HAL
open science

Etude de l'affinement spectral d'un oscillateur paramétrique optique (OPO) en régime nanoseconde par insertion d'un cristal photoréfractif : Modélisation des OPO monomodes.

Stéphane Victori

To cite this version:

Stéphane Victori. Etude de l'affinement spectral d'un oscillateur paramétrique optique (OPO) en régime nanoseconde par insertion d'un cristal photoréfractif : Modélisation des OPO monomodes.. Optique [physics.optics]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2001. Français. NNT : . pastel-00714252

HAL Id: pastel-00714252

https://pastel.hal.science/pastel-00714252v1

Submitted on 3 Jul 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE
PARIS VI

THÈSE

présentée pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR
EN SCIENCES PHYSIQUES

Spécialité : Optique et Photonique

par

Stéphane Victori

Étude de l'affinement spectral d'un Oscillateur Paramétrique Optique (OPO) en régime nanoseconde par insertion d'un cristal photoréfractif. Modélisation des OPO monomodes.

Soutenue le 21 Septembre 2001 devant la commission d'examen :

M.	Alain Barthélémy	Rapporteur
M.	Alain Brun	Directeur de thèse
M.	Claude Fabre	Président
M.	Jean-Pierre Huignard	Rapporteur
M.	Michel Lefebvre	

Introduction générale 1

I] Étude théorique des Oscillateurs Paramétriques Optiques en régime nanoseconde 5
I-1] Introduction à l'Optique Non-Linéaire 6
I-1-1] Introduction du champ et équations électromagnétiques 6
I-1-2] Origine microscopique de la relation entre E et P 8
I-1-3] Formalisme de l'Optique Non-Linéaire (ONL) 10
I-2] ONL du second ordre 17
I-2-1] Aspect corpusculaire, accord de phase 17
I-2-2] Milieux non-linéaires du second ordre 20
I-2-3] Équations générales de propagation 32
I-3] OPO en régime nanoseconde 52
I-3-1] Introduction 52
I-3-2] Étude des effets physiques présents lors de l'interaction paramétrique 57
I-3-3] Techniques classiques de l'affinement spectral de l'émission des OPO 82
I-4] Conclusion de la partie théorique 96

II] Code de simulation d'OPO monomodes 99
II-1] Introduction 99
II-2] Principe de l'échantillonnage 100
II-2-1] Échantillonnage temporel 101
II-2-2] Échantillonnage spatial 102
II-3] Code de simulation 104
II-3-1] Langage du code de simulation. 104
II-3-2] Architecture du code 105
II-3-3] Présentation du code 107
II-3-4] Démarrage du programme 109
II-3-5] Boucle principale du programme 120
II-3-6] Traitement des données, résultats 139
II-4] Conclusion 143

III] Comparaison théorie-expériences 145
III-1] Introduction 145
III-2] Comparaison expériences-simulations 145
III-2-1] Expérience de Smith 145
III-2-2] Expériences réalisées par Thomson CSF/LCR 152
III-3] Affinement spectral d'une source cohérente (laser ou OPO) par insertion intracavité d'un cristal photoréfractif 163

III-3-1] Introduction 163
III-3-2] Présentation de l'effet photoréfractif 164
III-3-3] Équations et modèles simples de l'effet photoréfractif 166
III-4] Quelques rappels sur les interféromètres de type Fabry-Pérot 180
III-4-1] Présentation et caractérisation des interféromètres à ondes multiples 180
III-4-2] Analyse spectrale d'une source laser ou OPO 185
III-4-3] Largeurs spectrales à mi-hauteur réelle et mesurée 190
III-5] Affinement de lasers Nd:YVO4 continus avec un cristal de BaTiO3:Rh 191
III-5-1] Introduction 191
III-5-2] Affinement spectral d'un laser Nd:YVO4 continu (cavité longue) 191
III-5-3] Affinement spectral d'un laser Nd:YVO4 continu (cavité courte) 195
III-5-4] Conclusion de l'affinement d'un laser en régime continu 207
III-6] Affinement de lasers impulsionnels saphir dopés au titane avec un cristal de BaTiO3:Co 207
III-6-1] Introduction 207
III-6-2] Cavité simple 208
III-6-3] Cavité avec système afocal 220
III-7] Affinement spectral d'un OPO par insertion d'un cristal photoréfractif 234
III-7-1] Introduction 234
III-7-2] Laser de pompe 234
III-7-3] Cristal de KTP et accord de phase 237
III-7-4] Cavité OPO linéaire sans recyclage de la pompe 241
III-7-5] Cavité OPO découplée avec recyclage de la pompe et afocal 245
III-8] Conclusion sur l'affinement en régime nanoseconde 256

Conclusion générale 257

Annexes 259
Annexe I : coefficient non-linéaire effectif 261
Annexe II : système d'équations couplées vectorielles 267
Annexe III : coordonnées des champs électriques 273
Annexe IV : méthode de Dreger 277
Annexe V : procédures du code 283
Annexe VI : données 287
Annexe VII : termes de phase linéaire 291

Bibliographie 295

Remerciements :

Je suis très sensible à l'honneur que m'ont fait Messieurs les membres du jury en acceptant de lire et de juger ce mémoire : Monsieur Alain Barthélémy (directeur de recherche au CNRS), Monsieur Alain Brun (directeur de thèse et professeur à Paris IX), Monsieur Claude Fabre (professeur à Paris VI), Monsieur Jean-Pierre Huignard (Docteur ès science, ingénieur THALES) et Monsieur Michel Lefebvre (ingénieur ONERA). Messieurs Barthélémy et Huignard ont eu, de plus, l'extrême gentillesse d'accepter d'être les rapporteurs de ces travaux. Je les en remercie sincèrement.
Quelques mots pour toutes les personnes que j'ai côtoyées pendant ces quelques années :

Thierry Lépine, maître de conférences.

Salut Thierry, collègue du bureau, coupable de " Lépinette " (à ne pas confondre avec une épinette) aiguë dont la définition est la suivante : action qui consiste à entrouvrir systématiquement une fenêtre de la pièce, été comme hiver, et à la laisser dans cette position si subtile qui consiste à faire croire au misérable thésard qu'elle est fermée, ceci afin de provoquer chez ce dernier une sensation de froid qui, après un long moment, est transmise au cerveau rafraîchi et qui indique la dite " Lépinette ".

Un peu plus sérieusement (mais toujours pas tout à fait), Thierry, je te remercie pour ces quelques 3,5 années pendant lesquelles tu as supporté quasiment sans broncher ma musique. Il est vrai que Claude avait bien préparé le terrain.

Encore un peu plus sérieux, je te remercie sincèrement pour tout ce que tu m'as appris, saches que si tu ne t'en rends pas compte, dans un cerveau atrophié comme le mien, il y a des jours où cela pousse de tout coté. Merci encore pour avoir toujours (quasiment) répondu à mes questions (non pas sur la vie) sur la physique en général, et ceci sans être irrité ni ennuyé, même lorsqu'elles n'étaient pas très claires. Enfin, tu as réussi le fantastique exploit de lire ma thèse, que je veux bien croire parfois un peu indigeste.

Patrick Georges, Directeur de recherche.

Salut Patrick.

Toutes proportions gardées, chez toi tout est grand, l'engagement, l'amitié, la sincérité, la sensibilité, l'humilité, la disponibilité et j'en passe. Il ne faut pas non plus trop en faire ou dire. Je serai donc bref. Merci pour tout, merci sincèrement.

T'es pas trop seul dans ton bureau de chef maintenant ?

Alain Brun,
professeur.

Alain,

Je vous remercie tout d'abord de m'avoir accueilli dans votre groupe de recherche, alors Groupe d'Optique Non Linéaire. Je vous remercie d'avoir lu le mémoire... Courage, il semble que la bourse remonte... Mais ne remonte-t-elle pas toujours en fin de compte ?

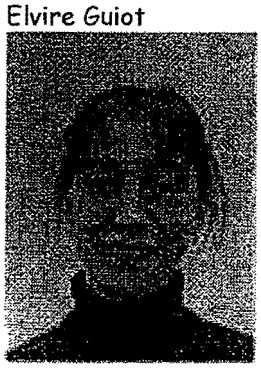
Je reprends une phrase du mémoire de Claude Doulé et me joins à lui pour dire que "les qualités scientifiques de ce triumvirat ont contribué à la réalisation de ce travail, et leurs qualités humaines l'ont rendu très agréable".

François Balembois,
maître
de conférences

Ah ! François,

Je te décerne le prix des doigts les plus agiles du groupe (pour qu'il n'y ait pas de jaloux, vous êtes ex aequo avec Pat). Le genre de doigts qui font qu'un laser et surtout un OPO oscillent en quelques minutes alors que le jeune thésard y est depuis plusieurs heures. Mis à part cela, il y a tant à dire. Je regrette de n'avoir jamais vu les salades ou les carottes de ton jardin. Ce sera probablement pour une prochaine fois.

Elvire Guiot



Elvire,

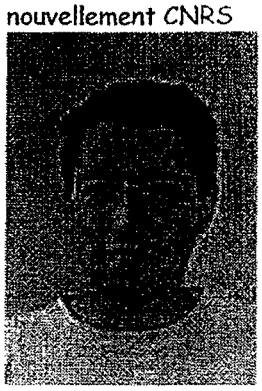
Que dire de vous très chère ? Que vous dire plutôt ? Les gens sont si méchants, si ennuyeux. C'est vrai qu'il y a toujours quelqu'un pour nous embêter, nous empêcher de travailler, nous obliger à assister à trois réunions par jour, nous obliger à déjeuner avec des collègues appréciées. Heureusement Claude était là pour arranger tout cela jusqu'au mois de Décembre 2000. Depuis il est parti...et Pierre est arrivé. Mais ne t'inquiètes pas, il y aura toujours quelqu'un pour t'embêter, sinon tu t'embêterais, j'en suis certain. Enfin, tu es sur la fin, alors comme j'ai l'habitude de dire, courage.

Claude Doulé

Claude, alias clod,

Tout le monde le dit, que serait devenu le groupe sans ta touche personnelle ? Que serions nous devenus Thierry et moi, si tu n'avais pas été là chaque jour pour nous montrer la voie ? La voie de quoi ? Je n'en sais rien, ou si, celle de la tolérance, de l'amitié, de l'humilité. Bref un personnage presque parfait s'il n'y avait pas une bouteille de Calva sur notre bibliothèque. Non non, ce n'est pas la mienne. À bientôt à Panam sur un banc (de mesure).

Frédéric Druon, ami de la science et nouvellement CNRS



Frédéric, dit funkyfredster ou funkifredster,

Le plus grand napster man du labo ! Arrivé dès l'aube au labo à cause de Nadine, il repart déjà vers 17 h. Vous ne l'avez pas vu ? Eh bien demandez à Elvire. Si elle ne l'a pas vu, il n'est pas venu sinon elle aurait dû supporter ces blagues (lourdes) en plus des nôtres qui ne sont pas légères. Aux States, ce serait du harcèlement, oui mais lequel ? Il y en a tellement. En attendant, si tu veux faire de la plongée à Lannion, pas de problème. Les fonds sont, parait-il, superbes mais ici la combinaison est imposée (et 7 mm en plus). Sinon, je te remercie de m'avoir invité et de m'avoir permis d'assister au suicide d'un papillon mais ceci est une autre histoire...

Vénéranda Garcez-Chavez

Como estas chica ? No hace demasiado frio a St-Andrews ? Pienso que si pero cuando corazon habla, cabeza no escucha. Well, maybe I should talk to you in english, you should be fluent now. I got no doubt. Bon, je dis n'importe quoi. Ta bonne humeur qui transparaît sur cette photo nous a beaucoup manqué après ton départ. Comment oublier cet accent chantant et comment oublier une volonté farouche sous un éternel sourire ? C'est probablement ta force, ce n'est pas grand chose et pourtant c'est énorme.

Je remercie Olivier Mathieu avec lequel j'ai débuté cette thèse. Ton aide en tant que scientifique du contingent nous a permis de développer le code de simulation. Je regrette les nombreuses heures que nous avons passé sur ce code dans la micro-salle de calcul à essayer de le comprendre avec les quelques interruptions dues à des aki à deux. Ton joli coup droit au ping pong n'a pas encore trouvé d'équivalent. Je te remercie encore pour m'avoir fait goûter le meilleur et le plus grand Tiramisu dont je pouvais à peine rêver. Enfin, un grand merci pour les services rendus ces derniers mois.

Merci aussi à Sébastien Chenais pour ces critiques de Cinéma jamais inintéressantes. Merci à Sébastien Pelletier qui m'a permis de finir ma thèse plus rapidement et courage pour la suite chez THALES. Merci à Sébastien Forget pour ses nombreux mails intéressants. Merci à Notre Pierre international (Raybaut) pour ses cours d'informatique version PC. Un petit coucou à Sylvie Yiou, la future représentante des thésards. Un merci encore à Lilian pour l'utilisation de son monochromateur.

Renaud Lebrun,
maître es-PC

Hello reunô,

Que dire sinon que je regrette ces sympathiques parties de Squash, que j'ai toujours du mal à comprendre le fonctionnement des PC (mais que je progresse depuis quelques mois, on se demande bien pourquoi) et que vivent les OPO à cavité simple, double avec recyclage de la pompe et somme de fréquence ... mais je m'égare. Alors, toujours avec un M2 de 6 à 4 μm ?

Un grand merci à Laurent Meihlac, Nicolas Huot et les membres du groupe MANOLIA avec lesquels j'ai collaborés.

Merci à Gérard Roger sans qui pas grand chose ne peut se faire, Gisèle Roger pour les nombreuses courbes de transmissions que je lui ai demandées et pour les nombreux petits emprunts, l'atelier de mécanique pour la réalisation dans l'urgence de quelques pièces et montures indispensables (évidemment), Alain Aide pour son aide de tous les jours et son cours de mécanique. Un spécial merci à Michel Allain, grand manitou et observateur des réseaux (tu me l'as écris dans un mail j'ai la preuve), pour être venu souvent papoter dans le bureau avec Elvire. Merci à l'atelier d'optique pour avoir réalisé quelques polissages d'optique, là aussi dans l'urgence, pour avoir eu la patience de m'expliquer les techniques et les matériaux utilisés, Nelly, la secrétaire la plus rapide et efficace du sud de Paris.

Un remerciement particulier à Laurent Di Menza du Laboratoire Analyse Numérique et EDP de l'Université Paris XI (Orsay) avec lequel j'ai travaillé et collaboré dans la bonne humeur. Merci pour tes nombreux conseils sur le code de simulation. Laurent, je suis toujours prêt à visiter la salle de TP...

Un merci à toutes les personnes de Corvis Algety qui m'ont permis d'intégrer la société alors que je n'avais pas tout à fait achevé la rédaction de ce mémoire.

Merci enfin à toute ma famille et à celle d'Elsa.

Qui mieux qu'Aragon pour dire ...

Un front qui s'appuie
À moi dans la nuit
Deux grands yeux ouverts
Et tout m'a semblé
Comme un champ de blé
Dans cet univers

Et encore un grand merci à ceux que j'ai probablement oubliés, je leur demande pardon par avance.

Remarques et conventions

Remarques :

Les références sont notées dans le texte entre crochets, en exposant, en taille réduite. Par exemple : [Boyd]. Elles sont classées par ordre alphabétique en fin du mémoire.

Les notes sont repérées dans le texte en exposant et sont numérotées tout au long du mémoire. Elles se trouvent en bas de page en caractères réduits.

Conventions :

Tenseur : la barre sous la lettre détermine l'ordre du tenseur :1 barre : 1 vecteur
2 barres : 1 tenseur de rang 2...
n barres : 1 tenseur de rang n.

Vecteur : $\underline{S}$
Tenseur de rang n : $\underline{\underline{S}}$
Réduction d'un tenseur $\underline{\underline{S}}$ par un vecteur $\underline{E}$: $\underline{\underline{\chi}}:\underline{E} = \underline{F}$

Transformation de Fourier :

$$\text{transformation } F^+ : \begin{cases} \hat{u}(\sigma) = F^+(u(x))(\sigma) = \int u(x)\exp(2\pi i x\sigma)dx \\ u(x) = \int \hat{u}(\sigma)\exp(-2\pi i x\sigma)d\sigma \end{cases}.$$

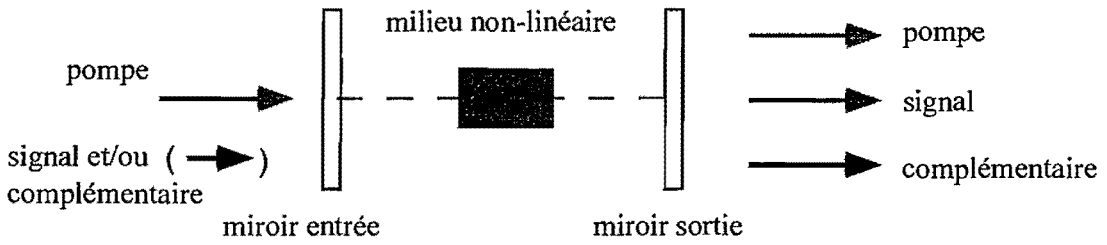
$$\text{transformation } F^- : \begin{cases} \hat{u}(\sigma) = F^-(u(x))(\sigma) = \int u(x)\exp(-2\pi i x\sigma)dx \\ u(x) = \int \hat{u}(\sigma)\exp(2\pi i x\sigma)d\sigma \end{cases}.$$

Complexe conjugué de $z = z^*$, l'acronyme c.c. signifie complexe conjugué de la quantité à laquelle il se rapporte.

Introduction générale

Afin de ne pas décourager dès les premières lignes le lecteur non spécialisé, il est utile de rappeler ce qu'est un **oscillateur paramétrique optique** ou OPO. Tout d'abord, nous nous permettons de donner un exemple d'oscillateur mécanique. Il s'agit du pendule constitué d'un fil auquel est suspendue une masse. Au repos, la masse est en équilibre et la direction du fil est parallèle à la force de pesanteur. Si l'on écarte la masse de sa position d'équilibre en maintenant le fil tendu, la masse se met à osciller autour de sa position d'équilibre et décrit un arc de cercle. La présence de frottements et donc de pertes pour le système formé par le fil et la masse entraîne une diminution de l'amplitude de l'oscillation. Il est possible d'apporter efficacement de l'énergie à un oscillateur, et donc d'entretenir ses oscillations, en modulant un de ses paramètres de façon périodique, à une fréquence liée à sa fréquence propre (souvent la fréquence double) : c'est l'**amplification paramétrique**. Il y a de cela 7 siècles, un tel **oscillateur paramétrique** fut réalisé dans la cathédrale de Saint-Jacques de Compostelle, il s'agit du *botafumeiro*[1].

Un oscillateur paramétrique optique est constitué d'un milieu non-linéaire placé dans une cavité optique.



Le processus fait intervenir trois ondes dites pompe, signal et complémentaire. L'onde signal est celle qui oscille dans la cavité. L'onde pompe apporte de l'énergie à l'onde signal. Cet apport n'est possible que si une troisième onde intervient, il s'agit de l'onde dite complémentaire. L'oscillation paramétrique optique est un cas particulier des processus non-linéaires optiques du second ordre.

L'optique non-linéaire est apparue quasiment en même temps que les lasers. En 1961, Franken et ses collaborateurs [Franken] font la démonstration de la génération de second harmonique dans un cristal de quartz pompé par un laser à rubis émettant à 694,3 nm. Ils insistent sur le fait que le

[1] Suspendu par une corde attachée au haut de la croisée de la cathédrale, l'encensoir gigantesque est dévié, d'une poussée de sa position de repos verticale. Pendant qu'il se balance, huit hommes tirent sur une corde qui soulève l'encensoir lorsque celui-ci passe par la verticale et relâchent la corde quand l'encensoir est au plus haut. Les tireurs, sous les ordres d'un conducteur, amplifient ainsi les oscillations de l'encensoir, jusqu'à ce que celui-ci monte à une hauteur de 21 mètres, décrive un arc de 65 mètres de longueur, et passe en vrombissant à la vitesse de 68 kilomètres à l'heure en un point situé à ras du sol.

cristal doit être transparent aux longueurs d'onde signal et pompe et qu'il doit présenter des coefficients non-linéaires non nuls. Ils décrivent succinctement l'expression de la polarisation non-linéaire en fonction du module des champs électriques des ondes. En 1962, Kleinman [Kleinman,1] généralise l'expression présentée par Franken en développant l'expression de l'énergie dans un cristal jusqu'à la troisième puissance du champ électrique. Faisant cela, il introduit la polarisation comme la dérivée de l'énergie et présente l'expression exacte de la polarisation non-linéaire d'ordre 2 ainsi que les propriétés de symétrie des coefficients non-linéaires. Il [Kleinman,2] poursuit en développant une théorie sur la génération de second harmonique (en ondes planes) dans les milieux anisotropes et l'applique dans les cristaux de KDP et de quartz. La même année, Kroll [Kroll] démontre la possibilité d'utiliser des accords de phase non-colinéaires afin d'accorder l'émission paramétrique sur une plage de fréquences comprise entre $\omega_p/4$ et $3\ \omega_p/4$ par rotation du miroir de sortie de l'OPO. Toujours la même année, à partir d'une approche basée sur la théorie des perturbations en mécanique quantique, Armstrong et ses collaborateurs [Armstrong,1] réussissent le tour de force d'introduire des relations de symétrie importantes (relations de symétrie dites de ABDP du nom des auteurs de l'article), de proposer des solutions aux équations de couplages paramétriques, d'émettre l'idée de retourner périodiquement des cristaux afin de réaliser du quasi-accord de phase.

Par la suite, l'engouement n'a cessé de croître et a permis de comprendre les phénomènes intervenant au cours de l'interaction non-linéaire. Une fois cette première vague (devrait-on parler de déferlante ?) passée, les chercheurs se sont orientés vers des recherches théoriques et notamment sur les fluctuations quantiques et le bruit dans les processus paramétriques [Louisell] mais aussi vers de nouvelles applications [Siegman,1] et de nouvelles sources accordables à des longueurs d'onde où peu de lasers conventionnels existent [Giordmaine]. À partir de la seconde moitié des années soixantes, l'accent est mis sur l'évaluation du seuil d'oscillation en fonction des paramètres de la cavité et des caractéristiques de la pompe, la puissance de sortie disponible et sur les propriétés spectrales de ces nouvelles sources. Boyd [Boyd,1] et Yariv [Yariv,1] [Yariv,2] expriment le seuil d'oscillation d'un OPO pompé par un laser monomode spectralement, tandis que Harris [Harris,1] fait remarquer que le seuil n'est pas modifié par un laser multimode si l'intervalle spectral libre de l'onde complémentaire est égal à celui de la pompe. Mollow et Glauber [Mollow,1] [Mollow,2] se basant sur le fait que les processus paramétriques, non seulement amplifient des ondes préexistantes, mais créent de nouvelles fréquences, introduisent un modèle quantique complet basé sur l'opérateur densité des champs électriques et permettant (entre autres) de décrire le bruit paramétrique, de déterminer les fréquences créées et l'intensité d'émission de celles-ci. Ces nouvelles fréquences créées par fluorescence paramétrique sont étudiées dans un article de Giallorenzi et Tang [Giallorenzi] dans lequel les auteurs montrent que l'émission spontanée est indépendante de la cohérence de la pompe et donnent une expression de la puissance spontanée mesurée par un détecteur. Cette dernière étant liée à la non-linéarité caractérisant le matériau, sa mesure permet de remonter aux valeurs du tenseur non-linéaire. Ainsi, Harris [Harris,2] observant la fluorescence du

cristal de $LiNbO_3$ détermine le coefficient d_{15} entre 540 et 660 nm et ouvre la voie à cette méthode. Byer [Byer,1] poursuit sur le sujet en déterminant non seulement la puissance spontanée mais aussi la largeur de gain (c'est-à-dire la largeur de la raie d'émission) et enfin le coefficient non-linéaire. Il insiste sur cette méthode qu'il oppose à celle basée sur la génération de second harmonique. Elle présente, en effet, les avantages de ne nécessiter ni de forts éclairements (puisque la puissance spontanée est proportionnelle à celle de la pompe), ni de pompe monomode spectralement et, enfin, est indépendante de la surface éclairée par la pompe. Les éclairements en question sont issus de faisceaux lasers[2] [Lamb] à répartition spatiale plus ou moins gaussienne de l'énergie. Il est par conséquent nécessaire, premièrement, de savoir coupler un faisceau extérieur incident avec une cavité dans laquelle des faisceaux gaussiens oscillent et deuxièmement de développer une théorie de l'interaction non-linéaire entre faisceaux gaussiens. Kogelnik [Kogelnik] montre que lorsqu'un mode sortant d'une telle structure (laser ou OPO) est injecté dans un autre système, il peut exciter un ensemble de modes. Il définit, pour chaque mode excité, une puissance de transfert et évalue celle-ci pour chacun. En supposant un seul mode excité, Boyd [Boyd,2] présente une étude complète sur l'optimisation de la génération de second harmonique en prenant en compte la répartition gaussienne de l'énergie, la diffraction, la double réfraction. L'article présente aussi une extension au couplage paramétrique. L'ensemble est comparé à des expériences à base de $LiNbO_3$ et présente des accords tout à fait corrects.

Les recherches étant très diversifiées, nous ne pouvons toutes les citer et nous nous intéressons essentiellement qu'à celles concernant l'aspect spectral des OPO. Ce point des recherches est intéressant pour le développement de nouvelles sources spectralement fines avec pour applications possibles la spectroscopie haute résolution, les applications LIDAR ou encore les applications "télécom". Deux techniques sont rapidement développées, il s'agit de l'injection [Bjorkhom,3] par une source cohérente de l'OPO ou de l'insertion dans celui-ci d'éléments sélectifs en longueurs d'onde [Kreuzer]. Ces techniques ont été très étudiées et bénéficient actuellement des développements récents de cristaux non-linéaires (hauts seuils de dommage, cristaux périodiquement retournés...). Chacune présente des inconvénients. L'injection nécessite une seconde source cohérente de lumière tandis que l'insertion d'un élément sélectif a tendance à augmenter le seuil d'oscillation de manière importante du fait des pertes. Néanmoins, il existe actuellement, non seulement en laboratoire mais aussi commercialement, des OPO monomodes et accordables sur de grandes plages de longueurs d'ondes. Parallèlement à cela, les recherches sur la modélisation des OPO se poursuivent. Les premiers articles cités précédemment développent des théories basées sur l'approximation des ondes planes dans des conditions "idéales". Depuis de nombreux modèles théoriques ont été développés et leurs prévisions sont régulièrement comparées à des mesures expérimentales. De

---

[2] laser est entré dans la langue française comme nom masculin. À ce titre, il s'accorde avec le sujet. L'usage fait qu'il peut être utilisé comme un adjectif.

nombreux logiciels sont disponibles librement sur internet[3]. Nous même avons développé de tels programmes prenant en compte la plupart des effets présents en régime nanoseconde.

Parmi tous les points présentés ci-dessus, notre recherche se situe essentiellement sur deux points. Le premier concerne le développement d'un code de simulation d'OPO monomode aux trois fréquences en régime nanoseconde afin d'optimiser les rendements de conversions d'OPO expérimentaux. Le code permet, en faisant varier les valeurs des paramètres de cavité, du laser, de l'injection, de trouver le "meilleur" jeu, c'est-à-dire, celui permettant d'obtenir la meilleure efficacité de conversion de la pompe vers le signal (et le complémentaire). En sortie, il délivre les profils spatiaux et temporels, les profils spectraux et les énergies. La limitation la plus importante du modèle tient au fait que les trois ondes sont monochromatiques. En effet, si l'émission d'un OPO peut être monomode longitudinal lorsqu'il est injecté, il l'est très rarement lorsqu'il n'y a pas injection. Bien qu'il existe des modèles théoriques d'oscillateurs large bande, nous n'avons pas voulu poursuivre dans cette voie, cela aurait demandé de nouveaux développements importants et coûteux en temps, difficile dans le cadre d'une thèse. Nous avons donc changé de stratégie, et cela introduit le second niveau du travail présenté dans ce mémoire, en orientant nos recherches vers l'affinement des OPO par une nouvelle méthode afin *in fine* de retomber sur des conditions expérimentales vérifiant les hypothèses du modèle. Cette nouvelle méthode consiste à introduire un cristal photoréfractif dans la cavité résonnante. Par interférence entre les ondes contra-propageantes, il se crée premièrement un réseau sur lequel les ondes diffractent et deuxièmement un interféromètre de Fabry-Pérot entre le miroir de sortie et le cristal photoréfractif. La sélectivité spectrale de l'ensemble est telle que l'émission est, dans certains cas, affinée, voire monomode. Pour des raisons de stabilité de l'émission en fréquence, nous l'avons d'abord appliquée à un laser continu à base de $Nd:YVO_4$, puis à un laser à base de saphir dopé au titane en régime impulsionnel et enfin à un OPO à base de KTP en régime nanoseconde.

Le plan du mémoire suit donc le développement précédent. Dans une première partie, nous présentons la théorie permettant d'obtenir les équations de l'interaction paramétrique. Dans une deuxième partie, nous développons un code de simulation basée sur les équations de la partie I. Dans la partie III, nous comparons dans un premier temps des mesures expérimentales à nos simulations, puis présentons les différentes étapes permettant d'aboutir à l'étude de l'affinement des OPO en régime nanoseconde. Ainsi, nous étudions successivement l'affinement spectral de deux cavités lasers à base de $Nd:YVO_4$ fonctionnant en régime continu, puis celui de deux cavités lasers à base de saphir dopé au titane fonctionnant en régime nanoseconde. Enfin, nous achevons ce mémoire par l'étude de l'affinement des OPO en régime nanoseconde par insertion d'un cristal photoréfractif dans la cavité.

---

[3] http://www.sandia.gov/imrl/XWEB1128/xxtal.htm

I] Étude théorique des Oscillateurs Paramétriques Optiques en régime nanoseconde.

Cette première partie est consacrée à l'étude des OPO en régime nanoseconde. Elle décrit les différentes approches développées permettant de décrire l'interaction paramétrique entre les trois ondes signal, complémentaire et pompe. Les approches présentées seront, par la suite, utilisées dans la deuxième partie de ce mémoire consacrée à la modélisation et au développement d'un code de simulation.

Concernant la première partie, elle est divisée en trois chapitres.

Le premier (I-1) présente une introduction à l'optique non-linéaire. Le formalisme présenté permet d'obtenir les équations de propagation du champ électromagnétique dans un milieu non-linéaire quelconque. Il montre que la restriction à un milieu non-linéaire d'ordre deux limite le nombre d'ondes présentes au cours de l'interaction.

Le deuxième chapitre (I-2) développe l'équation obtenue au chapitre I-1 et l'applique au cas d'un milieu non-linéaire d'ordre deux et anisotrope. Une courte introduction sur l'accord de phase entre trois ondes montre qu'un des moyens de réaliser ce dernier est de travailler dans un milieu anisotrope. On introduit donc les principales caractéristiques de la propagation des ondes dans un milieu anisotrope, à savoir la biréfringence et la double réfraction. L'efficacité du transfert paramétrique d'énergie dépend des propriétés non-linéaires du matériau. Plus précisément, l'efficacité du couplage dépend de la susceptibilité non-linéaire d'ordre deux. Cette dernière est évaluée puis injectée dans l'équation obtenue au chapitre I. On obtient un système de trois équations non-linéaires couplées. Selon que l'on prend en compte la divergence (au sens mathématique) du champ électrique et la dispersion des indices selon la direction des vecteurs d'onde, quatre approches sont développées. Leur développement a été nécessaire pour faire correspondre les résultats issus de simulations (présentées dans la partie II) aux mesures expérimentales présentées dans la troisième partie.

Le dernier chapitre (I-3) s'intéresse aux effets physiques présents au cours de l'interaction paramétrique. Après une courte introduction sur les principes de bases et sur l'amplification paramétrique, quelques cas particuliers sont étudiés permettant de faire apparaître les notions de seuil d'oscillation et de gain paramétrique. Les effets secondaires tels que la diffraction, l'absorption et la double réfraction sont aussi présentés. Enfin, le sujet du mémoire étant l'affinement spectral des OPO, l'accent est mis sur les propriétés spectrales des OPO. Nous introduisons la largeur de gain, l'accordabilité et la structure spectrale de l'émission. Ceci étant réalisé, nous présentons les techniques classiques permettant l'affinement du spectre des OPO.

I-1] Introduction à l'Optique Non-Linéaire

I-1-1] Introduction du champ et équations électromagnétiques

La lumière est une onde électromagnétique qui suit les mêmes lois que les autres radiations électromagnétiques, sa particularité étant d'être définie dans le domaine visible (de notre vision), à savoir dans le domaine des longueurs d'onde comprises entre 0,4 et 0,8 μm [Meyzonnette]. Elle se propage sous la forme d'un couple de vecteurs représentant le champ électrique et le champ magnétique et suit les lois de l'**électromagnétisme classique** [Petit,1]. Cependant, il est possible de décrire ce phénomène de propagation à l'aide d'un modèle scalaire. On parle alors de **théorie scalaire** [Goodman] [Born] de la propagation. Lorsque la lumière se propage dans un milieu dans lequel les objets sont considérablement plus grands que la longueur d'onde, la nature ondulatoire de la lumière n'apparaît pas, sa propagation est décrite à l'aide de lois géométriques. La théorie développée dans ce cadre est la **théorie de l'optique géométrique** [Pérez,1] [Bruhat]. Ainsi, selon la longueur d'onde et la taille des objets du milieu dans lequel la lumière se propage, il apparaît trois niveaux théoriques. L'ensemble des trois théories citées précédemment forme ce que l'on appelle généralement l'**optique classique**. L'optique classique est capable d'expliciter la plus grande partie des phénomènes rencontrés, mais elle échoue sur certains pour lesquels il faut faire appel à la **théorie de l'électrodynamique quantique** appelée aussi **optique quantique** [Messiah] [Cohen-Tannoudji]. Cette dernière n'a, jusqu'à présent, jamais été mise en défaut, mais au contraire est confirmée par de nombreuses expériences très précises.

En ce qui nous concerne, nous travaillerons essentiellement dans le cadre de l'optique classique, nous basant sur les lois de l'électromagnétisme. Nous ne ferons que quelques rares et simples excursions dans le domaine de l'optique quantique.

Dans le cadre de l'électromagnétisme classique, on introduit :

des vecteurs dits de champs :

le champ électrique $\underline{E}(\underline{r},t)$,
l'excitation magnétique $\underline{H}(\underline{r},t)$,
le vecteur déplacement électrique ou vecteur induction électrique $\underline{D}(\underline{r},t)$,
le champ magnétique $\underline{B}(\underline{r},t)$,

deux termes dits de "sources" :

la charge électrique $\rho(\underline{r},t)$,
le vecteur densité de courant électrique $\underline{J}(\underline{r},t)$,

et enfin deux vecteurs dits de "polarisation" :

le vecteur de polarisation électrique $\underline{P}(\underline{r},t)$,
le vecteur de polarisation magnétique ou aimantation $\underline{M}(\underline{r},t)$,

où $\underline{r}$ et t représentent les variables d'espace et de temps.

Les relations liant les champs entre eux dans un milieu matériel quelconque sont données par les **équations de Maxwell** [Petit,1] [Pérez,2] et les relations constitutives :

$$\underline{\mathrm{rot}(\underline{E})} + \frac{\partial}{\partial t}\underline{B} = 0 \quad (a) \qquad \mathrm{div}\underline{B} = 0 \quad (b)$$

$$\underline{\mathrm{rot}(\underline{H})} - \frac{\partial}{\partial t}\underline{D} = \underline{J} \quad (c) \qquad \mathrm{div}\underline{D} = \rho \quad (d)$$

$$\underline{H} = \frac{\underline{B}}{\mu_0} - \underline{M} \quad (e) \qquad \underline{D} = \varepsilon_0\underline{E} + \underline{P} \quad (f). \qquad \text{I-(1)}$$

Les deux premières équations (a) et (b) caractérisent la structure du champ électromagnétique.
Les quatre suivantes caractérisent l'interaction de ces champs avec le milieu matériel.

Dans le cas des milieux non magnétiques, diélectriques (matériaux utilisés en optique), homogènes, sans charge mais avec une source de courant, les équations précédentes se simplifient et s'écrivent de la manière suivante :

$$\underline{\mathrm{rot}(\underline{E})} + \frac{\partial}{\partial t}\underline{B} = 0 \quad (a) \qquad \mathrm{div}\underline{B} = 0 \quad (b)$$

$$\mathrm{div}\underline{D} = 0 \quad (d)$$

$$\underline{\mathrm{rot}(\underline{H})} - \frac{\partial}{\partial t}\underline{D} = \underline{J} \quad (c)$$

$$\underline{D} = \varepsilon_0\underline{E} + \underline{P} \quad (f)$$

$$\underline{B} = \mu_0\underline{H} \quad (e)$$

$$\underline{J} = \sigma\underline{E} \quad (g). \qquad \text{I-(2)}$$

La relation $\underline{J} = \sigma\,\underline{E}$ traduit la loi d'Ohm, c'est-à-dire qu'elle caractérise les pertes du milieu par effet Joule. Elle est introduite ici parce qu'elle est à l'origine de l'absorption des ondes dans un milieu.

Le transport de l'énergie du champ électromagnétique dans le milieu est caractérisé par le vecteur de Poynting $\underline{S}$. Ce vecteur est lié aux vecteurs $\underline{E}$ et $\underline{H}$ par la relation [Petit 1] :

$$\underline{S} = \underline{E} \wedge \underline{H} \qquad \text{I-(3)}$$

Le sens du vecteur $\underline{S}$ en un point de l'espace représente le sens dans lequel se propage l'énergie à cet endroit. Le flux du vecteur de Poynting à travers une surface fermée, orientée vers l'extérieur, est égal au débit de l'énergie électromagnétique qui s'échappe de ce volume par rayonnement électromagnétique, par unité de temps [Petit, 1].

Si nous considèrons une onde plane monochromatique de fréquence ω et de vecteur d'onde $\underline{k}$, polarisée rectilignement, dans un milieu isotrope, nous pouvons écrire les champs sous la forme suivante [Petit, 1] :

$$\begin{cases} \underline{E}(\underline{r},t) = \frac{1}{2}\underline{E}_0 \exp\left(i(\underline{k}.\underline{r} - \omega t)\right) + c.c. \\ \underline{H}(\underline{r},t) = \frac{1}{2}\underline{H}_0 \exp\left(i(\underline{k}.\underline{r} - \omega t)\right) + c.c. \end{cases}$$

où c.c. désigne le complexe conjugué. I-(4)

La relation liant les modules des amplitudes $\underline{E}_0$ et $\underline{H}_0$ s'écrit : $|\underline{H}_0| = |\underline{E}_0|\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu_0}} = |\underline{E}_0| c\, n(\omega)\, \varepsilon_0$ où $n(\omega)$ est l'indice de réfraction du milieu à la fréquence ω, c la célérité de la lumière dans le vide et ε_0 la permittivité du vide.

L'éclairement moyen [4], défini comme le module de la moyenne temporelle du vecteur de Poynting s'exprime en $W.m^{-2}$ et est alors donné par la relation I-(5) dans laquelle $n(\omega)$ est l'indice de réfraction dans le milieu :

$$\boxed{\langle I \rangle_t = \frac{1}{2} c n(\omega) \varepsilon_0 E_0 E_0^* \qquad \text{I-(5)}}$$

I-1-2] Origine microscopique de la relation entre $\underline{E}$ et $\underline{P}$

Pour établir la relation liant le champ électrique et la polarisation qui lui correspond, il est nécessaire de comprendre l'origine de la polarisation et sa signification physique.

Le modèle que nous décrivons ici est un modèle simple développé par Lorentz. Une approche rigoureuse nécessiterait un recours à la théorie quantique. La référence [Sanchez] constitue une bonne introduction aux relations liant le champ électrique et la polarisation associée. On pourra aussi consulter la référence [Zernike,1], pages 1-4 et 29-32.
Nous considérons ici le matériau diélectrique, dans lequel se propage l'onde, comme constitué d'un ensemble de particules chargées (ions et électrons). Ces charges, soumises à un champ électrique,

[4] De manière incorrecte, on parlera parfois d'"intensité" d'où le symbole I.

tendent à se déplacer pour s'aligner sur le champ électrique, les charges positives dans le sens du champ électrique et les charges négatives dans le sens opposé. Mais dans le cas d'un matériau diélectrique, les particules chargées sont fortement liées les unes aux autres si bien que les charges ont un mouvement uniquement transitoire et ne s'éloignent que légèrement de leur position d'équilibre. Ces déplacements élémentaires (de sens opposés pour des charges de signes opposés) parallèles au vecteur E contribuent à l'apparition de moments dipolaires électriques induits. Les couples ion-électrons forment des dipôles électriques. En d'autres termes, l'effet d'un champ électrique sur un matériau diélectrique est d'induire une polarisation électrique.
Les ions ayant une masse de plusieurs ordres de grandeur supérieure à celles des électrons, nous pouvons considérer que seuls les électrons sont en mouvement autour des ions qui ont un mouvement négligeable. Nous décrivons cette situation à l'aide d'un modèle simple d'oscillateur anharmonique; l'électron de masse m et de charge -e est lié au coeur ionique par le biais d'une force de rappel proportionnelle à la distance entre les deux particules (cas du ressort en mécanique). L'équation d'évolution de l'écart à l'équilibre x de l'électron sous l'effet du champ électrique est [Zernike,1] [Yariv] [Courtois]:

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + \alpha \frac{\partial x}{\partial t} + \omega_A x + \left(\kappa^{(2)} x^2 + \kappa^{(3)} x^3 + \ldots\right) = -\frac{e}{m} E(t)$$

où ω_A est la fréquence de résonance de l'électron et $\alpha/2$ son taux d'amortissement (lié au rayonnement dipolaire). Le second terme de l'équation est proportionnel à la force de Coulomb exercée par le champ électrique sur l'électron.
Si, dans un premier temps, nous négligeons les termes non-linéaires et que nous écrivons E(t) sous la forme d'une onde monochromatique de fréquence ω : $E(t) = E\, e^{-i\omega t} + \text{c.c.}$, la solution s'écrit directement : $x(t) = -\frac{eE}{m} \frac{e^{-i\omega t}}{\omega_A^2 - \omega^2 - i\alpha\omega} + \text{c.c.}$.

À l'approximation quasi-résonante, $|\omega - \omega_A| << \omega_A$, elle devient : $x(t) = \frac{eE}{2m\omega_A} \frac{e^{-i\omega t}}{\Delta + i\alpha/2} + \text{c.c.}$
avec $\Delta = \omega - \omega_A$ le désaccord de résonance entre la fréquence de l'onde ω et la fréquence de résonance ω_A. La polarisation d'un dipôle s'écrit p = - e x. En supposant que les N dipôles oscillent en phase, la polarisation électrique globale s'écrit alors [Courtois] : P = N p = - N e x avec N la densité volumique d'électrons. En remplaçant x par l'expression précédente, on voit que P est une fonction linéaire de l'amplitude E. Le coefficient de proportionnalité entre les deux définit la susceptibilité linéaire (d'ordre 1) et est notée : $\chi^{(1)}$.

Si l'amplitude du champ électrique de l'onde augmente pour atteindre une valeur proche de celle du champ électrique interne créé par le réseau d'ions et d'électrons, l'électron ne se déplace plus linéairement en fonction du champ électrique. Pour pouvoir décrire correctement son mouvement, on

utilise une approche "perturbative" du problème en remplaçant x par un développement en puissances entières de x dans l'équation principale. On ajoute donc les termes $\kappa^{(2)}x^2 + \kappa^{(3)}x^3 + ...$ Dans ce cas, la polarisation n'est plus linéaire par rapport au champ électrique et nous pouvons l'écrire sous la forme du développement : $P = \chi^{(1)}E + \chi^{(2)}E^2 + \chi^{(3)}E^3 + ...$ où $\chi^{(2)}$ et $\chi^{(3)}$... sont les susceptibilités d'ordre 2, 3 ...

Remarque : Ici, la relation liant E et P est scalaire mais, dans le cas général, elle est tensorielle (ce sera le cas pour les milieux anisotropes).

I-1-3] Formalisme de l'Optique Non-Linéaire (ONL)

I-1-3-1] Principe de causalité

Revenons à l'expression de la polarisation électrique développée en puissance entière de E. On a, pour $\underline{r}$ fixé, la relation : $P(t) = \varepsilon_0\chi^{(1)}E(t) + \varepsilon_0\chi^{(2)}E^2(t) + ... + \varepsilon_0\chi^{(n)}E^n(t)$.

Nous avons modifié légèrement l'expression en introduisant la permittivité diélectrique, ceci pour des raisons de conventions et de dimensions des susceptibilités diélectriques. La signification physique de l'expression ci-dessus est que la valeur de la polarisation à l'instant t dépend uniquement de la valeur du champ à cet instant; ce qui voudrait dire que les phénomènes de polarisation sont instantanés. En se référant à l'interprétation microscopique développée dans le paragraphe précédent, on pressent que toute réorganisation de charge sous l'effet d'une variation du champ nécessite un certain temps. L'expérience montre que la relation précédente ne permet pas l'interprétation théorique des phénomènes observés. Il est donc nécessaire de la remplacer par une nouvelle expression qui prend en compte la valeur du champ à l'instant t mais aussi à des instants antérieurs. En revanche, elle ne doit pas prendre en compte des instants postérieurs à t pour ne pas heurter le "principe de causalité". Nous pouvons donc écrire la nouvelle relation sous la forme [Petit,1]:

$$P(t) = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{+\infty} T_e^{(1)}(\tau)E(t-\tau)d\tau + \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} T_e^{(2)}(\tau,\eta)E(t-\tau)E(t-\eta)d\tau d\eta + \\ ... + \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{+\infty}...\int_{-\infty}^{+\infty} T_e^{(n)}(\tau,\eta,...,\sigma)E(t-\tau)E(t-\eta)...E(t-\sigma)d\tau d\eta...d\sigma \qquad \text{I-(6)}$$

où toutes les réponses percussionnelles du milieu ($T_e^{(n)}$) sont à support positif (c'est-à-dire qu'elles sont nulles pour les temps négatifs). Le milieu étant supposé homogène, nous négligeons la dépendance spatiale dans l'expression des réponses percussionnelles.

Préciser que $T_e^{(1)}$ est à support positif a des conséquences importantes sur les propriétés de sa transformée de Fourier par rapport au temps. En effet, on montre que la partie réelle et la partie imaginaire de $F^+\left(T_e^{(1)}(t)\right) = A'(\nu) + i\,A''(\nu)$ sont liées entre elles par les relations de **Kramers-Krönig** [5]:

$$\begin{cases} A'(\nu) = -\dfrac{1}{\pi} Vp\left(\dfrac{1}{\nu}\right) * A''(\nu) \\ A''(\nu) = \dfrac{1}{\pi} Vp\left(\dfrac{1}{\nu}\right) * A'(\nu) \end{cases} \quad \text{(avec "*" le produit de convolution)}$$

soit, en développant et introduisant l'intégrale de Cauchy :

$$\begin{cases} A'(\nu) = -\dfrac{1}{\pi} \displaystyle\int_{Cauchy} \dfrac{A''(\rho)}{\nu - \rho} d\rho, \\ A''(\nu) = \dfrac{1}{\pi} \displaystyle\int_{Cauchy} \dfrac{A'(\rho)}{\nu - \rho} d\rho. \end{cases}$$

Ainsi, si par exemple, nous avons connaissance du spectre d'absorption d'un matériau (lié à la partie imaginaire de $\hat{T}_e^1$), il est possible de calculer l'indice du dit matériau (l'indice étant lié à la partie réelle de $\hat{T}_e^1$). Réciproquement, si l'indice du matériau est connu sur une large bande spectrale, il est possible de déterminer le spectre d'absorption du matériau.

En reprenant le modèle de l'électron en mouvement autour de l'ion développé précédemment, nous trouvons les expressions de la partie réelle et de la partie imaginaire de la susceptibilité linéaire.

---

[5] Nous pouvons écrire : $T_e^{(1)}(t) = \mathrm{sgn}(t) T_e^{(1)}(t)$ où sgn(t) désigne la fonction" signe de t" égale à -1 si t<0 et 1 si t>0.

En prenant la transformée de Fourier F^+ de l'expression précédente, nous avons :

$F^+(T_e^{(1)}(t)) = -\dfrac{1}{i\pi} Vp\left(\dfrac{1}{\nu}\right) * F^+(T_e^{(1)}(t))$ où $Vp\left(\dfrac{1}{\nu}\right)$ représente la "valeur principale de $\dfrac{1}{\nu}$" ou "pseudofonction $\dfrac{1}{\nu}$" et le symbole "*" représente un produit de convolution.

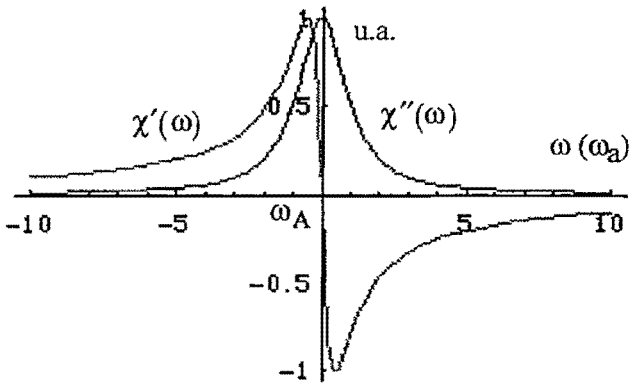
En posant : $F^+\left(T_e^1(t)\right) = A'(\nu) + i\,A''(\nu)$ et en égalisant les parties réelles et imaginaires, nous obtenons les relations de **Kramers-Krönig** ou "**relations de dispersion**" [Petit,1] [Petit,2]:

$$\begin{cases} A'(\nu) = -\dfrac{1}{\pi} Vp\left(\dfrac{1}{\nu}\right) * A''(\nu), \\ A''(\nu) = \dfrac{1}{\pi} Vp\left(\dfrac{1}{\nu}\right) * A'(\nu). \end{cases}$$

$$\begin{cases} \chi'(\omega) = -\dfrac{Ne^2}{2m\omega_A} \dfrac{1}{\Delta + \dfrac{\alpha^2}{4\Delta}} \\ \chi''(\omega) = \dfrac{Ne^2}{m\omega_A} \dfrac{1}{\Delta^2 + \dfrac{\alpha^2}{4}} \end{cases} \qquad \text{I-(7)}$$

Loin de la résonance, il est facile de montrer que $\chi'(\omega)$ est une fonction croissante de ω et donc une fonction décroissante de la longueur d'onde λ. Nous utiliserons plus loin cette propriété lorsque nous étudierons le problème de l'accord de phase sous l'aspect corpusculaire. Il est à remarquer que près de la résonance, la partie imaginaire de la susceptibilité linéaire, correspondant à l'absorption, augmente de manière importante.

Afin de fixer les idées, on représente les variations en fonction de la fréquence des parties réelles et imaginaires de la susceptibilité autour de la fréquence de résonance.



Figures I-(1) : Variation de la partie réelle et de la partie imaginaire de la susceptibilité linéaire. La partie réelle est liée à l'indice vu par l'onde dans le milieu; la partie imaginaire est liée à l'absorption linéaire de l'onde dans le milieu. On parle de dispersion normale des indices lorsque la partie réelle de la susceptibilité linéaire croît avec la fréquence, autrement dit lorsque l'indice est une fonction décroissante de la longueur d'onde. Dans la zone où la partie réelle décroît avec la fréquence, l'indice croît avec la longueur d'onde; on parle de dispersion anormale. Dans cette même zone, la partie imaginaire de la susceptibilité linéaire présente un maximum qui se traduit par une augmentation importante de l'absorption du matériau à la longueur d'onde correspondante.

I-1-3-2] Convention de signe et susceptibilités

Il y a plusieurs manières de décrire mathématiquement une onde à la pulsation ω. Celle que nous adaptons est basée sur la décomposition du champ électromagnétique réel et de la polarisation électrique réelle de la manière suivante :

$$\underline{L}(\underline{r},t) = \sum_{n>0} \frac{1}{2}\underline{L}(\underline{r},\omega_n)\exp(-i\omega_n t) + c.c. \qquad \text{où } \underline{L} \text{ est "égal" à } \underline{E}, \underline{D} \text{ ou } \underline{P}.$$
$$= \sum_{n>0} \mathrm{Re}\left(\underline{L}(\underline{r},\omega_n)\exp(-i\omega_n t)\right) \qquad \text{I-(8)}$$

La discrétisation en fréquence du champ s'explique de la manière suivante. Nous travaillons avec des impulsions de durées typiques supérieures à la nanoseconde, les impulsions ont donc un spectre constitué d'un nombre restreint de modes longitudinaux, chacun d'eux ayant une largeur très faible. Il est donc justifié de considérer le spectre du champ électrique total et celui de la polarisation comme constitués d'un ensemble discret et limité de fréquences [Dubois,1]. On décrit donc les champs par des séries de Fourier.

Susceptibilité linéaire : (ordre 1)

Considérons un champ électrique $\underline{E}(\underline{r},t)$ que nous développons et insérons dans le premier terme de l'expression de la polarisation I-(6). Nous en déduisons immédiatement la polarisation linéaire complexe :

$$\underline{P}(\underline{r},\omega_n) = \varepsilon_0\left[\int T_e^{(1)}(\tau)\exp(i\,\omega_n\tau)d\tau\right]\underline{E}(\underline{r},\omega_n), \text{ on note alors : } \chi^{(1)}(\omega_n) = \int T_e^{(1)}(\tau)\exp(i\,\omega_n\tau)d\tau.$$

$\chi^{(1)}(\omega_n)$ est donc la transformée de Fourier F^+ de la réponse temporelle du milieu à la fréquence ω_n. Nous réécrivons la polarisation linéaire complexe (sous forme vectorielle et pour chaque composante i = 1, 2 et 3):

$$\begin{cases} \underline{P}^{(1)}(\underline{r},\omega_n) = \varepsilon_0\chi^{(1)}(\omega_n)\underline{E}(\underline{r},\omega_n) \\ P_i^{(1)}(\underline{r},\omega_n) = \varepsilon_0\chi^{(1)}(\omega_n)E_i(\underline{r},\omega_n). \end{cases} \qquad \text{I-(9)}$$

Le spectre de la polarisation linéaire est donc le même que celui du champ électrique. La susceptibilité linéaire ne crée pas de nouvelles fréquences, en revanche d'après les relations I-(7), elle est responsable de l'absorption (partie imaginaire de la susceptibilité linéaire) et de l'indice de réfraction (lié à la partie réelle de la susceptibilité linéaire) de l'onde dans le matériau à cette fréquence.

Susceptibilité non-linéaire : (ordre 2 à n)

De la même manière que dans le cas linéaire, nous développons l'expression I-(6) à l'ordre 2 :

$$\underline{P}^{(2)}(\underline{r},t,\omega_k)=\varepsilon_0\sum_{n,m>0}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}T_e^{(2)}(\tau,\eta)\underline{E}_n(\underline{r},t-\tau)\underline{E}_m(\underline{r},t-\eta)d\tau d\eta. \qquad \text{I-(10)}$$

Nous introduisons la susceptibilité non-linéaire d'ordre 2 :

$$\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_n,\omega_m)=\iint T_{e,ijk}^{(2)}(\tau,\eta)\exp(i\,\omega_n\tau)\exp(i\,\omega_m\eta)d\tau d\eta \qquad \text{I-(11)}$$

La composante i de la polarisation complexe d'ordre 2 à la fréquence $\omega_k = \omega_n + \omega_m$ s'écrit :

$$P_i^{(2)}(\underline{r},\omega_k)=\varepsilon_0\sum_{j,k}\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_n,\omega_m)E_j(\underline{r},\omega_n)E_k(\underline{r},\omega_m)+\varepsilon_0\sum_{j,k}\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_m,\omega_n)E_j(\underline{r},\omega_m)E_k(\underline{r},\omega_n) \qquad \text{I-(12)}$$

avec j, k = 1, 2, 3.

Il est à noter que le choix de cette convention fait intervenir dans les calculs les transformées de Fourier des réponses (réelles) du milieu et des champs électriques, quantités qui sont toutes <u>réelles</u>. Il est facile de démontrer que si une fonction est réelle, sa transformée de Fourier possède la propriété suivante :

$f(x)\in\Re \Rightarrow F^{\pm}(f(x))(\sigma)^* = F^{\pm}(f(x))(-\sigma)$ [Petit,1], et par conséquent : $E_j(\underline{r},\omega_n)^* = E_j(\underline{r},-\omega_n)$.

On montre alors que les effets non-linéaires du deuxième ordre sont les suivants :

Génération de somme de fréquences :	$\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$, $\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_1,\omega_2)$
Génération de différence de fréquences :	$\omega_3 = \omega_1 - \omega_2$, $\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_1,-\omega_2)$; $\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_1,\omega_2)$

Deux cas particuliers se présentent pour lesquels $\omega_1 = \pm\,\omega_2$:

Génération de second harmonique :	$\omega_3 = \omega_1 + \omega_1$, $\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_1,\omega_1)$
Rectification optique :	$\omega_3 = \omega_1 - \omega_1$, $\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_1,-\omega_1)$.

<u>Le spectre de polarisation non-linéaire</u> n'est plus le même que celui du champ électrique incident, il <u>s'est enrichi de fréquences optiques</u> qui interagissent entre elles par couplage non-linéaire. En fait, la plupart des processus non-linéaires décrits ci-dessus peuvent être observés simultanément mais avec des efficacités différentes, la différence vient du fait que les dipôles électriques induits par le champ

électrique global oscillent plus ou moins en phase selon le processus considéré, c'est-à-dire qu'au niveau ondulatoire, les interférences sont plus ou moins constructives pour chaque processus. Cette efficacité dans le processus d'interférence est liée à l'accord de phase. Si les interférences sont parfaitement constructives, on est à l'accord de phase, en revanche si les interférences ne sont pas parfaitement constructives, alors il y a désaccord de phase et l'efficacité de l'interaction à trois ondes est faible. Nous discuterons plus loin de cette notion[6].

Les effets non-linéaires du troisième ordre, dus à la susceptibilité $\chi^{(3)}_{ijkl}$, sont plus nombreux. Ils font interagir quatre ondes entre elles. On peut citer, par exemple, la génération de troisième harmonique, l'effet Kerr optique, la diffusion Raman, la diffusion Brillouin...

I-1-3-3] Équation non-linéaire

Nous avons défini dans les paragraphes précédents, les équations liant les champs (équations I-(1)) et explicité les termes de polarisations linéaire et non-linéaire d'ordre 2. Nous pouvons donc rechercher l'équation décrivant la propagation du champ électrique total, combinaison du champ électrique incident et du champ électrique rayonné global.

En partant des équations dans un milieu diélectrique sans charge mais avec une densité de courant non nulle (équations I-(2)) et après quelques manipulations algébriques classiques, on obtient l'équation suivante :

$$\underline{\mathrm{rot}}\left(\underline{\mathrm{rot}}\left(\underline{E}\right)\right)+\mu_0\sigma\frac{\partial\underline{E}}{\partial t}=-\mu_0\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\varepsilon_0\underline{E}+\underline{P}^{(1)}+\underline{P}^{(2)}\right).$$

De manière plus générale, on peut remplacer le terme de polarisation non-linéaire d'ordre 2 par le terme de polarisation non-linéaire général $\underline{P}^{(NL)}$, on a alors :

$$\underline{\mathrm{rot}}\left(\underline{\mathrm{rot}}\left(\underline{E}\right)\right)+\mu_0\sigma\frac{\partial\underline{E}}{\partial t}=-\mu_0\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\varepsilon_0\underline{E}+\underline{P}^{(1)}+\underline{P}^{(NL)}\right).$$

En utilisant la définition de la polarisation linéaire, l'équation précédente s'écrit :

---

[6] Remarque : Il existe des relations de causalité de Kramers-Krönig généralisées liant les parties réelle et imaginaire de la susceptibilité non-linéaire d'ordre n [Bassani], malheureusement elles sont compliquées et par conséquent pratiquement inutilisables.

$$\boxed{\underline{\mathrm{rot}}\left(\underline{\mathrm{rot}}\left(\underline{E}\right)\right)+\frac{1}{c^2}\underline{\underline{n}}^2:\frac{\partial^2}{\partial t^2}\underline{E}+\mu_o\sigma\frac{\partial \underline{E}}{\partial t}=-\mu_o\frac{\partial^2}{\partial t^2}\underline{P}^{(NL)}} \qquad \text{I-(13)}$$

soit, en utilisant l'expression du champ I-(8), pour chaque composante spectrale :

$$\underline{\mathrm{rot}}\left(\underline{\mathrm{rot}}\left(\underline{E}\left(\underline{r},\omega_n\right)\right)\right)-\frac{\omega_n^2}{c^2}\underline{\underline{n}}^2\left(\omega_n\right):\underline{E}\left(\underline{r},\omega_n\right)-i\mu_o\sigma_n\omega_n\underline{E}\left(\underline{r},\omega_n\right)=\frac{\omega_n^2}{\varepsilon_0 c^2}\underline{P}^{(NL)}\left(\underline{r},\omega_n\right) \qquad \text{I-(14)}$$

avec

$$\begin{cases} n\left(\omega_n\right)=\sqrt{\underline{\underline{\varepsilon_r}}\left(\omega_n\right)}=\sqrt{1+\chi^{(1)}\left(\omega_n\right)} \\ n_{ij}\left(\omega_n\right)=\sqrt{\varepsilon_{rij}\left(\omega_n\right)}=\sqrt{\delta_{ij}+\chi_{ij}^{(1)}\left(\omega_n\right)} \end{cases} \qquad \text{I-(15)}$$

où δ_{ij} représente le symbole de Kronecker, $\delta_{ij} = 1$, si $i = j$, sinon $\delta_{ij} = 0$.

Le membre de gauche de l'équation I-(14) est le terme classique de l'équation d'onde linéaire, il correspond à la propagation d'une onde à la fréquence ω_n dans un milieu caractérisé par une susceptibilité linéaire à la fréquence ω_n, $\chi^{(1)}(\omega_n)$, et donc par un indice optique $n(\omega_n)$. Le membre de droite de l'équation se comporte comme un terme source contenant les produits de deux champs électriques à d'autres fréquences. Le nombre de fréquences présentes dans le phénomène d'interaction non-linéaire d'ordre deux est donc au minimum trois; en revanche, il n'y a pas *a priori* de limite supérieure à cette valeur. En effet, si une onde, engendrée par une interaction non-linéaire, voit son amplitude devenir importante, elle peut à son tour permettre à d'autres fréquences d'apparaître et ainsi de suite (dans le cadre des OPO, on parle d'OPO en cascade [Vaidyanathan]). Par conséquent, la description de la propagation des ondes se fait à l'aide d'un système d'équations non-linéaires couplées comportant au moins trois fréquences, mais ce nombre peut devenir considérable. En fait, il y a une limitation au nombre de fréquences présentes dans l'interaction, cette limitation vient du fait que la plupart des interactions non-linéaires entre trois ondes sont négligeables car les interférences entre ces ondes ne sont pas parfaitement constructives. La condition d'accord de phase n'étant plus réalisée, l'efficacité des processus non-linéaires diminue rapidement lorsque l'on s'éloigne de cette condition. Ce point est développé dans le chapitre suivant sur le formalisme général de l'optique non-linéaire du second ordre.

I-2] ONL du second ordre

L'interaction paramétrique est un phénomène non-linéaire du second ordre. Elle permet l'interaction de trois ondes au cours de la propagation dans le milieu. L'efficacité de l'échange d'énergie entre les trois ondes dépend essentiellement de deux paramètres, l'accord de phase et le coefficient non-linéaire effectif. Ces deux derniers sont définis et étudiés dans les deux paragraphes I-2-1 et I-2-2. Ceci étant fait, l'équation non-linéaire I-(14) est écrite pour chaque onde signal, complémentaire et pompe. On obtient ainsi les équations de l'interaction paramétrique (I-2-3-1). Le but étant de comparer les prévisions théoriques aux résultats expérimentaux, on développe quatre approches selon la prise en compte de la divergence (au sens mathématique, équation I-(2 d)) du champ électrique ou de la dispersion des indices. Les quatre approches présentées seront comparées entre elles et confrontées à des résultats expérimentaux dans la partie III. D'un point de vue numérique, différentes méthodes d'intégration des systèmes d'équations seront présentées dans la partie III; l'une d'elle nécessite la séparation en deux sous-systèmes d'équations. L'un des deux ne contient que les termes relatifs à la propagation des ondes. Ceci suggère le développement d'une approche plus rigoureuse de la propagation des ondes dans un milieu anisotrope. Ceci est présenté dans le paragraphe I-2-3-7.

I-2-1] Aspect corpusculaire, accord de phase

Nous avons montré précédemment que les processus non-linéaires font intervenir au moins trois ondes qui interagissent entre elles. Il s'agissait alors d'une approche ondulatoire du phénomène d'interaction entre les trois ondes. En raison de la dualité onde-corpuscule, il est aussi possible de décrire de manière corpusculaire l'interaction entre ces trois ondes.

On traduit cela par un processus à trois photons de fréquences ω_1, ω_2 et ω_3. L'énergie d'un photon et sa quantité de mouvement sont respectivement égales à $\hbar\omega$ et $\hbar\underline{k}$. $\hbar$ est la constante de Planck divisée par 2π et $\underline{k}$ est le vecteur d'onde associé au photon. Ce dernier est lié à la fréquence ω_n, à l'indice du milieu $n(\omega_n)$ et au vecteur unitaire de direction de propagation du photon $\underline{u}$, par la relation :

$$\underline{k} = \frac{\omega}{c} n(\omega)\underline{u}. \qquad \text{I-(16)}$$

On applique les lois de conservations de l'énergie et de la quantité de mouvement et on obtient :

$$\boxed{\begin{aligned} &\omega_3 = \omega_1 + \omega_2 && \text{(a)} \\ &\underline{k}_3 = \underline{k}_1 + \underline{k}_2 . && \text{(b)} \end{aligned} \qquad \text{I-(17)}}$$

La première égalité I-(17 a) traduit le fait que les processus non-linéaires du second ordre consistent en des phénomènes de génération de somme de fréquences et/ou des phénomènes de génération de différences de fréquences. Une interprétation graphique de ceux-ci est représentée ci-après (figure I-(2)) :

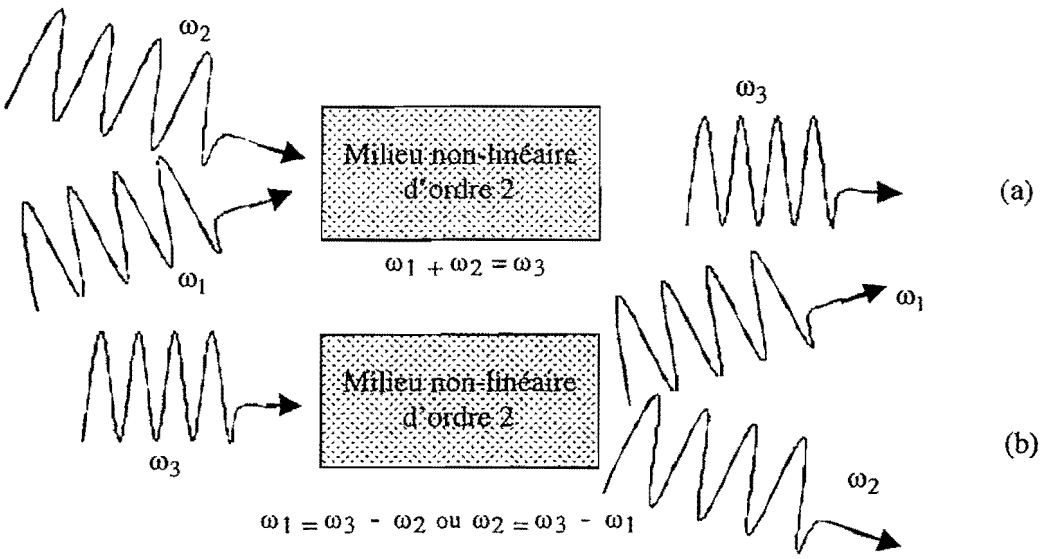
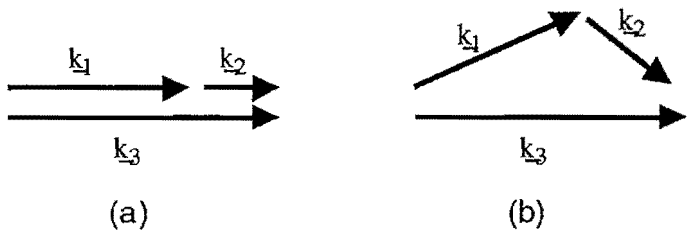


Figure I-(2 a et b) : Représentation graphique de l'interprétation corpusculaire des processus non-linéaires du deuxième ordre :

(a) : génération de somme de fréquences : $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$

(b) : génération de différence de fréquences : $\omega_1 = \omega_3 - \omega_2$ ou $\omega_2 = \omega_3 - \omega_1$

La seconde égalité I-(17 b) traduit la condition d'accord de phase (en fait, nous devrions parler d'accord de vecteurs d'onde puisque la phase est le produit d'un vecteur d'onde par une distance, néanmoins l'abus de langage est consacré par la pratique et nous ne dérogerons pas à la règle). Celle-ci est une relation vectorielle entre les quantités de mouvement des photons. Par conséquent, <u>l'accord de phase peut être colinéaire ou non-colinéaire</u> au vecteur d'onde $\underline{k}_3$.



Figures I-(3) : Accord de phase (a) colinéaire et (b) non-colinéaire au vecteur d'onde de la pompe $\underline{k}_3$.

L'accord de phase colinéaire (au vecteur d'onde de pompe $\underline{k}_3$), qui traduit le fait que les trois photons et donc que les trois ondes se propagent dans le milieu non-linéaire dans la même direction, est celui le plus couramment employé. Néanmoins, l'accord de phase non-colinéaire (au vecteur de pompe) est parfois envisagé lorsqu'on veut, par exemple, compenser la différence de vitesse de groupe

lorsque les impulsions utilisées sont très courtes (régime femtoseconde) de manière à avoir une longueur d'interaction non-linéaire la plus grande possible [Martinez] [Danielus] [Gale] [Doulé].

Si l'on développe l'expression de l'accord de phase en fonction des indices dans le milieu, des fréquences et des vecteurs unitaires, on obtient la relation classique :

$$n(\omega_1)\,\omega_1\underline{u}_1 + n(\omega_2)\,\omega_2\underline{u}_2 = n(\omega_3)\,\omega_3\underline{u}_3$$

Pour un accord de phase colinéaire, cas dans lequel nous travaillerons par la suite, la relation précédente, combinée avec la relation de conservation de l'énergie, devient :

$$\left(n(\omega_3) - n(\omega_2)\right)\omega_3 = \left(n(\omega_1) - n(\omega_2)\right)\omega_1$$

Or, sachant que $\omega_3 > \omega_1$, on obtient deux doubles inégalités sur les indices [7] :

$$\begin{cases} n(\omega_1) < n(\omega_3) < n(\omega_2) \\ \qquad \text{ou} \\ n(\omega_2) < n(\omega_3) < n(\omega_1). \end{cases} \qquad \text{I-(18 a et b)}$$

Nous avons fait remarquer précédemment que la partie réelle de la susceptibilité linéaire était une fonction croissante de la fréquence, il en est donc de même de l'indice optique dans un milieu à dispersion normale. En effet, on rappelle que l'indice optique, la permittivité diélectrique relative et la partie réelle de la susceptibilité électrique sont liés par la relation : $n = \sqrt{\varepsilon_r(\omega)} \approx \sqrt{1 + \chi_e(\omega)}$.

Lorsque la dispersion est faible, l'expression se simplifie pour donner la <u>formule de Cauchy</u> :

$$n \approx n_0 + \frac{C}{\lambda_0^2} \qquad \text{où C est une constante positive.} \qquad \text{I-(19)}$$

Cette dernière remarque, associée aux deux relations précédentes, montre qu'<u>il n'est pas possible de réaliser l'accord de phase dans un milieu isotrope</u> à dispersion normale. L'utilisation d'une dispersion anormale dans un milieu isotrope est quant à elle, en général, inutilisable car alors l'absorption croît très rapidement (cf. relations de Kramers-Kronïg I-(7) et figure I-(1)). La méthode la plus utilisée consiste donc à travailler dans des <u>cristaux anisotropes biréfringents</u> où les indices varient non seulement avec la fréquence optique mais aussi avec la <u>polarisation électrique</u>.

[7] Deux cas existent selon le signe de l'égalité.

I-2-2] Milieux non-linéaires du second ordre

I-2-2-1] Propriétés des milieux anisotropes

Dans les milieux isotropes, on ne distingue pas la direction de propagation du vecteur d'onde $\underline{k}$ et du vecteur de Poynting $\underline{S}$, les deux étant colinéaires. Ceci n'est plus vrai en général dans les milieux anisotropes. Ces derniers présentent des indices de réfraction qui dépendent de la direction des ondes qui s'y propagent. On montre en fait que pour une direction donnée, l'onde peut voir deux indices différents qui correspondent à des directions de polarisation qui se propagent sans altération dans le milieu. Ces états de polarisations particuliers sont dits les états propres associés à la direction de propagation.
De manière générale, il existe deux types d'anisotropies [Huard]:
- l'anisotropie circulaire dont les états propres sont les états circulaires, nous n'étudierons pas celle-ci car nous ne travaillons pas sur des matériaux la présentant;
- l'anisotropie rectiligne dont les états propres sont les états rectilignes, nous étudierons uniquement cette dernière.

Nous avons vu que la polarisation linéaire s'écrit : $P_i^{(1)}(\underline{r},\omega_n) = \varepsilon_0\, \chi^{(1)}(\omega_n) E_i(\underline{r},\omega_n)$, mais nous n'avons pas décrit les propriétés de la susceptibilité linéaire.

La relation liant les deux vecteurs $\underline{D}$ et $\underline{E}$ est tensorielle. *a priori*, dans un milieu présentant une anisotropie rectiligne, la susceptibilité linéaire est décrite par un tenseur de rang 2 comportant 9 composantes indépendantes. En fait les propriétés optiques des matériaux sont liées aux propriétés du tenseur susceptibilité et donc du tenseur permittivité relative noté $\underline{\underline{\varepsilon}}_r(\omega)$. On rappelle que le lien entre les deux tenseurs est le suivant : $\begin{array}{l} \underline{\underline{\varepsilon}}_r(\omega) = 1 + \underline{\underline{\chi}}(\omega) \\ \varepsilon_{r,ij} = \delta_{ij} + \chi_{ij} \end{array}$ où δ_{ij} est le symbole de Kronecker ($\delta_{ij} = 1$ si $i = j$ et 0 sinon).

La première propriété importante du tenseur est son herméticité qui signifie que : $\varepsilon_{r,ij} = \varepsilon_{r,ji}^*$.

Elle n'est valable que si le milieu n'est pas absorbant. Cette propriété permet de réduire le nombre de termes indépendants du tenseur. Les milieux employés sont tous des milieux d'indices réels ou considérés comme tels et par conséquent, la relation précédente devient[8] : $\varepsilon_{r,ij} = \varepsilon_{r,ji}$.

---

[8] Les milieux anisotropes absorbants présentent une anisotropie dans l'absorption impliquant une complication de la description. Ces milieux sont dits dichroïques [Huard]. L'approche utilisée par la suite consiste à découpler les parties réelles et imaginaires de la susceptibilité électrique.

Il est possible, par un changement d'axes, de diagonaliser le tenseur et, par conséquent, la relation entre $\underline{D}$ et $\underline{E}$ devient $\underline{D} = \underline{\underline{\varepsilon}}:\underline{E}$, soit :

$$\begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} = \varepsilon_0 \begin{bmatrix} \varepsilon_{r,x} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{r,y} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{r,z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} \quad \text{ou} \quad \begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} = \varepsilon_0 \begin{bmatrix} n_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_z^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} \qquad \text{I-(20)}$$

où $\varepsilon_{r,x}$, $\varepsilon_{r,y}$ et $\varepsilon_{r,z}$ sont les permittivités électriques relatives principales et n_x, n_y et n_z sont les indices de réfraction principaux.

Suivant les valeurs relatives des indices principaux, le milieu est dit isotrope, anisotrope uniaxe ou biaxe. Évidemment si les trois indices sont égaux, le milieu est isotrope; si deux des indices sont égaux, le milieu est dit uniaxe; si les trois indices principaux sont différents, le milieu est dit biaxe. La dénomination uniaxe et biaxe est expliquée par la suite lors de l'étude de la propagation d'une onde plane dans un milieu anisotrope.
Considérons la propagation d'une onde plane, monochromatique dans un milieu non-absorbant et anisotrope (et non magnétique). À partir des équations I-(2), nous obtenons :

$$\underline{k} \times \underline{E} = \omega \mu_0 \underline{H} \qquad \underline{k}.\underline{H} = 0$$
$$\underline{k} \times \underline{H} = -\omega \underline{D} \qquad \underline{k}.\underline{D} = 0.$$

On introduit $\underline{u}(\alpha,\beta,\gamma)$ le vecteur unitaire dans la direction de propagation de l'onde :

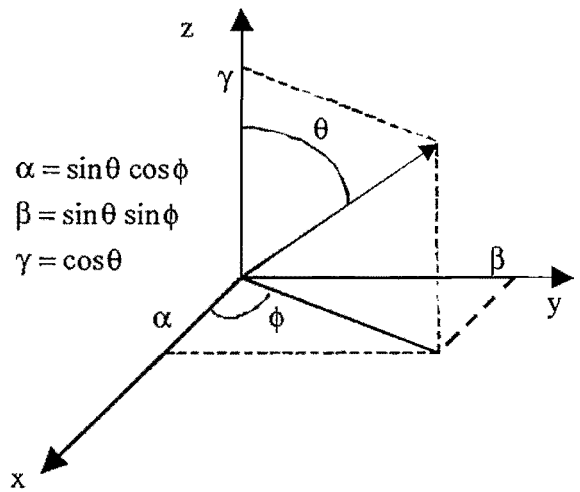


Figure I-(4) : Repère cristallographieque donnant la direction de propagation d'une onde.

En éliminant $\underline{H}$ dans les équations précédentes, on trouve la relation [Huard] :

$$\underline{D} = \frac{k^2}{\mu_0 \omega^2}\left[\underline{E} - \underline{u}(\underline{u}.\underline{E})\right]. \qquad \text{I-(21)}$$

D'après les équations I-(20), $\underline{D}$ et $\underline{E}$ ne sont plus colinéaires et, par conséquent, le produit scalaire $\underline{u}.\underline{E}$ ne peut plus être nul. Le champ électrique n'est plus transverse, il possède une composante non nulle sur l'axe parallèle à la direction de propagation de l'onde. En revanche, $\underline{E}$ est entièrement contenu dans le plan formé par les vecteurs $\underline{D}$ et $\underline{k}$. Cela implique aussi que la direction de propagation de l'onde diffère de celle de la propagation de l'énergie portée par le vecteur de Poynting $\underline{S} = \underline{E} \wedge \underline{H}$, lui-même contenu dans le plan défini par les vecteurs $\underline{D}$ et $\underline{k}$. La figure suivante présente la disposition relative des vecteurs.

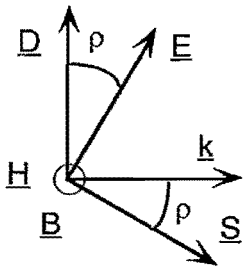


Figure I-(5) : Disposition relative des vecteurs $\underline{E}$, $\underline{H}$, $\underline{D}$, $\underline{B}$, $\underline{k}$, et $\underline{S}$ dans un milieu anisotrope pour une onde monochromatique. Les vecteurs $\underline{D}$, $\underline{E}$, $\underline{k}$ et $\underline{S}$ sont contenus dans un même plan.

L'angle entre les vecteurs $\underline{E}$ et $\underline{D}$, qui est égal à l'angle entre le vecteur de Poynting $\underline{S}$ et le vecteur d'onde $\underline{k}$, est l'angle de double réfraction (ou "walk-off" en anglais).

La résolution de l'équation d'onde linéaire se fait en combinant les relations I-(20) et I-(21), on arrive alors à un système linéaire homogène de trois équations que l'on écrit sous la forme d'une matrice 3 x 3 multipliée par le vecteur $\underline{E}$, le produit étant égal au vecteur nul. Le système admet une solution non triviale si le déterminant lié à la matrice est nul, soit [Huard]:

$$\begin{vmatrix} n_x^2 - \left(1-\alpha^2\right)n^2 & \alpha\beta n^2 & \alpha\gamma n^2 \\ \alpha\beta n^2 & n_y^2 - \left(1-\beta^2\right)n^2 & \gamma\beta n^2 \\ \alpha\gamma n^2 & \gamma\beta n^2 & n_z^2 - \left(1-\gamma^2\right)n^2 \end{vmatrix} = 0$$

La résolution de ce système conduit à l'équation de Fresnel, équation du deuxième degré en n^2:

$$\frac{n_x^2\alpha^2}{n^2 - n_x^2} + \frac{n_y^2\beta^2}{n^2 - n_y^2} + \frac{n_z^2\gamma^2}{n^2 - n_z^2} = 0.$$

On résout l'équation en posant [Pérez,1]:

$$\begin{cases} a = \alpha^2 n_x^2 + \beta^2 n_y^2 + \gamma^2 n_z^2 \\ b = \alpha^2 n_x^2 (n_y^2 + n_z^2) + \beta^2 n_y^2 (n_x^2 + n_z^2) + \gamma^2 n_z^2 (n_x^2 + n_y^2) \\ c = n_x^2\, n_y^2\, n_z^2. \end{cases} \qquad \text{I-(22)}$$

D'où les solutions :

$$\boxed{n_1^2 = \frac{b + \sqrt{b^2 - 4\,a\,c}}{2\,a}; \quad n_2^2 = \frac{b - \sqrt{b^2 - 4\,a\,c}}{2\,a}. \qquad \text{I-(23)}}$$

Il y a quatre solutions, deux positives et deux négatives correspondant au sens de propagation. Nous ne considérerons que les deux solutions positives de cette équation. De cette solution double découle la notion de biréfringence. Ainsi, pour une direction de propagation $\underline{u}$, il existe deux ondes planes caractérisées par, *a priori*, deux vecteurs $\underline{D}'$ et $\underline{D}''$ orthogonaux à $\underline{u}$. Ces ondes voient, à l'exclusion l'une de l'autre, deux indices n_R et n_L, respectivement indice Rapide et indice Lent. L'indice lent (respectivement rapide) correspond à l'onde qui se propage avec la vitesse de phase ($v_\phi = \frac{c}{n}$) la plus faible (respectivement élevée), elle voit donc l'indice le plus haut (respectivement le plus bas).
Il est commode de donner une représentation graphique de l'équation de Fresnel [Pérez,1] [Huard]. Pour cela, on trace le lieu des points M tels que $\underline{OM} = n\,\underline{u}$. Cette courbe porte le nom de surface des indices. Comme il est évident que la courbe est symétrique par rapport à l'origine O, on peut l'étudier dans le huitième d'espace X > 0, Y > 0 et Z > 0. En supposant, par exemple, que $n_x < n_y < n_z$, on obtient la figure I-(6) suivante :

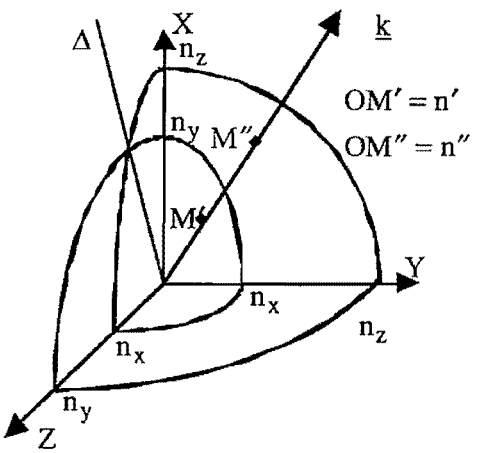


Figure I-(6) : Représentation de la surface des indices avec l'hypothèse que nx < ny < nz.

Cette courbe est une binappe. L'intersection du vecteur $\underline{k}$ (direction de propagation de l'onde) avec les deux nappes donne graphiquement les deux longueurs OM' et OM" et donc les valeurs des deux indices n' et n" (OM' = n' et OM" = n").

Si l'on trace la surface des indices dans le repère complet, par raison de symétrie, les deux nappes se coupent en quatre points définissant deux axes dits axes optiques. Ainsi dans le cas général, le milieu est dit biaxe. Dans le cas particulier où deux des trois indices principaux sont égaux, les deux nappes ne se coupent qu'en deux points définissant un axe, le milieu est alors dit uniaxe, cet axe correspond à l'une des trois directions X, Y ou Z. Si la direction de propagation du vecteur d'onde est celle d'un axe optique, les indices sont égaux et l'onde voit un milieu isotrope ou ordinaire.

Une autre représentation permet de faire apparaître en même temps les vecteurs $\underline{E}$ et $\underline{D}$ pour les deux polarisations ainsi que le vecteur d'onde $\underline{k}$. Cette représentation est l'ellipsoïde des indices [Pérez,1] [Huard]. Son équation est [9] :

$$\frac{x^2}{n_x^2}+\frac{y^2}{n_y^2}+\frac{z^2}{n_z^2}=1.$$

Son interprétation est la suivante : dans la direction du vecteur $\underline{D}$, l'ellipsoïde des indices est percée au point tel que la distance du centre à ce dernier est égale à l'indice. La figure I-(7) fait apparaître les différents vecteurs électromagnétiques [Pérez,1] [Huard].

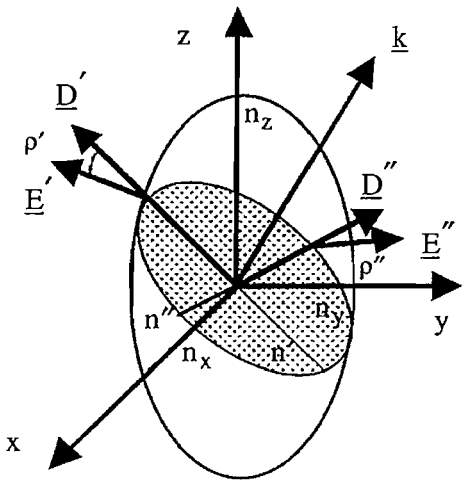


Figure I-(7) : Ellipsoïde des indices de demi-axes n_x, n_y, n_z.

L'intersection du plan orthogonal au vecteur d'onde et de l'ellipsoïde définit une ellipse (en grisé sur la figure). Les vecteurs $\underline{D}'$ et $\underline{D}''$, perpendiculaires à $\underline{k}$ appartiennent à ce plan. On montre de plus que $\underline{D}'$ et $\underline{D}''$ sont perpendiculaires et que leur orientation est donnée par les demi-axes de l'ellipse. Chaque vecteur $\underline{E}$ est normal à l'ellipsoïde [Huard] au point d'intersection de cette surface avec la droite définie par l'origine et le vecteur $\underline{D}$. Les indices normaux associés n' et n" sont donnés par la

[9] Elle s'obtient à partir du calcul du produit scalaire $\varepsilon_0\,\underline{E}.\underline{D}$. En effet, on a : $\varepsilon_0\,\underline{E}.\underline{D}=\frac{D_x^2}{n_x^2}+\frac{D_y^2}{n_y^2}+\frac{D_z^2}{n_z^2}=\frac{\|\underline{D}\|^2}{n^2}$.

valeur des demi-axes de l'ellipse[10]. Pour chaque polarisation, il apparaît un angle entre les vecteurs $\underline{E}$ et $\underline{D}$ défini précédemment comme étant l'angle de double réfraction.

La valeur de chaque angle ρ peut se calculer à partir de l'équation suivante :

$$\rho = \left(\underline{D},\underline{E}\right) = \mathrm{Arc\,tan}\left(\frac{\left\|\underline{D}\times\underline{E}\right\|}{\left\|\underline{D}.\underline{E}\right\|}\right). \qquad \text{I-(24)}$$

Supposons une onde ayant une polarisation linéaire quelconque, incidente sur un cristal anisotrope uniaxe. Lors de la propagation, l'onde se "décompose" sur les deux axes de polarisation définis par le milieu anisotrope. Une des deux composantes voit un milieu isotrope et se propage "ordinairement", c'est-à-dire que ses vecteurs d'onde et de Poynting sont colinéaires. L'autre voit un milieu anisotrope et se propage de manière "extraordinaire", ses vecteurs d'onde et de Poynting présentent un angle de double réfraction. Après passage dans le cristal, le faisceau est divisé en deux faisceaux polarisés orthogonalement. La figure I-(8) représente les directions de propagation des vecteurs d'onde et de Poynting sur chaque polarisation[11].

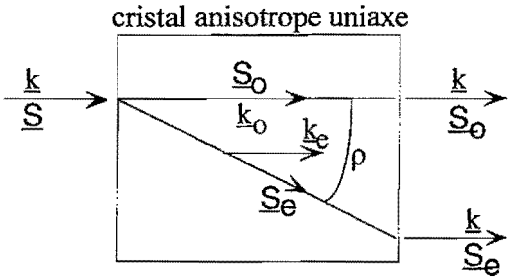


Figure I-(8) : Représentation des faisceaux ordinaire et extraordinaire dans un cristal anisotrope uniaxe.

Le décalage spatial latéral est un aspect de la propagation d'une onde dans un milieu anisotrope. Il est facile d'imaginer que l'échange d'énergie entre deux ondes polarisées perpendiculairement, l'une voyant un angle de double réfraction et l'autre non, diminue au cours de la propagation. La double réfraction peut être un facteur limitant de l'échange et ceci d'autant plus que les tailles des faisceaux sont réduites. Un second aspect, présenté dans le paragraphe suivant, est lié à l'accord de phase dans les milieux anisotropes.

---

[10] Nous n'avons pas représenté sur la figure I-(8) les deux vecteurs de Poynting $\underline{S}'$ et $\underline{S}''$, nous nous contentons de rappeler que, premièrement, chacun des deux vecteurs est contenu dans le plan défini par le vecteur d'onde et le vecteur $\underline{D}$ qui lui est associé et, deuxièmement, qu'ils sont perpendiculaires à leur vecteur champ électrique.

[11] Si le vecteur d'onde est parallèle à l'un des axes principaux, les angles de double réfraction sont nuls.

I-2-2-2] Accord de phase dans un milieu anisotrope

Nous avons montré précédemment (I-2-1) que l'accord de phase était impossible dans un milieu isotrope à dispersion normale, milieu dans lequel l'indice croît avec la fréquence optique. Nous avons alors décidé de travailler dans un milieu anisotrope à dispersion normale dont l'indice croît avec la fréquence mais dépend aussi de la polarisation de l'onde. Ainsi, une des trois ondes doit être polarisée perpendiculairement aux deux autres. Dans le cas contraire, on retrouve un cas équivalent au cas isotrope. Voyons maintenant comment réaliser l'accord de phase dans un tel milieu biréfringent.

Les fréquences des trois ondes (signal, complémentaire et pompe respectivement notée 1, 2 et 3) vérifient la condition de conservation de l'énergie, c'est-à-dire, $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$. Chacune des trois ondes peut évidemment avoir deux polarisations, par conséquent le nombre de configuration possible est égale à six. Parmi ces configurations, toutes ne sont pas possibles. En effet, les indices doivent vérifier entre eux les relations I-(18), à savoir : $n(\omega_1) < n(\omega_3) < n(\omega_2)$ ou $n(\omega_2) < n(\omega_3) < n(\omega_1)$. Or si l'onde 3 de fréquence la plus élevée voit l'indice lent, dans ce cas on a $n(\omega_3) > n(\omega_2)$ et $n(\omega_3) > n(\omega_1)$ et les relations précédentes ne sont plus satisfaites. L'onde de fréquence la plus élevée (dénommée l'onde pompe ou 3) voit donc obligatoirement l'indice rapide. Lorsque les deux ondes signal (1) et complémentaire (2) ont le même type de polarisation, l'accord de phase est dit de type I, dans le cas contraire il est dit de type II. Le tableau ci-dessous résume les accords de phase possibles.

Onde 1	Onde 2	Onde 3	Type	Accord de phase
Lent	Lent	Rapide	I	Possible
Lent	Rapide	Rapide	II	Possible
Rapide	Lent	Rapide	II	Possible
Rapide	Rapide	Lent	I	Impossible
Rapide	Lent	Lent	II	Impossible
Lent	Rapide	Lent	II	Impossible

Tableau I-(1) : Accord de phase selon le type de l'accord et de l'indice (lent ou rapide) des ondes.

Trois accords de phase sont donc réalisables de manière générale dans un cristal anisotrope.

Nous avons vu, au paragraphe précédent, qu'une des caractéristiques de la propagation dans un milieu anisotrope était la non-colinéarité des vecteurs de Poynting introduisant l'angle de double réfraction. Nous allons montrer qu'il y a un autre effet souvent passé sous silence et qui mérite pourtant d'être signalé, il s'agit d'un désaccord de phase ayant pour origine la dispersion des indices selon la direction de $\underline{k}$, et qui est, par conséquent, lié à la notion d'acceptance angulaire.

Nous l'explicitons par le biais d'un exemple simple où n'interviennent que deux ondes, le doublage de fréquence en accord de type I. L'accord de phase est réalisé lorsque $n_1(\omega 1) = n_3(\omega_3 = 2\ \omega_1, \theta)$. La figure I-(9) présente une coupe de l'ellipsoïde des indices :

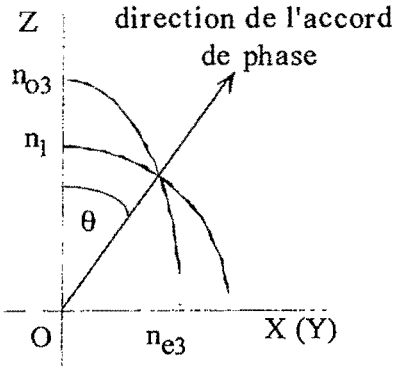


Figure I-(9): Ellipsoïde des indices dans le plan ZOX (ou ZOY). n_{o3} et n_{e3} sont les indices propres de l'ellipse des indices associée à l'onde pompe. n_1 est l'indice vu par l'onde harmonique. À l'accord de phase, soit pour un angle θ par rapport à l'axe Z, les deux indices sont égaux. On a $n_1(\omega_1) = n_3(\omega_3 = 2\ \omega_1)$.

Dès que l'on s'éloigne légèrement de la direction de l'accord de phase (θ)[Salin], les indices ne sont plus égaux. Il apparaît un désaccord d'indice aisément calculable. Ce dernier entraîne un désaccord de phase qui dépend de l'angle Δθ. La figure I-(10) présente la différence d'indice induite par la variation angulaire Δθ.

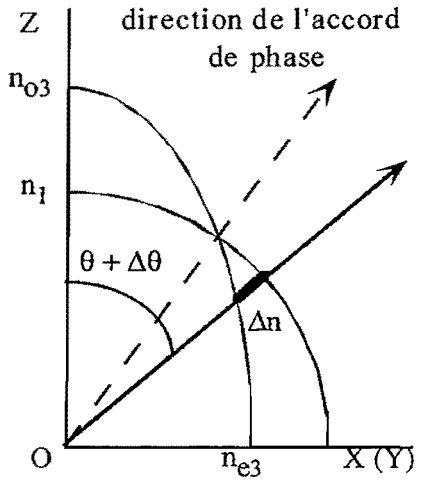


Figure I-(10) : Différence d'indice induite par la variation de la direction de propagation d'un angle Δθ.

Cette situation intervient lorsque les ondes se propagent sous la forme de faisceaux à répartition gaussienne d'énergie. Dans l'espace de Fourier correspondant, c'est-à-dire l'espace des fréquences spatiales, les vecteurs d'ondes ont aussi une répartition gaussienne et par conséquent, il apparaît un désaccord de phase entre les ondes lorsque l'on s'éloigne de la fréquence centrale nulle. Nous montrerons au paragraphe I-3-2-1-1 que le désaccord ainsi introduit limite de manière non négligeable les échanges d'énergie entre les ondes.

Il y a donc un lien entre la double réfraction et l'acceptance angulaire. La double réfraction induit un déplacement latéral de l'énergie tandis que l'acceptance angulaire traduit un déphasage entre les ondes

se propageant éventuellement dans la même direction. Lors de l'étude des équations de propagation, nous verrons l'influence de la prise en compte de ces phénomènes. Une autre approche de cette variation de l'indice en fonction des fréquences spatiales est abordée au paragraphe I-2-3-7-3 lors de l'étude de la propagation seule dans un milieu anisotrope. Le second point important de l'interaction à trois ondes concerne l'efficacité du couplage entre elles. Celle-ci est décrite par la susceptibilité non-linéaire d'ordre 2.

I-2-2-3] Susceptibilité non-linéaire d'ordre 2

Nous avons vu les propriétés du tenseur susceptibilité linéaire dans le paragraphe précédent. Nous nous intéressons maintenant aux propriétés du tenseur susceptibilité non-linéaire d'ordre 2, $\chi^{(2)}$. Ceci nous permettra par la suite de déterminer le coefficient de couplage non-linéaire effectivement vu par les trois ondes. L'espace cartésien étant de dimension 3, la susceptibilité non-linéaire d'ordre 2, tenseur de rang 3, comporte donc 3^3 = 27 éléments. À cela s'ajoute le fait que la susceptibilité dépend des fréquences présentes au cours de l'interaction non-linéaire soit, ω_n, ω_m, et $\omega_n + \omega_m$. D'après la relation I-(6), la polarisation non-linéaire d'ordre 2 s'écrit:

$$\underline{P}^{(2)}(\underline{r},t) = \varepsilon_0 \sum_{n,m>0} \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} T_e^{(2)}(\tau,\eta)\underline{E}_n(\underline{r},t-\tau)\underline{E}_m(\underline{r},t-\eta)d\tau d\eta. \qquad \text{I-(25)}$$

On rappelle l'expression du tenseur non-linéaire du second ordre (I-10) :

$$\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_n,\omega_m) = \iint T_{e,ijk}^{(2)}(\tau,\eta)\exp(i\,\omega_n\tau)\exp(i\,\omega_m\eta)d\tau d\eta \qquad \text{I-(25 bis)}$$

Si on développe l'expression des champs électriques $\underline{E}(t) = \sum_{n>0} \frac{1}{2}\underline{E}(\omega_n)\exp(-i\omega_n t) + \text{c.c.}$ dans l'expression de la polarisation non-linéaire d'ordre 2, on obtient l'expression suivante :

$$\underline{P}^{(2)}(t) = \frac{1}{4}\varepsilon_0 \sum_{n,m=1,2,3} \left\{ \begin{array}{l} \chi^{(2)}(\omega_n,\omega_m):\underline{E}(\omega_n)\underline{E}(\omega_m)\exp(-i(\omega_n+\omega_m)t) \\ +\chi^{(2)}(\omega_n,-\omega_m):\underline{E}(\omega_n)\underline{E}^*(\omega_m)\exp(-i(\omega_n-\omega_m)t) \\ +\chi^{(2)}(-\omega_n,\omega_m):\underline{E}^*(\omega_n)\underline{E}(\omega_m)\exp(i(\omega_n-\omega_m)t) \\ +\chi^{(2)}(-\omega_n,-\omega_m):\underline{E}^*(\omega_n)\underline{E}^*(\omega_m)\exp(i(\omega_n+\omega_m)t) \end{array} \right\} \qquad \text{I-(26)}$$

Il apparaît 4 termes sommés sur deux indices variant de 1 à 3. Il y a donc 4 x 3^2 = 36 combinaisons possibles. Parmi celles-ci, seules 12 vérifient la conservation de l'énergie et ne répètent pas les indices, à savoir :

$$\begin{cases} \omega_1 + \omega_2 = \omega_3 \\ \omega_1 - \omega_3 = -\omega_2 \\ \omega_2 + \omega_1 = \omega_3 \\ \omega_2 - \omega_3 = -\omega_1 \\ \omega_3 - \omega_1 = \omega_2 \\ \omega_3 - \omega_2 = \omega_1 \end{cases}$$ et les relations de signes opposés.

La susceptibilité compte donc 12 x 27 = 324 éléments *a priori* indépendants et absolument nécessaires à la caractérisation de l'interaction non-linéaire d'ordre 2.

En fait, on peut utiliser les propriétés de symétrie des champs électriques, de la polarisation électrique et du matériau pour réduire le nombre d'éléments indépendants.

Afin de ne pas trop alourdir cette partie, nous présentons dans l'annexe I, les relations de symétries qui permettent de réduire à 18 le nombre d'éléments indépendants du tenseur susceptibilité non-linéaire d'ordre deux.

Pour des raisons liées à la convention choisie concernant la décomposition du champ électrique, nous introduisons le tenseur $\underline{\underline{d}}$. Il est défini à partir de la relation : $d_{ijk} = \frac{1}{2}\chi^{(2)}_{ijk}$. [Shen]

Le tenseur est généralement donné dans la base cristallographique (X,Y,Z) orthonormée. Écrivons les composantes i (i = 1, 2 et 3 correspondant aux axes cristallographiques X, Y, Z) de la polarisation non-linéaire aux fréquences ω_1, ω_2 et ω_3.

Nous développons le calcul pour la fréquence pompe ω_3 et donnerons les résultats directement pour les deux autres fréquences.

$$P_i^{(2)}(\underline{r},\omega_3) = 2\,\varepsilon_0\, d_{ijk}(\omega_1,\omega_2) E_j(\underline{r},\omega_1) E_k(\underline{r},\omega_2),$$

$$P_i^{(2)}(\underline{r},\omega_3) = 2\,\varepsilon_0 \begin{bmatrix} d_{i11} E_X(\underline{r},\omega_1) E_X(\underline{r},\omega_2) \\ +d_{i12} E_X(\underline{r},\omega_1) E_Y(\underline{r},\omega_2) + d_{i21} E_Y(\underline{r},\omega_1) E_X(\underline{r},\omega_2) \\ +d_{i13} E_X(\underline{r},\omega_1) E_Z(\underline{r},\omega_2) + d_{i31} E_Z(\underline{r},\omega_1) E_X(\underline{r},\omega_2) \\ +d_{i22} E_Y(\underline{r},\omega_1) E_Y(\underline{r},\omega_2) \\ +d_{i23} E_Y(\underline{r},\omega_1) E_Z(\underline{r},\omega_2) + d_{i32} E_Z(\underline{r},\omega_1) E_Y(\underline{r},\omega_2) \\ +d_{i33} E_Z(\underline{r},\omega_1) E_Z(\underline{r},\omega_2) \end{bmatrix}.$$

Si l'on prend en compte les propriétés de symétrie présentées ci-avant, on montre que l'on peut introduire un tenseur contracté de dimension 3 x 6 noté $d_{i\ell}$ avec :

axes :	xx	yy	zz	yz,zy	xz,zx	xy,yx
jk :	11	22	33	23,32	13,31	12,21 .
ℓ :	1	2	3	4	5	6

La relation précédente s'écrit alors sous forme d'un produit matriciel.

$$P_i^{(2)}(\underline{r},\omega_3) = 2\,\varepsilon_0 \begin{bmatrix} d_{i1} & d_{i2} & d_{i3} & d_{i4} & d_{i5} & d_{i6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_X(\underline{r},\omega_1)E_X(\underline{r},\omega_2) \\ E_Y(\underline{r},\omega_1)E_Y(\underline{r},\omega_2) \\ E_Z(\underline{r},\omega_1)E_Z(\underline{r},\omega_2) \\ E_Y(\underline{r},\omega_1)E_Z(\underline{r},\omega_2)+E_Z(\underline{r},\omega_1)E_Y(\underline{r},\omega_2) \\ E_X(\underline{r},\omega_1)E_Z(\underline{r},\omega_2)+E_Z(\underline{r},\omega_1)E_X(\underline{r},\omega_2) \\ E_X(\underline{r},\omega_1)E_Y(\underline{r},\omega_2)+E_Y(\underline{r},\omega_1)E_X(\underline{r},\omega_2) \end{bmatrix}.$$

De la même manière, pour la fréquence signal, on a :

$$P_i^{(2)}(\underline{r},\omega_1) = 2\,\varepsilon_0 \begin{bmatrix} d_{i1} & d_{i2} & d_{i3} & d_{i4} & d_{i5} & d_{i6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_X(\underline{r},\omega_3)E_X^*(\underline{r},\omega_2) \\ E_Y(\underline{r},\omega_3)E_Y^*(\underline{r},\omega_2) \\ E_Z(\underline{r},\omega_3)E_Z^*(\underline{r},\omega_2) \\ E_Y(\underline{r},\omega_3)E_Z^*(\underline{r},\omega_2)+E_Z(\underline{r},\omega_3)E_Y^*(\underline{r},\omega_2) \\ E_X(\underline{r},\omega_3)E_Z^*(\underline{r},\omega_2)+E_Z(\underline{r},\omega_3)E_X^*(\underline{r},\omega_2) \\ E_X(\underline{r},\omega_3)E_Y^*(\underline{r},\omega_2)+E_Y(\underline{r},\omega_3)E_X^*(\underline{r},\omega_2) \end{bmatrix}.$$

I-(27 a et b)

Pour obtenir la polarisation non-linéaire à la fréquence ω_2, il suffit de permuter les indices 1 et 2 associés aux fréquences dans l'expression précédente.

Le nombre d'éléments indépendants peut encore diminuer en considérant les symétries cristallines. Il est donc nécessaire de s'intéresser aux systèmes cristallins et à leurs symétries.
La maille élémentaire formée par les vecteurs a, b et c se présente sous la forme suivante :

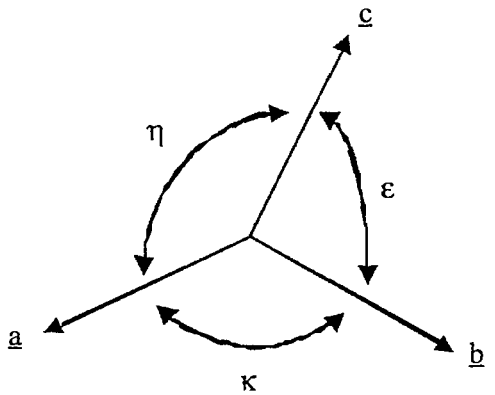


Figure I-(11) : Représentation de la maille cristalline élémentaire.

Suivant les relations entre les vecteurs $\underline{a}$, $\underline{b}$ et $\underline{c}$ et les angles ε, η et κ, on définit 7 systèmes cristallins [Kittel].

Système	Axes	Angles
Triclinique	$a \neq b \neq c$	$\varepsilon \neq \eta \neq \kappa \neq 90°$
Monoclinique	$a \neq b \neq c$	$\varepsilon = \eta = 90° \neq \kappa$
Orthorhombique	$a \neq b \neq c$	$\varepsilon = \eta = \kappa = 90°$
Rhomboédrique	$a = b = c$	$\varepsilon = \eta = \kappa \neq 90°$
Quadratique	$a = b \neq c$	$\varepsilon = \eta = \kappa = 90°$
Hexagonal	$a = b \neq c$	$\varepsilon = \eta = 90°, \kappa = 120°$
Cubique	$a = b = c$	$\varepsilon = \eta = \kappa = 90°$

Tableau I-(2) : Définition des systèmes cristallins.

Ces 7 systèmes contiennent 32 structures cristallines; parmi celles-ci, 11 correspondent à des structures centrosymétriques (présentant un centre d'inversion noté $\bar{1}$ ou C en cristallographie) pour lesquelles la susceptibilité non-linéaire d'ordre 2 est nulle. Les 21 structures restantes possèdent au moins un élément de symétrie. Par conséquent, le nombre d'éléments indépendants du tenseur diminue.

On trouvera dans l'annexe I un tableau présentant la forme du tenseur contracté susceptibilité non-linéaire d'ordre 2 en fonction des différentes classes cristallines.

À partir de l'expression du tenseur susceptibilité non-linéaire, il est possible de calculer le coefficient non-linéaire effectif noté d_{eff}.

$$d_{eff} = \underline{e}_1 \underline{\underline{d}} \underline{e}_2 \underline{e}_3 = \underline{e}_2 \underline{\underline{d}} \underline{e}_3 \underline{e}_1 = \underline{e}_3 \underline{\underline{d}} \underline{e}_1 \underline{e}_2 \qquad \text{I-(28-a)}$$

où les vecteurs $\underline{e}_i$ sont les vecteurs unitaires des champs électriques $\underline{E}_i$ aux fréquences ω_i. Cette égalité n'est valable que lorsque la symétrie de Kleinman [Kleinman,1] [12] est valable.

Les relations I-(27) deviennent alors :

[12] La symétrie de Kleinman provient du fait que loin des bandes d'absorption, la susceptibilité non-linéaire ne dépend pas de la fréquence et par conséquent, les phénomènes vérifiant la conservation de l'énergie $\omega_1+\omega_2 = \omega_3$ sont équivalents d'un point de vue quantique. Le nombre d'éléments indépendants est réduit à 10. Voir l'annexe I pour plus de détails.

$$P^{(2)}(\underline{r},\omega_1) = 2\,\varepsilon_0\, d_{eff}\, E^*(\underline{r},\omega_2)E(\underline{r},\omega_3)$$
$$P^{(2)}(\underline{r},\omega_2) = 2\,\varepsilon_0\, d_{eff}\, E(\underline{r},\omega_3)E^*(\underline{r},\omega_1) \qquad \text{I-(28-b)}$$
$$P^{(2)}(\underline{r},\omega_3) = 2\,\varepsilon_0\, d_{eff}\, E(\underline{r},\omega_1)E(\underline{r},\omega_2)$$

On trouvera dans l'annexe I un tableau présentant des valeurs de d_{eff} pour différentes classes cristallines.

Dans le cas où le cristal est biaxe et que l'on ne travaille pas dans un des plans principaux, le calcul analytique du coefficient non-linéaire effectif n'est pas simple. On fait alors appel à un programme que nous avons développé et qui permet de prévoir les configurations pour lesquelles l'accord de phase est réalisé. Le logiciel reçoit en entrée les longueurs d'onde présentes au cours de l'interaction et un des deux angles θ ou ϕ (figure I-(4)). On précise le type d'interaction, I ou II selon les polarisations des champs. Il évalue les angles permettant l'accord de phase. Il en déduit les directions de propagations et de polarisations. Connaissant les éléments du tenseur contracté susceptibilité non-linéaire et les indices effectivement vus par les ondes, il calcule, grâce à l'équation de l'ellipsoïde des indices, les directions des vecteurs $\underline{D}$. Il en déduit ensuite les champs $\underline{E}$ par la relation tensorielle $\underline{D} = \underline{\underline{\varepsilon}}:\underline{E}$. Il évalue l'angle de double réfraction entre les deux vecteurs $\underline{D}$ et $\underline{E}$. Enfin, il calcule le coefficient non-linéaire effectif.

Nous sommes donc capables de calculer les indices vus par les ondes dans le milieu, le ou les angles de double réfraction et le coefficient non-linéaire effectif d_{eff}; on peut introduire ces données dans l'équation I-(13) et en déduire les équations de propagations des ondes en présence du couplage paramétrique.

I-2-3] Équations générales de propagation

Nous avons présenté les principales caractéristiques de la propagation d'une onde dans un milieu anisotrope et défini le coefficient non-linéaire effectif caractérisant le couplage entre les trois ondes signal, complémentaire et pompe. Tenant compte de ces propriétés, nous développons l'équation non-linéaire du champ électrique globale obtenue au paragraphe I-1-3-3, relation I-(13). Par couplage non-linéaire *via* les termes de polarisation du second ordre, nous obtiendrons un système de trois équations différentielles.

I-2-3-1] Équations générales vectorielles

Nous avons montré au paragraphe I-1-3-3 que l'équation non-linéaire du champ électrique est donnée par la relation I-(13) soit :

$$\mathrm{rot}(\mathrm{rot}(\underline{E})) + \frac{1}{c^2}\underline{\underline{n}}^2 : \frac{\partial^2}{\partial t^2}\underline{E} + \mu_o \sigma \frac{\partial \underline{E}}{\partial t} = -\mu_o \frac{\partial^2}{\partial t^2}\underline{P}^{(NL)}.$$

Nous allons chercher des solutions de cette équation sous la forme de trois ondes monochromatiques quasi-planes afin de tenir compte de l'aspect transverse (à la direction de propagation) des champs :

$$\begin{aligned}\underline{E}(\underline{r},t) &= \sum_{n=1,2,3} \frac{1}{2}\underline{E}(\underline{r},\omega_n)\exp\left(i\left(\underline{k}_n.\underline{r} - \omega_n t\right)\right) + \text{c.c.} \\ &= \sum_{n=1,2,3} \frac{1}{2}\underline{e}_n A(\underline{r},\omega_n)\exp\left(i\left(\underline{k}_n.\underline{r} - \omega_n t\right)\right) + \text{c.c.}\end{aligned} \qquad \text{I-(29)}$$

$\underline{e}_n$ (n = 1, 2, 3) sont les vecteurs unitaires constants colinéaires aux champs électriques $\underline{E}(\underline{r},\omega_n)$. Ce choix nous place dans l'approximation scalaire, $\underline{e}_n$ ne dépendant pas de la variable d'espace.

$\underline{k}_n$ (n = 1, 2, 3) sont les vecteurs d'onde, ils sont supposés constants dans l'espace et le temps.

$A(\underline{r},\omega_n)$ (n = 1, 2, 3) sont les enveloppes des champs électriques, par hypothèse elles ne dépendent pas du temps, la dépendance temporelle est supposée entièrement contenue dans le terme exponentiel.

Le développement des équations suivantes nécessite quelques calculs utilisant les produits vectoriels de vecteurs. Le détail des calculs est présenté dans l'annexe II. On y développe les termes de l'équation I-(13). On montre que par couplage paramétrique, on obtient le système suivant :

$$\boxed{\begin{aligned}
&2i\left(\underline{\nabla}A_1.\underline{e}_1\right)\left(\underline{k}_1.\underline{e}_1\right) - 2i\left(\underline{\nabla}A_1.\underline{k}_1\right) - \Delta A_1 + \frac{d\underline{\nabla}A_1}{d\underline{e}_1}.\underline{e}_1 - i\mu_o\sigma_1\omega_1 A_1 = 2\frac{\omega_1^2}{c^2}d_{eff}A_3A_2^* e^{i\Delta\underline{k}.\underline{r}} \\
&2i\left(\underline{\nabla}A_2.\underline{e}_2\right)\left(\underline{k}_2.\underline{e}_2\right) - 2i\left(\underline{\nabla}A_2.\underline{k}_2\right) - \Delta A_2 + \frac{d\underline{\nabla}A_2}{d\underline{e}_2}.\underline{e}_2 - i\mu_o\sigma_2\omega_2 A_2 = 2\frac{\omega_2^2}{c^2}d_{eff}A_3A_1^* e^{i\Delta\underline{k}.\underline{r}} \\
&2i\left(\underline{\nabla}A_3.\underline{e}_3\right)\left(\underline{k}_3.\underline{e}_3\right) - 2i\left(\underline{\nabla}A_3.\underline{k}_3\right) - \Delta A_3 + \frac{d\underline{\nabla}A_3}{d\underline{e}_3}.\underline{e}_3 - i\mu_o\sigma_3\omega_3 A_3 = 2\frac{\omega_3^2}{c^2}d_{eff}A_1A_2 e^{-i\Delta\underline{k}.\underline{r}}
\end{aligned}}$$

I-(30)

Nous nommons ce système le "**système d'équations vectorielles**" car les champs ne sont pas explicités en fonctions de leurs coordonnées.

Dans le système d'équations vectorielles, nous avons introduit la notation $\Delta\underline{k} = \underline{k}_3 - \underline{k}_2 - \underline{k}_1$ correspondant au désaccord de phase défini précédemment.

Il reste à définir les coordonnées des vecteurs dans un repère à préciser.

I-2-3-2] Définition du repère

Nous avons montré précédemment que les vecteurs $\underline{D}$, $\underline{E}$, $\underline{k}$ et $\underline{S}$ sont contenus dans un même plan Π. **On suppose $\underline{k}$ parallèle à l'axe Oz du repère du laboratoire.** En fait, selon l'approche effectuée, le vecteur d'onde n'est pas strictement parallèle à l'axe Oz mais ses composantes sur les axes Ox et Oy sont négligeables devant celle qui est le long de l'axe Oz et sa direction moyenne reste selon l'axe Oz. Par conséquent pour la représentation des vecteurs, nous ne distinguons pas les cas où le vecteur d'onde n'est plus strictement parallèle à l'axe Oz. $\underline{D}$ étant orthogonal à $\underline{k}$ et contenu dans le plan xOy, il présente un angle Ω avec l'axe Ox. Le vecteur $\underline{E}$ présente avec le vecteur $\underline{D}$ l'angle de double réfraction ρ. La figure I-(12) présente la définition du repère et les positions relatives des vecteurs $\underline{D}$, $\underline{E}$, $\underline{k}$ et $\underline{S}$.

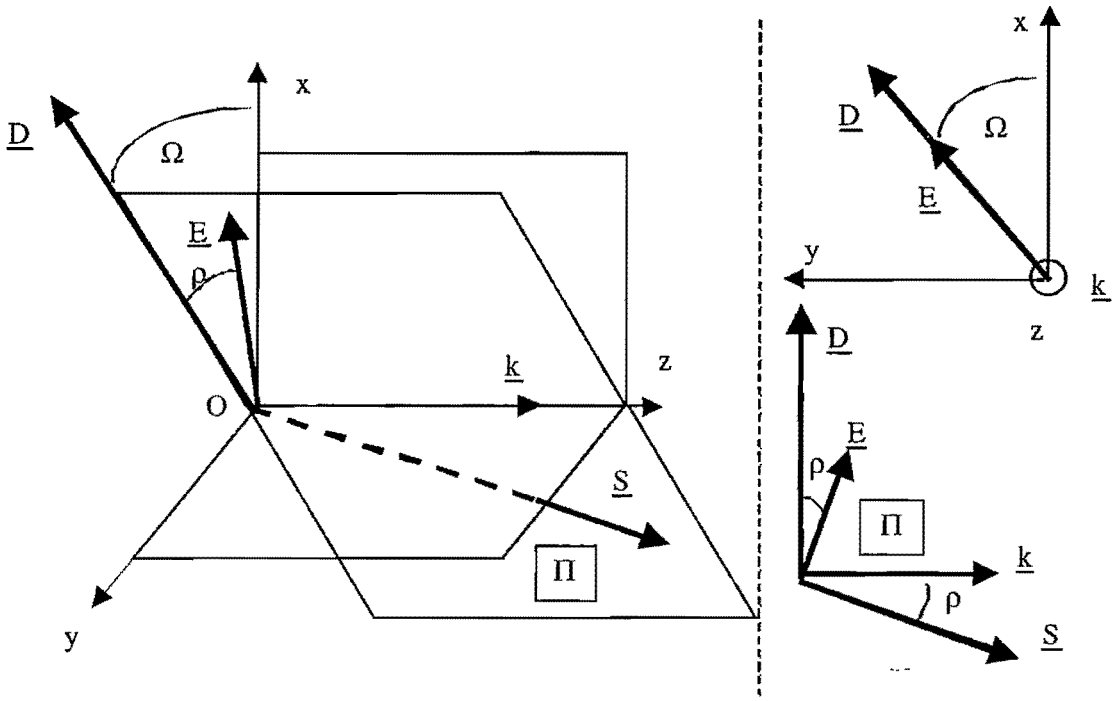


Figure I-(12) : Définition du repère et positions relatives des vecteurs $\underline{D}$, $\underline{E}$, $\underline{k}$ et $\underline{S}$.

Nous nous plaçons dans l'hypothèse de l'optique paraxiale, c'est-à-dire que nous supposons que les trois ondes se propagent dans le même sens, celui du vecteur unitaire parallèle à l'axe Oz. Les

coordonnées des vecteurs d'onde dans le repère (O,x,y,z) sont donc : $\underline{k}_n \left| \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ k_n \end{matrix} \right.$ avec k_n le module du vecteur d'onde $\underline{k}_n$.

Les coordonnées du vecteur $\underline{E}$ sont : $\underline{E} \left| \begin{matrix} E\cos\Omega\cos\rho \\ E\sin\Omega\cos\rho \\ E\sin\rho \end{matrix} \right.$.

Pour chaque composante, le vecteur unitaire est donc : $\underline{e}_n \left| \begin{matrix} \cos\Omega_n\cos\rho_n \\ \sin\Omega_n\cos\rho_n \\ \sin\rho_n \end{matrix} \right.$.

Nous devons à présent expliciter les positions respectives des vecteurs champ électrique et déplacement électrique aux trois longueurs d'onde selon l'accord de phase envisagé. Plus précisément nous devons déterminer les relations liant les angles Ω_n. Ceci est détaillé dans l'annexe III.

Nous avons explicité les équations paramétriques dans le paragraphe précédent et présenté les coordonnées des vecteurs présents dans celui-ci. Nous pouvons donc passer au développement des équations scalaires.

I-2-3-3] Première approche dite "classique"

Cette approche est basée sur deux hypothèses.

La première consiste à supposer que la divergence du champ électrique est nulle, soit div($\underline{E}$) = 0. On montre dans l'annexe III que cela implique la nullité du terme $\frac{d\underline{\nabla}A_n}{d\underline{e}_n}.\underline{e}_n$ dans les équations du couplage paramétrique.

La seconde hypothèse consiste à ne pas considérer la dispersion des indices et donc à négliger le déphasage dû à cette dernière. Dans cette hypothèse, le vecteur d'onde est strictement parallèle à l'axe de propagation Oz pour toutes les fréquences spatiales. Nous extrayons du système I-(30) la composante linéaire L associée à une onde ω_n :

$$L = 2i\left(\underline{\nabla}A_n.\underline{e}_n\right)\left(\underline{k}_n.\underline{e}_n\right) - 2i\left(\underline{\nabla}A_n.\underline{k}_n\right) - \Delta A_n - i\mu_o\sigma_n\omega_n A_n.$$

En utilisant les résultats du paragraphe précédent et les calculs présentés dans l'annexe II, nous obtenons aisément l'équation scalaire de la partie linéaire :

$$L = i k_n \sin 2\rho_n \left(\frac{\partial A_n}{\partial x} \cos\Omega_n + \frac{\partial A_n}{\partial y} \sin\Omega_n \right) - 2 i k_n \cos^2 \rho_n \frac{\partial A_n}{\partial z}$$
$$- \frac{\partial^2 A_n}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 A_n}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 A_n}{\partial z^2} - i \mu_o \sigma_n \omega_n A_n \qquad \text{I-(31)}$$

Nous nous plaçons dans le cadre de **l'approximation de "l'enveloppe lentement variable"**. C'est-à-dire que l'on fait l'hypothèse que l'enveloppe du champ A_n varie très peu sur une distance d'une longueur d'onde et par conséquent (k_n étant égal à $2\pi/\lambda_n$), nous avons l'inégalité suivante[13] :

$$\boxed{\left| \frac{\partial^2 A_n}{\partial z^2} \right| << k_n \left| \frac{\partial A_n}{\partial z} \right|.} \qquad \text{I-(32)}$$

Nous réécrivons la contribution de la loi d'Ohm en introduisant l'absorption en énergie du milieu à la longueur d'onde correspondante. Nous la définissons de la manière suivante :

$$\frac{\partial A_n}{\partial z} = -\frac{\alpha_n}{2} A_n, \qquad \text{I-(33)}$$

α_n représente l'absorption en énergie du matériau à la fréquence radiale ω_n. Elle est liée à la conductivité électrique σ_n par la relation : $\alpha_n = \frac{c\mu_o\sigma_n}{n_n \cos^2 \rho_n}$ où c, μ_o, n_n et ρ_n sont respectivement la célérité de la lumière dans le vide, la perméabilité du vide, l'indice de réfraction vu par l'onde et l'angle de double réfraction subit par celle-ci.

Le système d'équations caractérisant la propagation des trois ondes dans le matériau anisotrope et non-linéaire s'écrit, après quelques manipulations algébriques, de la manière suivante :

$$\boxed{\begin{aligned}
\frac{\partial A_s}{\partial z} &= -\frac{\alpha_s}{2} A_s + i \frac{\omega_s d_{eff}}{c n_s \cos^2 \rho_s} A_p A_c^* e^{i\Delta kz} - \frac{\Delta_\perp A_s}{2 i k_s \cos^2 \rho_s} + \tan\rho_s \left(\frac{\partial A_s}{\partial x} \cos\Omega_s + \frac{\partial A_s}{\partial y} \sin\Omega_s \right) \\
\frac{\partial A_c}{\partial z} &= -\frac{\alpha_c}{2} A_c + i \frac{\omega_c d_{eff}}{c n_c \cos^2 \rho_c} A_p A_s^* e^{i\Delta kz} - \frac{\Delta_\perp A_c}{2 i k_c \cos^2 \rho_c} + \tan\rho_c \left(\frac{\partial A_c}{\partial x} \cos\Omega_c + \frac{\partial A_c}{\partial y} \sin\Omega_c \right) \\
\frac{\partial A_p}{\partial z} &= -\frac{\alpha_p}{2} A_p + i \frac{\omega_p d_{eff}}{c n_p \cos^2 \rho_p} A_s A_c e^{-i\Delta kz} - \frac{\Delta_\perp A_p}{2 i k_p \cos^2 \rho_p} + \tan\rho_p \left(\frac{\partial A_p}{\partial x} \cos\Omega_p + \frac{\partial A_p}{\partial y} \sin\Omega_p \right)
\end{aligned}} \qquad \text{I-(34)}$$

[13] Cette hypothèse permet de passer d'une équation différentielle du second ordre en z à une équation du premier ordre. Cela a une grande importance dans l'intégration des équations.

où $\Delta_\perp = \frac{\partial}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x^2}$ est le Laplacien perpendiculaire (il n'agit que sur les variables dites "transverses" x et y, elles représentent les axes perpendiculaires à la direction générale de propagation). Les lettres s, c et p représentent les ondes signal, complémentaire et pompe.

Les termes à droite de l'égalité sont au nombre de quatre, chacun représentant un effet physique bien particulier.

Le premier terme $\frac{\alpha_n}{2} A_n$ représente l'absorption en énergie de l'onde dans le milieu. Nous l'avons explicité dans ce même paragraphe[14].

Le deuxième terme caractérise le couplage non-linéaire des trois ondes signal, complémentaire et pompe. Il fait intervenir les amplitudes complexes des deux autres champs, le coefficient non-linéaire effectif d_{eff} et le désaccord de phase colinéaire $\Delta\underline{k} = \underline{k}_p - \underline{k}_s - \underline{k}_c$. Le couplage est d'autant plus important que le d_{eff} est élevé et que le désaccord de phase est faible.

Le troisième terme $-\frac{\Delta_\perp A_n}{2 i k_n \cos^2 \rho_n}$ caractérise la diffraction de l'onde, c'est-à-dire la propagation de l'onde dans le milieu[15].

Le quatrième terme $\tan\rho_n \left(\frac{\partial A_n}{\partial x} \cos\Omega_n + \frac{\partial A_n}{\partial y} \sin\Omega_n \right)$ est responsable de la double réfraction. Il apparaît lors de la propagation dans un milieu anisotrope et est décrit par des dérivées premières des champs.

Dans ce paragraphe, nous avons négligé le terme $\frac{d\underline{\nabla} A_n}{d\underline{e}_n} . \underline{e}_n$. Sa prise en compte permet de tenir compte de la divergence du champ électrique et introduit l'approche suivante.

---

[14] Il est à noter que l'absorption peut être obtenue en calculant la partie imaginaire de la susceptibilité linéaire d'après les relations de Kramers-Krönig (relation I-(19)) si l'on connaît l'indice du milieu sur une grande plage de fréquences.

[15] Dans le cadre de l'approximation scalaire paraxiale, elle est décrite par l'opérateur "Laplacien perpendiculaire" qui ne fait intervenir que les dérivées secondes transverses des champs.

I-2-3-4] Deuxième approche : prise en compte de la divergence

Un des problèmes rencontrés au cours de nos simulations concerne l'efficacité de conversion, c'est-à-dire l'éclairement maximum des ondes signal et complémentaire. Celle-ci est le plus souvent sur-évaluée par rapport aux valeurs expérimentales par l'approche classique. La prise en compte présentée dans les lignes qui suivent permet de diminuer légèrement les valeurs théoriques et constitue donc un progrès dans la comparaison entre les données expérimentales et les prévisions théoriques.

Du système I-(30), nous extrayons la partie linéaire commune aux trois longueurs d'onde :

$$L = 2i\left(\underline{\nabla} A_n . \underline{e}_n\right)\left(\underline{k}_n . \underline{e}_n\right) - 2i\left(\underline{\nabla} A_n . \underline{k}_n\right) - \Delta A_n + \frac{d\underline{\nabla} A_n}{d\underline{e}_n} . \underline{e}_n - i\mu_o \sigma_n \omega_n A_n .$$

Nous sommes dans le cadre de l'approximation scalaire paraxiale, par conséquent les vecteurs intervenant gardent les mêmes expressions que dans le paragraphe précédent.

L'expression du terme $\frac{d\underline{\nabla} A_n}{d\underline{e}_n}$ est donnée dans l'annexe II, on a donc :

$$\frac{d\underline{\nabla} A_n}{d\underline{e}_n} . \underline{e}_n = \left[\frac{\partial^2 A_n}{\partial x^2}\cos^2\Omega_n + \frac{\partial^2 A_n}{\partial y^2}\sin^2\Omega_n\right]\cos^2\rho_n + \frac{\partial^2 A_n}{\partial z^2}\sin^2\rho_n$$
$$+ \frac{\partial^2 A_n}{\partial x \partial y}\sin 2\Omega_n \cos^2\rho_n + \left[\frac{\partial^2 A_n}{\partial x \partial z}\cos\Omega_n + \frac{\partial^2 A_n}{\partial y \partial z}\sin\Omega_n\right]\sin 2\rho_n . \qquad \text{I-(35)}$$

Comme précédemment, nous nous plaçons dans le cadre de l'approximation des enveloppes lentement variables et négligeons les dérivées secondes en z.

L'expression de la partie linéaire se déduit de celle obtenue lors de l'approche classique par l'ajout de l'égalité I-(35), elle devient alors :

$$L = i k_n \sin 2\rho_n \left(\frac{\partial A_n}{\partial x}\cos\Omega_n + \frac{\partial A_n}{\partial y}\sin\Omega_n\right) - 2 i k_n \cos^2\rho_n \frac{\partial A_n}{\partial z}$$
$$- \frac{\partial^2 A_n}{\partial x^2}\left(1 - \cos^2\Omega_n \cos^2\rho_n\right) - \frac{\partial^2 A_n}{\partial y^2}\left(1 - \sin^2\Omega_n \cos^2\rho_n\right) + \frac{\partial^2 A_n}{\partial x \partial y}\sin 2\Omega_n \cos^2\rho_n$$
$$+ \left[\frac{\partial^2 A_n}{\partial x \partial z}\cos\Omega_n + \frac{\partial^2 A_n}{\partial y \partial z}\sin\Omega_n\right]\sin 2\rho_n - i\mu_o \sigma_n \omega_n A_n . \qquad \text{I-(36)}$$

Les **équations générales de propagation des trois ondes couplées** sont les suivantes :

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial A_s}{\partial z} = & -\frac{\alpha_s}{2} A_s + i \frac{\omega_s d_{eff}}{c\, n_s \cos^2 \rho_s} A_p A_c^* e^{i\Delta k z} \\
& - \frac{\Delta_\perp A_s}{2 i k_s \cos^2 \rho_s} + \tan \rho_s \left(\frac{\partial A_s}{\partial x} \cos \Omega_s + \frac{\partial A_s}{\partial y} \sin \Omega_s \right) \\
& + \frac{1}{2 i k_s} \left(\cos^2 \Omega_s \frac{\partial^2 A_s}{\partial x^2} + \sin^2 \Omega_s \frac{\partial^2 A_s}{\partial y^2} \right) + \frac{\sin 2\Omega_s}{2 i k_s} \frac{\partial^2 A_s}{\partial x \partial y} \\
& + \frac{\tan 2\rho_s}{i k_s} \left[\frac{\partial^2 A_s}{\partial x \partial z} \cos \Omega_s + \frac{\partial^2 A_s}{\partial y \partial z} \sin \Omega_s \right]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial A_c}{\partial z} = & -\frac{\alpha_c}{2} A_c + i \frac{\omega_c d_{eff}}{c\, n_c \cos^2 \rho_c} A_p A_s^* e^{i\Delta k z} \\
& - \frac{\Delta_\perp A_c}{2 i k_c \cos^2 \rho_c} + \tan \rho_c \left(\frac{\partial A_c}{\partial x} \cos \Omega_c + \frac{\partial A_c}{\partial y} \sin \Omega_c \right) \\
& + \frac{1}{2 i k_c} \left(\cos^2 \Omega_c \frac{\partial^2 A_c}{\partial x^2} + \sin^2 \Omega_c \frac{\partial^2 A_c}{\partial y^2} \right) + \frac{\sin 2\Omega_c}{2 i k_c} \frac{\partial^2 A_c}{\partial x \partial y} \\
& + \frac{\tan 2\rho_c}{i k_s} \left[\frac{\partial^2 A_c}{\partial x \partial z} \cos \Omega_c + \frac{\partial^2 A_c}{\partial y \partial z} \sin \Omega_c \right]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial A_p}{\partial z} = & -\frac{\alpha_p}{2} A_p + i \frac{\omega_p d_{eff}}{c\, n_p \cos^2 \rho_p} A_s A_c e^{-i\Delta k z} \\
& - \frac{\Delta_\perp A_p}{2 i k_p \cos^2 \rho_p} + \tan \rho_p \left(\frac{\partial A_p}{\partial x} \cos \Omega_p + \frac{\partial A_p}{\partial y} \sin \Omega_p \right) \\
& + \frac{1}{2 i k_p} \left(\cos^2 \Omega_p \frac{\partial^2 A_p}{\partial x^2} + \sin^2 \Omega_p \frac{\partial^2 A_p}{\partial y^2} \right) + \frac{\sin 2\Omega_p}{2 i k_p} \frac{\partial^2 A_p}{\partial x \partial y} \\
& + \frac{\tan 2\rho_p}{i k_p} \left[\frac{\partial^2 A_p}{\partial x \partial z} \cos \Omega_p + \frac{\partial^2 A_p}{\partial y \partial z} \sin \Omega_p \right].
\end{aligned}
$$

I-(37)

$k_i = \frac{\omega_i}{c} n_i$ représente le module du vecteur d'onde associé à l'onde i (i = 1, 2 ,3).

Ce système est à rapprocher de celui présenté lors de l'approche classique précédente (I-(34)).

Il comprend 7 termes dont 4 qui étaient déjà présents lors de l'approche classique et 3 nouveaux.

Le premier terme $-\frac{\alpha_n}{2}A_n$ traduit l'absorption de l'onde dans le milieu. Il a été décrit dans le paragraphe précédent.

Le deuxième terme $\frac{\omega_n d_{eff}}{c n_n \cos^2 \rho_n} A_m A_m e^{\pm i\Delta k z}$ correspond au terme de couplage paramétrique. Il a été explicité dans le paragraphe précédent.

Le troisième terme $-\frac{\Delta_\perp A_p}{2 i k_p \cos^2 \rho_p}$ traduit la diffraction dans le cadre de l'approximation scalaire. Il a été explicité dans le paragraphe précédent.

Le quatrième terme $\tan \rho_p \left(\frac{\partial A_p}{\partial x} \cos \Omega_p + \frac{\partial A_p}{\partial y} \sin \Omega_p \right)$ était déjà présent au paragraphe précédent, il traduit la présence de la double réfraction.

Les quatre premiers termes obtenus lors de cette approche étaient déjà présent lors de la précédente. Voyons les nouveaux termes.

Le cinquième terme $\frac{1}{2 i k_p} \left(\cos^2 \Omega_p \frac{\partial^2 A_p}{\partial x^2} + \sin^2 \Omega_p \frac{\partial^2 A_p}{\partial y^2} \right)$ correspond à une correction apportée à la diffraction par la prise en compte de la divergence du champ électrique.

Le sixième terme $+\frac{\sin 2\Omega_p}{2 i k_p} \frac{\partial^2 A_p}{\partial x \partial y}$ indique que la prise en compte de la divergence du champ électrique couple les variables transverses. En fait, les configurations dans lesquelles nous nous placerons lors des simulations seront telles que ce terme est toujours nul pour chaque onde.

Le septième terme $\frac{\tan 2\rho_n}{i k_n} \left[\frac{\partial^2 A_n}{\partial x \partial z} \cos \Omega_n + \frac{\partial^2 A_n}{\partial y \partial z} \sin \Omega_n \right]$ correspond à une correction de la double réfraction. Il apparaît une dérivée par rapport à la variable z. L'intégration du système d'équation apparaît plus délicat encore que celui obtenu au paragraphe précédent. Nous montrerons dans la partie II (sur la modélisation, paragraphe II-3-5-3-1) et dans l'annexe VII que l'intégration se fait exactement de la même manière en passant dans l'espace de Fourier des fréquences spatiales. En attendant, nous présentons une autre approche.

Celle-ci insiste sur la prise en compte de la dispersion des indices, elle est développée indépendamment de la précédente afin de comprendre et d'évaluer les pertes par rapport à l'approche classique.

I-2-3-5] Troisième approche : prise en compte de la dispersion de l'indice

La caractérisation d'une onde plane est réalisée par la donnée du vecteur d'onde. Celui-ci est lié à la surface d'onde par sa transformée de Fourier car la transformée de Fourier d'un "Dirac" dans un espace à trois dimensions est un plan. La caractérisation d'une onde quasi-plane nécessite la prise en compte de la transformée de Fourier de la répartition spatiale du champ électrique, c'est-à-dire du spectre de fréquences spatiales de l'onde où chaque composante correspond à une direction du vecteur d'onde. Ainsi, à titre d'exemple, un faisceau à répartition transverse de l'énergie gaussienne (usuellement appelé faisceau gaussien) est caractérisé par un spectre spatial gaussien lui aussi (propriétés des TF), et par conséquent sa propagation n'est plus caractérisée par un vecteur d'onde mais par une infinité de vecteurs d'onde. Par ailleurs, l'indice qui dépend de la direction du vecteur d'onde et donc des fréquences spatiales n'est pas égal pour toutes les composantes du spectre.

Chaque vecteur d'onde associé à une onde a donc des composantes non nulles sur les axes transverses x et y.

Il s'écrit dans le repère (O,x,y,z) : $\underline{k}_n \left| \begin{matrix} k_n^x \\ k_n^y \\ k_n^z \end{matrix} \right.$. Son module étant égal à $\frac{\omega_n}{c} n_n(\underline{k}_n)$. Nous avons précédemment montré que l'on sait aisément calculer l'indice vu par l'onde selon les directions de propagation et de polarisation (équation I-(23)). Ainsi, à chaque direction caractérisée par les composantes du vecteur d'onde ci-dessus, nous pouvons associer un indice optique; la relation liant les deux étant évidemment : $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k^2 n^2(k_x, k_y)$.

Nous rappelons l'expression de la partie linéaire de l'équation vectorielle incomplète :

$$L = 2i\left(\underline{\nabla} A_n . \underline{e}_n\right)\left(\underline{k}_n . \underline{e}_n\right) - 2i\left(\underline{\nabla} A_n . \underline{k}_n\right) - \Delta A_n .$$

Nous développons cette équation dans le cadre de l'approximation de l'enveloppe "lentement variable".

$$L = 2i\frac{\partial A_n}{\partial x}\left[-k_n^x\left(1-\cos^2\Omega_n\cos^2\rho_n\right)+k_n^y\sin\Omega_n\cos\Omega_n\cos^2\rho_n+k_n^z\cos\Omega_n\cos\rho_n\sin\rho_n\right]$$
$$+2i\frac{\partial A_n}{\partial y}\left[k_n^x\sin\Omega_n\cos\Omega_n\cos^2\rho_n-k_n^y\left(1-\sin^2\Omega_n\cos^2\rho_n\right)+k_n^z\sin\Omega_n\cos\rho_n\sin\rho_n\right]$$
$$+2i\frac{\partial A_n}{\partial z}\left[\left(k_n^x\cos\Omega_n+k_n^y\sin\Omega_n\right)\cos\rho_n\sin\rho_n-k_n^z\cos^2\rho_n\right]-\frac{\partial^2 A_n}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 A_n}{\partial y^2}-i\mu_o\sigma_n\omega_n A_n.$$

I-(38).

On pose, pour simplifier, l'écriture :

$$K_n^x = k_n^z\cos\Omega_n\tan\rho_n-\frac{k_n^x}{\cos^2\rho_n}\left(1-\cos^2\Omega_n\cos^2\rho_n\right)+k_n^y\sin\Omega_n\cos\Omega_n$$
$$K_n^y = k_n^z\sin\Omega_n\tan\rho_n+k_n^x\sin\Omega_n\cos\Omega_n-\frac{k_n^y}{\cos^2\rho_n}\left(1-\sin^2\Omega_n\cos^2\rho_n\right)$$
$$K_n^z = k_n^z-\left(k_n^x\cos\Omega_n+k_n^y\sin\Omega_n\right)\tan\rho_n.$$

I-(39)

D'un point de vue numérique, le domaine des fréquences spatiales est limité et donné par les couples (k_x,k_y). Il reste ensuite à déterminer les indices correspondants à chacun des couples, c'est-à-dire à chacune des directions. Ceci est présenté dans le paragraphe I-2-3-7.

Concernant les équations du couplage paramétrique, à partir du système d'équations vectorielles I-(30), on peut déduire directement le système d'équations de propagation :

$$\frac{\partial A_s}{\partial z} = -\frac{\alpha_s}{2}A_s+i\frac{\omega_s^2 d_{eff}}{c^2K_s^z}A_pA_c^*e^{i\Delta k z}+i\frac{1}{2K_s^z\cos^2\rho_s}\Delta_\perp A_s+\frac{K_s^x}{K_s^z}\frac{\partial A_s}{\partial x}+\frac{K_s^y}{K_s^z}\frac{\partial A_s}{\partial y}$$
$$\frac{\partial A_c}{\partial z} = -\frac{\alpha_c}{2}A_c+i\frac{\omega_c^2 d_{eff}}{c^2K_c^z}A_pA_s^*e^{i\Delta k z}+i\frac{1}{2K_c^z\cos^2\rho_s}\Delta_\perp A_c+\frac{K_c^x}{K_c^z}\frac{\partial A_c}{\partial x}+\frac{K_c^y}{K_c^z}\frac{\partial A_c}{\partial y}$$
$$\frac{\partial A_p}{\partial z} = -\frac{\alpha_p}{2}A_p+i\frac{\omega_p^2 d_{eff}}{c^2K_p^z}A_sA_ce^{-i\Delta k z}+i\frac{1}{2K_p^z\cos^2\rho_p}\Delta_\perp A_p+\frac{K_p^x}{K_p^z}\frac{\partial A_p}{\partial x}+\frac{K_p^y}{K_p^z}\frac{\partial A_p}{\partial y}.$$

I-(40)

On retrouve la même forme que celle obtenue lorsque l'on néglige la dispersion angulaire des indices (relations I-(34)).

Le premier terme $-\frac{\alpha_n}{2}A_n$ représente évidemment l'absorption du milieu. Il n'est donc pas modifié d'un point de vue expérimental. Cependant, d'un point de vue théorique, l'absorption se déduit de la partie imaginaire du tenseur susceptibilité linéaire. Or celle-ci dépend de la direction du vecteur d'onde, par conséquent l'absorption dépend strictement de la direction du vecteur d'onde et donc des fréquences spatiales. Nous négligerons cet aspect lors de l'intégration des équations. Nous posons une absorption moyenne égale à $\alpha_n = \frac{c\mu_o\sigma_n}{n_n \cos^2 \rho_n}$ définie lors de l'approche classique au paragraphe I-2-3-3.

Le deuxième terme $i\frac{\omega_n^2 d_{eff}}{c^2 K_n^z} A_m A_q e^{\pm i\Delta k z}$ caractérise le couplage non-linéaire entre les trois ondes. Le coefficient non-linéaire effectif d_{eff} est rigoureusement fonction des fréquences ω_n et des vecteurs d'onde $\underline{k}_n$. Par conséquent, il faudrait en toute rigueur définir un coefficient non-linéaire correspondant à chaque direction des trois vecteurs d'onde. Cela étant sans issue pratique, nous supposons que d_{eff} est constant en fonction du domaine des fréquences spatiales (cette hypothèse est justifiée dans les configurations d'accord de phase que nous avons choisi par la suite).

Le troisième terme $i\frac{1}{2K_n^z \cos^2 \rho_n}\Delta_\perp A_n$ caractérise la diffraction de l'onde. Par rapport à l'approche classique, le terme est modifié de par l'expression de la composante K_n^z.

D'après les relations I-(39), les deux derniers termes $\frac{K_n^x}{K_n^z}\frac{\partial A_n}{\partial x} + \frac{K_n^y}{K_n^z}\frac{\partial A_n}{\partial y}$ caractérisent la double réfraction.

Ceci étant effectué, nous présentons l'approche dite complète qui tient compte de la divergence des champs électriques et de la dispersion des indices.

I-2-3-6] Quatrième approche dite complète

D'après les trois derniers paragraphes, les coordonnées des vecteurs sont :

$\underline{k}_n \begin{vmatrix} k_n^x \\ k_n^y \\ k_n^z \end{vmatrix}$ de module $\frac{\omega_n}{c}n_n$ et $\underline{e}_n \begin{vmatrix} \cos\Omega_n \cos\rho_n \\ \sin\Omega_n \cos\rho_n \\ \sin\rho_n \end{vmatrix}$ dans le repère (O,x,y,z). Nous les injectons dans l'équation linéaire vectorielle complète :

$L = 2i(\underline{\nabla} A_n . \underline{e}_n)(\underline{k}_n . \underline{e}_n) - 2i(\underline{\nabla} A_n . \underline{k}_n) - \Delta A_n + \frac{d\underline{\nabla} A_n}{d\underline{e}_n} . \underline{e}_n - i\mu_o \sigma_n \omega_n A_n$, qui après développement devient :

$$L = 2i\frac{\partial A_n}{\partial x} K_n^x + 2i\frac{\partial A_n}{\partial y} K_n^y - 2i\frac{\partial A_n}{\partial z} K_n^z - \frac{\partial^2 A_n}{\partial x^2}\left(1 - \cos^2\Omega_n \cos^2\rho_n\right)$$
$$- \frac{\partial^2 A_n}{\partial y^2}\left(1 - \sin^2\Omega_n \cos^2\rho_n\right) + \frac{\partial^2 A_n}{\partial x \partial y} \sin 2\Omega_n \cos^2\rho_n$$
$$+ \left[\frac{\partial^2 A_n}{\partial x \partial z}\cos\Omega_n + \frac{\partial^2 A_n}{\partial y \partial z}\sin\Omega_n\right]\sin 2\rho_n - i\mu_o \sigma_n \omega_n A_n, \qquad \text{I-(41)}$$

avec

$$\boxed{\begin{aligned} K_n^x &= -k_n^x\left(1 - \cos^2\Omega_n \cos^2\rho_n\right) + k_n^y \sin\Omega_n \cos\Omega_n \cos^2\rho_n + k_n^z \cos\Omega_n \cos\rho_n \sin\rho_n \\ K_n^y &= k_n^x \sin\Omega_n \cos\Omega_n \cos^2\rho_n - k_n^y\left(1 - \sin^2\Omega_n \cos^2\rho_n\right) + k_n^z \sin\Omega_n \cos\rho_n \sin\rho_n \\ K_n^z &= -\left(k_n^x \cos\Omega_n + k_n^y \sin\Omega_n\right)\cos\rho_n \sin\rho_n + k_n^z \cos^2\rho_n. \end{aligned} \qquad \text{I-(42)}}$$

Le système d'équations devient :

$$\frac{\partial A_s}{\partial z} = -\frac{\alpha_s}{2} A_s + i\frac{\omega_s^2 d_{eff}}{c^2 K_s^z} A_p A_c^* e^{i\Delta k z} + i\frac{\Delta_\perp A_s}{2K_s^z} + \left(\frac{K_s^x}{K_s^z}\frac{\partial A_s}{\partial x} + \frac{K_s^y}{K_s^z}\frac{\partial A_s}{\partial y}\right)$$
$$+ \frac{\cos^2\rho_s}{2iK_s^z}\left[\cos^2\Omega_s \frac{\partial^2 A_s}{\partial x^2} + \sin^2\Omega_s \frac{\partial^2 A_s}{\partial y^2}\right] + \frac{\sin 2\Omega_s \cos^2\rho_s}{2iK_s^z}\frac{\partial^2 A_s}{\partial x \partial y}$$
$$+ \frac{\sin 2\rho_s}{2iK_s^z}\left[\frac{\partial^2 A_s}{\partial x \partial z}\cos\Omega_s + \frac{\partial^2 A_s}{\partial y \partial z}\sin\Omega_s\right]$$

$$\frac{\partial A_c}{\partial z} = -\frac{\alpha_c}{2} A_c + i\frac{\omega_c^2 d_{eff}}{c^2 K_c^z} A_p A_s^* e^{i\Delta k z} + i\frac{\Delta_\perp A_c}{2K_c^z} + \left(\frac{K_c^x}{K_c^z}\frac{\partial A_c}{\partial x} + \frac{K_c^y}{K_c^z}\frac{\partial A_c}{\partial y}\right)$$
$$+ \frac{\cos^2\rho_c}{2iK_c^z}\left[\cos^2\Omega_c \frac{\partial^2 A_c}{\partial x^2} + \sin^2\Omega_c \frac{\partial^2 A_c}{\partial y^2}\right] + \frac{\sin 2\Omega_c \cos^2\rho_c}{2iK_c^z}\frac{\partial^2 A_c}{\partial x \partial y}$$
$$+ \frac{\sin 2\rho_c}{2iK_c^z}\left[\frac{\partial^2 A_c}{\partial x \partial z}\cos\Omega_c + \frac{\partial^2 A_c}{\partial y \partial z}\sin\Omega_c\right]$$

$$\frac{\partial A_p}{\partial z} = -\frac{\alpha_p}{2} A_p + i\frac{\omega_p^2 d_{eff}}{c^2 K_p^z} A_s A_c e^{-i\Delta k z} + i\frac{\Delta_\perp A_p}{2K_p^z} + \left(\frac{K_p^x}{K_p^z}\frac{\partial A_p}{\partial x} + \frac{K_p^y}{K_p^z}\frac{\partial A_p}{\partial y}\right)$$
$$+ \frac{\cos^2\rho_p}{2iK_p^z}\left[\cos^2\Omega_p \frac{\partial^2 A_p}{\partial x^2} + \sin^2\Omega_p \frac{\partial^2 A_p}{\partial y^2}\right] + \frac{\sin 2\Omega_p \cos^2\rho_p}{2iK_p^z}\frac{\partial^2 A_p}{\partial x \partial y}$$
$$+ \frac{\sin 2\rho_p}{2iK_p^z}\left[\frac{\partial^2 A_p}{\partial x \partial z}\cos\Omega_p + \frac{\partial^2 A_p}{\partial y \partial z}\sin\Omega_p\right].$$

I-(43)

Ce système est à comparer aux deux précédemment présentés (I-2-3-4 et I-2-3-5). Il contient 7 termes.

Le premier terme $-\frac{\alpha_n}{2} A_n$ caractérise l'absorption du milieu à la longueur d'onde λ_n. De la même manière qu'au paragraphe I-2-3-5, l'absorption est supposée constante en fonction de la direction du vecteur d'onde.

Le second terme $i\frac{\omega_n^2 d_{eff}}{c^2 K_n^z} A_m A_q e^{\pm i\Delta k z}$ traduit le couplage paramétrique entre les ondes. L'expression est semblable à celle obtenue au paragraphe I-2-3-5.

Le troisième terme $i\frac{\Delta_\perp A_n}{2K_n^z}$ caractérise la diffraction.

Le quatrième terme $\left(\frac{K_n^x}{K_n^z}\frac{\partial A_n}{\partial x} + \frac{K_n^y}{K_n^z}\frac{\partial A_n}{\partial y}\right)$ caractérise la double réfraction.

Les cinquième, sixième et septième termes sont semblables à ceux obtenus lors de l'approche par prise en compte de la divergence du champ électrique. Ils sont "généralisés" par les expressions des termes K_n^x, K_n^y et K_n^z (relations I-(42)).

Les systèmes d'équations I-(34), I-(37), I-(40), I-(43) décrivant la propagation des trois ondes couplées n'ont pas de solutions analytiques dans le cas général. Il est par conséquent nécessaire de passer par une intégration numérique. Celle-ci se fait généralement en deux étapes, la première portant sur la partie linéaire et la seconde sur la partie non-linéaire. On peut donc ne s'intéresser dans un premier temps qu'à la partie linéaire. Cette approche permet par ailleurs de déterminer la dispersion des indices en fonctions des fréquences spatiales.

I-2-3-7] Propagation dans un milieu anisotrope et détermination des indices optiques

Une des approches numériques développée dans la partie II consiste à intégrer successivement les parties linéaire et non-linéaire. Par conséquent, si l'on ne s'intéresse qu'à la propagation dans un milieu anisotrope quelconque sans prendre en compte le couplage paramétrique à trois ondes, il est possible alors de développer des équations plus générales que celles qui ont été présentées précédemment. Cette approche est présentée dans les références [Dreger,1] [Fleck] [Dreger,2]. Elle permet de déterminer les indices en fonction des fréquences spatiales.

En partant de l'équation linéaire I-(13), et en négligeant l'absorption et le couplage non-linéaire, on obtient l'équation linéaire classique dans un milieu anisotrope, dans le repère cristallographique :

$$\left[\Delta - \nabla(\nabla.) + k^2 \underline{\underline{n}}^2\right]\underline{E}(X,Y,Z) = 0.$$

L'anisotropie est exprimée par le tenseur de rang 2, $\underline{\underline{n}}$, dans le repère (X,Y,Z) cristallographique où il est diagonal. Nous imposons par ailleurs la double inégalité suivante sur les indices : $n_X < n_Y < n_Z$:

$$\underline{\underline{n}} = \begin{pmatrix} n_X & 0 & 0 \\ 0 & n_Y & 0 \\ 0 & 0 & n_Z \end{pmatrix}.$$

Pour passer dans le repère (x,y,z) lié au laboratoire, nous introduisons trois angles, θ, ϕ et ψ, les deux premiers pour aligner la direction de propagation z avec le vecteur d'onde et le dernier pour aligner les axes x et y avec les directions de polarisations orthogonales. La relation de passage s'écrit : $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = R_z(\psi)R_y(\theta)R_z(\phi)\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$, où les matrices R_a sont des matrices de rotation par rapport à l'axe "a".

Le développement de l'équation linéaire conduit au système suivant[16] :

$$\begin{bmatrix} \partial_y^2 + \partial_z^2 + k^2 s_{xx} & -\partial_{xy}^2 + k^2 s_{xy} & -\partial_{xz}^2 + k^2 s_{xz} \\ -\partial_{xy}^2 + k^2 s_{xy} & \partial_x^2 + \partial_z^2 + k^2 s_{yy} & -\partial_{yz}^2 + k^2 s_{yz} \\ -\partial_{xz}^2 + k^2 s_{xz} & -\partial_{yz}^2 + k^2 s_{yz} & \partial_x^2 + \partial_y^2 + k^2 s_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = 0. \qquad \text{I-(44)}$$

I-2-3-7-1] Cas des ondes planes : polarisations et angles de double réfraction

La recherche des vecteurs propres et des valeurs propres est difficile puisqu'il s'agit de résoudre un système de trois équations différentielles du deuxième ordre à trois variables. Cette opération délicate est grandement simplifiée si l'on cherche les solutions sous la forme d'ondes planes se propageant dans un milieu d'indice optique N, d'où l'expression du champ électrique : $\underline{E} = \frac{1}{2}\underline{E}_0 \exp\left(i(kNz - \omega t)\right) + c.c.$. Cette hypothèse a pour conséquence d'annuler les dérivées du champ $\underline{E}$ par rapport aux variables x et y. Le système d'équations I-(44) devient alors :

$$\begin{bmatrix} -N^2 + s_{xx} & s_{xy} & s_{xz} \\ s_{xy} & -N^2 + s_{yy} & s_{yz} \\ s_{xz} & s_{yz} & s_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = 0.$$

[16] Les coefficients du tenseur $\underline{\underline{s}}$, tenseur $\underline{\underline{n}}$ dans le repère lié au laboratoire, sont donnés dans l'annexe IV.

On peut encore le simplifier en développant la loi de Gauss (relation I-(2 d)) :

$$\text{div}\,\underline{D} = 0 = k_0 N \varepsilon_0 \,(s_{xz}\,E_x + s_{yz}\,E_y + s_{zz}\,E_z)$$

qui permet de réécrire la composante E_z en fonction des deux autres composantes E_x et E_y et de remplacer son expression dans la matrice. Nous obtenons le système matricielle de dimension 2 x 2 :

$$\begin{pmatrix} s_{xx} - N^2 - \dfrac{s_{xz}^2}{s_{zz}} & s_{xy} - \dfrac{s_{xz}s_{yz}}{s_{zz}} \\ s_{xy} - \dfrac{s_{xz}s_{yz}}{s_{zz}} & s_{yy} - N^2 - \dfrac{s_{yz}^2}{s_{zz}} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = 0 \text{ avec } E_z = -\frac{s_{xz}}{s_{zz}} E_x - \frac{s_{yz}}{s_{zz}} E_y .$$

On ajuste alors l'angle ψ de manière à simplifier le système ci-dessus. On pose l'égalité suivante : $s_{xy} - \dfrac{s_{xz}s_{yz}}{s_{zz}} = 0$ qui, d'après l'annexe IV, définit l'angle ψ_0 annulant les termes extra-diagonaux de la matrice.

Dans ce cas, le système est immédiatement résolu et l'on trouve les deux valeurs propres N_1 et N_2 [17] définies telles que $N_1 > N_2$. L'onde de type 1 voit donc l'indice lent et l'onde de type 2 l'indice rapide.

$$\boxed{N_1 = \sqrt{s_{xx} - \frac{s_{xz}^2}{s_{zz}}},\ N_2 = \sqrt{s_{yy} - \frac{s_{yz}^2}{s_{zz}}}} \qquad \text{I-(45)}$$

Les vecteurs propres, qui donnent les polarisations transverses, sont directement déduits du système ci-dessus. On en déduit ensuite, d'après la loi de Gauss, les composantes selon z et finalement les vecteurs (non normalisés) des deux polarisations.

$$\begin{cases} E_x \neq 0, \quad E_y = 0 \quad \text{(type 1)} \Rightarrow \underline{E}_1 = \frac{1}{2}\left(s_{zz}, 0, -s_{xz}\right) e^{i\left(kN_1 z - \omega t\right)} + \text{c.c.} \\ E_y \neq 0, \quad E_x = 0 \quad \text{(type 2)} \Rightarrow \underline{E}_2 = \frac{1}{2}\left(0, s_{zz}, -s_{yz}\right) e^{i\left(kN_2 z - \omega t\right)} + \text{c.c.} \end{cases} \qquad \text{I-(46)}$$

On montre facilement que les vecteurs de Poynting ne sont pas colinéaires au vecteur d'onde et que pour chaque polarisation, le faisceau présente un angle de double réfraction donné par les expressions suivantes :

[17] Les valeurs trouvées sont les indices obtenues pour des ondes planes. Cherchant à déterminer les indices en fonction des fréquences spatiales, nous poursuivons l'étude.

pour l'onde de type I : $\tan(\rho_1) = \frac{s_{xz}}{s_{zz}}$ (a)	
pour l'onde de type II : $\tan(\rho_2) = \frac{s_{yz}}{s_{zz}}$. (b)	I-(47 a et b)

Si l'on résume les résultats précédents, nous sommes capables, à partir de la donnée des angles θ et ϕ et de la connaissance des indices n_x, n_y et n_z, de déterminer l'indice et l'angle de double réfraction vus par chacune des deux "polarisations". Ceci étant fait, il reste à déterminer l'équation de propagation vue par chacune des ondes lorsque celles-ci ne sont plus planes mais quasi-planes.

I-2-3-7-2] Cas des ondes quasi-planes : opérateur de propagation

La résolution directe du système complet est, sinon difficile, voire impossible. En effet, on arrive au calcul d'un déterminant dans lequel figurent des dérivées partielles du quatrième ordre. Il est donc encore nécessaire d'effectuer des hypothèses simplificatrices. La première de celles-ci consiste à supposer l'approximation de l'enveloppe lentement variable valable et, par conséquent, les amplitudes des champs électriques étudiés ne doivent pas varier de manière "importante" sur une distance de propagation de l'ordre de la longueur d'onde. En pratique, cette approximation est valable en régime nanoseconde. La seconde hypothèse est de supposer que l'on peut traiter les dérivées transverses dans l'espace de Fourier associé et, par conséquent, cela suppose que l'on travaille avec des "fonctions" tempérées[18]. En régime nanoseconde, cette hypothèse est toujours valable.

Les calculs concernant cette partie étant plus fastidieux que les précédents, ils sont développés dans l'annexe IV et dans la référence [Dreger,1]. Seuls sont donnés ici, sans démonstration, les principaux résultats. Nous avons vu que l'étude en "onde plane" permet de calculer les indices et angles de double réfraction. L'étude en "onde quasi-plane" permet le calcul des opérateurs de propagation associés à chacune des polarisations.

On montre dans l'annexe IV que les opérateurs s'écrivent dans l'espace de Fourier :

$$\partial_z = \frac{i}{4Nk}\left[a + c \pm \sqrt{(a-c)^2 + 4b^2}\right], \text{avec}$$

[18] au sens des distributions définies en mathématique[Petit,1].

$$\begin{cases} a = k^2\left(s_{xx} - N^2\right) - k_y^2 - \dfrac{\left(N k k_x + k^2 s_{xz}\right)^2}{k^2 s_{zz} - \left(k_x^2 + k_y^2\right)} \\ b = k_x k_y + k^2 s_{xy} - \dfrac{\left(N k k_x + k^2 s_{xz}\right)\left(N k k_y + k^2 s_{yz}\right)}{k^2 s_{zz} - \left(k_x^2 + k_y^2\right)} \\ c = k^2\left(s_{yy} - N^2\right) - k_x^2 - \dfrac{\left(N k k_y + k^2 s_{yz}\right)^2}{k^2 s_{zz} - \left(k_x^2 + k_y^2\right)}. \end{cases} \qquad \text{I-(48-a)}$$

Pour une onde plane, on a $k_x = k_y = 0$ et $\partial_z = 0$. Les opérateurs s'écrivent donc :

$$a + c \pm \sqrt{(a-c)^2 + 4b^2} = 0 \text{ avec } \begin{cases} a = N_1^2 - N^2 \\ b = 0 \\ c = N_2^2 - N^2. \end{cases}$$

On en déduit immédiatement que <u>l'indice N_1 est associé au signe</u> + dans l'opérateur tandis que l'indice <u>N_2 est associé au signe</u> -. Ainsi l'opérateur propagation s'écrit :

$$\partial_z = \frac{i}{4 N_2^1 k}\left[a + c \pm \sqrt{(a-c)^2 + 4b^2}\right]. \qquad \text{I-(48-b)}$$

Afin de déterminer l'évolution des indices en fonction des fréquences spatiales, il est nécessaire de pousser un peu plus loin le calcul en résolvant directement l'équation $a + c \pm \sqrt{(a-c)^2 + 4b^2} = 0$ dans le cas des ondes quasi-planes. Cette dernière approche est présenté dans le paragraphe suivant.

I-2-3-7-3] Détermination des indices optiques en fonction des fréquences spatiales

La résolution de l'équation $a + c \pm \sqrt{(a-c)^2 + 4b^2} = 0$ n'est pas très difficile (équation bicarrée) mais elle est très longue à cause de l'expression des termes qui la composent (I-(48)). Nous avons donc résolu cette équation à l'aide d'un logiciel de calcul formel mathématique *Mathematica*. La solution brute tient sur une trentaine de pages mais elle peut heureusement se simplifier. Son expression nécessite l'introduction de 8 variables intermédiaires, de k_1 à k_8 choisies plus ou moins arbitrairement, de dimensions multiples de celle d'un vecteur d'onde.

$$
\begin{cases}
k_1 = k_x s_{xz} + k_y s_{yz} \\
k_2 = k_x^2 s_{xx} + 2\, k_x k_y s_{xy} + k^2 s_{xz}^2 + k_y^2 s_{yy} + k^2 s_{yz}^2 + k_x^2 s_{zz} + k_y^2 s_{zz} - k^2 s_{xx} s_{zz} - k^2 s_{yy} s_{zz} \\
k_3 = k_x^4 s_{xx} + 2\, k_x k_y (k_x^2 + k_y^2) s_{xy} + k_y^4 s_{yy} + k_x^2 k_y^2 (s_{xx} + s_{yy}) \\
\quad + k^2 k_x^2 (s_{xy}^2 + s_{xz}^2 - s_{xx} s_{yy} - s_{xx} s_{zz}) + k^2 k_y^2 (s_{xy}^2 - s_{xx} s_{yy} + s_{yz}^2 - s_{yy} s_{zz}) \\
\quad + k^4 (-s_{xz}^2 s_{yy} + 2 s_{xy}^2 s_{yz} - s_{xx} s_{yz}^2 - s_{xy}^2 s_{xz} + s_{xx} s_{yy} s_{zz}) \\
k_4 = k_x^3 s_{xz} + k_x k_y^2 s_{xz} + k_x^2 k_y s_{yz} + k_y^3 s_{yz} + k^2 k_y (s_{xy} s_{xz} - s_{xx} s_{yz}) + k^2 k_x (-s_{xz} s_{yy} + s_{xy} s_{yz}) \\
k_5 = k_2^2 + 12\, s_{zz} k_3 - 12\, k_1 k_4 \\
k_6 = 2\, k_2^3 + 108\, k_1^2 k_3 - 72\, s_{zz} k_2 k_3 - 36\, k_1 k_2 k_4 + 108\, s_{zz} k_4^2 \\
k_7 = \sqrt[3]{k_6 + \sqrt{k_6^2 - 4 k_5^3}} \\
k_8 = \sqrt{\dfrac{k_1^2}{k^2 s_{zz}^2} - \dfrac{2 k_2}{3 k^2 s_{zz}} + \dfrac{\sqrt[3]{2}\, k_5}{3 k^2 s_{zz} k_7} + \dfrac{k_7}{3 \sqrt[3]{2}\, k^2 s_{zz}}}.
\end{cases}
$$

I-(49)

Les deux indices de réfractions N_1 et N_2 dépendent des fréquences spatiales k_x et k_y (à $2\,\pi$ près) et sont donnés par la double formule suivante :

$$
N_2^1 = \frac{1}{2} k_8 - \frac{k_1}{2 k s_{zz}} \pm \frac{1}{2} \sqrt{-\frac{\sqrt[3]{2}\, k_5}{3 k^2 s_{zz} k_7} + \frac{2 k_1^2}{k^2 s_{zz}^2} - \frac{4 k_2}{3 k^2 s_{zz}} - \frac{k_7}{3 \sqrt[3]{2}\, k^2 s_{zz}} + \frac{2\left(-k_1^3 + k_1 k_2 s_{zz} - 2 k_4 s_{zz}^2\right)}{k^3 k_8 s_{zz}^3}}.
$$

I-(50)

Ainsi, nous avons une manière de calculer l'indice en fonction des fréquences spatiales. Nous utiliserons cette équation (I-(50)) dans la partie III sur les simulations numériques.

En conclusion, nous avons développé, dans ce paragraphe, une nouvelle approche de la propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu anisotrope (après la remarque concernant la séparation des parties linéaire et non-linéaire lors de l'intégration numérique) permettant de déterminer les indices en fonctions des fréquences spatiales. Avant de passer à la partie portant sur le modèle numérique, et en faisant des hypothèses simplificatrices importantes, nous allons montrer que l'on peut résoudre ces équations analytiquement, ceci afin de mettre en évidence le phénomène d'amplification paramétrique optique, à la base du fonctionnement de l'oscillateur paramétrique optique. Dans un second temps, nous décrirons les effets de la diffraction, de la double réfraction et de l'absorption.

Le cristal non-linéaire joue le rôle du milieu amplificateur laser dans lequel a lieu l'inversion de population, il permet le transfert de l'énergie de l'onde pompe vers les ondes signal et complémentaire, c'est pour cette raison que l'on parle d'amplification paramétrique. Le cristal est le lieu du processus d'amplification paramétrique. Mais à la différence de l'inversion de population qui est un processus se construisant "lentement" et qui correspond généralement à un stockage de l'énergie, l'amplification paramétrique est un processus instantané, dépendant donc de l'éclairement instantané de la pompe et des deux autres ondes.

La cavité géométrique impose aux ondes de résonner. On parle d'oscillation paramétrique.

Le spectre d'émission d'un laser est généralement centré sur une seule longueur d'onde fixe. Celui issu d'un processus non-linéaire d'ordre deux est composé de deux longueurs d'onde signal et complémentaire (auxquelles s'ajoute évidemment la pompe) qui peuvent varier selon différents paramètres. C'est pour cette dernière raison que l'on parle d'effet paramétrique. Cette propriété permet aux OPO de balayer le spectre sur de larges domaines de longueurs d'onde et d'atteindre des longueurs d'onde pour lesquelles il existe peu ou pas de laser, notamment dans le proche infrarouge et dans l'infrarouge moyen.

Nous avons mentionné dans ce paragraphe le processus d'amplification paramétrique qui correspond au fait que les trois ondes interagissent dans le cristal au cours d'un passage. Explicitons le.

I-3-1-2] Amplification Paramétrique Optique (APO)

L'amplification paramétrique correspond au fait que le signal et le complémentaire voient leur éclairement augmenter au cours de la propagation dans le cristal. Nous avons donné au chapitre précédent les équations décrivant l'interaction entre les trois ondes, nous avons vu que ces dernières pouvaient être assez complexes à cause des effets secondaires venant se juxtaposer au couplage non-linéaire. Nous n'allons nous intéresser dans ce paragraphe qu'au terme non-linéaire et négliger tous les autres termes, à savoir la diffraction, la double réfraction, la "dispersion" des vecteurs d'onde. En tenant compte de ces hypothèses, les équations I-(34), I-(37), I-(40), I-(43) se simplifient et deviennent :

$$\frac{\partial A_s}{\partial z} = i\frac{\omega_s}{c\,n_s} d_{eff} A_p A_c^* e^{i\Delta k z} - \frac{\alpha_s}{2} A_s$$
$$\frac{\partial A_c}{\partial z} = i\frac{\omega_c}{c\,n_c} d_{eff} A_p A_s^* e^{i\Delta k z} - \frac{\alpha_c}{2} A_c$$
$$\frac{\partial A_p}{\partial z} = i\frac{\omega_p}{c\,n_p} d_{eff} A_s A_c e^{-i\Delta k z} - \frac{\alpha_p}{2} A_p. \qquad \text{I-(51)}$$

Nous avons signalé au paragraphe précédent que l'onde pompe présente un éclairement très important, par conséquent, nous supposons qu'il demeure constant au cours de la propagation dans le cristal. Ceci a pour effet d'annuler la dérivée spatiale de A_p. Si l'on suppose, en plus, l'accord de phase réalisé ($\Delta k = 0$) et l'absorption nulle, le système d'équations différentielles devient :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial A_s}{\partial z} = i\dfrac{\omega_s}{c\,n_s} d_{eff} A_p A_c^* \\ \dfrac{\partial A_c}{\partial z} = i\dfrac{\omega_c}{c\,n_c} d_{eff} A_p A_s^* \\ \dfrac{\partial A_p}{\partial z} = 0. \end{cases} \qquad \text{I-(52)}$$

En dérivant chaque équation par rapport à z, nous obtenons les deux équations indépendantes et symétriques :

$\dfrac{\partial^2 A_s}{\partial z^2} = \left(\dfrac{g}{2}\right)^2 A_s$ et $\dfrac{\partial^2 A_c}{\partial z^2} = \left(\dfrac{g}{2}\right)^2 A_c$, avec le gain g tel que :

$$g = 4\sqrt{\frac{\omega_s \omega_c}{n_s n_c}}\frac{d_{eff}}{c}\left|A_p\right|. \qquad \text{I-(53)}$$

Les solutions de ce système s'écrivent :

$$\begin{cases} A_s(z) = A_{s_0} \mathrm{ch}\left(\dfrac{g}{2}z\right) + i\sqrt{\dfrac{\omega_s n_c}{\omega_c n_s}}\dfrac{A_p}{|A_p|} A_{c_0}^* \mathrm{sh}\left(\dfrac{g}{2}z\right) \\ A_c(z) = A_{c_0} \mathrm{ch}\left(\dfrac{g}{2}z\right) + i\sqrt{\dfrac{\omega_c n_s}{\omega_s n_c}}\dfrac{A_p}{|A_p|} A_{s_0}^* \mathrm{sh}\left(\dfrac{g}{2}z\right) \end{cases} \qquad \text{I-(54)}$$

avec A_{s_0}, A_{c_0} les amplitudes complexes initiales des ondes signal et complémentaire.

Les éclairements donnés par la relation : $I_n = \dfrac{1}{2} c n_n \varepsilon_0 A_n A_n^*$ sont égaux à :

$$\begin{cases} I_s(z) = I_{s_0} ch^2\left(\frac{g}{2}z\right) + \frac{\omega_s}{\omega_c} I_{c_0} sh^2\left(\frac{g}{2}z\right) - \sqrt{\frac{\omega_s}{\omega_c}}\sqrt{I_{s_0} I_{c_0}} \sin(\phi_{p_0} - \phi_{s_0} - \phi_{c_0}) sh(gz) \\ I_c(z) = I_{c_0} ch^2\left(\frac{g}{2}z\right) + \frac{\omega_c}{\omega_s} I_{s_0} sh^2\left(\frac{g}{2}z\right) - \sqrt{\frac{\omega_c}{\omega_s}}\sqrt{I_{s_0} I_{c_0}} \sin(\phi_{p_0} - \phi_{s_0} - \phi_{c_0}) sh(gz). \end{cases} \quad \text{I-(55 a)}$$

Dans la grande majorité des cas, une des deux ondes signal ou complémentaire n'est pas injectée, c'est-à-dire que son éclairement initial est "nul". Supposons l'éclairement dû à l'onde complémentaire "nul", les équations I-(51) deviennent simplement [20]:

$$\begin{cases} I_s(z) = I_{s_0} ch^2\left(\frac{g}{2}z\right) \\ I_c(z) = \frac{\omega_c}{\omega_s} I_{s_0} sh^2\left(\frac{g}{2}z\right) \end{cases} \quad \text{I-(55 b)}$$

Le graphe suivant (figure I-(14)) présente sur un exemple les allures des courbes représentant les éclairements des ondes signal et complémentaire lorsque l'éclairement initial de cette dernière est "nul".

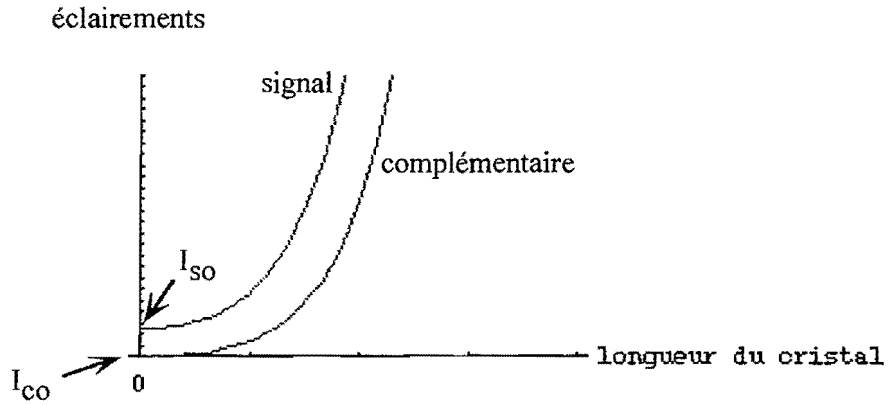


Figure I-(14) : Représentation des éclairements des ondes signal et complémentaires lorsque seule l'onde signal est injectée et que la pompe intense reste constante.

[20] Le rapport $\frac{\omega_c}{\omega_s}$ est lié au fait qu'autant de photons signal et complémentaire sont créés simultanément. Si aucune des deux ondes n'est injectée, ce qui se traduit par des éclairements signal et complémentaire nuls, alors le système ne démarre pas dans le cadre de ce modèle. La pompe reste constante ainsi que les deux ondes signal et complémentaire (nulles).

Lorsque l'éclairement dû à l'onde complémentaire est nul, il est facile de voir à partir des relations I-(54) et I-(55) que les phases des ondes sont constantes au cours de la propagation et que la différence de phase vérifie $\Delta\phi = \phi_p - \phi_s - \phi_c = -\frac{\pi}{2}$

Lorsque l'éclairement initial du complémentaire n'est pas nul, la relation est plus complexe mais on montre que $\Delta\phi$ tend très rapidement vers $-\pi/2$ au cours de la propagation dans le cristal. En fait on étudiera plus précisément ce phénomène lorsque l'on prendra en compte la déplétion de la pompe et le désaccord de phase dans un paragraphe ultérieur.

I-3-2] Étude des effets physiques présents lors de l'interaction paramétrique

Nous avons étudié l'amplification paramétrique dans un cas très simple où l'on a négligé les effets secondaires et où l'on a supposé l'accord de phase parfait et la pompe constante au cours de la propagation. Dans les paragraphes qui suivent, nous tenons compte du désaccord de phase, de l'absorption et de la déplétion de la pompe. Nous montrons qu'il existe des solutions analytiques à ces systèmes et les explicitons. La plupart des résultats présentés dans les lignes suivantes sont classiques et présentent l'interaction entre trois ondes planes monomodes longitudinales.

I-3-2-1] Analyse classique de l'interaction non-linéaire

I-3-2-1-1] Gain paramétrique

Ce paragraphe a pour objet d'introduire la notion de gain paramétrique. Pour cela, nous faisons les hypothèses suivantes :
- l'éclairement de la pompe est constant,
- l'accord de phase n'est pas réalisé, $\Delta k \neq 0$,
- les absorptions du cristal aux trois longueurs d'onde sont nulles,
- au moins une des deux ondes signal ou complémentaire est injectée.

Avec ces hypothèses le système d'équation I(51) devient :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial A_s}{\partial z} = i\dfrac{\omega_s}{c\,n_s} d_{eff} A_p A_c^* e^{i\Delta k z} \\ \dfrac{\partial A_c}{\partial z} = i\dfrac{\omega_c}{c\,n_c} d_{eff} A_p A_s^* e^{i\Delta k z} \\ \dfrac{\partial A_p}{\partial z} = 0. \end{cases} \qquad \text{I-(56)}$$

De la même manière que précédemment, en dérivant les deux équations différentielles par rapport à z, le système se met sous la forme :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 A_s}{\partial z^2} - i\Delta k \dfrac{\partial A_s}{\partial z} - g^2 A_s = 0 \\ \dfrac{\partial^2 A_c}{\partial z^2} - i\Delta k \dfrac{\partial A_c}{\partial z} - g^2 A_c = 0, \end{cases}$$

avec g donné par la formule I-(53). On introduit : $R^2 = g^2 - \Delta k^2$.

Trois cas se présentent alors selon la valeur de R. Seul nous intéresse le cas R réel[21], car si R réel, c'est-à-dire si le gain est supérieur au désaccord de phase, les solutions pour les amplitudes complexes sont :

$$\begin{cases} A_s(z) = e^{i\frac{\Delta k z}{2}}\left[A_{s_0}\left(ch\left(\frac{R}{2}z\right) - i\frac{\Delta k}{R}sh\left(\frac{R}{2}z\right)\right) + i\frac{g}{R}\sqrt{\frac{\omega_s}{\omega_c}\frac{n_c}{n_s}}\frac{A_p}{|A_p|}A_{c_0}^{*}\,sh\left(\frac{R}{2}z\right)\right] \\ A_c(z) = e^{i\frac{\Delta k z}{2}}\left[A_{c_0}\left(ch\left(\frac{R}{2}z\right) - i\frac{\Delta k}{R}sh\left(\frac{R}{2}z\right)\right) + i\frac{g}{R}\sqrt{\frac{\omega_c}{\omega_s}\frac{n_s}{n_c}}\frac{A_p}{|A_p|}A_{s_0}^{*}\,sh\left(\frac{R}{2}z\right)\right]. \end{cases}$$

Les éclairements sont alors donnés par les expressions suivantes :

$$\begin{cases} I_s(z) = I_{s_0}\left(ch^2\left(\frac{R}{2}z\right) + \left(\frac{\Delta k}{R}\right)^2 sh^2\left(\frac{R}{2}z\right)\right) + \left(\frac{g}{R}\right)^2 \frac{\omega_s}{\omega_c} I_{c_0} sh^2\left(\frac{R}{2}z\right) \\ \quad -2\frac{g}{R}\sqrt{\frac{\omega_s}{\omega_c}}\sqrt{I_{s_0}I_{c_0}}\,sh\left(\frac{R}{2}z\right)\left(ch\left(\frac{R}{2}z\right)\sin(\Delta\phi_0) + \frac{\Delta k}{R}sh\left(\frac{R}{2}z\right)\cos(\Delta\phi_0)\right) \\ I_c(z) = I_{c_0}\left(ch^2\left(\frac{R}{2}z\right) + \left(\frac{\Delta k}{R}\right)^2 sh^2\left(\frac{R}{2}z\right)\right) + \left(\frac{g}{R}\right)^2 \frac{\omega_c}{\omega_s} I_{s_0} sh^2\left(\frac{R}{2}z\right) \\ \quad -2\frac{g}{R}\sqrt{\frac{\omega_c}{\omega_s}}\sqrt{I_{c_0}I_{s_0}}\,sh\left(\frac{R}{2}z\right)\left(ch\left(\frac{R}{2}z\right)\sin(\Delta\phi_0) + \frac{\Delta k}{R}sh\left(\frac{R}{2}z\right)\cos(\Delta\phi_0)\right) \end{cases} \qquad \text{I-(57)}$$

avec $\Delta\phi_0 = \phi_p - \phi_s - \phi_c$.

[21] Le cas R = 0 est expérimentalement impossible à réaliser tandis que le cas R imaginaire pur correspond à une variation sinusoïdale des amplitudes des ondes et par conséquent, il ne nous intéresse pas.

Sur le graphe suivant (figure I-(15)), nous pouvons observer l'influence du désaccord de phase sur l'éclairement de l'onde signal en sortie. Celui-ci croît en fonction de la longueur du cristal et décroît avec le désaccord de phase (par rapport au cas de l'accord parfait).

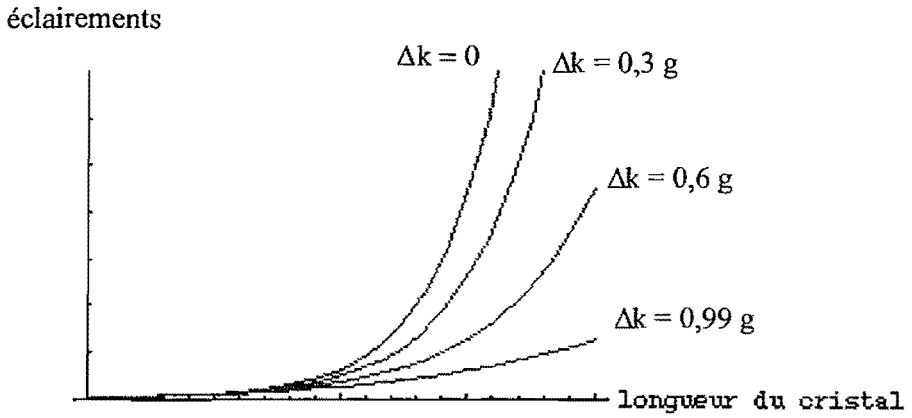


Figure I-(15) : L'éclairement décroît lorsque le désaccord de phase augmente.

Dans le cas où l'éclairement initial du complémentaire est nul, les relations I-(57) se simplifient et l'on peut définir le gain linéaire ou gain paramétrique G par [22]:

$$G(z) = \frac{I_s(z)}{I_{s_0}} = 1 + \left(\frac{g}{R}\,\mathrm{sh}\left(\frac{R}{2}z\right)\right)^2 = 1 + \left(\frac{g}{\sqrt{g^2 - \Delta k^2}}\,\mathrm{sh}\left(\frac{\sqrt{g^2 - \Delta k^2}}{2}z\right)\right)^2 . \qquad \text{I-(58)}$$

Dans ce cas, le gain linéaire ne dépend pas de la phase initiale du signal par rapport à celle de la pompe car la phase du complémentaire s'ajuste pour maximiser le gain linéaire. La figure I-(16) montre un exemple de l'évolution de G en fonction du désaccord de phase Δk.

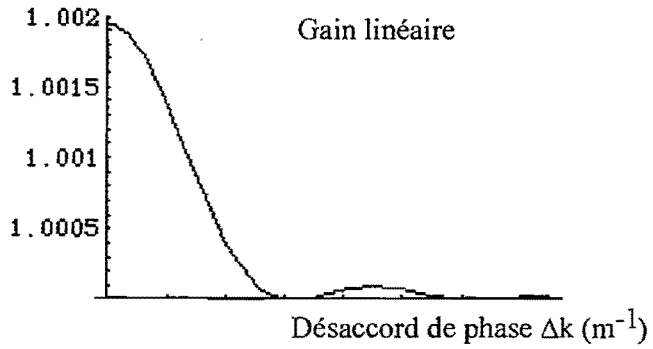


Figure I-(16) : Représentation de l'évolution du gain linéaire G en fonction du désaccord de phase.

[22] Le gain définit ici permettra par la suite de déterminer la largeur de gain, c'est à dire la largeur de la raie d'émission de l'OPO.

Il en va de même des phases qui deviennent :

$$\begin{cases} \phi_p(z) = \phi_{p_0} \\ \phi_c(z) = \frac{\pi}{2} + \frac{\Delta k}{2} z - \phi_{s_0} + \phi_{p_0} \\ \phi_s(z) = \phi_{s_0} + \frac{\Delta k}{2} z - \arctan\left(\frac{\Delta k}{R} \mathrm{th}\left(\frac{R}{2} z\right)\right). \end{cases} \qquad \text{I-(59)}$$

Le graphe suivant (figure I-(17)) présente l'évolution de la phase du signal

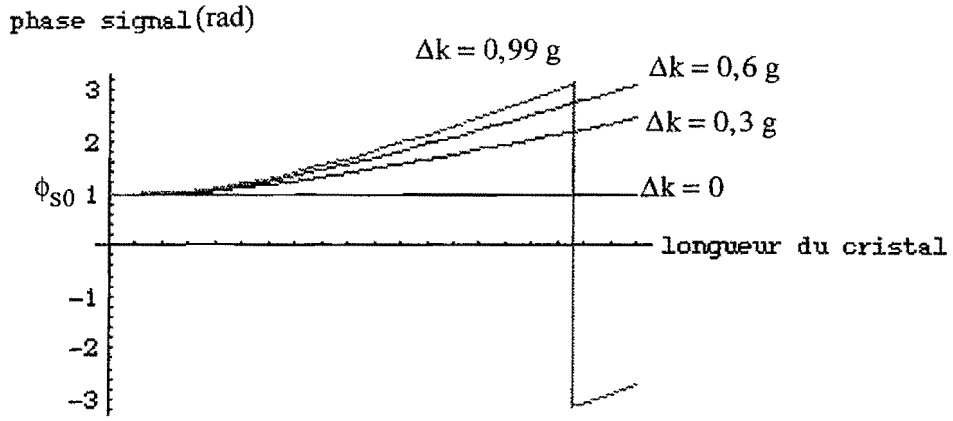


Figure I-(17) : Représentation de l'évolution de la phase du signal pour différentes valeurs du désaccord de phase. Les sauts de phases sont dus à la périodicité de la fonction Arc-tangente. La phase varie quasi-linéairement avec la distance et le désaccord de phase.

On constate que l'évolution de la phase de l'onde signal contient en plus du terme linéaire, un terme faisant intervenir l'éclairement de la pompe par le terme R (R contient le terme g proportionnel à la racine carré de l'éclairement de l'onde pompe). Quant à la différence de phase entre la pompe et les deux ondes signal et complémentaire, elle présente un saut de phase initial de manière à optimiser les éclairements des ondes amplifiées, puis évolue de manière complexe.

De manière générale, la pompe n'est pas une onde plane et présente donc une distribution spatio-temporelle non uniforme. Cela implique que la phase de l'onde signal varie dans le plan transverse à la direction de propagation et que l'on observera des modulations et des dérives du spectre.

I-3-2-1-2] Seuil d'oscillation paramétrique

De la même manière qu'un laser, l'oscillation paramétrique ne peut avoir lieu que si le système compense les pertes par absorption et celles introduites par la présence des miroirs d'entrée et de

sortie. Tout près du seuil d'oscillation paramétrique, les variations de l'éclairement de l'onde pompe dues à l'interaction non-linéaire sont négligeables et, par conséquent, seules les pertes par absorption dans le milieu doivent être prises en compte. Dans ce cas, en supposant l'accord de phase réalisé, le système I-(51) devient :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial A_s}{\partial z} = -\dfrac{\alpha_s}{2} A_s + i\dfrac{\omega_s}{c\,n_s} d_{eff} A_p A_c^* \\ \dfrac{\partial A_c}{\partial z} = -\dfrac{\alpha_c}{2} A_c + i\dfrac{\omega_c}{c\,n_c} d_{eff} A_p A_s^* \\ \dfrac{\partial A_p}{\partial z} = -\dfrac{\alpha_p}{2} A_p. \end{cases} \qquad \text{I-(60)}$$

L'intérêt de la résolution de ce système réside dans le fait qu'il permet de donner une idée du <u>seuil d'oscillation</u> de l'OPO. On utilisera ces résultats afin de déterminer si la configuration étudiée est viable ou pas, c'est-à-dire s'il est possible d'atteindre le seuil d'oscillation pour un éclairement pompe pas trop important afin de ne pas endommager les optiques et leurs traitements.

Nous introduisons ici l'éclairement photonique égal au nombre de photons par unité de surface et de temps. Il est égal au rapport de l'éclairement par l'énergie d'un photon et s'écrit :

$$\Phi_j = \frac{I_j}{\hbar\omega_j} = \frac{\pi\varepsilon_0 c\, n_j}{h\omega_j}\left|A_j\right|^2. \qquad \text{I-(61)}$$

On effectue donc le changement de variable suivant : $A_j = \sqrt{\dfrac{h\omega_j}{\pi\varepsilon_0 c\, n_j}}\, B_j$.

Le système d'équations devient :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial B_s}{\partial z} = -\dfrac{\alpha_s}{2} B_s + i\chi_{eff} B_p B_c^* \\ \dfrac{\partial B_c}{\partial z} = -\dfrac{\alpha_c}{2} B_c + i\chi_{eff} B_p B_s^* \\ \dfrac{\partial B_p}{\partial z} = -\dfrac{\alpha_p}{2} B_p \end{cases} \quad \text{avec} \quad \chi_{eff} = d_{eff}\sqrt{\frac{h\omega_p\omega_s\omega_c}{c^3 n_p n_s n_c \pi\varepsilon_0}}.$$

L'intégration de l'équation différentielle concernant la pompe est directe et l'on a : $B_p(z) = B_{p0}\exp\left(-\dfrac{\alpha_p}{2}z\right)$ supposé réel. On insère cette solution dans le système ci-dessus :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial B_s}{\partial z} = -\dfrac{\alpha_s}{2} B_s + i\dfrac{g}{2} B_c^* \exp\left(-\dfrac{\alpha_p}{2} z\right) \\ \dfrac{\partial B_c}{\partial z} = -\dfrac{\alpha_c}{2} B_c + i\dfrac{g}{2} B_s^* \exp\left(-\dfrac{\alpha_p}{2} z\right) \end{cases} \text{avec } g = 2\chi_{eff} B_{p0}.$$

L'idée, permettant l'intégration du système, consiste à faire un changement de variable qui élimine le terme d'absorption. Ceci est réalisé en posant :

$$Z = \frac{g}{\alpha_p} \exp\left(-\frac{\alpha_p}{2} z\right), \; B_j = a_j \left(\frac{\alpha_p}{g} Z\right)^{\frac{\alpha_j}{\alpha_p}}.$$

Après quelques manipulations algébriques, le système d'équations différentielles devient :

$$\begin{cases} \dfrac{da_s}{dZ} = -i\left(\dfrac{\alpha_p}{g} Z\right)^{\frac{\Delta\alpha}{\alpha_p}} a_c^* \\ \dfrac{da_s}{dZ} = -i\left(\dfrac{\alpha_p}{g} Z\right)^{\frac{-\Delta\alpha}{\alpha_p}} a_s^* \end{cases}$$

avec $\Delta\alpha = \alpha_c - \alpha_s$ (l'absorption du complémentaire étant le plus souvent supérieure à celle du signal). En dérivant une deuxième fois par rapport à la variable Z, on a :

$$\begin{cases} \dfrac{d^2 a_s}{dZ^2} - \dfrac{\Delta\alpha}{\alpha_p} \dfrac{1}{Z} \dfrac{da_s}{dZ} - a_s = 0 \\ \dfrac{d^2 a_c}{dZ^2} + \dfrac{\Delta\alpha}{\alpha_p} \dfrac{1}{Z} \dfrac{da_c}{dZ} - a_c = 0. \end{cases} \qquad \text{I-(62)}$$

On reconnaît une forme génératrice des fonctions de Bessel [Kuntzmann]. Les solutions de ces équations sont de la forme :

$$\begin{cases} a_s(Z) = Z^{\upsilon}\left(C_1 I_{\upsilon}(Z) + C_2 K_{\upsilon}(Z)\right) \\ a_c(Z) = Z^{\eta}\left(C_3 I_{\eta}(Z) + C_4 K_{\eta}(Z)\right) \end{cases}$$

avec les coefficients : $\upsilon = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\Delta\alpha}{\alpha_p}\right)$, $\eta = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\Delta\alpha}{\alpha_p}\right)$ et les fonctions de Bessel d'arguments imaginaires respectivement du premier (I_ν et I_η) et troisième type (K_ν et K_η).

Posons comme condition initiale que seul le signal est injecté. Les éclairements signal et complémentaire sont alors donnés par :

$$\begin{cases} I_s(z) = I_{s_o} Z_0^2 e^{-\frac{\alpha_o}{2}z} \left| K_{\upsilon-1}(Z_0) I_\upsilon(Z) + K_\upsilon(Z) I_{\upsilon-1}(Z_0) \right|^2 \\ I_s(z) = \frac{\omega_c}{\omega_s} I_{s_o} Z_0^2 e^{-\frac{\alpha_o}{2}z} \left| K_\eta(Z) I_\eta(Z_0) - K_\eta(Z_0) I_\eta(Z) \right|^2, \end{cases} \qquad \text{I-(63)}$$

avec les constantes $Z_0 = \frac{g}{\alpha_p}$ et $\alpha_0 = \alpha_p + \alpha_s + \alpha_c$.

Le gain linéaire, c'est-à-dire le facteur par lequel est multiplié l'éclairement initial du signal, est donné directement par la formule :

$$G(z) = Z_0^2 e^{-\frac{\alpha_o}{2}z} \left| K_{\upsilon-1}(Z_0) I_\upsilon(Z) + K_\upsilon(Z) I_{\upsilon-1}(Z_0) \right|^2. \qquad \text{I-(64)}$$

Il est ensuite facile d'obtenir numériquement le seuil de l'oscillation paramétrique. En effet, on note R_1 et R_2 les coefficients de réflexion en énergie des miroirs d'entrée et de sortie à la longueur d'onde du signal. On note L la longueur du cristal. Au seuil d'oscillation, selon que l'onde pompe fait un aller simple dans la cavité ou un aller et retour, on a :

$$\begin{cases} G(L) R_1 R_2 = 1 & \text{(a)} \\ G^2(L) R_1 R_2 = 1. & \text{(b)} \end{cases} \qquad \text{I-(65 a et b)}$$

Calculant la valeur de G, on peut remonter à l'éclairement dû à la pompe nécessaire pour atteindre le seuil d'oscillation. Supposons un cristal de KTP de longueur 15 mm, placé dans une cavité simplement résonante avec recyclage de la pompe de longueur d'onde λ_p = 532 nm. Le signal est à λ_s = 800 nm. Les miroirs sont traités haute réflexion en entrée et R_s = 80 % en sortie à la longueur d'onde du signal. Cette configuration correspond à celle que nous avons réalisée expérimentalement (voir partie III). Par cette approche, nous trouvons un seuil d'oscillation d'environ : $I_{p\text{-seuil-théorique}} \approx$ **0,4** MW/cm^2.

Nous anticipons un peu sur la partie expérimentale pour donner une valeur typique du seuil d'oscillation mesuré : $I_{p\text{-seuilexpérience}} \approx$ **1,0** MW/cm^2. Ces deux valeurs sont du même ordre de grandeur. La méthode est correcte et assez rapide pour nous permettre d'évaluer si une configuration est "viable" ou non.

Ce paragraphe ainsi que le précédent nous ont permis d'introduire deux notions très importantes concernant les propriétés et les caractéristiques des processus paramétriques : le seuil et le gain paramétrique. Voyons comment interviennent les effets secondaires tels que l'absorption, la diffraction et la double réfraction

I-3-2-2] Analyse classique des effets secondaires

I-3-2-2-1] Absorption

Nous avons vu au paragraphe précédent le rôle de l'absorption dans la détermination du seuil de l'oscillation paramétrique. En revanche, nous n'avons pas souligné ses effets sur les trois champs au cours de la propagation.
Nous intégrons numériquement le système I-(57). Le graphe suivant (figure I-(18)) présente l'évolution des éclairements des trois ondes au cours de la propagation dans le cas où seule l'onde complémentaire est absorbée.

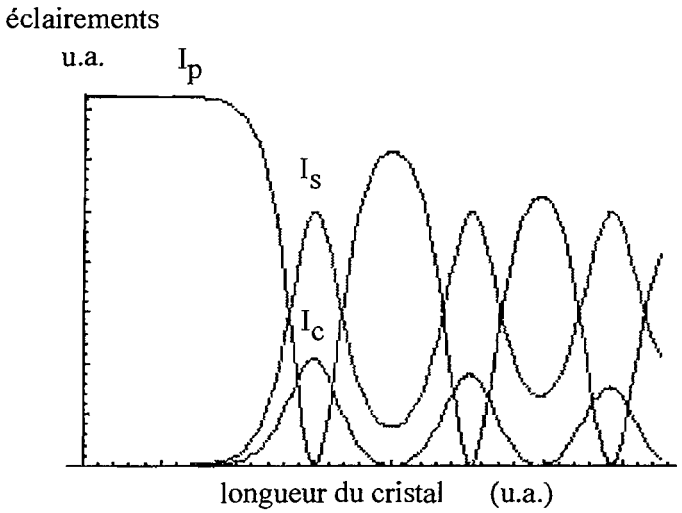


Figure I-(18) : Représentation de l'évolution des éclairements signal, complémentaire et pompe au cours de la propagation dans le cristal. Seule l'onde complémentaire présente de l'absorption. On voit que l'influence de l'absorption se fait sentir sur les deux autres ondes qui voient leur éclairement maximal diminuer au cours de la propagation.

Il est intéressant de remarquer que l'absorption d'une longueur d'onde implique, par couplage non-linéaire, une diminution de l'éclairement maximal des trois ondes. On peut consulter l'article de Babin [Babin] sur les effets de l'absorption.

I-3-2-2-2] Diffraction

Nous avons vu que dans l'approximation des ondes strictement planes, la diffraction n'intervient pas et que dans le cadre de l'approche scalaire paraxiale pour des ondes quasi-planes, elle est décrite par l'opérateur "Laplacien perpendiculaire" qui ne fait intervenir que les dérivées secondes transverses des champs. Ainsi l'équation traduisant la diffraction d'une onde s'écrit :

$$\frac{\partial A_n}{\partial z} = -\frac{\Delta_\perp A_n}{2ik_n}.$$

L'intégration de cette équation s'effectue en passant dans l'espace de Fourier, c'est-à-dire dans l'espace des fréquences spatiales. L'onde est décomposée en ondes planes se propageant avec différents cosinus directeurs, chacun correspond à une direction de propagation dans l'espace. Pour chaque direction de l'espace, il apparaît un vecteur d'onde différent et cela pour chacune des trois longueurs d'onde : signal, complémentaire et pompe. Ceci entraîne donc l'existence d'un désaccord de phase transverse $\Delta\underline{k}$ (ν_x, ν_y) qui varie en fonction du point du plan transverse considéré.

Au niveau des courbures des fronts d'ondes, ce déphasage se traduit par une évolution différente des courbures pour chacune des ondes (figure I-(19)).

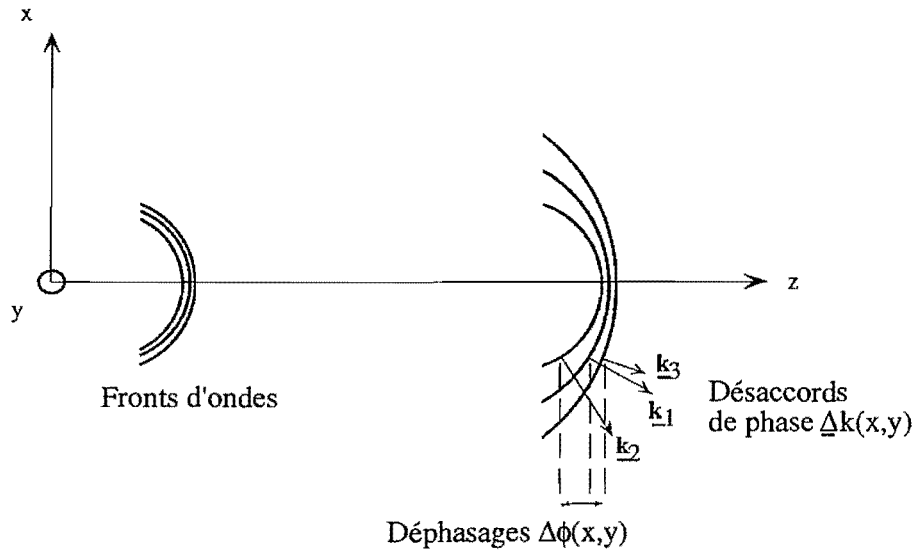


Figure I-(19) : Évolution des fronts d'ondes pour les trois ondes au cours de la propagation. Il apparaît un déphasage se traduisant par un désaccord de phase.

Les conséquences de ce désaccord de phase sont de diminuer les échanges d'énergie et de modifier les phases[23].

[23] Si l'on prend en compte la dispersion des indices, le désaccord de phase augmente sensiblement.

I-3-2-2-3] Double réfraction

On a vu précédemment que la propagation dans un milieu anisotrope diffère de celle dans un milieu isotrope par l'apparition d'un angle entre le vecteur de Poynting, qui indique la direction moyenne de l'énergie, et le vecteur d'onde qui donne la direction de propagation de l'onde. L'angle entre ces deux directions est l'angle de double réfraction. Dans le cas le plus général, les trois ondes présentes au cours de l'interaction se propagent chacune avec un angle de double réfraction différent des autres (et ceci sur les deux axes transverses). Chacune voit sa répartition transverse d'énergie se décaler par rapport à une répartition transverse initiale. Le recouvrement des trois ondes diminue entraînant une baisse des échanges énergétiques ainsi qu'un déphasage équivalent à un désaccord de phase. Les graphes ci-après (figures I-(20)) représentent l'effet de la double réfraction sur l'éclairement et la phase :

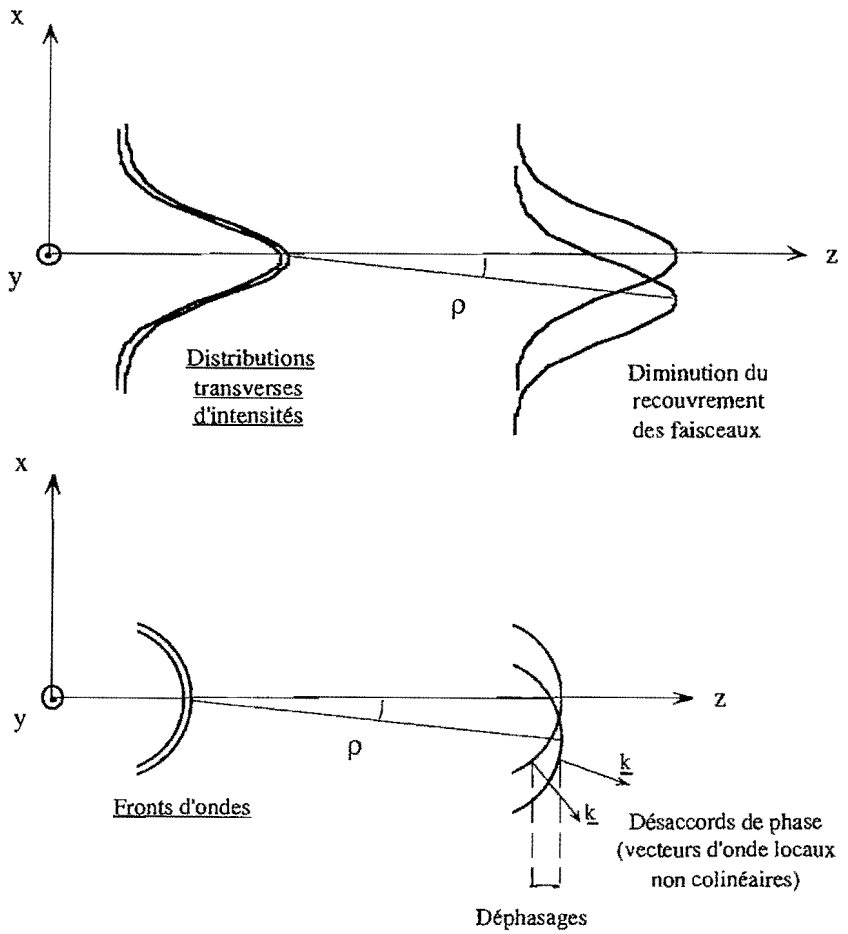


Figure I-(20-a)

Figure I-(20-b)

Figure I-(20 a et b) : Effet de la double réfraction sur la répartition spatiale d'énergie et sur la phase. Le recouvrement des ondes diminue au cours de la propagation entraînant une baisse des échanges énergétiques. Un déphasage dû au désaccord de phase apparaît entre les ondes.

Le paragraphe I-3-2-2 nous a permis, d'un coté, de comprendre le couplage linéaire à travers les notions de seuil d'oscillation et de gain paramétrique, et de l'autre d'examiner les effets secondaires limitant le gain et augmentant le seuil d'oscillation. La résolution du système complet étant impossible de manière analytique, les chercheurs dès le début des années 60 ont développé des modèles simplifiés afin d'optimiser l'efficacité de conversion, c'est-à-dire la capacité de l'amplificateur ou de l'oscillateur de transformer des photons pompe en photons signal et/ou complémentaire. Le paragraphe suivant présente les différentes étapes de ces recherches de manière chronologique. La présentation que nous effectuons suit l'ordre chronologique, toute autre approche est en effet quasi-impossible ou nécessiterait de nombreux retours et des redites incessantes. Par ailleurs, l'approche chronologique permet au lecteur (non spécialisé) de suivre l'évolution et l'émergence de nouvelles idées et de nouvelles techniques avec le temps.

I-3-2-3] État de l'art sur la théorie et sur les modélisations

Les deux paragraphes précédents nous ont permis, à partir de deux cas très simples, de définir le gain paramétrique et d'introduire la notion de seuil d'oscillation paramétrique. Depuis la première démonstration par Franken et collaborateurs [Franken] de la génération de second harmonique en 1961, les chercheurs ont essayé de comprendre les processus non-linéaires et notamment l'amplification et l'oscillation paramétriques en raison des propriétés d'accordabilité en longueurs d'onde (voir le paragraphe I-3-3) et celles concernant le bruit paramétrique. Un des premiers articles sur le sujet est celui de Louisell [Louisell], il concerne l'étude des fluctuations quantiques des champs et du bruit dans les processus paramétriques. L'année 62 est riche en articles théoriques. En juin 62, Kleinman [Kleinman,1] définit la relation entre la polarisation non-linéaire et l'énergie. En août, Kroll [Kroll] montre qu'il est possible d'accorder en longueur d'onde un OPO par le biais d'accord de phase non-colinéaire et qu'il est possible d'optimiser le gain paramétrique (défini dans l'article). En septembre, Armstrong et ses collaborateurs [Armstrong,1] publient un article dans lequel ils donnent une solution exacte des équations suivantes :

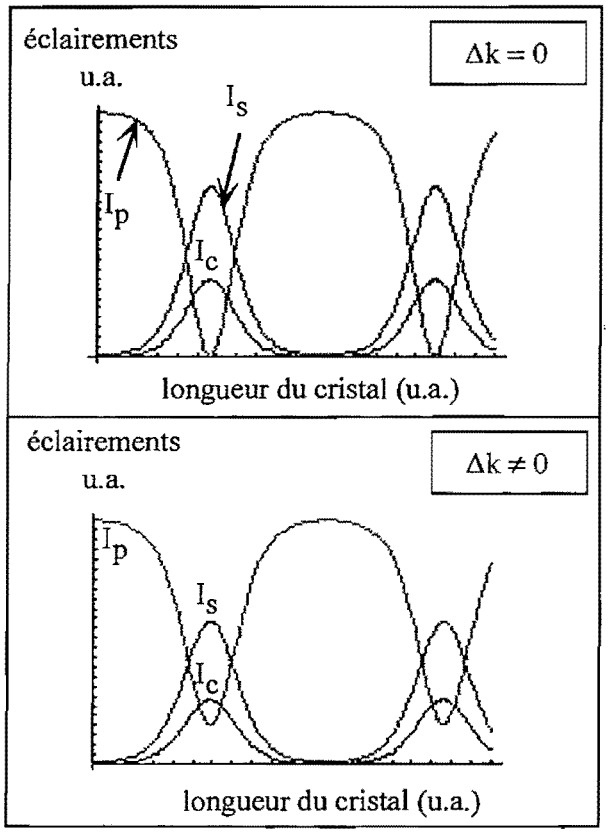
$$\begin{cases} \dfrac{\partial A_s}{\partial z} = i\dfrac{\omega_s}{c\,n_s} d_{eff} A_p A_c^* e^{i\Delta k z} \\ \dfrac{\partial A_c}{\partial z} = i\dfrac{\omega_c}{c\,n_c} d_{eff} A_p A_s^* e^{i\Delta k z} \\ \dfrac{\partial A_p}{\partial z} = i\dfrac{\omega_p}{c\,n_p} d_{eff} A_s A_c e^{-i\Delta k z}. \end{cases}$$

Le système obtenu est semblable au système I-(51), à ceci près qu'ici l'absorption est négligée (la diffraction et la double réfraction aussi). La résolution du système est complexe en raison de la prise en compte du couplage non-linéaire non négligeable avec l'onde pompe. Les expressions des

éclairements dus aux trois ondes en sortie s'écrivent sous la forme de fonctions jacobiennes et jacobiennes inverses. Nous passons sur l'étude mathématique et donnons les principaux résultats concernant les éclairements.

L'article montre que les éclairements dus aux ondes signal et complémentaire ont le même sens de variation au cours de la propagation dans le cristal et qu'il est opposé à celui de la pompe. L'échange d'énergie paramétrique se fait donc depuis l'onde pompe vers les ondes signal et complémentaire et inversement. Il s'agit d'amplification paramétrique dans un sens et de somme de fréquence dans l'autre. Ce dernier phénomène est bien connu et porte le nom de "reconversion" ou encore, pour utiliser un anglicisme, "back-conversion".

L'évolution des éclairements présente des oscillations et donc des minima. Ces derniers ne sont, en général, pas nuls et sont périodiques. La période dépend des éclairements initiaux dus aux trois ondes, de la relation de phase initiale des trois ondes $\Delta\phi$ ainsi que du désaccord de phase Δk. Généralement une des trois ondes (le plus souvent l'onde complémentaire) n'est pas présente initialement, elle est directement créée par interaction paramétrique. Dans ce cas, deux possibilités se présentent selon que l'accord de phase est réalisé ou non. Si l'accord de phase est réalisé, les minima des ondes pompe et complémentaire sont nuls alors qu'ils ne le sont pas sinon, la période restant inchangée. Dans les deux cas, les minima de l'onde signal sont égaux à la valeur injectée dans l'oscillateur. La figure suivante I-(21) présente l'évolution des éclairements dus aux ondes signal, complémentaire et pompe au cours de la propagation dans le milieu non-linéaire.



Figures I-(21) : Représentation des évolutions des éclairements dus aux ondes signal, complémentaire et pompe au cours de la propagation dans le cristal :

Figure du haut: l'accord de phase est réalisé, $\Delta k = 0$, les minima des ondes pompe et complémentaire s'annulent tandis que ceux du signal correspondent à l'éclairement dû à l'onde signal initialement injectée.

Figure du bas: l'accord de phase n'est pas réalisé, $\Delta k \neq 0$, seuls les minima de l'onde complémentaire s'annulent. Les minima de l'onde signal correspondent à l'éclairement dû à l'onde signal initialement injectée tandis que ceux de la pompe vérifient la conservation de l'énergie entre les trois ondes.

Concernant les phases des ondes, les auteurs s'intéressent au cas où l'onde complémentaire n'est pas présente initialement. Ils montrent que l'onde complémentaire s'ajuste "instantanément" de manière à maximiser les énergies signal et complémentaire et que la relation entre les phases initiales s'écrit :

$$\Delta\varphi_o = \varphi_{p_o} - \varphi_{s_o} - \varphi_{c_o} = \frac{\pi}{2}. \qquad \text{I-(66)}$$

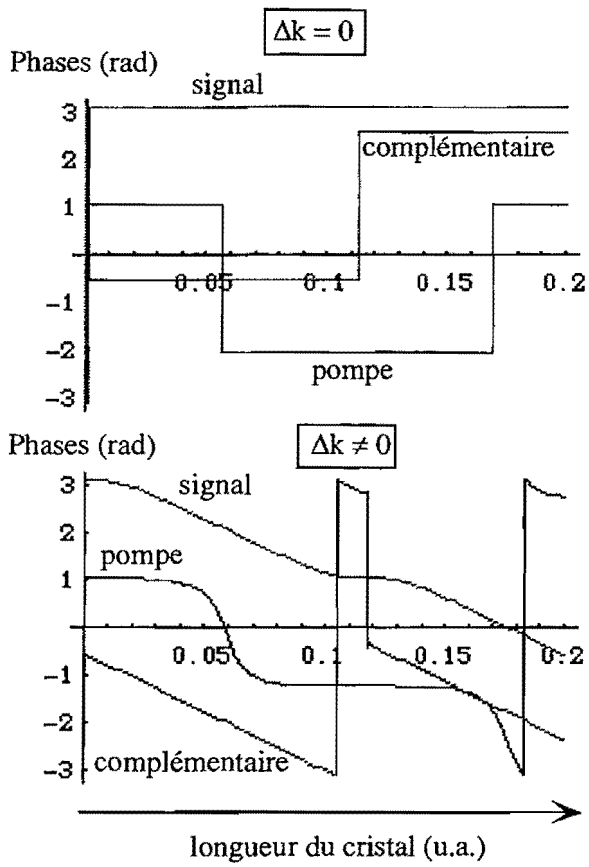
L'évolution de la différence de phase dépend de l'accord de phase mais dans les deux cas vérifie la relation :

$$|\Delta\varphi| = |\varphi_p - \varphi_s - \varphi_c| = \frac{\pi}{2}. \qquad \text{I-(67)}$$

L'accord étant réalisé, l'onde signal a une phase constante et égale à π. Les phases des ondes complémentaire et pompe sont constantes tant qu'il n'y pas annulation d'une des deux ondes, alors il y a un saut de phase de π correspondant au changement de "sens" de l'énergie (de la pompe vers le signal et le complémentaire ou inversement).

Lorsque l'accord de phase n'est pas réalisé, les phases évoluent continûment (et ne sont plus constantes) jusqu'au changement de sens de l'énergie (reconversion ou amplification) et la différence de phase présente alors des sauts de phase de π, de manière à toujours vérifier la relation I-(67).

Les figures I-(22) représentent l'évolution des phases signal, complémentaire et pompe.



Figures I-(22) : Représentation de l'évolution des phases des ondes signal, complémentaire et pompe.

Figure du haut : évolution des phases lorsque l'accord de phase est réalisé. Les phases des ondes complémentaire et pompe varient par sauts de phase de π lorsqu'une des deux ondes s'annule. La phase de l'onde signal est constante au cours de la propagation.

Figure du bas : évolution des phases lorsque l'accord de phase n'est pas réalisé. Les trois phases des ondes évoluent continûment au cours de la propagation. On observe des sauts de phase π lorsqu'il y a reconversion.

Les expressions analytiques des phases des trois ondes ont été données en 1996 par Boscheron [Boscheron]. Elles sont encore plus complexes que les expressions des éclairements et font appel à des intégrales elliptiques de troisième espèce. Dans la pratique, aussi bien les expressions des éclairements que celles des phases sont assez peu utilisées en raison de leur instabilité numérique lorsque les arguments des fonctions sont proches de zéro. On préfère généralement faire appel à des intégrations numériques beaucoup plus stables bien qu'évidemment plus lentes.

Pour revenir en 1966, Boyd [Boyd,1] détermine le seuil d'oscillation lorsque les trois ondes sont monomodes longitudinales et Harris [Harris,1] montre qu'il ne varie pas si la pompe est multimode, d'intervalle spectral libre égal à celui de l'onde complémentaire. L'onde complémentaire est donc, elle aussi, multimode tandis que le signal reste monomode. Sur le même thème des modes paramétriques des ondes, Yariv publie deux articles [Yariv,1] [Yariv,2] sur le couplage paramétrique de deux modes dans une cavité, l'analyse étant basée sur une approche par la mécanique quantique. L'année suivante, en 1967, Mollow et Glauber publient deux articles [Mollow,1] [Mollow,2] sur l'amplification paramétrique d'un point de vue quantique. Se basant sur le fait que les processus paramétriques, non seulement amplifient des ondes préexistantes, mais créent de nouvelles fréquences, ils introduisent un modèle quantique complet basé sur l'opérateur densité des champs électriques permettant de décrire le bruit paramétrique, de déterminer les fréquences créées et l'intensité d'émission de celles-ci.

Ainsi, les bases théoriques sont très rapidement jetées. Aujourd'hui, le nombre d'articles sur le sujet est à peu près de 5000[24].

Dans l'ensemble, on classe les oscillateurs paramétriques optiques en quatre catégories selon la durée de l'interaction non-linéaire :

- OPO fonctionnant en régime continu,
- OPO fonctionnant en régime nanoseconde,
- OPO fonctionnant en régime picoseconde,
- OPO fonctionnant en régime femtoseconde.

Chaque régime de fonctionnement a ses applications et ses bases théoriques. Celui dans lequel nous avons décidé de travailler est le régime nanoseconde. Par conséquent, les lignes qui suivent insistent essentiellement sur les progrès théoriques et sur les modélisations concernant ce régime. Notre but étant l'affinement spectral d'un OPO par insertion d'un cristal photoréfractif dans la cavité (voir partie III), nous avons préféré monter expérimentalement un OPO simplement résonant. Ainsi, nous insisterons sur les OPO simplement résonants (SRO ou SROPO) fonctionnant en régime nanoseconde. Les premiers articles concernant les SROPO en régime nanoseconde sont évidemment basés sur une approche quantique du couplage paramétrique. Ce sont ceux déjà cités ci-dessus. Nous ne nous étendons pas sur les processus paramétriques au démarrage de l'oscillation ou de l'amplification (lorqu'il y a ou non injection), nous aurons l'occasion de revenir sur ce point dans la partie II concernant le développement d'un code de simulation. Les deux points qui nous concernent ici sont le seuil d'oscillation de l'OPO et le gain paramétrique.

Les premières modélisations sur les deux points précédents datent du début des années 1960. Kroll [Kroll] définit ainsi le gain paramétrique dans le cas d'un accord non-colinéaire. Armstrong [Armstrong,1] et ses collaborateurs, dans un article général sur les interactions non-linéaires à trois ondes supposées planes et monochromatiques, donnent les solutions des équations du couplage paramétrique dans un APO dans le cadre des hypothèses suivantes :

- pas d'absorption des trois ondes dans le cristal,
- pas de prise en compte de la diffraction,
- pas de prise en compte de la double réfraction.

Ils obtiennent donc les solutions analytiques des éclairements dont nous avons montré les évolutions au cours de la propagation dans les pages précédentes, figures I-(22) et I-(23).

---

[24] Base bibliographique INSPEC, site internet : http://webspirs.inist.fr/.

Boyd [Boyd,1], en 1966, monte un APO à base de $LiNbO_3$, pompé par un laser monomode spectralement et développe un modèle lui permettant de définir le seuil d'oscillation paramétrique d'un OPO. Peu de temps après, Harris [Harris,1], on l'a déjà dit, montre que le seuil ne varie pas si la pompe et le complémentaire sont multimodes spectralement de même intervalle spectral libre (ISL) tandis que l'onde signal résonante est monomode. Toutes les approches présentées jusqu'alors sont développées dans l'approximation des ondes planes. Boyd et Kleinman [Boyd,2] développe un modèle d'interaction non-linéaire d'ordre 2 dans l'approximation des faisceaux gaussiens (à répartition spatiale de l'énergie gaussienne pour être précis). Le modèle prend en compte la diffraction et la double réfraction et autorise la reconversion (transfert de l'énergie de la pompe vers les ondes de fréquences inférieures). Pour caractériser l'"efficacité" de l'interaction à trois ondes, ils introduisent un coefficient très important : le paramètre confocal qui dépend des caractéristiques de la cavité optique et de la focalisation dans le cristal. Asby [Asby,1], poursuivant sur le sujet mais par une approche modale, montre toute l'importance de la focalisation dans le cristal. Les recherches s'orientent ensuite vers la recherche de l'optimisation du gain et du seuil d'oscillation. Smith [Smith,1] s'intéresse à l'influence de l'accord de phase (Δk) sur le gain et montre que celui-ci n'est pas forcément maximal lorsque l'accord de phase est réalisé. Bjorkholm [Bjorkholm,4], en 1970, montre qu'il est possible de recycler l'onde pompe dans la cavité optique non-résonante à cette longueur d'onde et que cela a pour effet de diminuer le seuil d'oscillation, le temps de création de l'impulsion et d'obtenir une meilleure efficacité de conversion. Ammann [Ammann] évalue le seuil d'oscillation dans le cas d'un oscillateur non plus plan-plan mais à géométrie hémisphérique. L'analyse prend en compte la double réfraction et la focalisation. Il montre que le seuil d'oscillation est plus élevé (au maximum un facteur 2 sans double réfraction) que dans le cas classique (plan-plan) mais que le gain en stabilité sur le plan expérimental est considérable. Asby [Asby,2], poursuivant son étude par une approche modale, développe une théorie de l'amplification paramétrique à partir de faisceaux gaussiens. Supposant qu'il n'y a pas de déplétion de l'onde pompe et que les ondes signal (résonante) et pompe sont gaussiennes, il montre que l'onde complémentaire peut être gaussienne et détermine le rayon de celle-ci (la croissance). Il montre, par ailleurs, que le gain paramétrique varie avec le paramètre confocal associé à l'onde pompe, les focalisations relatives des ondes signal et pompe, l'accord de phase et enfin d'un paramètre définissant l'écart en fréquence par rapport à la dégénérescence. Bjorkholm [Bjorkholm,5] montre qu'un OPO pompé par un faisceau gaussien se comportent de manière très différente de celle observée lors d'un pompage en onde plane mais surtout il montre que l'on peut retomber sur le comportement "classique" en insérant dans la cavité un trou de filtrage bien adapté (pour se placer dans la cadre de l'approximation des ondes planes) que l'on déplace latéralement. L'intégration des mesures obtenues avec le trou permet de redonner les résultats obtenus en faisceaux gaussiens et notamment le seuil d'oscillation paramétrique. Un article un peu plus fondamental sur le seuil est dû à Keating [Keating] qui montre que la croissance des modes est si chaotique, d'un point de vue statistique, en présence de pertes dans la cavité que finalement cela n'a que très peu d'influence sur le seuil. Toujours concernant le seuil d'oscillation, Basu [Basu,1] détermine le seuil d'oscillation lorsque la longueur d'onde varie par rotation du cristal et

montre que celui augmente lorsque l'on s'écarte de la normale au cristal. Plus précisément, deux cas sont étudiés. Dans le premier, seul le cristal tourne et les miroirs restent fixes; dans le second, le cristal et les miroirs tournent. Il montre que la meilleure configuration est la première dans laquelle sont placés un miroir plan et un miroir courbe, les faisceaux restent en effet quasiment colinéaires malgré quelques effets dus à la dispersion et à l'angle entre les deux faces d'entrée et de sortie du cristal (pour éviter les effets interférences de type Fabry-Pérot). En 1971, Fischer [Fischer,1] montre, à partir d'un modèle en ondes planes, qu'il est possible d'atteindre 100% d'efficacité de conversion sur une des deux ondes générées. Prenant en compte les effets dus à la focalisation, Suematsu [Suematsu] montre que l'efficacité ne peut plus être de 100% et détermine les conditions expérimentales (concernant notamment la focalisation) permettant d'obtenir le gain maximal. En 1972, Basu [Basu,2] poursuit le développement de son modèle et donne une expression analytique du seuil d'oscillation en présence de double réfraction (le recouvrement des faisceaux diminue au cours de la propagation) dans le cas d'accords de phase non-colinéaires. Il montre que dans ces conditions, le seuil varie peu lorsque seul le cristal tourne pour faire varier la longueur d'émission de l'OPO. Par la suite, le nombre de publications dites théorique décroît légèrement. Ceci est essentiellement dû aux limitations expérimentales provenant des cristaux. En effet, ceux-ci ne présentent pas des seuils de dommages et des qualités optiques suffisantes pour remplacer les lasers. Ainsi, entre 1973 et 1979, concernant les modèles d'OPO en régime nanoseconde, on ne trouve pas plus d'une dizaine d'articles par an[25]. Andrews [Andrews], Harris [Harris,4], Nichols [Nichols] et Fischer [Fischer,3] entre 73 et 77 présentent des articles faisant le point sur les développements des OPO. Ils affirment ainsi que les OPO sont en passe de devenir des sources pour de nombreuses applications nécessitant, par exemple, des longueurs d'onde dans l'UV. Fischer [Fischer,2] et Brunner [Brunner,1] présentent une approche permettant d'évaluer le temps de création des impulsions signal et complémentaire dans le cas d'un OPO simplement et doublement résonant. Ils montrent que le temps de création de l'impulsion est plus court pour un DROPO que pour un SROPO ayant les mêmes pertes et le même éclairement laser de pompe. Pour augmenter l'efficacité de conversion, McMullen [McMullen] réalise le premier OPO fonctionnant à quasi-accord de phase. Il place en série plusieurs cristaux, de longueurs égales à la longueur de cohérence[26], retournés successivement les uns par rapport aux autres de manière à augmenter la longueur "utile" de l'interaction non-linéaire. En 1975, Nelson, plutôt que de chercher à optimiser l'efficacité à une longueur d'onde fixe, montre qu'il est possible de trouver une longueur d'onde signal qui optimise le rendement dans des OPO basés à partir de cristaux de $LiNbO_3$, KDP, ADP, $LiIO_3$ et $AgGaS_2$. En 1977, Dzhotyan [Dzhotyan] revient sur l'efficacité d'un OPO dans l'approximation des ondes planes mais pompé cette fois-ci avec une onde pompe multimode et émettant des ondes signal et complémentaire monomode spectralement contrairement à l'article de Harris [Harris,1]. Ewanizky [Ewanizky] s'intéresse lui aussi à la pompe mais

---

[25] Bases de recherche bibliographique INSPECT et PASCAL.

[26] Longueur de cohérence : longueur L_c du milieu non-linéaire telle que $\Delta k\ L_c = \pi$. Au delà de cette longueur, l'interaction non-linéaire n'est plus constructive.

sur le plan spatial et étudie l'influence de la divergence de la pompe sur la dépletion de celle-ci et sur l'efficacité de conversion qui en résulte. Dutta [Dutta] explique l'influence des fluctuations de phase et d'amplitude de l'onde sur le gain paramétrique (et par ailleurs sur le spectre) et l'intensité émise par un APO. En Juin 79 Brosnan [Brosnan] et Baumgartner [Baumgartner] publient tous deux avec Byer deux articles, l'un sur la théorie de l'APO et l'autre sur celle de l'OPO (papier invité) dans lesquels sont abordés en détail tous les aspects de l'émission des processus paramétriques. Baumgartner présente une étude théorique sur deux APO à base de KD^*P et $LiNbO_3$ dans laquelle il tient compte de la dispersion des vitesses de groupe[27] par un changement de variable. Il retombe ensuite sur les équations classiques du couplage paramétrique (sans absorption) et résout le système à l'aide des fonctions Jacobiennes. Brosnan utilise les résultats de Baumgartner pour étudier le seuil d'oscillation et en donne plusieurs expressions selon que la pompe est recyclée ou non et selon la prise en compte de l'évolution du gain en fonction du temps ou non. Cette prise en compte de l'aspect temporel du gain est effectuée par une approche numérique reprise l'année suivante par Kholodnykh [Kholodnykh] qui montre que l'efficacité de conversion diminue de manière importante à cause du temps de création des impulsions signal et complémentaire. En 1981, Itskhoki [Itskhoki] étudie l'influence de la reconversion sur la dynamique temporelle d'un OPO et confirme les résultats de Baumgartner sur la limitation de l'efficacité de conversion. En poursuivant toujours sur l'article de Baumgartner, Rustagi [Rustagi] développe une approche complémentaire qui permet de tenir compte de la présence initiale des trois ondes lorsque la condition sur les phases est importante par rapport à l'efficacité du couplage. Guha [Guha] évalue le seuil d'oscillation paramétrique d'un SROPO lorsque les paramètres confocaux des trois ondes sont différents et Fisher [Fisher,4] détermine les conditions optimales de focalisation dans une cavité hémisphérique. Il montre qu'il est possible de focaliser de manière plus importante sur l'axe perpendiculaire à celui de la double réfraction et ainsi de réduire d'un facteur 6 le seuil d'oscillation. Un aspect, jusque là négligé et abordé par Mironov [Mironov] suite à un article de Ivanova [Ivanova] en 1980 concerne la prise en compte des inhomogénéités optiques. Mironov évalue l'efficacité de conversion lorsque l'onde pompe présente une distribution spatiale transverse inhomogène et présente une solution théorique au problème de l'optimisation de la longueur du milieu non-linéaire et de la relation de phase initiale entre les trois ondes. De là, il évalue la conversion maximale et montre que l'inhomogénéité de la pompe ne permet pas d'atteindre l'efficacité de conversion maximale même si le cristal est lui-même parfaitement homogène. Abdullin [Abdullin] en 1983, reprend les travaux de Kholodnykh (cité ci-dessus) sur le temps de création des ondes des OPO simplement résonants injectés à la longueur d'onde du signal et développe un modèle beaucoup plus simple "d'utilisation" puisque ne reposant que sur une seule équation différentielle aisément intégrable. Rozenson[Rozenson] introduit un modèle semblable à celui que nous avons

---

[27] La vitesse de groupe est la vitesse à laquelle se déplace l'enveloppe de l'impulsion et donc l'énergie. La vitesse de phase est la vitesse à laquelle se déplace la porteuse à la fréquence ν. En régime femtoseconde, l'écart des vitesses de groupe est un effet important qui limite la longueur d'interaction des trois ondes. En régime nanoseconde, les différences relatives entre les trois vitesses n'excèdent pas 2% et, par conséquent, sont négligées.

présenté concernant le gain paramétrique. Il néglige la diffraction, la double réfraction et l'interaction non-linéaire de l'onde pompe et suppose que le cristal est absorbant aux trois longueurs d'onde. Poursuivant, il montre que l'efficacité de conversion diminue d'un facteur 2 à 3 à cause de l'absorption de l'onde pompe par le cristal. Le problème concernant cet article est la validité du modèle à propos de la non-prise en compte de l'interaction non-linéaire de la pompe. Par ailleurs, il affirme que la longueur d'interaction est, elle aussi, réduite d'un facteur 2 par rapport au cas idéal sans perte. Ceci est probablement possible mais encore une fois la validité du modèle reste à prouver; un cas pour lequel il peut-être appliqué est celui d'une onde pompe très intense dont les seules pertes non-négligeables seraient dues à l'absorption et non à l'interaction non-linéaire. Mais revenons à la longueur d'interaction, Kiselev [Kiselev], dans le cadre d'une approche supposant des faisceaux gaussiens, étudie le lien entre la longueur optimale d'interaction et la biréfringence dans le cas d'un accord de phase de type I où l'onde pompe est polarisée extraordinairement dans un OPO simplement résonant sur l'onde signal avec recyclage de la pompe. Une approche similaire à celle développée par Rozenson est présentée par Tagiev [Tagiev]. Il suppose l'éclairement de la pompe constant mais pas sa phase. De là, il propose des solutions analytiques au problème de l'optimisation de l'énergie de sortie de l'onde signal en prenant en compte les coefficients de réflexion des miroirs de cavité, des flux des ondes pompe et complémentaire et de la relation de phase entre les trois ondes. En 1990, Zahler [Zahler] revient sur la prise en compte de l'absorption des trois ondes dans le cristal dans l'hypothèse où l'onde pompe ne voit pas de déplétion. Il montre qu'en augmentant les pertes de l'onde complémentaire relativement à celle de l'onde signal, les deux ondes, au cours de l'amplification paramétrique, présentent un fonctionnement plus stable proche du seuil d'oscillation. Par ailleurs, dans le cas d'un oscillateur paramétrique, il montre que l'on observe un effet d'oscillation dans le fonctionnement dynamique lorsque l'absorption de l'onde signal est plus importante que celle de l'onde complémentaire. À partir du début des années 90, les modèles commencent à prendre en compte l'aspect spectral des APO et des OPO alors qu'auparavant, ils se limitaient à la fluorescence paramétrique. Ainsi Helmfrid [Helmfrid] étudie l'influence du spectre de l'onde laser de pompe lors d'un processus d'amplification paramétrique. Pour cela, il modifie les équations différentielles du couplage paramétrique en insérant des sommes sur les composantes spectrales de la pompe. Il montre alors que le gain paramétrique est plus important lorsque la pompe est répartie sur plusieurs modes que sur un seul. L'onde pompe est aussi étudiée du point de vue de sa divergence, cette dernière limite la zone angulaire d'accord de phase et diminue donc l'efficacité de conversion. Wong [Wong] reprend cette analyse et l'approfondie. La pompe ayant une largeur angulaire donnée, les interactions entre les faisceaux ne peuvent être simultanément toutes à l'accord de phase. Se basant sur une approche numérique, les ondes sont décomposées en ondes planes ayant chacune une direction de propagation. Toutes les ondes planes caractérisant la pompe interagissent avec toutes celles caractérisant les deux autres. Il arrive finalement à la conclusion que l'efficacité de conversion dépend de la divergence, de l'éclairement de la pompe et de la longueur d'interaction dans le milieu non-linéaire. Ces paramètres doivent être optimisés respectivement les uns par rapport aux autres. *a contrario* de cette approche, on trouve celle de Dou [Dou] qui suppose

la divergence de la pompe nulle de même que la déplétion de la pompe. En revanche, il prend en compte l'absorption du cristal et la double réfraction pour montrer que dans un cristal organique, il existe une épaisseur au-delà de laquelle, un accord non-colinéaire et non critique en angle donne une meilleure efficacité de conversion qu'un accord colinéaire (mais nécessite une géométrie de cavité différente). Voliak [Voliak] revient sur l'étude de Zahler [Zahler] (citée plus haut) concernant le rôle de l'absorption avec en plus la prise en compte de la déplétion possible de la pompe. Il montre que l'effet de stabilisation (temporelle des ondes signal et complémentaire) observé par Zahler proche du seuil, à cause de l'absorption du cristal, est absent au-dessus de celui-ci. Une nouvelle idée est proposée par Komissarova [Komissarova] pour augmenter l'efficacité de conversion. Elle consiste à choisir les fréquences des trois ondes de manière à ce qu'elles soient multiples les unes des autres. Il montre que la conversion peut être totale de la pompe à 3 ω vers le signal à 2 ω. Nous verrons par la suite que cette idée sera très utilisée par d'autres auteurs pour augmenter le rendement de conversion. À partir de la première moitié des années 90, les progrès de l'informatique (augmentation de la vitesse des processeurs, de la mémoire vive disponible et des capacités de stockages des disques durs) permettent des investigations numériques impossibles auparavant. De plus en plus d'articles paraissent et présentent des résultats issus de simulations "gourmandes" en mémoire vive. Breteau [Breteau] et collaborateurs développent une approche numérique de l'interaction paramétrique. À partir des équations obtenues par Brosnan (en 1979) concernant le couplage paramétrique, ils intègrent numériquement les trois équations au cours du temps dans le cas d'un OPO à base de KTP pompé à 1064 nm (spectralement monomode) et émettant autour de 1,57 µm. Les conditions initiales, concernant les amplitudes des champs électriques des ondes signal et complémentaire, sont déterminées par les fluctuations quantiques du vide. Les profils spatio-temporels de l'onde pompe sont supposés gaussiens et vérifiés expérimentalement. L'accord de phase est réalisé et aucune des ondes ne voient de double réfraction dans ces conditions. Les mesures expérimentales concernent le seuil d'oscillation, l'efficacité de conversion, la déplétion de la pompe et le temps de création des ondes. Un seul paramètre est ajusté, il s'agit du coefficient non-linéaire d_{eff} pour lequel les incertitudes de mesures peuvent aller bien au-delà de 100 % [Vanherzeele] [Kato,1]. L'accord entre les mesures et les prévisions numériques est excellent après ajustement du coefficient non-linéaire. Ainsi, Catella [Catella], à l'aide de simulations numériques, montre qu'il est possible de compenser les aberrations thermiques [Barnes] et le déphasage de la pompe qui en résulte. Schröder [Schröder] développe un modèle numérique prenant en compte l'aspect spectral d'un OPO à base d'un cristal de LiB_3O_5 (LBO) pompé par un laser à base d'un cristal Nd:YAG injecté émettant à sa longueur d'onde fondamentale et à ses trois premiers harmoniques. Il en déduit l'efficacité de conversion et le seuil d'oscillation (Il en déduit aussi la largeur de la raie d'émission et le domaine d'accordabilité, ces points sont explicités dans le paragraphe suivant I-3-3). En 1994, deux articles intéressants paraissent, l'un sur la notion de seuil d'oscillation et l'autre sur l'efficacité de conversion. Terry [Terry] propose un modèle simple pour déterminer le seuil d'oscillation et comparer la valeur déterminée avec celles obtenues par des modèles classiques plus complexes. Les valeurs présentées sont en assez bon accord avec les mesures expérimentales concernant un OPO court à base d'un cristal de KTP. Asida

[Asida] développe un modèle permettant d'évaluer la valeur de l'efficacité de conversion aussi bien pour un OPO simplement que doublement résonant. Le modèle permet de passer continûment de l'un à l'autre en faisant varier le coefficient de réflexion du miroir de sortie. Dans les deux cas extrêmes (SROPO et DROPO), le modèle donne (en limite) les expressions classiques des efficacités, à savoir :

$$\eta = \sin^2(\beta L),$$

pour un SROPO. L correspond à la longueur du cristal et $\beta^2 = \frac{\omega_c \omega_p \left| d_{eff} E_s \right|^2}{n_c n_p}$ où E_s est l'amplitude du champ électrique de l'onde signal supposée constante dans le modèle.

$$\eta = 2\left(\sqrt{N} - 1\right) / N,$$

pour un DROPO. N est l'intensité normalisée de la pompe soit $N = \frac{I_p}{I_{p-seuil}}$.

Les valeurs intermédiaires ne sont obtenues que par évaluation numériques.

En 1995, Neuman [Neuman,1] présente la théorie d'un OPO assez particulier puisque aucune des deux ondes signal et complémentaire ne résonnent dans la cavité. Il s'agit d'OPO non résonant dont l'acronyme familier en anglais est NRO (non résonant OPO). Chacune des ondes ne fait qu'un aller et retour dans la cavité et le couplage dû au milieu non-linéaire s'effectue essentiellement sur la phase des ondes. L'intérêt n'est donc pas dans la recherche de l'efficacité de la conversion paramétrique mais dans le couplage des ondes. On pourra consulter l'article de Bosenberg [Bosenberg] sur les applications de ces nouveaux types de cavité, notamment en ce qui concerne l'accordabilité en longueur d'onde. Au même congrès que Neuman (CLEO' 95), Armstrong [Armstrong,2] et collaborateurs présentent une méthode permettant de réduire le seuil d'oscillation d'un OPO. L'idée consiste à réaliser un OPO à base de deux cristaux de KTP placés en position de compensation de la double réfraction et séparés par une lame dispersive de manière à annuler le couplage global entre les ondes. L'insertion d'une lame dispersive entre les deux cristaux permet de retrouver la relation de phase et d'augmenter ainsi l'efficacité de conversion. L'étude montre qu'il est donc nécessaire de corriger la phase en sortie du premier cristal pour augmenter l'efficacité de conversion et réduire le seuil d'oscillation de l'OPO. Enfin, toujours au même congrès, Smith [Smith,2] et ses collaborateurs présentent un modèle numérique d'OPO monomode spectralement, en régime nanoseconde. Ils réalisent une expérience dont ils comparent les mesures expérimentales aux prévisions théoriques. Ce modèle prend en compte la double réfraction, la diffraction et le couplage non-linéaire. Les impulsions sont échantillonnées à la fois spatialement et temporellement. On trouvera dans la partie II le principe d'échantillonnage et dans la partie III seront présentées les mesures et prévisions expérimentales de Smith ainsi que les nôtres. Cet article a relancé les investigations théoriques et numériques. C'est à cette époque qu'Arnaud Dubois [Dubois,1], s'appuyant sur cet article, a développé le code de simulation présenté dans la partie II. La seule limitation du modèle concerne

l'aspect spectralement monomode des trois ondes. En 1996, Marshall [Marshall] propose de pomper un OPO avec un faisceau multimode spatialement divergent. L'efficacité de conversion peut être correcte (> 5%) si l'on effectue le bon choix de cristal avec le bon choix de cavité (longueur). Par ailleurs, le cristal non-linéaire doit avoir une acceptance angulaire importante pour tolérer la divergence de la pompe. Dans le cas contraire, le pompage n'est pas efficace. En présence de double réfraction, l'efficacité est encore réduite et ceci d'autant plus que la cavité est longue car alors le temps de création des impulsions augmente pour les modes d'ordre supérieurs. Neuman [Neuman,2] s'intéresse aux performances d'un OPO pompé par une onde aberrante. Les aberrations sont décrites de manière classique par une décomposition en polynômes de Zernike [Maréchal]. Il montre que selon le type d'aberrations prises en compte, les performances de l'OPO varient de manière significative et ceci non seulement en ce qui concerne la qualité spatiale (M^2) et la divergence des faisceaux mais aussi au niveau des énergies de sortie. Si le seuil n'augmente que de 10% par rapport au cas idéal sans aberration, les divergence des ondes signal et complémentaire sont fonction de la puissance de pompe et de la divergence de celle-ci. De plus, elle est systématiquement supérieure à celle de la pompe. Kong [Kong,1] propose de reprendre une idée assez ancienne pour augmenter l'efficacité de conversion et de réduire la largeur spectrale d'un OPO. Il s'agit d'une cavité à deux bras dont un sert à l'oscillation (et donc l'amplification) et le second permet de réduire le spectre. En anglais, elle porte le nom de "Compound cavity". La technique est issue de développements concernant les lasers à colorant accordables [Wu][Xu]. Nous présentons sur le graphe (figure I-(23)) suivant le schéma classique du montage :

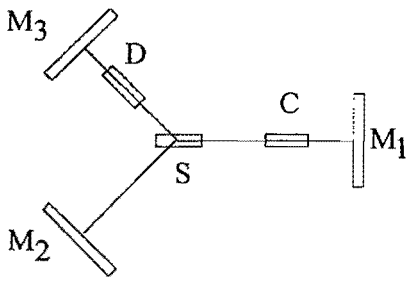


Figure I-(23) : Représentation d'une cavité découplée. Le bras (M_1, C, S, D, M_3) forme une cavité à "bande étroite" car il contient un milieu dispersif en longueur d'onde qui permet de réduire le spectre d'émission de l'onde signal. Le bras contenant le miroir M2 forme la cavité dans laquelle le signal est amplifié.

M_1, M_2 sont respectivement un miroir de sortie et un miroir d'entrée de la cavité OPO. C est le cristal non-linéaire (ou laser), S est la lame séparatrice (souvent un prisme), D est un élément dispersif et M_3 est un miroir traité haute réflexion à l'onde résonante. La cavité "affinante" (M_1, C, S, D, M_3) est une cavité sélective en fréquence et qui, par conséquent, augmente le facteur de qualité (Q) d'un mode restreignant ainsi la croissance de tous les autres modes de la cavité "amplificatrice" (M_1, C, S, M_2). Kong montre que le seuil d'oscillation de telles cavités est quasiment identique à celui d'une cavité plan-plan classique et que le spectre d'émission est réduit du fait de l'insertion d'un élément dispersif D (souvent un réseau). Nous développerons dans le paragraphe suivant l'aspect spectral des OPO. Revenant à des OPO monomode aux trois longueurs d'onde, Arnaud Dubois [Dubois,2] propose de réaliser des cavités OPO instables (au sens géométrique du terme) de type afocal (les deux miroirs de courbures de signes opposés ont même foyer). Cette idée est inspirée de

ce qui a déjà été fait avec des cavités laser [Reilly] [Steier] [Siegman,2]. Elle permet, théoriquement, d'augmenter la luminance[28] disponible en sortie de l'oscillateur. Dubois, à partir du modèle développé dans le groupe d'Optique Non-Linéaire, montre que les profils spatiaux de l'onde signal à l'infini sont de très bonne qualité lorsque l'OPO est pompé avec des énergies de pompes importantes. En cavités plan-plan ou stable, les profils spatiaux se dégradent très rapidement dès que l'énergie de pompe est deux ou trois fois au dessus de celle correspondant au seuil d'oscillation, ce qui n'est plus le cas en cavités instables. De manière à améliorer encore les rendements de conversion, il est possible de placer un miroir "gaussien" (à réflectivité gaussienne, voir partie II) en sortie de la cavité. Bowers [Bowers] développe un modèle adapté à la modélisation des cavités instables et confirme la qualité spatiale des faisceaux à haute énergie. Arisholm [Arisholm,1], en 1997, fait le point sur les méthodes d'intégration du système d'équations couplées. Il compare les différentes approches (que nous développerons dans la partie II, à savoir les différences finies et la méthode de Runge-Kutta couplée à une propagation de type Fourier) généralement utilisées pour intégrer les équations et étudie l'influence de la prise en compte de la variation d'indice en fonction de la direction de propagation des ondes. Il remarque, très justement, que dans le cas de faisceaux collimatés, le développement au premier ordre des indices modifie peu les résultats concernant l'efficacité de conversion mais que ce n'est plus exactement le cas si les faisceaux sont divergents. Concernant l'efficacité de conversion, Aleksandrovski [Aleksandrovski] montre qu'il est possible d'atteindre 100% lorsque les fréquences des trois ondes vérifient la relation $3\,\omega = 2\,\omega + \omega$. Cette idée déjà présentée par Komissarova [Komissarova] est ici appliquée dans une configuration de quasi-accord de phase avec pour effet secondaire la génération de second harmonique. Un autre moyen simple pour augmenter l'efficacité de conversion consiste, en régime nanoseconde, à déterminer la durée de l'impulsion pompe optimale. Ceci est effectué par Bapna [Bapna] qui détermine la durée de pompe optimale en fonction de la longueur de la cavité et des coefficients de réflexion des miroirs aux différentes longueurs d'ondes. Armstrong [Armstrong,3] revient sur les OPO à deux cristaux placés en position de compensation de double réfraction et montre que l'orientation des cristaux détermine le signe relatif du coefficient non-linéaire. Il détermine l'orientation optimale permettant de diminuer le seuil d'oscillation et d'augmenter l'efficacité de conversion. Kong [Kong,2] publie un article théorique concernant les cavités à deux bras découplés (voir figure I-(24)). Il démontre ce qu'il avait prédit concernant le seuil d'oscillation et la finesse (définie en partie III) de l'émission à la longueur d'onde signal. Le seuil d'oscillation est sensiblement le même que celui calculé pour une cavité à un seul bras de même longueur tandis que la largeur de la raie d'émission (définie dans le paragraphe suivant) est la même que celle obtenue avec une cavité filtrée spectralement. Volkov [Volkov] confirme expérimentalement la haute efficacité de conversion lorsque les fréquences des trois ondes vérifient la relation $3\,\omega = 2\,\omega + \omega$ dans un OPO à base de cristal de PPLN. Une nouvelle approche pour améliorer l'efficacité de conversion est présentée par Belyi [Belyi,1]. Elle consiste à pomper l'oscillateur par un faisceau à géométrie de Bessel. Il compare les énergies de sortie obtenues par deux

[28] Luminance : énergie par unité de surface et d'angle solide.

types de pompage, gaussien et Bessel. Il montre que l'efficacité de conversion que l'on peut obtenir en faisceau de Bessel devrait être supérieure à celle obtenue en faisceau gaussien. En ce qui concerne les faisceaux de Bessel, de nombreux articles paraissent depuis le début des années 90. Un des premiers articles sur le sujet est de Santarsiero [Santarsiero] mais on pourra consulter Palma [Palma], Zhi-Ping-Jiang [Jiang], Greene [Greene], Hall [Hall], Zahid [Zahid], Lin [Lin], LaPointe [LaPointe,1] [LaPointe,2], Overfelt [Overfelt], Thewes [Thewes], Sprangle [Sprangle], Jabczynski [Jabczynski], Lu [Lu], Borghi [Borghi], Zhongyong [Zhongyong], Belafhal [Belafhal], Seshadri [Seshadri] et Adamson [Adamson]. Ces articles ne concernent que les propriétés générales des faisceaux de Bessel, à savoir la non-diffraction des faisceaux au cours de la propagation, et les moyens de les générer. Concernant le pompage des oscillateurs, Tukker [Tukker] propose simplement d'utiliser des faisceaux elliptiques. Le modèle développé permet de montrer que lorsqu'une des ondes voit de la double réfraction, le pompage elliptique peut s'avérer plus efficace que le pompage gaussien circulaire lorsque le grand axe de l'ellipse correspond à celui de la double réfraction. Pour caractériser les profils spatiaux, Lyon [Lyon] propose un modèle permettant de décrire le fonctionnement d'un OPO simplement résonnant en régime nanoseconde dans lequel la double réfraction n'intervient pas mais où la diffraction, le désaccord de phase et l'absorption de l'onde complémentaire sont pris en compte. Les temps de calculs sont alors nettement inférieurs (ordre de la minute) à ceux obtenus dans les modèles à trois équations différentielles. Fin 1998, Egorov [Egorov] revient sur les mélanges à trois ondes et montre qu'il est toujours possible de déterminer les relations de phase et d'amplitude optimales afin de convertir complètement un harmonique par l'intermédiaire de deux ou trois autres phénomènes non-linéaires d'ordre 2. Depuis 1999, le nombre d'articles publiés n'a cessé de croître. Smith [Smith,3] publie un article sur les OPO en régime nanoseconde à large bande spectrale d'émission. Moore présente un développement intéressant qui consiste à séparer plusieurs cristaux de PPLN à géométrie en éventail (voir la figure I-(29) au paragraphe I-3-3-1-2 concernant l'accordabilité) par des lentilles permettant de refocaliser dans le cristal suivant. Il obtient ainsi des seuils d'oscillation très faibles et des rendements de conversions très élevés. Belyi [Belyi,2] poursuit ses études sur le pompage en faisceaux à géométrie de Bessel et montre qu'il est possible d'atteindre la conversion maximale sans dégradation des profils spatiaux contrairement au pompage en faisceaux à géométrie gaussienne. Schiller [Schiller] développe un modèle dans lequel la pompe et le signal résonnent et montre que l'optimisation de la conversion de fréquence passe par un choix judicieux du coefficient de transmission du miroir de sortie. Mail [Mail] réalise un OPO à base de KTP en accord de phase non-colinéaire, pompé à 1064 nm par un laser à base d'un cristal de Nd:YAG et émettant à 1,57 µm. Il montre une efficacité maximale de 31%. De plus l'avantage du pompage non-colinéaire permet d'éviter l'utilisation d'un isolateur optique. Becouarn [Becouarn] va au-delà de Egorov, cité précédemment, et montre qu'il est possible d'atteindre une efficacité quantique (voir la définition en partie II) de conversion de 200% signifiant que deux photons signal sont créés pour un photon pompe. Pour réaliser cela, deux interactions sont nécessaires. La première est un processus d'amplification classique dans lequel deux photons signal et complémentaire sont créés par photon pompe. Le photon complémentaire créé sert de photon pompe au cours d'un second processus non-

linéaire d'ordre 2 pour redonner un photon signal. Les deux dernières années montrent un intérêt nouveau pour le pompage en faisceaux de Bessel et pour la modélisation des OPO en régime nanoseconde. On a ainsi trouvé environ 12 articles concernant les modélisations et 5 sur le pompage en faisceaux de Bessel. Gadonas [Gadonas] et King [King] s'intéressent ainsi à la génération paramétrique lorsque la répartition spatiale d'énergie de la pompe est à géométrie de Bessel. Binks [Binks] utilise une pompe à répartition spatiale de Bessel pour pomper un OPO à base de PPLN. Il montre que le seuil d'oscillation est inférieur à celui obtenu par un pompage de type gaussien. Concernant les modélisations, l'équipe d'Arisholm [Arisholm,2] et de Smith [Smith,4] [Smith,5] poursuit le développement de son modèle en incluant les effets thermiques. L'absorption d'une des ondes entraîne un réchauffement du cristal, celui-ci modifie les indices du cristal aux trois longueurs d'onde impliquant des effets de focalisation et des variations des phases des ondes. Sung [Sung], affirmant que peu de modèles d'OPO existent en régime nanoseconde, développe un modèle très similaire au nôtre, dans lequel il utilise une méthode de transformée de Fourier pour propager les trois ondes et un algorithme de Runge-Kutta pour intégrer le système d'équations différentielles couplées. Granot [Granot,1] [Granot,2] décrit un modèle dans lequel une des ondes générées est fortement absorbée par le milieu non-linéaire. Il est capable d'évaluer la déplétion de la pompe et montre que l'efficacité de conversion est fonction de la puissance de pompe, des coefficients de réflexion des miroirs et de l'absorption du milieu. Le second point de l'analyse montre que le seuil d'oscillation paramétrique dépend des coefficients de réflexion des miroirs et d'une relation entre les trois fluences des ondes. Utilisant cette relation, il montre que l'efficacité de conversion maximale par pompage en faisceaux gaussiens est de 70%. Urschel [Urschel] présente une analyse intéressante sur l'évolution de la qualité spatiale du faisceau par l'intermédiaire du coefficient M^2. Il montre, premièrement, que le M^2 augmente de manière dramatique dès que l'on se place 1 à 2 fois le seuil d'oscillation et, deuxièmement, qu'il augmente très rapidement durant la création de l'impulsion. Cette dernière augmentation s'explique par la déplétion à la fois spatiale et temporelle de la pompe durant la création des ondes signal et complémentaire. Lyon [Lyon,2] poursuit le développement de son modèle (cité précédemment) basé sur une seule équation différentielle pour décrire l'interaction paramétrique, le nouveau modèle incluant l'évaluation du M^2 permet de déterminer, entre autres, le seuil d'oscillation et les puissances de sortie. Enfin, un des derniers articles sur l'optimisation de l'efficacité de la conversion est dû à Ben [Ben] et concerne l'optimisation de l'inversion des domaines ferroélectrique de manière apériodique. Il montre que l'amplitude d'une onde croît de manière monotone impliquant que les contributions des blocs précédents interfèrent de manière constructive.

Concernant les OPO en régime nanoseconde, nous avons présenté au cours des précédentes pages, les différentes idées et techniques apparues depuis les années 60. Nous nous sommes volontairement limités aux OPO placés après le laser, formées par des miroirs et un ou deux milieux non-linéaires, pompées avec des faisceaux de type gaussien ou de Bessel et, enfin, ne réalisant majoritairement qu'un seul processus non-linéaire, à savoir l'effet paramétrique. En fait, il existe de nombreux autres types d'OPO et notamment ceux placés à l'intérieur de la cavité laser. Les OPO

ainsi placés sont dits OPO Intracavités ou IOPO. Les caractéristiques de ces derniers sont assez différentes des OPO extracavités puisque les milieux à gain laser et à gain paramétrique échangent directement de l'énergie. L'avantage attendu pour cette configuration est la possibilité d'utiliser toute l'énergie du laser pour directement pomper l'oscillateur paramétrique. Le lecteur désirant approfondir sur le sujet pourra consulter les références suivantes : Kenneath [Kenneath], Smith [Smith,6], Falk [Falk,3], Davis [Davis], Brunner [Brunner,2], Zernike [Zernike,2], Tran [Tran], Debuisschert [Debuisschert], Dubois [Dubois] et enfin Guohua [Guohua].

Dans tous les paragraphes qui précèdent (excepté celui ci concernant l'état de l'art), nous sommes restés dans le cadre théorique qui suppose l'interaction paramétrique de trois ondes monomodes spectralement de largeurs nulles. Ceci correspond à un cas idéalisé, la réalité est tout autre. En régime nanoseconde, c'est-à-dire lorsque les durées des impulsions sont de l'ordre de la dizaine de nanosecondes, les spectres, par les propriétés de la transformée de Fourier, ne sont plus constants et présentent des largeurs à mi-hauteur de l'ordre de la centaine de MHz. Par ailleurs, tout comme les lasers, l'émission des OPO n'est pas limitée à une seule fréquence mais peut en compter un certain nombre lié au gain paramétrique et à la condition d'accord de phase définis dans les pages qui précèdent. Voulant réduire le spectre d'émission de notre OPO décrit dans la partie expérimentale (partie III), nous nous intéressons à l'aspect spectral des OPO et introduisons les techniques classiques d'affinement du spectre.

I-3-3] Techniques classiques de l'affinement spectral de l'émission des OPO

I-3-3-1] Définitions

Pour des raisons théoriques, nous n'avons considéré jusqu'à présent que des OPO dans lesquels interagissent trois ondes monochromatiques aux fréquences ω_s, ω_c et ω_p. Cette limitation permet à la fois de développer et de résoudre les équations précédentes et de comprendre, un par un, les effets physiques présents. En revanche, cette approche occulte complètement l'aspect spectral de l'interaction paramétrique optique. En fait, les trois ondes signal, complémentaire et pompe ne sont pas nécessairement monochromatiques mais présentent une largeur et une structure spectrale. Nous nous proposons d'étudier les propriétés spectrales des OPO et de discuter de l'affinement spectral de ces derniers.

Auparavant et afin de comprendre correctement les étapes permettant l'affinement spectral d'un OPO, il est nécessaire de cerner ce que l'on désigne par propriétés spectrales d'un OPO.

L'aspect spectral de l'émission des OPO recouvre trois points, le premier est la **largeur de gain** (ou largeur de la raie d'émission), c'est-à-dire la largeur de bande spectrale sur laquelle l'OPO émet pour

un accord de phase donné; le second est **l'accordabilité**, c'est-à-dire la capacité de l'oscillateur à émettre sur une plage spectrale plus ou moins importante; le dernier porte sur la **structure** de cette bande spectrale, soit sur la répartition des modes qui oscillent. Nous présentons dans les trois paragraphes suivants les trois points cités puis discuterons de l'affinement spectral.

I-3-3-1-1] Largeur de gain

On a vu que lorsque l'éclairement de la pompe est constant, le signal injecté, le désaccord de phase non-nul et les absorptions nulles, le gain paramétrique est donné par la relation (I-58) :

$$G(z)=\frac{I_s(z)}{I_{s_0}}=1+\left(\frac{g}{R}\mathrm{sh}\left(\frac{R}{2}z\right)\right)^2 \quad \text{avec} \quad \begin{cases} g=4\sqrt{\dfrac{2\,\omega_s\,\omega_c}{n_s\,n_c\,n_p\,\varepsilon_o\,c}\,I_p}\,\dfrac{d_{eff}}{c} \\ R^2=g^2-\Delta k^2 \end{cases}$$

Si l'on se place dans la limite des faibles gains, soit pour $g < \Delta k$, l'expression $G(z_c)$ (où z_c représente la longueur du cristal) devient :

$$G(z_c)-1=\left(\frac{g z_c}{2}\right)^2 \mathrm{sinc}^2\left(\sqrt{\Delta k^2-g^2}\,\frac{z_c}{2}\right). \qquad \text{I-(68)}$$

La **largeur de gain** est définie par l'égalité : $\sqrt{\Delta k^2-g^2}\,\frac{z_c}{2}=\pi$ qui égale le gain linéaire $G(z_c)$ à 1 (voir la figure I-(20)). Elle correspond à la largeur totale de la raie d'émission[29].
Si le gain g est très faible ($g\,z_c \ll \pi$), l'expression ci-dessus devient :

$$\Delta k\, z_c = 2\,\pi. \qquad \text{I-(69)}$$

Il reste à traduire cette équation en terme de fréquence, c'est-à-dire qu'il reste à déterminer le domaine de fréquences associé à cette relation. Pour cela, on effectue un développement en série de Taylor des vecteurs d'onde par rapport aux fréquences radiales.

$k_n = k_{n_o} + u_n^{-1}\,\delta\omega_n + \frac{1}{2} g_n\,\delta\omega_n^2$ avec $\delta\omega_n = \omega_n - \omega_{n_o}$ l'écart entre la fréquence réalisant l'accord de phase, ω_{n_o}, et la fréquence de fonctionnement, ω_n.

---

[29] Il existe de nombreuses définitions concernant la largeur de gain. On trouve la largeur à mi-hauteur qui implique la connaissance de la solution de l'équation sin x = x/2 d'après l'équation I-(68), à savoir $x \approx 1{,}8955$. Par conséquent, pour passer de la largeur complète à la largeur à mi-hauteur, il faut multiplier par $1{,}895/\pi \approx 0{,}6$.

Dans l'expression ci-dessus, on a introduit la vitesse de groupe u_n et la dispersion de la vitesse de groupe g_n données par : $u_n = \left(\frac{\partial k_n}{\partial \omega_n}\right)^{-1}$, $g_n = \frac{\partial^2 k_n}{\partial \omega_n^2}$.

Lorsque l'accord de phase est réalisé, on a $k_{p_o} - k_{s_o} - k_{c_o} = 0$ à l'ordre 0 et donc :

$$\Delta k = \beta_{sc}\delta\omega_s + \frac{1}{2}\gamma_{sc}\delta^2\omega_s \text{ où } \beta_{sc} = \frac{1}{u_s} - \frac{1}{u_c} \text{ et } \gamma_{sc} = g_s + g_c.$$

Loin de la dégénérescence[30], les vitesses de groupe u_s et u_c sont différentes et il n'est pas nécessaire de pousser le développement à l'ordre 2, la largeur de gain s'écrit : $\delta\omega_s \approx \left|\frac{2\pi}{\beta_{sc}z_c}\right|$ [31].

Le développement de β_{sc} en fonction des indices de réfraction (donnés eux mêmes par les relations de Sellmeier) donne :

$$\beta_{sc} = \frac{1}{c}\left(n_s - n_c + \lambda_c\frac{\partial n_c}{\partial \lambda_c} - \lambda_s\frac{\partial n_s}{\partial \lambda_s}\right) \approx \frac{\Delta n_{sc}}{c}.$$

Le résultat important est qu'au premier ordre, β_{sc} est proportionnel à la biréfringence Δn_{sc}.

L'expression finale de la **largeur de gain,** lorsque la pompe est monomode longitudinalement, est donc :

$$\delta\upsilon \approx \frac{c}{z_c\Delta n_{sc}} \text{ en Hz,}$$

$$\delta\upsilon_{sc}\left(cm^{-1}\right)\Big|_p \approx \frac{1}{z_c(cm)\Delta n_{sc}} \text{ cm}^{-1}\text{,}^{32} \qquad \text{I-(70)}$$

Afin de fixer les idées, nous donnons, à titre d'exemple, quelques valeurs caractéristiques. Un cristal de $LiNbO_3$ de longueur 4 cm, pompé par un laser de longueur d'onde $\lambda_p = 488$ nm et émettant un signal à $\lambda_s = 632{,}8$ nm, a une largeur de gain égale à 2,6 cm^{-1}, soit une largeur à mi-hauteur égale à

---

[30] À la dégénérescence, les fréquences signal et complémentaire sont égales, la conservation de l'énergie implique que $\omega_s = \omega_c = \omega_p/2$.

[31] Si l'on se place proche de la dégénérescence ($\omega_s = \omega_c$) alors $\beta_{sc} = 0$ (vitesses de groupe égales) et la largeur de gain est donnée par le second terme du développement : $\delta\omega_s \approx \left|\sqrt{\frac{4\pi}{\gamma_{sc}z_c}}\right|$.

[32] La largeur de gain peut s'exprimer en nm, Hz ou cm^{-1}. L'unité choisie dépend du domaine d'application.

1,6 cm^{-1}. En Hz, la largeur de gain vaut approximativement 320 GHz tandis qu'en nanomètre, elle est égale à 0,4 nm.
Pour un cristal de KTP de longueur z_c = 1,5 cm, pompé par un laser émettant à λ_p = 532 nm et émettant un signal autour de λ_s = 800 nm, la largeur de gain est égale à 8,2 cm^{-1}, soit 250 GHz ou 0,53 nm.

L'approche présentée ci-dessus est essentiellement tirée du livre de Amnon Yariv [Yariv] mais on la trouve dans tous les livres d'optique non-linéaire (Shen, ...). D'un point de vue historique, les premiers à s'intéresser à la largeur de gain sont Giordmaine [Giordmaine] et ses collaborateurs qui réalisent un des premiers OPO quasi-monochromatiques puisqu'il présente une largeur égale à 0,03 nm. Plus récemment Ebrahimzadeh [Ebrahimzadeh] a montré que dans le cas d'un OPO simplement résonant, la largeur de gain due à la divergence de la pompe est donnée par :

$$\delta\upsilon_{\text{divergence pompe}} = \frac{1}{2}\frac{c}{\lambda_p}\left(\frac{\partial n_p}{\partial \theta}\right)\delta\theta_p\left[n_s - n_i + \lambda_i\frac{\partial n_i}{\partial \lambda_i} - \lambda_s\frac{\partial n_s}{\partial \lambda_s}\right].$$

Il prend ensuite en compte la largeur de gain de la pompe $\Delta\nu_p$ et détermine la largeur de gain du signal :

$$\delta\upsilon_{\text{largeur pompe}} = \Delta\nu_p\left[n_p - n_i + \lambda_i\frac{\partial n_i}{\partial \lambda_i} - \lambda_p\frac{\partial n_p}{\partial \lambda_p}\right]\left[n_s - n_i + \lambda_i\frac{\partial n_i}{\partial \lambda_i} - \lambda_s\frac{\partial n_s}{\partial \lambda_s}\right]^{-1}.$$

La <u>largeur de gain naturelle</u> est égale à la somme des trois largeurs :

$$\boxed{\Delta\nu = \delta\nu_{sc} + \delta\nu_{\text{divergence pompe}} + \delta\nu_{\text{largeur pompe}} \qquad \text{I-(71)}}$$

On trouvera un résumé sur la dépendance de la largeur de gain de l'émission de l'OPO en fonction des caractéristiques de la pompe laser dans l'introduction d'un article de Gloster [Gloster]. Classiquement, les largeurs moyennes sont généralement de l'ordre du cm^{-1} et augmentent plus ou moins linéairement [Harris,3] [Fix,1] [Fix,2] [Bjorkholm,2] [Byer,2] [Haub,1] [Brosnan] avec la puissance de la pompe. En revanche elle décroît avec le nombre de passages de l'onde pompe [Schröder] dans la cavité OPO pendant la durée de l'impulsion pompe. Ceci est dû à l'affinement du gain paramétrique lors de multiples passages dans le cristal [Sherrer]. Cet affinement est d'autant plus marqué que la durée de l'impulsion de pompe augmente et que la longueur de la cavité OPO décroît. Ainsi Haub [Haub,2] observe qu'un SROPO pompé avec un laser de faible divergence présente une largeur inférieure à la largeur naturelle du cristal. Brosnan [Brosnan], par le bais d'un modèle numérique, montre que la largeur de gain de l'OPO simplement résonant est liée au nombre de passage N lorsque N >>1 et à la largeur naturelle $\Delta\nu$ par :

$$\delta\upsilon_{SROPO} = \frac{1}{\sqrt{N}}\Delta\upsilon \qquad \text{pour } N >> 1 \qquad \text{I-(72)}$$

Ceci étant dit, la dépendance de la largeur de raie en fonction de la puissance de pompe du laser n'est pas parfaitement comprise, Bosenberg et Guyer [Bosenberg] affirment qu'une pompe monomode est nécessaire pour réaliser un OPO monomode à base de KTP tandis que Young et col. [Young] prétendent que l'onde résonnante de l'OPO peut être considérablement affinée lorsqu'elle est pompée avec un laser de large bande si l'onde non-résonnante "absorbe" l'excès de largeur. Par ailleurs, Burdulis et collaborateurs [Burdulis] trouvent que le produit des largeurs temporelle et spectrale de l'OPO coïncident avec celui de la pompe et en concluent justement qu'il est nécessaire d'affiner la pompe pour affiner le signal.

Lorsque l'on affine l'émission (voir le paragraphe I-3-3-2 sur l'affinement), la largeur typique est d'environ 0,005 cm^{-1}. *a contrario*, Wang [Wang,1] propose et réalise un montage permettant d'atteindre des largeurs de gain de l'ordre de 100 cm^{-1}. Pour cela, il se base sur un accord de phase de type (e —> o o) non-colinéaire particulier dans le cristal de BBO (β-baryum de borate β-BaB_2O_4), qui permet de réaliser l'accord de phase sur une très grande plage spectrale. Ainsi selon l'accord de phase, la nature du cristal et les caractéristiques de la pompe, la largeur de gain peut prendre des valeurs comprises entre quelques millièmes de cm^{-1} et une centaine de cm^{-1}. Par la suite, cherchant à réduire spectralement l'émission d'un OPO, nous insisterons plus sur les techniques d'affinement du spectre que sur les configurations permettant d'atteindre de grandes largeurs de gain. En attendant, nous présentons le deuxième point de l'étude, l'accordabilité.

I-3-3-1-2] Accordabilité

L'accordabilité est la capacité de l'APO ou de l'OPO à émettre sur une plage de longueurs d'onde plus ou moins importante. Cette dernière est entièrement liée à la nature du cristal pour un APO tandis que pour un OPO, l'évolution des coefficients de réflexion des miroirs intervient et la réduit généralement.
De manière générale, l'accordabilité est obtenue simultanément par la variation de la biréfringence du cristal et par les conservations de l'énergie et de la quantité de mouvement (relations I-17 a et b) :

$$\begin{cases} \omega_3 = \omega_1 + \omega_2 \\ \underline{k}_3 = \underline{k}_1 + \underline{k}_2 \end{cases} \text{avec } \underline{k} = \frac{\omega}{c} n \underline{u}.$$

En général, les variations de longueur d'onde importantes sont obtenues en jouant sur l'angle d'accord de phase tandis que les variations fines sont réalisées par variation de la température (dispersion des indices en fonction de la température) ou de la pression du cristal qui par effet photoélastique induit

des variations faibles des indices, ou encore par l'effet photoélectrique lorsque l'on soumet le cristal à une différence de potentiel électrique. Il est possible aussi d'utiliser les propriétés géométriques de la cavité pour faire varier les longueurs d'onde d'émissions de l'oscillateur. Nous développons ces points dans le paragraphe suivant sur l'affinement spectral des OPO.

De manière générale, quel que soit le paramètre M, on peut écrire la variation de la fréquence en fonction de ce dernier de la manière suivante :

$$\frac{d\omega_s}{dM} = \frac{1}{\beta_{sc}}\left(\frac{\partial k_p}{\partial M} - \frac{\partial k_s}{\partial M} - \frac{\partial k_c}{\partial M}\right) \approx \frac{c}{\Delta n}\left(\frac{\partial k_p}{\partial M} - \frac{\partial k_s}{\partial M} - \frac{\partial k_c}{\partial M}\right) \text{ avec} \qquad \text{I-(73)}$$

$\beta_{sc} = \frac{1}{u_s} - \frac{1}{u_c}$, u_s et u_c les vitesses de groupes des ondes signal et complémentaire.

Les relations I-(70) et I-(73), représentant la largeur de gain et l'accordabilité du cristal considéré, contiennent toute deux le terme de biréfringence au dénominateur. Ainsi, un cristal possédant une faible biréfringence a non seulement une plus grande largeur de gain I-(70) mais aussi une plus importante accordabilité (I-(73)) qu'un cristal ayant une grande biréfringence.

De la même manière que dans le paragraphe précédent, les quelques lignes précédentes ont été inspirées du livre de Amnon Yariv déjà cité. Historiquement, l'accordabilité est un des points clés du développement des OPO. Ces derniers permettent en effet d'atteindre des longueurs d'onde inaccessibles avec les lasers. En 1962, Kroll [Kroll] montre que l'on peut théoriquement accorder de manière continue un OPO entre les fréquences $\omega_p/4$ et $3/4\ \omega_p$. Giordmain et Miller [Giordmaine] réalisent une accordabilité entre 0,97 et 1,15 µm, soit sur 70 nm d'un OPO simplement résonnant (SRO ou SROPO) à base de $LiNbO_3$ tandis que Miller et Nordland [Miller] réussissent à accorder un OPO doublement résonnant (DRO ou DROPO) à base de $LiNbO_3$, pompé à 0,53 µm, entre 0,684 et 2,355 µm, soit 70 % de l'intervalle prévu par Kroll avec pour contrainte l'utilisation d'un laser très puissant. La différence énorme entre les deux domaines d'accordabilité provient des traitements des miroirs qui permettent à l'un d'être simplement résonnant et de présenter un spectre monomode tandis que l'autre est doublement résonnant et présente un fonctionnement multimode et instable (voir le paragraphe sur la structure spectrale de l'émission). Dans le cas d'un OPO doublement résonnant, Campillo [Campillo] propose de placer un second cristal et d'augmenter le domaine d'accordabilité (de 420 à 510 nm) en réalisant un étage de génération de somme de fréquences. Bjorkholm [Bjorkholm,1] [Bjorkholm,2], quant à lui, compare les fonctionnements des OPO simplement et doublement résonnants et montre que le SROPO présente un domaine d'accordabilité 5 fois plus important qu'un DROPO, tout deux à base d'un cristal de $LiNbO_3$. À des fins spectroscopiques, les recherches s'orientent dès lors vers la réalisation d'OPO accordables sur les plages de longueurs d'onde les plus grandes et avec des largeurs de gain les plus fines. La difficulté est donc de réaliser

des traitements dichroïques transparents à la longueur d'onde de la pompe et qui présentent des coefficients de réflexion non négligeables sur de grandes plages de longueurs d'onde pour les ondes signal et complémentaire. Akmanov et collaborateurs [Akmanov] présentent de nouvelles géométries répondant aux critères précisés dans la phrase précédente. Il s'agit d'utiliser la réflexion totale d'un prisme à la place d'un miroir, la cavité est fermée par des lames traitées réfléchissant environ 30-35% sur toute la plage de longueur d'onde. Ils poursuivent leur idée en proposant une cavité fermée par deux prismes (TWO, travelling wave oscillator). L'accordabilité est obtenue par rotation du cristal de KDP (KH_2PO_4). Falk [Falk,1] propose une technique permettant de faire varier rapidement la longueur d'onde d'émission de l'OPO. Elle consiste à utiliser un accord de phase non-colinéaire éliminant les retours parasites de l'onde signal non-résonnante (elle présente un vecteur de Poynting hors axe de cavité). La pompe est injectée dans le cristal grâce à un prisme qui permet de faire varier l'angle d'incidence, l'accordabilité est obtenue par rotation de ce dernier. En 1969, Harris [Harris,3] présente une revue des principaux progrès réalisés concernant l'accordabilité des OPO tant sur le plan théorique que sur le plan expérimental, on trouvera ainsi les relations présentées ci-dessus. Grâce à l'amélioration de la qualité des cristaux (longueur et seuil de dommage), Herbst [Herbst] réussit à accorder un OPO entre 1,4 et 4,4 µm. Les derniers progrès concernent à la fois les cristaux et les miroirs. Depuis la mise au point de nouveaux cristaux dont les domaines ferroélectriques sont périodiquement retournés (PPLN pour le $LiNbO_3$, PPKTP pour le $KTiOPO_4$, PPRTA pour le $RbTiOAsO_4$, PPKTA pour le $KTiOAsO_4$, $PPLiTaO_3$...[Hatanaka] [Daneshvar]), les recherches et les études [Myers,1,2] abondent dans ce sens pour réaliser des OPO à seuil d'oscillation le plus bas et présentant les accordabilités les plus importantes possibles. Les cristaux sont non-seulement de plus en plus stables et résistants aux éclairements mais présentent des structures diverses (voir la figure I-(24)). Dans un même cristal, plusieurs réseaux régulièrement espacés sont inscrits parallèlement à l'axe de propagation des ondes [Myers,3] permettant une accordabilité par plage (à cela s'ajoute celle obtenue par variation de la température). Kendall [Kendall] utilise des cristaux présentant 3 réseaux de pas différents successifs sur la longueur du cristal tandis que Powers [Powers] propose une géométrie en éventail.

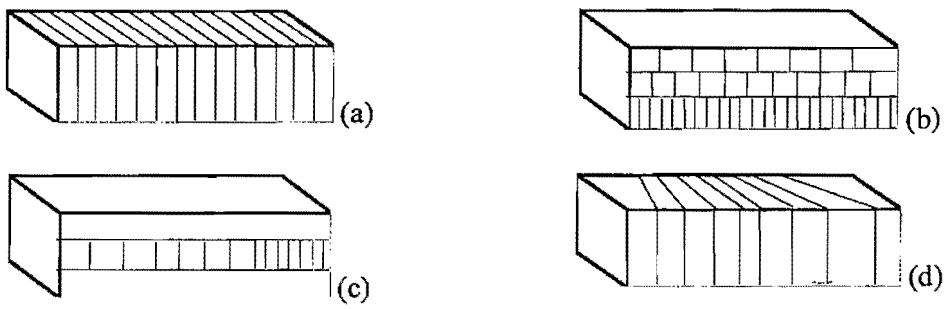


Figure I-(24) : Diverses structures de cristaux périodiquement retournés. (a) : structure classique à un réseau, (b) : structure à plusieurs réseaux en parallèle, (c) : structure à plusieurs réseaux en série, (d) : structure en éventail.

Le quasi-accord de phase est généralement utilisé pour la génération de second harmonique [Piskarskas] [Meyn] [Juwiler], l'interaction paramétrique (APO, GPO[33], OPO) [Missey] [Hellström] [Peltz] [Edwards] [Britton,1,2] [Wang,2] ou encore pour la différence de fréquences [Fradkin,1]. Fradkin montre non seulement qu'il est possible de générer par différence de fréquences dans un PPKTP une onde entre 3,2 et 3,4 µm, mais elle développe une nouvelle méthode [Fradkin,2] permettant de réaliser un couplage efficace de deux processus non-linéaires quelconques. Cette méthode repose sur un algorithme qui permet de calculer les modulations quasi-périodiques du coefficient non-linéaire.

Ces quelques lignes montrent que la réalisation, avec succès, de cristaux "périodiquement retournés" permettant le quasi-accord de phase a redonné une impulsion au développement des processus non-linéaires et particulièrement aux OPO. Nous avons insisté sur les cristaux périodiquement retournés mais les cristaux classiques sont encore largement utilisés, ainsi Kato [Kato,2] a réalisé un OPO, à base du cristal de KTP taillé pour un accord de phase non-critique en angle ($\theta = 90°$ et $\phi = 0°$), qui émet dans les deux domaines 1,04-1,38 µm et 2,15-3,09 µm grâce à un laser à colorant de pompe accordable de 0,7 à 0,95 µm, l'ensemble permet donc d'augmenter le domaine d'émission du laser saphir dopé au titane vers l'infrarouge moyen. Dans les cahiers des charges, ces nouvelles sources se doivent d'être plus compactes (utilisation en LIDAR pour Light Detection And Ranging [34]). Ainsi, on voit apparaître des systèmes "tout solide". Cui [Cui] et ses collaborateurs développent un OPO, à base de LBO, accordable dans les domaines 481-457 et 1355-1590 nm, pompé par un Nd:YAG lui-même pompé par une diode laser et triplé en fréquence. De manière similaire, Bosenberg [Bosenberg] développe une chaîne de conversion de fréquence comprenant, à la suite, un OPO avec une cavité de type Littman [Littman], un NRO [Neuman,1] (OPO non résonnant, aucune onde ne résonne), un APO et un étage de génération de somme ou de différence de fréquences. Ils sont pompés par les fréquences harmoniques et fondamentale d'un Nd:YAG monomode injecté et par l'APO. L'ensemble est contrôlé par un ordinateur permettant d'émettre des signaux spectralement monomodes dans les domaines suivants : 700-920 nm, 1,3-2,2 µm, 2,1-4,0 µm et 4-18 µm par différence de fréquences ou 600-700 nm par somme de fréquences. Nous avons volontairement précisé que seul un mode est émis sur tout le domaine d'accordabilité. Ceci nous permet d'enchaîner sur le paragraphe suivant concernant la structure spectrale de l'émission des OPO.

---

[33] GPO : Génération paramétrique optique. La GPO intervient lorsqu'aucune des deux ondes signal et complémentaire est injectée. Seule la pompe est incidente sur le cristal. L'acronyme anglais est OPG pour "Optical parametric generation".

[34] Mesure des propriétés physiques d'une entité à distance par l'utilisation d'une source cohérente dans l'IR, le visible et l'UV.

I-3-3-1-3] Structure de la largeur de gain paramétrique

La **structure de la largeur de gain paramétrique** est fonction de nombreux paramètres. Elle dépend, entre autres, du matériau non-linéaire, de la géométrie et des caractéristiques de la cavité OPO, de celles de l'onde de pompe et enfin du type d'accord de phase. Le matériau non-linéaire et la pompe, nous l'avons vu dans les deux paragraphes ci-dessus, fixe la largeur de gain et détermine l'accordabilité de l'OPO. La cavité OPO et l'onde pompe permettent de sélectionner les fréquences résonantes pour les deux ondes signal et complémentaire. En effet, considérons un OPO dont l'onde pompe est monomode à la fréquence ω_p , l'application de la conservation de l'énergie impose l'égalité : $\omega_p = \omega_s + \omega_c$. Or, la résonance de l'onde signal dans la cavité de l'OPO impose à la fréquence ω_s d'appartenir à un ensemble discret de valeurs, ce qui par voie de conséquence, détermine ω_c. Ces fréquences ω_c ne résonnent pas nécessairement dans la cavité, en effet la dispersion (dans le cristal) impose un intervalle spectral libre (ISL) différent pour chacune des ondes. Cela n'a aucune importance si l'oscillateur est simplement résonnant [Bjorkholm,2], c'est-à-dire si seule l'onde signal résonne, en effet la phase de l'onde non-résonante s'adapte afin d'optimiser le gain du système [Harris,3]. En revanche, si l'OPO est doublement résonant, les fréquences signal et complémentaire doivent vérifier la conservation de l'énergie et être proches des modes de cavité. Le spectre d'un OPO doublement résonant est composé de groupes de modes instables ("clusters" en anglais) et difficilement contrôlables [Falk,2] [Bjorkholm,2]. De considérables progrès ont été réalisés dans ce domaine suite à des études poussées, notamment par Eckardt [Eckardt] qui présente deux DROPO quasi-continus monomodes aux longueurs d'onde signal et complémentaire, à base de $MgO:LiNbO_3$ dont les faces sont traitées en miroirs. L'accordabilité est obtenue par application d'un champ électrique (effet électro-optique) et par variation de température. Il présente, par ailleurs, un modèle théorique grâce auquel il est capable de prévoir les sauts de modes, les sauts de "cluster" ainsi que l'accordabilité observés expérimentalement. Les mémoires de Bruno Scherrer [Scherrer] et d'Antoine Godart [Godart] reprennent cette discussion, tous deux ont travaillé sur la réalisation de DROPO monomodes grâce au contrôle rigoureux des paramètres physiques des cavités. La thèse de Bruno Sherrer contient une bibliographie importante sur le sujet. Pour notre part, nous préférerons travailler avec des OPO simplement résonants malgré leur seuil d'oscillation très supérieur, la contrepartie étant la nécessité de travailler en régime nanoseconde avec des lasers impulsionels. Nous ne considérerons par la suite que des OPO simplement résonants.

Nous allons maintenant nous intéresser aux différentes méthodes d'affinement spectral des SROPO. Il sera aussi question de leur accordabilité sur les plages spectrales les plus grandes possibles.

I-3-3-2] Méthodes d'affinement spectral classiques

Il y a, classiquement, deux méthodes pour réaliser l'affinement du spectre d'émission d'un oscillateur paramétrique optique simplement résonnant. Toutes deux proviennent des techniques déjà développées pour réduire le spectre des lasers à colorant [Littman] [Daussy]. La première méthode consiste à insérer dans la cavité un ou plusieurs éléments permettant de sélectionner les longueurs d'onde. Il s'agit le plus souvent d'étalons ou de réseaux de diffraction. Ce concept a été très étudié et a conduit à l'élaboration d'OPO simplement résonnants, monomodes et accordables sur des plages de longueurs d'onde plus ou moins importantes. Il présente cependant un inconvénient majeur : il a tendance à augmenter le seuil d'oscillation et, par conséquent, à réduire les énergies disponibles en sortie. Depuis quelques années, l'amélioration des qualités des cristaux et la mise au point de techniques permettant de travailler en quasi-accord de phase (QPM pour Quasi Phase Matching) avec des cristaux dont les domaines ferroélectriques sont périodiquement retournés (PPLN par exemple), permettent d'abaisser les seuils et de retourner vers cette méthode. La seconde méthode consiste à injecter l'oscillateur avec une onde proche de l'onde signal ou complémentaire résonnante. Elle nécessite donc une deuxième source cohérente d'émission optique affinée (la première étant à la longueur d'onde de la pompe, le plus souvent il s'agit d'un laser mais cela peut-être aussi un OPO). Elle présente le double avantage, par rapport à la méthode précédente, de ne pas abaisser l'efficacité de la conversion (mais au contraire de l'augmenter le plus souvent) et de conserver des géométries de cavités simples.

I-3-3-3] Affinement spectral d'un OPO par injection

Ce paragraphe ne prétend pas expliquer en détail le fonctionnement et les propriétés spectrales d'un OPO en régime nanoseconde, il ne veut en donner qu'un aperçu. Pour plus de détails, on pourra se reporter aux références citées.

L'oscillation d'un OPO non injecté démarre sur le champ électrique généré par les fluctuations quantiques du vide (de l'ordre de 10^{-10} W par mode). Si l'OPO est injecté avec une longueur d'onde correspondant à un mode de la cavité, l'amplification de ce mode démarre avec une amplitude considérablement plus importante que celles des autres modes (démarrant sur le bruit). Le taux de croissance des modes est différent et fonction du désaccord de phase, le mode présentant le désaccord de phase le plus proche de zéro voit la plus forte croissance. La croissance des modes est exponentielle jusqu'à ce que le transfert d'énergie de la pompe vers les modes modifie le profil temporel de celle-ci, c'est-à-dire lorsqu'il y a "déplétion" de la pompe. Dans ce cas, les modes sont couplés par la pompe et la croissance n'est plus exponentielle. Si l'OPO est injecté, la "déplétion" de la pompe provient du transfert de la pompe vers le mode injecté et par conséquent le gain accessible aux autres modes est très réduit par le fait que l'oscillation du mode injecté peut alors

atteindre un régime stationnaire, ceci même si ce mode ne vérifie pas exactement l'accord de phase $\Delta k = 0$. Le mode le plus proche de l'accord de phase continue cependant à voir du gain et donc à croître. Il peut, après un laps de temps plus ou moins "long" réduire l'éclairement de la pompe et lui aussi atteindre un régime stationnaire. Les deux modes sont alors en compétition, le mode proche de l'accord de phase, voyant le gain le plus élevé, peut réduire le gain du mode injecté (s'il en a le temps) et finalement arrêter les oscillations de tous les autres modes, y compris l'injecté. Bjorkhom [Bjorkhom,3] réalisent un des premiers OPO injectés par un laser de faible puissance, celui-ci présente un spectre d'émission monomode dans 90 % des cas. Il insiste sur le fait que l'injection doit être présente au démarrage de l'oscillation paramétrique pour être certain de ne pas rater l'affinement. Par ailleurs, Fix [Fix,3] démontre par une étude analytique et numérique, que le mode injecté et les autres modes sont anticorrélés, et que par conséquent, l'injection s'oppose à la croissance des modes non-injectés. Il est très important de remarquer qu'en raison de la compétition entre le mode injecté et le mode de gain maximal, le contrôle des propriétés spectrales d'un OPO par injection est limité à un temps de transition et n'est, par conséquent, applicable qu'aux OPO pulsés. Cette période de transition correspond au temps nécessaire au mode de gain maximal pour s'imposer.

D'après Cassedy [Cassedy], il est possible de définir les conditions permettant de réaliser une injection de l'oscillateur réussie, c'est-à-dire pour avoir un OPO monomode longitudinalement par injection. Celles-ci sont les suivantes :

1) le laser de pompe doit être monomode longitudinalement,
2) le mode injecté doit saturer la pompe avant le mode voyant le gain le plus élevé,
3) le gain du mode voyant le gain maximal doit être suffisamment faible pour ne pas entrer en concurrence avec le mode injecté lorsque celui-ci atteint le régime stationnaire.

Nous pourrions ajouter le fait qu'il est impératif, mais cela parait évident, qu'il faut ajuster la longueur de la cavité paramétrique pour que le mode injecté corresponde à un mode de cavité. Nous verrons cela dans le paragraphe concernant l'affinement spectral.

Cassedy [Cassedy] quantifie ces deux dernières conditions. Il suppose que la cavité permet à N paires de modes signal et complémentaire d'osciller. Appelons K_n, le coefficient de couplage non-linéaire effectif relatif au couple signal et complémentaire n ($1<n<N$), μ le rapport entre $K_{injecté}$ et K_{max}, respectivement les coefficients de couplage du mode injecté et du mode voyant le gain maximal, et β le module au carré du rapport des amplitudes du champ électrique de la pompe appliquée et de la pompe au seuil d'oscillation.

1) Si $\mu < 0,7$ alors l'injection échoue systématiquement.
2) Une augmentation de l'amplitude de la pompe ($\beta >> 1$) n'implique pas une injection réussie si $\mu \leq 0,7$.

3) Si $\mu > 0,7$ alors une augmentation de l'amplitude de la pompe peut entraîner la réussite de l'injection.
4) Pour un rapport β légèrement supérieur à 1 (ex. 1,5), μ doit prendre des valeurs très importantes pour pouvoir réussir l'injection (de l'ordre de 85)

Si en plus de l'affinement spectral, l'utilisateur désire réaliser une variation de la longueur d'onde d'émission sans saut de mode, il est nécessaire de faire varier simultanément la longueur de la cavité avec la longueur d'onde d'injection [Haub,1]. Par ailleurs, il est souvent nécessaire de contrôler l'angle entre le cristal et l'axe de la cavité pour permettre au mode injecté de voir le gain maximal. En fait, une étude plus récente d'Alford [Alford,1] montre que l'injection ne réussit pas si le cristal est parfaitement aligné pour l'accord de phase dans une cavité linéaire. Il est impératif, premièrement, de tourner le cristal d'un angle supérieur à 2 mrad de manière à ce que le spectre d'émission libre soit centré sur la fréquence injectée et, deuxièmement, d'incliner le faisceau injecteur afin qu'il soit aligné avec le faisceau résonnant de l'OPO non-injecté. Il propose quelques solutions afin de réussir l'injection, la plus simple étant de réaliser une cavité en anneau (retournement du faisceau). Baxter [Baxter,3] reprend l'idée et réalise un OPO en anneau à base de PPLN à 8 périodes, il est injecté par une diode TDL (Tunable Diode Laser) à 1,55 µm et pompé par un laser Nd:YAG monomode injecté. L'OPO, à son tour injecte un OPA à base de $LiNbO_3$ qui est pompé par le même laser. L'OPO présente une largeur de gain égale à 125 MHz (0,0043 cm^{-1}). D'autres applications que la spectroscopie nécessitent des sources fines. Citons les applications en LIDAR [Moulton]. Fix [Fix,4] réalise une source DIAL (Differential Absorption LIDAR)[35] avec un OPO à base de BBO injecté par une diode laser à 930 nm ou non. Lorsqu'il ne l'est pas, la largeur de bande est large et l'émission n'est pas monomode; cela constitue la source hors raie d'absorption. Une fois injecté, l'OPO a une largeur de bande de 245 MHz et l'émission est monomode, ajustée sur la bande d'absorption.

Ces quelques lignes ont permis de dégager les idées principales de l'affinement par injection de l'OPO. Intéressons-nous aux autres méthodes.

[35] DIAL : Differential Absorption. Technique LIDAR à deux sources de longueurs d'onde voisines. L'une est centrée sur la raie d'absorption du gaz recherché, l'autre est choisie pour être au bord de cette raie d'absorption. On obtient ainsi une mesure relative de l'absorption de la raie centrale du gaz recherché.

I-3-3-4] Affinement spectral d'un OPO par insertion d'un élément sélecteur en fréquence

La nécessité d'avoir une deuxième source cohérente de longueur d'onde correspondant au signal ou au complémentaire constitue l'inconvénient majeur de l'injection des OPO. L'émission d'un OPO non-injecté étant le plus souvent multimode, il est nécessaire d'introduire des éléments sélectifs en fréquence pour réduire son spectre d'émission et pour l'affiner.

La première étude sur l'introduction d'un Fabry-Pérot pour rendre un OPO monomode a été réalisée par Kreuzer [Kreuzer]. La première réalisation est de Wallace [Wallace]. Théoriquement, la réduction du spectre n'est pas accompagnée de la diminution de la puissance de sortie si les éléments ne présentent pas de pertes. Dans les faits, il est nécessaire d'incliner légèrement par rapport à l'axe de la cavité l'étalon de Fabry-Pérot pour ne pas créer de sous-cavité. Ce désalignement entraîne des pertes proportionnelles à la réflectivité du miroir et inversement proportionnelles au rayon du faisceau [Hercher]. Pour éliminer les pertes liées au désalignement, Pinard [Pinard] stabilise l'émission d'un OPO en insérant un prisme de Littrow et en réalisant un interféromètre basé sur une idée de Damaschini [Damaschini]. L'interféromètre est découplé de la cavité résonante et par conséquent n'a pas besoin d'être désaligné. En fait, à cette époque, les études portent sur l'affinement passif des lasers à colorant, elles seront ensuite appliquées aux OPO. Ainsi, Hänsch [Hänsch] réalise l'affinement d'un laser à colorant en insérant dans la cavité linéaire un système afocal de grandissement 21 permettant d'éclairer toute la surface[36] d'un réseau en incidence de Littrow. Pour pallier à l'inconvénient résidant dans l'allongement (193 mm) de la cavité, Shoshan [Shoshan] propose d'éclairer le réseau non plus à l'incidence de Littrow mais en incidence rasante. Une partie de l'onde diffractée est réfléchie par un miroir et renvoyée dans la cavité; en raison de la dispersion du réseau, seul un court domaine de longueur d'onde est réfléchie dans la cavité réalisant l'affinement. La part la plus importante du faisceau est réfléchie (ordre 0) et constitue le miroir de sortie. L'inconvénient majeur de cette cavité est le fait qu'elle présente une efficacité de conversion très faible et nécessite de puissants lasers. Littman [Littman] propose une variante où le miroir de sortie est le miroir de fond de cavité et non plus l'ordre 0. Il présente la théorie qui est ensuite développée par McNicholl [McNicholl]. Raymond [Raymond] détermine l'écart en angle entre deux modes successifs et réalise un laser monomode en contrôlant cet angle par un ensemble formé par un détecteur, un miroir placé sur une cale piézo-électrique et un ordinateur. Par la suite, avec la commercialisation de cristaux de saphir dopé au titane, ces derniers remplacent la cellule à colorant[37], Kangas [Kangas] réalise ainsi un laser monomode accordable entre 746 nm et 918 nm par un montage de type Littman. Sur ce principe, de nombreux OPO en cavité de type Littman ont été réalisés avec pour but la

---

[36] La résolution spectrale est proportionnelle à la surface éclairée du réseau.

[37] Il existe de nombreux colorants, par exemple la Rhodamine 6G, qui excités par un laser à Argon, peuvent émettre sur de grande plage de longueurs d'onde. De par le spectre d'émission très large, ils ont permi la réalisation des premiers lasers fonctionnant en régime femtoseconde.

monochromaticité et l'accordabilité. Citons Bosenberg [Bosenberg] qui réalise une chaîne de conversion de fréquence, l'émission étant monomode et accordable sur de nombreux domaines (voir paragraphe I-3-3-1-2). Boon-Engering [Boon-Engering] utilise la même méthode que Raymond [Raymond] appliquée à un OPO à base de deux cristaux de BBO placés en position de compensation de l'angle de double réfraction et présente des largeurs de raie d'environ 300 à 400 MHz selon le laser de pompe. Il précise par ailleurs la nécessité d'avoir des optiques polies à mieux que $\lambda/8$. Schlup [Schlup] et Chi-Seng [Chi-Seng] développent des cavités OPO de type Littman à partir de PPLN et obtiennent non seulement des spectres monomodes (ou quasiment monomodes) mais en plus des efficacités de conversions importantes (jusqu'à 46 % sur le signal) et cela sur des domaines de longueurs d'onde étendus (1,48-1,80 µm et 2,61-3,82 µm). Le problème rencontré dans ce type de cavité est que le faisceau de sortie n'est pas circulaire mais elliptique (rapport 1:3) et que, par ailleurs, la qualité du faisceau n'est pas toujours bonne, avec des M^2 supérieurs à 1,5.

En ce qui concerne les cavités de type Fabry-Pérot, l'affinement est réalisé par insertion d'un étalon dans la cavité. Dans l'ensemble, il y a beaucoup moins d'articles présentant des OPO affinés spectralement par insertion d'un étalon. Citons Huisken [Huisken] qui réalise une cavité linéaire courte ($L = 2,3$ cm, $\delta = 3,8$ cm pour le chemin optique) à base d'un cristal de KTP et dans laquelle est inséré un étalon. Le cristal est placé sur une platine de rotation ainsi que l'étalon, les deux platines sont contrôlées par des cales piézo-électriques dirigées par un ordinateur. Grâce à un laser de pompe Nd:YAG injecté et doublé en fréquence, l'émission est monomode (largeur égale à 200 MHz-0,0066 cm^{-1} proche de la limite de Fourier [38]) et accordable entre 0,75-0,87 µm et 1,83-1,37 µm. L'avantage par rapport aux cavités de type Littman est que le seuil d'oscillation est beaucoup plus bas du fait qu'il n'y a pas de perte dans des ordres de diffraction et que la qualité spatiale du faisceau de sortie est meilleure avec des M^2 d'environ 1,1-1,5. Schlup [Schlup] réalise un OPO à base de PPLN, pompé par un laser Nd:YAG injecté et doublé en fréquence, avec un étalon intracavité. La largeur d'émission de la raie à la longueur d'onde du signal est de l'ordre de 500 MHz (0,004 nm ou 0,017 cm^{-1}). Le seuil d'oscillation est bas, mais deux fois plus élevé que lorsque l'OPO n'est pas filtré. Du fait du gain paramétrique important, des longueurs d'onde parasites apparaissent. Elles limitent la puissance de sortie de l'OPO aux longueurs d'onde signal et complémentaire. Un léger angle introduit sur un des miroirs permet l'élimination de ces longueurs d'ondes parasites.

Un autre moyen pour affiner le spectre est développé par la même équipe [Baxter,1] et consiste à introduire des pertes importantes dans la cavité au début de l'oscillation. Cela permet de limiter le gain à quelques modes au départ. Le résultat est une largeur divisée par 2,5 (200 contre 500 MHz) avec une efficacité de conversion égale à 35 % pour le signal et un facteur de qualité M^2 égal à 1,3.

---

[38] La limite de Fourier dont il est question correspond à la relation liant les largeurs spectrale et temporelle. Elle découle des propriétés de la Transformée de Fourier des "fonctions de carré sommable". Pour une fonction gaussienne, la relation est : $\Delta\nu.\Delta t = \frac{2\ln 2}{\pi} \approx 0,44$.

D'autres techniques sont développées. Baxter [Baxter,2] réalise un OPO en anneau de chemin optique 29 cm, à base de $LiNbO_3$ en accord de phase de type I, pompé par un laser Nd:YAG monomode et injecté par une diode laser, elle aussi monomode et émettant à 1,55 µm. Le signal émis présente une largeur de 210 MHz (0,007 cm^{-1}) proche de la limite de Fourier. Baxter précise que l'OPO en anneau est moins accordable que les OPO linéaires et de type Littman.

I-3-3-5] Types d'OPO en fonction de leurs propriétés spectrales

D'après Haub [Haub,1], nous pouvons classer les OPO en fonction de la largeur de bande spectrale et de l'accordabilité. Une autre colonne apparaît et concerne la fragilité et la complexité de la cavité optique.

Type de bande	Largeur de bande	Domaine d'accordabilité	Fragilité et complexité
Large bande [Fix,1]	> 10 cm^{-1} (> 300 GHz)	~10000 cm^{-1} (~ 300 THz)	faibles
bande intermédiaire [Haub,1]	> 1 cm^{-1} (> 30 GHz)	~10000 cm^{-1} (~ 300 THz)	faibles
bande étroite [Bosenberg]	~ 0,1 cm^{-1} (~ 3 GHz)	~100 cm^{-1} (~ 3 THz)	modérées à importantes
monomode	~ 0,01 cm^{-1} (~ 300 MHz)	~1 cm^{-1} (~ 30 GHz)	très importantes

Tableau I-(3) : Classification des OPO selon la largeur de bande, le domaine d'accordabilité, la fragilité et la complexité de la cavité.

Le tableau est divisé en 4 lignes selon le type de bande. Celle qui nous intéresse est le quatrième correspondant aux OPO monomodes.

I-4] Conclusion de la partie théorique

Pour résumer, cette première partie est divisée en trois chapitres. Le premier a porté sur la notion de champ électromagnétique et sur les équations de Maxwell permettant d'aboutir à l'équation de propagation non-linéaire. Le deuxième a permi l'introduction de la notion d'accord de phase permettant de sélectionner un seul effet non-linéaire du deuxième ordre, à savoir l'effet paramétrique. Ce dernier couplant les trois ondes par un coefficient non-linéaire effectif (multiplié par les deux autres champs) que l'on a déterminé. Ceci étant fait, nous avons développé quatre systèmes d'équations couplées selon la prise en compte ou non de la divergence des champs électriques des

trois ondes et du déphasage lié à la dispersion des indices. Pour des raisons liées aux méthodes numériques présentées dans la deuxième partie, nous avons traité la propagation des ondes dans le cristal non-linéaire séparément du couplage non-linéaire obtenant ainsi une nouvelle expression de l'opérateur de propagation basée sur la méthode de Dreger et une nouvelle expression de l'indice en fonction des fréquences spatiales. Toutes les expressions obtenues jusqu'alors étant assez complexes et ne permettant pas d'interprétations simples, nous avons présenté donc des équations simplifiées desquelles ont découlé les notions de gain paramétrique et de seuil d'oscillation paramétrique. Nous avons ensuite présenté les effets secondaires accompagnant le couplage paramétrique, à savoir la diffraction, la double réfraction et l'absorption et son influence sur le couplage des ondes. Ceci étant fait, nous acons développé un état de l'art sur la théorie et les modélisations depuis les débuts des années soixantes jusqu'aux importants développements de ces dernières années. Les OPO réalisés expérimentalement étant généralement multimodes spectral, nous avons présenté les techniques classiques permettant l'affinement des OPO (injection et insertion d'éléments sélecteurs en fréquences) et introduit la largeur de gain, l'accordabilité et la structure du gain.

Ceci étant fait, nous pouvons développer un code de simulation reposant sur les équations présentées ci-avant. Le code est présenté dans la deuxième partie du mémoire.

II] Code de simulation d'OPO monomodes

II-1] Introduction

La modélisation des oscillateurs paramétriques optiques est nécessaire pour mieux appréhender leur fonctionnement complexe et ainsi pouvoir optimiser leurs performances. De nombreux programmes de simulations d'OPO nanosecondes sont développés depuis quelques années (voir le paragraphe I-3-2-3), ces derniers incluant de plus en plus d'effets; nous avons aussi développé un programme informatique permettant de prévoir les performances d'un OPO avec les limitations suivantes : l'OPO fonctionne en régime nanoseconde (on peut négliger la dispersion des vitesses de groupe entre les différentes ondes, ainsi que l'effet Kerr optique) et la pompe, le signal et le complémentaire sont **monomodes longitudinaux**. Notre modèle inclut tous les phénomènes physiques pouvant intervenir dans un OPO nanoseconde, à savoir, l'interaction paramétrique, la fluorescence paramétrique, l'absorption du cristal, la diffraction et la double réfraction. Plus précisément, on considère la propagation dans le cristal et celle hors cristal. Dans le cristal, on tient compte de l'absorption du cristal pour les trois longueurs d'onde, du couplage non-linéaire des ondes, de la diffraction et de la double réfraction. Hors du cristal, seule la diffraction intervient et régit la propagation des trois faisceaux. Enfin, on tient compte de l'influence des miroirs par le biais de leur éventuelle courbure et des coefficients de réflexion aux différentes longueurs d'onde. Le code fournit en sortie, entre autres, les énergies des trois ondes, leurs profils spatiaux et temporels, l'élargissement de la raie d'émission des ondes (initialement nulles) ainsi que les profils spectraux, les coefficients M^2...

Nous avons développé deux schémas d'intégration des équations et de propagation des faisceaux.

Premier schéma : le système d'équations paramétriques est divisé en deux sous-systèmes. L'un prend en compte la diffraction et la double réfraction et l'autre l'absorption du cristal aux différentes longueurs d'onde ainsi que le couplage non-linéaire.

Le premier sous-système gérant la propagation dans le milieu anisotrope est intégré sur une distance "élémentaire" Δz par l'intermédiaire de deux transformées de Fourier rapides (FFT directe et inverse, FFT signifiant Fast Fourier Transform).

Le second sous-système traduisant le couplage paramétrique est intégré sur la même propagation "élémentaire" Δz en utilisant un algorithme de **Runge-Kutta**, à pas "auto-adaptatif" d'ordre 5. Les deux sous-systèmes sont ainsi résolus successivement pour des propagations élémentaires sur toute la longueur du cristal. Cette méthode a la qualité d'être très stable d'un point de vue numérique mais présente l'inconvénient de nécessiter de long temps de calculs. Nous avons

développé un second schéma d'intégration censé être non-seulement plus rapide mais aussi plus précis.

Second schéma : il est basé sur la méthode du point fixe pour des schémas aux différences finies, avec une discrétisation de type **Crank-Nicolson**. Il est développé en collaboration avec le Laboratoire Analyse Numérique et EDP de l'université Paris XI. Le principe est le suivant. Après quelques manipulations analytiques, les équations paramétriques se rapprochent des équations de Schrödinger (aux termes d'absorptions près). Il est donc possible de les intégrer par une méthode de différences finies classique. Cette méthode, bien qu'actuellement moins stable que la précédente (d'un point de vue numérique), devrait permettre de simuler des OPO à cavités instables.

Il est à remarquer que la différence fondamentale entre les deux schémas est la séparation des termes ou non lors de l'intégration numérique. Tandis que le premier schéma nécessite la séparation en deux sous-systèmes des équations et leur intégration successive sur une distance élémentaire, le second intègre directement les équations couplées. Nous verrons que cette différence d'approche explique l'instabilité numérique et la difficulté à trouver les conditions de convergence du second schéma. Cette remarque soulève l'hypothèse implicite du premier schéma. Dans quelles conditions la séparation du système en deux systèmes est-elle justifiée ? Quelles sont les limites de cette méthode ? Les réponses à ces deux questions débordent du cadre de cette thèse mais peuvent être consultées dans des ouvrages traitant des méthodes d'intégrations numériques **[Numerical Recipicies]**. D'autres problèmes du même type se posent sur la manière de discrétiser les profils spatio-temporels des ondes. Le paragraphe II-2 tâche de répondre à ce point. Par la suite, le paragraphe II-3 présente le code de simulation. Il commence par le choix du langage informatique, puis enchaîne sur l'architecture du code. Cela dit, il présente l'interface avec l'utilisateur qui permet ensuite à ce dernier de lancer l'exécution du programme. Les paragraphes suivants présentent le démarrage du code avec le chargement des données, puis la boucle principale du programme avec les procédures de propagation et d'intégration des champs. Enfin, un dernier paragraphe présente le traitement des données brutes du code.

II-2] Principe de l'échantillonnage

L'outil informatique que nous utilisons ne peut traiter de variables continues. Il est, par conséquent, nécessaire de discrétiser l'espace et le temps. Ainsi, le code de simulation échantillonne les trois ondes à la fois temporellement et spatialement, ceci afin de pouvoir tenir compte de l'atténuation possible des profils temporels et spatiaux et des déplacements latéraux des faisceaux provenant de la double réfraction.

II-2-1 | Échantillonnage temporel

L'échantillonnage temporel consiste à discrétiser le profil temporel de chacune des ondes en un nombre de tranches temporelles de durées constantes. La durée d'une tranche temporelle correspond à celle d'un aller et retour des ondes dans une cavité linéaire et à celle d'un tour complet pour une cavité en anneau.

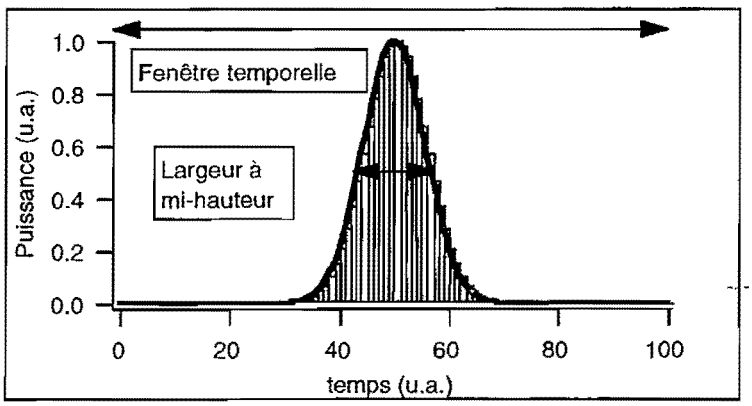
La durée moyenne est évaluée en calculant le chemin optique moyen vu par les trois ondes dans la cavité. Pour cela, on évalue l'indice moyen n_{moyen} des trois ondes (somme des trois indices divisée par trois) dans le cristal. Le pas temporel est alors donné par les relations :

$$\begin{cases} \Delta t_{\text{linéaire}} = \frac{2}{c}\left(L_{\text{cavité}} + \left(n_{\text{moyen}} - 1\right)L_{\text{cristal}}\right) \\ \Delta t_{\text{anneau}} = \frac{1}{c}\left(L_{\text{cavité}} + \left(n_{\text{moyen}} - 1\right)L_{\text{cristal}}\right) \end{cases},$$

où Lcristal et Lcavité sont les longueurs respectives du cristal et de la cavité, et c la célérité de la lumière dans le vide.

Le stockage de la puissance temporelle de chaque tranche temporelle se fait dans des tableaux à une dimension (vecteur). La dimension temporelle des tableaux dépend des paramètres de simulation, à savoir de la longueur de la cavité, de l'indice moyen, de la longueur du cristal, du type de cavité mais aussi de la fenêtre temporelle dans laquelle on décide de travailler.

Cette fenêtre temporelle est définie comme un nombre réel de fois la largeur à mi-hauteur de l'impulsion de pompe (toujours présente initialement contrairement aux deux autres ondes). La figure II-(1) suivante présente le découpage temporel de l'impulsion.



(a)

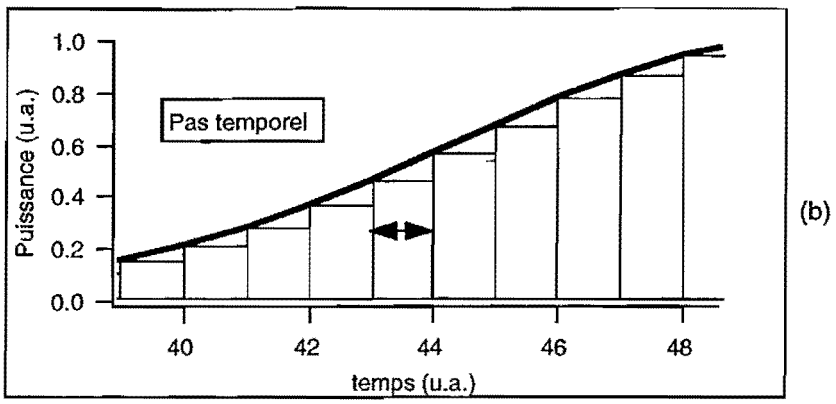


Figure II-(1 a et b) : Principe de l'échantillonnage temporel. Le pas temporel Δt correspond à la durée moyenne d'un aller et retour de la lumière dans une cavité linéaire et à la durée moyenne d'un tour dans une cavité en anneau. Il est évalué en tenant compte de l'indice moyen vu par les ondes dans le cristal anisotrope. (b) est un agrandissement de (a).

Le nombre de pas temporels, défini comme la partie entière du rapport de la fenêtre temporelle par le pas temporel, est généralement compris entre 80 et 600. Deux raisons expliquent l'écart entre les deux valeurs. La première est d'origine "expérimentale", si la durée de l'impulsion de la pompe est "courte" et la cavité "longue", le nombre d'allers et retours et donc de tranches temporelles de l'onde pompe dans la cavité est faible. *a contrario*, si la durée de l'impulsion de l'onde pompe est "longue" et la cavité "courte" alors le nombre d'allers et retours est important. Ainsi une impulsion de largeur à mi-hauteur 100 ns effectue approximativement 100 allers et retours dans une cavité linéaire OPO de 15 cm de long. La deuxième raison est d'origine numérique. Les spectres des ondes en sortie sont obtenus par transformées de Fourier des profils temporels. Il est donc nécessaire d'avoir de grandes fenêtres temporelles (facteur de multiplication de l'ordre de 7-8) si l'on désire échantillonner le profil spectral sur un nombre de points suffisant pour être significatif. En revanche, si l'utilisateur ne désire pas obtenir en sortie les profils spectraux, alors la taille de la fenêtre temporelle peut être choisie moins importante (facteur de multiplication de l'ordre de 3,5-5).

L'échantillonnage temporel étant réglé par la définition et le nombre de pas temporels, le code passe à l'échantillonnage spatial.

II-2-2] Échantillonnage spatial

L'échantillonnage spatial consiste à définir la fenêtre spatiale dans laquelle les faisceaux peuvent être présents et à diviser celle-ci en un nombre de pas spatiaux qui est une puissance de deux (à cause des algorithmes de Transformée de Fourier rapide). L'utilisateur définit donc les rayons de cols des trois ondes. Le code trouve le maximum de ces six valeurs et le multiplie par un réel (saisi par l'utilisateur), pour définir la fenêtre spatiale. La figure suivante illustre nos propos.

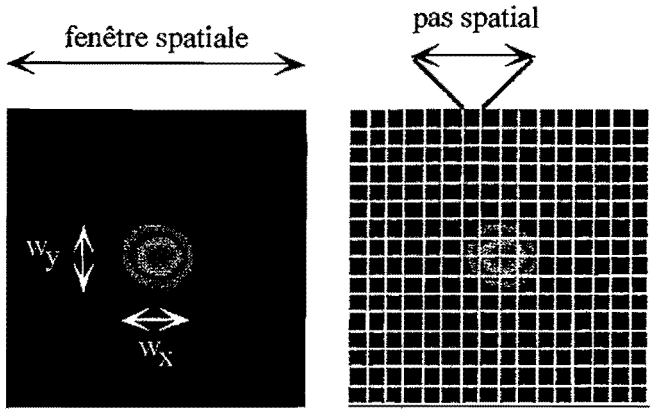


Figure II-(2) : Échantillonnage spatial. Définition de la fenêtre spatiale et du pas spatial. L'utilisateur saisit les rayons de cols des faisceaux et un réel par lequel est multiplié le maxima de ces derniers.

Au cours d'un cycle, les trois ondes sont stockées sous forme de tableaux à deux dimensions d'espace de nombres complexes. Ce sont des tableaux carrés dont les dimensions varient généralement de 32 x 32 à 256 x 256.

À la sortie de l'OPO, le code stocke les ondes sous forme de tableaux à trois dimensions, deux d'espace et une de temps. Le résultat de l'ensemble de ces calculs est l'amplitude complexe des trois ondes, en fonction du temps, en tout point du plan transverse derrière le miroir de sortie de l'OPO. On peut obtenir ces distributions d'amplitudes complexes à n'importe quelle distance derrière l'OPO en effectuant une propagation sur la distance correspondante (calcul de diffraction).

Nous avons présenté l'échantillonnage à la fois spatial et temporel des ondes. Les trois ondes étant caractérisées à un moment donné par un profil spatial d'une tranche temporelle, nous aurons souvent tendance à parler improprement de la propagation de tranche temporelle plutôt que de celle de l'onde. Cette remarque soulève l'hypothèse implicite de l'échantillonnage temporel, à savoir s'il est justifié de diviser une impulsion temporelle en tranches et de considérer ces tranches indépendamment les unes des autres. Autrement dit, l'échantillonnage revient à supposer que l'amplitude et la phase de l'onde pompe incidente sont constantes pendant le durée d'un pas temporel. L'approximation est donc d'autant plus justifiée que le pas temporel est court. Si l'approche est adaptée à une cavité courte pompée par une impulsion pompe de durée importante, elle l'est probablement moins en ce qui concerne une cavité longue pompée par une impulsion de pompe de courte durée. Où se trouve la limite entre les deux ? Problème que l'on contourne en le prenant en sens inverse. Le code de simulation fournit des résultats en accord avec les mesures expérimentales, "donc" l'hypothèse est valable. La même remarque est à faire concernant l'échantillonnage spatial. Puisque l'échantillonnage est "valide", nous pouvons dès à présent présenter le code de simulation.

II-3] Code de simulation

Ce paragraphe présente le code de simulation de la manière qui nous a paru la plus naturelle, à savoir dans l'ordre de déroulement des instructions. Nous expliquons dans le paragraphe II-3-1 les raisons qui nous ont poussées à choisir le Fortran 90 comme langage informatique. Ceci étant dit, nous présentons au paragraphe II-3-2, en détail et par un organigramme, l'architecture du code. Ensuite, au paragraphe II-3-3, nous présentons succinctement l'interface entre l'utilisateur et la machine. Enfin, les trois paragraphes qui suivent présentent le démarrage du code (II-3-4), l'exécution de celui-ci (II-3-5) et finalement le traitement des données (II-3-6).

II-3-1] Langage du code de simulation.

Le code a été développé en **Fortran 90** sous un environnement **MPW Shell**, ce dernier permet de compiler aussi bien en Fortran 90 qu'en Fortran 77, C/C^{++} et Pascal. Ce langage de programmation est particulièrement adapté au calcul scientifique. Il présente de nombreux avantages, dans ce domaine d'application spécifique, par rapport aux grands langages concurrents que sont le Pascal, le C/C^{++} et Ada. Fortran 90 permet une manipulation vectorielle très performante et des allocations dynamiques très souples des espaces de travail. Les types "real" et "complex" sont prédéfinis avec un nombre de chiffres significatifs et une étendue d'exposants paramétrables. Ce langage dispose de fonctionnalités de haut niveau pour la définition et l'utilisation de sous-programmes et il accepte un format de texte libre qui permet l'appel et l'écriture de fichiers extérieurs à l'environnement MPW Shell. Cet environnement permet par ailleurs de choisir, à son gré, des paramètres de compilation permettant d'optimiser celle-ci afin de réduire les temps de calculs ou d'augmenter la précision des calculs lors du lancement de l'exécution.

Nous avons essayé un autre langage de programmation spécialisé dans le calcul numérique : **MatLab 4**. C'est un langage de programmation qui connaît un vif succès commercial du fait de sa très grande facilité de programmation et de gestion des tableaux. Il possède en plus un grand nombre de procédures disponibles en mémoire permettant ainsi de réduire la taille du code. Le seul inconvénient est que, comme tous les langages évolués, ce qu'on gagne en accessibilité et facilité de programmation est perdu en temps de calcul. Nous avons transformé notre code de simulation pour l'adapter à MatLab 4. Cela n'a pas été sans difficulté et cela n'était certainement pas optimisé mais il ressort de ce test que les procédures utilisées lors de l'intégration (Runge-Kutta) des équations étaient beaucoup plus lentes que celles développées sous MPW Shell. Nous avons donc abandonné cette voie de programmation. Néanmoins, nous avons conservé quelques procédures concernant le traitement des données expérimentales en entrée et des résultats numériques en sortie. Les derniers développements du logiciel (Matlab 6 R12 sous PC) laissent croire que des progrès ont été réalisés et qu'il faudrait peut-être envisager de nouveaux tests.

Un dernier langage, très utilisé lors des premiers codes de simulations développés, est le logiciel commercial Mathematica. Les "vieilles" versions étaient surtout dédiées au calcul analytique et par conséquent ne présentaient pas de performances intéressantes pour le calcul numérique. Elles étaient, en revanche, très utiles pour le calcul formel et permettaient de trouver rapidement des solutions (de modèles simples). Ainsi les graphes des solutions des équations développées dans la partie I de ce mémoire au paragraphe I-3-1-2 ont été réalisés grâce à ce logiciel. La dernière version (**Mathematica 4**) présente des options de calculs numériques très performantes auxquelles s'ajoutent d'impressionnantes capacités de calculs analytiques. Il serait intéressant de développer de nouveau des modèles alliant les calculs numériques et analytiques et ainsi utiliser les solutions Jacobiennes (voir paragraphe I-3-2-3). Néanmoins, nous utilisons toujours un programme nous permettant de trouver les angles d'accord de phase et de surtout calculer le coefficient de couplage paramétrique d_{eff}.

Le code de simulation que nous avons développé fait donc appel à des procédures et des programmes extérieurs à l'environnement MPW Shell. Nous détaillerons plus loin les procédures appelées par le code lors de l'étude de l'injection des profils spatiaux et lors de l'étude du traitement numérique des données. Ce que l'on peut néanmoins mentionner est que ces procédures sont issus de documents MatLab, Mathematica, NIH (logiciels de récupération et de traitement d'images) et de fichiers textes, le tout ayant pour but la facilité de gestion par l'utilisateur et la vitesse d'exécution. En attendant, le paragraphe suivant présente le schéma général de l'architecture du fonctionnement du code de simulation.

II-3-2] Architecture du code.

Considérons une cavité en anneau (voir figure II-(3) ci-après). Le principe est le suivant : les profils spatiaux incidents (tableaux à deux dimensions) correspondant à un échantillon temporel de la pompe et de l'onde injectée se "propagent" à travers le miroir d'entrée. Chacun reçoit la contribution spatiale de l'échantillon temporel précédent correspondant. Les trois ondes présentes se propagent alors jusqu'au cristal non-linéaire dans lequel elles interagissent. En sortie, chacune se propage jusqu'au miroir de sortie. Une partie de chaque onde est réfléchie par le miroir de sortie tandis qu'une autre est transmise. La partie transmise est stockée sous la forme d'un tableau à trois dimensions (deux d'espace et une de temps). La partie réfléchie se propage jusqu'au miroir de renvoi puis de celui-ci au miroir d'entrée. Le cycle est répété autant de fois qu'il y a de tranches temporelles.

La figure suivante présente l'organigramme général du code de simulation :

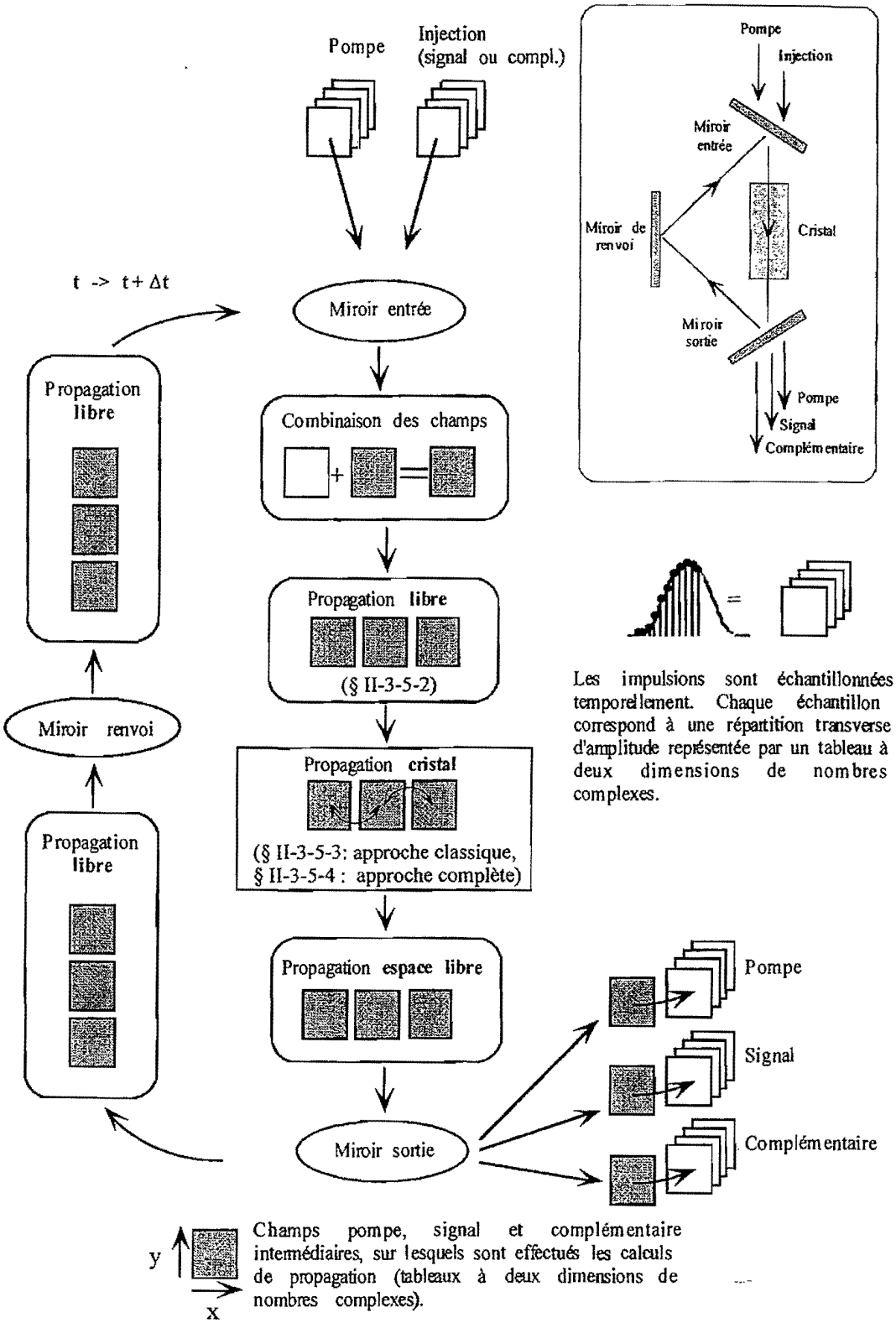


Figure II-(3) : Organigramme du code de simulation dans le cas d'une cavité en anneau. Les ondes sont échantillonnées à la fois temporellement et spatialement.

Pour plus de détails concernant l'architecture du code de simulation, le lecteur (très certainement motivé) ira consulter la thèse d'Arnaud Dubois [Dubois,1]. Le lecteur désireux de n'utiliser le programme que comme outil, est invité à lire le paragraphe suivant qui présente l'interface entre l'utilisateur et le code.

II-3-3 | Présentation du code

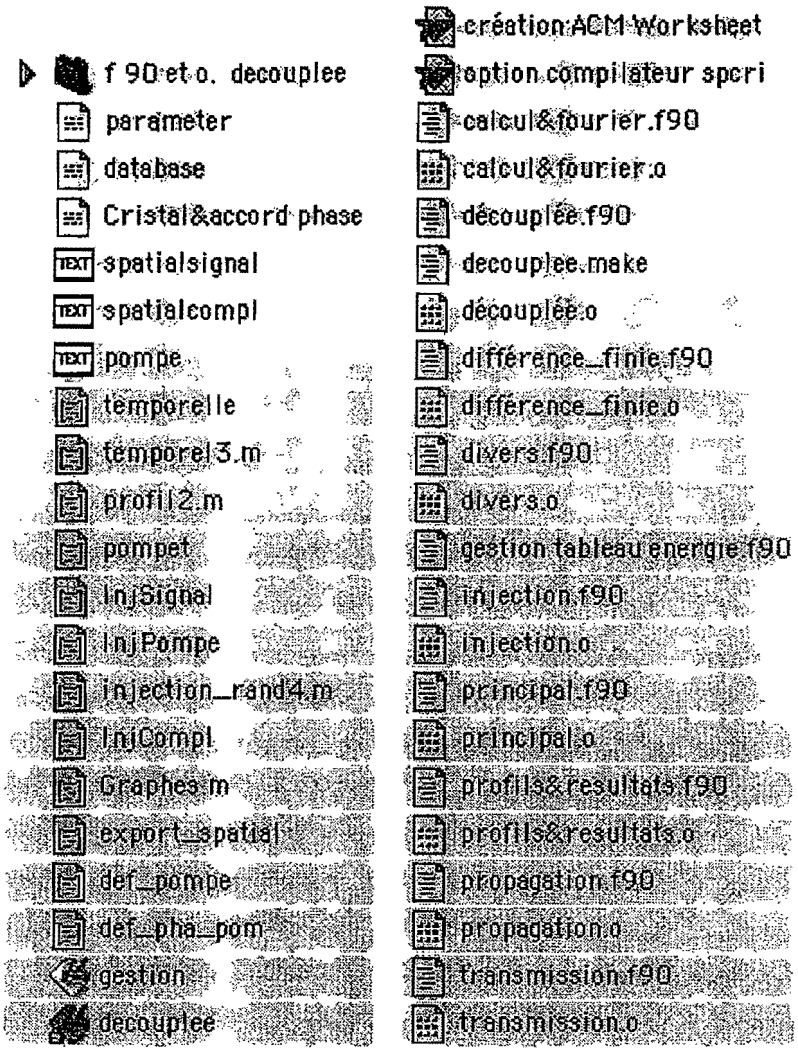
Le programme développé par Arnaud Dubois [Dubois,1] se présentait sous la forme d'un fichier dense et assez difficile[39] à lire de 3000 lignes environs. Il a donc fallu, dans un premier temps, le "casser" en plusieurs sous-programmes pour pouvoir passer à son étude et à son développement. Il se présente actuellement sous la forme de plusieurs sous-programmes liés les uns aux autres lors de la compilation, le nombre total de lignes est dorénavant d'environ 12000 du fait de l'ajout de nouvelles procédures. L'avantage, en plus de la lisibilité accrue, tient en la possibilité de modifier plus rapidement des éléments du code et de ne compiler que la ou les procédures modifiées, d'où un gain de temps non négligeable. Dans chacun des sous-programmes sont présentes des procédures ou sous-routines (SUBROUTINE en langage Fortran); le nombre total de ces procédures est d'environ une centaine. Toutes ne sont pas utilisées à chaque simulation. Arnaud Dubois avait essayé de réduire le temps de l'exécution du code en parallélisant le code; nous avons abandonné cette voie puisque le gain temporel était à peine d'un facteur 2 pour une difficulté de lecture du programme non négligeable et par la nécessité d'utiliser au moins deux microprocesseurs (chose rendu difficile par le CRI[40]). Le lecteur motivé trouvera dans l'annexe V la liste de procédures classées par appartenance à un sous-programme. Nous présentons ci-après l'interface avec l'utilisateur du code sur un ordinateur Apple dans le cas d'une cavité OPO dite "DÉCOUPLÉE" ou en tandem (voir figure I-(13))[41].

---

[39] Arnaud, si tu lis ces quelques lignes, ne m'en veux pas, je t'assure que j'ai beaucoup souffert pour comprendre ton code. Ne t'inquiètes pas non plus, le mien est peut-être plus clair, mais il est beaucoup plus long, ce qui dans l'ensemble est probablement équivalent.

[40] CRI : Centre de ressource informatiques, http://www.cri.u-psud.fr/, limitation à deux microprocesseurs pour une durée d'1/2 heure.

[41] Nous jonglons volontairement avec les trois types de cavités simulées afin de montrer que malgré quelques différences, le code est inchangé et effectue toujours les mêmes tâches.



Dans la colonne de gauche se trouvent les fichiers et les applications nécessaires à l'utilisateur pour pouvoir profiter de toutes les options du code aussi bien lors du lancement de l'application que lors des traitements des données. Les trois premiers documents à ouvrir sont les fichiers de données (symbolisés par) : *database*, *Cristal&accord phase* et *parameter*. Le premier contient la liste complète de toutes les données permettant de caractériser l'OPO (voir annexe VI). Le deuxième sert à aider l'utilisateur sur le choix d'un cristal non-linéaire et sur le type d'accord de phase. Le troisième, enfin, est chargé d'une part de permettre à l'utilisateur de décider des résultats désirés ou non-désirés (permettant de libérer de la mémoire vive ou de gagner du temps de calcul) et d'autre part de faire varier jusqu'à 7 paramètres. Lorsque le choix des paramètres est effectué, l'utilisateur lance l'application *decouplee* (symbolisée par). Si le nombre de paramètres variant est supérieur à deux, il est possible de lancer ensuite l'application *gestion* (symbolisée par) qui est un gestionnaire des fichiers issus des simulations. Elle propose alors de rechercher les deux valeurs extrêmes de l'énergie de chacune des trois ondes en sortie de l'OPO, ceci afin de mesurer l'influence des paramètres mis en jeu sur l'énergie de sortie. Elle classe ensuite dans un tableau les différentes valeurs de l'énergie signal ou complémentaire en fonction des paramètres et de leurs valeurs

respectives. Cette application est absolument nécessaire lorsque l'on recherche un "jeu" de paramètres permettant d'optimiser les performances de l'OPO, auquel cas le nombre de simulations peut être important (mais volontairement inférieur à 100). En plus de ces deux applications, figurent 12 fichiers MatLab (symbolisé par) et trois fichiers de texte *pompe*, *spatialcompl* et *spatialsignal* issus du logiciel de traitement d'images NIH (symbolisé par TEXT). Ces fichiers seront détaillés par la suite; ce que l'on peut dire à ce stade est qu'ils sont utiles lorsque l'on veut injecter dans l'OPO des données expérimentales telles que le profil spatial, le profil temporel ou encore le profil de phase d'une onde. Le lien entre la colonne de gauche et celle de droite est opéré par le dossier *f90 et o. decouplee* (symbolisé par) qui contient les éléments de la colonne de droite.

Dans cette colonne sont présents aux premières places deux documents du logiciel **Word** (symbolisé par) qui permettent à l'utilisateur "chevronné" d'utiliser toutes les possibilités du compilateur Fortran aussi bien sur Macintosh, PC que sur IBM sp2. Suivent ensuite les sous-programmes (cités dans l'annexe V) et les fichiers permettant de les lier entre eux lors de la compilation.

Après cette courte présentation de l'interface avec l'utilisateur, nous rentrons un peu plus en détail dans l'exécution du programme.

II-3-4] Démarrage du programme

La première étape lors du lancement du programme consiste à caractériser l'OPO. Pour cela, les valeurs sont entrées dans un fichier texte *database*. Le sous-programme *principal* importe les données par la procédure du même nom. On trouvera la suite complète des valeurs caractérisant l'OPO dans l'annexe VI.

L'attribution des valeurs aux différents paramètres du code étant effectuée, le programme poursuit en vérifiant si l'OPO simulé est basé sur des <u>données théoriques</u> ou des <u>données issues de l'expérience</u>. Deux cas se présentent donc, commençons par le plus simple, c'est-à-dire celui correspondant à l'injection dite "théorique" dans laquelle les champs sont calculés à partir des données des fichiers *database* et *parameter*.

<u>II-3-4-1] Injection théorique</u>

Le cas de l'injection théorique est le cas le plus simple à traiter numériquement. Nous supposons que l'onde injectée correspond au mode de cavité réalisant l'accord de phase. Le code commence par évaluer la fenêtre spatiale de travail. Cette dernière est comparée à la dimension transverse du cristal.

Deux cas se présentent, le premier est le cas idéal où la fenêtre est inférieure à la dimension du cristal, le second correspond au fait que le cristal est plus petit que cette dernière.

II-3-4-1-1] Cas idéal

Le cas idéal correspond donc au cas où la dimension transverse du cristal est plus grande que la fenêtre spatiale calculée. Une seule précaution est à prendre : vérifier que les ondes ne sortent pas du domaine spatial défini par la fenêtre spatiale lorsqu'elles voient un angle de double réfraction. Cette précaution étant prise, le code de simulation passe directement au calcul de l'accord de phase que nous expliciterons plus loin. Lorsque la fenêtre spatiale est supérieure à la taille du cristal, le code se place dans le cadre développé dans le paragraphe suivant.

II-3-4-1-2] Dimension transverse du cristal inférieure à la fenêtre spatiale

Ce cas pose un problème de limite sur les bords. En effet, si le faisceau passant hors du cristal ne voit pas de gain paramétrique, il peut néanmoins rester confiné dans la cavité et pourquoi pas, par l'intermédiaire d'une certaine géométrie de cavité, se propager dans le cristal après réflexion. Réciproquement, un faisceau se propageant initialement à travers le cristal peut sortir du domaine spatial transverse délimité par ce dernier, ceci pour des raisons géométriques ou par le fait que le faisceau considéré voit un angle de double réfraction. Ainsi, en aucun cas, on ne peut *a priori* négliger cet aspect du problème. De plus, il est parfois souhaitable de se placer volontairement dans ce cas qui correspond au fait que le cristal voit un profil quasiment plat "rectangulaire" (top-hat en anglais), permettant de limiter les risques de dommages sur les optiques présentes et de minimiser les effets de la double réfraction (recouvrement des faisceaux).

La solution adoptée est basée sur l'idée suivante. Lorsque la fenêtre spatiale est supérieure à la taille transverse du cristal, nous l'égalons à deux fois la taille du cristal et par conséquent, pour conserver le pas transverse choisi dans le cristal, nous doublons aussi le nombre de pas spatiaux. La figure II-(4) ci-après résume la situation :

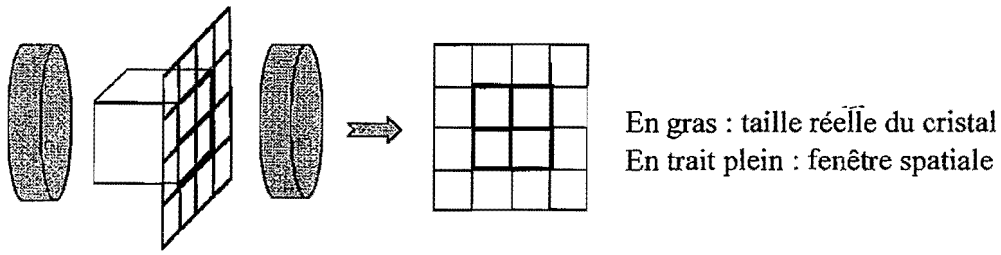


Figure II-(4) : Doublage de la fenêtre spatiale si la taille du cristal est plus importante que la fenêtre spatiale initiale.

Le problème de la fenêtre spatiale étant réglé, le code passe à la caractérisation spatiale et temporelle des ondes.

II-3-4-1-3] Profils incidents calculés

Les profils spatiaux et temporels sont calculés à partir des données entrées dans le fichier *database*. On peut évidemment introduire de nombreux types de profils, mais nous nous sommes limités à des faisceaux gaussiens et supergaussiens à la fois spatialement et temporellement. Il est cependant très facile d'injecter d'autres type de profils. Si on omet le terme de phase dû à l'éventuelle courbure du miroir, l'expression de l'amplitude de la pompe incidente sur le cristal s'écrit :

$$p(x,y,t) = \text{const}\,\exp\left[-\left(\frac{x^2}{w_x^2}+\frac{y^2}{w_y^2}\right)^S\right]\exp\left[-2\ln 2\left(\frac{t}{\text{fwhm}}\right)^{2T}\right]$$

où la constante "const" est donnée par : $\text{const} = \sqrt{\dfrac{E_p\, S\, T\, 2^{\left(\frac{1}{S}+\frac{1}{T}\right)}}{\pi\, \text{fwhm}\, w_x\, w_y\, \Gamma\left(\frac{1}{S}\right)\Gamma\left(\frac{1}{2T}\right)(\ln 2)^{2T}}}$.

Dans ces deux expressions, w_x et w_y sont les rayons de col, fwhm est la largeur à mi-hauteur de l'impulsion temporelle, S et T sont les coefficients supergaussiens spatial et temporel (entiers positifs). Γ est la fonction Eulérienne Gamma. E_p est l'énergie de la pompe incidente. La figure suivante représente une coupe du profil spatial de la pompe en fonction du coefficient supergaussien S.

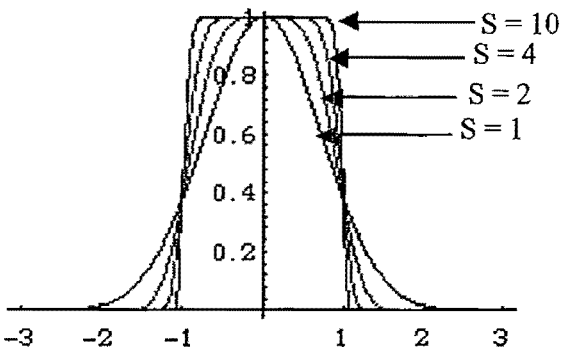


Figure II-(5) : Coupe transverse du profil spatial de la pompe en fonction du coefficient supergaussien S.

On vérifie aisément que l'expression de p(x,y,t) se réduit à celle d'un profil gaussien lorsque S et T valent 1. Lorsque le coefficient supergaussien augmente, le profil tend vers une fonction "porte" classique.

Si l'utilisateur décide d'utiliser des données expérimentales, que ce soit le profil temporel ou le profil spatial de la pompe ou même le profil de phase de l'onde pompe, le code réagit en lançant l'exécution de procédures différentes de celles utilisées lors de l'injection "théorique" de l'onde signal (ou complémentaire).

II-3-4-2] Injection expérimentale

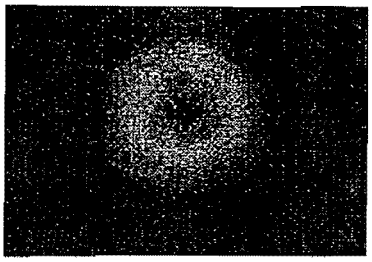
Ici, au moins une des trois ondes est issue de mesures expérimentales. Précisons ce que l'on entend par mesures expérimentales. Il peut s'agir des profils temporels, des profils spatiaux et des défauts de phase du front d'onde.

II-3-4-2-1] Chargement des profils spatio-temporels

Le chargement des profils est réalisé par une succession d'étapes et sous différents logiciels.

Pour le **profil spatial**, l'image est enregistrée par un logiciel d'acquisition. Cela peut être le logiciel Spiricon ou un autre selon la caméra utilisée. L'image est, ensuite, importée par un logiciel de traitement d'images, il s'agit de NIH. Cette image est ensuite enregistrée en format texte sous la forme d'un tableau rectangulaire (les dimensions dépendent de la caméra utilisée). Le fichier de points obtenu est, ensuite, importé par le fichier MatLab *injection_rand4.m* dans lequel il va être adapté à l'importation sous Fortran. Les étapes de cette adaptation sont les suivantes :

1 : récupération du fichier de points (figure II-6-a),
2 : réduction ou agrandissement du tableau de manière à le rendre carré,
3 : entrée de la valeur de nbxy, dimension spatiale des tableaux,
4 : entrée de la largeur spatiale de la caméra sur l'axe non modifié,
5 : entrée du facteur d'augmentation de la fenêtre spatiale (f),
    5-1 : f > 1 => recherche du minimum du tableau,
        agrandissement du tableau, les nouveaux éléments du tableau sont égalés
            au minimum. Ajustement du minimum,
    5-2 : f < 1 => réduction du tableau,
6 : normalisation du volume sous la courbe à 1,
7 : enregistrement du profil sous la forme d'un vecteur-colonne au format ASCII dans le fichier *InjPompe*.



Récupération du profil.
Tableau rectangulaire,
ici 512 x 365.

Figure II-6-a : Récupération du profil spatial.

Les étapes concernant la modification des tableaux sont présentées sur les figures II-6-b et c.

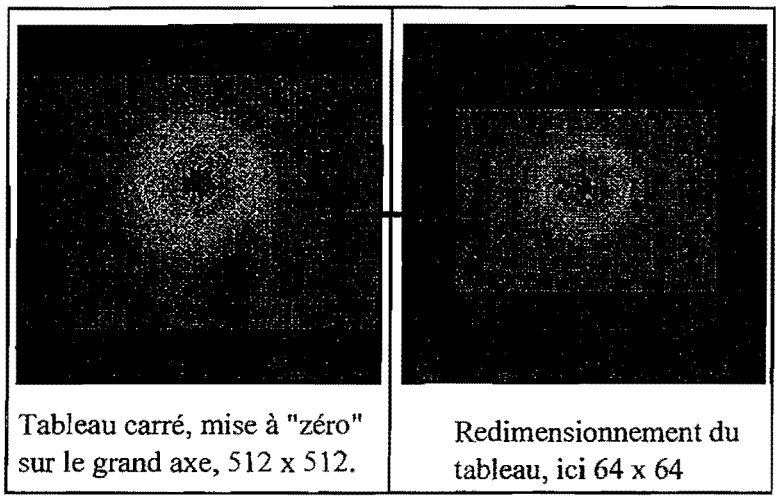


Figure II-6-b : Mise en forme du tableau correspondant à l'agrandissement de la fenêtre spatiale.

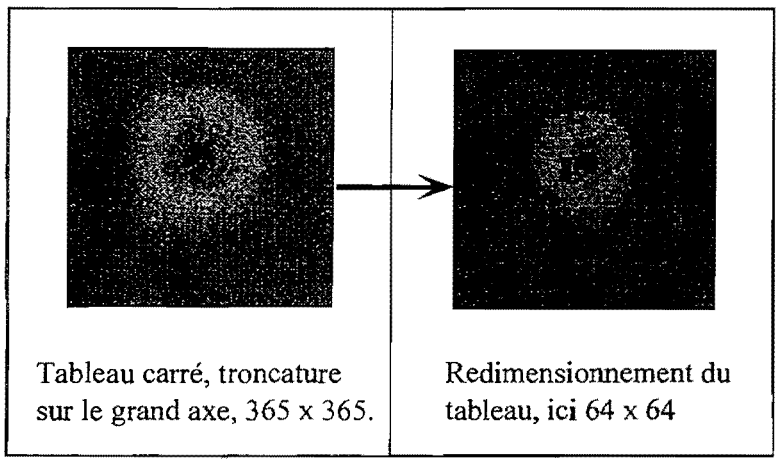


Figure II-6-c : Mise en forme du tableau correspondantà la diminution de la fenêtre spatiale.

Les mêmes étapes sont répétées pour le signal, le complémentaire et le défaut de phase sur la pompe incidente. Les fichiers correspondant sont : *InjSignal*, *InjCompl* et *def_pha_pom*.

En ce qui concerne le **profil temporel**, le fichier MatLab qui gère cette mise en forme est *temporel3.m*. Les étapes sont tout à fait similaires et sont résumées ci-après :

1 : chargement du fichier de données brutes *pompet* provenant de l'acquisition d'un oscilloscope (auparavant récupérées sous les logiciels Igor et Excel),

2 : entrée de la valeur de la fenêtre temporelle en nanosecondes,

3 : entrée du grandissement de la fenêtre temporelle (g),

3-1 : g > 1 => Les éléments ajoutés au vecteur de données sont égalés au minimum du tableau initial,

3:2 : g < 1 => la troncature se fait manuellement de chaque coté du maximum de l'impulsion jusqu'à satisfaction de l'utilisateur,

4 : enregistrement du profil temporel dans le fichier *temporelle* au format ASCII.

L'importation, sous environnement MPW Shell, est gérée par la procédure *control_injection.* Elle chapeaute les procédures de chargement des profils pour chacune des trois ondes. Pour les deux ondes signal et complémentaire, généralement temporellement constantes, les procédures sont exactement les mêmes. Celles-ci importent les profils spatiaux sous la forme d'un vecteur-colonne. Ce dernier est transformé en tableau carré qui est ensuite normalisé à la puissance de l'onde injectée. En ce qui concerne l'injection expérimentale de la pompe, cette même première étape est réalisée. L'éclairement est normalisé à l'unité. Suit le chargement du vecteur-colonne correspondant au profil temporel, il est normalisé à l'énergie de la pompe incidente. Le chargement du défaut de phase de la pompe est réalisé de la même manière que celui des profils spatiaux des ondes signal et complémentaire (supposant que la phase de l'onde pompe en entrée est constante pendant toute la durée de l'impulsion).

II-3-4-2-2] Chargement des paramètres expérimentaux

Dans le cas d'une injection expérimentale d'un profil spatial, il est nécessaire de récupérer, afin de les insérer comme paramètre "expérimental", la largeur de la fenêtre spatiale de travail et le nombre de pas spatiaux transverses. Ceci est effectué par la lecture du fichier MatLab *export_spatial* (cinquième fichier de la liste de la colonne de gauche, paragraphe II-3-3). Ce fichier est créé à partir de *injection_rand4.m* présenté au paragraphe précédent. Les deux premières valeurs de ce fichier de données correspondent à **nbxy** et à **largeur**, respectivement valeur du nombre de points du maillage transverse et largeur expérimentale de la fenêtre spatiale.

Dans le cas d'une injection d'un profil temporel, le code ouvre le fichier MatLab *temporelle* créé à partir de *temporel3.m* et lit la première valeur du fichier de données, à savoir la valeur du nombre de pas temporels **nbt**.

Le problème de la taille de la fenêtre spatiale devant la taille transverse du cristal se pose ici aussi. Il est résolu exactement de la même manière que précédemment, c'est-à-dire que l'on double la taille du maillage transverse si nécessaire.

Lorsque le code a réalisé l'injection des ondes, il passe, selon le bon vouloir de l'utilisateur, à une procédure de vérification et d'évaluation des amplitudes des champs électriques présents dans la cavité. Il vérifie que ceux-ci ne sont pas inférieurs aux champs électriques dits du vide.

II-3-4-3] Champs électriques du vide

Deux procédures sont chargées de l'évaluation des champs électriques dans le vide et de la vérification des champs au cours de la propagation dans la cavité. Il s'agit respectivement de *control_vide* et de *controle_vide_boucle*. Ces procédures ne sont évaluées systématiquement que sur ordre de l'utilisateur.

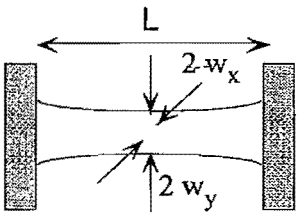
L'idée de base consiste à supposer que l'approximation de l'oscillateur harmonique est justifiée et que le système se trouve dans l'état fondamental. Cela signifie que la densité d'énergie volumique associée à chaque mode de cavité à la fréquence ω est $\frac{\hbar\,\omega}{2\,V}$ où V est le volume de mode de cavité et $\hbar$ la constante de Planck (divisée par $2\,\pi$)[42]. Par ailleurs, la densité d'énergie volumique est classiquement égale à $u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 |E|^2$.

En égalant les deux relations, on trouve l'amplitude du champ électrique du "vide" :

$$|E_{vide}| = \sqrt{\frac{\hbar\,\omega}{\varepsilon_0\,V}}.$$

On calcule ensuite le volume de cavité. Si l'on suppose des modes de cavité gaussiens TEM_{00}, le champ électrique s'écrit en première approximation : $E = \text{const}\,\exp\left[-\left(\frac{x^2}{w_x^2} + \frac{y^2}{w_y^2}\right)\right]$, avec w_x et w_y les rayons de col du mode de la cavité.

La cavité se présente sous la forme :



[42] Le facteur 1/2 est à l'origine de l'expression souvent rencontrée de "demi-photon par mode".

L'intégration sur x et y pour obtenir l'éclairement amène à la définition de la surface associée à un mode gaussien de cavité :

$$S = \frac{\pi\, w_x\, w_y}{2}.$$

Le volume associé au mode de cavité est donc $V \approx L\frac{\pi\, w_x\, w_y}{2}$, où L est la longueur de la cavité (si L est de l'ordre du paramètre confocal). Ainsi le module du champ électrique dans le vide est :

$$|E_{vide}| = \sqrt{\frac{2\,\hbar\,\omega}{\pi\,\varepsilon_0\, L\, w_x\, w_y}} = \sqrt{\frac{2\,h\,c}{\pi\,\varepsilon_0\,\lambda\, L\, w_x\, w_y}}.$$

On en déduit la puissance et l'éclairement du "vide" :

$$P_{vide} = \frac{h\,c^2}{2\,\lambda\, L},\quad I_{vide} = \frac{h\,c^2}{\lambda\, L\,\pi\, w_x\, w_y}. \qquad \text{II-(1)}$$

À titre d'exemple, pour une cavité de longueur L = 5 cm, dont le signal a pour longueur d'onde dans le vide λ_s = 800 nm, on a :

$$P_{vide} = \frac{h\,c^2}{2\,\lambda\, L} \approx 1\,\text{nW}, \qquad I_{vide} = \frac{h\,c^2}{\lambda\, L\,\pi\, w_x\, w_y} \approx 10^{-3}\ \text{W/cm}^2.$$

Le rôle de la seconde procédure *controle_vide_boucle* est d'empêcher la puissance de chaque onde dans la cavité de prendre des valeurs inférieures à celles calculées pour le vide. Elle intervient à chaque étape où des modifications de l'énergie des ondes peuvent intervenir, interaction paramétrique, réflexion sur un miroir, pertes par absorption...

Lorsque le problème de l'injection des champs au sens large (injection et champs du vide) est résolu, le code étudie l'accord de phase.

II-3-4-4] Accord de phase

Cette procédure gère le calcul des indices et des vecteurs d'onde.
La première étape est le calcul des indices des axes principaux pour le cristal considéré en fonction de la température. Actuellement 10 cristaux sont disponibles dans la liste suivante : LBO [Velsko], BBO, KTP [Kato,1], $LiNbO_3$, KTA, $KNbO_3$, COB, $AgGaSe_2$, RTA, $ZnGeP_2$. Une option permet à l'utilisateur d'entrer manuellement les indices selon les axes principaux d'un cristal quelconque. Ce

calcul est effectué à partir des équations de Sellmeier définies pour chaque cristal dans les références citées.

Ceci étant effectué, le code calcule les coefficients (définis dans l'annexe IV) s_{xx}, s_{xy}, s_{xz}, s_{yz}, s_{yy} et s_{zz} en fonction des angles θ et ϕ (définis en partie I) pour chaque onde afin d'en déduire l'angle de double réfraction associé à chaque onde et pour chaque polarisation. Puis il évalue les indices vus par les ondes à partir des relations I-(49) et I-(50).

Selon les méthodes de propagation et d'intégration choisies dans le fichier *database*, le code effectue le calcul des tableaux d'indices effectivement vus par les trois ondes en tenant compte de la divergence des faisceaux. Deux méthodes se présentent à l'utilisateur. La première est basée sur la méthode de Fresnel (voir paragraphe I-2-2-1) et la seconde sur l'approche présentée par Dreger (voir paragraphe I-2-3-7). Les deux prochains paragraphes présentent l'utilisation ces deux approches par le code.

II-3-4-4-1] Méthode de Fresnel (ou classique)

La première méthode est basée sur la résolution de l'équation de Fresnel donnant les deux indices associés à chaque polarisation. Elle a été développée au paragraphe I-2-2-1. Nous rappelons les relations obtenues par cette méthode.

Les indices sont donnés par les relations : $n_1^2 = \dfrac{b+\sqrt{b^2-4\,a\,c}}{2\,a}$; $n_2^2 = \dfrac{b-\sqrt{b^2-4\,a\,c}}{2\,a}$, avec

$$\begin{cases} a = \alpha^2 n_x^2 + \beta^2 n_y^2 + \gamma^2 n_z^2 \\ b = \alpha^2 n_x^2 (n_y^2 + n_z^2) + \beta^2 n_y^2 (n_x^2 + n_z^2) + \gamma^2 n_z^2 (n_x^2 + n_y^2) \\ c = n_x^2\, n_y^2\, n_z^2 \end{cases} \text{ et } \begin{cases} \alpha = \sin\theta \cos\varphi \\ \beta = \sin\theta \sin\varphi \\ \gamma = \cos\theta \end{cases}$$

, les angles caractérisant la direction du vecteur d'onde, voir figure II-(7).

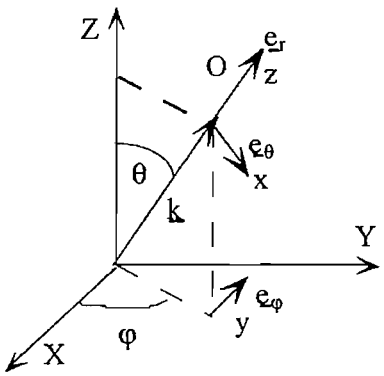


Figure II-(7) : Repère cristallographique (X,Y,Z) et repère du laboratoire (x,y,z).

Nous introduisons les vecteurs unitaires en coordonnées sphériques correspondant à la direction de propagation du vecteur d'onde.

$$\underline{e}_r \begin{vmatrix} \sin\theta\cos\varphi \\ \sin\theta\sin\varphi, \\ \cos\theta \end{vmatrix} \quad \underline{e}_\theta \begin{vmatrix} \cos\theta\cos\varphi \\ \cos\theta\sin\varphi, \\ -\sin\theta \end{vmatrix} \quad \underline{e}_\varphi \begin{vmatrix} -\sin\varphi \\ \cos\varphi \\ 0 \end{vmatrix} .$$

La direction moyenne du vecteur d'onde est donnée par le vecteur $\underline{e}_r$.

En revanche un vecteur caractérisant une portion du faisceau légèrement excentrée n'est plus exactement colinéaire au vecteur d'onde précédent. Il s'écrit alors : $\underline{u} = u_z \underline{e}_r + u_x \underline{e}_\theta + u_y \underline{e}_\varphi$, avec les axes x, y et z définis respectivement parallèles aux directions des vecteurs $\underline{e}_\theta$, $\underline{e}_\varphi$ et $\underline{e}_r$. On trouve alors les nouvelles expressions des coefficients α, β et γ :

$$\begin{cases} \alpha = \cos\theta\cos\varphi\, u_x - \sin\varphi\, u_y + \sin\theta\cos\varphi\, u_z \\ \beta = \cos\theta\sin\varphi\, u_x + \cos\varphi\, u_y + \sin\theta\sin\varphi\, u_z \\ \gamma = -\sin\theta\, u_x + \cos\varphi\, u_z. \end{cases}$$

Il suffit, ensuite, d'insérer ces nouvelles valeurs dans l'expression des indices, et l'on obtient pour chaque direction caractérisée par (u_x, u_y) une valeur de chaque indice. Pour chaque longueur d'onde, on obtient ainsi deux tableaux d'indices correspondant chacun à une direction de polarisation propre.

Le code enchaîne avec le calcul des tableaux de vecteurs d'onde, là aussi en tenant compte de la divergence des faisceaux. Cela permet enfin de calculer le tableau de désaccord de phase Δk.

Si l'on suppose que la divergence du faisceau est peu importante et que, par conséquent, les variations des indices et des vecteurs d'ondes sont négligeables, alors on peut prendre les valeurs au centre des tableaux à la fois pour les indices et pour les vecteurs d'onde. Ces valeurs correspondent au cas où les fréquences spatiales n'interviennent pas, c'est-à-dire au cas de la propagation des faisceaux en ondes planes. Cette approximation n'est autorisée que sur deux fois la longueur de Rayleigh (paramètre confocal). On rappelle que la longueur de Rayleigh correspond à la distance sur laquelle, à partir du col, le faisceau est "collimaté". D'un point de vue mathématique, elle est égale à $z_R = \frac{\pi w_o^2}{\lambda}$. Ainsi, pour un faisceau pompe monomode transverse TEM_{oo} à $\lambda = 532$ nm, de rayon de col $w_o = 0{,}5$ mm, le paramètre confocal est égal à 30 cm. Ainsi, dans le meilleur des cas, le paramètre confocal est très supérieur à la longueur du cristal et par conséquent l'approximation est justifiée. Cependant, lorsque la qualité spatiale du faisceau se dégrade (défaut de phase du faisceau, introduction d'aberrations par les optiques, déplétions spatiale et temporelle [Urschel]), cette longueur

diminue. Elle peut être inférieure à la longueur du cristal et, dans ce cas, l'approximation n'est plus justifiée.

La deuxième approche est basée sur un article de Dreger, déjà présentée dans la partie I, paragraphe I-2-3-7.

II-3-4-4-2] Méthode de Dreger

Si l'on suppose, comme précédemment, que l'indice et le désaccord de phase varient peu en fonction des fréquences spatiales, on utilise dans ce cas les relations I-(45) donnant l'expression des deux indices : $N_1 = \sqrt{s_{xx} - \frac{s_{xz}^2}{s_{zz}}}$, $N_2 = \sqrt{s_{yy} - \frac{s_{yz}^2}{s_{zz}}}$.

En revanche, si l'on suppose l'hypothèse précédente non valable, on utilise les résultats développés au paragraphe I-2-3-7-3 donnant l'expression des indices (formule I-(50)) en fonction des fréquences spatiales. On rappelle que l'expression des indices nécessite l'introduction de 8 paramètres arbitraires k_1 à k_8 (relations I-(49)):

L'expression des indices s'écrit selon la polarisation :

$$N_{1,2} = \frac{1}{2}k_8 - \frac{k_1}{2k\,s_{zz}} \pm \frac{1}{2}\sqrt{-\frac{\sqrt[3]{2}\,k_5}{3k^2 s_{zz} k_7} + \frac{2k_1^2}{k^2 s_{zz}^2} - \frac{4k_2}{3k^2 s_{zz}} - \frac{k_7}{3\sqrt[3]{2}\,k^2 s_{zz}} + \frac{2\left(-k_1^3 + k_1 k_2 s_{zz} - 2k_4 s_{zz}^2\right)}{k^3 k_8 s_{zz}^3}}$$

De la même manière que dans le paragraphe précédent, le code calcule les tableaux de vecteurs d'onde et du désaccord de phase Δk selon l'axe de propagation Oz. Ceci étant fait, le code peut utiliser la relation I-(48) pour "faire" propager les trois ondes dans le milieu anisotrope. Avec la prise en compte de la fluorescence décrite dans la boucle principale du programme ci-après, cette approche constitue l'approche complète. Nous y reviendrons dans la partie du mémoire sur la comparaison entre les mesures expérimentales et les prévisions théoriques.

Tous les paramètres nécessaires au lancement et à la caractérisation de l'OPO étant définis, le code passe à la boucle principale.

II-3-5] Boucle principale du programme

L'échantillonnage étant réalisé, les paramètres caractérisant l'OPO étant connus, le code passe à la boucle principale du programme. Celle-ci est chargée de la propagation des trois ondes à travers tous les éléments optiques présents dans la cavité, de leur interaction dans le cristal et de leur exportation sous forme de tableaux à trois dimensions. Dans un premier temps, elle commence à récupérer les données (II-3-5-1) des tranches temporelles précédentes et les incorpore aux données issues de la tranche injectée. Nous présentons ensuite une procédure commune aux deux schémas d'intégration, à savoir la propagation libre (II-3-5-2). Enfin, nous présentons les deux méthodes d'intégration des équations paramétriques (II-3-5-3 et II-3-5-4).

II-3-5-1] Récupération des données

La première étape est réalisée par les quatre procédures, *champs_entree_sc*, *pepins*, *defaut_phase_inj* et *princ_pompe_incidente* chargées d'importer les tableaux correspondant aux profils spatiaux des trois ondes et de les additionner à ceux provenant de la tranche temporelle précédente. Les procédures exploitent donc les résultats et les données fournies par les procédures d'injection des champs et éventuellement d'évaluation des champs dans le vide. Ceci étant réalisé, le code tient compte de la transmission de la face d'entrée du cristal. Le schéma suivant (figure II-(8)) résume la première étape :

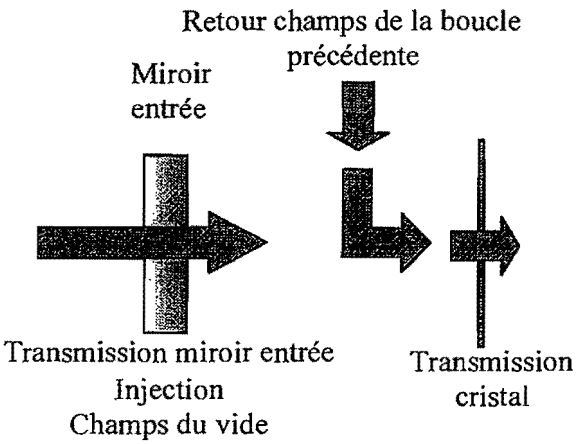


Figure II-(8) : étape une, transmission des ondes pompe et injectée et réflexion des ondes provenant de la tranche temporelle précédente.

La seconde étape correspond à la propagation des trois ondes jusqu'au cristal non-linéaire. Ceci est réalisé grâce à la procédure de *propagation_libre*.

II-3-5-2] Propagation libre

La propagation libre correspond à la propagation d'une onde dans un milieu isotrope d'indice optique n. Elle obéit aux lois de la diffraction dans le cadre de l'approximation paraxiale. Nous avons montré au paragraphe I-3-2-2-2 (approche classique) que la propagation des champs est décrite par l'équation :

$$\frac{\partial A_n}{\partial z} = -\frac{\Delta_\perp A_n}{2ik_n}$$

où n = s, c, p et $\Delta_\perp$ désigne l'opérateur Laplacien transverse et k_n est le module du vecteur d'onde.

Cette équation est résolue numériquement en décomposant l'onde en somme d'ondes planes par une transformée de Fourier F^+, l'amplitude A_n s'écrit :

$$A_n(x,y,z) = \iint \hat{A}_n(\nu_x,\nu_y,z)e^{i2\pi(x\nu_x+y\nu_y)}\,d\nu_x\,d\nu_y.$$

L'équation est résolue dans l'espace de Fourier :

$$\hat{A}_n(\nu_x,\nu_y,z+\Delta z) = \hat{A}_n(\nu_x,\nu_y,z)e^{-i\pi\lambda\left(\nu_x^2+\nu_y^2\right)\Delta z}.$$

Le terme $\nu_x^2 + \nu_y^2$ traduit l'élargissement "isotrope" du profil spatial lors de la propagation.

En utilisant une transformation de Fourier F^-, on obtient le champ propagé sur une distance Δz. Ici λ est la longueur d'onde dans le milieu d'indice n.

Les transformées de Fourier sont basées sur des algorithmes de transformées de Fourier rapide (FFT en anglais).

Le schéma suivant (figure II-(9)) résume les trois étapes de la propagation libre.

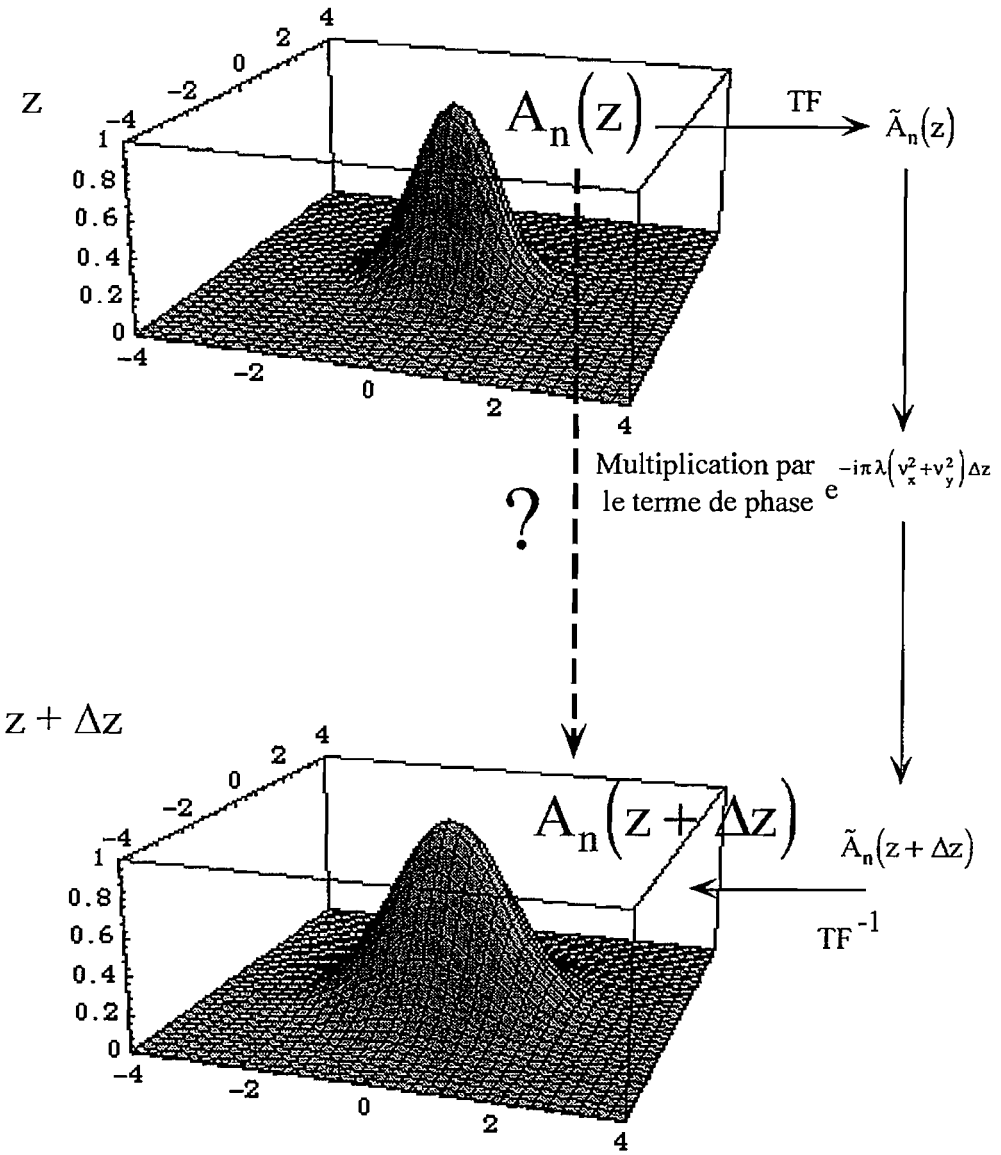


Figure II-(9) : Schéma représentant les étapes de calculs permettant de connaître l'évolution du profil spatial lors de la propagation sur une distance Δz.

La troisième étape correspond à la propagation des trois ondes dans le cristal non-linéaire anisotrope et à leur interaction via le couplage paramétrique.

II-3-5-3] Propagation dans le cristal, méthode Runge-Kutta

Nous avons vu dans l'introduction que nous utilisions deux schémas d'intégration des équations. Le premier est basé sur un algorithme de Runge-Kutta qui utilise une méthode de propagation et d'intégration séquentielle, c'est-à-dire qu'elle intègre les équations du couplage sur une distance

élémentaire Δz, puis effectue une propagation des champs obtenus sur la même distance et ainsi de suite sur toute la longueur du cristal.

Nous présentons ci-après l'organigramme (figure II-(10)) des différentes étapes qui permettent de gérer la propagation à travers tout le cristal. L'idée de base est la suivante. Lorsque l'OPO est injecté par une onde, l'utilisateur le signale au code en entrant un nombre de tranches de découpage du cristal (entier positif) **tr**. Deux des trois ondes étant initialement présentes, l'interaction paramétrique a lieu immédiatement pour amplifier les ondes signal et complémentaire (si l'éclairement de la pompe est "suffisant"). En revanche, lorsque l'OPO n'est pas injecté, l'utilisateur le signale au code en entrant un nombre de tranches de découpage du cristal **tr** (négatif). Le code commence par évaluer une longueur dite critique qui correspond à la distance minimale à partir de laquelle 2 photons signal et complémentaire sont créés à partir de la pompe en vérifiant la condition d'accord de phase. Par ailleurs, de nombreux éléments figurent sur cet organigramme. Voyons leur signification.

Fluorescence pompe et Fluorescence signal et complémentaire caractérisent la diminution de l'éclairement de la pompe vers ceux des ondes signal et complémentaire par fluorescence paramétrique.

Propagation des champs sur Δz + Double réfraction et Intégration par la méthode de Runge-Kutta caractérisent la propagation des trois ondes dans le milieu anisotrope sur une distance, ici Δz, et le couplage paramétrique lorsqu'il a lieu.

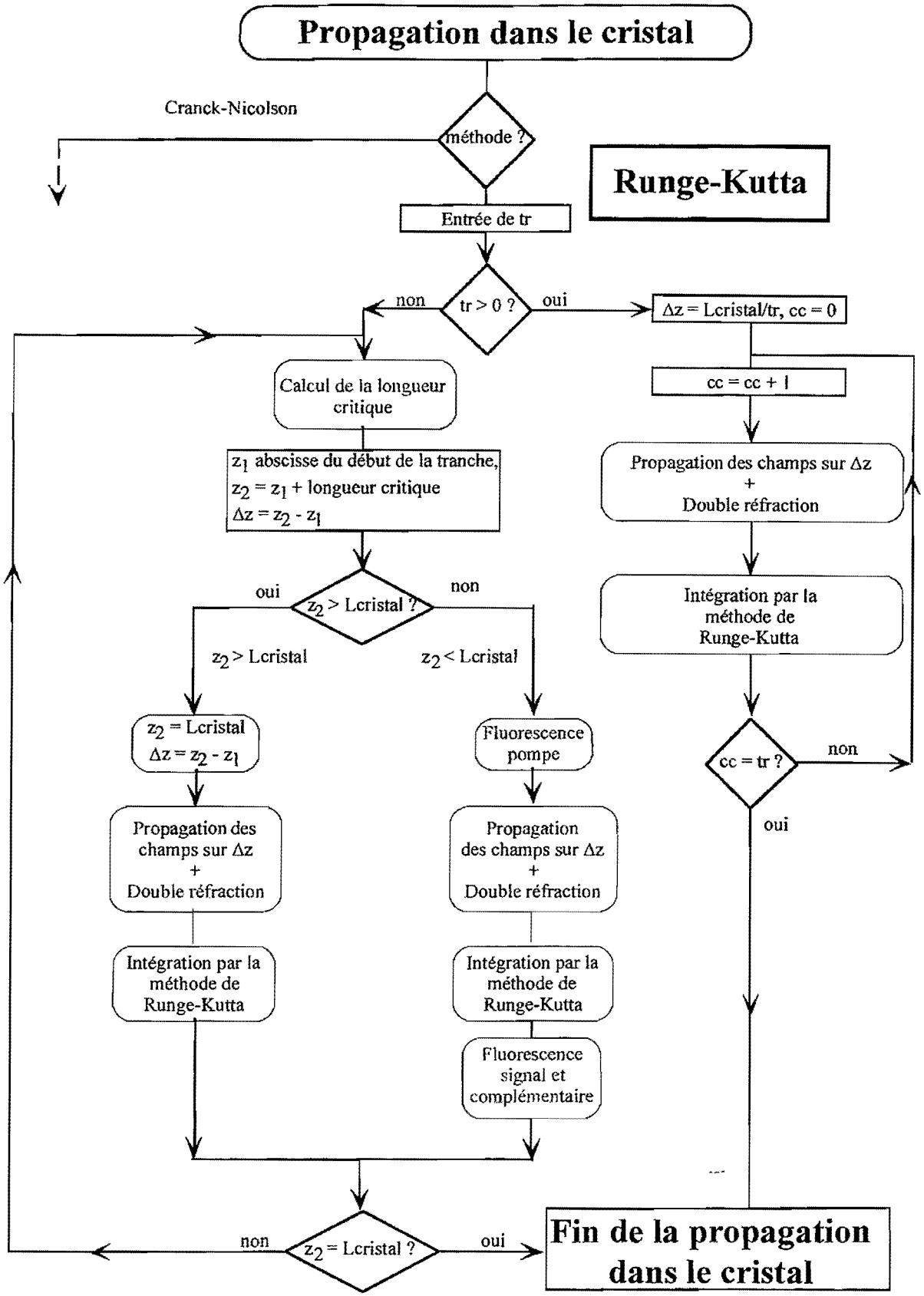


Figure II-(10) : Organigramme de la propagation dans le cristal en schéma de Runge-Kutta.

L'organigramme de la page précédente présente l'architecture de la procédure de propagation dans le cristal. Elle teste la valeur du nombre de tranches de découpage dans le cristal, **tr**, entrée par l'utilisateur. Selon que celle-ci est positive ou négative, les tâches exécutées sont différentes. Cependant, elles font toutes deux intervenir deux sous-routines : il s'agit des procédures de propagation dans le cristal et des procédures d'intégration des équations couplées. Intéressons-nous dans un premier temps à celles-ci.

II-3-5-3-1] Propagation dans le cristal

Dans la partie I, nous avons démontré les équations gouvernant l'interaction non-linéaire de trois ondes se propageant dans un cristal non-linéaire et anisotrope. Ces équations peuvent se scinder en deux sous-systèmes. Le premier régit la propagation dans le milieu anisotrope, le second régit l'interaction non-linéaire.

À titre d'exemple, dans le cadre de l'approche classique consistant d'une part à supposer la divergence des faisceaux négligeable et d'autre part à ne pas tenir compte de la dispersion des indices, l'équation caractérisant l'évolution de l'onde signal dans le cristal est donnée par la relation I-(40) :

$$\frac{\partial A_s}{\partial z} = -\frac{\alpha_s}{2} A_s + i\frac{\omega_s d_{eff}}{c n_s \cos^2\rho_n} A_p A_c^* e^{i\Delta kz} - \frac{\Delta_\perp A_s}{2 i k_s \cos^2\rho_s} + \tan\rho_s\left(\frac{\partial A_s}{\partial x}\cos\Omega_s + \frac{\partial A_s}{\partial y}\sin\Omega_s\right).$$

Afin de pouvoir l'intégrer, nous la scindons en deux termes :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial A_s}{\partial z} = -\dfrac{\alpha_s}{2} A_s + i\dfrac{\omega_s d_{eff}}{c n_s \cos^2\rho_n} A_p A_c^* e^{i\Delta kz} & \text{-> absorption et interaction non-linéaire.} \\ \dfrac{\partial A_s}{\partial z} = -\dfrac{\Delta_\perp A_s}{2 i k_s \cos^2\rho_s} + \tan\rho_s\left(\dfrac{\partial A_s}{\partial x}\cos\Omega_s + \dfrac{\partial A_s}{\partial y}\sin\Omega_s\right). & \text{-> diffraction et double réfraction.} \end{cases}$$

Cette opération n'est justifiée que si l'amplitude de l'onde ne varie pas de manière trop importante sur la distance d'intégration et de propagation. Il est par conséquent nécessaire d'attribuer à cette distance élémentaire une valeur assez "faible". À titre d'exemple, un cristal de KTP de 15 mm de longueur, dans une cavité de 10 cm, est divisé en un nombre de tranches compris entre 15 et 45. La longueur correspondante de la tranche élémentaire est donc comprise entre 1 et 1/3 de millimètre. La propagation de l'onde dans le cristal anisotrope est gérée par la seconde équation. Elle est de la même forme que l'équation régissant la propagation libre développée au paragraphe précédent avec un terme en plus. Reprenons donc cette équation pour n'importe laquelle des trois ondes.

Posons : $\dfrac{\partial A_n}{\partial z} = -\dfrac{\Delta_\perp A_n}{2 i k_n \cos^2\rho_n} + \tan\rho_n\left(\dfrac{\partial A_n}{\partial x}\cos\Omega_n + \dfrac{\partial A_n}{\partial y}\sin\Omega_n\right).$

En utilisant la transformée de Fourier F^+ ($A_n(x,y,z) = \iint \hat{A}_n(\nu_x,\nu_y,z) e^{i2\pi(x\nu_x+y\nu_y)} d\nu_x\, d\nu_y$), on a :

$$\hat{A}_n(\nu_x,\nu_y,z+\Delta z) = \hat{A}_n(\nu_x,\nu_y,z)\, e^{-i\frac{\pi\lambda_n\left(\nu_x^2+\nu_y^2\right)}{n_n\cos^2\rho_n}\Delta z}\, e^{2i\pi\left(\nu_x\cos\Omega_n+\nu_y\sin\Omega_n\right)\tan\rho_n\Delta z}.$$

On retrouve le terme $\nu_x^2 + \nu_y^2$ caractérisant la diffraction, il est corrigé par le cosinus carré de l'angle de double réfraction. Le second terme traduit la double réfraction et la propagation du faisceau dans une direction privilégiée caractérisée par les angles Ω_n et ρ_n (figure I-(13)).

En utilisant une transformation de Fourier F^-, on obtient le champ propagé sur la distance Δz.

On retrouvera, dans l'annexe VII, les différentes expressions de la transformée de Fourier du champ en $z + \Delta z$, en fonction des équations de départ, I-(34), I-(37), I-(40) et I-(43). Nous passons maintenant à la deuxième étape de la propagation dans le cristal non-linéaire, c'est-à-dire au couplage non-linéaire des trois ondes.

II-3-5-3-2] Intégration du système d'équations couplées

Selon le système d'équations considéré, il n'existe pas nécessairement de solutions analytiques. De plus, lorsque ces solutions existent (paragraphe I-3-2-1-3 par exemple), elles ne sont pas toujours stables[43]. Par conséquent, nous préférons utiliser une intégration numérique.
Le système est typiquement de la forme :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial A_s}{\partial z} = i\dfrac{\omega_s}{c\, n_s\cos\rho_s} d_{eff}\, A_p A_c^* e^{i\Delta k z} - \dfrac{\alpha_s}{2} A_s \\ \dfrac{\partial A_c}{\partial z} = i\dfrac{\omega_c}{c\, n_c\cos\rho_c} d_{eff}\, A_p A_s^* e^{i\Delta k z} - \dfrac{\alpha_c}{2} A_c \\ \dfrac{\partial A_p}{\partial z} = i\dfrac{\omega_p}{c\, n_p\cos\rho_p} d_{eff}\, A_s A_c e^{-i\Delta k z} - \dfrac{\alpha_p}{2} A_p. \end{cases}$$

L'intégration numérique du système ci-dessus est effectuée par un algorithme de **Runge-Kutta à pas "auto-adaptatif" d'ordre 5**. Le principe de l'intégration selon la méthode Runge-Kutta est le suivant. On "propage" une solution sur un intervalle en combinant les informations provenant de

[43] Les solutions jacobiennes des équations ont des comportement instables pour des faibles valeurs des amplitudes des champs, ce qui est typiquement le cas des ondes signal et complémentaire.

plusieurs intégrations sur des intervalles plus courts selon la méthode d'Euler. Les résultats obtenus sont utilisés afin d'obtenir un développement en série de Taylor.

Ce paragraphe, ainsi que le précédent, nous ont permis de comprendre la méthode d'intégration et de propagation dans le cristal de longueur Lcristal connue. Le cristal est "découpé" en tranches de longueur Δz dont le nombre est typiquement compris entre 15 et 45. En revanche, nous n'avons rien dit sur l'évaluation de cette longueur élémentaire. Deux cas se présentent à l'utilisateur selon que l'OPO est injecté ou non. Il peut entrer un nombre entier positif ou négatif de tranche **tr**. Si tr > 0, l'OPO est injecté et la longueur de la tranche Δz est égale à Lcristal divisée par tr. Si tr < 0, l'OPO n'est pas injecté, la longueur Δz est évaluée en tenant compte de l'éclairement de la pompe et de la fluorescence paramétrique qui va créer des ondes signal et complémentaire. Les deux paragraphes suivants présentent les deux approches.

II-3-5-3-3] Premier cas : découpage du cristal régulier

Si le nombre de tranches de découpage dans le cristal est positif, la distance Δz est égale à la longueur du cristal divisée par le nombre de tranches. Le schéma du découpage est présenté ci-après (figure II-(11)).

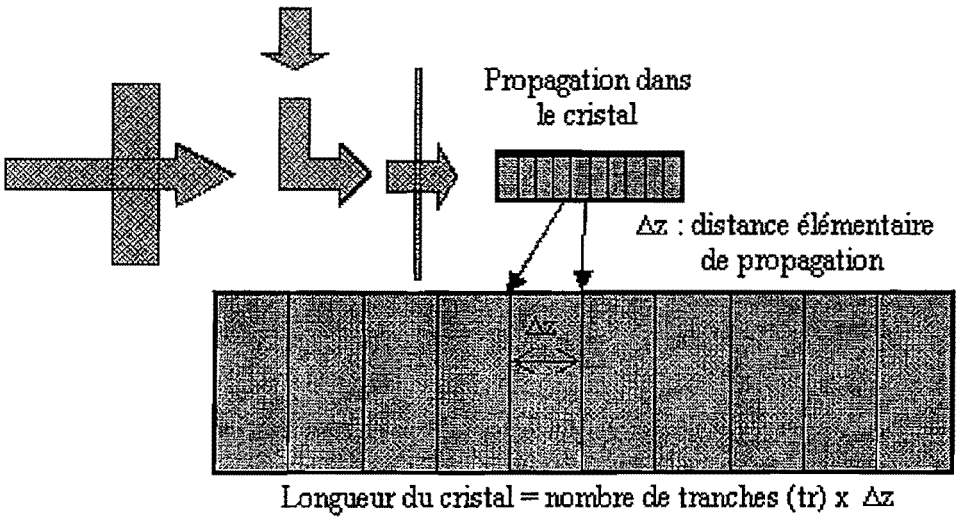


Figure II-(11) : découpage du cristal en tranches de longueur constante.

Pour chaque tranche, le code effectue successivement deux opérations. La première consiste à "propager" les faisceaux sur la distance élémentaire Δz. La seconde opération consiste à coupler les trois ondes par le terme paramétrique, puis à effectuer une intégration numérique afin d'obtenir les trois ondes en sortie de la tranche. Ces deux opérations sont effectuées tr fois.

II-3-5-3-4] Second cas : prise en compte de la fluorescence (OPO non injecté)

Lorsque l'utilisateur entre un nombre de tranches de découpage du cristal négatif, il indique au code qu'il laisse celui-ci gérer seul la détermination de ce nombre. Pour cela, l'idée est de prendre en compte la fluorescence paramétrique.

La fluorescence paramétrique permet sous certaines conditions à un photon pompe de se scinder en deux photons signal et complémentaire. Elle ne nécessite pas la présence des deux ondes à amplifier. L'émission des deux photons signal et complémentaire vérifie la conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement. L'émission peut donc avoir lieu dans toutes les directions de l'espace.

L'approche présentée est basée sur celle développée par Lionel Carrion [Carrion] qui consiste à déterminer une longueur critique à partir de laquelle N photons pompe produisent 1 photon signal et 1 photon complémentaire dans le cristal vérifiant la condition d'accord de phase colinéaire. Ces deux photons créés vont jouer le rôle de l'injection pour l'amplification paramétrique sur la distance restant à parcourir dans le cristal.

La mécanique quantique (présentée dans la référence [Carrion]) nous permet de définir la longueur critique précédemment citée. Pour cela, on introduit la constante Γ :

$$\Gamma = \left(\frac{4\pi}{\varepsilon_o}\right)^{1/2}\left(\frac{4\pi\omega_1\,\omega_2\,d_{eff}^2\,I_3}{n_1^2\,n_2^2\,n_3\,c}\right)^{1/2}\operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta k\,L_{cristal}}{2}\right).$$

La <u>longueur critique</u> l_c est alors donnée par la relation :

$$\boxed{l_c = \frac{2c}{\Gamma\,n_3}\ln\left(1+\sqrt{2}\right).}$$

Dans les expressions ci-dessus, les indices 1, 2 et 3 représentent respectivement le signal, le complémentaire et la pompe, Δk est le désaccord de phase entre les trois ondes dans le cristal de longueur $L_{cristal}$, c est la célérité de la lumière dans le vide et n_i est l'indice vu par l'onde λ_i dans le cristal, ω_i correspond à la pulsation propre de l'onde i, I_3 est l'éclairement de l'onde pompe.

Γ et l_c sont respectivement des fonctions croissante et décroissante de l'éclairement de la pompe. À titre d'exemple, nous présentons (figure II-(12)) l'évolution de la longueur critique en fonction de l'éclairement de la pompe dans le cas d'un OPO à base d'un cristal de KTP de 15 mm, pompé à 532 nm et émettant à 800 nm, dont le coefficient non-linéaire d_{eff} est égal à 4,6 pm/V.

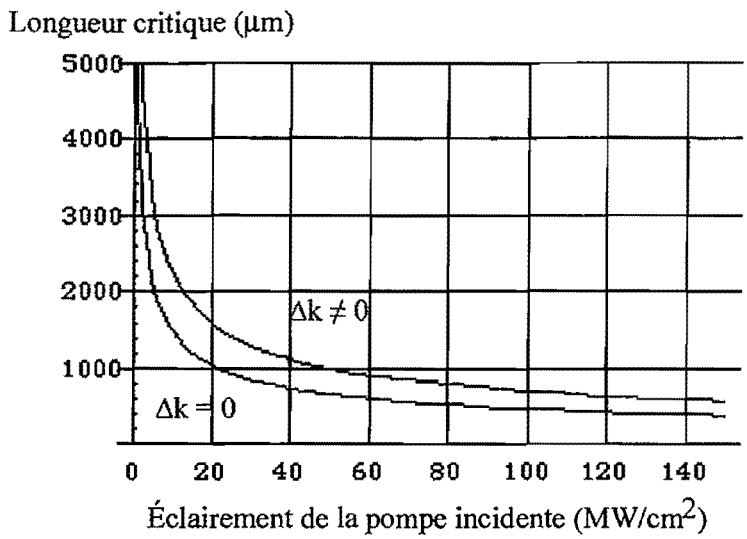


Figure II-(12) : Évolution de la longueur critique en fonction de l'éclairement de l'onde pompe à l'entrée du cristal.

En régime nanoseconde, les éclairements maximaux (éclairements crêtes) disponibles impliquent que la longueur critique moyenne est d'environ 1,5 mm. Cette valeur dépend évidemment des caractéristiques du laser, elle donne simplement un ordre de grandeur.

Sur l'organigramme II-(9), nous avons montré qu'il y avait quatre cas à considérer selon la position à partir de laquelle les ondes se propagent (z_1) et selon la valeur de la longueur critique (l_c). Le principe de l'interaction dans le cristal est illustré sur la figure III-(13). Lorsque l'onde pompe aborde le cristal en $z_1 = 0$, le code évalue la longueur critique $l_c(I_3)$ (on a donc $z_2 = z_1 + l_c(I_3)$) à partir le l'éclairement de la pompe incidente I_3. En deçà de cette longueur, il ne peut y avoir de création de photons signal et complémentaire. En $l_c(I_3)$, le code crée un photon signal et complémentaire par fluorescence, on a donc les éclairements incidents $I_G^{(1)}$ et $I_3^{(1)}$ sur la deuxième tranche. G correspond aux ondes signal et complémentaire, F correspond à la fluorescence et A à l'amplification. Le code évalue alors la longueur critique correspondant à l'éclairement $I_3^{(1)}$, soit $l_c\left(I_3^{(1)}\right)$. En sortie de cette deuxième tranche, l'éclairement des ondes signal et complémentaire s'écrit $I_G^{(2)} = I_G^{(1)} + I_{G,F}^{(1)} + I_{G,A}^{(1)}$. $I_{G,F}^{(1)}$ et $I_{G,A}^{(1)}$ correspondent respectivement à l'éclairement des ondes signal et complémentaire créé par fluorescence et par amplification paramétrique. L'éclairement de l'onde pompe diminue donc par fluorescence et amplification paramétrique, s'écrit $I_3^{(2)} = I_3^{(1)} - I_{3,F}^{(1)} - I_{3,A}^{(1)}$. Le processus se repète jusqu'à la sortie du cristal.

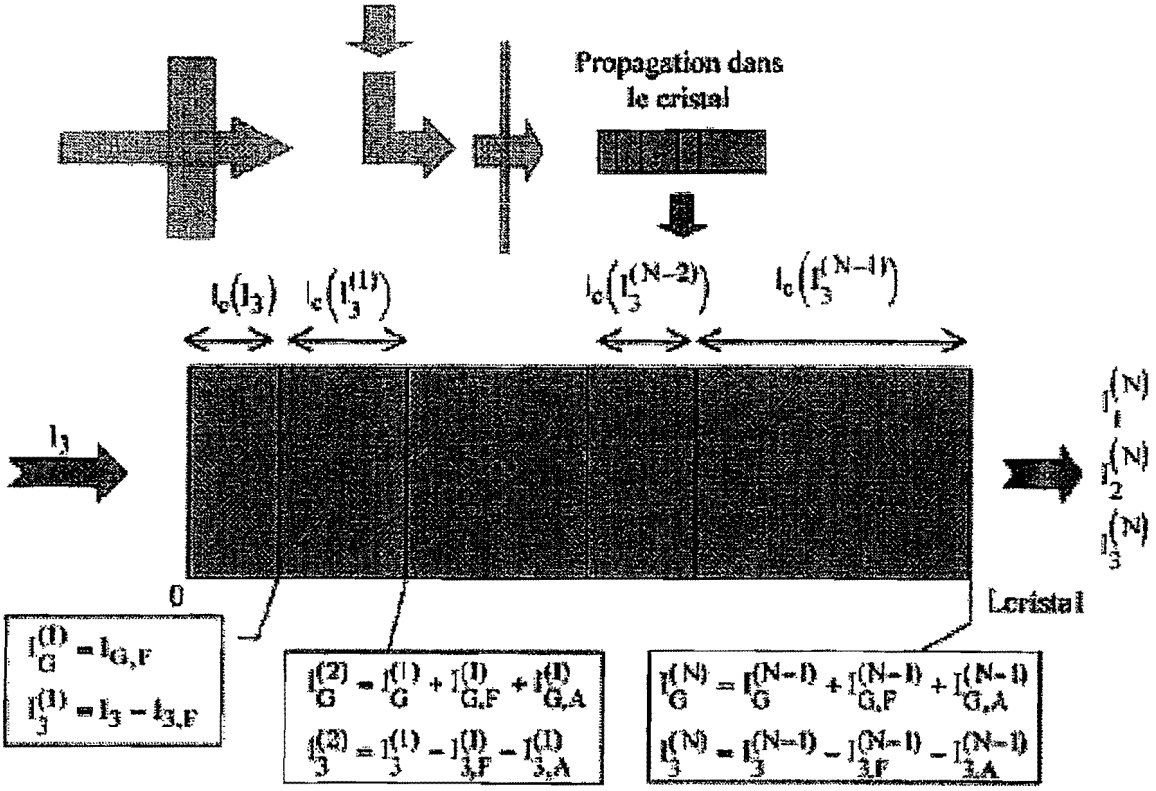


Figure II-(13) : Propagation dans le cristal en tenant compte de la fluorescence. I_3 représente l'éclairement de la pompe, I_G l'éclairement total créé (signal + complémentaire), F et A désignent les photons créés par fluorescence et par amplification paramétrique respectivement, N le nombre total de pas nécessaires pour parcourir tout le cristal, enfin $l_c(I_3^{(i)})$ désigne la longueur critique calculée à partir de l'éclairement $I_3^{(i)}$ de la pompe incidente sur la $i^{ème}$ tranche.

Principe de la propagation : la première étape consiste à évaluer l'éclairement de la pompe à l'abscisse z_1 considérée dans le cristal. De cette valeur, on déduit celle de la longueur critique l_c. On pose ensuite $z_2 = z_1 + l_c$. Deux cas se présentent :

<u>Cas 1 : $z_2 > L_{cristal}$</u>

L'éclairement de l'onde pompe n'est pas suffisant pour créer par fluorescence paramétrique des ondes signal et complémentaire, ce cas intervient généralement au début et à la fin de l'impulsion pompe. Dans ce cas, on égalise z_2 à la longueur du cristal. L'onde pompe se propage jusqu'à la face de sortie du cristal. Si les éclairements des ondes signal et complémentaire ne sont pas nuls, on effectue la propagation des ondes et le couplage paramétrique. Il faut noter, cependant, que de manière générale, les éclairements des ondes ne sont pas suffisant pour échanger de l'énergie par couplage paramétrique.

<u>Cas 2 : $z_2 < L_{cristal}$</u>

On prend en compte la diminution de l'éclairement de la pompe par fluorescence paramétrique. La pompe se propage sur la distance $\Delta z = z_2 - z_1 = l_c$. Si les ondes signal et complémentaire présentent des éclairements non-nuls alors le code prend en compte l'interaction paramétrique et "propage" les

trois ondes. Un fois la propagation et le couplage non-linéaire pris en compte, le code augmente les éclairements des ondes signal et complémentaire par fluorescence paramétrique.

Dans ce paragraphe, nous avons présenté la propagation et l'interaction des trois ondes dans le cristal gérées par les procédures de Runge-Kutta et de propagations. Le principe est que l'on effectue ces tâches en divisant le système en deux sous-systèmes. L'avantage de cette approche est qu'elle est, numériquement parlant, très stable et fiable; le problème est qu'elle a tendance à amortir les effets non-linéaires au cours de la propagation dans le cristal. Afin de nous rendre compte de l'influence de ce découplage, nous avons développé une nouvelle approche permettant d'effectuer la propagation et de coupler en même temps les trois ondes dans le cristal. Cette méthode, basée sur une approche directe de l'intégration, présente l'avantage théorique d'être beaucoup plus rapide que la méthode découplée. Nous présentons donc cette nouvelle approche dans le paragraphe suivant.

II-3-5-4] Propagation dans le cristal, schéma de Crank-Nicolson

Cette approche a été développée grâce à la collaboration avec Laurent Di Menza [Di Menza] du Laboratoire Analyse Numérique et EDP de l'Université Paris XI (Orsay). Elle est basée sur la méthode du point fixe pour des schémas aux différences finies, avec une discrétisation de type **Crank-Nicolson**. Le principe est le suivant. Après quelques manipulations analytiques, les équations paramétriques se rapprochent des équations de Schrödinger (aux termes d'absorption près). Il est donc possible de les intégrer par une méthode de différences finies classique, à laquelle on peut ajouter des conditions aux limites particulières. En effet, le problème est que la fenêtre spatiale choisie pour la simulation ne doit en aucun cas perturber la solution finale. Pour cela, des conditions aux limites classiques de type Dirichlet ou Neumann ne fonctionnent pas toujours. On peut alors introduire des conditions aux limites absorbantes permettant de sortir de la fenêtre spatiale sans observer d'effets de bord. Cette méthode, bien qu'actuellement plus lente que la précédente, devrait permettre de simuler des OPO à cavités instables. Dans les faits, les seuls OPO que nous avons réussis à simuler par cette méthode sont ceux fonctionnant très proche du seuil d'oscillation. Nous n'avons, par conséquent, pas pu développer les approches basées sur les conditions aux limites absorbantes. Nous présentons donc au paragraphe II-3-5-4-1 l'équivalence entre les équations paramétriques et les équations de Schrödinger, puis, au paragraphe II-3-5-4-2 nous discrétisons les équations obtenues par une méthode proposée par Crank-Nicolson. Enfin, le dernier paragraphe présente la méthode numérique d'intégration basée sur la méthode du point fixe.

II-3-5-4-1] Systèmes d'équations de Schrödinger

Dans ce paragraphe, nous allons présenter le passage des équations paramétriques obtenues précédemment aux équations non-linéaires de Schrödinger. Les équations de départ sont celles obtenues par l'approche classique, c'est-à-dire lorsque l'on suppose la divergence des faisceaux quasi-nulle et le déphasage provenant de la variation d'indice nul également. Nous rappelons que ce système est donné par la relation I-(34) :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial A_s}{\partial z} = -\dfrac{\alpha_s}{2} A_s + i \dfrac{\omega_s d_{eff}}{c\, n_s \cos^2 \rho_s} A_p A_c^* e^{i\Delta kz} - \dfrac{\Delta_\perp A_s}{2 i k_s \cos^2 \rho_s} + \tan \rho_s \left(\dfrac{\partial A_s}{\partial x} \cos \Omega_s + \dfrac{\partial A_s}{\partial y} \sin \Omega_s \right) \\ \dfrac{\partial A_c}{\partial z} = -\dfrac{\alpha_c}{2} A_c + i \dfrac{\omega_c d_{eff}}{c\, n_c \cos^2 \rho_c} A_p A_s^* e^{i\Delta kz} - \dfrac{\Delta_\perp A_c}{2 i k_c \cos^2 \rho_c} + \tan \rho_c \left(\dfrac{\partial A_c}{\partial x} \cos \Omega_c + \dfrac{\partial A_c}{\partial y} \sin \Omega_c \right) \\ \dfrac{\partial A_p}{\partial z} = -\dfrac{\alpha_p}{2} A_p + i \dfrac{\omega_p d_{eff}}{c\, n_p \cos^2 \rho_p} A_s A_c e^{-i\Delta kz} - \dfrac{\Delta_\perp A_p}{2 i k_p \cos^2 \rho_p} + \tan \rho_p \left(\dfrac{\partial A_p}{\partial x} \cos \Omega_p + \dfrac{\partial A_p}{\partial y} \sin \Omega_p \right). \end{cases}$$

Pour obtenir les équations de Schrödinger, nous posons le premier changement de variable :

$u_n = A_n e^{\frac{\alpha_n z}{2}}$ avec n = s, c et p. Il permet "d'éliminer" les termes d'absorption. L'équation, pour le signal, devient :

$$\frac{\partial u_s}{\partial z} = i \frac{\omega_s d_{eff}}{c\, n_s \cos^2 \rho_s} u_p u_c^* e^{\left(i\Delta k - \frac{\alpha_p}{2} - \frac{\alpha_c}{2} - \frac{\alpha_s}{2} \right) z} - \frac{\Delta_\perp u_s}{2 i k_s \cos^2 \rho_s} + \tan \rho_s \left(\frac{\partial u_s}{\partial x} \cos \Omega_s + \frac{\partial u_s}{\partial y} \sin \Omega_s \right).$$

Pour le complémentaire, l'expression s'obtient en permutant les indices s et c.

Pour la pompe, l'expression s'obtient en permutant s et p, en remplaçant Δk par $-\Delta k$ et en ne prenant pas le complexe conjugué dans le terme non-linéaire.

La deuxième étape consiste à poser le nouveau changement de variable suivant :

$u_n = W_n e^{i(\delta_n x + \beta_n y + \gamma_n z)}$ avec n = s, c et p et l'introduction des constantes réelles δ_n, β_n et γ_n à définir.

Après quelques manipulations algébriques, nous obtenons le système suivant :

$$
\begin{cases}
i\dfrac{\partial W_s}{\partial z} = -\dfrac{\omega_s d_{eff}}{c\, n_s \cos^2\rho_s} W_p W_c^* e^{i(\Delta k+\gamma_p-\gamma_s-\gamma_c)z} e^{\frac{1}{2}(-\alpha_p-\alpha_c+\alpha_s)z} e^{i(\delta_p-\delta_c-\delta_s)z} e^{i(\beta_p-\beta_c+\beta_s)z} \\
\qquad -\dfrac{\Delta_\perp W_s}{2 k_s \cos^2\rho_s} \\
i\dfrac{\partial W_c}{\partial z} = -\dfrac{\omega_c d_{eff}}{c\, n_c \cos^2\rho_c} W_p W_s^* e^{i(\Delta k+\gamma_p-\gamma_c-\gamma_s)z} e^{\frac{1}{2}(-\alpha_p-\alpha_s+\alpha_c)z} e^{i(\delta_p-\delta_s-\delta_c)z} e^{i(\beta_p-\beta_s+\beta_c)z} \\
\qquad -\dfrac{\Delta_\perp W_c}{2 k_c \cos^2\rho_c} \\
i\dfrac{\partial W_p}{\partial z} = -\dfrac{\omega_p d_{eff}}{c\, n_p \cos^2\rho_p} W_s W_c e^{i(-\Delta k-\gamma_p+\gamma_s+\gamma_c)z} e^{\frac{1}{2}(-\alpha_s-\alpha_c+\alpha_p)z} e^{i(-\delta_p+\delta_c+\delta_s)z} e^{i(-\beta_p+\beta_s+\beta_c)z} \\
\qquad -\dfrac{\Delta_\perp W_p}{2 k_p \cos^2\rho_p}.
\end{cases}
\qquad \text{II-(2)}
$$

Les constantes δ_n, β_n et γ_n sont déterminées de manière à annuler les termes proportionnels à W_n et à ses dérivées premières par rapport aux variables transverses x et y. Elles sont données par les relations suivantes :

$$
\begin{cases}
\delta_n = \dfrac{1}{2}\sin(2\rho_n)\cos\Omega_n k_n \\
\beta_n = \dfrac{1}{2}\sin(2\rho_n)\sin\Omega_n k_n \text{ , avec n = s, c et p.} \\
\gamma_n = \dfrac{1}{2}\sin^2\rho_n k_n
\end{cases}
$$

Le système d'équation II-(2) est donc de la même forme (mais pas équivalent) que le système d'équations de Schrödinger non-linéaires suivant :

$$
\begin{cases}
i\dfrac{\partial W_s}{\partial z} = a_o \psi_s \Lambda^* W_p W_c^* - \beta_s \Delta_\perp W_s \\
i\dfrac{\partial W_c}{\partial z} = a_o \psi_c \Lambda^* W_p W_s^* - \beta_c \Delta_\perp W_c \\
i\dfrac{\partial W_p}{\partial z} = a_o \psi_p \Lambda W_s W_c - \beta_p \Delta_\perp W_p,
\end{cases}
\qquad \text{II-(3)}
$$

avec les constantes : $a_o = \dfrac{d_{eff}}{c}$ et $\psi_n = \dfrac{\omega_n}{n_n \cos^2\rho_n}$ avec n = s, c et p et la fonction

$$\Lambda = e^{i\left(-\Delta k-\gamma_p+\gamma_s+\gamma_c\right)z} e^{i\left(-\delta_p+\delta_c+\delta_s\right)z} e^{i\left(-\beta_p+\beta_s+\beta_c\right)z}.$$

Les spécialistes du calcul numérique et de la résolution des équations différentielles non-linéaires savent résoudre numériquement le système II-(3). En fait, ce système n'est pas tout à fait équivalent au système II-(2) puisqu'il ne fait pas intervenir les termes d'absorptions qui introduisent une asymétrie dans les équations. Il faudra donc quelque peu modifier celui-ci pour tenir compte de l'absorption. Les termes correctifs traduisant l'absorption des ondes signal, complémentaire et pompe dans le cristal sont respectivement donnés par les exponentielles suivantes :

$$e^{-\frac{1}{2}\left(\alpha_p+\alpha_c-\alpha_s\right)z}, e^{-\frac{1}{2}\left(\alpha_p+\alpha_s-\alpha_c\right)z} \text{ et } e^{-\frac{1}{2}\left(\alpha_s+\alpha_c-\alpha_p\right)z}.$$

Leur prise en compte est réalisée en posant un changement de variable du type $z' = z + i\,\alpha'$ où z est la variable longitudinale et α' est un terme proportionnel à l'absorption[44].

Nous avons donc montré le lien entre les équations paramétriques et les équations non-linéaires de Schrödinger. L'étape suivante consiste à effectuer l'intégration numérique des équations du système II-(3).

II-3-5-4-2] Discrétisation des équations

L'intégration numérique, on l'a dit précédemment, est basée sur la méthode du <u>point fixe</u> pour des schémas aux <u>différences finies</u>, avec une discrétisation de type <u>Crank-Nicolson</u>. Dans la phrase précédente apparaissent trois termes soulignés dont nous allons détailler la signification.

Nous avons déjà rencontré de manière implicite les différences finies. En effet, lorsque nous avons traité de l'intégration par la méthode de Runge-Kutta, nous avons insisté sur le fait que la propagation se faisait par pas élémentaire Δz. Implicitement, cela revient à transformer un opérateur différentiel (dérivées premières, secondes, Laplacien...) en une différence approchée. L'idée sous-jacente étant celle de la notion de limite en mathématique. Un exemple de discrétisation est donné par l'opérateur dérivée première, la dérivée première de la fonction A au rang n (temps n) est remplacée par la différence :

$$\frac{\partial A^n}{\partial z} \approx \frac{A^{n+1} - A^n}{\Delta z}.$$

---

[44] En fait, si l'absorption des ondes signal et complémentaire sont égales, alors il est possible de rendre symétrique les équations et de les intégrer directement sans changement de variable.

On calcule donc simplement le rapport de la différence entre la valeur de la fonction au rang n+1 et celle au rang n par le pas élémentaire Δz.

L'idée générale étant examinée, rentrons un peu plus dans le détail. Pour cela, supposons une équation de propagation (ou de Schrödinger linéaire, ce qui est équivalent) en dimension 1, le champ dépend d'une seule variable d'espace, x, et de la variable associée au temps, z (par la relation $z = c\,t / n$). Elle s'écrit :

$$\frac{i}{c}\partial_z A + \partial_x^2 A = 0$$

La discrétisation nécessite la définition d'indices entiers pour le repérage dans l'espace. En dimension 1 d'espace, un seul indice est nécessaire. En dimension 2, *a priori* deux indices sont nécessaires. Notre variable d'espace à 1 dimension étant supposée x, posons le pas d'espace égal à Δx, nous avons alors :

$$x_j = x_{min} + (j-1)\Delta x,\ j \in \{1,\dots,J\}$$

On définit aussi un repérage sur l'axe de propagation z, $z_n = n\,\Delta z$.

La discrétisation de l'équation précédente par le schéma de Crank-Nicolson est :

$$\frac{i}{c}\frac{A_j^{n+1} - A_j^n}{\Delta z} + \frac{1}{2}\left\{\frac{A_{j+1}^n - 2A_j^n + A_{j-1}^n}{\Delta x^2} + \frac{A_{j+1}^{n+1} - 2A_j^{n+1} + A_{j-1}^{n+1}}{\Delta x^2}\right\} = 0.$$

Le schéma de Crank-Nicolson consiste à calculer la dérivée seconde du champs A par rapport à l'espace en deux temps successifs caractérisés par les indices n+1 et n. Ceci est effectué afin de "recentrer l'impulsion", c'est-à-dire, à ne pas privilégier un temps par rapport à l'autre. L'équation est alors symétrique. Les résultats numériques montrent que cette approche donne de meilleurs résultats qu'une approche consistant à ne prendre la dérivée seconde d'espace qu'à un temps fixe (n ou n+1).

Lorsque nous travaillons en dimension 2 d'espace (transverse), nous introduisons deux indices d'espace x_j et y_k pour les variables x et y et les pas correspondants Δx et Δy :

$$\begin{cases} x_j = x_{min} + (j-1)\Delta x,\ j \in \{1,\dots,J\} \\ y_k = y_{min} + (k-1)\Delta y,\ j \in \{1,\dots,K\}. \end{cases}$$

Cependant, la finalité de la méthode est la résolution d'un système. Cette résolution est effectuée par la méthode du point fixe dont nous dirons quelques mots plus loin. Ce que l'on peut dire néanmoins est qu'elle nécessite la transformation des matrices présentes en vecteurs. Les variables d'espace sont

donc numérotées à l'aide d'un seul indice. On suppose que les dimensions transverses des tableaux sont égales, J = K (cela ne change rien au problème mais allège les écritures). Le nouvel indice j correspond au point de coordonnées :

$$\left(x_{min}+\left((j-1)\text{MOD } J\right)\Delta x, y_{min}+\text{INT}\left((j-1)/J\right)\Delta y\right).$$

Dans le cas à 1 dimension, l'indice j varie de 1 à J, et dans le cas bidimensionnel, il varie de 1 à J^2.

Ainsi l'équation linéaire de Schrödinger à deux dimensions s'écrit : $\frac{i}{c}\partial_z A+\Delta_\perp A=0$ et se discrétise de la manière suivante :

$$\frac{i}{c}\frac{A_{j,k}^{n+1}-A_{j,k}^{n}}{\Delta z}+\frac{1}{2}\left\{\begin{array}{l}\dfrac{A_{j+1,k}^{n}-2A_{j,k}^{n}+A_{j-1,k}^{n}}{\Delta x^2}+\dfrac{A_{j,k+1}^{n}-2A_{j,k}^{n}+A_{j,k-1}^{n}}{\Delta y^2}\\ +\dfrac{A_{j+1,k}^{n+1}-2A_{j,k}^{n+1}+A_{j-1,k}^{n+1}}{\Delta x^2}+\dfrac{A_{j,k+1}^{n+1}-2A_{j,k}^{n+1}+A_{j,k-1}^{n+1}}{\Delta y^2}\end{array}\right\}=0.$$

Le système ci-dessus est le système discrétisé de l'équation linéaire de Schrödinger. Or, nous nous intéressons au cas de l'équation non-linéaire.

Considérons maintenant l'équation de Schrödinger non-linéaire :

$$\frac{i}{c}\partial_z A+\Delta_\perp A+f(A)A=0. \qquad \text{II-(4)}$$

Il apparaît un terme supplémentaire mais la discrétisation s'effectue de manière tout à fait analogue, on obtient :

$$\frac{i}{c}\frac{A_{j,k}^{n+1}-A_{j,k}^{n}}{\Delta z}+\frac{1}{2}\left\{\begin{array}{l}\dfrac{A_{j+1,k}^{n}-2A_{j,k}^{n}+A_{j-1,k}^{n}}{\Delta x^2}+\dfrac{A_{j,k+1}^{n}-2A_{j,k}^{n}+A_{j,k-1}^{n}}{\Delta y^2}\\ +\dfrac{A_{j+1,k}^{n+1}-2A_{j,k}^{n+1}+A_{j-1,k}^{n+1}}{\Delta x^2}+\dfrac{A_{j,k+1}^{n+1}-2A_{j,k}^{n+1}+A_{j,k-1}^{n+1}}{\Delta y^2}\end{array}\right\}$$
$$+\left(f\left(A_{j,k}^{n}\right)+f\left(A_{j,k}^{n+1}\right)\right)\frac{A_{j,k}^{n}+A_{j,k}^{n+1}}{4}=0. \qquad \text{II-(5)}$$

Il reste maintenant à l'intégrer. Pour cela, nous avons fait le choix de la méthode du point "fixe".

II-3-5-4-3] Méthode du point "fixe"

Le système d'équation II-(5) est intégré par la méthode du point "fixe". Elle consiste à "supposer" ou "deviner" une solution initiale, puis à l'introduire dans le système. De là, on en déduit une nouvelle solution approchée, qui est, elle aussi, à son tour, introduite dans le système. Le processus est répété de manière itérative un certain nombre de fois. L'ensemble des solutions forme une suite qui, si elle converge, le fait vers la solution de l'équation II-(3).

Considérons le système d'équations II-(4), celui-ci peut se réécrire de la manière suivante :

$$\left(\frac{i}{c\Delta z}I_d + L\right)U^{n+1} + \frac{1}{2}\left(F\left(U^n\right) + F\left(U^{n+1}\right)\right)\frac{U^n + U^{n+1}}{2} = \left(\frac{i}{c\Delta z}I_d - L\right)U^n.$$

La méthode du point fixe impose une nouvelle écriture : $\left(\frac{i}{c\Delta z}I_d + L\right)U^{n+1} = G\left(U^n, U^{n+1}\right)$.

Afin de résoudre ce système, on considère une suite $\left(W_s\right)_{s\in N}$ d'éléments de C^N définie par :

$$\begin{cases} W_0 = U^n, \\ \left(\frac{i}{c\Delta z}I_d + L\right)W^{n+1} = G\left(U^n, W_s\right), \ s \geq 0. \end{cases}$$

Si la suite $\left(W_s\right)_{s\in N}$ converge, la limite de convergence correspond à la solution du système II-(4).

<u>Remarque</u> : En fait le système précédent est un système matriciel de la forme $A\,B = C$, où la matrice B est la solution désirée, A la matrice représentant l'opérateur global de propagation et C la matrice correspondant à la partie non-linéaire. Le fait qu'il soit un système matriciel permet l'utilisation de la méthode dite du <u>gradient conjugué</u>. Elle permet, par itération successive (due à la méthode du point fixe) de résoudre le système matriciel $A\,B = C$, la condition d'arrêt étant du type $|\,A\,B_n - C\,| < \varepsilon$.

Ainsi, par une succession de transformations à la fois analytiques et numériques, nous sommes capables de résoudre le système d'équations paramétriques I-(40).

Nous avons donc traité de la propagation dans le cristal par deux méthodes différentes, l'une basée sur une séparation des équations en deux sous-systèmes et l'autre par transformation et intégration directe du système. Dans les faits, cette deuxième méthode qui favorise l'intégration directe du système d'équations couplées, est plus rapide que celle basée sur la méthode de Runge-Kutta

associée à un méthode de propagation par transformée de Fourier. Cependant, nous verrons, dans la partie III, qu'il n'a pas été possible de simuler de cavités OPO par la méthode de Crank-Nicolson lorsque l'échange d'énergie entre les ondes devient trop important. Nous avons été limité à des OPO fonctionnant proche du seuil d'oscillation paramétrique. Au delà, le code de simulation était incapable de converger vers une solution.

Une fois l'étape de la propagation dans le cristal non-linéaire effectuée, le code de simulation passe aux suivantes et gère la fin de la boucle principale.

II-3-5-5] Fin de la boucle principale

La propagation dans le cristal étant achevée, le code prend en compte la transmission de la face de sortie du cristal et effectue la propagation des ondes jusqu'au miroir suivant. S'il s'agit d'un miroir de sortie (cavité du type Fabry-Pérot), les trois ondes sont transmises à travers le miroir, en sortie les trois tableaux de dimensions 2 sont stockés sous la forme de tableaux à 3 dimensions (nbxy, nbxy, nbt). La partie réfléchie de chacune des ondes effectue une propagation en sens inverse jusqu'au miroir d'entrée. Là, elles interfèrent avec les ondes injectées provenant de la tranche temporelle suivante.

On peut schématiser ces différentes étapes de la manière suivante (figure II-(14)) :

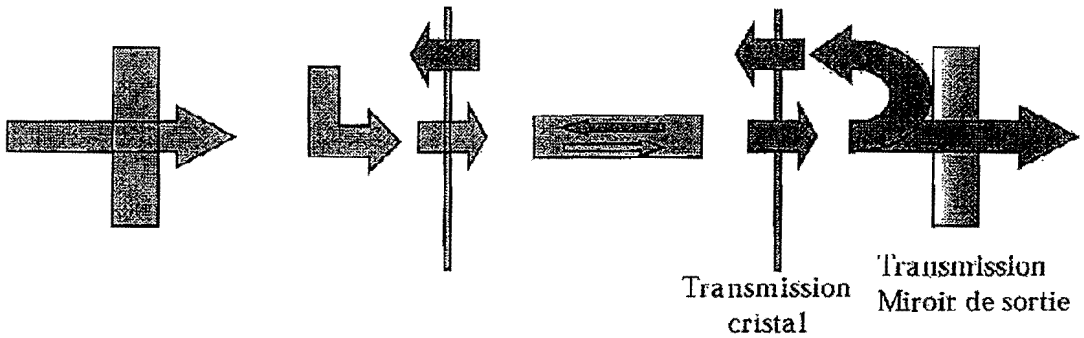


Figure II-(14) : Schéma représentant les différentes étapes depuis la sortie des trois ondes du cristal jusqu'à leur réflexion sur le miroir d'entrée en passant par les deux transmissions à travers les faces de sortie et d'entrée du cristal et par la propagation dans le cristal non-linéaire anisotrope.

Lorsque toutes les tranches temporelles ont été "injectées" dans le code, on obtient en sortie 3 tableaux de 3 dimensions contenant toutes les informations sur les trois ondes. Il faut alors traiter les données afin d'en faire ressortir les résultats qui nous intéressent.

II-3-6] Traitement des données, résultats

L'ensemble des données est contenu dans les trois tableaux à trois dimensions *signal*, *compl* et *pomp*. Nous avons déjà écrit plusieurs fois que deux dimensions sont associées à l'espace tandis que la troisième est associée au temps. Nous allons voir dans les paragraphes qui suivent comment extraire les profils temporels et les profils spatiaux. Nous caractériserons les profils en calculant les durées d'impulsions et les facteurs de qualité spatiale M^2. Nous obtiendrons les spectres de chaque onde. Nous en déduirons finalement les énergies de sortie des trois ondes.

II-3-6-1] Récupération des données

Nous avons déjà signalé l'appel du fichier au format texte libre *parameter* lors du lancement du programme. Nous avions précisé qu'il était chargé d'assigner à différents paramètres les différentes valeurs entrées par l'utilisateur. Sa seconde tâche consiste à signaler au code quels sont les résultats désirés parmi ceux disponibles cités précédemment. Il est à noter que certains résultats ne sont pas disponibles si l'on n'en sélectionne pas d'autres; ainsi, à titre d'exemple, l'énergie ne peut être évaluée si les profils temporels ne sont pas auparavant calculés. Cette approche a été mise au point pour des raisons de gestion de la mémoire vive de l'ordinateur. Les dernières modifications du code nous ont amenées à modifier légèrement le traitement de la mémoire allouée aux différents tableaux apparaissant dans le code, nous avons pu réaliser une optimisation de celle-ci dans la limite de nos connaissances informatiques. Néanmoins, il est possible dorénavant de lancer l'application du code avec de "gros" tableaux et en sélectionnant tous les résultats sans message d'erreur.

Nous présentons dans le chapitre suivant les différents résultats que le code est capable de fournir.

II-3-6-2] Profils temporels

Pour obtenir le profil temporel associé à chaque onde, nous effectuons une intégration dans l'espace du tableau à trois dimensions. Le résultat est la distribution temporelle de puissance. Il reste ensuite à caractériser l'impulsion de sortie.

La durée d'une impulsion est souvent définie comme la largeur à mi-hauteur de la distribution temporelle de puissance P(t). Cette définition s'applique dans la plupart des cas, cependant lorsque les impulsions présentent des rebonds, cette définition perd de son sens. Nous verrons dans la partie expérimentale que les impulsions temporelles de l'onde pompe en sortie de l'OPO ne sont plus gaussiennes mais présentent des variations dues à la diminution de la puissance instantanée de la pompe.

Il apparaît donc nécessaire de redéfinir la durée de l'impulsion. Pour cela, on calcule le centre et l'écart type (moments d'ordre 1 et 2) de la distribution temporelle :

$$\bar{t} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} t P(t) dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} P(t) dt}, \quad \sigma_t^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (t - \bar{t})^2 P(t) dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} P(t) dt}.$$

Si l'on applique ces relations au cas d'une impulsion gaussienne afin de retrouver la valeur de la largeur à mi-hauteur, on définit la durée de l'impulsion τ comme : $\tau = 2\sqrt{2 \ln 2}\sigma_t$.

II-3-6-3] Profils spatiaux

De manière similaire à ce qui a été fait pour le profil temporel, nous obtenons le profil spatial d'une onde en intégrant le tableau à 3 dimensions sur sa dimension temporelle. Nous obtenons alors, la distribution spatiale d'éclairement. Nous pouvons alors passer à la caractérisation de celle-ci.

La caractérisation des profils spatiaux est basée sur la théorie des faisceaux gaussiens. Celle-ci caractérise la taille, la direction moyenne et la divergence des faisceaux considérés. On introduit généralement un facteur M^2 pour caractériser les profils. Lorsque ce facteur est égal à un, le faisceau est gaussien TEM_{00}. Lorsque le profil n'est plus gaussien, ce facteur prend des valeurs supérieures à l'unité. On dit parfois qu'il traduit l'écart à la diffraction. La détermination de sa valeur fait appel aux calculs des moments d'ordre 1 et 2 du profil spatial sur chaque axe transverse de propagation.

On définit la **taille** par la relation $W_x(z) = 2\sigma_x(z)$ avec :

$$\sigma_x^2(z) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x}(z))^2 \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \left| A(x,y,z,t)^2 \right| dt \right\} dx\,dy}{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \left| A(x,y,z,t)^2 \right| dt\,dx\,dy} \quad \text{et} \quad \bar{x}(z) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} x \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \left| A(x,y,z,t)^2 \right| dt \right\} dx\,dy}{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \left| A(x,y,z,t)^2 \right| dt\,dx\,dy}$$

où A est l'amplitude du champ électrique.

La **direction moyenne** et la **divergence** du faisceau sont respectivement données par :

$\alpha_x(z) = \lambda \overline{v_x}(z)$ et $\theta_x(z) = 2\,\lambda \sigma_{v_x}(z)$ avec

$$\sigma_{v_x}^2(z)=\frac{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\left(v_x-\overline{v_x}(z)\right)^2\left\{\int_{-\infty}^{+\infty}\left|A(v_x,v_y,t)^2\right|dt\right\}dv_x\,dv_y}{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\left|A(v_x,v_y,t)^2\right|dt\,dv_x\,dv_y} \text{ et}$$

$$\overline{v_x}(z)=\frac{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}v_x\left\{\int_{-\infty}^{+\infty}\left|A(v_x,v_y,t)^2\right|dt\right\}dv_x\,dv_y}{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\left|A(v_x,v_y,t)^2\right|dt\,dv_x\,dv_y}.$$

La **taille minimale** (aussi appelée rayon de col) est donnée par la relation :

$$W_{x_0}^2=W_x^2-\left[\frac{\Phi_x(z)+4\overline{x}\,\overline{\alpha}_x}{\theta_x}\right]^2 \text{ où } \Phi_x(z)=\frac{2\lambda}{\pi}\frac{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}x\left\{\int_{-\infty}^{+\infty}\left|A\frac{\partial A^*}{\partial x}-A^*\frac{\partial A}{\partial x}\right|dt\right\}dx\,dy}{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\left|A(x,y,z,t)^2\right|dt\,dx\,dy}.$$

Enfin, le facteur de qualité M_x^2 du faisceau dans la direction x est égal à : $M_x^2=\frac{\pi}{\lambda}W_{x_0}\theta_x$.

De manière similaire, on calcule le facteur de qualité selon l'axe y.

II-3-6-4] Énergies, luminances, rendements de conversion

L'énergie de chaque onde est calculée par intégration de la distribution temporelle de puissance. À partir des résultats précédents, on peut déterminer la luminance qui traduit la concentration spatiale et temporelle de l'énergie. Elle est donnée par la relation :

$$L=\frac{E}{\lambda^2 M^2 \tau},$$

où E est l'énergie à la longueur d'onde λ, M^2 le facteur de qualité et τ la durée de l'impulsion définie auparavant.

On introduit la notion de rendement de conversion que nous utiliserons plus loin lors de la comparaison entre les mesures expérimentales et les prévisions théoriques. Le rendement de conversion est défini comme le rapport entre l'énergie de sortie d'une onde (signal ou

complémentaire) et l'énergie de la pompe incidente. Le rendement quantique de conversion est défini comme le rapport entre le nombre de photons signal créés et le nombre de photons pompe incidents.

$$R_{\text{Énergie}} = \frac{E_s}{E_p}$$

$$R_{\text{Énergie théorique}} = \frac{\hbar\omega_s}{\hbar\omega_p} = 1 - \frac{\lambda_p}{\lambda_c}$$

$$R_{\text{quantique}} = \frac{N_s}{N_p} = \frac{R_{\text{Énergie}}}{R_{\text{Énergie théorique}}} = \frac{E_s\lambda_s}{E_p\lambda_p} \qquad \text{II-(6)}$$

II-3-6-5] Spectres

On obtient les spectres en prenant les transformées de Fourier des distributions temporelles en chaque point du plan transverse. La fréquence moyenne et la largeur spectrale des impulsions sont calculées avec la même méthode que celle développée pour les profils temporels. De la même manière, on définit la largeur spectrale comme :

$\Delta\nu = 2\sqrt{2\ln 2}\sigma_\nu$ avec $\sigma_\nu^2 = \dfrac{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\left(\nu-\bar{\nu}\right)^2 S(\nu)d\nu}{\int_{-\infty}^{+\infty} S(\nu)d\nu}$, $\bar{\nu} = \dfrac{\int_{-\infty}^{+\infty}\nu S(\nu)d\nu}{\int_{-\infty}^{+\infty} S(\nu)d\nu}$ et S l'amplitude de la transformée de Fourier du champ A.

II-3-6-6] Exportation des résultats

Nous avons déjà signalé, au paragraphe II-3, que les résultats des simulations étaient essentiellement exploités par d'autres logiciels plus adaptés que le Fortran. L'exception étant l'application *gestion*, celle-ci permet, lorsqu'au moins deux paramètres varient, d'ordonner les énergies de sortie des trois ondes. Lors de la recherche d'une optimisation, cette procédure est très utile puisqu'elle permet de rapidement trouver le ou les paramètres influents.

Lorsque l'on désire voir l'influence de paramètres sur les profils spatiaux, sur les profils temporels et sur les spectres, on fait appel à des applications sous d'autres logiciels. Il s'agit essentiellement des logiciels **MatLab** et **Igor**. Le premier est bien adapté au traitement des tableaux volumineux tandis que le second est optimisé pour les ajustements des courbes expérimentales et théoriques. Nous avons développé deux applications sous MatLab qui permettent la gestion des profils. La première est l'application *Graphes.m* et la seconde est *profil2.m*. *Graphes.m* est chargée de récupérer tous les

profils associés à un jeu de paramètres. Le code importe donc les profils temporels, les profils spatiaux et les spectres. Selon le bon vouloir de l'utilisateur, il trace les profils avec les spécifications désirées. *Profil2.m* correspond à l'approche opposée; pour un ensemble de N simulations, il extrait le profil désiré pour une des trois ondes et trace les N graphes correspondants.

II-4] Conclusion

Nous avons donc développé un code de simulation qui permet de simuler le fonctionnement d'un OPO monomode aux trois longueurs d'onde en régime nanoseconde. Le code s'articule en trois étapes. La première gère l'importation des données caractérisant l'OPO dans sa globalité, c'est-à-dire, la géométrie de la cavité, le cristal, l'accord de phase réalisé, la source cohérente de pompe (laser ou autre), les méthodes de propagation et d'intégration dans le cristal. La deuxième étape consiste à "injecter" les tranches temporelles de la pompe les unes après les autres, à les faire se "propager" à travers toute la cavité jusqu'à la sortie où elles sont stockées. La dernière étape consiste à récupérer les trois tableaux à trois dimensions issus de la simulation et à en extraire les données et les résultats importants tels que les énergies, les spectres et les profils spatio-temporels.

Il reste maintenant à comparer les résultats issus des simulations aux données expérimentales. Ceci est fait dans la partie suivante.

III] Comparaison théorie-expériences

III-1] Introduction

Dans la partie II de ce mémoire, nous avons présenté le code de simulation, mais nous n'avons rien écrit concernant les résultats numériques. Nous nous sommes contentés de donner les méthodes de calcul et d'évaluation des énergies, des profils spatio-temporels et d'autres paramètres. La partie III est axée sur les résultats expérimentaux. Dans un premier temps, nous présentons au chapitre III-2 deux expériences d'OPO en régime nanoseconde réalisées en dehors du laboratoire et comparons les mesures expérimentales aux prévisions numériques. La première expérience [Smith] a la propriété essentielle de vérifier toutes les hypothèses du modèle. Elle a, par conséquent, une importance capitale pour la poursuite du développement du modèle. La seconde expérience, réalisée dans le cadre d'un accord avec Thomson-CSF/LCR, s'éloigne légèrement des hypothèses du modèle. L'analyse des résultats et du comportement du code de simulation nous a poussé à développer notre propre OPO monomode.

Pour cela, nous avons développé une nouvelle technique d'affinement du spectre consistant à insérer dans la cavité un cristal photoréfractif. Au chapitre III-3, nous présentons donc, de manière simplifiée, l'affinement spectral d'une source par insertion d'un cristal photoréfractif. L'analyse du spectre émis par les sources (lasers et OPO) est effectuée à l'aide d'interféromètres de Fabry-Pérot et de Connes. Le chapitre III-4 présentent donc les rappels et les caractéristiques essentiels de ces derniers. Le modèle d'affinement présenté est testé sur deux lasers continus à base de néodyme vanadate ($Nd:YVO_4$) dans le chapitre III-5, puis, pour s'approcher des conditions de fonctionnement d'un OPO, sur deux lasers impulsionnels à base d'un cristal de saphir dopé au titane (chapitre III-6), et enfin sur un OPO à base de KTP (chapitre III-7). Les résultats obtenus avec notre nouvel OPO affiné spectralement sont comparés aux prévisions théoriques issues du code de simulation.

III-2] Comparaison expériences-simulations

III-2-1] Expérience de Smith

L'expérience de Smith et collaborateurs est présentée en détail dans la thèse d'Arnaud Dubois [Dubois,1] (pages 174-199). Nous allons rapidement décrire l'expérience réalisée et les simulations présentées.

III-2-1-1] Montage expérimental

L'OPO réalisé est une cavité en anneau formée par trois miroirs plans et un cristal de KTP. Seule l'onde signal résonne dans la cavité. Le cristal est taillé pour un accord de phase critique en angle. L'injection du signal et la présence du tranducteur piézoélectrique permettent de se placer dans les conditions vérifiant les hypothèses du modèle, à savoir que l'onde signal injectée est un mode de cavité. Le schéma de la cavité est présenté ci-après sur la figure III-(1) :

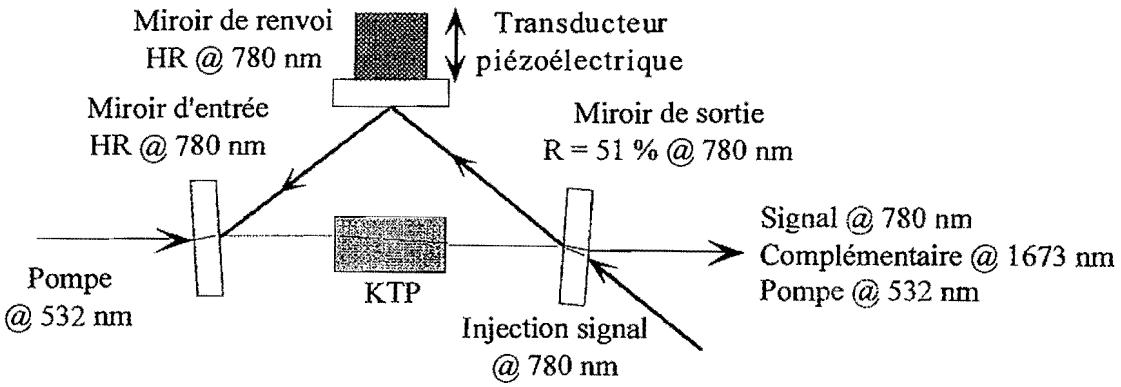


Figure III-(1) : Montage de Smith d'un OPO en anneau répondant aux hypothèses du modèle.

La différence essentielle entre une cavité en anneau et une cavité linéaire tient au fait qu'il n'y a pas de retour "parasite" et que, par conséquent, les effets d'interférences entre ondes contrapropageantes sont évités. Le modèle est donc plus adapté à la simulation d'un APO ou d'un OPO en cavité en anneau. Möller et ses collaborateurs [Möller] montrent qu'il n'est pas toujours possible de trouver une cavité linéaire équivalente à une cavité en anneau lorsque l'on développe cette première, ceci à cause du milieu non-linéaire. À cela s'ajoute le fait que le code de simulation considère des ondes propageantes et ne tient pas compte des interférences entres ondes contrapropageantes. Ces deux points montrent qu'en terme de comparaison entre des expériences et des simulations, il est préférable de construire des OPO en anneau. Un second avantage de la cavité en anneau est qu'elle permet de séparer spatialement les sources cohérentes de signal et de pompe.

La longueur géométrique de la cavité est de 6,7 cm. Les miroirs d'entrée et de renvoi sont hautement réfléchissants à la longueur d'onde signal. Le transducteur piézoélectrique permet d'ajuster la longueur de la cavité pour que l'onde signal résonnante corresponde à l'onde injectée. Le miroir de sortie réfléchit 51 % de l'onde signal. Le cristal de **KTP**, de longueur **10 mm**, est taillé pour permettre un accord de phase de type II dans la direction donnée par les angles $\theta = 51°$ **et** $\phi = 0°$. Les **longueurs d'onde** du signal et du complémentaire sont respectivement de **780 nm** et **1673 nm** pour une longueur de pompe égale à **532 nm**. L'accord de phase est tel que seule l'onde signal subit le phénomène de double réfraction dans le plan critique. L'angle de double réfraction est égale à 2,9°. Le plan critique est défini par les directions du vecteur d'onde et du vecteur de Poynting de l'onde signal, le plan non-critique est perpendiculaire au plan critique et contient la direction de propagation

des vecteurs d'ondes. Le laser de pompe est un laser Nd:YAG doublé en fréquence émettant à 532 nm des impulsions gaussiennes de 7 ns de largeur à mi-hauteur. Il est, par ailleurs, monomode spectralement et spatialement. Le laser d'injection est basé sur un cristal de saphir dopé au titane monomode transversalement et longitudinalement.

III-2-1-2] Données caractérisant l'OPO

Les données caractérisant l'expérience sont résumées dans le tableau III-(1) suivant :

Paramètres	Valeurs
Durée de pompe (FWHM) Puissance injection continue du signal	7 ns 25 mW
Rayon du faisceau pompe dans cristal selon x Rayon du faisceau pompe dans cristal selon y Rayon faisceau signal dans le cristal (x et y)	0,51 mm 0,58 mm 0,73 mm
Longueur du cristal	10 mm
Coefficient non-linéaire effectif d_{eff}	2,9 pm/V
Absorptions du cristal (amplitude) α_{signal} $\alpha_{compémentaire}$ α_{pompe}	 0 0 0,00513 mm^{-1}
Angles de double réfraction ρ_{signal} $\rho_{compémentaire}$ ρ_{pompe}	 2,9° 0° 0°
Réflexions des miroirs en énergie $R_{entrée\text{-}signal}$ $R_{entrée\text{-}complémentaire}$ $R_{entrée\text{-}pompe}$ $R_{renvoi\text{-}signal}$ $R_{renvoi\text{-}complémentaire}$ $R_{renvoi\text{-}pompe}$ $R_{sortie\text{-}signal}$ $R_{sortie\text{-}complémentaire}$ $R_{sortie\text{-}pompe}$	 99 % 1 % 4 % 99 % 1 % 4 % 51% 1 % 18 %
Longueur de la cavité Longueur bras cristal	67 mm 25 mm
Transmission face cristal en énergie T_{signal} $T_{complémentaire}$ T_{pompe}	 99 % 99 % 98 %

Tableau III-(1) : Valeurs des paramètres caractérisant l'OPO de Smith.

III-2-1-3] Résultats et comparaisons

Les résultats numériques présentés dans ce paragraphe ont été obtenus en utilisant deux approches :

l'approche classique développée dans la partie I, paragraphe I-2-3-2 et

l'approche dite complète présentée au paragraphe 1-2-3-6 basée sur la procédure de propagation par la méthode de Dreger (paragraphe I-2-3-7-3) avec prise en compte de la fluorescence (paragraphe II-3-5-3-5).

Nous commençons la comparaison des résultats théoriques et expérimentaux par l'énergie et le rendement de conversion pour le signal (figures III-(2) et III-(3)).

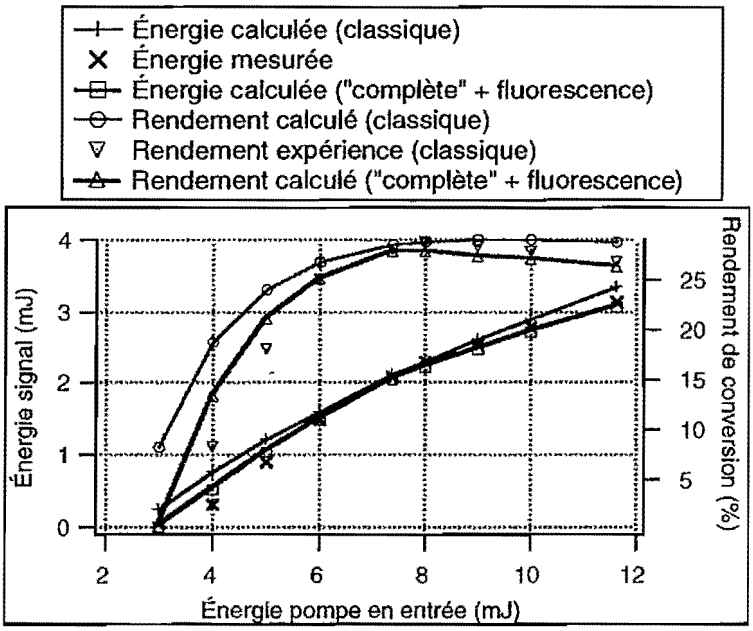


Figure III-(2) : Comparaison entre les résultats numériques et les données expérimentales. Représentation de l'évolution de l'énergie signal et du rendement de conversion énergétique en fonction de l'énergie de la pompe en entrée.

Nous représentons, à partir de la figure précédente, la différence relative entre les énergies signal expérimentale et numériques (par les deux approches) en pour-cent :

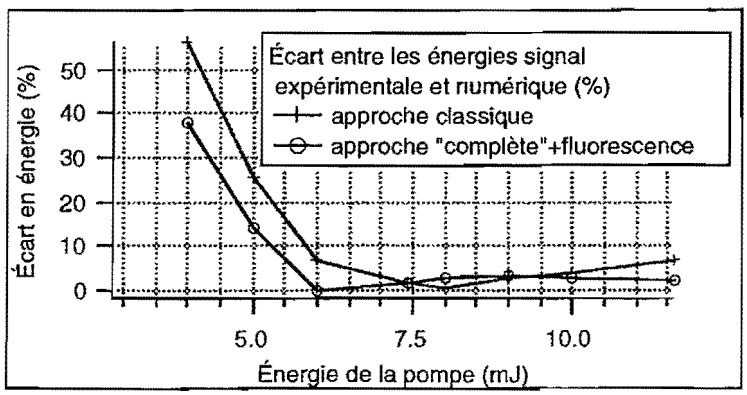


Figure III-(3) : Représentation de l'écart relatif en énergie signal entre les mesures expérimentale et les prévisions théoriques.

L'analyse des deux figures III-(2) et III-(3) concerne trois points, le premier est le seuil de l'oscillation, le deuxième est l'énergie maximale de l'onde signal que l'on peut extraire de l'oscillateur et enfin le dernier point concerne le rendement de conversion.

Nous obtenons trois valeurs du seuil d'oscillation paramétrique, l'une expérimentale et les deux autres numériques. Expérimentalement, il est de 3 mJ. La méthode classique fournit une valeur égale à 2 mJ. La méthode "complète" avec prise en compte de la fluorescence fournit une valeur comprise entre les deux précédentes, à savoir 2,5 mJ. Ces différentes valeurs se traduisent, sur la figure III-(3), par un écart relatif supérieur à 50 % sur les premières valeurs de l'énergie signal au dessus du seuil en ce qui concerne la méthode classique et de 38 % avec la méthode affinée. Les prévisions théoriques fournissent un seuil d'oscillation trop bas. Cependant, la prise en compte de la fluorescence, de la divergence des champs électriques et de la dispersion des indices permet de réduire l'écart entre les valeurs théoriques et expérimentales.

Le deuxième point concerne l'énergie maximale disponible en sortie de l'oscillateur à la longueur d'onde signal. Il s'agit souvent du résultat le plus important pour l'expérimentateur. L'accord entre les prévisions et les mesures, une fois le problème du seuil considéré, est inférieur à 10 % pour la méthode classique et à 3 % pour la méthode affinée. Il s'agit donc d'un accord tout à fait correct.

Le troisième point est le rendement de conversion, c'est-à-dire, le rapport entre l'énergie signal en sortie et l'énergie de la pompe en entrée (relations II-(5)). Lorsque l'énergie de pompe est de 9 mJ, il approche les 30 % (pour les deux méthodes) et correspond à un rendement quantique d'environ 45 % (nombre de photons signal créés sur le nombre de photons pompe incidents). Au delà de cette énergie de pompe, le rendement décroît. Cette décroissance est due à la recombinaison des photons signal et complémentaire (par sommation des fréquences) en photon pompe.

Cette recombinaison (back-conversion) est très facile à voir sur les graphes des impulsions temporelles après intégration spatiale (profils quasi-identiques avec les deux méthodes). Nous représentons sur le graphe qui suit les profils temporels de la pompe en entrée et sortie et du signal. Nous ne représentons pas celui du complémentaire car il n'y a pas de mesure expérimentale par manque de détecteur sensible à cette longueur d'onde. Le cas considéré est celui où l'énergie de la pompe est à son maximum, soit 11,6 mJ par impulsion correspondant à 3,5 fois au dessus du seuil d'oscillation, figure III-(4).

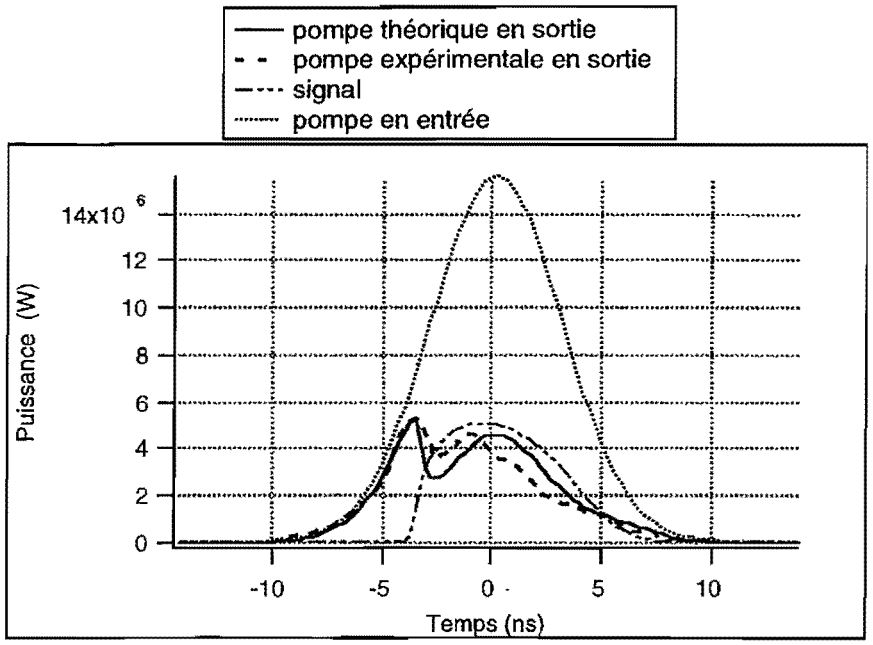


Figure III-(4) : Représentation des profils temporels (intégrés spatialement) de la pompe (entrée et sortie) et du signal théorique pour une énergie de pompe maximale de 11,6 mJ (3,5 fois au dessus du seuil). On observe sur les profils les différents transferts d'éclairements de la pompe vers le signal (et le complémentaire non représenté ici) et inversement. L'ajustement a consisté à faire coïncider les premiers points expérimentaux avant l'effet paramétrique et les sommets des profils de la pompe en sortie.

Il reste à comparer les profils spatiaux mesurés et calculés. Nous représentons les profils spatiaux (figure III-(5) et III-(6)) des ondes pompe et signal pour une énergie incidente de 11,6 mJ soit 3,5 fois au dessus du seuil, obtenus avec la méthode affinée (il n'y a pas de différence notable à l'oeil entre les deux méthodes en ce qui concerne les profils spatiaux, seuls les valeurs des coefficients M^2 diffèrent).

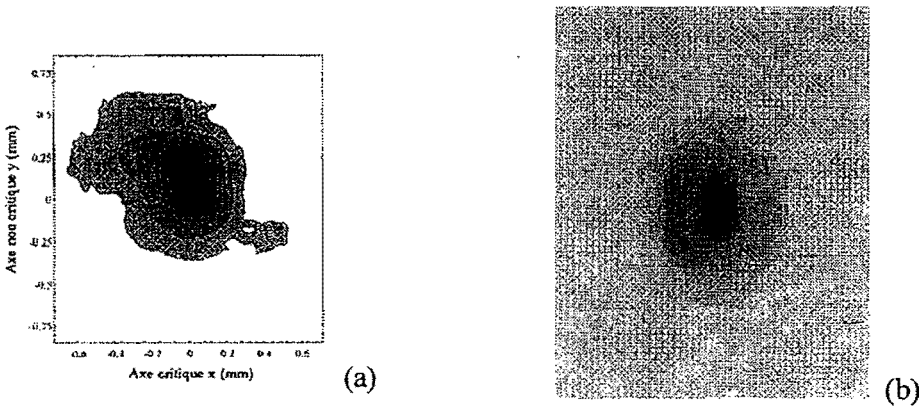
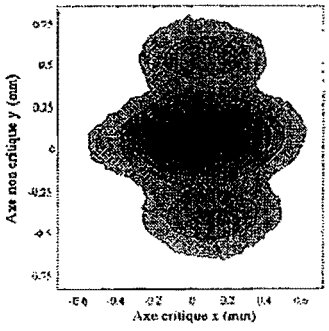
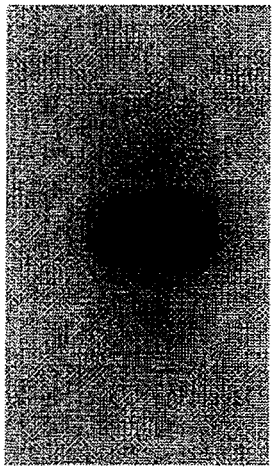


Figure III-(5) : Répartition transverse de fluence du faisceau de pompe, 30 cm derrière le miroir de sortie de l'OPO pompé avec une énergie de 11,6 mJ par impulsion, soit 3,5 fois au-dessus de son seuil d'oscillation. (a) coupe transverse expérimentale, (b) coupe transverse théorique.

signal :



(a)



(b)

Figure III-(6) : Répartition transverse de fluence du faisceau signal, 30 cm derrière le miroir de sortie de l'OPO pompé avec une énergie de 11,6 mJ par impulsion, soit 3,5 fois au-dessus de son seuil d'oscillation. (a) coupe transverse expérimentale, (b) coupe transverse théorique.

La première remarque que nous pouvons faire est que nous observons un accord correct entre les profils spatiaux mesurés et simulés. Ils présentent une asymétrie due à l'angle de double réfraction vu par le signal selon l'axe critique. En effet, celui-ci entraîne une faible acceptance angulaire dans le plan critique qui restreint le gain vu par les vecteurs d'onde hors axe. Dans le plan non-critique, la diminution de la fluence de l'onde pompe et la recombinaison des ondes signal et complémentaire entrainent l'apparition de vecteurs d'onde hors axe, qui n'étant pas limités par la double réfraction, voient du gain. Il apparaît alors des lobes transverses. Une conséquence de cette asymétrie est donc une meilleure qualité spatiale des faisceaux dans le plan critique que dans le plan non-critique et une dégradation des faisceaux lorsque les vecteurs d'onde hors-axe voient du gain.

Les résultats présentés permettent de valider le code de simulation lorsque les hypothèses du modèle sont vérifiées (monochromaticité des ondes). Nous passons à l'étude de cavités ne vérifiant plus entièrement les hypothèses. Les expériences ont été réalisées par Thomson.

III-2-2] Expériences réalisées par Thomson CSF/LCR

Dans le cadre d'un contrat avec la DRET (marché DRET N° 97/343, "SIMULATIONS NUMÉRIQUE D'INTERACTIONS PARAMÉTRIQUES ET VALIDATIONS EXPÉRIMENTALES"), nous avons réalisé des simulations afin de valider le modèle. Les expériences ont été réalisées par Thomson CSF/LCR. Le Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, Thomson TCL/BMD et l'IRCOM ont été chargés des comparaisons entre les prévisions théoriques et les résultats expérimentaux.

Nous présentons dans les paragraphes suivants les mesures expérimentales ainsi que les résultats numériques. Nous présenterons les trois expériences réalisées ainsi que nos prévisions théoriques.

III-2-2-1] OPO $LiNbO_3$ non-injecté

Thomson LCR a réalisé un OPO constitué par un cristal de $LiNbO_3$ placé dans une cavité linéaire.

III-2-2-1-1] Présentation et caractérisation de l'OPO et du laser de pompe

Le laser de pompe est à base de Nd:YAG émettant à 1064 nm. Lorsqu'il est injecté, il est monomode transverse et longitudinal, répondant ainsi à l'hypothèse de modèle concernant la monochromaticité de la pompe. L'impulsion temporelle a un profil quasi-gaussien de largeur à mi-hauteur de 20 ns. Les rayons de col sont égaux et valent $w_x = w_y = 1{,}6$ mm. Durant l'expérience, le laser n'est pas injecté (pour des raisons de disponibilité du laser d'injection). À défaut de nouvelles données expérimentales, nous supposons les valeurs des rayons de cols ainsi que la durée de l'impulsion non modifiées.

Le cristal non-linéaire de $LiNbO_3$ mesure 5 cm de long et est taillé pour l'accord de phase de type I (o + o –> e). Les longueurs d'ondes du signal et du complémentaire valent respectivement, $\lambda_s = 1{,}54$ µm et $\lambda_c = 3{,}44$ µm. La première étape de la simulation consiste à caractériser l'accord de phase. Notre programme permet de déterminer les valeurs suivantes : $\theta = 46{,}51°$, $n_s = 2{,}213$, $n_c = 2{,}143$ et $n_p = 2{,}191$, $d_{eff} = 4{,}46$ pm/V et $\rho_p = 46$ mrad. Les valeurs correspondantes fournies par Thomson LCR sont les suivantes : $n_s = 2{,}211$, $n_c = 2{,}143$ et $n_p = 2{,}190$, $\rho_p = 34{,}4$ mrad et $d_{eff} = 4{,}6$ pm/V. Il apparaît que les indices sont en accord au millième près, le coefficient non-linéaire est du même ordre de grandeur. Nous connaissons les incertitudes sur les mesures des coefficients non-linéaires; cette valeur apparaît donc en très bon accord. En revanche, l'angle de double réfraction présente des écarts importants entre la valeur simulée et la valeur mesurée expérimentalement (46 contre 34 mrad). L'origine de cet écart réside dans le choix des équations de Sellmeier et des valeurs des indices propres. En l'absence d'information concernant le cristal, nous

avons supposé que le cristal était traité antireflet aux trois longueurs d'onde. Par ailleurs nous avons introduit des coefficients d'absorption aux trois longueurs d'onde; leur détermination s'est faite en se fondant sur le fait que le cristal est transparent en dessous de 3,5 µm, son absorption en amplitude est en effet inférieure à 0,5 m^{-1}. Nous avons donc fait le choix des absorptions suivantes : $a_s = 0{,}5\ m^{-1}$, $a_c = 0{,}5\ m^{-1}$ et $a_p = 0{,}5\ m^{-1}$.

La cavité est composée de deux miroirs plans distants de 5,5 cm. Les miroirs sont traités de manière à ce que la pompe soit recyclée une fois (double passage dans le cristal). Ainsi le miroir d'entrée est hautement réfléchissant à la longueur d'onde du signal ($R_s > 99$ %) et réfléchit $R_p = 5$ % de la pompe et $R_c = 17$ % de l'onde complémentaire. Le miroir de sortie est hautement réfléchissant à la longueur d'onde de la pompe ($R_p > 99$ %) afin de permettre un second passage de celle-ci dans le cristal; il transmet par ailleurs $R_s = R_c = 30$ % aux longueurs d'ondes signal et complémentaire.

La cavité se présente de la manière suivante (figure III-(7)) :

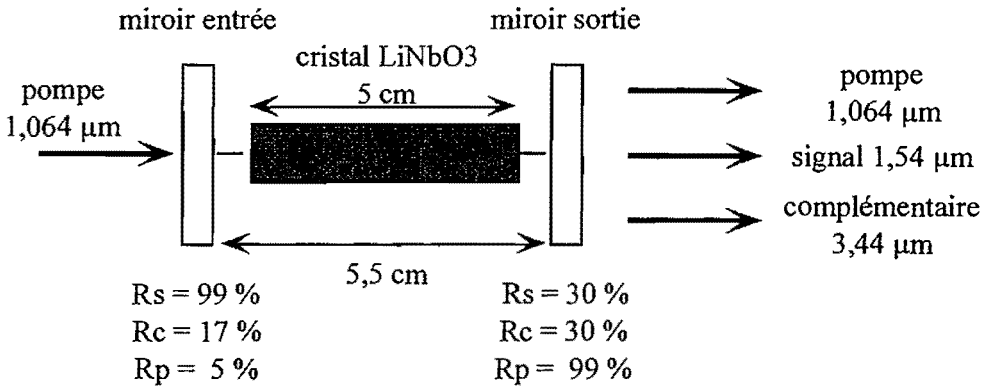


Figure III-(7) : Représentation de l'OPO non-injecté réalisé par Thomson. Le laser de pompe est un laser Nd:YAG nanoseconde émettant à 1064 nm des impulsions de 20 ns à mi-hauteur et de rayons de col 1,6 mm. L'OPO est composé d'un cristal de $LiNbO_3$ taillé à l'accord de phase de type I permettant d'émettre à 1,54 µm et 3,44 µm, placé entre deux miroirs plans. Les coefficients de réflexion sont choisis afin de réaliser un OPO simplement résonant sur le signal.

De part l'absence de source pour injecter l'OPO, la puissance injectée dans celui-ci aux longueurs d'onde signal ou complémentaire est libre. Par libre, nous entendons que les puissances sont ajustables avec une valeur minimale acceptable correspondant à la puissance dite du "vide". Afin de nous conformer à l'expérience, nous prenons la valeur fournie par Thomson LCR de l'angle de double réfraction. De par l'incertitude sur la mesure du coefficient non-linéaire, nous autorisons un ajustement entre les deux valeurs (celle fournie par Thomson LCR et celle que nous avons calculée).

Nous avons ainsi 3 paramètres physiques ajustables. Nous avons vu dans le paragraphe précédent que notre principal problème était le seuil d'oscillation de l'OPO. Nous avons donc cherché le jeu de

paramètres qui permettait d'obtenir des résultats en accord avec l'expérience. Les valeurs sont les suivantes :

=> puissances injectées signal et complémentaire : 10^{-9} W. Ces valeurs correspondent à un facteur 2 près à celles attendues par le calcul "quantique" des puissances dans le "vide",

=> coefficient non-linéaire effectif : $d_{eff} = 4{,}46$ pm/V. Nous avons conservé la valeur théorique, des valeurs plus élevées entrainaient systématiquement un seuil d'oscillation trop bas,

=> angle de double réfraction : $\rho_p = 34{,}9$ mrad. Cette valeur expérimentale permet d'obtenir des énergies en sortie en accord avec les mesures. Des valeurs plus élevées de l'angle de double réfraction entrainent une diminution du recouvrement des ondes et par conséquent une interaction non-linéaire moins efficace. Les énergies en sortie obtenues sont alors trop faibles et ne correspondent plus du tout aux mesures.

III-2-2-1-2] Résultats : énergie de sortie et rendement de conversion

Les incertitudes de mesures concernant les données expérimentales impliquent qu'il n'est pas nécessaire d'utiliser la méthode affinée pour les prévisions numériques. Celles-ci sont basées sur l'approche classique, l'intégration numérique étant plus rapide qu'avec la méthode "complète". L'énergie de pompe varie entre 0 et 60 mJ. Nous observons sur le graphe (figure III-(8)) qui suit l'évolution de l'énergie de l'onde signal en sortie en fonction de l'énergie de l'onde pompe en entrée.

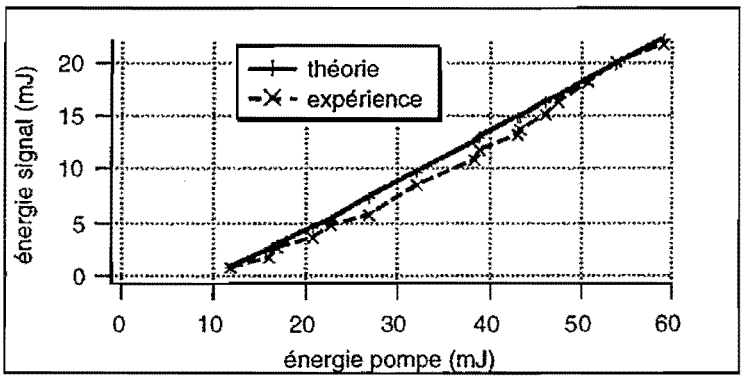


Figure III-(8) : Évolution de l'énergie de l'onde signal en sortie en fonction de l'énergie de l'onde pompe en entrée. Nous avons ajusté les paramètres de manière à obtenir les seuils paramétriques théorique et expérimental quasiment égaux. Dans ce cas, nous observons que l'énergie de sortie théorique est légèrement surestimée.

Le rendement de conversion correpondant est représentée sur la figure III-(9) suivante :

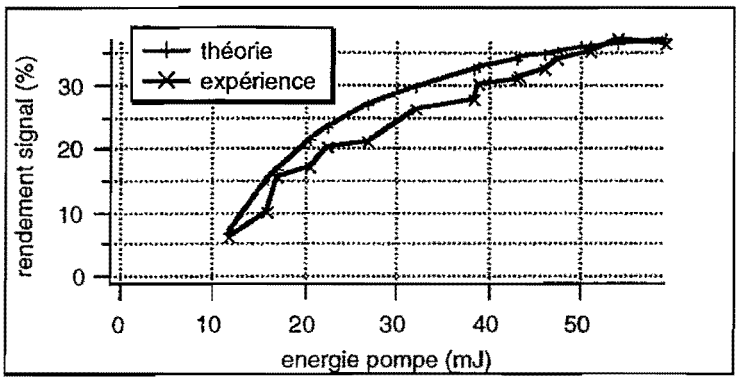


Figure III-(9) : Évolution du rendement de conversion de l'onde signal.

Le premier point auquel nous nous intéressons est le seuil d'oscillation. L'accord entre la prévision théorique et la mesure expérimentale est bon puisqu'il se situe dans les deux cas autour de 8 mJ. Le second point concerne la pente d'efficacité de conversion. Là aussi, nous obtenons deux valeurs très proches, à savoir 44,7 % pour les prévisions et 43,8 % expérimentalement. Le troisième point concerne l'énergie maximale disponible en sortie (il s'agit souvent du point le plus important). Expérimentalement, l'OPO délivre des impulsions de 21,5 mJ contre 22 mJ pour les prévisions théoriques; l'accord est encore tout à fait honorable. Ces deux valeurs correspondent à des rendements de conversion d'environ 36 % pour une énergie de pompe de 59,3 mJ, valeurs assez élevées puisqu'elles impliquent un rendement quantique de 52 %. Un photon pompe sur deux est converti en photon signal et complémentaire. Au delà de cette énergie de pompe, la courbe du rendement décroît mettant en évidence un faible effet de reconversion des ondes signal et complémentaire en onde pompe. Ce phénomène n'est pas observé lors des simulations numériques, la courbe correspondante continue à croître montrant l'absence de reconversion.

L'accord entre les résultats théoriques et les mesures expérimentales est ici réalisé sur les deux points que sont le seuil d'oscillation et l'énergie de sortie. Cependant, il est important de faire remarquer que les résultats présentés ici ont été obtenus avec le meilleur jeu de paramètres. Lors de la recherche du meilleur jeu, nous avons observé que les résultats peuvent varier du simple au double sur l'énergie de sortie et, surtout, sur le seuil d'oscillation. Il est par conséquent aisé de comprendre que, dans ces conditions, il est toujours possible de trouver un jeu de paramètres permettant d'être en accord avec les mesures expérimentales. Il est évident que dans ce cas, nous perdons de vue le but des simulations qui est d'anticiper les résultats expérimentaux et non de les reproduire, ceci afin d'optimiser les paramètres de l'OPO (miroirs, cristal, accord de phase, laser de pompe,...).

Afin de s'affranchir des incertitudes citées auparavant, Thomson LCR a monté expérimentalement un OPO injecté et a effectué une caractérisation systématique des optiques et des sources.

III-2-2-2] OPO $LiNbO_3$ injecté

Il s'agit en fait du même OPO qui est injecté. Thomson a effectué une caractérisation systématique des éléments et des sources.

III-2-2-2-1] Laser de pompe et laser d'injection

L'injection est réalisée par un laser He-Ne continu de 0,7 mW émettant à $\lambda_c = 3{,}39$ µm, l'onde signal correspondante est à $\lambda_s = 1{,}55$ µm. Le profil spatial est ajusté avec un faisceau gaussien TEM_{00} de rayons de col mesurés à $1/e^2$: $w_x = 1{,}54$ mm, $w_y = 1{,}66$ mm. Le profil spatial du faisceau est présenté ci-dessous (figure III-(10)) :

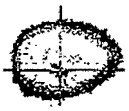


Figure III-(10) : Profil spatial mesuré de l'onde complémentaire injectée incidente sur l'OPO. Les rayons de col sont égaux à $w_x = 1{,}54$ mm et $w_y = 1{,}66$ mm.

Le laser de pompe a été caractérisé expérimentalement. Le profil spatial peut être assimilé à un faisceau gaussien TEM_{00} de rayon de col à $1/e^2$ $w_x = 1{,}9$ mm et $w_y = 1{,}87$ mm. Il est multimode spectralement et émet une impulsion temporelle quasi-gaussienne de largeur à mi-hauteur égale à 22 ns. Les figures suivantes III-(11) et III-(12) présentent le profil spatial et le profil temporel de la pompe incidente sur l'OPO.

Figure III-(11) : Profil spatial mesuré de l'onde pompe incidente sur l'OPO. Les rayons de col sont égaux à $w_x = 1{,}9$ mm et $w_y = 1{,}87$ mm.

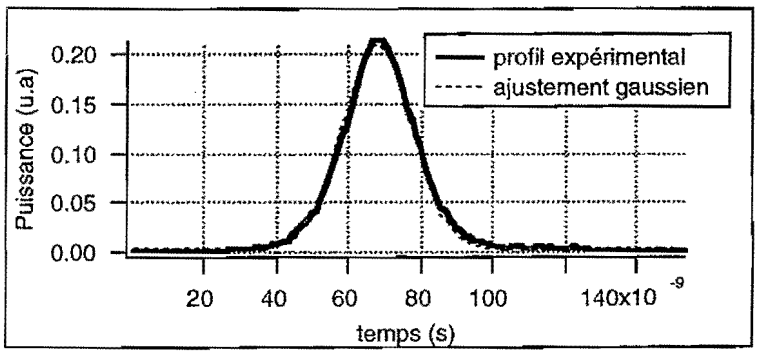


Figure III-(12) : Profil temporel de la pompe incidente sur l'OPO. La largeur à mi-hauteur est de 22 ns [45].

[45] Le profil temporel d'un laser peut être gaussien dans au moins deux cas. Le premier cas peut apparaître lorsque l'émission est monomode spectralement. Le second cas correspond au cas opposé où le laser est fortement multimode, les puissances de chaque mode se répartissement alors selon une statistique gaussienne.

III-2-2-2-2] Caractérisation du cristal

Le cristal non-linéaire est le même que dans l'expérience précédente, il s'agit d'un cristal de $LiNbO_3$ taillé pour l'accord de phase de type I (o + o –> e). Il mesure 5 cm de long. On présente la transmission du cristal entre 900 et 5000 nm (figure III-(13)) :

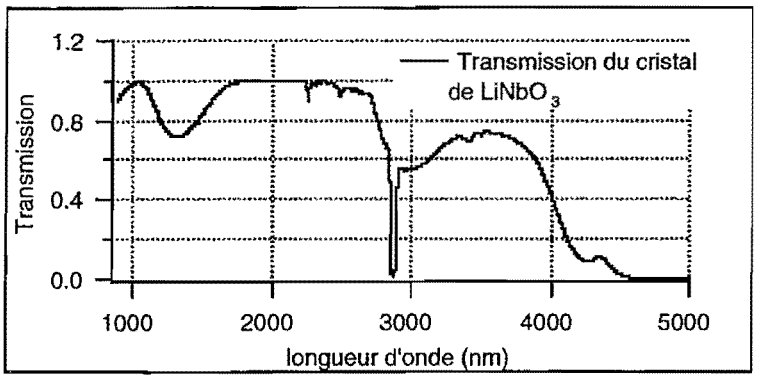


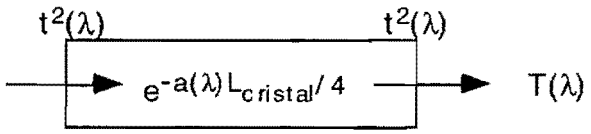
Figure III-(13) : Transmission du cristal de $LiNbO_3$ entre 900 et 5000 nm.

De la courbe de transmission précédente, nous mesurons les transmissions en énergies aux trois longueurs d'onde, elles sont égales à :

$$T_{complémentaire} = 70{,}6\ \%;\ T_{signal} = 87{,}3\ \%\ \text{et}\ T_{pompe} = 99{,}3\ \%.$$

Les valeurs des transmissions du cristal pour les ondes signal et complémentaire impliquent que les hypothèses précédentes concernant la transparence du cristal ne sont pas justifiées. Ne connaissant ni l'absorption ni les coefficients de transmission des faces d'entrée et de sortie du cristal aux différentes longueurs d'onde, nous allons chercher la meilleur combinaison absorption-transmissions des faces permettant d'obtenir la transmission mesurée pour chaque longueur d'onde. La transmission en énergie, pour une longueur d'onde donnée, est liée aux transmissions des faces en amplitude (en supposant le même traitement sur les deux faces) et aux absorptions en énergie du cristal par la relation :

$t(\lambda) = T(\lambda)^{1/4} \exp\left(\frac{a(\lambda)L_{cristal}}{4}\right)$ avec λ la longueur d'onde, $t(\lambda)$ la transmission aux interfaces cristal-air, $T(\lambda)$ la transmission en énergie mesurée, $a(\lambda)$ l'absorption en énergie de l'onde et $L_{cristal}$ la longueur du cristal. Le schéma ci-après permet de comprendre la relation.



$T(\lambda)$ est la transmission en énergie de l'onde, $t(\lambda)$ sont les transmissions en amplitude de l'onde aux interfaces d'entrée et de sortie du cristal, $a(\lambda)$ est l'absorption de l'onde en énergie et L est la longueur du cristal.

Dans la recherche du meilleur jeu de paramètres, nous pouvons définir un domaine limite pour la tansmission et l'absorption. Le coefficient de transmission minimal correspond à une absorption nulle, son expression est donc égale à : $t_{min} = T^{1/4}$.

De même l'absorption maximale (correspondant à t = 1) est donnée par l'expression suivante :

$$a_{max}(\lambda) = -\frac{1}{2L}\ln\left(T(\lambda)\right).$$

Nous obtenons donc le tableau III-(2) suivant :

	pompe	signal	complémentaire
tmin	0,9666	0,9982	0,9166
a_{max} (cm^{-1})	2,4 %	0,12 %	6,3 %

Tableau III-(2) : Tableau donnant les valeurs minimales des coefficients de transmission en amplitude de chaque face du cristal et les valeurs maximales des coefficients d'absorption en enérgie maximale des ondes pompe, signal et complémentaire dans le cristal. Les valeurs sont obtenues en mesurant la transmission globale du cristal et en utilisant les relations ci-dessus.

D'après les références [Nikogosyan] [Dmitriev], l'absorption du cristal est faible [46](a < 1% cm^{-1}) pour des longueurs d'onde inférieures à 3,5 µm. Par conséquent, nous pouvons supposer que les valeurs des transmissions mesurées sont essentiellement dues aux pertes par réflexions sur les faces d'entrée et sortie. Finalement, le meilleur jeu de paramètres vérifiant la faible absorption du cristal et respectant les limites données du tableau ci-dessus, est le suivant :

$a_{pompe} = 0{,}15$ % cm^{-1} $\qquad$ $t_{pompe} = 96{,}86$ %

$a_{signal} = 0{,}12$ % cm^{-1} $\qquad$ => $\qquad$ $t_{signal} = 99{,}99$ %

$a_{complémentaire} = 0{,}50$ % cm^{-1} $\qquad$ $t_{complémentaire} = 92{,}30$ %.

Ces valeurs "arbitraires" des coefficients justifient la seule utilisation de la méthode d'intégration basée sur l'approche classique. Ceci étant dit, nous poursuivons la caractérisation de l'OPO par celle des miroirs.

III-2-2-2-3] Caractérisation des miroirs d'entrée et de sortie

Les miroirs d'entrée et de sortie ont été caractérisés. Le miroir est hautement réfléchissant entre 1,55 µm et 1,60 µm, il réfléchit donc entièrement l'onde signal, $R_{signal} > 99$ %. À la longueur d'onde

[46] La notation utilisée est celle trouvée dans de nombreux ouvrage, on a évidemment 1 % cm^{-1} = 1 m^{-1}.

de la pompe, il présente une transmission en énergie de 89,13 %. En supposant les pertes par absorption négligeables, le coefficient de reflexion est à peu près de $R_{pompe} \approx 11$ %.
Des mesures supplémentaires réalisées par Thomson LCR montrent que le miroir d'entrée présente un coefficient de reflexion égale à $R_{complémentaire} = 10$ %; nous verrons que cette propriété est utilisée afin de réaliser l'injection par ce miroir.

Le miroir de sortie est hautement réfléchissant à la longueur d'onde de la pompe (permettant un recyclage de la pompe), $R_{pompe} > 99$ %. Il présente un coefficient de reflexion d'environ $R_{signal} = 90$ % à la longueur d'onde signal et un coefficient de reflexion d'environ $R_{complémentaire} = 13$ % à celle du complémentaire.

Nous avons ainsi caractérisé le cristal, les lasers de pompe et d'injection, les miroirs d'entrée et de sortie de l'OPO, et les paramètres géométriques de la cavité. Nous présentons au paragraphe suivant un schéma de l'expérience.

III-2-2-2-4] Schéma général

Le schéma ci-après présente le montage général (figure III-(14)) :

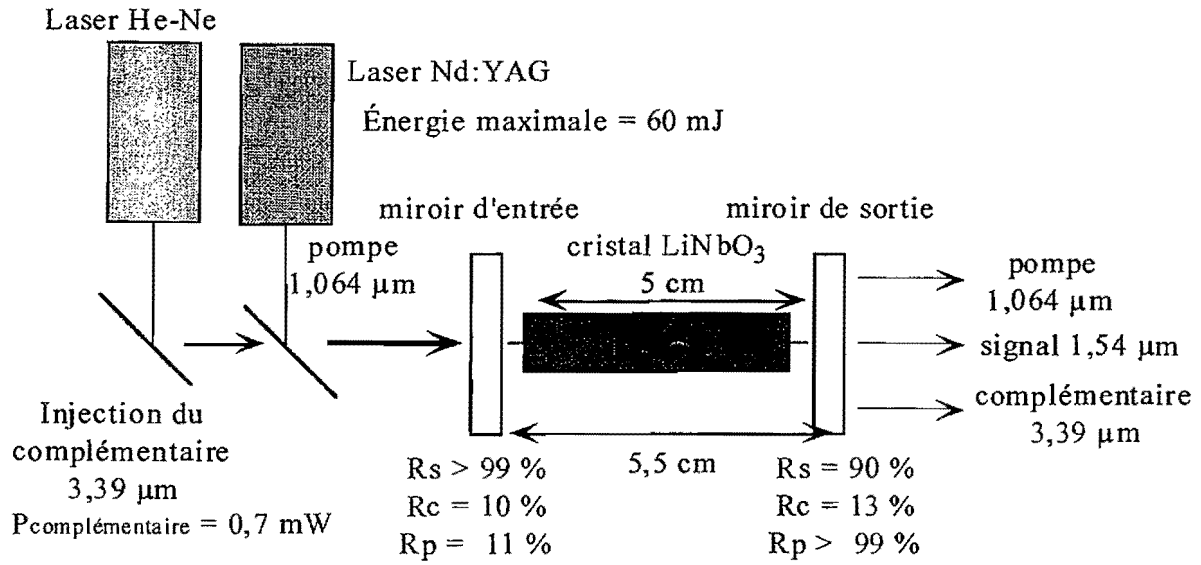


Figure III-(14) : Schéma général de l'OPO injecté. Le laser de pompe est un Nd:YAG à 1064 nm. Le laser d'injection est un He-Ne continu de puissance 0,7 mW émettant à 3,39 µm.

III-2-2-2-5] Énergies, rendements de conversion et profils spatiaux et temporels

Nous présentons les résultats des mesures expérimentales effectuées par Thomson (figure III-(15)). Le graphe ci-après représente l'évolution des énergies signal et complémentaire lorsque l'OPO est injecté ou non.

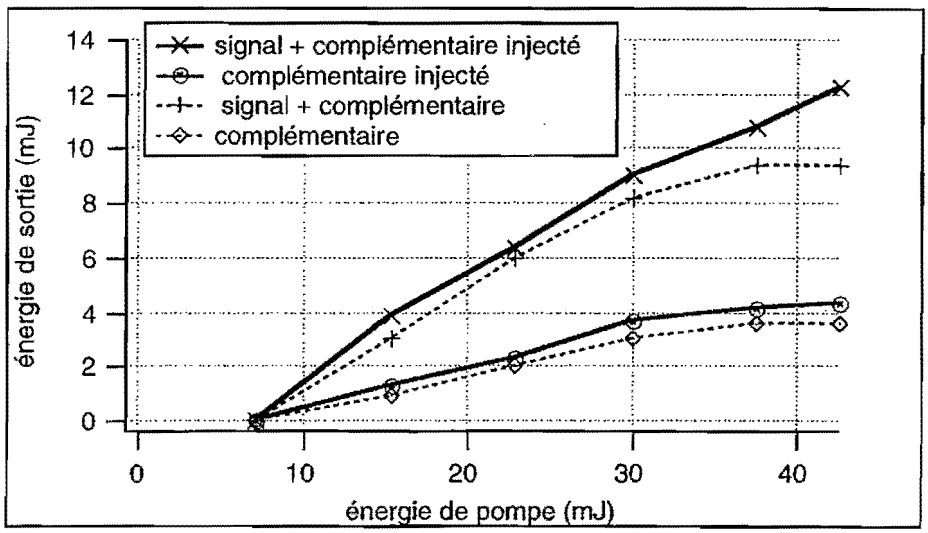


Figure III-(15) : Évolution de l'énergie des ondes signal et complémentaire en sortie en fonction de l'énergie de la pompe en entrée. Les notations sont les suivantes :

'signal + complémentaire injecte' :x <-> énergie totale signal plus complémentaire lorsque l'OPO est injecté;

'signal + complémentaire' : o <-> énergie totale signal plus complémentaire lorsque l'OPO n'est pas injecté;

'complémentaire injecte' : + <-> énergie complémentaire lorsque l'OPO est injecté;

'complémentaire' : ◊ <-> énergie complémentaire lorsque l'OPO n'est pas injecté.

Le premier point d'intérêt est le seuil d'oscillation. Aussi surprenant que cela puisse paraître, la puissance de pompe nécessaire pour atteindre le seuil d'oscillation paramétrique est identique avec et sans injection, elle est d'environ 7 mJ. Classiquement, l'injection a pour effet de diminuer le seuil d'oscillation puisque le mode injecté démarre avec un niveau d'énergie plusieurs ordres de grandeur supérieur aux modes non-injectés et permet donc de favoriser le mode injecté. En fait, si l'on y regarde de plus près, les coefficients de réflexion des miroirs (de l'ordre de 10 %) et la transmission du cristal à la longueur d'onde du complémentaire (70 %) font que cette onde ne résonne pas dans la cavité. Si l'on ajoute à cela le fait que l'on ne sait pas si la longueur d'onde du laser correspond à un mode de cavité (ce qui est très peu probable) et que si elle y correspond, elle a peu de chance d'être le mode "voyant" le désaccord de phase le plus proche de zéro, on comprend la non-diminution du seuil d'oscillation. L'injection n'est donc pas optimisée voire non réussie.

Le second point concerne l'énergie en sortie. Les valeurs obtenues avec injection sont toujours légèrement supérieures à celles mesurées sans injection. Le seul écart notable est pour la dernière

valeur de l'énergie de pompe. L'injection, nous l'avons déjà mentionné, n'est pas optimisée mais elle permet donc tout de même de délivrer plus d'énergie signal et complémentaire en sortie. Cela signifie qu'elle favorise tout de même un ou plusieurs modes au démarrage de l'oscillation et, par conséquent, qu'elle limite le gain paramétrique disponible pour les autres modes non-injectés.

Le laser de pompe étant multimode, nous n'avons pas essayer de simuler l'OPO non-injecté puisque cela ajoutait encore des choix arbitraires sur la puissance des ondes signal et complémentaire. Nous nous sommes concentrés sur l'étude de l'OPO injecté par l'onde complémentaire en utilisant la méthode d'intégration classique. Seule la méthode classique a été utilisée à cause de l'incertitude sur les mesures concernant les réflexions des miroirs, et sur le choix "arbitraire" des absorptions. En effet, les résultats obtenus avec les deux méthodes se chevauchent et rendent inutile l'utilisation de la méthode affinée plus lente et plus gourmande en espace mémoire vive et dure.

Nous obtenons le graphe (figure III-(16)) suivant sur lequel sont représentées les énergies de sortie du signal et du complémentaire expérimentales et numériques.

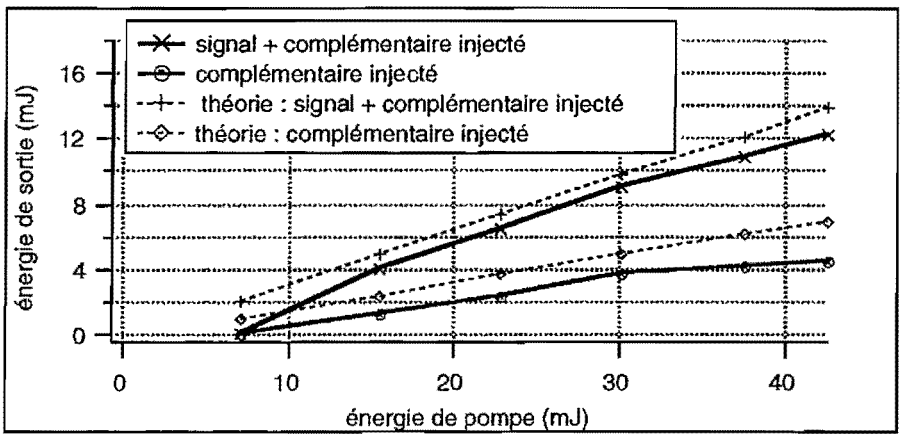


Figure III-(16) : Comparaison théorie-expérience de l'évolution de l'énergie des ondes signal et complémentaire en sortie en fonction de l'énergie de la pompe en entrée lorsque l'OPO est injecté à la longueur d'onde du complémentaire.

Afin de faciliter l'interprétation des résultats, nous présentons la différence entre les énergies mesurées et théoriques ainsi que la comparaison entre les rendements de conversion (figures III-(17) et (18)).

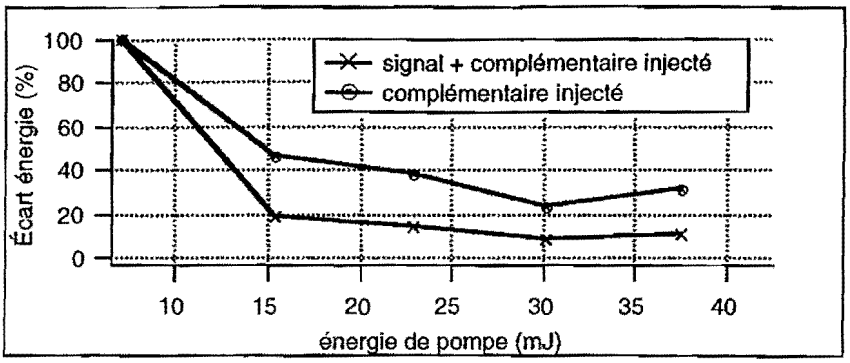


Figure III-(17) : Évolution de la différence d'énergie en % entre les prévisions théoriques et les mesures expérimentales.

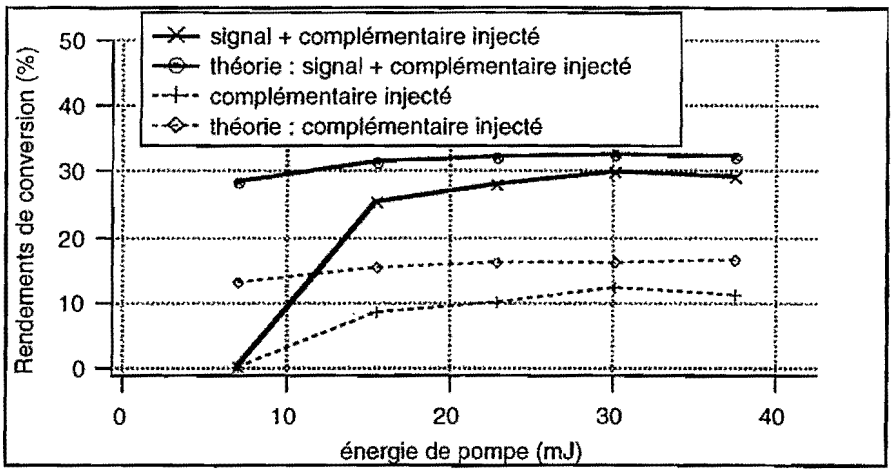


Figure III-(18) : Comparaison théorie-expérience sur l'évolution des rendements de conversion lorsque l'OPO est injecté à la longueur d'onde du complémentaire.

La comparaison s'effectue sur trois points, le seuil d'oscillation, l'énergie maximale et le rendement de conversion.

Le seuil d'oscillation expérimental est de 7 mJ. Pour cette valeur de l'énergie de la pompe, l'énergie du complémentaire seul prévue par le modèle est déjà de 0,9 mJ et celle des deux ondes signal plus complémentaire est de 2 mJ. Le seuil théorique est beaucoup plus bas vers 1,5 mJ de pompe en entrée.

Le second point concerne l'énergie maximale disponible en sortie de l'oscillateur à la longueur d'onde signal ou complémentaire. L'accord entre les prévisions et les mesures, une fois le problème du seuil considéré, est d'environ 30 %. Nous ne pouvons plus écrire que l'accord est correct.

Le troisième point est le rendement de conversion, c'est-à-dire, le rapport entre l'énergie en sortie et l'énergie de la pompe en entrée. Lorsque l'énergie de pompe est de 30 mJ, le rendement de conversion approche expérimentalement les 12,5 % correspondant à un rendement quantique d'environ 18 % (un photon complémentaire est créé pour 5 photons de pompe). Au delà de cette énergie de pompe,

le rendement décroît. D'un point de vue numérique, le rendement est légèrement supérieur, il vaut 16 % et correspond à un rendement quantique de 23 %. Si les rendements sont comparables, nous n'observons pas de décroissance du rendement théorique lorsque l'énergie de la pompe croît. Théoriquement, donc, les éclairements dus aux ondes signal et complémentaire ne sont pas suffisamment élevés pour permettre la recombinaison inverse en onde pompe. Ceci est donc un point de divergence supplémentaire de fonctionnement entre les mesures et les prévisions.

Pour résumer, nous avons donc simulé trois expériences. La première simule une cavité OPO en anneau, dont tous les paramètres sont connus. La comparaison entre les mesures expérimentales et les prévisions théoriques est correcte avec l'utilisation de la méthode classique et bonne avec la méthode affinée. Les deux suivantes simulent un OPO en cavité linéaire, et ne vérifient plus exactement les hypothèses du modèle concernant la monochromaticité des longueurs d'onde présentes. Les comparaisons entre les prévisions théoriques et les mesures expérimentales sont, dans l'ensemble, correctes, le seul problème réside dans le seuil d'oscillation sous-estimé par le code de simulation.

Les résultats obtenus par les simulations nous ont poussé à réaliser notre propre OPO affiné spectralement. Pour cela, nous avons envisagé une nouvelle technique basée sur l'insertion intracavité d'un cristal photoréfractif. Le chapitre suivant décrit l'aspect théorique permettant d'expliquer l'effet d'affinement spectral attendu.

III-3] Affinement spectral d'une source cohérente (laser ou OPO) par insertion intracavité d'un cristal photoréfractif

III-3-1] Introduction

Dans la partie théorique portant sur l'affinement spectral des OPO (paragraphes I-3-3-3 et I-3-3-4), nous avons signalé les techniques couramment utilisées pour réduire le spectre des OPO. Ces techniques proviennent directement des études portant sur l'affinement des lasers. Il s'agit de l'injection à la même longueur d'onde et de l'insertion dans la cavité résonnante d'un élément passif sélecteur en fréquence. Par passif, on entend que l'élément ne consomme pas d'énergie. Il est généralement optimisé pour fonctionner à une longueur d'onde précise. Pour une fréquence différente, son efficacité diminue créant ainsi plus de pertes. Ces éléments sont le plus souvent des réseaux ou des étalons Fabry-Pérot. Nous avons souligné les avantages et les inconvénients des deux méthodes. L'une nécessite deux sources cohérentes, l'autre entraîne une diminution de l'énergie de sortie.

La nouvelle approche que nous présentons ici consiste à insérer non pas un élément passif mais un élément actif. Il s'agit d'un cristal photoréfractif de $BaTiO_3$. Nous allons décrire rapidement les effets présents lorsque celui est placé dans une cavité linéaire de type Fabry-Pérot.

III-3-2] Présentation de l'effet photoréfractif

L'effet photoréfractif, comme son nom l'indique, correspond à une variation de l'indice de réfraction d'un matériau soumis à un éclairement non uniforme. Il a été découvert en 1966 par Ashkin et ses collaborateurs. Ils ont observé la variation de l'indice de réfraction d'un cristal de $LiNbO_3$ lorsque celui-ci est éclairé par une source laser. D'abord considéré comme indésirable lors du doublage de fréquence, il a été par la suite considérablement étudié. Une des principales différences entre l'effet photoréfractif et les autres phénomènes non-linéaires est qu'il ne peut être décrit de manière classique par une susceptibilité non-linéaire, en effet, la variation d'indice en régime stationnaire est indépendante de l'éclairement de la lumière. Le principe de l'effet photoréfractif est aujourd'hui bien connu, sa description se fait par l'intermédiaire de deux phénomènes qui interviennent successivement dans le matériau illuminé. Il s'agit de la photoconductivité et de l'effet électro-optique.

Alors qu'un cristal photoréfractif est isolant dans le "noir", il devient conducteur lorsqu'il est éclairé et ce sur une plage de longueurs d'onde correspondant à son domaine de transparence. On dit que le cristal photoréfractif est photoconducteur. Si l'éclairement n'est pas uniforme alors la photoconduction assure une excitation optique et une redistribution des charges libres (électrons ou trous) entre les niveaux des pièges situés dans la bande interdite du matériau.

Le cristal photoréfractif est aussi le siège d'un effet électro-optique linéaire (effet Pockels). La redistribution des charges électriques due à l'effet photoconducteur engendre l'apparition d'un champ de charge d'espace différent du champ initial. Par effet électro-optique, le champ créé entraine une modulation de l'indice de réfraction. Si l'éclairement est sinusoïdal et résulte de l'interférence entre deux faisceaux cohérents entre eux, les deux faisceaux en question diffractent sur le réseau de phase créé et échange de l'énergie. Ce processus de transfert d'énergie est à l'origine de l'application et des expériences que nous avons développées. En effet, sous certaines conditions à définir, il peut en résulter un affinement du spectre d'émission de la source cohérente.

Nous résumons le processus physique de l'effet photoréfractif par le schéma suivant (figure III-(19)):

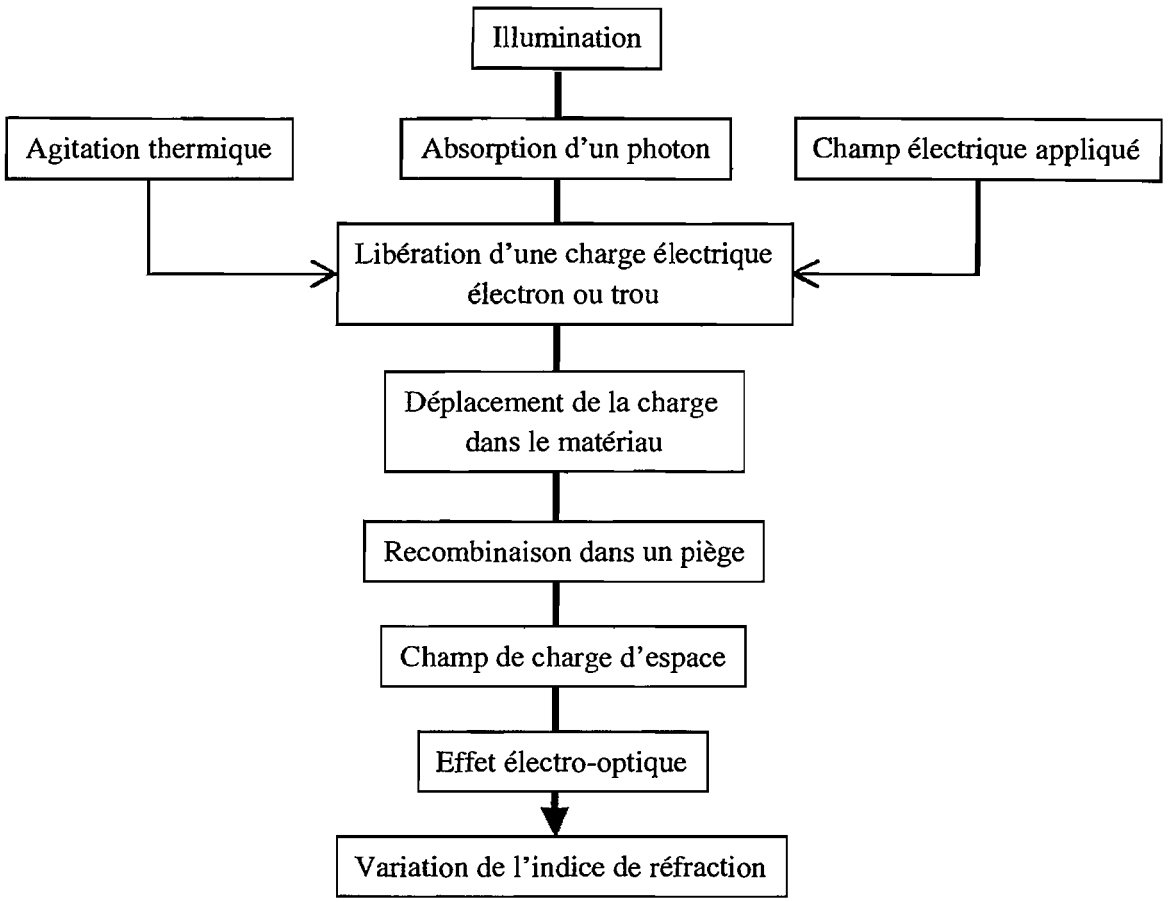


Figure III-(19) : Schéma présentant les processus successifs intervenant dans l'effet photoréfractif.

Nous traitons sur un exemple les différentes étapes qui permettent, à partir d'une répartition de l'éclairement, d'arriver à celle de l'indice de réfraction. Si l'on suppose que deux champs électriques à la même fréquence interférent dans le cristal photoréfractif alors la modulation de l'éclairement I(x) est sinusoïdale. La diffusion des électrons par agitation thermique permet à ceux-ci de se déplacer dans le matériau. Les électrons se concentrent dans les régions où l'éclairement est minimal (à cause de la force de Coulomb qui les repoussent dans les zones de plus faibles potentiels électriques). Ils sont ensuite "capturés" par les pièges. On obtient alors une nouvelle distribution de la charge électrique $\rho(x)$. Cette dernière crée (loi de Gauss) une distribution spatiale du champ électrique E(x) déphasée de $\pi/2$. Le déphasage provient de l'équation de Maxwell I-(1 d) div $\underline{D} = \rho$ et des propriétés des dérivées. Finalement, la variation de l'indice de réfraction est obtenue par effet électro-optique linéaire à partir du complexe conjugué du champ électrique E(x)*; il présente donc un déphasage de $\pi/2$ par rapport à la répartition de l'éclairement. Ce **déphasage de $\pi/2$** est très important et est à l'origine de la possibilité de **transférer de l'énergie entre les deux champs incidents**. Nous détaillerons plus loin ce point.

Nous présentons ci-après les variations relatives de l'éclairement, de la densité volumique de charge électrique, du champ électrique de charge d'espace et de l'indice de réfraction (figure III-(20)):

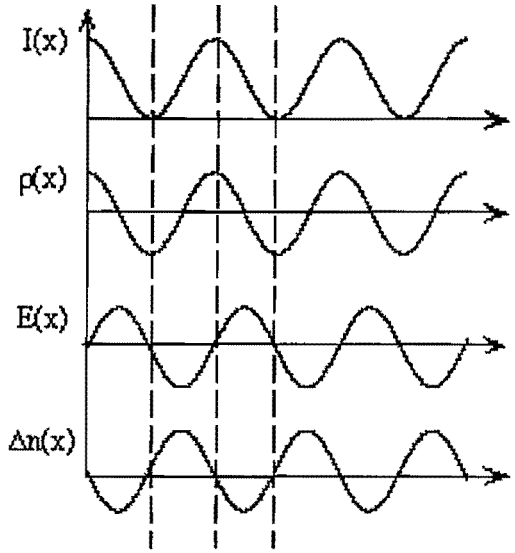


Figure III-(20) : Graphes présentant les variations de l'éclairement, de la densité de charge volumique électrique, du champ électrique de charge d'espace et de l'indice de réfraction. Le cristal est soumis à une variation sinusoïdale de l'éclairement I(x). Des charges d'espace libres (ici des électrons) se libèrent du réseau et par effet thermique diffuse dans le cristal. De par la force de Coulomb, ils se placent loin des maxima de l'éclairement. Cette distribution de charge donne naissance à une nouvelle distribution du champ électrique de charge d'espace. L'origine du déphasage de $\pi/2$ entre les deux distributions est lié à l'équation de maxwell div $\underline{D} = \rho$ qui une fois développée s'écrit : $dE/dx = \rho/\varepsilon$. Les propriétés de la dérivée explique alors la valeur du déphasage. Le dernier graphe présente les variations de l'indice de réfraction $\Delta n(x)$. Il est créé par effet électro-optique par le complexe conjugué du champ de charge d'espace $E^*(x)$. Il est déphasé de $\pi/2$ par rapport à l'éclairement I(x).

III-3-3] Équations et modèles simples de l'effet photoréfractif

Deux modèles ont été développés afin de rendre compte de la variation de l'indice dans les matériaux électro-optiques. Le premier est basé sur le transport par saut de la charge d'un site à un autre; il donne des résultats en accord avec les mesures mais nécessite le choix de fonctions "différences de potentiel" a priori inconnues et, qui dans les faits, sont très complexes. Le second modèle, développé par Kukhtarev et ses collaborateurs [Kukhtarev], est basé sur le "transport par bande". Ce modèle décrit le transport de la charge dans le cristal et considère que celui-ci s'effectue par l'intermédiaire de porteurs libres se déplaçant dans la bande de conduction et dans la bande de valence.

III-3-3-1] Bandes d'énergies dans un semi-conducteur (Rappel)

Dans un cristal parfait, les électrons sont soumis à un potentiel périodique et sont représentés par des fonctions d'onde périodiques de Bloch [Kittel]. Les niveaux d'énergies correspondants se répartissent dans des intervalles appelés "bandes permises" séparés par des "bandes interdites".

Les électrons présents dans le cristal remplissent d'abord les niveaux d'énergie les plus bas puis ceux d'énergies supérieures. Dans le cas d'un matériau semi-conducteur, le niveau de Fermi (qui correspond à la limite d'occupation) se situe entre les deux bandes.

À zéro Kelvin, toutes les bandes situées au dessous de cette limite sont pleines et toutes celles au dessus sont vides. La dernière bande pleine et la première bande vide porte respectivement les noms de "bande de valence" et "bande de conduction", leur énergie respective est donnée par E_V et E_C. L'écart entre les deux constitue la bande interdite et la valeur de l'énergie correspondante est E_G.

Lorsque la température n'est plus nulle et l'équilibre thermodynamique atteint, les électrons se répartissent en énergie selon la statistique de Fermi-Dirac. Certains d'entre eux peuvent acquérir une énergie suffisante pour passer de la bande de valence à celle de conduction. La conductivité est assurée par les électrons présents dans la bande de conduction et les électrons absents (trous) de la bande de valence.

Ces porteurs libres peuvent être créés par excitation thermique ou par absorption d'un photon lorsque le cristal est illuminé, c'est la photoconduction.

Le graphe ci-après (figure III-(21)) présente la probabilité d'occupation f(E) des niveaux d'énergie autour de la bande interdite de largeur E_G. E_C, E_V et E_F sont respectivement les niveaux d'énergie de la bande de conduction, de la bande de valence et du niveau de Fermi.

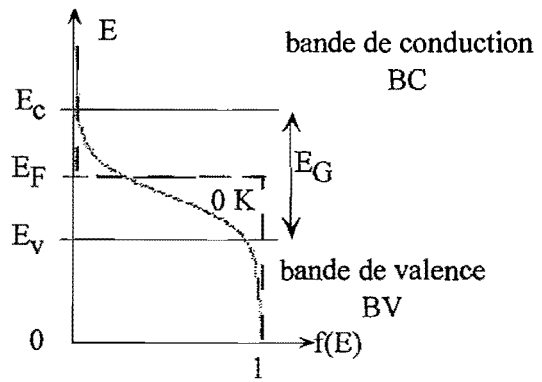


Figure III-(21) : Probabilité d'occupation des niveaux d'énergie autour de la bande interdite de largeur E_G.

Les cristaux photoréfractifs couramment utilisés absorbent des photons dans leur domaine de transparence. Pour expliquer cette absorption, il est nécessaire d'admettre la présence de centres

photoexcitables (défauts de maille ou impuretés) dans la bande interdite qui modifient localement les potentiels vus par les électrons et donc les niveaux d'énergies. Ces niveaux d'énergies discrets sont situés dans la bande interdite (niveau profond). Ils sont capables d'échanger des porteurs de charges avec la bande de valence ou la bande de conduction. Les impuretés ou les défauts peuvent exister naturellement dans la maille cristalline, mais il peuvent aussi être créés artificiellement en jouant sur le dopage du matériau.

III-3-3-2] Présentation du modèle de Kukhtarev

Différentes configurations sont possibles pour décrire l'effet photoréfractif selon que la photoconduction s'effectue par des électrons ou des trous (ou les deux ensembles) et selon le fait que des défauts de maille ou des impuretés présentes existent sous la forme de bandes.

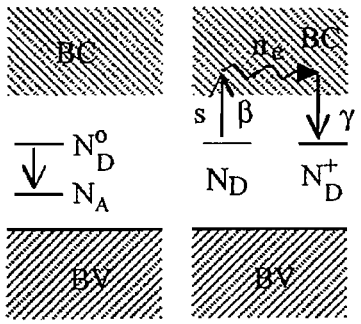
III-3-3-2-1] Hypothèses du modèle

Nous présentons le modèle développé par Kukhtarev et ses collaborateurs [Kukhtarev] en 1979. Ils font les hypothèses suivantes.

=> Il n'y a qu'un seul type de porteurs libres et ce sont des électrons.
=> Le cristal contient N_A accepteurs et N_D^o donneurs d'électrons par unité de volume avec l'inégalité $N_A << N_D^o$.
=> Les sites accepteurs sont remplis d'électrons "tombés" des sites donneurs et ne peuvent être ionisés.
À T = 0 K et en l'absence de champ électrique appliqué, chaque unité de volume du cristal contient N_A donneurs ionisés, N_A électrons sur les sites accepteurs et $N_D^o - N_A$ donneurs qui peuvent participer à l'effet photoréfractif.
=> Les électrons peuvent être excités thermiquement ou optiquement du niveau donneur vers la bande de conduction.

On pose n_e, N_D^+ et N_D respectivement la densité d'électrons en déplacement dans la bande de conduction, les donneurs ionisés et les donneurs non-ionisés. On a l'égalité suivante : $N_D + N_D^+ = N_D^o$. En revanche, N_D^+ n'est pas forcémment égale à n_e, pour deux raisons; certains donneurs perdent leurs électrons vers les accepteurs et les électrons peuvent migrer dans le cristal donnant des régions non-neutres électriquement.

La figure III-(22) représente les niveaux d'énergies et les populations.



Figures III-(22) : Représentation des niveaux d'énergies et des populations d'après le modèle de Kukhtarev et collaborateurs.
(gauche) : À T = 0 K et sans champ électrique extérieur, le cristal contient N_A donneurs ionisés, N_A électrons sur les sites accepteurs et N_D^o - N_A donneurs neutres d'électrons qui peuvent participer à l'effet photoréfractif par unité de volume.
(droite) : Les électrons peuvent être excités thermiquement ou optiquement. Certains passent dans la bande de conduction, se propagent et redescendent sur les sites donneurs ionisés.

III-3-3-2-2] Équations du modèle

Le but n'étant pas ici de refaire toute la démonstration mais simplement de présenter le modèle, nous donnons sans démonstration les principaux résultats. Les équations décrivant les variations des densités de populations sont :

$$\frac{\partial N_D^+}{\partial t} = (sI+\beta)\left(N_D^o - N_D^+\right) - \gamma n_e N_D^+ \qquad \text{III-(1)}$$

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} = \frac{\partial N_D^+}{\partial t} + \frac{1}{e}\left(\underline{\nabla}.\underline{j}\right) \qquad \text{III-(2)}$$

avec s est la section efficace de photoionisation, β est le taux d'ionisation thermique, γ est le taux de recombinaison, -e est la charge de l'électron, et $\underline{j}$ le vecteur densité de courant.

L'équation III-(1) traduit le fait que la concentration en donneurs ionisés augmente par ionisation thermique ou photoionisation d'un donneur non-ionisé et qu'elle décroît par recombinaison.

L'équation III-(2) traduit la conservation de la charge. On suppose que l'augmentation de la densité d'électron en déplacement dans la bande de conduction est due à l'ionisation des donneurs et au flux d'électrons dans la région.

La densité de courant $\underline{j}$ est donnée par la relation :

$$\underline{j} = n_e e \mu \underline{E} + \mu k_B T \underline{\nabla} n_e + \underline{j}_{ph} \qquad \text{III-(3)}$$

où μ est la mobilité électronique, $D = k_B T \mu / e$ est constante de diffusion, $\underline{j}_{ph}$ est la densité de courant photovoltaïque ou photogalvanique.

$$I = I_0\left[1 + m\cos\left(\underline{k}_R.\underline{r} + \psi\right)\right] \qquad \text{III-(5 b)}$$

avec m le taux de modulation réel donné par la relation :

$$m = |M| = 2\sqrt{I_1 I_2} / I_0. \qquad \text{III-(5 c)}$$

III-3-3-2-4] Résolution du système

Le système formé par les équations III-(1) à III-(4) est résolue en "injectant" un éclairement, par exemple celui décrit par les relations III-(5).

Lorsqu'un des deux faisceaux est beaucoup moins "intense" que l'autre, c'est-à-dire lorsque le taux de modulation m est très inférieur à 1, il est possible de développer toutes les quantités impliquées à l'ordre 1 sous la forme :

$$A\left(\underline{r},t\right) = A_0(t) + \frac{1}{2}\left(A_1(t)\, e^{i\left(\underline{k}_R.\underline{r}\right)} + c.c.\right), \qquad \text{III-(6)}$$

avec $A_0(t)$ et $A_1(t)$ respectivement les ordres 0 et 1 du développement.

Toute la dépendance spatiale est donc supposée contenue dans le terme exponentiel. De là, nous obtenons deux systèmes d'équations, l'un à l'ordre 0 et l'autre à l'ordre 1. La résolution à l'ordre 0 nous permet de calculer la densité moyenne d'électrons dans la bande de conduction, n_{e_0} ainsi que la densité moyenne de donneurs ionisés $N^+_{D_0}$. On injecte ensuite les expressions obtenues dans le système à l'ordre 1 et l'on obtient l'expression de champ électrique à l'ordre 1 :

$$E_1 = -i\left(\frac{sMI_0}{sI_0 + \beta}\right)\left(\frac{E_D}{1 + E_D / E_{k_R}}\right).$$

Si l'on suppose que l'éclairement est suffisamment élevé pour négliger le taux d'excitation thermique devant le taux de photoionisation soit $s\, I_0 >> \beta$, alors le champ à l'ordre 1 se simplifie et introduit le champ de charge d'espace E_{sc} :

$$E_1 = -iME_{sc} \text{ où } E_{sc} = \frac{E_D}{1 + E_D / E_{k_R}} \qquad \text{III-(7)}$$

avec $\underline{E}_D = \frac{\underline{k}_R k_B T}{e}$, $E_{k_R} = \frac{e}{\varepsilon_0 \varepsilon_{r,eff}^{stat} k_R} N_{eff}$ et $N_{eff} = \frac{N_A\left(N_D^0 - N_A\right)}{N_D^0}$.

- E_D est le champ de diffusion, champ maximal que l'on peut photoinduire par agitation thermique.
- E_{k_R} est le champ maximal que l'on peut photoinduire dans le matériau en redistribuant au mieux les électrons dans les centres profonds.
- N_{eff} est la densité effective des centres profonds; dans les conditions classiques, $N_A << N_D^0$ et par conséquent, $N_{eff} \approx N_A$.
- E_{sc} est le champ de charge d'espace.

III-3-3-2-5] Modulation de l'indice de réfraction dans le cristal

L'effet Pockels (électro-optique) intervient lorsqu'un champ électrique externe statique ou lentement variable par rapport à la fréquence optique modifie la dimension et l'orientation de l'ellipsoïde des indices. Cette déformation est proportionnelle au module du champ électrique et à sa direction. Le traitement classique consiste à effectuer un développement, en puissance du champ électrique, du tenseur d'imperméabilité $\eta = n^{-2}$, la variation du tenseur s'écrit au premier ordre :

$\Delta\eta_{ij} = r_{ijk} E_k$, avec i, j et k égaux à 1, 2 et 3.

Pour déterminer le gain photoréfractif, nous n'utilisons pas la modulation du tenseur d'imperméabilité mais plutôt la modulation du tenseur de permittivité diélectrique relative $\Delta\varepsilon_{r,ij}$. Le lien entre les deux tenseurs est donné par la relation suivante :

$$\Delta\varepsilon_{r,il} = -\varepsilon_{r,ik}\, \Delta\eta_{kj}\, \varepsilon_{r,jl} = -\varepsilon_{r,ik}\, r_{kjm} E_m\, \varepsilon_{r,jl}. \qquad \text{III-(8)}$$

Remarque : La relation précédente est obtenue en partant de l'égalité : $\eta_{ij} = \left[\frac{1}{n^2}\right]_{ij}$. On a donc la relation suivante : $\varepsilon_{r,ik}\, \eta_{kj} = \delta_{ij}$. Il suffit ensuite de dériver cette expression et de multiplier à droite par ε_{jl} pour obtenir l'égalité III-(8).

La valeur de la permittivité diélectrique modifiée est alors donnée par l'expression :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}_{\eta[\text{réseau}]} = \underline{\underline{\varepsilon}}_{r0} + \underline{\underline{\varepsilon}}_{\eta[\underline{E}_0]} + \underline{\underline{\varepsilon}}_{\eta[\underline{E}_1]} \quad \text{où } \underline{\underline{\varepsilon}}_{r0} \equiv n_0^2 \text{ et } \underline{\underline{\varepsilon}}_{\eta[\underline{E}_0=0]} = 0 .$$

En utilisant la définition III-(8), nous obtenons l'expression de $\underline{\underline{\varepsilon}}_{\eta[\underline{E}_1]}$:

$$\begin{aligned}\underline{\underline{\varepsilon}}_{\eta[\underline{E}_1]} &= \Delta\underline{\underline{\varepsilon}}_r = -\underline{\underline{\varepsilon}}_r\ \Delta\eta\ \underline{\underline{\varepsilon}}_r = -\underline{\underline{\varepsilon}}_r\ \underline{\underline{r}}\ \underline{E}_1\ \underline{\underline{\varepsilon}}_r \\ &= -n^4 r_{eff} E_{sc} e^{i\underline{k}_R\cdot\underline{r}} + c.c.\end{aligned} \qquad \text{III-(9)}$$

où l'on définit le coefficient électro-optique effectif r_{eff}.
À partir des relations III-(6), III-(7), III-(8) et III-(9), l'expression de la permittivité relative s'écrit :

$$\varepsilon_{\eta[\text{réseau}]} = n^2 + \frac{1}{2}\left[i M n^4 r_{eff} E_{sc}\, e^{i\underline{k}_R\cdot\underline{r}} + c.c.\right]. \qquad \text{III-(10)}$$

Cette modulation crée un réseau de phase sur lequel les ondes pompes contrapropageantes vont diffracter.

La présentation de l'effet photoréfractif que nous avons faite ici se borne au **régime stationnaire.** Nous avons donc supposé que le fonctionnement est stable et bien établi dans le temps. Une approche un peu plus générale consiste à étudier les processus qui interviennent au cours du temps. Chaque phénomène intervenant dans l'apparition de l'effet photoréfractif possède un temps caractéristique. Ainsi le champ de charge d'espace n'apparaît pas soudainement, son amplitude tend exponentiellement vers un état stationnaire caractérisé par une constante de temps τ_e. De manière réciproque, lorsque cesse l'illumination, le réseau inscrit s'efface avec une constante de temps τ_{noir}.

La modulation de la permittivité diélectrique permet aux deux ondes de se coupler dans le cristal photoréfractif.

III-3-3-2-6] Couplage d'ondes et gain photoréfractif

Les deux ondes pompes contrapropageantes diffractent sur le réseau phase inscrit dans le cristal photoréfractif. Le mode de diffraction d'une onde correspond à l'autre onde contrapropageante. Les deux ondes peuvent ainsi échanger de l'énergie. Nous présentons sur la figure III-(23) suivante deux schémas rappelant brièvement le principe de la diffraction de Bragg et le cas particulier des deux ondes contrapropageantes sur le cristal photoréfractif dans lequel est inscrit le réseau de Bragg :

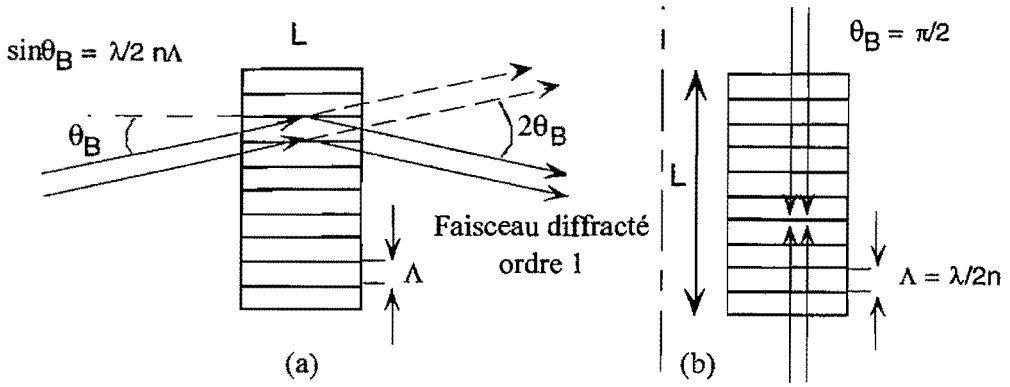


Figure III-(23) : (a) Rappel de la diffraction de Bragg et (b) cas particulier de la diffraction lorsque les deux ondes sont contrapropageantes, cas pour lequel $\theta_B = \pi/2$. Un faisceau dont l'angle d'incidence vérifie la relation de Bragg, à savoir $\sin\theta_B = \lambda/2\ n\ \Lambda$, diffracte dans l'ordre 1. Si $\theta_B = \pi/2$ alors $\Lambda = \lambda/2\ n$ et toutes les réflexions succesives des motifs du réseau sont en phase. Cette réflexion distribuée provoque un fort couplage.

Que se passe-t-il lorsqu'une onde est incidente sur un réseau de Bragg ? Elle voit un milieu dont l'indice varie périodiquement au cours de sa propagation. Par conséquent, elle est périodiquement réfléchie par le réseau ainsi formé. Si les interférences entre les différentes amplitudes réfléchies à chaque période sont en phase alors l'onde diffracte efficacement. Si les ondes ne sont plus en phase alors les interférences sont plus ou moins destructives. On montre [Saleh] que le coefficient de réflexion global est proportionnel à la fonction suivante :

$$r \propto \mathrm{sinc}\left[\left(\frac{1}{\Lambda} - \frac{2n}{\lambda}\sin\theta\right)L\right]$$

avec $\mathrm{sinc}(x) = \frac{\sin \pi x}{\pi x}$, Λ la longueur d'onde du réseau, n l'indice moyen, θ l'angle d'incidence sur le réseau et λ la longueur d'onde lumineuse. r est maximum pour $\sin\theta_B = \lambda_B/2\ n\ \Lambda$. Si la longueur d'onde varie et que l'angle d'incidence reste constant, r décroit jusqu'à 0. L'écart en longueur d'onde est donné par la relation suivante :

$$\Delta\lambda_{Bragg} = \frac{\Lambda}{L}\lambda_B = \frac{\lambda_B^2}{2nL} \quad \text{lorsque } \theta_B = \pi/2.$$

Le réseau de Bragg inscrit dans le cristal limite donc le domaine de longueur d'onde d'émission de la source laser ou OPO aux longueurs d'onde comprises entre celle inscrivant le réseau et celle défini par la relation précédente.

Revenons au couplage entre les deux ondes contrapropageantes. Pour quantifier l'échange et afin d'introduire le gain photoréfractif analogue à un coefficient de couplage entre les ondes, nous cherchons à établir les équations définissant le couplage. Pour cela, nous démarrons de l'équation I-(13) en supposant la densité de courant nulle ainsi que la polarisation non-linéaire. Nous avons donc :

$$\underline{\nabla} x \underline{\nabla} x \left(\underline{E}_{p1} + \underline{E}_{p2}\right) = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\underline{\underline{\varepsilon}}_{\Pi[\text{réseau}]}\left(\underline{E}_{p1} + \underline{E}_{p2}\right)\right).$$

Le développement de la relation précédente amène à un système de deux équations caractérisant la propagation et les échanges d'énergie des ondes pompes 1 et 2 (respectivement aller et retour). En utilisant la définition de l'éclairement I-(5), nous avons :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial I_1}{\partial z} = -\Gamma \dfrac{I_1 I_2}{I_1 + I_2} \\ \dfrac{\partial I_2}{\partial z} = -\Gamma \dfrac{I_1 I_2}{I_1 + I_2} \end{cases} \qquad \text{III-(11)}$$

avec pour définition du gain photoréfractif :

$$\Gamma = \frac{\omega n^3}{c} r_{eff} \, \mathrm{Re}\left(E_{sc}\right) \qquad \text{III-(12)}$$

où ω est la pulsation propre du champ électrique, n l'indice de réfraction moyen (non modulé), c la célérité de la lumière dans le vide, r_{eff} le coefficient électro-optique défini par la relation III-(9) et E_{sc} le champ de charge d'espace défini par la relation III-(7). $\mathrm{Re}(E_{sc})$ désigne la partie réelle de E_{sc}.

Remarque : Dans les relations III-(5) intervient le taux de modulation. Dans la pratique, il tient un rôle très important dans le développement des solutions. Dans les expériences de couplage d'ondes ou de conjugaison de phase auto-pompée avec des faisceaux copropageants, il reste très inférieur à 1 et par conséquent on peut effectuer les développements précédents [Huot]. La configuration dans laquelle nous sommes est différente. Nous travaillons en faisceaux contrapropageants et le faisceau contrapropageant est atténué d'un facteur égal au coefficient de réflexion R du miroir de sortie. Dans nos expériences, R est généralement de l'ordre de 0,7 ce qui correspond à une valeur du taux de modulation m = 0,98; l'approximation précédente n'est donc absolument plus justifiée. À cela s'ajoute le fait que le faisceau propageant perd de l'énergie dans le sens des z croissants et le faisceau contrapropageant gagne de l'énergie vers les z décroissants. Les éclairements des deux faisceaux varient dans le même sens et par conséquent, le taux de modulation est à peu près constant sur la longueur du cristal. Il s'en suit que le gain photoréfractif que nous avons défini précédemment est modifié, on montre théoriquement que sa nouvelle valeur est $\Gamma' = 2\,\Gamma$ [Huot]. Cependant, le doublement du gain photoréfractif n'a jamais été observé expérimentalement et, par conséquent, nous faisons le choix de ne pas en tenir compte par la suite.

La résolution du système III-(11) permet de définir le coefficient de reflexion effectif du composant photoréfractif en fonction du gain photoréfractif et du coefficient de réflexion du miroir de sortie. Ce dernier est défini comme le rapport des éclairements des faisceaux aller et retour à l'entrée du cristal.

$$R_{eff} = \frac{I_{p2}(0)}{I_{p1}(0)} = \frac{-\alpha + \sqrt{\alpha^2 + 4}}{\alpha + \sqrt{\alpha^2 + 4}} \text{ avec } \alpha = (1 - R)\sqrt{\frac{e^{-\Gamma L_{cristal}}}{R}}.$$

On peut donc représenter l'évolution de R_{eff} en fonction du coefficient de reflexion du miroir de sortie R (figure III-(24)) :

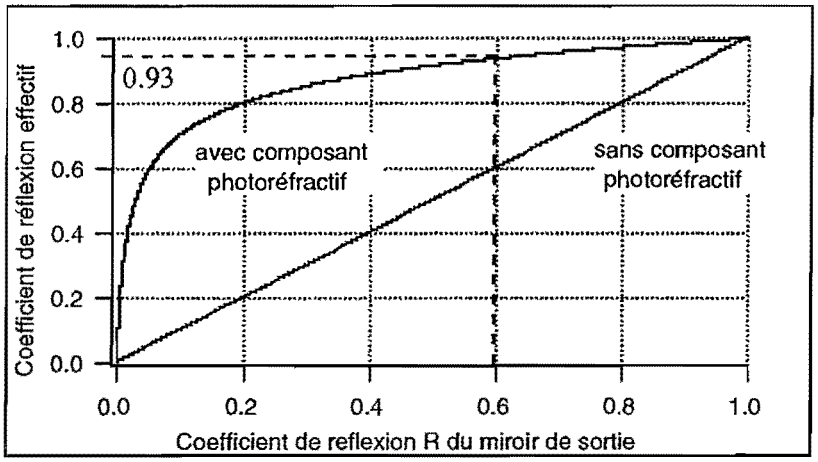


Figure III-(24) : Évolution du coefficient de réflexion effectif R_{eff} égal au rapport de l'éclairement de la pompe en retour par l'éclairement de la pompe en entrée du cristal, en fonction du coefficient de réflexion R du miroir de sortie.

Dans le cas présenté ci-dessus, pour une valeur de R = 60 %, le coefficient de réflexion effectif est de 93 % pour un gain photoréfractif dans le cristal de $BaTiO_3$ égal à $\Gamma = 6$ cm^{-1}. Nous verrons plus loin l'origine de cette dernière valeur.

Comment évolue le coefficient de réflexion effectif en fonction de la longueur d'onde ? Autrement dit, quelle est la sélectivité en longueur d'onde du processus ? Pour répondre à cette question, Nicolas Huot a modélisé le Fabry-Pérot formé par l'ensemble miroir de sortie-cristal. Il considère que le cristal a une épaisseur l, qu'il est placé à la distance d du miroir de sortie. En tenant compte des conditions aux limites des champs électrique et magnétique pompes aller et retour sur le miroir de sortie, il exprime le coefficient de réflexion effectif en fonction de la longeur d'onde. Le programme qui a permis de tracer la courbe suivante a été réalisé par Laurent Meihlac du groupe MANOLIA[47] du Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique.

Dans le cas d'un cristal de $BaTiO_3$ dopé au cobalt, taillé à 45°, d'épaisseur 2 mm, présentant un gain $\Gamma = 5{,}8$ cm^{-1}, et placé à 3 cm du miroir de sortie de coefficient de réflexion égal à 60 %, on obtient le profil suivant (figure III-(25)) :

[47] MANOLIA (MAtériaux NOn-LInéaires et Applications), ex Groupe des Non-Linéarités Photoréfractives.

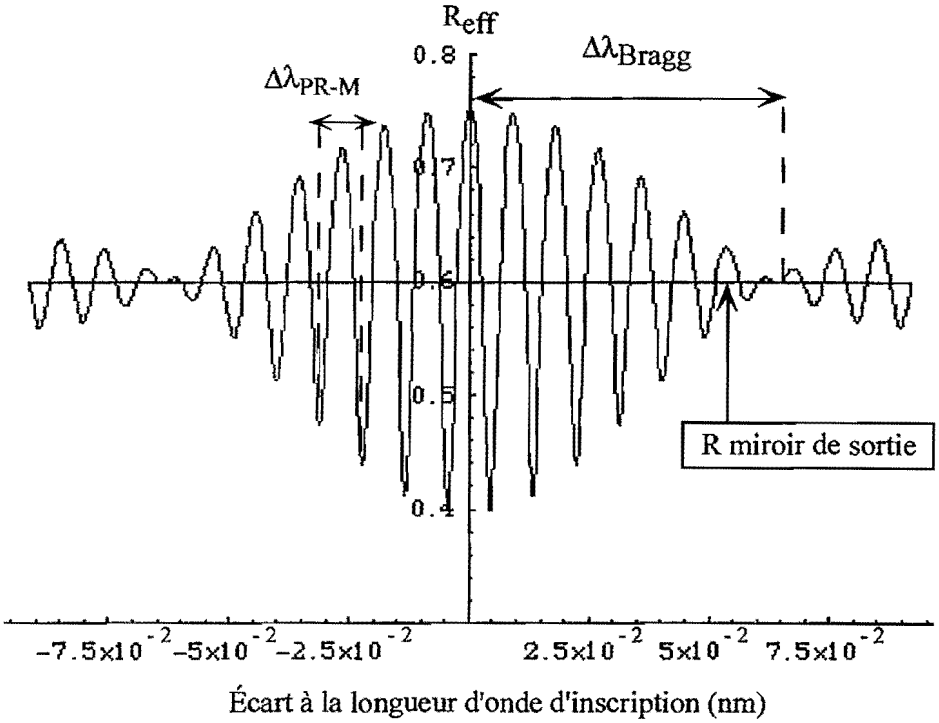


Figure III-(25) : Représentation de l'évolution du coefficient de réflexion effectif en fonction de l'écart à la longueur d'onde.

La figure montre une enveloppe caractéristique de la sélectivité de Bragg du réseau. La largeur correspondante correspond bien à la largeur de Bragg : $\Delta\lambda_{Bragg} = \frac{\lambda^2}{2nl} \approx 0{,}063\,\text{nm}$ obtenue avec $n = 2{,}2$, $l = 4$ mm et $\lambda = 1064$ nm.

À cela s'ajoute la modulation à l'intérieur de l'enveloppe de période $\Delta\lambda_{PR-M} = \frac{\lambda^2}{2d} \approx 0{,}01\,\text{nm}$ correspondant à l'intervalle spectral libre du Fabry-Pérot formé par le miroir de sortie et le cristal distants de 5,5 cm. Ainsi, plus le miroir de sortie et le cristal sont distants, plus la période des oscillations est courte et inversement.

Pour la longueur d'onde de la source ou plus exactement pour le mode de cavité qui inscrit le réseau de Bragg, la valeur du coefficient de réflexion effectif est de 93 % pour R = 60 %. L'onde provenant de l'intérieur de la cavité diffracte sur le réseau et interfère constructivement avec l'onde réfléchie provenant du miroir de sortie. Le transfert d'énergie se fait vers l'intérieur de la "cavité" formée par le miroir d'entrée et le cristal photoréfractif, l'énergie s'accumule dans cette "cavité". Dire que les ondes interfèrent constructivement nécessite quelques précisions, en effet seuls les modes ayant inscrit un réseau peuvent interférer constructivement. De plus la compétition entre modes (due aux gains laser et photoréfractif) impliquent que les modes les plus "faibles" disparaissent plus ou moins

rapidement, leur réseau s'effaçant. Pour emprunter une expression anglaise, "the winner takes all", un seul mode oscille. Autrement dit, pour une longueur d'onde s'écartant légèrement de la longueur d'onde de Bragg, la reflectivité oscillent en commençant par décroître. Cette décroissance implique qu'un mode adjacent du mode fondamental de la cavité globale voit un coefficient de réflexion plus faible et par conséquent un gain moins important. La compétition entre modes tourne donc à l'avantage du mode auto-adapté à la cavité, c'est à dire à celui qui inscrit le réseau photoréfractif.

a contrario, il est intéressant de noter que si le composant photoréfractif est retourné de 180° pour présenter un gain de signe opposé (voir relations III-(12) et III-(9)), le mode fondamental est défavorisé à l'avantage des modes adjacents, le transfert d'énergie s'effectue vers l'extérieur de la cavité formée par le composant photoréfractif et le miroir d'entrée. Le coefficient de réflexion effectif diminue pour le mode inscrivant le réseau photoréfractif. Le ou les modes "forts" sont donc défavorisés au profit des modes "faibles". La source cohérente (laser ou OPO) présente alors un étalement du spectre d'émission, lorsque ce n'est pas une extinction périodique du laser par manque de gain. On obtient alors la courbe suivante (figure III-(26)) :

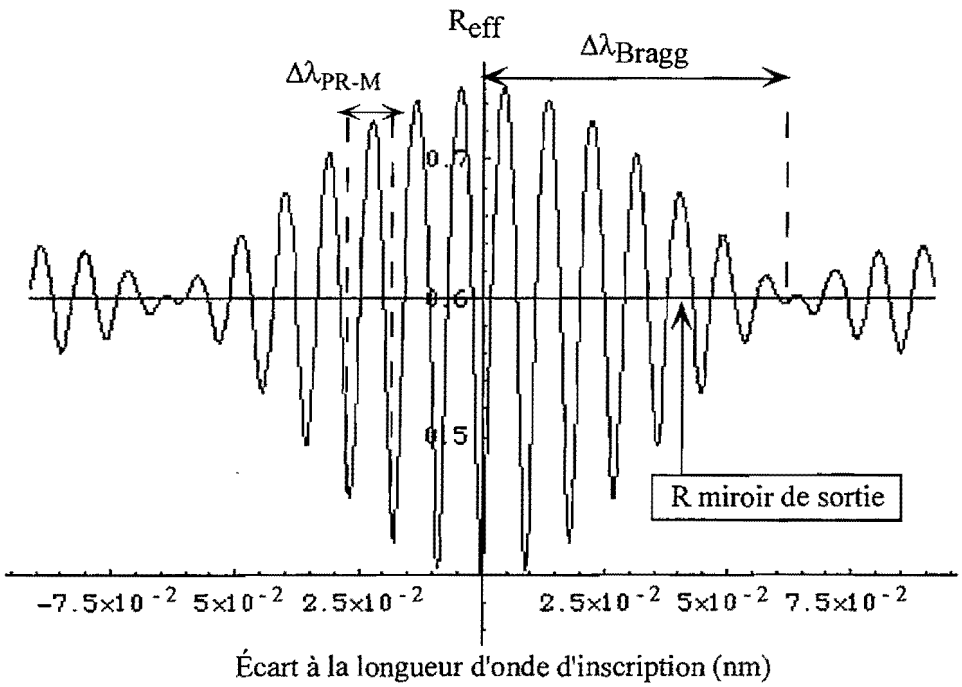


Figure III-(26) : Représentation de l'évolution du coefficient de réflexion effectif en fonction de l'écart à la longueur d'onde lorsque le cristal est retourné de 180° par rapport à la position pour laquelle il présente un gain positif. Le mode fondamental est défavorisé, le coefficient de réflexion effectif chute en dessous de 45 %. Le gain est transféré au modes adjacents impliquant par là un étalement possible du spectre d'émission.

Cette étude a permis de présenter le principe du composant. Il s'agit, comme l'écrit Nicolas Huot, d'un Fabry-Pérot auto-adaptable qui possède une sélectivité en longueur d'onde supérieure à celle de Bragg du réseau épais inscrit dans le cristal photoréfractif.

Une autre thèse développée dans le groupe MANOLIA est effectuée sur le sujet. Laurent Meihlac, le doctorant qui travaille sur le sujet, poursuit le développement et l'étude du fonctionnement d'un laser incluant ce composant. Les expériences sur les lasers continus que nous présentons dans les paragraphes suivants ont été réalisée grâce à une collaboration entre les deux groupes.

Avant de présenter les expériences, nous présentons rapidement le cristal photoréfractif avec lequel nous avons travaillé.

III-3-3-3] Cristal de $BaTiO_3$

Tandis qu'à haute température (T > 120°C) le cristal est cubique, à température ambiante, la maille cristalline se déforme et devient quadratique ($a = b \neq c$ et $\alpha = \beta = \gamma = \pi/2$) de classe 4mm. Il apparaît une polarisation spontanée $\underline{P_s}$ le long de l'axe $\underline{c}$ de la maille à cause du décentrement de l'ion Ti^{4+}. Le matériau est ferroélectrique. Le graphe suivant présente la maille cristalline à température ambiante (figure III-(27)):

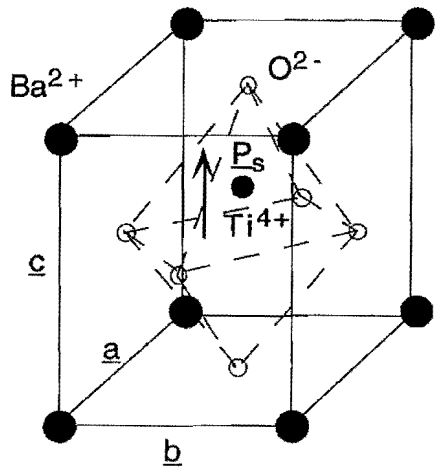


Figure III-(27) : Maille cristalline quadratique du cristal de $BaTiO_3$ à température ambiante. La déformation de la maille entraine l'apparition d'une polarisation $\underline{P_s}$ à cause du décentrement de l'ion Ti^{4+}. Le matériau est alors ferroélectrique.

En dessous de 6°C, le cristal change encore de symétrie pour devenir orthorhombique de classe mm2. Ce changement de phase est dramatique. En effet, si le cristal passe de la classe 4mm à la classe mm2 pour revenir à 4mm, il se dépolarise et présente de multiples domaines ferroélectriques. Il est possible de repolariser le cristal grâce à des électrodes mais cela est à éviter car on induit de fortes contraintes dans le cristal. Il est par conséquent impératif de la maintenir au dessus de 10°C.

En classe 4mm, le cristal est biréfringent uniaxe et présente les indices suivants à 780 nm [Huot]: indice ordinaire sur les axes a et b : $n_o \approx 2{,}37$, indice extraordinaire sur l'axe c : $n_e \approx 2{,}32$. Ces valeurs élevées des indices impliquent qu'il est nécessaire de déposer des couches antireflet si l'on veut placer le cristal dans la cavité.

Afin de caractériser l'effet photoréfractif, nous introduisons le tenseur contracté électro-optique d'ordre 3 r_{lk} :

$r_{1k} = r_{11k}$, $r_{2k} = r_{22k}$, $r_{3k} = r_{33k}$
$r_{4k} = r_{23k} = r_{32k}$, $r_{5k} = r_{13k} = r_{31k}$, $r_{6k} = r_{12k} = r_{21k}$.

À température ambiante et à $\lambda = 780$ nm, le tenseur électro-optique s'écrit :

$$\underline{\underline{r}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{33} \\ 0 & r_{42} & 0 \\ r_{42} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ avec les valeurs des coefficients compris entre : } \begin{cases} r_{13}^{T} = 10-12\,\text{pm/V} \\ r_{33}^{T} = 30-100\,\text{pm/V} \\ r_{42}^{T} = 750-1200\,\text{pm/V.} \end{cases}$$

Les valeurs présentées ci-dessus ne dépendent pas du dopant choisit, mais de la structure de la maille. Plusieurs dopants existent, nous avons utilisé deux dopants, le cobalt et le rhodium. Le dopage au rhodium augmente la sensibilité du cristal dans le proche infrarouge jusqu'à 1,06 µm. Nous utiliserons un cristal de $BaTiO_3$:Rh pour étudier l'affinement d'une cavité laser à base d'un cristal de Nd:YVO_4. Le dopage au cobalt rend le cristal plus sensible entre 480 et 800 nm. Nous utiliserons un cristal de $BaTiO_3$:Co lorsque nous travaillerons sur un laser à base d'un cristal de saphir dopé au titane et sur un OPO à base de KTP taillé pour émettre un signal à 800 nm.

Pour caractériser le spectre d'émission des sources laser et OPO, nous avons utilisé différents interféromètres de Fabry-Pérot. Afin de ne pas alourdir la lecture des chapitres consacrés à l'affinement des sources, nous présentons dans ce court chapitre quelques rappels essentiels sur ces interféromètres.

III-4] Quelques rappels sur les interféromètres de type Fabry-Pérot

III-4-1] Présentation et caractérisation des interféromètres à ondes multiples

Nous avons utilisé deux types d'interféromètres. Le premier est l'interféromètre de Fabry-Pérot inventé au siècle dernier par C. Fabry et A. Pérot [Fabry]. Il est aujourd'hui très utilisé et permet de faire de la spectroscopie à très haute résolution. Le second à été inventé en 1955 par Pierre Connes [Connes,1] [Connes,2] qui décrit le principe d'un interféromètre nouveau à surfaces sphériques

confocales[48]. L'interféromètre de Connes est souvent appelé "interféromètre de Fabry-Pérot confocal", par extension celui de Fabry et Pérot est appelé "interféromètre de Fabry-Pérot plan-plan". Les deux notations seront utilisées par la suite. Ces deux interféromètres sont basés sur le principe des interférences à ondes multiples. Nous présentons sur le graphe suivant ces deux types de cavités que nous utiliserons par la suite (figure III-(28)), e_{FP} et e_{Connes} sont les longueurs optiques des cavités.

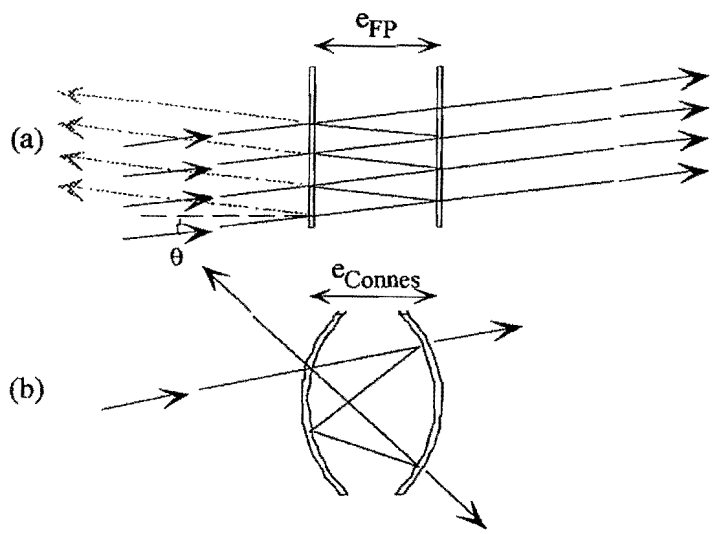


Figure III-(28) : Interféromètres de Fabry-Pérot (a) plan-plan et (b) à surfaces hémisphériques confocales. Dans l'interféromètre de Fabry-Pérot, l'onde subit au moins deux réflexions avant de sortir. En revanche, dans l'interféromètre de Connes, l'onde effectue deux allers et retours pour se retrouver au point d'entrée.

Dans le cas d'un interféromètre de Fabry-Pérot, chaque composante spectrale de l'onde incidente produit un pic de transmission lorsque la longueur d'onde correspond exactement à un nombre entier de fois la longueur d'un aller et retour de l'onde dans la cavité. Dans le cas d'un interféromètre de Connes, la transmission est maximale lorsque la longueur d'onde est égale à un nombre pair de fois l'aller et retour. Pour les longueurs d'onde ne vérifiant pas ces conditions, la transmission diminue. L'écart en longueur d'onde entre deux transmissions maximales est l'intervalle spectral libre[49]. Il est souvent noté par l'acronyme ISL. Le graphe de la transmission de l'interféromètre présente donc des pics plus ou moins fins (décrit par la largeur à mi-hauteur FWHM) dont l'espacement est plus ou moins important (ISL). La figure suivante (figure III-(29)) présente une courbe classique de la transmission en intensité d'un interféromètre lorsque les longueurs e_{FP} et e_{Connes} des interféromètres sont égales.

[48] L'interféromètre de Connes est constitué de deux miroirs sphériques placés l'un par rapport à l'autre de manière à confondre leur foyer.

[49] Il s'exprime en fréquence, en longueur d'onde ou en nombre d'onde.

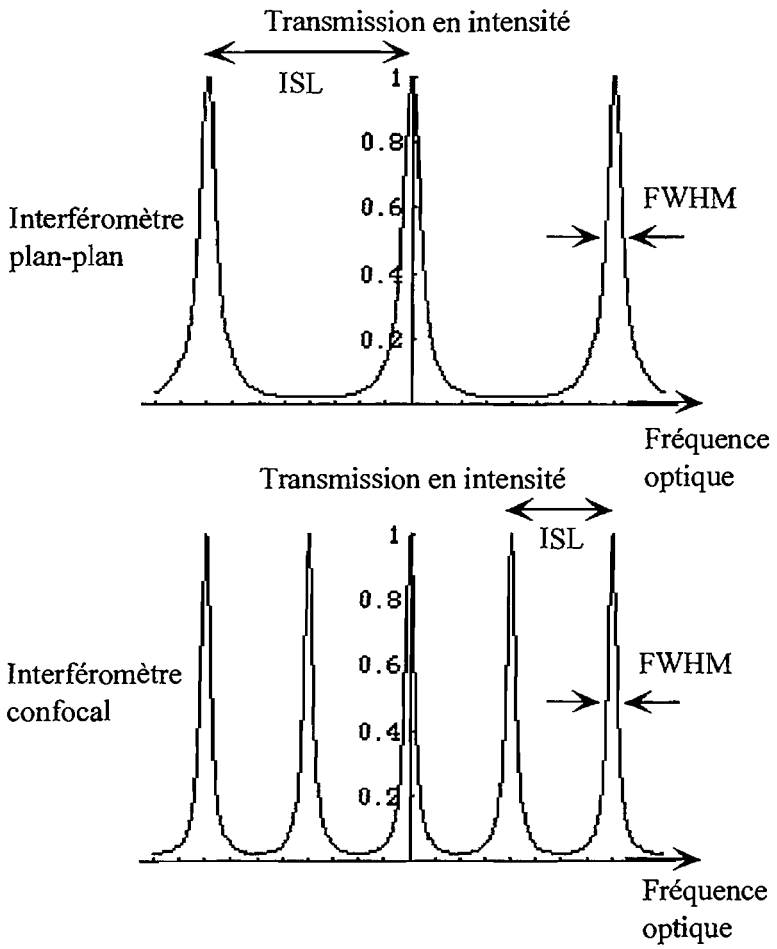


Figure III-(29) : Courbes de transmission d'interféromètres de Fabry-Pérot (plan-plan) et de Connes (à surfaces sphériques confocales). ISL désigne l'intervalle spectral libre et FWHM la largeur à mi-hauteur de la transmission des pics. Nous définissons ces termes dans les lignes précédentes.

On caractérise les interféromètres par la finesse, l'intensité transmise, l'intervalle spectral libre, la transmission maximale et le contraste. Nous nous intéresserons essentiellement à la finesse et à l'intervalle spectral libre. On caractérise les pics par leur largeur à mi-hauteur (FWHM) et l'on définit la finesse F d'un pic comme le rapport de l'intervalle spectral libre (ISL) par la largeur à mi-hauteur des pics :

$$F = \frac{ISL}{FWHM}.$$

La résolution spectrale de l'interféromètre est liée à la finesse. Plus cette dernière est élevée, plus l'interféromètre est capable de résoudre deux longueurs d'onde proches. Quelque soit le type d'interféromètre, la finesse est déterminée par les coefficients de réflexion des miroirs d'entrée et de sortie, mais l'expression n'est pas identique. Le tableau III-(3) suivant présente les formules et définitions usuelles de ces types d'interféromètres.

	Plan-plan	**Confocal**
Finesse	$\frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}$	$\frac{\pi R}{1-R^2}$
Intensité transmise	$I_o\left[1+\frac{4R}{(1-R)^2}\sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)\right]^{-1}$	$I_o\left[1+\frac{4R^2}{(1-R^2)^2}\sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)\right]^{-1}$
où la phase est	$\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}2nd\cos\theta$	$\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}4nd\cos\theta$
Intervalle spectral libre : en nombre d'onde	$\frac{1}{2nd}$	$\frac{1}{4nd}$
en fréquence	$\frac{c}{2nd}$	$\frac{c}{4nd}$
en longueur d'onde	$\frac{\lambda^2}{2nd}$	$\frac{\lambda^2}{4nd}$
Résolution minimale	$\frac{ISL}{F}$	$\frac{ISL}{F}$
Transmission maximale	$\frac{T^2}{(1-R)^2}$	$(1+R^2)\left(\frac{T}{1-R^2}\right)^2$
Contraste (I_{max}/I_{min})	$\left(\frac{1+R}{1-R}\right)^2$	$\left(\frac{1+R^2}{1-R^2}\right)^2$

Tableau III-(3) : Paramètres caractéristiques des interféromètres de Fabry-Pérot (plan-plan) et de Connes (confocal).

où

R : racine carré du produit des coefficients de réflexion en énergie des miroirs d'entrée et de sortie (fraction d'unité), $R^2 = R_{entrée}\, R_{sortie}$,

T : racine carré du produit des coefficients de transmission en énergie de l'interféromètre après prise en compte de l'absorption et de la diffusion (fraction d'unité), $T^2 = T_{entrée}\, T_{sortie}$

I_o : intensité incidente sur le miroir d'entrée,

θ : angle d'incidence dans l'interféromètre,

c : célérité de la lumière,

n : indice de réfraction du milieu situé entre les deux miroirs de l'interféromètre,

d : distance physique entre les deux miroirs,

λ : longueur d'onde dans le vide.

Les deux interféromètres se distinguent principalement, en ce qui nous concerne, sur trois points. Le premier concerne la finesse. À coefficient de réflexion R égal, l'interféromètre de Fabry-Pérot est

plus résolvant que celui de Connes. La figure III-(30) suivante représente l'évolution de la finesse en fonction de R.

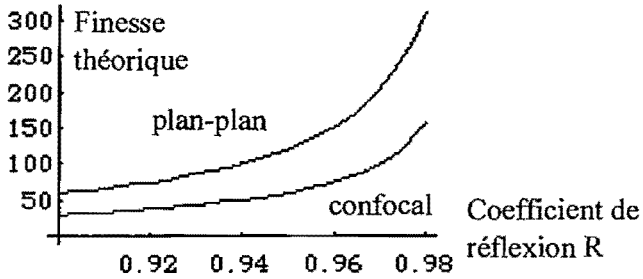


Figure III-(30) : Évolution de la finesse des interféromètres de Fabry-Pérot et de Connes en fonction du coefficient de réflexion R.

Le rapport des deux finesses est proche de 2 dès que R est supérieur à 0,8. On retiendra que l'interféromètre de Fabry-Pérot est deux fois plus résolvant que celui de Connes. Cependant, il faut noter que les calculs présentés concernant le Fabry-Pérot sont effectués en supposant les miroirs de dimensions transverses infinies entre lesquels la lumière effectue un nombre infini d'allers et retours. Les miroirs ayant, dans les faits, des dimensions finies, la lumière effectue un nombre fini d'allers et retours entrainant une diminution de la valeur de la finesse [Hernandez]. La figure suivante (figure III-(31)) montre sur un exemple la différence de transmission entre deux interféromètres infini et réel.

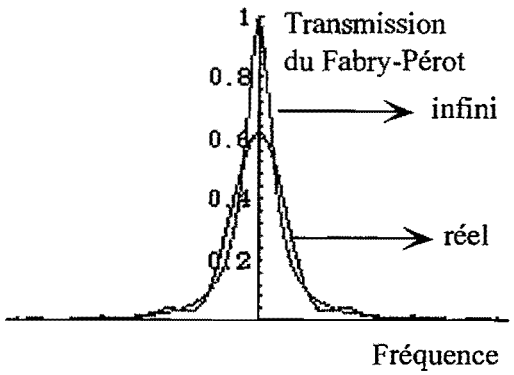


Figure III-(31) : Transmission d'un Fabry-Pérot de miroirs de dimensions infinies et finies (ici, un choix arbitraire a été fait pour l'illustration).

L'idée de Connes consiste donc à remplacer les miroirs plans par des miroirs sphériques. La figure III-(28) montre que les rayons lumineux sont constamment rabattus vers l'axe de l'interféromètre et ne s'en éloignent donc pas indéfiniment comme dans les miroirs plan. Il est donc possible d'atteindre la valeur de la finesse théorique avec un interféromètre de Connes ce qui n'est pas le cas avec un interféromètre de Fabry-Pérot. Par ailleurs, un autre avantage de l'interféromètre de Connes vient de sa grande stabilité de fonctionnement comparée à celle d'un interféromètre de Fabry-Pérot [Bruhat][50]. En revanche contrairement à l'interféromètre de Fabry-Pérot dont on peut aisémment modifier la longueur, e_{FP}, pour balayer le spectre, celle d'un interféromètre de Connes, e_{Connes}, est donnée par les rayons de courbures des miroirs. En fait, il est possible de faire varier très légèrement la longueur

[50] Il est évident qu'il faut rapprocher ces deux interféromètres des cavités lasers ou OPO stables ou instables au sens géométrique.

de l'interféromètre de Connes de l'ordre de la longueur d'onde sans pour autant le dérégler. Nous utiliserons cette propriété lors de l'analyse spectrale des lasers et OPO.

Nous avons décrit dans ce paragraphe les caractéristiques essentielles des deux interféromètres. Pour plus de détails sur ces derniers, on pourra consulter l'ouvrage de Hernandez [Hernandez]. Voyons maintenant comment s'en servir pour l'analyse spectrale de l'émission de source de type laser ou OPO.

III-4-2] Analyse spectrale d'une source laser ou OPO

Les lasers ou OPO que nous avons dû analyser forment des cavités de type Fabry-Pérot ou Connes dans lesquelles sont insérés des milieux à gain. L'émission lumineuse dans ces cavités n'est possible que pour les fréquences vérifiant les conditions d'interférences constructives précédemment citées. Ces fréquences sont appelées modes de cavité. Tous les modes de cavité ne sont évidemment pas émis puisque cela nécessiterait une énergie infinie. Le milieu amplificateur (laser ou OPO) fournit de l'énergie dans une bande limitée dépendant de différents paramètres. Cette bande voit sa largeur réduite par les pertes de cavité dues aux miroirs et à l'éventuelle absorption. Ainsi, seuls quelques modes ont suffisamment d'énergie ou de gain pour compenser ces pertes et osciller dans la cavité. La figure classique III-(32) suivante résume la situation.

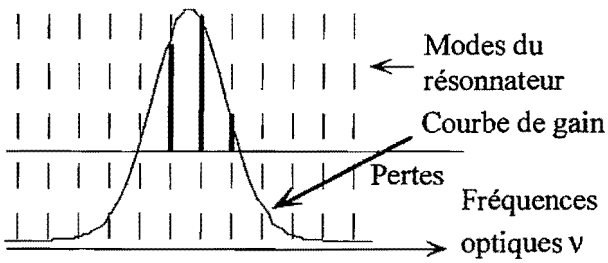


Figure III-(32) : Représentation des modes de cavités dont le gain est supérieur aux pertes. Ici trois modes, représentés en traits gras, résonnent dans la cavité.

L'analyse spectrale consiste à déterminer les modes de cavité qui résonnent effectivement. Pour ce faire, nous utilisons essentiellement deux approches.

La première consiste à utiliser un interféromètre de Fabry-Pérot illuminé avec un faisceau divergent et dont la longueur est fixe durant l'analyse. Les différentes incidences de l'onde sont obtenues en plaçant devant l'interféromètre un milieu diffusant et/ou une lentille. La lumière qui traverse ce milieu est ensuite diffusée vers le miroir d'entrée. En sortie de l'interféromètre, la lumière passe à travers une lentille convergente. L'image obtenue est collectée au foyer de la lentille (voir la figure III-(33)). L'image est en fait constituée d'anneaux. En effet, pour chaque longueur d'onde diffusée à travers le miroir d'entrée, il existe des angles pour lesquels la condition de résonance est satisfaite. Dans ce cas, la transmission de l'interféromètre est maximale. Les longueurs d'onde vérifiant cette condition satisfont alors la relation : $2\, e_{FP} = m\, \lambda$ où λ est la longueur d'onde et m l'ordre d'interférence est un

Avant de monter une **cavité OPO** et d'essayer de réaliser l'**affinement spectral** de son émission, plusieurs étapes ont été nécessaires. La première a consisté à vérifier le concept d'affinement du spectre par insertion d'un composant photoréfractif. Pouquoi avons nous utilisé un laser continu plutôt qu'un laser impulsionnel ? La raison est qu'un laser continu est beaucoup plus stable en fréquence qu'un laser impulsionnel. Nous détaillerons ce point plus loin. Une fois confirmée la possibilité de l'affinement d'un laser continu, nous sommes passés à l'étude de l'affinement d'une cavité fonctionnant en régime nanoseconde afin de nous approcher du fonctionnement dynamique d'un OPO en régime nanoseconde. Enfin, nous avons étudié l'affinement spectral des OPO en régime nanoseconde.

III-4-3] Largeurs spectrales à mi-hauteur réelle et mesurée

Nous avons donné dans le tableau III-(3) les expressions des transmissions en énergie, en fonction de la fréquence, des interféromètres plan-plan et confocal. Elles s'écrivent toutes deux sous la forme : $T(\nu) = \frac{1}{1 + M\sin^2(g\nu)}$ avec g une constante liée à la longueur de l'interféromètre et M une constante liée aux coefficients de réflexion des miroirs et donc liée à la finesse de l'interféromètre $F = \frac{ISL}{FWHM}$.

Comment évolue la largeur spectrale de l'impulsion lorsqu'elle passe à travers l'interféromètre ? Autrement dit, quelle est la relation entre la largeur mesurée et celle de l'impulsion issue de la source ? La théorie du traitement du signal montre qu'une impulsion infiniment fine donne en sortie la fonction de transfert de l'appareil. Pour une impulsion de largeur finie, on obtient en sortie la convolution de la fonction de transfert par le profil de l'impulsion incidente sur l'appareil. En appelant $g(\nu)$ la fonction incidente sur l'interféromètre, on mesure en sortie :

$f(\nu) = g(\nu) * T(\nu)$ où * représente le produit de convolution.

De manière générale, pour calculer $f(\nu)$, on passe dans l'espace de Fourier où le produit de convolution se transforme en simple multiplication. On obtient une expression dont on calcule la transformée de Fourier inverse. Le problème, ici, est que l'on est incapable de calculer la transformée de Fourier de la transmission de l'interféromètre. L'astuce consiste à ajuster $T(\nu)$ sur un intervalle spectral libre par une fonction donc on connaît non-seulement la transformée de Fourier mais aussi la transformée de Fourier inverse de son produit par la fonction incidente sur l'interféromètre.

Si l'on admet que l'impulsion est représentée par une répartition gaussienne centrée sur ν_0, on effectue un ajustement de la transmission de l'interféromètre sur un intervalle spectral libre par une fonction gaussienne centrée sur ν_0 de largeur à mi-hauteur FWHM. On a (figure III-(36)) :

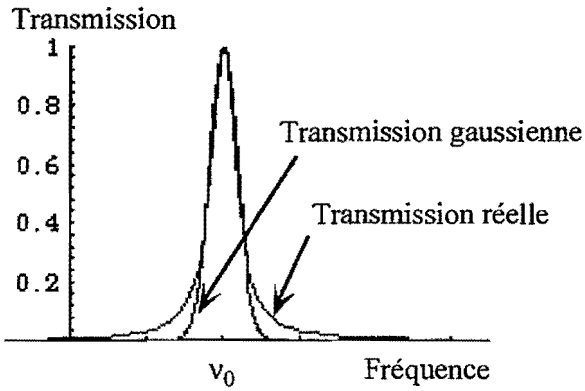


Figure III-(36) : Transmission réelle de l'interféromètre sur un intervalle spectral libre donnée par la fonction d'Airy et ajustement par une fonction gaussienne.

Cette approximation effectuée, nous pouvons calculer la fonction f(ν). Elle est égale au produit de convolution de deux fonctions gaussienne de largeurs à mi-hauteur FWHM et $\Delta\nu_{1/2\ \text{reelle}}$. La transformée de Fourier d'une gaussienne donne une gaussienne. Utilisant cette propriété, il est facile de montrer que la largeur à mi-hauteur mesurée en sortie est égale à :

$$\Delta\nu_{1/2\,\text{mesurée}} = \sqrt{FWHM^2 + \Delta\nu_{1/2\,\text{réelle}}^2}\,.$$

Nous utiliserons cette relation plus loin cette relation pour estimer la largeur spectrale réelle.

III-5] Affinement de lasers Nd:YVO_4 continus avec un cristal de $BaTiO_3$:Rh

III-5-1] Introduction

Afin de vérifier la faisabilité de l'affinement spectral par insertion d'un cristal photoréfractif, nous nous sommes placés dans le cas où cela avait le plus de chance de fonctionner. Nous avons donc choisi de travailler avec des sources laser continues. Les laser continus présente l'avantage certain par rapport aux lasers impulsionnels d'être plus stables en fréquence d'émission.

III-5-2] Affinement spectral d'un laser Nd:YVO_4 continu (cavité longue)

III-5-2-1] Montage expérimental

La première expérience que nous avons réalisée est représentée sur la figure III-(37) suivante.

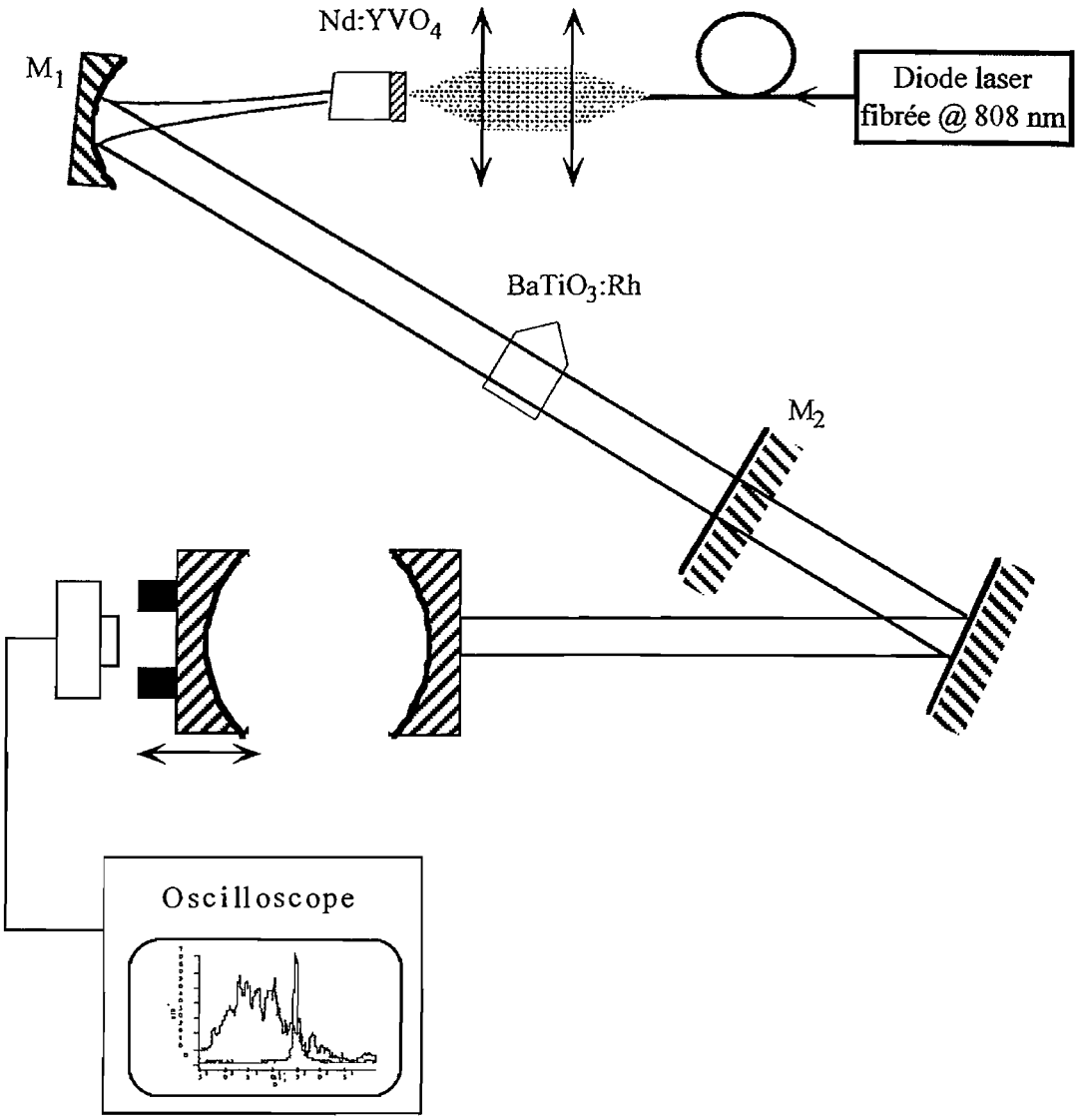


Figure III-(37) : Schéma expérimental de la cavité laser à base d'un cristal de $Nd:YVO_4$ affinée par un cristal de $BaTiO_3:Rh$.

La diode laser que nous utilisons est une diode fibrée émettant à 808 nm et délivrant 1,2 W en continu. Le faisceau sortant de la fibre optique présente une divergence importante. Il est focalisé sur le cristal de $Nd:YVO_4$. Le faisceau laser à 1,06 µm est polarisé verticalement.

La face d'entrée du cristal de $Nd:YVO_4$ est traitée antireflet à 808 nm et hautement réfléchissant à 1,06 µm. Le choix de ce cristal plutôt qu'un cristal de Nd:YAG s'explique par les propriétés de la matrice d'YVO_4. Elle présente une absorption de 31,2 cm^{-1} à 808 nm soit 4 fois celle du YAG. La section efficace d'émission stimulée est 3 fois plus élevée que celle du YAG, à savoir 13,5 10^{-19} cm^2. Et surtout, dopée au néodyme, l'émission à 1063,88 nm est polarisée linéairement, ce qui n'est pas le cas du YAG. Le cristal est taillé selon l'axe c cristallographique[Casix]. Afin d'éviter des effets d'interférences parasites, le cristal présente un angle (wedge en anglais) important, de l'ordre de 5°.

La cavité est une cavité plan-concave-plan. Le miroir d'entrée est déposé sur la face d'entrée du cristal laser et est traité hautement réfléchissant à 1,06 µm. Le miroir M_1 de rayon de courbure 500 mm est hautement réfléchissant à 1,06 µm. Le miroir de sortie présente un coefficient de réflexion de 60 % à 1,06 µm. La longueur du bras contenant le cristal laser mesure 24 cm, celle du bras contenant le cristal photoréfractif mesure 60 cm. Cette configuration présente l'avantage d'avoir un rayon de faisceau quasiment constant sur toute la longueur du second bras et égal à 1,5 mm.

Nous avons travaillé avec une puissance intracavité de 170 mW permettant ainsi de nous mettre à l'abri d'éventuels dommages optiques.

Le cristal photoréfractif est un cristal de $BaTiO_3$:Rh optimisé pour fonctionner à 1,06 µm. En effet, sa taille à 45°, sa coupe en toit et ses traitements antireflets à 1,06 µm permettent d'atteindre de grandes valeurs du gain photoréfractif pour un minimum de pertes (figure III-(38)). Il mesure 5,3 mm de hauteur et 3,5 mm d'épaisseur. Le dopage en rhodium est de 1000 ppm en masse. Il présente une absorption de 0,1 cm^{-1}.

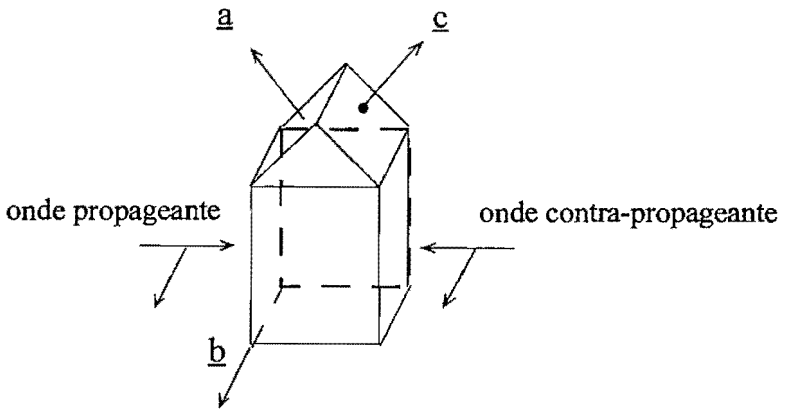


Figure III-(38) : Cristal de $BaTiO_3$ taillé en toit. Un point sur le cristal indique la direction de l'axe c. Les flèches indiques les faces d'entrée et de sortie.

La configuration dans laquelle nous avons choisi de travailler correspond à des polarisations extraordinaires. Par polarisations extraordinaires, on entend que les polarisations des faisceaux contrapropageants sont perpendiculaires à l'axe optique (parallèle à l'axe cristallographique c). Le coefficient électro-optique effectif ne fait pas intervenir le coefficient r_{42} = 750 pm/V. Le gain photoréfractif est alors de l'ordre de Γ = **6 cm^{-1}**.

III-5-2-2] Mesures et analyse du fonctionnement du laser

L'analyse du signal en sortie est effectuée par un interféromètre de Connes dont le miroir de sortie est monté sur des transducteurs piézoélectriques. L'intervalle spectral libre de l'interféromètre est de 1,5 GHz tandis que celui du laser est de l'ordre de la centaine de MHz. Il n'y a donc aucune ambiguité sur le caractère monomode ou multimode de l'émission du laser. Sans cristal photoréfractif, le laser est multimode mais la raie laser est déjà trop fine pour qu'un affinement spectral soit détectable par une augmentation de la longueur de cohérence. Le spectre d'émission du laser sans cristal photoréfractif a une largeur de 1 GHz ce qui correspond à une dizaine de modes longitudinaux. Lorsque le cristal est inséré dans la cavité dans la position permettant l'affinement, le spectre d'émission du laser est monomode longitudinal. Si l'on retourne le cristal de 180°, il se trouve en position "étalement" du spectre et présente une émission fortement multimode. Les trois fonctionnements du laser sont représentés sur le graphe III-(39) suivant.

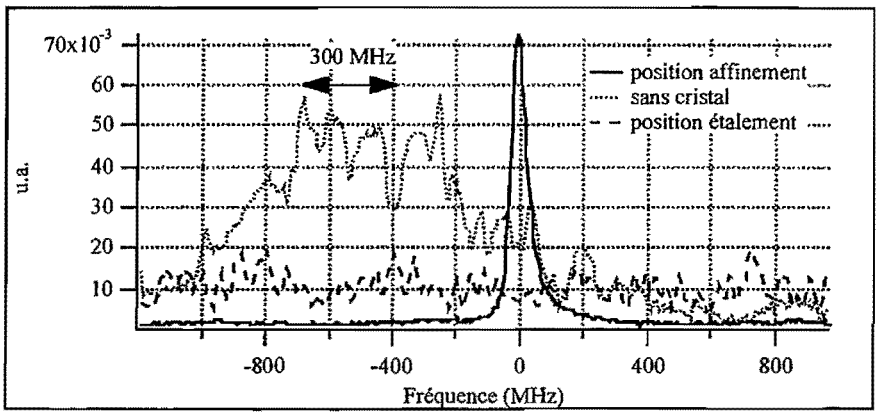


Figure III-(39) : Spectre de l'émission laser avec et sans cristal photoréfractif, en position affinement et étalement.

Lorsque le cristal est en position affinement, l'émission est monomode longitudinale mais le spectre d'émission est instable, on observe des sauts de mode. Cette instabilité provient probablement d'une instabilité mécanique car le spectre est aussi instable lorsque le cristal photoréfractif n'est pas dans la cavité.

Nous avons souligné dans les rappels théoriques l'importance de la distance entre le miroir de sortie M_2 et le composant photoréfractif. La courbe précédente a été obtenue pour une distance de 26 cm. Mais nous avons observé un fonctionnement monomode du laser quelque soit cette distance, même lorsque le cristal est placé très proche du miroir de sortie. Dans ce dernier cas, le Fabry-Pérot formé par le miroir de sortie et le cristal photoréfractif est donc tout de même assez sélectif pour autoriser le fonctionnement monomode du laser.

Une fois la cavité réglée, l'affinement intervient au bout d'un temps caractéristique de l'ordre de 2 s. Nous avons aussi mesuré la constante de temps de l'effacement du réseau en présence d'un

éclairement constant. Pour cela, nous coupons le faisceau laser entre le cristal photoréfractif et le miroir de sortie. L'effet laser subsiste, seul le cristal photoréfractif joue le rôle de miroir de sortie. Le temps caractéristique de l'effacement du réseau éclairé par un faisceau uniforme est de l'ordre de 2 s. L'effacement du réseau provient du fait que le cristal n'est éclairé que par un seul faisceau, le réseau photoréfractif n'est donc plus entretenu et s'efface.

Pour vérifier le transfert d'énergie, nous avons retourné le cristal de 180° par rapport à la position favorisant l'affinement. Nous observons, comme prévu, un étalement du spectre. Cet élargissement provient du fait que le mode de cavité central est défavorisé au profit des modes adjacents.

Nous avons donc démontré qu'il était possible d'affiner spectralement un laser Nd:YVO_4 continu émettant à 1,06 µm. L'émission laser est alors monomode mais elle n'est pas stable, on observe une variation de la longueur d'onde d'émission par saut de mode. Ces instabilités sont d'origine mécanique, elles peuvent s'expliquer par la grande longueur de la cavité laser. Pour cette raison, nous avons monté une cavité courte.

III-5-3] Affinement spectral d'un laser Nd:YVO_4 continu (cavité courte)

III-5-3-1] Montage expérimental

Afin de réduire l'influence des instabilités mécaniques observées pour la cavité laser longue, nous avons décidé de réaliser une cavité laser Nd:YVO_4 courte. La cavité laser se présente de la manière suivante (figure III-(40)) :

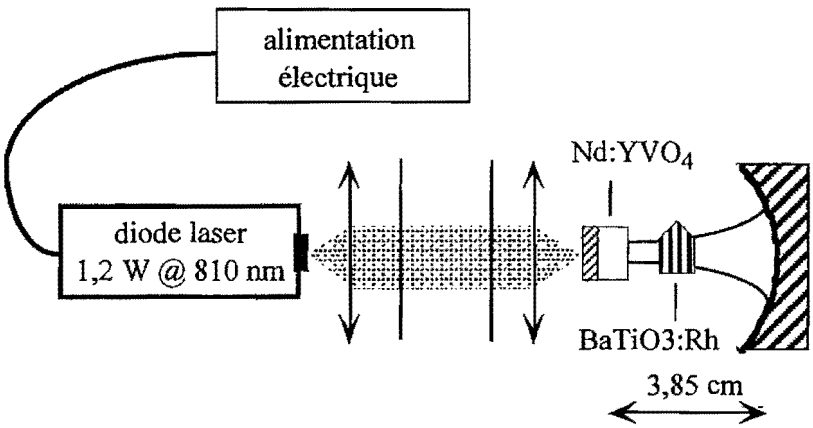


Figure III-(40) : Schéma expérimental de la cavité laser courte à base de Nd:YVO_4.

Le dispositif expérimental global est présenté ci-après (figure III-(41)):

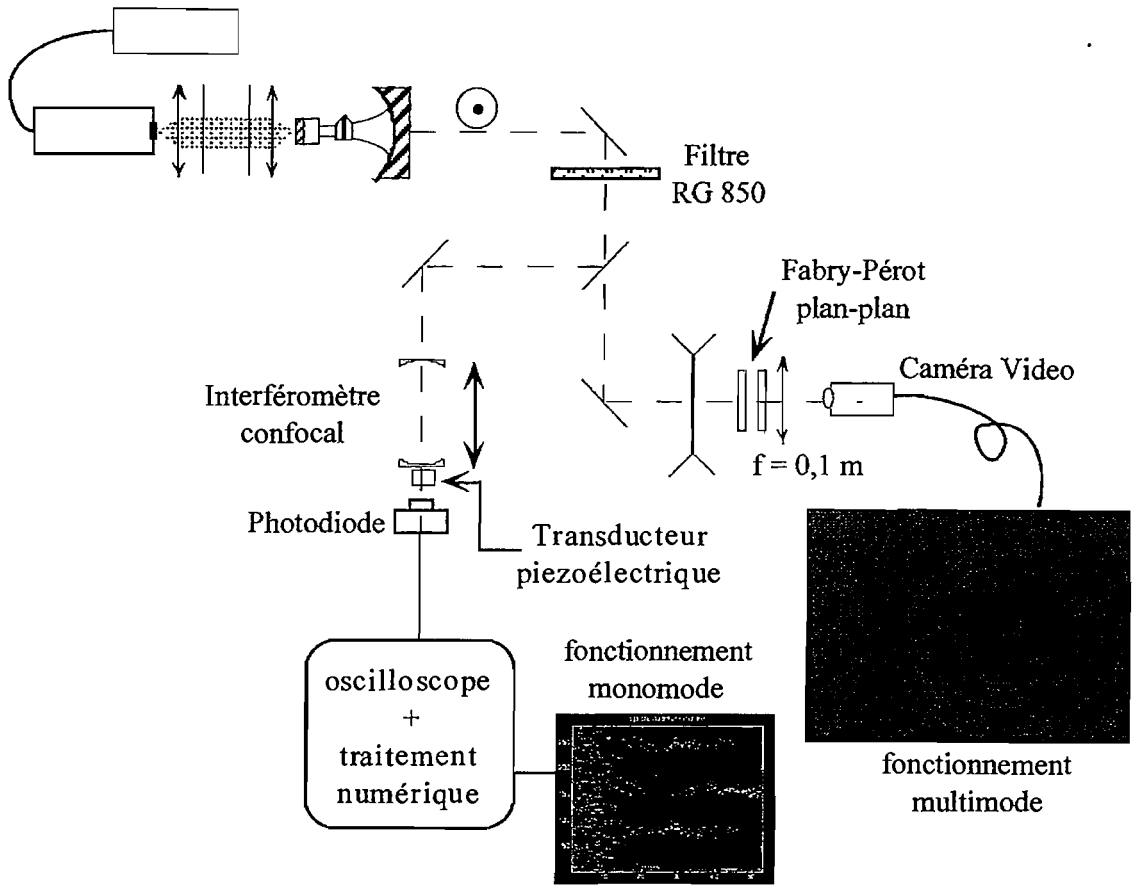


Figure III-(41) : Schéma expérimental (vue de dessus) de la cavité laser courte à base de $Nd:YVO_4$ et des systèmes d'analyses du spectre. Il s'agit de deux interféromètres, l'un plan-plan et l'autre confocal dont un des miroir est monté sur un transducteur piézoélectrique.

La diode laser, alimentée par un courant maximal de 2 A, fournit en sortie un faisceau laser divergent de puissance 1,2 W. Le faisceau est remis en forme par un jeux de 2 lentilles cylindriques et est focalisé sur le cristal par deux doublets de 15 mm de focale. Le rayon de col de focalisation sur le cristal est de 130 µm.

La cavité laser est formée par un cristal $Nd:YVO_4$ traité hautement réfléchissant à 1,06 µm et antireflet autour de 808 nm. Le miroir de fond de cavité a un rayon de courbure de 100 mm et présente un coefficient de reflexion **R = 80** %. La cavité mesure L_{Laser} = 38,5 mm, ceci afin de se placer loin de la zone d'instabilité laser (égale à 50 mm). L'émission laser est polarisée verticalement (perpendiculaire au plan de la feuille). Avant d'étudier l'affinement, nous caractérisons le laser.

III-5-3-2] Fonctionnement du laser sans cristal photoréfractif

III-5-3-2-1] Mesure de puissance

Nous n'avons pas effectué de mesure de la puissance laser de sortie de la diode après remise en forme du faisceau à travers les lentilles cylindriques et les doublets. Le but n'était pas d'optimiser la puissance de sortie et le rendement de conversion. Nous effectuons donc une mesure de la puissance de sortie du laser sans cristal photoréfractif en fonction de l'intensité fournie par l'alimentation de la diode(figure III-(42)). Nous comparerons cette mesure avec celle obtenue lorsque le composant photoréfractif est inséré dans la cavité.

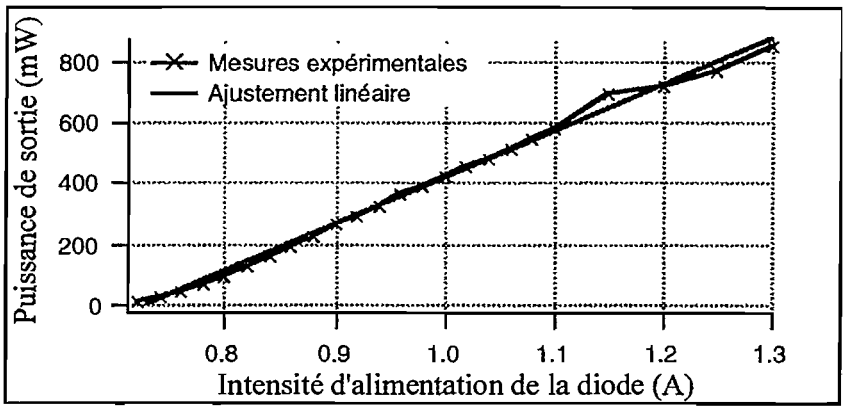


Figure III-(42) : Puissance laser à 1,06 µm en fonction du courant électrique d'alimentation de la diode laser.

La puissance en sortie est proportionnelle à l'intensité du courant d'alimentation de la diode. Le seuil d'oscillation laser correpond à une intensité $\mathbf{I_S = 0{,}68}$ **A**, le coefficient directeur de la droite qui permet de réaliser le meilleur ajustement est de **1,53 W/A**. Cette caractérisation effectuée, nous passons directement à l'étude du spectre d'émission du laser.

III-5-3-2-2] Analyse du spectre au Fabry-Pérot

Nous analysons le spectre de l'émission laser à l'aide d'un Fabry-Pérot de longueur mesurée $e_{FP} = 5{,}21$ mm. Les miroirs d'entrée et de sortie ont les coefficients de reflexion suivants : $R_{entrée} = 99$ %, $R_{sortie} = 99{,}5$ %. Le Fabry-Pérot a une finesse théorique de F = 400, ce qui implique qu'il est capable de séparer deux modes longitudinaux. La caméra est une caméra vidéo, le logiciel d'analyse est un logiciel commercial, Cyclope. Au foyer de la lentille de focale f = 100 mm, nous observons, pour une puissance de sortie $P_S = 100$ mW, les anneaux de Fabry-Pérot (figure III-(43)) :

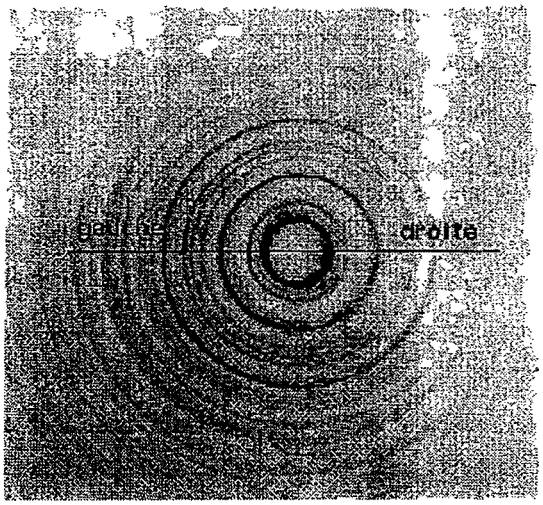


Figure III-(43) : Observation des anneaux de Fabry-Pérot lorsque le laser fonctionne sans cristal photoréfractif. La puissance de sortie est égale à P_S = 100 mW. La ligne indique la coupe du faisceau présentée sur le graphe suivant.

L'intervalle spectral libre du laser est $\mathbf{ISL_{Laser}}$ **= 3,9 GHz**, celui de l'interféromètre de Fabry-Pérot est ISL_{FP} = 28 GHz, nous pouvons donc oberver **7** modes sans ambiguité. Nous effectuons une coupe transverse du faisceau et obtenons le graphe ci-après (figure III-(44)):

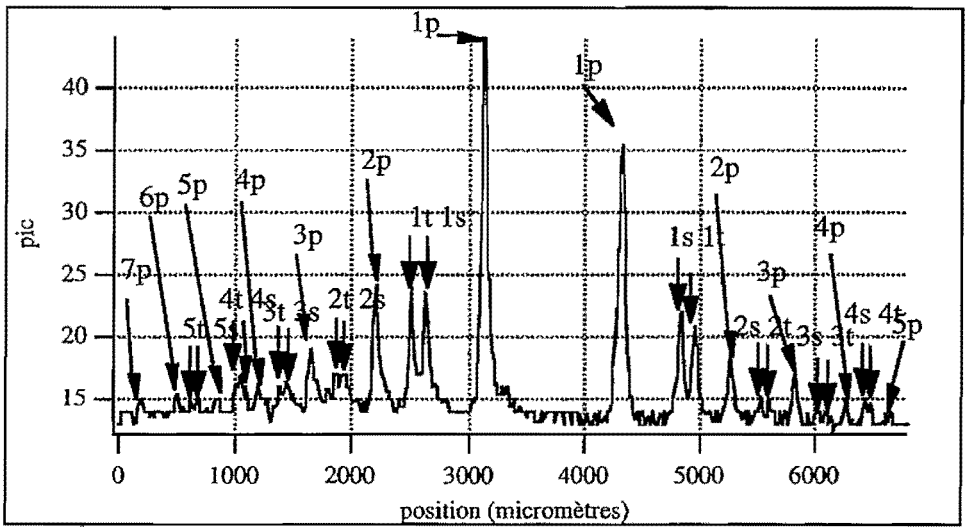


Figure III-(44) : Coupe tansverse des anneaux de Fabry-Pérot observés lorsque le laser oscille sans cristal photoréfractif. On observe les positions des anneaux, les valeurs nl correspondent à l'anneau n et au mode l.

Le relevé de la position des différents anneaux d'ordre 1 nous permet, grâce à un programme développé sous *Mathématica*, de déterminer la largeur de l'interféromètre et de ε (figure III-(45)).

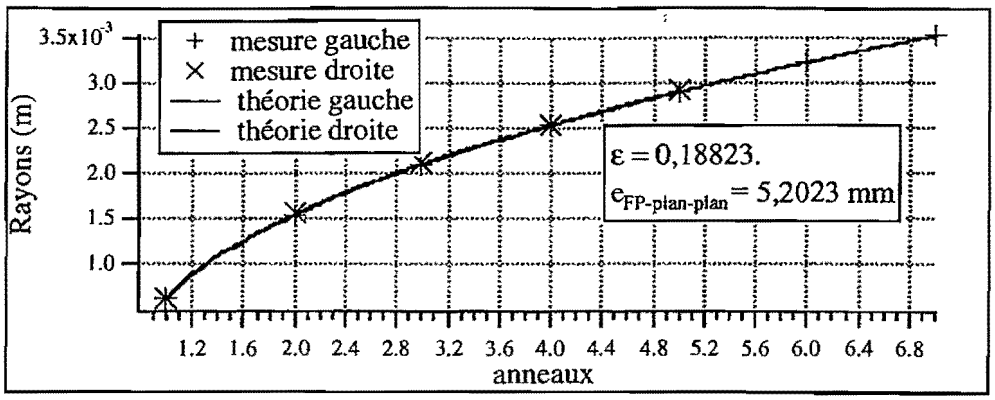


Figure III-(45) : Détermination de la largeur du Fabry-Pérot et ε par ajustement avec l'expression théorique des anneaux. On trouve les valeurs indiquées sur le graphe.

Une fois ces deux valeurs connues, nous pouvons déterminer le nombre de modes qui oscillent et leur position relative dans la cavité (figure III-(46)).

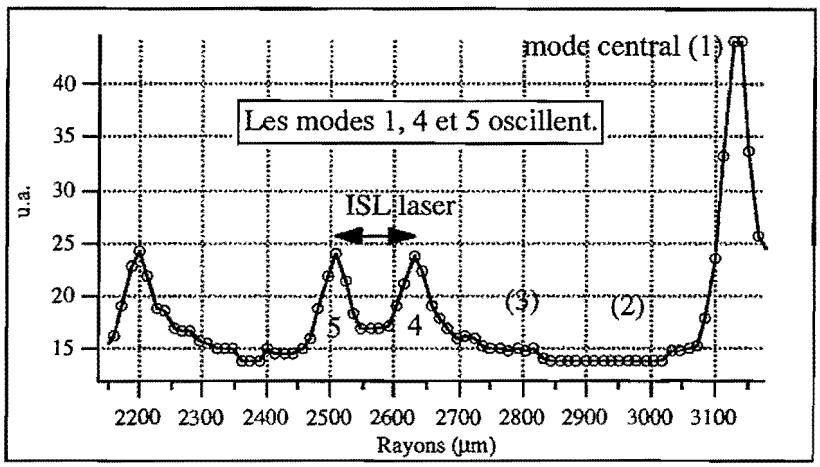


Figure III-(46) : Observation des modes du laser. Le mode central oscille, les deux modes adjacents (modes 2 et 3) ne voient pas assez de gain mais les deux modes suivants (4 et 5) oscillent. Le laser est trimode.

Le mode central qui voit le plus de gain ne permet pas aux deux modes immédiatement adjacents d'osciller. En revanche les modes 4 et 5 voient suffisamment de gain et oscillent. La mesure expérimentale et la prévision théorique de la différence entre les rayons des deux modes (au foyer de la lentille convergente f = 0,1 m) sont respectivement égales à : 121 µm (9 pixels) et 107 µm (correspondant à 8 pixels). L'accord entre les deux valeurs est tel que nous pourrons utiliser cette méthode pour l'étude des cavités laser fonctionnant en régime impulsionnel.

III-5-3-2-3] Analyse du spectre avec l'interféromètre de Connes

Nous avons constaté que l'émission laser de la cavité longue était instable. Qu'en est-il de la cavité courte ? Pour mesurer cela, nous avons observé l'évolution temporelle des modes au cours du temps. Nous avons utilisé un interféromètre de Connes de longueur $\mathbf{L_{Conf} = 37{,}5\ mm}$. Il est composé de deux miroirs provenant de la société Casix. Les rayons de courbure sont $r_{entrée} = -25$ mm et $r_{sortie} = -50$ mm. L'intervalle spectral libre est donc donné par : $\mathbf{ISL_{Conf} = c/4\ L_{Conf} = 2\ GHz}$.

Les coefficients de réflexion des miroirs sont : $R_{entrée} \approx 98$ % et $R_{sortie} \approx 98$ %, la finesse est donc environ égale à $F_{FPC} \approx 80$. La finesse présente des variations rapides en fonction des coefficients de réflexions des miroirs lorsque ceux-ci sont proches de 1. Les coefficients de réflexion des miroirs ne sont pas parfaitement connus. Par conséquent, nous ne pouvons donner qu'une valeur approchée de la finesse. Dans ces conditions, la largeur à mi-hauteur est égale à : $\mathbf{\Delta\nu_{1/2\ Conf} = ISL_{Conf} / F_{Conf} \approx 45\ MHz}$.

La cavité laser mesure $L_{laser} = 38{,}5$ mm, l'intervalle spectral libre correspondant est $\mathbf{ISL_{Laser} \approx 3{,}5\ GHz}$. Nous sommes dans le cas délicat où l'intervalle spectral libre de l'analyseur est inférieur à celui de la cavité. Lors de l'observation des modes à l'oscilloscope, nous aurons donc des chevauchements de modes si le laser est multimode. Nous montrerons qu'il est néanmoins possible d'en déduire des résultats concernant la dynamique du laser.

Une photodiode, placée derrière le miroir de sortie de l'interféromètre, est reliée sur la voie 2 d'un oscilloscope. La voie 1 est reliée à l'alimentation électrique de la cale piézoélectrique, elle sert de déclencheur. Cette dernière est alimentée par une rampe de tension périodique qui permet le déplacement de la cale. Ainsi, nous observons à l'oscilloscope les profils suivants (figure III-(47)) :

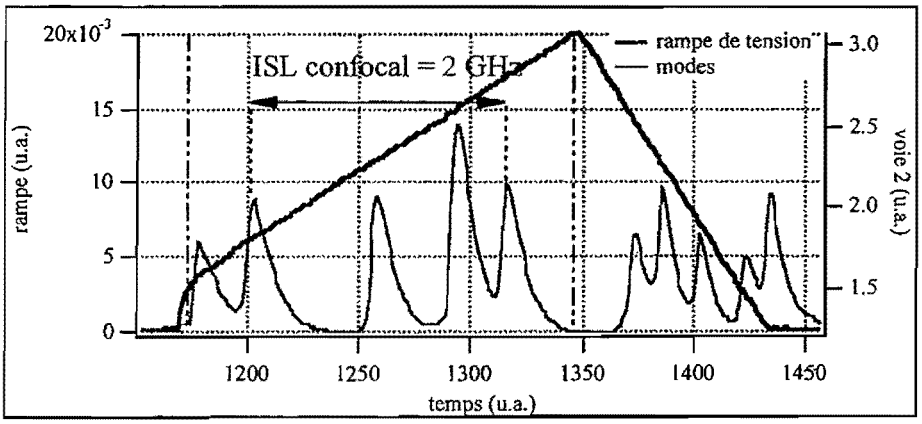


Figure III-(47) : Rampe de tension appliquée à la cale piézoélectrique, observation des modes de la cavité laser. Il faut faire attention au fait qu'il y a recouvrement des modes du fait de la longueur de l'interféromètre confocal.

Sur le graphe précédent, il ne faut prendre en compte que les modes situés sous la rampe de tension montante. Nous retrouvons bien les trois modes précédemment observés avec le Fabry-Pérot. Les deux modes que l'on voit à gauche ne sont rien d'autre qu'une répétition des deux premiers. Pour observer l'évolution au cours du temps, on enregistre 13 rampes consécutives, ce qui correspond à un temps d'acquisition de 0,2 secondes. On observe alors (figure III-(48)) :

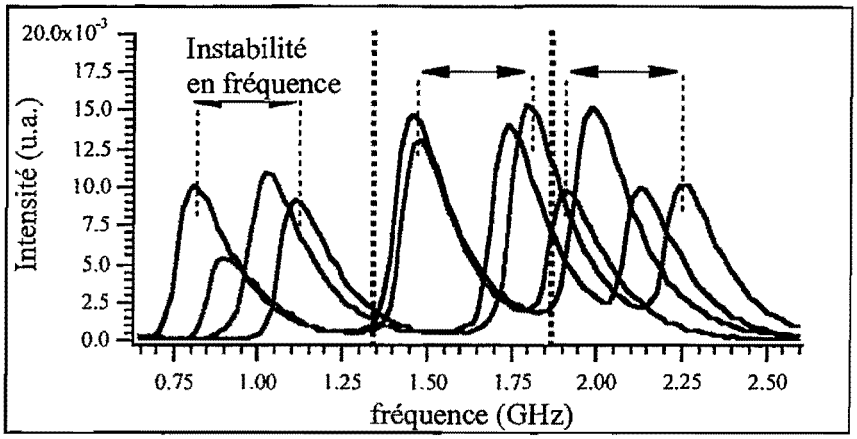


Figure III-(48) : Observation des modes sur une durée de 0,2 s. 13 acquisitions sont réalisées et ramenées à la même origine définie par la rampe de montée afin de comparer la position des pics et donc les longueurs d'onde d'émission. Seuls sont représentés les modes définissant l'amplitude maximale. Les flèches sur la figure indiquent l'amplitude maximale de la variation en fréquence de l'émission laser. L'origine des abscisses est arbitraire.

Avant de continuer, il est très important de remarquer que les modes présentés ci-dessus ne sont pas des modes consécutifs à cause de recouvrement dû à la longueur de l'interféromètre de Connes.

Nous pouvons extraire deux informations des spectres présentés ci-dessus. La première est la largeur des modes à mi-hauteur. La valeur mesurée est égale à : $\Delta\nu_{1/2\ \text{mesure}} \approx 160$ MHz, soit :

$$\Delta\nu_{1/2\ \text{réelle}} \approx 153 \text{ MHz.} \qquad \text{III-(13)}$$

Cette valeur est plus importante que les valeurs habituellement mesurées pour des lasers fonctionnant en régime continu qui sont de l'ordre de la dizaine de MHz. Nous reviendrons sur cette valeur après avoir donné celle de l'instabilité en fréquence de l'émission laser.

Les flèches sur la figure III-(48) présentent l'amplitude maximale de variation pour chaque mode laser. Si l'on représente ces variations au cours du temps, on a le graphe suivant (figure III-(49)) :

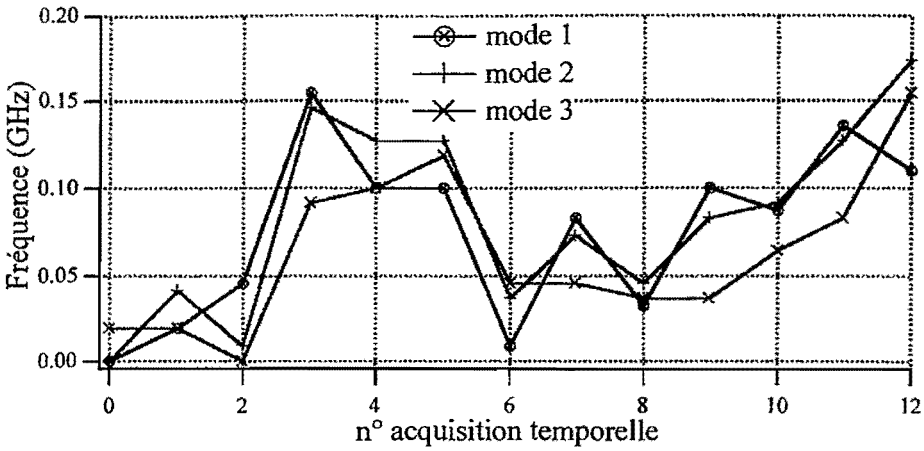


Figure III-(49) : Représentation des variations en fréquence des trois modes laser au cours du temps. La durée totale de l'acquisition est de 0,2 s (l'acquisition n'est pas continue à cause des rampes de montée et de descente). L'intervalle spectral libre du laser étant de 3,5 GHz, l'amplitude maximale de variation est de 170 MHz.

On observe des variations allant jusqu'à :

$\Delta\nu_{stabilité} \approx 170$ MHz	III-(13)

Il n'y a donc pas de saut de mode de cavité mais bel et bien un déplacement des modes, et donc une variation de la longueur d'onde, due à des instabilités mécaniques. Les deux valeurs concernant l'instabilité et la largeur de la raie peuvent être expliquées par la grande instabilité du laser. En effet, on montre qu'une variation de la longueur de la cavité laser de 50 nm suffit pour retrouver les valeurs mesurées. À partir des valeurs présentées sur la figure III-(50), on peut estimer, en supposant l'interféromètre stable, que la variation de la longueur d'onde d'émission correspond à peu près à 1/5 de l'intervalle spectral libre de l'interféromètre, soit : $\Delta\lambda_{laser} = 1/5\Delta\lambda_{conf} \approx 1{,}4\ 10^{-3}$nm. À partir de la relation $\nu_{laser} = p\dfrac{c}{2L_{laser}}$ que l'on différencie, on arrive à la relation suivante :

$$\Delta L_{laser} = L_{laser}\frac{\Delta\lambda_{laser}}{\lambda_{laser}} \approx 50\,\text{nm}.$$

Les fluctuations de la longueur du laser peuvent être dues à des variations de la longueur de la cavité, à des variations de la température et de l'indice du cristal.

Nous proposons une représentation graphique de l'évolution du spectre au cours du temps (figure III-(50)):

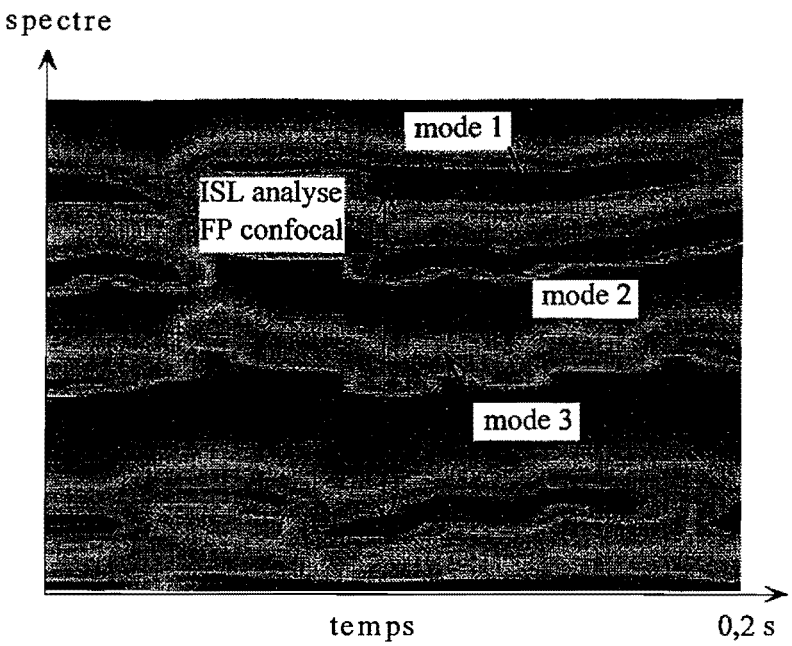


Figure III-(50) : Représentation graphique de l'évolution des trois modes laser au cours du temps.

Que se passe-t-il lorsque l'on insère le composant photoréfractif ? Nous avons essayé plusieurs configurations (position du cristal photoréfractif par rapport au miroir de sortie et angle entre le vecteur c cristallographique et l'axe vertical correspondant à la polarisation du laser). Nous avons trouvé une position permettant de réaliser l'affinement. Elle est présentée dans le paragraphe suivant.

III-5-3-3] Fonctionnement du laser avec cristal photoréfractif

III-5-3-3-1] Mesure de puissance

Nous insérons le cristal photoréfractif dans la position affinement et mesurons la puissance de sortie du laser. Dans la partie portant sur les rappels théoriques, nous avons montré que le coefficient de reflexion que voit le mode central augmente lorsqu'il y a affinement. Par conséquent, nous devons observer une diminution du seuil d'oscillation laser lorsque l'émission de celui est affiné et une réduction de la pente. Nous représentons sur le graphe suivant l'évolution de la puissance de sortie en fonction de l'intensité du courant d'alimentation de la diode (figure III-(51)) :

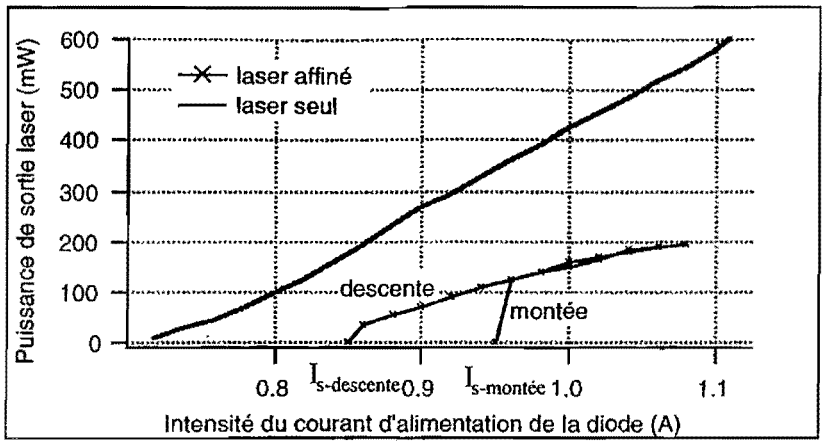


Figure III-(51) : Puissances de sortie du laser "seul" et lorsque le cristal photoréfractif est inséré en position affinement.

Sans le cristal photoréfractif, le seuil est atteint pour une intensité I_S = 0,68 A. La pente est égale à 1,53 W/A. Lorsque le cristal est inséré dans la cavité laser en position affinement, on observe deux effets. Le premier concerne les deux seuils d'oscillation. Tant que l'intensité du courant délivré à la diode est inférieure à $I_{s\text{-montée}}$ = 0,95 A, le laser n'oscille pas. Une fois cette valeur atteinte, il délivre une puissance qui augmente brusquement jusqu'à 120 mW avec une pente égale à 12,3 W/A. Cette valeur est 8 fois supérieure à celle obtenue pour le laser seul. Quelle est l'explication d'une pente si importante ?

En fait, jusqu'à cette valeur de l'intensité, le composant photoréfractif peut être considéré comme apportant des pertes dans la cavité (il présente, on le rappelle, une absorption de 0,1 cm^{-1}). Le milieu laser (à gain) accumule de l'énergie et oscille sporadiquement. De par le temps d'inscription du réseau photoréfractif égal à 2 s, ces "impulsions" permettent d'inscrire le réseau. L'inscription du réseau permet par la suite d'affiner le laser et donc d'abaisser le seuil d'oscillation. Le seuil d'oscillation change donc rapidement pour passer à $I_{s\text{-descente}}$ = 0,85 A. L'intensité délivrée par l'alimentation électrique étant par ailleurs égale à $I_{s\text{-montée}}$, le laser délivre la puissance correspondante en présence de l'effet phtotréfractif d'où un saut de cette dernière. Ainsi, la pente de 12,3 W/A n'est pas en contradiction avec celle concernant le laser puisqu'elle n'a pas de réalité physique. Enfin, contrairement à ce qui était attendu, la présence du cristal photoréfractif dans la cavité augmente le seuil d'oscillation par rapport à la situation où il n'est pas présent. On en déduit qu'il introduit des pertes non-négligeables dans la cavité.

Le second effet concerne la pente. Celle-ci est moins élevée que celle due au laser seul. Elle est de 833 mW/A, soit approximativement égale à la moitié de celle du laser seul. Elle s'explique par des pertes introduites par le composant photoréfractif (absorption) et par le fait que le coefficient de réflexion effectif du mode central augmente et par conséquent, la puissance en sortie diminue. La valeur du coefficient de reflexion effectif en position affinement est d'environ $\mathbf{R_{eff}}$ **= 88 %** pour le mode central.

III-5-3-3-2] Analyse du spectre au Fabry-Pérot

Nous analysons le spectre de l'émission laser avec le Fabry-Pérot pour une puissance de sortie de l'ordre de $P_S = 150$ mW. Nous obtenons les anneaux suivants (figure III-(52)) :

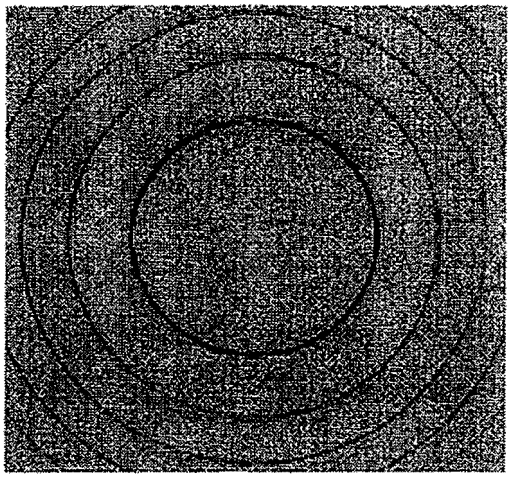


Figure III-(52) : Anneaux de Fabry-Pérot issus de l'émission du laser affiné. L'émission laser est monomode.

L'émission laser en présence du cristal photoréfractif en position affinement permet à un seul mode d'osciller. Pour le confirmer et vérifier l'évolution au cours du temps, nous avons analysé le faisceau laser à l'aide de l'interféromètre confocal décrit précédemment.

III-5-3-3-3] Analyse du spectre avec l'interféromètre de Connes

Nous avons effectué quelques modifications concernant le stockage des données dans l'oscilloscope permettant l'acquisition sur une durée comprise entre 3 et 5 s et non plus 0,2 s, ceci afin d'oberver l'apparition de l'effet photoréfractif et les instabilités du laser. Le grand nombre de rampes de montée (entre 80 et 110) n'autorise plus une représentation du type de celle de la figure III-(48). Nous avons donc écrit un programme permettant la gestion globale des données.

Lorsque le cristal est en position affinement, nous obtenons le graphe ci-après (figure III-(53)) :

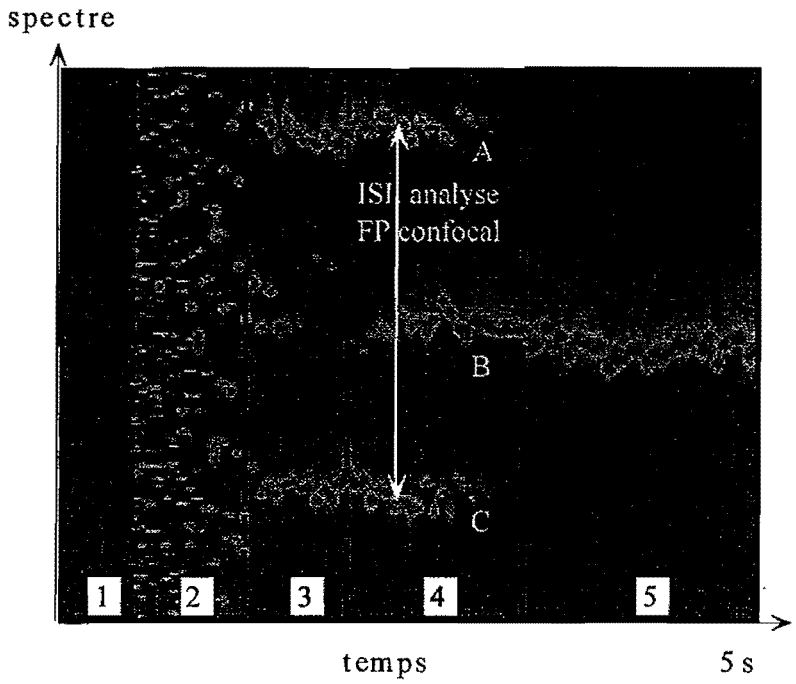


Figure III-(53) : Observation de l'évolution au cours du temps de l'émission laser lorsque le cristal est en position affinement. On distingue 5 zones de fonctionnement au cours du temps. L'explication est donné ci-dessous.

L'analyse de l'émission laser avec l'interféromètre confocal (monté sur une cale piézoélectrique) permet de voir l'évolution temporelle et la compétition entre les modes laser de cavité. On distingue cinq zones de fonctionnement notées de 1 à 5 :

1 : La première zone correspond à l'allumage du laser.
2 : La deuxième commence au démarrage de l'oscillation. Le réseau photoréfractif n'est pas encore inscrit, le laser est multimode et présente un spectre large. La longueur de cohérence du laser est par conséquent faible. La modulation d'indice photoréfractive étant proportionnelle à la modulation de la figure d'interférence (relation III-(10)), l'épaisseur efficace du cristal photoréfractif est très faible au départ du processus d'affinement.
3 : La troisième zone fait apparaître que deux modes, le mode B et le mode répété deux fois (A,C), ont réussi à inscrire un réseau photoréfractif. Le mode (A,C) semble voir le gain laser le plus important.
4 : Dans la zone 4, le mode B commence de nouveau à osciller; il y a compétition entre les deux modes.
5 : Finalement, le mode B s'impose, le laser est alors spectralement monomode.

Nous étudions la stabilité en fréquence du laser lorsque son émission est monomode, c'est-à-dire lorsqu'il "est" dans la zone 5 (1 à 2 secondes pour le calcul, mais aucune variation importante n'est observée sur plusieurs minutes). Nous trouvons une instabilité en fréquence de :

$\Delta\nu_{stabilité} \approx 170$ MHz.	III-(14)

Cette valeur est à comparer avec celle trouvée lorsque le composant photoréfractif n'est pas présent dans la cavité, à savoir $\Delta\nu_{stabilité} \approx 170$ MHz (III-13). On retrouve donc la même valeur. L'insertion dans la cavité du cristal photoréfractif n'améliore pas la stabilité de l'émission.

La largeur mesurée du mode est de $\Delta\nu_{1/2\ mesure} \approx 53$ MHz. Après déconvolution, elle est égale à :

$\Delta\nu_{1/2\text{-affinement}} \approx 28$ MHz.	III-(15)

Cette valeur est à comparer à $\Delta\nu_{1/2} \approx 153$ MHz pour le laser seul. La valeur obtenue en présence du composant photoréfractif en position d'affinement est de l'ordre de celles obtenues classiquement lors de l'analyse de lasers continus. Cependant, les fluctuations de la longueur de la cavité n'ayant pas ou très peu changé avec l'insertion du cristal photoréfractif, il faut admettre que cette valeur est peu précise. On peut néanmoins conclure que l'insertion du composant photoréfractif réduit de manière très importante la largeur de la raie d'émission du laser en rendant par ailleurs ce dernier monomode.

III-5-4] Conclusion de l'affinement d'un laser en régime continu

Pour résumer, nous avons réalisé l'affinement spectral d'un laser continu à 1,06 µm à base de $Nd:YVO_4$ par l'insertion d'un cristal photoréfractif de $BaTiO_3$:Rh. Non seulement, l'insertion du cristal rend le laser monomode mais en plus, elle permet de réduire la largeur spectrale du mode émis de 153 MHz à 28 MHz. Une seule ombre au tableau concerne le seuil d'oscillation laser qui augmente lors de l'insertion du composant photoréfractif passant d'un courant d'alimentation de la diode de 0,68 A à 0,85 A.

Afin de faire un pas de plus vers l'affinement spectral des OPO par insertion d'un cristal photoréfractif, nous nous plaçons en régime nanoseconde.

III-6] Affinement de lasers impulsionnels saphir dopés au titane avec un cristal de $BaTiO_3$:Co

III-6-1] Introduction

Nous avons montré qu'il est possible d'affiner des lasers continus. Les lasers impulsionnels (non-injectés) sont plus instables que les lasers continus car à chaque impulsion, il y a compétition entre

les modes et un ou plusieurs peuvent osciller simultanément. De manière générale, le spectre du laser comporte de nombreux modes. Les modes présents au cours d'une impulsion ne sont pas nécessairement les mêmes lors de la suivante. L'affinement spectral dans ce régime temporel est donc plus délicat puisqu'il nécessite la stabilisation spectrale de l'émission.

Les deux paragraphes 3-6-2] et 3-6-3] présentent les deux cavités laser que nous avons réalisées. La première est une cavité classique avec un cristal laser saphir dopé au titane dans lequel un prisme est inséré afin de pouvoir faire varier la longueur d'onde et de réduire le spectre d'émission. Nous caractérisons cette cavité sans et avec cristal photoréfractif placé dans la cavité. Pour des raisons expérimentales, nous avons dû placé un système afocal dans la cavité. Cette deuxième cavité est analysée de la même manière que la précédente.

III-6-2] Cavité simple

III-6-2-1] Caractérisation de la source laser de pompe

Il s'agit d'un Nd:YAG vendu par BMI Industrie. La cavité est plan-concave de longueur $L_{Laser} = 90$ cm avec un miroir à réflectivité gaussienne en sortie, une cellule de Pockels permet de déclencher l'oscillation et de rendre l'émission polarisée linéairement[51]. Le faisceau issu du laser passe ensuite à travers un système afocal de grandissement x2 et une lame quart d'onde. Celle-ci rend donc l'émission du laser polarisée circulairement. Le faisceau vient ensuite pompé le second barreau de Nd:YAG amplificateur[52]. Une lame quart d'onde est placée en sortie de l'amplificateur pour rendre la polarisation linéaire. Le faisceau à 1064 nm vient finalement pomper un cristal de KD*P qui double en fréquence l'émission du laser. L'émission a donc lieu à 532 nm à la cadence de fonctionnement f = 10 Hz.

La puissance disponible à 532 nm est $P_{532} = 280$ mW soit une énergie de $E_{532} = 28$ mJ. Le faisceau disponible à 532 nm sur le cristal de saphir dopé au titane est quasiment collimaté et présente un point chaud. Il est représentée sur la figure III-(54) :

---

[51] L'émission d'un laser à base de Nd:YAG n'est pas polarisée à cause des effets thermiques présents dans le barreau.

[52] Le pompage d'un amplificateur avec une onde polarisée circulairement permet de maximiser le gain d'amplification. En effet contrairement à un champ électrique polarisé linéairement, un champ polarisé linéairement n'est jamais nul au cours de la propagation dans le barreau. L'émission stimulée a donc lieu sur toute la longueur du cristal.

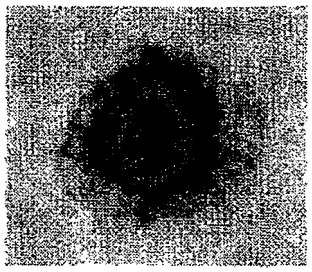


Figure III-(54) : Coupe transverse du faisceau à 532 nm en sortie du cristal doubleur. La puissance à 532 nm est ici de 280 mW.

Les rayons du faisceau à 13,5 % du pic (correspond à la largeur à $1/e^2$ pour des faisceaux gaussiens) sont : $\mathbf{w_x = 2{,}2\ mm}$, $\mathbf{w_y = 2{,}0\ mm}$ où l'axe x correspond au plan d'incidence (horizontal) et y au plan perpendiculaire (vertical).

La largeur à mi-hauteur de l'impulsion temporelle (FWHM) est : $\mathbf{FWHM_{532} = 21\ ns}$. Ceci est une valeur moyenne, nous verrons par la suite que cette valeur peut varier de 4 à 5 ns.

Afin de pouvoir faire varier la puissance disponible en sortie du laser, nous avons placé un système atténuateur constitué d'une lame demi-onde ($T_{\lambda/2}$ = **87 %**) suivie d'un polariseur de Glan ($\mathbf{T_{Glan}}$ = **89,75 %**) permettant de faire varier la puissance entre 0 et **218 mW**.

III-6-2-2] Caractérisation de la source laser saphir dopé au titane

III-6-2-2-1] Cristal de saphir dopé au titane

Nous avons décidé de travailler avec un cristal de saphir dopé au titane (Ti^{3+}:Al_2O_3) parce qu'il présente des propriétés intéressantes quant à l'émission laser. La caractéristique qui nous intéresse le plus est le fait qu'il émet autour de 800 nm, longueur d'onde qui correspond à celle du signal de l'OPO et qui est proche de celle où le cristal photoréfractif est sensible. Par ailleurs, il présente une absorption large centrée autour de 490 nm, par conséquent, il peut être pompé optiquement par un laser Nd:YAG doublé en fréquence (532 nm). Le cristal est taillé à l'angle de Brewster afin de favoriser la polarisation parallèle (voir figure III-(55)).

III-6-2-2-2] Montage expérimental

Après avoir testé plusieurs géométries de cavité, nous avons opté pour le montage représenté sur la figure III-(55) :

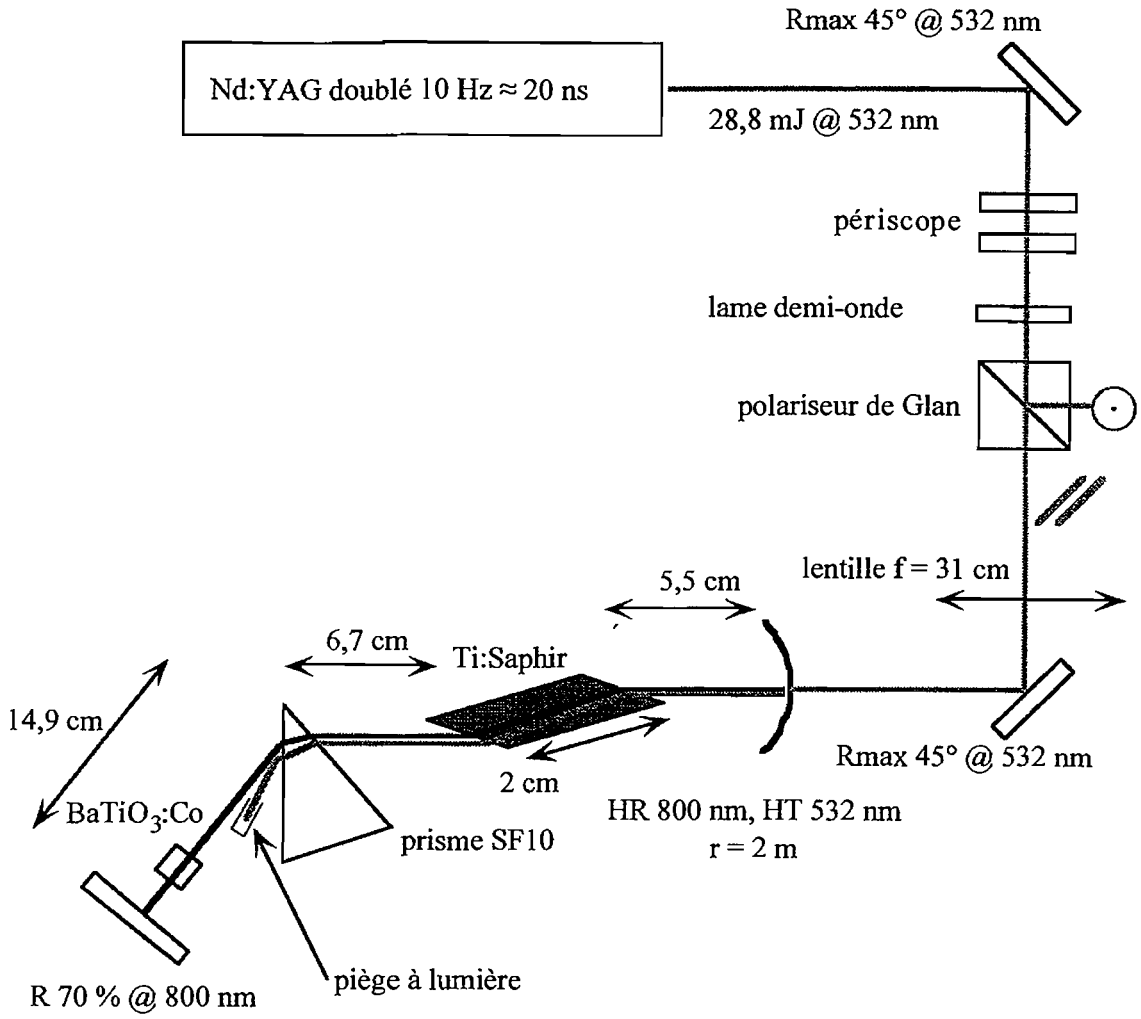
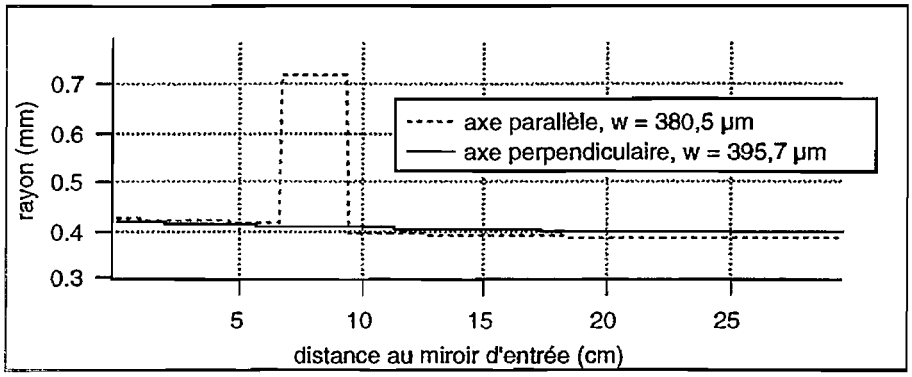


Figure III-(55) : Schéma du montage expérimental.

Derrière le polariseur de Glan, on place une lentille convergente de focale **f = 31 cm**. Le point de focalisation se trouve exactement entre le prisme et le cristal. La position du point de focalisation est choisie de manière à ne pas atteindre le seuil de dommage des optiques. La cavité finale est composée de deux miroirs; le miroir d'entrée est traité hautement réfléchissant (**HR 800**) à 800 nm et haute transmission (**HT 532**) à 532 nm, il a un rayon de courbure **r = 2 m**. Le miroir de sortie est plan et réfléchit $\mathbf{R_{sortie\ 800}}$ **= 70 %**. Le cristal est placé à 5,5 cm du miroir d'entrée pour des raisons d'encombrement expérimental. 6,7 cm derrière le cristal, nous plaçons un prisme en SF10 taillé à l'angle de Brewster à 800 nm. Il permet, d'une part, de séparer le signal à 800 nm et la pompe à 532 nm grâce à la dispersion des indices (relation I-(19)) et, d'autre part, de faire varier la longueur d'émission du signal autour de 800 nm en permettant la rotation du prisme sur lui-même. Par ailleurs, le prisme permet aussi de réduire la largeur de la raie d'émission du laser à base de saphir dopé au titane car celle-ci est très importante (une centaine de nanomètres). Enfin, un piège à lumière permet de protéger le cristal photoréfractif de l'onde pompe lorsque celui est placé dans devant le miroir de sortie. La longueur de la cavité est d'environ $\mathbf{L_{laser}}$ **= 29,5 cm**.

L'évolution théorique des rayons du faisceau dans la cavité est représenté sur le graphe III-(56) :



[illegible] (56) : Représentation de l'évolution des rayons du faisceau dans la cavité. Le saut de la valeur du rayon dans le [illegible] perpendiculaire est dû à l'angle de Brewster et à la coupe du cristal. Les rayons de cols, situés sur le miroir de [illegible] égaux à $w_{parallèle} = 380{,}5$ µm et $w_{perpendiculaire} = 395{,}7$ µm.

[illegible] courbes nous montrent que les rayons du faisceau sont pratiquement constants au cours de la [illegible] dans la cavité. Les rayons de cols (situés sur le miroir de sortie) sont :

$w_{[illegible]llèle\text{-}x\text{-}800\ nm} = 396$ µm, $w_{perpendiculaire\text{-}y\text{-}800\ nm} = 381$ µm.

[illegible] du faisceau pompe (à 532 nm) au niveau du cristal de saphir dopé au titane sont :

$w_{[illegible]allèle\text{-}x\text{-}532\ nm} = 480$ µm, $w_{perpendiculaire\text{-}y\text{-}532\ nm} = 437$ µm.

[illegible] rayons du signal sont donc légèrement inférieurs à ceux mesurés pour la pompe. Le [illegible] des deux faisceaux signal et pompe dans le cristal de saphir dopé au titane n'est pas [illegible] En entrée du cristal, il est d'environ 50 % [53] et diminue légèrement au cours de la [illegible] dans le cristal, puisque l'angle de réfraction n'est pas le même pour les deux longueurs [illegible] atteindre 45 % en sortie du cristal.

[illegible] de calculer l'intégrale suivante : $R=\dfrac{\int \exp\left(-2\left(\dfrac{x^2}{w_{xs}^2}+\dfrac{y^2}{w_{ys}^2}\right)\right)\exp\left(-2\left(\dfrac{x^2}{w_{xp}^2}+\dfrac{y^2}{w_{yp}^2}\right)\right)dxdy}{\sqrt{\int \exp\left(-2\left(\dfrac{x^2}{w_{xs}^2}+\dfrac{y^2}{w_{ys}^2}\right)\right)dxdy\int \exp\left(-2\left(\dfrac{x^2}{w_{xp}^2}+\dfrac{y^2}{w_{yp}^2}\right)\right)dxdy}}$. Elle est [illegible] à : $R=\sqrt{\dfrac{w_{xs}w_{ys}w_{xp}w_{yp}}{\left(w_{xs}^2+w_{xp}^2\right)\left(w_{ys}^2+w_{yp}^2\right)}}$. Avec les valeurs données, $R \approx 50$ %.Ici, on a supposé les deux faisceaux [illegible] le même axe de propagation Oz.

III-6-2-2-3] Profil spatial

Nous présentons le profil spatial du faisceau signal à $\lambda = 800$ nm pour une puissance $P_{800\,nm} = 20$ mW (figure III-(57)) :

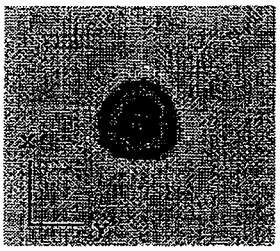


Figure III-(57) : Coupe transverse du profil spatial du signal à 800 nm pour une puissance de sortie de $P_{532\,nm} = 20$ mW, la caméra est située à d = 50 cm du miroir de sortie. les rayons du faisceau TEM_{00} sont égaux à : $w_x = 560$ µm, $w_y = 498$ µm. Les axes x et y correspondent, respectivement, aux axes parallèle et perpendiculaire (à la polarisation des ondes).

Les rayons du faisceau TEM_{00} signal sont : $w_x = 560$ µm, $w_y = 498$ µm. Les axes x et y correspondent, respectivement, aux axes parallèle et perpendiculaire. Le profil spatial est caractérisé par un $M^2 \approx 1{,}2$.

III-6-2-2-4] Puissance et rendement

Nous avons donc opté pour un miroir de coefficient de réflexion $R_{sortie\,800} = 70$ %. Cela permet à la fois d'augmenter l'énergie de sortie et de diminuer celle intracavité. La densité de puissance à l'intérieur de la cavité est donc 3,3 fois celle mesurée à l'extérieur de la cavité. Nous mesurons la puissance de sortie ainsi que le rendement en fonction de la puissance d'entrée (figure III-(58)).

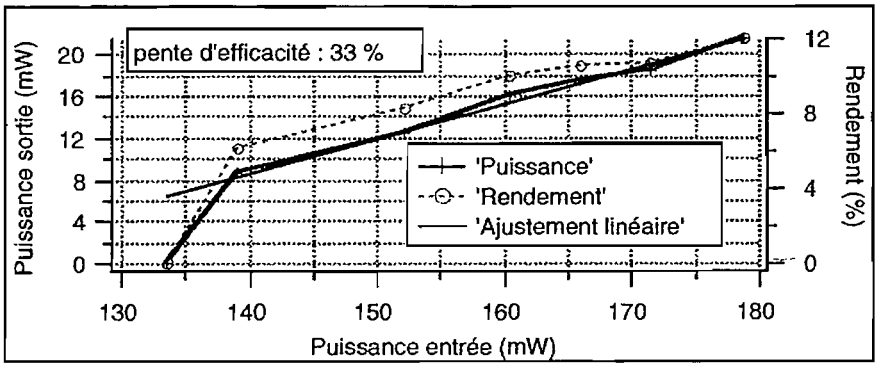


Figure III-(58) : Puissance en sortie et rendement en fonction de la puissance en entrée.

Le seuil laser est atteint pour une puissance en entrée de $\mathbf{P_{seuil\text{-}532\ nm}}$ **= 133 mW**. La pente d'efficacité est de 33 % et le rendement maximal atteint est de $\mathbf{Rdt_{max}}$ **= 12 %.**

III-6-2-2-5] Dynamique temporelle

Afin de nous approcher du fonctionnement dynamique temporel d'un OPO, nous présentons l'évolution de la largeur temporelle à mi-hauteur et de l'écart de temps entre les impulsions pompe et signal (figure III-(59)).

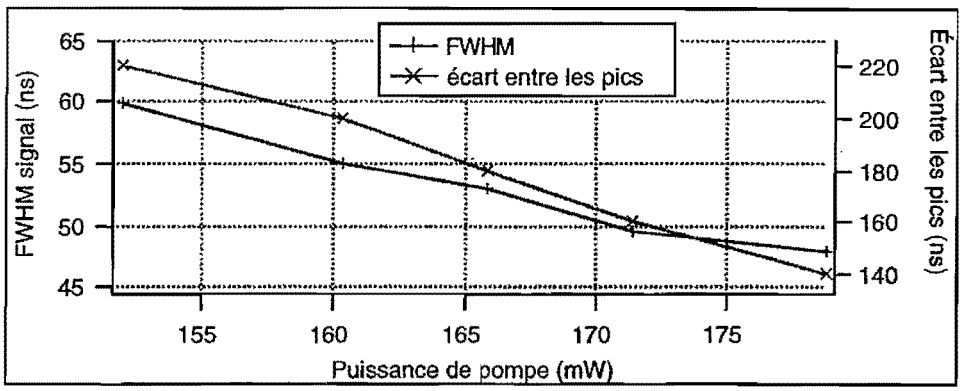


Figure III-(59) : Évolution de la largeur à mi-hauteur (FWHM) de l'impulsion signal à 800 nm et de la différence de temps entre les deux pics pompe et signal en fonction de la puissance de pompe.

Lorsque la tension appliquée aux bornes des lampes flash augmente, la puissance délivrée par le laser Nd:YAG puis celle incidente sur le cristal de saphir dopé au titane augmentent. Par conséquent le gain compense plus rapidement les pertes dues à la cavité et les impulsions pompe et signal sont donc temporellement plus proches. Ainsi, l'écart entre les deux pics pompe et signal décroit linéairement depuis 220 ns jusqu'à 140 ns depuis le seuil d'oscillation laser jusqu'à la puissance maximale disponible. De la même manière, la durée de l'impulsion décroît lorsque la puissance incidente augmente. Ce phénomène est typique du fonctionnement d'un laser fonctionnant en régime impulsionnel (Q-Switch). De manière générale et dans le cas particulier du laser Nd:YAG, Siegman [Siegman pp 1014-1019] montre que la largeur à mi-hauteur de l'impulsion décroît rapidement lorsqu'on augmente la puissance de pompe ou l'inversion de population initiale.
Nous avons caractérisé le laser sur les plans temporel, spatial et énergétique. Il reste à analyser le spectre d'émission de ce dernier.

III-6-2-2-6] Analyse spectrale

De la même manière que lors de l'étude en régime continu, nous avons monté un interféromètre Fabry-Pérot afin d'analyser le spectre d'émission du laser saphir dopé au titane. Le miroir d'entrée

III-6-2-3-4] Profil spatial

D'un point de vue spatial, le faisceau émis est toujours TEM_{00} avec le même coefficient M^2 mais il arrive parfois que le laser devienne TEM_{01}. L'origine des modes TEM_{01} est la détérioration de la surface d'entrée du cristal traitée antireflet qui ne permet plus l'oscillation de mode TEM_{00}. Cette détérioration nous a empêché d'enregistrer des profils.

III-6-2-3-5] Profil temporel

D'un point de vue temporel, les impulsions mesurées au seuil de l'oscillation présentent les mêmes allures que celles mesurées sans le composant photoréfractif. En fait, lors de l'augmentation de la puissance de pompe, le traitement antireflet déposé sur la face d'entrée du cristal photoréfractif n'a pas résisté à l'éclairement. Le cristal a donc été "piqué" plusieurs fois. Ces piqures sont à l'origine de l'augmentation du seuil que nous avons observé par la suite. En effet, en "fin de vie", le seuil d'oscillation est monté jusqu'à plus de 125 mW. Le phénomène de dégradation a été, heureusement pour nous, assez lent pour nous permettre d'observer l'affinement du spectre.

III-6-2-3-6] Analyse spectrale

Nous nous plaçons à $P_{800\ nm} = 5$ mW en sortie, puissance à laquelle le laser seul présente un fonctionnement multimode et instable. En présence du composant en position affinement et pour une longueur du Fabry-Pérot égale à $L_{FP} = 2$ mm (intervalle spectral libre de 75 GHz), nous observons l'affinement suivant (figure III-(62)) :

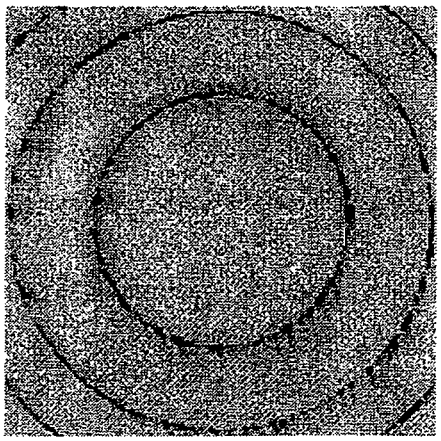


Figure III-(62) : Anneaux de Fabry-Pérot obtenus pour le laser saphir dopé au titane en présence du composant photoréfractif en position affinement pour une puissance de sortie à 800 nm, $P_{800\ nm} = 5$ mW. Le laser présente un fonctionnement temporellement très stable.

Le spectre d'émission est clairement affiné. La longueur et la finesse du Fabry-Pérot ne permettent pas de conclure sur le caractère monomode ou multimode du laser mais seulement d'affirmer que la raie obtenue a une largeur inférieure à 600 MHz (ISL_{FP}/F_{FP}). L'intervalle spectral libre de la cavité laser est ISL_{laser} = 475 MHz, nous pouvons simplement supposer que le laser emet un ou deux modes et pas plus. Nous n'avons pas pu étudier les modes longitudinaux du laser en augmentant la longueur de la cavité Fabry-Pérot car le cristal était alors endommagé.

En revanche, l'observation de l'impulsion temporelle avec un oscilloscope rapide nous permet d'affirmer que le laser présente un comportement bimode. En effet, si peu de modes longitudinaux sont présents, on observe, dans le profil, des battements entre des modes longitudinaux de période correspondant à un aller et retour dans la cavité (figure III-(63)) :

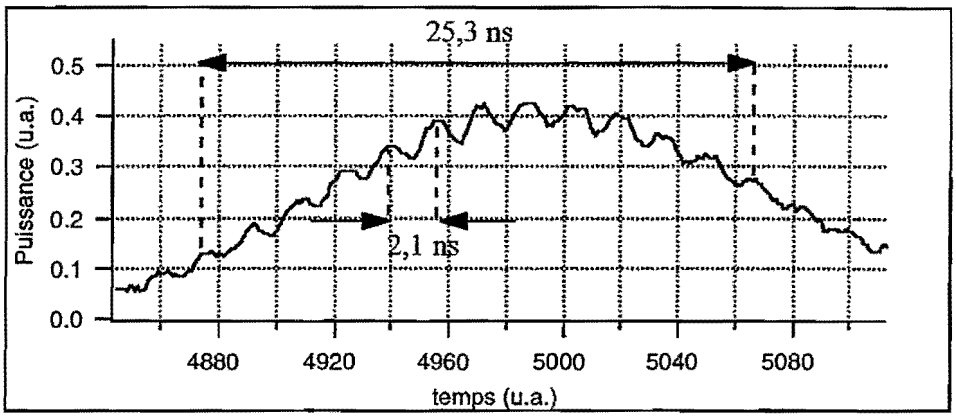


Figure III-(63) : Profil de l'impulsion lorsque le fonctionnement du laser est bimode. La période de battement est de T = 2,1 ns (12 T = 25,3 ns). Le chemin optique de la cavité est $L_{Laser-opt}$ = c T/2 = 31,6 cm. Cela correspond, si l'on tient compte des indices des cristaux de saphir dopé au titane (1,76) et de titanate de baryum (2,1) et du prisme SF10 (1,71), a une longueur géométrique de L_{Laser} = 29,5 cm. On retrouve la valeur expérimentale mesurée précédemment.

Nous avons aussi observé des impulsions qui ne présentaient pas de battement. L'émission était alors monomode puisque que le laser était sensé être bimode ou monomode. Mais la preuve irréfutable aurait été donnée par un Fabry-Pérot plus long permettant de séparer deux modes longitudinaux successifs.

Nous nous sommes intéressés à la dynamique de l'établissement de l'affinement spectral en fonction du temps. Pour cela, nous avons modifié le fonctionnement de la cellule de Pockels présente dans le laser Nd:YAG en la faisant fonctionner à la cadence de 1 Hz afin de contrôler l'énergie déposée dans le cristal photoréfractif et de permettre l'acquisition vidéo.

L'affinement spectral est réalisé en 5 impulsions, voici ce que nous observons en sortie du Fabry-Pérot de longueur L_{FP} = 2 mm (figure III-(64)) :

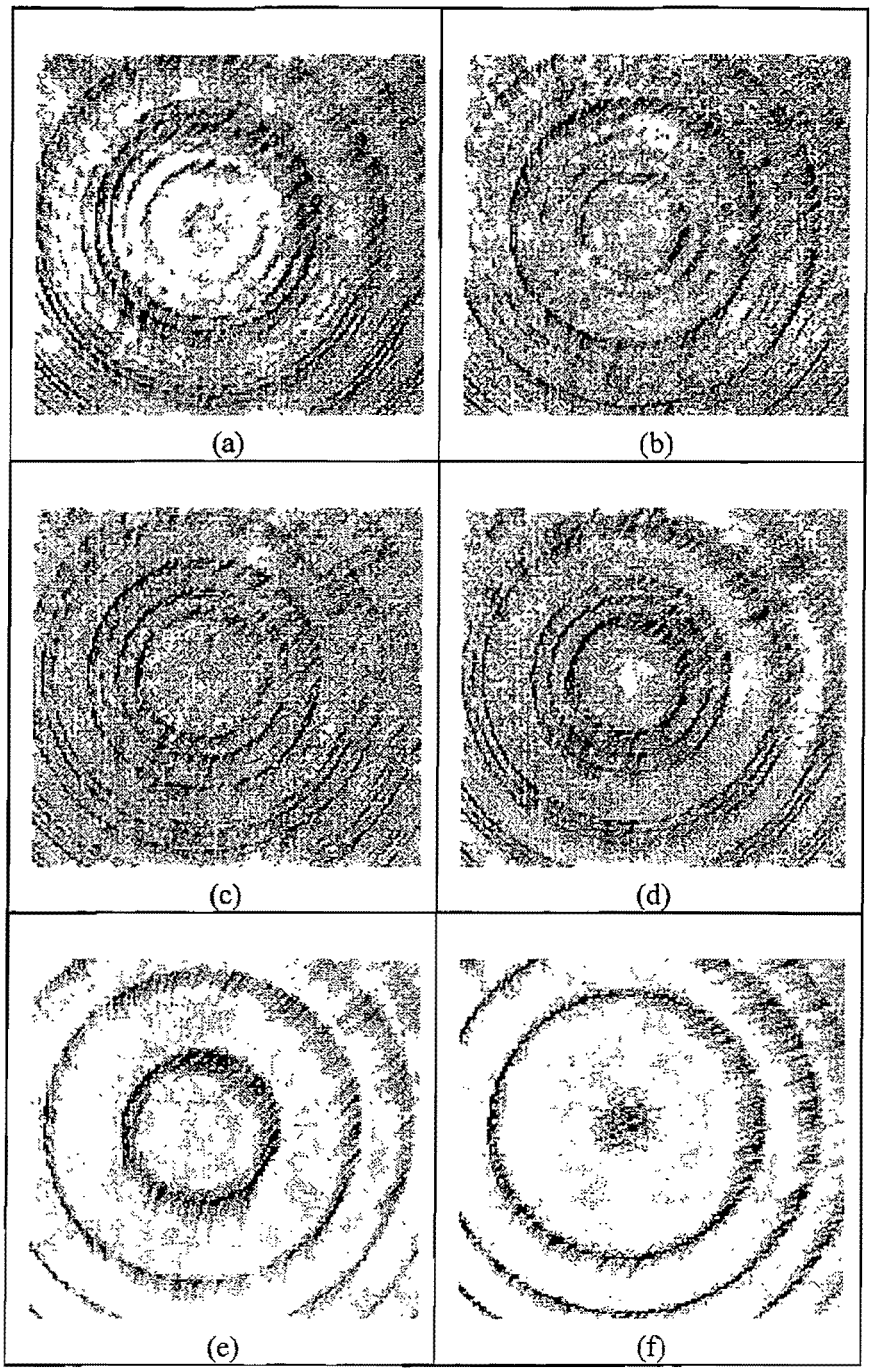


Figure III-(64) : Anneaux de Fabry-Pérot obtenus pour le laser saphir dopé au titane en présence du composant photoréfractif en position affinement pour une puissance de sortie finale à 800 nm, $P_{800\ nm} = 5$ mW. Les anneaux correspondant à la première impulsion laser sont représentés sur l'image (a). Le laser est donc initialement multimode. L'observation des anneaux des trois impulsions suivantes (b), (c) et (d) montrent un fonctionnement multimode du laser. Les anneaux des deux dernières impulsions montrent un fonctionnement affiné et stable du laser. Au delà, les anneaux de Fabry-Pérot ne présentent plus qu'une très faible dérive en fréquence comme observée entre les images (e) et (f).

Les images précédentes ont été acquises à la suite les unes des autres à la cadence de 1 Hz. La première impulsion laser présente un spectre multimode. Pour les trois impulsions suivantes, l'énergie déposée dans le cristal permet l'écriture du réseau photoréfractif. Le Fabry-Pérot autoadaptatif formé par le miroir de sortie et le composant permet de sélectionner des modes et permet donc l'affinement.

L'énergie mesurée en sortie du laser, lorsque la stabilité est atteinte, est de $E_{800\ nm}$ = 0,5 mJ. Le spectre étant affiné, le coefficient de réflexion effectif vu par le ou les modes (qui voient un gain supérieur aux pertes) est supérieur au coefficient de réflexion du miroir de sortie. Le coefficient de réflexion effectif théorique vu par le mode central dans cette configuration est de l'ordre de $\mathbf{R_{eff}}$ **= 86 %**. L'énergie vue par le cristal photoréfractif est donc de l'ordre de 3,6 mJ par impulsion, il lui faut donc environ au maximum (puisque l'on ne sait pas comment évolue le coefficient de réflexion au cours de l'établissement de l'effet d'affinement du spectre) 5 x 3,6 = 18 mJ pour affiner le spectre du laser.

Cette valeur du coefficient de réflexion effectif est à l'origine du seuil d'oscillation laser mesuré à $P_{seuil\text{-}532\ nm\ BaTiO3:Co}$ = 96 mW. En fait, ce seuil correspond au seuil lorsque le laser est affiné, donc lorsque le coefficient de réflexion effectif central est supérieur au coefficient de réflexion du miroir de sortie. Par conséquent, le mode (ou les deux modes) voient moins de pertes entrainant une diminution du seuil. Nous n'avons pas réussi à mesurer le seuil d'oscillation en présence du composant photoréfractif lorsque celui ne produit pas son effet.

Un point intéressant à remarquer est le fait que le seuil d'oscillation laser est inférieur en présence de l'affinement avec le cristal de $BaTiO_3$:Co dans la cavité saphir dopé au titane en régime impulsionnel alors qu'il est supérieur en régime continu pour le laser à base de Nd:YVO_4 avec le cristal de $BaTiO_3$:Rh. Il n'est pas simple de comprendre la ou les raisons de cette différence. Cela pourrait provenir des propriétés des cristaux "laser" (raies homogènes ou pas), des cristaux de titanate de baryum, des dopants, de la géométrie de la cavité ou encore du fonctionnement temporel (continu ou impulsionnel).

Quoi qu'il en soit, nous n'avons pu approfondir ces questions puisque le traitement antireflet de la face d'entrée du cristal photoréfractif n'a pas résisté à l'éclairement auquel il était soumis. La face d'entrée du cristal présentait de nombreuses piqûres et il n'était plus possible de travailler avec ce dernier. Nous avons donc renvoyé le cristal à la société FEE (située en Allemagne) pour qu'elle repolisse le cristal et redépose un traitement antireflet. De notre côté, nous avons envisagé une nouvelle cavité laser afin de réduire l'éclairement incident sur le composant photoréfractif.

Lorsque un cristal est "piqué", cela est le plus souvent dû à l'éclairement et non à la fluence. Nous avons cherché à diminuer l'éclairement vu par le traitement antireflet de la face d'entrée du cristal

photoréfractif. Pour cela, nous avons décidé de placer un système afocal dans la cavité laser composé de deux lentilles de focales de signes opposés. Nous avons aussi utilisé un autre laser de pompe.

III-6-3] Cavité avec système afocal

III-6-3-1] Caractérisation de la source laser de pompe

Nous avons donc monté un nouveau banc de manipulation avec pour source principale de pompage le laser Spectra Physic : **Quanta-Ray GCR-11**. Il s'agit d'un laser à base de Nd:YAG doublé en fréquence à travers un cristal de KDP. Le laser est capable de délivrer des impulsions d'énergie $E_{532\ nm\ MAX} = 93$ mJ, correspondant à $\mathbf{P_{532\ nm\text{-}MAX} = 930\ mW}$.

La qualité spatiale du faisceau est très mauvaise. La figure III-(65) représente une coupe transverse du faisceau laser incident sur le miroir d'entrée de la cavité Titane-Saphir :

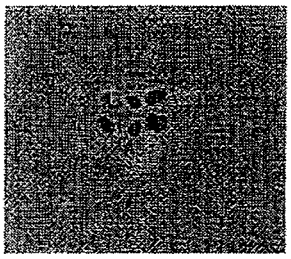


Figure III-(65) : Coupe transverse du faisceau incident sur le miroir d'entrée. $\Delta X = 1{,}350$ mm, $\Delta Y = 0{,}837$ mm.

Nous observons plusieurs pics et de la diffraction. La lentille de focalisation ainsi que les deux miroirs de réflexion $R_{max\text{-}532\ nm}$ à 45° (voir la figure III-(58)) présentent de nombreuses "piqûres". Nous mesurons les largeurs totales du faisceau incident sur le miroir d'entrée **$\Delta X = 1{,}35$ mm et $\Delta Y = 0{,}84$ mm**. Ces piqûres proviennent de la recherche d'un compromis entre la focale de la lentille et la distance de cette dernière par rapport aux miroirs d'entrée et de déflexion. Malgré cette pauvre qualité du faisceau de pompe, l'émission laser à 800 nm émise par le laser à saphir dopé au titane est correcte comme nous le verrons plus loin.

III-6-3-2] Montage expérimental

Nous présentons tout d'abord le montage général avec le laser de pompe, le laser saphir dopé au titane, le Fabry-Pérot d'analyse et enfin le spectromètre à réseau (figure III-(66)) :

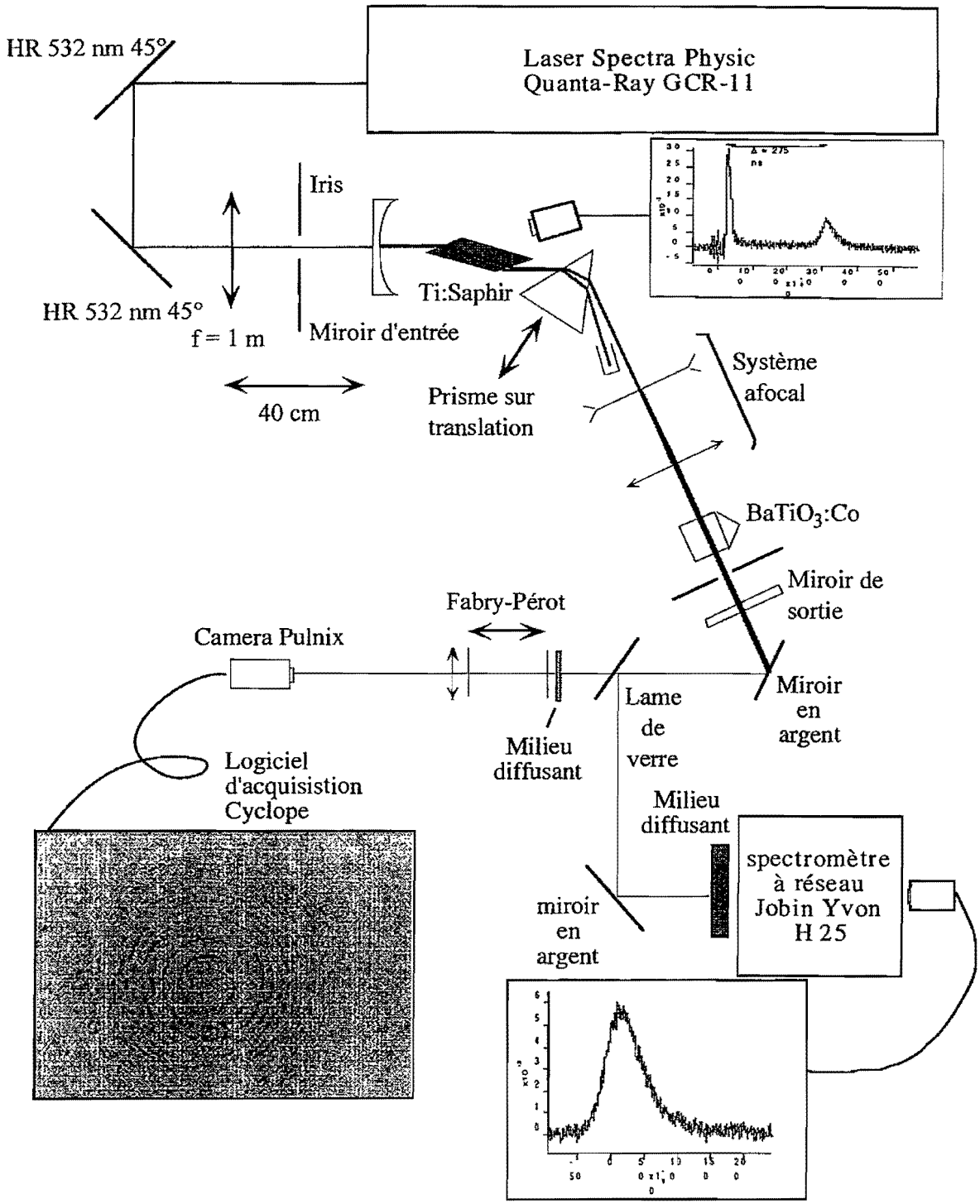


Figure III-(66) : Schéma du montage expérimental général.

Le faisceau laser Nd:YAG doublé est dirigé à l'aide de deux miroirs hautement réfléchissant à 45° vers le miroir d'entrée de la cavité saphir dopé au titane. Une lentille ainsi qu'un trou de filtrage sont placés devant le dit miroir d'entrée. La lentille est convergente de focale f = 1 m et se trouve à 40 cm du miroir. Le point de focalisation de la pompe, lorsque le prisme n'est pas inséré dans la cavité, se

trouve à environ 40 cm derrière ce dernier. Cette position a le mérite de n'endommager aucune des optiques présentes.

Pour analyser le signal en sortie, nous avons placé un interféromètre de Fabry-Pérot derrière lequel est placée une caméra Pulnix TM 465 et son logiciel d'acquisition Cyclope. Une lame de verre nous permet de récupérer une partie du faisceau et de l'analyser avec un spectromètre à réseau Jobin Yvon H25. Une photodiode placée à coté de la cavité laser (et couplée à un oscilloscope) nous permet de capturer les profils temporels pompe et signal. Nous présentons (figure III-(67)) en détail le schéma de la cavité laser :

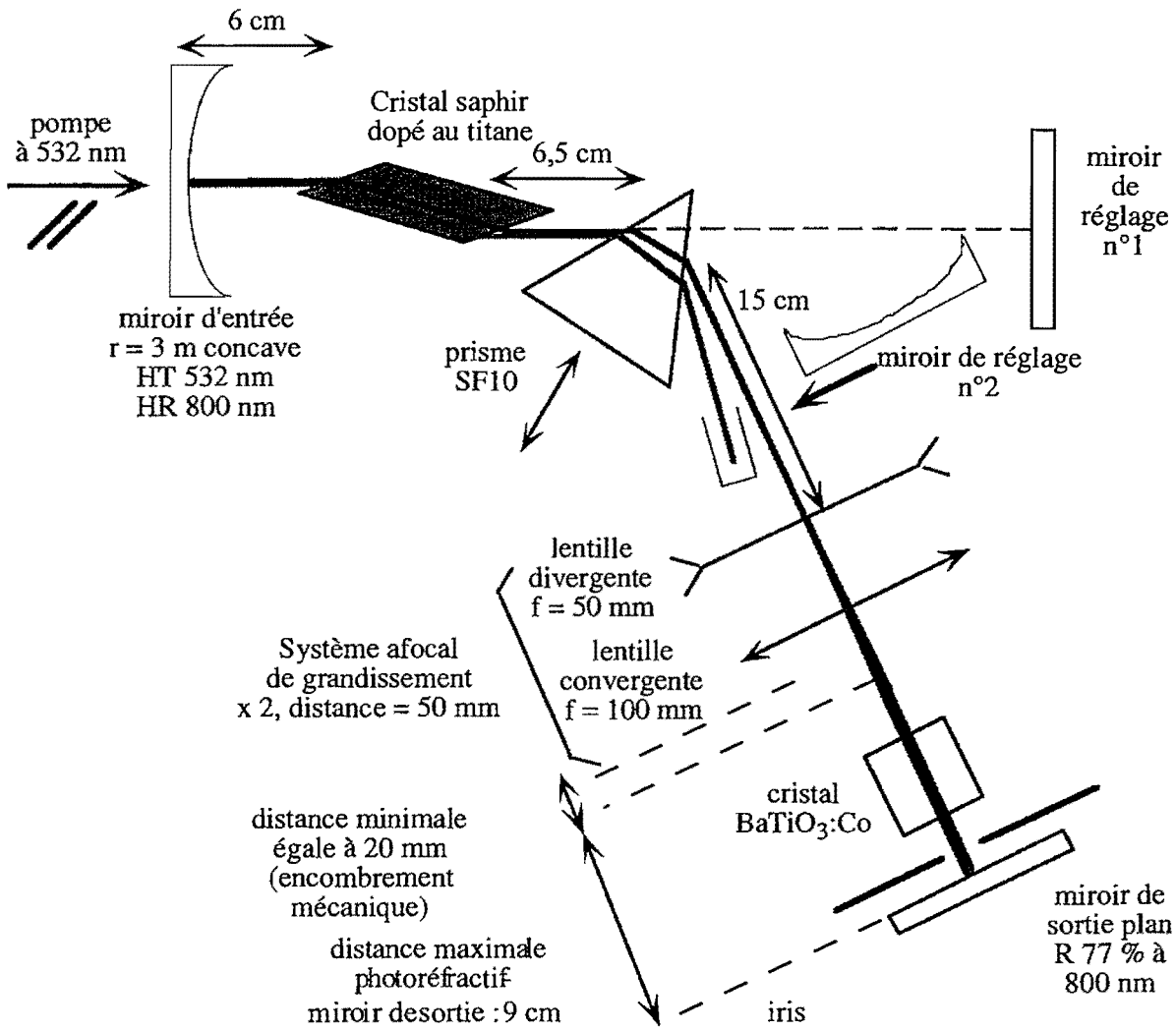


Figure III-(67) : Schéma de la cavité laser (détail).

Sur le principe, la cavité se présente de la même manière que la précédente. La seule différence vient de l'ajout du système afocal de grandissement x 2. Il permet à puissance égale de diviser par 4 l'éclairement incident sur le cristal photoréfractif. Il est réalisé par deux lentilles de focale **f = 50 mm** pour la divergente et **f = 100 mm** pour la convergente. Elles sont distantes de **50 mm**.

Le miroir de sortie plan présente un coefficient de réflexion à 800 nm égal à $R_{s\text{-}800\ nm}$ = 77 %. Le miroir d'entrée est traité hautement réfléchissant à 800 nm et haute transmission à 532 nm, il est concave de rayon de courbure r_e = 3 m. Un iris est placé dans la cavité afin de sélectionner un fonctionnement TEM_{00}.

III-6-3-3] Profil spatial

L'évolution théorique des rayons du faisceau dans la cavité est présenté sur la figure III-(68) :

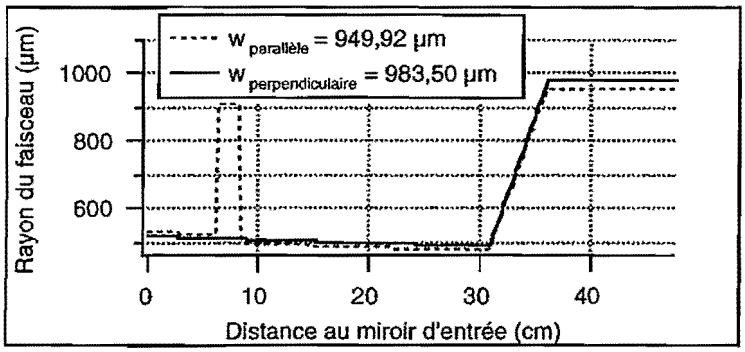


Figure III-(68) : Évolution des rayons du faisceau dans la cavité. Les dénominations "parallèle" et "perpendiculaire" sont (toujours) définies par rapport à la polarisation des ondes.

Les rayons de col sont situés sur le miroir de sortie et valent théoriquement : w_x = 950 µm et w_y = 984 µm.

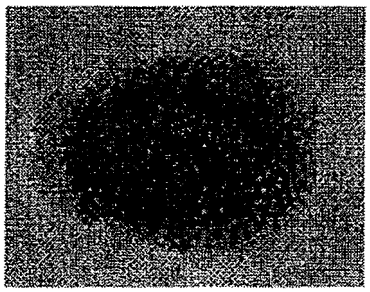


Figure III-(69) : Profil spatial du signal à 800 nm observé 1 m derrière le miroir de sortie.

À d = 1 m, nous capturons un profil spatial : w_x = 2,448 mm et w_y = 2,096 mm. Les valeurs théoriques sont inférieures d'un facteur 2 et correspondent à un M^2 théorique de l'ordre de 1,4.

III-6-3-4] Puissance et rendement

III-6-3-4-1] Puissances au seuil

Dans cette configuration, par rotation du prisme autour de son axe, nous avons fait varier la longueur d'onde d'émission laser. Pour chaque longueur d'onde, nous avons mesuré la puissance au seuil de la pompe à 532 nm avant et après inscription du réseau photoréfractif (figure III-(70)).

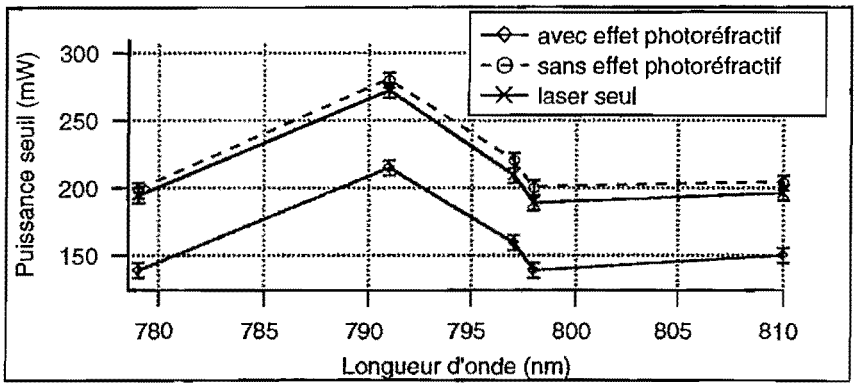


Figure III-(70) : Évolution de la puissance au seuil à 532 nm en fonction de la longueur d'onde signal.

Pour obtenir les trois courbes précédentes, nous procédons de la manière suivante.

◊ Nous réglons le laser sans le cristal photoréfractif. Une fois l'effet laser obtenu, nous mesurons le seuil "laser seul" et insérons le cristal.

◊ Nous recherchons l'effet laser en augmentant la puissance de pompe incidente et en "jouant" sur les miroirs. Une fois l'effet laser obtenu, nous optimisons le réglage.

◊ Ceci étant fait, nous diminuons la puissance du laser de pompe et illuminons le cristal photoréfractif à l'aide d'une lampe blanche afin d'effacer le réseau. Une fois le réseau effacé, nous augmentons de nouveau la puissance de pompe jusqu'à obtenir l'effet laser et la puissance de pompe seuil "sans effet photoréfractif".

◊ Une fois l'affinement du spectre réalisé, nous diminuons la puissance de pompe jusqu'à obtenir la puissance seuil "avec effet photoréfractif".

L'écart moyen entre les puissances de pompe au seuil avec et sans effet photoréfractif est de $\Delta P_{seuil\ 532\ nm} = 65$ mW. Les variations de ± 5 mW autour de cette valeur en fonction de la longueur d'onde ne sont pas suffisament importantes pour être significatives. La troisième courbe, représentant la variation de la puissance de pompe au seuil sans le cristal photoréfractif, montre que cette dernière suit l'évolution des deux précédentes. Elle présente un écart moyen de 8 mW avec la courbe représentant la puissance "sans effet photoréfractif". Il semble donc que l'insertion du cristal introduit des pertes faibles dans la cavité laser.

Afin de commenter l'allure des courbes précédentes, nous rappelons que le seuil est fonction, entre autres, du gain laser, du gain et de l'absorption du cristal photoréfractif et des coefficients de reflexion des miroirs d'entrée et de sortie. Chacun des paramètres précédents suit sa propre évolution en fonction de la longueur d'onde. Une explication de l'allure des courbes nécessiterait donc la connaissance minimale de tous ces paramètres. Nous ne connaissons pas parfaitement l'évolution de ces derniers, néanmoins, nous savons que les miroirs sont spécifiés à 800 nm et que pour chacun d'eux, la réflectivité diminue lorsque l'on s'éloigne de cette valeur. Ceci explique que le seuil augmente lorsque l'on s'éloigne de 800 nm en décroissant. En ce qui concerne le cristal photoréfractif $BaTiO_3$:Co, son absorption est minimale autour de 750 nm tandis que la raie d'émission du saphir dopé au titane est centrée autour de 760 nm; ces deux points peuvent fournir une explication à l'augmentation du seuil lorsque la longueur d'onde augmente au delà de 780 nm.

Nous avons déterminé la puissance au seuil avec et sans cristal photoréfractif. Nous augmentons l'énergie de la pompe et mesurons l'énergie de sortie et le rendement correspondant.

III-6-3-4-2] Puissance de sortie et rendement

Nous présentons l'évolution de la puissance de sortie du signal émis à 798 nm[54] , longueur d'onde pour laquelle le seuil d'oscillation est minimal (figure III-(71)).

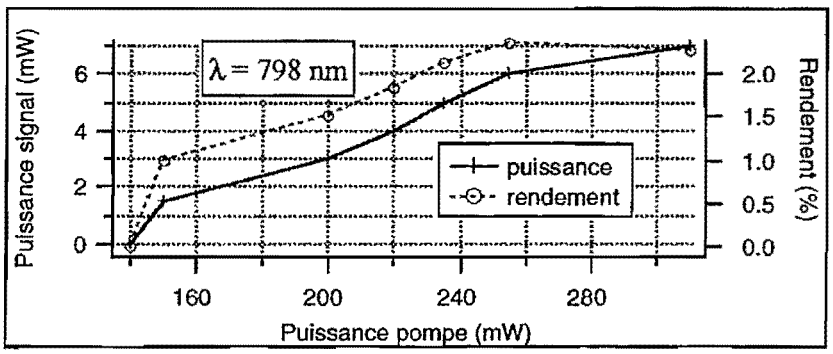


Figure III-(71) : Évolution de la puissance de sortie signal et du rendement en fonction de la puissance en entrée de la pompe.

L'information importante contenue dans ce graphe est la faible valeur du rendement. Il atteint au maximum $\mathbf{rdt_{max}}$ = **2,25 %**. L'origine n'est pas dans l'insertion du cristal photoréfractif mais dans celle du système afocal introduisant des pertes par réflexion et un allongement de 10 cm de la cavité (figure III-(72)) et probablement dans un mauvais recouvrement des faisceaux pompe et signal après modification de la cavité :

[54] On appelle signal l'onde émise autour de 800 nm.

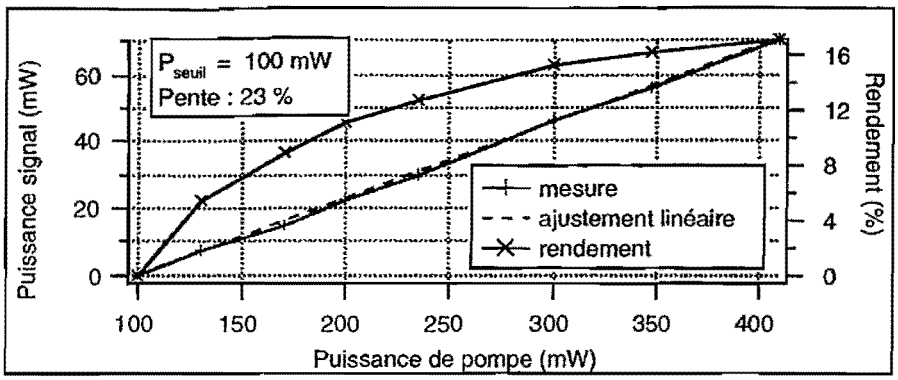


Figure III-(72) : Évolution de la puissance en sortie signal et du rendement en fonction de la puissance d'entrée de la pompe lorsque le système afocal n'est pas inséré. La cavité est alors plus courte de 10 cm.

Lorsque le système afocal n'est pas inséré dans la cavité, non seulement le seuil d'oscillation diminue à 100 mW mais la puissance de sortie est décuplée (70 mW contre 7 mW). Il semble donc que l'afocal introduit d'importantes pertes (malgré le fait qu'il est traité antireflet à cette autour de 800 nm) auquelles s'ajoute le fait que la cavité voit sa longueur augmenter de 10 cm. Le but n'étant pas d'optimiser la puissance de sortie du laser, nous conservons cette géométrie de cavité et caractérisons l'émission temporelle du laser saphir dopé au titane.

III-6-3-4-3] Dynamique temporelle

De la même manière que pour la cavité sans système afocal, nous étudions la dynamique temporelle des impulsions pompe et signal et cette fois ci en présence du cristal photoréfractif, ce qui n'avait pas été possible précédemment.

Nous obtenons sur l'écran d'un oscilloscope (figure III-(73)) les profils temporels suivants à 798 nm pour une puissance de pompe proche du seuil, P_{532} = 150 mW.

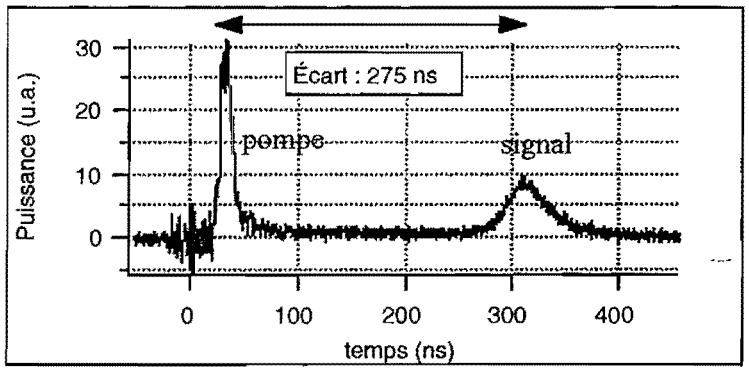


Figure III-(73) : Profils temporels de la pompe et du signal à 798 nm pour une puissance de pompe de 150 mW.

Nous présentons en détail les profils des deux impulsions (figures III-(74) et III-(75)).

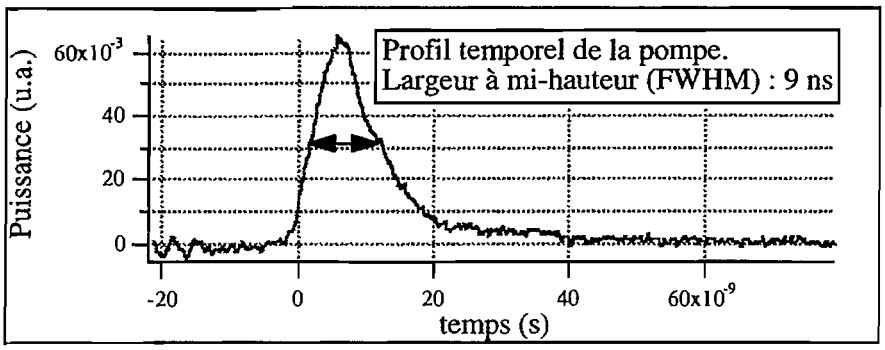


Figure III-(74) : Profil temporel de la pompe. Largeur à mi-hauteur de l'impulsion (FWHM) : 9 ns.

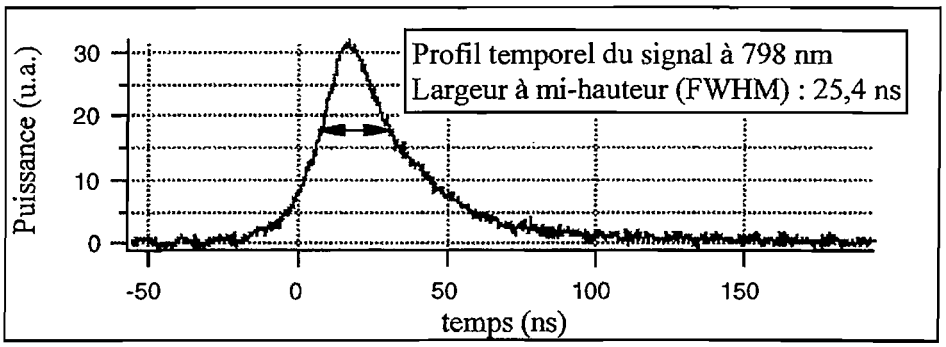


Figure III-(75) : Profil temporel du signal. Largeur à mi-hauteur de l'impulsion (FWHM) : 25,4 ns.

L'acquisition précédente permet de déterminer à la fois l'écart entre les deux impulsions et la largeur de l'impulsion signal. Si l'on effectue cette opération pour différentes puissances de pompe, on obtient le graphe de la figure III-(76) :

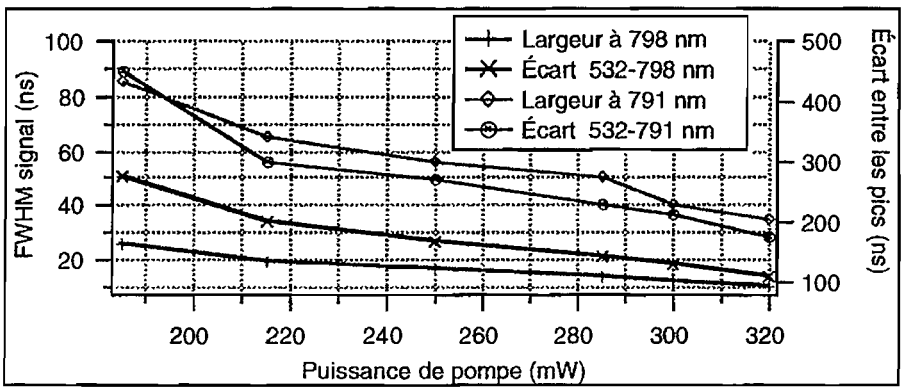


Figure III-(76) : Évolution de la largeur de l'impulsion signal et de l'écart entre les deux pics des impulsions pompe et signal pour deux longueurs d'onde signal, λ_S = 798 et 791 nm.

De la même manière que précédemment, en présence du composant photoréfractif, l'écart entre les deux impulsions est tel qu'elles ne se recouvrent pas. On a encore un comportement temporel complètement différent de celui d'un OPO (où l'impulsion signal est créée pendant l'impulsion pompe). L'écart minimal, pour la puissance maximale de 320 mW, est de 175 ns. Nous remarquons

que la largeur et l'écart sont fonctions de la longueur d'onde d'émission laser. Les deux temps sont plus courts pour la longueur d'émission voyant un seuil plus bas (λ_S = 798 nm) et donc une puissance de sortie plus élevée.

Un autre point important concerne la différence entre les durées des impulsions des ondes signal du laser et de l'OPO. En effet, l'effet laser est un phénomène à accumulation et à redistribution d'énergie. Généralement, la durée de l'impulsion de l'onde signal est supérieure à celle de l'onde pompe. *a contrario*, l'effet paramétrique est un phénomène "instantanné" puisque lié essentiellement à l'éclairement de l'onde pompe. La durée de l'onde signal est donc toujours inférieure à celle de l'onde pompe. Conservant le même laser de pompe pour les deux expériences, la différence de fonctionnement dynamique devra être prise en compte lors de l'analyse des résultats.

III-6-3-4-4] Analyse spectrale :

L'analyse spectrale est réalisée à l'aide d'un interféromètre Fabry-Pérot présenté figure III-(77).

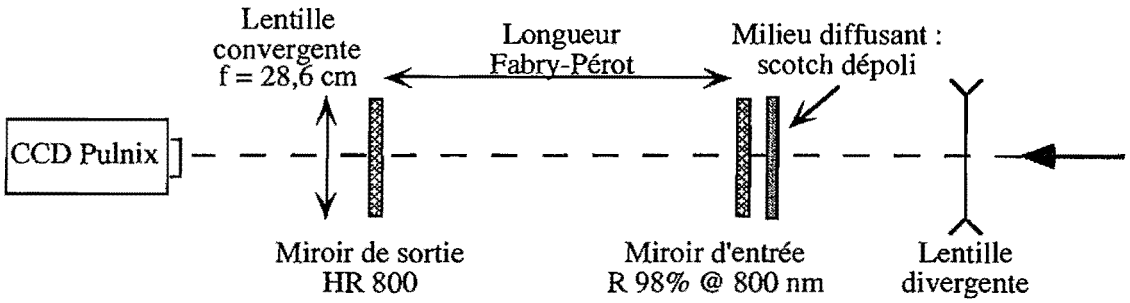


Figure III-(77) : Cavité Fabry-Pérot d'analyse du signal.

Afin de séparer les radiations présentes dans la raie d'émission du laser, nous plaçons un milieu diffusant constitué par du scotch dépoli et une lentille divergente, de focale non mesurée, à 15 cm du miroir d'entrée de l'interféromètre de manière à éclairer une grande surface du milieu diffusant. L'interféromètre est constitué d'un miroir hautement réfléchissant à 800 nm et d'un miroir réfléchissant R_{800} = 98 % à 800 nm. La longueur du Fabry-Pérot est ajustable entre 0 et 13,5 cm. La finesse théorique est de l'ordre de $F_{FP} \approx 125$.

La première étape consiste à choisir une cavité courte L_{FP} = 0,5 mm. L'intervalle spectral libre est donc ISL_{FP} = 300 GHz. Il permet de vérifier l'affinement grossier du spectre mais en aucun cas ne permet de conclure sur la monochromaticité de l'émission. Il permet simplement d'affirmer que la raie d'émission est inférieure à 2,4 GHz.

Nous réalisons l'acquisition de deux images des anneaux en présence ou non du cristal photoréfractif en position affinement. La puissance de pompe est $P_{532\ nm} = 280$ mW, la longueur d'onde d'émission signal est $\lambda_s = 798$ nm (figure III-(78)).

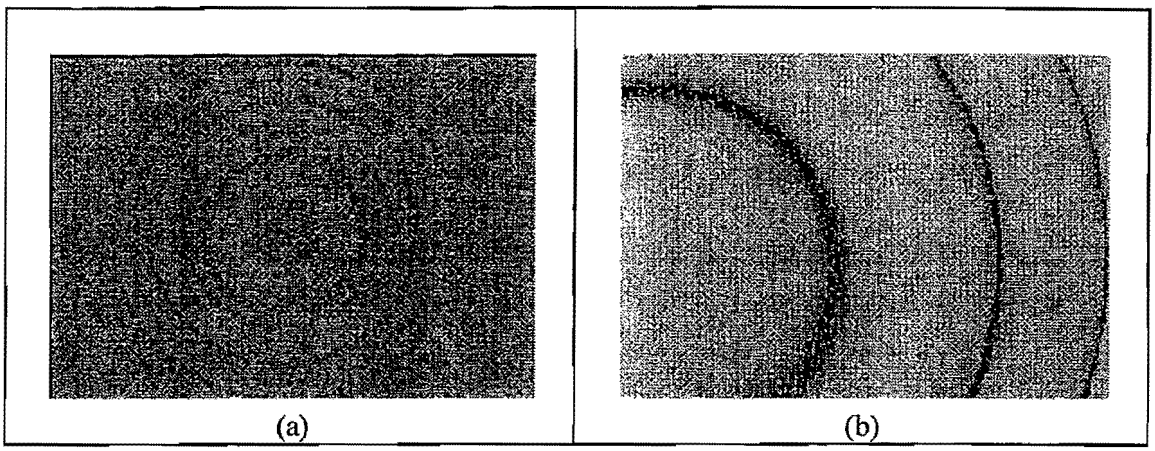


Figure III-(78) : Observation du spectre d'émission laser (a) sans cristal photoréfractif et (b) avec cristal photoréfractif en position affinement.

L'affinement spectral dû à l'insertion du cristal photoréfractif est évident. La raie d'émission du laser initialement de l'ordre de 300 GHz est inférieure à 2,4 GHz. La puissance de pompe est $P_{532\ nm} = 280$ mW à $\lambda_s = 798$ nm, ceci nous place 2 fois au dessus du seuil en présence de l'effet photoréfractif (le seuil en présence "d'affinement" est de 140 mW) et 1,4 fois au dessus du seuil sans effet photoréfractif (de l'ordre de 200 mW). Dans ce cas, l'affinement spectral apparaît assez rapidement (moins de 1 s) et afin de ne pas endommager le composant photoréfractif, nous diminuons rapidement la puissance de pompe pour nous placer vers 160 mW.

De manière générale, pour ne pas risquer d'endommager le cristal de $BaTiO_3$:Co, nous procédons de la manière qui suit. Nous recherchons l'effet laser sans composant photoréfractif. À cette puissance seuil, le laser est instable, en ce sens qu'il émet des impulsions à une cadence inférieure à 10 Hz et ceci aléatoirement (au dessus du seuil, le laser fonctionne normalement à 10 Hz). Nous insérons le cristal photoréfractif, celui-ci introduit quelques pertes supplémentaires qui n'empèchent pas d'observer des impulsions laser mais seulement diminuent leur cadence d'apparition. Lorsqu'une impulsion laser est créée, le réseau photoréfractif commence à s'inscrire. De part cette méthode, le réseau met un certain temps à s'inscrire. L'affinement spectral apparaît dans une fourchette de temps allant de 1 seconde à 5 minutes (la différence provient de l'écart en énergie entre la valeur qui permet l'oscillation à 10 Hz et celle où l'on se place. Plus cet écart est important, plus le temps d'inscription est long et donc plus l'affinement spectral est tardif).

La seconde étape consiste à allonger la cavité Fabry-Pérot de manière à pouvoir séparer deux modes longitudinaux. Pour connaître l'intervalle spectral libre de la cavité laser, une méthode consiste à obtenir un fonctionnement bimode du laser. C'est ce que nous réalisons en nous plaçant proche du

seuil d'oscillation (P_{532} = 150 mW) et en enregistrant une impulsion temporelle présentant des battements (figure III-(79)) :

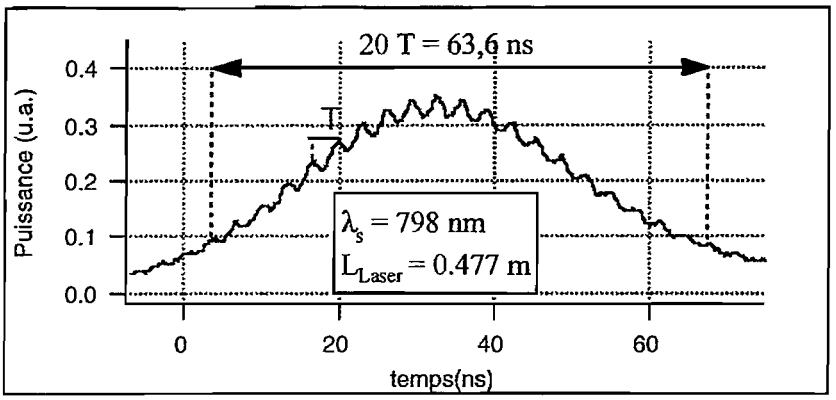


Figure III-(79) : Détermination du chemin optique de la cavité par observation des battements dus à un fonctionnement bimode du laser.

L'intervalle spectral libre du laser est donc : ISL_{Laser} = 315 MHz.

La longueur expérimentale du Fabry-Pérot (réalisé non sans difficulté sur la stabilité et le choix des miroirs) qui permet de résoudre les deux modes est : L_{FP} = 13,2 cm. Dans ces conditions, la distance entre deux anneaux correspondant à deux modes longitudinaux successifs est déterminée à l'aide du programme *Mathematica* cité précédemment (III-4-3-2-2); elle est égale à 113 µm au premier ordre et correspond, sur l'écran, à 6-7 pixels. Une acquisition vidéo est réalisée simultanément. Nous obtenons figure III-(80) :

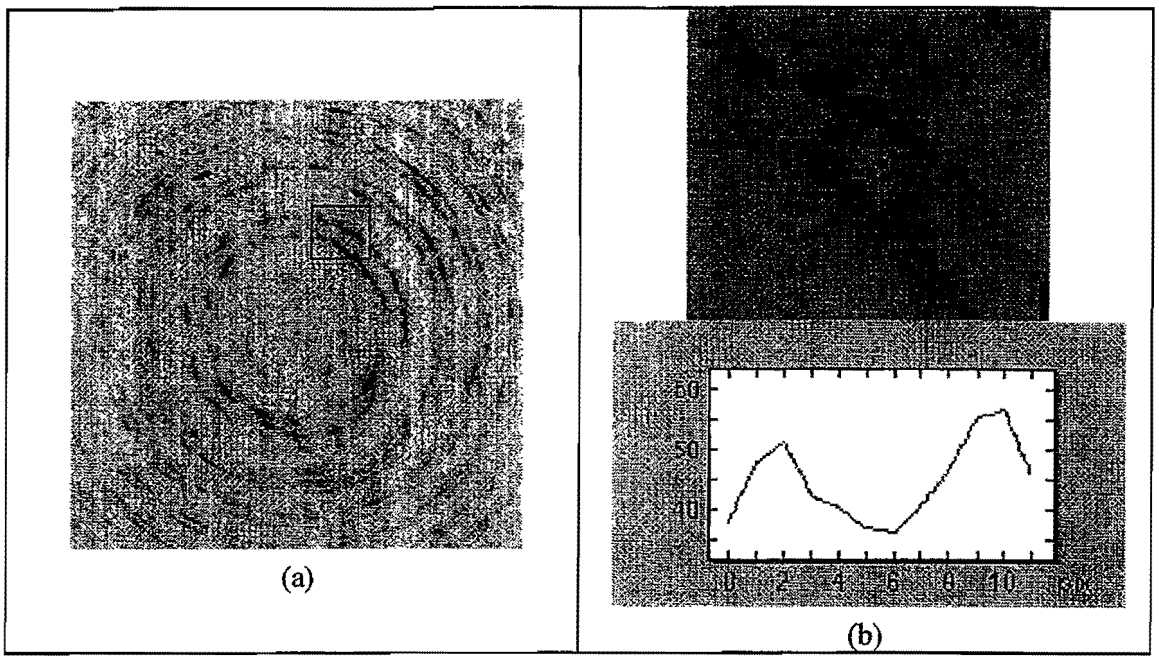


Figure III-(80) : Obsevation du fonctionnement bimode du laser saphir dopé au titane en présence du composant photoréfractif placé à $d_{PR\text{-}M\ sortie}$ = 1 cm du miroir de sortie. La figure (a) présente les anneaux de Fabry-Pérot dans leur ensemble. La figure (b) est un agrandissement du rectangle. La distance théorique entre deux modes successifs est, au premier ordre, égale à 6-7 pixels, la mesure sur la figure (b) corrobore cette valeur.

Le Fabry-Pérot est capable de séparer deux modes longitudinaux distant de 315 MHz sur 6 pixels. En estimant la largeur des deux modes de l'ordre de 2 pixels, la largeur à mi-hauteur du mode est de l'ordre de $\Delta\nu_{1/2}$ = 105 MHz.

Le composant photoréfractif peut expérimentalement occuper deux positions, la première le situe à 1 cm du miroir de sortie tandis que la seconde le place à 7 cm. Remarquons que le seuil d'oscillation ne dépend pas de $d_{PR\text{-}M\ sortie}$. L'expérience montre que lorsque $d_{PR\text{-}M\ sortie}$ = 7 cm, l'émission laser est plus stable et plus souvent monomode que pour $d_{PR\text{-}M\ sortie}$ = 1 cm. L'interféromètre Fabry-Pérot formé par le cristal photoréfractif et le miroir de sortie est dans le premier cas beaucoup plus sélectif en fréquence que dans le second. Nous présentons donc les anneaux enregistrés pour **$d_{PR\ M\ sortie}$ = 7 cm** :

◊ Juste au dessus du seuil de l'oscillation laser ($P_{532} \geq 140$ mW), l'émission est monomode (figure III-(81)).

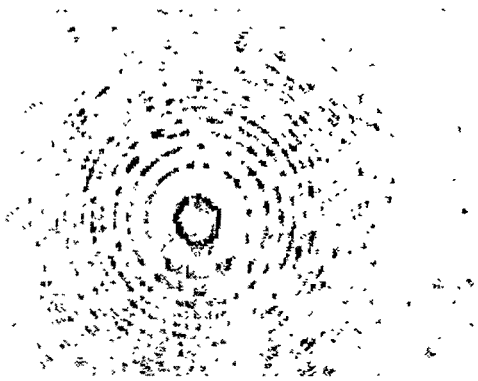


Figure III-(81) : Observation des anneaux de Fabry-Pérot pour une puissance de pompe $P_{532} \geq 140$ mW. L'émission est monomode.

◊ Pour une puissance de pompe $P_{532} = 180$ mW, l'émission est monomode (figure III-(82)) :

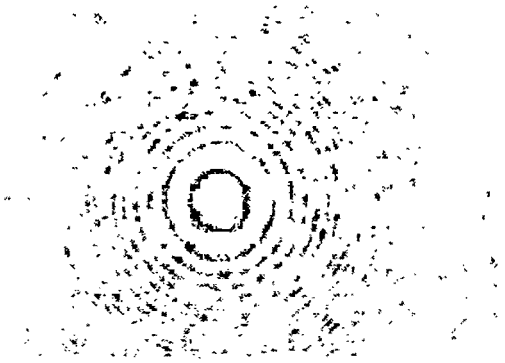
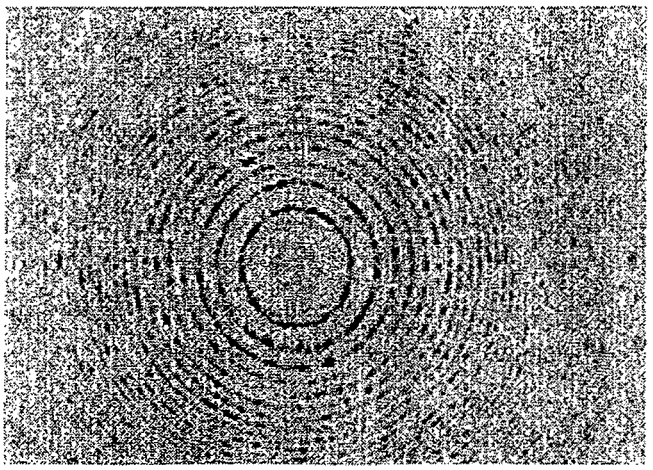


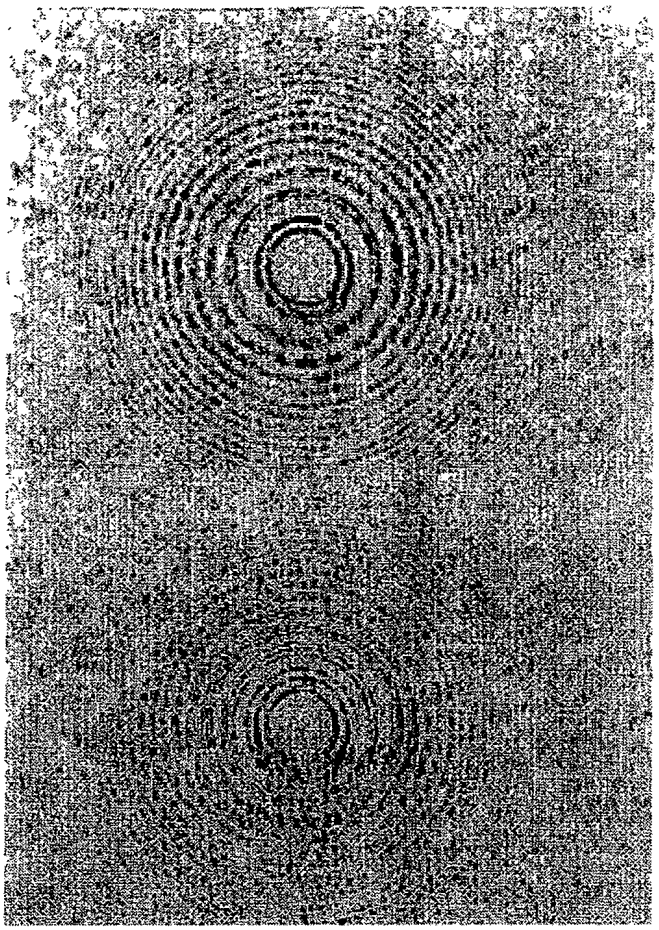
Figure III-(82) : Observation des anneaux de Fabry-Pérot pour $P_{532} = 180$ mW. L'émission est monomode.

◊ Puissance de pompe $P_{532} = 210$ mW.

À partir de 200 mW, l'émission laser est majoritairement monomode mais on observe aussi des impulsions bimodes. Le rapport des apparitions étant de l'ordre de 1 pour 10. À 210 mW, l'émission laser n'est plus majoritairement monomode et l'on observe des impulsions monomodes, bimodes et trimodes (figures III-(83)) :



Monomode



Bimode

Trimode

Figures III-(83) : Observation des anneaux de Fabry-Pérot pour une puissance de pompe P_{532} = 210 mW. L'émission est alternativement monomode, bimode et trimode.

Le laser est successivement monomode, bimode ou trimode. Au démarrage de l'oscillation, il est multimode puis s'affine assez rapidement (entre 1 et 10 secondes). Il semble ensuite se stabiliser sur un fonctionnement (monomode, bimode ou trimode) pendant 1 à 5 secondes puis change de fonctionnement. Nous avons laissé le processus évoluer au cours du temps mais il présente toujours le même fonctionnement au bout d'1 heure. Nous avons essayé d'augmenter progressivement la puissance de pompe depuis la valeur au seuil jusqu'à 210 mW mais le fonctionnement reste similaire. La répartition temporelle des impulsions va majoritairement au fonctionnement bimode.

Pour résumer, nous avons montré qu'il était possible d'affiner spectralement des lasers impulsionnels fonctionnant en régime nanoseconde et émettant autour de 800 nm. L'émission est monomode jusqu'à une certaine valeur de l'énergie du laser de pompe puis devient bimode et trimode aléatoirement. D'un point de vue spatial, nous n'avons pas trop insisté sur ce point car l'insertion du composant photoréfractif ne modifie pas le profil spatial de l'onde signal. D'un point de vue temporel, la différence essentielle attendue par rapport au fonctionnement d'un OPO provient du laps de temps entre les deux impulsions pompe et signal et sur la durée des impulsions signal comme nous le verrons par la suite. Enfin concernant l'énergie, la seule chose que l'on peut dire est que le

seuil d'oscillation diminue par insertion du cristal photoréfractif. Nous n'avons pas cherché à pomper le cristal avec des énergies trop importantes par crainte d'endommager la face d'entrée du composant.

Nous sommes en mesure de passer à l'étude de l'affinement spectral d'un OPO par insertion d'un cristal photoréfractif.

III-7] Affinement spectral d'un OPO par insertion d'un cristal photoréfractif

III-7-1] Introduction

Le chapitre précédent, consacré à l'étude de l'affinement spectral par insertion d'un cristal de $BaTiO_3$:Co, nous a permis de dégager les caractéristiques principales du fonctionnement du laser en présence du composant photoréfractif. Nous avons caractérisé l'ensemble sur le plan spatial, temporel, énergétique et spectral. Nous avons montré que, moyennant quelques précautions sur l'éclairement de la pompe, le composant photoréfractif est capable de rendre monomode spectralement et de stabiliser l'émission d'un laser à base de cristal de saphir dopé au titane fonctionnant en régime nanoseconde. En ce qui concerne l'OPO, nous allons procéder de la même manière. Nous commencerons (chapitre III-7-2) par la caractérisation de la source laser de pompe sur les plans énergétique, spatial et temporel. Ensuite (chapitre III-7-3), nous introduirons le cristal de KTP et préciserons l'accord de phase choisi. Le chapitre suivant (III-7-4) présentera une première étude de l'OPO sans composant photoréfractif. Nous analyserons l'émission de l'OPO sur les plans énergétique, spatial et temporel. Des résultats de cette étude, nous en déduirons les conditions expérimentales permettant de placer le composant photoréfractif dans la cavité OPO. Ce dernier chapitre (III-7-5) présentera à la fois la comparaison entre les mesures expérimentales et les prévisions théoriques issues du modèle et l'aspect spectral de l'émission de l'OPO à la longueur d'onde du signal.

III-7-2] Laser de pompe

Le laser de pompe utilisé est le même que celui présenté au chapitre III-5-2-1. Il s'agit d'un laser à base de Nd:YAG avec un étage amplificateur. L'onde fondamentale est doublée en fréquence à travers un cristal de KD*P. La puissance disponible à 532 nm en sortie de l'oscillateur est égale à P_{532} = 280 mW soit une énergie de E_{532} = 28 mJ à la cadence de 10 Hz. Le faisceau passe ensuite au travers d'un atténuateur formé par une lame demi-onde et un polariseur de Glan de transmission respectives : T_{lame} = 87 % et Tpolariseur = 89,75 %. La puissance moyenne et l'énergie disponible

sont alors de P_{532} = 220 mW et E_{532} = 22 mJ. Le profil spatial du faisceau à 532 nm incident sur le cristal de KTP est présenté sur la figure III-(84) :

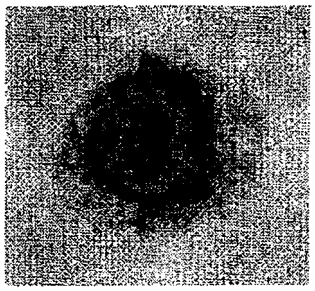


Figure III-(84) : Coupe transverse du faisceau à 532 nm après le périscope. La puissance à 532 nm est ici de 220 mW.

Les rayons du faisceau à 13,5% du pic (correspond à la largeur à $1/e^2$ pour des faisceaux gaussiens) sont : $\mathbf{w_x = 2{,}2\ mm}$, $\mathbf{w_y = 2{,}0\ mm}$ où l'axe x est l'axe horizontal et y l'axe vertical.

Compte tenu de la taille du cristal de KTP (nous détaillerons ces caractéristiques dans un prochain paragraphe), il est nécessaire de remettre en forme le faisceau pour pouvoir pomper efficacement l'OPO. Ceci a été réalisé de deux manières.

La première a consisté à utiliser une lentille convergente, non-traitée antireflet, de focale f = 50 cm, ainsi qu'un iris. Nous reportons sur la figure III-(85) le profil incident sur le cristal de KTP obtenu pour la puissance maximale de $\mathbf{P_{532} = 200\ mW}$ (compte tenu de la transmission de la lentille).

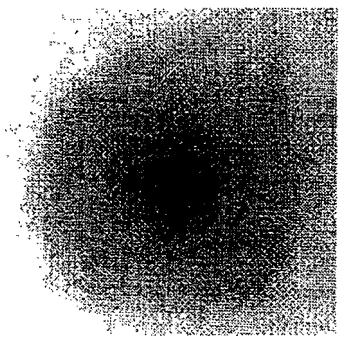
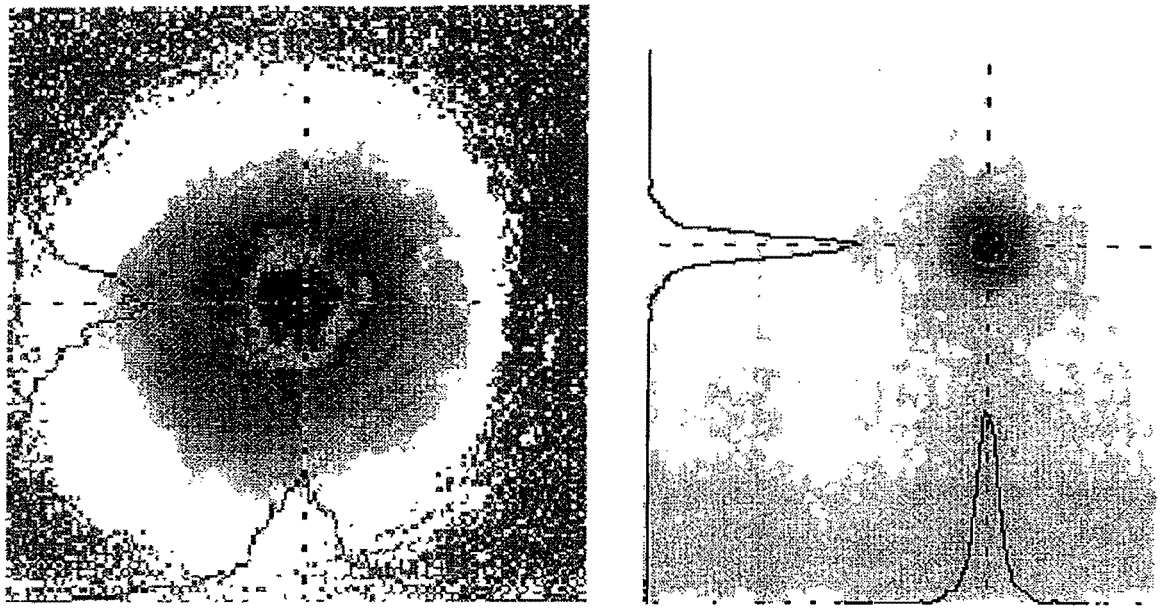


Figure III-(85) : Profil spatial du faisceau incident sur le cristal de KTP avec la lentille convergente de focale f = 50 cm pour une puissance de pompe P_{532} = 220 mW.

Les rayons du faisceau à 13,5% du pic sont : $\mathbf{w_x \approx 1{,}3\ mm}$, $\mathbf{w_y \approx 1{,}4\ mm}$.

La seconde méthode a consisté à utiliser un système afocal permettant de diviser par deux les rayons du profil spatial de pompe. Il est constitué d'une lentille convergente de focale 100 mm et d'une lentille divergente de focale 50 mm. L'avantage de cette méthode par rapport à la précédente est qu'elle permet d'éviter d'avoir un point de focalisation (toujours "dangereux" pour les optiques). À cela s'ajoute un iris. Nous obtenons donc avec et sans filtrage spatial les profils à la même échelle (figure III-(86)).



(a) (b)

Figure III-(86) : Profil spatial du faisceau incident sur le cristal de KTP avec le système afocal de grandissement 1/2 lorsque l'iris est ouvert (a) et fermé (b).

Les rayons du faisceau à 13,5% du pic (correspond à la largeur à $1/e^2$ pour des faisceaux gaussiens) et les puissances (et énergies) correspondantes sont :

iris ouvert	iris fermé
$w_x \approx 1{,}0$ mm, $w_y \approx 1{,}4$ mm.	**$w_x \approx 254$ µm, $w_y \approx 258$ µm.**
P_{532} =175 mW, E_{532} =17,5 mJ	**P_{532} = 60 mW,** E_{532} = 6 mJ.

Nous caractérisons le profil temporel de la pompe en effectuant une mesure de la largeur à mi-hauteur (FWHM) de l'impulsion temporelle (figure III-(87)).

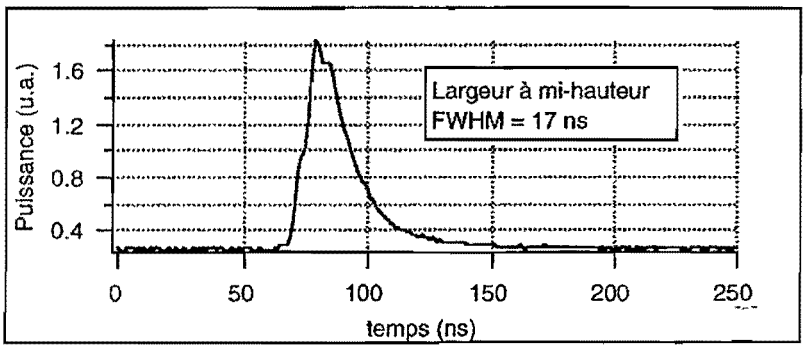


Figure III-(87) : Profil temporel du faisceau incident sur le cristal de KTP.

La largeur à mi-hauteur de l'impulsion temporelle de l'onde pompe est : **$FWHM_{temps\text{-}532}$ = 17 ns.**

Nous effectuons finalement une mesure de la largeur spectrale de l'onde pompe à 532 nm. Pour cela, nous plaçons en sortie du cristal doubleur un analyseur de spectre à réseau de 600 traits/mm de la société Jobin Yvon Nous mesurons une largeur à mi-hauteur de : **$FWHM_{\lambda\text{-}532}$ = 0,15 nm.**

Compte tenu de la longueur de la cavité laser à 1064 nm, à savoir 90 cm, et du rendement de doublage, on estime le nombre de modes à 532 nm "venant" pomper l'OPO à **170**. Nous sommes donc loin de réaliser la première condition énoncée par Cassedy [Cassedy] dans le paragraphe I-3-3-3, qui consiste à utiliser un laser monomode spectralement.

Nous avons donc caractérisé le laser de pompe à 532 nm. Nous présentons le cristal de KTP et l'accord de phase choisi.

III-7-3] Cristal de KTP et accord de phase

Le cristal de KTP est un cristal orthorombique qui appartient au groupe de symmétrie mm2. Il est peu sensible aux variations de température et non hygroscopique. Il est transparent entre 0,35 µm et 4,35 µm. Il est biaxe, possède des coefficients non-linéaires de valeurs moyennes (10 pm/V) à faibles (2,6 pm/V) et présente des seuils de dommage optique proches de 1 GW/cm^{-2}.

L'accord de phase que nous avons choisi est de type II, les ondes pompe et complémentaire ont la même direction de polarisation, orthogonale à celle de l'onde signal. L'onde signal subit la double réfraction au cours de sa propagation dans le cristal. Dans le repère cristallographique, la direction d'accord de phase est identifiée par les valeurs des angles $\phi = 0$ et $\theta = 56°$ (voir partie I, figure I-(4)). La figure III-(88) présente les repères du cristal et du laboratoire respectivement identifiés par (X,Y,Z) et (x,y,z). La direction z correspond à la direction de propagation des ondes ne voyant pas de double réfraction. L'angle entre les deux directions z et Z est l'angle d'accord de phase $\theta = 56°$. Les ondes pompe et complémentaire sont polarisées parallèlement à l'axe OY (ou Oy). L'onde signal est polarisée perpendiculairement aux deux précédentes, parallèlement à l'axe Ox.

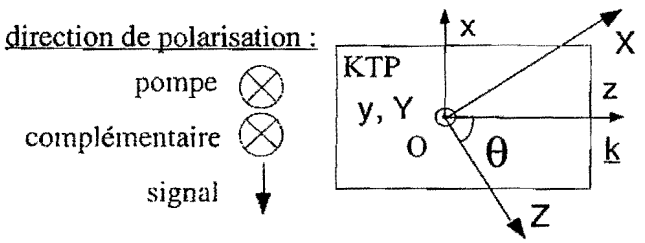


Figure III-(88) : Représentation des repères liés au cristal (O,X,Y,Z) et au laboratoire (O,x,y,z) et des directions de polarisation des trois ondes. L'angle θ est l'angle qui permet de réaliser l'accord de phase.

On a donc les caractéristiques suivantes :

Nous effectuons une interpolation linéaire pour obtenir les coefficients de transmission en amplitude à 800 nm et 1588 nm pour le cristal de KTP (tableau III-(6)):

face d'entrée :		
532 nm : RRep = 0,015 %	->	$t_{532\ entrée}$ = 99,992 %
800 nm : RRes = 0,33275 %	->	$t_{800\ entrée}$ = 99,833 %
1588 nm : RRec = 0,1476 %	->	$t_{1588\ entrée}$ = 99,926 %
face de sortie :		
532 nm : RRsp = 0,03 %	->	$t_{532\ sortie}$ = 99,985 %
800 nm : RRss = 0,4 %	->	$t_{800\ sortie}$ = 99,800 %
1588 nm : RRsc = 0,0652 %	->	$t_{1588\ sortie}$ = 99,967 %

Tableau III-(6) : Transmissions en amplitude des faces du cristal.

Nous avons aussi mesuré la transmission du cristal de KTP aux différentes longueurs d'onde.

Longueur d'onde	Transmission %
1588 nm	99,7139
800 nm	97,684
532 nm	93,3692

Tableau III-(7) : Transmissions en énergie du cristal.

À partir des deux tableaux précédents, nous pouvons en déduire la transmission en amplitude du cristal aux trois longueurs d'onde par la relation :

$a = \frac{1}{2L_{cristal}} \ln\left[\frac{(1-RRe)(1-RRs)}{T}\right]$, avec RRe et RRs les coefficients de réflexions en énergie des faces d'entrée et de sortie, T la transmission en énergie du cristal et $L_{cristal}$ sa longueur. On a ainsi (tableau III-(8)):

Longueur d'onde	absorption en amplitude (m^{-1})
1588 nm	0,0245
800 nm	0,5364
532 nm	2,2719

Tableau III-(8) : Absorption en amplitude du cristal de KTP.

Nous utiliserons ces dernières valeurs lors de nos simulations. Avant cela, nous présentons la première expérience que nous avons réalisée.

III-7-4] Cavité OPO linéaire sans recyclage de la pompe

III-7-4-1] Montage expérimental

La première cavité que nous avons réalisée a un but simple, déterminer les conditions de fonctionnement de l'OPO. La cavité est réalisée de manière à être la plus courte possible. La figure suivante III-(90) présente le schéma du montage général.

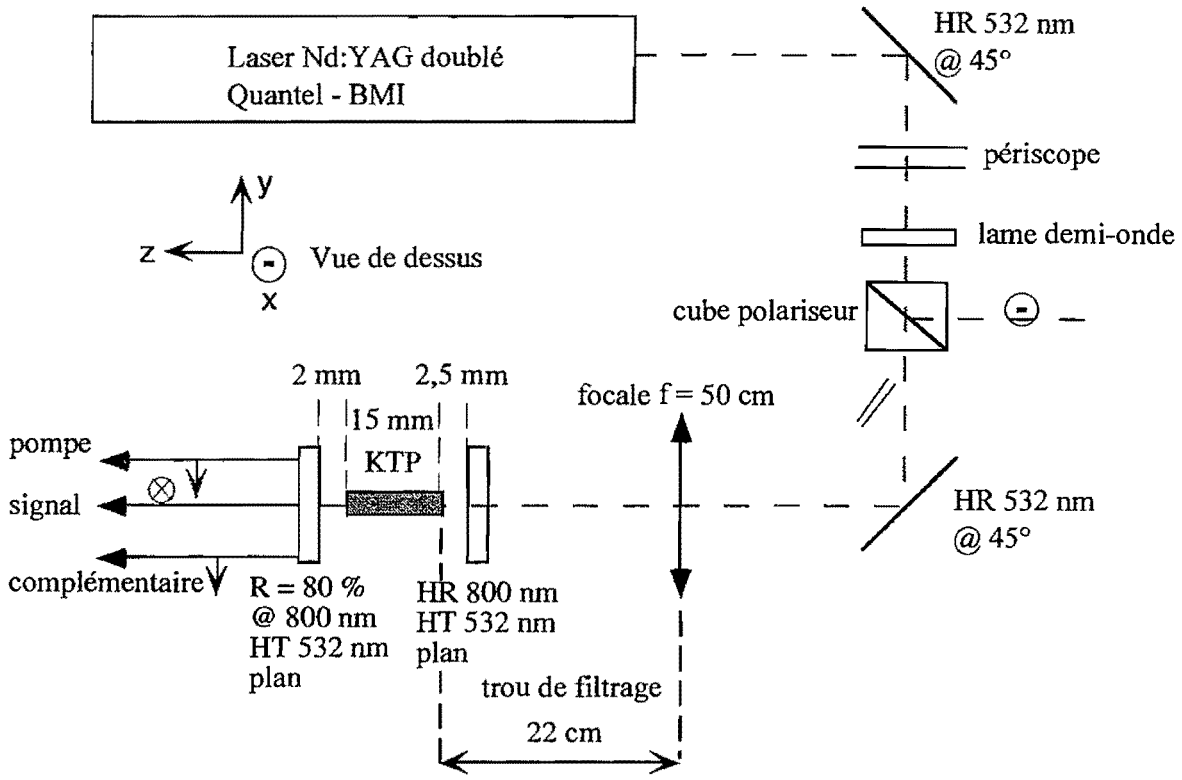


Figure III-(90) : Montage général du premier OPO réalisé.

À 22 cm devant l'OPO, nous plaçons une lentille de focale f = 50 cm. Nous avons donc les caractéristiques du pompage présentées au paragraphe III-7-2. Le miroir d'entrée est traité haute transmission à 532 nm et haute réflexion à 800 nm. Le miroir de sortie est traité haute transmission à 532 nm et il réfléchit $R_{sortie\text{-}800}$ = 80 % à 800 nm. Les distances du cristal de KTP aux miroirs d'entrée et de sortie sont respectivement égales à 2 mm et 2,5 mm.

Au cours des divers expériences réalisées, nous avons utilisé un ensemble de jeu de miroirs réfléchissant plus ou moins à la longueur d'onde signal. Nous avons donc effectué une analyse systématique des transmissions de ces derniers. Le tableau III-(7) présente la transmission des miroirs aux différentes longueurs d'onde de l'OPO.

Longueurs d'onde/ Transmission miroirs	R = 70 %	R = 80 %	R = 90%	HR800-HT532
1588 nm	89,0272	84,4781	84,4836	86,7521
800 nm	28,4293	19,5424	8,79609	0,135771
532 nm	69,5803	76,4977	80,3253	94,4115

Tableau III-(7) : Transmissions en énergie des miroirs spécifiés "R = 70 %", "R = 80 %", "R = 90 %" et "HR800-HT532 = 70 %".

Nous avons toutes les caractéristiques géométriques et physiques de l'OPO, nous pouvons donc étudier son fonctionnement.

III-7-4-2] Énergie et rendement de conversion

Pour mesurer l'énergie des ondes signal et complémentaire, nous avons utilisé plusieurs filtres. Pour mesurer le signal sans la pompe, nous utilisons un filtre RG 715 et sans le complémentaire, un filtre RG 9; les coefficients de transmission sont $T_{800} = 83{,}0$ %, $T_{532} \approx 0$ % et $T_{1588} = 0{,}08$ %. Pour mesurer le complémentaire sans la pompe, nous utilisons un filtre RG 715, et sans le signal, un miroir HR800-900; les coefficients de transmission sont : $T_{1588} = 81{,}3$ %, $T_{800} = 0{,}72$ %, $T_{532} = \approx 0$ %. Nous effectuons une mesure de l'énergie de sortie en fonction de l'énergie de l'onde pompe incidente sur le miroir d'entrée de l'OPO. Le graphe suivant (figure III-(91)) présente les courbes d'évolution de l'énergie de sortie des ondes signal et complémentaire ainsi que les rendements correspondants.

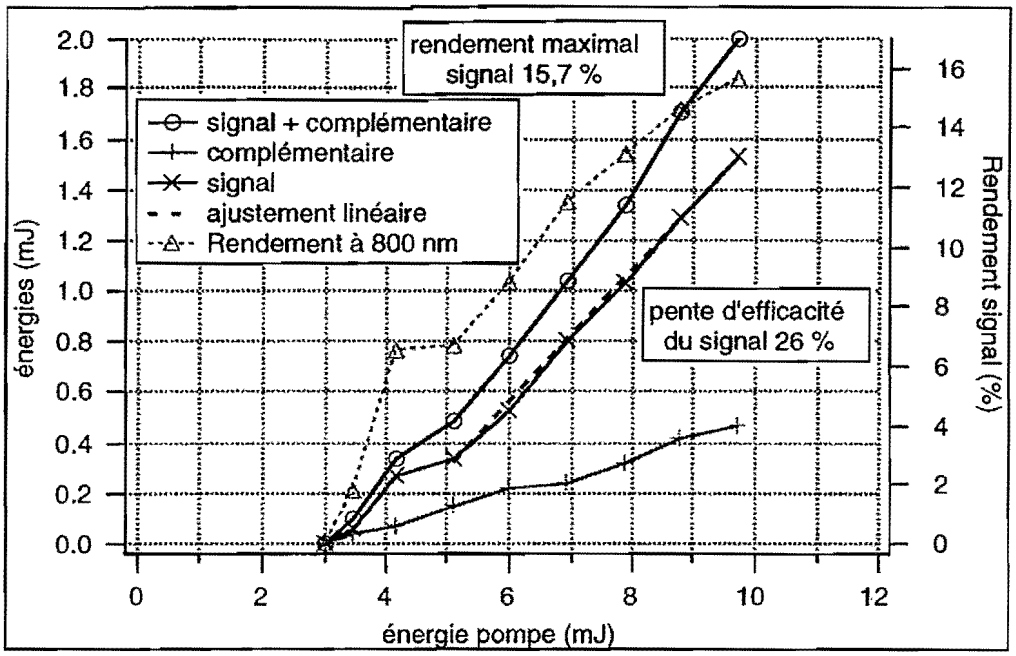


Figure III-(92) : Énergies et rendements de conversion des ondes signal et complémentaire en sortie de l'OPO.

Le seuil d'oscillation paramétrique est atteint pour une onde pompe d'énergie : $E_{seuil} = 3$ mJ. L'énergie maximale obtenue à la longueur d'onde signal est : $E_{800max} = 1{,}52$ mJ pour une énergie de pompe égale à 9,7 mJ. Le rendement maximal qui y correspond est de $R_{800\ max} = 15{,}7$ %. Le rendement quantique correspondant est de 24 %. Environ un photon pompe sur quatre se scinde en deux photons signal et complémentaire.

Quelques commentaires :

1 : le seuil d'oscillation est bas et permet d'envisager l'allongement de la cavité pour insérer le composant photoréfractif. En effet l'allongement de la cavité entraîne l'augmentation du seuil car l'onde résonnante effectue moins d'allers et retours dans la cavité et donc dans le milieu à gain,

2 : le rendement de conversion est correct (de l'ordre de 15 %) et ne présente aucun signe de saturation, ceci même trois fois au dessus du seuil,

3 : l'onde complémentaire, qui ne résonne pas, a un niveau d'énergie globalement assez faible et, par conséquent, ne perturbera pas trop le composant photoréfractif.

III-7-4-3] Profils spatiaux et temporels

Nous effectuons des acquisitions des profils temporels en fonction de l'énergie de la pompe incidente. Pour cela, nous plaçons un prisme en sortie de l'oscillateur afin de séparer les trois ondes. Deux détecteurs en silicium et un en germanium sont utilisés pour visualiser respectivement les ondes signal, pompe et complémentaire. Globalement, le fonctionnement de l'OPO est très instable

d'une impulsion à l'autre. À $E_{532} = 6$ mJ de pompe, soit 2 fois au dessus du seuil, on obtient l'enregistrement reporté sur la figure III-(93).

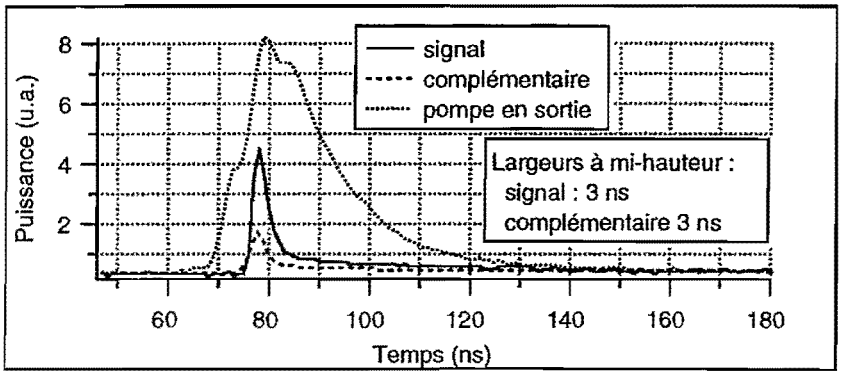


Figure III-(93) : Profils temporels des impulsions signal, complémentaire et pompe en sortie de l'OPO lorsqu'il est pompé 1,8 fois au dessus du seuil.

Les impulsions signal et complémentaire ont la même largeur mesurée à mi-hauteur, de l'ordre de 3 ns. Compte tenu des temps de montée des photodiodes rapides (≈ 1 ns) et de la bande passante de l'oscilloscope (500 MHz)[56], les durées des impulsions signal et complémentaire sont de l'ordre de 2,8 ns Lorsque l'on augmente la puissance de la pompe incidente, les impulsions s'élargissent légèrement pour atteindre 5 ns lorsque l'énergie de pompe en entrée est de 10 mJ. Le profil temporel de la pompe en sortie n'évolue pas avec la puissance signifiant que le niveau de pompage n'est pas suffisant pour observer de manière significative des phénomènes de reconversion. Ces valeurs sont nettement inférieures à celles mesurées pour les lasers qui étaient de l'ordre de 20 ns. Par ailleurs, les écarts entre les pics des impulsions signal et pompe sont évidemment inférieurs à la durée de la pompe puisque l'onde signal est créée pendant l'impulsion pompe. Nous verrons plus loin la conséquence de cette différence.

Spatialement, nous observons le signal mais pas le complémentaire, le détecteur (caméra CCD à base de silicium) étant insensible à 1,58 µm. Nous plaçons entre la caméra et l'OPO deux filtres afin de ne laisser passer que l'onde signal. Lorsque l'énergie de pompe est à sa valeur maximale (fixée volontairement assez basse pour ne pas endommager les optiques), i.e. 10 mJ, nous obtenons le profil spatial de l'onde signal en champ proche, à 30 cm du miroir de sortie (figure III-(94)).

---

[56] Le temps de montée d'un oscilloscope est donné par [Padiyar] : $Tr_{oscillo} = 0{,}35/\text{largeur de bande}$. Le temps de montée du signal (électrique) est donné par : $Tr_{signal}=\sqrt{Tr_{mesure}^2-Tr_{oscillo}^2-Tr_{photodetecteur}^2}$. La largeur à mi-hauteur est donnée par la même formule en remplaçant simplement $Tr_{oscillo}$ par $FWHM_{oscillo} = 0{,}44/\text{largeur de bande}$.

Figure III-(94) : Profil spatial de l'onde signal en champ proche (30 cm).

Les rayons de cols à 30 cm derrière le miroir de sortie de l'OPO valent $w_x = 980$ µm, $w_y = 490$ µm. Les axes x et y correspondent aux axes définis par le repère du laboratoire. On observe l'influence de la double réfraction (figure III-(94)) sur le profil spatial de l'onde signal (voir aussi la figure III-(89)).

Pour conclure sur cet OPO, il présente un seuil d'oscillation assez bas. Le rendement maximal atteint est de l'ordre de 15 % pour l'onde signal résonnante. Nous nous sommes volontairement limités à des énergies de pompe incidente "faibles" pour ne pas risquer d'endommager les optiques. Les profils temporels des ondes signal et complémentaire s'élargissent lentement lorsque l'énergie de l'onde pompe augmente passant de 3 ns proche du seuil à 5 ns pour l'énergie de pompe maximale. Enfin, le profil spatial de l'onde signal est allongé dans la direction de la double réfraction.

Après cette étude préliminaire, nous sommes passés à l'étude d'un OPO légèrement plus long afin d'y insérer le composant photoréfractif.

III-7-5] Cavité OPO découplée avec recyclage de la pompe et afocal

III-7-5-1] Introduction

Nous avons signalé au paragraphe précédent que l'allongement de la cavité devait nécessairement augmenter le seuil d'oscillation paramétrique à cause de la diminution du nombre de passages de l'onde signal dans le cristal pendant l'impulsion de pompe. Cela a été vérifié expérimentalement en laissant un espace entre le miroir de sortie et le cristal de KTP. Nous voulions, de la même manière que pour les lasers à base de saphir dopé au titane, insérer un système afocal dans la cavité de manière à réduire la fluence sur le composant photoréfractif. En fait, l'espace nécessaire entrainait une augmentation trop importante du seuil d'oscillation. Nous avons donc choisi de recycler la pompe dans la cavité. Pour ce faire, nous avons introduit une lame dichroïque dans la cavité. Le montage est présenté au paragraphe suivant.

III-7-5-2] Montage expérimental

Le principe du pompage ne change pas. La cavité, en revanche, est légèrement plus complexe. Une lame dichroïque est insérée dans la cavité. Elle est traitée haute réflexion à 532 nm et haute transmission à 800 nm en incidence i = 45°. La pompe, déviée par la lame, est réfléchie sur un miroir traité haute réflexion à 532 nm et retourne vers le cristal de KTP. Cette géométrie a deux avantages. Le premier est qu'elle permet d'abaisser le seuil d'oscillation. Le second est qu'elle élimine quasi-complètement l'onde pompe derrière la lame dichroïque et que l'on peut donc y placer le composant photoréfractif. En effet, ce dernier est sensible à la longueur d'onde de la pompe. Le schéma du montage est le suivant (figure III-(95)).

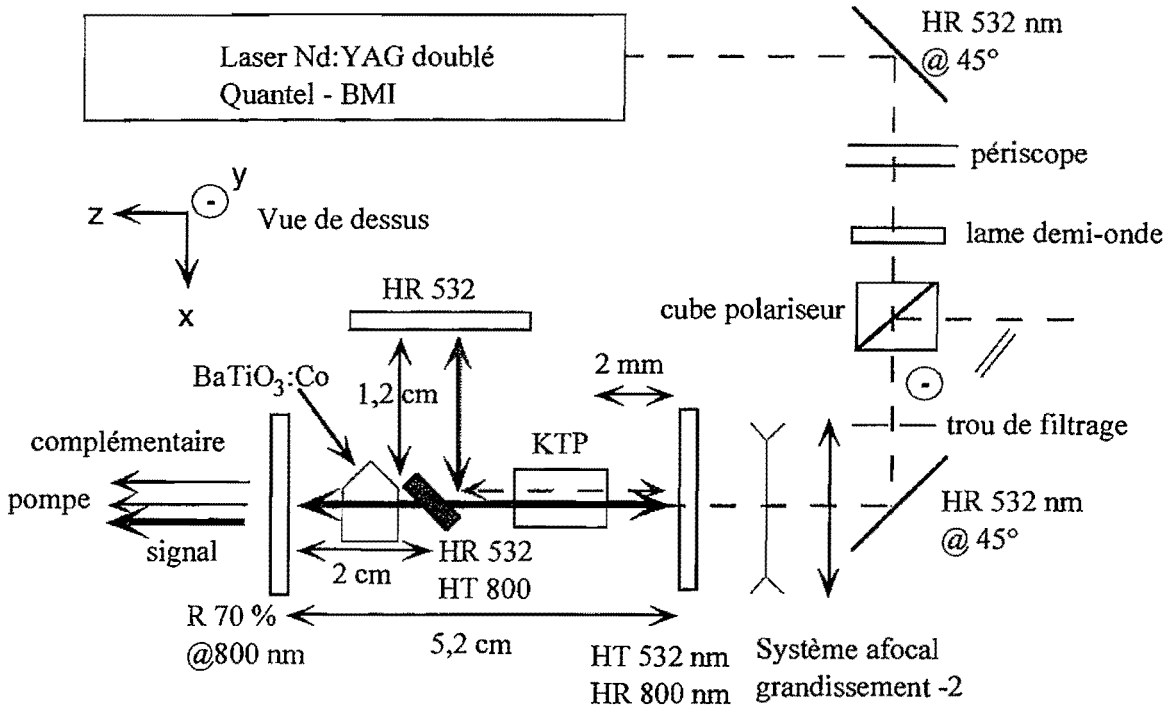


Figure III-(95) : Schéma du montage général de l'OPO avec recyclage de la pompe découplé.

La lame dichroïque présente les coefficients de transmission suivants : $T_{dichroïque\ 800}$ = 92 % et $T_{dichroïque\ 532}$ = 0,25 %. Nous avons retourné le cristal ainsi que la polarisation de l'onde pompe, ceci afin de pouvoir séparer les polarisations à l'aide d'un prisme en SF10 taillé de manière à ce que l'angle de Brewster à 800 nm corresponde au minimum de déviation. Ceci nous permettra de réaliser des acquisitions temporelles des trois ondes en sortie.

Derrière le miroir de sortie est placé un interféromètre de Fabry-pérot ainsi qu'un mesureur de puissance de manière identique à l'expérience avec le laser saphir dopé au titane (§ III-6-3-2).

III-7-5-3] Énergie et rendement de conversion de l'onde signal

Nous effectuons une mesure de l'énergie de sortie de l'onde signal en fonction de celle de l'onde pompe avec et sans la présence du composant photoréfractif placé en position affinement. Nous comparons les mesures au modèle numérique. Les figures III-(96 a et b) présentent les courbes d'énergie ainsi que les rendements correspondant.

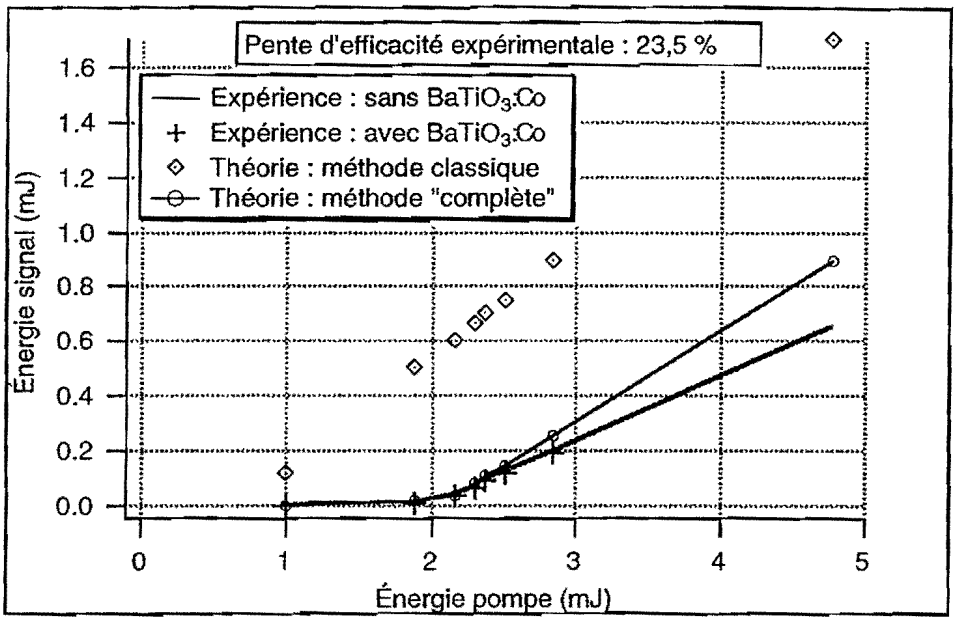


Figure III-(96 a) : Courbes d'énergie du signal en sortie de l'OPO. L'énergie maximale mesurée est de 0,65 mJ pour une énergie incidente de pompe d'environ 4,8 mJ. Elle est obtenue sans cristal photoréfractif. Sont aussi représentées les prévisions théoriques issues des deux approches dites "complète" et classique.

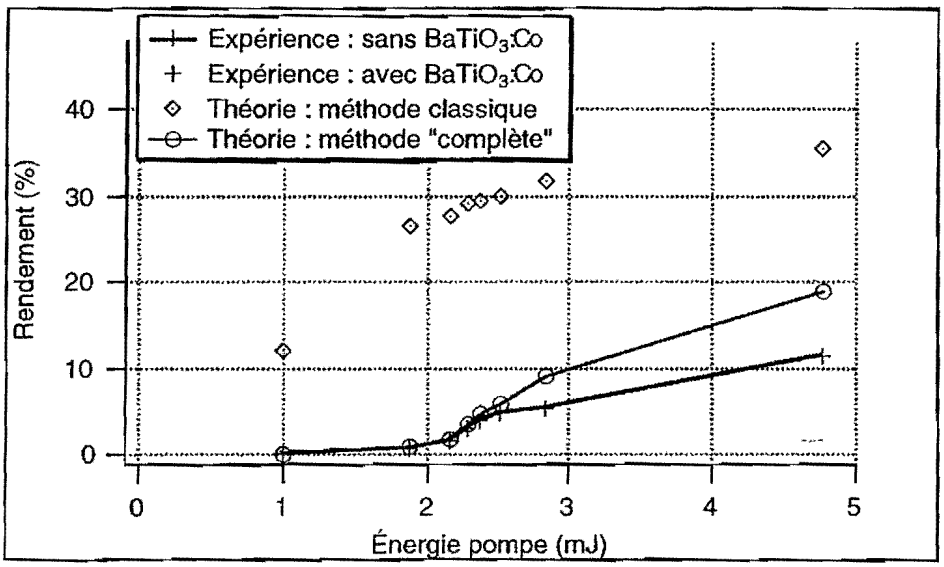


Figure III-(96 b) : Courbes de rendement du signal en sortie de l'OPO. Le rendement expérimental maximal est de 13,6 %.

D'un point de vue expérimental, on ne distingue pas de différence notable entre les mesures avec et sans cristal photoréfractif inséré dans la cavité OPO. Le seuil expérimental de l'OPO est atteint pour une énergie de pompe d'environ $E_{seuil\text{-}expérience} = 1$ mJ et ceci en présence ou non du composant photoréfractif. L'énergie maximale (obtenue sans cristal photoréfractif par crainte de dommage optique) disponible est de $E_{max\text{-}expérience} = 0{,}65$ mJ correspondant à un rendement maximum de $R_{800} = 13{,}6$ %. Le rendement quantique correspondant est de 20 %. Environ un photon pompe sur cinq se "scinde" en deux photons signal et complémentaire.

Quelques commentaires sur les mesures expérimentales :
1 : le seuil d'oscillation est plus bas que celui de la cavité sans recyclage, il ne dépend pas de l'insertion du composant photoréfractif,
2 : le rendement de conversion est correct (de l'ordre de 13,6 %),
3 : l'efficacité de conversion est légèrement inférieure dans ce cas à cause de l'allongement de la cavité,
4 : l'onde complémentaire (non représentée car elle ne résonne pas) a un niveau d'énergie assez faible et, par conséquent, ne perturbe pas trop le composant photoréfractif.

Quelques commentaires sur les résultats numériques : les simulations sont effectuées avec les méthodes classique et "complète" avec prise en compte de la fluorescence (pour la dernière). Les données utilisées sont celles présentées dans les paragraphes précédents. Nous les résumons dans le tableau III-(8) suivant. Les valeurs non présentées sont nulles ou n'interviennent pas dans la simulation, les valeurs présentées ont le nom qu'elles possèdent dans le code de simulation. Il est à noter que d'un point de vue numérique, l'expression 1d2 signifie 10^2 en double précision (format numérique).

Angle d'accord de phase	theta = 58,64
Coefficient non-linéaire effectif	deff = 6.3d-12
Angle de double réfraction signal	walkoffsignal = 3,84
Longueur du cristal	Lcristal = 15d-3
Température du cristal	T = 25
Longueur d'onde signal	ls = 800d-9
Longueur d'onde pompe	lp = 532d-9
Absorption en amplitude signal du cristal	as = 0,536
Absorption en amplitude complémentaire du cristal	ac = 0,0245
Absorption en amplitude pompe du cristal	ap = 2,23
Transmission face entrée du cristal - pompe	tfpe = 0,99992
Transmission face entrée du cristal - signal	tfse = 0,99833
Transmission face entrée du cristal - complémentaire	tfce = 0,99926
Transmission face sortie du cristal - pompe	tfps = 0,99985
Transmission face sortie du cristal - signal	tfss = 0,99800
Transmission face sortie du cristal - complémentaire	tfcs = 0,99967
Découpage transversal cristal	nbxy = 64
Nombre de tranches du cristal	tr = -1
Longueur de la cavité	Lcavite = 5,2d-2
Distance miroir d'entrée - cristal	d_Mentree-cristal = 2d-3
Distance cristal - lame dichroïque	d_cristal-lame = 3d-2
Distance lame - miroir recyclage	d_lame-Mrecyclage = 3d-2
Largeur à mi-hauteur de l'impulsion de pompe	FWHM = 17d-9
Rayon de col pompe sur x	wxp = 254d-6
Rayon de col pompe sur y	wyp = 258d-6
Rayon de col signal injecté sur x	waistinjxs = 254d-6
Rayon de col signal injecté sur y	waistinjys = 258d-6
Rayon de col complémentaire injecté sur x	waistinjxc = 254d-6
Rayon de col complémentaire injecté sur y	waistinjyc = 258d-6
Coefficient de la fenêtre spatiale	fenetrespatial = 9
Coefficient de la fenêtre temporelle	fenetretemp = 6
Dimension transverse du cristal	dimcristal = 20d-3
Rayon de courbure du miroir d'entrée	re = -0.2
Coefficient de réflexion en énergie en entrée signal	RRes = 0,9986
Coefficient de réflexion en énergie en entrée complémentaire	RRec = 0,1324
Coefficient de réflexion en énergie en entrée pompe	RRep = 0,0588
Coefficient de réflexion en énergie en sortie signal	RRss = 0,7157
Coefficient de réflexion en énergie en sortie complémentaire	RRsc = 0,1097
Coefficient de réflexion en énergie en sortie pompe	RRsp = 0.3041
Coefficient de réflexion en énergie recyclage signal	RRsr = 0,1097
Coefficient de réflexion en énergie recyclage complémentaire	RRcr = 0.1097
Coefficient de réflexion en énergie recyclage pompe	RRpr = 0.9542
Coefficient de réflexion en énergie lame pompe	Rp_dich = 0,99
Coefficient de transmission en énergie lame pompe	Tp_dich = 0,01
Coefficient de réflexion en énergie lame signal	Rs_dich = 0,03
Coefficient de transmission en énergie lame signal	Ts_dich = 0,96
Coefficient de réflexion en énergie lame complémentaire	Rc_dich = 0,03
Coefficient de transmission en énergie lame complémentaire	Tc_dich = 0,96

Tableau III-(8) : liste des paramètres utilisés pour la simulation.

1 : Le seuil d'oscillation théorique obtenu avec la méthode classique est beaucoup plus bas que celui mesuré expérimentalement (Pour une énergie de pompe de 1 mJ, l'énergie de sortie est déjà Es = 0,12 mJ),
2 : le seuil d'oscillation théorique obtenu avec la méthode complète est du même ordre de grandeur. que celui mesuré expérimentalement,
3 : le rendement de conversion théorique obtenu par la méthode classique est très largement supérieur à celui mesuré, à savoir 36 % contre 13,6 % expérimentalement,
4 : le rendement de conversion théorique obtenu par la méthode complète est légèrement supérieur à celui mesuré expérimentalement et atteint les 18 % contre 13,6 % expérimentalement.

D'après les remarques précédentes, il est clair que la méthode classique montre ici toutes ses limites. La méthode complète montre un excellent accord avec les premiers points expérimentaux. En revanche, lorsque l'énergie de pompe augmente, un désaccord apparaît. Les prévisions donnent des énergies signal en sortie supérieures à celles mesurées. Nous ne savons pas pourquoi.

Après cette étude en énergie, nous passons à l'observation des profils temporels.

III-7-5-4] Profils temporels

Nous mesurons les profils temporels pour deux énergies de pompe en entrée de l'oscillateur, à savoir E_{pa} = 1,9 mJ et E_{pb} = 4,8 mJ. On obtient les deux figures suivantes (III-97 a et b) :

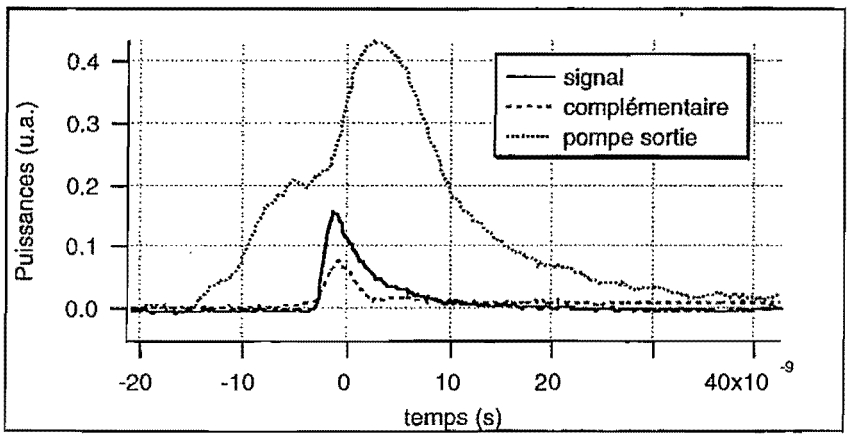


Figure III-(97 a) : Profils temporels des ondes signal, complémentaire et pompe en sortie de l'OPO pour une énergie de pompe égale à E_{pa} = 1,9 mJ.

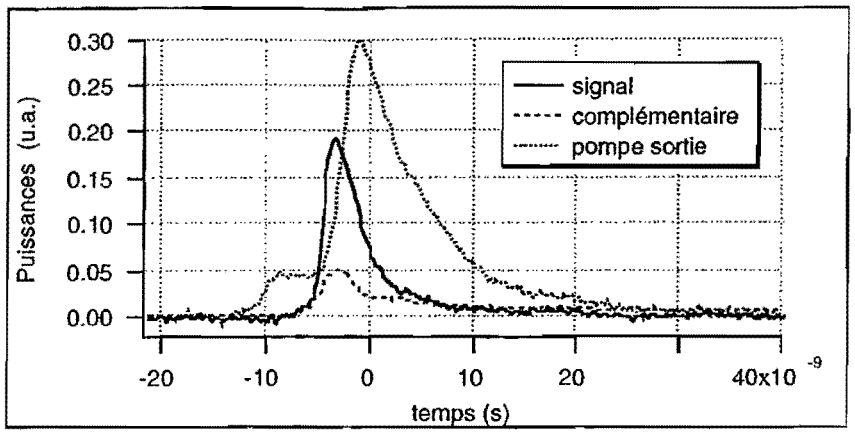


Figure III-(97 b) : Profils temporels expérimentaux des ondes signal, complémentaire et pompe en sortie de l'OPO pour une énergie de pompe égale à E_{pb} = 4,8 mJ.

On observe sur les deux graphes précédents (figure III-(97)) les évolutions des impulsions temporelles des ondes signal, complémentaire et pompe. La déplétion de la pompe s'accentue lorsque l'énergie de l'onde pompe augmente. D'un point de vue numérique, on obtient des comportement temporels similaires. Ainsi, pour une énergie de pompe de 4,8 mJ, on a (figure III-(98)) :

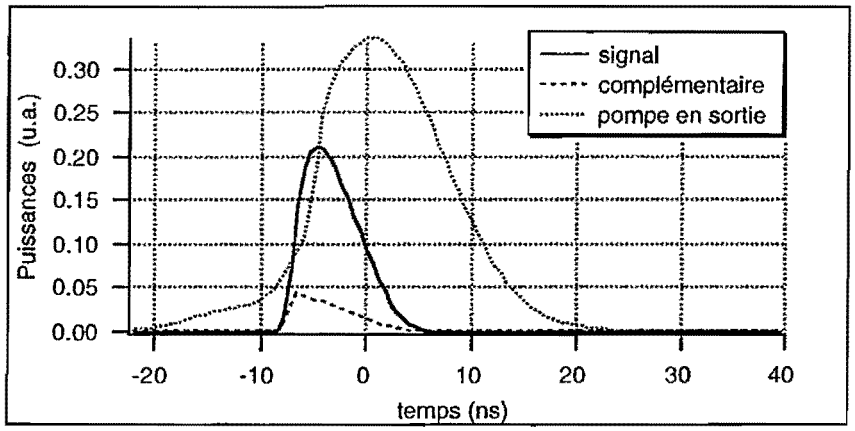


Figure III-(98) : Profils temporels théoriques (méthode complète) des ondes signal, complémentaire et pompe en sortie de l'OPO pour une énergie de pompe égale à E_p = 4,8 mJ.

Les allures des courbes expérimentales et théoriques sont semblables. On observe que les profils temporels des impulsions signal et complémentaire présentent des largeurs à mi-hauteur supérieures à celle mesurées expérimentalement (10 ns contre 5 ns). Cet écart explique la différence entre les énergies de sortie théorique et expérimentale de l'onde signal de la figure III-(96 a).

Afin de quantifier la déplétion de la pompe expérimentale, nous effectuons la différence des aires sous les courbes représentant les pompes incidente et sortante. Ainsi, pour une énergie de pompe de 2,9 mJ, nous mesurons les deux profils temporels suivants (figure III-(99)).

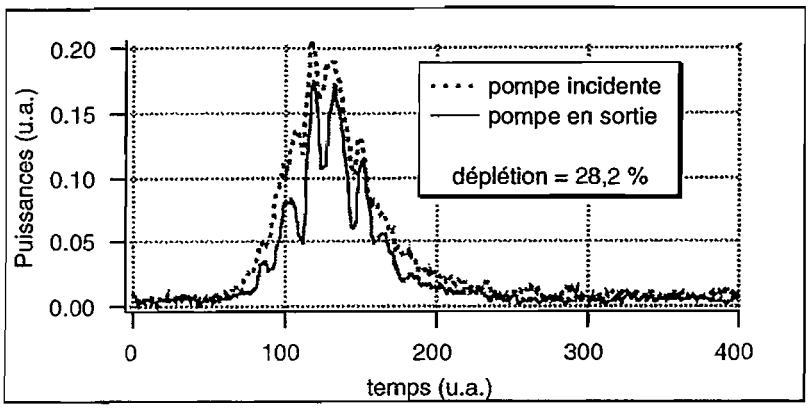


Figure III-(99) : Profils temporels expérimentaux des ondes pompes incidente et sortante de l'OPO pour une énergie de pompe égale à E_p = 4,8 mJ.

La déplétion mesurée est de 28,2 % [57]. Elle est inférieure à celle calculée qui vaut 32,3 %. Aussi bien expérimentalement que théoriquement, environ 30 % de l'énergie de la pompe est convertie en signal et complémentaire. Le processus est donc efficace. La déplétion temporelle est généralement accompagnée d'une déplétion spatiale dégradant fortement le profil du faisceau pompe (augmentant le M^2 et réduisant par conséquent les échanges d'énergie). Voyons si cela est le cas pour cet OPO.

III-7-5-5] Profils spatiaux

Nous avons mesuré le profil spatial de l'onde signal en sortie à l'aide d'une caméra CCD Cohue[58] 4800 reliée à un PC sur lequel était installé le logiciel de capture de profil spatial Spiricon. Nous effectuons une mesure du profil spatial de l'onde signal en champ proche, figure III-(100 a), à d = 30 cm du miroir de sortie de l'OPO et en champ lointain (au foyer d'une lentille de focale f = 22 cm), figure III-(100 b). Nous obtenons les profils suivants :

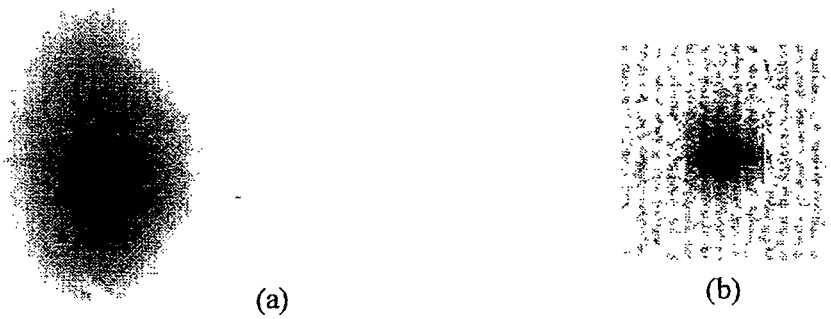


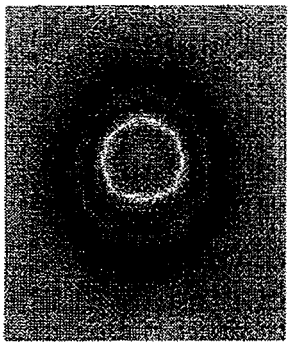
Figure III-(100 a et b) : Profils spatiaux du signal en champ proche (30 cm) et en champ lointain (foyer d'une lentille de focale f = 22 cm).

[57] La mesure de la déplétion nécessite un ajustement temporel et en puissance. Pour cela on fait correpondre les pentes de montées et de descentes des deux impulsions avant et après effet paramétrique.

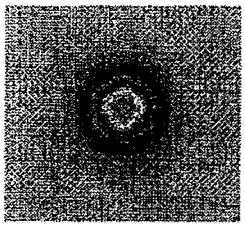
[58] Oui Thierry, j'en ai grillé 2 pendant ma thèse... Vous aviez oublié Alain ?

En champ proche, le faisceau est allongé dans la dimension de la double réfraction. Il présente des rayons : $w_x = 0{,}65$ mm et $w_y = 0.70$ mm. Le profil spatial à l'infini est lui, en revanche, circulaire. Par ailleurs, puisque la pompe diverge très peu, il en est de même pour l'onde signal sortante de l'OPO.

D'un point de vue numérique, on obtient (figure III-(101 a et b)) :



(a)



(b)

Figure III-(101 a et b) : Profils spatiaux du signal en champ proche (30 cm) et en champ lointain (obtenu par transformée de Fourier) obtenu avec le modèle numérique.

Les profils expérimentaux et numériques sont semblables. Les rayons du profil spatial du faisceau signal sont : $w_x = 0{,}67$ mm et $w_y = 0.69$ mm. Ils sont en accord avec les mesures expérimentales. L'accord entre l'expérience et la théorie est donc correct. Nous pouvons donc considérer que le modèle numérique est validé. Passons au dernier point ignoré par le modèle, à savoir l'aspect spectral de l'émission de l'OPO.

III-7-5-6] Spectre

Avant de mesurer et d'oberver la structure du spectre de l'onde signal, nous avons mesuré la largeur spectrale de la raie d'émission de l'onde pompe à $\lambda = 532$ nm. La résolution du spectromètre Jobin-Yvon utilisée est de 0,10 nm. La largeur à mi-hauteur mesurée est égale à $\Delta\nu_{pompe} = 0{,}15$ nm. La longueur de la cavité laser (à 1064 nm) étant d'environ 1 m, on estime à 170, le nombre de modes incidents à 532 nm. Nous sommes très loin de la condition 1 de Casedy présentée dans la première partie qui impose, on le rappelle, que l'onde pompe soit monomode longitudinalement, pour réussir à rendre l'OPO monomode.

Nous mesurons la largeur spectale de l'onde complémentaire à l'aide d'un monochromateur sensible dans l'infrarouge moyen et trouvons $\Delta\nu_{compl} = 1$ nm. Celle de l'onde signal est inférieure à la limite de résolution du précédent monochromateur (0,1 nm). La largeur spectale de l'onde complémentaire est due au fait que cette onde ne résonne pas dans la cavité et permet de vérifier la conservation de l'énergie en permettant à l'onde signal d'être "fine", l'onde pompe étant large spectralement.

Si l'on trace l'évolution du coefficient de réflexion effectif en fonction de l'écart en longueur d'onde dans le cas de cette cavité OPO, nous obtenons la figure suivante (figure III-(102)) :

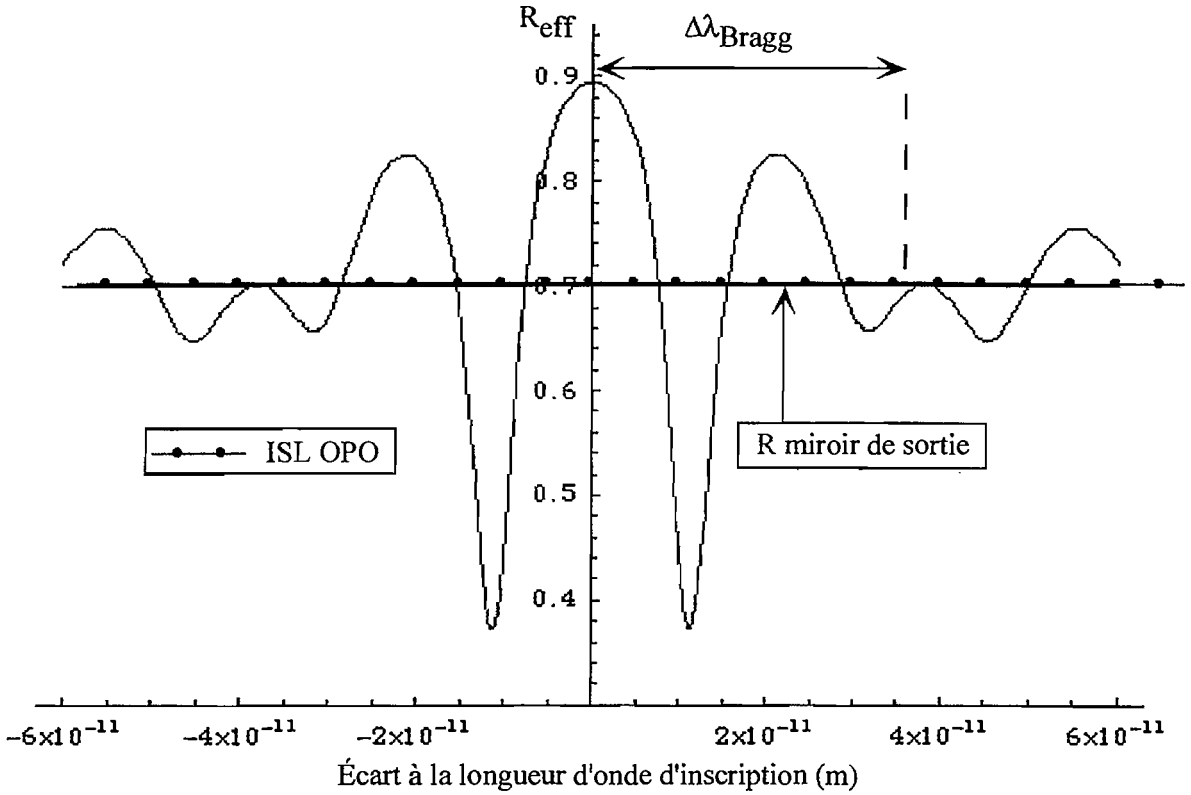


Figure III-(102) : Évolution du coefficient de réflexion effectif en fonction de l'écart en longueur d'onde par rapport à celle inscrivant le réseau de Bragg.

Pour des raisons d'encombrement expérimental, la distance maximale entre le miroir de sortie et le cristal photoréfractif est de 1 cm. Les variations du coefficient de réflexion effectif montrent que selon la puissance de pompe, un ou plusieurs modes peuvent osciller. Il s'agit des trois modes centraux et des deux doublets de modes dans les deuxièmes lobes. Pour vérifier cela, nous observons le spectre de l'onde signal au moyen d'un interféromètre de Fabry-Pérot. L'interféromètre mesure 8 mm. Il est formé de deux miroirs traités haute réflexion et R = 98 % à 800 nm permettant ainsi de séparer deux modes longitudinaux consécutifs. La technique d'obervation des anneaux de Fabry-Pérot est la suivante. Nous faisons fonctionner l'OPO à une puissance donnée P_1 et observons les anneaux. Ensuite, nous diminuons la puissance de pompe de manière à passer sous le seuil d'oscillation de l'OPO. Nous insérons alors le cristal photoréfractif et augmentons la puissance de manière à atteindre l'effet paramétrique, on a alors $P_2>P_1$. Nous réglons alors rapidement l'alignement du cristal puis redescendons à la puissance de pompe initiale P_1. Nous pouvons alors observer les anneaux de Fabry-Pérot dans des conditions similaires à celles où le cristal photoréfractif n'était pas inséré. Il est important de rappeler qu'avec ou sans le cristal photoréfractif, la puissance de sortie de l'onde signal est sensiblement la même. Nous avons réalisé deux séries de mesures, la première lorsque l'OPO est proche du seuil et la seconde deux fois au dessus de celui-ci.

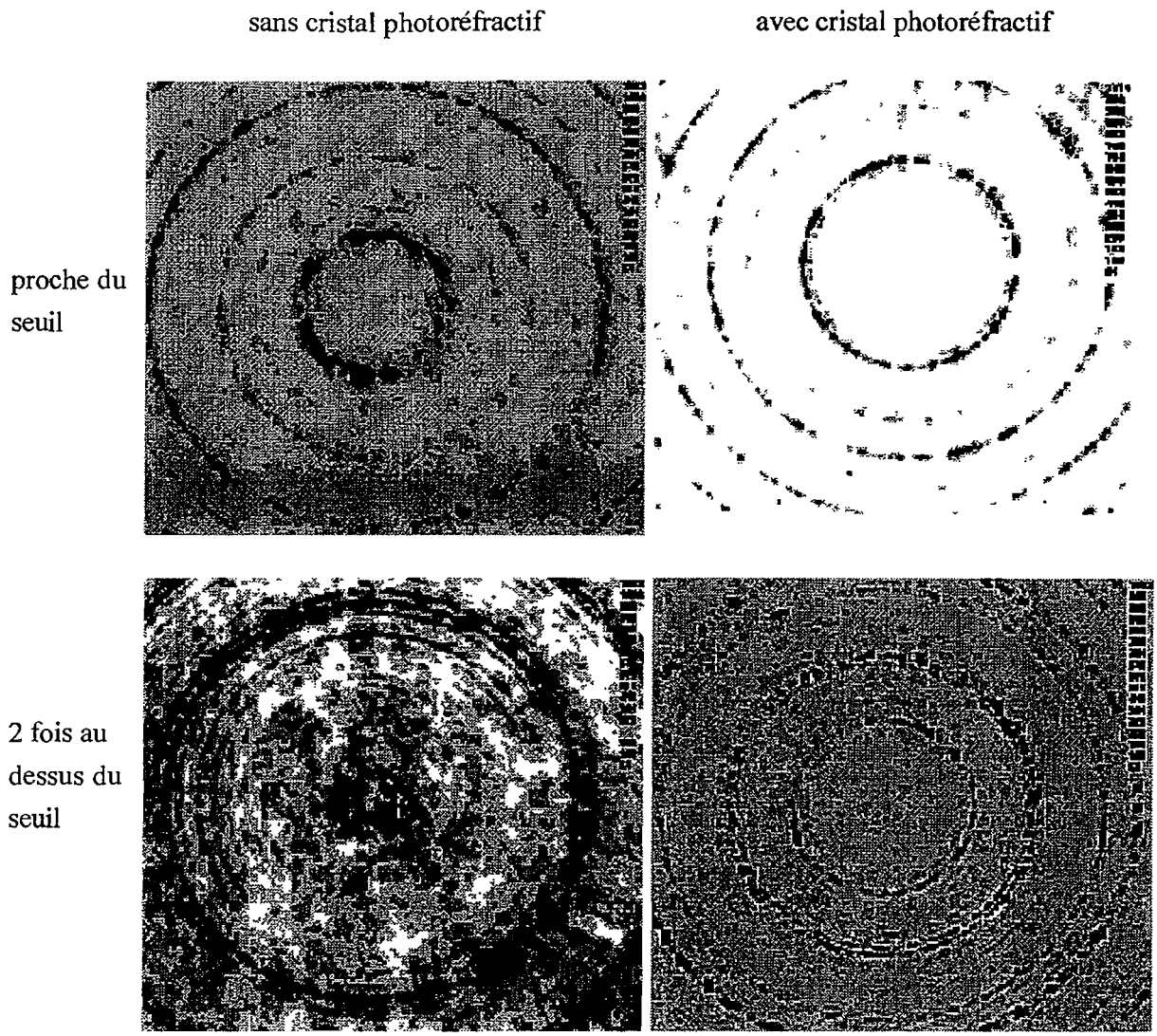


Figure III-(103) : Anneaux de Fabry-Pérot observés proche du seuil et deux fois au dessus du seuil avec et sans insertion du cristal photoréfractif.

En nous plaçant proche du seuil, nous entendons par là que nous faisons fonctionner l'OPO à la puissance minimale à partir de laquelle l'émission a lieu à la cadence du laser, c'est-à-dire, à 10 Hz. Proche du seuil donc, l'OPO sans cristal photoréfractif est très instable et présente un spectre qui est déjà multimode. Sur une durée d'observation de quelques minutes, l'OPO est majoritairement trimode avec quelques impulsions monomodes et de nombreuses comptant plus de 5 modes longitudinaux. En présence du cristal photoréfractif, l'OPO est toujours instable. Il n'y a pas d'effet convaincant de stabilisation. En revanche, l'émission est affinée spectralement. Sur une durée d'observation de quelques minutes, l'émission est majoritairement monomode avec quelques impulsions bimodes, trimodes, voire même multimodes, ces dernières n'étant observées qu'exceptionnellement.

2 fois au dessus du seuil paramétrique et sans la présence du cristal photoréfractif, l'OPO présente un fonctionnement instable et multimode. Le nombre de modes présents est supérieur à la quinzaine. En présence du composant, l'OPO présente toujours un fonctionnement instable mais il n'est plus monomode longitudinal de manière majoritaire. L'émission est, en moyenne, trimode avec quelques impulsions monomodes et un plus grand nombre multimodes.

Ainsi, l'insertion du composant photoréfractif ne permet de stabiliser de manière convaincante l'OPO comme ce fut le cas avec les lasers à base de saphir dopé au titane. En revanche, elle permet de réduire le spectre. L'instabilité du fonctionnement de l'OPO provient de la compétition entre les fréquences émises par le laser (d'une impulsion à l'autre les fréquences émises par le laser ne sont pas nécessairement les mêmes) et de celles entre les modes de la cavités OPO. Une autre raison est à chercher dans le cristal photoréfractif. En effet, l'effet photoréfractif est caractérisé par une constante de temps nécessaire à l'écriture du réseaux d'indice permettant la diffraction de Bragg. Ce temps est estimé être de l'ordre de 15-20 ns [Huot]. Les impulsions des ondes signal sont plus courtes d'un facteur 4 avec des largeurs à mi-hauteur de l'ordre de 5 ns. L'instabilité du laser, la compétition entre les fréquences émises par le laser et ces deux temps caractéristiques peuvent expliquer l'instabilité observée sur l'émission de l'OPO.

III-8] Conclusion sur l'affinement en régime nanoseconde

En résumé, nous avons montré qu'il est possible de réduire la largeur spectrale de l'émission laser d'un laser à base de saphir dopé au titane. Pour cela, nous introduisons dans la cavité un cristal photoréfractif de $BaTiO_3$:Co et, sans modifier le réglage du laser, l'affinement apparaît au bout d'un temps dépendant des conditions expérimentales et compris entre 1 seconde et quelques minutes. L'affinement ainsi que la stabilisation par cette méthode est très efficace puisqu'elle permet de passer d'une largeur de spectre de l'ordre de 300 GHz à une raie d'émission affinée de l'ordre de 100 MHz et cela sans perte de puissance. Nous voyons donc là tout l'intérêt de cette méthode. Nous sommes ensuite passés à l'étude de l'affinement spectral d'un OPO à base de KTP. Nous avons montré que l'affinement est possible mais que l'OPO conserve son fonctionnement instable d'un point de vue temporel. Une voie à explorer pour améliorer les résultats concernant la stabilisation de l'émission de l'OPO consisterait à utiliser un laser avec des impulsions d'une centaine de nanoseconde de largeur permettant ainsi d'obtenir des largeurs à mi-hauteur pour le signal supérieures au temps d'écriture du réseau photoinscrit. Un problème majeur subsiste et concerne le seuil de dommage du traitement antireflet déposé sur le cristal photoréfractif. Un progrès à envisager dans cette voie est donc l'amélioration de la tenue au flux du traitement.

Conclusion générale

Cette thèse est divisée en trois parties.

La première partie est elle-même subdivisée en trois chapitres. Le premier rappelle la notion de champ électromagnétique et les équations de Maxwell permettant d'aboutir à l'équation de propagation non-linéaire. Le deuxième introduit la notion d'accord de phase permettant de sélectionner un seul effet non-linéaire du deuxième ordre, à savoir l'effet paramétrique. Ce dernier couple les trois ondes avec un coefficient non-linéaire effectif que l'on détermine. Ceci étant fait, nous présentons quatre systèmes d'équations couplées selon la prise en compte de la divergence des champs électriques des trois ondes et du déphasage lié à la dispersion des indices. Pour des raisons liées aux méthodes numériques présentées dans la deuxième partie, nous traitons la propagation des ondes dans le cristal non-linéaire séparément du couplage non-linéaire. Nous obtenons ainsi une nouvelle expression de l'opérateur de propagation basée sur la méthode de Dreger et une nouvelle expression de l'indice en fonction des fréquences spatiales. Toutes les expressions obtenues jusqu'alors sont assez complexes et ne permettent pas d'interprétations simples. Nous présentons donc des équations simplifiées permettant d'introduire les notions de gain paramétrique et de seuil d'oscillation paramétrique. Nous présentons ensuite les effets secondaires accompagnant le couplage paramétrique, à savoir la diffraction, la double réfraction et l'absorption et son influence sur le couplage des ondes. Nous présentons ensuite un état de l'art sur la théorie et les modélisations depuis les débuts des années soixantes jusqu'aux importants développements de ces dernières années. Les OPO réalisés expérimentalement sont généralement multimodes spectral, nous présentons donc les techniques classiques permettant l'affinement des OPO (injection et insertion d'éléments sélecteurs en fréquences) et introduisons la largeur de gain, l'accordabilité et la structure du gain.

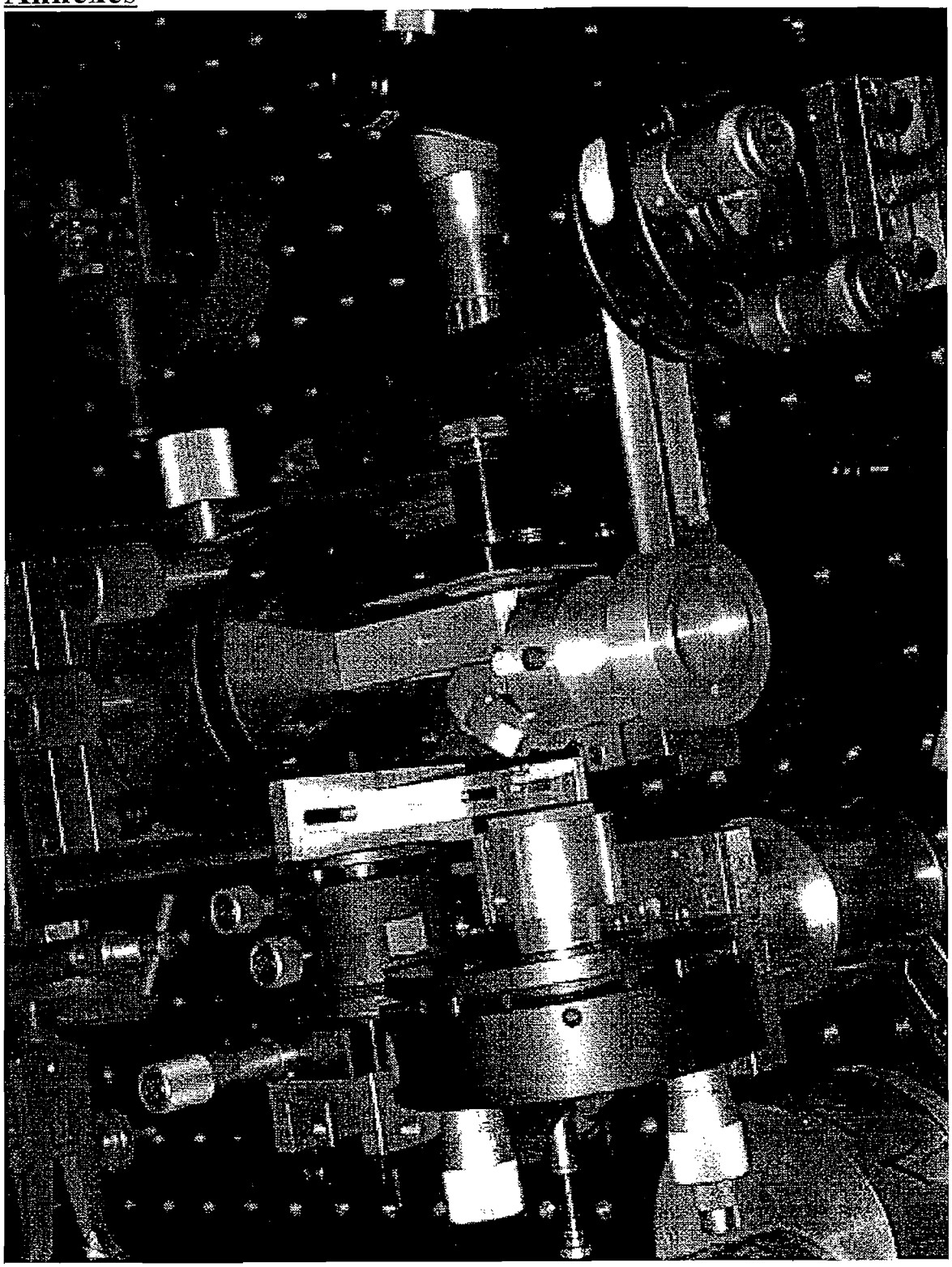
La deuxième partie, composée de trois chapitres, porte sur le code de simulation d'OPO monomode. Après une courte introduction, le deuxième chapitre présente le principe de l'échantillonnage spatio-temporel. Le troisième chapitre précise le langage du code, l'architecture puis le code lui-même. Il est subdivisé en trois sous-chapitres. Le premier est consacré au démarrage du code de simulation avec l'injection des champs et à l'évaluation des vecteurs d'onde et la réalisation de l'accord de phase par les deux méthodes de Fresnel et de Dreger. Le deuxième présente la boucle principale du programme et les méthodes d'intégrations (Runge-Kutta associée au "split-step" et Crank-Nicolson). Enfin, le dernier traite de la récupération et de l'exploitation des données et des résultats fournis par le code.

La troisième partie présente les résultats issus des simulations et des expériences que nous avons réalisées. Elle est composée d'une introduction et de six chapitres. Le deuxième est consacrée à la validation du code de simulation par la comparaison des résultats fournis par celui-ci avec ceux obtenus dans une expérience vérifiant toutes les hypothèses du modèle. Il présente ensuite des

résultats obtenus pour des expériences (Thomson CSF/LCR) ne vérifiant pas toutes les hypothèses du modèle et amène à la conclusion qu'il est nécessaire d'obtenir un OPO monomode pour poursuivre la validation du code. Cela nous a amené à développer une nouvelle méthode d'affinement spectral. Le troisième chapitre présente les bases théoriques de l'affinement spectral basé sur l'insertion d'un composant photoréfractif dans les cavités optiques. Le chapitre suivant présente quelques rappels sur les interféromètres de type Fabry-Pérot que nous avons utilisés pour analyser les spectres des cavités laser et OPO réalisées. Tandis que le chapitre V présente l'affinement spectral de sources laser continues à base de cristal laser de $Nd:YVO_4$ par un cristal de titanate de baryum dopé au rhodium ($BaTiO_3:Rh$), le chapitre suivant porte sur l'affinement de sources laser impulsionnelles à base de saphir dopé au titane à partir d'un composant de titanate de baryum dopé au cobalt ($BaTiO_3:Co$). Enfin, le dernier chapitre présente l'affinement spectral d'un OPO à base d'un cristal de $KTiOPO_4$ affiné par le même cristal de $BaTiO_3:Co$.

Concernant les perspectives de développement sur le plan des modélisations, il se dégage une voie qui consiste à prendre en compte l'aspect multimode des OPO et ceci notamment lorsqu'ils ne sont pas injectés et qu'ils démarrent sur le bruit. En effet, si les méthodes d'intégrations restent sensiblement les mêmes que celles que nous avons développées, en revanche les équations tiennent compte de la dispersion de la vitesse de groupe, phénomène qui doit être pris en compte lorsque le spectre devient ou peut-être important. À cela s'ajoute le couplage entre la pompe et toutes les ondes générées avec des accords de phase plus ou moins réalisés. Quant à la modélisation des OPO affinés spectralement par un composant photoréfractif, il n'existe pas, à ce jour à la connaissance de l'auteur, d'article consacré au sujet. Il serait en effet très intéressant de se pencher sur l'optimisation à trouver entre les différents paramètres caractéristiques des OPO et des cristaux photoréfractifs. Il est, en effet, certain que les constantes de temps d'inscription et d'effacement du réseau photoréfractif sont des paramètres importants au sens où elles doivent être comparées aux durées des impulsions laser et de l'onde signal de l'OPO ainsi qu'à la cadence de fonctionnement.

Annexes



Annexe I : coefficient non-linéaire effectif

Cette annexe traite des propriétés de symétrie qui permettent la réduction du tenseur susceptibilité non-linéaire d'ordre deux à 18 éléments indépendants.

On l'a vu, la relation donnant la polarisation est :

$$\underline{P}^{(2)}(t)=\frac{1}{4}\varepsilon_0\sum_{n,m=1,2,3}\left\{\begin{array}{l}\chi^{(2)}(\omega_n,\omega_m):\underline{E}(\omega_n)\underline{E}(\omega_m)\exp(-i(\omega_n+\omega_m)t)\\+\chi^{(2)}(\omega_n,-\omega_m):\underline{E}(\omega_n)\underline{E}^*(\omega_m)\exp(-i(\omega_n-\omega_m)t)\\+\chi^{(2)}(-\omega_n,\omega_m):\underline{E}^*(\omega_n)\underline{E}(\omega_m)\exp(i(\omega_n-\omega_m)t)\\+\chi^{(2)}(-\omega_n,-\omega_m):\underline{E}^*(\omega_n)\underline{E}^*(\omega_m)\exp(i(\omega_n+\omega_m)t)\end{array}\right\} \tag{I-26}$$

On a montré, aussi, que parmi les 36 combinaisons possibles, seules 12 d'entre elles vérifient la conservation de l'énergie, ce qui implique que le nombre total d'éléments a priori indépendants est de 324.

Si l'on utilise le fait que la polarisation est une quantité réelle, cela implique qu'elle s'écrit comme la somme de quatre termes conjugués deux à deux. Par conséquent dans l'expression de l'équation I-(26), le premier et le quatrième termes sont nécessairement des complexes conjugués, ainsi que le second et le troisième. On en déduit les relations suivantes :

$$\begin{aligned}&\chi^{(2)}(\omega_n,\omega_m)=\chi^{(2)}(\omega_n,\omega_m)^*\\&\chi^{(2)}(\omega_n,-\omega_m)=\chi^{(2)}(-\omega_n,\omega_m)^*\end{aligned} \tag{A-I-(1)}$$

Le nombre d'éléments indépendants est donc divisé par deux et est égale à 162.

Dans l'expression de la polarisation I-(26), on peut permuter les indices n et m sans changer quoi que ce soit. Par conséquent, on a la propriété suivante de <u>symétrie intrinsèque de permutation</u> :

$$\chi^{(2)}(\omega_n,\omega_m)=\chi^{(2)}(\omega_m,\omega_n) \tag{A-I-(2)}$$

Le nombre d'éléments indépendant du tenseur est donc réduit à 81.

<u>Relations d'ABDP</u> (Armstrong, Bloembergen, Ducuing, Pershan) :

Les éléments des trois tenseurs susceptibilités non-linéaires d'ordre 2 ne sont pas indépendants. Ils sont liés par les relations d'ABDP dérivées de la mécanique quantique :

$$\chi^{(2)}_{ijk}(\omega_1,\omega_2)=\chi^{(2)}_{kij}(\omega_3,-\omega_1)=\chi^{(2)}_{jik}(\omega_3,-\omega_2) \tag{A-I-(3)}$$

L'origine physique de ces relations est qu'elles décrivent la même interaction. On ne différencie plus l'interaction des ondes de fréquences ω_1 et ω_2 pour produire la somme de deux fréquences à la fréquence ω_3, de l'interaction des ondes de fréquences ω_1 (respectivement ω_2) et ω_3 pour produire la

différence des fréquences à la fréquence ω_2(respectivement ω_1). Cependant, on permet à la susceptibilité non-linéaire d'ordre 2 d'être dépendante de la fréquence, d'où la permutation des indices i, j et k en même temps que la permutation des fréquences. Le nombre d'éléments indépendants du tenseur susceptibilité non-linéaire d'ordre 2 est donc réduit par trois et est égale à 27.

Relations de Kleinman :

Dans le cas d'un milieu sans perte, lorsque les fréquences ω_1, ω_2 et ω_3 sont éloignées des bandes d'absorption (milieu transparent à ces fréquences), la susceptibilité non-linéaire d'ordre 2 est indépendante de la fréquence. On peut donc permuter les indices sans nécessairement permuter les fréquences.

$$\chi^{(2)}_{ijk} = \chi^{(2)}_{kij} = \chi^{(2)}_{jik} = \chi^{(2)}_{jki} = \chi^{(2)}_{kji} = \chi^{(2)}_{ikj} \qquad \text{A-I-(4)}$$

Le nombre d'éléments indépendants du tenseur $\chi^{(2)}_{ijk}$ est encore réduit. Nous verrons lors de l'introduction du tenseur contracté (page suivante) que ce nombre descend à 10. Le milieu est dit vérifié la symétrie de Kleinman. Nous explicitons plus loin dans ce paragraphe les relations entre ces coefficients.

Relations liées à la symétrie du cristal :

Il faut souligner que le tenseur susceptibilité non-linéaire respecte les symétries cristallographiques du cristal ce qui ajoute des relations entre ces éléments. Par exemple, dans le cas d'un cristal possédant un centre de symétrie (cristal centrosymétrique), un changement du signe du champ électromagnétique entraîne un changement de signe de la polarisation, d'où l'égalité suivante :

$$\sum_{jk} \chi^{(2)}_{ijk}(\omega_1,\omega_2) E_j(\omega_1) E_k(\omega_2) = -\sum_{jk} \chi^{(2)}_{ijk}(\omega_1,\omega_2)\left[-E_j(\omega_1)\right]\left[-E_k(\omega_2)\right] \qquad \text{A-I-(5)}$$

La relation précédente implique que $\chi^{(2)}_{ijk}(\omega_1,\omega_2) = 0$; les cristaux centrosymétriques ne présentent pas d'effet non-linéaire d'ordre 2 (de manière générale d'ordre pair).

Généralement, on ne travaille pas avec le tenseur $\chi^{(2)}_{ijk}$ mais plutôt avec le tenseur d_{ijk}. La relation liant les deux tenseurs dépend de la convention choisie pour l'écriture du champ électrique. Nous avons fait le choix de la relation suivante :

$$\begin{aligned} \underline{S}(\underline{r},t) &= \sum_{n>0} \frac{1}{2} \underline{S}(\underline{r},\omega_n) \exp(-i\omega_n t) + cc \\ &= \sum_{n>0} \mathrm{Re}\left(\underline{S}(\underline{r},\omega_n) \exp(-i\omega_n t)\right) \end{aligned}$$

Cela implique que la relation entre les deux tenseurs est :

$$d_{ijk} = \frac{1}{2} \chi^{(2)}_{ijk} \qquad \text{A-I-(6)}$$

Simplification du tenseur susceptibilité :

D'après les équations I-(26) et A-I-(6) la composante i de la polarisation non-linéaire à la fréquence $\omega_k = \omega_n + \omega_m$ s'écrit :

$$P_i^{(2)}(\underline{r},\omega_k) = 2\,\varepsilon_0 \sum_{j,k} d_{ijk}(\omega_n,\omega_m) E_j(\underline{r},\omega_n) E_k(\underline{r},\omega_m)$$

Mais d'après les relations de Kleinman, elle est aussi égale à :

$$P_i^{(2)}(\underline{r},\omega_k) = 2\,\varepsilon_0 \sum_{j,k} d_{ikj}(\omega_n,\omega_m) E_k(\underline{r},\omega_n) E_j(\underline{r},\omega_m)$$

Cette égalité a une signification physique : lors de la création de l'onde de fréquence ω_k, il n'y a pas de différence entre polariser les ondes à ω_n et ω_m suivant les axes j et k ou suivant les axes k et j (si ces deux fréquences sont éloignées des bandes d'absorption du milieu). On peut par conséquent contracter les deux indices j et k en un seul indice l.

axes :	xx	yy	zz	yz,zy	xz,zx	xy,yx
jk :	11	22	33	23,32	13,31	12,21
ℓ :	1	2	3	4	5	6

A-I-(7)

Le tenseur contracté $d_{i\ell}$ s'écrit sous la forme d'une matrice 3 x 6.

L'application de la symétrie de Kleinman réduit le nombre d'éléments indépendants à 10 puisque :

$$d_{14} = d_{25} = d_{36},\ d_{15} = d_{31},\ d_{16} = d_{21},\ d_{24} = d_{32},\ d_{26} = d_{12},\ d_{34} = d_{23},\ d_{35} = d_{13} \qquad \text{A-I-(8)}$$

Ainsi, la prise en compte des symétries présentes et des relations de Kleinman lorsque celles-ci sont valables, permet de réduire le nombre d'éléments indépendants de 324 à 10.

Le tableau ci-dessous représente la forme du tenseur susceptibilité électrique d'ordre deux sous sa forme contractée lorsque la condition de Kleinman est vérifiée ou pas pour toutes les classes critallines :

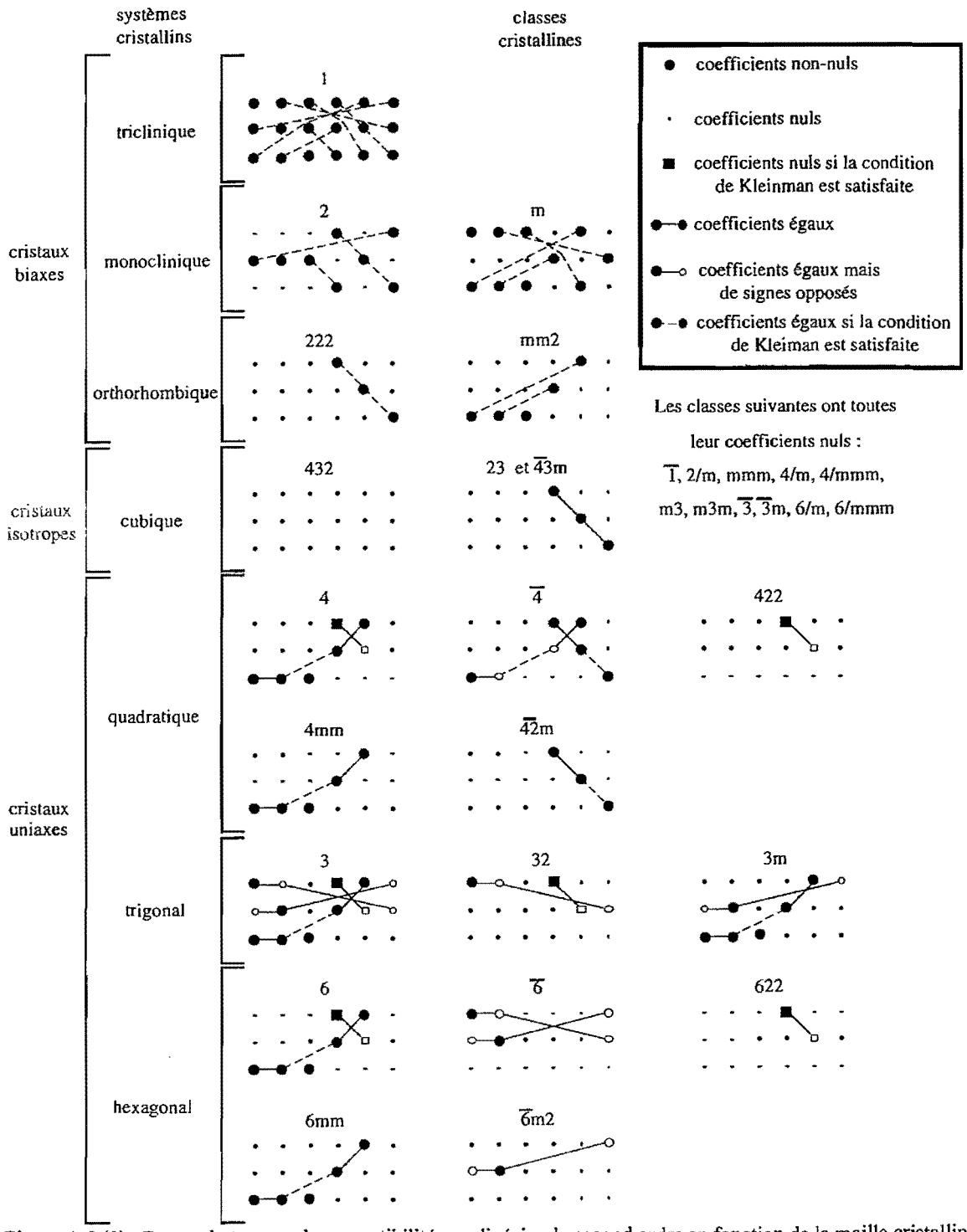


Figure A-I-(1) : Forme du tenseur de susceptibilité non-linéaire du second ordre en fonction de la maille cristalline.

Le tableau suivant présente des valeurs de d_{eff} possibles pour différentes classes cristallines en supposant la relation de Kleinman vérifiée.

Classe cristalline	Plan principal	Type d'interaction : ooe, oeo, eoo	eeo, eoe, oee
	XY	$d_{23}\cos\phi$	$d_{36}\sin 2\phi$
2	YZ	$d_{21}\cos\theta$	$d_{36}\cos 2\theta$
	XZ	0	$d_{21}\cos^2\theta + d_{23}\sin^2\theta - d_{36}\sin 2\theta$
	XY	$d_{13}\sin\phi$	$d_{31}\sin^2\phi + d_{32}\cos^2\phi$
m	YZ	$d_{31}\sin\theta$	$d_{13}\sin^2\theta + d_{12}\cos^2\theta$
	XZ	$d_{12}\cos\theta - d_{32}\sin\theta$	0
	XY	0	$d_{31}\sin^2\varphi + d_{32}\cos^2\phi$
mm2	YZ	$d_{31}\sin\theta$	0
	XZ	$d_{32}\sin\theta$	0
	XY	0	$d_{36}\sin 2\phi$
222	YZ	0	$d_{36}\sin 2\theta$
	XZ	0	$d_{36}\sin 2\theta$
4, 4mm 6, 6mm		$d_{15}\sin\theta$	0
$\bar{6}$m2		$d_{22}\cos\theta\sin 3\phi$	$d_{22}\cos^2\theta\cos\phi$
3m		$d_{15}\sin\theta$ - $d_{22}\cos\theta\sin 3\phi$	$d_{22}\cos^2\theta\cos 3\phi$
$\bar{6}$		$(d_{11}\cos 3\phi - d_{22}\sin 3\phi)\cos\theta$	$(d_{11}\sin 3\phi + d_{22}\cos 3\phi)\cos^2\theta$
3		$(d_{11}\cos 3\phi - d_{22}\sin 3\phi)\cos\theta + d_{15}\sin\theta$	$(d_{11}\sin 3\phi + d_{22}\cos 3\phi)\cos^2\theta$
32		$d_{11}\cos\theta\sin 3\phi$	$d_{11}\cos^2\theta\sin 3\phi$
$\bar{4}$		$(d_{14}\sin 2\phi + d_{15}\cos 2\phi)\sin\theta$	$(d_{14}\cos 2\phi - d_{15}\sin 2\phi)\sin 2\theta$
$\bar{4}$2m		$d_{36}\sin\theta\sin 2\phi$	$d_{36}\sin 2\theta\cos 2\phi$

Tableau A-I-2 : Expressions du coefficient non-linéaire effectif selon la classe cristalline en supposant la symétrie de Kleinman vérifiée. Pour les cristaux biaxes, on a fait les hypothèses suivantes : classe 2 et m, Y // b; classe mm2 et 222, X // a, Y // b et Z // c.

Annexe II : système d'équations couplées vectorielles

Cet annexe présente les étapes successives permettant d'aboutir au système d'équations non-linéaires couplées.

A-II-1] Calculs vectoriels :

On utilise la convention de sommation des indices répétés deux fois (l'espace étant orthonormé, il n'est pas nécessaire de différencier les composantes covariantes et contravariantes des vecteurs, d'où la notation des indices en "bas")

ε_{ijk} est le tenseur de permutation, δ_{ij} est le tenseur de Kronecker.

$$\begin{aligned}\underline{\nabla}\times(f\underline{A}) &= \varepsilon_{ijk}\partial_j(f\underline{A})_k \\ &= \varepsilon_{ijk}(\partial_j f)\underline{A}_k + f\,\varepsilon_{ijk}\partial_j\underline{A}_k \\ &= \underline{\nabla}f\times\underline{A} + f\,\underline{\nabla}\times\underline{A}\end{aligned} \qquad \text{A-II-(1)}$$

$$\begin{aligned}\underline{a}\times(\underline{b}\times\underline{c}) &= \varepsilon_{ijk}a_j(\varepsilon_{klm}b_l c_m) \\ &= \varepsilon_{ijk}\varepsilon_{klm}a_j b_l c_m \\ &= (\delta_{il}\delta_{jm} - \delta_{im}\delta_{jl})a_j b_l c_m \\ &= a_j b_i c_j - a_j b_j c_i \\ &= \underline{b}(\underline{a}.\underline{c}) - \underline{c}(\underline{a}.\underline{b})\end{aligned} \qquad \text{A-II-(2)}$$

La troisième est dérivée de la seconde :

$$\begin{aligned}\underline{\nabla}\times(\underline{b}\times\underline{c}) &= \varepsilon_{ijk}\partial_j(\varepsilon_{klm}b_l c_m) \\ &= \varepsilon_{ijk}\varepsilon_{klm}\partial_j(b_l c_m) \\ &= (\delta_{il}\delta_{jm} - \delta_{im}\delta_{jl})\partial_j(b_l c_m) \\ &= (\delta_{il}\delta_{jm} - \delta_{im}\delta_{jl})(c_m\partial_j b_l + b_l\partial_j c_m) \\ &= c_j\partial_j b_i + b_i\partial_j c_j - c_i\partial_j b_j - b_j\partial_j c_i \\ &= \underline{b}(\underline{\nabla}.\underline{c}) - \underline{c}(\underline{\nabla}.\underline{b}) + \frac{d\underline{b}}{d\underline{c}} - \frac{d\underline{c}}{d\underline{b}}\end{aligned} \qquad \text{A-II-(3)}$$

Deux termes supplémentaires écrits $\frac{d\underline{U}}{d\underline{V}}$ apparaissent, cette notation signifie :

$$\frac{d\underline{U}}{d\underline{V}} = \frac{d\underline{U}}{dx}V_x + \frac{d\underline{U}}{dy}V_y + \frac{d\underline{U}}{dz}V_z.$$

Ces deux derniers sont souvent oubliés ou négligés dans les calculs, nous verrons qu'ils peuvent avoir un rôle important.

Un cas particulier de la dernière équation est :

$$
\begin{aligned}
\underline{\nabla}\times(\underline{\nabla}\times\underline{a}) &= \varepsilon_{ijk}\partial_j(\varepsilon_{klm}\partial_l a_m) \\
&= \varepsilon_{ijk}\varepsilon_{klm}\partial_j(\partial_l a_m) \\
&= \left(\delta_{il}\delta_{jm}-\delta_{im}\delta_{jl}\right)\partial_j(\partial_l a_m) \\
&= \partial_j(\partial_i a_j)-\partial_j(\partial_j a_i) \\
&= \partial_i\partial_j a_j-\partial_j\partial_j a_i \\
&= \underline{\nabla}(\underline{\nabla}.\underline{a})-\Delta\underline{a}
\end{aligned}
\qquad \text{A-II-(4)}
$$

qui permet de calculer le rot(rot $\underline{E}$) = grad(div $\underline{E}$) - $\Delta\underline{E}$.

A-II-2] équations générales

Nous reprenons l'équation non-linéaire appliquée au champ électrique globale :

$$
\mathrm{rot}(\mathrm{rot}(\underline{E}))+\frac{1}{c^2}\underline{\underline{n}}^2:\frac{\partial^2}{\partial t^2}\underline{E}+\mu_o\sigma\frac{\partial\underline{E}}{\partial t}=-\mu_o\frac{\partial^2}{\partial t^2}\underline{P}^{(NL)} \qquad \text{A-II-(5)}
$$

Les membres de gauche de l'équation ci-dessus traduisent l'aspect linéaire, on les note L :

$$
L=\mathrm{rot}\left(\mathrm{rot}\left(\underline{E}\right)\right)+\frac{1}{c^2}\underline{\underline{n}}^2:\frac{\partial^2}{\partial t^2}\underline{E}+\mu_0\sigma\frac{\partial\underline{E}}{\partial t}.
$$

Nous décomposons le champs électrique $\underline{E}$ en ondes quasi-planes[59] sous la forme :

$$
\begin{aligned}
\underline{E}(\underline{r},t) &= \sum_{n=1,2,3}\frac{1}{2}\underline{E}(\underline{r},\omega_n)\exp\left(i\left(\underline{k}_n.\underline{r}-\omega_n t\right)\right)+\text{c.c.} \\
&= \sum_{n=1,2,3}\frac{1}{2}\underline{e}_n A(\underline{r},\omega_n)\exp\left(i\left(\underline{k}_n.\underline{r}-\omega_n t\right)\right)+\text{c.c.}
\end{aligned}
\qquad \text{A-II-(6)}
$$

On calcule le premier terme de gauche de l'équation de propagation, c'est-à-dire : rot(rot($\underline{E}$)) = $\underline{\nabla}\times\left(\underline{\nabla}\times\underline{E}(\underline{r},t)\right)$.

$$
\underline{\nabla}\times\left(\underline{\nabla}\times\underline{E}(\underline{r},t)\right)=\sum_{n=1,2,3}\frac{1}{2}e^{i\left(\underline{k}_n.\underline{r}-\omega_n t\right)}\left\{\begin{array}{l} i\underline{\nabla}A_n\left(\underline{k}_n.\underline{e}_n\right)-2i\underline{e}_n\left(\underline{\nabla}A_n.\underline{k}_n\right)-A_n\underline{k}_n\left(\underline{k}_n.\underline{e}_n\right) \\ +A_n\underline{e}_n k_n^2-\underline{e}_n\Delta A_n+\dfrac{d\underline{\nabla}A_n}{d\underline{e}_n}+i\underline{k}_n\left(\underline{\nabla}A_n.\underline{e}_n\right)\end{array}\right\}+\text{c.c.}
$$

A-II-(7)

Remarque : Classiquement, le terme $\frac{d\underline{\nabla}A_n}{d\underline{e}_n}$ n'est pas présent dans le développement ci-dessus. La raison est que l'on se place souvent dans l'approximation où la divergence de champ électrique est

[59] La décomposition en onde quasi-planes permet l'introduction de l'aspect transverse des champs (dispersion des indices, faisceaux gaussiens) absent en décomposition en ondes planes

supposée négligeable : div($\underline{E}$) = 0. Dans ce cas, plutôt que de développer $\underline{\text{rot}}(\underline{\text{rot}}(\underline{E}))$ comme il a été effectué ici, on montre que :

$$\underline{\text{rot}}(\underline{\text{rot}}(\underline{E})) = \underline{\text{grad}}(\text{div}(\underline{E})) - \underline{\Delta E}. = - \underline{\Delta E}.$$

Si l'on développe div($\underline{E}$) = 0 en fonction de la relation A-III-(6), on arrive au produit scalaire suivant :

$(\underline{\nabla} A_n + i\underline{k}_n A_n).\underline{e}_n = 0$. La solution non-triviale implique : $\underline{\nabla} A_n.\underline{e}_n = 0$ et $\underline{k}_n.\underline{e}_n = 0$.

Si l'on explicite le $\underline{\text{grad}}(\text{div}(\underline{E})) = 0$ en prenant en compte les deux égalités ci-dessus alors il est facile de montrer que $\dfrac{d\underline{\nabla} A_n}{d\underline{e}_n} = 0$.

Ainsi, supposer que la divergence du champ électrique est faible ou nulle entraîne la simplification significative de l'équation A-II-(7) qui devient :

$$\underline{\nabla}\times\left(\underline{\nabla}\times\underline{E}(\underline{r},t)\right) = \sum_{n=1,2,3}\frac{1}{2}e^{i(\underline{k}_n.\underline{r}-\omega_n t)}\left\{-2i\underline{e}_n\left(\underline{\nabla}A_n.\underline{k}_n\right) + A_n\underline{e}_n k_n^2 - \underline{e}_n\Delta A_n\right\} + \text{c.c.} \qquad \text{A-II-(8)}$$

On calcule les deuxième et troisième termes de gauche du terme linéaire L :

$$\frac{1}{c^2}\underline{\underline{n}}^2:\frac{\partial^2}{\partial t^2}\underline{E}(\underline{r},t) = \sum_{n=1,2,3}\frac{1}{2}e^{i(\underline{k}_n.\underline{r}-\omega_n t)}\left\{-\omega_n^2\frac{\underline{\underline{n}}^2}{c^2}:\underline{e}_n A_n\right\} + \text{c.c.}$$

et

$$\mu_o\sigma\frac{\partial\underline{E}}{\partial t} = \sum_{n=1,2,3}\frac{1}{2}e^{i(\underline{k}_n.\underline{r}-\omega_n t)}\left\{-i\mu_o\sigma_n\omega_n\underline{e}_n A_n\right\} + \text{c.c.}.$$

À partir de l'équation A-II-(7) et des deux relations ci-dessus, le terme linéaire de l'équation s'écrit :

$$L = \sum_{n=1,2,3}\frac{1}{2}e^{i(\underline{k}_n.\underline{r}-\omega_n t)}\left\{\begin{array}{l} i\underline{\nabla}A_n\left(\underline{k}_n.\underline{e}_n\right) - 2i\underline{e}_n\left(\underline{\nabla}A_n.\underline{k}_n\right) - A_n\underline{k}_n\left(\underline{k}_n.\underline{e}_n\right) \\ +A_n\underline{e}_n k_n^2 - \underline{e}_n\Delta A_n + \dfrac{d\underline{\nabla}A_n}{d\underline{e}_n} + i\underline{k}_n\left(\underline{\nabla}A_n.\underline{e}_n\right) - \omega_n^2\dfrac{\underline{\underline{n}}^2}{c^2}:\underline{e}_n A_n \\ -i\mu_o\sigma_n\omega_n\underline{e}_n A_n \end{array}\right\} + \text{c.c.}$$

A-II-(9).

On calcule le membre de droite de l'équation (A-II-(5)) : $-\mu_o\dfrac{\partial^2}{\partial t^2}\underline{P}^{(NL)}$.

En partant de la définition de la polarisation non-linéaire d'ordre 2 (I-(12)), du choix du champ électrique (A-II-(6)) et de la définition du tenseur susceptibilité non-linéaire d'ordre 2, on arrive à l'égalité :

$$-\mu_o \frac{\partial^2}{\partial t^2} \underline{P}^{(2)} = \frac{1}{4}\frac{1}{c^2} \sum_{m,q=1,2,3} \left\{ \begin{array}{l} (\omega_m+\omega_q)^2 \underline{\underline{\underline{\chi}}}^2(\omega_m,\omega_q):\underline{e}_m \underline{e}_q A_m A_q e^{i(\underline{k}_m+\underline{k}_q).\underline{r}} e^{-i(\omega_m+\omega_q)t} \\ +(\omega_m-\omega_q)^2 \underline{\underline{\underline{\chi}}}^2(\omega_m,-\omega_q):\underline{e}_m \underline{e}_q A_m A_q^* e^{i(\underline{k}_m-\underline{k}_q).\underline{r}} e^{-i(\omega_m-\omega_q)t} \end{array} \right\} + c.c.$$

A-II-(10).

En égalisant les parties linéaire et non-linéaire, on obtient l'égalité :

$$\sum_{n=1,2,3} \frac{1}{2} e^{i(\underline{k}_n.\underline{r}-\omega_n t)} \left\{ \begin{array}{l} i\underline{\nabla} A_n(\underline{k}_n.\underline{e}_n) - 2i\underline{e}_n(\underline{\nabla} A_n.\underline{k}_n) - A_n \underline{k}_n(\underline{k}_n.\underline{e}_n) + A_n \underline{e}_n k_n^2 \\ -\underline{e}_n \Delta A_n + \frac{d\underline{\nabla} A_n}{d\underline{e}_n} + i\underline{k}_n(\underline{\nabla} A_n.\underline{e}_n) - \omega_n^2 \frac{\underline{\underline{\underline{n}}}^2}{c^2}:\underline{e}_n A_n - i\mu_o \sigma_n \omega_n \underline{e}_n A_n \end{array} \right\} + c.c.$$

$$= \frac{1}{4}\frac{1}{c^2} \sum_{m,q=1,2,3} \left\{ \begin{array}{l} (\omega_m+\omega_q)^2 \underline{\underline{\underline{\chi}}}^2(\omega_m,\omega_q):\underline{e}_m \underline{e}_q A_m A_q e^{i(\underline{k}_m+\underline{k}_q).\underline{r}} e^{-i(\omega_m+\omega_q)t} \\ +(\omega_m-\omega_q)^2 \underline{\underline{\underline{\chi}}}^2(\omega_m,-\omega_q):\underline{e}_m \underline{e}_q A_m A_q^* e^{i(\underline{k}_m-\underline{k}_q).\underline{r}} e^{-i(\omega_m-\omega_q)t} \end{array} \right\} + c.c.$$

A-II-(11).

Afin d'éliminer les termes constants, on effectue une approche de l'équation précédente par la méthode des perturbations appliquée à la variable $A_n(\underline{r})$, c'est-à-dire que l'on développe $A_n(\underline{r},)$ comme suit : $A_n(\underline{r}) = A_n(0) + \kappa A_n^1(\underline{r}) + \kappa^2 A_n^2(\underline{r}) + \ldots$ $A_n(0)$, l'ordre 0, correspond au fait que A_n est constant dans l'espace, il traduit le fait que le champ électrique est décomposé en ondes planes et fait apparaître **"l'équation aux indices"** suivante :

$$-\underline{k}_n(\underline{k}_n.\underline{e}_n) + \underline{e}_n k_n^2 - \omega_n^2 \frac{\underline{\underline{\underline{n}}}^2}{c^2}:\underline{e}_n = 0.$$

Elle permet de simplifier l'équation A-II-(11) qui devient :

$$\sum_{n=1,2,3} \frac{1}{2} e^{i(\underline{k}_n.\underline{r}-\omega_n t)} \left\{ \begin{array}{l} i\underline{\nabla} A_n(\underline{k}_n.\underline{e}_n) - 2i\underline{e}_n(\underline{\nabla} A_n.\underline{k}_n) - \underline{e}_n \Delta A_n + \frac{d\underline{\nabla} A_n}{d\underline{e}_n} \\ +i\underline{k}_n(\underline{\nabla} A_n.\underline{e}_n) - i\mu_o \sigma_n \omega_n \underline{e}_n A_n \end{array} \right\} + c.c.$$

$$= \frac{1}{4}\frac{1}{c^2} \sum_{m,q=1,2,3} \left\{ \begin{array}{l} (\omega_m+\omega_q)^2 \underline{\underline{\underline{\chi}}}^2(\omega_m,\omega_q):\underline{e}_m \underline{e}_q A_m A_q e^{i(\underline{k}_m+\underline{k}_q).\underline{r}} e^{-i(\omega_m+\omega_q)t} \\ +(\omega_m-\omega_q)^2 \underline{\underline{\underline{\chi}}}^2(\omega_m,-\omega_q):\underline{e}_m \underline{e}_q A_m A_q^* e^{i(\underline{k}_m-\underline{k}_q).\underline{r}} e^{-i(\omega_m-\omega_q)t} \end{array} \right\} + c.c.$$

A-II-(12).

L'étape suivante consiste à développer cette équation dans deux cas particuliers, les cas où $\omega_n = \omega_m + \omega_q$ et $\omega_n = \omega_m - \omega_q$ qui correspondent respectivement à l'égalité $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ et au couple d'égalités $\omega_1 = \omega_3 - \omega_2$, $\omega_2 = \omega_3 - \omega_1$. On multiplie scalairement cette équation par le vecteur $\underline{e}_n$. Dans chaque cas il y a deux couples de valeurs ω_m et ω_q qui vérifient la conservation de l'énergie, cela ajouté aux propriétés du tenseur susceptibilité (voir l'Annexe I) entraîne la réduction à un élément de la somme dans le terme non-linéaire et donne la valeur du coefficient non-linéaire effectif d_{eff}.

Premier cas : $\omega_n = \omega_m + \omega_q$, on a :

$$2i\left(\underline{\nabla}A_n.\underline{e}_n\right)\left(\underline{k}_n.\underline{e}_n\right) - 2i\left(\underline{\nabla}A_n.\underline{k}_n\right) - \Delta A_n + \frac{d\underline{\nabla}A_n}{d\underline{e}_n}.\underline{e}_n - i\mu_o\sigma_n\omega_n A_n = 2\frac{\omega_n^2}{c^2}d_{eff}\,A_m A_q\,e^{i\left(\underline{k}_m+\underline{k}_q-\underline{k}_n\right).\underline{r}}.$$

Deuxième cas : $\omega_n = \omega_m - \omega_q$, on a :

$$2i\left(\underline{\nabla}A_n.\underline{e}_n\right)\left(\underline{k}_n.\underline{e}_n\right) - 2i\left(\underline{\nabla}A_n.\underline{k}_n\right) - \Delta A_n + \frac{d\underline{\nabla}A_n}{d\underline{e}_n}.\underline{e}_n - i\mu_o\sigma_n\omega_n A_n = 2\frac{\omega_n^2}{c^2}d_{eff}\,A_m A_q^*\,e^{i\left(\underline{k}_m-\underline{k}_q-\underline{k}_n\right).\underline{r}}.$$

Si l'on applique ces deux dernières équations aux ondes 1, 2 et 3 vérifiant l'égalité $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$, on a alors le système suivant :

$$\boxed{\begin{aligned}
&2i\left(\underline{\nabla}A_1.\underline{e}_1\right)\left(\underline{k}_1.\underline{e}_1\right) - 2i\left(\underline{\nabla}A_1.\underline{k}_1\right) - \Delta A_1 + \frac{d\underline{\nabla}A_1}{d\underline{e}_1}.\underline{e}_1 - i\mu_o\sigma_1\omega_1 A_1 = 2\frac{\omega_1^2}{c^2}d_{eff}\,A_3 A_2^* e^{i\Delta\underline{k}.\underline{r}}\\
&2i\left(\underline{\nabla}A_2.\underline{e}_2\right)\left(\underline{k}_2.\underline{e}_2\right) - 2i\left(\underline{\nabla}A_2.\underline{k}_2\right) - \Delta A_2 + \frac{d\underline{\nabla}A_2}{d\underline{e}_2}.\underline{e}_2 - i\mu_o\sigma_2\omega_2 A_2 = 2\frac{\omega_2^2}{c^2}d_{eff}\,A_3 A_1^* e^{i\Delta\underline{k}.\underline{r}}\\
&2i\left(\underline{\nabla}A_3.\underline{e}_3\right)\left(\underline{k}_3.\underline{e}_3\right) - 2i\left(\underline{\nabla}A_3.\underline{k}_3\right) - \Delta A_3 + \frac{d\underline{\nabla}A_3}{d\underline{e}_3}.\underline{e}_3 - i\mu_o\sigma_3\omega_3 A_3 = 2\frac{\omega_3^2}{c^2}d_{eff}\,A_1 A_2 e^{-i\Delta\underline{k}.\underline{r}}.
\end{aligned}}$$

A-II-(13)

Ces équations forment le "**système d'équations vectorielles**".

Dans le système d'équations vectorielles, nous avons introduit la notation $\Delta\underline{k} = \underline{k}_3 - \underline{k}_2 - \underline{k}_1$ correspondant au désaccord de phase défini précédemment.

Il apparaît le produit scalaire : $\frac{d\underline{\nabla}A_n}{d\underline{e}_n}.\underline{e}_n$. Nous explicitons le vecteur $\frac{d\underline{\nabla}A_n}{d\underline{e}_n}$:

$$\begin{aligned}
\frac{d\underline{\nabla}A_n}{d\underline{e}_n} &= \frac{d\underline{\nabla}A_n}{dx}\underline{e}_{n_x} + \frac{d\underline{\nabla}A_n}{dy}\underline{e}_{n_y} + \frac{d\underline{\nabla}A_n}{dz}\underline{e}_{n_z}\\
&= \left[\frac{d}{dx}\cos(\Omega_n)\cos(\rho_n) + \frac{d}{dy}\sin(\Omega_n)\cos(\rho_n) + \frac{d}{dz}\sin(\rho_n)\right]\left[\frac{\partial A_n}{\partial x}\underline{i} + \frac{\partial A_n}{\partial y}\underline{j} + \frac{\partial A_n}{\partial z}\underline{k}\right]\\
&+ \left[\frac{\partial^2 A_n}{\partial x^2}\cos(\Omega_n)\cos(\rho_n) + \frac{\partial^2 A_n}{\partial x\partial y}\sin(\Omega_n)\cos(\rho_n) + \frac{\partial^2 A_n}{\partial x\partial z}\sin(\rho_n)\right]\underline{i}\\
&+ \left[\frac{\partial^2 A_n}{\partial x\partial y}\cos(\Omega_n)\cos(\rho_n) + \frac{\partial^2 A_n}{\partial y^2}\sin(\Omega_n)\cos(\rho_n) + \frac{\partial^2 A_n}{\partial y\partial z}\sin(\rho_n)\right]\underline{j}\\
&+ \left[\frac{\partial^2 A_n}{\partial x\partial z}\cos(\Omega_n)\cos(\rho_n) + \frac{\partial^2 A_n}{\partial y\partial z}\sin(\Omega_n)\cos(\rho_n) + \frac{\partial^2 A_n}{\partial z^2}\sin(\rho_n)\right]\underline{k}
\end{aligned}$$

A-II-(5)

Il est ensuite facile de déterminer le produit scalaire.

Annexe III : coordonnées des champs électriques

Cette annexe expose en détail les positions relatives des vecteurs champs électriques $\underline{E}$, déplacements électrique $\underline{D}$ et des vecteurs d'ondes $\underline{k}$ pour chaque onde selon le type de l'accord de phase.
Pour cela, nous utilisons le tableau ci-dessous caractérisant les accords de phase possibles dans un milieu anisotrope quelconque (uniaxe ou biaxe).

Signal	Complémentaire	Pompe	Type
Lent	Lent	Rapide	I
Lent	Rapide	Rapide	II (a)
Rapide	Lent	Rapide	II (b)

Nous représentons les trois configurations possibles dans un repère (O,x,y,z) :

Type I :

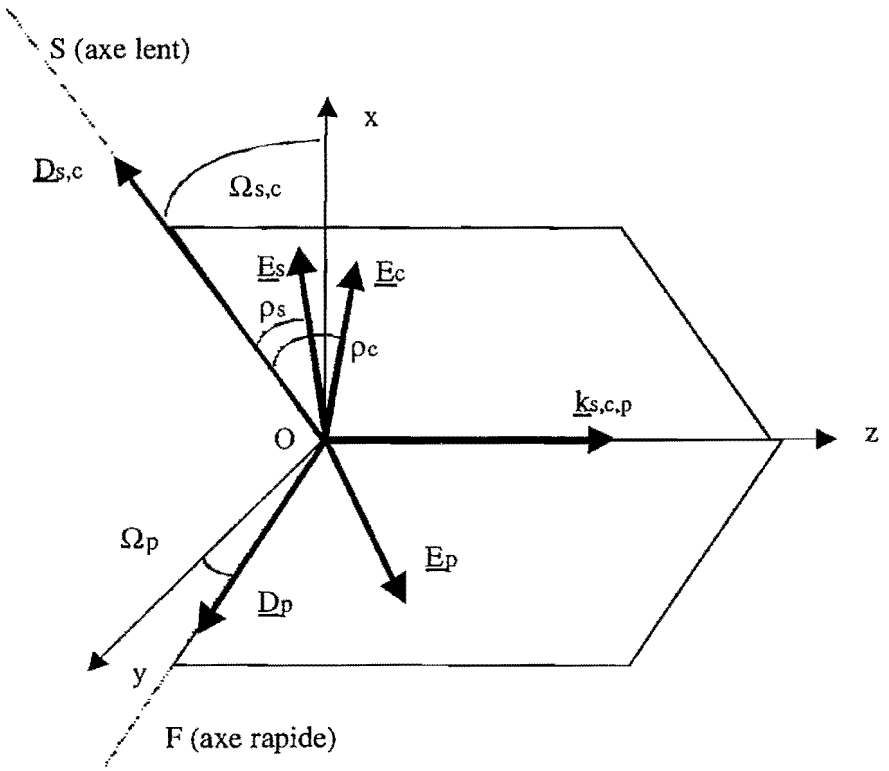


Figure A-III-(1) : Configuration des vecteurs $\underline{D}$ et $\underline{E}$ dans le cas d'un accord de type I, les ondes signal et complémentaire ont même polarisation.

La relation liant les angles Ω_n est : $\Omega_p = \Omega_s + \frac{\pi}{2} = \Omega_c + \frac{\pi}{2}$.

Les coordonnées des vecteurs unitaires colinéaires aux champs électriques sont donc :

$$\underline{e}_{s,c}\left|\begin{matrix}\cos\Omega\cos\rho_{s,c}\\ \sin\Omega\cos\rho_{s,c}\\ \sin\rho_{s,c}\end{matrix}\right., \quad \underline{e}_p\left|\begin{matrix}-\sin\Omega\cos\rho_p\\ \cos\Omega\cos\rho_p\\ \sin\rho_p\end{matrix}\right. .$$

Type II (a) :

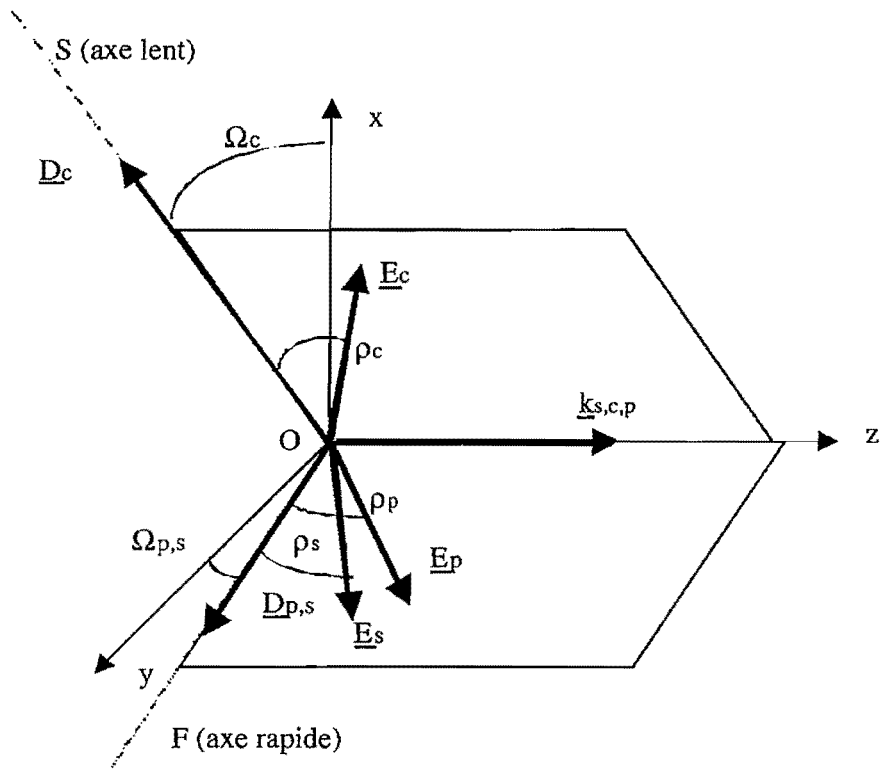


Figure A-III-(2) : Configuration des vecteurs D et E dans le cas d'un accord de type II(a), les ondes signal et pompe ont même polarisation.

La relation liant les angles Ω_n est : $\Omega_p = \Omega_s = \Omega_c + \frac{\pi}{2}$.

Les coordonnées des vecteurs unitaires colinéaires aux champs électriques sont donc :

$$\underline{e}_c \begin{vmatrix} \cos\Omega\cos\rho_c \\ \sin\Omega\cos\rho_c \\ \sin\rho_c \end{vmatrix}, \ \underline{e}_{s,p} \begin{vmatrix} -\sin\Omega\cos\rho_{s,p} \\ \cos\Omega\cos\rho_{s,p} \\ \sin\rho_{s,p} \end{vmatrix}$$

type II(b) :

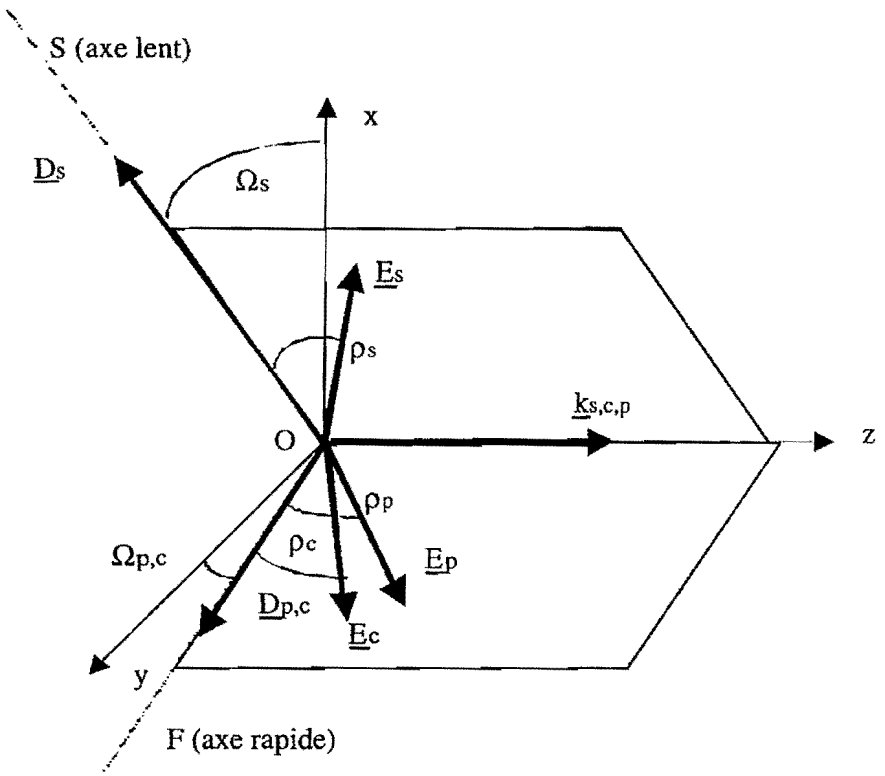


Figure A-III-(3) : Configuration des vecteurs D et E dans le cas d'un accord de type II(b), les ondes complémentaire et pompe ont même polarisation.

La relation liant les angles Ω_n est : $\Omega_p = \Omega_c = \Omega_s + \frac{\pi}{2}$.

Les coordonnées des vecteurs unitaires colinéaires aux champs électriques sont donc :

$$\underline{e}_s \begin{vmatrix} \cos\Omega\cos\rho_s \\ \sin\Omega\cos\rho_s \\ \sin\rho_s \end{vmatrix}, \quad \underline{e}_{c,p} \begin{vmatrix} -\sin\Omega\cos\rho_{c,p} \\ \cos\Omega\cos\rho_{c,p} \\ \sin\rho_{c,p} \end{vmatrix}.$$

Annexe IV : méthode de Dreger

Dans le repère cristallographique, l'équation de propagation s'écrit :

$$\left[\Delta - \nabla(\nabla.) + k^2 \underline{\underline{n}}^2\right]\underline{E}(X,Y,Z) = 0.$$

Le tenseur $\underline{\underline{n}}$ diagonal dans le repère cristallographique (avec nx < ny < nz) devient le tenseur $\underline{\underline{s}}$ dans la base liée au laboratoire.

Il s'écrit donc : $\underline{\underline{s}} = R_z(\psi)R_y(\theta)R_z(\phi)\underline{\underline{n}}^2 R_z^T(\phi)R_y^T(\theta)R_z^T(\psi)$

R_a est la matrice de rotation par rapport à l'axe "a". L'exposant ^{T} signifie la matrice transposée de celle considérée.

Les composantes du tenseur dans la base liée au laboratoire sont données par les relations suivantes :

$$\begin{aligned}
s_{xx} &= nx^2\,\mathrm{Cos}^2[\phi]\,\mathrm{Cos}^2[\psi]\,\mathrm{Cos}^2[\theta] \\
&+ ny^2\,\mathrm{Cos}^2[\psi]\,\mathrm{Cos}^2[\theta]\,\mathrm{Sin}^2[\phi] + ny^2\,\mathrm{Cos}^2[\phi]\,\mathrm{Sin}^2[\psi] \\
&+ nx^2\,\mathrm{Sin}^2[\phi]\,\mathrm{Sin}^2[\psi] - (nx^2\,\mathrm{Cos}[\theta]\,\mathrm{Sin}[2\phi]\,\mathrm{Sin}[2\psi])/2 \\
&+ (ny^2\,\mathrm{Cos}[\theta]\,\mathrm{Sin}[2\phi]\,\mathrm{Sin}[2\psi])/2 + nz^2\,\mathrm{Cos}^2[\psi]\,\mathrm{Sin}^2[\theta]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
s_{xy} &= -(nx^2\,\mathrm{Cos}^2[\psi]\,\mathrm{Cos}[\theta]\,\mathrm{Sin}[2\phi])/2 + (ny^2\,\mathrm{Cos}^2[\psi]\,\mathrm{Cos}[\theta]\,\mathrm{Sin}[2\phi])/2 \\
&+ (nx^2\,\mathrm{Cos}[\theta]\,\mathrm{Sin}[2\phi]\,\mathrm{Sin}^2[\psi])/2 - (ny^2\,\mathrm{Cos}[\theta]\,\mathrm{Sin}[2\phi]\,\mathrm{Sin}^2[\psi])/2 \\
&+ (ny^2\,\mathrm{Cos}^2[\phi]\,\mathrm{Sin}[2\psi])/2 - (nx^2\,\mathrm{Cos}^2[\phi]\,\mathrm{Cos}^2[\theta]\,\mathrm{Sin}[2\psi])/2 \\
&+ (nx^2\,\mathrm{Sin}^2[\phi]\,\mathrm{Sin}[2\psi])/2 - (ny^2\,\mathrm{Cos}^2[\theta]\,\mathrm{Sin}^2[\phi]\,\mathrm{Sin}[2\psi])/2 \\
&- (nz^2\,\mathrm{Sin}[2\psi]\,\mathrm{Sin}^2[\theta])/2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
s_{xz} &= -\,(nx^2\,\mathrm{Sin}[2\phi]\,\mathrm{Sin}[\psi]\,\mathrm{Sin}[\theta])/2 \\
&+ (ny^2\,\mathrm{Sin}[2\phi]\,\mathrm{Sin}[\psi]\,\mathrm{Sin}[\theta])/2 - (nz^2\,\mathrm{Cos}[\psi]\,\mathrm{Sin}[2\theta])/2 \\
&+ (nx^2\,\mathrm{Cos}^2[\phi]\,\mathrm{Cos}[\psi]\,\mathrm{Sin}[2\theta])/2 \\
&+ (ny^2\,\mathrm{Cos}[\psi]\,\mathrm{Sin}^2[\phi]\,\mathrm{Sin}[2\theta])/2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
s_{yy} &= ny^2\,\mathrm{Cos}^2[\phi]\,\mathrm{Cos}^2[\psi] + nx^2\,\mathrm{Cos}^2[\psi]\,\mathrm{Sin}^2[\phi] \\
&+ nx^2\,\mathrm{Cos}^2[\phi]\,\mathrm{Cos}^2[\theta]\,\mathrm{Sin}^2[\psi] + ny^2\,\mathrm{Cos}^2[\theta]\,\mathrm{Sin}^2[\phi]\,\mathrm{Sin}^2[\psi] \\
&+ (nx^2\,\mathrm{Cos}[\theta]\,\mathrm{Sin}[2\phi]\,\mathrm{Sin}[2\psi])/2 - (ny^2\,\mathrm{Cos}[\theta]\,\mathrm{Sin}[2\phi]\,\mathrm{Sin}[2\psi])/2 \\
&+ nz^2\,\mathrm{Sin}^2[\psi]\,\mathrm{Sin}^2[\theta]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
s_{yz} &= -(nx^2\,\mathrm{Cos}[\psi]\,\mathrm{Sin}[2\phi]\,\mathrm{Sin}[\theta])/2 + (ny^2\,\mathrm{Cos}[\psi]\,\mathrm{Sin}[2\phi]\,\mathrm{Sin}[\theta])/2 \\
&+ (nz^2\,\mathrm{Sin}[\psi]\,\mathrm{Sin}[2\theta])/2 - (nx^2\,\mathrm{Cos}^2[\phi]\,\mathrm{Sin}[\psi]\,\mathrm{Sin}[2\theta])/2 \\
&- (ny^2\,\mathrm{Sin}^2[\phi]\,\mathrm{Sin}[\psi]\,\mathrm{Sin}[2\theta])/2
\end{aligned}$$

et

$s_{zz} = nz^2\ \mathrm{Cos}^2[\theta] + nx^2\ \mathrm{Cos}^2[\phi]\ \mathrm{Sin}^2[\theta] + ny^2\ \mathrm{Sin}^2[\phi]\ \mathrm{Sin}^2[\theta]$

On peut remarquer que quelques soient les valeurs de θ et ϕ, s_{zz} ne s'annule jamais. Cela autorise par la suite la division par s_{zz}.

L'équation de propagation devient alors :

$$\begin{bmatrix} \partial_y^2 + \partial_z^2 + k^2 s_{xx} & -\partial_{xy}^2 + k^2 s_{xy} & -\partial_{xz}^2 + k^2 s_{xz} \\ -\partial_{xy}^2 + k^2 s_{xy} & \partial_x^2 + \partial_z^2 + k^2 s_{yy} & -\partial_{yz}^2 + k^2 s_{yz} \\ -\partial_{xz}^2 + k^2 s_{xz} & -\partial_{yz}^2 + k^2 s_{yz} & \partial_x^2 + \partial_y^2 + k^2 s_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = 0 \qquad \text{A-IV-(1)}$$

<u>Approche en "ondes planes"</u>

La résolution du système précédent est très difficile dans le cas général. Une première approche du problème est de rechercher des solutions sous la forme d'ondes planes de la forme :

$$\underline{E} = \frac{1}{2}\underline{E}_0 \exp\big(i(kNz - \omega t)\big) + cc$$

Le système est alors grandement simplifié puisque les dérivées par rapport aux variables x et y sont toutes nulles. il devient :

$$\begin{bmatrix} -N^2 + s_{xx} & s_{xy} & s_{xz} \\ s_{xy} & -N^2 + s_{yy} & s_{yz} \\ s_{xz} & s_{yz} & s_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = 0$$

Si l'on utilise la loi de gauss, équation I-(2), $\mathrm{div}\underline{D} = 0$, on isole E_z.

$E_z = -\frac{s_{xz}}{s_{zz}} E_x - \frac{s_{yz}}{s_{zz}} E_y$, le système se simplifie encore :

$$\begin{pmatrix} s_{xx} - N^2 - \frac{s_{xz}^2}{s_{zz}} & s_{xy} - \frac{s_{xz}s_{yz}}{s_{zz}} \\ s_{xy} - \frac{s_{xz}s_{yz}}{s_{zz}} & s_{yy} - N^2 - \frac{s_{yz}^2}{s_{zz}} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = 0$$

On définit l'angle ψ_o de manière à diagonaliser la matrice et à se placer dans le repère propre. L'angle ψ_o est donc tel que $s_{xy} - \frac{s_{xz}s_{yz}}{s_{zz}} = 0$ et s'écrit :

$$\tan(2\psi_o) = \frac{\sin(2\phi)\cos(\theta)}{-\cos(2\phi) + \sin^2(\theta)\big(\cos^2(\phi) + \beta\big)} \text{ avec } \beta = \frac{n_y^{-2} - n_z^{-2}}{n_x^{-2} - n_y^{-2}}.$$

Le système s'écrit alors :

$$\begin{pmatrix} s_{xx} - N^2 - \frac{s_{xz}^2}{s_{zz}} & 0 \\ 0 & s_{yy} - N^2 - \frac{s_{yz}^2}{s_{zz}} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = 0$$ et l'on trouve aisément ses valeurs propres :

$$N_1 = \sqrt{s_{xx} - \frac{s_{xz}^2}{s_{zz}}},\ N_2 = \sqrt{s_{yy} - \frac{s_{yz}^2}{s_{zz}}} \qquad \text{A-IV-(2)}$$

La convention nx < ny < nz implique que $N_1 > N_2$. Les vecteurs propres, qui donnent les polarisations transverses, sont directement déduits du système ci-dessus. On en déduit ensuite, d'après la loi de Gauss, les composantes selon z et finalement les vecteurs (non normalisés) des deux polarisations.

$$N = N_1 : E_x \neq 0, \quad E_y = 0 \quad (\text{type } 1) \Rightarrow \underline{E}_1 = \frac{1}{2}\left(s_{zz}, 0, -s_{xz}\right) e^{i(kN1\ z - \omega t)} + cc$$

$$N = N_2 : E_y \neq 0, \quad E_x = 0 \quad (\text{type } 2) \Rightarrow \underline{E}_2 = \frac{1}{2}\left(0, s_{zz}, -s_{yz}\right) e^{i(kN2\ z - \omega t)} + cc$$

En utilisant la relation liant le champ magnétique au champ électrique, $\text{rot}\underline{E} - \frac{\partial}{\partial t}\underline{B} = 0$ (équation I-(2)), il est facile de montrer que :

$$\underline{H_1} \propto \left(0, s_{zz}, 0\right) \exp\left(i\left(kN_1 z - \omega t\right)\right)$$
$$\underline{H_2} \propto \left(-s_{zz}, 0, 0\right) \exp\left(i\left(kN_2 z - \omega t\right)\right)$$

Par conséquent, les vecteurs de Poynting de chacune des ondes proportionels au produit vectoriel du champ électrique par le champ magnétique sont :

$$\underline{P_1} \propto \left(0, s_{yz}, s_{zz}\right) \exp\left(i\left(kN_1 z - \omega t\right)\right)$$
$$\underline{P_2} \propto \left(s_{xz}, 0, s_{zz}\right) \exp\left(i\left(kN_2 z - \omega t\right)\right)$$

Les vecteurs de poynting ne sont plus colinéaires aux vecteurs d'ondes, ils présentent un angle de double réfraction :

Pour l'onde de type I : $\tan(\rho_1) = \frac{s_{xz}}{s_{zz}}$

Pour l'onde de type II : $\tan(\rho_2) = \frac{s_{yz}}{s_{zz}}$ A-IV-(3)

L'approche du problème par les ondes planes nous a permi de determiner les indices associés aux deux polarisations orthogonales. En revanche, cette approche ne nous indique rien sur l'équation de propagation dans le milieu anisotrope. Pour cela, on se place dans le cadre des ondes quasi-planes.

<u>Approche en "ondes quasi-planes":</u>

Si l'on essaie de résoudre directement le déterminant du système A-IV-(1), il est facile de vérifier que l'on arrive à une équation différentielle du quatrième ordre en x, y et z. Il est, sinon difficile, voire impossible de la résoudre directement. Il est donc nécessaire d'effectuer des approximations pour la simplifier.

L'idée est de mettre en facteur l'équation différentielle sous la forme de deux polynômes (en ∂_z), chacun caractérisant une polarisation propre. Pour cela, deux approximations sont nécessaires.

La première consiste à supposer que l'approximation des enveloppes lentement variables est valable. Dans ce cas, on a :

$$\partial_z\left(\frac{1}{2}E(x,y,z)\,e^{ikNz}+cc\right)\approx\frac{1}{2}ikNE(x,y,z)e^{ikNz}+cc$$
$$\partial_z^2\left(\frac{1}{2}E(x,y,z)\,e^{ikNz}+cc\right)\approx\frac{1}{2}\left(2ikN\partial_z E-k^2N^2E\right)e^{ikNz}+cc \qquad \text{A-IV-(4)}$$

La seconde approximation consiste à supposer que l'on peut traiter les dérivées transverses dans l'espace de Fourier associé. L'hypothèse n'est valable que pour des "fonctions" tempérées (au sens des distributions), c'est à dire des fonctions localement sommable à "croissance lente". En pratique, c'est toujours le cas en régime nanoseconde.

On définit la transformée de fourier :

$$\overline{E}(k_x,k_y,z)=\iint E(x,y,z)\,e^{-i(k_x x+k_y y)}dxdy$$
$$E(x,y,z)=\iint \overline{E}(k_x,k_y,z)\,e^{i(k_x x+k_y y)}dk_x dk_y$$

Elle permet dans l'espace réciproque de transformer les dérivées transverse en produits :

$$\partial_x \rightarrow ik_x$$
$$\partial_y \rightarrow ik_y \qquad \text{A-IV-(5)}$$

On développe la dernière ligne du système A-IV-(1), à savoir :
$\left(-\partial_{xz}^2+k^2s_{xz}\right)E_x+\left(-\partial_{yz}^2+k^2s_{yz}\right)E_y+\left(\partial_x^2+\partial_y^2+k^2s_{zz}\right)E_z=0$, car elle ne contient pas de dérivées par rapport à z lorsque l'on se place dans le cadre des approximations A-IV-(4) dans l'espace de Fourier, on a immédiatement :

$$\overline{E}_z=-\frac{k^2s_{xz}+kNk_x}{k^2s_{zz}-k_x^2-k_y^2}\overline{E}_x-\frac{k^2s_{yz}+kNk_y}{k^2s_{zz}-k_x^2-k_y^2}\overline{E}_y$$

On insère cette relation dans l'équation A-IV-(1) et l'on obtient :

$$\begin{bmatrix} 2ikN\partial_z+a & b \\ b & 2ikN\partial_z+c \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\overline{E}_x \\ \overline{E}_y\end{bmatrix}=0$$

avec

$$\begin{cases} a = k^2\left(s_{xx} - N^2\right) - k_y^2 - \dfrac{\left(Nkk_x + k^2 s_{xz}\right)^2}{k^2 s_{zz} - \left(k_x^2 + k_y^2\right)} \\ b = k_x k_y + k^2 s_{xy} - \dfrac{\left(Nkk_x + k^2 s_{xz}\right)\left(Nkk_y + k^2 s_{yz}\right)}{k^2 s_{zz} - \left(k_x^2 + k_y^2\right)} \\ c = k^2\left(s_{yy} - N^2\right) - k_x^2 - \dfrac{\left(Nkk_y + k^2 s_{yz}\right)^2}{k^2 s_{zz} - \left(k_x^2 + k_y^2\right)} \end{cases} \qquad \text{A-IV-(5)}$$

Le déterminant du système s'écrit alors :

$\partial_z^2 - \dfrac{i}{2kN}(a+c)\partial_z + \dfrac{b^2 - 4ac}{4k^2N^2} = 0$, il se met en facteur et admet deux solutions formelles.

$$\boxed{\partial_z = \frac{i}{4Nk}\left[a + c \pm \sqrt{(a-c)^2 + 4b^2}\right]} \qquad \text{A-IV-(6)}$$

Chacune des solution donne l'opérateur de propagation dans le milieu anisotrope selon la polarisation du champ. Pour determiner l'indice associé à chaque polarisation, il suffit de se replacer dans le cadre de l'approximation des ondes planes pour lesquelles $k_x = k_y = 0$ et $\partial_z \overline{E} = 0$. Après simplification des termes a, b et c, l'opérateur s'écrit :

$$N_1^2 + N_2^2 - 2N^2 \pm \sqrt{\left(N_1^2 - N_2^2\right)^2} = 0$$

On en déduit immédiatement que <u>l'indice N_1 est associé au signe</u> + dans l'opérateur tandis que l'indice <u>N_2 est associé au signe</u> -.

On en déduit aussi les relations entres les composantes transverses du champ électrique.

$b\overline{E}_x = \dfrac{1}{2}\left[a - c \pm R\right]\overline{E}_y$

avec

$R = \sqrt{(a-c)^2 + 4b^2}$.

On peut résumer les résultats importants dans le tableau suivant :

N_1	axe lent	signe +
N_2	axe rapide	signe -

On peut pousser un peu plus loin le calcul en résolvant directement l'équation $a + c \pm \sqrt{(a-c)^2 + 4b^2} = 0$ dans le cas des ondes quasi-planes afin de tenir compte de la dispersion des indices.

La résolution de l'équation $a+c\pm\sqrt{(a-c)^2+4b^2}=0$ n'est pas très difficile (équation bicarrée) mais elle est très longue à cause de l'expression des termes qui la composent. On a donc résolu cette équation à l'aide d'un logiciel de calcul formel mathématique, Mathematica. La solution brute tient sur une trentaine de pages mais elle peut heureusement se simplifier (non sans difficulté). Son expression nécessite l'introduction de 8 variables intermédiaires, de k_1 à k_8 choisies plus ou moins arbitrairement.

$$
\begin{aligned}
k_1 &= k_x s_{xz} + k_y s_{yz} \\
k_2 &= k_x^2 s_{xx} + 2k_x k_y s_{xy} + k^2 s_{xz}^2 + k_y^2 s_{yy} + k^2 s_{yz}^2 + k_x^2 s_{zz} + k_y^2 s_{zz} - k^2 s_{xx} s_{zz} - k^2 s_{yy} s_{zz} \\
k_3 &= k_x^4 s_{xx} + 2k_x k_y (k_x^2 + k_y^2) s_{xy} + k_y^4 s_{yy} + k_x^2 k_y^2 (s_{xx} + s_{yy}) \\
&\quad + k^2 k_x^2 (s_{xy}^2 + s_{xz}^2 - s_{xx} s_{yy} - s_{xx} s_{zz}) + k^2 k_y^2 (s_{xy}^2 - s_{xx} s_{yy} + s_{yz}^2 - s_{yy} s_{zz}) \\
&\quad + k^4 (-s_{xz}^2 s_{yy} + 2s_{xy}^2 s_{yz} - s_{xx} s_{yz}^2 - s_{xy}^2 s_{xz} + s_{xx} s_{yy} s_{zz}) \\
k_4 &= k_x^3 s_{xz} + k_x k_y^2 s_{xz} + k_x^2 k_y s_{yz} + k_y^3 s_{yz} + k^2 k_y (s_{xy} s_{xz} - s_{xx} s_{yz}) + k^2 k_x (-s_{xz} s_{yy} + s_{xy} s_{yz}) \\
k_5 &= k_2^2 + 12 s_{zz} k_3 - 12 k_1 k_4 \\
k_6 &= 2k_2^3 + 108 k_1^2 k_3 - 72 s_{zz} k_2 k_3 - 36 k_1 k_2 k_4 + 108 s_{zz} k_4^2 \\
k_7 &= \sqrt[3]{k_6 + \sqrt{-4k_5^3 + k_6^2}} \\
k_8 &= \sqrt{\frac{k_1^2}{k^2 s_{zz}^2} - \frac{2k_2}{3k^2 s_{zz}} + \frac{2^{1/3} k_5}{3k^2 s_{zz} k_7} + \frac{k_7}{3 * 2^{1/3} k^2 s_{zz}}}
\end{aligned}
$$

A-IV-(7)

Les deux indices dépendent des fréquences spatiales k_x et k_y (à 2π près) et sont donnés par la double formule suivante :

$$
N_2^1 = \frac{1}{2} k_8 - \frac{k_1}{2ks_{zz}} \pm \frac{1}{2}\sqrt{-\frac{2^{1/3} k_5}{3k^2 s_{zz} k_7} + \frac{2k_1^2}{k^2 s_{zz}^2} - \frac{4k_2}{3k^2 s_{zz}} - \frac{k_7}{3 * 2^{1/3} k^2 s_{zz}} + \frac{2\left(-k_1^3 + k_1 k_2 s_{zz} - 2k_4 s_{zz}^2\right)}{k^3 k_8 s_{zz}^3}}
$$

A-IV-(8)

Annexe V : procédures du code

Cet annexe énumère toutes les procédures présentes dans le code de simulation. Nous avons vu dans la partie II que le code de simulation en comptait une centaine, les voici classées par ordre d'apparition dans chaque sous-programme :

La boucle principale du programme contient le gestionnaire du code, qui selon le type de cavité simulée se nomme LINEAIRE.f90, ANNEAU.f90 ou DECOUPLEE.f90. Il contient en plus une procédure "nomfichier" qui permet de nommer les fichiers en écriture. Les autres sous programmes sont décrits ci-dessous :

```
*****************************************************************
                    AUTRES SOUS-PROGRAMMES
*****************************************************************

 constituant les fichiers ci-dessous :

        - PRINCIPAL.f90 : contenant la procédure suivante
        ********************************************************
        Ce sous programme est le corps principal de la simulation
        de l'OPO. Il gère le passage des ondes dans la cavité OPO
        à l'aide d'autres sous programmes spécifiques. Par la suite,
        cette partie permet d'afficher les résultats de la simulation
        à la sortie del'OPO.
        ********************************************************
                principal

        - CALCUL&FOURIER.f90 : contenant les procédures suivantes
        ********************************************************
        Ce fichier contient les sous programmes résolvant
        les équations non linéaires par la methode de
        Runge-Kutta à l'ordre 5 et les calculs de Transformées de Fourier
        sur différents éléments
        ********************************************************
                equations_non_lineaires
                integration
                RUNGE_KUTTA4
                RUNGE_KUTTA5_ADAPTATIF
                ODEINT
                RKDUMB
                FFT2D
                fft
                TF_temporelles
                TF_spatiales
                integration_dephasage
                func_Gamma

        - INJECTION.f90 : contenant les procédures suivantes
        ********************************************************
         Ce fichier contient toutes les procédures
         responsables de l'injection et du pompage
         du cristal dans la cavité
        ********************************************************
                champs_du_vide
                pompe_incidente
                pompe
                injection
                injection_expe_signal
                injection_expe_compl
                chargement_pompe
                pompe_exp
                defaut_de_phase
                control_injection
                control_vide
                controle_vide_boucle
                champs_2_vide
```

champs_entree_sc
pepins
defaut_phase_inj
princ_pompe_incidente

- PROFILS&RESULTATSf.90 : contenant les procédures suivantes
****
Ce fichier contient les sous programmes permettant de
calculer et stocker les diverses données caractéristiques
des trois ondes à la sortie de l'OPO.
****

profils_spatiaux
profils_temporels
profil_de_pompe
spectres
spectreintegre
profils_spatiaux_infinis
duree_impulsions
Mdeux
energiesortie
profil_de_pompe_spa
profil_de_pompe_spa_exp
resultats

- PROPAGATION.f90 : contenant les procédures suivantes
****
Ce fichier contient les procédures responsables de
la propagation des trois ondes dans l'OPO ou à sa sortie.
****

propagation_libre
propagation_dans_cristal
propagation_libre_corrige
propagation_dans_cristal_corrige
decalage
propa_apres_OPO
lentille
profil_infini_lentille
cristal_phase
propagation_Libre_cristal
propagation_cristal_dephasage
fftshift
propa_apres_OPO_diff
phase_libre
propa_libre_dreger
propa_cristal_dreger
propa_cristal_dreger_deph
propa_libre_dreger_deph
propa_libre_princ

- TRANSMISSION.f90 : contenant les procédures suivantes
****
Ce fichier contient les sous programmes tenant compte
de la transmission et reflexion des trois ondes a travers
les divers éléments de l'OPO.
Prise en compte des courbures des miroirs.
****

transmission_du_cristal
reflexions_entree
reflexions_sortie
champs_en_sortie
miroirs
miroirs_gaussiens
transmission
miroirs_gaussiens_courbes
transmissionSG
champs_en_retour
selection_Miroir

- DIVERS.f90 : contenant les procédures suivantes
****
Ce fichier contient les procédures facultatives

soit qui permettent d'avoir des données supplémentaires
soit qui restent inutiles dans le cas de l'OPO considéré.
****

phase_heterodyne
propagation_avec_walkoff
inversion
inversion_reelle
tableaux12
tableaux21
tableaumax
phaseschamps
variables
simpleresonnant
long_critique
somme_fluo
minmaxreeltab
tableau_fluo
cristal_phase
inversion_complex_xy
inversion_reel_xy
indice
fresnel
simu_thomson
xi2
polarisation
Val_param

-DIFFÉRENCES_FINIES.f90 : contenant le sprocédures suivantes
****

Ce fichier contient les sous programmes résolvant
les équations non linéaires par la méthode de
Crank-Nicolson en différences finie.
****

propagation_libre_diff
propa_dans_cristal_diff
crankn
defmat
calcul_norminf
calcul_norm2
multip
produit_scalaire
gc
convert12
convert21

À toutes ces procédures s'ajoutent deux fichiers en format texte libre : "Database" et "Parameter". Le premier contient les données caractérisant l'OPO tandis que le second permet de faire varier un ou plusieurs paramètres du fichier Database. Le nombre de paramètres nécessaire à la description complète de l'OPO peut atteindre la centaine selon la cavité choisie (anneau, linéaire ou découplée), les miroirs (plans, courbes, gaussiens) et l'injection (expérimentale ou non); le nombre de paramètres que l'on peut faire varier au cours d'une série de simulation est de six et le nombre de simulations que l'on peut effectuer successivement est volontairement limité à 100 pour des questions de gestion de mémoire du disque dur et de temps de calcul. Ces deux fichiers sont lus dans le programme principal ANNEAU.f90, LINEAIRE.f90 ou DECOUPLEE.f90.

Annexe VI : données

Cette annexe présente l'ensemble des données importées dans la procédure *principal*.

cristal : défini le cristal utilisé. La liste est présentée dans le fichier *cristal&accord phase*

typeaccord : permet de faire le choix du type d'accord de phase. la liste est elle aussi présentée dans le fichier *cristal&accord phase*.

theta : valeur de l'angle θ en degré.
phi : valeur de l'angle ϕ en degré.

deff : coefficient non linéaire effectif en pm/V.
walkoffsignal : indique que le signal voit un angle de double refraction.
walkoffcompl : indique que le complémentaire voit un angle de double refraction.
walkoffpomp : indique que la pompe voit un angle de double refraction.
anglewo : valeur de l'angle de double réfraction (en degré).

deltak : permet l'introduction d'un désaccord de phase supplémentaire.
Lcristal : longueur du cristal.
temperature : température du cristal.

ls2 : Longueur d'onde signal.
lp2 : Longueur d'onde pompe.

as : absorption en amplitude du cristal pour l'onde signal.
ac : absorption en amplitude du cristal pour l'onde complémentaire.
ap : absorption en amplitude du cristal pour l'onde pompe.

tfse : Transmission en amplitude interface d'entrée du cristal signal.
tfce : Transmission en amplitude interface d'entrée du cristal complémentaire.
tfpe : Transmission en amplitude interface d'entrée de la pompe.

tfss : Transmission en amplitude interface de sortie du cristal signal.
tfcs : Transmission en amplitude interface de sortie du cristal complémentaire.
tfps : Transmission en amplitude interface de sortie du cristal de la pompe.

nbxy : nombre de mailles spatiales (puissance de deux).
tr : nombre de tranches du découpage du cristal.

energie : énergie des impulsions de pompe.
puissanceinjsignal : puissance injectée signal (si injection continue).
puissanceinjcompl : puissance injectée complémentaire (si injection continue).

Lcavite : longueur totale de la cavite OPO.
d1 : distance miroir d'entrée-cristal.
d_crist_lame : distance cristal-lame.
d3 : distance miroir sortie-recyclage.

fwhm : largeur temporelle à mi-hauteur de l'impulsion de pompe.

waistx2 : rayon de col de la pompe selon l'axe x.
waisty2 : rayon de col de la pompe selon l'axe y.

superGTemp : coefficient supergaussien caractérisant l'impulsion temporelle de la pompe.
superGSpat : coefficient supergaussien caractérisant l'impulsion spatiale de la pompe.

waistinjsignalx : rayon de col de l'onde signal injectée selon l'axe x.
waistinjsignaly : rayon de col de l'onde signal injectée selon l'axe y.
waistinjcomplx : rayon de col de l'onde complémentaire injectée selon l'axe x.
waistinjcomply : rayon de col de l'onde complémentaire injectée selon l'axe y.

fenetrespat2 : détermine la fenêtre spatiale totale (nombre de fois le maximum de tous les rayons de col définis ci-dessus).

fenetretemp : détermine la fenêtre temporelle globale (nombre de fois la largeur à mi-hauteur de l'impulsion de pompe).

dimcristal : dimension transverse du cristal (supposé à base carrée).

mirror(1) : entier compris entre 1 et 4 caractérisant le type du miroir d'entrée (plan, courbe, plan à reflectivité gaussienne et courbe à reflectivité gaussienne).
mirror(2) : idem pour le miroir de sortie.
mirror(3) : entier prenant les valeurs 1 ou 2 selon si le miroir de renvoi est plan ou courbe.

rayonentree : rayon courbure du miroir d'entrée (>0 si concave).
rayonsortie : rayon courbure du miroir de sortie (<0 si convexe).
rayonsortiepompe : rayon de courbure du miroir de recyclage de la pompe.

RRes : coefficient de réflexion en énergie signal du miroir d'entrée.
RRec : coefficient de réflexion en énergie complémentaire du miroir d'entrée.
RRep : coefficient de réflexion en énergie pompe du miroir d'entrée.
AAentreep : absorption en énergie pompe du miroir d'entrée.

RRss : coefficient de réflexion en énergie signal du miroir de sortie.
RRsc : coefficient de réflexion en énergie complémentaire du miroir de sortie.
RRsp : coefficient de réflexion en énergie pompe du miroir de sortie.

RRrs : coefficient de réflexion en énergie signal du miroir de recyclage.
RRrc : coefficient de réflexion en énergie complémentaire du miroir de recyclage.
RRrp : coefficient de réflexion en énergie pompe du miroir de recyclage.

superGE : coefficient supergaussien du miroir d'entrée.
RinfinipompeE : coefficient de réflexion à l'infini du miroir d'entrée pour la pompe.
RcentrepompeE : coefficient de réflexion au centre du miroir d'entrée pour la pompe.
wopompeE : largeur à $1/e^2$ de la réflexion du miroir d'entrée pour la pompe.

RinfinisignalE : coefficient de réflexion à l'infini du miroir d'entrée pour le signal.
RcentresignalE : coefficient de réflexion au centre du miroir d'entrée pour le signal.
wosignalE : largeur à $1/e^2$ de la réflexion du miroir d'entrée pour le signal.

RinfinicomplE : coefficient de réflexion à l'infini du miroir d'entrée pour le complémentaire.
RcentrecomplE : coefficient de réflexion au centre du miroir d'entrée pour le complémentaire.
wocomplE : largeur à $1/e^2$ de la réflexion du miroir d'entrée pour le complémentaire.

superGS : coefficient supergaussien du miroir de sortie.
RinfinipompeS : coefficient de réflexion à l'infini du miroir de sortie pour la pompe.
RcentrepompeS : coefficient de réflexion au centre du miroir de sortie pour la pompe.
wopompeS : largeur à $1/e^2$ de la réflexion du miroir de sortie pour la pompe.

RinfinisignalS : coefficient de réflexion à l'infini du miroir de sortie pour le signal.
RcentresignalS : coefficient de réflexion au centre du miroir de sortie pour le signal.
wosignalS : largeur à $1/e^2$ de la réflexion du miroir de sortie pour le signal.

RinfinicomplS : coefficient de réflexion à l'infini du miroir d'entrée pour le complémentaire.
RcentrecomplS : coefficient de réflexion au centre du miroir d'entrée pour le complémentaire.
wocomplS : largeur à $1/e^2$ de la réflexion du miroir d'entrée pour le complémentaire.

Rp_dich : coefficient de reflexion pompe lame dichroïque.
Tp_dich : coefficient de reflexion pompe lame dichroïque.
Rs_dich : coefficient de reflexion pompe lame dichroïque.
Ts_dich : coefficient de reflexion pompe lame dichroïque.
Rc_dich : coefficient de reflexion pompe lame dichroïque.
Tc_dich : coefficient de reflexion pompe lame dichroïque.

injec_exp_p : entier caractérisant l'injection expérimentale de la pompe et défaut de phase de la pompe (0 : non, non, 1: oui, non, 2: non, oui, 3: oui, oui)

injec_exp_s : entier caractérisant l'injection expérimentale du signal (0 : non, 1 : oui)
injec_exp_c : entier caractérisant l'injection expérimentale du complémentaire.

focale : focale de la lentille pour profils spatiaux à l'infini.
distance : distance d'observation des profils spatiaux (champ proche).

tolmax : tolérance maximale dans l'algorithme Runge-Kutta.
tolmin : tolérance maximale dans l'algorithme Runge-Kutta.

signalresonnant : ajuste la longueur de la cavité pour la résonance
methode : entier compris entre 1 et 6 définissant la méthode de propagation et d'intégration dans le cristal.

Annexe VII : termes de phase linéaire

Cette annexe est consacrée au développement des équations de propagation selon les différentes approches définies dans la partie I.

Rappelons que le système d'équations vectorielles de départ est donné par I-(30) :

$$\begin{cases} 2i\left(\underline{\nabla}A_1.\underline{e}_1\right)\left(\underline{k}_1.\underline{e}_1\right)-2i\left(\underline{\nabla}A_1.\underline{k}_1\right)-\Delta A_1+\dfrac{d\underline{\nabla}A_1}{d\underline{e}_1}.\underline{e}_1-i\mu_o\sigma_1\omega_1 A_1=2\dfrac{\omega_1^2}{c^2}d_{eff}A_3A_2^*e^{i\Delta\underline{k}.\underline{r}} \\ 2i\left(\underline{\nabla}A_2.\underline{e}_2\right)\left(\underline{k}_2.\underline{e}_2\right)-2i\left(\underline{\nabla}A_2.\underline{k}_2\right)-\Delta A_2+\dfrac{d\underline{\nabla}A_2}{d\underline{e}_2}.\underline{e}_2-i\mu_o\sigma_2\omega_2 A_2=2\dfrac{\omega_2^2}{c^2}d_{eff}A_3A_1^*e^{i\Delta\underline{k}.\underline{r}} \\ 2i\left(\underline{\nabla}A_3.\underline{e}_3\right)\left(\underline{k}_3.\underline{e}_3\right)-2i\left(\underline{\nabla}A_3.\underline{k}_3\right)-\Delta A_3+\dfrac{d\underline{\nabla}A_3}{d\underline{e}_3}.\underline{e}_3-i\mu_o\sigma_3\omega_3 A_3=2\dfrac{\omega_3^2}{c^2}d_{eff}A_1A_2e^{-i\Delta\underline{k}.\underline{r}} \end{cases}$$

Nous avons développé quatre approches basée sur deux points.

Premier point : on suppose que les champs électriques ne divergent pas ou très peu (terme $\dfrac{d\underline{\nabla}A_n}{d\underline{e}_n}.\underline{e}_n$ nul ou non).
Second point : terme de déphasage lié à la dispersion de l'indice nul ou non.

En extrayant les parties linéaires des équations I-(34), I-(37), I-(40), et I-(43), nous obtenons des équations que nous pouvons intégrer en passant dans l'espace de Fourier :

A-VII-1] Divergence nulle et déphasage nul

Du système I-(34), nous extrayons : $\dfrac{\partial A_n}{\partial z}=-\dfrac{\Delta_\perp A_n}{2ik_n\cos^2\rho_n}+\tan\rho_n\left(\dfrac{\partial A_n}{\partial x}\cos\Omega_n+\dfrac{\partial A_n}{\partial y}\sin\Omega_n\right)$.

En utilisant la transformée de Fourier F^+, on pose :

$$A_n(x,y,z)=\iint B_n(\nu_x,\nu_y,z)e^{i2\pi(x\nu_x+y\nu_y)}d\nu_x d\nu_y$$

L'expression de la transformée de Fourier à la distance $z+\Delta z$ est donnée par :

$$B_n(\nu_x,\nu_y,z+\Delta z)=B_n(\nu_x,\nu_y,z)\,e^{-i\frac{\pi\lambda_n\left(\nu_x^2+\nu_y^2\right)}{n_n\cos^2\rho_n}\Delta z}\,e^{2i\pi\left(\nu_x\cos\Omega_n+\nu_y\sin\Omega_n\right)\tan\rho_n\Delta z}$$

A-VII-2] Divergence non-nulle et déphasage nul

Du système I-(37), nous extrayons :

$$
\begin{aligned}
& i k_n \sin 2\rho_n \left(\frac{\partial A_n}{\partial x} \cos\Omega_n + \frac{\partial A_n}{\partial y} \sin\Omega_n \right) - 2 i k_n \cos^2 \rho_n \frac{\partial A_n}{\partial z} \\
& - \frac{\partial^2 A_n}{\partial x^2} \left(1 - \cos^2 \Omega_n \cos^2 \rho_n \right) - \frac{\partial^2 A_n}{\partial y^2} \left(1 - \sin^2 \Omega_n \cos^2 \rho_n \right) + \frac{\partial^2 A_n}{\partial x \partial y} \sin 2\Omega_n \cos^2 \rho_n \\
& + \left[\frac{\partial^2 A_n}{\partial x \partial z} \cos\Omega_n + \frac{\partial^2 A_n}{\partial y \partial z} \sin\Omega_n \right] \sin 2\rho_n = 0
\end{aligned}
$$

Nous passons dans l'espace de Fourier, l'expression de la transformée de Fourier à la distance $z + \Delta z$ s'écrit :

$$
B_n(\nu_x, \nu_y, z + \Delta z) = B_n(\nu_x, \nu_y, z) \exp(A/B \, \Delta z)
$$

$$
A = \pi \left\{ \begin{array}{l} 2 \dfrac{n_n}{\lambda_n} \sin 2\rho_n \left(\nu_x \cos\Omega_n + \nu_y \sin\Omega_n \right) - \dfrac{\left(\nu_x^2 + \nu_y^2 \right)}{\cos\rho_n} \\ + \cos\rho_n \left(\nu_x^2 \cos^2 \Omega_n + \nu_y^2 \sin^2 \Omega_n \right) + \nu_x \nu_y \sin 2\Omega_n \cos\rho_n \end{array} \right\}
$$

$$
B = \frac{n_n}{\lambda_n} \cos\rho_n - \left(\nu_x \cos\Omega_n + \nu_y \sin\Omega_n \right) \sin 2\rho_n
$$

A-VII-3] Divergence nulle et déphasage non-nul

Du système I-(40), nous posons :

$$
K_n^z = k_n^z - \left(k_n^x \cos\Omega_n + k_n^y \sin\Omega_n \right) \tan\rho_n
$$

$$
K_n^x = k_n^z \cos\Omega_n \tan\rho_n - \frac{k_n^x}{\cos^2 \rho_n} \left(1 - \cos^2 \Omega_n \cos^2 \rho_n \right) + k_n^y \sin\Omega_n \cos\Omega_n
$$

$$
K_n^y = k_n^z \sin\Omega_n \tan\rho_n + k_n^x \sin\Omega_n \cos\Omega_n - \frac{k_n^y}{\cos^2 \rho_n} \left(1 - \sin^2 \Omega_n \cos^2 \rho_n \right)
$$

et

$$
\frac{\partial A_n}{\partial z} = i \frac{1}{2 K_n^z \cos^2 \rho_n} \Delta_\perp A_n + \frac{K_n^x}{K_n^z} \frac{\partial A_s}{\partial x} + \frac{K_n^y}{K_n^z} \frac{\partial A_n}{\partial y}
$$

Cette équation s'intègre dans l'espace de Fourier, on trouve :

$$
B_n(\nu_x, \nu_y, z + \Delta z) = B_n(\nu_x, \nu_y, z) \, e^{-i \frac{2\pi \left(\nu_x^2 + \nu_y^2 \right)}{K_n^z \cos\rho_n} \Delta z} \, e^{i \frac{2\pi}{K_n^z} \left(\nu_x K_n^x + \nu_y K_n^y \right) \Delta z} .
$$

A-VII-4] Divergence non-nulle et déphasage non-nul

Du système I-(49), nous posons :

$$K_n^x = -k_n^x\left(1-\cos^2\Omega_n\cos^2\rho_n\right)+k_n^y\sin\Omega_n\cos\Omega_n\cos^2\rho_n+k_n^z\cos\Omega_n\cos\rho_n\sin\rho_n$$
$$K_n^y = k_n^x\sin\Omega_n\cos\Omega_n\cos^2\rho_n-k_n^y\left(1-\sin^2\Omega_n\cos^2\rho_n\right)+k_n^z\sin\Omega_n\cos\rho_n\sin\rho_n$$
$$K_n^z = -\left(k_n^x\cos\Omega_n+k_n^y\sin\Omega_n\right)\cos\rho_n\sin\rho_n+k_n^z\cos^2\rho_n$$

L'équation s'écrit :

$$\begin{aligned}
&2i\frac{\partial A_n}{\partial x}K_n^x+2i\frac{\partial A_n}{\partial y}K_n^y-2i\frac{\partial A_n}{\partial z}K_n^z-\frac{\partial^2 A_n}{\partial x^2}\left(1-\cos^2\Omega_n\cos^2\rho_n\right)\\
&\quad-\frac{\partial^2 A_n}{\partial y^2}\left(1-\sin^2\Omega_n\cos^2\rho_n\right)+\frac{\partial^2 A_n}{\partial x\partial y}\sin 2\Omega_n\cos^2\rho_n\\
&\quad+\left[\frac{\partial^2 A_n}{\partial x\partial z}\cos\Omega_n+\frac{\partial^2 A_n}{\partial y\partial z}\sin\Omega_n\right]\sin 2\rho_n=0
\end{aligned}$$

En passant dans l'espace de Fourier :

$$B_n\left(\nu_x,\nu_y,z+\Delta z\right)=B_n\left(\nu_x,\nu_y,z\right)\exp\left(\frac{A}{B}\Delta z\right)$$
$$A=2i\pi\left\{\begin{array}{l}\left(\nu_x K_n^x+\nu_y K_n^y\right)-\pi\left(\nu_x^2+\nu_y^2\right)\\+\pi\cos^2\rho_n\left(\nu_x^2\cos^2\Omega_n+\nu_y^2\sin^2\Omega_n\right)+\pi\,\nu_x\,\nu_y\sin 2\Omega_n\cos\rho_n\end{array}\right\}$$
$$B=K_n^z-\pi\left(\nu_x\cos\Omega_n+\nu_y\sin\Omega_n\right)\sin 2\rho_n$$

Dans chacun des quatre cas, le code calcule la transformée de Fourier inverse.

Bibliographie

Les références sont classées par ordre alphabétique et sont entrées comme suit :

[Nom,n°] : titre, auteur(s), aaaa-mm-jj, revue, Volume, Numéro, pages debut et fin.

The question, "*What is Maxwell's theory ?*", *I know of no shorter or more definite answer than the following: Maxwell's theory is Maxwell's system of equations.* Heinrich Hertz, 1891.

[illegible] : Transient and nonlinear processes in a single-resonator parametric light source with selective excitation, [illegible] G.P Dzhotyan,YuE D'yakov, Soviet Technical Physics Letters, 1983-03, Vol.9, No.3, 152-3 (Traduit [illegible] Zhurnal-Tekhnicheskoi-Fizika, 1983-03, Vol.9, No.5-6, 352-356.

[illegible] : Focused Bessel beams, P.V. Adamson, Quantum Electronics, 2000-04, Vol.30, No.4, 65-69.

[illegible] Parametric interactions in optics and tunable ligth oscillators, A. G. Akmanov, S. A. Akmanov, R. V. [illegible] A. I. Kovrigin, A. S. Piskarskos, and A. P. Sukhorukov, 1968-11, IEEE Journal of quantum electronics, [illegible] No. 11, 828-831.

[illegible] : Realization of quasi-phase-matched parametric interactions of waves of multiple frequencies with [illegible] frequency doubling, A.L. Aleksandrovski, A.S. Chirkin, V.V. Volkov, Journal of Russian Laser [illegible] (03-04), Vol.18, No.2, 101-106.

[illegible] Beam tilt and angular dispersion in broad bandwidth, nanosecond optical parametric oscillators, W. J. [illegible] J. Gerh, R. L. Schmitt, A. V. Smith, Gunnar Arisholm, 1999-09, JOSA B, Vol.16, No. 9, 1525-[illegible]

[illegible] : Wavelength variation of the second-order non-linear coefficients of KNbO3, KTiOPO4, KTiOAsO4, [illegible], β-BaB2O4, KH2PO4 and LIB3O5 crystals: a test of Miller wavelength scaling, William J. Alford [illegible] Smith, 2001-04, JOSA B, Vol.18, No. 4, 524-533.

[illegible] Threshold calculations for an optical parametric oscillator employing a hemispherical resonator, E.O. [illegible] Montgomery, Journal of Applied Physics, 1970-12, Volume 41, Number 13,.5270-5274.

[illegible] Optical parametric oscillators 1st European Electro-Optics Markets and Technology Conference, IPC Sci. [illegible] Guildford, Surrey, UK, 1973, 87-93.

[illegible] : General numerical methods for simulating second-order nonlinear interactions in birefringent media, G. [illegible] Journal of the Optical Society of America B, 1997-10, Vol.14, No.10, 2543-2549.

[illegible] : Advanced numerical simulation models for second-order nonlinear interactions, G. Arisholm, [illegible] of the SPIE, The International Society for Optical Engineering, 1999, Vol.3685, 86-97.

[illegible] : Interactions between light waves in a nonlinear dielectric, J.A Armstrong, N. Bloembergen, J. [illegible] Pershan, 1962-09-15, Physical Review, Vol 127, No 6, 1918-1939.

[illegible] : Phase correction in two-crystal optical parametric oscillators, D.J. Armstrong, W.J. Alford, T.D. [illegible] A.V. Smith-AV, Proceedings of the SPIE The International Society for Optical Engineering, 1995, [illegible] 105.

[illegible] : Parametric amplification and oscillation with walkoff-compensating crystals, D.J. Armstrong, W.J. [illegible] D. Raymond, A.V. Smith, M.S. Bowers, Journal of the Optical Society of America B, 1997-02, Vol.14, No.2 [illegible] 474.

[illegible] Optical-mode interaction in nonlinear media,R. Asby, 1969-11-15, Physical Review, Volume 187, Number [illegible] 969.

[illegible] Theory of optical parametric amplification from a focused Gaussian beam, R. Asby, Physical-Review-B- [illegible] 1970-11, Volume 2, Number 10, 4273-4282.

[illegible] Theoretical model for conversion efficiency in an intermediate singly resonant/doubly resonant optical [illegible] oscillator configuration, N. Asida, Optics Letters, 1994-10-01, Vol.19, No.19, 1535-1537.

[Babin] : Energetic characteristics of single-cavity optical parametric oscillators at strong absorption of a nonresonant wave, A.A. Babin, V.N. Petryakov, G.I. Freydman, A.N. Shchelkov-AN, Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii,-Radiofizika, 1977, Volume 20, Number 10, 1493-1498 (Traduit dans : Radiophysics and Quantum Electronics).

[Bapna] : Optimum pump-pulse duration for optical parametric oscillators, R.C. Bapna, K. Dasgupta, L.G. Nair, 1997, Optics&laser Technology, Vol. 19, No. 6, 349-351.

[Barnes] : Average power effects in parametric oscillators and amplifiers, N.P. Barnes, J.A. Williams-Byrd, Journal of the Optical Society of America B (Optical-Physics), 1995-01, Vol.12, No.1, 124-131.

[Bassani] : General properties of optical harmonic generation from a simple oscillator model, F. Bassani, V. Lucarini, Nuovo-Cimento-D, 1998-(07-08), Vol.20D, No.7-8, 1117-1125.

[Basu] : Threshold calculations for angle-tuned parametric oscillators, R. Basu, W.H. Steier, 1971, Programme of the 1971 spring meeting of the Optical Society of America. Optical Soc. America, Washington, DC, USA, 28.

[Basu,2] : Bandwidth and threshold calculations for angle-tuned parametric oscillators, R. Basu-R, W.H. Steier, IEEE-Journal-of-Quantum-Electronics, 1972-08,. Volume QE-8, Number 8, 693-699.

[Baumgartner] : Optical parametric amplification, Richard A. Baumgartner and Robert L. Byer, 1979-06, IEEE Journal of quantum electronics, Vol. QE-15, No. 6, 432-444.

[Baxter,1] : Efficient, single frequency, high repetition rate, PPLN OPO pumped by a prelease Q-switched diode pumped Nd:YAG laser, G. W. Baxter, P. Schlup, I. T. McKinnie, 2000-01-27, Applied Physics B, B 70, 301-304 (2000).

[Baxter,2] : Laser spectroscopy with a pulsed, narrowband infrared optical parametric oscillator system: a practical, modular approach, G. W. Baxter, H. D. Barth, B. J. Orr, 1998, Applied Physics B, Rapid communication, B 66, 653-657 (1998).

[Baxter,3] : A pulsed optical parametric oscillator; based on periodically poled lithium niobate (PPLN), for high-resolution spectroscopy, G. W. Baxter, Y. He, B. J. Orr, 1998, Applied Physics B, B 67, 753-756 (1998).

[Becouarn] : Architecture for high-conversion-efficiency optical parametric oscillators, L. Becouarn, E. Lallier, D. Delacourt, M. Papuchon, Journal of the Optical Society of America B, 1999-10, Vol.16, No.10, 1712-1718.

[Belafhal] : Collins formula and propagation of Bessel-modulated Gaussian light beams through an ABCD optical system, A. Belafhal-A, L. Dalil-Essakali, Optics Communications, 2000-04-15, Vol.177, No.1-6, 181-188.

[Belyi,1] : Characteristics of parametric frequency conversion making use of Bessel light beams, V.N. Belyi, N.S. Kazak, N.A. Khilo, Quantum Electronics, 1998-06, Vol.28, No.6, 522-525 (Traduit de : Kvantovaya-Elektronika, Moskva, 1998-06, Vol.25, No.6, 537-540).

[Belyi,2] : Properties of parametric frequency conversion with Bessel light beams, V.N. Belyi, N.S. Kazak, N.A. Khilo, Optics Communications, 1999-04-01, Vol.162, No.1-3, 169-176.

[Ben] : Optimization design of aperiodic optical superlattices for harmonic generations, Gu Yuan Ben, Zhang Yan, Dong Zhen Bi, Proceedings of the SPIE, The International Society for Optical Engineering, 2000, Vol.3928, 115-123

[Binks] :Bessel beam pumped singly resonant periodically poled lithium niobate optical parametric oscillator, D.J. Binks, T.A. King-TA, Conference on Lasers and Electro-Optics (CLEO 2000). Technical Digest. Postconference Edition. TOPS Vol.39. 7-12 May 2000.

[Bjorkholm,1] : Efficient optical parametric oscillation using doubly and singly resonant cavities, J. E. Bjorkholm, 1968-07-15, Applied Physics Letters, Volume 13, Number 2, 53-56.

[Bjorkholm,2] : Some spectral properties of doubly and singly resonant pulsed optical parametric oscillators, J. E. Bjorkholm, 1968-12-15, Applied Physics Letters, Volume 13, Number 12, 399-401.

[Bjorkhom,3] : Frequency control of a pulsed optical parametric oscillator by radiation injection, J.E. Bjorkholm, H.G. Danielmeyer, 1969-09-15, Applied Physics Letters, volume 15, number 6, 171-173.

[Bjorkhom,4] : Improvement of optical parametric oscillators by nonresonant pump reflection, J.E. J.E. Bjorkholm, A. Ashkin, R.G. Smith, 1970-12, IEEE-Journal-of-Quantum-Electronics, Volume QE-6, Number 12, 797-799.

[Bjorkholm,5] : Some effect of spatially nonuniform pumping in pulsed optical parametric oscillators, John E. Bjorkholm, 1971-03, IEEE Journal of quantum electronics, Vol. QE-7, No. 3, 109-118.

[Boon-Engering] : Scanning and locking of a single longitudinal mode beta-BaB_2O_4 OPO in a grazing incidence configuration, J. M. Boon-Engering, W. E. van der Veer, E. A. J. M. Bente, W. Hogervorst, 1997-03-15, Optics Communications, 136 (1997), 261-266.

[Borghi] : M^2 factor of Bessel-Gauss beams, R. Borghi, M. Santarsiero, Optics Letters, 1997-03-01, Vol.22, No.5, 262-264.

[Bosenberg] : Broadly tunable, single-frequency optical parametric frequence-conversion system, W. R. Bosenberg and Dean R. Guyer, 1993-09, JOSA B, Vol. 10, No. 9, 1716-1722.

[Born] : Principles of Optics,M. Born and E. Wolf, Pergamon Press, Oxford, United Kingdom, 6 th ed., 1993.

[Boscheron] : Étude de nouvelles configurations de conversion de fréquence pour l'optimisation des lasers de hautes puissances, thèse de doctorat, université Paris XI, Orsay (1996).

[Bowers] : High brightness output from optical parametric oscillators using unstable resonators, Mark S. Bowers, Margaret K. Brown, Bruce P. Boczar, William S. Scharpf, Jr, Gerald D. Ferguson, 1997, CLEO'97, 455-456.

[Boyd] : Nonlinear optics, R. W. Boyd, academic press.

[Boyd,1] : Theory of parametric oscillator threshold with single-mode optical masers and observation of amplification in $LiNbO_3$, G.D. Boyd and A. Ashkin, 1966-06-03, Physical Review, Volume 146, number 1, 187-198.

[Boyd,2] : Parametric Interaction of focused gaussian light beams, G. D. Bowd, D. A. Kleinman, 1968, Journal of applied physics, Vol. 39, No. 8, 3597-3639.

[Breteau] : Numerical Simulation and realization of a KTP Optical Parametric Oscillator, J. M. Breteau, C. Jourdain, T. Lépine, F. Simon, 1993, OSA Proceedings in Advanced Solid-State Lasers, Vol. 15, 137-140.

[Britton,1] : Parametric oscillator directly pumped by a 1.55 mm erbium-fiber laser, P. E. Britton, H. L Offerhaus, D. J. Richardson, P. G. Smith, G. W. Ross, D. C. Hanna, 1999-07-15, Optics Letters, Vol. 24, No. 14, 975-977.

[Britton,2] : Optical parametric oscillation in periodically poled lithium niobate driven by a diode-pumped Q-switched erbium fiber laser, P. E. Britton, D. Taverner, K. Puech, D. J. Richardson, P. G. R. Smith, G. W. Ross, D. C. Hanna, 1998-04-15, Optics Letters, Vol 23, No 8, 582-584.

[Brosnan] : Optical Paramatric Oscillator threshold and linewidth studies, Stephen J. Brosnan, Robert L. Byer, 1979-06, IEEE Journal of quantum electronics, Vol QE-15, No 6, 415-431.

[Bruhat] : Optique, Bruhat, Masson et Cie

[Brunner,1] : The optical parametric oscillator, W. Brunner, Fortschritte der Physik, 1972, Vol.20, No.11, 629-699.

[Brunner,2] : Calculation of the rise time in a double resonant optical parametric oscillator, W. Brunner, R. Fischer, H. Paul-H, Annalen-der-Physik, 1974, Volume 31, Number 4, 343-51.

[Burdulis] : Visible optical parametric oscillation in synchronously pumped beta-barium borate, Burdulis-S; Grigonis-R; Piskarskas-A; Sinkevicius-G; Sirutkaitis-V; Fix-A; Nolting-J, Wallenstein-R, 15 Jan. 1990,Opt. Communications, 74, 398-402, (1990)

[Byer,1] : Power and bandwidth of spontaneous parametric emission, R. L. Byer and S. E. Harris, 1968-04-15, Physical Review, Volume 168, Number 3, 1064-1068.

[Byer,2] : Visible cw parametric oscillator, R. L. Byer, M. K. Oshman, J. F. Young, S. E. Harris, Applied Physics Letters, 1968, Vol. 13, No.3, 109-111

[Campillo] : Extending the tuning range of tunable oscillators by up-conversion, A. J. Campillo and C. L. Tang, 1971-07-15, Applied Physics Letters, Volume 19, Number 2, 36-38.

[Carrion] : Development of a simple model for optical parametric generation, Lionel Carrion and Jean-Pierre Girardeau-Montaut, 2000-01, JOSA B, Vol. 17, No. 1.

[Cassedy] : A theoretical study of injection tuning of Optical Parametric Oscillators, Edwards Cassedy, Manoj Jain, 1979-11, IEEE Journal of quantum electronics, Vol. QE-15, No. 11, 1290-1301.

[Catella] : Analysis of high average power 3-wave mixing with thermal aberration and power dephasing, G.C. Catella, D.S. Burlage, Proceedings of the SPIE, The-International Society for Optical Engineering, 1993, Vol.1869, 184-194.

[Chi-Seng] : Grazing-incidence periodically poled $LiNbO_3$ optical parametric oscillator, Chi-Sheng Yu and A. H. Kung, 1999-12, JOSA B, Vol. 16, No. 12, 2233-2238.

[Cohen-Tannoudji] : cohen-Tannoudji, Bernard Diu, Franck Laloë, 889 pages (21 octobre 1997) Hermann (Enseignement des sciences) ; ISBN : 2705660747

[Connes,1] : L'étalon de Fabry-Perot sphérique, Pierre Connes, Le Journal de Physique et le Radium 19,1, mars 1958, p 262

[Connes,2] : Décomposition des raies spectrales par modulation en haute fréquence, Pierre Connes, Duong Hong Tuan, Jacques Pinard, Le Journal de Physique et le Radium 23, 0, mars 1962 , p172

[Courtois] : Optique non-linéaire, Jean-Yves Courtois, Cargèse, École d'été de la société Française d'Optique, 1994, "Les lasers et leurs applications scientifiques et médicales".

[Cui] : All-solid-state optical parametric oscillator for the visible, Y. Cui, M. H. Dunn, C. J. Norrie, W. Sibbett, B. D. Sinclair, Y. Tang and J. A. C. Terry, 1992-05-01, Optics Letters, Vol. 17, No. 9, 646-648.

[Davis] : Theory of pulsed internal optical parametric oscillators, J.I. Davis, W.F. Krupke, Journal of Applied Physics, 1972-10, Vol.43, No.10, 4171-4183.

[Damaschini] : Compte rendu de l'académie des sciences (Paris) 268 (1969) 343.

[Daneshvar] : A novel method for laser-induced periodic domain reversal in $LiNbO_3$, Kasra Daneshvar and Dong Hee Kang, 2000-01, IEEE Journal of quantum electronics, Vol. 36, No. 1, 85-88.

[Danielus] : Matching of group velocities by spatial walk-off in collinear three wave interaction with tilted pulses, R. Danielus, A. Piskarkas, P. Di Trapani, A. Andreani, C. Solcia, P. Foggi, Optics Letter, Vol. 21, 1996, p 973.

[Daussy] : Fabry-Perot with short pulse lasers: spectral selection and spectral analysis in dye lasers, H. Daussy, R. Dumanchin, O. de Witte, Appl. Opt., 1978-02-01, Vol. 17 No. 3, 451-458 (1978).

[Debuisschert] : Intracavity optical parametric oscillator: study of the dynamics in pulsed regime, T. Debuisschert, J. Raffy, J-P. Pocholle, M. Papuchon, Journal of the Optical Society of America B, 1996-07, Vol.13, No.7, 1569-1587.

[Dmitriev] : Handbook of Nonlinear Optical Crystals, V.G. Dmitriev, G.G. Gurzadyan, D.N. Nikogosyan, Springer Series in Optical Sciences, Springer-Verlag.

[Dreger,1] : Optical beam propagation in biaxial crystals, J. Opt. A : Pure Appl. Opt, 1 (1999), 601-606.

[Dreger,2] : Second harmonic generation in a nonlinear, anisotropic medium with diffraction and depletion, M. A. Dreger, J. K. McIver, 1990-05, JOSA B, Vol 7, No 5, 776-784.

[Dou] : Comparison of collinear and one-beam noncritical noncollinear phase matching in optical parametric amplification, S.X. Dou, D. Josse, J. Zyss, Journal of the Optical Society of America B (Optical Physics), 1992-08, Vol.9, No.8, 1312-1319.

[Dubois,1] : Étude expérimentale et simulations numériques d'oscillateurs paramétriques en régime nanoseconde, Arnaud Dubois, Thèse de l'Université Paris-Sud, N° ordre 5084, soutenue le 12 Décembre 1997.

[Dubois,2] : OPO radiance optimization using a numerical model, A. Dubois, T. Lépine, P. Georges, A. Brun, OSA Trends in Optics and Photonics Series, 1997, Vol.10, Advanced Solid State Lasers. From the Topical Meeting. Opt. Soc. America, Washington, DC, USA; xiv+515 pp. p.394-8.

[Dubois,3] : High-repetition rate eyesafe intracavity optical parametric oscillator, A. Dubois, S. Victori, T. Lépine, P. Georges, A. Brun, 1998, Applied Physics B, B 67, 181-183.

[Dutta] : Effect of pump fluctuations on second harmonic generation and parametric amplifications, N.K. Dutta, Optical and Quantum Electronics, 1979-05, Volume 11, Number 3, 217-222.

[Dzhotyan] : Theory of a singly resonant optical parametric oscillator, G.P. Dzhotyan, Yue D'yakov, Soviet-Journal-of-Quantum-Electronics, 1977-11, Volume 7, Number 11, 1337-1340 (Traduit de : Kvantovaya-Elektronika,-Moskva,1977-11, Volume 4, Number 11, 2338-2344).

[Ebrahimzadeh] : An excimer-pumped β-BaB_2O_4 OPO tunable from 354 nm to 2370 nm, Majid Ebrahimzadeh, Angus J. Henderson, Malcom H. Dunn, 1990-07, IEEE Journal of quantum electronics, Vol. 26, No. 7, 1241-1252.

[Eckardt] : Optical parametric oscillator frequency tuning and control, Robert C. Eckardt, C.D. Nabors, William J. Kozlovsky, and Robert L. Byer, 1991-03, JOSA B, Vol. 8, No. 3, 646-667.

[Egorov] : Three-wave interaction at multiple frequencies and complete energy conversion, O.A. Egorov, A.P. Sukhorukov, Bulletin of the Russian Academy of Sciences, 1998, Vol.62, No.12, 1884-1891.

[Ewanizky] : Optical parametric oscillator dependence on pump laser beam quality, T.F. Ewanizky, IEEE-Journal of Quantum Electronics, 1978-12, Volume QE14, Number 12, 962-966.

[Fabry] : Sur les franges des lames minces argentées et leur application à la mesure de petites épaisseurs d'air, C. Fabry, A. Pérot, Ann. Chim. Phys., 1897,12, 459.

[Falk,1] : Single-cavity noncollinear optical parametric oscillation, Joel Falk and James Murray, 1969-04-15, Applied Physics Letters, Volume 14, Number 8, 245-247.

[Falk,2] : Instabilities in the doubly resonant parametric oscillator : A theoretical analysis, Joel Falk, 1971-06, IEEE Journal of quantum electronics, Vol. QE-7, No. 6, 230-235.

[Falk,3] : Internal Optical Parametric Oscillation, Joel Falk, J.M Yarborough, E.O Ammann, 1971-07, IEEE Journal of quantum electronics, Vol. QE-7, No. 7, 359-369.

[Fischer,1] : Calculation of the efficiency of an optical-parametric oscillator with resonance only with one of the generated waves, R. Fischer, Annalen-der-Physik, 1971-06-02, Volume 27, Number 1, 101-106.

[Fischer,2] : Estimation of the rise time of a singly resonant optical parametric oscillator, R. Fischer, Experimentelle-Technik-der-Physik, 1974, Volume 22, Number 4, 269-271.

[Fischer,3] : Optical parametric oscillators, R. Fischer, L.A. Kulevskii, Soviet-Journal-of-Quantum-Electronics, 1977-02, Volume 7, Number 2, 135-159 (Traduit de : Kvantovaya-Elektronika,-Moskva, 1977-02, Volume 4, Number 2, 245-289.

[Fischer,4] : Optimum conditions for elliptical focusing in singly resonant optical parametric oscillators with hemispherical resonator, R. Fischer, P.V. Nickles, Tran-Ba-Chu; L. W. Wieczorek, Annalen-der-Physik, 1982, Volume 39, Number 4, 287-294.

[Fix,1] : Tunable beta -barium borate optical parametric oscillator: operating characteristics with and without injection seeding , A. Fix, T. Schröder, R. Wallenstein, J. G. Haub, et al, JOSA B, 1993-09, Vol. 10, No.9, 1744-1750 (1993).

[Fix,2] : The optical parametric oscillators of beta-bariumborate and lithiumborate: new sources of powerful tunable laser radiation in the ultraviolet, visible and near infrared , A. Fix, T. Schröder, R. Wallenstein, Laser Optoelektron., 1991-06,Vol. 23, No. 3, 106-110 (1991).

[Fix,3] : Spectral properties of pulsed nanosecond optical parametric oscillators : experimental investigation and numerical analysis, A. Fix, R. Wallenstein, 1996-11, JOSA B, Vol.13, No. 11, 2484-2497.

[Fix,4] : Injection-seeded optical parametric oscillator for airborne water vapour DIAL, Andreas Fix, Volker Weiss and Gerhard Ehret, 1998, Pure Appl. opt., Vol. 7, 1998, 837-852.

[Fleck] : Beam propagation in uniaxial anisotropic media, J. A. Fleck, Jr, M. D. Feit, JOSA, 1983-07, Vol 73, No 7, 920-926.

[Fradkin,1] : Tunable midinfrared source by difference frequency generation in bulk periodically poled $KTiOPO_4$, K. Fradkin, A. Arie, A. Skliar, G. Rosenlan, 1999, American institute of Physics, 0003-6951/99/74(7)/914/3/$15.00.

[Fradkin,2] : Multiple-wavelength quasi-phase-matched nonlinear interactions, Keren Fradkin and Ady Arie, IEEE Journal of quantum electronics, Vol. 35,No. 11, 1649-1656.

[Franken] : Generation of optical harmonics, P. A. Franken A. E. Hill, C. W. Peters, and G. Weinreich, 1961-08-15, Physical Review letters, Volume 7, Number 4, 118-119.

[Gadonas] : OPG pumped by conical beam, R. Gadonas, V. Jarutis, A. Marcinkevicius, A. Piskarskas, V. Smilgevicius, A. Stabinis-A, Technical Digest. Summaries of papers presented at the Quantum Electronics and Laser Science Conference. Postconference Edition (Cat. No. 99CH37012). Opt. Soc. America, Wasington, DC, USA; 1999; 283 pp.

[Gale] : Femtosecond visible Optical Parametric Oscillator, G.M Gale, M Cavalleni, F. Hache, JOSA B, 1998, Vol. 15, No. 2, pp 702-714.

[Giallorenzi] : Quantum theory of spontaneous parametric scattering of intense light, T. G. Giallorenzi and C. L. Tang, 1968-02-10, Volume 166, Number 2, 225-233.

[Giordmaine] : Tunable coherent parametric oscillation in $LiNBO_3$ at optical frequencies, J.A. Giordmaine, Robert C. Miller, 1965-06-14, Physical Review, Volume 14, Number 24, 973-976.

[Gloster] : Narrow-band β-BaB_2O_4 optical parametric oscillator in a grazing-incidence configuration, L. A. W. Glostrer, I. T. McKinnie, Z. X. Jiang and T. A. King, J. M. Boon-Engering and W. E van der Veer, W. Hogervorst, 1995-11, JOSA B, Vol. 12, No. 11, 2117-2121.

[Godart] : Étude et réalisation d'un oscillateur paramétrique optique à cavités en tandem, Antoine Godart, 1998-12, Rapport final de CFA SupOptique à l'ONERA.

[Goodman] : Introduction à l'optique de Fourier et à l'holographie, Joseph W. Goodman, Masson et Cie

[Granot,1] : Analytical solution for a lossy singly resonant optical parametric oscillator, E. Granot, S. Pearl, M.M. Tilleman, JOSA B, 2000-03; Vol.17, No.3, 381-386.

[Granot,2] : Lossy singly resonant OPO: an analytical solution, E. Granot, S. Pearl, M.M. Tilleman, Nonlinear Materials, Devices, and Applications, 2000-01-(24-25), San Jose, CA, USA.

[Greene] : Diffraction characteristics of the azimuthal Bessel-Gauss beam, P.L. Greene, D.G. Hall, Journal of the Optical Society of America A, 1996-05, Vol.13, No.5, 962-966.

[Guha] : The effects of focusing on parametric oscillation, S. Guha, F.J. Wu, J. Falk, IEEE Journal of Quantum Electronics, 1982-05, Volume QE-18, Number 5, 907-912.

[Guohua-Xiao] : Passively Q-switched solid-state lasers with intracavity optical parametric oscillators, Guohua-Xiao; Bass-M; Acharekar-M, IEEE-Journal-of-Quantum-Electronics. vol.34, no.11; Nov. 1998; p.2241-5.

[Hall] : Vector-beam solutions of Maxwell's wave equation, D.G. Hall, Optics Letters, 1996-01-01, Vol.21, No.1, 9-11.

[Hänsch] : Repetitively pulsed tunable dye laser for high resolution spectroscopy, T. W. Hänsch, 1972-04, Applied Optics, Vol.11, No.4, 895-898.

[Harris,1] : Threshold of multimode parametric oscillators, S. E. Harris, 1966-10, IEEE Journal of quantum electronics, 701-702.

[Harris,2] : Observation of tunable optical parametric fluorescence, S. E. Harris, M. K. Oshman, and R. L. Byer, 1967-05-01, Physical Review letters, Volume 18, Number 18, 732-734.

[Harris,3] : Tunable Optical Parametric Oscillators, Stephen E. Harris, 1969-12, Proceedings of the IEEE, Vol 57, No 12, 2096-2113.

[Harris,4] : Research studies on tunable optical parametric oscillators, Harris-SE, 1974-10, Stanford Univ., CA, USA, 14.

[Hatanaka] : Quasi-phase-matched optical parametric oscillator with periodicaly poled stochiometric $LiTaO_3$, Takaaki Hatanaka, Koichiro Nakamura, Tetsuo Taniuchi, Yasunori Furukawa, Kenji Kitamura, Hiromasa Ito, 2000-05, CLEO, CMC4.

[Haub,1] : Controlling the performance of a pulsed optical parametric oscillator : a survey of techniques and spectroscopic applications, J. G. Haub, R. M. Hentschel, M. J. Johnson, B. J. Orr, 1995-11, JOSA B, Vol. 12, No. 11, 2128-2141.

[Haub,2] : Bandwidth characteristics of a pulsed optical parametric oscillator: application to degenerate four-wave mixing spectroscopy, J. G. Haub, M. J. Johnson, A.J. Powel, B. J. Orr, 1995-08-01, Opt. Lett., Vol. 20, No. 15, 1637-1639.

[Hellström] : Efficient nanosecond optical parametric oscillators based on periodically poled KTP emitting in the 1.8-2.5 mm spectral region, J. Hellström, V. Pasiskevicius, F. Laurell, H. Karlson, 1999-09-01, Optics Letters, Vol. 24, No. 17, 1233-1235.

[Helmfrid] : Influence of the pump spectrum on three-wave mixing parametric amplification, S. Helmfrid, G. Arvidsson, Journal of the Optical Society of America B (Optical Physics), 1991-12, Vol.8, No.12, 2477-2480.

[Herbst] : A 1.4-4 μm high-energy angle-tuned LiNbO3 parametric oscillator, R. L. Herbst, R. N. Fleming and R. L. Byer, 1974-11-01, Applied Physics Letters, Vol. 25, No. 9, 520-522.

[Hercher] : Tunable single mode operation of gas lasers using intracavity tilted etalons, Appl. Opt. 8, 1969-06, Vol. 8, No. 6, 1103-1106.

[Hernandez] : Fabry-Pérot Interferometers, G. Hernandez, Cambridge Studies in Modern Optics, 3.

[Huisken] : Single-mode $KTiOPO_4$ optical parametric oscillator, F. Huisken, M. Kaloudis, and J. Marquez, Yu. L. Chuzavkov, S. N. Orlov, YU. N. Polivanov, and V. V. Smirnov, 1995-11-15, Optics Letters, Vol. 20, No. 22, 2306-2308.

[Huard] : Polarisation de la lumière, Serge Huard, Masson, 1994.

[Itskhoki] : Influence of reconversion on the dynamics of a pulsed optical parametric oscillator, I. Ya. Itskhoki-IYa, A.A. Solov'ev, S.L. Seregin, Soviet Journal of Quantum Electronics, 1981-10, Volume 11, Number 10, 1379-1381 (Traduit de: Kvantovaya-Elektronika,-Moskva, 1981-10, Volume 8, Number 10, 2256-2259).

[Ivanova] : Influence of an optical inhomogeneity on the effective length of nonlinear crystals, Z.I. Ivanova, A.I. Kholodnykh, Soviet Journal of Quantum Electronics, 1980-03, Vol.10, No.3; 342-344 (Traduit de : Kvantovaya-Elektronika,-Moskva, 1980-03, Vol.7, No.3, 608-612).

[Jabczynski] : A 'diffraction-free' resonator, J.K. Jabczynski, Optics Communications, 1990-07-01, Vol.77, No.4, 292-294.

[Jiang] : Super-Gaussian-Bessel beam, Jiang Zhi Ping, Optics Communications, 1996-04, Vol.125, No.4-6, 207-210.

[Juwiler] : Efficient quasi-phase-matched frequency doubling with phase compensation by a wedged crystal in a standing-wave external cavity, I. Juwiler, A. Arie, A. Skliar, G. Rosenman, 1999-09-01, Optics Letters, Vol. 24, No. 17, 1236-1238.

[Kangas] : Single-longitudinal-mode, tunable, pulsed Ti:sapphire laser oscillator, K. W. Kangas, D. D. Lawenthal, and C. H. Muller III , 1989-01-01, Optics Letters, Vol. 14, No. 1, 21-23.

[Kato,1] : Parametric oscillation at 3.2 mu m in KTP pumped at 1.064 μm, K. Kato, IEEE Journal of Quantum Electronics, 1991-05, Vol.27, No.5, 1137-1140.

[Kato,2] : Widely tunable 90° phase-matched KTP parametric oscillator, K. Kato and M. Matsunami, 1992-02-1, Optics Letters, Vol. 17, No. 3, 178-179.

[Keating] : Quantum theory of the threshold and growth of optical parametric oscillation, P.N. Keating, Physical-Review-A-(General-Physics), 1971-01, Volume 3, Number 1, 180-190.

[Kendall] : Multiline optical parametric oscillators based on periodically poled lithium niobate, T. M. J. Kendall, W. A. Clarkson, P. J. Hardman, G. W. Ross, D. C. Hanna, 2000-05, CLEO, CMC2.

[Kenneath] : Theory of Optical Parametric Oscillator Internal to the laser cavity, M. Kenneath Oshman, Stephen E. Harris, 1968-08, IEEE Journal of quantum electronics, Vol. QE-1, No. 8, 491-502.

[King] : Investigation of properties of nonlinear optical frequency-conversion and parametric interactions using Bessel nondiffracting light beams, T.A. King, W. Hogervorst, N.S. Kazak, V.A. Tugbaev, V.N. Belyi, N.A. Khilo, A.A. Ryzhevic, Nonlinear Phenomena in Complex Systems, 1999, Vol.2, No.4, 54-60.

[Kiselev] : Optimal length of a nonlinear crystal for type e-oo optical parametric oscillation, V.A. Kiselev, Soviet Journal of Quantum Electronics,1987-05, Vol.17, No.5, 647-649 (Traduit de : Kvantovaya-Elektronika,-Moskva, 1987-05, Vol.14, No.5, 1020-1024).

[Kittel] : Physique de l'état solide, C. Kittel, Dunod université.

[Kholodnykh] : Calculation of the power and threshold characteristics of pulsed single- and double-cavity optical parametric oscillators on the basis of approximate dynamical equations, A.I. Kholodnykh, Radiophysics and Quantum Electronics, 1980-11, Vol.23, 855-860 (Traduit de : Izvestiya-Vysshikh-Uchebnykh-Zavedenii,-Radiofizika, 1980-11, Vol.23, 1288-1294.

[Kleinman,1] : Non-linear dielectric polarization in optical media, D.A. Kleinman, 1962-06-15, Physical Review, Volume 126, Number 6, 1977-1979.

[Kleinman,2] : Theory of second harmonic generation of light, D.A. Kleinman, 1962-11-15, Physical Review, Volume 128, Number 4, 1761-1775.

[Kleinman,3] : Theory of optical parametric noise, D.A. Kleinman, 1968, Physical-Review, Volume 174, Number 3, 1027-2041.

[Kogelnik] : Coupling and conversion coefficients for optical modes, Herwing Kogelnik, 1964-06-08, Symposium on Quasi-Optics, 333-347.

[Komissarova] : Properties of a parametric light amplifier in which the frequencies are multiples of one another, M.W. Komissarova, A.P. Sukhorukov, Quantum Electronics,1993-10, Vol.23, No.10, 893-895 (Traduit de : Kvantovaya-Elektronika,-Moskva, 1993-10, Vol.20, No.10, 1025-1027.

[Kong,1] : A compound cavity optical parametric oscillator, Yu fei Kong, Zuyan Xu Xu, Yi Zhou, Daoqun Deng, Xiang An Zhu, Ling An Wu, Proceedings of the SPIE, The International Society for Optical Engineering, 1996, Vol.2889, 467-472.

[Kong,2] : The compound cavity optical parametric oscillator: theory and experiment, Yu-Fei-Kong; Zu-Yan-Xu; Yi-Zhou; Dao-Qun-Deng; Xiang-An-Zhu; Ling-An-Wu, IEEE-Journal-of-Quantum-Electronics, 1998-03, Vol.34, No.3, .439-46.

[Kreuzer] : Single mode oscillation of a pulsed singly resonant optical parametric oscillator, L. B. Kreuzer, 1969-10-15, Appl. Phys. Letters, Vol. 15, No. 8, 263-265.

[Kroll] : Norman M. Kroll, Parametric amplification in spatially extended media and application to the design of tuneable oscillators at optical frequencies, 1962-08-15, Physical Review, Volume 127, Number 4, 1207-1211.

[Kuntzmann] : Mathématiques de la physique et de la technique, J. Kuntzmann, Enseignement des sciences, No. d'édition 2077, Herman

[Lamb] : Theory of an optical Maser, Willis E. Lamb, 1964-06-15, Physical Review, Volume 134, Number 6 A, A1429-A1450.

[LaPointe,1] : Review of nondiffracting Bessel Beams, M.R. LaPointe, Proceedings of the SPIE, The International Society for Optical Engineering, 1991, Vol.1527, 258-276.

[LaPointe,2] : Review of non-diffracting Bessel beam experiments, M.R. Lapointe, Optics and Laser Technology, 1992-12, Vol.24, No.6, 315-321.

[Lin] : Experimental investigation of Bessel beam characteristics, Y. Lin, W. Seka, J.H. Eberly, H. Huang, D.L. Brown, Applied-Optics, 1992-05-20, Vol.31, No.15, 2708-2713.

[Littman] : Spectrally narrow pulsed dye laser without beam expander, Michael G. Littman and Harold J. Metcalf, 1978-07-15, Applied Optics, Vol. 17, No. 14, 2224-2227.

[Louisell] : Quantum Fluctuations and Noise in parametric processes. 1, W. H. Louisell, A. Yariv, A. E. Siegman, 1961-12-15, Physical Review, Vol. 124, No. 6, 1646-1654.

[Lu] : Characteristics of diffractionless beams, B. Lu, B. Zhang, W. Huang, B. Cai, C. Yang, Journal of Optics, 1993-(10-12), Vol.22, No.4, 126-132.

[Lyons] : Beam quality characterization of nanosecond optical parametric oscillators, S.C. Lyons, G-L. Oppo, W.J. Firth, J.R.M. Barr, C. Cois, : Technical Digest. Summaries of Papers Presented at the Conference on Lasers and Electro-Optics. Conference Edition. 1998 Technical Digest Series, Vol.6 (IEEE Cat. No.98CH36178). Opt. Soc. America, Washington, DC, USA; 1998; 559 pp. p.387-8.

[Mail] : Noncollinear-pumped KTP optical parametric oscillator, Gong Mail, Li Zhenyu, Wang Jingsong, Y. Liu, Zhai Gang, Shi Shunsen, Jin Feng, Wang Su, Ma Nan, Li Jing, : Applied-Optics. vol.38, no.36; 20 Dec. 1999; p.7402-5.

[Maréchal] : Imagerie géométrique, Aberrations, André Maréchal, Éditions de la *Revue d'Optique théorique et instrumentale.*

[Marshall] : Multimode pumping of optical parametric oscillators, L.R. Marshall, A. Kaz-A, O. Aytur, IEEE Journal of Quantum Electronics, 1996-02, Vol.32, No.2, 177-182.

[Martinez] : Achromatic phase matching for second harmonic generation of femtosecond pulses, O. E. Martinez, IEEE J. Quantum Electron.,Vol 25, 1989, p 2464.

[McMullen] : Optical parametric interactions in isotropic materials using a phase-corrected stack of nonlinear dielectric plates, J.D. McMullen, Journal-of-Applied-Physics, 1975-07, Volume 46, Number 7, 3076-3081.

[McNicholl] : Synchronous cavity mode and feedback wavelength scanning in dye laser oscillators with gratings, Patrick McNicholl and Harold J. Metcalf, 1985-09-01, Applied Optics, Vol. 24, No.17, 2757-2761.

[Messiah] : Mécanique quantique, Messiah Albert, 974 pages (1995) / Dunod ISBN : 2100024264

[Meyn] : Periodically poled potassium niobate for second-harmonic generation at 463 nm, J. P. Meyn, M. E. Klein, D. Woll, R. Wallenstein, D. Ritz, 1999-08-15, Optics Letters, Vol. 24, No. 16, 1154-1156.

[Meyzonnette] : Bases de radiométrie optique, Jean-Louis Meyzonnette et Thierry Lépine, Cépaduès éditions. Page 73.

[Miller] : Tunable LiNbO3 optical oscillator with external mirrors, Robert C. Miller and W. A. Nordland, 1967-01-15, Applied Physics Letters, Volume 10, Number 2, 53-55.

[Mironov] : Optical inhomogeneity of nonlinear crystals and maximum efficiencies of parametric frequency amplifiers pumped by beams with inhomogeneous transverse intensity distributions, G.V. Mironov, N.N. Filonenko, Soviet Journal of Quantum Electronics,1982-06, Vol.12, No.6, 723-727 (Traduit de: Kvantovaya-Elektronika,-Moskva, 1982, Vol.9, No.6, 1145-1152)

[Missey] : Periodically poled lithium niobate monolithic nanosecond optical parametric oscillators and generators, Mark J. Missey, Vince Dominic, Peter E. Powers, Kenneth L. Schepler, 1999-09-01, Optics Letters, Vol. 24, No. 17, 1227-1229.

[Möller] : Fabry-Pérot and ring cavity configurations and transverse opticals patterns, M. Möller, L. M Hoffer, G. L. Lippi, T. Ackemann, A. Gahls, W. Lance, 1998, Journal of Modern optics, Vol. 45, No. 9, 1913-1926.

[Mollow,1] : Quantum Theory of Parametric amplification. I, B. R. Mollow, R. J. Glauber, 1967-08-25, Physical Review, Vol. 160, No. 5, 1076-1096.

[Mollow,2] : Quantum Theory of Parametric amplification. II, B. R. Mollow, R. J. Glauber, 1967-08-25, Physical Review, Vol. 160, No. 5, 1097-1108.

[Moulton] : Solid State Lasers and Nonlinear Optics for LIDAR, Peter F. Moulton, Advances in Lasers and Applications, Summer School, St-Andrews University, 5-13 September 1998.

[Myers,1] : Quasi-phase-matched optical parametric oscillators in bulk periodically poled $LiNbO_3$, L. E. Myers, R. C. Eckardt, M. M. Fejer, R. L. Byer, W. R. Boseenberg, J. W. Pierce, 1995-11, JOSA B, Vol. 12, No. 11, 2102-2116.

[Myers,2] : Quasi-phase-matched 1.064-µm-pumped optical parametric oscillator in bulk periodically poled $LiNbO_3$, L. E. Myers, G. D. Miller, R. C. Eckardt, M. M. Fejer, and R. L. Byer, W. R. Bosenberg, 1995-01-01, Optics Letters, Vol. 20, No. 1, 52-54.

[Myers,3] : Multigrating quasi-phase-matched optical parametric oscillator in periodically poled $LiNbO_3$, L. E. Myers, R. C. Eckardt, M. M. Fejer, and R. L. Byer, W. R. Bosenberg, 1996-04-15, Optics Letters, Vol. 21, No. 8, 591-593.

[Nelson] : Optimum tuning point of an optical parametric oscillator, D.F. Nelson, R.M. Mikulyak, Applied Physics Letters, 1975-11, Volume 27, Number 10, 548-551.

[Neuman,1] : Resonance behavior of a nonresonant optical parametric oscillator, W.A. Neuman, S.P. Velsko, M.S. Webb-MS, CLEO '95. Conference on Lasers and Electro-Optics, 22-26 Mai 1995, Baltimore, MA, USA.

[Neuman,2] : OPO performance with an aberrated input pump beam, W.A. Neuman, Proceedings of the SPIE, The International Society for Optical Engineering, 1996, Vol.2700, 250-261.

[Nichols] : A review of parametric oscillators and mixers and an evaluation of materials for 2-6 micrometer applications, E.R. Nichols, J.C. Jr. Corbin, V.L. Donlan-VL, Air Force Avionics Lab., Wright-Patterson AFB, OH, USA, 1974-07, 119 pp.

[Nikogosyan] : Nonlinear optics crystals, D.N. Nikogosyan, Soviet Journal of Quantum Electronics, 1977-01, Vol.7, No.1, 1-13.

[Numerical Recipicies] : site internet gratuit permettant la consultation et l'enregistrement des méthodes numériques en fortran 77, fortran 90 et C/C^{++}.
http://www.ulib.org/webRoot/Books/Numerical_Recipes/bookf90pdf.html
http://www.ulib.org/webRoot/Books/Numerical_Recipes/bookfpdf.htmlhttp://lib-www.lanl.gov/numerical/bookcpdf.html

[Overfelt] : Bessel-Gauss pulses, P.L. Overfelt, Physical Review A, 1991-09-15, Vol.44, No.6, 3941-3947.

[Padiyar] : Defining performance, Photonics spectra, lauvin Publication, 2000-08, 92-93.

[Palma] : Imaging of generalized Bessel-Gauss beams, C. Palma, G. Cincotti, G. Guattari, M. Santarsiero, Journal of Modern Optics, 1996-11, Vol.43, No.11, 2269-2277.

[Peltz] : Hight-repetition-rate ns optical parametric oscillator based on periodically poled potassium niobate, M. Peltz, J.-P. Meyn, U. Bäder, T. Bauer, A. Borsutzky, R. Wallenstein, D. Rytz, 2000-05, CLEO, CMC3.

[Pérez,1] : Optique géométrique, ondulatoire et polarisation, J. Ph. Pérez, Masson.

[Pérez,2] : Électromagnétisme, J. P. Pérez, R. Carles, R. Fleckinger, Masson

[Petit,1] : Ondes électromagnétiques en radioélectricité et en optique, Roger Petit, Masson.

[Petit,2] : L'outil mathématique, Roger Petit, Masson.

[Pinard] : Interferometric stabilization of an optical parametric oscillator, J. Pinard and J.F. Young, 1972-03, Optics Communications, Volume 4, Number 6, 425-427.

[Piskarskas] : Noncollinear second-harmonic generation in periodically poled KTiOPO4 excited by the Besselbeam, A. Piskarskas, V. Smilgevicius, A. Stabinis, V. Jarutis, V. Pasiskevicius, S. Wang, J. Tellefsen, F. Laurell, 1999-08-01, Optics Letters, Vol. 24, No. 15, 1053-1055.

[Powers] : Continuous tuning of a continuous-wave periodically poled lithium niobate optical parametic oscillator by use of a fan-out grating design, P. E. Powers, Thomas J. Kulp, and S. E. Bisson, 1998-02-01, Optics Letters, Vol. 23, No. 3, 159-161.

[Raymond] : Widely tunable single-longitudinal-mode pulsed dye laser, T. D. Raymond, P. Esherick, and A. V. Smith, 1989-10-15, Optics Letters, Vol. 14, No. 20, 1116-1118.

[Reilly] : Single-mode operation of a high-power pulsed N_2CO_2 laser, J.P. Reilly, IEEE Journal of Quantum Electronics, 1972-02, Vol.QE-8, No.2, 136-139.

[Rosenberg] : High power, high repetition rate optical parametric oscillator based on periodically-polled $LiNbO_3$, Walter R. Rosenberg, alexander Drobshoff, Lawrence E. Meyers, 1996, OSA Proceedings in Advanced Solid-State Lasers, Vol. 1, 32-37.

[Rozenson] : Absorption and frequency conversion efficiency in nonlinear crystals, A.E. Rozenson, V.I. Chizhikov, I.Kh. Zlochin-IKh, Optics and Spectroscopy, 1986-04, Vol.60, No.4, 480-482 (Traduit de : Optika-i-Spektroskopiya, 1986-04-06, Vol.60, No.4, 781-4)

[Rustagi] : The evolution of relative phase angle in optical parametric amplification, K.C. Rustagi, S.C. Mehendale, S. Meenakshi, IEEE Journal of Quantum Electronics, 1982-02, Volume QE-18, Number 2, 146-148.

[Salin] : rapport interne sur les " simulation d'OPO en régime nanoseconde "

[Sanchez] : Optique non-linéaire, François Sanchez, Ellipses, pp 55-64.

[Santarsiero] : Propagation of generalized Bessel-Gauss beams through ABCD optical systems, M. Santarsiero, Optics Communications, 1996-11, Vol.132, No.1-2,1-7.

[Scherrer] : Développement d'un oscillateur paramétrique optique monomode pour des mesures de température et de vitesse par DRASC temporellement résolue, Bruno Scherrer, 1998-02-11, Thèse de l'Université Paris-Nord (Paris XIII Ville).

[Schiller] : Theory of an optical parametric oscillator with resonant pump and signal, S. Schiller, K. Schneider, J. Mlynek, 1999-09, JOSA B, Vol. 16, No. 9, 1512-1524.

[Schlup] : Single-mode near- and mid-infrared periodically poled lithium niobate optical parametric oscillator, Philip Schlup, Glenn W. Baxter, Iain T. McKinnie, 2000-03-15, Optics Communications, 176 (2000) 267-271.

[Schröder] : Spectral properties and numerical modelling of a critically phase-matched nanosecond LiB_3O_5 optical parametric oscillator, T. Schröder, K. J. Boller, A. Fix, R. Wallenstein, Appl. Phys., 1994-05, Vol. B, No. 58, 425-438.

[Seshadri] : Average characteristics of a partially coherent Bessel-Gauss optical beam, S.R. Seshadri, Journal of the Optical Society of America A, 1999-12, Vol.16, No.12, 2917-2927.

[Shen] : The principle of nonlinear optics, Shen Y. R., Wiley-interscience Publication, ISBN 0-471-88998-9.

[Shoshan] : Narrowband operation of a pulsed dye laser without intracavity beam expansion, I. Shoshan, N. N. Danon, and U. P. Oppenheim, 1977-11, Journal of applied physics, Vol. 48, No. 11, 4495-4497.

[Siegman,1] : Nonlinear optical effects : an optical power limiter, A. E. Siegman, 1962-11, Applied Optics, Vol.1, No.6, 739-744.

[Siegman,2] : lasers, 1283 pages (janvier 1986), ISBN : 0935702113

[Smith,1] : Effects of momentum mismatch on parametric gain, R.G. Smith, Journal-of-Applied-Physics, 1970-10, Volume 41, Number.10, 4121-4124

[Smith,2] : Comparison of a numerical model with measured performance of a seeded, nanosecond KTP optical parametric oscillator, A.V. Smith, W.J. Alford, T.D. Raymond, M.S. Bowers, Journal of the Optical Society of America B, 1995-11, Vol.12, No.11, 2253-2267.

[Smith,3] : Numerical models of broad-bandwidth nanosecond optical parametric oscillators, A.V. Smith, R.J. Gehr, M.S. Bowers, Journal-of-the-Optical-Society-of-America-B-Optical-physics. 1999-04; 16 (4) : 609-619.

[Smith,4] : Progress in modeling nanosecond optical parametric oscillators, A.V. Smith, M.S. Bowers, G. Arisholm, 1999 IEEE LEOS Annual Meeting Conference Proceedings. LEOS'99. 12th Annual Meeting, 1999-11-(08-11), Vol.2. San Francisco, CA, USA

[Smith,5] : Numerical models of broad bandwidth nanosecond optical parametric oscillators, A.V. Smith, R.J. Gehr, M.S. Bowers, Proceedings of Meeting on Advanced Solid-State Lasers, 1999-(01-31)/(02-03), Boston, MA, USA.

[Smith,6] : Experimental observation of and comments on optical parametric oscillation internal to the laser cavity, R.G. Smith, J.V. Parker, Journal of Applied Physics, 1970-07, Vol.41, No.8, 3401-3408.

[Sprangle] : Comment on Nondiffracting beams (and replies), P. Sprangle, B. Hafizi, J. Durnin, J.J.Jr. Miceli, J.H. Eberly, R.W. Ziolkowski, Physical Review Letters, 1991-02-11, Vol.66, No.6, 837-839.

[Suematsu] : Focusing effect on optical parametric oscillations for three and four wave interactions, Y. Suematsu, Japanese-Journal-of-Applied-Physics, 1972-03, Volume 11, Number 3, 387-395.

[Sung] : A numerical study incorporating walkoff, depletion and diffraction for a nanosecond optical parametric oscillator, Lee Woo Sung, Ko Kyeong Do, Cha Heon Byung, Lee Jengmin,CLEO/Pacific Rim '99, 1999-(09-10), Vol.3, Seoul, South Korea.

[Steier] : A simplified method for predicting unstable resonator mode profiles, W.H. Steier, G.L. McAllister, IEEE Journal of Quantum Electronics, 1975-09, vol.QE-11, No.9, 725-728.

[Tagiev] : Efficiency of optical parametric oscillation in the constant intensity approximation, Z.A. Tagiev, Sh. Sh. Amirov, Soviet Journal of Quantum Electronics, 1989-11, Vol.19, No.11, 1442-1445 (Traduit de : Kvantovaya-Elektronika,-Moskva, 1989-11, Vol.16, No.11, 2243-2247).

[Terry] : Low-threshold operation of an all-solid-state KTP optical parametric oscillator, J.A.C. Terry, Y. Cui, Y. Yang, W. Sibbett, M.H. Dunn, Journal of the Optical Society of America B (Optical-Physics), 1994-05, Vol.11, No.5, 758-769.

[Thewes] : Diffraction-free beam generation using refracting systems, K. Thewes, M.A. Karim, A.A.S. Awwal, Optics and Laser Technology, 1991-04, Vol.23, No.2, 105-108.

[Tran] : Intracavity single resonance optical parametric oscillator (ISRO), Chu Ba Tran, M. Broyer, Journal de Physique, 1984-10, Vol.45, No.10, 1599-1606.

[Tukker] : Elliptical-focusing effect on parametric oscillation and downconversion, E.W. Tukker, G. Otto, T. Greve, Journal of the Optical Society of America B, 1998-09, Vol.15, No.9, 2455-2461.

[Urschel] : Numerical analysis of the spatial behaviour of nanosecond optical parametric oscillators of beta-barium borate, R. Urschel, A. Borsutzky, R. Wallenstein, Applied Physics B, 70, 203-210 (2000).

[Vaidyanthan] : Cascaded optical parametric oscillations, M. Vaidyanathan et coll., Optics Express, Vol. 1, No. 2, 21 July 1997, pp 49-53.

[Vanherzeele] : Magnitude of the nonlinear-optical coefficients of $KTiOPO_4$, H. Vanherzeele, J.D. Bierlein, Optics-Letters,1992-07, Vol.17, No.14, 982-984.

[Velsko] : Phase-matched harmonic generation in lithium triborate (LBO), S.P. Velsko, M. Webb, L. Davis, C. Huang, IEEE Journal of Quantum Electronics, 1991-10, Vol.27, No.9, 2182-2192.

[Voliak] : Role of pump losses in a parametric amplifier, K. Voliak, A. Shermenev, Optics Communications, 1993-12, Vol.103, No.5-6, 439-443.

[Volkov] : Quasi-phase-matched parametric amplification of waves with low-frequency pumping, V.V. Volkov, A.S. Chirkin, Quantum Electronics, 1998-02, Vol.28, No.2, 95-96 (Traduit de : Kvantovaya Elektronika, Moskva, 1998-02, Vol.25, No.2, 101-102.

[Wallace] : Some recent advances and applications of optical parametric oscillators, R. W. Wallace, Digest of technical papers of the 1971 IEEE/OSA conference on laser engineering and applications. IEEE, New York, NY, USA; 1971; 69 pp. p.49.

[Wang,1] : Polychromatic optical parametric generation by simultaneous phase-matching over a large spectral bandwith, Jian Wang, Malcolm H. Dunn, and Cameron F. Rae, 1997-06-01, Optics Letters, Vol. 22, No. 11, 763-765.

[Wang,2] : First-order type II quasi-phased-matched UV generation in periodically poled KTP, S. Wang, V. Pasiskevicius, J. Hellström, F. Laurell, H. Karlsson, 1999-07-15, Optics Letters, Vol. 24, No. 14, 978-980.

[Wong] : Beam divergence effects on nonlinear frequency mixing, S.K. Wong, G. Fournier, P. Mathieu, P. Pace, Journal of Applied Physics, 1992-02, Vol.71, No.3, 1091-1101.

[Wu] : Tuning of a compound cavity with a grazing-incidence grating, Lingan Wu, Zu yan Xu, Daoqun Deng, Dongsheng Guo, Laser Journal,1982-11-20, Vol.9, No.11, 698-702.

[Xu] : Tuning of a pulsed dye laser using a compound cavity, Zu yan Xu; Shao hua Pan, Dao qun Deng, Dong sheng Guo, Xiu fang Li, Chinese-Physics, 1982-(04-06), Vol.2, No.2,.359-365.

[Yariv] : Quantum electronics, 696 pages (9 novembre 1988) / 3rd Ed, John Wiley and Sons ; ISBN : 0471609978

[Yariv,1] : Parametric interactions of optical modes, Amnom Yariv, 1966-02, IEEE Journal of quantum electronics, Vol. QE-2, No. 2, 30-37.

[Yariv,2] : Theory of the Optical Parametric oscillator, A. Yariv, W. H. Louisell, 1966-09, IEEE Journal of quantum electronics, Vol. QE-2, No. 9, 418-424.

[Young] : Pump linewidth requirement for optical parametric oscillators, J.F. Young, R.B. Miles, S.E. Harris, R.W. Wallace, 1971-01, Vol.42, No.1, 497-498.

[Zahid] : Directionality of partially coherent Bessel-Gauss beams, M. Zahid, M.S. Zubairy, Optics Communications, 1989-04-01, Vol.70, No.5, 361-364.

[Zahler] : Loss effects in classical nondegenerate parametric amplifier, M. Zahler, Y. Ben-Aryeh, Optics Communications, 1990-11, Vol.79, No.5, 361-365.

[Zernike,1] : Applied Nonlinear Optics, Frits Zernike and John E. Midwinter, a Wiley-interscience pubicat, John Wiley & Sons New Y.

[Zernike,2] : Nonlinear optical devices, F. Zernike, Quantum electronics. Pt.B. Academic Press, New York, NY, USA, 1979, 342 pp, p.143-83

[Zhongyong] : Propagation of pulsed zeroth-order Bessel beams, Liu Zhongyong, Fan Dianyuan, Journal of Modern Optics, 1998-01-01, Vol.45, No.1, 17-21

Nom et prénom : **Victori Stéphane**

Titre : Étude de l'affinement spectral d'un Oscillateur Paramétrique Optique (OPO) en régime nanoseconde par insertion d'un cristal photoréfractif. Modélisation des OPO monomodes.

Résumés : La première partie de ce travail concerne la théorie des Oscillateurs Paramétriques Optiques (OPO) en régime nanoseconde. On présente tout d'abord des rappels sur les milieux non-linéaires et anisotropes, permettant de caractériser le couplage non-linéaire. Ensuite, les équations paramétriques obtenues par prise en compte ou non de la dispersion des indices et de la divergence du champ électrique sont démontrées. Un état de l'art sur les modèles et sur les techniques d'affinement spectral clôt cette partie.
La deuxième partie présente deux schémas numériques d'intégration des équations paramétriques. Le premier, basé sur le principe du « split-step », consiste à intégrer successivement les équations liées aux effets non-linéaires et à la propagation. Il est possible de tenir compte de la fluorescence paramétrique afin de simuler le démarrage de l'OPO. Le second est basé sur une transformation des équations, permettant ainsi d'intégrer les équations de Schrödinger non-linéaires dérivées par la méthode du point fixe, pour des schémas aux différences finies, avec une discrétisation de type Crank-Nicolson.
La troisième partie présente des comparaisons entre les simulations numériques et les réalisations expérimentales d'OPO vérifiant ou non les hypothèses des modèles. Puis, elle introduit le principe (nouveau) d'affinement spectral de sources cohérentes par insertion d'un cristal photoréfractif. Ce principe est appliqué à deux lasers continus, puis deux lasers et un OPO en régime nanoseconde. En régime continu, on observe un affinement du spectre d'émission qui devient monomode, accompagné d'une réduction de la largeur spectrale de la raie d'émission. Concernant le laser impulsionnel, on montre une stabilisation en fréquence d'émission et un affinement de la raie d'émission. Quant aux OPO en régime nanoseconde, on montre un affinement du spectre et un bon accord entre les simulations et les résultats expérimentaux.

The first part of the thesis deals with nanosecond Optical Parametric Oscillator (OPO) theory. One introduces non-linear optics and anisotropic optical properties of crystals, leading to the definition of the effective non-linear coupling constant. It is followed by the demonstration of the coupled-wave equations, including or not the refractive index dispersion and the electric field divergence. A state of the art of theoretical models and spectral narrowing techniques concludes this part.
The second part presents two numerical methods to integrate the previous equations. The first one is based on the classical "split-step" method. It is possible to include parametric fluorescence in order to simulate the starting of the OPO. The second method is based on a transformation of the coupled-wave equations, leading to a direct integration of the non-linear Schrödinger set of equations then obtained, using the fix-point method, a finite-difference scheme and a Crank-Nicolson discretization.
The third part presents comparisons between experimental and numerical results for experimental set-ups satisfying or not model hypothesis. Then, it introduces a new spectral-narrowing technique of coherent light sources based on the insertion of a photorefractive crystal in the cavity. This technique is applied to two continuous lasers, two-nanosecond lasers and one nanosecond OPO. In the first two cases, one shows a spectral narrowing of the laser emission becoming longitudinally single-mode and a reduction of the laser linewidth. Dealing with the pulsed lasers, one shows a frequency stabilization of the laser emission and a reduction of the laser linewidth. Finally, concerning the nanosecond OPO, one shows a decrease of the number of emitted modes and a good agreement between experimental and numerical results.

Mots clés :
optique non-linéaire
oscillateur paramétrique optique
phosphate de potassium titanyl
photoréfractif
titanate de baryum
laser
affinement spectral
impulsionnel
Fabry-Pérot
modélisation
simulation
monomode