



**HAL**  
open science

# Amplification par couches diélectriques d'une onde évanescence pour miroir atomique

Joachim Von Zanthier

► **To cite this version:**

Joachim Von Zanthier. Amplification par couches diélectriques d'une onde évanescence pour miroir atomique. Optique [physics.optics]. Université Paris Sud - Paris XI, 1995. Français. NNT : . pastel-00714692

**HAL Id: pastel-00714692**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00714692>**

Submitted on 5 Jul 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



*institut d'optique théorique et appliquée*

**CENTRE SCIENTIFIQUE D'ORSAY**

**THESE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITE PARIS VI**

**Spécialité : Physique Quantique**

présenté par

**Joachim von ZANTHIER**

pour obtenir le titre de

**Docteur de l'Université Paris VI**

Sujet de la thèse :

**AMPLIFICATION PAR COUCHES DIELECTRIQUES  
D'UNE ONDE EVANESCENTE POUR MIROIR ATOMIQUE**

Soutenue le 10 mars 1995 devant le jury composé de :

**M. A. ASPECT  
M. R. KAISER  
M. Y. LEVY  
M. J. MLYNEK  
M. P. PILLET  
M. J. M. RAIMOND**

**Directeur de Thèse  
Examineur  
Examineur  
Rapporteur  
Rapporteur  
Président**

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60  
61  
62  
63  
64  
65  
66  
67  
68  
69  
70  
71  
72  
73  
74  
75  
76  
77  
78  
79  
80  
81  
82  
83  
84  
85  
86  
87  
88  
89  
90  
91  
92  
93  
94  
95  
96  
97  
98  
99  
100

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25

*à mes parents*





*Bei Betrachtung von Schillers Schädel*

*Im ernsten Beinhaus war's, wo ich beschaute,  
Wie Schädel Schädeln angeordnet passten;  
Die alte Zeit gedacht ich, die ergraute.  
Sie stehn in Reih geklemmt, die sonst sich hassten,  
und derbe Knochen, die sich tödlich schlugen,  
sie liegen kreuzweis, zahn allhier zu rasten.  
Entrenkte Schulterblätter! Was sie trugen,  
Fragt niemand mehr, und zierlich tätge Glieder,  
Die Hand, der Fuss, zerstreut aus Lebensfugen.  
Ihr Müden also lagt vergebens nieder,  
Nicht Ruh im Grabe liess man euch, vertrieben  
Seid ihr herauf zum lichten Tage wieder,  
Und niemand kann die dürre Schale lieben,  
Welch herrlich edlen Kern sie auch bewahrte.  
Doch mir Adepten war die Schrift geschrieben,  
Die heiligen Sinn nicht jedem offenbarte,  
Als ich inmitten solcher starren Menge  
Unschätzbar herrlich ein Gebild gewahrte,  
Dass in des Raumes Moderkält und Enge  
Ich frei und wärmeführend mich erquickte,  
Als ob ein Lebensquell dem Tod entspränge.  
Wie mich geheimnisvoll die Form entzückte!  
Die gottgedachte Spur, die sich erhalten!  
Ein Blick, der mich an jenes Meer entrückte,  
Das flutend strömt gesteigerte Gestalten.  
Geheim Gefäss! Orakelsprüche spendend,  
Wie bin ich wert, dich in der Hand zu halten?  
Dich höchsten Schatz aus Moder fromm entwendend  
Und in die freie Luft, zu freiem Simmen,  
Zum Sonnenlicht andächtig hin mich wendend.  
Was kann der Mensch im Leben mehr gewinnen,  
Als dass sich Gott-Natur ihm offenbare?  
Wie sie das Feste lässt zu Geist verrinnen,  
Wie sie das Geisterzeugte fest bewahre.*

*Johann Wolfgang von Goethe  
(1749 - 1832)*

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60  
61  
62  
63  
64  
65  
66  
67  
68  
69  
70  
71  
72  
73  
74  
75  
76  
77  
78  
79  
80  
81  
82  
83  
84  
85  
86  
87  
88  
89  
90  
91  
92  
93  
94  
95  
96  
97  
98  
99  
100

## Remerciements

Le guide Michelin classe les curiosités en trois catégories, celles qui valent le voyage (\*\*\*), celles qui méritent un détour (\*\*) et celles jugées comme intéressantes (\*). Dire que Paris vaut le voyage et que du point de vue de la recherche scientifique ses trois étoiles sont réputées serait porter de l'eau à la rivière.

Pour avoir rendu ce voyage possible je remercie Serge Haroche de m'avoir admis au DEA de Physique Quantique à l'Ecole Normale Supérieure en 1990. Pendant une année j'ai ainsi pu bénéficier d'un enseignement exceptionnel, très stimulant, étroitement lié à la recherche en cours dans des laboratoires voisins.

Pour que ce voyage ait pu se poursuivre et atteindre une toute autre dimension, je remercie Christian Imbert pour m'avoir accueilli à l'Institut d'Optique et Alain Aspect pour m'avoir donné la chance de faire partie de l'équipe qu'il y a montée à partir de l'année 1991.

Je tiens à lui exprimer toute ma reconnaissance. Sa présence, sa rigueur, sa volonté d'emprunter des chemins inhabituels, sa manière d'approcher des questions dans un contexte très large et en même temps très profond, sa capacité à transformer des discussions avec des arguments intuitifs donnés rapidement et si souvent d'un point de vue inattendu, sont pour moi modèle et le seront bien au-delà de mon séjour. Je le remercie également pour toute l'attention qu'il a portée à mon travail.

Robin Kaiser a dirigé mes premiers pas dans la recherche avec une disponibilité permanente, sans ménager son temps ni sa peine. Son enthousiasme, sa créativité, son esprit très rapide et très imaginatif, toujours empreint de bon sens et plein d'humour, mais aussi sa sincérité et sa persévérance ont fait mon bonheur tout au long de ces années. Je le remercie tout particulièrement.

Je remercie également tous les autres membres du groupe: Chris Westbrook pour avoir lu avec beaucoup de patience mon manuscrit et donné ses commentaires fructueux, Jean-Yves Courtois pour la correction d'une sous-partie de ce mémoire et Nathalie Vansteenkiste dont l'esprit consciencieux et discret était toujours présent dans le travail quotidien. Merci aussi à tous les autres thésards, tant pour nos discussions passionnées que pour leur assistance constructive et chaleureuse: Christoph Jurczak, Carsten Henkel, Pierre Desbiolles, Arnaud Landragin, Guillaume Labeyrie, Patrizia Vignolo. De même, merci aux membres du groupe de l'optique quantique, Philippe

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60  
61  
62  
63  
64  
65  
66  
67  
68  
69  
70  
71  
72  
73  
74  
75  
76  
77  
78  
79  
80  
81  
82  
83  
84  
85  
86  
87  
88  
89  
90  
91  
92  
93  
94  
95  
96  
97  
98  
99  
100

Grangier, Jean-François Roch et Jean-Philippe Poizat pour nos échanges constructifs et l'aide qu'ils m'ont accordée volontiers lorsqu'elle s'avérait nécessaire.

Le contact avec des physiciens venant d'autres horizons et d'autres formations était une source de stimulation permanente au cours de ces années. Je tiens à remercier ainsi Matthias Weidemüller, André et Paolo Nussenzweig, Vanderlei Bagnato, Toni van der Weldt, David Weiss, John Lawall, Jakob Reichel, Ferdinand Schmidt-Kaler et Ulrich Schollwöck pour les nombreuses discussions portant sur des problèmes physiques comme sur bien d'autres questions qui se posaient.

Je remercie Jürgen Mlynek et Pierre Pillet pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail en acceptant d'être les rapporteurs de ce mémoire. Je remercie également Yves Lévy et Jean-Michel Raimond d'avoir accepté de faire partie du jury de soutenance.

Mes remerciements vont également à Francis Contet et à toute l'équipe de l'atelier mécanique pour leur aide et leur disponibilité lorsqu'il fallait résoudre les nombreux problèmes techniques qui se posaient lors de la réalisation du montage des lasers et du jet atomique. De même, je tiens à remercier Stéphane Martin, Philippe Bonnet, Alain Aide, André Villing, Jean-Claude Rodier, Michel Allain et Gérard Roger pour le temps qu'ils m'ont accordé pour discuter sur des montages électroniques, informatiques ou optiques contribuant ainsi avec efficacité à faire avancer les expériences.

Je remercie l'entreprise SAGEM, en particulier M. Bernard Schmitt, pour la bonne coopération, en particulier pour ce qui concerne le dépôt des couches minces.

Merci à Mme Françoise Pelligrino qui a assuré la reproduction et la reliure de ce mémoire avec efficacité et gentillesse.

Enfin, je remercie le Gouvernement français pour son allocation de recherche pendant mon séjour en France. Last but not least je remercie Kenji Kanno, Christophe Royon et Christian et Béatrice von Hirschhausen avec lesquels j'ai partagé successivement le logement et qui par leur simple présence ont grandement contribué à me soutenir pendant les moments les plus difficiles.

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60  
61  
62  
63  
64  
65  
66  
67  
68  
69  
70  
71  
72  
73  
74  
75  
76  
77  
78  
79  
80  
81  
82  
83  
84  
85  
86  
87  
88  
89  
90  
91  
92  
93  
94  
95  
96  
97  
98  
99  
100

## TABLE DES MATIERES

<b>I. - Introduction Générale.....</b>	<b>1</b>
<b>II. - Réflexion d'atomes par l'onde évanescente</b>	
A. Introduction.....	13
B. Principe de la réflexion.....	16
1. Onde évanescente.....	16
a. Réflexion sur un dioptre diélectrique.....	16
b. Réflexion totale.....	19
c. Onde évanescente.....	20
2. Réflexion d'atomes.....	24
a. Force répulsive.....	25
b. Bilan d'énergie.....	27
3. Cinématique.....	33
a. L'atome considéré comme particule classique.....	33
b. Déphasage de la fonction d'onde atomique.....	37
C. Emission spontanée.....	41
1. Perte de la cohérence.....	43
a. Probabilité d'émission spontanée par rebond.....	43
b. Analyse de la probabilité d'émission spontanée.....	47



2. Fluctuations d'impulsion de l'atome.....	54
a. Fluctuations de la force dipolaire.....	55
b. Fluctuations dû au recul du photon de fluorescence.....	63
D. Taille finie du miroir.....	64
1. Zone de réflexion.....	64
2. Pertes dues à la taille finie du miroir.....	67
a. Fraction d'atomes à l'intérieur de la zone de réflexion.....	68
b. Analyse de la zone de réflexion.....	71
E. Interaction entre l'atome et le prisme.....	78
1. Potentiel de Van der Waals.....	80
2. Influence de l'interaction atome-diélectrique sur la probabilité d'émission spontanée par rebond.....	85
a. Modification du taux d'émission spontanée.....	85
b. Probabilité d'émission spontanée par réflexion.....	86
F. Modifications du modèle.....	89
1. Structure interne de l'atome.....	89
a. Structure hyperfine du Rubidium.....	90
b. Déplacement de l'état fondamental hyperfin.....	93
2. Probabilité du transfert non-adiabatique.....	98
3. Forces transverses.....	103
a. Force dipolaire transverse.....	103
b. Force spontanée.....	106
c. Comparaison des forces transverses.....	106
4. Effet Doppler.....	108

G. Expériences .....	110
1. Réflexion d'un jet atomique en incidence rasante [Balykin 87, Balykin 88, Hajnal 89, Hajnal 89a].....	111
2. Réflexion d'atomes à incidence normale [Kasevich 90].....	114
3. Miroir atomique à incidence normale et confinement latéral [Aminoff 93, Aminoff 93a].....	116
Références du chapitre II .....	118

\*\*\*\*\*

### III. - Amplification d'une onde évanescente par un système de deux couches minces: cas d'une onde plane incidente

A. Introduction.....	123
B. Description théorique du système de deux couches minces pour une onde plane incidente.....	129
1. Description qualitative.....	129
2. Amplitude du champ évanescent.....	136
a. Notation.....	136
b. Facteur de transmission.....	138
c. Maximum du facteur de transmission: condition de résonance.....	139
d. Effet du gap.....	143
e. Approximation du facteur de transmission [Ulrich 70].....	144

3. Champ réfléchi .....	153
a. Coefficient de réflexion .....	153
b. Approximation du coefficient de réflexion .....	154
4. Amplitude du champ évanescent en présence de pertes .....	158
a. Notation .....	159
b. Facteur de transmission dans le régime de faible couplage et en présence des pertes.....	162
a. Interprétation.....	167
5. Champ réfléchi en présence des pertes .....	170
a. Coefficient de réflexion dans le régime de faible couplage et en présence des pertes.....	170
b. Interprétation.....	173
6. Effet du couplage et des pertes .....	178
a. Rappel de notation.....	179
b. Analogie avec une cavité Fabry-Perot .....	181
c. Amplification et réflectivité en fonction du couplage et des pertes .....	185
7. Facteur de transmission et coefficient de réflexion en fonction de l'épaisseur du gap et du guide d'onde.....	192
a. Influence du gap .....	193
b. Influence de l'épaisseur du guide d'onde .....	198
8. Liaison entre les signaux de la lumière réfléchie et les caractéristiques du système de deux couches .....	208
a. Notation .....	208
b. Liaison entre l'amplification et la réflectivité du système .....	211

C. Systèmes de deux couches minces: Etude expérimentale.....	214
1. Système de première génération.....	215
a. Caractéristiques du système .....	215
b. Principe de la mesure.....	222
c. Montage expérimental.....	229
d. Résultats expérimentaux et interprétations .....	235
2. Système de deuxième génération .....	249
a. Caractéristiques du système .....	249
b. Montage expérimental .....	252
c. Résultats expérimentaux .....	257
Annexe III.A .....	266
a. Notation .....	266
b. Facteur de transmission et coefficient de réflexion pour un système d'une couche.....	268
c. Facteur de transmission et coefficient de réflexion en cas d'un système de deux couches.....	272
Annexe III.B. ....	275
a. Champ électrique dans le gap.....	275
b. Champ électrique dans le guide d'onde.....	278
c. Champ électrique dans le milieu $\Omega_4$ .....	280
Références du chapitre III.....	282

\*\*\*\*\*

#### **IV. - Amplification d'une onde évanescente par un système de deux couches minces: cas d'un faisceau de taille finie**

A. Introduction.....	288
B. Signaux en réflexion.....	290
1. Coefficient de réflexion.....	290
a. Champ réfléchi par le système de deux couches.....	292
b. Signal détecté par la photodiode à la sortie du prisme .....	295
c. Courbe de résonance du coefficient de réflexion révisée .....	297
2. Signal d'interférence de polarisation.....	302
C. Champ évanescent.....	309
1. Profil du champ évanescent.....	309
a. Calcul du profil.....	309
b. Interprétation.....	312
2. Proposition d'une méthode de mesure complémentaire pour estimer l'amplification du système.....	316
a. Profil du champ évanescent dans le régime de forte divergence.....	316
b. Analogie avec une cavité Fabry-Perot dans le domaine temporel.....	318
c. Mesure des caractéristiques du système.....	321
Annexe IV.....	326
a. Déplacement de la composante TE après la réflexion .....	326
b. Chute de contraste du signal d'interférence de polarisation interprétée dans l'espace réel .....	331
Références du chapitre IV.....	333



THE UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS







## Contexte historique

La compréhension de plus en plus approfondie de l'action de la lumière sur les degrés de liberté internes et externes de l'atome permet de mieux en mieux maîtriser la manipulation des atomes par le rayonnement électromagnétique [Cohen 92]. Ainsi on sait, depuis presque une dizaine d'années, dévier, ralentir, refroidir et piéger des atomes avec des faisceaux laser, en se servant d'échanges répétés - à une cadence très élevée - d'impulsion entre les photons laser et les atomes. En outre, on est ainsi capable de comprimer les particules dans l'espace de phase, créant des nuages atomiques de volume inférieur au millimètre cube dans lesquels les particules circulent à une vitesse moyenne de l'ordre du centimètre par seconde [Prodan 85, Ertmer 85, Chu 85, Raab 87, Monroe 90]. Les températures atteintes dans ces pièges atomique et plus encore dans des mélasses optiques, dans lesquelles la force de rappel est absente, sont extrêmement faibles, bien plus basses encore qu'initialement prévues par les premières théories du refroidissement laser [Hänsch 75, Wineland 75, Wineland 79, Gordon 80, Lett 88, Dalibard 89, Ungar 89, Steane 91]. Si l'intensité, la fréquence et la polarisation des six faisceaux constituant la mélasse optique sont convenablement choisies, la température peut s'approcher de la limite associée à l'énergie de recul d'un seul photon qui est de l'ordre du microkelvin [Lett 89, Salomon 90]. Certains schémas permettent même d'atteindre des températures subrecoil [Aspect 88, Aspect 89, Kasevich 92].

A des telles températures, parmi les plus basses jamais atteintes, se manifeste de plus en plus le caractère ondulatoire de la particule. La longueur d'onde de de Broglie de l'atome devient dans ce cas du même ordre de grandeur que la longueur d'onde optique, bien plus grande que la dimension de l'atome. C'est dans ce contexte que s'est imposée avec force l'idée d'utiliser précisément la nature ondulatoire des atomes pour manipuler les particules, comme en optique traditionnelle on agit sur la lumière, au moyen des miroirs, lentilles, séparatrices. La perspective s'est ainsi ouverte de construire d'abord ces éléments de base, puis des éléments plus complexes et plus élaborés permettant d'édifier toute une optique atomique pour les atomes.

Les premiers éléments complexes de l'optique atomique, construits il y a quelques années seulement, visaient à séparer les ondes de de Broglie des atomes et de les faire interférer ensuite [Carnal 91, Keith 91, Shimizu 92]. Ces interféromètres atomiques sont sensibles à la gravité ou à des accélérations comme la rotation du repère dans lequel l'interféromètre est au repos, ou à des champs électriques ou magnétiques extrêmement faibles [Kasevich 91, Riehle 91, Sterr 92, Shimizu 92a]. Mais bien d'autres systèmes ayant une correspondance en optique traditionnelle sont en train de voir le jour. Parmi eux, citons l'exemple d'une série de lentilles convergentes pour focaliser les atomes à l'échelle nanométrique sur un substrat dont la surface dépasse le millimètre carré. Le dépôt des atomes à l'aide de la lumière sur des substrats d'une manière contrôlée ouvre ainsi le champ encore nouveau de la microlithographie [Timp 92, McClelland 93]. On s'intéresse également à l'équivalent en optique atomique de ce que représente en optique traditionnelle une cavité Fabry-Perot [Balykin 89,

Wallis 92]. On envisage de pouvoir y injecter et stocker des atomes pendant un grand nombre d'aller-retour, de sorte que se développent des ondes stationnaires de de Broglie à l'intérieur de la cavité. Outre l'intérêt en soi de l'étude d'un tel système, les applications possible se trouveraient dans des domaines aussi variées que la métrologie ou l'étude des effets quantiques collectifs.

Les systèmes cités sont composés eux-mêmes d'éléments plus simples. Il s'avère donc nécessaire de bien maîtriser les éléments de base de l'optique atomique. Plusieurs laboratoires se sont lancés dans la fabrication de tels dispositifs [Mlynek 92]. Dans ce contexte, notre laboratoire s'est focalisé sur la réalisation d'un miroir à atomes, considéré comme élément clé de l'optique atomique.

## Le miroir atomique

Le miroir atomique tel qu'envisagé dans notre laboratoire est basé sur la force dipolaire d'une onde évanescente [Cook 82]. L'onde évanescente est obtenue par la réflexion totale d'un faisceau laser sur la face interne d'un prisme, à une incidence plus grande que l'angle critique de l'interface prisme - vide. Son amplitude  $E$  décroît exponentiellement en fonction de la distance  $z$  au prisme:

$$E(z) = E_0 e^{-\kappa z}$$

avec une longueur de décroissance  $\kappa^{-1}$  de l'ordre de la longueur d'onde optique. Si le désaccord entre la fréquence laser et la transition atomique est choisi positif, la force dipolaire exercée par l'onde évanescente sur les atomes tend à les repousser hors des endroits de forte amplitude, c'est à dire à les éloigner du prisme. Le potentiel dont dérive la force dipolaire s'écrit, dans la limite d'une faible saturation de la transition atomique:

$$U(z) = U_0 e^{-2\kappa z}$$

où  $U_0$  correspond au sommet du potentiel au niveau du prisme. Si l'énergie incidente d'un atome de masse  $M$ , initialement en repos et lâché à partir d'une hauteur  $h$  au-dessus du prisme, est inférieure au sommet du potentiel  $U_0$ :

$$Mgh \leq U_0$$

la vitesse de l'atome en direction du prisme est renversée au cours de l'interaction avec l'onde évanescente. L'atome est ainsi réfléchi.

La décroissance extrêmement rapide de l'onde évanescente dans le vide fait que la lumière est présente uniquement dans une couche très fine au-dessus du prisme, d'une épaisseur de l'ordre du micromètre. De ce fait, pendant la réflexion, l'atome est en interaction avec la lumière pendant une période très brève. Cela a l'avantage que l'un des facteurs le plus limitant de la réflexion cohérente de l'atome, l'émission spontanée, est fortement réduit. Une analyse de la probabilité d'émission spontanée par rebond montre que celle-ci est d'une part proportionnelle à la vitesse atomique et à l'extension de l'onde évanescente au-dessus du prisme et d'autre part inversement proportionnelle au désaccord laser. Si la faible extension de l'onde évanescente dans le vide réduit déjà la probabilité d'émission spontanée au cours de la réflexion, celle-ci peut être encore diminuée en augmentant le désaccord. Une limite dans cette voie est imposée par le fait que l'augmentation du désaccord est accompagnée d'une diminution du potentiel dipolaire  $U_0$  qui lui aussi est inversement proportionnel au désaccord. En revanche, le potentiel dipolaire croît avec le module carré de l'onde évanescente. Une onde évanescente intense permet de ce fait d'augmenter le désaccord et réduire l'émission spontanée tout en gardant un potentiel dipolaire plus élevé que l'énergie incidente de l'atome, assurant alors la réflexion de l'atome.

Plusieurs méthodes ont été proposées pour rendre l'amplitude de l'onde évanescente plus forte [Desruelle, Esslinger 93, Feron 93a, Seifert 94]. La solution retenue dans notre laboratoire est un système consistant de deux couches minces diélectriques déposées sur un prisme [Kaiser 94]. En remplissant une condition de résonance pour l'angle d'incidence du faisceau laser, l'intensité de la lumière couplée dans la couche supérieure peut s'amplifier de plusieurs ordres de grandeur. A cause des conditions aux limites à l'interface entre la couche supérieure et le vide, une forte amplitude du champ électrique dans la deuxième couche entraîne une amplitude élevée dans l'onde évanescente. Un avantage essentiel de cette structure par rapport à d'autres systèmes est que son pouvoir d'amplification est essentiellement limité par les pertes dans la deuxième couche. En réduisant ces pertes, on peut alors rendre l'amplification plus forte, permettant de produire des amplitudes de l'onde évanescente dont le module carré est 100 fois voir 1000 fois supérieure à celui du champ électrique incident.

## Plan de thèse

Le but de cette thèse est de présenter une analyse détaillée des caractéristiques et du comportement du système de deux couches minces en vue de son application comme miroir atomique. Afin de mieux juger les performances d'un tel système, il a paru utile de rappeler d'abord le principe de la réflexion de l'atome sous l'action de l'onde évanescente et de discuter les mécanismes qui limitent une réflexion cohérente et spéculaire des atomes.

Le chapitre II. est consacré à l'analyse de la réflexion d'un atome par une onde évanescente. Après une discussion de la trajectoire classique de l'atome, nous poursuivrons l'étude en tenant compte de l'émission spontanée pendant la réflexion. En particulier, nous discutons la probabilité que l'atome soit réfléchi sans émission spontanée et nous regardons comment la trajectoire de la particule en présence d'émission spontanée est modifiée par rapport à sa trajectoire classique. Nous chiffrons ensuite les pertes causées par le fait que l'étendue du faisceau gaussien incident n'est pas infinie. Nous nous intéressons finalement à l'interaction de Van der Waals entre l'atome et son image induit par le dipôle atomique incident à l'intérieur du prisme. Comme l'atome passe à proximité de l'interface prisme-vide au cours de la réflexion, à une distance inférieure à la longueur d'onde optique, cet effet n'est plus négligeable: en effet, dépendant de la distance entre l'atome et l'interface, l'attraction de Van der Waals peut même l'emporter sur l'expulsion par la force lumineuse de l'onde évanescente.

L'étude de différents effets qui se produisent lors de la réflexion de l'atome par l'onde évanescente montrent que la réflexion de l'atome par l'onde évanescente est autant plus proche de la réflexion spéculaire de l'optique géométrique que l'amplitude de l'onde évanescente est intense. Cette constatation conduit au troisième chapitre de ce mémoire, consacré à l'étude du système de deux couches capable d'augmenter l'amplitude de l'onde évanescente.

Dans le troisième chapitre, qui représente le coeur de ce mémoire, nous présenterons le principe d'amplification de l'onde évanescente par le système de deux couches. Partant de l'image d'un guide d'onde employé pour décrire le rôle joué par la couche supérieure, il est ensuite montré que le degré d'amplification du système dépend essentiellement de la distance entre cette couche et le prisme. Cela se comprend en interprétant le système en termes d'une cavité Fabry-Perot: la surtension de la cavité dépend entre autres du miroir d'entrée de la cavité qui détermine la fraction de la lumière incidente couplée dans la cavité. Dans le cas du système de deux couches, la fraction de la lumière incidente couplée vers la deuxième couche est déterminée par la distance entre la couche supérieure et le prisme. L'analyse est complétée en tenant compte des pertes dans la deuxième couche. Dans la limite d'un faible couplage de la lumière incidente vers la couche supérieure, on obtient des expressions explicites de l'amplification et de la réflectivité du système en fonction de

l'angle d'incidence. Ces sont des courbes de résonance de forme lorentzienne, dont la position, la largeur et la valeur à résonance dépendent d'une part de la distance entre la couche supérieure et le prisme et d'autre part des pertes dans la deuxième couche. Dans la même limite il est ensuite montré que l'amplification du système à résonance s'exprime en fonction de la position, de la largeur et de la valeur à résonance de sa réflectivité. En mesurant l'intensité du faisceau réfléchi en fonction de l'angle d'incidence il est de ce fait possible de déduire le pouvoir d'amplification du système. Ce principe de mesure, basée sur une mesure indirecte sans interaction directe avec l'onde évanescente, est finalement utilisé pour caractériser deux prototypes.

L'analyse de l'amplification des deux couches du troisième chapitre et la caractérisation des deux prototypes suppose une onde électromagnétique incidente plane. Dans le quatrième chapitre, l'étude du système est poursuivie en considérant un faisceau gaussien. Dans une première partie, on discute dans quelle mesure les interprétations du troisième chapitre restent valables compte tenu de la divergence des faisceaux employés dans des mesures expérimentales. Dans une deuxième partie le profil spatial de l'onde évanescente dans le vide est calculé; ce profil est crucial si on veut interpréter la fraction d'atomes réfléchis par le miroir atomique. Il est enfin montré que la forme du profil de l'onde évanescente dépend dans certaines limites de l'amplification du système. De ce fait, la mesure du profil de l'onde évanescente au-dessus de la deuxième couche peut représenter une méthode complémentaire pour estimer l'amplification du système. Enfin, nous terminons ce mémoire en présentant une première évaluation de l'amplification du deuxième prototype, basée sur cette méthode de mesure.

## Références de l'Introduction Générale

- [Aspect 88] A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 826 (1988).
- [Aspect 89] A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, C. Cohen-Tannoudji, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2112 (1989)
- [Balykin 89] V.I. Balykin, V.S. Letokhov, *Appl. Phys. B* **48**, 517 (1989).
- [Carnal 91] O. Carnal, J. Mlynek, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2689 (1991).
- [Chu 85] S. Chu, M. Hollberg, J. Bjorkholm, A. Cable, A. Ashkin, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 48 (1985).
- [Cohen 92] C. Cohen-Tannoudji in *Fundamental Systems in Quantum Optics, Les Houches, Session LIII*, ed. J. Dalibard, J.-M. Raimond, J. Zinn-Justin, North-Holland, Amsterdam, 1992.
- [Cook 82] R.J. Cook, R.K. Hill, *Opt. Commun.* **43**, 258 (1982).
- [Dalibard 89] J. Dalibard, C. Cohen-Tannoudji, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2023 (1989).
- [Desruelle] B. Desruelle, N. Vansteenkiste, A. Aspect, en préparation .
- [Ertmer 85] W. Ertmer, R. Blatt, J. Hall, M. Zhu, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 996 (1985).
- [Esslinger 93] T. Esslinger, M. Weidemüller, A. Hemmerich, T.W. Hänsch, *Opt. Lett.* **18**, 450 (1993).
- [Feron 93] S. Feron, J. Reinhardt, S. Le Boiteux, O. Gorceix, J. Baudon, M. Ducloy, J. Robert, Ch. Miniatura, S. Nic Chormaic, H. Haberland, V. Lorent, *Opt. Commun.* **102**, 83 (1993).
- [Gordon 80] J. Gordon, A. Ashkin, *Phys. Rev. A* **21**, 1606 (1980).
- [Hajnal 89] J.V. Hajnal, K.G.H. Baldwin, P.T.H. Fisk, H.-A. Bachor, G.I. Opat, *Opt. Commun.* **73**, 331 (1989).
- [Hänsch 75] T. Hänsch, A. Schawlow, *Opt. Commun.* **13**, 68 (1975).
- [Kaiser 94] R. Kaiser, Y. Lévy, N. Vansteenkiste, A. Aspect, W. Seifert, D. Leipold, J. Mlynek, *Opt. Commun.* **104**, 234 (1994).

- [Kasevich 90] M.A. Kasevich, D.S. Weiss, S. Chu, *Opt. Lett.* **15**, 607 (1990).
- [Kasevich 91] M. Kasevich, S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 181 (1991).
- [Kasevich 92] M. Kasevich, S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1741 (1992).
- [Keith 91] D.W. Keith, C.R. Ekstrom, Q.A. Turchette, D.E. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2693 (1991).
- [Lett 88] P. Lett, R. Watts, C. Westbrook, W. Phillips, P. Gould, H. Metcalf, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 169 (1988).
- [Lett 89] P. Lett, W. D. Phillips, S. Rolston, C. Tanner, R. Watts, C. Westbrook, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2084 (1989).
- [McClelland 93] J.J. McClelland, R.E. Scholten, E.C. Palm, R.J. Celotta, *Science* **262**, 887 (1993).
- [Mlynek 92] voir dans "Optics and Interferometry with Atoms", editors J. Mlynek, V. Balykin, P. Meystre, *Appl. Phys. B* **54**, 319 (1992) et les références y cités.
- [Monroe 90] C. Monroe, W. Swann, H. Robinson, C. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1571 (1990).
- [Prodan 85] J. Prodan, A. Migdall, W. Phillips, I. So, H. Metcalf, J. Dalibard, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 392 (1985).
- [Raab 87] E. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, D. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2631 (1987).
- [Riehle 91] F. Riehle, TH. Kisters, A. Witte, J. Helmcke, C.J. Bordé, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 177 (1991).
- [Salomon 90] C. Salomon, J. Dalibard, W.D. Phillips, A. Clairon, S. Guellati, *Europhys. Lett.* **12**, 683 (1990).
- [Seifert 94] W. Seifert, C.S. Adams, V.I. Balykin, C. Heine, Yu. Ovchinnikov, J. Mlynek, *Phys. Rev. A* **49**, 3814 (1994).
- [Shimizu 92] F. Shimizu, K. Shimizu, H. Takuma *Phys. Rev. A* **46**, R17 (1992).
- [Shimizu 92a] F. Shimizu, K. Shimizu, H. Takuma, *Jpn. J. Appl. Phys.* **31**, L436 (1992).
- [Steane 91] A. M. Steane, C. F. Foot, *Europhys. Lett.* **14**, 231 (1991).



- [Sterr 92] U. Sterr, K. Sengstock, J.H. Müller, D. Bettermann, W. Ertmer, *Appl. Phys. B* **54**, 341 (1992).
- [Ungar 89] P. Ungar, D. Weiss, E. Riis, S. Chu, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2056 (1989).
- [Timp 92] G. Timp, R.E. Behringer, D.M. Tennant, J.E. Cunningham, M. Prentiss, K.K. Berggren, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1636 (1992).
- [Wallis 92] H. Wallis, J. Dalibard, C. Cohen-Tannoudji, *Appl. Phys. B* **54**, 407 (1992).
- [Wineland 75] D. Wineland, H. Dehmelt, *Bull. Am. Phys. Soc.* **20**, 637 (1975).
- [Wineland 79] D. Wineland, W. Itano, *Phys. Rev. A* **20**, 1521 (1979).

**II.**

---

**Réflexion d'atomes par  
l'onde évanescente**



## A. Introduction

Imaginons un nuage d'atomes, capturé dans un piège magnéto-optique [Raab 87], refroidi par les faisceaux du piège à quelque micro-Kelvin [Steane 91] et positionné à quelques millimètres au-dessus de la base d'un prisme. Soit de plus un faisceau laser entrant par la face oblique du prisme sous un angle d'incidence tel que le faisceau subisse une réflexion totale sur la base (Figure II.A.-1.). A cause de la réflexion totale, une onde évanescente se propage en dehors du prisme au-dessus de la base. Son amplitude décroît exponentiellement en fonction de la distance au prisme avec une constante de décroissance proportionnelle à la longueur d'onde optique du faisceau. Supposons par la suite qu'on éteigne brusquement le champ magnétique et les faisceaux laser constituant le piège. Les atomes du nuage ainsi libérés tombent verticalement dans le champ de pesanteur en direction du prisme. Au bout de leur chute libre, ils pénètrent dans l'onde évanescente. L'interaction entre l'onde évanescente et le dipôle de l'atome ainsi créé fait déplacer les niveaux d'énergie de l'atome. Le déplacement lumineux de l'état fondamental jouant le rôle d'une énergie potentielle pour les degrés de liberté externes, l'atome - pour un désaccord "bleu" de l'onde évanescente - va voir un potentiel qui augmente en direction du prisme. En montant la colline du potentiel et en transformant son énergie cinétique en énergie potentielle, l'atome ralentit. Si son énergie cinétique maximale est inférieure au sommet du déplacement lumineux de l'état fondamental au niveau du prisme, il s'arrête, fait demi-tour et redescend la colline. Il reconvertit alors son énergie potentielle de nouveau en énergie cinétique avec sa vitesse selon  $e_z$ , ayant changé de signe: il est ainsi réfléchi.

La trajectoire et la réflexion de l'atome qui découlent de cette description correspondent à un trajet simplifié de l'atome, analogue à celui d'une particule classique soumise à un potentiel classique. Le processus étant hamiltonien la réflexion est spéculaire sans qu'il y ait de pertes pendant le rebond.

A l'opposé du cas d'une particule classique, un atome à l'intérieur de l'onde évanescente peut absorber un photon de l'onde évanescente, et émettre ensuite un photon spontané. Dans ce cas, l'atome subit un changement brusque de sa trajectoire dans une direction aléatoire, causé par le recul du photon de fluorescence. La trajectoire de l'atome dévie donc de la trajectoire spéculaire. Une fois retombé dans l'état fondamental, l'atome peut de nouveau absorber un photon et subir l'émission spontanée. Les différents cycles d'absorption - émission spontanée induisent les fluctuations de l'impulsion de l'atome. A la sortie de l'onde évanescente, après la réflexion, la trajectoire de l'atome peut de ce fait substantiellement s'écarter de la trajectoire spéculaire. De plus, l'émission spontanée interrompt l'évolution continue de la phase de la fonction d'onde atomique. Après l'émission d'un photon spontané la réflexion de l'atome devient donc incohérente. Si on exige que la réflexion d'atomes par le miroir atomique préserve la phase de la fonction d'onde atomique, les atomes qui



subissent l'émission spontanée pendant la traversée de l'onde évanescente sont considérés comme perdus. Nous discuterons ces effets dans la section II.C.

Une source supplémentaire de pertes est liée au fait que la taille du miroir atomique est bornée à cause de la section finie du faisceau laser incident. En s'approchant de la base du prisme, les atomes suffisamment éloignés du centre du faisceau s'échappent ainsi de la zone où le déplacement lumineux de l'état fondamental de l'atome est plus grand que l'énergie cinétique incidente des atomes. Les atomes en dehors de cette zone touchent l'interface du prisme, s'y collent ou sont réfléchis d'une manière diffuse. De plus, comme les atomes passent à proximité de l'interface du prisme en pénétrant dans l'onde évanescente, à une distance inférieure à la longueur d'onde optique, on ne peut plus négliger l'interaction entre l'atome et son image, induit par le dipôle atomique incident à l'intérieur du prisme. L'interaction de Van der Waals entre l'atome et son image conduit à un déplacement supplémentaire des niveaux d'énergie de l'atome qui s'ajoute au déplacement lumineux induit par l'onde évanescente. Dépendant de la distance de l'atome à l'interface, l'attraction de Van der Waals peut même l'emporter sur l'expulsion par la force lumineuse de l'onde évanescente. Dans ce cas, au lieu d'être réfléchi, l'atome est accéléré vers le dioptre. L'effet de la taille finie du miroir atomique et l'influence des forces de Van der Waals sont discuté respectivement dans les parties II.D. et II.E. Dans la section II.F. nous examinerons encore d'autres effets qui se produisent au cours de la réflexion de l'atome par l'onde évanescente: l'influence d'une structure atomique plus complexe que celle d'un atome à deux niveaux; la probabilité d'un transfert non-adiabatique du niveau d'énergie répulsif vers le niveau d'énergie attractif; le rôle des forces transverses et de l'effet Doppler sur la réflexion des atomes. Dans la section II.G. nous passons finalement en revue quelques expériences qui ont été réalisées pour étudier la réflexion d'atomes par l'onde évanescente.

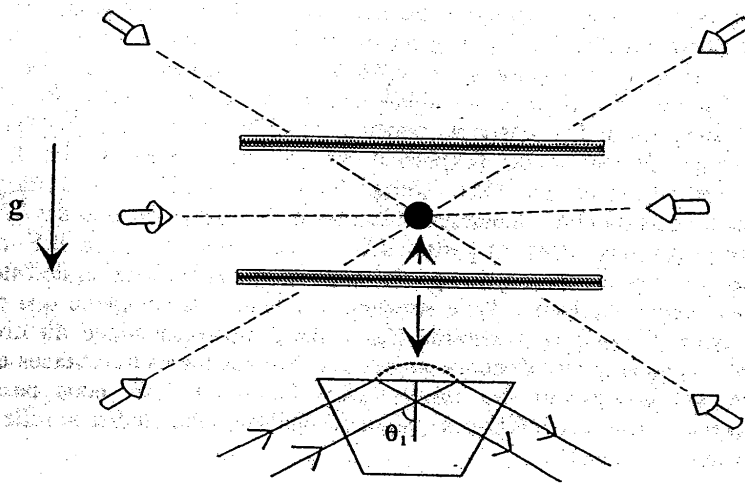


Figure II.A.-1. Schéma de la réflexion d'atomes par l'onde évanescente. Les atomes sont capturés dans un piège magnéto-optique situé quelques mm au-dessus du prisme. Un faisceau laser subissant une réflexion totale sur la base du prisme crée une onde évanescente en dehors du prisme au-dessus de la base. Une fois les faisceaux laser et le champ magnétique du piège magnéto-optique éteints, les atomes tombent verticalement dans le champ de pesanteur en direction du prisme. En entrant dans l'onde évanescente ils sont réfléchis par la force dipolaire de l'onde évanescente, si le désaccord de la fréquence laser par rapport à la transition atomique est choisi positif.

## B. Principe de la réflexion

Dans cette partie nous analysons la trajectoire d'un atome arrivant sous incidence normale sur le miroir atomique, et soumis au potentiel dipolaire de l'onde évanescente lors de la réflexion. Pour mieux évaluer l'interaction entre l'atome et l'onde évanescente, nous commençons par un bref rappel des propriétés d'une onde évanescente (partie II.B.1.) et des forces auxquelles est soumis l'atome à l'intérieur du champ électrique de l'onde évanescente (partie II.B.2.). Nous décrivons ensuite la trajectoire parcourue par l'atome lors de la réflexion (partie II.B.3.). Notons que pendant toute cette partie nous nous limitons à un atome à deux niveaux et à une onde électromagnétique plane incidente.

### 1. Onde évanescente

#### a. Réflexion sur un dioptre diélectrique

Considérons une onde plane électromagnétique se propageant dans le milieu  $\Omega_1$  vers un dioptre  $\Omega_1/\Omega_2$  séparant le milieu  $\Omega_1$  à haut indice  $n_1$  du milieu  $\Omega_2$  à bas indice  $n_2$  tel que  $n_1 > n_2$ . Nous supposons que les deux milieux  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  sont homogènes, isotropes et séparés par un dioptre  $\Omega_1/\Omega_2$  parfaitement plan. Le champ électrique  $E_1$  de l'onde plane incidente s'écrit sous la forme:

$$E_1 = E_1 \varepsilon e^{i(k_1 \cdot r - \omega t)} \quad (\text{II.B.1.-1.})$$

où  $E_1$  désigne son amplitude,  $\omega$  sa pulsation et  $\varepsilon$  son vecteur de polarisation. Lorsqu'il est réel, le vecteur d'onde  $k_1$  est orienté suivant la direction de propagation du champ électrique  $E_1$ . Son module  $k_1$  est lié à la pulsation  $\omega$  par  $k_1 = n_1 \omega / c = n_1 \omega / c$  où  $c$  est la vitesse de la lumière dans le vide. Supposons que le champ électrique  $E_1$  est incident



sous l'angle d'incidence  $\vartheta_1$  (Figure II.B.1.-1.). A l'interface  $\Omega_1 / \Omega_2$  il est réfléchi avec l'amplitude  $E_r$  sous l'angle  $\vartheta_r = \vartheta_1$ , et transmise vers le milieu  $\Omega_2$  avec l'amplitude  $E_2$  sous l'angle  $\vartheta_2$ . L'angle  $\vartheta_2$  s'exprime en fonction de l'angle d'incidence  $\vartheta_1$  à l'aide de la loi de Snell-Descartes:

$$n_1 \sin \vartheta_1 = n_2 \sin \vartheta_2 \quad (\text{II.B.1.-2.})$$

Les amplitudes du champ électrique réfléchi  $E_r$  et du champ électrique transmis  $E_2$  sont liées à l'amplitude du champ incident  $E_1$  par le coefficient de réflexion  $r_{12} = E_r / E_1$  et par le coefficient de transmission  $t_{12} = E_2 / E_1$  (coefficients de Fresnel). Les deux coefficients  $r_{12}$  et  $t_{12}$  dépendent de la polarisation du champ  $E_1$ . Si la polarisation de  $E_1$  est perpendiculaire au plan d'incidence (polarisation TE), ils valent explicitement [Born-Wolf 59]:

$$r_{12}^{TE} = \frac{n_1 \cos \vartheta_1 - n_2 \cos \vartheta_2}{n_1 \cos \vartheta_1 + n_2 \cos \vartheta_2} \quad (\text{II.B.1.-3.})$$

$$t_{12}^{TE} = \frac{2n_1 \cos \vartheta_1}{n_1 \cos \vartheta_1 + n_2 \cos \vartheta_2} \quad (\text{II.B.1.-4.})$$

tandis que si la polarisation est dans le plan d'incidence (polarisation TM), ils s'écrivent sous la forme:

$$r_{12}^{TM} = \frac{n_2 \cos \vartheta_1 - n_1 \cos \vartheta_2}{n_2 \cos \vartheta_1 + n_1 \cos \vartheta_2} \quad (\text{II.B.1.-5.})$$

$$t_{12}^{TM} = \frac{2n_1 \cos \vartheta_1}{n_2 \cos \vartheta_1 + n_1 \cos \vartheta_2} \quad (\text{II.B.1.-6.})$$

Notons que le signe opposé des coefficients de réflexion  $r_{12}^{TE}$  et  $r_{12}^{TM}$  dans le cas de l'incidence normale ( $\vartheta_1 = 0$ ) est purement formel, résultant de la convention retenue que les vecteurs de polarisation  $\epsilon$  des champs  $E_1^{TM}$  et  $E_r^{TM}$  à l'incidence normale sont dirigés en sens opposé, tandis que les vecteurs de polarisation des champs  $E_r^{TE}$  et de  $E_1^{TE}$  sont toujours dirigés dans la même direction [Born-Wolf 59] (voir Figure II.B.1.-1.).

Notons de plus que dans ce qui suit nous nous limitons à la polarisation TE. Nous omettons donc les indices TE et TM, en nous plaçant toujours dans le cas de la polarisation TE.

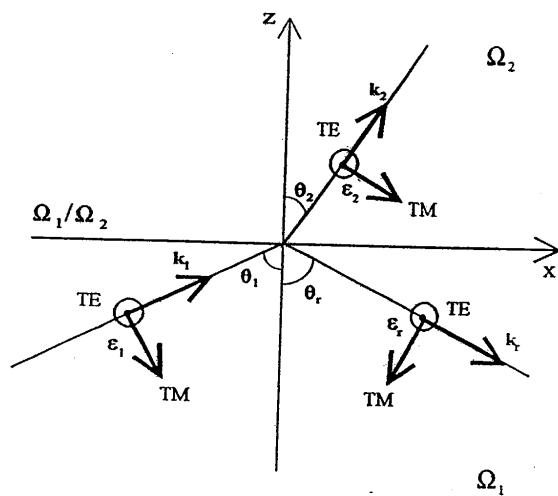


Figure II.B.1.-1. Onde plane, incidente sur l'interface  $\Omega_1/\Omega_2$  sous l'angle d'incidence  $\theta_1$  avec vecteur d'onde  $k_1$  et vecteur de polarisation  $\epsilon_1$ . A l'interface, l'onde est réfléchi sous l'angle  $\theta_r$  avec vecteur d'onde  $k_r$  et vecteur de polarisation  $\epsilon_r$ , et transmis sous l'angle  $\theta_2$  avec vecteur d'onde  $k_2$  et vecteur de polarisation  $\epsilon_2$ .

## b. Réflexion totale

Le comportement du coefficient de réflexion  $r_{12}$  en fonction de l'angle incident  $\vartheta_1$  est tracé dans la Figure II.B.1.-2. Dans le cas où l'indice  $n_1$  du milieu  $\Omega_1$  est plus élevé que l'indice  $n_2$  du milieu  $\Omega_2$ , il existe un angle  $\vartheta_1 = \vartheta_c$ , appelé angle critique, à partir duquel le module du coefficient  $r_{12}$  vaut 1 pour toute angle  $\vartheta_1 > \vartheta_c$ . Tout le flux d'énergie de la lumière incidente se retrouve dans ce cas dans le faisceau réfléchi (réflexion totale).

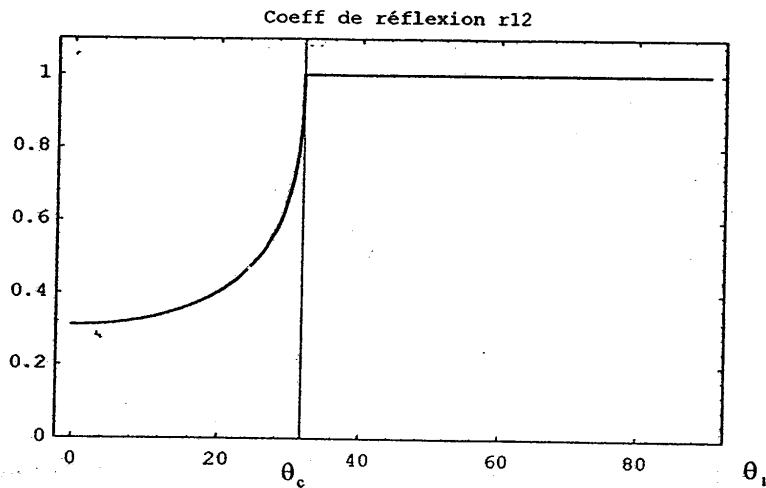


Figure II.B.1.-2. Module du coefficient de réflexion  $r_{12}$  en fonction de l'angle d'incidence  $\vartheta_1$  dans le cas de polarisation TE. A partir de l'angle critique  $\vartheta_c$  le module de  $r_{12}$  vaut 1 pour tout angle  $\vartheta_1 > \vartheta_c$ .

L'angle critique  $\vartheta_c$  est défini comme l'angle d'incidence pour lequel  $\vartheta_2 = \pi/2$ :

$$n_1 \sin \vartheta_c = n_2. \quad (\text{II.B.1.-7.})$$

La loi de Snell-Descartes restant valable dans le cas de la réflexion totale, les composants du vecteur d'onde  $k_2$  du champ électrique dans le milieu  $\Omega_2$  le long l'axe  $e_x$  et le long l'axe  $e_z$ ,  $k_{2x}$  et  $k_{2z}$  respectivement, s'écrivent au delà de l'angle critique  $\vartheta_c$  sous la forme:

$$k_{2x} = kn_2 \sin \vartheta_2 = k\beta \quad (\text{II.B.1.-8.})$$

$$k_{2z} = kn_2 \cos \vartheta_2 = ikb_2 \quad (\text{II.B.1.-9.})$$

où nous avons introduit les quantités réelles  $\beta = n_2 \sin \vartheta_2 = n_1 \sin \vartheta_1$  et  $b_2 = \sqrt{\beta^2 - n_2^2}$ . Notons qu'à cause de la loi de Snell-Descartes la quantité  $\beta$  ne change pas à travers les milieux  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$ .

Dans le cas de la réflexion totale, le coefficient de réflexion (II.B.1.-3.) s'écrit donc sous la forme:

$$r_{12} = \frac{n_1 \cos \vartheta_1 - ib_2}{n_1 \cos \vartheta_1 + ib_2} \quad (\text{II.B.1.-10.})$$

ce qui montre que son module vaut 1 pour tout angle  $\vartheta_1 > \vartheta_c$  (Figure II.B.1.-2.)

### c. Onde évanescente

Plaçons nous dans la situation de la réflexion totale. D'après (II.B.1.-4.), le coefficient de transmission  $t_{12}$  vaut dans ce cas:

$$t_{12} = \frac{2n_1 \cos \vartheta_1}{n_1 \cos \vartheta_1 + ib_2} \quad (\text{II.B.1.-11.})$$

Son module est tracé sur la Figure II.B.1.-3.

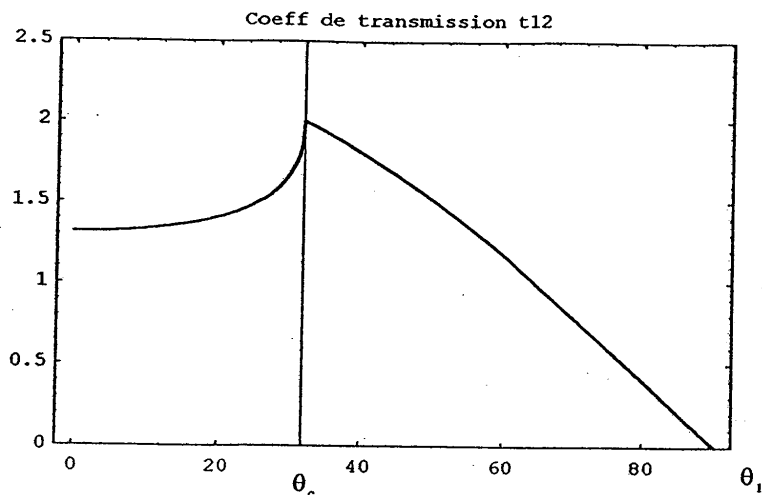


Figure II.B.1-3. Module du coefficient de transmission  $t_{12}$  en fonction de l'angle d'incidence  $\theta_1$  dans le cas de polarisation TE. Pour les angles d'incidence tel que  $\theta_c \leq \theta_1 \leq 90^\circ$  le coefficient reste non-nul.

Contrairement à ce qu'on pourrait attendre dans le cas de la réflexion totale, le module de  $t_{12}$  ne s'annule pas pour les angles d'incidence plus grands que l'angle critique  $\theta_c$ . Un champ  $E_2$  non-nul est donc toujours présent dans le milieu  $\Omega_2$ . Le vecteur de Poynting associé à ce champ, décrivant le flux d'énergie dans le milieu  $\Omega_2$ , reste par conséquent en général toujours non-nul. Par contre, on peut montrer que dans le cas de la réflexion totale et en régime stationnaire la moyenne de la composante du vecteur de Poynting suivant la direction perpendiculaire à l'interface  $\Omega_1 / \Omega_2$  s'annule [Born-Wolf 59]. Ceci montre qu'il n'y a pas de flux d'énergie moyen à travers l'interface  $\Omega_1 / \Omega_2$  vers le milieu  $\Omega_2$ .

D'après (II.B.1.-8.) et (II.B.1.-9.), le champ électrique  $E_2$  dans le milieu  $\Omega_2$  s'écrit dans le cas de la réflexion totale:

$$E_2 = E_2 e^{jk\beta x} e^{-kb_2 z} \quad (\text{II.B.1.-12.})$$

Ce champ se propage dans le milieu  $\Omega_2$  sur l'interface  $\Omega_1 / \Omega_2$  le long l'axe  $e_x$  avec un vecteur d'onde  $k_{2x}$ , d'après (II.B.1.-8.) plus grand que le module  $k_2$  du vecteur d'onde du champ dans le milieu  $\Omega_2$ . Dans la direction  $e_z$  le champ  $E_2$  décroît exponentiellement en fonction de  $z$  avec une longueur de décroissance proportionnelle à la longueur d'onde optique  $\lambda$ . Explicitement, l'inverse de la longueur de décroissance est d'après (II.B.1.-9.) donnée par:

$$kb_2 = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{(n_1 \sin \vartheta_1)^2 - n_2^2} \quad (\text{II.B.1.-13.})$$

où  $\lambda$  est la longueur d'onde de l'onde électromagnétique dans le vide.

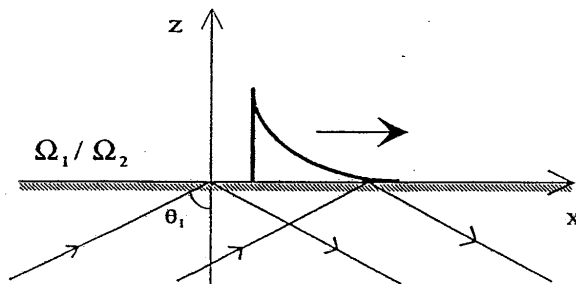


Figure II.B.1.-4. L'onde évanescente dans le milieu  $\Omega_2$ . L'onde se propage sur l'interface  $\Omega_1 / \Omega_2$  en direction de  $e_x$ . Son amplitude décroît exponentiellement en fonction de la distance  $z$  du dioptré. Les plans équi-amplitude sont donc perpendiculaire aux plans équi-phase (onde inhomogène).

Le champ électrique  $E_2$  dans le milieu  $\Omega_2$  peut polariser un atome qui s'approche du dioptre et pénètre dans l'onde évanescente. Il peut ensuite interagir avec le dipôle de l'atome ainsi créé et exercer une force, susceptible de le réfléchir. Nous allons traiter l'interaction entre l'onde évanescente et l'atome dans la prochaine section.

- Remarque

Si on place un milieu  $\Omega_3$  au-dessus de l'interface  $\Omega_1/\Omega_2$  avec un indice  $n_3$  plus grand que l'indice du milieu  $\Omega_2$ , et si l'angle d'incidence du faisceau incident est tel que  $n_3 > n_1 \sin \theta_1 > n_2$ , une fraction de l'énergie incidente peut fuir à travers le milieu  $\Omega_2$  vers le milieu  $\Omega_3$  pour créer un champ électrique  $E_3$  dans le milieu  $\Omega_3$  se propageant avec un vecteur d'onde  $k_3$  réel. C'est la réflexion totale frustrée. Dans le chapitre III, nous présenterons une structure qui met à profit ce phénomène pour coupler une fraction de la lumière incidente dans un guide d'onde. Cela permet, par la réflexion multiple du champ électrique à l'intérieur du guide, d'augmenter considérablement l'amplitude de l'onde évanescente au delà du guide, dans le milieu  $\Omega_4$ . Cela sera discuté plus en détail dans le chapitre III.

## 2. Réflexion d'atomes

Dans ce paragraphe nous étudions les forces lumineuses auxquelles est soumis l'atome à l'intérieur du champ électrique de l'onde évanescente. Pour l'étude nous nous limitons à un modèle d'un atome à deux niveaux avec l'état fondamental  $|f\rangle$  et l'état excité  $|e\rangle$  et nous nous plaçons dans la limite semi-classique, où on considère que l'étendue du paquet d'onde atomique est petite devant la longueur d'onde optique  $\lambda$ .

En régime stationnaire, quand les populations et les cohérences de la matrice densité de l'atome sont indépendantes de temps, la force lumineuse moyenne  $\bar{\mathbf{F}}$  peut s'écrire sous la forme [CDG 89]:

$$\bar{\mathbf{F}} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (\text{II.B.2.-1.})$$

où  $\mathbf{F}_1$  est proportionnelle au gradient de la phase  $\varphi$  de l'onde évanescente (force spontanée):

$$\mathbf{F}_1 = \hbar \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s} \nabla \varphi \quad (\text{II.B.2.-2.})$$

et  $\mathbf{F}_2$  proportionnelle au gradient de l'amplitude (force dipolaire):

$$\mathbf{F}_2 = -\hbar \delta_L \frac{s}{1+s} \frac{\nabla \Omega_R}{\Omega_R} \quad (\text{II.B.2.-3.})$$

Dans (II.B.2.-3.),  $\Omega_R$  est la fréquence de Rabi, défini comme:

$$\Omega_R(\mathbf{r}) = -\frac{\mathbf{d}_{fe} \cdot \mathbf{E}_2(\mathbf{r})}{\hbar} \quad (\text{II.B.2.-4.})$$

avec  $\mathbf{d}_{fe}$  l'élément de matrice du moment dipolaire électrique  $\mathbf{d}$  de l'atome pris entre l'état fondamental  $|f\rangle$  et l'état excité  $|e\rangle$ . Les quantités  $\Gamma$  et  $\delta_L$  désignent respectivement la largeur naturelle de l'état excité et le désaccord entre la fréquence laser  $\omega_L$  et la transition atomique  $\omega_A$ :



$$\delta_L = \omega_L - \omega_A \quad (\text{II.B.2.-5.})$$

Le terme  $s$  dans (II.B.1.-2.) et (II.B.1.-3.) représente le paramètre de saturation de la transition, défini comme:

$$s = \frac{\Omega_R^2/2}{\delta_L^2 + \Gamma^2/4} \quad (\text{II.B.2.-6.})$$

Dans ce qui suit nous nous concentrons sur l'action de la force dipolaire. Etant dirigée le long l'axe  $e_z$  - ce qui sera montré ci-dessous, en II.B.2.a. -, c'est elle qui est responsable du renversement de la composante de la vitesse atomique perpendiculairement à l'interface  $\Omega_1/\Omega_2$ . Dans la géométrie de notre montage, où les atomes tombent verticalement en direction du prisme, sa contribution au changement d'impulsion de l'atome est prépondérante. Par rapport à la force dipolaire, l'action de la force spontanée, dirigée le long l'axe  $e_x$ , est faible. Son influence sera discutée plus loin, dans la partie II.F.

#### a. Force répulsive

D'après (II.B.2.-4.), la dépendance spatiale de la fréquence de Rabi  $\Omega_R(\mathbf{r})$  suit la dépendance spatiale du champ électrique  $E_2(\mathbf{r})$  de l'onde évanescente. Le comportement de la fréquence de Rabi en fonction de la distance  $z$  du dioptre s'écrit donc d'après (II.B.1.-12.) sous la forme:

$$\Omega_R(z) = \Omega_{R \max} e^{-kb_2 z} \quad (\text{II.B.2.-7.})$$

où  $\Omega_{R \max}$  désigne sa valeur au niveau de l'interface du prisme à  $z=0$ . De la dépendance spatiale de la fréquence de Rabi on déduit à partir de (II.B.2.-3.) l'expression de la force dipolaire  $F_2$ , exercée par l'onde évanescente sur l'atome:

$$F_2 = \hbar kb_2 \delta_L \frac{s}{1+s} e_z \quad (\text{II.B.2.-8.})$$

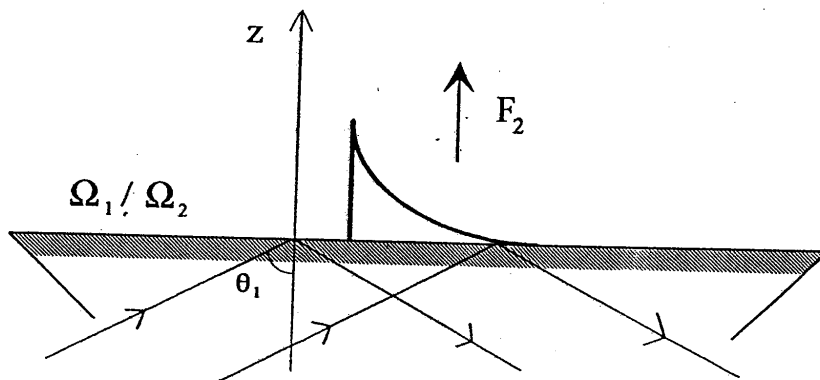


Figure II.B.2.-1. L'onde évanescente au-dessus du prisme. L'amplitude de l'onde évanescente décroît exponentiellement en fonction de  $z$ . Son gradient dans cette direction donne lieu à la force dipolaire  $F_2$ , dirigée le long  $e_z$ .

D'après (II.B.2.-8.), la force  $F_2$  est orientée le long l'axe  $e_z$ , donc perpendiculaire à l'interface  $\Omega_1/\Omega_2$  du prisme (Figure II.B.2.-1.). Dans la limite du faible saturation  $s \ll 1$  son module croît en fonction du module carré de l'amplitude du champ électrique de l'onde évanescente  $E_2$ . Elle est dans cette limite proportionnelle à l'intensité du faisceau laser incident.

## b. Bilan d'énergie

### α. Potentiel répulsif

Un point de vue utile pour analyser la dynamique de l'atome au cours de la réflexion est de faire un bilan d'énergie. Cela permet d'étudier la transformation d'énergie cinétique du mouvement du centre de masse de l'atome en énergie potentielle quand l'atome pénètre dans l'onde évanescente. Pour cela nous utilisons le fait que la force dipolaire  $F_2$  dérive d'un potentiel  $U$  (potentiel dipolaire) qui s'écrit sous la forme [CDG 89]:

$$U = \frac{\hbar \delta_L}{2} \log(1+s) \quad (\text{II.B.2.-9.})$$

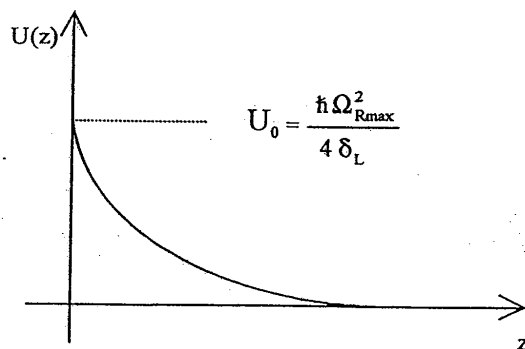


Figure II.B.2.-2. Potentiel dipolaire  $U(z)$  en fonction de  $z$  pour un désaccord  $\delta_L$  positif, dans la limite  $\delta_L \gg \Omega_R \gg \Gamma$ .

Le signe du désaccord  $\delta_L$  détermine si le potentiel dipolaire est positif ou négatif. Dans le cas d'un désaccord "bleu",  $\delta_L > 0$ , le potentiel  $U$  est positif et décroît en fonction de la distance  $z$  au prisme. La force dipolaire  $F_2$  qui dérive du potentiel  $U$  repousse de ce fait les atomes du dioptre, en direction  $e_z$ .

Pour analyser la dépendance du potentiel dipolaire  $U$  en fonction de la distance  $z$  plus en détail, revenons sur l'expression (II.B.2.-9.) et plaçons nous dans la limite d'un désaccord  $\delta_L$  grand devant la fréquence de Rabi  $\Omega_R$  et d'une fréquence de Rabi plus élevée que la largeur naturelle  $\Gamma$  de l'état excité:

$$\delta_L \gg \Omega_R \gg \Gamma \quad (\text{II.B.2.-10.})$$

De (II.B.2.-10.) on déduit que le paramètre de saturation est petit devant 1:

$$s \ll 1 \quad (\text{II.B.2.-11.})$$

Dans cette limite, le potentiel  $U$  devient équivalent au déplacement lumineux du niveau fondamental de l'atome [CDG 89]:

$$U \cong \frac{\hbar \delta_L s}{2} \cong \frac{\hbar \Omega_R^2}{4 \delta_L} \quad (\text{II.B.2.-12.})$$

Toujours dans la limite  $\delta_L \gg \Omega_R \gg \Gamma$  et a cause de la décroissance exponentielle de la fréquence de Rabi le long  $e_z$ , la dépendance du potentiel dipolaire  $U$  en fonction de la distance  $z$  du dioptre s'écrit avec (II.B.2.-12.) sous la forme:

$$U(z) \cong U_0 e^{-2kb_2 z} \quad (\text{II.B.2.-13.})$$

où  $U_0$  désigne la valeur du potentiel au niveau du dioptre à  $z = 0$ :  $U_0 = \hbar \Omega_{R \max}^2 / 4 \delta_L$ . Dans la Figure II.B.2.-2. est tracé l'allure du potentiel dipolaire en fonction de  $z$  dans la limite  $\delta_L \gg \Omega_R \gg \Gamma$ . Le potentiel  $U$  décroît selon  $e_z$  avec une longueur de décroissance, donnée par  $(2kb_2)^{-1}$ . Comme  $(kb_2)^{-1}$  est de l'ordre de la longueur d'onde optique il s'ensuit avec (II.B.2.-13.) que la valeur de  $U$  est non négligeable seulement à proximité immédiate de l'interface du prisme. Elle devient insignifiante à une distance de quelques longueurs d'onde.

### β. Amplitude maximale

L'amplitude maximale du potentiel  $U_0$  au niveau de l'interface du prisme dépend de la fréquence de Rabi  $\Omega_{R\max}$  à  $z=0$ . Celle-ci s'exprime en fonction de l'intensité  $I_1$  du faisceau incident par l'intermédiaire du coefficient de Fresnel  $t_{12}$  par l'expression suivante:

$$\Omega_{R\max}^2 = \frac{\Gamma^2 n_2}{2 n_1} |t_{12}|^2 \frac{I_1}{I_{sat}} \quad (\text{II.B.2.-14.})$$

où  $I_{sat}$  représente l'intensité de saturation de la transition. Pour la transition considérée (la raie  $D_2$  du Rubidium)  $I_{sat}$  vaut  $1.65 \text{ mW/cm}^2$  et la largeur naturelle de l'état excité correspond à  $\Gamma = 2\pi * 6 \text{ MHz}$ .

Dans la limite  $\delta_L \gg \Omega_R \gg \Gamma$ , le potentiel au niveau du dioptre s'écrit donc sous la forme:

$$U_0 = \hbar \Gamma \frac{1}{8} \frac{\Gamma n_2}{\delta_L n_1} |t_{12}|^2 \frac{I_1}{I_{sat}} \quad (\text{II.B.2.-15.})$$

Dans ce qui suit, nous allons analyser la réflexion d'abord en terme d'énergie. Nous en déduisons ensuite la limite que cette dépendance impose sur la hauteur de chute  $h$  de l'atome.

### γ. Réflexion de l'atome par le potentiel dipolaire

Considérons un atome avec énergie totale  $E_{tot}$ , venant de  $z > 0$  et se propageant vers l'interface  $\Omega_1/\Omega_2$ . L'énergie totale de l'atome  $E_{tot}$  est supposée plus petit que  $U_0$ . La situation est montrée dans la Figure II.B.2.-3. Loin de l'interface  $\Omega_1/\Omega_2$ , à une distance de l'ordre de quelques  $(kb_2)^{-1}$ , le potentiel dipolaire est négligeable et l'atome se propage librement. Dès que l'atome entre dans l'onde évanescente, il va voir le

potentiel dipolaire  $U$ , variant brusquement sur une échelle de l'ordre de la longueur d'onde optique, atteignant sa valeur maximale au niveau du dioptre. Très rapidement l'atome va monter la colline de potentiel, en transformant son énergie cinétique en énergie potentielle de ses degrés de liberté internes. Il s'arrête au point de rebroussement  $z_0$  quand toute son énergie cinétique est transformée en énergie potentielle,  $E_{tot} = U(z_0)$ . La force dipolaire le repoussant du dioptre il va redescendre la colline de potentiel, en reconvertissant son énergie de nouveau en énergie cinétique. A la sortie de l'onde évanescente, à une distance de l'ordre de quelques  $(kb_2)^{-1}$ , son énergie est égale à son énergie cinétique initiale mais sa vitesse suivant  $e_z$  a changé le signe: il est ainsi réfléchi.

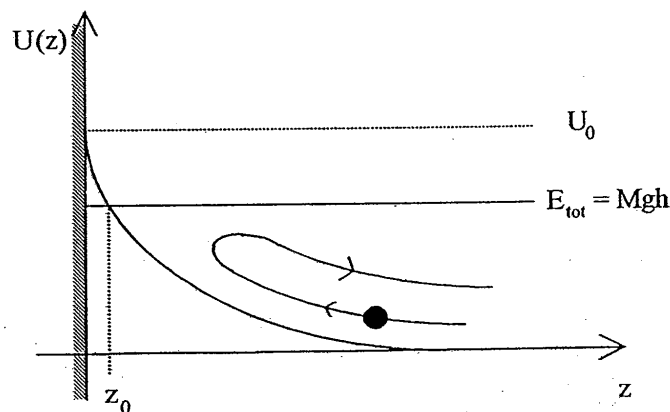


Figure II.B.2-3. Réflexion de l'atome par le potentiel dipolaire de l'onde évanescente. A l'intérieur de l'onde évanescente, l'atome convertit son énergie cinétique en énergie potentielle. Au point de rebroussement  $z_0$ , quand son énergie totale  $E_{tot}$  est égale au potentiel dipolaire  $U(z_0)$ , l'atome fait demi-tour. En sortant de l'onde évanescente, il reconvertit de nouveau son énergie potentielle en énergie cinétique.

Dans le cas, où l'énergie totale  $E_{tot}$  de l'atome est plus grande que l'amplitude maximale du potentiel dipolaire au niveau du dioptre  $U_0$ , l'atome va monter la colline de potentiel et finir par toucher l'interface  $\Omega_1/\Omega_2$ . Il est ensuite ou bien adsorbé par la surface du dioptre ou bien réfléchi d'une manière diffuse. Pour garantir une réflexion sans que l'atome touche l'interface  $\Omega_1/\Omega_2$ , il faut donc que  $E_{tot} \leq U_0$ . En tenant compte de l'énergie potentielle du champ de pesanteur  $E_{pes}(z) = Mgz$  dans le bilan d'énergie, l'énergie totale  $E_{tot}$  s'écrit sous la forme:

$$E_{tot} = U(z) + E_{cin}(z) + E_{pes}(z) \quad (\text{II.B.2.-16.})$$

avec  $E_{cin}(z)$  représentant le terme d'énergie cinétique  $E_{cin}(z) = Mv_z^2/2$ . Pour une réflexion sans que l'atome touche l'interface  $\Omega_1/\Omega_2$ , la condition de réflexion s'écrit simplement sous la forme:

$$Mgh \leq U_0 \quad (\text{II.B.2.-17.})$$

où  $h$  est le point de départ de l'atome,  $Mgh = E_{tot}$ .

• Application numérique:

Prenons le cas de Rubidium: sa masse vaut  $M = 1.4 * 10^{-25}$  kg, la longueur d'onde de la transition  $D_2$  correspond à  $\lambda = 780$  nm et la largeur naturelle de l'état excité vaut  $\Gamma = 2\pi * 6$  MHz. Avec un indice de réfraction des milieux  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  de  $n_1 = 1.9$  et  $n_2 = 1$  respectivement et une intensité du faisceau laser incident correspondant à  $I_1 = 1.6$  W/cm<sup>2</sup> la fréquence de Rabi au niveau de l'interface  $\Omega_1/\Omega_2$  vaut  $\Omega_{R\max} = 26$  Γ. Avec un désaccord de  $\delta_L = 100$  Γ, soit  $2\pi * 600$  MHz, on en déduit un paramètre de saturation  $s = 0.03$ . Les conditions (II.B.2.-10.) et (II.B.2.-11.) sont donc bien satisfaites et les expressions (II.B.2.-13.) et (II.B.2.-15.) du potentiel dipolaire valables. La hauteur du chute la plus élevée sans que les atomes touchent l'interface du prisme correspond dans ce cas à  $h = 0.5$  cm.

• Remarque

On voit dans l'expression (II.B.2.-15.) que le potentiel  $U_0$  est d'une part inversement proportionnel au désaccord  $\delta_L$ , et varie d'autre part linéairement avec l'intensité du faisceau laser incident  $I_1$ . Considérons le cas où l'atome est lâché d'une hauteur  $h$  tel qu'il est tout juste réfléchi par le potentiel dipolaire:  $Mgh = U_0$ . Pour assurer la réflexion et pour garder la même valeur du potentiel au niveau de l'interface  $U_0$  il faudrait donc compenser une augmentation du désaccord par une intensité  $I_1$  plus forte. L'intérêt d'augmenter le désaccord est lié à la diminution de la probabilité d'émission spontanée qui varie avec le désaccord selon  $1/\delta_L$ . Cela sera discuté plus en détail dans la partie II.C.

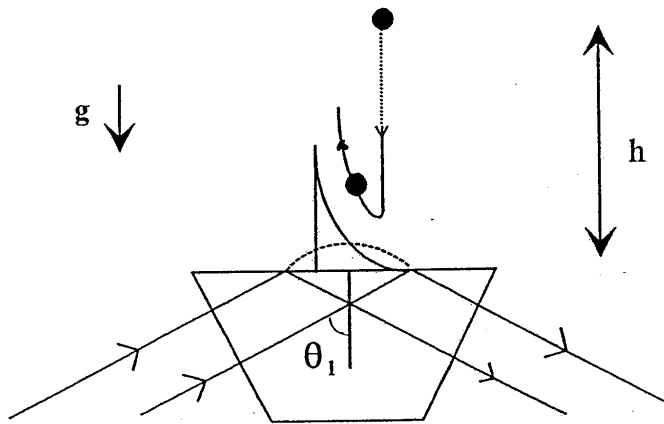


Figure II.B.2.-4. Schéma de la réflexion d'atomes en incidence normale. Les atomes tombent à partir de la hauteur de chute  $h$  verticalement dans le champ de pesanteur en direction du prisme. En pénétrant dans l'onde évanescente leur vitesse le long  $e_z$  est inversée par la force dipolaire  $F_2$ . Si leur énergie potentielle de départ  $Mgh$  est inférieure au potentiel dipolaire au niveau du dioptre  $U_0$ , ils sont réfléchis.



### 3. Cinématique

#### a. L'atome considéré comme particule classique

##### α. Problème à une dimension

A proximité du dioptre, la dynamique de l'atome pendant la réflexion est déterminée par l'Hamiltonien  $H$ , s'écrivant sous la forme:

$$H = \frac{p_z^2}{2M} + U_0 e^{-2kb_2 z} \quad (\text{II.B.3.-1.})$$

Dans (II.B.3.-1.),  $p_z$  est l'impulsion de l'atome suivant  $e_z$  et  $M$  sa masse. Le premier terme décrit l'énergie cinétique de l'atome et le deuxième terme est le potentiel dipolaire selon (II.B.2.-13.). Proche de l'interface  $\Omega_1/\Omega_2$ , à une distance  $z$  de l'ordre de la longueur d'onde optique, le potentiel de l'atome dans le champ de pesanteur  $Mgz$  est négligeable devant le terme représentant l'énergie cinétique  $p_z^2/2M$ . Nous n'en tenons donc pas compte dans (II.B.3.-1.).

En considérant l'atome comme particule classique, il découle de (II.B.3.-1.) une équation différentielle pour la position  $z$  de l'atome:

$$\ddot{z} = 2kb_2 \frac{U_0}{M} e^{-2kb_2 z} \quad (\text{II.B.3.-2.})$$

De (II.B.3.-2.) on déduit la trajectoire parcouru par la particule pendant la réflexion [Opat 92, Henkel 94]:

$$z(t) = z_0 + (kb_2)^{-1} \ln \cosh \left( \frac{t}{t_{refl}} \right) \quad (\text{II.B.3.-3.})$$

où dans (II.B.3.-3.) la constante  $z_0$  vaut:

$$z_0 = \frac{1}{2kb_2} \ln \left( \frac{U_0}{p_{z\infty}^2 / 2M} \right) \quad (\text{II.B.3.-4.})$$

Elle représente le point de rebroussement de l'atome dans l'onde évanescente quand la particule fait demi-tour et sa vitesse  $v_z$  change le signe. Avec le choix d'origine du temps retenu, le point de rebroussement est atteint à  $t = 0$ . Sa position dépend d'après (II.B.3.-4.) de l'impulsion initiale de l'atome  $p_{z\infty}$  loin de la zone d'interaction, de la valeur du potentiel dipolaire au niveau de l'interface du prisme  $U_0$  et de la longueur de décroissance  $(kb_2)^{-1}$  de l'onde évanescente dans le milieu  $\Omega_2$  (voir Figure II.B.2.-3.).

La durée de la réflexion de l'atome est d'après (II.B.3.-3.) de l'ordre de  $t_{refl}$ , qui vaut explicitement:

$$t_{refl} = \frac{M}{kb_2 p_{z\infty}} \quad (\text{II.B.3.-5.})$$

Elle est de l'ordre du temps que passe l'atome dans la zone d'interaction, qui est déterminé par l'étendue caractéristique de l'onde évanescente dans le vide  $(kb_2)^{-1}$  et de la vitesse de l'atome dans les régions asymptotiques  $p_{z\infty}/M$ .

Loin de l'interface, à  $z \gg (kb_2)^{-1}$ , l'atome se propage librement à vitesse  $p_{z\infty}/M$  constante. En entrant dans le potentiel de l'onde évanescente la trajectoire de l'atome est déviée. Après la réflexion et en quittant la zone d'interaction l'atome se propage de nouveau à vitesse constante. Le parcours de l'atome à travers l'onde évanescente en fonction du temps est dessiné dans la Figure II.B.3.-1. Loin de la zone d'interaction le parcours de l'atome entre dans un régime où sa trajectoire en fonction du temps est décrite asymptotiquement par une droite. L'expression de la trajectoire asymptotique de l'atome est explicitement donnée par:

$$t \rightarrow \pm \infty: z(t) = z_0 - (kb_2)^{-1} \ln 2 \pm \frac{t}{t_{refl}} \quad (\text{II.B.3.-6.})$$

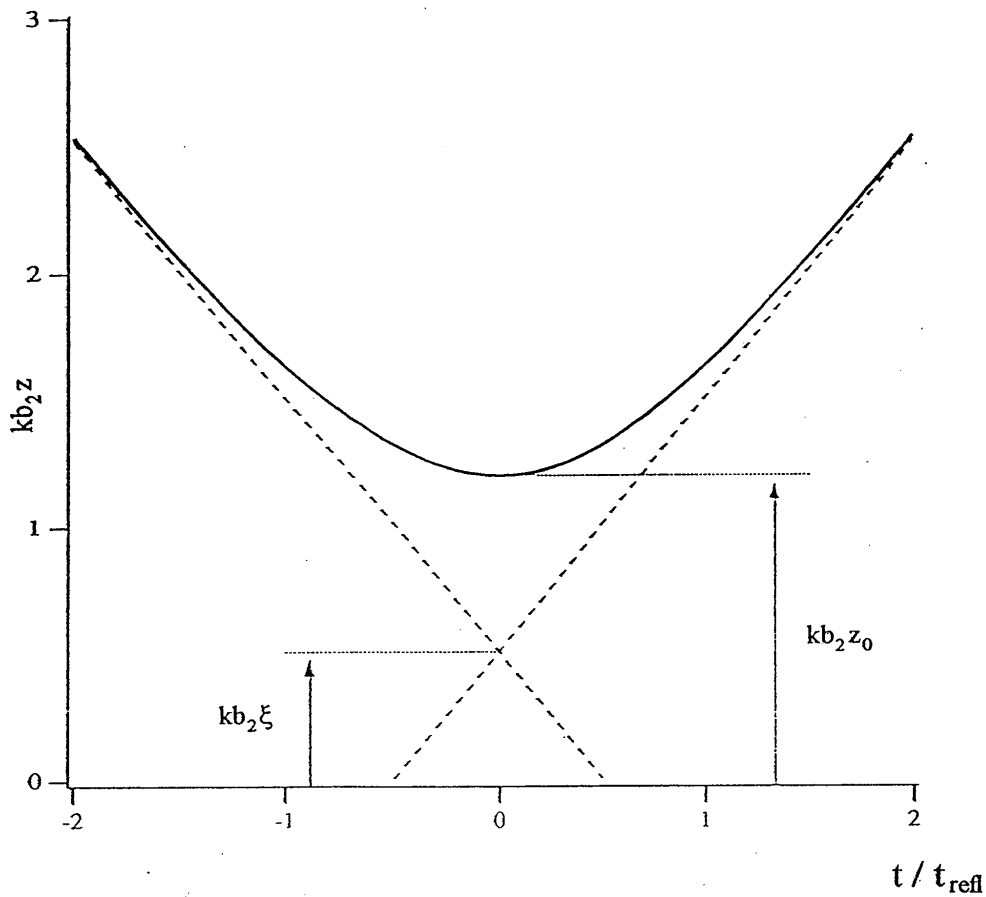


Figure II.B.3.-1. Evolution temporelle de la trajectoire de l'atome considéré comme particule classique. A  $t = 0$  l'atome atteint le point de rebroussement  $z_0$  où sa vitesse  $v_z$  change le signe. On a tracé les trajectoires asymptotiques de l'atome loin de la zone d'interaction. Les tangentes des trajectoires asymptotiques correspondent dans l'analogie de l'optique géométrique aux rayons lumineux d'une onde électromagnétique réfléchié par un miroir métallique fictif situé à  $z = \xi$ . Le miroir fictif est situé plus près de l'interface que le point de rebroussement de l'atome. La différence dépend uniquement de la longueur de décroissance  $(kb_2)^{-1}$  de l'onde évanescente dans le milieu  $\Omega_2$ .

Les tangentes aux trajectoires asymptotiques de la particule sont tracées dans la Figure II.B.3.-1. On voit qu'elles se croisent à une position  $\xi$  plus proche de l'interface  $\Omega_1/\Omega_2$  que le point de rebroussement de l'atome dans l'onde évanescente. Explicitement, elle s'exprime en fonction du point de rebroussement  $z_0$  et de la longueur de décroissance de l'onde évanescente  $(kb_2)^{-1}$  comme:

$$\xi = z_0 - \frac{\ln 2}{kb_2} \quad (\text{II.B.3.-7.})$$

La trajectoire de l'atome le long des tangentes asymptotiques peut s'interpréter comme le parcours d'une particule d'impulsion  $\pm p_{z\infty}$  constante qui est réfléchi par une barrière infinie à la position  $\xi$ . C'est l'équivalent de l'optique géométrique: des tangentes représentent des rayons lumineux qui sont réfléchis par un miroir métallique fictif placé à la position  $\xi$ . Par rapport à  $z_0$  le miroir fictif est situé plus près de l'interface par une quantité indépendante de l'impulsion initiale  $p_{z\infty}$  de la particule. Notons que par l'intermédiaire de  $z_0$  la position  $\xi$  du miroir fictif dépend de l'impulsion initiale  $p_{z\infty}$  de l'atome. Il est donc dispersif en vitesse.

### β. Problème à deux dimensions

Si on regarde le problème à deux dimension en admettant que l'atome peut se propager également le long de l'axe  $e_x$ , on trouve - fait de l'invariance par translation de l'Hamiltonien  $H$  le long  $e_x$  - que l'impulsion  $p_x$  est conservée:

$$p_x = p_\infty \sin \varphi \quad (\text{II.B.3.-8.})$$

Dans (II.B.3.-8.)  $p_\infty$  désigne le module de l'impulsion initiale  $p_\infty$  de l'atome loin de la zone d'interaction et l'angle  $\varphi$  représente l'angle d'incidence de la particule pris entre la direction de l'impulsion totale  $p$  et la normale de l'interface  $\Omega_1/\Omega_2$ . Par conséquence, la position  $z$  s'exprime en fonction de la position  $x$  de la particule comme:

$$z(t) = z_0 + (kb_2)^{-1} \ln \cosh \left( \frac{x}{\frac{P_x}{M} t_{refl}} \right) \quad (\text{II.B.3.-9.})$$

où la position  $x$  est atteinte à un temps  $t$  tel que:

$$x = t \frac{P_x}{M} \quad (\text{II.B.3.-10.})$$

Avec le choix d'origine d'axes retenu, on suppose que l'atome est à  $x = 0$  au moment où il fait demi-tour dans l'onde évanescente, à  $z = z_0$ .

### b. Déphasage de la fonction d'onde atomique

En dépassant l'approche dans laquelle on considère l'atome comme une particule classique parcourant une trajectoire classique déterminée par l'équation de mouvement (II.B.2.-2.), nous allons décrire l'atome par une fonction d'onde à laquelle est associée une phase qui évolue au cours du temps. Sans interaction la phase de la fonction d'onde atomique évolue uniformément. Lorsque l'atome entre dans le potentiel de l'onde évanescente l'évolution de sa phase diffère de celle d'une particule libre en l'absence d'un potentiel extérieur. Après la traversée de l'onde évanescente et en sortant du potentiel, l'atome a donc accumulé une phase supplémentaire par rapport à l'atome ayant évolué librement. Le but de cette section est d'analyser le déphasage supplémentaire plus en détail.

Dans le cas d'une onde évanescente il est possible de calculer explicitement le déphasage de l'atome lors de la réflexion [Henkel 94]. Dans ce qui suit nous nous limitons à un calcul perturbatif en nous servant de l'approximation WKB. Nous allons vérifier à la fin du calcul dans quelle mesure cet approximation est valable.

• Remarque

Le déphasage que l'atome subit lors de la réflexion par l'onde évanescente est crucial à connaître si on veut implanter le miroir dans un interféromètre atomique: l'allure des franges d'interférence à la sortie de l'interféromètre est déterminée par la phase accumulée par l'atome pendant la réflexion [Balykin 89, Mlynek 92, Wallis 92].

Dans ce qui suit nous comparons la phase que l'atome accumule au cours de la réflexion par l'onde évanescente avec celle accumulée par une onde plane réfléchi sur une barrière infinie situé au niveau de la base du prisme. Ce choix de repère pour la barrière infinie est en quelque sorte arbitraire. Mais il a l'avantage que sa position ne dépend pas de l'impulsion incident  $p_{z\infty}$  de l'atome, à la différence du cas où on situe la barrière infinie à la position du croisement des trajectoires asymptotiques de l'atome (voir Figure II.B.3.-1.). Le déphasage  $\Delta\phi$ , défini comme différence de phase entre un atome suivant la trajectoire classique et un atome réfléchi par la barrière infinie au niveau du dioptré, est donné - loin de la zone d'interaction - par l'expression [Henkel 94, Opat 92]:

$$z \rightarrow \infty: \Delta\phi = \frac{\pi}{4} + \frac{p_{z\infty}}{\hbar k b_2} \left( 1 + \ln \left( \frac{\sqrt{2MU_0}}{2p_{z\infty}} \right) \right) \quad (\text{II.B.3.-11.})$$

où la fonction d'onde atomique dans cette région s'écrit sous la forme:

$$z \rightarrow \infty: \psi(z) = A \sin \left( \frac{p_{z\infty}}{\hbar} z + \Delta\phi \right) \quad (\text{II.B.3.-12.})$$

Dans l'expression (II.B.3.-12.), A est une constante désignant l'amplitude de la fonction d'onde.

On voit à partir de (II.B.2.-12.) qu'en négligeant la différence de phase  $\Delta\phi$ , la fonction d'onde  $\psi(z)$  correspond à la superposition des deux ondes planes: une onde entrante et une onde sortante dont les vecteurs d'onde sont respectivement donnés par  $k_{z\infty}^e = -\frac{p_{z\infty}}{\hbar}$  et  $k_{z\infty}^s = +\frac{p_{z\infty}}{\hbar}$ . Le premier terme dans l'argument du membre à droite de

l'équation (II.B.3.-12.) décrit donc la phase accumulée par une particule libre réfléchie instantanément à  $z = 0$ .

Quant au deuxième terme du membre de droite de l'équation (II.B.3.-12.), il décrit le déphasage supplémentaire  $\Delta\varphi$ , accumulé par la particule pendant la traversée de l'onde évanescente qui s'ajoute à la phase de l'évolution libre. L'ordre de grandeur de  $\Delta\varphi$  - à part le facteur  $\pi/4$  - est d'après (II.B.3.-11.) donné par la quantité  $p_{z\infty}/(\hbar kb_2)$ . Cette quantité peut s'interpréter comme le déphasage  $k_{z\infty}(kb_2)^{-1}$  accumulé par une onde plane avec vecteur d'onde de module  $k_{z\infty} = p_{z\infty}/\hbar$  à travers le champ électrique de l'onde évanescente dont l'étendue vaut  $(kb_2)^{-1}$ .

Interprétons le déphasage  $\Delta\varphi$  encore d'un autre point de vue. En écrivant  $\Delta\varphi$  sous la forme:

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{4} - \frac{p_{z\infty}}{\hbar} \eta \quad (\text{II.B.3.-13.})$$

où la longueur  $\eta$  est donnée par:

$$\eta = (kb_2)^{-1} + \xi. \quad (\text{II.B.3.-14.})$$

la fonction d'onde de l'atome  $\psi(z)$  peut s'écrire également sous la forme:

$$z \rightarrow \infty: \psi(z) = A \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{p_{z,\infty}}{\hbar}(z - \eta)\right) \quad (\text{II.B.3.-15.})$$

Avec (II.B.3.-15.), la fonction d'onde de l'atome - loin de la zone d'interaction - se révèle équivalent à une onde plane subissant une réflexion instantanée par une barrière infinie situé à la position  $\eta$ . Le déphasage lors de la réflexion par cette barrière vaut simplement  $\pi/4$ .

Notons finalement que l'approximation WKB est valable tant que la longueur d'onde de de Broglie est petite devant la distance  $\Delta z$  sur laquelle le potentiel  $U$  varie considérablement:

$$\frac{\Delta p_z}{p_z} \ll \frac{\Delta z}{\lambda_{dB}} \quad (\text{II.B.3.-16.})$$

Dans (I.B.3.-16.)  $\Delta p_z$  correspond à la variation de l'impulsion de l'atome le long l'axe  $e_z$  due à la variation du potentiel dipolaire  $U$  sur la distance  $\Delta z$ .

Avec les valeurs de la partie II.B.2. et une hauteur de chute de  $h=1\text{ cm}$  on calcule une longueur de décroissance de l'onde évanescente dans le milieu  $\Omega_2$  de  $(kb_2)^{-1}=140\text{ nm}$  et une vitesse de l'atome au niveau de l'interface de  $v_z=45\text{ cm/sec}$  correspondant à une longueur d'onde de de Broglie qui vaut  $\lambda_{dB}=10\text{ nm}$ . On en déduit que  $\lambda_{dB} \ll (kb_2)^{-1}$ . C'est le régime où la condition de validité (II.B.2.-16.) de l'approximation WKB est satisfaite.



## C. Emission spontanée

Jusqu'à présent, le processus de la réflexion de l'atome a été étudié sous son aspect classique. Mis à part le calcul du déphasage de la fonction d'onde atomique après la réflexion, l'atome a été considéré comme une particule classique dont la trajectoire a été calculée à partir d'une équation différentielle pour la position de la particule.

En dépassant l'approche classique nous étudions dans cette partie les phénomènes liés à l'émission spontanée. En particulier, nous calculons la probabilité pour que l'atome émette un photon spontané pendant la réflexion et nous analysons cette expression dans l'intention de rendre cette probabilité la plus petite possible: en effet, l'émission d'un photon spontané par l'atome provoque un changement brusque de l'évolution de la phase atomique et donc une perte de cohérence. D'autre part, en quittant l'état excité, l'atome peut tomber avec une certaine probabilité dans un état qui, pour le même désaccord, l'accélère vers des zones de haute intensité, c'est-à-dire vers le dioptre. Au lieu d'être repoussé, l'atome est dans ce cas attiré par l'onde évanescente en direction du prisme. Pour éviter ces phénomènes, on cherche donc à supprimer au maximum l'émission spontanée. La probabilité d'une émission spontanée par rebond et sa minimisation sont discutées dans la partie II.C.1.

Dans le cas d'une deuxième émission spontanée l'atome quitte de nouveau son état avec l'alternative entre deux états d'arrivée: il peut retomber dans l'état attractif pour continuer son chemin vers le dioptre; ou il arrive dans l'état de départ, auquel cas il est de nouveau repoussé du miroir. De ces états il peut encore partir ... et ainsi de suite. L'atome éprouve de cette manière les fluctuations de la force dipolaire. De plus, au-delà de ces fluctuations, l'atome subit les reculs du photon de fluorescence. Les changements d'impulsion due à l'émission du photon de fluorescence s'ajoutent aux fluctuations de la force dipolaire. L'atome, subissant les fluctuations de ces deux forces au cours de la réflexion, peut ainsi s'écarter de la trajectoire classique calculée dans la partie II.B.3. Les fluctuations d'impulsion de l'atome au cours de la réflexion seront discutées dans la partie II.C.2.



# 1. Perte de la cohérence

## a. Probabilité d'émission spontanée par rebond

Dans cette partie, nous estimons la probabilité pour que l'atome émette un photon spontané au cours de la réflexion pendant la traversée de l'onde évanescente.

La trajectoire de l'atome en l'absence d'émission spontanée a été calculée dans la partie II.B.3. Pour évaluer la probabilité  $N$  d'une émission spontanée par rebond, nous partons de l'expression de la probabilité d'émission spontanée par unité de temps  $dN/dt$  à un endroit fixe de la trajectoire de l'atome. Celle-ci s'écrit sous la forme:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{\Gamma}{2} \frac{s(z)}{1+s(z)} \quad (\text{II.C.1.-1.})$$

où  $s$  est le paramètre de saturation  $s = \Omega_R^2(z)/2/(\delta_L^2 + \Gamma^2/4)$ . La valeur de  $s$  dépend de la position  $z$  de l'atome dans l'onde évanescente. En sommant l'expression (II.C.1.-1.) sur toutes les positions occupées par l'atome au cours de la traversée de l'onde évanescente, on obtient la probabilité totale  $N$  que l'atome émette un photon pendant la réflexion [Kasevich 90, Desbiolles 93]:

$$N = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Gamma}{2} \frac{s(z)}{1+s(z)} \frac{dz}{v_z} \quad (\text{II.C.1.-2.})$$

En se servant de la relation  $ds = -2\kappa s dz$ , la formule (II.C.1.-2.) s'écrit également sous la forme:

$$N = \Gamma \sqrt{\frac{M}{\hbar \delta_L}} \frac{1}{(-2\kappa b_2)} \int_0^{s(z_0)} \frac{1}{1+s} \left[ \ln \left\{ \frac{1+s(z_0)}{1+s} \right\} \right]^{-\frac{1}{2}} ds \quad (\text{II.C.1.-3.})$$

où nous avons utilisé la loi de conservation de l'énergie qui implique que:

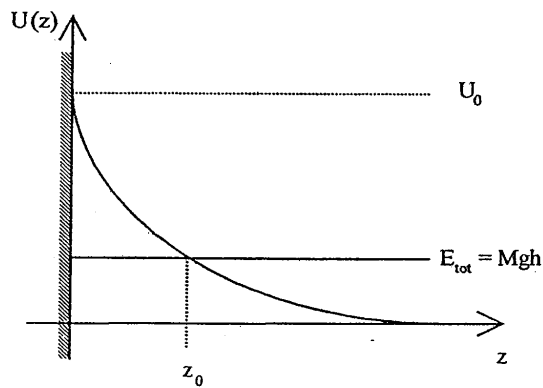
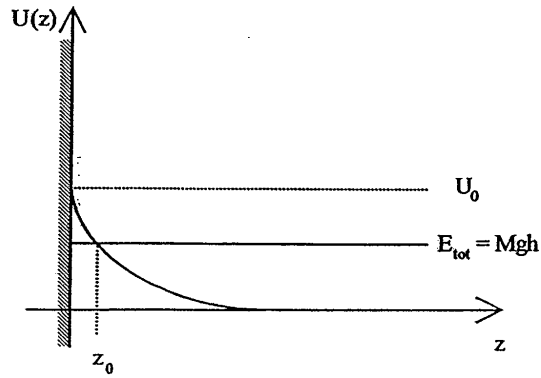
$$\frac{1}{2} M v_z^2 + \frac{\hbar \delta_L}{2} \ln(1+s) = \frac{\hbar \delta_L}{2} \ln(1+s(z_0)) = Mgh \quad (\text{II.C.1.-4.})$$

avec  $z_0$  le point de rebroussement de l'atome dans l'onde évanescente. En évaluant l'intégrale (II.C.1.-3.) on obtient finalement:

$$N = \frac{\Gamma}{\delta_L} \frac{M \sqrt{2gh}}{\hbar k b_2} \quad (\text{II.C.1.-5.})$$

• Remarque

1. L'expression (II.C.1.-5.) est valable uniquement si la probabilité pour que l'atome émette un photon spontané est faible,  $N \ll 1$ . Sinon, l'atome peut tomber pendant la réflexion dans un état dont le potentiel associé diffère du potentiel utilisé dans la formule (II.C.1.-4.). Dans ce cas l'expression (II.C.1.-3.) ne s'applique plus.
2. La probabilité d'une émission spontanée par unité de temps à un endroit fixe de la zone d'interaction est proportionnelle à  $1/\delta_L^2$  (voir l'équation (II.C.1.-1.) dans la limite  $s \ll 1$ ). La raison pour laquelle la probabilité d'émission spontanée par réflexion suit une loi en  $1/\delta_L$  provient de l'intégrale sur la trajectoire de l'atome (II.C.1.-2.) qui dépend du désaccord.
3. L'expression (II.C.1.-5.) de  $N$  est indépendante de l'intensité du faisceau laser incident. Ceci vient du fait que le potentiel associé à l'onde évanescente décroît exponentiellement en fonction de  $z$ . Par conséquent, une augmentation du potentiel  $U_0$  au niveau du dioptré va éloigner le point de rebroussement  $z_0$  de l'interface. Mais elle ne modifie ni le temps d'interaction ni la forme du potentiel vu par l'atome au cours de la réflexion (Figure II.C.1.-1.).



**Figure II.C.1.-1.** Potentiel dipolaire  $U(z)$  pour deux amplitudes  $U_0$  différentes. En augmentant  $U_0$  le point de rebroussement de l'atome  $z_0$  s'éloigne de l'interface  $\Omega_1/\Omega_2$ , mais le taux de départ de l'atome de l'état excité au point de rebroussement  $\Gamma'$  et le temps d'interaction avec l'onde évanescente  $2t_{refl} = 2/(kb_2v_{z0})$  restent inchangés dans le deux cas. La probabilité d'émission spontanée  $N$  par réflexion n'est donc pas modifiée.

En désignant par  $v_{z0}$  la vitesse acquise par l'atome au niveau du dioptre en l'absence du potentiel dipolaire après la chute libre à partir de la hauteur  $h$ , l'expression (II.C.1.-5.) s'écrit à l'aide de la relation  $\sqrt{2gh} = v_{z0}$  également sous la forme:

$$N = \frac{\Gamma M v_{z0}}{\delta_L \hbar k b_2} \quad (\text{II.C.1.-6.})$$

Au lieu d'exprimer la probabilité d'émission spontanée par rebond  $N$  en fonction de la hauteur de chute  $h$ , on peut à partir de la formule (II.C.1.-6.) également décrire la probabilité  $N$  en fonction du déplacement lumineux de l'atome et de la vitesse  $v_{z0}$ . Plus précisément, avec la loi de conservation d'énergie:

$$\frac{\hbar \Omega_R^2(z_0)}{4\delta_L} = \frac{1}{2} M v_{z0}^2 \quad (\text{II.C.1.-7.})$$

la probabilité de l'émission spontanée par rebond  $N$  se met sous la forme:

$$N = \frac{\Gamma \Omega_R^2(z_0)}{2 \delta_L^2} \frac{2}{\hbar k b_2 v_{z0}} \quad (\text{II.C.1.-8.})$$

L'interprétation de la formule (II.C.1.-8.) est la suivante: l'expression  $\frac{\Gamma \Omega_R^2(z_0)}{2 \delta_L^2} = \Gamma'$  correspond dans la limite  $\delta_L \gg \Omega_R \gg \Gamma$  au taux d'émission spontanée au point de rebroussement de l'atome dans l'onde évanescente  $z = z_0$  (voir (II.C.1.-1.)). Cette probabilité est multipliée par le temps caractéristique passé par l'atome dans l'onde évanescente au cours d'un aller-retour qui est de l'ordre de  $2 / (\hbar k b_2 v_{z0})$ .

• Application numérique:

Partons d'une hauteur de chute  $h = 1 \text{ cm}$ . Avec une longueur de décroissance de l'onde évanescente  $(\hbar k b_2)^{-1} = 140 \text{ nm}$  et un désaccord  $\delta_L = 100 \Gamma$  on obtient une probabilité d'émission spontanée par réflexion  $N = 0.84$ .

Notons cependant que ce chiffre est trop grand pour reproduire correctement le taux d'émission spontanée par réflexion. D'après la Remarque 1. ci-dessus, à partir de  $N \approx 1$ , la trajectoire de l'atome n'est plus nécessairement décrite par le potentiel utilisé pour calculer le taux  $N$ . Nous étudierons sa trajectoire dans ce régime plus en détail dans la partie II.C.2.

## b. Analyse de la probabilité d'émission spontanée

Pour réfléchir l'atome d'une manière cohérente, on cherche à supprimer au maximum la probabilité d'une émission spontanée par rebond. Dans cette section nous analyserons les paramètres qui interviennent dans la probabilité d'émission spontanée par rebond  $N$  dans l'intention de la rendre la plus petite possible.

D'après l'expression (II.C.1.-5.), la probabilité d'émission spontanée par rebond croît linéairement avec la racine carrée de la hauteur de chute  $h$ . De plus, elle est proportionnelle à la constante de décroissance de l'onde évanescente  $(kb_2)^{-1}$  et inversement proportionnelle au désaccord  $\delta_L$ . Pour commencer, fixons la hauteur de chute  $h$  et la constante de décroissance  $(kb_2)^{-1}$  et portons notre attention sur le désaccord  $\delta_L$ .

### $\alpha$ . désaccord $\delta_L$

La probabilité d'une émission spontanée par réflexion  $N$  devient plus faible si le désaccord est grand. Plus la fréquence du laser est éloignée de la résonance atomique, plus la probabilité de porter l'atome dans l'état excité est faible. On évite ainsi l'émission spontanée. Notons cependant qu'en augmentant le désaccord, le déplacement lumineux de l'état fondamental de l'atome  $\hbar\Omega_R^2 / (4\delta_L)$  diminue. Si  $\delta_L$  a une valeur au-delà du désaccord maximal  $\delta_L^{\max}$ :

$$\delta_L^{\max} = \frac{\hbar\Omega_R^2}{4Mgh} \quad (\text{II.C.1.-9.})$$

pour lequel la condition de réflexion (II.B.2.-17.):

$$Mgh \leq \frac{\hbar\Omega_R^2}{4\delta_L} \quad (\text{II.C.1.-10.})$$

est assurée, l'atome touchera la surface du prisme. Il sera donc adsorbé ou réfléchi d'une manière diffuse. Pour assurer une réflexion de l'atome par le potentiel de l'onde évanescente sans que l'atome touche l'interface du prisme il faudrait donc choisir un désaccord inférieur au désaccord  $\delta_L^{\max}$ .

### **β. Probabilité d'émission spontanée par rebond en assurant la réflexion de l'atome**

En choisissant un désaccord  $\delta_L = \delta_L^{\max}$  tel que la réflexion de l'atome par l'onde évanescente est tout juste assurée, on réduit - à hauteur de chute  $h$  fixe - la probabilité d'émission spontanée par rebond à une valeur  $N_{\min}$  donnée par:

$$N_{\min} = 4 \frac{Mgh}{\hbar\Omega_R} \frac{\Gamma}{\Omega_R} \frac{M\sqrt{2gh}}{\hbar kb_2} \quad (\text{II.C.1.-11.})$$

Dans (II.C.1.-11.) on remarque la dépendance de la probabilité  $N_{\min}$  en fonction de la longueur de décroissance de l'onde évanescente  $(kb_2)^{-1}$ . On constate de plus que  $N_{\min}$  est inversement proportionnel au carré de la fréquence de Rabi  $\Omega_R$ . Nous commenterons d'abord la dépendance en fonction de la longueur de décroissance  $(kb_2)^{-1}$  (partie  $\gamma$ .), puis nous étudierons la dépendance en fonction du carré de la fréquence de Rabi  $\Omega_R^2$  (partie  $\delta$ .). Nous présenterons finalement le procédé pour fixer les différents paramètres dans le but de diminuer au maximum l'émission spontanée par réflexion (partie  $\epsilon$ .).

### **γ. Longueur de décroissance de l'onde évanescente**

D'après la formule (II.C.1.-11.), plus l'onde évanescente décroît rapidement, plus la probabilité d'émettre un photon spontané par réflexion est faible. La longueur de décroissance de l'onde évanescente  $(kb_2)^{-1}$  est liée au temps passé par l'atome dans



la zone d'interaction par la relation  $t_{refl} = (kb_2)^{-1} / v_{z0}$  (voir (III.B.3.-5.)). Plus le potentiel dipolaire  $U$  est raide, plus le temps que l'atome séjourne dans l'onde évanescente est court et plus la possibilité que l'atome soit porté dans l'état excité dans l'onde évanescente et émette un photon spontané est faible. On a donc intérêt à disposer d'une onde évanescente dont le gradient est le plus fort possible.

• Remarque

L'étendue extrêmement réduite de l'onde évanescente au-dessus du prisme est un des avantages principaux de la réflexion d'atomes par l'onde évanescente. En effet, du fait de sa décroissance extrêmement rapide - avec une longueur de décroissance inférieure à la longueur d'onde optique - l'interaction entre l'atome et la lumière se limite à une zone à proximité immédiate du dioptre. Le temps d'interaction entre l'atome et le champ électrique très court diminue donc considérablement la probabilité d'émission spontanée par rebond.

En revenant sur l'expression de l'inverse de la longueur de décroissance, présentée dans la partie II.B.1.:

$$kb_2 = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{(n_1 \sin \vartheta_1)^2 - n_2^2} \quad (\text{II.C.1.-12.})$$

on constate que l'étendue type de l'onde évanescente  $(kb_2)^{-1}$  dépend - en plus de la longueur d'onde optique  $\lambda$  et des indices  $n_1$  et  $n_2$  du prisme et du milieu  $\Omega_2$  - de l'angle d'incidence  $\vartheta_1$ . En considérant la transition atomique (la longueur d'onde optique  $\lambda$ ) ainsi l'indice du prisme  $n_1$  et l'indice  $n_2$  du milieu  $\Omega_2$  comme fixes, nous étudions dans ce qui suit la dépendance du taux d'émission spontanée  $N_{\min}$  en fonction de l'angle d'incidence  $\vartheta_1$ .

Notons d'abord que l'angle d'incidence  $\vartheta_1$  intervient dans la probabilité  $N_{\min}$  en dehors de la longueur de décroissance  $(kb_2)^{-1}$  également par l'intermédiaire de la fréquence de Rabi  $\Omega_R$ . La fréquence de Rabi s'écrit en fonction de l'intensité du faisceau laser incident  $I_1$  sous la forme:

$$\Omega_R^2 = \frac{\Gamma^2 n_2}{2 n_1} |t_{12}|^2 \frac{I_1}{I_{sat}} \quad (\text{II.C.1.-13.})$$

où  $I_{sat}$  est l'intensité de saturation de la transition considérée,  $\Gamma$  la largeur de l'état excité et  $t_{12}$  le coefficient de transmission (coefficient de Fresnel) à l'interface  $\Omega_1 / \Omega_2$ . Comme le coefficient de Fresnel  $t_{12}$  dépend de l'angle d'incidence  $\vartheta_1$ , il en est de même pour la fréquence de Rabi  $\Omega_R$ . En séparant les termes de  $N_{min}$  qui dépendent de l'angle d'incidence  $\vartheta_1$ , la probabilité d'émission spontanée  $N_{min}$  s'écrit sous la forme:

$$N_{min} = \left\{ 4 \frac{M^2}{\hbar^2 \Gamma} (2gh)^{3/2} \frac{n_2 I_{sat}}{n_1 I_1} \right\} \frac{1}{|t_{12}(\vartheta_1)|^2 \kappa(\vartheta_1)} \quad (\text{II.C.1.-14.})$$

En retenant uniquement des termes qui dépendent explicitement de l'angle d'incidence  $\vartheta_1$  dans l'expression (II.C.1.-14.) on obtient:

$$N_{min} \propto \frac{1}{\cos^2 \vartheta_1 \sqrt{n_1^2 \sin^2 \vartheta_1 - n_2^2}} \quad (\text{II.C.1.-15.})$$

Le comportement de  $N_{min}$  en fonction de l'angle d'incidence  $\vartheta_1$  est tracé dans la Figure II.C.1.-2. On voit apparaître la compétition entre deux effets: un angle d'incidence proche de l'angle critique augmente le coefficient de transmission  $t_{12}$  (voir Figure II.B.1.-3.) ce qui fait augmenter selon la formule (II.C.1.-13.) la fréquence de Rabi  $\Omega_R$ . Une fréquence de Rabi élevée permet d'éloigner la fréquence du laser plus loin de la transition atomique, ce qui diminue la probabilité d'émission spontanée. En même temps, un angle d'incidence proche de l'angle critique augmente la longueur de décroissance de l'onde évanescente  $(kb_2)^{-1}$  dans le milieu  $\Omega_2$ . Une onde évanescente qui s'étale loin dans le milieu  $\Omega_2$  augmente le temps  $t_{refl} = (kb_2)^{-1} / v_{z0}$  que l'atome passe dans le champ électrique de l'onde évanescente, ce qui rend l'émission d'un photon spontané plus probable. En revanche, si l'angle d'incidence est loin de l'angle critique en s'approchant de la valeur  $\pi/2$ , l'argumentation s'inverse: dans ce cas la longueur de décroissance  $(kb_2)^{-1}$  est courte mais la fréquence de Rabi est faible aussi. Dans les deux cas, pour un angle d'incidence proche de l'angle critique et pour un angle d'incidence loin de l'angle critique, la probabilité d'une émission spontanée par rebond est de ce fait élevée. Entre ces deux régimes,  $N_{min}$  passe par un minimum, correspondant au meilleur compromis entre ces deux effets.

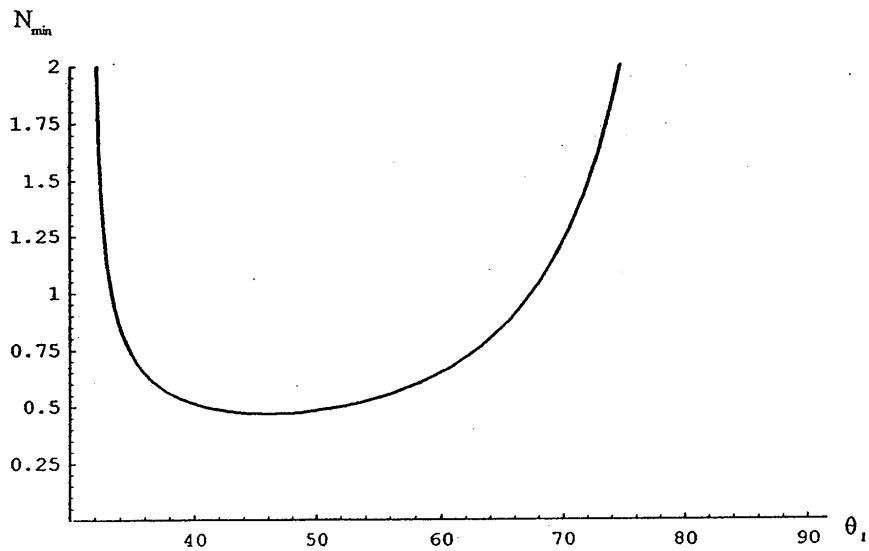


Figure II.C.1.-2. Probabilité d'émission spontanée par réflexion en fonction de l'angle d'incidence  $\theta_1$ . Le minimum de la courbe correspond au meilleur compromis entre une amplitude élevée de l'onde évanescente au niveau de l'interface  $\Omega_1/\Omega_2$  et une étendue faible de l'onde évanescente dans le milieu  $\Omega_2$ .

Pour la polarisation TE, ce minimum se situe explicitement à:

$$\sin \theta_{1\min} = \sqrt{\frac{n_1^2 + 2n_2^2}{3n_1^2}} \quad (\text{II.C.1.-16.})$$

Par exemple, pour des indices de réfraction du prisme et du milieu  $\Omega_2$ ,  $n_1 = 1.9$  et  $n_2 = 1$  respectivement, on obtient  $\vartheta_{1\min}^{TE} = 46^\circ$ .

#### $\delta$ . Intensité du faisceau incident

Si on fixe le désaccord  $\delta_L$  et l'angle d'incidence  $\vartheta_1$  selon les formules (II.C.1.-9.) et (II.C.1.-16.) respectivement, le taux d'émission spontanée par rebond  $N_{\min}$  - à hauteur de chute  $h$  constante - dépend de l'inverse du carré de la fréquence de Rabi  $\Omega_R$ . Comme le carré de la fréquence de Rabi croît linéairement avec l'intensité du faisceau laser incident  $I_1$ , il s'ensuit que  $N_{\min}$  est inversement proportionnel à  $I_1$ :

$$N_{\min} \propto \frac{1}{I_1} \quad (\text{II.C.1.-17.})$$

A taille du faisceau incident fixe, la probabilité d'émission spontanée est donc inversement proportionnelle à la puissance de la source laser:

$$N_{\min} \propto \frac{1}{P} \quad (\text{II.C.1.-18.})$$

Un moyen de réduire la probabilité d'émission spontanée est donc d'utiliser une source laser de forte puissance.

- Remarque

Un autre moyen d'augmenter la fréquence de Rabi à l'intérieur de l'onde évanescente - même à l'intensité du faisceau laser incident fixe - sera présenté dans le chapitre III. Nous y discutons une structure qui met en profit la réflexion multiple du champ électrique à l'intérieur d'un guide d'onde pour amplifier l'amplitude du champ électrique de l'onde évanescente par un facteur 10 à 100.

### ε. Choix des paramètres

Pour fixer les paramètres dans le but de rendre le taux d'émission spontanée par réflexion le plus faible tout en assurant le rebond de l'atome, il faudrait donc procéder de la manière suivante: pour des indices  $n_1$  et  $n_2$  respectivement du prisme et du milieu  $\Omega_2$  constants, on fixe d'abord l'angle d'incidence du faisceau laser à partir de la formule (II.C.1.-16.). Ensuite, pour une intensité du faisceau incidente  $I_1$  donnée, le désaccord se déduit de l'expression (II.C.1.-9.) après avoir choisie une hauteur de chute  $h$  convenable. La probabilité d'émission spontanée pendant la réflexion se calcule ensuite à partir de la formule (II.C.1.-11.).

#### • Application numérique:

Prenons un indice du prisme et du milieu  $\Omega_2$  de  $n_1 = 1.9$  et  $n_2 = 1$  respectivement. L'angle d'incidence optimale se calcule dans ce cas à  $\vartheta_{1\min} = 46^\circ$ . Avec une intensité du faisceau incident de  $I_1 = 63 \text{ W/cm}^2$  la fréquence de Rabi vaut  $\Omega_R = 51 \Gamma = 19 \text{ GHz}$ . Avec une hauteur de chute de  $h = 1 \text{ cm}$ , le désaccord  $\delta_L^{\max}$  se calcule à partir de la formule (II.C.1.-9.) à  $\delta_L^{\max} = 180 \Gamma$ , soit  $69 \text{ GHz}$ . Le paramètre de saturation correspondant vaut  $s = 0.04$ , c'est à dire que l'on travaille dans le régime  $s \ll 1$  dans lequel le calcul est valable. Avec ce choix de paramètres, la probabilité d'une émission spontanée par rebond correspond à 0.46.

## 2. Fluctuations d'impulsion de l'atome

L'émission d'un photon spontané interrompt l'évolution continue de la phase de l'atome. En émettant un photon spontané l'atome change d'état et en changeant d'état, la cohérence de la fonction d'onde de l'atome est détruite. Si on exige une réflexion de l'atome qui préserve la phase de la fonction d'onde atomique, l'atome, après l'émission spontanée, est considéré comme perdu. La fraction d'atomes perdus à chaque rebond du fait de l'émission spontanée a été calculée dans la section précédente.

Au lieu d'analyser le miroir uniquement sous l'aspect de la conservation de la phase de l'atome et de se contenter de calculer la probabilité d'une émission spontanée par réflexion, on pourrait pousser l'analyse du processus de la réflexion encore plus loin. On pourrait essayer de tracer la trajectoire de l'atome à travers la zone d'interaction cette fois-ci en incluant les cycles de fluorescence [Seifert 94]. Dans ce cas la réflexion n'est plus spéculaire. Car en émettant des photons spontanés, l'atome subit des déviations brusques de sa trajectoire dues aux fluctuations de la force dipolaire et dues aux reculs des photons de fluorescence. Ces fluctuations peuvent modifier son chemin à travers l'onde évanescente par rapport à la trajectoire suivie par la particule classique calculée dans la partie II.B.3.

Nous analyserons dans cette partie la trajectoire de l'atome en tenant compte de l'émission spontanée pendant la réflexion. Pour cela nous avancerons en deux étapes: dans la partie II.C.2.a. nous étudierons les modifications de la trajectoire dues aux fluctuations de la force dipolaire, puis, dans la section II.C.2.b., nous tenons compte des modifications liées aux reculs du photon de fluorescence.

## a. Fluctuations de la force dipolaire

### α. Réflexion dans le point de vu de l'atome habillé

Pour l'analyse des fluctuations de la force dipolaire, nous nous plaçons dans le modèle de l'atome habillé. Dans le cadre de ce modèle, l'Hamiltonien  $H_{AH}$  à l'intérieur d'une multiplicité  $E(N)$  avec  $N$  photons dans le mode laser s'écrit sous la forme [Dalibard 85]:

$$H_{AH} = \left[ (N+1)\hbar\omega_L - \hbar\frac{\delta_L}{2} \right] + \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} -\delta_L & \Omega_{R,AH}(\mathbf{r}) \\ \Omega_{R,AH}(\mathbf{r}) & \delta_L \end{pmatrix} \quad (\text{II.C.2.-1.})$$

où  $\Omega_{R,AH}(\mathbf{r})$  désigne la fréquence de Rabi

$$\Omega_{R,AH}(\mathbf{r})e^{ik\beta x} = -2\sqrt{N+1}\frac{\mathbf{d}_{ef} \cdot \mathbf{E}_2(\mathbf{r})}{\hbar} \quad (\text{II.C.2.-2.})$$

supposée réelle. Elle dépend de la position  $\mathbf{r}$  du centre de masse de l'atome dans le champ de l'onde évanescente. Les quantités  $\omega_L$ ,  $\delta_L$ ,  $\mathbf{d}_{ef}$ ,  $k\beta$  représentent respectivement la fréquence laser, le désaccord, le moment dipolaire réduit de l'atome et la partie réelle du vecteur d'onde de l'onde évanescente, dirigé le long  $\mathbf{e}_x$ . En diagonalisant  $H_{AH}$  on obtient ses valeurs propres [Dalibard 85]:

$$\begin{aligned} E_{1N}(\mathbf{r}) &= (N+1)\hbar\omega_L - \frac{\hbar\delta_L}{2} + \frac{\hbar\Omega(\mathbf{r})}{2} \\ E_{2N}(\mathbf{r}) &= (N+1)\hbar\omega_L - \frac{\hbar\delta_L}{2} - \frac{\hbar\Omega(\mathbf{r})}{2} \end{aligned} \quad (\text{II.C.2.-3.})$$

avec les vecteurs propres correspondants:

$$|1(N); \mathbf{r}\rangle = e^{ik\beta x/2} \sin \vartheta(\mathbf{r}) |f, N+1\rangle + e^{-ik\beta x/2} \cos \vartheta(\mathbf{r}) |e, N\rangle$$

$$|2(N); \mathbf{r}\rangle = e^{-ik\beta x/2} \cos \vartheta(\mathbf{r}) |f, N+1\rangle - e^{ik\beta x/2} \sin \vartheta(\mathbf{r}) |e, N\rangle$$

(II.C.2.-4.)

où l'angle  $\vartheta(\mathbf{r})$  est défini par:

$$\cot 2\vartheta(\mathbf{r}) = -\frac{\delta_L}{\Omega_{R,AH}(\mathbf{r})} \quad 0 \leq 2\vartheta < \pi \quad (\text{II.C.2.-5.})$$

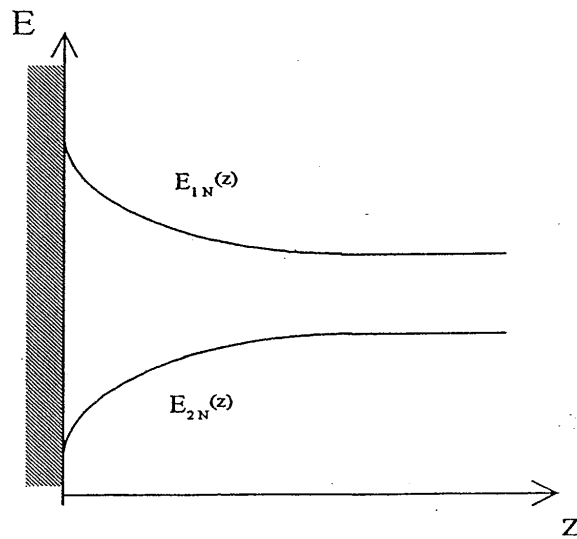


Figure II.C.2.-1. Déplacement des niveaux d'énergie  $E_{1N}(\mathbf{r})$  et  $E_{2N}(\mathbf{r})$  des états  $|1(N); \mathbf{r}\rangle$  et  $|2(N); \mathbf{r}\rangle$  de l'atome habillé à l'intérieur du champ électrique de l'onde évanescente. Pour un désaccord positif, le niveau d'énergie  $E_{1N}(\mathbf{r})$ , associé hors de la zone d'interaction à l'état  $|f, N+1\rangle$ , est déplacé vers des énergies élevées.



Les symboles  $|f, N+1\rangle = |f\rangle \otimes |N+1\rangle$  et  $|e, N\rangle = |e\rangle \otimes |N\rangle$  désignent respectivement l'atome dans l'état fondamental  $|f\rangle$  et  $N+1$  photons dans le mode laser et l'atome dans l'état excité  $|e\rangle$  avec  $N$  photons dans le mode laser. Les vecteurs  $|f, N+1\rangle$  et  $|e, N\rangle$  décrivent le système atome + champ laser en l'absence de couplage. Dans les formules (II.C.2.-3.) - (II.C.2.-5.),  $\Omega(\mathbf{r})$  est la fréquence de Rabi généralisée, définie par:

$$\Omega(\mathbf{r}) = \sqrt{\delta_L^2 + \Omega_{R,AH}^2(\mathbf{r})} \quad (\text{II.C.2.-6.})$$

Pour repousser les atomes initialement dans l'état fondamental  $|f\rangle$  hors des zones de haute intensité, le désaccord est choisi positif,  $\delta_L > 0$ . Loin de la zone d'interaction l'état  $|1(N); \mathbf{r}\rangle$  coïncide avec l'état  $|f, N+1\rangle$ . En entrant dans l'onde évanescente le niveau d'énergie  $E_{1N}(\mathbf{r})$  correspondant à l'état  $|1(N); \mathbf{r}\rangle$  se déplace vers des énergies plus élevées. Comme  $E_{1N}(\mathbf{r})$  joue le rôle d'une énergie potentielle pour les degrés de liberté externes de l'atome, l'atome habillé en pénétrant dans l'onde évanescente monte la colline du potentiel associé à  $E_{1N}(\mathbf{r})$  et ralentit. Au point de rebroussement il s'arrête, fait demi-tour et inverse sa direction de propagation pour s'éloigner de nouveau du dioptré. En l'absence de l'émission spontanée, la description de la réflexion de l'atome habillé est analogue à celle de l'atome seul, comme décrite dans la partie II.B.3.

### β. Emission spontanée de l'atome habillé

En pénétrant dans l'onde évanescente, le niveau d'énergie  $|1(N); \mathbf{r}\rangle$  à l'intérieur de la multiplicité  $E(N)$  est d'après (II.C.2.-2.), (II.C.2.-4.) et (II.C.2.-5.) de plus en plus contaminé par l'état  $|e, N\rangle$ . La probabilité d'émettre un photon spontané augmente donc selon l'importance du couplage entre le champ de l'onde évanescente et l'atome. Une fois le photon spontané émis, l'atome part de l'état excité  $|e\rangle$  pour arriver dans l'état fondamental  $|f\rangle$ . La transition - exprimée dans la base découplée de l'atome habillé - fait donc passer l'atome de l'état  $|e, N\rangle$  vers l'état  $|f, N\rangle$ . Comme les deux états de la multiplicité  $E(N-1)$  sont contaminés par l'état  $|f, N\rangle$  il peut y avoir des transitions partant de l'état  $|1(N); \mathbf{r}\rangle$  de la multiplicité  $E(N)$  vers les deux états  $|1(N-1); \mathbf{r}\rangle$  et  $|2(N-1); \mathbf{r}\rangle$  de la multiplicité  $E(N-1)$ . Les probabilités de transition correspondantes  $W_{|1(N); \mathbf{r}\rangle \rightarrow |j(N-1); \mathbf{r}\rangle}$  valent respectivement [CDG 89]:

$$W |1(N);r\rangle \rightarrow |1(N-1);r\rangle = \Gamma \sin^2 \vartheta \cos^2 \vartheta \quad (\text{II.C.2.-7.})$$

$$W |1(N);r\rangle \rightarrow |2(N-1);r\rangle = \Gamma \cos^4 \vartheta \quad (\text{II.C.2.-8.})$$

Nous pouvons négliger, dans la limite  $\Omega \gg \Gamma$ , les cohérences entre les états  $|1(N);r\rangle$  et  $|2(N);r\rangle$ . L'atome se trouve par conséquent à chaque instant dans un des deux états de l'atome habillé. Une fois le photon spontané émis, le même argument reste valable à l'intérieur de la multiplicité  $E(N-1)$ . Si l'atome est tombé dans l'état  $|1(N-1);r\rangle$ , il peut le quitter avec les probabilités données par (II.C.2.-7.) et (II.C.2.-8.). S'il peuple l'état  $|2(N-1);r\rangle$  il peut quitter cet état pour se retrouver à l'intérieur de la multiplicité  $E(N-2)$  avec les probabilités suivantes [CDG 89]:

$$W |2(N-1);r\rangle \rightarrow |1(N-2);r\rangle = \Gamma \sin^4 \vartheta \quad (\text{II.C.2.-9.})$$

$$W |2(N-1);r\rangle \rightarrow |2(N-2);r\rangle = \Gamma \sin^2 \vartheta \cos^2 \vartheta \quad (\text{II.C.2.-10.})$$

De là il peut encore une fois partir..., et ainsi de suite. La situation est dessinée dans la Figure II.C.2.-2..

Si, à l'intérieur d'une multiplicité quelconque, l'atome est dans l'état  $|1;r\rangle$ , il est repoussé en dehors de la zone d'interaction. Si l'atome se trouve dans l'état  $|2;r\rangle$ , le niveau correspondant  $E_2(r)$  est déplacé vers des énergies inférieures et l'atome est accéléré vers le prisme. Le comportement fluctuant de la trajectoire de l'atome s'explique donc: en émettant des photons de fluorescence et en passant en cascade d'une multiplicité à une autre, l'atome habillé passe avec des probabilités déterminées par (II.C.2.-7.) - (II.C.2.-10.) d'un niveau d'énergie à un autre, dont l'un le repousse et l'autre l'attire vers le dioptre.

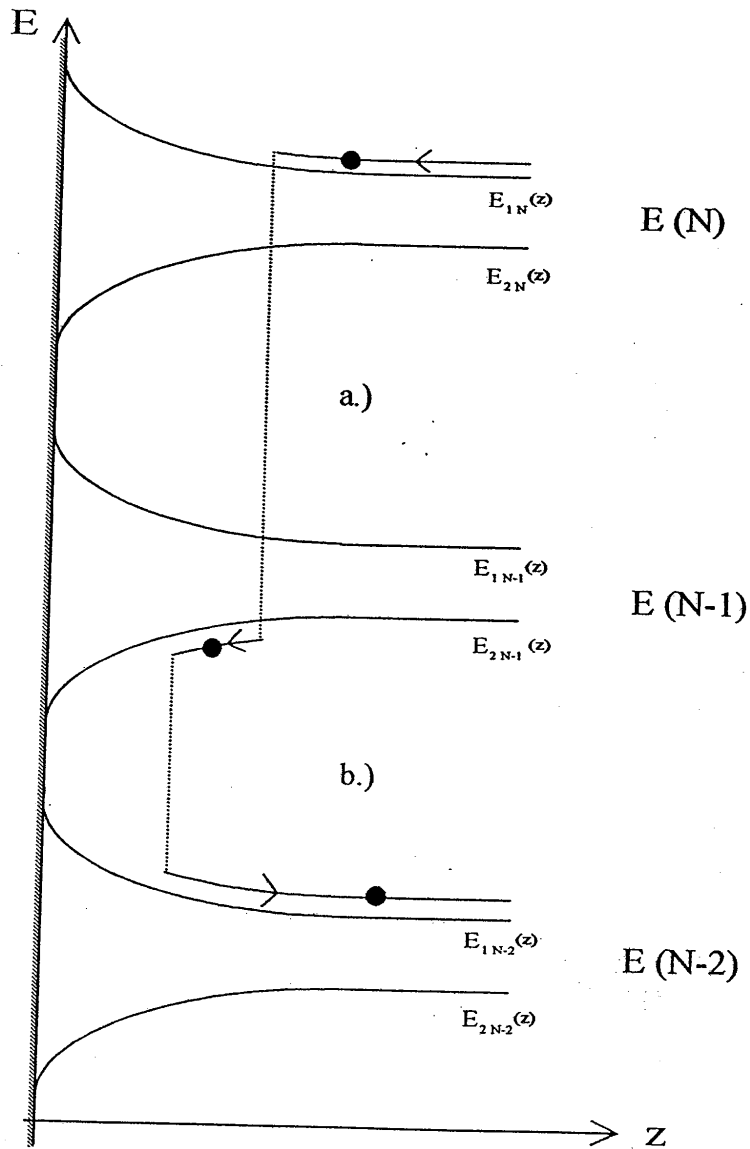


Figure II.C.2.-2. Fluctuations de la force dipolaire décrites dans l'image de l'atome habillé. L'émission d'un photon spontané provoque une transition d'un niveau d'énergie de la multiplicité  $E(N)$  vers un niveau d'énergie de la multiplicité  $E(N-1)$ . Après la transition, l'atome habillé se trouve ou bien dans l'état  $|2(N-1); r\rangle$  auquel cas il est accéléré vers le dioptré (transition a.). Ou il peuple l'état  $|1(N-1); r\rangle$  dans lequel il est repoussé du prisme (transition b.).

### γ. Calcul du taux de transition

Pour mieux évaluer les différentes probabilités de transition et analyser leur comportement en fonction de la position de l'atome dans l'onde évanescente, nous exprimons les taux (II.C.2.-7.) - (II.C.2.-10.) en fonction du paramètre de saturation  $s(\mathbf{r})$  (Figure II.C.2.-3.). En développant les fonctions trigonométriques dans (II.C.2.-7.) - (II.C.2.-10.) jusqu'à l'ordre deux en  $s(\mathbf{r})$ , on obtient:

$$W_{|1(N);r\rangle \rightarrow |1(N-1);r\rangle} = \frac{\Gamma}{2} s(\mathbf{r}) \quad (\text{II.C.2.-11.})$$

$$W_{|2(N);r\rangle \rightarrow |2(N-1);r\rangle} = \frac{\Gamma}{2} s(\mathbf{r}) \quad (\text{II.C.2.-12.})$$

$$W_{|1(N);r\rangle \rightarrow |2(N-1);r\rangle} = \frac{\Gamma}{4} s^2(\mathbf{r}) \quad (\text{II.C.2.-13.})$$

$$W_{|2(N);r\rangle \rightarrow |1(N-1);r\rangle} = \Gamma \left( 1 - s(\mathbf{r}) + \frac{1}{4} s^2(\mathbf{r}) \right) \quad (\text{II.C.2.-14.})$$

où le paramètre de saturation s'exprime en fonction de la position  $z$  de l'atome comme:

$$s(z) = s_{\max} e^{-2\kappa z} \quad (\text{II.C.2.-15.})$$

Dans (II.C.2.-15.),  $s_{\max}$  est le paramètre de saturation maximal au niveau de l'interface du prisme ( $z = 0$ ). Dans la limite d'une faible saturation,  $s_{\max} \ll 1$ , le paramètre de saturation est d'après (II.C.2.-15.) petit devant l'unité pour une position  $z$  quelconque de l'atome.

On déduit de (II.C.2.-11.) et de (II.C.2.-13.) que la probabilité de quitter l'état  $|1; \mathbf{r}\rangle$  (l'état dans lequel l'atome entre dans l'onde évanescente) pendant la durée de vie de l'état excité  $\Gamma^{-1}$  est faible devant 1: elle est égale à la somme de deux taux de départ (II.C.2.-11.) et (II.C.2.-13.), donc - à l'ordre le plus bas en  $s(\mathbf{r})$  - proportionnelle à  $s(\mathbf{r})$ . Pendant la durée de vie de l'état excité, l'atome reste donc pour la plupart dans l'état qui conduit à son expulsion hors de la zone d'interaction.

Si l'atome quitte tout de même l'état  $|1; \mathbf{r}\rangle$ , la possibilité de retomber dans le même état est d'après (II.C.2.-11.) et (II.C.2.-13.) un ordre en  $s$  plus grand que

d'occuper l'état  $|2; r\rangle$ . La chance de peupler le niveau pour lequel la force dipolaire change de signe et l'atome est accélère vers le dioptré est alors plus faible que de tomber dans l'état répulsif.

Si l'atome arrive quand même dans l'état  $|2; r\rangle$ , la possibilité de partir de cet état pendant le temps  $\Gamma^{-1}$  pour se retrouver dans l'état de départ  $|1; r\rangle$  est grande, de l'ordre de l'unité (voir II.C.2.-14.). Elle est d'après (II.C.2.-12.) un ordre en  $s$  plus élevée que la probabilité que l'atome retombe dans  $|2; r\rangle$  dans lequel l'atome poursuivrait son accélération vers le dioptré. Il s'avère donc que l'atome passe très peu de temps dans le niveau dans lequel il est accéléré en direction du prisme.

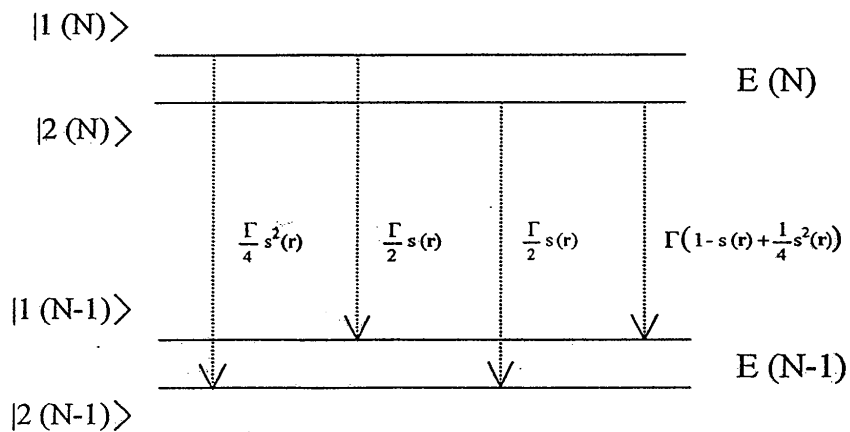


Figure II.C.2.-3. Probabilités de transition de l'atome habillé des niveau d'énergie de la multiplicité  $E(N)$  vers des niveaux de l'énergie de la multiplicité  $E(N-1)$  en fonction du paramètre de saturation  $s(r)$ . La valeur de  $s(r)$  dépend de la position  $r$  de l'atome dans l'onde évanescente

## δ. Changement d'impulsion de l'atome par la force dipolaire

Remarquons que - dans le cas d'une onde plane incidente - la force dipolaire est dirigée exclusivement perpendiculairement à l'interface le long l'axe  $e_z$ . Ses fluctuations ne font donc pas changer l'impulsion de l'atome parallèle à l'interface du prisme. Essayons de donner un ordre de grandeur du changement d'impulsion de l'atome en direction perpendiculaire à l'interface pendant la réflexion.

L'accélération de l'atome dépend de l'état dans lequel il est tombé au cours de sa cascade à travers les niveaux habillés dans l'onde évanescente et du temps qu'il y passe. Si l'atome quitte l'état  $|1; r\rangle$  pour retomber dans le même état  $|1; r\rangle$  son impulsion le long l'axe  $e_z$  n'est pas modifiée par la force dipolaire par rapport au parcours en l'absence d'émission spontanée. En revanche, si l'atome quitte l'état  $|1; r\rangle$  pour peupler l'état  $|2; r\rangle$ , sa vitesse en direction  $e_z$  est modifiée. Le changement d'impulsion normale au dioptre due à la force dipolaire est égal à l'intégrale de la force dipolaire pendant le temps que l'atome passe dans l'état  $|2; r\rangle$ . Ce temps est d'après (II.C.2.-14.) de l'ordre de la durée de vie de l'état excité  $\Gamma^{-1}$ . L'ordre de grandeur de la force dipolaire se calcule, en première approximation, par le déplacement lumineux maximal de l'atome  $U_0$  au niveau du dioptre, divisé par l'étendue caractéristique de l'onde évanescente  $(kb_2)^{-1}$  dans le vide, soit:

$$|F_2| \approx \frac{U_0}{(kb_2)^{-1}} \quad (\text{II.C.2.-16.})$$

Avec les valeurs typiques de la partie II.B.2., nous obtenons  $U_0 = 3.5 \hbar \Gamma$  et  $(kb_2)^{-1} = 140 \text{ nm}$ , ce qui conduit à une force dipolaire type de l'ordre de  $|F_2| \approx 3.5 \hbar (kb_2) \Gamma$ . Le changement de vitesse de l'atome dû à son séjour dans l'état attirant  $|2; r\rangle$  est donc de l'ordre de:

$$|\Delta v^{dip}| \approx \frac{|F_2|}{M} \Gamma^{-1} = 2 \frac{cm}{sec} \quad (\text{II.C.2.-17.})$$

## b. Fluctuations dues au recul du photon de fluorescence

Au changement d'impulsion de l'atome dues aux fluctuations de la force dipolaire s'ajoutent la modification d'impulsion de l'atome causée par le recul du photon de fluorescence. Ce recul est transféré à l'atome au cours d'un cycle d'absorption-émission spontanée.

Le changement d'impulsion par le recul de photon de fluorescence n'est pas exclusivement perpendiculaire à l'interface  $\Omega_1/\Omega_2$  comme c'est le cas pour le changement d'impulsion dû à la force dipolaire. Pour un atome arrivant au miroir à l'incidence normale (angle d'incidence  $\vartheta_i = 0$ ), cela veut dire que la particule peut accumuler au cours de la réflexion une impulsion de direction parallèle à l'interface pour partir du miroir avec un angle sortant  $\vartheta_f$  non nul. A la perte de la cohérence et à une modification du module de l'impulsion  $p$  de l'atome dues aux fluctuations de la force dipolaire s'ajoute donc une déviation de la trajectoire de la particule de direction parallèle à l'interface.

Essayons de donner un ordre de grandeur du changement de vitesse de l'atome  $|\Delta v|$  dû au recul de photon de fluorescence. Le recul du photon de la transition considérée (ligne  $D_2$  de Rubidium) induit un changement de vitesse correspondant à:

$$|\Delta v| = \frac{\hbar k}{M} = 0.6 \frac{cm}{sec} \quad (\text{II.C.2.-18.})$$

La contribution au changement de vitesse de l'atome dû à l'émission spontanée est alors du même ordre de grandeur en valeur absolue que celle de la force dipolaire.

## D. Taille finie du miroir

Dans les sections précédentes nous nous sommes limités à l'étude d'une onde plane incidente dans le milieu  $\Omega_1$ . Dans cette partie nous considérons un faisceau gaussien incident de section finie. Un tel faisceau peut sévèrement limiter la fraction d'atomes réfléchis: les atomes à la hauteur  $h$  au-dessus de l'interface sont refroidis à l'intérieur du piège magnéto-optique puis dans la configuration de la mélasse optique à une température de quelque micro-Kelvin. Ils ont donc des vitesses initiales transverses non nulles et peuvent, après leur chute libre en direction du prisme, sortir de la surface parallèle à l'interface du prisme où le déplacement lumineux de l'état fondamental des atomes l'emporte sur leur énergie potentielle initiale  $Mgh$ . La fraction d'atomes arrivant en dehors de cette zone de réflexion au moment du rebond s'échappe ainsi à la réflexion.

Dans ce qui suit nous analyserons la fraction d'atomes réfléchis en fonction de la vitesse transverse initiale des atomes et de la taille de la zone de réflexion du miroir atomique. Nous cherchons ensuite à optimiser la taille de la zone de réflexion dans le but d'éviter au maximum les pertes par rebond, avec la condition supplémentaire que la puissance du faisceau laser incident et la hauteur de chute des atomes  $h$  restent constantes.

### 1. Zone de réflexion

Considérons un faisceau gaussien incident dans le milieu  $\Omega_1$  polarisé TE sous l'angle d'incidence  $\vartheta_1$  plus grand que l'angle critique  $\vartheta_c$  à l'interface  $\Omega_1/\Omega_2$ . A  $z=0$  sa distribution spatiale  $E_1(\mathbf{r})$  s'écrit sous la forme:

$$E_1(\mathbf{r}) = A_1 e^{-\frac{r^2}{w^2}} \quad (\text{II.D.1.-1.})$$

où nous avons introduit la coordonnée radiale  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  et l'amplitude  $A_1$  désignant la valeur du champ incident au centre du faisceau. Dans (II.D.1.-1.),  $w$  représente la



distance pour laquelle la distribution  $E_1(\mathbf{r})$  diminue d'un facteur  $e^{-1}$  suivant la direction  $\mathbf{e}_r$  par rapport à sa valeur maximale au centre du faisceau. Pour simplifier le calcul, nous avons supposé dans la formule (II.D.1.-1.) que la distribution  $E_1(\mathbf{r})$  est symétrique par révolution autour de l'axe  $\mathbf{e}_z$  avec  $w_x = w_y = w$ . La quantité  $w_x$  est lié au waist  $w_{0X}$  du faisceau incident le long de l'axe  $\mathbf{e}_X$  - défini comme l'intersection du plan d'incidence avec le plan perpendiculaire à la direction de la propagation du faisceau - par la relation  $w_X = w_x \cos \vartheta_1$  (Figure II.D.1.-1.). Le changement de repère du système d'axes  $(X, Y)$  vers le système d'axes  $(x, y)$  est décrit plus en détail plus loin, dans le chapitre IV. (voir Figure IV.B.2.-2.).

Le potentiel dipolaire  $U(r)$  de l'onde évanescente dans le milieu  $\Omega_2$  s'écrit à l'aide de la formule (II.D.1.-1) à  $z = 0$  sous la forme:

$$U(r) = U_0 e^{-2 \frac{r^2}{w^2}} \quad (\text{II.D.1.-2.})$$

où l'amplitude  $U_0$  au centre du potentiel est liée à la fréquence de Rabi  $\Omega_{R \max}$  à la position  $x = y = z = 0$  par la relation  $U_0 = \hbar \Omega_{R \max}^2 / 4\delta_L$  (voir II.B.2.-12.). Pour déterminer la taille de la zone de réflexion, nous introduisons une surface  $A$ , définie à  $z = 0$  comme la surface parallèle à l'interface  $\Omega_1 / \Omega_2$  où le déplacement lumineux de l'état fondamental de l'atome est plus grand que l'énergie potentielle initiale des atomes  $Mgh$  (Figure II.D.1.-1.):

$$Mgh \leq U_0 e^{-2 \frac{r^2}{w^2}} \quad \forall r \in A \quad (\text{II.D.1.-3.})$$

En vertu de la symétrie du potentiel dipolaire autour de l'axe  $\mathbf{e}_z$ , la zone de réflexion  $A$  correspond à un disque dont le rayon  $B$  est déterminé par:

$$Mgh = U_0 e^{-2 \frac{B^2}{w^2}} \quad (\text{II.D.1.-4.})$$



## 2. Pertes dues à la taille finie du miroir

Un atome entrant dans le champ électrique de l'onde évanescente à un endroit suffisamment éloigné du centre du faisceau peut échapper à la zone de réflexion. Dans ce cas il traverse le potentiel dipolaire, touche l'interface et est adsorbé ou réfléchi de manière diffuse (Figure II.D.1.-1.). La fraction d'atomes situés en dehors de la zone de réflexion au moment du rebond représente donc une source de pertes supplémentaire s'ajoutant aux pertes causées par l'émission spontanée. Dans ce qui suit nous étudions la fraction d'atomes réfléchis par un miroir atomique dont la zone de réflexion A est constante (section II.D.2.a.). Nous examinerons ensuite comment on peut optimiser la zone de réflexion en fonction du waist du faisceau incident  $w$  et en fonction du désaccord  $\delta_L$  en vue de diminuer les pertes globales - dues à la taille finie du miroir et dues à l'émission spontanée (section II.D.2.b.).

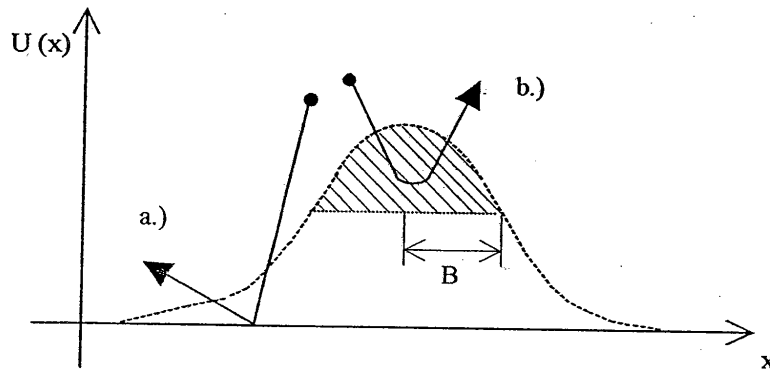


Figure II.D.2.-1. Un atome pénétrant dans l'onde évanescente en dehors de la zone de réflexion du miroir A traverse le potentiel dipolaire  $U(r)$  et touche l'interface  $\Omega_1/\Omega_2$ . Il est ou bien adsorbé par la surface du prisme ou bien réfléchi de manière diffuse (a.). Un atome à l'intérieur de la zone de réflexion est réfléchi (b.).

### a. Fraction d'atomes à l'intérieur de la zone de réflexion

#### α. Condition pour que l'atome se trouve à l'intérieur de la zone de réflexion

Supposons la taille effective du miroir atomique (la zone de réflexion A) constante. La fraction d'atomes situés à l'intérieur de la zone de réflexion au moment du rebond dépend alors de la position et de la vitesse transverse initiale des atomes. Dans le montage de notre expérience les atomes sont capturés par un piège magnéto-optique puis, en changeant la configuration du piège en configuration de mélasse optique, refroidis à l'intérieur de la mélasse à une température de quelque micro-Kelvin. A cette température correspond pour l'atome de Rubidium une vitesse moyenne transverse  $v_{r0}$  de quelques centimètres par second. La position initiale  $r_0$  de l'atome selon l'axe  $e_r$  est dans ce cas en moyenne éloigné du centre du miroir atomique de quelques centaines de micromètres. La condition pour que l'atome se trouve à l'intérieur de la zone de réflexion au moment du rebond s'écrit alors sous la forme:

$$r_0 + v_{r0}t' \leq B \quad (\text{II.D.2.-1.})$$

où B est le rayon de la zone de réflexion introduit en (II.D.1.-4.) et  $t'$  le temps du vol de l'atome en chute libre de la position du piège vers l'interface du prisme:

$$t' = \frac{v_{z0}}{g} + \sqrt{\left(\frac{v_{z0}}{g}\right)^2 + \frac{2z_0}{g}} \approx \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (\text{II.D.2.-2.})$$

Dans (II.D.2.-2.),  $g$  représente la constante de gravitation. La dernière relation est valable si  $v_{z0} \ll \sqrt{2gz_0}$  et  $|z_0 - h| \ll h$ , ce qui est - vu la taille de la mélasse optique (de l'ordre de 0.5 mm) et la vitesse moyenne des atomes - en général vérifié si la hauteur  $h$  dépasse le cm.

### β. Distribution initiale de l'atome en position et en vitesse

Nous supposons que la position et la vitesse initiale des atomes acquises dans la mélasse optique avant la chute libre vers le prisme suit une distribution de Maxwell-Boltzmann [Grison 92]:

$$\Pi(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = n(\mathbf{r}) \frac{1}{(2\pi\sigma_v^2)^{3/2}} e^{-\frac{v^2}{2\sigma_v^2}} \quad (\text{II.D.2.-3.})$$

Dans (II.D.2.-3.),  $n(\mathbf{r})$  représente la distribution spatiale des atomes, donnée par:

$$n(\mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi\sigma_r^2)^{3/2}} e^{-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}} \quad (\text{II.D.2.-4.})$$

Les variances  $\sigma_r$  et  $\sigma_v$  des distributions (II.D.2.-3.) et (II.D.2.-4.) sont déterminées par les paramètres de la mélasse optique. Typiquement, nous obtenons dans notre expérience  $\sigma_r = r_0 = 0.4 \text{ mm}$  et  $\sqrt{2}\sigma_v = v_{r0} = 3 \text{ cm/s}$  correspondant pour le Rubidium à une température de  $10 \mu\text{K}$ .

### γ. Fraction d'atomes à l'intérieur de la zone de réflexion

Pour évaluer la fraction d'atomes situés à l'intérieur de la zone de réflexion au moment du rebond, nous nous limitons pour commencer à la seule dimension horizontale  $e_x$  en considérant à l'instant  $t_0 = 0$  un atome avec position et vitesse initiale  $x_0$  et  $v_{x0}$  respectivement. La probabilité  $P_{v_{x0}}(x, t)$  pour que l'atome occupe la position  $x$  à l'instant  $t$  s'écrit à partir de la distribution (II.D.2.-3.) sous la forme:

$$P_{v_{x0}}(x, t) = \frac{1}{(2\pi\sigma_x^2)^{1/2}} \frac{1}{(2\pi\sigma_{v_x}^2)^{1/2}} e^{-\frac{(x-v_{x0}t)^2}{2\sigma_x^2}} e^{-\frac{v_{x0}^2}{2\sigma_{v_x}^2}} \quad (\text{II.D.2.-5.})$$

où  $\sigma_x$  et  $\sigma_{v_x}$  désignent les variances en position et en vitesse le long de l'axe  $e_x$  à  $t_0 = 0$ . En intégrant sur la totalité des vitesses  $v_{x0}$  on obtient la probabilité de trouver l'atome à la position  $x$  à l'instant  $t \geq t_0$ :

$$P(x, t) = \frac{1}{(2\pi(\sigma_x^2 + (\sigma_{v_x}t)^2))^{1/2}} e^{-\frac{x^2}{2(\sigma_x^2 + (\sigma_{v_x}t)^2)}} \quad (\text{II.D.2.-6.})$$

Par un argument analogue à deux dimensions - en passant en coordonnées cylindriques  $(r, \varphi)$  - on obtient la probabilité  $P(r, \varphi, t)$  pour que l'atome soit localisé à l'instant  $t$  à la position  $(r, \varphi)$ . En intégrant la distribution  $P(r, \varphi, t')$  à l'instant  $t'$  - quand l'atome arrive au niveau du miroir après sa chute libre en direction du prisme - sur tout angle azimutal  $\varphi$  et sur la coordonnée radiale  $r$  de 0 jusqu'à la borne de la zone de réflexion  $B$ , on obtient la fraction d'atomes  $F$  situés à l'intérieur de la zone de réflexion au moment du rebond:

$$F = \int_0^B \frac{1}{(2\pi(\sigma_r^2 + (\sigma_{v_r}t')^2))^{1/2}} e^{-\frac{r^2}{2(\sigma_r^2 + (\sigma_{v_r}t')^2)}} dr \quad (\text{II.D.2.-7.})$$

## b. Analyse de la zone de réflexion

### α. Définition de l'optimum de la zone de réflexion

Pour réduire au maximum les pertes liées aux atomes qui s'échappent de la zone de réflexion du miroir au moment du rebond, il faudrait agrandir cette zone le plus possible. Le comportement de la fraction d'atomes localisés à l'intérieur de la zone de réflexion au moment du rebond en fonction du rayon B est tracé à partir de la formule (II.D.2.-7.) dans la Figure II.D.2.-2.

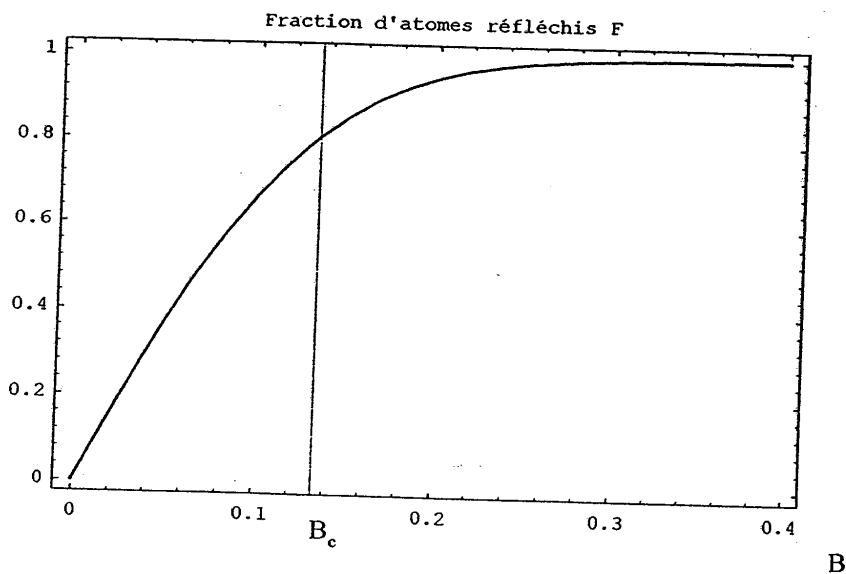


Figure II.D.2.-2. Fraction d'atomes à l'intérieur de la zone de réflexion au moment du rebond en fonction du rayon de la zone de réflexion  $B$  (en cm). Les variances  $\sigma_r$  et  $\sigma_{v_r}$  de la distribution des atomes en position et en vitesse correspondent aux valeurs type de notre expérience ( $\sigma_r = 0.4$  mm et  $\sqrt{2}\sigma_{v_r} = 3$  cm/sec). La hauteur de chute  $h$  est 1 cm. Si le rayon  $B$  correspond au rayon critique  $B_c = v_{r0}' \cong v_{r0}\sqrt{2h/g}$ , environ 80% des atomes incidents sont réfléchis.

On voit que la fraction d'atomes situés à l'intérieur de la zone de réflexion au moment du rebond augmente rapidement en fonction du rayon B, jusqu'au rayon critique  $B_c$ , défini comme:

$$B_c = v_{r0} t' \cong v_{r0} \sqrt{\frac{2h}{g}}. \quad (\text{II.D.2.-8.})$$

Dans ce cas près de 80 % des atomes incidents sont localisés à l'intérieur de la zone de réflexion au moment du rebond. Au delà de cette valeur, la fraction d'atomes réfléchis croît lentement en fonction du rayon B, s'approchant asymptotiquement de 100 % d'atomes réfléchis.

Un moyen d'augmenter le rayon de la zone de réflexion B est d'agrandir le waist du faisceau laser incident  $w$ . A hauteur de chute  $h$  et puissance du faisceau laser incidente constante, cela est possible si la redistribution de l'intensité à travers le profil du faisceau incident fait augmenter l'aire du potentiel dipolaire  $A$  où la condition de réflexion (II.D.1.-3.) est satisfaite. Néanmoins, à partir du moment où l'élargissement de la taille du faisceau incident fait baisser la plus grande partie du potentiel dipolaire à une valeur inférieure à l'énergie potentielle initiale des atomes  $Mgh$ , la zone de réflexion se rétrécit de nouveau. Cela est indiqué dans la Figure II.D.2.-3.

Une possibilité de compenser la réduction de la zone de réflexion due à un waist du faisceau incident trop grand consiste à diminuer le désaccord  $\delta_L$ . En approchant la fréquence laser de la transition atomique, l'amplitude du potentiel dipolaire croît globalement, augmentant ainsi de nouveau la zone de réflexion. Un désaccord plus faible réduit donc les pertes dues aux atomes qui s'échappent de la zone de réflexion. Néanmoins, une fréquence laser plus proche de la résonance atomique augmente la probabilité d'émission spontanée par rebond comme discuté dans la partie II.C. Il y a donc bien compétition entre deux sources de pertes: les pertes dues aux atomes qui sortent de la zone de réflexion au moment du rebond et les pertes causées par l'émission spontanée. A hauteur de chute  $h$  et puissance du laser incidente  $P$  constantes, la taille optimale de la zone de réflexion consiste à trouver un désaccord  $\delta_L$  et une valeur du waist du faisceau incident  $w$  tel que les pertes dues aux atomes qui sortent de la zone de réflexion et celles dues à l'émission spontanée deviennent du même ordre de grandeur.





### β. Choix des paramètres

Regardons l'expression du rayon de la zone de réflexion B en fonction du désaccord  $\delta_L$  et du waist du faisceau incident w plus en détail. En inversant la formule (II.D.1.-4.), le rayon de la zone de réflexion B s'écrit explicitement en fonction de ces deux paramètres sous la forme:

$$B = w \left( \frac{1}{2} \ln \left( \frac{\hbar \Omega_{R \max}^2 / 4 \delta_L}{Mgh} \right) \right)^{1/2} \quad (\text{II.D.2.-9.})$$

Pour donner un critère permettant de choisir le désaccord  $\delta_L$  et le waist w tel que la plupart des atomes incidents se trouvent à l'intérieur de la zone de réflexion au moment du rebond toute en gardant une probabilité d'émission spontanée par réflexion faible, portons notre attention de nouveau sur la Figure II.D.2.-2. Elle montre la fraction d'atomes réfléchis en fonction du rayon de la zone de réflexion B. Pour un rayon de l'ordre du rayon critique  $B_c$ , 80 % d'atomes initialement lâchés sont réfléchis.

En fixant le rayon B à cette valeur  $B = B_c$ , l'équation (II.D.2.-9.) se transforme en une relation entre le désaccord  $\delta_L$  et le waist w du faisceau laser incident. Explicitement, elle s'écrit sous la forme:

$$\delta_L = \frac{C}{w^2} e^{-2 \frac{B_c^2}{w^2}} \quad (\text{II.D.2.-10.})$$

où C est une constante, indépendante du waist w et du rayon B. Explicitement, elle vaut:

$$C = \frac{\hbar \frac{\Gamma^2}{2} n_2 |t_{12}|^2 \frac{2P}{\pi \cos \vartheta_1 I_{sat}}}{4Mgh} \quad (\text{II.D.2.-11.})$$

Dans (II.D.2.-11.) nous nous sommes servis de la relation (II.B.2.-14.) et du fait que l'intensité  $I_{10}$  au centre du faisceau gaussien incident vaut  $I_{10} = 2P / (\pi \cos \vartheta_1 w^2)$ . La relation entre le désaccord  $\delta_L$  et le waist w, avec la condition supplémentaire que le rayon de la zone de réflexion correspond au rayon critique  $B = B_c$ , est tracée dans la

Figure II.D.2.-4. On voit que le désaccord  $\delta_L$  est maximal si le waist  $w$  du faisceau gaussien incident vaut:

$$\tilde{w} = \sqrt{2} B_c \quad (\text{II.D.2.-12.})$$

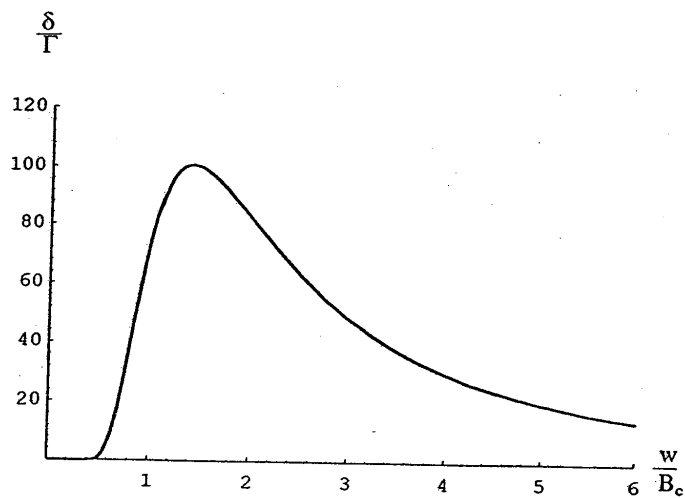


Figure II.D.2.-4. Relation entre le désaccord  $\delta_L$  (en unités de  $\Gamma$ ) et le waist  $w$  du faisceau gaussien incident (en unités du rayon critique  $B_c$ ) si on impose que le rayon de la zone de réflexion corresponde au rayon critique  $B = B_c$ . Pour chaque couple de valeurs ( $\delta_L$ ,  $w$ ) environ 80 % des atomes initialement lâchés se trouvent à l'intérieur de la zone de réflexion au moment du rebond. La valeur du désaccord est maximale lorsque le waist du faisceau gaussien vaut  $\tilde{w} = \sqrt{2} B_c$ . Les valeurs des paramètres retenues pour tracer la courbe correspondent à celles de l'application numérique ci-contre.

Dans ce cas le désaccord  $\delta_L$  vaut explicitement:

$$\delta_L(\omega = \tilde{\omega}) = \frac{C}{2B_c^2} e^{-1} \quad (\text{II.D.2.-13.})$$

C'est la valeur du désaccord qui permet de réduire au maximum les pertes dues à l'émission spontanée (voir la partie II.C.1.).

Pour un rayon de l'ordre du rayon critique  $B = B_c$ , les pertes par réflexion dues aux atomes qui s'échappent de la zone de réflexion au moment du rebond sont de l'ordre de 20 %. En ce qui concerne les pertes dues à l'émission spontanée, elles se calculent à partir de la formule (II.C.1.-5.) qui donne la probabilité d'émission spontanée par rebond  $N$ , en utilisant la valeur du désaccord (II.D.2.-13.).

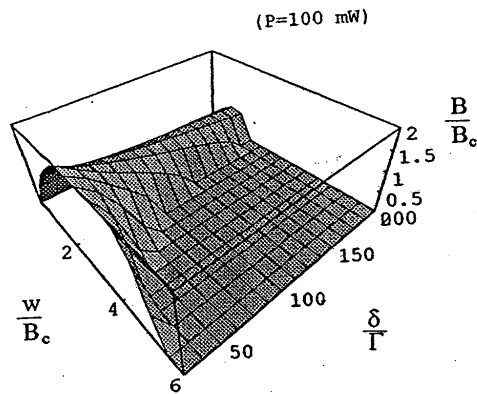
La Figure II.D.2.-5. illustre la discussion précédente en traçant le rayon  $B$  en fonction du waist  $w$  et du désaccord  $\delta_L$ . En choisissant un rayon de la zone de réflexion correspondant au rayon critique  $B = B_c$  on sélectionne un plan normal à l'axe  $B$  (voir Figure II.D.2.-5.). En restant dans ce plan, il apparaît une courbe qui représente le désaccord en fonction du waist  $w$ . C'est la courbe de la Figure II.D.2.-4. Le désaccord le plus grand de cette courbe est le désaccord maximal qui - dans le plan choisi - assure encore la réflexion des atomes à une distance  $B = B_c$ . Il est donné par la formule (II.D.2.-13.) si le waist correspond à (II.D.2.-12.).

#### • Application numérique

Prenons une puissance du faisceau laser incident  $P = 100 \text{ mW}$ , une hauteur de chute  $h = 1 \text{ cm}$  et une température à l'intérieur de la mélasse optique  $T = 10 \mu\text{K}$  correspondant à une vitesse transverse initiale des atomes de Rubidium de  $v_{r0} = 3 \text{ cm/sec}$ . En fixant le rayon de la zone de réflexion au rayon critique  $B = B_c = 1.4 \text{ mm}$ , 20 % d'atomes initialement lâchés sortent de la zone de réflexion au moment du rebond. Avec un waist de  $w = \sqrt{2} B_c = 2 \text{ mm}$  (formule (II.D.2.-12.)), l'intensité  $I_{10}$  au centre du faisceau gaussien incident vaut  $I_{10} = 1400 I_{sat}$  soit  $2.3 \text{ W/cm}^2$ . Cela permet de désaccorder la fréquence laser à  $\delta_L = 24 \Gamma$  soit  $890 \text{ MHz}$  tout en assurant la chute des atomes à l'intérieur de la zone de réflexion du rayon  $B_c$ . La probabilité d'émission spontanée par rebond est dans ce cas  $N_{\min} = 3.4$ . Les pertes causées par l'émission spontanée sont alors plus importantes que celles dues aux atomes qui sortent de la zone de réflexion au

moment du rebond. Notons néanmoins que pour une amplitude pic du potentiel dipolaire dix fois plus grande on obtient  $N_{\min} = 0.3$ . Les deux sources de pertes deviennent dans ce cas du même ordre de grandeur.

a.



b.

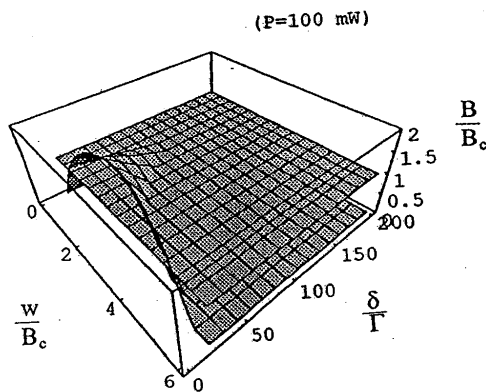


Figure II.D.2.-5. Rayon de la zone de réflexion du miroir atomique  $B$  en fonction du waist  $w$  du faisceau incident et du désaccord  $\delta_L$  (a.). En fixant le rayon  $B$  tel qu'environ 80% d'atomes initialement lâchés se trouvent à l'intérieur de la zone de réflexion au moment du rebond ( $B = B_c$ ), on obtient la courbe reliant le désaccord  $\delta_L$  au waist  $w$  (b.). Dans le plan  $B = B_c$  le désaccord est maximal si le waist vaut  $w = \sqrt{2}B_c$ .

## E. Interaction entre l'atome et le prisme

Lorsque l'atome s'approche du dioptre à une distance de l'ordre de la longueur d'onde optique, l'interaction entre le dipôle atomique et les charges mises en mouvement par le dipôle à l'intérieur du prisme n'est plus négligeable. Pour des distances atome-paroi suffisamment faibles, elle peut même l'emporter sur le déplacement lumineux répulsif de l'état fondamental de l'atome induit par l'onde évanescente. Au lieu d'être réfléchi, l'atome est dans ce cas accéléré en direction du prisme. Dans ce qui suit nous donnerons un ordre de grandeur du déplacement des niveaux d'énergie de l'atome dû à la présence du prisme. Nous présenterons également la modification du taux d'émission spontanée de l'atome qui résulte de la présence du diélectrique. Ces deux effets conduisent respectivement à une modification du potentiel auquel est soumis l'atome pendant la réflexion et à un changement de la probabilité d'émission spontanée par rebond, obtenus dans les parties II.B. et II.C. sous l'hypothèse d'une interaction atome-paroi négligeable.

Le changement des propriétés radiatives de l'atome au voisinage de l'interface du prisme peut se comprendre en modélisant l'atome par un dipôle classique oscillant à une hauteur  $z$  au dessus de l'interface. La présence du prisme fait qu'une partie de la lumière rayonnée par le dipôle est réfléchi par le dioptre. Le champ réfléchi en direction du dipôle interagit avec celui-ci et modifie sa fréquence d'évolution  $\omega$ . La partie réelle du changement de fréquence du dipôle correspond à un changement d'énergie de la particule (interaction de Van der Waals). Dans le cas de l'atome, ceci se traduit par un déplacement des niveaux d'énergie atomique [Bardeen 40]. Ce déplacement s'ajoute au déplacement lumineux de l'état fondamental de l'atome induit par l'onde évanescente. Les résultats de ce calcul seront présentés dans la section II.E.1. ainsi que l'ordre de grandeur des valeurs des paramètres concernés pour garantir la réflexion de l'atome.

La partie imaginaire du changement de fréquence du dipôle correspond à une modification de son taux d'amortissement. Elle correspond dans le cas de l'atome à un changement de la durée de vie de l'état excité de l'atome. Le changement de la durée de vie de l'état excité ainsi que la modification de la probabilité d'émission spontanée par rebond qui en résulte sera analysé dans la partie II.E.2.

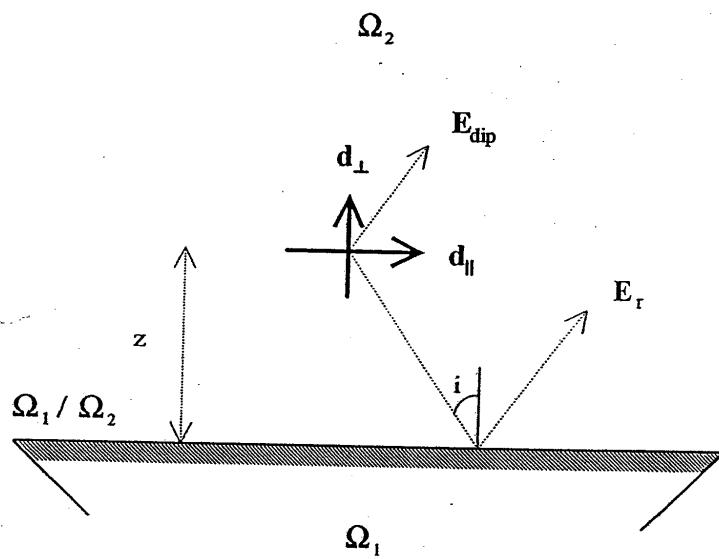


Figure II.E.-1. L'atome considéré comme dipôle oscillant à une distance  $z$  au-dessus de l'interface  $\Omega_1/\Omega_2$ . Le champ rayonné par le dipôle et réfléchi par l'interface interagit avec le dipôle lui-même. L'interaction avec le champ réfléchi déplace les niveaux d'énergie de l'atome et modifie son taux d'émission spontanée.

Notons que par rapport au calcul classique, la description quantique du problème où l'atome et le champ électromagnétique sont considérés comme objets quantiques serait une approche plus rigoureuse [Haroche 91]. Outre l'interaction de Van der Waals on dérive dans ce cas des termes qui ne sont pas inclus dans l'approche classique électrostatique ou qui sont d'origine purement quantiques [Casimir 48]. Néanmoins, pour des distances petites devant la longueur d'onde optique (limite du champ proche), on peut montrer que le déplacement du niveau de l'état fondamental obtenu à partir de l'interaction de Van der Waals est une très bonne approximation du calcul quantique rigoureux [Haroche 91, Hinds 91]. Comme l'onde évanescente s'étale sur une fraction de la longueur d'onde optique et comme c'est la modification du déplacement lumineux par la présence du prisme auquel nous nous intéressons, nous nous restreignons dans la présentation du calcul à l'approche classique. Pour ce qui concerne l'émission spontanée, le rapport émission spontanée en présence du prisme - émission spontanée dans l'espace libre calculé classiquement est identique à celui obtenu dans une approche quantique [Meschede 90, Haroche 91].

Mentionnons finalement quelques expériences qui ont été réalisées pour démontrer le changement des propriétés radiatives de l'atome à proximité d'un diélectrique: la dépendance de l'émission spontanée de la particule en fonction de la distance du diélectrique a été observée par Drexhage [Drexhage 70, Drexhage 74]. En déposant un complexe d'Europium sur un film mince au-dessus d'un substrat diélectrique, il a observé la variation de la durée de vie de l'état excité de la molécule - de l'ordre de la milliseconde - en fonction de l'épaisseur du film. Pour ce qui concerne le changement des niveaux d'énergie de l'atome, le déplacement de l'état fondamental et la force de Van der Waals correspondante ont été analysés par Shih et al., en mesurant la déflexion d'un jet de CsCl passant près d'une surface conductrice [Shih 74] et par Anderson et al. en détectant le flux d'atomes sortant d'une fente allongée métallique [Anderson 88]. Ils mesuraient ainsi l'attraction des atomes par les parois à l'intérieur de la fente.

## 1. Potentiel de Van der Waals

On peut montrer que le Hamiltonien associé à l'interaction de Van der Waals a la forme [Haroche 91]:

$$U_{vdW}(z) = -\frac{n_1^2 - 1}{n_1^2 + 1} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{d_{\parallel}^2 + 2d_{\perp}^2}{16z^3} \quad (\text{I.E.1.-1.})$$



où  $d_{\parallel}$  ( $d_{\perp}$ ) =  $qa_z$  ( $qa_r$ ) désigne un dipôle perpendiculaire (parallèle) à l'interface du prisme avec  $q$  la charge du dipôle et  $a_z$  et  $a_r$  son amplitude selon  $e_z$  et  $e_r$  respectivement. Dans (II.E.1.-1.)  $z$  représente la distance atome-dioptre et  $n_1$  l'indice de réfraction du prisme.

Le déplacement des niveaux d'énergie de l'état fondamental  $\Delta E_f$  et de l'état excité  $\Delta E_e$  de l'atome dû à l'interaction de Van der Waals se calcule par une approche perturbative. Pour l'atome de Rubidium, on obtient pour la transition considérée (la ligne  $D_2$  du Rubidium:  $|5s_{1/2}\rangle \leftrightarrow |5p_{3/2}\rangle$ ) au premier ordre en  $U_{vdW}$  [Courtois 94]:

$$\Delta E_f(z) = \langle f = 5s_{1/2} | U_{vdW} | f = 5s_{1/2} \rangle = -\frac{8.5 \cdot 10^{-2}}{(kz)^3} \hbar \Gamma \quad (\text{II.E.1.-2.})$$

$$\Delta E_e(z) = \langle e = 5p_{3/2} | U_{vdW} | e = 5p_{3/2} \rangle = -\frac{17 \cdot 10^{-2}}{(kz)^3} \hbar \Gamma \quad (\text{II.E.1.-3.})$$

où ces valeurs sont à corriger par un facteur  $Z_{1/2} = 11/10$  pour les sous-niveaux Zeeman  $|M = \pm 1/2\rangle$  et par un facteur  $Z_{3/2} = 9/10$  pour les sous-niveaux Zeeman  $|M = \pm 3/2\rangle$  de deux états considérés. Les déplacements sont négatifs, c'est à dire que la force correspondante est attractive. Les atomes sont alors accélérés vers l'interface en interagissant avec les charges induites par le dipôle atomique à l'intérieur du diélectrique.

En tenant compte de l'interaction entre l'atome et l'onde évanescente, l'atome dans l'état fondamental est alors soumis au potentiel  $U_{tot}$ , qui se compose de deux termes, l'interaction de Van der Waals et le déplacement lumineux de l'état fondamental:

$$U_{tot}(z) = \frac{\hbar \Omega_R^2 \max}{4\delta_{L,eff}} e^{-2kbz} + \Delta E_f(z) \quad (\text{II.E.1.-4.})$$

Dans (II.E.2.-9.), le désaccord effectif  $\delta_{L,eff}$  est lié au désaccord  $\delta_L$  entre la fréquence laser  $\omega_L$  et la transition atomique  $\omega_A$  en l'absence du diélectrique par la relation  $\delta_{L,eff} = \delta_L + \frac{\Delta E_f(z) - \Delta E_e(z)}{\hbar}$ . L'allure du potentiel  $U_{tot}(z)$  pour les paramètres de la section II.C. est représentée sur la Figure II.E.1.-1.

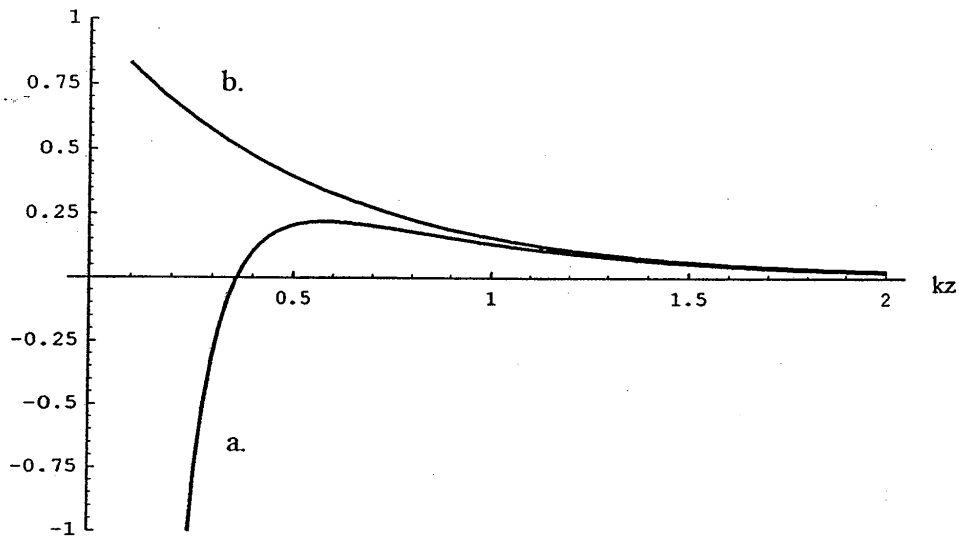


Figure II.E.1-1. Potentiel  $U_{tot}$  de l'état fondamental de l'atome de Rubidium en fonction de la distance atome-prisme  $z$  au centre de l'onde évanescente à  $x = y = 0$  (courbe a.). Le potentiel  $U_{tot}$  tient compte à la fois de l'interaction de l'atome avec le champ électrique de l'onde évanescente et de l'interaction de Van der Waals entre l'atome et le prisme. Le désaccord et la fréquence de Rabi au niveau du dioptre retenus pour tracer la courbe correspondent respectivement à  $\delta_L = 700 \Gamma$  et  $\Omega_{R \max} = 100 \Gamma$ . La courbe b. montre le déplacement lumineux de l'état fondamental en négligeant l'interaction de Van der Waals. On voit que le sommet du potentiel  $U_{tot}$  est réduit par un facteur 4 par rapport au maximum du déplacement lumineux.

D'après la Figure II.E.1.-1., à une distance de l'ordre de  $kz = 0.5$ , le potentiel  $U_{tot}$  change de comportement et devient attractif. De plus, le sommet du potentiel  $U_{tot}$  est réduit par un facteur 4 par rapport au maximum du déplacement lumineux de l'état fondamental de l'atome  $U_0$ . La zone de réflexion est alors rétrécie par rapport à la zone de réflexion obtenue en négligeant l'interaction entre l'atome et le prisme (voir section II.D.). Le rapport entre le maximum du potentiel  $U_{tot}$  et le sommet du déplacement lumineux seul  $U_0$  en fonction de l'intensité incidente et du désaccord  $\delta_L$  est tracé sur la Figure II.E.1.-2.

D'après la Figure II.E.1.-2. la différence entre le sommet du potentiel  $U_{som,tot}$  et le maximum du déplacement lumineux seul  $U_0$  diminue pour des désaccord  $\delta_L$  plus faible et des carrés de la fréquence de Rabi  $\Omega_{Rmax}^2$  plus élevés. Cela s'explique car à une distance de l'atome du dioptre quelconque mais fixe, le déplacement lumineux devient plus important en augmentant le module carré de la fréquence de Rabi  $\Omega_{Rmax}^2$  et en diminuant le désaccord  $\delta_L$ , tandis que l'interaction de Van der Waals, qui est indépendant de ces deux paramètres, reste inchangée. Pour réduire l'influence de l'attraction de Van der Waals toute en gardant un désaccord élevé pour supprimer l'émission spontanée il faudrait alors disposer d'une forte amplitude du champ électrique dans l'onde évanescente.



1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25

## 2. L'influence de l'interaction atome-diélectrique sur la probabilité d'émission spontanée par rebond

### a. Modification du taux d'émission spontanée

On peut montrer que la modification du taux de relaxation du dipôle au voisinage de l'interface vide-diélectrique est différente selon la polarisation du dipôle. Dans le cas où le dipôle est orienté perpendiculaire à l'interface, le taux de relaxation du dipôle prend la forme [Chance 78]:

$$\gamma'^{\perp} = \gamma \left( 1 - \frac{3}{2} \operatorname{Im} \int_0^{\infty} r_{12}^{TM}(u) e^{-2kz l(u)} \frac{u^3}{l(u)} du \right) \quad (\text{II.E.2.-1.})$$

tandis que pour le dipôle orienté parallèle au dioptre, il s'écrit sous la forme:

$$\gamma'^{\parallel} = \gamma \left( 1 + \frac{3}{4} \operatorname{Im} \int_0^{\infty} \left[ (1-u^2) r_{12}^{TM}(u) + r_{12}^{TE}(u) \right] e^{-2kz l(u)} \frac{u}{l(u)} du \right) \quad (\text{II.E.2.-2.})$$

Dans (II.E.2.-1.) et (II.E.2.-2.),  $r_{12}^{TM}$  et  $r_{12}^{TE}$  signifient le coefficient de réflexion (coefficient de Fresnel) à l'interface  $\Omega_1/\Omega_2$  pour un champ électrique polarisé TM et TE respectivement, et les quantités  $u$  et  $l$  sont définis respectivement par  $u = \sin i$  et  $l = -i\sqrt{1-u^2}$ , où  $i$  est l'angle d'incidence du champ électrique rayonné par le dipôle (voir Figure II.E.-1.).

En introduisant un facteur de modification  $\beta$ , défini comme taux de relaxation du dipôle en présence du diélectrique  $\gamma'$  par rapport à son valeur dans l'espace libre  $\gamma$  :

$$\beta = \frac{\gamma'}{\gamma} \quad (\text{II.E.2.-3.})$$

on constate que pour un dipôle orienté parallèle (perpendiculaire) à l'interface, les facteurs de modification  $\beta^\perp$  ( $\beta^\parallel$ ) sont exprimés par les termes à l'intérieur des crochets de l'expression (II.E.2.-1.) et (II.E.2.-2.) respectivement. Ces facteurs dépendent par l'intermédiaire de  $kz$  de la distance dipôle-prisme. En traçant  $\beta^\perp$  et  $\beta^\parallel$  en fonction de  $kz$ , des oscillations autour de  $\beta^{\perp/\parallel} = 1$  apparaissent qui indiquent qu'il y a des endroit où le taux de relaxation du dipôle est amplifié par rapport à sa valeur dans l'espace libre et des endroit où le taux est réduit (Figure II.E.2.-1.). De plus, on voit sur la Figure II.E.2.-1. que pour un dipôle orienté perpendiculaire à l'interface son taux de relaxation à la proximité immédiate du prisme est amplifié par un facteur d'environ 3 par rapport à sa valeur dans l'espace libre et pour un dipôle orienté parallèle à l'interface par un facteur d'environ 2. Près du dioptre, la présence du prisme augmente donc la probabilité d'émission spontanée de l'atome.

#### b. Probabilité d'émission spontanée par réflexion

La probabilité d'émission spontanée par rebond en présence du prisme  $N_p$  s'obtient selon le procédé de la section II.C.1. à partir du taux de relaxation à un endroit fixe de la trajectoire de l'atome qu'on intègre ensuite sur toute la trajectoire parcourue par la particule à travers l'onde évanescente. Dans le calcul on tient compte de la variation de la largeur naturelle de l'état excité de l'atome en fonction de la distance atome-prisme et de la modification de la trajectoire de l'atome par l'interaction de Van der Waals. A l'opposé du résultat de la partie II.C.1., obtenu sous l'hypothèse d'une interaction atome-paroi négligeable, la probabilité d'une émission spontanée par rebond dépend maintenant de l'amplitude de l'onde évanescente. Cela s'explique car l'amplitude de l'onde évanescente détermine la forme du potentiel  $U_{tot}$  auquel est soumis la particule au cours de la réflexion. De celle-ci dépend la trajectoire de l'atome dont dépend de son tour la probabilité  $N_p$ .





peut différer sensiblement de la valeur calculée en l'absence du prisme, car à  $\Omega_{R\max} = \Omega_{R\max,0}$  celle-ci diverge.

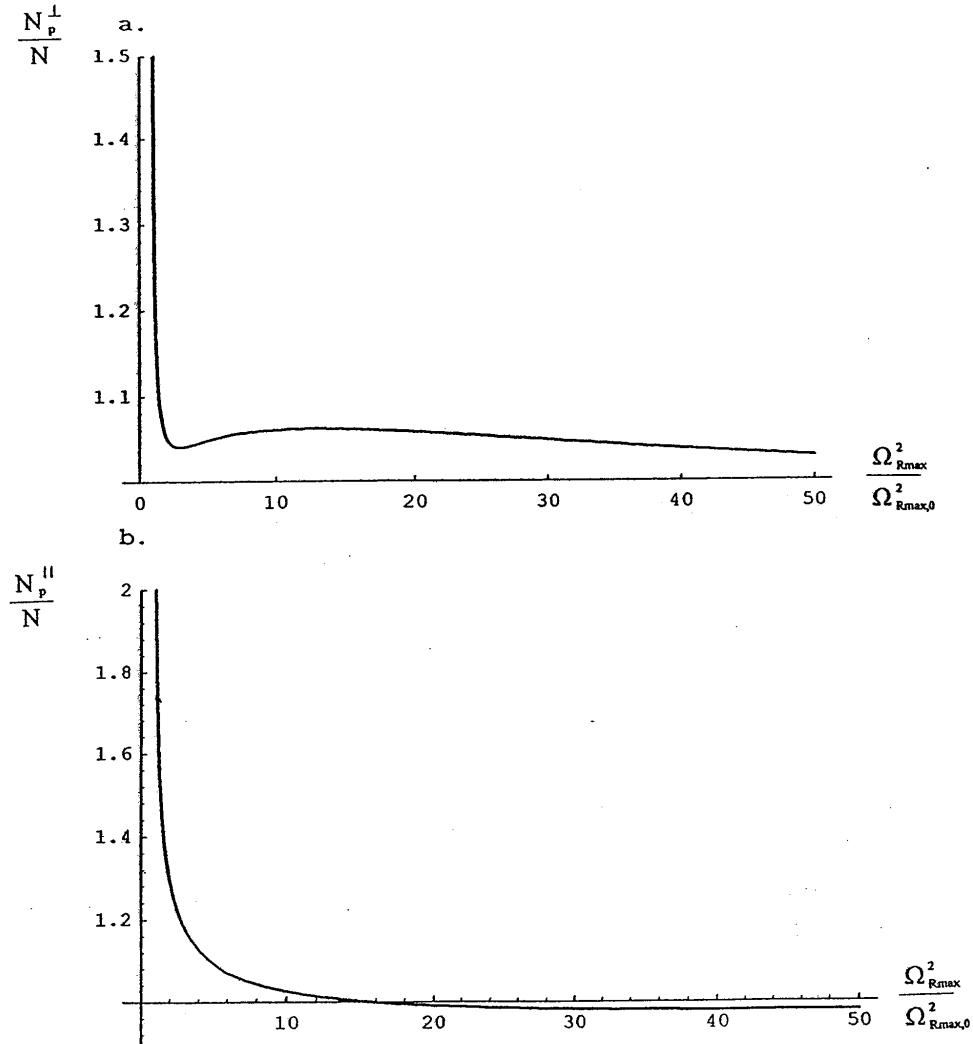


Figure I.E.2.-2. Probabilité d'émission spontanée par rebond  $N_p$  en tenant compte de la présence du prisme en fonction du carré de la fréquence de Rabi  $\Omega_{R\max}^2$  (en unités du module carré de la fréquence de Rabi, nécessaire pour réfléchir l'atome  $\Omega_{R\max,0}^2$ ). La courbe est normalisée par rapport à la probabilité d'émission spontanée par rebond  $N$ , obtenue en négligeant l'interaction entre l'atome et le prisme. Courbe a.: dipôle orienté parallèle à l'interface; courbe b.: dipôle orienté perpendiculaire à l'interface.

## F. Modifications du modèle

Dans cette partie nous étudierons un certain nombre d'effets que nous n'avons pas encore inclus dans la discussion de la réflexion de l'atome par l'onde évanescente présentée dans les chapitres précédents. En particulier, nous analyserons l'effet sur la réflexion de la particule d'une structure interne plus complexe que celle d'un atome à deux niveaux (partie II.F.1.). Nous nous plaçons ensuite dans le cadre du modèle de l'atome habillé pour évaluer la probabilité que la population du niveau d'énergie répulsif  $E_{1(N)}(\mathbf{r})$  de l'atome habillé passe - par transfert non-adiabatique - sur le niveau attractif  $E_{2(N)}(\mathbf{r})$  quand l'atome traverse l'onde évanescente (partie II.F.2.). Dans ce cas, l'atome est accéléré en direction du prisme même en l'absence de l'émission spontanée. Nous examinerons finalement l'influence des forces transverses et de l'effet Doppler sur la trajectoire de l'atome dans la géométrie de notre montage (parties II.F.3. et II.F.4.).

Notons que l'étude des effets présentés ici n'est pas exhaustive. Nous mentionnons les phénomènes essentiellement dans le but d'indiquer leur présence pendant la réflexion et pour signaler qu'ils peuvent - sous certaines conditions - influencer la trajectoire de l'atome au cours du rebond. Le but de cette partie est donc principalement d'analyser chacun de ces effets autant que nécessaire pour pouvoir estimer son influence.

### 1. Structure interne de l'atome

Considérons un atome dont la structure interne est plus complexe que celle d'un atome à deux niveaux. Prenons le cas du Rubidium. Le but est de connaître la modification du déplacement lumineux des niveaux d'énergie de la transition sur laquelle nous allons travailler pour réfléchir l'atome - la ligne  $D_2$  - par rapport au déplacement lumineux de l'unique état fondamental  $|f\rangle$  de l'atome à deux niveaux, analysé dans la partie II.B. Pour cela nous présenterons d'abord la structure hyperfine de la transition  $D_2$  du Rubidium (partie II.F.1.a.). Nous calculons ensuite le déplacement lumineux des états fondamentaux hyperfins de l'atome et nous analysons en particulier le rôle que joue la polarisation du faisceau incident sur le déplacement lumineux de chacun de ces états (partie II.F.1.b.).

### a. Structure hyperfine du Rubidium

La transition  $D_2$  lie les états  $|5s_{1/2}\rangle$  et  $|5p_{3/2}\rangle$  de la structure fine de Rubidium:

$$|5s_{1/2}\rangle = |n=5, l=0, S=1/2; J=l+S=1/2\rangle$$

$$|5p_{3/2}\rangle = |n=5, l=1, S=1/2; J=l+S=3/2\rangle \quad (\text{II.F.1.-1.})$$

Dans (II.F.1.-1.),  $n$  est le nombre quantique principale,  $l$  et  $S$  respectivement celui du moment cinétique et du spin de l'électron, et  $J$  le nombre quantique du moment cinétique composé  $J = L + S$ .

En considérant le couplage du moment cinétique composé  $J$  avec le spin  $I$  du noyau de l'atome, nous nous plaçons à l'intérieur de la structure hyperfine dont les niveaux sont étiquetés par le nombre quantique  $F$ , associé au moment cinétique composé  $F = J + I$ . Nous désignons les états appartenant à l'état fondamental de la raie  $D_2$  à l'intérieur de la structure hyperfine du Rubidium par  $|F_f\rangle$  et ceux appartenant à l'état excité par  $|F_e\rangle$ .

Pour l'isotope du Rubidium  $Rb^{85}$ , dont le nombre quantique de spin du noyau vaut  $I = 5/2$ , le niveau excité est scindé en quatre niveaux,  $F_e = 1, 2, 3, 4$ , et l'état fondamental en deux,  $F_f = 2, 3$ . Pour l'isotope du Rubidium  $Rb^{87}$ ,  $I = 3/2$ , les valeurs correspondantes valent  $F_e = 0, 1, 2, 3$  et  $F_f = 1, 2$  respectivement.

Le diagramme d'énergie de la transition  $D_2$  pour les deux isotopes du Rubidium est montré dans la Figure II.F.1.-1. Les niveaux d'énergie de l'état excité sont séparés par un écart de l'ordre d'une centaine de MHz et ceux de l'état fondamental par un écart de 3.0 GHz et 6.8 GHz pour les isotopes  $Rb^{85}$  et  $Rb^{87}$  respectivement.

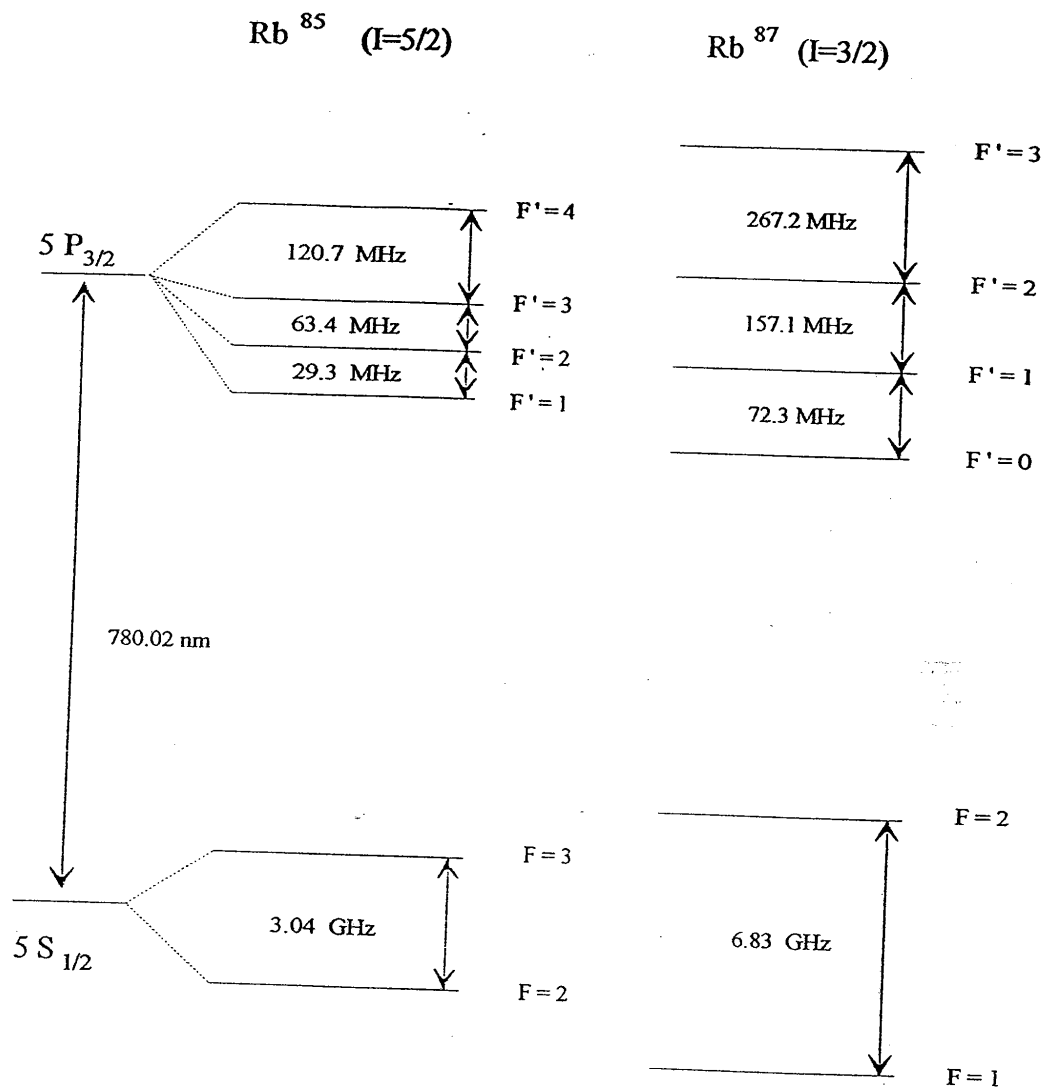


Figure II.F.1.-1. Structure hyperfine de la transition  $D_2$  de Rubidium. Les niveaux d'énergie sont montrés pour les deux isotopes de Rubidium,  $\text{Rb}^{85}$  et  $\text{Rb}^{87}$  respectivement.

Chaque niveau de la Figure II.F.1.-1. comporte  $2F+1$  sous-niveaux Zeeman  $M_F$ . A titre d'exemple, les niveaux d'énergie de la transition  $|F_f = 3\rangle \leftrightarrow |F_e = 4\rangle$  de la raie  $D_2$  de l'isotope  $Rb^{85}$  - y compris les sous-niveaux Zeeman - sont montrés dans la Figure II.F.1.-2.

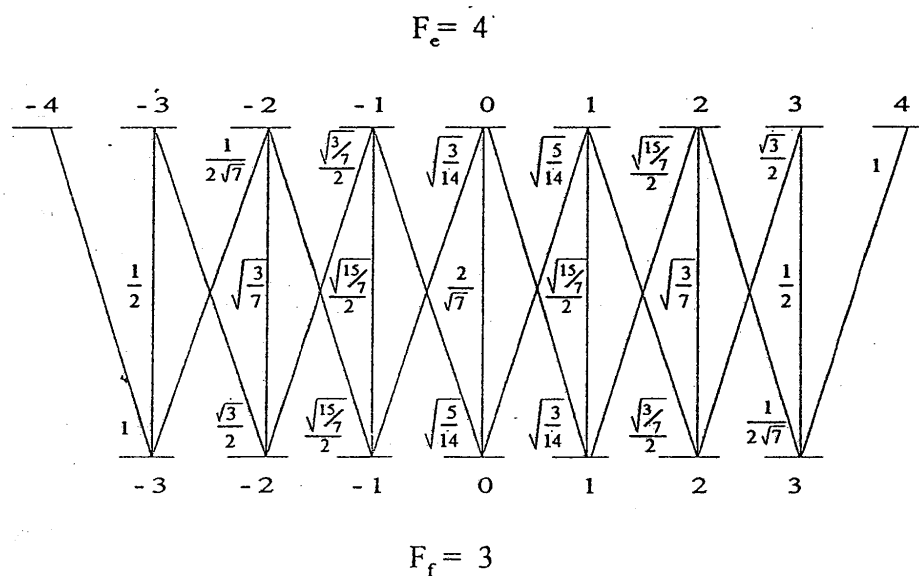


Figure II.F.1.-2. Niveaux d'énergie de l'état fondamental  $|F_f = 3\rangle$  et de l'état excité  $|F_e = 4\rangle$  de la ligne  $D_2$  de l'isotope de Rubidium  $Rb^{85}$ . Les transitions entre des niveaux, permises dans l'approximation dipolaire électrique, sont marquées en ligne pleine, avec le coefficient de Clebsch-Gordan correspondant.

## b. Déplacement de l'état fondamental hyperfin

### α. Déplacement lumineux de l'état fondamental dans le modèle de l'atome habillé

Dans ce paragraphe nous calculons le déplacement lumineux des niveaux d'énergie de l'état fondamental  $|F_f, M_f\rangle$  de Rubidium. Pour cela nous nous plaçons dans le cadre du modèle de l'atome habillé dans lequel nous nous sommes déjà placé dans la section II.C.2. pour évaluer le déplacement lumineux de l'état fondamental  $|f, N+1\rangle$  d'un atome à deux niveaux à l'intérieur de la multiplicité  $E(N)$ , avec  $N$  le nombre de photons dans le mode laser.

Dans le cas de Rubidium, le nombre d'états qui sont couplés entre eux à l'intérieur de la multiplicité  $E(N)$  par le potentiel d'interaction  $V$  de l'onde évanescente est plus élevé que dans le cas d'un atome à deux niveaux. Chaque niveau de la sous-structure Zeeman  $|F_f, M_f, N+1\rangle$  de l'état fondamental est couplé à une multitude des niveaux  $|F_e, M_{F_e}, N\rangle$  de l'état excité. Pour évaluer le déplacement lumineux  $\Delta E_{|F_f, M_f, N+1\rangle}$  de l'état fondamental  $|F_f, M_f, N+1\rangle$  nous nous restreignons dans ce qui suit à un calcul perturbatif, limité à l'ordre 2 du potentiel d'interaction  $V$ . Nous négligeons également le couplage entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental du Rubidium en nous limitant à un sous-espace plus restreint d'un seul niveau fondamental hyperfin  $|F_f\rangle$ . Dans cette limite nous écrivons le déplacement lumineux de l'un des deux états fondamentaux  $|F_f\rangle$  du Rubidium dans le champ électrique de l'onde évanescente sous la forme [Dalibard 92]:

$$\Delta E_{|F_f, M_f, N+1\rangle} = \sum_{F_e, M_{F_e}} \frac{\left| \langle F_f, M_f, N+1 | V | F_e, M_{F_e}, N \rangle \right|^2}{E_{|F_f, M_f, N+1\rangle} - E_{|F_e, M_{F_e}, N\rangle}} \quad (\text{II.F.1.-2.})$$

où la somme dans (II.F.1.-2.) porte sur tous les états excités de la transition  $D_2$ . Dans (II.F.1.-2.),  $E_{|F_e, M_{F_e}, N\rangle}$  désigne l'énergie de l'état  $|F_e, M_{F_e}, N\rangle$  et  $V$  représente le

potentiel d'interaction. Dans le point de vue dipolaire électrique et avec l'approximation du champ tournant, le potentiel d'interaction  $V$  s'écrit sous la forme:

$$V = \frac{\hbar\Omega_R}{2} \mathbf{S}^+ \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \quad (\text{II.F.1.-3.})$$

où  $\Omega_R$  est la fréquence de Rabi,  $\boldsymbol{\varepsilon}$  la polarisation de l'onde évanescente et  $\mathbf{S}^+$  l'opérateur dipolaire montant qui inclut le vecteur unitaire du dipôle  $\mathbf{d}$ :

$$\mathbf{d} = d(\mathbf{S}^+ + \mathbf{S}^-) \quad (\text{II.F.1.-4.})$$

Dans (II.F.1.-4.), la constante  $d$  est le moment dipolaire réduit de la transition  $D_2$ .

Dans le cas où le désaccord  $\delta_L$  est grand devant la séparation des niveaux d'énergie  $E_{|F_e, M_{F_e}, N\rangle}$  de l'état excité, on peut approximer le dénominateur du membre à droit de l'équation (II.F.1.-2.) par:

$$E_{|F_f, M_f, N+1\rangle} - E_{|F_e, M_{F_e}, N\rangle} \approx \hbar\delta_L \quad (\text{II.F.1.-5.})$$

indépendant de l'état  $|F_e, M_{F_e}, N\rangle$  considéré. Dans cette approximation l'expression (II.F.1.-2.) se simplifie. En se servant d'une relation de fermeture, le déplacement lumineux de l'état fondamental se réduit à:

$$\Delta E_{|F_f, M_f, N+1\rangle} = \frac{\hbar\Omega_R(\mathbf{r})}{4\delta_L} \langle F_f, M_f, N+1 | (\mathbf{S}^+ \cdot \boldsymbol{\varepsilon}) (\mathbf{S}^- \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^*) | F_f, M_f, N+1 \rangle \quad (\text{II.F.1.-6.})$$

avec  $\mathbf{S}^- \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^*$  le complexe conjugué de  $\mathbf{S}^+ \cdot \boldsymbol{\varepsilon}$ .

### β. Effet de la polarisation de l'onde évanescente

Pour un axe de quantification donné on peut développer le vecteur de polarisation de l'onde évanescente  $\varepsilon$  dans des vecteurs unitaires  $\varepsilon_q$  de la base standard ( $q=0, \pm 1$ ). Le produit  $S^+ \cdot \varepsilon_q$ , pris entre les états excités et l'état fondamental, est alors proportionnel aux coefficients de Clebsch-Gordan ( $F_e, M_{F_e} + q; F_f, 1, M_f, q$ ):

$$\langle e, F_e, M_{F_e} | S^+ \cdot \varepsilon_q | f, F_f, M_f \rangle \propto (F_e, M_{F_e} + q; F_f, 1, M_f, q) \quad (\text{II.F.1.-7.})$$

Ceci montre que la somme dans l'expression du déplacement lumineux de l'état fondamental (II.F.1.-2.) devient dans la limite (II.F.1.-5.) une somme sur les modules carré des coefficients de Clebsch-Gordan. Remarquons que pour une polarisation linéaire de l'onde évanescente cette somme est indépendante du sous-niveau Zeeman de l'état fondamental considéré.

Pour un faisceau incident polarisé TE, la polarisation de l'onde évanescente est dans ce cas également TE et on trouve [Desbiolles 93]:

$$\langle F_f, M_f | (S^+ \cdot \varepsilon)(S^- \cdot \varepsilon^*) | F_f, M_f \rangle = \frac{2}{3}. \quad (\text{II.F.1.-8.})$$

indépendant du sous-niveau Zeeman  $M_f$  considéré. Le niveau  $E_{|F_f, N+1\rangle}$  s'écrit alors sous la forme:

$$\Delta E_{|F_f, N+1\rangle} = \frac{\hbar \Omega_R^2(r)}{6\delta_L} \quad (\text{II.F.1.-9.})$$

correspondant à un déplacement global du niveau d'énergie  $E_{|F_f, N+1\rangle}$  sans que la dégénérescence en  $M_F$  soit levée. Notons que le déplacement (II.F.1.-8.) est un facteur  $2/3$  plus faible que le déplacement lumineux de l'état fondamental calculé dans les parties II.B.2. et II.C.2. dans le cas d'un atome à deux niveaux. La discussion des parties II.C. et II.D. reste alors valable à condition que le potentiel dipolaire maximal au centre du faisceau  $U_0$  soit corrigé par le facteur donné en (II.F.1.-8.).



Dans le cas plus général, quand la polarisation de l'onde évanescente n'est pas nécessairement linéaire, l'élément de matrice (II.F.1.-6.) peut dépendre du nombre quantique magnétique  $M_F$ . A l'intérieur de l'onde évanescente le déplacement lumineux peut alors différer pour chaque sous-niveau Zeeman  $M_F$  par une quantité qui dépend de l'élément de matrice (II.F.1.-6.).

• Remarques

1. Pour déduire le déplacement lumineux (II.F.1.-6.) nous avons utilisé la limite d'un désaccord grand devant la séparation des niveaux d'énergie de l'état excité,  $E_{|F_e\rangle} - E_{|F_e'\rangle} \ll \hbar\delta_L \forall e, e'$ . Vérifions cette approximation: prenons un désaccord  $\delta_L = 200 \Gamma$  correspondant à  $7.5 \text{ GHz}$ . Cela est à comparer avec la séparation des niveaux d'énergie  $|F_e\rangle$  de l'état excité de Rubidium qui est de l'ordre de  $200 \text{ MHz}$  pour l'isotope  $Rb^{85}$  et de l'ordre de  $500 \text{ MHz}$  pour l'isotope  $Rb^{87}$ . L'approximation (II.F.1.-5.) est alors justifié. Notons que dans le chapitre III. nous allons présenter une méthode qui permet d'augmenter considérablement l'amplitude de l'onde évanescente et par conséquent le désaccord  $\delta_L$ . On peut dans ce cas obtenir un désaccord plus grand que plusieurs centaines de  $\text{GHz}$ . L'approximation (II.F.1.-5.) est dans ce cas largement justifié.

2. Mentionnons également la variante d'un miroir sélectif en état interne, présentée dans la référence [Balykin 88] pour le cas de sodium. Ce miroir est réfléchissant pour un niveau hyperfin de l'état fondamental et attirant pour l'autre. Le principe de ce miroir se déduit de la Figure II.F.1.-3., dessiné ici pour l'isotope  $Rb^{85}$ . On y voit un désaccord  $\delta_L = \omega_L - \omega_A$  positif pour l'état  $|F_f = 3\rangle$  et négatif pour l'état  $|F_f = 2\rangle$ . Les atomes de l'état fondamental  $|F_f = 3\rangle$  subiront donc la réflexion tandis que les atomes de l'état  $|F_f = 2\rangle$  sont attirés vers le dioptré.

Notons néanmoins que la séparation entre les deux états fondamentaux de  $Rb^{85}$   $|F_f = 3\rangle$  et  $|F_f = 2\rangle$  est de l'ordre de  $3 \text{ GHz}$ . Cela est à comparer avec un désaccord de  $7 \text{ GHz}$  calculé avec les paramètres de la section II.C. Le désaccord est dans ce cas bien décalé vers le "bleu" pour tous les deux états fondamentaux. C'est autant plus vrai pour le désaccord qui sera possible grâce à l'amplification de l'onde évanescente que nous allons discuter dans le chapitre III. Par conséquence, l'effet de la référence [Balykin 88] ne se produit en général pas pour les paramètres de notre montage.



## 2. Probabilité de transfert non-adiabatique

Jusqu'à présent nous avons admis qu'en entrant dans l'onde évanescente, l'atome suit adiabatiquement le niveau d'énergie qu'il occupe loin de la zone d'interaction. Nous avons supposé que le seul moyen de partir de ce niveau est l'émission spontanée, et la probabilité de cet événement a été calculée dans la partie II.C.1. Une voie additionnelle de sortir de ce niveau, même en l'absence de l'émission spontanée, résulte de la probabilité de transfert non-adiabatique de la population de l'atome du niveau d'énergie répulsif vers le niveau d'énergie attractif au cours de l'interaction avec l'onde évanescente. L'évolution de ce processus dans le point de vue de l'atome habillé est montré dans la Figure II.F.2.-1: au lieu de rester dans l'état  $|1(N); r\rangle$  et de suivre adiabatiquement le niveau d'énergie  $E_{1(N)}(r)$ , la population de l'atome habillé est transférée vers l'état  $|2(N); r\rangle$  en traversant l'onde évanescente. En changeant le niveau, l'atome est attiré vers le dioptré.

La probabilité du transfert dépend de la rapidité avec laquelle l'atome voit varier le potentiel d'interaction quand il entre dans l'onde évanescente à vitesse  $v_z$ , de l'ampleur du couplage entre l'onde évanescente et l'atome, et du désaccord  $\delta_L$ . Si  $P_{1 \rightarrow 2}$  désigne la probabilité de passer de l'état  $|1(N); r(t)\rangle$  de l'atome habillé vers l'état  $|2(N); r(t)\rangle$  pendant l'interaction, le critère pour que l'atome habillé suive adiabatiquement son niveau de départ,  $P_{1 \rightarrow 2} \ll 1$ , s'écrit sous la forme [Messiah 64]:

$$P_{1 \rightarrow 2} \leq \max \left| \frac{(2(N); r(t) \left| \frac{d}{dt} |1(N); r(t)\rangle \right. \right)^2}{\Omega(r(t))} \right| \ll 1 \quad (\text{II.F.2.-1.})$$

Dans (II.F.2.-1.)  $\Omega(r(t))$  désigne la fréquence de Rabi généralisée, introduite en II.C.2.



• Remarque

Dans l'expression (II.F.2.-1.), le numérateur décrit la vitesse de variation de l'état  $|1(N); \mathbf{r}(t)\rangle$  de l'atome habillé projeté sur l'état  $|2(N); \mathbf{r}(t)\rangle$ . Celle-ci correspond dans l'image du vecteur de Bloch à la vitesse avec laquelle le champ magnétique efficace  $\mathbf{B}_{eff}$  tourne dans l'espace du spin (Figure II.F.2.-2.) [CDG 89]. Autour du champ magnétique efficace  $\mathbf{B}_{eff}$  le vecteur de Bloch  $\mathbf{S}$  précesse à la fréquence de Rabi généralisée  $\Omega(\mathbf{r})$ . D'après (II.F.2.-1.), pour que la probabilité d'un transfert non-adiabatique soit faible, la vitesse de rotation du champ efficace doit être petite devant la fréquence de précession du vecteur de Bloch autour de  $\mathbf{B}_{eff}$ .

Evaluons la probabilité du transfert (II.F.2.-1.) explicitement. Le terme  $\frac{d}{dt}|1(N); \mathbf{r}(t)\rangle$  se calcule à partir de l'expression de l'état  $|1(N); \mathbf{r}(t)\rangle$  présenté dans la section II.C.2. On en déduit pour un atome de vitesse initiale  $\mathbf{v}$  perpendiculaire à l'interface:

$$\frac{d}{dt}|1(N); \mathbf{r}(t)\rangle = \mathbf{v} \cdot \nabla \mathfrak{g}(\mathbf{r}) \left( e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}/2} \cos \mathfrak{g}(\mathbf{r}) |f, N+1\rangle - e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}/2} \sin \mathfrak{g}(\mathbf{r}) |e, N\rangle \right).$$

(II.F.2.-2.)

où le gradient de l'angle  $\mathfrak{g}(\mathbf{r})$  vaut dans la limite  $\delta_L \gg \Omega_R$  (voir II.C.2.):

$$\nabla \mathfrak{g}(\mathbf{r}) \cong -\frac{1}{2} \frac{\nabla \Omega_R(\mathbf{r})}{\delta_L}$$

(II.F.2.-3.)

Avec  $\nabla \Omega_R(\mathbf{r}) \cong -kb_2 \Omega_R(\mathbf{r})$ , et le dénominateur de (II.F.2.-1.) approximé par sa valeur minimale  $\delta_L$ , on peut alors majorer la probabilité de transfert  $P_{1 \rightarrow 2}$  par l'expression suivante:

$$P_{1 \rightarrow 2} \leq \max \left| \frac{1}{2} \frac{\Omega_{R \max}}{\delta_L} \frac{1}{(kb_2 v_z)^{-1} \delta_L} \right|^2$$

(II.F.2.-4.)

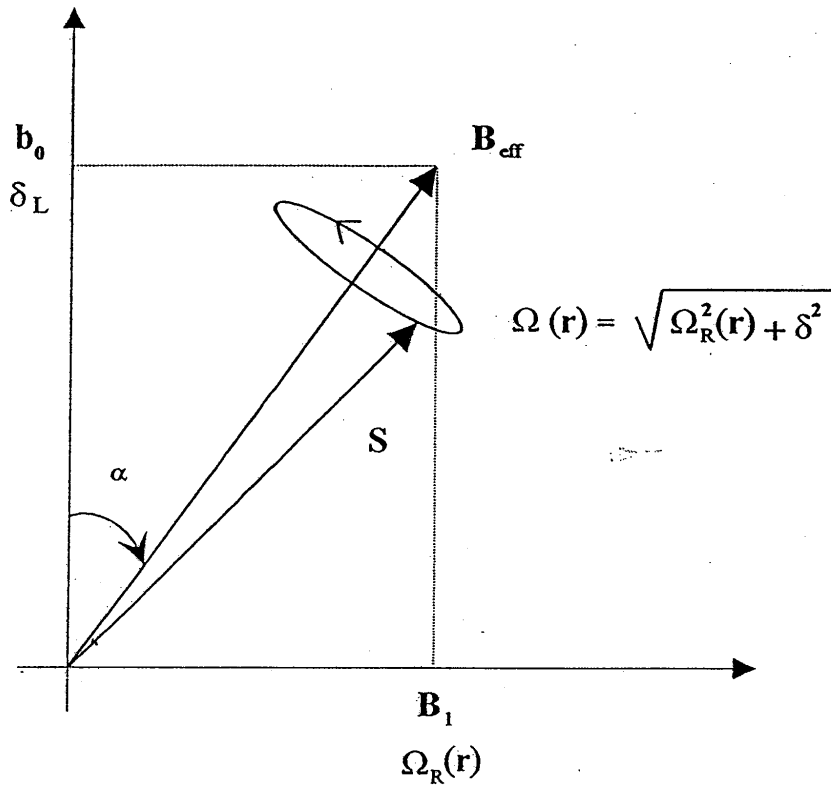


Figure II.F.2.-2. Transfert non-adiabatique dans l'image du vecteur de Bloch. En entrant dans la zone d'interaction, le couplage entre l'onde évanescence et l'atome fait croître le champ magnétique  $B_1$  dont le module est égal à la fréquence de Rabi  $\Omega_R(r)$ . Cela fait tourner le champ magnétique efficace  $B_{eff}$  dans l'espace de spin avec une vitesse angulaire  $\dot{\alpha}$ . Autour de  $B_{eff}$  le vecteur de Bloch  $S$  précesse à la fréquence de Rabi généralisée  $\Omega(r)$ . Pour que la probabilité d'un transfert non-adiabatique soit faible, la fréquence angulaire  $\dot{\alpha}$  doit être petite devant la fréquence de précession  $\Omega(r)$  du vecteur de Bloch autour du champ magnétique efficace  $B_{eff}$ . Dans ce cas le vecteur de Bloch  $S$  continue de précesser autour de  $B_{eff}$  quand le champ magnétique  $B_{eff}$  se déplace.

La formule (II.F.2.-4.) met en rapport la vitesse avec laquelle le champ magnétique efficace  $\mathbf{B}_{eff}$  tourne quand l'atome entre dans l'onde évanescente et la fréquence de précession du vecteur de Bloch  $\mathbf{S}$  autour du champ magnétique  $\mathbf{B}_{eff}$  (voir la Remarque ci-dessus). L'ordre de grandeur de la vitesse  $\dot{\alpha}$  avec laquelle le champ  $\mathbf{B}_{eff}$  tourne se déduit de l'angle maximal de rotation  $\alpha_{max} = \Omega_{Rmax} / \delta_L$  du vecteur  $\mathbf{B}_{eff}$  quand l'atome est au sommet de l'onde évanescente, divisé par le temps qu'il faut pour y parvenir  $t_{refl} = (kb_2 v_z)^{-1}$  (voir Figure II.F.2.-2.). La fréquence de précession - la fréquence de Rabi généralisée  $\Omega(r)$  - est au moins égale au désaccord  $\delta_L$ . Si le membre à droite de l'expression (II.F.2.-4.) est largement inférieur à 1, cela veut dire que la fréquence de précession  $\Omega(r)$  du vecteur de Bloch autour du champ magnétique  $\mathbf{B}_{eff}$  est beaucoup plus grande que la vitesse  $\dot{\alpha}$  avec laquelle  $\mathbf{B}_{eff}$  tourne dans l'espace de spin. Dans ce cas le vecteur de Bloch peut suivre le champ magnétique  $\mathbf{B}_{eff}$  quand  $\mathbf{B}_{eff}$  se déplace et l'atome suit adiabatement son niveau d'énergie de départ.

• Application numérique:

Prenons les valeurs de la partie II.C.1.: avec une hauteur de chute de  $h = 0.01 m$  la vitesse de l'atome au niveau de dioptré vaut  $v_{zmax} = 0.45 m/s$ . Considérons de plus un désaccord  $\delta_L = 700 \Gamma$ , une fréquence de Rabi au niveau du dioptré de  $\Omega_{Rmax} = 100 \Gamma$  et une longueur de décroissance de l'onde évanescente correspondant à  $(kb_2)^{-1} = 140 nm$  ce qui conduit à un temps de réflexion  $t_{refl} = (kb_2 v_z)^{-1}$  de l'ordre de  $300 nsec$ , soit  $12 \Gamma^{-1}$ . On en déduit une probabilité de transfert de  $P_{1 \rightarrow 2} \leq 10^{-10}$ . Pour les paramètres utilisés dans notre montage, cette source de pertes ne contribue pas d'une manière significative.

### 3. Forces transverses

Dans ce paragraphe nous estimons le changement d'impulsion de l'atome dû aux forces lumineuses transverses agissant dans les directions parallèles à l'interface du prisme. Dans cette direction deux types de force agissent: la force spontanée  $F_1$ , proportionnelle au gradient de phase de l'onde évanescente, et la force dipolaire  $F_2$  proportionnelle au gradient d'amplitude (voir la partie II.B.2.). La force spontanée est due à la propagation de l'onde évanescente le long l'axe  $e_x$ . La force dipolaire est due au gradient d'amplitude de l'onde évanescente suivant la direction parallèle au diopre, à cause du profil gaussien du faisceau incident.

Nous présenterons d'abord l'expression de la force dipolaire (section II.F.3.a.) puis celle de la force spontanée (section II.F.3.b.) pour la géométrie de notre montage. Nous estimons finalement l'impact des deux forces transverses sur la réflexion de l'atome en les comparant à la force dipolaire dirigée normalement à l'interface du prisme (section II.F.3.c.).

#### a. Force dipolaire transverse

Dans le cas d'un faisceau incident gaussien la distribution spatiale du champ électrique  $E_2(\mathbf{r})$  de l'onde évanescente dans le milieu  $\Omega_2$  s'écrit sous la forme (voir la partie II.D.1.):

$$E_2(\mathbf{r}) = A_2 e^{-kb_2 z - \frac{r^2}{w^2}} \quad (\text{II.F.3.-1.})$$

où  $r$  est la coordonnée radiale  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $A_2$  l'amplitude de l'onde évanescente au niveau de l'interface au centre du faisceau à  $x=y=z=0$ ,  $(kb_2)^{-1}$  la longueur de décroissance de l'onde évanescente le long l'axe  $e_z$  et  $w$  la distance pour laquelle la distribution du champ électrique de l'onde évanescente  $E_2(\mathbf{r})$  diminue dans la direction  $e_r$  d'un facteur  $e^{-1}$  par rapport à sa valeur maximale  $A_2$ . Pour simplifier le calcul, nous avons supposé dans la formule (II.F.3.-1.) que la distribution  $E_1(\mathbf{r})$  est symétrique par



révolution autour de l'axe  $e_z$ , soit  $w_x = w_y = w$ . La quantité  $w_x$  est liée au waist  $w_{0X}$  du faisceau incident le long l'axe  $e_X$  - défini comme l'intersection du plan d'incidence avec le plan perpendiculaire à la direction de la propagation du faisceau - par la relation  $w_X = w_x \cos \vartheta_1$  (pour une définition d'axes voir la Figure II.D.1.-1.).

Pour un gradient d'amplitude du champ électrique  $E_2(\mathbf{r})$  le long  $e_r$  on a une composante de la force dipolaire  $F_2^r$ . Explicitement elle s'écrit sous la forme (voir II.B.2.):

$$\begin{aligned} F_2^r &= -\hbar \delta_L \frac{s}{1+s} \frac{\nabla_r \Omega_R}{\Omega_R} \\ &= 2\hbar \delta_L \frac{s}{1+s} \frac{r}{w^2} e_r \end{aligned} \quad (\text{II.F.3.-2.})$$

où dans (II.F.3.-2.)  $s$  désigne le paramètre de saturation,  $\delta_L$  le désaccord et  $\Omega_R$  la fréquence de Rabi. Notons que la dépendance spatiale de la fréquence de Rabi  $\Omega_R(\mathbf{r})$  suit celle de la distribution du champ électrique de l'onde évanescente  $E_2(\mathbf{r})$  (voir la formule (II.B.2.-4.)). A part la dépendance explicite de la force dipolaire  $F_2^r$  en fonction de  $r$  selon (II.F.3.-2.), la force  $F_2^r$  dépend également de la coordonnée radiale  $r$  par l'intermédiaire du paramètre de saturation  $s$ . Celui-ci, dans la limite  $\delta_L \gg \Gamma$ , s'écrit avec (II.B.2.-6.) en fonction de  $r$  sous la forme:

$$s(\mathbf{r}) = \frac{\Omega_{R \max}^2}{2\delta_L^2} e^{-2(kb_2 z - r^2/w^2)} \quad (\text{II.F.3.-3.})$$

où  $\Omega_{R \max}$  est la fréquence de Rabi maximale au centre de l'onde évanescente au niveau de l'interface.

D'après (II.F.3.-2.) et (II.F.3.-3.) et dans la limite d'un désaccord grand devant la fréquence de Rabi  $\delta_L \gg \Omega_{R \max}$ , le maximum de la force dipolaire transverse  $F_2^r$  se situe - dans le plan  $z$  constant - à la position  $r = w/2$ . Explicitement, à cet endroit la force est donnée par:

$$F_{2 \max}^r = (2/\sqrt{e}) \frac{\hbar \Omega_{R \max}^2}{4\delta_L} \frac{1}{w} e^{-2kb_2 z} e_r \quad (\text{II.F.3.-4.})$$



### b. Force spontanée

La force spontanée  $F_1$  agit sur l'atome à cause de la propagation de l'onde évanescente le long l'axe  $e_x$ . La propagation de l'onde évanescente fait apparaître un gradient de phase  $\varphi$  du champ électrique auquel la force spontanée  $F_1$  est proportionnelle. Explicitement, la force spontanée  $F_1$  s'écrit sous la forme (voir la partie II.B.2.):

$$\begin{aligned} F_1 &= \hbar \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s} \nabla \varphi \\ &= \hbar k\beta \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s} e_x \end{aligned} \tag{II.F.3.-5.}$$

où  $k\beta$  correspond au module du vecteur d'onde de l'onde évanescente le long l'axe  $e_x$  (voir II.B.1.-12.) et  $s$  est le paramètre de saturation. D'après (II.F.3.-3.), la force spontanée est la plus grande au centre de l'onde évanescente au niveau de l'interface à  $x=y=z=0$ . Si la transition atomique est saturée  $s \gg 1$ , la force spontanée prend sa valeur maximale:

$$F_1 = \hbar k\beta \frac{\Gamma}{2} e_x \tag{II.F.3.-6.}$$

En revanche, dans la limite  $\delta_L \gg \Omega_R \gg \Gamma$  - dans laquelle nous nous plaçons en général - la force spontanée est réduite par un facteur  $s$  par rapport à la valeur donnée en (II.F.3.-6.).

### c. Comparaison des forces transverses

Estimons la contribution des deux forces transverses à la force lumineuse totale agissant sur l'atome dans le champ électrique de l'onde évanescente. Comparons pour cela la force spontanée  $F_1$  et la force dipolaire transverse  $F_2^y$  à la force dipolaire dirigée perpendiculairement à l'interface du prisme  $F_{2z}$ .

Le rapport entre la force dipolaire transverse  $F_2^y$  et la force dipolaire dirigée le long l'axe  $e_z$  se déduit des expressions (II.F.3.-4.) et (II.B.2.-8.) respectivement. Dans le plan  $z$  et à la position  $r = w/2$ , quand la force  $F_2^y$  est la plus grande, leur rapport  $R$  s'écrit sous la forme:

$$R = \frac{|F_2^y \max|}{|F_{2z}|} = \frac{(kb_2)^{-1}}{w} \quad (\text{II.F.3.-7.})$$

L'expression (II.F.3.-7.) met en rapport les deux longueurs de décroissance de l'onde évanescence dans le milieu  $\Omega_2$ , parallèle et perpendiculaire à l'interface du prisme respectivement. Comme en général on cherche une onde évanescence qui décroît rapidement le long l'axe  $e_z$  pour supprimer l'émission spontanée et qui s'étale loin dans des directions parallèles aux interfaces pour disposer d'une zone de réflexion  $A$  élevée, ce rapport est en général faible. Par exemple, pour un waist  $w$  de 1 mm et une longueur de décroissance de l'onde évanescence le long l'axe  $e_z$  de  $(kb_2)^{-1} = 140 \text{ nm}$  le rapport  $R$  vaut  $1.4 * 10^{-4}$ . La contribution de la force dipolaire transverse  $F_2^y$  par rapport à celle de la force dipolaire  $F_{2z}$  le long l'axe  $e_z$  est dans ce cas négligeable.

Le rapport  $R'$  entre la force spontanée et la force  $F_{2z}$  vaut à une position quelconque:

$$R' = \frac{|F_1|}{|F_{2z}|} = \frac{k\beta \Gamma}{kb_2 \delta_L} \quad (\text{II.F.3.-8.})$$

Comme le module du vecteur d'onde de l'onde évanescence dans le milieu  $\Omega_2$  le long l'axe  $e_x$  et le long l'axe  $e_z$  est pour les paramètres retenus dans notre expérience du même ordre de grandeur, le rapport des deux forces est essentiellement inversement proportionnel au désaccord  $\delta_L$ , mesuré en unités de la largeur naturelle de l'état excité  $\Gamma$ . Dans la limite  $\delta_L \gg \Gamma$ , le rapport  $R'$  est de ce fait faible. Par exemple, avec les paramètres de la section II.C.1. (désaccord  $\delta_L = 200 \Gamma$ , angle d'incidence  $\vartheta_1 = 46^\circ$ ) le rapport  $R'$  vaut  $7.4 * 10^{-3}$ . La contribution de la force spontanée  $F_1$  le long l'axe  $e_x$  par rapport à celle de la force dipolaire  $F_{2z}$  est dans ce cas insignifiant.

• Remarque

Nous avons évalué les rapports  $R$  et  $R'$  ci-dessus avec les paramètres de la section II.C. et II.D., obtenus avec une puissance du faisceau laser incident d'une centaine de mW et avec une étendue de l'onde évanescente dans le milieu  $\Omega_2$  parallèle à l'interface le long  $e_x$  de l'ordre du mm. Remarquons que nous allons étudier dans le chapitre III. une structure qui permet d'amplifier considérablement l'amplitude de l'onde évanescente dans le milieu  $\Omega_2$  ce qui permet d'augmenter le désaccord aussi bien que l'étendue de l'onde évanescente. L'impact des forces transverses sera alors encore plus faible.

## 4. Effet Doppler

Nous allons chiffrer ici l'effet Doppler et le rôle qu'il joue pour la réflexion d'atomes dans la configuration de notre montage. Nous allons voir que l'effet est négligeable.

La fréquence de l'onde évanescente vue par l'atome se déplaçant à vitesse  $v$  s'écrit au premier ordre en  $v$ :

$$\omega = \omega_L - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v} \quad (\text{II.F.4.-1.})$$

où  $\omega_L$  est la fréquence du faisceau dans un référentiel fixe par rapport à la source laser et  $\mathbf{k}$  le vecteur d'onde réel de l'onde évanescente orienté le long l'axe  $e_x$ . Le décalage de la fréquence du laser  $\omega_L$  vue par l'atome est déterminé par la vitesse  $v$  de l'atome. Seule la projection de  $v$  sur  $\mathbf{k}$  contribue (vitesse transverse de l'atome parallèle à l'interface le long l'axe  $e_x$ ). La vitesse de l'atome suivant la direction  $e_x$  dépend de la température dans la mélasse optique avant la chute libre en direction du prisme. Typiquement les atomes de Rubidium sont refroidis à l'intérieur de la mélasse optique à une température de  $\sim 10 \mu\text{K}$  correspondant à une vitesse transverse de  $v_r = 3 \text{ cm/sec}$ . Cela conduit à un décalage de la fréquence laser vue par l'atome de l'ordre de  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_\perp \approx \Gamma/100$ .

En comparant ce chiffre au désaccord  $\delta_L$  qui est au moins de quelque centaine de MHz, on voit que la modification du désaccord  $\delta'_L(v) = \delta_L - k.v$  par l'effet Doppler est - dans la géométrie de notre montage - insignifiante. Nous ne tenons donc pas compte de cet effet.

- Remarque

Contrairement à la configuration de notre montage, l'effet Doppler joue un rôle important dans le cas où on utilise le miroir atomique pour réfléchir les atomes arrivant en incidence rasant avec une vitesse de quelques centaines de m/sec. Un de ces expériences sera brièvement présenté dans la partie II.G.1.

## G. Expériences

Dans cette partie nous décrivons quatre réalisations d'un miroir atomique toutes basées sur la proposition de R. J. Cook et R. K. Hill d'utiliser la force dipolaire d'une onde évanescente pour réfléchir les atomes [Cook 82]. Nous présenterons ici une discussion des caractéristiques de ces expériences dans le but de mieux saisir la particularité de notre montage.

Les deux premières réalisations d'un miroir lumineux visaient à réfléchir un jet atomique non-ralenti [Balykin 87, Balykin 88, Hajnal 89]. L'intensité laser étant limitée, il a fallu réfléchir les atomes sous angle incident rasant pour limiter l'impulsion des atomes perpendiculairement à l'interface. Pour une puissance laser de 1 Watt, focalisée sur une tache de 0.5 mm de diamètre, le potentiel dipolaire correspondant permet d'inverser une vitesse normale à l'interface de l'ordre de 4 m/sec. A une vitesse moyenne du jet atomique de l'ordre de 600 m/sec, l'angle d'incidence moyen sous lequel les atomes sont encore réfléchis est dans ce cas de 7 mrad au plus.

D'autres groupes ont repris ce schéma d'un jet atomique non-ralenti en incidence rasante. Ils ont cherché de plus à augmenter le potentiel dipolaire en renforçant l'amplitude de l'onde évanescente par des structures amplificatrices résonnantes. Deux méthodes ont été retenues: une méthode se sert des plasmons de surface pour l'amplification [Esslinger 93, Feron 93, Sigel 93, Seifert 94], l'autre d'une structure d'un guide d'onde [Kaiser 94, Seifert 94a]. L'intérêt d'un potentiel dipolaire élevé est de pouvoir réfléchir le jet atomique à des angles d'incidence plus grands et de diminuer l'émission spontanée pendant la réflexion.

Dans deux expériences ultérieures, une configuration a été employé où des atomes tombent à partir d'un piège magnéto-optique verticalement en direction du miroir [Kasevich 90, Aminoff 93, Aminoff 93a]. La vitesse à réfléchir est dans ce cas déterminée par la hauteur de chute. Cette configuration permet d'envisager des réflexions multiples des atomes ressemblantes à celles à l'intérieur d'une cavité optique. La réflexion d'atomes est assurée dans ce cas d'un côté par le potentiel dipolaire de l'onde évanescente et de l'autre côté par le champ de pesanteur ce qui représente alors la première étape vers une cavité "gravitationnelle" [Wallis 92]. Ce montage existe en deux versions: l'un emploie un miroir plat ce qui a limité le nombre de rebonds qu'on a pu observé à 2 [Kasevich 90]. L'autre utilise un miroir concave ce qui permet de confiner les atomes latéralement et d'éviter les pertes dues à la taille finie du potentiel. Le nombre de réflexion qu'on a pu détecté s'élève dans ce cas à 10 [Aminoff 93a].

Nous commençons cette partie à décrire la première expérience qui mettait en oeuvre la réflexion d'atomes par l'onde évanescente [Balykin 87, Balykin 88]. Nous passons ensuite à une autre version de cet expérience [Hajnal 89, Hajnal 89a] pour décrire finalement deux réalisations d'un miroir à incidence normale [Kasevich 90, Aminoff 93a]. C'est la configuration qui correspond à notre montage.

## 1. Réflexion d'un jet atomique en incidence rasante [Balykin 87, Balykin 88, Hajnal 89, Hajnal 89a]

La référence [Balykin 87] est la première démonstration d'une réflexion spéculaire d'atomes par la force lumineuse d'une onde évanescente. Le montage est montré dans la Figure II.G.1.-1. Les atomes de sodium sortent d'un four à la vitesse moyenne de  $v = 600 \text{ m/sec}$  et arrivent au miroir sous l'angle d'incidence  $\alpha$ . Le miroir consiste en une lame à faces parallèles où un faisceau laser (puissance  $P = 650 \text{ mW}$ , waist  $w = 0.2 \text{ mm}$ ) entre dans la lame par une côté oblique. Le faisceau subit des réflexions totales internes multiples à l'intérieur de la lame ce qui crée une onde évanescente dans le vide, étendue sur toute la longueur de la lame. La réflexion multiple augmente la taille utile du miroir mais conduit à un profil d'intensité parallèle à l'interface qui n'a pas une forme gaussienne. La détection du jet réfléchi se fait en arrière du miroir en mesurant le profil de fluorescence à l'aide d'un faisceau sonde, balayé perpendiculairement à la direction de propagation des atomes. Comme repère on utilise un deuxième jet atomique qui passe à côté du miroir et ne subit pas une réflexion. On détecte alors le déplacement du jet atomique réfléchi par rapport au jet de référence en fonction de l'angle d'incidence  $\alpha$ .

Notons que l'effet Doppler dans cette configuration joue un rôle important. Par exemple, à une vitesse moyenne des atomes dans le jet de  $\bar{v} = 600 \text{ m/sec}$  le déplacement Doppler vaut  $k \cdot v \approx 2\pi * 1 \text{ GHz}$  ce qui est du même ordre de grandeur que le désaccord choisi dans l'expérience. En tenant compte du déplacement Doppler le potentiel dipolaire s'écrit sous la forme:



$$U = \frac{\hbar(\delta_L - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})}{2} \log \left( 1 + \frac{\Omega_1^2/2}{(\delta_L - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})^2 + \Gamma^2/4} \right) \quad (\text{II.G.1.-1.})$$

où  $k$  est la partie réelle du vecteur d'onde de l'onde évanescente.

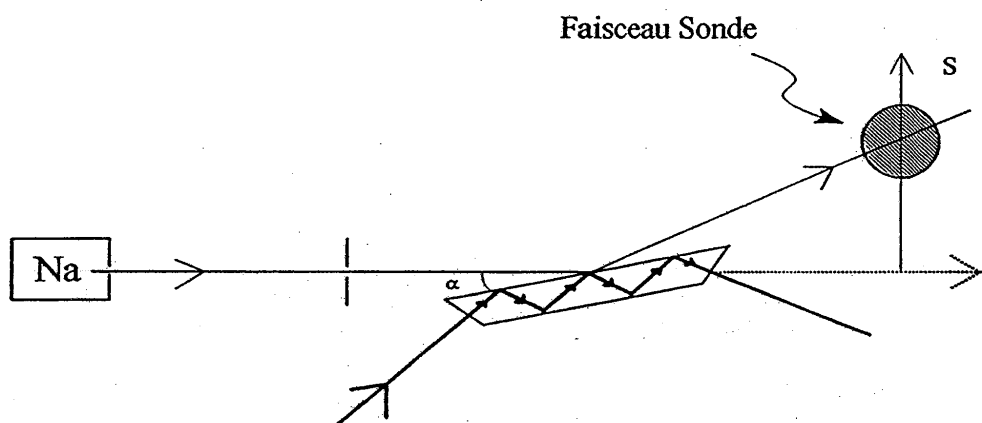


Figure II.G.1.-1. Schéma du montage expérimental de la référence [Balykin 87]. Les atomes arrivent sous incidence rasante (angle d'incidence  $\alpha$ ) et sont déviés par les forces lumineuses de l'onde évanescente par rapport au jet atomique de référence qui passe à côté du miroir. Les atomes réfléchis sont détectés par un faisceau sonde déplacé spatialement en direction de  $s$ .

Avec l'onde évanescente se propageant dans la même direction que le jet atomique et avec un désaccord de  $2.6\text{ GHz}$ , l'intensité du faisceau laser incident permet de réfléchir des atomes avec une vitesse perpendiculaire à l'interface de  $v_{\perp} = 4.1\text{ m/sec}$ , correspondant à un angle d'incidence moyen de  $\alpha_{\text{max}} = 7\text{ mrad}$  au plus grand. Le nombre moyen d'émissions spontanées pendant la réflexion qui découle de ces paramètres est  $N = 10$ . La Figure II.G.1.-2. montre les résultats de la mesure. La déviation de la courbe expérimentale de la droite théorique pour des angles proche de  $\alpha_{\text{max}}$  vient d'une part de l'émission spontanée et d'autre part de la divergence du jet atomique. Les mêmes phénomènes sont responsables d'une chute de signal pour des valeurs de  $\alpha$  croissantes. A  $\alpha = 6.3\text{ mrad}$ , seulement 10% des atomes sont réfléchis.

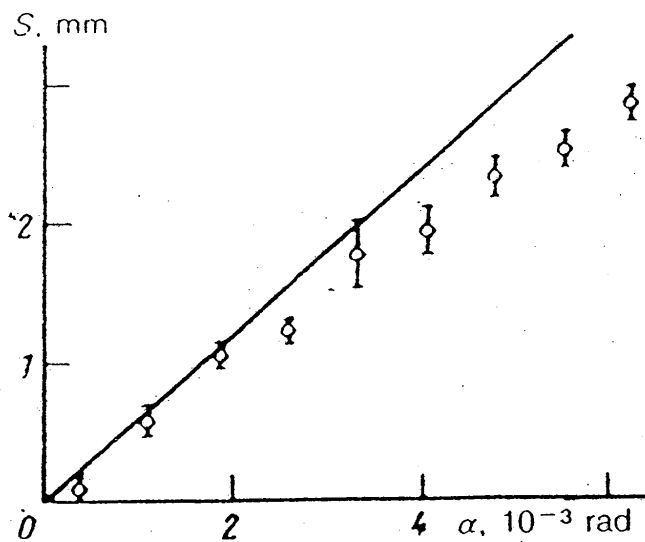


Figure II.G.1.-2. Déplacement du jet atomique réfléchi dans la zone de détection (en mm) en fonction de l'angle d'incidence  $\alpha$ .

A la différence de [Balykin 87], les auteurs de la référence [Hajnal 89] ont utilisé une onde évanescente stationnaire pour réfléchir des atomes. En retroréfléchissant le faisceau laser à la sortie de la lame, ils ont modulé l'amplitude de l'onde évanescente sinusoidalement le long de l'interface, dans le but de transformer le miroir atomique en un réseau de diffraction en réflexion. En bénéficiant du doublement de l'intensité de l'onde évanescente dans cette configuration ils ont démontré la réflexion spéculaire d'un jet atomique à des angles incidentes  $\alpha$  plus élevés qu'en cas d'une onde évanescente propageante [Hajnal 89a]. En revanche, la diffraction du jet atomique par le réseau de réflexion dans des ordres différents de zéro n'a pas pu être observé.

## 2. Réflexion d'atomes à incidence normale [Kasevich 90]

A la différence des expériences précédentes, l'expérience de la référence [Kasevich 90] est la première démonstration d'un miroir atomique avec des atomes arrivant sous incidence normale au miroir (Figure II.G.2.-1.). Le point de départ est un piège magnéto-optique situé 2 cm au-dessus d'un prisme servant comme miroir. En passant de la configuration du piège à une mélasse optique, les atomes de sodium sont refroidis à une température de  $\sim 25 \mu K$  ce qui réduit leur vitesse moyenne transverse à 10 cm/sec. En coupant les faisceaux de la mélasse, les atomes sont lâchés dans le champ de pesanteur verticalement vers le miroir. Les atomes avec une vitesse transverse suffisamment faible tombent sur le miroir, subissent une réflexion et atteignent approximativement leur position initiale. De là, ils peuvent recommencer leur trajet. Ce miroir constitue alors un véritable trampoline pour les atomes. Dans l'expérience de [Kasevich 90], deux rebonds ont été observés.

La détection des atomes réfléchis a été réalisée en rallumant les faisceaux du piège magnéto-optique et en recapturant les atomes retournant autour du centre du piège. Une fraction de  $\sim 0.3 \%$  des atomes initialement lâchés a été détectée après le premier rebond, alors que 0.8 % était prévu par la théorie. De cette fraction, on a pu voir 10 % retournant un deuxième fois (théorie: 12 %). Pour des rebonds ultérieurs, le nombre d'atomes recapturés était trop faible pour discerner un signal non-ambigu. Avec un désaccord de  $\delta_L = 400 MHz$ , la probabilité d'émission spontanée était de  $N = 0.67$  par rebond.



### 3. Miroir atomique à incidence normale et confinement latéral [Aminoff 93, Aminoff 93a]

Dans une version plus raffinée du trampoline atomique, les auteurs de la référence [Aminoff 93, Aminoff 93a] ont utilisé un miroir dont la surface était courbée. Si les atomes sont lancés à une hauteur inférieure à la moitié du rayon de courbure du miroir, le miroir refocalise les trajectoires des atomes. Le miroir concave est ainsi capable de confiner les atomes latéralement. Il élimine donc les pertes dues aux atomes qui s'échappent de la zone de réflexion au moment du rebond à cause de leur vitesse transverse initiale et à la taille finie du miroir (voir II.D.). En employant un miroir concave, jusqu'au 10 rebonds ont été observés (Figure II.G.3.-1.).

L'atome utilisé était le Césium. Cela a l'avantage que le recul de photon de fluorescence est plus faible que dans le cas de sodium ( $v_{rec}^{Cs} = 0.4 \text{ cm/sec}$  par rapport à  $v_{rec}^{Na} = 2.9 \text{ cm/sec}$ ). On est ainsi capable de refroidir des atomes dans la mélasse optique à une vitesse transverse initiale plus basse. Sinon, les paramètres étaient semblables à ceux de la référence [Kasevich 90]: d'environ  $10^7$  atomes ont été capturés dans un piège magnéto-optique à partir d'un jet thermique. Après chargement du piège la vitesse moyenne du nuage atomique a été réduit à  $\sim 1.6 \text{ cm/sec}$  en passant en configuration mélasse optique.

Le miroir à rayon de courbure  $R = 2 \text{ cm}$  a été placé 3 mm au-dessous du piège. A la différence de [Kasevich 90], le faisceau laser incident d'une intensité de  $800 \text{ mW/cm}^2$ , désaccordé de 1.9 GHz, était allumé en continue. L'onde évanescente s'étalait  $\sim 210 \text{ nm}$  dans le vide et produisait une zone de réflexion effective d'une taille de 2.1 mm x 2.3 mm. La probabilité d'une émission spontanée pour ces paramètres était 0.3 par rebond.

Les atomes réfléchis ont été détectés par fluorescence. La sonde, installée au niveau du piège, a été allumé après un temps de décalage variable. La Figure II.G.3.-1. montre les résultats pour une série des mesures. Pendant les deux premiers rebonds les pertes étaient principalement dues aux atomes qui tombaient à côté du miroir. Les pertes étaient alors plus élevées que pour des rebonds ultérieurs. A partir du troisième rebond les auteurs annoncent un coefficient de réflexion de  $\sim 0.39$ . D'après [Aminoff 93a], les pertes se répartissent ainsi: l'émission spontanée pendant la réflexion (10 %), l'émission spontanée due à la lumière diffusée sur la surface du prisme (20 %), collisions avec le gaz résiduel (20 %), d'autres effets comme le désalignement du miroir ou la lumière parasite supplémentaire (50 %). A partir du 10ième rebond le nombre d'atomes réfléchis était trop faible pour obtenir un signal non-ambigu. Parmi des améliorations que les auteurs envisagent pour réduire les pertes figurent une surface du prisme mieux polie pour supprimer la lumière diffusée et une intensité de

l'onde évanescente plus élevée pour augmenter le désaccord. En tenant compte de ces problèmes, nous présenterons dans le prochain chapitre une méthode qui permet de renforcer l'amplitude de l'onde évanescente à intensité du faisceau incident constante permettant d'agrandir le désaccord.

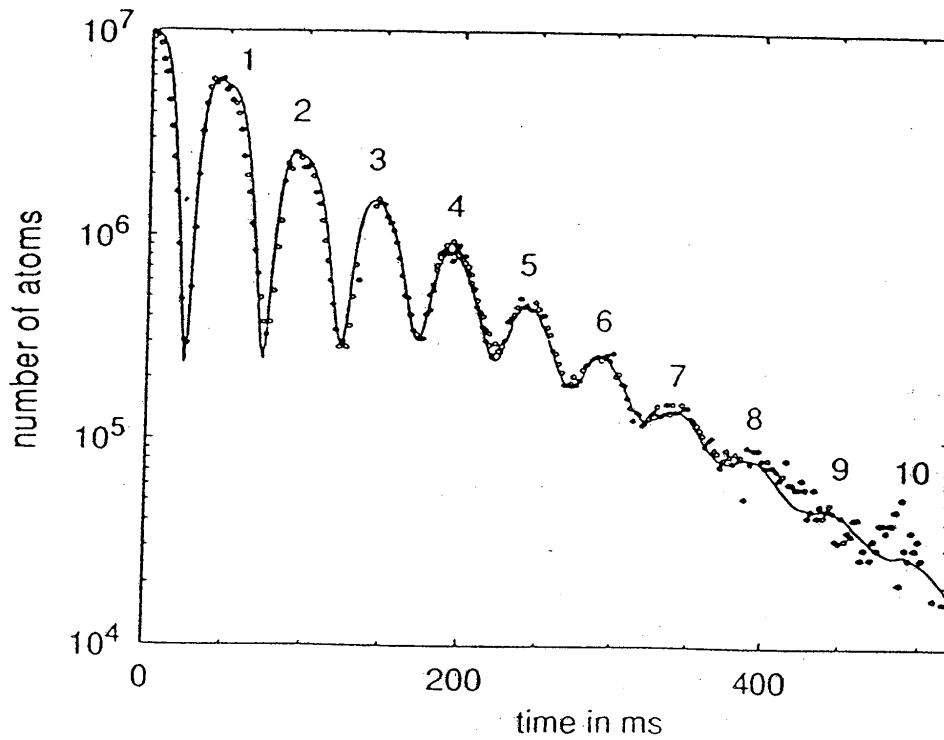


Figure II.G.3.-1. Nombre d'atomes détectés par le faisceau sonde en fonction du temps selon la référence [Aminoff 93a]. A  $t=0$  les atomes sont lâchés du piège magnéto-optique. Les maxima successifs correspondent au centre du nuage atomique passant par le faisceau sonde. Les maxima diminuent en valeur absolues au cours du temps dues aux pertes pendant la réflexion.

## Références du chapitre II

- [Aminoff 93] C.G. Aminoff, P. Bouyer, P. Desbiolles, *C. R. Acad. Sci. Paris*, **316** Série II: 1535 (1993).
- [Aminoff 93a] C.G. Aminoff, A.M. Syeane, P. Bouyer, P. Desbiolles, J. Dalibard, C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 3083 (1993).
- [Anderson 88] A. Anderson, S. Haroche, E.A. Hinds, W. Jhe, D. Meschede, *Phys. Rev. A* **37**, 3594 (1988).
- [Born 59] M. Born, E. Wolf, *Principles of Optics*, p. 326, Pergamon Press, London, 1959.
- [Balykin 87] V.I. Balykin, V.S. Letokhov, Yu.B. Ovchinnikov, A.I. Sidorov, *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **45**, 282 (1987), (*JETP Lett.* **45**, 353 (1987)).
- [Balykin 88] V.I. Balykin, V.S. Letokhov, Yu.B. Ovchinnikov, A.I. Sidorov, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 2137 (1988).
- [Balykin 89] V. I. Balykin, V. S. Letokhov, *Appl. Phys. B* **48**, 517 (1989).
- [Bardeen 40] J. Bardeen, *Phys. Rev.* **58**, 727 (1940).
- [Barton 74] G. Barton, *J. Phys.* **B7**, 2134 (1974).
- [Casimir 48] H.B.G. Casimir, D. Polder, *Phys. Rev.* **73**, 360 (1948).
- [CDG 88] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, G. Grynberg, *Processus d'interaction entre photons et atomes* InterEditions/Éditions du CNRS, 1988.
- [Chance 78] R.R. Chance, A. Prock, R. Silbey, *Advances in Chemical Physics* p. 7, Vol. XXXVII, Ed I. Prigogine, S.A. Rice, Wiley, New York, 1978.
- [Cook 82] R.J. Cook, R.K. Hill, *Opt. Commun.* **43**, 258 (1982).
- [Courtois 94] J.Y. Courtois, *Communication privée*.
- [Dalibard 85] J. Dalibard, C. Cohen-Tannoudji, *J. Opt. Soc. Am. B* **2**, 1707 (1985).

- [Dalibard 92] J. Dalibard, Ecole Doctorale de Physique de la Region Parisienne, 1992.
- [Desbiolles 93] P. Desbiolles, J. Dalibard, *Revue Scientifique et Technique de la Defense* 21, 105 (1993).
- [Deutschmann 93] R. Deutschmann, W. Ertmer, H. Wallis, *Phys. Rev. A* 47, 2169 (1993).
- [Drexhage 70] K.H. Drexhage, *J. Lumin.* 1/2, 693 (1970).
- [Drexhage 74] K.H. Drexhage in, *Progress in Optics XII*, p. 165, Ed. E. Wolf, North-Holland, Amsterdam, 1974
- [Esslinger 93] T. Esslinger, M. Weidemüller, A. Hemmerich, T.W. Hänsch, *Opt. Lett.* 18, 450 (1993).
- [Feron 93] S. Feron, J. Reinhardt, S. Le Boiteux, O. Gorceix, J. Baudon, M. Ducloy, J. Robert, Ch. Miniatura, S. Nic Chormaic, H. Haberland, V. Lorent, *J. Phys. I France* 102, 83 (1993).
- [Hajnal 89] J.V. Hajnal, K.G.H. Baldwin, P.T.H. Fisk, H.-A. Bachor, G.I. Opat, *Opt. Commun.* 73, 331 (1989).
- [Hajnal 89a] J.V. Hajnal, G.I. Opat, *Opt. Commun.* 71, 119 (1989).
- [Haroche 91] S. Haroche, Les Houches, Session LIII, Ed. J. Dalibard, J.M. Raimond, J. Zinn-Justin, Elsevier Science Publishers B.V., 1991
- [Henkel 94] C. Henkel, A. Aspect, R. Kaiser, C. Westbrook, J.-Y. Courtois, *Laserphysics, Special Issue*, (1994).
- [Hinds 91] E.A. Hinds, V. Sandoghdar, *Phys. Rev. A* 43, 398 (1991).
- [Kaiser 94] R. Kaiser, Y. Lévy, N. Vansteenkiste, A. Aspect, W. Seifert, D. Leipold, J. Mlynek, *Opt. Commun.* 104, 234 (1994).
- [Kasevich 90] M.A. Kasevich, D.S. Weiss, S. Chu, *Opt. Lett.* 15, 607 (1990).
- [Meschede 90] D. Meschede, W. Jhe, E.A. Hinds, *Phys. Rev. A* 41, 1587 (1990).
- [Messiah 64] A. Messiah, *Quantum Mechanics, Vol I*, p. 214, North Holland, Amsterdam, 1964,
- [Mlynek 92] *Appl. Phys. B* 54, Special Issue on Atomic Interferometry and Atom Optics, edité par J. Mlynek, V. Balykin, P. Meystre (1992).



- [Morawitz 69] H. Morawitz, *Phys. Rev.* **187**, 1792 (1969).
- [Opat 92] G. I. Opat, S. J. Wark, A. Cimmino, *Appl. Phys. B* **54**, 396 (1992).
- [Raab 87] E. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, D. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2631 (1987).
- [Schiff ] L. I. Schiff, *Quantum Mechanics*, p. 185, McGraw-Hill, New York, 1968.
- [Seifert 94] W. Seifert, C.S. Adams, V.I. Balykin, C. Heine, Yu. Ovchinnikov, J. Mlynek, *Phys. Rev. A* **49**, 3814 (1994).
- [Seifert 94a] W. Seifert, R. Kaiser, A. Aspect, J. Mlynek, *Optics Comm.* **111**, 566 (1994).
- [Shih 74] A. Shih, D. Raskin, P. Kusch, *Phys. Rev. A* **9**, 652 (1974).
- [Sigel 93] M. Sigel, T. Pfau, C.S. Adams, C. Kurtsiefer, W. Seifert, C. Heine, J. Mlynek, *Lecture Notes in Physics* **420**, edited by F. Eklotzky, Springer-Verlag Heidelberg, 1993.
- [Sommerfeld 62] A. Sommerfeld, , *Partielle Differentialgleichungen der Physik*, Chap. VI, Akad. Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1962 .
- [Steane 91] A. M. Steane, C. F. Foot, *Europhys. Lett.* **14**, 231 (1991).
- [Wallis 92] H. Wallis, J. Dalibard, C. Cohen-Tannoudji, *Appl. Phys. B* **54**, 407 (1992).





## A. Introduction

Comme discuté en détail dans le chapitre précédent il est crucial de disposer d'une grande amplitude du champ électrique dans l'onde évanescente pour plusieurs raisons. Pour le miroir atomique, une grande amplitude permet d'écartier encore plus loin la fréquence du laser de la résonance atomique. Cela réduit la probabilité pour que l'atome émette un photon spontané au cours de la traversée de l'onde évanescente et rend une réflexion cohérente de l'atome plus probable (section II.C.). D'autre part, une grande amplitude du champ électrique permet d'augmenter la taille effective du miroir en augmentant le waist du faisceau laser incident tout en assurant la réflexion de l'atome. Les pertes dues à la taille finie du miroir seront donc moins prononcées (section II.D.). Finalement, une amplitude élevée du champ électrique dans l'onde évanescente permet d'éloigner le point de rebroussement de l'atome du dioptre. La présence du prisme pendant la traversée de l'onde évanescente perturbe dans ce cas moins la trajectoire de l'atome au cours de la réflexion (section II.E.).

A puissance du laser incident fixe, un moyen d'augmenter l'amplitude du champ électrique dans l'onde évanescente est de réduire simplement le waist du faisceau laser incident. Si cela résout le problème de l'émission spontanée et de l'influence du prisme sur la trajectoire atomique, les pertes dues à la taille finie du miroir deviennent évidemment très importantes. Ce dilemme conduit à imaginer d'autres moyens pour augmenter l'amplitude de l'onde évanescente tout en gardant la puissance et le waist du faisceau laser incident constants.

Une possibilité simple mais efficace est d'inclure le miroir atomique dans une cavité résonnante (Figure III.A.-1.). A cause des conditions aux limites au niveau de la base du prisme, une intensité forte dans la cavité entraîne une amplitude élevée dans l'onde évanescente. L'amplitude du champ électrique dans l'onde évanescente par rapport à celle du champ électrique incident dépend dans ce cas de la finesse de la cavité. Plusieurs versions d'une cavité résonnante sont possibles: une cavité externe où sont utilisés des éléments optiques discrets [Peck 62, Marowsky 74] ou une cavité monolithique ce qui réduit les instabilités mécaniques et les pertes optiques [Kane 85], ou même une cavité qui inclut le milieu amplificateur du laser [Bretenaker 92]. Remarquons que dans notre groupe nous avons obtenu une finesse de l'ordre de 30 pour une cavité monolithique avec le faisceau laser venant de l'extérieur de la cavité [Desruelle].

Au-delà d'une cavité résonnante, un autre moyen d'amplifier l'amplitude de l'onde évanescente est d'utiliser un système constitué d'une couche mince métallique déposée sur un substrat diélectrique. L'idée est d'exciter des plasmons de surface dans la couche métallique à partir d'un faisceau laser subissant une réflexion totale à la base du prisme [Raether 88]. Cela se traduit par une onde évanescente, se propageant au-

dessus de la couche métallique, dont l'amplitude est amplifiée approximativement par un ordre de grandeur par rapport à l'amplitude de l'onde évanescente au-dessus d'un prisme seul [Lévy 85]. Plusieurs groupes ont utilisé ce système pour réfléchir des atomes [Esslinger 93, Feron 93, Seifert 94]. Les auteurs de la référence [Esslinger 93] ont ainsi démontré la réflexion d'un jet atomique non ralenti en incidence rasante avec un faisceau laser dont la puissance ne dépassait pas quelques milliwatts.

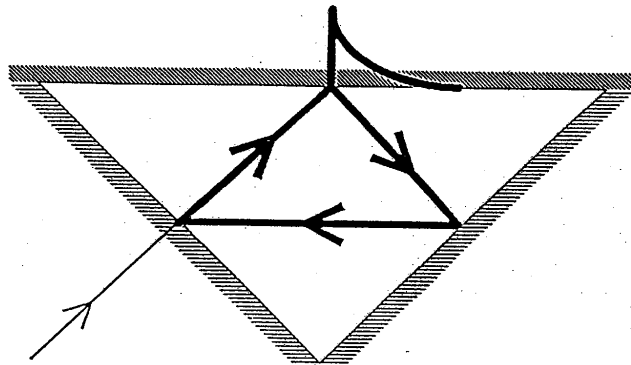


Figure III.A.-1. Cavité monolithique pour amplifier l'amplitude de l'onde évanescente dans le milieu au-dessus de la base du prisme. La source laser se trouve à l'extérieur de la cavité. Le faisceau laser subit des réflexions multiples à l'intérieur du prisme, formant ainsi une cavité optique résonnante en forme d'anneau.

Nous allons présenter ici une autre technique d'amplification qui se sert d'un système de deux couches minces diélectriques déposées sur un prisme [Ulrich 70, Tien 71, Lévy 71, Lévy 72] (Figure III.A.-2.). Si les indices du prisme  $n_1$ , des deux couches  $n_2$  et  $n_3$  et du milieu au-dessus des deux couches  $n_4$  remplissent les relations:

$$n_3 > n_2, n_4$$

$$n_1 > n_2, n_4$$

il est possible de coupler, à partir de la réflexion totale du faisceau incident sur la base du prisme, une fraction de l'énergie incidente à travers la couche  $n_2$  dans la couche  $n_3$  et d'y exciter des modes guidés. L'excitation d'un mode guidé est possible en remplissant une condition de résonance, semblable à la condition de résonance d'une cavité Fabry-Pérot. A l'instar d'une cavité Fabry-Pérot en cas de résonance, l'intensité du champ électrique à l'intérieur de la couche  $n_3$  est fortement amplifiée par rapport à celle du champ électrique incident. De nouveau, à cause des conditions aux limites à l'interface entre la couche  $n_3$  et le milieu d'indice  $n_4$ , une grande amplitude dans la couche  $n_3$  entraîne une forte amplitude du champ électrique dans l'onde évanescente au-dessus des deux couches. Une telle structure s'avère donc très utile en vue d'une application comme miroir atomique.

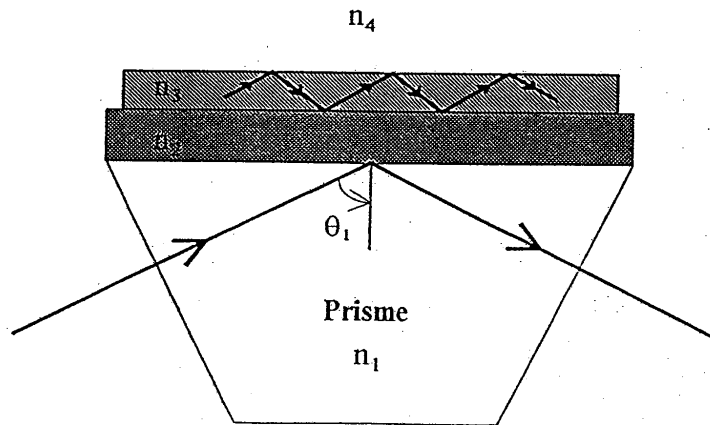


Figure III.A.-2. Système de deux couches minces diélectriques déposées sur un prisme. La couche  $n_3$  se comporte comme une cavité optique dans laquelle le champ électrique est amplifié par réflexion multiple. La lumière est couplée dans la couche  $n_3$  à travers la couche  $n_2$  par la réflexion totale frustrée du faisceau laser incident à la base du prisme.

L'étude des propriétés d'un tel système n'est pas récent. La structure a attiré l'attention d'abord par la possibilité d'utiliser ce système en optique intégrée [Tien 70]. L'idée était de coupler un faisceau laser incident dans la couche  $n_3$  et traiter le signal du mode excité dans la couche par modulation, conversion de fréquence et oscillation paramétrique, entièrement à l'intérieur de la structure. L'avantage par rapport aux expériences dans des matériaux massifs est la faible étendue des couches minces qui permet de réaliser tout un système optique sur un seul substrat de faible dimension. Cela permet des structures extrêmement compactes et présente de ce fait un intérêt technologique considérable. L'invention de méthodes de couplage du faisceau laser incident vers la couche  $n_3$  particulièrement simples, a stimulé des recherches encore plus approfondies [Tien 69, Midwinter 70a, Dakss 70, Kogelnik 70]. La modulation du mode guidé a été réalisée à l'aide d'une onde acoustique se propageant à la surface de la couche  $n_3$  [Kuhn 70] ou par application d'une tension appropriée [Hall 70]. La génération des harmoniques de la fréquence du mode guidé a été observée [Tien 70a] et l'oscillation laser à l'intérieur de la couche  $n_3$  a été réalisée par dopage de la couche avec un colorant de Rhodamine [Kogelnik 71]. Finalement, la grande amplification du champ électrique à l'intérieur de la couche  $n_3$  a permis d'étudier d'autres phénomènes comme l'augmentation du déplacement du faisceau laser à la réflexion totale [Lévy 75, Costa de Beauregard 77, Shah 71], le changement de l'indice de réfraction de la couche  $n_3$  [Rigneault 93] et des effets non-linéaires à l'interface entre la couche  $n_3$  et le milieu d'indice  $n_4$  [Shen 92].

D'autres applications du système des deux couches ont été développées plus récemment. En exploitant la dépendance de la phase du faisceau réfléchi en fonction des conditions limites du système, autour de la résonance extrêmement sensible, on est capable de sonder de faibles modifications des paramètres de la structure, par exemple le changement de l'indice de réfraction du milieu  $n_4$  juste au-dessus de la couche  $n_3$ . Des biocapteurs ont ainsi été proposés, qui détectent la présence des espèces biologiques proche de l'interface entre la couche  $n_3$  et le milieu  $n_4$ , en mesurant la variation de la phase du faisceau laser après la réflexion totale [Cush 94]. Dans notre cas il est prévu d'utiliser précisément cette propriété pour démontrer la présence des atomes proche de la couche  $n_3$  juste au moment de la réflexion. En enregistrant à la sortie du prisme le changement de phase du faisceau laser réfléchi, nous comptons pouvoir détecter le rebond des atomes sans perturber leur trajectoire. Dans les sections III.B.3. et III.B.5. sera présentée une étude détaillée de la phase du faisceau réfléchi en vue de telles expériences. Dans certaines limites, précisées plus loin, nous présenterons dans ces sections des expressions analytiques du déphasage du champ électrique après la réflexion, respectivement en l'absence et en présence de pertes dans la couche  $n_3$ . Ces expressions permettent de calculer la vitesse de variation de la phase du faisceau réfléchi en fonction des différents paramètres qui interviennent dans le système, en particulier en fonction de l'indice de réfraction du milieu  $n_4$ .





Remarquons finalement que les caractéristiques du couplage du faisceau laser incident vers la couche supérieure du système sont analogues à celles d'autres systèmes de géométries apparemment très différentes [Baer 87, Braginsky 89, Schiller 91, Schiller 92, Collot 93]. Les sphères, microsphères ou résonateurs polygonaux proposés et réalisés récemment sont représentés sur la Figure III.A.-3. La condition de résonance en fonction de l'angle d'incidence que nous allons présenter dans les parties III.B.1. et III.B.2. de ce chapitre pour le cas du système de deux couches, devient pour ces structures une condition de résonance pour la fréquence du faisceau laser incident. De tels systèmes sont utilisés notamment pour l'étude d'effets non-linéaires dus aux champs électriques extrêmement intenses à l'intérieur des résonateurs ainsi que pour observer l'interaction du champ électromagnétique évanescence à l'extérieur des structures avec des atomes passant à proximité de la surface des systèmes [Collot 93, Mabuchi 94, Treussart 94]. Ces phénomènes se produisent dans le système de deux couches et dans les structures citées d'une manière semblable d'où l'intérêt d'une étude commune de ces systèmes.

Le but de ce chapitre est de présenter une analyse détaillée des caractéristiques et du comportement du système des deux couches minces dans le cas d'une onde électromagnétique plane incidente. Nous commençons l'étude par une description qualitative du système (section III.B.1.), suivie par une discussion du coefficient de transmission  $t_{14}$  et du coefficient de réflexion  $r_{14}$  qui lient l'amplitude du champ "transmis" (plus exactement le champ évanescence dans le milieu d'indice  $n_4$ ) et celle du champ réfléchi, à l'amplitude de l'onde électromagnétique incidente (section III.B.2. et III.B.3.). Nous reprenons la discussion du facteur de transmission et du coefficient de réflexion dans des sections III.B.4. et III.B.5. en incluant les pertes dans la couche  $n_3$  dans l'analyse. L'interprétation physique des résultats obtenus dans des sections III.B.2. - III.B.5. est présentée dans la partie III.B.6. L'influence de l'épaisseur de la couche  $n_2$  et celle de la couche  $n_3$  sur le facteur de transmission et le coefficient de réflexion est ensuite discutée dans le paragraphe III.B.7. Puis, dans la section III.B.8., nous regroupons les résultats de la partie III.B. nécessaire pour démontrer qu'il est possible de déduire de la courbe de résonance du coefficient de réflexion en fonction de l'angle d'incidence les propriétés amplificatrices du système, notamment son amplification à résonance. Cela sera utilisé dans la partie III.C. dans laquelle nous étudierons deux prototypes du système de deux couches réalisés dans notre laboratoire.

## B.

# Description théorique du système de deux couches minces pour une onde plane incidente

## 1. Description qualitative

Prenons un système de deux couches minces parallèles déposées sur un substrat diélectrique. Comme montré dans la Figure III.B.1.-1., ce système se répartit en quatre régions  $\Omega_j, j = 1, 2, 3, 4$ , correspondant respectivement au substrat, aux deux couches et au milieu d'indice  $n_4$ . Les indices respectifs  $n_j$  sont supposés homogènes et isotropes. On néglige dans un premier temps l'absorption dans les quatre milieux et la rugosité des interfaces en les supposant parfaitement planes.

Dans le cas qui nous intéresse nous supposons:

$$n_3 > n_1 > n_2 > n_4 = 1 \quad (\text{III.B.1.-1.})$$

Pour mieux démontrer le principe d'excitation des modes guidés dans la couche  $n_3$  et comprendre l'origine de l'amplification de l'onde évanescente par un tel système, négligeons pour l'instant la présence du prisme et imaginons la couche  $n_3$  seule, entourée par les deux milieux  $\Omega_2$  et  $\Omega_4$ . Sans nous occuper du couplage du champ électrique dans la couche  $n_3$ , envisageons une onde électromagnétique monochromatique plane, poursuivant le chemin de zigzag indiqué dans la Figure III.B.1.-2. Nous supposons l'angle d'incidence  $\vartheta_3$  dans le milieu  $\Omega_3$  tel que:

$$n_3 > n_3 \sin \vartheta_3 > n_2 > n_4$$

(III.B.1.-2.)

Dans ce cas l'onde électromagnétique se propage dans la couche  $n_3$  avec un vecteur d'onde dont les composantes le long des axes  $e_x$  et  $e_z$  sont réelles et subit une réflexion totale sur les deux bornes de la couche. Le champ électrique est donc confiné dans le milieu  $\Omega_3$  qui se comporte de ce fait comme un guide d'onde.

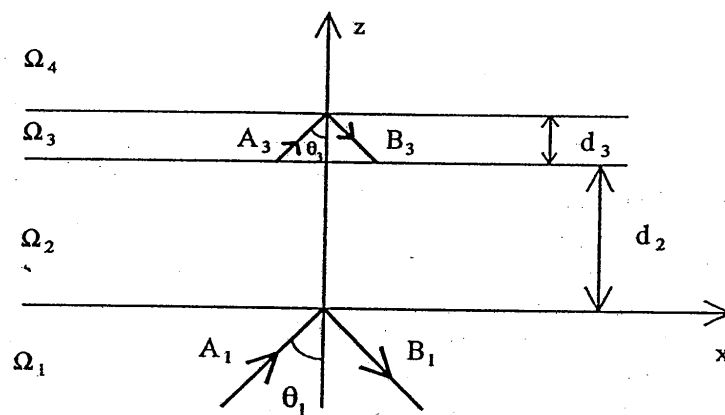


Figure III.B.1.-1. Schéma des deux couches minces diélectriques entourées par le prisme et le milieu  $\Omega_4$ . Les quatre milieux représentent le prisme (milieu  $\Omega_1$ ), la couche d'indice  $n_2$  et la couche d'indice  $n_3$  (milieu  $\Omega_2$  et  $\Omega_3$  d'épaisseur  $d_2$  et  $d_3$  respectivement), et le milieu d'indice  $n_4$  (milieu  $\Omega_4$ ). Le faisceau laser est incident sous l'angle d'incidence  $\vartheta_1$  et subit une réflexion totale à la base du prisme.

En séparant l'onde plane poursuivant le chemin de zigzag dans le guide d'onde en deux ondes, l'une qui se propage vers le haut et l'autre vers le bas, on constate que les composantes du vecteur d'onde des ces deux ondes le long de l'axe  $e_z$  sont dirigées en sens inverse, tandis que celles le long de l'axe  $e_x$  pointent dans la même direction (Figure III.B.1.-2.). Ensemble, les deux ondes forment donc une onde stationnaire le long de l'axe  $e_z$  qui se propage en direction  $e_x$ . Pour qu'un mode soit excité dans le guide il faut que la phase accumulée par l'onde plane pendant un aller-retour le long de l'axe  $e_z$  à travers la largeur du guide soit un multiple de  $2\pi$ . Dans ce cas l'onde plane interfère constructivement après un aller-retour le long de l'axe  $e_z$  à travers la largeur du guide.

La condition de résonance du guide d'onde s'écrit sous la forme:

$$2kn_3 \cos\vartheta_3 d_3 - 2\Phi_{32} - 2\Phi_{34} = 2m\pi \quad (\text{III.B.1.-3.})$$

où le facteur  $kn_3 \cos\vartheta_3 d_3$  correspond au déphasage de l'onde plane pendant un unique aller le long l'axe  $e_z$  à travers la largeur  $d_3$  du guide et les quantités  $-2\Phi_{32}$  et  $-2\Phi_{34}$  représentent respectivement le déphasage accumulé par l'onde pendant la réflexion totale à l'interface  $\Omega_3/\Omega_2$  et à l'interface  $\Omega_3/\Omega_4$  du guide. La quantité  $k$  désigne le module du vecteur d'onde dans le vide,  $k = \omega/c$ , et le facteur  $m$ , qui est un nombre entier, détermine l'ordre du mode.

En considérant la couche  $n_3$  comme une cavité optique on peut alors comprendre le mécanisme d'amplification du système: l'amplitude de l'onde électromagnétique est amplifiée dans la cavité par l'interférence constructive après réflexions multiples aux deux bornes du guide, analogue au phénomène d'amplification dans une cavité Fabry-Pérot. A cause des conditions aux limites à l'interface  $\Omega_3/\Omega_4$ , une champ électrique intense dans le guide entraîne une amplitude élevée du champ électrique de l'onde évanescente. L'analogie du système avec une cavité Fabry-Perot étant très proche, nous allons faire un large usage de cette correspondance tout au long de ce chapitre.

En revenant sur le modèle initial d'un système de deux couches entourées par le milieu  $\Omega_4$  et le prisme, l'image de l'amplification donnée ci-dessus reste valable. Néanmoins il faut tenir compte dans ce cas du couplage de l'onde incidente vers la couche  $n_3$  et donc de la manière dont la lumière est injectée dans le guide d'onde et dont elle en ressort ensuite.

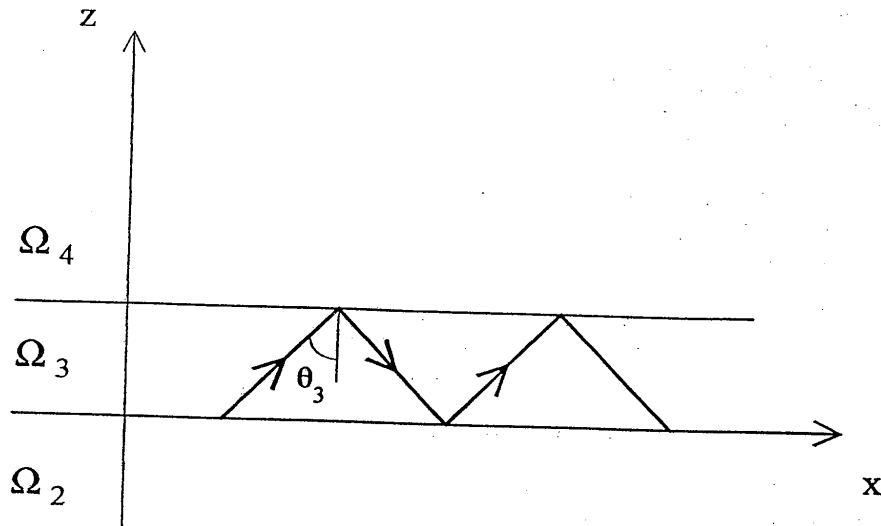


Figure III.B.1.-2. La couche  $n_3$  entourée par les milieux semi-infinis  $\Omega_2$  et  $\Omega_4$  d'indice  $n_2 < n_3$  et  $n_4 = 1$  respectivement. Si l'angle d'incidence  $\vartheta_3$  de l'onde électromagnétique dans la couche  $n_3$  vérifie la condition  $n_3 > n_3 \sin \vartheta_3 > n_2 > n_4$ , l'onde électromagnétique se propage dans la couche  $n_3$  avec un vecteur d'onde dont les composantes sont réelles et subit la réflexion totale sur les deux bornes de la couche. La couche  $n_3$  se comporte de ce fait comme un guide d'onde.

Pour décrire qualitativement le phénomène du couplage, envisageons l'onde électromagnétique plane incidente dans le milieu  $\Omega_1$  sous l'angle  $\vartheta_1$  tel que:

$$n_1 > n_1 \sin \vartheta_1 > n_2 \quad (\text{III.B.1.-4.})$$

L'onde plane subit donc une réflexion totale à la base du prisme ce qui crée une onde évanescente dans la couche  $n_2$ . Dû à la présence de la deuxième couche  $n_3$  à une distance  $d_2$  du prisme, une partie de l'énergie incidente est injectée à travers le milieu  $\Omega_2$  dans la couche  $n_3$ . En vertu des relations (III.B.1.-1.), (III.B.1.-4.) et de la loi de Snell-Descartes, on a alors:

$$n_3 > n_3 \sin \vartheta_3 > n_2 \quad (\text{III.B.1.-5.})$$

La propagation de l'onde électromagnétique dans le milieu  $\Omega_3$  se fait alors avec un vecteur d'onde dont les composantes sont réelles (réflexion totale frustrée). En raison de sa ressemblance avec l'effet tunnel d'un électron à travers une barrière ce phénomène est aussi appelé effet tunnel optique. Une fois couplée dans la couche  $n_3$ , l'onde électromagnétique traverse la couche  $n_3$  et s'approche de l'interface  $\Omega_3/\Omega_4$ . De nouveau, avec les relations (III.B.1.-1.), (III.B.1.-4.) et la loi de Snell-Descartes on a:

$$n_3 \sin \vartheta_3 > n_4 \quad (\text{III.B.1.-6.})$$

ce qui montre que l'onde électromagnétique subit la réflexion interne totale à l'interface  $\Omega_3/\Omega_4$ . Toute énergie retourne de cet interface après la réflexion. En s'éloignant de l'interface  $\Omega_3/\Omega_4$ , l'onde électromagnétique traverse de nouveau la couche  $n_3$ . A l'interface  $\Omega_3/\Omega_2$  elle subit de nouveau une réflexion totale frustrée due à la présence du prisme à une distance  $d_2$  de la couche  $n_3$ . Au cours de cette réflexion une partie de l'énergie injectée dans le milieu  $\Omega_3$  retourne donc dans le milieu  $\Omega_1$  pour réapparaître dans l'onde électromagnétique sortant. La partie réfléchie sur l'interface  $\Omega_3/\Omega_2$  se propage de nouveau à travers la couche  $n_3$  en direction de l'interface  $\Omega_3/\Omega_4$  pour y subir encore réflexion interne totale et ainsi de suite.

En présence du prisme, la condition de résonance du guide d'onde s'écrit différemment, sous la forme:

$$2kn_3d_3 \cos \vartheta_3 - 2\Phi_{321} - 2\Phi_{34} = 2m\pi \quad (\text{III.B.1.-7.})$$

ce qui diffère de l'expression (III.B.1.-3.) par la substitution de  $\Phi_{32}$  par  $\Phi_{321}$ . Le changement du déphasage  $\Phi_{321}$  à l'interface  $\Omega_3/\Omega_2$  tient compte de la fuite de l'onde électromagnétique du guide d'onde vers le prisme et de la réflexion totale interne frustrée à cet interface. De ce fait, l'angle pour lequel la condition (III.B.1.-7.) est vérifiée diffère de celui qui remplit la condition (III.B.1.-3.). La position de résonance du système est donc déplacée. Outre que le déplacement de l'angle de résonance, la présence du prisme fait que la courbe de résonance du facteur de transmission, qui décrit le rapport entre l'amplitude de l'onde électromagnétique incidente dans le milieu  $\Omega_1$  et celle dans le milieu  $\Omega_4$  en fonction de l'angle d'incidence, change d'allure. Sans prisme elle correspond à un pic delta. En présence du prisme elle s'élargit et s'aplatit, celui-ci en fonction de la distance entre le guide d'onde et le prisme. Ces deux phénomènes, le déplacement de l'angle de résonance et le changement de la forme de la courbe de résonance, sont illustrées dans la Figure III.B.1.-3. pour trois distances  $d_2$

entre le guide d'onde et le prisme. Nous allons discuter ces phénomènes en détail dans la suite de ce chapitre.

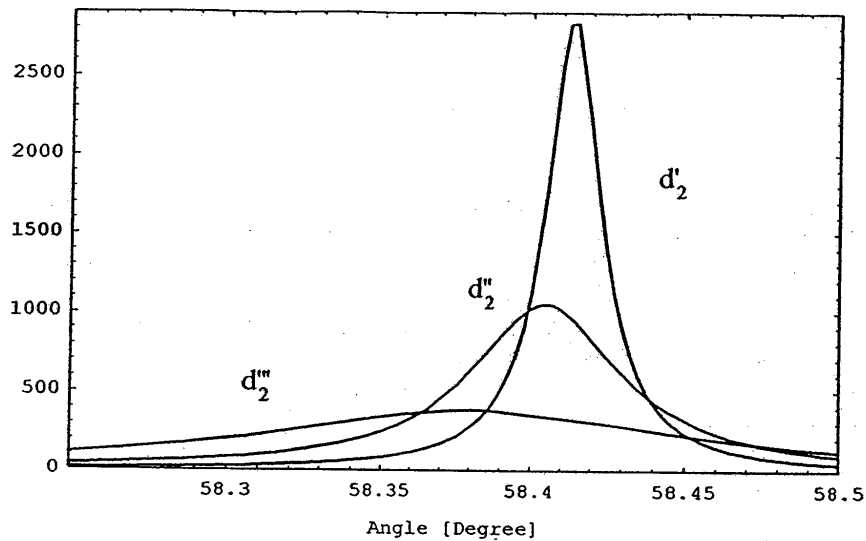


Figure III.B.1.-3. Module carré du facteur de transmission, qui décrit le rapport entre l'amplitude de l'onde électromagnétique incidente dans le milieu  $\Omega_1$  et celle dans le milieu  $\Omega_4$ , en fonction de l'angle d'incidence  $\theta_1$  pour trois épaisseurs du gap  $d_2$  entre la couche  $n_3$  et le prisme:  $d_2' > d_2'' > d_2'''$ . La valeur maximale, la largeur, et la position centrale de la courbe changent en fonction de l'épaisseur  $d_2$ .

En incluant les pertes dans la couche  $n_3$  dans la description du système, l'amplitude du champ dans le milieu  $\Omega_4$  décroît. Cela provient de l'atténuation de l'amplitude de l'onde électromagnétique dans le guide d'onde lors de son chemin de zigzag entre les bornes du guide. A l'instar d'une cavité Fabry-Perot, l'amplitude du

champ transmis dans le milieu  $\Omega_4$  et également celle du champ réfléchi dans le milieu  $\Omega_1$  sont déterminées dans ce cas par deux facteurs, l'un qui décrit le couplage de l'énergie incidente vers le guide et l'autre qui représente les pertes dans la couche  $n_3$ . Dans la limite où le couplage du faisceau incident vers le guide d'onde est faible nous allons montrer dans ce chapitre à partir des expressions explicites que le facteur de transmission et le coefficient de réflexion, décrivant le rapport entre l'amplitude de l'onde électromagnétique incidente et celle de l'onde réfléchie, s'expriment simplement en fonction de ces deux termes. Nous allons présenter ensuite le facteur de transmission à résonance sous une forme qui met en évidence la compétition entre le couplage et les pertes dans la couche  $n_3$ . L'amplification du système est maximale lorsque les deux termes sont égaux, c'est à dire quand le couplage de l'énergie incidente vers le guide est compensé par l'atténuation de l'onde électromagnétique au cours d'un aller-retour à travers le guide. Le système est dans ce cas considéré comme adapté en impédance.

Remarquons que le couplage de l'énergie incidente vers le guide est une fonction de l'épaisseur du gap  $d_2$ . Pour un guide d'onde donné où les pertes dans la couche  $n_3$  sont fixes, on peut alors adapter le système en impédance en variant la distance entre le guide et le prisme.

Nous commençons l'analyse du système de deux couches par le calcul du facteur de transmission et du coefficient de réflexion en l'absence des pertes dans la couche  $n_3$ . Nous présenterons d'abord leurs expressions exactes que nous simplifierons ensuite dans la limite du faible couplage du faisceau incident vers le guide d'onde (sections III.B.2. et III.B.3.). Nous calculons ensuite les expressions du facteur de transmission et du coefficient de réflexion dans la limite du faible couplage en incluant les pertes dans le guide d'onde dans l'analyse (sections III.B.4. et III.B.5.). Dans la section III.B.6. nous interpréterons les résultats des parties III.B.2. - III.B.5. et dans le paragraphe III.B.7. nous discutons le comportement du facteur de transmission et du coefficient de réflexion en fonction de l'épaisseur du gap et de l'épaisseur du guide d'onde. Nous indiquons finalement dans la section III.B.8. comment on peut déduire des signaux du faisceau réfléchi les propriétés amplificatrices du système de deux couches, notamment son amplification à résonance.



## 2. Amplitude du champ évanescent

Dans cette partie nous étudierons le facteur de transmission qui lie l'amplitude du champ de l'onde évanescente dans le milieu  $\Omega_4$  à l'amplitude du champ électromagnétique incident dans le milieu  $\Omega_1$ . Après l'introduction des notations que nous allons utiliser au cours de ce chapitre (section III.B.2.a.), nous présenterons d'abord l'expression exacte du facteur de transmission (section III.B.2.b.). Nous dériverons ensuite une condition de résonance pour laquelle le facteur de transmission est maximale (section III.B.2.c.). Puis, dans la section III.B.2.d., nous étudions le comportement du facteur de transmission en fonction de l'épaisseur du gap  $d_2$ . Dans la section III.B.2.e. nous analyserons finalement le facteur de transmission dans le cas où la fraction de la lumière incidente couplée dans le guide d'onde est faible devant 1. Ceci nous permet de simplifier l'expression du facteur de transmission et d'apporter plusieurs interprétations physiques. Notons que dans la discussion qui suit nous négligeons les pertes dans le guide d'onde. Une étude qui inclut les pertes dans le guide est abordé plus loin, dans la partie III.B.4.

### a. Notation

Fixons d'abord les notations que nous allons utiliser tout au long de ce chapitre. Notons  $E_j(\mathbf{r}, t)$  le champ électrique de l'onde plane électromagnétique monochromatique qui se propage dans le plan  $x-z$  du milieu  $\Omega_j$  avec un angle d'incidence  $\vartheta_j$ , un vecteur d'onde  $\mathbf{k}_j$  et une fréquence  $\omega$ . Nous nous limitons ici au cas d'une onde électromagnétique plane incidente polarisée TE ce qui nous permet d'écrire:

$$E_j(\mathbf{r}, t) = E_j(x, z) \mathbf{e}_{TE} e^{-i\omega t} \quad (\text{III.B.2.-1.})$$

où  $E_j(x, z)$  décrit la dépendance spatiale du champ électrique et  $\mathbf{e}_{TE}$  son vecteur de polarisation qui est orienté le long  $\mathbf{e}_y$ . Notons que dans les quatre milieux  $\Omega_j$  la distribution du champ est indépendante de la coordonnée  $y$ . Elle ne figure donc pas dans  $E_j(x, z)$ . De plus, nous définissons les quantités  $\beta$  et  $p_j$  par:

$$\beta = n_j \sin \vartheta_j \quad (\text{III.B.2.-2.})$$

$$p_j = n_j \cos \vartheta_j = \sqrt{n_j^2 - \beta^2} \quad (\text{III.B.2.-3.})$$

Les quantités  $\beta$  et  $p_j$  sont proportionnelles à la composante du vecteur d'onde  $k_j$  dans le milieu  $\Omega_j$  le long des axes  $e_x$  et  $e_z$  respectivement. Notons qu'à cause de la loi de Snell-Descartes,  $\beta$  ne change pas à travers les milieux  $\Omega_j$  ce qui rend un sous-indice  $j$  inutile. En cas de réflexion totale à l'interface  $\Omega_{j-1}/\Omega_j$ , la quantité  $p_j$  dans le milieu  $\Omega_j$  devient purement imaginaire ce qui permet de l'écrire sous la forme:

$$p_j = ib_j \quad (\text{III.B.2.-4.})$$

avec  $b_j$  réel. A l'exception du milieu  $\Omega_4$ , deux ondes se propagent dans chaque milieu  $\Omega_j$ : une onde incidente (transmise) dont l'amplitude est notée par  $A_j$  et une onde réfléchie dont l'amplitude est notée par  $B_j$ . En tenant compte qu'il n'y a pas de champ réfléchi dans le milieu  $\Omega_4$ , nous pouvons écrire  $E_j(x, z)$  sous la forme condensée :

$$E_j(x, z) = A_j e^{ik(\beta x + p_j(-\delta_{j3}d_2 - \delta_{j4}(d_2 + d_3) + z))} + (1 - \delta_{j4}) B_j e^{ik(\beta x - p_j(-\delta_{j3}d_2 + z))} \quad (\text{III.B.2.-5.})$$

Il sera utile pour ce qui suit d'écrire le coefficient de transmission et le coefficient de réflexion (coefficient de Fresnel) à l'interface  $\Omega_j/\Omega_k$  pour le cas d'une onde polarisée TE [Born-Wolf 59]:

$$t_{jk} = \frac{2p_j}{p_j + p_k} \quad (\text{III.B.2.-6.})$$

$$r_{jk} = \frac{p_j - p_k}{p_j + p_k} = -r_{kj} \quad (\text{III.B.2.-7.})$$

avec  $t_{jk} = 1 + r_{jk}$ . En cas de réflexion totale à l'interface  $\Omega_j/\Omega_k$  le module du coefficient de réflexion  $r_{jk}$  vaut 1 (voir (II.B.1.)) ce qui permet d'écrire  $r_{jk}$  à un facteur  $\pi$  près sous la forme:

$$r_{jk} = e^{-2i\Phi_{jk}} \quad (\text{III.B.2.-8.})$$

avec  $\Phi_{jk} = \arctan(p_k/ip_j)$  réel et positif.

### b. Facteur de transmission

Dans ce qui suit nous calculons le coefficient  $t_{14}$  (facteur de transmission) qui donne le rapport entre l'amplitude du champ évanescente dans le milieu  $\Omega_4$  et l'amplitude du champ électromagnétique incident:

$$A_4 = t_{14} A_1 \quad (\text{III.B.2.-9.})$$

Dans (III.B.2.-9.),  $A_1$  est l'amplitude de l'onde plane électromagnétique incidente dans le milieu  $\Omega_1$  avec un angle d'incidence  $\vartheta_1$  au-dessus de l'angle critique  $\vartheta_c$  de l'interface  $\Omega_1/\Omega_2$ ;  $A_4$  est l'amplitude de l'onde évanescente dans le milieu  $\Omega_4$ . Le facteur  $t_{14}$  se calcule à partir des différentes contributions à l'amplitude  $A_4$ . On obtient (voir Annexe III.A.):

$$t_{14} = \frac{t_{123} t_{34} e^{ikp_3 d_3}}{1 - r_{321} r_{34} e^{2ikp_3 d_3}} \quad (\text{III.B.2.-10.})$$

où les coefficients  $t_{123}$  et  $r_{321}$  sont donnés par (voir Annexe III.A.):

$$t_{123} = \frac{t_{12} t_{23} e^{-kb_2 d_2}}{1 + r_{12} r_{23} e^{-2kb_2 d_2}} \quad (\text{III.B.2.-11.})$$

$$r_{321} = \frac{r_{32} + r_{21}e^{-2kb_2d_2}}{1 + n_2r_{23}e^{-2kb_2d_2}} \quad (\text{III.B.2.-12.})$$

Explicitement,  $t_{14}$  s'écrit donc avec (III.B.2.-11.) et (III.B.2.-12.) sous la forme:

$$t_{14} = \frac{t_{12}t_{23}t_{34}e^{ikp_3d_3}}{e^{kb_2d_2}(1 + n_2r_{23}e^{-2kb_2d_2})\left(1 - \frac{r_{32} + r_{21}e^{-2kb_2d_2}}{1 + n_2r_{23}e^{-2kb_2d_2}}r_{34}e^{2ikp_3d_3}\right)} \quad (\text{III.B.2.-13.})$$

### c. Maximum du facteur de transmission: condition de résonance

Regardons l'expression (III.B.2.-10.) plus en détail. A fréquence laser, épaisseur des couches  $d_2$  et  $d_3$  et indices  $n_j$  des quatre milieux  $\Omega_j$  fixes, elle dépend uniquement de l'angle d'incidence  $\vartheta_1$ , c'est-à-dire de  $\beta = n_1 \sin \vartheta_1$ :  $t_{14} = t_{14}(\beta)$ . Dans ce qui suit nous cherchons la valeur de  $\beta$  qui rend le module de  $t_{14}$  maximal.

Nous verrons dans la suite que le numérateur de  $t_{14}$  en (III.B.2.-10.) ne varie que lentement avec  $\beta$ . Il ne fournira donc pas une condition pour laquelle le module de  $t_{14}$  en fonction de  $\beta$  atteint brusquement une valeur extrême. Portons donc notre attention sur le dénominateur de l'expression (III.B.2.-10.), désigné par  $Q$ . D'après (III.B.2.-10.) il s'écrit sous la forme:

$$Q = 1 - r_{321}r_{34}e^{2ikp_3d_3} \quad (\text{III.B.2.-14.})$$

Son module atteint un minimum pour  $r_{34}r_{321}e^{2ikp_3d_3} \approx 1$ . Autour de la valeur de l'incidence  $\beta$  qui rend le module de  $Q$  minimal, la fonction  $Q$  varie rapidement avec  $\beta$ . Ce comportement de  $Q$  en fonction de  $\beta$  correspond à la courbe de résonance du facteur de transmission  $t_{14}(\beta)$ .

Regardons encore plus près la fonction Q. Pour cela posons:

$$r_{321} = |r_{321}| e^{-2i\Phi_{321}} \quad (\text{III.B.2.-15.})$$

où la phase  $\Phi_{321}$  du coefficient  $r_{321}$  est réelle. Grâce à l'expression (III.B.2.-7.) qui permet d'écrire le coefficient de Fresnel  $r_{34}$  à l'interface  $\Omega_3/\Omega_4$  sous la forme  $r_{34} = e^{-2i\Phi_{34}}$  et avec (III.B.2.-14.) et (III.B.2.-15.) la fonction Q se transforme en:

$$Q = 1 - |r_{321}| e^{i(2kp_3d_3 - 2\Phi_{321} - 2\Phi_{34})} \quad (\text{III.B.2.-16.})$$

L'expression (III.B.2.-16.) est minimale lorsque l'argument de l'exponentielle vérifie la condition:

$$2kp_3d_3 - 2\Phi_{321} - 2\Phi_{34} = 2m\pi \quad (\text{III.B.2.-17.})$$

C'est la condition de résonance du guide d'onde en présence du prisme, déjà introduite en (III.B.1.-6.). Sa forme est analogue à celle du guide d'onde libre (voir (III.B.1.-3.)):

$$2kp_3d_3 - 2\Phi_{32} - 2\Phi_{34} = 2m\pi \quad (\text{III.B.2.-18.})$$

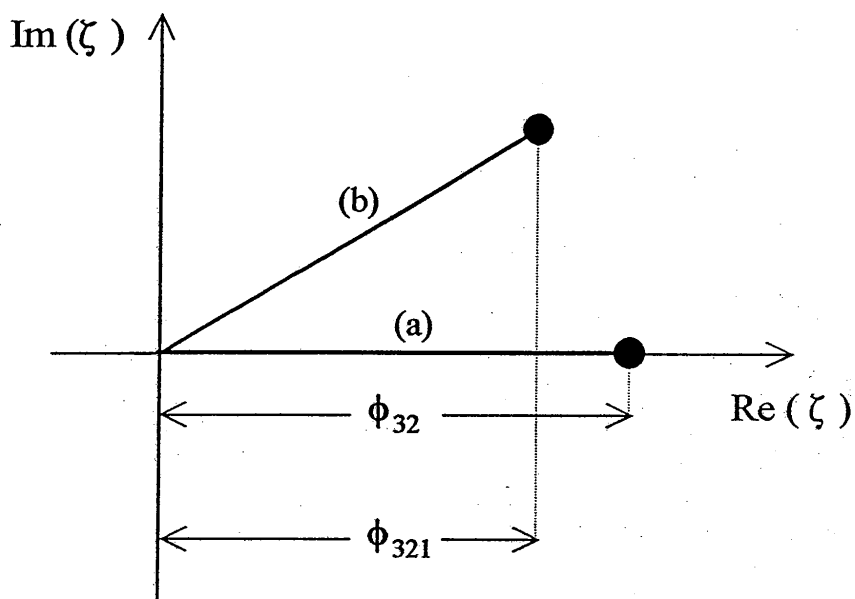
où  $\Phi_{32}$  est remplacé par  $\Phi_{321}$ . On remarque que la condition de résonance du guide d'onde en présence du prisme (III.B.2.-17.) est modifiée par rapport à celle du guide d'onde en l'absence du prisme (III.B.2.-18.): cette différence est déterminée par l'épaisseur du gap  $d_2$ . Pour le voir regardons l'expression  $r_{321}$  plus en détail. D'après (III.B.2.-12.) il s'écrit sous la forme:

$$r_{321} = \frac{r_{32} + r_{21} e^{-2kb_2d_2}}{1 + r_{12}r_{23} e^{-2kb_2d_2}} \quad (\text{III.B.2.-19.})$$

avec  $b_2$  réel. En éloignant le prisme du guide d'onde, on voit avec (III.B.2.-19.) que le coefficient de réflexion  $r_{321}$  s'approche de plus en plus du coefficient de Fresnel  $r_{32}$ . Dans la limite  $d_2 \rightarrow \infty$  on a:

$$d_2 \rightarrow \infty : r_{321} \rightarrow r_{32} \quad (\text{III.B.2.-20.})$$

et aussi avec (III.B.2.-15.):  $\Phi_{321} \rightarrow \Phi_{32}$ .



**Figure III.B.2.-1.** Déplacement de  $\zeta$  dans le plan complexe en fonction de la distance  $d_2$  entre le guide et le prisme. La partie réelle de  $\zeta$  se déplace de  $\Phi_{32}$  (valeur obtenue en l'absence du prisme:  $d_2 = \infty$ ) vers  $\Phi_{321}$  en cas de  $d_2 < \infty$ . Ce déplacement est responsable du changement de la position de résonance du système de  $\beta_0$  vers  $\beta_0^p$  (voir texte). Une partie imaginaire de  $\zeta$  non-nulle correspond à un couplage entre le milieu  $\Omega_1$  et le milieu  $\Omega_3$ , c'est à dire à la fuite de l'onde électromagnétique du guide d'onde vers le prisme à travers le gap  $\Omega_2$ . L'effet de la présence du prisme est exagéré dans la figure pour des raison de clarté.

Plus précisément, notons  $\beta_0$  la valeur de  $\beta$  qui remplit la condition (III.B.2.-18.) du guide d'onde libre et  $\beta_0^P$  la valeur de  $\beta$  qui remplit la condition (III.B.2.-17.) du guide d'onde en présence du prisme:

$$2kp_3(\beta_0)d_3 - 2\Phi_{32}(\beta_0) - 2\Phi_{34}(\beta_0) = 2m\pi \quad (\text{III.B.2.-21.})$$

$$2kp_3(\beta_0^P)d_3 - 2\Phi_{321}(\beta_0^P) - 2\Phi_{34}(\beta_0^P) = 2m\pi \quad (\text{III.B.2.-22.})$$

et réécrivons  $r_{321}$  sous la forme:

$$r_{321} = |r_{321}| e^{-2i\Phi_{321}} = e^{i\zeta} \quad (\text{III.B.2.-23.})$$

avec  $\zeta$  complexe [Siegman 86]. Partant d'un gap infiniment grand (guide d'onde libre), le rapprochement du guide d'onde vers le prisme fait varier  $\zeta$ : la partie réelle de  $\zeta$  se déplace de  $-2\Phi_{32}$  vers  $-2\Phi_{321}$ . Cela transforme la condition de résonance (III.B.2.-18.) du guide d'onde libre vers la condition de résonance (III.B.2.-17.) du guide d'onde en présence du prisme et déplace  $\beta_0$  vers  $\beta_0^P$ . En même temps,  $\zeta$  acquiert une partie imaginaire. Reporté en (III.B.2.-23.), elle est responsable d'un module de  $r_{321}$  inférieure à 1:  $|r_{321}| = e^{-\text{Im}(\zeta)} < 1$ . Physiquement un module du coefficient de réflexion  $r_{321}$  inférieur à 1 correspond à la réflexion totale frustrée à l'interface  $\Omega_3/\Omega_2$  et à la fuite de l'onde électromagnétique du guide d'onde vers le prisme. La modification de  $\zeta$  en variant la distance entre le guide et le prisme est montrée dans la Figure III.B.2.-1.

En développant l'exponentielle dans (III.B.2.-23.) et en utilisant (III.B.2.-14.), la fonction  $Q$  s'écrit à résonance et en cas où  $\text{Im}(\zeta) \ll 1$  (vérifié pour les cas qui nous intéressent) simplement sous la forme:  $Q = \text{Im}(\zeta)$ . A résonance et avec un gap  $d_2 < \infty$  tel que  $\text{Im}(\zeta) > 0$ , c'est d'après (III.B.2.-10.) donc la partie imaginaire de  $\zeta$  qui est responsable que le module du facteur de transmission  $|t_{14}|$  reste fini. En revanche, si l'épaisseur  $d_2$  devient infinie,  $|r_{321}|$  vaut strictement 1 ce qui fait qu'à résonance le facteur de transmission  $|t_{14}|$  devient infini. En voit ainsi la liaison entre le déplacement de l'angle de résonance et la chute du facteur de transmission  $t_{14}$  en fonction de l'épaisseur  $d_2$ , montré dans la Figure III.B.1.-3. de la section précédente. Les deux effets sont dus au déplacement de  $\zeta$  dans le plan complexe. Nous allons chiffrer ces effets dans la partie III.B.2.e. dans la limite d'un faible couplage entre le champ électrique incident et le guide d'ondé.

#### d. Effet du gap

Pour mieux voir le comportement du facteur de transmission  $t_{14}$  en fonction de l'épaisseur du gap  $d_2$ , portons notre attention sur le dénominateur de l'expression (III.B.2.-13.) du facteur de transmission. Il s'écrit sous la forme:

$$e^{kb_2d_2}(1+r_{12}r_{23}e^{-2kb_2d_2})\left(1-\frac{r_{32}+r_{21}e^{-2kb_2d_2}}{1+r_{12}r_{23}e^{-2kb_2d_2}}r_{34}e^{2ikp_3d_3}\right)$$

(III.B.2.-24.)

ce qui peut se transformer en:

$$e^{kb_2d_2}(1-r_{34}r_{32}e^{2ikp_3d_3})+e^{-kb_2d_2}(r_{12}r_{23}-r_{34}r_{21}e^{2ikp_3d_3})$$

(III.B.2.-25.)

Avec (III.B.2.-25.) nous pouvons donc écrire l'expression (III.B.2.-13.) du facteur de transmission  $t_{14}$  sous la forme [Lévy 72]:

$$t_{14} = \frac{t_{12}t_{23}t_{34}e^{ikp_3d_3}}{e^{kb_2d_2}L + e^{-kb_2d_2}M}$$

(III.B.2.-26.)

où L et M sont donnés par:

$$L = 1 - r_{34}r_{32}e^{2ikp_3d_3}$$

$$M = r_{12}r_{23} - r_{34}r_{21}e^{2ikp_3d_3}$$

(III.B.2.-27.)

Les fonctions L et M sont indépendantes de l'épaisseur du gap  $d_2$ . Toute la dépendance du module de  $t_{14}$  en fonction de l'épaisseur du gap  $d_2$  se trouve dans les préfacteurs de L et M.



Dans (III.B.2.-26.) on voit qu'en augmentant l'épaisseur du gap  $d_2$ , le premier terme dans le dénominateur de  $t_{14}$  devient rapidement prédominant par rapport au deuxième terme entraînant une chute rapide de  $t_{14}$ . Cela est vrai sauf si  $e^{kb_2 d_2} L \ll e^{-kb_2 d_2} M$ . Dans ce cas,  $t_{14}$  croît exponentiellement en fonction du gap  $d_2$  et peut rapidement atteindre des valeurs très élevées avec un gap de l'ordre de la longueur d'onde optique. Notons que cette condition est vérifiée si  $L=0$  ce qui est équivalent à la condition de résonance du guide d'onde libre (voir (III.B.2.-21.)). Notons de plus que cette condition est aussi vérifiée en remplissant la condition (III.B.2.-22.) correspondant à la condition de résonance du guide d'onde en présence du prisme. En effet, la condition (III.B.2.-22.) correspond au maximum de  $t_{14}$ .

### e. Approximation du facteur de transmission [Ulrich 70]

Dans la partie III.B.2.c. nous avons vu qualitativement comment la position  $\beta_0$  de la résonance du guide d'onde libre et l'amplitude du module du facteur de transmission  $t_{14}$  sont modifiés en présence du prisme. Dans cette section nous allons décrire ces effets quantitativement dans la limite  $e^{-kb_2 d_2} \ll 1$  correspondant à la limite de faible couplage entre la lumière incidente et le guide d'onde. Nous dérivons la forme de la courbe de résonance de  $t_{14}$  en fonction de  $\beta$ , puis nous donnons pour cette courbe une expression analytique (position, demi-largeur à mi-hauteur et valeur maximale à résonance). Notons que dans toute cette partie nous ne tenons pas compte des pertes qui sont présentes dans le guide d'onde. Une discussion du facteur de transmission en incluant les pertes dans le guide d'onde sera abordée dans la partie III.B.4.

Commençons à introduire un facteur  $h$  défini par:

$$h = e^{-kb_2 d_2} \quad (\text{III.B.2.-28.})$$

qui donne un ordre de grandeur du couplage entre le faisceau incident et le guide d'onde (cela sera discuté en détail plus loin, dans la partie III.B.6.). Dans ce qui suit nous nous plaçons dans le régime où:

$$h \ll 1 \quad (\text{III.B.2.-29.})$$

correspondant au régime de couplage faible. Dans cette limite, revenons à l'expression (III.B.2.-10.) décrivant le facteur de transmission  $t_{14}$ . Le numérateur de (III.B.2.-10.),  $t_{123}t_{34}e^{ikp_3d_3}$  influence peu le module du facteur de transmission si on restreint la variation de  $\beta$  sur une plage étroite autour de la résonance. L'étendue de la plage sera précisée plus loin, en (III.B.2.-37.). En revanche, dans la section III.B.2.c. on a vu que le dénominateur de l'expression (III.B.2.-10.), la fonction  $Q$ , varie rapidement en fonction de  $\beta$  autour de la résonance du système. Portons donc notre attention de nouveau sur la fonction  $Q$ .

#### $\alpha$ . Dénominateur du facteur de transmission

En développant le coefficient  $r_{321}$  (expression (III.B.2.-12.)) jusqu'à l'ordre deux en  $h$ , la fonction  $Q$  se transforme en:

$$Q = 1 - e^{i\psi(\beta)}(1 - 2h^2 \sin 2\Phi_{12} \sin 2\Phi_{32} - 2ih^2 \cos 2\Phi_{12} \sin 2\Phi_{32})$$

(III.B.2.-30.)

où  $\psi$  désigne le déphasage de l'onde électromagnétique au cours d'un aller-retour le long de l'axe  $e_z$  à travers le guide d'onde libre:

$$\psi(\beta) = 2kp_3(\beta)d_3 - 2\Phi_{32}(\beta) - 2\Phi_{34}(\beta)$$

(III.B.2.-31.)

Nous cherchons la valeur de l'incidence  $\beta$  qui rend l'expression (III.B.2.-30.) minimale, correspondant dans la limite  $h \ll 1$  à la résonance du guide d'onde en présence du prisme  $\beta_0^p$ . En développant le déphasage  $\psi$  autour de la résonance du guide d'onde libre  $\beta = \beta_0$  jusqu'à l'ordre 1 en  $\beta$  et en développant ensuite l'exponentielle apparaissant dans (III.B.2.-30.), on trouve que  $\beta_0^p$  s'écrit en fonction de  $\beta_0$  sous la forme:

$$\beta_0^p = \beta_0 + \varepsilon$$

(III.B.2.-32.)

avec  $\varepsilon$  donnée par:

$$\varepsilon = -2 \frac{h^2}{\chi} \cos 2\Phi_{12} \sin 2\Phi_{32} \quad (\text{III.B.2.-33.})$$

Dans ce cas, la fonction  $Q$  autour de la résonance est approchée par:

$$Q = i\chi((\beta - \beta_0^p) - i\Delta\beta) \quad (\text{III.B.2.-34.})$$

avec  $\Delta\beta$  donné par:

$$\Delta\beta = 2 \frac{h^2}{\chi} \sin 2\Phi_{12} \sin 2\Phi_{32} \quad (\text{III.B.2.-35.})$$

Dans les expressions (II.B.2.-33.) - (II.B.2.-35.), la quantité  $\chi$  est proportionnelle à la dérivée du déphasage  $\psi$  évaluée à la position de résonance du guide d'onde libre:

$$\chi = - \left. \frac{\partial \psi}{\partial \beta} \right|_{\beta=\beta_0} = 2 \frac{\beta}{p_3} \left( kd_3 + \frac{1}{b_2} + \frac{1}{b_4} \right) \Big|_{\beta=\beta_0} \quad (\text{III.B.2.-36.})$$

Remarquons d'abord que nous avons développé l'exponentielle apparaissant dans (III.B.2.-30.) uniquement jusqu'à l'ordre 1 en  $(\beta - \beta_0)\chi$ . Nous supposons donc que:

$$(\beta - \beta_0)\chi \ll 1 \quad (\text{III.B.2.-37.})$$

Cette relation détermine la plage des valeurs de  $\beta$  pour laquelle le calcul est valable. Notons que sur cette plage la valeur de  $h$  et des phases  $\Phi_{jk}$ , qui interviennent dans les expressions de  $\Delta\beta$ ,  $\varepsilon$  et  $\chi$  varient peu avec  $\beta$ . A condition de ne pas dépasser la plage déterminée par (III.B.2.-37.), nous considérons ces fonctions donc comme constantes en les évaluant simplement à  $\beta = \beta_0$ .

Remarquons ensuite que d'après (III.B.2.-33.) le terme  $\varepsilon$  représente le déplacement de la position de résonance du guide d'onde libre vers la position de résonance du guide d'onde en présence du prisme:  $\varepsilon = \beta_0^p - \beta_0$ . Ce déplacement varie en fonction de l'épaisseur du gap  $d_2$  selon (III.B.2.-33.) comme  $h^2 = e^{-2kb_2d_2}$ . Lorsque l'épaisseur du gap diminue, la position de  $\beta_0^p$  s'éloigne de plus en plus de  $\beta_0$ . Ce comportement de  $\beta_0^p$  a été démontré dans la Figure III.B.1.-3. de la section précédente.

Le rôle de la quantité  $\Delta\beta$  sera analysé plus loin, en (III.B.2.-42.) et (III.B.2.-44.).

### $\beta$ . Facteur de transmission

Par un même développement en  $h$  (jusqu'à l'ordre deux en  $h$ ), le numérateur de l'expression (III.B.2.-10.) du facteur de transmission  $t_{14}$  est approché par:

$$t_{123}t_{34}e^{ikp_3d_3} = 8ih \cos\Phi_{12} \sin\Phi_{32} \cos\Phi_{34} e^{-i\Phi_{12}} e^{-i\psi/2} \quad (\text{III.B.2.-38.})$$

Avec (III.B.2.-34.) et (III.B.2.-38.) et vue que le numérateur de  $t_{14}$  varie peu avec  $\beta$  sur une plage déterminée par (III.B.2.-37.), le facteur de transmission  $t_{14}$  s'écrit autour de la résonance du guide d'onde libre dans la limite  $h \ll 1$  sous la forme:

$$t_{14}(\beta) = \frac{t_{123}t_{34}e^{ikp_3d_3}}{Q} = \frac{-8h \cos\Phi_{12} \sin\Phi_{32} \cos\Phi_{34} e^{-i\Phi_{12}}}{\chi((\beta - \beta_0^p) - i\Delta\beta)} e^{-i\Phi_{12}} \quad (\text{III.B.2.-39.})$$

Le facteur de transmission  $t_{14}(\beta)$  donné par (III.B.2.-39.) devient maximal quand  $\beta = \beta_0^p$ , correspondant à la position de résonance du guide d'onde en présence du prisme. Dans ce cas, la valeur du facteur de transmission, appelé  $t_{\max}$ , correspond à:

$$t_{\max} = -8ih \frac{\cos \Phi_{12} \sin \Phi_{32} \cos \Phi_{34}}{\chi \Delta \beta} e^{-i\Phi_{12}} \quad (\text{III.B.2.-40.})$$

où encore à l'aide de (III.B.2.-35.):

$$t_{\max} = -ih^{-1} \frac{\cos \Phi_{34}}{\sin \Phi_{12} \cos \Phi_{32}} e^{-i\Phi_{12}} \quad (\text{III.B.2.-41.})$$

L'expression (III.B.2.-41.) démontre que  $t_{\max}$  est proportionnel à  $h^{-1}$ . Il croît de ce fait exponentiellement avec l'épaisseur du gap  $d_2$ . Ce comportement de  $t_{\max}$  en fonction du gap a été déjà décrit dans la section III.B.2.d. Il sera interprété en détail plus loin, dans les parties III.B.6. et III.B.7.

#### $\gamma$ . Amplification du système de deux couches en fonction d'incidence

En prenant le module carré de (III.B.2.-41.) on obtient:

$$|t_{\max}|^2 = \frac{8 \cos^2 \Phi_{34} \tan \Phi_{32}}{\chi \tan \Phi_{12}} \frac{1}{\Delta \beta} \quad (\text{III.B.2.-42.})$$

Ceci montre que le module carré de la valeur maximale du facteur de transmission  $t_{14}$  est inversement proportionnel à la quantité  $\Delta \beta$ , donnée en (III.B.2.-35.).

A l'aide des formules (III.B.2.-39.) et (III.B.2.-40.), le facteur de transmission  $t_{14}$  s'écrit en fonction de l'incidence  $\beta$  finalement sous la forme:

$$t_{14}(\beta) = -it_{\max} \frac{\Delta \beta}{(\beta - \beta_0') - i\Delta \beta} \quad (\text{III.B.2.-43.})$$

Prenant le module carré de (III.B.2.-43.), on obtient ensuite l'amplification du système, donnée par:

$$|t_{14}(\beta)|^2 = |t_{\max}|^2 \frac{\Delta\beta^2}{(\beta - \beta_0^p)^2 + \Delta\beta^2} \quad (\text{III.B.2.-44.})$$

### δ. Interprétation

Notons d'abord que la forme de la courbe de résonance du module carré du facteur de transmission  $|t_{14}(\beta)|^2$  en fonction de  $\beta$  correspond à une lorentzienne, centrée à  $\beta_0^p$ , dont la valeur maximale à résonance vaut  $|t_{\max}|^2$  et dont la demi-largeur à mi-hauteur est donnée par la quantité  $\Delta\beta$ . Nous avons tracé la fonction  $|t_{14}|^2$  en fonction de  $\beta$  dans la Figure III.B.2.-2. en utilisant les paramètres du premier système de deux couches réalisé dans notre laboratoire (les paramètres des deux systèmes étudiés sont regroupés à la fin de ce paragraphe). Dans la même figure nous avons superposé le module carré du facteur de transmission obtenu à partir de l'expression exacte (III.B.2.-13.). On voit que l'écart entre la courbe de résonance obtenue à partir de l'expression exacte et celle obtenue à partir de l'expression approchée (III.B.2.-44.) n'est pas apparente dans la partie centrale de la courbe, à l'intérieur de la plage déterminée par (III.B.2.-37.).

Remarquons de plus qu'en transformant l'équation (III.B.2.-44.) elle peut s'écrire également sous une forme utilisée pour décrire la fonction de transfert d'une cavité Fabry-Perot [Born-Wolf 59]:

$$|t_{14}(\beta)|^2 = |t_{\max}|^2 \frac{1}{1 + \left( \frac{2F}{\pi} \sin(\varphi(\beta)) \right)^2} \quad (\text{III.B.2.-45.})$$

où  $\varphi(\beta)$  est le déphasage de l'onde électromagnétique au cours d'un aller-retour à travers le guide d'onde en présence du prisme:

$$\varphi(\beta) = 2kp_3(\beta)d_3 - 2\Phi_{321}(\beta) - 2\Phi_{34}(\beta) \quad (\text{III.B.2.-46.})$$

et  $F$  une puissance de résolution ou " finesse " de la cavité. Le terme  $F$  est lié à la demi-largeur à mi-hauteur  $\Delta\beta$  de la courbe de résonance du système de deux couches par:

$$F = \frac{\pi}{2} \frac{1}{\chi\Delta\beta} \quad (\text{III.B.2.-47.})$$

Le fait que le facteur de transmission  $t_{14}$  peut s'écrire sous la forme (III.B.2.-45.) montre le lien étroit qui existe entre le système de deux couches et une cavité optique de type Fabry-Perot.

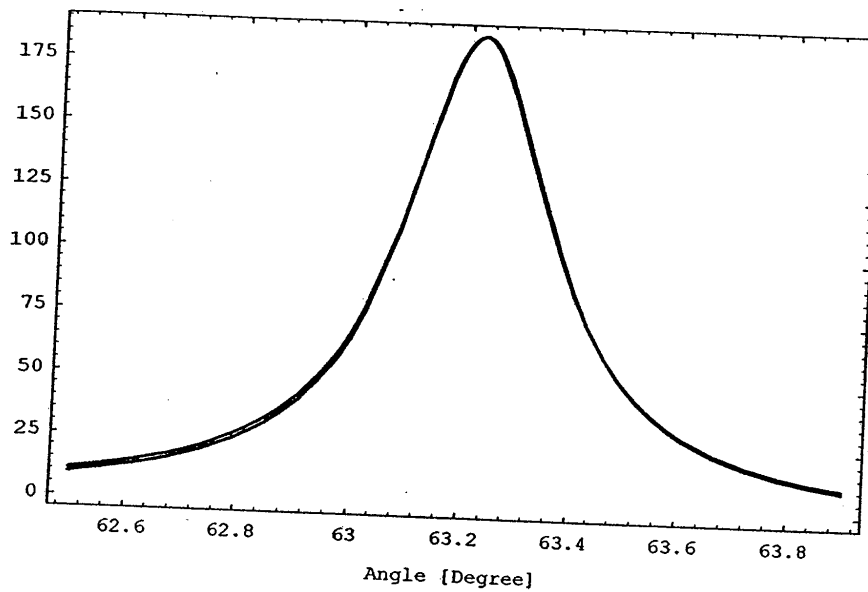


Figure III.B.2.-2. Module carré du facteur de transmission  $t_{14}$  en fonction de l'angle d'incidence  $\theta_1$  du premier système de deux couches réalisé dans notre laboratoire. La forme de la courbe correspond à une lorentzienne dont la valeur maximale, la demi-largeur à mi-hauteur, et la position centrale, dépendent de l'épaisseur du gap. On a superposé deux courbes: l'expression exacte de  $|t_{14}|^2$  en utilisant l'équation (III.B.2.-13.), et son expression approchée (III.B.2.-44.) obtenue dans la limite  $h \ll 1$ . Dans la partie centrale de la courbe où la condition  $(\beta - \beta_0)\chi \ll 1$  est vérifiée, les deux courbes ne se distinguent pas à l'échelle de la figure.



• Application numérique

Prenons les valeurs des deux systèmes de deux couches réalisés dans notre laboratoire:

	1. Système	2. Système
$n_1$	1.8948	1.8948
$n_2$	1.46	1.49
$n_3$	2.37	2.387
$n_4$	1	1
$d_2$	350 nm	700 nm
$d_3$	87 nm	69.7 nm

On trouve alors à  $\lambda = 780 \text{ nm}$ :

	1. Système	2. Système
$\vartheta_1^{res} \quad (\beta_0^p)$	63.22° (1.692)	58.92° (1.623)
$\vartheta_1^0 \quad (\beta_0)$	63.22° (1.692)	58.93° (1.623)
$\vartheta_1^{res} - \vartheta_1^0$	$1.3 \cdot 10^{-4} \text{ °} = 2.3 \cdot 10^{-3} \text{ mrad}$	$-4.0 \cdot 10^{-3} \text{ °} = -7 \cdot 10^{-2} \text{ mrad}$
$(\beta_0^p - \beta_0)$	$(1.2 \cdot 10^{-6})$	$(-7 \cdot 10^{-5})$
$\Delta\vartheta_1$	$0.18 \text{ °} = 3.1 \text{ mrad}$	$0.01 \text{ °} = 0.17 \text{ mrad}$
$(\Delta\beta)$	$(2.5 \cdot 10^{-3})$	$(0.16 \cdot 10^{-3})$
$h = e^{-kb_2 d_2}$	0.09	0.03
$\chi = -\partial\psi / \partial\beta$	5.3 rad	5.4 rad
$ r_{\max} ^2$	180	3500

### 3. Champ réfléchi

Dans cette section nous étudierons le coefficient de réflexion  $r_{14}$  qui donne le rapport entre l'amplitude du champ électrique réfléchi et l'amplitude du champ électrique incident. Nous présenterons d'abord l'expression exacte de  $r_{14}$  que nous simplifierons ensuite dans la limite  $h = e^{-kb_2d_2} \ll 1$  (limite du couplage faible). Notons que lorsqu'on néglige les pertes dans le guide d'onde, le module du coefficient de réflexion  $r_{14}$  vaut 1 pour tout angle d'incidence supérieur à l'angle critique de l'interface  $\Omega_1/\Omega_2$ . Nous nous intéressons donc dans cette section surtout à l'expression de la phase de  $r_{14}$ . Nous allons voir qu'en l'absence de pertes dans la couche  $n_3$  la vitesse de variation de la phase de  $r_{14}$  autour de la résonance en fonction de l'incidence  $\beta$  est déterminée par la largeur  $\Delta\beta$  de la courbe de résonance du facteur de transmission. On a vu dans la partie III.B.2. que celle-ci est inversement proportionnelle à l'amplification du système  $|t_{\max}|^2$  (voir (III.B.2.-42)). Il s'ensuit que si on est capable de mesurer la variation de la phase de  $r_{14}$  en fonction de l'incidence  $\beta$ , il est alors possible d'en déduire des propriétés amplificatrices du système. Cela sera discuté plus en détail dans le paragraphe III.B.5. et dans les parties III.C.1. et III.C.2. de ce chapitre.

#### a. Coefficient de réflexion

Définissons le rapport entre l'amplitude du champ électrique incident  $A_1$  et l'amplitude  $B_1$  du champ électrique réfléchi en présence des deux couches  $n_2$  et  $n_3$  par le facteur  $r_{14}$ :

$$B_1 = r_{14} A_1 \quad (\text{III.B.3.-1.})$$

Le facteur de réflexion  $r_{14}$  est obtenu à partir d'une sommation de différentes contributions à  $B_1$ . On trouve (voir Annexe III.A.):

$$r_{14} = \frac{r_{12} + r_{234} e^{-2kb_2d_2}}{1 + r_{12} r_{234} e^{-2kb_2d_2}} \quad (\text{III.B.3.-2.})$$

où  $r_{234}$  est le facteur de réflexion sur l'interface  $\Omega_2/\Omega_3$  en présence du milieu  $\Omega_4$ . Il est donné par une expression analogue (voir Annexe III.A.):

$$r_{234} = \frac{r_{23} + r_{34} e^{2ikp_3 d_3}}{1 + r_{23} r_{34} e^{2ikp_3 d_3}} \quad (\text{III.B.3.-3.})$$

En écrivant  $r_{14}$  explicitement, on obtient alors:

$$r_{14} = \frac{r_{12} + \frac{r_{23} + r_{34} e^{2ikp_3 d_3}}{1 + r_{23} r_{34} e^{2ikp_3 d_3}} e^{-2kb_2 d_2}}{1 + r_{12} \frac{r_{23} + r_{34} e^{2ikp_3 d_3}}{1 + r_{23} r_{34} e^{2ikp_3 d_3}} e^{-2kb_2 d_2}} \quad (\text{III.B.3.-4.})$$

### b. Approximation du coefficient de réflexion

Pour simplifier l'expression (III.B.3.-4.) plaçons-nous dans la limite du couplage faible  $h = e^{-kb_2 d_2} \ll 1$ . Dans ce régime nous transformerons l'expression du coefficient de réflexion  $r_{14}$  pour obtenir une formule qui montre explicitement la variation brusque de la phase de  $r_{14}$  autour de la résonance [Ulrich 70].

Portons donc notre attention sur l'expression exacte du coefficient de réflexion, la formule (III.B.3.-4.). On peut la réécrire sous la forme:

$$r_{14} = \frac{r_{12}(r_{32} + r_{23}r_{32}r_{34}e^{2ikp_3 d_3}) + (r_{32}r_{23} + r_{32}r_{34}e^{2ikp_3 d_3})e^{2ikp_2 d_2}}{(r_{32} + r_{23}r_{32}r_{34}e^{2ikp_3 d_3}) + r_{12}(r_{32}r_{23} + r_{32}r_{34}e^{2ikp_3 d_3})e^{2ikp_2 d_2}} \quad (\text{III.B.3.-5.})$$

ce qui se transforme, en utilisant (III.B.2.-8), (III.B.2.-28) et (III.B.2.-31):

$$r_{14} = \frac{r_{12}(r_{32} + r_{23}e^{i\psi}) + (r_{32}r_{23} + e^{i\psi})h^2}{(r_{32} + r_{23}e^{i\psi}) + r_{12}(r_{32}r_{23} + e^{i\psi})h^2} \quad (\text{III.B.3.-6})$$

où la quantité  $\psi$  représente le déphasage de l'onde électromagnétique après un aller-retour le long de l'axe  $e_z$  à travers le guide d'onde en l'absence du prisme. En développant le déphasage  $\psi$  autour de la résonance du guide d'onde libre  $\beta = \beta_0$  et en développant ensuite l'exponentielle  $\exp(i\psi)$  dans l'expression (III.B.3.-6.), on trouve pour les deux termes en crochets du numérateur et du dénominateur de (III.B.3.-6.):

$$(r_{32} + r_{23}e^{i\psi}) = i\chi r_{32}(\beta - \beta_0) \quad (\text{III.B.3.-7.})$$

$$(r_{32}r_{23} + e^{i\psi})h^2 = 2ih^2 r_{32} \sin 2\Phi_{32} \quad (\text{III.B.3.-8.})$$

où la quantité  $\chi$  a été introduit en (III.B.2.-36.). En négligeant les termes d'ordre supérieur à 2 en  $h$ , on peut alors écrire le coefficient de réflexion  $r_{14}$  sous la forme:

$$r_{14} = r_{12} \frac{(\beta - \beta_0) - \varepsilon + i\Delta\beta}{(\beta - \beta_0) - \varepsilon - i\Delta\beta} \quad (\text{III.B.3.-9.})$$

ou encore:

$$r_{14} = r_{12} \frac{(\beta - \beta_0^p) + i\Delta\beta}{(\beta - \beta_0^p) - i\Delta\beta} \quad (\text{III.B.3.-10.})$$

où les quantités  $\varepsilon = \beta_0^p - \beta_0$  et  $\Delta\beta$  ont été introduites respectivement en (III.B.2.-33.) et (III.B.2.-35.) de la section précédente. L'expression (III.B.3.-10.) du coefficient de réflexion se met finalement sous la forme:

$$r_{14} = r_{12} e^{2i\theta(\beta)} = e^{2i(\theta(\beta) - \Phi_{12})} \quad (\text{III.B.3.-11.})$$

où le déphasage  $\theta$  de l'onde plane après la réflexion par le système de deux couches est donné par:

$$\theta(\beta) = \arctan \left( \frac{\Delta\beta}{(\beta - \beta_0^p)} \right) \quad (\text{III.B.3.-12})$$

On voit sur (III.B.3.-11.) que le module du coefficient de réflexion  $r_{14}$  comme celui de  $r_{12}$  est égal à 1: c'est la réflexion totale. En l'absence des pertes dans le guide d'onde, le module du coefficient de réflexion  $r_{14}$  ne se distingue pas de celui du coefficient de réflexion  $r_{12}$  d'un prisme recouvert d'un milieu d'indice  $n_2$  seul. De plus, on voit que la phase de  $r_{14}$  est déterminée par deux termes, l'un  $\theta(\beta)$  qui varie rapidement en fonction de  $\beta$  autour de la résonance - dû au couplage de l'onde électromagnétique dans le guide d'onde -, et l'autre  $\Phi_{12}$  qui reste quasiment constant sur une plage de l'ordre de la largeur de la résonance  $\Delta\beta$ .

Plaçons-nous d'abord dans la situation où l'incidence  $\beta$  est loin de la résonance:  $|\beta - \beta_0^p| \gg \Delta\beta$ . Dans ce cas, on obtient avec (III.B.3.-12.)  $\theta(\beta) \approx 0$  (à  $2\pi$  près) et donc  $\exp(2i\theta(\beta)) \approx 1$ . Le changement de phase de l'onde réfléchie par le système de deux couches est alors égal à celui d'une onde réfléchie par un prisme recouvert d'un milieu  $n_2$  seul et vaut simplement  $2\Phi_{12}$ .

En revanche, à résonance, l'équation (III.B.3.-10.) montre que  $2\theta(\beta_0^p) = \pi$ . En imposant à  $\theta(\beta)$  d'être continu à la traversée de la résonance, on obtient la courbe de la Figure III.B.3.-1. Elle montre que la phase de l'onde réfléchie varie de  $2\pi$  en traversant la résonance sur une plage qui est de l'ordre de la largeur de la résonance  $\Delta\beta$ .

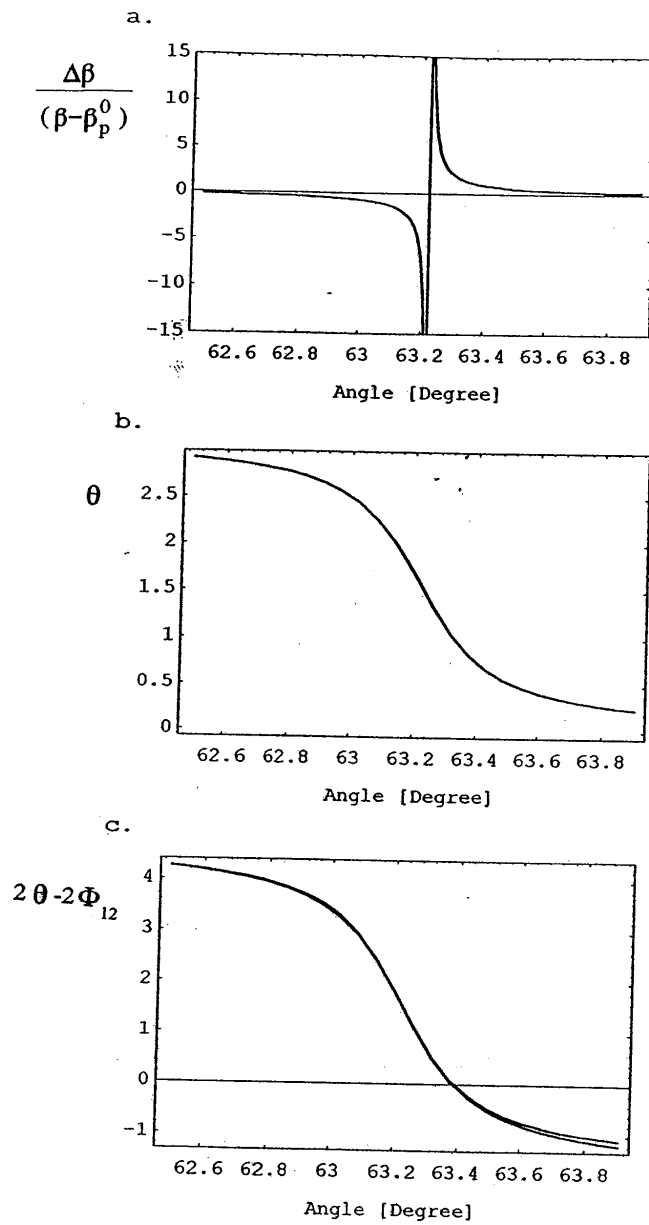


Figure III.B.3.-1. Variation de l'argument  $\Delta\beta/(\beta-\beta_p^0)$  du déphasage résonant  $\theta(\beta)$  (courbe a.), du déphasage résonant lui-même  $\theta(\beta)$  (courbe b.), et de la phase complète  $2\theta(\beta) - 2\Phi_{12}$  (courbe c.) du coefficient de réflexion  $r_{14}$  en fonction de l'angle d'incidence  $\vartheta_1$ . La vitesse avec laquelle le déphasage résonant  $\theta(\beta)$  change d'un facteur  $\pi$  dépend d'après (III.B.3.-11.) de la quantité  $\Delta\beta$ . Notons que dans c. sont superposées deux courbes: l'expression exacte de la phase du coefficient de réflexion  $r_{14}$  obtenue à partir de la formule (III.B.3.-4.) et l'expression approchée (III.B.3.-10.).

## 4. Amplitude du champ évanescent en présence de pertes

Dans cette section, nous dérivons le facteur de transmission  $t'_{14}$  introduit en III.B.2. en tenant compte des pertes dans le guide d'onde. Nous modélisons les pertes dans la couche  $\Omega_3$  en admettant que l'indice  $n_3$  du guide devient complexe. La partie imaginaire de l'indice a pour effet d'atténuer l'amplitude du champ électrique lors de la traversée de la couche  $n_3$  due à l'absorption par le milieu  $\Omega_3$ . En effet, nous admettons qu'un indice complexe permet de prendre globalement en compte aussi bien les pertes de volume que les pertes dues à la diffusion de la lumière aux interfaces  $\Omega_3/\Omega_2$  et  $\Omega_3/\Omega_4$  du guide.

A cause des pertes dans le guide, plusieurs modifications sont apportées aux résultats trouvés dans la partie III.B.2.: la plus spectaculaire est que le facteur de transmission  $t'_{14}$  reste limité pour toute valeur du gap. Plus précisément, nous allons faire apparaître deux régimes dans lesquelles le comportement du facteur de transmission en fonction du gap est fondamentalement différent: le régime de faibles pertes dans lequel  $t'_{14}$  croît exponentiellement avec le gap; et le régime de fortes pertes dans lequel la situation est renversée et  $t'_{14}$  diminue exponentiellement avec le gap. Entre ces deux régimes  $t'_{14}$  atteint sa valeur maximale.

La demi-largeur à mi-hauteur de la courbe de résonance est elle aussi modifiée par la présence des pertes dans le guide d'onde. On verra qu'elle se compose dans ce cas de deux termes d'origines entièrement différentes et dont les poids respectifs dépendent du régime considéré: dans le régime de faibles pertes, la demi-largeur reste essentiellement fixée par le couplage entre le guide et le prisme, c'est à dire par l'épaisseur du gap (voir section III.B.2.). Dans le régime de fortes pertes, elle est au contraire déterminée par les pertes dans le guide.

Dans ce qui suit nous commençons à fixer la notation des paramètres concernés lorsque  $n_3$  devient complexe. Nous déterminerons ensuite le facteur de transmission  $t'_{14}$  en nous plaçant dans la limite du couplage faible  $h = e^{-kb_2d_2} \ll 1$ . Nous discutons finalement les modifications de la courbe de résonance, notamment le changement de sa position centrale, de sa largeur et sa valeur maximale lorsque l'indice du guide  $n_3$  acquiert une partie imaginaire.

### a. Notation

Avec la convention pour la distribution du champ adopté en (III.B.2.-5.), l'amplitude du champ électrique dans le guide d'onde est atténuée lors de la propagation dans le milieu  $\Omega_3$  en écrivant l'indice complexe  $n_3$  sous la forme:

$$n_3 = n_3' + in_3'' \quad (\text{III.B.4.-1.})$$

avec  $n_3'' \geq 0$ . Utilisant la loi de Snell-Descartes  $n_1 \sin \vartheta_1 = n_3 \sin \vartheta_3$  la partie réelle  $p_3'$  et la partie imaginaire  $p_3''$  de  $p_3 = n_3 \cos \vartheta_3$  s'expriment maintenant en fonction de la partie réelle et de la partie imaginaire de l'indice du guide et de l'incidence  $\beta = n_1 \sin \vartheta_1$  par [Born-Wolf 59]:

$$p_3' = \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ u + \sqrt{u^2 + 4n_3'^2 n_3''^2} \right\}} \quad (\text{III.B.4.-2.})$$

$$p_3'' = \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ -u + \sqrt{u^2 + 4n_3'^2 n_3''^2} \right\}} \quad (\text{III.B.4.-3.})$$

où le terme  $u$  est donné par:

$$u = n_3'^2 - n_3''^2 - \beta^2 \quad (\text{III.B.4.-4.})$$

Dans la limite  $n_3'' = 0$  on retrouve  $p_3'' = 0$  et  $p_3' = \sqrt{n_3'^2 - \beta^2}$  en accord avec le résultat (III.B.2.-3.) de la section III.B.2. En revanche, si  $n_3'' \neq 0$ , les termes  $p_3'$  et  $p_3''$  sont approchés par les expressions suivantes:

$$p_3' \approx \sqrt{n_3'^2 - \beta^2} \left( 1 + \frac{\beta^2}{2(n_3'^2 - \beta^2)} n_3''^2 \right) \quad (\text{III.B.4.-5.})$$

$$p_3'' \approx n_3'' \sqrt{\frac{n_3'^2}{n_3'^2 - \beta^2}} \quad (\text{III.B.4.-6.})$$



ce qui montre que la modification du terme  $p_3'$  à cause des pertes dans le guide d'onde se limite à un facteur d'ordre deux en  $n_3'$  tandis que le terme  $p''$  est directement proportionnel à  $n_3'$ .

Les formules (III.B.4.-2.) et (III.B.4.-3.) étant reportées dans (III.B.2.-5.), la distribution du champ électrique dans le guide d'onde  $E_3(x, z)$  devient:

$$E_3(x, z) = A_3 e^{-kp_3'(z-d_2)} e^{jk(\beta x + p_3'(z-d_2))} + B_3 e^{kp_3'(z-d_2)} e^{jk(\beta x - p_3'(z-d_2))} \quad (\text{III.B.4.-7.})$$

ce qui montre que l'atténuation de l'amplitude du champ électrique au cours d'un unique aller de l'onde le long de l'axe  $e_z$  à travers la largeur du guide est égale à  $e^{-kp_3'd_3}$ .

Les coefficients de Fresnel aux interfaces du guide  $\Omega_3/\Omega_j$  dans le cas d'un indice  $n_3$  du milieu  $\Omega_3$  complexe, notés par  $r_{3j}'$  et  $t_{3j}'$  (avec  $j=2, 4$ ), sont écrits sous la forme:

$$r_{3j}' = \rho_{3j} e^{j\varphi_{3j}}$$

$$t_{3j}' = 1 + r_{3j}' \quad j=2, 4 \quad (\text{III.B.4.-8.})$$

où le module  $\rho_{3j}$  et la phase  $\varphi_{3j}$  du coefficient de Fresnel  $r_{3j}'$  découlent de (III.B.2.-7):

$$\rho_{3j} = \sqrt{\frac{p_3'^2 + (p_3'' - b_2)^2}{p_3'^2 + (p_3'' + b_2)^2}} \quad (\text{III.B.4.-9.})$$

$$\varphi_{3j} = -\arctan \left( \frac{2b_j p_3'}{p_3'^2 + p_3''^2 - b_j^2} \right) \quad (\text{III.B.4.-10.})$$

Si  $p_3'' = 0$  on retrouve  $\rho_{3j} = 1$ , ce qui correspond à la réflexion totale à l'interface  $\Omega_3 / \Omega_j$  du guide en l'absence des pertes dans la couche  $n_3$  (voir III.B.2.). En revanche, si  $p_3'' \neq 0$  on voit avec (III.B.4.-9.) que le module  $\rho_{3j}$  du coefficient de Fresnel  $r_{3j}$  est inférieure à 1. Le champ électrique dans le milieu  $\Omega_3$  n'est donc pas uniquement atténué en traversant le guide mais également au cours de la réflexion aux interfaces  $\Omega_3 / \Omega_2$  et  $\Omega_3 / \Omega_4$  de la couche  $n_3$ . Le facteur d'atténuation par réflexion est donné par la quantité  $\rho_{3j}$  ( $j = 2, 4$ ). En retenant dans (III.B.4.-9.) uniquement les termes d'ordre 1 en  $p_3''$  - correspondant d'après (III.B.4.-6.) à l'ordre 1 en  $n_3''$  - le module  $\rho_{3j}$  du coefficient de Fresnel  $r_{3j}$  se simplifie à:

$$\rho_{3j} \approx 1 - \frac{2b_j}{p_3'^2 + b_j^2} p_3'' \quad (\text{III.B.4.-11.})$$

Posons alors:

$$\rho_{32} \approx 1 - \frac{2b_2}{p_3'^2 + b_2^2} p_3'' = 1 - \mu \approx e^{-\mu} \quad (\text{III.B.4.-12.})$$

$$\rho_{34} \approx 1 - \frac{2b_4}{p_3'^2 + b_4^2} p_3'' = 1 - \eta \approx e^{-\eta} \quad (\text{III.B.4.-13.})$$

$$2kd_3 p_3'' = \nu \quad (\text{III.B.4.-14.})$$

L'atténuation de l'amplitude du champ électrique au cours d'un aller-retour le long de l'axe  $e_z$  à travers la largeur du guide d'onde est donc d'après (III.B.4.-7.), (III.B.4.-8.) et (III.B.4.-12.) - (III.B.4.-14.) égale à  $e^{-(\mu+\eta+\nu)}$ , soit  $e^{-P}$ , où nous avons posé:

$$P = \mu + \eta + \nu = \left( \frac{2b_2}{p_3'^2 + b_2^2} + \frac{2b_4}{p_3'^2 + b_4^2} + 2kd_3 \right) p_3'' \quad (\text{III.B.4.-15.})$$

Considérons le déphasage au cours de la réflexion. Il est déterminé par la phase  $\varphi_{3j}$  du coefficient de Fresnel  $r_{3j}$ . Sans pertes on trouve avec  $p_3'' = 0$  et avec (III.B.4.-10.):

$$\varphi_{3j} = -\arctan\left(\frac{2b_j p_3'}{p_3'^2 - b_j^2}\right) = -2\arctan\left(\frac{b_j}{p_3'}\right) = -2\Phi_{3j} \quad (\text{III.B.4.-16.})$$

conformément à l'expression du déphasage lors de la réflexion totale à l'interface  $\Omega_3/\Omega_j$ , obtenu dans la partie III.B.2. En revanche, en présence des pertes dans le guide d'onde  $p_3'' \neq 0$ , l'expression (III.B.4.-10.) est approchée par:

$$\varphi_{3j} = -\arctan\left(\frac{2b_j p_3'}{p_3'^2 - b_j^2}\right) + \frac{2b_j p_3'}{(p_3'^2 + b_j^2)^2} p_3''^2 = -2\Phi_{3j} + \frac{2b_j p_3'}{(p_3'^2 + b_j^2)^2} p_3''^2 \quad (\text{III.B.4.-17.})$$

Ceci montre que la modification du déphasage pendant la réflexion totale à l'interface  $\Omega_3/\Omega_j$  du guide à cause de la présence des pertes dans la couche  $n_3$  se limite à un terme d'ordre 2 en  $p_3''$ . En ne retenant que des termes de l'ordre 1 en  $p_3''$  tout au long de ce chapitre on obtient alors:

$$\varphi_{3j} \approx -2\Phi_{3j} \quad (\text{III.B.4.-18.})$$

ce qui correspond au résultat du déphasage, obtenu dans la partie III.B.2. en négligeant les pertes dans la couche  $n_3$ . Nous pouvons donc conclure qu'en premier ordre en  $p_3''$  le déphasage du champ électrique pendant la réflexion aux interfaces du guide est indépendant des pertes dans le milieu  $\Omega_3$ .

#### **b. Facteur de transmission dans le régime de faible couplage et en présence des pertes**

Plaçons-nous de nouveau dans la limite du couplage faible  $h = e^{-kb_2 d_2} \ll 1$ , et réécrivons le facteur de transmission  $t_{14}'$  en tenant compte des pertes dans le guide d'onde. D'après l'expression (III.B.2.-10.) du facteur de transmission calculée dans la partie III.B.2. et avec la notation adoptée en (III.B.4.-8.) il s'écrit sous la forme:

$$t'_{14} = \frac{t'_{123} t'_{34} e^{ikp_3 d_3}}{1 - r'_{321} r'_{34} e^{2ikp_3 d_3}} \quad (\text{III.B.4.-19.})$$

où les termes  $t'_{123}$  et  $r'_{321}$  correspondent aux expressions données en (III.B.2.-11) et (III.B.2.-12) en remplaçant les coefficients de Fresnel  $r_{jk}$  et  $t_{jk}$  respectivement par  $r'_{jk}$  et  $t'_{jk}$  selon la formule (III.B.4.-8). Dans ce qui suit nous suivons la même démarche que dans la partie III.B.2.: nous cherchons d'abord une expression pour le dénominateur de  $t'_{14}$ , la fonction  $Q = 1 - r'_{321} r'_{34} e^{2ikp_3 d_3}$ , responsable de la résonance de l'amplification du système (voir la partie III.B.2.); puis nous calculons le numérateur du facteur de transmission  $t'_{123} t'_{34} e^{ikp_3 d_3}$ . Nous discutons ensuite la courbe de résonance de  $t'_{14}$  en fonction de l'incidence  $\beta$ , en analysant les modifications de sa position centrale, de sa largeur et de sa valeur maximale lorsqu'on inclue les pertes dans la couche  $n_3$ .

#### α. Dénominateur du facteur de transmission

Portons d'abord notre attention sur le dénominateur du facteur de transmission  $t'_{14}$ , la fonction  $Q = 1 - r'_{321} r'_{34} e^{2ikp_3 d_3}$ . En négligeant les termes d'ordre 4 en  $h$ , d'ordre 2 en  $p_3''$ , d'ordre  $h^2 p_3''$  ou d'ordres supérieurs en  $h$  ou en  $p_3''$ , on peut approcher  $Q$  par:

$$Q = 1 - e^{j\xi(\beta)} (1 - (h^2 f + p) - 2ih^2 \cos 2\Phi_{12} \sin 2\Phi_{32}) \quad (\text{III.B.4.-20.})$$

où la fonction  $f$  est donnée par:

$$f = 2 \sin 2\Phi_{12} \sin 2\Phi_{32} \quad (\text{III.B.4.-21})$$

et le déphasage  $\xi(\beta)$  s'écrit sous la forme:

$$\xi(\beta) = 2kp_3^2(\beta)d_3 + \varphi_{32}(\beta) + \varphi_{34}(\beta) \quad (\text{III.B.4.-22.})$$

Dans (III.B.4.-22.), la fonction  $\xi(\beta)$  représente le déphasage du champ électrique après un aller-retour de l'onde plane à travers le guide d'onde. En ne retenant que des termes d'ordre 1 en  $n_3^2$  (d'ordre 1 en  $p_3^2$ ) dans les calculs tout au long de ce chapitre, le déphasage  $\xi(\beta)$  devient d'après des résultats ci-dessus (formules (III.B.4.-5.) et (III.B.4.-17.)) égal au déphasage  $\psi(\beta)$  obtenu dans la partie III.B.2. en négligeant les pertes dans le guide (formule (III.B.2.-31.)). Il s'ensuit que la condition de résonance du guide d'onde libre en présence des pertes devient égale à la condition de résonance du guide d'onde libre en l'absence des pertes  $\xi(\beta_0) = \psi(\beta_0) = 2m\pi$ . La position de résonance du guide d'onde libre  $\beta_0$  n'est donc pas modifiée en incluant les pertes dans la couche  $n_3$  dans l'analyse.

Dans ce qui suit nous cherchons la position de l'incidence  $\beta$  qui rend l'expression (III.B.4.-20.) minimale, correspondant dans la limite  $h \ll 1$  à la position de résonance du guide d'onde en présence des pertes dans la couche  $n_3$  et en présence du prisme. Nous désignons la valeur de  $\beta$  correspondant par  $\beta_0^P$ . En développant le déphasage  $\psi(\beta)$  autour de la résonance du guide d'onde libre  $\beta = \beta_0$  jusqu'à l'ordre 1 en  $\beta$  et en développant ensuite l'exponentielle apparaissant dans (III.B.4.-22.), on trouve que  $\beta_0^P$  s'écrit en fonction de  $\beta_0$  sous la forme:

$$\beta_0^P = \beta_0 + \varepsilon' \quad (\text{III.B.4.-23.})$$

avec  $\varepsilon'$  donnée par:

$$\varepsilon' = -2 \frac{h^2}{\chi} \cos 2\Phi_{12} \sin 2\Phi_{32} = \varepsilon \quad (\text{III.B.4.-24.})$$

Dans (III.B.4.-24.), le terme  $\varepsilon = \beta_0^P - \beta_0$  désigne le déplacement de la position de résonance du guide d'onde libre  $\beta_0$  vers la position de résonance du guide d'onde en présence du prisme  $\beta_0^P$  et en l'absence des pertes dans le guide d'onde. Il a été introduit en (III.B.2.-33). Cela montre que la position de résonance du guide d'onde en présence du prisme n'est pas changée en tenant comptes des pertes dans la couche  $n_3$ :

$$\beta_0^P = \beta_0 + \varepsilon' = \beta_0 + \varepsilon = \beta_0^P \quad (\text{III.B.4.-25.})$$

Ceci montre que la position de résonance du guide d'onde, en présence du prisme et en tenant compte des pertes dans la couche  $n_3$ , est déplacée par rapport à la position de résonance du guide d'onde libre  $\beta_0$  par une quantité qui dépend par l'intermédiaire du terme  $h^2$  uniquement de la distance entre le guide et le prisme, les pertes n'intervenant qu'à l'ordre 2 en  $p_3''^2$ .

Autour de la résonance, la fonction  $Q'$  est dans ce cas approchée par:

$$Q' = i\chi((\beta - \beta_0^p) - i\Delta\beta') \quad (\text{III.B.4.-26.})$$

où le terme  $\Delta\beta'$  est donné par:

$$\Delta\beta' = \frac{1}{\chi}(h^2 f + p) = \Delta\beta + \frac{p}{\chi} \quad (\text{III.B.4.-27.})$$

Il correspond à la demi-largeur à mi-hauteur de la courbe de résonance du facteur de transmission en incluant des pertes dans la couche  $n_3$ . Son comportement sera discuté plus loin, en (III.B.4.-31.). Pour le calcul nous avons supposé que  $(\beta - \beta_0)\chi \ll 1$ . Cette condition détermine alors la plage de  $\beta$  pour laquelle le calcul est valable.

### $\beta$ . Numérateur du facteur de transmission

Revenons au numérateur du facteur de transmission  $t_{14}$ . En négligeant les termes de l'ordre 3 en  $h$  et de l'ordre 2 en  $p_3''$ , il s'écrit sous la forme:

$$t_{123}^t t_{34}^j e^{jk p_3 d_3} = 4ih \cos \Phi_{12} (\sin \Phi_{32} \cos \Phi_{34} (2 - p) - iA) e^{-i(\Phi_{12} - \psi/2)} \quad (\text{III.B.4.-28.})$$

avec:

$$A = \mu \cos \Phi_{32} \cos \Phi_{34} - \eta \sin \Phi_{32} \sin \Phi_{34} \quad (\text{III.B.4.-29.})$$

Vu que  $A, p \ll 1$ , on obtient simplement:

$$t'_{123'34} e^{jkp_3 d_3} = 8ih \cos \Phi_{12} \sin \Phi_{32} \cos \Phi_{34} e^{-i\Phi_{12}} e^{j\psi/2} \quad (\text{III.B.4.-30.})$$

L'expression (III.B.4.-30.) a été déjà trouvée en III.B.2. Le numérateur du facteur de transmission ne change donc pas en tenant compte des pertes dans la couche  $n_3$ .

#### $\gamma$ . Facteur de transmission en fonction de l'angle d'incidence

A l'aide des formules (III.B.4.-26.) et (III.B.4.-28.) et en notant que le numérateur de  $t'_{14}$  varie peu avec  $\beta$  autour de la résonance sur une plage déterminée par la condition  $(\beta - \beta_0)\chi \ll 1$ , nous pouvons réécrire le facteur de transmission  $t'_{14}$  sous la forme:

$$\begin{aligned} t'_{14} &= -8h \frac{\cos \Phi_{12} \sin \Phi_{32} \cos \Phi_{34}}{\chi((\beta - \beta_0^p) - i\Delta\beta')} e^{-i\Phi_{12}} \\ &= -i'_{\max} \frac{\Delta\beta'}{((\beta - \beta_0^p) - i\Delta\beta')} \end{aligned} \quad (\text{III.B.4.-31.})$$

où  $i'_{\max}$  est la valeur du facteur de transmission  $t'_{14}$  à résonance  $\beta = \beta_0^p$ , donné par:

$$i'_{\max} = -8ih \frac{\cos \Phi_{12} \sin \Phi_{32} \cos \Phi_{34}}{\chi \Delta\beta'} e^{-i\Phi_{12}} \quad (\text{III.B.4.-32.})$$

En prenant le module carré de (III.B.4.-31.), on obtient finalement l'amplification du système en tenant compte des pertes dans la couche  $n_3$ :

$$|t_{14}|^2 = |t'_{\max}|^2 \frac{\Delta\beta'^2}{(\beta - \beta_0^p)^2 + \Delta\beta'^2} \quad (\text{III.B.4.-33.})$$

### c. Interprétation

L'équation (III.B.4.-33.) mérite plusieurs commentaires. D'abord, on note qu'elle correspond à une lorentzienne dont la position centrale est située à  $\beta = \beta_0^p$ . Ce résultat a été déjà trouvé dans la partie III.B.2. montrant que le fait d'inclure des pertes dans le calcul ne change pas l'allure de la courbe de résonance ni - d'après (III.B.4.-25.) - sa position centrale. L'expression (III.B.4.-33.) en fonction de  $\beta$  est tracée sur la Figure II.B.4.-1. On a utilisé les paramètres du premier prototype du système de deux couches étudié dans notre laboratoire (voir la fin de la section III.B.2.). On a superposé sur cette courbe la courbe de résonance de l'expression exacte du facteur de transmission (III.B.2.-13.) avec l'indice  $n_3$  du guide d'onde devenu complexe. En incluant les termes jusqu'à l'ordre 2 en  $h$  et jusqu'à l'ordre 1 en  $p_3^p$  dans le calcul de l'expression approchée (III.B.4.-33.), l'écart à résonance entre l'expression exacte (III.B.2.-13.) et l'expression approchée (III.B.4.-33.) de l'amplification du système est de l'ordre  $h^3$ ,  $p_3^{p^2}$  ou de l'ordre  $h^2 p_3^p$ . Pour ce premier prototype nous avons  $h \approx 0.09$  et  $p_3^p \approx 2 \cdot 10^{-5}$  (voir section III.C.1.). L'écart entre les deux courbes à résonance  $\beta = \beta_0^p$  est donc inférieur à  $10^{-3}$ .

Remarquons que la demi-largeur à mi-hauteur et la valeur maximale de la courbe de résonance de la Figure III.B.4.-1.,  $\Delta\beta'$  et  $|t'_{\max}|^2$  respectivement, dépendent des pertes  $p$  (formules (III.B.4.-27.) et (III.B.4.-32.)). Plus précisément, on voit dans (III.B.4.-27.) qu'il y a deux contributions bien séparées à la demi-largeur de résonance  $\Delta\beta'$ : l'une, proportionnelle à  $h^2 f$ , résultant du couplage de l'onde électromagnétique du guide d'onde vers le prisme; l'autre, proportionnelle aux pertes  $p$  dans le guide. Dans le cas  $h^2 f \gg p$  la largeur de la courbe de résonance est essentiellement déterminée par la fuite d'énergie du guide vers le prisme. Nous appellerons ce régime, où l'effet du couplage à travers le gap est plus important que les pertes par aller-retour dans le guide, le régime de faibles pertes. En revanche, dans le cas  $h^2 f \ll p$  (régime de fortes pertes) l'effet des pertes devient prédominant par rapport au terme qui décrit le couplage. Nous allons étudier ces deux régimes plus en détail dans la partie III.B.6. et III.B.7. de ce chapitre.



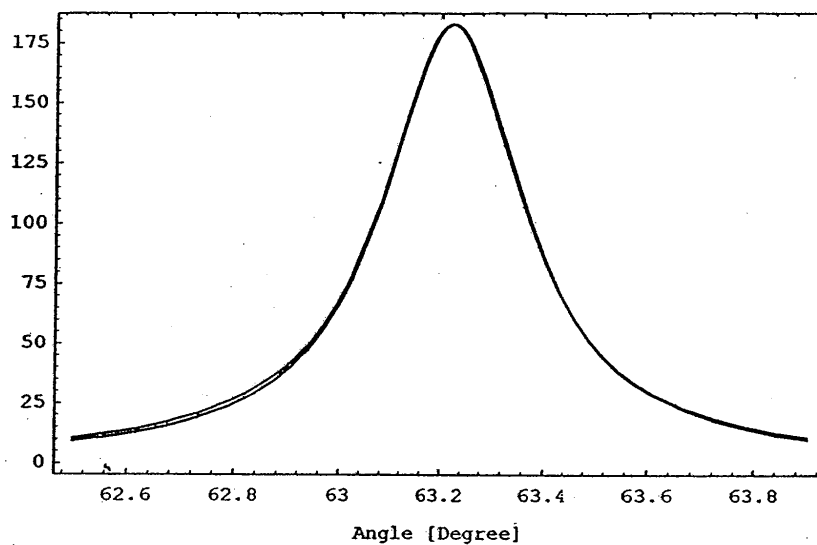


Figure III.B.4.-1. Module carré du facteur de transmission  $|t_{14}|^2$  du premier système de deux couches en fonction de l'angle d'incidence  $\theta_1$ . L'indice imaginaire de la couche  $n_3$  correspond à  $n_3^i = 3.8 \cdot 10^{-5}$ . On a superposé deux courbes: la courbe obtenue à partir de l'expression exacte du facteur de transmission (III.B.2-13.) et la courbe (III.B.4.-33) dérivée dans la limite du couplage faible  $h \ll 1$  et dans la limite de faibles pertes  $p_3^i \ll 1$ . Dans la partie centrale de la courbe où la condition  $(\beta - \beta_0)\chi \ll 1$  est vérifiée, les deux courbes ne se distinguent pas à l'échelle de la figure.

Portons finalement notre attention sur la valeur du facteur de transmission à résonance  $t'_{\max}$ . D'après (III.B.4.-27.) et (III.B.4.-32.), et en utilisant la formule (III.B.2.-40), il s'écrit sous la forme:

$$t'_{\max} = t_{\max} \frac{h^2 f}{h^2 f + p} \quad (\text{III.B.4.-34.})$$

où la quantité  $t_{\max}$  désigne le facteur de transmission à résonance en l'absence des pertes dans le guide introduit en (III.B.2.-40.). La formule (III.B.4.-34.) lie la valeur maximale de la courbe de résonance en l'absence des pertes au sommet de la courbe de résonance en incluant les pertes dans le guide. On y voit que l'effet des pertes est de borner  $t'_{\max}$  pour toute valeur de  $h = e^{-k b_2 d_2}$ , c'est à dire pour toute épaisseur du gap  $d_2$ .

## 5. Champ réfléchi en présence des pertes

Nous étudions dans cette partie le coefficient de réflexion  $r'_4$  qui lie l'amplitude du champ réfléchi à l'amplitude du champ incident en tenant compte des pertes dans le guide d'onde. Partant de la formule exacte du coefficient de réflexion (III.B.3.-4.), obtenue dans la partie III.B.3., et en modélisant les pertes dans le guide de la même manière comme dans la partie III.B.4., nous obtenons dans ce paragraphe une expression approchée du coefficient de réflexion valable dans la limite du couplage faible  $h = e^{-kb_2d_2} \ll 1$ .

Notons que dans cette section nous nous limitons à la discussion du comportement du coefficient de réflexion en fonction de l'incidence  $\beta$  (de l'angle d'incidence). Son allure en fonction de l'épaisseur du gap sera analysée en détail plus loin, dans la section III.B.6. et III.B.7.

### a. Coefficient de réflexion dans le régime de faible couplage et en présence des pertes

Commençons à porter de nouveau notre attention sur l'expression exacte du coefficient de réflexion (III.B.3.-4.) obtenue dans la partie III.B.3. En incluant les pertes dans la couche  $n_3$  dans le calcul, modélisées de la même manière que dans le paragraphe III.B.4., c'est à dire par une partie imaginaire dans l'indice de réfraction  $n_3$  du guide, elle s'écrit sous la forme:

$$r_{14} = \frac{r_{12}(r'_{32} + r'_{23}r'_{32}r'_{34}e^{2ikp_3d_3}) + (r'_{32}r'_{23} + r'_{32}r'_{34}e^{2ikp_3d_3})e^{-2kb_2d_2}}{(r'_{32} + r'_{23}r'_{32}r'_{34}e^{2ikp_3d_3}) + r_{12}(r'_{32}r'_{23} + r'_{32}r'_{34}e^{2ikp_3d_3})e^{-2kb_2d_2}}$$

(III.B.5.-1.)

où les coefficients de Fresnel  $r'_{ij}$  apparaissant en (III.B.5.-1.) ont été introduits en (III.B.4.-8.). En utilisant la notation de la partie III.B.4., l'expression (III.B.5.-1.) s'écrit également sous la forme:

$$r_{14} = \frac{r'_{12}(r'_{32} + r'_{23}e^{-P}e^{j\psi}) + (r'_{32}r'_{23} + e^{-P}e^{j\psi})h^2}{(r'_{32} + r'_{23}e^{-P}e^{j\psi}) + r'_{12}(r'_{32}r'_{23} + e^{-P}e^{j\psi})h^2} \quad (\text{III.B.5.-2.})$$

où  $\psi$  désigne le déphasage de l'onde électromagnétique après un aller-retour à travers le guide (voir (III.B.2.-31.)). En développant le déphasage  $\psi$  à l'ordre 1 en  $(\beta - \beta_0)$  autour de la résonance du guide d'onde libre  $\beta = \beta_0$  et en développant les exponentielles apparaissant dans (III.B.5.-2.) à l'ordre 1 en  $p$  et en  $(\beta - \beta_0)$  on obtient, en négligeant les termes d'ordre  $h^3$ ,  $p_3^2$ ,  $h^2 p_3^2$  ou d'ordres supérieurs en  $h$  et  $p_3^2$ , pour les deux termes en crochets dans les formules (III.B.5.-2.) les expressions suivantes:

$$(r'_{32} + r'_{23}e^{-P}e^{j\psi}) = r'_{32}(p + i\chi(\beta - \beta_0)) \quad (\text{III.B.5.-3.})$$

$$(r'_{32}r'_{23} + e^{-P}e^{j\psi})h^2 = 2ih^2 r'_{32} \sin 2\Phi_{32} \quad (\text{III.B.5.-4.})$$

Dans (III.B.5.-3.), la quantité  $\chi$  est proportionnelle à la dérivée du déphasage  $\psi$ ; elle a été introduite en (III.B.2.-36.). En reportant les expressions (III.B.5.-3.) et (III.B.5.-4.) dans (III.B.5.-2.), le coefficient de réflexion  $r'_{14}$  se simplifie à:

$$r'_{14} = r_{12} \left( \frac{(\beta - \beta_0) - \varepsilon + i\Delta\beta'(1 - 2\frac{P}{\chi\Delta\beta'})}{(\beta - \beta_0) - \varepsilon - i\Delta\beta'} \right) \quad (\text{III.B.5.-5.})$$

avec  $\varepsilon = \beta_0^P - \beta_0$  et  $\Delta\beta' = \Delta\beta + \frac{P}{\chi}$  désignant respectivement le déplacement de la position de résonance du guide d'onde libre vers la position de résonance du guide d'onde en présence du prisme et la demi-largeur à mi-hauteur de la courbe de résonance du système, introduits en III.B.4. En transformant l'expression (III.B.5.-5.), le coefficient de réflexion  $r'_{14}$  se met sous une forme qui ressemble à celle du coefficient de réflexion  $r_{14}$ , obtenu dans la partie III.B.3. en négligeant les pertes dans la couche  $n_3$  (voir (III.B.3.-11.)):

$$r'_{14} = r_{12} e^{2i\Phi_p(\beta)} \left( 1 - 2i \frac{p}{\chi (\beta - \beta_0^p) + i\Delta\beta'} \right) \quad (\text{III.B.5.-6.})$$

où la phase  $\Phi_p(\beta)$  est donnée par:

$$\Phi_p(\beta) = \arctan \left( \frac{\Delta\beta'}{(\beta - \beta_0^p)} \right) \quad (\text{III.B.5.-7.})$$

L'expression (III.B.5.-6.) peut s'écrire encore différemment, sous une forme qui permet de séparer le module de la phase du coefficient de réflexion. Dans le régime où les pertes  $p$  sont plus faible que le couplage  $h^2 f$ ,  $p < h^2 f$ , on a:

$$\frac{h^2 f - p}{h^2 f + p} = \sqrt{\frac{(h^2 f - p)^2}{(h^2 f + p)^2}} = \sqrt{1-c} \quad (\text{III.B.5.-8.})$$

où nous avons introduit un "terme d'adaptation de couplage"  $c$ , défini comme:

$$c = \frac{4ph^2 f}{(h^2 f + p)^2} \quad (\text{III.B.5.-9.})$$

Le rôle joué par ce terme apparaîtra plus loin, dans (III.B.5.-12.) et (III.B.5.-13.). Avec (III.B.5.-8.) et si  $p < h^2 f$ , on obtient:

$$r'_{14} = r_{12} e^{i(\Phi_p(\beta) + \Phi'_p(\beta))} \left( 1 - c \frac{\Delta\beta'^2}{(\beta - \beta_0^p)^2 + \Delta\beta'^2} \right)^{1/2} \quad (\text{III.B.5.-10.})$$

où la phase  $\Phi'_p(\beta)$  apparaissant dans (III.B.5.-10.) est donnée par:

$$\Phi'_p(\beta) = \arctan \left( \sqrt{1-c} \frac{\Delta\beta'}{(\beta - \beta_0^p)} \right) \quad (\text{III.B.5.-11.})$$

En revanche, si les pertes  $p$  sont plus fortes que le couplage  $h^2 f$ ,  $p > h^2 f$ , on obtient:

$$r'_{14} = r_{12} e^{i(\Phi_p(\beta) - \Phi'_p(\beta))} \left( 1 - c \frac{\Delta\beta'^2}{(\beta - \beta_0^p)^2 + \Delta\beta'^2} \right)^{1/2} \quad (\text{III.B.5.12.})$$

### b. Interprétation

Notons d'abord qu'en absence de pertes  $p = 0$  on retrouve à partir de la formule (III.B.5.-6.) l'expression du coefficient de réflexion  $r_{14}$ , obtenue dans la partie III.B.3. en négligeant les pertes dans la couche  $n_3$  (voir (III.B.3.-11.)). Conformément à la réflexion totale en absence de pertes, son module vaut 1 pour tout angle d'incidence. La variation résonnante du déphasage est donnée par le terme  $2\Phi_p(\beta)$  qui est dans ce cas égal au déphasage  $2\theta(\beta)$ , obtenue en III.B.3. en négligeant les pertes dans la couche  $n_3$  (voir l'expression (III.B.3.-12.)).

En plus, en prenant le module carré de (III.B.5.-6.), on obtient la réflectivité du système:

$$|r'_{14}|^2 = 1 - c \frac{\Delta\beta'^2}{(\beta - \beta_0^p)^2 + \Delta\beta'^2} \quad (\text{III.B.5.-13.})$$

avec  $c$  le terme d'adaptation de couplage, introduit ci-dessus. Il apparaît alors que le module carré du coefficient de réflexion  $|r'_{14}|^2$  en fonction de l'incidence  $\beta$  correspond au complément d'une lorentzienne dont la position centrale est située à  $\beta = \beta_0^p$  et dont la demi-largeur à mi-hauteur vaut  $\Delta\beta'$ . Notons que la courbe de résonance (III.B.5.-13.) a la même position et la même largeur que la courbe de résonance du facteur de transmission  $|t'_{14}|^2$  étudié dans la partie III.B.4. Pour une discussion de la position centrale et de la demi-largeur à mi-hauteur de la courbe de résonance nous référons à cette partie. Pour ce qui concerne la valeur minimale de  $|r'_{14}|^2$ , que nous appellerons  $|r'_{\min}|^2$ , elle est atteinte à résonance  $\beta = \beta_0^p$  et vaut:

$$|r'_{\min}|^2 = 1 - c \quad (\text{III.B.5.-14.})$$

Elle est uniquement déterminée par le terme d'adaptation de couplage  $c$ . En se servant de l'expression explicite du terme d'adaptation de couplage (III.B.5.-9.), le module carré du coefficient de réflexion à résonance  $|r'_{\min}|^2$  peut s'écrire encore différemment, sous la forme:

$$|r'_{\min}|^2 = \left( \frac{h^2 f - p}{h^2 f + p} \right)^2 \quad (\text{III.B.5.-15.})$$

On voit sur (III.B.5.-15.) que lorsqu'on inclut les pertes dans le calcul ( $p \neq 0$ ),  $|r'_{\min}|^2$  est nécessairement inférieur à 1. C'est uniquement dans le régime de pertes faibles ( $h^2 f \gg p$ ) ou dans le régime de pertes fortes ( $h^2 f \ll p$ ) que la valeur de  $|r'_{\min}|^2$  est voisine de l'unité. Entre ces deux régimes  $|r'_{\min}|^2$  traverse un minimum à  $h^2 f = p$ , lorsque le couplage entre le guide d'onde et le prisme  $h^2 f$  compense les pertes  $p$  dans le guide. Dans ce cas il n'y a pas de lumière réfléchi par le système car la réflectivité  $|r'_{14}|^2$  s'annule.

Sur la Figure III.B.5.-1. nous avons tracé l'expression approchée de la réflectivité, l'équation (III.B.5.-6.), en fonction de l'angle d'incidence en utilisant les paramètres du premier système de couches étudié (voir section III.C.1.). On a superposé sur cette courbe la courbe de résonance obtenue à partir de l'expression exacte du coefficient de réflexion (III.B.3.-4.). L'écart à résonance entre ces deux courbes se limite aux termes de l'ordre 2 en  $p_3''$  et des termes de la forme  $h^2 p_3''$  (voir (III.B.5.-3.) et (III.B.5.-4.)). Pour le premier système de couches, nous avons  $h \approx 0.09$  et  $p_3'' = 5.4 * 10^{-5}$ . A la position centrale de la courbe  $\beta = \beta_0^p$ , l'écart entre ces deux courbes reste donc inférieur à  $10^{-6}$ .

La phase du coefficient de réflexion  $r'_{14}$  se déduit dans la limite  $h \ll 1$ ,  $p_3'' \ll 1$  et si  $p < h^2 f$  de l'expression (III.B.5.-10.). On voit qu'elle comprend trois termes d'origine différente: le terme représentant le déphasage du champ électrique réfléchi dans le cas d'un prisme recouvert d'un milieu  $n_2$  seul,  $r_{12} = \exp(-2i\Phi_{12})$ . C'est lui qui contribue seul à la phase de  $r'_{14}$  si  $\beta$  est loin de la résonance (voir (III.B.3.)). Ensuite le terme  $\Phi_p(\beta)$  qui varie autour de la résonance du système  $\beta = \beta_0^p$  d'un facteur  $\pi$  avec une vitesse déterminée par la demi-largeur à mi-hauteur de la courbe de résonance  $\Delta\beta'$ . Loin de la résonance elle reste pratiquement constante, valant simplement 0 ou  $\pi$ . Finalement, un terme  $\Phi_p(\beta)$  qui varie également d'un facteur  $\pi$  autour de la résonance  $\beta = \beta_0^p$ , mais avec une vitesse augmentée d'un facteur  $\sqrt{1-c}$  par rapport au déphasage

$\Phi_p(\beta)$ . La vitesse de variation de ce terme en fonction de l'angle d'incidence dépend alors par l'intermédiaire du terme d'adaptation de couplage du rapport entre le facteur  $h^2 f$  qui décrit le couplage entre le champ incident et le guide d'onde et les pertes  $p$  dans la couche  $n_3$ . Dans le cas où  $h^2 f \approx p$ ,  $\Phi_p(\beta)$  varie considérablement plus vite que  $\Phi_p(\beta)$  (voir (III.B.5.-7.) et (III.B.5.-11.)). Dans la Figure III.B.5.-2. nous avons tracé la variation de chacun de ces termes en fonction de l'angle d'incidence autour de la résonance pour les paramètres du premier prototype où la limite  $h \ll 1$ ,  $p_3^y \ll 1$  et la condition  $p < h^2 f$  est vérifiée.

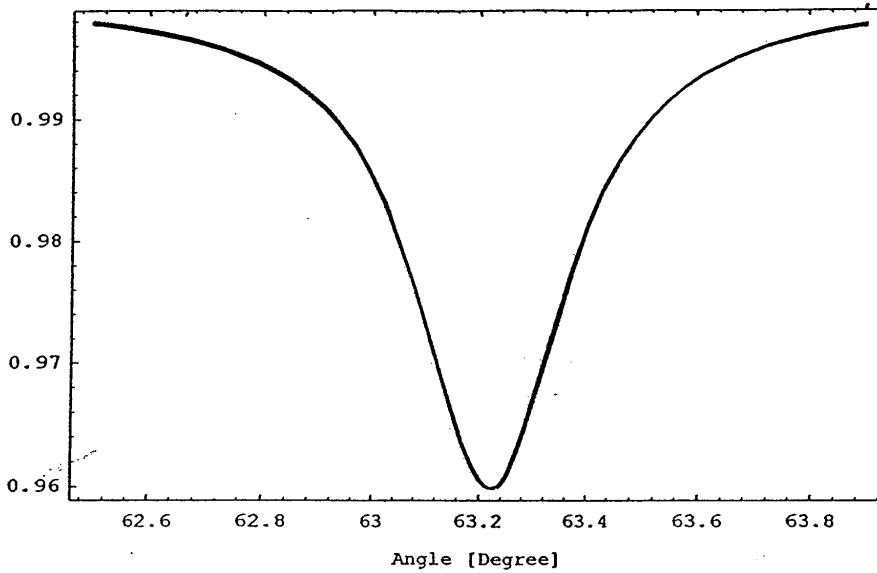


Figure III.B.5.-1. Module carré du coefficient de réflexion  $r_{14}$  du premier système de couches en fonction de l'angle d'incidence  $\vartheta_1$ . L'indice imaginaire du guide d'onde vaut  $n_3^y = 3.8 \cdot 10^{-5}$ . La courbe est le complément d'une lorentzienne dont la position centrale et la largeur sont les mêmes que celles du module carré du facteur de transmission  $t_{14}$ . On a superposé deux courbes: l'expression exacte de  $|r_{14}|^2$  déduite de la formule (III.B.3.-4.) et son expression approchée (III.B.5.-13.) obtenue dans la limite  $h \ll 1$  et  $p_3^y \ll 1$ . Dans la partie centrale de la courbe où la condition  $(\beta - \beta_0)\chi \ll 1$  est vérifiée, les deux courbes ne se distinguent pas à l'échelle de la figure.



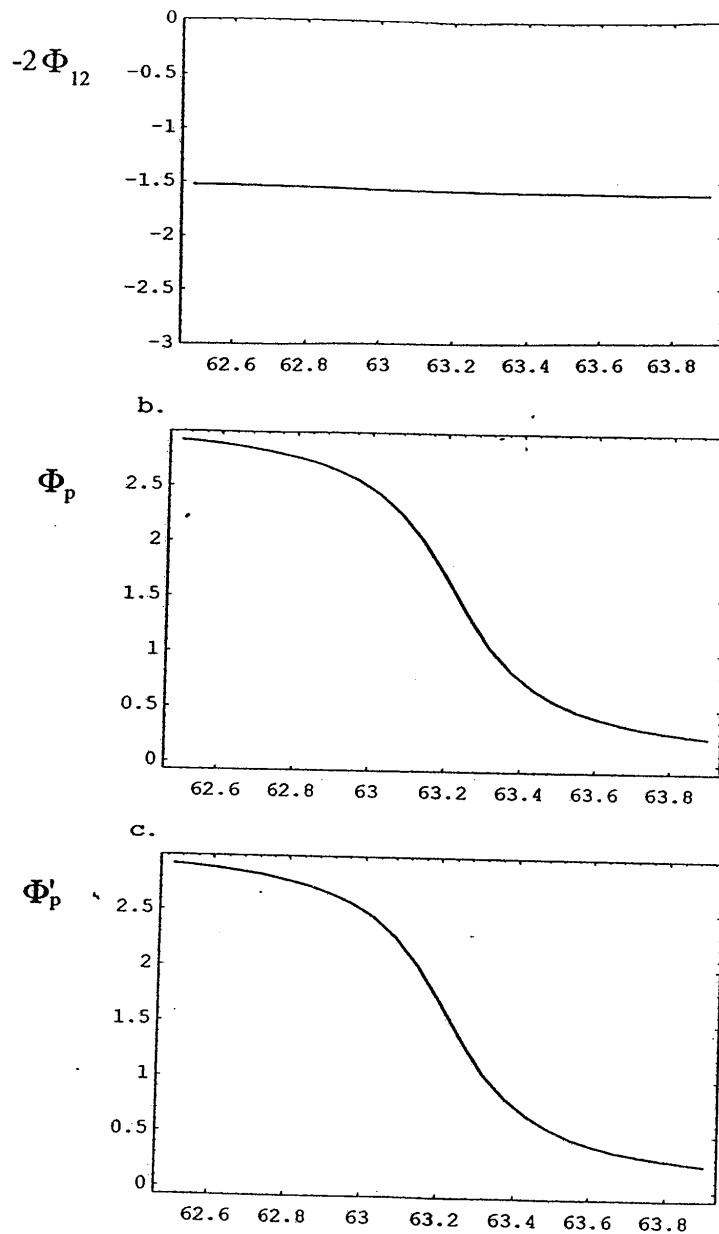


Figure III.B.5-2. Variation des trois termes qui contribuent à la phase du coefficient de réflexion  $r_4$  en fonction de l'angle d'incidence  $\theta_1$  selon l'expression (III.B.5.-10.) pour le premier système de couches. Pour ce système, les conditions de validité de la formule (III.B.5.-10.), notamment  $h \ll 1$  et  $p_3^2 \ll 1$  et  $p < h^2 f$ , sont vérifiées (voir la discussion du premier système dans la partie III.C.1.). Courbe a.: déphasage  $-2\Phi_{12} = -2 \arctan(b_2/p_1)$  acquis par l'onde réfléchie en cas d'un prisme recouvert d'un milieu à l'indice  $n_2$  seul. Courbes b. et c.: déphasages résonants  $\Phi_p$  et  $\Phi'_p$  respectivement (voir les équations (III.B.5.-7.) et (III.B.5.11.) dans ce paragraphe). La différence de la vitesse de variation entre  $\Phi_p$  et  $\Phi'_p$  en fonction de l'angle d'incidence  $\sqrt{1-c}$  n'est pas apparente à l'échelle de la figure.

La somme des trois termes de la Figure III.B.5.-2., qui ensemble constituent la phase du coefficient de réflexion  $r'_4$ , est tracée dans la Figure III.B.5.-3. En balayant l'angle d'incidence du champ électrique incident à travers la résonance du système, la phase du champ électrique réfléchi varie approximativement d'un facteur  $2\pi$  autour de la valeur du déphasage  $-2\Phi_{12}$  correspondant au déphasage d'un prisme recouvert d'un milieu  $n_2$  seul.

$$-2\Phi_{12} + \Phi'_p + \Phi_p$$

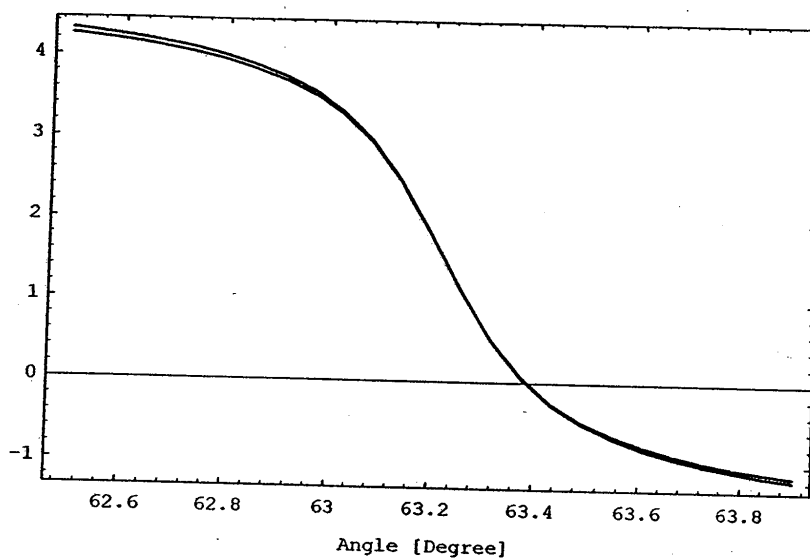


Figure III.B.5.-3. Variation de la phase du coefficient de réflexion  $r'_4$  pour le premier système de deux couches. On a superposé deux courbes: l'expression exacte de la phase de  $r'_4$  déduite de la formule (III.B.3.-4.) et son expression approchée selon la formule (III.B.5.-10.).

## 6. Effet du couplage et des pertes

Considérons de nouveau les expressions approchées du facteur de transmission  $t'_{14}$  et du coefficient de réflexion  $r'_{14}$ , obtenues dans les parties III.B.4. et III.B.5. dans la limite du couplage faible  $h \ll 1$  et en tenant compte des pertes dans le guide. A partir de ces expressions nous allons montrer dans ce paragraphe que les paramètres qui déterminent l'amplification et la réflectivité du système sont essentiellement définis par deux facteurs, l'un  $h^2 f$  qui décrit le couplage entre le faisceau laser incident et le guide, et l'autre  $p$  qui décrit l'atténuation du champ électrique après un aller-retour à travers le guide d'onde à cause des pertes dans la couche  $n_3$ . Plus précisément, dans cette section nous allons présenter les courbes de résonance de l'amplification et de la réflectivité du système,  $|t'_{14}|^2$  et  $|r'_{14}|^2$  respectivement, sous une forme, qui lie leurs valeurs à résonance,  $|t'_{\max}|^2$  et  $|r'_{\min}|^2$ , leur demi-largeur à mi-hauteur  $\Delta\beta'$  et leur position centrale  $\beta_0^p$ , aux uniques facteurs  $h^2 f$  et  $p$ . Cela permet d'une part une interprétation physique des différents termes qui composent les courbes de résonance  $|t'_{14}|^2$  et  $|r'_{14}|^2$ . D'autre part, il est de ce fait possible d'évaluer les facteurs  $h^2 f$  et  $p$  directement à partir des signaux expérimentaux. Cette méthode sera présentée plus en détail dans la section III.B.8. et appliquée dans la partie III.C. pour déterminer les propriétés amplificatrices de deux systèmes de deux couches réalisés dans notre laboratoire.

Dans ce qui suit nous présenterons d'abord l'amplification et la réflectivité du système de deux couches  $|t'_{14}|^2$  et  $|r'_{14}|^2$  sous une forme qui permet d'évaluer l'impact de chacun de deux facteurs  $h^2 f$  et  $p$  sur le comportement de deux courbes séparément (section III.B.6.a.). Nous justifierons ensuite l'interprétation physique apportée au facteur  $h^2 f$ , et nous décrirons qualitativement comment les deux facteurs  $h^2 f$  et  $p$  déterminent les propriétés du système en faisant une analogie du système de deux couches avec une cavité Fabry-Perot (section III.B.6.b.). Nous nous intéressons finalement au passage d'un régime où le couplage entre le faisceau incident et le guide d'onde  $h^2 f$  est fort devant les pertes  $p$  vers un régime où ce couplage est faible. Pour cela nous nous servons souvent du terme "d'adaptation de couplage"  $c$ , introduit dans la partie III.B.5. qui englobe à la fois l'influence du couplage  $h^2 f$  et des pertes  $p$  et nous examinerons comment ce terme  $c$  varie en passant d'un régime vers l'autre (section III.B.6.c.).

### a. Rappel de notation

Réécrivons de nouveau l'amplification et la réflectivité du système en fonction de l'incidence  $\beta$ . Dans la limite du couplage faible  $h \ll 1$  et en incluant les pertes dans le guide d'onde, nous avons obtenu dans les paragraphes III.B.4. et III.B.5. les expressions suivantes (voir III.B.4.-33.) et (III.B.5.-13.):

$$|r'_{14}|^2 = |r'_{\max}|^2 \frac{\Delta\beta'^2}{(\beta - \beta_0^p)^2 + \Delta\beta'^2} \quad (\text{III.B.6.-1.})$$

$$|r'_{14}|^2 = 1 - \frac{4p h^2 f}{(h^2 f + p)^2} \frac{\Delta\beta'^2}{(\beta - \beta_0^p)^2 + \Delta\beta'^2} \quad (\text{III.B.6.-2.})$$

Dans (III.B.6.-1.), la valeur maximale de la courbe de résonance est donnée par (voir (III.B.2.-42.) et (III.B.4.-34.)):

$$|r'_{\max}|^2 = 4\gamma \frac{h^2 f}{(h^2 f + p)^2} \quad (\text{III.B.6.-3.})$$

tandis que la valeur minimale de la courbe (III.B.6.-2.) s'écrit sous la forme (voir (III.B.5.-15.)):

$$|r'_{\min}|^2 = \left( \frac{h^2 f - p}{h^2 f + p} \right)^2 \quad (\text{III.B.6.-4.})$$

La demi-largeur à mi-hauteur des courbes de résonance (III.B.6.-1.) et (III.B.6.-2.)  $\Delta\beta'$  s'écrit dans les deux cas sous la forme:

$$\Delta\beta' = \Delta\beta + \frac{p}{\chi} = \frac{1}{\chi} (h^2 f + p) \quad (\text{III.B.6.-5.})$$

et la position de résonance  $\beta_0^p$  se situe à:

$$\beta_0^p = \beta_0 + \varepsilon = \beta_0 - \frac{\cot 2\Phi_{12} h^2 f}{\chi} \quad (\text{III.B.6.-6.})$$

Les facteurs  $h^2 f$  et  $p$  qui décrivent respectivement le couplage entre le faisceau incident dans le prisme et le guide d'onde et l'atténuation du champ électrique après un aller-retour à travers le guide à cause des pertes dans la couche  $n_3$  sont explicitement donnés par (voir (III.B.2.-28.), (III.B.4.-15.) et (III.B.4.-21.)):

$$h^2 f = e^{-2kb_2 d_2} (2 \sin 2\Phi_{12} \sin 2\Phi_{32}) \quad (\text{III.B.6.-7.})$$

$$p = \mu + \eta + \nu = \left( \frac{2b_2}{p_3^2 + b_2^2} + \frac{2b_4}{p_3^2 + b_4^2} + 2kd_3 \right) p_3'' \quad (\text{III.B.6.-8.})$$

où  $p_3''$  est proportionnel à la partie imaginaire  $n_3'$  de l'indice de réfraction du guide d'onde. Dans (III.B.6.-6.)  $\beta_0$  représente la position de résonance du guide d'onde libre en l'absence du prisme. Elle désigne la solution de la condition de résonance  $2kp_3(\beta_0)d_3 - 2\Phi_{32}(\beta_0) - 2\Phi_{34}(\beta_0) = 2m\pi$ . Pour ce qui concerne les fonctions  $\gamma$  et  $\chi$ , elles prennent des valeurs de l'ordre de l'unité et s'écrivent explicitement sous la forme (voir (III.B.2.-36.), (III.B.2.-42.) et (III.B.4.-34.)):

$$\gamma = 2 \frac{\tan \Phi_{32}}{\tan \Phi_{12}} \cos^2 \Phi_{34} \quad (\text{III.B.6.-9.})$$

$$\chi = -\frac{\partial \psi}{\partial \beta} = 2 \frac{\beta}{p_3} \left( kd_3 + \frac{1}{b_2} + \frac{1}{b_4} \right) \quad (\text{III.B.6.-10.})$$

On voit avec (III.B.6.-3.) - (III.B.6.-6.) que les paramètres qui déterminent les lorentziennes (III.B.6.-1.) et (III.B.6.-2.), notamment ses valeurs à résonance  $|r'_{\max}|^2$  et  $|r'_{\min}|^2$ , la demi-largeur à mi-hauteur  $\Delta\beta'$  et la position centrale  $\beta_0^p$ , sont essentiellement fixés par les deux facteurs,  $h^2 f$  et  $p$ . Dans ce qui suit, nous étudions donc l'impact de chacun des deux facteurs sur l'amplification et la réflectivité du système. Pour cela nous faisons d'abord une analogie du système de couches avec une cavité Fabry-Perot (partie III.B.6.b.), puis nous interpréterons les courbes de résonance (III.B.6.-1.) et (III.B.6.-2.) directement (partie III.B.6.c.).

## b. Analogie avec une cavité Fabry-Perot

### α. Miroir d'entrée de la cavité

Le fait que le facteur  $h^2 f$  décrit le couplage entre le faisceau laser incident et le guide d'onde se déduit de la relation:

$$h^2 f = \chi \Delta \beta \quad (\text{III.B.6.-11.})$$

obtenue en (III.B.2.-35.). Plus précisément, dans la partie III.B.2. il a été montré que le terme  $\chi \Delta \beta$  représente dans la limite  $h \ll 1$  la partie imaginaire de l'argument du coefficient de réflexion  $r_{321}$  à l'interface  $\Omega_3 / \Omega_2$  du guide en présence du prisme (voir les relations (III.B.2.-16), (III.B.2.-30) et (III.B.2.-35)). A cause de la présence du prisme à une distance  $d_2$  du guide, le module de  $r_{321}$  s'écrit d'après ces formules sous la forme:

$$|r_{321}| = e^{-\chi \Delta \beta} = e^{-h^2 f} \quad (\text{III.B.6.-12.})$$

Il est plus petit que 1. Physiquement un module du coefficient de réflexion  $r_{321}$  inférieur à 1 est dû à la réflexion totale frustrée à l'interface  $\Omega_3 / \Omega_2$  du guide, c'est à dire à la fuite d'énergie du guide d'onde vers le prisme à travers le gap par effet tunnel optique.

La même argumentation reste valable en inversant le rôle du coefficient de réflexion  $r_{321}$  à l'interface  $\Omega_3 / \Omega_2$  du guide avec celui du coefficient de réflexion  $r_{123}$  à la base du prisme. En présence du guide d'onde à une distance  $d_2$  du prisme l'argument de  $r_{123}$  acquiert une partie imaginaire dont la valeur est la même que celle de l'argument du coefficient  $r_{321}$ :

$$|r_{123}| = e^{-h^2 f} \quad (\text{III.B.6.-13.})$$

Les équations (III.B.6.-12.) et (III.B.6.-13.) expriment simplement le fait que l'énergie fuyant du guide d'onde vers le prisme à travers le gap et égale à celle qui entre dans le prisme venant du guide d'onde.

Dans le régime où le facteur  $h^2 f$  est petit devant 1 (régime du couplage faible) nous obtenons:

$$h^2 f = 1 - |\eta_{123}| \quad (\text{III.B.6.-14.})$$

Dans ce régime, le facteur  $h^2 f$  représente le complément du module du coefficient de réflexion à l'interface  $\Omega_1 / \Omega_2$  du prisme en présence du guide d'onde. Il représente de ce fait la fraction du champ électrique incident couplée dans le guide.

#### $\beta$ . Adaptation en impédance

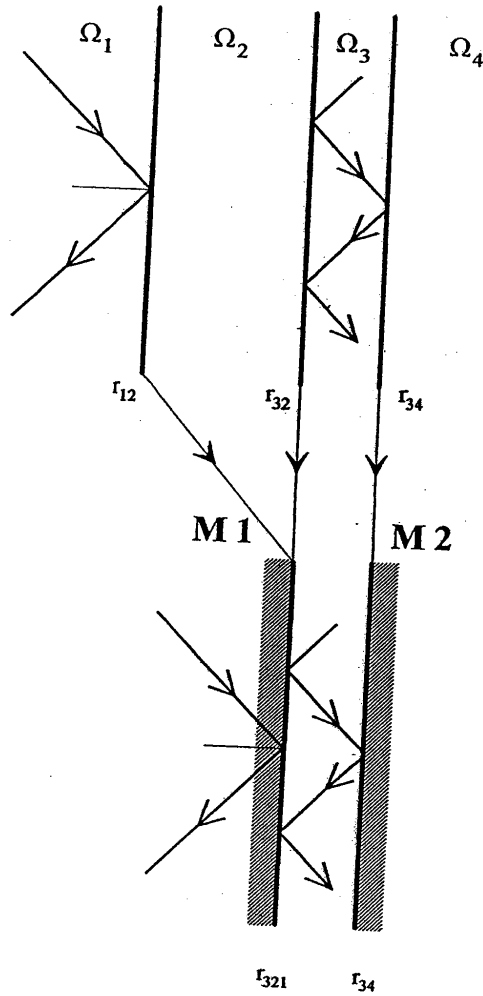
En décrivant le guide d'onde par une cavité Fabry-Perot fermée (Figure III.B.6.-1.) on peut comprendre les rôles de deux termes  $h^2 f$  et  $p$  plus en détail. Dans l'analogie, les pertes par aller-retour du champ électrique le long de l'axe  $e_z$  à travers le guide  $p$  correspondent aux pertes par aller-retour à travers la cavité Fabry-Perot. Quant au facteur  $h^2 f$ , il représente avec (III.B.6.-14.) le complément du coefficient de réflexion du miroir d'entrée de la cavité Fabry-Perot.

A l'entrée de la cavité se trouve le miroir  $M1$  dont le coefficient de réflexion est décrit par  $\eta_{123}$ . La réflectivité de ce miroir détermine la quantité d'énergie injectée dans la cavité. De l'autre côté de la cavité, à l'interface  $\Omega_3 / \Omega_4$  du guide, est situé le miroir  $M2$ . Son coefficient de réflexion, décrit par le coefficient de Fresnel  $r_{34}$  à l'interface  $\Omega_3 / \Omega_4$ , vaut 1: toute lumière est réfléchiée par  $M2$ . De ce fait, l'amplitude du champ électrique couplé dans le guide et circulant dans la cavité est entièrement fixée par le coefficient de réflexion  $\eta_{123}$  du miroir d'entrée  $M1$ . Son module dépend d'après (III.B.6.-13) du terme  $h^2 f$  et donc via  $h^2 = e^{-2kb_2 d_2}$  de l'épaisseur du gap  $d_2$ . Plus le guide d'onde est éloigné du prisme, plus le module du coefficient de réflexion  $\eta_{123}$  s'approche de l'unité. Un coefficient de réflexion proche de 1 augmente le temps de stockage de l'énergie dans le guide et entraîne une amplification du champ électrique dans la cavité encore plus forte. En même temps, la largeur de la courbe de résonance

diminue. Pour un guide d'onde très éloigné du prisme, l'amplification du système est forte et la largeur de la courbe de résonance est étroite. L'amplification est limitée par les pertes dans la cavité: lorsque la fraction de la lumière incidente injectée dans la cavité à travers le miroir  $M1$  devient égale à la lumière absorbée à l'intérieur de la cavité au cours d'un aller-retour de l'onde électromagnétique le long de l'axe  $e_z$  à travers le guide d'onde, l'amplification du champ électrique dans la cavité est maximale. Dans ce cas la cavité est considérée comme adaptée en impédance [Siegman 86]. Cette situation correspond à une épaisseur  $d_2^{eq}$  du gap pour laquelle les deux termes  $h^2 f$  et  $p$  se compensent:  $h^2 f = p$ . En éloignant le guide du prisme au-delà de l'épaisseur  $d_2^{eq}$ , l'amplification du champ électrique dans la cavité diminue: la fraction de la lumière incidente couplée dans le guide est fortement absorbée au cours de son séjour étendue dans la couche  $n_3$ . Plus précisément, l'absorption de la lumière au cours d'un aller-retour de l'onde électromagnétique à travers le guide est plus forte que la quantité d'énergie couplée pendant ce même aller-retour dans la couche  $n_3$  à travers le miroir  $M1$ . En revanche, la courbe de résonance continue à se rétrécir. Pour une épaisseur du gap très supérieure à  $d_2^{eq}$  la largeur de la courbe de résonance devient indépendante de l'épaisseur du gap et prend sa valeur minimale. Elle est dans ce cas essentiellement déterminée par les pertes dans le guide.



### Système de deux couches



### Cavité Fabry-Perot

Figure III.B.6.-1. Système de deux couches considéré comme une cavité Fabry-Perot. Les interfaces  $\Omega_1/\Omega_2$  et  $\Omega_2/\Omega_3$  sont modélisées par un seul miroir  $M_1$  dont le coefficient de réflexion vaut - vu du prisme -  $r_{123}$ , et - vu du guide d'onde -  $r_{321}$ . Le coefficient de réflexion du miroir  $M_2$  à la sortie de la cavité est donné par  $r_{34}$ . Son module vaut 1.

### c. Amplification et réflectivité en fonction du couplage et des pertes

#### α. Amplification et réflectivité à résonance

Le comportement de l'amplification et de la réflectivité du guide d'onde en fonction du couplage  $h^2 f$  et des pertes  $p$  - décrit qualitativement ci-dessus d'un point de vue d'une cavité Fabry-Perot - se confirme en analysant les expressions de  $|r'_{\min}|^2$  et de  $|r'_{\max}|^2$  directement. A partir des équations (III.B.6.-3.) et (III.B.6.-4.) on voit que si l'un des deux termes est petit devant l'autre, c'est à dire quand les pertes dans le guide d'onde sont négligeables (ou beaucoup plus grandes) que l'énergie incidente couplée dans le guide, la réflectivité du système à résonance  $|r'_{\min}|^2$  est d'après (III.B.6.-4.) proche de 1 et l'amplification à résonance  $|r'_{\max}|^2$  est d'après (III.B.6.-3.) loin de sa valeur optimale. En revanche, dans le cas où l'énergie fournie vers la couche  $n_3$  devient du même ordre de grandeur que l'énergie dissipée au cours d'un aller-retour à travers le guide,  $|r'_{\min}|^2$  diminue et  $|r'_{\max}|^2$  devient plus important. Quand les pertes dans la couche  $\Omega_3$  au cours d'un aller-retour sont strictement égales à l'énergie couplée dans le guide ( $h^2 f = p$ ) le système de deux couches est considéré comme adapté en impédance [Siegman 86]. Dans ce cas il n'y a pas de lumière réfléchie car la réflectivité du système  $|r'_{\min}|^2$  s'annule (voir (III.B.6.-4.)). En même temps, l'amplification du système est maximale. Plus précisément, elle vaut dans ce cas (voir (III.B.6.-3.)):

$$|r'_{\max}|^2 = \frac{\gamma}{p} \quad (\text{III.B.6.-15.})$$

montrant qu'elle est principalement déterminée par les pertes  $p$  dans le guide, le facteur  $\gamma$  étant de l'ordre de 1, indépendamment des épaisseurs du gap  $d_2$  et du guide d'onde  $d_3$ , et ne variant que lentement avec les indices des quatre milieux et l'angle d'incidence.

β. Terme d'adaptation de couplage  $c$

L'influence du couplage du faisceau incident vers le guide d'onde  $h^2 f$  et des pertes dans la couche  $n_3$  par aller-retour à travers le guide  $p$  sur l'amplification et la réflectivité du système se laissent décrire par un seul paramètre, le "terme d'adaptation de couplage"  $c$ . Il a été introduit en III.B.5. sous la forme:

$$c = \frac{4ph^2f}{(h^2f + p)^2} \quad (\text{III.B.6.-16.})$$

A l'aide de ce terme, l'amplification (III.B.6.-3.) et la réflectivité (III.B.6.-4.) du système à résonance se simplifient aux expressions suivantes:

$$|r'_{\max}|^2 = \gamma \frac{c}{p} \quad (\text{III.B.6.-17.})$$

$$|r'_{\min}|^2 = 1 - c \quad (\text{III.B.6.-18.})$$

En considérant les pertes dans le guide d'onde comme fixes, la valeur du terme d'adaptation de couplage  $c$  et avec lui les valeurs de  $|r'_{\max}|^2$  et de  $|r'_{\min}|^2$  sont déterminées essentiellement à travers le facteur  $h^2 f = e^{-2kb_2 d_2} f$  par l'épaisseur du gap  $d_2$ .

γ. Terme d'adaptation de couplage  $c$  en fonction de l'épaisseur du gap

Remarquons d'abord qu'en transformant la formule (III.B.6.-16.), le terme d'adaptation de couplage  $c$  s'écrit également sous la forme:

$$c = \cosh^{-2}(kb_2(d_2 - d_2^{eq})) \quad (\text{III.B.6.-19.})$$

où  $d_2^{eq}$  correspond à l'épaisseur du gap pour laquelle le système est adapté en impédance:

$$h^2 f = e^{-2kb_2 d_2^{eq}} f = p \quad (\text{III.B.6.-20.})$$

L'équation (III.B.6.-19.) résume d'une manière simple la variation du terme d'adaptation de couplage  $c$  en fonction de la distance entre le guide et le prisme. A pertes dans la couche  $n_3$  constantes et pour une épaisseur du gap tel que  $d_2 \ll d_2^{eq}$  le terme d'adaptation de couplage  $c$  est petit devant 1. Physiquement ce régime - le régime de faibles pertes - décrit la situation où le couplage du faisceau laser vers la couche  $n_3$  est plus fort que les pertes par aller-retour à travers le guide  $h^2 f \gg p$ . Dans ce cas le terme d'adaptation de couplage  $c$  est approché d'après (III.B.6.-16.) par:

$$c = 4 \frac{p}{h^2 f} \quad (\text{III.B.6.-21.})$$

montrant que  $c$  augmente exponentiellement en fonction du gap  $d_2$ .

En revanche, dans la limite  $d_2 \gg d_2^{eq}$ , quand les pertes dans le guide sont plus fortes que le couplage ( $h^2 f \ll p$ ), le terme d'adaptation de couplage  $c$  reste petit devant 1. Dans ce régime - correspondant au régime de fortes pertes - le champ électrique est absorbé par le milieu  $\Omega_3$  avant que la réflexion multiple aux interfaces du guide donne naissance à une amplification élevée. Dans ce cas le terme d'adaptation de couplage  $c$  est approché par:

$$c = 4 \frac{h^2 f}{p} \quad (\text{III.B.6.-22.})$$

montrant que  $c$  diminue exponentiellement en fonction du gap  $d_2$ .

Entre les deux régimes, le terme d'adaptation de couplage  $c$  est donné par l'expression exacte (III.B.6.-16.) qui est maximale quand:

$$h^2 f = p \quad (\text{III.B.6.-23.})$$

auquel cas  $c$  vaut 1. Dans ce cas le système de deux couches est adapté en impédance et l'épaisseur du gap  $d_2$  vaut  $d_2^{eq}$ .

• Application numérique

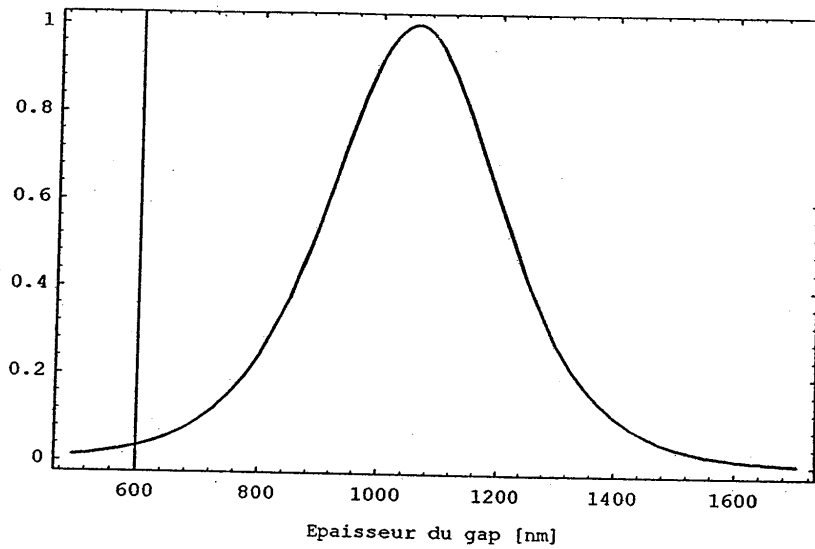
Avec les paramètres de la Figure III.B.6.-2. on trouve:

$$d_2^{eq} = 1060 \text{ nm}$$

Pour un gap dont l'épaisseur vaut  $d_2 = 700 \text{ nm}$  on obtient par exemple:

$$c = 0.1 \quad (|r'_{\min}|^2 = 0.9)$$

$$|r'_{\max}|^2 = 3200$$



**Figure III.B.6-2.** Terme d'adaptation de couplage  $c$  en fonction de l'épaisseur du gap  $d_2$ . Les pertes dans le guide d'onde sont considérées comme fixes. Les indices du prisme, du gap et du guide d'onde correspondent respectivement à  $n_1 = 1.9$ ,  $n_2 = 1.49$  et  $n_3 = 2.39$ . L'angle d'incidence vaut  $\theta_1^{res} = 58.9^\circ$  et l'épaisseur du guide d'onde correspond à  $d_3 = 70 \text{ nm}$ . L'indice imaginaire dans le guide d'onde vaut  $n_3^i = 0.75 \cdot 10^{-5}$  donnant naissance à un terme de pertes qui vaut  $p = 2.0 \cdot 10^{-5}$ . L'épaisseur du gap pour laquelle le système est adapté en impédance vaut dans ce cas 1060 nm.

#### δ. Largeur de la courbe de résonance

La demi-largeur à mi-hauteur  $\Delta\beta'$  de la courbe de résonance de  $|r'_{14}|^2$  et  $|t'_{14}|^2$  est d'après (III.B.6.-5.) donnée par:

$$\Delta\beta' = \Delta\beta + \frac{p}{\chi} = \frac{1}{\chi}(h^2 f + p) \quad (\text{III.B.6.-24.})$$

Elle est proportionnelle à la somme du facteur  $h^2 f$  décrivant la fraction de la lumière incidente couplée dans le guide et des pertes par aller-retour à travers le guide  $p$ . Dans le régime de pertes faibles, quand la partie de l'énergie incidente entrant dans le guide est grande devant les pertes  $p$ , la contribution du terme  $h^2 f / \chi$  à la largeur de la courbe de résonance  $\Delta\beta'$  domine. La contribution des pertes à la largeur dans ce régime est négligeable. En éloignant le guide d'onde du prisme, la largeur de la courbe de résonance se rétrécit. Le coefficient de réflexion du miroir d'entrée de la cavité s'approche de 1. L'influence des pertes augmente. Dans le régime de pertes fortes  $d_2 \gg d_2^{eq}$  quand l'épaisseur du gap est beaucoup plus grande que l'épaisseur pour laquelle la cavité est adapté en impédance, la largeur de la courbe de résonance atteint sa valeur stationnaire. Dans ce cas la contribution du terme  $h^2 f / \chi$  à la largeur de la courbe de résonance est minime. Elle est essentiellement déterminée par les pertes dans le guide.

#### ε. Position de la résonance

La position centrale de la courbe de résonance s'écrit d'après (III.B.6.-6.) sous la forme:

$$\beta_0^p = \beta_0 + \varepsilon = \beta_0 - \frac{\cot 2\Phi_{12}}{\chi} h^2 f \quad (\text{III.B.6.-25.})$$

Dans (III.B.6.-25.)  $\beta_0$  désigne la solution de la condition de résonance du guide d'onde libre en l'absence du prisme  $2k p_3(\beta_0) d_3 - 2\Phi_{32}(\beta_0) - 2\Phi_{34}(\beta_0) = 2m\pi$ . Dans la condition de

résonance les pertes n'interviennent qu'à l'ordre 2 en  $p_3'$  qui est négligé tout au long de ce chapitre. D'après (III.B.6.-25.), la distance entre la position de résonance du guide d'onde libre  $\beta_0$  et celle du guide d'onde en présence du prisme  $\beta_0^p$  dépend donc uniquement du couplage de l'énergie incidente vers le guide d'onde  $h^2 f$ . Plus le couplage est fort plus la courbe de résonance est déplacée. Le déplacement de la courbe de résonance en fonction de la distance entre le guide d'onde et le prisme a été montré dans la Figure III.B.1.-3.



## 7. Facteur de transmission et coefficient de réflexion en fonction de l'épaisseur du gap et du guide d'onde

Dans cette section nous analyserons comment le facteur de transmission  $\eta_4$  et le coefficient de réflexion  $\eta'_4$  du système de deux couches varient en fonction de l'épaisseur du gap  $d_2$  et de l'épaisseur du guide d'onde  $d_3$ . Dans la section III.B.6. nous avons vu que l'amplification et la réflectivité du système à résonance,  $|r'_{\max}|^2$  et  $|r'_{\min}|^2$  respectivement, sont déterminées par le rapport entre le couplage entre le faisceau incident et le guide d'onde ( $\eta^2 f$ ) et les pertes ( $p$ ) dans la couche  $\Omega_3$ . Ce rapport a été englobé dans le terme d'adaptation de couplage  $c$ . En considérant les pertes dans le guide d'onde comme constantes, le terme d'adaptation de couplage est principalement déterminé par l'épaisseur du gap qui fixe la fraction de la lumière incidente qui couple dans le guide. En variant l'épaisseur du gap on modifie cette fraction et avec celle-ci l'amplification  $|r'_{\max}|^2$  et la réflectivité  $|r'_{\min}|^2$  du système à résonance. Notons que la fraction de lumière incidente couplée dans le guide est également déterminée par la longueur d'onde optique  $\lambda$ . Cela s'explique en notant que le couplage dépend exponentiellement du rapport entre l'épaisseur du gap  $d_2$  et la longueur d'onde  $\lambda$ . En changeant la longueur d'onde optique on varie l'épaisseur apparente du gap et avec celle-ci la fraction de la lumière incidente qui entre dans le guide.

L'amplification du système varie également avec l'épaisseur du guide d'onde  $d_3$ . Cela est dû au fait que l'épaisseur du guide détermine le degré de compression de l'énergie se propageant à l'intérieur de la couche  $\Omega_3$  dont dépend la valeur du module carré du champ électrique à l'interface  $\Omega_3/\Omega_4$  du guide.

Dans ce qui suit nous étudierons d'abord le comportement de l'amplification et de la réflectivité du système à résonance  $|r'_{\max}|^2$  et  $|r'_{\min}|^2$  en fonction de l'épaisseur du gap (section III.B.7.a.), puis celui en fonction de l'épaisseur du guide d'onde (section III.B.7.b.).

### a. Influence du gap

#### α. Facteur de transmission à résonance en fonction de l'épaisseur du gap

Considérons le module carré du facteur de transmission  $|t'_{14}|^2$  à résonance. Dans la partie III.B.6. il a été écrit sous la forme:

$$|t'_{\max}|^2 = \gamma \frac{c}{p} \quad (\text{III.B.7.-1.})$$

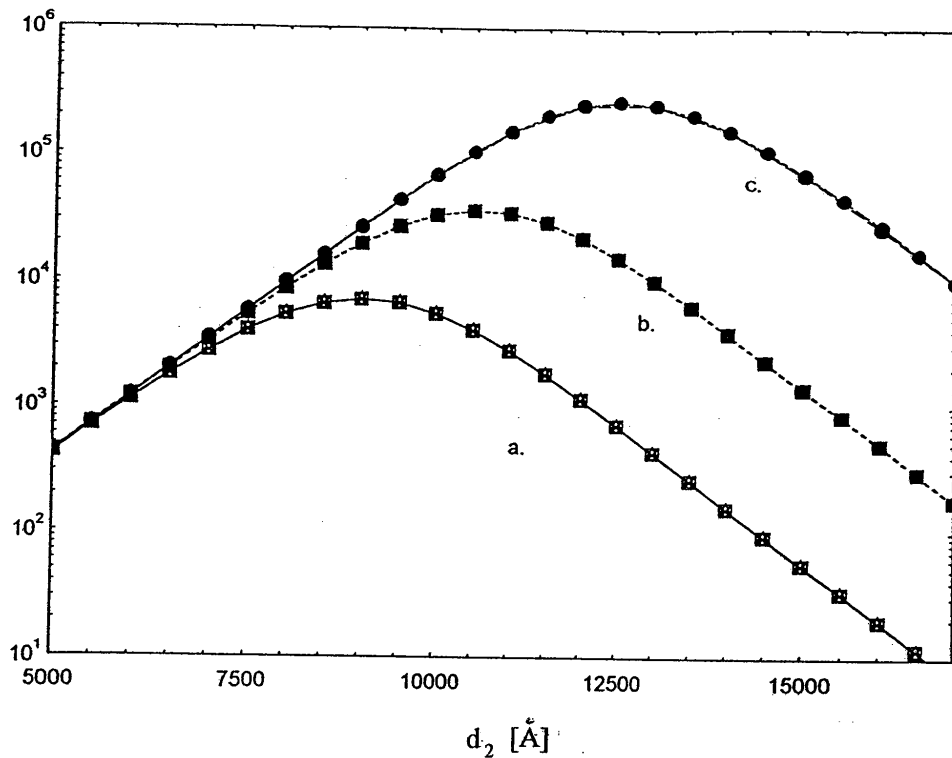
où  $p$  désigne les pertes par aller-retour du champ électrique à travers le guide d'onde et  $\gamma$  est une constante de l'ordre de l'unité explicitement donné en (III.B.6.-9.). Dans (III.B.7.-1.) la fonction  $c$  représente le terme d'adaptation de couplage, introduit en III.B.5. Explicitement il a été écrit en fonction de l'épaisseur du gap  $d_2$  en (III.B.6.-19.) sous la forme:

$$c = \cosh^{-2}(kb_2(d_2 - d_2^{eq})) \quad (\text{III.B.7.-2.})$$

où  $d_2^{eq}$  désigne l'épaisseur du gap pour laquelle la fraction du champ électrique incident couplée vers le guide équivaut les pertes dans la couche  $n_3$ :

$$e^{-2kb_2 d_2^{eq}} f = p \quad (\text{III.B.7.-3.})$$

D'après (III.B.7.-1.) et (III.B.7.-2.), toute la dépendance de l'amplification du système à résonance  $|t'_{\max}|^2$  en fonction de l'épaisseur du gap  $d_2$  est contenue dans le terme d'adaptation de couplage  $c$ . Le comportement de  $|t'_{\max}|^2$  en fonction de  $d_2$  est tracé dans la Figure III.B.7.-1. pour trois valeurs de pertes  $p$  différentes.



**Figure III.B.7.-1.** Module carré du facteur de transmission à résonance  $|t'_{\max}|^2$  en fonction de l'épaisseur du gap. Les trois courbes correspondent à trois indices imaginaires du guide: a.  $n_3 = 3.8 \cdot 10^{-5}$  ( $p = 1.0 \cdot 10^{-4}$ ), b.  $n_3 = 0.75 \cdot 10^{-5}$  ( $p = 2.0 \cdot 10^{-5}$ ), c.  $n_3 = 0.1 \cdot 10^{-5}$  ( $p = 2.8 \cdot 10^{-6}$ ). La quantité  $d_2^{2q}$  pour laquelle le système est adapté en impédance et la valeur de  $|t'_{\max}|^2$  correspondante augmentent lorsque les pertes diminuent. La forme des trois courbes en fonction du gap ne varie pas avec des pertes, en accord avec (III.B.7.-1.) et (III.B.7.-2.). On a superposé sur les trois courbes quelques points (marqués en points pleins) obtenus numériquement à partir de l'expression exacte du module carré du facteur de transmission  $|t_4|^2$  de la section III.B.2. On voit que l'écart entre l'expression approchée de  $|t'_{\max}|^2$  (III.B.7.-1.) et l'expression exacte n'est pas apparente à l'échelle de la figure.

### β. Facteur de transmission en fonction de la longueur d'onde optique

Dans la Figure III.B.7.-2. nous avons tracé l'amplification du système à résonance  $|r'_{\max}|^2$  en fonction de la longueur d'onde optique  $\lambda$  pour trois valeurs de pertes  $p$  différentes.

L'allure de la figure s'explique en notant que la distance entre le guide et le prisme est mesurée en unités de la longueur d'onde optique  $\lambda$ . Plus précisément, le rapport  $d_2/\lambda$  intervient dans l'expression  $h^2 f = e^{-2\pi b_2 d_2/\lambda} f$  qui détermine d'après la discussion de la section III.B.6 la quantité de la lumière incidente qui est couplée dans le guide d'onde. Plus la longueur d'onde diminue, plus le guide d'onde apparaît éloigné du prisme comme vue par l'onde électromagnétique en traversant le gap par effet tunnel optique. Cela réduit la fraction d'énergie incidente qui est couplée dans le guide dont dépend l'amplification du système. Dans la Figure III.B.7.-2. on retrouve le régime de pertes fortes lorsque la longueur d'onde optique est petite devant  $b_2 d_2$  tel que  $h^2 f = e^{-2\pi b_2 d_2/\lambda} f \ll p$  et le régime de pertes faibles lorsque la longueur d'onde est grande devant  $b_2 d_2$  tel que  $h^2 f = e^{-2\pi b_2 d_2/\lambda} f \gg p$ .

#### • Remarques

1.) Notons que la variation de la longueur d'onde optique  $\lambda$  entraîne une modification de la position de résonance  $\beta_0^p$  du système. La position  $\beta_0^p$  est la solution de la condition de résonance du guide d'onde en présence du prisme  $2kp_3(\beta_0^p)d_3 - 2\Phi_{321}(\beta_0^p) - 2\Phi_{34}(\beta_0^p) = 2m\pi$  qui dépend par l'intermédiaire du module du vecteur d'onde  $k = 2\pi/\lambda$  de la longueur d'onde optique  $\lambda$ . Les courbes de la Figure III.B.7.-2. correspondent à l'amplification du système à résonance, c'est à dire pour chaque longueur d'onde  $\lambda$  la position  $\beta$  est accordée tel que  $\beta = \beta_0^p$ .

2.) Remarquons qu'au-delà de l'épaisseur du gap  $d_2$  et de la longueur d'onde optique  $\lambda$ , la fraction de la lumière incidente couplée dans le guide  $h^2 f$  dépend également de l'angle d'incidence  $\vartheta_1$  et des indices  $n_1$  et  $n_2$  du prisme et du gap par l'intermédiaire de la relation  $b_2 = \sqrt{(n_1 \sin \vartheta_1)^2 - n_2^2}$ . Ces paramètres interviennent donc également dans l'épaisseur apparente du gap.

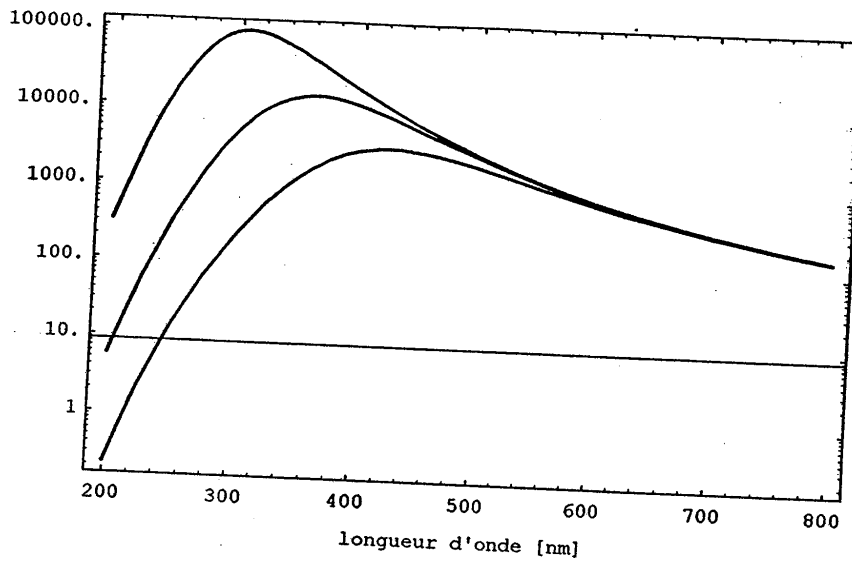


Figure III.B.7.-2. Amplification du système à résonance  $|t_{\max}|^2$  en fonction de la longueur d'onde optique  $\lambda$  pour trois valeurs de l'indice imaginaire du guide: a.  $n_2^i = 3.8 \cdot 10^{-5}$  ( $p = 1.0 \cdot 10^{-4}$ ) b.  $n_2^i = 0.75 \cdot 10^{-5}$  ( $p = 2.0 \cdot 10^{-5}$ ) c.  $n_2^i = 0.1 \cdot 10^{-5}$  ( $p = 2.8 \cdot 10^{-6}$ ). On retrouve le régime de pertes faibles ( $h^2 f \gg p$ ) correspondant à  $\lambda \gg b_2 d_2$  et le régime de pertes fortes ( $h^2 f \ll p$ ) dans lequel  $\lambda \ll b_2 d_2$ .

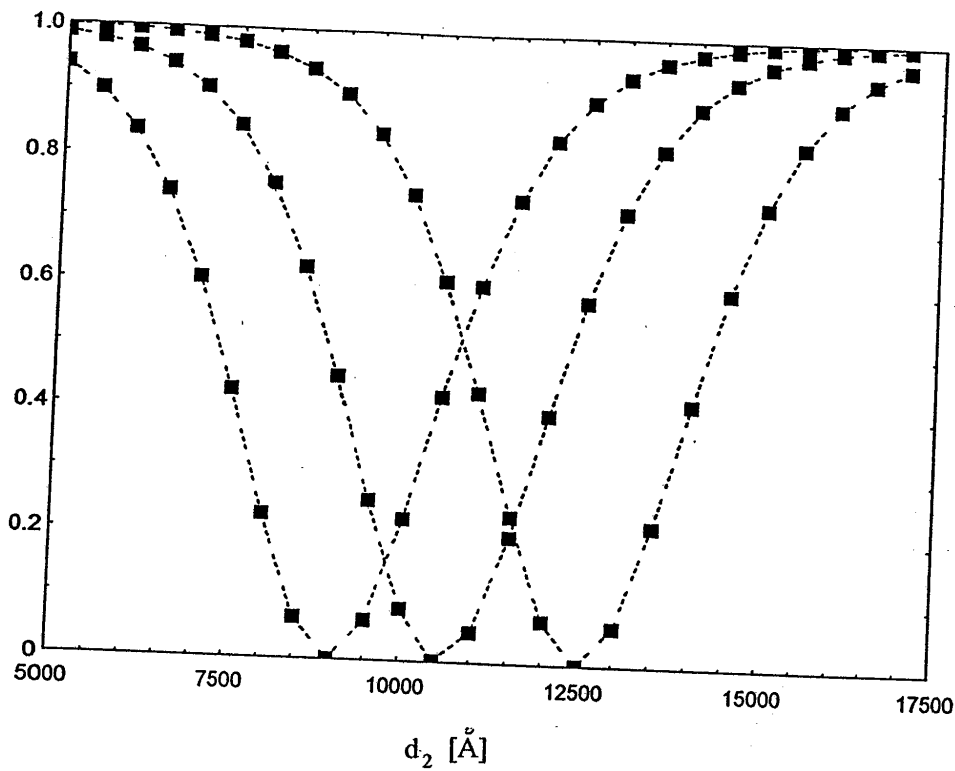


Figure III.B.7.-3. Module carré du coefficient de réflexion à résonance  $|r'_{\min}|^2$  en fonction de l'épaisseur du gap  $d_2$  pour trois valeurs de l'indice imaginaire du guide: a.  $n_2^i = 3.8 \cdot 10^{-5}$  ( $p = 10 \cdot 10^{-4}$ ) b.  $n_2^i = 0.75 \cdot 10^{-5}$  ( $p = 2.0 \cdot 10^{-5}$ ) c.  $n_2^i = 0.1 \cdot 10^{-5}$  ( $p = 2.8 \cdot 10^{-6}$ ). La réflectivité du système à résonance  $|r'_{\min}|^2$  s'annule complètement si l'épaisseur du gap  $d_2$  correspond à l'épaisseur  $d_2^{eq}$  pour laquelle le système est adapté en impédance. On a superposé sur les trois courbes quelques points (marqués en points pleins) obtenus numériquement à partir de l'expression exacte du module carré du coefficient de réflexion  $|r_1|^2$  obtenue dans le paragraphe III.B.3. On voit que l'écart entre l'expression approchée de  $|r'_{\min}|^2$  et l'expression exacte n'est pas apparente à l'échelle de la figure.

### $\gamma$ . Coefficient de réflexion à résonance en fonction de l'épaisseur du gap

Le module carré du coefficient de réflexion à résonance  $|r'_{\min}|^2$  s'écrit à l'aide des formules (III.B.5.-14.) et (III.B.6.-19.) sous la forme:

$$|r'_{\min}|^2 = 1 - \cosh^{-2}(kb_2(d_2 - d_2^{e_q})) \quad (\text{III.B.7.-4.})$$

On voit à partir de (III.B.7.-4.) que le module carré du coefficient de réflexion en fonction de l'épaisseur du gap  $d_2$  est à une constante près le complément du module carré du coefficient de transmission (III.B.7.-1.). L'argumentation donnée en III.B.7.a.α. ci-dessus s'applique donc. En particulier, au maximum du facteur de transmission correspond, d'après (III.B.7.-4.), un minimum du coefficient de réflexion: lorsque l'épaisseur du gap  $d_2$  correspond à l'épaisseur pour laquelle le système est adapté en impédance  $d_2 = d_2^{e_q}$ , la réflectivité du système s'annule à résonance. Le comportement de la réflectivité  $|r'_{\min}|^2$  en fonction de l'épaisseur du gap est tracé dans la Figure III.B.7.-3. pour trois valeurs de pertes  $p$  correspondant à ceux de la Figure III.B.7.-1.

### b. Influence de l'épaisseur du guide d'onde

Dans cette partie nous analysons la dépendance de l'amplification du système à résonance  $|r'_{\max}|^2$  en fonction de l'épaisseur  $d_3$  du guide d'onde. Pour cela commençons à remarquer que la valeur de  $|r'_{\max}|^2$  dépend du module carré du champ électrique à l'interface  $\Omega_3/\Omega_4$  du guide. Cette valeur est déterminée par l'intensité du champ électrique à l'intérieur de la couche  $n_3$  qui de son tour dépend de la "compression" de l'énergie incidente couplée dans le guide. Cette "compression" dépend d'une part de l'épaisseur  $d_3$  du guide mais aussi de l'étendue des champs électriques évanescents dans les milieux voisins du guide. Cela introduit la notion d'épaisseur effective du guide d'onde  $d_{eff}$  qui est la somme de l'épaisseur du guide  $d_3$  et des longueur de décroissance des champs évanescents dans le gap et dans le vide. En effet, l'épaisseur effective fixe le degré de "compression" de l'énergie incidente couplée dans le guide. Plus l'épaisseur effective est faible, plus l'énergie dans le guide est "comprimée" et plus l'amplification est forte. En changeant l'épaisseur du guide  $d_3$

on varie l'épaisseur effective  $d_{eff}$ . Mais il existe une différence entre l'épaisseur géométrique et l'épaisseur effective du guide: en effet, quand l'épaisseur du guide s'approche de sa valeur minimale - qui correspond à l'épaisseur pour laquelle on peut encore exciter un mode dans le guide - l'épaisseur effective  $d_{eff}$  diverge. Ce n'est que dans le cas où l'épaisseur du guide est très grande, que l'épaisseur du guide  $d_3$  coïncide avec  $d_{eff}$ . Dans les deux cas l'épaisseur effective est élevée ce qui conduit à une amplification du système faible due à la "compression" réduite de l'énergie incidente couplée vers le guide. Entre ces deux cas limites,  $d_{eff}$  passe par un minimum rendant l'amplification du système optimale.

Dans ce qui suit nous discutons d'abord le lien par l'intermédiaire de la condition de résonance entre l'épaisseur du guide  $d_3$  et l'incidence  $\beta$  du faisceau laser incident (section III.B.7.b.α.). A l'aide de ce lien on peut alors comprendre la relation entre l'épaisseur effective  $d_{eff}$  et l'épaisseur géométrique du guide  $d_3$ . Dans III.B.7.b.β. nous analyserons ensuite directement le comportement de l'amplification du système en fonction de l'épaisseur du guide  $d_3$ .

#### α. Condition de résonance en fonction de l'épaisseur du guide d'onde

Revenons à la condition de résonance du guide d'onde libre introduit en III.B.2.:

$$2kp_3d_3 - 2\Phi_{32} - 2\Phi_{34} = 2m\pi \quad (\text{III.B.7.-5.})$$

Si la longueur d'onde  $\lambda$ , l'indice du guide, son épaisseur ainsi que les indices des deux milieux qui l'entourent sont fixes, la condition (III.B.7.-5.) détermine la position de  $\beta$  pour laquelle le guide d'onde en l'absence du prisme est en résonance. L'incidence correspondante a été désignée par  $\beta_0$ . Remarquons que l'équation (III.B.7.-5.) n'est pas résoluble explicitement en  $\beta$  car elle implique des fonctions transcendentes.

Inversement, en fixant  $\beta$ , l'équation (III.B.7.-5.) donne la condition pour laquelle le guide d'onde libre est accordé en épaisseur:



$$d_{30} = \frac{\Phi_{32}}{kp_3} + \frac{\Phi_{34}}{kp_3} + m \frac{\pi}{kp_3} = d_3^i + d_3^y + md_3^m \quad (\text{III.B.7.-6.})$$

L'épaisseur accordée  $d_{30}$  se compose de trois termes qui s'écrivent explicitement sous la forme:

$$d_3^i = \frac{1}{k\sqrt{n_3^2 - \beta^2}} \arctan \left( \frac{\sqrt{\beta^2 - n_2^2}}{\sqrt{n_3^2 - \beta^2}} \right) \quad (\text{III.B.7.-7.})$$

$$d_3^y = \frac{1}{k\sqrt{n_3^2 - \beta^2}} \arctan \left( \frac{\sqrt{\beta^2 - n_4^2}}{\sqrt{n_3^2 - \beta^2}} \right) \quad (\text{III.B.7.-8.})$$

$$md_3^m = m \frac{\pi}{k\sqrt{n_3^2 - \beta^2}} \quad (\text{III.B.7.-9.})$$

Deux contributions à l'épaisseur,  $d_3^i$  et  $d_3^y$  respectivement, sont indépendantes de l'ordre  $m$  du mode considéré, à l'opposition de la troisième  $md_3^m$  qui en dépend linéairement. A  $\beta$  constant, l'épaisseur pour laquelle le guide d'onde est résonante croît de ce fait avec l'ordre de mode  $m$  et la différence en épaisseur entre deux modes voisins vaut simplement  $d_3^y$  (voir Figure III.B.7.-4.).

En présence du prisme, la condition de résonance (III.B.7.-5.) se transforme en:

$$2kp_3d_3 - 2\Phi_{321} - 2\Phi_{34} = 2m\pi \quad (\text{III.B.7.-10.})$$

avec la phase  $\Phi_{32}$  remplacé par la phase  $\Phi_{321}$  sous l'effet de la présence du prisme. La solution de la condition de résonance (III.B.7.-10.) dans l'espace de  $\beta$  a été désignée par  $\beta_0^p$  (voir III.B.2.). L'épaisseur accordée s'écrit dans ce cas sous la forme:

$$d_{30}^p = \frac{\Phi_{321}}{kp_3} - \frac{\Phi_{34}}{kp_3} - m \frac{\pi}{kp_3} = d_3^i{}^p + d_3^y + md_3^m \quad (\text{III.B.7.-11.})$$

avec  $d_3^i$  et  $md_3^m$  donné par (III.B.7.-8.) et (III.B.7.-9.) mais évalué à  $\beta = \beta_0^p$ .



Une expression analytique pour  $d_3^p$  s'obtient dans la limite du faible couplage  $h \ll 1$ . Dans ce cas on calcule:

$$d_3^p \cong \frac{1}{k\sqrt{n_3^2 - \beta^2}} \left( \arctan \left( \frac{\sqrt{\beta^2 - n_2^2}}{\sqrt{n_3^2 - \beta^2}} \right) + \frac{\chi\varepsilon}{2} \right) \quad (\text{III.B.7.-12.})$$

Cette expression se déduit de la relation qui lie la condition de résonance du guide d'onde libre à celle en présence du prisme (voir III.B.2.). Notons que l'influence des pertes dans la condition de résonance (III.B.7.-5.) où (III.B.7.-10.) se limite aux termes de l'ordre 2 en  $p_3^p$  que nous négligeons tout au long de ce chapitre.

• Remarque

Notons que l'épaisseur du guide d'onde  $d_3$ , en déterminant la position de résonance  $\beta_0^p$ , fixe également les valeurs des longueurs de décroissance  $(kb_2)^{-1}$  et  $(kb_4)^{-1}$  de l'onde évanescente dans le gap et dans le vide qui eux sont déterminées par la valeur de  $\beta_0^p$ . La corrélation entre les longueurs de décroissance  $(kb_2)^{-1}$  et  $(kb_4)^{-1}$  et l'épaisseur du guide d'onde  $d_3$  sera discutée plus en détail dans la section III.B.7.b.β. qui suit. Remarquons ici que selon le but d'une expérience (supprimer l'émission spontanée, sonder l'interaction de van der Waals) la variation de la largeur du guide d'onde permet d'ajuster la portée de l'onde évanescente dans le vide à la valeur convenable.

### β. Facteur de transmission en fonction de l'épaisseur du guide

Dans ce qui suit nous analysons le comportement de l'amplification du système en fonction de l'épaisseur du guide d'onde  $d_3$ . Pour cela nous commençons à étudier le profil du champ électrique  $E_j(x, z)$  à l'intérieur du gap, du guide d'onde et du vide ce qui permet d'étudier la redistribution de l'énergie incidente couplée vers le guide en fonction de l'épaisseur de la couche  $\Omega_3$ . De la redistribution de l'énergie le long de la largeur du guide en fonction de l'épaisseur  $d_3$  nous déduisons l'allure de l'amplification  $|t'_{14}|^2$  du système en fonction de  $d_3$ .

Portons notre attention sur le profil du champ électrique à l'intérieur du gap, du guide d'onde et du vide. Explicitement, la distribution du champs en fonction de la position  $z$  s'écrit dans les trois milieux sous la forme (voir Annexe III.B.):

$$E_2(x, z) = A_2(e^{-kb_2z} + r_{234}e^{kb_2(z-2d_2)})e^{ik\beta x} \quad (\text{III.B.7.-16.})$$

$$E_3(x, z) = A_3e^{ikp_3d_3}e^{-i\Phi_{34}}2\cos(\Phi_{34} + kp_3(z-d_2-d_3))e^{ik\beta x} \quad (\text{III.B.7.-17.})$$

$$E_4(x, z) = A_4e^{-kb_4(z-d_2-d_3)}e^{ik\beta x} \quad (\text{III.B.7.-18.})$$

où les amplitudes  $A_j$  sont données par:

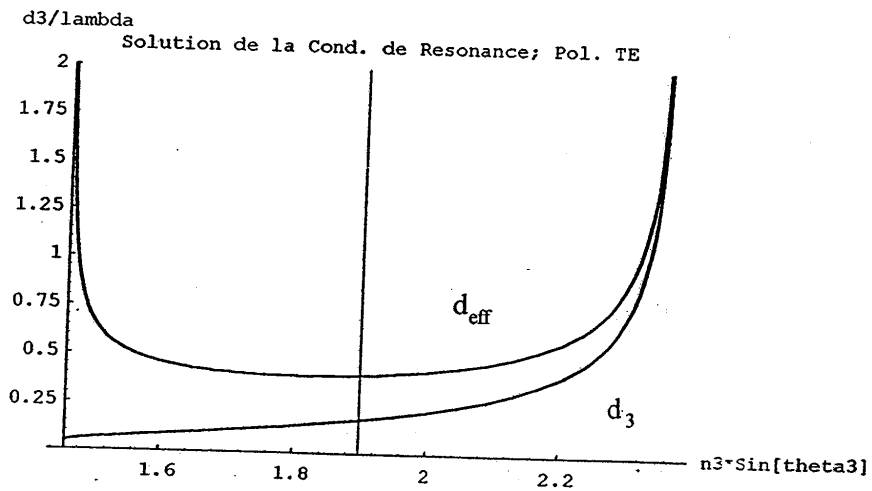
$$A_2 = \frac{t_{12}}{1+r_{234}r_{12}t^2} A_1 \quad (\text{III.B.7.-19.})$$

$$A_3 = \frac{t_{123}}{1+r_{321}r_{34}e^{2ikp_3d_3}} A_1 \quad (\text{III.B.7.-20.})$$

$$A_4 = t_{14} A_1 \quad (\text{III.B.7.-21.})$$

Dans (III.B.7.-19.) - (III.B.7.-21.),  $A_1$  correspond à l'amplitude du champ électrique incident. A titre d'exemple nous avons tracé sur la Figure III.B.7.-5. le profil du module carré du champ électrique  $|E_j(x,z)|^2$  du mode  $TE_{m=0}$  dans les trois milieux pour six valeurs de l'épaisseur du guide  $d_3$  différentes.

a.



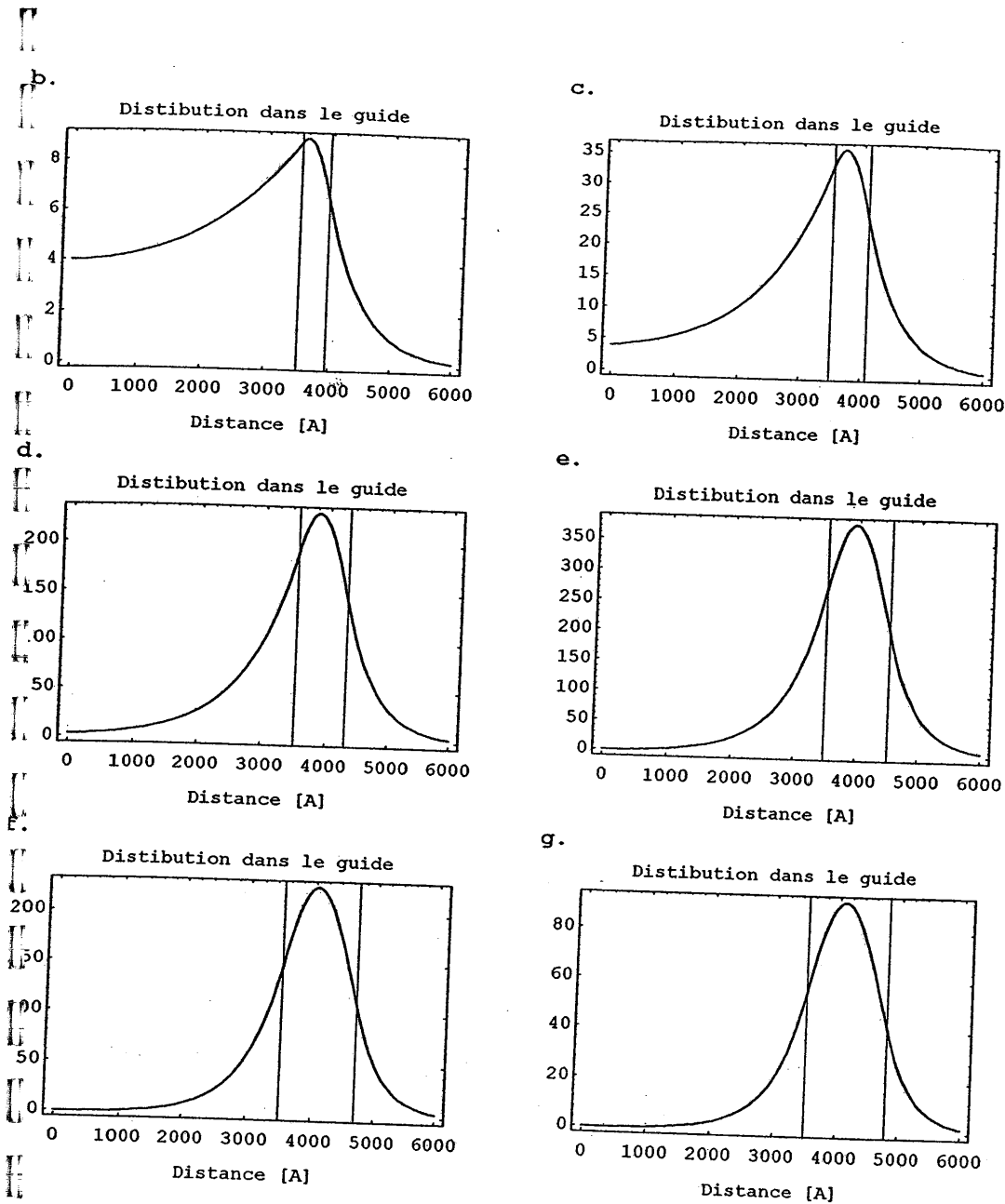


Figure III.B.7.-5. Module carré du champ électrique dans le gap, à l'intérieur du guide et dans le vide pour six valeurs de l'épaisseur  $d_3$  du guide d'onde (en Å): b. 460 Å, c. 600 Å, d. 810 Å, e. 1020 Å, f. 1200 Å, g. 1300 Å. L'épaisseur accordée du guide  $d_3$  et l'épaisseur effective  $d_{eff}$  en fonction de l'incidence  $\beta = n_1 \sin \theta_1 = n_3 \sin \theta_3$  sont montrées en a.

Suivant la Figure III.B.7.-5., le sommet  $|E_3^{\max}(x)|^2$  du profil  $|E_3(x,z)|^2$  à l'intérieur de la couche  $\Omega_3$  croît avec l'épaisseur du guide  $d_3$ , passe par un maximum et diminue ensuite. Comme la valeur du module carré du facteur de transmission  $|t_{14}|^2$  dépend de la valeur du module carré du champ électrique  $|E_3(x,z)|^2$  à l'interface  $\Omega_3/\Omega_4$  du guide, elle suit dans son comportement celui de  $|E_3^{\max}(x)|^2$ .

Pour comprendre l'allure de la distribution  $|E_3^{\max}(x)|^2$  en fonction de l'épaisseur du guide  $d_3$ , négligeons pour l'instant la présence du prisme. Dans ce cas la distribution du champ dans des milieux  $\Omega_2$ ,  $\Omega_3$  et  $\Omega_4$  se simplifie. Explicitement, elle est donnée par [Tien 71]:

$$E_2(x,z) = E_3^{\max}(x) \cos(\Phi_{32}) e^{-kb_2(d_2-z)} \quad (\text{III.B.7.-22.})$$

$$E_3(x,z) = E_3^{\max}(x) \cos(kp_3(z-d_{\max})) \quad (\text{III.B.7.-23.})$$

$$E_4(x,z) = E_3^{\max}(x) \cos(\Phi_{34}) e^{-kb_4(z-d_2-d_3)} \quad (\text{III.B.7.-24.})$$

où  $E_3^{\max}(x)$  correspond au sommet du profil du champ électrique et  $d_{\max}$  à sa position en  $z$  (voir Figure III.B.7.-5.). Calculons ensuite le flux d'énergie  $F(x)$  par unité de longueur  $e_y$  se propageant le long de l'axe  $e_x$ . En intégrant la composante  $e_x$  du vecteur de Poynting de  $z=-\infty$  à  $z=+\infty$  on trouve à partir des formules (III.B.7.-22.) - (III.B.7.-24.) que le flux  $F(x)$  est proportionnel à:

$$F(x) \propto |E_3^{\max}(x)|^2 d_{eff} \quad (\text{III.B.7.-25.})$$

avec la quantité  $d_{eff}$  - l'épaisseur effective du guide d'onde - donné par:

$$d_{eff} = d_3 + (kb_2)^{-1} + (kb_4)^{-1} \quad (\text{III.B.7.-26.})$$

Les champs évanescents à l'extérieur du guide contribuent au flux  $F(x)$ . De ce fait, c'est l'épaisseur effective  $d_{eff}$  - plus grande que l'épaisseur du guide  $d_3$  - qui

intervient dans (III.B.7.-25.) et non pas l'épaisseur du guide  $d_3$  tout seule. On remarque que les deux contributions supplémentaires,  $(kb_2)^{-1}$  et  $(kb_4)^{-1}$ , correspondent aux longueurs de décroissance des champs évanescents dans le gap et dans le vide respectivement.

L'origine du comportement du profil du champ électrique  $E_3(x,z)$  à travers la couche  $\Omega_3$  en fonction de l'épaisseur du guide  $d_3$ , montré dans la Figure III.B.7.-5., s'explique donc. A puissance incidente et couplage entre le faisceau incident et le guide d'onde fixe, le flux  $F$  reste constant. Dans ce cas, le module carré du sommet du profil du champ électrique  $|E_3^{\max}(x)|^2$  est d'après (III.B.7.-25.) inversement proportionnel à l'épaisseur effective  $d_{eff}$ . L'amplification du champ électrique  $E_3(x,z)$  dû à la compression de la lumière dans la couche  $\Omega_3$  est donc déterminée par l'épaisseur effective  $d_{eff}$  et non pas par l'épaisseur du guide  $d_3$  toute seule. Dans la Figure III.B.7.-5.a. est tracé l'épaisseur effective  $d_{eff}$  en fonction de l'incidence  $\beta$ . On voit que pour l'incidence  $\beta$  proche de sa valeur minimale  $n_2$ , l'épaisseur effective  $d_{eff}$  diverge: les champs évanescents s'étalent profondément dans les milieux voisins du guide et déterminent quasiment entièrement la valeur de  $d_{eff}$ . Inversement, si l'incidence  $\beta$  s'approche de sa valeur maximale  $n_3$ , l'épaisseur effective  $d_{eff}$  coïncide approximativement avec l'épaisseur accordée du guide  $d_3$  qui diverge pour  $\beta = n_3$ . Dans les deux cas l'épaisseur effective est élevée ce qui fait que le module carré du sommet de la distribution du champ électrique  $|E_3^{\max}(x)|^2$  est faible (Figures III.B.7.-5.b. et III.B.7.-5.g.). Entre ces deux extrêmes, l'épaisseur effective passe par un minimum rendant la valeur de  $|E_3^{\max}(x)|^2$  maximale (III.B.7.-5.e.). Comme la valeur du module carré du champ électrique à l'interface  $\Omega_3/\Omega_4$  du guide dépend de la valeur de  $|E_3^{\max}(x)|^2$ , celle-ci se comporte de la même manière, variant également comme  $d_{eff}^{-1}$ .

La même argumentation reste valable pour le guide d'onde en présence du prisme. En vue d'une amplification importante il faut donc choisir une épaisseur du guide  $d_3$  pour laquelle la position de résonance  $\beta_0^p$  correspondante rend l'épaisseur effective  $d_{eff}$  minimale. Nous revenons sur ce point dans la partie III.C. dans laquelle nous discutons les propriétés de deux systèmes de deux couches réalisés dans notre laboratoire.



## 8. Lien entre les signaux de la lumière réfléchie et les caractéristiques du système de deux couches

Dans cette section nous regroupons les résultats des sections précédentes nécessaires pour déduire de la courbe de résonance de la réflectivité du système en fonction de l'angle d'incidence  $\vartheta_1$  les paramètres caractéristiques du système, notamment son amplification maximale. Ces résultats sont valables dans la limite d'une onde plane incidente, dans le régime du faible couplage  $h \ll 1$  et si les pertes par aller-retour du champ électrique à travers le guide d'onde sont petites devant l'unité  $p \ll 1$ . Nous commençons par un bref rappel de la notation des quantités dont nous nous servons dans ce paragraphe (section III.B.8.a.), puis nous discutons le lien entre la courbe de résonance de la réflectivité et les paramètres caractéristiques du système, notamment son amplification maximale (partie III.B.8.b.).

### a. Notation

Revenons sur la réflectivité  $|r'_{14}|^2$  du système, analysée dans la partie III.B.5. Elle décrit l'intensité d'une onde plane réfléchie par le système de deux couches en fonction de l'angle d'incidence  $\vartheta_1$ . Dans le régime de faible couplage  $h \ll 1$  et si les pertes par aller-retour à travers la couche  $n_3$  sont petites devant 1, elle a été approchée par:

$$|r'_{14}|^2 = 1 - c \frac{\Delta\vartheta_1^2}{(\vartheta_1 - \vartheta_1^{res})^2 + \Delta\vartheta_1^2} \quad (\text{III.B.8.-1.})$$

Dans (III.B.8.-1.),  $\vartheta_1^{res}$  représente la position centrale de la courbe de résonance,  $\Delta\vartheta_1$  sa demi-largeur à mi-hauteur, et  $c$  le terme d'adaptation de couplage, introduit en III.B.5. :

$$c = \frac{4pk^2 f}{(h^2 f + p)^2} \quad (\text{III.B.8.-2.})$$

• Remarque

Dans (III.B.8.-1.) nous avons exprimé la réflectivité  $|r'_{14}|^2$  en fonction de l'angle d'incidence  $\vartheta_1$ , de l'angle de résonance  $\vartheta_1^{res}$  et de la demi-largeur à mi-hauteur  $\Delta\vartheta_1$ . En revanche, dans III.B.5. nous avons écrit la réflectivité  $|r'_{14}|^2$  sous la forme:

$$|r'_{14}|^2 = 1 - c \frac{\Delta\beta'^2}{(\beta - \beta_0^p)^2 + \Delta\beta'^2} \quad (\text{III.B.8.-3.})$$

en l'exprimant en fonction de l'incidence  $\beta$ , de la position de résonance  $\beta_0^p$  et de la demi-largeur à mi-hauteur  $\Delta\beta'$ . En effet, ces deux expressions sont identiques, les deux quantités  $\Delta\beta'$  et  $(\beta - \beta_0^p)$  étant liées à respectivement  $\Delta\vartheta_1$  et  $(\vartheta_1 - \vartheta_1^{res})$  par:

$$\Delta\beta' = n_1 \cos \vartheta_1^{res} \Delta\vartheta_1 \quad (\text{III.B.8.-4.})$$

$$(\beta - \beta_0^p) = n_1 \cos \vartheta_1^{res} (\vartheta_1 - \vartheta_1^{res}) \quad (\text{III.B.8.-5.})$$

L'expression (III.B.8.-1.) a l'avantage par rapport à l'expression (III.B.8.-3.) de s'exprimer en fonction d'une quantité - l'angle d'incidence  $\vartheta_1$  - qu'on mesure directement dans l'expérience.

Dans (III.B.8.-2.), le terme  $h^2 f$  représente la fraction de la lumière incidente couplée vers le guide d'onde et le terme  $p$  les pertes dans la couche  $\Omega_3$  (pour une discussion de ces termes voir la partie III.B.6.). Explicitement, les deux termes s'écrivent sous la forme (voir III.B.6.):

$$k^2 f = e^{-2kb_2 d_2} (2 \sin 2\Phi_{12} \sin 2\Phi_{32}) \quad (\text{III.B.8.-6.})$$

$$p = \left( \frac{2b_2}{p_3^2 + b_2^2} + \frac{2b_4}{p_3^2 + b_4^2} + 2kd_3 \right) p_3'' \quad (\text{III.B.8.-7.})$$

où la partie réelle  $p_3'$  et la partie imaginaire  $p_3''$  de la quantité  $p_3 = p_3' + ip_3''$  sont données par (voir III.B.4.):

$$p_3' = \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ (n_3^2 - n_3'^2 - \beta^2) + \sqrt{(n_3^2 - n_3'^2 - \beta^2)^2 + 4n_3^2 n_3''^2} \right\}} \quad (\text{III.B.8.-8.})$$

$$p_3'' = \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ -(n_3^2 - n_3'^2 - \beta^2) + \sqrt{(n_3^2 - n_3'^2 - \beta^2)^2 + 4n_3^2 n_3''^2} \right\}} \quad (\text{III.B.8.-9.})$$

Dans (III.B.8.-6.) - (III.B.8.-9.),  $k$  correspond au module du vecteur d'onde dans le vide  $k = \omega / c$ , l'incidence  $\beta$  est liée à l'angle d'incidence  $\vartheta_1$  par  $\beta = n_1 \sin \vartheta_1$ ,  $d_2$  représente l'épaisseur du gap,  $d_3$  celle du guide d'onde et  $n_3'$  et  $n_3''$  désignent respectivement la partie réelle et la partie imaginaire de l'indice de réfraction du guide d'onde  $n_3 = n_3' + in_3''$ . Dans (III.B.8.-6.) et (III.B.8.-7.) les quantités  $b_j$  et  $\Phi_{jk}$  s'expriment en cas de la réflexion totale du faisceau incident à la base du prisme en fonction des indices  $n_j$  des quatre milieux  $\Omega_j$  et de l'incidence  $\beta$  par:

$$b_2 = \sqrt{\beta^2 - n_2^2}$$

$$b_4 = \sqrt{\beta^2 - n_4^2} \quad (\text{III.B.8.-10.})$$

$$\Phi_{3k} = \arctan(b_k / p_3') \quad k = 2, 4 \quad (\text{III.B.8.-11.})$$

$$\Phi_{12} = \arctan(b_2 / p_1) \quad (\text{III.B.8.-12.})$$

avec  $p_1 = n_1 \cos \vartheta_1$ .

### b. Lien entre l'amplification et la réflectivité du système

La courbe de résonance de la réflectivité du système  $|r'_{14}|^2$  (III.B.8.-1.) a été tracée dans la Figure III.B.5.-1. C'est le complément d'une lorentzienne, centrée à  $\vartheta_1 = \vartheta_1^{res}$ , avec demi-largeur à mi-hauteur  $\Delta\vartheta_1$ , dont la valeur à résonance vaut:

$$|r'_{min}|^2 = 1 - c \quad (III.B.8.-13.)$$

Dans (III.B.8.-13.),  $c$  désigne le terme d'adaptation de couplage, donné en (III.B.8.-2.). L'expression (III.B.8.-1.) de la réflectivité  $|r'_{14}|^2$  sera utilisée dans les sections III.C.1. et III.C.2. pour ajuster les courbes expérimentales, obtenues en mesurant l'intensité du faisceau laser réfléchi en fonction de l'angle d'incidence. On déduit de l'ajustement des courbes expérimentales par l'expression (III.B.8.-1.) trois quantités, notamment la valeur minimale  $|r'_{min}|^2$ , la demi-largeur à mi-hauteur  $\Delta\vartheta_1$  et l'angle centrale  $\vartheta_1^{res}$  de la courbe de résonance. En se servant des relations suivantes (voir III.B.5.):

$$|r'_{min}|^2 = 1 - c = \left( \frac{h^2 f - p}{h^2 f + p} \right)^2 \quad (III.B.8.-14.)$$

$$\Delta\vartheta_1 = \frac{1}{\chi n_1 \cos \vartheta_1^{res}} (h^2 f + p) \quad (III.B.8.-15.)$$

on peut ensuite lier la largeur  $\Delta\vartheta_1$ , l'angle de résonance  $\vartheta_1^{res}$  et la valeur minimale  $|r'_{min}|^2$  de la courbe de résonance au facteur du couplage  $h^2 f$  et aux pertes  $p$  dans le guide. Plus précisément, à l'aide des expressions (III.B.8.-14.) et (III.B.8.-15.) les facteurs  $h^2 f$  et  $p$  s'expriment en fonction de  $\Delta\vartheta_1$ ,  $\vartheta_1^{res}$  et de  $|r'_{min}|^2$  dans le cas où  $p < h^2 f$  sous la forme:

$$h^2 f = \frac{\chi}{2} n_1 \cos \vartheta_1^{res} \Delta\vartheta_1 (1 + \sqrt{|r'_{min}|^2}) \quad (III.B.8.-16.a.)$$

$$p = \frac{\chi}{2} n_1 \cos \vartheta_1^{res} \Delta\vartheta_1 (1 - \sqrt{|r'_{min}|^2}) \quad (III.B.8.-17.a.)$$

Dans le cas où  $p > h^2 f$  les quantités  $h^2 f$  et  $p$  en fonction de  $\Delta\vartheta_1$ ,  $\vartheta_1^{res}$  et de  $|r'_{min}|^2$  sont données par:

$$h^2 f = \frac{\chi}{2} n_1 \cos \vartheta_1^{res} \Delta\vartheta_1 (1 - \sqrt{|r'_{min}|^2}) \quad (\text{III.B.8.-16.b.})$$

$$p = \frac{\chi}{2} n_1 \cos \vartheta_1^{res} \Delta\vartheta_1 (1 + \sqrt{|r'_{min}|^2}) \quad (\text{III.B.8.-17.b.})$$

La fonction  $\chi$  dans (III.B.8.-15.) - (III.B.8.-17.) est donnée par la relation (voir III.B.2.):

$$\chi = -\frac{\partial \psi}{\partial \beta} = 2 \frac{\beta}{p_3} \left( k d_3 + \frac{1}{b_2} + \frac{1}{b_4} \right) \quad (\text{III.B.8.-18.})$$

Elle varie lentement en fonction des indices des quatre milieux, de l'épaisseur du guide d'onde et de l'angle d'incidence  $\vartheta_1$ . Il est donc approprié de l'évaluer à la position centrale de la courbe de résonance  $\vartheta_1^{res}$  et en utilisant les paramètres nominaux du système de deux couches, c'est à dire en utilisant les valeurs indiquées par le constructeur des couches.

En reportant les facteurs  $h^2 f$  et  $p$  ainsi déduites des mesures expérimentales dans l'expression du module carré du facteur de transmission à résonance, donnée par la relation (voir III.B.4.):

$$|t'_{max}|^2 = 4\gamma \frac{h^2 f}{(h^2 f + p)^2} \quad (\text{III.B.8.-19.})$$

on obtient finalement l'amplification maximale du système en fonction des quantités  $|r'_{min}|^2$ ,  $\Delta\vartheta_1$  et  $\vartheta_1^{res}$ . Dans le cas où  $p < h^2 f$  on obtient:

$$|t'_{max}|^2 = 2 \frac{\gamma}{\chi n_1 \cos \vartheta_1^{res} \Delta\vartheta_1} (1 + \sqrt{|r'_{min}|^2}) \quad (\text{III.B.8.-20.a.})$$

tandis que dans le cas où  $p > h^2 f$  l'amplification maximale du système est donnée par:

$$|r'_{\max}|^2 = 2 \frac{\gamma}{\chi n_1 \cos \vartheta_1^{res} \Delta \vartheta_1} (1 - \sqrt{|r'_{\min}|^2}) \quad (\text{III.B.8.-20.b.})$$

La fonction  $\gamma$  dans (III.B.8.-20.) est explicitement donnée par:

$$\gamma = 2 \frac{\tan \Phi_{32}}{\tan \Phi_{12}} \cos^2 \Phi_{34} \quad (\text{III.B.8.-21.})$$

avec  $\Phi_{jk}$  donné en (III.B.8.-11.) et (III.B.8.-12.). A l'instar de la fonction  $\chi$ , les quantités  $\Phi_{jk}$  dans (III.B.8.-21.) varient lentement en fonction des indices des quatre milieux et de  $\vartheta_1$ . Il suffit donc de les évaluer à l'angle de résonance  $\vartheta_1^{res}$  et en employant les paramètres nominaux du système.

La courbe de résonance de la réflectivité du système (III.B.8.-1.) est le complément de la courbe de résonance du module carré du facteur de transmission  $|t'_{14}|^2$  (voir (III.B.4.-33.)):

$$|t'_{14}|^2 = |r'_{\max}|^2 \frac{\Delta \vartheta_1^2}{(\vartheta_1 - \vartheta_1^{res})^2 + \Delta \vartheta_1^2} \quad (\text{III.B.8.-22.})$$

On constate donc avec (III.B.8.-1.), (III.B.8.-20.) et (III.B.8.22.) que tous les paramètres qui déterminent l'amplification du système  $|t'_{14}|^2$  sont principalement accessibles à partir de la mesure de la réflectivité  $|r'_{14}|^2$  en mesurant l'intensité du faisceau réfléchi en fonction de l'angle d'incidence.

• Remarques

1. Suivant (III.B.8.-17.), la mesure de l'intensité du faisceau réfléchi permet d'estimer les pertes par aller-retour dans le guide d'onde  $p$ .
2. A l'aide de (III.B.8.-16.) et (III.B.8.-17.) il est possible de déterminer si les pertes par aller-retour  $p$  l'emportent sur le couplage  $h^2 f$  du faisceau incident vers le guide ou si au contraire  $h^2 f \gg p$ .

## C. Systèmes de deux couches minces: Etude expérimentale

Dans cette partie nous analyserons deux systèmes de deux couches minces qui ont été étudiés dans notre laboratoire. Nous présenterons d'abord leurs propriétés techniques puis des résultats des expériences menées pour estimer le facteur d'amplification pour chacun de ces systèmes.

La manière la plus naturelle pour mesurer le facteur d'amplification d'un système donné est de sonder l'amplitude du champ évanescent directement dans le vide à proximité de l'interface  $\Omega_3/\Omega_4$  et de la comparer avec l'amplitude de ce champ en l'absence des couches. Comme sonde, on peut utiliser ou bien des atomes, dont la fraction réfléchie permet de remonter au module carré du champ évanescent au niveau de l'interface  $\Omega_3/\Omega_4$  [Esslinger 93, Feron 93, Seifert 94] ou bien la pointe d'une fibre optique plongée dans l'onde évanescente [Marti 93]. Notons néanmoins que la dernière technique peut fortement perturber le champ évanescent au cours de la mesure. Il est donc plus difficile d'en extraire des informations quantitatives [Salomon 91, Labani 90]. Quant à une évaluation à l'aide des atomes il s'agit d'une étude en soi, dont on souhaiterait pouvoir comparer les résultats à une mesure optique indépendante.

Nous avons donc eu recours à une méthode optique indirecte, basée sur les signaux du faisceau laser réfléchi [Kaiser 94]. Par analogie avec des mesures de type "m-lines" [Tien 69, Tien 70, Tamir 71, Shah 83] une analyse détaillée de la phase ou de l'amplitude du faisceau laser réfléchi permet de connaître les paramètres significatifs du système qui à leur tour déterminent le facteur d'amplification du système [Pelletier 89]. Notons que les mesures présentées ici sont réalisées dans un régime où le faisceau laser incident peut être considéré comme une onde plane incidente. Il est donc légitime de comparer les résultats expérimentaux avec les formules de la partie III.B. et en particulier de se servir de la méthode d'analyse du système présentée dans la section III.B.8. Notons de plus qu'une autre mesure pour déterminer le facteur d'amplification du système exploitant les signaux du champ électrique transmis à l'interface  $\Omega_3/\Omega_4$  du guide sera discutée dans le chapitre IV.

Nous présenterons ces études pour deux prototypes aux caractéristiques différentes, visant à des coefficients d'amplification de l'ordre de 100 et de 1000 respectivement.

# 1. Système de première génération [Kaiser 94]

## a. Caractéristiques du système

L'ensemble du prisme avec les deux couches minces diélectriques est montré dans la Figure III.C.1.-1.

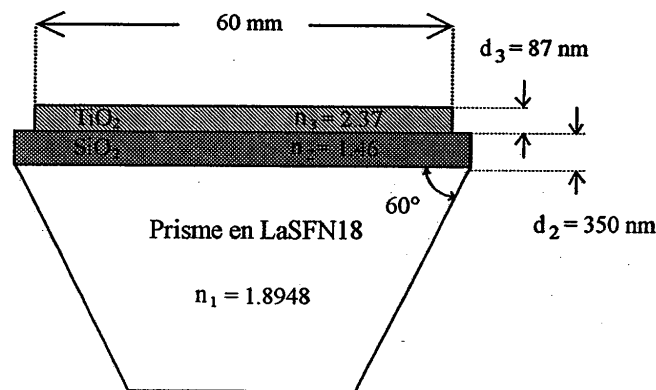


Figure III.C.1.-1. Schéma du premier prototype de deux couches minces étudié dans notre laboratoire. Sur le prisme, on trouve successivement la couche de  $SiO_2$  (épaisseur  $d_2 = 350 \text{ nm}$ , indice  $n_2 = 1.46$ ) et le guide d'onde en  $TiO_2$  (épaisseur  $d_3 = 87 \text{ nm}$ , indice  $n_3 = 2.37$ ). Le prisme est en verre LaSFN18 dont l'indice à  $\lambda = 780 \text{ nm}$  vaut  $n_1 = 1.8948$ .

Le prisme est en verre LaSFN18 dont l'indice de réfraction en fonction de la longueur d'onde optique  $\lambda$  est donné par [IOTA 93]:

$$n_1 = 1.8948 - 6 \cdot 10^{-5}(\lambda - 780) \quad (\text{III.C.1.-1.})$$



avec  $\lambda$  mesuré en nm. Au-dessus du prisme est déposé le gap en silice, d'indice faible (valeur nominale  $n_2 = 1.46$  à  $\lambda = 780 \text{ nm}$ ) dont l'épaisseur nominale vaut 350 nm. Enfin, on trouve le guide d'onde en oxyde de Titane ( $TiO_2$ ) de haut indice (valeur nominale  $n_3 = 2.37$  à  $\lambda = 780 \text{ nm}$ ); son épaisseur nominale vaut 87 nm.

#### $\alpha$ . Indices de réfraction des couches minces

D'après la littérature, les indices de réfraction du gap et du guide d'onde diffèrent des indices dans des matériaux massifs correspondants [Macleod 82]. Cela est dû au fait que, suivant la technique de fabrication utilisée, la structure microscopique des couches minces peut être très différente de la structure du matériau brut [Flory 89]. Par exemple, la valeur de l'indice dans un bloc en silice fondue synthétique  $SiO_2$  vaut habituellement  $n_2 = 1.45$  à  $\lambda = 780 \text{ nm}$  [Melles Griot]. A l'intérieur d'une couche mince déposée par évaporation thermique ou par dépôt assisté par faisceau d'ions (I.A.D.), il vaut 1.46 ou 1.49 respectivement. De même, l'indice de  $TiO_2$  est compris entre 2.5 et 2.8 à 780 nm dans le rutile massif [Rigneault 93] tandis que dans le cas d'évaporation thermique il vaut 2.37, et dans une couche obtenue par I.A.D. il est approché par la formule:

$$n_3 = \sqrt{1 + \frac{4.29\lambda^2}{\lambda^2 - 52113}} \quad (\text{III.C.1.-2.})$$

et vaut 2.387 à  $\lambda = 780 \text{ nm}$ .

#### $\beta$ . Epaisseur du guide d'onde

Sur la Figure III.C.1.-2., nous avons tracé l'épaisseur  $d_3$  du guide d'onde pour les modes  $TE_{m=0}$ ,  $TE_{m=1}$  et  $TM_{m=0}$  en fonction de l'incidence  $\beta = n_1 \sin \vartheta_1$  avec les valeurs nominales de la Figure III.C.1.-1. (pour une discussion de la condition de résonance qui lie l'épaisseur du guide et l'incidence  $\beta = n_1 \sin \vartheta_1 = n_3 \sin \vartheta_3$  voir la partie

III.B.7.). Avec une épaisseur  $d_3 = 87 \text{ nm}$  ( $d_3 / \lambda = 0.11$ ) on voit que l'unique résonance permise correspond au mode  $TE_{m=0}$ . La valeur de  $\beta$  correspondante est 1.692 ce qui conduit à un angle d'incidence à résonance de  $\vartheta_1 = 63.23^\circ$ .

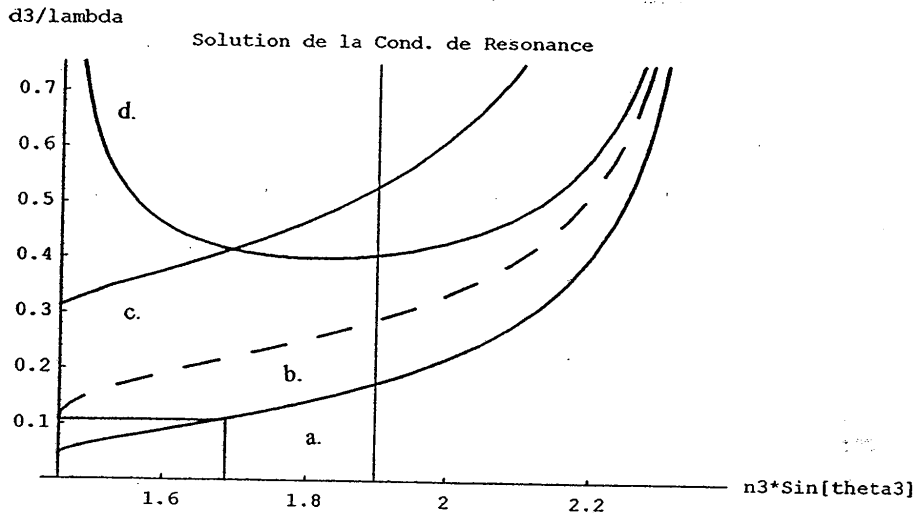


Figure III.C.1.-2. Epaisseurs  $d_3$  et épaisseur effective  $d_{eff}$  du guide d'onde en unités de la longueur d'onde optique en fonction de  $\beta$  pour des paramètres de la Figure III.C.1.-1. La longueur d'onde optique est  $\lambda = 780 \text{ nm}$ . Les courbes a., b., c. donnent les épaisseurs  $d_3$  correspondant aux modes  $TE_{m=0}$ ,  $TE_{m=1}$ ,  $TM_{m=0}$ . La courbe d. trace l'épaisseur effective  $d_{eff}$  pour le mode  $TE_{m=0}$ . Pour une épaisseur du guide  $d_3 = 87 \text{ nm}$ , seul le mode  $TE_{m=0}$  peut être propagé dans le guide d'onde. L'angle d'incidence à résonance vaut dans ce cas  $\vartheta_1 = 63.23^\circ$  ( $\beta = 1.692$ ). Dans ce cas, l'épaisseur effective du mode  $TE_{m=0}$  est encore proche de son minimum rendant l'amplification en fonction de l'épaisseur du guide optimale. (Voir la discussion dans la partie III.B.7.b.).

Nous avons tracé de plus sur la Figure III.C.1.-2. l'épaisseur effective  $d_{eff}$  du mode  $TE_{m=0}$ . A  $\beta = 1.692$  on voit que  $d_{eff}$  est encore proche de son minimum. Cela rend l'amplitude du champ dans le guide d'onde et donc aussi celle dans l'onde évanescente maximale comme commenté dans la partie III.B.7.b. La longueur de décroissance du champ évanescente dans le vide vaut dans ce cas  $(kb_4)^{-1} = 91 \text{ nm}$ .

$\gamma$ . Epaisseur du gap: facteur de transmission prévu en l'absence de pertes

En choisissant l'épaisseur du gap à  $d_2 = 350 \text{ nm}$  le module carré du facteur de transmission à résonance se calcule numériquement, en négligeant les pertes dans le guide d'onde et avec les paramètres nominaux du système indiqués dans la Figure (III.C.1.-1.), à  $|t_{\max}|^2 = 187$ . La demi-largeur à mi-hauteur de la courbe de résonance vaut dans ce cas à  $\Delta\theta_1 = 0.18^\circ$ .

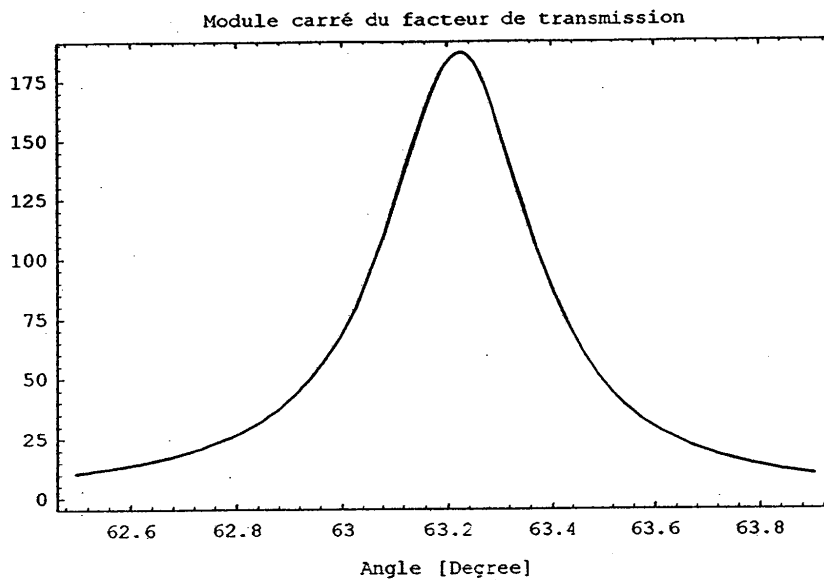


Figure III.C.1.-3. Module carré du facteur de transmission  $|t_{14}|^2$  en fonction de l'angle d'incidence  $\theta_1$  pour les valeurs nominales du système de la Figure III.C.1.-1. Le sommet est situé à  $\theta_1^{res} = 63.23^\circ$  et vaut  $|t_{\max}|^2 = 187$  et la demi-largeur de la courbe de résonance correspond à  $\Delta\theta_1 = 0.18^\circ$ . Pour tracer la courbe, l'expression non-approchée de la section III.B.2. est utilisée en prenant les pertes nulles.

### δ. Rugosité des interfaces du guide d'onde: facteur de transmission prévu en présence des pertes dans le guide

Pour pouvoir estimer les pertes dans le système, nous nous appuyons sur un modèle dans lequel les pertes sont causées par la diffusion de la lumière aux interfaces du guide d'onde [Braginsky 89]. En suivant le critère de Rayleigh, la diffusion aux interfaces du guide est due à la rugosité des surfaces de la couche  $n_3$ , c'est à dire due à la variance des modulations spatiales de l'interface autour de la valeur moyenne [Tien 71].

En général, le critère de Rayleigh permet de lier la puissance d'un faisceau incident  $P_{inc}$  à la puissance du faisceau réfléchi  $P_{refl}$  après la réflexion sur une interface rugueuse. Dans le rapport entre  $P_{refl}$  et  $P_{inc}$  le critère fait intervenir le carré de la rugosité de l'interface sur laquelle le faisceau est réfléchi. Explicitement,  $P_{refl}$  s'écrit en fonction de  $P_{inc}$  selon ce critère sous la forme [Tien 71]:

$$P_{refl} = (1 - (2n k \sigma)^2 \cos^2 \vartheta) P_{inc} \quad (\text{III.C.1.-3.})$$

où  $\sigma$  représente la rugosité de l'interface,  $n$  l'indice de réfraction du milieu dans lequel se propage le faisceau et  $\vartheta$  l'angle d'incidence.

En cas du système de deux couches, la puissance  $P'_{inc}$  après un aller-retour de l'onde électromagnétique à travers le guide en fonction de la puissance juste avant l'aller-retour  $P_{inc}$  en tenant compte de la diffusion de la lumière sur les deux interfaces de la couche  $n_3$  est avec (III.C.1.-3.) donnée par:

$$P_{refl} = (1 - 2(2n_3 k \sigma_3)^2 \cos^2 \vartheta_3) P_{inc} \quad (\text{III.C.1.-4.})$$

où  $\sigma_3$  représente la rugosité de surface de la couche  $n_3$ . Dans (III.C.1.-4.) nous avons supposé que la rugosité  $\sigma_3$  est la même sur les deux interfaces du guide.

En effet, l'atténuation de la puissance  $P_{inc}$  au cours d'un aller-retour de l'onde électromagnétique à travers le guide a été déjà estimé dans la section III.B.4. par une autre méthode. Dans cette section nous avons supposé que les pertes dans la couche  $n_3$  sont causées par l'absorption de l'onde électromagnétique pendant son chemin de zigzag à travers la couche  $n_3$ . Pour modéliser l'absorption nous avons introduit une

partie imaginaire  $n_3''$  dans l'indice de réfraction  $n_3$  du guide. Dans ce cas, l'atténuation de la puissance  $P_{inc}$  après un aller-retour de l'onde électromagnétique à travers le guide, a été calculé à (voir les expressions (III.B.4.-12.) et (III.B.4.-15.)):

$$P_{refl} = (1 - 2p)P_{inc} \quad (\text{III.C.1.-5.})$$

où  $p$  est lié à l'indice imaginaire  $n_3''$  de la couche  $n_3$  par les relations (III.B.4.-3.), (III.B.4.-6.) et (III.B.4.-15.).

Notons que les expressions (III.C.1.-4.) et (III.C.1.-5.), désignant dans les deux cas l'atténuation de la puissance après un aller-retour de l'onde électromagnétique à travers le guide, permettent de lier la rugosité de surface  $\sigma_3$  à la partie imaginaire  $n_3''$  de l'indice  $n_3$  du guide. En mesurant la rugosité de surface du guide on a donc un moyen d'estimer la valeur de la quantité  $n_3''$ . En reportant la valeur de  $n_3''$  ainsi obtenue dans l'expression non-approchée du module carré du facteur de transmission  $|t_{14}'|^2$  de la section III.B.2. (formule (III.B.2.-13.)) et en traçant l'expression  $|t_{14}'|^2$  en fonction de l'angle d'incidence il est alors possible d'obtenir l'amplification maximale du système à résonance en incluant les pertes dans le guide d'onde dans l'analyse.

Dans cet esprit, une mesure a été faite pour déterminer la rugosité de surface  $\sigma_3$  du guide. En admettant que les variations des interfaces du guide répliquent les variations de la surface du prisme, on s'est borné à une mesure de la rugosité de surface  $\sigma_1$  de la base du prisme. Par une mesure hétérodyne à l'aide de l'interféromètre Zygo, Heterodyne Profiler, Model 5500, basée sur l'interférence entre deux faisceaux laser dont l'un est balayé sur la surface du prisme et l'autre reste focalisé sur un endroit fixe de la base servant ainsi comme référence, on a mesuré une rugosité de surface de la base du prisme correspondant à  $\sigma_1 = 0.4 \text{ nm}$  avec une résolution et une reproductibilité à mieux que  $0.1 \text{ \AA}$  [Smythe 87]. En se servant des formules (III.C.1.-4.) et (III.C.1.-5), une rugosité de surface  $\sigma_1 = \sigma_3 = 0.4 \text{ nm}$  correspond à une valeur de pertes par aller-retour à travers le guide de  $p = 4.8 * 10^{-5}$  correspondant à une partie imaginaire de l'indice de réfraction du guide qui vaut  $n_3'' = 1.34 * 10^{-5}$  (formules (III.B.4.-3.) et (III.B.4.-15.)).

Tenant compte d'un indice imaginaire  $n_3'' = 1.34 * 10^{-5}$  dans l'expression non-approchée du module carré du facteur de transmission, nous prévoyons un maximum à résonance de  $|t_{max}'|^2 = 185$ . Cette valeur est très voisine de la valeur prévue en l'absence des pertes (Figure III.C.1.-3.). Quant à la demi-largeur à mi-hauteur de la courbe de résonance de la Figure III.C.1.-4. elle reste inchangée à l'échelle de la figure ( $\Delta\theta_1 = 0.18^\circ$ ) par rapport à celle de la courbe de résonance de la Figure III.C.1.-3.

Comme commenté en III.B.4., le changement de l'angle d'incidence est de l'ordre de  $O(p^2)$ , donc négligeable pour le système de deux couches considéré ( $p = 4.8 \cdot 10^{-5}$ ).

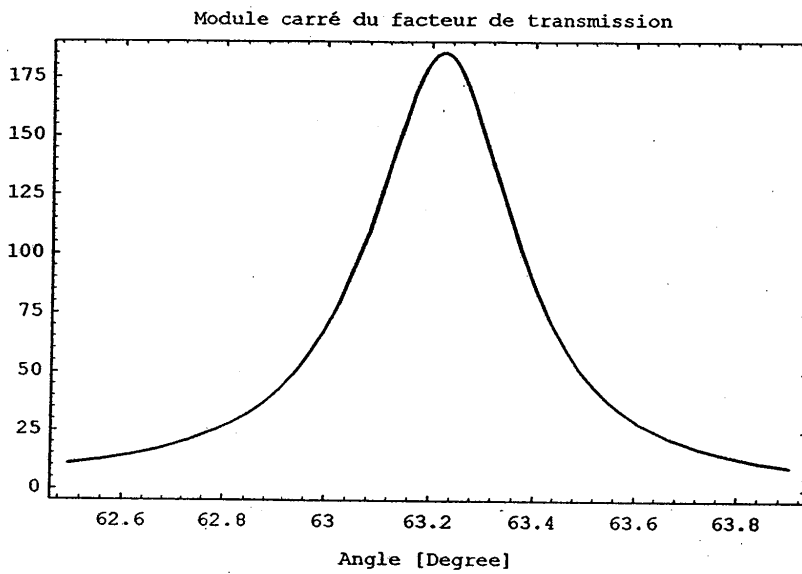


Figure III.C.1.-4. Module carré du facteur de transmission  $|t_{14}|^2$  en fonction de l'angle d'incidence  $\vartheta_1$  avec les paramètres de la Figure III.C.1.-1. La courbe est tracée en utilisant l'expression non-approchée de  $t_{14}$  (voir formule (III.B.2.-13.)) en employant un indice de réfraction du guide d'onde  $n_3$  possédant une partie imaginaire  $n_3^i = 1.34 \cdot 10^{-5}$ . Celui-ci simule l'atténuation du champ électrique au cours de son chemin de zigzag à travers le guide d'onde par l'absorption volumique. Le sommet de la courbe à  $\vartheta_1^{res} = 63.23^\circ$  et la demi-largeur à mi-hauteur de la courbe de résonance correspondent à  $|t'_{max}|^2 = 185$  et  $\Delta\vartheta_1 = 0.18^\circ$  respectivement (comparer à la Figure III.C.1.-3. tracée dans l'hypothèse des pertes nulles).

• Remarques

1.) Notons qu'avec une partie imaginaire de l'indice du guide  $n_3' = 1.34 * 10^{-5}$ , correspondant à une valeur des pertes de  $p = 4.8 * 10^{-5}$ , l'épaisseur du gap pour laquelle le système est adapté en impédance vaut  $d_2^{eq} = 760 \text{ nm}$  (voir l'expression (III.B.6.-20.)). L'épaisseur du gap retenue  $d_2 = 350 \text{ nm}$  est donc très inférieure à  $d_2^{eq}$ , le terme d'adaptation de couplage  $c$  ne valant que  $c = 0.035$  dans ce cas. Dans ce régime, le régime de pertes faibles  $p \ll k^2 f$ , le sommet et la largeur de la courbe de résonance de l'amplification du système ne se distinguent que très peu suivant qu'on tient compte ou non des pertes dans le guide (voir la discussion dans la partie III.B.6.). Cela se confirme en comparant les courbes de résonance des Figures III.C.1.-3. et III.C.1.-4.

2.) L'atténuation de la puissance du champ électromagnétique se propageant dans le guide en direction  $e_x$  (en  $dB/cm$ ) est d'après la référence [Tien 71] lié à la rugosité de surface  $\sigma_3$  des interfaces du guide par la relation suivante:

$$\text{attenuation (dB/cm)} = 2.17 * (2n_3 k \sigma_3)^2 \left( \frac{\cos^3 \vartheta_3}{\sin \vartheta_3} \right) \frac{1}{d_{eff}} \quad (\text{III.C.1.-6.})$$

Dans (III.C.1.-6.),  $d_{eff}$  correspond à l'épaisseur effective du guide d'onde en cm. Avec une rugosité de surface de  $\sigma_3 = 0.4 \text{ nm}$  et une épaisseur effective  $d_{eff} = 320 \text{ nm}$ , l'atténuation de la puissance le long  $e_x$  se calcule à  $8 \text{ dB/cm}$ .

## b. Principe de la mesure

Dans l'approche indirecte que nous avons retenue pour déterminer l'amplification du système nous nous intéressons aux signaux du faisceau laser réfléchi. Le schéma du montage de l'expérience est montré dans la Figure III.C.1.-5. Après avoir subi une réflexion totale à la base du prisme, le faisceau laser réfléchi est détecté par une photodiode PD2. Suivant la polarisation du faisceau incident les signaux enregistrés sont liés à l'intensité ou à la phase du faisceau réfléchi.

T  
E  
C  
H  
N  
I  
C  
I  
E  
N  
T  
I  
E  
L  
E  
S

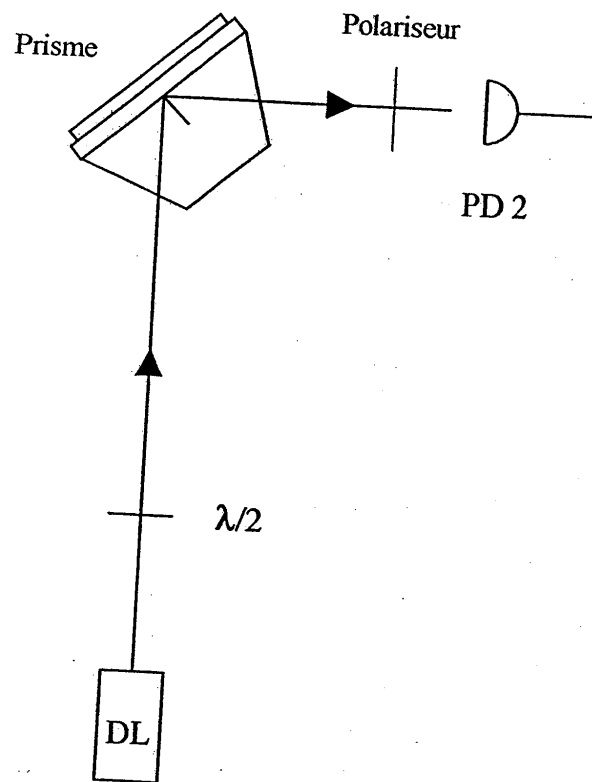


Figure III.C.1.-5. Schéma du montage expérimental. Le faisceau laser incident est réfléchi par le système de deux couches. La lumière réfléchie est détectée par la photodiode PD2. La polarisation du faisceau incident, linéaire à la sortie de la diode laser, est tournée à l'aide d'une lame demi-onde ( $\lambda/2$ ). Le polariseur P est utilisé dans l'expérience d'interférence de polarisation pour faire interférer les deux composantes TE et TM du faisceau après la réflexion (voir texte).



### $\alpha$ . Mesure de l'intensité du faisceau réfléchi par le système de deux couches

Lorsque le faisceau laser incident est polarisé TE les signaux détectés par la photodiode PD2 sont proportionnels au module carré du coefficient de réflexion  $|r'_{14}|^2$  analysé dans les parties III.B.5. - III.B.7. de ce chapitre. En tournant le prisme autour d'un axe perpendiculaire au plan d'incidence, passant par le point d'attaque du faisceau laser à la base du prisme, on obtient après une normalisation appropriée la courbe de résonance  $|r'_{14}|^2$  en fonction de l'angle d'incidence  $\vartheta_1$  (pour un exemple voir la Figure III.C.1.-12. plus loin). Reproduire cette courbe expérimentale à partir d'un calcul ab initio en utilisant l'expression non-approchée du module carré du coefficient de réflexion  $|r'_{14}|^2$  (section III.B.3.) permet de connaître l'épaisseur du gap  $d_2$ , l'épaisseur du guide d'onde  $d_3$  ainsi l'indice imaginaire du guide  $n_3''$ . En reportant les mêmes paramètres dans l'expression non-approchée du module carré du facteur de transmission  $|t'_{14}|^2$  (section III.B.2.) on peut alors estimer l'amplification du système [Kaiser 94]. Notons que la multitude des paramètres rend la recherche de la solution de  $|r'_{14}|^2$  qui reproduit la courbe expérimentale difficile. Notre procédé consiste donc de trouver d'abord une solution approchée près des valeurs nominales du système indiquées par le constructeur. L'incertitude sur l'amplification maximale  $|r'_{\max}|^2$  est ensuite estimée en variant chaque paramètre indépendamment en observant son influence sur la valeur  $|r'_{\max}|^2$ . Cela sera commenté plus en détail dans la section III.C.1.d.

Une autre approche pour caractériser le système de deux couches consiste à tirer profit des expressions approchées du facteur de transmission  $t'_{14}$  et du coefficient de réflexion  $r'_{14}$  dérivées dans les sections III.B.4. et III.B.5. de ce chapitre. On a vu dans ces parties que dans la limite du faible couplage  $h \ll 1$ , vérifié dans le cas du premier échantillon ( $h = 0.09$ ), les modules carrés de  $t'_{14}$  et de  $r'_{14}$  sont approchés par des lorentziennes dont la demi-largeur à mi-hauteur  $\Delta\vartheta_1$  et l'angle de résonance  $\vartheta_1^{res}$  sont les mêmes. De plus, il a été montré dans la partie III.B.8. que la valeur maximale du module carré du facteur de transmission  $|t'_{\max}|^2$  est liée à la valeur minimale  $|r'_{\min}|^2$ , à la demi-largeur à mi-hauteur  $\Delta\vartheta_1$  et à l'angle central  $\vartheta_1^{res}$  de la courbe de résonance du module carré du coefficient de réflexion  $|r'_{14}|^2$  (voir (III.B.8.-20.)). Ces dernières trois quantités sont accessibles à partir de la mesure de l'intensité du faisceau réfléchi en fonction de l'angle d'incidence  $\vartheta_1$ . Nous présenterons cette approche dans la section III.C.1.d.

### β. Mesure de la phase du faisceau réfléchi par le système de deux couches

En cas où la polarisation du faisceau incident est linéaire, mais tournée à  $45^\circ$  par rapport au plan d'incidence, on peut se servir d'un polariseur installé à la sortie du prisme pour étudier les phases relatives des polarisations TE et TM après la réflexion [Hänsch 80] (Figure III.C.1.-7.). Pour le voir notons que dans cette configuration la polarisation du faisceau incident peut être décomposé en une composante TM et une composante TE (voir Figure III.C.1.-6.). Le champ électrique polarisé TE est amplifié autour de l'angle de résonance tandis la composante TM reste à peu près constant autour de cette résonance. En balayant l'angle d'incidence  $\vartheta_1$  à travers la résonance du système, la partie du faisceau laser polarisée TE subit donc un changement de phase d'environ  $2\pi$ , tandis que la partie du faisceau polarisée TM est réfléchi comme si le prisme était couvert d'un milieu à indice  $n_2$  seul. La phase de TM change très peu à travers la résonance. En orientant l'axe du polariseur perpendiculaire (ou parallèle) à la polarisation du faisceau incident (voir Figure III.C.1.-6.) on fait interférer les deux composantes de polarisation [Hänsch 80]. En se servant de la composante TM comme référence on peut ainsi déterminer la variation de la phase de la composante TE. De la même manière comme dans le cas du coefficient de réflexion  $|r_{14}|^2$ , la reproduction de cette courbe à partir d'un calcul ab initio ou à partir d'une expression approchée dans la limite  $h \ll 1$  permet de connaître les paramètres du système qui à leur tour déterminent le module carré du facteur de transmission  $|t_{14}|^2$ . On dispose ainsi des deux mesures qui permettent indépendamment de déterminer les caractéristiques du système et donc l'amplification maximale du système à résonance  $|t_{14}|^2$ .

Pour analyser le principe de l'expérience d'interférence des polarisations TE et TM plus en détail, écrivons le champ électrique incident  $E_i$  dans le milieu  $\Omega_1$  avant la réflexion à la base du prisme sous la forme [Jones 56]:

$$E_i = E_1 \begin{pmatrix} \sin \alpha \\ \cos \alpha \end{pmatrix} = E_1 (\sin \alpha \varepsilon_{TE} + \cos \alpha \varepsilon_{TM}) \quad (\text{III.C.1.-7.})$$

où  $E_1$  correspond à l'amplitude du champ électrique incident et  $\alpha$  à l'angle entre la polarisation de  $E_i$  et le plan d'incidence (voir Figure III.C.1.-6.). Les vecteurs unitaires  $\varepsilon_{TE}$  et  $\varepsilon_{TM}$  désignent respectivement les axes de polarisation TE et TM. Avec  $\alpha = 45^\circ$ , le champ électrique  $E_i'$  après la réflexion par le système de deux couches est donné par:

$$E_i' = \frac{1}{\sqrt{2}} E_1 \begin{pmatrix} r e^{-2i\Phi_{12}^{TE} + i\delta} \\ e^{-2i\Phi_{12}^{TM}} \end{pmatrix} \quad (\text{III.C.1.-8.})$$

où les termes  $-2\Phi_{12}^{TE} + \delta$  et  $-2\Phi_{12}^{TM}$  désignent respectivement le changement de phase de la composante TE et TM dû à la réflexion totale à la base du prisme et le terme  $r$  l'atténuation de l'amplitude de la composante TE lors de la réflexion.

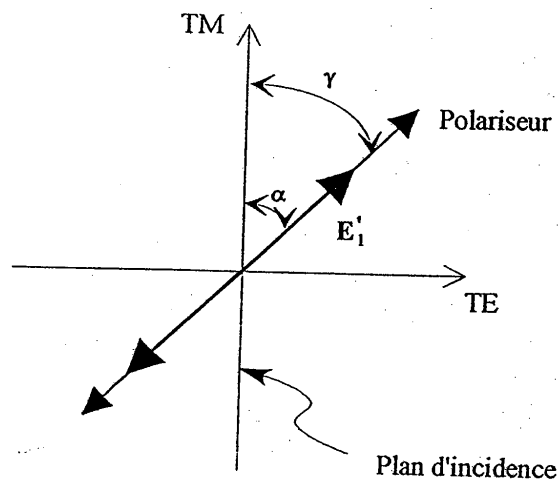


Figure III.C.1.-6. Schéma de l'expérience de l'interférence de polarisation. La polarisation du faisceau laser incident est à  $\alpha = 45^\circ$  par rapport au plan d'incidence. Elle se compose à part égale d'une composante à polarisation TE et d'une composante à polarisation TM. L'axe du polariseur P à la sortie du prisme est tourné tel que  $\gamma = -45^\circ$  ou  $\gamma = +45^\circ$  par rapport au plan d'incidence.

En l'absence des pertes dans le guide  $r$  vaut 1, tandis qu'en présence des pertes nous avons approché le terme  $r$  dans le régime du faible couplage  $h \ll 1$  par (voir (III.B.8.-1.)):

$$|r(\vartheta_1)| = \left( 1 - c \frac{\Delta\vartheta_1^2}{(\vartheta_1 - \vartheta_1^{res})^2 + \Delta\vartheta_1^2} \right)^{1/2} \quad (\text{III.C.1.-9.})$$

où  $\Delta\vartheta_1$  et  $\vartheta_1^{res}$  décrivent respectivement la demi-largeur à mi-hauteur et la position centrale de la courbe de résonance de  $|r_{14}|^2$  et  $c$  correspond au terme d'adaptation de couplage (voir (III.B.8.-2.)). Les facteurs  $-2\Phi_{12}^{TE}$  et  $-2\Phi_{12}^{TM}$  représentent le changement de phase TE et TM pour un prisme recouvert d'un milieu  $n_2$  seul (voir III.B.2.). Ils varient peu en balayant  $\vartheta_1$  à travers la résonance. Le terme  $\delta$  décrit le déphasage supplémentaire de la composante TE lorsqu'elle couple dans le système de deux couches, variant approximativement d'un facteur  $2\pi$  autour de la résonance. Dans le régime du faible couplage  $h \ll 1$  et pour  $p < h^2 f$ , nous avons approché  $\delta$  (III.B.5.-10.) par:

$$\delta(\vartheta_1) = \Phi_p(\vartheta_1) + \Phi'_p(\vartheta_1) \quad (\text{III.C.1.-10.})$$

avec les phases  $\Phi_p(\vartheta_1)$  et  $\Phi'_p(\vartheta_1)$  respectivement données par:

$$\Phi_p(\vartheta_1) = \arctan \left( \frac{\Delta\vartheta_1}{(\vartheta_1 - \vartheta_1^{res})} \right) \quad (\text{III.C.1.-11.})$$

$$\Phi'_p(\vartheta_1) = \arctan \left( \sqrt{1-c} \frac{\Delta\vartheta_1}{(\vartheta_1 - \vartheta_1^{res})} \right) \quad (\text{III.C.1.-12.})$$

Le champ  $E_1''$  se propage et traverse ensuite le polariseur P (voir Figure III.C.1.-7.). A la sortie du polariseur, le champ électrique s'écrit sous la forme:  $E_1''' = P E_1''$ . Son module carré est finalement enregistré par la photodiode PD2. L'effet du polariseur peut être décrit par une matrice donnée par [Jones 56]:

$$P = \begin{pmatrix} \sin^2 \gamma & \cos \gamma \sin \gamma \\ \cos \gamma \sin \gamma & \cos^2 \gamma \end{pmatrix} \quad (\text{III.C.1.-13.})$$

Dans (III.C.1.-13.)  $\gamma$  désigne l'angle entre l'axe du polariseur et le plan d'incidence (voir Figure III.C.1.-6.). Avec  $\gamma = 45^\circ$  (donc parallèle à polarisation du champ incident), le signal détecté par la photodiode correspond à:

$$|E_1'''|^2 = \frac{1}{4} |E_1''|^2 (1 + r^2 + 2r \cos(2\Phi_{12}^{TE} - 2\Phi_{12}^{TM} - \delta(\vartheta_1))) \quad (\text{III.C.1.-14.})$$

Le changement rapide dans (III.C.1.-14.) de la phase  $\delta$  de la polarisation TE en balayant l'angle d'incidence  $\vartheta_1$  autour la résonance conduit à une courbe d'interférence en forme de résonance (pour un exemple voir la Figure III.C.1.-10. plus loin). Les termes  $\Phi_{12}^{TE}$  et  $\Phi_{12}^{TM}$  dans (III.C.1.-14.) contribuent essentiellement à rendre la courbe asymétrique. Remarquons que pour  $\gamma = -45^\circ$ , où l'axe du polariseur est perpendiculaire à la polarisation du faisceau incident, le signal suit la forme complémentaire:

$$|E_1'''|^2 = \frac{1}{4}|E_1|^2(1+r^2-2r \cos(2\Phi_{12}^{TE}-2\Phi_{12}^{TM}-\delta(\vartheta_1))) \quad (\text{III.C.1.-15.})$$

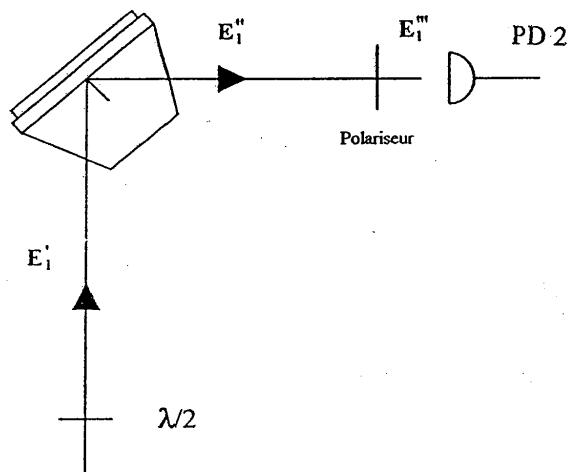


Figure III.C.1.-7. Après la réflexion par le système de deux couches le champ électrique  $E_1''$  traverse le polariseur P qui fait interférer les deux composantes TE et TM du faisceau réfléchi (champ  $E_1''$ ). Le champ  $E_1'''$  est ensuite détecté par la photodiode PD2.

• Remarque

Notons que la largeur de la courbe de résonance du signal d'interférence de polarisation ne correspond pas à la largeur de la courbe de résonance de la réflectivité  $|r'_{14}|^2$  du système. En effet, la demi-largeur à mi-hauteur de la lorentzienne  $|r'_{14}|^2$  est dans le régime du faible couplage  $h \ll 1$  donnée par la quantité  $\Delta\vartheta_1$  (voir l'expression (III.B.8.-1.)) tandis que la demi-largeur à mi-hauteur du signal d'interférence de polarisation est déterminée par la vitesse de variation du déphasage rapide  $\delta(\vartheta_1)$  apparaissant dans l'expression (III.C.1.-14.). Si  $p < h^2 f$ , celle-ci est d'après (III.C.1.-10.) - (III.C.1.-12.) fixée par les deux termes  $\Delta\vartheta_1$  et  $\sqrt{1-c} \Delta\vartheta_1$  et dépend de ce fait du terme d'adaptation de couplage c.

### c. Montage expérimental

#### α. Dispositif expérimental

Le schéma du montage expérimental est montré sur la Figure III.C.1.-8. Le prisme est placé sur un plateau optique rotatif, tournant autour d'un axe perpendiculaire au plan d'incidence. Le plateau optique est réglable en hauteur et suivant deux axes dans le plan d'incidence. Cela permet de fixer le point d'illumination du faisceau laser sur la base du prisme et la position de l'axe autour de laquelle le prisme est pivoté. Le faisceau laser sort d'une diode laser (diode laser Sharp LT024MF à double hétérojonction). Il est focalisé à 7 m en aval de la sortie de la diode. La taille du faisceau au niveau du prisme à  $e^{-2}$  de l'intensité maximale vaut 2.6 mm. Elle est déterminée par le waist  $w_0$  du laser ( $w_0 = 0.47 \text{ mm}$ ) et la distance  $z$  entre le prisme et la position du waist du faisceau ( $z = 5 \text{ m}$ ). La polarisation du faisceau à la sortie de la diode laser est linéaire. A  $T = 20^\circ$  et un courant d'injection de la diode  $I_{DL} = 55 \text{ mA}$ , la longueur d'onde de la diode laser correspond à  $\lambda = 785.8 \text{ nm}$  et la puissance à 20 mW. Entre la diode laser et le prisme est placée une séparatrice qui enlève 4% de la puissance du faisceau incident. La lumière transmise par la séparatrice est détectée par une photodiode PD1. Elle sert à normaliser la puissance lumineuse incidente sur le prisme au cours des mesures. En aval de la séparatrice est placée la lame demi-onde ( $\lambda/2$ ) avec laquelle la polarisation du faisceau incident est tournée à  $90^\circ$  ou  $45^\circ$  par rapport au plan d'incidence pour les mesures respectivement de l'intensité et de la phase du faisceau réfléchi. A la sortie du prisme est positionné la deuxième photodiode

PD2 qui détecte les signaux du faisceau réfléchi. Un laser HeNe sert à faciliter le réglage optique.

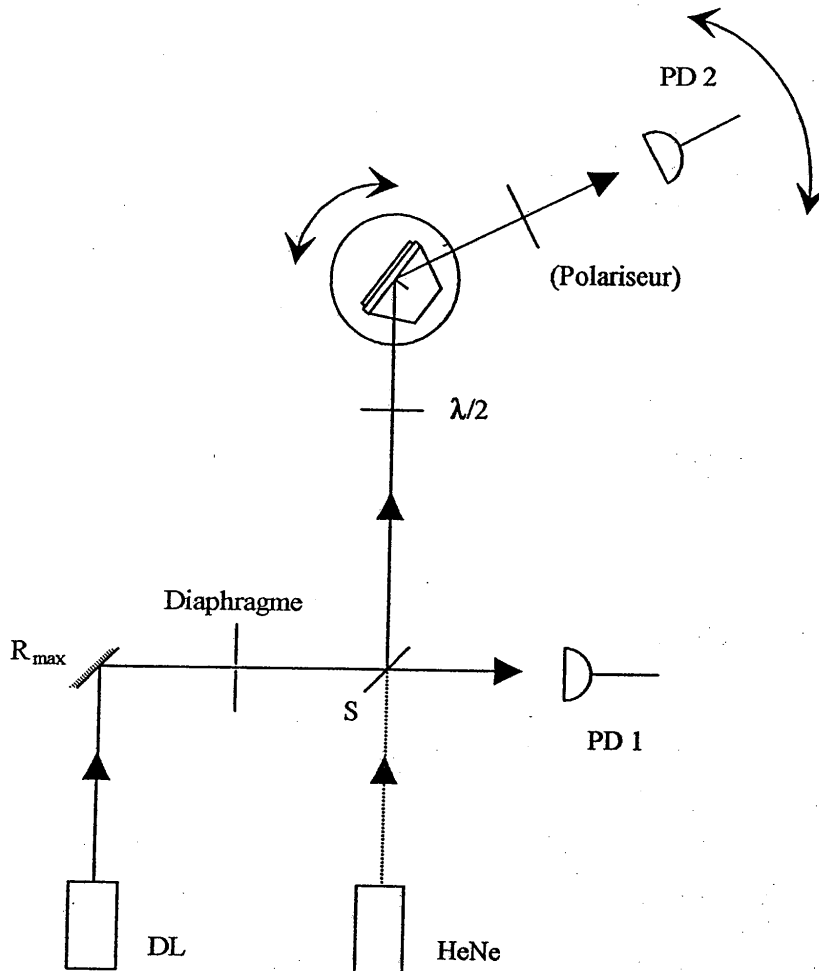


Figure III.C.1.-8. Schéma du montage expérimental. Le prisme est placé sur un plateau optique rotatif. La lumière du faisceau incident sort d'une diode laser et traverse la séparatrice S et la lame demi-onde  $\lambda/2$  avant d'arriver au niveau du prisme. Après la réflexion par le système de deux couches, le faisceau est détecté par la photodiode PD2. Les signaux de PD2 sont normalisés à l'aide de la photodiode PD1. Un laser HeNe facilite le réglage optique.

Le plateau optique est tourné à l'aide d'un moteur pas à pas Microcontrolle avec une résolution de  $1/100^\circ$ . Cela est suffisant pour résoudre les courbes de résonance de la première génération des couches (demi-largeur à mi-hauteur  $\Delta\vartheta_1 = 0.18^\circ$ ). Néanmoins, la résolution angulaire de l'appareil devient critique lorsque la demi-largeur de la courbe de résonance est de l'ordre de  $0.01^\circ$  (cas de la deuxième génération des couches, voir la partie III.C.2.). Les signaux de la photodiode PD2 en fonction de l'angle d'incidence  $\vartheta_1$  sont enregistrées par un système d'enregistrement automatisé. Un signal typique est montré plus loin, dans les Figures III.C.1.-10. et III.C.1.-12.

### $\beta$ . Positionnement du prisme

Le positionnement précis du prisme est réalisé de la manière suivante: Le prisme est d'abord orienté grossièrement à l'aide des déplacements en translation du plateau optique pour que l'axe autour duquel le prisme est pivoté soit perpendiculaire au plan d'incidence et coïncide avec le point d'illumination du laser sur la base du prisme. Cela assure que ce point ne se déplace pas en tournant le plateau optique. Le plateau est ensuite orienté pour que le faisceau laser arrive en incidence normale à la face d'entrée du prisme. Cette position d' "autocollimation" permet un réglage fin de la position du prisme en superposant le faisceau, réfléchi par la face d'entrée, avec le faisceau incident. La superposition de deux faisceaux est contrôlée à l'aide d'un diaphragme placé entre la diode laser et la séparatrice (voir Figure III.C.1.-8.). En admettant que la face d'entrée n'est pas inclinée par rapport à la base (vérifié à  $0.02^\circ$ ), le réglage par autocollimation garantit d'une manière précise que la base et l'axe de rotation du prisme sont perpendiculaires au plan d'incidence. Avec un angle de  $60^\circ$  entre la base et la face d'entrée (voir Figure III.C.1.-1.), cette position correspond à un angle d'incidence de  $30^\circ$  du faisceau à la base du prisme. Cette position sert donc aussi à définir une position absolue de l'angle d'incidence  $\vartheta_1$ .

### $\gamma$ . Réglage de la polarisation du faisceau laser incident

Pour définir la direction de la polarisation du faisceau laser par rapport au plan d'incidence, nous procédons de la manière suivante: le prisme est d'abord tourné pour que l'angle d'incidence du faisceau  $\vartheta_1$  soit proche de l'angle de résonance  $\vartheta_1^{res}$  du mode  $TE_{m=0}$  obtenu à partir du calcul. La lame demi-onde  $\lambda/2$  est ensuite tournée



autour de l'axe optique (défini par le faisceau incident) jusqu'à ce que la diffusion de la lumière sur l'interface  $\Omega_3/\Omega_4$  de la couche  $n_3$  annonce l'entrée en résonance du système. En tournant le prisme avec le plateau rotatif et en tournant la lame  $\lambda/2$  autour de l'axe optique ce signal est optimisé. Dans le cas de diffusion maximale de la lumière sur l'interface  $\Omega_3/\Omega_4$  du guide, on suppose que l'angle d'incidence correspond à l'angle de résonance du système, et la polarisation du faisceau correspond à la polarisation TE (en notant qu'uniquement le mode  $TE_{m=0}$  peut être excité dans le guide pour les deux systèmes de deux couches réalisés). La polarisation TM ou la polarisation  $45^\circ$  par rapport au plan d'incidence (polarisation "TE/TM", voir Figure III.C.1.-7.), sont obtenues en tournant simplement la lame demi-onde respectivement de  $45^\circ$  ou  $22.5^\circ$  par rapport à la position trouvée.

#### 8. Divergence du faisceau laser

La divergence  $\Delta\alpha$  du faisceau laser hors de la zone de Rayleigh ( $z \gg \pi w_0^2/\lambda$ ) est liée à la longueur d'onde optique et du waist  $w_0$  du faisceau par la relation suivante [Self 83]:

$$\Delta\alpha = \frac{\lambda}{\pi w_0} \quad (\text{III.C.1.-16})$$

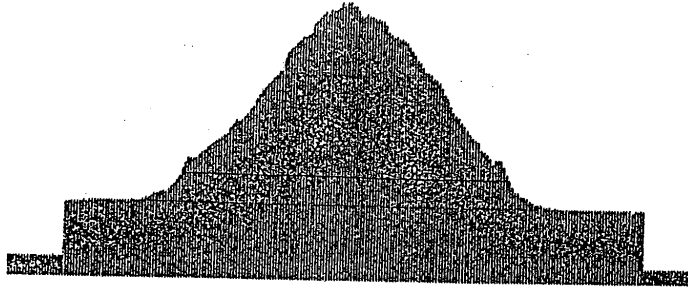
Pour obtenir la valeur du waist  $w_0$  dans le plan d'incidence nous avons effectué une série de mesures du profil d'intensité du faisceau à plusieurs distance  $D$  de la diode laser (Figure III.C.1.-9.). On trouve ainsi à  $\lambda = 785.8 \text{ nm}$  une divergence de  $\Delta\alpha = 0.52 \text{ mrad}$ . Avec la demi-largeur à mi-hauteur de la courbe de résonance valant  $\Delta\theta_1 = 0.18^\circ = 3.1 \text{ mrad}$  on vérifie la condition  $\Delta\alpha \ll \Delta\theta_1$  montrant que l'approximation d'une onde plane incidente est raisonnable.

Loin de la zone de Rayleigh, le waist  $w(z)$  s'écrit sous la forme [Self 83]:

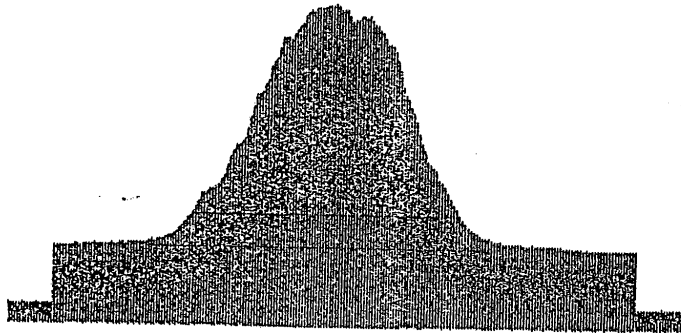
$$w(z) = \frac{\lambda z}{\pi w_0} \quad (\text{III.C.1.-17.})$$

où la distance  $z$  est mesurée par rapport au col du faisceau. A une distance  $D=2\text{ m}$  entre la diode laser et le prisme ( $z=5\text{ m}$ ), le diamètre du faisceau laser au niveau du prisme à  $e^{-2}$  de l'intensité maximale correspond donc à  $5.2\text{ mm}$ .

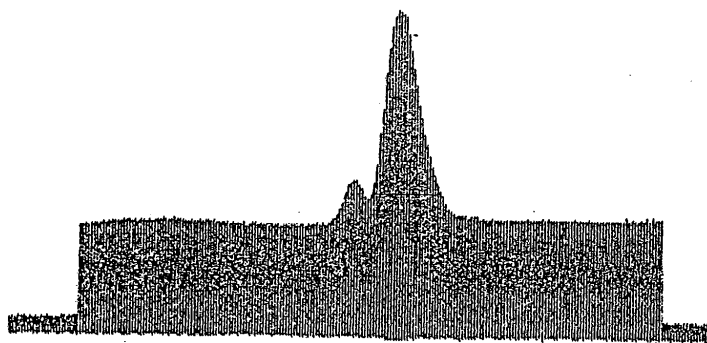
a.



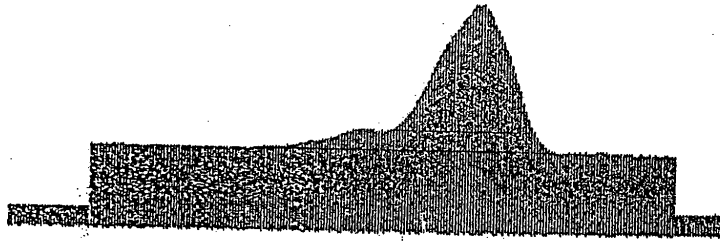
b.



c.



d.



e.

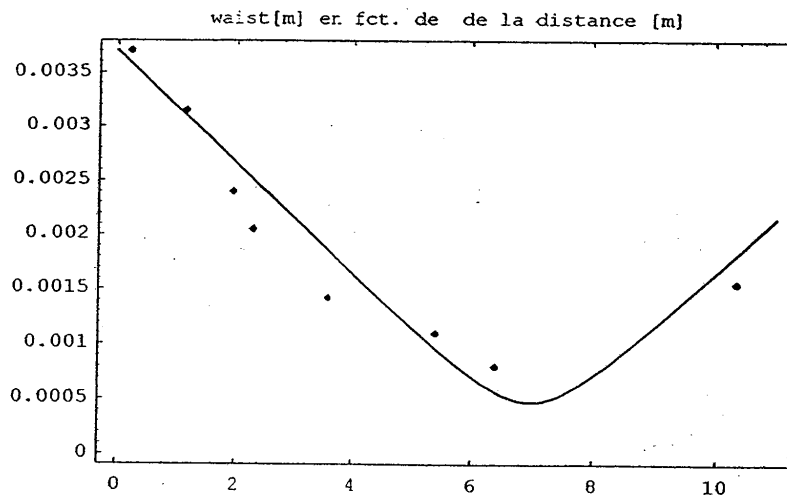


Figure III.C.1-9. Profil d'intensité de la diode laser dans le plan d'incidence à plusieurs distance  $D$  de la sortie de la diode: a.: 22 cm, b.: 115 cm, c.: 640 cm, d.: 1035 cm. Les valeurs à  $e^{-2}$  de l'intensité maximale sont tracées en fonction de  $D$  dans la courbe e. L'ajustement des points expérimentaux donne un waist de  $w_0 = 0.47 \text{ mm}$  à une distance  $D = 7 \text{ m}$  en aval de la diode laser, correspondant à une divergence  $\Delta\alpha = 0.52 \text{ mrad}$ .

#### d. Résultats expérimentaux et interprétations

##### α. Détermination du facteur de transmission à partir des expressions non-approchées

###### i.) Mesure de la phase du faisceau réfléchi

La Figure III.C.1.-10. montre la courbe de résonance enregistrée par la photodiode PD2 dans le cas où le faisceau laser est polarisé à  $45^\circ$  par rapport au plan d'incidence. Le polariseur devant PD2 à la sortie du prisme est parallèle à la polarisation du faisceau incident (voir Figure III.C.1.-5.). On obtient alors le signal d'interférence des polarisations TE et TM discuté ci-dessus en III.C.1.b.β. L'asymétrie de la courbe est causée par des déphasages lents de TE et TM (voir équation (III.C.1.-14.)). Sur la même Figure est tracée l'expression théorique du signal d'interférence (III.C.1.-14.) en utilisant les valeurs nominales du système à  $\lambda = 785.8 \text{ nm}$ , à savoir  $n_1 = 1.8944$ ,  $n_2 = 1.46$ ,  $n_3 = 2.37$ ,  $d_2 = 350 \text{ nm}$  et  $d_3 = 87 \text{ nm}$ . On voit que les deux courbes sont décalées.

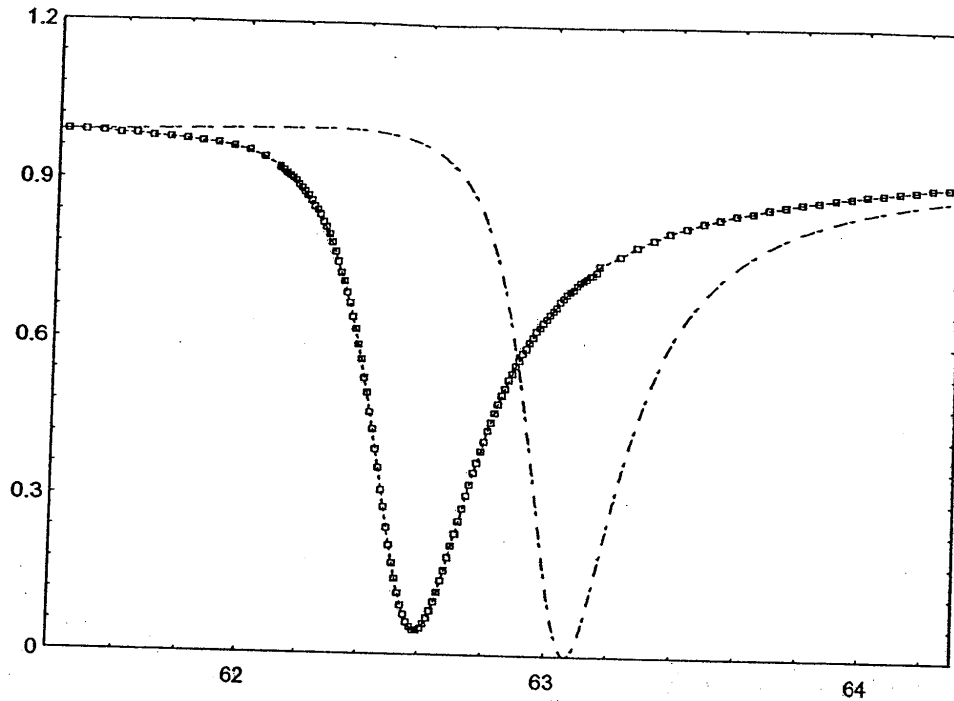


Figure III.C.1.-10. Signal d'interférence des polarisations TE et TM. L'allure résonnante du signal est dû au changement rapide de la phase de la composante TE lors de la réflexion en balayant l'angle d'incidence  $\vartheta_1$  à travers la résonance. L'angle de résonance est situé à  $\vartheta_1^{res} = 62.6^\circ$ . Les carrés représentent les données expérimentales et la courbe en traits correspond à l'expression théorique (III.C.1.-14.). Elle est tracée avec des valeurs nominales du système. La courbe théorique est ajustée en hauteur pour qu'elle s'accorde aux données expérimentales hors résonance.

Pour superposer la courbe théorique avec la courbe expérimentale il faut alors ajuster les paramètres du système. Pour ramener l'angle de résonance de la courbe théorique vers l'angle de résonance de la courbe expérimentale il suffit de changer l'épaisseur du guide d'onde de  $d_3 = 87 \text{ nm}$  à  $d_3 = 85.58 \text{ nm}$ . Le résultat est montré dans la Figure III.C.1.-11. On voit, que les deux courbes présentent la même allure et sont

superposées sur une grande partie autour de la résonance. La légère différence qui persiste peut s'expliquer en partie par d'autres paramètres qui ne sont pas ajustés et qui diffèrent dans le système réel par rapport au système modélisé avec des paramètres nominaux.

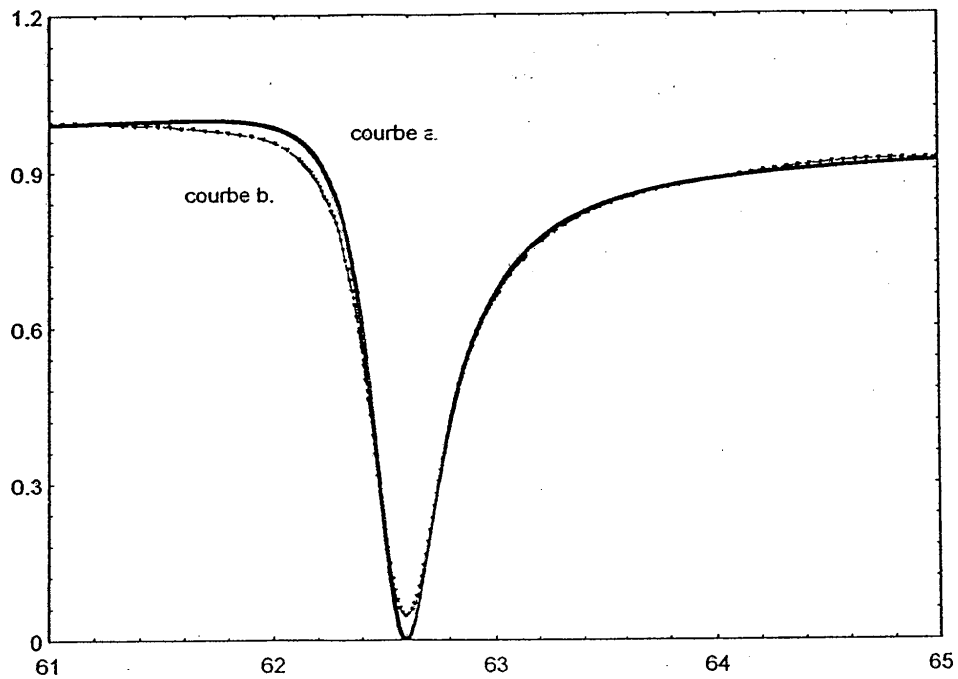


Figure III.C.1.-11. Signal d'interférence des polarisations TE et TM. Le changement d'épaisseur du guide d'onde de  $d_3 = 87 \text{ nm}$  à  $d_3 = 85.58 \text{ nm}$  déplace l'angle de résonance de la courbe théorique à  $\theta_1 = 62.6^\circ$ . Les autres paramètres restent inchangés par rapport aux valeurs nominales du système.

ii.) Mesure de l'intensité du faisceau réfléchi

Sur la Figure III.C.1.-12. on présente le signal de la photodiode PD2 lorsque le faisceau incident est polarisé TE. La courbe montre l'intensité du faisceau réfléchi en fonction de l'angle d'incidence  $\vartheta_1$ . Le signal est donc proportionnel au module carré du coefficient de réflexion  $|r'_{14}|^2$ . En utilisant les paramètres de la Figure III.C.1.-12. nous avons tracé l'expression théorique non-approchée de la réflectivité du système  $|r'_{14}|^2$  (expression (III.B.3.-2.)) pour différentes valeurs de l'indice imaginaire  $n_3''$  de la couche  $n_3$ . Le creux à résonance de la courbe expérimentale est reproduit par la courbe théorique pour un indice imaginaire correspondant à  $n_3'' = 3.8 \cdot 10^{-5}$ . Par l'intermédiaire des formules (III.B.4.-3.) - (III.B.4.5.), cela conduit à une valeur des pertes par aller-retour du champ électrique à travers le guide d'onde qui vaut  $p = 1.31 \cdot 10^{-4}$ .

Avec l'épaisseur du guide d'onde et la partie imaginaire de l'indice de réfraction du guide changées respectivement à  $d_3 = 85.58 \text{ nm}$  et  $n_3'' = 3.8 \cdot 10^{-5}$  - les autres paramètres restant inchangés par rapport aux valeurs nominales du système - on a ainsi trouvé un jeu de paramètres où les expressions théoriques sont en bon accord avec les données expérimentales. Utilisant les mêmes paramètres nous avons tracé dans la Figure III.C.1.-13. le module carré du facteur de transmission  $|t'_{14}|^2$  à partir de l'expression théorique non-approchée de  $|t'_{14}|^2$  de la section III.B.2. D'après la Figure III.C.1.-13. la valeur maximale de l'amplification du système  $|t'_{14}|^2$  correspond à:

$$|t'_{\max}|^2 = 165 \quad (\text{III.C.1.-18.})$$

• Remarque

Notons la différence (d'un facteur 2.8) entre l'indice imaginaire  $n_3''$  du guide d'onde estimé à partir de la mesure de la rugosité de surface de la base du prisme et celui déduit du creux du module carré du coefficient de réflexion  $|r'_{14}|^2$  de la Figure III.C.1.-12. Les pertes dans le guide d'onde déduites de la mesure de l'intensité du faisceau réfléchi sont plus élevées que celles estimées à partir de la mesure de la rugosité de surface du prisme.

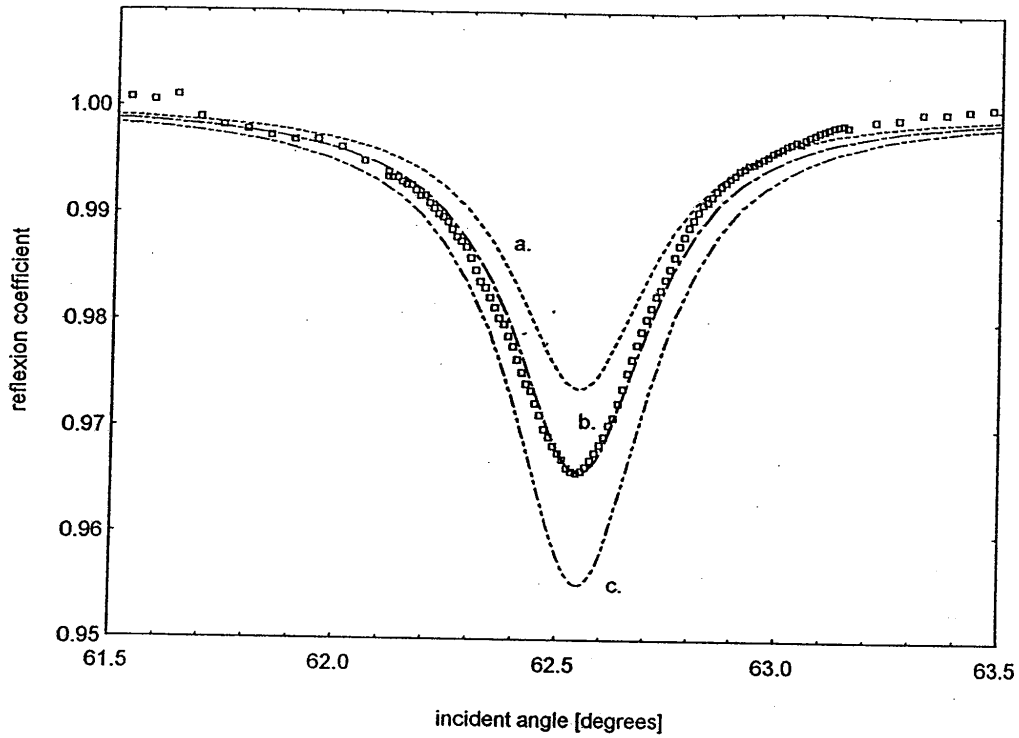


Figure III.C.1.-12. Module carré du coefficient de réflexion en fonction de l'angle d'incidence  $\theta_1$  pour le faisceau laser incident polarisé TE. Les carrés représentent les données expérimentales et les courbes en traits correspondent à l'expression théorique non-approchée  $|r_4|^2$  pour trois valeurs différentes de la partie imaginaire de l'indice de réfraction du guide: a.:  $n_3^i = 2.9 \cdot 10^{-5}$ , b.:  $n_3^i = 3.8 \cdot 10^{-5}$ , c.:  $n_3^i = 5.0 \cdot 10^{-5}$ . L'épaisseur du guide correspond à  $d_3 = 85.58 \text{ nm}$ . Les autres paramètres restent inchangés par rapport aux valeurs nominales.



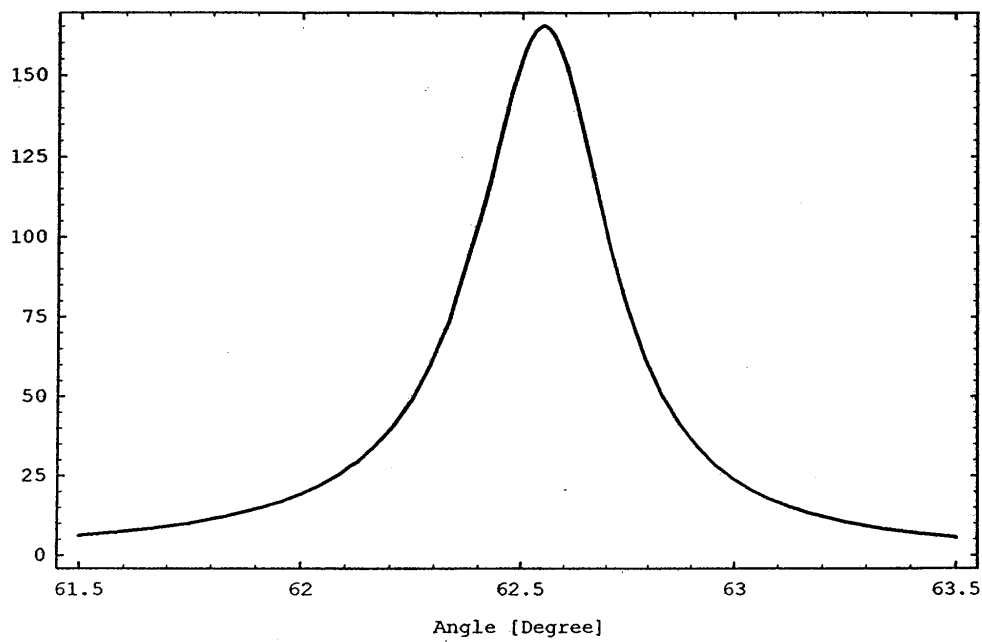


Figure III.C.1-13. Expression théorique non-approchée du module carré du facteur de transmission  $|t'_{14}|^2$  en fonction de l'angle d'incidence selon la formule (III.B.2.-13.). Les paramètres utilisés dans  $|t'_{14}|^2$  sont ceux de la Figure III.C.1.-12. La valeur maximale de la courbe de résonance correspond à  $|t'_{\max}|^2 = 165$ . La demi-largeur à mi-hauteur vaut  $\Delta\theta_1 = 0.19^\circ$ .

iii.) Incertitude sur le facteur de transmission

L'évaluation des barres d'erreur sur la valeur de l'amplification du système à résonance  $|t'_{\max}|^2$  est un problème délicat. L'incertitude dépend de la précision avec laquelle les paramètres du système sont connus. L'imprécision sur les paramètres conduit, par des calculs théoriques, à une incertitude de la valeur  $|r'_{\min}|^2$  du module carré du coefficient de réflexion  $|r'_{14}|^2$  à résonance, de l'angle  $\vartheta_1^{res}$  et de la demi-largeur à mi-hauteur de la courbe de résonance  $\Delta\vartheta_1$  (Figures III.C.1.-10. et III.C.1.-12.). Ces incertitudes théoriques sont à confronter aux incertitudes des données expérimentales. En modifiant chaque paramètre du système indépendamment dans l'expression théoriques du module carré du coefficient de réflexion  $|r'_{14}|^2$  on obtient la variation correspondante de la valeur de  $|r'_{\min}|^2$ , de  $\vartheta_1^{res}$  et de  $\Delta\vartheta_1$ . En comparant la variation théorique de  $|r'_{\min}|^2$ , de  $\vartheta_1^{res}$  ou de  $\Delta\vartheta_1$  à la précision expérimentale avec laquelle ces trois quantités sont connues on peut alors restreindre les valeurs possibles des paramètres concernés au sein d'une certaine plage. En variant tous les paramètres du système successivement et indépendamment, on peut alors fixer les barres d'erreurs de chacun des paramètres du système et par la suite les barres d'erreurs du module carré du facteur de transmission à résonance  $|t'_{\max}|^2$ . Le résultat est résumé dans le tableau III.C.1.-1. La précision expérimentale pour  $|r'_{\min}|^2$ ,  $\vartheta_1^{res}$  et  $\Delta\vartheta_1$  est donnée dans la première colonne. Elle est obtenue en considérant la précision des appareils utilisés et la reproductibilité des données expérimentales. Les colonnes suivantes définissent les plages des paramètres concernés compatibles avec les précisions expérimentales. Les contraintes les plus restrictives sont écrites en caractères gras. Ces contraintes (en gras) déterminent alors l'incertitude de  $|t'_{\max}|^2$ . La dernière ligne donne les barres d'erreur de  $|t'_{\max}|^2$  calculés à partir des contraints en caractères gras. On déduit que la valeur de  $|t'_{\max}|^2$  est estimée à mieux que 10 %.

Résultat expérimentaux et incertitudes	$\delta d_2$	$\delta n_2$	$\delta d_3$	$\delta n_3$	$\delta n_3''$
$ r'_{\min} ^2 = 0.96 \pm 0.02$	$\pm 53 \text{ nm}$	$\pm 0.13$	$\pm 115 \text{ nm}$	$\pm 0.1$	$\pm 3 \cdot 10^{-5}$
$\vartheta_1^{res} = 62.6 \pm 0.3^\circ$	$\pm 500 \text{ nm}$	$\pm 0.013$	$\pm 0.8 \text{ nm}$	$\pm 0.0086$	-
$\Delta\vartheta_1 = 0.2 \pm 0.015^\circ$	$\pm 3 \text{ nm}$	$\pm 0.0015$	$\pm 1 \text{ nm}$	$\pm 0.0057$	$< 30 \cdot 10^{-5}$
$\delta  t'_{\max} ^2$	$\pm 5$	$\pm 11$	$\pm 3$	$\pm 3$	$\pm 2$

Tableau III.C.1.-1. Incertitudes des valeurs de  $d_2$ ,  $n_2$ ,  $d_3$ ,  $n_3$  et  $n_3''$  en considérant la précision expérimentale sur la valeur du module carré du coefficient de réflexion à résonance  $|r'_{\min}|^2$ , sur la position  $\vartheta_1^{res}$  et sur la demi-largeur  $\Delta\vartheta_1$  de la courbe de résonance  $|r'_{14}|^2$ . Les valeurs en caractère gras correspondent aux contraints les plus restrictives. La dernière ligne montre les incertitudes du module carré du facteur de transmission à résonance  $|t'_{\max}|^2$  correspondant aux incertitudes des paramètres en caractère gras.

β. Détermination du facteur de transmission à partir des expressions approchées dans la limite du faible couplage

i. A partir du module du coefficient de réflexion

Dans le paragraphe précédent nous avons démontré comment on peut reproduire les courbes expérimentales à partir de l'expression théorique non-approchée du module carré du coefficient de réflexion  $|r'_{14}|^2$  (formule (III.B.3.-2.)), en ajustant les paramètres du système, et d'en déduire la forme et la valeur maximale de l'amplification du système  $|t'_{14}|^2$ . Dans ce paragraphe nous nous servons d'une autre méthode pour obtenir l'amplification du système  $|t'_{14}|^2$ . Nous nous servons pour cet objectif des expressions approchées de la réflectivité  $|r'_{14}|^2$  et de l'amplification  $|t'_{14}|^2$  du système obtenues dans la limite du couplage faible  $h \ll 1$  dans les sections III.B.4. et III.B.5. de ce chapitre. Dans ce régime, la réflectivité  $|r'_{14}|^2$  du système c'est à dire l'intensité du faisceau réfléchi en fonction de l'angle d'incidence pour un faisceau incident polarisé TE est décrit par une lorentzienne dont la demi-largeur à mi-hauteur  $\Delta\vartheta_1$  et la position centrale  $\vartheta_1^{res}$  sont identiques à celles de la lorentzienne qui décrit dans la même limite l'amplification du système  $|t'_{14}|^2$ . De plus, la valeur de l'amplification à résonance  $|t'_{max}|^2$  s'exprime en fonction des trois quantités qui caractérisent la réflectivité  $|r'_{14}|^2$ , notamment sa position centrale  $\vartheta_1^{res}$ , sa demi-largeur  $\Delta\vartheta_1$  et sa valeur à résonance  $|r'_{min}|^2$ . Cela a été discuté en détail dans la partie III.B.8. Dans la limite du couplage faible  $h \ll 1$  et dans le cas de la polarisation TE, il suffit alors de mesurer l'intensité du faisceau réfléchi en fonction de l'angle d'incidence pour obtenir les quantités  $\vartheta_1^{res}$ ,  $\Delta\vartheta_1$  et  $|r'_{min}|^2$  et d'en déduire la forme et la valeur de l'amplification du système  $|t'_{14}|^2$  à résonance.

Dans cet esprit, réécrivons ici de nouveau les formules décrivant le module carré du coefficient de réflexion et du facteur de transmission dans la limite du couplage faible  $h \ll 1$  (voir la section III.B.8.):

$$|r'_{14}|^2 = 1 - c \frac{\Delta\vartheta_1^2}{(\vartheta_1 - \vartheta_1^{res})^2 + \Delta\vartheta_1^2} \quad (\text{III.C.1.-19.})$$

$$|r'_{14}|^2 = |r'_{\max}|^2 \frac{\Delta\vartheta_1^2}{(\vartheta_1 - \vartheta_1^{res})^2 + \Delta\vartheta_1^2} \quad (\text{III.C.1.-20.})$$

Dans (III.C.1.-19.),  $1-c = |r'_{\min}|^2$  correspond à la valeur de la réflectivité  $|r'_{14}|^2$  à résonance, avec  $c$  le terme d'adaptation de couplage donné en (III.B.8.-2.). L'amplification à résonance  $|r'_{\max}|^2$  est lié à la position centrale  $\vartheta_1^{res}$ , à la demi-largeur à mi-hauteur  $\Delta\vartheta_1$  et à la valeur à résonance  $|r'_{\min}|^2$  de la réflectivité du système dans le cas où  $p < h^2 f$  par la relation (voir (III.B.8.-20.a.)):

$$|r'_{\max}|^2 = 2 \frac{\gamma}{\chi} \frac{1}{n_1 \cos \vartheta_1^{res}} \frac{1}{\Delta\vartheta_1} (1 + \sqrt{|r'_{\min}|^2}) \quad (\text{III.C.1.-21.})$$

Dans (III.C.1.-21.),  $\gamma$  et  $\chi$  sont des grandeurs de l'ordre de l'unité, définies en III.B.4. Explicitement, elles s'écrivent sous la forme (voir (III.B.8.-18.) et (III.B.8.-21.)):

$$\gamma = 2 \frac{\tan \Phi_{32}}{\tan \Phi_{12}} \cos^2 \Phi_{34} \quad (\text{III.C.1.-22.})$$

$$\chi = 2k \frac{n_1 \sin \vartheta}{p_3} \left( d_2 + \frac{1}{kb_2} + \frac{1}{kb_4} \right) \quad (\text{III.C.1.-23.})$$

D'après la discussion de la partie III.B.8., il suffit de les évaluer à l'angle de résonance  $\vartheta = \vartheta_1^{res}$  en employant les valeurs nominales du système dû au fait qu'ils varient lentement en fonction de différents paramètres.

Dans la Figure III.C.1.-14. on montre de nouveau la mesure de l'intensité du faisceau réfléchi en fonction de l'angle d'incidence dans le cas où le faisceau incident est polarisé TE (voir Figure III.C.1.-12.). On a ajusté la courbe expérimentale par une lorentzienne de la forme (III.C.1.-19.). On en déduit la valeur minimale  $|r'_{\min}|^2$ , l'angle de résonance  $\vartheta_1^{res}$  et la demi-largeur à mi-hauteur  $\Delta\vartheta_1$  de la courbe de résonance de la réflectivité  $|r'_{14}|^2$ . On trouve ainsi:  $|r'_{\min}|^2 = 0.9655$  ( $c = 1 - |r'_{\min}|^2 = 0.0345$ ),  $\vartheta_1^{res} = 62.534^\circ$  et  $\Delta\vartheta_1 = 0.187^\circ = 3.26 \text{ mrad}$ .

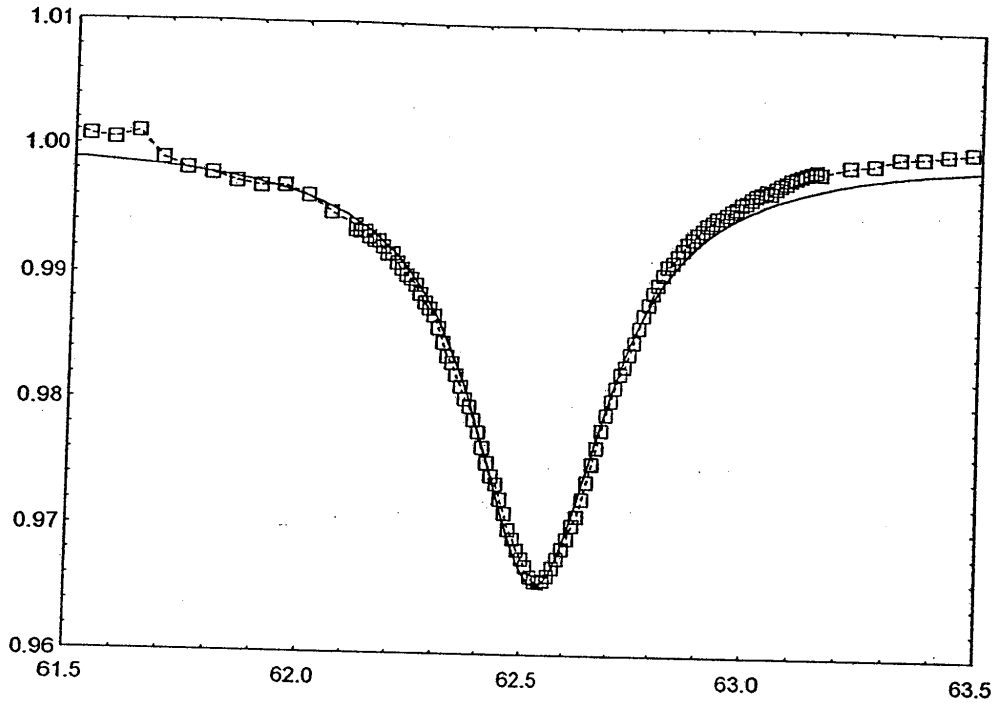


Figure III.C.1.-14. Module carré du coefficient de réflexion en fonction de l'angle d'incidence. On a ajusté la courbe expérimentale (en carrés) par l'expression approchée du module carré du coefficient de réflexion  $|r'_1|^2$  (III.C.1.-19.) (complément d'une lorentzienne) valable dans la limite du couplage faible  $h \ll 1$ . On détermine ainsi la valeur minimale de la lorentzienne  $|r'_{\min}|^2$ , l'angle de résonance  $\vartheta_1^{res}$  et sa demi-largeur à mi-hauteur  $\Delta\vartheta_1$ . On trouve à partir du fit:  $|r'_{\min}|^2 = 0.9655$  ( $c = 0.0345$ ),  $\vartheta_1^{res} = 62.534^\circ$ ,  $\Delta\vartheta_1 = 0.187^\circ = 3.26 \text{ mrad}$ .

En exploitant les résultats de la Figure III.C.1.-14. nous avons tracé dans la Figure III.C.1.-15. l'expression approchée de l'amplification du système, la lorentzienne  $|r'_{14}|^2$  (expression (III.C.1.-20.)). Pour tracer la courbe nous avons utilisé les mêmes valeurs de  $|r'_{\min}|^2$ , de l'angle de résonance  $\vartheta_1^{res}$  et de la demi-largeur à mi-

hauteur  $\Delta\vartheta_1$  que celles de la Figure III.C.1.-14. Le sommet de la courbe se calcule à partir de la formule (III.C.1.-21.). On obtient:

$$|t'_{\max}|^2 = 166 \quad (\text{III.C.1.-24.})$$

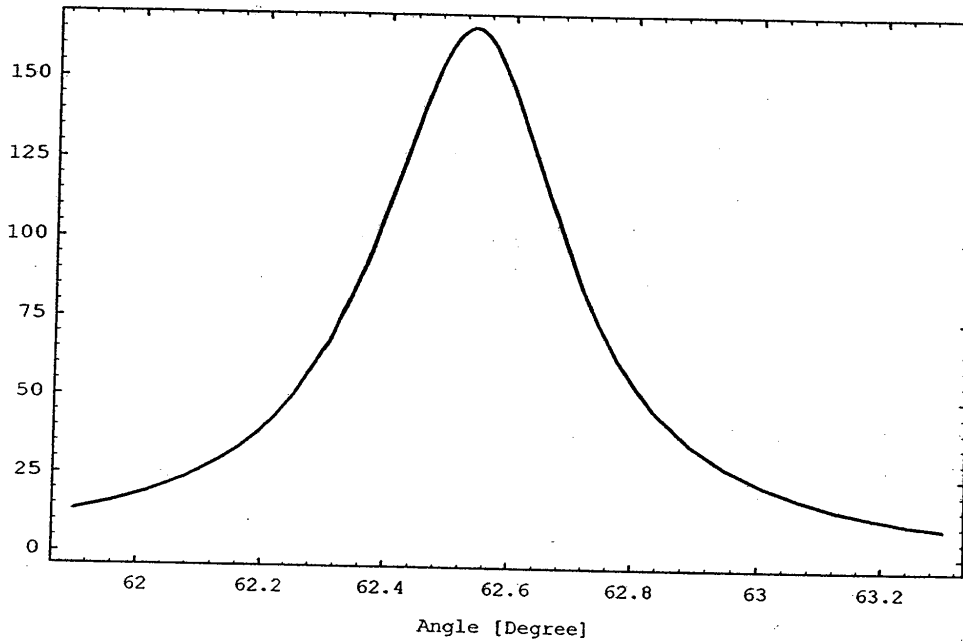


Figure III.C.1.-15. Module carré du facteur de transmission tracé à partir de l'expression (III.C.1.-20.). La demi-largeur  $\Delta\vartheta_1$  et la position centrale  $\vartheta_1^{res}$  de la courbe sont déduites de l'ajustement de la lorentzienne (III.C.1.-19.) à la courbe expérimentale de la Figure III.C.1.-14. Le sommet de la courbe à résonance  $|t'_{\max}|^2$  est calculé à partir de l'expression (III.C.1.-21.) en utilisant les valeurs de  $|t'_{\min}|^2$ ,  $\vartheta_1^{res}$  et  $\Delta\vartheta_1$  de la Figure III.C.1.-14. Il correspond à  $|t'_{\max}|^2 = 166$ .

Notons que l'écart entre la valeur trouvée pour  $|t'_{\max}|^2$  à partir de la Figure III.C.1.-13. et celle du sommet de la Figure III.C.1.-15. (expression (III.C.1.-24.)) est inférieur aux barres d'erreur annoncées dans le tableau III.C.1.-1.

ii. Vérification des résultats à partir de la mesure d'interférence de polarisation

Vérifions le choix des valeurs retenues pour la position centrale  $\vartheta_1^{res}$ , la largeur  $\Delta\vartheta_1$  et la valeur minimale  $|r'_{min}|^2$  de la réflectivité  $|r'_{14}|^2$  du système à partir de la Figure III.C.1.-14. encore par une autre méthode. Pour cela nous avons exposé dans la Figure III.C.1.-16. de nouveau la courbe expérimentale de l'interférence de polarisations TE et TM, déjà montrée dans la Figure III.C.1.-10. On a superposé sur la courbe expérimentale l'expression théorique du signal  $|E_1''|^2$  détecté par la photodiode PD2 dans le cas où le faisceau incident est polarisé à  $45^\circ$  par rapport au plan d'incidence (formule (III.C.1.-15.)). Dans la formule (III.C.1.-13.) nous nous sommes servis des expressions approchées de l'atténuation de l'amplitude  $r$  et du déphasage supplémentaire  $\delta$  que subit la composante TE lors de la réflexion (formules (III.C.1.-9.) et (III.C.1.-10.)). Dans les quantités  $r$  et  $\delta$  interviennent la position centrale  $\vartheta_1^{res}$ , la largeur  $\Delta\vartheta_1$  et la valeur minimale  $|r'_{min}|^2$  de la réflectivité  $|r'_{14}|^2$  du système. La confrontation de la courbe expérimentale à la courbe théorique représente de ce fait un test pour les valeurs de  $\vartheta_1^{res}$ ,  $\Delta\vartheta_1$  et  $|r'_{min}|^2$  retenues à partir de la Figure III.C.1.-14.

Le bon accord entre la courbe théorique et la courbe expérimentale de la Figure III.C.1.-16. permet de confirmer le choix des paramètres  $\vartheta_1^{res}$ ,  $\Delta\vartheta_1$  et  $|r'_{min}|^2$  retenues à partir de la Figure III.C.1.-14. et donc de la valeur de l'amplification du système à résonance  $|r'_{max}|^2$  obtenue à partir de la formule (III.C.1.-21.).

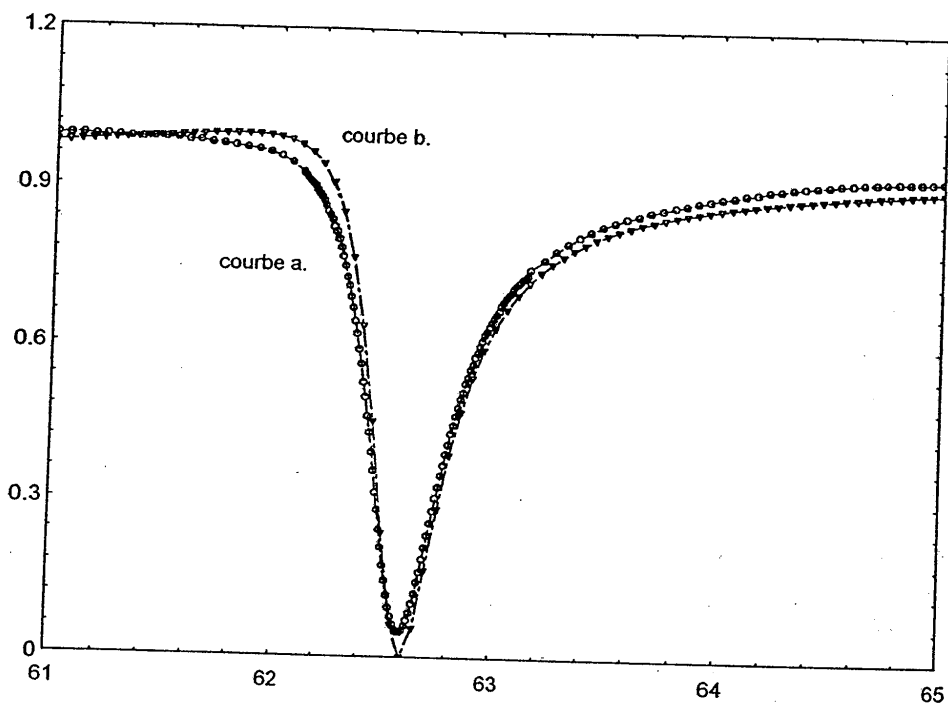


Figure III.C.1.-16. Signal d'interférence de polarisation TE et TM. On a superposé sur la courbe expérimentale (courbe a.) l'expression théorique du signal  $|E_T|^2$  détecté par la photodiode PD2 (courbe b.) en utilisant dans l'expression (III.C.1.-15.) du signal réfléchi  $|E_T|^2$  les formules (III.C.1.-9.) et (III.C.1.-10.) - (III.C.1.-12.) de l'atténuation de l'amplitude et du déphasage supplémentaire que la composante TE subit lors de la réflexion, valables dans la limite du faible couplage  $h \ll 1$ .



### $\gamma$ . Résumée

Dans le tableau ci-dessous nous avons regroupé les principaux résultats de cette partie, concernant les paramètres et les caractéristiques du premier système de deux couches, obtenus à partir des mesures expérimentales. A  $\lambda = 785.8 \text{ nm}$  on obtient:

#### Paramètres

Indice du prisme	$n_1 = 1.8944$
Indice de la couche $n_2$	$n_2 = 1.46$
Indice de la couche $n_3$	$n_3 = 2.37$
Epaisseur de la couche $n_2$	$d_2 = 350 \text{ nm}$
Epaisseur de la couche $n_3$	$d_3 = 85.58 \text{ nm}$
Partie imaginaire de l'indice de la couche $n_3$ (pertes $p$ )	$n_3'' = 3.8 * 10^{-5}$ ( $p = 1.31 * 10^{-4}$ )
Couplage	$h^2 f = 0.015$
Terme d'adaptation de couplage	$c = 0.035$
Epaisseur pour laquelle le système est adapté en impédance	$d_2^{eq} = 760 \text{ nm}$
Rugosité de surface de la base du prisme	$\sigma = 0.4 \text{ nm}$
partie imaginaire de l'indice de la couche $n_3$ (pertes $p_\sigma$ ) déduites de la rugosité $\sigma$	$n_3''_\sigma = 1.34 * 10^{-5}$ ( $p_\sigma = 4.8 * 10^{-5}$ )

#### Caractéristiques

Angle central de la courbe de résonance	$\vartheta_1^{res} = 62.6^\circ$
Demi-largeur à mi-hauteur de la courbe de résonance	$\Delta\vartheta_1 = 0.19^\circ = 3.26 \text{ mrad}$
Réflectivité à résonance	$ r'_{min} ^2 = 0.965$
Amplification à résonance	$ r'_{max} ^2 = 165$

## 2. Système de deuxième génération

### a. Caractéristiques du système

L'ensemble du système de deux couches minces de la deuxième génération est montré dans la Figure III.C.2.-1.

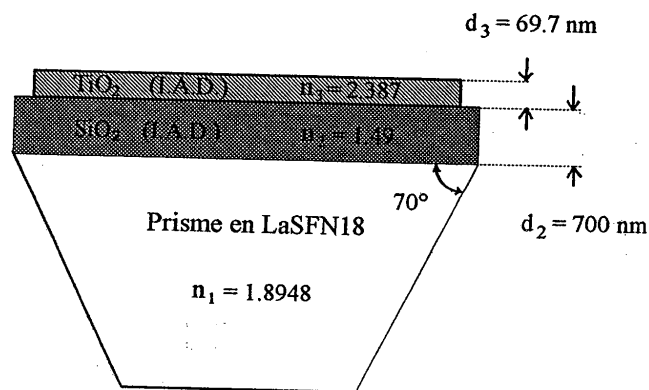


Figure III.C.2.-1. Deuxième système de deux couches minces réalisé dans notre laboratoire. Les deux couches en  $\text{SiO}_2$  et  $\text{TiO}_2$  sont déposées par évaporation assistée par faisceau d'ions (I.A.D.). Leurs indices et leurs épaisseurs correspondent à  $n_2 = 1.49$  et  $d_2 = 700 \text{ nm}$  ( $\text{SiO}_2$ ) et  $n_3 = 2.387$  et  $d_3 = 69.7 \text{ nm}$  ( $\text{TiO}_2$ ) respectivement. Le prisme est en verre LaSFN18. Son indice vaut  $n_1 = 1.8948$  à  $\lambda = 780 \text{ nm}$ . La surface de la base du prisme est "superpolie". Sa rugosité de surface est inférieure à  $\sigma = 0.2 \text{ nm}$ .

Par rapport à la première génération, le polissage de la surface du prisme est perfectionné, et les deux couches minces sont déposées par évaporation assistée par faisceau d'ions (I.A.D.). De plus, pour viser une amplification plus forte, l'épaisseur du gap est agrandie à  $d_2 = 700 \text{ nm}$ . L'arrangement, la forme et les matériaux restent les mêmes que ceux retenus pour le premier système.

#### $\alpha$ . Epaisseur du guide d'onde

Avec une épaisseur du guide d'onde correspondant à  $d_3 = 69.7 \text{ nm}$ , seul le mode  $TE_{m=0}$  peut se propager dans le guide (voir la Figure III.C.1.-2.). L'angle de résonance correspondant se situe à  $\theta_1^{res} = 58.92^\circ$ , conduisant à une longueur de décroissance de l'onde évanescence dans le vide qui vaut  $(kb_4)^{-1} = 97 \text{ nm}$ .

#### $\beta$ . Rugosité des interfaces du guide d'onde: facteur de transmission prévu en présence de pertes

Les pertes du système sont de nouveau estimées a priori à partir d'une mesure de la rugosité de surface de la base du prisme. Utilisant la technique de mesure déjà employé pour la première génération (mesure hétérodyne employant l'interféromètre Zygo, Heterodyne Profiler, Model 5500, d'une résolution et reproductibilité de mieux que  $0.1 \text{ \AA}$ , présenté en III.C.1.a. $\alpha$ .), la rugosité de surface de la base du prisme après le "superpolissage" a été évaluée à  $\sigma = 0.2 \text{ nm}$ . Selon la discussion de la partie III.C.1.a.8., où un lien a été établi entre les pertes par diffusion aux interfaces du guide et des pertes par absorption dans la couche  $n_3$ , cette valeur de la rugosité de surface du prisme correspond à une partie imaginaire  $n_3''$  de l'indice de réfraction du guide qui vaut  $n_3'' = 1.2 \cdot 10^{-5}$  ( $p = 3.2 \cdot 10^{-5}$ ). L'épaisseur du gap pour laquelle le système est adaptée en impédance vaut dans ce cas  $d_2^{eq} = 1100 \text{ nm}$ . L'épaisseur du gap choisie  $d_2 = 700 \text{ nm}$  reste donc sensiblement inférieure à  $d_2^{eq}$ , le terme d'adaptation de couplage  $c$ , calculé avec  $p = 3.2 \cdot 10^{-5}$  et en utilisant les valeurs nominales du système selon la

Figure III.C.2.-1., ne valant que  $c=0.1$  (pour une discussion de l'épaisseur  $d_2^{eq}$  et du terme d'adaptation de couplage, voir la partie III.B.6.c.γ.).

Sur la Figure III.C.2.-2. nous avons tracé le module carré du facteur de transmission  $|t'_{14}|^2$  en nous servant de l'expression non-approchée de l'amplification du système  $|t'_{14}|^2$ , donnée par la formule (III.B.2.-13.). Pour tracer la courbe nous avons utilisé une partie imaginaire  $n_3'' = 1.2 * 10^{-5}$  dans l'indice de réfraction du guide, déduite de la mesure de la rugosité de surface du prisme, et les valeurs nominales du système indiquées par le constructeur. Le sommet de la courbe vaut dans ce cas  $|t'_{\max}|^2 = 3200$ .

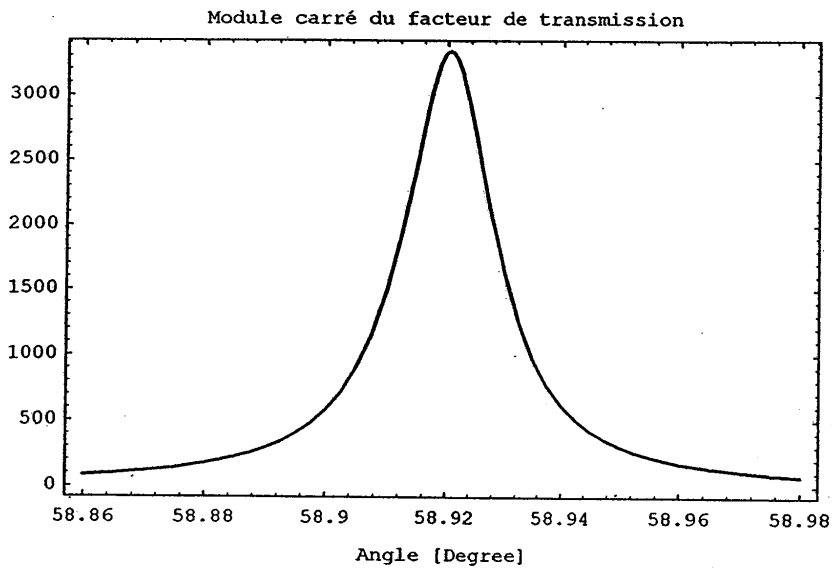


Figure III.C.2.-2. Amplification  $|t'_{14}|^2$  en fonction de l'angle d'incidence, tracée à partir de l'expression non-approchée du facteur de transmission (III.B.2.-13.). Pour dessiner la courbe on a utilisé les valeurs nominales de la deuxième génération des couches (voir Figure III.C.2.-1.). Dans l'expression (III.B.2.-13.) est incluse une partie imaginaire  $n_3'' = 1.2 * 10^{-5}$  de l'indice de réfraction du guide d'onde, estimée à partir de la mesure de la rugosité de surface de la base du prisme. Le sommet de la courbe vaut  $|t'_{\max}|^2 = 3200$  et la demi-largeur à mi-hauteur correspond à  $\Delta\theta_1 = 0.01^\circ = 0.17 \text{ mrad}$ .

Pour estimer ce chiffre à sa juste valeur prenons l'exemple d'un nuage d'atomes lâché d'une hauteur de 1 cm au-dessus du prisme, refroidi par laser à  $T=10\ \mu\text{K}$  (correspondant à une vitesse transverse  $v_{\perp}=3\ \text{cm/sec}$  pour le Rubidium). Prenons un waist du faisceau laser de  $w_0=3\ \text{mm}$ . Avec un désaccord de  $\delta=6\ \text{GHz}$  il suffit d'une puissance du faisceau laser incident de seulement 60 mW pour réfléchir les atomes avec une probabilité d'émission spontanée par rebond inférieur à 6 %. Les pertes dues à la taille finie du miroir restent dans ce cas au-dessous de 0.1 %, le rayon de la zone de réflexion valant 4.8 mm ce qui est plus que trois fois plus grand que le rayon critique  $B_c$  correspondant (pour une discussion du rayon critique, voir la partie II.D.). Inversement, avec le même waist et le même désaccord, une puissance laser de 4 W est suffisante pour réfléchir les atomes sur la même zone de réflexion avec une vitesse incidente de  $v=3.6\ \text{m/s}$ , correspondant à une hauteur de chute de 70 cm!

## b. Montage expérimental

### α. Dispositif expérimental modifié

L'amplification considérable de la deuxième génération de deux couches se fait face à une largeur de la courbe de résonance nettement rétrécie (voir la Figure III.C.2.-2.). La demi-largeur à mi-hauteur de la courbe de la Figure III.C.2.-2. ne vaut que  $\Delta\theta_1=0.01^\circ=0.17\ \text{mrad}$ .

Avec une demi-largeur à mi-hauteur  $\Delta\theta_1$  de la courbe de résonance aussi étroite, il faut changer le dispositif expérimental afin de pouvoir considérer l'onde incidente comme une onde plane ( $\Delta\alpha \ll \Delta\theta_1$ ). La Figure III.C.2.-3. montre le schéma du montage retenu pour l'analyse de la deuxième génération des couches. La source de lumière est un laser Titan-Sapphire qui émet un faisceau gaussien dans le mode  $TEM_{00}$  d'une puissance de 5 W. La longueur d'onde  $\lambda$  est réglée à 780 nm. La puissance incidente sur le prisme est réglable à l'aide d'une lame demi-onde  $\lambda/2$  placée devant un cube séparateur de polarisation. En tournant la lame demi-onde, la fraction du faisceau réfléchi par le cube séparateur est réglée entre 0 et 1. La valeur de la puissance envoyée vers le prisme correspond en général à 500 mW. La polarisation du faisceau après la réflexion par le cube est TE.

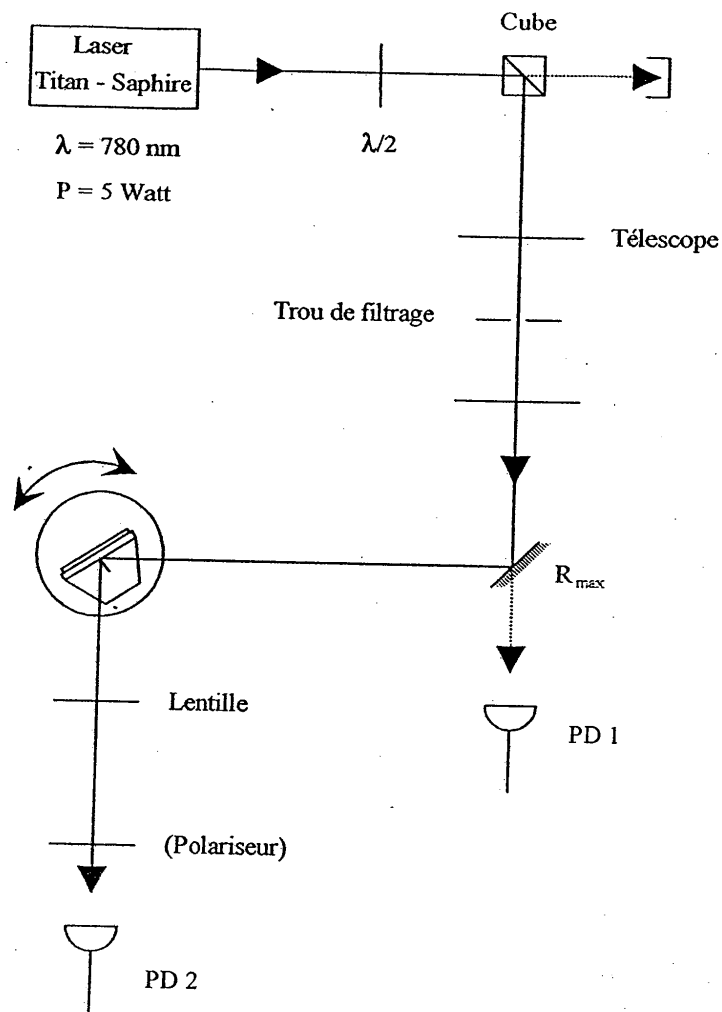


Figure III.C.2.-3. Montage expérimental retenu pour l'étude de la deuxième génération du système de deux couches. Le faisceau du laser Titan-Saphire est accordé à une longueur d'onde de  $\lambda = 780 \text{ nm}$ . Après la réflexion par le cube séparateur, il traverse un télescope qui agrandit la taille du faisceau. La divergence du faisceau après le télescope correspond à  $\Delta\alpha = 0.12 \text{ mrad}$ , inférieure à la demi-largeur à mi-hauteur de la courbe de résonance, présumée à  $\Delta\theta_1 = 0.17 \text{ mrad}$  (Figure III.C.2.-2.). Le prisme est placé sur un plateau tournant dont la résolution angulaire est  $0.04 \text{ mrad}$ . L'étude reste basée sur l'analyse du faisceau réfléchi.

Le faisceau traverse ensuite un télescope qui agrandit la taille du faisceau et diminue sa divergence. La divergence du faisceau après le télescope sera discutée plus loin, en III.C.2.b.β. A l'intérieur du télescope est placé un trou de filtrage qui enlève les hautes fréquences spatiales du faisceau pour rendre son profil spatial plus propre. La Figure III.C.2.-4. montre le profil de l'intensité du faisceau après la traversée du télescope au niveau du waist dans le plan d'incidence. On voit qu'il est sensiblement gaussien.

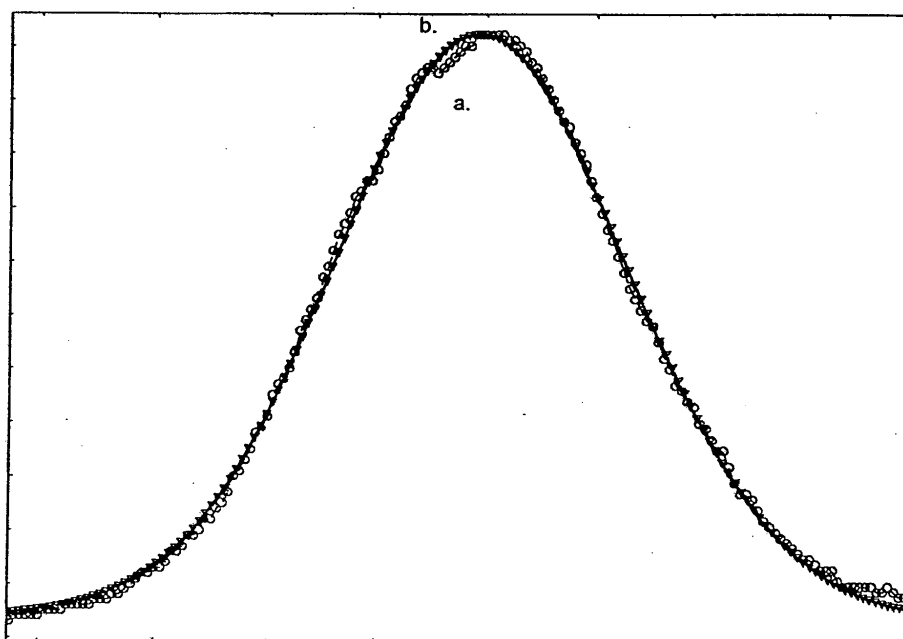


Figure III.C.2.-4. Profil spatial du faisceau laser (courbe a.), après la traversée du trou de filtrage et après le télescope, au niveau du waist dans le plan d'incidence. On a superposé sur le profil une gaussienne (courbe b.), montrant que le profil est sensiblement gaussien. La demi-largeur à  $e^{-2}$  du sommet de la courbe correspond à un waist de  $w_0 = 2.1 \text{ mm}$ .

Après le télescope, le faisceau est réfléchi par un miroir (coefficient de réflexion  $R = 99.9\%$ , d'une planéité de  $\lambda/10$ ) derrière lequel est placée une photodiode PD1. Elle détecte la faible fraction de lumière transmise par le miroir et sert comme référence pour pouvoir normaliser la puissance incidente sur le prisme.

Le prisme avec le système de deux couches est placé au niveau du waist du faisceau après qu'il a traversé le télescope. Le prisme est fixé sur une plaque qui est collée sur un support miroir Microcontrol. Les butées micrométriques différentielles du support miroir permettent une rotation angulaire du prisme avec une résolution de  $0.035$  mrad/graduation. Cela est inférieur à la demi-largeur de la courbe de résonance de la deuxième génération du système de deux couches et permet donc de détecter la courbe de résonance dont la largeur est attendue à  $\Delta\theta_1 = 0.17$  mrad.

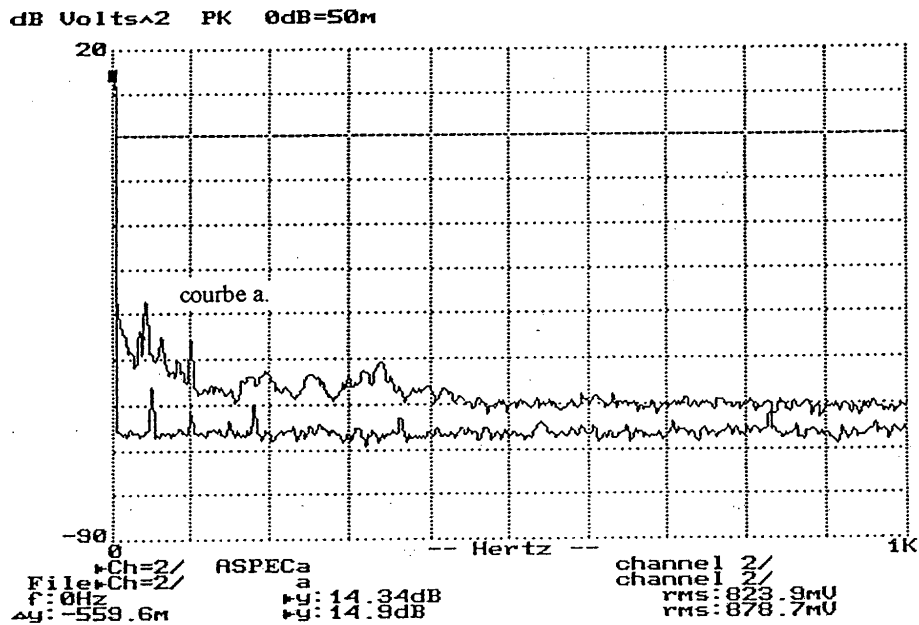


Figure III.C.2.-5. Spectre de bruit de la puissance du laser Titan-Sapphire en dBm (courbe a.). Dans une bande de fréquences comprises entre 0 et 1 kHz la fluctuation maximale (à 50 Hz) correspond à 0.02 % de la puissance continue  $P_0$ . Au delà de 1 kHz, les fluctuations restent en dessous de  $10^{-8} P_0$ .



Une lentille à la sortie du prisme collecte la lumière du faisceau réfléchi. Dans son focal est placée la photodiode PD2. La faible valeur de rotation rend superflu le déplacement de la photodiode PD2. Les signaux de la photodiode sont comparés avec les signaux de la photodiode PD1 pour normaliser le signal par rapport à l'intensité incidente.

### β. Divergence du faisceau laser

La position du waist  $w_0$  du faisceau incident - réglée à l'aide des deux lentilles du télescope au niveau du prisme - est vérifiée par la même méthode que celle présentée en III.C.1., c'est à dire en mesurant le profil d'intensité du faisceau à plusieurs positions le long de l'axe optique du faisceau. On s'assure ainsi que le waist  $w_0$  du faisceau coïncide effectivement avec la position du prisme. La mesure du profil d'intensité au niveau du col du faisceau donne un waist de  $w_0 = 2.1 \text{ mm}$  (Figure III.C.2.-4.). Cela correspond à une divergence du faisceau  $\Delta\alpha = 0.12 \text{ mrad}$  (formule (III.C.1.-16.)). Cette valeur retenue est un compromis entre deux cas limites. Une divergence trop grande conduit à un élargissement de la courbe de résonance causé par la largeur angulaire du faisceau laser incident. En revanche, une divergence faible nécessite une grande taille du faisceau. Une borne supérieure de la taille du faisceau est donnée par le fait que la surface du prisme et les interfaces des couches présentent des variations lentes. Elles font que l'amplification et la réflectivité dépendent de la position du point d'illumination du laser sur la base du prisme. Il faut de ce fait restreindre la taille du faisceau à un diamètre inférieur aux inhomogénéités des interfaces pour que la courbe de résonance enregistrée ne soit pas une moyenne sur plusieurs courbes de résonances locales. Les inhomogénéités du système sont de l'ordre de quelques mm. La taille du waist retenue  $w_0 = 2.1 \text{ mm}$  est donc un bon compromis.

### c. Résultats expérimentaux

#### α. Détermination du facteur de transmission dans la limite du couplage faible

##### i.) A partir du module du coefficient de réflexion

Pour déduire des données expérimentales la valeur de l'amplification maximale  $|t'_{\max}|^2$  du deuxième système de deux couches, nous avons de nouveau recours aux expressions approchées du module carré du coefficient de réflexion  $|r'_{14}|^2$  et du facteur de transmission  $|t'_{14}|^2$  obtenues dans les sections III.B.4. et III.B.5. dans la limite du couplage faible  $h \ll 1$ . En suivant le même procédé que celui présenté dans le paragraphe III.B.8. et déjà employé dans la partie III.C.1.d.β., nous ajustons à la courbe de résonance de l'intensité du faisceau réfléchi en fonction de l'angle d'incidence le complément d'une lorentzienne qui représente dans la limite du couplage faible le module carré du coefficient de réflexion  $|r'_{14}|^2$ . De l'ajustement du complément de la lorentzienne à la courbe expérimentale nous déduisons la valeur minimale  $|r'_{\min}|^2$ , la demi-largeur à mi-hauteur  $\Delta\vartheta_1$  et la position centrale  $\vartheta_1^{res}$  de la réflectivité du système  $|r'_{14}|^2$ . De ces quantités on peut ensuite déduire la courbe de résonance du module carré du facteur de transmission  $|t'_{14}|^2$ , y compris l'amplification maximale du système  $|t'_{\max}|^2$  (pour une explication détaillée de ce procédé voir les parties III.B.8. et III.C.1.d.β. de ce chapitre). Notons que la deuxième génération du système de deux couches vérifie bien la limite du couplage faible ( $h = 0.03$ ) justifiant ainsi la procédure.

Dans la Figure III.C.2.-6. est présentée la mesure de l'intensité réfléchie en fonction de l'angle d'incidence  $\vartheta_1$  dans le cas où le faisceau incident est polarisé TE. A la courbe expérimentale est ajustée le complément de la lorentzienne de la forme (III.B.8.-1.), également exposé dans la figure. On en déduit sa valeur minimale  $|r'_{\min}|^2 = 0.76$  et la demi-largeur à mi-hauteur  $\Delta\vartheta_1 = 0.13 \text{ mrad}$  de la courbe.

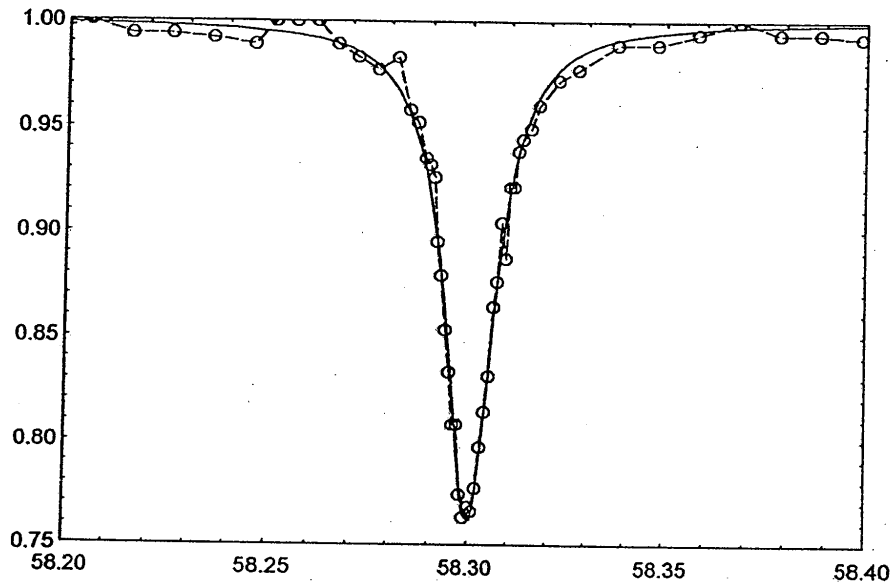


Figure III.C.2.-6. Module carré du coefficient de réflexion  $|r_{14}|^2$  en fonction de l'angle d'incidence  $\vartheta_1$ ; signaux enregistrés par la photodiode PD2 (en ronds) et l'ajustement de la courbe expérimentale par le complément d'une lorentzienne (en ligne pleine). Du complément de la lorentzienne on déduit la valeur minimale et la demi-largeur à mi-hauteur de la réflectivité du système  $|r_{14}|^2$ ,  $|r_{\min}|^2 = 0.76$  et  $\Delta\vartheta_1 = 0.007^\circ = 0.13 \text{ mrad}$  respectivement. La valeur absolue de l'angle de résonance  $\vartheta_1^{\text{res}}$  est obtenue par une mesure à part (voir Figure III.C.2.-7.). Notons la très faible valeur de la demi-largeur de résonance  $\Delta\vartheta_1$  (à comparer avec la demi-largeur à mi-hauteur  $\Delta\vartheta_1$  de la première génération de deux couches de la Figure III.C.1.-14. qui correspond à 3.26 mrad).

T  
E  
C  
H  
N  
I  
C  
A  
L  
J  
O  
U  
R  
N  
A  
L  
O  
F  
T  
H  
E  
P  
H  
O  
T  
O  
P  
H  
Y  
S  
I  
C  
S  
A  
N  
D  
I  
A  
N  
A  
N  
D  
I  
A  
N  
P  
H  
O  
T  
O  
P  
H  
Y  
S  
I  
C  
S  
S  
O  
C  
I  
E  
T  
Y  
O  
F  
A  
M  
E  
R  
I  
C  
A  
N  
P  
H  
O  
T  
O  
P  
H  
Y  
S  
I  
C  
S  
I  
N  
S  
T  
I  
T  
U  
T  
E

La calibration de l'abscisse (la valeur absolue de l'angle d'incidence) et donc la détermination de l'angle de résonance  $\vartheta_1^{res}$  est faite par une mesure séparée. Cette mesure est expliquée dans la Figure III.C.2.-7. On obtient ainsi  $\vartheta_1^{res} = 58.3^\circ$  avec une précision de  $\pm 0.2^\circ$ .

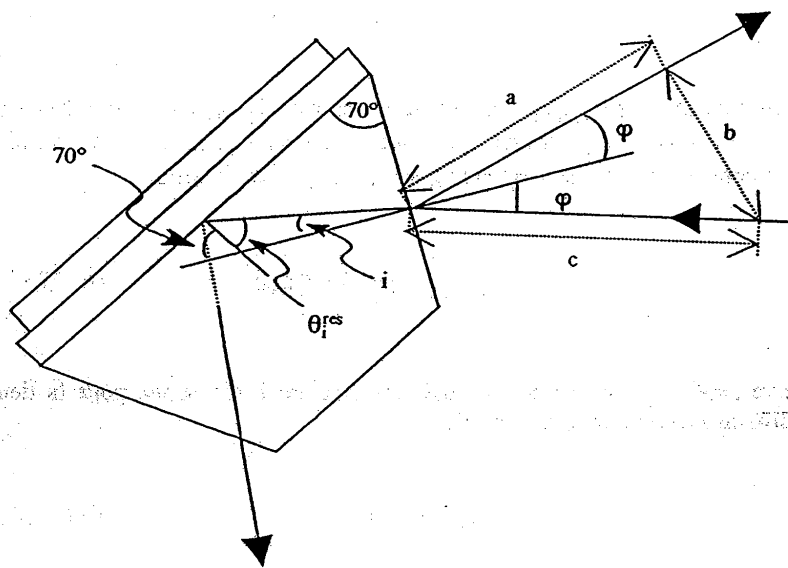


Figure III.C.2.-7. Mesure de la valeur absolue de l'angle de résonance  $\vartheta_1^{res}$  du système. Le faisceau laser est incident sous l'angle de résonance ce qui est vérifié par la présence d'un minimum de l'intensité du faisceau réfléchi. A partir des trois côtés  $a$ ,  $b$ ,  $c$  du triangle de la figure ( $a = 21.9$  cm,  $b = 16.5$  cm,  $c = 21.0$  cm) on détermine l'angle  $\varphi$  entre la normale de la face d'entrée du prisme et l'axe optique du faisceau laser ( $\varphi = 22.59^\circ$ ). Utilisant la loi de Snell-Descartes, on en déduit  $i = 11.70^\circ$ , où  $i$  désigne l'angle entre la normale de la face d'entrée et l'axe optique du faisceau à l'intérieur du prisme. Comme la normale de la face d'entrée et celle de la base du prisme font un angle de  $70^\circ$  (vérifié à mieux que  $0.02^\circ$ ), on en déduit l'angle d'incidence à résonance  $\vartheta_1^{res} = 70 - i = 58.30^\circ$ . La précision de la mesure correspond à  $\pm 0.2^\circ$ .

A l'aide des valeurs trouvées pour  $|r'_{\min}|^2$ ,  $\Delta\vartheta_1$  et  $\vartheta_1^{res}$  à partir des Figures III.C.2.-6. et III.C.2.-7., nous avons tracé le module carré du facteur de transmission  $|t'_{14}|^2$  en fonction de l'angle d'incidence  $\vartheta_1$ , en nous servant de la formule (III.B.8.-22.). Elle approche le module carré du facteur de transmission  $|t'_{14}|^2$  dans la limite du couplage faible  $h \ll 1$ :

$$|t'_{14}|^2 = |r'_{\max}|^2 \frac{\Delta\vartheta_1^2}{(\vartheta_1 - \vartheta_1^{res})^2 + \Delta\vartheta_1^2} \quad (\text{III.C.2.-1.})$$

Le sommet de la courbe  $|r'_{\max}|^2$  se calcule à partir de la formule (III.B.8.-20.a.), qui s'écrit dans le cas où les pertes dans le guide d'onde sont plus faibles que le couplage entre le champ électrique incident et le guide  $p < h^2 f$  sous la forme:

$$|r'_{\max}|^2 = 2 \frac{\gamma}{\chi \eta_1 \cos \vartheta_1^{res} \Delta\vartheta_1} (1 + \sqrt{|r'_{\min}|^2}) \quad (\text{III.C.2.-2.})$$

On trouve ainsi l'amplification maximale du système à résonance pour la deuxième génération du système de deux couches:

$$|r'_{\max}|^2 = 4100 \quad (\text{III.C.2.-3.})$$

La courbe (III.C.2.-1.) est présentée dans la Figure III.C.2.-8.

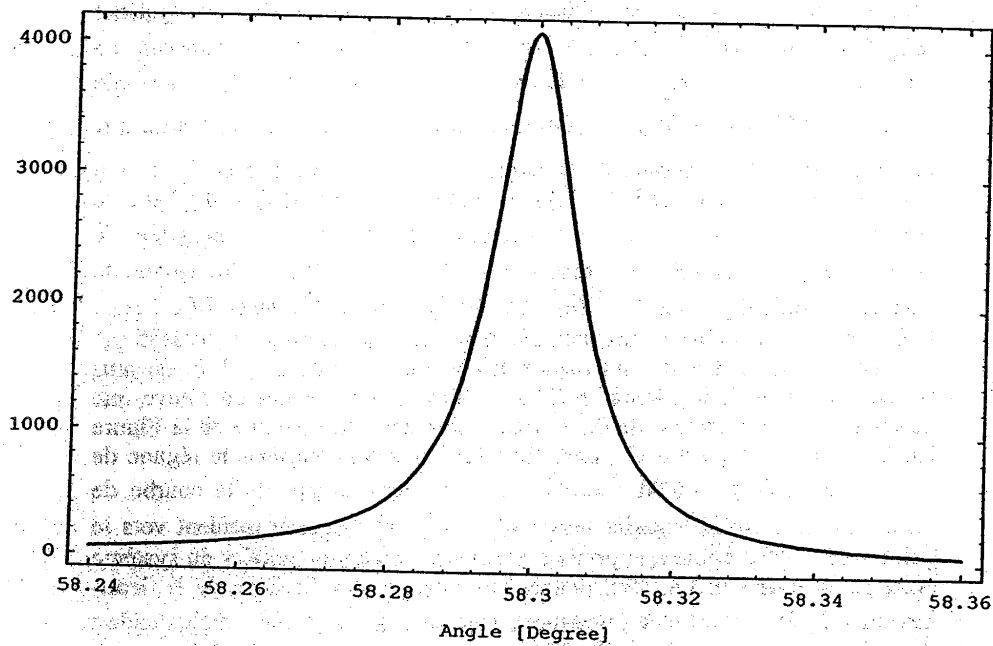


Figure III.C.2.-8. Module carré du facteur de transmission  $|t'_4|^2$  en fonction de l'angle d'incidence. L'angle de résonance  $\theta_1^{res} = 58.3^\circ$  et la demi-largeur à mi-hauteur de la courbe de résonance  $\Delta\theta_1 = 0.13 \text{ mrad}$  correspondent à ceux de la Figure III.C.2.-6. et III.C.2.-7. Le sommet de la courbe  $|t'_{max}|^2$  se calcule avec les valeurs de  $|t'_{min}|^2$ ,  $\Delta\theta_1$  et  $\theta_1^{res}$  à partir de la formule (III.B.8.-20.) à  $|t'_{max}|^2 = 4100$ .

• Remarques

1. L'amplification maximale du système déduite de la mesure de l'intensité du faisceau réfléchi en fonction de l'angle d'incidence  $\vartheta_1$  ( $|r'_{\max}|^2 = 4100$ , Figure III.C.2.-8.) est plus élevée que celle prédite a priori à partir de la mesure de la rugosité de surface et en utilisant les valeurs nominales du système ( $|r'_{\max}|^2 = 3200$ , Figure III.C.2.-2.). Or les pertes  $p$  déduites de la mesure de l'intensité du faisceau réfléchi à l'aide de la formule  $p = \frac{\lambda}{2} n_1 \cos \vartheta_1^{res} \Delta \vartheta_1 (1 - \sqrt{|r'_{\min}|^2})$  (formule (III.B.8.-17.)) sont plus grandes que celles déduites de la mesure de la rugosité de surface (pour une explication détaillée de la formule (III.B.8.-17.) nous referons à la partie III.B.8.). Dans le premier cas on trouve  $p = 4.4 * 10^{-5}$  (correspondant à une partie imaginaire de l'indice du guide  $n_3^i = 1.6 * 10^{-5}$ ) tandis qu'à partir de la mesure de la rugosité de surface on obtient  $p = 3.2 * 10^{-5}$  ( $n_3^i = 1.2 * 10^{-5}$ ), comme discuté en III.C.2.a.β. Cela pourrait apparaître surprenant. Néanmoins, cela s'explique en notant que la courbe de résonance de l'intensité réfléchie de la Figure III.C.2.-8. est plus étroite que celle de la Figure III.C.2.-2. Dans le premier cas on trouve une demi-largeur à mi-hauteur de 0.13 mrad tandis que celle déduite de la Figure III.C.2.-2. correspond à 0.17 mrad. En effet, en travaillant dans le régime de pertes faibles ( $h^2 f = 1.0 * 10^{-3} \gg p = 4.4 * 10^{-5}$ ), une largeur de la courbe de résonance plus étroite signifie un couplage  $h^2 f$  du faisceau incident vers le guide d'onde plus faible que prévu à partir des valeurs nominales du système (voir la formule (III.B.8.-15.), donnant une expression explicite de la demi-largeur  $\Delta \vartheta_1$  de la courbe de résonance). Une couplage  $h^2 f$  plus faible conduit d'après la discussion de la partie III.B.6. dans le régime de pertes faible à une amplification du système plus forte. Ceci montre que dans le régime de pertes faibles il est parfaitement possible que l'amplification du système est plus élevée que prévue même si les pertes  $p$  le sont aussi.

2. La valeur de la partie imaginaire de l'indice du guide estimée à partir de la mesure de la rugosité de surface du prisme ( $n_3^i = 1.2 * 10^{-5}$ ) est dans le cas du deuxième système de couches proche de la valeur déduite de la courbe de résonance de l'intensité réfléchie ( $n_3^i = 1.6 * 10^{-5}$ ). Par comparaison, dans le cas du premier système, le rapport entre les deux valeurs correspondait à 2.8 (voir la Remarque en III.C.1.d.α.ii. de la section précédente).

ii.) Vérification des résultats à partir de la mesure d'interférence de polarisation

Vérifions les valeurs de la réflectivité à résonance  $|r'_{\min}|^2$ , de la demi-largeur à mi-hauteur  $\Delta\theta_1$  et de la position centrale  $\theta_1^{res}$  de la réflectivité  $|r'_{14}|^2$  du système, retenues à partir des Figures III.C.2.-6. et III.C.2.-7., encore par une autre mesure expérimentale, par la mesure d'interférence de polarisation TE et TM. La courbe expérimentale est présentée dans la Figure III.C.2.-9. (courbe b.). On a superposé sur la courbe expérimentale la courbe théorique du signal  $|E_1''|^2$  enregistré par la photodiode PD2 dans le cas où le faisceau incident est polarisé à  $45^\circ$  par rapport au plan d'incidence (courbe a. - formule (III.C.1.-15.)). Le signal théorique  $|E_1''|^2$  a été discuté en détail dans la partie III.C.1.b.β de ce chapitre. Il y figurent la valeur minimale  $|r'_{\min}|^2$ , la largeur  $\Delta\theta_1$  et l'angle central  $\theta_1^{res}$  de la courbe de résonance de la réflectivité  $|r'_{14}|^2$  par l'intermédiaire des expressions approchées de l'atténuation de l'amplitude  $r$  de la composante TE et du déphasage supplémentaire  $\delta$  que la composante TE subit lors de la réflexion. On confrontant la courbe expérimentale à la courbe théorique on peut alors tester le choix des valeurs  $|r'_{\min}|^2$ ,  $\Delta\theta_1$  et  $\theta_1^{res}$  retenues à partir de la mesure de l'intensité du faisceau réfléchi.

En jugeant la Figure III.C.2.-9, on constate que la courbe théorique reproduit l'allure de la courbe expérimentale en ce qui concerne la demi-largeur  $\Delta\theta_1$ , l'angle de résonance  $\theta_1^{res}$  et l'asymétrie de la courbe. En revanche, la visibilité des deux courbes diffère. En effet, la courbe théorique s'annule approximativement à résonance, tandis que la courbe expérimentale descend seulement à 25% de sa valeur hors résonance. Notons - en gardant les mêmes valeurs pour  $|r'_{\min}|^2$ ,  $\Delta\theta_1$  et  $\theta_1^{res}$  - qu'une visibilité réduite peut s'expliquer partiellement en considérant un faisceau divergent incident à taille finie. L'influence d'un faisceau divergent incident sur les signaux du faisceau réfléchi sera discuté dans le prochain chapitre.



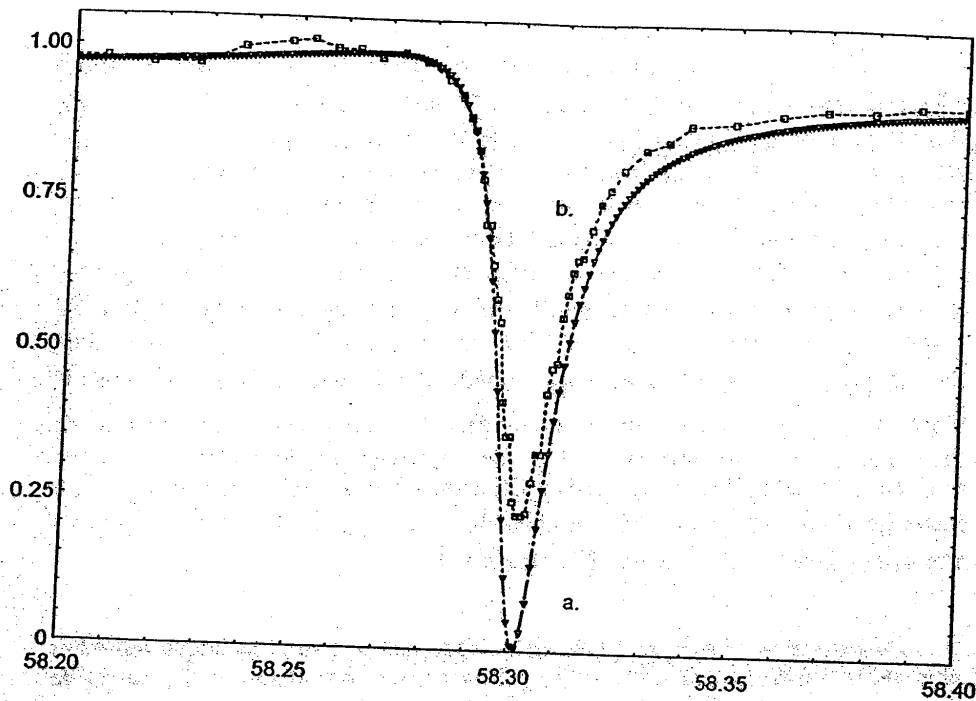


Figure III.C.2.-9. Signal d'interférence des polarisations TE et TM en fonction de l'angle d'incidence. On a superposé sur la courbe expérimentale (courbe b.) l'expression théorique (III.C.1.-15.) du signal détecté par la photodiode PD 2 (courbe a.). Dans l'expression théorique (III.C.1.-15.) on a utilisé les expressions approchées (III.C.1.-9.) - (III.C.1.-12.) de l'atténuation de l'amplitude  $r$  et du déphasage supplémentaire  $\delta$  que subit la composante TE lors de la réflexion. Dans les expressions approchées de  $r$  et  $\delta$  interviennent les quantités  $|r'_{\min}|^2$ ,  $\vartheta_1^{res}$  et  $\Delta\vartheta_1$  comme discuté en III.C.1.b.β. Les valeurs qu'on utilise pour  $|r'_{\min}|^2$ ,  $\vartheta_1^{res}$  et  $\Delta\vartheta_1$  sont celles de la Figure III.C.2.-6. et III.C.2.-7. D'après la figure, l'angle de résonance  $\vartheta_1^{res}$ , la demi-largeur  $\Delta\vartheta_1$  et l'asymétrie de la courbe théorique s'accordent à ceux de la courbe expérimentale. En revanche, le contraste des deux courbes diffère: la courbe théorique s'annule approximativement à résonance à l'opposé de la courbe expérimentale.

## $\gamma$ . Résumée

Dans le tableau ci-dessous nous avons regroupé les paramètres et les caractéristiques du deuxième système de deux couches.

### Paramètres nominaux à $\lambda = 780 \text{ nm}$

Indice du prisme	$n_1 = 1.8948$
Indice de la couche $n_2$	$n_2 = 1.49$
Indice de la couche $n_3$	$n_3 = 2.387$
Epaisseur de la couche $n_2$	$d_2 = 700 \text{ nm}$
Epaisseur de la couche $n_3$	$d_3 = 69.7 \text{ nm}$

### Paramètres déduits des mesures expérimentales

Partie imaginaire de l'indice de la couche $n_3$ (pertes $p$ )	$n_3'' = 1.6 * 10^{-5}$ ( $p = 4.4 * 10^{-5}$ )
Couplage	$k^2 f = 1 * 10^{-3}$
Terme d'adaptation de couplage	$c = 0.24$
Epaisseur pour laquelle le système est adapté en impédance	$d_2^{eq} = 1100 \text{ nm}$
Rugosité de surface de la base du prisme	$\sigma = 0.2 \text{ nm}$
partie imaginaire de l'indice de la couche $n_3$ (pertes $p_\sigma$ ) déduites de la rugosité $\sigma$	$n_3''_\sigma = 1.2 * 10^{-5}$ ( $p_\sigma = 3.2 * 10^{-5}$ )

### Caractéristiques

Angle central de la courbe de résonance	$\theta_1^{res} = 58.3^\circ$
Demi-largeur à mi-hauteur de la courbe de résonance	$\Delta\theta_1 = 0.007^\circ = 0.13 \text{ mrad}$
Réfectivité à résonance	$ r'_{min} ^2 = 0.76$
Amplification à résonance	$ r'_{max} ^2 = 4100$

## Annexe III.A.

Dans cette Annexe nous calculons l'amplitude du champ transmis et l'amplitude du champ réfléchi par un système d'une couche (partie Ann.III.A.b.) et par un système de deux couches (partie Ann.III.A.c.) en cas d'une onde plane incidente. A partir du calcul nous obtenons pour les deux systèmes les expressions non-approchées du facteur de transmission et du coefficient de réflexion présentées dans les sections III.B.2. et III.B.3. de ce chapitre. Pour le calcul nous supposons que les différents milieux sont isotropes et homogènes avec des interfaces parallèles parfaitement planes.

Les configurations de deux systèmes sont exposées dans les Figures Ann.III.A.-1. et Ann.III.A.-2. Les amplitudes du champ transmis et du champ réfléchi s'obtiennent dans les deux cas en effectuant une somme sur toutes les amplitudes partielles créées par la réflexion multiple du champ électrique à l'intérieur d'une seule couche ou à l'intérieur des deux couches respectivement [Haeven 65].

### a. Notation

Commençons à rappeler la notation que nous allons utiliser au cours de l'Annexe. L'onde plane électromagnétique se propageant dans le plan  $x-z$  du milieu  $\Omega_j$  avec un vecteur d'onde  $k_j$ , une fréquence  $\omega$ , et un angle d'incidence  $\vartheta_j$  est notée par  $E_j(\mathbf{r}, t)$ . Nous nous limitons au cas d'une onde électromagnétique incidente polarisée TE ce qui nous permet d'écrire  $E_j(\mathbf{r}, t)$  sous la forme:

$$E_j(\mathbf{r}, t) = E_j(x, z) \mathbf{e}_{TE} e^{-i\omega t} \quad (\text{Ann.III.A.-1.})$$

avec  $E_j(x, z)$  le profil du champ électrique et  $\mathbf{e}_{TE}$  son vecteur de polarisation orienté le long  $\mathbf{e}_y$ . Dans les quatre milieux, la distribution du champ est indépendante de la coordonnée  $y$ . Elle ne figure donc pas dans  $E_j(x, z)$ . De plus, nous définissons:

$$\beta = n_j \sin \vartheta_j \quad (\text{Ann.III.A.-2.})$$

$$p_j = n_j \cos \vartheta_j = \sqrt{n_j^2 - \beta^2} \quad (\text{Ann.III.A.-3.})$$

où  $\beta$  et  $p_j$  sont respectivement proportionnels à la composante du vecteur d'onde  $\mathbf{k}_j$  le long des axes  $\mathbf{e}_x$  et  $\mathbf{e}_z$  et la quantité  $n_j$  désigne l'indice de réfraction du milieu  $\Omega_j$ . En cas de réflexion totale à l'interface  $\Omega_{j-1}/\Omega_j$ ,  $p_j$  devient purement imaginaire ce qui permet de l'écrire sous la forme:

$$p_j = ib_j \quad (\text{Ann.III.A.-4.})$$

avec  $b_j$  réel.

De plus, nous écrivons la distribution  $E_j(x, z)$  du champ électrique dans les milieux  $\Omega_j$  en cas d'un système d'une couche sous la forme:

$$E_j(x, z) = A_j e^{ik(\beta x + p_j(-\delta_{j3}d_2 + z))} + (1 - \delta_{j3})B_j e^{ik(\beta x - p_j z)}$$

(Ann.III.A.-5.)

Dans (Ann.III.A.-5.) nous avons séparé le champ dans les trois milieux en une partie incidente (transmise) avec amplitude  $A_j$  et une partie réfléchie avec amplitude  $B_j$  tenu compte du fait qu'il n'y pas de champ réfléchi dans le milieu  $\Omega_3$ . De la même manière, si nous considérons un système de deux couches, nous décrivons la distribution du champ électrique  $E_j(x, z)$  dans les quatre milieux par:

$$E_j(x, z) = A_j e^{ik(\beta x + p_j(-\delta_{j3}d_2 - \delta_{j4}(d_2 + d_3) + z))} + (1 - \delta_{j4})B_j e^{ik(\beta x - p_j(-\delta_{j3}d_2 + z))}$$

(Ann.III.A.-6.)

Les coefficients de transmission et de réflexion (coefficients de Fresnel) à l'interface  $\Omega_j/\Omega_k$  en l'absence de toute autre interface  $\Omega_l$  pour le cas d'une onde polarisée TE sont donnés par [Born-Wolf 59]:

$$t_{jk} = \frac{2p_j}{p_j + p_k} \quad (\text{Ann.III.A.-7.})$$

$$r_{jk} = \frac{p_j - p_k}{p_j + p_k} = -r_{kj} \quad (\text{Ann.III.A.-8.})$$

avec  $t_{jk} = 1 + r_{jk}$ . En cas de réflexion totale le module du coefficient de réflexion  $r_{jk}$  vaut 1 (voir la partie (III.B.1.)). D'après (Ann.III.A.-4.) et (Ann.III.A.-8.)  $r_{jk}$  est dans ce cas à un facteur  $\pi$  près donné par:

$$r_{jk} = e^{-2i\Phi_{jk}} \quad (\text{Ann.III.A.-9.})$$

avec  $\Phi_{jk} = \arctan(p_k/ip_j)$  réel et positif.

### b. Facteur de transmission et coefficient de réflexion pour un système d'une couche

Calculons le facteur de transmission  $t_{123}$  et le coefficient de réflexion  $r_{123}$  en cas d'une seule couche  $n_2$ , entourée par les deux milieux semi-infinis  $\Omega_1$  et  $\Omega_3$  (Figure Ann.III.A.-1.). Le facteur de transmission  $t_{123}$  donne le rapport entre l'amplitude  $A_3$  du champ transmis dans le milieu  $\Omega_3$  et l'amplitude  $A_1$  du champ électromagnétique incident:

$$A_3 = t_{123}A_1 \quad (\text{Ann.III.A.-10.})$$

tandis que le coefficient de réflexion  $r_{123}$  décrit le rapport entre l'amplitude  $B_1$  du champ réfléchi dans le milieu  $\Omega_1$  et l'amplitude  $A_1$ :

$$B_1 = r_{123}A_1 \quad (\text{Ann.III.A.-11.})$$

Les deux quantités  $t_{123}$  et  $r_{123}$  se calculent en effectuant une somme sur toutes les amplitudes partielles créées par la réflexion multiple du champ électrique à l'intérieur de la couche  $n_2$  et contribuant à  $A_2$  et à  $B_1$ . Pour effectuer la somme considérons d'abord une onde plane incidente  $A_1 e^{ik(\beta x + p_1 z)}$  s'approchant de l'interface  $\Omega_1 / \Omega_2$  sous l'angle d'incidence  $\theta_1$  (voir Figure Ann.III.A.-1.). A l'interface  $\Omega_1 / \Omega_2$  l'onde incidente se sépare en une onde transmise  $t_{12} A_1 e^{ik\beta x}$  et une onde réfléchie  $r_{12} A_1 e^{ik\beta x}$  où  $t_{12}$  et  $r_{12}$  désignent les coefficients de Fresnel. L'onde transmise se propage dans la couche  $n_2$ . A l'interface  $\Omega_2 / \Omega_3$  elle est de nouveau séparée en une onde transmise  $t_{12} t_{23} A_1 e^{ik(\beta x + p_1 d_2)}$  dans le milieu  $\Omega_3$  et une onde réfléchie  $t_{12} r_{23} A_1 e^{ik(\beta x + p_1 d_2)}$ . L'onde transmise contribue à l'amplitude  $A_3$ . Par contre, l'onde réfléchie reste dans la couche  $n_2$  et s'approche de l'interface  $\Omega_2 / \Omega_1$ . Elle y est encore séparée en deux ondes, une onde  $t_{12} t_{21} r_{23} A_1 e^{ik(\beta x + 2 p_2 d_2)}$  qui apparaît dans le milieu  $\Omega_1$  pour contribuer à l'amplitude réfléchie  $B_1$ , et une onde  $t_{12} r_{21} r_{23} A_1 e^{ik(\beta x + 2 p_2 d_2)}$  qui est réfléchie dans le milieu  $\Omega_2$  pour s'approcher de nouveau de l'interface  $\Omega_2 / \Omega_3$  et ainsi de suite...

Tenant compte de toutes les amplitudes partielles ainsi transmises dans le milieu  $\Omega_3$  et contribuant à l'amplitude  $A_3$  et en se servant du schéma de la Figure Ann.III.A.-1., on peut finalement écrire le facteur de transmission  $t_{123}$  sous la forme:

$$\begin{aligned}
 t_{123} &= t_{12} t_{23} e^{ikp_2 d_2} (1 + r_{21} r_{23} e^{2ikp_2 d_2} + \dots) \\
 &= t_{12} t_{23} e^{ikp_2 d_2} \sum_{n=0}^{\infty} (r_{21} r_{23} e^{2ikp_2 d_2})^n \\
 &= \frac{t_{12} t_{23} e^{ikp_2 d_2}}{1 - r_{21} r_{23} e^{2ikp_2 d_2}} \\
 &= \frac{t_{12} t_{23} e^{-kb_2 d_2}}{1 + r_{12} r_{23} e^{-2kb_2 d_2}}
 \end{aligned}$$

(Ann.III.A.-12.)

où, pour écrire la dernière équation, nous nous sommes placés dans le cas de la réflexion totale  $p_2 = ib_2$  (voir (Ann.III.A.-4.)) et nous avons utilisé la relation  $r_{12} = -r_{21}$  qui découle de l'équation (Ann.III.A.-8.).

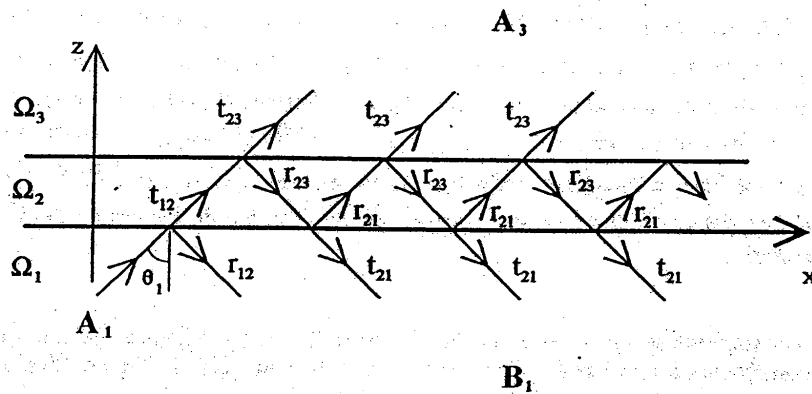


Figure Ann.III.A.-1. Rayons lumineux de l'onde plane subissant réflexions multiples à l'intérieur de la couche  $n_2$ . A chaque réflexion l'onde se sépare en une onde transmise et une onde réfléchi. En sommant toutes les amplitudes partielles transmises vers le milieu  $\Omega_3$  et toutes les amplitudes partielles apparaissantes dans le milieu  $\Omega_1$ , on obtient respectivement le facteur de transmission  $t_{123}$  et le coefficient de réflexion  $r_{123}$ .

De la même manière, en sommant toutes les amplitudes partielles contribuant à l'amplitude du champ réfléchi, on obtient à l'aide de la Figure Ann.III.A.-1.:

$$r_{123} = r_{12} + t_{12}r_{23}t_{21}e^{-2kb_2d_2}(1 + r_{21}r_{23}e^{-2kb_2d_2} + \dots)$$

$$= r_{12} + t_{12}r_{23}t_{21}e^{-2kb_2d_2} \sum_{n=0}^{\infty} (r_{21}r_{23}e^{-2kb_2d_2})^n$$

$$= r_{12} + \frac{t_{12}r_{23}t_{21}e^{-2kb_2d_2}}{1 + r_{21}r_{23}e^{-2kb_2d_2}}$$

$$= \frac{r_{12} + r_{23}e^{-2kb_2d_2}}{1 + r_{21}r_{23}e^{-2kb_2d_2}}$$

(Ann.III.A.-13.)

où nous avons utilisé la relation  $t_{12}t_{21} = 1 - r_{12}^2$  résultant des équations (Ann.III.A.-7.) et (Ann.III.A.-8.). Notons que par une argumentation analogue, on obtient les coefficients suivants:

$$r_{321} = \frac{r_{32} + r_{21}e^{-2kb_2d_2}}{1 + r_{32}r_{21}e^{-2kb_2d_2}} \quad (\text{Ann.III.A.-14.})$$

$$t_{321} = \frac{t_{32}t_{21}e^{-kb_2d_2}}{1 + r_{32}r_{21}e^{-2kb_2d_2}} \quad (\text{Ann.III.A.-15.})$$

$$r_{234} = \frac{r_{23} + r_{34}e^{-2kb_2d_2}}{1 + r_{23}r_{34}e^{-2kb_2d_2}} \quad (\text{Ann.III.A.-16.})$$

$$t_{234} = \frac{t_{23}t_{34}e^{-kb_2d_2}}{1 + r_{23}r_{34}e^{-2kb_2d_2}} \quad (\text{Ann.III.A.-17.})$$

où les quantités  $t_{ijk}$  et  $r_{ijk}$  désignent respectivement le facteur de transmission et le coefficient de réflexion pour un système d'une couche  $n_j$  entourée par les milieux  $\Omega_i$  et  $\Omega_k$  en cas d'une onde plane incidente dans le milieu  $\Omega_i$ . Nous allons utiliser les expressions (Ann.III.A.-14.) - (Ann.III.A.-17.) dans la partie Ann.III.A.c. Notons finalement qu'en tenant compte des formules (Ann.III.A.-12.) et (Ann.III.A.-13.), le



système d'une couche entourée par deux milieux semi-infinis peut être représenté par un seul interface  $\Omega_1/\Omega_2/\Omega_3$ , dont le facteur de transmission et le coefficient de réflexion valent  $t_{123}$  et  $r_{123}$  respectivement.

### c. Facteur de transmission et coefficient de réflexion en cas d'un système de deux couches

Considérons ensuite le système de deux couches présenté dans la Figure Ann.III.A.-2. Nous désignons par  $t_{14}$  le facteur de transmission qui décrit le rapport entre l'amplitude  $A_4$  du champ transmis dans le milieu  $\Omega_4$  et l'amplitude du champ incident  $A_1$ :

$$A_4 = t_{14} A_1 \quad (\text{Ann.III.A.-18.})$$

et par  $r_{14}$  le coefficient de réflexion qui lie l'amplitude du champ réfléchi  $B_1$  à  $A_1$ :

$$B_1 = r_{14} A_1 \quad (\text{Ann.III.A.-19.})$$

L'expression de  $t_{14}$  et  $r_{14}$  s'obtiennent par une approche analogue à celle présentée dans la partie Ann.III.A.b.: en sommant toutes les amplitudes partielles créées par la réflexion multiple du champ électrique à l'intérieur de la couche  $n_3$ , on calcule l'amplitude du champ transmis  $A_4$  et celle du champ réfléchi  $B_1$ . Pour effectuer la somme, notons que - d'après l'argumentation de la partie Ann.III.A.b. - le facteur de transmission à travers la couche  $n_2$  vaut  $t_{123}$  et le coefficient de réflexion à l'interface  $\Omega_3/\Omega_2$  en présence du milieu  $\Omega_1$  vaut  $r_{321}$ . Ils ont été calculés en (Ann.III.A.-12.) et (Ann.III.A.-14) respectivement. En effectuant la même somme que présentée en (Ann.III.A.-12) avec  $t_{12}$  ( $t_{21}$ ) remplacé respectivement par  $t_{123}$  ( $t_{321}$ ), et  $r_{12}$  ( $r_{21}$ ) remplacé par  $r_{123}$  ( $r_{321}$ ), on obtient alors:

$$t_{14} = \frac{t_{123} t_{34} e^{ikp_3 d_3}}{1 - r_{321} r_{34} e^{2ikp_3 d_3}} \quad (\text{Ann.III.A.-20.})$$

$$\eta_{14} = \eta_{123} + \frac{t_{123}r_{34}t_{321}e^{2ikp_3d_3}}{1 - r_{321}r_{34}e^{2ikp_3d_3}} \quad (\text{Ann.III.A.-21.})$$

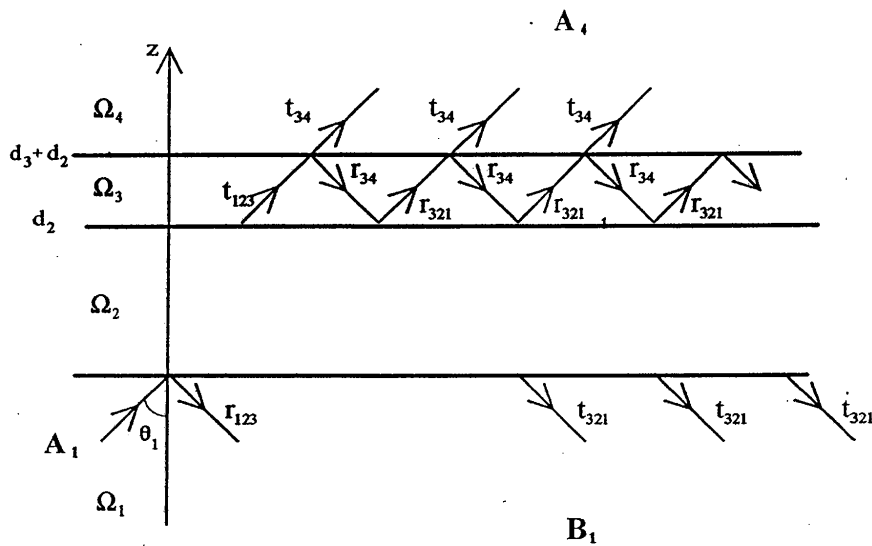


Figure Ann.III.A.-2. Rayons lumineux de l'onde plane subissant les réflexions multiples à l'intérieur de la couche  $n_3$  en cas d'un système de deux couches. Le coefficient de réflexion et le facteur de transmission du système  $\Omega_1/\Omega_2/\Omega_3$  en absence du milieu  $\Omega_4$  valent respectivement  $\eta_{123}$  ( $r_{321}$ ) et  $t_{123}$  ( $t_{321}$ ). En sommant toutes les amplitudes partielles transmises vers le milieu  $\Omega_4$  et toutes les amplitudes partielles apparaissantes dans le milieu  $\Omega_1$  en tenant compte de la couche intermédiaire  $n_2$ , on obtient le facteur de transmission  $t_{14}$  et le coefficient de réflexion  $\eta_{14}$ .

Notons que l'expression (Ann.III.A.-21.) du coefficient de réflexion  $r_{14}$  se simplifie si on effectue la sommation à l'intérieur de la couche  $r_2$  en tenant compte de la présence du milieu intermédiaire  $\Omega_3$ . Par une argumentation analogue à celle qui conduisait à l'expression (Ann.III.A.-21.), on obtient:

$$\begin{aligned} r_{14} &= r_{12} + t_{12}r_{234}t_{21}e^{-2kb_2d_2}(1 + r_{234}r_{21}e^{-2kb_2d_2} + \dots) \\ &= r_{12} + t_{12}r_{234}t_{21}e^{-2kb_2d_2} \sum_{n=0}^{\infty} (r_{234}r_{21}e^{-2kb_2d_2})^n \\ &= r_{12} + \frac{t_{12}r_{234}t_{21}e^{-2kb_2d_2}}{1 + r_{12}r_{234}e^{-2kb_2d_2}} \end{aligned}$$

(Ann.III.A.-22.)

ce qui se simplifie à l'aide de la relation  $t_{12}t_{21} = 1 - r_{12}^2$  à:

$$r_{14} = \frac{r_{12} + r_{234}e^{-2kb_2d_2}}{1 + r_{12}r_{234}e^{-2kb_2d_2}} \quad (\text{Ann.III.A.-23.})$$

C'est la forme utilisée pour l'étude du coefficient de réflexion  $r_{14}$  de la partie III.B.

## Annexe III.B.

Dans cette Annexe nous calculons la distribution du champ électrique à travers le gap (milieu  $\Omega_2$ ), à travers le guide d'onde (milieu  $\Omega_3$ ) et dans milieu  $\Omega_4$ , en fonction de l'amplitude du champ électrique incident. Pour cela nous supposons une onde électromagnétique plane incidente dans le milieu  $\Omega_1$  sous l'angle d'incidence  $\mathcal{S}_1$  polarisé TE, et nous écrivons le profil du champ électrique  $E_j(x, z)$  dans les quatre milieux  $\Omega_j$  sous la forme (voir Annexe III.A.):

$$E_j(x, z) = A_j e^{ik(\beta x + p_j(-\delta_{j3}d_2 - \delta_{j4}(d_2 + d_3) + z))} + (1 - \delta_{j4})B_j e^{ik(\beta x - p_j(-\delta_{j3}d_2 + z))}$$

(Ann.III.B.-1.)

En (Ann.III.B.-1.) nous avons séparé le champ électrique dans  $\Omega_j$  en une partie incidente (transmise) avec amplitude  $A_j$  et une partie réfléchi avec amplitude  $B_j$  en tenant compte du fait qu'il n'y a pas de champ réfléchi dans le milieu  $\Omega_4$ . Dans ce qui suit nous calculons les différentes amplitudes  $A_j$  et  $B_j$  en fonction de l'amplitude du champ électrique incident  $A_1$ . Pendant toute l'Annexe nous utiliserons la notation de l'Annexe III.A.

### a. Champ électrique dans le gap

Commençons à calculer l'amplitude  $A_2$  du champ électrique dans le milieu  $\Omega_2$  en présence du milieu  $\Omega_3$  et du milieu  $\Omega_4$ . L'onde plane incidente dans le milieu  $\Omega_1$  s'écrit sous la forme:

$$E_1(x, z) = A_1 e^{ik(\beta x + p_1 z)} \quad (\text{Ann.III.B.-2.})$$

où  $A_1$  représente son amplitude. Les quantités  $k\beta = kn_1 \sin \vartheta_1$  et  $k\rho_1 = kn_1 \cos \vartheta_1$  correspondent à la composante du vecteur d'onde  $k$  le long de l'axe  $e_x$  et de l'axe  $e_y$  respectivement;  $k$  est le module du vecteur d'onde dans le vide  $k = \omega / c$ . Nous liions l'amplitude  $A_1$  du champ incident dans le milieu  $\Omega_1$  à l'amplitude  $A_2$  du champ transmis dans le gap par un facteur  $\tau_{12}$ :

$$A_2 = \tau_{12} A_1 \quad (\text{Ann.III.B.-3.})$$

Pour calculer  $\tau_{12}$  nous nous plaçons à l'interface  $\Omega_1/\Omega_2$  à  $z=0$  et nous sommions toutes les amplitudes partielles provenant de la réflexion multiple du champ électrique à l'intérieur de la couche  $n_2$  qui contribuent à l'amplitude  $A_2$ . La situation est résumée dans la Figure Ann.III.B.-1.

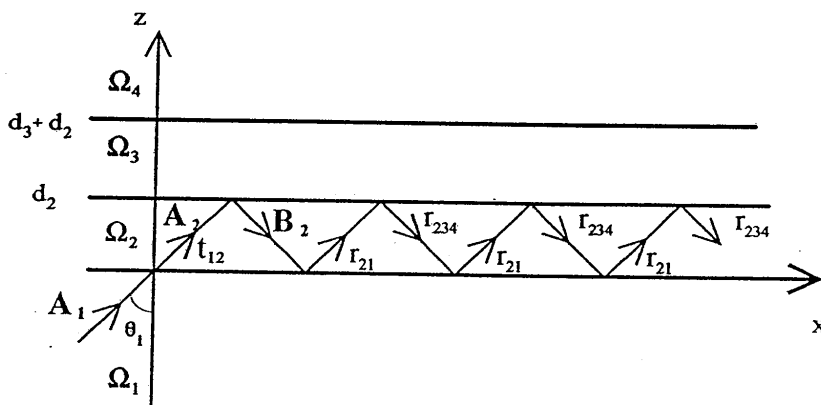


Figure Ann.III.B.-1. Rayons lumineux de l'onde électromagnétique se propageant à l'intérieur du gap en présence du milieu  $\Omega_2$  et du milieu  $\Omega_4$ . A chaque réflexion sur l'interface  $\Omega_2/\Omega_1$  et sur l'interface  $\Omega_2/\Omega_3$  l'onde électromagnétique se sépare en une onde transmise et une onde réfléchie. Le coefficient de réflexion à l'interface  $\Omega_2/\Omega_1$  vaut  $r_{21}$  et celui à l'interface  $\Omega_2/\Omega_3$  vaut  $r_{234}$  (voir Annexe III.A.). En sommant toutes les amplitudes partielles contribuant à l'amplitude  $A_2$  à  $z=0$ , on obtient le facteur  $\tau_{12}$ .

Selon la Figure Ann.III.B.-1. et suivant le procédé exposé dans l'Annexe III.A., le facteur  $\tau_{12}$  se calcule à partir de la somme:

$$\begin{aligned}\tau_{12} &= t_{12}(1+r_{234}r_{21}e^{2ikp_2d_2}+\dots) \\ &= \frac{t_{12}}{1+r_{12}r_{234}e^{2ikp_2d_2}}\end{aligned}$$

(Ann.III.B.-4.)

où les facteurs  $t_{jk}$  et  $r_{jk}$  apparaissant dans (Ann.III.B.-4.) correspondent respectivement au coefficient de transmission et au coefficient de réflexion (coefficients de Fresnel) à l'interface  $\Omega_j/\Omega_k$  en l'absence de toute autre milieu. La quantité  $r_{234}$  représente le coefficient de réflexion du champ électrique à l'interface  $\Omega_2/\Omega_3$  en présence du milieu  $\Omega_4$  (voir Annexe III.A.). Notons que pour écrire la dernière ligne de l'équation (Ann.III.B.-4.) nous avons utilisé le fait que  $r_{jk} = -r_{kj}$  (voir Ann.III.A.-8.). Dans le cas où l'angle d'incidence  $\theta_1$  est plus grand que l'angle critique de l'interface  $\Omega_1/\Omega_2$ , le facteur  $p_2$  devient purement imaginaire:  $p_2 = ib_2$ . Dans ce cas nous pouvons écrire  $\tau_{12}$  sous la forme:

$$\tau_{12} = \frac{t_{12}}{1+r_{12}r_{234}e^{-2kb_2d_2}} \quad (\text{Ann.III.B.-5.})$$

L'amplitude  $B_2$  du champ électrique réfléchi dans le milieu  $\Omega_2$  à  $z=0$  se distingue de l'amplitude du champ incident  $A_2$  à  $z=0$  par la réflexion à l'interface  $\Omega_2/\Omega_3$  (voir Figure Ann.III.B.-1.) et par le déphasage supplémentaire causé par l'aller-retour du champ électrique le long de l'axe  $e_z$  à travers le gap:

$$B_2 = r_{234}e^{2ikp_2d_2}A_2 \quad (\text{Ann.III.B.-6.})$$

En cas de réflexion totale,  $B_2$  s'exprime en fonction de l'amplitude  $A_1$  de l'onde plane incidente dans le milieu  $\Omega_1$  de ce fait avec (Ann.III.B.-3.) par:

$$B_2 = \tau_{12}r_{234}e^{-2kb_2d_2}A_1 \quad (\text{Ann.III.B.-7.})$$

En reportant (Ann.III.B.-3.) et (Ann.III.B.-7.) dans (Ann.III.B.-1.), nous pouvons écrire le profil du champ électrique à l'intérieur du gap dans l'intervalle  $z \in [0, d_2]$  sous la forme:

$$E_2(x, z) = \tau_{12} (e^{-kb_2(z-d_2)} + r_{234} e^{kb_2(z-d_2)}) e^{-kb_2 d_2} e^{ik\beta x} A_1$$

(Ann.III.B.-8.)

où  $\tau_{12}$  est donné par (Ann.III.B.-5.).

### b. Champ électrique dans le guide d'onde

Pour calculer le profil  $E_3(x, z)$  du champ électrique dans le guide d'onde nous procédons de la même manière que dans la partie Annexe III.B.a.: nous nous plaçons à l'interface  $\Omega_2/\Omega_3$  à  $z = d_2$  et nous sommions toutes les amplitudes partielles contribuant à l'amplitude  $A_3$  du champ transmis dans le guide. Puis nous calculons à  $z = d_2$  l'amplitude  $B_3$  du champ réfléchi dans  $\Omega_3$ . Nous en déduisons finalement la distribution  $E_3(x, z)$ .

Pour commencer, introduisons un facteur  $\tau_{13}$  qui lie l'amplitude du champ électrique incident à l'amplitude  $A_3$ :

$$A_3 = \tau_{13} A_1 \quad (\text{Ann.III.B.-9.})$$

A l'aide de la Figure Ann.III.B.-2. et suivant le même procédé que celui présenté dans la partie Annexe III.B.a., nous obtenons:

$$\begin{aligned} \tau_{13} &= t_{123} (1 + r_{32} r_{34} e^{2ikp_3 d_3} + \dots) \\ &= \frac{t_{123}}{1 - r_{32} r_{34} e^{2ikp_3 d_3}} \end{aligned} \quad (\text{Ann.III.B.-10.})$$

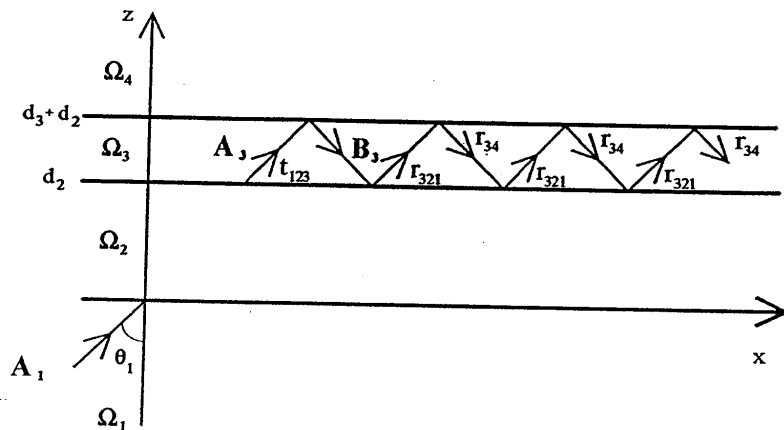


Figure Ann.III.B.-2. Rayon lumineux de l'onde électromagnétique se propageant à l'intérieur du guide d'onde en présence du milieu  $\Omega_1$ . A chaque réflexion sur l'interface  $\Omega_3 / \Omega_4$  et sur l'interface  $\Omega_3 / \Omega_2$  l'onde électromagnétique se sépare en une onde transmise et une onde réfléchie. En sommant toutes les amplitudes partielles contribuant à l'amplitude  $A_3$  on obtient le facteur  $\tau_{13}$ .

L'amplitude du champ réfléchi dans le guide  $B_3$ , évaluée à  $z = d_2$ , se distingue de l'amplitude  $A_3$  par la réflexion à l'interface  $\Omega_3 / \Omega_4$  et par le déphasage supplémentaire  $e^{2ikp_3d_3}$  dû à l'aller-retour du champ électrique à travers la couche  $n_3$ . En fonction de  $A_3$ , elle s'exprime sous la forme:

$$B_3 = r_{34} e^{2ikp_3d_3} A_3 \quad (\text{Ann.III.B.-11.})$$



En reportant (Ann.III.B.-9.) et (Ann.III.B.-11.) en (Ann.III.B.-1.), la distribution spatiale  $E_3(x, z)$  dans le guide d'onde dans l'intervalle  $z \in [d_2, d_2 + d_3]$  s'écrit sous la forme:

$$\begin{aligned}
 E_3(x, z) &= \tau_{13} (e^{jkp_3(z-d_2)} + r_{34} e^{2ikp_3d_3} e^{-ikp_3(z-d_2)}) e^{jk\beta x} A_1 \\
 &= \tau_{13} 2 \cos(\Phi_{34} + kp_3(z-d_2-d_3)) e^{jk(\beta x + p_3d_3)} e^{-i\Phi_{34}} A_1
 \end{aligned}$$

(Ann.III.B.-12.)

où le terme  $\tau_{13}$  est donné par (Ann.III.B.-10.). Dans (Ann.III.B.-12.) nous avons utilisé le fait que le coefficient de réflexion  $r_{34}$  à l'interface  $\Omega_3/\Omega_4$  est donné par  $r_{34} = \exp(-2\Phi_{34})$  avec  $\Phi_{34} = \arctan(b_4 / p_3)$  réel et positif (voir III.B.2.).

### c. Champ électrique dans le milieu $\Omega_4$

Le facteur  $\tau_{14}$  qui lie l'amplitude  $A_4$  du champ électrique transmis dans le milieu  $\Omega_4$  à l'amplitude  $A_1$  de l'onde plane incidente:

$$A_4 = \tau_{14} A_1 \quad (\text{Ann.III.B.-13.})$$

a été calculé dans l'Annexe III.A. D'après (Ann.III.A.-20.) on obtient:

$$\tau_{14} = t_{14} = \frac{t_{123} t_{34} e^{ikp_3d_3}}{1 - r_{321} r_{34} e^{2ikp_3d_3}} \quad (\text{Ann.III.B.-14.})$$

où les coefficients  $t_{123}$  et  $r_{321}$  ont été calculés respectivement en (Ann.III.A.-12.) et (Ann.III.A.-14.).

Comme il n'y a pas de champ réfléchi dans le milieu  $\Omega_4$  ( $B_4 = 0$ ), le profil du champ électrique  $E_4(x, z)$  dans le milieu  $\Omega_4$  s'écrit donc d'après (Ann.III.B.-1.) sous la forme:

$$E_4(x, z) = A_4 e^{-kb_4(z-d_2-d_3)} e^{ik\beta x} \quad (\text{Ann.III.B.-15.})$$

• Remarque

La distribution du champ électrique à travers le gap, le guide d'onde et dans le milieu  $\Omega_4$  pour une épaisseur du gap de 700 nm et plusieurs épaisseurs du guide d'onde a été présentée dans la Figure III.B.7.-5. de ce chapitre.

### Références du chapitre III

- [Baer 87] T. Baer, *Opt. Lett.* **12**, 392 (1987).
- [Born 59] M. Born, E. Wolf, *Principles of Optics*, Pergamon Press, London, 1959.
- [Braginsky 89] V.B. Braginsky, M.L. Gorodetsky, V.S. Ilchenko, *Phys. Lett. A* **137**, 393 (1989).
- [Bretenaker 92] F. Bretenaker, A. Le Floch, L. Dutriaux, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 931 (1992).
- [Collot 93] L. Collot, V. Lefèvre-Seguin, M. Brune, J.M. Raimond, S. Haroche, *EuroPhys. Lett.* **23**, 327 (1993).
- [Costa de Beauregard 77] O. Costa de Beauregard, C. Imbert, Y. Levy, *Phys. Rev. D* **15**, 3553 (1977).
- [Cush 94] R. Cush, J.M. Cronin, W.J. Stewart, *Biosensors et Bioelectronics* **8**, 347 (1994) et les références cités dans l'article
- [Dakss 70] M.L. Dakss, L. Kuhn, P.F. Heidrich, B.A. Scott, *Appl. Phys. Lett.* **16**, 523 (1970).
- [Desruelle] B. Desruelle, N. Vansteenkiste, A. Aspect, en préparation .
- [Esslinger 93] T. Esslinger, M. Weidemüller, A. Hemmerich, T.W. Hänsch, *Opt. Lett.* **18**, 450 (1993).
- [Feron 93] S. Feron, J. Reinhardt, S. Le Boiteux, O. Gorceix, J. Baudon, M. Ducloy, J. Robert, Ch. Miniatura, S. Nic Chormaic, H. Haberland, V. Lorent, *Opt. Commun.* **102**, 83 (1993).
- [Flory 89] F. Flory, E. Pelletier, G. Albrand, *Appl. Opt.* **28**, 2952 (1989).
- [Haeven 65] O.S. Haeven, *Optical Properties of thin solid films*, Dover Publications, New York, 1965 .
- [Hall 70] D. Hall, A. Yariv, E. Garmine, *Appl. Phys. Lett.* **17**, 127 (1970).
- [Hänsch 80] T.W. Hänsch, B. Couillaud, *Opt. Commun.* **35**, 441 (1980).

- [IOTA 93] M. Allain, Communication privée, mesure faite à l'atelier de métrologie optique, Institut d'Optique Théorique et Appliquée, 1993
- [Jones 56] R.C. Jones, *J. Opt. Soc. Am.* **46**, 126 (1956).
- [Kaiser 94] R. Kaiser, Y. Lévy, N. Vansteenkiste, A. Aspect, W. Seifert, D. Leipold, J. Mlynek, *Opt. Commun.* **104**, 234 (1994).
- [Kane 85] T.J. Kane, R.L. Byer, *Opt. Lett.* **10**, 65 (1985).
- [Kogelnik 70] H. Kogelnik, T. Sosnowski, *Bell Syst. Tech. J.* **49**, 1602 (1970).
- [Kogelnik 71] H. Kogelnik, C.V. Shank, *Appl. Phys. Lett.* **18**, 152 (1971).
- [Kuhn 70] L. Kuhn, M.L. Dakss, P.F. Heindrich, B.A. Scott, *Appl. Phys. Lett.* **17**, 265 (1970).
- [Labani 90] B. Labani, C. Girard, D. Courjon, D. Van Labeke, *J. Opt. Soc. Am. B* **7**, 936 (1990).
- [Lévy 72] Y. Lévy, *Nouv. Rev. d'Optique appliquée* **3**, 25 (1972).
- [Lévy 74] Y. Lévy, Thèse de Doctorat d'Etat, Université Paris VI, 1974
- [Lévy 75] Y. Lévy, C. Imbert, *Opt. Commun.* **13**, 43 (1975).
- [Lévy 85] Y. Lévy, Y. Zhang, J.C. Loulergué, *Opt. Commun.* **56**, 155 (1985).
- [Mabuchi 94] H. Mabuchi, H.J. Kimble, *Opt. Lett.* **10**, 749 (1994).
- [Macleod 82] H.A. Macleod, *Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng.* **325**, 21 (1982).
- [Marowsky 74] G. Marowsky, F. Zaraga, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-10**, 832 (1974).
- [Marti 93] O. Marti, H. Bielefeldt, B. Hecht, S. Herminghaus, P. Leiderer, J. Mlynek, *Opt. Commun.* **96**, 225 (1993).
- [Melles Griot] Catalogue Melles Griot, Optics Guide 5, 1992.
- [Midwinter 70a] J.E. Midwinter, *IEEE J. Quantum Electr.*, **QE-6**, 583 (1970).
- [Midwinter 70b] J.E. Midwinter, F. Zernike, *Appl. Phys. Lett.* **16**, 198 (1970).
- [Peck 62] E.R. Peck, *J. Opt. Soc. Am.* **53**, 253 (1962).

- [Pelletier 89] E. Pelletier, F. Flory, Y. Hu, *Appl. Opt.* **28**, 2918 (1989).
- [Raether 88] H. Raether, *Surface Plasmons on Smooth and Rough Surfaces and on Gratings*, Vol. 111 of Springer Tracts in Modern Physics (Springer-Verlag, Berlin, 1988).
- [Rigneault 93] H. Rigneault, Thèse du 3ième cycle, Univeristé de Droit, D'Economie et des Sciences D'Aix-Marseille, 1993, .
- [Salomon 91] L. Salomon, F. De Fornel, J.P. Goudonnet, *J. Opt. Soc. Am. A* **8**, 2009 (1991).
- [Schiller 91] S. Schiller, R.L. Byer, *Opt. Lett.* **16**, 1138 (1991).
- [Schiller 92] S. Schiller, I.I. Yu, M.M. Fejer, R.L. Byer, *Optics Letters* **17**, 378 (1992).
- [Seifert 94] W. Seifert, C.S. Adams, V.I. Balykin, C. Heine, Yu. Ovchinnikov, J. Mlynek, *Phys. Rev. A* **49**, 3814 (1994).
- [Seifert 94] W. Seifert, R. Kaiser, A. Aspect, J. Mlynek, *Opt. Commun.* **111**, 566 (1994).
- [Self 83] S.A. Self, *Appl. Opt.* **22**, 658 (1983).
- [Shen 92] Y.R. Shen, in: *Les Houches, Session LIII, 1990, Fundamental Systems in Quantum Optics*, Edts. J. Dalibard, J.-M. Raimond and J. Zinn-Justin (Elsevier Science Publishers, Amsterdam, 1992).
- [Siegman 86] A. E. Siegman, *Lasers*, p. 417 (1986).
- [Shah 71] V. Shah, T. Tamir, *J. Opt. Soc. Am.* **61**, 1397 (1971).
- [Shah 83] V. Shah, T. Tamir, *J. Opt. Soc. Am.* **73**, 37 (1983).
- [Smythe 87] R.A. Smythe, *Laser Focus/Electro-Optics*, (Edition Juillet 1987).
- [Tamir 71] T Tamir, H.L. Bertoni, *J. Opt. Soc. Am.* **61**, 1397 (1971).
- [Tien 69] P.K. Tien, R. Ulrich, R.J. Martin, *Appl. Phys. Lett.* **14**, 291 (1969).
- [Tien 70] P.K. Tien, R. Ulrich, *J. Opt. Soc. Am.* **60**, 1325 (1970).
- [Tien 70a] P.K. Tien, R. Ulrich, R.J. Martin, *Appl. Phys. Lett.* **17**, 447 (1970).
- [Tien 71] P.K. Tien, *Appl. Optics* **10**, 2395 (1971).





IV.

---

**Amplification d'une onde évanescente  
par un système de deux couches minces:**

**cas d'un faisceau de taille finie**



1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60  
61  
62  
63  
64  
65  
66  
67  
68  
69  
70  
71  
72  
73  
74  
75  
76  
77  
78  
79  
80  
81  
82  
83  
84  
85  
86  
87  
88  
89  
90  
91  
92  
93  
94  
95  
96  
97  
98  
99  
100

## A. Introduction

Dans ce chapitre nous considérons le cas d'un faisceau incident de taille finie (Figure IV.A.-1.). Nous discutons d'abord dans quelle mesure la section finie du faisceau modifie les signaux en réflexion, analysés dans le chapitre III. dans l'hypothèse d'une onde plane incidente. Nous étudions ensuite l'impact de la taille finie du faisceau sur le profil spatial du champ électrique évanescent  $E_4$  dans le milieu  $\Omega_4$ . Connaître le profil du champ  $E_4$  dans le milieu  $\Omega_4$  d'une manière précise est crucial pour interpréter les expériences de la réflexion d'atomes par le miroir atomique correctement. Enfin, nous présenterons une méthode supplémentaire d'évaluation de l'amplification du système de deux couches, basée sur la réponse du système à un faisceau de section plus faible que la longueur de décroissance dans le guide d'onde.

Afin de présenter les modifications par rapport au cas d'une onde plane incidente avec plus de clarté, nous nous limitons au cas d'un faisceau laser incident limité seulement suivant la direction  $e_X$  dans le plan d'incidence, le faisceau restant décrit par une onde plane suivant  $e_Y$ . Le long de l'axe  $e_X$  nous allons considérer un faisceau gaussien. Le couplage du faisceau dans le guide d'onde peut se décrire à partir du développement du faisceau gaussien en ondes planes, en considérant d'abord le couplage de chaque onde plane (chapitre III.) et en combinant ensuite toutes les ondes planes transmises. De cette manière on obtient le champ électrique total transmis dans le milieu  $\Omega_4$ . Par un même développement en ondes planes du faisceau gaussien incident on obtient le champ électrique réfléchi dans le milieu  $\Omega_1$ . Afin de parvenir à des expressions analytiques du spectre du champ électrique de l'onde évanescente  $E_4$  et celui du faisceau réfléchi, nous nous plaçons dans le régime du faible couplage  $h = e^{-kb_2d_2} \ll 1$  dans lequel nous avons simplifié le facteur de transmission  $t_4$  et le coefficient de réflexion  $r_4$  pour le cas d'une onde plane incidente unique (chapitre III.). Cette simplification nous permet d'effectuer analytiquement les sommes sur toutes les ondes planes constituant le faisceau incident.

Nous commençons dans ce qui suit par étudier l'impact de la taille finie du faisceau incident sur la courbe de résonance du module carré du coefficient de réflexion  $|r_4|^2$  (section IV.B.1.). Nous discutons ensuite les modifications que la taille finie du faisceau apporte sur des signaux d'interférence de polarisation (section IV.B.2.). Nous analyserons finalement le profil spatial du champ évanescent dans le milieu  $\Omega_4$ . Sous certaines conditions il peut considérablement différer du profil gaussien du faisceau incident. Nous verrons qu'il est dans ce cas possible de déduire de la forme du profil spatial du champ électrique dans le milieu  $\Omega_4$  les caractéristiques amplificatrices du système. Cela sera étudié dans la partie IV.C.

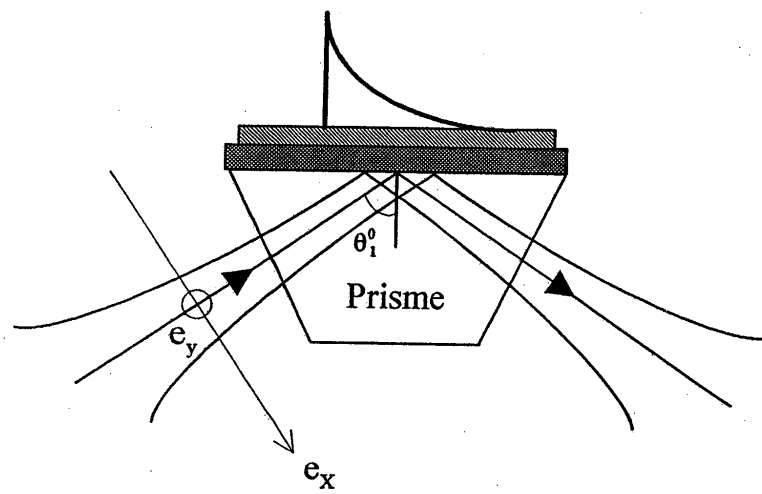


Figure IV.A.-1. Faisceau divergent incident dans le milieu  $\Omega_1$ . Le faisceau est gaussien le long l'axe  $e_x$  et décrit par une onde plane le long l'axe  $e_y$ . Pour simplifier le calcul, le waist du faisceau est situé au niveau de la base du prisme.



## B. Signaux en réflexion

Dans cette partie nous étudions les signaux du faisceau réfléchi dans le cas d'un faisceau gaussien incident. Nous allons comparer les résultats obtenus dans ce cas avec les résultats de la partie III.C. obtenus sous l'hypothèse d'une onde plane incidente. Nous commençons par l'étude d'un faisceau gaussien dont la polarisation est purement TE (partie IV.B.1.). Puis nous étudions un faisceau gaussien dont la polarisation est linéaire mais tournée à  $45^\circ$  par rapport au plan d'incidence (polarisation TE/TM) (partie IV.B.2.). Cela conduit à revoir les mesures de l'intensité et de la phase du faisceau réfléchi, présentées et interprétées dans la partie III.C. dans l'hypothèse d'une onde plane incidente.

### 1. Coefficient de réflexion

Considérons un faisceau incident à profil gaussien dont la polarisation est TE. Ce faisceau est susceptible de se coupler dans le guide d'onde des deux systèmes de deux couches réalisés dans notre laboratoire qui sont résonnants - à une longueur d'onde de  $\lambda = 780 \text{ nm}$  - exclusivement pour la polarisation TE (pour une discussion détaillée des caractéristiques de ces systèmes, voir la partie III.C.). Après couplage dans le guide, le faisceau ressort du guide d'onde et il est détecté en réflexion à la sortie du prisme par la photodiode PD 2 (Figure IV.B.1.-1.). En tournant le prisme, le signal enregistré par la photodiode correspond à l'intensité du faisceau réfléchi en fonction de l'angle d'incidence  $\vartheta_1$ . Pour une onde plane incidente et en incluant les pertes dans le guide d'onde, cette courbe correspond à la courbe de résonance du module carré du coefficient de réflexion  $|r_{14}|^2$  discutée en détail dans les parties III.B. et III.C. En III.B.8. il a été démontré que pour une onde plane incidente et dans la limite du couplage faible  $h \ll 1$  il est possible de déduire de la forme de la courbe de résonance du coefficient de réflexion  $|r_{14}|^2$  les caractéristiques du système de deux couches, en particulier son amplification à résonance. Si maintenant - au lieu d'être une onde plane - le faisceau incident est gaussien, la forme de la courbe de résonance peut être modifiée. Plus précisément, la convolution de la courbe de résonance du coefficient de réflexion  $|r_{14}|^2$  avec le spectre du faisceau gaussien peut entraîner un élargissement et un aplatissement de la courbe.

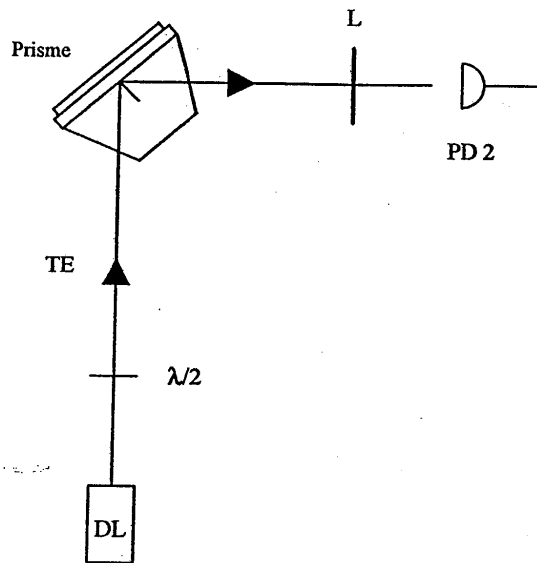


Figure IV.B.1.-1. Schéma du montage expérimental pour détecter l'intensité du faisceau réfléchi. Le faisceau laser incident est polarisé TE. Après la traversée du système de deux couches, le faisceau ressort du guide d'onde. La lentille L fait l'image sur la photodiode PD2 du profil du faisceau réfléchi au niveau de la base du prisme.

Dans ce qui suit nous analyserons le changement de la courbe de résonance due à la divergence du faisceau incident. Nous étudierons d'abord le profil spatial du champ électrique réfléchi par le système (section IV.B.1.a.), puis le signal effectivement détecté par la photodiode PD2 à la sortie du prisme (section IV.B.1.b.).

Nous comparerons finalement les courbes de résonance qu'on obtient dans l'hypothèse d'une onde plane incidente avec celles obtenues avec les faisceaux gaussiens effectivement employés dans les mesures expérimentales de la partie III.C. (section IV.B.1.c.).

### a. Champ réfléchi par le système de deux couches

Considérons un faisceau incident polarisé TE dont la distribution spatiale initiale  $E_i(x)$  est décrite par une gaussienne le long de l'axe  $e_x$  et par une onde plane le long de l'axe  $e_y$ . Son profil spatial s'écrit alors sous la forme:

$$E_i(x) = A_1 e^{ik\beta^0 x - \frac{x^2}{w^2}} \quad (\text{IV.B.1.-1.})$$

où  $A_1$  désigne l'amplitude du champ incident,  $\beta^0 = n_1 \sin \vartheta_1^0$  (où  $\vartheta_1^0$  est l'angle d'incidence du faisceau défini sur la Figure IV.B.1.-2.),  $k$  est le module du vecteur d'onde dans le vide et  $w$  correspond au waist du faisceau, projeté sur la base du prisme. Dans (IV.B.1.-1.) nous nous sommes placés à  $z=0$  au niveau de la base du prisme et nous avons supprimé la dépendance en  $y$  qui n'intervient pas dans notre problème. Notons que le profil  $E_i(x)$  peut s'exprimer également par une somme d'ondes planes de la forme:

$$E_i(x) = \int \mathcal{E}_i(\beta) e^{ik\beta x} d\beta \quad (\text{IV.B.1.-2.})$$

où le profil  $\mathcal{E}_i(\beta)$  du spectre du faisceau incident est lié à la distribution spatiale  $E_i(x)$  par une transformation de Fourier:

$$A(x) = \int A(\beta) e^{ik\beta x} d\beta \quad (\text{IV.B.1.-3.})$$

$$A(\beta) = \frac{k}{2\pi} \int A(x) e^{-ik\beta x} dx \quad (\text{IV.B.1.-4.})$$

Explicitement, la distribution du spectre  $\varepsilon'_i(\beta)$  est donnée par:

$$\varepsilon'_i(\beta) = \frac{A_1}{\sqrt{\pi}} \alpha e^{-\alpha^2 (\beta - \beta^0)^2} \quad (\text{IV.B.1.-5.})$$

avec  $\alpha = kw/2$ .

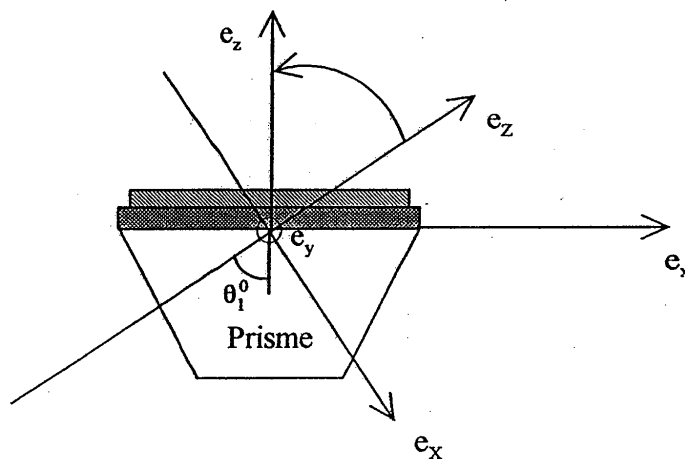


Figure IV.B.1.-2. Changement de repère d'axes  $(X, Z)$  dans le plan  $x-z$ . Pour passer du système d'axes  $(X, Z)$  dans lequel le faisceau laser incident est décrit sous la forme (IV.B.1.-6.) au système d'axes  $(x, z)$ , il faut tourner le repère  $(X, Z)$  autour de  $e_y$  par un angle  $\theta_1^0$  (l'angle d'incidence du faisceau laser).

• Remarque

Notons le changement de repère que nous avons effectué pour pouvoir écrire le champ électrique incident sous la forme (IV.B.1.-1.). Le changement d'axes est montré dans la Figure IV.B.1.-2. En fait, le système de deux couches est décrit dans le système d'axes  $(x,z)$  tandis que le faisceau gaussien incident est repéré par rapport aux axes  $(X,Z)$  (voir Figure IV.B.1.-2.). Les waists  $w_0$  des deux faisceaux gaussiens effectivement employés dans les mesures des sections III.C.1. et III.C.2. ont été mesurés dans le repère d'axes  $(X,Z)$ . Ils correspondaient à  $w_0^1 = 0.47 \text{ mm}$  et  $w_0^2 = 2.1 \text{ mm}$  respectivement (voir III.C.1.c.δ. et III.C.2.b.β.). En supposant que le waist  $w_0$  du faisceau coïncide avec la base du prisme, le champ électrique  $E_1(X,Z)$  du faisceau gaussien incident s'écrit à  $Z = 0$  dans le repère d'axes  $(X,Z)$  sous la forme:

$$E_1(X, Z = 0) = A_1 e^{ik_X X} e^{-\frac{X^2}{w_0^2}} \quad (\text{IV.B.1.-6.})$$

En tournant le système d'axes  $(X,Z)$  en sens inverse des aiguilles d'une montre de l'angle  $\vartheta_1^0$  (l'angle d'incidence du faisceau) autour de l'axe  $e_y$ , le champ électrique du faisceau incident s'écrit dans le repère d'axes  $(x,z)$  sous la forme (IV.B.1.-1.) avec le waist donné dans ce repère par  $w = w_0 / \cos \vartheta_1^0$ .

Désignons ensuite par  $E_1'(x)$  le profil spatial du champ électrique à la base du prisme ( $z = 0$ ) après la réflexion du faisceau par le système de deux couches. En se servant de la formule (IV.B.1.-2.), elle s'écrit sous la forme:

$$E_1'(x) = \int \varepsilon_1'(\beta) r_{14}'(\beta) e^{ik\beta x} d\beta \quad (\text{IV.B.1.-7.})$$

où  $r_{14}'(\beta)$  représente le coefficient de réflexion du système de deux couches en fonction de l'incidence  $\beta$  pour une unique onde plane appartenant au spectre du faisceau incident. Le coefficient de réflexion  $r_{14}'(\beta)$  a été introduit dans la partie III.B.5. Dans la limite du couplage faible,  $h = e^{-kb_2 d_2} \ll 1$ , et dans le cas où les pertes  $p$  sont plus



faibles que le couplage  $h^2 f$ ,  $p < h^2 f$ , il a été explicitement écrit en (III.B.5.-10.) sous la forme:

$$r'_{14}(\beta) = r_{12} e^{i(\Phi_p(\beta) + \Phi'_p(\beta))} \left( 1 - c \frac{\Delta\beta'^2}{(\beta - \beta_0^p)^2 + \Delta\beta'^2} \right)^{1/2} \quad (\text{IV.B.1.-8.})$$

Les quantités  $\beta_0^p$  et  $\Delta\beta'$  représentent respectivement la position centrale et la mi-largeur à mi-hauteur de la courbe de résonance  $r'_{14}(\beta)$  (voir III.B.5.) et  $c$  désigne le terme d'adaptation de couplage, défini en (III.B.5.-9.). La somme des fonctions  $\Phi_p(\beta)$  et  $\Phi'_p(\beta)$  dans (IV.B.1.-8.) représentent le déphasage rapide d'une onde plane au cours de la réflexion en balayant l'incidence  $\beta$  autour de la résonance. Dans la limite du couplage faible et dans le cas où  $p < h^2 f$  elles ont été explicitement écrites sous la forme (voir (III.B.5.-7.) et (III.B.5.-11.)):

$$\Phi_p(\beta) = \arctan \left( \frac{\Delta\beta'}{\beta - \beta_0^p} \right) \quad (\text{IV.B.1.-10.})$$

$$\Phi'_p(\beta) = \arctan \left( \sqrt{1-c} \frac{\Delta\beta'}{\beta - \beta_0^p} \right) \quad (\text{IV.B.1.-11.})$$

Le terme  $r_{12}$  dans (IV.B.1.-8.) désigne le coefficient de réflexion pour un prisme couvert par un milieu semi-infini d'indice de réfraction  $n_2$  seul (voir III.B.2.).

### b. Signal détecté par la photodiode à la sortie du prisme

Considérons le signal  $S(\beta^0)$  détecté par la photodiode PD2 à la sortie du prisme. En supposant que le système de détection collecte la totalité de l'intensité réfléchiée et en utilisant l'égalité de Parseval-Plancherel, on trouve que le signal est proportionnel à:

$$S(\beta^0) \propto \int |\mathcal{E}''(\beta)|^2 d\beta \quad (\text{IV.B.1.-12.})$$

où  $\mathcal{E}''(\beta)$  correspond à la transformée de Fourier de  $E_1'(x)$ . En se servant des formules (IV.B.1.-5.), (IV.B.1.-7.) et (IV.B.1.-8.) la transformée de Fourier de  $E_1'(x)$  s'écrit sous la forme:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}''(\beta) &= r_{14}'(\beta) \mathcal{E}'(\beta) \\ &= r_{12} \frac{A_1}{\sqrt{\pi}} \alpha e^{-\alpha^2(\beta-\beta^0)^2} \left( 1 - c \frac{\Delta\beta'^2}{(\beta-\beta_0^p)^2 + \Delta\beta'^2} \right)^{1/2} e^{i(\Phi_p(\beta) + \Phi_p'(\beta))} \end{aligned} \quad (\text{IV.B.1.-13.})$$

• Remarque

Le profil spatial  $E_1'(x)$  du champ réfléchi à la base du prisme a été objet d'études détaillées. Quand l'incidence moyenne  $\beta^0$  est proche de la position de résonance du système,  $E_1'(x)$  peut considérablement différer du profil gaussien du champ incident, par exemple en se séparant en deux parties [Midwinter 70a, Midwinter 70b, Tien 71, Tamir 71, Shah 83]. En l'absence des pertes, la ligne noir entre les deux parties, connue sous le nom de "m-line", peut s'expliquer par l'interférence après la réflexion de différentes ondes planes appartenant au spectre du faisceau. Nous revenons sur la distribution spatiale du champ réfléchi et sur la distribution spatiale du champ transmis dans le milieu  $\Omega_4$  plus en détail plus loin, respectivement dans les parties IV.B.2. et IV.C. Remarquons ici que l'interférence entre les ondes planes du champ réfléchi n'est pas détecté par la photodiode dû à la forme de l'intégrale (IV.B.1.-12.) qui porte sur le module carré du champ  $\mathcal{E}''(\beta)$ . Il s'ensuit qu'en l'absence des pertes dans le guide, la ligne noir n'est pas détecté par la photodiode PD 2, en accord avec les conclusions de [Rigneault 93].

### c. Courbe de résonance du coefficient de réflexion révisée

Calculons explicitement le signal (IV.B.1.-12.), enregistré par la photodiode PD2 en fonction de  $\beta^0$  pour un faisceau gaussien incident dont la polarisation est TE. D'après (IV.B.1.-12.) et (IV.B.1.-13.), on obtient:

$$S(\beta^0) \propto \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{A_1}{\sqrt{\pi}} \alpha \right)^2 e^{-2\alpha^2(\beta-\beta^0)^2} \left( 1 - c \frac{\Delta\beta'^2}{(\beta-\beta_0^p)^2 + \Delta\beta'^2} \right) d\beta$$

(IV.B.1.-14.)

ce qui donne:

$$S(\beta^0) \propto 1 - D \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-2\alpha^2(\beta-\beta^0)^2}}{(\beta-\beta_0^p)^2 + \Delta\beta'^2} d\beta = 1 - D\pi \operatorname{Re} \left[ W(\sqrt{2}\alpha(\beta_0^p - \beta^0 + i\Delta\beta')) \right]$$

(IV.B.1.-15.)

avec  $D = c\Delta\beta'^2\alpha\sqrt{2/\pi}$  et  $W(z) = e^{-z^2}(1 - \operatorname{erf}(-iz))$ . Le profil de Voigt (IV.B.1.-15.) résulte de la convolution du spectre gaussien  $\mathcal{E}'(\beta)$  du faisceau incident avec la lorentzienne du coefficient de réflexion  $r'_{14}(\beta)$ .

Dans les Figures IV.B.1.-3. et IV.B.1.-4. sont tracées les courbes de résonance de l'intensité réfléchie en fonction de l'angle d'incidence pour les paramètres du premier (Figure IV.B.1.-3.) et du deuxième (Figure IV.B.1.-4.) système de couches, étudiés dans les parties III.C.1. et III.C.2. du chapitre III. Dans chaque figure sont tracées la courbe de résonance obtenue dans la limite d'une onde plane incidente - la lorentzienne  $|r'_{14}|^2$  - et la courbe de résonance (IV.B.1.-15.) qui tient compte de la divergence du faisceau gaussien incident.

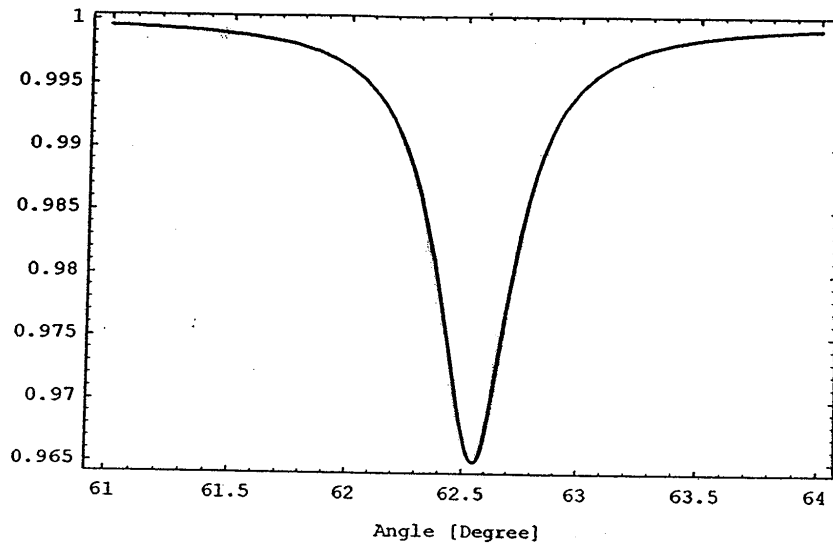


Figure IV.B.1-3. Intensité du faisceau réfléchi en fonction de l'angle d'incidence  $\vartheta_1^0$  pour le premier système de couches dans le cas où le faisceau incident est polarisé TE. On a superposé deux courbes, la lorentzienne  $|r_{14}|^2$  (onde plane incidente) avec les paramètres de la section III.C.1. ( $c=0.034$ ,  $\vartheta_1^{res}=62.6^\circ$ ,  $\Delta\vartheta_1=3.34\text{ mrad}$ ) et la distribution de Voigt (IV.B.1.-15.) (faisceau gaussien incident) avec les mêmes paramètres en tenant compte de la divergence du faisceau gaussien incident dont le waist le long de l'axe  $e_x$  vaut  $w=1.0\text{ mm}$ . Les deux courbes ne se distinguent pas à l'échelle de la figure.

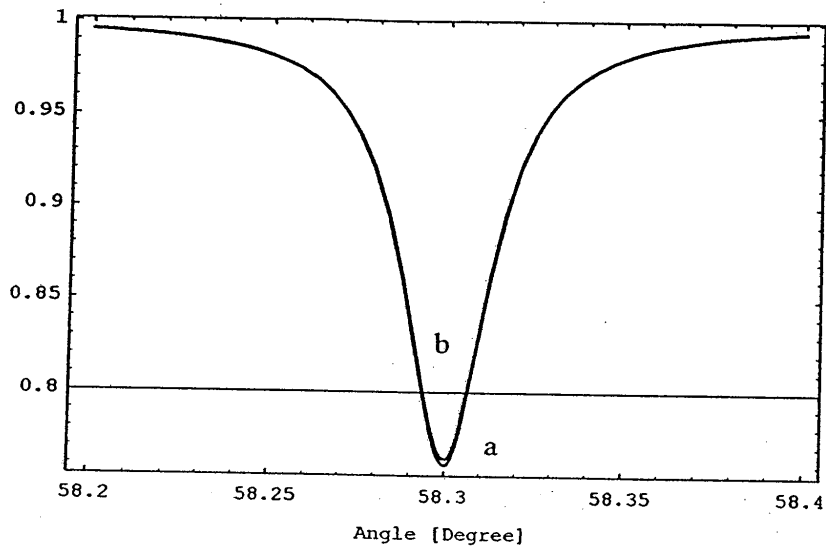


Figure IV.B.1-4. Mêmes signaux que ceux de la Figure IV.B.1.-3, mais pour le deuxième système de couches réalisé: courbe a.: lorentzienne  $|r_4|^2$  (onde plane incidente) avec des paramètres  $c = 0.24$ ,  $\theta_1^{res} = 58.3^\circ$ ,  $\Delta\theta_1 = 0.25 \text{ mrad}$  (voir la section III.C.2.); courbe b.: distribution de Voigt (IV.B.1.-15.) (faisceau gaussien incident) avec les mêmes paramètres et un waist du faisceau incident le long de l'axe  $e_x$  correspondant à  $w = 4.0 \text{ mm}$ . La courbe b. est légèrement moins contrastée.

Comparons la divergence  $\Delta\alpha$  des faisceaux laser effectivement employés dans les expériences à la largeur  $\Delta\theta_1$  pour les deux systèmes de deux couches étudiés. Pour le premier système nous avons utilisé un faisceau dont la divergence le long de l'axe  $e_x$  correspond à  $\Delta\alpha = 0.25 \text{ mrad}$  ce qui est à comparer à la demi-largeur à mi-hauteur de la courbe de résonance du premier système valant  $\Delta\theta_1 = 3.34 \text{ mrad}$  (voir la section III.C.1.). La condition  $\Delta\alpha \ll \Delta\theta_1$  étant satisfaite, l'influence de la divergence du faisceau gaussien incident est très faible, ce qui est confirmé par le résultat de la Figure IV.B.1.-2. Pour le deuxième système de deux couches nous avons employé un faisceau de divergence  $\Delta\alpha = 0.06 \text{ mrad}$ . Elle est un facteur 2 inférieur à la demi-largeur à mi-hauteur de la courbe de résonance du système qui vaut  $\Delta\theta_1 = 0.13 \text{ mrad}$ . L'influence de la divergence du faisceau sur l'élargissement de la courbe de résonance reste néanmoins faible comme confirmé par la Figure IV.B.1.-4.

Nous pouvons donc conclure que la discussion des parties III.C.1. et III.C.2. n'ont pas lieu d'être modifiées, et en particulier les conclusions relatives au facteur d'amplification.

• Remarque

Notons qu'en augmentant la divergence du faisceau de la Figure IV.B.1.-3., utilisé pour analyser le premier système de couches, par un facteur 10, l'impact de la divergence du faisceau sur la forme de la courbe de résonance se fait remarquer. La Figure IV.B.1.-5. montre que dans ce cas les deux courbes de résonance diffèrent.

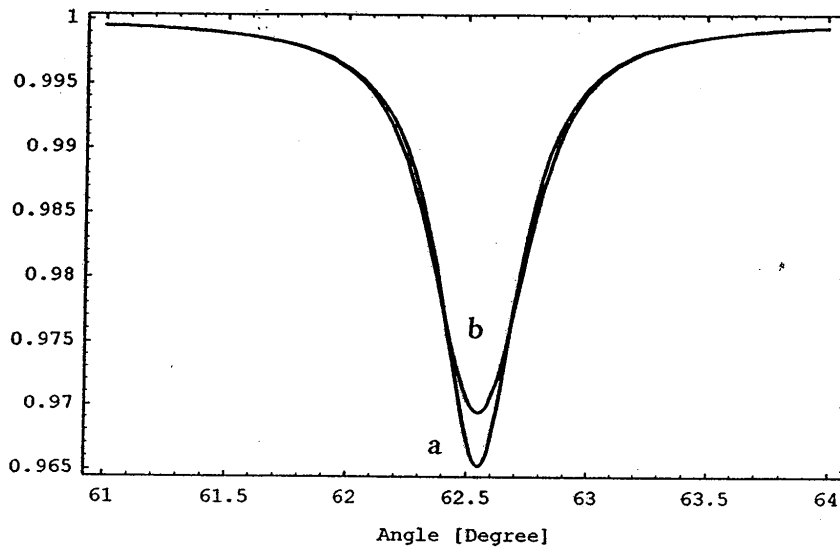


Figure IV.B.1.-5. Mêmes courbes de résonance que celles de la Figure IV.B.1.-3., mais la divergence du faisceau gaussien incident est augmentée par un facteur 10 par rapport à celle du faisceau gaussien de la Figure IV.B.1.-3. Courbe a.: Onde plane incidente; courbe b.: faisceau gaussien incident de divergence  $\Delta\alpha = 2.5 \text{ mrad}$ . La divergence  $\Delta\alpha$  étant du même ordre de grandeur que la largeur à mi-hauteur  $\Delta\theta_1$  de la courbe de résonance ( $\Delta\theta_1 = 3.3 \text{ mrad}$ ), les deux courbes de résonance diffèrent.

1  
 2  
 3  
 4  
 5  
 6  
 7  
 8  
 9  
 10  
 11  
 12  
 13  
 14  
 15  
 16  
 17  
 18  
 19  
 20  
 21  
 22  
 23  
 24  
 25  
 26  
 27  
 28  
 29  
 30  
 31  
 32  
 33  
 34  
 35  
 36  
 37  
 38  
 39  
 40  
 41  
 42  
 43  
 44  
 45  
 46  
 47  
 48  
 49  
 50  
 51  
 52  
 53  
 54  
 55  
 56  
 57  
 58  
 59  
 60  
 61  
 62  
 63  
 64  
 65  
 66  
 67  
 68  
 69  
 70  
 71  
 72  
 73  
 74  
 75  
 76  
 77  
 78  
 79  
 80  
 81  
 82  
 83  
 84  
 85  
 86  
 87  
 88  
 89  
 90  
 91  
 92  
 93  
 94  
 95  
 96  
 97  
 98  
 99  
 100

## 2. Signal d'interférence de polarisation

Revenons sur le signal d'interférence des polarisations TE et TM, analysé en détail dans le paragraphe III.C. du chapitre III. dans le cas d'une onde plane incidente. Au lieu de se placer dans la limite d'une onde plane, considérons maintenant un faisceau gaussien incident dont le profil spatial est donné en (IV.B.1.-1.). Nous rappelons sur la Figure IV.B.2.-1. le schéma du montage de l'expérience. Pour la mesure, la polarisation du faisceau à l'entrée du prisme est linéaire mais tournée à  $45^\circ$  par rapport au plan d'incidence. De ce fait le faisceau incident se décompose à part égale en une composante à polarisation TM et une composante à polarisation TE. Pendant la réflexion, la polarisation TE est couplée au guide d'onde et subit la résonance tandis que la polarisation TM y est insensible. En balayant l'angle d'incidence à travers la résonance du système, la partie du faisceau laser polarisée TE subit un changement de phase d'environ  $2\pi$ , tandis que la partie du faisceau polarisée TM est réfléchiée comme si le prisme était couvert d'un milieu d'indice  $n_2$  seul. La phase de TM change donc très peu à travers la résonance. A l'aide du polariseur positionné à  $45^\circ$  par rapport au plan d'incidence à la sortie du prisme on fait interférer les deux composantes de polarisation après la réflexion en utilisant la composante TM comme référence. On peut ainsi déterminer la variation de la phase de la composante TE avec une visibilité proche de 1.

Les mesures expérimentales du signal d'interférence de polarisation TE et TM ont été présentées pour les deux systèmes de couches respectivement dans les sections III.C.1. et III.C.2. du chapitre III. Dans le cas du deuxième système, on a vu dans la Figure III.C.2.-9. que le signal expérimental présentait une visibilité inférieure à la visibilité de la courbe théorique, tracée sous l'hypothèse d'une onde plane incidente. Le but de cette section est d'analyser dans quelle mesure la divergence du faisceau incident peut expliquer la chute de contraste constatée sur la courbe expérimentale de la Figure III.C.2.-9.

Remarquons finalement qu'une autre source de la chute de contraste vient de la présence des pertes dans le système. Si les pertes sont présentes dans le guide d'onde, l'amplitude du champ électrique de la composante TE est atténuée proche de la résonance après la réflexion par le système de deux couches. Avec le polariseur à la sortie du prisme inchangé incliné à  $45^\circ$  par rapport au plan d'incidence, le signal d'interférence est dans ce cas moins prononcé due à une contribution inégale des deux composantes TE et TM. Dans le calcul qui suit nous tenons explicitement compte de la présence des pertes dans le guide.



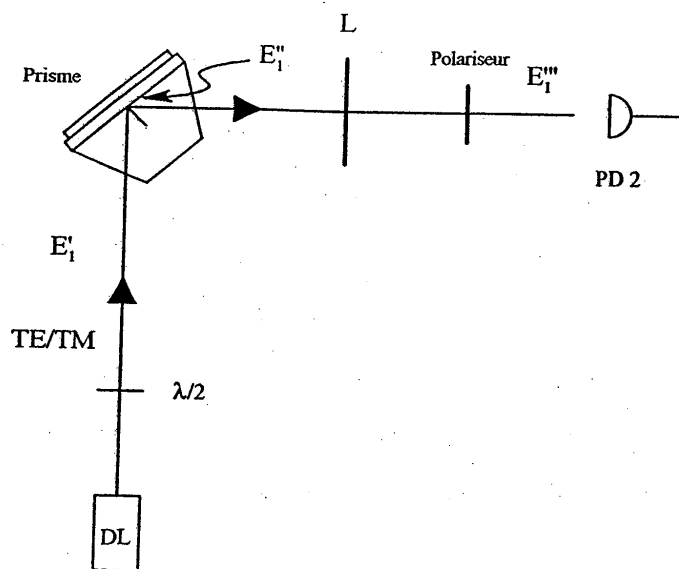


Figure IV.B.2.-1. Schéma du montage expérimentale pour la mesure de l'interférence des polarisations TE et TM. Le faisceau laser incident est polarisé à  $45^\circ$  par rapport au plan d'incidence. Une lentille L est installée entre le prisme et la photodiode PD2 tel que la photodiode se trouve dans le foyer de la lentille. Le polariseur P devant PD2 fait interférer les deux polarisations TE et TM du faisceau réfléchi. Dans la figure,  $E_1$  désigne le champ électrique incident,  $E_1'$  le champ électrique réfléchi au niveau de la base du prisme et  $E_1''$  le champ lointain du faisceau réfléchi tel que détecté par PD2.

Calculons alors le signal  $S(\beta^0)$  enregistré par la photodiode en fonction de l'incidence  $\beta^0 = n_1 \sin \theta_1^0$  pour la configuration de la Figure IV.B.2.-1. Pour un faisceau polarisé à  $45^\circ$  par rapport au plan d'incidence, la transformée de Fourier de la distribution du champ réfléchi  $E_1'(x)$  au niveau de la base du prisme correspond au spectre  $\varepsilon_1''(\beta)$ , explicitement donné par (voir III.C.1.b. $\beta$ ):

$$\varepsilon_1''(\beta) = \frac{1}{\sqrt{2}} \varepsilon_1'(\beta) \begin{pmatrix} r e^{-2i\Phi_{12}^{TE} + i\delta} \\ e^{-2i\Phi_{12}^{TM}} \end{pmatrix} \quad (\text{IV.B.2.-1.})$$

où les quantités  $-2\Phi_{12}^{TE} + \delta$  et  $-2\Phi_{12}^{TM}$  représentent respectivement le changement de la phase de la composante TE et de la composante TM après la réflexion totale et le terme  $r$  désigne l'atténuation de l'amplitude de la composante TE après la réflexion. Il correspond au module du coefficient de réflexion  $r_{14}$  donné en (IV.B.1.-8.). La quantité  $\varepsilon_1'(\beta)$  représente le spectre du faisceau incident, donnée en (IV.B.1.-5.). Les facteurs  $-2\Phi_{12}^{TE}$  et  $-2\Phi_{12}^{TM}$  dans (IV.B.2.-1.) correspondent au changement de phase des composantes TE et TM après la réflexion totale en cas d'un prisme recouvert d'un milieu  $\Omega_2$  seul (voir III.B.2.). Ils varient peu en balayant  $\beta$  à travers la résonance. Le facteur  $\delta$  décrit le déphasage supplémentaire de la composante TE proche de la résonance. En balayant  $\beta$  à travers la résonance il varie d'un facteur d'environ  $2\pi$ . Dans la limite du faible couplage  $h = e^{-kb_2d_2} \ll 1$  et si les pertes  $p$  sont plus faible que le terme  $h^2f$ ,  $p < h^2f$ , le déphasage  $\delta$  et l'atténuation  $r$  sont d'après (IV.B.1.-8.) explicitement donnés par:

$$\delta(\beta) = \Phi_p(\beta) + \Phi'_p(\beta) \quad (\text{IV.B.2.-2.})$$

$$r(\beta) = \left( 1 - c \frac{\Delta\beta'^2}{(\beta - \beta_0^p)^2 + \Delta\beta'^2} \right)^{1/2} \quad (\text{IV.B.2.-3.})$$

où  $\Phi_p(\beta)$  et  $\Phi'_p(\beta)$  ont été donnés en (IV.B.1.-10.) et (IV.B.1.-11.). Le polariseur P dans la configuration de la Figure IV.B.2.-1. fait interférer les deux composantes TE et TM du faisceau. Le champ électrique  $\varepsilon_1''(\beta)$  derrière le polariseur P s'écrit sous la forme:

$$\varepsilon_1'''(\beta) = \frac{1}{\sqrt{2}} \varepsilon_1'(\beta) \mathbf{P} \begin{pmatrix} r e^{-2i\Phi_{12}^{TE} + i\delta} \\ e^{-2i\Phi_{12}^{TM}} \end{pmatrix} \quad (\text{IV.B.2.-3.})$$

où  $\mathbf{P}$  est représenté par une matrice, explicitement donné en (III.C.1.-13.). Pour un polariseur dont l'axe est parallèle à la direction de polarisation du faisceau réfléchi, on obtient d'après (III.C.1.-13.), (IV.B.2.-3.) et (IV.B.2.-4.):

$$|\varepsilon_1'''(\beta)|^2 = \frac{1}{4} |\varepsilon_1'(\beta)|^2 (1 + r^2 + 2r \cos(2\Phi_{12}^{TE}(\beta) - 2\Phi_{12}^{TM}(\beta) - \delta(\beta))) \quad (\text{IV.B.2.-4.})$$

Sous l'hypothèse que le système de détection capte toute la lumière réfléchie, le signal  $S$  enregistré par la photodiode en fonction de  $\beta^0$  s'écrit d'après la discussion de la partie IV.B.1. sous la forme:

$$S(\beta^0) \propto \int |\varepsilon_1'''(\beta)|^2 d\beta \quad (\text{IV.B.2.-7.})$$

avec  $|\varepsilon_1'''(\beta)|^2$  donné en (IV.B.2.-5.). Le signal  $S$  (IV.B.2.-6.) est tracée en fonction de l'angle d'incidence  $\vartheta_1^0$  dans les Figure IV.B.2.-2. et IV.B.2.-3. en utilisant respectivement les paramètres de la première et de la deuxième génération de couches (voir III.C.1. et III.C.2.).

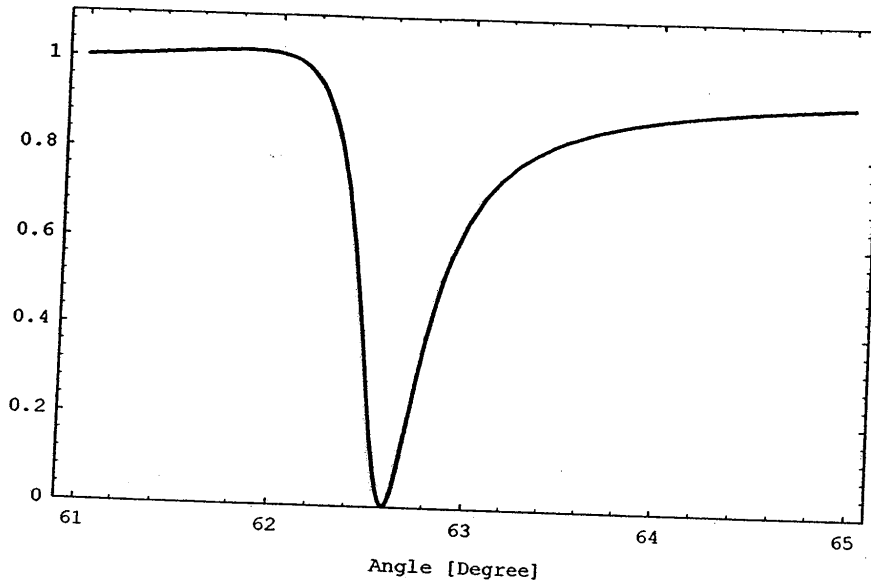


Figure IV.B.2.-2. Signal d'interférence de polarisation (IV.B.2.-6.) pour le faisceau divergent de la Figure IV.B.1-3., utilisé pour analyser le premier système de deux couches, en fonction de l'angle d'incidence  $\theta_1^0$ . On a aussi tracé le signal d'interférence de polarisation (IV.B.2.-6.) en supposant une onde plane incidente (voir III.C.1.b.β et la Figure III.C.1.-16.). On constate que les deux signaux ne se distinguent pas à l'échelle de la figure, la divergence du faisceau étant trop faible pour modifier le résultat.

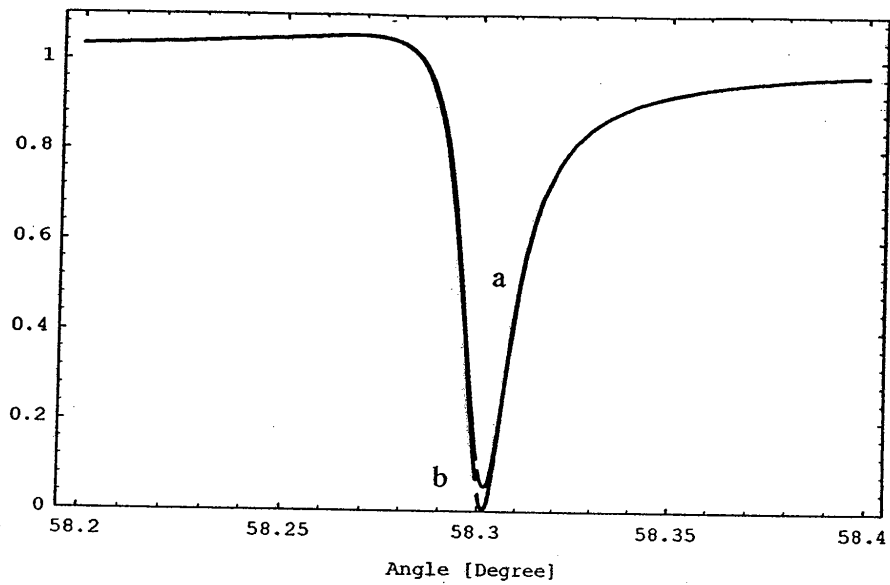


Figure IV.B.2.-3. Mêmes signal d'interférence des polarisations que dans la Figure IV.B.2.-2. mais pour le faisceau divergent de la Figure IV.B.1.-4. (courbe a.). La courbe du faisceau divergent est à comparer avec le signal d'interférence pour une onde plane incidente, également montré dans la figure (courbe b.). On voit que dans ce cas la divergence du faisceau fait diminuer la visibilité du signal.

On voit avec la Figure IV.B.2.-2. que dans le cas du faisceau divergent incident utilisé pour analyser le premier système de couches, le résultat reste inchangé par rapport au signal obtenu sous l'hypothèse d'une onde plane incidente. En revanche, dans le cas du faisceau divergent incident employé pour étudier le deuxième système de couches (Figure IV.B.2.-3.), le contraste du signal est effectivement réduit par rapport au signal obtenu avec une onde plane: le signal (IV.B.2.-7.) ne s'annule pas à résonance.

Notons que la chute de contraste du signal due à la divergence du faisceau dans le cas du deuxième système de deux couches (Figure IV.B.2.-3.) n'explique que partiellement la chute de contraste constatée expérimentalement à la fin du chapitre III. dans la Figure III.C.2.-9. La divergence du faisceau conduit d'après la Figure IV.B.2.-3. à un minimum correspondant à 5.5 % de la valeur maximale de la courbe hors résonance. Par contre, dans la mesure expérimentale de la Figure III.C.2.-9., on trouve que le signal à résonance ne descend qu'à 22% de sa valeur maximale hors résonance. En traçant la courbe de la Figure IV.B.2.-3. pour plusieurs waists, on trouve qu'une telle valeur minimale de la courbe de résonance nécessiterait un waist de 0.8 mm, donc cinq fois plus petit que le waist effectivement employé dans la mesure.

## C. Champ évanescent

### 1. Profil du champ évanescent

Dans cette partie nous étudierons le profil spatial du champ électrique  $E_4(x)$  dans le milieu  $\Omega_4$  en fonction de la position  $x$  sur l'interface  $\Omega_3/\Omega_4$  dans le cas d'un faisceau gaussien incident polarisé TE. Pour cela nous tirons profit de nouveau de la décomposition du faisceau gaussien en un spectre d'ondes planes. En utilisant la fonction de transfert d'une onde plane à travers le système de deux couches obtenue dans le chapitre III. nous calculons d'abord dans la partie IV.C.1.a. le spectre  $\varepsilon_4(\beta)$  du champ électrique dans le milieu  $\Omega_4$  en fonction de l'incidence  $\beta$ . Ensuite, par transformation de Fourier nous en dérivons le profil du champ électrique  $E_4(x)$  en fonction de la position  $x$  sur l'interface  $\Omega_3/\Omega_4$ . Nous interpréterons finalement le résultat dans la partie IV.C.1.b.

#### a. Calcul du profil

Revenons sur le profil du faisceau gaussien incident  $E_1(x)$ . En (IV.B.1.-2.) il a été présenté sous forme d'une transformée de Fourier du spectre  $\varepsilon_1(\beta)$  du champ électrique dans le milieu  $\Omega_1$ . D'après les résultats du chapitre III., chaque onde plane  $\varepsilon_1(\beta)d\beta$  apparaissant dans la somme (IV.B.1.-2.) excite un champ électrique dans le milieu  $\Omega_4$  de la forme  $\varepsilon_4(\beta)d\beta = t_{14}(\beta) \varepsilon_1(\beta)d\beta$ , où  $t_{14}(\beta)$  est le facteur de transmission pour une onde plane appartenant au spectre du faisceau incident dans le cas de la polarisation TE en tenant compte des pertes dans la couche  $n_3$  (voir le paragraphe III.B.4. du chapitre III.). Le profil  $E_4(x)$  du champ électrique dans le milieu  $\Omega_4$ , excité par ce faisceau, se calcule par transformation de Fourier du spectre  $\varepsilon_4(\beta)$ :

$$E_4(x) = \int t'_{14}(\beta) \varepsilon_1(\beta) e^{ik\beta x} d\beta \quad (\text{IV.C.1.-1.})$$

Dans le régime de faible couplage  $h \ll 1$  nous avons approximé le facteur de transmission  $t'_{14}(\beta)$  en (III.B.4.-31.) par la fonction:

$$t'_{14}(\beta) = t'_{\max} \frac{\Delta\beta'}{i((\beta - \beta_0^p) - i\Delta\beta')} \quad (\text{IV.C.1.-2.})$$

où  $\Delta\beta'$ ,  $\beta_0^p$  et  $t'_{\max}$  désignent respectivement la mi-largeur à mi-hauteur, la position centrale et la valeur maximale de la courbe de résonance  $t'_{14}$  (voir III.B.4.). En reportant (IV.B.1.-5.) et (IV.C.1.-2.) en (IV.C.1.-1.) on obtient alors le profil du champ électrique dans le milieu  $\Omega_4$ . Explicitement il s'écrit sous la forme:

$$E_4(x) = C \int \frac{e^{-\alpha^2(\beta - \beta_0^p)^2}}{i((\beta - \beta_0^p) - i\Delta\beta')} e^{ik\beta x} d\beta \quad (\text{IV.C.1.-3.})$$

où  $\beta^0$  désigne l'angle d'incidence du faisceau dans l'espace de  $\beta$  et le terme  $C$ , qui est indépendant de  $\beta$ , est donné par:

$$C = \frac{A_1}{\sqrt{\pi}} t'_{\max} \alpha \Delta\beta' \quad (\text{IV.C.1.-4.})$$

Dans (IV.C.1.-3.) et (IV.C.1.-4.),  $\alpha = kw/2$  où  $w$  est le waist du faisceau incident le long de l'axe  $e_x$  avec  $w = w_0 / \cos \vartheta_1^0$  où  $w_0$  désigne le waist du faisceau gaussien le long de l'axe  $e_x$  (voir la Remarque en IV.B.1.). La quantité  $A_1$  représente l'amplitude du champ électrique incident à  $x=0$  (voir IV.B.1.). Pour obtenir la distribution du champ électrique  $E_4(x)$  dans le milieu  $\Omega_4$  en fonction de la position  $x$ , réécrivons l'intégrale (IV.C.1.-3.) différemment, sous la forme:

$$E_4(x) = C e^{ik(\beta_0^p + i\Delta\beta')x} G(r) \quad (\text{IV.C.1.-5.})$$

où dans (IV.C.1.-5.)  $r = kx$  et la fonction  $G(r)$  est donnée par:



$$G(r) = \int \frac{e^{-\alpha^2 \tilde{\beta}^2}}{i(\tilde{\beta} - (\delta\beta + i\Delta\beta'))} e^{j(\tilde{\beta} - (\delta\beta + i\Delta\beta'))r} d\tilde{\beta} \quad (\text{IV.C.1.-6.})$$

Dans (IV.C.1.-6.) les changements des variables  $\tilde{\beta} = \beta - \beta^0$  et  $\delta\beta = \beta_0^p - \beta^0$  ont été effectués, désignant respectivement l'écart entre  $\beta$  et l'incidence  $\beta^0$  du faisceau laser et la différence entre l'incidence  $\beta^0$  et la position de résonance du système de deux couches  $\beta_0^p$ . En dérivant  $G(r)$  partiellement par rapport à  $r$  on obtient une expression qui s'intègre en  $\tilde{\beta}$ . On effectue alors une intégration de  $-\infty$  à  $r$  et on obtient:

$$G(r) = \pi \exp \left[ \left( \frac{w}{2l} \right)^2 - i \left( \frac{w}{2l} \right) k\delta\beta w - \left( \frac{k\delta\beta w}{2} \right)^2 \right] \left[ 1 + \text{Erf} \left\{ \frac{x}{w} + i \frac{k\delta\beta w}{2} - \frac{w}{2l} \right\} \right] \quad (\text{IV.C.1.-7.})$$

où nous avons introduit une longueur caractéristique  $l = 1/k\Delta\beta'$ , déterminée par la mi-largeur à mi-hauteur  $\Delta\beta'$  de la courbe de résonance du système. Dans (IV.C.1.-7.),  $\text{Erf}(x)$  représente la fonction d'erreur:

$$\text{Erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-x'^2} dx' \quad (\text{IV.C.1.-8.})$$

A l'aide de (IV.C.1.-4.), (IV.C.1.-5.) et (IV.C.1.-7.) on obtient finalement le profil spatial du champ électrique  $E_4(x)$  dans le milieu  $\Omega_4$  en fonction de la position  $x$  sur l'interface  $\Omega_3 / \Omega_4$ :

$$E_4(x) = A_1 t'_{\max} \sqrt{\pi} \frac{w}{2l} \exp \left[ \left( \frac{w}{2l} \right)^2 - \left( \frac{k\delta\beta w}{2} \right)^2 - \frac{x}{l} \right] \left[ 1 + \text{Erf} \left\{ \frac{x}{w} + i \frac{k\delta\beta w}{2} - \frac{w}{2l} \right\} \right] \exp \left[ ik \left\{ \beta_0^p x - \left( \frac{w}{2l} \right) \delta\beta w \right\} \right] \quad (\text{IV.C.1.-9.})$$

## b. Interprétation

Pour simplifier la discussion de la distribution (IV.C.1.-9.), supposons que le faisceau gaussien est incident sous la position de résonance du système:  $\beta^0 = \beta_0^p$ . Dans ce cas la distribution  $E_4(x)$  du champ électrique dans le milieu  $\Omega_4$  se simplifie à:

$$E_4(x) = A_1 t'_{\max} \sqrt{\pi} \frac{w}{2l} e^{\left(\frac{w}{2l}\right)^2 \frac{x}{l}} \left[ 1 + \operatorname{Erf} \left\{ \frac{x}{w} - \frac{w}{2l} \right\} \right] e^{ik\beta_0^p x}$$

(IV.C.1.-10.)

Le profil (IV.C.1.-10.) décrit une onde se propageant en direction  $e_x$  dans le milieu  $\Omega_4$  avec un vecteur d'onde  $k\beta_0^p$  qui est le vecteur d'onde du mode excité dans le guide. Notons que d'après (IV.C.1.-9.) cela est vrai quel que soit l'incidence  $\beta^0$  du faisceau incident, la différence angulaire  $\delta\beta$  entre l'incidence  $\beta^0$  du faisceau incident et la position de résonance du système de deux couches  $\beta_0^p$  ajoutant uniquement un déphasage constant d'un facteur  $(w/2l)k\delta\beta w$  à la phase global du champ  $E_4(x)$  (voir IV.C.1.-9.).

D'après (IV.C.1.-10.), la valeur de l'amplitude du champ  $E_4(x)$  dans le milieu  $\Omega_4$  dépend - en plus du facteur de transmission à résonance  $t'_{\max}$  - du waist du faisceau incident  $w$ , de la longueur caractéristique  $l = 1/k\Delta\beta'$ , de la position  $x$  le long l'interface  $\Omega_3/\Omega_4$  et de leurs rapports respectifs  $x/w$ ,  $x/l$  et  $w/l$ . Pour étudier le comportement de la distribution  $E_4(x)$  en fonction de la position  $x$ , nous avons tracé à titre d'exemple dans la Figure IV.C.1.-1. le module du profil  $E_4(x)$  à résonance ( $\delta\beta = 0$ ) pour différents waist  $w$  du faisceau gaussien incident en gardant l'amplitude du champ incident  $A_1$  fixe. Pour tracer les courbes nous avons utilisé les paramètres nominaux de la deuxième génération du système de deux couches de la partie III.C.2.a.

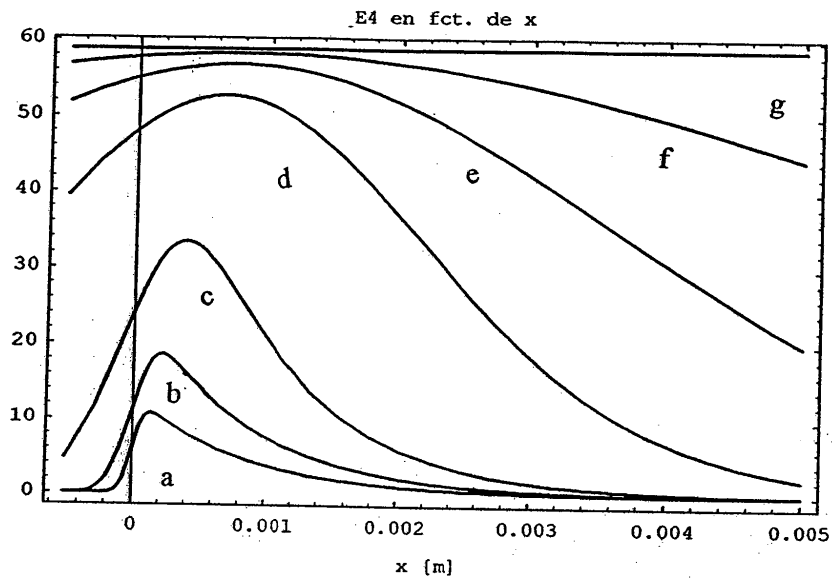


Figure IV.C.1.-1. Module du profil  $E_4(x)$  du champ électrique dans le milieu  $\Omega_4$  en fonction de la position  $x$  sur l'interface  $\Omega_3/\Omega_4$ . Le faisceau incident gaussien à amplitude  $A_1$  constante est centré à  $x=0$ . Les courbes sont tracés pour plusieurs waist  $w$  du faisceau incident, mesurés en unités de la longueur caractéristique  $l=1/k\Delta\beta'$ . Pour le deuxième système de couches on a  $l=0.99\text{ mm}$  avec  $\Delta\beta'=0.168 \cdot 10^{-3}$  (voir III.C.2.a): a.  $w/l=0.1$ , b.  $w/l=0.2$ , c.  $w/l=0.5$ , d.  $w/l=2$ , e.  $w/l=4$ , f.  $w/l=8$ . La courbe g. représente la limite d'une onde plane incidente dont l'amplitude transmise dans le milieu  $\Omega_4$  est constante, correspondant à  $t'_{\max}$  (voir III.C.2.a.).

Notons d'abord que la valeur des sommets des courbes de la Figure IV.C.1.-1. dépend d'après l'expression (III.C.1.-10.) du waist  $w$  du faisceau incident repéré par rapport à la longueur caractéristique  $l = 1/k\Delta\beta'$ . Pour une amplitude du champ incident  $A_1$  constante, le sommet des courbes croît en fonction de  $w/l$ , (ou dans le domaine des fréquences spatiales en fonction de  $\Delta\beta'/\Delta\alpha$  où  $\Delta\alpha$  est la divergence du faisceau), puis atteint la valeur stationnaire  $t'_{\max}$  dans la limite  $l \ll w$  comme indiqué dans la figure. Cela correspond au cas limite d'une onde plane incidente, quand la divergence  $\Delta\alpha$  du faisceau est très inférieure à la largeur  $\Delta\beta'$  de la courbe de résonance du système. Dans l'espace réel, cela correspond à la situation où le waist du faisceau incident est très supérieur à la longueur caractéristique de la structure. En revanche, dans le régime  $w \ll l$ , la valeur maximale du profil du champ électrique  $E_4(x)$  reste faible devant  $t'_{\max}$ . Cela s'explique, en se plaçant dans le domaine des fréquences spatiales, par une bande spectrale du spectre du faisceau incidente  $\Delta\alpha$  large devant la largeur de la résonance du système  $\Delta\beta'$ . Une grande partie du faisceau incident est dans ce cas exclu du couplage vers le guide d'onde et réfléchi directement à la base du prisme.

On voit de plus dans la Figure IV.C.1.-1. que dans la limite d'un waist petit devant la longueur caractéristique du système  $w \ll l$  le champ électrique  $E_4$  dans le milieu  $\Omega_4$  s'étale considérablement au-delà du profil spatial du faisceau incident. Ce comportement s'explique en considérant la compétition entre le couplage du faisceau incident vers le guide d'onde - exprimé par la fonction  $1 + \text{Erf}(x/w - w/2l)$  dans l'équation (IV.C.1.-10.) - et la fuite du champ électrique du guide vers le prisme représentée dans (IV.C.1.-10.) par le terme  $\exp(-x/l)$ . Le premier terme dépend du waist  $w$  du faisceau laser incident tandis que le deuxième terme est conditionné par la longueur caractéristique  $l$  du système de deux couches. Dans la limite  $w \ll l$  le couplage du faisceau incident vers le guide se réalise sur une distance  $w$  qui est plus courte que la distance  $l$  sur laquelle le champ électrique évanescence fuit du milieu  $\Omega_4$  vers le prisme. C'est à dire, dans ce cas le champ électrique  $E_4(x)$  dans le milieu  $\Omega_4$  reste présent le long de l'axe  $e_x$ , même si le champ électrique du faisceau incident est retombé à zéro et il n'y a plus de couplage de lumière du prisme vers le guide.

En augmentant le waist du faisceau, une quantité plus grande de la lumière incidente est couplée dans le guide. La bande spectrale du faisceau incidente  $\Delta\alpha$  diminue, s'approchant dans ce cas de la largeur de la résonance du système  $\Delta\beta'$ . Comme une plus grande fraction de la lumière incidente est couplée dans le guide, l'amplitude maximale du champ électrique dans le milieu  $\Omega_4$  augmente. En même temps l'étendue  $l$  du champ dans  $\Omega_4$  s'approche de l'étendue  $w$  du faisceau laser incident. En entrant dans la limite  $w \gg l$ , le couplage du faisceau incident vers le guide d'onde se réalise sur une distance  $w$  plus grande que la distance sur laquelle le champ électrique fuit du milieu  $\Omega_4$  vers le prisme. Dans ce régime et à amplitude  $A_1$  du champ incident constante, l'augmentation de la taille du faisceau incident ne résulte pas en une amplification encore plus forte. La valeur maximale du module de  $E_4(x)$  s'approche dans ce cas de sa valeur asymptotique  $t'_{\max}$  comme indiqué dans la Figure IV.C.1.-1.

On déduit du comportement de  $E_4(x)$  en fonction de  $x$ , présenté dans la Figure IV.C.1.-1., que lorsque  $w \gg l$  ( $\Delta\beta' \gg \Delta\alpha$ ), la forme de la distribution du champ électrique dans le milieu  $\Omega_4$  le long  $e_x$  réplique la forme de la distribution du champ incident  $E_1(x)$ . Elle est gaussienne dans les deux cas. Dans ce régime, la discussion de la taille finie du miroir atomique de la section II.D. reste valable.

## 2. Proposition d'une méthode de mesure complémentaire pour estimer l'amplification du système

### a. Profil du champ évanescent dans le régime de forte divergence

Portons notre attention de nouveau sur le profil  $E_4(x)$  du champ électrique dans le milieu  $\Omega_4$ . D'après la discussion de la section IV.C.1., le profil  $E_4(x)$  se compose de deux termes, l'un qui décrit le couplage du faisceau incident vers le guide d'onde et l'autre qui décrit la fuite du champ électrique dans le milieu  $\Omega_4$  vers le prisme. Considérons de plus le cas d'un faisceau incident à forte divergence tel que le waist du faisceau est petit devant la longueur caractéristique du système  $w/l \ll 1$ . Dans la Figure IV.C.1.-1. il a été montré que le champ électrique dans le milieu  $\Omega_4$  s'étale dans ce cas le long de l'axe  $e_x$  considérablement au delà du profil du faisceau incident.

Pour le voir plus en détail nous avons tracé dans la Figure IV.C.2.-1. dans le régime  $w/l \ll 1$  les deux contributions au profil  $E_4(x)$  séparément. On voit sur la figure que la fonction  $[1 + \text{Erf}(x/w - w/2l)]$  - décrivant le couplage du faisceau incident vers le guide - tend vers une constante pour des valeurs de  $x \geq 2w$ . En revanche, le terme  $\exp(-x/l)$  - représentant la fuite du champ électrique dans le milieu  $\Omega_4$  vers le prisme - s'étale bien au-delà du point  $x = 2w$ . La forme du profil du champ électrique dans le milieu  $\Omega_4$  dans les régions  $x \gg 2w$  est donc essentiellement déterminée par le terme de fuite (voit Figure IV.C.1.-1.). Dans les régions  $x \gg 2w$ , le profil  $E_4(x)$  en fonction de la position  $x$  sur l'interface  $\Omega_1/\Omega_2$  se laisse décrire par l'expression :

$$E_4(x) = D e^{-(1/l + ik\beta_0^2)x} \quad (\text{IV.C.2.-1.})$$

où  $D$  est une fonction quasiment indépendant de  $x$ , donnée par:

$$D = A_1 t'_{\max} \sqrt{\pi} \frac{w}{2l} e^{\left(\frac{w}{2l}\right)^2} \left[ 1 + \text{Erf} \left\{ \frac{x}{w} - \frac{w}{2l} \right\} \right] \quad (\text{IV.C.2.-2.})$$

$x \geq 2w$

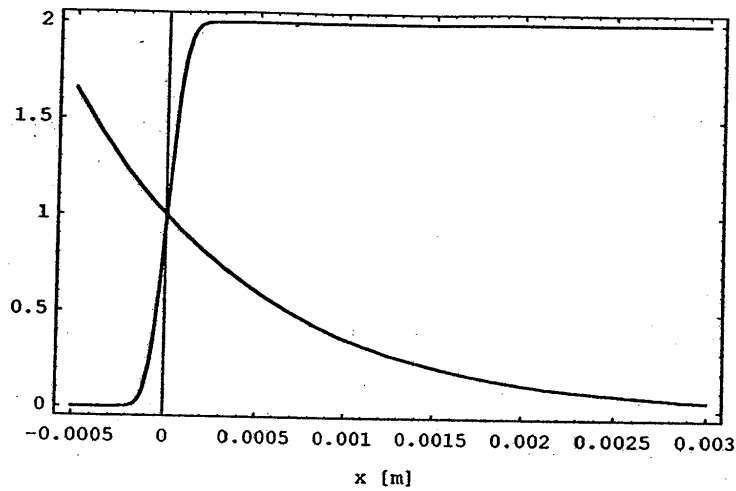


Figure IV.C.2.-1. L'allure des deux termes  $[1 + \text{Erf}(x/w - w/2l)]$  et  $\exp(-x/l)$ , qui déterminent le profil  $E_4(x)$  du champ électrique dans le milieu  $\Omega_4$ , en fonction de la position  $x$  sur l'interface  $\Omega_3/\Omega_4$ . Les deux courbes sont tracées pour une longueur caractéristique  $l = 0.99 \text{ mm}$  et un waist  $w = 0.1 \text{ mm}$  (régime de forte divergence  $w/l \ll 1$ ). On voit que dans ce cas la fonction  $[1 + \text{Erf}(x/w - w/2l)]$  reste quasiment constante à partir de  $x > 2w$  tandis que la fonction  $\exp(-x/l)$  continue de décroître au-delà de la position  $2w$ .

D'après (IV.C.2.-1.), le champ  $E_4(x)$  décroît au-delà du point  $x = 2w$  exponentiellement en fonction de  $x$  avec une longueur de décroissance donnée par la longueur caractéristique du système  $l$ .

## b. Analogie avec une cavité Fabry-Perot dans le domaine temporel

Notons que le comportement du champ électrique  $E_4(x)$  dans le domaine spatial pour une excitation quasi-punctuelle est analogue au comportement temporel à la sortie d'une cavité Fabry-Perot excitée par une impulsion [Anderson 84, Rempe 92].

Pour le voir, considérons le cas de la Figure IV.C.2.-2. Un champ électrique  $E_i(\omega, t)$  (onde plane) à fréquence  $\omega$  est incident à un instant  $t$  sur la cavité Fabry-Perot dessinée dans la Figure IV.C.2.-2. En régime stationnaire les amplitudes du champ électrique à l'intérieur de la cavité  $E_c(\omega, t)$  et à sa sortie  $E_s(\omega, t)$  sont constantes. Le champ électrique à la sortie de la cavité Fabry-Perot  $E_s(\omega, t)$  est lié au champ électrique incident  $E_i(\omega, t)$  par une fonction de transfert  $t = t(\omega)$ , qui s'écrit explicitement sous la forme [Anderson 84]:

$$t(\omega) = t_{\max} \frac{\Delta\omega}{(\omega - \omega_0) - i\Delta\omega} \quad (\text{IV.C.2.-3.})$$

où  $\omega_0$  est la fréquence de résonance de la cavité. Dans (IV.C.2.-3.),  $\Delta\omega$  et  $t_{\max}$  représentent respectivement la demi-largeur à mi-hauteur et la valeur maximale de la courbe de résonance (IV.C.2.-3.). Elles sont déterminées par les caractéristiques du système, en particulier par les coefficients de réflexion des miroirs de la cavité et des pertes dans la cavité.

La valeur du champ électrique  $E_c(\omega, t)$  à l'intérieur du résonateur dépend de la finesse  $F$  de la cavité. Celle-ci est liée à la largeur de résonance  $\Delta\omega$  par la relation:

$$F = \frac{c}{2L} \frac{2\pi}{\Delta\omega} \quad (\text{IV.C.2.-4.})$$

où le facteur  $c/2L$  décrit l'intervalle spectrale libre de la cavité linéaire, avec  $L$  sa longueur et  $c$  la vitesse de la lumière dans le vide.

D'après (IV.C.2.-3.), la fonction de transfert  $t(\omega)$  se comporte de la même manière en fonction de la fréquence  $\omega$  que le facteur de transmission  $t_4$  du système de deux couches en fonction de l'incidence  $\beta$ . En particulier, dans le cas de la cavité Fabry-Perot, l'allure de l'intensité transmise à travers la cavité  $|E_s(\omega, t)|^2$  en fonction de la fréquence  $\omega$ , proportionnel à  $|t|^2$ , suit la même lorentzienne en fonction de la



fréquence  $\omega$  que le module carré du facteur de transmission  $|t'_{14}|^2$  en fonction de l'incidence  $\beta$  dans le cas du système de deux couches (voir la partie III.B.).

Si à un instant donné le champ électrique  $E_i(\omega, t)$  du faisceau incident est brusquement éteint, en un temps  $t \ll 1/\Delta\omega$ , l'énergie accumulée dans la cavité fuit peu à peu hors du résonateur. Plus précisément, l'allure temporelle du champ électrique à la sortie de la cavité Fabry-Perot  $E_s(\omega, t)$  s'écrit dans ce cas sous la forme [Anderson 84]:

$$E_s(\omega, t) = E_i t(\omega) e^{-(1/\tau_c + i\omega_0)t} \quad (\text{IV.C.2.-5.})$$

où  $\tau_c$  est une constante de temps, donnée par l'inverse de la mi-largeur à mi-hauteur de la courbe de résonance du système  $\Delta\omega$ :  $\tau_c = 1/\Delta\omega$ .

On note d'abord que d'après (IV.C.2.-5.) le champ électrique  $E_s(\omega, t)$  à la sortie de la cavité, après la coupure du faisceau incident, oscille à la fréquence de résonance de la cavité  $\omega_0$ , indépendamment de la fréquence d'oscillation du champ électrique incident  $E_i(\omega, t)$ . De plus, son amplitude décroît exponentiellement en fonction du temps avec une constante  $\tau_c$  inversement proportionnelle à la mi-largeur à mi-hauteur de la courbe de résonance  $\Delta\omega$  de la lorentzienne  $|t|^2$  et donc d'après (IV.C.2.-4.) proportionnelle à la finesse  $F$  du système. En détectant la décroissance du champ électrique à la sortie de la cavité Fabry-Perot en fonction du temps après la coupure du faisceau incident, il est alors possible de déterminer à la fois la finesse  $F$  de la cavité, la valeur de l'amplitude du champ à l'intérieur du résonateur et la largeur  $\Delta\omega$  de la courbe de résonance. Cette méthode a été utilisée pour déterminer la finesse d'une cavité Fabry-Perot dans le régime où des pertes de la cavité étaient faibles [Anderson 84, Rempe 92].

• Remarque

L'analogie exacte entre le comportement du profil du champ électrique  $E_4(x)$  dans le milieu  $\Omega_4$  en fonction de la position  $x$  pour un faisceau gaussien incident et celui du champ électrique  $E_s(\omega, t)$  à la sortie de la cavité Fabry-Perot en fonction du temps  $t$  correspondrait au cas où dans le domaine temporel le champ électrique incident  $E_i(\omega, t)$  est décrit par une impulsion temporelle en forme gaussienne de largeur  $\tau_0$ . Néanmoins, dans les régions  $x \gg 2w$  (pour les temps  $t \gg \tau_0$ ) l'évolution décroissante des champs  $E_4(x)$  et  $E_s(\omega, t)$ , décrite respectivement par les expressions (IV.C.2.-1.) et (IV.C.2.-5.), est la même (décroissance exponentielle).

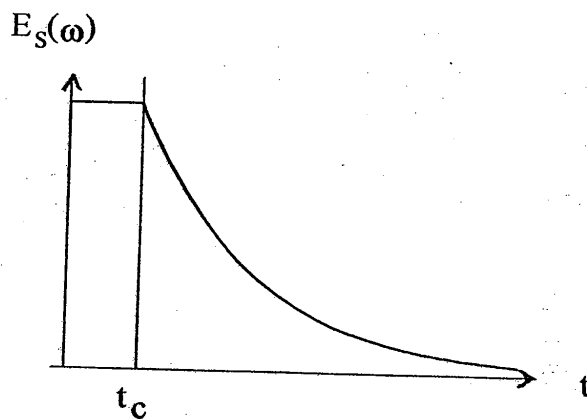
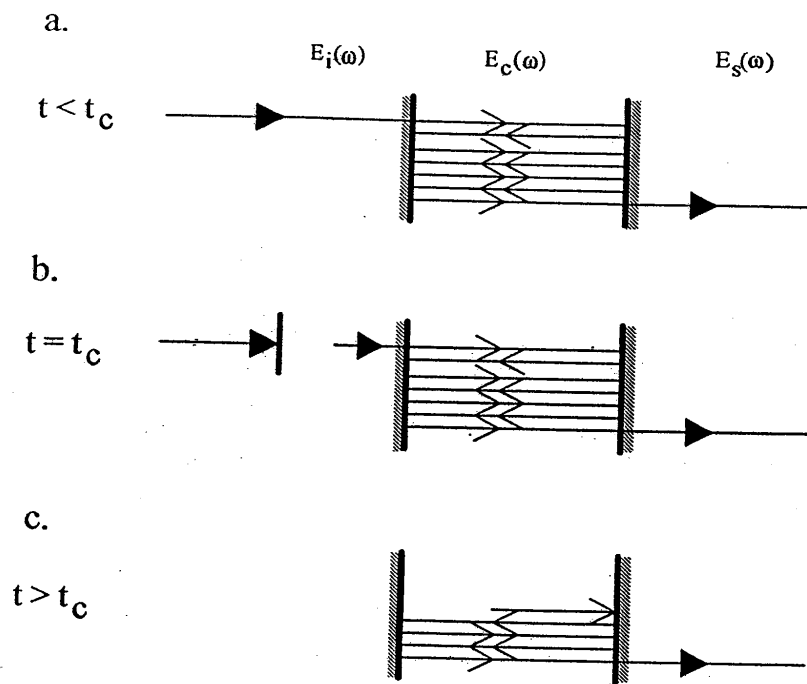


Figure IV.C.2.-2. Comportement temporel de l'amplitude du champ électrique à l'intérieure et à la sortie de la cavité Fabry-Perot. Courbe a. (régime stationnaire,  $t < t_c$ ): les amplitudes des champs à l'intérieur de la cavité  $E_C$  et à sa sortie  $E_S$  sont constantes. Courbe b. ( $t = t_c$ ): le faisceau incident alimentant la cavité est rapidement éteint. Courbe c. ( $t > t_c$ ): les amplitudes du champ  $E_C$  et  $E_S$  décroissent. Courbe d.: comportement du champ électrique  $E_S$  à la sortie de la cavité en fonction du temps  $t$ . A  $t \geq t_c$  l'amplitude décroît exponentiellement en fonction du temps avec une constante du temps  $\tau_c$  qui est proportionnelle à la finesse  $F$  de la cavité et inversement proportionnel à la mi-largeur à mi-hauteur de la courbe de résonance du système.

### c. Mesure des caractéristiques du système

Dans le cas d'un faisceau fortement focalisé tel que  $w \ll l$ , le profil du champ électrique  $E_4(x)$  dans le milieu  $\Omega_4$  décroît d'après (IV.C.2.-1.) pour  $x \gg 2w$  exponentiellement en fonction de  $x$ , avec une longueur de décroissance donnée par la longueur caractéristique du système  $l$ . Si on arrive à mesurer l'amplitude du champ  $E_4(x)$  sur l'interface  $\Omega_3/\Omega_4$  dans la région  $x \gg 2w$  en fonction de la position  $x$ , on peut alors déduire de la forme de son profil la longueur caractéristique du système  $l = 1/k\Delta\beta'$ . D'après la discussion du chapitre III., la longueur caractéristique  $l$  permet dans le régime de faible pertes par l'intermédiaire de la largeur de la courbe de résonance  $\Delta\beta'$  d'accéder à l'amplification maximale du système  $|t'_{\max}|^2$  (voir la partie III.B.4.).

Pour visualiser le champ  $E_4(x)$ , on bénéficie de la diffusion de la lumière sur l'interface  $\Omega_3/\Omega_4$  du guide, causée par la rugosité de la surface de la couche  $n_3$ . Avec une camera CCD on a alors accès au profil spatial du module carré du champ électrique, diffusé sur la surface rugueuse de l'interface  $\Omega_3/\Omega_4$  du guide.

Notons que cette mesure reste une mesure indirecte - c'est à dire sans sonder le champ électrique de l'onde évanescente dans le milieu  $\Omega_4$  directement. Elle représente une mesure complémentaire pour estimer l'amplification maximale du système, cette fois-ci basée sur les signaux du champ électrique transmis. Elle devient autant plus faisable que la largeur de la courbe de résonance devient étroite. C'est une mesure complémentaire dans le sens où une courbe de résonance étroite correspond à la situation où l'analyse du système à partir des signaux du faisceau réfléchi devient plus difficile (voir la discussion de la partie IV.B.).

A cette fin une série des mesures a été réalisées pour mesurer le profil spatial de l'intensité du champ électrique diffusée par la surface rugueuse de l'interface  $\Omega_3/\Omega_4$  du guide. Le schéma de montage de l'expérience est montré dans la Figure IV.C.2.-3. Un zoom, placé devant la camera CCD capte la lumière diffusée par la surface du guide. La camera elle même est connectée à un ordinateur à partir duquel les images enregistrées sont traitées numériquement. Un exemple type de la mesure est présentée dans la Figure IV.C.2.-4.





Dans la Figure IV.C.2.-4. est montré comment l'axe  $e_x$  est calibré en valeur absolue. Pour cela un régllet est placé proche de la tache lumineuse comme montré dans la figure. Une coupe dans le plan  $x-z$  de l'image permet d'obtenir ensuite le profil de l'intensité diffusée en fonction de la position  $x$  sur l'interface  $\Omega_3/\Omega_4$  (Figure IV.C.2.-5.). En ajustant cette courbe au delà des positions  $x=2w$  par une exponentielle en se servant du module carré de l'équation (IV.C.2.-1.) on obtient la longueur caractéristique du système de deux couches. L'exploitation des données expérimentales est actuellement en cours pour le deuxième système de couches. A partir d'une première estimation des données expérimentales, on obtient une longueur de décroissance pour l'amplitude du champ électrique  $E_4(x)$  correspondant à:

$$l_x = 1.5 \text{ mm} \quad (\text{IV.C.2.-6.})$$

Dans (IV.C.2.-6.), le sous-indice  $x$  indique que cette valeur pour la longueur caractéristique du système a été obtenue en mesurant la décroissance de l'amplitude du champ électrique  $E_4(x)$  dans l'espace réel le long de l'axe  $e_x$ .

Remarquons que cette valeur de la longueur caractéristique est de l'ordre de grandeur de la valeur de  $l$ , obtenue à partir de la mesure de la largeur de la courbe de résonance de la réflectivité du système  $|r'_4|^2$  en fonction de l'angle d'incidence (voir III.C.2.c.). En effet, en III.C.2.c. nous avons obtenu une demi-largeur à mi-hauteur correspondant à  $\Delta\theta_1 = 0.13 \text{ mrad}$  ( $\Delta\beta' = 0.13 * 10^{-3}$ ). On en déduit une longueur caractéristique pour l'amplitude du champ électrique  $E_4(x)$  le long de l'axe  $e_x$  qui vaut:

$$l_\beta = 1.0 \text{ mm} \quad (\text{IV.C.2.-7.})$$

Dans (IV.C.2.-7.), le sous-indice  $\beta$  indique que cette valeur de  $l$  a été obtenue par une mesure de la largeur de la courbe de résonance du système dans l'espace angulaire.

Les deux valeurs obtenues par les deux mesures complémentaires sont donc du même ordre de grandeur. Notons néanmoins qu'un problème de la mesure de la décroissance du champ électrique  $E_4(x)$  le long de l'axe  $e_x$  dans l'espace réel est l'existence de très fortes fluctuations d'intensité, associées à la granularité laser (speckle). La méthode ne pourra être vraiment quantitative que si on parvient à moyennner cette granularité.

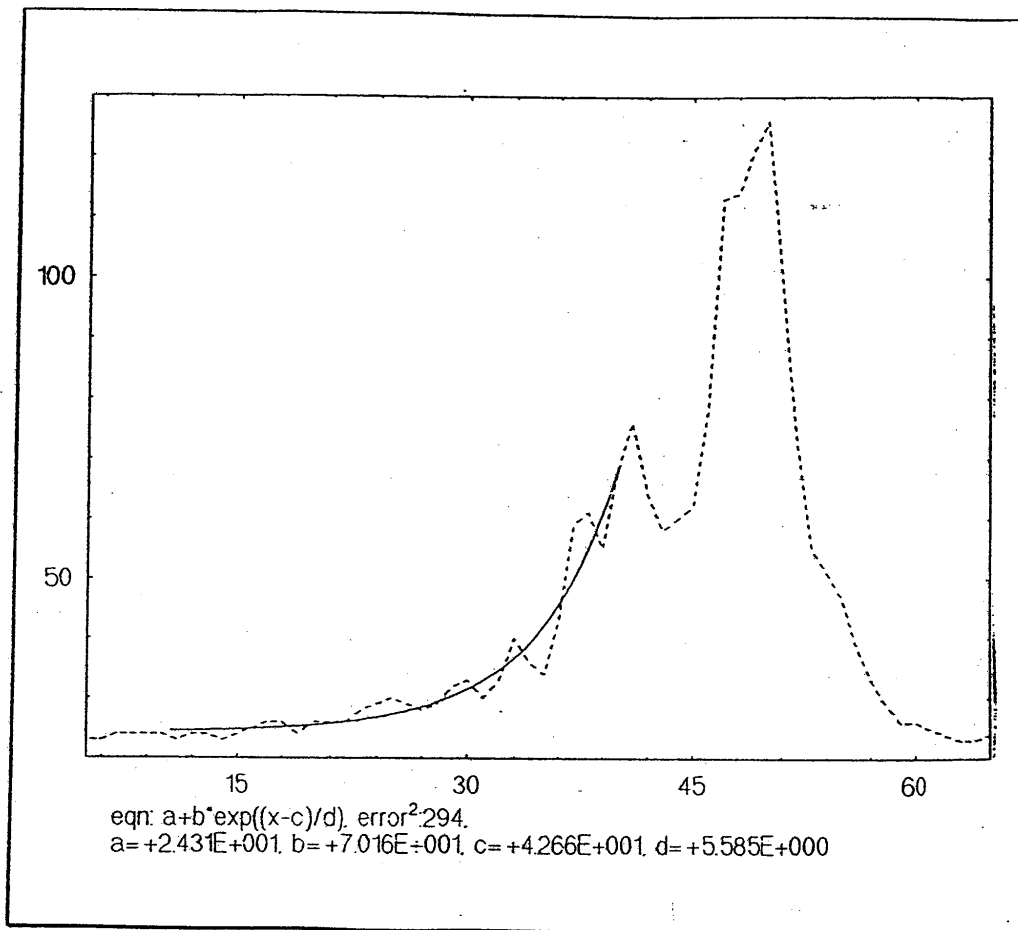


Figure IV.C.2.-5. Courbe typique du profil spatial de l'intensité diffusée sur la surface de la couche  $n_3$  (coupe dans le plan x-z du signal de la Figure IV.C.2.-4.). On en déduit la décroissance du module carré du champ électrique transmis  $|E_4(x)|^2$  en fonction de la position x sur l'interface  $\Omega_3/\Omega_4$ . Dans la région  $x \gg 2w$  la décroissance suit une loi exponentielle comme décrit par l'équation (IV.C.2.-1).

## Annexe IV

Dans cette Annexe nous analysons la chute de contraste du signal d'interférence de polarisation, constatée expérimentalement dans la partie II.C.2. (deuxième système de couches, voir la Figure II.C.2.-9.) et déjà discutée dans le paragraphe IV.B.2. Nous l'interpréterons ici d'un autre point de vue, en nous plaçant dans l'espace réel et en considérant le déplacement spatial de la composante TE du faisceau gaussien incident après la réflexion.

Dans ce qui suit nous commençons par étudier le déplacement de la composante TE du faisceau gaussien incident (partie Ann.IV.a.). Dans la partie Ann.IV.b., nous en déduisons la chute de contraste du signal d'interférence de polarisation. Nous comparons finalement le résultat obtenu à partir de cette interprétation avec le calcul rigoureux de la partie IV.B.2.

### a. Déplacement de la composante TE du faisceau gaussien incident après la réflexion

Considérons un faisceau gaussien incident dont la polarisation est purement TE. Il est donc couplé dans les deux systèmes de couches réalisés dans notre laboratoire qui à une longueur d'onde  $\lambda = 780 \text{ nm}$  sont uniquement résonante pour la polarisation TE. Le faisceau est déplacé après la réflexion totale à la base du prisme le long de l'axe  $e_x$  par rapport au rayon lumineux prévu par l'optique géométrique. Ce déplacement a lieu déjà en cas d'un prisme recouvert d'un milieu à l'indice de réfraction  $n_2$  seul (déplacement Goos-Hänchen [Goos 47, Goos 49]). En présence du système de deux couches il est fortement amplifié [Lévy 75, Costa de Beauregard 77] (Figure Annexe IV.-1.).



• Remarque

Le déplacement d'un faisceau gaussien à la réflexion totale à l'interface entre deux diélectriques en présence ou en l'absence des structures résonnantes amplificatrices a été l'objet de multiples études. Il a été étudié sous l'aspect de différence de phase entre le faisceau incident et le faisceau réfléchi [Artmann 48], en faisant valoir la conservation du flux d'énergie au cours de la réflexion [Renard 64, Lévy 75, Costa de Beauregard 77], en se servant dans la limite de l'optique géométrique de la description du faisceau en rayons lumineux [Kogelnik 74, Carniglia 77] ou en utilisant le formalisme d'expansion en ondes planes d'un faisceau gaussien [Horowitz 71]. Dans ce qui suit nous nous basons sur l'approche de la différence de phase entre le faisceau incidente et le faisceau réfléchi. Cette approche est valable pour les faisceaux dont la divergence est faible devant la largeur de la courbe de résonance des systèmes.

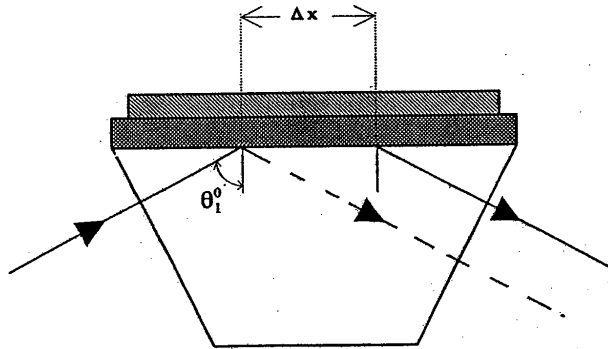


Figure Ann. IV.-1. Déplacement d'un faisceau gaussien incident polarisé TE par la structure résonnante du système de couches. Le déplacement du faisceau réfléchi dépend de la vitesse de variation de la phase du faisceau réfléchi en fonction de l'angle d'incidence. Pour un système amplificatrice comme le système de couches, le déphasage est fortement amplifié autour de la résonance. Le déplacement du faisceau réfléchi est alors augmenté par le même facteur.

Pour calculer le déplacement, réécrivons de nouveau le profil spatial du champ électrique réfléchi  $E_1''(x)$  après la réflexion totale par le système de couches. En (IV.B.1.-7.) nous l'avons mis sous la forme:

$$E_1''(x) = \int \mathcal{E}'(\beta) \eta'_4(\beta) e^{ik\beta x} d\beta \quad (\text{Ann.IV.-1.})$$

où  $\mathcal{E}'(\beta)$  décrit le spectre du faisceau gaussien incident et  $\eta'_4(\beta)$  correspond au coefficient de réflexion. En se servant des expressions explicites du spectre  $\mathcal{E}'(\beta)$  et du coefficient  $\eta'_4(\beta)$  (voir (IV.B.1.-5.) et (IV.B.1.-8.) du chapitre IV.) le profil  $E_1''(x)$  devient:

$$E_1''(x) = \frac{A_1}{\sqrt{\pi}} \alpha \int e^{-\alpha^2(\beta-\beta^0)^2} r(\beta) e^{i\phi(\beta)} e^{ik\beta x} d\beta \quad (\text{Ann.IV.-2.})$$

où dans (Ann.IV.-2.),  $\phi(\beta) = -2\Phi_{12}^{TE}(\beta) + \delta(\beta)$  et  $r(\beta)$  désignent respectivement la phase et le module du coefficient de réflexion  $\eta'_4(\beta)$  pour un faisceau polarisé TE. Dans la limite du faible couplage  $h = e^{-kb_2d_2} \ll 1$  et si les pertes  $p$  sont plus faibles que le couplage  $h^2 f$ ,  $p < h^2 f$ , la phase et le module du coefficient de réflexion  $\eta'_4(\beta)$  ont été donnés en (IV.B.2.-2.) et (IV.B.2.-3.) du chapitre IV. Le terme  $2\Phi_{12}^{TE}(\beta)$  correspond au déphasage d'une onde plane dans le cas d'un prisme recouvert d'un milieu d'indice  $n_2$  seul, tandis que le terme  $\delta(\beta)$  décrit le déphasage rapide de l'onde plane proche de la résonance, lorsque l'onde incidente est couplée dans le guide d'onde.

L'équation (Ann.IV.-2.) peut s'écrire encore différemment. Sous la condition que la divergence  $\Delta\alpha$  du faisceau gaussien incident est très inférieure à la largeur  $\Delta\beta'$  de la courbe de résonance du système de couches,  $\Delta\alpha \ll \Delta\beta'$ , on peut développer le déphasage  $\phi(\beta) = -2\Phi_{12}^{TE}(\beta) + \delta(\beta)$  autour de l'incidence du faisceau  $\beta^0$ . En s'arrêtant à l'ordre 1 du développement et en se servant du fait que dans la limite  $\Delta\alpha \ll \Delta\beta'$  le module du coefficient de réflexion varie très peu en fonction de l'incidence  $\beta$  autour de  $\beta^0$  sur une plage de l'ordre de  $\Delta\alpha$ , on peut écrire le profil du champ électrique réfléchi  $E_1''(x)$  également sous la forme:

$$E_1''(x) = \alpha \frac{A_1}{\sqrt{\pi}} r(\beta^0) e^{-2i\Phi_{12}^{TE}(\beta^0) + i\delta(\beta^0)} \int e^{-\alpha^2(\beta - \beta^0)^2} e^{-i\left(\frac{1}{k} \frac{\partial \phi}{\partial \beta}\right)_{\beta=\beta^0} + x) k \beta} d\beta$$

(Ann.IV.-3.)

Le terme  $\frac{1}{k} \frac{\partial \phi}{\partial \beta}$  dans (Ann.IV.-3.) peut s'interpréter comme un déplacement du centre du faisceau gaussien le long de l'axe  $e_x$  après la réflexion totale à la base du prisme. Explicitement, le déplacement  $\Delta x$  est donné par [Artmann 48]:

$$k\Delta x = -\left. \frac{\partial \phi}{\partial \beta} \right|_{\beta=\beta^0} \quad (\text{Ann.IV.-4.})$$

Selon (Ann.IV.-4.), le déplacement  $\Delta x$  est lié à la dérivée du déphasage  $\phi(\beta)$ , évalué à l'incidence du faisceau incident  $\beta = \beta^0$ . Il dépend de ce fait de la vitesse avec laquelle la phase du coefficient de réflexion  $r_1'$  varie autour de  $\beta = \beta^0$ .

Pour chiffrer l'effet quantitativement, considérons d'abord le cas d'un prisme recouvert d'un milieu d'indice  $n_2$  seul en l'absence du système de couches. Pour un faisceau polarisé TE, le déphasage du faisceau réfléchi après la réflexion totale à l'interface  $\Omega_1/\Omega_2$  correspond à  $-2\Phi_{12}^{TE}$ , avec la phase  $\Phi_{12}^{TE}$  explicitement donné par  $\Phi_{12}^{TE} = \arctan(b_2/p_1)$  (voir (III.B.2.-8.)). D'après (Ann.IV.-4.), il en résulte un déplacement  $\Delta x = 2 \frac{\beta^0}{k} \frac{1}{\sqrt{((\beta^0)^2 - n_2^2)(n_1^2 - (\beta^0)^2)}}$  correspondant - loin de l'angle critique de l'interface  $\Omega_1/\Omega_2$  et loin de l'incidence rasante - à une fraction de la longueur d'onde optique.

Dans le cas où le prisme est couvert d'une structure résonnante amplificatrice en forme du système de deux couches, la vitesse de variation de la phase  $\phi$  en fonction de l'incidence  $\beta$  est fortement amplifiée (pour une étude détaillée de la phase du faisceau réfléchi dans le cas d'une onde plane voir la partie III.B.5. du chapitre III.). Il s'ensuit que le déplacement  $\Delta x$  du centre du faisceau gaussien l'est aussi, c'est à dire agrandi d'après (Ann.IV.-4.) par le même facteur. Plus précisément, dans la section III.B.5. on a vu que proche de la résonance du système  $\beta_0^P$ , la vitesse de variation  $\partial\phi/\partial\beta$  de la phase d'une onde plane réfléchie par le système de deux couches en fonction de l'incidence  $\beta$  est déterminée par la largeur  $\Delta\beta'$  de la courbe de résonance du coefficient de réflexion  $r_1'$  (voir les Figures III.B.5.-2. et III.B.5.-3. de la partie III.B.5.). Cette largeur est inversement proportionnelle au module carré du facteur de transmission

$|t_{14}|^2$ , c'est à dire inversement proportionnelle à l'amplification du système. De ce fait, la quantité  $\partial\phi/\partial\beta$  et donc le déplacement  $\Delta x$  du faisceau gaussien est proportionnel à l'amplification du système de couches.

Pour être quantitatif, revenons au déphasage  $\phi(\beta)$ . En dérivant  $\phi(\beta)$  selon la formule (Ann.IV.-4.), le déplacement du centre du faisceau gaussien après la réflexion se calcule pour un faisceau dont l'incidence correspond à la résonance du système de couches  $\beta^0 = \beta_p^0$  à:

$$\left. \frac{\partial\phi}{\partial\beta} \right|_{\beta=\beta^0} = -2 \frac{\beta_p^0}{\sqrt{((\beta_p^0)^2 - n_2^2)(n_1^2 - (\beta_p^0)^2)}} - \frac{1}{\Delta\beta'} - \frac{1}{\sqrt{1-c\Delta\beta'}} \quad (\text{Ann.IV.-5.})$$

Dans ce cas le déplacement  $\Delta x$  devient:

$$\Delta x = \frac{\lambda}{\pi} \left( 2 \frac{\beta_p^0}{\sqrt{((\beta_p^0)^2 - n_2^2)(n_1^2 - (\beta_p^0)^2)}} + \frac{1}{2\Delta\beta'} + \frac{1}{2\sqrt{1-c\Delta\beta'}} \right) \quad (\text{Ann.IV.-6.})$$

#### • Application numérique

Considérons le système de couches minces étudié dans la section III.C.2. (deuxième génération de couches). Avec les indices du prisme et du gap valant respectivement  $n_1 = 1.895$  et  $n_2 = 1.49$ , une mi-largeur à mi-hauteur de  $\Delta\theta_1 = 0.13 \text{ mrad}$  et l'angle centrale de la courbe de résonance du système correspondant à  $\theta_1^{res} = 58.3^\circ$ , on obtient à une longueur d'onde de  $\lambda = 780 \text{ nm}$  un déplacement qui vaut:  $\Delta x = 2.1 \text{ mm}$ . Notons que la contribution du premier terme dans (Ann.IV.-6.) au déplacement  $\Delta x$  (réflexion à l'interface  $\Omega_1/\Omega_2$  seule en l'absence du système de couches) est négligeable, valant seulement  $0.5 \mu\text{m}$ .

## b. Chute de contraste du signal d'interférence de polarisation interprétée dans l'espace réel

Tenant compte du déplacement de la composante TE après la réflexion, le faisceau gaussien incident de la Figure IV.B.2.-1. - polarisé à  $45^\circ$  par rapport au plan d'incidence - se sépare spatialement en deux parties après la réflexion dont une est polarisé TE et l'autre polarisé TM. La distribution spatiale des deux composantes du faisceau après la réflexion est tracée schématiquement dans la Figure Ann.IV.-2. On voit qu'à cause du déplacement de la composante TE après la réflexion par le système de couches, le profil spatiale de la composante TM ne se recouvre plus entièrement sur toute la largeur de son profil avec le profil de la composante TE. La zone où les deux polarisations interfèrent se limite dans ce cas à la région hachurée dans la figure. Il s'ensuit que le signal d'interférence de polarisation devient moins prononcé.

Pour être quantitatif, déduisons du déplacement  $\Delta x$  calculé ci-dessus pour le faisceau gaussien dans le cas du deuxième système de couches, la perte de contraste du signal d'interférence de polarisation constatée dans la Figure IV.B.2.-2. Pour la mesure le faisceau gaussien qui a été employé avait un waist de  $w = 4 \text{ mm}$  (voir la partie III.C.2.). Après la réflexion par le système de couches le profil de la composante TE du faisceau est décalé par rapport à la composante TM par une distance  $\Delta x = 2.1 \text{ mm}$  correspondant au déplacement  $\Delta x$  calculé ci-dessus. A résonance  $\beta^0 = \beta_0^p$ , la composante TE est déphasée par un facteur  $\pi$  par rapport à la composante TM. En supposant que la photodiode collecte la totalité de la lumière réfléchie le signal détecté par la photodiode se calcule alors à :

$$S(\beta^0 = \beta_0^p) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{1}{\sqrt{\pi w}} \left( e^{-\frac{x^2}{w^2}} - e^{-\frac{(x-\Delta x)^2}{w^2}} \right) \right|^2 dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{1}{\sqrt{\pi w}} \left( e^{-\frac{x^2}{w^2}} + e^{-\frac{(x-\Delta x)^2}{w^2}} \right) \right|^2 dx} \quad (\text{Ann.IV.-7.})$$

où le dénominateur en (IV.B.2.-14.) normalise le signal hors résonance à 1. On obtient ainsi à résonance un signal  $S(\beta^0 = \beta_0^p)$  correspondant à 7.0 % de la valeur du signal hors résonance. En comparant ce chiffre avec la valeur déduite du calcul rigoureux de la partie IV.B.2. qui donnait un signal  $S(\beta^0 = \beta_0^p)$  valant 5.5 % du signal hors résonance (voir Figure IV.B.2.-3.), on trouve que la valeur calculée à partir de l'image du déplacement de la composante TE après la réflexion ( 7.0 %) est en bon accord

avec la valeur trouvée dans la section IV.B.2.a. à partir du calcul rigoureux (5.5 %). Le faible écart entre les deux valeurs résulte de l'approximation faite pour dériver l'expression (Ann.IV.-6.) du déplacement  $\Delta x$ . L'approximation consiste à développer la phase  $\Phi(\beta)$  du faisceau réfléchi uniquement jusqu'à l'ordre 1 en  $\beta$  autour de l'incidence du faisceau  $\beta^0$  et à considérer le coefficient de réflexion comme constant sur une plage de l'ordre de la divergence  $\Delta\alpha$  du faisceau gaussien. Elle est justifiée si la divergence du faisceau incident  $\Delta\alpha$  est très inférieure à la largeur de la courbe de résonance du système de couches  $\Delta\beta'$ . Or, la divergence du faisceau gaussien correspond à  $\Delta\alpha = 0.06 \cdot 10^{-3}$  et la mi-largeur à demi-hauteur de la courbe de résonance du système de couches vaut  $\Delta\beta' = 0.13 \cdot 10^{-3}$ . On touche donc à la limite de la condition de validité de l'équation (Ann.IV.-6.) responsable d'une légère différence entre les deux valeurs de la chute de contraste.

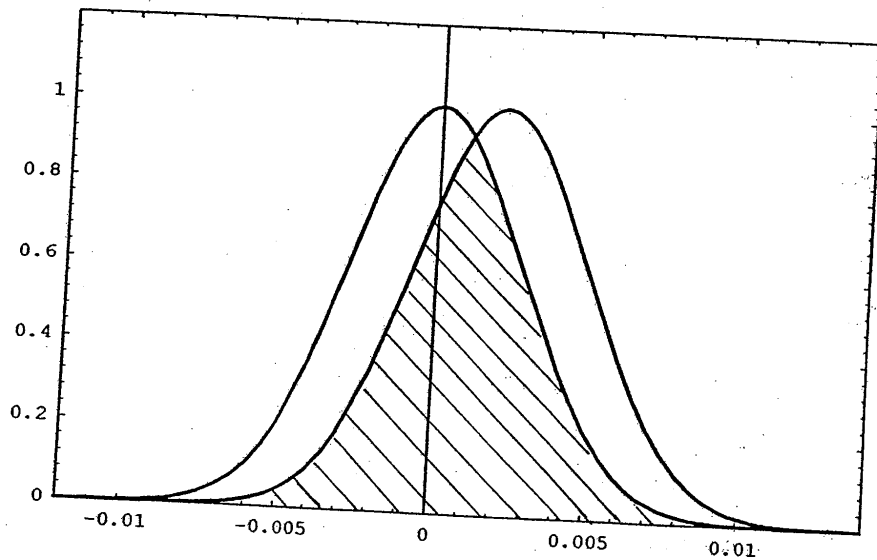


Figure Ann.IV.-2. Distribution spatiale du champ électrique de la composante TE et de la composante TM du faisceau gaussien après la réflexion par le système de deux couches. La composante TE est décalé d'une distance  $\Delta x$  par rapport à la composante TM qui ne couple pas dans le guide pendant la réflexion. La zone où les deux composantes du faisceau interfèrent est marquée en traits. Les zones qui ne sont pas marquées ne contribuent qu'au fond du signal.

## Références du chapitre IV

- [Abramowitz 72] M. Abramowitz, I.A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, Dover Publications, New York, Ninth Edition, 1972.
- [Anderson 84] D.Z. Anderson, J.C. Frisch, C.S. Masser, *J. Opt. Soc. Am.* **23**, 1238 (1984).
- [Artmann 48] K. Artmann, *Ann. Phys. (Leipzig)* **2**, 87 (1948).
- [Bretenaker 92] F. Bretenaker, A. Le Floch, L. Dutriaux, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 931 (1992).
- [Carniglia 77] C.K. Carniglia, K.R. Brownstein, *J. Opt. Soc. Am.* **67**, 121 (1977).
- [Costa de Beauregard 77] O. Costa de Beauregard, C. Imbert, Y. Lévy, *Phys. Rev. D* **15**, 3553 (1977).
- [Goos 47] F. Goos, H. Hänchen, *Ann. Phys. (Leipzig)* **1**, 333 (1947).
- [Goos 49] F. Goos, H. Lindberg-Hänchen, *Ann. Phys. (Leipzig)* **2**, 87 (1949).
- [Hänsch 80] T.W. Hänsch, B. Couillaud, *Opt. Commun.* **35**, 441 (1980).
- [Hecht 87] E. Hecht, *Optics*, Addison Wesley Publishing Co., Reading, Massachussets, 2nd Edition (1987).
- [Horowitz 71] B.R. Horowitz, T. Tamir, *J. Opt. Soc. Am.* **67**, 103 (1971).
- [Kogelnik 74] H. Kogelnik, H.P. Weber, *J. Opt. Soc. Am.* **64**, 174 (1974).
- [Lévy 75] Y. Lévy, C. Imbert, *Opt. Com.* **13**, 43 (1975).
- [Midwinter 70a] J. Midwinter, *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-6**, 583 (1970).
- [Midwinter 70b] J. Midwinter, F. Zernicke, *Appl. Phys. Lett.* **16**, 198 (1970).
- [Rempe 92] G Rempe, R.J. Thompson, H.J. Kimble, *Opt. Lett.* **17**, 363 (1992).
- [Renard 64] R.H. Renard, *J. Opt. Soc. Am.* **54**, 1190 (1964).

[Rigneault 93] H. Rigneault, Thèse 1993, .

[Shah 83] V. Shah, T. Tamir, *J. Opt. Soc. Am.* **73**, 37 (1983).

[Tien 71] P.K. Tien, *Appl. Opt.* **10**, 2395 (1971).

[Tamir 71] T. Tamir, H.L. Bertoni, *J. Opt. Soc. Am.* **61**, 1397 (1971).



1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25

V.

---

**Conclusion Générale**



Ce mémoire présente une étude des caractéristiques et du comportement d'un système de deux couches minces diélectriques déposées sur un prisme, employé comme miroir atomique. Nous avons montré que cet outil rend la réflexion d'atomes par l'onde évanescente plus efficace, en permettant de réfléchir les atomes avec un minimum de pertes et en préservant leur cohérence pendant la réflexion. Cela est dû à la capacité de la structure d'augmenter notablement l'amplitude de l'onde évanescente. Il a été montré qu'une amplitude élevée permet de réduire l'émission spontanée des atomes pendant la réflexion, d'augmenter la taille effective du miroir atomique et d'éloigner le point de rebroussement des atomes dans l'onde évanescente du miroir auquel cas l'attraction de Van der Waals se fait moins sentir.

Le cœur de ce mémoire a été dédié à la discussion du principe d'amplification de l'onde évanescente par le système de deux couches. En particulier, nous avons démontré l'étroite analogie qui existe entre ce système et une cavité Fabry-Perot. Plus précisément, nous avons établi que l'amplification et la réflectivité à résonance du système, la position et la largeur de la courbe de résonance ainsi que le déphasage du faisceau laser réfléchi par la structure sont - en proche analogie avec une cavité Fabry-Perot - principalement déterminées par deux facteurs: l'un qui décrit la fraction de la lumière incidente couplée vers le système, et l'autre représentant les pertes dans la structure. Dans la situation où ces deux quantités prennent la même valeur, le système est considéré comme adapté en impédance: dans ce cas il n'y a pas de lumière réfléchie et l'amplification du système est maximale. Pour ce qui concerne la fraction de la lumière incidente couplée dans le système, elle est essentiellement déterminée par la distance entre la deuxième couche et le prisme. La première couche joue de ce fait en quelque sorte le rôle du miroir d'entrée de la cavité Fabry-Perot. Son coefficient de réflexion est déterminé par l'épaisseur de la première couche. Si les pertes dans la couche supérieure sont fixes, le système peut être adapté en impédance en variant l'épaisseur de cette couche. Nous avons finalement montré l'étroite liaison qui existe entre la courbe de résonance du facteur d'amplification du système en fonction de l'angle d'incidence et celle de la réflectivité. Plus précisément nous avons établi que, dans la limite du couplage faible, la position, la largeur et la valeur à résonance des deux courbes de résonance sont déterminées par les mêmes facteurs. Nous avons montré qu'il est de ce fait possible de déterminer le facteur d'amplification du système à résonance à partir de la mesure de l'intensité du faisceau réfléchi en fonction de l'angle d'incidence. Ce principe d'évaluation, basé sur une mesure indirecte sans sonder l'onde évanescente directement, a été employé pour caractériser deux systèmes de deux couches réalisés dans le laboratoire. Dans le cas du deuxième système on prévoit ainsi une amplification du module carré de l'amplitude de l'onde évanescente d'un facteur 4000 par rapport au module carré de l'amplitude de l'onde électromagnétique incidente.

Au-delà d'une discussion des critères qui déterminent l'amplification du système, l'étude a mis l'accent sur une analyse de la phase du faisceau réfléchi. En effet, il a été démontré que le système de deux couches représente un puissant outil pour sonder de très faibles modifications des paramètres de la structure, en particulier le changement de l'indice de réfraction du milieu au-dessus de la deuxième couche.

Cela est dû à la sensibilité de la phase de l'onde réfléchie avec les conditions aux limites du système, sensibilité qui est, au voisinage de la résonance, d'autant plus forte que l'amplification de la structure est élevée. Dans notre cas il est prévu d'utiliser précisément cette propriété pour démontrer la présence des atomes au-dessus de la deuxième couche juste au moment du rebond. En enregistrant au cours du temps la variation de la phase du faisceau réfléchi, nous comptons pouvoir détecter le rebond des atomes, sans perturber leur trajectoire par un faisceau sonde qui serait installé au-dessus du miroir, forçant les atomes à émettre des photons spontanés.

La dernière partie de ce mémoire est consacrée à l'analyse de la réponse du système de deux couches à un faisceau laser gaussien incident. En particulier, dans une première partie, il a été discuté dans quelle mesure les interprétations du troisième chapitre, développées sous l'hypothèse d'une onde plane incidente, restent valables en tenant compte de la divergence des faisceaux gaussiens effectivement employés dans des mesures expérimentales. Il a été montré que la divergence des faisceaux utilisés était suffisamment faible pour ne pas modifier les conclusions, en particulier en ce qui concerne l'amplification du système. Dans une deuxième partie le profil spatial de l'onde évanescente dans le milieu  $\Omega_4$  en fonction de la position  $x$  le long de l'interface  $\Omega_4/\Omega_3$  a été calculé, ce qui est important si on veut interpréter précisément la fraction d'atomes réfléchis par le miroir atomique. De plus, il a été montré que, dans la limite d'un faisceau gaussien incident plus divergent que la largeur angulaire de la courbe de résonance du système, la mesure du profil de l'onde évanescente permet d'accéder au facteur d'amplification du système. Sous cette condition l'onde évanescente s'étale davantage au-dessus de la couche supérieure le long de l'interface que le faisceau incident, décroissant avec une longueur type déterminée par l'amplification du système. Cette mesure, basée sur les signaux du champ électrique transmis dans le milieu  $\Omega_4$ , représente une mesure complémentaire pour l'estimation de l'amplification du système des mesures sur le champ réfléchi. En effet, elle est bien adaptée au cas où la largeur de la courbe de résonance devient étroite (la longueur de décroissance devenant grande) auquel cas l'analyse du système à partir des signaux du faisceau réfléchi devient plus difficile. Une première évaluation de l'amplification du deuxième système de deux couches basée sur cette mesure a donné un résultat pour l'amplification à résonance qui est du même ordre de grandeur que le résultat obtenu à partir des signaux du faisceau réfléchi.

Nous avons finalement signalé que les caractéristiques du couplage du faisceau laser incident vers le système de deux couches sont analogues à celles d'autres systèmes de géométries apparemment très différentes. La condition de résonance du faisceau laser incident dans le cas du système de deux couches devient pour les sphères, microsphères ou résonateurs polygonaux proposés ou réalisés récemment une condition de résonance pour la fréquence du faisceau laser. Dans ces systèmes on étudie des effets liés aux champs électriques extrêmement intenses à l'intérieur des résonateurs, ou encore l'interaction du champ électromagnétique évanescente avec des atomes passant à proximité de la surface des résonateurs. Ces phénomènes se

produisent dans le système de deux couches et dans les structures citées d'une manière semblable, d'où l'intérêt d'une étude conjointe de ces systèmes.



Joachim von ZANTHIER

"Amplification par couches diélectriques d'une onde évanescente pour miroir atomique"

#### RESUME

Ce mémoire s'inscrit dans le domaine de l'optique atomique. Il présente l'étude d'un système consistant de deux couches minces diélectriques déposées sur un prisme. Ce système est employé comme miroir atomique : les atomes sont réfléchis par la force dipolaire d'une onde évanescente. Par rapport au prisme seul, le système de deux couches permet d'augmenter fortement l'amplitude de l'onde évanescente au-dessus de la deuxième couche. L'amplification est évaluée par une analyse du faisceau laser réfléchi. Pour deux prototypes réalisés, on trouve ainsi un facteur de 100 et de 1000 respectivement pour le module carré du champ électrique de l'onde évanescente. Une compréhension plus détaillée du fonctionnement du système montre que l'amplification est essentiellement déterminée par deux facteurs : la fraction de la lumière incidente couplée dans la deuxième couche et les pertes dans cette couche. Ceci est en proche analogie avec une cavité Fabry-Perot, la première couche jouant le rôle du miroir d'entrée de la cavité. En variant l'épaisseur de la première couche, on peut ajuster la fraction de la lumière incidente couplée dans la deuxième couche. Dans le cas où le couplage équivaut aux pertes, l'amplification est maximale. Nous présentons finalement une mesure complémentaire pour évaluer l'amplification du système basée sur l'analyse du profil du champ évanescent en fonction de la position sur l'interface de la deuxième couche.

#### ABSTRACT

The subject of this thesis in the field of atom optics is the study of a system consisting of two dielectric layers evaporated on a prism substrate used as an atomic mirror. The atoms are reflected by the dipole force of an evanescent laser wave. With respect to the prism alone, the two-layer system permits a substantial enhancement of the evanescent wave amplitude above the second layer. By analysing the reflected laser beam, the factor of enhancement is estimated. For two prototypes we find an enhancement of about 100 and 1000 respectively for the square modulus of the electric field of the evanescent wave. An analysis of the principle of enhancement of the evanescent wave by the two-layer system shows that it is determined by two factors, the fraction of the incoming light coupled into the second layer and the losses in the second layer. This is in close analogy to a Fabry-Perot cavity, the first layer playing the role of the input mirror of the cavity. By adjusting the thickness of the first layer the coupling can be matched to the losses in which case the enhancement is maximum. A complementary method for determining the enhancement factor is proposed, based on the measurement of the evanescent wave profile as a function of the position along the interface above the second layer.



