



HAL
open science

Propriétés optiques d'empilements multicouches de semiconducteurs III/V GaAs/AlGaAs [Texte imprimé] : application à l'étude de microcavités laser à émission surfacique.

Yann Boucher

► **To cite this version:**

Yann Boucher. Propriétés optiques d'empilements multicouches de semiconducteurs III/V GaAs/AlGaAs [Texte imprimé] : application à l'étude de microcavités laser à émission surfacique.. Optique [physics.optics]. Université Paris Sud - Paris XI, 1993. Français. NNT : . pastel-00713900

HAL Id: pastel-00713900

<https://pastel.hal.science/pastel-00713900>

Submitted on 3 Jul 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'Ordre :

UNIVERSITÉ DE PARIS-SUD

CENTRE D'ORSAY

THÈSE

présentée pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR
EN SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Yann BOUCHER

**Propriétés optiques d'empilements multicouches de
semiconducteurs III/V GaAs/AlGaAs
Application à l'étude de microcavités laser à émission surfacique**

soutenue le 7 Octobre 1993 devant la commission d'examen

MM.	BAUCHE	
	BRUN	
	BULABOIS	Rapporteur
	CEREZ	
	LOURTIOZ	
	POCHOLLE	Rapporteur

Nom : BOUCHER

Prénom : Yann

Sujet : Propriétés optiques d'empilements multicouches de semiconducteurs III/V GaAs/AlGaAs. Application à l'étude de microcavités laser à émission surfacique

Résumé :

Ce mémoire est consacré à l'étude théorique et expérimentale d'empilements multicouches de semiconducteurs GaAs/AlGaAs, et plus particulièrement d'empilements périodiques (réflecteurs de Bragg), étudiés en tant que tels ou comme éléments intégrés à des structures plus complexes, telles que les microcavités laser à émission surfacique. Les structures étudiées sont d'abord caractérisées par leur spectre de réflectivité linéaire. Pour interpréter ces résultats, nous développons deux approches théoriques complémentaires : la première, basée sur un **formalisme matriciel** découlant de la linéarité des équations de l'Électromagnétisme, permet de décrire exactement la propagation d'une onde optique dans une structure stratifiée quelconque et a servi de support à un programme de calcul numérique. La seconde, en termes de **couplage d'ondes**, complète utilement la première en fournissant les dépendances explicites du comportement des structures (réflectivité, sélectivité spectrale, etc.) en fonction des indices et des épaisseurs des matériaux choisis. Nous établissons l'expression explicite de la constante de couplage et nous exposons les principes de la synthèse des dispositifs complexes (notamment des réflecteurs de Bragg, utilisés en tant que miroirs dans des microcavités).

Nous consacrons tout un chapitre à l'étude théorique, puis expérimentale de microcavités lasers à émission surfacique. Dans un échantillon réalisé par le Laboratoire Central de Recherches de Thomson-CSF, nous avons validé la possibilité d'une émission laser biraie que nous nous sommes attachés à caractériser sous différents régimes de pompage optique. Ce composant a été utilisé pour "réinjecter" une cavité laser saphir dopé au titane.

Nous avons par ailleurs pompé la microcavité par des impulsions optiques ultrabrèves issues d'un laser à colorant femtoseconde amplifié ($\lambda_p = 620$ nm, $\tau = 100$ fs). À l'aide d'une caméra à balayage de fente, nous avons analysé le spectre d'émission laser biraie de la structure dans de telles conditions, avec une résolution temporelle de 5 ps environ. Nous présentons un modèle simple de ce comportement, fondé sur la résolution numérique d'équations qui décrivent l'évolution des densités de photons émis et de porteurs libres dans la microcavité; nous montrons qu'il est nécessaire de tenir compte non seulement des porteurs libres photocréés dans les puits quantiques, mais encore de ceux créés dans les barrières, suite à l'absorption par ces dernières d'une partie du flux de pompe. La prise en compte de cet effet dans nos simulations numériques donne des résultats en bon accord avec nos observations expérimentales.

Mots Clés : Semi-conducteurs III-V, empilements périodiques, formalisme matriciel, couplage d'ondes, microcavités laser, impulsions brèves, spectroscopie résolue en temps.

*À rebours ton cheval s'ébroue
Parmi les terres négatives
Absence à la lèvre inventive
Toi qui marches à pas de trous*

ARAGON, Les Adieux

À la mémoire de mes grands-parents.

Remerciements

Le travail présenté dans ce mémoire a été effectué à l'IOTA à Orsay de 1990 à 1993. Je remercie M. le Professeur Christian Imbert, Directeur de l'Institut d'Optique, de m'avoir accueilli dans son laboratoire. Je remercie M. le Professeur Alain Brun, qui m'a proposé ce sujet, d'avoir été mon directeur de thèse.

Je suis sensible à l'honneur que m'ont fait M. le Professeur Jacques Bauche, M. le Professeur Alain Brun, M. Pierre Cerez et M. Jean-Michel Lourtioz en consentant à faire partie de mon jury, et tout spécialement M. Le Professeur Jean Bulabois et M. Jean-Paul Pocholle qui ont en outre accepté la responsabilité d'être mes rapporteurs.

Je remercie Patrick Georges de m'avoir fait bénéficier de ses talents d'expérimentateur et initié au maniement complexe de la chaîne laser femtoseconde.

Ce travail doit énormément à Hervé Sauer dont j'ai pu apprécier la rigueur scientifique, les compétences en calcul numérique et le soutien constant qu'il m'a prodigué.

Ces trois années de thèse ont été accomplies dans le cadre d'un Monitorat d'Initiation à l'Enseignement Supérieur. Je tiens à exprimer ma gratitude à ma tutrice Béatrice Gauthier, sous la direction de qui j'ai effectué un service d'enseignement passionnant dans des conditions remarquables.

Cette étude n'aurait pu avoir lieu sans les échantillons réalisés par le LCR de Thomson-CSF dans le cadre de projets communs soutenus par le Ministère de la Recherche. Elle apparaît donc comme le résultat d'une collaboration fructueuse entre les deux laboratoires. Nous remercions tout particulièrement M. Jean-Paul Pocholle qui a été notre interlocuteur privilégié.

Les expériences présentées au chapitre III doivent beaucoup à la collaboration de l'Institut d'Électronique Fondamentale à Orsay; nos remerciements vont notamment à Jean-Michel Lourtioz pour le prêt de la caméra à balayage de fente et à Nikolaï Stelmakh pour son assistance technique.

Merci à Eric Akmansoy pour le travail effectué en commun. Je tiens également à dire à Michel Allain, François Balembois, Michael Canva, Thierry Lépine, Gérard Roger et Jennifer Watson combien il m'a été agréable de travailler dans le même laboratoire qu'eux. J'adresse des remerciements tous particuliers à Florian Bentivegna pour nos fructueux échanges de vues.

Je tiens enfin à exprimer ma reconnaissance à Nelly Bonavent qui s'est chargée de la frappe et de la mise en page de ce mémoire avec autant d'obligeance que d'efficacité, ainsi qu'à Madame Delmotte qui en a assuré le tirage.

ABSTRACT

Optical properties of semiconductor multilayers of GaAs/AlGaAs. Application to the study of surface-emitting laser microcavities.

This work is devoted to the theoretical and experimental study of III/V semiconductor multilayers of GaAs/AlGaAs, most notably periodical multistacks (Bragg reflectors), considered either on their own, or as mere element of more complex structures such as surface-emitting laser microcavities.

The structures we studied were characterized by linear reflectivity spectra. In order to interpret our results, we have developed two different and complementary theoretical approaches. The first one is based on a matrix-formalism which follows from the linearity of fundamental equations of Electromagnetism and describes exactly the propagation of an optical wave inside a multilayered medium. It has led to a computer program.

The second one - a coupled-wave formalism - appears very useful in giving the exact dependance of the structure behaviour upon the layers' indices and thicknesses. We derive the explicit expression of the coupling coefficient and expose the main principles of the synthesis of complex structures.

We devote a whole chapter to surface-emitting laser microcavities. We have experimentally demonstrated the possibility of a two-wavelength laser behaviour in such a structure. Moreover, we used it to "seed" a Ti:Al₂O₃ laser cavity. We pumped the microcavity with ultrashort optical pulses ($\tau = 100$ fs). We used a streak-camera to analyse its two-line laser emission spectrum with a 5 ps temporal resolution. We present a simple model based on numerical resolution of rate equations, which describe the evolution of emitted photons and carriers densities inside the microcavity. We show that it is necessary to consider the carriers photogenerated not only in the quantum wells, but also inside the barriers, due to the absorption of the pump pulse by the latter. When taken into account, this effect leads to a good agreement between numerical simulations and our experimental observations.

TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION	1
---------------------------	---

CHAPITRE 1 - Les paramètres optiques des matériaux GaAs/AlGaAs	5
---	---

A. Les matériaux	7
-------------------------------	---

1) Le GaAs massif	7
2) $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ massif	10
3) Les structures à puits quantiques	11
4) Niveaux d'énergie d'un puits quantique.	14

B. Distribution des porteurs.	17
--	----

1) Densité d'états, statistique de Fermi.	17
2) Calcul des quasi-niveaux de Fermi	19

C. Interaction d'une onde électromagnétique avec le milieu matériel.	23
---	----

1) Transitions directes interbandes.	23
<i>a) Règle d'or de Fermi.</i>	23
<i>b) Règles de sélection dans les puits quantiques.</i>	25
2) Relations entre les constantes optiques et les probabilités de transition.	26
<i>a) Permittivité diélectrique complexe.</i>	26
<i>b) Densité d'états joints</i>	28
<i>c) Prise en compte des facteurs d'occupation.</i>	31
<i>d) Prise en compte des processus de relaxation.</i>	32
<i>e) Expression de l'élément de matrice optique.</i>	33
<i>f) Fonctions d'occupation pour un puits quantique.</i>	37

D. Absorption et indice linéaires.	41
1) Susceptibilité linéaire.	41
2) Cas du GaAs massif.	43
a) Absorption.	43
b) Indice de GaAs massif.	45
3) Cas de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ massif.	46
4) Cas du puits quantique.	46
a) Absorption.	46
a1/ Contribution des "marches d'escalier".	46
a2/ Contribution Excitonique	48
b) Dispersion linéaire du puits quantique.	51
b1/ Marche d'escalier.	51
b3/ Dispersion du Puits quantique	55
c) Indice d'un puits quantique	56
E. Gain quasistationnaire.	58
1) Gain du GaAs massif	59
2) Gain GaAs en puits quantique	62
 CHAPITRE 2 - Propagation de la lumière en milieu stratifié	65
 I. INTRODUCTION.	67
a) Réflecteurs de Bragg.	67
b) Structures à multipuits quantiques sur réflecteur de Bragg.	68
c) Microcavités.	69
 II. FORMALISME MATRICIEL.	71
 A. Propagation de la lumière en milieu stratifié.	71
a) Position du problème.	71
b) Équation de Helmholtz.	73

B. Notion de propagateur.....	74
<i>a) Définitions.....</i>	74
<i>b) Propagateur de déplacement en milieu homogène.....</i>	75
<i>c) Propagateur d'interface.....</i>	75
<i>d) Propagateur d'une structure stratifiée.....</i>	78
<i>e) Déterminant du propagateur.....</i>	79
C. Propagateur d'un empilement périodique.....	79
<i>a) Présentation.....</i>	79
<i>b) Maille élémentaire.....</i>	80
<i>c) Empilement multicouche.....</i>	81
D. Réflectivité, transmittivité, absorption linéaires.....	83
<i>a) Réflectivité linéaire.....</i>	83
<i>b) Absorption de la structure.....</i>	84
<i>c) Principe du "retour inverse".....</i>	87
E. Exemples d'application de la méthode matricielle.....	87
<i>a) Programme de calcul de la réflectivité.....</i>	87
<i>b) Montage expérimental en réflectivité.....</i>	87
<i>c) Présentation des échantillons et résultats.....</i>	89
1. Réflecteur de Bragg absorbant (échantillon V1).	89
ii. Multipuits quantiques sur réflecteur de Bragg (échantillon V7)...	90
iii. Microcavité à émission surfacique (échantillon V4).....	91
<i>d) Commentaires.....</i>	93
1. Extension au calcul non linéaire.....	93
ii. Comparaison théorie/expérience.....	94

III. COUPLAGE D'ONDES.....	95
A. Équations d'ondes couplées en milieux périodiques transparents.....	95
<i>a) Principe. équations couplées.....</i>	<i>95</i>
<i>b) Expression du coefficient de couplage.....</i>	<i>100</i>
<i>c) Résolution des équations couplées.....</i>	<i>102</i>
<i>d) Expression générale des champs dans la structure.....</i>	<i>104</i>
B. Réflectivité de la structure.....	106
1) Structure "idéale" dépourvue d'effets de bords.....	106
<i>a) Définition des "effets de bords".</i>	<i>106</i>
<i>b) Réflectivité de la structure sans effets de bords.....</i>	<i>108</i>
<i>c) Largeur du plateau de réflectivité.....</i>	<i>112</i>
<i>d) Phase de la réflectivité.....</i>	<i>114</i>
<i>e) Réflectivité linéaire $R(\lambda_0)$ d'une structure test.....</i>	<i>115</i>
<i>f) Conclusion.....</i>	<i>117</i>
2) Prise en compte des effets de bords.....	117
<i>a) Coefficients de Fresnel.....</i>	<i>117</i>
<i>b) Interface milieu incident/structure.....</i>	<i>119</i>
<i>c) Interface structure/milieu émergent.....</i>	<i>122</i>
<i>d) Prise en compte simultanée des deux interfaces.....</i>	<i>126</i>
C. Prise en compte de l'absorption ou du gain.....	128
<i>a) Conventions de signe.....</i>	<i>128</i>
<i>b) Équations couplées.....</i>	<i>129</i>
<i>c) Expression des coefficients de couplage.....</i>	<i>134</i>
<i>d) Résolution des équations couplées.....</i>	<i>136</i>
i. En absence d'absorption.....	137
ii. En présence d'absorption (ou de gain) uniforme.....	137
iii. En présence d'une modulation purement absorptive.....	139
<i>e) Conclusion.....</i>	<i>139</i>

D. Applications du modèle de couplage d'ondes.	140
1) Synthèse d'un réflecteur de Bragg.....	140
2) Étude d'une structure périodique présentant du gain.....	143
a) <i>Présentation de l'échantillon V1</i>	143
b) <i>Obtention d'un effet laser dans V1</i>	144
c) <i>Conditions de seuil d'un laser à rétroaction distribuée</i>	146
d) <i>Résolution de l'équation aux valeurs propres pour la structure V1</i>	149
E. Conclusion	151
CHAPITRE 3 - Microcavités laser à émission surfacique	153
A. Synthèse des microcavités	156
1) Position du problème.	156
2) Conditions de seuil.	156
3) Microcavité monomode.	159
a) <i>Principe</i>	159
b) <i>Intermode</i>	160
c) <i>Condition de fonctionnement monomode</i>	161
d) <i>Exemple d'application structure VAR 1016</i>	163
4) Microcavité multimode.....	165
a) <i>Longueur de la cavité</i>	166
b) <i>Exemple de structure birale : échantillon VAR 1087 C</i>	169
5) Gain périodique résonnant.....	174
a) <i>Principe</i>	174
b) <i>Champ stationnaire intracavité</i>	176
i. <i>structure d'onde stationnaire</i>	178
ii. <i>conditions de résonance</i>	178
c) <i>Calcul du facteur de recouvrement Γ</i>	179
B. Étude de l'émission de la microcavité VAR 1087 C en pompage optique ..	181
1) Pompage continu.	182
2) Pompage nanoseconde.....	184

a) Laser à saphir dopé au titane nanoseconde accordable.	184
b) Montage expérimental d'étude de V4 en pompage nanoseconde.	186
c) étude de l'influence de l'inhomogénéité sur l'émission.....	187
d) Zone monorale influence de l'énergie de pompe sur l'émission laser à λ_1 et optimisation de λ_p	189
e) Zone biraie influence de l'énergie de pompe E_p	192
f) Caractéristiques spatio-temporelles de l'émission.	194
g) Expérience de "réinjection" d'une cavité Titane-Saphir $Ti:Al_2O_3$ par l'émission de la microcavité laser à émission surfacique VAR 1087 C (V4).	196
3) Pompage femtoseconde.	202
a) Montage expérimental.	202
b) Observation d'un effet laser accordable.	203
c) Évolution du comportement de l'émission en fonction de E_p	205
C. Étude temporelle résolue en temps (à l'échelle picoseconde) de l'émission de VAR 1087 C.	206
1) Montage utilisant une porte optique d'échantillonnage rapide.	207
a) Description du montage.	207
b) "Fenêtrage" en énergie des impulsions.	208
c) Traitement des données.	209
d) Porte brève à effet Kerr.	212
2) Caméra à balayage de fente.	213
a) Principe et montage.....	213
b) Étude du fonctionnement biraie en une zone où $\lambda_1 \approx 828 \text{ nm}$, $\lambda_2 \approx 796 \text{ nm}$	215
c) Étude du fonctionnement biraie en une zone où $\lambda_1 \approx 775 \text{ nm}$, $\lambda_2 \approx 747 \text{ nm}$	219
D. Modèle simple de comportement biraie.	221
1) Modèle à trois équations d'évolution.....	222
a) Évolution de la densité de porteurs.....	222
b) Évolution des densités de photons.....	223
c) Expression du gain en fonction de la densité de porteurs.	225
d) Conditions initiales.	228
e) Résultats des simulations.....	229

2) Modèle à quatre équations d'évolution.	235
<i>a) Établissement des équations.</i>	235
<i>b) Résolution du système de quatre équations couplées.</i>	238
3) Explication du glissement temporel observé.	242
CONCLUSION	245
Annexes Chapitre I	251
Annexe I.1 - Transformée de Fourier (TF) et relation de Kramers-Kronig (KK).	253
Annexe I.2 - Lorentzienne, TF et fonctions associées	255
Annexe I.3 - Transformée KK d'un produit de convolution	257
Annexes CHAPITRE II	259
Annexe II.1 - Expression analytique de \mathcal{Q}^N , propagateur de milieu périodique... ..	261
Annexe II.2 - "Retour inverse" dans une structure	263
RÉFÉRENCES	265
Livres, Thèses et Articles Divers	267

INTRODUCTION

Le travail présenté ici est consacré à l'étude théorique et expérimentale d'empilements multicouches de semiconducteurs GaAs/AlGaAs, réalisés par la technique d'épitaxie par jets moléculaires. L'intérêt de ces matériaux en Optoélectronique est connu de longue date et de nombreux travaux leur ont été consacrés. Nous nous intéresserons plus particulièrement à des empilements multicouches périodiques (réflecteurs de Bragg), étudiés en tant que tels ou comme éléments intégrés à des structures plus complexes: l'objectif final de ce travail est l'étude de microcavités laser à émission surfacique, riches d'applications potentielles en matière d'interconnexion optique et de traitement du signal. Tous les échantillons étudiés dans le cadre de ce travail ont été conçus et réalisés par le Laboratoire Central de Recherches de Thomson-CSF.

Le premier chapitre s'attachera à décrire les diverses approches possibles pour la description des propriétés optiques des semiconducteurs (massif ou puits quantiques). En effet, certains paramètres de base rendant compte des propriétés électroniques et optiques des alliages $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ restent mal connus. On constate une grande dispersion des valeurs annoncées dans la "littérature" scientifique. Cette incertitude, qui peut atteindre par exemple près de 50 meV sur la position exacte d'une transition directe en bas de bande interdite, n'est pas sans incidence sur l'interprétation des résultats expérimentaux. Si nous arrêtons notre choix, par commodité, sur un modèle particulier de description des matériaux, nous devons garder à l'esprit que les approximations finalement retenues demeurent susceptibles d'ajustements ultérieurs. Une fois ce choix effectué, nous avons cherché à décrire sous forme d'expressions analytiques les constantes optiques de ces matériaux, afin de disposer d'un modèle simple pour l'analyse des structures qui nous ont été confiées.

Les structures étudiées, réalisées sur un substrat absorbant, sont caractérisées notamment par leur spectre de réflectivité linéaire. Le second chapitre abordera l'étude de la réflectivité d'empilements multicouches et comparera deux approches théoriques complémentaires: la première, basée sur un **formalisme matriciel** découlant de la linéarité des équations de l'Électromagnétisme, permet de décrire exactement la propagation d'une onde optique dans une structure stratifiée quelconque; elle a servi de support à un programme de calcul numérique; il est intéressant de comparer le résultat de ces simulations avec les spectres de réflectivité relevés expérimentalement sur des échantillons réels. D'utilisation extrêmement souple, cette méthode ne donne en revanche pas accès aux paramètres physiques qui gouvernent le comportement des structures. Elle est donc utilement complétée par une seconde approche susceptible de fournir les dépendances explicites de leurs caractéristiques (réflectivité maximale, sélectivité spectrale, etc.) en fonction des indices et des épaisseurs des matériaux choisis.

Nous détaillerons à cet effet le principe du ***couplage d'ondes*** : une onde se propageant dans un milieu périodique donne naissance à une onde se propageant en sens inverse, en lui cédant une partie de son énergie par couplage *via* la modulation du milieu. Nous établirons l'expression explicite de la constante de couplage en fonction des paramètres des matériaux, et ceci nous permettra d'exposer les principes de la synthèse des dispositifs complexes (notamment des réflecteurs de Bragg, utilisés en tant que miroirs dans des microcavités).

Le troisième chapitre sera consacré à l'étude théorique, puis expérimentale de microcavités lasers à émission surfacique. Nous décrirons tout particulièrement un échantillon réalisé par le Laboratoire Central de Recherches de Thomson-CSF, dans lequel nous avons mis en évidence la possibilité d'une émission laser birale que nous nous sommes attachés à caractériser sous différents régimes de pompage optique. Nous avons notamment étudié l'influence des conditions de pompage sur l'émission, l'effet de l'inhomogénéité de l'épaisseur des couches en fonction de la position sur l'échantillon, et présenté une application possible, quoiqu'inusuelle, de la microcavité à la "réinjection" d'une cavité laser Titane-Saphir en régime nanoseconde. Nous avons par ailleurs pompé la microcavité par des impulsions optiques ultrabrèves issues d'un laser à colorant femtoseconde amplifié ($\lambda_p = 620$ nm, $\tau = 100$ fs). Le prêt d'une caméra à balayage de fente par l'Institut d'Électronique Fondamentale nous a permis d'analyser, avec une résolution temporelle de 5 ps environ, le spectre d'émission laser birale de la structure dans de telles conditions. Dans une dernière partie, nous présenterons un modèle simple de ce comportement, basé sur la résolution numérique d'équations qui décrivent l'évolution des densités de photons émis et de porteurs libres dans la microcavité; nous montrerons qu'il est nécessaire de tenir compte non seulement des porteurs libres photocréés dans les puits quantiques, mais aussi de ceux créés dans les barrières, suite à l'absorption par ces dernières d'une partie du flux de pompe. La prise en compte de cet effet dans nos simulations numériques donne des résultats en bon accord avec nos observations expérimentales.

Les travaux décrits ont bénéficié du soutien du Ministère de la Recherche et de l'Espace dans le cadre des projets MOTS (Matrices Optoélectroniques pour le Traitement du Signal), OSTI (Optoélectronique et Systèmes pour le Traitement de l'Information) et LAMAS (Lasers Accordables par Miroirs Actifs à Semiconducteurs).

CHAPITRE 1

Les paramètres optiques des matériaux GaAs/AlGaAs

Afin de décrire la propagation de la lumière dans les structures constituées d'empilements multicouches de semiconducteurs de la famille GaAs/AlGaAs, nous avons besoin de connaître les paramètres optiques de ces matériaux. Les constantes optiques nécessaires à notre étude sont en premier lieu les *indices de réfraction* et l'*absorption linéaire* de ces milieux, avec leur dépendance spectrale. Mais nous utiliserons également ces matériaux en tant que *milieu actif* dans des microcavités laser : on induit du gain optique dans les semiconducteurs par création de porteurs. Le mécanisme de pompage peut être électrique (on parle alors de laser à injection ou de diode laser) ou optique: c'est ce dernier cas que nous considérerons dans la pratique. Il nous faut donc décrire les propriétés optiques du milieu en présence de porteurs, dont la répartition est régie par une statistique de Fermi.

Après quelques rappels sur les semiconducteurs et leurs principales propriétés électroniques, nous relierons ces dernières à l'absorption des milieux, déterminée principalement par les transitions directes interbandes. À partir d'une expression de la susceptibilité linéaire χ des matériaux, dont les parties réelle et imaginaire sont liées respectivement à la dispersion et à l'absorption, nous présenterons quelques calculs analytiques valables dans le cadre de l'approximation des bandes paraboliques. Nous détaillerons les choix retenus pour la description des indices et de l'absorption des matériaux massifs et proposerons des expressions analytiques pour la description des puits quantiques. Enfin, nous présenterons le calcul du gain optique de GaAs (massif et en puits quantiques) en fonction de la densité de porteurs.

A. Les matériaux

1) Le GaAs massif.

Le GaAs est un semi conducteur III/V à bande interdite directe parmi les mieux connus. Ses symétries sont de la forme zinc-blende. Son réseau cristallin est constitué de deux réseaux cubiques à faces centrées (cfc) décalés l'un de l'autre d'un quart de la grande diagonale [Figure I.A. 1].

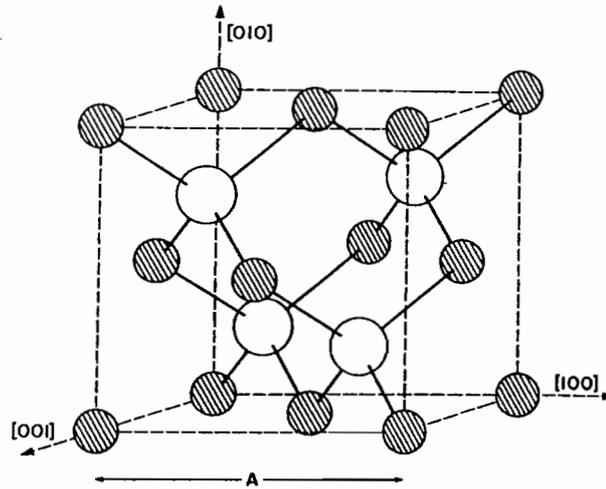


Fig. I.A.1 : Arrangement spatial des atomes dans le réseau de GaAs
(d'après [Blakemore 82]).

Le centre de la zone de Brillouin est un point de symétrie Γ . La structure de bande en diagramme (k, E) est représentée ci-dessous [Figure I.A.2]:

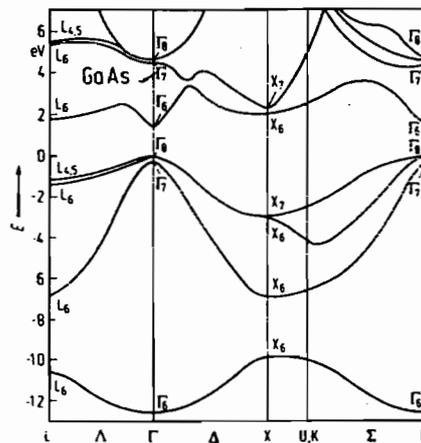


Fig. I.A.2: Structure de bandes du GaAs
(d'après [Chelikowsky 76]).

Il est d'usage de représenter les états électroniques vides de la bande de valence (BV) comme des particules fictives de masse et de charge positives, appelées trous [Kittel 83]. Les trous de la bande de valence et les électrons de la bande de conduction (BC) jouent des rôles rigoureusement symétriques. Le sommet de la bande de valence (BV) est situé au centre de zone et correspond à une dégénérescence d'ordre 4 des niveaux d'énergie. Il y a en fait deux bandes d'énergie de type Γ_8 présentant des dispersions différentes. Comme les masses effectives des particules appartenant à l'une ou l'autre bande sont différentes, on parle de

trous "lourds" et de trous "légers". Notons la présence d'une bande de valence Γ_7 dite de "split-off", découplée de la bande Γ_8 par l'interaction spin-orbite. Le minimum de la bande de conduction (bande Γ_6) est également en centre de zone [Figure I.A.3].

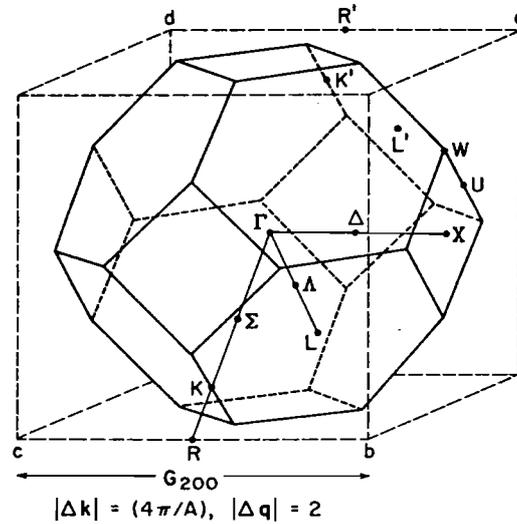


Fig. I.A.3: Première zone de Brillouin du réseau GaAs (d'après [Blakemore 82]).

En voisinage de bord de bande et à température ambiante, les relations de dispersion de l'énergie en fonction du vecteur d'onde \mathbf{k} des porteurs sont approximativement paraboliques : $E = \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2 m^*}$ où m^* est la masse effective des porteurs (électrons ou trous) dans la bande considérée, et \hbar est la constante de Planck réduite ($\hbar = h/2\pi$). Le schéma de structure de bande a la forme suivante [Figure I.A.4]:

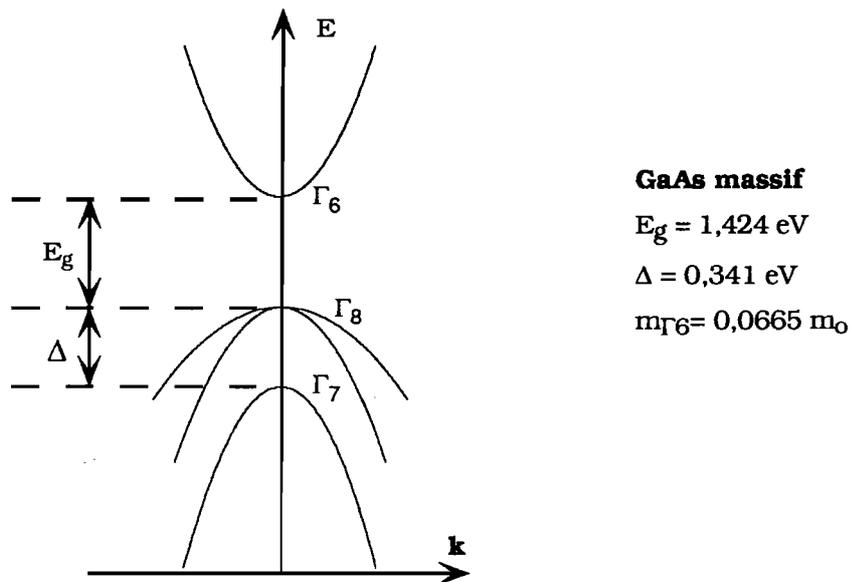


Fig. I.A.4: Schéma de bandes autour de $\mathbf{k}=0$ dans l'approximation parabolique.

E_g représente l'énergie de bande interdite (la lettre "g" en indice vient du mot "gap" qui en Anglais désigne cette énergie), Δ l'écart en énergie entre le haut des bandes Γ_7 et Γ_8 , m_0 la masse de l'électron au repos dans le vide et m_{Γ_6} la masse effective des électrons au voisinage de $k=0$ dans la bande Γ_6 . La longueur d'onde optique correspondant à l'énergie E_g est notée λ_g et vérifie la relation: $E_g = h\nu = hc/\lambda_g$, où h est la constante de Planck.

Remarque : En règle générale la bande de "split-off" est pleine (pas de trous) en raison de son écart vis-à-vis des niveaux de Fermi (voir plus loin) et ne participe donc pas aux transitions radiatives.

Outre le GaAs, les structures que nous allons étudier contiennent un semiconducteur très proche: $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$.

2) $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ massif.

L' $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ est obtenu en substituant de l'aluminium au gallium dans l'arséniure de gallium. L'énergie de bande interdite est augmentée mais le paramètre de maille cristalline reste sensiblement le même. Pour des concentrations en Al comprises entre $x = 0$ et $x = 0,45$ environ, l'AlGaAs est un semiconducteur (SC) à bande interdite directe dont les propriétés sont similaires à celles du GaAs. Au-delà de $x = 0,45$, le matériau devient à bande interdite indirecte.

Si les diverses sources bibliographiques concordent en ce qui concerne le GaAs, il n'en est pas de même pour les alliages AlGaAs. Une formule interpolée de la valeur (exprimée en eV) de l'énergie de bande interdite en fonction de la concentration x en aluminium à température ambiante a été proposée par [Aspnes 86] :

$$E_g(x) = 1,424 + 1,594 x + x(1-x)(0,127 - 1,310 x) \text{ eV.} \quad (1.A.1)$$

Les valeurs expérimentales d'Aspnes sont déduites pour une série d'échantillons de composition supposée connue, et l'ajustement est obtenu par la méthode des moindres carrés.

Une approche plus ancienne proposée par [Casey & Panish 78] consiste à considérer séparément les gammes $x \in [0; 0,45]$ (bande interdite directe) et $x \in [0,45; 1]$ (bande indirecte):

$$\begin{cases} E_g(x) = 1,424 + 1,247 x & \text{si } 0 \leq x \leq 0,45 \\ E_g(x) = 1,424 + 1,247 x + 1,147(x - 0,45)^2 & \text{si } 0,45 \leq x \leq 1,0. \end{cases} \quad (1.A.2)$$

Comme il n'existe pas de confirmation expérimentale permettant de trancher nettement en faveur de l'une ou de l'autre, c'est cette dernière approximation que nous avons retenue, suivant en cela [Adachi 85]. Il est instructif de tracer les courbes de $E_g(x)$ selon les deux modèles : on constate que pour $x \in [0,20; 0,30]$, la différence d'énergie de bande interdite prévue par l'une ou l'autre des formules peut atteindre quelques dizaines de meV, c'est-à-dire plus de 10 nm sur la position du départ de la bande d'absorption ! [Figure I.A.5].

Sauf indication contraire, les paramètres retenus par la suite sont tirés de l'article de revue publié par Adachi [Adachi 85].

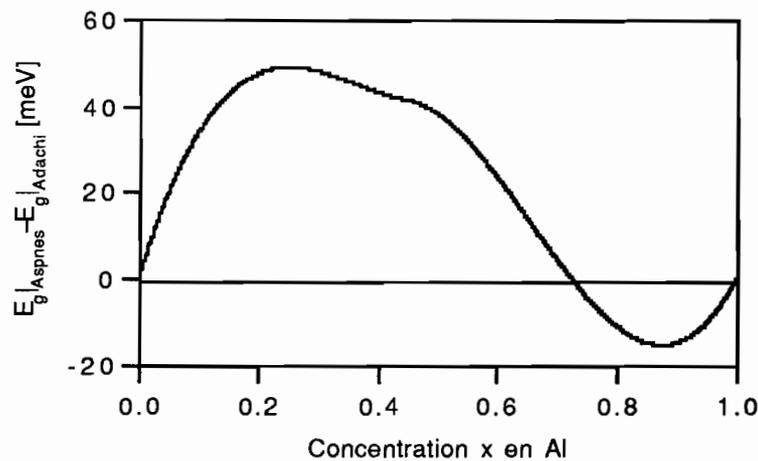


Fig.I.A.5: Différence entre les énergies $E_g(x)$ calculées selon les deux modèles: la courbe tracée représente la quantité $E_g(x) |_{Aspnes} - E_g(x) |_{Adachi}$ en meV.

De nombreuses publications ont par ailleurs été consacrées à ces matériaux : citons notamment [Afromowitz 74], [Casey 74], [Casey 75], [Blakemore 82], [Adachi 85], [Aspnes 86], [Lee 86], [EMIS 86/91], [Koch 88] ...

3) Les structures à puits quantiques

Les divergences bibliographiques ne s'arrêtent pas là. Lorsque l'on s'intéresse aux hétérostructures (HS) à puits quantiques, une quantité fondamentale pour la détermination de leurs propriétés électroniques est la hauteur des puits de potentiel créés par la juxtaposition de deux matériaux de bandes interdites différentes $E_g(0)$ et $E_g(x)$ [Figure I.A.6]:

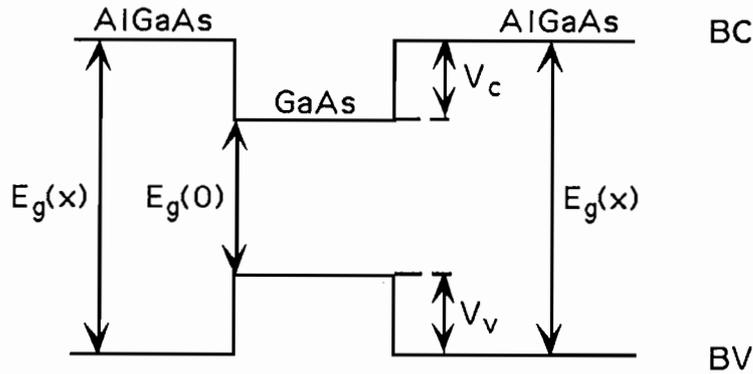
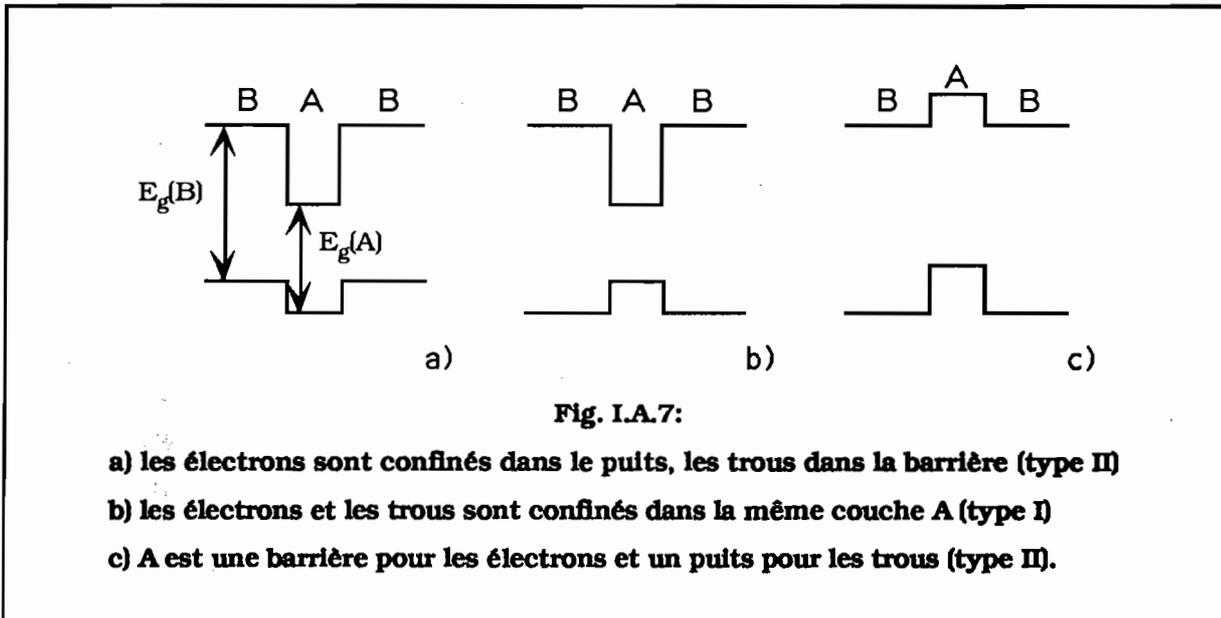


Fig.I.A.6: Hétérostructure à puits quantique.

Le confinement des porteurs dépend en effet non seulement de la différence d'énergie globale $\Delta E = E_g(x) - E_g(0)$ entre les bandes interdites, assez bien connue, mais également de la hauteur des puits de potentiel dans les deux bandes. Pour une même valeur de ΔE , plusieurs configurations sont envisageables selon les matériaux utilisés [Bastard 86] [Figure I.A.7]:



Les puits quantiques GaAs/AlGaAs sont de type I [Figure I.A.7.b].

Supposant connues les énergies de bande interdite des matériaux constituant le puits (ici GaAs) et la barrière (ici AlGaAs), l'hétérostructure est entièrement déterminée par la connaissance de la hauteur de la bande de conduction (respectivement de la bande de valence):

$$E_g(x) - E_g(0) = \Delta E = V_c + V_v. \quad (1.A.3)$$

V_c (respectivement V_v) est une quantité positive qui représente le décalage en énergie entre les bas des bandes de conduction (respectivement les hauts des bandes de valence) des deux matériaux juxtaposés.

En principe, des calculs microscopiques devraient permettre de prédire la valeur de ces décalages de bande V_c et V_v . Néanmoins, la précision actuelle de tels calculs excède rarement plusieurs centaines de meV. Ceci est insuffisant dans la pratique et les valeurs de V_c et V_v demeurent des paramètres mal connus. Leur détermination expérimentale s'avère elle aussi malaisée en raison des fortes incertitudes de mesure. Plusieurs valeurs ont été avancées et la controverse sur le rapport V_c/V_v n'est pas close. Si les premières valeurs proposées pour GaAs/AlGaAs étaient dans des proportions de 85/15, des estimations plus récentes conduisent à des proportions de 67/33, voire de 60/40 [Anderson 91]. C'est finalement à cette valeur que nous nous sommes ralliés comme à la plus récente dont nous disposions.

La combinaison des deux sources d'incertitudes :

- sur l'énergie de bande interdite de la barrière lorsque $x \approx 0,20$
- sur la proportion des décalages de bande

conduit à une certaine dispersion sur les valeurs possibles des niveaux d'énergie des électrons et des trous dans les puits quantiques. Cette incertitude conduit à une précision relative de 0,3 % sur l'énergie de transition, soit une incertitude sur la longueur d'onde de l'ordre de 2,5 nm.

Remarque : La valeur de l'énergie de bande interdite d'un même matériau est susceptible de varier selon la méthode de fabrication utilisée (contraintes). Ainsi la bande interdite de GaAs peut varier de quelques meV. Elle est notamment sensible aux contraintes thermiques [EMIS 86/91] et au dopage [Casey 75]. Dans toute la suite nous n'envisagerons que des matériaux non dopés. Des différences de mesure ont même été décelées sur un même échantillon, selon qu'il était étudié en position verticale ou horizontale! [Sturge 62].

Dans les puits quantiques, la faible épaisseur du matériau conduit à des propriétés électroniques particulières: les fonctions d'ondes électroniques ne peuvent prendre que des valeurs discrètes en raison de leur confinement (l'effet est analogue aux modes discrets d'une cavité résonnante en Optique) et les niveaux d'énergie des porteurs sont quantifiés. Leur valeur dépend de la profondeur et de la largeur des puits. Nous ne considérerons pas ici de super-réseaux: dans les structures étudiées, les couplages entre puits quantiques adjacents pourront toujours être négligés.

4) Niveaux d'énergie d'un puits quantique.

Le puits d'énergie potentielle vu par les électrons de la bande de conduction est entièrement déterminé par la donnée de sa largeur L_z et de sa profondeur V_c [Figure I.A.8]:

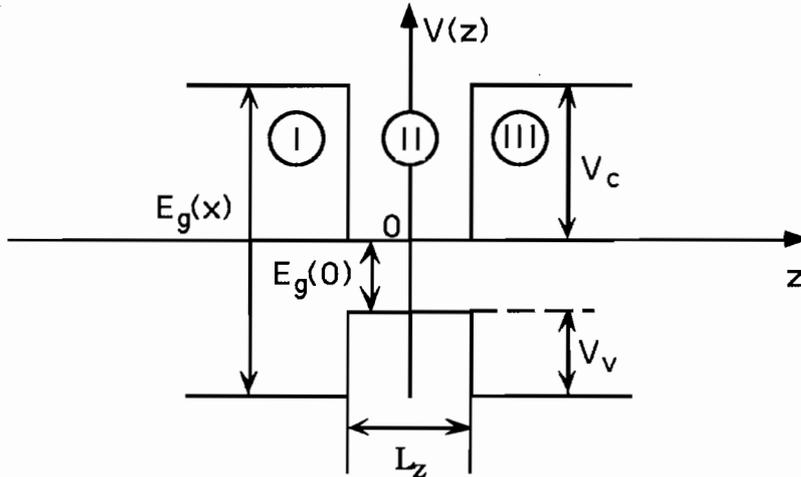


Fig. I.A.8: Conventions de représentation du puits quantique pour le calcul des niveaux d'énergie.

Dans le cadre de l'approximation parabolique, la fonction d'onde ψ de l'électron soumis à une énergie potentielle V obéit à une équation de "masse effective" (de type équation de Schrödinger stationnaire) qui s'écrit pour la bande de conduction :

$$\left[\frac{-\hbar^2}{2m_c} \nabla^2 + V \right] \psi = E_c \psi \quad (1.A.4)$$

où E_c est l'énergie de l'électron, la masse effective m_c des électrons dans la bande de conduction étant définie par:

$$\frac{1}{m_c} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E_c(\mathbf{k})}{\partial \mathbf{k}^2}. \quad (1.A.5)$$

Le problème est à une dimension selon z : $\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial z}$, d'où ψ n'est fonction que de z et

$$\frac{-\hbar^2}{2m_c} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + (V - E_c) \psi = 0. \quad (1.A.6)$$

On se limite à l'étude du cas $0 < E_c < V_c$ (états liés), l'origine des énergies étant prise comme indiqué sur la figure [I.A.8].

Notons m_p (respectivement m_b) la valeur de la masse effective m_c de la bande de conduction dans le matériau constituant le puits (respectivement la barrière).

Dans le puits ($V = 0$), l'équation s'écrit :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + k^2 \psi = 0 \quad \text{où} \quad k = \sqrt{\frac{2m_p \cdot E_c}{\hbar^2}}. \quad (1.A.7)$$

Dans les barrières $V = V_c$:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \rho^2 \psi = 0 \quad \text{où} \quad \rho = \sqrt{\frac{2m_b}{\hbar^2} (V_c - E_c)}. \quad (1.A.8)$$

Dans les régions I, II et III on a respectivement :

$$\begin{cases} \psi_I = A_1 e^{\rho z} + B_1 e^{-\rho z} \\ \psi_{II} = A_2 e^{ikz} + B_2 e^{-ikz} \\ \psi_{III} = A_3 e^{\rho z} + B_3 e^{-\rho z} \end{cases} \quad (1.A.9)$$

où les constantes $A_1, A_2, A_3, B_1, B_2, B_3$ doivent être déterminées en fonction des conditions aux limites. Comme la fonction d'onde ψ doit être bornée dans les régions I et III, il faut que $B_1 = A_3 = 0$. De plus, on doit choisir les constantes de manière à assurer la continuité de $\psi(z)$ et de $\frac{1}{m_c} \frac{\partial \psi}{\partial z}$ à chacune des interfaces ($z = \pm L_Z/2$) [Bastard 90]. Les symétries du problème permettent ensuite de chercher les solutions sous deux formes, symétrique et antisymétrique.

- **solutions symétriques (S)** $A_1 = B_3 \Rightarrow A_2 = B_2$

$$\Rightarrow \boxed{\operatorname{tg}\left(\frac{kL}{2}\right) = \frac{m_p}{m_b} \frac{\rho}{k}} \quad (1.A.10.S)$$

- **solutions antisymétriques (AS)** $A_1 = -B_3 \Rightarrow B_2 = -A_2$

$$\Rightarrow \boxed{-\operatorname{tg}\left(\frac{kL}{2}\right) = \frac{m_b}{m_p} \frac{k}{\rho}} \quad (1.A.10.AS)$$

Comme ρ et k dépendent de E_c , ces deux équations (1.A.10.S) et (1.A.10.AS) ne peuvent être satisfaites que pour certaines valeurs (discrètes) de E_c . Nous les noterons E_1, E_2 , etc.

Le principe est exactement le même dans la bande de valence, à ceci près qu'il est nécessaire de calculer séparément les énergies des trous lourds (repérés par l'indice HH) et des trous légers (repérés par l'indice LH), qui n'ont pas les mêmes masses effectives. Nous notons H_1, H_2 , etc... (respectivement L_1, L_2 , etc...) les énergies des trous lourds

(respectivement légers), quantités comptées positivement du haut vers le bas de la bande de valence.

Nous avons appliqué cette méthode à un puits quantique de 100 Å en GaAs/Al_{0,2}Ga_{0,8}As:

$$\begin{aligned} V_c/V_v &= 60/40; & E_g(0) &= 1,424 \text{ eV}; & E_g(x) &= 1,673 \text{ eV}; \\ m_p &= 0,067 m_0; & m_b &= 0,0836 m_0. \end{aligned}$$

La résolution numérique donne pour la bande de conduction :

$$E_1=26,3 \text{ meV} \quad E_2=100,9 \text{ meV}$$

et pour la bande de valence :

$$H_1=4,5 \text{ meV} \quad H_2=17,8 \text{ meV} \quad H_3=39,6 \text{ meV}$$

$$L_1=19,9 \text{ meV} \quad L_2=74,3 \text{ meV}. \quad [\text{Figure I.A.9}]$$

On obtient ainsi deux niveaux quantifiés pour les électrons de la BC et les trous légers de la BV, et trois niveaux pour les trous lourds de la BV.

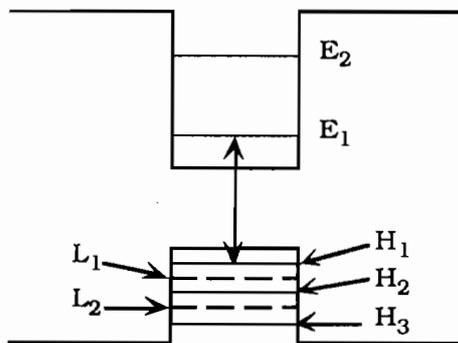


Fig. I.A.9: Représentation schématique des niveaux d'énergie.

Les transitions optiques possibles ont lieu entre sous-niveaux de même numéro :

$$E_1 \leftrightarrow H_1, \quad E_1 \leftrightarrow L_1$$

$$E_2 \leftrightarrow H_2, \quad E_2 \leftrightarrow L_2$$

Les longueurs d'onde associées à ces transitions ont pour valeur :

$$\begin{cases} \lambda_{E_1 H_1} = 852 \text{ nm} \\ \lambda_{E_2 H_2} = 804 \text{ nm} \\ \lambda_{E_1 L_1} = 843 \text{ nm} \\ \lambda_{E_2 L_2} = 775 \text{ nm} \end{cases}$$

À présent que les choix sont précisés et que les niveaux d'énergie sont connus, on a besoin de calculer les densités d'état des niveaux impliqués, tant dans les semiconducteurs massifs que dans les puits quantiques, pour en déduire leurs propriétés optiques. Il faut alors définir correctement la répartition des porteurs dans les différents types de matériaux considérés.

B. Distribution des porteurs.

1) Densité d'états, statistique de Fermi.

La fonction d'onde d'un électron dans une bande (BC ou BV) peut s'écrire sous forme d'onde de Bloch : $\psi(\vec{r}) = U_{\vec{k}}(\vec{r}) e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$ où $U_{\vec{k}}(\vec{r})$ a la périodicité du réseau cristallin; \vec{r} représente le vecteur position et \vec{k} le vecteur d'onde. Les vecteurs d'onde \vec{k} sont quantifiés (conditions aux limites périodiques) dans les trois dimensions de sorte que $|k_i| = \frac{2\pi \cdot p}{L_i}$ où $i = x, y, z, p \in \mathbb{N}$, L_i est la longueur du cristal dans la direction i .

Dans l'espace des \vec{k} le volume disponible par état électronique est $8\pi^3/V$ où $V=L_xL_yL_z$. Posons $k = \|\vec{k}\|$. Le nombre d'états électroniques compris entre k et $k + dk$ est donné par le volume compris entre deux sphères de rayons k et $k + dk$, i.e. $\rho(k) dk = \frac{k^2 V}{\pi^2} dk$ (où un facteur 2 a été ajouté pour tenir compte des deux états de spin associés à chaque valeur de k).

L'énergie associée à un état k donné dans la bande de conduction est $E_c(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_c}$ dans l'approximation des bandes paraboliques, où m_c est la masse effective et décrit la courbure de la bande au voisinage de $k = 0$. $E_c(k)$ est mesuré à partir du bas de bande. On a de même dans la bande de valence $E_v(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_v}$.

La densité d'états en énergie dans chaque bande s'obtient à partir de cette relation (dite **relation de dispersion**) et de $\rho(k) dk$:

$$\rho(E) dE = \frac{1}{V} \rho(k) dk \quad (1.B.1)$$

Pour un semiconducteur massif, il vient:

$$\begin{cases} \rho_v(E_v) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_v}{\hbar^2} \right)^{3/2} E_v^{1/2} & \text{dans la BV} \\ \rho_c(E_c) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_c}{\hbar^2} \right)^{3/2} E_c^{1/2} & \text{dans la BC,} \end{cases} \quad (1.B.2.a)$$

et **pour un puits quantique**:

$$\begin{cases} \rho_v(E_v) = \left(\frac{m_v}{\pi\hbar^2} \right) \sum_n H(E_v - H_n) & \text{dans la BV} \\ \rho_c(E_c) = \left(\frac{m_c}{\pi\hbar^2} \right) \sum_n H(E_c - E_n) & \text{dans la BC,} \end{cases} \quad (1.B.2.b)$$

où H est la fonction de Heaviside, la sommation étant effectuée sur toutes les valeurs discrètes de l'énergie dans le puits: E_n dans la BC, H_n dans la BV. Notons que si l'énergie est quantifiée selon la direction z , la relation de dispersion reste parabolique dans les deux autres dimensions.

Les dimensions du cristal font que les états discrets sont en réalité si proches les uns des autres qu'ils peuvent être traités comme un continuum.

Ces états disponibles ne sont pas nécessairement occupés; leur probabilité d'occupation est régie par la statistique de Fermi-Dirac :

$$\begin{cases} f_v(E_v) = \frac{1}{1 + \exp \beta(E_v - E_F)} & \text{dans la BV} \\ f_c(E_c) = \frac{1}{1 + \exp \beta(E_c - E_F)} & \text{dans la BC} \end{cases} \quad (1.B.3)$$

où E_F est l'énergie de Fermi et $\beta = 1/k_B T$; k_B est la constante de Boltzmann et T la température en degrés Kelvin.

À l'équilibre thermodynamique, l'énergie de Fermi est la même pour les deux bandes. Hors équilibre – comme c'est le cas en présence de pompage – les probabilités d'occupation des états électroniques dans chacune des bandes sont régies par une statistique analogue, où l'énergie E_F est remplacée par des "quasi-niveaux" de Fermi qui sont à présent distincts pour chacune des bandes. Ce concept de "quasi-niveau" de Fermi est valide dès que l'équilibre thermique est atteint individuellement dans chaque bande, ce qui se produit dans GaAs à une échelle de temps de l'ordre de 0,1 ps - temps de recombinaison intrabande qui thermalise très efficacement la distribution de porteurs excités [Foing 91]. Sur la figure [I.B.1], les quantités E_{F_c} et E_{F_v} représentent les quasi-niveaux de Fermi de conduction et de valence, E_g l'énergie de bande interdite et $\hbar\omega$ l'énergie d'une transition optique possible entre bande de conduction et bande de valence.

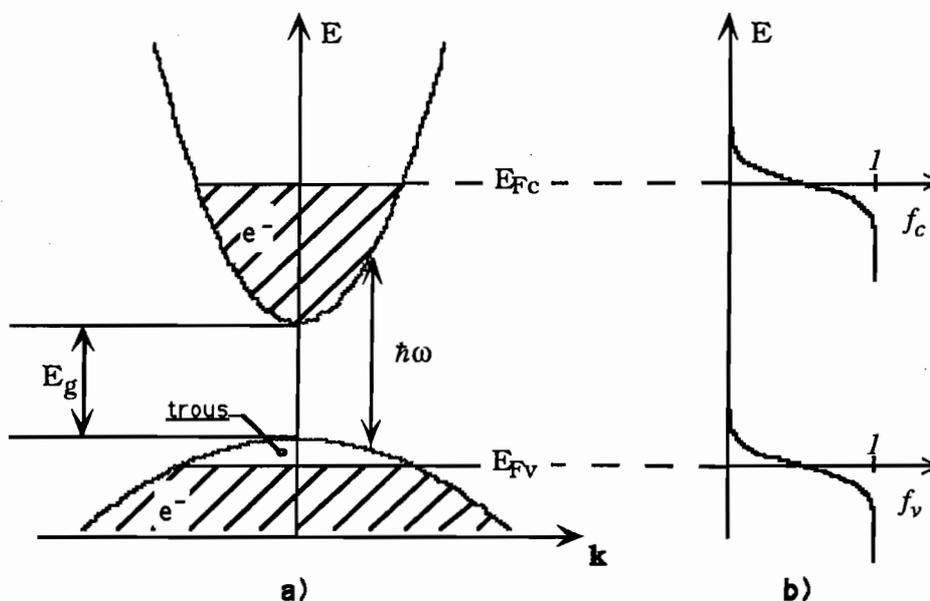


Fig. I.B.1: Semiconducteur massif hors-équilibre:

a) répartition des porteurs dans les bandes; b) fonctions d'occupation f_c et f_v .

Un photon absorbé qui porte un électron dans la bande de conduction crée un trou dans la bande de valence. La recombinaison radiative d'un électron de la bande de conduction et d'un trou de la bande de valence s'accompagne de l'émission d'un photon. Nous allons calculer la position de ces quasi-niveaux lorsque le matériau est pompé.

2) Calcul des quasi-niveaux de Fermi.

Supposons une population de porteurs thermalisée selon une statistique de Fermi dans une bande (par exemple la bande de conduction) dont la densité d'états est connue. Soit N la densité totale de porteurs dans cette bande :

$$N = \int_0^{\infty} \rho_c(E_c) f_c(E_c, E_{Fc}^*) dE_c \quad (1.B.4)$$

où E_{Fc}^* est le quasi-niveau de Fermi, $\rho_c(E_c)$ la densité d'états dans la bande de conduction, $\beta = 1/k_B T$ (la température étant supposée la même dans les deux bandes) et

$$f_c(E_c, E_{Fc}^*) = \frac{1}{1 + \exp \beta(E_c - E_{Fc}^*)}. \quad (1.B.5)$$

L'origine des énergies est prise en bas de la bande de conduction et E_{Fc}^* est positif à l'intérieur de la bande:

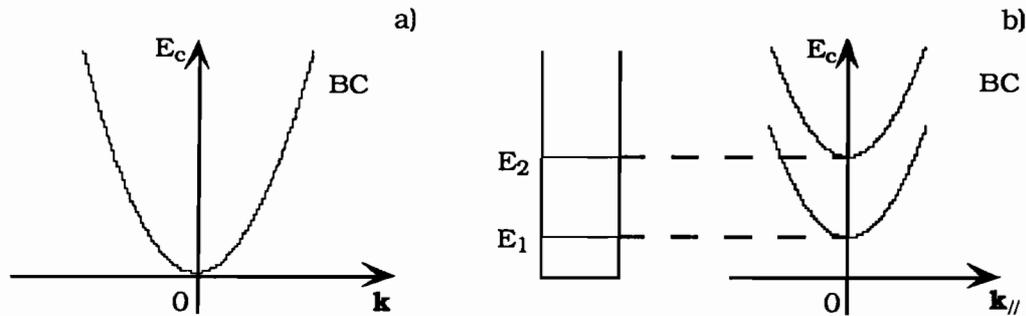


Fig. I.B.2: Conventions d'écriture des énergies dans la BC;
a) matériau massif (3D); b) puits quantique (2D).

Pour un semiconducteur massif, il vient (pour une relation de dispersion parabolique au voisinage de $k = 0$):

$$N = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_c}{\hbar^2} \right)^{3/2} \int_0^{\infty} \frac{E_c^{1/2}}{1 + \exp \beta(E_c - E_{Fc}^*)} dE_c \quad (1.B.6)$$

et pour un puits quantique :

$$N = \left(\frac{m_c}{\pi \hbar^2 L_z} \right) \int_0^\infty \sum_n \frac{H(E_c - E_n)}{1 + \exp \beta(E_c - E_{Fc}^*)} dE_c \quad (1.B.7)$$

où H est la fonction de Heaviside, la sommation étant effectuée sur toutes les valeurs discrètes E_n de l'énergie dans le puits.

Remarque : Dimensions : $\frac{mk_B T}{\pi \hbar^2}$ est homogène à des m^{-2} pour les puits quantiques, donc les densités calculées sont surfaciques (2D). Il faut diviser par L_z (épaisseur du puits) pour obtenir des m^{-3} .

$$N = \left(\frac{m_c}{\pi \hbar^2 L_z} \right) k_B T. \sum_n \left\{ \ln \left[1 + \exp \beta(E_{Fc}^* - E_n) \right] \right\}. \quad (1.B.8)$$

Remarquons que la contribution du premier sous-niveau est prépondérante: de manière générale, les niveaux supérieurs à E_{Fc}^* de quelques $k_B T$ deviennent négligeables (à température ambiante $k_B T \approx 25$ meV, $5 k_B T \approx 130$ meV) [Figure I.B.3].

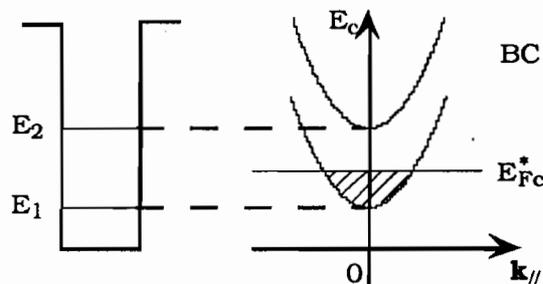


Fig. I.B.3: Bande de conduction d'un puits quantique (le quasi-niveau de Fermi est ici compris entre les deux sous-niveaux E_1 et E_2).

On trouve de la même manière la densité totale de porteurs dans la BV :

- pour un semiconducteur massif :

$$P = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_v}{\hbar^2} \right)^{3/2} \int_0^\infty \frac{E_v^{1/2}}{1 + \exp \beta(E_v - E_{Fv}^*)} dE_v \quad (1.B.9)$$

- pour un puits quantique :

$$\begin{cases} P_{HH} = \left(\frac{m_{HH}}{\pi \hbar^2 L_z} \right) k_B T. \sum_n \left\{ \ln \left[1 + \exp \beta (E_{FV}^* - HH_n) \right] \right\} \\ P_{LH} = \left(\frac{m_{LH}}{\pi \hbar^2 L_z} \right) k_B T. \sum_n \left\{ \ln \left[1 + \exp \beta (E_{FV}^* - LH_n) \right] \right\} \end{cases} \quad (1.B.10)$$

où l'indice HH (respectivement LH) représente la contribution des trous lourds (respectivement légers).

Pour le calcul de l'intégrale dans la bande de valence, les conventions sont: l'origine des énergies est en haut de bande et les énergies sont comptées positivement dans la bande.

Il est ainsi possible de tracer N en fonction de E_{Fc}^* et P en fonction de E_{Fv}^* pour un matériau en GaAs massif [Figure I.B.4]:

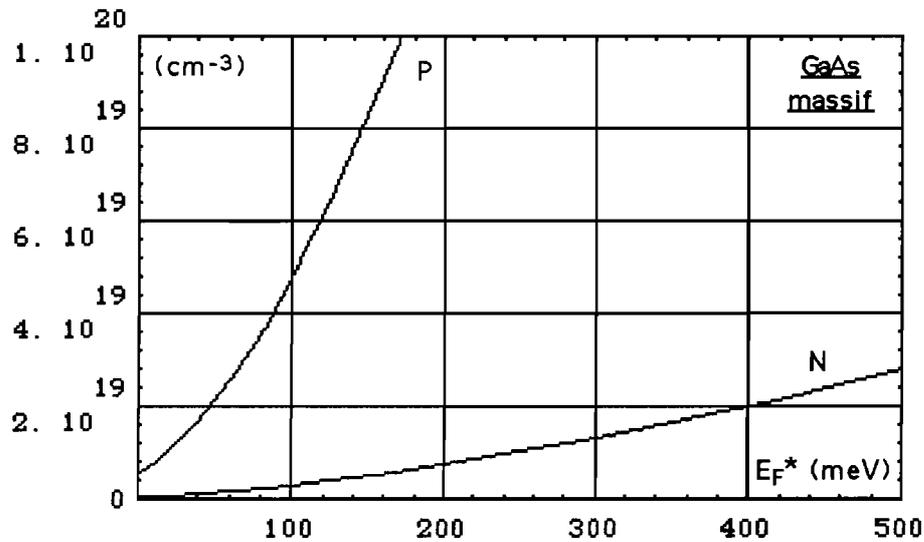


Fig. I.B.4: Densités de porteurs N en fonction de E_{Fc}^* et P en fonction de E_{Fv}^* dans le GaAs massif.

On trace de même $P = P_{HH} + P_{LH}$ et N pour un puits quantique de 100 Å [Figure I.B.5]:

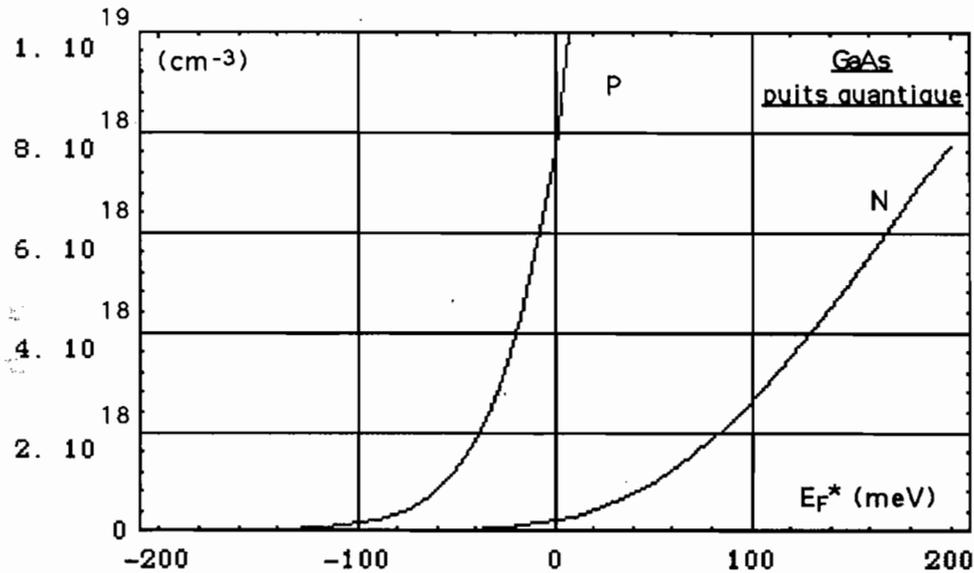


Fig. I.B.5: Densités de porteurs N en fonction de $E_{F_c}^*$ et P en fonction de $E_{F_v}^*$ dans un puits quantique GaAs/Al_{0,2}Ga_{0,8}As d'épaisseur $L_z = 100$ Å.

Quelle que soit la nature du matériau considéré (massif ou puits quantique), si $N(E_{F_c}^*)$ et $P(E_{F_v}^*)$ sont des fonctions explicites des quasi-niveaux de Fermi, il n'en est pas de même de $E_{F_c}^*$ en fonction de N ni de $E_{F_v}^*$ en fonction de P car ces fonctions ne sont pas inversibles. Mais il est possible de calculer numériquement la position des quasi-niveaux: l'électronneutralité impose $N = P$.

À N fixé ($N=P$) correspond donc un seul couple $\{E_{F_c}^*, E_{F_v}^*\}$ que l'on peut déterminer numériquement ou graphiquement.

Maintenant que nous savons calculer la répartition des porteurs dans ces matériaux, nous allons aborder leurs propriétés optiques: les mécanismes d'interaction d'une onde électromagnétique avec le système matériel sont responsables de l'absorption de la lumière par ce dernier.

C. Interaction d'une onde électromagnétique avec le milieu matériel.

1) Transitions directes interbandes.

a) Règle d'or de Fermi.

Nous considérons ici l'interaction d'une onde électromagnétique avec les électrons d'un cristal supposé sans défaut. La perturbation de l'état fondamental du cristal par le potentiel-vecteur du champ électromagnétique dépendant du temps provoque des transitions de type dipolaire-électrique entre les états occupés de la bande de valence et les états libres de la bande de conduction. Ces états à un électron sont décrits par une fonction d'onde $\psi_c(\vec{k}_c, \vec{r})$ associée à une énergie $E_c(\vec{k}_c)$ dans la bande de conduction et par une fonction d'onde $\psi_v(\vec{k}_v, \vec{r})$ associée à une énergie $E_v(\vec{k}_v)$ dans la bande de valence. La quantité \vec{k}_c (respectivement \vec{k}_v) représente le vecteur d'onde de l'électron de la bande de conduction (respectivement de valence) dans la première zone de Brillouin. Ils sont solutions de l'équation de Schrödinger à un électron.

Le Hamiltonien total incluant le terme de potentiel-vecteur \vec{A} du champ électromagnétique de l'onde lumineuse incidente [Harbeke 72] est :

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2m_0} (\vec{p} + e\vec{A})^2 + V(\vec{r}) \quad (1.C.1)$$

où \vec{p} est le moment de l'électron et

$V(\vec{r})$ l'énergie potentielle du cristal périodique.

L'opérateur de perturbation au premier ordre, décrivant l'interaction champ/électron, linéaire et dépendant du temps, s'écrit :

$$\mathcal{H}_{\text{rad}}(\vec{r}, t) = \frac{e}{m_0} \vec{A} \cdot \vec{p}. \quad (1.C.2)$$

Soit une onde plane monochromatique polarisée linéairement, de pulsation ω (de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = \frac{2\pi c}{\omega}$), s'écrivant sous la forme :

$$\begin{cases} \vec{E} = \text{Re} \left[E_0 \hat{e}_0 \exp[i(\vec{q} \cdot \vec{r} - \omega t)] \right] \\ \vec{H} = \text{Re} \left[H_0 \hat{h}_0 \exp[i(\vec{q} \cdot \vec{r} - \omega t)] \right] \end{cases} \quad (1.C.3)$$

où $\bar{q} = \bar{q}_1 + i\bar{q}_2$ est le vecteur d'onde (complexe), \hat{e}_0 et \hat{h}_0 les vecteurs unitaires de polarisation des champs électrique \bar{E} et magnétique \bar{H} (E_0 est supposé réel). Le potentiel-vecteur est :

$$\bar{A} = \frac{E_0 \hat{e}_0}{2i\omega} \left[e^{i(\bar{q} \cdot \bar{r} - \omega t)} - \text{c. c.} \right]. \quad (1.C.4)$$

Choisissons une jauge telle que :

$$\bar{E} = -\frac{\partial \bar{A}}{\partial t}. \quad (1.C.5)$$

La règle d'or de Fermi nous donne la probabilité de transition par unité de temps pour un électron venant d'un état initial occupé $|i\rangle$ de la bande de valence d'énergie $E_v(\bar{k}_v)$ vers un état final libre $|f\rangle$ de la bande de conduction d'énergie $E_c(\bar{k}_c)$:

$$\frac{dW}{dt} = \frac{e^2 E_0^2}{4m_0^2 \omega^2} |\langle f | \hat{e}_0 \cdot \bar{p} | i \rangle|^2 \frac{2\pi}{\hbar} \delta(E_c - E_v - \hbar\omega). \quad (1.C.6)$$

L'élément de matrice est: $\langle f | \hat{e}_0 \cdot \bar{p} | i \rangle = \hat{e}_0 \cdot \bar{p}_{if}$ avec $\bar{p}_{if} = \langle i | \bar{p} | f \rangle$

$$\hat{e}_0 \cdot \bar{p}_{if} = \hat{e}_0 \cdot \int \psi_v^*(\bar{r}) \cdot \bar{p} \psi_c(\bar{r}) d^3r \quad (1.C.7)$$

$$\begin{cases} \psi_v(\bar{r}) = U_v(\bar{r}) \cdot \phi_v(\bar{r}) \\ \psi_c(\bar{r}) = U_c(\bar{r}) \cdot \phi_c(\bar{r}) \end{cases} \quad (1.C.8)$$

où U_c et U_v sont les parties périodiques des fonctions de Bloch dans chacune des bandes.

L'examen détaillé de l'élément de matrice $\hat{e}_0 \cdot \bar{p}_{if}$ dans le cas du puits quantique [formule (1.C.7)] nous permet de déduire les **règles de sélection** des transitions optiques interbandes.

L'élément de matrice disparaît sauf si $\bar{k}_c - \bar{q} = \bar{k}_v + \bar{K}$ où \bar{K} est un vecteur du réseau réciproque. Comme le vecteur d'onde de la radiation est $|\bar{q}| = \frac{2\pi}{\lambda_0} \ll |\bar{k}_v|, |\bar{k}_c|$, il peut être négligé et dans la première zone de Brillouin, nous obtenons $\boxed{\bar{k}_c = \bar{k}_v = \bar{k}}$. Nous conserverons cette notation pour toute la suite.

Ceci constitue la **première règle de sélection**, fondée sur la conservation du moment: seules les transitions "verticales" (sans changement du vecteur d'onde électronique) sont permises.

En tenant compte à présent de tous les états possibles, la probabilité W_{vc} de transition depuis tous les états de la bande de valence vers tous les états de la bande de conduction, par unité de temps et de volume, s'écrit :

$$W_{vc} = \frac{\pi e^2 E_0^2}{2 \hbar m_0^2 \omega^2} \int d\bar{k} \frac{\rho(k)}{V} \left| \langle f | \hat{e}_0 \cdot \bar{p} | i \rangle \right|^2 \delta[E_c(k) - E_v(k) - \hbar\omega] \quad (1.C.9)$$

où l'intégration est effectuée sur toute la première zone de Brillouin. La "fonction" δ dans (1.C.9) contient la **deuxième règle de sélection**, basée sur la conservation de l'énergie. La probabilité de transition n'est non nulle que si la différence d'énergie entre l'état initial et l'état final est égale à l'énergie du photon $\hbar\omega$.

Remarque :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho(k) = \frac{2}{(2\pi)^3} \quad \text{dans un matériau massif (3D)} \\ \rho(k) = \frac{2}{(2\pi)^2} \quad \text{dans un puits quantique (2D)} \end{array} \right.$$

(le facteur 2 rendant compte de la dégénérescence de spin).

b) Règles de sélection dans les puits quantiques.

Nous rappelons brièvement les règles de sélection en vigueur dans les puits quantiques, telles qu'elles sont exposées dans la référence [Bastard 90].

- seules les transitions entre sous-bandes de même numéro sont permises.
- polarisations : cf. Tableau récapitulatif [T.I.C.1].

Transitions HH_n-E_n				Transitions LH_n-E_n			
Propagation ↓	Polarisations			Propagation ↓	Polarisations		
	\hat{e}_x	\hat{e}_y	\hat{e}_z		\hat{e}_x	\hat{e}_y	\hat{e}_z
// \hat{e}_z	$\frac{\pi_0}{\sqrt{2}}$	$\frac{\pi_0}{\sqrt{2}}$	—	// \hat{e}_z	$\frac{\pi_0}{\sqrt{6}}$	$\frac{\pi_0}{\sqrt{6}}$	—
// \hat{e}_x	—	$\frac{\pi_0}{\sqrt{2}}$	Interdit	// \hat{e}_x	—	$\frac{\pi_0}{\sqrt{6}}$	$\frac{2\pi_0}{\sqrt{6}}$
// \hat{e}_y	$\frac{\pi_0}{\sqrt{2}}$	—	Interdit	// \hat{e}_y	$\frac{\pi_0}{\sqrt{6}}$	—	$\frac{2\pi_0}{\sqrt{6}}$

Tableau T.I.C.1 : La quantité portée dans le tableau est proportionnelle à l'élément de matrice et la constante π_0 est reliée à E_p par $E_p = 2 m_0 \pi_0^2$; z désigne l'axe de croissance des couches

(d'après [Bastard 90]).

Nous allons à présent relier plus explicitement l'expression de W_{vc} aux constantes optiques du milieu, en introduisant la permittivité diélectrique complexe ϵ .

2) Relations entre les constantes optiques et les probabilités de transition.

a) Permittivité diélectrique complexe.

Les champs $\{\vec{E}, \vec{H}\}$ définis en (1.C.3) sont solutions des équations de Maxwell du champ électromagnétique si $\vec{q} \cdot \vec{q} = \bar{\epsilon} \frac{\omega^2}{c^2}$. La "constante" diélectrique relative complexe $\bar{\epsilon}$ est définie par $\bar{\epsilon} = \epsilon' + i\epsilon''$ [$\epsilon', \epsilon'' \in \mathbf{R}^2$] et décrit la réponse du milieu en champ via les relations constitutives :

$$\begin{cases} \vec{D} = \epsilon_0 \bar{\epsilon} \vec{E} \\ \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \\ \vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E} \\ \bar{\epsilon} = 1 + \chi \end{cases} \quad (1.C.10)$$

où \mathbf{D} et \mathbf{P} sont les vecteurs induction et polarisation, et χ la susceptibilité linéaire.

Il est utile d'introduire l'indice complexe de réfraction :

$$\bar{n} = [\bar{\epsilon}]^{1/2} = n' + i n'' \quad (1.C.11)$$

où n' est l'indice réel et n'' le coefficient d'extinction. n' et n'' sont reliés à $\bar{\epsilon}$ de façon immédiate par :

$$\begin{cases} \epsilon' = n'^2 - n''^2 \approx n'^2 \quad (\text{car } n'' \ll n') \\ \epsilon'' = 2 n' n'' \end{cases} \quad (1.C.12)$$

Si $\vec{q} = \vec{q}_1 + i \vec{q}_2$ pour des ondes planes homogènes ($\vec{q}_1 // \vec{q}_2$) on a :

$$\begin{cases} |q_1| = \frac{n' \omega}{c} = \frac{2\pi n'}{\lambda_0} \\ |q_2| = \frac{n'' \omega}{c} = \frac{2\pi n''}{\lambda_0} \end{cases} \quad (1.C.13)$$

où λ_0 est la longueur d'onde dans le vide.

En réinsérant ces expressions dans l'expression (1.C.3), pour une onde se propageant le long de l'axe des z dans le sens des z croissants, on a :

$$E(z) = \text{Re} \left[E_0 \exp \left[i \left(\frac{n' \omega}{c} z - \omega t \right) \right] \exp \left(-\frac{n'' \omega}{c} z \right) \right]. \quad (1.C.14)$$

L'atténuation de l'amplitude est en $\exp \left(-\frac{n'' \omega}{c} z \right)$ et la vitesse est c/n' . L'atténuation de l'intensité lumineuse ($I \propto |E|^2$) est donc en $\exp \left(-\frac{2n'' \omega}{c} z \right)$. Le coefficient d'absorption α , défini par la décroissance relative de l'intensité lumineuse par unité de distance dans la direction de propagation est donc :

$$\begin{cases} \alpha = \frac{2 n'' \omega}{c} = \frac{4\pi n''}{\lambda_0} \\ \alpha = \frac{1}{n'} \frac{\omega}{c} \varepsilon'' \end{cases} \quad (1.C.15)$$

La convention choisie sur l'écriture du champ se propageant en $e^{i(kz - \omega t)}$ vers les z croissants impose que le coefficient d'extinction n'' soit **positif** en présence d'absorption. La représentation contraire ($\omega t - kz$) changerait le signe de n'' .

La perte d'énergie subie par l'onde électromagnétique plane incidente est $W_{vc} \cdot \hbar \omega$. D'après la théorie de Maxwell, nous pouvons exprimer cette même énergie sous la forme $\frac{\varepsilon_0}{2} \varepsilon'' \omega E_0^2$ [Yariv 75].

Nous obtenons par identification :

$$\varepsilon''(\omega) = \frac{\pi e^2}{\varepsilon_0 m_0^2 \omega^2} \int dk \rho(k) \left| \langle f | \hat{e}_0 \cdot \vec{p} | i \rangle \right|^2 \delta(E_c - E_v - \hbar \omega). \quad (1.C.16)$$

Cette expression de la partie imaginaire de la permittivité complexe $\bar{\varepsilon}$ est déterminée par toutes les transitions interbande verticales possibles entre états distants d'une même énergie $\hbar \omega$, et par l'élément de matrice $\langle f | \hat{e}_0 \cdot \vec{p} | i \rangle$ qui dépend des fonctions d'onde des états initial et final.

b) Densité d'états joints.

Or le lieu des états vérifiant $E_c - E_v = \hbar\omega = c^{te}$ est une certaine surface dans l'espace des \vec{k} . Pour un cristal de volume total V , on définit ainsi une densité d'états "joints" par:

$$\rho_j(\hbar\omega) d\hbar\omega = \frac{1}{V} \rho(\vec{k}) d\vec{k}. \quad (1.C.17)$$

Elle représente la densité volumique d'états compris entre $\hbar\omega$ et $\hbar\omega + d\hbar\omega$. Le qualificatif "joints" vient du fait que sont impliqués des états de la bande de conduction et de la bande de valence, non pas indépendamment les uns des autres, mais liés entre eux par la relation :

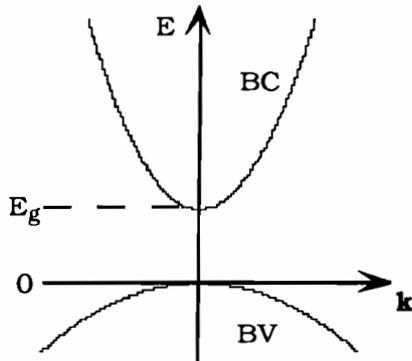
$$E_c(\vec{k}) - E_v(\vec{k}) = \hbar\omega. \quad (1.C.18)$$

$$\rho_j(\hbar\omega) d\hbar\omega = \frac{2}{V} \cdot \frac{\text{volume, dans l'espace des } \vec{k}, \text{ des états compris entre } \hbar\omega \text{ et } \hbar\omega + d\hbar\omega}{\text{volume d'un état}} \quad (1.C.19)$$

où le facteur 2 rend compte de la dégénérescence de spin.

Rappelons les expressions de la densité d'états joints pour les semiconducteurs massifs et les structures à puits quantiques [Tauc 65]:

- **semiconducteur massif (3D) à dispersion parabolique.**



[Fig.I.C.1]

$$\begin{cases} E_v(\vec{k}) = \frac{-\hbar^2 k^2}{2m_v} \\ E_c(\vec{k}) = E_g + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_c} \end{cases} \quad (1.C.20)$$

$\hbar\omega = E_g + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$ pour une transition verticale où m^* est la masse réduite définie par :

$$\frac{1}{m^*} = \frac{1}{m_c} + \frac{1}{m_v}. \quad (1.C.21)$$

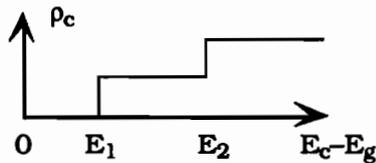
La surface $\hbar\omega(\mathbf{k}) = \text{cte}$ est une sphère dans l'espace des \vec{k} , et le volume compris entre $\hbar\omega$ et $\hbar\omega + d\hbar\omega$ est $4\pi k^2 dk$ où $dk = \frac{m^*}{\hbar^2 k} d\hbar\omega$. Il vient :

$$\rho_j^{3D}(\hbar\omega) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m^*}{\hbar^2} \right) (\hbar\omega - E_g)^{1/2}. \quad (1.C.22)$$

• **Semiconducteur à puits quantiques (2D) à dispersion parabolique**

On montre de même que, dans un puits quantique idéalisé (un seul type de trous considéré, masse isotrope, dispersion parabolique), la densité d'états joints est en marches d'escalier de hauteurs égales.

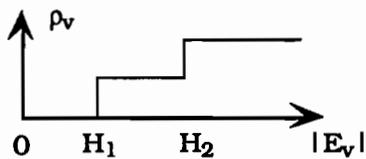
Si les densités d'états de la bande de conduction et de la bande de valence s'écrivent respectivement :



[Fig.I.C.2]

$$\rho_c(E_c) = \frac{m_c}{\pi\hbar^2} \sum_i H(E_c - E_g - E_i) \quad (1.C.23)$$

et :

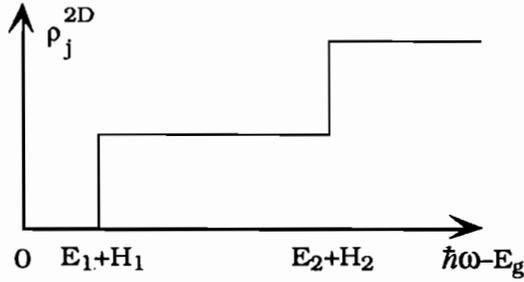


[Fig.I.C.3]

$$\rho_v(|E_v|) = \frac{m_v}{\pi\hbar^2} \sum_i H(|E_v| - H_i) \quad (1.C.24)$$

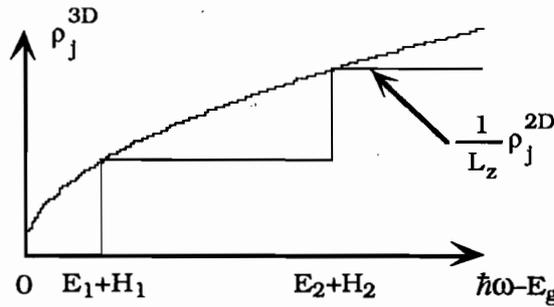
alors :

$$\rho_j^{2D}(\hbar\omega) = \frac{m^*}{\pi\hbar^2} \sum_i (\hbar\omega - E_g - E_i - H_i) \quad (1.C.25)$$



[Fig.I.C.4]: Densité d'états bidimensionnelle.

De plus, si L_z est l'épaisseur du puits quantique, les bords des marches d'escalier de la fonction $\frac{1}{L_z} \rho_j^{2D}$ coïncident avec les points de la courbe $\rho_j^{3D}(\hbar\omega)$:



[Fig.I.C.5]: Densités d'états du GaAs (massif et en puits quantique).

• Relation avec ϵ'' .

Le résultat important consiste en ce que l'équation (1.C.16) peut se réécrire [Tauc 65] en fonction de la densité d'états joints, sous réserve que $|\langle f | \hat{e}_0 \cdot \vec{p} | i \rangle|^2$ soit à variations lentes :

$$\epsilon''(\omega) = \frac{\pi e^2}{\epsilon_0 m_0^2 \omega^2} |\langle f | \hat{e}_0 \cdot \vec{p} | i \rangle|^2 \rho_j(\hbar\omega). \quad (1.C.26)$$

On retrouve le résultat classique: exprimée en fonction de l'énergie $\hbar\omega$, l'absorption du semiconducteur massif (3D) présente un profil en racine carrée, et le puits quantique (2D) un profil en marche d'escalier.

Cette approche nous fournit une première approximation de l'absorption linéaire des semiconducteurs : ϵ'' est directement proportionnel à la densité d'états joints $\rho_j(\hbar\omega)$; la partie réelle de $\bar{\epsilon}$ s'en déduit par transformation de Kramers-Krönig. Mais nous devons l'affiner afin de prendre en compte deux effets qu'il est impossible de négliger : d'une part, les transitions électroniques se produisent à partir d'états *occupés* vers des états *disponibles*, leur répartition étant régie par les facteurs d'occupation; d'autre part, les processus de relaxation modifient la forme des courbes d'absorption en les "émoussant".

c) *Prise en compte des facteurs d'occupation.*

Nous avons supposé jusqu'à présent que tous les états de la bande de valence étaient occupés, et libres tous les états de la bande de conduction. Lorsque cette condition n'est plus vérifiée - par exemple en présence d'un mécanisme extérieur de pompage - on doit prendre en compte l'impossibilité d'obtenir une transition à partir d'un niveau vide ou vers un niveau plein. Si nous supposons la population électronique thermalisée dans la bande de conduction selon une loi en :

$$f_c(E_c) = \frac{1}{1 + \exp \beta(E_c - E_{Fc})} = \text{occupation moyenne du niveau } |c\rangle \quad (1.C.27)$$

avec $\beta = 1/k_B T$ et une loi analogue dans la bande de valence,

alors la probabilité par unité de temps d'une transition électronique d'un état $|v\rangle$ de la bande de valence vers un état $|c\rangle$ de la bande de conduction devient [Bastard 90] :

$$\tilde{W}_{vc} = W_{vc} \cdot f_v(E_v) \cdot [1 - f_c(E_c)]. \quad (1.C.28)$$

Les transitions électroniques de $|v\rangle$ vers $|c\rangle$ induisent une perte d'énergie sur l'onde électromagnétique égale à $\hbar\omega \cdot \tilde{W}_{vc} dt$ pendant l'intervalle de temps dt (absorption de photons). Des transitions de $|c\rangle$ vers $|v\rangle$ peuvent également être induites par l'onde électromagnétique (émission stimulée). La probabilité de création de photons par unité de temps associée à ce processus s'écrit :

$$\tilde{W}_{cv} = W_{cv} \cdot f_c(E_c) \cdot [1 - f_v(E_v)]. \quad (1.C.29)$$

Le bilan énergétique global de l'onde électromagnétique par unité de temps, associé aux transitions entre $|v\rangle$ et $|c\rangle$, et en négligeant l'émission spontanée, est donc :

$$\hbar\omega [\tilde{W}_{vc} - \tilde{W}_{cv}]. \quad (1.C.30)$$

Comme de plus $W_{vc} = W_{cv}$ (expression (1.C.9)), on voit apparaître en effectuant le bilan (1.C.30) un facteur de pondération $\{f_v(E_v) - f_c(E_c)\}$, susceptible de changer de signe lorsque le milieu, pompé de manière adéquate, présente du gain optique au lieu d'absorption.

d) *Prise en compte des processus de relaxation.*

De plus, nous avons jusqu'ici négligé tous les processus de relaxation, c'est-à-dire que nous avons implicitement considéré le cas idéal où la durée de vie des états excités était infinie [Tauc 65], [Yariv 89]. Ceci n'est pas le cas dans la réalité et la durée de vie finie τ modifie la forme des spectres d'absorption. Le principe d'incertitude nous laisse présager un élargissement en $\Delta E \approx \hbar/\tau$.

Une manière rigoureuse d'introduire les effets de relaxation dans la théorie consiste à utiliser les fonctions de Green [Kubo 57, 59]. Plus simplement il est possible de remplacer dans les équations (1.C.6, 9 et 16) la fonction δ par des fonctions de durée finie.

C'est le résultat que nous retrouvons en utilisant l'expression de la susceptibilité χ calculée à partir des équations de la matrice densité [Asada 84, 85] [Cavelier 92] [Yariv 89]. Les termes de relaxation sont inclus dans les équations de la matrice densité sous forme d'un opérateur diagonal qui représente la perte de mémoire de phase des termes de cohérence ρ_{12} . Nous notons $1/\tau_c$ et $1/\tau_v$ les taux de relaxation interbande, nous supposons $1/\tau_c = 1/\tau_v = 1/\tau$ et nous négligeons l'émission spontanée.

$$\text{L'élément de la matrice optique étant ici noté } \begin{cases} \mu \equiv \frac{-1 e}{m_0 \omega} \langle 1 | \vec{e}_0 \cdot \vec{p} | f \rangle \\ \mu \equiv \frac{-e \hbar}{m_0 \omega} \langle 1 | \vec{e}_0 \cdot \vec{\nabla} | f \rangle \end{cases} \quad (1.C.31)$$

en négligeant tous les termes antirésonnants et en ne considérant que la susceptibilité **linéaire**, on obtient :

$$\chi(\omega) = \frac{1}{\epsilon_0 \hbar} \int \mu^2 dk \frac{\rho(k)}{V} [f_v(E_v) - f_c(E_c)] \frac{[\omega_0(k) - \omega] + 1/\tau}{[\omega - \omega_0(k)]^2 + (1/\tau)^2} \quad (1.C.32)$$

avec $\hbar\omega(k)$ représentant l'énergie de la transition optique impliquant le vecteur d'onde **k**, ou encore:

$$\chi(\omega) = \frac{1}{\epsilon_0 \hbar} \int d\omega_0 \mu^2(\omega_0) \rho_j(\omega_0) [f_v(E_v) - f_c(E_c)] \left[\frac{(\omega_0 - \omega) + 1/\tau}{(1/\tau)^2 + (\omega - \omega_0)^2} \right]. \quad (1.C.33)$$

La connaissance de la densité d'états joints $\rho_j(\omega_0)$ telle que $\rho_j(\omega_0) d\omega_0 = \frac{1}{V} \rho(k) dk$ permet de remplacer l'intégrale sur **k** par une intégrale sur ω_0 . La borne inférieure est alors E_g/\hbar , la borne supérieure est a priori $+\infty$ mais ce point sera discuté plus loin. Pour toute la

suite, nous nous placerons toujours dans le cadre de l'approximation des bandes paraboliques.

L'intégrale obtenue se sépare en une partie réelle et une partie imaginaire que nous connaissons donc explicitement :

$$\text{Re } \chi(\omega) = \frac{\pi}{\varepsilon_0 \hbar} \int d\omega_0 \rho_j(\omega_0) \mu^2(\omega_0) [f_v - f_c] \left[\frac{1}{\pi} \frac{(\omega_0 - \omega)}{(\omega - \omega_0)^2 + (1/\tau)^2} \right] \quad (1.C.34)$$

$$\text{Im } \chi(\omega) = \frac{+\pi}{\varepsilon_0 \hbar} \int d\omega_0 \rho_j(\omega_0) \mu^2(\omega_0) [f_v - f_c] \left[\frac{1/\tau}{\pi} \cdot \frac{1}{(\omega - \omega_0)^2 + (1/\tau)^2} \right]. \quad (1.C.35)$$

Remarque : Lorsque $1/\tau \rightarrow 0$, $\left\{ \frac{1/\tau}{\pi} \cdot \frac{1}{(\omega - \omega_0)^2 + (1/\tau)^2} \right\} \rightarrow \delta(\omega - \omega_0)$. La fonction Lorentzienne tend vers un "delta" de Dirac (on néglige la relaxation), et l'on retrouve le résultat précédent: l'absorption est directement proportionnelle à la densité d'états joints $\rho_j(\omega)$ et au facteur d'occupation $[f_v - f_c]$.

e) Expression de l'élément de matrice optique.

Nous allons procéder à une simplification supplémentaire : l'intégrale n'est significative que sur une zone $\Delta\omega_0 \sim 1/\tau$ sur laquelle on suppose que le facteur μ est à peu près constant; on le sort de l'intégrale.

Il est possible de montrer [Bastard 90] que la quantité μ (en valeur moyenne) dans un matériau massif s'écrit, d'après le modèle de Kane :

$$\langle |\mu|^2 \rangle_{\text{massif}} = \frac{1}{3} \frac{e^2}{[E_g + E_c(k) + E_v(k)]^2} P_{\text{Kane}}^2 \quad (1.C.36)$$

où :

$$P_{\text{Kane}}^2 = \frac{\hbar^2}{2m_0} \left(\frac{m_0}{m_c} - 1 \right) \frac{E_g(E_g + \Delta_0)}{E_g + \frac{2\Delta_0}{3}} \quad (1.C.37)$$

où Δ_0 , énergie du couplage spin-orbite, dépend de la concentration x en aluminium [Adachi 85]; $\Delta_0 = 241$ meV pour le GaAs.

Numériquement, la quantité $\frac{2m_0}{\hbar^2} P_{\text{Kane}}^2$ qui a les dimensions d'une énergie est à peu près constante pour la plupart des semiconducteurs III/V; nous posons:

$$E_p = \frac{2m_0}{\hbar^2} P_{\text{Kane}}^2 \quad (1.C.38)$$

La valeur numérique de E_p est 22,71 eV dans GaAs [Bastard 90].

$\langle |\mu|^2 \rangle_{\text{massif}}$ varie donc comme l'inverse du carré de la fréquence optique; mais pour les électrons en bas de bande de conduction on négligera ses variations en sortant le terme devant l'intégrale.

Pour un puits quantique entre les niveaux E_n et H_n on peut montrer [Cavelier 92] que:

$$\langle |\mu_n|^2 \rangle_{\text{PQ}} = \frac{3}{4} \left(1 + \frac{E_n}{E_n(k//)} \right) \langle |\mu|^2 \rangle_{\text{Massif}} \quad (1.C.39)$$

Pour des électrons en bas de la bande de conduction $E_n(k//) \approx E_n$ et l'on posera :

$$\langle |\mu_n|^2 \rangle_{\text{PQ}} \approx \frac{3}{2} \langle |\mu|^2 \rangle_{\text{Massif}} \quad (1.C.40)$$

Remarque : Pour une transition impliquant un trou "léger", on procède aux changements suivants [Bastard 90]:

$$\begin{cases} E_p \rightarrow E_p / 3 \\ \langle |\mu_n|^2 \rangle_{\text{LH}} = \frac{1}{3} \langle |\mu_n|^2 \rangle_{\text{HH}} \end{cases}$$

L'application numérique nous donne pour le GaAs :

$$\begin{cases} \langle |\mu|^2 \rangle_{\text{Massif}} \approx 3,3 \cdot 10^{-57} \text{ m}^2 \cdot \text{A}^2 \cdot \text{s}^2 \\ \langle |\mu|^2 \rangle_{\text{PQ}} \approx 5,0 \cdot 10^{-57} \text{ m}^2 \cdot \text{A}^2 \cdot \text{s}^2 \text{ (transition E / H)} \end{cases} \quad (1.C.41)$$

Réexprimons $\text{Re}\chi$ et $\text{Im}\chi$ en fonction de la variable $x_0 = \hbar\omega_0 - E_g$. On pose $\begin{cases} \hbar / \tau = a \\ x = \hbar\omega - E_g \end{cases}$.

Application numérique : avec un temps de relaxation intrabande $\tau \sim 0,1$ ps, on obtient $a = 7$ meV; il vient :

$$\begin{cases} \text{Re } \chi(\mathbf{x}) = \frac{\pi\mu^2}{\varepsilon_0} \int \rho_j(\mathbf{x}_0) \{f_v(E_v) - f_c(E_c)\} \left\{ \frac{1}{\pi} \cdot \frac{x_0 - \mathbf{x}}{(x_0 - \mathbf{x})^2 + a^2} \right\} d\mathbf{x}_0 \\ \text{Im } \chi(\mathbf{x}) = \frac{\pi\mu^2}{\varepsilon_0} \int \rho_j(\mathbf{x}_0) \{f_v(E_v) - f_c(E_c)\} \left\{ \frac{a}{\pi} \cdot \frac{1}{(x_0 - \mathbf{x})^2 + a^2} \right\} d\mathbf{x}_0 \end{cases} \quad (1.C.42)$$

avec pour un semiconducteur massif:

$$\rho_j(x_0) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_r}{\hbar^2} \right)^{3/2} x_0^{1/2} \quad (1.C.43)$$

où m_r désigne la masse réduite: $\frac{1}{m_r} = \frac{1}{m_c} + \frac{1}{m_v}$,

et pour un puits quantique d'épaisseur L_z :

$$\rho_j(x_0) = \frac{m_r}{\pi\hbar^2 L_z} \sum_n H(x_0 - X_n^*) \quad (1.C.44)$$

avec $X_n^* = E_n + H_n$.

Remarque : trous lourds, trous légers.

Dans le cas du semiconducteur massif on ne considère en général qu'un seul type de trous en conférant à la masse effective de valence une valeur pondérée : $m_v = (m_h^{3/2} + m_l^{3/2})^{2/3}$ [Blakemore 82] où non seulement la dégénérescence à $\bar{k} \neq \bar{0}$ mais encore l'anisotropie éventuelle sont négligées.

Dans le cas du puits quantique une telle approche semble hasardeuse et nous avons calculé séparément les contributions des trous lourds et des trous légers à la susceptibilité, avant de les ajouter. Notons que la différence de masse effective (prise égale à celle du matériau massif) et la plus faible valeur du moment de transition ($E_p \rightarrow E_p/3$) font que cette contribution ne modifie pas qualitativement la forme des parties réelle et imaginaire de la susceptibilité. Nous l'avons néanmoins prise en considération dans nos calculs numériques [où il apparaît que la contribution des trous légers ne dépasse pas 20% de celle des trous lourds].

Les fonctions d'occupation qui apparaissent sous l'intégrale dans le facteur $\{f_v - f_c\}$ ne sont pas indépendantes ; elles dépendent respectivement, f_c de la variable E_c et f_v de la variable E_v vérifiant $E_c - E_v = \hbar\omega$:

$$\begin{cases} f_c(E_c) = \frac{1}{1 + \exp \beta(E_c - E_{Fc})} \\ f_v(E_v) = \frac{1}{1 + \exp \beta(E_v - E_{Fv})} \end{cases} \quad (1.C.45)$$

L'origine des énergies est prise en haut de la bande de valence du semiconducteur massif. Supposons les relations paraboliques :

$$E_v(k) = \frac{-\hbar^2 k^2}{2m_v} \quad (1.C.46)$$

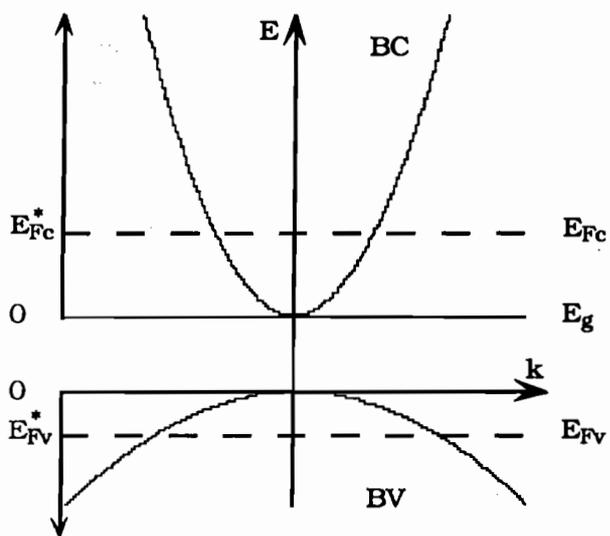
$$E_c(k) = E_g + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_c} \quad (1.C.47)$$

$$\hbar\omega = E_g + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_r} \quad \text{où} \quad \frac{1}{m_r} = \frac{1}{m_c} + \frac{1}{m_v}.$$

La connaissance de $\hbar\omega$ fixe ici de manière unique k , donc E_c et E_v :

$$\begin{cases} E_c(k) = E_g + \frac{m_r}{m_c} (\hbar\omega - E_g) \\ E_v(k) = -\frac{m_r}{m_v} (\hbar\omega - E_g) \end{cases} \quad (1.C.48)$$

De plus, si $\{E_{Fv}^*, E_{Fc}^*\}$ représentent les quasi-niveaux de Fermi définis à partir du bas de leur bande respective et comptés positivement dans la bande [Figure I.C.6],



alors

$$\begin{cases} E_{Fc}^* = E_{Fc} - E_g \\ E_{Fv}^* = -E_{Fv} \end{cases}$$

(1.C.49)

ou

$$\boxed{\begin{cases} E_{Fc} = E_g + E_{Fc}^* \\ E_{Fv} = -E_{Fv}^* \end{cases}}$$

Fig.I.C.6:

Position des quasi-niveaux de Fermi.

On a donc:

$$\begin{cases} E_c(k) - E_{Fc} = \frac{m_r}{m_c} (\hbar\omega - E_g) - E_{Fc}^* \\ E_v(k) - E_{Fv} = E_{Fv}^* - \frac{m_r}{m_v} (\hbar\omega - E_g) \end{cases} \quad (1.C.50)$$

Ce sont ces expressions que nous utiliserons dans nos calculs numériques dans le cas du matériau massif. En raison de la présence de plusieurs sous-bandes distinctes, la situation est un tout petit peu plus complexe dans le cas d'un puits quantique.

f) Fonctions d'occupation pour un puits quantique.

Lorsque deux sous-niveaux distincts sont susceptibles d'absorber ou d'émettre un photon à la même énergie $\hbar\omega$, avec $\hbar\omega \geq E_g + E_2 + \hbar\omega_2$, deux contributions (sans compter les trous légers) sont à considérer [Figure I.C.7]:

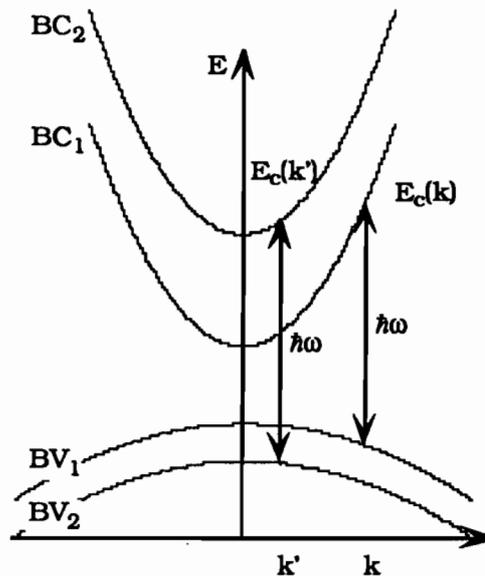


Fig. I.C.7: Contributions respectives des sous-bandes 1 et 2 à une transition optique d'énergie $\hbar\omega$ dans un puits quantique.

La même énergie de transition $\hbar\omega$ correspond à des vecteurs d'onde k et k' distincts associés à des énergies électroniques (E_c, E_v) et (E_c', E_v') distincts. Nous avons les relations suivantes :

$$\left. \begin{aligned} \hbar\omega &= E_g + E_1 + HH_1 + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_r} \\ &= E_g + E_2 + HH_2 + \frac{\hbar^2 k'^2}{2m_r} \end{aligned} \right\} \quad k \neq k' \quad (1.C.51.a)$$

d'où :

$$\left\{ \begin{aligned} E_c(k) &= E_1 + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_c} \\ E_c(k') &= E_2 + \frac{\hbar^2 k'^2}{2m_c} \end{aligned} \right. \quad (1.C.51.b)$$

Il est facile de montrer que :

$E_c(k) - E_c(k') = \frac{m_r}{m_{HH}} (E_1 - E_2) - \frac{m_r}{m_c} (HH_1 - HH_2)$	$= E_v(k) - E_v(k').$
---	-----------------------

(1.C.52)

En toute rigueur, les facteurs $\{f_v - f_c\}$ ne sont donc pas identiques pour les deux transitions $E_1 - HH_1$ et $E_2 - HH_2$ à $\hbar\omega$. En pratique, on a $E_c(k) - E_c(k') \approx 1$ meV et compte tenu des variations lentes de la fonction de Fermi, $\{f_v(E_v) - f_c(E_c)\}$ et $\{f_v(E'_v) - f_c(E'_c)\}$ sont égaux à 1 % près.

Compte tenu des remarques précédentes, dans le cadre de l'approximation parabolique, nous pouvons simplement exprimer le facteur $\{f_c - f_v\}$ en fonction de la variable $x = \hbar\omega - E_g$. (C'est la variable pertinente car c'est la variable d'intégration).

Pour le semiconducteur massif :

$$f_c(E_c) - f_v(E_v) = \left\{ \frac{1}{1 + \exp \beta \left[\frac{m_r}{m_c} x - E_{Fc}^* \right]} - \frac{1}{1 + \exp \beta \left[E_{Fv}^* - \frac{m_r}{m_c} x \right]} \right\}. \quad (1.C.53)$$

Pour la transition E_n/HH_n d'un puits quantique :

$$f_c - f_v = \left\{ \frac{1}{1 + \exp \beta \left[\frac{m_r(H)}{m_c} (x - E_n - HH_n) - E_{Fc}^* + E_n \right]} - \frac{1}{1 + \exp \beta \left[E_{Fv}^* - HH_n - \frac{m_r(H)}{m_{HH}} (x - E_n - HH_n) \right]} \right\} \quad (1.C.54.a)$$

et pour la transition E_n/LH_n , on obtient la même expression où l'on a effectué la substitution: $\{m_{HH}, m_r(H), HH_n\} \rightarrow \{m_{LH}, m_r(L), LH_n\}$. Il vient:

$$f_c - f_v = \left\{ \frac{1}{1 + \exp \beta \left[\frac{m_r(L)}{m_c} (x - E_n - LH_n) - E_{Fc}^* + E_n \right]} - \frac{1}{1 + \exp \beta \left[E_{Fv}^* - LH_n - \frac{m_r(L)}{m_{LH}} (x - E_n - LH_n) \right]} \right\} \quad (1.C.54.b)$$

Dans nos calculs, nous utilisons les valeurs numériques suivantes:

$$\begin{cases} m_c = 0,067 m_0 & m_r(H) = 0,060 m_0 \\ m_{HH} = 0,62 m_0 & m_r(L) = 0,038 m_0 \\ m_{LH} = 0,087 m_0 & \end{cases}$$

Remarque 1: La fonction f_c est une fonction décroissante de x .

f_v est une fonction croissante, donc f_v et $\{f_c - f_v\}$ sont décroissantes.

Remarque 2 : exprimées en fonction de la variable "jointe" $\hbar\omega - E_g$ (et non plus E_c ou E_v) les fonctions f_c et f_v présentent des variations différentes dans la bande de conduction et la bande de valence ; la pente n'est plus déterminée par $\beta = (k_B T)^{-1}$ mais par $\frac{m_r}{m_c} \beta$ (respectivement $\frac{m_r}{m_{HH}} \beta$ ou $\frac{m_r}{m_{LH}} \beta$) et les points d'inflexion sont en:

$$X_{c,n} = E_n + HH_n + \frac{m_c}{m_r(H)} (E_{Fc}^* - E_n) \quad (1.C.55)$$

Remarque 3 :

$$f_c = f(E_c) \rightarrow 0$$

$$\text{À l'équilibre thermodynamique: } f_v = f(E_v) \rightarrow 1$$

$$\{f_v - f_c\} \rightarrow +1$$

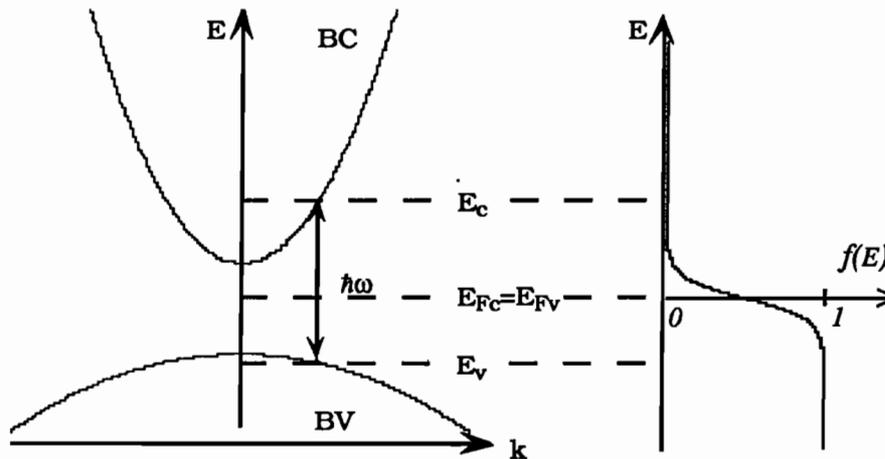


Fig.I.C.8: Fonctions d'occupation à l'équilibre thermodynamique; le facteur $\{f_v - f_c\}$ tend vers 1.

Hors-équilibre:

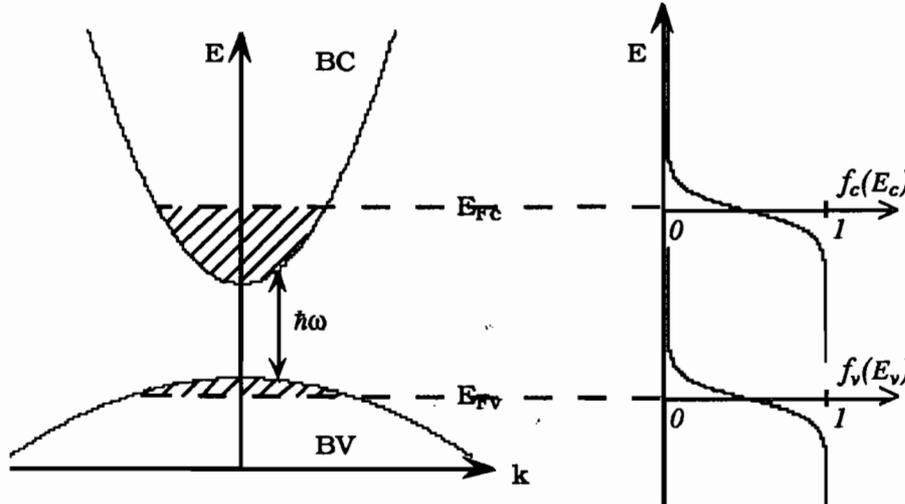


Fig.I.C.9 : Fonctions d'occupation hors équilibre: le niveau de Fermi est remplacé par deux "quasi-niveaux"; le facteur $\{f_v - f_c\}$ prend des valeurs différentes de 1.

La condition "d'inversion de population" est obtenue lorsque $E_{Fc}^* + E_{Fv}^* \geq 0$ selon nos conventions, dans un semiconducteur massif et $E_{Fc}^* + E_{Fv}^* \geq E_n + H_n$ dans la sous-bande n d'un puits quantique.

Sur le schéma ci-dessous [Figure I.C.9], les quasi-niveaux de Fermi sont tels que du gain est possible aux fréquences optiques telles que $0 \leq x \leq X_0$ avec $\{f_v(X_0) - f_c(X_0)\} = 0$, soit $E_g \leq \hbar\omega \leq E_g + X_0$.

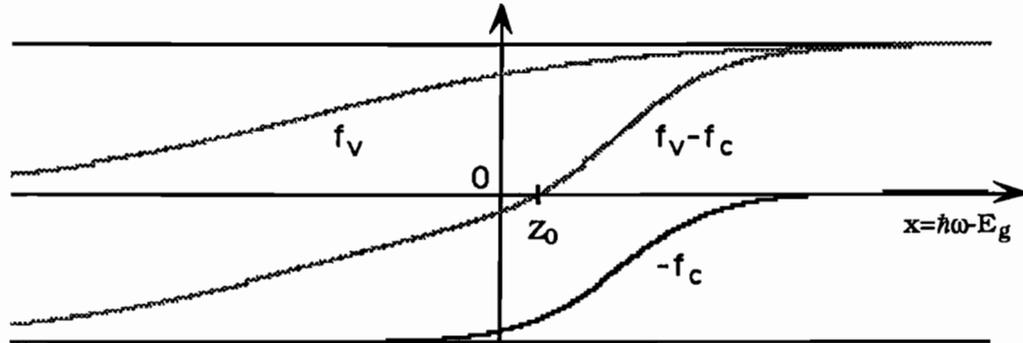


Fig.I.C.10 : Le facteur $\{f_v - f_c\}$ change de signe: du gain optique est possible lorsque $E_g \leq \hbar\omega \leq E_g + X_0$.

Maintenant que nous avons décrit les différents facteurs qui interviennent dans l'expression des constantes optiques, nous allons passer à leur calcul proprement dit.

D. Absorption et indice linéaires.

À partir de l'expression de la susceptibilité linéaire établie plus haut, nous allons décrire successivement l'absorption et l'indice de GaAs, puis AlGaAs massifs; nous aborderons ensuite le cas du puits quantique. Formellement, nous nous trouvons confrontés dans tous les cas à des calculs similaires, les expressions ne différant essentiellement que par la densité d'états joints.

1) Susceptibilité linéaire.

En l'absence de mécanisme extérieur de pompage, à l'équilibre thermodynamique, le niveau de Fermi est situé vers le milieu de la bande interdite ; la bande de valence est pratiquement pleine et la bande de conduction pratiquement vide. Le facteur d'occupation $\{f_v - f_c\}$ est égal à 1 et sa susceptibilité linéaire dans le cadre de l'approximation des bandes paraboliques peut s'écrire :

- pour un matériau massif:

$$\text{Im } \chi(x) = A \int dx_0 H(x_0) x_0^{1/2} \left\{ \frac{1}{\pi} \cdot \frac{a}{(x_0 - x)^2 + a^2} \right\} \quad (1.D.1)$$

$$\text{Re } \chi(x) = A \int dx_0 H(x_0) x_0^{1/2} \left\{ \frac{1}{\pi} \cdot \frac{x_0 - x}{(x_0 - x)^2 + a^2} \right\} \quad (1.D.2)$$

avec

$$A = \frac{\pi \langle |\mu|^2 \rangle_{\text{Massif}}}{\epsilon_0} \cdot \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_r}{\hbar^2} \right)^{3/2} \quad (1.D.3)$$

et $x = \hbar\omega - E_g$;

- pour un puits quantique:

$$\text{Im } \chi(x) = A_{PQ} \int dx_0 H(x_0 - X_n^*) \left\{ \frac{1}{\pi} \cdot \frac{a}{(x_0 - x)^2 + a^2} \right\} \quad (1.D.4)$$

$$\text{Re } \chi(x) = A_{PQ} \int dx_0 H(x_0 - X_n^*) \left\{ \frac{1}{\pi} \cdot \frac{x_0 - x}{(x_0 - x)^2 + a^2} \right\} \quad (1.D.5)$$

avec

$$A_{PQ} = \frac{\pi \langle |\mu|^2 \rangle_{PQ}}{\epsilon_0} \cdot \left(\frac{m_r}{\pi \hbar^2} \right) \cdot \frac{1}{L_z} \quad (1.D.6)$$

et $X_n^* = E_n + \hbar H_n$ (respectivement $E_n + \hbar L_n$) pour la transition $E_n \rightarrow \hbar H_n$ (respectivement $E_n \rightarrow \hbar L_n$) du puits quantique.

Dans les deux cas, du fait de la propriété de CAUSALITÉ de la fonction Réponse Linéaire dont la susceptibilité linéaire χ est la Transformée de Fourier, on montre classiquement que $\text{Im}\chi$ et $\text{Re}\chi$ sont reliées par la transformation de Kramers-Kronig (KK):

$$\text{Re } \chi(x) = \text{KK}[\text{Im } \chi] = \frac{1}{\pi} \text{PP} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\text{Im } \chi(s) ds}{s - x} \quad (1.D.7)$$

où s est la variable muette d'intégration et PP représente la "partie principale" (ou valeur principale de Cauchy) de l'intégrale.

La fonction $\text{Im}\chi$, directement proportionnelle à l'absorption α , s'exprime sous forme du produit de convolution d'une fonction $F(x_0)$ par une Lorentzienne

$\mathcal{L}(x) = \left\{ \frac{a}{\pi} \cdot \frac{1}{x^2 + a^2} \right\}$, le facteur de normalisation étant choisi de telle sorte que :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{L}(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{a}{\pi} \cdot \frac{1}{x^2 + a^2} \right\} dx = 1. \quad (1.D.8)$$

La forme générale de $\text{Im}\chi$ est d'abord déterminée par la fonction $F(x_0)$ (fonction racine carrée pour le semiconducteur massif, marche d'escalier pour le puits quantique, proportionnelle à la densité d'états joints). La Lorentzienne a pour effet d'adoucir les discontinuités éventuelles et de "lisser" les courbes. Sa largeur est gouvernée par le temps de relaxation intrabande τ via le paramètre a , demi largeur à mi-hauteur : $a = \hbar/\tau$.

2) Cas du GaAs massif.

a) Absorption.

Plusieurs méthodes sont envisageables pour effectuer le produit de convolution de la fonction F par la Lorentzienne \mathcal{L} . Or, il s'avère ici que le produit de convolution de la fonction Racine $(x) = H(x) \sqrt{|x|}$ par la Lorentzienne $\mathcal{L}(x)$ [Figure I.D.1] est calculable analytiquement :

$$\begin{aligned}
 [\text{Racine} * \mathcal{L}](y) &= \frac{a}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x} \, dx}{(x-y)^2 + a^2} \\
 &= \frac{a}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{z^2 \, dz}{(z^2 - y)^2 + a^2} \\
 &= \frac{a}{\left[2\left(\sqrt{y^2 + a^2} - y\right)\right]^{1/2}} \Rightarrow \text{ANALYTIQUE.}
 \end{aligned}
 \tag{1.D.9}$$

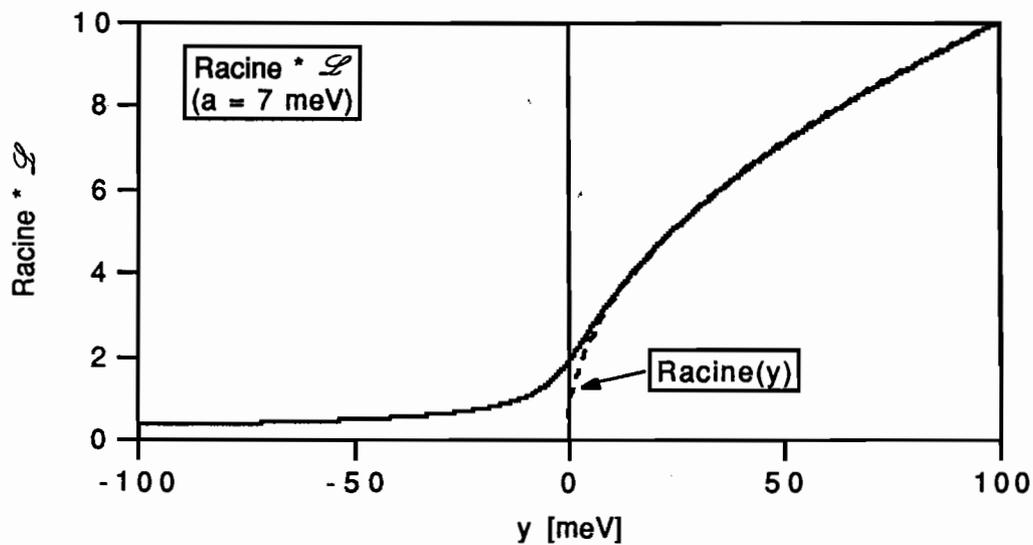


Fig. I.D.1: Produit de convolution de la fonction Racine $(x) = H(x) \sqrt{|x|}$ par la Lorentzienne $\mathcal{L}(x)$; la fonction $[\text{Racine} * \mathcal{L}]$ est analytique.

Notons que cette approche par élargissement Lorentzien permet de retrouver une absorption résiduelle fixe à des énergies un peu inférieures à l'énergie de bande interdite, sans pour autant invoquer les "états de queue de bande" (Band-tail states). [Asada 85].

L'approche théorique la plus simple consiste donc à écrire l'absorption linéaire du semiconducteur massif sous la forme :

$$\alpha(\omega) = K_0 H(\hbar\omega - E_g) \sqrt{\hbar\omega - E_g} \quad (1.D.10.a)$$

en négligeant l'élargissement Lorentzien, ou :

$$\alpha(\omega) = \frac{K_0 a}{\left[2 \left(\sqrt{(\hbar\omega - E_g)^2 + a^2} \right) - (\hbar\omega - E_g) \right]^{1/2}} \quad (1.D.10.b)$$

en en tenant compte.

L'accord avec les données expérimentales demeure néanmoins médiocre, et y compris sur le plan théorique de nombreuses contributions significatives à l'absorption ont été négligées, notamment celle, résiduelle, due aux excitons que nous analyserons plus loin dans les puits quantiques qui, bien que dissociés à température ambiante, participent au léger replat au voisinage de l'énergie de bande interdite [Casey 74, 75], [Koch 88].

Plutôt que d'utiliser la formule complète donnée par [Koch 88], nécessitant un calcul numérique assez lourd, nous employons une interpolation analytique de la courbe expérimentale, interpolation réalisée par [Blech 90] dans le cadre d'un travail effectué dans notre laboratoire.

Le schéma ci-dessous [Figure I.D.2] rassemble diverses formes de la courbe d'absorption.

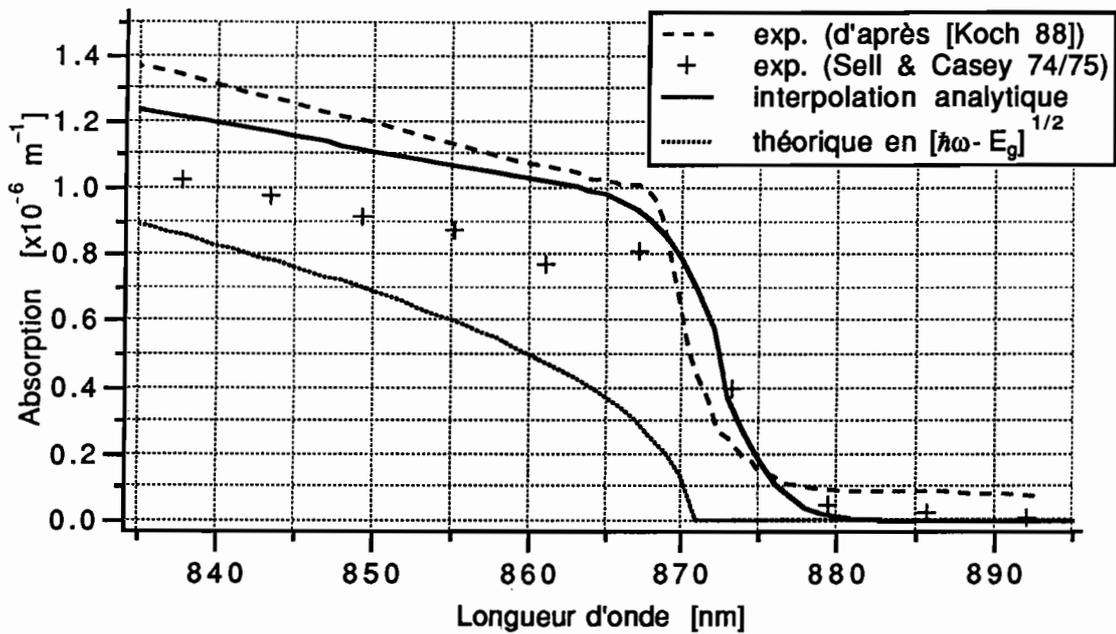


Fig. I.D.2: Absorption du GaAs massif selon divers modèles.

b) Indice de GaAs massif.

Nous utilisons de même une formule analytique interpolée d'après les valeurs expérimentales de l'indice de GaAs publiées dans [Aspnes 86] [Figure I.D.3]:

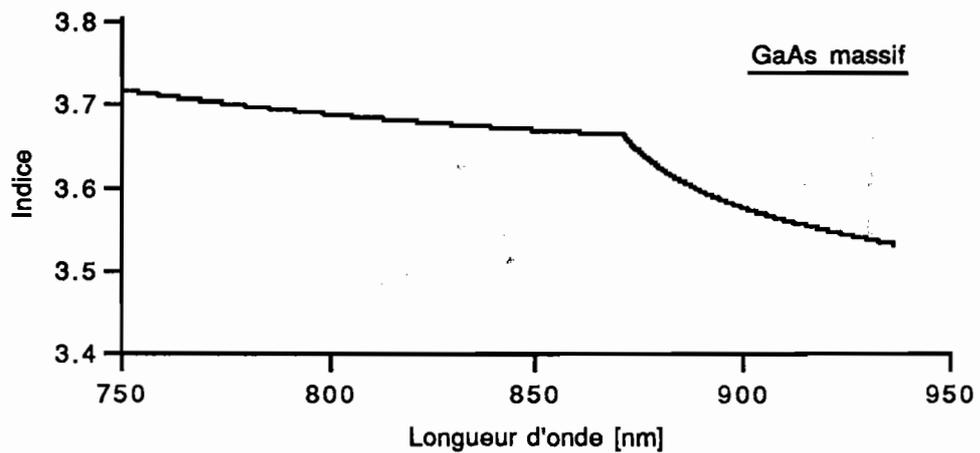


Fig.I.D.3: Fonction interpolée de l'indice de GaAs massif (d'après [Blech 90]).

L'accord entre la fonction interpolée et les valeurs expérimentales publiées dans [Aspnes 86] est supérieur à 0,5 %. Le détail des calculs est présenté dans [Blech 90].

3) Cas de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ massif.

Pour des concentrations en aluminium inférieures à 40 %, l'absorption linéaire théorique de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ se déduit simplement de l'expression précédemment établie pour GaAs en remplaçant $E_g(x=0)$ par $E_g(x)$ et en changeant de manière adéquate les valeurs de la masse effective et de l'élément de matrice.

Nous avons ici encore recouru à une interprétation analytique du même type que celle définie plus haut, et pour $x \in [0; 0,4]$ nous disposons d'une fonction $\alpha(x, \omega)$ dont les principales caractéristiques sont de reproduire la fonction $\alpha(x=0, \omega)$ en la décalant.

L'indice de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ est représenté par une formule analytique interpolée d'après les valeurs expérimentales de [Aspnes 86]. La fonction interpolée est tracée sur la figure [I.D.4] pour $x = 0; 0,1; 0,2; 0,3$ et $0,4$.

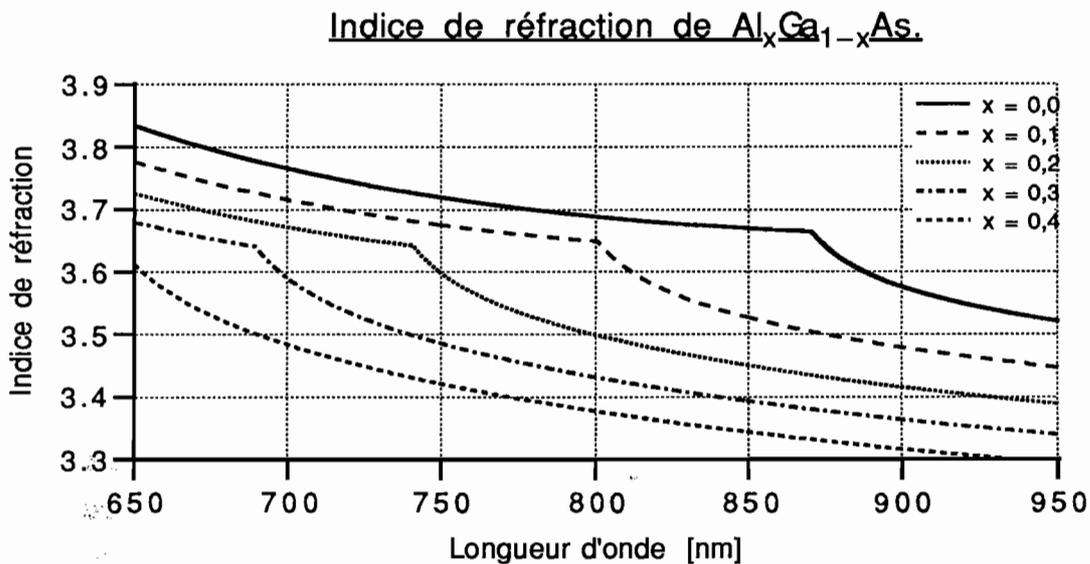


Fig. I.D.4: Indice de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ (d'après [Blech 90]).

L'accord de la fonction interpolée avec les valeurs expérimentales de [Aspnes 86] est bon: on trouve un écart relatif moyen inférieur à 0,5 % [Blech 90]. Ce sont donc ces formules que nous retiendrons pour la suite, sauf indication contraire, pour décrire l'indice et l'absorption linéaires de GaAs ou AlGaAs massifs.

4) Cas du puits quantique

a) Absorption

a.1/ Contribution des "marches d'escalier".

Ici aussi le produit de convolution qui apparaît dans $\text{Im}\chi$ est calculable analytiquement. En effet :

$$\begin{aligned}
 [H * \mathcal{L}](y) &= \frac{a}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{dx}{(x-y)^2 + a^2} \\
 &= \frac{1}{\pi} \left[\frac{\pi}{2} + \text{Arctg}\left(\frac{y}{a}\right) \right] \Rightarrow \text{ANALYTIQUE}
 \end{aligned}
 \tag{1.D.11}$$

et l'effet de la convolution est illustré sur la figure [I.D.5].

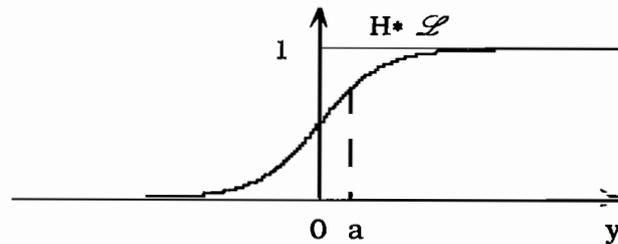


Fig. I.D.5: Convolution de la fonction "marche d'escalier" (de Heavyside) par une Lorentzienne.

La "marche d'escalier" lissée par la Lorentzienne présente donc un profil en Arctangente. Pour chaque sous-niveau participant aux transitions, nous aurons donc une contribution à l'absorption sous la forme représentée sur la figure [I.D.6].

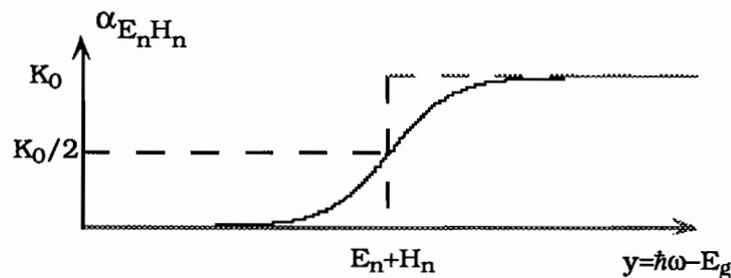


Fig. I.D.6: Contribution "en marche d'escalier" du sous-niveau n à l'absorption du puits quantique.

Cette contribution s'écrit:

$$\alpha_{E_n H_n} = \frac{K_0}{\pi} \left[\frac{\pi}{2} + \text{Arctg} \left(\frac{y - E_n - H_n}{a} \right) \right]. \quad (1.D.12)$$

Nous devons également tenir compte d'une autre cause d'absorption: les excitons confinés dans le puits quantique.

a2/ Contribution Excitonique

L'interaction coulombienne attractive entre électrons de la bande de conduction et trous de la bande de valence conduit à la formation d'états liés quasi-hydrogéoïdes portant le nom d'excitons. Ils sont responsables d'une absorption résonnante à l'intérieur même de la bande interdite. La différence d'énergie E_{exc} entre l'exciton et le bord de la bande interdite porte le nom d'*énergie de liaison*. Alors que dans le matériau massif les excitons sont dissociés à température ambiante, il n'en est plus de même dans les puits quantiques où le confinement des porteurs renforce significativement l'efficacité de l'absorption. Il existe deux types d'excitons formés respectivement de l'association d'un électron de la bande de conduction avec un trou lourd ou avec un trou léger de la bande de valence.

Une bonne approximation de l'absorption excitonique consiste à traiter leur contribution comme une fonction gaussienne centrée en $E_g - E_{\text{exc}}$, de largeur Γ [Bastard 90]:

$$G(x) = \frac{1}{\Gamma\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2\Gamma^2} \quad (1.D.13)$$

et l'absorption maximale $G(x=0) = \frac{1}{\Gamma\sqrt{2\pi}}$ serait donnée approximativement par:

$$\alpha_{\text{Max}} = \left\{ \frac{4\hbar^2}{a_B^2} \times \frac{1}{\Gamma\sqrt{2\pi}} \times \frac{1}{m_r} \right\} \times \left[\frac{1}{n} \times \frac{\omega}{c} \times \frac{\mu^2 m_r}{\epsilon_0 \hbar^2 L_z} \right]$$

où m_r est la masse réduite, dont la valeur est différente — $m_r(\text{hh})$ ou $m_r(\text{lh})$ — selon que l'on considère les trous lourds (hh) ou les trous légers(lh); le terme entre crochets [] est la hauteur de la marche d'escalier et le facteur entre accolades { }, sans dimension, fait

intervenir la quantité a_B , rayon de Bohr de l'exciton 2D. Selon que l'on considère les trous lourds ou les trous légers, cette quantité prend les valeurs a_{hh} ou a_{lh} définies par:

$$a_{hh} = \frac{m_c}{\mu_{hh}} \cdot a_0 \quad , \quad a_{lh} = \frac{m_c}{\mu_{lh}} \cdot a_0 \quad (1.D.15)$$

où $a_0 \sim 100 \text{ \AA}$, $\mu_{hh} \sim 0,04 m_0$, $\mu_{lh} \sim 0,051 m_0$, $m_c \sim 0,067 m_0$, $m_r = m_r(hh)$ ou $m_r = m_r(lh)$ selon le cas.

Le paramètre d'élargissement Γ varie avec la température selon une loi en [Chemla 85] :

$$\Gamma(T) = \Gamma_0 + \frac{\Gamma_1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega_{LO}}{kT}\right) - 1} \quad (1.D.16)$$

Γ_0 est un paramètre d'élargissement inhomogène associé aux fluctuations des interfaces et Γ_1 est lié à l'interaction exciton-phonon optique longitudinal d'énergie $\hbar\omega_{LO}$. Expérimentalement, $\hbar\omega_{LO} = 36 \text{ meV}$, $\Gamma_0 \sim 2 \text{ meV}$, $\Gamma_1 \sim 5 \text{ meV}$.

À température ambiante, on a donc : $\Gamma \sim 3,55 \text{ meV}$.

Les applications numériques donnent pour le terme entre accolades une valeur proche de 2,1 pour les excitons lourds et 5,5 pour les excitons légers.

Le calcul de l'énergie de liaison de l'exciton dans un puits quantique idéal donnerait $E_{exc} = 4R^*$ où R^* est l'énergie de Rydberg de l'exciton 3D. Dans une structure réelle, cette énergie de liaison est calculable en utilisant une approche variationnelle [Bastard 90]. Nous utilisons directement le résultat publié dans [Bastard 90] pour un puits quantique GaAs/Al_{0,3}Ga_{0,7}As en supposant $V_c/V_v = 85/15$. Avec $L_z = 100 \text{ \AA}$, il vient :

$$\begin{cases} E_{exc}(HH_1) = 7,9 \text{ meV} \\ E_{exc}(LH_1) = 8,9 \text{ meV} \end{cases} \quad \begin{cases} E_{exc}(HH_2) = 6,8 \text{ meV} \\ E_{exc}(LH_2) = 7,3 \text{ meV} \end{cases}$$

Les figures suivantes [I.D.7 et 8] récapitulent les propriétés de l'absorption des puits quantiques ; la première est une courbe expérimentale publiée dans [Chemla 85] et la seconde est notre propre fonction.

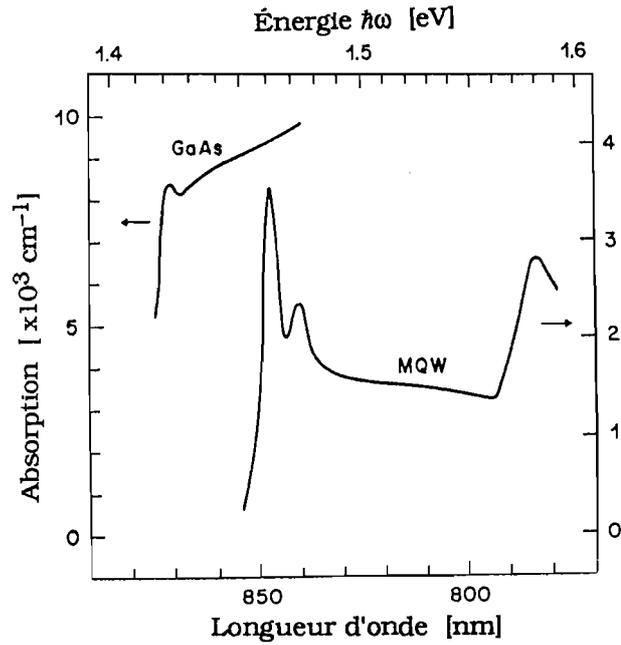


Fig. I.D.7: Absorption d'un puits quantique GaAs/AlGaAs (courbe expérimentale d'après [Chemla 85]).

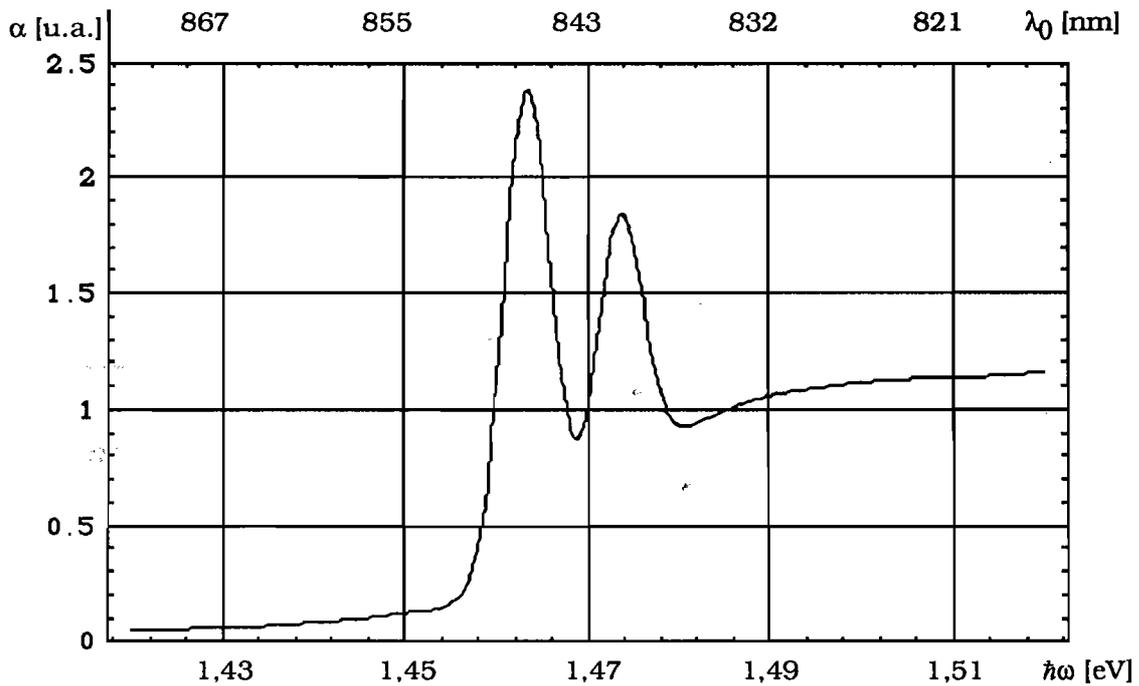


Fig. I.D.8: Absorption d'un puits quantique GaAs/AlGaAs (courbe théorique d'après notre modèle).

Notre modèle analytique simple reproduit de manière satisfaisante l'allure générale de l'absorption.

Notons encore qu'à température ambiante, sous l'effet d'un champ optique, les excitons se dissocient facilement en porteurs libres qui écrantent efficacement le potentiel coulombien attractif, et participent ainsi à l'affaiblissement du pic d'absorption. Ceci a pour conséquence des non-linéarités optiques importantes qui méritent d'être signalées, bien qu'elles ne fassent pas l'objet de ce travail [Miller 82], [Chemla 84], [Lee 88], [Meissner 91].

b) Dispersion linéaire du puits quantique.

La forme particulière, en marches d'escalier, de la densité d'états joints du puits quantique, ainsi que la forte absorption excitonique résonnante, laissent présager des propriétés de dispersion linéaire bien différentes de celles qui prévalent en matériau massif. Etudions séparément les contributions respectives d'une marche d'escalier et d'un exciton.

b1/ Marche d'escalier.

A priori, trois possibilités s'offrent à nous pour le calcul de $\text{Re}\chi$:

- i) Le calcul direct de l'intégrale $\int dx_0 H(x_0 - X_n^*) \left\{ \frac{1}{\pi} \frac{x_0 - x}{(x_0 - x)^2 + a^2} \right\}$;
- ii) le calcul par transformation de Kramers-Kronig : $\text{Re}\chi = \text{KK}[\text{Im}\chi]$;
- iii) le produit de convolution de $H(x)$ par la fonction $\mathcal{S}(x) = \left\{ \frac{-1}{\pi} \cdot \frac{x}{x^2 + a^2} \right\}$.

Cette troisième méthode peut séduire par sa grande ressemblance formelle avec la convolution par une Lorentzienne \mathcal{L} ; on peut tirer parti de transformations simples dans l'espace de Fourier ou du fait que la TF de la fonction \mathcal{S} , liée à celle de \mathcal{L} , est elle aussi analytique et connue. Si l'interprétation physique de la convolution par \mathcal{S} , fonction impaire, est moins évidente que par \mathcal{L} , élargissement Lorentzien, il est toutefois intéressant de remarquer que la fonction \mathcal{S} n'est autre que la forme caractéristique de la dispersion associée à une absorption résonnante Lorentzienne. La relation entre \mathcal{L} et \mathcal{S} est ici encore une transformation de Kramers-Kronig (voir par exemple [Yariv 75]) [Fig.I.D.9].

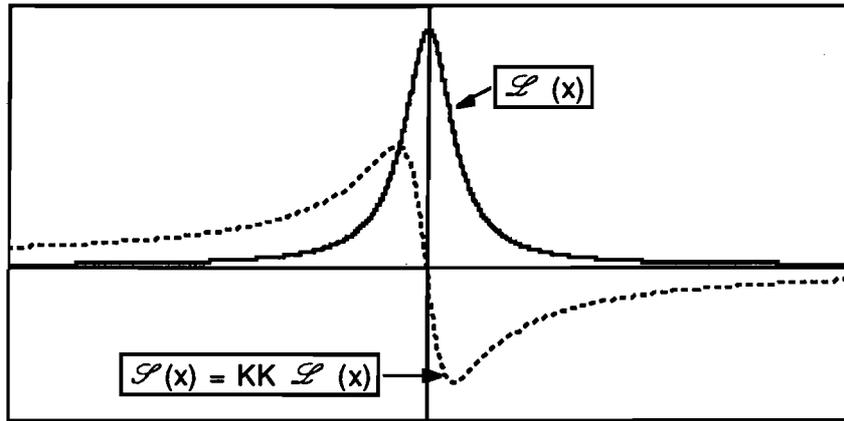


Fig. 1.D.9: Lorentzienne \mathcal{L} et sa transformée de Kramers-Kronig.

Les méthodes ii) et iii) sont rigoureusement équivalentes en vertu des propriétés de la convolution $*$ et de la transformation KK :

$$\text{Im}\chi = F * \mathcal{L} \Rightarrow \text{Re}\chi = \text{KK} [F * \mathcal{L}] = F * \text{KK}[\mathcal{L}]. \quad (1.D.17)$$

Remarque : L'expression de KK en fonction des TF, l'expression de la TF de la Lorentzienne et des fonctions associées ainsi que la démonstration de la formule $\text{KK}[f*g]=f*\text{KK}g$ sont détaillées dans les Annexes I.1, I.2 et I.3.

Quant au calcul direct de $\text{Re}\chi$, il se réduit à celui de l'intégrale :

$$\int_{X_n^*}^{\infty} dx_0 \left\{ \frac{1}{\pi} \frac{x_0 - x}{(x_0 - x)^2 + a^2} \right\},$$

calculable analytiquement mais divergente (décroissance en l'infini en $1/x$) : d'où la nécessité d'introduire une fréquence de coupure haute, notée X_c , avec $X_c \gg a$ (donc $X_c^2 + a^2 \approx X_c^2$). Le calcul nous donne:

$$\begin{aligned} \int_{X_n^*}^{X_c} dx_0 \left\{ \frac{1}{\pi} \frac{x_0 - x}{(x_0 - x)^2 + a^2} \right\} &= \frac{1}{2\pi} \ln \left\{ \frac{X_c^2 + a^2}{(X^* - x)^2 + a^2} \right\} \\ &\approx \frac{1}{2\pi} \ln \left\{ \frac{X_c^2}{(X^* - x)^2 + a^2} \right\}. \end{aligned} \quad (1.D.18)$$

La "marche d'escalier" produit bien un effet de résonance en $x = X_n^*$, soit au bord même de la marche, et l'intégrale à son maximum prend alors la valeur $\frac{1}{\pi} \ln(X_c / a)$. La figure [I.D.10] ci-dessous illustre la contribution des deux transitions E_1 -HH₁ et E_2 -HH₂ (symétrique de part et d'autre du bord de la marche).

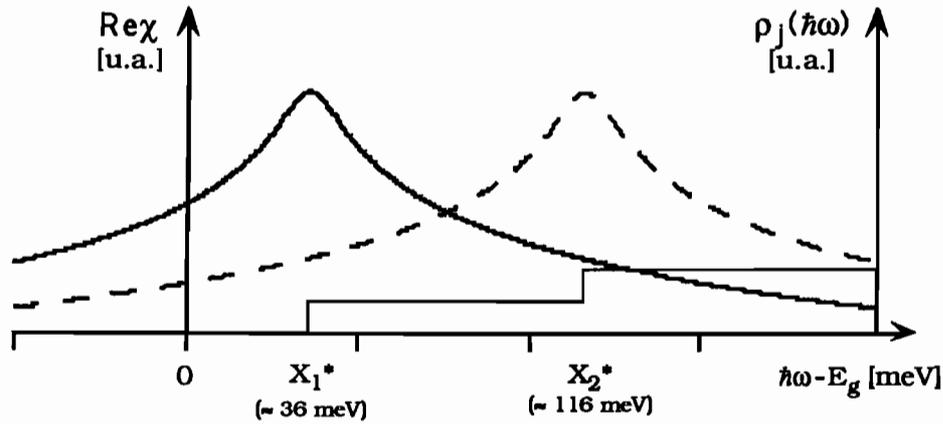


Fig. I.D.10 : Contribution des "marches d'escalier" à la dispersion du puits quantique.

L'indétermination sur la fréquence de coupure X_c se traduit par une indétermination sur une constante additive à ajouter à la courbe. Nous avons levé cette indétermination en calculant numériquement $Re\chi = KK[Im\chi]$ à l'aide d'algorithmes de transformations de Fourier (cf. figure I.D.11), ce qui nous a conduit à attribuer à X_c une valeur raisonnable de 240 meV.

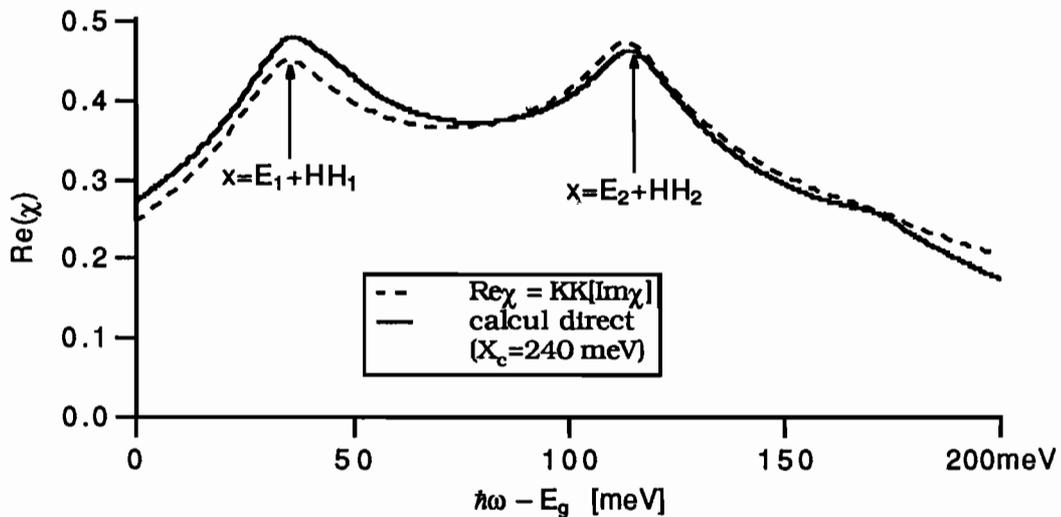


Fig. I.D.11 : Dispersion associée aux "marches d'escalier" du puits quantique (calcul par KK et calcul direct avec $X_c = 240$ meV).

b2 / Dispersion excitonique

Nous avons décrit dans la section (I.D.4.a) la contribution excitonique à l'absorption par le biais d'une fonction gaussienne normalisée : $G(x) = \frac{1}{\Gamma\sqrt{2\pi}} \exp(-x^2 / 2\Gamma^2)$.

La dispersion associée est bien représentée par l'intégrale :

$$\begin{aligned} \text{KKG}(x) &= \frac{1}{\pi} \text{PP} \int ds \frac{g(s)}{s-x} \\ &= \frac{1}{\pi\Gamma\sqrt{2\pi}} \text{PP} \int ds \frac{e^{-s^2/2\Gamma^2}}{s-x} \end{aligned} \quad (1.D.19)$$

Mais la formule obtenue n'est pas calculable analytiquement. Afin de disposer d'une formule simple, nous remplaçons la gaussienne par une Lorentzienne de même poids et de même largeur à mi-hauteur, en remarquant que :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\pi\Gamma\sqrt{2\pi}} \exp(-x^2 / 2\Gamma^2) &\approx \frac{1}{\Gamma\sqrt{2\pi}} \exp(1 - x^2 / 2\Gamma^2) \\ &\approx \frac{1}{\Gamma\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{1}{1 + x^2 / 2\Gamma^2} = \frac{2\Gamma}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{1}{x^2 + 2\Gamma^2} \\ &\approx \sqrt{\pi} \cdot \left\{ \frac{\Gamma\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{1}{x^2 + 2\Gamma^2} \right\} \end{aligned} \quad (1.D.20)$$

L'inconvénient de cette approximation réside en ce que la Lorentzienne obtenue n'est plus normalisée. On a $\Gamma\sqrt{2} \sim 5 \text{ meV}$ et $\sqrt{\pi} \sim 1,77$.

L'avantage, par contre est évident : elle donne directement et sans nouveau calcul la dispersion associée :

$$\sqrt{\pi} \cdot \left\{ \frac{\Gamma\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{1}{x^2 + 2\Gamma^2} \right\} \xrightarrow{\text{K.K.}} \sqrt{\pi} \cdot \left\{ -\frac{1}{\pi} \cdot \frac{x}{x^2 + 2\Gamma^2} \right\}. \quad (1.D.21)$$

Soit une contribution à $\text{Re}\chi$ s'écrivant finalement :

$$\text{Re}\chi|_{\text{Exc}} = \left[\frac{\mu^2 m_r}{\epsilon_0 \hbar^2 L_z} \right] \cdot \frac{4\hbar^2}{a_B^2} \times \frac{1}{m_r} \cdot \sqrt{\pi} \left\{ \frac{-1}{\pi} \cdot \frac{x}{x^2 + 2\Gamma^2} \right\} \quad (1.D.22)$$

Elle est centrée à l'endroit même où $\text{Im}\chi|_{\text{Exc}}$ est maximale [Fig. I.D.12].

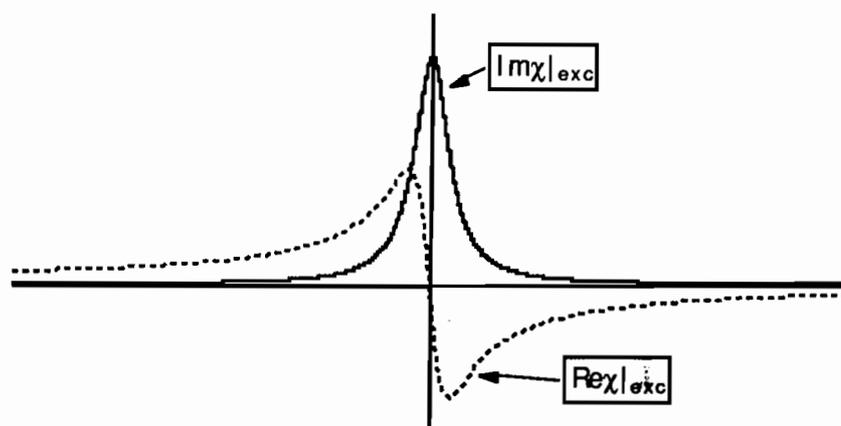


Fig. I.D.12 : Dispersion associée à la contribution excitonique du puits quantique.

À la différence de la contribution de la marche d'escalier, celle-ci est dissymétrique. L'accord avec le calcul numérique par K.K.G est qualitativement excellent et quantitativement correct.

b3/ Dispersion du Puits quantique.

En ajoutant toutes les contributions des différents niveaux impliqués, on obtient pour $Re\chi$ la courbe de la figure [I.D.13].

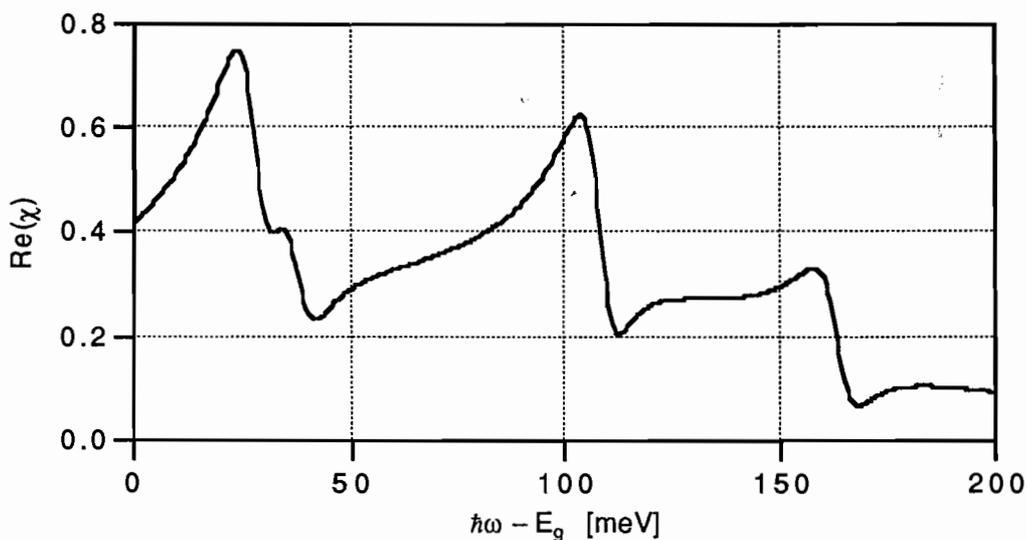


Fig. I.D.13 : Dispersion du puits quantique (en tenant compte des différentes contributions).

La forme particulière de la susceptibilité linéaire des puits quantiques se traduit donc par une forte dispersion "anormale", localisée au voisinage des différentes transitions possibles entre les sous-bandes de la bande de valence et celles de la bande de conduction. Nous disposons à présent d'une description analytique simple de ces propriétés.

c) Indice d'un puits quantique.

Nous disposons d'une formule analytique pour décrire $\text{Im}\chi$ et $\text{Re}\chi$ d'un puits quantique. Mais un matériau "puits quantique" n'existe jamais en tant que tel : c'est toujours d'une hétérostructure qu'il s'agit. Nous avons pour notre part pris le parti de modéliser l'hétérostructure (d'épaisseur totale L , constituée de M puits d'épaisseur L_z espacés par des barrières en AlGaAs) comme un seul matériau "quasi-massif" où les contributions des puits quantiques à l'absorption et à l'indice sont traitées comme des corrections à rajouter aux α et n de la barrière. En d'autres termes, nous comparons les propriétés optiques de l'hétérostructure à celles d'un matériau massif constitué seulement des barrières en AlGaAs, et de même longueur totale L .

Cette approche revient à négliger toute discontinuité d'indice à l'interface barrière-puits et à ne considérer que les propriétés globales de la structure. Elle nous conduit également à "diluer" la contribution des M puits sur toute l'épaisseur L du milieu, en remplaçant au dénominateur L_z par L dans les expressions de $\text{Im}\chi$ et $\text{Re}\chi$.

Notons que les grandeurs directement accessibles expérimentalement ne sont pas α (et n) mais l'atténuation, donc αL , et l'épaisseur optique, donc nL .

On peut écrire l'absorption effective sur une longueur L de l'hétérostructure sous forme de la somme de deux contributions:

$$\begin{aligned} (\alpha L)_{\text{eff}} &= \alpha_B L + M \alpha L_z \\ &= (\alpha_B + M \alpha_{\text{pq}}) L \end{aligned} \tag{1.D.23}$$

avec :

$$\alpha_{\text{pq}} = \alpha \cdot \left(\frac{L_z}{L} \right) = \frac{1}{n} \frac{\omega}{c} \text{Im} \chi \cdot \left(\frac{L_z}{L} \right).$$

L'atténuation subie par l'onde électromagnétique à la traversée de l'hétérostructure se décompose en deux termes : le premier, $\alpha_B L$, est caractéristique d'un matériau massif et augmente avec l'épaisseur des barrières ; le second est indépendant de L et proportionnel au nombre total M de puits traversés. Notons que ce second terme ne contient aucune dépendance explicite en L_z (les dépendances implicites passent par le calcul des niveaux).

De même pour l'indice de réfraction: si la lettre B désigne la barrière et HS l'hétérostructure à puits quantiques d'indice n_{eff} , la décomposition peut s'écrire

$$\begin{aligned} \text{Re } \chi_{\text{HS}} &= \text{Re } \chi_{\text{B}} + M \text{Re } \chi_{\text{pq}} = n_{\text{eff}}^2 - 1 \\ &= (n_{\text{B}}^2 - 1) + M \text{Re } \chi_{\text{pq}} \end{aligned} \quad (1.D.24.a)$$

c'est-à-dire:

$$\begin{aligned} n_{\text{eff}}^2 &= n_{\text{B}}^2 + M \text{Re } \chi_{\text{pq}} \\ &= n_{\text{B}}^2 \left[1 + M \frac{\text{Re } \chi_{\text{pq}}}{n_{\text{B}}^2} \right]. \end{aligned} \quad (1.D.24.b)$$

L'indice n_{eff} se décompose encore en deux contributions:

$$\boxed{n_{\text{eff}} \approx n_{\text{B}} + M \frac{\text{Re } \chi_{\text{pq}}}{2n_{\text{B}}}} \quad (1.D.25)$$

et le chemin optique sur la longueur L de l'hétérostructure s'écrit:

$$n_{\text{eff}} L \approx n_{\text{B}} L + M L_z \frac{\text{Re } \chi_{\text{pq}}}{2n_{\text{B}}} = (n_{\text{B}} + M n_{\text{a}}) L \quad (1.D.26)$$

avec

$$n_{\text{a}} = \frac{\text{Re } \chi_{\text{pq}}}{2n_{\text{B}}} \cdot \left(\frac{L_z}{L} \right) \quad (1.D.27)$$

ce qui représente la contribution d'un puits quantique à l'"indice effectif" de toute l'hétérostructure.

Le premier terme dans l'expression du chemin optique est proportionnel à l'épaisseur L traversée, le second n'en dépend pas mais est proportionnel au nombre M de puits quantiques dans l'hétérostructure.

Tout se passe comme si la structure présentait une "composante discrète" et une "composante continue". Nous avons envisagé un moment de modéliser la propagation d'une onde électromagnétique dans un tel milieu en ayant recours à des "Diracs de permittivité", c'est-à-dire en écrivant la constante diélectrique $\varepsilon(z)$ sous la forme :

$$\varepsilon(z) = \varepsilon_{\text{B}} + \sum_n \eta \delta(z - z_n)$$

où η représente la valeur de la singularité de permittivité et où les z_n sont les abscisses des puits quantiques successifs rencontrés par l'onde plane monochromatique se propageant

normalement aux puits dans la direction z . Par analogie avec le cas d'une particule rencontrant une singularité de potentiel [Cohen-Tannoudji 77] on montre que l'onde satisfait à l'équation de Helmholtz :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \epsilon \quad k_0^2 \psi = 0$$

et que la fonction d'onde solution présente une discontinuité de sa dérivée en $z = z_n$.

L'ordre de grandeur des corrections, joint à la difficulté conceptuelle d'une telle approche, nous ont conduits à nous en tenir au modèle "quasi-massif" exposé plus haut ; ce dernier est en bon accord avec nos observations expérimentales et plus maniable : c'est donc à lui que vont nos préférences.

Nous disposons de la description des propriétés optiques des matériaux en régime linéaire; nous allons à présent nous intéresser au calcul du gain optique dans le GaAs, massif ou en puits quantiques. Nous en aurons besoin, notamment pour le calcul des conditions de seuil dans les microcavités laser étudiées par la suite.

E. Gain quasistationnaire.

En présence d'un mécanisme extérieur de pompage, le facteur d'occupation $\{f_v - f_c\}$ varie en fonction de la position des pseudo-niveaux de Fermi. Dans l'approximation des bandes paraboliques, les intégrales définissant $Im\chi$ et $Re\chi$ font intervenir des produits de convolution de fonctions de Fermi par une Lorentzienne, n'admettant pas de solution analytique à notre connaissance.

À toute modification de $Im\chi$ par rapport à sa valeur à l'équilibre thermodynamique est associée une modification de $Re\chi$, donc de la dispersion : si N représente la densité volumique de porteurs créés par rapport à l'équilibre :

$$\Delta n(N) = \left[Re \chi|_N - Re \chi|_0 \right] / 2n. \quad (1.E.1)$$

1) Gain du GaAs massif .

Le calcul de la susceptibilité en présence de porteurs libres est formellement très proche du calcul de la susceptibilité linéaire: la différence réside dans le facteur d'occupation $\{f_v - f_c\}$ sous l'intégrale de convolution :

$$\text{Im}\chi(x) = A \int dx_0 H(x_0) x_0^{1/2} \{f_v - f_c\} \cdot \mathcal{S}(x - x_0) \quad (1.E.2)$$

$$\text{Re}\chi(x) = A \int dx_0 H(x_0) x_0^{1/2} \{f_v - f_c\} \cdot \mathcal{A}(x - x_0)$$

soit encore :

$$\text{Im}\chi(x) = \int dx_0 F_N(x_0) \cdot \mathcal{S}(x - x_0) = F_N * \mathcal{S} . \quad (1.E.3)$$

Dans un premier temps nous effectuons le calcul de la fonction F_N (qui représente $\text{Im}\chi|_N$ avant convolution par \mathcal{S}) pour différentes valeurs de N ; puis nous utilisons des algorithmes de TF sous le logiciel Igor™ pour effectuer le produit de convolution par la Lorentzienne \mathcal{S} , puis la transformée KK donnant $\text{Re}\chi|_N$. Les courbes correspondantes sont reportées sur la figure [I.E. 1].

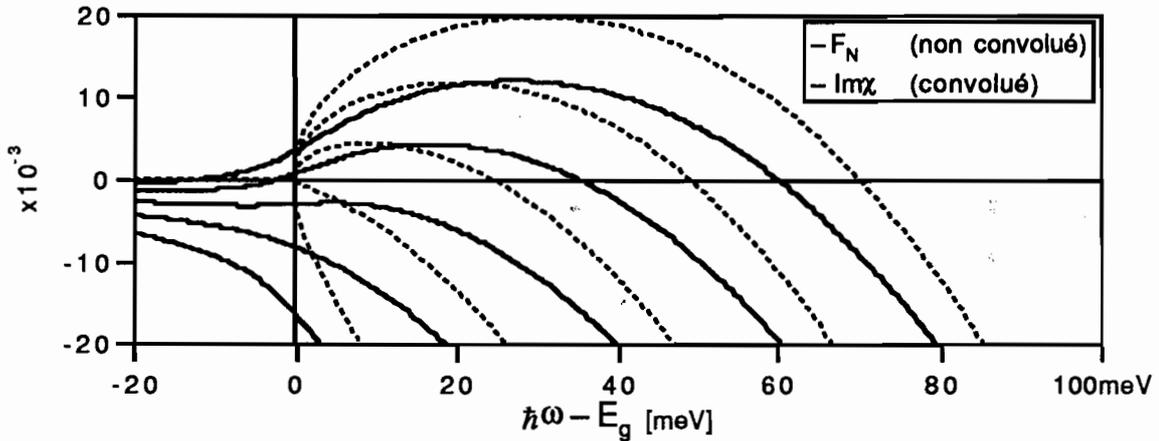


Fig. I.E.1: Fonctions F_N (avant convolution) et $\text{Im}\chi|_N$ pour différentes valeurs de la densité de porteurs N variant de $5 \cdot 10^{17}$ à $2,5 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ par pas de $5 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$.

Lorsque la fonction $\text{Im}\chi|_N$ devient positive, le milieu présente du gain optique sur une bande spectrale d'autant plus importante que la valeur de N est élevée. Le gain s'en déduit par une simple constante multiplicative [Fig.I.E.2].

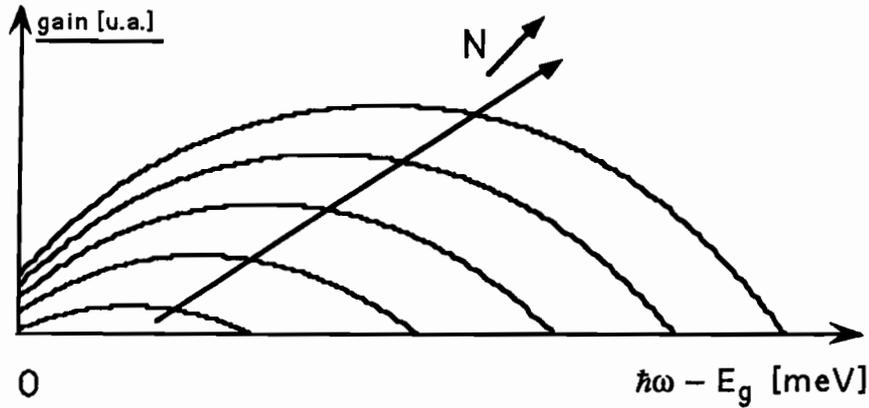


Fig. I.E.2: Gain de GaAs massif pour différentes valeurs de la densité de porteurs N .

Le seuil (valeur de N pour laquelle le gain prend une valeur positive) est de l'ordre de $1,8 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ dans le GaAs massif. Le maximum de la courbe de gain se déplace vers les hautes énergies (courtes longueurs d'onde) lorsque N augmente [Fig.I.E.3]:

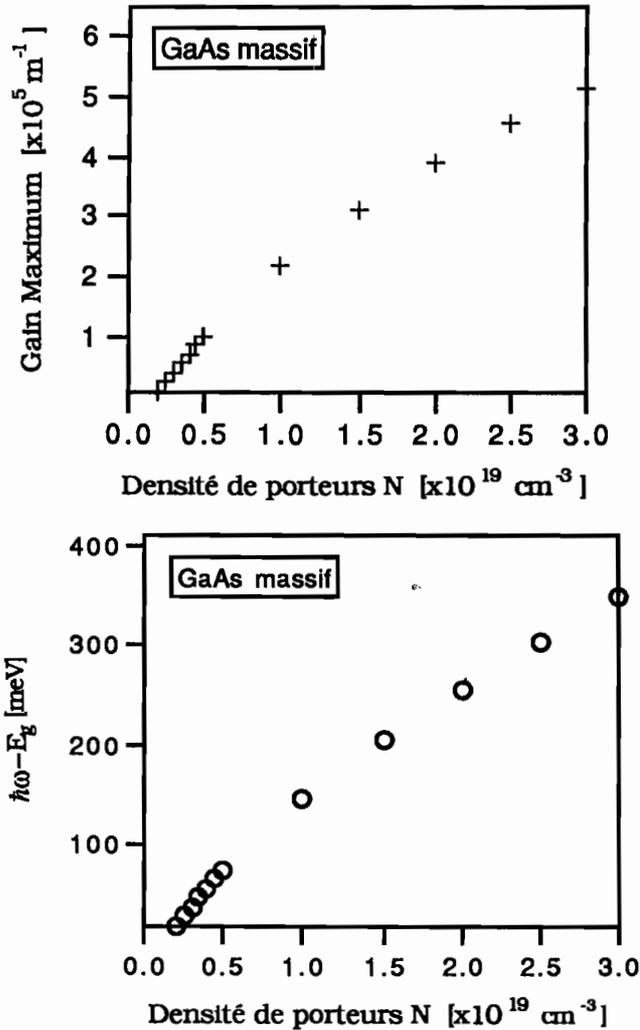


Fig. I.E.3: Caractéristiques du gain de GaAs massif en fonction de N :

- a) position en énergie du maximum de gain;
- b) valeur atteinte par le gain maximal.

Notons que dans cette approche, pour des densités $N \geq 3,5 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$, le facteur d'occupation $(f_v - f_c)$ tend vers une valeur constante égale à - 1 et le gain sature à une valeur égale en norme et opposée à l'absorption linéaire :

$$\text{Im}\chi|_N \rightarrow -\text{Im}\chi|_0 \text{ quand } N \text{ croît.}$$

Mais notre approche simplifiée négligeant de nombreux effets (phénomènes à N corps, renormalisation du gap, absorption par porteurs libres, etc.) aura cessé d'être valide à forte densité de porteurs.

Les variations de la partie imaginaire de χ s'accompagnent de variations de sa partie réelle (par transformation de Kramers-Kronig). Nous pouvons donc déduire des courbes précédentes les variations relatives de l'indice du matériau GaAs massif en fonction de la densité de porteurs [Fig.I.E.4].

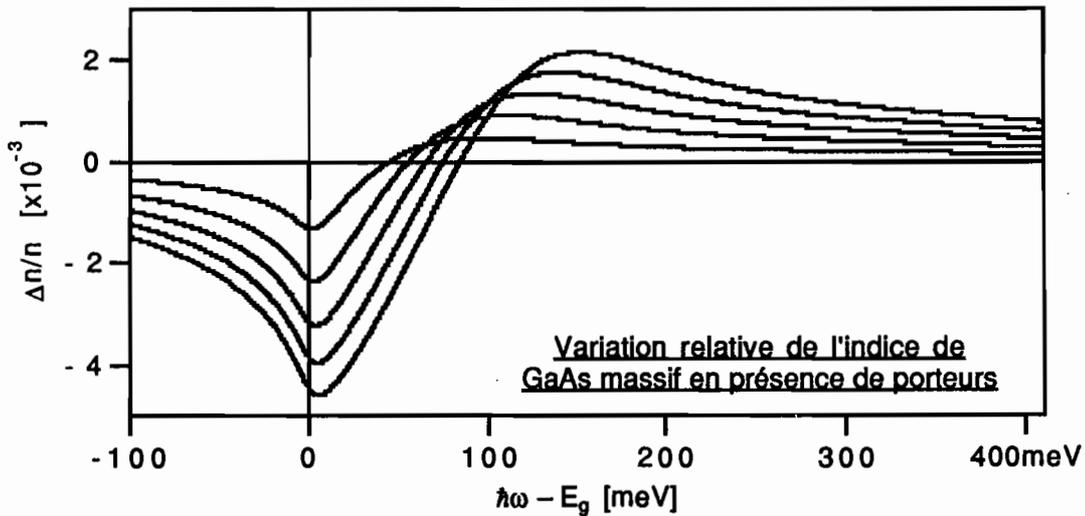


Fig. I.E.4: Variation relative de l'indice de GaAs massif pour des densités de porteurs variant de $0,5$ à $2,5 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ par pas de $5 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$.

L'effet des porteurs sur l'indice est particulièrement apparent au voisinage immédiat de l'énergie de bande interdite.

Les microcavités à émission surfacique que nous étudierons ont des puits quantiques comme milieu actif. Il reste à établir l'expression de leur gain et à les comparer avec celle du matériau massif.

2) Gain GaAs en puits quantique

Le principe du calcul est exactement le même : seule change la fonction F_N qui rend compte des propriétés particulières du puits quantique. Notons qu'en toute rigueur, dans un système 2D, les densités de porteurs N_{2D} sont surfaciques (en cm^{-2}). Nous les exprimons néanmoins en cm^{-3} comme leurs homologues 3D en posant $N = \frac{N_{2D}}{L_z}$.

La forme particulière de la densité d'états confère au gain du puits quantique un aspect très différent de celui du matériau massif. La figure [I.E.5] représente le produit sans dimension "gain $\times L_z$ " (avant convolution par \mathcal{S}) pour un puits:

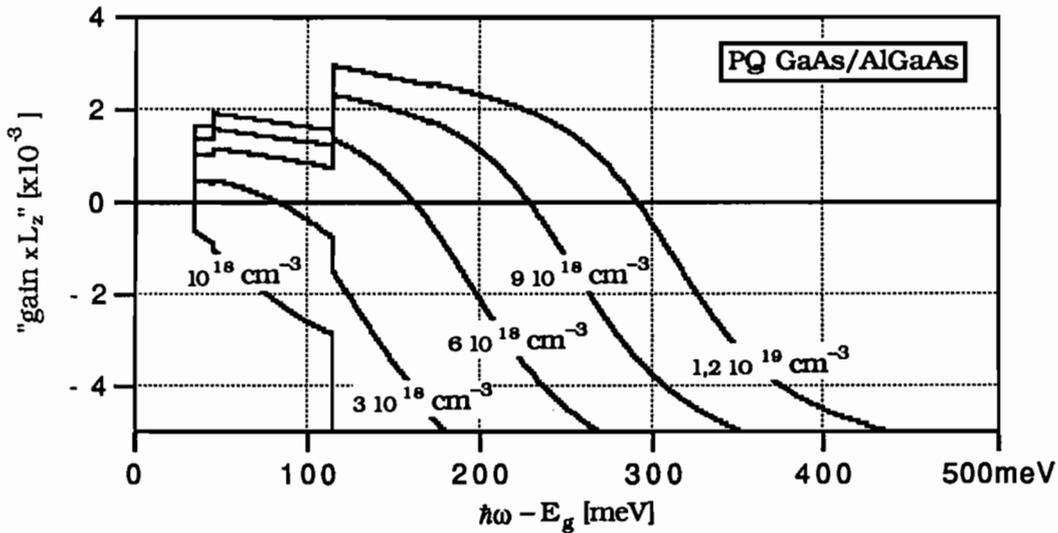


Fig. I.E.5: Produit sans dimension "gain longueur" (avant convolution par \mathcal{S}) dans un puits quantique GaAs/AlGaAs pour différentes valeurs de N.

C'est la forme que prend le produit $g \times L_z$ pour un puits quantique dans l'approximation négligeant l'élargissement Lorentzien.

Après convolution numérique, nous obtenons pour diverses valeurs de N les courbes de gain ci-dessous [Figure I.E.6].

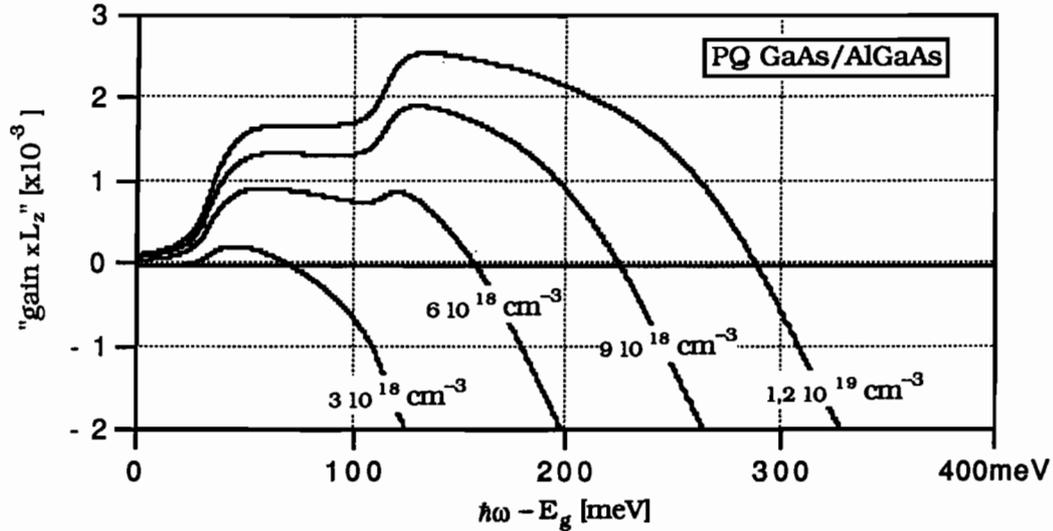


Fig. I.E.6: Produit sans dimension $g.L_z$ (après convolution par \mathcal{L}) dans un puits quantique GaAs/AlGaAs pour différentes valeurs de N .

On constate qu'au fur et à mesure que N augmente, le quasi-niveau de Fermi de bande de conduction s'élève dans la bande et la deuxième sous-bande se remplit : à partir d'un certain niveau de la densité de porteurs, le gain (quasi-stationnaire) sur une transition possible à partir de la deuxième sous-bande tend à dépasser le gain disponible sur une transition ne mettant en jeu que la première [Figure I.E.7].

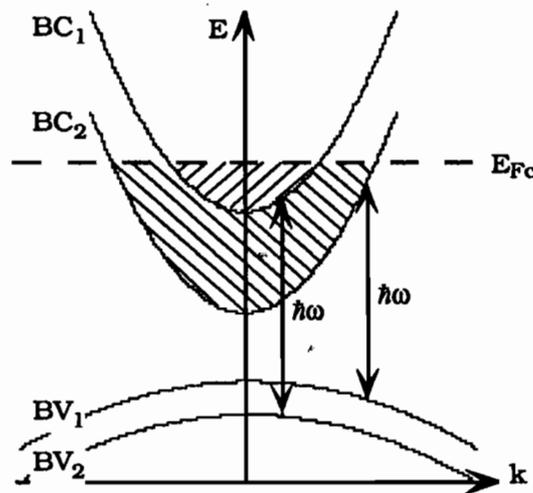


Fig. I.E.7: Remplissage du second sous-niveau de la bande de conduction à fortes densités de porteurs; les deux sous-niveaux contribuent à l'émission optique à $\hbar\omega$.

Pour $\hbar\omega \geq E_g + E_2 + H_2$, les deux sous-bandes contribuent au gain, dont la largeur spectrale est sensiblement augmentée grâce à la contribution de la deuxième sous-bande. Cette propriété sera exploitée pour la réalisation de microcavités lasers émettant simultanément sur plusieurs longueurs d'onde: nous montrerons au chapitre III qu'un tel

comportement permet l'obtention d'une émission biréale dans une microcavité laser à émission surfacique dont le milieu actif est constitué de puits quantiques, et qui présente deux modes de résonance situés respectivement sur les transitions E_1-H_1 et E_2-H_2 .

Remarque : Dans ce calcul de gain nous n'avons tenu aucun compte des excitons qui sont totalement dissociés en présence de fortes densités de porteurs.

Notre but était de décrire les propriétés optiques de semiconducteurs de la famille du GaAs et AlGaAs, massifs ou puits quantiques. En régime linéaire, nous avons d'abord rappelé une expression simplifiée de l'absorption, obtenue en négligeant les processus de relaxation, à partir des densités d'états joints. Nous avons montré que, dans l'approximation d'une relation de dispersion parabolique, la prise en compte des processus de relaxation se traduisait sur le plan formel par le produit de convolution de cette expression simplifiée par une fonction d'élargissement de forme Lorentzienne, ce que nous retrouvons par le calcul de la susceptibilité linéaire χ ; nous avons pu en déduire une expression analytique de l'absorption du GaAs, tant massif qu'en puits quantiques.

Si dans le cas du matériau massif nous avons préféré utiliser une fonction d'interpolation basée sur des mesures expérimentales, nous avons conservé cette approche pour le puits quantique. De plus, partie réelle et partie imaginaire de la susceptibilité χ sont reliées par une transformation de Kramers-Kronig, ce qui nous a permis d'établir une expression analytique de la *dispersion anormale* des puits quantiques.

En régime de pompage quasistationnaire (gain optique), les calculs restent formellement identiques au facteur d'occupation près, qui rend compte de la répartition statistique des porteurs excités. Nous sommes toujours en présence d'un produit de convolution, mais celui-ci n'admet plus de solution complètement analytique. Nous avons effectué le calcul numérique à l'aide d'algorithmes de Transformation de Fourier, et déterminé d'une manière analogue les variations d'indice des milieux en présence de porteurs, en exploitant les propriétés qui relient la transformation de Kramers-Kronig à la TF. En particulier, nous avons établi la dépendance spectrale du gain d'un puits quantique.

Nous disposons à présent de tous les éléments nécessaires pour passer au niveau supérieur de notre étude : celle des structures multicouches composées d'empilements de matériaux semiconducteurs dont nous venons d'établir la description simplifiée des principales propriétés optiques.

CHAPITRE 2

Propagation de la lumière en milieu stratifié

I. INTRODUCTION.

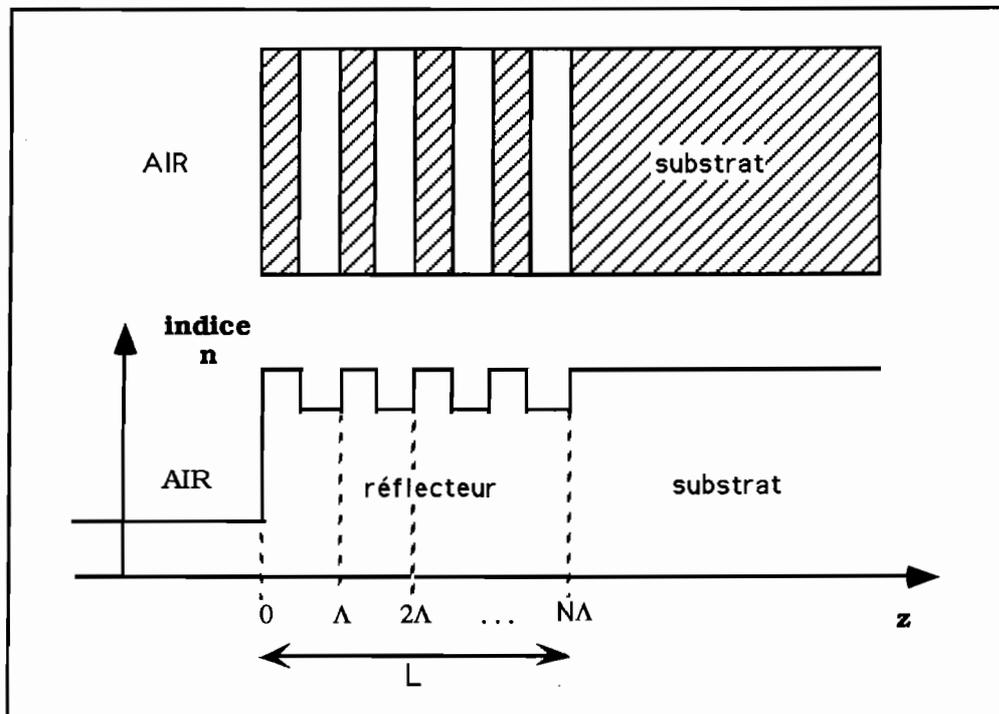
Ce chapitre est consacré à l'étude de diverses structures semiconductrices multicouches et présente deux approches théoriques complémentaires pour la description de la propagation d'une onde électromagnétique plane dans un milieu stratifié.

Les structures dont nous disposons, élaborées par le LCR de la Thomson-CSF, seront étudiées expérimentalement et leurs caractéristiques réelles seront comparées aux prévisions théoriques. Ces structures sont de trois types, comme décrit ci-dessous :

a) Réflecteurs de Bragg.

Il s'agit d'un empilement multicouche répétant périodiquement un même motif : alternance de deux couches minces d'indice et d'épaisseur différents. La différence d'indice est obtenue en faisant varier plus ou moins la concentration x en aluminium dans l'alliage $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$. L'épaisseur est contrôlée, en principe à la monocouche atomique près, par des techniques "in situ" au cours de la fabrication [Gossard 86].

La structure multicouche est déposée sur un substrat de GaAs, comme représenté sur la figure [II.1.1].



**Fig. II.1.1. Structure d'un réflecteur de Bragg en GaAs/AlGaAs. Les couches haut-
indice correspondent à une faible concentration x en aluminium.**

Les interférences entre toutes les ondes partiellement transmises et partiellement réfléchies à chaque interface confèrent à une telle structure une réflectivité élevée et spectralement sélective.

De tels composants ont d'abord été étudiés en tant que réflecteurs en régime linéaire [Van der Ziel 75]. Les matériaux employés peuvent être totalement transparents aux longueurs d'onde utilisées, ou bien présenter eux-mêmes de l'absorption [Bretenaker 89] [Le Saux 90]. Dans ce dernier cas, la saturation de l'absorption dans les couches de la structure sous l'effet d'une excitation optique intense modifie sa réflectivité propre : on a ainsi réalisé un miroir non linéaire [Kim 89].

De plus, sous l'effet d'un champ de pompe suffisamment intense, les couches initialement absorbantes peuvent présenter du gain en raison de la forte densité de porteurs photocréés. Sous réserve que les conditions de seuil soient satisfaites, la structure peut se comporter comme un laser à rétroaction distribuée.

b) Structures à multipuits quantiques sur réflecteur de Bragg.

Les réflecteurs de Bragg ont également servi d'éléments de base intégrés dans des structures plus complexes [Gourley 86], [Kowalsky 88]. On les trouve par exemple en association avec un absorbant saturable à multipuits quantiques ; à faible intensité, l'onde incidente est absorbée, la réflectivité est faible. À forte intensité, l'absorption est saturée, l'onde incidente parvient jusqu'au réflecteur et la réflectivité est forte ([Fig.II.1.2]).

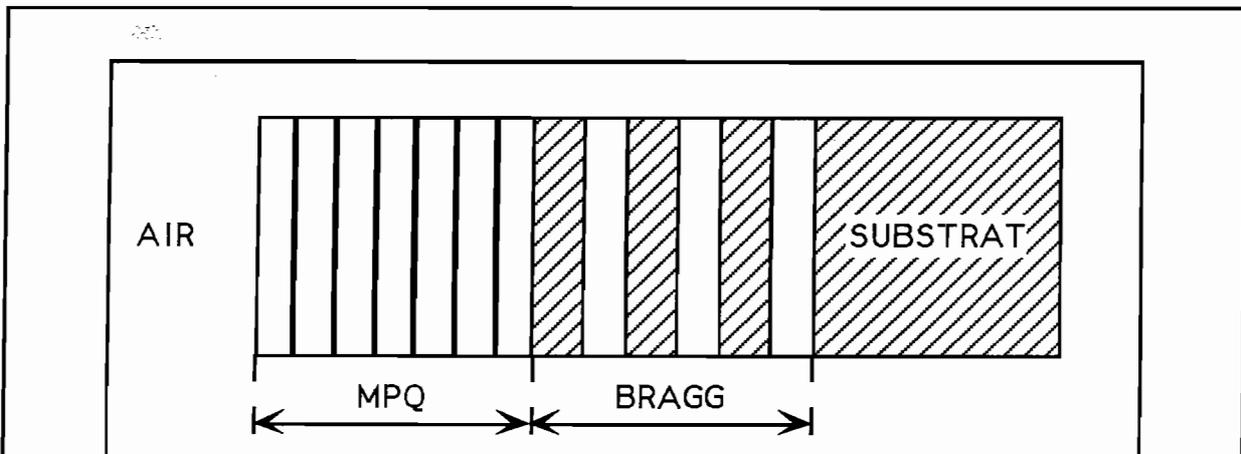
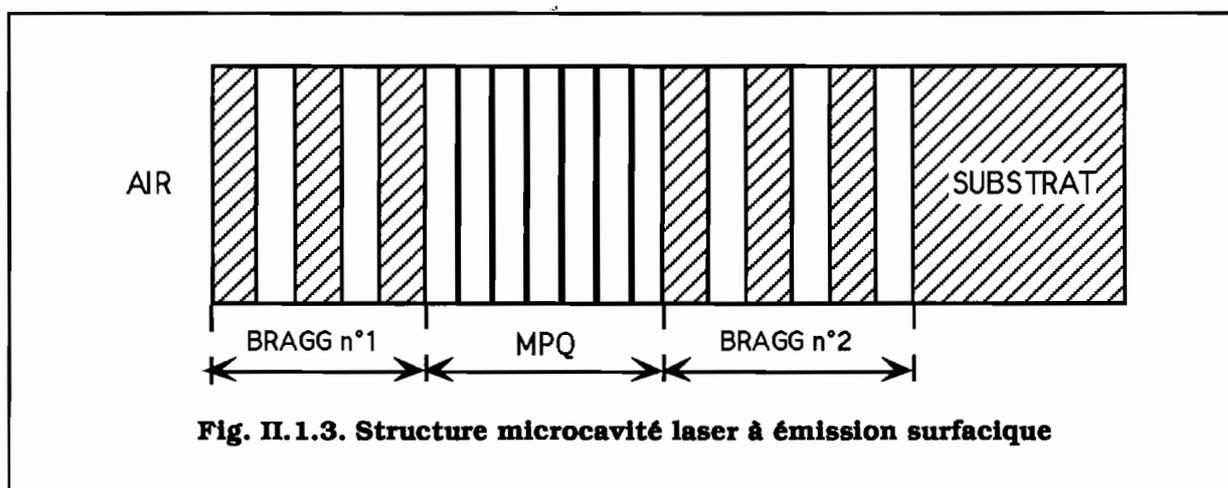


Fig. II.1.2. Absorbant saturable à multipuits quantiques (MPQ) sur réflecteur de Bragg.

c) Microcavités.

Des réflecteurs de Bragg servent également de miroirs dans des microcavités laser [Gourley 87] ; on parle de structures "à émission surfacique" ou de "cavités verticales" [Iga 88], [Koyama 89], [Tai 89], [MacDaniel 90], [Jewell 90, 91]. Sur un même substrat l'on a fait croître le miroir de fond, le milieu actif à multipuits quantiques et le miroir de sortie. Le gain est créé dans le milieu actif par apport de porteurs, créés soit par pompage électrique (diode laser), soit par pompage optique. La prise en compte des ondes stationnaires intracavité dans ces structures de quelques micromètres d'épaisseur a conduit à optimiser la position des puits quantiques, en coïncidence avec les maxima du champ optique [Gourley 89], [Raja 89], [Corzine 89], [Mahbobzadeh 90]. C'est une structure de ce type, à "gain périodique résonnant", que nous avons étudiée, et qui est représentée sur la figure [II.1.3].



Tous les dispositifs présentés ci-dessus sont réalisés sur un substrat absorbant. Leur caractérisation, tant en réflectivité linéaire qu'en émission propre (luminescence ou effet laser) s'effectue donc toujours du même côté.

De plus, toutes ces structures ont un point commun : elles comprennent dans leur conception au moins un réflecteur de Bragg. Notre approche théorique sera double :

- d'un part, nous exposerons une méthode susceptible de décrire complètement la propagation d'une onde électromagnétique plane en milieu stratifié quelconque ; basée sur un **formalisme matriciel** découlant de la linéarité des équations de propagation du champ [Abelès 50], elle est applicable à tout type d'empilement multicouche, périodique ou non, et a donné lieu au développement d'un programme de calcul de réflectivité des structures. Elle resterait valable en régime non linéaire. En revanche, elle ne donne pas accès aux

paramètres physiques qui gouvernent le comportement des structures. Elle est donc utilement complétée par une seconde approche susceptible de fournir les dépendances explicites des structures en fonction des matériaux et épaisseurs choisis ;

- d'autre part, nous détaillerons à cet effet le principe du **couplage d'ondes** ; particulièrement adapté à l'étude de milieux périodiques tels que les réflecteurs de Bragg, éléments de base des structures étudiées. Une onde qui se propage dans un milieu présentant une modulation périodique de sa constante diélectrique donne en effet naissance à une onde qui se propage en sens inverse [Yariv & Yeh 84], [Agrawal & Dutta 86]. Nous établirons l'expression de la constante de couplage, de la réflectivité en amplitude et en phase, en incluant les effets de bord. C'est cette dépendance explicite des propriétés du réflecteur en fonction des paramètres des matériaux qui nous permettra d'exposer les grandes lignes de la *synthèse des dispositifs complexes*. Nous montrerons ainsi que cette deuxième approche, qui pourrait sembler a priori trop restrictive à bien des égards par rapport à la précédente (méthode perturbative, limitée aux structures périodiques...), s'avère en réalité un auxiliaire indispensable pour la compréhension des phénomènes globaux. Nous l'emploierons en priorité chaque fois qu'il sera nécessaire d'étudier l'influence d'un paramètre donné, quitte à valider nos prédictions théoriques par une simulation matricielle, moins transparente mais réputée exacte. Enfin, nous montrerons que cette approche par couplage d'ondes se prête bien à l'étude d'un réflecteur de Bragg absorbant, "transformé" par pompage intense en laser à rétroaction distribuée (DFB pour "Distributed FeedBack" en Anglais) [Kogelnik 72].

Le tableau [T.II.1.1] ci-dessous récapitule les principales caractéristiques et illustre la complémentarité des deux modèles.

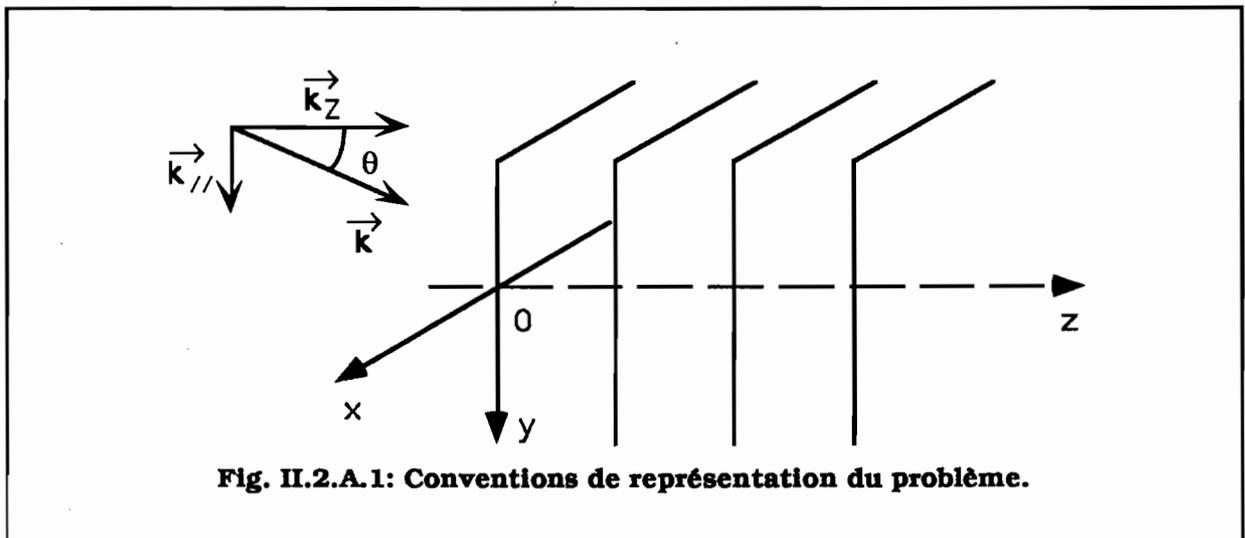
Description matricielle	Couplage d'ondes
<ul style="list-style-type: none"> • Approche "exacte" • Toute structure stratifiée • Calcul numérique ⇒ programme FORTRAN • Extension au calcul non linéaire 	<ul style="list-style-type: none"> • Méthode perturbative • Milieu périodique • Dépendance explicite ⇒ synthèse des structures • Extension au laser DFB
Tableau T.II.1.1. Complémentarité des deux approches théoriques	

II. FORMALISME MATRICIEL.

A. Propagation de la lumière en milieu stratifié.

a) Position du problème.

Soit une onde électromagnétique plane se propageant dans un milieu constitué d'un empilement, dans la direction z , de couches linéaires homogènes, isotropes et invariantes par translation dans les directions x et y . Par convention, nous noterons toujours par la suite yOz le plan d'incidence (cf. Figure [II.2.A.1]).



Soit \vec{k} le vecteur d'onde d'une onde plane provenant d'un milieu diélectrique semi-infini situé à gauche de l'empilement ($\vec{k} = \vec{k}_z + \vec{k}_{//}$). Les relations générales de l'électromagnétisme imposent la conservation de la composante tangentielle du vecteur \vec{k} , soit $\vec{k}_{//}$, à chaque réfraction successive, tout au long de la propagation : c'est la loi de Descartes.

On a $\vec{k}_{//} = k_{\text{initial}} \sin \theta_{\text{initial}}$. Notons que la formule $n_0 \sin \theta_0 = n \sin \theta$ peut se généraliser à un milieu d'indice complexe [Born & Wolf 80] c'est-à-dire présentant de l'absorption (cf. encadré).

Encadré : Loi de Descartes de la réfraction en milieu absorbant.

Soit une onde plane monochromatique se propageant dans un milieu sans absorption d'indice n_0 , et rencontrant sous l'incidence θ_0 un milieu absorbant d'indice complexe $\tilde{n} = n' + in''$. La quantité $k_{//} = n_0 \sin \theta_0 k_0$ [où $k_0 = \frac{\omega}{c}$] est réelle et se conserve à la réfraction.

En revanche dans le second milieu le vecteur d'onde est complexe.

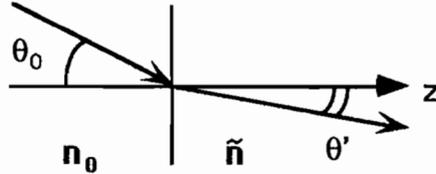


Fig. II.2.A.2.

Il est possible néanmoins d'écrire la loi de Descartes sous la forme habituelle $n_0 \sin \theta_0 = \tilde{n} \sin \tilde{\theta}$ à condition de considérer un "angle de réfraction complexe". $\tilde{\theta} = \theta' - i\theta''$ où $(\theta', \theta'') \in \mathbb{R}^2$ [Born & Wolf 80]. Il vient alors : $\sin \tilde{\theta} = \sin \theta' \operatorname{ch} \theta'' - i \operatorname{sh} \theta'' \cos \theta'$ et :

$$\tilde{n} \sin \tilde{\theta} = (n' \sin \theta' \operatorname{ch} \theta'' + n'' \operatorname{sh} \theta'' \cos \theta') + i (n'' \sin \theta' \operatorname{ch} \theta'' - n' \operatorname{sh} \theta'' \cos \theta').$$

Cette quantité est réelle, donc sa partie imaginaire est nulle. On en déduit :

$$\begin{aligned} \operatorname{th} \theta'' &= \frac{n''}{n'} \operatorname{tg} \theta' \\ n_0 \sin \theta_0 &= n' \sin \theta' \operatorname{ch} \theta'' \left[1 + \left(\frac{n''}{n'} \right)^2 \right] \end{aligned}$$

Or, la partie absorptive de l'indice est très souvent très inférieure à sa partie réfractive : $n'' \ll n'$ et il en découle que $\theta'' \ll \theta'$. Au premier ordre :

$$\begin{aligned} n_0 \sin \theta_0 &\approx n' \sin \theta' \\ \theta'' &\approx \frac{n''}{n'} \operatorname{tg} \theta' \end{aligned}$$

θ' représente donc l'angle de réfraction de la lumière dans le milieu absorbant.

La composante k_z est proportionnelle à $\tilde{n} \cos \tilde{\theta}$:

$$\tilde{n} \cos \tilde{\theta} = \left[n' \cos \theta' \left[1 - \left(\frac{n''}{n'} \operatorname{tg} \theta' \right)^2 \right] + i \frac{n''}{\cos \theta'} \right] \operatorname{ch} \theta''$$

Au premier ordre, $\tilde{n} \cos \tilde{\theta} \approx n' \cos \theta' + i \frac{n''}{\cos \theta'}$

b) *Équation de Helmholtz.*

Rappelons que dans un milieu linéaire, homogène, non magnétique, ($\mu_r=1$) sans charge ni courant, les équations de Maxwell reliant les vecteurs \vec{E} et \vec{H} (en notation complexe) prennent la forme :

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \wedge \vec{H} = -i\omega \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} \\ \vec{\nabla} \wedge \vec{E} = +i\omega \mu_0 \vec{H} \end{cases} \quad (2.2.A.1)$$

si la dépendance temporelle implicite est en $e^{-i\omega t}$.

En combinant ces deux équations après en avoir pris le rotationnel, on constate que \vec{E} et \vec{H} vérifient la même équation, dite "de Helmholtz" :

$$\begin{cases} \nabla^2 \vec{E} + \epsilon_r \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E} = \vec{0} \\ \nabla^2 \vec{H} + \epsilon_r \frac{\omega^2}{c^2} \vec{H} = \vec{0} \end{cases} \quad (2.2.A.2)$$

où ∇^2 se réduit à $\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$, l'invariance par translation imposant en effet $\frac{\partial}{\partial x} \equiv 0$.

Cette équation vectorielle se réduit à une équation scalaire pour \vec{E} en polarisation TE (\vec{E} parallèle à \hat{e}_x), pour \vec{H} dans le cas TM (\vec{H} parallèle à \hat{e}_x). Tout cas se décomposant en superposition linéaire de polarisations TE et TM, il est légitime de les traiter séparément [Figure II.2.A.3].

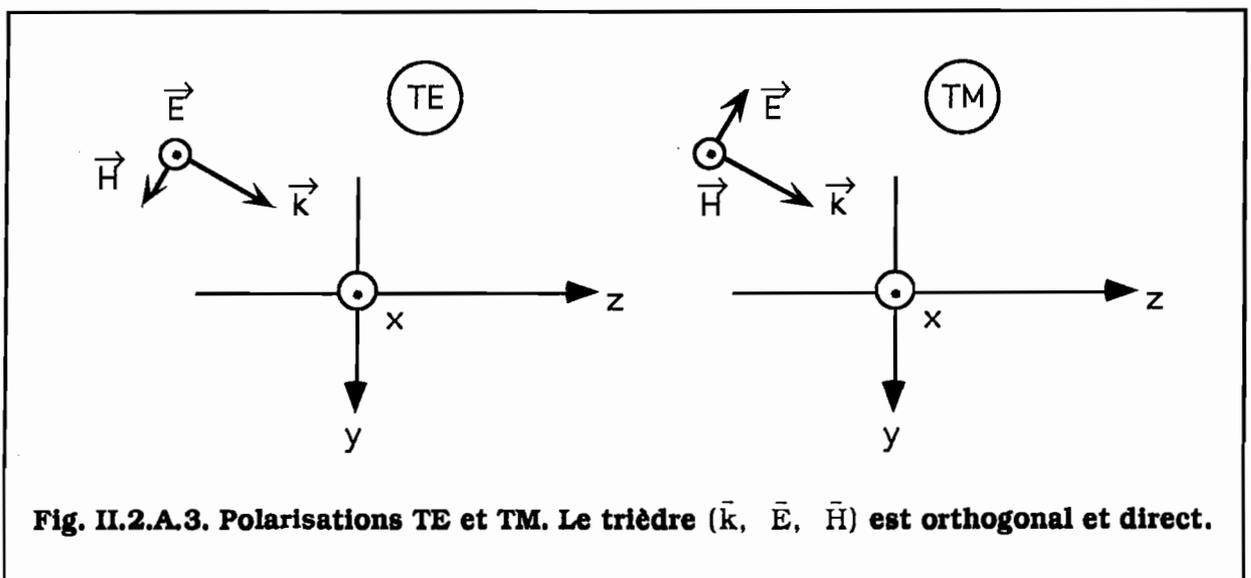


Fig. II.2.A.3. Polarisations TE et TM. Le trièdre (\vec{k} , \vec{E} , \vec{H}) est orthogonal et direct.

Pour un $k_{//}$ fixé, l'équation de Helmholtz scalaire s'écrit :

$$\nabla^2 \psi + \epsilon_r \frac{\omega^2}{c^2} \psi = 0 \quad (2.2.A.3)$$

[où ψ représente E_x en TE et H_x en TM] et admet une solution générale de la forme :

$$\psi = \left(\phi^+ e^{ik_z z} + \phi^- e^{-ik_z z} \right) e^{ik_{//} y} \quad (2.2.A.4)$$

où : $k_z = \left[(\bar{n}k_0)^2 - k_{//}^2 \right]^{1/2}$ avec $\bar{n} = n' + i n''$, indice complexe du milieu.

Par convention, k_z représente la racine complexe de $\left[(\bar{n}k_0)^2 - k_{//}^2 \right]$ dont la partie réelle est positive et correspond à une propagation orientée dans le sens des z croissants.

À $k_{//}$ fixé, le champ total solution de l'équation de Helmholtz se décompose donc en une partie "propagative" (orientée dans le sens des z positifs) et une partie "contra-propagative" (orientée en sens inverse). L'état du champ scalaire en tout point d'abscisse z est parfaitement déterminé par la connaissance de

$$\begin{cases} \psi^+(z) = \phi^+ e^{ik_z z} \\ \psi^-(z) = \phi^- e^{-ik_z z} \end{cases}$$

B. Notion de propagateur.

a) Définitions.

Étant données : la nature d'un milieu homogène (défini par sa permittivité relative complexe ϵ_r), la polarisation du champ considéré et la composante $k_{//}$; nous avons vu que la connaissance de $(\psi^+(z), \psi^-(z))$ détermine complètement le champ de l'onde électromagnétique.

De plus, la **LINÉARITÉ** des équations de l'électromagnétisme permet de relier l'état de ce champ à l'abscisse z à l'état du champ en tout autre point, par le biais d'un opérateur linéaire s'écrivant sous la forme d'une matrice 2×2 , et qui ne dépend que des propriétés du milieu. Conformément aux notations des références [Pardo 86], [Sauer 90], le vecteur

colonne $\begin{pmatrix} \psi^+ \\ \psi^- \end{pmatrix}_{(z)}$ est appelé **VECTEUR D'ÉTAT** et l'opérateur linéaire reliant les vecteurs d'état entre deux abscisses z' et z'' est dénommé **PROPAGATEUR**.

b) Propagateur de déplacement en milieu homogène.

En deux points d'un même milieu homogène d'abscisses respectives z et $z + d$, on a les relations :

$$\begin{cases} \psi^+(z) = \phi^+ e^{ik_z z} \\ \psi^-(z) = \phi^- e^{-ik_z z} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \psi^+(z+d) = \phi^+ e^{+ik_z(z+d)} \\ \psi^-(z+d) = \phi^- e^{-ik_z(z+d)} \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} \psi^+ \\ \psi^- \end{pmatrix}_{(z)} = \begin{pmatrix} e^{-ik_z d} & 0 \\ 0 & e^{+ik_z d} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi^+ \\ \psi^- \end{pmatrix}_{(z+d)} \quad (2.2.B.1)$$

Le propagateur de déplacement en milieu homogène d'indice n sur une distance d , noté $P_n(d)$, s'écrit donc :

$$P_n(d) = \begin{pmatrix} e^{-ik_z d} & 0 \\ 0 & e^{+ik_z d} \end{pmatrix}. \quad (2.2.B.2)$$

c) Propagateur d'interface.

Entre deux milieux différents, les composantes des champs de part et d'autre du dioptre plan sont reliées par un ensemble d'équations de continuité dérivées des équations de Maxwell. Il s'agit de la conservation des composantes tangentielles de \vec{E} et \vec{H} , ainsi que des composantes normales de \vec{D} et \vec{B} . Les expressions qui en découlent sont donc différentes selon l'état de polarisation considéré.

- **en polarisation TE:**

$$E_x(y, z) = \left(\phi^+ e^{ik_z z} + \phi^- e^{-ik_z z} \right) e^{ik_{//} y} \quad (2.2.B.3)$$

et : $\vec{V} \wedge \vec{E} = +i\omega \mu_0 \vec{H}$.

$$\begin{cases}
 H_x(y, z) = 0 \\
 H_y(y, z) = \frac{k_z}{\omega\mu_0} \left(\phi^+ e^{ik_z z} - \phi^- e^{-ik_z z} \right) e^{ik_{//}y} \\
 H_z(y, z) = \frac{-k_{//}}{\omega\mu_0} \left(\phi^+ e^{ik_z z} + \phi^- e^{-ik_z z} \right) e^{ik_{//}y}
 \end{cases} \quad (2.2.B.4)$$

La continuité de E_x et $H_y \left(\infty \frac{\partial E_x}{\partial z} \right)$ au niveau de l'interface (en z_0) nous donne, comme propagateur d'interface associé à \vec{E} :

$$\begin{pmatrix} E^+ \\ E^- \end{pmatrix}_{(z_0^-)} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \frac{k_{1z} + k_{2z}}{k_{1z}} & \frac{k_{1z} - k_{2z}}{k_{1z}} \\ \frac{k_{1z} - k_{2z}}{k_{1z}} & \frac{k_{1z} + k_{2z}}{k_{1z}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E^+ \\ E^- \end{pmatrix}_{(z_0^+)} \quad (2.2.B.5)$$

Le propagateur d'interface du milieu ① vers le milieu ② s'écrit donc :

$$\boxed{I_{(n_1, n_2)} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 + k_{2z} / k_{1z} & 1 - k_{2z} / k_{1z} \\ 1 - k_{2z} / k_{1z} & 1 + k_{2z} / k_{1z} \end{bmatrix}} \quad (2.2.B.6)$$

- **en polarisation TM:**

$$H_x(y, z) = \left(\phi^+ e^{ik_z z} + \phi^- e^{-ik_z z} \right) e^{ik_{//}y} \quad (2.2.B.7)$$

et : $\vec{V} \wedge \vec{H} = -i\omega \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$.

$$\begin{cases}
 E_x(y, z) = 0 \\
 E_y(y, z) = \frac{-k_z}{\omega\epsilon_r} \left(\phi^+ e^{ik_z z} - \phi^- e^{-ik_z z} \right) e^{ik_{//}y} \\
 E_z(y, z) = \frac{k_{//}}{\omega\epsilon_r} \left(\phi^+ e^{ik_z z} + \phi^- e^{-ik_z z} \right) e^{ik_{//}y}
 \end{cases} \quad (2.2.B.8)$$

La continuité de H_x et $E_y \left(\infty \frac{\partial H_x}{\partial z} \right)$ nous donne, comme propagateur d'interface associé à \vec{H} , du milieu ① vers le milieu ② :

$$\begin{pmatrix} H^+ \\ H^- \end{pmatrix}_{(z_0^-)} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} p_1 + p_2 & p_1 - p_2 \\ p_1 & p_1 \\ p_1 - p_2 & p_1 + p_2 \\ p_1 & p_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H^+ \\ H^- \end{pmatrix}_{(z_0^+)} \quad (2.2.B.9)$$

où $p_i = \frac{k_{iz}}{\epsilon_{ri}}$, $i \in \{1, 2\}$.

Néanmoins il est d'usage, y compris en polarisation TM, de travailler sur l'amplitude du champ électrique et non sur celle de \vec{H} . En se rappelant que pour une onde progressive, $(\vec{k}, \vec{E}, \vec{H})$ forme un trièdre direct, on note que, pour deux ondes contrapropagatives repérées par H^+ et H^- (à $k_{//} \neq 0$), si H^+ et H^- sont de même signe, il n'en est pas de même de E^+ et E^- .

Nous poserons, dans le cas général, $H^+ = \frac{nE^+}{\mu_0 c}$ et $H^- = \frac{-nE^-}{\mu_0 c}$, où n désigne l'indice du milieu. (Attention, les vecteurs champs électriques "+" et "-" ne sont pas parallèles !).

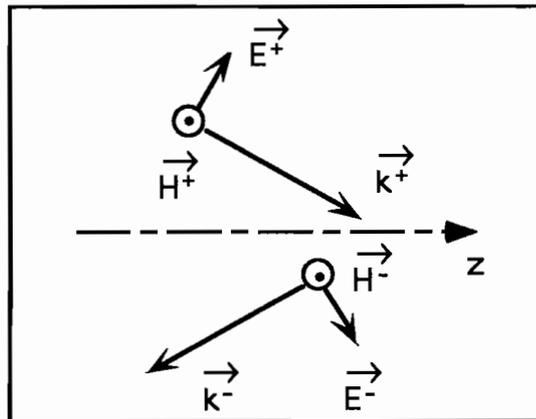


Fig. II.2.B.1:
Relations entre
(H^+ , H^-) et (E^+ , E^-)

Avec :

$$\begin{pmatrix} H^+ \\ H^- \end{pmatrix}_1 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} p_1 + p_2 & p_1 - p_2 \\ p_1 & p_1 \\ p_1 - p_2 & p_1 + p_2 \\ p_1 & p_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H^+ \\ H^- \end{pmatrix}_2$$

$$\begin{pmatrix} E^+ \\ -E^- \end{pmatrix}_1 = \frac{\mu_0 c}{n_1} \begin{pmatrix} H^+ \\ H^- \end{pmatrix}_1 \quad \text{et} \quad \begin{pmatrix} H^+ \\ H^- \end{pmatrix}_2 = \frac{n_2}{\mu_0 c} \begin{pmatrix} E^+ \\ -E^- \end{pmatrix}_2 \quad (2.2.B.10)$$

Il vient après transformations :

$$\begin{pmatrix} E^+ \\ E^- \end{pmatrix}_1(z_0^-) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} n_2 \\ n_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{p_1 + p_2}{p_1} & -\left(\frac{p_1 - p_2}{p_1}\right) \\ -\left(\frac{p_1 - p_2}{p_1}\right) & \frac{p_1 + p_2}{p_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E^+ \\ E^- \end{pmatrix}_2(z_0^+) \quad (2.2.B.11)$$

avec $n_j =$ indice complexe du milieu j ($n_j^2 = \epsilon_{rj}$) et $p_j = \frac{k_{jz}}{\epsilon_{rj}}$.

Il est aisé de vérifier qu'en incidence normale, le propagateur d'interface pour le champ électrique prend la même forme sur les deux états de polarisation, la distinction TE/TM devenant purement arbitraire.

Pour toute la suite, et sauf indication contraire, nous considérerons exclusivement les propagateurs de champ électrique, et nous les identifierons sans ambiguïté à leur matrice 2×2 .

d) Propagateur d'une structure stratifiée.

Entre deux points quelconques d'un milieu multicouche, une onde électromagnétique incidente subit un nombre déterminé de réfractions à la surface de séparation de milieux homogènes différents. Le propagateur associé s'exprime sous forme d'un produit matriciel, effectué dans l'ordre adéquat, de propagateurs de déplacement en milieu homogène et de propagateurs d'interfaces.

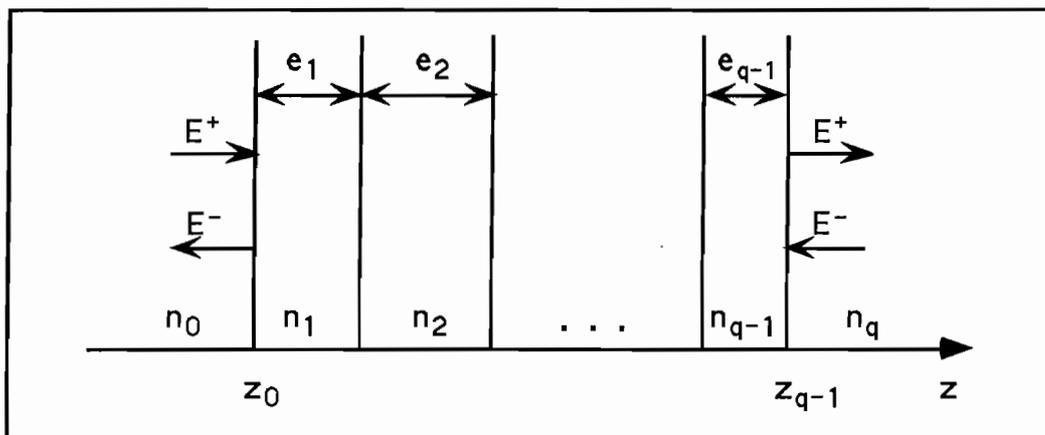


Fig. II.2.B.2: Représentation de la structure stratifiée.

Pour la situation représentée sur la figure [II.2.B.2] ci-dessus, on aura par exemple :

$$\begin{pmatrix} E^+ \\ E^- \end{pmatrix}_{n_0}(z_0^-) = I_{(n_0, n_1)} P_{n_1}(e_1) I_{(n_1, n_2)} P_{n_2}(e_2) \dots P_{n_{q-1}}(e_{q-1}) I_{(n_{q-1}, n_q)} \begin{pmatrix} E^+ \\ E^- \end{pmatrix}_{n_q}(z_{q-1}^+) \quad (2.2.B.12)$$

Il est important de garder présent à l'esprit que le propagateur dépend de l'angle d'incidence (donc de k_{zj}) et de la longueur d'onde (à travers le vecteur d'onde et les éventuelles dépendances spectrales des indices).

e) Déterminant du propagateur.

Quelle que soit la polarisation considérée, le déterminant du propagateur d'interface entre les milieux ① et ② est égal à k_{2z}/k_{1z} . Pour sa part, le déterminant d'un propagateur de déplacement en milieu homogène est égal à 1.

Comme le déterminant d'un produit de matrices est égal au produit des déterminants, le déterminant du propagateur reliant divers milieux successifs d'indices respectifs $n_0, n_1, n_2, \dots, n_q$ est égal à k_{qz}/k_{0z} (n_q/n_0 en incidence normale). Il ne dépend donc que des milieux extrêmes.

Conséquence : entre deux milieux de même indice, quelles que soient les étapes intermédiaires, le déterminant du propagateur est égal à 1.

C. Propagateur d'un empilement périodique.

a) Présentation.

Toutes les structures étudiées comportent au moins un empilement périodique. Il s'agit d'un cas particulier d'empilement multicouche présentant une régularité. Nous établissons ici l'expression de son propagateur. Quelques simplifications analytiques sont exposées en Annexe A.II.1.

La structure considérée consiste en la répétition de N fois le motif constitué de deux couches d'indices et épaisseurs respectifs (n_1, e_1) (n_2, e_2) avec $e_1 + e_2 = \Lambda$ (période de l'empilement). L'origine des z est choisie au début de la 1^{ère} couche [Figure II.2.C.1]:

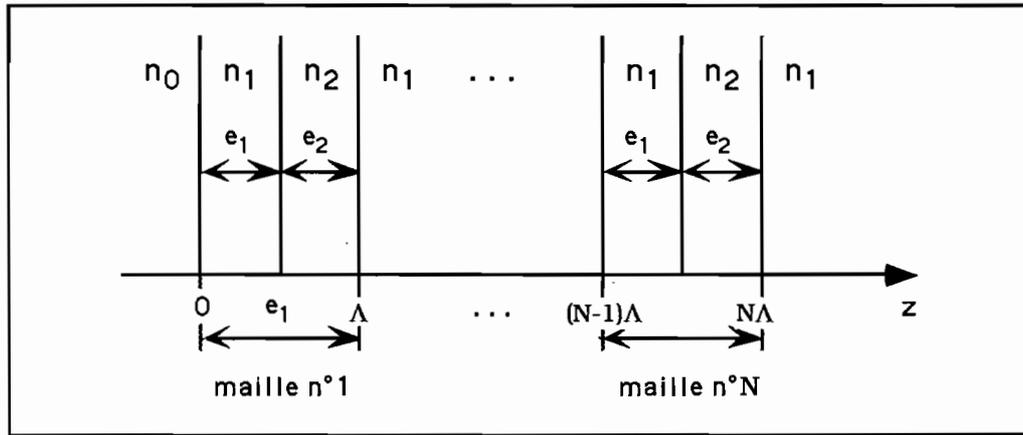


Fig. II.2.C.1. Empilement périodique de N mailles.

Exprimons l'état du champ en 0^+ en fonction du champ en $z = N\Lambda^+$. Nous supposons dans un premier temps que la dernière couche est d'indice n_1 . L'effet des interfaces sera décrit dans un paragraphe ultérieur.

b) Maille élémentaire.

Le propagateur reliant le vecteur d'état du champ en $z = 0^+$ au vecteur d'état en Λ^+ se décompose en produit matriciel de propagateurs "élémentaires" : un déplacement sur une distance e_1 en milieu ①, une interface n_1/n_2 , un déplacement de e_2 en milieu ②, une interface n_2/n_1 :

$$\begin{pmatrix} E^+ \\ E^- \end{pmatrix}_{(0^+)} = \underbrace{P_{n_1}(e_1) \ I_{(n_1, n_2)} P_{n_2}(e_2) \ I_{(n_2, n_1)}}_{\mathcal{Q}} \begin{pmatrix} E^+ \\ E^- \end{pmatrix}_{(\Lambda^+)} \quad (2.2.C.1)$$

$$\begin{pmatrix} E^+ \\ E^- \end{pmatrix}_{(0^+)} = \mathcal{Q} \begin{pmatrix} E^+ \\ E^- \end{pmatrix}_{(\Lambda^+)}$$

Les milieux extrêmes sont identiques (n_1), le déterminant de \mathcal{Q} est donc 1. Posons $\mathcal{Q} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ avec $AD-BC=1$.

Les coefficients de la matrice \mathcal{Q} ont la forme suivante :

- **en polarisation TE:**

$$\begin{cases} A_{\text{TE}} = e^{-ik_{z1}e_1} \left[\cos(k_{z2}e_2) - \frac{1}{2} \left(\frac{k_{z1}}{k_{z2}} + \frac{k_{z2}}{k_{z1}} \right) \sin(k_{z2}e_2) \right] \\ B_{\text{TE}} = e^{-ik_{z1}e_1} \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{k_{z1}}{k_{z2}} - \frac{k_{z2}}{k_{z1}} \right) \sin(k_{z2}e_2) \right] \\ C_{\text{TE}} = e^{+ik_{z1}e_1} \left[+\frac{1}{2} \left(\frac{k_{z1}}{k_{z2}} - \frac{k_{z2}}{k_{z1}} \right) \sin(k_{z2}e_2) \right] \\ D_{\text{TE}} = e^{+ik_{z1}e_1} \left[\cos(k_{z2}e_2) + \frac{1}{2} \left(\frac{k_{z1}}{k_{z2}} + \frac{k_{z2}}{k_{z1}} \right) \sin(k_{z2}e_2) \right] \end{cases} \quad (2.2.C.2)$$

Remarquons qu'en présence d'absorption dans les couches, les quantités $k_{z1}e_1$ et $k_{z2}e_2$ sont complexes en général. La fonction $\cos z$ complexe est définie par $\cos z = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}$. De même, $\sin z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}$.

Les coefficients sont légèrement différents en polarisation TM.

- **en polarisation TM:**

$$\begin{cases} A_{\text{TM}} = e^{-ik_{z1}e_1} \left[\cos(k_{z2}e_2) - \frac{1}{2} \left(\frac{p_1}{p_2} + \frac{p_2}{p_1} \right) \sin(k_{z2}e_2) \right] \\ B_{\text{TM}} = e^{-ik_{z1}e_1} \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{p_1}{p_2} - \frac{p_2}{p_1} \right) \sin(k_{z2}e_2) \right] \\ C_{\text{TM}} = e^{+ik_{z1}e_1} \left[+\frac{1}{2} \left(\frac{p_1}{p_2} - \frac{p_2}{p_1} \right) \sin(k_{z2}e_2) \right] \\ D_{\text{TM}} = e^{+ik_{z1}e_1} \left[\cos(k_{z2}e_2) + \frac{1}{2} \left(\frac{p_1}{p_2} + \frac{p_2}{p_1} \right) \sin(k_{z2}e_2) \right] \end{cases} \quad (2.2.C.3)$$

avec $p_1 = \frac{k_{z1}}{\epsilon_{r1}}$, $p_2 = \frac{k_{z2}}{\epsilon_{r2}}$.

Dans les deux cas on vérifie aisément que $AD-BC = 1$.

c) Empilement multicouche.

On relie de proche en proche le champ en 0^+ à celui en Λ^+ , $2\Lambda^+$, ... jusqu'à $N\Lambda^+$ par un propagateur faisant intervenir une puissance de \mathcal{Q} :

$$\begin{pmatrix} E^+ \\ E^- \end{pmatrix}_{(0^+)} = Q \begin{pmatrix} E^+ \\ E^- \end{pmatrix}_{(\Lambda^+)} = Q^2 \begin{pmatrix} E^+ \\ E^- \end{pmatrix}_{(2\Lambda^+)} = \dots = Q^N \begin{pmatrix} E^+ \\ E^- \end{pmatrix}_{(N\Lambda^+)} \quad (2.2.C.4)$$

Dans le cas général le dernier milieu n'est pas forcément d'indice n_1 : soit n_0 et n_s les indices respectifs des milieux incident et émergent.

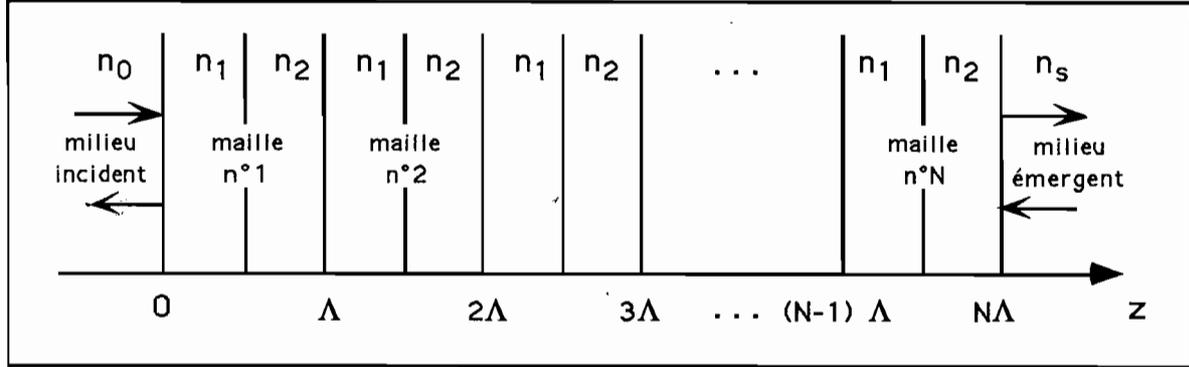


Fig. II.2.C.2. Empilement périodique de N mailles entre milieu incident et émergent (éventuellement) différents.

Le problème est de relier les états du champ en $z = 0^-$ et $z = N\Lambda^+$, dans les milieux d'indices respectifs n_0 et n_s .

$$\begin{pmatrix} E^+ \\ E^- \end{pmatrix}_{(0^-)} = I_{(n_0, n_1)} \begin{pmatrix} E^+ \\ E^- \end{pmatrix}_{(0^+)} \quad (2.2.C.5)$$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} E^+ \\ E^- \end{pmatrix}_{(0^+)} &= Q \begin{pmatrix} E^+ \\ E^- \end{pmatrix}_{(\Lambda^+)} = Q^{N-1} \begin{pmatrix} E^+ \\ E^- \end{pmatrix}_{((N-1)\Lambda^+)} \\ &= Q^{N-1} \underbrace{P_{n_1}(e_1) I_{(n_1, n_2)} P_{n_2}(e_2) I_{(n_2, n_s)}} \begin{pmatrix} E^+ \\ E^- \end{pmatrix}_{(N\Lambda^+)} \end{aligned} \quad (2.2.C.6)$$

En remarquant que $\forall (n_a, n_b), I_{(n_a, n_b)} \cdot I_{(n_b, n_a)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, il vient $I_{(n_2, n_s)} = I_{(n_2, n_1)} I_{(n_1, n_s)}$.

d'où :

$$\begin{pmatrix} E^+ \\ E^- \end{pmatrix}_{(0^+)} = Q^N I_{(n_1, n_s)} \begin{pmatrix} E^+ \\ E^- \end{pmatrix}_{(N\Lambda^+)} \quad (2.2.C.7)$$

ou :

$$\begin{pmatrix} E^+ \\ E^- \end{pmatrix}_{(0^-)} = I_{(n_0, n_1)} \mathcal{Q}^N I_{(n_1, n_s)} \begin{pmatrix} E^+ \\ E^- \end{pmatrix}_{(N\Lambda^+)} \quad (2.2.C.8)$$

Le propagateur de 0^- à $N\Lambda^+$ s'écrit donc :

$$M = I_{(n_0, n_1)} \mathcal{Q}^N I_{(n_1, n_s)} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \quad (2.2.C.9)$$

D. Réflectivité, transmittivité, absorption linéaires.

a) Réflectivité linéaire.

Supposons établie l'expression matricielle du propagateur M d'une structure multicouche quelconque se terminant par un milieu semi-infini (air, substrat...). Le propagateur relie l'état du champ à l'entrée (en z_1^-) à celui en sortie (en z_s^+) selon les notations de la figure [II.2.D.1]. On suppose qu'aucune source n'est présente dans le dernier milieu : on est donc autorisé à poser $E_s^- = 0$.

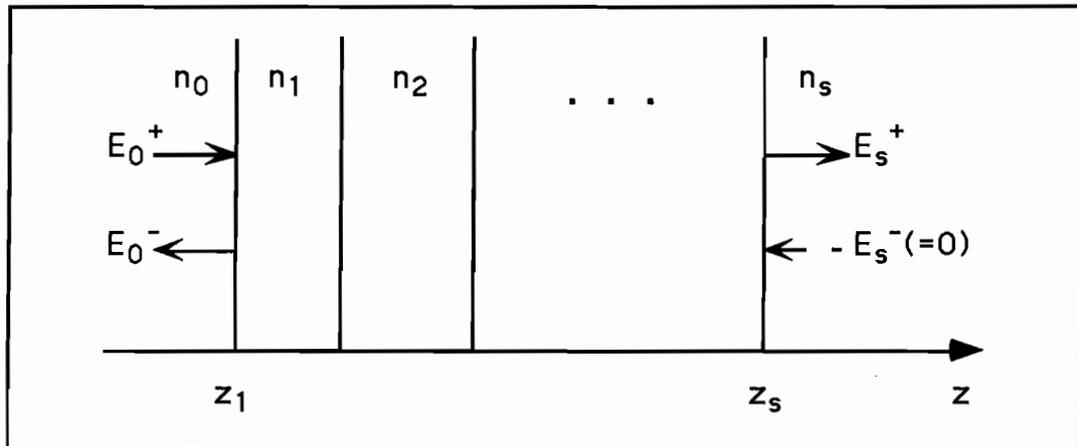


Fig. II.2.D.1. Conventions pour le calcul de réflectivité d'un empilement multicouche.

$$\begin{pmatrix} E_0^+ \\ E_0^- \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} E_s^+ \\ E_s^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_s^+ \\ E_s^- \end{pmatrix} \quad (2.2.D.1)$$

où l'on a posé :
$$\begin{cases} E_0^+ = E^+(z_1^-) \\ E_0^- = E^-(z_1^-) \end{cases} \quad \begin{cases} E_s^+ = E^+(z_s^+) \\ E_s^- = E^-(z_s^-) \end{cases}$$

Avec $E_s^- = 0$, il vient :
$$\begin{cases} E_0^+ = M_{11}E_s^+ \\ E_0^- = M_{21}E_s^+ \end{cases}$$
. On définit alors la **réflectivité** (en amplitude complexe du champ électrique) par :

$$r = \frac{E_0^-}{E_0^+} \Big|_{E_s^- = 0} = \frac{M_{21}}{M_{11}} \quad (2.2.D.2)$$

et la **transmittivité** (en amplitude complexe du champ électrique) par :

$$t = \frac{E_s^+}{E_0^+} \Big|_{E_s^- = 0} = \frac{1}{M_{11}} \quad (2.2.D.3)$$

La **réflectivité linéaire en intensité** n'est autre que :

$$R = |r|^2 = \left| \frac{M_{21}}{M_{11}} \right|^2 \quad (2.2.D.4)$$

b) Absorption de la structure.

Flux transmis et flux réfléchi sont liés non directement au champ électrique \vec{E} , mais à la moyenne temporelle du vecteur de Poynting $\vec{\mathcal{S}} = \vec{\mathcal{E}} \wedge \vec{\mathcal{H}}$. En notation complexe, cette dernière n'est autre que $\text{Re}(\vec{S})$ où \vec{S} est le "vecteur de Poynting complexe" défini par
$$\vec{S} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{H}^*}{2} \quad [\text{Saleh \& Teich 91}].$$

En réécrivant les équations reliant \vec{E} et \vec{H} sous la forme :

$$\begin{cases} i\vec{k} \wedge \vec{E} = i\omega \mu_0 \vec{H} \\ i\vec{k} \wedge \vec{H} = -i\omega \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} \end{cases} \quad (2.2.D.5)$$

on obtient :

$$\boxed{\bar{S} = \frac{\bar{E} \wedge \bar{H}^*}{2} = \frac{1}{2\omega \mu_0} |\bar{E}|^2 \bar{k}^*} \quad (2.2.D.6)$$

$$\text{où : } \begin{cases} \bar{k} = (n' + in'') \frac{\omega}{c} \hat{e}_k \\ \bar{k}^* = (n' - in'') \frac{\omega}{c} \hat{e}_k \end{cases} \quad (\hat{e}_k = \text{vecteur unitaire parallèle à } \bar{k}).$$

Il vient pour finir :

$$\boxed{\langle \bar{\mathcal{S}} \rangle = \text{Re}(\bar{S}) = \frac{\epsilon_0 c}{2} n' |\bar{E}|^2 \hat{e}_k} \quad (2.2.D.7)$$

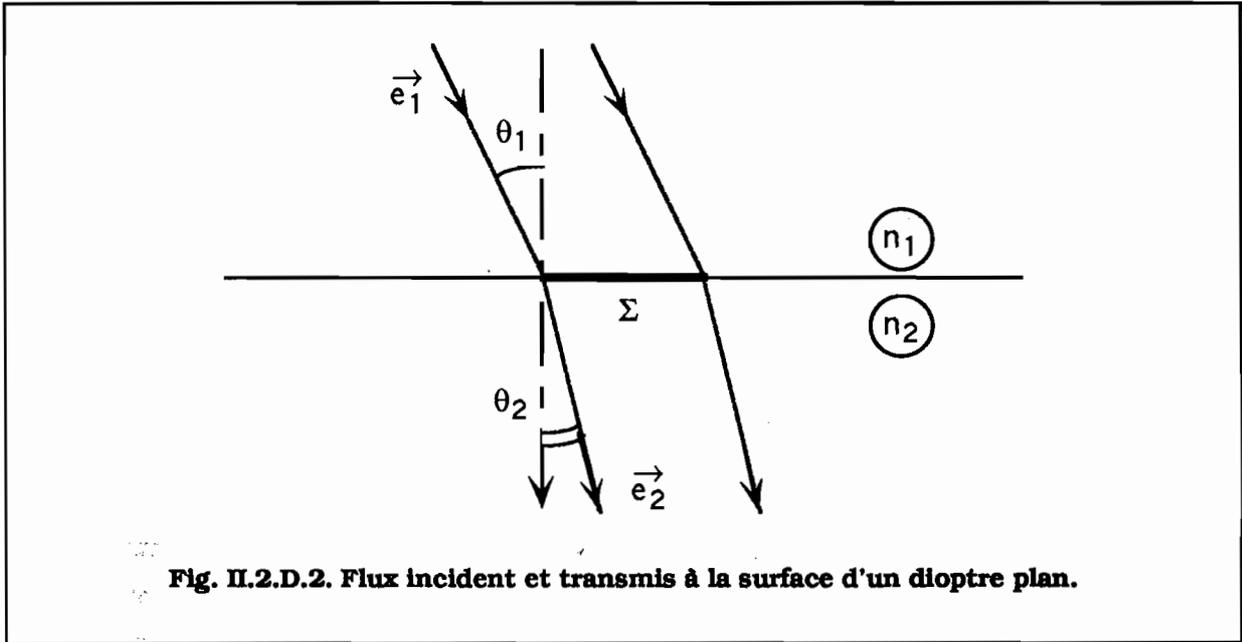
Le vecteur de Poynting est proportionnel à $n' |\bar{E}|^2$ et non à $|\bar{E}|^2$. Considérons tout d'abord une onde plane incidente sur un dioptré plan séparant un milieu n_1 d'un milieu n_2 , sous une incidence θ_1 [Figure II.2.D.2]. On découpe un cylindre oblique de rayons s'appuyant sur une surface Σ ; les flux incident et transmis sont définis par le flux du vecteur de Poynting de l'onde incidente (respectivement : transmise) à travers la même surface Σ [Huard 85].

Les vecteurs de Poynting incident et transmis s'écrivent respectivement :

$$\begin{cases} \langle \bar{\mathcal{S}}_i \rangle = \frac{\epsilon_0 c}{2} n_1 |\bar{E}_i|^2 \hat{e}_1 \\ \langle \bar{\mathcal{S}}_t \rangle = \frac{\epsilon_0 c}{2} n_2 |\bar{E}_t|^2 \hat{e}_2 \end{cases} \quad (2.2.D.8)$$

Il en découle immédiatement pour les flux incident et transmis à travers Σ :

$$\begin{cases} \Phi_i = \frac{\epsilon_0 c}{2} n_1 |\bar{E}_i|^2 \cdot \Sigma \cdot \cos \theta_1 \\ \Phi_t = \frac{\epsilon_0 c}{2} n_2 |\bar{E}_t|^2 \cdot \Sigma \cdot \cos \theta_2 \end{cases} \quad (2.2.D.9)$$



On obtient de même pour le flux réfléchi :

$$\Phi_r = \frac{\epsilon_0 c}{2} n_1' |\bar{E}_r|^2 \cdot \Sigma \cdot \cos \theta_1 \quad (2.2.D.10)$$

Le coefficient de transmission en flux au niveau du dioptre a pour expression :

$$T_{\text{dioptre}} = \frac{n_2' \cos \theta_2}{n_1' \cos \theta_1} \cdot \left| \frac{E_t}{E_i} \right|^2 \quad (2.2.D.11)$$

Pour la structure multicouche, la réflectivité en flux est toujours :

$$R = \left| \frac{\bar{E}_0^-}{\bar{E}_0^+} \right|^2 = \left| \frac{M_{21}}{M_{11}} \right|^2 \quad (2.2.D.12)$$

mais la transmittivité en flux s'écrit pour sa part :

$$T_s = \frac{n_s' \cos \theta_s}{n_0' \cos \theta_0} \cdot \left| \frac{1}{M_{11}} \right|^2 \quad (2.2.D.13)$$

On définit l'**absorption** A par $A + R + T_s = 1$, soit :

$$A = 1 - \left| \frac{M_{21}}{M_{11}} \right|^2 - \frac{n_s' \cos \theta_s}{n_0' \cos \theta_0} \left| \frac{1}{M_{11}} \right|^2 \quad (2.2.D.14)$$

c) Principe du "retour inverse".

Nous établissons dans l'Annexe A.II.2 l'expression du propagateur d'une structure quelconque, obtenue par renversement du sens de propagation de la lumière, à partir de l'expression du propagateur direct.

E. Exemples d'application de la méthode matricielle.

a) Programme de calcul de la réflectivité.

Les principes exposés ci-dessus sont suffisants pour étudier la réflectivité et la transmittivité linéaires - en flux comme en phase - de n'importe quel type de structure multicouche, à partir du moment où ses caractéristiques (épaisseur et indice complexe des couches) sont connues.

C'est ainsi qu'un programme de calcul en FORTRAN avec interface sur le logiciel graphique IGOR™ a été développé. Les paramètres servant à la description des constantes optiques des matériaux ont été présentés au chapitre I de ce mémoire. Les données relatives à une structure sont introduites sous la forme d'un fichier détaillant la composition de l'empilement.

Le calcul fait appel soit à des indices constants fixés (milieux non dispersifs), soit aux indices complexes de GaAs (massif ou puits quantiques) et des alliages $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$. Il est réalisé avec ou sans absorption ; en polarisation TE ou TM ; à angle d'incidence fixé ; sur une plage spectrale quelconque, définie (ainsi que le nombre de puits) par l'utilisateur. Le spectre obtenu représente au choix $R = |r|^2$ [réflectivité en intensité], $\varphi(r)$ [phase de la réflectivité], T_s [transmittivité en flux], $\varphi(t)$ [phase de la transmittivité], A [absorption] en fonction de la longueur d'onde dans le vide λ_0 . À chaque valeur nouvelle de λ_0 , le produit matriciel total est effectué en entier.

Les courbes présentées dans ce mémoire, lorsqu'elles font appel au formalisme matriciel, ont ce programme pour origine. Nous avons de la sorte calculé la réflectivité linéaire théorique de trois structures dont nous disposons, afin de les comparer aux courbes expérimentales relevées en incidence normale selon le montage décrit dans la partie suivante.

b) Montage expérimental en réflectivité.

Expérimentalement, c'est à $R = |r|^2$ que nous avons accès.

Le principe consiste à comparer le spectre de la lumière réfléchiée par l'échantillon à un spectre de référence issu de la même source. La chaîne de détection comprend un spectromètre associé à un Analyseur Optique Multicanal (OMA) selon le schéma de la figure [II.2.E.1].

Le spectre de référence est obtenu en opérant une rotation de 90° de la lame semi-réfléchissante (S) et en insérant sur le trajet du faisceau une seconde lame (S') identique à la première. Les deux lames sont attaquées en faisceaux parallèles. En effectuant la division, après acquisition par ordinateur, fichier par fichier, du spectre "brut" par le spectre de référence, on obtient la courbe de réflectivité linéaire de l'échantillon en un point, corrigée des réponses spectrales de tous les éléments optiques communs aux deux montages (lampe blanche, lentille \mathcal{L}_1 , lame séparatrice, miroir et chaîne de détection). L'optique de focalisation (\mathcal{L}_2) est une lentille mince plan-convexe de focale $f = 100$ mm dont la réponse spectrale, vérifiée par une mesure annexe, est relativement uniforme sur la gamme de longueur d'onde considérée.

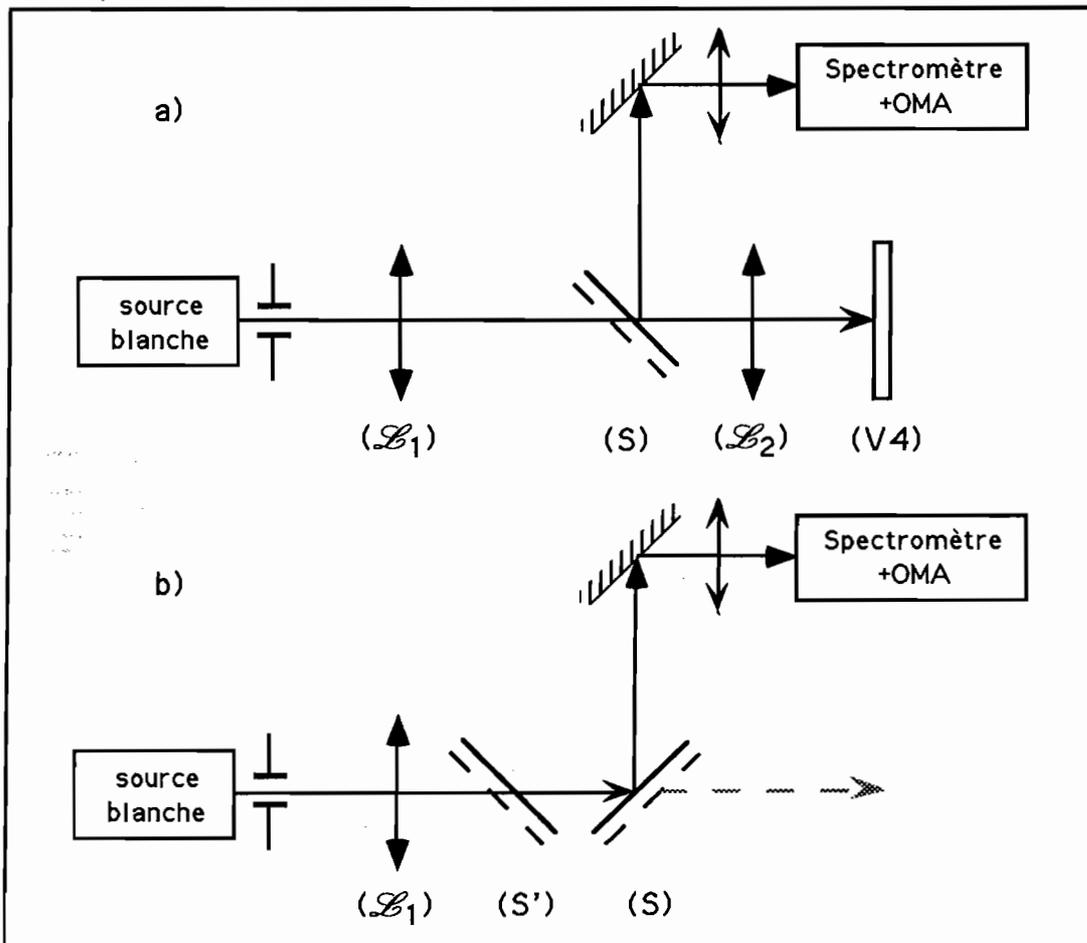


Fig. II.2.E.1: Montage expérimental de détermination du spectre de réflectivité
a) Spectre brut - b) Spectre de référence.

Le spectre ainsi obtenu n'est pas encore le spectre de réflectivité absolue ; il en diffère par une constante multiplicative due à l'imparfaite superposition des faisceaux au niveau de la fente d'entrée du spectromètre dans les configurations a) et b). L'indétermination est levée par la mesure (annexe) de la réflectivité de l'échantillon au même point, à une longueur d'onde connue. Nous utilisons pour ce faire un laser Hélium-Néon émettant à 632,8 nm. La réflectivité $R(632,8 \text{ nm})$ sert à étalonner l'ensemble de la courbe $R(\lambda_0)$.

Le réseau utilisé est un réseau de 150 traits/mm ; la résolution spectrale obtenue à l'ordre 1 est proche de 2,5 nm.

c) Présentation des échantillons et résultats.

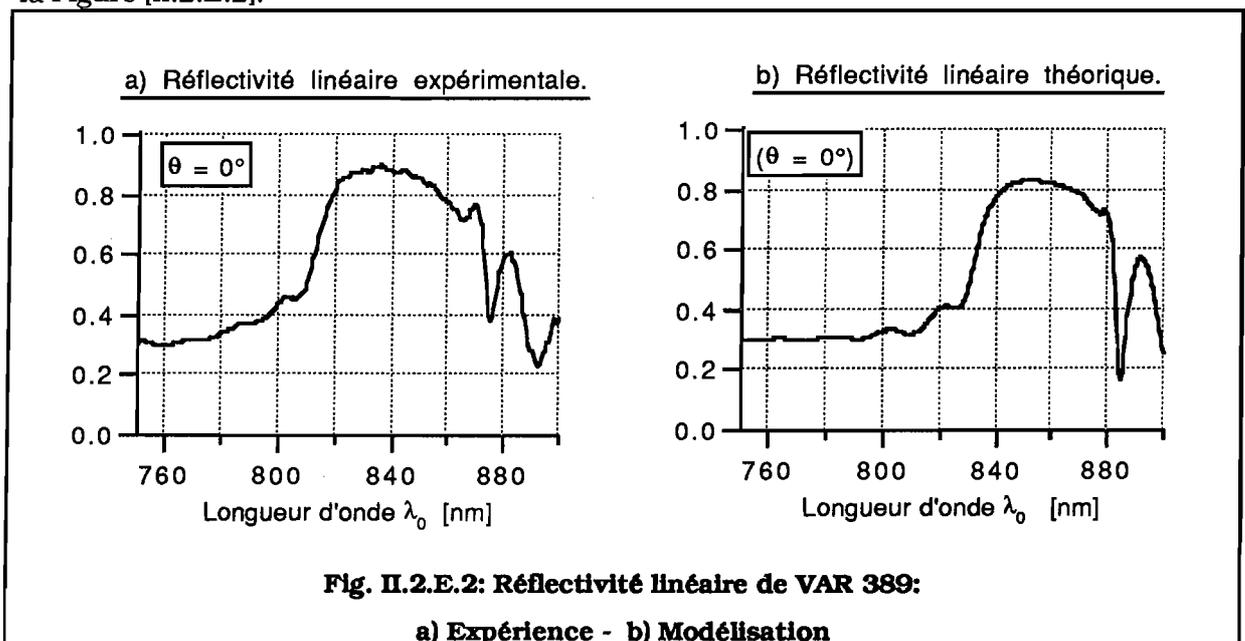
1. Réflecteur de Bragg absorbant (échantillon VAR 389).

Il est constitué de 30 périodes de GaAs/AlGaAs réparties de la façon décrite dans le tableau [T.II.2.E.1] :

Sous-structure	paramètres nominaux	
AIR	n=1,0003	
BRAGG	30 × { GaAs	(x = 0) 607Å
	{ Al _{0,41} Ga _{0,59} As	(x = 0,41) 620Å
SUBSTRAT	GaAs	(x = 0)

Tableau T.II.2.E.1: Composition de l'échantillon VAR 389.

Les courbes expérimentale et théorique en un point de l'échantillon sont reportées sur la Figure [II.2.E.2].



Néanmoins l'échantillon n'est pas de composition homogène et sa réflectivité varie continûment d'un point à l'autre de la structure. Ce n'est que dans une zone centrale de quelques mm² (sur une structure de surface supérieure à 1 cm²) que la modélisation selon les paramètres nominaux concorde avec la courbe expérimentale [voir figure II.2.E.3].

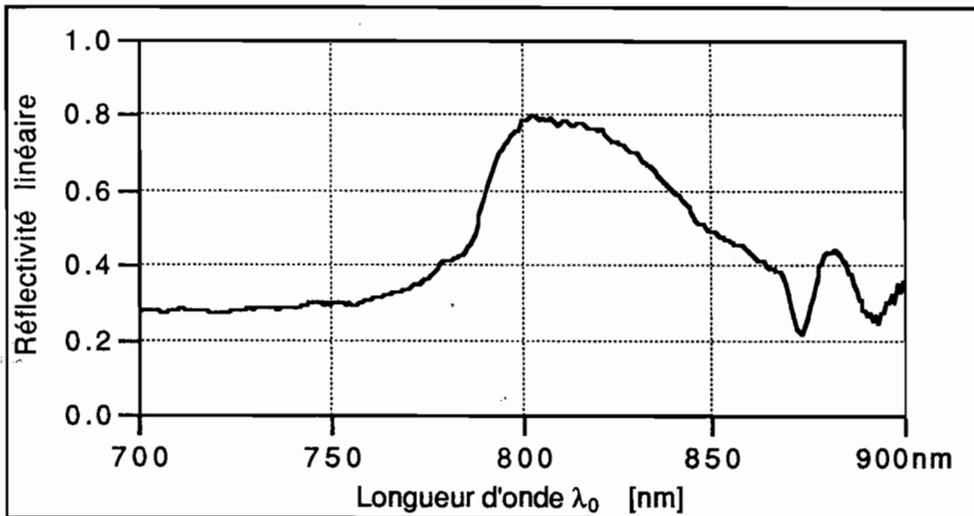


Fig. II.2.E.3: Réflectivité linéaire expérimentale de VAR 389 en un autre point.

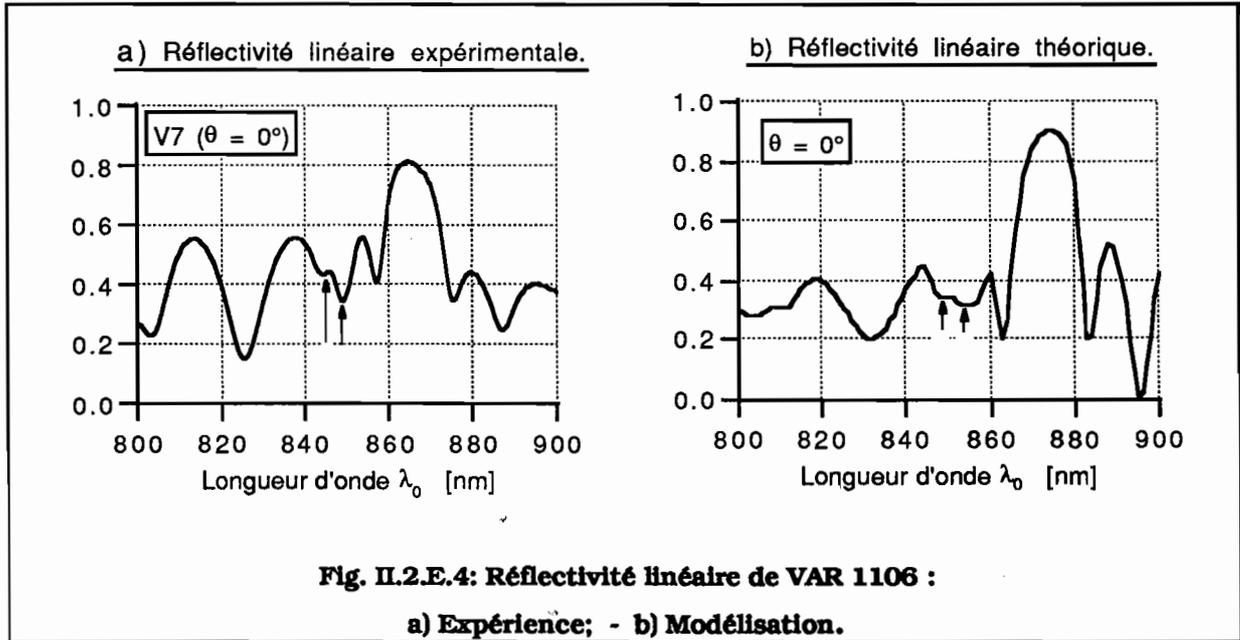
ii. Multipuits quantiques sur réflecteur de Bragg (VAR 1106).

Sa composition est décrite dans le tableau [T.II.2.E.3].

Sous-structure	paramètres nominaux		
AIR	n=1,0003		
MPQ	100 ×	$\begin{cases} \text{GaAs(PQ)} & (x = 0) \\ \text{Al}_{0,2}\text{Ga}_{0,8}\text{As} & (x = 0,2) \end{cases}$	$\begin{cases} 100\text{Å} \\ 150\text{Å} \end{cases}$
BRAGG	24 ×	$\begin{cases} \text{AlGa} & (x = 1) \\ \text{Al}_{0,2}\text{Ga}_{0,8}\text{As} & (x = 0,2) \end{cases}$	$\begin{cases} 720\text{Å} \\ 595\text{Å} \end{cases}$
SUBSTRAT	GaAs (x = 0)		

Tableau T.II.2.E.3: Composition de l'échantillon VAR 1106.

Les courbes expérimentale et théorique en un point de l'échantillon sont les suivantes [Figures II.2.E.4.a et b].



Comme la précédente, cette structure présente une inhomogénéité d'épaisseur des couches et/ou de composition, consécutive à des contraintes technologiques de fabrication. Elle nous permet toutefois de valider partiellement notre modèle d'absorption et de dispersion des puits quantiques, exposé au chapitre I. On peut montrer que les deux minima les plus proches de 850 nm (indiqués par deux flèches sur les figures) correspondent précisément aux raies d'absorption excitonique tandis que les autres minima résultent d'effets d'interférences entre les ondes réfléchies partiellement à la surface de l'échantillon et les ondes réfléchies par le réflecteur de Bragg. À cet égard, la structure se comporte comme un interféromètre de Fabry-Pérot dissymétrique dont la réflectivité du premier miroir est de 30 % (interface air/ semiconducteur) et celle du second, spectralement sélective, approche l'unité.

iii. Microcavité à émission surfacique (VAR 1087 C).

Les paramètres de cet empilement sont reportés dans le tableau II.2.E.3. Il s'agit d'une cavité contenant 14 puits quantiques de GaAs (100Å d'épaisseur) espacés de 1117 Å ; la composition des barrières est de 20 % d'aluminium. Les deux réflecteurs de Bragg qui la délimitent ont respectivement 14 (côté air) et 24 périodes (côté substrat).

Sous-structure	paramètres nominaux	
AIR	n=1,0003	
Couche de Protection	GaAs	100 Å
BRAGG n° 1	14 × $\begin{cases} \text{Al}_{0,2}\text{Ga}_{0,8}\text{As} & 593\text{Å} \\ \text{AlAs} \quad (x = 1) & 718\text{Å} \end{cases}$	
espaceur + MPQ	CAVITÉ	$\text{Al}_{0,2}\text{Ga}_{0,8}\text{As}$ 1117Å
		14 × $\begin{cases} \text{GaAs (PQ)} & 100\text{Å} \\ \text{Al}_{0,2}\text{Ga}_{0,8}\text{As} & 1117\text{Å} \end{cases}$
BRAGG n° 2	24 × $\begin{cases} \text{AlAs} & 721\text{Å} \\ \text{Al}_{0,2}\text{Ga}_{0,8}\text{As} & 590\text{Å} \end{cases}$	
	AlAs 2000Å	
SUBSTRAT	GaAs	

Tableau T.II.2.E.3: Composition de l'échantillon VAR 1087 C.

Les courbes expérimentale et théorique en un point de l'échantillon sont les suivantes [Fig. II.2.E.5 a et b].

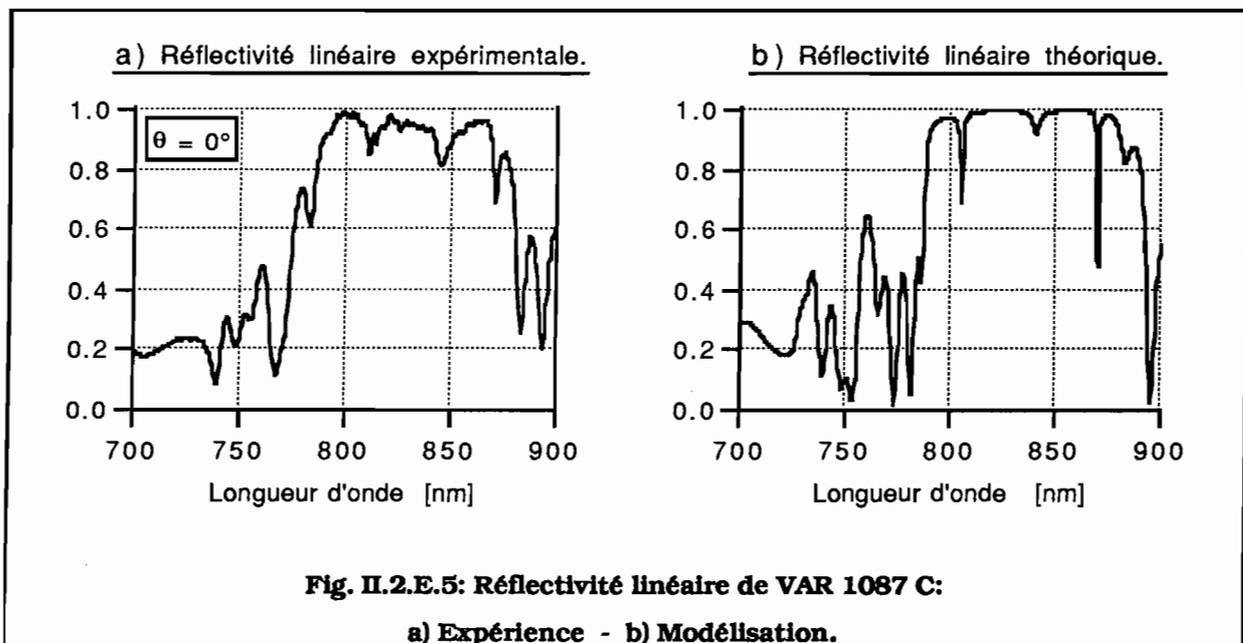


Fig. II.2.E.5: Réflectivité linéaire de VAR 1087 C:

a) Expérience - b) Modélisation.

Comme les précédentes, cette structure présente une inhomogénéité d'épaisseur des couches et/ou de composition ; l'accord entre les courbes expérimentales et la courbe

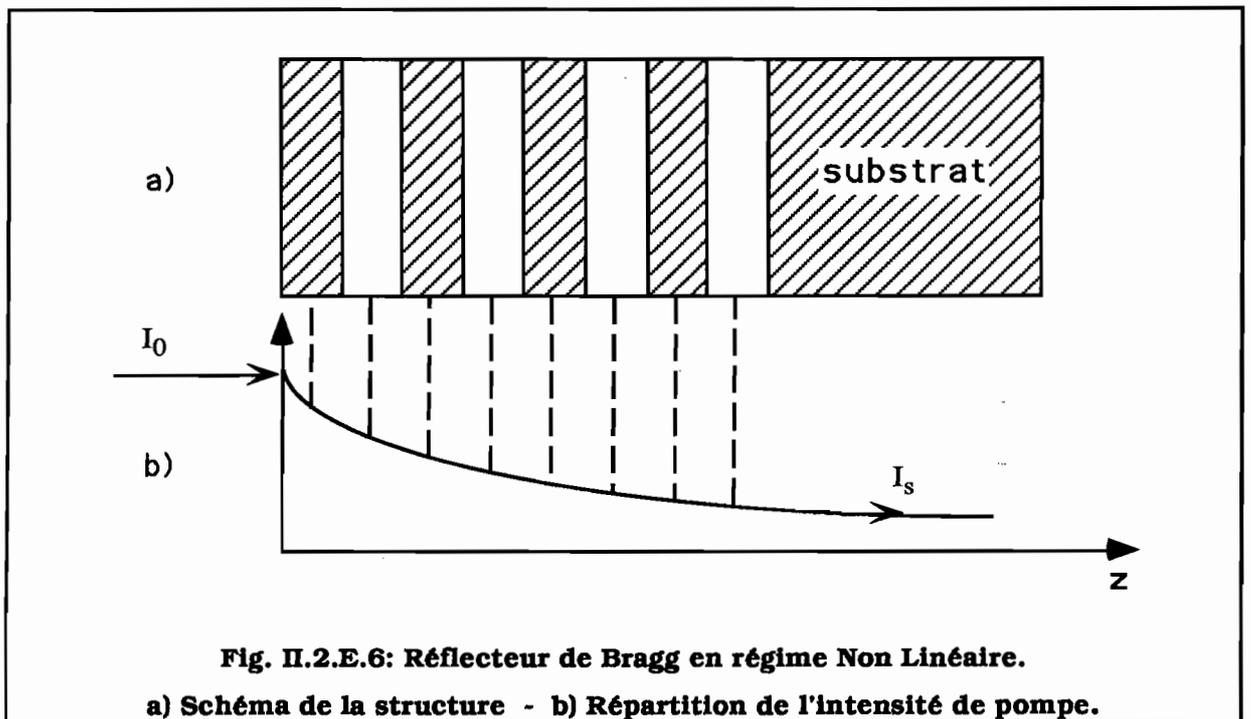
théorique n'est qu'approximatif, justifiant un ajustement des paramètres par rapport aux valeurs nominales.

En raison de leur importance, les microcavités font l'objet d'un chapitre entier de ce mémoire. Nous reviendrons plus en détail sur leur comportement au chapitre III.

d) *Commentaires.*

i. Extension au calcul non linéaire.

La méthode matricielle se prête bien au calcul numérique et devient indispensable lorsque les structures ne présentent plus de périodicité. C'est par exemple le cas d'un réflecteur de Bragg en régime non linéaire [Fig.II.2.E.6]. Supposons pour simplifier que l'intensité du champ total soit à peu près uniforme dans chacune des couches ; mais différente d'une couche à l'autre. L'indice complexe de la couche n° q est à présent $\tilde{n}(I(q)) = \tilde{n}_q$.



Le propagateur s'écrit :

$$I_{\tilde{n}_0, \tilde{n}_1} P_{\tilde{n}_1} (e_1) I_{\tilde{n}_1, \tilde{n}_2} P_{\tilde{n}_2} (e_2) I_{\tilde{n}_2, \tilde{n}_3} P_{\tilde{n}_3} (e_1) \dots P_{\tilde{n}_{s-1}} I_{\tilde{n}_{s-1}, \tilde{n}_s} \quad (2.2.E.1)$$

Si nous disposons de l'expression de l'indice non-linéaire $\bar{n}_j(l)$ pour toute couche j , le seul problème est la détermination de la répartition de l'intensité optique tout au long de la structure. Or celle-ci dépend elle-même des constantes optiques des milieux traversés : il s'agit donc d'un calcul autoconsistant. On pourrait partir de la répartition du champ en régime linéaire, en déduire les corrections à l'indice complexe dans chacune des couches, réintroduire ces nouvelles valeurs pour un nouveau calcul du champ, et ainsi de suite jusqu'à convergence numérique du résultat. La réalisation pratique d'un tel calcul est d'un ordre de complexité supérieur au programme utilisé en régime linéaire et nous ne l'avons pas mis en œuvre pour des raisons de moyens informatiques et de temps de calculs prohibitifs.

ii. Comparaison théorie/expérience.

La juxtaposition des courbes de réflectivité linéaire réelle et calculée pose aussitôt les problèmes :

- de la fiabilité des paramètres nominaux annoncés par le constructeur ;
- de l'homogénéité des échantillons.

Afin de décrire correctement les propriétés d'un échantillon donné en un point donné, il est nécessaire de procéder à des ajustements des paramètres introduits dans le calcul. La souplesse d'utilisation du programme informatique permet d'obtenir rapidement la courbe correspondant à un fichier de données modifiées, en épaisseur comme en composition des couches. Mais la difficulté réside dans le nombre de paramètres libres : dans le cas le plus simple d'un réflecteur de Bragg, à nombre de couches fixé, il faut jouer simultanément sur quatre paramètres distincts (épaisseur et composition en aluminium des deux couches). Pour un empilement de puits quantiques sur réflecteur de Bragg, le nombre de paramètres ajustables, en supposant les caractéristiques du puits inchangées, est porté à 6 : épaisseur et composition des barrières plus épaisseur et composition des couches du réflecteur. Pour une microcavité ce ne sont pas moins de 10 paramètres ajustables qu'il faut considérer !

Il est clair que dans ces conditions l'ajustement ne peut se faire à l'aveuglette, et que nous avons besoin d'un fil directeur qui nous permette de déterminer a priori l'influence des divers paramètres sur les courbes de réflectivité.

L'approche théorique que nous allons exposer dans la partie suivante répond à ces préoccupations : en exprimant de façon explicite la dépendance de la réflectivité linéaire d'un miroir de Bragg (longueur d'onde centrale, largeur du plateau de réflectivité, présence

d'absorption...) en fonction des épaisseurs et des indices des couches constitutives de la structure, le modèle du couplage d'ondes va nous permettre non seulement d'ajuster les paramètres de dispositifs réels, mais encore de synthétiser de nouveaux dispositifs répondant à un cahier des charges fixé. Comme nous le verrons dans le chapitre III, ces résultats seront également très précieux pour l'étude des structures plus complexes que sont les microcavités.

III. COUPLAGE D'ONDES.

A. Équations d'ondes couplées en milieux périodiques transparents.

Nous ne considérerons dans un premier temps que des structures constituées de matériaux parfaitement transparents, sans absorption ni gain. L'extension formelle au cas des matériaux absorbants (indice de réfraction complexe) sera détaillée et justifiée par la suite.

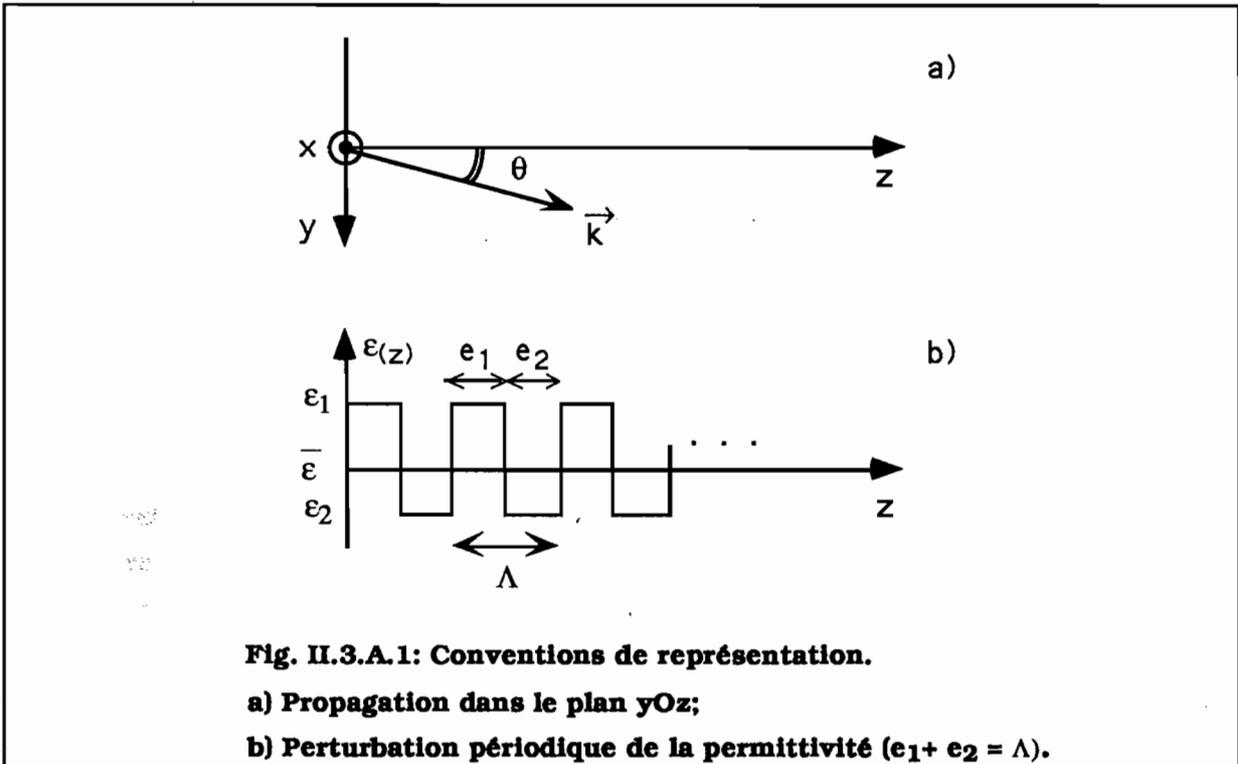
a) Principe. Équations couplées.

Le principe consiste à traiter la modulation périodique de la permittivité diélectrique en perturbation. Cette perturbation a pour effet de coupler les modes propres de la structure non perturbée. Lorsque certaines conditions d'accord de phase sont remplies, l'énergie d'une onde incidente peut être très efficacement transférée, par couplage, vers une onde réfléchie.

Nous ne considérons donc plus une succession de milieux, mais un seul milieu caractérisé par sa constante diélectrique relative qui, dans la région modulée, s'écrit :

$$\varepsilon(z) = \bar{\varepsilon} + \Delta\varepsilon(z) \quad (2.3.A.1)$$

où $\bar{\varepsilon}$ est la valeur moyenne de $\varepsilon(z)$ et $\Delta\varepsilon$ la perturbation périodique de période Λ et de valeur moyenne nulle. Nous allons considérer par la suite des ondes planes se propageant dans le plan d'incidence yOz et nous repérerons par θ l'angle entre la direction de propagation de l'onde et l'axe Oz , selon les conventions de la figure II.3.1.A.



Notre point de départ est l'équation d'onde suivante, où $k_0 = \omega/c$:

$$\nabla^2 \bar{E} + \epsilon(z) k_0^2 \bar{E} = \bar{0} \quad (2.3.A.2)$$

En l'absence de perturbation ($\Delta\epsilon(z)=0$), les modes propres de propagation dans le milieu peuvent s'écrire :

$$E_m(x, y) \exp[i(\beta_m z - \omega t)] \quad (2.3.A.3)$$

où m repère l'indice du mode et où la dépendance en y est contenue dans le premier terme. Ces modes propres peuvent être continus (cas des ondes planes en milieu homogène) ou discrets (cas des modes confinés dans un guide d'onde). Le formalisme serait en effet le même dans un guide d'onde, et il convient de remarquer à cet égard que le traitement perturbatif reste valable quelle que soit la forme de la modulation périodique (sinusoïdale ou en créneaux), à la différence de l'approche matricielle présentée dans la partie précédente.

Dans le cas qui nous intéresse, les modes propres que nous considérons sont des ondes planes homogènes ; tout champ qui se propage dans le milieu non perturbé peut s'écrire sous la forme de combinaison linéaire de ces modes propres :

$$\vec{E} = \sum_m A_m \vec{E}_m(x, y) e^{i(\beta_m z - \omega t)} \quad (2.3.A.4)$$

où les A_m sont des constantes. Ce développement provient de ce que les modes propres forment une base complète.

La perturbation conduit à un terme de polarisation-source supplémentaire pour le mode numéroté ℓ :

$$\Delta \vec{P} = \epsilon_0 \Delta \epsilon(z) \vec{E}_\ell e^{i(\beta_\ell z - \omega t)} \quad (2.3.A.5)$$

Remarque : Dans cette équation et par la suite, afin d'alléger l'écriture, nous n'écrirons plus les dépendances spatiales des champs. Pour nos ondes planes, $\vec{E}_m(x, y)$ qui ne dépend que de y en raison de l'invariance translationnelle le long de la direction Ox , sera noté dorénavant \vec{E}_m .

Si cette onde de polarisation source peut échanger de l'énergie avec un autre mode quelconque $\vec{E}_{\ell'}$, alors on dit que la perturbation diélectrique couple les modes \vec{E}_ℓ et $\vec{E}_{\ell'}$.

Le champ total s'écrit à présent :

$$\vec{E} = \sum_m A_m(z) \vec{E}_m e^{i(\beta_m z - \omega t)} \quad (2.3.A.6)$$

où les A_m sont désormais des fonctions de l'abscisse z . (Cette procédure est analogue à la méthode dite de "variation des constantes").

Nous substituons (2.3.A.6) dans l'équation d'onde :

$$\nabla^2 \vec{E} + k_0^2 [\bar{\epsilon} + \Delta \epsilon(z)] \vec{E} = \vec{0} \quad (2.3.A.7)$$

et en utilisant le fait que les modes propres vérifient l'équation :

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_0^2 \bar{\epsilon} - \beta_m^2 \right] \vec{E}_m = \vec{0} \quad (2.3.A.8)$$

(où $\frac{\partial^2}{\partial x^2} = 0$ en raison de l'invariance par translation selon Ox), il vient après substitutions :

$$\sum_k \left(\frac{\partial^2 A_k}{\partial z^2} + 2i\beta_k \frac{\partial A_k}{\partial z} \right) \vec{E}_k e^{i\beta_k z} = k_0^2 \sum_\ell [\Delta \epsilon] A_\ell \vec{E}_\ell e^{i\beta_\ell z} \cdot \vec{E}_k e^{i\beta_k z} \quad (2.3.A.9)$$

On fait ensuite l'hypothèse que la perturbation est "faible" (amplitudes à variations lentes) :

$$\left| \frac{\partial^2 A_k}{\partial z^2} \right| \ll \left| \beta_k \frac{\partial A_k}{\partial z} \right| .$$

Il vient alors :

$$2i \sum_k \beta_k \frac{\partial A_k}{\partial z} \bar{E}_k e^{i\beta_k z} = -k_0^2 \sum_\ell [\Delta\epsilon(z)] A_\ell \bar{E}_\ell e^{i\beta_\ell z} . \quad (2.3.A.10)$$

Par produit scalaire de la ligne précédente avec \bar{E}_k^* et après intégration sur (x,y), suite à l'orthonormalité des modes propres, on obtient :

$$\langle k|k \rangle \beta_k \frac{\partial A_k}{\partial z} = -\frac{k_0^2}{2i} \sum_\ell \langle k|\Delta\epsilon|\ell \rangle A_\ell \quad (2.3.A.11)$$

où :

$$\begin{cases} \langle k|k \rangle = \int \bar{E}_k^* \cdot \bar{E}_k \, dx \, dy \\ \langle k|\Delta\epsilon|\ell \rangle = \int \bar{E}_k^* \cdot \Delta\epsilon \bar{E}_\ell \, dx \, dy \end{cases}$$

avec $\langle k|k \rangle = \frac{2k_0^2}{\omega |\beta_k|}$ si l'on normalise à un flux de 1 W [Yariv & Yeh 84].

De plus, la modulation $\Delta\epsilon$ est périodique de période Λ , donc décomposable en série de Fourier :

$$\Delta\epsilon = \sum_m \Delta\epsilon(m) \exp\left[im \frac{2\pi}{\Lambda} z\right] . \quad (2.3.A.12)$$

En reportant dans l'équation (2.3.A.11) :

$$\frac{\partial A_k}{\partial z} = \frac{i k_0^2}{2 \beta_k \langle k|k \rangle} \sum_\ell \sum_{n \neq 0} \langle k|\Delta\epsilon(n)|\ell \rangle A_\ell e^{-i\left(\beta_k - \beta_\ell - \frac{2m\pi}{\Lambda}\right)z} \quad (2.3.A.13)$$

ce qui s'écrit encore sous la forme :

$$\frac{\partial A_k}{\partial z} = \frac{i \beta_k}{|\beta_k|} \sum_\ell \sum_{m \neq 0} C_{k\ell}^{(m)} A_\ell \exp\left[-i\left(\beta_k - \beta_\ell - \frac{2m\pi}{\Lambda}\right)z\right] \quad (2.3.A.14)$$

où :

$$C_{k\ell}^{(m)} = \frac{\omega}{4} \langle k | \Delta \epsilon(m) | \ell \rangle = \frac{\omega}{4} \int dx dy \bar{E}_k^*(x, y) \cdot \Delta \epsilon(m) \bar{E}_\ell(x, y) \quad (2.3.A.15)$$

Ici ϵ est fonction de z uniquement : on montre alors que :

$$C_{k\ell}^{(m)} = \frac{k_0^2}{\sqrt{|\beta_k \beta_\ell|}} \bar{p}_k^* \Delta \epsilon(m) \bar{p}_\ell^* \quad (2.3.A.16)$$

où \bar{p}_k et \bar{p}_ℓ sont les vecteurs unitaires de polarisation des ondes planes.

En ne conservant dans (2.3.A.14) que les termes résonnants, i.e. ceux pour lesquels la condition $\left(\beta_k - \beta_\ell - \frac{2m\pi}{\Lambda} \right) = 0$ est pratiquement remplie (accord de phase) :

$$\begin{cases} \frac{dA_k}{dz} = i \frac{\beta_k}{|\beta_k|} C_{k\ell}^{(m)} A_\ell e^{-i\Delta\beta z} \\ \frac{dA_\ell}{dz} = i \frac{\beta_\ell}{|\beta_\ell|} C_{\ell k}^{(-m)} A_k e^{+i\Delta\beta z} \end{cases} \quad (2.3.A.17)$$

$$\boxed{\Delta\beta = \beta_k - \beta_\ell - \frac{2m\pi}{\Lambda}} = \text{désaccord de phase.} \quad (2.3.A.18)$$

Si $\Delta \epsilon$ est un tenseur **hermitique** alors $C_{\ell k}^{(-m)} = [C_{k\ell}^{(m)}]^*$.

Les signes de $\frac{\beta_k}{|\beta_k|}$ et $\frac{\beta_\ell}{|\beta_\ell|}$ sont très importants : pour deux ondes se propageant en sens contraire, $\frac{\beta_k}{|\beta_k|} = 1$ et $\frac{\beta_\ell}{|\beta_\ell|} = -1$.

Pour alléger les notations, on pose par la suite : $A_k \equiv A$, $A_\ell \equiv B$, $C_{k\ell}^{(m)} \equiv \kappa$; κ est appelé coefficient de couplage. Le système 2.3.A.17 prend la forme :

$$\begin{cases} \frac{dA}{dz} = i\kappa B e^{-i\Delta\beta z} \\ \frac{dB}{dz} = -i\kappa^* A e^{+i\Delta\beta z} \end{cases} \quad (2.3.A.19)$$

b) Expression du coefficient de couplage.

Supposons que la constante diélectrique relative s'écrive :

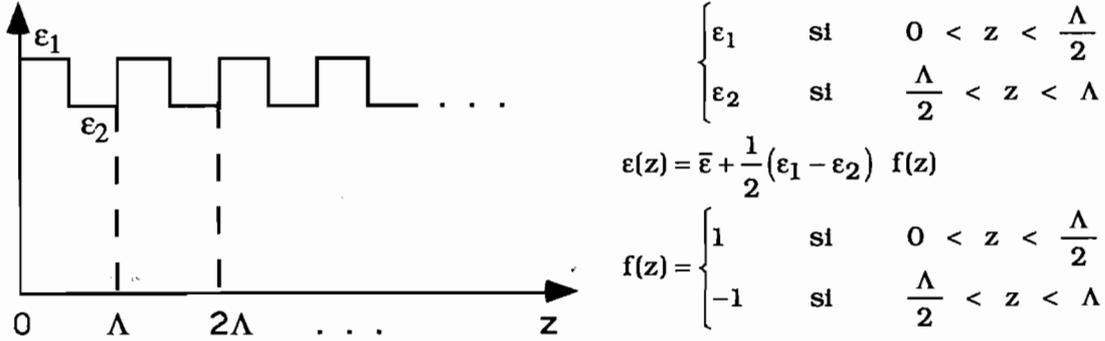


Fig. II.3.A.2: Permittivité diélectrique.

La décomposition de $f(z)$ en série de Fourier s'écrit :

$$f(z) = \sum_{m \neq 0} \frac{-i(1 - \cos m \pi)}{m\pi} \exp \left[im \left(\frac{2\pi}{\Lambda} \right) z \right] \quad (2.3.A.20)$$

Il en découle pour $\Delta\varepsilon(z) = \frac{1}{2}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) f(z)$.

$$\Delta\varepsilon(m) = \frac{-i}{2}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \frac{-i(1 - \cos m \pi)}{m\pi} \quad (2.3.A.21)$$

De plus :

$$\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2} = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2} = \frac{(n_1 - n_2)(n_1 + n_2)}{2} \approx \bar{n} \Delta n \quad (2.3.A.22)$$

Donc pour une modulation périodique parfaitement symétrique ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \Lambda/2$).

$$\begin{cases} \Delta\varepsilon(\ell) = \frac{-2i\bar{n} \Delta n}{\ell\pi} & \text{si } \ell \text{ impair} \\ \Delta\varepsilon(\ell) = 0 & \text{si } \ell \text{ pair} \end{cases} \quad (2.3.A.23)$$

Puis la constante s'écrit $\kappa = C_{k\ell}^{(m)} = \frac{k_0^2}{2\sqrt{|\beta_k \beta_\ell|}} \bar{p}_k^* \Delta\varepsilon(m) \bar{p}_\ell$.

Ici les milieux sont ISOTROPES, donc $\Delta\epsilon(m)$ est SCALAIRE :

- pas de couplage TE/TM
- en TE $\vec{p}_k \cdot \vec{p}_\ell = 1$
- en TM $\vec{p}_k \cdot \vec{p}_\ell = \cos(2\theta)$.

où θ est l'angle de propagation par rapport à l'axe z [cf figure II.3.A.3].

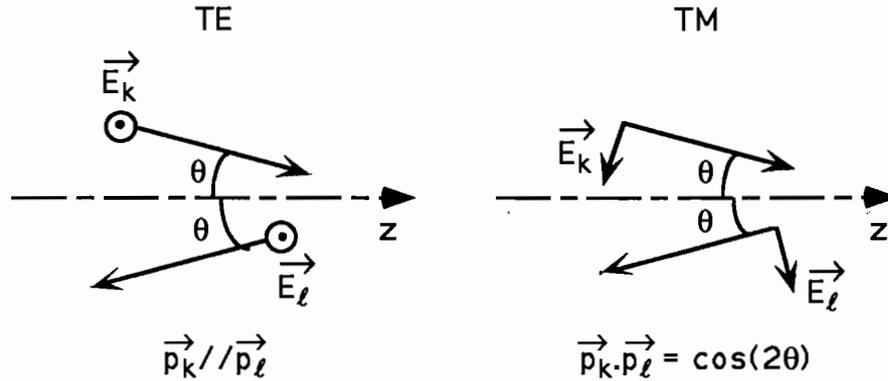


Figure II.3.A.3: Rappel des conventions de représentation.

$$\left\{ \begin{array}{ll} C_{k\ell}^{(m)} = \frac{k_0 \Delta\epsilon(m)}{2\bar{n} \cos \theta} & \text{en TE} \quad (2.3.A.24.a) \\ = \frac{k_0 \Delta\epsilon(m)}{2\bar{n} \cos \theta} \cos 2\theta & \text{en TM} \quad (2.3.A.24.b) \end{array} \right.$$

En utilisant ce qui précède :

$$\kappa = \frac{k_0}{2\bar{n} \cos \theta} \cdot \frac{-2i\bar{n} \Delta n}{m\pi} = -i \frac{k_0 \Delta n}{m\pi \cos \theta} \quad \text{en TE} \quad (2.3.A.25.a)$$

$$\kappa = -i \frac{k_0 \Delta n}{m\pi \cos \theta} \cos 2\theta \quad \text{en TM.} \quad (2.3.A.25.b)$$

Remarque 1 :

- Si la première couche est d'indice plus grand que la seconde $n_1 > n_2$
 $\Delta n > 0 \Rightarrow \kappa = -i |\kappa| \Rightarrow \kappa^* = -|\kappa|$.
- Si la première couche est de bas d'indice
 $\Delta n < 0 \Rightarrow \kappa = i |\kappa| \Rightarrow \kappa^* = +|\kappa|$.

Nous montrerons que le choix de l'indice de la première couche est important pour les propriétés en réflectivité d'une structure.

Remarque 2 : En polarisation TM, il existe une incidence pour laquelle le coefficient de couplage s'annule : $\cos 2\theta = 0 \Rightarrow \theta = \pi/4$. Néanmoins l'indice moyen de la structure étant de l'ordre de 3,5, il n'y a pas d'incidence θ_0 dans l'air vérifiant $\sin\theta_0 = 3,5 \sin(\pi/4)$.

Remarque 3 : Dans les structures réelles telles que celles que nous étudions, la modulation $\Delta\epsilon(z)$ n'est pas strictement symétrique ($\epsilon_1 \neq \epsilon_2 \neq \Lambda/2$). Le développement en série de Fourier ne pose aucune difficulté de principe, mais les corrections apportés sont négligeables par rapport au cas symétrique. Cet effet ne sera donc pas pris en compte par la suite.

c) Résolution des équations couplées.

$$\begin{cases} \frac{dA}{dz} = i \kappa B e^{-i\Delta\beta z} \\ \frac{dB}{dz} = -i \kappa^* A e^{+i\Delta\beta z} \end{cases} \quad (2.3.A.26)$$

En dérivant tour à tour chacune de ces équations, par rapport à z et après substitution :

$$\begin{cases} \frac{d^2 A}{dz^2} + i \Delta\beta \frac{dA}{dz} - \kappa\kappa^* A = 0 \\ \frac{d^2 B}{dz^2} - i \Delta\beta \frac{dB}{dz} - \kappa\kappa^* B = 0 \end{cases} \quad (2.3.A.27)$$

Le discriminant de ces deux équations différentielles du second ordre à coefficients constants est $\Delta = 4|\kappa|^2 - (\Delta\beta)^2$. En posant $\Delta = 4s^2$, soit :

$$s^2 = |\kappa|^2 - \left(\frac{\Delta\beta}{2}\right)^2 \quad (2.3.A.28)$$

les solutions s'expriment sous la forme:

$$\begin{cases} A(z) = \exp\left(-i \frac{\Delta\beta}{2} z\right) \left[a_1 e^{sz} + a_2 e^{-sz} \right] \\ B(z) = \exp\left(+i \frac{\Delta\beta}{2} z\right) \left[b_1 e^{sz} + b_2 e^{-sz} \right] \end{cases} \quad (2.3.A.29)$$

- **conditions aux limites:**

Soit L la longueur totale du milieu perturbé ; supposons connues les grandeurs $A(0)=A_0$ et $B(L) = B_L$.

$$\begin{cases} A(0) = a_1 + a_2 \\ B(L) = \exp\left(i \frac{\Delta\beta}{2} L\right) [b_1 e^{sL} + b_2 e^{-sL}] \end{cases} \quad (2.3.A.30)$$

Puis en dérivant par rapport à z , en $z = 0$ et $z = L$:

$$\begin{cases} \left. \frac{dA}{dz} \right|_0 = i\kappa(b_1 + b_2) \\ \left. \frac{dB}{dz} \right|_0 = i\kappa^*(a_1 + a_2) \end{cases} \quad (2.3.A.31)$$

$$\begin{cases} \left. \frac{dA}{dz} \right|_L = i\kappa e^{-i \frac{\Delta\beta L}{2}} [b_1 e^{sL} + b_2 e^{-sL}] \\ \left. \frac{dB}{dz} \right|_L = -i\kappa^* e^{i \frac{\Delta\beta L}{2}} [a_1 e^{sL} + a_2 e^{-sL}] \end{cases} \quad (2.3.A.32)$$

$$\begin{cases} \left[-i \frac{\Delta\beta}{2} - s \right] a_2 = i\kappa b_2 \\ \left[-i \frac{\Delta\beta}{2} + s \right] a_1 = i\kappa b_1 \end{cases} \quad (2.3.A.33)$$

Après quelques transformations simples, on obtient les expressions suivantes :

$$\begin{cases} a_1 = \frac{A_0 \left(s + i \frac{\Delta\beta}{2} \right) e^{-sL} + i\kappa B_L e^{-i \frac{\Delta\beta L}{2}}}{2 \left[s \operatorname{ch}(sL) - i \frac{\Delta\beta}{2} \operatorname{sh}(sL) \right]} \\ a_2 = \frac{A_0 \left(s - i \frac{\Delta\beta}{2} \right) e^{sL} - i\kappa B_L e^{-i \frac{\Delta\beta L}{2}}}{2 \left[s \operatorname{ch}(sL) - i \frac{\Delta\beta}{2} \operatorname{sh}(sL) \right]} \end{cases} \quad (2.3.A.34)$$

$$\begin{cases} A(z) = e^{-i \frac{\Delta\beta}{2} z} \frac{\left[s \operatorname{ch}(s(z-L)) + i \left(\frac{\Delta\beta}{2} \right) \operatorname{sh}(s(z-L)) \right] A_0 + \left[i\kappa e^{-i \frac{\Delta\beta L}{2}} \operatorname{sh}(sz) \right] B_L}{\left[s \operatorname{ch}(sL) - i \left(\frac{\Delta\beta}{2} \right) \operatorname{sh}(sL) \right]} \\ B(z) = e^{+i \frac{\Delta\beta}{2} z} \frac{\left[-i\kappa^* \operatorname{sh}(s(z-L)) \right] A_0 + \left[\left[s \operatorname{ch}(sz) - i \left(\frac{\Delta\beta}{2} \right) \operatorname{sh}(sz) \right] e^{-i \frac{\Delta\beta L}{2}} \right] B_L}{\left[s \operatorname{ch}(sL) - i \left(\frac{\Delta\beta}{2} \right) \operatorname{sh}(sL) \right]} \end{cases} \quad (2.3.A.35)$$

d) Expression générale des champs dans la structure.

D'après les équations couplées (2.3.A.26), en multipliant la première par A^* , la seconde B^* et en ajoutant les équations complexes conjuguées, on obtient :

$$\begin{cases} A^* \frac{dA}{dz} + A \frac{dA^*}{dz} = \frac{d|A|^2}{dz} = i\kappa A^* B e^{-i\Delta\beta z} - i\kappa^* AB^* e^{+i\Delta\beta z} \\ B^* \frac{dB}{dz} + B \frac{dB^*}{dz} = \frac{d|B|^2}{dz} = -i\kappa^* AB^* e^{+i\Delta\beta z} + i\kappa A^* B e^{-i\Delta\beta z} \end{cases} \quad (2.3.A.36)$$

c'est-à-dire, en retranchant la seconde ligne de la première: $\frac{d}{dz} (|A|^2 - |B|^2) = 0$.

Cela signifie que l'énergie perdue par l'onde incidente A est intégralement transférée à l'onde réfléchie B, la quantité échangée dépendant de la force du couplage. Par hypothèse, aucune énergie n'est en effet dissipée par interaction avec le système matériel.

Les expressions (2.3.A.35) nous permettent de tracer l'évolution de l'intensité des deux ondes au fur et à mesure de la propagation. De plus, le champ total dans la structure s'écrit :

$$\vec{E} = A(z) e^{+i(\beta_k z - \omega t)} \vec{E}_k(x, y) + B(z) e^{i(-\beta_k z - \omega t)} \vec{E}_\ell(x, y) \quad (2.3.A.37)$$

où les modes k et ℓ représentent les modes couplés, avec :

$$\beta_k = -\beta_\ell = \bar{n} k_0 \cos \theta$$

Raisonnons pour simplifier en polarisation TE. Les champs sont alors parallèles et l'état du champ total à l'abscisse z est proportionnel à :

$$\vec{E} = A(z) e^{i(nk_0 \cos \theta)z} + B(z) e^{-i(nk_0 \cos \theta)z} \quad (2.3.A.38)$$

À partir de (2.3.A.35) et $\frac{\Delta\beta}{2} = n k_0 \cos \theta - \frac{m\pi}{\Lambda}$, il vient :

$$\begin{aligned}
E(z) = & \frac{e^{i\frac{m\pi}{\Lambda}z} \left[s \operatorname{ch}(s(z-L)) + i\left(\frac{\Delta\beta}{2}\right) \operatorname{sh}(s(z-L)) \right] + e^{-i\frac{m\pi}{\Lambda}z} \left[-i\kappa^* \operatorname{sh}(s(z-L)) \right]}{\left[s \operatorname{ch}(sL) - i\left(\frac{\Delta\beta}{2}\right) \operatorname{sh}(sL) \right]} A_0 \\
& + \frac{e^{i\frac{m\pi}{\Lambda}z} \left[-i\kappa \operatorname{sh}(sz) \right] + e^{-i\frac{m\pi}{\Lambda}z} \left[s \operatorname{ch}(sz) - i\frac{\Delta\beta}{2} \operatorname{sh}(sz) \right]}{\left[s \operatorname{ch}(sL) - i\left(\frac{\Delta\beta}{2}\right) \operatorname{sh}(sL) \right]} B_L e^{-i\frac{\Delta\beta L}{2}} .
\end{aligned} \tag{2.3.A.39}$$

$E(z)$ présente une modulation périodique en z ; il s'agit d'un phénomène d'ondes stationnaires dû aux interférences entre les ondes propagatives et contra-propagatives dans la structure. La période spatiale de la modulation est indépendante de la longueur d'onde (donc de $\Delta\beta$) ; elle est égale à $\Delta z = \frac{\Lambda}{m}$. Rappelons que m représente l'ordre du développement en série de Fourier de la perturbation diélectrique qui assure le couplage. Dans les structures étudiées, $m = 1$.

L'expression de $E(z)$, augmentée des conditions aux limites prenant en compte les éventuels effets de bords, détermine complètement l'intensité du champ électrique en tout point de la structure.

À titre d'exemple, pour un réflecteur de Bragg déposé sur un substrat semi-infini (pas de contribution à la réflectivité de la part de l'interface structure/substrat), la condition $B_L=0$ se traduit, à $\Delta\beta = 0$, par :

$$E(z)|_{\Delta\beta=0} = A_0 \frac{\operatorname{ch} [|\kappa|(z-L)] e^{im\pi/\Lambda} + \operatorname{sh} [|\kappa|(z-L)] e^{-im\pi/\Lambda}}{\operatorname{ch} [|\kappa|L]} A_0 \tag{2.3.A.40}$$

c'est-à-dire :

$$\boxed{|E(z)|_{\Delta\beta=0}^2 = \frac{|A_0|^2}{\operatorname{ch}^2 |\kappa|L} \left\{ \operatorname{ch} [2|\kappa|(z-L)] + \operatorname{sh} [2|\kappa|(z-L)] \cos\left(\frac{2m\pi}{\Lambda}z\right) \right\}} . \tag{2.3.A.41}$$

Comme l'illustre la figure [II.3.A.4], l'enveloppe du champ stationnaire décroît comme $\operatorname{ch}[2|\kappa|(z-L)]$. La densité d'énergie moyenne totale va donc en s'amenuisant au fur et à mesure de la propagation.

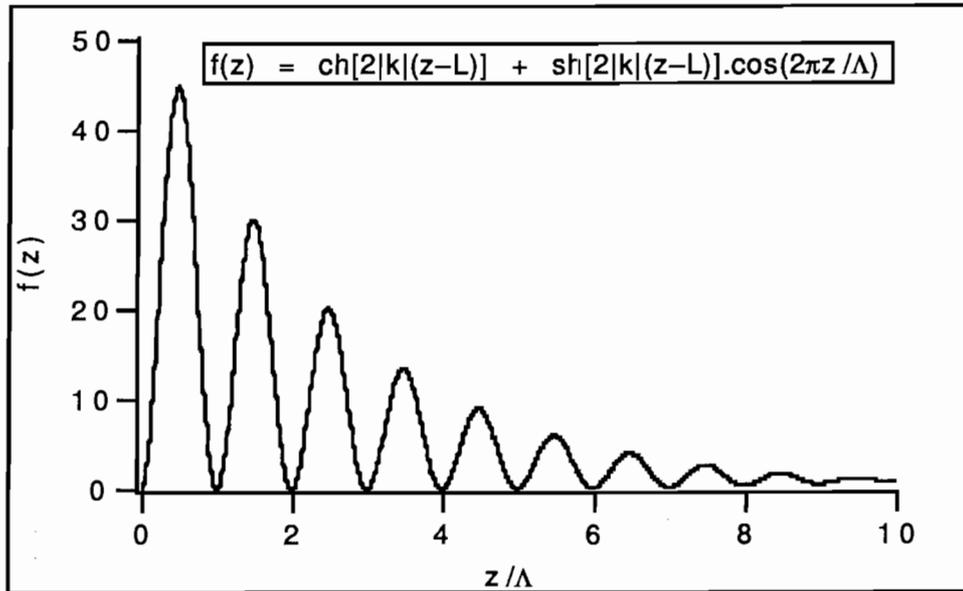


Fig. II.3.A.4: Champ stationnaire total dans la structure.

Dans la partie suivante, nous allons décrire plus précisément la réflectivité linéaire des structures et nous reviendrons de manière détaillée sur les conditions aux limites.

B. Réflectivité de la structure.

1) Structure "idéale" dépourvue d'effets de bords.

a) Définition des "effets de bords".

Précisons tout d'abord ce que nous entendons par "effets de bords". Nous distinguerons dans l'espace trois régions : le milieu perturbé ($0 \leq z \leq L$) est compris entre un milieu incident ($z < 0$) et un milieu émergent ($z > L$) supposés tous deux homogènes et décrits par leurs permittivités diélectriques respectivement ϵ_{in} et ϵ_{em} [voir figure II.3.B.1].

En l'absence de perturbation [$\Delta\epsilon(z) = 0$], les réflexions partielles aux interfaces milieu incident/structure et structure/milieu émergent donnent naissance en général à une onde réfléchie. À ceci vient s'ajouter l'effet du couplage d'ondes lorsque $\Delta\epsilon(z) \neq 0$.

Mais nous pouvons traiter séparément ces diverses contributions en considérant tout d'abord le cas "idéal" où [$\epsilon_{in} = \epsilon_{em} = \bar{\epsilon}$ et $\Delta\epsilon(z) \neq 0$] (le couplage d'ondes est seule cause de la réflectivité), puis tenir compte des réflexions partielles en $z = 0$ et $z = L$ en spécifiant de nouvelles conditions aux limites correspondant au cas où [$\epsilon_{in} = \epsilon_{em} = \bar{\epsilon}$ et $\Delta\epsilon(z) \neq 0$] (les

réflexions partielles sont seules causes de la réflectivité). Ces configurations sont illustrées sur la figure [II.3.B.1].

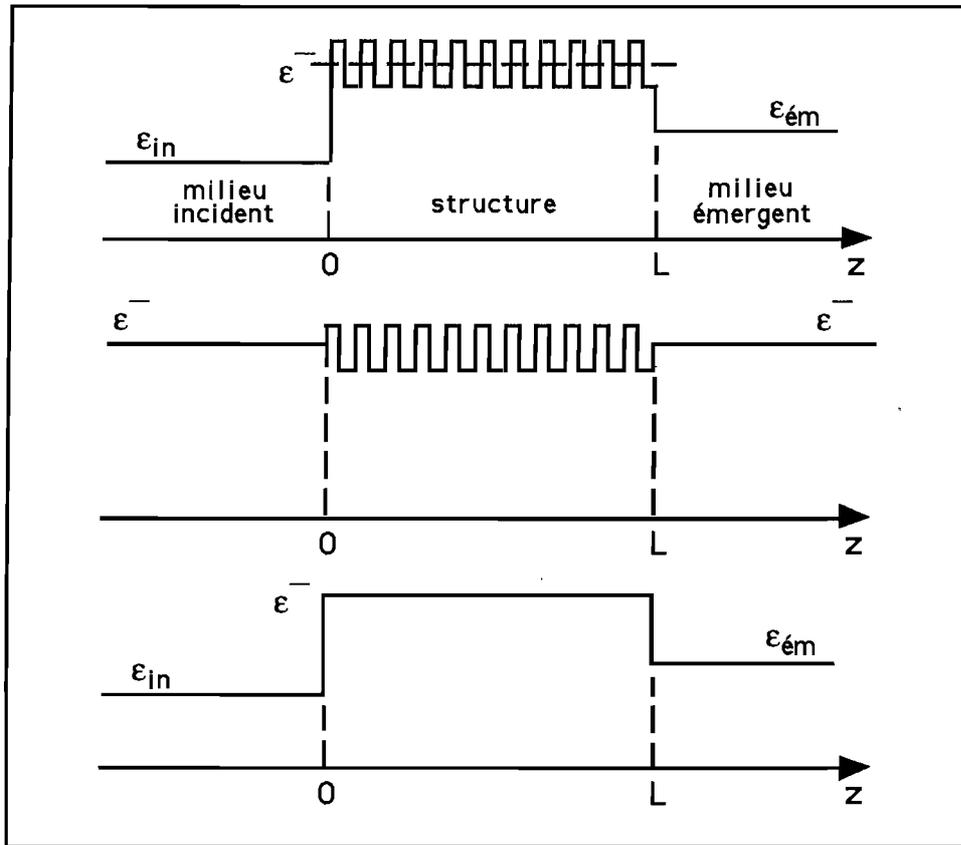


Figure II.3.B.1: Structure périodique entre milieux incident et émergent.

- a) Cas général : $\epsilon_{in} \neq \bar{\epsilon}$, $\epsilon_{ém} \neq \bar{\epsilon}$.
- b) Cas particulier "idéal" : $\epsilon_{in} = \epsilon_{ém} = \bar{\epsilon}$, pas d'effets de bords.
- c) Illustration des "effets de bords" (réflexions partielles en $z = 0$ et $z = L$).

Le calcul spécifique de la réflectivité d'une structure "idéale" (sans effets de bords) répond à plusieurs objectifs.

- nous illustrons ainsi l'effet propre au couplage d'ondes, indépendamment de toute autre contribution ;
- la configuration, courante en optique intégrée (où les modes propres sont alors des modes guidés), représente une bonne approximation du cas d'un réflecteur de Bragg jouant le rôle de miroir de fond de cavité dans une microcavité laser à émission surfacique. Le milieu incident est la cavité elle-même tandis que le substrat joue le rôle de milieu émergent semi-infini ($\epsilon_{in} \approx \epsilon_{ém} \approx \bar{\epsilon}$).

b) Réflectivité de la structure sans effets de bords.

Nous considérons la structure "idéale" schématisée sur la figure [II.3.B.2]. Nous supposons qu'aucune source n'est présente dans le milieu émergent semi-infini à droite de la structure. Cette hypothèse se traduit par la condition $B_L=0$. En reportant cette condition dans le système d'équations (2.3.A.35), nous obtenons pour les réflectivités linéaires en amplitude et en intensité :

$$r = \frac{B(0)}{A(0)} \Big|_{B_L=0} = \frac{i\kappa^* \operatorname{sh}(sL)}{s \operatorname{ch}(sL) - i \frac{\Delta\beta}{2} \operatorname{sh}(sL)} \quad (2.3.B.1)$$

$$R = |r|^2 = \frac{|\kappa|^2 |\operatorname{sh}^2(sL)|}{|s|^2 \operatorname{ch}^2(sL) + \left(\frac{\Delta\beta}{2}\right)^2 |\operatorname{sh}^2(sL)|} \quad (2.3.B.2)$$

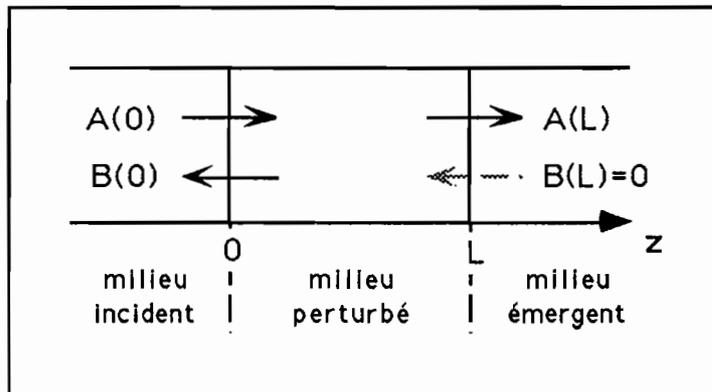


Figure II.3.B.2: Schéma de la structure "idéale".

Les paramètres κ , $\frac{\Delta\beta}{2}$ et s dépendent de la longueur d'onde (ou du vecteur d'onde) selon

les relations suivantes :

$$\kappa = -i k_0 \frac{\Delta n}{\pi \cos \theta} = -\frac{i}{\lambda_0} \frac{2\Delta n}{\cos \theta} \quad (2.3.B.3)$$

$$\frac{\Delta\beta}{2} = k_0 \bar{n} \cos \theta - \frac{\pi}{\Lambda} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \bar{n} \cos \theta - \frac{\pi}{\Lambda} \quad (2.3.B.4)$$

$$s^2 = |\kappa|^2 - \left(\frac{\Delta\beta}{2}\right)^2 \quad (2.3.B.5)$$

La réflectivité maximale est obtenue lorsque $\frac{\Delta\beta}{2} = 0$ (accord de phase). On a alors :

$$R_{\text{Max}} = \operatorname{th}^2(|\kappa L|) \quad (2.3.B.6)$$

Cela se produit à la longueur d'onde

$$\lambda_B = 2 \bar{n} \Lambda \cos \theta \quad . \quad (2.3.B.7)$$

La condition d'accord de phase est dite également "condition de Bragg" par analogie avec la diffraction de Bragg dans les cristaux. On désigne sous le nom de "longueur d'onde de Bragg" la longueur d'onde λ_B pour laquelle l'accord de phase est réalisé. Plus généralement, lorsque les épaisseurs e_1 et e_2 des couches alternées sont quelconques, la longueur d'onde de Bragg est égale à :

$$\boxed{\lambda_B = 2(n_1 e_1 + n_2 e_2) \cos \theta} \quad . \quad (2.3.B.8)$$

On appelle de même "vecteur d'onde de Bragg" la quantité $k_B = \frac{2\pi}{\lambda_B}$.

- **Lorsque** $\lambda_0 \neq \lambda_B$, $\frac{\Delta\beta}{2}$ n'est plus nul et s^2 décroît par rapport à sa valeur maximale $|\kappa|^2$. R décroît lentement de part et d'autre de sa valeur maximale R_{Max} .
- **En $s^2=0$** (valeur atteinte lorsque $\frac{\Delta\beta}{2} = \pm |\kappa|$) la réflectivité R prend une valeur indéterminée (0/0). Un développement limité permet de lever l'indétermination, et l'on obtient :

$$r_{(s=0)} = \frac{i \kappa^* L}{1 - i \frac{\Delta\beta}{2} L} \quad \text{et} \quad R_{(s=0)} = \frac{|\kappa L|^2}{1 + |\kappa L|^2} \quad . \quad (2.3.B.9)$$

Par définition la plage spectrale sur laquelle $s^2 \geq 0$, qui correspond à des réflectivités R comprises entre $R_{(s=0)}$ et R_{Max} , est appelée **largeur du plateau de réflectivité**.

- **Lorsque $s^2 \leq 0$** (lorsque $\left| \frac{\Delta\beta}{2} \right| \geq |\kappa|$) la quantité sL devient imaginaire pure. Le sinus "hyperbolique" se comporte alors comme un sinus: c'est une fonction périodique qui s'annule lorsque :

$$sL = i q \pi \quad (q \in \mathbf{N}^*) \quad (2.3.B.10)$$

et qui présente des maxima lorsque :

$$sL = 1 \left(q + \frac{1}{2} \right) \pi \quad (q \in \mathbf{N}^*) \quad (2.3.B.11)$$

Illustrons ce comportement en traçant les variations de R en fonction du paramètre sans dimension :

$$x = \frac{\Delta\beta}{2} L \quad (2.3.B.12)$$

Les paramètres sans dimension κL et sL s'expriment en fonction de x :

$$\left\{ \begin{array}{l} \kappa L = \kappa_B L \left[1 + \frac{\Lambda}{\pi L} \cdot \frac{\Delta\beta L}{2} \right] \end{array} \right. \quad (2.3.B.13.a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} |\kappa L| = y_0 [1 + x/a] = y \end{array} \right. \quad (2.3.B.13.b)$$

où $y_0 = |\kappa_B L|$, valeur prise par $|\kappa L|$ à la longueur d'onde de Bragg et :

$$a = \pi L / \Lambda \approx N\pi \quad (2.3.B.14)$$

où N est le nombre de périodes du réflecteur.

Une autre écriture possible pour la réflectivité R en fonction du paramètre x est :

$$\left\{ \begin{array}{l} R(x) = \frac{y^2}{x^2 + |y^2 - x^2| \left| \coth \left[\left(y^2 - x^2 \right)^{1/2} \right] \right|^2} \\ y = y_0 [1 + x/a] \end{array} \right. \quad (2.3.B.15)$$

La figure II.3.B.3 représente R(x) pour trois valeurs du paramètre y_0 ; le paramètre a, qui reflète le nombre de périodes de la structure, est ici fixé arbitrairement à 30π .

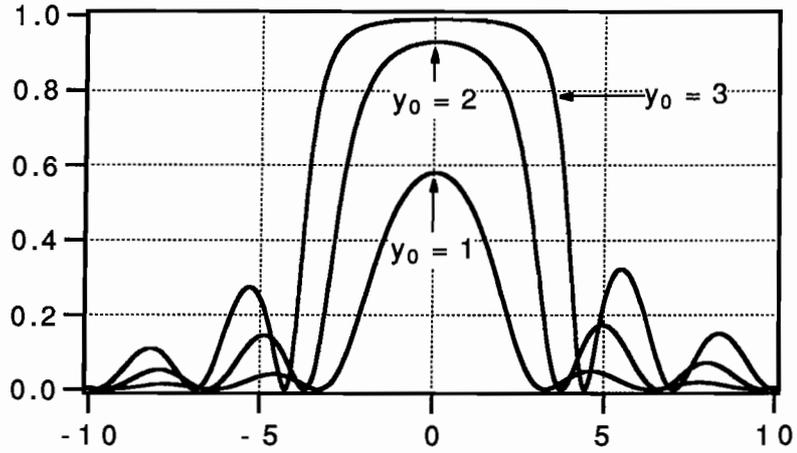


Figure II.3.B.3: Réflectivité linéaire "idéale" en fonction du paramètre de désaccord de phase $x = \frac{\Delta\beta L}{2}$, pour $|\kappa_B L| = 1, 2, 3$; $a = \pi L/\Lambda = 30 \pi$ [Calcul en incidence normale].

La réflectivité maximale augmente avec $|\kappa_B L| = y_0$ comme $\text{th}^2(y_0)$. Posons $\text{th}|\kappa_B L| = r_0$. Si l'on souhaite atteindre une valeur particulière de $R_{\text{Max}} = r_0^2$, il faut imposer :

$$|\kappa_B L| = y_0 = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1+r_0}{1-r_0} \right) \tag{2.3.B.16}$$

soit, avec $r_0 = 1 - \epsilon$ [voir Tableau T.II.3.B.1] :

$$|\kappa_B L| = y_0 = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{2-\epsilon}{\epsilon} \right) \tag{2.3.B.17}$$

$r_0 = 1 - \epsilon$	ϵ	$ \kappa_B L $	$R_{\text{Max}} = r_0^2$
0,9	10^{-1}	1,47	0,81
0,99	10^{-2}	2,65	0,898
0,999	10^{-3}	3,8	0,998
0,9999	10^{-4}	4,95	0,9998

Tableau II.3.B.1: Correspondance entre les valeurs des paramètres.

c) *Largeur du plateau de réflectivité.*

C'est la plage sur laquelle $s^2 \geq 0$. Elle est délimitée par les deux valeurs de x vérifiant $x^2 = y_0^2 [1 + x/a]^2$, soit x^+ et x^- tels que :

$$\begin{cases} x^+ = y_0 [1 + x^+ / a] \\ x^- = -y_0 [1 + x^- / a] \end{cases} \quad (2.3.B.18)$$

$$\begin{cases} x^+ [1 - y_0 / a] = y_0 \\ x^- [1 + y_0 / a] = -y_0 \end{cases} \quad (2.3.B.19)$$

On obtient une largeur (bande passante) :

$$\Delta x_{BP} = x^+ - x^- = \frac{y_0}{[1 - y_0 / a]} + \frac{y_0}{[1 + y_0 / a]}$$

$$\boxed{(\Delta x)_{BP} \approx 2y_0} \quad (2.3.B.20.a)$$

Traduite en vecteur d'onde, la bande passante (2.3.B.20.a) devient :

$$\boxed{\Delta(\bar{n}k_0)_{BP} \approx \frac{2|\kappa_B|}{\cos \theta}} \approx k_B \cdot \frac{2|\Delta n|}{\pi \cos^2 \theta} \quad (2.3.B.20.b)$$

et en longueur d'onde, avec $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$.

$$\boxed{\Delta \left(\frac{\bar{n}}{\lambda_0} \right)_{BP} \approx \frac{|\kappa_B|}{\pi \cos \theta}} \quad (2.3.B.20.c)$$

→ **en absence de dispersion**, \bar{n} est indépendant de λ_0 (de k_0).

$$\Delta(\bar{n}k_0)_{BP} = \bar{n}(\Delta k_0)_{BP} \quad (2.3.B.21.a)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta(\bar{n}k_0)_{BP} &\approx k_B \cdot \frac{2|\Delta n / \bar{n}|}{\pi \cos^2 \theta} \end{aligned} \right. \quad (2.3.B.21.b)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta(\lambda_0)_{BP} &\approx \frac{2\lambda_B}{\pi} \cdot \frac{|\Delta n|}{\bar{n} \cos^2 \theta} \end{aligned} \right. \quad (2.3.B.21.c)$$

→ **en présence de dispersion**, $\bar{n} = \bar{n}(\lambda_0) = \bar{n}(k_0)$

$$\begin{aligned}\Delta(\bar{n}k_0)_{BP} &= \bar{n}\Delta k_0 + k_0 \Delta\bar{n} \\ &= \Delta k_0 \left[\bar{n} + k_0 \frac{\Delta\bar{n}}{\Delta k_0} \right]\end{aligned}\tag{2.3.B.22}$$

On identifie le terme entre crochets à $\bar{n} + k_0 \frac{d\bar{n}}{dk_0}$ où l'on reconnaît l'**indice de groupe** $n_g = \bar{n} + k_0 \frac{dn}{dk_0} = n - \lambda_0 \frac{dn}{d\lambda_0}$.

Les formules (2.3.B.21) doivent être modifiées en remplaçant l'indice de phase (moyen) par l'indice de groupe (moyen) :

$$\left\{ \begin{aligned}(\Delta k_0)_{BP} &\approx \frac{2k_B}{\pi} \cdot \frac{|\Delta n|}{n_g \cos^2 \theta} & (2.3.B.23.a) \\ \Delta(\lambda_0)_{BP} &\approx \frac{2\lambda_B}{\pi} \cdot \frac{|\Delta n|}{n_g \cos^2 \theta} & (2.3.B.23.b)\end{aligned}\right.$$

Comme dans la plupart des matériaux, l'indice de groupe est supérieur à l'indice de phase, l'effet principal de la dispersion d'indice est de réduire la bande passante du réflecteur.

- Dépendance spectrale de $|\kappa L|$.

Une simplification supplémentaire et très utile peut intervenir si l'on remarque que sur la zone centrale de réflectivité de la structure (dans le domaine que nous avons appelé "bande passante") les variations $|\kappa L|$ en fonction de x sont quasiment négligeables devant les variations de x , en vertu de (2.3.B.13).

On est ainsi fondé à poser $\kappa(\lambda_0) \approx \kappa(\lambda_B)$ dans le domaine central de la réflectivité, ce qui revient à poser $y = y_0$ dans (2.3.B.15). L'effet de cette approximation est illustré sur la figure [II.3.B.4] avec $a = 20\pi$ et $|\kappa_B L| = y_0 = 2$.

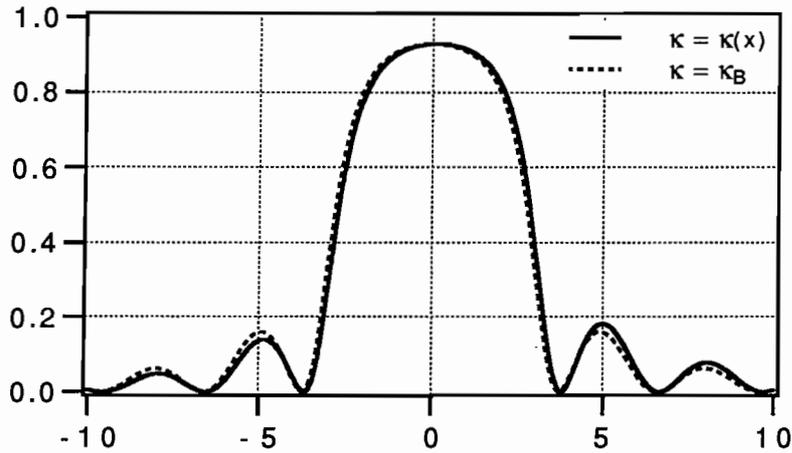


Figure II.3.B.4: Réflectivité linéaire $R(x)$ en incidence normale.

- en tenant compte de la dépendance spectrale de $|\kappa L| = y(x)$
- dans l'approximation $|\kappa L| = |\kappa_B L| = y_0$.
($a = 20\pi$, $|\kappa_B L| = y_0 = 2$). La différence est négligeable sur la largeur du plateau de réflectivité.

d) Phase de la réflectivité.

La réflectivité r de la structure est connue en amplitude et en phase. À la longueur d'onde de Bragg $\left(\frac{\Delta\beta}{2} = 0\right)$, sa valeur est réelle :

$$r \left(\frac{\Delta\beta}{2} = 0 \right) = \frac{i\kappa^*}{|\kappa|} \operatorname{th}|\kappa_B L| \quad . \quad (2.3.B.24)$$

Son signe, donc sa phase, dépendent de la nature de la constante de couplage. Il découle des expressions (2.3.A.25) que deux cas se présentent, selon que la première couche est de haut ou de bas indice par rapport à la seconde :

- si la première couche est de haut indice, $\kappa = -i|\kappa| \Rightarrow i\kappa^* = -|\kappa|$

$$\boxed{r \left(\frac{\Delta\beta}{2} = 0 \right) = -\operatorname{th}|\kappa_B L|} \quad . \quad (2.3.B.25.a)$$

$$\varphi_r \equiv \pi [2\pi]$$

- si la première couche est de bas indice, $\kappa = i|\kappa| \Rightarrow i\kappa^* = |\kappa|$

$$\boxed{\begin{aligned} r\left(\frac{\Delta\beta}{2} = 0\right) &= +\text{th}|\kappa_B L| \\ \varphi_r &\equiv 0 \quad [2\pi] \end{aligned}} \quad (2.3.B.25.b)$$

Un développement limité de r au voisinage de $\frac{\Delta\beta}{2} = 0$ nous donne :

$$r \approx \frac{i\kappa^*}{|\kappa|} \text{th}|\kappa_B L| \left(1 + i \delta \text{th}|\kappa_B L|\right)$$

où nous introduisons le paramètre sans dimension $\delta = \frac{\Delta\beta}{2|\kappa|}$. La phase varie donc :

- comme $\delta \cdot \text{th}|\kappa_B L|$ si la première couche est de bas indice ;
- comme $\pi + \delta \cdot \text{th}|\kappa_B L|$ si la première couche est de haut indice.

Il est possible de linéariser l'expression de la phase φ_r au voisinage de $\frac{\Delta\beta}{2} = 0$; on montre en effet que sa dérivée seconde $\left. \frac{d^2\varphi_r}{dk_0^2} \right|_{k_B} = 0$. De plus, la dérivée première de φ_r par rapport à k_0 , qui a la dimension d'une longueur, est liée à la profondeur apparente de pénétration de l'onde dans la structure, comme nous le verrons au chapitre III. Cette quantité a pour valeur :

$$\boxed{\left. \frac{d\varphi_r}{dk_0} \right|_{k_B} = \left. \frac{d\varphi_r}{d\delta} \right|_{(\delta=0)} \cdot \left. \frac{d\delta}{dk_0} \right|_{(\delta=0)} = \text{th}|\kappa_B L| \cdot \frac{\bar{n}}{|\kappa_B|}} \quad (2.3.B.26)$$

e) *Réflectivité linéaire $R(\lambda_0)$ d'une structure test.*

À titre d'exemple, nous présentons ci-dessous la courbe de réflectivité linéaire d'une structure hypothétique dont la composition est décrite dans le tableau T.II.3.B.2.. La période est $\Lambda = 120$ nm.

sous-structure	paramètres
milieu incident	$n_{in} = 3,5$
Réflecteur	$30 \times \begin{cases} n_1 = 3,6 & 600 \text{ \AA} \\ n_2 = 3,4 & 600 \text{ \AA} \end{cases}$
milieu émergent	$n_{em} = 3,5$

Tableau T.II.3.B.2: Paramètres de la structure Vtest0.

La longueur totale de couplage est $L = 30 \Lambda = 3,6 \mu\text{m}$. L'indice moyen est $\bar{n} = 3,5$, la différence d'indice $\Delta n = + 0,2$. La structure est supposée parfaitement transparente et non dispersive (les indices sont constants en fonction de λ_0). $\lambda_B = 840 \text{ nm}$ et $|\kappa_B L| \approx 1,7$.

La réflectivité linéaire en incidence normale de cette structure-test est présentée sur la figure II.3.B.5. À titre de comparaison, nous avons juxtaposé la réflectivité de cette même structure calculée selon le formalisme matriciel. L'influence de l'angle d'incidence est illustrée sur la figure II.3.B.6.

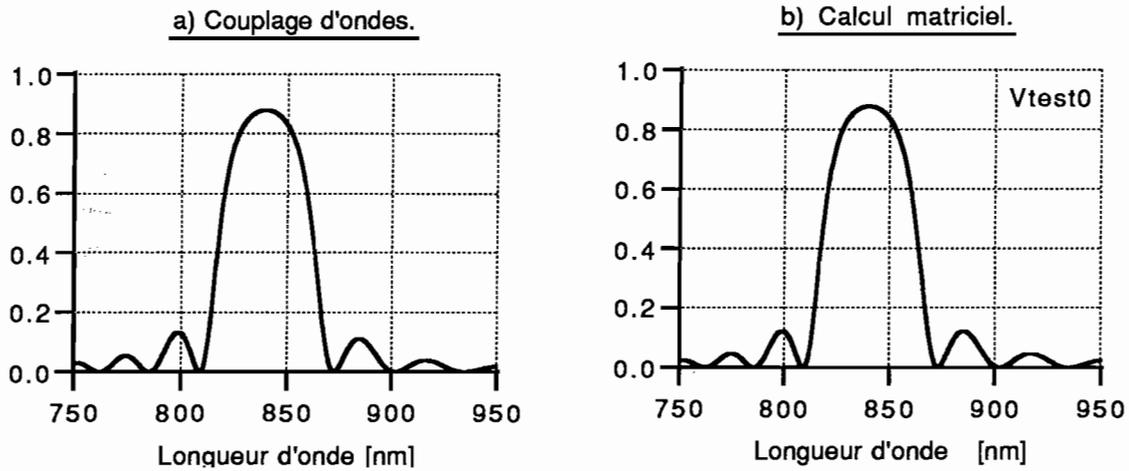


Figure II.3.B.5: Réflectivité de la structure test décrite Tableau T.II.3.B.2.

a) Couplage d'ondes, b) Calcul matriciel.

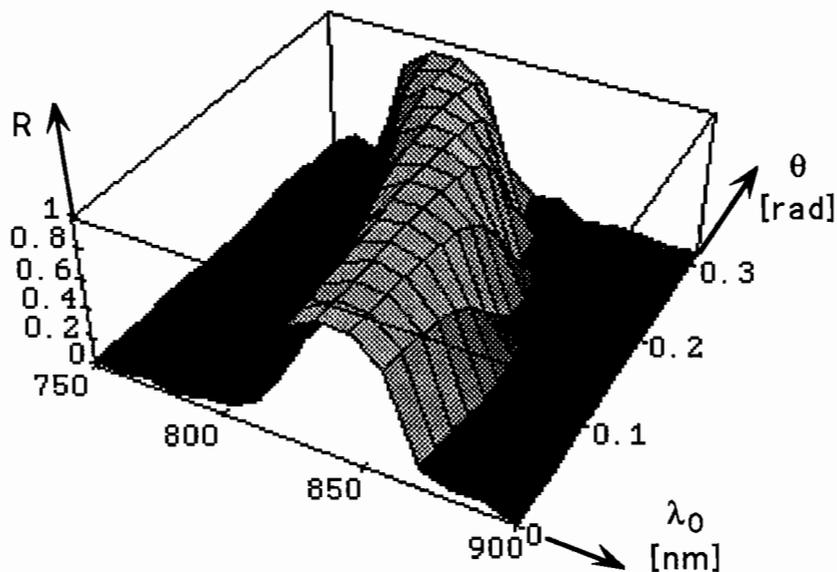


Figure II.3.B.6: Réflectivité linéaire de la structure test selon diverses incidences θ , en polarisation TE.

La longueur d'onde de Bragg est proportionnelle à $\cos\theta$: elle se décale donc vers les courtes longueurs d'onde lorsque l'incidence augmente. De plus, le coefficient de couplage κ varie en $1/\cos\theta$ [2.3.B.3]. La réflectivité maximale est donc plus élevée en incidence oblique (dans le cas de la polarisation TE).

f) Conclusion.

Les principales caractéristiques du réflecteur de Bragg "idéal" (dépourvu d'effets de bords) sont les suivantes : Tableau [T.II.3.B.3].

• constante de couplage	$\kappa = -\frac{1}{\pi} k_0 \frac{\Delta n}{\cos \theta}$
• désaccord de phase	$\frac{\Delta\beta}{2} = \bar{n} k_0 \cos \theta - \pi / \Lambda$
• réflectivité maximale	$R_{\text{Max}} = \text{th}^2 \kappa_B L $
• longueur d'onde de Bragg	$\lambda_B = 2(n_1 e_1 + n_2 e_2) \cos \theta$
• largeur du plateau central	$(\Delta\lambda)_{\text{BP}} \approx \frac{2 \lambda_B}{\pi} \frac{ \Delta n }{n_g \cos^2 \theta}$
• position des minima	$\left(\frac{\Delta\beta}{2}\right)^2 = \kappa ^2 + q^2 \pi^2 / L^2$
• maxima secondaires	$\left(\frac{\Delta\beta}{2}\right)^2 = \kappa ^2 + \left(q + \frac{1}{2}\right)^2 \pi^2 / L^2$

Tableau T.II.3.B.3: Caractéristiques du réflecteur de Bragg.

Nous avons établi les principales caractéristiques de la réflectivité linéaire due au couplage d'ondes seul d'une structure "idéale" dépourvue d'effets de bords. Dans une structure réelle viennent éventuellement se rajouter des contributions supplémentaires dues aux réflexions sur les interfaces milieu incident/structure et structure/milieu émergent. Ce sont ces contributions que nous allons à présent établir : leur effet se traduit dans les équations par une modification des conditions aux limites [Agrawal & Dutta 86].

2) Prise en compte des effets de bords.

a) Coefficients de Fresnel.

La réflectivité aux interfaces structure/milieu incident (ou émergent) s'exprime à partir des coefficients de Fresnel. Considérons la situation schématisée sur la figure [II.3.B.7].

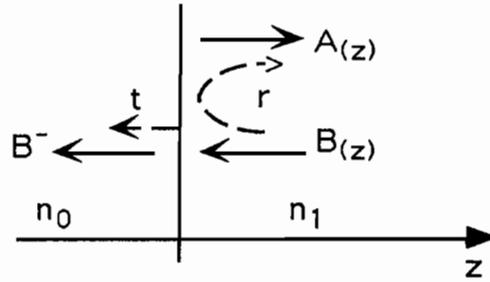


Fig. II.3.B.7: Conventions d'écriture des coefficients de réflectivité et de transmittivité vus depuis l'intérieur de la structure.

En incidence quelconque, depuis le milieu d'indice n_1 vers le milieu d'indice n_0 , les coefficients de réflectivité et de transmittivité en champ électrique selon les deux états de polarisation (TE // x, TM // y), s'écrivent respectivement [Saleh & Teich 91] :

$$\bullet \text{ en polarisation TE } \quad \begin{cases} r_x = \frac{n_1 \cos \theta_1 - n_0 \cos \theta_0}{n_1 \cos \theta_1 + n_0 \cos \theta_0} \\ t_x = 1 + r_x \end{cases} \quad (2.3.B.27)$$

$$\bullet \text{ en polarisation TM } \quad \begin{cases} r_y = \frac{n_1 \cos \theta_0 - n_0 \cos \theta_1}{n_1 \cos \theta_0 + n_0 \cos \theta_1} \\ t_y = 1 + r_y \end{cases} \quad (2.3.B.28)$$

En sens contraire (de n_0 vers n_1), ces coefficients s'expriment sous la forme :

$$\begin{cases} r'_x = -r_x \\ t'_x = 1 - r_x \end{cases} \quad \begin{cases} r'_y = -r_y \\ t'_y = 1 - r_y \end{cases} \quad (2.3.B.29)$$

avec $tt' - rr' = 1$.

Par la suite, nous distinguerons les coefficients r et t vus depuis l'intérieur de la structure périodique des mêmes coefficients vus depuis l'extérieur en repérant ces derniers par le signe "prime".

b) Interface milieu incident/structure.

Nous repérons par l'indice 1 les coefficients relatifs à la première interface milieu incident/structure. Nous ne considérons pas ici de contribution supplémentaire due au milieu émergent [Figure II.3.B.8].

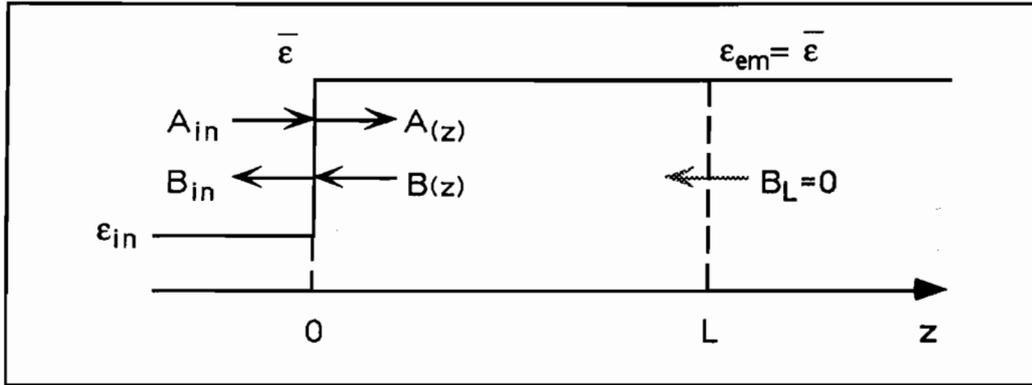


Fig. II.3.B.8: Conditions aux limites à l'interface milieu incident/structure.

Les conditions aux limites s'écrivent :

$$\begin{cases} A(0) = t'_1 A_{in}(0) + r_1 B(0) \\ B_{in}(0) = r'_1 A_{in}(0) + t_1 B(0) \end{cases} \quad (2.3.B.30)$$

soit :

$$\begin{cases} A_{in}(0) = \frac{A(0) - r_1 B(0)}{t'_1} = \frac{A(0) - r_1 B(0)}{1 - r_1} \\ B_{in}(0) = \frac{r'_1 A(0) + B(0)}{t'_1} = \frac{B(0) - r_1 A(0)}{1 - r_1} \end{cases} \quad (2.3.B.31)$$

La réflectivité vue depuis le milieu incident s'écrit :

$$r_{in} = \frac{B_{in}(0)}{A_{in}(0)} = \frac{B(0) - r_1 A(0)}{A(0) - r_1 B(0)} \quad (2.3.B.32)$$

soit :

$$\boxed{r_{in} = \frac{r - r_1}{1 - r r_1}} \quad (2.3.B.33)$$

où $r = \frac{B(0)}{A(0)}$, réflectivité due au couplage d'ondes, étudiée plus haut, et r_1 est le coefficient de Fresnel donné par (2.3.B.27) ou (2.3.B.28), positif lorsque $n_1 > n_0$. (Dans le cas particulier de l'incidence normale, $r_1 = \frac{n_1 - n_0}{n_1 + n_0}$).

Au voisinage du maximum de réflectivité, nous avons vu qu'un développement limité permettait d'écrire :

- si la première couche est de haut indice :

$$r \approx -r_0 (1 + i \delta r_0) \quad (2.3.B.34.a)$$

- si la première couche est de bas indice :

$$r \approx r_0 (1 + i \delta r_0) \quad (2.3.B.34.b)$$

où $r_0 = \tanh |\kappa_B L| > 0$ et $\delta = \frac{\Delta\beta}{2|\kappa|}$, paramètre sans dimension.

Il en découle pour la réflectivité r_{in} :

- **si la première couche est de haut indice :**

$$r_{in} \approx \frac{-(r_1 + r_0)}{1 + r_1 r_0} \left[1 + i \delta r_0^2 \left(\frac{1}{r_1 + r_0} - \frac{r_1}{1 + r_1 r_0} \right) \right] \quad (2.3.B.35)$$

d'où une phase équivalente à :

$$\varphi_r \approx \pi + \delta r_h \quad (2.3.B.36)$$

avec :

$$r_h = r_0^2 \left[\frac{1}{r_1 + r_0} - \frac{r_1}{1 + r_1 r_0} \right] \quad (2.3.B.37)$$

et :

$$\left. \frac{d\varphi_r}{dk_0} \right|_{k_B} = r_h \cdot \frac{\bar{n}}{|\kappa|} \quad (2.3.B.38)$$

- si la première couche est de bas indice :

$$r_{in} \approx \left(\frac{r_0 - r_1}{1 - r_1 r_0} \right) \left[1 + i \delta r_0^2 \left(\frac{1}{r_0 - r_1} + \frac{r_1}{1 - r_1 r_0} \right) \right] \quad (2.3.B.39)$$

d'où une phase variant comme :

$$\varphi_r \approx \delta r_b \quad (2.3.B.40)$$

avec :

$$r_b = r_0^2 \left[\frac{1}{r_0 - r_1} + \frac{r_1}{1 - r_1 r_0} \right] \quad (2.3.B.41)$$

et :

$$\left. \frac{d\varphi_r}{dk_0} \right|_{k_B} = r_b \cdot \frac{\bar{n}}{|\kappa|} \quad (2.3.B.42)$$

• *Commentaire*: les deux contributions à la réflectivité r et r_1 se combinent en amplitude et en phase. Nous constatons que selon la nature de la constante de couplage (première couche de haut ou de bas indice), ces contributions s'ajoutent ou se retranchent, pouvant conduire à une compensation exacte en $\frac{\Delta\beta}{2} = 0$ lorsque $r_0 = \text{th}|\kappa_B L| = r_1$. En d'autres termes, les interférences entre les deux contributions peuvent être constructives ou destructives. Cela est important pour la synthèse des réflecteurs de Bragg : un réflecteur de Bragg est bien décrit sous cette forme, l'effet de la seconde interface structure/milieu émergent (substrat) étant pratiquement négligeable en raison de la faible différence entre \bar{n} et ϵ_{em} . Nous présentons à titre de comparaison les courbes de réflectivité linéaire de deux structures-test décrites dans le tableau [T.II.3.B.4] et ne différant que par l'ordre de disposition des couches :

sous-structure	paramètres V test 1	paramètres V test 2
milieu incident (Air)	$n_{in}=1,0$	$n_{in}=1,0$
Réflecteur	$30 \times \begin{cases} n_1 = 3,6 & 600 \text{ \AA} \\ n_2 = 3,4 & 600 \text{ \AA} \end{cases}$	$30 \times \begin{cases} n_1 = 3,4 & 600 \text{ \AA} \\ n_2 = 3,6 & 600 \text{ \AA} \end{cases}$
milieu émergent (substrat)	$n_{em}=3,5$	$n_{em}=3,5$

Tableau T.II.3.B.4: Paramètres des structures-test illustrant l'effet de l'interface milieu incident/structure.

La figure [II.3.B.9.a] doit être comparée à la figure [II.3.B.5]. La forme générale de la réflectivité est conservée mais à la réflectivité due au couplage d'ondes s'ajoute un "fond continu" dû à r_1 . L'effet des interférences destructives est illustrée sur la figure II.3.B.9.b.

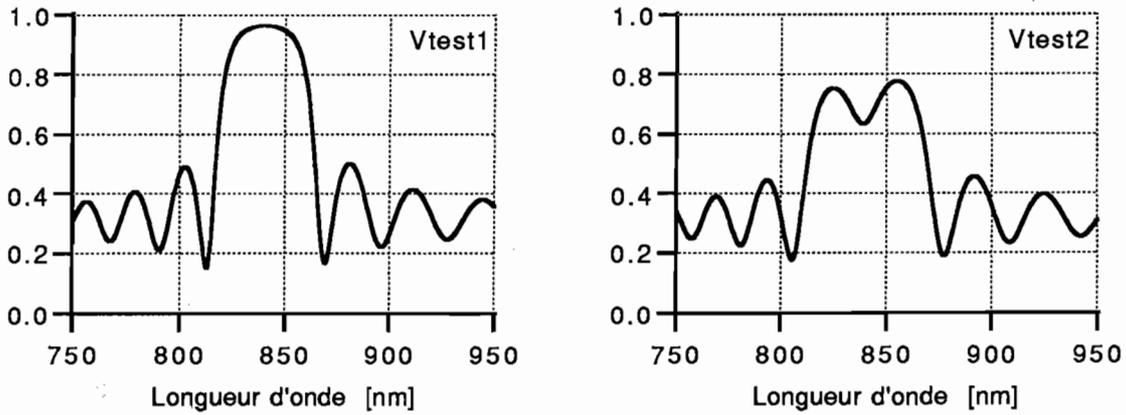


Fig. II.3.B.9: Réflectivité linéaire en incidence normale des structures-tests.

a) première couche de haut indice V test 1.

b) première couche de bas indice V test 2.

Il nous reste à étudier l'influence de la seconde interface structure/milieu émergent.

c) Interface structure/milieu émergent.

Nous repérons par l'indice 2 les coefficients relatifs à la seconde interface structure/milieu émergent. Dans un premier temps, nous ne considérons pas la contribution de la première interface. Cette configuration particulière décrit bien le cas d'un réflecteur de Bragg servant de miroir de sortie dans une microcavité laser, comme nous le verrons au chapitre III. Le milieu incident est la cavité elle-même, de même indice moyen que la structure périodique, et le milieu émergent est l'air. Cette situation est illustrée sur la figure II.3.B.10.

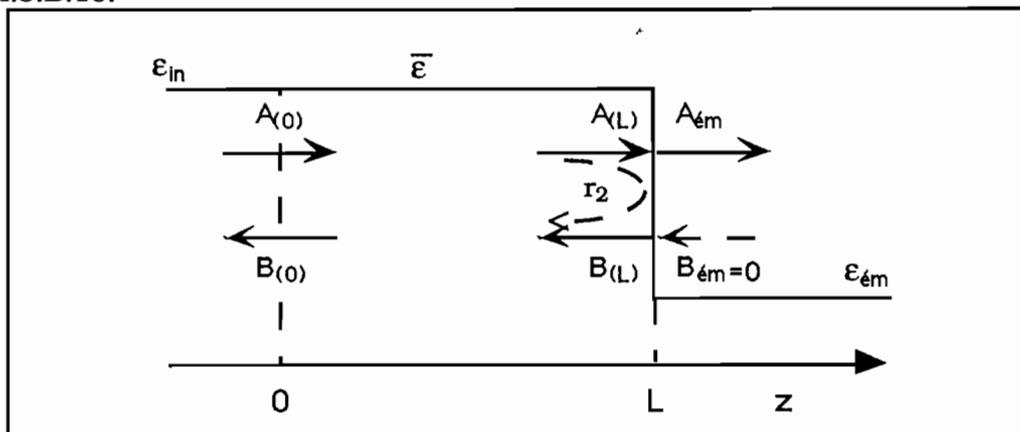


Fig. II.3.B.10: Conditions aux limites à l'interface structure/milieu émergent.

L'expression générale des champs $A(z)$ et $B(z)$ établie en (2.3.A.35) donne :

$$B(0) = \frac{\left[i\kappa^* \operatorname{sh}(sL) \right] A_0 + s B_L e^{-i\frac{\Delta\beta L}{2}}}{\left[s \operatorname{ch}(sL) - i\frac{\Delta\beta}{2} \operatorname{sh}(sL) \right]} \quad (2.3.B.43)$$

$$A(L) = e^{-i\frac{\Delta\beta L}{2}} \frac{s A_0 + i\kappa e^{-i\frac{\Delta\beta L}{2}} \operatorname{sh}(sL) B_L}{\left[s \operatorname{ch}(sL) - i\frac{\Delta\beta}{2} \operatorname{sh}(sL) \right]} \quad (2.3.B.44)$$

De plus, les conditions aux limites en $z = L$ imposent :

$$B_L = r_2 A(L) \quad (2.3.B.45)$$

d'où l'expression pour $A(L)$:

$$A(L) = \frac{s \exp(-i\Delta\beta L / 2)}{\left[s \operatorname{ch}(sL) - i\frac{\Delta\beta}{2} \operatorname{sh}(sL) \right] - i\kappa r_2 \exp(-i\Delta\beta L) \operatorname{sh}(sL)} A_0 \quad (2.3.B.46)$$

Nous obtenons ainsi le **coefficient de transmission en amplitude** :

$$t^r = \frac{t_2 A(L)}{A_0} = \frac{(1+r_2) s \exp(-i\Delta\beta L / 2)}{\left[s \operatorname{ch}(sL) - i\frac{\Delta\beta}{2} \operatorname{sh}(sL) \right] - i\kappa r_2 \exp(-i\Delta\beta L) \operatorname{sh}(sL)} \quad (2.3.B.47)$$

De même on peut montrer à partir de ces équations que la réflectivité s'écrit :

$$r_{\text{ém}} = \frac{B(0)}{A(0)} = \frac{\frac{\kappa^*}{\kappa} r - r_2 e^{-i\Delta\beta L}}{\frac{\kappa^*}{\kappa} - r r_2 e^{-i\Delta\beta L}} \quad (2.3.B.48)$$

où $r = \frac{B(0)}{A(0)} \Big|_{B_L=0}$, réflectivité due au couplage d'ondes.

Puisque κ est imaginaire pur, $\kappa^* = -\kappa$ et l'on obtient :

$$r_{\text{ém}} = \frac{r + r_2 e^{-i\Delta\beta L}}{1 + r r_2 e^{-i\Delta\beta L}} \quad (2.3.B.49)$$

On remarque la grande similitude formelle avec (2.3.B.33) où l'on aurait remplacé r_1 par $-r_2 \cdot \exp(-i\Delta\beta L)$. La présence de l'exponentielle modifie cependant quelque peu l'expression du développement limité de $r_{ém}$ au voisinage de $\frac{\Delta\beta}{2} = 0$. Considérons séparément les cas où la première couche est de haut ou de bas indice.

• **si la première couche est de haut indice:**

$$\begin{cases} r \approx -r_0 (1 + i \delta r_0) \\ r_2 e^{-i\Delta\beta L} \approx r_2 (1 - i \Delta\beta L) \approx r_2 (1 - i \delta 2|\kappa_B L|) \end{cases}$$

avec $r_0 = \tanh |\kappa_B L|$ et $\delta = \frac{\Delta\beta}{2|\kappa_B|}$, paramètre sans dimension.

On montre sans difficulté que :

$$r_{ém} \approx \left(\frac{r_2 - r_0}{1 - r_0 r_2} \right) \cdot [1 + i \delta w_h] \quad (2.3.B.50)$$

où

$$w_h = \frac{r_0^2 + 2r_2 |\kappa_B L| + r_0 r_2 (r_0 - 2 |\kappa_B L|)}{r_0 - r_2} + \frac{r_0 r_2 (r_0 - 2 |\kappa_B L|)}{1 - r_0 r_2} \quad (2.3.B.51)$$

et :

$$\left. \frac{d\varphi_r}{dk_0} \right|_{k_B} = w_h \cdot \frac{\bar{n}}{|\kappa|} \quad (2.3.B.52)$$

Lorsque le réflecteur est très réfléchissant ($r_0 \rightarrow 1$) la quantité w_h tend vers une valeur limite :

$$\lim_{r_0 \rightarrow 1} w_h = \frac{1 + r_2}{1 - r_2} \quad (2.3.B.53)$$

• **si la première couche est de bas indice :**

$$\begin{cases} r \approx r_0 (1 + i \delta r_0) \\ r_2 e^{-i\Delta\beta L} \approx r_2 (1 - i \delta 2|\kappa_B L|) \end{cases}$$

On montre alors sans davantage de difficulté que :

$$r_{ém} \approx \left(\frac{r_2 + r_0}{1 + r_0 r_2} \right) \cdot [1 + i \delta w_b] \quad (2.3.B.54)$$

où :

$$w_b = \frac{r_0^2 - 2r_2 |\kappa_{BL}|}{r_2 + r_0} + \frac{r_0 r_2 (2 |\kappa_{BL}| - r_0)}{1 + r_0 r_2} \quad (2.3.B.55)$$

et :

$$\left. \frac{d\varphi_r}{dk_0} \right|_{k_b} = w_b \cdot \frac{\bar{n}}{|\kappa|} \quad (2.3.B.56)$$

Lorsque le réflecteur est très réfléchissant ($r_0 \rightarrow 1$) la quantité w_b tend vers une valeur limite :

$$\lim_{r_0 \rightarrow 1} w_b = \frac{1 - r_2}{1 + r_2} \quad (2.3.B.57)$$

L'effet de la réflectivité sur l'interface séparant la structure du milieu émergent est d'autant plus marqué que la réflectivité propre r est faible. Pour une même valeur du coefficient de couplage, l'effet sera donc d'autant plus petit que le nombre de couches est élevé. Cela se conçoit intuitivement si l'on considère l'effet du couplage d'ondes seul sur la répartition de l'énergie véhiculée par les champs $A(z)$ et $B(z)$ dans une structure périodique "idéale" (dénuée d'effets de bords). Au fur et à mesure de sa propagation, l'onde A cède de l'énergie à l'onde réfléchi B par l'intermédiaire du couplage. La fraction d'énergie résiduelle transportée par A jusqu'en $z = L$ est d'autant plus faible que L est grand : à la limite, le champ résiduel $A(L)$ devient si faible que la contribution de la seconde interface $r_2 A(L)$ ne modifie pas foncièrement la forme de la réflectivité.

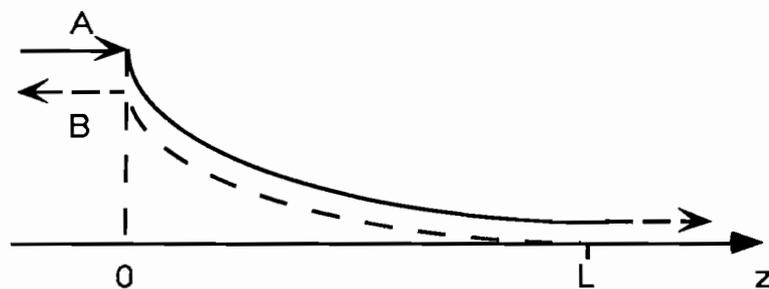


Fig. II.3.B.11: Comportement schématique des ondes $A(z)$ et $B(z)$ dans la structure idéale sans effet de bord, autour de $\Delta\beta = 0$.

À titre d'illustration, nous présentons ci-dessous les courbes de réflectivité linéaire calculées en incidence normale pour deux structures-test identiques à celles décrites plus haut (Tableau II.3.B.4) mais attaquées en sens inverse (voir tableau [T.II.3.B.5]).

sous-structure	paramètres V test 3	paramètres V test 4
milieu incident	$n_{in}=3,5$	$n_{in}=3,5$
Réflecteur	$30 \times \begin{cases} n_1 = 3,6 & 600 \text{ \AA} \\ n_2 = 3,4 & 600 \text{ \AA} \end{cases}$	$30 \times \begin{cases} n_1 = 3,4 & 600 \text{ \AA} \\ n_2 = 3,6 & 600 \text{ \AA} \end{cases}$
milieu émergent (Air)	$n_{ém}=1,0$	$n_{ém}=1,0$

Tableau T.II.3.B.5: Paramètres des structures-tests illustrant l'effet de l'interface structure/milieu émergent.

Les figures [II.3.B.12 a et b] doivent être comparées aux figures [II.3.B.9].

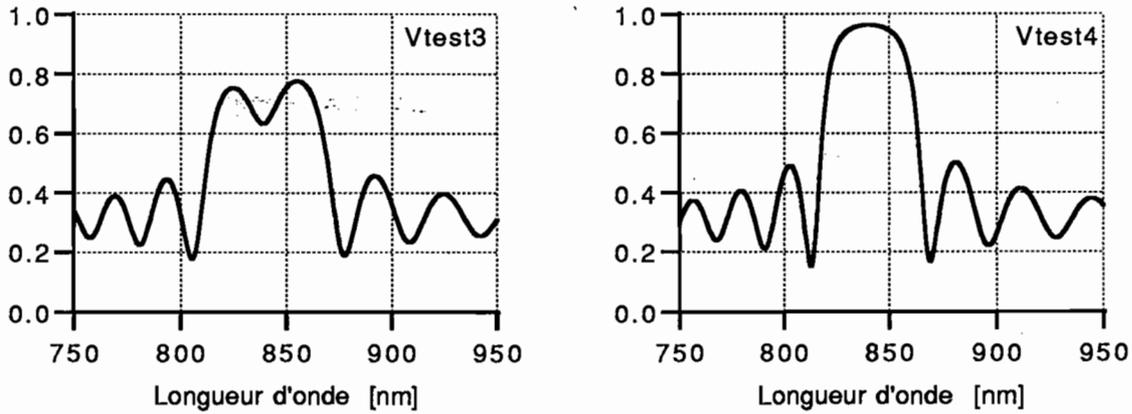


Figure II.3.B.12: Réflectivité linéaire en incidence normale des structures-tests.

a) Première couche haut-indice V test 3.

b) Première couche bas-indice V test 4.

Les résultats présentés ci-dessus sont suffisants pour décrire convenablement les réflecteurs de Bragg incorporés dans les structures dont nous disposons ; afin d'être complets, nous allons néanmoins établir l'expression la plus générale de la réflectivité d'une structure présentant deux discontinuités de permittivité moyenne en $z = 0$ et $z = L$.

d) Prise en compte simultanée des deux interfaces.

La situation la plus générale est illustrée sur la figure II.3.B.13. C'est celle qui prévaut dans le cas où le substrat en GaAs a été enlevé par attaque chimique afin de travailler en transmission. Aucun des échantillons dont nous disposons ne présentait cette particularité.

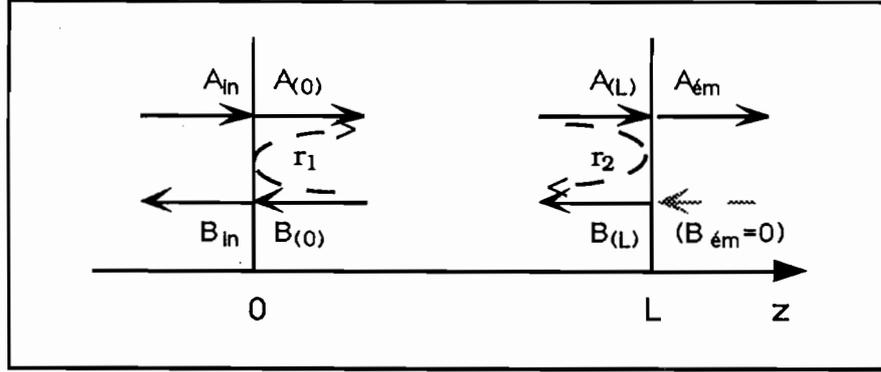


Fig. II.3.B.13: Conditions aux limites aux deux interfaces séparant le milieu périodique des milieux incident et émergent.

Les conditions aux limites s'expriment sous la forme :

$$\begin{cases} A(0) = r_1 B(0) + t'_1 A_{in}(0) & (2.3.B.58.a) \\ B_{in}(0) = r'_1 A_{in}(0) + t_1 B(0) & (2.3.B.58.b) \\ B(L) = r_2 A(L) & (2.3.B.58.c) \end{cases}$$

En utilisant les résultats formels des parties précédentes, nous obtenons :

$$\begin{cases} \frac{B(0)}{A(0)} = f = \frac{r + r''_2}{1 + r r''_2} & \text{où } r''_2 = r_2 e^{-i\Delta\beta L} & (2.3.B.59.a) \\ \frac{B_{in}(0)}{A_{in}(0)} = \frac{f - r_1}{f - f r_1} = r_{tot} & (2.3.B.59.b) \end{cases}$$

En combinant ces deux équations, il est aisé de montrer que la réflectivité totale r_{tot} s'écrit :

$$r_{tot} = \frac{r + r_{FP}}{1 + r r_{FP}} \quad (2.3.B.60)$$

où :

$$r_{FP} = \frac{r_2 e^{-i\Delta\beta L} - r_1}{1 - r_1 r_2 e^{-i\Delta\beta L}} \quad (2.3.B.61)$$

L'indice "FP" signifie "Fabry-Pérot", c'est la contribution à la réflectivité due aux interférences entre les réflexions partielles sur les deux faces. C'est la valeur que prend r_{tot} lorsque le couplage est très faible ou inexistant ($r \rightarrow 0$). On retrouve alors la réflectivité d'un Fabry-Pérot classique où l'on a simplement remplacé $\frac{2\pi}{\lambda_0}(2nL \cos r)$ par $-\Delta\beta L$, r_1 et r_2

représentant les réflectivités en amplitude depuis l'intérieur vers l'extérieur de la cavité Fabry-Pérot.

Nous sommes à présent en mesure de décrire l'essentiel des propriétés d'une structure périodique constituée par la juxtaposition de milieux transparents. Nous avons étudié l'influence des paramètres des matériaux sur les propriétés de la réflectivité linéaire ; nous avons discuté l'effet d'une éventuelle dispersion d'indice ; nous avons distingué dans la réflectivité linéaire la contribution due au couplage d'ondes seul de celle due aux réflexions partielles aux interfaces entre la structure et les milieux incident et émergent. Nous savons par ailleurs décrire le transfert d'énergie de l'onde incidente vers l'onde réfléchie au fur et à mesure de sa propagation dans la structure, ainsi que le profil du champ stationnaire qui résulte des interférences entre ces deux ondes.

L'approche "couplage d'ondes" nous fournit donc un instrument efficace pour la prévision et la compréhension du comportement de la plupart des structures dont nous disposons. Il reste néanmoins à traiter le cas des milieux absorbants. Nous allons montrer que, sous réserve de quelques précautions dans l'écriture des équations couplées, les résultats établis dans la partie peuvent s'étendre formellement aux cas où la partie imaginaire de la permittivité n'est plus négligeable. Ceci nous permettra notamment d'en déduire les conditions de seuil d'effet laser d'un réflecteur de Bragg GaAs/AlGaAs dont les couches de GaAs, pompées par une impulsion intense, présentent du gain optique.

C. Prise en compte de l'absorption ou du gain.

a) Conventions de signe.

Les expressions que nous établissons dans cette partie prennent en compte la partie imaginaire de la permittivité diélectrique (ou de l'indice) ; selon son signe, cette partie imaginaire représente de l'absorption ou du gain. Nous avons choisi une convention de représentation complexe des champs en $\exp[i(kz - \omega t)]$. Conformément aux notations du chapitre I, l'indice complexe s'écrit :

$$\bar{n} = n' + in'' \quad \text{avec } n'' > 0 \text{ en milieu absorbant .} \quad (2.3.C.1)$$

La permittivité relative s'écrit :

$$\bar{\epsilon} = \epsilon' + i\epsilon'' \quad \text{avec } \epsilon'' > 0 \text{ en milieu absorbant .} \quad (2.3.C.2)$$

Le coefficient d'absorption linéique α est positif en milieu absorbant et nous noterons $\gamma = -\alpha$ le coefficient de gain linéique en milieu à gain ($\gamma > 0$). Le vecteur d'onde s'écrira ainsi:

$$\tilde{k} = n' k_0 + i \frac{\alpha}{2} \quad \text{en milieu absorbant ;} \quad (2.3.C.3)$$

et :

$$\tilde{k} = n' k_0 - i \frac{\gamma}{2} \quad \text{en milieu à gain .} \quad (2.3.C.4)$$

Le facteur $\frac{1}{2}$ vient de ce que le coefficient d'absorption (respectivement de gain) est relatif à l'intensité de l'onde et non à l'amplitude. Rappelons que le coefficient d'extinction n'' est relié à l'absorption α par la formule :

$$n'' = \frac{\alpha \lambda_0}{4\pi} = \frac{\alpha c}{2\omega} = \frac{\alpha}{2k_0} \quad (2.3.C.5)$$

Nous allons à présent appliquer au milieu périodique la même procédure de traitement en perturbation que celle présentée en II.2.A.

b) Équations couplées.

Le milieu perturbé est caractérisé par sa constante diélectrique relative complexe qui s'écrit :

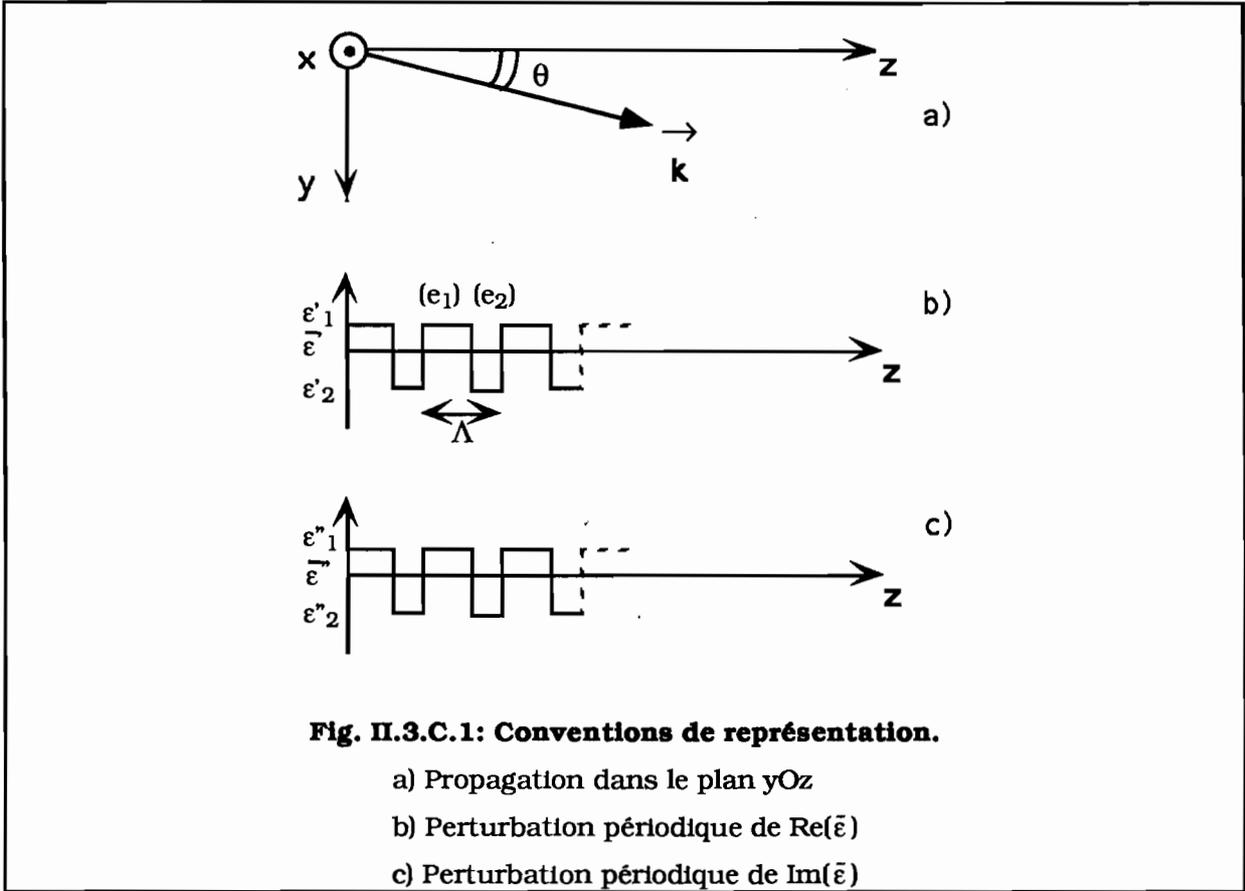
$$\tilde{\epsilon}(z) = \bar{\epsilon}' + \Delta\epsilon(z) \quad (2.3.C.6)$$

où $\bar{\epsilon}'$ est la valeur moyenne de $\text{Re}(\tilde{\epsilon}) = \epsilon'$ et $\Delta\epsilon(z)$ est la perturbation périodique de période Λ ; à la différence du cas sans absorption, cette perturbation n'est pas de valeur moyenne nulle; seule sa partie réelle l'est :

$$\Delta\epsilon(z) = \text{Re}[\Delta\epsilon(z)] + i \text{Im}[\Delta\epsilon(z)] \quad (2.3.C.7)$$

Cela signifie que nous traitons comme une perturbation la valeur moyenne de $\text{Im}[\Delta\epsilon(z)]$, "fond continu" d'absorption (ou de gain) dans la structure. Cette approche se justifie dans les matériaux que nous utilisons, où l'ordre de grandeur de n''/n' ne dépasse pas quelques pourcent.

Rappelons les conventions de représentation dans la structure : voir figure [II.3.C.1].



D'après les résultats de la section II.3.A, les modes propres de propagation dans la structure non perturbée s'écrivent :

$$E_m(y) \exp[i(\beta_m z - \omega t)] \quad (2.3.C.8)$$

et le champ s'exprime sous forme de combinaison linéaire de ces modes propres :

$$\bar{E} = \sum_m A_m \bar{E}_m(y) e^{i(\beta_m z - \omega t)} \quad (2.3.C.9)$$

où les A_m sont des constantes.

La perturbation conduit à un terme de polarisation-source supplémentaire pour le mode numéro ℓ :

$$\Delta \bar{P} = \Delta \epsilon(z) \bar{E}_\ell e^{i(\beta_\ell z - \omega t)} \quad (2.3.C.10)$$

et le champ total s'écrit à présent :

$$\bar{\mathbf{E}} = \sum_m A_m(z) \bar{\mathbf{E}}_m e^{i(\beta_m z - \omega t)} \quad (2.3.C.11)$$

où les A_m sont désormais des fonctions de l'abscisse z .

Après substitutions analogues à celles de la section II.3.A, nous obtenons pour le mode de constante de propagation β_k :

$$\langle \mathbf{k} | \mathbf{k} \rangle \beta_k \frac{\partial A_k}{\partial z} = -\frac{k_0^2}{2i} \sum_{\ell} \langle \mathbf{k} | \Delta \epsilon | \ell \rangle A_{\ell} \quad (2.3.C.12)$$

la sommation étant effectuée sur tous les modes, où :

$$\begin{cases} \langle \mathbf{k} | \mathbf{k} \rangle = \frac{2k_0^2}{\omega |\beta_k|} \\ \langle \mathbf{k} | \Delta \epsilon | \ell \rangle = \int \bar{\mathbf{E}}_k^* \cdot \Delta \epsilon \bar{\mathbf{E}}_{\ell} \, dx \, dy \end{cases} \quad (2.3.C.13)$$

La modulation de permittivité est périodique de période Λ , donc décomposable en série de Fourier :

$$\begin{aligned} \Delta \epsilon(z) &= \text{Re}[\Delta \epsilon(z)] + i \text{Im}[\Delta \epsilon(z)] \\ &= \sum_{m \neq 0} \Delta \epsilon^{(m)} \exp\left[im \frac{2\pi}{\Lambda} z\right] + i \sum_m \Delta \epsilon''^{(m)} \exp\left[im \frac{2\pi}{\Lambda} z\right] \end{aligned} \quad (2.3.C.14)$$

où $\Delta \epsilon''(0)$ représente la valeur moyenne de $\text{Im}[\Delta \epsilon]$.

En reportant dans [2.3.C.12], nous obtenons finalement :

$$\begin{aligned} \frac{dA_k}{dz} &= i \frac{\beta_k}{|\beta_k|} \sum_{\ell} \sum_{m \neq 0} C_{k\ell}^{(m)} A_{\ell} \exp\left[-i\left(\beta_k - \beta_{\ell} - \frac{2m\pi}{\Lambda}\right) z\right] \\ &+ i \frac{\beta_k}{|\beta_k|} \sum_{\ell'} \sum_{m'} i D_{k\ell'}^{(m')} A_{\ell'} \exp\left[-i\left(\beta_k - \beta_{\ell'} - \frac{2m'\pi}{\Lambda}\right) z\right] \end{aligned} \quad (2.3.C.15)$$

où :

$$\begin{cases} C_{k\ell}^{(m)} = \frac{\omega}{4} \langle \mathbf{k} | \Delta \varepsilon'_{(m)} | \ell \rangle = \frac{\omega}{4} \int dx dy \bar{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}}^* \cdot \Delta \varepsilon'_{(m)} \bar{\mathbf{E}}_{\ell} \\ D_{k\ell'}^{(m')} = \frac{\omega}{4} \langle \mathbf{k} | \Delta \varepsilon''_{(m')} | \ell' \rangle = \frac{\omega}{4} \int dx dy \bar{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}}^* \cdot \Delta \varepsilon''_{(m')} \bar{\mathbf{E}}_{\ell'} \end{cases} \quad (2.3.C.16)$$

Comme E n'est fonction que de z, on montre que :

$$\begin{cases} C_{k\ell}^{(m)} = \frac{k_0^2}{2\sqrt{|\beta_{\mathbf{k}}\beta_{\ell}|}} \bar{\mathbf{p}}_{\mathbf{k}}^* \cdot \Delta \varepsilon'_{(m)} \bar{\mathbf{p}}_{\ell} \\ C_{k\ell'}^{(m')} = \frac{k_0^2}{2\sqrt{|\beta_{\mathbf{k}}\beta_{\ell'}|}} \bar{\mathbf{p}}_{\mathbf{k}}^* \cdot \Delta \varepsilon''_{(m')} \bar{\mathbf{p}}_{\ell'} \end{cases} \quad (2.3.C.17)$$

$$\quad (2.3.C.18)$$

où $\bar{\mathbf{p}}_{\mathbf{k}}$, $\bar{\mathbf{p}}_{\ell}$, $\bar{\mathbf{p}}_{\ell'}$ sont les vecteurs unitaires de polarisation des ondes planes. Puis, en ne conservant que les termes résonnants (couplage entre les modes k et ℓ):

$$\begin{cases} \frac{dA_{\mathbf{k}}}{dz} = i \frac{\beta_{\mathbf{k}}}{|\beta_{\mathbf{k}}|} \left\{ \left[C_{k\ell}^{(m)} + i D_{k\ell}^{(m)} \right] A_{\ell} e^{-i\Delta\beta z} + i D_{k\mathbf{k}}^{(0)} A_{\mathbf{k}}(z) \right\} \\ \frac{dA_{\ell}}{dz} = i \frac{\beta_{\ell}}{|\beta_{\ell}|} \left\{ \left[C_{\ell\mathbf{k}}^{(-m)} + i D_{\ell\mathbf{k}}^{(-m)} \right] A_{\mathbf{k}} e^{+i\Delta\beta z} + i D_{\ell\ell}^{(0)} A_{\ell}(z) \right\} \end{cases} \quad (2.3.C.19)$$

où :

$$\boxed{\Delta\beta = \beta_{\mathbf{k}} - \beta_{\ell} - \frac{2m\pi}{\Lambda}} = \text{désaccord de phase} .$$

Si les tenseurs $\text{Re}[\Delta\varepsilon]$ et $\text{Im}[\Delta\varepsilon]$ sont hermitiques, on a d'après la définition :

$$C_{k\ell}^{(m)} = \left[C_{\ell\mathbf{k}}^{(-m)} \right]^* \quad (2.3.C.20)$$

$$D_{k\ell}^{(m)} = \left[D_{\ell\mathbf{k}}^{(-m)} \right]^* \quad (2.3.C.21)$$

Remarque : [Hermiticité d'un tenseur \mathbf{a}] \Leftrightarrow [$\forall(i,j), a_{ij}=a_{ji}^*$] ; cette propriété est conservée par changement de base.

Dans une base où le tenseur est diagonal (axes propres du milieu), l'hermiticité impose $a_{ii}=a_{ii}^*$, c'est-à-dire que toutes les composantes sont réelles.

Il en découle que le tenseur de permittivité diélectrique relative $\bar{\varepsilon}$ d'un milieu n'est pas hermitique en général ; en revanche, $\text{Re}\bar{\varepsilon}$ et $\text{Im}\bar{\varepsilon}$ sont hermitiques séparément.

Pour toute la suite nous poserons :

$$\begin{array}{l}
\kappa_1 = C_{k\ell}^{(m)} \quad , \quad \kappa_2 = D_{k\ell}^{(m)} \\
\kappa = \kappa_1 + i\kappa_2 \\
\rho = 2 D_{kk}^{(0)}
\end{array}
\quad (2.3.C.22)$$

Pour deux ondes A_k et A_ℓ se propageant en sens contraire, le système d'équations couplées s'écrit, avec $\frac{\beta_k}{|\beta_k|} = 1$ et $\frac{\beta_\ell}{|\beta_\ell|} = -1$.

$$\begin{cases}
\frac{dA_k}{dz} = i (\kappa_1 + i\kappa_2) A_\ell(z) e^{-i\Delta\beta z} - \frac{\rho}{2} A_k(z) \\
\frac{dA_\ell}{dz} = -i (\kappa_1^* + i\kappa_2^*) A_k(z) e^{+i\Delta\beta z} + \frac{\rho}{2} A_\ell(z)
\end{cases}
\quad (2.3.C.23)$$

Nous effectuons le changement de variables :

$$\begin{cases}
A_k = A e^{-\frac{\rho}{2}z} \\
A_\ell = B e^{+\frac{\rho}{2}z}
\end{cases}
\quad (2.3.C.24)$$

et nous obtenons comme système d'équations couplées :

$$\begin{cases}
\frac{dA}{dz} = i (\kappa_1 + i\kappa_2) B e^{-i(\Delta\beta + i\rho)z} \\
\frac{dB}{dz} = -i (\kappa_1^* + i\kappa_2^*) A e^{+i(\Delta\beta + i\rho)z}
\end{cases}
\quad (2.3.C.25)$$

Ces équations diffèrent des équations couplées en milieu transparent par deux termes :

- le terme ρ qui représente le "fond continu" dû à la présence d'absorption ;
- le terme κ_2 qui représente la contribution au couplage de la modulation de la partie absorptive de la permittivité.

Comme nous l'avons fait en II.3.A., nous allons expliciter la forme des coefficients de couplage en fonction des paramètres des matériaux.

c) Expression des coefficients de couplage.

Nous procédons ici à une simplification supplémentaire qui consiste à considérer une modulation parfaitement symétrique: $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \Lambda/2$; cette approximation n'est pas rigoureusement indispensable mais elle présente l'avantage de conférer au développement de la perturbation en série de Fourier une forme particulièrement simple; les corrections apportées par rapport à ce cas symétrique sont d'ailleurs négligeables dans les structures réelles que nous étudions.

La permittivité diélectrique relative s'écrit donc:

$$\text{- pour sa partie réelle: } \begin{cases} \epsilon'_1 & \text{si } 0 < z < \Lambda/2 \\ \epsilon'_2 & \text{si } \Lambda/2 < z < \Lambda \end{cases} \quad (2.3.C.26.a)$$

$$\text{- pour sa partie imaginaire: } \begin{cases} \epsilon''_1 & \text{si } 0 < z < \Lambda/2 \\ \epsilon''_2 & \text{si } \Lambda/2 < z < \Lambda \end{cases} \quad (2.3.C.26.b)$$

$$\text{Ceci s'écrit encore: } \begin{cases} \text{Re}[\epsilon(z)] = \bar{\epsilon}' + \frac{1}{2}(\epsilon'_1 - \epsilon'_2).f(z) \\ \text{Im}[\epsilon(z)] = \bar{\epsilon}'' + \frac{1}{2}(\epsilon''_1 - \epsilon''_2).f(z) \end{cases} \quad (2.3.C.27)$$

$$\text{avec : } f(z) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 < z < \Lambda/2 \\ -1 & \text{si } \Lambda/2 < z < \Lambda \end{cases} \quad (2.3.C.28)$$

La décomposition de $f(z)$ en série de Fourier s'écrit :

$$f(z) = \sum_m \frac{-i(1 - \cos m\pi)}{m\pi} \exp\left[im\left(\frac{2\pi}{\Lambda}\right)z\right] \quad (2.3.C.29)$$

De plus:

$$\frac{\epsilon'_1 - \epsilon'_2}{2} \approx \frac{n_1'^2 - n_2'^2}{2} \approx \bar{n} \Delta n \quad (2.3.C.30.a)$$

$$\frac{\epsilon''_1 - \epsilon''_2}{2} = \left(\frac{\lambda_0}{2\pi}\right) \frac{(n_1' \alpha_1 - n_2' \alpha_2)}{2} \quad (2.3.C.30.b)$$

$$\text{où } \Delta n = (n_1' - n_2') \text{ et } \bar{n} = \frac{n_1' + n_2'}{2}.$$

Les termes de la décomposition en série de Fourier de la perturbation s'écrivent donc :

$$\begin{cases} \Delta\epsilon'(\ell) = \frac{-2i\bar{n} \Delta n}{\ell\pi} & \text{si } \ell \text{ impair} \\ \Delta\epsilon'(\ell) = 0 & \text{si } \ell \text{ pair} \end{cases} \quad (2.3.C.31)$$

$$\begin{cases} \Delta\epsilon''(0) = \left(\frac{\lambda_0}{2\pi}\right) \frac{n'_1 \alpha_1 + n'_2 \alpha_2}{\ell\pi} \\ \Delta\epsilon''(\ell) = -i \left(\frac{\lambda_0}{2\pi}\right) \frac{(n'_1 \alpha_1 - n'_2 \alpha_2)}{\ell\pi} & \text{si } \ell \text{ impair} \\ \Delta\epsilon''(\ell) = 0 & \text{si } \ell \text{ pair } \neq 0 \end{cases} \quad (2.3.C.32)$$

L'expression des constantes de couplage fait intervenir les produits scalaires $\vec{p}_k^* \Delta\epsilon'(m) \vec{p}_\ell$ et $\vec{p}_k^* \Delta\epsilon''(m) \vec{p}_\ell$ où \vec{p}_k et \vec{p}_ℓ sont les vecteurs unitaires de polarisation des ondes planes. Ici, les milieux sont isotropes, donc le tenseur de permittivité $\Delta\epsilon$ est scalaire. Comme en section II.3.A, il en découle que les états de polarisation TE et TM ne sont pas couplés entre eux. De plus,

$$\begin{cases} \text{en polarisation TE, } \vec{p}_k \cdot \vec{p}_\ell = 1 \\ \text{en polarisation TM, } \vec{p}_k \cdot \vec{p}_\ell = \cos 2\theta. \end{cases} \quad (2.3.C.33)$$

L'expression des coefficients κ_1 , κ_2 , ρ en fonction de ce qui précède nous donne :

• en polarisation TE :

$$\begin{cases} \kappa_1 = -i \frac{k_0 \Delta n}{m \pi \cos\theta} = -i \frac{2\Delta n}{\lambda_0 m \cos\theta} \\ \kappa_2 = -i \frac{(n'_1 \alpha_1 - n'_2 \alpha_2)}{2 \bar{n} m \pi \cos\theta} \\ \rho = \frac{n'_1 \alpha_1 + n'_2 \alpha_2}{2 \bar{n} \cos\theta} \end{cases} \quad (2.3.C.34)$$

• en polarisation TM :

$$\begin{cases} \kappa_1 = -i \frac{k_0 \Delta n}{m \pi \cos\theta} \cos(2\theta) \\ \kappa_2 = -i \frac{(n'_1 \alpha_1 - n'_2 \alpha_2)}{2 \bar{n} m \pi \cos\theta} \cos(2\theta) \\ \rho = \frac{n'_1 \alpha_1 + n'_2 \alpha_2}{2 \bar{n} \cos\theta} \cos(2\theta) \end{cases} \quad (2.3.C.35)$$

Examinons à présent ce que les termes supplémentaires κ_2 et ρ changent à la solution générale des équations couplées par rapport au cas des milieux transparents.

d/ Résolution des équations couplées.

Le système formel s'écrit encore:

$$\begin{cases} \frac{dA}{dz} = i \kappa B e^{-i(\Delta\beta + i\rho)z} \\ \frac{dB}{dz} = -i \bar{\kappa} A e^{+i(\Delta\beta + i\rho)z} \end{cases} \quad (2.3.C.36)$$

où

$$\begin{cases} \kappa = \kappa_1 + i \kappa_2 \\ \bar{\kappa} = \kappa_1^* + i \kappa_2^* \end{cases} \quad (2.3.C.37)$$

(Attention: $\bar{\kappa}$ n'est pas le conjugué complexe de κ).

En dérivant tour à tour chacune de ces équations par rapport à z et après substitutions:

$$\begin{cases} \frac{d^2A}{dz^2} + i(\Delta\beta + i\rho) \frac{dA}{dz} - \kappa\bar{\kappa}A = 0 \\ \frac{d^2B}{dz^2} - i(\Delta\beta + i\rho) \frac{dB}{dz} - \kappa\bar{\kappa}B = 0 \end{cases} \quad (2.3.C.38)$$

Le discriminant de ces deux équations différentielles du second ordre à coefficients constants est $\Delta = 4\kappa\bar{\kappa} - (\Delta\beta + i\rho)^2$. Posons $\Delta = 4s^2$, soit:

$$s^2 = \kappa\bar{\kappa} - \left(\frac{\Delta\beta + i\rho}{2} \right)^2 \quad (2.3.C.39)$$

(s^2 est une quantité complexe).

Nous avons déjà résolu formellement un tel système. Il suffit de remplacer dans les équations de la section II.3.A

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\Delta\beta}{2} \text{ par } \frac{\Delta\beta + i\rho}{2} \\ \kappa \text{ par } \bar{\kappa} \\ \kappa\kappa^* \text{ par } \kappa\bar{\kappa} \end{array} \right.$$

pour obtenir l'expression générale des ondes A et B:

$$\left\{ \begin{array}{l} A(z) = e^{-i\left(\frac{\Delta\beta+i\rho}{2}\right)z} \frac{\left[s \operatorname{ch}(s(z-L)) + i\left(\frac{\Delta\beta+i\rho}{2}\right) \operatorname{sh}(s(z-L)) \right] A_0 + [i\kappa \operatorname{sh}(sz)] e^{-i\left(\frac{\Delta\beta+i\rho}{2}\right)L} B_L}{\left[s \operatorname{ch}(sL) - i\left(\frac{\Delta\beta+i\rho}{2}\right) \operatorname{sh}(sL) \right]} \\ B(z) = e^{+i\left(\frac{\Delta\beta+i\rho}{2}\right)z} \frac{[-i\kappa^* \operatorname{sh}(s(z-L))] A_0 + \left[s \operatorname{ch}(sz) - i\left(\frac{\Delta\beta+i\rho}{2}\right) \operatorname{sh}(sz) \right] e^{-i\left(\frac{\Delta\beta+i\rho}{2}\right)L} B_L}{\left[s \operatorname{ch}(sL) - i\left(\frac{\Delta\beta+i\rho}{2}\right) \operatorname{sh}(sL) \right]} \end{array} \right. \quad (2.3.C.40)$$

On établirait de même l'expression générale du champ électrique total résultant des interférences entre l'onde incidente et l'onde réfléchi. La réflectivité propre d'une structure "idéale" sans effets de bords devient:

$$\boxed{\Gamma = \frac{i \bar{\kappa} \operatorname{sh}(sL)}{s \operatorname{ch}(sL) - i \left(\frac{\Delta\beta + i\rho}{2}\right) \operatorname{sh}(sL)}} \quad (2.3.C.41)$$

Examinons le comportement d'une telle structure dans quelques cas-limites:

i. en absence d'absorption:

$$(\alpha_1 = \alpha_2 = 0) \Rightarrow (\kappa_2 = 0 \text{ et } \rho = 0)$$

on a donc: $\kappa = \kappa_1$ et $\bar{\kappa} = \kappa_1^*$,

et les équations couplées sont celles de la section II.3.A.

ii. en présence d'absorption (ou de gain) uniforme:

$$(\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha \neq 0) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \kappa_2 = -i \frac{\alpha \Delta n}{2 \bar{n} m \pi \cos\theta} \\ \rho \approx \frac{\alpha}{\cos\theta} \end{array} \right.$$

Bien que α soit uniforme, il n'en est pas de même de ε'' ; néanmoins, on peut légitimement négliger l'effet de κ_2 devant κ_1 dans le couplage. Avec les valeurs d'absorption et d'indice valables pour nos semiconducteurs, on obtient $|\kappa_2|/|\kappa_1| \leq 2\%$. Nous poserons donc $\kappa_2 = 0$.

La réflectivité de la structure "idéale" sans effets de bords s'écrit:

$$r = \frac{i \kappa_1^* \operatorname{sh}(sL)}{s \operatorname{ch}(sL) - i \left(\frac{\Delta\beta + i\rho}{2} \right) \operatorname{sh}(sL)} \quad (2.3.C.42)$$

où $s^2 = |\kappa_1|^2 - \left(\frac{\Delta\beta + i\rho}{2} \right)^2 \in \mathbf{C}$

$$s^2 = |\kappa_1|^2 + \frac{\rho^2}{4} - \left(\frac{\Delta\beta}{2} \right)^2 - i \frac{\rho \Delta\beta}{2}$$

- en $\Delta\beta = 0$, $s^2 = |\kappa_1|^2 + \frac{\rho^2}{4} \in \mathbf{R}^+$ et la réflectivité devient

$$\frac{i \kappa_1^* \operatorname{sh}(sL)}{s \operatorname{ch}(sL) + \frac{\rho}{2} \operatorname{sh}(sL)} = \frac{i \kappa_1^*}{s} \cdot \frac{\operatorname{th}(sL)}{1 + \frac{\rho}{2s} \operatorname{th}(sL)} \quad (2.3.C.43)$$

Pour de grandes longueurs d'interaction, on a $\operatorname{th}(sL) \rightarrow 1$; la réflectivité maximale en amplitude prend la valeur $\left| \frac{\kappa_1}{s} \right| \frac{1}{1 + \rho/2s}$ (en valeur absolue). De plus $\left| \frac{\rho}{\kappa_1} \right| \approx \frac{m \alpha \lambda_0}{2 \Delta n}$.

Pour une absorption uniforme proche de $\alpha \approx 10^6 \text{ m}^{-1}$ (valeur couramment atteinte dans le GaAs) et à $\lambda_0 \approx 800 \text{ nm}$, le rapport $|\rho/\kappa_1|$ est proche de l'unité. À titre d'illustration, supposons $|\rho/\kappa_1| \approx 0,5$: en $\Delta\beta = 0$, $s \approx 1,03 |\kappa_1|$, donc $|\kappa_1/s| \approx 0,97$. La réflectivité maximale prend la valeur $0,97/1,24 \approx 0,78$ au lieu de $\operatorname{th}(sL) \approx 1$.

L'effet de l'absorption est donc de réduire considérablement la réflectivité maximale qui, exprimée en intensité dans l'exemple numérique ci-dessus, passe de près de 1 dans une structure sans absorption à $(0,78)^2 \approx 0,61$ dans la même structure présentant de l'absorption.

iii. en présence d'une modulation purement absorptive:

$$(n_1 = n_2 = n) \Rightarrow (\kappa_1 = 0)$$

on a donc: $\kappa = i \kappa_2$ et $\bar{\kappa} = i \kappa_2^*$,

De plus,

$$\begin{cases} \kappa_2 = -i \frac{\Delta\alpha}{2 m \pi \cos\theta} \\ \rho = \frac{\bar{\alpha}}{\cos\theta} \end{cases}$$

La réflectivité de la structure "idéale" sans effets de bords devient:

$$r = \frac{-\kappa_2^* \operatorname{sh}(sL)}{s \operatorname{ch}(sL) - i \left(\frac{\Delta\beta + i\rho}{2} \right) \operatorname{sh}(sL)} \quad (2.3.C.44)$$

où $s^2 = \frac{\rho^2}{4} - |\kappa_2|^2 - \left(\frac{\Delta\beta}{2} \right)^2 - i \frac{\rho \Delta\beta}{2} \quad (s^2 \in \mathbf{C})$

- en $\Delta\beta = 0$, $s^2 = \frac{\rho^2}{4} - |\kappa_2|^2$ ($s^2 \in \mathbf{R}^+$ en dépit du signe "-") et la réflectivité en amplitude en $\Delta\beta = 0$ devient:

$$r_{(\Delta\beta=0)} = \frac{-\kappa_2^* \operatorname{sh}(sL)}{s \operatorname{ch}(sL) + \frac{\rho}{2} \operatorname{sh}(sL)} = \frac{-\kappa_2^*}{s} \frac{\operatorname{th}(sL)}{1 + \frac{\rho}{2s} \operatorname{th}(sL)} \quad (2.3.C.45)$$

L'effet le plus marquant concerne la phase de la réflectivité: comme κ_2 est imaginaire pur, $r_{(\Delta\beta=0)}$ est imaginaire pur. Le champ réfléchi est donc en quadrature de phase avec le champ incident.

Nous ne nous attarderons pas sur ce dernier cas qui ne se rencontre dans aucune des structures dont nous disposons.

e) Conclusion.

Nous avons montré comment prendre en compte dans le modèle du couplage d'ondes les effets dus à la présence de gain ou d'absorption dans les milieux traversés. Dans la

section D de ce chapitre, nous allons appliquer la méthode décrite à deux cas particuliers: tout d'abord, la synthèse d'un réflecteur de Bragg sans absorption illustrera la complémentarité des deux approches théoriques présentées dans ce mémoire (prédiction/validation) ; ensuite, nous l'appliquerons à l'étude d'une structure réelle présentant du gain.

D. Applications du modèle de couplage d'ondes.

1) Synthèse d'un réflecteur de Bragg.

À titre d'exemple, nous allons exposer les principes de la synthèse d'un réflecteur de Bragg à partir d'un cahier des charges fixé.

Les caractéristiques souhaitées de l'empilement sont les suivantes: empilement multicouche GaAs/AlGaAs centré en $\lambda_B = 800$ nm, de bande passante en longueur d'onde $\Delta\lambda_{BP} \approx 60$ nm, ne présentant pas d'absorption sur la zone centrale de réflectivité, attaqué depuis l'air, et de réflectivité maximale $R_{max} \geq 90$ % en incidence normale.

La condition de non-absorption impose de choisir des matériaux dont la bande interdite commence à des longueurs d'onde plus courtes que la largeur du plateau de réflectivité. On imposera par exemple que les deux matériaux soient transparents à partir de 740 nm, soit une proportion d'aluminium au moins égale à $x = 0,2$ dans les deux couches.

- Longueur d'onde de Bragg:

On a le choix des couples (n_1, e_1) , (n_2, e_2) réalisant la condition:

$$(n_1 e_1 + n_2 e_2) = \frac{\lambda_B}{2}.$$

Les indices varient avec x selon une formule interpolée à 800 nm:

$$n_{800}(x) = 3,68 - \frac{31}{41} x.$$

- Bande passante:

La bande passante en longueur d'onde s'écrit:

$$\Delta\lambda_{BP} = \frac{2\lambda_B}{\pi} \frac{\Delta n}{\bar{n}}$$

où \bar{n} est l'indice moyen défini par $\bar{n} = \frac{n_1 + n_2}{2}$ et où l'on néglige la dispersion d'indice dans un premier temps. Le choix de la bande passante impose la valeur de $\Delta n / \bar{n}$: ici $\Delta n / \bar{n} \approx 0,12$.

L'indice le plus élevé est obtenu pour $x_1 \approx 0,2$, soit $n_1 = n_{\max} = 3,53$. Sur la base de $\bar{n} \approx 3,5$, on obtient $\Delta n \approx 0,42$. L'indice le plus bas doit alors être de l'ordre de 3,11, soit $x_2 \approx 0,75$.

$$\text{Choisissons } \left\{ \begin{array}{l} x_1 = 0,20 \Rightarrow n_1 \approx 3,53 \\ x_2 = 0,75 \Rightarrow n_2 \approx 3,11 \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta n \approx 0,42.$$

$$\text{L'indice moyen est alors } \bar{n} = \frac{n_1 + n_2}{2} \approx 3,32 \text{ et } \frac{\Delta n}{\bar{n}} \approx 0,13.$$

Sans tenir compte de la dispersion, on obtiendrait $\Delta \lambda_{BP} \approx 64 \text{ nm}$.

• Épaisseur des couches:

Choisissons les épaisseurs de telle sorte que $n_1 e_1 \approx n_2 e_2 \approx \lambda_B / 4$. Il vient:

$$\left\{ \begin{array}{l} e_1 = 567 \text{ \AA} \\ e_2 = 643 \text{ \AA} \end{array} \right. \text{ soit } 2(n_1 e_1 + n_2 e_2) \approx 800,2 \text{ nm}.$$

La période de l'empilement est alors $\Lambda = e_1 + e_2 = 121 \text{ nm}$.

• Nombre de couches:

On impose une réflectivité maximale $R_{\max} \geq 0,90$, soit $r_{\text{tot}} \geq 0,95$, avec:

$$R_{\max} = |r_{\text{tot}}|^2, \quad r_{\text{tot}} = \frac{r_0 - r_1}{1 - r_0 r_1},$$

$$\text{où } r_1 = \frac{n-1}{n+1} \quad (\text{ici } r_1 \approx 0,54) \quad \text{et } r_0 = \text{th} |\kappa_B L|.$$

$$\text{On a la relation: } r_0 = \frac{r_{\text{tot}} + r_1}{1 + r_1 r_{\text{tot}}}, \text{ ce qui impose } r_0 \geq 0,985.$$

$$\text{Si nous posons } r_0 = \text{th} |\kappa_B L| = 1 - \varepsilon, \text{ il vient } |\kappa_B L| = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{2 - \varepsilon}{\varepsilon} \right), \text{ soit ici } |\kappa_B L| \geq 2,44.$$

$$\text{Or en incidence normale } |\kappa_B| = \frac{2 \Delta n}{\lambda_B}, \text{ soit ici } |\kappa_B| \approx 1,05 \mu\text{m}^{-1}. \text{ Nous en déduisons}$$

L_{\min} , valeur minimale de la longueur totale L de la structure:

$$L_{\min} = \frac{|\kappa_B L_{\min}|}{|\kappa_B|} \approx \frac{2,44}{1,05} \approx 2,32 \mu\text{m},$$

donc le nombre total de couches N puisque $L = N\Lambda \geq L_{\min}$: $N \geq \frac{L_{\min}}{\Lambda} \approx 19,2$.

Nous choisissons donc un empilement de $N = 20$ couches.

• Synthèse:

Nous allons tracer la réflectivité linéaire théorique en incidence normale d'un réflecteur de Bragg dont les caractéristiques sont les suivantes [Tableau T.II.3.D.1] :

Sous-structure	Paramètres nominaux
Milieu incident (AIR)	$n = 1,0003$
Réflecteur	20 x $\begin{cases} \text{Al}_{x_1} \text{Ga}_{1-x_1} \text{As} & (x_1 = 0,20) & 567 \text{ \AA} \\ \text{Al}_{x_2} \text{Ga}_{1-x_2} \text{As} & (x_2 = 0,75) & 643 \text{ \AA} \end{cases}$
Substrat	GaAs ($x = 0$)

Tableau T.II.3.D.1: Paramètres de la structure synthétisée.

Le programme de calcul matriciel nous fournit la courbe suivante [Fig. II.3.D.1]:

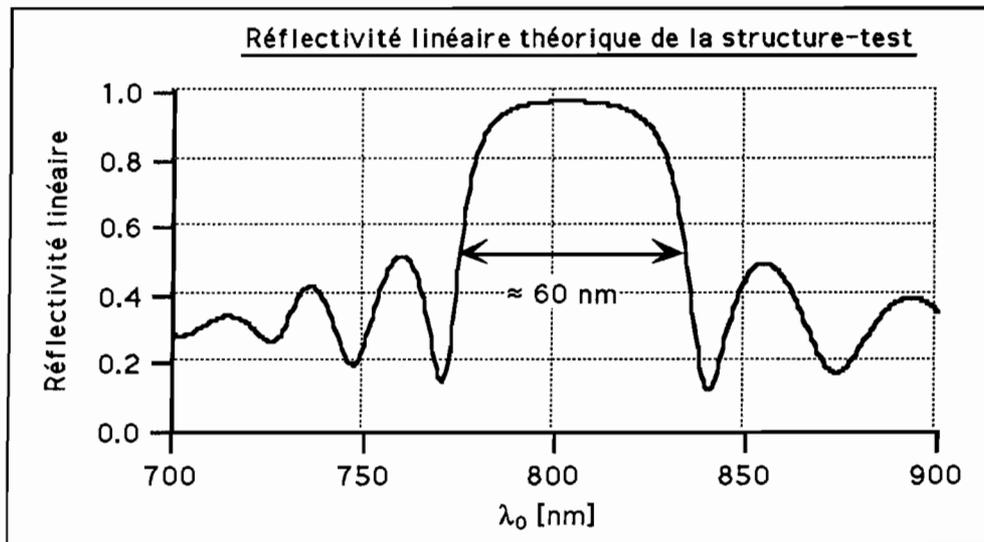


Fig. II.3.D.1: Réflectivité linéaire en incidence normale de la structure synthétisée.

Comme nous pouvons le constater à l'examen de la courbe, le cahier des charges est effectivement respecté. Ceci illustre bien par ailleurs la complémentarité de nos deux approches théoriques.

2) Étude d'une structure périodique présentant du gain.

a) Présentation de l'échantillon VAR 389. (V1)

Il s'agit de la structure VAR 389 présentée dans la section II.2.E.; c'est un réflecteur de Bragg GaAs/AlGaAs de 30 périodes dont les caractéristiques sont rappelées ci-dessous [Tableau T.II.3.D.2]:

Sous-structure	Paramètres nominaux
Milieu incident (AIR)	$n = 1,0003$
Réflecteur	$30 \times \begin{cases} \text{GaAs} & (x_1 = 0) & 607 \text{ \AA} \\ \text{Al}_{x_2} \text{Ga}_{1-x_2} \text{As} & (x_2 = 0,75) & 620 \text{ \AA} \end{cases}$
Substrat	GaAs ($x = 0$)

Tableau T.II.3.D.2: Caractéristiques de l'échantillon VAR 389.

La longueur d'onde centrale λ_B est proche de 860 nm et la largeur du plateau de réflectivité est définie par $\Delta\lambda_{BP} = \frac{2 \lambda_B}{\pi} \frac{|\Delta n|}{n_g}$ où n_g représente l'indice de groupe.

Le plateau de réflectivité est cette fois situé dans la zone d'absorption des couches de GaAs; l'absorption α passe rapidement d'une valeur négligeable pour $\lambda \geq \lambda_g$ ($\lambda_g \approx 871$ nm) à près de 10^6 m^{-1} pour $\lambda \leq \lambda_g$.

Nous négligeons les dépendances spectrales et les indices, et nous utilisons dans nos calculs les valeurs suivantes:

$$\begin{array}{l} \left| \begin{array}{l} n_1 = 3,68 \\ n_2 = 3,34 \\ \Delta n = 0,34 \end{array} \right. \quad \left| \begin{array}{l} \alpha_1 = 10^6 \text{ m}^{-1} \\ \alpha_2 = 0 \text{ m}^{-1} \\ L = 3,681 \text{ }\mu\text{m} \end{array} \right. \quad \left| \begin{array}{l} |\kappa_1| = 7,67 \cdot 10^5 \text{ m}^{-1} \\ |\kappa_2| = 1,67 \cdot 10^5 \text{ m}^{-1} \\ \rho = 5,2 \cdot 10^5 \text{ m}^{-1} \end{array} \right. \end{array}$$

D'après les résultats de la section II.3.C., nous obtenons $\lambda_B \approx 860$ nm et $\Delta\lambda_{BP} \approx 50$ nm. Le paramètre s est défini par:

$$s^2 = |\kappa_1|^2 - |\kappa_2|^2 + \left(\frac{\rho}{2}\right)^2 - \left(\frac{\Delta\beta}{2}\right)^2 + 2 \text{ i Re}[\kappa_1 \kappa_2^*] - \text{i} \frac{\rho \Delta\beta}{2},$$

soit en $\Delta\beta = 0$:

$$s^2 = |\kappa_1|^2 + \frac{\rho^2}{4} - |\kappa_2|^2 + 2 \text{ i} |\kappa_1 \kappa_2|.$$

L'application numérique nous donne:

$$s \approx [8,08 + 1,58 i].10^5 \text{ m}^{-1}, \quad \text{soit } sL \approx [2,97 + 0,58 i],$$

d'où $\text{th}(sL) \approx 0,998.(1-i \eta)$, avec $\eta \ll 1$.

La présence du terme ρ réduit la réflectivité propre due au couplage d'ondes, qui passe (en valeur absolue) de $r_0 = \text{th}|\kappa_1 L| \approx 0,998$ environ à $r = \frac{1}{1 + \rho / 2s} \approx 0,76$.

L'effet de la réflexion à l'interface air/structure modifie la réflectivité qui devient (en valeur absolue) en $\Delta\beta = 0$: $r_{\text{tot}} = \frac{r + r_1}{1 + r r_1} \approx 0,92$ avec $r_1 \approx 0,556$.

En intensité, $R_{(\Delta\beta=0)} = r_{\text{tot}}^2 \approx 0,85$.

C'est bien ce que nous observons sur la courbe de réflectivité linéaire expérimentale obtenue en un point de l'échantillon [Fig. II.3.D.2]:

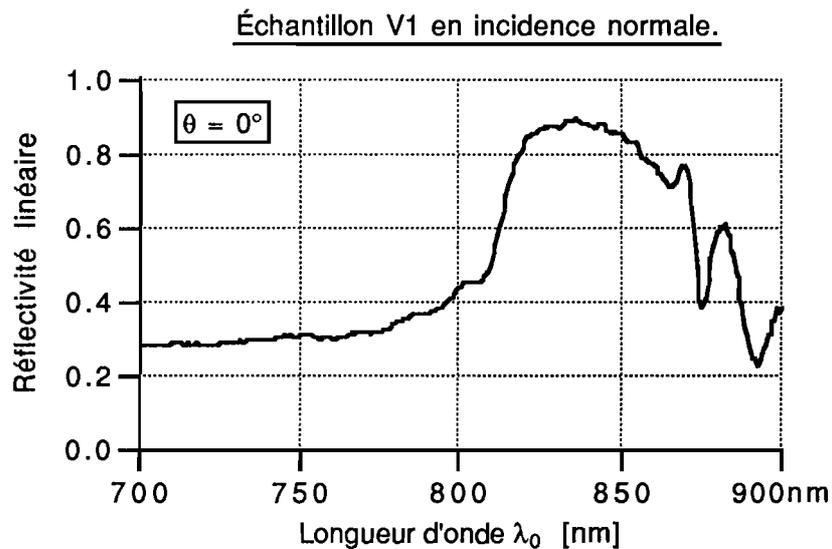


Fig. II.3.D.2: Réflectivité linéaire expérimentale de VAR 389.

b) Obtention d'un effet laser dans VAR 389

À forte densité de puissance excitatrice, il est possible de créer dans les couches de GaAs une densité de porteurs photoexcités telle que, non seulement le milieu n'absorbe plus le rayonnement, mais encore il présente même du gain optique. Ce gain, confiné aux couches de GaAs, est donc modulé périodiquement. Expérimentalement, nous avons observé l'émission laser de la structure VAR 389. Le faisceau de pompe utilisé est une impulsion ultrabrève à $\lambda_p \approx 620 \text{ nm}$ issue d'un laser à colorants femtoseconde amplifié. La

impulsions est $\Delta t \approx 100$ fs; l'énergie de pompe est de quelques microjoules focalisés sur une tache de $100 \mu\text{m}$ de diamètre environ.

La figure [II.3.D.3] présente le spectre d'émission obtenu en divers points de la structure:

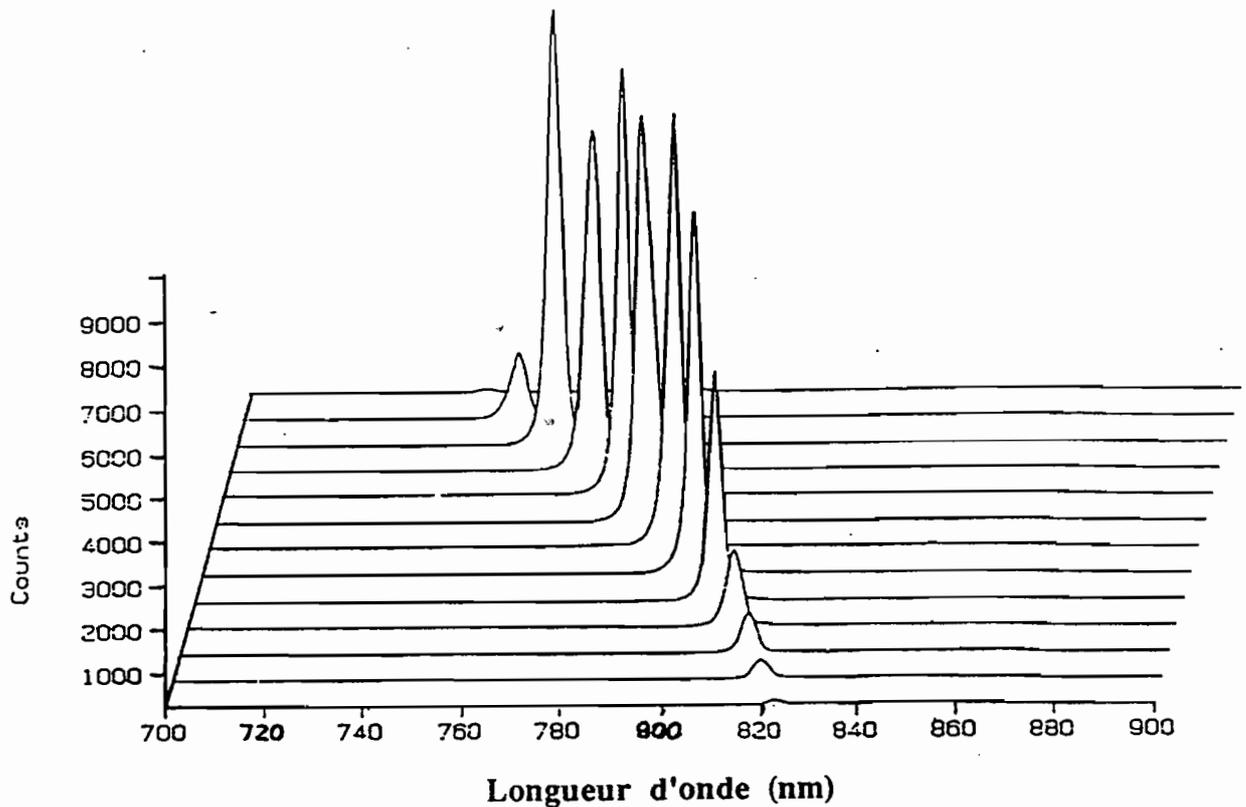


Fig.II.3.D.3: Émission de la structure VI pompée par des impulsions brèves en différents points de l'échantillon.

L'émission laser est accordable et se décale dans le même sens que les spectres de réflectivité linéaire: de 820 nm au centre de l'échantillon jusque vers 760 nm vers le bord, avec un maximum d'émission pour les longueurs d'onde comprises entre 780 et 800 nm. Nous allons modéliser cet effet en termes de laser à rétroaction distribuée (en Anglais: DFB pour *Distributed FeedBack*) en utilisant le formalisme du couplage d'ondes. Dans les pages suivantes, nous procédons à une approximation: la densité de porteurs (donc le gain) sera supposée uniforme et constante d'une couche de GaAs à la suivante, c'est-à-dire que nous ne prendrons pas en compte l'atténuation de la pompe au fur et à mesure de sa pénétration dans la structure. En dépit de cette approximation, nous verrons que l'accord entre la théorie et l'expérience est satisfaisant.

Si le GaAs absorbe, les couches d'AlGaAs sont en revanche transparentes aux longueurs d'onde considérées (le bas de la bande interdite est à $\lambda_g \approx 640$ nm). Nous aurons donc en incidence normale ($\theta = 0^\circ$), d'après les résultats de la section II.3.C, et en posant $\gamma = -\alpha$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \kappa_1 = -i \frac{2 \Delta n}{\lambda_0} \\ \kappa_2 = +i \frac{n'_1 \gamma_1}{2 \bar{n} \pi} \\ \rho = -\frac{n'_1 \gamma_1}{2 \bar{n}} \end{array} \right. \quad (2.3.D.1)$$

c) Conditions de seuil d'un laser à rétroaction distribuée.

La structure est représentée schématiquement sur la figure [II.3.D.4]:

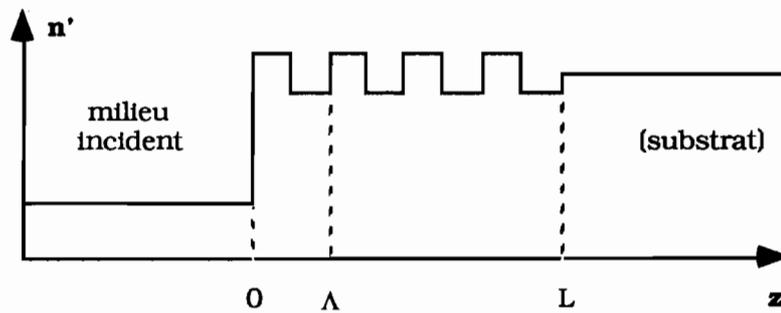


Fig. II.3.D.4: Représentation schématique de VAR 389.

Nous allons déterminer la condition de seuil d'effet laser à partir de la résolution du système d'équations d'ondes couplées. Nous avons résolu dans le cas général le système d'équations reliant les ondes A et B. Effectuons le changement de variables:

$$\left\{ \begin{array}{l} A' = A e^{i \left(\frac{\Delta\beta + i\rho}{2} \right) z} \\ B' = B e^{-i \left(\frac{\Delta\beta + i\rho}{2} \right) z} \end{array} \right. \quad (2.3.D.2)$$

On montre aisément que A' et B' vérifient le système couplé suivant:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dA'}{dz} = i \left(\frac{\Delta\beta + i\rho}{2} \right) A' + i \kappa B' \\ -\frac{dB'}{dz} = i \left(\frac{\Delta\beta + i\rho}{2} \right) B' + i \bar{\kappa} A' \end{array} \right. \quad (2.3.D.3)$$

où $\kappa = \kappa_1 + i \kappa_2$ et $\bar{\kappa} = \kappa_1^* + i \kappa_2^*$.

Si l'on cherche la solution générale sous la forme:

$$\begin{cases} A' = A_1 e^{sz} + A_2 e^{-sz} \\ B' = B_1 e^{sz} + B_2 e^{-sz} \end{cases} \quad (2.3.D.4)$$

avec $s^2 = \kappa \bar{\kappa} - \left(\frac{\Delta\beta + i\rho}{2} \right)^2$, on trouve en égalant les coefficients:

$$\begin{cases} \left[s - i \left(\frac{\Delta\beta + i\rho}{2} \right) \right] A_1 = i \kappa B_1 & \left[s - i \left(\frac{\Delta\beta + i\rho}{2} \right) \right] B_2 = i \bar{\kappa} A_2 \\ \left[s + i \left(\frac{\Delta\beta + i\rho}{2} \right) \right] B_1 = -i \bar{\kappa} A_1 & \left[s + i \left(\frac{\Delta\beta + i\rho}{2} \right) \right] A_2 = -i \kappa B_2 \end{cases}$$

(2.3.D.5)

Posons de plus:

$$\begin{cases} r(s) = \frac{B_1}{A_1} = \frac{s - i \left(\frac{\Delta\beta + i\rho}{2} \right)}{i \kappa} = \frac{-i \bar{\kappa}}{s + i \left(\frac{\Delta\beta + i\rho}{2} \right)} \\ r'(s) = \frac{A_2}{B_2} = \frac{s - i \left(\frac{\Delta\beta + i\rho}{2} \right)}{i \bar{\kappa}} = \frac{-i \kappa}{s + i \left(\frac{\Delta\beta + i\rho}{2} \right)} \end{cases} \quad (2.3.D.6)$$

Le système (2.3.D.4) devient:

$$\begin{cases} A' = A_1 e^{sz} + r'(s) B_2 e^{-sz} \\ B' = r(s) A_1 e^{sz} + B_2 e^{-sz} \end{cases} \quad (2.3.D.7)$$

Nous imposons comme conditions aux limites:

$$\begin{cases} A'(0) = r_1 B'(0) \\ B'(L) = r_2 A'(L) \end{cases} \quad (2.3.D.8)$$

ce qui signifie qu'aucune source n'est présente à l'extérieur de la structure (d'où l'absence de flux incident dans les équations).

La substitution de (2.3.D.8) dans (2.3.D.7) nous conduit à:

$$\begin{cases} A_1 [1 - r_1 r(s)] + B_2 [r'(s) - r_1] = 0 \\ A_1 e^{sL} [r(s) - r_2] + B_2 e^{-sL} [1 - r_2 r'(s)] = 0 \end{cases} \quad (2.3.D.9)$$

Ce système n'admet une solution non identiquement nulle que pour des valeurs de s vérifiant l' équation aux valeurs propres obtenue en annulant le déterminant de (2.3.D.9):

$$1 - \frac{[r'(s) - r_1][r(s) - r_2]}{[1 - r_1 r(s)][1 - r_2 r'(s)]} e^{2sL} = 0 \quad (2.3.D.10)$$

Les principaux résultats sont résumés dans le tableau [T.II.3.D.3]:

$\frac{[r'(s) - r_1][r(s) - r_2]}{[1 - r_1 r(s)][1 - r_2 r'(s)]} e^{2sL} = 1$
$r(s) = \frac{s - i\left(\frac{\Delta\beta + i\rho}{2}\right)}{i\kappa} = \frac{-i\bar{\kappa}}{s + i\left(\frac{\Delta\beta + i\rho}{2}\right)}$
$r'(s) = \frac{s - i\left(\frac{\Delta\beta + i\rho}{2}\right)}{i\bar{\kappa}} = \frac{-i\kappa}{s + i\left(\frac{\Delta\beta + i\rho}{2}\right)}$
$s^2 = \kappa\bar{\kappa} - \left(\frac{\Delta\beta + i\rho}{2}\right)^2$

Tableau T.II.3.D.3: Conditions de seuil du laser à rétroaction distribuée.

On remarque que lorsque l'effet du couplage d'ondes est négligeable [$r(s) \rightarrow 0$ et $r'(s) \rightarrow 0$], on retrouve la condition de seuil d'une cavité Fabry-Pérot classique:

$$r_1 r_2 e^{2sL} = r_1 r_2 e^{\gamma L} e^{i\Delta\beta L} = 1 \quad (2.3.D.11)$$

Dans le cas qui nous intéresse (celui de la structure V1), la réflectivité r_2 du côté du substrat est négligeable (moins de 1‰ en intensité); nous poserons donc $r_2 = 0$. Il vient pour la condition de seuil :

$\frac{r(s) [r'(s) - r_1]}{[1 - r_1 r(s)]} e^{2sL} = 1$	(2.3.D.12)
---	------------

que nous pouvons exprimer également, au prix de quelques transformations analytiques, sous la forme:

$$\text{th}(sL) = \frac{-1 sL}{r_1 \bar{\kappa}L + \left(\frac{\Delta\beta + i\rho}{2}\right)L}. \quad (2.3.D.13)$$

Nous chercherons à la résoudre en fonction du paramètre sans dimension $v = sL \in \mathbf{C}$. En remarquant que $\left(\frac{\Delta\beta + i\rho}{2}\right)^2 L^2 = (\kappa L)(\bar{\kappa}L) - (sL)^2 = \kappa\bar{\kappa}L^2 - v^2$, on peut exprimer la condition de seuil sous forme d'une équation transcendante de la variable complexe v :

$$\text{th}(v) = \frac{-1 v}{r_1 \bar{\kappa}L + \left[\kappa\bar{\kappa}L^2 - v^2\right]^{1/2}} \quad (2.3.D.14)$$

Cette équation transcendante admet un certain nombre de racines complexes correspondant à différents modes de fonctionnement au seuil du laser: à chaque valeur complexe du paramètre v , solution de (2.3.D.14), correspond un couple $(\Delta\beta L, \rho L)$, c'est-à-dire la longueur d'onde du mode d'émission et la valeur correspondante du gain au seuil nécessaire à l'obtention de l'effet laser. La longueur d'onde λ_0 s'obtient à partir de $\Delta\beta L$ par l'expression:

$$\lambda_0 = \frac{2\pi\bar{n}L}{\left(\frac{\Delta\beta}{2}L\right) + \pi\frac{L}{\Lambda}} = \frac{2\pi\bar{n}L}{\left(\frac{\Delta\beta L}{2}\right) + N\pi} \quad (2.3.D.15)$$

où $N = L/\Lambda$ est le nombre de périodes du réflecteur.

Nous avons résolu numériquement cette équation dans le cas particulier de la structure VAR 389.

d) Résolution de l'équation aux valeurs propres pour la structure VAR 389.

Les valeurs numériques utilisées pour la résolution de l'équation transcendante (2.3.D.14) sont les suivantes:

$$|\kappa_1 L| = 3; \quad r_1 = 0,556; \quad |\kappa_2 L| = 0,6 \ll |\kappa_1 L|.$$

La résolution numérique est effectuée par ordinateur dans le logiciel Mathematica™. On obtient ainsi plusieurs solutions dont la plus petite en module (celle qui correspond au seuil le plus bas) est $v = 0,547289 + 2,71949 i$. Les valeurs correspondantes de la longueur d'onde et du gain au seuil sont alors:

$$\lambda_0 \approx 826 \text{ nm} \quad \text{si } \lambda_B = 860 \text{ nm, et}$$

$$\rho \approx -0,2 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1} \Rightarrow \gamma \approx 3,8 \cdot 10^5 \text{ m}^{-1}.$$

Expérimentalement, l'effet laser observé a lieu autour de 800 nm et non autour de 826 nm. Mais il est important de noter que le calcul de $\Delta\beta L$ (et de ρL) est indépendant de L : il ne dépend que des valeurs de r_1 , réflectivité milieu incident/structure, et de $|\kappa_1 L|$, paramètre sans dimension mesurant la force du couplage. Une inhomogénéité de l'épaisseur des couches le long de l'échantillon fait varier L , donc $|\kappa_1 L|$, mais pas $N = L/\Lambda$, nombre de périodes du réflecteur. Pour notre échantillon, la longueur d'onde au seuil s'écrit encore:

$$\lambda_0 = \frac{2 \pi \bar{n} L}{30 \pi + \frac{\Delta\beta L}{2}}. \quad (2.3.D.16)$$

Une faible variation linéaire de L par rapport à sa valeur nominale modifie légèrement la force du couplage $|\kappa_1 L|$, mais n'a pas d'effet au premier ordre sur les solutions ($\Delta\beta L$, ρL) de l'équation transcendante (2.3.D.14). La principale conséquence d'une variation de L est le décalage en longueur d'onde du mode d'émission: à dénominateur quasiment constant dans (2.3.D.16), la longueur d'onde λ_0 est directement proportionnelle à L . Nous obtenons de la sorte un microlaser à rétroaction distribuée accordable par simple translation mécanique le long de l'échantillon.

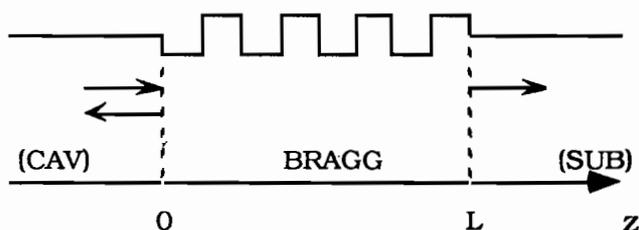
Notamment, si l'épaisseur de l'échantillon VAR 389 diminue de 3% (toutes proportions gardées dans la répartition des couches), la longueur d'onde de Bragg en incidence normale passe de $\lambda_B = 860 \text{ nm}$ à $\lambda_B = 834 \text{ nm}$, et la longueur d'onde du mode laser de plus bas seuil (celui que nous pouvons observer expérimentalement) passe de 826 nm à 801 nm. Ceci est bien conforme à nos observations expérimentales: nous pouvons en effet corrélérer le déplacement vers les courtes longueurs d'onde du spectre de réflectivité linéaire avec le déplacement parallèle des longueurs d'onde d'émission, sur près de 70 nm.

De plus, en vertu des résultats du chapitre I, un gain de l'ordre de $\gamma = 3,8 \cdot 10^5 \text{ m}^{-1}$ à la longueur d'onde d'émission $\lambda_0 = 800 \text{ nm}$ [$\hbar\omega - E_g \approx 126 \text{ meV}$] est accessible pour des densités de porteurs comprises entre $5 \cdot 10^{19}$ et 10^{20} cm^{-3} , valeurs compatibles avec une densité volumique de photons estimée à $1,5 \cdot 10^{20} \text{ cm}^{-3}$ pour une impulsion de $1 \mu\text{J}$ à 620 nm focalisée sur une tache de diamètre 100 μm . En effet, avec une absorption dans les couches de GaAs estimée à $2 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}$ à 620 nm, sur une longueur totale de $\text{Ne}_1 \approx 1,8 \mu\text{m}$, et en tenant compte de la réflexion de 30% à la première interface milieu incident/structure, la fraction de photons entrants absorbés dans les couches de GaAs du réflecteur atteint 97%.

E. Conclusion

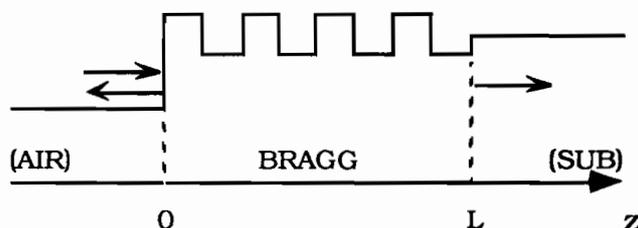
Le formalisme du couplage d'ondes nous a permis d'étudier quantitativement et de comprendre qualitativement le comportement des structures suivantes, constituées de la juxtaposition périodique de matériaux transparents:

- réflecteur de Bragg "idéal" (sans effets de bords):



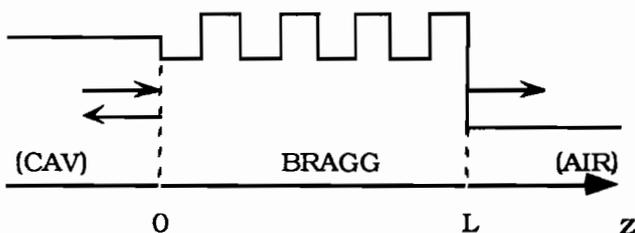
Cette structure idéale s'avère par ailleurs une bonne approximation du miroir de fond de cavité dans une microcavité laser.

- réflecteur de Bragg avec prise en compte de l'interface milieu incident/structure:



Cette structure est bien adaptée à la modélisation d'un réflecteur de Bragg déposé sur un substrat "semi-infini". Nous avons discuté l'effet de l'ordre des couches (haut indice/bas indice) sur la phase et la réflectivité d'un tel réflecteur.

- réflecteur de Bragg avec prise en compte de l'interface structure/milieu émergent:



C'est le cas du miroir de sortie d'une microcavité laser.

- Ce formalisme s'étend aux matériaux présentant de l'absorption ou du gain (indice de réfraction complexe); l'absorption a pour effet de réduire la valeur de la réflectivité.

- La dispersion des matériaux est prise en compte via les dépendances spectrales des indices; son effet principal est de réduire la bande passante des réflecteurs (quantité inversement proportionnelle à l' *indice de groupe* des matériaux).

- Il s'agit donc d'un outil extrêmement efficace pour la compréhension des propriétés des structures qui nous donne accès à leur dépendance explicite en fonction des paramètres des matériaux. L'exemple présenté de synthèse d'un réflecteur de Bragg illustre la complémentarité entre les deux approches détaillées au cours de ce chapitre: le calcul matriciel, débouchant sur un programme informatique souple d'utilisation, permet de valider le choix des paramètres déterminés grâce au formalisme du couplage d'ondes.

- Ce dernier nous fournit de plus une expression analytique du champ stationnaire présent dans la structure, donc de la densité de puissance locale à l'abscisse z . Ceci est important pour une extension éventuelle au profil spatial des non-linéarités.

- Enfin nous pouvons en déduire les conditions de seuil d'un laser à rétroaction distribuée; les résultats expérimentaux obtenus sur une structure pompée en régime d'excitation avec des impulsions brèves sont en bon accord avec les calculs théoriques.

- La limitation principale de ce formalisme tient à l'exigence de périodicité de la structure. Encore cette condition n'est-elle pas forcément très critique puisque, dans le cas du réflecteur de Bragg transformé en source laser, le gain n'est sans doute pas constant dans toutes les couches de GaAs en raison de l'absorption progressive du faisceau de pompe: la "pseudo-périodicité" qui subsiste est néanmoins largement suffisante pour assurer la rétroaction nécessaire à l'oscillation laser.

Nous disposons à présent de tous les éléments nécessaires à l'étude de structures plus complexes: les microcavités laser à émission surfacique, en raison de leur importance, font l'objet du chapitre suivant.

CHAPITRE 3

Microcavités laser à émission surfactive

271

272

273

274

Les progrès technologiques récents en matière d'intégration des semiconducteurs permettent aujourd'hui la réalisation de structures laser de plus en plus complexes. À l'instar des lasers classiques, les microcavités sont constituées d'un milieu actif (ici à multipuits quantiques) placé dans une cavité résonnante (délimitée par deux réflecteurs de Bragg). La différence principale réside dans la taille des composants: si les dimensions typiques d'un laser à semiconducteurs courant sont de l'ordre de quelques dizaines à quelques centaines de micromètres [Siegman 86], les microcavités ne font que quelques micromètres d'épaisseur [Iga 88], [Raja 89], [Corzine 89], [Van der Ziel 90], [Jewell 91]. Les techniques modernes d'épitaxie par jet moléculaire (MBE en Anglais pour *Molecular Beam Epitaxy*) permettent en effet de contrôler la croissance des couches avec une précision inégalée jusqu'alors, en principe à la monocouche atomique près (5,65 Å dans GaAs [Adachi 85]).

Une autre de leurs particularités consiste en ce que l'émission laser se produit perpendiculairement à l'empilement multicouche, ce qui leur vaut d'être parfois désignés sous l'appellation de "cavités verticales" [Figure III.1]. Entre autres conséquences, le faisceau émis est dépourvu d'astigmatisme et présente une symétrie de révolution, à la différence des cavités classiques [Jewell 91].

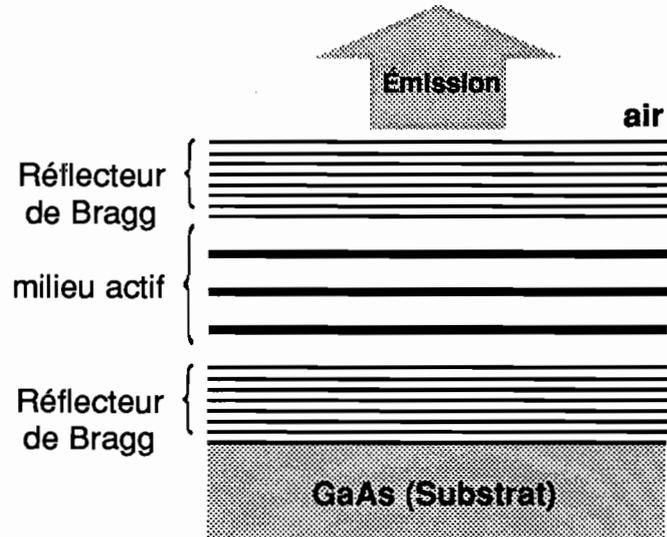


Fig. III.1: Microcavité "verticale" à émission surfacique.

Les échantillons étudiés ont été conçus et réalisés par le Laboratoire Central de Recherche de Thomson-CSF dans le but d'élaborer des microcavités monomodes ou bimodes [Gaiffe 92.a, b]. En s'appuyant sur les résultats des chapitres précédents, nous avons entrepris de modéliser a posteriori les différentes étapes conduisant à la réalisation

de ces cahiers des charges. Nous présenterons dans ce chapitre les principes généraux de la synthèse des microcavités. Puis nous décrirons les échantillons étudiés. Le comportement biraie d'une microcavité a été mis en évidence expérimentalement sous divers régimes d'excitation optique. L'étude résolue en temps de l'émission laser de cette structure pompée par des impulsions ultrabrèves, ainsi qu'un modèle simple s'appuyant sur des équations d'évolution [Boucher 93], seront présentés dans les deux dernières parties.

A. Synthèse des microcavités.

1) Position du problème.

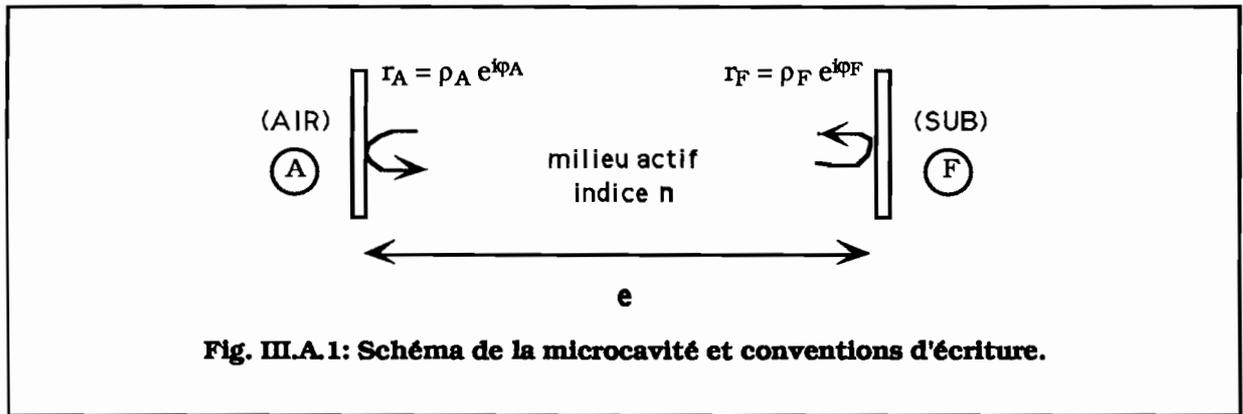
Nous savons à présent décrire les propriétés d'un réflecteur de Bragg et les constantes optiques des matériaux semiconducteurs employés. Nous appliquons ces résultats à l'étude de microcavités laser à émission surfacique pompées optiquement.

Notre premier but est la réalisation d'une cavité monomode émettant au voisinage de 850 nm, longueur d'onde de la transition E1-HH1 des puits quantiques. En second lieu, nous étudierons une cavité émettant simultanément à deux longueurs d'onde λ_1 et λ_2 , correspondant respectivement aux transitions E1-HH1 ($\lambda_{g1} \approx 850$ nm) et E2-HH2 ($\lambda_{g2} \approx 806$ nm) des puits quantiques [Mittelstein 86].

Dans un premier temps, nous allons établir les conditions de seuil d'effet laser d'une microcavité. Nous déduirons du calcul de l'intermode les conditions de fonctionnement monomode, que nous appliquerons à une structure réelle dont les caractéristiques expérimentales seront confrontées à notre modèle. Puis nous présenterons une structure biraie particulière; la discussion de ses propriétés sera l'occasion d'introduire le concept de "gain périodique résonnant" dont nous verrons plus loin l'influence sur l'évolution relative des deux rates d'émission.

2) Conditions de seuil.

La structure est modélisée de la façon la plus simple qui soit: un milieu actif d'épaisseur e , d'indice n (supposé continu dans un premier temps), entre deux miroirs localisés et déphasants, définis par leur coefficient de réflectivité en amplitude complexe $r = \rho e^{i\phi}$. Le miroir de fond, côté substrat, est repéré par l'indice F; le miroir de sortie, côté air, par l'indice A [Figure III.A. 1]:



L'indice complexe du milieu actif contient une partie réelle (dispersion) et une partie imaginaire (gain). Le gain est directement proportionnel au nombre total de puits quantiques. Les pertes sont dues essentiellement à la transmission des miroirs, les matériaux employés étant supposés transparents. D'autres mécanismes de pertes, tels que la diffusion de la lumière aux interfaces entre milieux différents [Faist 89] seront négligés par la suite.

Les conditions de seuil s'expriment par l'équation:

$$r_A r_F e^{i 2nk_0 e} = 1 \quad (3.A.1)$$

Elles sont au nombre de deux: une condition d'amplitude (au seuil, les pertes de la cavité et le gain optique se compensent exactement) et une condition de phase (sur un aller-retour, l'onde optique revient en phase avec elle-même: le déphasage subi est multiple de 2π). Si l'indice complexe s'écrit $n = n' + in''$ avec $(n', n'') \in \mathbf{R}^2$, nous obtenons en séparant le module et la phase:

• en amplitude:

$$|r_A| |r_F| e^{2n'' k_0 e} = 1 \quad (3.A.2)$$

D'après les résultats du chapitre I, $2 n'' = \text{Im} \chi$ (où χ est la susceptibilité linéaire du milieu) et le produit $n'' e$ est proportionnel au nombre M de puits quantiques. À titre d'exemple, pour 10 puits quantiques à $\lambda_0 \approx 850 \text{ nm}$, $2 n'' k_0 e \approx 0,017$ pour une densité de porteurs excités $N \approx 1,2 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$. Il vient alors $|r_A r_F| \approx 0,983$, condition de réflectivité minimale des réflecteurs de Bragg pour atteindre le seuil d'effet laser.

• en phase:

$$2 n' k_0 e + \varphi_A + \varphi_F \equiv 0 [2\pi] \quad (3.A.3)$$

Ceci permet de définir une épaisseur optique effective de la cavité [Jewell 88], rendant compte de la pénétration partielle de l'onde dans les réflecteurs de Bragg (traités ici comme des miroirs localisés et déphasants) :

$$(n'e)_{\text{eff}} = n'e + \frac{1}{2} \left(\frac{d\varphi_A}{dk_0} + \frac{d\varphi_F}{dk_0} \right)_{(k_0=k_B)} \quad (3.A.4)$$

Nous avons calculé au chapitre I les termes en $\frac{d\varphi}{dk_0}$; ceux-ci peuvent prendre des valeurs significatives, de l'ordre du micron. Pour des cavités très fines, cet effet d'allongement apparent sera particulièrement marqué et il est indispensable d'en tenir compte sous peine d'erreur appréciable dans le calcul de l'intermode.

L'exigence de forte réflectivité imposant de travailler au voisinage de la longueur d'onde λ_B des réflecteurs de Bragg, nous allons procéder à une simplification de (3.A.3) en linéarisant la phase du coefficient de réflectivité autour de $k_B = 2\pi/\lambda_B$.

Bien que cela ne soit pas strictement nécessaire, il est plus simple de supposer que les épaisseurs et les indices employés dans les deux réflecteurs (A et F) sont identiques: même coefficient de couplage κ et même longueur d'onde de Bragg λ_B (même k_B), la différence essentielle résidant principalement dans le nombre de périodes. Il est clair que la réflectivité maximale doit être réalisée côté substrat, où tout le rayonnement transmis serait absorbé.

Si les deux réflecteurs de Bragg sont vus depuis la cavité avec par exemple la couche de bas indice en premier, ce qui est le cas dans les structures réalisées par le LCR de Thomson-CSF, les réflectivités en k_B s'écrivent:

$$\begin{cases} r_F = \text{th}|\kappa L_F| & \text{côté substrat,} \\ r_A = \frac{r_2 + \text{th}|\kappa L_A|}{1 + r_2 \text{th}|\kappa L_A|} & \text{côté air,} \end{cases} \quad (3.A.5)$$

$$\text{avec} \quad \varphi_A(k_B) \equiv 0 [2\pi] \text{ et } \varphi_F(k_B) \equiv 0 [2\pi]. \quad (3.A.6)$$

Le système réel correspondant à une telle situation est schématisé sur la figure suivante [Fig.III.A.2].

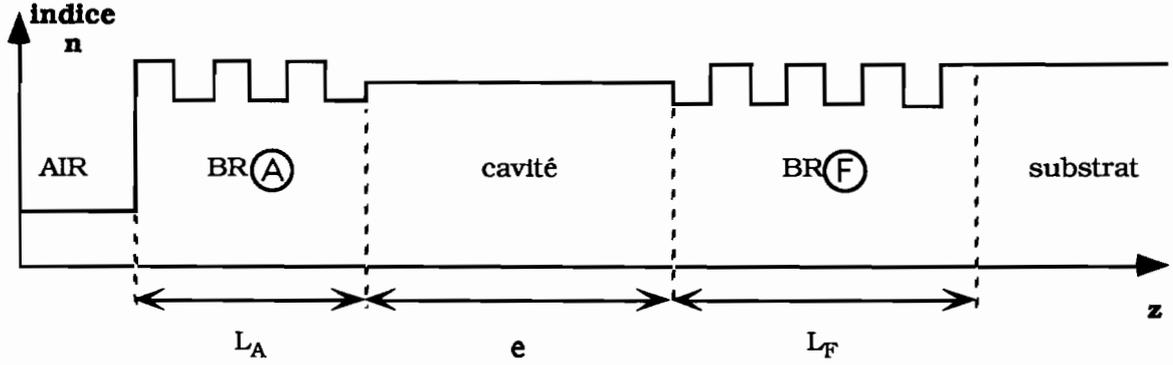


Fig.III.A.2: Microcavité laser à émission surfacique.

Au voisinage de k_B , nous effectuons un développement limité de la phase:

$$\varphi_A(k_0) = (k_0 - k_B) \cdot \left. \frac{d\varphi_A}{dk_0} \right|_{k_B} \quad \text{et} \quad \varphi_F(k_0) = (k_0 - k_B) \cdot \left. \frac{d\varphi_F}{dk_0} \right|_{k_B} \quad (3.A.7)$$

La relation (3.A.3) devient:

$$2 n' k_0 e + (k_0 - k_B) \left(\left. \frac{d\varphi_A}{dk_0} \right|_{k_B} + \left. \frac{d\varphi_F}{dk_0} \right|_{k_B} \right) \equiv 0 [2\pi], \quad \text{que nous simplifions en:}$$

$$n' k_0 e + (k_0 - k_B) \varphi'_B \equiv 0 [2\pi] \quad (3.A.8)$$

où

$$\varphi'_B = \frac{1}{2} \left(\left. \frac{d\varphi_A}{dk_0} \right|_{k_B} + \left. \frac{d\varphi_F}{dk_0} \right|_{k_B} \right) \quad (3.A.9)$$

Une autre écriture de la condition de résonance linéarisée (3.A.8) conduit à:

$$k_0 [n' e + \varphi'_B] \equiv k_B \varphi'_B [2\pi] \quad (3.A.9)$$

Dans un premier temps, nous examinerons le cas d'une cavité monomode.

3) Microcavité monomode.

a) Principe.

Une cavité laser monomode ne doit présenter qu'un seul pic de résonance sur toute la largeur de sa courbe de gain. Celle-ci étant relativement étendue spectralement (plusieurs dizaines de nanomètres d'après les calculs présentés au chapitre I dans le cas du puits quantique GaAs/AlGaAs), il est nécessaire d'obtenir un intermode élevé afin d'éviter la

présence d'un second mode de résonance au voisinage du premier, ou bien d'inhiber les autres modes en leur imposant, par un choix judicieux des matériaux, trop de pertes pour qu'ils puissent atteindre le seuil d'effet laser.

Un choix évident des paramètres à la conception consiste à accorder la longueur d'onde de Bragg des réflecteurs avec la résonance désirée de la cavité. La condition (3.A.8) devient:

$$n' k_B e \equiv 0 [2\pi] \quad (3.A.11)$$

soit encore:

$$\begin{cases} n' k_B e = q \pi & (q \in \mathbf{N}^*) \\ n' e = q \frac{\lambda_B}{2} & (q \in \mathbf{N}^*) \end{cases} \quad (3.A.12)$$

L'épaisseur optique réelle ($n'e$) de la cavité (indépendamment des effets de pénétration partielle dans les miroirs) est alors égale à un multiple entier de la demi-longueur d'onde.

b) Intermode.

Supposons que plusieurs modes vérifient simultanément la condition de résonance. Notons $k_q = k_B$ le mode principal, n'_q la valeur de l'indice sur ce mode, et considérons le mode adjacent k_{q+1} , correspondant à une valeur n'_{q+1} de l'indice pour tenir compte d'une éventuelle dispersion. La résonance s'écrit:

$$\text{- pour le mode principal: } k_q [n'_q e + \varphi'_B] = k_B \varphi'_B + q \pi \quad (q \in \mathbf{N}^*) \quad (3.A.13.a)$$

$$\text{- pour le mode adjacent: } k_{q+1} [n'_{q+1} e + \varphi'_B] = k_B \varphi'_B + (q+1) \pi \quad (3.A.13.b)$$

Par soustraction nous obtenons:

$$(k_{q+1} n'_{q+1} - k_q n'_q) e + (k_{q+1} - k_q) \varphi'_B = \pi. \quad (3.A.14)$$

Sous forme de variation, (3.A.14) s'écrit:

$$\Delta(nk). e + \Delta k. \varphi'_B = \pi \quad (3.A.15)$$

avec $\Delta(nk) = n \Delta k + k \Delta n$, c'est-à-dire:

$$\Delta k \left[n + k \frac{\Delta n}{\Delta k} \right] e + \Delta k \varphi'_B = \pi. \quad (3.A.16)$$

Comme nous l'avons déjà fait au chapitre II, nous identifions la quantité entre crochets $\left[n + k \frac{\Delta n}{\Delta k} \right]$ à l'indice de groupe:

$$n_g = n + k \frac{dn}{dk} = n - \lambda_0 \frac{dn}{d\lambda_0} \quad (3.A.17)$$

ce qui, reporté dans (3.A.16), donne l'expression de l'intermode:

$$(\Delta k)_{\text{inter mode}} = \frac{\pi}{e n_g + \varphi'_B} \quad (3.A.18)$$

Traduite en fréquence, cette condition devient d'après $\Delta k = \frac{2\pi}{c} \Delta \nu$:

$$(\Delta \nu)_{\text{inter mode}} = \frac{c}{2[n_g e + \varphi'_B]} \quad (3.A.19)$$

Ceci est à comparer à la formule classique dans une cavité linéaire: $\Delta \nu = c/2nL$. Ici la longueur L à considérer n'est pas la longueur réelle (e) en raison de la pénétration partielle de l'onde dans les réflecteurs, qui se traduit par la présence du terme φ'_B ; de plus l'indice à considérer est l'indice de groupe (n_g) qui reflète les propriétés de dispersion spectrale des matériaux.

c) Condition de fonctionnement monomode.

Nous allons comparer cet intermode à la bande passante des réflecteurs de Bragg. Une cavité est d'autant plus surtendue que ses miroirs sont réfléchissants. Nous pouvons utiliser la sélectivité spectrale des réflecteurs de Bragg pour ajuster le mode principal au maximum de réflectivité et reléguer les modes adjacents en-dehors du plateau de réflectivité, leur imposant de la sorte trop de pertes pour qu'ils puissent atteindre le seuil d'effet laser. Ce principe est schématisé sur la figure [III.A.3].

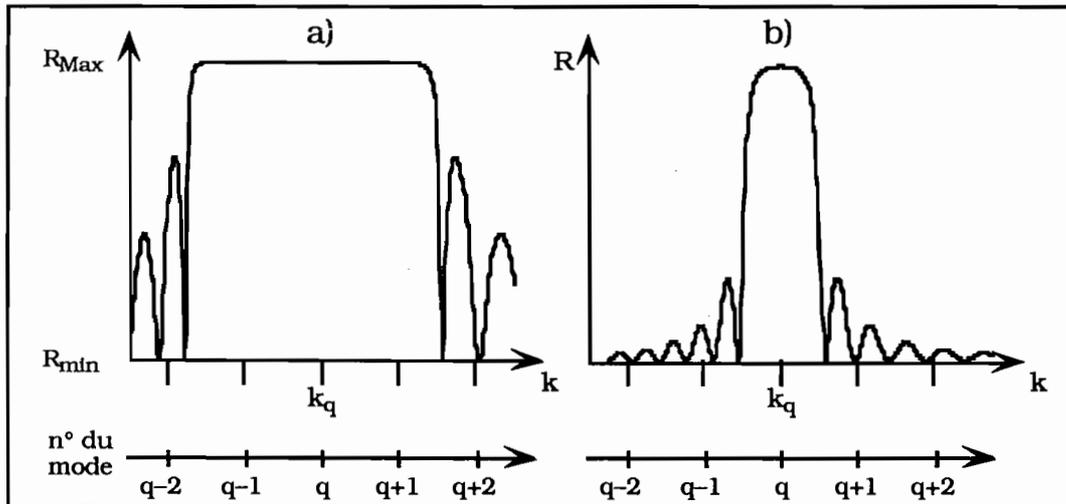


Fig. III.A.3: Comparaison de la largeur des réflecteurs de Bragg avec le "peigne" des modes de la cavité:

a / réflecteur à bande passante large par rapport à l'intermode;

b / réflecteur à bande passante étroite par rapport à l'intermode.

Le fonctionnement monomode est automatiquement assuré dès lors que l'intermode de la cavité, centrée sur la longueur d'onde de Bragg, est supérieur à la bande passante spectrale $(\Delta k)_{BP}$ des réflecteurs:

$$(\Delta k)_{\text{intermode}} \geq (\Delta k)_{BP} \quad (3.A.20)$$

Nous avons montré au chapitre II que la bande passante d'un réflecteur de Bragg en incidence normale pouvait s'écrire:

$$(\Delta k)_{BP} = \frac{2 k_B}{\pi} \cdot \frac{|\Delta n|_{(\text{Bragg})}}{n_{g(\text{Bragg})}} = \frac{2 |\kappa_B|}{n_{g(\text{Bragg})}} \quad (3.A.21)$$

où $n_{g(\text{Bragg})}$ est l'indice de groupe moyen du réflecteur,

$|\Delta n|_{(\text{Bragg})}$ la différence d'indice (en valeur absolue) des matériaux, et

$|\kappa_B|$ le module du coefficient de couplage à λ_B (en k_B).

En combinant (3.A.18), (3.A.20) et (3.A.21), on obtient comme critère de fonctionnement monomode :

$$\frac{\pi}{(n_g e + \phi'_B)} \geq \frac{2 |\kappa_B|}{n_{g(\text{Bragg})}} \quad (3.A.22)$$

d) Exemple d'application: structure VAR 1016.

Les paramètres nominaux de cette microcavité réalisée par le LCR de Thomson-CSF sont rapportés dans le tableau [T.3.A. 1]:

VAR 1016	
Sous-structure	paramètres nominaux
AIR	$n=1,0003$
Bragg A	$16 \times \begin{cases} \text{Al}_{0,1}\text{Ga}_{0,9}\text{As} & 606\text{\AA} \\ \text{AlAs} & 721\text{\AA} \end{cases}$
espaceur	$\text{Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As} \quad 80\text{\AA}$
milieu actif MPQ	$10 \times \begin{cases} \text{GaAs} & 100\text{\AA} \\ \text{Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As} & 80\text{\AA} \end{cases}$
BRAGG F	$18 \times \begin{cases} \text{Al}_{0,1}\text{Ga}_{0,9}\text{As} & 606\text{\AA} \\ \text{AlAs} & 721\text{\AA} \end{cases}$
	$\text{GaAs} \quad 1400\text{\AA}$
	$\text{AlAs} \quad 2000\text{\AA}$
SUBSTRAT	GaAs

Tableau T.3.A.1: Composition de la structure VAR 1016.

Les deux réflecteurs, de 16 et 18 périodes respectivement, ont même composition (donc même constante de couplage κ). La cavité contient 10 puits quantiques séparés par des espaceurs en $\text{Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As}$; pour des raisons de symétrie, il y a un espaceur de plus que de puits. Au total, la cavité contient donc 11 espaceurs et 10 puits. Son épaisseur géométrique est extrêmement faible: $0,188 \mu\text{m}$. L'épaisseur optique effective est largement déterminée par le terme φ'_B de pénétration apparente dans les réflecteurs: en utilisant les résultats du chapitre II, on obtient $\varphi'_B \approx 2,5 \mu\text{m}$, ce qui est bien supérieur à l'épaisseur optique $n'e \approx 0,7 \mu\text{m}$.

Les paramètres utilisés pour décrire les réflecteurs de Bragg de cette structure sont les suivants :

$$n_1 = 3,59$$

$$n_2 = 3,00$$

$$\Delta n = 0,6$$

$$\lambda_B = 866 \text{ nm}$$

$$|\kappa_B| = 2|\Delta n|/\lambda_B \approx 1,4 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}.$$

L'épaisseur optique effective est $n_g e + \phi'_B \approx 3,2 \mu\text{m}$; sur la base d'un indice de groupe intracavité estimé à $n_g \approx 4$, l'épaisseur effective de groupe a pour valeur $n_g e + \phi'_B \approx 3,3 \mu\text{m}$, soit un intermode:

$$(\Delta k)_{\text{inter mode}} = \frac{\pi}{n_g e + \phi'_B} \approx 10^6 \text{ m}^{-1}. \quad (3.A.23)$$

En revanche, la bande passante des réflecteurs de Bragg a pour valeur:

$$(\Delta k)_{BP} = \frac{2|\kappa_B|}{n_{g(\text{Bragg})}} \leq \frac{2|\kappa_B|}{\bar{n}} \approx 8,4 \cdot 10^5 \text{ m}^{-1}. \quad (3.A.23)$$

Cette structure vérifie bien le critère de fonctionnement monomode observé expérimentalement (3.A.22), comme le confirme le spectre de réflectivité linéaire théorique en incidence normale présenté sur la figure [III.A.4].

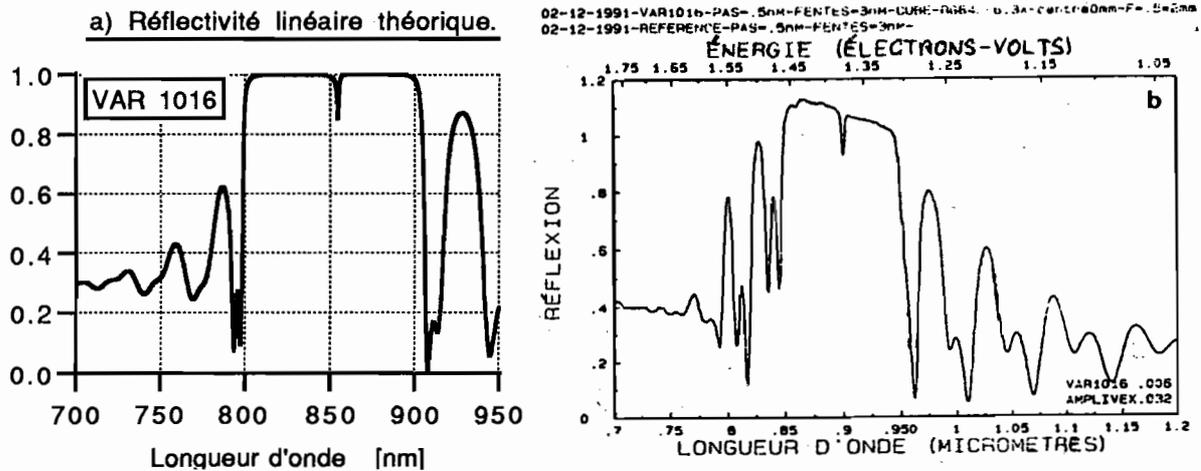


Fig. III.A.4: Réflectivité linéaire de VAR 1016 en incidence normale:

a / théorique;

b / expérimentale.

La confrontation des spectres de réflectivité théorique et expérimental appelle deux commentaires:

i. sur la courbe expérimentale, réalisée par le constructeur, la valeur maximale de la réflectivité semble dépasser 100%. Ceci n'est dû ni à une erreur de graduation, ni à la présence de gain optique dans la structure, mais à la méthode retenue pour la mesure de $R(\lambda)$. À la différence des autres courbes expérimentales de ce mémoire, déterminées selon la méthode décrite en [II.2.E.b], le spectre de référence est obtenu à partir

d'un miroir de référence placé sur le montage au même endroit que l'échantillon; il s'agit en l'occurrence d'un miroir Amplivex, moins réfléchissant (sur la gamme spectrale correspondant au plateau de réflectivité des réflecteurs de Bragg) que les réflecteurs eux-mêmes: d'où un rapport dépassant l'unité.

Remarque: ce spectre a été réalisé par le constructeur à l'aide d'un spectromètre qui, à la différence de celui dont nous disposons, conserve une bonne sensibilité spectrale dans tout le proche infrarouge.

ii. Le spectre expérimental apparaît entièrement décalé vers les grandes longueurs d'onde. Un ajustement des paramètres dans le programme de calcul théorique nous autorise à attribuer ce décalage à une erreur de 6% environ sur les épaisseurs de toutes les couches, ce qui pourrait être dû à un calibrage inadapté en cours de fabrication. Si la cavité réalisée présente effectivement un seul pic de résonance, au voisinage de 900 nm, celui-ci est situé nettement en-dehors de la zone de gain du milieu actif.

Nos modèles nous permettent ainsi de mettre en évidence un désaccord entre la structure voulue et la structure réelle. À ce stade de l'étude, un choix s'imposait:

– ou bien réaliser une nouvelle structure monomode plus proche des paramètres nominaux;

– ou bien passer à une étape suivante en réalisant une structure birale. Pour des raisons de calendrier, c'est cette seconde solution qui a été retenue.

4) Microcavité multimode.

Le problème était de concevoir une cavité émettant simultanément à deux longueurs d'onde λ_1 et λ_2 qui correspondent respectivement aux deux transitions quantiques E1-HH1 ($\lambda_1 \leq \lambda_{g1} \approx 850$ nm) et E2-HH2 ($\lambda_2 \leq \lambda_{g2} \approx 806$ nm). Le cahier des charges était donc le suivant:

– conception d'une microcavité présentant deux modes de résonance à λ_1 et λ_2 ;

– les matériaux constitutifs des réflecteurs de Bragg sont transparents à λ_1 et λ_2 .

a) *Longueur de la cavité.*

L'intermode (3.A.18) s'exprime également en longueur d'onde par:

$$\frac{(\Delta\lambda)_{\text{inter mode}}}{\lambda_B} = \frac{(\Delta k)_{\text{inter mode}}}{k_B}, \quad (3.A.25)$$

soit
$$(\Delta\lambda)_{\text{inter mode}} = \frac{\lambda_B^2}{2(n_g e + \varphi'_B)} \quad (3.A.26)$$

où l'on a supposé comme dans la partie précédente que le mode principal était à λ_B . Traçons l'intermode en fonction de l'épaisseur optique effective (de groupe) $(n_g L)_{\text{eff}} = (n_g e + \varphi'_B)$ d'après les valeurs figurant dans le tableau [T.3.A.2], calculées par (3.A.26) à $\lambda_B = 850 \text{ nm}$ [Fig. III.A.5].

Épaisseur optique effective (de groupe) $(n_g L)_{\text{eff}}$ en μm	Intermode $(\Delta\lambda)_{\text{intermode}}$ en nm
4	90
5	72
6	60
7	52
8	45
9	40
10	36
11	33
12	30
13	28
14	26
15	24

Tableau T.3.A.2. Relation entre intermode et épaisseur optique effective (de groupe) ($\lambda_B = 850 \text{ nm}$).

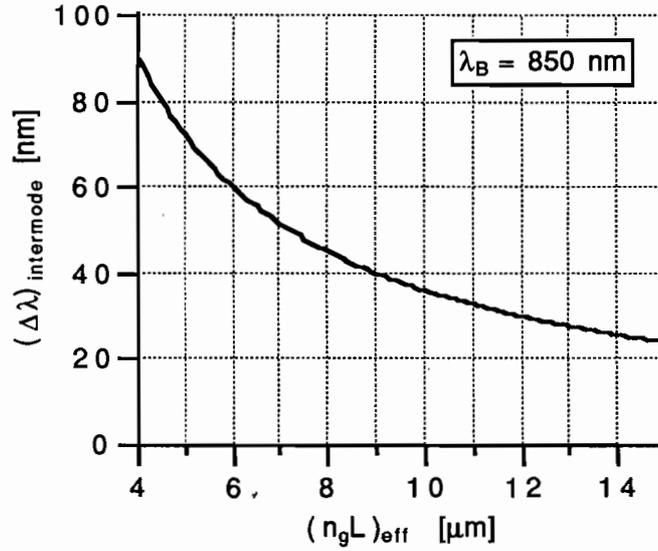


Fig.III.A.5: Intermode en longueur d'onde en fonction de l'épaisseur optique effective.

Nous pouvons de plus relier la longueur de la cavité au numéro d'ordre du mode principal résonnant. En effet, si nous supposons encore que la longueur d'onde de Bragg λ_B est accordée avec l'une des résonances, nous obtenons tout comme en (3.A.12):

$$n'e = q \frac{\lambda_B}{2} \quad (q \in \mathbf{N}^*), \quad (3.A.27)$$

la valeur de q étant déterminée par le choix de l'intermode.

La quantité $k_B \varphi'_B$ qui intervient dans l'expression de la condition de résonance linéarisée (3.A.10) est déterminée par le choix des réflecteurs de Bragg. Bien qu'il soit théoriquement possible de choisir une famille de paramètres permettant d'ajuster $k_B \varphi'_B$ à une valeur fixée (par exemple multiple entier de π), nous poserons en toute généralité:

$$k_B \varphi'_B = \eta \pi [2\pi] \quad (0 \leq \eta < 1). \quad (3.A.28)$$

Les conditions de résonance pour deux modes adjacents $k_q = k_B$ et k_{q+1} s'écrivent:

$$\begin{cases} k_q [n'_q e + \varphi'_B] = (q + \eta)\pi \\ k_{q+1} [n'_{q+1} e + \varphi'_B] = (q + 1 + \eta)\pi \end{cases} \quad (q \in \mathbf{N}^*). \quad (3.A.29)$$

À cause de la dispersion, nous avons vu que l'intermode (3.A.18) dépendait de l'indice de groupe du matériau. En combinant (3.A.18) et (3.A.29.a), nous obtenons l'expression de l' "intermode relatif":

$$\left| \frac{(\Delta k)_{\text{intermode}}}{k_q} \right| \approx \frac{1}{q + \eta} \cdot \frac{n'_q e + \varphi'_B}{n_g e + \varphi'_B}. \quad (3.A.30)$$

Le premier de ces deux termes est compris entre $\frac{1}{q+1}$ et $\frac{1}{q}$; le second est inférieur à l'unité (car $n'_q \leq n_g$). Nous avons donc:

$$\left| \frac{(\Delta k)_{\text{intermode}}}{k_q} \right| \leq \frac{1}{q}. \quad (3.A.31)$$

De plus, $\left| \frac{\Delta k}{k} \right| \approx \left| \frac{\Delta \lambda}{\lambda} \right|$; la condition (3.A.31) nous indique le numéro d'ordre maximal du mode principal résonnant, donc la longueur de la cavité, correspondant à un intermode relatif donné; à q fixé correspond une épaisseur e vérifiant (3.A.27):

pour avoir	$\left \frac{\Delta \lambda}{\lambda} \right \geq 2 \%$, il faut imposer	$q \leq 50 \left(\Rightarrow n'_q e = q \frac{\lambda_B}{2} \right)$
	$\left \frac{\Delta \lambda}{\lambda} \right \geq 4 \%$,	$q \leq 25$;
	$\left \frac{\Delta \lambda}{\lambda} \right \geq 5 \%$,	$q \leq 20$;
	$\left \frac{\Delta \lambda}{\lambda} \right \geq 10 \%$,	$q \leq 10$.

Ce calcul n'est cependant qu'une estimation: ces inégalités ne nous indiquent qu'une borne supérieure de la longueur de la cavité. L'analyse est compliquée par les imprécisions sur la détermination exacte de l'indice de groupe n_g . De plus les calculs présentés découlent de la linéarisation de la plupart des équations au voisinage de la longueur d'onde de Bragg: leur validité est d'autant meilleure que les intermodes considérés restent faibles.

En dépit de ces limitations, cette analyse nous permet de prévoir et de comprendre le comportement des cavités réelles. Nous souhaitons notamment disposer d'une cavité résonnante présentant deux modes sur la courbe spectrale de gain des puits quantiques [Figure III.A.6].

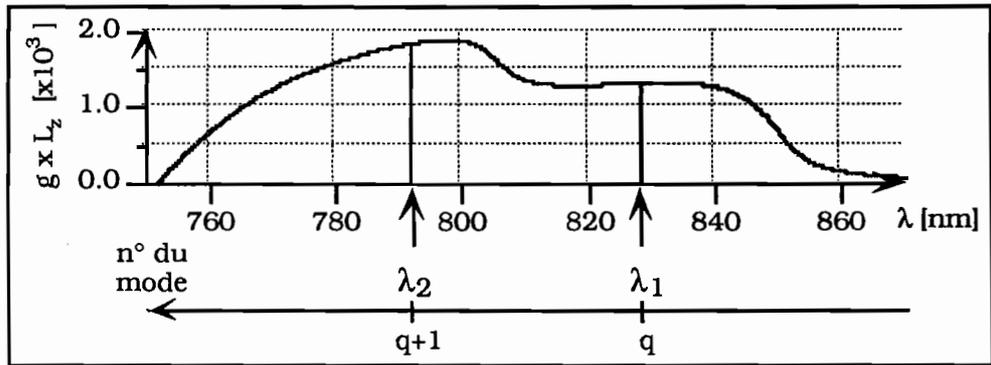


Fig. III.A.6: Gain d'un puits quantique ($g.L_z$) pour $N_0 = 9.10^{18} \text{ cm}^{-3}$; en superposition, les deux modes q (λ_1) et $q+1$ (λ_2) correspondant aux deux transitions recherchées.

Comme nous allons le voir, la structure VAR 1087 C réalisée par le LCR de Thomson-CSF répond bien à ces exigences.

b) Exemple de structure biraie: échantillon VAR 1087 C (V4).

Les paramètres de cette microcavité figurent dans le tableau [T.3.A.3]:

VAR 1087 C (V4)	
Sous-structure	paramètres nominaux
AIR	$n=1,0003$
Protection	GaAs 100Å
BRA	$14 \times \begin{cases} \text{Al}_{0,2}\text{Ga}_{0,8}\text{As} & 593\text{Å} \\ \text{AlAs} & 718\text{Å} \end{cases}$
espaceur	$\text{Al}_{0,2}\text{Ga}_{0,8}\text{As}$ 1117 Å
MPQ	$14 \times \begin{cases} \text{GaAs (PQ)} & 100\text{Å} \\ \text{Al}_{0,2}\text{Ga}_{0,8}\text{As} & 1117\text{Å} \end{cases}$
BRF	$24 \times \begin{cases} \text{AlAs} & 721\text{Å} \\ \text{Al}_{0,2}\text{Ga}_{0,8}\text{As} & 590\text{Å} \end{cases}$
	GaAs 2000Å
SUBSTRAT	GaAs

Tableau T.3.A.3. Composition de la structure VAR 1087 C (V4).

Les deux réflecteurs de Bragg $\text{Al}_{0,2}\text{Ga}_{0,8}\text{As}$ ont respectivement 14 (côté air) et 24 périodes (côté substrat). L'épaisseur géométrique (e) de la cavité, constituée de 14 puits quantiques GaAs (100 Å) et de 15 espaceurs en $\text{Al}_{0,2}\text{Ga}_{0,8}\text{As}$, est 1,815 μm . Elle est près de 10 fois plus grande que la cavité du VAR 1016 présenté plus haut. Elle ne contient que 14 puits quantiques. La raison de la disposition particulière des puits, placés de telle sorte qu'ils puissent coïncider avec les maxima de l'onde laser intracavité, sera détaillée dans la partie suivante. La première couche de GaAs (100 Å) sert à protéger l'ensemble de l'oxydation due à l'air.

L'échantillon dont nous disposons se présente sous la forme d'un quart de disque de rayon 1 pouce (2,54 mm), dimension standard des substrats de GaAs [Figure III.A.7].

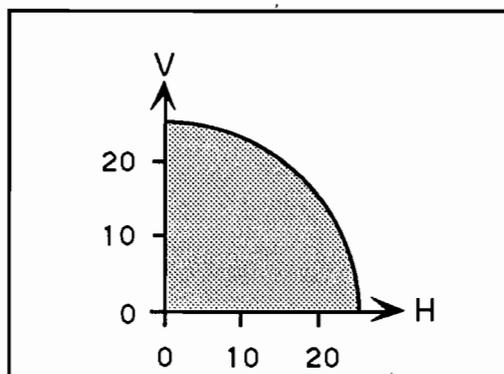


Fig. III.A.7: Plan de l'échantillon VAR 1087 C; la position d'un point est repérée par son abscisse (H) et par son ordonnée (V).

Pour les besoins des études expérimentales, il est collé sur une lame de verre (lame porte-échantillon de microscope) solidaire d'une platine munie des degrés de liberté nécessaires. Toutes les mesures ont lieu en incidence normale à température ambiante.

Nous avons relevé, de millimètre en millimètre, les spectres de réflectivité linéaire en incidence normale le long du bord inférieur de l'échantillon (repères H1V1 à H1V21). Le spectromètre utilisé comporte un réseau de 150 traits/mm. La figure [III.A.8] représente la réflectivité linéaire théorique, à comparer aux réflectivités expérimentales en deux points particuliers de la structure.

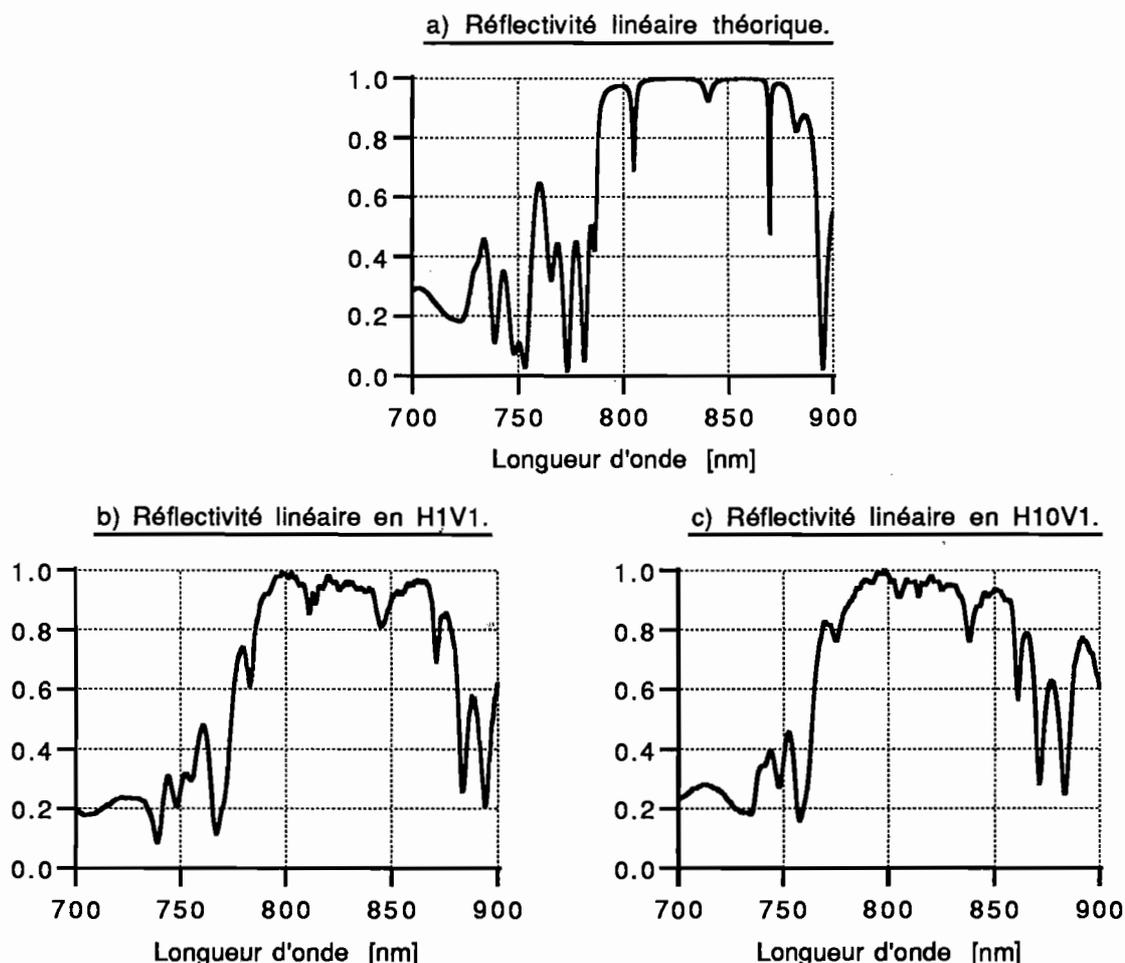


Fig. III.A.8: Réflectivité linéaire en incidence normale de VAR 1087 C (V4):

- a/ théorique;**
- b/ expérimentale en H1V1;**
- c/ expérimentale en H10V1.**

Nous constatons une bonne homogénéité dans la zone centrale de la structure (au voisinage de HOV0). Nous observons néanmoins un léger désaccord entre les courbes théorique et expérimentale au voisinage du centre: si les résonances principales sont situées en 805, 839 et 868 nm, la forme générale est quelque peu différente et l'acuité de la résonance à 868 nm est beaucoup moins prononcée que ne le laisse prévoir la simulation numérique. Notons à ce propos que le mode de résonance à 868 nm est situé en-dehors de la courbe de gain [Figure III.A.6]: seuls les modes à 805 et 839 nm sont susceptibles de conduire à un effet laser.

Au fur et à mesure que nous nous éloignons du centre, se manifeste un gradient d'épaisseur (et/ou de concentration en aluminium) des couches, qui résulte de contraintes technologiques de fabrication, et qui se traduit par un décalage global du spectre de réflectivité, résonances comprises, vers les courtes longueurs d'onde.

Si la croissance des couches semiconductrices est relativement bien maîtrisée au centre d'un "wafer" de 25 mm de rayon, il est en revanche plus délicat de réaliser un échantillon parfaitement homogène sur toute l'étendue de sa surface. Loin d'être pour nous un handicap, cette inhomogénéité (dont nous avons pu par ailleurs vérifier le caractère radial) s'avère un atout, puisque nous disposons de la sorte sur un même échantillon d'une structure continûment accordable, en réflectivité comme en émission, sur une large gamme de longueurs d'onde.

La souplesse d'introduction des données dans le programme de calcul décrit au chapitre II se prête particulièrement bien à l'ajustement des paramètres des structures réelles ; en nous guidant sur l'enveloppe générale du plateau de réflectivité de la microcavité, déterminée par les caractéristiques des réflecteurs de Bragg, nous pouvons chercher une famille de paramètres susceptibles de décrire la structure réelle plus précisément que les paramètres nominaux. L'examen des courbes [III.A.8] nous incite à chercher des valeurs d'épaisseurs et d'indices qui décaleraient le plateau de réflectivité des miroirs de Bragg vers les courtes longueurs d'onde, avec faible décalage des résonances pour H1V1 (807, 842 et 868 nm au lieu de 805, 839 et 868 nm), plus notable pour H10V1 (804, 839 et 861 nm). Nous présentons à titre d'exemple dans le tableau T.3.A.4 les paramètres ajustés qui rendent bien compte des courbes de réflectivité expérimentales en H1V1 et H10V1. Les courbes théoriques correspondantes sont reportées sur la figure [III.A.9].

Sous-structure	paramètres ajustés (H1V1)		paramètres ajustés (H10V1)	
	V4 en H1 V1		V4 en H10 V1	
Air	n=1,0003		n=1,0003	
protection	GaAs	100 Å	GaAs	100 Å
BR A	14 × $\begin{cases} \text{Al}_{0,18}\text{Ga}_{0,82}\text{As} \\ \text{AlAs} \end{cases}$	$\begin{matrix} 580 \text{ Å} \\ 700 \text{ Å} \end{matrix}$	14 × $\begin{cases} \text{Al}_{0,18}\text{Ga}_{0,82}\text{As} \\ \text{AlAs} \end{cases}$	$\begin{matrix} 572 \text{ Å} \\ 691 \text{ Å} \end{matrix}$
espaceur + MPQ	CAVITÉ } 14 × $\begin{cases} \text{Al}_{0,2}\text{Ga}_{0,8}\text{As} \\ \text{GaAs(PQ)} \\ \text{Al}_{0,2}\text{Ga}_{0,8}\text{As} \end{cases}$	1125Å	$\text{Al}_{0,2}\text{Ga}_{0,8}\text{As}$	1121Å
		100 Å	GaAs(PQ)	100 Å
		1125Å	$\text{Al}_{0,2}\text{Ga}_{0,8}\text{As}$	1121Å
BR F	24 × $\begin{cases} \text{AlAs} \\ \text{Al}_{0,08}\text{Ga}_{0,82}\text{As} \end{cases}$	$\begin{matrix} 721 \text{ Å} \\ 587 \text{ Å} \end{matrix}$	24 × $\begin{cases} \text{AlAs} \\ \text{Al}_{0,18}\text{Ga}_{0,82}\text{As} \end{cases}$	$\begin{matrix} 712 \text{ Å} \\ 580 \text{ Å} \end{matrix}$
	AlAs	2000Å	AlAs	1975Å
SUBSTRAT	GaAs	2000Å	GaAs	1975Å

Tableau T.3.A.4: Paramètres ajustés à partir des courbes expérimentales en H1V1 et H10V1.

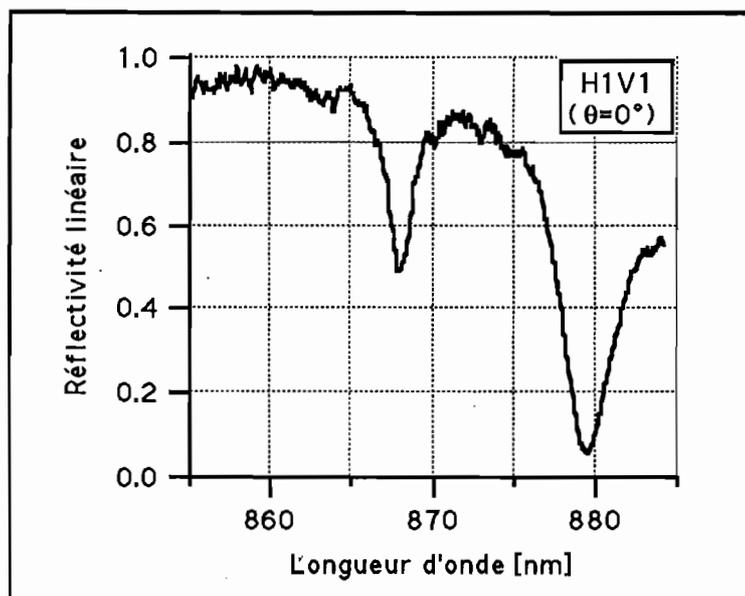


Fig. III.A.10: Étude spectrale "haute-résolution" de VAR 1087 C au voisinage de la résonance à 868 nm.

Nous constatons cette fois que le pic de résonance de la structure réelle est aussi marqué que sur la simulation; de même, le minimum suivant (vers 880 nm) est plus prononcé que ne semblait l'indiquer le spectre de la figure [III.A.8.b], limité par la résolution du réseau de 150 traits/mm (0,3 nm au lieu de 2,5 nm à mi-hauteur).

La comparaison entre théorie et expérience nous permet de mettre en évidence les caractéristiques attendues de la microcavité laser à partir de l'étude de son spectre de réflectivité. Nous disposons d'une structure de bonne qualité, continûment accordable sur un vaste domaine, qui remplit les conditions nécessaires à l'obtention d'une émission biréfringente. Avant d'étudier cette émission, il reste à préciser les raisons ayant présidé au choix du nombre et de la position des puits quantiques dans la cavité.

5) Gain périodique résonnant.

a) Principe.

Nous avons considéré jusqu'à présent un milieu actif continu; en réalité, les zones présentant effectivement du gain optique sont les puits quantiques. De plus, le champ total présente une structure d'onde stationnaire dans la cavité; sur une résonance (mode d'ordre numéro q), il varie de façon périodique avec une période spatiale égale à:

$$\Delta z_q = \frac{\lambda_q}{2n'_q} \quad (3.A.32)$$

où λ_q est la longueur d'onde et n'_q l'indice du milieu intracavité sur le mode considéré.

Il est possible de montrer que le gain optimal est obtenu lorsque les puits quantiques correspondent précisément aux maxima de l'onde stationnaire [Raja 89], [Corzine 89]. Cet effet se conçoit intuitivement si l'on considère un puits placé dans un nœud du champ électrique: l'amplification optique d'une onde d'amplitude nulle n'est pas favorable à l'obtention d'une oscillation laser.

Pour une structure présentant deux modes adjacents sur la zone spectrale de gain, il est clair que, les deux systèmes d'ondes stationnaires ne se superposant pas, ils ne peuvent à la fois correspondre à la position des puits. Il est possible de quantifier le problème par le calcul du "facteur de recouvrement", qui mesure la plus ou moins bonne coïncidence d'une onde stationnaire avec les puits.

Il est important de noter que le concept de "gain périodique résonnant" a d'abord été avancé dans le cadre de la recherche d'un fonctionnement monomode dynamique stable [Corzine 89]; la sélectivité spectrale est en effet augmentée et tend à favoriser spontanément celui des modes de la cavité dont le "facteur de recouvrement" est le plus élevé, c'est-à-dire celui pour lequel les maxima du champ coïncident avec la position des puits: le mode suivant, par définition, comporte une oscillation de plus ou de moins pour une même longueur de cavité, et les deux systèmes d'ondes stationnaires sont en antikoïncidence au centre de la cavité. Ce comportement est illustré schématiquement sur la figure [III.A.11].

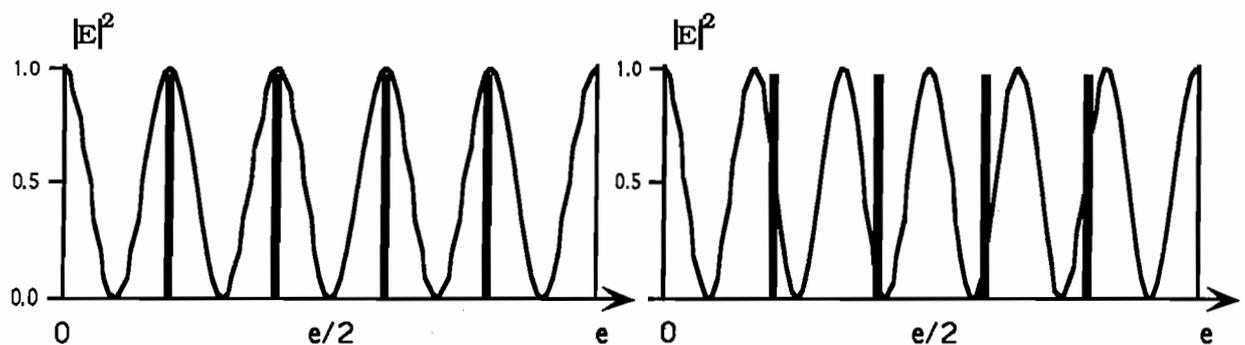


Fig. III.A.11: Illustration schématique du recouvrement d'une cavité bimode:

a/ résonance principale à λ_1 : les maxima du champ stationnaire sont positionnés sur les puits quantiques (représentés en traits épais);

b/ résonance secondaire à $\lambda_2 \leq \lambda_1$: le champ stationnaire à λ_2 présente une arche de moins sur la même longueur de cavité; le recouvrement des puits quantiques est moins bon.

Les deux modes sont en antikoïncidence au centre de la cavité.

Appliquer un tel concept à une cavité que l'on désire biraie peut dès l'abord sembler paradoxal; en réalité, si la microcavité est optimisée pour la longueur d'onde λ_1 correspondant à la première transition quantique, le recouvrement plus faible à λ_2 est compensé par un gain environ deux fois plus important (voir [figure III.A.6]). Pour obtenir l'expression du "facteur de recouvrement" que nous allons définir, il est nécessaire d'examiner la forme du champ intracavité.

b) Champ stationnaire intracavité.

La cavité d'épaisseur e est délimitée par deux miroirs localisés et déphasants de réflectivité en amplitude complexe r_A et r_F ($r = \rho e^{i\phi}$). Nous allons écrire le champ intracavité comme superposition de toutes les ondes réfléchies sur les miroirs (en incidence normale). Nous distinguerons les ondes se propageant de gauche à droite et celles se propageant de droite à gauche.

Comme dans la partie précédente, l'indice n du milieu intracavité est supposé continu. Soit A_0 l'amplitude complexe de la première onde incidente en $z = 0$ dans la cavité [Figure III.A.12].

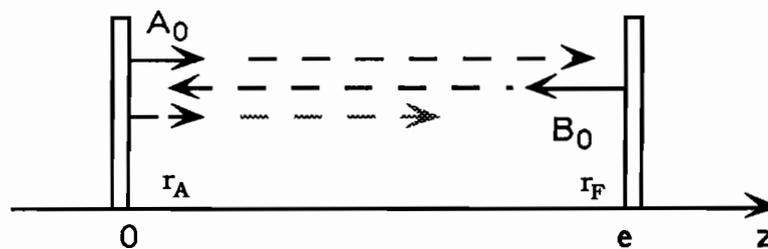


Fig. III.A.12 : Ondes partielles dans la cavité.

La première onde progressive s'écrit:

$$A_0 e^{i nkz}; \tag{3.A.33}$$

au bout d'un aller-retour, elle a parcouru une distance $2e$ et subi deux réflexions: la seconde onde progressive s'écrit:

$$r_A r_F e^{i nk2e} A_0 e^{i nkz}. \tag{3.A.34}$$

À chaque nouvel aller-retour, l'amplitude est multipliée par le même facteur complexe: $u = r_A r_F e^{i nk2e}$. Au total, l'onde résultante se propageant de gauche à droite s'écrit comme la somme d'une série géométrique de raison u .

$$A(z) = A_0 e^{inkz} \cdot (1 + u + u^2 + \dots) = \frac{A_0 e^{inkz}}{1 - u} \quad (3.A.35)$$

où:

$$u = r_A r_F e^{i nk2e}. \quad (3.A.36)$$

Appliquons le même traitement à l'onde contrapropagative. La première onde se propageant de droite à gauche est produite par réflexion de la première onde incidente sur le miroir F. Elle s'écrit en $B_0 e^{-i nkz}$ car orientée vers les z décroissants. Les conditions aux limites en $z = e$ imposent:

$$B_0 e^{-i nke} = r_F A_0 e^{+i nke} \quad (3.A.37)$$

d'où:

$$B_0 = r_F A_0 e^{2i nke}. \quad (3.A.38)$$

Au bout d'un aller-retour, son amplitude complexe est multipliée par le même facteur $u = r_A r_F e^{i nk2e}$ [$= r_A r_F e^{-i nk(-2e)}$]. Au total, l'onde résultante se propageant de droite à gauche s'écrit:

$$B(z) = r_F e^{2inke} \cdot \frac{A_0 e^{-inkz}}{1 - r_A r_F e^{2inke}}. \quad (3.A.39)$$

Le champ total intracavité n'est autre que la somme algébrique des ondes A et B:

$$E(z) = A(z) + B(z) = \frac{A_0}{1 - r_A r_F e^{2inke}} \left[e^{inkz} + r_F e^{2inke} e^{-inkz} \right] \quad (3.A.40.a)$$

$$E(z) = \frac{A_0}{1 - r_A r_F e^{2inke}} \left[e^{inkz} + |r_F| e^{2inke} e^{i\varphi_F} e^{-inkz} \right]. \quad (3.A.40.b)$$

Supposons de plus que le miroir du fond a une réflectivité proche de l'unité: son seul effet sera de déphaser. Nous poserons:

$$r_F = e^{i\varphi_F} \quad (|r_F| = 1). \quad (3.A.41)$$

En substituant (3.A.41) dans (3.A.40.b), on obtient pour le champ intracavité:

$$E(z) = \frac{A_0 e^{inke} e^{i\varphi_F/2}}{1 - r_A r_F e^{2inke}} \cdot 2 \cos \left[nk(z-e) - \frac{\varphi_F}{2} \right]. \quad (3.A.42)$$

Les conséquences de cette expression sont de deux ordres.

i. structure d'onde stationnaire.

L'intensité optique est proportionnelle à $\cos^2 \left[nk(z-e) - \frac{\varphi_F}{2} \right]$; ses maxima sont atteints lorsque:

$$\left[nk(z-e) - \frac{\varphi_F}{2} \right] = q \pi \quad (q \in \mathbb{N}) \quad (3.A.43)$$

et l'interfrange Δz vérifie:

$$(n k \Delta z = \pi) \Leftrightarrow \left(\Delta z = \frac{\pi}{n k} = \frac{\lambda_0}{2 n} \right). \quad (3.A.44)$$

ii. conditions de résonance.

Le dénominateur de l'expression (3.A.42) peut prendre des valeurs extrêmement faibles pour certaines valeurs de k , et plus précisément lorsque:

$$(1 - r_A r_F e^{i nk2e}) \longrightarrow 0.$$

Cela se produit pour les vecteurs d'onde k tels que:

$$\begin{cases} 2n' ke + \varphi_A + \varphi_F \equiv 0 [2\pi] \\ n' ke + \frac{\varphi_A + \varphi_F}{2} \equiv 0 [\pi] \end{cases}. \quad (3.A.45)$$

Pour ces valeurs, le dénominateur prend la valeur:

$$1 - |r_A r_F| e^{-2n'' ke} \quad (3.A.46)$$

où $n = n' + i n''$, indice complexe du milieu. En présence de gain $n'' < 0$, et la condition de seuil consiste à annuler le dénominateur. Nous retrouvons ainsi les résultats déjà discutés dans les sections III.A.2 et III.A.3.

Comme nous l'avons fait précédemment, nous linéarisons la phase des miroirs au voisinage de la longueur d'onde de Bragg; rappelons que:

$$\begin{cases} \varphi_A(k_B) \equiv \varphi_F(k_B) \equiv 0 \ [2\pi] \\ \varphi'_B = \frac{1}{2} \left(\left. \frac{d\varphi_A}{dk_0} \right|_{k_B} + \left. \frac{d\varphi_F}{dk_0} \right|_{k_B} \right) \end{cases} \quad (3.A.47)$$

Le champ stationnaire (en intensité) à résonance est alors proportionnel à:

$$\cos^2 \left[nk_0(z - e) - (k_0 - k_B) \frac{\varphi'_F}{2} \right]. \quad (3.A.48)$$

Pour la résonance principale à k_B , on a un maximum de champ en $z = 0$ et en $z = e$ [$\cos^2(nk_B e)$ est maximal à la résonance].

c) Calcul du facteur de recouvrement Γ .

Le facteur de recouvrement Γ est une quantité qui mesure la coïncidence de l'onde stationnaire à résonance avec la position des puits. Par définition, nous poserons Γ égal à la moyenne des valeurs prises par la fonction $\cos^2 \left[nk(z - e) - \frac{\varphi_F}{2} \right]$ aux points d'abscisse z_p de la cavité correspondant à la position des puits quantiques, rapportée à la moyenne spatiale de cette même fonction –soit 0,5– sur toute la cavité. Γ est maximal lorsque les ventres du champ et les positions des puits coïncident. Supposons les M puits quantiques équidistants de $\Delta\ell$ et à des abscisses $z_p = p.\Delta\ell$ (avec $p \in \mathbf{N}^*$) dans la cavité [Figure III.A.13].

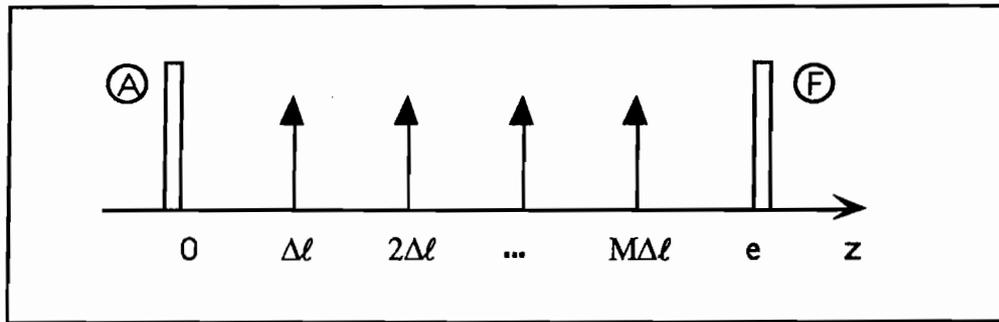


Fig. III.A.13: Position des puits dans la cavité [$e = (M + 1). \Delta\ell$]

Le facteur de recouvrement peut s'écrire:

$$\Gamma(k_q) = \frac{2}{M} \sum_{p=1}^M \cos^2 \left[n_q k_q (p. \Delta\ell - e) - \frac{\varphi_F}{2} \right] \quad (3.A.49)$$

soit encore, en utilisant la linéarisation (3.A.48):

$$\begin{cases} \Gamma(k_q) = \frac{2}{M} \sum_{p=1}^M \cos^2 \left[n_q k_q (p \cdot \Delta\ell - e) - (k_q - k_B) \frac{\varphi'_F}{2} \right] \\ \Gamma(k_q) = \frac{2}{M} \sum_{p=1}^M \cos^2 \left[n_q k_q \cdot \Delta\ell \cdot (p - M - 1) - (k_q - k_B) \frac{\varphi'_F}{2} \right]. \end{cases} \quad (3.A.50)$$

À titre d'exemple, nous avons calculé les facteurs de recouvrement pour les deux modes: principal à λ_1 et adjacent à λ_2 dans la structure V4 en une zone où $\lambda_1 = \lambda_B \approx 832$ nm et $\lambda_2 \approx 800$ nm (coordonnées H13V1).

Les paramètres utilisés pour ce calcul sont les suivants:

$$\begin{array}{lll} n(\lambda_1) = 3,43 & n(\lambda_2) = 3,48 & M = 14 \\ \Delta\ell = 124,4 \text{ nm} & e = 15 \Delta\ell = 1,821 \text{ }\mu\text{m} & \\ \frac{1}{2} \varphi'_A = 0,37 \text{ }\mu\text{m} & \frac{1}{2} \varphi'_F = 1,31 \text{ }\mu\text{m} & \varphi'_B = 1,68 \text{ }\mu\text{m}. \end{array}$$

Nous obtenons pour conditions de résonance:

$$\begin{cases} n(\lambda_1) k_1 e = 15 \pi \\ n(\lambda_2) k_2 e + (k_2 - k_B) \varphi'_B = 16 \pi. \end{cases}$$

Les interfranges des deux systèmes d'ondes stationnaires sont:

$$\begin{cases} \Delta z_1 = \frac{\lambda_1}{2n(\lambda_1)} = \Delta\ell & \text{en } \lambda_1 = \lambda_B, \\ \Delta z_2 = \frac{\lambda_2}{2n(\lambda_2)} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cdot \frac{n(\lambda_1)}{n(\lambda_2)} \cdot \Delta\ell \approx 0,948 \Delta\ell \approx 115 \text{ nm} \end{cases}$$

et les facteurs de recouvrement calculés par (3.A.50) sont respectivement:

$$\begin{cases} \Gamma(\lambda_1) \approx 2 \\ \Gamma(\lambda_2) \approx 0,756. \end{cases}$$

La rate principale à $\lambda_1 = 832$ nm est donc couplée au milieu à gain d'une façon beaucoup plus efficace que la rate secondaire à $\lambda_2 = 800$ nm (dans un rapport $\approx 2,65$).

À l'étape actuelle de notre étude, nous sommes en mesure de décrire les propriétés des microcavités et de les caractériser par leur spectre de réflectivité. Nous avons introduit le concept de "gain périodique résonnant" pour rendre compte des particularités du milieu actif d'une cavité multimode; le calcul du "facteur de recouvrement" Γ entre les puits quantiques et l'onde stationnaire intracavité à résonance permet de quantifier l'efficacité du couplage entre les zones réellement actives (les puits quantiques) et l'onde laser. Cet effet doit être pris en compte à la fois pour optimiser les seuils de commande de l'effet laser, et pour comprendre les mécanismes de l'émission biraie. Bien qu'une telle configuration à "gain périodique résonnant" ait eu pour origine la recherche d'un fonctionnement monomode dynamique stable, elle n'empêche pas l'existence de deux raies laser émises simultanément: le plus faible facteur de recouvrement sur la raie de courte longueur d'onde est en effet compensé par un gain deux fois plus important.

Les expériences de pompage optique ont démontré sans ambiguïté la possibilité d'une émission laser biraie dans la structure VAR 1087 C (V4), prouvant de la sorte que le cahier des charges fixé était bien rempli. Ce sont ces résultats que nous allons à présent nous attacher à décrire.

B. Étude de l'émission de la microcavité VAR 1087 C en pompage optique.

Nous avons étudié la réponse de luminescence et/ou d'émission laser de la microcavité VAR 1087 C (V4) soumise à diverses sources d'excitation optique caractérisées par leur longueur d'onde λ_p ainsi que, en régime impulsionnel, par la durée τ des impulsions et par leur fréquence de répétition f_p . Les sources utilisées sont les suivantes:

- pompage continu, laser He-Ne, $\lambda_p = 632,8$ nm;
- pompage nanoseconde, Ti:Al₂O₃ accordable ($\lambda_p \approx 750$ nm), $\tau \approx 50$ ns;
- pompage femtoseconde, laser à colorants en anneau, $\lambda_p \approx 620$ nm, $\tau \approx 100$ fs.

En fonction de la source, les renseignements obtenus sont d'ordres très différents.

1) Pompage continu.

L'analyse de la luminescence complète celle de l'analyse du spectre de réflectivité linéaire en renseignant sur la composition des couches. En pompant avec une longueur d'onde suffisamment courte, nous excitions des porteurs non seulement dans les puits quantiques, mais encore dans le matériau AlGaAs massif, constitutif à la fois des barrières dans la cavité et des couches "haut-indice" des réflecteurs de Bragg.

Le montage expérimental est décrit sur la figure [III.B.1].

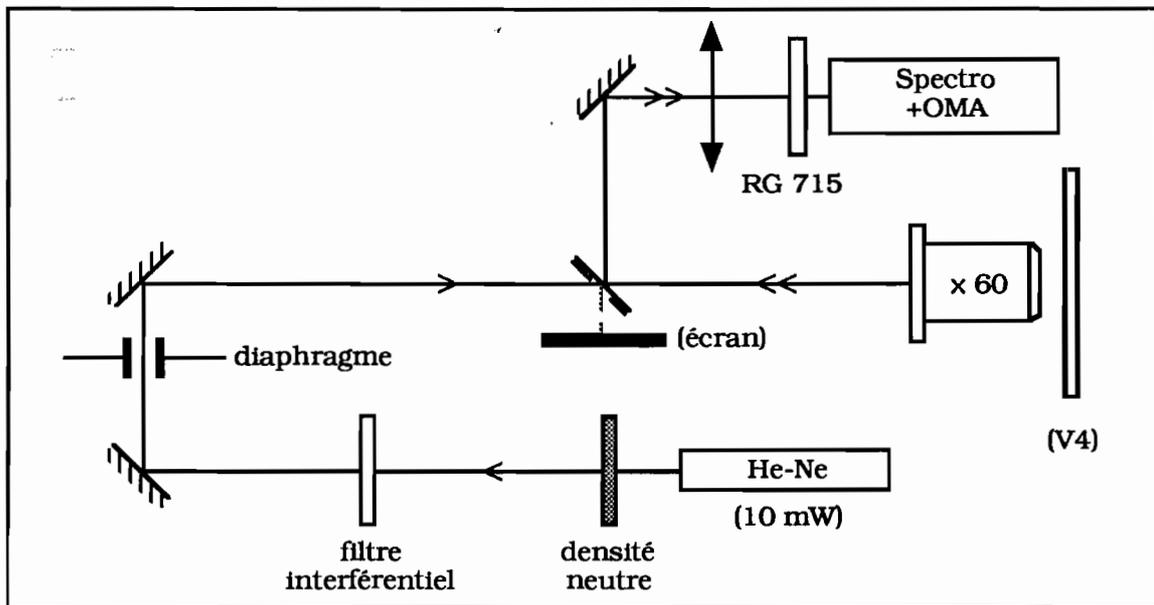


Fig. III.B.1: Montage expérimental d'étude de la luminescence de VAR 1087 C.

Le flux émis par un laser He-Ne de puissance 8,6 mW est atténué puis filtré par un filtre interférentiel accordé à 632,8 nm et destiné à supprimer les raies parasites du Néon, beaucoup plus faibles que la raie principale, mais du même ordre de grandeur que l'émission propre de la structure. Il est ensuite focalisé sur l'échantillon à travers un objectif de microscope x 60. Le flux réémis est envoyé vers un système de détection constitué d'un spectromètre suivi d'un analyseur optique multicanal (OMA). Un filtre passe-haut en longueur d'onde (verre coloré Schott RG 715) élimine une grande partie du flux réfléchi par l'échantillon à $\lambda_p = 632,8$ nm et protège ainsi la tête de l'OMA.

Le spectre de luminescence de V4 fait apparaître une forte émission au voisinage de 730 nm et une émission plus faible avec des maxima en 850, 816 et 790 nm [Figure III.B.2].

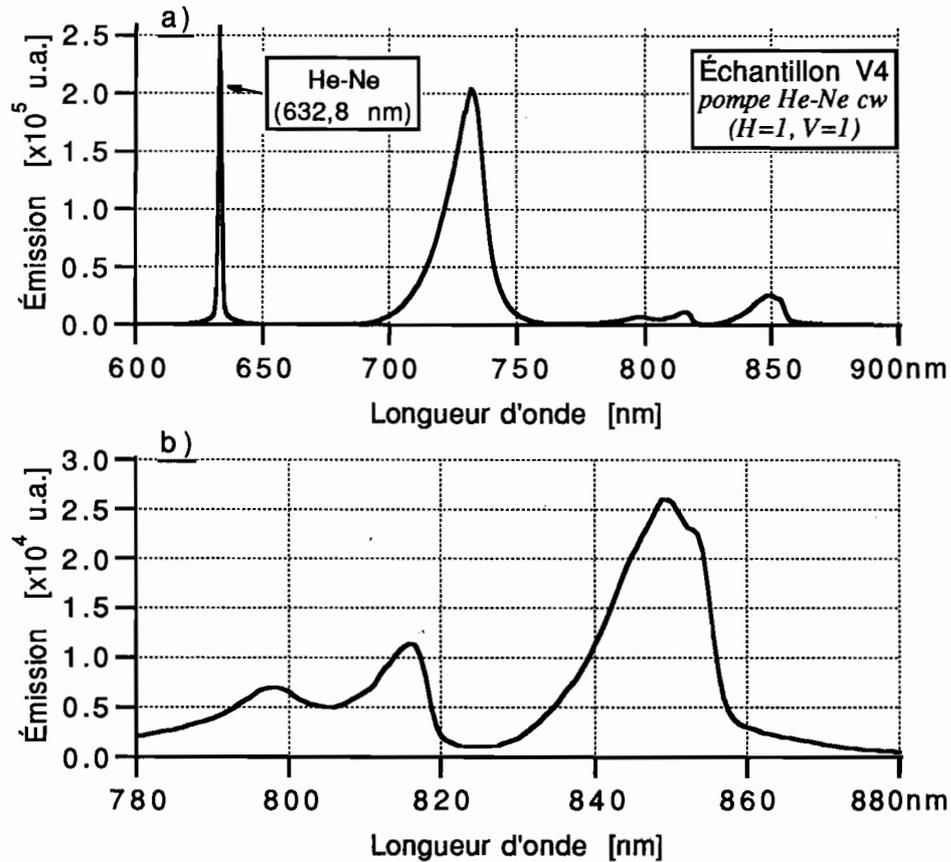


Fig. III.B.2: Émission de luminescence de VAR 1087 C (V4):

a/ flux réémis par l'échantillon;

b/ détail de la figure précédente.

La luminescence propre des puits quantiques se situe préférentiellement au voisinage de 850 nm. Le spectre recueilli ne peut être considéré comme l'émission intrinsèque des puits quantiques, puisque celle-ci est spectralement filtrée par les réflecteurs de Bragg. Les renseignements obtenus sont donc d'ordre qualitatif.

La forte émission au voisinage de 730 nm est attribuée aux couches de matériau $\text{Al}_{0,2}\text{Ga}_{0,8}\text{As}$ présentes dans l'échantillon. Le maximum d'émission est situé à une dizaine de nanomètres en-dessous de la longueur d'onde de bande interdite $\lambda_{g(x=0,2)} = 741 \text{ nm}$. Par ailleurs, l'examen des spectres de luminescence de plusieurs échantillons dont nous disposons, et dont nous connaissons la composition, nous permet une constatation empirique: le maximum d'émission observé se situe à une longueur d'onde inférieure d'une dizaine de nanomètres à la longueur d'onde de bande interdite du matériau $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ considéré.

Nous en déduisons à l'inverse une méthode empirique d'analyse d'une structure de composition a priori mal connue: outre le spectre de réflectivité linéaire, nous pouvons exploiter le spectre de luminescence pour obtenir une bonne estimation de la fraction x en

aluminium dans les couches de matériau $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ "haut-indice" constitutifs de la structure.

Bien que qualitative, cette étude peut compléter utilement les données obtenues à partir d'un spectre de réflectivité linéaire. En revanche, la forte absorption du flux incident à λ_p dans les couches de matériau AlGaAs n'est pas favorable à l'obtention de l'effet laser à ces faibles puissances de pompe. Nous avons repris l'étude en régime impulsionnel à des longueurs d'onde plus grandes.

2) Pompage nanoseconde.

Afin de mettre en évidence un effet laser dans la structure et de rechercher les meilleures conditions de pompage, nous avons utilisé un laser à saphir dopé au titane accordable en régime nanoseconde.

a) Laser à saphir dopé au titane nanoseconde accordable.

Les lasers utilisant des cristaux de saphir dopé au titane ont connu un développement très rapide durant ces dernières années. Ce matériau est constitué d'une matrice d'alumine (Al_2O_3) dopée par des ions Ti^{3+} . Il s'agit d'un cristal biréfringent uniaxe.

La principale caractéristique de ce matériau est sa large bande de fluorescence (650-1100 nm) qui permet de disposer d'un laser accordable dans tout le proche infrarouge. Cette large accordabilité est due à un fort couplage entre les ions Ti^{3+} et la matrice d'alumine par l'intermédiaire des phonons du cristal. Ce couplage est également responsable d'une bande d'absorption comprise entre 400 et 600 nm.

Une autre caractéristique des cristaux de saphir dopé au titane est que la concentration en dopant est peu élevée, ce qui conduit à une absorption assez faible (de l'ordre de 1 cm^{-1} typiquement). Pour pouvoir absorber toute l'énergie de pompe, il faut donc utiliser des cristaux assez longs, de l'ordre de 15 à 20 mm. Cette caractéristique nous impose une configuration d'excitation du cristal dite longitudinale, c'est-à-dire que le faisceau du laser de pompe et le faisceau intracavité sont colinéaires. Le laser de pompe est un laser Nd:YAG déclenché doublé en fréquence ($\lambda = 532 \text{ nm}$), émettant des impulsions de 8 ns à une cadence de 50 Hz ou ses sous-multiples. La figure [III.B.3] représente le schéma de la cavité du laser nanoseconde à saphir dopé au titane. La cavité laser est un résonateur stable constitué d'un miroir concave M_1 et d'un miroir plan M_2 . Le miroir M_1 a un rayon de

courbure de 1 m, est totalement réfléchissant entre 750 et 850 nm et parfaitement transparent à 532 nm. Le miroir plan M_2 est le miroir de sortie du laser et son coefficient de transmission entre 750 et 850 nm est de 20 %. Le faisceau laser de pompe est focalisé, à travers M_1 par une lentille L de 66 cm de focale dans un cristal de saphir dopé au titane dont les faces sont taillées à l'angle de Brewster afin de diminuer les pertes dans la cavité. L'absorption du cristal est d'environ 80 %. Un ensemble lame demi-onde et polariseur, placé avant la lentille L , permet de faire varier continûment la puissance du laser de pompe. Afin de contrôler la longueur d'onde d'émission du laser nous avons inséré un prisme dans la cavité. En tournant celui-ci, nous pouvons accorder la longueur d'onde entre 740 et 840 nm pour une puissance de pompe de l'ordre de 8 mJ [Figure III.B.4]. Cette accordabilité dépend surtout des miroirs utilisés dans la cavité et peut être modifiée en changeant leur bande spectrale de réflectivité.

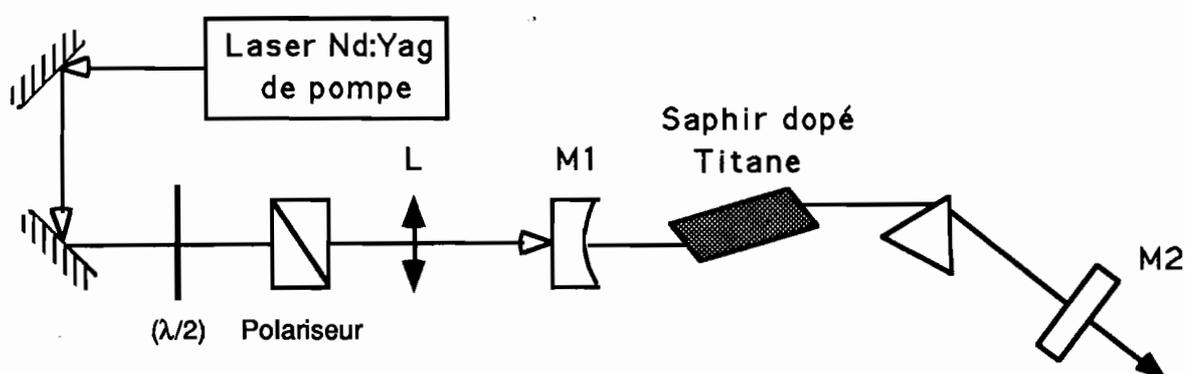


Figure III.B.3: Schéma de l'oscillateur nanoseconde accordable.

Au maximum d'efficacité du saphir dopé au titane, c'est à dire vers 780 nm, l'énergie de pompe au seuil est d'environ 2 mJ et l'efficacité est voisine de 40 %. Nous obtenons donc une énergie de 0,8 mJ à 780 nm pour une énergie de pompe de 4 mJ. Le temps de fluorescence du saphir dopé au titane est de 3 μ s environ, la durée des impulsions produites est donc fonction de l'énergie stockée dans le barreau (donc du gain par passage) et des pertes dans la cavité (miroir de sortie et dioptrés intracavités). Plus l'énergie de sortie du laser est grande, plus la durée des impulsions est courte et plus le temps de création de l'impulsion est court (intervalle de temps entre l'impulsion de pompe à 532 nm et l'impulsion infrarouge). Typiquement la durée des impulsions produites est de l'ordre de 40-50 ns et peut descendre jusqu'à 20 ns pour des énergies de pompe élevées. Enfin, nous avons vérifié que le profil spatial du faisceau était gaussien, caractéristique importante si l'on veut par la suite estimer les densités d'énergie de pompe sur la structure semiconductrice.

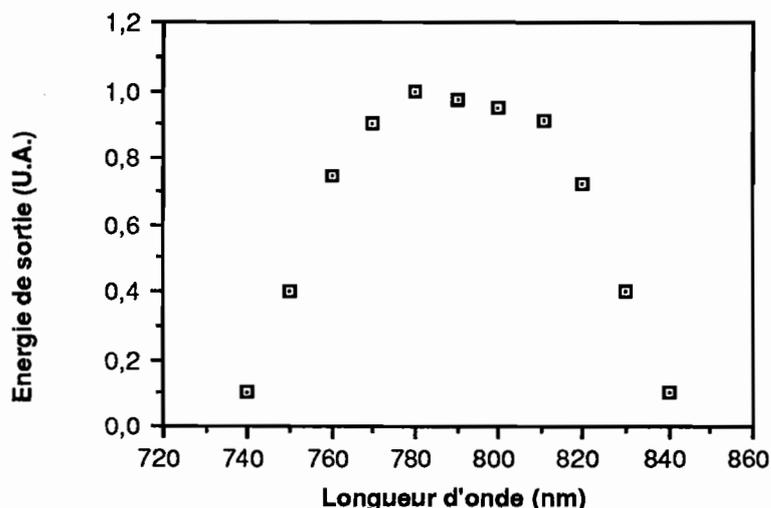


Fig. III.B.4: Accordabilité du laser nanoseconde.

b) Montage expérimental d'étude de VAR 1087 C en pompage nanoseconde.

La configuration expérimentale est à présent la suivante [Figure III.B.5].

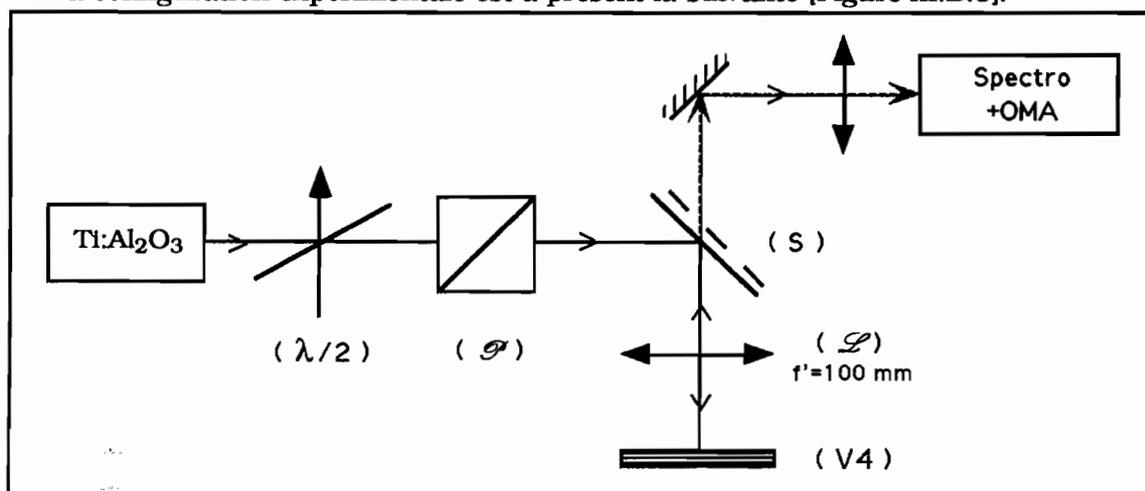


Fig. III.B.5: Montage expérimental en pompage nanoseconde.

La puissance incidente est réglée par une lame demi-onde ($\lambda/2$) précédant un polariseur (\mathcal{P}). La sélection en longueur d'onde du saphir dopé au titane est réalisée par rotation du prisme intracavité [Figure III.B.3].

Ce montage nous permet d'étudier la structure dans des conditions particulièrement avantageuses: en accordant la longueur d'onde de pompe sur un minimum de réflectivité totale de la structure, nous augmentons la fraction d'énergie de pompe qui y est effectivement couplée—donc l'efficacité du pompage [Figure III.B.6]. De plus nous travaillons dans une gamme spectrale où les couches en $\text{Al}_{0,2}\text{Ga}_{0,8}\text{As}$ des réflecteurs de Bragg présentent encore peu d'absorption intrinsèque (la bande interdite commence vers 741 nm).

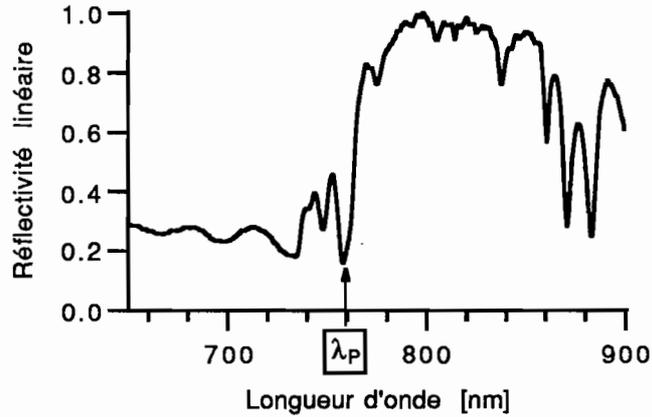


Fig. III.B.6: Optimisation de la longueur d'onde de pompe.

L'optimisation de la longueur d'onde de pompe est effectuée en minimisant le signal réfléchi par l'échantillon, à l'écran de l'OMA. Cette méthode, assez sensible, permet de s'affranchir de l'éventuelle incertitude de positionnement: même si les coordonnées H et V sont mal connues, λ_p est par contre déterminée avec une grande précision à l'endroit même que l'on observe.

c) Étude de l'influence de l'inhomogénéité sur l'émission.

Dans un premier temps, la longueur d'onde est fixée à $\lambda_p = 735$ nm, la cadence des tirs est de 5 Hz. Nous nous déplaçons de mm en mm le long du bord vertical de l'échantillon (coordonnées H1V1 à H1V20 d'après III.A.7).

Au centre de la structure, nous observons un effet laser autour de 846 nm. En nous déplaçant le long du bord de l'échantillon, nous constatons que la longueur d'onde émise se décale, d'abord légèrement, puis de façon plus marquée; vers les courtes longueurs d'onde. De plus, à partir du point de coordonnées H1V13, une seconde raie d'émission s'ajoute à la première. Elle aussi se décale vers les courtes longueurs d'onde lorsque la coordonnée V augmente.

Ce comportement est illustré sur la figure [III.B.7] qui représente à la fois la position des raies d'émission de grande et courte longueur d'onde (respectivement λ_1 et λ_2), et la position des pics de résonance de la microcavité, relevés sur les spectres de réflectivité linéaire en incidence normale, en fonction de la position.

Il faut toutefois noter que les spectres de réflectivité linéaire avaient été relevés le long du bord horizontal de l'échantillon (coordonnées H1V1 à H20V1), et que nous avons tiré

parti de la symétrie radiale de la structure, vérifiée par ailleurs. L'abscisse de la figure [III.B.7] représente donc la coordonnée H pour la résonance et la coordonnée V pour l'émission.

Eu égard aux incertitudes expérimentales (imprécision sur le positionnement, résolution spectrale et étalonnage de la chaîne de détection), le léger décalage systématique observé entre longueur d'onde d'émission et résonance de la cavité n'apparaît pas significatif.

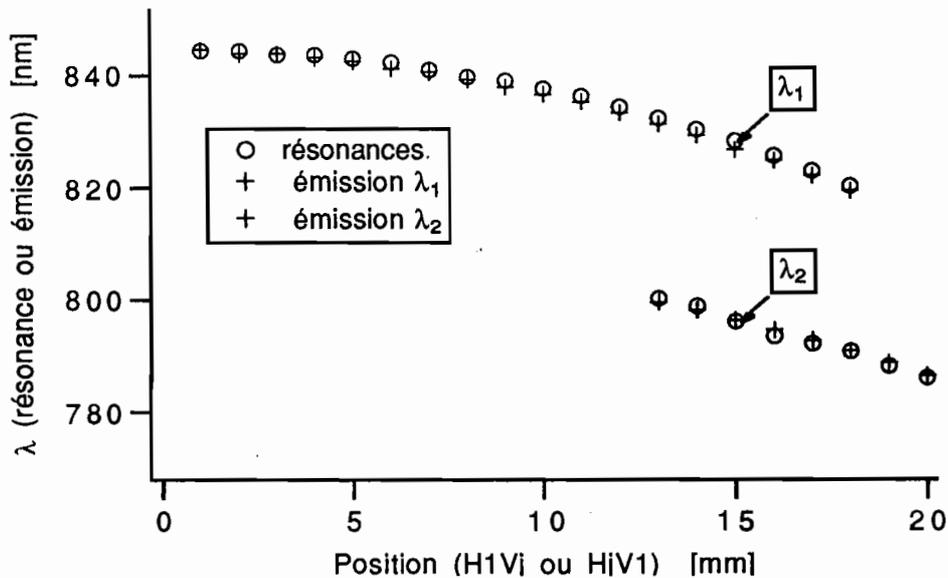


Fig. III.B.7: Émission laser et pics de résonance de la microcavité VAR 1087 C en fonction de la position sur l'échantillon (respectivement H1V1 et HjV1).

Nous avons mis en évidence l'obtention d'un effet laser dans la microcavité VAR 1087 C. Conformément aux prédictions théoriques, la longueur d'onde d'émission est corrélée à la position du pic de résonance relevé sur le spectre de réflectivité linéaire; l'inhomogénéité de la structure la rend donc continûment accordable par simple translation le long de l'échantillon.

De plus, en certaines zones, la structure émet deux longueurs d'onde λ_1 et λ_2 simultanément.

Nous allons étudier plus spécifiquement l'émission de la structure en une zone où elle est monorale, puis dans une zone où elle est biraie.

d) Zone monoraie: influence de l'énergie de pompe sur l'émission laser à λ_1 et optimisation de λ_p .

Nous travaillons au voisinage du point de coordonnées H1V1 de l'échantillon. Les impulsions de pompe, à $\lambda_p = 750$ nm, ont une durée de 42 ns et sont focalisées sur une tache de 92 μm de diamètre (à $1/e^2$), mesuré de manière annexe par translation fine d'un diaphragme dans le plan de focalisation ("waist") du faisceau gaussien.

Les spectres d'émission recueillis pour différentes valeurs de l'énergie de pompe E_p sont représentés sur la figure [III.B.8].

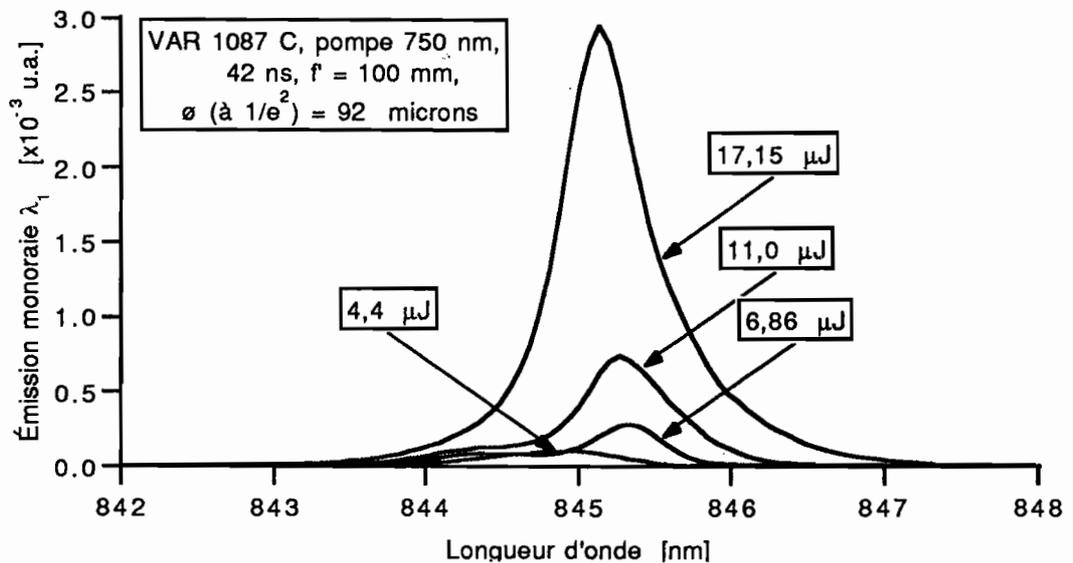


Fig. IILB.8: Émission monoraie de VAR 1087 C en pompage nanoseconde au voisinage de H1V1 en fonction de l'énergie de pompage E_p .

Le seuil d'effet laser est de l'ordre de 5 μJ par impulsion; en-dessous de ce seuil, on n'observe que la luminescence de la structure, centrée vers 844,8 nm. Au-dessus du seuil, un pic d'émission se détache de la luminescence; centré autour de 845,3 nm, il tend à se décaler vers les courtes longueurs d'onde lorsque l'énergie de pompe augmente. La largeur à mi-hauteur $\Delta\lambda$ du spectre émis est de 0,7 nm environ. L'énergie émise est proportionnelle à l'aire de la courbe représentant le spectre d'émission.

Le tableau [T.3.B.1] récapitule ces données:

Énergie de pompe [μJ]	Puissance crête de pompe [kW]	Densité crête [MW/cm^2]	λ_{Max} [nm]	$\Delta\lambda$ [nm]	Énergie émise [u.a.]
06,86	0,16	2,4	845,30	0,6	≈ 10
11,00	0,26	3,9	845,25	0,7	29
17,15	0,40	6,0	845,10	0,7	115

Tableau T.3.B.1: Influence de l'énergie de pompe ($\lambda_p = 750 \text{ nm}$) sur l'émission à λ_1 .

Les expériences ont été reprises en un point voisin de l'échantillon (H1V2), avec une longueur d'onde de pompe optimisée ($\lambda_p = 740,3 \text{ nm}$), c'est-à-dire correspondant à un minimum de réflectivité de la structure, vue de l'extérieur: il y a ainsi plus de flux qui pénètre dans la cavité.

Cette fois, la durée des impulsions est de 50 ns et le diamètre de la tache de focalisation est 100 μm . Les résultats expérimentaux obtenus en faisant varier l'énergie de la pompe utilisée dans ces conditions sont reportés sur la figure [III.B.9].

VAR 1087 C pompe $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$ (λ_p optimal= 740,3 nm) à 25 Hz en H1V2.

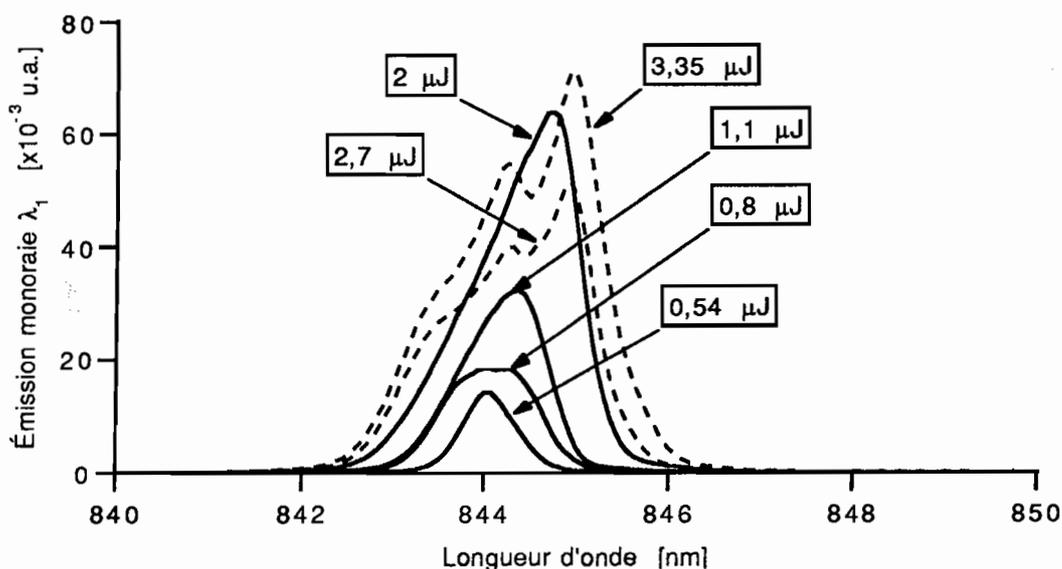


Fig III.B.9: Émission monoraie de VAR 1087 C en H1V2 à $\lambda_p = 740,3 \text{ nm}$. en fonction de l'énergie de pompage E_p .

Le seuil d'effet laser est cette fois-ci voisin de 0,54 μJ , soit une densité de puissance de 138 kW/cm^2 au lieu de 1,8 MW/cm^2 à $\lambda_p = 750 \text{ nm}$. Les puissances de commandes sont donc

beaucoup plus faibles en optimisant la longueur d'onde de pompe. Les données d'énergie, de puissance crête et de densité de puissance de la pompe, ainsi que les caractéristiques de l'émission sont récapitulées dans le tableau [T.3.B.2].

Énergie de pompe [μJ]	Puissance crête de pompe [kW]	Densité crête [kW/cm^2]	λ_{Max} [nm]	$\Delta\lambda$ [nm]	Énergie émise [u.a.]
0,54	10,8	138	844,00	0,7	177
0,8	16	204	844,13	1,2	388
1,1	22	280	844,35	1,1	607
2,0	40	510	844,75	1,3	1436
2,7	54	688	844,92	1,8	1415
3,35	67	854	844,97	1,7	1983
3,35	67	854	844,97	1,7	1983

Tableau T.3.B.2: Influence de l'énergie de pompe ($\lambda_p = 740,3$ nm – optimisée) sur l'émission à λ_1 .

Au fur et à mesure que la puissance de pompe augmente, la raie d'émission à λ_1 tend à se déplacer, cette fois vers les grandes longueurs d'onde; à forte puissance, nous observons une modification des caractéristiques spectrales de l'émission avec un dédoublement de la raie (sous-structure dissymétrique comprenant deux "pics" distants de 0,7 nm), phénomène que nous n'avons pas expliqué à ce jour.

La figure [III.B.10] illustre l'évolution de l'intensité émise à λ_1 en fonction de l'énergie de pompe, selon que $\lambda_p = 750$ nm ou 740,3 nm (optimisée).

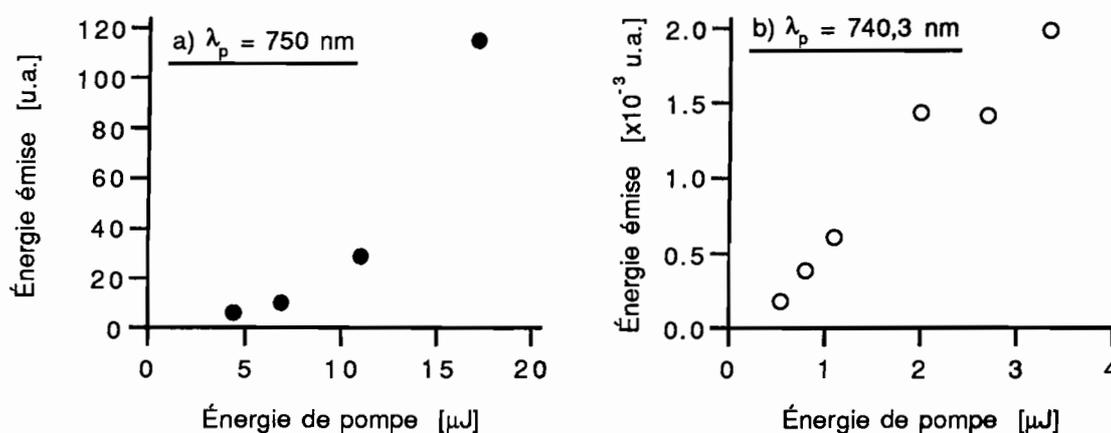


Fig. III.B.10: Évolution de l'intensité émise à λ_1 en fonction de l'énergie de pompe;
a/ $\lambda_p = 750$ nm (non optimisée);
b/ $\lambda_p = 740,3$ nm (optimisée).

L'optimisation de la longueur d'onde de pompe conduit à un abaissement sensible des densités de puissance nécessaires pour atteindre le seuil d'effet laser. Les valeurs déterminées expérimentalement sur la structure VAR 1087 C ne constituent nullement une limite fondamentale: [Gourley 86] présentait une structure à gain périodique résonnant similaire (mais monorate) et dont le seuil en régime de pompage continu pouvait descendre jusqu'à $2 \cdot 10^4 \text{ W.cm}^{-2}$, soit près d'un ordre de grandeur plus bas.

Nous avons mené la même étude en des zones de l'échantillon présentant un comportement biraie.

e) Zone biraie: influence de l'énergie de pompe E_p .

Nous avons travaillé au voisinage du point de coordonnées H1V18 sur l'échantillon. La longueur d'onde de pompe est réglée à $\lambda_p = 735 \text{ nm}$ l'énergie est de 2 J et la fréquence de répétition $f_p = 5 \text{ Hz}$. La figure [III.B.11] présente un spectre typique d'émission biraie.

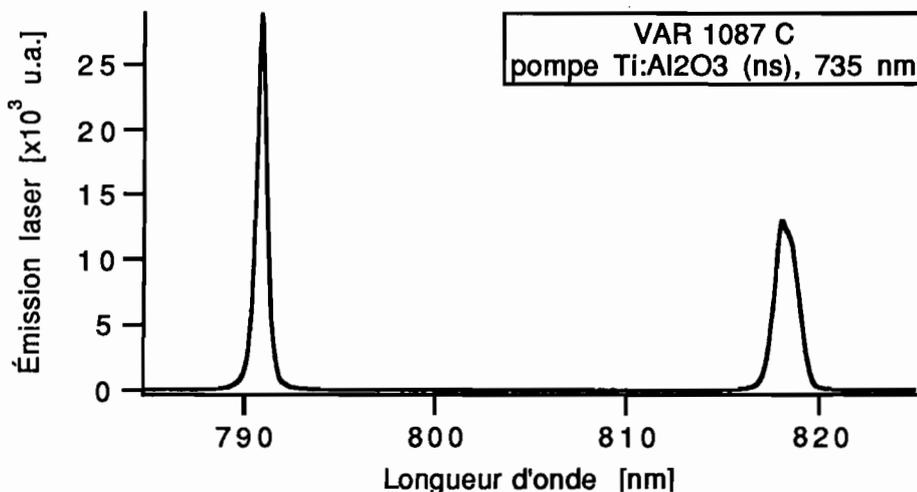


Fig. III.B.11: Spectre d'émission biraie de VAR 1087 C autour du point H1V18.

Nous noterons λ_1 la raie de plus grande longueur d'onde et λ_2 la seconde. En faisant varier l'énergie E_p de la pompe, nous observons que la raie λ_1 a tendance à se dédoubler à forte puissance de pompe; sa largeur spectrale reste supérieure à celle de la raie λ_2 [Figure III.B.12].

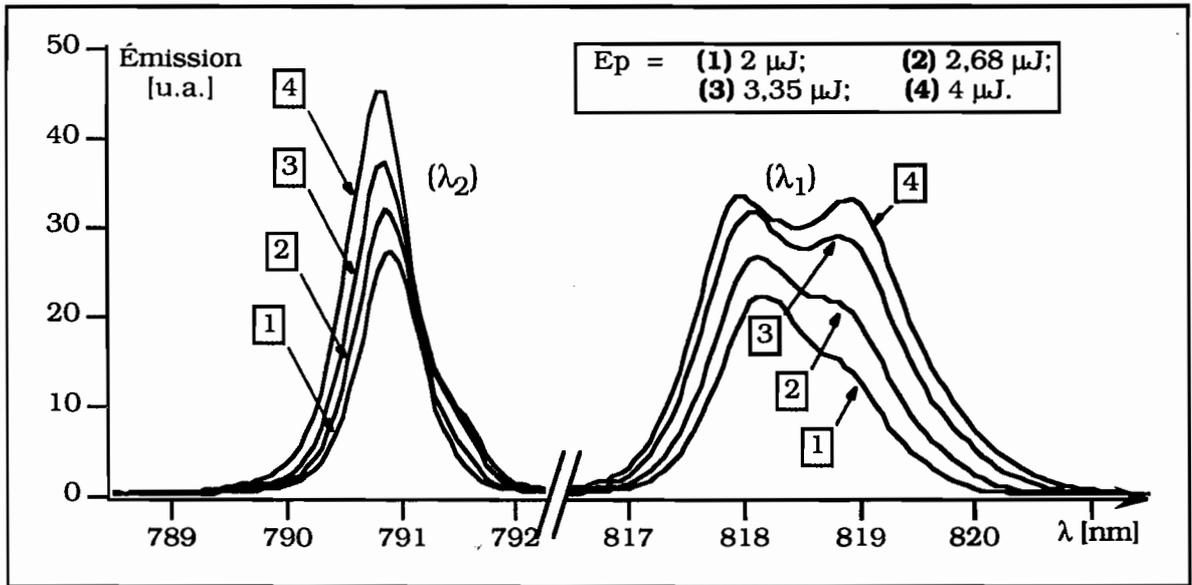


Fig. III.B.12: Émission birale de VAR 1087 C autour du point HIV18 en fonction de l'énergie de pompage E_p .

L'énergie émise à λ_1 reste supérieure à l'énergie émise à λ_2 . Nous avons reporté sur la figure [III.B.13] les valeurs de l'énergie émise aux deux longueurs d'onde λ_1 et λ_2 en fonction de l'énergie de la pompe, pour les situations décrites sur la figure [III.B.12]. L'énergie représente l'aire de la courbe du spectre d'émission, c'est-à-dire que c'est l'énergie intégrée sur toute la largeur spectrale de la raie considérée.

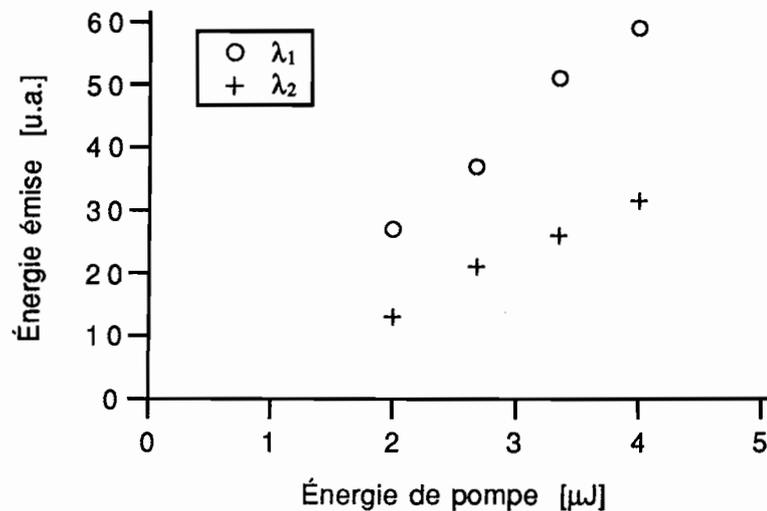


Fig. III.B.13: Énergie émise sur les deux raies en fonction de l'énergie de pompe; le seuil est situé au voisinage de $E_p \approx 0,5 \mu\text{J}$.

Tout comme dans la zone monoraie, le seuil d'effet laser est de l'ordre de $0,5 \mu\text{J}$ pour une longueur d'onde de pompe adaptée à la composition locale de l'échantillon.

f) Caractéristiques spatio-temporelles de l'émission.

Le faisceau issu de la structure VAR 1087 C est émis sous la forme d'un halo cône, de demi-angle d'ouverture voisin de 7° [Figure III.B.14].

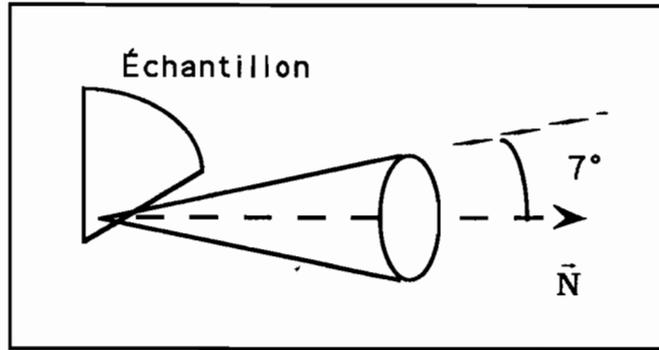


Fig. III.B.14: Forme spatiale de l'émission.
(\bar{N} représente la normale à la structure).

Nous avons pu constater que la répartition en énergie dans le halo émis n'était pas uniforme, en observant à l'aide d'une caméra à vision infrarouge sa projection sur un écran. La répartition spectrale dans le halo n'est pas uniforme non plus: en intercalant un diaphragme mobile sur le trajet du faisceau collecté et en sélectionnant une portion seulement de celui-ci, nous obtenons les courbes de la figure [III.B.15].

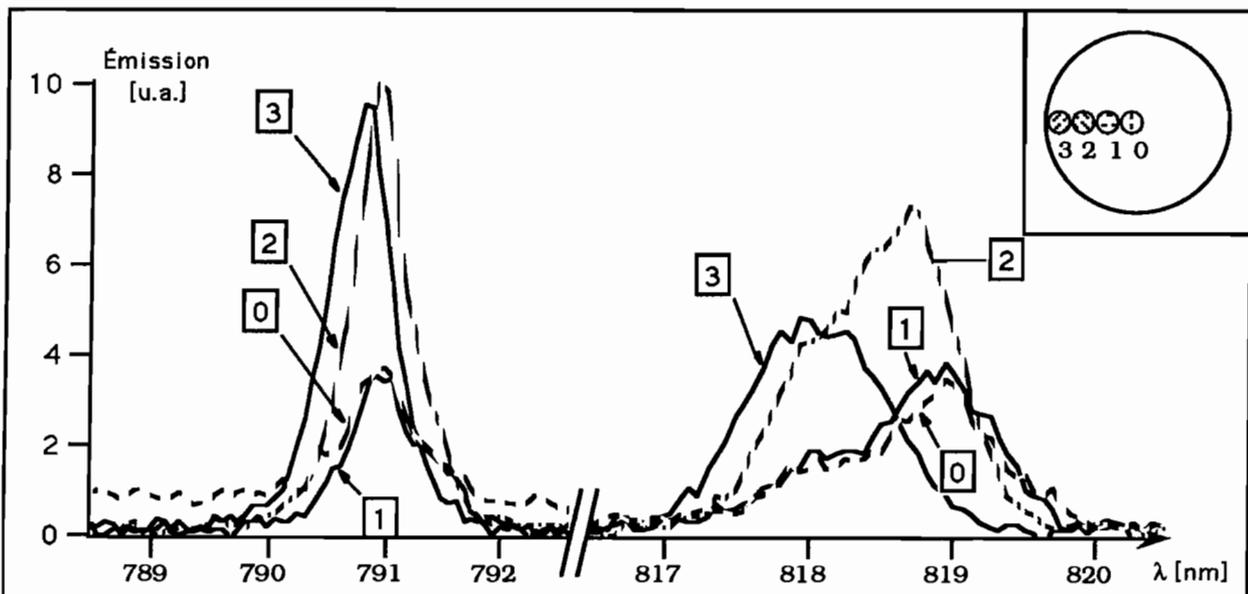


Fig.III.B.15: Répartition spectrale de l'émission dans le faisceau émis;
en médaillon, coupe du faisceau et plan des zones explorées.

Nous observons un décalage vers les courtes longueurs d'onde pour des rayons émis avec un angle croissant par rapport à l'incidence normale. Ceci peut s'interpréter par une variation des conditions de résonance de la cavité selon l'angle considéré.

Nous avons montré au chapitre II que le coefficient de couplage dans un réflecteur de Bragg varie de manière inversement proportionnelle à $\cos\theta$, où θ est l'angle interne au milieu. Il est donc normal que les plus courtes longueurs d'onde soient favorisées pour les rayons émis sous des angles plus grands.

Un angle externe de 7° correspond à un angle interne $\theta \approx 2^\circ$ pour un indice moyen pris égal à 3,5; la longueur d'onde privilégiée sur une résonance est susceptible de passer d'une valeur λ_0 en incidence normale à $\lambda_0 \cos\theta$ en incidence oblique, ce qui, compte tenu des longueurs d'onde d'émission, correspond à un décalage proche de 0,5 nm sur les deux raies λ_1 et λ_2 . Si l'effet est plus marqué sur la raie λ_1 , cette valeur est en bon accord avec nos observations expérimentales.

Nous avons également analysé la forme temporelle du faisceau cône émis, à l'aide d'une photodiode rapide associée à un oscilloscope de bande passante 350 MHz (temps de réponse ≈ 1 ns). Un filtre coloré (Schott RG 830) permet de s'affranchir de la partie réfléchie de la pompe. La figure [III.B.16] représente les formes temporelles du faisceau de pompe issu du laser saphir dopé au titane et de la microcavité en régime d'émission birale.

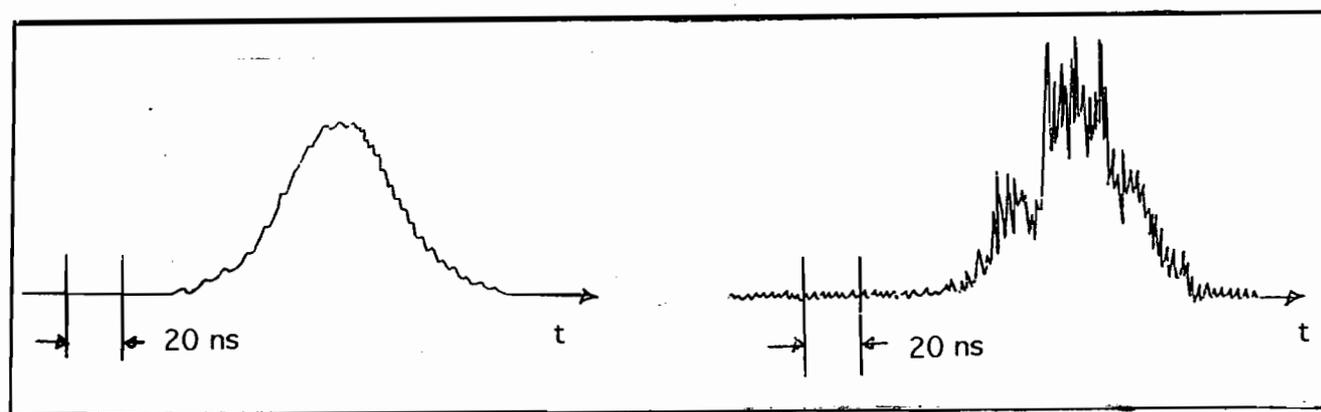


Fig. III.B.16: Formes temporelles des faisceaux de pompe et d'émission laser:
a/ pompe Titane-Saphir; b/ microcavité VAR 1087 C.

La forme temporelle du faisceau émis est complexe et est constituée d'une série de pics erratiques distants de 2 ns environ, qui se superposent à une réponse plus large reproduisant à peu près le profil temporel de la pompe. Ces pics de surintensité sont interprétés comme le résultat de l'amplification non linéaire, dans le milieu à gain, des modulations plus régulières de l'intensité de pompe, attribuées pour leur part au battement de modes longitudinaux de la cavité linéaire du laser $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$. En effet, pour une cavité linéaire de longueur L , l'intermode en fréquence est $\delta\nu = c/2L$ où c est la vitesse de la lumière, soit une période temporelle de modulation $\delta\tau = 1/\delta\nu$. Ici, $L \approx 0,3$ m, donc $\delta\nu \approx 500$ MHz et $\delta\tau \approx 2$ ns.

Nous devons donc garder présent à l'esprit que les spectres observés résultent de l'intégration, sur toute la durée de l'impulsion de pompe, d'une série de pics d'intensités diverses dont rien ne permet d'affirmer qu'ils présentent tous le même comportement spectral. Seule une analyse résolue en temps serait en mesure de nous renseigner sur ce sujet, ce que nous verrons dans les deux dernières parties de ce chapitre.

En régime nanoseconde, la durée de l'émission laser de la microcavité est entièrement déterminée par la durée de l'impulsion de pompe. En pompant directement la structure VAR 1087 C à l'aide du laser Nd:YAG doublé en fréquence (durée des impulsions ≈ 10 ns), nous avons observé un effet laser dans la microcavité, dont la forme temporelle reproduisait la forme de la pompe.

De plus, nous avons exploité cette émission laser pour réaliser une expérience de réinjection d'une cavité laser saphir dopé au titane par la microcavité.

g) Expérience de "réinjection" d'une cavité Titane-Saphir $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$ par l'émission de la microcavité laser à émission surfacique VAR 1087 C (V4).

Nous avons présenté plus haut un oscillateur $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$ dont l'accordabilité en longueur d'onde était assurée par rotation d'un prisme intracavité. Une autre façon d'accorder l'émission consiste à la "piloter" par un laser annexe d'intensité plus faible; les photons injectés imposent des conditions initiales qui déterminent la longueur d'onde et la largeur spectrale de l'émission [Siegman 86]. Le schéma de principe de l'expérience est décrit sur la figure [III.B.17].

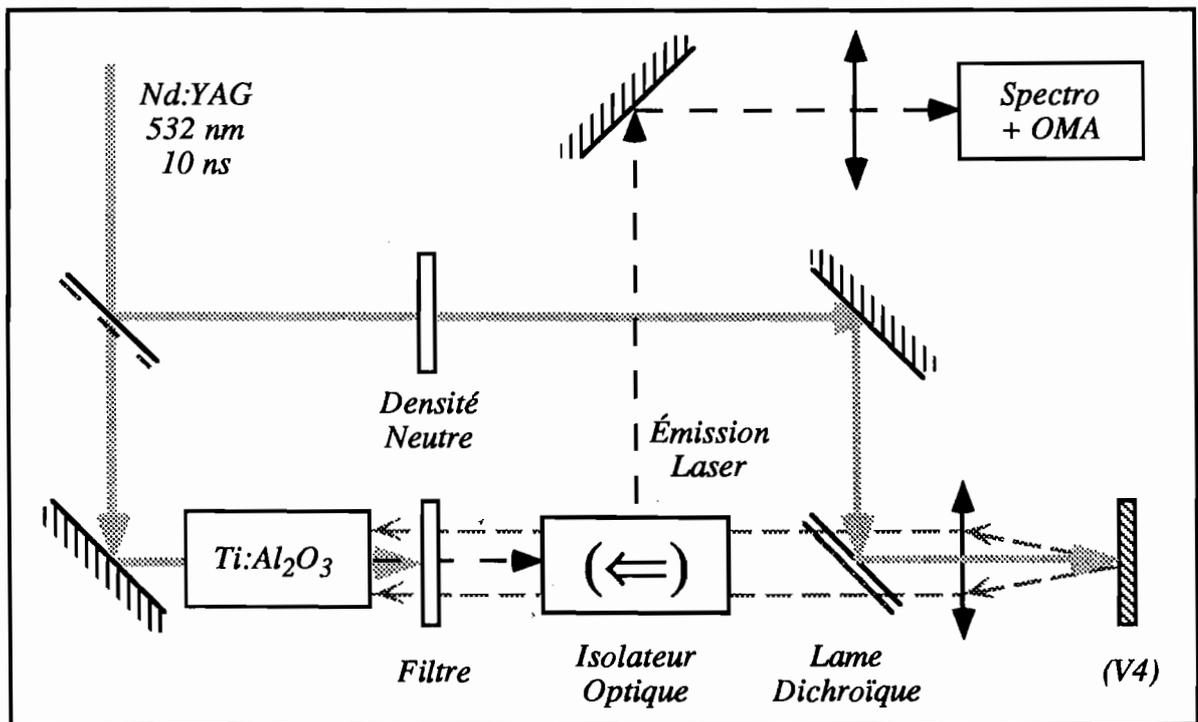


Fig. III.B.17: Schéma de principe de l'expérience de réinjection.

Le laser Nd:YAG doublé en fréquence pompe une cavité $Ti:Al_2O_3$ dépourvue d'élément spectralement sélectif. Une faible fraction du faisceau est prélevée et sert à pomper la microcavité V4; le flux émis par celle-ci est renvoyé dans la cavité $Ti:Al_2O_3$ à travers un isolateur optique destiné à protéger V4 de l'émission du $Ti:Al_2O_3$ (il ne laisse passer le flux que depuis V4 vers la cavité et non dans l'autre sens). Un schéma plus détaillé de l'expérience est présenté sur la figure [III.B.18].

L'isolateur optique est constitué d'une lame demi-onde ($\lambda/2$), d'un rotateur de Faraday et d'un cube polariseur. Il ne transmet pas la lumière, polarisée rectilignement, issue de la cavité saphir dopé au titane. En revanche l'émission (non polarisée) de la microcavité V4 est partiellement transmise vers la cavité.

Le filtre dichroïque placé en sortie de la cavité $Ti:Al_2O_3$ arrête le faisceau du Nd:YAG non absorbé par le cristal; une réflexion partielle de l'émission du $Ti:Al_2O_3$ sert de voie de référence pour le contrôle spectral. Selon le cas, nous pouvons observer à l'écran de l'analyseur optique multicanal (OMA) soit le spectre d'émission de la cavité (avec ou sans réinjection), soit celui de la microcavité V4 [Figures III.B.19 et III.B.20]:

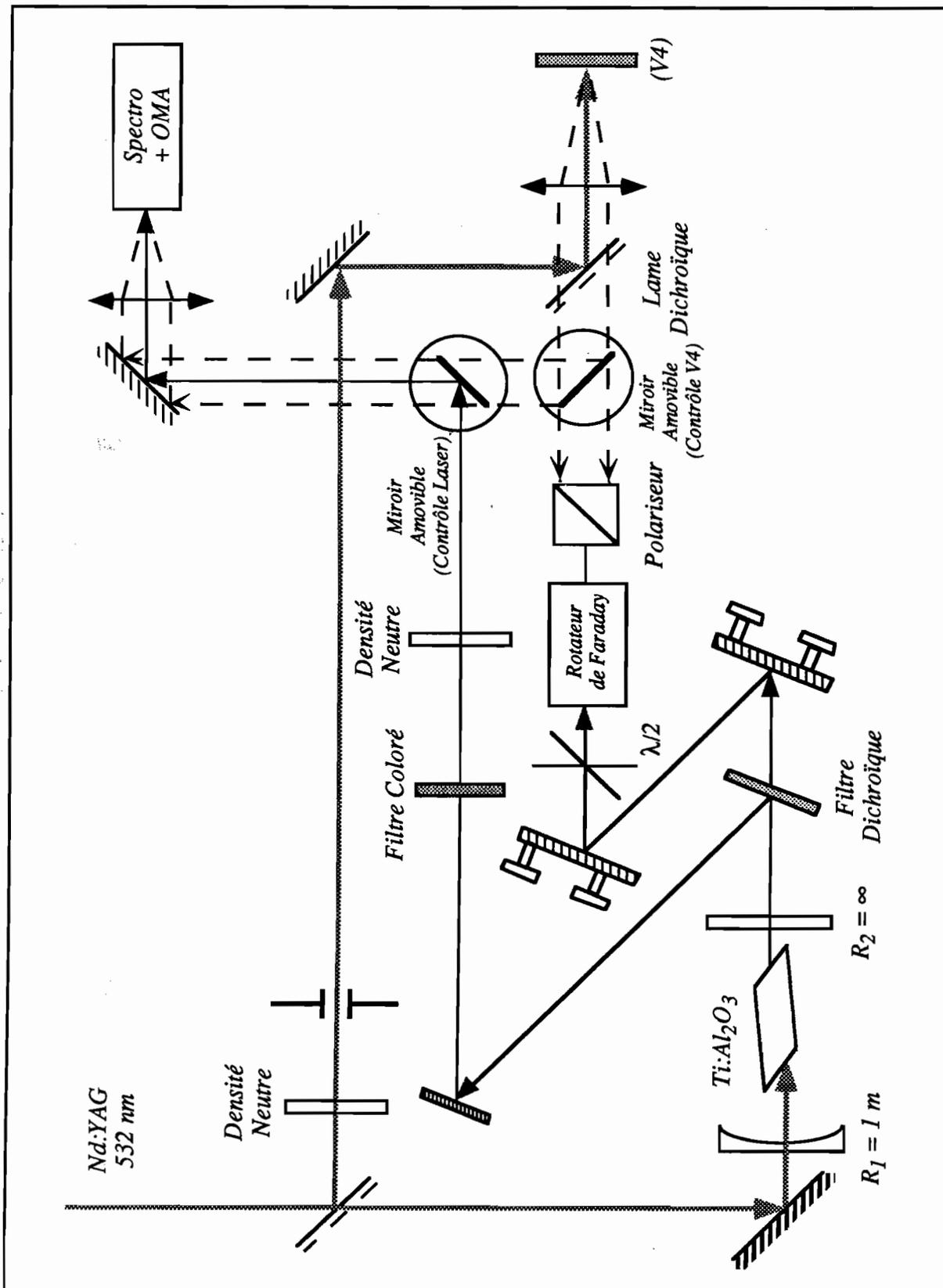


Fig. III.B.18: Montage expérimental de "réinjection".

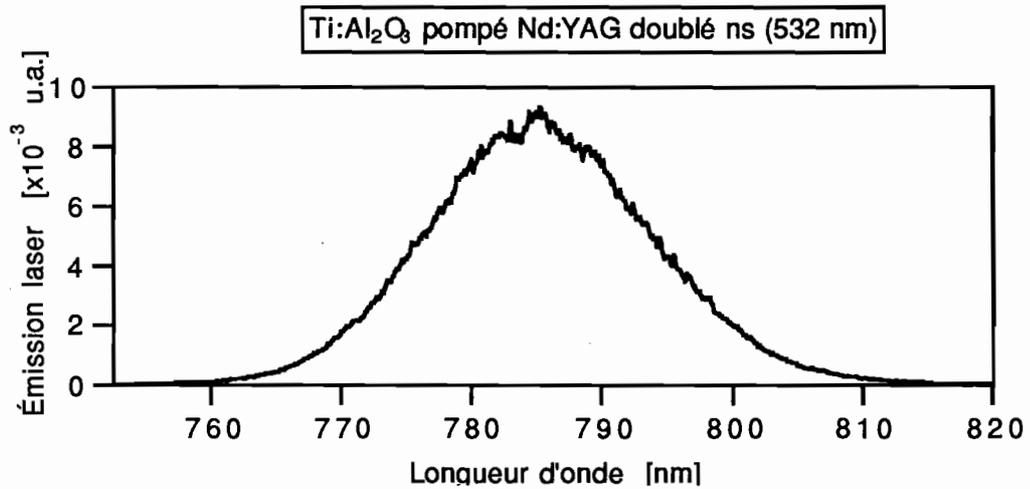


Fig. III.B.19: Spectre d'émission du Ti:Al₂O₃ en l'absence d'injection.

Compte tenu des caractéristiques des miroirs de la cavité saphir dopé au titane, l'émission est centrée sur 785 nm et sa largeur à mi-hauteur est supérieure à 35 nm. Les impulsions de pompe à 532 nm durent 10 ns, leur énergie est de 2,7 mJ; l'énergie émise par la cavité Ti:Al₂O₃ est proche de 0,4 mJ, soit un rendement énergétique proche de 15%. L'effet de l'injection ne sera sensible que si la longueur d'onde du signal injecté est comprise à l'intérieur de la même plage spectrale. Cela nous impose de travailler sur la seconde raie (notée λ_2) de la microcavité.

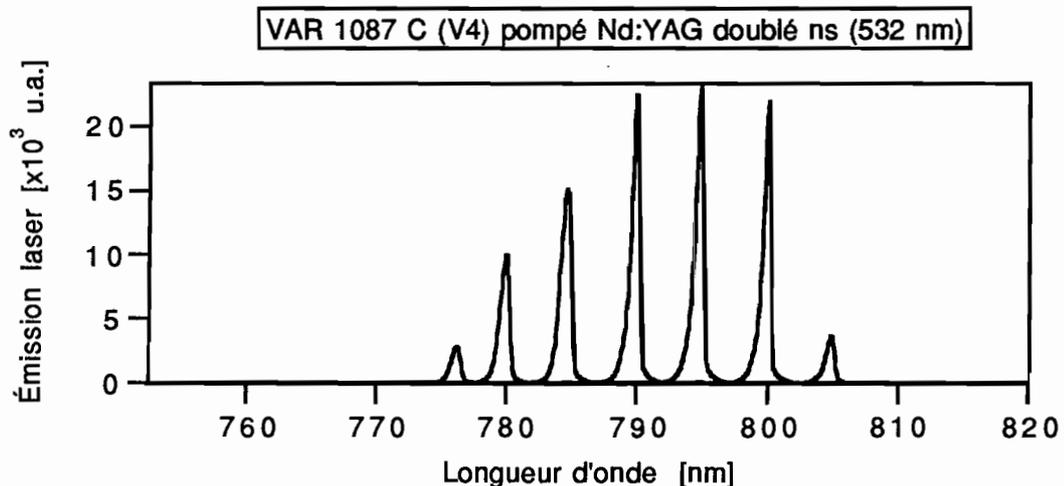


Fig. III.B.20: Spectres d'émission de VAR 1087 C en pompage Nd:YAG doublé, en différents points de la structure (raie λ_2).

Le faisceau Nd:YAG doublé qui pompe la microcavité est focalisé sur une tache elliptique de $50 \times 100 \mu\text{m}^2$ environ (valeurs déterminées par une mesure annexe dans le plan de focalisation); l'énergie par impulsion de pompe est $E_p \approx 0,9 \mu\text{J}$. L'énergie émise par la

structure, mesurée par une photodiode étalonnée à $\lambda = 785 \text{ nm}$, est proche de $3,6 \text{ nJ}$ sur les deux raies λ_1 et λ_2 . En supposant uniforme la sensibilité de la photodiode de mesure sur le domaine spectral $[\lambda_1, \lambda_2]$, et en supposant une répartition de l'énergie dans les raies λ_1 et λ_2 similaire à celle de la figure [III.B.13] (c'est-à-dire environ 65% à λ_1 et 35% à λ_2), nous obtenons une estimation de l'énergie émise à $\lambda_2 = 785 \text{ nm}$, soit $E(\lambda_2) \approx 1,26 \text{ nJ}$.

L'énergie effectivement réinjectée est plus faible; une mesure du flux transmis par l'isolateur optique en direction de la cavité $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$ donne une énergie de 20 à 25 pJ sur les deux raies, soit en vertu de ce qui précède une énergie à la longueur d'onde λ_2 estimée à $E(\lambda_2) |_{\text{injectée}} \approx 8 \pm 1 \text{ pJ}$.

L'effet de la réinjection est de rétrécir la largeur spectrale d'émission du $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$ qui s'accorde sur l'émission de la microcavité. Les spectres d'émission du $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$ avec réinjection sont présentés sur la figure [III.B.21]:

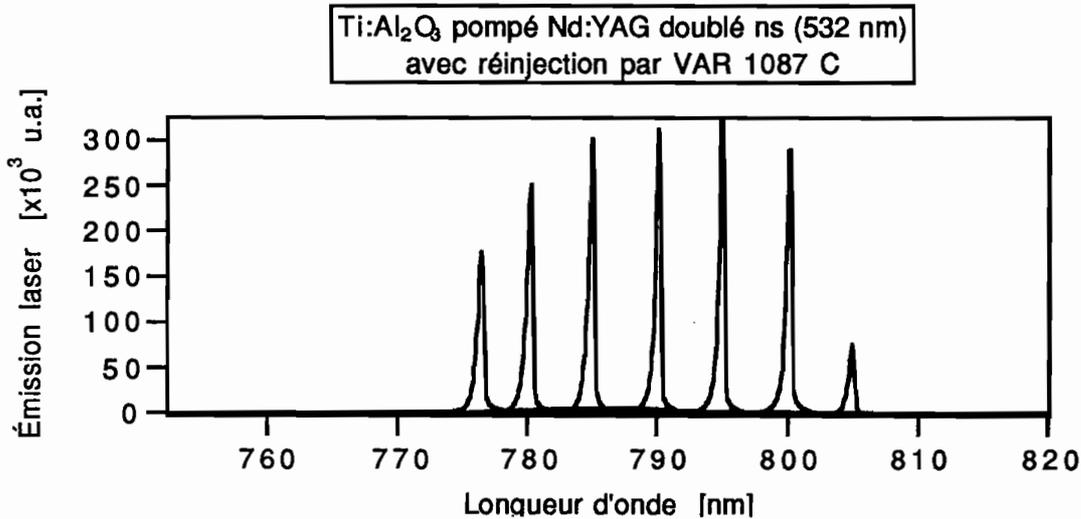


Fig. III.B.21: Spectres d'émission de la cavité Al_2O_3 en présence d'injection par la microcavité VAR 1087 C .

En présence d'injection la largeur spectrale de l'émission du saphir dopé au titane est inférieure à 1 nm ; ses caractéristiques spectrales sont celles de la microcavité. Le profil temporel reste inchangé (une cinquantaine de nanosecondes) mais le temps de création de l'impulsion du $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$ est raccourci du fait de l'injection: l'impulsion démarre sur un signal et non sur du bruit, donc plus tôt.

L'émission devient continûment accordable sur la plage d'accordabilité de la microcavité et sur l'étendue du spectre du $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$ non injecté. L'efficacité de l'injection se mesure en comparant l'énergie émise, intégrée sur tout le spectre d'émission, avec et sans

injection. Lorsque la longueur d'onde est accordée à 795 nm, toute l'énergie du saphir dopé au titane se trouve concentrée sur un pic d'émission de largeur inférieure à 1 nm.

À d'autres longueurs d'onde, la conversion est un peu moins efficace. Nous illustrons sur la figure [III.B.22] le mécanisme de l'injection à $\lambda = 785$ nm, pour des énergies injectées de plus en plus grandes. Nous notons τ_x le taux de réinjection, défini comme le rapport de l'aire de la courbe spectrale de l'émission du Ti:Al₂O₃ intégrée sur la largeur du signal de réinjection, à l'aire de la même courbe intégrée sur toute sa largeur spectrale.

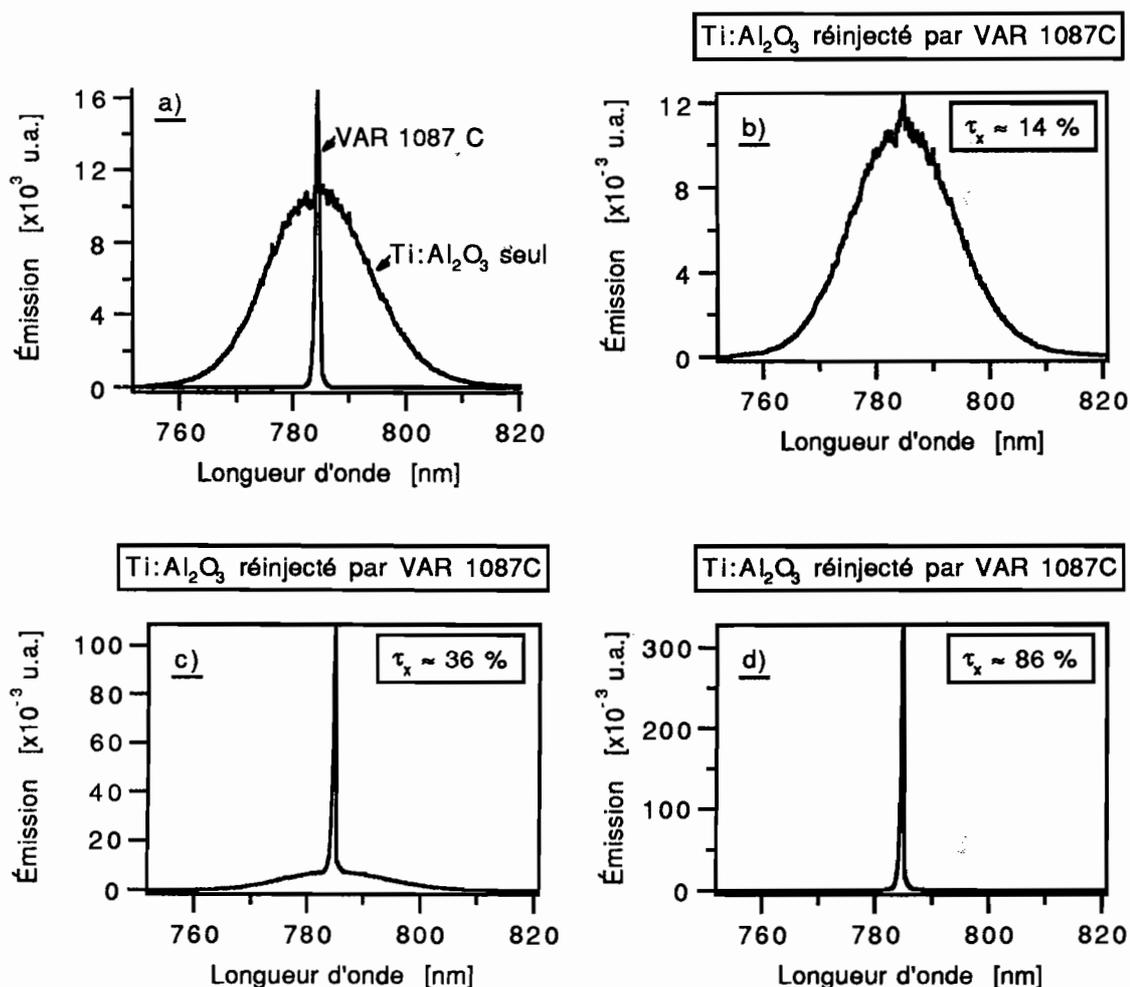


Fig. III.B.22: Taux de réinjection τ_x pour différentes valeurs de l'énergie injectée ($\lambda = 785$ nm):

a/ Spectres de référence: Titane-Saphir seul et VAR 1087 C;

b/ Titane-Saphir réinjecté, le flux réinjecté étant atténué par une densité $D = 4$;

c/ Titane-Saphir réinjecté, le flux réinjecté étant atténué par une densité $D = 2$;

d/ Titane-Saphir réinjecté, le flux réinjecté n'étant plus atténué .

Lorsque l'émission de la microcavité est accordée à 795 nm, là où son émission à même énergie de pompe est la plus intense, le taux de réinjection τ_x tend vers l'unité. Nous parvenons de la sorte à concentrer toute l'énergie disponible pour l'émission laser dans une gamme spectrale limitée uniquement par l'émission de la structure VAR 1087 C. L'association de structures multicouches à semiconducteurs avec d'autres milieux amplificateurs solides a également été étudiée au sein du laboratoire [Balembois 93].

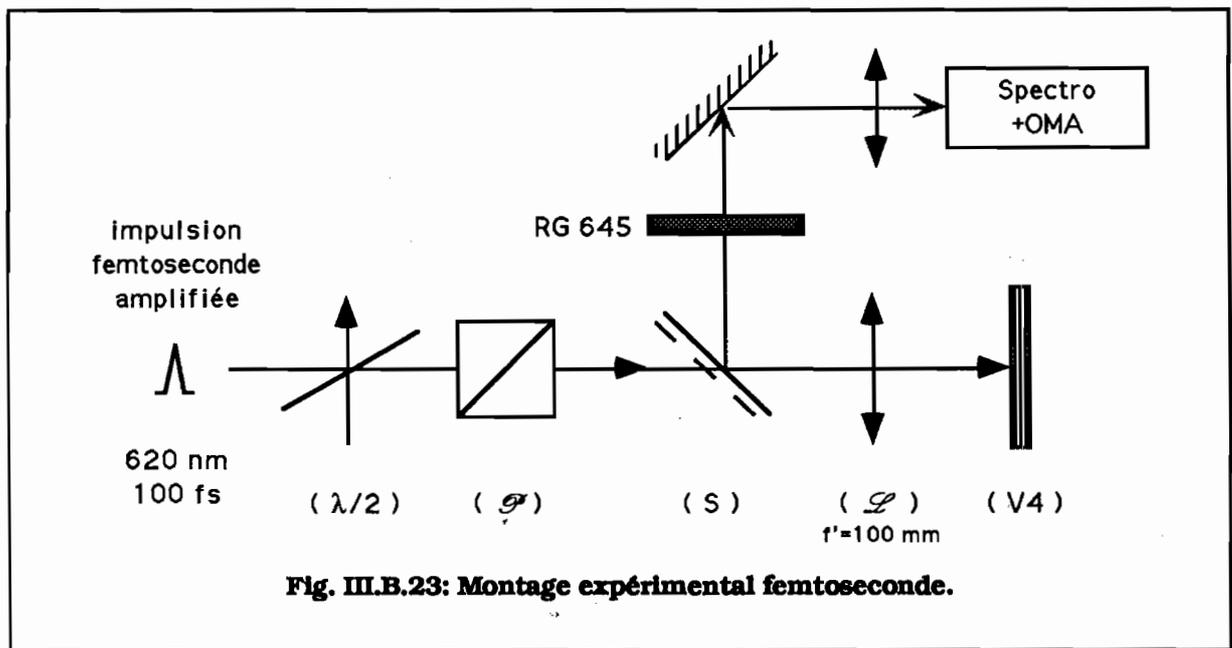
En conclusion, nous avons démontré la possibilité d'obtenir une émission laser birale dans la microcavité VAR 1087 C. en régime de pompage nanoseconde, et présenté une expérience de réinjection d'une cavité laser saphir dopé au titane par l'émission de la microcavité. En vue d'une étude résolue en temps du comportement birale de VAR 1087 C., nous l'avons également étudiée en régime de pompage femtoseconde.

3) Pompage femtoseconde.

Pour préparer une étude résolue en temps de l'émission de la microcavité à l'échelle subpicoseconde, nous avons pompé optiquement l'échantillon VAR 1087 C. à l'aide d'impulsions de durée $\tau \approx 100$ fs à $\lambda_p \approx 620$ nm. La longueur d'onde est imposée par la source dont nous disposons: les impulsions sont produites par un oscillateur à colorants en anneau femtoseconde, et amplifiées dans un amplificateur multiétages à colorants pompé par un laser Nd:YAG doublé en fréquence. La cadence de répétition de l'amplificateur est 50 Hz ou ses sous-multiples. L'ensemble du dispositif a déjà été abondamment décrit par ailleurs ([Salin 87], [Georges 89]) et ne sera donc pas repris ici.

a) Montage expérimental.

Les impulsions obtenues sont focalisées au foyer d'une lentille plan-convexe de focale $f = 100$ mm sur l'échantillon. La puissance de pompe est continûment ajustable au moyen de l'association d'une lame demi-onde ($\lambda/2$) et d'un polariseur (\mathcal{P}), tous deux adaptés à $\lambda_p = 620$ nm. La fraction d'énergie de pompe réfléchiée par l'échantillon est bloquée par un filtre passe-haut en longueur d'onde (verre coloré Schott RG 645). Comme précédemment, l'émission est recueillie et analysée par une chaîne de détection comprenant un spectromètre suivi d'un analyseur optique multicanal (OMA). Le principe est décrit sur la figure [III.B.23].



Rappelons que l'énergie de bande interdite du matériau $\text{Al}_{0,2}\text{Ga}_{0,8}\text{As}$, constitutif tant des barrières dans la cavité que des couches de haut indice dans les réflecteurs de Bragg, est $E_g(0,2) = 1,673 \text{ eV}$; sont donc absorbées toutes les longueurs d'onde inférieures à $\lambda_p = 741 \text{ nm}$. Nous ne pouvons donc exclure l'existence d'éventuels effets non linéaires consécutifs à l'absorption d'une partie de la pompe ($\lambda_p = 620 \text{ nm}$) dans ce matériau, effets que notre modélisation n'a pas pris en compte jusqu'à présent. Nous ne pouvons faire autrement puisque nous ne disposons alors en régime femtoseconde que de cette seule longueur d'onde λ_p , non optimisée vis-à-vis des propriétés de réflectivité linéaire et d'absorption de l'échantillon.

b) Observation d'un effet laser accordable.

Les impulsions de pompe sont focalisées sur une tache de $60 \mu\text{m}$ de diamètre à $1/e^2$. Au-dessus d'un seuil d'énergie de pompe de l'ordre de $0,25 \mu\text{J}$ par impulsion, on observe, selon la position sur l'échantillon, une ou deux rates d'émission. Comme précédemment, nous notons λ_1 la longueur d'onde la plus grande et λ_2 la plus courte. Le réseau employé dans le spectromètre comporte 600 traits/mm; la résolution spectrale de la chaîne de détection est déterminée par la réponse impulsionnelle de l'ensemble constitué du spectromètre et de l'analyseur optique multicanal. L'image de la fente d'entrée du spectromètre a une largeur à

mi-hauteur de 4 à 5 pixels dans le plan de la tête de lecture de l'OMA, soit, compte tenu de la dispersion spectrale du spectromètre, environ 0,7 nm de résolution.

Tout comme en régime de pompage nanoseconde, nous observons un effet laser dans la structure V4, continûment accordable par déplacement le long d'un bord de l'échantillon. À puissance de pompe donnée, nous pouvons distinguer des zones où le fonctionnement est monoraie et d'autres où il est biraie. L'accordabilité de la structure V4 en fonction de la position sur l'échantillon est représentée schématiquement sur la figure [III.B.24].

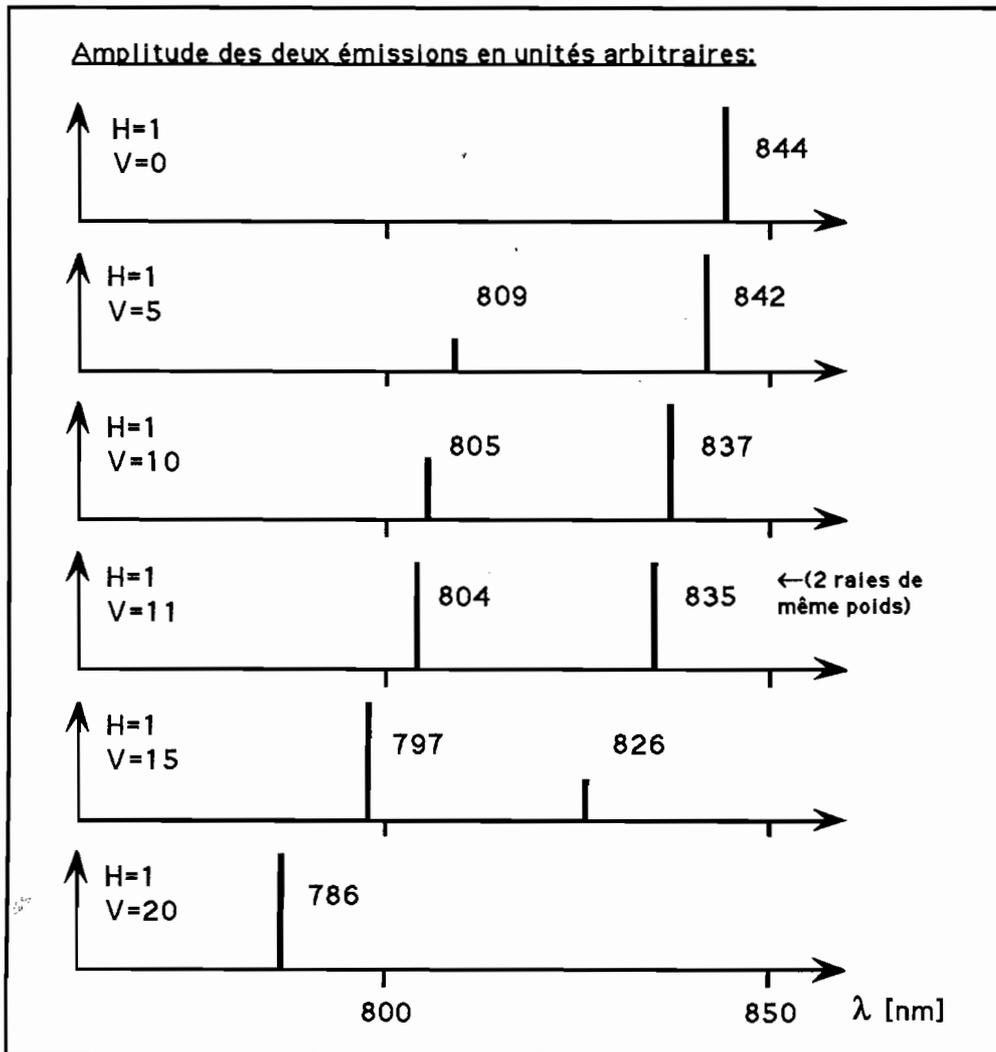


Fig. III.B.24: Représentation schématique de l'accordabilité ($E_p \approx 1\mu J$).

Comme en régime nanoseconde, l'émission coïncide avec les résonances de la cavité; l'écart moyen entre les raies est de l'ordre de 32 nm et va en décroissant légèrement quand les raies se décalent vers les courtes longueurs d'onde.

Nous avons également étudié l'influence de l'énergie de pompe sur les caractéristiques de l'émission.

c) Évolution du comportement de l'émission en fonction de E_p .

Nous avons constaté que dans les zones biraies, la raie λ_1 était favorisée par rapport à la raie λ_2 lorsque E_p augmente: le poids relatif de l'émission à λ_1 par rapport à l'émission à λ_2 croît avec l'intensité de pompe.

La figure [III.B.25] représente un spectre typique d'émission biraie obtenu au voisinage du point de coordonnées H10V1 sur l'échantillon pour une énergie de pompage de $1 \mu\text{J}$.

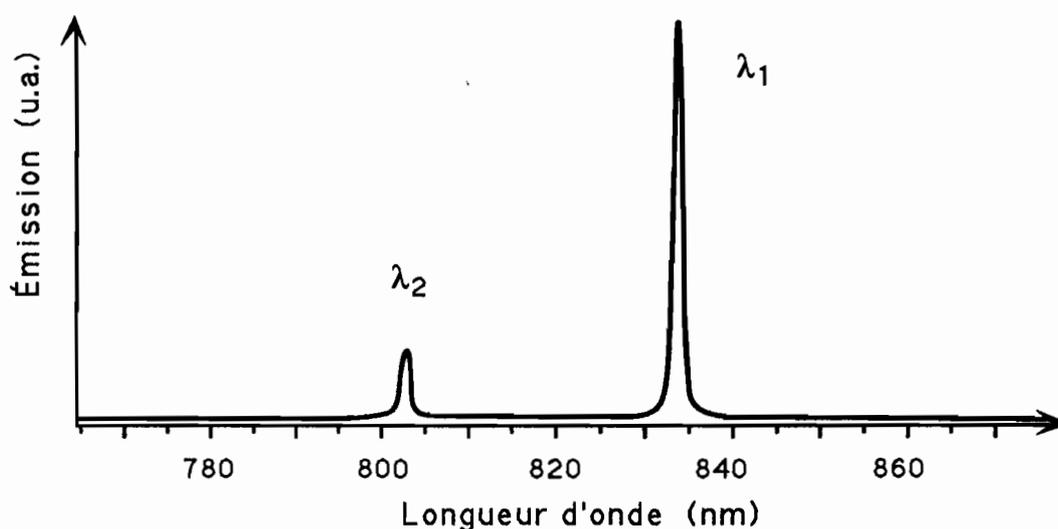


Fig. III.B.25: Spectre d'émission biraie de l'échantillon VAR 1087 C au voisinage du point H10V1 ($E_p = 1 \mu\text{J}$).

Les largeurs des raies émises ont tendance à augmenter lorsque E_p croît; mais leurs valeurs minimales (à faible intensité de pompe) ne sont pas résolues par notre chaîne de détection.

Nous avons tracé en fonction de l'énergie de pompe E_p la valeur maximale du signal lu à l'écran de l'analyseur optique multicanal pour chacune des deux raies. Il ne s'agit pas exactement de l'énergie émise, puisque nous n'intégrons pas le signal sur sa largeur spectrale (mal définie à faible intensité de pompe); mais nous obtenons une indication qualitative de l'évolution du comportement biraie avec E_p . Les résultats obtenus au voisinage du point de coordonnées H10V1 sont reportés dans la figure [III.B.26].

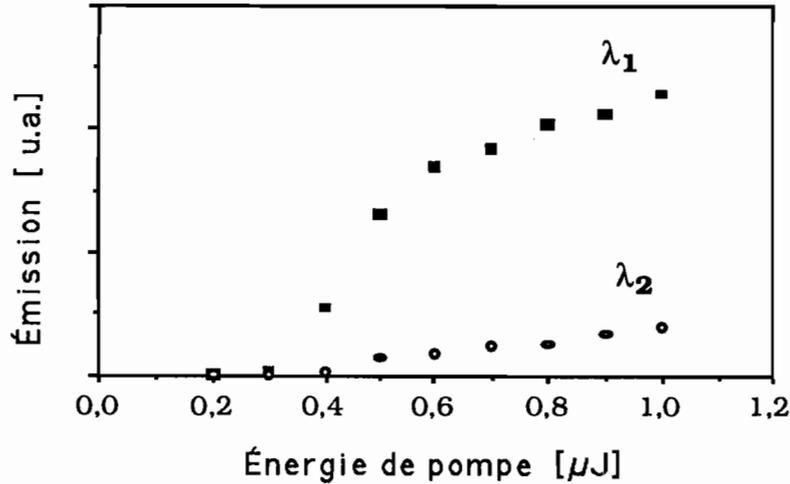


Fig. III.B.26: Maximum d'émission des deux raies λ_1 et λ_2 en fonction de l'énergie de pompe E_p au voisinage du point H10V1.

Nous observons sur ces deux courbes que la raie λ_1 augmente plus vite que la raie λ_2 ; le seuil d'effet laser à $E_p \approx 0,3 \mu\text{J}$ est nettement marqué. Il faut garder à l'esprit pour l'interprétation des phénomènes observés que les spectres d'émission obtenus sont intégrés dans le temps: l'étude des compétitions entre les raies λ_1 et λ_2 ainsi que leur évolution en fonction de la puissance de pompe nécessite une étude spécifique de la dynamique d'établissement des deux raies.

Nous avons jusqu'à présent caractérisé la structure en régime linéaire, démontré expérimentalement l'obtention d'une émission laser biraie accordable par translation le long de l'échantillon, étudié cette émission en régime de pompage nanoseconde en optimisant la longueur d'onde de pompe λ_p ; nous avons utilisé l'émission à λ_2 pour "piloter" la longueur d'onde d'émission d'une cavité laser $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$; enfin nous avons étudié l'émission de V4 en régime de pompage femtoseconde dans le but de réaliser une expérience de spectroscopie résolue en temps. Celle-ci fait l'objet de la partie C de ce chapitre.

C. Étude temporelle résolue en temps (à l'échelle picoseconde) de l'émission de VAR 1087 C.

Afin de mieux comprendre la dynamique de l'émission biraie de la microcavité VAR 1087 C, nous nous sommes attachés à caractériser le comportement temporel de cette structure en régime d'excitation par des impulsions optiques ultrabrèves (620 nm, 100 fs).

Nous décrivons dans ce qui suit les deux montages réalisés; le premier, tout optique, n'a pu donner qu'un ordre de grandeur de la durée des impulsions émises (≈ 25 ps). Le second faisait appel à une caméra à balayage de fente, qui nous a délivré des informations tant spectrales que temporelles avec une résolution de 5 ps. L'exploitation de ces résultats a débouché sur une tentative de modélisation simplifiée qui sera exposée dans la dernière partie de chapitre.

1) Montage utilisant une porte optique d'échantillonnage rapide.

a) Description du montage.

L'étude résolue en temps de l'émission de la structure a d'abord été abordée selon un montage pompe-sonde des plus classiques, représenté sur la figure [III.C.1].

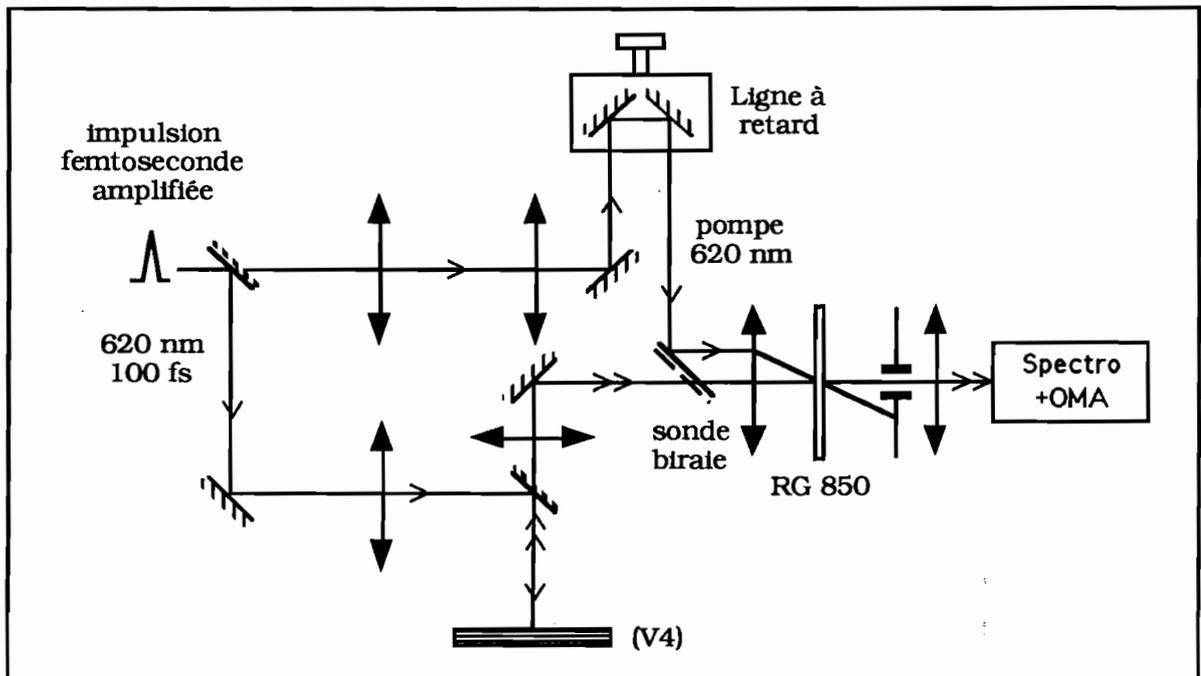
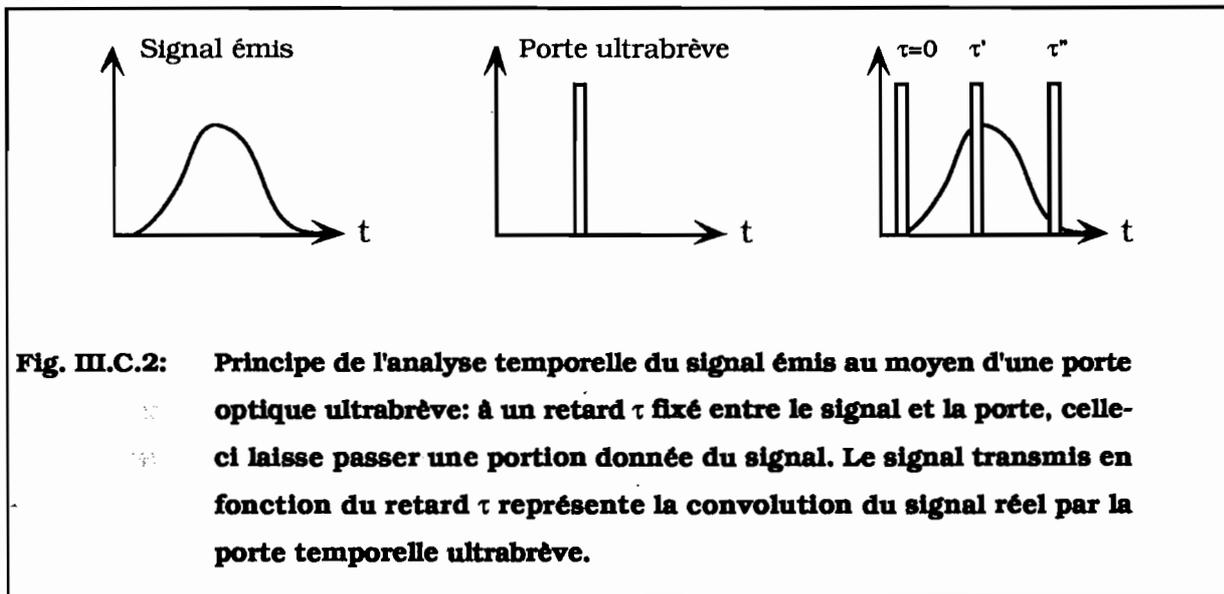


Fig. III.C.1: Montage expérimental pompe-sonde.

Une partie du faisceau de pompe est prélevée en amont du montage et vient commander en aval une porte optique rapide, constituée ici d'un verre coloré Schott RG 850 d'épaisseur 1 mm, dont l'absorption aux longueurs d'onde émises par la microcavité se sature rapidement sous l'effet de l'impulsion femtoseconde de commande à $\lambda_p = 620$ nm. La ligne à retard doit être réglée de manière à équilibrer exactement les deux voies de l'interféromètre ainsi constitué. Ce réglage est effectué en utilisant le faisceau de pompe réfléchi par la microcavité à 620 nm.

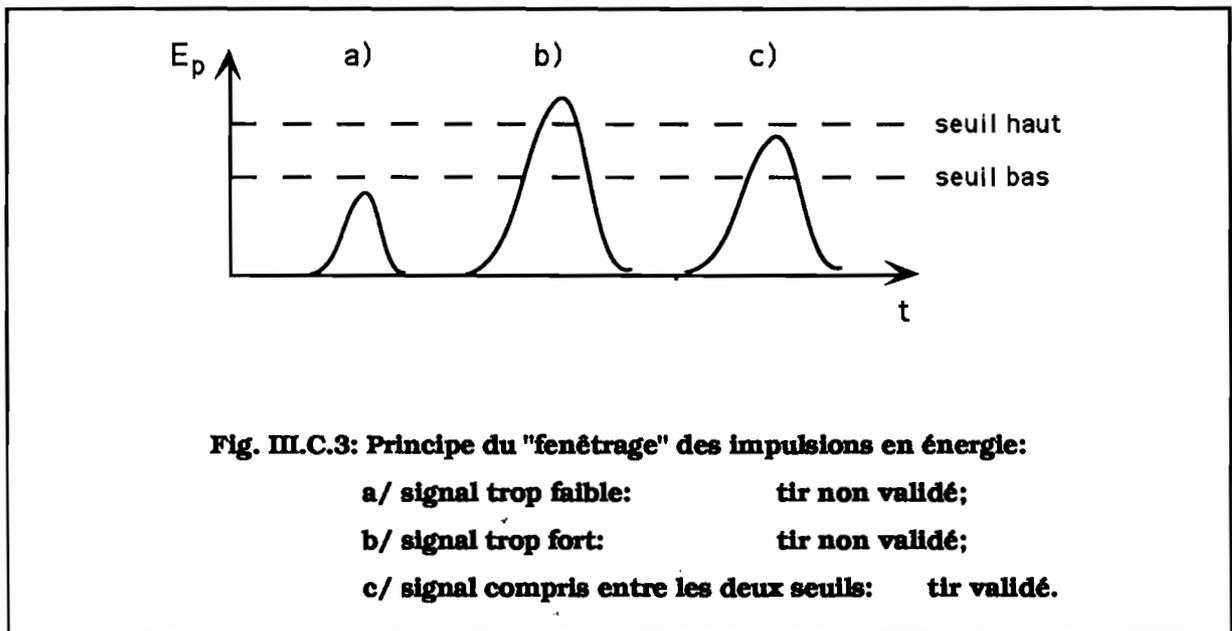
Le principe de l'analyse temporelle au moyen d'une porte optique ultrabrève est décrit sur la figure [III.C.2].



Le balayage en τ est effectué en décalant la ligne à retard par intervalles réguliers, de manière à "sonder" temporellement le faisceau émis. La précision des réglages est naturellement critique: l'égalisation des trajets optiques sur les deux voies doit être réalisée à 100 fs près, largeur de la porte temporelle, soit 30 μm dans le vide; les faisceaux pompe (porte ultrabrève) et sonde (signal analysé) doivent se recouvrir parfaitement, dans l'espace et dans le temps, en leur point de focalisation au niveau de l'absorbant saturable.

b) "Fenêtrage" en énergie des impulsions.

Le signal utile transmis par l'absorbant saturable résulte de l'intégration sur plusieurs coups du signal détecté par l'analyseur optique multicanal (OMA) situé derrière le spectromètre, et correspondant à plusieurs impulsions de pompe, la ligne à retard demeurant fixe. La réponse temporelle est donc "moyennée", et le fonctionnement ne sera entièrement satisfaisant que si le signal émis est rigoureusement reproductible. Or le faisceau de pompe est soumis à des fluctuations énergétiques: le temps de création et la durée de l'impulsion peuvent varier aléatoirement d'un tir à l'autre. Afin de s'affranchir de ces fluctuations incontrôlables du laser femtoseconde amplifié, on ne valide effectivement que les tirs correspondant à des énergies comprises dans un certain domaine. Une partie de l'impulsion est à cet effet prélevée en amont du montage, détectée par une photodiode et filtrée par un comparateur à seuils réglables qui délivre (ou non) un signal logique nécessaire à la validation par l'OMA [Figure III.C.3].



Un compromis doit être trouvé entre les deux situations suivantes, également gênantes:

- si l'écart entre les seuils est trop large, il y a une trop grande dispersion des mesures;
- si l'écart entre les seuils est trop étroit, le temps d'acquisition devient démesurément élevé et trop sensible aux fluctuations lentes du laser femtoseconde amplifié.

c) Traitement des données.

Nous travaillons en un endroit de l'échantillon où les longueurs d'onde émises sont $\lambda_1 = 824,5 \text{ nm}$ et $\lambda_2 \approx 795 \text{ nm}$. Nous observons d'abord le signal à λ_1 . À retard τ fixé, nous notons la valeur maximale atteinte au bout d'une intégration sur vingt tirs validés. Nous recommençons dix fois cette opération, calculons la valeur moyenne et la dispersion statistique. Puis nous procédons de la même manière en coupant la pompe au niveau de l'absorbant saturable. Le signal détecté à λ_1 représente le niveau de bruit. Il est dû à la transmission résiduelle du verre coloré à cette longueur d'onde.

C'est Δ , différence entre ces deux signaux [(moyenne statistique à λ_1 en présence de pompe, à retard τ fixé) - (moyenne statistique à λ_1 sans la pompe)] que nous représentons en fonction du paramètre τ . Le balayage de la ligne à retard (donc de τ) est obtenu par translation manuelle d'une platine graduée. La courbe $\Delta(\tau)$ est présentée sur la figure [III.C.4].

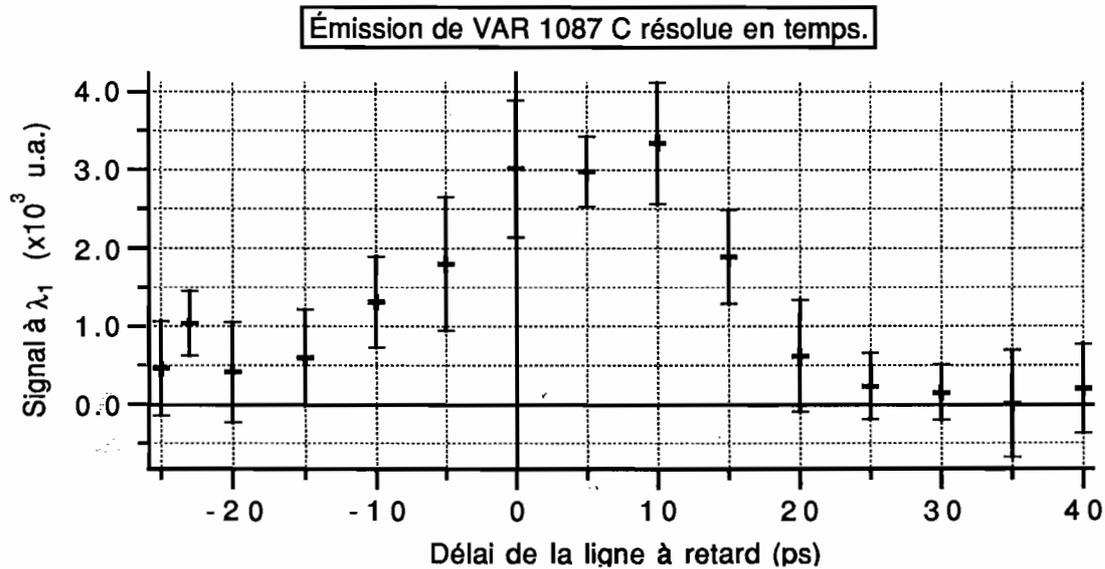


Fig. III.C.4: Signal observé à $\lambda_1 \approx 824,5$ nm en fonction du retard τ .

Nous observons assez correctement un signal à λ_1 dont la durée moyenne à mi-hauteur est de l'ordre de 20 à 25 ps.

En revanche, le même traitement appliqué à λ_2 ne permet pas de conclure; le signal transmis à λ_2 reste noyé dans le bruit et nous ne voyons pas apparaître de variation significative du signal en fonction de τ , en raison de l'importance des barres d'erreur.

De plus, en d'autres points de l'échantillon où la longueur d'onde λ_1 est plus grande, la transmission résiduelle de l'absorbant saturable RG 850 en l'absence de pompe devient trop importante pour que la transmission supplémentaire due à la saturation par l'impulsion de pompe soit décelable; une variation de quelques nanomètres en longueur d'onde peut suffire pour que le bruit l'emporte sur le signal.

Enfin, l'apparition d'un effet à $\tau < 0$ [Figure III.C.4] semble impliquer que les caractéristiques de la porte temporelle utilisée pour sonder le signal ne sont pas optimales. Un signal décelé à $\tau < 0$ (l'impulsion de pompe précédant la sonde) s'interprète comme l'effet d'une porte temporelle à ouverture brève, mais à fermeture lente [Figure III.C.5].

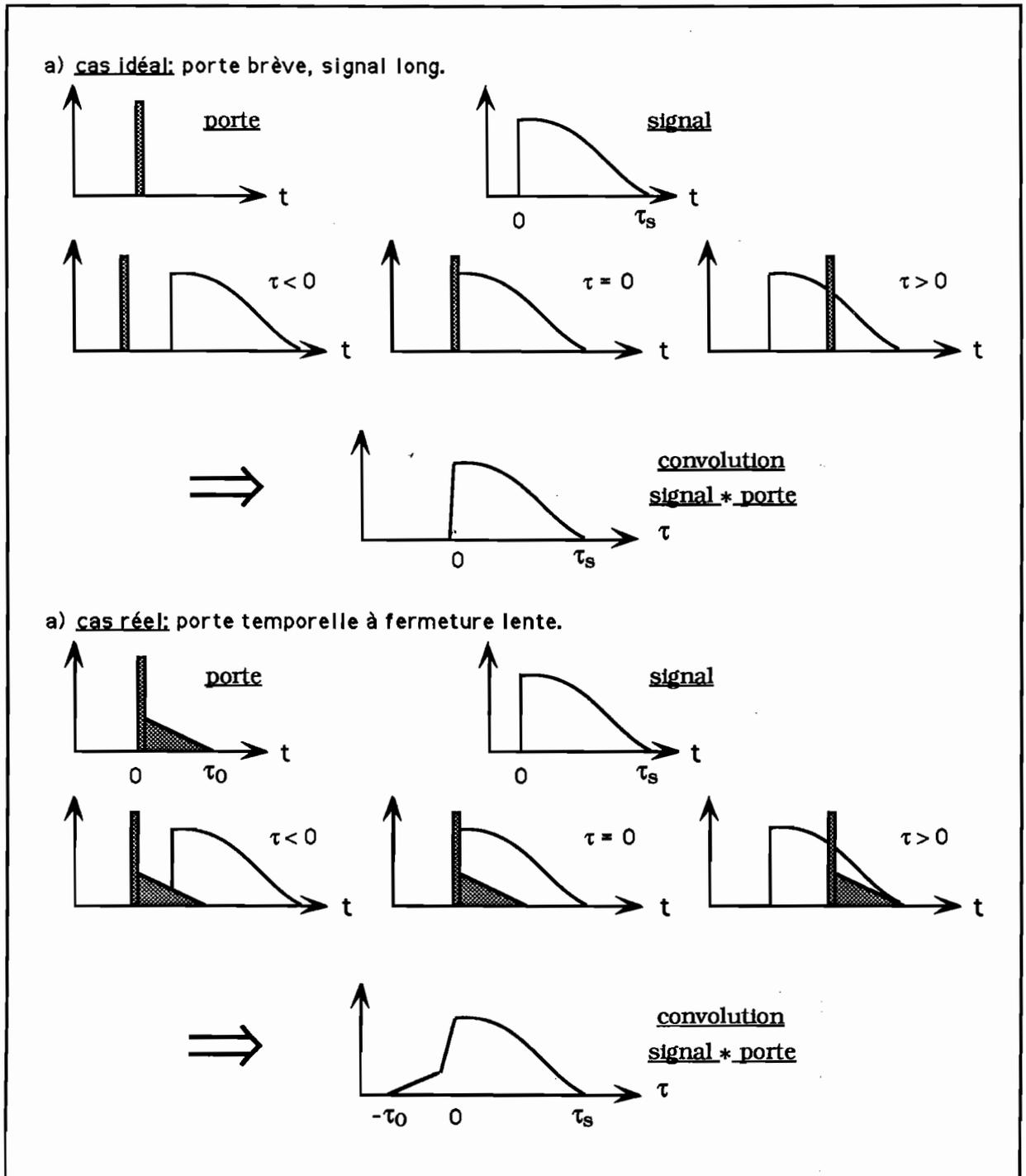


Fig. III.C.5: Échantillonnage d'un signal par une porte temporelle à fermeture lente.

La constante de temps de la fermeture de la porte (τ_0), déterminée d'après la figure [III.C.4], est de l'ordre de 10 à 15 ps. La disparition de tout signal au-delà de $\tau > 25$ ps renseigne sur la durée τ_s de l'impulsion étudiée: $\tau_s \approx 25$ ps. Mais le front de montée de l'impulsion n'est pas bien résolu et le choix de ce verre coloré RG 850 comme porte ultrabrève apparaît contestable.

Nous avons donc envisagé de reprendre le même montage en changeant la nature de la porte ultrabrève.

d) Porte brève à effet Kerr.

Le mécanisme retenu est l'effet Kerr dans une cellule de CS₂, matériau bien connu pour ses propriétés non-linéaires et idéal pour une porte ultrabrève: il s'agit d'effets électroniques qui répondent instantanément à l'impulsion de commande.

Le montage expérimental, dérivé du précédent, est représenté sur la figure [III.C.6].

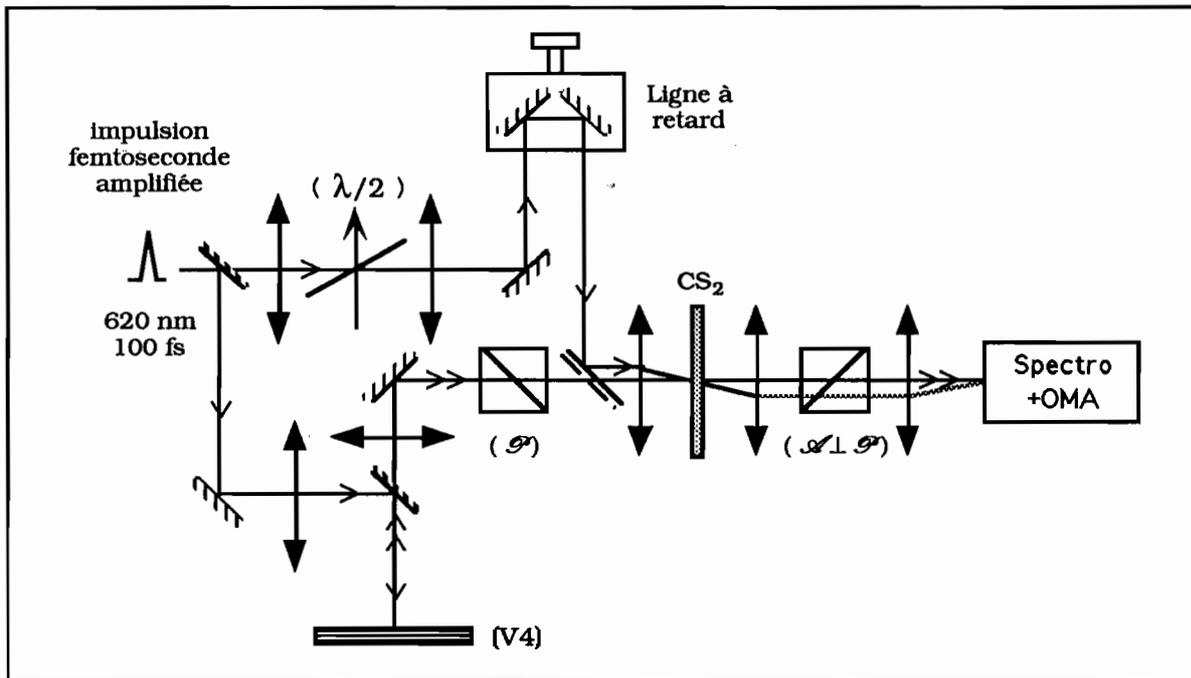


Fig. III.C.6: Montage expérimental pompe-sonde avec porte Kerr.

La cellule de Kerr est placée sur le trajet de la sonde birate entre polariseur (P) et analyseur (A) croisés. Une impulsion ultrabrève, polarisée à 45° des axes du système polariseur/analyseur au moyen d'une lame demi-onde ($\lambda/2$), est focalisée, tout comme le signal à analyser, au niveau de la cellule de Kerr. Son effet est de créer une biréfringence instantanée et de modifier la transmission du système polariseur/analyseur. La détection s'effectue en fin de chaîne par un spectromètre suivi d'un analyseur optique multicanal (OMA), tout comme dans le montage précédent.

Les avantages sont de deux ordres :

- la porte temporelle est réellement rapide (elle a exactement la durée de l'impulsion de commande);

- il n'y a pas de discrimination en longueur d'onde (l'effet est quasiment identique sur les deux raies λ_1 et λ_2).

De plus, le fait de travailler sur fond sombre (analyseur et polariseur croisés, attaqués en faisceaux parallèles) augmente le rapport signal à bruit.

En revanche, l'inconvénient majeur d'un tel dispositif réside précisément dans son comportement ultrabref: la transmission du système reste faible en présence de pompe, et seuls les photons présents dans une tranche $\Delta\tau \approx 100$ fs du signal à étudier pourront être détectés.

Ce montage est donc plus critique que le précédent en termes de détection, compte tenu des faibles puissances émises par la structure VAR 1087 C.

Nous travaillons à l'amélioration de ce dernier montage lorsque l'opportunité s'est présentée d'utiliser une caméra à balayage de fente pour l'étude temporelle, résolue à 5 ps près, de l'émission birate de la structure. Les résultats obtenus vont être présentés ci-dessous.

2) Caméra à balayage de fente.

a) Principe et montage.

La caméra à balayage de fente permet de visualiser l'évolution temporelle d'un signal optique tombant sur la fente d'entrée de l'appareil [Figure III.C.7].

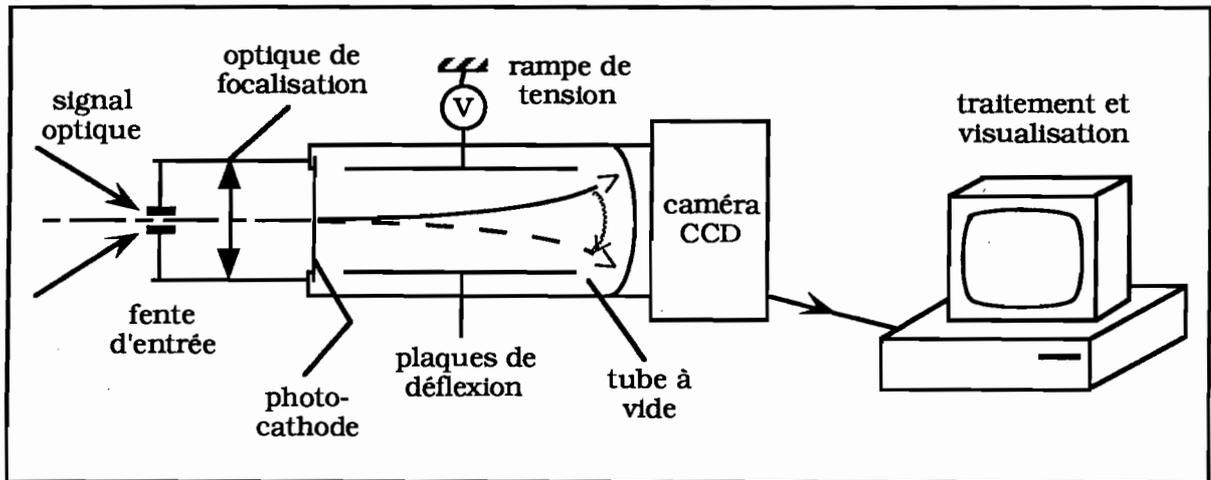


Fig. III.C.7: Schéma de principe de la caméra à balayage de fente.

Dans un premier temps, une image optique de la fente est réalisée sur une photocathode au moyen d'une optique de focalisation. Au fur et à mesure de leur création, les photoélectrons émis par la photocathode sont défléchis à l'intérieur d'un tube à vide sous

l'effet d'une rampe de tension appliquée aux plaques de déflexion. L'image obtenue sur l'écran du tube à vide est ainsi constituée d'images successives de la fente d'entrée. Cette image est ensuite formée sur une caméra CCD reliée à un système de visualisation vidéo. L'ensemble est piloté par logiciel depuis un microordinateur qui permet également l'acquisition et le traitement des données. La caméra à balayage de fente (CBF) utilisée est de marque Hamamatsu.

Le montage expérimental est représenté sur la figure [III.C.8].

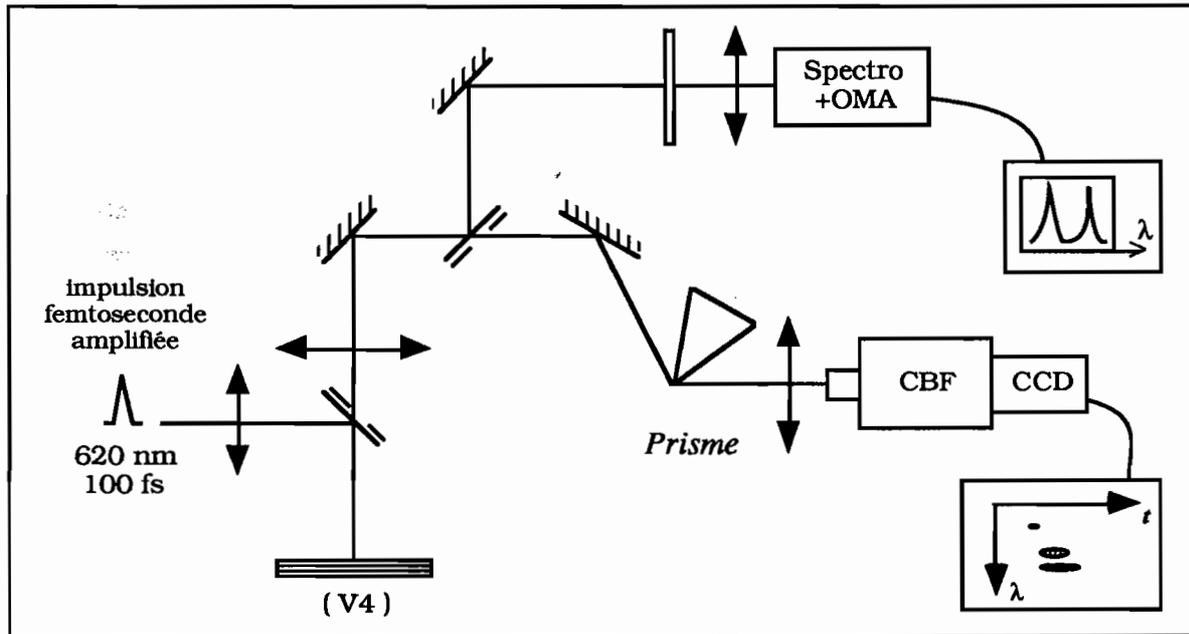


Fig. III.C.8: Montage expérimental mettant en œuvre une caméra à balayage de fente.

L'utilisation d'un prisme en tant qu'élément dispersif devant la fente d'entrée de la caméra permet de disposer d'informations à la fois spectrales et temporelles sur l'émission. De plus, le spectre d'émission de la microcavité (non résolu en temps) est visualisé parallèlement sur l'écran de l'OMA, fournissant l'étalonnage spectral des images obtenues à la caméra.

Le logiciel utilisé permet de stocker les résultats sous deux formes: "images" et "profils":

- les images, obtenues à l'écran, sont bidimensionnelles; elles représentent l'évolution spectrale et temporelle des impulsions. La visualisation d'une partie de la pompe à 620 nm sert à la fois à fixer l'origine des temps et à déterminer la réponse impulsionnelle de la caméra (typiquement 5 ps);
- les profils résultent de l'intégration du signal contenu dans une image, dans une bande spectrale donnée [Figure III.C.9].

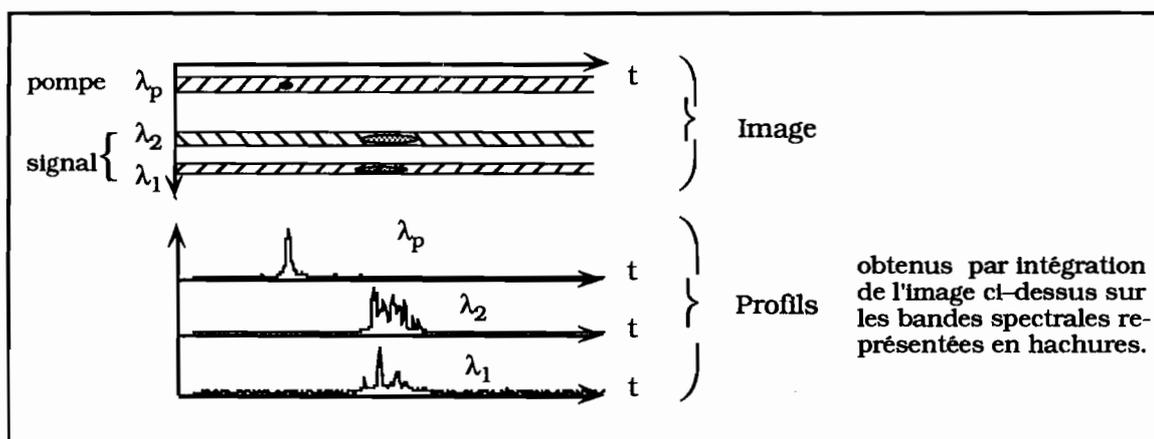


Fig. III.C.9: "Images" et "profils" obtenus à l'aide de la caméra à balayage de fente.

Nous travaillons en mode "monocoup": chaque acquisition correspond à une émission unique de la structure. Les énergies de pompe ne sont plus filtrées par un comparateur à seuils, mais nous pouvons corrélérer leur valeur avec l'aire du signal de pompe (profil à λ_p de la figure [III.C.9], intégré sur la durée de la réponse).

Un soin particulier a été apporté à la synchronisation de l'acquisition des données; la rampe de tension qui contrôle la déflexion des photoélectrons ne dure que 3 ns sur le plus petit calibre, alors que les impulsions ne se suivent qu'à une cadence de 25 Hz: il est donc nécessaire que la rampe de tension soit appliquée sur les grilles précisément pendant le temps durant lequel un signal optique se forme sur la photocathode. C'est le signal de synchronisation pilotant la cellule de Pockels du laser Nd:YAG de l'amplificateur femtoseconde (c'est lui qui impose la cadence de répétition $f_p = 50$ Hz ou ses sous-multiples) qui sert de référence. Un retard électronique ajustable permet de déclencher le tir du laser de pompe de telle sorte que le signal optique à analyser soit précédé de peu par le signal électronique de déclenchement. Nous avons cherché à caractériser la dynamique d'émission de la structure en différentes zones de l'échantillon.

b) Étude du fonctionnement biraie en une zone où $\lambda_1 \approx 828$ nm, $\lambda_2 \approx 796$ nm.

L'image [Im.III.C.1] présentée page suivante expose l'allure typique d'un résultat obtenu à la caméra à balayage de fente. Les (fausses) couleurs correspondent à des niveaux différents d'intensité. La réponse impulsionnelle, matérialisée par la tache à $\lambda_p \approx 620$ nm, est de l'ordre de 5 ps.

C'est à partir de telles images que nous pouvons tracer les "profils" obtenus par intégration de ces signaux sur des bandes spectrales disjointes. L'origine temporelle est prise arbitrairement au maximum du signal de pompe [Figure III.C.10].

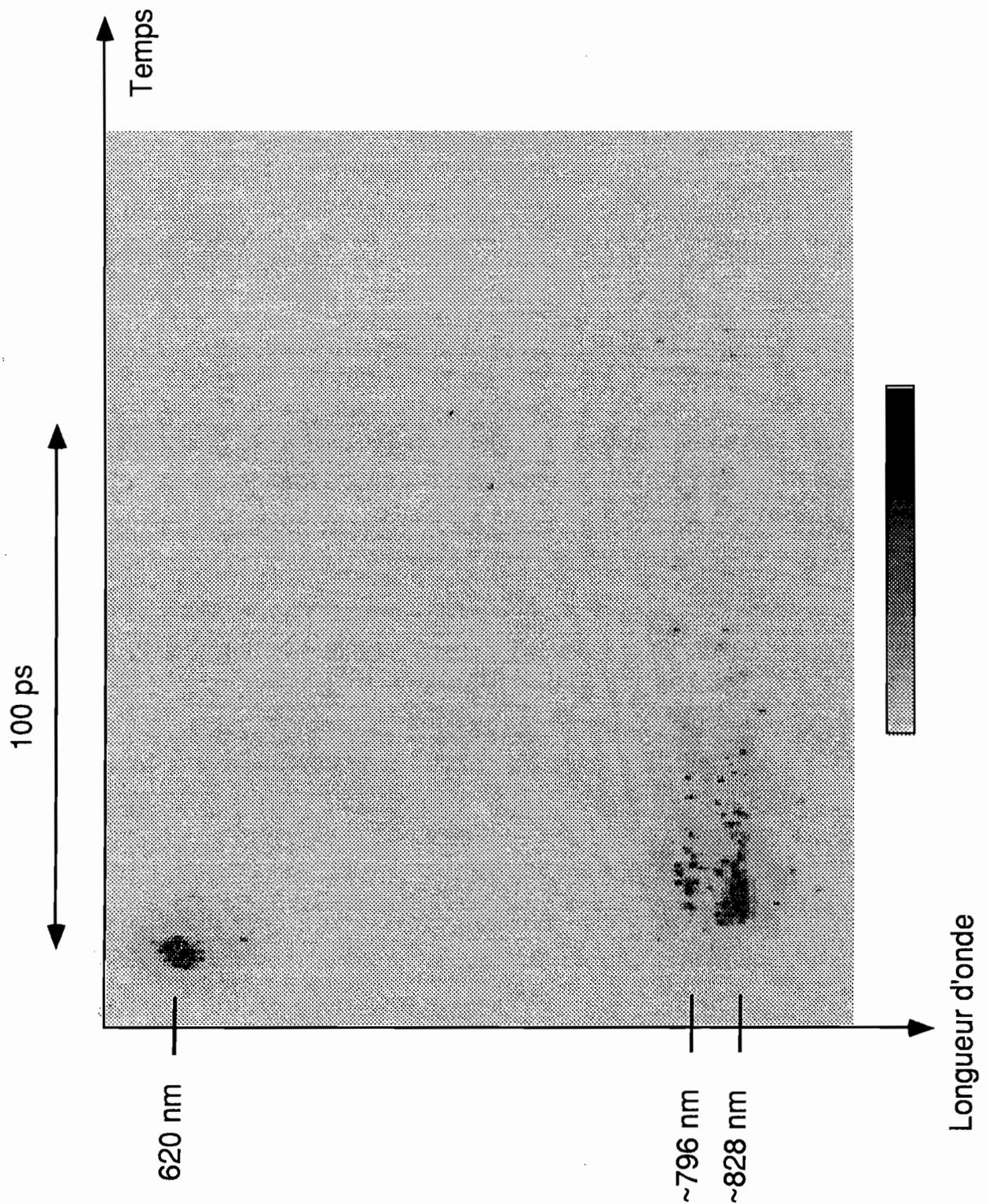


Image Im.III.C.1: Image spectrale et temporelle de l'émission biraie de VAR 1087 C, obtenue à la caméra à balayage de fente en une zone où $\lambda_1 \approx 828 \text{ nm}$, $\lambda_2 \approx 796 \text{ nm}$.

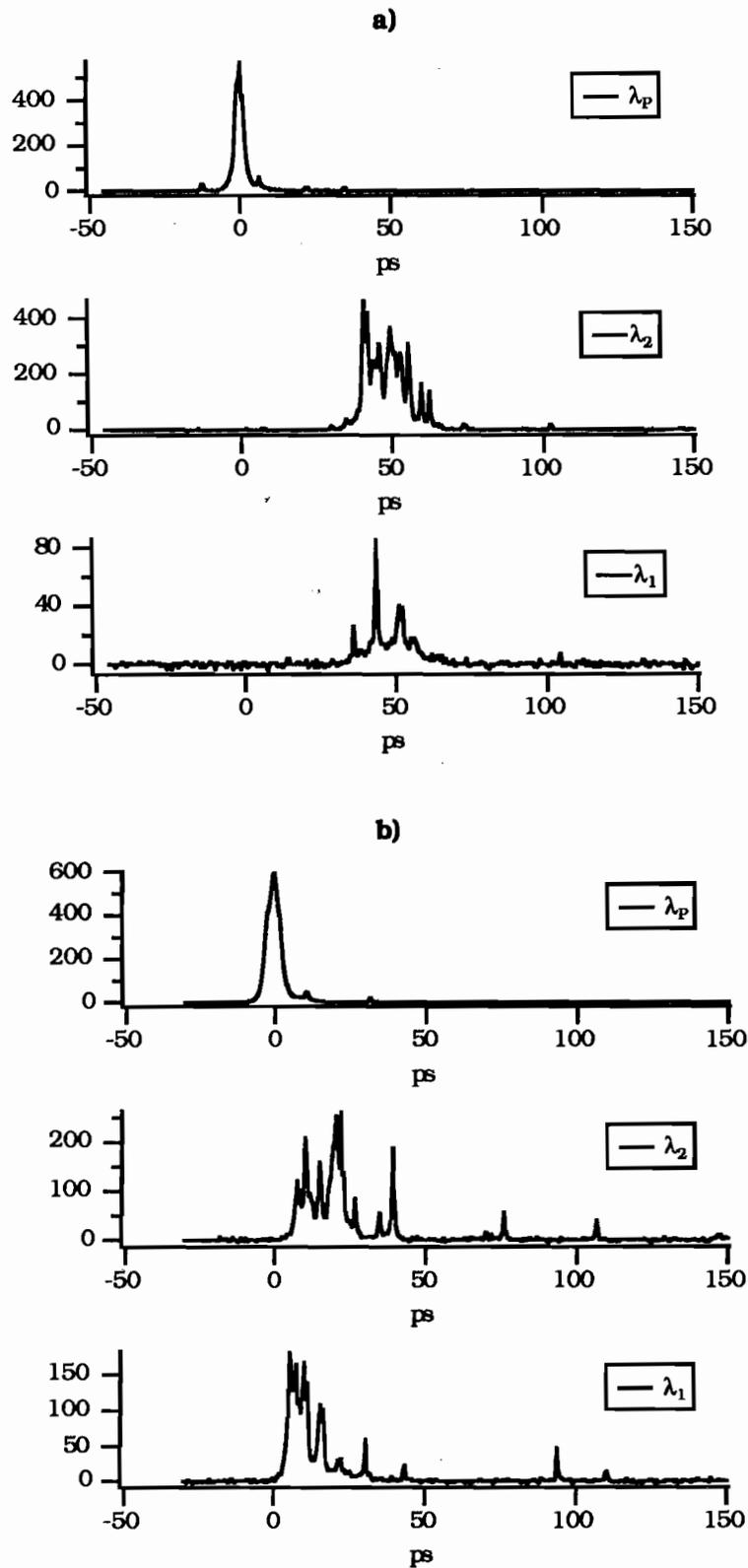


Fig. III.C.10: Profils temporels à $\lambda_p = 620$ nm, $\lambda_2 = 796$ nm, $\lambda_1 = 828$ nm;

a/ $E_p = 1 \mu\text{J}$, focalisé sur $\varnothing \approx 100\mu\text{m}$;

b/ $E_p = 3 \mu\text{J}$, focalisé sur $\varnothing \approx 100\mu\text{m}$.

Lorsque l'intensité de la pompe augmente, le temps de création des émissions laser à λ_1 et λ_2 est diminué. De plus, l'évolution temporelle fait apparaître une série de pics erratiques, conférant à chacune des deux émissions une forme qui n'est pas sans évoquer une structure de "granularité" (ou "speckle"), dans le domaine temporel cette fois. Peut-être s'agit-il d'une amplification non linéaire, reportée sur le plan temporel, de fluctuations spatiales du faisceau de pompe.

Rappelons que celui-ci a traversé un milieu amplificateur constitué de plusieurs étages de colorants en solution, soumis à d'éventuelles turbulences; son profil transverse au point de focalisation peut n'être pas rigoureusement homogène. D'autre part, les dimensions latérales de la zone émissive de la microcavité (100 μm de diamètre environ) sont plus larges que son épaisseur totale (quelques microns). La zone active peut se concevoir comme une juxtaposition de "microfilaments" laser disposés côte-à-côte, chacun étant excité avec une puissance de pompe variant de façon aléatoire de part et d'autre d'une même valeur moyenne. La somme de toutes ces contributions s'ajoutant en amplitude pourrait conduire à des surintensités distribuées de façon erratique le long du profil temporel des deux raies [Figure III.C.11].

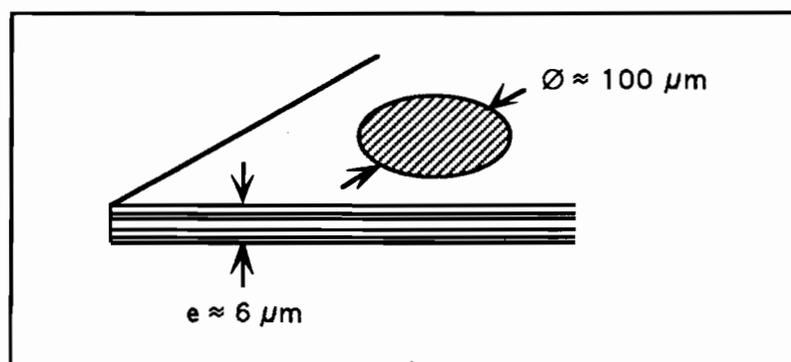


Fig. III.C.11: Dimensions respectives de la zone active et de l'épaisseur de la microcavité VAR 1087 C pompée par une impulsion à profil transverse inhomogène.

Ceci n'est cependant qu'une hypothèse et nous n'avons pas de certitude à ce sujet.

Nous avons par ailleurs étudié le comportement de l'émission biréale en d'autres points de l'échantillon qui émettaient à des longueurs d'onde λ_1 et λ_2 plus courtes.

c) Étude du fonctionnement biraie en une zone où $\lambda_1 \approx 775$ nm, $\lambda_2 \approx 747$ nm.

En vertu de l'accordabilité des résonances de la microcavité, nous continuons d'observer une émission dans les zones externes de l'échantillon ($H \approx 22$); à forte puissance de pompe, le comportement demeure biraie, à des longueurs d'onde λ_1 et λ_2 fort éloignées des bords de sous-bandes ($\lambda_{E1H1} \approx 852$ nm, $\lambda_{E2H2} \approx 804$ nm d'après les résultats du chapitre I, section A).

De plus, à forte puissance de pompe nous observons un élargissement du spectre émis sur les deux longueurs d'onde [Figure III.C.12].

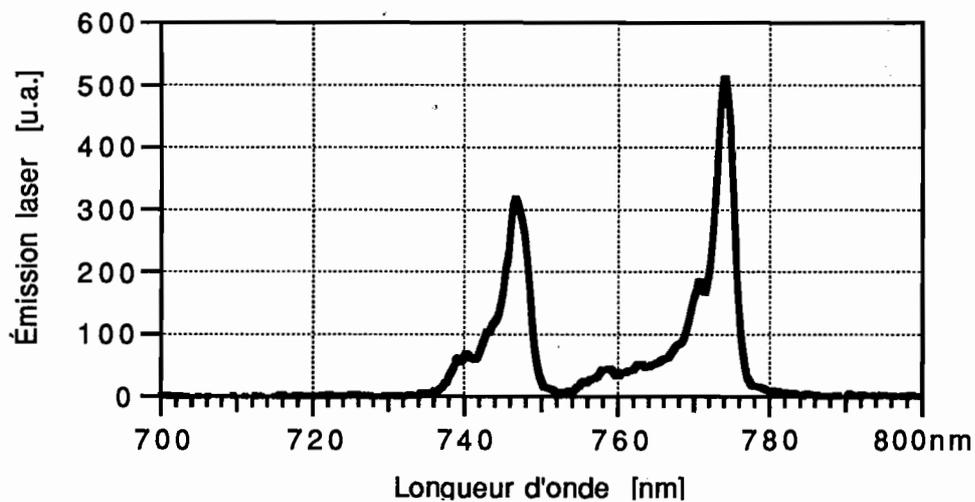


Fig. III.C.12: Spectre d'émission élargi à forte puissance de pompe.

Comme le montre l'image [Im.III.C.2], obtenue à la caméra à balayage de fente et présentée page suivante, cet élargissement spectral s'accompagne d'un glissement temporel de la longueur d'onde d'émission pendant les dix à vingt premières picosecondes du signal, qui en dure une centaine à λ_1 .

Il est important de noter qu'un tel comportement ne se produit qu'en certains points de l'échantillon, et très précisément dans les zones où les modes de résonance de la cavité correspondent à des longueurs d'onde situées au voisinage de la longueur d'onde de bande interdite du matériau $\text{Al}_{0,2}\text{Ga}_{0,8}\text{As}$ massif, constitutif tant des "barrières" intracavité que des réflecteurs de Bragg.

La dernière partie de ce chapitre va s'attacher à décrire un mécanisme simple rendant compte des principales propriétés émissives de la structure biraie, telles que l'étude expérimentale présentée ci-dessus a permis de les dégager.

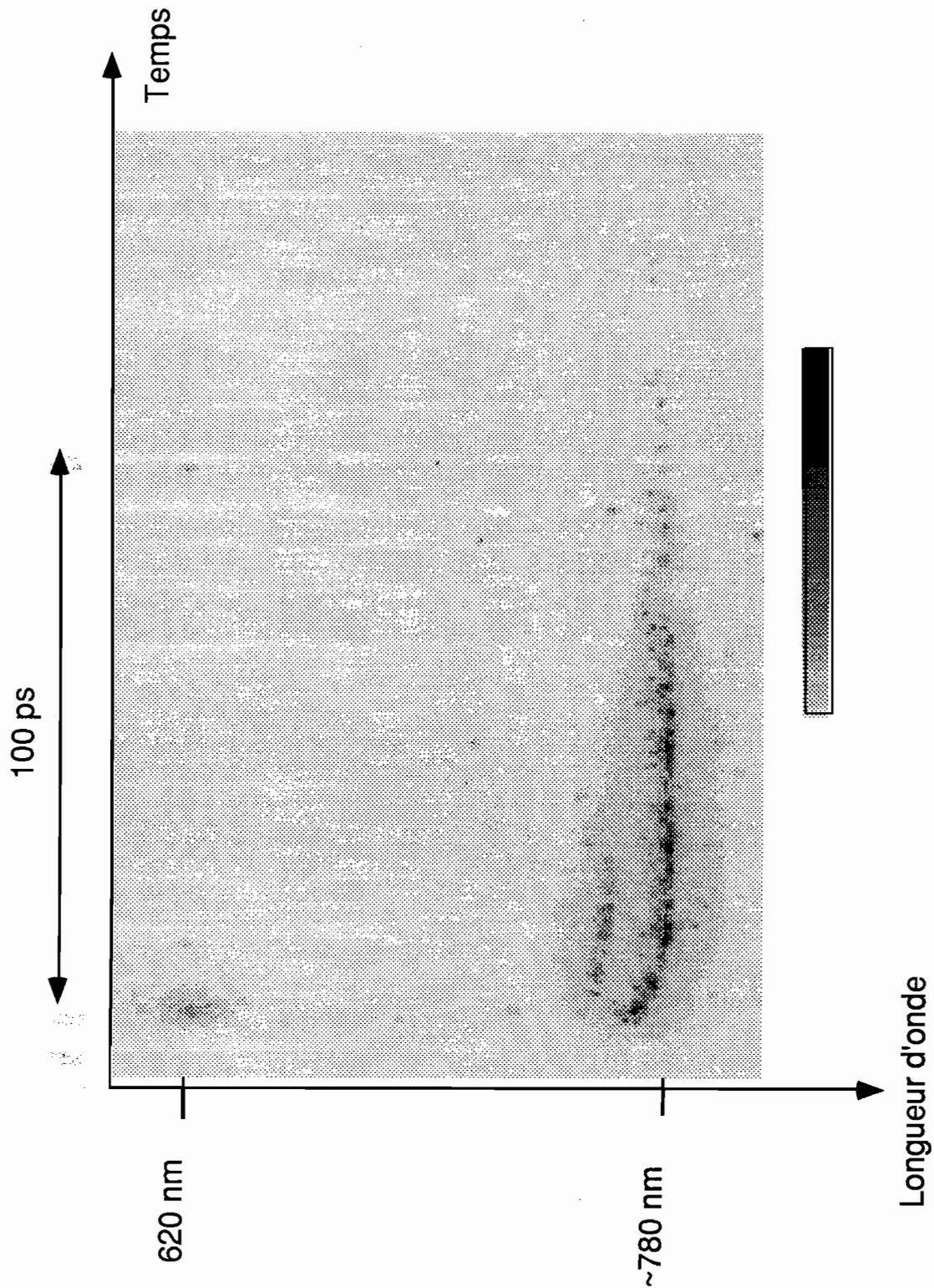


Image Im.III.C.2: Image spectrale et temporelle de l'émission birale de VAR 1087 C, en un point très éloigné du "centre" (HOVO) de la structure. On remarque le glissement spectral des deux longueurs d'onde d'émission durant les premières picosecondes du signal.

D. Modèle simple de comportement biraie.

Nous présentons dans cette partie un modèle simple de l'émission biraie de la microcavité laser à émission surfacique en régime d'excitation optique femtoseconde, destiné à interpréter les résultats expérimentaux décrits dans la partie précédente.

L'étude du comportement résolu en temps de VAR 1087 C a montré que les deux émissions à λ_1 et λ_2 ne sont pas rigoureusement simultanées, que leur temps de création peut varier de plus de 30 à moins de 5 ps, et que leur durée s'étend sur quelques dizaines de picosecondes.

La cavité est décrite sous la forme simplifiée d'une cavité linéaire "classique" de longueur L , à milieu actif homogène et uniformément pompé par l'impulsion ultrabrève. Aucun effet d'ondes stationnaires n'est considéré dans un premier temps. La longueur L est une longueur effective qui reflète la pénétration partielle du champ électrique dans les réflecteurs de Bragg. Le temps d'aller-retour dans la cavité est $\tau_{AR} = \frac{2 n_g L}{c}$ où n_g est l'indice de groupe.

À tout instant t , on supposera que les densités de photons créés à λ_1 et λ_2 et de porteurs libres sont uniformes dans le milieu. Ceci est compatible avec l'hypothèse d'un gain uniformément réparti, et réaliste au vu de la durée de l'impulsion de pompe (une impulsion de 100 fs représente un paquet de lumière de 30 μm de long dans le vide : même en tenant compte de l'indice des semiconducteurs, cette distance est réduite à une dizaine de micromètres dans la structure, ce qui reste supérieur à la longueur réelle de la cavité, proche de 1,8 μm).

L'esprit du modèle est d'établir, puis de résoudre numériquement des équations d'évolution couplant les densités de porteurs excités et les densités de photons aux deux longueurs d'onde λ_1 et λ_2 . Dans un premier temps, nous considérerons trois équations d'évolution portant respectivement sur les densités de photons P_1 (à λ_1) et P_2 (à λ_2) et sur la densité N de porteurs excités dans les puits quantiques (paires électrons-trous). Les résultats des simulations n'étant plus corroborés par l'observation expérimentale, nous avons cherché à affiner notre modèle, ce qui nous a conduit à prendre en compte également les

porteurs excités par l'impulsion de pompe dans les "barrières" en $\text{Al}_{0,2}\text{Ga}_{0,8}\text{As}$ massif. Ce sont alors quatre équations d'évolution qu'il faut considérer, portant respectivement sur les densités de photons P_1 et P_2 et sur les densités de porteurs N_{PQ} dans les puits quantiques et N_{Bar} dans les barrières.

1) Modèle à trois équations d'évolution.

a) Évolution de la densité de porteurs.

Soient P_1 et P_2 les densités volumiques de photons intracavité aux deux longueurs d'onde λ_1 et λ_2 , et N la densité de porteurs excités (paires électrons-trous). La valeur initiale N_0 de cette densité est imposée par la puissance de pompe. À une valeur de N fixée correspond un gain quasistationnaire aux deux longueurs d'onde considérées.

Nous considérerons trois causes de décroissance de la densité de porteurs :

- La recombinaison interbande non radiative, en $-N/\tau_s$; dans les semiconducteurs à bande interdite directe comme GaAs, elle est faible devant la recombinaison radiative et son temps caractéristique est dans le domaine des nanosecondes [Saleh & Teich 91] ; nous prendrons $\tau_s \approx 10$ ns ;
- La recombinaison radiative spontanée, en $-C_{\text{sp}}N^2$; le terme en N^2 provient de ce que la recombinaison radiative nécessite à la fois un électron et un trou par un photon créé [Pankove 71]. Ici les densités n d'électrons et p de trous sont égales entre elles et égales à la densité de paires photocréées : $n = p = N$. Une estimation de la valeur de C_{sp} est proposée par [Fouquet 86], de l'ordre de $7 \cdot 10^{-11} \text{ cm}^3/\text{s}$; nous prendrons $C_{\text{sp}} \approx 10^{-10} \text{ cm}^3/\text{s}$;
- La recombinaison radiative stimulée, notée $-E_{\text{stim}}(\lambda_1)$ et $-E_{\text{stim}}(\lambda_2)$ aux deux longueurs d'onde considérées : c'est le terme de couplage avec les populations de photons. Son expression en fonction de (N, P_1, P_2) sera précisée plus loin.

Comme l'excitation optique n'a duré que 100 fs, aucun terme de pompage supplémentaire n'apparaît dans l'équation d'évolution de N qui prend la forme suivante :

$$\frac{dN}{dt} = -\frac{N}{\tau_s} - C_{sp}N^2 - E_{stim}(\lambda_1) - E_{stim}(\lambda_2) \quad (3.D.1)$$

b) Évolution des densités de photons.

Le milieu intracavité est assimilé à un milieu homogène où l'intensité du champ optique varie au fur et à mesure de sa propagation selon une loi en :

$$I(z) = I_0 \exp [Gz] \quad (3.D.2)$$

soit :

$$\frac{dI}{I} = G dz \quad (3.D.3)$$

où G est le coefficient d'amplification exponentielle du milieu et dépend de la longueur d'onde.

Or, l'intensité se propage à la vitesse v_g (vitesse de groupe), d'où :

$$dz = v_g dt \quad (3.D.4)$$

d'où :

$$\frac{dI}{dt} = v_g G I \quad (3.D.5)$$

L'intensité optique est proportionnelle à la densité de photons ; de plus, la vitesse de groupe s'écrit encore :

$$v_g = \frac{2L}{\tau_{AR}} \quad (3.D.6)$$

Le coefficient G d'amplification exponentielle, d'après les résultats du chapitre I, peut s'écrire aux deux longueurs d'onde sous la forme :

$$\begin{cases} \text{à } \lambda_1 : G_1 = g_1(N) - \alpha_1 \\ \text{à } \lambda_2 : G_2 = g_2(N) - \alpha_2 \end{cases} \quad (3.D.7)$$

En l'absence de pompage, il se réduit au terme d'absorption linéaire (α_i). Lorsque la quantité $g_i(N) - \alpha_i$ devient positive, la longueur d'onde λ_i est amplifiée. Le terme d'amplification exponentielle dans l'équation d'évolution de la densité de photons s'écrira donc :

$$\begin{cases} \left. \frac{dP_1}{dt} \right|_{\text{exp}} = \frac{2L}{\tau_{AR}} [g_1(N) - \alpha_1] P_1 & \text{à } \lambda_1 \\ \left. \frac{dP_2}{dt} \right|_{\text{exp}} = \frac{2L}{\tau_{AR}} [g_2(N) - \alpha_2] P_2 & \text{à } \lambda_2 \end{cases} \quad (3.D.8)$$

Le terme d'émission stimulée $E_{\text{stim}}(\lambda_i)$ ($i \in \{1, 2\}$) qui apparaît dans (3.D.1) se limite à :

$$E_{\text{stim}}(\lambda_i) = \frac{2L}{\tau_{AR}} [g_i(N)] P_i \quad (3.D.9)$$

et il s'agit d'une quantité toujours positive. En d'autres termes, nous négligeons dans (3.D.1) la création de porteurs due à la réabsorption linéaire des photons créés à λ_1 et λ_2 .

Il faut également tenir compte du gain et des pertes localisées au niveau des miroirs. Si leurs coefficients de réflectivité en intensité s'écrivent respectivement $R_A(\lambda_i)$ et $R_F(\lambda_i)$ pour les miroirs de sortie et de fond de cavité à la longueur d'onde λ_i [$i \in \{1, 2\}$], l'intensité de l'onde sur un aller-retour se trouve multipliée par un facteur :

$$R_A(\lambda_i) R_F(\lambda_i) e^{2G_i L} \quad (3.D.10)$$

Il est utile de réécrire (3.D.10) sous la forme :

$$\exp[2 G_i L + \ln[R_A(\lambda_i) R_F(\lambda_i)]] \quad (3.D.11)$$

Comme les réflectivités sont proches de l'unité, on peut les exprimer en fonction des facteurs de transmission des miroirs et utiliser un développement limité :

$$\begin{cases} R_A(\lambda_1) = 1 - T_A(\lambda_1) & (T_A(\lambda_1) \ll 1) \\ R_F(\lambda_1) = 1 - T_F(\lambda_1) & (T_F(\lambda_1) \ll 1) \end{cases} \quad (3.D.12)$$

et :

$$\ln [R_A(\lambda_1) R_F(\lambda_1)] = \ln [(1 - T_A(\lambda_1)) (1 - T_F(\lambda_1))] \approx -T_A(\lambda_1) - T_F(\lambda_1) \quad (3.D.13)$$

Afin d'alléger les notations, nous poserons pour la suite :

$$T_1 = T_A(\lambda_1) + T_F(\lambda_1). \quad (3.D.14)$$

L'équation de la densité de photons P_i à λ_i [$i \in \{1,2\}$] s'écrit, en tenant compte à la fois du gain et des pertes exponentielles du milieu et des pertes des miroirs, sous la forme :

$$\begin{cases} \frac{dP_1}{dt} = \underbrace{\frac{2 g_1(N) L}{\tau_{AR}} P_1}_{\text{Émission stimulée}} - \underbrace{\frac{2 \alpha_1 L}{\tau_{AR}} P_1}_{\text{Absorption}} - \underbrace{\frac{T_1}{\tau_{AR}} P_1}_{\text{Pertes miroirs}} \\ \frac{dP_2}{dt} = \underbrace{\frac{E_{stim}(\lambda_1)}{2 g_2(N) L}}_{\tau_{AR}} P_2 - \underbrace{\frac{2 \alpha_2 L}{\tau_{AR}} P_2}_{\tau_{AR}} - \underbrace{\frac{T_2}{\tau_{AR}} P_2}_{\tau_{AR}} \\ \frac{dN}{dt} = \underbrace{-\frac{N}{\tau_s} P_1}_{\text{Re combinaison non radiative}} - \underbrace{C_{sp} N^2}_{\text{Émission spontanée}} - \underbrace{\frac{2 g_1(N) L}{\tau_{AR}} P_1}_{E_{stim}(\lambda_1)} - \underbrace{\frac{2 g_2(N) L}{\tau_{AR}} P_2}_{E_{stim}(\lambda_2)} \end{cases} \quad (3.D.16)$$

Il reste à préciser, avant de résoudre le système (3.D.16), la forme de $g_i(N)$ ainsi que les conditions initiales.

c) Expression du gain en fonction de la densité de porteurs.

Au chapitre I nous avons calculé la dépendance spectrale de la susceptibilité linéaire et quasistationnaire χ des puits quantiques pour différentes valeurs de la densité N de porteurs. La quantité GL est directement proportionnelle à la partie imaginaire de χ et pour 14 puits quantiques nous obtenons le réseau de courbes suivant [Fig. III.D.1] :

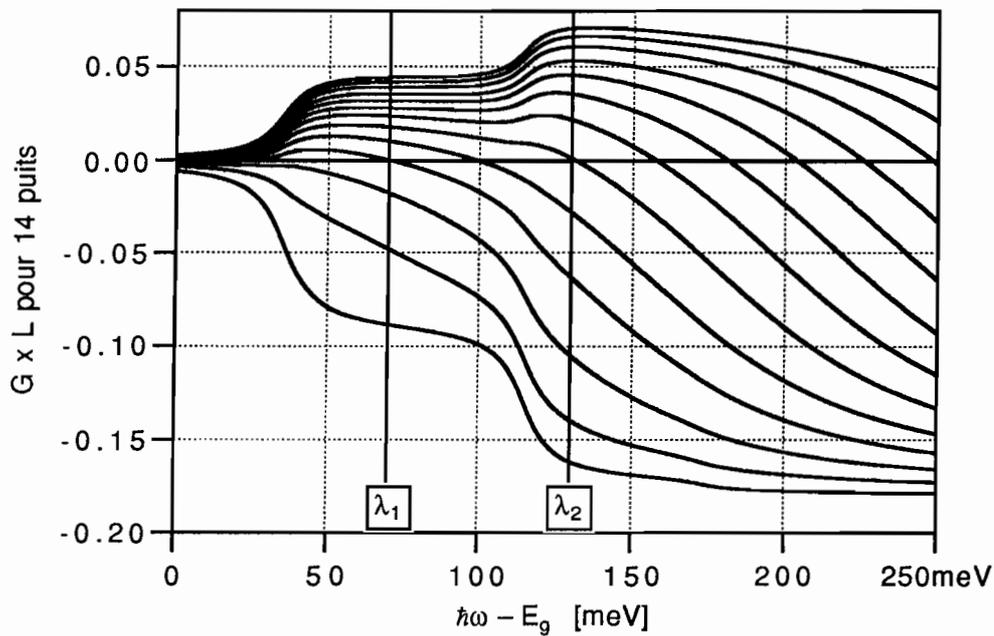


Fig. III.D.1 : $G(\lambda) \cdot L$ pour N variant de 0 à $1,2 \cdot 10^{19} \text{cm}^{-3}$ par pas de 10^{18}cm^{-3} .

À partir de ce réseau de courbes, nous choisissons deux longueurs d'ondes λ_1 et λ_2 distantes de 32 nm, intermode moyen de la structure réelle, et nous traçons pour ces deux longueurs d'onde d'émission les courbes représentant $G \cdot L$ en fonction de la densité de porteurs (c'est-à-dire $G_1 L$ et $G_2 L$).

Pour toute la suite, nous travaillons aux longueurs d'onde :

$$\begin{cases} \lambda_1 \approx 830 \text{ nm} & [\hbar\omega - E_g = 70 \text{ meV}] \\ \lambda_2 \approx 798 \text{ nm} & [\hbar\omega - E_g = 130 \text{ meV}] \end{cases}$$

Leurs positions sont repérées par deux traits verticaux sur la figure [III.D.1].

Les courbes $G_1 L$ et $G_2 L$ en fonction de N sont reportés sur la figure [III.D.2].

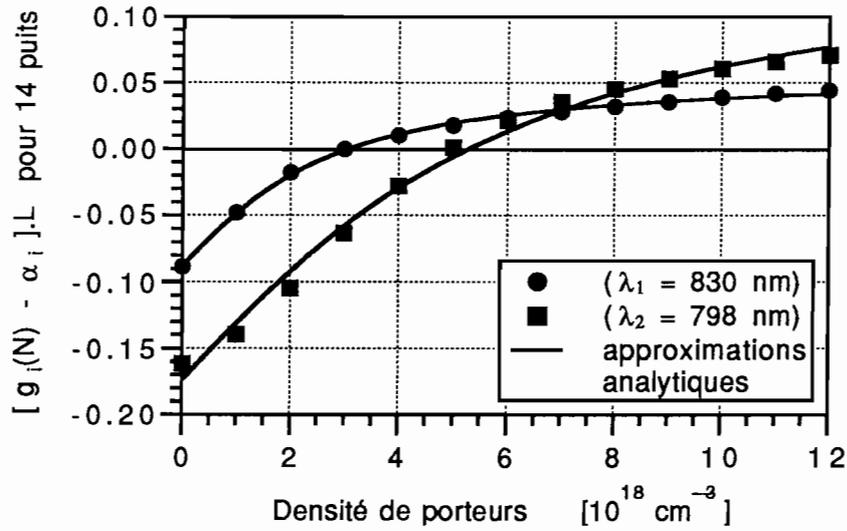


Fig. III.D.2 : Produit GL aux deux longueurs d'onde λ_1 et λ_2 (en traits continus, approximation analytique).

À partir de ces valeurs relevées en 13 points équidistants, nous cherchons une approximation analytique qui reproduit la variation de GL en fonction de N. En remarquant que la valeur à $N = 0$ est celle de l'absorption linéaire, et que à fortes valeurs de N la fonction $g_i(N) - \alpha_i$ se sature à une valeur égale à $+\alpha_i$, nous imposons à la fonction d'interpolation une forme en Arctangente :

$$[g_i(N) - \alpha_i]L = -\alpha_{0i}L + \psi_iL \operatorname{Arctg}[\xi_i N] \quad (3.D.17)$$

Les coefficients $\alpha_{0i}L$, ψ_iL , ξ_i calculés pour l'approximation dans le logiciel Igor™ sont reportés dans le tableau [T.III.D.1].

$\lambda_1=830 \text{ nm}$ [$\hbar\omega-E_g \approx 70 \text{ meV}$]	$\lambda_2=798 \text{ nm}$ [$\hbar\omega-E_g \approx 130 \text{ meV}$]
$\alpha_{01}L = 0,087781$ [sans unité]	$\alpha_{02}L = 0,17344$ [sans unité]
$\psi_1L = 0,093191$ [sans unité]	$\psi_2L = 0,21246$ [sans unité]
$\xi_1 = 0,44834 \cdot 10^{18}[\text{cm}^3]$	$\xi_2 = 0,20136 \cdot 10^{18}[\text{cm}^3]$
Tableau T.III.D.1 : Paramètres calculés par l'approximation analytique.	

C'est l'expression (3.D.17) que nous allons utiliser dans les équations d'évolution. Cela sous-entend que la population de porteurs reste en permanence régie par une statistique de Fermi au fur et à mesure de son évolution ; c'est la condition à laquelle le gain conserve sa forme "quasistationnaire".

d) Conditions initiales.

Juste après l'excitation optique femtoseconde, la densité de porteurs libres atteint la valeur N_0 . Pour des raisons de calcul numérique, la densité de photons P_i à λ_i est prise non pas rigoureusement nulle mais égale à un "bruit d'émission spontanée" :

$$\begin{cases} P_1(t=0) = k_1 \left(\frac{\delta\lambda_1}{\Delta\lambda} \right) \cdot \left(\frac{\Delta\Omega_1}{2\pi} \right) \cdot C_{sp} \cdot N_0^2 \cdot \tau_{AR} \\ P_2(t=0) = k_2 \left(\frac{\delta\lambda_2}{\Delta\lambda} \right) \cdot \left(\frac{\Delta\Omega_2}{2\pi} \right) \cdot C_{sp} \cdot N_0^2 \cdot \tau_{AR} \end{cases} \quad (3.D.18)$$

où :

- $\delta\lambda_i$ = largeur spectrale du mode à λ_i ,
- $\Delta\lambda$ = largeur spectrale de la courbe de gain,
- $\Delta\Omega_i$ = angle solide (interne) de l'émission sur le mode i ,
- C_{sp} = coefficient d'émission spontanée,
- N_0 = densité initiale de porteurs,
- τ_{AR} = temps d'aller - retour dans la cavité,
- k_i = coefficient sans dimension, ajustable à des fins de simulation numérique.

Le "bruit d'émission spontanée" $P_i(t=0)$ représente la proportion de photons émis par émission spontanée dans la même bande spectrale $\delta\lambda_i$ et sous le même angle solide $\Delta\Omega_i$ que le mode d'émission laser à λ_i . Il est d'autant plus important que la densité initiale de porteurs N_0 est élevée.

Pour les applications numériques, nous adoptons les valeurs suivantes :

- $\delta\lambda_i = 1 \text{ nm}$
- $\Delta\lambda = 50 \text{ nm}$
- $\Delta\Omega_i = 2\pi \cdot 10^{-3} \text{ sterad}$
- $C_{sp} = 10^{-10} \text{ cm}^3/\text{s}$
- $\tau_{AR} = 70 \text{ fs}$.

La valeur de $\tau_{AR} = \frac{2 n_g L}{c}$ est estimée à partir de l'intermode de la cavité selon les résultats de la section [III.A.4.a], en assimilant la quantité $n_g L$ à $(n_g L)_{eff}$, où l'on avait $(\Delta\lambda)_{intermode} \approx \frac{\lambda_B^2}{2(n_g L)_{eff}}$ d'après (3.A.26). Un intermode de 32 nm donne une estimation de τ_{AR} égale à 70 fs environ.

Compte-tenu de ce qui précède, les trois équations couplées à résoudre prennent la forme suivante :

$$\begin{cases} \frac{dP_1}{dt} = \frac{-P_1}{\tau_{AR}} (T_1 + 2\alpha_{01}L - 2\psi_1L \operatorname{Arctg}[\xi_1 N]) \\ \frac{dP_2}{dt} = \frac{-P_2}{\tau_{AR}} (T_2 + 2\alpha_{02}L - 2\psi_2L \operatorname{Arctg}[\xi_2 N]) \\ \frac{dN}{dt} = -\frac{N}{\tau_s} - C_{sp}N^2 - 2\psi_1L \operatorname{Arctg}[\xi_1 N] \cdot \frac{P_1}{\tau_{AR}} - 2\psi_2L \operatorname{Arctg}[\xi_2 N] \cdot \frac{P_2}{\tau_{AR}} \end{cases} \quad (3.D.19)$$

Les valeurs de $\alpha_{oi}L$, ψ_iL , ξ_i , T_i , $\delta\lambda_i$ sont susceptibles d'être modifiées par passage à un autre couple de longueurs d'onde. L'introduction de ces données, ainsi que de k_i , τ_{AR} , N_0 est réalisée sous le logiciel HyperCard™, et le calcul numérique utilise un programme écrit en Fortran. La méthode retenue est une intégration numérique de Runge-Kutta à pas adaptatif. Les résultats $P_1(t)$, $P_2(t)$, $N(t)$ sont obtenus sous forme de fichiers au format "Igor Text", directement interprétés par le logiciel Igor™ qui trace alors les courbes selon des paramètres graphiques prédéfinis.

e) Résultats des simulations.

Les courbes de la figure [III.D.3], présentées page suivante, illustrent le comportement $P_1(t)$, $P_2(t)$, $N(t)$ pour trois densités de porteur initiales N_0 différentes. Nous pouvons constater sur la figure [III.D.2] qu'il existait une densité de porteurs pour laquelle la quantité GL était égale sur les deux raies. Notons-là $N_{égal}$.

Selon notre modèle, nous pouvons distinguer trois types de comportement selon la valeur de N_0 par rapport à $N_{égal}$ ($N_{égal} \approx 0,75 \cdot 10^{19} \text{cm}^{-3}$).

- si $N_0 < N_{égal}$, la raie λ_1 est favorisée ; tous les porteurs libres se recombinaient au profit de la densité de photons P_1 [Fig. III.D.3.b] ;

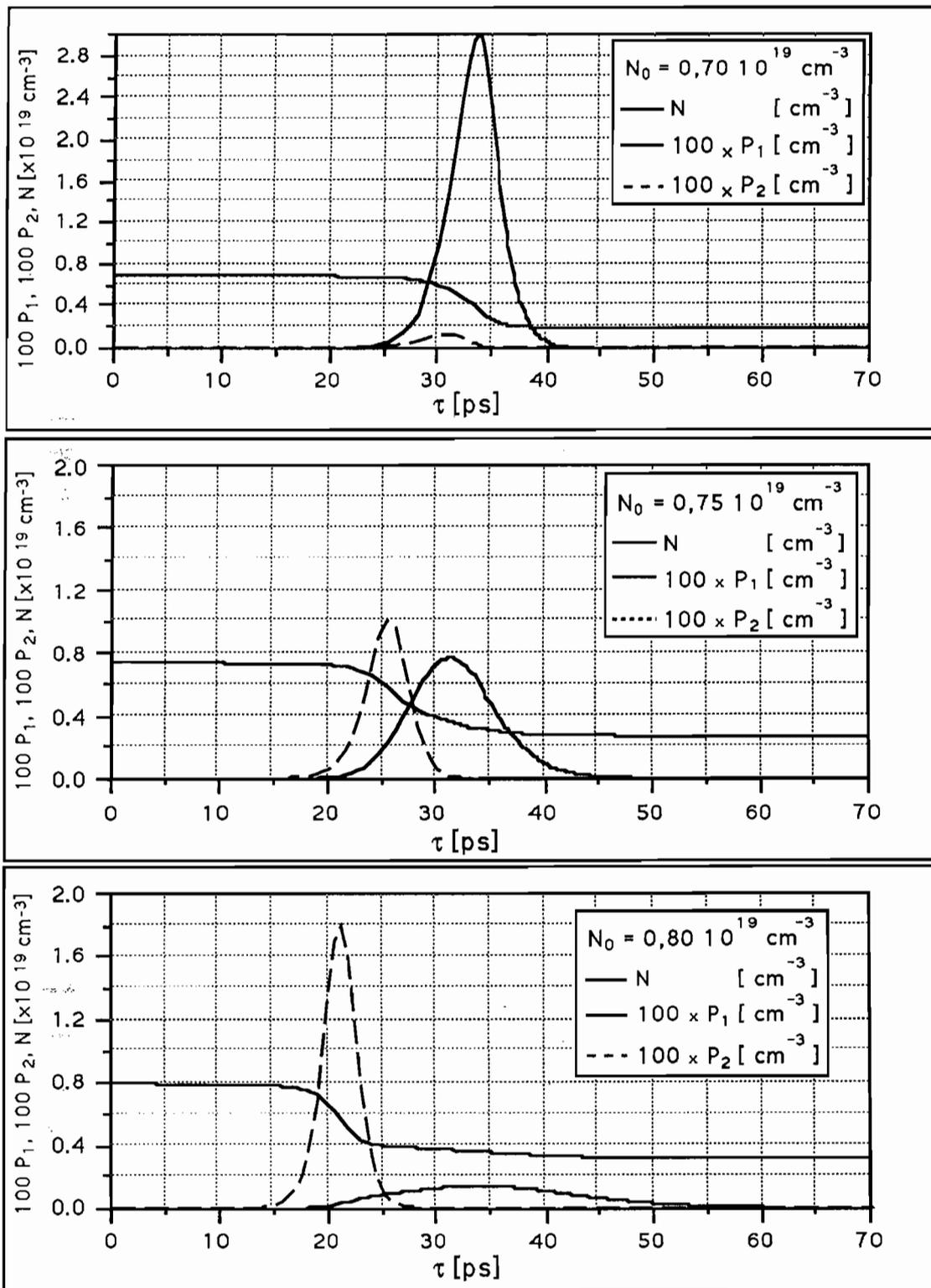


Fig. III.D.3 : Évolution temporelle des densités de photons à λ_1 et λ_2 et de la densité de porteurs pour trois valeurs de la concentration de porteurs initiale N_0 .

- si $N_0 \approx N_{\text{égal}}$, les raies λ_1 et λ_2 sont d'importance comparable [Fig. III.D.3.b] ;
- si $N_0 > N_{\text{égal}}$, tous les porteurs libres se recombinaient au profit de la densité de photons P_2 ; le temps de création de l'impulsion est diminué [Fig. III.D.3.c].

À forte densité de porteurs initiale, seule subsiste la raie λ_2 . De plus, on constate que plus N_0 augmente, plus l'émission de lumière se produit tôt.

À l'échelle des quelques dizaines de picosecondes où l'on observe l'émission de la microcavité, les termes de recombinaison non stimulée (émission spontanée et recombinaison non radiative) ont une influence négligeable sur l'évolution de la densité de porteurs N . L'examen des équations d'évolution et des courbes issues de la simulation numérique nous permettent de distinguer trois étapes [Fig. III.D.4] :

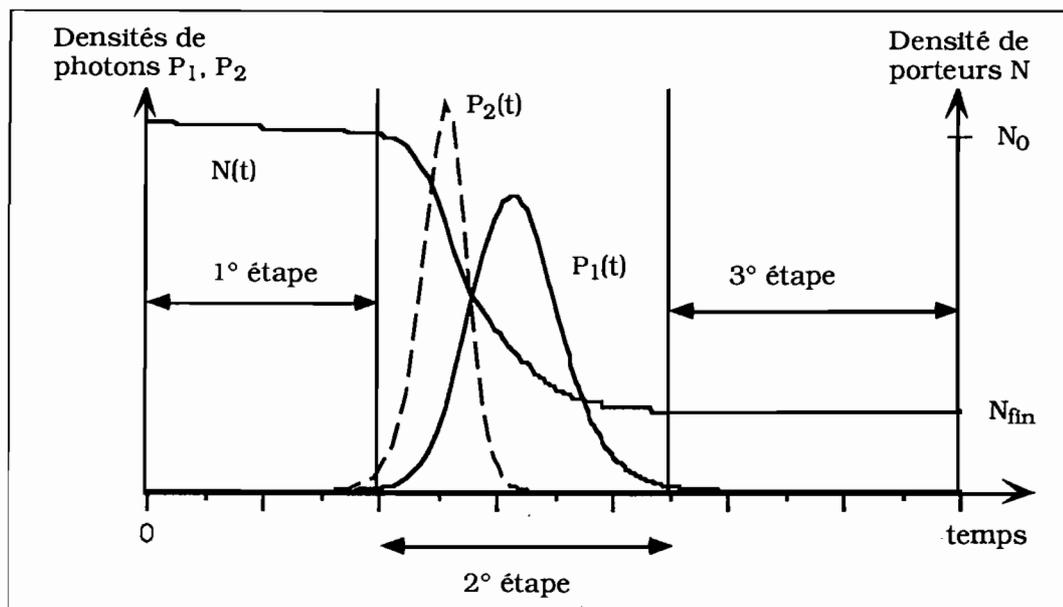


Fig. III.D.4. : Représentation schématique des trois étapes de l'évolution :

- 1^{ère} étape : avant l'émission ($N \approx N_0$) ;
- 2^{ème} étape : pendant l'émission (N chute) ;
- 3^{ème} étape : après l'émission ($N \approx N_{\text{fin}}$) ;

Durant la première étape, la densité de porteurs N évolue peu ($N \approx N_0$) ; les densités de photons P_1 et P_2 évoluent selon une loi exponentielle en :

$$\begin{cases} \frac{dP_1}{dt} = + \frac{P_1}{\tau_{1 \text{ init}}} \\ \frac{dP_2}{dt} = + \frac{P_2}{\tau_{2 \text{ init}}} \end{cases} \quad (3.D.20)$$

avec :

$$\tau_{i \text{ init}} = \frac{\tau_{AR}}{2 \psi_i L \operatorname{Arctg}[\xi_i N_o] - 2\alpha_{oi} L - T_i} \quad (3.D.21)$$

pour $i \in \{1, 2\}$.

Pendant la seconde étape, dont la durée est celle des impulsions optiques (le cas représenté sur la figure [III.D.4] étant un cas particulier où les deux impulsions coexistent à des niveaux d'intensité comparables), la densité de porteurs N chute brusquement. Les équations différentielles (3.D.19) sont fortement couplées et les densités évoluent rapidement.

Enfin, la troisième étape se traduit par un nouveau palier de la densité de porteurs N , consécutif à l'émission. N a atteint une valeur stationnaire (aux échelles de temps considérées) et notée N_{fin} . Les densités de photons $P_i [i \in \{1, 2\}]$ évoluant selon une loi de décroissance exponentielle en :

$$\frac{dP_i}{dt} = - \frac{P_i}{\tau_{i \text{ fin}}} \quad (3.D.22)$$

avec :

$$\tau_{i \text{ fin}} = \frac{\tau_{AR}}{T_i + 2 \alpha_{oi} L - 2\psi_i L \operatorname{Arctg}[\xi_i N_{fin}]} \quad (3.D.23)$$

Si la valeur initiale N_o est supposée connue a priori (elle est imposée à titre de condition initiale), il n'en est pas de même de N_{fin} , qui ne peut être déterminée que par résolution numérique du système d'équations couplées (3.D.19). Le temps caractéristique de croissance exponentielle $\tau_{i \text{ init}}$ défini par (3.D.21) est d'autant plus court que N_o est grand ; pour $N_o \approx 10^{19} \text{cm}^{-3}$, $\tau_{i \text{ init}}$ est de l'ordre de la picoseconde. Il ne s'agit pas du temps au bout duquel l'impulsion atteint sa valeur maximale. Nous pouvons définir des temps de création des émissions lasers à λ_1 et λ_2 , en posant par exemple que le **temps de création** de l'émission à λ_i est le temps nécessaire pour que la densité de photons intracavité P_i atteigne une valeur

donnée, par exemple $P_{i \text{ ref}} = 4.10^6 \text{ cm}^{-3}$, ce qui correspond sur la courbe [III.D.3.b] à la moitié de la valeur maximale atteinte par P_1 lorsque $N_0 \approx N_{\text{egal}}$.

Ce temps de création, plus directement accessible à l'expérience que le temps caractéristique de croissance exponentielle $\tau_{i \text{ init}}$, dépend de la densité initiale de porteurs N_0 à travers deux facteurs :

- le temps caractéristique de croissance $\tau_{i \text{ init}}$ lui-même, fonction de N_0 par (3.D.21) ;
- le niveau de bruit initial $P_i(t = 0)$, fonction de N_0 par (3.D.18) .

Ces considérations nous permettent de proposer l'expression suivante pour le temps de création $T_{\text{cr}}(\lambda_i)$ de l'émission laser à λ_i [$i \in \{1, 2\}$] :

$$T_{\text{cr}}(\lambda_i) = \tau_{i \text{ init}} \times \ln 10 \times \left[\log_{10}(P_{i \text{ ref}}) - \log_{10}(P_i(t = 0)) \right] . \quad (3.D.24)$$

L'évolution des temps de création définis par (3.D.24) en fonction de N_0 est en bon accord avec l'expérience : d'une cinquantaine de picosecondes (ou plus) à faibles densités de porteurs initiales légèrement au-dessus du seuil ($3.10^{18} \text{ cm}^{-3} \leq N_0 \leq 6.10^{18} \text{ cm}^{-3}$), les temps de création tombent à 5 ps à fortes densités initiales ($N_0 \geq 6.10^{19} \text{ cm}^{-3}$).

En revanche, nous observons que selon nos simulations, la raie λ_1 est systématiquement favorisée au détriment de λ_2 lorsque $N_0 < N_{\text{egal}}$, alors que pour des densités $N_0 > N_{\text{egal}}$, c'est la raie λ_2 qui est favorisée au détriment de λ_1 . La raie à λ_1 devient de plus en plus faible au fur et à mesure que N_0 augmente. À forte valeur de N_0 , seule subsiste la raie λ_2 .

Cela n'est pas conforme à nos observations expérimentales : en un point de la structure émettant deux raies λ_1 et λ_2 , une augmentation de la puissance de pompe ne se traduit jamais par la disparition de la raie λ_1 de plus grande longueur d'onde.

Notre modèle s'avère ou faux, ou incomplet puisqu'il ne peut rendre compte du fonctionnement biraie de la microcavité à forte densité de porteurs. Il est donc nécessaire d'invoquer un mécanisme différent.

Dans un premier temps nous avons cherché à affiner notre modèle en dissociant des porteurs excités de la sous-bande 1 de ceux de la sous-bande 2. Cela revient à considérer non plus une, mais deux populations de porteurs N_1 et N_2 représentant respectivement les

densités de porteurs dans les sous-bandes 1 et 2. Au fur et à mesure que la sous-bande 1 se dépeuple par émission stimulée, elle est remplie par recombinaison inter-sous-bande à partir de la sous-bande 2 [Fig. III.D.5] :

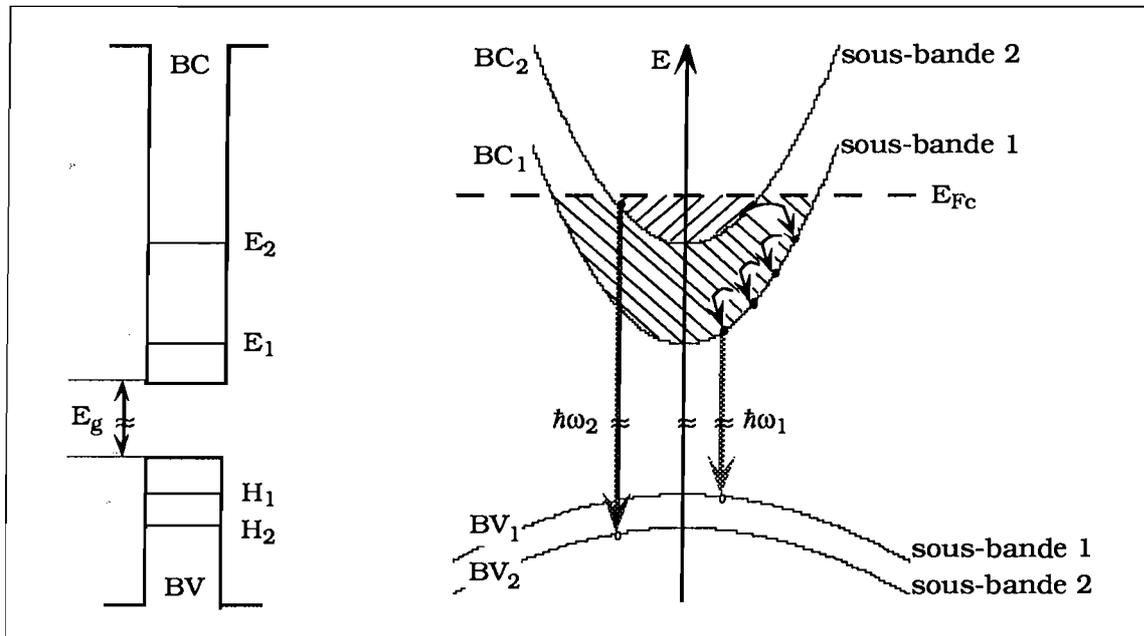


Fig. III.D.5 : Double mécanisme de dépeuplement de la sous-bande 2 : par recombinaison radiative (émission de photons d'énergie $\hbar\omega_2$) et par recombinaison inter sous-bande au profit de la sous-bande 1, elle-même dépeuplée par l'émission de photons d'énergie $\hbar\omega_1$.

Selon ce mécanisme, les porteurs de la sous-bande 2 relaxent vers la sous-bande 1 dès lors qu'il s'y trouve des places disponibles. Si le temps caractéristique de relaxation inter-sous-bande est du même ordre de grandeur ou plus rapide que le temps de désexcitation de la sous-bande 1 par émission stimulée, alors le terme d'émission stimulée dans l'équation d'évolution de N_1 est compensé en permanence par des porteurs venus de la sous-bande 2.

Nous savons en effet [Yang 91] que les électrons de la sous-bande 2 peuvent subir une relaxation très rapide (~ 1 ps) vers la sous-bande 1 par émission d'un phonon optique longitudinal ; puis, par relaxation intra-sous-bande encore plus rapide ($\sim 0,1$ ps) ils viennent occuper les états libres de plus basse énergie de la sous-bande E_1 , dépeuplés par l'émission optique.

Nous avons donc pris cet effet en compte et résolu numériquement un système de quatre équations d'évolution couplées portant sur P_1 , P_2 , N_1 , N_2 , comportant un terme de couplage entre N_1 et N_2 conforme au mécanisme exposé ci-dessus. Néanmoins les résultats de cette simulation ne diffèrent pas qualitativement des résultats présentés plus haut, obtenus en ne considérant qu'une seule densité globale N de porteurs excités et ne seront donc pas présentés ici. C'est donc un autre mécanisme qu'il nous faut invoquer pour rendre mieux compte des observations expérimentales.

En effet, nous avons jusqu'ici toujours négligé toute interaction de l'impulsion de pompage avec le matériau $\text{Al}_{0,2}\text{Ga}_{0,8}\text{As}$ constitutif des barrières. Or la longueur d'onde de bord de bande interdite de la barrière est $\lambda_g(x = 0,2) = 741 \text{ nm}$; l'impulsion femtoseconde à $\lambda_p = 620 \text{ nm}$ se situe dans la zone d'absorption.

Cette absorption de la pompe a une conséquence importante : les porteurs libres sont créés non seulement dans les puits quantiques, mais encore dans les barrières. En raison de leur extension spatiale (les barrières sont onze fois plus larges que les puits), la quantité de porteurs présents dans les barrières est très supérieure à la quantité de porteurs présents dans les puits, et confère aux barrières le rôle d'un véritable "réservoir" de porteurs vis-à-vis des puits quantiques.

Le mécanisme que nous proposons maintenant est le suivant : au fur et à mesure que la densité de porteurs présents dans les puits quantiques diminue en raison de l'émission stimulée, des mécanismes de diffusion et relaxation les repeuplent à l'aide de porteurs provenant des barrières, ce qui contribue à alimenter les émissions optiques sur les deux raies λ_1 et λ_2 .

2) Modèle à quatre équations d'évolution.

a) Établissement des équations.

Nous considérons à présent deux densités de photons P_1 et P_2 (à λ_1 et λ_2) et deux densités de porteurs N_{PQ} et N_{Bar} correspondant respectivement aux puits quantiques et aux barrières.

Nous affinons encore notre modèle par la prise en compte des facteurs de recouvrement Γ_1 (à λ_1) et Γ_2 (à λ_2) ; rappelons que le facteur de recouvrement Γ_1 à la longueur

d'onde λ_i , introduit à la section III.A, est compris dans l'intervalle [0,2] et atteint sa valeur maximale lorsque les ventres du champ optique stationnaire intracavité coïncident avec la position des puits quantiques. Le calcul nous donne ici $\Gamma_1/\Gamma_2 \approx 2,63$. La prise en compte du facteur de recouvrement se traduit en remplaçant dans les équations d'évolution G_iL par Γ_iG_iL : l'absorption et le gain effectifs seront d'autant plus importants que ce facteur de recouvrement est important. Nous obtenons ainsi pour les densités de photons les équations d'évolution suivantes (au lieu de 3.D.15) :

$$\frac{dP_i}{dt} = \frac{2L}{\tau_{AR}} [g_i(N) - \alpha_i] \Gamma_i P_i - \frac{T_i}{\tau_{AR}} P_i \quad (3.D.25)$$

où $i \in \{1, 2\}$.

La modification la plus importante concerne l'équation d'évolution de la densité de porteurs N_{PQ} , qui comporte par rapport à (3.D.1) un terme source supplémentaire, dû au remplissage par les porteurs de la barrière :

$$\frac{dN_{PQ}}{dt} = \frac{-N_{PQ}}{\tau_S} - C_{sp} N_{PQ}^2 - E_{stim}(\lambda_1) - E_{stim}(\lambda_2) + \text{Remplissage} \quad (3.D.26)$$

Nous proposons d'écrire le terme de remplissage sous la forme :

$$\text{Remplissage} = + \frac{N_{Bar} - N_{PQ}}{\tau_{Bar}} \quad (3.D.27)$$

Ce terme est proportionnel à la **différence** de densités de porteurs entre les barrières et les puits ; si nous supposons qu'à $t = 0$ ces deux densités sont égales, le terme de remplissage ne commence à jouer un rôle qu'au fur et à mesure que la population de porteurs dans les puits se dépeuple. Le temps caractéristique de remplissage, noté τ_{Bar} est estimé à 1 ps environ, par analogie avec la relaxation inter sous-bande.

Une équation supplémentaire est donc nécessaire pour décrire l'évolution des porteurs dans les barrières. Les mécanismes de désexcitation retenus sont au nombre de trois :

- recombinaison non radiative en $-N_{Bar} / \tau_{S_{Bar}}$ (et nous supposons $\tau_{S_{Bar}} = \tau_S \approx 10$ ns) ;
- émission spontanée en $C_{sp_{Bar}} N_{Bar}^2$ (et nous supposons que $C_{sp_{Bar}} = C_{sp}$) ;
- remplissage des puits quantiques.

Le terme de remplissage dans l'équation d'évolution de N_{Bar} n'est pas exactement symétrique du terme de remplissage dans l'équation d'évolution de N_{PQ} . En effet nous devons tenir compte des dimensions spatiales des milieux "barrières" et "puits". Si les barrières perdent un nombre fixé de porteurs au profit des puits, **le nombre de porteurs gagnés par les puits est égal au nombre de porteurs perdus par les barrières**. Si à présent nous raisonnons non plus en nombre, mais en **densité de porteurs**, nous constatons que les variations correspondantes de densités sont plus importantes dans les puits que dans les barrières, dans un rapport égal au rapport des dimensions latérales des barrières et des puits. Soit F_{Bar} ce rapport : l'équation d'évolution de la densité de porteurs dans les barrières N_{Bar} s'écrit :

$$\frac{dN_{\text{Bar}}}{dt} = \frac{-N_{\text{Bar}}}{\tau_{s_{\text{Bar}}}} - C_{s_{\text{Bar}}} N_{\text{Bar}}^2 - \frac{1}{F_{\text{Bar}}} \cdot \text{Remplissage} \quad (3.D.28)$$

Le système d'équations couplées à résoudre prend donc la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dP_1}{dt} = \underbrace{\frac{2 \Gamma_1 g_1(N_{\text{PQ}}) L}{\tau_{\text{AR}}} P_1}_{\text{Émission stimulée}} - \underbrace{\frac{2 \Gamma_1 \alpha_1 L}{\tau_{\text{AR}}} P_1}_{\text{Absorption}} - \underbrace{\frac{T_1}{\tau_{\text{AR}}} P_1}_{\text{Pertes miroirs}} \\ \frac{dP_2}{dt} = \frac{2 \Gamma_2 g_2(N_{\text{PQ}}) L}{\tau_{\text{AR}}} P_2 - \frac{2 \Gamma_2 \alpha_2 L}{\tau_{\text{AR}}} P_2 - \frac{T_2}{\tau_{\text{AR}}} P_2 \\ \frac{dN_{\text{PQ}}}{dt} = \underbrace{-\frac{N_{\text{PQ}}}{\tau_s}}_{\substack{\uparrow \\ \text{(Re combinaison} \\ \text{non radiative)}}} - \underbrace{C_{\text{sp}} N_{\text{PQ}}^2}_{\substack{\uparrow \\ \text{(Émission} \\ \text{spon tan ée)}}} - \underbrace{\frac{2 \Gamma_1 g_1(N_{\text{PQ}}) L}{\tau_{\text{AR}}} P_1 + \frac{2 \Gamma_2 g_2(N_{\text{PQ}}) L}{\tau_{\text{AR}}} P_2}_{\substack{\uparrow \\ \text{(Émission stimulée)}}} + \underbrace{\frac{N_{\text{Bar}} - N_{\text{PQ}}}{\tau_{\text{Bar}}}}_{\substack{\uparrow \\ \text{(Remplissage} \\ \text{Barrières} \rightarrow \text{Puits)}}} \\ \frac{dN_{\text{Bar}}}{dt} = \frac{N_{\text{Bar}}}{\tau_{s_{\text{Bar}}}} - C_{\text{spBar}} N_{\text{Bar}}^2 - \underbrace{\frac{1}{F_{\text{Bar}}} \frac{N_{\text{Bar}} - N_{\text{PQ}}}{\tau_{\text{Bar}}}}_{\substack{\downarrow \\ \text{(Remplissage} \\ \text{Barrières} \rightarrow \text{Puits)}}} \end{array} \right. \quad (3.D.29)$$

Il reste à préciser le choix des conditions initiales et des valeurs numériques attribuées aux différents facteurs qui interviennent dans ces équations. Nous avons choisi :

$$\begin{array}{ll}
 \Gamma_1 = 1,300 & \tau_{AR} = 70 \text{ fs} \\
 \Gamma_2 = 0,494 & \tau_{Bar} = 1 \text{ ps} \\
 T_1 = 0,050 & \tau_s = \tau_{s_{Bar}} = 10 \text{ ns} \\
 T_2 = 0,035 & C_{sp} = C_{sp_{Bar}} = 10^{-10} \text{ cm}^3/\text{s}
 \end{array}$$

Le facteur F_{Bar} est pris égal au rapport des épaisseurs des barrières et des puits :

$$F_{Bar} \approx 11$$

Les densités de photons initiales $P_1(t=0)$ et $P_2(t=0)$ sont estimées à partir du bruit d'émission spontanée comme dans la partie précédente.

Enfin, nous supposons qu'à $t=0$, les densités de porteurs excités dans les barrières et dans les puits sont égales et voisines de N_0 .

b) Résolution du système de quatre équations couplées.

Les modifications que nous avons apportés sont au nombre de deux : prise en compte des facteurs de recouvrement Γ_1 et mécanisme de remplissage des puits par les barrières. Examinons séparément ces deux effets ; dans un premier temps nous représentons les résultats de la simulation numérique où le remplissage n'a pas été pris en compte [Fig. III.D.6].

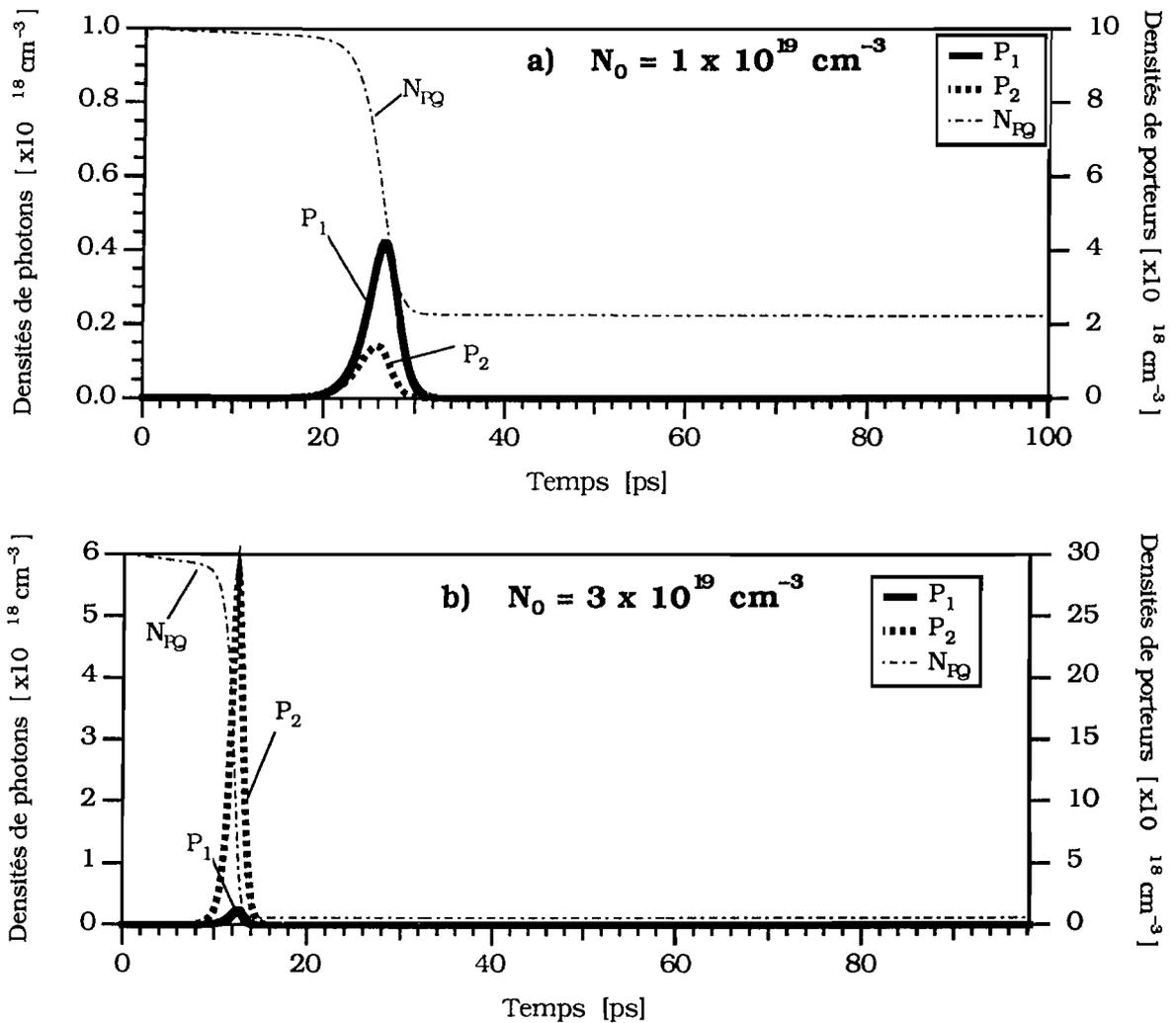


Fig. III.D.6 : Évolution des densités de photons P_1 , P_2 et de porteurs N_{PQ} sans prise en compte de l'effet de remplissage par les barrières, pour deux valeurs de N_0 , mais en tenant compte des facteurs de recouvrement.

Le comportement n'est pas fondamentalement modifié par la prise en compte des facteurs de recouvrement. Si nous notons $N'_{\text{égal}}$ la densité de porteurs pour laquelle les quantités $\Gamma_1 G_1 L$ et $\Gamma_2 G_2 L$ sont égales ($0,9 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3} \leq N'_{\text{égal}} \leq 10^{19} \text{ cm}^{-3}$), nous pouvons encore distinguer trois types de comportement, selon la valeur de N_0 par rapport à $N'_{\text{égal}}$:

- si $N_0 < N'_{\text{égal}}$, la raie λ_1 est favorisée au détriment de la raie λ_2 ;
- si $N_0 \approx N'_{\text{égal}}$, les raies λ_1 et λ_2 sont d'importance comparable [Fig. III.D.6.a] ;

- si $N_0 > N'_{\text{égal}}$, la rate λ_2 est favorisée au détriment de la rate λ_1 [Fig. III.D.6.b].

À forte densité de porteurs initiale, seule subsiste la rate λ_2 .

La seule différence avec le modèle précédent réside dans la valeur du point de croisement des courbes de gain ($N'_{\text{égal}}$ au lieu de $N_{\text{égal}}$).

Si à présent nous tenons compte en plus du mécanisme de remplissage des puits par les barrières, nous obtenons, pour les mêmes densités de porteurs initiales, les courbes suivantes [Fig. III.D.7] :

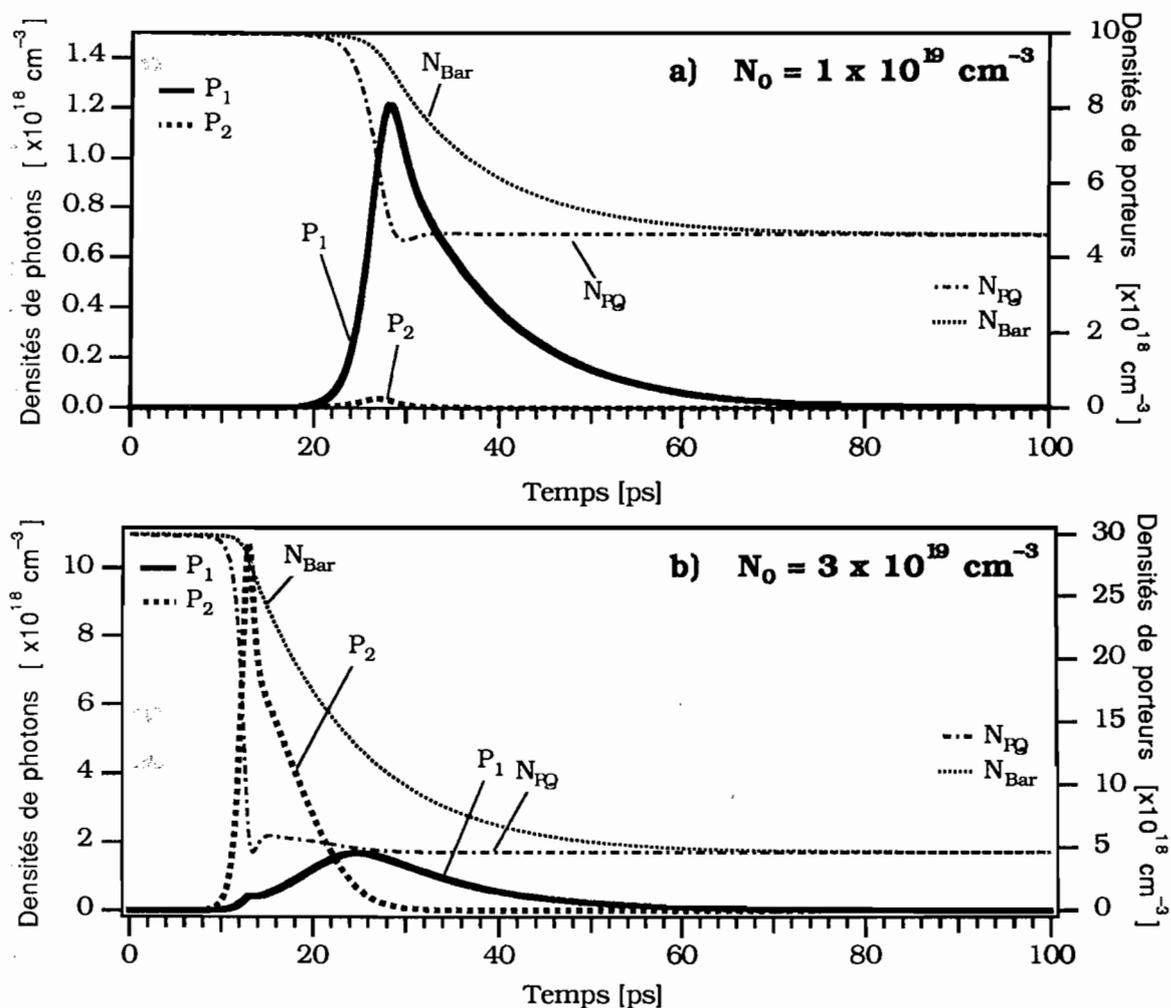


Fig. III.D.7 : Évolution des densités de photons (P_1 , P_2) et de porteurs (dans les puits N_{pQ} et dans les barrières N_{Bar}) avec prise en compte de l'effet de remplissage des puits par les barrières.

À l'examen des courbes issues de la simulation numérique, nous pouvons distinguer trois étapes :

- avant l'émission, N_{PQ} et N_{Bar} évoluent peu ;
- pendant l'émission, N_{PQ} , puis N_{Bar} évoluent rapidement et les équations sont fortement couplées ;
- après l'émission, N_{PQ} et N_{Bar} se stabilisent à une valeur finale qui évolue peu.

Les principales différences entre les deux modèles (avec ou sans remplissage des puits par les barrières) sont les suivantes :

- la densité N_{PQ} cesse de décroître grâce à l'apport de porteurs issus des barrières ;
- par conséquent la valeur finale atteinte par N_{PQ} après l'émission est plus importante avec remplissage que sans ;
- il en résulte que le gain disponible sur la raie 1 après l'impulsion à λ_2 est suffisant pour obtenir une émission à λ_1 .

L'émission à λ_1 s'observe encore à forte densité de porteurs initiale ; son intensité crête est moins intense que celle de l'émission à λ_2 , mais elle dure plus longtemps. De plus les temps de création diminuent lorsque N_0 augmente. Nous pouvons ainsi constater que le modèle prenant en compte le remplissage des puits par les barrières conduit à des simulations conformes aux observations expérimentales.

Pour mieux tester la validité de ce modèle, il serait intéressant de pouvoir observer expérimentalement l'émission biraie de la structure dans un cas où les barrières ne présentent pas d'absorption ; ce serait possible si nous disposions d'un laser de pompe femtoseconde accordable au voisinage de $\lambda = 750$ nm, afin de reprendre l'expérience sans exciter de porteurs dans les barrières. Si notre interprétation est correcte, le comportement de l'émission biraie devrait alors s'approcher des simulations représentées sur la figure [III.D.6], et la raie à λ_1 disparaître à fortes intensités de pompage. Nous ne disposons pas d'une telle source femtoseconde et la question reste donc ouverte.

Il resterait également à tenir compte d'un effet non-linéaire que nous avons négligé dans un premier temps : la saturation du gain disponible en présence d'un champ optique

intense. Une modélisation ultérieure tentera d'incorporer cette correction non-linéaire, qui peut compliquer l'interprétation des résultats en régime de forte émission laser.

Par ailleurs, l'effet d'une densité de porteurs excités dans les barrières permet également d'expliquer l'allure de l'image [Im III.C.2] et le glissement temporel du spectre d'émission durant les premières picosecondes du signal : c'est ce que nous allons exposer à présent.

3) Explication du glissement temporel observé.

La présence de porteurs excités dans le matériau $\text{Al}_{0,2}\text{Ga}_{0,8}\text{As}$ constitutif des barrières se traduit par une modification de sa susceptibilité χ . Nous avons détaillé cet effet à la fin du chapitre I dans le cas particulier du GaAs massif ; les calculs s'étendent sans difficulté au cas de $\text{Al}_{0,2}\text{Ga}_{0,8}\text{As}$. Nous représentons sur la figure [III.D.8] les variations de la partie imaginaire de la susceptibilité :

$$\Delta \text{Im}\chi_{(N_{\text{Bar}})} = \text{Im}\chi|_{N_{\text{Bar}}} - \text{Im}\chi|_{(N_{\text{Bar}}=0)} \quad (3.D.30)$$

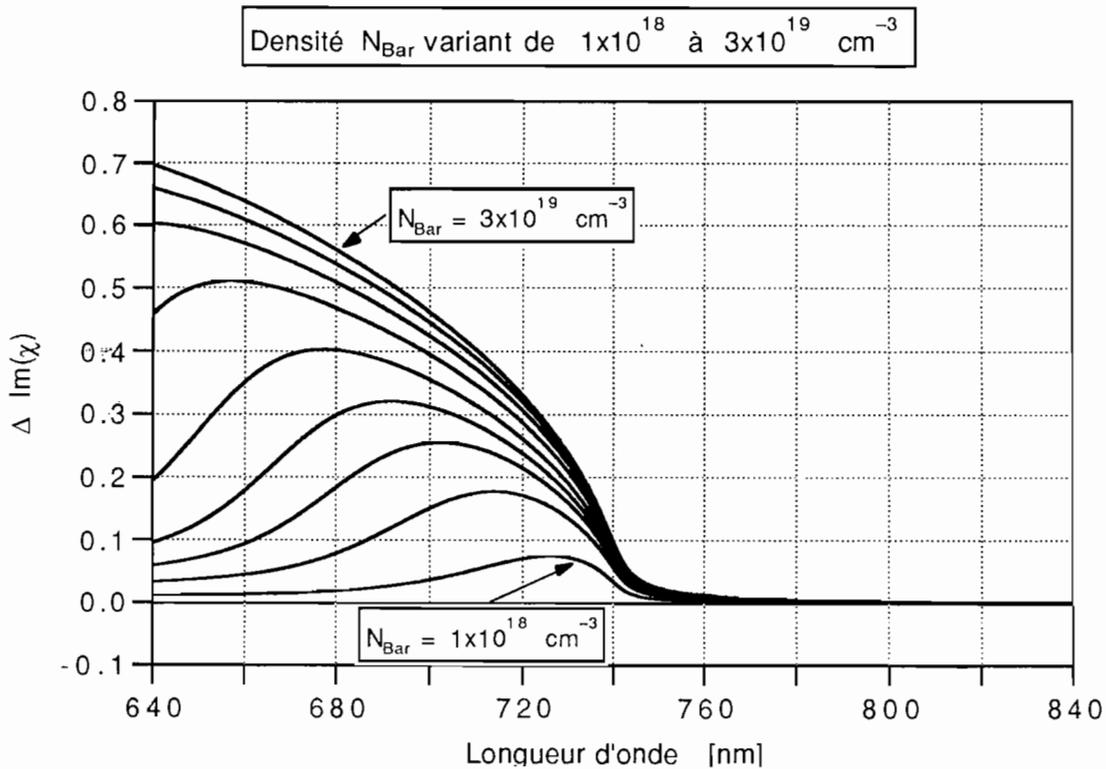


Fig. III.D.8 : Calcul théorique de $\Delta \text{Im}\chi_{(N_{\text{Bar}})}$ dans $\text{Al}_{0,2}\text{Ga}_{0,8}\text{As}$ massif.

Par transformation de Kramers-Kronig, nous obtenons à partir de $\Delta \text{Im} \chi$ la variation de la partie réelle de la susceptibilité χ , que nous pouvons relier à la variation de l'indice $(\Delta n/n)_{(N_{\text{Bar}})}$:

$$\Delta \text{Re} \chi_{(N_{\text{Bar}})} = \text{Re} \chi|_{N_{\text{Bar}}} - \text{Re} \chi|_{(N_{\text{Bar}}=0)} = \text{KK} \left[\Delta \text{Im} \chi (N_{\text{Bar}}) \right] \quad (3.D.31)$$

$$\left(\frac{\Delta n}{n} \right)_{(N_{\text{Bar}})} \approx \frac{1}{2n^2} \cdot \Delta \text{Re} \chi_{(N_{\text{Bar}})}. \quad (3.D.32)$$

La figure [III.D.9] représente les variations relatives de l'indice en fonction de la longueur d'onde pour diverses valeurs de N_{Bar} .

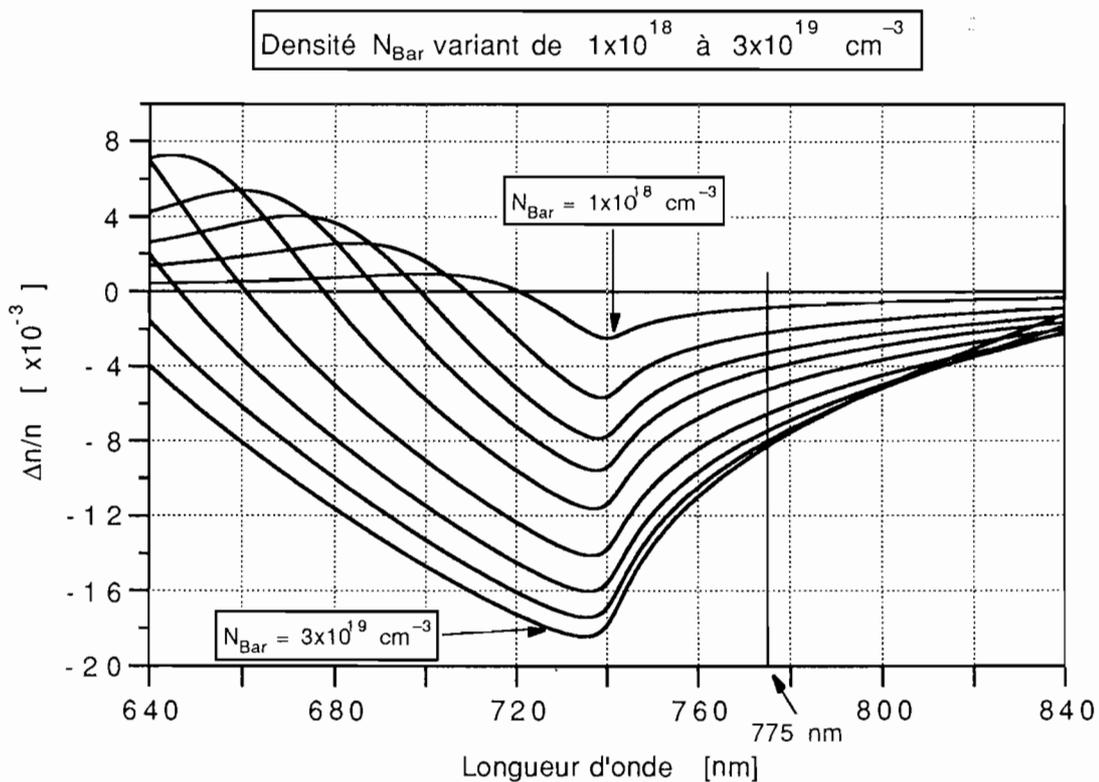


Fig. III.D.9 : Calcul théorique de $(\Delta n/n)_{(N_{\text{Bar}})}$ dans $\text{Al}_{0,2}\text{Ga}_{0,8}\text{As}$ massif.

Nous déduisons de ces courbes une variation relative de l'indice proche de -1 % au voisinage de $\lambda \approx 775 \text{ nm}$ pour une densité de porteurs $N_{\text{Bar}} \geq 3 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-3}$. L'épaisseur optique de la microcavité est déterminée principalement par l'épaisseur des barrières : elle s'écrit en effet $(n'e + \phi'_B)$ d'après les notations de la section (III.A), et nous négligeons ici le terme en ϕ'_B de profondeur apparente de pénétration dans les réflecteurs de Bragg.

Une variation d'indice du milieu intracavité se traduit par une variation relative équivalente de la longueur d'onde de résonance :

$$\frac{\Delta n}{n} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda} \quad (3.D.33)$$

Si pendant les premières picosecondes de l'émission, la densité de porteurs dans les barrières passe d'une valeur $N_0 \geq 3 \cdot 10^9 \text{cm}^{-3}$ à une valeur finale plus faible, la "chute" de la valeur de N_{Bar} en fonction du temps s'accompagne d'un glissement temporel de $(\Delta n/n)$, donc de $(\Delta \lambda/\lambda)$. Or, pour $\lambda \approx 775 \text{ nm}$, une variation de 1 % correspond à 8 nm. En d'autres termes, la forte valeur initiale de N_{Bar} impose à la longueur d'onde de résonance un décalage de - 1 % par rapport à sa valeur en régime linéaire (sans porteurs excités), et la longueur d'onde revient vers cette dernière au fur et à mesure que N_{Bar} diminue. Ceci est en bon accord avec nos observations expérimentales. Il est important de noter que, si les porteurs étaient créés dans les puits quantiques uniquement, la variation consécutive de l'épaisseur optique de la cavité à la même longueur d'onde proche de 775 nm serait tout à fait négligeable et ne permettrait d'expliquer ni l'élargissement du spectre [Fig. III.C.12], ni le décalage temporel observé.

En conclusion, nous avons proposé un mécanisme de remplissage des puits quantiques par les porteurs excités dans les barrières, suite à l'absorption d'une partie de l'impulsion de pompe par le matériau $\text{Al}_{0,2}\text{Ga}_{0,8}\text{As}$ massif. Les simulations issues du calcul numérique montrent que cet effet conduit à la persistance d'un comportement émissif biraie à fortes puissance de pompe, ce qui est conforme à nos observations expérimentales.

Il resterait à compléter cette analyse :

- sur le plan théorique, par l'étude de l'influence des non-linéarités optiques sur l'émission biraie en régime d'émission laser intense (saturation du gain [Agrawal 87]) ;
- sur le plan expérimental, par l'étude de l'évolution temporelle résolue en temps de la même microcavité pompée en régime femtoseconde à une autre longueur d'onde, supérieure à la longueur d'onde de bande interdite des barrières, permettant d'exclure la création de porteurs libres dans celles-ci.

CONCLUSION

Les travaux présentés dans ce mémoire étaient consacrés à l'étude d'empilements multicouches de semiconducteurs III/V de la famille GaAs/AlGaAs. Nous nous sommes tout particulièrement intéressés à deux types de composants :

- des réflecteurs de Bragg, empilements périodiques hautement réfléchissants et spectralement sélectifs ;
- des microcavités laser à émission surfacique, intégrant les précédents comme miroirs de cavité.

Les échantillons dont nous disposons ont été réalisés par le Laboratoire Central de Recherches de Thomson-CSF, selon une technique d'épitaxie par jets moléculaires sur des substrats absorbants. Leur caractérisation optique par leur spectre de réflectivité linéaire renseigne sur leur composition et leurs éventuelles performances, à condition de disposer d'une description correcte des propriétés optiques des différents matériaux qui les composent. Leur comportement en réflectivité linéaire est en effet essentiellement déterminé par les valeurs de l'indice et de l'épaisseur des couches successives.

Nous nous sommes donc attachés dans un premier temps à exprimer la dépendance spectrale de l'indice et de l'absorption des matériaux rencontrés, GaAs massif, AlGaAs massif ou hétérostructures à puits quantiques GaAs/AlGaAs. Nous avons proposé des formules analytiques pour décrire simplement la dispersion et l'absorption des puits quantiques, très différentes des matériaux massifs en raison du confinement bidimensionnel des fonctions d'onde électroniques. Nous avons également présenté le calcul du gain optique éventuellement créé dans le GaAs (massif ou en puits quantiques) par excitation de porteurs - paires électrons/trous - lors d'un pompage. Ces résultats sont indispensables à la détermination des seuils d'effets laser dans les structures étudiées.

Afin d'exploiter les spectres de réflectivité linéaire des structures, il est nécessaire de savoir décrire convenablement la propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu stratifié. C'est ce que nous avons exposé au chapitre II. Nous avons développé en parallèle deux approches distinctes : l'une, basée sur un **formalisme matriciel**, a fait l'objet d'un programme de calcul numérique de réflectivité d'un empilement quelconque, les paramètres retenus pour la dépendance spectrale des indices sont ceux établis au chapitre I. Souple d'utilisation, cette méthode présente le principal défaut de ne pas donner accès aux paramètres physiques qui gouvernent le comportement des structures. Elle est donc très utilement complétée par la seconde approche, traitement en perturbation d'empilements périodiques, qui décrit la réflectivité selon le principe du **couplage d'ondes** tout en fournissant sa dépendance explicite en fonction des épaisseurs et des indices des couches.

Comme toutes les structures que nous étudions comportent au moins une sous-structure périodique, l'union des deux modèles se révèle un instrument puissant d'analyse et de synthèse des composants. De plus, le formalisme du couplage d'ondes nous permet d'interpréter l'effet laser observé dans un réflecteur de Bragg absorbant, pompé par une impulsion optique ultrabrève, en termes de laser à "rétroaction distribuée".

Nous avons appliqué les enseignements tirés de ces études au cas particulier d'une microcavité laser à émission surfacique et à gain périodique résonnant - la position particulière des puits quantiques dans la cavité devant coïncider avec les ventres du champ optique stationnaire. L'échantillon réalisé présente deux modes de résonance en coïncidence avec le gain optique. Nous l'avons étudié sous divers régimes de pompage optique ; nous avons mis en évidence l'obtention d'un effet laser biraie et tiré profit d'une légère inhomogénéité d'épaisseur des couches pour accorder les raies d'émission en longueur d'onde sur plusieurs dizaines de nanomètres. En régime nanoseconde, nous avons vérifié l'importance de l'optimisation de la longueur d'onde de pompe quant aux puissances de commande, et réalisé une expérience de pilotage en longueur d'onde d'une cavité laser "Saphir dopé Titane" par le flux laser de la microcavité.

Nous avons ensuite pompé cette structure à l'aide d'impulsions optiques ultrabrèves ($\tau \approx 100$ fs, $\lambda_p \approx 620$ nm) afin d'étudier plus précisément la dynamique résolue en temps de l'émission biraie. Grâce au prêt d'une caméra à balayage de fente par l'Institut d'Électronique Fondamentale, nous avons obtenu des informations à la fois spectrales et temporelles sur l'émission avec une résolution temporelle de l'ordre de 5 ps. Nous nous sommes enfin attachés à décrire par un modèle simple l'évolution des densités de porteurs libres et de photons créés dans la cavité, afin de rendre compte des principales caractéristiques de nos observations expérimentales.

Nous avons à cette fin posé et résolu numériquement un système d'équations différentielles couplées décrivant l'évolution des densités de porteurs et de photons créés, en régime de pompage optique ultrabref. Nous avons montré qu'il était nécessaire de prendre en compte dans nos simulations, non seulement les porteurs créés dans les puits quantiques, mais encore des porteurs créés dans le matériau $\text{Al}_{0,2}\text{Ga}_{0,8}\text{As}$ massif constitutif des barrières, qui présente une absorption non négligeable à la longueur d'onde de pompe. Ce modèle permet également d'expliquer l'observation d'un décalage temporel de la fréquence émise par la microcavité, lorsque celle-ci est accordée au voisinage de la bande interdite des barrières.

L'ensemble de ces résultats nous met en mesure de concevoir, le cas échéant, d'autres structures à émission surfacique ; bien des problèmes restent à résoudre, et notamment l'abaissement des seuils de commande. Une autre limitation réside en la complexité des méthodes de croissance, comme en témoignent certains des composants étudiés. Mais l'engouement récent de nombreuses équipes dans le monde pour les microcavités laser à émission surfacique, et dont témoigne un récent article de vulgarisation paru dans "Scientific American", laisse présager de nouvelles avancées significatives en ce domaine dans un avenir proche.

250

ANNEXES CHAPITRE I

Annexe I.1 : Transformée de Fourier (TF) et relation de Kramers-Kronig (KK).

Soit une fonction $R(t)$ réelle de variable réelle et **CAUSALE** : $\forall t \leq 0, R(t) = 0$. Soit $\chi(\omega)$ sa TF : $\chi(\omega) = \text{Re}\chi + i \text{Im}\chi = \int R(t) e^{+i\omega t} dt$. Les propriétés de la TF impliquent en toute généralité :

$$\begin{array}{ll} R(t) \rightarrow \chi(\omega) & R^*(t) \rightarrow \chi^*(-\omega) \\ R(-t) \rightarrow \chi(-\omega) & R^*(-t) \rightarrow \chi^*(\omega) \end{array}$$

et :

$$R(t) + R^*(-t) \rightarrow 2\text{Re}\chi(\omega) \qquad R(t) - R^*(-t) \rightarrow 2i \text{Im}\chi(\omega) \quad .$$

La **RÉALITÉ** impose $\chi(\omega) = \chi^*(-\omega)$ et :

$$\begin{cases} F^{-1}[\text{Re}\chi] = \frac{1}{2}[R(t) + R(-t)] \\ F^{-1}[\text{Im}\chi] = \frac{1}{2i}[R(t) - R(-t)] \end{cases} .$$

La **CAUSALITÉ** impose ensuite $R(t) = 0$ quand $t \leq 0$, donc :

$$F^{-1}[\text{Re}\chi] = \begin{cases} \frac{1}{2} R(t) & \text{si } t > 0 \\ \frac{1}{2} R(t) & \text{si } t < 0 \end{cases}$$

$$F^{-1}[\text{Im}\chi] = \begin{cases} \frac{1}{2i} R(t) & \text{si } t > 0 \\ -\frac{1}{2i} R(-t) & \text{si } t < 0 \end{cases} .$$

Soit la fonction $\text{Signe}(t) = \begin{cases} -1 & \text{si } t < 0 \\ +1 & \text{si } t > 0 \\ 0 & \text{si } t = 0 \end{cases} .$

Il vient :

$$\text{Signe}(t) \cdot F^{-1}[\text{Re}\chi] = \begin{cases} \frac{1}{2} R(t) & \text{si } t > 0 \\ -\frac{1}{2} R(-t) & \text{si } t < 0 \end{cases} = i \cdot F^{-1}[\text{Im}\chi]$$

$$\text{Signe } (t).F^{-1}[\text{Im } \chi] = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{1}{2i}R(t) & \text{si } t > 0 \\ \frac{1}{2i}R(-t) & \text{si } t < 0 \end{array} \right\} = -i.F^{-1}[\text{Re } \chi]$$

c'est à dire :

$$F^{-1}[\text{Im } \chi] = -i. \text{Signe } (t). F^{-1}[\text{Re } \chi]$$

$$F^{-1}[\text{Re } \chi] = +i. \text{Signe } (t). F^{-1}[\text{Im } \chi]$$

ou encore :

$$\text{Im } \chi = F[-i. \text{Signe } (t). F^{-1}[\text{Re } \chi]]$$

$$\text{Re } \chi = F[+i. \text{Signe } (t). F^{-1}[\text{Im } \chi]] = K. K. [\text{Im } \chi]$$

$$\text{Re } \chi = F[+i. \text{Signe } (t). F^{-1}[\text{Im } \chi]] = K. K. [\text{Im } \chi]$$

Annexe I.2 : Lorentzienne, TF et fonctions associées

Nous rappelons ici quelques propriétés reliant la fonction Lorentzienne à sa TF ainsi qu'à la TF de fonctions associées:

$$f(\tau) = \int \tilde{f}(x) e^{-2i\pi\tau x} dx \xrightarrow{\text{TF}} \tilde{f}(x) = \int f(\tau) e^{+2i\pi\tau x} d\tau$$

$$f(\tau) = H(\tau) e^{-2\pi a\tau} \xrightarrow{\text{TF}} \int_0^{\infty} e^{-2\pi a\tau} e^{-2i\pi\tau x} d\tau$$

$$\left[\frac{e^{-2\pi a\tau} e^{+2i\pi\tau x}}{-2\pi a + 2i\pi x} \right]_0^{\infty}$$

$$\tilde{f}(x) = \frac{1}{2\pi (a - ix)}$$

$$\tilde{f}(x) = \frac{1}{2\pi} \frac{a + ix}{a^2 + x^2}$$

$$g(\tau) = e^{-2\pi a|\tau|} = f(\tau) + f(-\tau) \xrightarrow{\text{TF}} \tilde{f}(x) + \tilde{f}(x) = \left\{ \frac{1}{\pi} \frac{a}{a^2 + x^2} \right\}$$

$$g(\tau) \xrightarrow{\text{TF}} \mathcal{L}(x) = \left\{ \frac{1}{\pi} \frac{a}{x^2 + a^2} \right\}$$

$$h(\tau) = g'(\tau) = -2\pi a [f(\tau) - f(-\tau)] \xrightarrow{\text{TF}} -2\pi a [\tilde{f}(x) - \tilde{f}(-x)] = -2\pi a \left\{ \frac{1}{\pi} \frac{x}{a^2 + x^2} \right\}$$

$$= -2\pi a \cdot \text{Signe}(z) \cdot e^{-2\pi a|z|} = (-2i\pi x) \cdot \left\{ \frac{a}{\pi} \cdot \frac{1}{x^2 + a^2} \right\}$$

$$= (-2i\pi x) \mathcal{L}(x)$$

$$= -2i\pi a \mathcal{S}(x)$$

$$f'(\tau) = \int (-2i\pi x) \tilde{f}(x) e^{-2i\pi\tau x} dx$$

$$f'(\tau) \xrightarrow{\text{TF}} (-2i\pi x) \tilde{f}(x) .$$

Remarque : $g(\tau)$ non dérivable en $\tau=0$ au sens des fonctions. Il n'y a pas de terme en δ dans la dérivée car $g(0^+)=g(0^-)$ (fonction partout continue).

Regroupant les résultats précédents, on obtient :

$$\mathcal{L}(x) = \left\{ \frac{a}{\pi} \frac{a}{a^2 + x^2} \right\} \xrightarrow{(\text{TF})^{-1}} g(x) = e^{-2\pi a|\tau|}$$

$$\mathcal{S}(x) = \left\{ -\frac{1}{\pi} \frac{x}{a^2 + x^2} \right\} \xrightarrow{(\text{TF})^{-1}} \left(\frac{-i}{2\pi a} \right) g'(\tau) = +i \text{ Signe}(\tau) e^{-2\pi a|\tau|}$$

$$= \left(\frac{-i}{2\pi a} \right) (-2i\pi x) \mathcal{L}(x) .$$

On retrouve :

$$\mathcal{S} = \text{KK}\mathcal{L} = \text{F} \left[+i \cdot \text{Signe}(\tau) \cdot \text{F}^{-1}[\mathcal{L}] \right] .$$

Annexe I.3 : Transformée KK d'un produit de convolution

Nous utilisons le résultat de l'annexe I.2 concernant l'expression de la transformée de Kramers-Kronig d'une fonction φ en fonction des Transformations de Fourier directe F et réciproque F^{-1} :

$$KK\varphi = F \left[+1 \cdot \text{Signe}(\tau) \cdot F^{-1}[\varphi] \right] .$$

Appliquons KK au produit de convolution $\varphi * g$:

$$\begin{cases} KK[\varphi * g](x) = \frac{1}{\pi} \text{PP} \int ds \frac{[\varphi * g](s)}{s - x} \\ \varphi * g(s) = \int dx_0 f(x_0) g(s - x_0) \end{cases} .$$

Par définition, nous avons:

$$KK[\varphi * g] = F \left[+1 \text{Signe}(\tau) F^{-1}[\varphi * g] \right]$$

$$KK[\varphi * g] = F \left[+1 \text{Signe}(\tau) F^{-1}[\varphi] F^{-1}[g] \right]$$

d'où:

$$F^{-1} [KK[\varphi * g]] = +1 \text{Signe}(\tau) F^{-1}[\varphi] F^{-1}[g] .$$

Par ailleurs,

$$KK[\varphi] * g = F \left[+1 \text{Signe}(\tau) F^{-1}[\varphi] \right] * g$$

d'où :

$$F^{-1} [KK[\varphi] * g] = +1 \text{Signe}(\tau) F^{-1}[\varphi] F^{-1}[g] .$$

Les deux expressions ont même TF inverse.

Conclusion :

$$KK[\varphi * g] = KK[\varphi] * g$$

ANNEXES CHAPITRE II

Annexe II.1 : Expression analytique de Q^N , propagateur de milieu périodique

La puissance $N^{\text{ième}}$ d'une matrice unimodulaire $Q = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ s'exprime en fonction des polynômes de Tchebyshev [Yariv & Yeh 84] :

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}^N = \begin{pmatrix} AU_{N-1} - U_{N-2} & BU_{N-1} \\ CU_{N-1} & DU_{N-1} - U_{N-2} \end{pmatrix} .$$

Si $AD - BC = 1$. Où :

$$\begin{cases} U_N = U_N(v) = \frac{\sin(N+1)\Theta}{\sin \Theta} \\ \cos \Theta = v = \frac{A+D}{2} \end{cases} .$$

$U_N(v)$ et le polynôme de Tchebyshev de deuxième espèce en v . C'est un polynôme de degré N à coefficients réels (mais à valeurs complexes dans le cas général où l'argument v est complexe) et dont les N racines sont réelles et comprises dans l'intervalle $[-1,1]$. L'expression générale de v nous donne :

$$v = \frac{A+D}{2} = \cos(k_{z2}e_2) \cos(k_{z1}e_1) - \frac{1}{2} \left(\frac{k_{z1}}{k_{z2}} + \frac{k_{z2}}{k_{z1}} \right) \sin(k_{z2}e_2) \sin(k_{z1}e_1) .$$

Lorsque les milieux sont sans absorption, $(k_{z1}e_1, k_{z2}e_2) \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow v \in \mathbb{R}$.

Q unimodulaire est diagonalisable ; ses valeurs propres s'écrivent $e^{i\Theta}$ et $e^{-i\Theta}$, et sa trace est $e^{i\Theta} + e^{-i\Theta} = 2\cos\Theta = 2v$.

Si les milieux incident et émergent ont même indice n_1 , la réflectivité linéaire r_N du milieu périodique constitué de N périodes s'exprime d'une manière particulièrement simple:

$$r_N = \frac{M_{21}}{M_{11}} = \frac{CU_{N-1}}{AU_{N-1} - U_{N-2}} .$$

Si le milieu incident est d'indice $n_0 \neq n_1$, le propagateur est (en TE) :

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + k_{z1} / k_{z0} & 1 - k_{z1} / k_{z0} \\ 1 - k_{z1} / k_{z0} & 1 + k_{z1} / k_{z0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} AU_{N-1} - U_{N-2} & BU_{N-1} \\ CU_{N-1} & DU_{N-1} - U_{N-2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix}$$

et la réflectivité s'écrit :

$$r = \frac{(1 - k_{z1} / k_{z0})(AU_{N-1} - U_{N-2}) + (1 + k_{z1} / k_{z0}) CU_{N-1}}{(1 + k_{z1} / k_{z0})(AU_{N-1} - U_{N-2}) + (1 - k_{z1} / k_{z0}) CU_{N-1}} = \frac{r_N + r_{01}}{1 + r_N + r_{01}}$$

où :

$$r_{01} = \frac{(1 - k_{z1} / k_{z0})}{(1 + k_{z1} / k_{z0})} = \frac{k_{z0} - k_{z1}}{k_{z0} + k_{z1}}$$

(en incidence normale : $\frac{n_0 - n_1}{n_0 + n_1}$).

La réflectivité en amplitude r est une fonction du paramètre ν qui dépend à son tour de la longueur d'onde λ_0 .

Annexe II.2 : "Retour inverse" dans une structure

Supposons connue la matrice de transfert M de la structure entre deux plans de référence donnés :

$$\begin{pmatrix} E_0^+ \\ E_0^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_s^+ \\ E_s^- \end{pmatrix} .$$

Si l'on inverse le sens de propagation de la lumière, il convient de remarquer que les ondes + et - sont interchangeées :

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{l} X_0^+ (= E_0^-) \leftarrow \\ X_0^- (= E_0^+) \rightarrow \end{array} & \left| \right. & \begin{array}{l} \leftarrow X_s^+ (= E_s^-) \\ \rightarrow X_s^- (= E_s^+) \end{array} \\ \hline & z_1 & z_s \rightarrow z \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} X_0^- \\ X_0^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_s^- \\ X_s^+ \end{pmatrix} \Rightarrow \boxed{\begin{pmatrix} X_0^+ \\ X_0^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{22} & M_{21} \\ M_{12} & M_{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_s^- \\ X_s^+ \end{pmatrix}} .$$

Le problème est d'obtenir le propagateur exprimant $\begin{pmatrix} X_s^+ \\ X_s^- \end{pmatrix}$ en fonction de $\begin{pmatrix} X_0^+ \\ X_0^- \end{pmatrix}$. Il

convient donc d'inverser non pas la matrice M , mais la matrice déduite de M par permutation des termes à l'intérieur de chacune des diagonales. Cette transformation est obtenue par l'opération :

$$\boxed{\begin{pmatrix} M_{22} & M_{21} \\ M_{12} & M_{11} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}} .$$

La machine de "retour inverse" est donnée par inversion matricielle de cette formule.

Comme de plus :

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \text{Id} \\ \det \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = -1 \end{cases}$$

il vient :

$$[M_{\text{inv}}] = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} (M)^{-1} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} .$$

- **cas particulier.** Milieux extrêmes identiques.

M unimodulaire $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ avec $ad-bc=1$.

Dans ce cas : $M^{-1} = \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$ d'où ;

$$[M_{\text{inv}}] = \begin{pmatrix} a & -c \\ -b & d \end{pmatrix}$$

et les coefficients de la matrice de "retour inverse" sont obtenus sans nouveau calcul.

RÉFÉRENCES

221

222

223

Livres, Thèses et Articles Divers

- [Abelès 50] **F. Abelès**, "Recherche sur la propagation des ondes électromagnétiques sinusoïdales dans les milieux stratifiés. Application aux couches minces", *Annales de Physique* (12° série) n°5 pp.596-782 (1950).
- [Adachi 85] **S. Adachi**, "GaAs, AlAs and $Al_xGa_{1-x}As$: Material parameters for use in research and device applications", *Journal of Applied Physics* 58 (3) pp. R1-R29 (1985).
- [Afromowitz 74] **M.A. Afromowitz**, "Refractive index of $Ga_{1-x}Al_xAs$ ", *Solid State Communications* n°15, pp. 59-63 (1974).
- [Agrawal & Dutta 86] **G.P. Agrawal, N.K. Dutta**, *Long-wavelength semiconductor lasers*, Van Nostrand Reinhold, 1986.
- [Agrawal 87] **G.P. Agrawal**, "Gain Nonlinearities in Semiconductor Lasers: Theory and Application to Distributive Feedback Lasers", *IEEE Journal of Quantum Electronics* QE-23 (6) pp.860-868 (1987).
- [Anderson 91] **N.G. Anderson, S.D. Jones**, "Optimized tight-binding valence bands and heterojunction offsets in strained III-V semiconductors", *Journal of Applied Physics* 70 (8) pp.4342-4356 (1991).
- [Asada 84] **M. Asada, A. Kameyama, Y. Suematsu**, "Gain and Intervalence Band Absorption in Quantum-Wells Lasers", *IEEE Journal of Quantum Electronics* QE-20 (7) pp.745-753 (1984).
- [Asada 85] **M. Asada, Y. Suematsu**, "Density-Matrix Theory of Semiconductor Lasers with Relaxation Broadening Model — Gain and Gain-Suppression in Semiconductor Lasers", *IEEE Journal of Quantum Electronics* QE-21 (5) pp.434-442 (1985).
- [Aspnes 86] **D.E. Aspnes, S.M. Kelso, R.A. Logan, R. Bhat**, "Optical properties of $Al_xGa_{1-x}As$ ", *Journal of Applied Physics* 60 (2), pp.754-767 (1986).
- [Balembois 93] **F. Balembois**, in "Rapport d'activité sur le projet LAMAS", non publié, (1993).
- [Bastard 86] **G. Bastard, J.A. Brum**, "Electronic States in Semiconductor Heterostructures", (Invited Paper), *IEEE, QE* 22, (9), pp. 1625-1644 (1986).
- [Bastard 90] **G. Bastard**, *Wave mechanics applied to semiconductor heterostructures*, Les Editions de Physique, 1990.
- [Blakemore 82] **J.S. Blakemore**, "Semiconducting and others major properties of Gallium arsenide", *Journal of Applied Physics* 53 (10), pp. R 123-R181 (1982).
- [Blech 90] **R. Blech**, "Propriétés optiques non-linéaires de réflecteurs de Bragg GaAs/GaAlAs", Rapport de stage de l'École Polytechnique, I.O.T.A. (1990).
- [Born & Wolf 80] **M. Born, E. Wolf**, *Principles of Optics*, 6° Ed., Pergamon Press, 1980.

- [Boucher 93] **Y. Boucher, H. Sauer, P. Georges, A. Brun, J.P. Pocholle, M. Papuchon**, "Time-resolved study of a multiquantum-well surface-emitting-laser, Conference on Lasers and Electro-Optics CLEO'93, Baltimore, Maryland, Mai 1993
- [Bretenaker 89] **F. Bretenaker, L. Zibell, J.P. Pocholle, E. Barbier, M. Papuchon**, "GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs Bragg reflectors at absorption wavelengths", Optics Communications, vol. 71 (n°3,4) pp.129-132 (1989).
- [Casey & Panish 78] **H.C. Casey, M.B. Panish**, *Heterostructure Lasers*, Academic Press, 1978.
- [Casey 74] **HC Casey Jr, DD Sell, MB Panish**, "Refractive index of Al_xGa_{1-x}As between 1.2 and 1.8 eV", Applied Physics Letters 24 (2), pp.63-65 (1974).
- [Casey 75] **HC Casey Jr, DD Sell, KW Wecht**, "Concentration dependance of the absorption coefficient for n- and p-type GaAs between 1.3 and 1.6 eV", Journal of Applied Physics (46) 1 pp.250-257 (1975).
- [Cavelier 92] **M. Cavelier**, Thèse : "Etude de la dynamique des lasers à semiconducteurs : lasers à puits quantiques et lasers conventionnels", Université Paris XI, Orsay, 1992.
- [Chelikowsky 76] **J.R. Chelikowsky and M.L. Cohen**, "Nonlocal Pseudopotential Calculations for the Electronic Structure of Eleven Diamond and Zinc-Blende Semiconductors", Phys. Rev., B14, 556 (1976).
- [Chemla 84] **D.S. Chemla, D.A.B. Miller, P.W. Smith, A.C. Gossard, W. Wiegmann**, "Room Temperature Excitonic Nonlinear Absorption and Refraction in GaAs/AlGaAs Multiple Quantum Well Structures", IEEE Journal of Quantum Electronics QE-20, n°3, pp.265-275 (1984).
- [Chemla 85] **D.S. Chemla**, "Two-dimensional semiconducteurs : recent development", J. Lumin. (Netherlands), Vol. 30, n°1-4, pp.502-19 (Feb. 1985).
- [Cohen-Tannoudji 77] **C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, F. Laloë**, *Mécanique Quantique*, Hermann, 1977.
- [Corzine 89] **S.W. Corzine, R.S. Geels, J.W. Scott, R.H. Yan, L.A. Coldren**, "Design of Fabry-Perot Surface-Emitting Lasers with a Periodic Gain Structure", IEEE Journal of Quantum Electronics QE-25 (6) pp.1513-1524 (1989).
- [EMIS 86/91] "Properties of GALLIUM ARSENIDE ", EMIS Datareviews Series N°2, 1986 (2° edition: 1991)
- [Faist 89] **J. Faist, J.D. Ganière, Ph. Buffat, S. Sampson, F.K. Reinhart**, "Characterization of GaAs/(GaAs)_n(AlAs)_m surface-emitting laser structures through reflectivity and high-resolution electron microscopy measurements", Journal of Applied Physics 66 (3) pp. 1023-1032, 1989.
- [Foing 91] **J.P. Foing**, Thèse : "Etude d'une distribution de porteurs hors équilibre dans l'Arséniure de Gallium par spectroscopie femtoseconde", Ecole Polytechnique - Palaiseau, 1991.
- [Fouquet 86] **J.E. Fouquet, R.D. Burnham**, "Recombination Dynamics in GaAs/Al_xGa_{1-x}As Quantum Well Structures", IEEE Journal of Quantum Electronics QE-22 (9) pp.1799-1810 (1986).

- [Gaiffe 92a] **T. Gaiffe, S. Gosselin, J.P. Pocholle, J.P. Schnell, J. Nagle, J.P. Hirtz, M. Papuchon, Y. Boucher, H. Sauer, E. Akmansoy, P. Georges, A. Brun**, "Diodes laser à cavité verticale émettant sur deux transitions quantiques", Journées Nationales d'Optique Guidée JNOG'92, Paris, Janvier 1992
- [Gaiffe 92b] **T. Gaiffe, S. Gosselin, J.P. Pocholle, J.P. Schnell, J. Nagle, J.P. Hirtz, M. Papuchon, Y. Boucher, H. Sauer, E. Akmansoy, P. Georges, A. Brun**, "Two-wavelength multiquantum-well vertical-cavity surface-emitting-laser", Conference on Lasers and Electro-Optics CLEO'92, Anaheim, California, Mai 1992
- [Georges 89] **P. Georges**, Thèse : "Etude et réalisation d'un laser à colorant femtoseconde fonctionnant à différentes longueurs d'onde. Compression et amplification d'impulsions ultrabrèves", Université Paris XI-Orsay, 1989.
- [Gossard 86] **A.C. Gossard**, "Growth of Microstructures by Molecular Beam Epitaxy", IEEE Journal of Quantum Electronics QE-22 (9) pp.1649-1655 (1986).
- [Gourley 86] **P.L. Gourley, T.J. Drummond**, "Single crystal, epitaxial multilayers of AlAs, GaAs and $Al_xGa_{1-x}As$ for use as optical interferometric elements", Applied Physics Letters, 49 (9) pp. 489-491 (1986).
- [Gourley 87] **P.L. Gourley, T.J. Drummond**, "Visible, room-temperature, surface-emitting laser using an epitaxial Fabry-Perot resonator with AlGaAs/AlAs quarter-wave high reflectors and AlGaAs/GaAs multiple quantum wells", Applied Physics Letters, 50 (18) pp. 1225-1227 (1987).
- [Gourley 89] **P.L. Gourley, T.M. Brennan, B.E. Hammons, S.W. Corzine, R.S. Geels, R.H. Yan, J.W. Scott, L.A. Coldren**, "High-efficiency TEM_{00} continuous-wave (Al,Ga)As epitaxial surface-emitting lasers and effect of half-wave periodic gain", Applied Physics Letters 54 (13) pp.1209-1211 (1989).
- [Gurioli 91] **M. Gurioli, A. Vinattieri, M. Colocci, A. Bosacchi, S. Franchi**, "Optical investigation of interface roughness and defect incorporation in GaAs/AlGaAs quantum wells grown with and without growth interruption", Applied Physics Letters 59 (17) pp. 2150-2152 (1991).
- [Harbeke 72] **G. Harbeke**, "Optical properties of semiconductors", dans le livre : Optical Properties of Solids, p. 21-92, Amsterdam, Netherlands : North-Holland (1972).
- [Herman 91] **N.A. Herman, D. Bimberg, J. Christen**, "Heterointerfaces in quantum wells and epitaxial growth processes", Journal of Applied Physics 70 (2) pp.R1-R52 (1991).
- [Huard 85] **S. Huard**, "Cours d'Électromagnétisme", École Supérieure d'Optique, 1^{ère} Année, 1985 (polycopié non publié).
- [Iga 88] **K. Iga, F. Koyama, S. Kinoshita**, "Surface Emitting Semiconductor Lasers", IEEE, QE 24, n° 9, pp. 1845-1855 (1988).
- [Jewell 88] **J.L. Jewell, Y.H. Lee, S.L. McCall, J.P. Harbison, L.T. Florez**, "High-finesse (Al,Ga)As interference filters grown by molecular beam epitaxy", Applied Physics Letters 53 (8) pp.640-642 (1988).

- [Jewell 90] **J.L. Jewell, Y.H. Lee, A. Scherer, S.L. McCall, N.A. Olsson, J.P. Harbison, L.T. Florez**, "Surface-emitting microlasers for photonic switching and interchip connections", *Optical Engineering* 29 (3) pp.210-214 (1990).
- [Jewell 91] **J.L. Jewell, J.P. Harbison, A. Scherer, Y.H. Lee, L.T. Florez**, "Vertical-Cavity Surface-Emitting Lasers : Design, Growth, Fabrication, Characterization", *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 27, n° 6, pp. 1332-1346 (1991).
- [Kim 89] **B.G. Kim, E. Garmire, S.G. Hummel, P.D. Dapkus**, "Non linear Bragg reflector based on saturable absorption", *Applied Physics Letters*, 54 (12) pp. 1095-1097 (1989).
- [Kittel 83] **C. Kittel**, *Physique de l'état solide*, 5° Ed., Dunod, 1983.
- [Koch 88] **S.W. Koch, N. Peyghambarian, H.M. Gibbs**, "Band-edge nonlinearities in direct-gap semiconductors and their application to optical bistability and optical computing", *Journal of Applied Physics* 63 (2) pp.R1-R11 (1988).
- [Kogelnik 72] **H. Kogelnik, C.V. Shank**, "Coupled-Wave Theory of Distributed Feedback Lasers" *Journal of Applied Physics* 43 (5) pp.2327-2335 (1972).
- [Kowalsky 88] **W. Kowalsky, Th. Hackbarth, K.J. Ebeling**, "Optically controlled GaAs/AlGaAs multiple quantum well modulators employing integrated dielectric reflectors", *Applied Physics Letters* 52 (23) pp.1933-1935 (1988).
- [Koyama 89] **F. Koyama, S. Kinoshita, K. Iga**, "Room-temperature continuous wave lasing characteristics of a GaAs vertical cavity surface-emitting laser", *Applied Physics Letters* 55 (3) pp. 221-222 (1989).
- [Kubo 57] **R. Kubo**, "Statistical mechanical theory of irreversible processes. I - General theory and single applications to magnetic and conduction problems", *J. Phys. Soc. Japan*, Vol. 12, n° 6, 570-586 (1957).
- [Kubo 59] **R. Kubo, M. Yokota, S. Nakajima**, "Statistical mechanical theory of irreversible processes. II- Response to thermal disturbance", *J. Phys. Soc. Japan*, Vol. 12, n° 11, 1203-1211 (1959).
- [Le Saux 90] **G. Le Saux, J.P. Pocholle, F. Bretenaker, L. Zibell, E. Barbier, F. Salin, M. Papuchon, A. Brun**, "Optical nonlinear effects in GaAs/GaAlAs Bragg reflectors", *Journal of Applied Physics* 67 (6) pp.3190-3191 (1990).
- [Lee 86] **Y.H. Lee, A. Chavez-Pirson, S.W. Koch, H.M. Gibbs, S.H. Park, J. Morhange, A. Jeffery, N. Peyghambarian, L. Banyai, A.C. Gossard, W. Wiegmann**, "Room-Temperature Optical Nonlinearities in GaAs", *Physical Review Letters* 57 (19) pp.2446-2449 (1986).
- [Lee 88] **H.-C. Lee, A. Kost, M. Kawase, A. Hariz, P.D. Dapkus, E.M. Garmire**, "Nonlinear Absorption Properties of AlGaAs/GaAs Multiple Quantum Wells Grown by Metalorganic Chemical Vapor Deposition" *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 24, n°8, pp.1581-1592 (1988).
- [MacDaniel 90] **D.L. McDaniel Jr., J.G. McInerney, M.Y.A. Raja, C.F. Schaus, S.R.J. Brueck**, "Vertical Cavity Surface-Emitting Semiconductor Laser with CW Injection Laser Pumping", *IEEE Photonics Technology Letters*, vol.2, n° 3 (1990).

- [Mahbobzadeh 90] **M. Mahbobzadeh, M. Osinski**, "Novel distributed-feedback resonant-periodic-gain structure for vertical-cavity surface-emitting semiconductor lasers", *Electronics Letters* 26 (20) pp.1716-1717 (1990).
- [Meissner 91] **K. Meissner, B. Fluegel, R. Binder, S.W. Koch, G. Khitrova, N. Peyghambarian**, "Comparison of optical nonlinearities of type II and type I quantum wells", *Applied Physics Letters* 59 (3) pp.259-261 (1991).
- [Miller 82] **D.A.B. Miller, D.S. Chemla, D.J. Eilenberger, P.W. Smith, A.C. Gossard, W.T. Tsang**, "Large room-temperature optical nonlinearity in GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs multiple quantum well structures" *Applied Physics Letters* 41 (8) pp.679-681 (1982).
- [Mittelstein 86] **M. Mittelstein, Y. Arakawa, A. Larsson, A. Yariv**, "Second quantized state lasing of a current pumped single quantum well laser", *Applied Physics Letters* 49 (25) pp. 1689-1691 (1986).
- [Pankove 71] **J.I. Pankove**, *Optical processes in semiconductors*, Dover 1971.
- [Pardo 86] **F. Pardo**, Thèse : "Etude et réalisation d'un dispositif bistable optique basé sur l'excitation d'un mode guidé couplé par réseau dans une couche mince de silicium sur saphir", Université Paris XI-Orsay, 1986.
- [Raja 89] **M.Y.A. Raja, S.R.J. Brueck, M. Osinski, C.F. Schaus, I.G. McInerney, T.M. Brennan, B.E. Hammons**, "Resonant Periodic Gain Surface-Emitting Semiconductor Lasers" , *IEEE Journal of Quantum Electronics* QE-25 (6) pp.1500-1512 (1989).
- [Saleh & Teich 91] **B.E.A. Saleh, M.C. Teich**, *Fundamentals of Photonics*, J. Wiley & Sons, 1991.
- [Salin 87] **F. Salin**, Thèse : "Etude et réalisation d'une chaîne laser femtoseconde. Rôle des phénomènes solitons dans les lasers femtosecondes à dispersion contrôlée ", Université Paris XI-Orsay, 1987.
- [Sauer 90] **H. Sauer**, Thèse : "Etude théorique du fonctionnement dynamique de dispositifs à guide d'onde non linéaire pour la commutation optique" Université Paris-XI-Orsay, 1990
- [Siegman 86] **A.E. Siegman**, *Lasers*, University Science Books, 1986.
- [Sturge 62] **M.D. Sturge**, "Optical absorption of gallium arsenide between 0.6 and 2.75 eV", *Phys. Rev.*, vol 127, n° 3, pp. 768-773, (1962).
- [Tai 89] **K. Tai, R.J. Fischer, C.W. Seabury, N.A. Olsson, T-C.D. Huo, Y. Ota, A.Y. Cho**, "Room-temperature continuous-wave vertical-cavity surface-emitting GaAs injection lasers", *Applied Physics Letters* 55 (24) pp. 2473-2475 (1989).
- [Tauc 65] **J. Tauc**, "Optical properties of semiconductors in the visible and ultraviolet ranges", *Progress in semiconductors* 9, pp. 87-133, (1965).
- [Van der Ziel 75a] **J.P. Van der Ziel, R. Dingle, R.C. Miller, W. Wiegmann, W.A. Nordland Jr.**, "Laser oscillation from quantum states in very thin GaAs-Al_{0.2}Ga_{0.8}As multilayer structures" *Applied Physics Letters*, 26 (8), pp. 463-465 (1975).

- [Van der Ziel 75b] **J.P. Van Der Ziel, M. Ilegems**, "Multilayer GaAs/Al_{0,3}Ga_{0,7}As dielectric quarter wave stacks grown by molecular beam epitaxy" *Applied Optics* 14 (11) pp. 2627-2630 (1975).
- [Van der Ziel 90] **J.P. Van Der Ziel, D.G. Deppe, N. Chand, G.J. Zydzik, S.N.G. Chu**, "Characteristics of Single-and Two-Dimensional Phase Coupled Arrays of Vertical Cavity Surface Emitting GaAs-AlGaAs Lasers" *IEEE, QE* 26 (11) pp. 1873-1882 (1990).
- [Weber 90] **J.P. Weber, K. Malloy, S. Wang**, "Effects of Layer Thickness Variations on Vertical-Cavity Surface-Emitting DBR Semiconductor Lasers", *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 2, n° 3 (1990).
- [Weisbuch & Vinter91] **C. Weisbuch, B. Vinter**, *Quantum semiconductor structures*, Academic Press, 1991.
- [Yang 91] **D. Yang**, Thèse : "Transistions intrabandes des hétérostructures à puits quantiques GaAs/AlGaAs", Université Paris XI-Orsay, 1991.
- [Yariv & Yeh 84] **A. Yariv, P. Yeh**, *Optical Waves in Crystals*, J. Wiley & Sons, 1984.
- [Yariv 75] **A. Yariv**, *Quantum Electronics-Second Edition*, J. Wiley & Sons, 1975.
- [Yariv 89] **A. Yariv**, *Quantum Electronics-3° Editton*, J. Wiley & Sons, 1989.

Nom : BOUCHER

Prénom : Yann

Sujet : Propriétés optiques d'empilements multicouches de semiconducteurs III/V GaAs/AlGaAs. Application à l'étude de microcavités laser à émission surfacique

Résumé :

Ce mémoire est consacré à l'étude théorique et expérimentale d'empilements multicouches de semiconducteurs GaAs/AlGaAs, et plus particulièrement d'empilements périodiques (réflecteurs de Bragg), étudiés en tant que tels ou comme éléments intégrés à des structures plus complexes, telles que les microcavités laser à émission surfacique. Les structures étudiées sont d'abord caractérisées par leur spectre de réflectivité linéaire. Pour interpréter ces résultats, nous développons deux approches théoriques complémentaires : la première, basée sur un **formalisme matriciel** découlant de la linéarité des équations de l'Électromagnétisme, permet de décrire exactement la propagation d'une onde optique dans une structure stratifiée quelconque et a servi de support à un programme de calcul numérique. La seconde, en termes de **couplage d'ondes**, complète utilement la première en fournissant les dépendances explicites du comportement des structures (réflectivité, sélectivité spectrale, etc.) en fonction des indices et des épaisseurs des matériaux choisis. Nous établissons l'expression explicite de la constante de couplage et nous exposons les principes de la synthèse des dispositifs complexes (notamment des réflecteurs de Bragg, utilisés en tant que miroirs dans des microcavités).

Nous consacrons tout un chapitre à l'étude théorique, puis expérimentale de microcavités lasers à émission surfacique. Dans un échantillon réalisé par le Laboratoire Central de Recherches de Thomson-CSF, nous avons validé la possibilité d'une émission laser biréale que nous nous sommes attachés à caractériser sous différents régimes de pompage optique. Ce composant a été utilisé pour "réinjecter" une cavité laser saphir dopé au titane.

Nous avons par ailleurs pompé la microcavité par des impulsions optiques ultrabrèves issues d'un laser à colorant femtoseconde amplifié ($\lambda_p = 620$ nm, $\tau = 100$ fs). À l'aide d'une caméra à balayage de fente, nous avons analysé le spectre d'émission laser biréale de la structure dans de telles conditions, avec une résolution temporelle de 5 ps environ. Nous présentons un modèle simple de ce comportement, fondé sur la résolution numérique d'équations qui décrivent l'évolution des densités de photons émis et de porteurs libres dans la microcavité; nous montrons qu'il est nécessaire de tenir compte non seulement des porteurs libres photocréés dans les puits quantiques, mais encore de ceux créés dans les barrières, suite à l'absorption par ces dernières d'une partie du flux de pompe. La prise en compte de cet effet dans nos simulations numériques donne des résultats en bon accord avec nos observations expérimentales.

Mots Clés : Semi-conducteurs III-V, empilements périodiques, formalisme matriciel, couplage d'ondes, microcavités laser, impulsions brèves, spectroscopie résolue en temps.

