv:hep-ph/0612241]; T. Kawano, H. Ooguri and Y. Ookouchi, Phys. Lett. B **652** (2007) 40 [arXiv:0704.1085 [hep-th]]; N. Haba and N. Maru, Phys. Rev. D **76** (2007) 115019 [arXiv:0709.2945 [hep-ph]]; S. A. Abel, C. Durnford, J. Jaeckel and V. V. Khoze, JHEP **0802** (2008) 074 [arXiv:0712.1812 [hep-ph]].
- [21] M. Dine and J. D. Mason, arXiv:0712.1355 [hep-ph]; G. F. Giudice, H. D. Kim and R. Rattazzi, Phys. Lett. B **660** (2008) 545 [arXiv:0711.4448 [hep-ph]].
- [22] N. Seiberg, Nucl. Phys. B **435** (1995) 129 [arXiv:hep-th/9411149].
- [23] M. Drees, R. Godbole and P. Roy, “Theory and phenomenology of sparticles: An account of four-dimensional N=1 supersymmetry in high energy physics”, *Hackensack, USA: World Scientific (2004) 555 p.*
- [24] A. Djouadi, J. L. Kneur and G. Moultaka, Comput. Phys. Commun. **176** (2007) 426 [arXiv:hep-ph/0211331].
- [25] M. Y. Khlopov and A. D. Linde, Phys. Lett. B **138** (1984) 265; J. R. Ellis, J. E. Kim and D. V. Nanopoulos, Phys. Lett. B **145** (1984) 181. For recent work on the BBN constraints, see e.g. M. Kawasaki, K. Kohri, T. Moroi and A. Yotsuyanagi, arXiv:0804.3745 [hep-ph].
- [26] G. Hinshaw *et al.* [WMAP Collaboration], arXiv:0803.0732 [astro-ph].
- [27] G. Belanger, F. Boudjema, A. Pukhov and A. Semenov, Comput. Phys. Commun. **176** (2007) 367 [arXiv:hep-ph/0607059], arXiv:0803.2360 [hep-ph].
- [28] G. Belanger, F. Boudjema, A. Pukhov and A. Semenov, Comput. Phys. Commun. **149** (2002) 103 [arXiv:hep-ph/0112278], Comput. Phys. Commun. **174** (2006) 577 [arXiv:hep-ph/0405253].
- [29] Z. Ahmed *et al.* [CDMS Collaboration], arXiv:0802.3530 [astro-ph].
- [30] J. Angle *et al.* [XENON Collaboration], Phys. Rev. Lett. **100** (2008) 021303 [arXiv:0706.0039 [astro-ph]], arXiv:0805.2939 [astro-ph].

- [31] K. Choi, A. Falkowski, H. P. Nilles and M. Olechowski, Nucl. Phys. B **718** (2005) 113 [arXiv:hep-th/0503216]; M. Endo, M. Yamaguchi and K. Yoshioka, Phys. Rev. D **72** (2005) 015004 [arXiv:hep-ph/0504036]; A. Falkowski, O. Lebedev and Y. Mambrini, JHEP **0511** (2005) 034 [arXiv:hep-ph/0507110]; O. Lebedev, H. P. Nilles and M. Ratz, Phys. Lett. B **636** (2006) 126 [arXiv:hep-th/0603047];
- [32] E. Dudas, C. Papineau and S. Pokorski, JHEP **0702** (2007) 028 [arXiv:hep-th/0610297]; H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi and Y. Omura, Phys. Rev. D **75** (2007) 025019 [arXiv:hep-th/0611024]; O. Lebedev, V. Lowen, Y. Mambrini, H. P. Nilles and M. Ratz, JHEP **0702** (2007) 063 [arXiv:hep-ph/0612035].
- [33] A. Masiero, S. K. Vempati and O. Vives, arXiv:0711.2903 [hep-ph].
- [34] I. Masina and C. A. Savoy, Nucl. Phys. B **661** (2003) 365 [arXiv:hep-ph/0211283].
- [35] G. F. Giudice and R. Rattazzi, Nucl. Phys. B **511** (1998) 25 [arXiv:hep-ph/9706540].

NON-STANDARD SUSY SPECTRA IN GAUGE MEDIATION ^a

E. DUDAS,^{*,#} S. LAVIGNAC[†] and J. PARMENTIER^{*,†}

^{*} *Centre de Physique Théorique, Ecole Polytechnique, F-91128 Palaiseau, France*

[#] *Laboratoire de Physique Théorique, Université de Paris-Sud, F-91405 Orsay, France*

[†] *Institut de Physique Théorique, CEA-Saclay, F-91191 Gif-sur-Yvette Cedex, France*

If the messenger fields of gauge mediation couple to the Higgs fields of an underlying Grand Unified Theory, the resulting messenger mass splitting leads to a non-minimal gauge-mediated superpartner spectrum with well-defined gaugino mass ratios. Some of these spectra exhibiting striking features, such as a light neutralino LSP, or a wino/gluino NLSP with a gravitino LSP.

1 Introduction

Most phenomenological studies of supersymmetry assume gaugino mass unification, namely:^b

$$\frac{M_1}{\alpha_1} = \frac{M_2}{\alpha_2} = \frac{M_3}{\alpha_3}, \quad (1)$$

where M_1 , M_2 and M_3 are the bino, wino and gluino masses, and $\alpha_a = g_a^2/4\pi$, $a = 1, 2, 3$, are the $U(1)_Y$ (in the $SU(5)$ normalization), $SU(2)_L$ and $SU(3)_C$ gauge couplings. This relation is satisfied both in minimal supergravity (mSUGRA) and in minimal gauge mediation. It does not necessarily hold in more general schemes of supersymmetry breaking and mediation, though, and it is useful to study alternative theory-motivated gaugino mass relations. Indeed, a departure from Eq. (1) can lead to non-standard collider signatures of supersymmetry, as well as to new possibilities for dark matter (which is very constrained in mSUGRA). Also, some gaugino mass patterns are known to reduce the degree of fine-tuning in the Higgs sector of the Minimal Supersymmetric Standard Model (MSSM).

Non-minimal gaugino mass relations have been considered both in the context of supergravity mediation (see e.g. Ref. ¹) and of general gauge mediation. ² In this talk we point out that if the messenger fields of gauge mediation couple to the Higgs fields of an underlying Grand Unified Theory (GUT), the resulting messenger mass splitting leads to a non-minimal gauge-mediated superpartner spectrum with well-defined gaugino mass ratios. ³ We discuss sample spectra exhibiting striking features, such as a light neutralino LSP, ³ or a wino/gluino NLSP with a gravitino LSP. ⁴

^aTalk given by S. Lavignac at the XLVth Rencontres de Moriond on Electroweak Interactions and Unified Theories, La Thuile, Aosta Valley, Italy, 6-13 March 2010.

^bStrictly speaking, gaugino mass unification means $M_1 = M_2 = M_3$ at the unification scale, where $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3$. However, at the one-loop level, this is equivalent to saying that Eq. (1) holds at any scale.

2 Quick review of gauge mediation

Let us begin with a quick review of gauge-mediated supersymmetry breaking (GMSB).⁵ Supersymmetry is assumed to be broken in a hidden sector, and its breaking is transmitted to the observable sector (i.e. to the MSSM) by gauge interactions. The key ingredient is a set of chiral superfields ($\Phi, \tilde{\Phi}$) in vector-like representations of the SM gauge group, called messenger superfields, which couple to a chiral superfield X parametrizing the breaking of supersymmetry:

$$W_{\text{mess}} = X\Phi\tilde{\Phi}, \quad \langle X \rangle = M + F\theta^2, \quad (2)$$

where F is the order parameter of supersymmetry breaking. This yields a supersymmetric mass M for the messenger superfields, as well as a supersymmetry-breaking mass splitting $F\varphi\tilde{\varphi} + \text{h.c.}$ for their scalar components. This mass splitting in turn induces soft terms in the observable sector via gauge interactions. Gaugino and scalar masses arise at the one-loop and two-loop levels, respectively. At the lowest order in F/M^2 , and at the messenger scale M :

$$M_a = \frac{\alpha_a}{4\pi} \sum_i 2T_a(R_i) \frac{F}{M}, \quad (3)$$

$$m_\chi^2 = 2 \sum_a C_\chi^a \left(\frac{\alpha_a}{4\pi}\right)^2 \sum_i 2T_a(R_i) \left|\frac{F}{M}\right|^2, \quad (4)$$

where the index a refers to the gauge group factor, and the index i to the component ϕ_i of Φ belonging to the irreducible representation R_i of the SM gauge group. In Eqs. (3) and (4), $T_a(R_i)$ is the Dynkin index of the representation R_i , and C_χ^a is the quadratic Casimir coefficient for the MSSM chiral superfield χ , both with respect to the gauge group G_a .

The main advantage of GMSB is that the induced soft terms are automatically flavour blind, since gauge interactions are the same for all fermion generations. Hence, there are no large supersymmetric contributions to flavour-violating processes. Another characteristic feature of gauge mediation is that the lightest supersymmetric particle (LSP) is the gravitino: unless $M > (\alpha/4\pi)M_P$, where M_P is the Planck scale, its mass $m_{3/2} = F/\sqrt{3}M_P$ is suppressed relative to a typical GMSB soft mass $M_{\text{GM}} = (\alpha/4\pi)F/M$. For $m_{3/2} > 100$ keV, the gravitino behaves as a cold relic and can constitute the dark matter of the universe; however its relic abundance depends on an a priori unmeasurable parameter, the reheating temperature after inflation. Furthermore, in order for the late decays of the next-to-lightest supersymmetric particle (NLSP) not to spoil the successful predictions of Big Bang Nucleosynthesis (BBN), strong constraints must be imposed on the gravitino mass and/or on the NLSP nature and mass.

Eqs. (3) and (4) correspond to the case of a single messenger mass and F-term, known as minimal gauge mediation. It is characterized by a fixed superpartner spectrum at the messenger scale, up to M_a/m_χ and to an overall scale.^c In particular, Eq. (1) holds. One can consider a more general situation in which different M_i and F_i are associated with each ϕ_i ; in this case, often referred to as general gauge mediation,² the superpartner spectrum depends on 3 complex and 3 real parameters.

3 Combining gauge mediation with unification

Let us now assume an underlying unified gauge group G ($G = SU(5), SO(10), \dots$), with messenger superfields ($\Phi, \tilde{\Phi}$) in a real representation $\mathbf{R} \oplus \bar{\mathbf{R}}$ of G . Since $\mathbf{R} \otimes \bar{\mathbf{R}} = \mathbf{1} \oplus \text{Adj.} \oplus \dots$, they can couple to the adjoint Higgs field Σ involved in the GUT symmetry breaking:

$$W_{\text{mess}} = \lambda_X X\Phi\tilde{\Phi} + \lambda_\Sigma \Sigma\Phi\tilde{\Phi}. \quad (5)$$

^cThis statement assumes that the messengers form complete representations of a unified group, e.g. $\mathbf{5} \oplus \bar{\mathbf{5}}$ of $SU(5)$. This is actually required in order to maintain gauge coupling unification.

More generally, the G -breaking field Σ may be in a representation included in the tensor product $R \otimes \bar{R}$. Assuming $\lambda_X X_0 \ll \lambda_\Sigma \langle \Sigma \rangle$, where $\langle X \rangle = X_0 + F\theta^2$, Eq. (5) leads to a GUT-induced mass splitting inside the messenger multiplets, with a different mass M_i for each messenger component ϕ_i . Since the M_i are determined by group theory, one obtains a predictive non-minimal GMSB scenario. In the following, we present three examples of such scenarios, based on different GUT group and messenger representations.

3.1 Light neutralino LSP scenario: $G = SU(5)$, $\Sigma = \mathbf{24}$

Let us start with an underlying $SU(5)$ gauge group, broken down to $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ by an adjoint Higgs field Σ . The vev of Σ is uniquely determined by the requirement that it is an SM gauge singlet: $\langle \Sigma \rangle = V \text{Diag}(2, 2, 2, -3, -3) = 6VY$, where $V \approx 10^{16}$ GeV and Y is the hypercharge generator in the defining representation, normalized as $Y = Q - T_3$. Assuming that $\lambda_\Sigma \langle \Sigma \rangle$ gives the dominant contribution to the messenger mass M , this induces the following mass splitting inside the messenger multiplets:

$$\Phi(\bar{\mathbf{5}}) = \{\phi_{\bar{3},1,+1/3}, \phi_{1,2,-1/2}\}, \quad M_\Phi = \{2\lambda_\Sigma V, -3\lambda_\Sigma V\}, \quad (6)$$

$$\Phi(\mathbf{10}) = \{\phi_{3,2,+1/6}, \phi_{\bar{3},1,-2/3}, \phi_{1,1,+1}\}, \quad M_\Phi = \{\lambda_\Sigma V, -4\lambda_\Sigma V, 6\lambda_\Sigma V\}, \quad (7)$$

for messengers in $(\mathbf{5}, \bar{\mathbf{5}})$ and $(\mathbf{10}, \bar{\mathbf{10}})$ representations, respectively, and more generally:

$$M_i \propto \lambda_\Sigma V Y_i. \quad (8)$$

Plugging Eq. (8) into Eqs. (3) and (4), one obtains for the bino mass:

$$M_1 = \frac{\alpha_1}{4\pi} \sum_i 2 \frac{3}{5} Y_i^2 \frac{\lambda_X F_X}{6\lambda_\Sigma V Y_i} \propto \sum_i Y_i, \quad (9)$$

where we have used $T_1(R_i) = 3Y_i^2/5$. Since Y is an $SU(5)$ generator, its trace over a complete $SU(5)$ representation vanishes, yielding a massless bino (up to corrections due to $X_0 \neq 0$ and to other possible subleading contributions to the messenger masses):

$$M_1|_{\text{GM}} = 0. \quad (10)$$

However, since the messenger fields are heavy, with masses of order $\lambda_\Sigma \times 10^{16}$ GeV, supergravity corrections to the soft terms can no longer be neglected: the ratio of a typical supergravity over GMSB contribution is $m_{3/2}/M_{\text{GM}} \sim \lambda_\Sigma V / (\alpha_{\text{GUT}} \lambda_X M_P / 4\pi) \sim \lambda_\Sigma / \lambda_X$. Assuming a moderate hierarchy of couplings $\lambda_\Sigma \ll \lambda_X$, one ends up with:

$$M_1 \sim m_{3/2} \ll (M_2, \mu) \sim M_{\text{GM}}, \quad (11)$$

implying that the LSP is a light, mostly-bino neutralino (the renormalization group running gives $M_1 \sim 0.5 m_{3/2}$ at the weak scale), a rather unconventional feature in gauge mediation. While the prediction $M_1|_{\text{GM}} = 0$ is independent of the messenger representation \mathbf{R} , this is not the case for the other superpartner masses. In particular, one has:

$$(\mathbf{5}, \bar{\mathbf{5}}) : \quad \frac{M_2/\alpha_2}{M_3/\alpha_3} = \frac{3}{2}, \quad (\mathbf{10}, \bar{\mathbf{10}}) : \quad \frac{M_2/\alpha_2}{M_3/\alpha_3} = \frac{7}{12}. \quad (12)$$

The ratio of the gluino to the wino masses can therefore be used, in principle, to determine the messenger representation in this scenario. The Higgs and superparticle spectrum corresponding to messengers in $(\mathbf{10}, \bar{\mathbf{10}})$ representations is displayed in the upper left panel of Fig. 1, for a

messenger scale $M_{\text{mess}} \equiv \lambda_{\Sigma} V = 10^{13}$ GeV, $M_{\text{GM}} \equiv \frac{\alpha_3(M_{\text{mess}})}{4\pi} \frac{\lambda_X F}{\lambda_{\Sigma} V} = 215$ GeV, $m_{3/2} = 85$ GeV and $\tan \beta = 15$. A universal supergravity contribution of $m_{3/2}$ has been added to all soft masses.

The main distinctive features of this scenario, besides a light neutralino LSP, are non-universal gaugino masses and light singlet sleptons. A neutralino lighter than 50 GeV as in Fig. 1 does not contradict the LEP bound, since the latter assumes gaugino mass unification. The WMAP constraint⁶ $\Omega_{DM} h^2 = 0.1109 \pm 0.0056$ is satisfied thanks to the efficient annihilations $\tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^0 \rightarrow \tau^+ \tau^-$ mediated by the light $\tilde{\tau}_1$. The requirement that the late decays of the gravitino (which is the NLSP) into $\tilde{\chi}_1^0 \gamma$ and $\tilde{\chi}_1^0 q \bar{q}$ do not spoil the successful BBN predictions put an upper bound on the reheating temperature, $T_R \lesssim 10^{5-6}$ GeV.⁷ Finally, the hadron collider signatures of the light neutralino scenario are not very different from the ones of a standard mSUGRA scenario like SPS1a (in which $M_{\tilde{\chi}_1^0} = 97$ GeV), in spite of slightly increased cross sections for processes such as $p\bar{p}/pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^0 + \text{jet}$.⁸

A complete model with an explicit supersymmetry breaking sector coupled to the messenger fields has been provided in Ref.³

3.2 Wino NLSP scenario: $G = SO(10)$, $\Sigma = \mathbf{45}$, messengers in $(\mathbf{10}, \mathbf{10}')$

Let us now consider an underlying GUT group $SO(10)$, with messenger fields in the vector representation $\mathbf{10}$. Since $\mathbf{10} \otimes \mathbf{10} = \mathbf{1}_s \oplus \mathbf{45}_a \oplus \mathbf{54}_s$, the messengers can couple to an $SO(10)$ adjoint $\mathbf{45}$ or to a $\mathbf{54}$ Higgs multiplet, both of which can be used in the first stage of $SO(10)$ breaking down to $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ (often in combination). The $\mathbf{54}$ case leads to the same spectrum as the $SU(5)$ scenario with a pair of $(\mathbf{5}, \bar{\mathbf{5}})$ messengers. The $\mathbf{45}$ case requires two distinct messenger fields $\mathbf{10}_M$ and $\mathbf{10}'_M$, since the adjoint appear in the antisymmetric product of two vector representations. The $\mathbf{45}$ has two SM singlet vevs, in the $B-L$ and T_{3R} directions respectively. Viable spectra are difficult to obtain with the former possibility, so we consider only the latter, with the following messenger superpotential:

$$W_{\text{mess}} = \lambda_X X \mathbf{10}_M \mathbf{10}'_M + \lambda_{45} \mathbf{10}_M \mathbf{45} \mathbf{10}'_M. \quad (13)$$

The vev $\langle \mathbf{45} \rangle = V_R T_{3R}$ does not contribute to the masses of the colour triplets/antitriplets in $\mathbf{10}_M$ and $\mathbf{10}'_M$, thus suppressing the wino mass with respect to the bino and gluino masses. Assuming $M_T \ll \lambda_{45} V_R$ (where M_T is the mass of the colour (anti-)triplet messengers, originating e.g. from $X_0 \neq 0$ or from a direct mass term $M_T \mathbf{10}_M \mathbf{10}'_M$), one obtains:

$$M_2 \propto \frac{\lambda_X F}{M_T} \left(\frac{M_T}{\lambda_{45} V_R} \right)^2, \quad M_1, M_3 \propto \frac{\lambda_X F_X}{M_T}. \quad (14)$$

The NLSP is therefore likely to be a wino, the LSP being the gravitino. The wino relic density is strongly suppressed relative to a bino relic density due to efficient gauge annihilations; however, its late decays can still be problematic for BBN⁹, requiring $m_{3/2} \lesssim$ few GeV. The mass splitting $M_{\tilde{\chi}_1^+} - M_{\tilde{\chi}_1^0}$, induced by one-loop corrections, is always positive and slightly greater than the charged pion mass. The dominant lighter chargino decay mode, $\tilde{\chi}_1^+ \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \pi^+$, is therefore very slow and will lead to displaced vertices at colliders. This is reminiscent of anomaly-mediated scenarios where the wino is the LSP,¹⁰ except that here the wino is a long-lived NLSP.

The Higgs and superparticle spectrum is displayed in the upper right panel of Fig. 1, for a messenger scale $M_{\text{mess}} \equiv \lambda_{45} V_R = 10^{11}$ GeV, $M_{\text{GM}} = 550$ GeV, $M_T = M_{\text{mess}}/6$ and $\tan \beta = 15$. The characteristic signature at the LHC is $\tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_1^-$ production in association with a jet, leaving two displaced vertices plus missing transverse energy.

3.3 Gluino NLSP scenario: $G = SO(10)$, $\Sigma = \mathbf{45}$, messengers in $(\overline{\mathbf{16}}, \mathbf{16})$

The last example we consider has a GUT group $SO(10)$ and a pair of $(\mathbf{16}, \overline{\mathbf{16}})$ messengers coupling to an adjoint Higgs field with a vev in the $B-L$ direction, $\langle \mathbf{45} \rangle = V_{B-L} T_{B-L}$. The

mass of each messenger component ϕ_i is therefore determined by its $B - L$ charge, $M_i = (B - L)_i \lambda_{45} V_{B-L}$. This leads to a cancellation in the gluino mass formula:

$$M_3|_{\text{GM}} = \frac{\alpha_3}{4\pi} \frac{\lambda_X F_X}{\lambda_{45} V_{B-L}} \left(2 \times \frac{1}{1/3} + \frac{1}{-1/3} + \frac{1}{-1/3} \right) = 0. \quad (15)$$

A nonzero gluino mass can arise e.g. from supergravity corrections, as in the light neutralino scenario. Since the renormalization group equations increase the gluino mass when going to lower energies, starting from $M_3(M_{\text{mess}}) \sim m_{3/2} \ll M_{\text{GM}}$ yields a long-lived gluino NLSP with a gravitino LSP. The Higgs and superparticle spectrum is displayed in the lower panel of Fig. 1, for a messenger scale $M_{\text{mess}} \equiv \lambda_{45} V_{B-L} = 10^{13}$ GeV, $M_{\text{GM}} = 150$ GeV, $m_{3/2} = 70$ GeV and $\tan \beta = 15$. A universal supergravity contribution of $m_{3/2}$ has been added to all soft masses. The lightest neutralino and gluino masses are $M_{\tilde{\chi}_1^0} = 228.9$ GeV and $M_{\tilde{g}} = 218.4$ GeV.

This scenario shares some features with split supersymmetry, in which the gluino is also long-lived, but the LSP is the lightest neutralino. In particular, the gluino will hadronize and form R -hadrons after having been produced at colliders. If the lightest R -hadron is neutral, it will escape the detector leaving only a small fraction of the event energy. The corresponding signature, monojet + missing energy (from gluino pair production in association with a high p_T jet), allows to set a lower bound $M_{\tilde{g}} > 210$ GeV from Tevatron data.¹¹ The LHC should probe masses up to 1.1 TeV. There is also the possibility that some neutral R -hadrons are converted into charged ones and stop in the detector after having lost their energy.¹² The stopped gluinos will ultimately decay not synchronized with a bunch crossing. The D0 collaboration has looked for such events and set a bound $M_{\tilde{g}} < 270$ GeV for $\tau_{\tilde{g}} < 3$ hours;¹³ this bound does not apply to our scenario, in which $\tau_{\tilde{g}} \sim 10^7$ s. Such a long lifetime has been claimed to be inconsistent with BBN constraints once bound state effects during nucleosynthesis are taken into account.¹⁴ This would favour a scenario in which the gluino mass originate from subdominant contributions to messenger masses rather than from supergravity corrections, with $m_{3/2} < 1$ GeV.

4 Conclusions

If supersymmetry breaking is mediated by gauge interactions and there is an underlying GUT at the unification scale, the dominant contributions to messenger masses may come from a coupling between the GUT and messenger sectors. This leads to a non-minimal GMSB superpartner spectrum which is mainly determined by the unified gauge group and by the messenger representations. We presented examples of spectra showing non-standard features such as a light neutralino LSP, or a wino/gluino NLSP with a gravitino LSP. BBN constraints favour the neutralino LSP scenario.

Acknowledgments

It is a pleasure to thank the organizers of the XLVth Rencontres de Moriond for creating a pleasant and stimulating atmosphere at the conference. This work has been supported in part by the European Community under the contract PITN-GA-2009-237920 and the ERC Advanced Grant 226371. S. L. thanks the Galileo Galilei Institute for Theoretical Physics for hospitality and the INFN for partial support during the completion of this work.

References

1. S. P. Martin, *Phys. Rev. D* **79**, 095019 (2009)
2. P. Meade, N. Seiberg and D. Shih, *Prog. Theor. Phys. Suppl.* **177**, 143 (2009).
3. E. Dudas, S. Lavignac and J. Parmentier, *Nucl. Phys. B* **808**, 237 (2009).

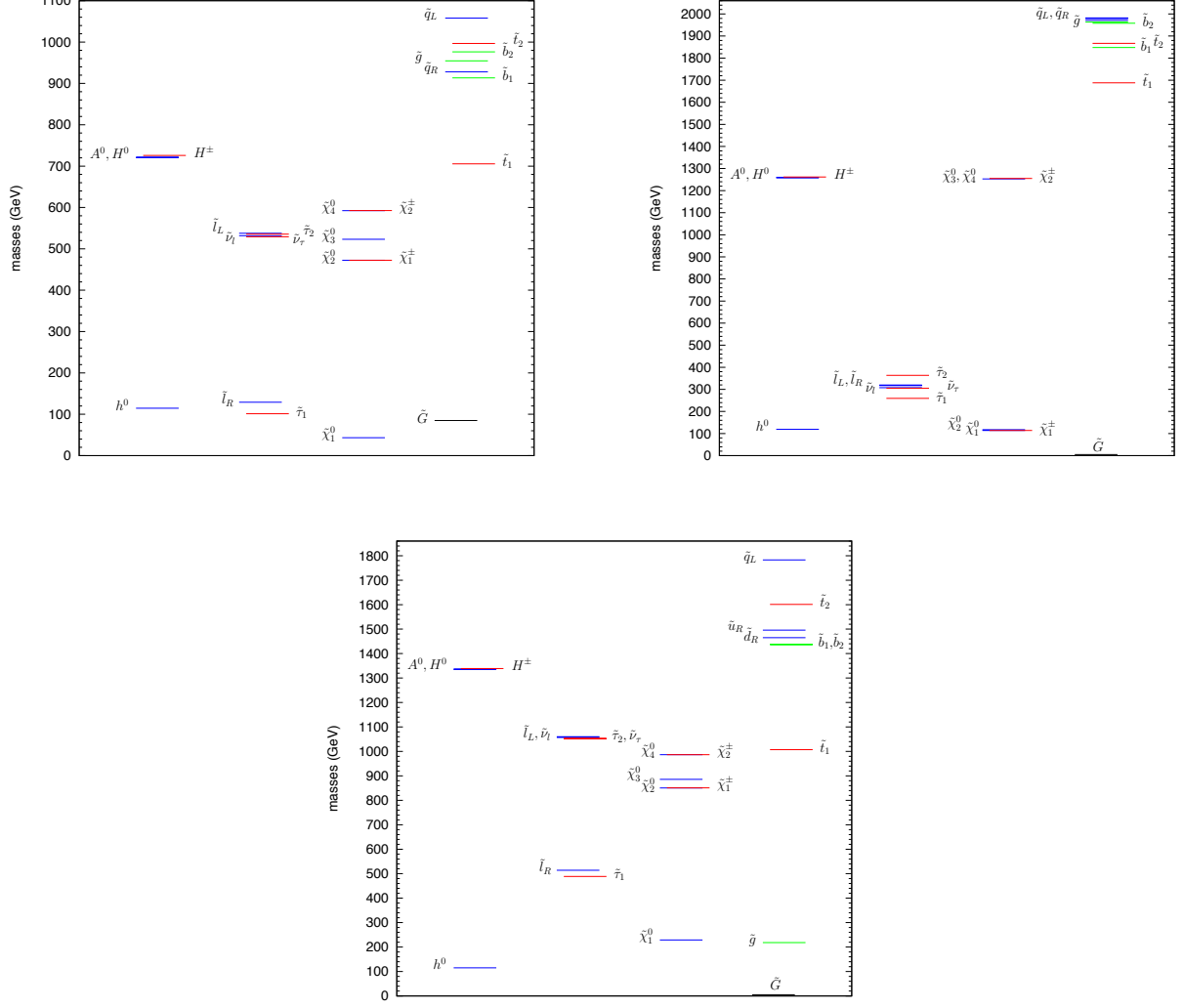


Figure 1: Sample Higgs and superparticle spectra. (a) Upper left panel: unified gauge group $G = SU(5)$, messengers in $(\mathbf{10}, \overline{\mathbf{10}})$, coupling $\overline{\mathbf{10}}_M \mathbf{24} \mathbf{10}_M$, $M_{\text{mess}} = 10^{13}$ GeV, $M_1(M_{\text{mess}}) = m_{3/2} = 85$ GeV, $\tan \beta = 15$. (b) Upper right panel: $G = SO(10)$, messengers in $(\mathbf{10}, \mathbf{10}')$, coupling $\mathbf{10}_M \mathbf{45} \mathbf{10}'_M$ with $\langle \mathbf{45} \rangle \propto T_{3R}$, $M_{\text{mess}} = 10^{11}$ GeV, $\epsilon = 1/6$, $\tan \beta = 15$. (c) Lower panel: $G = SO(10)$, messengers in $(\mathbf{16}, \overline{\mathbf{16}})$, coupling $\overline{\mathbf{16}}_M \mathbf{45} \mathbf{16}_M$ with $\langle \mathbf{45} \rangle \propto T_{B-L}$, $M_{\text{mess}} = 10^{13}$ GeV, $M_3(M_{\text{mess}}) = m_{3/2} = 70$ GeV, $\tan \beta = 15$.

4. E. Dudas, S. Lavignac and J. Parmentier, to appear.
5. For a review, see e.g. G. F. Giudice and R. Rattazzi, *Phys. Rept.* **332**, 419 (1999).
6. N. Jarosik *et al.* [WMAP Collaboration], arXiv:1001.4744 [astro-ph.CO].
7. M. Kawasaki, K. Kohri, T. Moroi and A. Yotsuyanagi, *Phys. Rev. D* **78**, 065011 (2008).
8. H. K. Dreiner *et al.*, *Phys. Rev. D* **80**, 035018 (2009).
9. L. Covi, J. Hasenkamp, S. Pokorski and J. Roberts, *JHEP* **0911**, 003 (2009).
10. J. L. Feng, T. Moroi, L. Randall, M. Strassler and S. f. Su, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1731 (1999); T. Gherghetta, G. F. Giudice and J. D. Wells, *Nucl. Phys. B* **559**, 27 (1999).
11. W. Kilian, T. Plehn, P. Richardson and E. Schmidt, *Eur. Phys. J. C* **39**, 229 (2005); J. L. Hewett, B. Lillie, M. Masip and T. G. Rizzo, *JHEP* **0409**, 070 (2004).
12. A. Arvanitaki *et al.*, *Phys. Rev. D* **76**, 055007 (2007).
13. V. M. Abazov *et al.* [D0 Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **99**, 131801 (2007).
14. M. Kusakabe, T. Kajino, T. Yoshida and G. J. Mathews, *Phys. Rev. D* **80**, 103501 (2009).

On messengers and metastability in gauge mediation

Emilian Dudas^{a,b}, Stéphane Lavignac^c and Jeanne Parmentier^{a,c}

^a *Centre de Physique Théorique¹, Ecole Polytechnique and CNRS,
F-91128 Palaiseau, France.*

^b *Laboratoire de Physique Théorique², Université de Paris-Sud,
Bât. 210, F-91405 Orsay, France.*

^c *Institut de Physique Théorique³, CEA-Saclay,
F-91191 Gif-sur-Yvette Cedex, France.*

Abstract

One notoriously difficult problem in perturbative gauge mediation of supersymmetry breaking via messenger fields is the generic presence of a phenomenologically unacceptable vacuum with messenger vevs, with a lower energy than the desired (“MSSM”) vacuum. We investigate the possibility that quantum corrections promote the latter to the ground state of the theory, and find that this is indeed feasible. For this to happen, the couplings of the messengers to the goldstino superfield must be small, and this implies an additional suppression of the MSSM soft terms with respect to the supersymmetry breaking scale. This in turn sets a lower limit on the masses of the messengers and of the supersymmetry breaking fields, which makes both sectors inaccessible at colliders. Contrary to other scenarios like direct gauge mediation, gaugino masses are unsuppressed with respect to scalar masses.

¹Unité mixte du CNRS (UMR 7644).

²Unité mixte du CNRS (UMR 8627).

³Laboratoire de la Direction des Sciences de la Matière du Commissariat à l’Energie Atomique et Unité de Recherche associée au CNRS (URA 2306).

Contents

1	Introduction and conclusions	2
2	Generic O’Raifeartaigh models coupled to messenger fields	4
2.1	Tree-level vacuum structure and messenger instability	4
2.2	Flat directions and their lifting	5
2.3	Comparison of the tree-level vacuum energies	6
3	One-loop corrections to the vacuum energy	7
3.1	One-loop corrections to the MSSM vacuum energy	10
3.2	One-loop corrections to the messenger vacuum energy	11
3.3	Comparison of the one-loop energies of the two vacua	13
4	Final comments	14
A	Renormalization group equations	15
B	More about the messenger vacuum	16

1 Introduction and conclusions

Gauge mediation of supersymmetry breaking [1] is an attractive way of solving the flavour problem of supersymmetric theories. In its minimal version, it leads to a highly predictive spectrum which has been extensively studied⁴ from a phenomenological viewpoint [6, 7]. On the other hand, the construction of an explicit supersymmetry breaking sector⁵ coupled to messenger fields [9] responsible for the generation of the MSSM

⁴More recently, there has been an intense activity aiming at providing generalized gauge mediation models [2, 3, 4] and at studying their phenomenology [5].

⁵For a review of the recent progress on the subject, see e.g. Ref. [8].

soft terms leads to instabilities of the scalar potential in the messenger direction, and therefore to dangerous vacua breaking the electric charge and colour. While the desired MSSM vacuum can be locally stable with a lifetime exceeding the age of the Universe [10], it would clearly be more satisfactory to avoid the messenger instabilities. Recently progress was made in this direction in scenarios in which messengers are part of the supersymmetry breaking sector, dubbed direct gauge mediation models [11]. However these generally have difficulties in generating large enough gaugino masses, and more work is needed in order to construct fully realistic models.

The purpose of the present letter is to investigate whether it is possible at all to avoid messenger instabilities in explicit, perturbative supersymmetry breaking models coupled to messenger fields. Based on the analysis of a specific class of models of the O’Raifeartaigh type, we find evidence that this is indeed possible, provided that the coupling of the messengers to the goldstino superfield is sufficiently suppressed with respect to their couplings to other fields from the supersymmetry breaking sector. We shall consider the following class of models, written below in the canonical form of Refs. [12, 13]:

$$W = f X + \frac{1}{2} (h_a^{(X)} X + h_a^{(\chi_i)} \chi_i) \varphi_a^2 + m_a \varphi_a Y_a + \phi (\lambda_X X + \lambda_i \chi_i + M) \tilde{\phi}, \quad (1)$$

where X is the goldstino superfield, χ_i , φ_a and Y_a are the other fields needed to break supersymmetry, and $(\phi, \tilde{\phi})$ are the messenger superfields. Here and in the following, summation over repeated indices is understood. Notice that the R-symmetry of the O’Raifeartaigh sector [14] is broken by the messenger couplings. As we are going to show in Section 3, a necessary condition for avoiding messenger instabilities in the one-loop effective potential reads (written for simplicity in the case of equal O’Raifeartaigh masses $m_a = m$ and with all couplings evaluated at the scale $\mu = m$):

$$|\lambda_X| < \frac{1}{8\pi^2} \left| \sum_a h_a^{(X)} (\lambda \cdot \bar{h}_a) \right|, \quad (2)$$

where $(\lambda \cdot \bar{h}_a) \equiv \sum_i \lambda_i \bar{h}_a^{(\chi_i)}$. This result is valid when the masses of the O’Raifeartaigh fields are small compared with the messenger mass M .

We emphasize that, once the condition (2) is imposed, gaugino and scalar masses of the same order of magnitude are generated by loops of messenger fields. In particular, there is no contradiction between the one-loop stability of the MSSM vacuum and non-vanishing gaugino masses. This is to be contrasted with the tree-level supersymmetry breaking models discussed in Ref. [13], in which gaugino masses are not generated at the one-loop level and at leading order in supersymmetry breaking. The class of models

we consider evade the conclusions of Ref. [13] because the pseudo-modulus space is not stable at $\lambda_X X + \lambda_i \chi_i + M = 0$.

As we are going to see in Section 3, the one-loop stability of the MSSM vacuum requires heavy messenger and O’Raifeartaigh fields, which are therefore out of reach of the LHC.

2 Generic O’Raifeartaigh models coupled to messenger fields

In this section, we review the tree-level vacuum structure of generic O’Raifeartaigh models coupled to messenger fields, and point out the instability of the scalar potential in the messenger direction. We adopt the parametrization of Refs. [13, 15]:

$$W = X_i f_i(\varphi_a) + g(\varphi_a) + \phi (\lambda \cdot X + M) \tilde{\phi}, \quad (3)$$

where X_i , $i = 1 \cdots N$ and φ_a , $a = 1 \cdots P$ are O’Raifeartaigh fields, $(\phi, \tilde{\phi})$ are messenger fields, and we have defined $\lambda \cdot X \equiv \sum_i \lambda_i X_i$.

2.1 Tree-level vacuum structure and messenger instability

The F-term equations of motion are given by:

$$\begin{aligned} -\bar{F}_i &= f_i(\varphi_a) + \lambda_i \phi \tilde{\phi}, & -\bar{F}_a &= X_i \partial_a f_i(\varphi_b) + \partial_a g(\varphi_b), \\ -\bar{F}_\phi &= (\lambda \cdot X + M) \tilde{\phi}, & -\bar{F}_{\tilde{\phi}} &= \phi (\lambda \cdot X + M), \end{aligned} \quad (4)$$

and the tree-level scalar potential reads:

$$\begin{aligned} V &= \sum_i \left| f_i(\varphi_a) + \lambda_i \phi \tilde{\phi} \right|^2 + \sum_a \left| X_i \partial_a f_i(\varphi_b) + \partial_a g(\varphi_b) \right|^2 \\ &+ |\lambda \cdot X + M|^2 (|\phi|^2 + |\tilde{\phi}|^2). \end{aligned} \quad (5)$$

In the following, we will assume that the MSSM D-term vanish at the minimum of the scalar potential, such that $\langle \phi \rangle = \langle \tilde{\phi} \rangle$. Let us now review the conditions for tree-level supersymmetry breaking, assuming generic functions f_i and g . Supersymmetry is broken for $N > P$ in the absence of messenger fields, and for $N > P + 1$ when they are present. With this condition, the equations $F_a = F_\phi = F_{\tilde{\phi}} = 0$ can always be satisfied, leaving $N - P$ tree-level flat directions, which are linear combinations of the fields X_i .

The vevs of the fields φ_a , on the contrary, are completely determined and the functions $f_i(\varphi_a)$ can be chosen such that $\langle \varphi_a \rangle = 0$ (this will be the case of the models we will specialize to in Section 3).

The models defined above possess two tree-level vacua (or more precisely two local minima extending to pseudo-moduli spaces):

- a vacuum with vanishing messenger vevs, $\phi = \tilde{\phi} = 0$, and energy

$$V_1 = f^2, \quad (6)$$

where we have defined $f^2 \equiv \sum_i \bar{f}_i f_i$. This is the phenomenologically desired vacuum, and we shall refer to it as the MSSM vacuum.

- a vacuum with non-vanishing messenger vevs

$$\phi \tilde{\phi} = -\frac{1}{|\lambda|^2} \bar{\lambda} \cdot f, \quad (7)$$

located at $\lambda \cdot X + M = 0$, and energy

$$V_2 = \sum_i \left| f_i - \frac{\lambda_i}{|\lambda|^2} \bar{\lambda} \cdot f \right|^2 = f^2 - \frac{|\bar{\lambda} \cdot f|^2}{|\lambda|^2}, \quad (8)$$

where we have defined $|\lambda|^2 \equiv \sum_i \bar{\lambda}_i \lambda_i$ and $\bar{\lambda} \cdot f \equiv \sum_i \bar{\lambda}_i f_i$. We shall refer to this vacuum as the messenger vacuum.

Comparing Eq. (6) with Eq. (8), we can see that the unwanted messenger vacuum is the ground state of the model. Moreover, the pseudo-moduli space extending the MSSM vacuum is not stable everywhere: at $\lambda \cdot X + M = 0$, $\phi = \tilde{\phi} = 0$ becomes a local maximum and one is driven to the messenger vacuum. This is the vacuum stability problem mentioned in the introduction. The purpose of the present letter is to find appropriate conditions ensuring that the MSSM vacuum is the global minimum of the one-loop effective potential.

2.2 Flat directions and their lifting

In order to remove the instabilities of the tree-level vacuum along the pseudo-moduli space, quantum corrections should stabilize all flat directions of the O’Raifeartaigh

sector⁶. A necessary condition for this to happen is that the $N - P$ flat directions appear in the fermionic and/or scalar mass matrix, since these matrices determine the one-loop effective potential through the Coleman-Weinberg formula [16]. In the absence of messenger fields, the fermionic mass matrix takes the form:

$$M_F = \begin{pmatrix} 0 & \partial_a f_i(\varphi) \\ \partial_b f_j(\varphi) & X_i \partial_a \partial_b f_i(\varphi) + \partial_a \partial_b g(\varphi) \end{pmatrix}, \quad (9)$$

in which the tree-level flat directions appear through the $P(P + 1)/2$ combinations:

$$\chi_{ab} \equiv X_i \partial_a \partial_b f_i(\varphi), \quad (10)$$

out of which $\min\{N, P(P + 1)/2\}$ are independent. It is easy to check that the scalar mass matrix depends on the same combinations of fields. Taking into account the condition for supersymmetry breaking, we arrive at the following necessary conditions:

$$P + 1 < N \leq \frac{P(P + 3)}{2}. \quad (11)$$

2.3 Comparison of the tree-level vacuum energies

The purpose of this letter is to show that quantum corrections can promote the MSSM vacuum to the ground state of the theory at the price of suppressing the coupling of the messengers to the low-energy goldstino superfield. For this to be possible, the difference between the tree-level MSSM and messenger vacuum energies,

$$\Delta V \equiv V_1 - V_2 = \frac{|\bar{\lambda} \cdot f|^2}{|\lambda|^2}, \quad (12)$$

should be small compared with V_1 and V_2 . This requires:

$$|\bar{\lambda} \cdot f|^2 \ll |\lambda|^2 f^2. \quad (13)$$

The condition (13) has a simple interpretation in terms of goldstino couplings. The low-energy goldstino superfield is defined by:

$$X \equiv \frac{1}{f} \sum_i f_i X_i, \quad (14)$$

⁶Notice that if we accept to live in a metastable vacuum, this condition is actually sufficient for phenomenological viability.

such that, in the MSSM vacuum, $F_X = -f$ while the orthogonal combinations χ_i ($i = 1 \cdots N - 1$) have vanishing F-terms. Denoting by $\lambda_X \equiv (\lambda \cdot \bar{f})/f$ the coupling of the messengers to the goldstino superfield, we can rewrite the condition (13) in the simpler form:

$$|\lambda_X| \ll |\lambda| = \left(|\lambda_X|^2 + \sum_{i=1}^{N-1} |\lambda_{\chi_i}|^2 \right)^{1/2}. \quad (15)$$

When Eq. (15), or equivalently Eq. (14), is satisfied, the tree-level MSSM and messenger vacua are sufficiently close in energy for quantum corrections to significantly affect the vacuum structure of the theory.

3 One-loop corrections to the vacuum energy

We now turn to the explicit computation of the one-loop effective potential in the subclass of models defined by the following superpotential:

$$W = X_i \left(f_i + \frac{1}{2} h_a^{(i)} \varphi_a^2 \right) + m_a \varphi_a Y_a + \phi (\lambda \cdot X + M) \tilde{\phi}, \quad (16)$$

where $i = 1 \cdots Q$ and $a = 1 \cdots P$. The F-term equations of motion read:

$$\begin{aligned} -\bar{F}_{X_i} &= f_i + \frac{1}{2} h_a^{(i)} \varphi_a^2 + \lambda_i \phi \tilde{\phi}, & -\bar{F}_{Y_a} &= m_a \varphi_a, \\ -\bar{F}_{\varphi_a} &= X_i h_a^{(i)} \varphi_a + m_a Y_a, \\ -\bar{F}_{\phi} &= (\lambda \cdot X + M) \tilde{\phi}, & -\bar{F}_{\tilde{\phi}} &= (\lambda \cdot X + M) \phi, \end{aligned} \quad (17)$$

and the tree-level scalar potential is given by:

$$\begin{aligned} V &= \sum_i \left| f_i + \frac{1}{2} h_a^{(i)} \varphi_a^2 + \lambda_i \phi \tilde{\phi} \right|^2 + \sum_a |m_a \varphi_a|^2 + \sum_a |X_i h_a^{(i)} \varphi_a + m_a Y_a|^2 \\ &+ |\lambda \cdot X + M|^2 (|\tilde{\phi}|^2 + |\phi|^2). \end{aligned} \quad (18)$$

At tree level, $\langle \varphi_a \rangle = \langle Y_a \rangle = 0$ is realized for large enough values of m_a (for instance, in the MSSM vacuum the condition reads $m_a^2 > |\bar{h}_a \cdot f|$). Supersymmetry is broken for any $Q > 1$. In the MSSM vacuum, the X_i fields are tree-level flat directions, whereas in the messenger vacuum there are $Q - 1$ flat directions if one imposes the D-term constraint $\phi = \tilde{\phi}$. The fermionic mass matrix has the general form:

$$M_F = \begin{pmatrix} \mathcal{M}_1 & 0 \\ 0 & \mathcal{M}_2 \end{pmatrix}, \quad (19)$$

where

$$\mathcal{M}_1 = \begin{pmatrix} h_a^{(i)} X_i & m_a \\ m_a & 0 \end{pmatrix} \quad (20)$$

and

$$\mathcal{M}_2 = \begin{pmatrix} 0 & \lambda \cdot X + M & \lambda_j \tilde{\phi} \\ \lambda \cdot X + M & 0 & \lambda_j \phi \\ \lambda_i \tilde{\phi} & \lambda_i \phi & 0 \end{pmatrix}. \quad (21)$$

In order to compute the one-loop vacuum energies, we shall perform the approximate calculation of the effective potential using the one-loop Kähler potential [17]:

$$K^{(1)} = -\frac{1}{32\pi^2} \text{Tr} \left(M_F M_F^\dagger \ln \frac{M_F M_F^\dagger}{\Lambda^2} \right). \quad (22)$$

Then the one-loop scalar potential is given by

$$V = (K^{-1})_{ij} F_i \bar{F}_j \equiv V_0 + V^{(1)}, \quad (23)$$

where at the linearized order in the corrections to the Kähler metric we find:

$$V^{(1)} = \frac{1}{32\pi^2} \sum_\alpha \left[\frac{\partial^2 \mu_\alpha^2}{\partial X_i \partial \bar{X}_j} \left(\ln \frac{\mu_\alpha^2}{\Lambda^2} + 1 \right) + \frac{1}{\mu_\alpha^2} \frac{\partial \mu_\alpha^2}{\partial X_i} \frac{\partial \mu_\alpha^2}{\partial \bar{X}_j} \right] F_i \bar{F}_j. \quad (24)$$

In Eqs. (23) and (24), $(K^{-1})_{ij}$ is the inverse of the Kähler metric $K_{ij} = \frac{\partial^2 K}{\partial X_i \partial \bar{X}_j}$, and μ_α^2 are the eigenvalues of $M_F M_F^\dagger$.

The eigenvalues of the mass matrix of the O’Raifeartaigh fields φ_a and Y_a , \mathcal{M}_1 , are easily found. Writing:

$$\mathcal{M}_1^a \mathcal{M}_1^{a\dagger} = \begin{pmatrix} |h_a^{(i)} X_i|^2 + m_a^2 & m_a h_a^{(i)} X_i \\ m_a \bar{h}_a^{(i)} X_i^\dagger & m_a^2 \end{pmatrix}, \quad (25)$$

one obtains the eigenvalues ($a = 1 \dots P$):

$$\mu_{a,\pm}^2 = \frac{1}{2} \left(2m_a^2 + |h_a^{(i)} X_i|^2 \pm |h_a^{(i)} X_i| \sqrt{|h_a^{(i)} X_i|^2 + 4m_a^2} \right), \quad (26)$$

where, without loss of generality, the m_a have been assumed to be real parameters. The contribution of the φ_a , Y_a fields to the effective Kähler potential is then:

$$\begin{aligned} \text{Tr} \left(\mathcal{M}_1 \mathcal{M}_1^\dagger \ln \frac{\mathcal{M}_1 \mathcal{M}_1^\dagger}{\Lambda^2} \right) &= \sum_a \left\{ (|h_a^{(i)} X_i|^2 + 2m_a^2) \ln \frac{m_a^2}{\Lambda^2} \right. \\ &\quad \left. + 2 |h_a^{(i)} X_i| \sqrt{|h_a^{(i)} X_i|^2 + 4m_a^2} \ln \frac{|h_a^{(i)} X_i| + \sqrt{|h_a^{(i)} X_i|^2 + 4m_a^2}}{2m_a} \right\}. \quad (27) \end{aligned}$$

In the absence of messenger fields, the one-loop effective potential can be easily analyzed in the Kähler approximation (in the small supersymmetry breaking limit). In this case the fermion mass matrix reduces to \mathcal{M}_1 , and the Kähler metric is given by:

$$K_{ij} = \delta_{ij} + Z_a h_a^{(i)} \bar{h}_a^{(j)}, \quad (28)$$

where

$$Z_a = -\frac{1}{32\pi^2} \left\{ \ln \frac{m_a^2}{\Lambda^2} + 2 - \frac{2m_a^2}{|h_a^{(i)} X_i|^2 + 4m_a^2} + \frac{2}{|h_a^{(i)} X_i|} \frac{|h_a^{(i)} X_i|^4 + 6m_a^2 |h_a^{(i)} X_i|^2 + 4m_a^4}{(|h_a^{(i)} X_i|^2 + 4m_a^2)^{3/2}} \ln \frac{|h_a^{(i)} X_i| + \sqrt{|h_a^{(i)} X_i|^2 + 4m_a^2}}{2m_a} \right\}. \quad (29)$$

Let us define $\chi_a \equiv h_a^{(i)} X_i$. The functions Z_a are monotonically decreasing functions of $|\chi_a|$, whose limiting values are given by:

$$\begin{aligned} Z_a (|\chi_a| \ll m_a) &\simeq -\frac{1}{32\pi^2} \left(2 + \ln \frac{m_a^2}{\Lambda^2} + \frac{2|\chi_a|^2}{3m_a^2} \right), \\ Z_a (|\chi_a| \gg m_a) &\simeq -\frac{1}{32\pi^2} \ln \frac{|\chi_a|^2}{\Lambda^2}. \end{aligned} \quad (30)$$

Since $Z_a \ll 1$, the inverse Kähler metric is simply:

$$K_{ij}^{-1} = \delta_{ij} - Z_a h_a^{(i)} \bar{h}_a^{(j)}, \quad (31)$$

and the one-loop effective potential is:

$$V^{(1)} = -Z_a (|\chi_a|) |\bar{h}_a \cdot f|^2. \quad (32)$$

The effect of the one-loop corrections is to lift the tree-level flat directions and to stabilize the pseudo-moduli fields X_i at the origin. More precisely, all X_i 's are stabilized at the origin for $P \geq Q$ if the couplings $h_a^{(i)}$ are generic, while some flat directions are still present for $P < Q$. This can easily be seen by expanding the effective potential (32) for small X_i values:

$$V^{(1)} \simeq \text{const} + \frac{1}{32\pi^2} \left(2 + \ln \frac{m_a^2}{\Lambda^2} + \frac{2}{3m_a^2} \bar{h}_a^{(i)} h_a^{(j)} \bar{X}_i X_j \right) |\bar{h}_a \cdot f|^2. \quad (33)$$

All pseudo-moduli fields are stabilized at $X_i = 0$ if the positive matrix

$$M_{ij}^2 \equiv \sum_a \frac{|\bar{h}_a \cdot f|^2}{m_a^2} \bar{h}_a^{(i)} h_a^{(j)} \quad (34)$$

has rank Q . For generic $h_a^{(i)}$ couplings, this is the case for $P \geq Q$ (notice that in the case $P > Q$ the fields χ_a are not independent of each other). One should also keep in mind that the constraint $m_a^2 > |h_a \cdot \bar{f}|$ has to be imposed in order to stabilize the fields φ_a and Y_a at the origin.

Let us now reintroduce the messenger fields. The second part of the fermion mass matrix, coming from the messenger fields, gives:

$$\mathcal{M}_2 \mathcal{M}_2^\dagger = \begin{pmatrix} |\lambda \cdot X + M|^2 + |\lambda|^2 |\tilde{\phi}|^2 & |\lambda|^2 \tilde{\phi} \phi^\dagger & \bar{\lambda}_j \phi^\dagger (\lambda \cdot X + M) \\ |\lambda|^2 \phi \tilde{\phi}^\dagger & |\lambda \cdot X + M|^2 + |\lambda|^2 |\phi|^2 & \bar{\lambda}_j \tilde{\phi}^\dagger (\lambda \cdot X + M) \\ \lambda_i \phi (\lambda \cdot X + M)^\dagger & \lambda_i \tilde{\phi} (\lambda \cdot X + M)^\dagger & \lambda_i \bar{\lambda}_j (|\phi|^2 + |\tilde{\phi}|^2) \end{pmatrix}. \quad (35)$$

It can be shown that this matrix has $Q - 1$ zero eigenvalues, corresponding to $Q - 1$ tree-level flat directions present both in the MSSM and in the messenger vacuum. The remaining eigenvalues are the solutions of the following equation:

$$\mu^2 \left(\mu^2 - |\lambda|^2 (|\phi|^2 + |\tilde{\phi}|^2) - |\lambda \cdot X + M|^2 \right)^2 = 4 |\lambda|^4 |\phi \tilde{\phi}|^2 |\lambda \cdot X + M|^2. \quad (36)$$

In the MSSM vacuum, $\phi = \tilde{\phi} = 0$ and another zero eigenvalue is found, corresponding to the Q^{th} flat direction of the tree-level scalar potential.

3.1 One-loop corrections to the MSSM vacuum energy

Due to the vanishing messenger vevs in the MSSM vacuum, the matrix $\mathcal{M}_2 \mathcal{M}_2^\dagger$ has only two equal nonzero eigenvalues $\mu^2 = |\lambda \cdot X + M|^2$. Hence:

$$\text{Tr} \left(\mathcal{M}_2 \mathcal{M}_2^\dagger \ln \frac{\mathcal{M}_2 \mathcal{M}_2^\dagger}{\Lambda^2} \right) = 2 |\lambda \cdot X + M|^2 \ln \frac{|\lambda \cdot X + M|^2}{\Lambda^2}. \quad (37)$$

Putting all contributions together, the Kähler metric is given by:

$$K_{ij} = \delta_{ij} + Z_a h_a^{(i)} \bar{h}_a^{(j)} + Z' \lambda_i \bar{\lambda}_j, \quad (38)$$

where the functions $Z_a(|\chi_a|)$ are given by Eq. (29) as before, and

$$Z' = -\frac{1}{16\pi^2} \left(\ln |\lambda \cdot X + M|^2 + 2 \right). \quad (39)$$

In order to be able to write some analytic minimization conditions, let us assume that the pseudo-moduli fields X_i are stabilized close to the origin, namely that $|X_i| \ll m_a, M$

(later on we will derive condition for this to be the case). We can then expand the one-loop effective potential

$$V^{(1)} \simeq -Z_a |\bar{h}_a \cdot f|^2 - Z' |\bar{\lambda} \cdot f|^2, \quad (40)$$

and, for $P \geq Q$, we find a minimum at:

$$M_{ij}^2 X_j = -\frac{3\bar{\lambda}_i}{M} |\bar{\lambda} \cdot f|^2, \quad (41)$$

where the matrix M_{ij}^2 has been defined in Eq. (34). The pseudo-moduli fields X_i are therefore stabilized at small values $|X_i| \ll m_a, M$ as soon as $m_a \ll M$ (or even $m_a < M$ if the couplings $h_a^{(i)}$ are of order 1), implying that the messengers cannot be too light. Setting $X_i = 0$ in the effective potential (40) then gives a very good approximation of the one-loop MSSM vacuum energy:

$$V_1 = f^2 + \frac{1}{32\pi^2} \left[\sum_a |\bar{h}_a \cdot f|^2 \left(\ln \frac{m_a^2}{\Lambda^2} + 2 \right) + 2 |\bar{\lambda} \cdot f|^2 \left(\ln \frac{M^2}{\Lambda^2} + 2 \right) \right]. \quad (42)$$

Using the renormalization group equations of Appendix A, it is easy to show that the $\ln \Lambda$ -dependent terms in V_1 are precisely renormalizing the tree-level vacuum energy f^2 . One can therefore write:

$$V_1 = f^2(\mu) + \frac{1}{32\pi^2} \left[\sum_a |\bar{h}_a \cdot f|^2 \left(\ln \frac{m_a^2}{\mu^2} + 2 \right) + 2 |\bar{\lambda} \cdot f|^2 \left(\ln \frac{M^2}{\mu^2} + 2 \right) \right], \quad (43)$$

where the couplings in Eq. (43) are evaluated at the renormalization group scale μ .

3.2 One-loop corrections to the messenger vacuum energy

In the messenger vacuum, one has:

$$\lambda \cdot X + M = 0, \quad \phi \tilde{\phi} = -\frac{1}{|\lambda|^2} \bar{\lambda} \cdot f (1 + \epsilon_\phi), \quad (44)$$

where ϵ_ϕ is a one-loop correction to the tree-level messenger vevs. In Eq. (44) we anticipated the fact that $\lambda \cdot X + M = 0$ is also valid at the one-loop level, since there are no anomalous dimensions mixing the messenger fields with the O'Raifeartaigh fields ($\gamma_{X_i}^\phi = \gamma_{X_i}^{\tilde{\phi}} = 0$). Thus, $F_\phi = \bar{F}_\phi = 0$ still holds at the one-loop level, and since $\bar{F}_\phi = -(\lambda \cdot X + M) \tilde{\phi}$ this also implies $\lambda \cdot X + M = 0$. However, in order to keep

the full X_i -dependence of the one-loop effective potential, one must solve Eq. (36) for $\lambda \cdot X + M \neq 0$. This can be done in the limit $|\lambda \cdot X + M|^2 \ll |\lambda|^2(|\phi|^2 + |\tilde{\phi}|^2)$, in which:

$$\mu_1^2 \simeq \frac{4|\phi\tilde{\phi}|^2}{(|\phi|^2 + |\tilde{\phi}|^2)^2} |\lambda \cdot X + M|^2, \quad (45)$$

$$\mu_{2,3}^2 \simeq |\lambda|^2(|\phi|^2 + |\tilde{\phi}|^2) \pm \frac{2|\lambda\phi\tilde{\phi}|}{(|\phi|^2 + |\tilde{\phi}|^2)^{1/2}} |\lambda \cdot X + M| + \frac{|\phi|^4 + |\tilde{\phi}|^4}{(|\phi|^2 + |\tilde{\phi}|^2)^2} |\lambda \cdot X + M|^2.$$

The Kähler metric then reads:

$$K_{ij} = \delta_{ij} + Z_a h_a^{(i)} \bar{h}_a^{(j)} + Z' \lambda_i \bar{\lambda}_j, \quad (46)$$

where

$$Z' = -\frac{1}{16\pi^2} - \frac{1}{16\pi^2(|\phi|^2 + |\tilde{\phi}|^2)^2} \left\{ 2|\phi\tilde{\phi}|^2 \left(\ln \frac{4|\phi\tilde{\phi}|^2 |\lambda \cdot X + M|^2}{(|\phi|^2 + |\tilde{\phi}|^2)^2 \Lambda^2} + 2 \right) + (|\phi|^4 + |\tilde{\phi}|^4) \ln \frac{|\lambda|^2 (|\phi|^2 + |\tilde{\phi}|^2)}{\Lambda^2} \right\}. \quad (47)$$

Since $\lambda_i F_i = 0$ in the tree-level messenger vacuum, the term proportional to Z' contributes to the effective potential only at higher loop level. Hence, the one-loop effective potential reduces to:

$$V^{(1)} \simeq -\sum_a Z_a |\bar{h}_a \cdot f + (\bar{h}_a \cdot \lambda) \phi\tilde{\phi}|^2. \quad (48)$$

Minimization of Eq. (48) with respect to $\phi, \tilde{\phi}$ confirms that the messenger vevs are of the expected form (44) and yields the one-loop vacuum energy⁷:

$$V_2(\chi_a) = \sum_i \left| f_i - \frac{\lambda_i}{|\lambda|^2} \bar{\lambda} \cdot f \right|^2 - \sum_a Z_a \left| \bar{h}_a \cdot f - (\bar{h}_a \cdot \lambda) \frac{\bar{\lambda} \cdot f}{|\lambda|^2} \right|^2, \quad (49)$$

where the minimization with respect to the X_i fields remains to be done. Each function $Z_a(|\chi_a|)$ is separately minimized for $\chi_a = 0$. However, for $P \geq Q$ the χ_a 's are not independent variables, so that it is not possible to set all of them to zero. Hence the one-loop messenger vacuum energy will in general be larger than $V_2(\chi_a = 0)$:

$$V_2 > \sum_i \left| f_i - \frac{\lambda_i}{|\lambda|^2} \bar{\lambda} \cdot f \right|^2 + \frac{1}{32\pi^2} \sum_a \left(\ln \frac{m_a^2}{\Lambda^2} + 2 \right) \left| \bar{h}_a \cdot f - (\bar{h}_a \cdot \lambda) \frac{\bar{\lambda} \cdot f}{|\lambda|^2} \right|^2. \quad (50)$$

⁷Since V_2 corresponds to a stationary point of the scalar potential, it does not depend linearly on the one-loop correction ϵ_ϕ . Terms quadratic in ϵ_ϕ would be formally two-loop and have been omitted.

Using the renormalization group equations of Appendix A, one can show that the $\ln \Lambda$ -dependent term in V_2 , which has exactly the same form as the one in the RHS of Eq. (50), renormalizes the tree-level vacuum energy. One can therefore write:

$$V_2 > \sum_i \left| f_i - \frac{\lambda_i}{|\lambda|^2} \bar{\lambda} \cdot f \right|^2 (\mu) + \frac{1}{32\pi^2} \sum_a \left(\ln \frac{m_a^2}{\mu^2} + 2 \right) \left| \bar{h}_a \cdot f - (\bar{h}_a \cdot \lambda) \frac{\bar{\lambda} \cdot f}{|\lambda|^2} \right|^2. \quad (51)$$

where the couplings in Eq. (51) are evaluated at the renormalization group scale μ .

3.3 Comparison of the one-loop energies of the two vacua

Let us now write the condition for the one-loop energy of the MSSM vacuum to be lower than the one of the messenger vacuum. Using Eqs. (43) and (51), we obtain the following upper bound on $\Delta V \equiv V_1 - V_2$:

$$\begin{aligned} \Delta V < |\bar{\lambda} \cdot f|^2 \left\{ \frac{1}{|\lambda|^2} + \frac{1}{32\pi^2} \left[2 \left(\ln \frac{M^2}{\mu^2} + 2 \right) - \frac{1}{|\lambda|^4} \sum_a \left(\ln \frac{m_a^2}{\mu^2} + 2 \right) |\bar{h}_a \cdot \lambda|^2 \right] \right\} \\ + \frac{1}{32\pi^2 |\lambda|^2} \sum_a \left(\ln \frac{m_a^2}{\mu^2} + 2 \right) [(h_a \cdot \bar{f})(\bar{h}_a \cdot \lambda)(\bar{\lambda} \cdot f) + \text{c.c.}] . \end{aligned} \quad (52)$$

The first line in Eq. (52) is dominated by the tree-level term and is therefore positive, while the second line does not have a definite sign. Since the latter is proportional to $\bar{\lambda} \cdot f$, it can overcome the former, which is proportional to $|\bar{\lambda} \cdot f|^2$ (remember that we have required $|\bar{\lambda} \cdot f|^2 \ll |\lambda|^2 f^2$), and promote the MSSM vacuum to the ground state of the theory. For this to happen, a sufficient condition is that the superpotential parameters be such that the RHS of Eq. (52) is negative. This condition simplifies in the case of equal O'Raifeartaigh masses $m_a = m$ to:

$$\begin{aligned} |\bar{\lambda} \cdot f|^2 \left\{ 1 + \frac{1}{16\pi^2} \left[|\lambda|^2 \left(\ln \frac{M^2}{m^2} + 2 \right) - \sum_a \frac{|\bar{h}_a \cdot \lambda|^2}{|\lambda|^2} \right] \right\} \\ < -\frac{1}{8\pi^2} \text{Re} \left[(\bar{\lambda} \cdot f) \sum_a (h_a \cdot \bar{f})(\bar{h}_a \cdot \lambda) \right], \end{aligned} \quad (53)$$

with all couplings evaluated at the renormalization group scale $\mu = m$. Neglecting the terms suppressed by a loop factor in the LHS of Eq. (53), one arrives at the simpler, approximate condition (to be supplemented with the appropriate condition on the coupling phases):

$$|\bar{\lambda} \cdot f| < \frac{1}{8\pi^2} \left| \sum_a (\lambda \cdot \bar{h}_a)(h_a \cdot \bar{f}) \right|, \quad (54)$$

which is the main result of this letter. In terms of the couplings of the low-energy goldstino superfield, the same condition is expressed by Eq. (2).

Let us now summarize all the requirements we imposed on the superpotential parameters in order to arrive at Eq. (54):

$$|\bar{\lambda}\cdot f| \ll |\lambda|f, \quad m_a \ll M, \quad |\bar{h}_a\cdot f| < m_a^2, \quad |\bar{\lambda}\cdot f| < M^2. \quad (55)$$

The first inequality is the condition imposed on the difference of the tree-level MSSM and messenger vacuum energies, and is no longer needed once Eq. (54) is satisfied⁸. The second inequality ensures that the pseudo-moduli fields X_i are stabilized close to the origin in the MSSM vacuum, a fact that was taken into account in the computation of the MSSM vacuum energy. The last two inequalities are required to avoid the presence of tachyons in the O’Raifeartaigh and messenger sectors, respectively (the fourth one is actually an automatic consequence of the other constraints, which even imply $|\bar{\lambda}\cdot f| \ll M^2$).

4 Final comments

Let us review the assumptions made in the derivation of the condition (54). First it was obtained in a specific class of perturbative supersymmetry breaking models coupled to messenger fields. The computation of the vacuum energies was limited to the one-loop level and made in the Kähler approximation (this is however legitimate in the limit of small supersymmetry breaking, $|\bar{h}_a\cdot f| \ll m_a^2$ and $|\bar{\lambda}\cdot f| \ll M^2$). Finally, the validity of our one-loop computation is strictly speaking limited to the vicinity of the tree-level vacua, and we cannot exclude the presence of other minima in the one-loop scalar potential, although we view this as a rather unlikely possibility. All in all we believe that, while they do not constitute a rigorous proof, our computations and arguments provide strong evidence that quantum corrections can make the MSSM vacuum absolutely stable, even though instabilities in the direction of the messenger fields are present at tree level. An important point is that gaugino masses are not suppressed relative to soft scalar masses, in contrast to the tree-level supersymmetry breaking models discussed in Ref. [13].

Finally, we would like to comment on the constraints set by Eqs. (54) and (55) on the mass scales involved in the class of models we have considered. Imposing a perturbative

⁸For $h_a^{(i)}$ couplings at most of order one, as required by perturbativity, Eq. (54) actually implies $|\bar{\lambda}\cdot f| \ll |\lambda|f$, or a weaker form of it.

upper bound of order 1 on dimensionless parameters, we obtain $|\bar{\lambda} \cdot f| \lesssim m_a^2/(8\pi^2)$ and $|\bar{\lambda} \cdot f| \ll M^2/(8\pi^2)$. Since MSSM soft terms in the few 100 GeV – 1 TeV range require $|\bar{\lambda} \cdot f|/M \sim 100$ TeV in perturbative gauge mediation, heavy O’Raifeartaigh and messenger fields are required:

$$M \gg m_a \gtrsim \sqrt{(10^4 \text{ TeV})M}. \quad (56)$$

The minimal allowed values for the various mass scales involved are:

$$m_a \sim 10^5 \text{ TeV}, \quad M \sim 10^6 \text{ TeV}, \quad f \sim \lambda_X^{-1} (10^4 \text{ TeV})^2, \quad (57)$$

where $\lambda_X = (\lambda \cdot \bar{f})/f$ is the goldstino-messenger coupling. As for the masses of the pseudo-moduli fields X_i , they are given by the eigenvalues of the matrix M_{ij}^2 defined in Eq. (34) and do not possess a model-independent lower bound; for $h_a^{(i)} \sim 1$ and $\lambda_X \sim 10^{-2}$, they are of order 10⁵ TeV. All these states are well beyond the reach of high-energy colliders. Notice that the lowest achievable gravitino mass is of order $m_{3/2} \sim 10^{-2}$ GeV (corresponding to $\lambda_X \sim 10^{-2}$), which allows to evade the most severe BBN problems associated with NLSP decays. Such a gravitino mass is also consistent with gravitino as cold dark matter.

We conclude that heavy messenger and supersymmetry breaking fields seem to be required in order for one-loop corrections to ensure the stability of the MSSM vacuum.

Acknowledgments

This work was partially supported by the European ERC Advanced Grant 226371 MassTeV, by the CNRS PICS Nos. 3747 and 4172, by the European Initial Training Network PITN-GA-2009-237920 and by the Agence Nationale de la Recherche.

A Renormalization group equations

The renormalization group equations for the superpotential couplings (16) are:

$$\frac{d}{dt} h_a^{(i)} = \frac{1}{16\pi^2} \left[2|h|^2 h_a^{(i)} + \frac{1}{2} h_b^{(i)} \bar{h}_b^{(j)} h_a^{(j)} + (h_a \cdot \bar{\lambda}) \lambda_i \right], \quad (A.1)$$

$$\frac{d}{dt} \lambda_i = \frac{1}{16\pi^2} \left[3|\lambda|^2 \lambda_i + \frac{1}{2} (\bar{h}_b \cdot \lambda) h_b^{(i)} \right], \quad (A.2)$$

$$\frac{d}{dt} f_i = \frac{1}{16\pi^2} \left[\frac{1}{2} h_a^{(i)} \bar{h}_a^{(j)} + \lambda_i \bar{\lambda}_j \right] f_j, \quad (A.3)$$

where $|h|^2 \equiv \sum_a \sum_i h_a^{(i)} \bar{h}_a^{(i)}$.

B More about the messenger vacuum

In Section 3.2, we argued that the term proportional to Z' contributes to the effective potential only at higher loop level, since $\lambda_i F_i = 0$ in the tree-level messenger vacuum. However, since the Z' function (47) diverges for $\lambda \cdot X + M \rightarrow 0$ one can wonder whether it is legitimate to do so. In this appendix, we propose an alternative computation of the one-loop effective potential in the messenger vacuum, based on the exact inversion of the Kähler metric, which supports the result of Section 3.2.

Starting from the Kähler metric:

$$K_{ij} = \delta_{ij} + Z_a h_a^{(i)} \bar{h}_a^{(j)} + Z' \lambda_i \bar{\lambda}_j, \quad (\text{B.1})$$

we can formally invert it exactly into:

$$\begin{aligned} (K^{-1})_{jk} &= \delta_{jk} - Z_b h_a^{(j)} N_{ab}^{-1} \bar{h}_b^{(k)} - \frac{Z' Z_c Z_d}{1 + |\lambda|^2 Z'} (\lambda \cdot \bar{h}_c) (\bar{\lambda} \cdot h_d) h_a^{(j)} N_{ab}^{-1} (M^{-1})_{db}^\dagger \bar{h}_b^{(k)} \\ &+ \frac{Z' Z_b}{1 + |\lambda|^2 Z'} \left[h_a^{(j)} M_{ab}^{-1} (\bar{h}_b \cdot \lambda) \bar{\lambda}_k + \lambda_j (\bar{\lambda} \cdot h_b) (M^{-1})_{ba}^\dagger h_a^{(k)} \right] \\ &- \frac{Z'}{1 + |\lambda|^2 Z'} \left[1 + \frac{Z' Z_b}{1 + |\lambda|^2 Z'} (\bar{\lambda} \cdot h_a) (\bar{h}_b \cdot \lambda) M_{ab}^{-1} \right] \lambda_j \bar{\lambda}_k, \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

where the matrices M and N are defined by:

$$\begin{aligned} M_{ab} &= \delta_{ab} + Z_a \bar{h}_a \cdot h_b - \frac{Z_a Z'}{1 + |\lambda|^2 Z'} (\bar{h}_a \cdot \lambda) (\bar{\lambda} \cdot h_b), \\ N_{ab} &= \delta_{ab} + Z_a \bar{h}_a \cdot h_b. \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

In the limit $Z' \gg 1$, $Z_a \ll 1$, we obtain:

$$\begin{aligned} (K^{-1})_{jk} &= \delta_{jk} - \frac{\lambda_j \bar{\lambda}_k}{|\lambda|^2} - Z_a \left[h_a^{(j)} \bar{h}_a^{(k)} - \frac{\bar{h}_a \cdot \lambda}{|\lambda|^2} h_a^{(j)} \bar{\lambda}_k - \frac{h_a \cdot \bar{\lambda}}{|\lambda|^2} \bar{h}_a^{(k)} \lambda_j \right. \\ &\quad \left. + \frac{(\bar{\lambda} \cdot h_a) (\bar{h}_a \cdot \lambda)}{|\lambda|^4} \lambda_j \bar{\lambda}_k \right] + \mathcal{O}\left(\frac{1}{Z'}, Z_a\right). \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

Thus, even though Z' diverges, the inverse Kähler metric remains finite. It is interesting to note that taking the limit $Z' \rightarrow \infty$ leaves the term $-\lambda_j \bar{\lambda}_k / |\lambda|^2$ in Eq. (B.4), which

is not suppressed by a loop factor. Now the one-loop vacuum energy reads:

$$\begin{aligned} V_2(\chi_a) &= (K^{-1})_{ij} F_i \bar{F}_j \\ &= f^2 - \frac{1}{|\lambda|^2} |\bar{\lambda} \cdot f|^2 - Z_a \left| \bar{h}_a \cdot f - (\bar{h}_a \cdot \lambda) \frac{\bar{\lambda} \cdot f}{|\lambda|^2} \right|^2, \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

(where we have inserted the tree-level messenger vevs $\phi\tilde{\phi} = -\bar{\lambda} \cdot f / |\lambda|^2$), in agreement with Eq. (49).

References

- [1] G. F. Giudice and R. Rattazzi, *Phys. Rept.* **322** (1999) 419 [arXiv:hep-ph/9801271].
- [2] C. Cheung, A. L. Fitzpatrick and D. Shih, *JHEP* **0807** (2008) 054 [arXiv:0710.3585 [hep-ph]]; P. Meade, N. Seiberg and D. Shih, *Prog. Theor. Phys. Suppl.* **177**, 143 (2009) [arXiv:0801.3278 [hep-ph]]; L. M. Carpenter, M. Dine, G. Festuccia and J. D. Mason, *Phys. Rev. D* **79**, 035002 (2009) [arXiv:0805.2944 [hep-ph]]; H. Ooguri, Y. Ookouchi, C. S. Park and J. Song, *Nucl. Phys. B* **808**, 121 (2009) [arXiv:0806.4733 [hep-th]]; J. Distler and D. Robbins, arXiv:0807.2006 [hep-ph]; K. A. Intriligator and M. Sudano, *JHEP* **0811**, 008 (2008) [arXiv:0807.3942 [hep-ph]]; K. Benakli and M. D. Goodsell, *Nucl. Phys. B* **816**, 185 (2009) [arXiv:0811.4409 [hep-ph]]; M. Buican, P. Meade, N. Seiberg and D. Shih, *JHEP* **0903**, 016 (2009) [arXiv:0812.3668 [hep-ph]]; M. Buican and Z. Komargodski, *JHEP* **1002**, 005 (2010) [arXiv:0909.4824 [hep-ph]].
- [3] E. Dudas, S. Lavignac and J. Parmentier, *Nucl. Phys. B* **808** (2009) 237 [arXiv:0808.0562 [hep-ph]]; N. J. Craig and D. R. Green, *Phys. Rev. D* **79** (2009) 065030 [arXiv:0808.1097 [hep-ph]]; M. Ibe and T. T. Yanagida, *Phys. Rev. D* **81** (2010) 035017 [arXiv:0912.4221 [hep-ph]].
- [4] D. Green, A. Katz and Z. Komargodski, arXiv:1008.2215 [hep-th]; M. McGarrie and R. Russo, *Phys. Rev. D* **82** (2010) 035001 [arXiv:1004.3305 [hep-ph]]; M. McGarrie, arXiv:1009.0012 [hep-ph]; M. Sudano, arXiv:1009.2086 [hep-ph].
- [5] S. Abel, M. J. Dolan, J. Jaeckel and V. V. Khoze, *JHEP* **0912** (2009) 001 [arXiv:0910.2674 [hep-ph]]; S. Shirai, M. Yamazaki and K. Yonekura, *JHEP* **1006** (2010) 056 [arXiv:1003.3155 [hep-ph]]; S. Abel, M. J. Dolan, J. Jaeckel, V. V. Khoze, M. J. Dolan, J. Jaeckel and V. V. Khoze, arXiv:1009.1164 [hep-ph].

- [6] S. Dimopoulos, S. D. Thomas and J. D. Wells, Nucl. Phys. B **488** (1997) 39 [arXiv:hep-ph/9609434]; J. A. Bagger, K. T. Matchev, D. M. Pierce and R. j. Zhang, Phys. Rev. D **55** (1997) 3188 [arXiv:hep-ph/9609444].
- [7] M. Drees, R. Godbole and P. Roy, “Theory and phenomenology of sparticles: An account of four-dimensional N=1 supersymmetry in high energy physics”, *Hackensack, USA: World Scientific (2004) 555 p*; P. Binetruy, “Supersymmetry: Theory, experiment and cosmology,” *Oxford, UK: Oxford Univ. Pr. (2006) 520 p*.
- [8] K. A. Intriligator and N. Seiberg, Class. Quant. Grav. **24** (2007) S741 [arXiv:hep-ph/0702069].
- [9] M. Dine, A. E. Nelson and Y. Shirman, Phys. Rev. D **51** (1995) 1362 [arXiv:hep-ph/9408384]; M. Dine, A. E. Nelson, Y. Nir and Y. Shirman, Phys. Rev. D **53** (1996) 2658 [arXiv:hep-ph/9507378].
- [10] K. Intriligator, N. Seiberg and D. Shih, JHEP **0604** (2006) 021 [arXiv:hep-th/0602239].
- [11] R. Kitano, H. Ooguri and Y. Ookouchi, Phys. Rev. D **75** (2007) 045022 [arXiv:hep-ph/0612139]; C. Csaki, Y. Shirman and J. Terning, JHEP **0705** (2007) 099 [arXiv:hep-ph/0612241]; S. Abel, C. Durnford, J. Jaeckel and V. V. Khoze, Phys. Lett. B **661** (2008) 201 [arXiv:0707.2958 [hep-ph]]. N. Haba and N. Maru, Phys. Rev. D **76** (2007) 115019 [arXiv:0709.2945 [hep-ph]]; A. Giveon, A. Katz and Z. Komargodski, JHEP **0907** (2009) 099 [arXiv:0905.3387 [hep-th]]; Y. Nakai and Y. Ookouchi, JHEP **1101** (2011) 093 [arXiv:1010.5540 [hep-th]].
- [12] S. Ray, Phys. Lett. B **642** (2006) 137 [arXiv:hep-th/0607172].
- [13] Z. Komargodski and D. Shih, JHEP **0904** (2009) 093 [arXiv:0902.0030 [hep-th]].
- [14] A. E. Nelson and N. Seiberg, Nucl. Phys. B **416** (1994) 46 [arXiv:hep-ph/9309299].
- [15] K. A. Intriligator, N. Seiberg and D. Shih, JHEP **0707** (2007) 017 [arXiv:hep-th/0703281].
- [16] S. R. Coleman and E. J. Weinberg, Phys. Rev. D **7** (1973) 1888.
- [17] M. T. Grisaru, M. Rocek and R. von Unge, Phys. Lett. B **383** (1996) 415 [arXiv:hep-th/9605149].

Flavour in supersymmetry: horizontal symmetries or wave function renormalisation

Emilian Dudas^{+,*} Gero von Gersdorff^{+,} ,
Jeanne Parmentier^{+,} and Stefan Pokorski^{† 1}

⁺ *Centre de Physique Théorique, Ecole Polytechnique and CNRS,
F-91128 Palaiseau, France*

^{*} *LPT, Bat. 210, Univ. de Paris-Sud, F-91405 Orsay, France*

[†] *Institute of Theoretical Physics, Warsaw University, Hoza 69, 00-681 Warsaw,
Poland*

Abstract

We compare theoretical and experimental predictions of two main classes of models addressing fermion mass hierarchies and flavour changing neutral currents (FCNC) effects in supersymmetry: Froggatt-Nielsen (FN) $U(1)$ gauged flavour models and Nelson-Strassler/extra dimensional models with hierarchical wave functions for the families. We show that whereas the two lead to identical predictions in the fermion mass matrices, the second class generates a stronger suppression of FCNC effects. We prove that, whereas at first sight the FN setup is more constrained due to anomaly cancellation conditions, imposing unification of gauge couplings in the second setup generates conditions which precisely match the mixed anomaly constraints in the FN setup. Finally, we provide an economical extra dimensional realisation of the hierarchical wave functions scenario in which the leptonic FCNC can be efficiently suppressed due to the strong coupling (CFT) origin of the electron mass.

¹Hans Fischer Senior Fellow, Institute for Advanced Studies, Technical University, Munich, Germany

1 Introduction and outline

The Standard Model (SM) is successful in describing the strong suppression of the FCNC and CP violating processes but this success strongly relies on the pattern of fermion masses and mixing angles taken from experiment. It has since long been a big theoretical challenge to find extensions of the SM that address the origin of the Yukawa couplings and simultaneously solve the hierarchy problem of the SM, in no conflict with the FCNC and CP violation data. The flavour structure of the new physics, needed to explain the pattern of the Yukawa matrices, also has to control the new physics at TeV scale that protects the Higgs potential from large radiative corrections, so that the new sources of the FCNC and CP violation are strongly suppressed.

It is an old and interesting proposal that the flavour dynamics and the hierarchy problem can be simultaneously addressed in supersymmetric models with spontaneously broken horizontal gauge symmetries and the Froggatt-Nielsen (FN) mechanism for Yukawa couplings [1–8]. An extensive theoretical and phenomenological work shows that such models with Abelian or non-Abelian [9, 10] horizontal symmetries can correctly reproduce the pattern of Yukawa matrices. At the same time, they control the flavour structure of the soft supersymmetry breaking terms in the gravity mediation scenario and can be compatible with very strong experimental constraints from the FCNC and CP violation sector, without the need to raise the scale of sfermion masses beyond that needed to solve the little hierarchy problem. However, this compatibility often requires restricted range of supersymmetric parameters and/or some additional structural assumptions [2, 6, 11] (see [12] for a recent discussion). In general, there is not much room for manoeuvre and one may expect FCNC to be close to the present bounds.

More recently, it has been proposed that the pattern of Yukawa matrices and the suppression of FCNC effects in supersymmetric theories can be understood as solely due to strong wave function renormalisation (WFR models) of the matter fields, superimposed on the initial flavour anarchical structure at the very high (Planck) scale M_0 [13]. The origin of such effects could be RG running down to some scale M few orders of magnitude below M_0 , with large anomalous dimensions of the matter fields generated by the coupling of the MSSM sector to a conformal sector [13–15] or different localisation of different matter fields in a (small) extra dimension introduced just for flavour [16, 17]. The latter idea has also been extensively discussed as a solution to the flavour problem in non-supersymmetric Randall-Sundrum type models, with strongly warped extra dimensions [18].

As it has already been noticed in the original paper by Nelson and Strassler, the predictions of the WFR mechanism in supersymmetric models resemble those of the flavour models based on the FN mechanism, with horizontal abelian symmetries, with all SM fermions carrying charges of the same sign and with one familon field. Indeed, the predictions of the two approaches for the Yukawa matrices are identical, after proper identification of the corresponding parameters. There is a finite number of FN supersymmetric models (of the horizontal charge assignments) with abelian horizontal symmetry, one familon field and all fermion charges of the same sign that are a) theoretically consistent, b) correctly describe quark and lepton masses and mixings. Each horizontal charge assignment can be identified with concrete values of the set of free parameters in the WFR approach, with the same predictions for the Yukawa matrices. Thus, using the previous results on the FN models we can easily infer a viable set of the WFR models. We point out that this set is likely to be a complete set of such models if we require gauge coupling unification.

The magnitude of the FCNC and CP violation at the electroweak scale is determined by the coefficients of the dimension 6 operators in the effective SM lagrangian obtained after integrating out the supersymmetric degrees of freedom [19]. As we discuss below in detail, the two approaches differ significantly in their predictions for the suppression factors for some of the dimension 6 operators. It is therefore of some interest to compare other predictions, in particular for the FCNC and CP violation suppression, of the WFR models with predictions of the FN models that successfully describe fermion masses and mixing. This is the purpose of this note. It is easy to make such a comparison for each pair of the models introduced above. However, the FN models that are successful in the Yukawa sector also include models which have no correspondence to the WFR approach, like models with charges of both signs or models with several U(1)'s. Here the comparison is less straightforward but one can see some general differences.

In Sec. 2, putting aside the potential origin of the strong WFR effects that could be responsible for the hierarchy of Yukawa couplings, we compare the structure of the operators violating flavour in the two approaches from a 4d point of view, and discuss their phenomenological predictions. We draw attention to certain important structural differences in favour of WFR, such as no distinction in wave function renormalisation between fermions and antifermions, no D -term contribution to sfermion masses and no problem with uncontrolled coefficients of order unity. We notice that whereas significant suppression of FCNC is achieved in the squark sector, the constraints in the leptonic sector coming from $\mu \rightarrow e\gamma$ are still difficult to satisfy.

Sec. 3 is devoted to the discussion of the gauge coupling unification in the WFR

model. A stunning coincidence is pointed out with the Green-Schwarz anomaly cancellation conditions in the horizontal symmetry models.

In Sec. 4 we discuss in some detail the possible origin of the strong WFR effects. For the extra dimensional interpretation, we comment on the differences and the benefits compared to RS and propose a CFT origin of the electron mass which has the virtue of decoupling the A -term of the electron from its Yukawa coupling. The end result is a strong suppression of the leptonic FCNC violations ($\mu \rightarrow e\gamma$) compared to the 4d discussion in Sec. 2. Sec. 5 contains our conclusions.

2 Horizontal symmetry versus WFR: structure and predictions

We consider effective supersymmetric models with softly broken supersymmetry, described by a Kähler potential and a superpotential, below the flavour symmetry breaking scale M but above the soft supersymmetry breaking scale M_{susy} . The flavour structure may be present in the kinetic terms, the superpotential (in general, non-renormalisable) and in the pattern of soft terms. We concentrate only on models with positive FN charges, which are relevant for the WFR case. The effective action is determined by

$$\begin{aligned}
W &= \epsilon^{q_i+u_j+h_u}(Y_{ij}^U + A_{ij}^U X)Q_i U_j H_u + \epsilon^{q_i+d_j+h_d}(Y_{ij}^D + A_{ij}^D X)Q_i D_j H_d \\
&+ \epsilon^{l_i+e_j+h_d}(Y_{ij}^E + A_{ij}^E X)L_i E_j H_d \\
K &= \epsilon^{|q_i-q_j|}(1 + C_{ij}X^\dagger X)Q_i^\dagger Q_j + \dots,
\end{aligned} \tag{1}$$

where $\epsilon = \theta/M$, with θ a chiral (super)field of $U(1)$ charge -1 , $X = \theta^2 F$ is the SUSY breaking spurion and all flavour matrix elements Y_{ij}^U , etc are considered to be of order one. The family charges of fermion superfields are defined as q_i for the flavour components of the left-handed doublet Q_L , and u_i and d_i for the flavour components of the (left-handed) quark singlet fields U^c and D^c , the charge conjugate of the right-handed flavour triplets U_R and D_R , respectively, and similarly for leptons. Horizontal charges are defined in some electroweak basis. In that basis, flavour mixing is present also in the kinetic terms. However, the rotation to the canonical basis does not change the leading powers of ϵ in the rest of the lagrangian (we assume all coefficients C_{ij} , Y_{ij} and A_{ij} to be of $\mathcal{O}(1)$) and we shall always refer to the canonical basis.

In the WFR case the effective action at the scale M is determined by

$$\begin{aligned}
W &= (Y_{ij}^U + A_{ij}^U X) Q_i U_j H_u + (Y_{ij}^D + A_{ij}^D X) Q_i D_j H_d \\
&+ (Y_{ij}^E + A_{ij}^E X) L_i E_j H_d \\
K &= \epsilon^{-2q_i} Q_i^\dagger Q_i + C_{ij} X^\dagger X Q_i^\dagger Q_j \dots .
\end{aligned} \tag{2}$$

Here the factors ϵ^{-2q_i} are the wave function renormalisation factors, originating from the physics between M_0 and M , and in the notation suitable for the comparison of the two approaches. Any order unity flavour mixing in the kinetic terms at the scale M_0 has already been rotated away. After rescaling of the wave functions $Q_i \rightarrow \epsilon^{q_i} Q_i$, etc (also including the possibility of rescaling of the Higgs fields), the effective action in the WFR case is given by

$$\begin{aligned}
W &= \epsilon^{q_i+u_j+h_u} (Y_{ij}^U + A_{ij}^U X) Q_i U_j H_u + \epsilon^{q_i+d_j+h_d} (Y_{ij}^D + A_{ij}^D X) Q_i D_j H_d \\
&+ \epsilon^{l_i+e_j+h_d} (Y_{ij}^E + A_{ij}^E X) L_i E_j H_d \\
K &= Q_i^\dagger Q_i + C_{ij} \epsilon^{q_i+q_j} X^\dagger X Q_i^\dagger Q_j \dots .
\end{aligned} \tag{3}$$

The comparison of the two approaches is immediate. For the two models to give identical predictions for Yukawa couplings at the high scale the parameters of the supersymmetric WFR models are fixed in terms of the charge assignment in the FN models. However, since the wave function renormalisation does not distinguish between particles and antiparticles, the suppression of sfermion masses is much stronger in the WFR case. Similar observation in the non-SUSY case has been made in [22]. Actually the class of FN models which really compare directly to WFR models are the ones with only one $U(1)_X$, positive charges and with only one familon field of negative charge breaking it, such that all Yukawas are generated by holomorphic couplings to the familon.

For any comparison with experimental data we have to be in the basis where the quark mass matrices are diagonal. Since the main experimental constraints come from the down quark sector it is very convenient to remain in an electroweak basis (for explicit $SU(2) \times U(1)$ gauge invariance) but the one in which the down quark Yukawa matrix is diagonal. Thus, the scalar field terms in the Lagrangian are subject to (appropriate) left and right rotations that diagonalise down quark Yukawa matrix. Such rotations, acting on the off-diagonal terms in the sfermion mass matrices do not change their leading suppression factors (powers of ϵ) but generically are the source of additional contributions to the off-diagonal terms coming from the splitting in the diagonal entries. For FN models, the two obvious sources of the diagonal splitting are

potentially flavour dependent order unity coefficients $C_{ii} \neq C_{jj}$ and generically present flavour dependent $U(1)$ D -terms. Those additional contributions to the off-diagonal terms are of the order of the rotation angles diagonalising the down quark Yukawa matrix (roughly speaking of the order of the CKM angles) and are unwelcome. They provide an upper bound (in fact uncomfortably strong) on the suppression of the off-diagonal terms. It so happens that in the discussed here models with all fermions carrying the same sign horizontal charges the suppression factors of the original off-diagonal terms are the same as the suppression of the terms originating from the diagonal splitting so the problem of compatibility with the data is similarly difficult for both components (see [12]). However, there are $U(1)$ models with charges of both signs and/or with several $U(1)$ symmetries which do not have WFR counterpart but are often successful in the Yukawa sector and give strong suppression of the original flavour off-diagonal sfermion mass terms. Still, they face the mentioned above generic problem of the flavour dependent D -term contribution to the diagonal masses and possible diagonal splitting by uncontrolled by the $U(1)$ symmetry coefficients of order unity. After rotations, the suppression of the off-diagonal terms in the quark mass eigenstate basis is then similar as in the models with the same sign charges and results in certain tensions in the parameter space of the soft supersymmetry breaking terms [12]. It is clear that WFR approach avoids those problems. There is no $U(1)$ symmetry and no D -terms and the flavour dependent diagonal terms in the sfermion mass matrices are suppressed by powers of ϵ , so there is also no problem of uncontrolled coefficients of order unity.

In addition to working in the electroweak basis with diagonal down quarks, for a meaningful comparison with experimental data we have to include all the MSSM-like renormalisation effects for the running from the scale M to the electroweak scale. Finally, the standard analysis of the FCNC and CP violation data is performed in terms of the coefficients of the dimension 6 operators in the effective SM lagrangian obtained after integrating out the supersymmetric degrees of freedom [19]. The coefficients of those operators are calculable in terms of the soft supersymmetry breaking parameters and the discussed above suppression factors have a direct correspondence in the suppression factors of the higher dimension operators.

Let us compare the flavour properties of some models of fermion mass hierarchies under the two paradigms of family symmetry and WFR. From our discussion above it is clear that once we have a FN model with all fermion charges of the same sign that correctly reproduces the fermion mass hierarchy it can immediately be translated into

a WFR model.² In the following we shall compare some of the corresponding pairs of models mentioned above. As we discussed earlier, for a global picture one should also compare the set of viable WFR models with FN models that do not have any WFR correspondence but are successful in the Yukawa sector, too. However, after inclusion of the effects of the splitting on the diagonal and of the D -term contributions to the sfermion masses such models give predictions for FCNC very close to the same sign charge models, so we don't discuss them any more. From the point of view of proton decay operators, both approaches can generate some suppression: $U(1)_X$ FN can also completely kill proton decay if for example the lepton charges are $l_i = n_i + 1/3, e_i = m_i - 1/3$, with n_i, m_i integers (all other MSSM charges being integers), since then there is an effective Z_3 discrete leptonic symmetry protecting the proton to decay. More generally, both FN and WFR generate some suppression for the first generations due to their large charges.

The flavour suppression is parameterised by the variable ϵ introduced earlier. We have in mind ϵ to be of the order the Cabbibo angle, $\epsilon \sim 0.22$, but certainly other values can be considered provided one appropriately rescales the charges. Consistent charge assignments have for instance been classified in Refs. [5,7]. Here we will consider 3 models:³

$$q = u = e = (3, 2, 0), \quad d = \ell = (2, 0, 0) + d_3, \quad (\text{Model A})$$

$$q = u = e = (4, 2, 0), \quad d = \ell = (1, 0, 0) + d_3, \quad (\text{Model B})$$

$$q = (3, 2, 0), \quad u = (5, 2, 0), \quad d = (1, 0, 0) + d_3, \quad \ell = q + \ell_3, \quad e = d - \ell_3. \quad (\text{Model C})$$

In all three cases the horizontal charges of the Higgs fields are zero. Notice that the choice $q_3 = u_3 = 0$ is a requirement for obtaining a heavy top, while the freedom in d_3 is related to $\tan \beta$ via the bottom Yukawa:

$$\epsilon^{-d_3} \tan \beta \sim \frac{m_t(M_c)}{m_b(M_c)} \sim \epsilon^{-3}. \quad (4)$$

The resulting Yukawa couplings for model A are displayed in the last column of Tab. 1. They readily reproduce the observed masses and mixings of the SM fermions for suitable choices of $O(1)$ coefficients.

²FN are seemingly more constrained, as some form of anomaly cancelation has to be imposed. We will see in Sec. 3 that preservation of the successful MSSM gauge coupling unification in WFR models places very similar constraints on the assignment of "charges" (suppression factors) in the latter case.

³A and B are taken from Ref. [7], where they are called models 1 and 5 respectively, model C was studied in Ref. [5].

a	$\tilde{m}_{a,LL}^2 / m_0^2$	$\tilde{m}_{a,RR}^2 / m_0^2$	$A_a / m_0 \sim Y_a$
u	$r_q \mathbf{1} + \begin{pmatrix} \epsilon^6 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \\ \epsilon^5 & \epsilon^4 & \epsilon^2 \\ \epsilon^3 & \epsilon^2 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$ $r_q \mathbf{1} + \begin{pmatrix} \epsilon^0 & \epsilon^1 & \epsilon^3 \\ \epsilon^1 & \epsilon^0 & \epsilon^2 \\ \epsilon^3 & \epsilon^2 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$	$r_u \mathbf{1} + \begin{pmatrix} \epsilon^6 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \\ \epsilon^5 & \epsilon^4 & \epsilon^2 \\ \epsilon^3 & \epsilon^2 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$ $r_u \mathbf{1} + \begin{pmatrix} \epsilon^0 & \epsilon^1 & \epsilon^3 \\ \epsilon^1 & \epsilon^0 & \epsilon^2 \\ \epsilon^3 & \epsilon^2 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \epsilon^6 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \\ \epsilon^5 & \epsilon^4 & \epsilon^2 \\ \epsilon^3 & \epsilon^2 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$
d	$r_q \mathbf{1} + \begin{pmatrix} \epsilon^6 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \\ \epsilon^5 & \epsilon^4 & \epsilon^2 \\ \epsilon^3 & \epsilon^2 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$ $r_q \mathbf{1} + \begin{pmatrix} \epsilon^0 & \epsilon^1 & \epsilon^3 \\ \epsilon^1 & \epsilon^0 & \epsilon^2 \\ \epsilon^3 & \epsilon^2 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$	$r_d \mathbf{1} + t_\beta^2 \begin{pmatrix} \epsilon^{10} & \epsilon^8 & \epsilon^8 \\ \epsilon^8 & \epsilon^6 & \epsilon^6 \\ \epsilon^8 & \epsilon^6 & \epsilon^6 \end{pmatrix}$ $r_d \mathbf{1} + \begin{pmatrix} \epsilon^0 & \epsilon^2 & \epsilon^2 \\ \epsilon^2 & \epsilon^0 & \epsilon^0 \\ \epsilon^2 & \epsilon^0 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$	$t_\beta \begin{pmatrix} \epsilon^8 & \epsilon^6 & \epsilon^6 \\ \epsilon^7 & \epsilon^5 & \epsilon^5 \\ \epsilon^5 & \epsilon^3 & \epsilon^3 \end{pmatrix}$
e	$r_\ell \mathbf{1} + t_\beta^2 \begin{pmatrix} \epsilon^{10} & \epsilon^8 & \epsilon^8 \\ \epsilon^8 & \epsilon^6 & \epsilon^6 \\ \epsilon^8 & \epsilon^6 & \epsilon^6 \end{pmatrix}$ $r_\ell \mathbf{1} + \begin{pmatrix} \epsilon^0 & \epsilon^2 & \epsilon^2 \\ \epsilon^2 & \epsilon^0 & \epsilon^0 \\ \epsilon^2 & \epsilon^0 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$	$r_e \mathbf{1} + \begin{pmatrix} \epsilon^6 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \\ \epsilon^5 & \epsilon^4 & \epsilon^2 \\ \epsilon^3 & \epsilon^2 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$ $r_e \mathbf{1} + \begin{pmatrix} \epsilon^0 & \epsilon^1 & \epsilon^3 \\ \epsilon^1 & \epsilon^0 & \epsilon^2 \\ \epsilon^3 & \epsilon^2 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$	$t_\beta \begin{pmatrix} \epsilon^8 & \epsilon^7 & \epsilon^5 \\ \epsilon^6 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \\ \epsilon^6 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \end{pmatrix}$

Table 1: Yukawas and soft scalar mass squared matrices for model A [7]: $q = u = e = (3, 2, 0)$, $\ell = d$ with $d - d_3 = (2, 0, 0)$ and we have used the relation $\tan \beta = \epsilon^{d_3 - 3}$. The upper row corresponds to a WFR model, while the lower one to a FN one.

After inclusion of the renormalisation effects [20], the soft mass terms at the electroweak scale are to a good approximation given by

$$\tilde{m}_{u,LL,ij}^2 \sim r_q m_{1/2}^2 \delta_{ij} + \hat{m}_q^2 \epsilon^{|q_i \pm q_j|} \quad (5)$$

$$\tilde{m}_{u,RR,ij}^2 \sim r_u m_{1/2}^2 \delta_{ij} + \hat{m}_u^2 \epsilon^{|u_i \pm u_j|} \quad (6)$$

$$\tilde{m}_{u,LR,ij}^2 \sim A_u v \sin \beta \epsilon^{q_i + u_j} \quad (7)$$

$$\tilde{m}_{d,LL,ij}^2 \sim r_q m_{1/2}^2 \delta_{ij} + \hat{m}_q^2 \epsilon^{|q_i \pm q_j|} \quad (8)$$

$$\tilde{m}_{d,RR,ij}^2 \sim r_d m_{1/2}^2 \delta_{ij} + \hat{m}_d^2 \epsilon^{|d_i \pm d_j|} \quad (9)$$

$$\tilde{m}_{d,LR,ij}^2 \sim A_d v \cos \beta \epsilon^{q_i + d_j} \quad (10)$$

$$\tilde{m}_{e,LL,ij}^2 \sim r_\ell m_{1/2}^2 \delta_{ij} + \hat{m}_\ell^2 \epsilon^{|l_i \pm l_j|} \quad (11)$$

$$\tilde{m}_{e,RR,ij}^2 \sim r_e m_{1/2}^2 \delta_{ij} + \hat{m}_e^2 \epsilon^{|e_i \pm e_j|} \quad (12)$$

$$\tilde{m}_{e,LR,ij}^2 \sim A_e v \cos \beta \epsilon^{\ell_i + e_j} \quad (13)$$

where we have defined the high scale soft masses $m_{1/2}$, \hat{m}_a and A_a . Barring some additional suppression mechanism, a completely natural theory would require all these terms to be of the same order, and we will henceforth set them all equal to a common mass m_0 . The terms that are suppressed by powers of ϵ are multiplied by flavour dependent $\mathcal{O}(1)$ coefficients that are omitted here for clarity. The charges are all positive or zero, and the positive sign applies to the WFR case whereas the negative one to the FN case. The constants r_a parameterize the leading gauge renormalization and are given approximately by $r_q = 6.5$, $r_u = 6.2$, $r_d = 6.1$, $r_\ell = 0.5$ and $r_e = 0.15$. Yukawa corrections are expected to be important for the third generation but given the unknown $\mathcal{O}(1)$ coefficients of the tree level soft mass matrices they are irrelevant for our discussion. The resulting soft mass matrices are also displayed in Tab. 1. Several points deserve to be emphasized.

- For WFR all 1st and 2nd generation mass eigenvalues (and, in fact, some 3rd generation ones as well) are predicted from the running of gauge/gaugino loops, while in the FN case the explicit tree level soft masses give non-negligible contribution, particularly to slepton masses.
- Yukawas and chirality changing soft masses (A -terms) receive the same suppression, and are in fact the same for both FN and WFR.
- In the LL and RR sectors the off-diagonal masses are more suppressed for WFR than for FN, as explained above.

To compare with experiment, bounds are usually given for the mass insertion parameters δ_{ij}^a at a reference sfermion mass. They are defined as

$$\delta_{MN,ij}^a = \frac{\tilde{m}_{a,MN,ij}^2}{\tilde{m}_{a,M,i}\tilde{m}_{a,N,j}}, \quad \langle \delta_{ij}^a \rangle = \sqrt{\delta_{LL,ij}^a \delta_{RR,ij}^a} \quad (14)$$

for $a = u, d, e$, $M, N = L, R$, $i \neq j$. The expressions are normalized to the diagonal entries $\tilde{m}_{a,M,i}$. To the A terms one associates analogous parameters (for any i, j):

$$\delta_{LR,ij}^a = (\delta_{RL,ji}^a)^* = \frac{\tilde{m}_{a,LR,ij}^2}{\tilde{m}_{a,L,i}\tilde{m}_{a,R,j}}. \quad (15)$$

Starting with the limits from the hadron sector, we give the bounds and the results for Model A in Tab. 2 and 3. All bounds in Tab. 2 are comfortably satisfied (even for large $\tan\beta$) and in fact would allow for a much smaller squark mass. Notice that in the FN model with analogous charge assignments it is very difficult to satisfy the bound on $\langle \delta_{12} \rangle$ [12]. Since the squark mass mixing between the first two generations is suppressed at most by two powers of ϵ , to satisfy the bound one needs very strong flavour blind renormalisation effects, i.e. a large ratio of the initial values of the gluino mass to the squark mass at the very high scale.

The chirality flipping mass insertions of Tab 3 are more constraining. In particular, the 11 entries are strongly constrained from the EDM measurements of the neutron. Nevertheless, the corresponding predictions of our model for 1 TeV squark mass marginally satisfy the experimental bounds.

Turning to leptons, we quote in Tab. 4 the bounds ⁴ resulting from LFV decays of the charged leptons, $\mu \rightarrow e\gamma$, $\tau \rightarrow e\gamma$ and $\tau \rightarrow \mu\gamma$ and the theoretical predictions obtained under the assumption of a universal supersymmetry breaking scale m_0 at high energy. Then, at the electroweak scale $A_e \sim m_0$ and the typical scale for sleptons is $\tilde{m}_{sl} = (r_\ell r_e)^{\frac{1}{4}} m_0$. One observes that even for the slepton mass as high as 400 GeV (corresponding the $m_0 = 750$ GeV) the contribution to $\mu \rightarrow e\gamma$ is not sufficiently suppressed. It is interesting to know how far one can adjust the charges e_i and ℓ_i to ameliorate this problem. To this end, consider the product

$$\delta_{LR,12}^e \delta_{RL,12}^e \sim \frac{A_e^2 v^2}{\tilde{m}_{sl}^4} \epsilon^{\ell_1+e_2+\ell_2+e_1} \cos^2 \beta \sim \frac{A_e^2 m_e m_\mu}{\tilde{m}_{sl}^4}. \quad (16)$$

It is therefore clear that this product is independent of the concrete charge assignment and can only be lowered by increasing \tilde{m}_{sl} or decreasing A_e . This means that at least

⁴Note that the decay rate depends on the sum $(\delta_{LR,ij})^2 + (\delta_{RL,ij})^2$ [19]. The LL and RR entries are much less constrained and we will not consider them here.

a	ij	$\delta_{LL,ij}^a$		$\delta_{RR,ij}^a$		$\langle \delta_{ij}^a \rangle$	
		Exp.	Th	Exp.	Th.	Exp.	Th.
d	12	0.03	8.6×10^{-5}	0.03	$9.1 \times 10^{-7} t_\beta^2$	0.002	$8.9 \times 10^{-6} t_\beta$
d	13	0.2	1.8×10^{-3}	0.2	$9.1 \times 10^{-7} t_\beta^2$	0.07	$4.0 \times 10^{-6} t_\beta$
d	23	0.6	8.1×10^{-3}	1.8	$1.8 \times 10^{-5} t_\beta^2$	0.2	$3.8 \times 10^{-4} t_\beta$
u	12	0.1	8.6×10^{-5}	0.1	8.6×10^{-5}	0.008	8.6×10^{-5}

Table 2: Bounds on hadronic chirality-preserving mass insertions and results from WFR with model A. Bounds (taken from Tab. IV of Ref. [23]) are valid for a squark mass of 1 TeV and scale linearly with the latter.

one of the individual contributions is bigger than

$$\frac{A_e \sqrt{m_e m_\mu}}{\tilde{m}_{sl}^2} \sim 3.5 \times 10^{-5} \quad (17)$$

where the numbers are for $\tilde{m}_{sl} = 400$ GeV. This is a robust prediction (up to $\mathcal{O}(1)$ coefficients), and indeed Tab. 4 shows that it holds in particular for model A. A stronger suppression can be obtained only if A terms are smaller than m_0 and/or m_0 has larger value, i.e. $\tilde{m}_{sl} > 400$ GeV. For instance one can get an acceptable decay rate for $A_e \sim 100$ GeV and $\tilde{m}_{sl} \sim 400$ GeV. Lowering the slepton mass further requires more and more fine tuning of A_0 , while $\tilde{m}_{sl} \sim 400$ GeV implies squark masses of the order of 1.9 TeV which is uncomfortably large for the little hierarchy problem. In conclusion, the leptonic bounds are more constraining than the hadronic ones (see also [13], [17]). Finally, let us stress that FN models do possess a similar problem (with identical bounds on the LR/RL sector). In addition, they predict insufficient suppression in the LL and RR sectors.

In Sec. 4 we will point out a novel mechanism to suppress the $\mu \rightarrow e\gamma$ decay rate, opening the possibility to lower the superpartner masses without fine-tuning the leptonic A terms in the WFR models.

3 Unification and wave-function hierarchies

The physical gauge coupling in a supersymmetric field theory is given by [26, 27]

$$\frac{4\pi^2}{g_a^2(\mu)} = Ref_a + \frac{b_a}{4} \log \frac{\Lambda^2}{\mu^2} + \frac{T(G_a)}{2} \log g_a^{-2}(\mu^2) - \sum_r \frac{T_a(r)}{2} \log \det Z_{(r)}(\mu^2), \quad (18)$$

a	ij	$\delta_{LR,ij}^a$		$\delta_{RL,ij}^a$	
		Exp.	Th.	Exp.	Th.
d	12	2×10^{-4}	8.1×10^{-6}	2×10^{-3}	1.8×10^{-6}
d	13	0.08	8.1×10^{-6}	0.08	3.7×10^{-5}
d	23	0.01	3.7×10^{-5}	0.01	7.6×10^{-4}
d	11	4.7×10^{-6}	3.9×10^{-7}	4.7×10^{-6}	3.9×10^{-7}
u	12	0.02	3.7×10^{-5}	0.02	3.7×10^{-5}
u	11	9.3×10^{-6}	8.1×10^{-6}	9.3×10^{-6}	8.1×10^{-6}

Table 3: Bounds on hadronic chirality-flipping mass insertions and results from WFR with model A. Bounds taken from Tab. V of Ref. [23] are valid for a squark mass of 1 TeV. While the bounds on the $i \neq j$ ($i = j$) elements grow linearly (quadratically) with the latter, our predictions go down linearly.

ij	$\delta_{MN,ij}^e$		
	Exp.	Th. (LR)	Th. (RL)
12	4.8×10^{-6}	2.0×10^{-5}	9.4×10^{-5}
13	1.8×10^{-2}	4.3×10^{-4}	9.4×10^{-5}
23	1.2×10^{-2}	8.9×10^{-3}	4.3×10^{-4}

Table 4: Experimental bounds on leptonic mass insertions and results from WFR with model A. Bounds (taken from Tab. 7 of Ref. [19], using updated bounds on the branching ratios [24]) are valid for a slepton mass of 400 GeV.

where

$$b_a = \sum_r n_r T_a(r) - 3T(G_a) \quad , \quad T_a(r) = Tr_r T_{(a)}^2 \quad (19)$$

are the beta function and the Dynkin index of the representation r under the gauge group factor G_a , f_a are the holomorphic gauge couplings, $Z_{(r),ij}$ are wave functions of matter fields of flavour indices i, j and the determinant $\det Z_{(r)}(\mu^2)$ is taken in the flavour space.

In our case $Z_{(r)} \simeq \text{diag} (\epsilon^{-2q_1^{(r)}}, \epsilon^{-2q_2^{(r)}}, \epsilon^{-2q_3^{(r)}})$ and therefore

$$\log \det Z_{(r)} = -2 \sum_i q_i^{(r)} \log \epsilon \quad , \quad (20)$$

where $q_i^{(r)}$ are the " $U(1)$ charges" of the matter representations $r = Q, U, D, L, E, H_u, H_d$. Let us define in what follows the quantities

$$A_a = -\frac{1}{\log \epsilon} \sum_r \frac{T_a(r)}{2} \log \det Z_{(r)} \quad , \quad (21)$$

which are proportional to the additional contribution to the running coming from a strongly coupled sector, producing the hierarchical wave functions. Notice that usual MSSM unification is preserved if

$$A_3 = A_2 = \frac{3}{5} A_1 \quad . \quad (22)$$

With the field content of MSSM, we find

$$\begin{aligned} SU(3) : \quad A_3 &= \sum_i (2q_i + u_i + d_i) \quad , \\ SU(2) : \quad A_2 &= \sum_i (3q_i + l_i) + h_u + h_d \quad , \\ U(1)_Y : \quad A_1 &= \sum_i \left(\frac{1}{3} q_i + \frac{8}{3} u_i + \frac{2}{3} d_i + l_i + 2e_i \right) + h_u + h_d \quad . \end{aligned} \quad (23)$$

Notice also that the quantities A_i can be related simply to the determinants of the mass matrices of the quarks and leptons via

$$\begin{aligned} \det(Y_U Y_D^{-2} Y_L^3) &= \epsilon^{\frac{3}{2}(A_1 + A_2 - 2A_3)} \quad , \\ \det(Y_U Y_D) &= \epsilon^{A_3 + 3(h_u + h_d)} \quad . \end{aligned} \quad (24)$$

The reader familiar with the gauged Froggatt-Nielsen $U(1)$ generating Yukawa hierarchies probably recognized already (22)-(24), see [3], [4], [5]. It is worth pointing out the interesting analogy with our present case:

- In the gauged FN case the quantities (23) are precisely the coefficients of the $U(1)_X G_a^2$ mixed anomalies, between the gauged $U(1)_X$ and the SM gauge group factors $G_a = SU(3), SU(2), U(1)_Y$.
- In the FN case (22) represent the universal (for the heterotic strings) Green-Schwarz anomaly cancellation conditions.

In our case, (22) represent the unification conditions for the gauge couplings at the energy scale where the strong sector decouples from the running. Interestingly enough, even if there is no gauge $U(1)$ symmetry in our case, unification of gauge couplings requires the "charges" determining the wave function renormalisation to satisfy exactly the same constraints as anomaly cancellation for the $U(1)$ charges in the gauged FN case !

By using the results of [4], [5] on the structure of quark and lepton masses, one useful relation can be written

$$A_1 + A_2 - \frac{8}{3}A_3 \simeq 2(h_u + h_d) . \quad (25)$$

The unification conditions (22) lead therefore to $h_u + h_d = 0$. Since in the WFR models all "charges" are positive or zero, this means that $h_u = h_d = 0$. Therefore in the extra dimensional interpretation of the WFR models (to be discussed in the next section) both Higgs doublets are localized on the UV brane.

Let us notice that, in the FN case, the mixed anomaly conditions (23) imposed to the model C of Section (2) gives the result $h_u + h_d = 0$, $d_3 - l_3 = 2/3$. A simple solution is $h_u = h_d = 0$, $d_3 = 1, l_3 = 1/3$. In this case, the $U(1)_X$ symmetry breaks to a discrete Z_3^L acting on the leptons, which protects proton decay.

4 Extra dimensional model for the WFR

There are various possible origins for the WFR: 4d strongly coupled or higher-dimensional with flavour-dependent wave-function localization. We use here a variant of the RS setup [28], with an UV brane with energy scale Λ_{UV} and an IR brane with energy scale $\Lambda_{IR} \sim M_{GUT}$. The fifth dimension is therefore very small and the hierarchy is given by

$$\epsilon = \frac{\Lambda_{IR}}{\Lambda_{UV}} = e^{-k\pi R} \quad (26)$$

All MSSM fields live in the bulk [31]. Following [16], start with Kähler terms ($0 < y < \pi R$)

$$\begin{aligned} \hat{K} = & e^{(1-2c_{h_u})ky} H_u^\dagger H_u + e^{(1-2c_{h_d})ky} H_d^\dagger H_d \\ & + e^{(1-2c_{q,i})ky} Q_i^\dagger Q_i + e^{(1-2c_{u_i})ky} U_i^\dagger U_i + e^{(1-2c_{d_i})ky} D_i^\dagger D_i \\ & + \delta(y)k^{-3} X^\dagger X \left(C_{q,ij} Q_i^\dagger Q_i + C_{u,ij} U_i^\dagger U_i + C_{d,ij} D_i^\dagger D_i + C_{h_u} H_u^\dagger H_u + C_{h_d} H_d^\dagger H_d \right). \end{aligned} \quad (27)$$

where $i, j = 1, 2, 3$ running over families and the coefficients are flavour anarchic $\mathcal{O}(1)$ numbers. We have kept only fields with zero modes, the conjugate fields ϕ^c have Dirichlet boundary conditions ($--$) and hence have no zero modes. The leptons have an analogous Lagrangian. Brane localized kinetic terms can also be introduced, even with arbitrary flavour dependence, without changing the outcome. We will introduce a superpotential

$$\begin{aligned} \hat{W} = & \delta(y)k^{-\frac{3}{2}} \left(\hat{Y}_{ij}^u H_u Q_i U_j + \hat{Y}_{ij}^d H_d Q_i D_j + k^{-1} X \hat{A}_{ij}^u H_u Q_i U_j + k^{-1} X \hat{A}_{ij}^d H_d Q_i D_j \right) \\ & + \delta(y - \pi R)(k\epsilon)^{-\frac{3}{2}} \left(\hat{Y}_{ij}^{u'} \epsilon^{c_{h_u} + c_{q_i} + c_{u_j}} H_u Q_i U_j + \hat{Y}_{ij}^{d'} \epsilon^{c_{h_d} + c_{q_i} + c_{d_j}} H_d Q_i D_j \right) \end{aligned} \quad (28)$$

Notice that we have confined the SUSY breaking spurion X to the UV brane at $y = 0$. We have introduced arbitrary dimensionless Yukawa couplings on both branes. After integrating over the extra dimension, the kinetic terms pick up wave function renormalisations

$$Z_q = \frac{1}{(1 - 2c_q)k} (\epsilon^{2c_q - 1} - 1), \quad (29)$$

and therefore

$$Z_q \sim \frac{\epsilon^{2c_q - 1}}{(1 - 2c_q)k} \quad \text{for } c < 1/2 \quad \text{and} \quad Z_q \sim \frac{1}{(2c_q - 1)k} \quad \text{for } c > 1/2. \quad (30)$$

Notice that

- For $c_q < \frac{1}{2}$ the field is localized near the IR brane. We assign it "charges" $q = \frac{1}{2} - c_q > 0$ and $q' = 0$.
- For $c_q > \frac{1}{2}$ the field is localized near the UV brane. The charges are $q = 0$ and $q' = c_q - \frac{1}{2} > 0$.
- Exact UV (IR) brane localization is obtained by formally sending q' (q) to infinity.

After switching to canonical normalization, this leads to Yukawa couplings

$$Y_{ij}^u = \hat{Y}_{ij}^u \epsilon^{q_i+u_j+h_u} + \hat{Y}_{ij}'^u \epsilon^{q_i'+u_j'+h_u'} , \quad (31)$$

$$Y_{ij}^d = \hat{Y}_{ij}^d \epsilon^{q_i+d_j+h_d} + \hat{Y}_{ij}'^d \epsilon^{q_i'+d_j'+h_d'} . \quad (32)$$

Each field either suppresses \hat{Y} or \hat{Y}' , depending on whether it is UV or IR localized.

Since we will take the X field localized on the UV brane, the physical soft masses and A terms at the high scale are given by the expressions in Sec. 2 with

$$m_0 \sim \frac{|F_X|}{k} . \quad (33)$$

We consider the following localisation of the MSSM fields⁵ :

- the first two generations of quarks and leptons are localized near the IR brane. In a holographic 4d interpretation, the first two generations are composite states.
- the top quark is localized on or near the UV brane, whereas bottom and tau are localized near the UV brane or near the IR brane, depending on $\tan\beta$. In the holographic language, the top quark is therefore elementary.
- the two Higgs doublets H_u, H_d are localized near the UV brane and therefore have $h_u, h_d = 0$. They are then elementary from the 4d holographic point of view. In the scenario below, we will consider a finite h_d' describing a non-negligible "tail" near the IR.
- the spurion X is located on the UV brane

One important point to mention here is that the extra dimensional realisation of the WFR approach allows for certain generalisations. They are equivalent (and the analogy with FN is true) only if all Yukawas are localized on the UV brane that is if we neglect the corrections coming from the "tail" of the Higgs fields near the IR brane.

By comparing with the standard RS non-SUSY setup with fermion mass hierarchies generated by wave functions overlap, we notice that in the standard RS case, since $\epsilon_{RS} = \frac{\Lambda_{UV}}{\Lambda_{IR}} \sim 10^{-16}$, the bulk masses c_i have to be tuned close to 1/2 in order not to generate too big hierarchies in the fermion masses. In our case, we choose to work with a very small extra dimension $10^{-3} \leq \epsilon \leq 10^{-1}$ and therefore there is no need for such

⁵Similar localization of the MSSM flavours from a different perspective was also considered recently in [31].

a tuning. Of course, such a small warping does not provide a solution to the hierarchy problem anymore, but since we have low-energy supersymmetry, the strong warping is clearly not needed.

Provided h'_u and h'_d are large enough (sharp UV localization), the Yukawa couplings originating from the IR brane (i.e. the terms proportional to \hat{Y}' in Eqns. (31) and (32)) are always subleading compared to the ones from the UV brane and hence irrelevant. For moderately large values they can become comparable⁶, at least for the light generations, and can in fact be exploited to circumvent the $\mu \rightarrow e\gamma$ problem pointed out at the end of Sec. 2. For instance, for all 3 generations of leptons IR-localized (small to moderate $\tan\beta$), one has

$$Y_{ij}^e = \hat{Y}_{ij}^e \epsilon^{\ell_i + e_j} + \hat{Y}'_{ij} \epsilon^{h'_d}, \quad A_{ij}^e = m_0 \hat{A}_{ij}^e \epsilon^{\ell_i + e_j} \quad (34)$$

Ideally, we would like to suppress the dangerous A terms without suppressing the corresponding Yukawas. This is easy to do: Let us imagine that we increase ℓ_1 and/or e_1 such that A_{12}^e and A_{21}^e are sufficiently small in order to satisfy the bounds for a given slepton mass.⁷ Of course, this will result in a too small electron mass unless we impose that h'_d is responsible for generating Y_{11}^e from the IR brane. We thus choose charges such that

$$\ell_1 + e_1 > h'_d \quad (35)$$

$$h'_d \sim 5 + \ell_3 + e_3 \quad (36)$$

$$\ell_2 + e_2 \sim 2 + \ell_3 + e_3. \quad (37)$$

where the last two relations ensure the correct $e - \tau$ and $\mu - \tau$ mass ratios. A possible choice, satisfying also the unification conditions Eq. (22), reads

$$q = (4, 2, 0), \quad u = (3, 2, 0), \quad e = (5, 2, 0), \quad (38)$$

$$d = (5, 0, 0) + d_3, \quad \ell = (4, 0, 0) + d_3, \quad h'_d \sim 5 + d_3, \quad (39)$$

leading to Yukawas

$$Y^u \sim \begin{pmatrix} \epsilon^7 & \epsilon^6 & \epsilon^0 \\ \epsilon^5 & \epsilon^4 & \epsilon^2 \\ \epsilon^3 & \epsilon^2 & \epsilon^0 \end{pmatrix}, \quad Y^d \sim t_\beta \begin{pmatrix} \epsilon^8 & \epsilon^7 & \epsilon^7 \\ \epsilon^8 & \epsilon^5 & \epsilon^5 \\ \epsilon^8 & \epsilon^3 & \epsilon^3 \end{pmatrix}, \quad Y^e \sim t_\beta \begin{pmatrix} \epsilon^8 & \epsilon^8 & \epsilon^7 \\ \epsilon^8 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \\ \epsilon^8 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \end{pmatrix}. \quad (40)$$

⁶This "switching behavior" was exploited in Ref. [32] to generate an anarchical neutrino spectrum and large mixing angles.

⁷As a bonus, the A_{11}^e term, responsible for generating an electron EDM, receives additional suppression.

The underlined exponents are the ones generated from the new contributions in the second term in Eq. (34). One sees that only the down and the electron masses are affected by h'_d . On the other hand, the A terms are given by

$$A^u \sim Y^u, \quad A^d \sim t_\beta \begin{pmatrix} \epsilon^{12} & \epsilon^7 & \epsilon^7 \\ \epsilon^{10} & \epsilon^5 & \epsilon^5 \\ \epsilon^8 & \epsilon^3 & \epsilon^3 \end{pmatrix}, \quad A^e \sim t_\beta \begin{pmatrix} \epsilon^{12} & \epsilon^9 & \epsilon^7 \\ \epsilon^8 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \\ \epsilon^8 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \end{pmatrix}. \quad (41)$$

The suppression in the 12 and 21 elements of A^e is now sufficient for a slepton mass around 200 GeV. Notice that the FN models, even with multiple $U(1)$'s, have no analogue of this mechanism.

Notice that in order to forbid R-parity violating operators we need to impose R-parity as symmetry of the effective action. Once this is done, there are usually still dangerous dimension five operators. In our case, if the triplet Higgs fields are localized on the UV brane along with the doublets, these operators are naturally generated there, and we find

$$\frac{1}{\Lambda_{UV}} \epsilon^{q_i+q_j+q_l+l_m} Q_i Q_j Q_k L_m \quad , \quad \frac{1}{\Lambda_{UV}} \epsilon^{u_i+u_j+d_k+e_m} U_i U_j D_k E_m. \quad (42)$$

Due to the localization of the first two generations on the IR brane, we get an additional suppression, as for the UV localized Yukawas of the first two generations, which is enough in order to bring these operators into their experimental bounds [30].

Finally, extra dimensional interpretation may shed some light on the stunning coincidence of the anomaly cancelation conditions and the conditions for the gauge coupling unification discussed in the previous section. The charges $q_i = 1/2 - c_i$ can be understood, in a holographic 4d picture, as dimensions of CFT operators that the bulk fields couple to. So it seems that the analog of the gauged $U(1)_X$ is actually the SUSY partner of the dilatation current, the R-symmetry current $U(1)_R$. On the other hand, the anomalies $U(1)_R G_a^2$ are indeed related to the beta functions and therefore to the running of the gauge couplings of the SM gauge factors G_a .

5 Conclusions

Supersymmetric models with WFR reproduce the success of the FN models for fermion masses with mixings, alleviating at the same time their FCNC problems. Whereas from a 4d perspective, the improvement in the quark sector is phenomenologically quite successful, in the leptonic sector there are still problems with $\mu \rightarrow e\gamma$. We

however showed that in an extra dimensional realization similar to RS but with an IR brane of mass scale of the order of M_{GUT} , with the first two generations composite (IR localized) and the third one elementary (UV localized), the problem can be elegantly solved by generating the electron mass by the strong coupling in the CFT sector. Indeed, the A-term for the electron is strongly suppressed since the supersymmetry breaking spurion field is elementary and the corresponding terms in the action (as well as the other soft breaking terms) are localized on the UV brane. More generally, the analogy between FN and WFR is precise in the warped 5d realization when all Yukawa couplings are elementary (UV localized), whereas strong coupling contributions (IR CFT contributions) add new structure compared to the FN setup. As a side comment, we notice that similarly, we can generate a μ -term on the IR boundary with large suppression factor if $h'_u, h'_d \gg 0$ in the sense discussed in Section 4. This is of course useful only if for some reason such a term is absent on the UV brane.

We showed that whereas the FN gauge $U(1)$ case is constrained by the various gauge anomaly cancelation conditions, in the WFR case most of these conditions re-emerged in Section 3 as conditions for gauge coupling unification. More precisely, the same conditions for the corresponding parameters as the mixed anomaly conditions $A_3 \sim U(1)_X SU(3)^2$, $A_2 \sim U(1)_X SU(2)^2$, $A_1 \sim U(1)_X U(1)_Y^2$ for the $U(1)$ charges appear in the threshold corrections to the gauge couplings (18), (21). They are then constrained by the unification of the SM gauge couplings precisely in the same way as the $U(1)$ charges by the universal Green-Schwarz anomaly cancelation conditions in the FN case. The mixed anomaly $U(1)_X^2 U(1)_Y$ does not emerge in the WFR setup however and it is therefore still true that in the WFR case the "charges" $q_i \leftrightarrow c_i$ are less constrained than $U(1)_X$ charges in the FN setup.

One should also mention that in the FN case $U(1)_X$ can be broken to discrete symmetries Z_N which can have nice features like suppressing proton decay at acceptable levels. There does not seem to be analog of this phenomenon in the WFR case.

On the side of the phenomenological predictions of the WFR scheme and the possibility of its experimental verification, one sees that FCNC effects are much more strongly suppressed than in the FN models. Thus, contrary to the predictions of the FN models, one does not expect the FCNC effects to be close to the present bounds (perhaps with exception of the muon decay). However, there is an interesting correlation between the supersymmetric models for flavour and the pattern of superpartner masses. The WFR scheme predicts all superpartner masses, except the stop masses, in terms of the gluino mass. In particular, also slepton masses are predicted in terms of the gluino mass.

Finally, it would be interesting to investigate the issue of flavor violation in F-

theory models, where similarly there is an analog of the WFR of generating Yukawa hierarchies [33] and a different, gauged FN setup generating them [34].

Acknowledgments

We thank Tony Gherghetta and Claudio Scrucca for stimulating and helpful discussions. The work presented was supported in part by the European ERC Advanced Grant 226371 MassTeV, by the CNRS PICS no. 3059 and 4172, by the grants ANR-05-BLAN-0079-02, the PITN contract PITN-GA-2009-237920, the IFCPAR CEFIPRA programme 4104-2 and by the MNiSZW grant N N202 103838 (2010-2012). SP thanks the Institute for Advanced Studies at TUM, Munich, for its support and hospitality.

References

- [1] C. D. Froggatt and H. B. Nielsen, Nucl. Phys. B **147** (1979) 277.
- [2] Y. Nir and N. Seiberg, Phys. Lett. B **309** (1993) 337 [arXiv:hep-ph/9304307]; M. Leurer, Y. Nir and N. Seiberg, Nucl. Phys. B **420** (1994) 468 [arXiv:hep-ph/9310320].
- [3] L. E. Ibanez and G. G. Ross, Phys. Lett. B **332** (1994) 100 [arXiv:hep-ph/9403338].
- [4] P. Binetruy and P. Ramond, Phys. Lett. B **350** (1995) 49 [arXiv:hep-ph/9412385]; P. Binetruy, S. Lavignac and P. Ramond, Nucl. Phys. B **477** (1996) 353 [arXiv:hep-ph/9601243]; N. Irges, S. Lavignac and P. Ramond, Phys. Rev. D **58** (1998) 035003 [arXiv:hep-ph/9802334].
- [5] E. Dudas, S. Pokorski and C. A. Savoy, Phys. Lett. B **356** (1995) 45 [arXiv:hep-ph/9504292]; Y. Nir, Phys. Lett. B **354** (1995) 107 [arXiv:hep-ph/9504312].
- [6] E. Dudas, S. Pokorski and C. A. Savoy, Phys. Lett. B **369** (1996) 255 [arXiv:hep-ph/9509410]; E. Dudas, C. Grojean, S. Pokorski and C. A. Savoy, Nucl. Phys. B **481** (1996) 85 [arXiv:hep-ph/9606383].
- [7] P. H. Chankowski, K. Kowalska, S. Lavignac and S. Pokorski, Phys. Rev. D **71** (2005) 055004 [arXiv:hep-ph/0501071].

- [8] W. Altmannshofer, A. J. Buras, S. Gori, P. Paradisi and D. M. Straub, Nucl. Phys. B **830** (2010) 17 [arXiv:0909.1333 [hep-ph]].
- [9] R. Barbieri, G. R. Dvali and L. J. Hall, Phys. Lett. B **377** (1996) 76 [arXiv:hep-ph/9512388]; R. Barbieri, L. J. Hall and A. Romanino, Phys. Lett. B **401** (1997) 47 [arXiv:hep-ph/9702315].
- [10] S. F. King and G. G. Ross, Phys. Lett. B **520** (2001) 243 [arXiv:hep-ph/0108112]; Phys. Lett. B **574** (2003) 239 [arXiv:hep-ph/0307190].
- [11] Y. Kawamura and T. Kobayashi, Phys. Lett. B **375** (1996) 141 [Erratum-ibid. B **388** (1996) 867] [arXiv:hep-ph/9601365].
- [12] Z. Lalak, S. Pokorski and G. G. Ross, arXiv:1006.2375 [hep-ph].
- [13] A. E. Nelson and M. J. Strassler, JHEP **0009**, 030 (2000) [arXiv:hep-ph/0006251];
- [14] T. Kobayashi and H. Terao, Phys. Rev. D **64**, 075003 (2001) [arXiv:hep-ph/0103028].
- [15] A. E. Nelson and M. J. Strassler, JHEP **0207**, 021 (2002) [arXiv:hep-ph/0104051].
- [16] K. w. Choi, D. Y. Kim, I. W. Kim and T. Kobayashi, arXiv:hep-ph/0301131; K. w. Choi, D. Y. Kim, I. W. Kim and T. Kobayashi, Eur. Phys. J. C **35**, 267 (2004) [arXiv:hep-ph/0305024].
- [17] Y. Nomura, M. Papucci and D. Stolarski, Phys. Rev. D **77** (2008) 075006 [arXiv:0712.2074 [hep-ph]]; Y. Nomura, M. Papucci and D. Stolarski, JHEP **0807** (2008) 055 [arXiv:0802.2582 [hep-ph]].
- [18] S. J. Huber and Q. Shafi, Phys. Lett. B **498** (2001) 256 [arXiv:hep-ph/0010195]; S. J. Huber, Nucl. Phys. B **666** (2003) 269 [arXiv:hep-ph/0303183]; K. Agashe, G. Perez and A. Soni, Phys. Rev. Lett. **93** (2004) 201804 [arXiv:hep-ph/0406101]; Phys. Rev. D **71** (2005) 016002 [arXiv:hep-ph/0408134]; G. Cacciapaglia, C. Csaki, J. Galloway, G. Marandella, J. Terning and A. Weiler, JHEP **0804** (2008) 006 [arXiv:0709.1714 [hep-ph]]; C. Csaki, C. Delaunay, C. Grojean and Y. Grossman, JHEP **0810** (2008) 055 [arXiv:0806.0356 [hep-ph]]; C. Csaki, A. Falkowski and A. Weiler, Phys. Rev. D **80** (2009) 016001 [arXiv:0806.3757 [hep-ph]]; S. Casagrande, F. Goertz, U. Haisch, M. Neubert and T. Pfoh, JHEP **0810** (2008) 094 [arXiv:0807.4937 [hep-ph]].

- [19] F. Gabbiani, E. Gabrielli, A. Masiero and L. Silvestrini, Nucl. Phys. B **477** (1996) 321 [arXiv:hep-ph/9604387].
- [20] D. Choudhury, F. Eberlein, A. Konig, J. Louis and S. Pokorski, Phys. Lett. B **342** (1995) 180 [arXiv:hep-ph/9408275];
- [21] G. D'Ambrosio, G. F. Giudice, G. Isidori and A. Strumia, Nucl. Phys. B **645** (2002) 155 [arXiv:hep-ph/0207036].
- [22] S. Davidson, G. Isidori and S. Uhlig, Phys. Lett. B **663** (2008) 73 [arXiv:0711.3376 [hep-ph]].
- [23] G. Isidori, Y. Nir and G. Perez, arXiv:1002.0900 [hep-ph].
- [24] C. Amsler *et al.* [Particle Data Group], Phys. Lett. B **667** (2008) 1.
- [25] H. Georgi, A. E. Nelson and A. Manohar, Phys. Lett. B **126**, 169 (1983).
- [26] M. A. Shifman and A. I. Vainshtein, Nucl. Phys. B **359** (1991) 571.
- [27] V. Kaplunovsky and J. Louis, Nucl. Phys. B **422** (1994) 57 [arXiv:hep-th/9402005].
- [28] L. Randall and R. Sundrum, Phys. Rev. Lett. **83** (1999) 3370 [arXiv:hep-ph/9905221].
- [29] T. Gherghetta and A. Pomarol, Nucl. Phys. B **586** (2000) 141 [arXiv:hep-ph/0003129].
- [30] R. Barbier *et al.*, Phys. Rept. **420** (2005) 1 [arXiv:hep-ph/0406039].
- [31] M. Gabella, T. Gherghetta and J. Giedt, Phys. Rev. D **76** (2007) 055001 [arXiv:0704.3571 [hep-ph]]; O. Aharony, L. Berdichevsky, M. Berkooz, Y. Hochberg and D. Robles-Llana, Phys. Rev. D **81** (2010) 085006 [arXiv:1001.0637 [hep-ph]].
- [32] K. Agashe, T. Okui and R. Sundrum, Phys. Rev. Lett. **102** (2009) 101801 [arXiv:0810.1277 [hep-ph]].
- [33] C. Beasley, J. J. Heckman and C. Vafa, JHEP **0901** (2009) 059 [arXiv:0806.0102 [hep-th]]; A. Font and L. E. Ibanez, JHEP **0902** (2009) 016 [arXiv:0811.2157 [hep-th]]; J. J. Heckman and C. Vafa, Nucl. Phys. B **837** (2010) 137 [arXiv:0811.2417 [hep-th]]; S. Cecotti, M. C. N. Cheng, J. J. Heckman and C. Vafa, arXiv:0910.0477

[hep-th]; J. P. Conlon and E. Palti, JHEP **1001** (2010) 029 [arXiv:0910.2413 [hep-th]].

- [34] E. Dudas and E. Palti, JHEP **1001** (2010) 127 [arXiv:0912.0853 [hep-th]]; S. F. King, G. K. Leontaris and G. G. Ross, Nucl. Phys. B **838** (2010) 119 [arXiv:1005.1025 [hep-ph]]; E. Dudas and E. Palti, arXiv:1007.1297 [hep-ph].

On non-universal Goldstino couplings to matter

E. Dudas^{a,b}, **G. von Gersdorff**^a, **D. M. Ghilencea**^{c,*},
S. Lavignac^d, **J. Parmentier**^{a,d}

^a *Centre de Physique Théorique[†], Ecole Polytechnique and CNRS,
F-91128 Palaiseau, France.*

^b *Laboratoire de Physique Théorique[‡], Université de Paris-Sud,
Bât. 210, F-91405 Orsay, France.*

^c *Theory Division, CERN, 1211 Geneva 23, Switzerland.*

^d *Institut de Physique Théorique[§], CEA-Saclay,
F-91191 Gif-sur-Yvette Cedex, France.*

Abstract

Using the constrained superfields formalism to describe the interactions of a light goldstino to matter fields in supersymmetric models, we identify generalised, higher-order holomorphic superfield constraints that project out the superpartners and capture the non-universal couplings of the goldstino to matter fields. These arise from microscopic theories in which heavy superpartners masses are of the order of the supersymmetry breaking scale (\sqrt{f}). In the decoupling limit of infinite superpartners masses, these constraints reduce to the familiar, lower-order universal constraints discussed recently, that describe the universal goldstino-matter fields couplings, suppressed by inverse powers of \sqrt{f} . We initiate the study of the couplings of the Standard Model (SM) fields to goldstino in the constrained superfields formalism.

*On leave from Theoretical Physics Dept, IFIN-HH Bucharest, P.O. Box MG-6, Bucharest, Romania.

[†]Unité mixte du CNRS (UMR 7644).

[‡]Unité mixte du CNRS (UMR 8627).

[§]Laboratoire de la Direction des Sciences de la Matière du Commissariat à l'Energie Atomique et Unité de Recherche associée au CNRS (URA 2306).

Contents

1	Introduction	1
2	Non-linear supersymmetry and constrained superfields	3
3	UV versus effective Lagrangians and generalized constraints	6
3.1	Goldstino in microscopic theories and universal constraints.	7
3.2	Kahler potentials and generalized chiral constraints	8
3.3	Yukawa couplings and generalized chiral constraints	11
4	Leading-order low-energy effective Lagrangians	12
4.1	Onshell Lagrangian with R-parity violating and goldstino couplings	12
4.2	General onshell Lagrangian with general 4-fermion terms	14
5	The SM coupled to goldstino using universal constraints	16
6	Conclusions	20
A	The effects of derivatives of light fields on the constraints.	22
B	Heavy gauginos and constrained vector superfields	22
C	Heavy higgsinos.	24

1 Introduction

The study of the interactions of the goldstino with matter is an interesting research area, that started originally with the pioneering work of Akulov and Volkov [1], and was investigated extensively in the past [2]-[6], with renewed interest in [7] -[22]. Such theoretical study could also be of phenomenological relevance if the scale of supersymmetry breaking (in the hidden sector), \sqrt{f} , is in the few-TeV range, near the Large Hadron Collider (LHC) energy; however, this work is valid independent of such restrictions for f . The first formalisms describing goldstino interactions with matter, using in particular constrained superfields, were constructed in the early days of supersymmetry [3], [4], [5], [6]. More recently, an approach starting from microscopic descriptions of the supersymmetric theories was further considered [7], [16] in which heavy superpartners were integrated out via field equations, leading to constrained superfields and renewed interest in this method.

An intriguing aspect of the constraints used in [16] is that their solution is *unique* and are *insensitive* to the details of the UV physics, in particular are independent of the superparticle

masses m_i . As a result, the corresponding low-energy actions contain *universal* couplings of the goldstino to matter fields, suppressed by \sqrt{f} . It is clear however that the decoupling of heavy superpartners can also lead to *non-universal couplings*, suppressed at low-energy by their masses m_i rather than the supersymmetry breaking scale \sqrt{f} . The main purpose of the present paper is to clarify the emergence of the non-universal couplings in a superfield formalism endowed with constraints, generated by the decoupling of the heavy superpartners. To this purpose we extend the formalism of constrained superfields developed so far and identify new, higher order polynomial constraints for superfields, that effectively project out (integrate out) the massive superpartners of the SM spectrum. One possible advantage of this is that one could then use, in principle at least, a pure superfield formalism endowed with such generalised constraints to describe the non-supersymmetric SM Lagrangian.

Our study shows that the non-universal couplings of the goldstino to matter are described at the low-energy by superfields with higher order, non-minimal constraints. Rather interestingly, and unlike the universal case, the solution to these generalised constraints is *not unique*, but depends on some arbitrary coefficients. In specific microscopic models (i.e. UV completions) these coefficients are functions of the superpartners masses that ultimately depend on the parameters of the UV microscopic theory. The aforementioned arbitrariness of these coefficients seems interesting and may turn out to be an advantage. Indeed, since the constraints (and solutions) that we find are the same for all classes of UV completions (of different UV parameters), they may turn out to be applicable beyond the limited valability of the convergent effective Lagrangian expansion in powers of $1/m_i^2$. This could allow an extension of the valability of the superfield formalism with generalised constraints beyond that of the effective Lagrangian obtained upon integrating out the superpartners, into the non-perturbative regime. In the formal limit of infinite superpartners masses the goldstino couplings to matter become universal and the generalised, higher order constraints of the superfields that we identify recover the universal constraints.

When integrating out the superpartners, one should ensure that they are massive enough to decouple at the low-energy E at which the Lagrangian is studied, and light enough for the UV and supersymmetry breaking scales separation. In detail, if the superpartners masses m_i are too light $E \lesssim m_i \ll \sqrt{f}$, then one cannot integrate them out, at energy scales $E \sim m_i$; so the formalism is less reliable since the expansion in E/m_i is not rapidly convergent. If on the contrary, the superpartners are massive enough, of the order of supersymmetry breaking scale, $E \ll m_i \lesssim \sqrt{f} < \Lambda$, and in the absence of some cancellations of the aforementioned coefficients (in the microscopic action), then it means $m_i^2 \approx f^2/\Lambda^2 \sim f$, therefore $\Lambda^2 \sim f$, where Λ is the UV scale. This last relation means that there would be no significant scale separation between the scales $m_i \sim \sqrt{f}$ and Λ , therefore there would be no reliable UV microscopic description. The conclusion is that one has to work in a regime of energy values

between these two “dangerous” choices, and in applications this remains a difficult issue. However, note that holomorphic superfield constraints (and their solutions) that we identify to project out massive scalar superpartners are similar for different superpartners masses and UV physics details. Therefore, they could be more powerful in capturing aspects of UV physics without a specific UV completion or a concern for scales separation, and, as argued earlier, could even capture effects of non-perturbative physics.

The plan of the paper is as follows. Section 2 reviews the goldstino couplings and the universal constraints formalism. In Section 3 we identify generalised holomorphic superfield constraints for generic Kahler potentials of matter fields and goldstino, and superpotentials with additional matter couplings. In Section 4 we use the new formalism to provide examples with the R-parity violating couplings in supersymmetric model, in the decoupling limit of heavy squarks and sleptons masses. We extend this and evaluate the onshell Lagrangian of goldstino coupled to a general Kahler potential for matter fields, with additional superpotential matter couplings. Section 5 outlines the steps for writing the Standard Model and its two-Higgs doublet model extension coupled to a light goldstino in the superfield formalism by using universal constraints only, with particular attention to the Higgs sector. We find a new quartic correction to the Higgs potential similar to that in [22], but unlike that, it is not universal, but depends on additional parameters. We also point out that in general, the leading higgs-goldstino couplings are not universal, being generated by a term analogous to the μ -term in MSSM. The Appendix contains some comments on the effects on the formalism of constrained superfields from microscopic terms that contain derivatives of light fields, and microscopic examples generating heavy gauginos and higgsinos.

2 Non-linear supersymmetry and constrained superfields

In this section we review the goldstino action and its (universal) couplings to the SM, in a superfield formalism with constraints. We consider in the following energy scales well below the mass of the (scalar) sgoldstino ϕ_X , the superpartner of goldstino ψ_X . We denote the goldstino chiral superfield by X with the components $X = (\phi_X, \psi_X, F_X)$. One can use the component fields formalism to describe the corresponding Volkov-Akulov action and then couple it “geometrically” to the SM action. Alternatively, one can use the more convenient superfield formalism, endowed with constraints. For the goldstino superfield, this constraint is [4, 5, 7, 10, 16].

$$X^2 = 0 . \tag{1}$$

Starting with the Lagrangian¹

¹We use the conventions of [23].

$$\mathcal{L}_X = \int d^4\theta X^\dagger X + \left\{ \int d^2\theta f X + h.c. \right\} = |\partial_\mu \phi_X|^2 + F_X^\dagger F_X - \left[\frac{i}{2} \bar{\psi}_X \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi_X - f F_X + h.c. \right] \quad (2)$$

endowed with the aforementioned constraint, one recovers the Volkov-Akulov action. Indeed, the constraint is solved by

$$X = \phi_X + \sqrt{2} \theta \psi_X + \theta^2 F_X, \quad \text{with} \quad \phi_X = \frac{\psi_X \psi_X}{2 F_X} \quad (3)$$

which, when used back in eq.(2) recovers [16] the Volkov-Akulov Lagrangian [1]. After using the equation of motion for F_X , we find $F_X = -f + \dots$, where f (that can be chosen real) is the SUSY breaking scale. Therefore, in the infrared description of the SUSY breaking, the scalar component (sgoldstino) becomes a function of the goldstino ψ_X .

Let us now review the (universal) couplings of the goldstino to the SM matter fields, in the superfield formalism. Consider a SM fermion field (quark or lepton), denoted ψ_q in what follows and introduce the corresponding superfield $Q = (\phi_q, \psi_q, F_q)$. We assume that the scalar (squark or slepton) has a large mass, so it decouples at low (EW) scales. The decoupling can be described in the superfield language, by imposing a constraint on the corresponding superfield Q , which effectively “projects out” (i.e. integrates out) ϕ_q . The simplest constraint that realizes this is [10, 16]

$$Q X = 0, \quad (4)$$

whose solution is

$$Q = \frac{1}{F_X} \left(\psi_q - \frac{F_q}{2F_X} \psi_X \right) \psi_X + \sqrt{2} \theta \psi_q + \theta^2 F_q. \quad (5)$$

Solutions (3) and (5) of the constraints can be obtained in the low energy limit of the following microscopic Lagrangian that couples X and Q :

$$\mathcal{L} = \int d^4\theta \left\{ X^\dagger X + Q^\dagger Q - \epsilon_x (X^\dagger X)^2 - \epsilon_q (Q^\dagger Q)(X^\dagger X) \right\} + \left\{ \int d^2\theta f X + h.c. \right\} \quad (6)$$

where $\epsilon_{x,q} \equiv c_{x,q}/\Lambda^2$, $\Lambda > \sqrt{f}$ is a UV cutoff scale and the positive, dimensionless coefficients $c_{x,q}$ are of order $c_X, c_q \sim \mathcal{O}(1)$. The sgoldstino and squark (slepton) masses are then:

$$m_X^2 = 4\epsilon_x f^2, \quad m_q^2 = \epsilon_q f^2. \quad (7)$$

The microscopic Lagrangian in (6) has a minimal structure in the sense that it contains the minimal number of terms needed to provide large scalar masses and to stabilize the scalar vev's to zero, while keeping vanishing fermions masses. After integrating out the massive scalar fields ϕ_X and ϕ_q by using the *zero momentum part* of the Lagrangian, one obtains

solutions (3), (5), as anticipated. A naive procedure would be to consider zero-momentum for heavy fields but keep non-vanishing momenta (derivatives) for the light fields. Such procedure would modify the constraints in (1), (4) (for an example see Appendix A).

One notices that, somewhat intriguingly, the constraints $X^2 = 0$, $XQ = 0$ and their solution in (3), (5) are actually independent of the UV details, in this case the masses of the heavy scalars. However, this is not the most general case: in a microscopic theory only mildly different from (6), other terms in the Kahler potential and superpotential can be present, compatible with all the symmetries of the low-energy theory. As we shall see later in detail, such terms can change the constraints (1), (4) in the generic case $m_X^2, m_q^2 \sim f$. In the extreme limit of $m_X^2, m_q^2 \gg f$, all the goldstino couplings to matter become universal and the constraints (1), (4) and their solution are recovered. However, since $\Lambda^2 > f$, such *formal* limit of very heavy scalars is only possible for unnaturally large values of the coefficients $c_x, c_q \gg 1$, that question the reliability of the expansion in $(1/\Lambda)$. Even so, such large values for c_x, c_q are difficult to obtain, even in a strongly coupled regime when one would expect at most $c_i \sim 4\pi$. Ultimately, the constraints $X^2 = 0$ and $XQ = 0$ will receive UV dependent corrections, however they can still be used to identify the universal couplings of the goldstino to matter fields, via this limit. Finally, the constraints we shall identify in the following sections will help one identify the non-universal goldstino couplings, and will recover these universal constraints as a special case. There can be exceptions to this: even in the limit of large c_x, c_q etc, with some ratios of them kept fixed, it is possible that the universal constraints $X^2 = XQ = 0$ change to become nonzero in $\mathcal{O}(1/f^2)$ order². However, by taking large values only for those coefficients contributing to the physical masses, we do recover the universal constraints.

This discussion can be extended to include gauge multiplets. The question is then what constraint to impose in order to integrate out the heavy gauginos. A simple choice is [16]

$$X W_\alpha = 0, \quad (8)$$

where W_α is the supersymmetric field strength. The solution is given by

$$\begin{aligned} W_\alpha &= \frac{1}{\sqrt{2}F_X} (\delta_\alpha^\beta D - i\sigma_\alpha^{mn,\beta} F_{mn}) \psi_{X,\beta} - \frac{\psi_X \psi_X}{2F_X^2} (\sigma^m \partial_m \bar{\lambda})_\alpha + (\delta_\alpha^\beta D - i\sigma_\alpha^{mn,\beta} F_{mn}) \theta_\beta \\ &+ \theta^2 (\sigma^m \partial_m \bar{\lambda})_\alpha \end{aligned} \quad (9)$$

Note that in (9) the gaugino is defined implicitly, the solution can be found in Appendix, eq.(B.8). As discussed in Appendix B, similarly to the above case of heavy scalars, eq.(8) is exact only in the formal limit of infinitely heavy gaugino masses, $M^2 \gg f$. In the case $M^2 \sim f$

²See for example Section 3.1 and eq.(29).

one could consider instead a different constraint, $X W_\alpha W^\alpha = 0$. However, the universal goldstino coupling to the gauge field is indeed generated by both types of constraints.

Finally, let us discuss the Higgs sector. For the Higgs multiplet(s), one would like to decouple the fermions (higgsinos) instead of the scalars. The simplest choice is provided by the constraints [16]

$$X H_i^\dagger = \text{chiral} \quad \leftrightarrow \quad X \bar{D}_{\dot{\alpha}} H_i^\dagger = 0, \quad (10)$$

which determine the higgsinos and the whole Higgs superfields in terms of the higgs scalars h_i and the goldstino ψ_X

$$H_i = h_i + i\sqrt{2} \theta \sigma^m \left(\frac{\bar{\psi}_X}{F_X} \right) \partial_m h_i + \theta^2 \left[-\partial_m \left(\frac{\bar{\psi}_X}{F_X} \right) \bar{\sigma}^n \sigma^m \frac{\bar{\psi}_X}{F_X} \partial_n h_i + \frac{1}{2F_X^2} \bar{\psi}_X^2 \square h_i \right]. \quad (11)$$

We discuss in Appendix C a microscopic model leading to a value of the higgsino as shown above, $\psi_{h,i} = (i/F_X) \sigma^m \bar{\psi}_X \partial_m h_i$, (although the details of the low-energy theory and in particular the auxiliary fields $F_{h,i}$ are slightly different).

The various superfield constraints presented above raise an interesting question. What are the fundamental, “primary” superfield constraints in a given model? More explicitly, consider the case of the goldstino X and matter fields Q_i discussed earlier, with the solution (3), (5) satisfying the constraints $X^2 = XQ_i = 0$. By an explicit calculation and using eq.(5) one shows that the following relation (i labels a particular fermion)

$$Q_i Q_j Q_k = 0. \quad (12)$$

is also satisfied and can itself be regarded as a constraint. At first sight this does not seem to be immediately implied by the “primary” constraints (1) and (4), but eq.(12) cannot be an independent one since the constraints $X^2 = XQ_i = 0$ uniquely determine solutions (3), (5). The answer to these questions is related to the generalized class of constraints that encode not only the universal but also the additional, non-universal couplings of the goldstino to the SM fields, that we discuss in the next sections.

3 UV versus effective Lagrangians and generalized constraints

In this section we identify new, generalised constraints for superfields and their relation to integrating out massive superpartners. The framework is that of supersymmetric theories in which all would-be SM superpartners are heavy and decoupled at low energy. In order to integrate out the heavy scalars³, via their classical field equations, we use the zero-momentum limit of the Lagrangian of a rigid supersymmetric theory with N fields, given by [24]

³We comment in Appendix B and C on the case of integrating heavy fermions like higgsinos/gauginos.

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} &= \int d^4\theta K(\Phi_I^\dagger, \Phi^I) + \left\{ \int d^2\theta W(\Phi^I) + h.c. \right\} \\
&= K_I^J \left[\partial_\mu \phi^I \partial^\mu \phi_J^\dagger - \frac{i}{2} (\psi^I \sigma^\mu \mathcal{D}_\mu \bar{\psi}_J - \mathcal{D}_\mu \psi^I \sigma^\mu \bar{\psi}_J) + F^I F_J^\dagger \right] \\
&+ \frac{1}{4} K_{IJ}^{KL} \psi^I \psi^J \bar{\psi}_K \bar{\psi}_L + \left[(W_K - \frac{1}{2} K_K^{IJ} \bar{\psi}_I \bar{\psi}_J) F^K - \frac{1}{2} W_{IJ} \psi^I \psi^J + h.c. \right] \quad (13)
\end{aligned}$$

where the lower (upper) indices in K and W functions denote derivatives wrt scalar fields (their hermitian conjugate), respectively, in a standard notation, $\mathcal{D}_\mu \psi^I$ denote the Kahler covariant derivative acting on the fermion ψ^I , $K_I = \partial K / \partial \Phi^I$, $K^J = \partial K / \partial \Phi_J^\dagger$, etc. Here $\Phi_I = (\phi_I, \psi_I, F_I)$ can denote X or a matter superfield, such as that of a quark/squark (Q) or lepton/slepton. For such a theory, the goldstino is defined as

$$\psi_X = \frac{1}{|F|} \bar{F}_I \psi^I = - \frac{1}{|F|} (K^{-1})_I^J W_J \psi^I, \quad \text{where} \quad |F|^2 = \sum_I |F_I|^2 \quad (14)$$

is the total magnitude of supersymmetry breaking. Expression (14) is valid on the ground state, so all scalars should be replaced by their vev's.

Integrating out the massive superpartners can be performed in terms of superfield constraints that we identify below; their form will depend on the complexity of the Kahler potential and superpotential. Nevertheless, in all cases these constraints will be some polynomials in superfields. Let us provide some examples.

3.1 Goldstino in microscopic theories and universal constraints.

To begin with, consider a particular case of the microscopic action in (13), with N fields

$$K = \Phi_I^\dagger \Phi^I - \frac{1}{\Lambda^2} \left(\Phi_I^\dagger \Phi^I \right)^2, \quad W = \sum_I f_I \Phi_I, \quad (15)$$

with summation over $I = \overline{1, N}$; here the Kahler potential preserves a global $U(N)$ symmetry while f_I are some constants, chosen real. Using a zero-momentum integration of the heavy scalars one finds

$$\Phi_I = \left[\frac{1}{|F|^2} \left(\psi_I - F_I \frac{\bar{F}_J \psi^J}{2|F|^2} \right) \bar{F}_N \psi^N \right] + \sqrt{2} \theta \psi_I + \theta^2 F_I, \quad (16)$$

where a summation over J, N is understood. It is important to notice that in this case $\Phi_I^2 \neq 0$ for each field Φ_I . However, the superfield

$$X = \frac{1}{|F|} \bar{F}_J \Phi^J = \frac{(\bar{F}_J \psi^J)^2}{2|F|^3} + \sqrt{2} \theta \frac{\bar{F}_J \psi^J}{|F|} + \theta^2 |F| \quad (17)$$

satisfies the constraint $X^2 = 0$, with its goldstino as defined in eq.(14). Further, any linear combination $Q_I = c_{IJ}\Phi^J$ can be written in the form (5) with $\psi_q \rightarrow \psi_{q_I} = c_{IJ}\psi^J$, $F_q \rightarrow F_{q_I} = c_{IJ}F^J$ and therefore satisfies the constraint in (4), $XQ = 0$.

However, the details of the microscopic theories are important and the constraint $X^2 = 0$ is not valid in all such theories, even though the goldstino fermion remains that defined as in (14). Instead of the relation $X^2 = 0$, a higher order monomial constraint applies, as we shall see shortly in more general microscopic models. The case discussed above is rather special, due to the $U(N)$ symmetry of the microscopic Kahler potential (15); this lead to equal masses for the heavy scalars and therefore to only one mass scale and then $X^2 = 0$ follows.

3.2 Kahler potentials and generalized chiral constraints

The Kahler potential in eq.(6) is the minimal one required by a consistent decoupling of the heavy scalars, but it is not protected by any symmetry. Therefore, it can contain additional terms of the form $(Q^\dagger Q)^2/\Lambda^2$ in the matter fields sector. New terms in the Kahler potential (K) introduce new mass scales, and the form of K and the total number of low-energy fields determine the nature of the constraints on the low-energy superfields. Let us provide an example with one goldstino superfield X and one SM matter fermion whose superfield is Q . The microscopic action that we consider is then (we ignore gauge interactions):

$$\begin{aligned} K &= X^\dagger X + Q^\dagger Q - \epsilon_1(X^\dagger X)^2 - \epsilon_2(Q^\dagger Q)^2 - \epsilon_3(Q^\dagger Q)(X^\dagger X) , \\ W &= f X , \quad \text{where} \quad Q \equiv (\phi_q, \psi_q, F_q) \end{aligned} \quad (18)$$

where $\epsilon_i \sim 1/\Lambda^2$ have mass dimension -2 and Λ is the UV scale. The scalar fields have squared masses ⁴ of values $4\epsilon_1 f^2$ for sgoldstino and $\epsilon_3 f^2$ for the squark (or slepton), respectively. We integrate out these scalar fields, using the zero-momentum Lagrangian for the heavy scalar fields *and also* for the light fermion fields. One finds the low-energy superfields

$$\begin{aligned} X &= (a_{11} \psi_X \psi_X + a_{12} \psi_X \psi_q + a_{22} \psi_q \psi_q) + \sqrt{2} \theta \psi_X + \theta^2 F_X , \\ Q &= (b_{11} \psi_X \psi_X + b_{12} \psi_X \psi_q + b_{22} \psi_q \psi_q) + \sqrt{2} \theta \psi_q + \theta^2 F_q , \end{aligned} \quad (19)$$

where the coefficients have the expressions

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{\epsilon_1 \bar{F}_X}{\Delta} (\epsilon_3 |F_X|^2 + 4\epsilon_2 |F_q|^2) , & a_{12} &= \frac{2\epsilon_2 \epsilon_3 F_q \bar{F}_q^2}{\Delta} , & a_{22} &= -\frac{\epsilon_2 \epsilon_3 F_X \bar{F}_q^2}{\Delta} , \\ b_{11} &= -\frac{\epsilon_1 \epsilon_3 F_q \bar{F}_X^2}{\Delta} , & b_{12} &= \frac{2\epsilon_1 \epsilon_3 F_X \bar{F}_X^2}{\Delta} , & b_{22} &= \frac{\epsilon_2 \bar{F}_q}{\Delta} (\epsilon_3 |F_q|^2 + 4\epsilon_1 |F_X|^2) , \end{aligned} \quad (20)$$

⁴For $\epsilon_1, \epsilon_3 > 0$, there is a local minimum at the origin, $\langle X \rangle = 0$, $\langle Q \rangle = 0$; this is the vacuum we work with in what follows.

and

$$\Delta = 2(\epsilon_1\epsilon_3|F_X|^4 + \epsilon_2\epsilon_3|F_q|^4 + 4\epsilon_1\epsilon_2|F_X|^2|F_q|^2) . \quad (21)$$

One can check that the low-energy superfields (19) satisfy the following cubic constraints

$$X^3 = X^2Q = XQ^2 = Q^3 = 0 \quad \text{but} \quad X^2 \neq 0, \quad XQ \neq 0 . \quad (22)$$

A peculiar feature of the constraints in (22) is that, unlike the ‘‘minimal’’ ones in eqs.(1), (4), their solution is not unique. The solution of (22) with the ansatz (19) is

$$\begin{aligned} X &= \left(\frac{\psi_X\psi_X}{2F_X} - \frac{c_1}{2F_X}(F_q\psi_X - F_X\psi_q)^2 \right) + \sqrt{2}\theta\psi_X + \theta^2 F_X , \\ Q &= \left(\frac{\psi_q\psi_q}{2F_q} - \frac{c_2}{2F_q}(F_q\psi_X - F_X\psi_q)^2 \right) + \sqrt{2}\theta\psi_q + \theta^2 F_q , \end{aligned} \quad (23)$$

which are valid for arbitrary coefficients $c_{1,2}$. In practice, however, $c_{1,2}$ are nontrivial functions of the auxiliary fields and for our case, eq.(20), can be written as

$$c_1 = \frac{2}{\Delta} \epsilon_2\epsilon_3 \overline{F}_q^2, \quad c_2 = \frac{2}{\Delta} \epsilon_1\epsilon_3 \overline{F}_X^2 . \quad (24)$$

For $\epsilon_2 = 0$ one has $c_1 = 0$, $c_2 = 1/F_X^2$ and one recovers from (23) the familiar case of the solutions (3), (5) that respect eqs.(1), (4). The non-unique character of the solutions (23) is related to the fact that in specific examples they depend on the UV data, i.e. the parameters of the UV Kahler potential, as seen from eq.(24).

The coefficients $c_{1,2}$ which are functions of the fields can be expanded in powers of the ratio F_q/F_X . Indeed, since F_q is small ($\langle F_q \rangle \sim \epsilon_i \ll \langle F_X \rangle \sim f$), the leading-order Lagrangian in the number of fermion fields corresponds to the lowest terms in F_q and we can write

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{1}{F_X^2} \left(\alpha_0 + \alpha_1 \frac{F_q^2}{F_X^2} + \alpha_2 \frac{\overline{F}_q^2}{F_X^2} + \alpha_3 \left| \frac{F_q}{F_X} \right|^2 + \dots \right) , \\ c_2 &= \frac{1}{F_X^2} \left(\beta_0 + \beta_1 \frac{F_q^2}{F_X^2} + \beta_3 \left| \frac{F_q}{F_X} \right|^2 + \dots \right) . \end{aligned} \quad (25)$$

The form of this expansion (even powers of the ratios F_q/F_X) is due to the symmetries of the UV Lagrangian (18). Onshell this expansion is actually finite, since F_X and F_q contain bilinears in $\psi_{X,q}$. For the expansion to be well-defined, it is necessary that $\beta_2 = 0$ and $\beta_0 = 1$. For our model (18), $\alpha_0 = 0$, $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = \epsilon_2/\epsilon_1$, $\beta_0 = 1$, $\beta_1 = 0$, $\beta_3 = -4\epsilon_2/\epsilon_3$. The low-energy, effective Lagrangian corresponding to (18) contains non-universal interactions that

depend on the ratio of parameters ϵ_i only in the sub-leading terms in the expansion (25). Non-universal interactions are therefore suppressed by powers of F_q/F_X .

Additional UV terms can be present in the Kahler potential of (18). Such terms can modify the dominant terms in the corresponding low-energy, effective action, obtained after integrating out the massive scalars fields. Consider for example the addition to (18) of the term

$$\delta K = -\epsilon_4 (X^\dagger)^2 Q^2 + \text{h.c.} . \quad (26)$$

Such term can be present in extensions of the MSSM in which Q is not a squark/slepton anymore, but would denote a gauge singlet or a modulus superfield (if the modulino fermionic component ψ_q is an accidentally light fermion), in string theory. The constraints in (22) and the parametrization (23) remain valid. We find

$$c_1 = \frac{2}{\Delta'} \epsilon_3 (\epsilon_2 \overline{F}_q^2 - \epsilon_4 \overline{F}_X^2) \quad , \quad c_2 = \frac{2}{\Delta'} \epsilon_3 (\epsilon_1 \overline{F}_X^2 - \epsilon_4 \overline{F}_q^2) \quad , \quad \text{where}$$

$$\Delta' = 2 \left[\epsilon_3 F_X^2 (\epsilon_1 \overline{F}_X^2 - \epsilon_4 \overline{F}_q^2) + \epsilon_3 F_q^2 (\epsilon_2 \overline{F}_q^2 - \epsilon_4 \overline{F}_X^2) + 4(\epsilon_1 \epsilon_2 - \epsilon_4^2) |F_X|^2 |F_q|^2 \right] . \quad (27)$$

In this case, the explicit solution for the heavy scalars is modified even at the zero-th order in the expansion (25), giving $c_1 = (-\epsilon_4/\epsilon_1) (1/F_X^2) + \mathcal{O}(1/F_X^4)$ and $c_2 = 1/F_X^2 + \mathcal{O}(1/F_X^4)$. In this approximation the sgoldstino is changed according to

$$X = \frac{1}{2F_X} \left(\psi_X \psi_X + \frac{\epsilon_4}{\epsilon_1} \psi_q \psi_q \right) + \sqrt{2} \theta \psi_X + \theta^2 F_X . \quad (28)$$

The above form of the sgoldstino modifies in turn the leading, universal goldstino couplings in the low-energy action. One can then see that $X^2 \neq 0$, since

$$\phi_{X^2} = \frac{1}{2F_X^2} \frac{\epsilon_4}{\epsilon_1} (\psi_X \psi_X) (\psi_q \psi_q) \neq 0 . \quad (29)$$

To complete the above discussion, we replace above the auxiliary fields by their values from the eqs of motion:

$$F_X = -f - 2\epsilon_1 \phi_X^\dagger \psi_X \psi_X - \epsilon_3 \phi_q^\dagger \psi_X \psi_q - 2\epsilon_4 \phi_X^\dagger \psi_q \psi_q - f \epsilon_3 |\phi_q|^2 - 4f \epsilon_1 |\phi_X|^2 + \mathcal{O}(\epsilon_i^2 f^2)$$

$$F_q = - \left[2\epsilon_4 \phi_q^\dagger \psi_X \psi_X + \epsilon_3 \phi_X^\dagger \psi_X \psi_q + 2\epsilon_2 \phi_q^\dagger \psi_q \psi_q + 4f \epsilon_4 \phi_q^\dagger \phi_X + f \epsilon_3 \phi_q \phi_X^\dagger \right] + \mathcal{O}(\epsilon_i^2 f^2) \quad (30)$$

Using the system of coupled eqs.(30) and ϕ_X, ϕ_q identified from (23), (27), one finds the onshell result for sgoldstino and squarks/sleptons in the microscopic model of (18) with (26)

$$\begin{aligned}
\phi_X &= -\frac{\psi_X\psi_X}{2f} - \frac{\epsilon_4}{\epsilon_1} \frac{\psi_q\psi_q}{2f} + \mathcal{O}(\epsilon_i^2 f^2), \\
\phi_q &= -\frac{\psi_X\psi_q}{f} - \frac{1}{f^3} (\epsilon_2 - \epsilon_4^2/\epsilon_1) (\psi_X\psi_X) (\bar{\psi}_X\bar{\psi}_q) (\psi_q\psi_q) + \mathcal{O}(\epsilon_i^2 f^2). \quad (31)
\end{aligned}$$

For $\epsilon_4 = 0$ one verifies that $X^2 = XQ = 0$, even though, as we saw earlier, this is not valid before eliminating the auxiliary fields.

The above analysis can be generalised to an arbitrary number N of matter fermions Q^i . In this case, we obtain chiral superfield constraints given by the vanishing of all possible superfield monomials of order $N + 2$ constructed out of the superfields X and Q^i , $i = 1, N$. Notice that in order to find a monomial constraint of the type $P(X_i) = 0$, one checks the vanishing of its θ -independent and θ component, by using Grassmann identities of the type $\psi^3 = 0$, $(\psi_1\psi_2)^2 = -(1/2)\psi_1^2\psi_2^2$, etc. The vanishing of the θ^2 component, is an automatic consequence of the fact that the integration of heavy scalars respects supersymmetry. We checked that the θ^2 component vanishes in all cases discussed, which ensures the supersymmetry invariance of the solutions found.

3.3 Yukawa couplings and generalized chiral constraints

So far we discussed the impact of the Kahler potential on the polynomial constraints. A superpotential with additional, R-parity violating coupling⁵ increases the order of the monomial chiral constraints. Here we provide a generic example, with

$$\begin{aligned}
K &= X^\dagger X + Q^\dagger Q - \epsilon_x (X^\dagger X)^2 - \epsilon_q (Q^\dagger Q)(X^\dagger X), \\
W &= f X + \frac{\lambda}{3} Q^3. \quad (32)
\end{aligned}$$

As before, one finds $m_X^2 = 4\epsilon_x f^2$, $m_q^2 = \epsilon_q f^2$. In this case the integration of the heavy scalars leads to low-energy fields of the form

$$\begin{aligned}
X &= d_{11} \psi_X\psi_X + d_{12} \psi_q\psi_q + d_{13} \psi_X\psi_q + d_{14} (\bar{F}_q \bar{\psi}_X - \bar{F}_X \bar{\psi}_q)^2 + \sqrt{2} \theta \psi_X + \theta^2 F_X, \\
Q &= d_{21} \psi_X\psi_X + d_{22} \psi_q\psi_q + d_{23} \psi_X\psi_q + d_{24} (\bar{F}_q \bar{\psi}_X - \bar{F}_X \bar{\psi}_q)^2 + \sqrt{2} \theta \psi_q + \theta^2 F_q. \quad (33)
\end{aligned}$$

where we do not write explicitly the (long) expressions for d_{ij} . By Grassmann variable arguments one can check that in this case we obtain quartic constraints

$$X^4 = X^3Q = X^2Q^2 = XQ^3 = Q^4 = 0 \quad \text{and} \quad X^2 \neq 0, XQ \neq 0. \quad (34)$$

If λ vanishes, one recovers the conditions in (1), (4).

⁵The Higgs superfields constraints are different and will be discussed in Section 5 and Appendix C.

4 Leading-order low-energy effective Lagrangians

In this section we continue the analysis of the effects of additional couplings in the superpotential on the expression of the sgoldstino field, which lead earlier to modified superfield constraints. We study the goldstino couplings for arbitrary Kahler potentials with an R-parity violating superpotential. In the heavy scalars limit, non-universal couplings vanish and the universal couplings of the goldstino are recovered, compatible with the universal constraints.

4.1 Onshell Lagrangian with R-parity violating and goldstino couplings

Let us consider N superfields (quarks and/or leptons for MSSM) plus the goldstino superfield X . We add the minimal high-energy Kahler potential needed to decouple all scalars and add an R-parity violating coupling, denoted λ_{ijk} , symmetric in its indices. We consider

$$\begin{aligned} K &= X^\dagger X + Q_i^\dagger Q_i - \epsilon_x (X^\dagger X)^2 - \epsilon_i (Q_i^\dagger Q_i)(X^\dagger X) , \\ W &= f X + \frac{1}{3} \lambda_{ijk} Q_i Q_j Q_k , \end{aligned} \quad (35)$$

where a sum over repeated indices is understood. In this section and the following, to avoid multiple indices for the component fields of $Q_i = (\phi_{q_i}, \psi_{q_i}, F_{q_i})$ we shall use a simplified notation $Q_i \equiv (\phi_i, \psi_i, F_i)$, where $i = \overline{1, N}$. By integrating-out the $N + 1$ massive scalar fields of mass $m_X^2 = 4\epsilon_x f^2$ and $m_i^2 = \epsilon_i f^2$ we obtain solutions of the generic form (33). Instead of writing the exact solution, we use a simpler approach and expand it in powers of F_i/F_X , as also done in Section 3.2, eq.(25). This is possible since onshell, F_X is much larger than F_i . In the first order in this expansion, we find the solutions for sgoldstino and squarks/sleptons:

$$\begin{aligned} \phi_X &= \frac{\psi_X \psi_X}{2F_X} + \frac{4}{m_X^2 F_X} \lambda_{ijk} \bar{F}_i \bar{\psi}_j \bar{\psi}_k , \\ \phi_i &= \frac{\psi_X \psi_i}{F_X} - \frac{F_i}{2F_X^2} \psi_X \psi_X - \frac{1}{m_i^2} \lambda_{ijk} \bar{\psi}_j \bar{\psi}_k + \frac{2}{m_i^2} \lambda_{ijk} \bar{F}_j \left(\frac{\bar{\psi}_X \bar{\psi}_k}{\bar{F}_X} - \frac{1}{m_k^2} \lambda_{klm} \psi_l \psi_m \right) . \end{aligned} \quad (36)$$

As before, with these sgoldstino and squarks fields, $X^2 \neq 0$ and $X Q_i \neq 0$ and higher order constraints are respected instead. If only interested in the four-fermion low-energy effective Lagrangian, the auxiliary fields F_i can be neglected, since they contribute only starting with eight-fermion terms. As for the auxiliary field F_X , its expression is

$$\begin{aligned} -F_X &= f + \frac{1}{4f^3} \bar{\psi}_X^2 \square \psi_X^2 + \frac{1}{f^3} (\bar{\psi}_X \bar{\psi}_i) \square (\psi_X \psi_i) + \frac{1}{m_i^2 f} (\lambda_{ijk} \bar{\psi}_j \bar{\psi}_k) (\bar{\lambda}_{imn} \psi^m \psi^n) \\ &+ \frac{1}{m_i^2 f^2} (\bar{\lambda}_{ijk} \psi_j \psi_k) \square (\psi_X \psi_i) + \frac{2}{m_i^2 f^2} (\lambda_{ijk} \bar{\psi}_j \bar{\psi}_k) \square (\bar{\psi}_X \bar{\psi}_i) \\ &+ \frac{2}{m_i^4 f} (\lambda_{ijk} \bar{\psi}_j \bar{\psi}_k) \square (\bar{\lambda}_{imn} \psi_m \psi_n) . \end{aligned} \quad (37)$$

Using this result, one finds the on-shell low-energy Lagrangian, up to four-fermion fields:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{eff}} &= -f^2 + \mathcal{L}_{\text{kin}}(\psi_X, \psi_i) + \frac{1}{4f^2} \bar{\psi}_X^2 \square \psi_X^2 + \frac{1}{f^2} (\bar{\psi}_X \bar{\psi}_i) \square (\psi_X \psi_i) \\
&+ \frac{1}{m_i^2} (\lambda_{ijk} \bar{\psi}_j \bar{\psi}_k) (\bar{\lambda}_{imn} \psi_m \psi_n) + \frac{1}{m_i^2 f} (\bar{\lambda}_{ijk} \psi_j \psi_k) \square (\psi_X \psi_i) \\
&+ \frac{1}{m_i^4} (\lambda_{ijk} \bar{\psi}_j \bar{\psi}_k) \square (\bar{\lambda}_{imn} \psi_m \psi_n) .
\end{aligned} \tag{38}$$

\mathcal{L}_{kin} denotes kinetic terms of ψ_X, ψ_i . Note that, as expected, non-derivative terms involving the goldstino canceled, by using the identity $\lambda_{ijk}(\psi_X \psi_i)(\psi_j \psi_k) = 0$. The first line in (38) gives the universal goldstino couplings discussed extensively in the literature, while the following lines give the model-dependent couplings. These are all couplings with up to four fermions.

In the absence of R-parity violating couplings, the fourth term in the rhs of (38) is the leading interaction between the goldstino and matter fermions and was discussed in detail from a phenomenological viewpoint in [11, 12]. In the presence of R-parity couplings λ_{ijk} , (38) contains further interactions of phenomenological relevance. Notice in particular the last term in the second line of (38), which can generate interactions of type $\psi_i \psi_j \rightarrow \psi_k \psi_X$, with a coupling $1/(m_i^2 f)$. This coupling can be stronger than the $\mathcal{O}(1/f^2)$ coupling of two-goldstinos processes $\psi_i \psi_i \rightarrow \psi_X \psi_X + jet$ and $\psi_q \psi_q \rightarrow \psi_X \psi_X \gamma$ discussed in [11, 12]. It would then be useful to study the phenomenological consequences of this leading process $\psi_i \psi_j \rightarrow \psi_k \psi_X$.⁶

We end this Section with a brief remark on the Goldstino couplings in the low-energy effective Lagrangian versus those derived from its microscopic version. It seems that all possible goldstino couplings obtained by starting from a microscopic theory (as those in (38)) can be obtained starting instead from an effective Lagrangian with any set of constraints that can eliminate the superpartners, to which one adds appropriate sets of higher-dimensional and higher-derivative operators (suppressed by m_i or f). To illustrate this idea, take the simplest set of constraints of [16], instead of those respected by the fields leading to (38). One then notices that the Lagrangian (38) can also be obtained by starting from a low-energy Lagrangian containing the constrained superfields $X^2 = XQ_i = 0$, of the type

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} = \int d^4\theta &\left[X^\dagger X + Q_i^\dagger Q_i + \frac{1}{m_i^2} \lambda_{ijk} \lambda_{imn} Q_i^\dagger Q_j^\dagger Q_m Q_n + \frac{1}{m_i^2} \lambda_{ijk} Q_i Q_j D^2 Q_k \right. \\
&\left. + \frac{1}{m_i^4} \lambda_{ijk} \lambda_{imn} Q_i^\dagger Q_j^\dagger \square (Q_m Q_n) \right] + \left\{ \int d^2\theta f X + \text{h.c.} \right\} . \tag{39}
\end{aligned}$$

⁶For the Standard Model case, there are three R-parity violating couplings in the second line of (38), of the type $a_{ijk} u_i d_j \square (d_k \psi_X)$, $b_{ijk} l_i q_j \square (d_k \psi_X)$, $c_{ijk} l_i l_j \square (e_k \psi_X)$ plus permutations. The first one was analyzed in [26] where it was shown that it is severely constrained since it generates at tree-level the proton decay mode $p \rightarrow \pi^+ \bar{\psi}_X$. The second can generate a charged pion decay mode $\pi^+ \rightarrow e^+ \psi_X$. We thank G. Ferretti for discussions on this issue.

However, notice that a low-energy Lagrangian of the type given in (39), with arbitrary coefficients in front of higher-dimensional operators *does not* necessarily correspond to a (microscopic) UV Lagrangian, which may not even exist. So the most general low-energy theories defined in an expansion $E/m_i, E/\sqrt{f}$ might not have a UV completion and end up in the so-called “swampland” [25], while only a subset of the low-energy theories can be derived from simple UV theories.

4.2 General onshell Lagrangian with general 4-fermion terms

The results of Section 4.1 can be extended to an arbitrary Kahler potential. For simplicity, we start directly with the onshell formulation of the Lagrangian obtained from (13)

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & - K_I^J \left(\partial_\mu \phi_J^\dagger \partial_\mu \phi^I + \frac{i}{2} \mathcal{D}_\mu \psi^I \sigma^\mu \bar{\psi}_J + h.c. \right) - (K^{-1})_I^J W_J \bar{W}^I \\ & + \frac{1}{4} R_{IJ}^{KL} \psi^I \psi^J \bar{\psi}_K \bar{\psi}_L - \frac{1}{2} \left(W_{IJ} - \Gamma_{IJ}^K W_K \right) \psi^I \psi^J + h.c. \end{aligned} \quad (40)$$

where Γ and R are the connection and curvature of the Kahler metric. Here the capital indices I, J, K, \dots take the value 0 to label the goldstino superfield components $X = (\phi_X, \psi_X, F_X)$ and the values i, j, k, \dots , to label the (quark/lepton) matter superfields of components $Q_i = (\phi_i, \psi_i, F_i), \dots$, respectively, with $i = 1 \dots N$, where N is the number of the matter fields. Similarly, the derivatives of W and K wrt the scalar components (or their hermitian conjugates) are labeled with lower (upper) indices, respectively, in the standard notation: $K_j = \partial K / \partial \phi_j^\dagger$, $K^j = \partial K / \partial \phi_j^\dagger$, $K_0 = \partial K / \partial \phi_X$, $K^0 = \partial K / \partial \phi_X^\dagger$, etc.

Let us expand the Lagrangian around the minimum (ground state), in normal coordinates

$$\begin{aligned} K_I^J &= \delta_I^J + R_{IL}^{JK} \phi^L \phi_K^\dagger + \dots, & (K^{-1})_I^J &= \delta_I^J - R_{IL}^{JK} \phi^L \phi_K^\dagger + \dots \\ \Gamma_{IJ}^K &= (K^{-1})_L^K K_{IJ}^L = R_{IJ}^{KL} \phi_L^\dagger + \dots \end{aligned} \quad (41)$$

The superpotential that we consider here is similar to that used in Section 4.1

$$W = fX + \frac{1}{3} \lambda_{ijk} Q^i Q^j Q^k, \quad (42)$$

where the contribution of the goldstino field is taken linear, to break SUSY. One finds

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & - \partial_\mu \phi_X^\dagger \partial_\mu \phi_X - \partial_\mu \phi_i^\dagger \partial_\mu \phi^i + \frac{1}{4} R_{kl}^{ij} \bar{\psi}_i \bar{\psi}_j \psi^k \psi^\ell \\ & + R_{00}^{00} |f\phi_X + \frac{1}{2} \psi_X \psi_X|^2 + R_{0\ell}^{0k} (f\phi_k^\dagger + \bar{\psi}_k \bar{\psi}_X)(f\phi^\ell + \psi^\ell \psi_X) \\ & + \left[R_{0i}^{k\ell} \bar{\psi}_k \bar{\psi}_\ell (f\phi^i + \psi_X \psi^i) + \frac{1}{2} R_{00}^{k\ell} \bar{\psi}_k \bar{\psi}_\ell (f\phi_X + \frac{1}{2} \psi_X \psi_X) \right. \\ & \left. - \lambda_{kij} \phi^k \psi^i \psi^j + h.c. \right] + \dots \end{aligned} \quad (43)$$

where all terms that do not contribute to four-fermion interactions are not shown. It is then straightforward to obtain the zero momentum expressions for the sgoldstino ϕ_X and squarks (sleptons) ϕ^l , up to the bilinear order in the fermions:

$$\begin{aligned}\phi_X &= -\frac{1}{2f} \psi_X \psi_X + \frac{f}{2m_X^2} R_{ij}^{00} \psi^i \psi^j, \\ \phi^\ell &= -\frac{1}{f} \psi_X \psi^\ell - (M^{-2})_\ell^k \left(\bar{\lambda}^{kij} \bar{\psi}_i \bar{\psi}_j - \frac{f}{2} R_{ij}^{0k} \psi^i \psi^j \right).\end{aligned}\quad (44)$$

The first term in each equation is the same universal fermion bilinear already encountered in eq. (36). Here we have defined the scalar masses $(M^2)_j^i = -f^2 R_{0j}^{0i}$ and⁷ $m_X^2 = -f^2 R_{00}^{00}$. Using this in the Lagrangian of eq. (43) one finds that all terms involving goldstinos but no derivatives cancel, to give

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{Goldstino}}^{4\text{-fermion}} &= +\frac{1}{4f^2} \bar{\psi}_X^2 \square \psi_X^2 + \frac{1}{f^2} \bar{\psi}_X \bar{\psi}_i \square (\psi_X \psi^i) \\ &\quad - \frac{1}{4m_X^2} R_{ij}^{00} \bar{\psi}_X^2 \square (\psi^i \psi^j) + (M^{-2})_\ell^k \bar{\psi}_X \bar{\psi}_k \square \left(f^{-1} \bar{\lambda}^{lij} \bar{\psi}_i \bar{\psi}_j - \frac{1}{2} R_{ij}^{0\ell} \psi^i \psi^j \right) + h.c.\end{aligned}\quad (45)$$

In the first line one identifies again the universal terms, independent of UV physics. These terms originate from the first terms in the rhs of eqs. (44). Unlike the operators in the second line in (45), they do not involve the scalar fields masses (as one would naively expect from integrating out heavy states). Moreover, the various cancellations between the non-derivative terms leading to eq. (45) are also entirely due to the first terms in the rhs of eqs. (44). These cancellations are not accidental, but are due to the underlying non-linearly realized supersymmetry. A similar result is found if instead of integrating out superpartners, one uses field redefinitions, in which the fields are shifted by the first terms in eq. (44). Such shift induces similar cancellations and generates the universal terms in eq. (45). In Ref. [13] it was noticed that this redefinition can be lifted to a goldstino-dependent supersymmetry transformation that can be used to prove that no derivative-free couplings of the goldstino can ever occur in the universal couplings.

For completeness, let us list the terms involving only matter fields:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{matter}}^{4\text{-fermion}} &= \frac{1}{4} R_{ij}^{k\ell} \psi^i \psi^j \bar{\psi}_k \bar{\psi}_\ell + \frac{f^2}{4m_X^2} \left(R_{00}^{ij} \bar{\psi}_i \bar{\psi}_j \right) \left(1 + \frac{\square}{m_X^2} \right) \left(R_{k\ell}^{00} \psi^k \psi^\ell \right) \\ &\quad + \left(\lambda_{mk\ell} \psi^k \psi^\ell - \frac{f}{2} R_{0m}^{k\ell} \bar{\psi}_k \bar{\psi}_\ell \right) \left(M^{-2} + M^{-4} \square \right)_n^m \left(\bar{\lambda}^{nij} \bar{\psi}_i \bar{\psi}_j - \frac{f}{2} R_{ij}^{0n} \psi^i \psi^j \right).\end{aligned}\quad (46)$$

This concludes the discussion on goldstino and matter couplings, that goldstino induces, with up to four-fermion fields, for an arbitrary Kahler and a polynomial superpotential.

⁷We assume for simplicity that there is no mixing induced by the soft mass squared matrix between the goldstino and matter fields.

5 The SM coupled to goldstino using universal constraints

In this section we provide an application to the Standard Model (SM), to identify the effects of coupling the goldstino to the SM fields, in particular to the Higgs sector, in a superfield language. To this purpose we use an effective Lagrangian approach, “promote” any SM field to a superfield and impose the universal superfield constraints on both goldstino and the SM fields [16], to decouple their superpartners. This means that all matter superfields are in non-linear supersymmetry representations. We employ the universal constraints, since as argued at the end of Section 4.1, one may indeed use these (instead of their non-universal extension) to write a low energy effective Lagrangian, as long as a detailed microscopic (UV) picture is not sought. The strategy we employ is to write down all the interactions that one should include in order to obtain the usual Standard Model couplings/masses, and then deduce the additional Goldstino couplings they imply. At the end of this section, we also comment on the most relevant additional couplings that one could expect beyond these “universal” terms.

To write the effective interactions allowed, one uses that various couplings can be eliminated by using the constraints that decouple the superpartners. These are

$$X^2 = XQ_i = Q_iQ_jQ_k = 0 \quad (47)$$

and the field equations for the constrained superfields

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}X\bar{D}^2X^\dagger &= fX \quad , \quad \frac{1}{4}Q_iQ_j\bar{D}^2X^\dagger = fQ_iQ_j, \\ X\bar{D}^2Q_i^\dagger &= 0, \quad Q_j\bar{D}^2Q_i^\dagger = 0. \end{aligned} \quad (48)$$

Eqs.(48) can be obtained, for example, from the following action with Lagrange multiplier chiral superfields χ_0, χ_i , to enforce the constraints (47):

$$K = X^\dagger X + Q_i^\dagger Q_i, \quad W = fX + \frac{1}{2}\chi_0 X^2 + \chi_i XQ_i. \quad (49)$$

The field equations for all the fields are then

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}\bar{D}^2X^\dagger &= f + \chi_0 X + \chi_i Q_i \quad , \quad \frac{1}{4}\bar{D}^2Q_i^\dagger = \chi_i X \quad , \\ X^2 &= XQ_i = 0. \end{aligned} \quad (50)$$

After appropriately combing eqs.(50) one obtains (47), (48). Notice that further nontrivial relations can be obtained by taking appropriate (superspace) derivatives of the constraints and of the equations of motion, such as $XD_\alpha X = 0$, $Q_iQ_jD^2X = XD^2Q_iQ_j$, etc. This ends

the list of constraints for the goldstino and matter superfields Q (for quarks), with similar constraints for the leptons case (L).

Regarding the constraints for the Higgs multiplets, one has two cases. The first case is to consider two Higgs doublets, as in the MSSM, “promoted” to superfields and impose the constraints in (10) to decouple the higgsinos; in this case one ends up at low energy with a two Higgs doublet model (2HDM). The second case is to impose (10) on one Higgs superfield, while the other is set to zero; in this case one has exactly the SM case with one Higgs doublet.

Let us consider the first case of two Higgs multiplets. With squarks/sleptons decoupled by the above superfield constraints, the low-energy theory consists of the SM plus two Higgs doublets. One can then write a general effective Lagrangian, that can be separated into a universal part (that does not bring additional parameters) and a non-universal one. The universal part is similar to that of the MSSM. The result is

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \int d^4\theta \left[X^\dagger X \left(1 - P(H_i, H_i^\dagger) \right) + \sum_{i:H,Q,U,D,L,E} \Phi_i^\dagger e^{V_i} \Phi_i \right] + \left\{ \int d^2\theta \left[f X \left(1 + \tilde{P}(H_i, H_i^\dagger) \right) \right. \right. \\ & \left. \left. + Y_{ij}^u Q_i U_j H_2 + Y_{ij}^d Q_i D_j H_1 + Y_{ij}^l L_i E_j H_1 + \frac{1}{4} \left(\text{tr } W_\alpha^a W_\alpha^a \right) + \mu H_1 H_2 \right] + \text{h.c.} \right\}, \quad (51) \end{aligned}$$

Note that, unlike the MSSM case, here all superfields other than $H_{1,2}$ satisfy the aforementioned constraints, to ensure that their superpartners are decoupled. $H_{1,2}$ are also constrained. The dimensionless functions P and \tilde{P} are general functions of the constrained (chiral) superfields H_i, H_i^\dagger , and without loss of generality we can assume P to be real. Due to the constraints $X \bar{D}_\alpha H_i^\dagger = 0$, ($i = 1, 2$), $X V(H_i, H_i^\dagger) = \text{chiral}$, for any function V [16]. Because of this, the superfield redefinition

$$X \rightarrow \frac{X}{\sqrt{1-P}} \quad (52)$$

is holomorphic and leads, together with (51), to a contribution V_F to the scalar potential

$$V_F = f^2 \frac{(1+\tilde{P})(1+\tilde{P}^\dagger)}{1-P} = f^2 + f^2(P + \tilde{P} + \tilde{P}^\dagger) + f^2|P + \tilde{P}|^2 + \dots \quad (53)$$

The functions P, \tilde{P} , can be expanded as

$$\begin{aligned} f^2 P(H_i, H_i^\dagger) &= m_i^2 |H_i|^2 + B_\mu (H_1 H_2 + \text{h.c.}) + \mathcal{O}|H^4|, \\ f^2 \tilde{P}(H_i, H_i^\dagger) &= \tilde{m}_i^2 |H_i|^2 + \tilde{B}_\mu H_1 H_2 + \tilde{B}'_\mu H_1^\dagger H_2^\dagger + \mathcal{O}|H^4|. \end{aligned} \quad (54)$$

Together with the D-term contribution to the potential, which is similar to that in the MSSM, and ignoring the quartic terms in P, \tilde{P} , one obtains the Higgs potential

$$\begin{aligned}
V &= (m_i^2 + 2\tilde{m}_i^2) |h_i|^2 + ([B_\mu + \tilde{B}_\mu + \tilde{B}'_\mu] h_1 \cdot h_2 + \text{h.c.}) \\
&+ \frac{1}{f^2} \left| (m_i^2 + \tilde{m}_i^2) |h_i|^2 + (B_\mu + \tilde{B}_\mu) h_1 \cdot h_2 + (B_\mu + \tilde{B}'_\mu) h_1^\dagger h_2^\dagger \right|^2 \\
&+ \frac{g_1^2 + g_2^2}{8} \left[|h_1|^2 - |h_2|^2 \right]^2 + \frac{g_2^2}{2} |h_1^\dagger h_2|^2 .
\end{aligned} \tag{55}$$

The mass parameter μ in (51) does not contribute to the scalar potential but gives additional higgs-goldstino interactions [16], that we discuss shortly.

Rather interestingly, V contains a peculiar quartic correction, similar to that pointed out in ⁸ “non-linear” MSSM model of [22]. The difference between the present potential, which is that of a two-Higgs doublet model extension of the SM and the model in [22] is that in (55), the new quartic terms in the second line contain four additional parameters, (compared to the parameters in the first line), while in “non-linear MSSM” [22], the new quartic terms did not bring in additional parameters. While the present setup leads to a restrictive case of a 2HDM potential (with four new quartic couplings instead of seven in a general 2HDM), it loses its predictive power for the Higgs mass, relative to the model [22]. Ultimately, this difference is not too surprising, and is due to the fact that a supersymmetric theory with superpartners projected out by superfield constraints (as in [22]) is not necessarily identical to that built in an effective approach, by promoting to (non-linear) superfields the SM spectrum with two additional Higgs doublets.

So far we neglected the quartic terms in P, \tilde{P} . If present, they bring corrections to V :

$$\Delta V = \frac{a_i f^2}{\Lambda^4} |h_i|^4 + \dots . \tag{56}$$

If $a_i \sim m_i^4 \Lambda^4 / f^4$, such terms give contributions to the quartic Higgs couplings similar to those in the second line of (55), generated by F_X . One obtains then a full, general two-Higgs doublet model scalar potential, as expected. The values of a_i are model-dependent and reduce the predictive power of the model to that of usual 2HDM case.

Let us now comment on the leading (in $1/f$) interactions of the Higgs with the goldstino. From our Lagrangian, eq. (51), one can identify two sources. The first one is the kinetic term for the nonlinear Higgs multiplet, which is always present in any theory and hence universal. Using (11), it becomes

$$-i \psi_{h,i} \sigma^m \partial_m \bar{\psi}_{h,i} \rightarrow -\frac{i}{f^2} \psi_X \partial_m \bar{h}_i \sigma^m \square (\bar{\psi}_X h_i) , \tag{57}$$

⁸In the case of [22] a similar quartic Higgs correction, which was a square of the MSSM Higgs soft term contribution, lead to a tree-level increase of the Higgs mass to the LEP2 bound, for a low $\sqrt{f} \sim 2$ to 7 TeV, while at large f the usual MSSM case is recovered. For further discussions on the corrections to the higgs potential in similar set-ups, see [27].

where the equations of motions and an integration by parts were used in the last step. The second source is the term $\mu H_1 H_2$, that does not contribute to the scalar potential, but gives instead additional higgs-goldstino interactions [16]. Interestingly enough, for energies $E < \mu$, the leading higgs-goldstino couplings originate from this term:

$$-\mu \psi_{h,1} \psi_{h,2} \quad \rightarrow \quad -\frac{\mu}{f^2} \bar{\psi}_X \bar{\psi}_X \partial^m h_1 \partial_m h_2 . \quad (58)$$

Therefore, depending on the energy regime, one or the other of interactions (57), (58), provide the dominant higgs-goldstino couplings. We should comment that the $\mu H_1 H_2$ term is actually not needed to reproduce any of the couplings and masses of the 2HDM, in particular, μ is not related to the mass of any physical particle. However, it does in principle give an interaction comparable or even dominant over the “universal” one in (57). The Lagrangian in (51) together with (57), (58) provide the leading couplings of the model. This ends the discussion of the case of two light Higgs doublets.

Let us consider now the second case for the Higgs multiplets, in which one of the two Higgs doublets is heavy and is eliminated by imposing the superfield constraint $H_1 = 0$. In this case, the Higgs potential can be obtained by setting $h_1 = 0$ in eq. (55). The Yukawa couplings for the up-quarks are the usual ones, while the ones for the down-quarks and the leptons have to be constructed in a different manner; they can instead arise from the Kahler operator

$$\int d^4\theta \frac{1}{f} (Y_{ij}^d X^\dagger Q_i D_j H_2^\dagger + Y_{ij}^l X^\dagger L_i E_j H_2^\dagger) . \quad (59)$$

Interestingly, the interactions of the fermions with the goldstino resulting from the two types of Yukawas will be the same. Using eqns. (5) and (11) we see that they are given by

$$\frac{1}{f^2} (\psi_X \sigma^\mu \bar{\psi}_X) \left[Y_{ij}^d (q_L^i \bar{d}_R^j) (\partial_\mu h^\dagger) + Y_{ij}^u (q_L^i \bar{u}_R^j) (\partial_\mu h) + \text{h.c.} \right] \quad (60)$$

These couplings are again universal for any theory reproducing the SM at low energy. They show a similar suppression ($\sim 1/f^2$) as the other universal interactions, resulting from kinetic terms, that we derived in eqns. (38) and (45).

Finally, let us comment on some additional couplings that one can write in this approach that can be of some interest⁹. The lowest dimensional operators that one could imagine are dimension-four and dimension-five R-parity violating operators. However, due to the constraints (12), all these R-parity violating operators are vanishing

$$U_i D_j D_k = L_i Q_j D_k = L_i L_j E_k = Q_i Q_j Q_k L_m = 0 . \quad (61)$$

⁹As with the μ term discussed above, the interactions here are not necessary to reproduce any SM couplings.

The most dangerous proton-decay and flavor-violating operators are thus absent, and one does not need to impose any R-parity for them. However, dangerous proton decay and flavour-violating operators appear in other non-universal, model-dependent couplings in the theory. In particular, one can have couplings of the type

$$\int d^2\theta \frac{1}{\Lambda^2} (a_{ijk} U_i D_j \square D_k + b_{ijk} L Q_j \square D_k + c_{ijk} L_i L_j \square E_k + \text{permutations}) , \quad (62)$$

where the permutations are over the position of the box operator. These are the same operators that were mentioned in footnote 6 at the end of Section 4.1. It is likely that one thus still needs to impose R-parity to forbid these terms.

6 Conclusions

In this work we studied the couplings of the goldstino to matter fields in a supersymmetric formalism with superfields endowed with constraints. There are two classes of constraints that can be present. The first of these is now well-known, and describes universal constraints that are independent of the superpartner masses and of the UV details of the theory. This class describes, in an elegant way and using a superfield formalism, the goldstino action and its universal couplings to matter (super)fields, suppressed by inverse powers of \sqrt{f} . In this paper we identified a second class of superfield constraints, which are higher order polynomials in superfields. These constraints are non-universal, i.e. they help one to identify the non-universal couplings of the goldstino. These constraints recover the former, universal class in the formal limit of infinite masses for superpartners.

An interesting aspect of the non-universal constraints is that their general solution (for sgoldstino and squarks/sleptons) is usually a function of some arbitrary parameters, that can have similar values for different UV completions. For example, in the case of cubic constraints the solutions depended on two such parameters. In specific microscopic models, these parameters can be expressed in terms of the UV details, such as UV coefficients of the effective operators in the microscopic action and also on the auxiliary fields or the fermionic components. It may then be possible that the class of generalised constraints could capture aspects of UV physics (even in non-perturbative regime), without the need for a detailed description of the UV physics. The constraints we found could be used to describe interactions of the goldstino to matter even in the limit where the usual effective expansion (in E/m_i) is not rapidly convergent. Finally, it should be mentioned that the link of the superfield constraints to microscopic models is valid only at the leading order in a light-fields derivative expansion. Consequently sub-leading terms in the low-energy action are not easily mapped into terms in a microscopic theory (see Appendix).

We computed the onshell Lagrangian with R-parity violating and goldstino couplings for a minimal Kahler potential that enforces that all superpartners be massive enough and decouple

at low energy. The results were then extended to a general Kahler potential, for which the Lagrangian of the goldstino and its couplings to matter fields with up to four-fermions were computed. These couplings are suppressed by (positive) powers of the supersymmetry breaking scale (\sqrt{f}) for the case of universal couplings, and by the superpartner masses (sgoldstino, squarks, sleptons) for the case of non-universal couplings. Finally, the Lagrangian with up to four-fermions involving only matter fields that was induced by decoupling the superpartners including the sgoldstino, was also computed, with the couplings suppressed by the curvature of the Kahler potential (of matter fields) or by the sgoldstino mass.

To write the low energy effective Lagrangian of goldstino coupled to the SM matter fields, our results suggest that one could in principle use either set of superfield constraints (minimal or non-minimal), provided one adds an appropriate number of higher-dimension and higher-derivative operators, with coefficients that have to be matched to a microscopic (UV) Lagrangian. One negative outcome is that the dimension of an operator is not enough to determine its low-energy relevance. Ignoring this potential problem, we initiated the use of the simplest set of constraints to couple the Standard Model to a light goldstino. In an appropriate two-higgs doublet SM extension that was supersymmetrized non-linearly by constraints, we wrote the lowest order terms, in particular the Higgs potential. This potential includes additional quartic higgs terms, similar to those investigated in [22], containing however four additional couplings (parameters). This has an impact on the predictive power of the model relative to the case discussed in [22]. Finally, we argued that the leading higgs-goldstino couplings could originate from the superpotential term $\mu H_1 H_2$. This interaction is non-universal in the sense that it does not contribute any interactions to the 2HDM besides couplings to goldstinos, and hence it is not needed for the parametrization of the theory. This is in contrast to the Kahler term $H_i^\dagger H_i$, which generates Higgs kinetic terms as well as goldstino interactions at the same time. Other, important, non-universal goldstino couplings arise from R parity violating operators that could lead to proton decay. Although the leading ones vanish due to the constraints, the sub-leading ones can be present and probably need to be forbidden by imposing R parity.

Acknowledgments

We thank I. Antoniadis, G. Ferretti, Z. Komargodski, C. Petersson, A. Romagnoni, P. Tziveloglou and F. Zwirner for interesting discussions. This work was partially supported by the European ERC Advanced Grant 226371 MassTeV, by the CNRS PICS Nos. 3747 and 4172, by the European Initial Training Network PITN-GA-2009-237920 and by the Agence Nationale de la Recherche.

Appendix

A The effects of derivatives of light fields on the constraints.

In deriving our various matter constraints from a microscopic Lagrangian, we neglected the effects of the derivatives of the light fields (quarks and leptons). Including these, generates further terms in the equations for the scalars that can invalidate the simple, lowest order superfield constraints. This is true in particular for the simple case of Section 3.2 with only ϵ_1, ϵ_3 non-zero and $\epsilon_2 = \epsilon_4 = 0$. In this case $X^2 = XQ = 0$ as discussed in the text and in [16]. The microscopic action also contains terms with derivatives of the light (fermionic) fields of the type

$$\begin{aligned} \delta\mathcal{L} = & -(1 - 4\epsilon_1|\phi_X|^2 - \epsilon_3|\phi_q|^2) \psi_X i\sigma^m \partial_m \bar{\psi}_X - (1 - \epsilon_3|\phi_X|^2) \psi_q i\sigma^m \partial_m \bar{\psi}_q \\ & + (\epsilon_3 \bar{\phi}_X \phi_q \psi_X i\sigma^m \partial_m \bar{\psi}_q + \text{h.c.}) . \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

After including the effects of these terms when integrating out the heavy scalars ϕ_X, ϕ_q via their equations of motion, we find that the constraints $X^2 = XQ = 0$ are no longer satisfied. However, these terms add only higher-order corrections (in derivatives and in $1/f$), which change the low-energy Lagrangian only at a higher order in the number of fermions and derivatives.

B Heavy gauginos and constrained vector superfields

In Section 3 we discussed the integrating out of massive scalar fields and the associated non-universal constraints. Here we consider the case of decoupling the heavy fermions instead.

To begin with, consider the case of decoupling the massive gauginos. We provide a simple microscopic realization of models with heavy gauginos that we integrate out and then write down the low-energy constrained vector multiplet. We then compare the result to the constraint in (8) [16], that is supposed to decouple the massive gauginos. The simplest UV Lagrangian providing large masses to the sgoldstino and gaugino is

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \int d^4\theta \left[X^\dagger X - \epsilon (X^\dagger X)^2 \right] \\ & + \left\{ \int d^2\theta \left(fX + \frac{1}{4} W^\alpha W_\alpha + \frac{M}{f} X W^\alpha W_\alpha \right) + \text{h.c.} \right\} , \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

where M is the gaugino mass and the discussion applies to both the Abelian and the non-Abelian cases. The zero-momentum equation of motion for the sgoldstino X gives the same solution as in (1), (3). However, if we keep the momenta of the light fields, similarly to the

heavy scalar case discussed in Appendix A, there are corrections of the type

$$\phi_X = \frac{\psi_X \psi_X}{2F_X} + \frac{M}{4\epsilon f |F_X|^2} \bar{L}_\alpha^\beta \bar{L}_\beta^\alpha, \quad (\text{B.2})$$

where $L_\alpha^\beta = \delta_\alpha^\beta D - i\sigma_\alpha^{mn,\beta} F_{mn}$. However, these corrections change the constraint $X^2 = 0$ and the discussion below only by terms of high-order in the low-energy Lagrangian, that we can neglect in what follows. Further, let us write the equation for the gaugino λ , by keeping for the time being the momentum-dependent terms. We find

$$-i\sigma^m \partial_m \bar{\lambda} + \frac{M}{f} \left[-2F_X \lambda + i\sqrt{2}(D - i\sigma^{mn} F_{mn})\psi_X - 2i\phi_X \sigma^m \partial_m \bar{\lambda} - 2i\partial_m (\bar{\phi}_X \bar{\lambda} \bar{\sigma}^m) \right] = 0. \quad (\text{B.3})$$

The zero-momentum (in the) gaugino equation has the solution

$$\lambda = \frac{i}{\sqrt{2}F_X} (D - i\sigma^{mn} F_{mn}) \psi_X. \quad (\text{B.4})$$

The corresponding (supersymmetric) gauge field strength W_α is then given by

$$W_\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}F_X} (\delta_\alpha^\beta D - i\sigma_\alpha^{mn,\beta} F_{mn}) \psi_{X,\beta} + (\delta_\alpha^\beta D - i\sigma_\alpha^{mn,\beta} F_{mn}) \theta_\beta + \theta^2 (\sigma^m \partial_m \bar{\lambda})_\alpha \quad (\text{B.5})$$

and satisfies the following equations (by using ϕ_X^0 with the constraint $X^2 = 0$)

$$X W_\alpha = \frac{\psi_X \psi_X}{2F_X} (\sigma^m \partial_m \bar{\lambda})_\alpha \theta^2, \quad X W^\alpha W_\alpha = 0. \quad (\text{B.6})$$

The first constraint in (B.6) is however not invariant under supersymmetry transformations. At first sight this seems puzzling, since the second eq. in (B.6) is manifestly supersymmetric. The explanation is that the general solution of $X W^\alpha W_\alpha$, although it contains (B.4), it is in fact more general

$$\lambda = \frac{i}{\sqrt{2}F_X} (D - i\sigma^{mn} F_{mn}) \psi_X + \chi_\alpha \Psi_X \bar{\Psi}_X, \quad (\text{B.7})$$

where χ_α is an arbitrary Weyl fermion. The situation here is similar to that described for the heavy scalars in eqs. (22) and (23). Indeed, the solutions of the cubic constraints depend on the free parameters $c_{1,2}$, that have however nontrivial supersymmetry transformations.

Let us compare these results with (8), (9). The difference between them is that in the latter case the gauginos are the solution [16] of the implicit equation

$$\lambda = \frac{i}{\sqrt{2}F_X} (D - i\sigma^{mn} F_{mn}) \psi_X - i \frac{\psi_X \psi_X}{2F_X^2} \sigma^m \partial_m \bar{\lambda}, \quad (\text{B.8})$$

instead of the solution in (B.4). Notice that this corresponds to the spinor χ_α in (B.7) being equal to $\chi_\alpha = -i\sigma^m \partial_m \bar{\lambda} / 2F_X^2$. The solution in (B.8) can be obtained more easily by setting to zero the square bracket in (B.3) (i.e. the terms proportional to M/f), which corresponds to taking the limit $M \rightarrow \infty$ in the gaugino field equation. A similar self-consistent procedure in the field eqs for ϕ_X is however ambiguous, since the corresponding field equation involves both the goldstino and gaugino mass. Notice however that the difference between (8),(9) and (B.4) is of higher-order in an $1/f$ expansion in the low-energy action. Therefore, in both cases the leading goldstino-gauge field interaction comes from the gaugino kinetic term by using the common terms proportional to $\sigma^{mn} F_{mn} \psi_X$ in (B.4). We recover again the situation encountered earlier: different constraints, the simplest with a unique solution (8) and the higher-order one (B.6) share the same leading term, which fixes the universal coupling of goldstino to gauge fields.

C Heavy higgsinos.

In this section we consider the case of projecting out the massive Higgs superpartners (higgsinos). The standard example is the MSSM with its two Higgs multiplets $H_{1,2}$, in which the two higgsinos $\psi_{1,2}$ are massive; this leads at low-energy to two nonlinear Higgs multiplets, that contain as physical degrees of freedom only the complex scalars. To simplify the equations, in what follows we consider only one chiral multiplet $H = (\phi_h, \psi_h, F_h)$ and decouple the corresponding fermion ψ_h by assuming it has a large mass M . The simplest Lagrangian giving a large mass to the fermion but not to the scalar Higgs ϕ_h is

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \int d^4\theta \left[X^\dagger X + H^\dagger H - \epsilon (X^\dagger X)^2 + \frac{M}{4f^2} X^\dagger X (D^\alpha H D_\alpha H + \bar{D}_{\dot{\alpha}} H^\dagger \bar{D}^{\dot{\alpha}} H^\dagger) \right] \\ & + \left\{ \int d^2\theta f X + \text{h.c.} \right\}, \end{aligned} \quad (\text{C.1})$$

The component Lagrangian at zero-momentum for the heavy fields ϕ_X, ψ_h is

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & (1 - 4\epsilon |\phi_X|^2) |F_X|^2 + |F_h|^2 + \left\{ \bar{F}_X (f + 2\epsilon \bar{\phi}_X \psi_X \psi_X) + \frac{M}{f^2} \left[|\phi_X|^2 (F_h \square h - \partial F_h \partial h) \right. \right. \\ & - \bar{\phi}_X F_X (\partial h)^2 + \phi_X \bar{F}_X F_h^2 + i F_h \partial_m h \psi_X \sigma^m \bar{\psi}_X - i F_X \partial_m h \psi_h \sigma^m \bar{\psi}_X \\ & \left. \left. - \bar{F}_X F_h \psi_X \psi_h + \frac{1}{2} \left(|F_X|^2 + \frac{i}{2} \partial_m \bar{\psi}_X \bar{\sigma}^m \psi_X - \frac{i}{2} \bar{\psi}_X \bar{\sigma}^m \partial_m \psi_X \right) \psi_h \psi_h \right] + \text{h.c.} \right\} \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

The field equation for the higgsino ψ_h and the auxiliary field F_h give

$$\psi_h = \frac{i}{F_X} \sigma^m \bar{\psi}_X \partial_m h \quad , \quad F_h = -\frac{2M}{f^2} |\phi_X|^2 \square h . \quad (\text{C.3})$$

We therefore find the solution for the higgsino shown in eq.(11).

When comparing our microscopic theory to the results of using the Higgs superfield constrained as in (10), (11) one encounters a puzzle that is not yet clarified. This refers to the fact that there is no simple, clear interpretation in the microscopic theory of the fact that the auxiliary field F_h in (11) is not dynamical.

References

- [1] D. V. Volkov, V. P. Akulov, “Is the Neutrino a Goldstone Particle?,” *Phys. Lett. B* **46** (1973) 109.
- [2] P. Fayet, “Mixing between Gravitational And Weak Interactions Through The Massive Gravitino,” *Phys. Lett. B* **70** (1977) 461. “Weak Interactions Of A Light Gravitino: A Lower Limit On The Gravitino Mass From The Decay $\Psi \rightarrow$ Gravitino Anti-Photino,” *Phys. Lett. B* **84** (1979) 421. “Scattering Cross-Sections Of The Photino And The Goldstino (Gravitino) On Matter,” *Phys. Lett. B* **86** (1979) 272. R. Casalbuoni, S. De Curtis, D. Dominici, F. Feruglio and R. Gatto, “A Gravitino - Goldstino High-Energy Equivalence Theorem,” *Phys. Lett. B* **215** (1988) 313 “High-Energy Equivalence Theorem In Spontaneously Broken Supergravity,” *Phys. Rev. D* **39** (1989) 2281.
- [3] E. A. Ivanov, A. A. Kapustnikov, “Relation Between Linear And Nonlinear Realizations Of Supersymmetry,” “General Relationship Between Linear And Nonlinear Realizations Of Supersymmetry,” *J. Phys. A* **11** (1978) 2375. “The Nonlinear Realization Structure Of Models With Spontaneously Broken Supersymmetry,” *J. Phys. G* **8** (1982) 167.
- [4] M. Rocek, “Linearizing The Volkov-Akulov Model,” *Phys. Rev. Lett.* **41** (1978) 451.
- [5] U. Lindstrom, M. Rocek, “Constrained Local Superfields,” *Phys. Rev. D* **19** (1979) 2300.
- [6] S. Samuel and J. Wess, “A Superfield Formulation Of The Nonlinear Realization Of Supersymmetry And Its Coupling To Supergravity,” *Nucl. Phys. B* **221** (1983) 153.
- [7] R. Casalbuoni, S. De Curtis, D. Dominici, F. Feruglio and R. Gatto, “Nonlinear realization of supersymmetry algebra from supersymmetric constraint” *Phys. Lett. B* **220** (1989) 569.
- [8] T. E. Clark and S. T. Love, “Goldstino couplings to matter,” *Phys. Rev. D* **54** (1996) 5723 [arXiv:hep-ph/9608243].
- [9] T. E. Clark, T. Lee, S. T. Love and G. Wu, “On the interactions of light gravitinos,” *Phys. Rev. D* **57** (1998) 5912 [arXiv:hep-ph/9712353].

- [10] A. Brignole, F. Feruglio and F. Zwirner, “On the effective interactions of a light gravitino with matter fermions,” *JHEP* **9711** (1997) 001 [arXiv:hep-th/9709111].
- [11] A. Brignole, F. Feruglio, F. Zwirner, “Signals of a superlight gravitino at $e^+ e^-$ colliders when the other superparticles are heavy,” *Nucl. Phys.* **B516** (1998) 13-28. [hep-ph/9711516].
- [12] A. Brignole, F. Feruglio, M. L. Mangano, F. Zwirner, “Signals of a superlight gravitino at hadron colliders when the other superparticles are heavy,” *Nucl. Phys.* **B526** (1998) 136-152. [hep-ph/9801329].
- [13] M. A. Luty and E. Ponton, “Effective Lagrangians and light gravitino phenomenology,” *Phys. Rev. D* **57** (1998) 4167 hep-ph/9706268,v3 [revised version of *Phys. Rev. D* **57** (1998) 4167].
- [14] I. Antoniadis and M. Tuckmantel, “Non-linear supersymmetry and intersecting D-branes,” *Nucl. Phys. B* **697** (2004) 3 [arXiv:hep-th/0406010]; I. Antoniadis, M. Tuckmantel and F. Zwirner, “Phenomenology of a leptonic goldstino and invisible Higgs boson decays,” *Nucl. Phys. B* **707** (2005) 215 [arXiv:hep-ph/0410165].
- [15] A. Brignole, J. A. Casas, J. R. Espinosa and I. Navarro, “Low-scale supersymmetry breaking: Effective description, electroweak breaking and phenomenology,” *Nucl. Phys. B* **666** (2003) 105 [arXiv:hep-ph/0301121].
- [16] Z. Komargodski and N. Seiberg, “From Linear SUSY to Constrained Superfields,” *JHEP* **0909** (2009) 066 [arXiv:0907.2441 [hep-th]].
- [17] L. Alvarez-Gaume, C. Gomez and R. Jimenez, “Minimal Inflation,” *Phys. Lett. B* **690** (2010) 68 [arXiv:1001.0010 [hep-th]].
- [18] C. Cheung, F. D’Eramo, J. Thaler, “The Spectrum of Goldstini and Modulini,” [arXiv:1104.2600 [hep-ph]]. C. Cheung, Y. Nomura, J. Thaler, “Goldstini,” *JHEP* **1003** (2010) 073. [arXiv:1002.1967 [hep-ph]].
- [19] N. Craig, J. March-Russell, M. McCullough, “The Goldstini Variations,” *JHEP* **1010** (2010) 095. [arXiv:1007.1239 [hep-ph]].
- [20] R. Argurio, Z. Komargodski and A. Mariotti, “Pseudo-Goldstini in Field Theory,” [arXiv:1102.2386 [hep-th]].
- [21] M. Dine, G. Festuccia, Z. Komargodski, “A Bound on the Superpotential,” *JHEP* **1003** (2010) 011. [arXiv:0910.2527 [hep-th]].

- [22] I. Antoniadis, E. Dudas, D. M. Ghilencea and P. Tziveloglou, “Non-linear MSSM,” Nucl. Phys. B **841** (2010) 157 [arXiv:1006.1662 [hep-ph]].
- [23] J. Wess and J. Bagger, “Supersymmetry and Supergravity”, second edition, Princeton University Press, 1992 ; P. Binetruy, G. Girardi, R. Grimm, “Supergravity couplings: A Geometric formulation,” Phys. Rept. **343** (2001) 255-462. [hep-th/0005225].
- [24] B. Zumino, “Supersymmetry and Kahler Manifolds,” Phys. Lett. **B87** (1979) 203.
- [25] C. Vafa, “The String landscape and the swampland,” [hep-th/0509212].
- [26] K. Choi, E. J. Chun, J. S. Lee, “Proton decay with a light gravitino or axino,” Phys. Rev. **D55** (1997) 3924-3926. [hep-ph/9611285].
- [27] I. Antoniadis, E. Dudas, D. M. Ghilencea, P. Tziveloglou, “Beyond the MSSM Higgs with d=6 effective operators,” Nucl. Phys. **B848** (2011) 1-32. [arXiv:1012.5310 [hep-ph]]. “MSSM Higgs with dimension-six operators,” Nucl. Phys. **B831** (2010) 133-161. [arXiv:0910.1100 [hep-ph]]. “MSSM with Dimension-five Operators (MSSM(5)),” Nucl. Phys. **B808** (2009) 155-184. [arXiv:0806.3778 [hep-ph]]. S. Cassel, D. M. Ghilencea, G. G. Ross, “Fine tuning as an indication of physics beyond the MSSM,” Nucl. Phys. **B825** (2010) 203-221. [arXiv:0903.1115 [hep-ph]]. M. Carena, K. Kong, E. Ponton, J. Zurita, “Supersymmetric Higgs Bosons and Beyond,” Phys. Rev. **D81** (2010) 015001. [arXiv:0909.5434 [hep-ph]]. M. Dine, N. Seiberg, S. Thomas, “Higgs physics as a window beyond the MSSM (BMSSM),” Phys. Rev. **D76** (2007) 095004. [arXiv:0707.0005 [hep-ph]].