



HAL
open science

Utilisation de la méthode des éléments finis pour le calcul des champs électromagnétiques à l'aide d'un modèle réaliste de tête en meg et eeg

Gildas Marin

► **To cite this version:**

Gildas Marin. Utilisation de la méthode des éléments finis pour le calcul des champs électromagnétiques à l'aide d'un modèle réaliste de tête en meg et eeg. Optique [physics.optics]. Université Paris Sud - Paris XI, 1997. Français. NNT: . pastel-00716175

HAL Id: pastel-00716175

<https://pastel.hal.science/pastel-00716175>

Submitted on 10 Jul 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ORSAY

N° D'ORDRE :

**UNIVERSITE DE PARIS-SUD
U.F.R. SCIENTIFIQUE D'ORSAY**

THESE

présentée

pour obtenir

**Le GRADE de DOCTEUR EN SCIENCES
DE L'UNIVERSITE PARIS XI ORSAY**

PAR

Gildas MARIN

**Utilisation de la méthode des éléments finis pour le calcul des
champs électromagnétiques à l'aide d'un modèle réaliste de tête en
MEG et EEG.**

Soutenue le 29 septembre 1997 devant la commission d'examen

B. BANDELIER	<i>rapporteur</i>
P. CHAVEL	
L. GARNERO	
G. MEUNIER	
J. PERNIER	<i>rapporteur</i>
E. THERON	

REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à remercier Line Garnero d'avoir dirigé ces travaux avec un soutien et une présence sans faille. Mes remerciements iront ensuite à Christophe Guerin et Sylvain Baillet pour l'aide inestimable qu'ils m'ont apportée.

Je remercie Pierre Chavel, Bernard Renault et Gérard Meunier pour leur accueil si chaleureux au sein de leur groupe et pour leurs conseils avisés.

Je remercie MM. Bandelier et Pernier qui ont accepté d'être rapporteur ainsi que M. Théron qui a accepté de faire parti du jury.

Merci enfin à tous les membres de l'IOTA (et plus particulièrement ceux du groupe de physiques des images), du LENA et du LEG pour leur accueil spontané et leur soutien tout au long de cette thèse. Merci plus particulièrement à Moussa, Jean-Philippe, Frédérique et Frédéric pour leur aide et leur joyeuse humeur ! Merci à Nathalie et à Françoise qui a tiré cette thèse.

SOMMAIRE

Introduction

Chapitre I : Généralités sur la modélisation des champs et des sources produits par l'activité cérébrale en MEG et EEG

- 1 - Electroencéphalographie et magnétoencéphalographie
 - 1.1 *Principe des mesures*
 - 1.2 *Avantages et inconvénients*
- 2 - Problème inverse - problème direct
- 3 - Modélisation des sources de courant
- 4 - Modèles géométriques de la tête
 - 4.1 *Modèles de couches homogènes*
 - 4.2 *Modèles volumiques*
- 5 - Conductivités
 - 5.1 *Tenseur de conductivité*
 - 5.2 *Valeurs utilisées*
 - 5.3 *Techniques de mesure*

Chapitre II : Formulation mathématique du calcul des champs

- 1 - Mise en équation
 - 1.1 *Equation du potentiel*
 - 1.2 *Conditions aux limites*
 - 1.3 *Elimination de la singularité*
 - 1.4 *Champ magnétique*
- 2 - Résolution dans un milieu homogène infini isotrope
- 3 - Résolution dans un milieu sphérique
 - 3.1 *Potentiel électrique*
 - 3.1.1 *Forme générale de la solution*
 - 3.1.2 *Expression du potentiel pour une source monopolaire*
 - 3.1.3 *Expression du potentiel pour une source dipolaire*
 - 3.2 *Champ magnétique*
 - 3.2.1 *Champ radial*
 - 3.2.2 *Champ total à l'extérieur de la sphère conductrice*
- 4- Résolution dans un milieu homogène par couches à géométrie réaliste
- 5 - Méthodes volumiques
 - 5.1 *La méthode des éléments finis*
 - 5.2 *La méthode des différences finies*

Chapitre III : La méthode des éléments finis

- 1 - Généralités
- 2 - Application au calcul du potentiel

- 2.1 *Elimination de la singularité*
- 2.2 *conditions de continuité*
- 2.3 *Forme intégrale des équations*
- 2.4 *Forme discrète des équations*
- 2.5 *Potentiel réduit et potentiel total*
- 3 - Application au calcul du champ magnétique
 - 3.1 *Elimination de la singularité dans un milieu homogène borné*
 - 3.2 *Problème en milieu non homogène*
- 4 - Le logiciel Flux3d
 - 4.1 *Présentation générale*
 - 4.1.1 *Définition du problème*
 - 4.1.2 *Résolution et exploitation*
 - 4.2 *Parallèle magnétostatique - électrocinétique*
 - 4.3 *Modifications apportées au logiciel Flux3d*
 - 4.3.1 *Mise à jour de la lecture des fichiers universels*
 - 4.3.2 *Ajout d'une distribution dipolaire*
 - 4.3.3 *Attribution des valeurs de conductivité*
 - 4.3.4 *Calcul avec des éléments du second ordre*
 - 4.3.5 *Calcul du champ magnétique*
 - 4.4 *Evolutions possibles*
 - 4.5.1 *calcul direct du champ magnétique*
 - 4.5.2 *mélange MEF - MIF*
 - 4.5.3 *évolution du descripteur géométrique*

Chapitre IV : Maillages

- 1 - Les différents types de maillages
 - 1.1 *Généralités*
 - 1.2 *Maillages surfaciques - maillages volumiques*
 - 1.3 *Formes des mailles*
 - 1.4 *Ordre du maillage*
 - 1.5 *Critères de qualité*
- 2 - Méthode d'obtention d'un maillage réaliste
 - 2.1 *Images anatomiques*
 - 2.2 *Problème de la segmentation*
 - 2.3 *Description des surfaces (NURBS)*
 - 2.3.1 *Courbes splines*
 - 2.3.2 *Surfaces splines*
 - 2.3.3 *NURBS*
 - 2.4 *Maillage d'une NURBS sur I-DEAS*
 - 2.4.1 *Construction d'une NURBS sur I-DEAS*
 - 2.4.2 *Espace de génération du maillage*
 - 2.4.2.1 *Maillage à l'aide de l'espace MAP*
 - 2.4.2.2 *Maillage à l'aide de l'espace des paramètres*
 - 2.4.3 *Choix des points de contour*
 - 2.5 *Maillage volumique de la tête*
- 3 - Le logiciel I-DEAS
 - 3.1 *Présentation générale*

- 3.1.1 Le descripteur géométrique
- 3.1.2 Le mailleur
- 3.2 Réalisation d'un maillage
- 3.3 Maillage d'une sphère
- 3.4 Maillages réalistes
 - 3.4.1 Récupération des points de contours
 - 3.4.2 Maillage de la tête
 - 3.4.3 Maillage des ventricules
- 3.5 Conclusions sur le logiciel I-DEAS et évolutions possibles

Chapitre V : Résultats sur des simulations numériques

- 1 - Introduction à l'évaluation du problème direct
 - 1.1 Modèles utilisés et configurations de calcul
 - 1.2 Critères d'erreur
 - 1.3 Choix d'une référence pour le potentiel
- 2 - Validation du calcul en éléments finis (modèle sphérique)
 - 2.1 Apport du calcul en potentiel total
 - 2.2 Maillages du premier ordre et maillages du second ordre
 - 2.3 Comparaison du calcul pour des dipôles radiaux et tangentiels en milieux isotropes et anisotropes.
 - 2.4 Influence de la taille des éléments
 - 2.5 Validation du calcul du champ magnétique.
- 3 - Influence des conductivités
 - 3.1 Valeurs des conductivités
 - 3.1.1 Modèle sphérique (EEG)
 - 3.1.2 Modèle réaliste (EEG et MEG)
 - 3.2 Directions du tenseur
 - 3.3 Anisotropie de l'os (EEG et MEG)
- 4 - Influence de la géométrie (MEG)
- 5 - Exemple de distributions obtenues sur Flux3d
- 6 - Conclusion

Chapitre VI : Evaluation du problème inverse

- 1 - Introduction
- 2 - Présentation du problème inverse
- 3 - Procédure d'évaluation du problème inverse
- 4 - Evaluation en EEG
 - 4.1 Modèle sphérique
 - 4.1.1 Méthode quadratique
 - 4.1.2 Méthode S-MAP
 - 4.2 Modèle réaliste
 - 4.2.1 Méthode quadratique
 - 4.2.2 Méthode S-MAP
- 5 - Evaluation en MEG
- 6 - Conclusion

Chapitre VII : Validation du modèle numérique sur un fantôme (données réelles)

- 1 - Présentation du fantôme
 - 1.1 Nécessité d'un fantôme*
 - 1.2 Réalisation du fantôme*
 - 1.3 Mesures des conductivités*
- 2 - Construction du modèle
 - 2.1 Images*
 - 2.2 Extraction des contours*
 - 2.3 Réalisation du maillage*
 - 2.4 Choix des conductivités*
- 3 - Mesures EEG
- 4 - Comparaison avec le problème direct

Conclusion

ANNEXE : Identités mathématiques

Introduction

L'électroencéphalographie (EEG) et la magnétoencéphalographie (MEG) permettent de mesurer l'activité électrique de l'encéphale. Parmi les différents types d'imagerie cérébrale fonctionnelle (Tomographie par émission de positon, imagerie par résonance magnétique fonctionnelle), toutes en pleine expansion, la MEG et l'EEG sont les seules à fournir une résolution temporelle de l'ordre de la milliseconde, suffisante pour étudier tous les phénomènes dynamiques du cerveau. Malheureusement, les mesures effectuées à la surface du scalp ont une résolution spatiale très insuffisante. Or, tant pour l'analyse des processus cognitifs que pour les applications cliniques (traitement des épileptiques), il est nécessaire de localiser très précisément dans le volume du cerveau les générateurs électriques initiaux. Il faut alors développer des techniques numériques permettant de retrouver les courants primaires qui sont à l'origine des champs électromagnétiques mesurés à l'extérieur de la tête.

Cette reconstruction de l'activité électrique constitue un problème inverse mal posé et très indéterminé. La résolution de ce problème passe par la caractérisation des phénomènes de propagation des courants électriques dans les différents milieux de la tête, c'est à dire la résolution du problème direct. Ce problème direct consiste à résoudre les équations de Maxwell dans un modèle donné de la tête et pour une configuration de source de courant choisie. L'amélioration de la reconstruction de l'activité électrique passe donc par une amélioration des modèles de la tête utilisés.

Les modèles les plus simples, et encore les plus utilisés, sont des modèles de sphères emboîtées. Les modèles surfaciques à géométrie réaliste commencent à être plus largement utilisés. Plus récemment, des modèles volumiques, permettant de tenir compte d'inhomogénéités telles que l'anisotropie de l'os, impossible à modéliser avec les modèles surfaciques, ont commencé à voir le jour. Cependant, du fait de leur complexité de mise en oeuvre, ils restent très peu utilisés.

En effet, plus le modèle est précis et plus il est long et compliqué à mettre en oeuvre. Or, il est nécessaire d'adapter le modèle à la géométrie de chaque individu et donc de pouvoir facilement et rapidement le construire et le modifier. De ce fait, il est intéressant de connaître l'influence des différentes parties organiques de la tête et de leurs paramètres physiques (conductivité) de façon à déterminer si leur modélisation dans la résolution finale est absolument nécessaire.

Le but de la thèse était de développer un modèle volumique réaliste de la tête ainsi qu'une méthode d'éléments finis appliquée à ce modèle de tête, afin de tester l'influence sur la précision du problème direct et du problème inverse de certaines approximations du modèle. En particulier, nous avons regardé quelle était l'influence de la non-considération de l'anisotropie de l'os.

Le manuscrit est décomposé comme suit : les principes du problème de la MEG et de l'EEG sont d'abord exposés. Dans la deuxième partie, le problème est mis en équation et les différentes modélisations existantes, ainsi que la résolution analytique du problème dans le cas d'un modèle sphérique sont abordés. La formulation des éléments finis que nous avons utilisés pour la résolution du problème est présentée plus en détail, ainsi que les problèmes de maillages liés à cette méthode. Les calculs que nous avons mis en oeuvre sont ensuite validés et des résultats obtenus sur des simulations numériques sont présentés, d'abord sur le problème direct puis sur le problème inverse. La dernière partie compare les résultats d'un modèle numérique à des données réelles obtenues sur un fantôme.

Chapitre I

Généralités sur la modélisation des champs et des sources produits par l'activité cérébrale en MEG et EEG

1 - Electroencéphalographie et magnétoencéphalographie

1.1 principe des mesures

L'électroencéphalographie (EEG) et la magnétoencéphalographie (MEG) permettent de mesurer l'activité électrique du cerveau humain. L'activité du cerveau, qui peut être, par ailleurs, enregistrée par d'autres techniques d'imagerie fonctionnelle, comme l'imagerie par résonance magnétique (IRM) fonctionnelle ou la tomographie par émission de positon (TEP) [Mazoyer & Belliveau, 1996], consiste en un échange d'informations sous forme électrique entre les différents neurones qui le composent.

Les milieux de la tête étant conducteurs, cette activité électrique induit des lignes de courants dans la tête qui se retrouvent à la surface du scalp (figure 1.1a). Ces lignes de courants engendrent des différences de potentiel à la surface de la tête, mesurables en EEG en disposant des électrodes sur le scalp. Les signaux mesurés sont de l'ordre de la dizaine de microvolts et peuvent être mesurés avec un matériel relativement bon marché, ce qui explique que l'EEG se soit fortement développée. Il est nécessaire de choisir une référence pour le potentiel, celui-ci étant défini à une constante près (on ne mesure que des différences de potentiel). On prend généralement le potentiel d'une des électrodes comme potentiel de référence pour les mesures. On peut aussi prendre comme valeur de référence la valeur moyenne du potentiel sur toutes les électrodes. Les mesures sont généralement réalisées avec 20, 32 ou 64 électrodes. Des dispositifs de mesures à 128 électrodes sont maintenant

disponibles. Les principes de l'EEG sont largement décrits dans [Nunez, 1990].

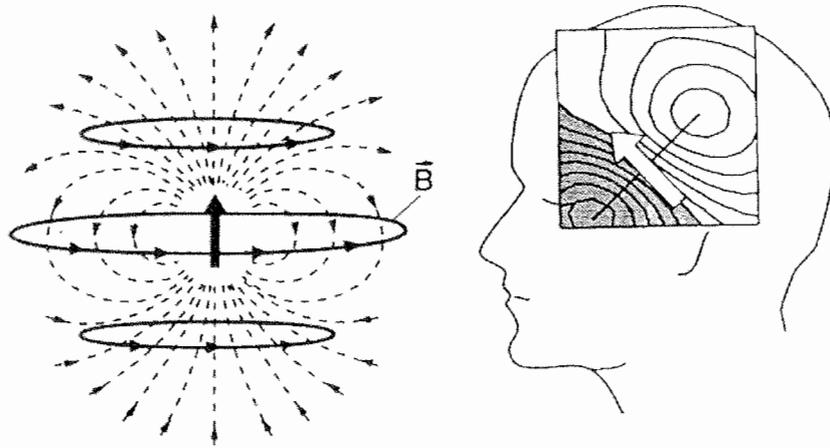


Figure 1.1a : à gauche, lignes de courant (en pointillé) et champ magnétique (en continu) engendrés par une source de courant dipolaire représentée par la flèche noire. A droite, carte de champ magnétique engendré à la surface de la tête par une telle source (d'après [Hämäläinen, 1993]).

Ces mêmes courants rayonnent un champ magnétique qu'il est possible de mesurer, mais les mesures en MEG constituent un problème autrement compliqué qu'en EEG. En effet, le champ magnétique à mesurer est de l'ordre de la centaine de femtotesla, inférieur de plusieurs ordres de grandeur à tous les bruits environnants tels que le champ terrestre, le rayonnement des lignes et des appareils électriques ou le champ d'un appareil IRM (quelques teslas) dans un hôpital. Même le champ magnétique dû à l'activité cardiaque peut être gênant. Ce bruit peut être réduit de façon considérable en réalisant les mesures dans une chambre blindée. Il est cependant nécessaire d'utiliser des capteurs très sensibles, les SQUID (Supraconducteur Quantum Interference Devices). Ces capteurs refroidis à l'hélium liquide, sont couplés à des bobines et permettent de mesurer un flux magnétique très faible. Il existe essentiellement trois sortes de bobine qui sont couplées aux SQUID, le magnétomètre, le gradiomètre axial et le gradiomètre planaire (voir figure 1.1b). Les gradiomètres permettent de réduire encore le bruit en fournissant des mesures différentielles. C'est alors soit la dérivée axiale, soit la dérivée tangentielle de la partie radiale du champ magnétique qui est mesurée. Récemment sont apparues sur le marché des machines avec un grand nombre de capteurs : les plus performantes comportent environ 140 capteurs répartis sur toute la surface du scalp (la machine CTF qui sera installée à la Salpêtrière est montrée sur la figure 1.1c). Tous les détails sur l'instrumentation et les principes de la MEG sont décrits dans [Hämäläinen, 1993].

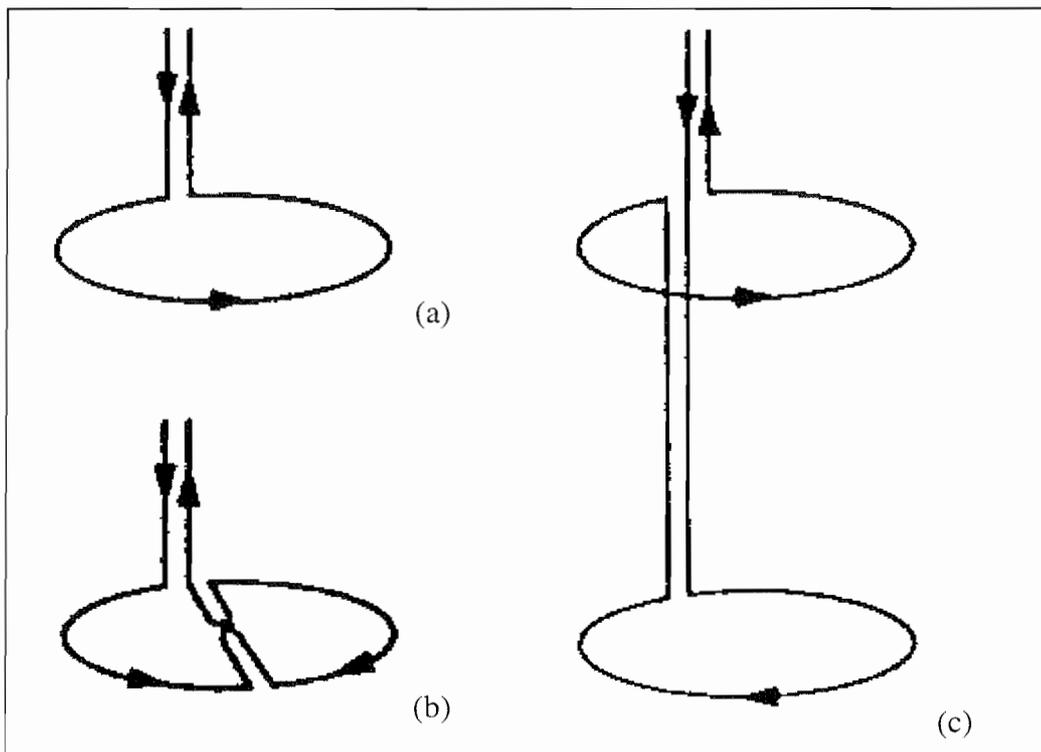


Figure 1.1b : un magnétoètre et deux gradiomètres permettant de réduire le bruit par mesure différentielle. (a) : magnétoètre fournissant la composante du champ suivant l'axe de la bobine (appelée partie radiale du champ car l'axe de la bobine est disposée dans la direction orthogonale à la surface de la tête). (b) : gradiomètre planaire fournissant la dérivée tangentielle de la partie radiale du champ. (c) gradiomètre axial fournissant la dérivée axiale (suivant l'axe de la bobine) de la partie radiale du champ (d'après [Hämäläinen, 1993]).

1.2 avantages et inconvénients

La MEG et l'EEG sont les seules imageries cérébrales fonctionnelles, actuellement existantes, totalement non invasives, c'est à dire qu'elles ne perturbent pas le fonctionnement cérébral. En effet, l'activité cérébrale mesurée n'est pas perturbée et aucun champ extérieur n'est appliqué. D'autre part, c'est l'activité principale du cerveau qui est directement mesurée alors que les autres techniques d'imagerie fonctionnelle ne mesurent qu'une activité indirecte (variation de débits sanguins).

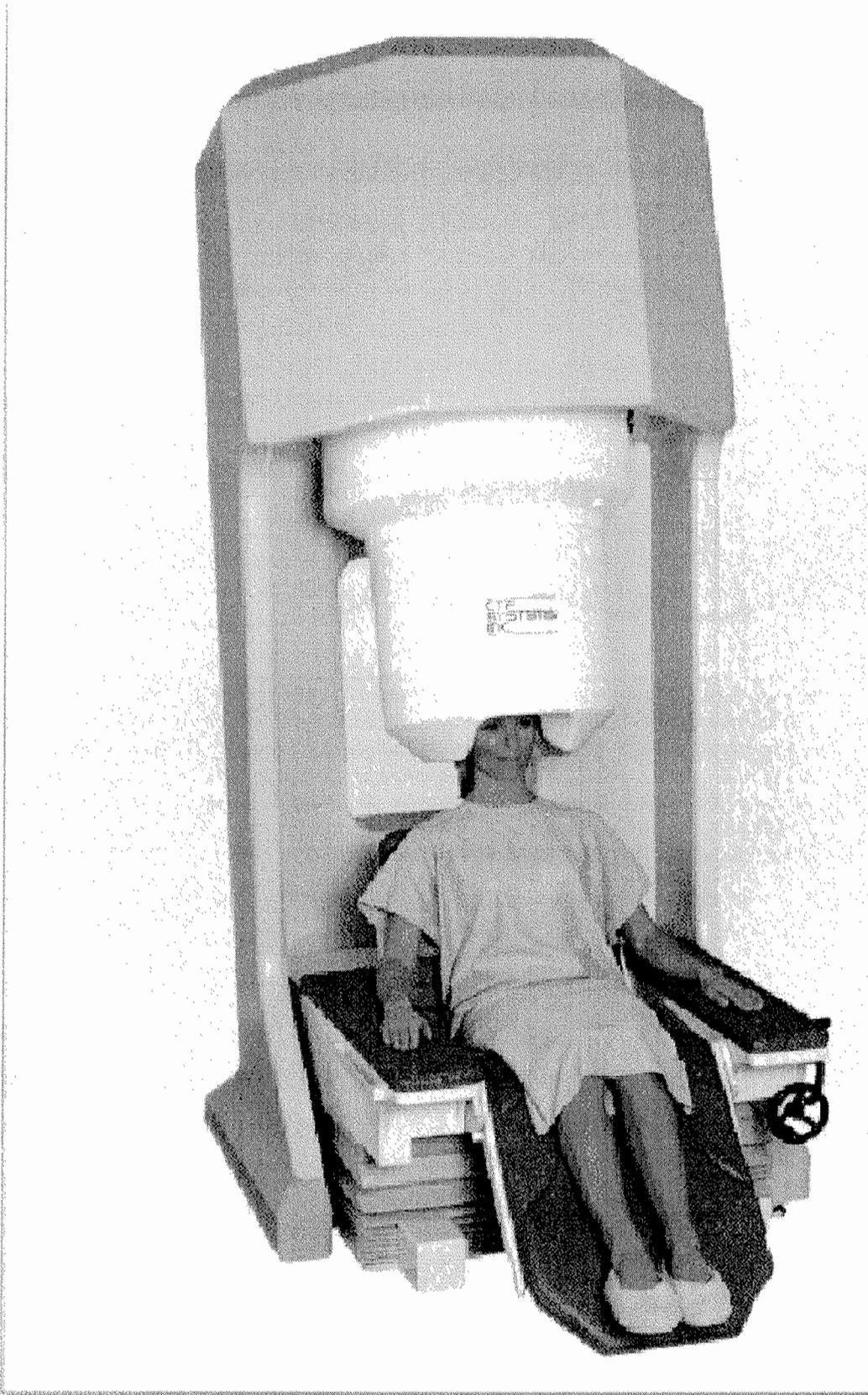


Figure 1.1c: machine MEG fournie par la compagnie CTF et devant être installée au LENA à l'hôpital de la Salpêtrière à Paris. La chambre blindée n'est pas montrée. Le casque de mesures comporte 143 capteurs SQUID. La partie blanche au-dessus de la tête est le vase Dewar contenant l'hélium liquide nécessaire au refroidissement des SQUID (image fournie par CTF).

Les potentiels mesurés ont une allure très diffuse à la surface du scalp (voir figure 1.2), principalement à cause de la mauvaise conductivité de l'os, et il semble très difficile de retrouver l'activité électrique primaire avec une très bonne résolution spatiale à partir de ces potentiels. Par contre les mesures (en EEG, comme en MEG) permettent d'avoir une très bonne résolution temporelle (de l'ordre de la milliseconde) largement suffisante pour étudier tous les phénomènes de fonctionnement du cerveau (qui ont des temps caractéristiques de l'ordre de la dizaine ou de la centaine de millisecondes) et très en dessous de ce que peuvent produire les autres techniques d'imagerie (de l'ordre de la dizaine de secondes pour l'IRM fonctionnelle et de l'ordre de la minute pour la TEP). C'est le très gros atout des techniques d'imageries électriques.

Les mesures réalisées en MEG sont beaucoup mieux focalisées qu'en EEG (figure 1.2a) et semblent plus prometteuses pour localiser les générateurs électriques avec une bonne résolution spatiale. Malheureusement, du fait que l'on ne mesure qu'une composante du champ magnétique, certaines sources (c'est le cas des sources orientées dans une direction radiale par rapport à la tête) ne sont pas ou très peu visibles en MEG. Ce n'est pas le cas en EEG. Des études sont réalisées pour essayer de combiner ces deux types d'imagerie (qui ont pour origine les mêmes générateurs) et ainsi tirer le meilleur parti des informations qu'elles contiennent [Baillet et al, 1997; Wood et al, 1985]. Les nouvelles machines MEG permettent de réaliser simultanément des mesures de champ magnétique et de potentiel électrique correspondant à la même activité électrique (figure 1.2b).

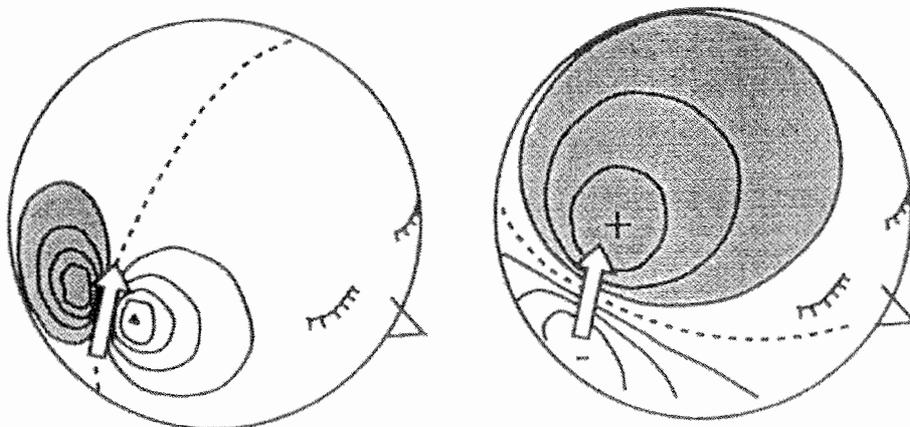


Figure 1.2a : distributions comparées à la surface de la tête en MEG (à gauche) et en EEG (à droite) pour une même source de courant (flèche). La distribution du champ magnétique (MEG) tend à moins s'étaler et donne une idée beaucoup plus précise de la position de la source (d'après [Hämäläinen, 1993]).

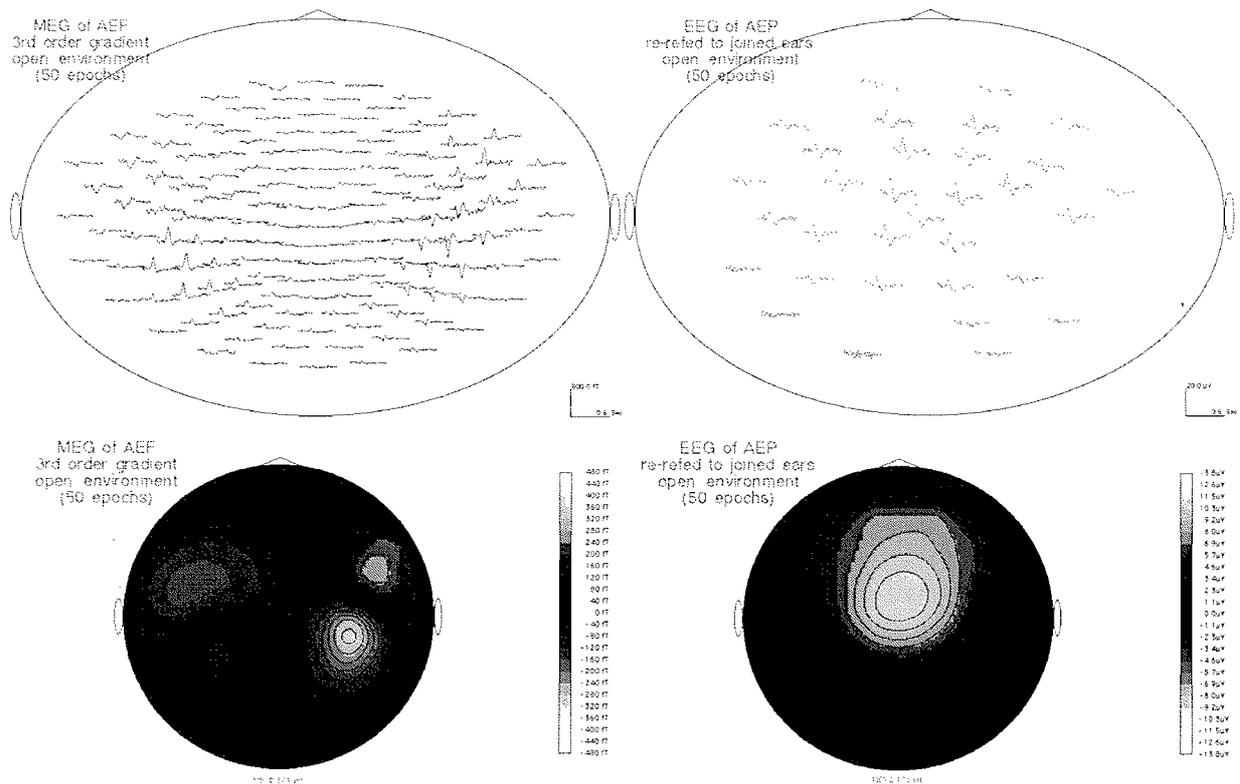


Figure 1.2b : images d'un enregistrement MEG (à gauche) et EEG (à droite) réalisées simultanément sur la machine de CTF. Les cartes du bas sont interpolées à partir des mesures sur les capteurs présentées au dessus (images fournies par CTF).

2 - Problème inverse - problème direct

Le problème à résoudre est bien entendu, de retrouver les générateurs électriques internes avec la meilleure résolution spatiale possible, à partir des mesures superficielles effectuées en MEG et EEG.

Ce problème ne possède pas de solution unique intrinsèquement. En effet, la distribution des champs due à une source de courant placée dans un milieu conducteur peut-être expliquée de façon équivalente par des courants surfaciques disposés sur une surface fictive entourant la source, à condition de se limiter à l'extérieur de la surface fictive choisie. On voit donc qu'une distribution de champ à l'extérieur de la tête peut s'expliquer par une

infinité de distributions de courants, il suffit de changer la surface fictive. La solution n'est unique que si l'on contraint les sources sur une surface.

Le problème inverse est en plus mal posé et très indéterminé. En effet, le nombre de mesures disponibles est inférieur à 200 (128 voire 64 en EEG, 140 en MEG, environ 200 si l'on effectue des mesures simultanées en MEG et EEG). Pour caractériser une source de courant, le nombre de paramètres est de six. Si l'on veut tenir compte de l'activité du cerveau dans sa totalité et dans ses moindres détails, le nombre de sources serait de l'ordre du nombre de neurones (environ 10 milliards)! Les neurones peuvent cependant être regroupés en paquets (ou colonnes) travaillant simultanément. Les mesures macroscopiques effectuées en MEG et EEG ne détectent que l'activité regroupée de ces colonnes de Neurones. Chaque colonne est alors considérée comme une seule source de courant (voir paragraphe suivant), ce qui diminue beaucoup le nombre de sources, et donc le nombre d'inconnues. Néanmoins, on reste très au-dessus du nombre de données (certains modèles considèrent plusieurs milliers de sources réparties sur tout le cortex). D'autre part, les potentiels mesurés en EEG sont très diffus sur le scalp, ce qui limite la résolution spatiale de l'activité pouvant être reconstruite.

Pour simplifier le problème, il existe actuellement deux approches :

- La première approche consiste à résoudre le problème avec un nombre de sources très limité (quelques unités) dont on cherche la position, l'amplitude et l'orientation. Le nombre de degrés de liberté peut même encore être restreint en contraignant la source à rester sur une position fixe sur certaines fenêtres temporelles de l'enregistrement. Cette solution ne peut donner qu'une explication moyenne de l'activité électrique mesurée mais c'est celle qui prévaut à l'heure actuelle du fait de sa relative simplicité de mise en oeuvre [Scherg, 1990].
- Une deuxième approche, dite de "modèle distribué", consiste à répartir un grand nombre de sources dans le cerveau avec des positions et parfois des orientations données. On cherche alors simplement l'amplitude des dipôles. Pour réduire encore le nombre d'inconnues, on peut se limiter à des zones très précises du cerveau que l'on sait potentiellement actives pour la tâche cognitive effectuée, alors que les autres ne le sont pas [Dale & Sereno, 1993; Hämäläinen et al, 1993; Pascual-Marqui et al, 1994].

D'autre part, la résolution du problème montre que celui-ci est très mal conditionné et nécessite d'être régularisé. Les techniques de régularisation les plus simples sont des régularisations quadratiques ou des normes minimales [Tikhonov & Arsenin, 1977]. Des techniques plus élaborées de régularisation non linéaire permettent de tenir compte de certaines connaissances anatomo-fonctionnelles [Baillet & Garnero, 1997].

Le problème direct est le calcul des champs électromagnétiques à l'extérieur de la tête, la configuration des sources étant donnée. Ce problème nécessite d'avoir un modèle de la géométrie de la tête, un modèle des propriétés physiques des différents milieux et un modèle des sources primaires de courant. La résolution du problème inverse nécessite de résoudre le problème direct. Son efficacité et sa précision sont très étroitement liées à la précision et au niveau de réalisme apporté au modèle utilisé pour le problème direct. Il est donc primordial de développer un modèle de tête se rapprochant le plus possible de la réalité.

3 - Modélisation des sources de courant

Une description anatomo-fonctionnelle très précise du cerveau est donnée dans [Thompson, 1993]. Les cellules responsables de l'activité électrique de l'encéphale sont les neurones (figure 3a). Ceux-ci sont constitués d'un corps, le noyau cellulaire, et d'une fibre se prolongeant dans le système nerveux, l'axone. Les courants électriques sont de deux types. Des courants primaires sont générés au niveau des synapses avec des temps caractéristiques relativement longs (plusieurs dizaines à quelques centaines de millisecondes). Ces courants se propagent ensuite le long des axones en un « Potentiel d'Action » dont les temps caractéristiques sont relativement plus courts (de l'ordre de la milliseconde).

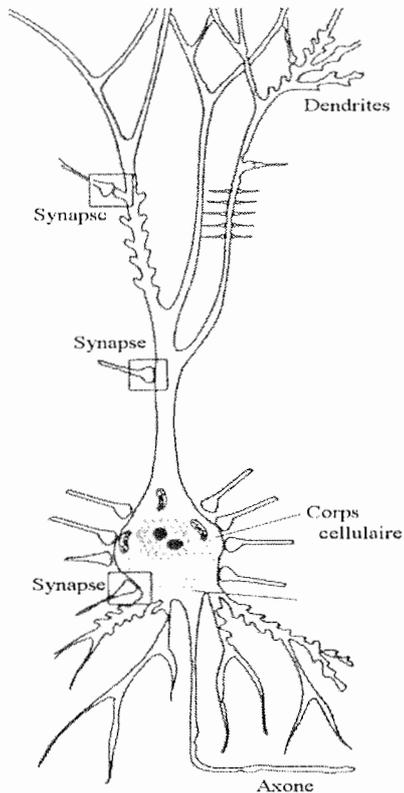


Figure 3a :
Représentation schématique d'un neurone [Thompson, 1993].

L'activité électrique enregistrée provient des dendrites et des corps des neurones. Cette activité principale se situe dans une bande recouvrant la surface du cerveau dans toutes ses circonvolutions, le cortex. Les neurones de cette bande corticale se regroupent en paquets de neurones parallèles de plusieurs milliers à plusieurs millions, occupant un volume du cortex d'environ 3 mm de diamètre sur 3 mm de profondeur (une macrocolonne), et travaillant simultanément. C'est cette activité synchronisée dans une même région et avec la même direction que l'on détecte (l'activité d'un neurone seul serait parfaitement indécélable). Ces colonnes de neurones sont toutes dirigées perpendiculairement à la surface du cortex.

Les axones de ces colonnes de neurones constituent la substance blanche et suivent également une direction plus ou moins perpendiculaire à la surface du cortex. Ils sont parfaitement conducteurs le long de la fibre et sont isolés électriquement par une gaine naturelle, la myéline, dans l'autre direction. La substance blanche possède donc des propriétés électriques fortement anisotropes.

L'activité d'une colonne de neurones peut être décrite de façon satisfaisante par un modèle dipolaire de courant. Un dipôle de courant est la juxtaposition d'une source et d'un

puis de courant. La source modélise l'arrivée des charges dans le neurone au niveau des synapses des dendrites, et le puits modélise la sortie des charges par l'axone isolée électriquement. La justification de ce modèle dipolaire a été assez largement traitée dans la littérature et nous n'y reviendrons pas [Thevenet, 1992; Hämmäläinen, 1993]. L'orientation du dipôle est donnée par la direction de la colonne qu'il modélise.

L'activité électrique principale de l'encéphale est ainsi modélisée par des dipôles de courant répartis dans le cortex et dont la direction est perpendiculaire à la surface de celui-ci (figure 3b). Il existe un autre lieu privilégié de l'activité électrique de l'encéphale : les noyaux gris centraux (NGC). Ces sources sont très peu détectées par les enregistrements car elles sont beaucoup plus profondes que celles du cortex (les noyaux gris centraux sont situés au centre des deux hémisphères, près des ventricules). De telles sources sont donc encore plus difficiles à reconstruire, d'autant plus qu'il est impossible de leur définir une orientation privilégiée.

Au final, tous les dipôles de courant modélisant l'activité électrique du cerveau seront localisés dans un même milieu, la matière grise, répartie dans la bande corticale et les noyaux gris centraux.

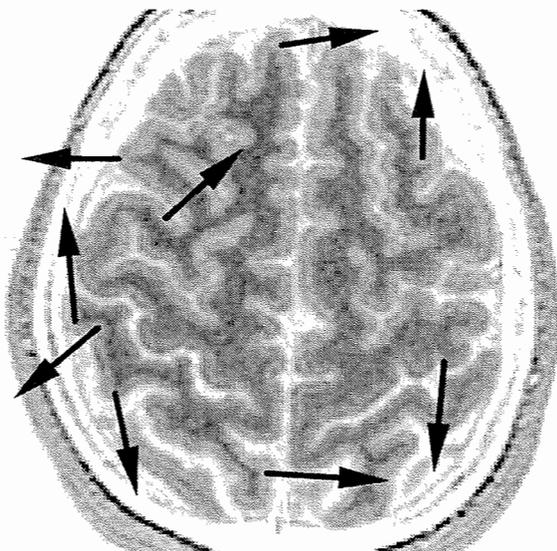


Figure 3b :
Sources de courants (dipôles)
superposées à une coupe IRM segmentée
du cerveau. Les dipôles sont disposés
dans la bande corticale
perpendiculairement à la surface de
celle-ci.

Les sources de courant seront représentées dans les équations par la densité de courant $J_i(\mathbf{r})$ au point \mathbf{r} . Le dipôle de courant étant caractérisé par un moment \mathbf{Q} , la relation entre les deux est la suivante [Sarvas, 1987] :

$$J_i(\mathbf{r}) = \mathbf{Q}\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0), \quad (\text{éq. I-3a})$$

où \mathbf{r}_0 est la position du dipôle et $\delta(\cdot)$ la fonction de Dirac.

En réalité, la densité de courant n'est pas ponctuelle mais confinée dans un petit volume V positionné en \mathbf{r}_0 . Si l'on calcule le champ en un point \mathbf{r} suffisamment éloigné de \mathbf{r}_0 , le champ dû à \mathbf{J}_i peut être approximé par le champ d'un dipôle de moment \mathbf{Q} en \mathbf{r}_0 , en prenant:

$$\mathbf{Q} = \int_V \mathbf{J}_i(\mathbf{r}') dV' . \quad (\text{éq. I-3b})$$

4 - Modèles géométriques de la tête

Pour résoudre le problème, il est nécessaire d'avoir une description géométrique des différents constituants de la tête.

4.1 modèles de couches homogènes

La plupart des modèles utilisés aujourd'hui considèrent que la tête est constituée d'une série de couches imbriquées les unes dans les autres, chaque couche ayant ses propriétés physiques propres (tenseur de conductivité). Le modèle est alors caractérisé par la forme géométrique des interfaces entre deux milieux consécutifs.

Les modèles les plus largement répandus utilisent des surfaces sphériques comme frontières entre les différents milieux (figure 4.1a). Dans un modèle sphérique, la tête est donc représentée par une série de sphères concentriques (généralement trois ou quatre couches): une couche pour la peau, une couche pour l'os et une couche ayant les propriétés moyennes du cerveau. Cette dernière couche peut être séparée en deux pour obtenir une couche intermédiaire entre le cerveau et l'os qui modélise le liquide céphalo-rachidien (ou LCR) dont les propriétés conductrices sont assez différentes de celles du cerveau. Ce modèle sphérique

possède une solution analytique, ce qui contribue largement à sa forte popularité. Il est notamment utilisé pour estimer la fiabilité des autres techniques numériques. Nous utiliserons un modèle de sphère à trois couches pour valider notre méthode numérique.

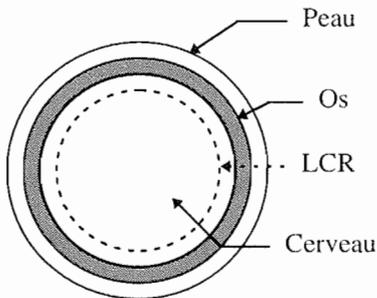


Figure 4.1a : modèle de sphères concentriques. La couche représentant le LCR n'est pas toujours présente.

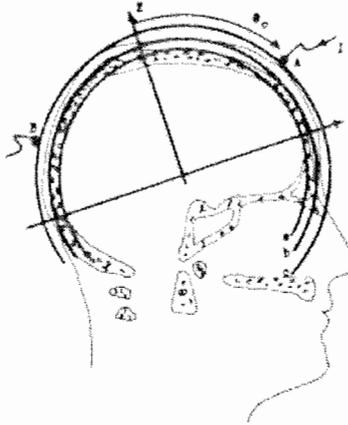


Figure 4.1b : ajustement des sphères du modèle sur la tête (d'après [Rush & Driscoll, 1968])

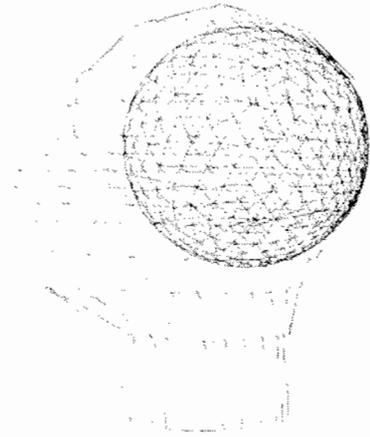


Figure 4.1c : ajustement local d'une sphère sur la tête pour le calcul du champ magnétique (d'après [Meijs et al, 1987])

Cependant, il ne constitue qu'une approximation très grossière de la géométrie de la tête. Une amélioration peut être apportée en remplaçant les sphères par des ellipsoïdes de révolution, collant mieux à la géométrie moyenne de la tête. La résolution peut encore être obtenue de façon analytique dans ce cas. Pour estimer les paramètres géométriques de ces modèles, on peut utiliser une minimisation quadratique entre le modèle et des points pris sur la surface réelle de la tête, de façon à obtenir un modèle moyen de la tête (figure 4.1b). Les valeurs des rayons normalisés que nous avons utilisées pour notre modèle sphérique sont données dans le tableau 4.1, elles correspondent aux valeurs couramment trouvées dans la littérature [Rush & Driscoll, 1968; de Munck 1989; Peters & de Munck, 1991]. Pour le calcul du champ magnétique, on utilise souvent des sphères dont les rayons sont localement ajustés aux surfaces de la tête car le calcul du champ ne dépend que très localement de la géométrie du milieu (figure 4.1c).

Milieu	Peau	Os	Cortex
Rayon normalisé	1	0.92	0.87

Tableau 4.1 : rayons normalisés par rapport à la surface extérieure de notre modèle de sphère à trois couches.

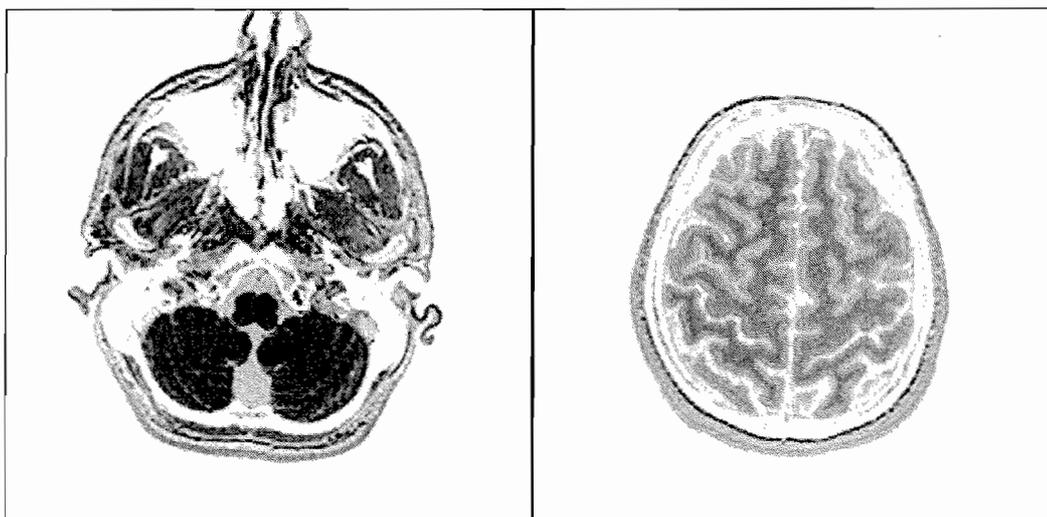


Figure 4.1d : Images par Résonance Magnétique en contraste inversé de la boîte crânienne. A gauche, coupe axiale inférieure au niveau du cervelet. A droite, coupe axiale dans la partie supérieure de la boîte crânienne. La couche gris clair externe correspond à la peau et à la graisse sous cutanée. L'os n'est pas visible en IRM.

Les interfaces entre les différents milieux peuvent prendre des formes plus réalistes, les milieux restants imbriqués les uns dans les autres. La résolution analytique n'est alors plus possible, l'emploi de méthodes numériques telles que les intégrales de frontière est nécessaire. Les surfaces doivent être maillées à partir d'une description géométrique obtenue sur des images anatomiques par résonance magnétique (IRM) dont la figure 4.1d montre un exemple. Ces modèles comportent généralement trois couches. L'interface entre le cerveau et le LCR ne pouvant pas être décrite de façon précise par les maillages actuels, elle n'est pas représentée. Ces modèles permettent notamment de mieux représenter l'os, qui peut être de très faible épaisseur par endroits.

4.2 Modèles volumiques

Les modèles les plus complexes représentent la tête en tenant compte des propriétés volumiques des différents tissus. Les techniques de résolution utilisées sont alors du type éléments finis ou différences finies. Dans un premier type de modèle, la tête est représentée par différents milieux séparés par des interfaces pouvant cette fois-ci contenir des trous (représentation des orbites des yeux par exemple). Les différents milieux ne sont pas forcément imbriqués les uns dans les autres. D'autre part, chaque milieu se voit assigner des propriétés physiques qui peuvent varier localement. Une résolution par la méthode des

éléments finis est utilisée pour ce type de modèle qui nécessite de mailler le volume de la tête dans son ensemble en tenant compte des interfaces entre chaque milieu. Le modèle que nous avons développé est de ce type car il permet de modéliser l'anisotropie de l'os, tout en conservant une bonne représentation des interfaces. Ce type de modèle sera traité plus en détail au chapitre III.

Le dernier type de modèle est un modèle volumique dans lequel on assigne à chaque voxel du volume des propriétés physiques totalement indépendantes du reste du volume. Ces modèles se basent directement sur les IRM pour le maillage du volume. Les interfaces entre les différents organes ne sont plus représentées. L'inconvénient de ce type de modèle est qu'ils engendrent un très grand nombre de mailles (typiquement $256 \times 256 \times 128$, soit huit millions pour une résolution satisfaisante).

On peut enfin imaginer des modèles qui mixent les différentes représentations. En premier lieu, on peut utiliser des modèles à géométrie sphérique dans lesquels on rajoute des trous dans les milieux intermédiaires, pour modéliser les orbites des yeux par exemple. Il est alors nécessaire d'utiliser une méthode de résolution volumique du type éléments finis car les milieux ne sont plus imbriqués les uns dans les autres (l'os très fin au niveau des orbites n'est pas représenté). On peut aussi imaginer des modèles où un certain nombre de milieux (ceux ayant des propriétés anisotropes) seraient modélisés en volume, la méthode des éléments finis étant utilisée pour résoudre le problème dans ces milieux, tandis que les autres seraient modélisés en surface, avec une résolution par la méthode des intégrales de frontière.

5 - Conductivités

5.1 Tenseur de conductivité

Après la modélisation des sources et la description de la géométrie du milieu, il reste à décrire les propriétés physiques de chaque constituant de la tête pour compléter le modèle. La grandeur physique utile pour résoudre un problème de conduction est naturellement la

conductivité (ou son inverse, la résistivité) du milieu. Un milieu homogène et isotrope sera caractérisé par une seule valeur de conductivité σ donnée en Sm^{-1} (Siemens par mètre) ou $\Omega^{-1}\text{m}^{-1}$. De façon très générale, la conductivité d'un milieu quelconque est caractérisée par un tenseur de dimension trois, noté $[\sigma]$. Pour le milieu homogène et isotrope de conductivité σ , le tenseur sera proportionnel à l'identité, et s'écrira de la façon suivante :

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & \sigma & 0 \\ 0 & 0 & \sigma \end{bmatrix}. \quad (\text{éq. I-5.1a})$$

Les milieux anisotropes de la tête sont principalement la substance blanche, comme nous l'avons vu au paragraphe 3, et l'os du crâne. Celui-ci a en effet une texture très poreuse et contient des cavités remplies de moelle qui favorisent fortement la conduction suivant les couches tangentielles de l'os, tandis que la conduction transversalement à la surface de l'os est fortement atténuée. Ces milieux peuvent être décrits par deux valeurs de conductivité, une dans les deux directions tangentielles aux surfaces de l'os et du cortex, et l'autre dans la direction orthogonale aux deux premières, dite radiale. Le tenseur de ces milieux varie donc en tout point car il dépend de l'orientation de la surface délimitant les milieux. Dans le repère des directions radiales et tangentielles du milieu (correspondant aux directions principales du tenseur), le tenseur de conductivité s'exprime de façon simple en fonction des valeurs des conductivités radiales, σ_r et tangentielles, σ_t :

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_t & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_t & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_r \end{bmatrix}. \quad (\text{éq. I-5.1b})$$

Dans les cas où les directions ne se correspondent pas, il suffit d'appliquer la matrice de rotation nécessaire pour passer de l'expression du tenseur dans son repère propre à son expression dans le repère général. Bien sûr, la définition des directions radiales et tangentielles ne peut être qu'approximative à l'intérieur d'un milieu tel que l'os où les surfaces intérieure et extérieure ne sont pas partout parallèles. Il faudra donc choisir une direction moyenne ou la direction correspondant à l'une des deux surfaces pour les points à l'intérieur de ce type de milieu. Remarquons que le tenseur offre la possibilité de définir les propriétés conductrices d'un milieu de façon beaucoup plus générale, mais le problème est ensuite

d'assigner à chaque point du milieu des valeurs correspondant à la réalité, ce qui est loin d'être simple comme nous allons le voir dans les paragraphes suivants.

5.2 Valeurs utilisées

Le problème de la mesure des conductivités de tissus vivants reste très délicat et est encore loin d'être parfaitement maîtrisé. La conductivité du crâne, par exemple, dépend fortement du milieu dans lequel il est plongé et la conductivité du crâne d'un sujet vivant est différente de celle de l'os seul. Le problème est en plus fortement compliqué par les propriétés fortement anisotropes de certains milieux, comme l'os du crâne ou la substance blanche. Les valeurs utilisées sont donc assez approximatives d'autant plus qu'il est probable qu'elles aient une grande variabilité d'un sujet à l'autre et même au sein de chaque tissu d'un même sujet. Une nette amélioration devra être apportée à ce niveau si l'on veut pousser encore le réalisme des modèles existants.

Des valeurs de conductivités normalisées par rapport à la conductivité du milieu externe, la peau, sont souvent utilisées (voir tableau 5.2a). La conductivité de l'os est beaucoup plus faible que celles de la peau et des constituants du cerveau (cortex et substance blanche) qui sont du même ordre de grandeur. La conductivité du LCR est environ trois fois supérieure à celle de la peau. Les valeurs utilisées dans la littérature sont données dans le tableau 5.2a .

Le milieu extérieur est toujours considéré comme un isolant parfait (conductivité nulle).

Référence	Peau	Os	LCR	Cerv.	Os rad.	Os tan.	Cortex	Mat. bl.
Hämäläinen & Sarvas, 1987	1	0.01 à 0.5		1				
Peters & de Munck, 1991	1	0.025 0.05	3 4.62		0.004 0.013	0.04 0.05	1.5 1.0	1.0 0.43
Thevenet & Bertrand, 1991	1		3	1	0.0125	0.125		
Schlitt et al, 1995	1	0.01		1				
Rush & Driscoll, 1968	1	0.0125		1				
Haueisen et al, 1995	0.43	0.00625 et 0.04	1.54				0.33	0.143
Sepulveda et al, 1983	0.4	0.02	1.54				0.27	0.27 0.133 0.067
Cuffin, 1990	0.33	0.0041		0.33				
Hosek et al, 1978	0.33	0.02	1.54	0.33				
Zhou & van Oosterom, 1992 Stok, 1987	0.33	0.0042	1	0.33				

Tableau 5.2a: valeurs des conductivités utilisées dans la littérature. Haueisen utilise deux valeurs pour l'os (une pour l'os dur et une pour l'os mou). Cuffin et Thevenet utilisent un rapport de 80 entre l'os et la peau en se référant à Rush et Driscoll. Ceux-ci ont en effet estimé à 80 le rapport entre la conductivité isotrope de l'os et celle du milieu dans lequel il est plongé. Hosek et Sepulveda utilise un rapport 80 entre le LCR et l'os en se référant aux valeurs publiées par Geddes et Becker [Geddes & Becker, 1967] mais Zhou et Stok utilisent un rapport 80 entre l'os et la peau en se basant sur la même publication. Hämäläinen et Peters font varier la conductivité de l'os. Schlitt utilise un rapport approximatif de 100. Les conductivités de la peau, du cortex et de la matière blanche sont mal définies. La conductivité moyenne du cerveau est toujours prise égale à celle de la peau. Une valeur de 1 pour la peau indique que les conductivités sont normalisées.

La plupart des expérimentateurs se réfèrent aux valeurs publiées dans [Geddes & Becker, 1967] pour le choix des conductivités. Les deux valeurs de conductivité que l'on retrouve pour la peau sont celles déterminées par Burger (0.43 Sm^{-1} pour le scalp) et Hemingway (0.33 Sm^{-1} pour la peau) [Geddes & Becker, 1967]. Yamamoto et Yamamoto ont publié une étude très complète de l'impédance de la peau [Yamamoto & Yamamoto, 1976]; Ils trouvent une conductivité de 0.22 Sm^{-1} pour les tissus internes et une valeur de 0.0022 Sm^{-1} pour la kératine. La conductivité du LCR (1.55 Sm^{-1}) a été mesurée par Radvan et Ziemnowicz [Geddes & Becker, 1967]. Deux valeurs normalisées (3 et 4.62) sont obtenues suivant la valeur utilisée pour la peau.

Les valeurs utilisées pour l'os, le cortex et la matière blanche sont moins bien définies.

Les valeurs obtenues pour l'os sont répertoriées dans le tableau 5.2b. Le rapport 80 entre la peau et l'os est souvent admis. Il a été déterminé par Rush et Driscoll [Rush & Driscoll, 1968]. Cependant, la conductivité obtenue par Osswald sur des os de bovins (0.022 Sm^{-1}) [Geddes & Becker, 1967] et celle donnée par Pethig (0.04 Sm^{-1}) [Pethig, 1987] tendent vers un rapport 80 entre l'os et le LCR. Ces valeurs sont notamment utilisées par Sepulveda. Néanmoins les valeurs obtenues sur le thorax par Lepeschkin (0.00625 Sm^{-1}), par Poulnot (0.0013 à 0.006 Sm^{-1}) et celle obtenue par Purcell et Cuffin à partir de mesures MEG et EEG (0.00338 Sm^{-1}) [Geddes & Becker, 1967 et Peters & de Munck, 1991] sont beaucoup plus faibles et correspondraient bien à un rapport 80 entre la peau et le crâne. La mesure de l'anisotropie du crâne a été réalisée par Rush et Driscoll [Rush & Driscoll, 1968]. Ils obtiennent un rapport 50 à 300 entre la conductivité radiale du crâne et celle du milieu dans lequel il est plongé. Ce rapport n'est plus que de 5 à 40 pour la conductivité tangentielle. Ceci donne approximativement un rapport de 10 entre les conductivités radiale et tangentielle du crâne, communément utilisé (voir tableau 5.2a). Cependant, des mesures réalisées par Reddy et Subrata sur des os de bovins donnent un rapport de 3 seulement entre les conductivités radiale et tangentielle de l'os [Reddy & Subrata, 1984], ce rapport n'est pas incompatible avec la fourchette obtenue par Rush et Driscoll.

Référence	Conductivité (Sm^{-1})	Remarque
Rush & Driscoll, 1968	1/80	Rapport entre la conductivité du crâne et celle du liquide dans lequel il est plongé.
Pethig, 1987	0.04	A 27 MHz.
Osswald, 1937	0.022	Os de bovins.
Hemingway, 1932	0.056	A 1Mhz.
Lepeschkin, 1951	0.00625	Thorax.
Poulnot, 1989	0.0013 à 0.006	Résultats préliminaires pour différentes solutions salines.
Purcell & Cuffin, 1989	0.0038	Déterminé à partir de mesures MEG et EEG.

Tableau 5.2b : valeurs des conductivités mesurées pour l'os considéré comme isotrope, d'après [Geddes & Becker, 1967; Peters & de Munck, 1991; Pethig, 1987; Rush & Driscoll, 1968].

Les valeurs mesurées pour le cerveau sont répertoriées dans le tableau 5.2c. Une valeur moyenne de 0.18 à 0.22 Sm^{-1} a été obtenue par Friche & Curtis [Schwan, 1963]. Une

valeur de 0.17 Sm^{-1} a été mesurée par Osswald sur des bovins [Geddes & Becker, 1967] tandis que Lang propose une valeur de 0.33 Sm^{-1} [Hosek et al, 1978]. Les mesures pour la matière grise et la matière blanche sont généralement réalisées sur des cerveaux de chat ou de lapin. Les seules mesures d'anisotropie de la matière blanche ont été réalisées par Nicholson sur des cerveaux de chats [Nicholson, 1965]. Il obtient une conductivité tangentielle 9 fois plus importante que la conductivité radiale.

Référence	Matière grise (Sm^{-1})	Matière blanche (Sm^{-1})	Remarque
Robillard & Poussart, 1977	0.2 à 0.33	< 0.167	Chat
Nicholson, 1965		R:0.12, T:1.12	Chat
Pethig, 1987	0.45	0.33	A 27 MHz
Freygang, 1955	0.45	0.29	Chat
Ranck, 1963	0.31		Lapin
Crile, 1922	0.228	0.134	Lapin
van Harreveld, 1963		0.104	Lapin

Tableau 5.2c : conductivités de la matière grise et de la matière blanche d'après [Geddes & Becker, 1967; Robillard, 1977; Pethig, 1987].

Le Tableau 5.2d donne les valeurs que nous avons utilisées pour les simulations sur notre modèle de sphère et sur notre modèle réaliste.

Milieu	Peau	Os isotrope	Os anisotrope	Cerveau
Conductivité (Sm^{-1})	1	0.0125	Rad: 0.0125, Tan: 0.125	1.0

Tableau 5.2d : conductivités normalisées utilisées pour les simulations sur modèle sphérique et réaliste.

5.3 Techniques de mesure

La principale difficulté rencontrée pour mesurer les impédances des tissus biologiques, et en particulier pour les constituants de la tête, est que la conductivité des tissus dépend fortement de l'environnement dans lequel ils sont plongés. La conductivité du crâne, par exemple, est directement proportionnelle à celle du liquide dans lequel il est plongé [Rush & Driscoll, 1968]. Celle d'un cerveau mort est très différente de celle d'un cerveau vivant et en

même temps, les mesures *in vivo* sont très délicates et doivent être interprétées avec beaucoup de précautions [Robillard & Poussart, 1977].

Différentes approches ont ainsi été appliquées pour la mesure des résistivités des constituants du cerveau et de la tête.

La première approche consiste à réaliser des mesures sur des échantillons *in vitro*. Cette approche a été largement utilisée pour obtenir la conductivité "absolue" de nombreux tissus (en particulier l'os) et liquides biologiques (LCR et sang). Les principes de ces mesures et notamment la configuration des électrodes à utiliser, sont précisément décrits dans [Schwan, 1963 et Schwan, 1966]. La figure 5.3a montre un exemple de montage utilisé pour les mesures sur des échantillons.

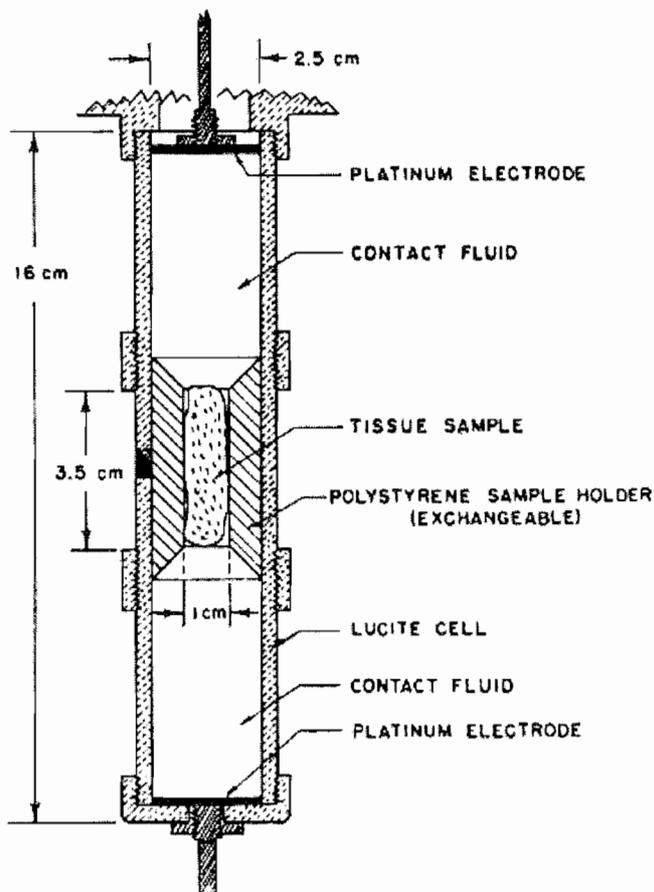


Figure 5.3a : schéma du montage utilisé pour les mesures sur un petit échantillon de tissus [Schwan, 1966].

Une approche un peu différente a été utilisée par Rush et Driscoll pour déterminer la conductivité du crâne [Rush & Driscoll, 1968]. Ils ont en effet créé un fantôme de la tête pour

reproduire les conditions réelles de conduction d'un crâne (voir figure 5.3b). Ce fantôme est constitué d'un demi-crâne humain disposé dans un réceptacle simulant la tête. Le crâne baigne dans un liquide simulant la peau et le cerveau. Le fantôme reste malgré tout assez éloigné de la réalité.

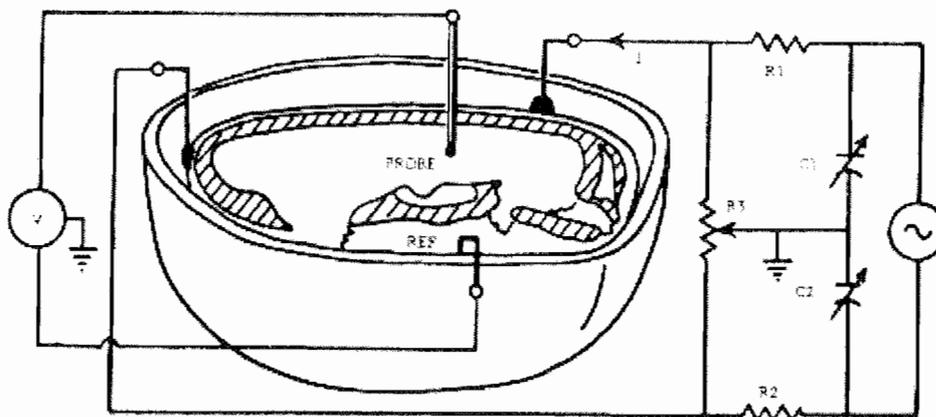


Figure 5.3b : schéma du fantôme utilisé par Rush et Driscoll pour réaliser des mesures de conductivité sur un crâne humain [Rush & Driscoll, 1968].

Faire des mesures *in vivo* semble cependant incontournable, en particulier pour les mesures de conductivités dans un cerveau vivant. Ces mesures sont généralement réalisées sur des cerveaux de chat anesthésié [Freygang, 1955; Nicholson, 1965; Robillard & Poussart, 1977], ou de lapin [Crile, 1922; Ranck, 1963; van Harreveld, 1963]. Robillard et Poussart ont décrit une méthode de mesure à quatre électrodes spécifique aux mesures *in vivo* des conductivités du cerveau [Robillard & Poussart, 1977].

Enfin, Purcell et Cuffin ont tenté une approche non invasive en estimant la conductivité du crâne à partir de données MEG et EEG et à l'aide de simulations [Purcell & Cuffin, 1989].

La source principale d'erreur lors de mesures d'impédance dans les milieux biologiques, provient de la polarisation des électrodes. Ce phénomène particulièrement gênant aux basses fréquences, même si l'impédance d'entrée des équipements de mesures est élevée, est très minutieusement décrit dans [Schwan, 1966]. Cette polarisation se traduit par une différence de potentiel entre l'électrode en métal et le liquide en contact, et peut être modélisée, avec une très bonne approximation, par une *impédance de polarisation* s'ajoutant

en série à l'impédance des tissus biologiques que l'on veut mesurer. Le fait d'utiliser des électrodes en platine permet de réduire fortement les effets de la polarisation, mais ne les supprime pas. Une préparation spéciale des électrodes en platine décrite dans [Schwan, 1966] permet de réduire encore le phénomène de polarisation des électrodes.

Pour s'affranchir du problème de la polarisation, plusieurs techniques sont possibles :

- La première consiste à réaliser deux mesures pour des positions d'électrodes différentes. En soustrayant les deux résultats, on s'affranchit de l'impédance de polarisation liée à l'électrode.

$$\text{Première mesure : } Z_1(\text{Tissu}) + Z_p = Z_1(\text{Mesuré}).$$

$$\text{Deuxième mesure : } Z_2(\text{Tissu}) + Z_p = Z_2(\text{Mesuré}).$$

$$\text{Différence : } Z_1(\text{Tissu}) - Z_2(\text{Tissu}) = Z_1(\text{Mesuré}) - Z_2(\text{Mesuré}).$$

Si une relation linéaire peut être établie entre l'impédance et la distance entre les électrodes, alors on peut en déduire la conductivité du milieu avec une très bonne précision et indépendamment de l'impédance de polarisation. Néanmoins, cette méthode suppose que l'impédance de polarisation reste constante lorsque la position des électrodes est modifiée. D'autre part, pour que la mesure reste précise, l'impédance de polarisation ne doit pas être trop élevée en comparaison de l'impédance des tissus biologiques, ce qui n'est pas forcément le cas aux basses fréquences.

- La seconde méthode consiste à remplacer le tissu biologique d'impédance inconnue par une substance d'impédance connue pour estimer l'impédance de polarisation.

- Des méthodes utilisant des mesures à des fréquences différentes sont aussi utilisées. Elles supposent que la variation des capacités est une puissance donnée de la fréquence.

- La dernière méthode, consiste à utiliser deux électrodes supplémentaires pour mesurer la différence de potentiel aux extrémités de l'échantillon étudié. Le courant est injecté par les deux premières électrodes et on suppose qu'aucun courant ne vient perturber la mesure réalisée sur les deux autres électrodes. L'appareil de mesure utilisé doit donc posséder une très grande impédance d'entrée. D'autre part, le circuit des électrodes injectant les courants doit être en masse flottante, c'est à dire sans liaison directe avec la terre. Un schéma électrique classique du type pont de Wheatstone, ou l'une des impédances est celle à déterminer, peut être utilisé. D'autres configurations, comme le pont de Shering qui s'équilibre non plus avec des résistances mais des capacités variables peuvent également être utilisées (figure 5.3c).

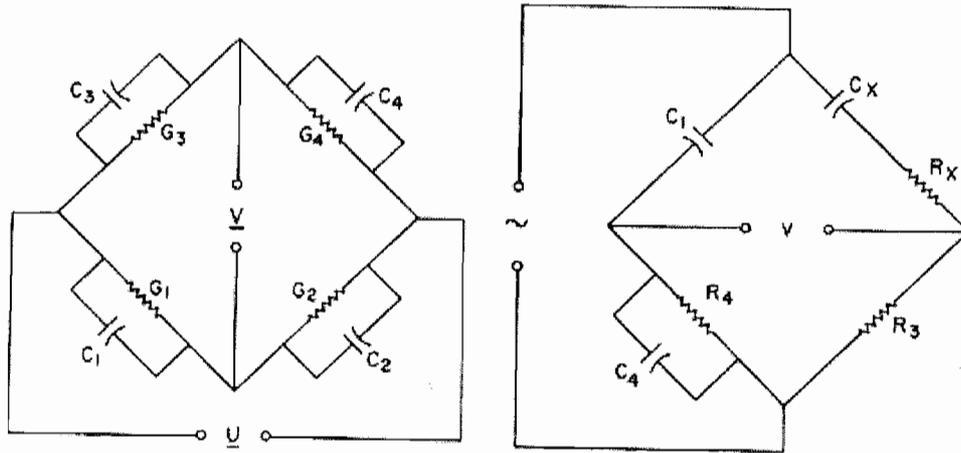


Figure 5.3c : à gauche, schéma d'un pont de Wheatstone. l'une des impédances est celle que l'on cherche. A droite, schéma d'un pont de Shering. R_x et C_x sont les grandeurs recherchées. Le pont est équilibré lorsque la tension V mesurée au centre est nulle. Le pont de Wheatstone s'équilibre avec une résistance variable alors que le pont de Shering peut s'équilibrer avec une capacité variable [Schwan, 1963].

Une méthode utilisant quatre électrodes alignées a été utilisée par Robillard et Poussart et est décrite dans [Robillard & Poussart, 1977]. Le schéma de la méthode est représenté figure 5.3d. Les quatre électrodes alignées (dans l'ordre, I_A , V_1 , V_2 , I_B), ainsi que l'électrode de référence sont visibles sur l'échantillon en bas du schéma. Si les quatre électrodes sont parfaitement alignées, le potentiel V mesuré entre les électrodes internes (1 et 2) est alors fonction du courant I injecté entre les électrodes externes (A et B) suivant une relation du type:

$$V = \frac{\rho I}{4\pi} \left(\frac{1}{A1} - \frac{1}{B1} - \frac{1}{A2} + \frac{1}{B2} \right) \quad \text{éq. I-5.3}$$

où ρ est la résistivité du milieu, A_i et B_i les distances entre l'électrode interne i et les électrodes externes A et B [Robillard & Poussart, 1977]. Selon les auteurs, cette méthode est particulièrement adaptée aux mesures de résistivité in vivo.

Chapitre II

Formulation mathématique du calcul des champs

Dans le chapitre précédent, nous avons présenté les différents modèles de tête et de sources qui sont généralement utilisés en MEG et EEG. Ces modèles vont nous servir à calculer les champs magnétiques ou les potentiels engendrés sur le scalp par l'activité neuronale. Pour cela, il est nécessaire de résoudre les équations de Maxwell dans un régime quasistatique. Nous allons décrire en premier lieu les équations du problème direct de l'EEG et de la MEG. Puis nous présenterons les méthodes de résolution utilisées pour les résoudre dans différents cas. Ces différents cas correspondent aux modèles que nous avons décrits dans la première partie.

1 - Mise en équation

1.1 Equation du potentiel

Dans un milieu conducteur, les courants primaires ou « courants imposés » par les sources, représentés par le vecteur densité de courant \mathbf{J}_i , donnent naissance à des courants de conduction. Ces courants de conduction, représentés par le vecteur densité de courant \mathbf{J}_c , sont la réponse du milieu au champ électrique \mathbf{E} provoqué par les courants primaires. La densité de courant totale \mathbf{J} est donc la somme de deux termes :

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_i + \mathbf{J}_c \quad (\text{éq. II-1.1a})$$

La fréquence des champs engendrés par l'activité électrique du cerveau est de l'ordre de quelques dizaines de Hertz. L'évolution du champ \mathbf{E} est donc très lente par rapport aux temps caractéristiques du milieu et la transmission des phénomènes électriques peut être considérée comme instantanée à l'intérieur de la tête. L'approximation quasistatique est donc

tout à fait justifiée dans ce cas [Hämäläinen, 1993]. Dans un milieu conducteur passif caractérisé par un tenseur de conductivité $[\sigma]$, les courants de conduction sont reliés au champ électrique par la loi d'Ohm qui s'écrit :

$$\mathbf{J}_c = [\sigma]\mathbf{E}. \quad (\text{éq. II-1.1b})$$

Etant donné qu'il n'y a pas de création de charges dans les milieux considérés, et puisque l'on se situe en régime quasistatique, on peut écrire que le flux de charges entrant dans un petit volume donné, est égal au flux de charges sortant :

$$\text{div}\mathbf{J} = 0. \quad (\text{éq. II-1.1c})$$

D'autre part, l'approximation quasistatique des équations de Maxwell permet de découpler le champ électrique \mathbf{E} du champ magnétique :

$$\text{rot}\mathbf{E} = \mathbf{0}. \quad (\text{éq. II-1.1d})$$

Le champ électrique peut donc être dérivé d'un potentiel scalaire V :

$$\mathbf{E} = -\text{grad}V. \quad (\text{éq. II-1.1e})$$

Il en résulte l'équation donnant le potentiel électrique, appelée équation de Poisson généralisée:

$$\text{div}([\sigma]\text{grad}V) = \text{div}(\mathbf{J}_i). \quad (\text{éq. II-1.1f})$$

1.2 Conditions aux limites

A l'équation II-1.1f sont associées des conditions de continuité sur la composante normale de la densité de courant totale \mathbf{J} et sur la composante tangentielle du champ électrique, en plus de la continuité du potentiel V , dans tout le conducteur, et notamment aux interfaces entre les différents milieux.

Les conditions aux limites suivantes doivent également être respectées :

- Puisque les courants sont nuls à l'extérieur de la tête, la composante normale de la densité de courant doit s'annuler sur la surface extérieure du conducteur. Cette condition s'appelle "la condition aux limites de Neumann".

- Le potentiel étant défini à une constante près, il est nécessaire de fixer sa valeur en un point donné. Ceci implique de choisir une référence particulière pour le potentiel. Cette contrainte est appliquée dans la résolution de l'équation par une "condition de Dirichlet" sur le potentiel. Cette condition traduit le fait que la composante tangentielle du champ électrique doit s'annuler sur une partie de la frontière du conducteur (là où est imposé le potentiel).

1.3 Elimination de la singularité

Dans l'équation II-1.1f, $\text{div}(\mathbf{J}_i)$ est le terme source. Ce terme montre que dans le cas d'une source ponctuelle de courant telle qu'un dipôle de courant, il apparaît une singularité au niveau de la source, la densité de courant étant alors ponctuelle (voir chapitre I).

Pour la résolution de l'équation, on décompose le potentiel V en deux parties :

$$V = U + V_s \quad (\text{éq. II-1.3})$$

où V_s est le potentiel du aux sources dans un milieu homogène infini de conductivité égale à la conductivité du milieu contenant les sources. V_s est une solution particulière, appelée aussi "solution singulière", de l'équation. Son expression peut être calculée de façon analytique (voir paragraphe 2). U est appelé "solution régulière" ou "potentiel réduit" et est solution de l'équation sans second membre dans le milieu contenant les sources (voir paragraphe III-2.1).

Cette décomposition permet de supprimer les singularités qui apparaissent au niveau des sources. En effet, U étant solution de l'équation sans second membre, celui-ci ne contient plus la singularité. La singularité elle même est reportée sur le potentiel V_s que l'on calcule analytiquement

1.4 Champ magnétique

Le milieu conducteur Ω considéré (la tête) est amagnétique. Ceci implique que le champ magnétique \mathbf{H} et l'induction magnétique \mathbf{B} ne diffèrent que d'un facteur constant, la perméabilité magnétique du vide :

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} \quad (\text{éq. II-1.4a})$$

Dans ce qui suit nous utiliserons presque toujours le terme "champ magnétique" par similitude avec le langage couramment employé en MEG, mais c'est bien l'induction magnétique \mathbf{B} qui sera toujours calculée.

Les champs électrique et magnétique sont totalement découplés, c'est à dire que le champ magnétique ne modifie pas la répartition des charges dans le conducteur. Le champ magnétique se déduit alors de la densité de courant totale présente dans le milieu par application de la loi de Biot et Savart,

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\Omega} \mathbf{J}(\mathbf{r}') \times \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|^3} d\mathbf{r}' . \quad (\text{éq. II-1.4b})$$

Où \mathbf{r} est la position du capteur. Etant donné que \mathbf{J} dépend du potentiel électrique par l'intermédiaire des courants de conduction, il est nécessaire de calculer V pour obtenir le champ magnétique.

Puisque les courants sont nuls à l'extérieur du conducteur, l'intégration ne se fait que sur le volume du conducteur, la tête, même lorsque l'on calcule le champ à l'extérieur.

2 - Résolution dans un milieu homogène infini isotrope

Le cas d'un milieu homogène infini et isotrope ne modélise aucune situation réelle mais il est utilisé dans la résolution car c'est une solution singulière du problème.

Dans un milieu homogène infini isotrope de conductivité σ , l'évolution du potentiel est régie par l'équation de Poisson dont la solution, après transformation utilisant l'identité (I) (voir annexe) et le théorème de Gauss, peut s'écrire, en prenant un potentiel nul à l'infini (référence nulle à l'infini) :

$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\sigma} \int_G \mathbf{J}_i(\mathbf{r}') \cdot \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|^3} d\mathbf{r}' . \quad (\text{éq. II-2a})$$

L'intégration se fait sur une région G contenant toutes les sources \mathbf{J}_i .

La loi de Biot et Savart peut également être transformée en utilisant l'identité (II) de l'annexe et le théorème de Stokes :

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_G \frac{\mathbf{rot}(\mathbf{J})}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} d\mathbf{r}' . \quad (\text{éq. II-2b})$$

Utilisons la décomposition de \mathbf{J} donnée au paragraphe 1.1 (éq. II-1.1a) :

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_i - \sigma \mathbf{grad}V . \quad (\text{éq. II-2c})$$

Puisque la conductivité σ est ici constante,

$$\mathbf{rot}(\sigma \mathbf{grad}V) = \sigma \mathbf{rot}(\mathbf{grad}V) , \quad (\text{éq. II-2d})$$

et puisque le rotationnel d'un gradient est nul, le champ magnétique s'écrit dans ce cas là :

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_G \frac{\mathbf{rot}(\mathbf{J}_i)}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} d\mathbf{r}' . \quad (\text{éq. II-2e})$$

Par transformation inverse de la première, on obtient :

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_G \mathbf{J}_i(\mathbf{r}') \times \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|^3} d\mathbf{r}' \quad (\text{éq. II-2f})$$

Remarquons que dans un milieu homogène infini, le courant total \mathbf{J} de l'équation donnée par la loi de Biot et Savart est simplement remplacé par les courants imposés \mathbf{J}_i . En d'autres termes, la contribution des courants de conduction au champ magnétique total \mathbf{B} est nulle dans ce cas là, et le champ magnétique devient indépendant de la conductivité du milieu.

Dans le cas d'un dipôle de moment \mathbf{Q} , localisé en un point \mathbf{r}_0 , le courant imposé s'écrit:

$$\mathbf{J}_i(\mathbf{r}) = \mathbf{Q}\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0). \quad (\text{éq. II-2g})$$

L'expression précédente du potentiel dans un milieu homogène infini isotrope de conductivité σ , donne alors au point \mathbf{r} un potentiel V_0 :

$$V_0(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\sigma} \mathbf{Q} \cdot \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0\|^3}. \quad (\text{éq. II-2h})$$

Le même dipôle crée au point \mathbf{r} un champ magnétique \mathbf{B}_0 :

$$\mathbf{B}_0(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \mathbf{Q} \times \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0\|^3}, \quad (\text{éq. II-2i})$$

Dans le cas d'une activité dipolaire multiple, le potentiel et le champ magnétique se calculent à l'aide des formules précédentes par superposition.

3 - Résolution dans un milieu sphérique

Dans le cas d'un modèle de tête à géométrie sphérique, le problème peut être résolu de façon analytique. Pour que les résultats soient valables, les différentes couches sphériques doivent être concentriques et sans trou. La conductivité des milieux peut présenter une anisotropie, du même type que celle présentée au chapitre I-5.1, avec des conductivités différentes dans les directions radiales et tangentielles de la sphère. Les valeurs des conductivités ne sont fonction que du rayon r , le nombre de couches n'étant pas limité. Les sources sont contenues dans la couche la plus interne dont la conductivité est nécessairement

isotrope (voir figure 3).

La méthode analytique peut être généralisée à des ellipsoïdes de révolution confocaux pour le calcul du potentiel électrique [de Munck, 1988]. Le cas d'un conducteur infini homogène et isotrope limité par un plan peut se déduire du cas sphérique en faisant tendre le rayon de la sphère vers l'infini.

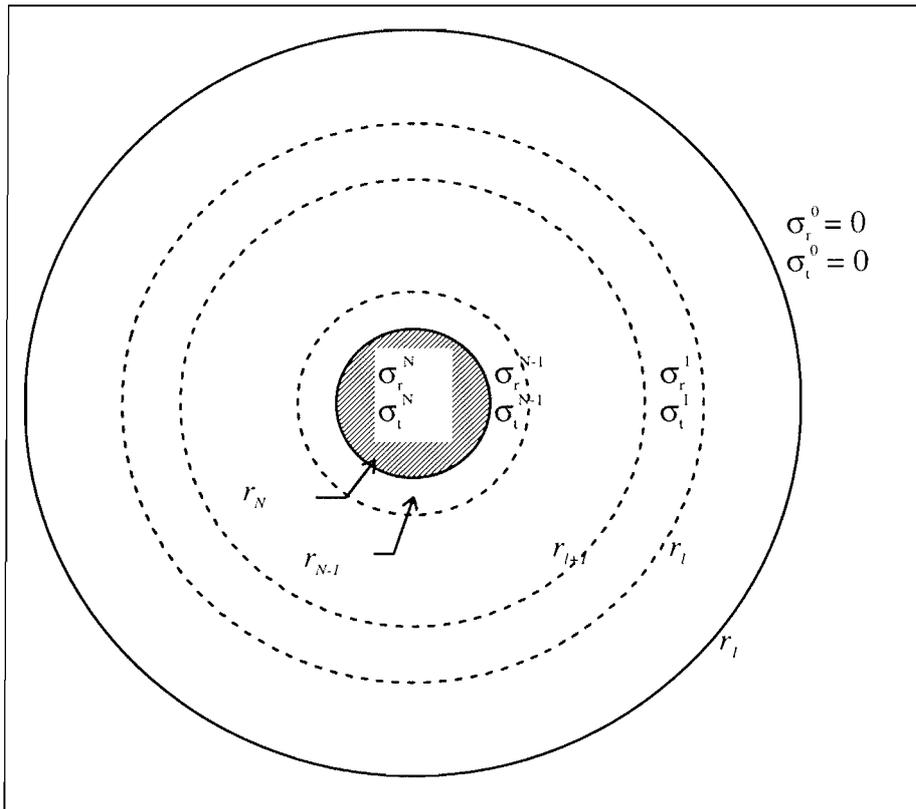


Figure 3 : Conducteur sphérique multicouche. La couche N, la plus interne, contient les sources de courant.

3.1 Potentiel électrique

Pour le calcul du potentiel électrique, on décompose la solution à l'équation de Poisson sur une série de polynôme de Legendre. Pour une présentation plus complète, se reporter à [de Munck, 1988].

3.1.1 Forme générale de la solution

L'équation du problème définie au paragraphe 1 (éq II-1.1f) s'écrit, dans un système de coordonnées sphériques r, θ, φ , de la façon suivante :

$$\frac{1}{\sigma_r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \sigma_r \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2} = \frac{r^2}{\sigma_r} S \quad (\text{éq. II-3.1.1a})$$

où V est le potentiel électrique, S le terme associé aux sources ($\text{div} \mathbf{J}_i$), σ_r et σ_t les profils des conductivités radiales et tangentielles, qui ne dépendent que de r . A cette équation s'ajoutent les conditions de continuité que nous expliciterons par la suite.

Pour une source d'intensité I localisée en $(r_0, \theta_0, \varphi_0)$, la solution, recherchée de façon classique sous la forme $V=If(r)g(\theta)h(\varphi)$, est du type [Angot, 1972] :

$$V = I \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \sum_{\alpha=0}^1 R_n(r_0, r) \bar{Y}_{nm\alpha}(\theta_0, \varphi_0) \bar{Y}_{nm\alpha}(\theta, \varphi). \quad (\text{éq. II-3.1.1b})$$

Les fonctions radiales R_n sont à déterminer. Les fonctions $\bar{Y}_{nm\alpha}$ sont les fonctions harmoniques sphériques normalisées d'ordre n et de degré m :

$$\bar{Y}_{nm0}(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{2\pi}{2n+1} (1 + \delta_{0m})} \frac{(n+m)!}{(n-m)!} P_{nm}(\cos \theta) \cos(m\varphi) \quad (\text{éq. II-3.1.1c})$$

et

$$\bar{Y}_{nm1}(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{2\pi}{2n+1} (1 + \delta_{0m})} \frac{(n+m)!}{(n-m)!} P_{nm}(\cos \theta) \sin(m\varphi). \quad (\text{éq. II-3.1.1d})$$

Les fonctions $P_{nm}(\cos \theta)$ sont les polynômes de Legendre associés aux harmoniques sphériques et δ_{0m} est le symbole de Kronecker. ($\delta_{0m}=1$ si $m=0$, $\delta_{0m}=0$ sinon).

3.1.2 Expression du potentiel pour une source monopolaire

Dans le cas d'un monopole, source ponctuelle localisée au point r_0, θ_0, φ_0 et d'intensité I , le terme source s'exprime de la façon suivante :

$$S = \frac{I}{r^2 \sin \theta} \delta(r - r_0) \delta(\theta - \theta_0) \delta(\varphi - \varphi_0). \quad (\text{éq. II-3.1.2a})$$

$\delta()$ est la fonction de Dirac.

En substituant les expressions précédentes du potentiel V et de la source S dans l'équation initiale, on obtient l'équation vérifiée par les fonctions R_n :

$$\sum_{nm\alpha} \bar{Y}_{nm\alpha}(\theta_0, \varphi_0) \bar{Y}_{nm\alpha}(\theta, \varphi) \left[\frac{1}{\sigma_r} \frac{d}{dr} \left(r^2 \sigma_r \frac{dR_n}{dr} \right) - n(n+1) R_n \right] = \frac{\delta(r - r_0) \delta(\theta - \theta_0) \delta(\varphi - \varphi_0)}{\sigma_r \sin \theta} \quad (\text{éq. II-3.1.2b})$$

Une propriété de cette équation différentielle classique est que la solution peut s'écrire à partir de deux solutions linéaires indépendantes de l'équation sans second membre correspondante. Soit $R_n^{(1)}$ et $R_n^{(2)}$ deux de ces solutions, choisies de façon à satisfaire les bonnes conditions aux limites en $r=0$ et sur la surface extérieure. Les fonctions R_n s'expriment à l'aide de la fonction de Green correspondante de la façon suivante [Morse & Feshbach, 1953] :

$$R_n(r_0, r) = \frac{R_n^{(1)}(r) R_n^{(2)}(r_0)}{r_0^2 \sigma_r(r_0) W(R_n^{(1)}, R_n^{(2)}) \Big|_{r=r_0}} \quad \text{pour } r \leq r_0 \quad (\text{éq. II-3.1.2c})$$

$$R_n(r_0, r) = \frac{R_n^{(1)}(r_0) R_n^{(2)}(r)}{r_0^2 \sigma_r(r_0) W(R_n^{(1)}, R_n^{(2)}) \Big|_{r=r_0}} \quad \text{pour } r_0 \leq r \quad (\text{éq. II-3.1.2d})$$

où $W(R_n^{(1)}, R_n^{(2)})$ est le Wronskien défini comme suit :

$$W(R_n^{(1)}, R_n^{(2)}) = R_n^{(1)}(r) \frac{d}{dr} R_n^{(2)}(r) - R_n^{(2)}(r) \frac{d}{dr} R_n^{(1)}(r) \quad (\text{éq. II-3.1.2e})$$

Dans le cas général d'une variation quelconque en fonction de r des conductivités radiales et tangentielles, il n'est pas possible de trouver une solution analytique classique pour les fonctions $R_n^{(1)}$ et $R_n^{(2)}$. Pour un milieu conducteur à N couches dont les rayons sont r_1, r_2, \dots, r_N , (figure 3), $r_1 > r_2 > \dots > r_N$, la conductivité est constante dans chaque tranche l , et la distribution correspondante est constante par morceaux. On peut alors montrer [de Munck, 1988] que les fonctions suivantes sont des solutions indépendantes de l'équation sans second membre sur chaque tranche l du conducteur :

$$R_n^{(i)} = A_l^{(i)} P_l(r) + B_l^{(i)} Q_l(r); \quad r_l \geq r \geq r_{l+1} \quad (\text{éq. II-3.1.2f})$$

avec

$$P_l = r^{v_l} \text{ et } Q_l = r^{-v_l-1} \quad (\text{éq. II-3.1.2g})$$

où

$$v_l = \frac{1}{2} \left(-1 + \sqrt{1 + 4n(n+1) \frac{\sigma_r^l}{\sigma_r^l}} \right) \quad (\text{éq. II-3.1.2h})$$

Les constantes A_l et B_l sont fonction des propriétés de la tranche l de conducteur et sont choisies de manière à ce que les conditions de continuité soit respectées à chaque interface (continuité du potentiel et de la composante normale de la densité de courant). Le choix des coefficients doit également se faire de façon à respecter les conditions aux limites :

- Le potentiel à l'origine doit être fini.
- La dérivée normale de la solution doit être nulle sur la surface extérieure du conducteur, du fait que les courants sont nuls à l'extérieur.

Ces deux conditions se traduisent de la façon suivante :

$$\lim_{r \rightarrow 0} R_n^{(1)}(r) = Cste \quad (\text{éq. II-3.1.2i})$$

$$\lim_{r \rightarrow r_1} R_n^{(2)}(r) = 0. \quad (\text{éq. II-3.1.2j})$$

On rappelle que r_1 est le rayon de la surface extérieure du conducteur.

Les conditions aux limites permettent de fixer les coefficients dans la première couche. Les autres coefficients se déduisent ensuite par récursivité en appliquant les conditions de continuité.

3.1.3 Expression du potentiel pour une source dipolaire

Dans le cas d'une source dipolaire de moment \mathbf{Q} , il faut prendre le gradient de l'équation (II-3.1.1b) par rapport à la position de la source et dans la direction du moment du dipôle. L'expression du potentiel devient alors [de Munck, 1988] :

$$V = \sum_{nm\alpha} \bar{Y}_{nm\alpha}(\theta, \varphi) \mathbf{Q} \cdot \mathbf{grad}_0 [R_n(r_0, r) \bar{Y}_{nm\alpha}(\theta_0, \varphi_0)] \quad (\text{éq. II-3.1.3a})$$

où \mathbf{grad}_0 symbolise le gradient pris sur la position du point source.

D'autre part, on peut décomposer le moment du dipôle en deux parties, l'une radiale Q_r et l'autre tangentielle Q_t (voir figure 3.1.2). En utilisant cette décomposition et l'expression obtenue pour les fonctions radiales R_n , ainsi que l'expression des harmoniques sphériques, on obtient une expression du potentiel suivante [de Munck, 1988] :

$$V = -\frac{1}{4\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{R_n^{(2)}(r)}{\sigma_r^N B_N^{(2)}} \left[Q_r R_n^{(1)}(r_0) P_{n0}(\cos\theta) + \frac{Q_t}{r_0} R_n^{(1)}(r_0) P_{n1}(\cos\theta) \cos\varphi \right] \text{ pour } r_0 \leq r \quad (\text{éq. II-3.1.3b})$$

où les fonctions $R_n^{(1)}$ et $R_n^{(2)}$ sont calculées comme indiqué au paragraphe précédent. Une expression équivalente est obtenue en intervertissant le rôle de $R_n^{(1)}$ et de $R_n^{(2)}$ pour $r \leq r_0$. Dans le cas de plusieurs sources dipolaires, le potentiel est calculé par superposition.

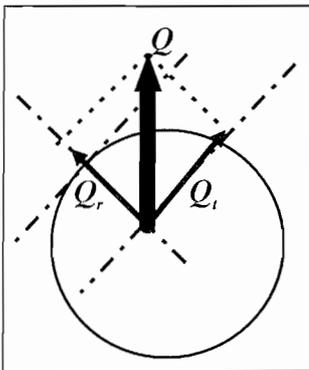


Figure 3.1.2 :
Décomposition du vecteur moment dipolaire \mathbf{Q} en une partie radiale et une partie tangentielle.

3.2 Champ magnétique

On montre que dans le cas sphérique, la contribution des courants de conduction est nulle. La loi de Biot & Savart s'applique alors aux courants sources seuls. On peut également calculer le champ magnétique total de façon analytique mais à l'extérieur du milieu conducteur uniquement.

3.2.1 Champ radial

Dans un modèle multicouche, le conducteur G est constitué de plusieurs couches homogènes G_i de conductivité constante σ_i , et limité par une surface S_i . En appliquant la décomposition de la densité de courant totale \mathbf{J} à la loi de Biot et Savart, il vient :

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_G \mathbf{J}_i(\mathbf{r}') \times \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|^3} d\mathbf{r}' - \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_i \sigma_i \int_{G_i} \mathbf{grad}V(\mathbf{r}') \times \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|^3} d\mathbf{r}' \quad (\text{éq. II-3.2.1a})$$

On reconnaît dans le premier terme l'expression de $\mathbf{B}_o(\mathbf{r})$ du champ dans un milieu homogène infini isotrope donnée au paragraphe 2.

En utilisant l'identité (III) de l'annexe et le théorème de Stokes, cette expression se transforme de la façon suivante :

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \mathbf{B}_o(\mathbf{r}) + \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_i (\sigma_i^- - \sigma_i^+) \int_{S_i} V(\mathbf{r}') \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|^3} \times \mathbf{n}(\mathbf{r}') dS_i \quad (\text{éq. II-3.2.1b})$$

où $\mathbf{n}(\mathbf{r}')$ est le vecteur normal à la surface S_i dirigé vers l'extérieur.

Pour un milieu à symétrie sphérique, la contribution des courants de conduction à la partie radiale B_r du champ magnétique est nulle. En effet, la partie radiale du champ s'écrit :

$$B_r(\mathbf{r}) = \mathbf{B}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{e}_r = \mathbf{B}_0(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{e}_r + \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_l (\sigma_l^- - \sigma_l^+) \int_{S_l} V(\mathbf{r}') \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|^3} \times \mathbf{n}(\mathbf{r}') \cdot \mathbf{e}_r dS_l$$

(éq. II-3.2.1c)

Puisque

$$\mathbf{n}(\mathbf{r}') = \frac{\mathbf{r}'}{\|\mathbf{r}'\|} \text{ et } \mathbf{e}_r = \frac{\mathbf{r}}{\|\mathbf{r}\|},$$

(éq. II-3.2.1d)

le produit mixte s'annule. Il reste :

$$B_r(\mathbf{r}) = B_{0r}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_G \mathbf{J}_i(\mathbf{r}') \times \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|^3} \cdot \mathbf{e}_r d\mathbf{r}'.$$

(éq. II-3.2.1e)

Comme dans le cas d'un milieu homogène infini, la composante radiale du champ se déduit de la loi de Biot et Savart en remplaçant le courant total \mathbf{J} par les courants imposés \mathbf{J}_i . En d'autres termes, la composante radiale du champ est indépendante des courants de conduction, bien que les autres composantes du champ \mathbf{B} en dépendent, même dans un conducteur sphérique. La formule donnant le champ magnétique dans le cas de sources dipolaires se déduit de la même façon que pour un milieu infini.

3.2.2 Champ total à l'extérieur de la sphère conductrice

A l'extérieur du conducteur, puisque les courants sont nuls, on a :

$$\mathbf{rot}\mathbf{B} = \mathbf{0}$$

(éq. II-3.2.2a)

et le champ \mathbf{B} peut être dérivé d'un potentiel scalaire magnétique Ψ :

$$\mathbf{B} = -\mu_0 \mathbf{grad}\Psi.$$

(éq. II-3.2.2b)

D'autre part, l'équation $\mathbf{div}\mathbf{B} = 0$ est toujours vérifiée; le potentiel Ψ est donc un potentiel harmonique et la connaissance de sa dérivée normale à la surface du conducteur suffit à le définir entièrement (avec la condition qu'il soit nul à l'infini). Sur la sphère, on peut alors

écrire [Sarvas, 1987] :

$$\frac{\partial \Psi}{\partial r} = -\frac{B_r}{\mu_0} \quad (\text{éq. II-3.2.2c})$$

où r est le rayon du système de coordonnées sphériques lié aux sphères des milieux conducteurs. On obtient une expression du potentiel magnétique Ψ en fonction de la composante radiale du champ magnétique par intégration sur un rayon $\mathbf{r} + t\mathbf{e}_r$, $0 \leq t \leq \infty$ (\mathbf{e}_r étant le vecteur unitaire dans la direction du rayon) :

$$\Psi(\mathbf{r}) = -\int_0^{\infty} \mathbf{grad}\Psi(\mathbf{r} + t\mathbf{e}_r) \cdot \mathbf{e}_r dt = \frac{1}{\mu_0} \int_0^{\infty} B_r(\mathbf{r} + t\mathbf{e}_r) dt. \quad (\text{éq. II-3.2.2d})$$

Puisque B_r est indépendant du profil de conductivité du milieu, et bien que le champ total soit affecté par les courants de conduction du volume pour un conducteur à symétrie sphérique, il peut donc être calculé à l'extérieur du conducteur sans même connaître le profil de conductivité. Pour un dipôle de moment \mathbf{Q} situé en \mathbf{r}_0 , (voir paragraphe précédent)

$$B_r(\mathbf{r}) = B_{0r}(\mathbf{r}) \quad (\text{éq. II-3.2.2e})$$

et donc

$$\Psi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \mathbf{Q} \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \cdot \mathbf{e}_r \int_0^{\infty} \frac{dt}{\|\mathbf{r} + t\mathbf{e}_r - \mathbf{r}_0\|^3}. \quad (\text{éq. II-3.2.2f})$$

La résolution de cette dernière intégrale donne :

$$\Psi(\mathbf{r}) = -\frac{1}{4\pi} \frac{\mathbf{Q} \times \mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{r}}{F} \quad (\text{éq. II-3.2.2g})$$

soit,

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{F\mathbf{Q} \times \mathbf{r}_0 - (\mathbf{Q} \times \mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{r})\mathbf{grad}F}{F^2} \quad (\text{éq. II-3.2.2h})$$

où

$$F = a(ra + r^2 - \mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{r}) \quad (\text{éq. II-3.2.2i})$$

$$\mathbf{grad}F = \left(\frac{a^2}{r} + \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{r}}{a} + 2a + 2r \right) \mathbf{r} - \left(a + 2r + \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{r}}{a} \right) \mathbf{r}_0 \quad (\text{éq. II-3.2.2j})$$

avec

$$\mathbf{a} = (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0), \quad a = \|\mathbf{a}\|, \quad r = \|\mathbf{r}\|. \quad (\text{éq. II-3.2.2k})$$

4 - Résolution dans un milieu homogène par couches à géométrie réaliste

Considérons un modèle de tête à couches homogènes et imbriquées les unes dans les autres. Les surfaces intermédiaires, notées S_1, \dots, S_m , ont une forme quelconque. On montre [Barnard et al 1967] que le potentiel V_i en un point \mathbf{r} de la surface S_i satisfait l'équation suivante :

$$\frac{(\sigma_i^- + \sigma_i^+)}{2} V_i(\mathbf{r}) = \sigma_0 V_0(\mathbf{r}) + \frac{1}{4\pi} \sum_{l=1}^m (\sigma_l^- - \sigma_l^+) \int_{S_l} V(r') d\Omega_{il}, \quad (\text{éq. II-4a})$$

avec

$$d\Omega_{il} = \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|^3} \cdot dS_l. \quad (\text{éq. II-4b})$$

où

- σ_i^- et σ_i^+ sont les conductivités respectives des milieux situés à l'intérieur et à l'extérieur de la surface S_i .
- σ_0 est la conductivité du milieu contenant les sources de courant.
- $V_0(\mathbf{r})$ est le potentiel créé par les sources dans un milieu homogène infini de conductivité σ_0 au point \mathbf{r} .
- $d\Omega_{il}$ est l'angle solide sous-tendu en \mathbf{r} par l'élément de surface dS_l situé en \mathbf{r}' .

Cette équation montre que la contribution au potentiel électrique des courants de conduction volumiques est équivalente à celle résultant de courants de surface répartis sur les interfaces entre les différents milieux. La résolution analytique de cette équation n'est pas

possible dans le cas de surfaces quelconques. La méthode des intégrales de frontière consiste à discrétiser les interfaces en petites facettes planes sur lesquelles le potentiel est considéré comme constant.

L'équation intégrale précédente est discrétisée et s'écrit alors sous la forme du système linéaire suivant :

$$V_i = \sum (M_{il} V_l) + g_i \quad (\text{éq. II-4c})$$

où

- V_i est le potentiel sur la maille i .
- M_{il} est l'élément de matrice proportionnel à l'angle solide sous-tendu par la maille l au centre de gravité de la maille i .
- g_i est le potentiel dû aux sources au centre de gravité de la maille i .

\mathbf{M} est une matrice pleine de taille (*nombre de mailles*) \times (*nombre de mailles*). Le système peut être résolu par une méthode itérative de type Gauss-Seidel ou Jacobi. On peut introduire une interpolation du potentiel sur chaque maille (interpolation linéaire ou quadratique) au lieu de le considérer constant. Il est alors calculé aux sommets (appelés noeuds du maillage) de chacune des mailles. La méthode des intégrales de frontière est largement décrite dans [Meijs et al, 1987, 1989; Meijs, 1988; Hämäläinen & Sarvas, 1989; Yvert et al, 1995; Schlitt et al, 1995].

Le champ magnétique est obtenu à partir d'une équation similaire :

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \mathbf{B}_0(\mathbf{r}) + \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{l=1}^m (\sigma_l^- - \sigma_l^+) \int_{S_l} V(\mathbf{r}') \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|^3} \times d\mathbf{S}_l, \quad (\text{éq. II-4d})$$

où $\mathbf{B}_0(\mathbf{r})$ est le champ créé par les sources dans un milieu homogène infini au point \mathbf{r} .

Le maillage des surfaces, nécessaire à l'application de la méthode, reste relativement aisé à obtenir. Des méthodes spécifiques de maillage des surfaces des différentes parties de la tête ont été développées et notamment pour réaliser des maillages affinés localement. Des études ont effectivement montré qu'un maillage plus raffiné dans la région du dipôle

permettait d'augmenter sensiblement la qualité de la solution calculée [Yvert et al, 1995]. Nous avons préféré utiliser le logiciel I-DEAS pour réaliser nos maillages tant volumiques que surfaciques. Un exemple de maillage de surfaces obtenues avec I-DEAS sera montré au chapitre IV.

De Munck et Ferguson ont dérivé une expression analytique de l'intégrale du deuxième terme de l'expression de $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ (éq. II-4d) sur chaque triangle [de Munck, 1992; Ferguson et al, 1994].

5 - Méthodes volumiques

5.1 La méthode des éléments finis

La méthode précédente ne s'applique qu'à des milieux homogènes par morceaux et isotropes. Pour des modèles volumiques, avec des milieux inhomogènes et anisotropes, il est nécessaire d'utiliser d'autres méthodes numériques de résolution telle que la méthode des éléments finis.

Cette méthode de résolution numérique très générale nécessite de reformuler le problème sous une forme intégrale et nécessite de mailler le volume dans son intégralité. De nombreux types de maillages peuvent être pris en compte dans la méthode. Pour des problèmes mécaniques avec des pièces à formes géométriques précises, des mailles parallélépipédiques sont souvent utilisées. Pour des milieux dont la géométrie est plus quelconque, il est préférable d'utiliser des mailles tétraédriques. Ces maillages respectent les surfaces de chacune des parties à mailler.

Comme dans la méthode précédente, le problème se ramène à la résolution d'un système linéaire. La taille de la matrice caractérisant le milieu (*nombre de noeuds x nombre de noeuds*) est beaucoup plus importante mais seuls les termes au voisinage de la diagonale sont non nuls (matrice creuse). Des méthodes spécifiques sont donc employées pour résoudre le système linéaire en utilisant une place mémoire acceptable.

La principale difficulté de la méthode consiste à réaliser le maillage. Le problème est en effet beaucoup plus complexe que pour un maillage simplement surfacique. A ce jour, très peu d'équipes ont réussi à obtenir des maillages de tête réalistes en volume et c'est ce qui limite l'emploi des éléments finis. Nous avons néanmoins réussi à obtenir, grâce au logiciel I-DEAS, un tel maillage dont nous exposerons les principes de réalisation au chapitre IV.

La méthode des éléments finis que nous avons développée sera exposée plus en détail au chapitre III.

5.2 La méthode des différences finies

La méthode des différences finies constitue une autre alternative à la résolution du problème pour des modèles volumiques. Elle est surtout utilisée dans le domaine des hyperfréquences et beaucoup plus rarement pour des problèmes statiques ou basse fréquence, mais elle présente des avantages qui méritent qu'on la mentionne.

Cette méthode est basée sur l'approximation des dérivées partielles par des différences linéaires faisant intervenir la valeur des plus proches voisins du point de calcul. On remplace ainsi les équations différentielles du problème par des équations linéaires appliquées en certains points particuliers du volume appelés noeuds du maillage. Une résolution par différences finies fait donc intervenir trois phases :

- division de la région en une grille de noeuds (voir figure 5.2a),
- approximation de l'équation différentielle du problème par l'équivalent en différences finies,
- résolution des équations équivalentes en tenant compte des conditions aux limites et/ou des conditions initiales.

Le schéma de base de l'approximation de la dérivée d'une fonction $f(x)$ par une fonction linéaire est montré sur la figure 5.2b et peut s'écrire de la façon suivante :

$$f'(x) \approx \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}, \quad (\text{éq. II-5.2a})$$

ou

$$f'(x) \approx \frac{f(x_0) - f(x_0 - \Delta x)}{\Delta x}, \quad (\text{éq. II-5.2b})$$

ou

$$f'(x) \approx \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{2\Delta x}, \quad (\text{éq. II-5.2c})$$

x_0 et Δx étant défini sur la figure 5.2b. On peut également estimer la dérivée seconde de $f(x)$:

$$f''(x) \approx \frac{f'(x_0 + \Delta x/2) - f'(x_0 - \Delta x/2)}{\Delta x} = \frac{1}{\Delta x} \left[\frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} - \frac{f(x_0) - f(x_0 - \Delta x)}{\Delta x} \right]$$

$$f''(x) \approx \frac{f(x_0 + \Delta x) - 2f(x_0) + f(x_0 - \Delta x)}{(\Delta x)^2} \quad (\text{éq. II-5.2d})$$

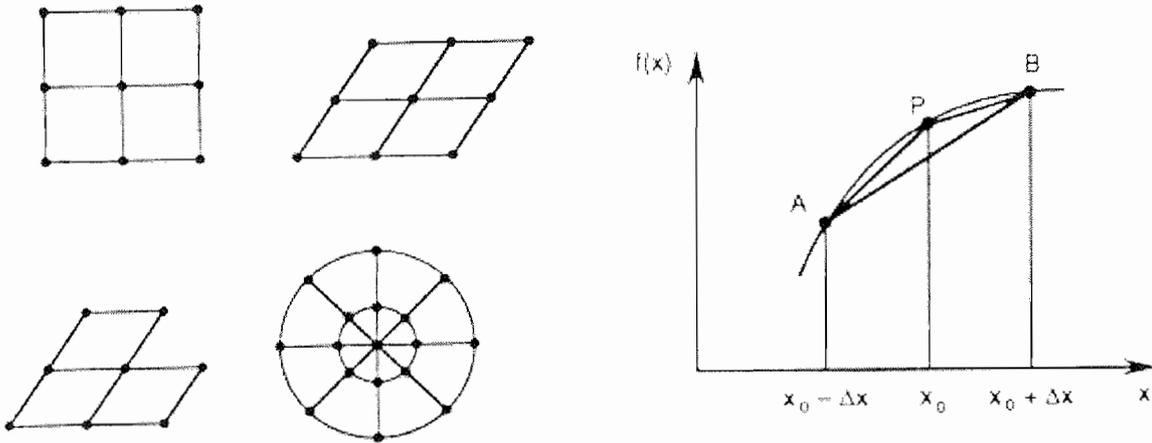


Figure 5.2a : différents types de grille utilisés pour la méthode des différences finies. La grille circulaire nécessite d'utiliser un schéma d'approximation des dérivées en coordonnées polaires.

Figure 5.2b : schéma de l'approximation linéaire de la dérivée d'une fonction quelconque $f(x)$. Ce schéma à une dimension peut être généralisé à deux et trois dimensions.

Cette approche est assez intuitive mais on peut la généraliser en utilisant la série de Taylor de la fonction $f(x)$. On peut ainsi choisir le degré d'approximation des dérivées de la fonction f , les ordres supérieurs au deuxième étant cependant plus rarement utilisés. Ce schéma peut être facilement généralisé à deux puis trois dimensions. On peut alors définir les dérivées suivant les différentes coordonnées, ainsi que les dérivées croisées.

La grille de nœuds constituant le maillage du milieu devra obligatoirement suivre un repère de coordonnées bien précis et permettre de définir des directions principales pour les dérivées avec, dans chaque direction, un voisin de part et d'autre du nœud considéré. Ainsi,

seuls les maillages du type de ceux présentés sur la figure 5.2a sont utilisables pour les différences finies (il est possible d'établir une approximation des dérivées dans un système de coordonnées polaires ou sphériques). En pratique, on utilise toujours (sauf cas particuliers) un pavage cubique régulier de l'espace, ce qui simplifie grandement la mise en œuvre de la méthode. Pour le problème de l'EEG ou de la MEG, on s'appuiera bien entendu directement sur la grille que fournit une acquisition volumique IRM.

La résolution se fait ensuite en appliquant, en chaque noeud, le schéma des différences finies correspondant à l'équation aux dérivées partielles du problème. Du fait que l'on utilise pour chaque noeud la valeur des plus proches voisins, la résolution doit se faire par itération. On obtient la bonne solution lorsque l'on arrive à une solution stable (régime permanent). Il se pose donc le problème de la convergence de la solution qui peut dépendre des conditions initiales.

L'avantage de cette méthode réside dans la simplicité de sa mise en œuvre, notamment parce qu'il n'y a plus de problème de maillage, contrairement aux autres méthodes numériques présentées. Seul reste le problème de la segmentation des IRM, c'est à dire l'association d'un pixel donné à un milieu bien déterminé, mais ce problème existe également dans les autres méthodes. Cet avantage considérable suffit à justifier qu'on s'y intéresse de très près. Cependant, elle ne permet qu'une résolution approximative du problème du fait même de l'approximation des dérivées [Rango et al, 1996]. Et ce, d'autant plus que les surfaces, qui nous intéressent particulièrement (notamment parce que les mesures en EEG sont effectuées à la surface du scalp et aussi parce que l'os, qui joue un rôle important, peut s'avérer très fin par endroits), ne sont pas représentées précisément (à moins d'utiliser une résolution très fine pour les images, mais on obtient alors un nombre de mailles difficile à traiter). Le problème de la convergence de la solution et donc, du choix des conditions initiales peut également s'avérer délicat dans certains cas. Ses possibilités sont certes beaucoup moins étendues que celles de la méthode des éléments finis. Nul doute cependant que dans un avenir proche, cette méthode fera l'objet de tests et de comparaisons intensives avec les autres méthodes appliquées en MEG et EEG.

Chapitre III

La méthode des éléments finis

Nous allons maintenant voir plus en détail dans ce chapitre la méthode des éléments finis, que nous avons mise en oeuvre pour la résolution du problème direct en MEG et EEG, dans un modèle réaliste de tête. L'adaptation de la méthode au cas de la MEG et de l'EEG a été faite lors d'un séjour de plusieurs mois au Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble (LEG), avec l'aide de C. Guerin et G. Meunier.

1 - Généralités

L'emploi de cette méthode est largement répandu dans tous les domaines de la physique nécessitant la résolution de système d'équations aux dérivées partielles. En effet cette méthode très générale s'applique à la majorité des problèmes pratiques rencontrés : stationnaires ou non stationnaires, linéaires ou non linéaires, milieux homogènes ou hétérogènes, isotropes ou anisotropes, à une, deux ou trois dimensions. C'est pourquoi de nombreux logiciels ou bibliothèques de programmes sont disponibles pour appliquer cette méthode dans divers domaines. Il est donc inutile d'essayer de la développer entièrement, d'autant plus qu'elle reste très lourde à mettre en oeuvre.

Le principe de la méthode des éléments finis consiste à discrétiser la grandeur calculée, pour linéariser les équations du problème. La méthode passe donc par la discrétisation des différents milieux, c'est à dire l'obtention d'un maillage. Cette partie du problème est toujours délicate, surtout pour des milieux très irréguliers comme ceux de la tête. Ce problème est d'autant plus important que le maillage joue un grand rôle dans la qualité de la solution obtenue. Les différents types de maillages et les problèmes liés à la réalisation d'un

maillage de la tête seront présentés au chapitre suivant. Nous nous attacherons ici à la formulation des éléments finis liée à la résolution du problème direct de l'EEG et de la MEG ainsi qu'à la description du logiciel employé.

L'application de la méthode nécessite de réécrire les équations sous une forme intégrale. Ces équations intégrales peuvent ensuite être discrétisées en utilisant des fonctions de pondération. Dans les deux paragraphes suivant, nous allons redonner les principales étapes pour arriver aux équations discrètes du problème pour le potentiel, puis pour le champ magnétique.

Nous avons utilisé un logiciel spécialisé dans la résolution des problèmes d'électromagnétisme en trois dimensions, Flux3d, développé par le Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble et commercialisé par la société Cédrat. La collaboration étroite que nous avons entretenue avec le LEG a grandement facilité la mise au point de notre problème. Le logiciel Flux3d sera présenté dans le dernier paragraphe de cette partie.

2 - Application au calcul du potentiel

2.1 Elimination de la singularité

Nous avons vu au chapitre I que dans le milieu contenant les sources, une singularité apparaît dans les équations au niveau des sources ponctuelles telles que les dipôles de courant. Cette singularité est supprimée par la décomposition du potentiel V en deux parties :

$$V = U + V_s \quad (\text{éq. III-2.1a})$$

V_s est solution de l'équation dans un milieu homogène infini contenant les sources :

$$\text{div}(\sigma_1 \mathbf{grad} V_s) = \text{div}(\mathbf{J}_i) \quad (\text{éq. III-2.1b})$$

où σ_1 est la conductivité du milieu 1 contenant les sources.

L'équation se décompose alors en deux parties :

- dans le milieu 1 contenant les sources :

$$\operatorname{div}(\sigma_1 \mathbf{grad}(U + V_s)) = \operatorname{div}(\mathbf{J}_i) = \operatorname{div}(\sigma_1 \mathbf{grad}V_s) \quad (\text{éq. III-2.1c})$$

soit,

$$\operatorname{div}(\sigma_1 \mathbf{grad}U) = 0 \quad (\text{éq. III-2.1d})$$

- dans les autres milieux, caractérisés par un tenseur de conductivité $[\sigma]$ et ne contenant pas de sources :

$$\operatorname{div}([\sigma] \mathbf{grad}V) = 0 \quad (\text{éq. III-2.1e})$$

ou

$$\operatorname{div}([\sigma] \mathbf{grad}U) = -\operatorname{div}([\sigma] \mathbf{grad}V_s) \quad (\text{éq. III-2.1f})$$

On voit que la singularité localisée au milieu 1 disparaît effectivement pour U . Nous verrons qu'en fait, la formulation intégrale des éléments finis ne distingue pas les deux cas (milieu contenant les dipôles et autres milieux) car l'intégration se fait sur le volume entier du milieu conducteur. La singularité est alors éliminée en transformant l'intégrale volumique en une intégrale surfacique dans le milieu contenant les dipôles (voir paragraphe 2.3).

L'équation (III-2.1a) donne la décomposition suivante sur les courants :

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_c + \mathbf{J}_i = \mathbf{J}_U + \mathbf{J}_S + \mathbf{J}_i \quad (\text{éq. III-2.1g})$$

où

$$\mathbf{J}_U = -[\sigma] \mathbf{grad}U \quad (\text{éq. III-2.1h})$$

$$\mathbf{J}_S = -[\sigma] \mathbf{grad}V_s \quad (\text{éq. III-2.1i})$$

2.2 Conditions aux limites

Aux équations précédentes doivent s'ajouter des conditions aux limites et des conditions de continuité (voir paragraphe 1.2 du chapitre II).

Les conditions de continuité portent sur le potentiel électrique et la composante normale des courants. A la traversée de la surface S_k délimitant les milieux k et $k+1$, de

conductivité $[\sigma_k]$ et $[\sigma_{k+1}]$, ces conditions se traduisent de la façon suivante :

$$V_k|_{S_k} = V_{k+1}|_{S_k} \quad (\text{éq. III-2.2a})$$

$$[\sigma_k] \mathbf{grad} V_k|_{S_k} \cdot \mathbf{n}_k = [\sigma_{k+1}] \mathbf{grad} V_{k+1}|_{S_k} \cdot \mathbf{n}_k \quad (\text{éq. III-2.2b})$$

où \mathbf{n}_k est le vecteur normal à la surface S_k . Ces conditions peuvent également s'écrire en utilisant la décomposition du potentiel (éq. III-2.1a). Comme V_s est continu, la même condition de continuité s'applique à U .

Les conditions aux limites sur la surface extérieure du conducteur sont de deux types. Sur une partie Γ_j de la frontière du conducteur (voir figure 2.2), la composante normale des courants doit s'annuler (condition aux limites de Neumann) :

$$\mathbf{grad} V|_{\Gamma_j} \cdot \mathbf{n}_{\Gamma_j} = 0, \quad (\text{éq. III-2.2c})$$

où \mathbf{n}_{Γ_j} est le vecteur normal à la surface Γ_j . Sur la partie restante Γ_E de la frontière du conducteur (voir figure 2.2), c'est la composante tangentielle du champ électrique qui s'annule. Ceci est obtenu par une condition de Dirichlet appliquée au potentiel. En pratique, la frontière Γ_E est réduite à un point (un noeud du maillage).

Seule la condition de Dirichlet est explicitement imposée lors de la résolution. Les autres conditions sont contenues dans la formulation des éléments finis.

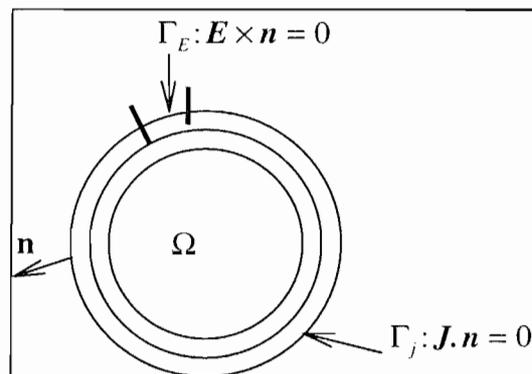


Figure 2.2 : conditions aux limites appliquées à la surface du conducteur.

2.3 Forme intégrale des équations

Une équation intégrale du problème est obtenue en écrivant la forme variationnelle de l'équation de Poisson généralisée. Si l'on note W l'ensemble des fonctions admissibles pour la solution du problème et w une fonction test appartenant à cet ensemble, la forme variationnelle du problème s'écrit sur le domaine Ω (méthode de Galerkin) :

$$\forall w \in W, \int_{\Omega} w \operatorname{div} \mathbf{J} d\Omega = 0. \quad (\text{éq. III-2.3a})$$

Cette formulation a l'avantage de contenir les conditions aux limites. Par application de la formule de Green et des conditions aux limites, l'équation III-2.3a s'écrit aussi :

$$\int_{\Omega} \mathbf{J} \cdot \operatorname{grad} w d\Omega = 0 \quad (\text{éq. III-2.3b})$$

Par application de la décomposition du potentiel (éq. III-2.1g), on obtient :

$$\int_{\Omega} \operatorname{grad} w \cdot [\sigma] \operatorname{grad} U d\Omega = \int_{\Omega} \operatorname{grad} w \cdot (\mathbf{J}_i + \mathbf{J}_s) d\Omega \quad (\text{éq. III-2.3c})$$

Le terme de droite est une intégrale volumique qui est transformée en une intégrale surfacique dans toutes les régions ayant une conductivité isotrope, grâce à une nouvelle application de la formule de Green :

$$\int_{\Omega_{iso}} \operatorname{grad} w \cdot (\mathbf{J}_i + \mathbf{J}_s) d\Omega = \int_{\Gamma_{iso}} w (\mathbf{J}_i + \mathbf{J}_s) \cdot \mathbf{n} d\Gamma \quad (\text{éq. III-2.3d})$$

où Γ_{iso} est la frontière, de normale sortante \mathbf{n} , de la partie isotrope Ω_{iso} du milieu conducteur. Si les sources ne sont pas localisées sur les surfaces mais à l'intérieur d'un milieu, le terme \mathbf{J}_i est nul sur la frontière Γ_{iso} .

Notons donc que pour faire disparaître la singularité due aux dipôles, il est absolument nécessaire que ceux-ci soient tous strictement contenus dans une partie homogène et isotrope

du conducteur, et ils ne doivent pas être situés sur la frontière de cette partie.

Le problème est alors formulé de la façon suivante :

$$\int_{\Omega} \mathbf{grad} w \cdot [\sigma] \mathbf{grad} U d\Omega = - \int_{\Omega_{aniso}} \mathbf{grad} w \cdot [\sigma] \mathbf{grad} V_S d\Omega - \sum_{iso} \int_{\Gamma_{iso}} w \sigma \mathbf{grad} V_S \cdot \mathbf{n}_{iso} d\Gamma_{iso}$$

(éq. III-2.3e)

Ω_{aniso} est l'ensemble des régions ayant une conductivité anisotrope. Γ_{iso} est la frontière d'une région ayant une conductivité isotrope, de normale sortante \mathbf{n}_{iso} . La somme s'effectue sur l'ensemble des frontières des parties isotropes du conducteur.

Cette équation intégrale doit être vérifiée pour toute fonction test w de W .

2.4 Forme discrète des équations

La méthode des éléments finis consiste à réécrire la formulation intégrale précédente à l'aide de variables discrétisées.

Pour cela, on approxime la solution U par une solution approchée U_a polynomiale par morceaux sur le maillage du milieu :

$$U_a = \sum_{i=1}^N u_i w_i ,$$

(éq. III-2.4a)

N est le nombre de noeuds du maillage, u_i la valeur de U au noeud i , l'ensemble $\{w_i\}$ une base de fonctions connue, associée au maillage. La connaissance du potentiel est alors réduite à la connaissance des N inconnues u_i .

Les fonctions w_i sont continues et définies par éléments. Elles prennent la valeur 1 au noeud i et 0 en tout autre noeud du maillage. Sur les éléments adjacents au noeud i , elles décroissent régulièrement, suivant une fonction bien déterminée qui dépend de la nature des éléments. Elles s'annulent sur les autres éléments. Pour des éléments d'ordre 1, les fonctions w_i

sont affines par morceaux, pour des éléments d'ordre 2, elles sont paraboliques, pour des éléments d'ordre 3, elles sont cubiques, etc. ... (voir la définition des différents éléments au chapitre IV).

Une propriété de ces fonctions w_i est l'identité suivante, valable en tout point du domaine Ω sur lequel sont résolues les équations :

$$\sum_{i=1}^N w_i = 1 \quad (\text{éq. III-2.4b})$$

Notons que les fonctions w_i et U_a sont continues seulement si le maillage vérifie les deux points suivants qui constitueront les caractéristiques essentielles des maillages à réaliser:

1. Deux éléments ne peuvent se couper que suivant une facette, une arête, un sommet ou ne se coupent pas du tout.
2. La somme du volume des éléments constitue exactement le volume du domaine Ω , c'est à dire qu'il n'y a pas de trous dans le maillage ni de superposition d'éléments.

L'ensemble W des fonctions admissibles pour la solution du problème est maintenant remplacé par l'ensemble W_a des fonctions w_a approximant les fonctions w . $\{w_i\}$ est une base de l'ensemble W_a . Il suffit alors que l'équation discrétisée du problème soit vérifiée pour les fonctions w_i . On obtient un système de N équations à N inconnues à résoudre :

$$\int_{\Omega} \mathbf{grad} w_i \cdot [\sigma] \mathbf{grad} \left(\sum_{j=1}^N u_j w_j \right) d\Omega = - \int_{\Omega} \mathbf{grad} w_i \cdot [\sigma] \mathbf{grad} V_s d\Omega, \quad i = 1 \text{ à } N \quad (\text{éq. III-2.4c})$$

Ce système d'équation peut s'écrire sous forme matricielle :

$$[R][U] = [S] \quad (\text{éq. III-2.4d})$$

$[U]$ est le vecteur dont les composantes sont les N inconnues u_i . $[R]$ est une matrice $N \times N$ caractérisant le milieu et $[S]$ un vecteur à N composantes dépendant des sources. Chaque terme de ces matrices est calculé suivant l'équation intégrale (III-2.3e) :

$$R_{ij} = \int_{\Omega} \mathbf{grad} w_i \cdot [\sigma] \mathbf{grad} w_j d\Omega, \quad (\text{éq. III-2.4e})$$

$$S_j = - \int_{\Omega_{uniso}} \mathbf{grad} w_j \cdot [\sigma] \mathbf{grad} V_s d\Omega - \sum_{iso} \int_{\Gamma_{iso}} w_j \sigma \mathbf{grad} V_s \cdot \mathbf{n}_{iso} d\Gamma_{iso}. \quad (\text{éq. III-2.4f})$$

2.5 Potentiel réduit et potentiel total

Dans les régions assez éloignées des dipôles, le potentiel prend des valeurs raisonnables et on peut ne pas utiliser la décomposition en potentiel réduit. Le calcul par éléments finis donne ainsi directement la valeur du potentiel V que l'on appelle alors "potentiel total". La combinaison du calcul potentiel total - potentiel réduit est couramment utilisée pour les problèmes de magnéto-statique [Simkin & Trowbridge, 1979].

Dans le cas de la tête, la conductivité de l'os est environ 80 fois plus faible que celle de la peau; il en résulte une brutale chute du potentiel total V à la traversée de l'os. Ce n'est pas le cas du potentiel V_s qui est calculé dans un milieu homogène. Lorsque l'on utilise la formulation en potentiel réduit dans la peau, on calcule le potentiel total dans la peau à l'aide de deux termes (U et V_s) de valeurs quasiment opposées et dont la somme est très faible. De ce fait, cette somme comporte beaucoup d'erreurs numériques. En utilisant un calcul direct du potentiel total dans la peau, on diminue fortement les erreurs numériques sur le potentiel total. Ceci sera vérifié sur des simulations avec un modèle sphérique au chapitre V.

Pour la résolution, il faut maintenant séparer l'intégration en deux parties, une intégration sur les régions Ω_v du conducteur où le potentiel total est calculé et une intégration sur les régions Ω_U , de frontière $\partial\Omega_U$, où le potentiel réduit est calculé (voir figure 2.5).

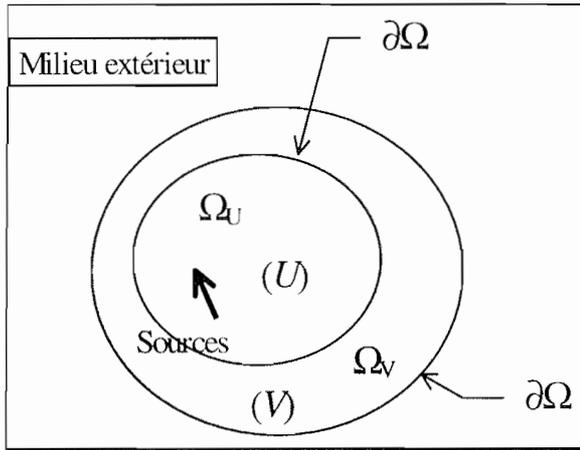


Figure 2.5 : milieu conducteur contenant une partie où le calcul s'effectue en potentiel réduit (Ω_U) et une partie où le calcul s'effectue en potentiel total (Ω_V). $\partial\Omega_U$ et $\partial\Omega_V$ sont les frontières respectives de Ω_U et Ω_V . Les sources sont nécessairement contenues dans une région de Ω_U .

La résolution dans les régions Ω_U se fait de la même façon qu'aux paragraphes 2.3 et 2.4, en remplaçant le volume Ω par Ω_U , et la frontière Γ par la frontière $\partial\Omega_U$. La résolution dans les régions Ω_V se fait à partir de l'équation intégrale suivante :

$$\int_{\Omega_V} \text{grad} w \cdot [\sigma] \text{grad} V d\Omega_V = 0 \quad (\text{éq. III-2.5a})$$

L'équation matricielle devient :

$$[R][V] = 0 \quad (\text{éq. III-2.5b})$$

Les coefficients de la matrice $[R]$ se calculent de la même façon qu'au paragraphe 2.4 mais l'intégration se fait sur les régions Ω_V .

Le couplage entre les régions décrites en potentiel réduit et celles décrites en potentiel total se fait simplement grâce à la formule de décomposition du potentiel $V = U + V_s$.

3 - Application au calcul du champ magnétique

3.1 Elimination de la singularité dans un milieu homogène borné

Le champ magnétique se calcule à l'aide de la loi de Biot et Savart qui a l'avantage d'être une forme intégrale donc directement utilisable en éléments finis. Malheureusement, le courant total \mathbf{J} devient infini au niveau des dipôles. L'intégration est donc peu précise dans les éléments qui contiennent les sources et dans les éléments voisins. L'imprécision est d'autant plus grande que ces éléments participent pour une majeure partie à la valeur de l'intégrale [Guerin et al, 1997].

La solution est d'utiliser une décomposition du même type que celle utilisée pour le calcul du potentiel. Nous considérons tout d'abord un milieu conducteur Ω homogène. En appliquant la décomposition donnée au paragraphe 2.1, la loi de Biot et Savart s'écrit :

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\Omega} \mathbf{J}_U \times \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|^3} d\mathbf{r}' + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\Omega} (\mathbf{J}_S + \mathbf{J}_i) \times \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|^3} d\mathbf{r}' \quad (\text{éq. III-3.1a})$$

Cette écriture ne suffit pas car bien que l'on calcule de façon analytique V_S , l'intégrale sur \mathbf{J}_S reste imprécise à cause des fortes variations de V_S dans les régions des dipôles. Il faut remplacer le calcul intégral du champ créé par $\mathbf{J}_S + \mathbf{J}_i$ par une formule analytique dans la région des dipôles. Pour cela, on sépare l'intégrale en deux parties. Dans la première partie, on intègre les courants $\mathbf{J}_S + \mathbf{J}_i$ sur la totalité de l'espace; dans la deuxième partie, on retranche l'intégrale des courants $\mathbf{J}_S + \mathbf{J}_i$ sur la partie extérieure au conducteur :

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\Omega} \mathbf{J}_U \times \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|^3} d\mathbf{r}' + \left[\frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V_{\infty}} (\mathbf{J}_S + \mathbf{J}_i) \times \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|^3} d\mathbf{r}' - \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V_{\infty} - \Omega} \mathbf{J}_S \times \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|^3} d\mathbf{r}' \right]. \quad (\text{éq. III-3.1b})$$

V_{∞} représente l'espace total dans lequel est plongé le milieu conducteur Ω homogène avec la

même conductivité que celle de Ω . L'intégration des courants $\mathbf{J}_s + \mathbf{J}_i$ sur V_∞ correspond donc au champ magnétique \mathbf{B}_θ créé par les sources dans un milieu homogène infini : en effet, \mathbf{J}_s est la partie des courants de conduction dus aux sources dans un milieu homogène infini. La formule analytique de \mathbf{B}_θ a été donnée au chapitre II (éq. II-2i). Le volume $V_\infty - \Omega$ représente le milieu extérieur au conducteur Ω avec la même conductivité que celle de Ω . Ce milieu ne contient pas de sources et seul le terme \mathbf{J}_s subsiste.

La dernière intégrale peut être transformée en une intégrale surfacique en utilisant l'identité II et l'identité IV (formule du rotationnel) :

$$\int_{V_\infty - \Omega} \mathbf{J}_s \times \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|^3} d\mathbf{r}' = \int_{\partial(V_\infty - \Omega)} \mathbf{J}_s \times \frac{d\mathbf{S}}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} \quad (\text{éq. III-3.1c})$$

où $\partial(V_\infty - \Omega)$ est la frontière du volume $V_\infty - \Omega$ et $d\mathbf{S}$ est orienté vers l'extérieur du volume. Cette intégrale prend une valeur opposée lorsque l'on réalise l'intégration sur la frontière du conducteur Ω (c'est la même surface que pour la frontière $V_\infty - \Omega$ mais orientée de façon opposée).

Il en résulte la formule intégrale suivante pour le champ :

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \mathbf{B}_\theta(\mathbf{r}) + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\Omega} \mathbf{J}_U \times \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|^3} d\mathbf{r}' + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\partial\Omega} \mathbf{J}_s \times \frac{d\mathbf{S}}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} \quad (\text{éq. III-3.1d})$$

Le calcul du champ magnétique comporte donc trois termes :

- Le premier terme, qui est calculé analytiquement, est le champ dû aux sources dans un milieu homogène infini et isotrope.
- Le deuxième terme est une intégrale volumique sur le volume du conducteur.
- Le dernier terme est une intégrale surfacique sur la frontière du conducteur.

3.2 Problème dans un milieu non homogène.

Considérons maintenant le conducteur en deux parties (voir figure 2.5) : une partie Ω_0

homogène contenant les sources, dans laquelle le calcul est forcément effectué en potentiel réduit, et une partie Ω_v dans laquelle le calcul du potentiel a été réalisé soit en potentiel réduit, soit en potentiel total (voir paragraphe 2.5).

Le calcul du champ doit alors être séparé en deux intégrales, l'une sur Ω_u et l'autre sur Ω_v :

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\Omega_u} \mathbf{J} \times \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|^3} d\mathbf{r}' + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\Omega_v} \mathbf{J} \times \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|^3} d\mathbf{r}' \quad (\text{éq. III-3.2a})$$

Dans la partie homogène Ω_u du conducteur, on peut appliquer la même méthode de décomposition qu'au paragraphe précédent en remplaçant Ω par Ω_u . L'intégrale surfacique obtenue au paragraphe 3.1 se fera alors sur la frontière de Ω_u .

Dans la partie Ω_v du conducteur, puisqu'il n'y a pas de courant imposé, le courant total s'écrit :

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_v = -[\boldsymbol{\sigma}] \text{grad}V \quad (\text{éq. III-3.2b})$$

Si la partie Ω_v est décrite en potentiel total ou si la conductivité est anisotrope, l'intégration se fait en volume en utilisant la loi de Biot et Savart sur \mathbf{J}_v .

Le calcul du champ magnétique comporte donc quatre termes dans ce cas :

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \mathbf{B}_0(\mathbf{r}) + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\Omega_u} \mathbf{J}_u \times \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|^3} d\mathbf{r}' + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\partial\Omega_u} \mathbf{J}_s \times \frac{d\mathbf{S}}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\Omega_v} \mathbf{J}_v \times \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|^3} d\mathbf{r}' \quad (\text{éq. III-3.2c})$$

- Le premier terme est le champ dû aux sources dans un milieu homogène infini et isotrope.
- Le deuxième terme est une intégrale volumique sur la région en potentiel réduit contenant les sources.
- Le troisième terme est une intégrale surfacique sur la frontière de la région contenant les sources.

- Le dernier terme est une intégrale volumique sur les régions restantes.

Remarque : le dernier terme aurait pu être transformé en une intégrale surfacique dans le cas d'une région isotrope. Cette solution n'a pas été implantée.

Si la partie Ω_v est homogène isotrope et décrite en potentiel réduit, l'intégration se fait de la même façon que dans la partie Ω_u : une intégration en volume de J_u et une intégration en surface de J_s .

4 - Le logiciel Flux3d

4.1 Présentation générale

Le logiciel Flux3d est développé conjointement par le Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble (LEG) et Cédrat recherche, et commercialisé par la société Cédrat.

Il comprend toutes les parties nécessaires à la résolution d'un problème d'électromagnétisme à l'aide d'une formulation en éléments finis. Celui-ci comporte cinq grandes parties servant à définir le problème, le résoudre et exploiter les résultats.

4.1.1 Définition du problème

La définition du problème se fait en trois parties :

- définition de la géométrie des différents milieux,
- maillage des volumes,
- définition des constantes physiques de ces milieux.

Le descripteur géométrique de Flux3d est actuellement limité à l'utilisation de courbes formées à partir de segments de droite et d'arcs de cercle et à des surfaces planes et cylindriques. Cette géométrie limitée ne permettant pas de décrire les formes complexes et

irrégulières de la tête, nous avons utilisé le logiciel I-DEAS pour la description géométrique de notre modèle jusqu'à la phase de réalisation du maillage. Le logiciel I-DEAS permet en effet des descriptions géométriques plus larges grâce à l'utilisation de courbes et surfaces splines généralisées. Il fournit un maillage (position des noeuds et mailles) dans un fichier au format universel récupérable par Flux3d. Nous présenterons plus en détail l'utilisation du logiciel I-DEAS dans la partie suivante.

Théoriquement, le maillage seul suffit à la résolution du problème, la description géométrique n'existant que pour l'obtention du maillage. Cependant, dans Flux3d, les éléments du maillage, ainsi que la définition des contraintes du problème et des constantes physiques des milieux, sont liés à la géométrie. Il est donc absolument nécessaire d'associer une géométrie au maillage réalisé sur I-DEAS. Cette géométrie n'est la que pour définir les différents volumes associés aux différents milieux. La vraie géométrie est prise en compte dans les calculs par l'intermédiaire du maillage.

Une fois les volumes définis et le maillage réalisé, les constantes physiques de chaque milieu, ainsi que les contraintes du problème, doivent être précisées. Chaque milieu est représenté par une *région volumique* ayant ses propriétés physiques propres (une valeur de conductivité isotrope ou une conductivité anisotrope pour notre problème). Les propriétés physiques de la région volumique sont définies via un matériau. Une région volumique peut inclure plusieurs volumes géométriques : un même milieu peut occuper des volumes disjoints. Les éléments sont directement attachés à une région par l'intermédiaire des volumes. Toutes les propriétés physiques de la région leur sont ainsi associées.

Un modèle physique général doit être choisi pour déterminer le type d'équations à résoudre (magnétostatique, magnétodynamique, électrostatique, etc. ...). Le modèle électrocinétique, que nous utilisons, n'étant pas défini dans Flux3d, nous utiliserons le modèle magnétostatique qui permet de résoudre notre problème grâce au parallèle présenté au paragraphe 4.2 . A chaque région volumique est également associée une formulation qui permet de définir si le calcul doit être effectué en potentiel réduit ou en potentiel total. La position et l'orientation des sources doivent aussi être définies par l'utilisateur avant la résolution.

Il est également possible de définir des *régions surfaciques* auxquelles sont attachés non plus des volumes mais des faces et des éléments surfaciques. Ces régions surfaciques sont inutiles à la résolution du problème mais servent à l'exploitation pour le tracé des résultats.

4.1.2 Résolution et exploitation

La partie résolution permet de choisir des options de calcul numérique et de lancer le calcul du potentiel. Ce calcul peut être sauvegardé dans un fichier contenant toute la description du problème.

La partie exploitation permet d'afficher les résultats sous formes de courbes ou cartes de potentiel. Le calcul du champ magnétique, effectué directement en chaque point, se fait à l'exploitation. Diverses autres variables (ou paramètres), et notamment les courants, peuvent être calculées et représentées. De nouveaux paramètres, comme l'induction magnétique radiale, peuvent être définis à partir de ceux déjà existant.

Toutes les grandeurs sont exploitées sur un support défini soit à partir de la géométrie, soit à partir des régions surfaciques et des éléments surfaciques qui leur sont associés. Dans notre cas, seule la deuxième possibilité est offerte puisque la géométrie de la tête n'est pas décrite dans Flux3d. Il faudra donc fournir des maillages possédant à la fois le maillage des volumes pour la résolution, et le maillage des surfaces pour l'exploitation. Pour que l'exploitation soit possible, il faut que les noeuds des deux maillages se correspondent.

4.2 Parallèle magnétostatique - électrocinétique

La formulation électrocinétique, que nous utilisons pour résoudre le problème de l'EEG, n'existe pas dans Flux3d. Plutôt que de développer cette formulation, nous avons préféré utiliser la formulation magnétostatique déjà existante. En effet le parallèle effectué dans le tableau 4.2 montre que la formulation et les équations sont parfaitement similaires dans les deux cas : le potentiel électrique est représenté par le potentiel magnétique, la conductivité électrique des milieux par la perméabilité magnétique, les dipôles électriques par

des dipôles magnétiques (spires), le champ électrique par le champ magnétique, la densité de courant électrique par l'induction magnétique, etc. ... L'exposant (^F) indique les variables qui sont définies dans Flux3d. Par exemple un matériau dans Flux3d sera caractérisé par la variable [μ^F] qui sera pour nous la conductivité électrique du milieu. Les mêmes équations sont résolues, il s'agit simplement d'une autre dénomination des variables.

Il existe, dans les deux cas, une approximation dipolaire similaire (figure 4.2). Il faut cependant noter que les deux moments dipolaires ne se correspondent pas. C'est en effet le moment dipolaire électrique divisé par la conductivité électrique du milieu (Q/σ) qui correspond au moment dipolaire magnétique M^F , comme le montrent les formules du potentiel et du champ créé par un dipôle dans un milieu infini homogène et isotrope. On peut aussi dire qu'au moment électrocinétique Q correspond le produit $\mu^F M^F$ du moment magnétique par la perméabilité magnétique.

Electrocinétique (EEG)		Magnétostatique (Flux3d)	
Potentiel réduit électrique	U	ϕ_r^F	Potentiel réduit magnétique
Potentiel total électrique	$V = U + V_S$	$\phi^F = \phi_r^F + \phi_s^F$	Potentiel total magnétique
Champ électrique	$\mathbf{E} = -\mathbf{grad}V$ ($\mathbf{rot}\mathbf{E} = \mathbf{0}$)	$\mathbf{H}^F = -\mathbf{grad}\phi^F$ ($\mathbf{rot}\mathbf{H}^F = \mathbf{0}$)	Champ magnétique
Conductivité électrique	[σ]	[μ^F]	Perméabilité magnétique
Densité de courant électrique	$\mathbf{J} = [\sigma]\mathbf{E}$ ($\mathbf{div}\mathbf{J} = 0$)	$\mathbf{B}^F = [\mu^F]\mathbf{H}^F$ ($\mathbf{div}\mathbf{B}^F = 0$)	Induction magnétique
Distribution dipolaire dans un milieu infini homogène et isotrope (\mathbf{R} : position du point de calcul par rapport au dipôle). La conductivité σ est celle du milieu contenant le dipôle.			
Potentiel électrique d'un dipôle électrique	$V_0 = \frac{Q/\sigma \cdot \mathbf{R}}{4\pi R^3}$	$\phi_0^F = \frac{\mathbf{M}^F \cdot \mathbf{R}}{4\pi R^3}$	Potentiel magnétique d'une spire
Champ électrique du dipôle	$\mathbf{E}_0 = \frac{3(Q/\sigma \cdot \mathbf{R})\mathbf{R} - R^2 Q/\sigma}{4\pi R^5}$	Champ magnétique d'une spire	$\mathbf{H}_0^F = \frac{3(\mathbf{M}^F \cdot \mathbf{R})\mathbf{R} - R^2 \mathbf{M}^F}{4\pi R^5}$
Moment électrocinétique sur la conductivité électrique	Q/σ	\mathbf{M}^F	Moment magnétique
Moment électrocinétique	Q	$\mu^F \mathbf{M}^F$	Moment magnétique fois la perméabilité magnétique
Champ magnétique	$\mathbf{B}_0 = \frac{\mu_0}{4\pi} Q \times \frac{\mathbf{R}}{R^3}$		Pas d'équivalent

Tableau 4.2 : parallèle électrocinétique / magnétostatique utilisé pour la résolution du potentiel dans Flux3d.

Pour l'induction magnétique calculée en MEG, il n'y a pas d'équivalent dans la formulation magnétostatique. Le parallèle s'arrête, mais on peut toujours appliquer la loi de Biot et Savart à l'aide de la densité de courant représentée par l'induction magnétique en magnétostatique. La formule analytique pour le dipôle est calculée en considérant que le produit $\mu^f \mathbf{M}^f$ donne la valeur du moment électrocinétique du dipôle électrique.

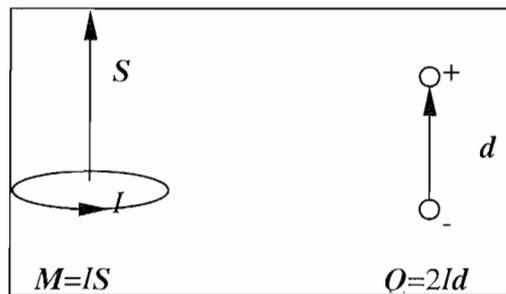


Figure 4.2 : distributions dipolaires en magnétostatique (à droite) et en électrocinétique (à gauche).

Dans la correspondance entre les moments dipolaires ($\mathbf{M}^f - \mathbf{Q}/\sigma$), la conductivité électrique qui intervient est celle du milieu qui contient les sources. Pour cette raison, les sources devront nécessairement toutes être contenues dans la région volumique numéro 1 (représentant le milieu 1). Ceci ne restreint pas le problème puisque dans la réalité, nous avons vu que les sources étaient confinées dans un même milieu, le cortex. D'autre part, il est possible d'associer tous les volumes désirés, sans restriction, à une région volumique donnée. Les volumes les plus internes ne sont donc pas nécessairement associés à la première région volumique. Ceci nous permettra éventuellement de modéliser des régions internes comme les noyaux gris centraux ou les ventricules.

4.3 Modifications apportées au logiciel Flux3d

4.3.1 Mise à jour de la lecture des fichiers universels

La première modification à réaliser a été de remettre à jour le transcritteur de fichier universel, format des fichiers maillages fournis par I-DEAS. Le transcritteur avait été écrit pour la version III, nous utilisons la version I-DEAS VI.i. Cette remise à jour a été nécessaire,

notamment pour la lecture des maillages du second ordre. Les parties nécessaires pour une bonne relecture du fichier universel sont, dans la version modifiée de Flux3d :

- L'entête du fichier comportant notamment l'unité dans laquelle sont données les coordonnées des noeuds.
- La liste des noeuds.
- La liste des éléments volumiques et surfaciques.

Chaque élément est associé au volume dont le numéro dans Flux3d correspond au label du matériau auquel est associé l'élément dans le fichier universel. Le rattachement des éléments volumiques aux volumes et des éléments surfaciques aux surfaces se fait de façon automatique à la lecture du fichier universel dans Flux3d.

4.3.2 Ajout d'une distribution dipolaire

La formulation dipolaire a été ajoutée pour la magnétostatique. L'orientation du dipôle est obtenue par orientation du repère auquel est associée la spire. L'intensité du courant est donnée par l'intensité de l'inducteur auquel est associée la spire. Pour la relation exacte entre magnétostatique et électrocinétique, se reporter au tableau 4.2 . Notons qu'il est nécessaire de diviser la valeur du moment magnétique de la spire par la valeur de la conductivité électrique du milieu la contenant, pour maintenir le parallèle entre magnétostatique et électrocinétique. Ceci peut être réalisé soit sur l'intensité de l'inducteur, soit sur la valeur de la surface de la spire.

Le calcul du potentiel créé par la spire dans un milieu infini homogène et isotrope, nécessaire à la résolution, a également dû être ajouté. Les modifications nécessaires ont été apportées pour assurer le couplage entre les régions de calcul en potentiel réduit et les régions de calcul en potentiel total.

4.3.3 Attribution des valeurs de conductivité

Matériau isotrope

Dans le parallèle avec la formulation magnétostatique, la conductivité électrique des

milieux est représentée par la perméabilité μ (voir tableau 4.2). Celle-ci est acquise par l'intermédiaire de la perméabilité relative du matériau μ_r ($\mu = \mu_r \mu_0$), μ_r étant toujours supérieur à l'unité. Pour faciliter l'attribution des conductivités, nous avons ajouté la possibilité de rentrer directement la valeur du coefficient μ sans contrainte sur la valeur de μ_r .

Matériau anisotrope

Le cas de matériau anisotrope était déjà traité dans le logiciel. Cependant, l'interface utilisateur ne permettait que l'emploi de matériaux homogènes, c'est à dire que le tenseur de conductivité, bien qu'anisotrope, était identique pour tous les éléments (donc en tout point) de la région associée au matériau.

Pour notre problème, il est nécessaire de pouvoir définir une anisotropie suivant des directions radiales et tangentielles de la région, donc avec un tenseur de conductivité différent pour chaque élément de la région. Nous avons donc ajouté la possibilité de définir le tenseur de conductivité sur chaque élément de façon très générale.

Pour chaque élément anisotrope de la tête (éléments du crâne), les directions principales du tenseur sont calculées à partir d'un maillage surfacique du crâne. Ce maillage surfacique correspond à la même géométrie que le maillage volumique. Les directions principales sont obtenues en prenant les directions normales et tangentielles du triangle du maillage surfacique le plus proche de l'élément dont on calcule le tenseur. Les valeurs des conductivités utilisées suivant les directions principales ont été définies par avance et sont 0.0125 pour la direction radiale et 0.125 pour les directions tangentielles.

4.3.4 Calcul avec des éléments du second ordre

Du fait que le maillage n'est pas réalisé sur Flux3d, il est difficile de vérifier que celui-ci est optimum pour la résolution. De fait, nous avons rencontré des problèmes lors de l'intégration sur certains éléments du second ordre trop distordus. Le logiciel I-DEAS n'ayant pas signalé de correction nécessaire sur ces éléments, il a fallu les corriger "à la main" un par un. Nous avons modifié Flux3d de façon à obtenir, lors de la première intégration, la liste des éléments déficients et devant être modifiés. Si la liste de ces éléments est non nulle, et même

si Flux3d a continué l'intégration jusqu'au bout, le résultat sera faux. Il faut alors modifier le maillage sous I-DEAS et refaire le transfert vers Flux3d jusqu'à ce que tous les éléments soit spécifiés corrects par Flux3d.

4.3.5 Calcul du champ magnétique

L'induction magnétique calculé en MEG n'a pas d'équivalent en magnétostatique. Néanmoins, l'intégration de la loi de Biot et Savart a été implantée dans Flux3d en suivant la formulation présentée au paragraphe 3. Le calcul de l'induction magnétique se fait à l'exploitation, après que la résolution en potentiel ait été obtenue.

4.4 Evolutions possibles

Le logiciel Flux3d est loin d'être fermé et son évolution est toujours possible grâce à une collaboration avec le LEG. Les évolutions présentées ici n'ont pu être mises en place par manque de temps mais pourraient être envisagées pour une évolution future du logiciel Flux3d.

4.4.1 Calcul direct du champ magnétique

Le calcul du champ magnétique par intégration de la loi de Biot et Savart s'avère long en pratique, beaucoup plus long que le calcul du potentiel électrique.

Le champ magnétique dérive d'un potentiel magnétique vectoriel. Un calcul direct du potentiel magnétique (donnant ensuite le champ magnétique) pourrait être envisagé au même titre que le calcul du potentiel électrique. On peut ainsi espérer gagner un facteur important sur le temps même si le potentiel magnétique est vectoriel (alors que le potentiel électrique est scalaire)

4.4.2 Mélange MEF - MIF

La difficulté d'obtention du maillage volumique est la principale limite de la méthode des éléments finis. Cependant, s'il est très difficile d'obtenir un maillage volumique

multicouches, il est beaucoup plus facile d'obtenir le maillage volumique d'une seule couche et encore plus facile d'obtenir un maillage surfacique (voir chapitre V). L'os étant la seule couche anisotrope actuellement modélisée, on peut envisager une résolution mixte utilisant la méthode des intégrales de frontière dans les régions isotropes et la méthode des éléments finis dans l'os. Ainsi, seul l'os devra être maillé en volume, les autres régions étant simplement maillées en surface. Dans un cas à trois couches comme celui que nous utilisons, seule la surface externe de la peau doit être maillée en surface, la surface du cerveau utilisant la surface interne du maillage de l'os.

4.4.3 Evolution du descripteur géométrique

Enfin, la dernière évolution envisageable est celle du descripteur géométrique. L'introduction des courbes et surfaces splines dans Flux3d supprimerait le passage actuellement obligé par un autre logiciel pour la description de la géométrie de la tête et la réalisation des maillages.

Chapitre IV

Maillages

Nous avons décrit au chapitre précédent une méthode de résolution numérique, la méthode des éléments finis, qui nécessite de mailler le volume dans lequel sont résolues les équations. Nous allons voir plus en détail dans ce chapitre les caractéristiques essentielles des maillages utilisés, ainsi que les moyens de les réaliser. Nous avons choisi de ne pas développer un nouvel algorithme mais d'utiliser un logiciel déjà existant, I-DEAS.

1 - Les différents types de maillages

1.1 Généralités

Un maillage est une séparation d'un ensemble continu (volume, surface, courbe) en petites portions, appelées éléments ou mailles. Chaque élément est défini à l'aide de ses sommets que l'on appelle aussi noeuds du maillage. Les éléments peuvent être volumiques (maillage d'un volume), surfaciques (maillage d'une surface) ou linéiques (maillage d'une courbe). Un même maillage peut comporter plusieurs types d'éléments.

Les maillages d'éléments finis suivent quelques règles essentielles. Les deux premières ont déjà été énoncées au chapitre précédent et portent sur la continuité du maillage :

1. Deux éléments ne peuvent se couper que suivant une facette, une arête, un sommet ou ne se coupent pas du tout.
2. La somme du volume des éléments constitue exactement le volume du domaine à mailler, c'est à dire qu'il n'y a pas de trous dans le maillage.

A ces deux conditions, nous pouvons ajouter deux autres conditions qui caractérisent un bon maillage d'éléments finis :

3. Les éléments doivent être le plus réguliers possible. Un élément régulier est un élément dont les arêtes sont toutes de même longueur et les angles aux sommets égaux.
4. La densité d'éléments doit être plus grande aux endroits où la grandeur calculée varie plus fortement.

Notons que la qualité de la solution obtenue dépend du respect de ces deux dernières conditions.

Nous allons décrire dans ce qui suit les différents types de maillages utilisés pour la résolution du problème direct en MEG & EEG.

1.2 Maillages surfaciques - maillages volumiques

Dans un maillage surfacique, les noeuds sont localisés sur une surface qui peut être de forme quelconque mais fermée. Les mailles sont alors à deux dimensions. Ce type de maillage est utilisé pour une résolution par la méthode des intégrales de frontière, actuellement la plus répandue en MEG et EEG. Ces maillages représentent nécessairement des surfaces fermées incluses les unes dans les autres :

- Il ne peut pas y avoir de trous dans les surfaces.
- Chaque surface est strictement incluse dans une autre. Il ne doit pas y avoir d'intersection entre les différentes surfaces.

Dans un maillage volumique, les éléments occupent tout l'espace. Les surfaces intermédiaires entre deux volumes sont représentées par les faces des éléments tangents à la frontière. Les noeuds localisés sur la surface intermédiaire appartiennent alors en même temps à des éléments de deux milieux différents.

1.3 Formes des mailles

Les éléments du maillage ne peuvent pas être de forme quelconque car il faut pouvoir définir sur l'élément les fonctions d'interpolation associées au maillage (un élément et ses fonctions associées sont appelés "élément fini"). Les éléments surfaciques disponibles sont les quadrilatères et les triangles. Des triangles sont généralement utilisés pour résoudre le problème direct par intégrales de frontières. Les éléments volumiques les plus classiques sont les briques et les tétraèdres (voir figure 1.3). Les premiers sont surtout utilisés en mécanique pour modéliser des pièces aux formes géométriques précises. Pour notre problème, nous utiliserons des tétraèdres, mieux adaptés aux formes irrégulières de la tête. D'autres formes d'éléments sont possibles, comme les prismes ou les pyramides qui permettent de faire la jonction entre les briques et les tétraèdres.

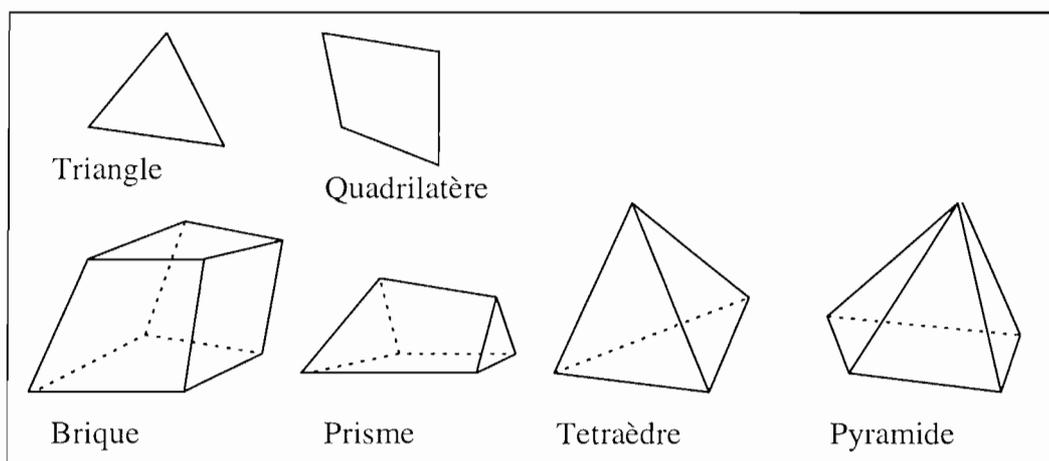


Figure 1.3a : Eléments surfaciques et volumiques classiques

Les images anatomiques que l'on utilise pour définir la géométrie de la tête (IRM) fournissent déjà un maillage cubique de tout le volume de la tête (une maille par voxel). Pourquoi ne pas utiliser directement ce maillage? Principalement pour des raisons de place mémoire. En effet, un maillage directement basé sur les voxels des IRM comporterait beaucoup trop de mailles. Typiquement, pour couvrir la tête avec une résolution du millimètre, il faut 128 images de 256x256 pixels, soit plus de huit millions de mailles! A l'aide de tétraèdres, on peut espérer représenter la tête et les surfaces des organes principaux avec la même précision en utilisant moins d'une centaine de milliers de mailles, ce qui correspond plus aux capacités des stations de travail que nous utilisons. On pourrait penser

utiliser un maillage cubique plus grossier, mais alors la représentation des surfaces des organes serait beaucoup trop approximative. Il est donc nécessaire de réaliser des maillages tétraédriques.

1.4 Ordre du maillage

L'ordre du maillage est caractéristique du type de fonction utilisée pour l'interpolation sur les éléments. Classiquement, les maillages d'ordre un et deux sont utilisés (les ordres supérieurs sont possibles mais très rarement utilisés car trop gourmands en temps de calcul).

Aux maillages d'ordre un sont associés des éléments d'ordre un. Les fonctions d'interpolation w sont alors linéaires. Pour cette raison, les éléments d'ordre un sont aussi nommés "éléments linéaires". Les maillages d'ordre deux sont constitués d'éléments d'ordre deux (ou paraboliques) et associés à des fonctions d'interpolations quadratiques.

Les éléments d'ordre 1 sont délimités par des faces planes, des arêtes rectilignes et un noeud à chaque sommet. Les éléments d'ordre deux ont des faces paraboliques et un noeud supplémentaire sur chaque arête (voir figure 1.4). Des éléments cubiques peuvent être générés, mais sont rarement utilisés. Il existe aussi des maillages d'ordre zéro (utilisés en intégrale de frontière). Ceux-ci comportent un seul noeud au centre de la maille et les fonctions d'interpolation sont alors des constantes.

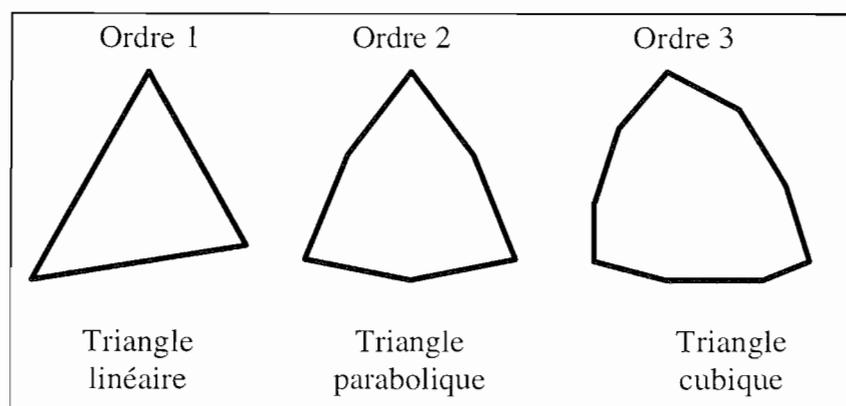


Figure 1.4 : mailles triangulaires d'ordre 1, 2 et 3. Le triangle linéaire possède 3 noeuds, le triangle parabolique en possède 6 et le triangle cubique 9.

1.5 Critères de qualité

Pour caractériser la qualité d'un maillage, deux critères sont utilisés. Le premier est un critère de régularité et caractérise l'écart d'un élément par rapport à l'élément parfait correspondant. Le deuxième est la distorsion, utilisée pour caractériser les éléments d'ordre supérieur à un : elle permet d'estimer l'écart de l'élément d'ordre supérieur par rapport à l'élément d'ordre un correspondant.

Dans le cas d'une maille triangulaire, le critère de régularité se calcule de la façon suivante (voir figure 1.5) :

$$C_r = \frac{(R/L_{\max})_{\text{réel}}}{(R/L_{\max})_{\text{référence}}}$$

où R est le rayon du cercle inscrit au triangle et L_{\max} la longueur du plus grand côté. Le rapport R/L_{\max} vaut $1/\sqrt{12}$ dans le cas d'un triangle équilatéral, le critère s'écrit donc :

$$C_r = (R/L_{\max}) * \sqrt{12}$$

Dans le cas d'un tétraèdre, le critère de régularité s'écrit :

$$C_r = (R/L_{\max}) * \sqrt{24}$$

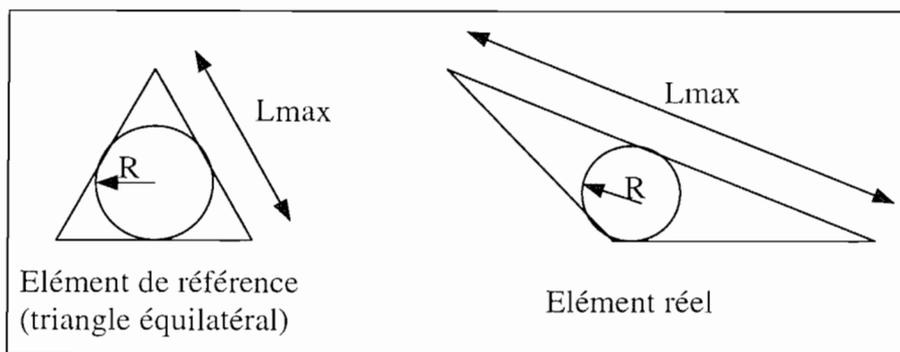


Figure 1.5 : Calcul du critère de régularité (voir formule du texte) : R est le rayon du cercle inscrit au triangle et L_{\max} la longueur du plus grand côté. Le rapport R/L_{\max} est maximum pour un triangle équilatéral.

La distorsion d'un élément est le déterminant de la matrice de passage J de l'élément

de référence à l'élément réel, multiplié par le rapport des volumes entre les deux éléments :

$$Dist = \det(J) * \frac{Vol(référence)}{Vol(réel)}$$

La distorsion prend des valeurs comprises entre -1 et +1. Une valeur +1 indique que l'élément est de même forme que l'élément du premier ordre correspondant (faces planes et arêtes droites). Une valeur négative indique que le déterminant de la matrice de passage est négatif, ce qui n'est pas permis dans la résolution des éléments finis.

2 - Méthode d'obtention d'un maillage réaliste

Le but est de réaliser un maillage de la tête de chaque individu étudié, en tenant compte de certaines parties anatomiques de façon plus ou moins simplifiée, d'une façon la plus automatique possible.

2.1 Images anatomiques

L'anatomie précise de la tête de chaque individu sera décrite à l'aide d'une série d'Images par Résonance Magnétique (IRM) comme celles montrées figure 4.1d au chapitre I. L'IRM constitue actuellement le moyen le plus répandu et le plus précis de décrire l'anatomie interne de façon non invasive. Une résolution du millimètre est classiquement obtenue dans les trois directions de l'espace. Certaines machines à haut champ (moins répandues) peuvent avoir une meilleure résolution. Typiquement, l'anatomie précise de la tête d'un individu sera décrite de façon satisfaisante à l'aide d'une série de 128 coupes IRM d'une résolution de 256 x 256 pixels.

Le problème majeur des IRM est qu'elles ne permettent pas d'observer l'os du crâne car celui-ci est relativement sec, comparé aux autres tissus de la tête. L'os ne donne en effet aucun

signal en IRM, ce qui fait qu'il se confond avec l'air (sinus, cavités nasales et buccales), voire avec le LCR dans certaines séquences d'enregistrement. Ceci constitue un problème d'autant plus important que sa modélisation précise est nécessaire car il joue un rôle important dans la diffusion des courants électriques, du fait de sa faible conductivité (environ 80 fois moins que les autres tissus). Des recherches sont menées pour améliorer la localisation de l'os sur les IRM, notamment en utilisant des contours déformables ou des champs de Markov [Wells et al, 1996] mais elles n'ont pas encore abouti à un algorithme automatique fiable.

Si l'os n'est pas visible en IRM, ce n'est pas le cas en tomographie X (scanners). En effet, l'os y est parfaitement visible et très bien délimité. Néanmoins, le scanner ne peut constituer une alternative aux IRM du fait de son invasivité, il n'est pratiquement plus utilisé en examen de routine de la tête. Il a néanmoins été utilisé de façon avantageuse pour réaliser une modélisation de notre fantôme (voir chapitre VII). Un modèle générique de crâne, établi à partir d'images X, pourrait être déformé pour s'appliquer à l'IRM de chaque sujet.

2.2 Problème de la segmentation

Si l'anatomie d'un individu peut-être facilement lue par un spécialiste sur une IRM, il n'en est pas de même pour un algorithme automatique! Le problème de la segmentation, qui consiste à déterminer à quel organe ou partie de la tête appartient un pixel donné de l'image, est loin d'être résolu de façon automatique. S'il est facile de repérer le contour extérieur de la tête par simple seuillage, le problème devient beaucoup plus complexe pour les parties internes. En effet, un non-spécialiste n'est généralement pas capable de séparer les différents organes en regardant les images à l'oeil. Même un spécialiste doit parfois avoir recours à plusieurs vues volumiques différentes (sagittales, axiales ou coronales) pour conforter sa décision. Le problème n'est donc pas simple.

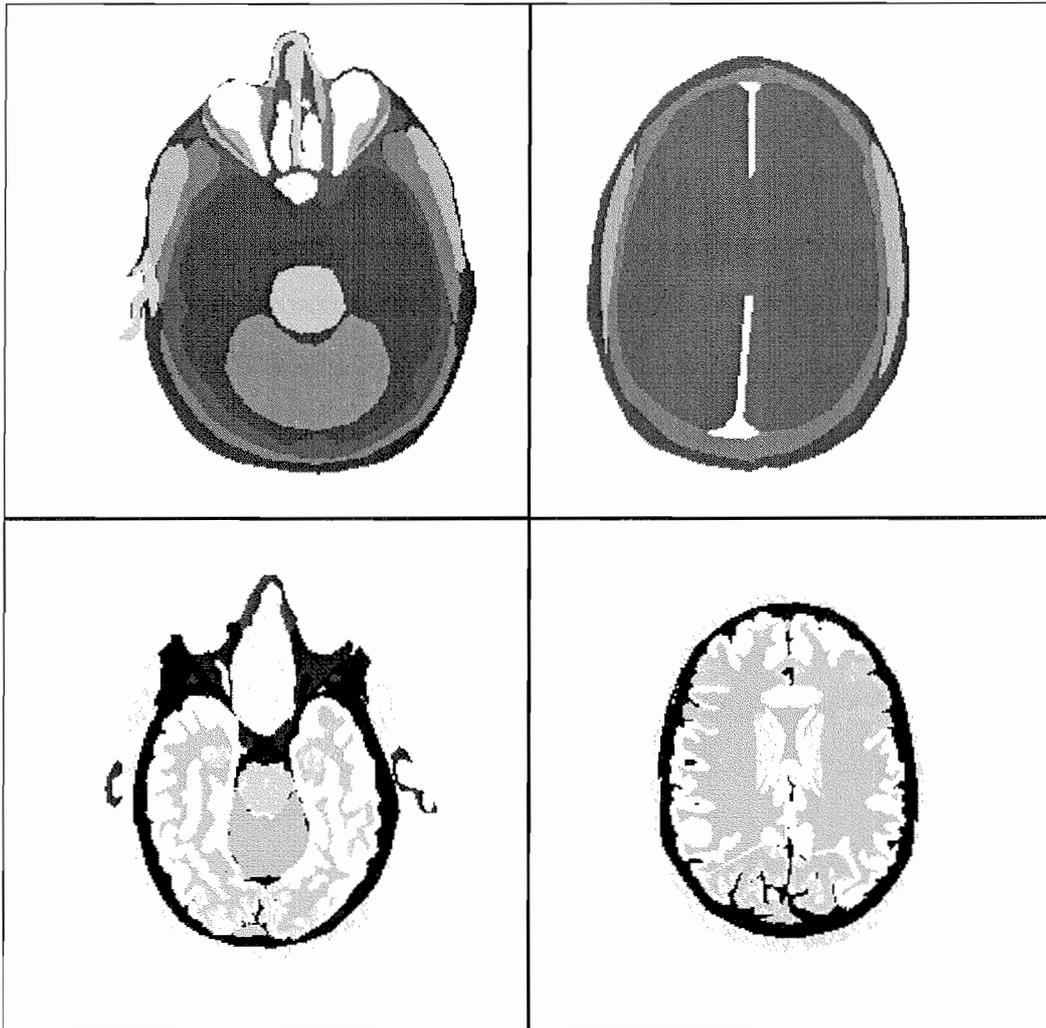


Figure 2.2 : coupes IRM segmentées. A gauche partie inférieure du cerveau, à droite partie supérieure. En haut, images segmentées de façon simplifiée. En bas, segmentation précise du cerveau. Les images simplifiées ont été utilisées pour extraire les contours de la peau, de l'os et du cerveau. Les images détaillées ont été utilisées pour le contour des ventricules.

Des algorithmes qui permettent de séparer le cortex du reste de la tête ont été mis au point [Cline et al, 1990; Wells et al, 1996] et des recherches sont faites sur la segmentation de l'os mais aucun algorithme sûr n'est disponible pour le moment.

Nous n'avons pas étudié le problème de la segmentation au cours de notre thèse. Pour construire notre modèle de tête, nous avons donc utilisé des images segmentées à la main. La série d'images que nous avons utilisée (56 images sur la tête), a été réalisée par l'équipe du Pr. Zubal [Zubal 94], et est disponible sur le réseau internet. Un exemple de ces images est montré sur la figure 2.2. Chaque organe est représenté par un niveau de gris bien distinct et peut être facilement isolé des autres par simple seuillage.

Les contours des différentes parties de la tête peuvent être extraits des images

segmentées. Ces contours permettent d'aboutir à une représentation précise des surfaces des différentes parties de la tête.

2.3 Description des surfaces (NURBS)

La représentation mathématique de ces surfaces se fait à l'aide de surfaces splines. Le logiciel I-DEAS que nous utilisons pour le maillage permet une représentation précise d'une surface quelconque grâce aux NURBS (Non Uniform Rational B-Spline). Nous allons présenter dans ce qui suit ce type de surface. Pour plus de détails, voir [Piegl & Tiller, 1987].

2.3.1 courbes B-splines

Les splines sont des courbes paramétriques définies à partir d'un certain nombre de points, appelés points de contrôle. Si C est un point d'une B-spline définie à partir d'un ensemble de p points de contrôle $\{P_i\}_{i=1,p}$, la position du point C est déterminée à partir d'un paramètre t de la façon suivante :

$$C(t) = \sum_{i=1}^p N_{i,n}(t) P_i, \quad t \in [0,1]. \quad (\text{éq. IV-2.3.1a})$$

Les coefficients $N_{i,n}$ sont les fonctions B-splines d'ordre n et sont définis de façon récursive, à partir d'un vecteur noeud $\{t_i\}$, ($0 \leq t_i \leq t_{i+1} \leq 1$, pour tout i), associé aux points de contrôle $\{P_i\}$:

$$N_{i,n}(t) = \frac{t - t_i}{t_{i+n} - t_i} N_{i,n-1}(t) + \frac{t_{i+n+1} - t}{t_{i+n+1} - t_{i+1}} N_{i+1,n-1}(t) \quad (\text{éq. IV-2.3.1b})$$

et

$$N_{i,0}(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t \in [t_i, t_{i+1}[\\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

L'ordre des fonctions B-splines est aussi l'ordre de la courbe B-spline. Les B-splines

sont généralement d'ordre 2 (spline quadratique) ou 3 (spline cubique). Si le vecteur noeud est régulier, la B-spline est dite uniforme. Si le dernier point de la liste des points de contrôle est égal au premier, la B-spline se referme sur elle même et est dite cyclique (voir figure 2.3.1). Sinon elle est ouverte et, le premier et le dernier point de la courbe sont les premiers et derniers points de la liste des points de contrôle. La courbe B-spline ne passe pas, en général, par les autres points de contrôle (sauf si la spline est d'ordre un).

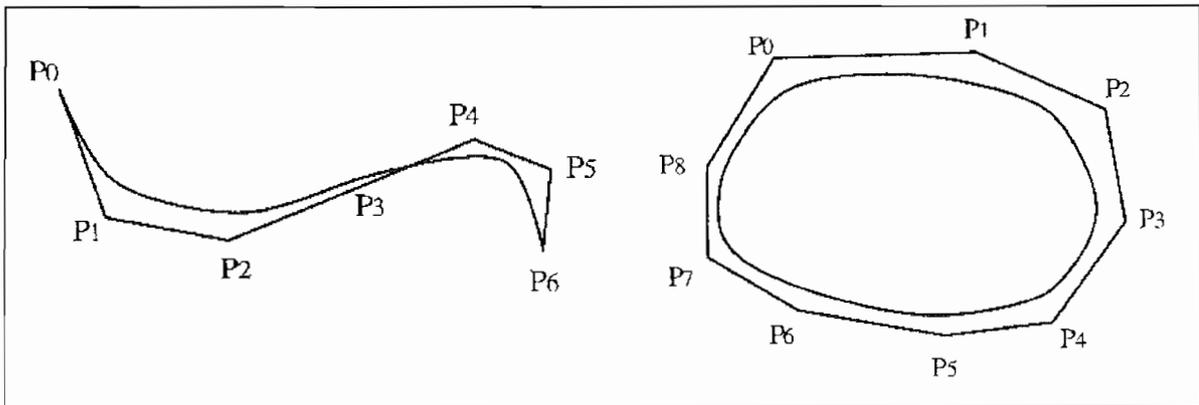


Figure 2.3.1 : exemple de courbes B-splines. A gauche B-spline ouverte d'ordre 2 et ses six points de contrôle. A droite B-spline cyclique d'ordre 2.

2.3.2 Surfaces B-splines

Des surfaces peuvent être définies de la même façon que les courbes à l'aide de deux paramètres et d'un produit tensoriel de fonctions splines. Les points de contrôle nécessaires à la définition de la surface sont alors répartis sur une grille bi-dimensionnelle (figure 2.3.2). La position du point S d'une surface B-spline définie à partir de l'ensemble des points de contrôle $\{P_{ij}\}$ est déterminée à partir des paramètres u et v de la façon suivante :

$$S(u, v) = \sum_{i,j} N_{i,n}(u)N_{j,m}(v)P_{i,j}, \quad (u, v) \in [0,1] \times [0,1]. \quad (\text{éq. IV-2.3.2})$$

Comme pour les courbes, les surfaces peuvent être ouvertes ou cycliques, et ce, dans chacune des deux directions déterminées par les deux paramètres. Une surface ouverte dans les deux directions sera du type plane. Une surface cyclique dans une des directions et ouverte dans l'autre sera du type cylindrique. Une surface cyclique dans les deux directions sera du type torique. Les surfaces nécessaires à la description des différentes parties de la tête sont

généralement de type cylindrique.

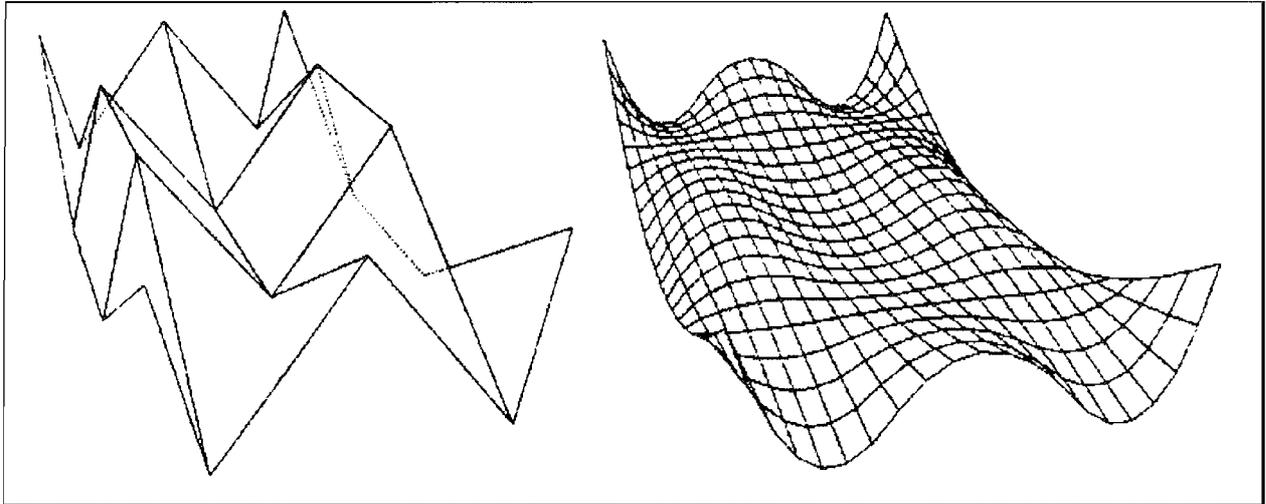


Figure 2.3.2 : à droite, surface B-spline ouverte représentée par ses lignes de paramètre en u et v de degré 2 en u et 3 en v . À gauche, grille bi-dimensionnelle de points de contrôle associée à la surface de droite.

En laissant un des paramètres constant et en faisant varier l'autre, on dessine une courbe sur la surface. Cette courbe sera appelée ligne de paramètre u , si u est constant et ligne de paramètre v , si v est constant.

2.3.3 NURBS

Les NURBS (Non-Uniform Rational B-Splines) sont une généralisation des B-splines. La définition des B-splines rationnelles s'obtient à partir de celle des B-splines classiques en remplaçant les fonctions splines $N_{i,n}$ par les fonctions rationnelles $R_{i,n}$ définies de la façon suivante :

$$R_{i,n}(t) = \frac{N_{i,n}(t)w_i}{\sum_j N_{j,n}(t)w_j} \quad (\text{éq. IV-2.3.3})$$

Les coefficients w_i , positifs ou nuls, sont associés à chaque point de contrôle P_i . Le vecteur noeud associé peut être irrégulier, la B-spline est alors non uniforme. Les NURBS permettent aussi bien de représenter les courbes et surfaces de forme quelconque que celles de forme standard telles que les cercles, sphères, cylindres, cônes ou tores.

2.4 Maillage d'une NURBS sur I-DEAS

Le logiciel I-DEAS permet de construire des courbes et des surfaces splines, de façon quasi automatique, à partir des points de contour des organes de la tête obtenus sur les images segmentées. Il permet ensuite de les mailler. Néanmoins, la manière dont sont choisis les points de contour influence beaucoup la forme de la surface obtenue, et notamment la forme des lignes de paramètres, qui joue un rôle primordial dans la génération du maillage. Nous allons présenter dans ce qui suit les méthodes de génération d'une NURBS, puis d'un maillage à partir d'une NURBS, utilisées par le logiciel I-DEAS afin de comprendre quels sont les problèmes qui peuvent se poser.

2.4.1 Construction d'une NURBS sur I-DEAS

Les images anatomiques fournissent un certain nombre de points à partir desquels il faut construire la surface des organes de la tête. Le but est d'obtenir la représentation de la surface à l'aide d'une NURBS donnant un maillage le plus régulier possible.

La méthode consiste à réaliser deux séries de courbes dans des directions orthogonales (voir figure 2.4.1), appelées réseau de courbes. Une des séries peut être cyclique, ce qui permet de décrire des surfaces de type cylindrique. Pour la description de la surface d'un organe, la série des splines cycliques correspond aux contours de l'organe vu sur les coupes axiales, tandis que l'autre série de courbe est réalisée en reliant les points d'une IRM à l'autre. Deux courbes appartenant chacune à une série différente peuvent éventuellement être disjointes, c'est à dire qu'elles ne s'interceptent pas nécessairement. La surface obtenue sera alors la surface moyenne décrite par le réseau de courbes. Ceci permet de lisser les erreurs sur les points de contour. Un exemple de surface obtenue à partir d'un réseau de courbes est montré sur la figure 2.4.1.

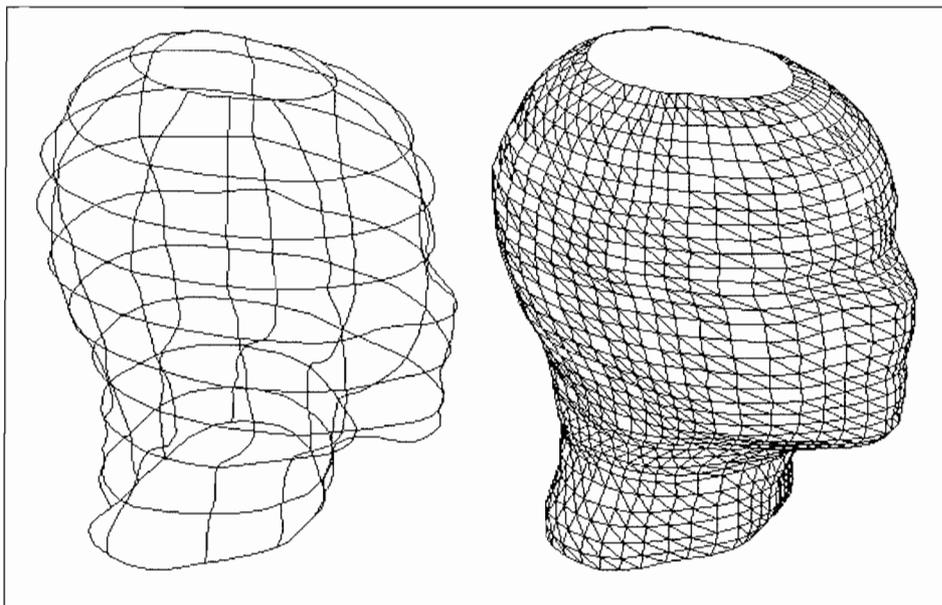


Figure 2.4.1 : A droite, surface obtenue à partir du réseau de courbes de gauche.

2.4.2 Espace de génération du maillage

I-DEAS utilise deux méthodes différentes pour générer la position des noeuds sur les surfaces à mailler. Dans les deux cas, la position des noeuds n'est pas calculée directement dans l'espace réel mais dans un espace de travail intermédiaire à deux dimensions. La position obtenue pour les noeuds est ensuite retranscrite sur la géométrie réelle. Les deux méthodes utilisent des espaces de travail différents : la première utilise la MAP (Maximum Area Plane), la deuxième utilise l'espace des paramètres de la spline.

2.4.2.1 Maillage à l'aide de l'espace MAP

L'espace MAP (Maximum Area Plane) est le plan de projection sur lequel la surface que l'on veut mailler se projette avec une aire maximum (voir figure 2.4.2.1). Les contours de la surface sont projetés sur ce plan et le maillage est généré de façon classique sur le plan (l'algorithme n'est pas précisé, mais il s'agit probablement d'un algorithme de type Delaunay [Hermeline, 1980]). Les noeuds obtenus sont ensuite projetés sur la surface réelle initiale. Les maillages générés par cette méthode sont les plus réguliers. Elle est automatiquement utilisée pour les surfaces planes par le logiciel I-DEAS.

Cependant, cette méthode ne permet pas d'obtenir un maillage de n'importe quelle

surface. Il faut en effet trouver un plan sur lequel une bijection peut s'établir avec les points de la surface à mailler, c'est à dire qu'à chaque point de la MAP, il doit correspondre un point et un seul de la surface. Ceci n'est généralement pas possible, lorsque la surface est de révolution ou trop courbée (voir figure 2.4.2.1). L'angle entre deux plans tangents extrêmes de la surface doit typiquement être toujours inférieur à 120 degrés. Par exemple, il n'est pas possible de mailler directement par cette méthode une demi-sphère. Il faut découper la demi-sphère en quatre parties, ce qui supprime la singularité des deux pôles opposés.

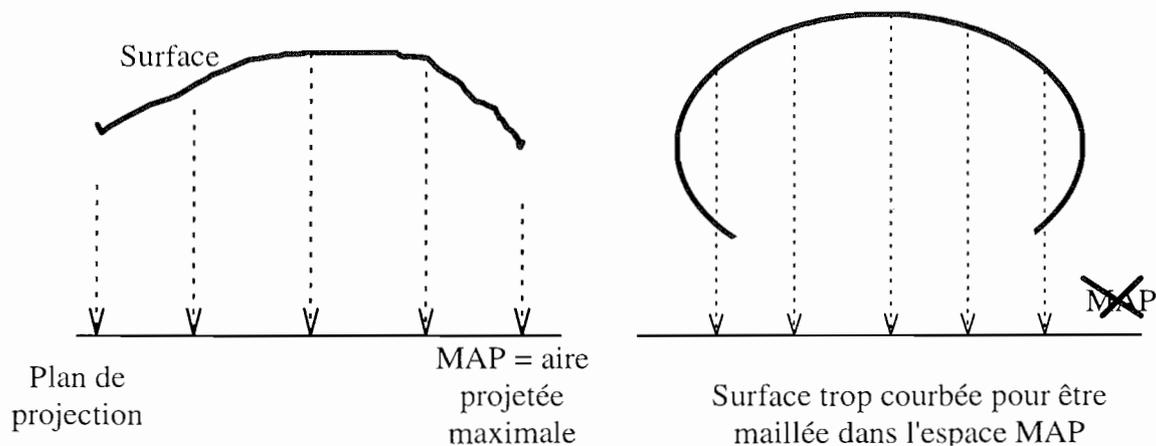


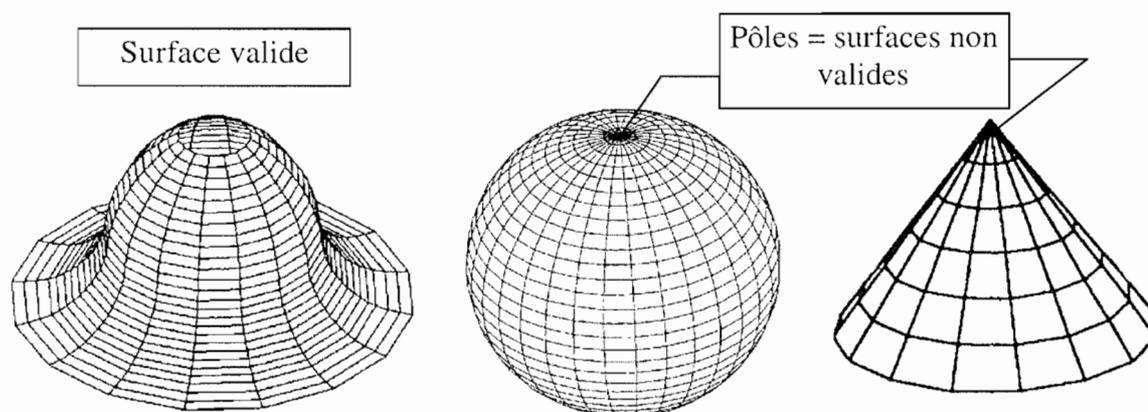
Figure 2.4.2.1 : maillage d'une surface dans la MAP (Maximum Area Plane). La MAP est le plan de projection pour lequel l'aire projetée de la surface est maximale. Les surfaces trop courbées pour être projetées sur un plan ne peuvent pas être maillées en une seule fois dans l'espace MAP. Il faut alors soit couper la surface, soit utiliser l'autre espace de maillage (paragraphe 2.4.2.2).

Cette méthode pourra néanmoins être utilisée pour obtenir les maillages de sphères, en découpant la sphère en huitièmes. Les surfaces peuvent alors être projetées sur un plan et les maillages de sphères obtenus sont très réguliers (voir paragraphe 3.3). Cette méthode n'a pas pu être utilisée pour les maillages réalistes qui comportent des surfaces de révolution ou des surfaces trop courbées. Les maillages réalistes seront réalisés dans l'espace des paramètres.

2.4.2.2 Maillage à l'aide de l'espace des paramètres

L'espace des paramètres est l'espace à deux dimensions $[0,1] \times [0,1]$ dans lequel évoluent les paramètres u et v associés à la spline. Une discrétisation régulière est appliquée dans cet espace, les points correspondant de la spline sont ensuite calculés par application de la formule de définition donnée au paragraphe 2.3.2.

La méthode est applicable à toute surface spline ne contenant pas de point singulier, comme un pôle d'une sphère ou le sommet d'un cône, vers lequel convergent les lignes de paramètres (voir figure 2.4.2.2). Cette méthode fonctionne même pour des surfaces irrégulières comme celles de la tête mais les maillages obtenus ne sont pas aussi réguliers que ceux obtenus avec l'espace MAP. En effet, lorsque les lignes de paramètres se resserrent, la taille des mailles diminue. Cette méthode donne de bons résultats lorsque la surface se rapproche d'un cylindre (voir figure 2.4.2.2).



On comprend alors que pour obtenir un maillage régulier, les lignes de paramètres doivent se promener de la façon la plus régulière possible le long de la surface spline. Ceci constitue la condition principale à obtenir lors de la réalisation des surfaces.

2.4.3 Choix des points de contour

Lors de la construction des NURBS, les lignes de paramètres de la surface obtenue dépendent fortement de la position initiale des points de contour à partir desquels ont été créés les courbes. Plus les points sont régulièrement répartis, plus les lignes de paramètres se déplacent de façon régulière sur la surface. Plus les points sont pris de façon aléatoire et plus les lignes de paramètres sont tordues (les lignes peuvent se recourber sur la surface, alors que la surface est lisse).

Dans ces conditions, même si la surface décrit correctement l'organe, le maillage que l'on obtiendra sera très irrégulier, voire irréalisable. Il est donc nécessaire de choisir les points

de contour de l'organe de la façon la plus régulière possible. Ce point est crucial et ne peut se résoudre qu'au cas par cas. En effet, il ne s'agit pas simplement d'améliorer la qualité des maillages, mais la faisabilité même du maillage peut en dépendre.

Qu'entend-on par régulier? Pour choisir un certain nombre de points sur un contour de façon régulière, deux possibilités s'offrent à nous :

1. Choisir une répartition de points équidistants sur le contour.
2. Choisir une répartition angulaire régulière des points.

La première solution est toujours applicable mais lorsque le contour se déforme d'une IRM à l'autre, il se crée un décalage sur l'un des paramètres qui se retrouve sur la spline (voir figure 2.4.3).

La répartition angulaire donne de meilleurs résultats, cependant, elle n'est pas toujours possible. En effet, pour obtenir une répartition angulaire régulière, il est nécessaire de choisir un point central à partir duquel sont sous tendus les angles (on prend généralement le centre de gravité du contour). Il arrive que des contours soient très tordus et il n'est plus possible de trouver un point à partir duquel on peut voir tout le contour, voire, le centre de gravité se retrouve à l'extérieur du contour (voir figure 2.4.3). En règle générale, la répartition angulaire régulière n'est possible que si le contour est convexe ou faiblement concave (il faut trouver un point tel que toutes les demi-droites partant de ce point coupent le contour une fois et une seule fois).

Si la répartition angulaire n'est pas possible, on choisit une répartition équidistante en commençant sur un plan de symétrie du contour, s'il existe.

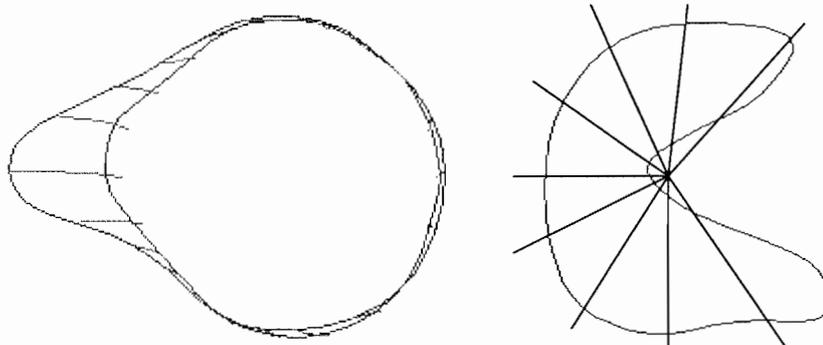


Figure 2.4.3 : problème de répartition des points de contours. A gauche la répartition est équidistante sur chaque profil. Problème : d'un profil à l'autre, les points se retrouvent décalés. A droite, profil d'un ventricule ne permettant pas une répartition angulaire satisfaisante des points.

La méthode à appliquer pour obtenir les meilleurs résultats ne peut pas être déterminée de façon globale, elle doit être adaptée à l'organe qui est traité. Pour les contours extérieurs de la tête, du cerveau et de l'os simplifié de notre modèle réaliste (voir chapitre V), nous avons utilisé une répartition angulaire régulière des points sur chaque contour. Pour la modélisation de parties fines et plus tordues comme les ventricules, nous avons utilisé une répartition équidistante. Pour la modélisation fine de l'os de notre fantôme, nous avons choisi de garder une répartition angulaire régulière, qui donnait de meilleurs résultats, mais l'os a dû être séparé en plusieurs parties (voir chapitre VII).

2.5 Maillage volumique de la tête

Pour chaque surface délimitant une partie de la tête (la peau, le crâne et le cerveau dans notre modèle), il faut extraire une série de points de contour et obtenir une représentation de la surface par une NURBS sur I-DEAS. Des volumes délimités par ces surfaces peuvent ensuite être construits.

Pour réaliser le maillage d'un volume, I-DEAS commence par mailler toutes les surfaces qui le délimitent. La qualité du maillage volumique dépend fortement de la qualité du maillage obtenu pour les surfaces. Si le volume est convexe et le maillage des surfaces régulier, le maillage volumique sera généralement réalisable. Si le maillage surfacique est très irrégulier, il est probable que le maillage volumique ne pourra pas être généré. I-DEAS fournit une pré-visualisation du maillage des surfaces avant de commencer la génération des noeuds en volume, ce qui permet de choisir si la génération en volume (souvent longue) doit être effectuée ou non.

Le problème se complique lorsque l'on veut réaliser un maillage de la tête avec plusieurs compartiments. En effet, les volumes à mailler peuvent être fins par endroits (en particulier pour l'os et la peau) et même si le maillage des surfaces est bon, il est difficile d'obtenir un maillage du volume. Chaque surface ne doit en effet être maillée qu'une seule fois pour que les conditions de continuité du maillage, énoncées au paragraphe 1.1, soient vérifiées à la traversée d'une surface intermédiaire (surface entre le cerveau et l'os et surface entre l'os et

la peau). Les mailles de deux surfaces proches l'une de l'autre (de part et d'autre de l'os et de la peau) ne se correspondent pas nécessairement (en taille, nombre et position) et le maillage du volume entre les deux est alors impossible à obtenir. Un maillage de notre modèle a pu être obtenu après de nombreux essais avec différentes tailles de mailles et de légères retouches de la géométrie.

3 - Le logiciel I-DEAS

3.1 Présentation générale

Le logiciel I-DEAS (Integrated Design Engineering Analysis Software) est un logiciel de CAO complet spécialement conçu pour l'analyse de structures mécaniques complexes par la méthode des éléments finis. Il est développé par la société américaine SDRC. La version que nous avons utilisée comporte un descripteur géométrique et un mailleur. Les autres modules ne sont pas utiles à la résolution de notre problème.

Le descripteur géométrique d'I-DEAS utilise les NURBS pour la représentation des courbes et surfaces en trois dimensions, ce qui en fait le seul logiciel commercial actuel à pouvoir représenter les surfaces totalement quelconques des différents organes de la tête. Les maillages obtenus avec I-DEAS sont ensuite transférés dans le logiciel Flux3d, décrit au chapitre précédent, pour la résolution du problème direct.

3.1.1 Le descripteur géométrique

Ce module contient essentiellement deux parties :

- Un premier sous-module permettant de récupérer les points de contour obtenus sur les IRM et de construire les courbes et les surfaces correspondant aux différents organes de la tête.
- Un deuxième sous-module permettant de créer des volumes, soit directement

(sphère, cubes, cônes...), soit à partir des surfaces créées dans le premier sous-module. La description complète d'un ou de plusieurs volumes est appelée un *objet*. De nouveaux objets peuvent être obtenus par addition, soustraction ou séparation d'autres objets. Ce module permettra notamment de créer les objets nécessaires pour obtenir un maillage de sphère à plusieurs couches, ou d'assembler les différentes couches de la tête.

3.1.2 Le mailleur

Trois sous-modules sont disponibles :

- Un sous-module permettant de générer un maillage. L'objet créé à l'aide du descripteur est transféré dans ce module et maillé de façon entièrement automatique. La géométrie de l'objet est transcrite en surfaces et volumes associés à un maillage et appelés *mesh_area* et *mesh_volume*. Les *mesh_areas* et *mesh_volumes* peuvent être créés ou modifiés manuellement. Le choix des caractéristiques des éléments (type, taille, ordre) et la vérification a posteriori de la qualité du maillage sont également réalisés dans ce module. Un même objet peut être maillé soit en surface, soit en volume.
- Un sous-module permettant de remodeler un maillage afin d'améliorer la régularité ou la distorsion des éléments. Un maillage adapté à l'évolution d'une grandeur donnée peut également être réalisé. Cette option n'a pas été utilisée.
- Le dernier sous module disponible est une partie réduite du descripteur géométrique qui permet d'apporter certaines modifications nécessaires sur la géométrie.

3.2 Réalisation d'un maillage

Les différentes étapes de réalisation d'un maillage sont les suivantes :

1. Réalisation d'un ou de plusieurs objets décrivant la géométrie des volumes à mailler.
2. Choix des options de maillage
3. Maillage des objets.
4. Vérification de la validité et de la qualité du maillage et éventuellement, modification du maillage pour améliorer sa régularité.
5. Association des éléments à des matériaux.

6. Enregistrement du maillage dans un fichier universel pour l'exploitation.

Maillage du second ordre.

Les maillages de tête du second ordre que nous avons réalisés sur I-DEAS sont généralement très distordus. Il est préférable de générer un maillage du premier ordre. Un maillage du second ordre peut ensuite être obtenu, à partir du premier, en ajoutant un noeud supplémentaire sur chaque arête d'un élément. Les éléments du second ordre ainsi obtenus ont donc toujours des surfaces planes et les surfaces délimitant les organes ne seront donc pas mieux représentés. Néanmoins, les éléments ainsi obtenus sont sans distorsion et les fonctions associées sont bien paraboliques, ce qui améliore la solution (voir chapitre V).

3.3 Maillage d'une sphère

Pour valider la méthode des éléments finis, nous avons résolu le problème direct dans un cas sphérique. Il a donc été nécessaire de générer des maillages volumiques de sphère.

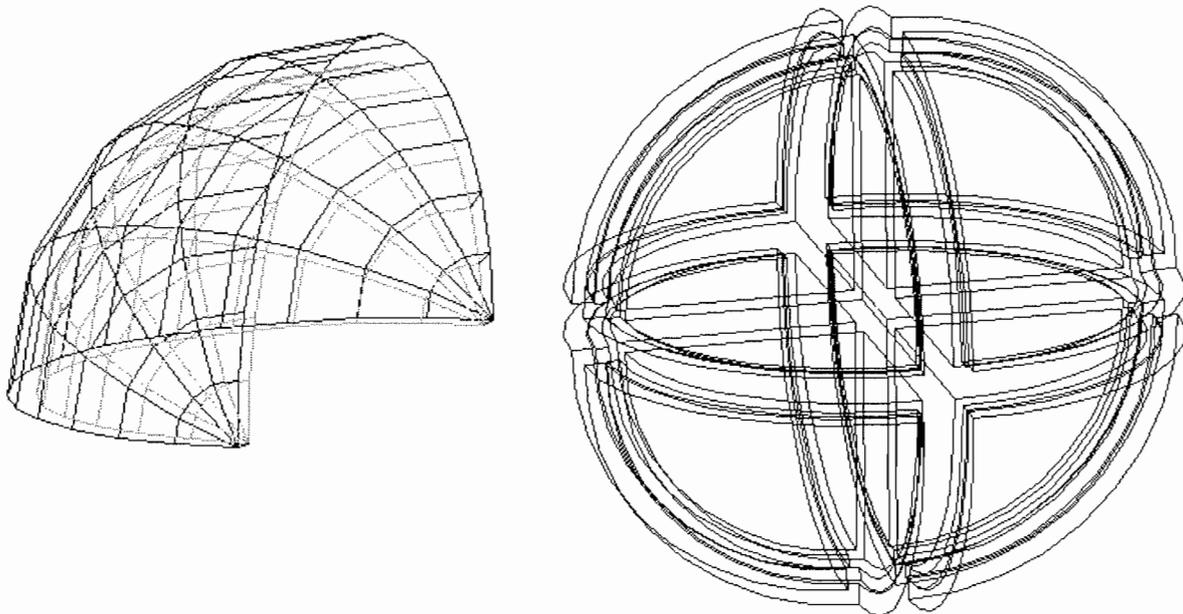


Figure 3.3a : le quart de sphère (à gauche) ne peut être maillé dans l'espace MAP à cause des deux pôles. Il faut donc séparer chaque couche en huitièmes. A droite, trois couches, chacune séparée en huit parties, donnent les 24 objets à mailler.

Des couches sphériques peuvent être réalisées par soustraction de deux sphères. Comme nous l'avons vu au paragraphe 2.4.2, les pôles d'une sphère constituent deux points singuliers pour une NURBS et il n'est pas possible de mailler la sphère dans l'espace des paramètres. Il faut donc la mailler à l'aide de l'espace MAP, mais pour cela, il est nécessaire de couper la sphère en huit parties de façon à ne jamais avoir deux pôles opposés de 180 degrés (voir figure 3.3a). La figure 3.3b montre un exemple de maillage de sphères à trois couches obtenu avec I-DEAS.

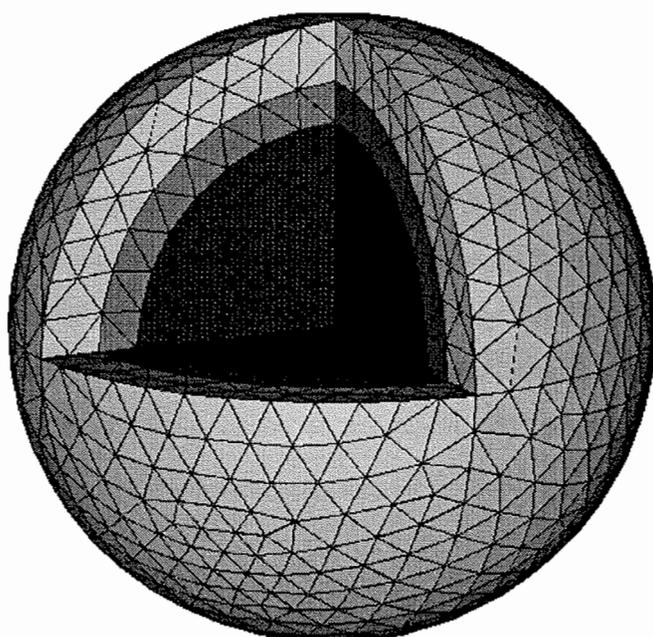


Figure 3.3b : maillage d'une sphère à trois couches comportant 13500 tétraèdres (taille moyenne des arêtes des mailles : 10 mm).

3.4 Maillages réalistes

3.4.1 Récupération des points de contours

Le but est de récupérer un certain nombre de points de contour sur chaque image de façon à décrire les surfaces de chaque organe de la tête.

Après avoir isolé un ou plusieurs organes des images segmentées initiales, un lissage en trois dimensions est effectué. Ce lissage est nécessaire pour obtenir des surfaces qui seront maillées plus facilement par I-DEAS. Une largeur de 3 à 7 pixels pour la fenêtre de lissage est généralement nécessaire. Certains détails anatomiques trop torturés doivent également être

supprimés, c'est le cas notamment des oreilles pour la surface extérieure ou des mâchoires pour l'os. Ces modifications ont été réalisées manuellement, image par image sur le logiciel Paint Shop Pro.

Une série de points est ensuite extraite des contours de chaque image en procédant comme suit :

- Remplissage des parties intérieures de l'objet.
- Détection des points de contour et choix du contour.
- Choix d'un nombre fixé de points du contour répartis de façon régulière (voir paragraphe 2.4.3).

Pour obtenir une répartition angulaire régulière des points, on recherche les intersections du contour avec un faisceau de demi-droites régulièrement réparties. La position du sommet à partir duquel sont tirées les demi-droites est une position intermédiaire entre le barycentre de la coupe et le barycentre de la coupe précédente. Ceci permet de lisser les déplacements trop rapides du contour d'une coupe à l'autre (c'est le cas notamment lorsque l'on passe du cervelet à la partie supérieure du cerveau).

Le nombre de points choisis par contour dépend de la taille de l'objet que l'on traite. Plus le nombre de points sera élevé et plus la description sera précise, mais plus il sera difficile d'obtenir un maillage régulier. Le nombre de coupes doit être choisi de façon à obtenir une répartition régulière des points dans l'espace.

Les points obtenus sont enregistrés dans un fichier au format universel que l'on peut lire sur I-DEAS.

3.4.2 Maillage de la tête

Les objets correspondant aux trois parties de notre modèle sont représentés sur la figure 3.4.2a. Pour un maillage surfacique uniquement (pour les intégrales de frontière), il suffit de mailler chaque objet, pris séparément, en surface. La figure 3.4.2b donne un exemple de maillages surfaciques que nous avons pu réaliser à partir des objets de la figure 3.4.2a.

Pour le maillage volumique, doit être créé, à partir des trois premiers, un nouvel objet qui représente la tête avec ses trois couches. La représentation de la tête en un seul objet ainsi obtenue ne peut être maillée du fait de sa trop forte complexité. Il a donc été nécessaire de couper l'objet en trois parties, comme le montre la figure 3.4.2c pour que I-DEAS puisse le mailler. La figure 3.4.2d montre le maillage volumique du premier ordre que nous avons obtenu.

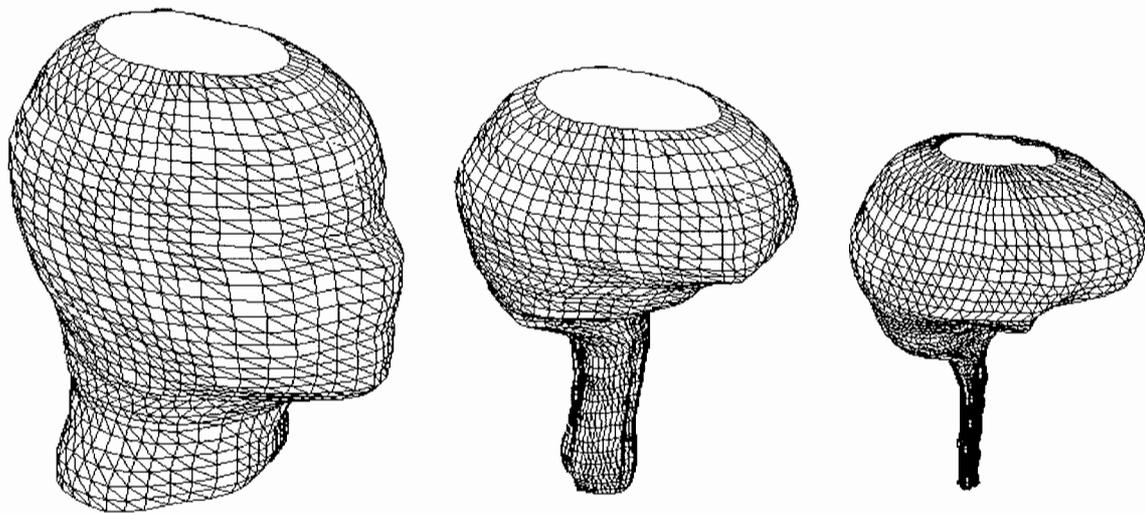


Figure 3.4.2a : surfaces de la peau, de l'os et du cerveau obtenues sur I-DEAS. Certaines simplifications ont du être réalisées : les oreilles, les mâchoires inférieures et supérieures ne sont pas modélisées.

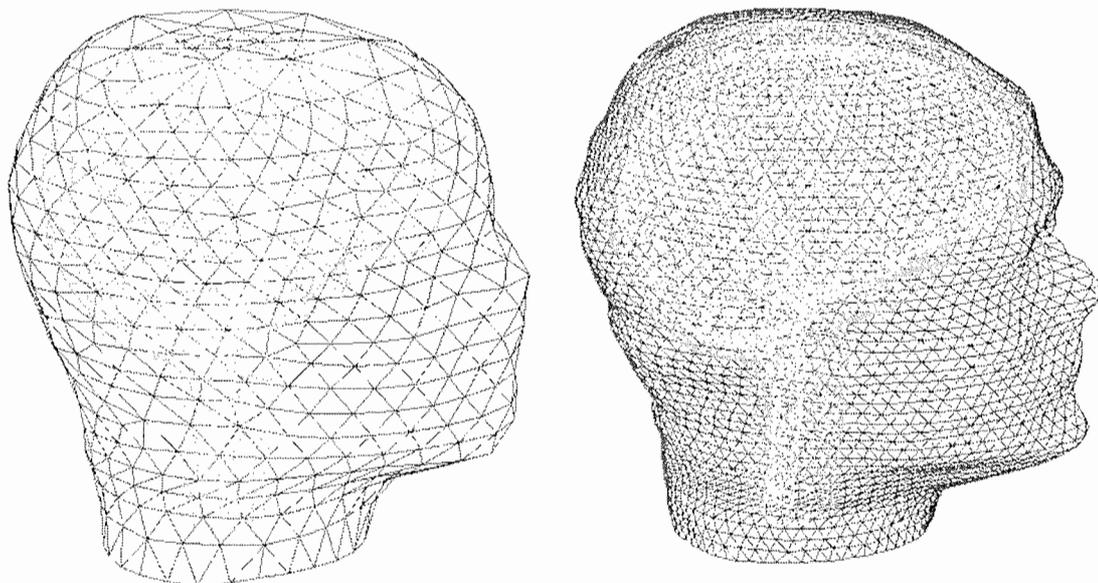


Figure 3.4.2b : maillages surfaciques. A gauche 3180 éléments (taille moyenne des arêtes : 10 mm). A droite, 15114 éléments (taille moyenne des arêtes : 4 mm).

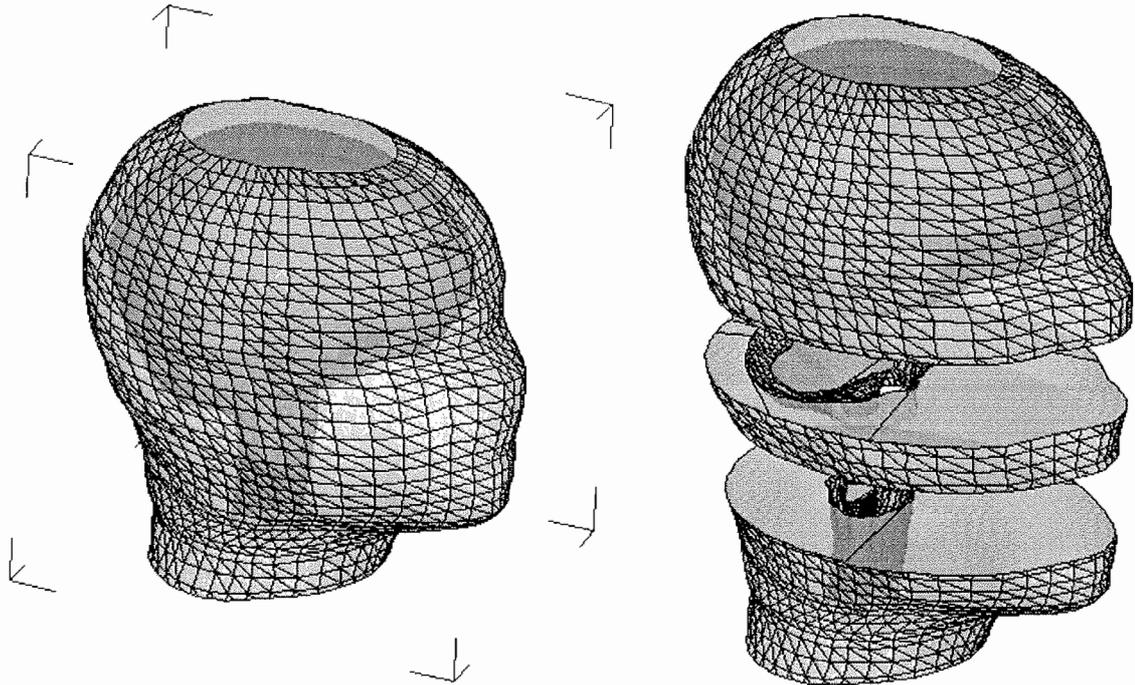


Figure 3.4.2c : à gauche, objet final représentant les trois couches de la tête. A droite, séparation de l'objet en trois parties pour le maillage.

Si l'on choisit des éléments paraboliques, on obtient généralement de très mauvais résultats sur les parties fines de la tête (beaucoup de distorsion). Les commandes de correction ne suffisent pas pour supprimer la distorsion. Il est alors préférable de générer un maillage du premier ordre avec I-DEAS. Ce maillage peut ensuite être transformé en un maillage du second ordre comme indiqué au paragraphe 3.2.

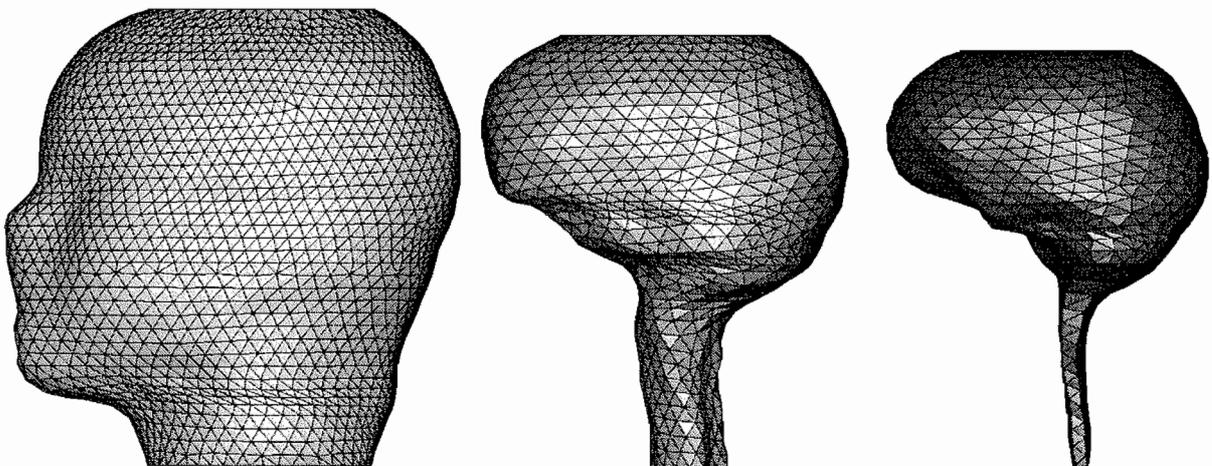


Figure 3.4.2d : maillage volumique de la tête obtenue sur I-DEAS. La peau comporte 23000 tétraèdres, l'os 6000 et le cerveau 14000 (taille moyenne des arêtes des éléments : 10 mm).

3.4.3 Maillage des ventricules

Nous avons voulu tester la possibilité de réaliser sur le logiciel I-DEAS des maillages de petites structures de la tête assez complexe. C'est le cas notamment des ventricules dont on soupçonne qu'ils ont une influence non négligeable pour les sources profondes des noyaux gris centraux, situés à proximité. La figure 3.4.3a montre les objets correspondant au quatrième ventricule et aux ventricules latéraux. La figure 3.4.3b montre les maillages volumiques de ces objets. Ces maillages ont été réalisés durant un projet de fin d'étude que nous avons dirigé.

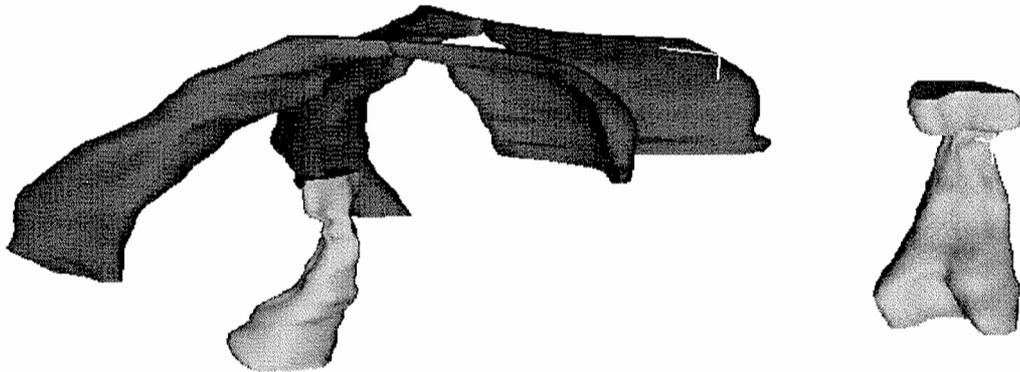


Figure 3.4.3a : objets représentant le quatrième ventricule et les ventricules latéraux. Le quatrième ventricule est montré plus en détail à droite.

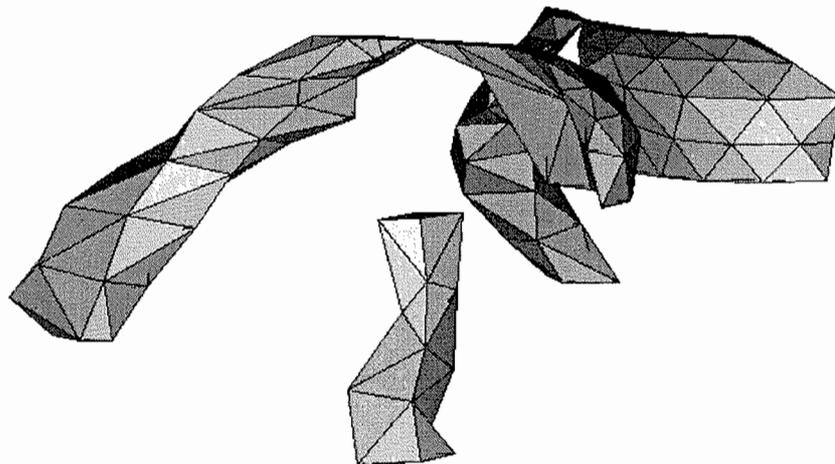


Figure 3.4.3b : maillage volumique du quatrième ventricule (36 éléments) et des ventricules latéraux (152 éléments chacun). Taille moyenne des arêtes : 6 mm.

Nous n'avons malheureusement pas eu le temps d'insérer ces maillages dans la tête pour tester l'influence des ventricules par des simulations.

3.5 Conclusions sur le logiciel I-DEAS et évolutions possibles

Malgré les difficultés que nous avons rencontrées pour réaliser un premier maillage de tête sur I-DEAS, nous restons optimiste quant à l'emploi de ce logiciel pour réaliser des maillages des structures précises de la tête adapté à la géométrie de chaque individu. Les maillages que nous avons réalisés des ventricules montrent qu'il est possible de mailler des petites structures complexes. Le maillage précis de l'os de notre fantôme que nous avons obtenu (chapitre VII) en est un autre exemple. Une fois que la procédure de réalisation d'un maillage est bien définie (volumes et surfaces fixés), elle est ensuite aisément reproductible, même si la géométrie varie plus ou moins comme c'est le cas d'un individu à l'autre.

D'autre part, les possibilités qu'offre le logiciel I-DEAS sont nombreuses et variées et sont loin d'avoir toutes été explorées. Notamment, deux possibilités de raffinement du maillage sont offertes, qu'il serait intéressant de mettre en oeuvre.

- Raffinement du maillage lié à la géométrie. Il est possible d'obtenir un maillage plus fin dans les parties plus petites de la tête. La difficulté consiste à décrire la géométrie de façon appropriée pour pouvoir spécifier correctement les caractéristiques locales du maillage. En effet, une restriction liée à I-DEAS impose que la taille locale des éléments soit spécifiée en certains points de la géométrie ou le long des courbes décrivant la géométrie.
- Raffinement du maillage à partir des variations d'une grandeur externe. Il est possible de faire du maillage adaptatif en fonction des variations d'une grandeur donnée, qui pourrait être dans notre cas le potentiel électrique calculé par Flux3d. Ce module n'est pour le moment pas disponible dans la version d'I-DEAS que nous utilisons.

Chapitre V

Résultats sur des simulations numériques

Dans ce chapitre, nous validons la méthode des éléments finis mise en place sur le logiciel Flux3d (chapitre III) en comparant les résultats obtenus avec les résultats analytiques sur un modèle sphérique. L'influence des paramètres de la méthode (taille et ordre des mailles et formulation) est étudiée. Nous présentons aussi des résultats sur l'influence de la valeur des conductivités et de l'anisotropie de l'os, à la fois sur le modèle sphérique et sur le modèle réaliste dont le maillage a été réalisé au chapitre IV. Seuls le problème direct est considéré dans ce chapitre.

1 - Introduction à l'évaluation du problème direct

1.1 Modèles utilisés et configurations de calcul

Deux modèles ont été utilisés pour l'évaluation du problème direct. Un modèle sphérique à trois couches a été utilisé pour la validation des calculs par la méthode des éléments finis. Les rayons et les conductivités utilisés sont donnés dans le tableau 1.1. Plusieurs maillages ont été réalisés pour ce modèle : seules la taille des mailles et l'ordre des mailles varient. Un modèle de tête réaliste à trois couches a été utilisé pour étudier l'influence des valeurs des conductivités et l'influence de l'anisotropie de l'os. Le maillage correspondant à ce modèle est montré figure 3.4.2d du chapitre IV.

Milieu	Peau	Os	Cortex
Rayon normalisé	1	0.92	0.87
Conductivité (Sm^{-1})	1	isotrope : 0.0125 radial : 0.0125 tangential : 0.125	1

Tableau 1.1 : caractéristiques du modèle sphérique utilisé pour les simulations. Les mêmes conductivités ont été utilisées pour le modèle réaliste.

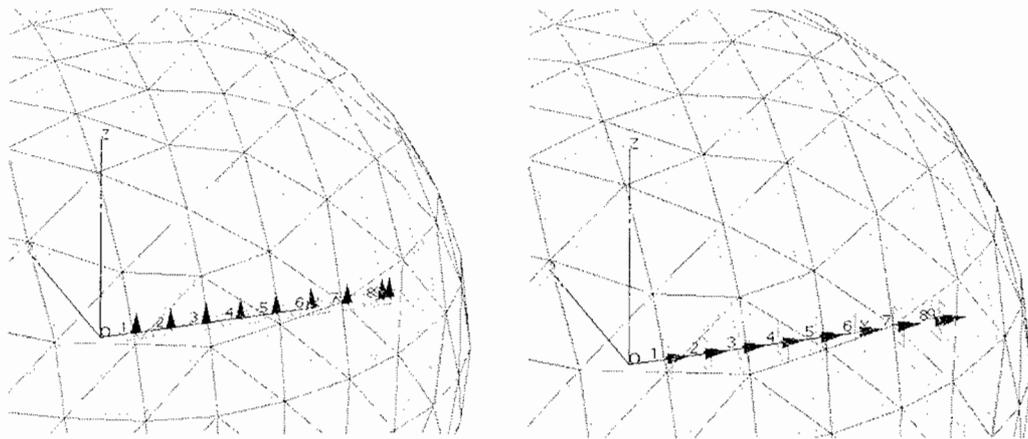


Figure 1.1 : positions des dipôles utilisées pour la validation des calculs en éléments finis. À gauche dipôle tangentiel, à droite, dipôle radial. La validation des calculs est effectuée avec un seul dipôle à la fois. La position du dipôle est repérée par sa distance au centre, normalisée par le rayon de la surface extérieure (l'excentricité du dipôle). Les valeurs d'excentricité utilisées pour la sphère sont 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8 et 0.82. Les excentricités correspondant aux trois surfaces sont 0.87, 0.92 et 1.

Pour chaque étude, la distribution de potentiel ou de champ magnétique est calculée pour un dipôle dont la position varie du centre vers l'extérieur. La position du dipôle est donnée par son excentricité (distance normalisée par le rayon extérieur de la sphère par rapport au centre de la sphère). Le dipôle peut être radial ou tangentiel (voir figure 1.1b).

Dans le cas sphérique, le potentiel est calculé en 256 points répartis régulièrement sur la surface externe de la sphère. Dans le cas réaliste, le potentiel est calculé en 668 points répartis sur la peau et qui sont les noeuds du maillage surfacique de gauche de la figure 3.4.2b du chapitre IV. Le champ magnétique est calculé dans les deux cas au niveau de 71 des 143 capteurs de la machine MEG de CTF (le nombre de capteurs a été réduit compte tenu des temps de calcul).

1.2 Critères d'erreur

La comparaison entre deux distributions calculées (comparaison méthode des éléments finis, méthode analytique ou comparaison os isotrope, os anisotrope) se fait à l'aide des deux critères suivants introduits par Meijs en 1989 [Meijs et al, 1989] pour les calculs par intégrale de frontière.

Le RDM (Relative Difference Measure) définis sur une surface S :

$$RDM = \left[\int_S \left(\frac{A_{\text{calculé}}}{\sqrt{\int_S A_{\text{calculé}}^2 dS}} - \frac{A_{\text{référence}}}{\sqrt{\int_S A_{\text{référence}}^2 dS}} \right)^2 dS \right]^{1/2}$$

A est une grandeur scalaire pouvant être le potentiel électrique ou la partie radiale du champ magnétique.

Le MAG (MAGnification factor) :

$$MAG = \left[\frac{\int_S A_{\text{calculé}}^2 dS}{\int_S A_{\text{référence}}^2 dS} \right]^{1/2}$$

Le MAG donne une indication des erreurs sur l'amplitude de la grandeur A tandis que la RDM estime les différences entre l'allure des deux distributions sur la surface S .

1.3 Choix d'une référence pour le potentiel

Plusieurs choix de référence sont possibles pour le potentiel électrique. Nous avons choisi une référence moyenne nulle sur la surface extérieure. Comme le calcul est réalisé en fixant la valeur du potentiel sur un des noeuds du maillage à une valeur nulle, il est nécessaire

de modifier la valeur de la référence après calcul.

2 - Validation du calcul en éléments finis (modèle sphérique)

Les résultats donnés par la méthode des éléments finis ont été validés par comparaison avec les résultats analytiques du modèle sphérique. Les critères d'erreur sont donc calculés en prenant les résultats analytiques comme référence.

Le calcul du champ magnétique s'effectue par intégration de la loi de Biot & Savart après avoir réalisé le calcul du potentiel par éléments finis. Les résultats obtenus sur le potentiel sont donc très importants, y compris pour le calcul du champ magnétique. Nous nous sommes donc attaché dans un premier temps à valider les calculs par éléments finis sur le potentiel uniquement. Nous verrons dans le dernier paragraphe la validation du calcul du champ magnétique par intégration de la loi de Biot et Savart.

2.1 Apport du calcul en potentiel total

Nous avons vu au chapitre III (paragraphe 2.5) qu'il était possible de calculer la solution soit en potentiel réduit U , soit en potentiel total V dans les couches ne contenant pas de sources, c'est à dire dans notre modèle, dans l'os et la peau. Nous rappelons que ces grandeurs sont reliées par la formule :

$$V = U + V_s$$

où V_s est le potentiel dû aux sources dans un milieu homogène infini.

Il est possible de choisir la méthode de calcul dans une couche, indépendamment de celle utilisée dans les autres. Nous avons calculé une distribution de potentiel dans trois cas différents :

1. Un calcul en potentiel réduit dans toutes les couches de la sphère.

2. Un calcul en potentiel total dans la peau uniquement, le calcul dans le cerveau et l'os étant effectué en réduit.
3. Un calcul en potentiel total dans l'os et la peau, le calcul dans le cerveau étant effectué en réduit.

La figure 2.1a donne l'évolution du RDM et du MAG dans ces différents cas pour un dipôle tangentiel à la surface et se déplaçant du centre vers l'extérieur de la sphère (voit figure 1.1). Le calcul est effectué pour un os anisotrope, le calcul analytique présenté au chapitre II étant adapté au calcul avec des conductivités anisotropes. Le calcul avec un os anisotrope est en effet le plus compliqué et donc comporte a priori plus d'erreur. C'est aussi celui qui nous intéresse directement. Nous vérifierons plus loin que le calcul avec un os isotrope ne produit pas d'erreur plus importante. Le maillage de sphère utilisé pour ces calculs comporte 41368 tétraèdres dont la taille moyenne des arêtes est de 10 mm. La figure 2.1b présente les mêmes résultats pour un dipôle radial.

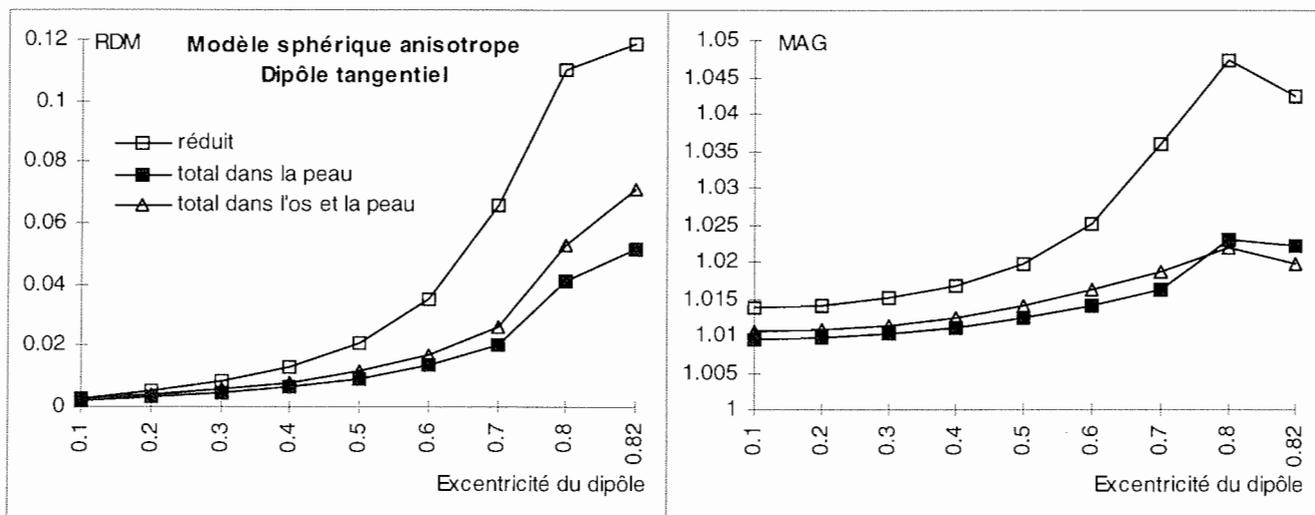


Figure 2.1a : RDM et MAG obtenus pour des distributions de potentiel calculées avec différentes configurations de calcul, potentiel réduit dans toute la sphère, potentiel total dans la couche la plus externe uniquement (peau), potentiel total dans les deux dernières couches (l'os et la peau). Résultats pour un dipôle tangentiel.

Dans le cas du dipôle tangentiel, tout comme dans le cas du dipôle radial, les erreurs sur la distribution du potentiel sont fortement diminuées lorsque l'on utilise la formulation en potentiel total dans la peau. En effet, nous avons utilisé une conductivité 80 fois plus faible pour l'os que pour la peau et le cerveau. A la traversée de l'os, le potentiel V chute donc fortement, ce qui n'est pas le cas de V_r , potentiel calculé dans un milieu infini homogène. Le

potentiel V est donc beaucoup plus faible dans la peau que U et V_s dont il est la somme. On retrouve donc dans V toutes les erreurs numériques dues à la différence de deux nombres élevés lorsque l'on passe par le calcul du potentiel réduit. Le calcul direct du potentiel total dans la peau par les éléments finis supprime ce problème et diminue ainsi les erreurs.

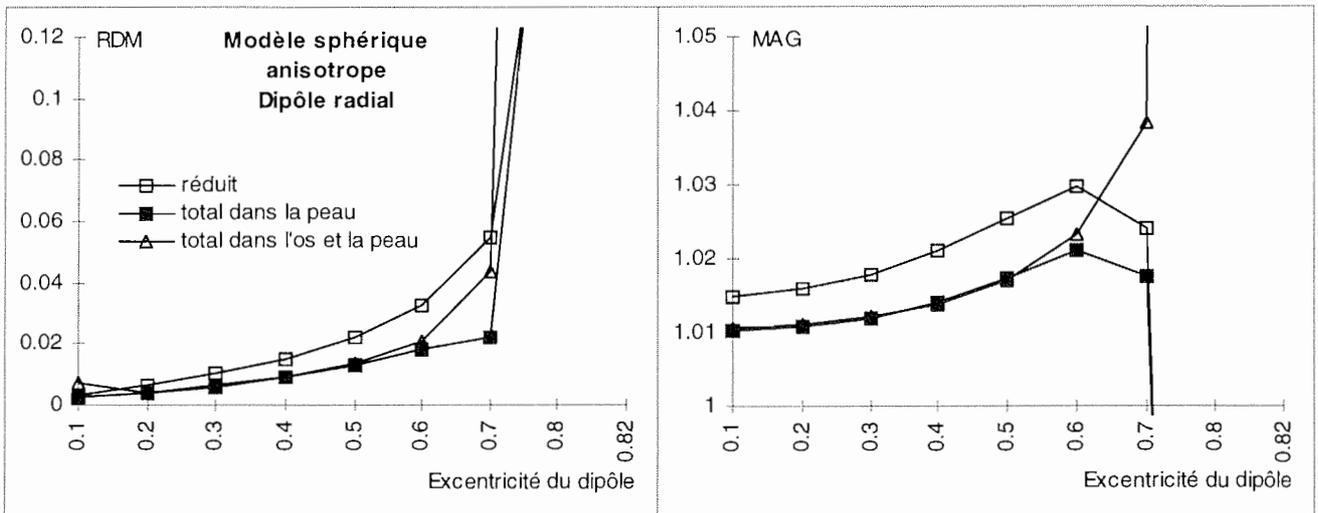


Figure 2.1b : même chose que la figure 2.1a avec un dipôle radial.

On pourrait penser que l'utilisation d'une formulation en potentiel total dans l'os en plus de la peau améliore encore la précision du calcul. Les figures 2.1a et 2.1b montrent qu'il n'en est rien. Au contraire, si les erreurs sont équivalentes pour les faibles excentricités, l'ajout de la formulation en total dans l'os diminue fortement la précision du calcul lorsque l'excentricité devient supérieure à 0.6. Ceci peut s'expliquer par le fait que le dipôle est alors très près de l'interface os-cerveau. La singularité due au dipôle est alors trop près de cette interface et les valeurs du potentiel trop élevées pour que le calcul direct du potentiel total (qui contient la singularité au niveau du dipôle) soit plus précis que le calcul en potentiel réduit (qui ne contient pas la singularité du dipôle, voir chapitre III). On peut également remarquer que le calcul du potentiel avec un dipôle radial de grande excentricité est très imprécis alors qu'un dipôle tangentiel disposé au même endroit donne un résultat beaucoup plus précis. Les gradients des valeurs de potentiel sur la surface extérieure sont en effet beaucoup plus élevés pour le dipôle radial que pour le dipôle tangentiel, ce qui diminue d'autant la précision du calcul.

2.2 Maillages du premier ordre et maillages du second ordre

Les figures 2.2a et 2.2b montrent que l'utilisation de maillages du second ordre pour le calcul du potentiel, diminue fortement les erreurs avec un supplément de temps de calcul de 20 à 30% seulement.

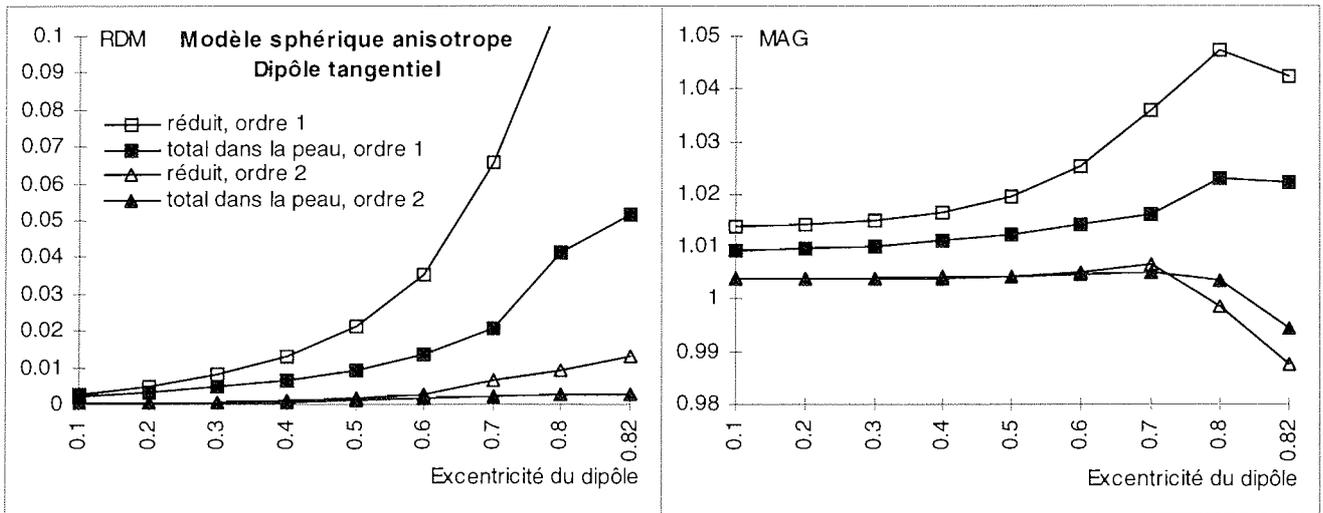


Figure 2.2a : RDM et MAG pour des distributions de potentiel calculées avec un maillage du premier ordre et un maillage du second ordre. Deux formulations sont utilisées : réduite dans toute la sphère ou totale dans la peau uniquement. Résultats pour un dipôle tangentiel.

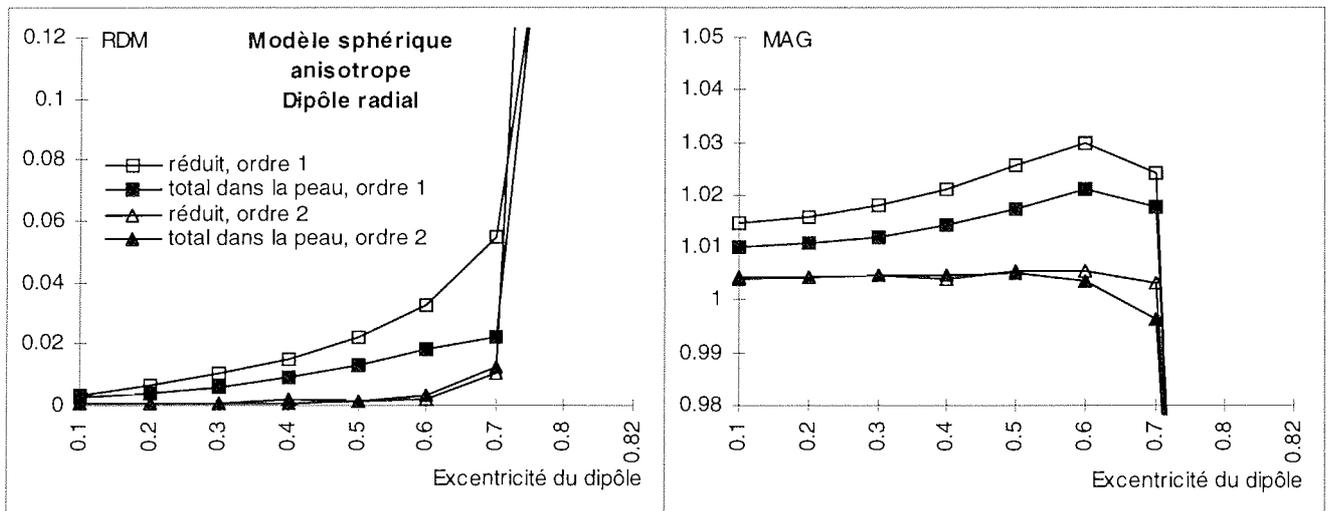


Figure 2.2b : même chose que pour la figure 2.2a dans le cas d'un dipôle radial.

Néanmoins, les résultats restent toujours très imprécis pour des dipôles radiaux proches de la surface. Notons que les erreurs obtenues en formulation réduite avec un maillage du premier ordre sont du même ordre de grandeur que celles obtenues par Thevenet

avec un maillage non raffiné [Thevenet, 1992].

2.3 Comparaison du calcul pour des dipôles radiaux et tangentiels en milieux isotropes et anisotropes.

Les figures 2.3a et 2.3b montrent les erreurs obtenues sur la distribution de potentiel, avec des mailles du premier ordre et du second ordre respectivement. Remarquons que le calcul avec un os anisotrope est moins précis que le même calcul effectué pour un os isotrope dans le cas de mailles du premier ordre. Le maillage d'ordre 2 permet de réduire fortement cette différence.

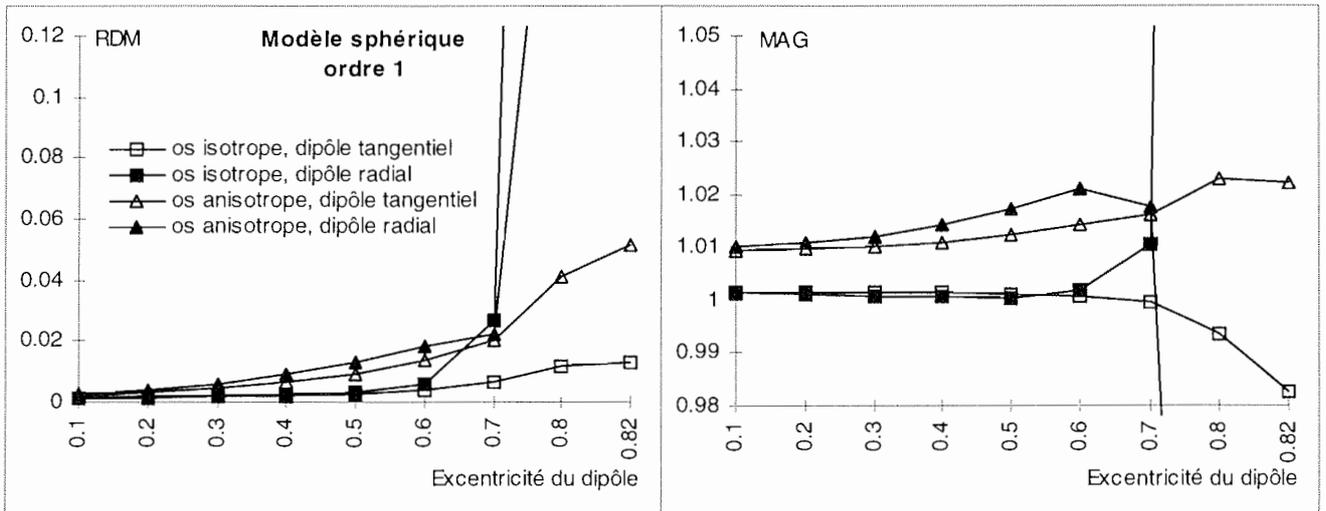


Figure 2.3a : RDM et MAG pour des dipôles radiaux et tangentiels, en isotrope et anisotrope, pour un maillage du premier ordre. Les erreurs pour un dipôle radial et pour un dipôle tangentiel sont comparables jusqu'à une excentricité de 0.6. Au-delà, le calcul pour le dipôle radial devient très imprécis. Pour les deux configurations de dipôles, le calcul est moins précis en présence d'anisotropie.

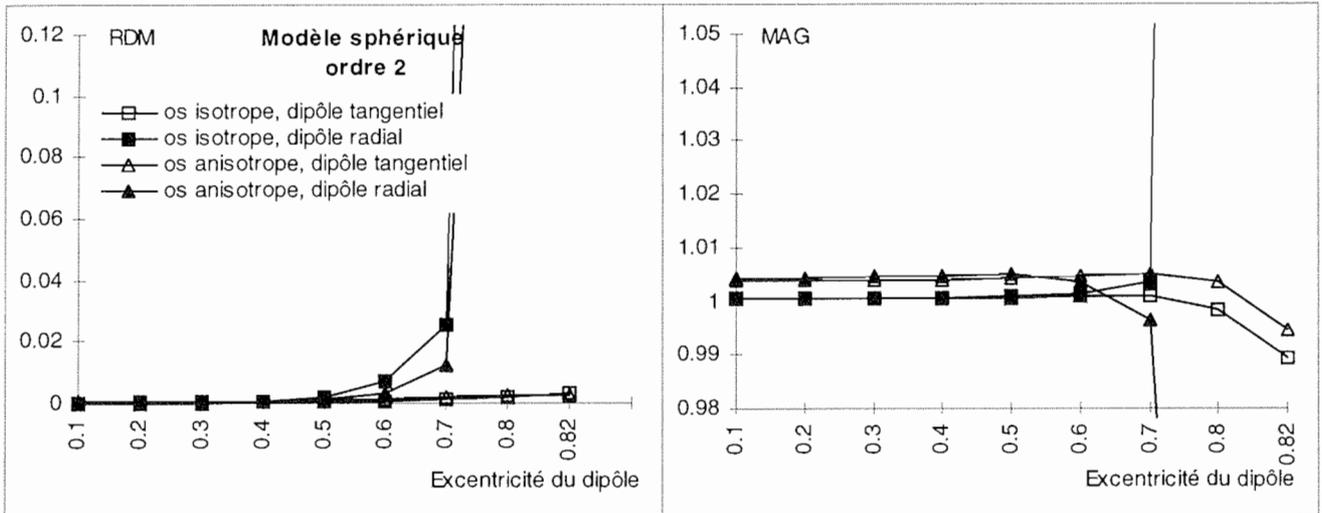


Figure 2.3b : même chose que la figure 2.3a avec un maillage du second ordre. Il n'y a pratiquement plus de différence entre le calcul avec un os isotrope et le calcul avec un os anisotrope.

Les erreurs pour le dipôle radial sont du même ordre de grandeur que celles obtenues pour le dipôle tangentiel, lorsque l'excentricité est faible (les dipôles sont alors profonds et il y a peu de différences entre un dipôle radial et un dipôle tangentiel, du fait de la symétrie sphérique du milieu). Le calcul devient cependant très imprécis pour un dipôle radial d'excentricité supérieur à 0.7, comme nous l'avons déjà remarqué sur les figures précédentes.

2.4 Influence de la taille des éléments

Afin de tester l'influence de la taille des éléments sur la solution, cinq maillages de sphère ont été réalisés avec différentes tailles d'élément (voir tableau 2.4). Pour comparer les résultats d'un maillage à l'autre, le potentiel a été calculé sur 256 points répartis sur la surface extérieure. La position de ces points reste inchangée pour tous les calculs réalisés dans cette partie.

Les figures 2.4a et 2.4b montrent la variation des erreurs en fonction de la taille des éléments. Les calculs ont été réalisés avec une formulation en potentiel total dans la peau uniquement et des maillages du second ordre. Le tableau 2.4 donne les temps de calcul nécessaires pour chaque maillage sur le ordinateur utilisé (HP C110).

La précision obtenue avec les maillages les plus grossiers (20 mm et 15 mm) devient

vite très mauvaise, que ce soit avec un dipôle radial ou tangentiel. La précision obtenue avec les autres maillages (12, 10 et 8 mm) est nettement meilleure. Elle est comparable pour les trois maillages en ce qui concerne le dipôle tangentiel (figure 2.4a). Un gain en précision est obtenu sur l'amplitude du potentiel (MAG) lorsque l'on diminue la taille des mailles de 12 mm à 8 mm, mais il est très faible d'autant plus que les temps de calcul augmentent considérablement (voir tableau 2.4).

En ce qui concerne le dipôle radial (figure 2.4b), le maillage de 8 mm n'apporte pas d'amélioration par rapport au maillage de 10 mm. Un calcul précis n'a pu être obtenu pour des dipôles radiaux d'une excentricité de 0.8 et plus. En effet, un maillage de 6 mm comportant 140000 tétraèdres a été réalisé, mais n'a pu être utilisé sur Flux3d compte tenu de la taille mémoire. Les calculs devront donc être limités à des excentricités de 0.7 pour les dipôles radiaux. Cette valeur correspond à la position moyenne de la bande corticale où se situe la plupart des générateurs, les autres dipôles étant plus profonds. Les calculs ne seront donc pas restreints.

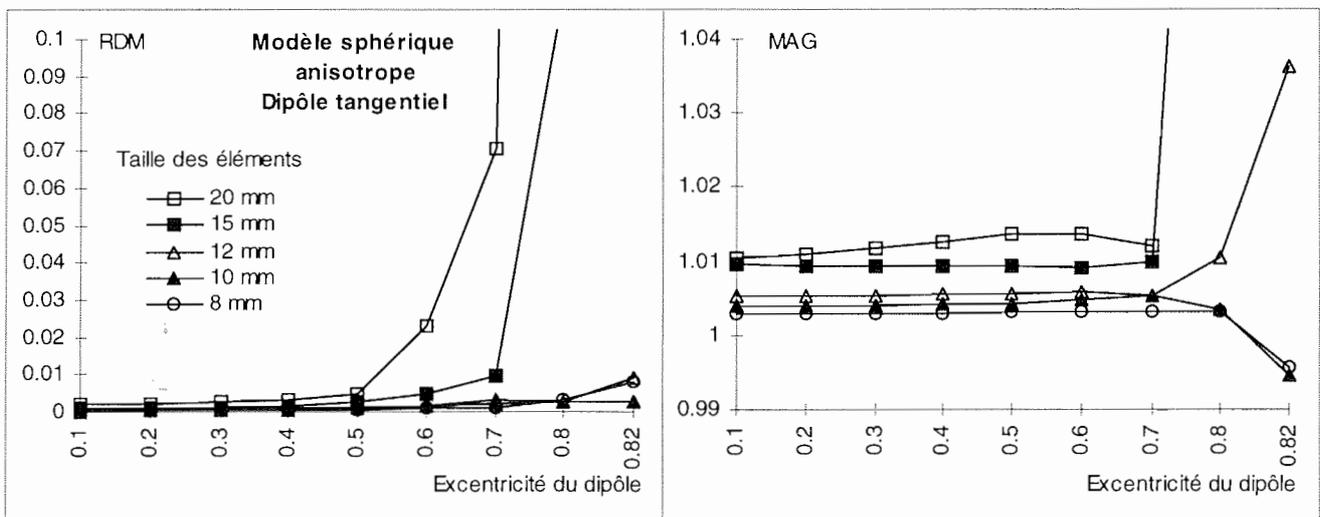


Figure 2.4a : évolution des erreurs sur la distribution de potentiel d'un dipôle tangentiel, lorsque la taille moyenne des éléments varie (la valeur donnée en millimètre correspond à la taille moyenne d'une arête).

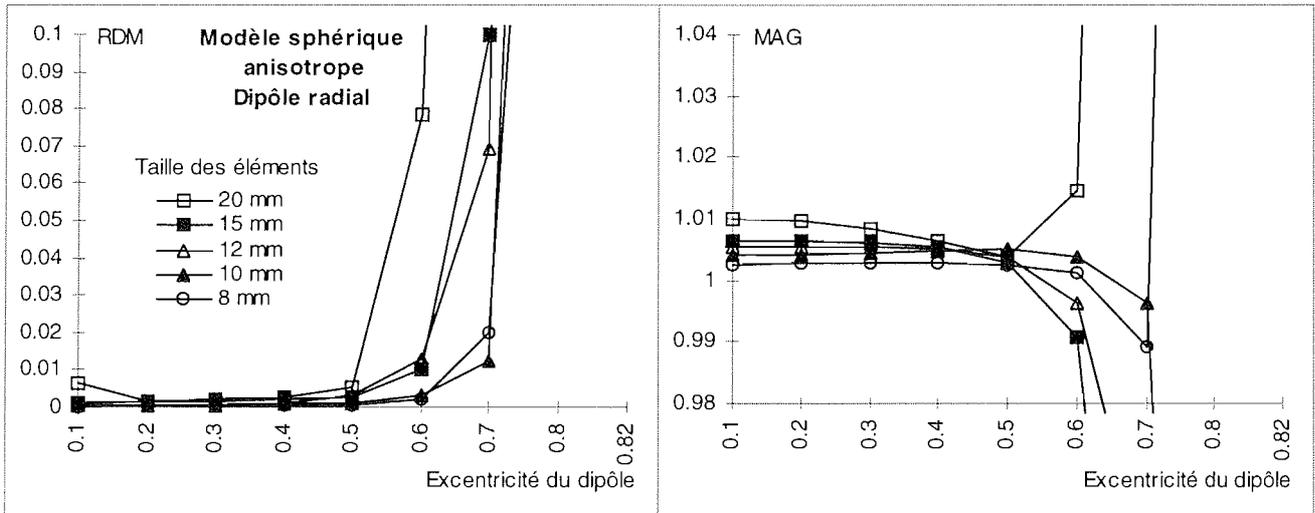


Figure 2.4b : même chose que la figure 2.4a pour un dipôle radial.

Taille des éléments	20 mm	15 mm	12 mm	10 mm	8 mm
Nombre de mailles	8329	15141	26359	41368	73422
Temps de calcul	80 s	148 s	259 s	412 s	780 s

Tableau 2.4 : caractéristiques des différents maillages de sphère utilisés. Les temps donnés correspondent aux temps de calcul d'une distribution de potentiel avec une formulation totale dans la peau et des mailles du second ordre sur un calculateur HP C110.

Remarque : des résultats plus précis avaient été obtenus par Thevenet pour ces fortes excentricités, en utilisant des maillages de sphères localement raffinés. Nous n'avons pas utilisé de maillages raffinés, assez faciles à obtenir dans le cas d'une sphère et d'un seul dipôle, mais beaucoup plus compliqués, voire impossibles à gérer dans le cas réaliste avec de nombreux dipôles. C'est ce cas précisément qui est intéressant et que nous testerons avec le problème inverse dans le chapitre suivant. Des maillages réalistes affinés ont déjà été obtenus [Yvert et al, 1995], mais ce sont des maillages surfaciques utilisés pour une résolution par intégrale de frontière. La transposition du problème aux maillages volumiques est beaucoup plus complexe.

2.5 Validation du calcul du champ magnétique.

Nous avons réalisé une première validation du calcul des trois composantes du champ pour avec un maillage d'ordre 1 et une formulation en potentiel réduit dans les trois milieux (figure 2.5a). Le champ est calculé sur 66 capteurs répartis sur une sphère de rayon 1.2, le

rayon de la surface externe étant 1. Par la suite seuls les résultats sur la partie radiale du champ, qui nous intéresse, seront montrés. Cette partie est calculée par projection du vecteur champ total sur le rayon de la sphère passant par le point du capteur. Les erreurs n'ont été calculées que pour un dipôle tangentiel. Le dipôle radial ne contribue pas à la partie radiale du champ, quelle que soit sa position par rapport au centre. Les erreurs obtenues ne sont alors pas significatives.

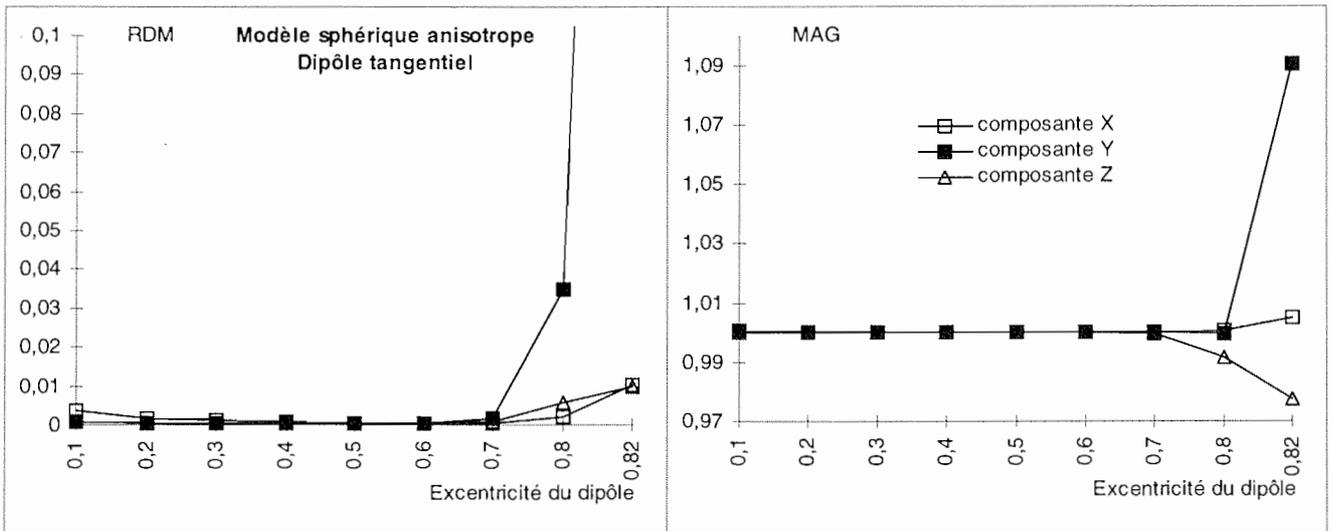


Figure 2.5a : RDM et MAG calculés sur chaque composante du champ magnétique pour une distribution de points à l'extérieur du maillage de la sphère. Les résultats sont extrêmement précis pour les excentricités inférieures à 0.8.

La figure 2.5b montre les erreurs de calculs sur la partie radiale du champ magnétique.

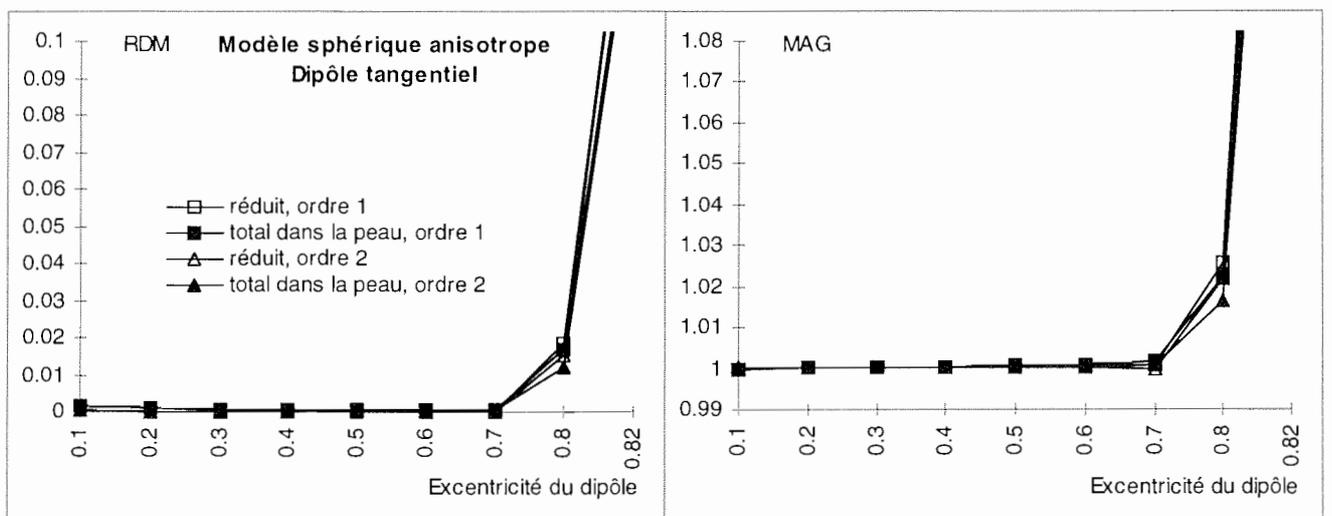


Figure 2.5b : RDM et MAG calculés sur la partie radiale du champ magnétique pour une distribution de points à l'extérieur du maillage de la sphère. Les résultats sont extrêmement précis pour les excentricités inférieures à 0.8.

Les résultats sont très précis pour des excentricités inférieures à 0.8. Les différences entre les diverses configurations de calculs ne sont pas observables sur la figure 2.5b dont l'échelle est identique à celle utilisée pour le calcul du potentiel. La figure 2.5c montre un agrandissement de la figure 2.5b. On observe une amélioration très nette lorsque l'on passe à des mailles du second ordre. Cependant, les erreurs obtenues avec le maillage du premier ordre sont déjà très faibles et très inférieures aux erreurs obtenues pour le calcul du potentiel, ceci s'explique par le fait que le champ est une grandeur intégrée sur tout le maillage (voir chapitre III), les erreurs d'approximation numériques ont donc tendance à s'annuler. En contre partie, le calcul est très long (environ 60 secondes par point pour le calcul avec le maillage de 10 mm du premier ordre sur le calculateur HP C110). Le calcul reste très précis, même lorsque le maillage est beaucoup plus grossier, comme le montre la figure 2.5d. Ainsi, pour des excentricités inférieures à 0.6, le maillage de 20 mm peut suffire. Néanmoins, le maillage de 10 mm sera nécessaire pour obtenir une bonne précision pour des excentricités supérieures, une précision satisfaisante n'ayant pas été obtenue pour une excentricité de 0.82.

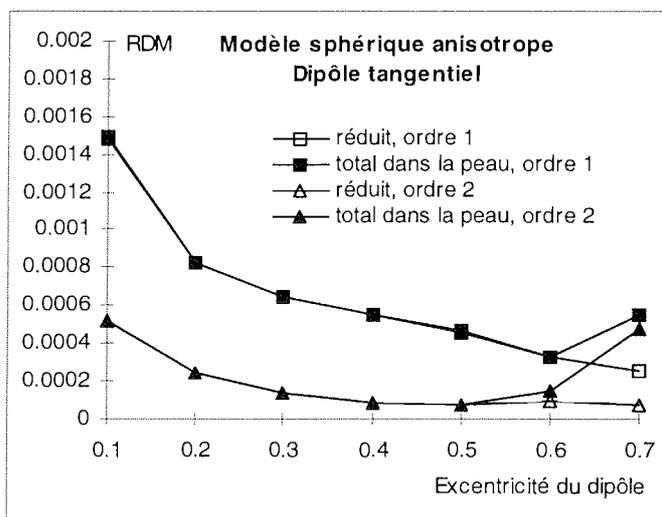


Figure 2.5c : agrandissement de la partie "faible excentricité" de la figure 2.5b. L'amélioration très nette apportée par les mailles du second ordre n'est en fait pas nécessaire car les erreurs à l'ordre 1 sont déjà très faibles. La formulation en total dans la peau n'apporte pas d'amélioration.

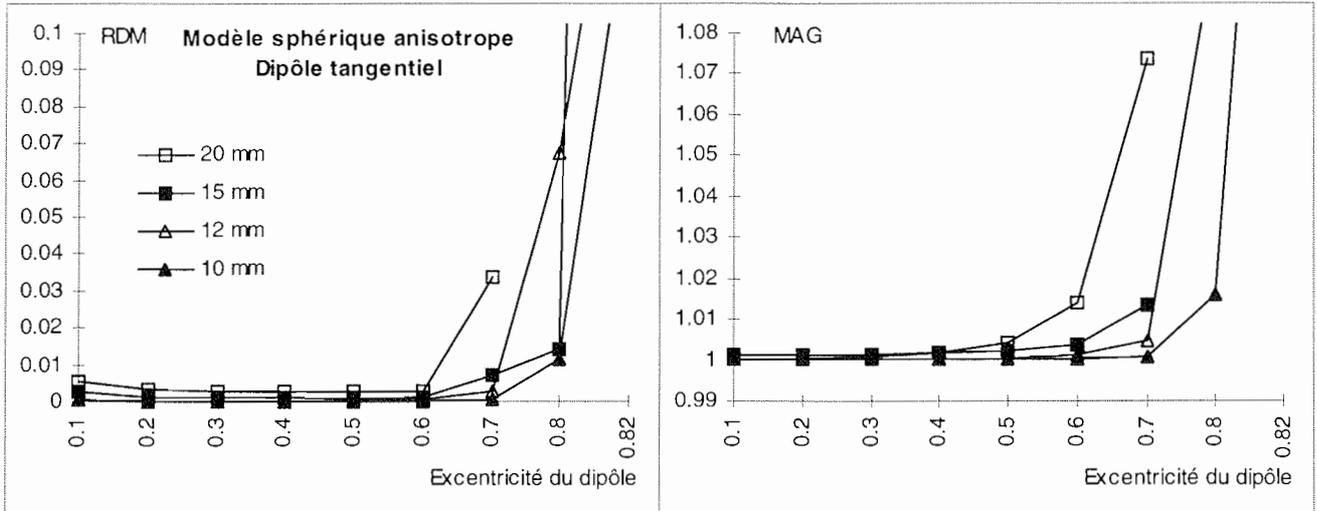


Figure 2.5d : évolution des erreurs lorsque la partie radiale du champ est calculée avec des maillages de tailles différentes. Pour les faibles excentricités, le calcul reste précis même avec le maillage le plus grossier.

La figure 2.5e montre que les erreurs obtenues lorsque l'on calcule le champ à l'intérieur de la sphère sont de deux ordres de grandeur supérieures aux erreurs précédentes. Ceci est dû à une mauvaise intégration dans la maille contenant le point de calcul. Heureusement ce cas nous intéresse moins, car le champ est toujours mesuré sur des capteurs à l'extérieur de la tête. On peut également remarquer que dans ce cas, le calcul avec une formulation totale dans la peau ou le calcul avec des mailles du second ordre donnent des résultats plus mauvais que la formulation réduite ou les mailles du premier ordre. Ce cas montre qu'il faut rester prudent sur la validité des résultats lorsque l'on effectue les calculs dans des cas plus particuliers.

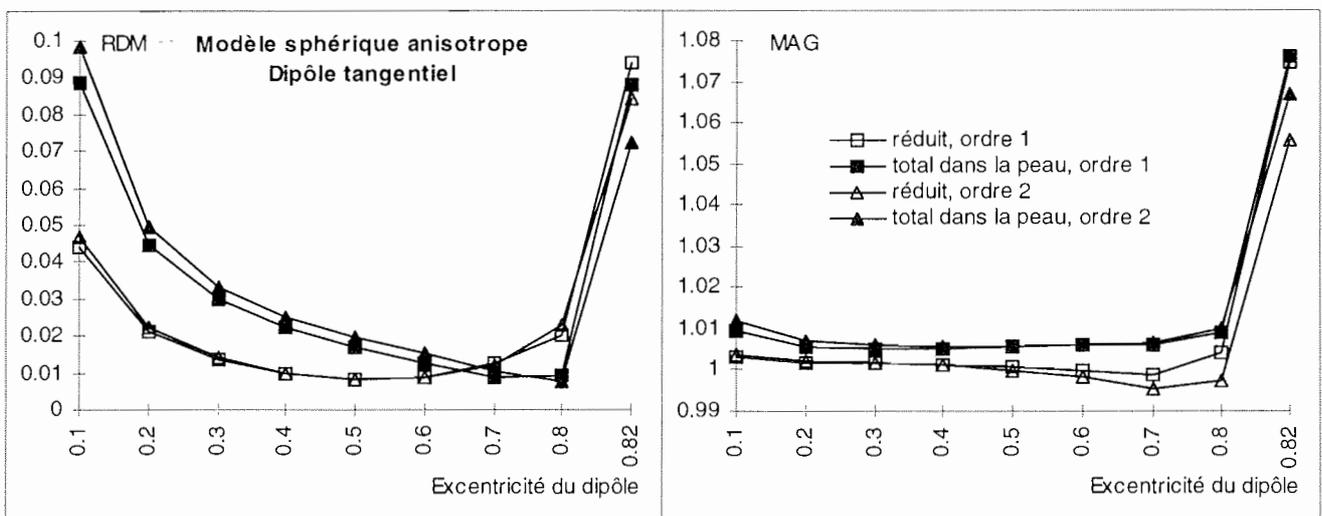


Figure 2.5e : RDM et MAG calculés sur la partie radiale du champ magnétique pour une distribution de points à l'intérieur du maillage de la sphère. La précision du calcul est très mauvaise à cause d'une forte imprécision sur l'intégration dans la maille contenant le point de calcul.

3 - Influence des conductivités

La fourchette des valeurs des conductivités disponible pour les différents constituants de la tête est assez large (voir paragraphe 5 du chapitre I). D'autre part, il est difficile d'obtenir des valeurs de conductivités précises de chaque constituant de la tête, et pour chaque individu. Il est donc important de connaître l'influence de ces conductivités afin d'établir les marges d'erreurs admissibles sur les divers paramètres.

3.1 Valeurs des conductivités

3.1.1 Modèle sphérique (EEG)

Le calcul analytique de la partie radiale du champ magnétique dans un modèle sphérique ne fait pas intervenir les conductivités. L'étude avec le modèle sphérique ne portera donc que sur le potentiel électrique.

L'influence de la valeur des conductivités de chaque milieu est présentée figure 3.1.1. Ces résultats ont été obtenus de façon analytique dans un modèle sphérique et pour un dipôle d'excentricité 0.6. Les résultats pour un dipôle radial et pour un dipôle tangentiel sont identiques. Une seule valeur de conductivité est modifiée à la fois, les autres conductivités conservent leur valeur initiale (valeurs du tableau 1.1). La variation appliquée aux conductivités est quantifiée par le rapport de la valeur modifiée de la conductivité sur la valeur normalement utilisée pour le modèle. Le RDM et le MAG sont calculés en prenant comme valeurs de référence la distribution de potentiel obtenu lorsque aucune conductivité n'est modifiée (valeurs du tableau 1.1).

Les simulations montrent que la conductivité radiale de l'os et celle du cerveau sont les plus importantes (voir figure 3.1.1). Ceci n'est pas surprenant en ce qui concerne le cerveau car celui-ci contient les sources. Ces résultats confirment ceux déjà obtenus par Haueisen pour des milieux isotropes et par Zhou et van Oosterom pour des milieux anisotropes. Notons que

les écarts restent faibles malgré tout et correspondent à des déformations quasi invisibles de la distribution de potentiel.

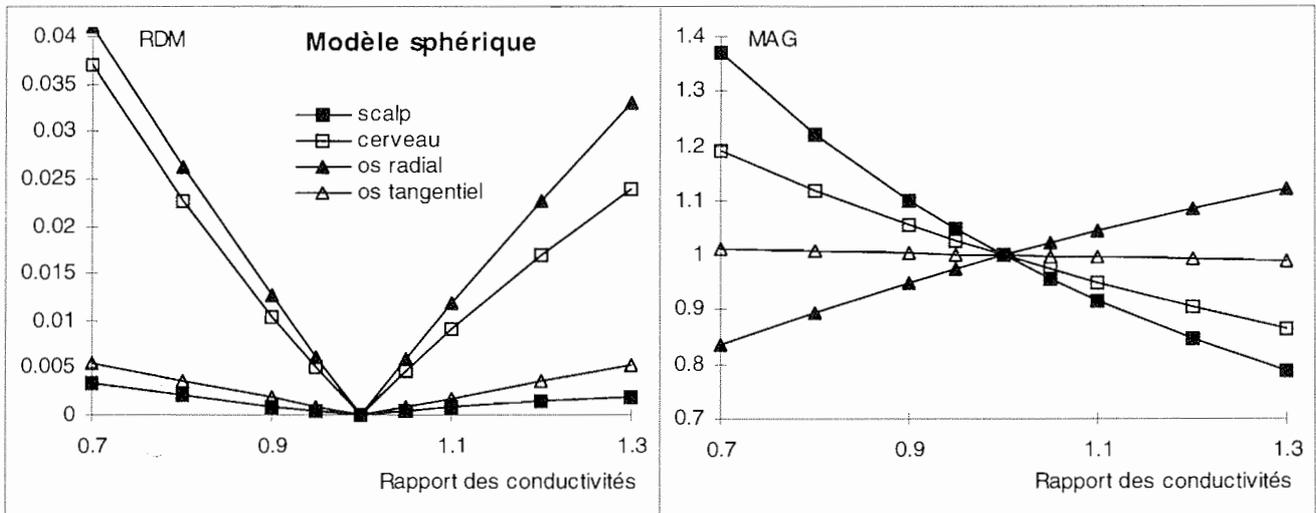


Figure 3.1.1 : évolution des erreurs sur la distribution de potentiel lorsque l'une des conductivités varie. La conductivité radiale de l'os et celle du cerveau sont les plus influentes. La conductivité tangentielle de l'os a beaucoup moins d'importance. Résultats obtenus à partir des formulations analytiques.

La conductivité de la peau n'affecte pas la forme de la distribution mais l'amplitude du potentiel. Néanmoins, le facteur de variation du potentiel est inversement proportionnel à celui de la conductivité. Le produit de la conductivité par le potentiel reste donc constant ce qui implique que les variations de la conductivité de la peau n'induiront pas d'erreur sur la localisation des sources par le problème inverse.

3.1.2 Modèle réaliste (EEG et MEG)

La figure 3.1.2a montre l'influence des conductivités dans un modèle réaliste sur le potentiel. Les résultats sont obtenus de la même façon que pour le modèle sphérique et sont très similaires, en ce qui concerne la conductivité radiale de l'os et celle de la peau. On remarque cependant que l'influence de la conductivité tangentielle de l'os est plus importante que dans le cas sphérique tandis que l'influence de la conductivité du cerveau est moins importante. Ces deux conductivités sont donc les plus sensibles à la géométrie du modèle.

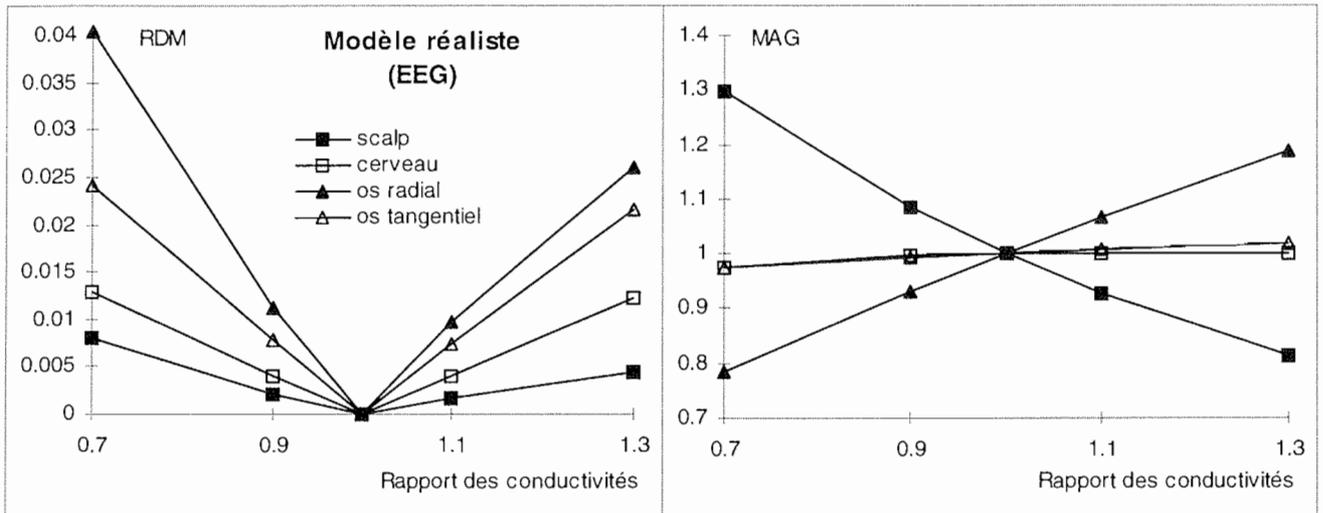


Figure 3.1.2a : évolution des erreurs sur la distribution de potentiel lorsque l'une des conductivités varie. La conductivité radiale de l'os est la plus influente, comme avec le modèle sphérique. La conductivité tangentielle de l'os a une influence plus importante que dans le modèle sphérique, tandis que la conductivité du cerveau a une influence moins importante.

La figure 3.1.2b montre l'influence des conductivités dans un modèle réaliste sur le champ magnétique. L'influence des conductivités est beaucoup moins importante que sur le potentiel, comme on s'y attendait (en effet, l'influence est rigoureusement nulle dans le cas sphérique). Néanmoins, l'influence de la conductivité du cerveau n'est pas négligeable, surtout sur l'amplitude du champ (MAG).

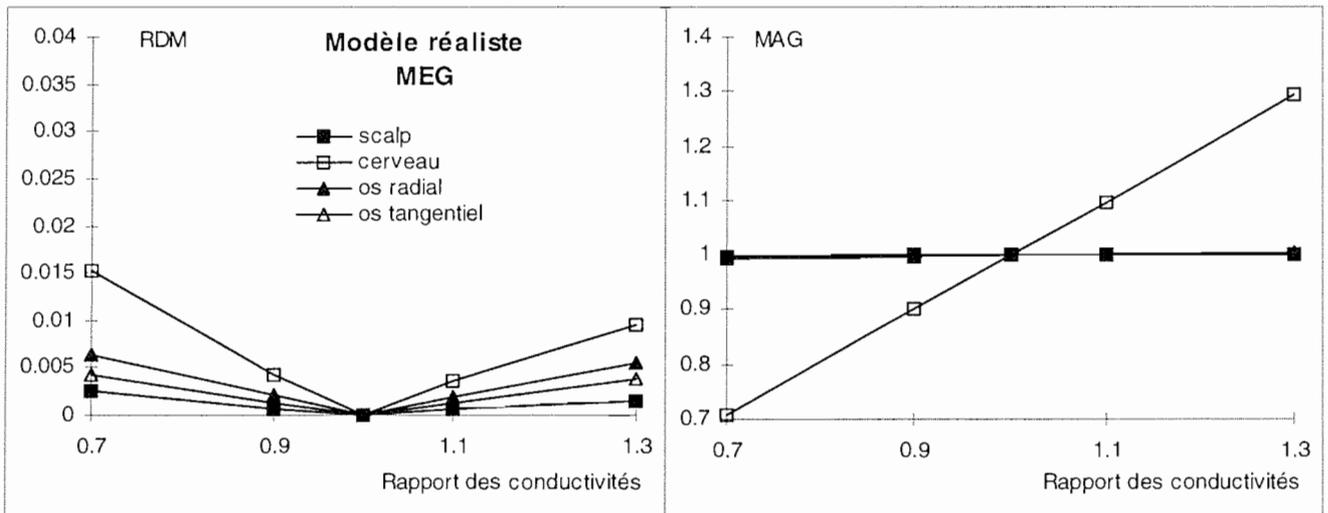


Figure 3.1.2b : évolution des erreurs sur la partie radiale du champ magnétique lorsque l'une des conductivités varie. L'échelle est la même que dans le cas du potentiel.

3.2 Directions du tenseur

Dans le cas d'une sphère, les directions du tenseur de conductivité du crâne sont les directions radiales et tangentielles définies par rapport à la sphère. Ce n'est bien sûr pas le cas avec une géométrie réaliste où les directions du tenseur doivent être déterminées comme expliqué au chapitre I.5.1. Le choix des directions ne peut-être qu'approximative du fait que l'épaisseur de l'os n'est pas constante, la modélisation de l'anisotropie dans les directions radiales et tangentielles n'étant elle-même qu'une première approximation de la réalité. Il est donc nécessaire d'évaluer l'influence du choix des directions principales du tenseur.

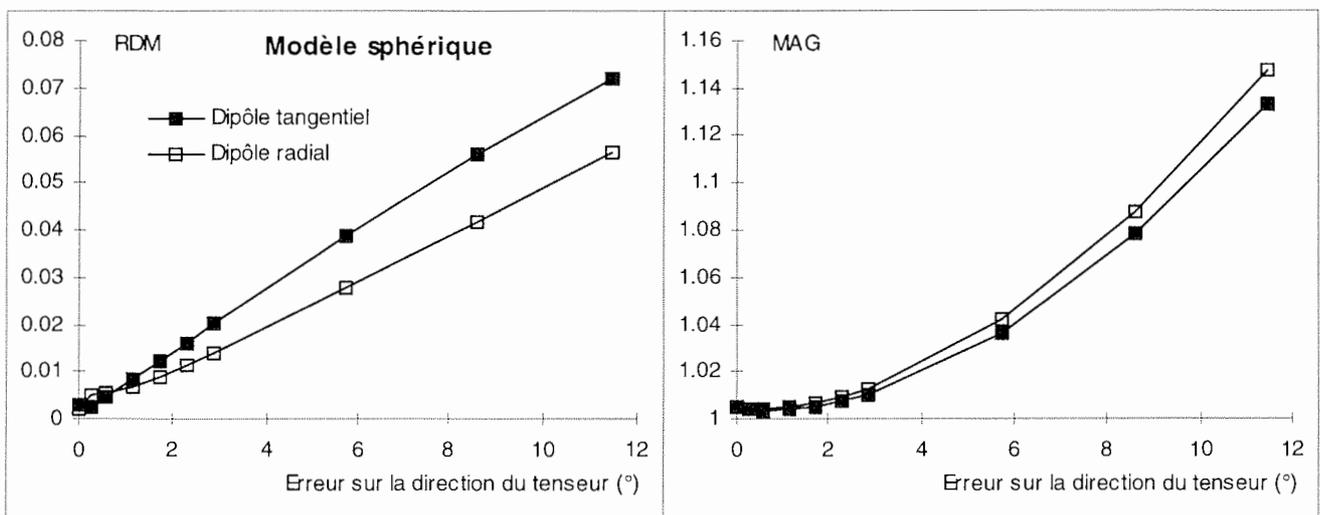


Figure 3.2 : évolution des erreurs sur la distribution de potentiel lorsque les directions du tenseur de conductivité tournent. Modèle sphérique et dipôle d'excentricité 0.6.

Les résultats de la figure 3.2 ont été obtenus avec un modèle sphérique. La distribution de potentiel de référence est fournie par le calcul analytique qui prend les directions radiales et tangentielles de la sphère pour l'anisotropie de l'os. Le calcul avec les directions tournées est réalisé en éléments finis avec le maillage de 10 mm d'ordre 2. L'excentricité choisie pour le dipôle (0.6) permet ainsi d'obtenir des résultats d'une très bonne précision. Les erreurs obtenues ici sont supérieures aux erreurs dues au calcul par éléments finis ($RDM < 0.005$ et $MAG - 1 < 0.005$, voir figure 2.2a et 2.2b) et sont donc bien dues à la variation du tenseur.

3.3 Anisotropie de l'os (EEG et MEG)

Les écarts entre une distribution de potentiel calculée avec un os isotrope et une distribution calculée avec un os anisotrope sont représentés sur la figure 3.3a dans le cas du modèle sphérique et 3.3b dans le cas du modèle réaliste. La distribution obtenue avec un os isotrope sert de référence pour le calcul du MAG et du RDM.

Dans le cas sphérique (figure 3.3a), les résultats du calcul en éléments finis sont comparés aux résultats analytiques. L'écart entre une distribution de potentiel calculée avec un os isotrope et celle calculée avec un os anisotrope est plus faible en éléments finis qu'en analytique pour un dipôle tangentiel, et plus important pour un dipôle radial. D'autre part, l'écart sur les amplitudes est plus élevé, en radial comme en tangentiel, pour les éléments finis. L'allure des courbes est néanmoins très similaire dans les deux cas (analytique et éléments finis), ce à quoi l'on s'attendait compte tenu de la bonne précision précédemment obtenue avec les éléments finis. L'influence de l'anisotropie de l'os se fait surtout sentir pour des dipôles d'excentricité élevée, c'est à dire pour des dipôles proches de la surface extérieure, ce qui est souvent le cas dans le cortex. L'anisotropie de l'os est également plus influente sur la distribution de potentiel d'un dipôle radial que sur celle d'un dipôle tangentiel, probablement parce que les valeurs maximales du potentiel sur la surface sont plus élevées dans le cas radial que dans le cas tangentiel. Enfin, on observe une diminution de 2 à 5% de l'amplitude du potentiel en présence d'anisotropie.

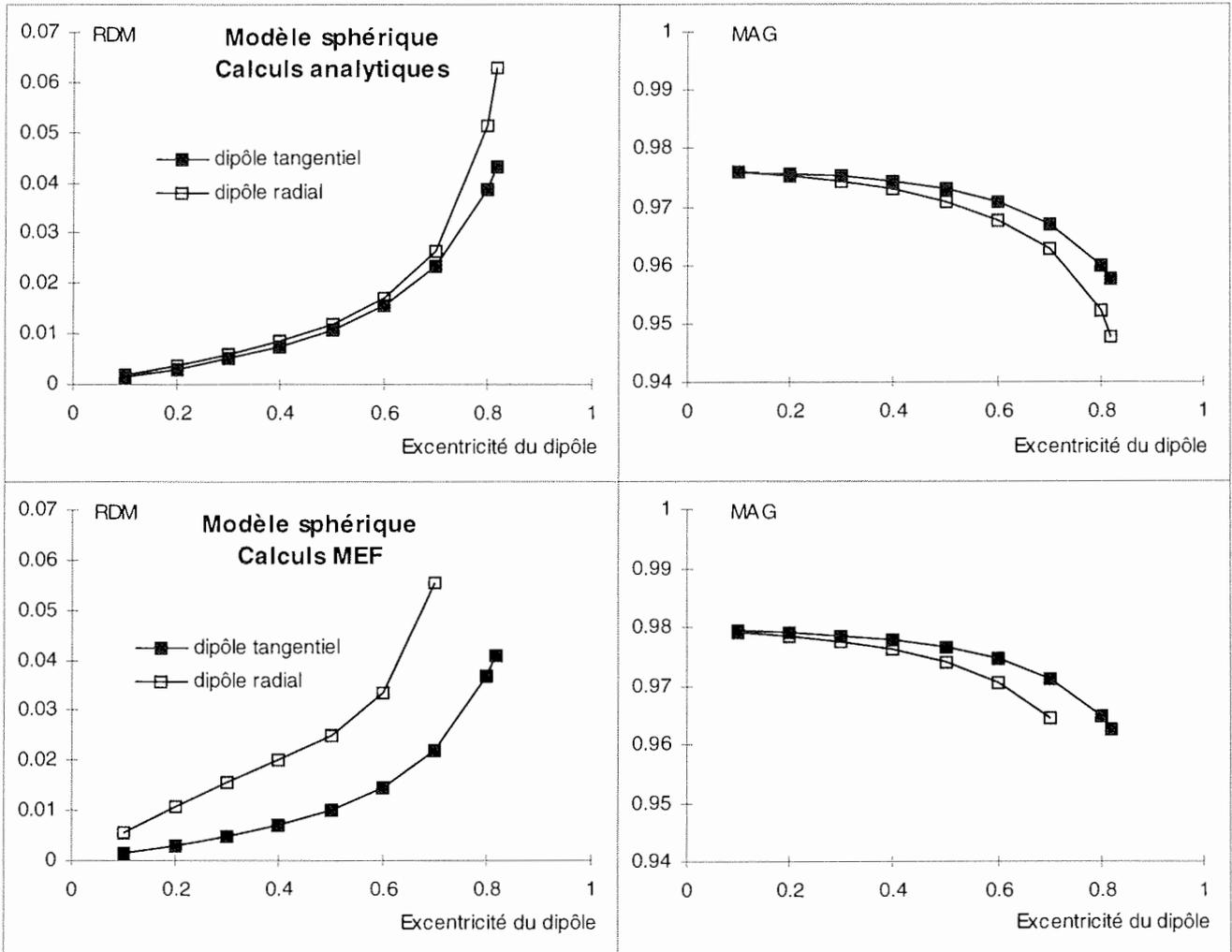


Figure 3.3a : écarts entre une distribution de potentiel calculée avec un os anisotrope et celle calculée avec un os isotrope. En haut, résultats analytiques sur le modèle sphérique. En bas résultats calculés en éléments finis sur le même modèle sphérique (maillage de 10 mm d'ordre 2). L'écart est moins important en éléments finis pour un dipôle tangentiel, alors qu'il est plus important pour un dipôle radial. L'écart sur les amplitudes est moins important, en radial comme en tangentiel.

Le cas réaliste (figure 3.3b) est assez différent du cas sphérique. Compte tenu de la forte dissymétrie de la tête, l'influence de l'anisotropie de l'os a été étudiée pour des positions du dipôle dans deux directions orthogonales : la direction occipito-frontale (ou avant-arrière, les excentricités négatives correspondant à l'avant de la tête, ou le lobe frontal et les positives à l'arrière de la tête ou le lobe occipital) et la direction interorbitaire. Dans la direction occipito-frontale, on observe une forte dissymétrie des résultats due à la forte dissymétrie du cortex et de la tête dans cette direction. L'influence de l'anisotropie de l'os est la plus importante lorsque le dipôle est situé dans le lobe frontal. Dans cette position, son influence peut même devenir très importante (dipôle tangentiel), nettement plus importante que dans le cas sphérique. Les résultats en position occipitale et pour la direction interorbitaire sont ceux

qui se rapprochent le plus des résultats du modèle sphérique (du moins en ce qui concerne la forme de la distribution (RDM)). Ces positions correspondent en effet aux parties de la tête qui peuvent être le plus facilement approximées par un modèle sphérique. Néanmoins, l'amplitude des distributions (MAG) est amplifiée par la présence d'anisotropie, ce qui est l'effet inverse du cas sphérique, et ce quel que soit la position du dipôle dans la tête.

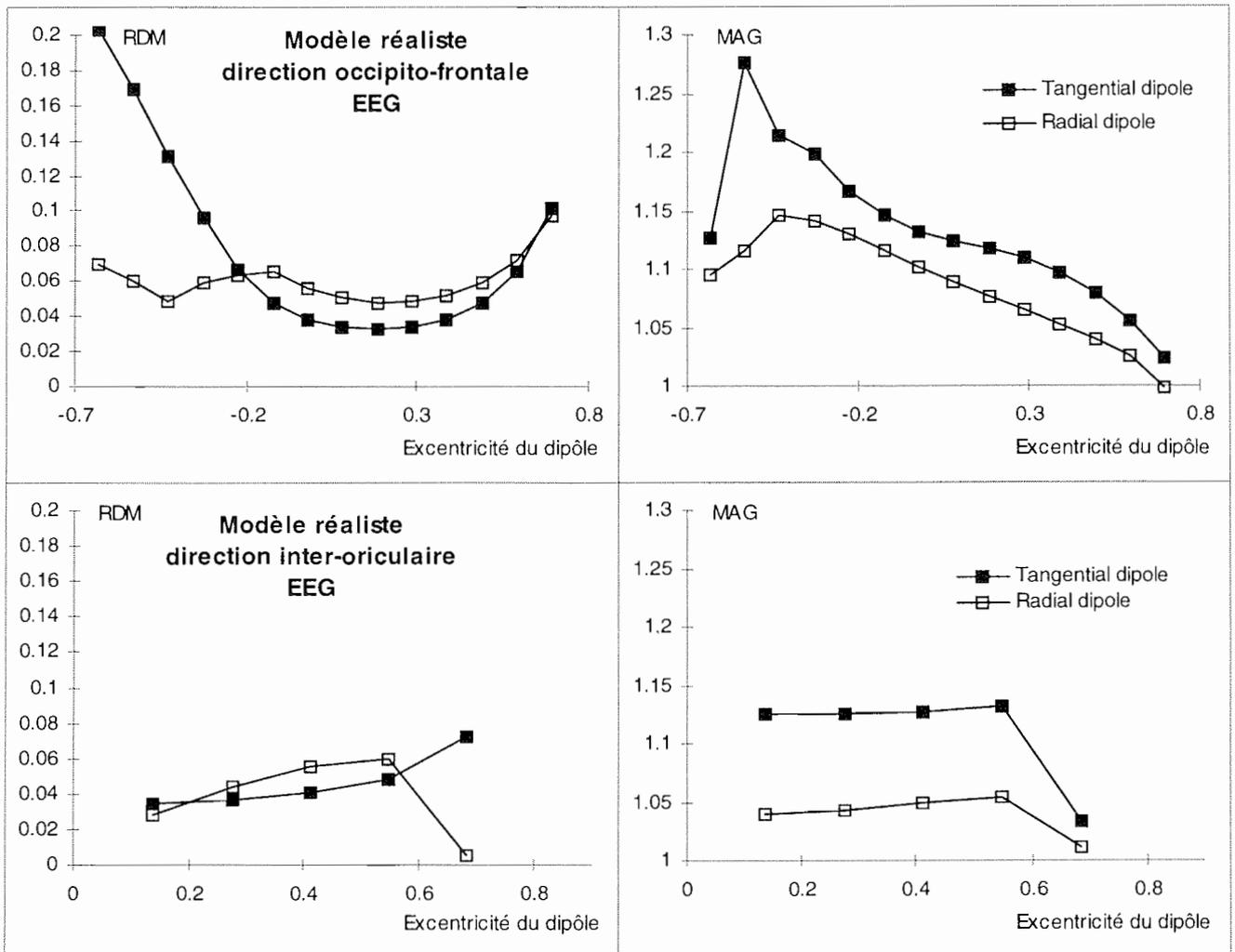


Figure 3.3b : écarts entre une distribution de potentiel calculée avec un os anisotrope et celle calculée avec un os isotrope pour le modèle réaliste. En haut, la position du dipôle varie dans la direction occipito-frontale, les excentricités négatives correspondant au lobe frontal et les excentricités positives au lobe occipital. En bas, la position du dipôle varie dans la direction interauriculaire, un seul côté est représenté compte tenu de la relative symétrie des résultats dans cette direction. Dans les deux cas, l'excentricité 1 correspond à la surface extérieure. L'excentricité 0.7 montre des résultats divergents probablement parce que la qualité de la solution est moins bonne dès cette position.

L'influence de la géométrie réaliste sur l'effet de l'anisotropie de l'os n'est donc pas du tout négligeable. D'autre part, la distribution de potentiel obtenue lorsque l'os est anisotrope, est clairement plus diffuse à la surface de la tête que lorsque l'os est isotrope, comme le

montrent la figure 5.4. Le cas sphérique, lui, ne permet pas de faire une distinction entre le cas isotrope et le cas anisotrope uniquement en regardant l'allure de la distribution. La parfaite symétrie du modèle diminue sans doute fortement les effets de diffusion dus à l'anisotropie.

En MEG (figure 3.3c), seul le cas réaliste est étudié, toujours pour les mêmes raisons. Le nombre de points a été limité, compte tenu des temps de calculs nécessaires pour le calcul du champ magnétique. Si l'on excepte le point central du RDM pour un dipôle tangential, l'influence de l'anisotropie de l'os sur la partie radiale du champ magnétique reste faible. Le RDM obtenu pour une excentricité proche de zéro d'un dipôle tangential est surprenant. En effet, lorsque les dipôles sont profonds, le cas radial et le cas tangential tendent à se confondre, ce qui est loin d'être le cas ici. Il faut cependant noter que pour des dipôles profonds, le champ calculé est très faible et donc, une faible erreur sur le champ peut engendrer une variation importante de la distribution qui se traduit par un RDM élevé. Le point élevé que l'on observe sur la figure 3.3c ne correspond donc pas nécessairement à des variations importantes des valeurs du champ. La valeur du MAG obtenue dans ce cas est d'ailleurs très proche de 1, ce qui conforte cette hypothèse.

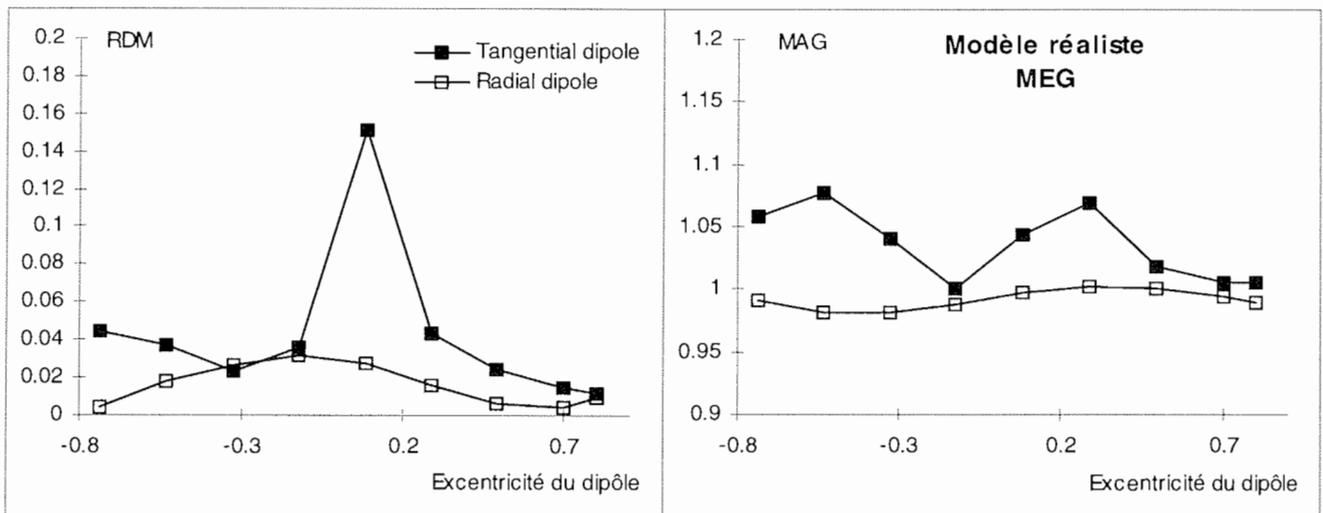


Figure 3.3c : écarts calculés sur la partie radiale du champ magnétique entre le cas d'un os anisotrope et le cas d'un os isotrope. Le point central du RDM pour le dipôle tangential est étonnamment élevé mais correspond probablement à un champ faible.

4 - Influence de la géométrie

Il est communément admis que les couches les plus externes (l'os et la peau) influencent peu le champ magnétique. Pour cette raison, les calculs sont souvent effectués en ne tenant compte que du cortex [Hämäläinen et al, 1993], ce qui permet de réduire de façon non négligeable les temps de calcul nécessaire à l'application de la loi de Biot & Savart. Nous avons calculé une distribution de champ par les deux méthodes, à savoir une distribution calculée avec un modèle de tête entier à trois couches (distribution de référence) et une distribution calculée avec un modèle ne contenant que le cortex, afin de quantifier l'erreur commise dans le deuxième cas. La figure 4 montre que les écarts entre les distributions sont très loin d'être négligeables. En particulier, l'influence des couches externes se fait fortement sentir pour les dipôles profonds (excentricités proches de zéro). La cause en est comme précédemment que le champ magnétique est plus faible globalement pour ces dipôles.

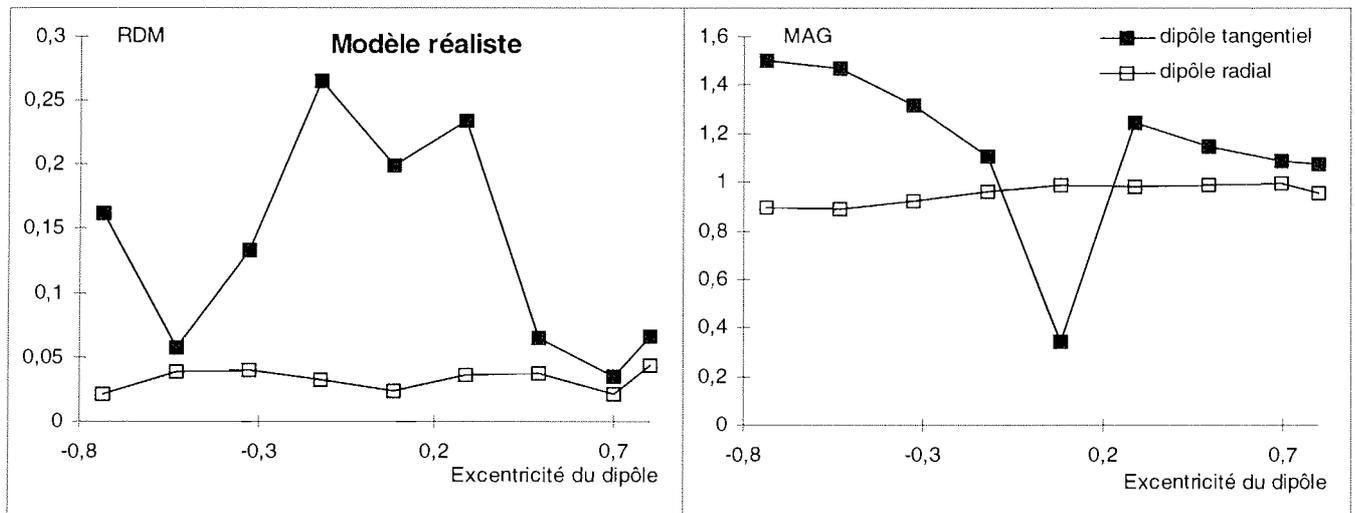


Figure 4 : écarts entre le calcul du champ magnétique à l'aide d'un modèle de tête à trois couches et le calcul à l'aide d'un modèle du cortex uniquement.

5 - Exemples de distributions obtenues sur Flux3d

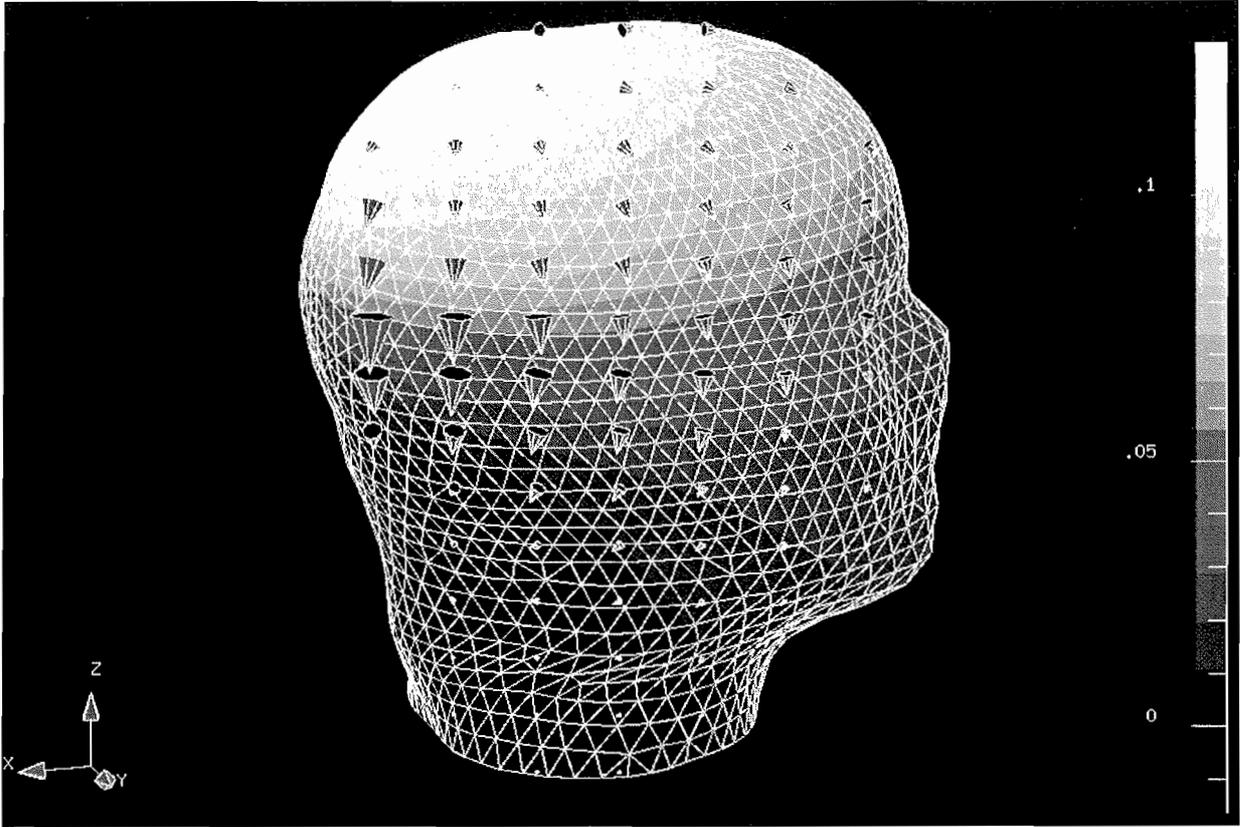


Figure 5.1 : distribution de potentiel (dégradé) et lignes de courants (flèches rouges) dû à un dipôle tangentiel d'excentricité 0.6 (flèche entourée) situé dans le lobe occipital.

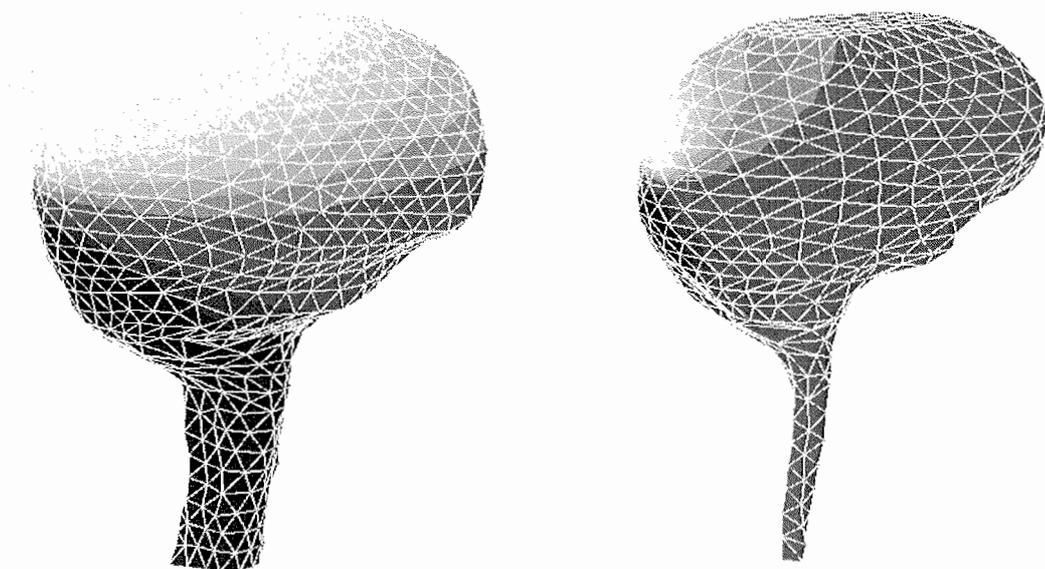


Figure 5.2 : distribution de potentiel à la surface de l'os (à gauche) et du cortex (à droite) associée au même dipôle que la distribution de la figure 5.1. On observe très bien l'élargissement de la tache à la traversée de l'os.

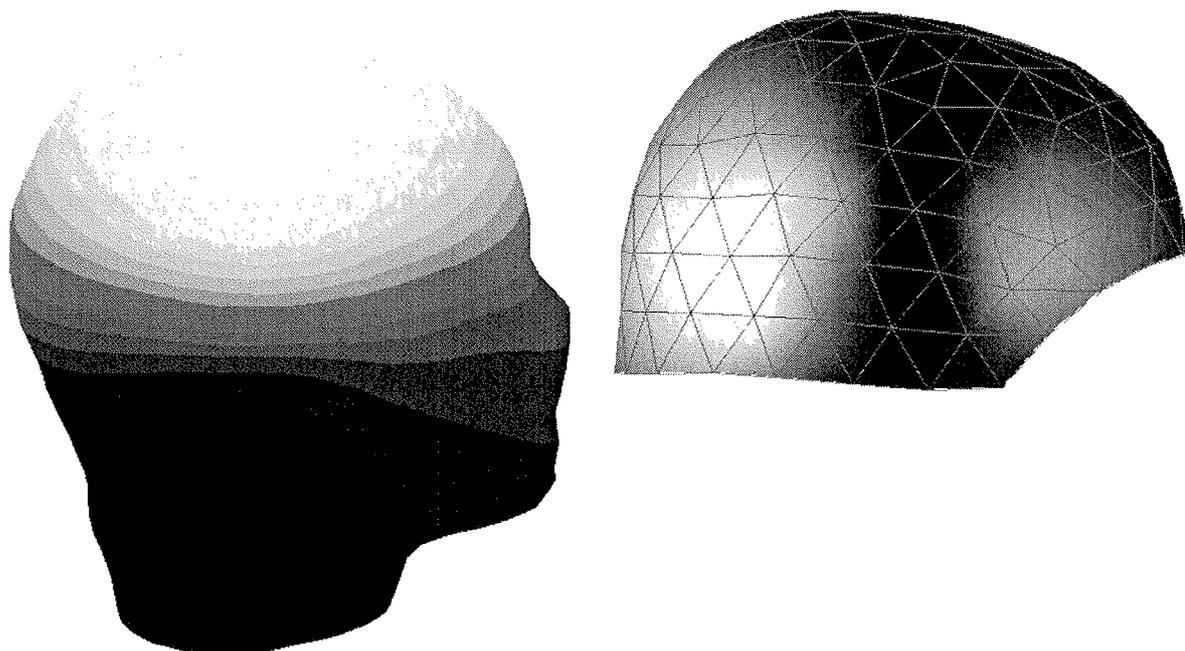


Figure 5.3 : distribution de potentiel sur la tête (à gauche) et de champ magnétique sur le casque de la machine MEG de CTF (à droite) associées à un même dipôle d'excentricité 0.3 (flèche entourée) calculée avec un os anisotrope et une formulation totale dans la peau.

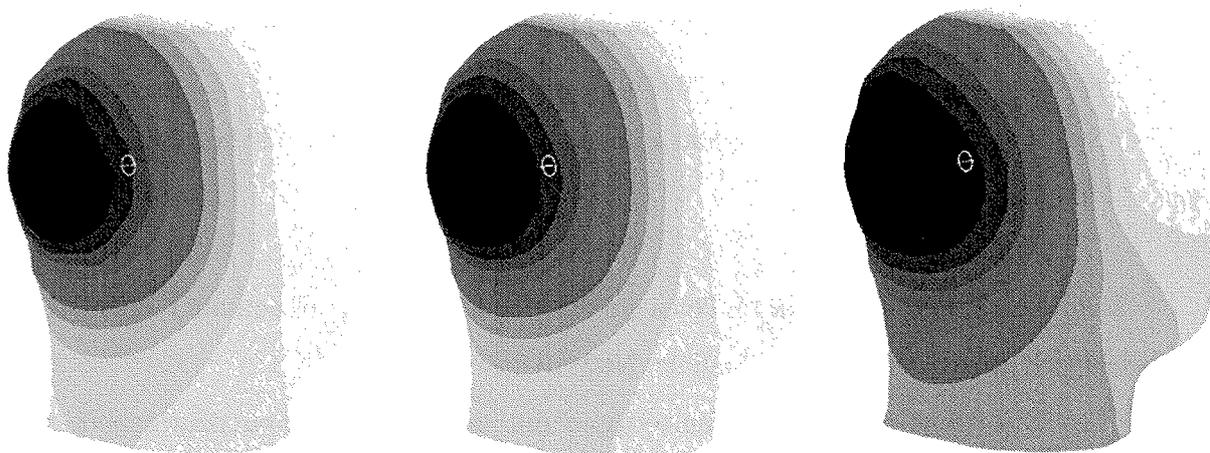


Figure 5.4 : distribution de potentiel associée à un dipôle radial d'excentricité 0.3 (flèche entourée) calculée dans trois cas différents. A gauche, distribution calculée avec un os isotrope et une formulation réduite dans toute la tête. Au centre, même chose avec une formulation totale dans la peau, la distribution obtenue est plus régulière. A droite, distribution calculée avec un os anisotrope (formulation totale dans la peau), la tache de diffusion est plus large.

6 - Conclusion

La méthode des éléments finis implantée sur le logiciel Flux3d a été validée à l'aide du cas sphérique par comparaison avec les résultats analytiques. Nous avons établi les paramètres de calcul optimaux, à savoir des éléments du second ordre avec une formulation totale dans la peau et réduite dans les autres régions. Des éléments de 10 mm donnent de bons résultats pour des dipôles tangentiels et des dipôles radiaux d'excentricité inférieure à 0.7, ce qui correspond à des dipôles situés au milieu de la bande corticale.

L'étude sur l'influence des conductivités a montré que :

- Dans le modèle sphérique, la conductivité radiale de l'os et celle du cerveau ont le plus d'influence sur le potentiel. La conductivité tangentielle de l'os a une influence négligeable. La conductivité du scalp n'influence que l'amplitude du potentiel.
- Dans le modèle réaliste, la conductivité du cerveau a moins d'influence sur le potentiel que dans le modèle sphérique tandis que la conductivité tangentielle de l'os a plus d'influence. La conductivité radiale de l'os et celle du scalp ont la même influence que dans le modèle sphérique.
- Seule la conductivité du cerveau a une influence non négligeable sur la partie radiale du champ magnétique.

L'influence de l'anisotropie de l'os a été évaluée lorsque la conductivité tangentielle est dix fois supérieure à la conductivité radiale. Nous avons montré que :

- Les directions du tenseur d'anisotropie ont une influence non négligeable sur le potentiel.
- La distribution de potentiel due à un dipôle est plus diffuse lorsque l'os est anisotrope.
- L'influence de l'anisotropie sur le potentiel est plus importante pour les dipôles proches que pour les dipôles profonds.
- Dans le cas du modèle sphérique, l'anisotropie de l'os atténue les valeurs du potentiel alors qu'elle les amplifie dans le cas réaliste.
- L'anisotropie a très peu d'influence sur les valeurs du champ magnétique (même en

modèle réaliste)

L'influence de la géométrie réaliste a également été observée. Les effets de l'anisotropie de l'os notamment, sont nettement plus visibles dans le modèle réaliste que dans le modèle sphérique. Des dissymétries dans les résultats obtenus sur le modèle réaliste ont également été observées. Enfin, il a été montré que l'influence des deux couches externes (os et peau) sur le calcul du champ magnétique n'est pas du tout négligeable, et même très importante pour les dipôles profonds. On ne peut alors pas se contenter de réaliser un calcul sur le cortex seul.

Il reste maintenant à déterminer si ces écarts, aussi faibles soient-ils, influencent la solution du problème inverse. C'est ce que nous allons voir dans le chapitre suivant.

Chapitre VI

Evaluation du problème inverse

Nous avons vu au chapitre précédent l'influence de divers paramètres sur les distributions de potentiel et de champ magnétique calculées par le problème direct. Nous allons maintenant évaluer les erreurs commises sur la reconstruction des sources par le problème inverse. Celui-ci a été testé avec l'aide de S. Baillet qui effectue sa thèse sur le problème inverse en MEG et EEG dans le laboratoire.

1 - Introduction

Notre but est d'évaluer l'influence que peut avoir l'anisotropie de l'os sur la reconstruction des sources par le problème inverse en MEG et EEG, c'est à dire que l'on veut évaluer l'erreur commise sur la reconstruction des sources en utilisant un modèle de tête qui ne tient pas compte de l'anisotropie de l'os. Finalement, nous voulons répondre à la question :

- *Peut-on se contenter d'un modèle de tête avec des milieux isotropes, ce qui permet d'utiliser une résolution par intégrale de frontière, relativement simple à mettre en oeuvre, ou doit-on modéliser l'anisotropie des milieux, ce qui implique une résolution plus lourde par éléments finis?*

La méthode que nous avons développée et présentée dans les chapitres précédents nous permet en principe de répondre à cette question. Des études dans un modèle sphérique anisotrope et pour une distribution dipolaire ont déjà été réalisées [Stok, 1987; De Munck, 1989; Cuffin, 1990; Peters & De Munck, 1991; Thevenet, 1992;] mais à notre connaissance, aucune étude n'a été réalisée sur l'influence de l'anisotropie de l'os dans un modèle réaliste que

ce soit en EEG ou en MEG.

D'autre part, les études précédentes ont été réalisées pour une distribution dipolaire (une seule source dipolaire). Nous avons choisi de tester le problème inverse dans un modèle de sources distribuées, c'est à dire que l'on recherche l'amplitude d'un grand nombre de sources réparties sur le cortex et dont l'orientation et la position sont fixées. Ce type de modèle est, à notre sens, le seul capable d'expliquer correctement une activité complexe répartie en divers endroits du cortex. Comme ce type de modèle est très différent du modèle dipolaire où l'on recherche à la fois la position et l'orientation d'une source, les erreurs commises sont de nature très différente.

2 - Présentation du problème inverse

Le problème inverse a été évalué sur un modèle de sources distribuées. Ce type de modèle permet comme nous l'avons déjà dit, d'expliquer correctement des distributions où plusieurs zones du cerveau sont actives simultanément alors que les modèles avec un dipôle à position variable échoueront et donneront une solution biaisée. La répartition des dipôles peut se faire de différentes manières : dans tout le volume [Pascual-Marqui et al, 1994], sur toute la surface du cortex [Dale & Sereno, 1993], ou seulement sur certaines zones actives du cortex [Phillips et al, 1997].

Le but du problème inverse est de retrouver l'amplitude de p dipôles représentés par un vecteur source \mathbf{J} (de dimension p) à partir de m mesures réalisées en MEG et EEG sur m capteurs et représentées par le vecteur donnée \mathbf{M} (de dimension m). Ces deux vecteurs sont reliés par la matrice de gain \mathbf{G} (de dimension $p \times m$) de la manière suivante :

$$\mathbf{M} = \mathbf{G}\mathbf{J} + \mathbf{b}, \quad (\text{éq. VI-2a})$$

\mathbf{b} est un modèle de bruit blanc gaussien additif. Chacune des p colonnes de la matrice de gain \mathbf{G} correspond à la réponse d'un dipôle du vecteur \mathbf{J} sur les m capteurs du vecteur de données

M. Résoudre le problème inverse consiste à inverser cette équation.

Nous avons utilisé deux méthodes de reconstruction différentes : une méthode utilisant une régularisation quadratique et une méthode utilisant une régularisation spatiale non linéaire. Nous allons brièvement rappeler le principe de ces deux méthodes de régularisation appliquées au problème inverse de la MEG et de l'EEG.

La reconstruction des sources en MEG et EEG est un problème inverse mal posé pour deux principales raisons, comme nous l'avons vu au chapitre I :

1. La solution n'est pas unique : une infinité de configurations de sources très différentes peut satisfaire aux données.
2. La solution n'est pas stable vis à vis de faibles changements dans les données, c'est à dire qu'elle ne dépend pas des données de façon continue.

Pour un modèle de sources distribuées, ces deux raisons se traduisent par le mauvais conditionnement de la matrice de gain qui représente l'opérateur linéaire reliant l'amplitude des sources à la valeur du champ magnétique et des potentiels enregistrés sur les capteurs. Il est alors nécessaire de mettre en oeuvre un processus de régularisation pour inverser la matrice de gain. Ce processus permet de réduire le comportement oscillatoire de la solution d'un système d'équations linéaires dont la matrice est mal conditionnée et le vecteur de données (mesures MEG et EEG) très bruité.

Une solution régularisée de l'équation (VI-2a) peut s'exprimer de la façon suivante :

$$\hat{\mathbf{J}} = \operatorname{argmin} \left\{ \|\mathbf{M} - \mathbf{G}\mathbf{J}\|^2 + \lambda \|L(\mathbf{J})\|^2 \right\}. \quad (\text{éq. VI-2b})$$

$L(\cdot)$ est l'opérateur de régularisation pouvant être linéaire ou non linéaire et décrit les informations a priori que l'on peut avoir sur la solution. Le paramètre λ permet de régler l'importance relative du terme de connaissance a priori (terme de régularisation) sur le terme d'attachement aux données.

La régularisation quadratique est une des méthodes les plus classiquement employées

[Tikhonov & Arsenin, 1977]. Cette technique n'introduit que de très faibles a priori (sur la continuité de la solution) à l'aide d'opérateurs (pondérés ou non) tels que l'identité, le gradient ou le laplacien appliqués à l'amplitude des dipôles, et reste assez simple à mettre en oeuvre. Cependant, elle engendre un lissage et un étalement spatial des sources actives. Les techniques de régularisation dites de norme minimale, telles que l'inversion de matrices sous contrainte des moindres carrés [Rao & Mitra, 1973], offrent le même type de solutions lissées [Pascual-Marqui et al, 1994] que celles fournies par la régularisation quadratique. Dans la régularisation quadratique que nous avons utilisée, l'opérateur $L(\cdot)$ choisi est l'identité, c'est à dire que le terme de régularisation est simplement la norme de \mathbf{J} au carré :

$$\hat{\mathbf{J}} = \operatorname{argmin}\{\|\mathbf{M} - \mathbf{G}\mathbf{J}\|^2 + \lambda\|\mathbf{J}\|^2\}. \quad (\text{éq. VI-2c})$$

Lorsque l'opérateur de régularisation $L(\cdot)$ est non linéaire, il est possible d'introduire une information a priori plus sophistiquée telle que la préservation de discontinuités anatomo-fonctionnelles essentielles pour la compréhension des processus cognitifs. C'est ce que permet la méthode de régularisation originale S-MAP mise au point par S. Baillet et L. Garnero et décrite dans [Baillet & Garnero, 1997]. Dans cette méthode, $L(\cdot)$ est maintenant exprimé sous la forme d'une somme de fonctions de coût locales associées à chaque gradient d'intensité dans l'image formée par l'amplitude des dipôles. Ces fonctions ont un seuil choisi localement de façon que dans certaines zones, la création de forts sauts d'amplitude est pénalisée alors que dans d'autres elle est favorisée. Par exemple, il est possible d'autoriser de forts gradients d'amplitude entre les deux parois proches d'une scissure alors que des amplitudes plus éloignées spatialement mais sur la même paroi seront lissées. Finalement, la solution donnée par la méthode S-MAP est faite de zones où l'intensité varie lentement, chaque zone pouvant être séparée par de fortes discontinuités.

L'expression de l'opérateur $L(\cdot)$ que nous avons utilisé pour la méthode S-MAP est la suivante :

$$L(\mathbf{J}) = \sum_{i=1}^{n-1} \phi_i[\mathbf{grad}(\mathbf{J}|_i)]. \quad (\text{éq. VI-2d})$$

$\mathbf{grad}(\mathbf{J}|_i)$ représente le gradient d'intensité entre la composante i et la composante $i+1$ du

vecteur \mathbf{J} (qui comporte n composantes correspondant à n dipôles). La somme s'effectue sur les $n-1$ gradients entre chaque composante du vecteur \mathbf{J} . Les fonctions ϕ_i sont des fonctions définies localement à chaque gradient de la façon suivante :

$$\phi_i(u) = \frac{u^2}{1 + \left(\frac{u}{K_i}\right)^2}. \quad (\text{éq. VI-2e})$$

K_i est une constante qui détermine localement la continuité de la solution.

3 - Procédure d'évaluation du problème inverse

Notre but étant d'évaluer l'influence d'une erreur de modèle, à savoir la modélisation de l'os par un milieu isotrope alors qu'il est anisotrope, nous avons généré des données MEG et EEG à l'aide d'un modèle de tête comportant un os anisotrope (cas le plus réaliste) et nous avons essayé de reconstruire l'activité électrique à partir de ces données simulées et à l'aide d'un modèle de tête comportant un os isotrope. Nous vérifierons ainsi si l'erreur de modèle faite lors de la reconstruction influence fortement la solution obtenue [Marin et al, 1998].

Nous avons choisi d'évaluer le problème inverse à l'aide d'un modèle de sources distribuées dans trois configurations différentes. Ces trois situations ont été obtenues à partir d'une expérience d'attention sélective auditive. Douze zones du cortex pouvant être a priori actives ont été sélectionnées à partir de mesures réalisées en Tomographie par Emission de Positons (TEP) [Mazoyer & Belliveau, 1996]. La figure 3a montre les aires du cortex sélectionnées et les plans qui les modélisent positionnés dans le maillage de la tête.

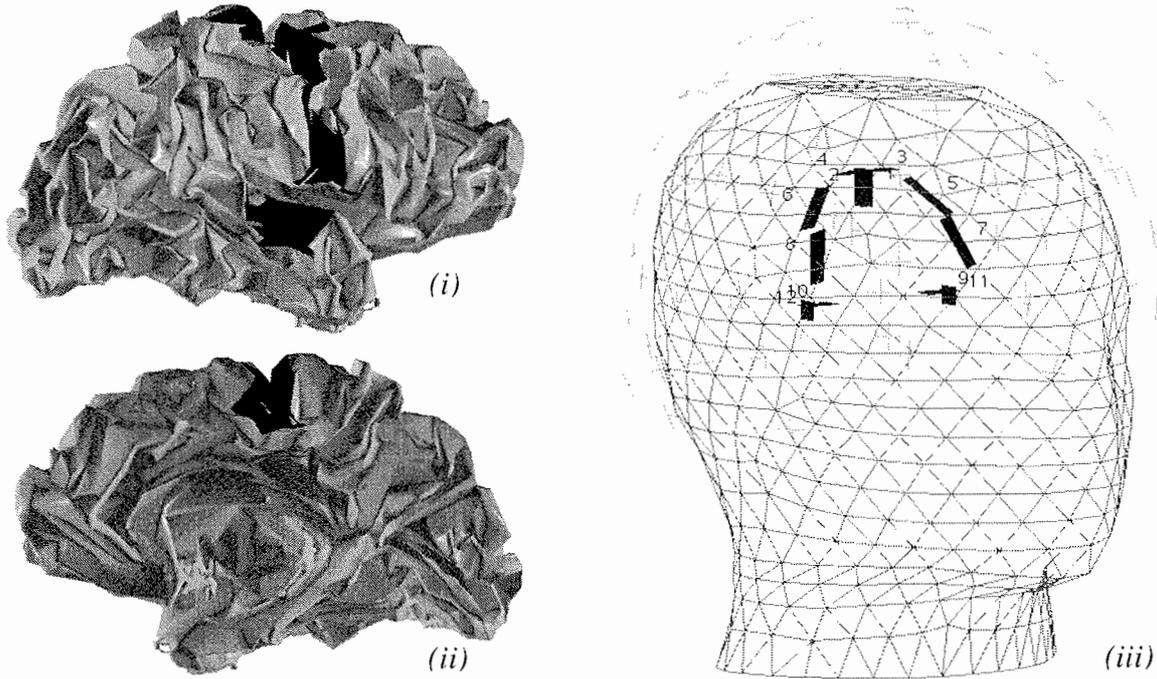


Figure 3a : modélisation des aires a priori actives du cortex dans une expérience d'attention sélective auditive à partir d'images TEP. A gauche, aires actives représentées sur un maillage des sillons du cortex, en vue externe (i) et interne (ii) du cortex. A droite (iii), modélisation de ces mêmes aires par des plans positionnés dans le maillage de la tête. Les plans sont numérotés de 1 à 12 (voir figure 3b). Les croix représentent la position des capteurs MEG utilisés pour la reconstruction. La position des capteurs EEG est donnée par la projection sur le maillage des capteurs MEG.

Sur les surfaces sélectionnées ont été répartis 48 dipôles (4 dipôles par plan). Leur direction est perpendiculaire aux plans. Pour simplifier, chaque zone possède le même nombre de dipôles et seules les configurations où tous les dipôles d'un plan sont dans un même état, allumés ou éteints, ont été retenues. Trois configurations plus particulières ont été choisies afin de tester différentes situations. Ces trois configurations sont montrées sur la figure 3b.

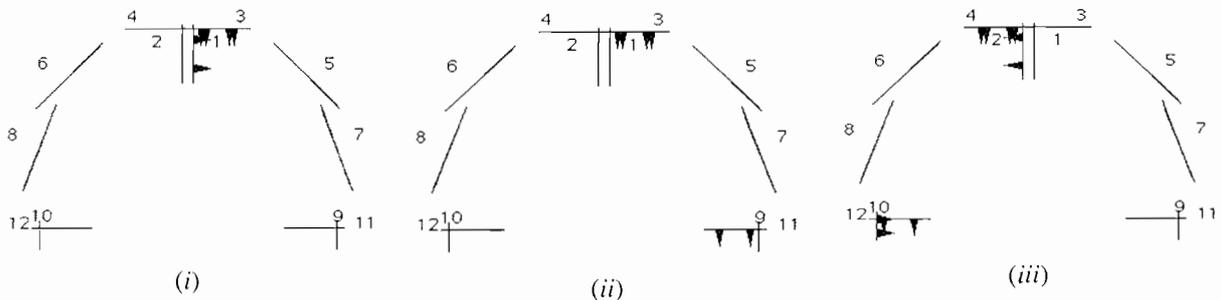


Figure 3b : Les trois configurations de sources choisies pour tester le problème inverse (voir texte). Les plans correspondent à ceux de la figure 3a. Les triangles noirs représentent les dipôles allumés. Chaque plan allumé possède en fait 4 dipôles : 2 rangées de 2 dipôles chacune. Les plans 1 à 4 modélisent l'aire motrice supplémentaire, les plans 5 à 8, la frontale ascendante et les plans 9 à 12, l'aire auditive (planum).

Dans la première (i), nous avons voulu tester l'efficacité de l'algorithme de reconstruction à distinguer deux activations simultanées et proches mais d'orientations distinctes. Ce cas correspond par exemple à une réponse simultanée dans les parties hautes et internes de l'aire motrice. La deuxième configuration (ii) met en jeu deux aires actives bien séparées mais de même orientation, avec une source proche et une autre plus profonde. Ce cas permettra notamment d'évaluer la possibilité de reconstruire les sources profondes malgré la présence de sources proches. La dernière configuration (iii) met en jeu quatre aires actives proches et profondes et de différentes orientations. Elle permettra de tester l'algorithme dans un cas plus complexe.

Les données MEG et EEG ont été simulées (à l'aide d'un modèle comportant un os anisotrope donc) sur 70 capteurs représentés sur la figure 3a. Pour les données MEG, ces capteurs sont sur les positions réelles des capteurs SQUID de la machine MEG de CTF (la machine possède en fait 143 capteurs, le nombre a été réduit pour limiter les temps de calculs). Pour les données EEG, ces capteurs ont été projetés sur la surface externe du maillage de tête utilisé.

Une première reconstruction a été réalisée en utilisant le même modèle anisotrope que celui utilisé pour calculer les données. L'activité électrique a été parfaitement retrouvée dans toutes les configurations avec les deux algorithmes de régularisation. En effet, dans ce cas là, le problème est bien déterminé puisque le nombre de dipôles (donc d'inconnues) est inférieur au nombre de données. D'autre part aucun bruit additif n'a été introduit. Le but est maintenant de regarder les résultats lorsque la reconstruction se fait avec un modèle isotrope.

4 - Evaluation en EEG

L'évaluation du problème inverse en EEG a été réalisée à la fois avec un modèle sphérique et avec un modèle réaliste. Le modèle sphérique permet d'une part de tester le problème inverse sur un problème direct analytique et d'autre part, d'observer les différences apportées par la géométrie du modèle par comparaison avec le modèle réaliste.

4.1 Modèle sphérique

La matrice de gain du problème inverse, ainsi que les données simulées sont ici calculées avec un modèle sphérique par la méthode analytique. Pour les données, la couche représentant l'os possède une conductivité anisotrope alors que pour la matrice de gain, cette couche est isotrope.

4.1.1 Méthode quadratique

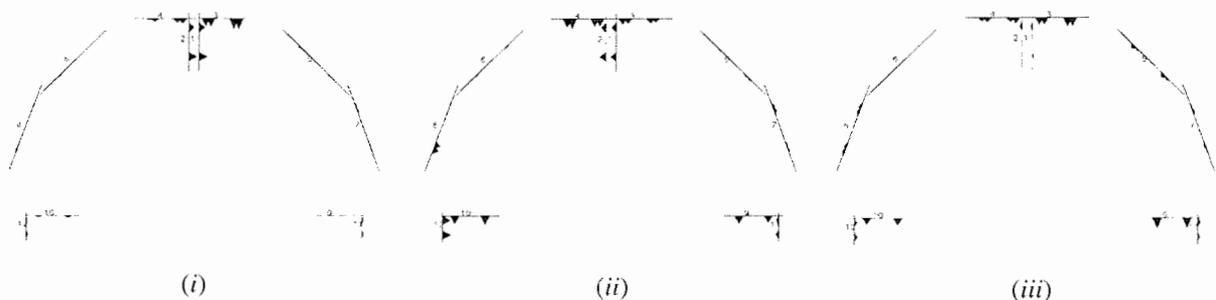


Figure 4.1.1 : solution du problème inverse dans le cas sphérique avec une régularisation quadratique. Les trois configurations correspondent à celles de la figure 3b.

La figure 4.1.1 montre les solutions obtenues par le problème inverse avec une régularisation quadratique. Chaque cas correspond aux cas de la figure 3b. L'activité reconstruite est diffusée sur tout le cortex et les amplitudes des dipôles des aires actives sont fortement atténuées. Seul le cas (i) est à peu près correctement reconstruit mais même dans ce cas là, l'activité est atténuée et répartie sur les 4 plans les plus proches (plans 1, 2, 3 et 4 au lieu des plans 1 et 3). Cette importante atténuation et diffusion de l'activité électrique sont le résultat d'une forte régularisation (forte valeur qu'il a été nécessaire d'attribuer au paramètre λ de l'équation VI-2c). En effet, le biais introduit par l'anisotropie est important et aucun résultat satisfaisant n'a pu être obtenu.

En conclusion, le problème inverse avec une régularisation quadratique ne permet pas de retrouver des résultats corrects dans les trois cas testés lorsque l'anisotropie n'est pas modélisée et il semble nécessaire d'utiliser une méthode de régularisation plus sophistiquée, telle que la méthode S-MAP.

4.1.2 Méthode S-MAP

La figure 4.1.2 montre les solutions obtenues avec la méthode de régularisation S-MAP. Les deux premiers cas (*i* et *ii*) sont bien reconstruits bien que l'amplitude des dipôles soit sensiblement sous estimée (0.8 à 0.9 au lieu de 1). Ceci pouvait être attendu puisque les maxima du potentiel dans le cas anisotrope sont inférieurs à ceux obtenus dans le cas isotrope (voir résultats du chapitre V). De plus, la régularisation tend également à minimiser l'amplitude des dipôles et les deux effets s'ajoutent donc. Dans le dernier cas (*iii*), les plans 1 et 2 sont tous les deux actifs mais la somme des activités correspond approximativement à celle assignée au plan 2 (cas *iii*) de la figure 3b). De l'activité parasite est également observée sur le plan 5.

Bien que les résultats soient meilleurs que ceux obtenus avec la régularisation quadratique, notamment pour les cas (*i*) et (*ii*) où l'activité est bien séparée, soit par des directions différentes (*i*), soit par des localisations différentes (*ii*), la diffusion de l'activité électrique et les erreurs commises dans le cas (*iii*), où l'activité est plus complexe, ne peuvent pas être négligées. En d'autres termes, l'utilisation d'un modèle approché (ne modélisant pas l'anisotropie) engendre visiblement une perte de résolution spatiale en imagerie EEG. Ce résultat corrobore les résultats obtenus sur l'évaluation du problème direct (chapitre V).

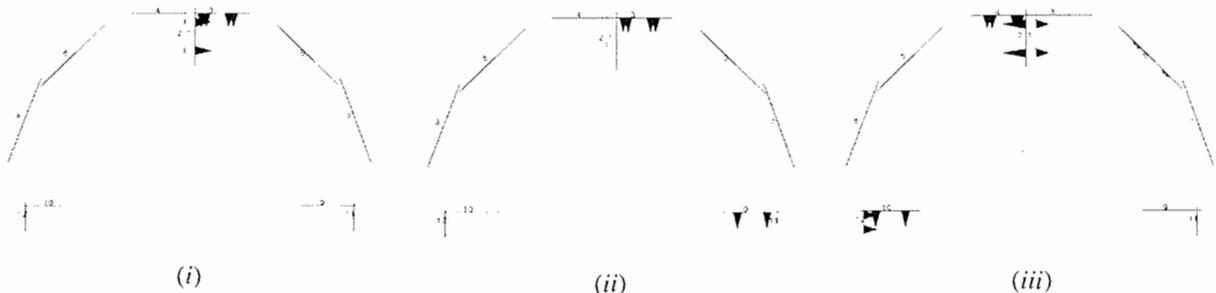


Figure 4.1.2 : solution du problème inverse dans le cas sphérique avec la méthode S-MAP. Les trois configurations correspondent à celles de la figure 3b.

4.2 Modèle réaliste

Le problème inverse est maintenant testé avec un modèle réaliste. Outre l'influence de la géométrie non symétrique, viennent s'ajouter les erreurs numériques du problème direct

résolu par éléments finis.

4.2.1 Méthode quadratique

Comme pour le modèle sphérique, le problème inverse avec une régularisation quadratique (figure 4.2.1) est impuissant à retrouver l'activité électrique dans les trois cas. Les résultats semblent même encore plus aléatoires, probablement à cause de l'effet de diffusion dû à l'anisotropie, plus important dans le modèle réaliste que dans le modèle sphérique et peut-être aussi à cause des erreurs numériques du problème direct (MEF dans le cas réaliste, analytique dans le cas sphérique).

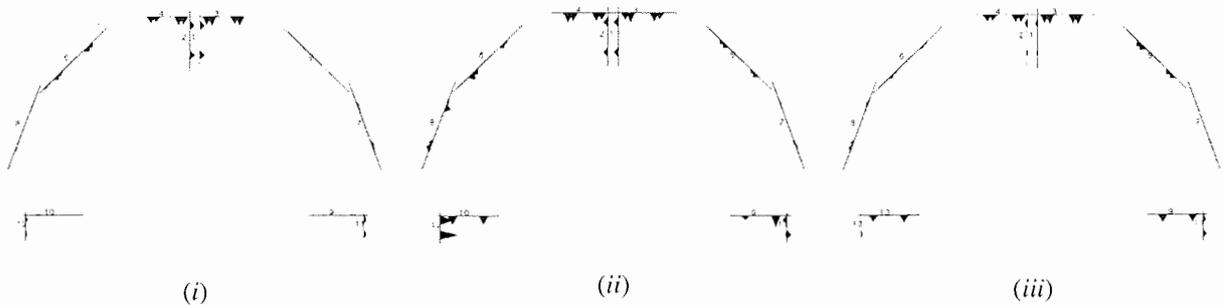


Figure 4.2.1 : solution du problème inverse dans le cas réaliste avec une régularisation quadratique. Les trois configurations correspondent à celles de la figure 3b.

La régularisation quadratique est donc nettement insuffisante pour retrouver l'activité électrique lorsque l'anisotropie de l'os est négligée.

4.2.2 Méthode S-MAP

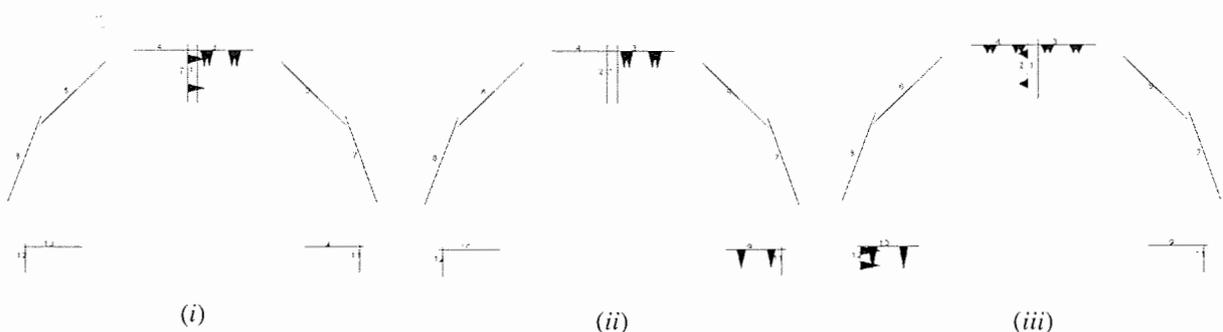


Figure 4.2.2 : solution du problème inverse dans le cas réaliste avec la méthode S-MAP. Les trois configurations correspondent à celles de la figure 3b.

Avec la méthode S-MAP (figure 4.2.2), l'activité électrique est bien retrouvée dans le cas (ii) mais contrairement au modèle sphérique, le cas (i) n'est pas correctement reconstruit.

En effet, l'activité retrouvée sur le plan 2 correspond à l'activité assignée au plan 1. Après quelques essais, il s'est avéré que lorsque le plan 1 ou le plan 2, ou les deux sont allumés, l'algorithme reconstruit toujours l'activité sur le plan 2. Ce problème n'a pas été observé avec le modèle sphérique et peut provenir de la diffusion due à l'anisotropie dans un milieu non symétrique tel que la tête. Ces deux plans sont en effectivement très semblables mais ils appartiennent à deux hémisphères différents et correspondent donc à des activités très différentes. L'erreur commise n'est donc pas du tout négligeable du point de vue cognitif.

Dans le dernier cas (*iii*), l'activité du plan 10 est surestimée (1.3 pour 1) et en contre partie, l'activité du plan 2 est fortement sous-estimée (0.5 pour 1). L'activité des plans profonds tend donc à être surestimée en compensation d'une sous-estimation de celle des plans proches. Cette solution permet de rendre compte de la plus large diffusion du potentiel en présence d'anisotropie (les plans profonds diffusent plus que les plans proches). L'activité du plan 4 est répartie sur les plans 3 et 4 : l'activité des plans proches est également diffusée sur les plans voisins, pour les mêmes raisons que précédemment. L'activité électrique est donc mal reconstruite dans ce dernier cas (*iii*). Comme dans le cas sphérique, il y a une perte de résolution sur la localisation de l'activité; Le phénomène est même amplifié par la géométrie réaliste.

La méthode S-MAP permet d'obtenir de bons résultats dans le cas d'une activité bien séparée (*ii*). Elle ne permet cependant pas de séparer des activités très proches et semblables comme celle des plans 1 et 2 (*i*). Dans le cas d'une activité plus complexe (*iii*), l'activité est retrouvée avec une forte activité parasite sur les plans voisins, une sous-estimation des plans proches compensée par une surestimation des plans plus profonds. Les erreurs commises sur la localisation de l'activité ne sont pas du tout négligeables du point de vue cognitif et pourraient même avoir des conséquences désastreuses sur l'interprétation des phénomènes. L'influence de l'anisotropie de l'os ne peut donc pas toujours être négligée dans l'application du problème inverse en EEG. D'autre part, le modèle réaliste semble plus sensible aux effets de l'anisotropie que le modèle sphérique.

5 - Evaluation en MEG

L'évaluation du problème inverse en MEG n'a été réalisée que sur un modèle réaliste. En effet, dans un milieu sphérique, la partie radiale du champ magnétique est rigoureusement indépendante des conductivités et donc de l'anisotropie (voir chapitre II). Le modèle sphérique ne présente donc aucun intérêt ici.

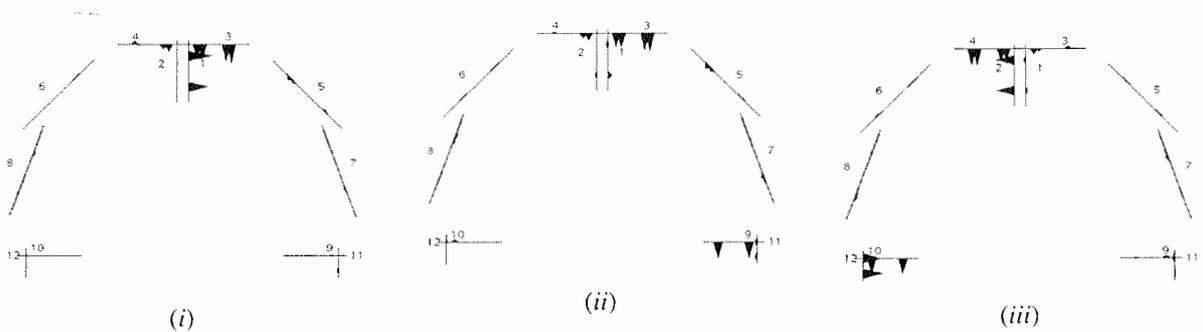


Figure 5a : solution du problème inverse avec une régularisation quadratique. Les trois configurations correspondent à celles de la figure 3b.

Les solutions obtenues avec une régularisation quadratique (figure 5a) présentent bien une activité sur les plans où elle avait été assignée, dans les trois cas. Néanmoins, une activité parasite vient s'ajouter sur les plans voisins, d'autant plus importante que l'on se rapproche des plans actifs initiaux. En fait, cette activité parasite correspond à un lissage de l'activité assignée qui s'étale sur les autres plans.

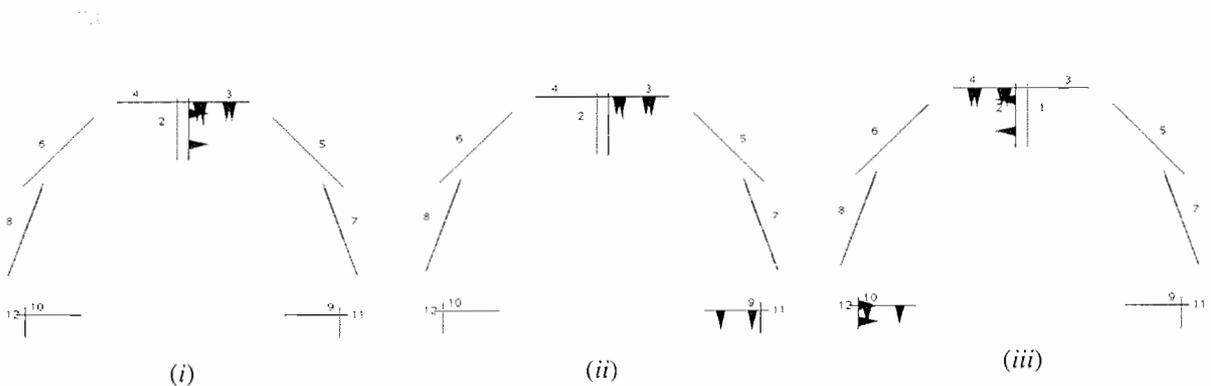


Figure 5b : solution du problème inverse avec la méthode S-MAP. Les trois configurations correspondent à celles de la figure 3b.

L'activité parasite qui persistait avec la régularisation quadratique est parfaitement

éliminée par la méthode S-MAP (figure 5b) qui recouvre sans problème la bonne activité assignée aux plans dans tous les cas. L'amplitude des dipôles est également très bien estimée (erreur inférieure au pour-cent).

En conclusion, le biais introduit par l'anisotropie en MEG est très faible et ne gêne quasiment pas la reconstruction de l'activité par le problème inverse. Une régularisation quadratique permet de retrouver l'activité de façon correcte, malgré un étalement inhérent à la méthode. La méthode S-MAP, plus sophistiquée et surtout capable de retrouver les discontinuités brusques, retrouve sans problème la bonne activité avec une très bonne estimation des amplitudes. L'anisotropie de l'os n'influence donc quasiment pas les résultats du problème inverse en MEG.

6 - Conclusion

Les différences observées entre les distributions calculées avec un os anisotrope et celles calculées avec un os isotrope restent faibles (erreurs inférieures à 10% en EEG et quasi nulles en MEG). Ces changements sont du même ordre de grandeur que ceux dus à d'autres approximations dans la modélisation, telles que l'absence des orbites des yeux, la simplification de la géométrie complexe de l'os ou autre. Néanmoins, la matrice de gain calculée à l'aide du modèle isotrope (et qui est du même type que celle que l'on peut obtenir à l'aide d'un calcul par intégrales de frontière) introduit un biais lors de la résolution du problème inverse. Ce biais a été évalué sur un modèle de sources distribuées.

Du fait que la matrice de gain (calculée avec un modèle isotrope) ne traduit pas le vrai modèle avec lequel ont été calculées les données (modèle anisotrope), l'inversion du système doit se faire avec une régularisation pour obtenir des solutions stables, même si les données ne sont pas bruitées et le système parfaitement déterminé. Deux méthodes de régularisation ont été employées.

Les solutions obtenues avec la régularisation quadratique ne sont pas satisfaisantes. En

EEG, les solutions obtenues sont très instables ou correspondent très peu aux vraies valeurs. En MEG, les solutions obtenues sont bonnes mais les zones d'activité sont élargies. Ceci est dû à la nécessité d'une régularisation importante à cause de l'erreur sur la matrice de gain.

La méthode S-MAP est une régularisation non linéaire qui permet d'introduire plus d'information a priori sur la distribution de l'activité électrique et notamment, permet de retrouver des discontinuités dans l'activité des dipôles. Cette méthode accepte donc des distributions qui correspondent mieux à la physiologie du cortex. Elle permet de retrouver sans problème les activités correctes en MEG et donc de s'affranchir de l'effet de l'anisotropie. Il n'est donc a priori pas nécessaire de modéliser l'anisotropie de l'os en MEG.

En EEG, la méthode S-MAP permet de retrouver qualitativement des activités bien distinctement séparées. Néanmoins l'amplitude des dipôles n'est pas correctement estimée, du fait que l'anisotropie modifie l'amplitude du potentiel à la surface du scalp. Cet effet pourrait éventuellement être atténué par une introduction de connaissances a priori sur l'anisotropie dans la régularisation. Malgré tout, la diffusion plus importante du potentiel en présence d'anisotropie tend à élargir les zones d'activités reconstruites ce qui devient particulièrement gênant dans le cas d'une répartition complexe de l'activité sur le cortex. La méthode d'inversion sera alors incapable de fournir une représentation précise de l'activité électrique correspondant à différentes aires fonctionnelles le long des sillons du cortex, ou même de localiser correctement l'activité d'un côté ou de l'autre d'une scissure, à partir de données EEG uniquement, si l'anisotropie de l'os n'est pas correctement modélisée.

Bien sûr, la modélisation du problème direct est encore loin d'être satisfaisante et bien d'autres détails, au moins aussi importants probablement que l'anisotropie de l'os, doivent y être apportés. Malgré tout, ne serait-ce qu'à cause de l'incertitude qui existe sur les valeurs des conductivités, même si le problème direct devient de plus en plus précis, il est nécessaire d'utiliser des méthodes de régularisation très spécifiques. Ces méthodes doivent permettre d'introduire le maximum d'information a priori sur l'activité à reconstruire, de façon à être plus robustes vis à vis des erreurs de modélisation.

Chapitre VII

Validation du modèle numérique sur un fantôme (données réelles)

1 - Présentation du fantôme

1.1 Nécessité d'un fantôme

Jusqu'à présent nous avons validé la méthode des éléments finis, étudié l'influence des conductivités et diverses configurations dans des cas entièrement simulés, que ce soit pour le problème direct ou pour le problème inverse. C'est à dire que la configuration des dipôles, les valeurs de potentiel aux électrodes ou les valeurs du champ magnétique sur les capteurs ne provenaient pas de mesures réelles. Elles étaient choisies par simulations numériques de façon à reproduire plus ou moins fidèlement un cas réel.

Pour valider complètement le modèle utilisé, il faut résoudre un problème inverse à partir de mesures MEG et EEG réelles. Comment évaluer alors la validité des résultats fournis par le problème inverse? Il est en effet impossible de connaître la configuration électrique équivalente à un sujet normal lors de l'enregistrement des mesures. Une première solution consiste à utiliser des mesures intracrâniennes réalisées sur des épileptiques. En effet, les foyers épileptiques sont des sources très fortes et très ponctuelles qui sont très précisément localisées par les mesures intracrâniennes. Malheureusement, très peu de sujets sont disponibles pour lesquels une série complète de mesures a été réalisée (mesures intracrâniennes, EEG, MEG, IRM) [Sutherling et al, 1988].

Une deuxième solution consiste à utiliser un fantôme. Un fantôme est une

représentation plus ou moins simplifiée d'un cas réel, sur lequel sont réalisées des mesures dans des conditions réelles. L'avantage du fantôme est que l'on connaît toutes ses caractéristiques physiques et dans notre cas la position et l'orientation précise des sources internes de courant. Des simulations peuvent ainsi être réalisées et comparées aux mesures réelles pour valider le problème direct. Les mesures peuvent aussi être utilisées pour résoudre le problème inverse, la localisation et l'orientation des générateurs étant parfaitement connus.

Nous ne présentons dans ce chapitre que des résultats préliminaires sur le problème direct. Des calculs plus complets et notamment sur le problème inverse, seront présentés lors de la thèse de Sylvain Baillet.

1.2 Réalisation du fantôme

Notre fantôme a été réalisé à partir d'un crâne humain réel. Les autres milieux de la tête sont simulés par de la gélatine alimentaire dont la conductivité est voisine de celle de la peau et du cerveau. Le crâne est plongé dans de la gélatine chaude et liquide qui se durcit en refroidissant, ce qui permet de remplir toutes les cavités et interstices du crâne sans lesquels il serait un isolant quasi parfait. Cette opération doit être répétée avant chaque série de mesures, la gélatine ne se conservant que quelques heures.

Les sources sont des câbles coaxiaux positionnés de façon précise à l'intérieur du crâne et dénudés à leur extrémité sur une longueur de quelques millimètres. Six câbles coaxiaux ont été positionnés à l'intérieur du crâne suivant le schéma de la figure 1.2a pour simuler des dipôles proches et profonds, radiaux et tangentiels afin de tester diverses configurations. La position précise des câbles est maintenue à l'aide de tubes en verre repliés.

Un générateur de signaux a été réalisé permettant d'allumer plusieurs dipôles simultanément et de façon synchronisée ou avec un retard précis pouvant varier de 0 à quelques dizaines de millisecondes. Le signal correspondant à un dipôle (figure 1.2b) est une sinusoïde amortie d'une fréquence de 5 Hz environ qui reproduit l'allure des signaux générés par l'activité électrique des neurones.

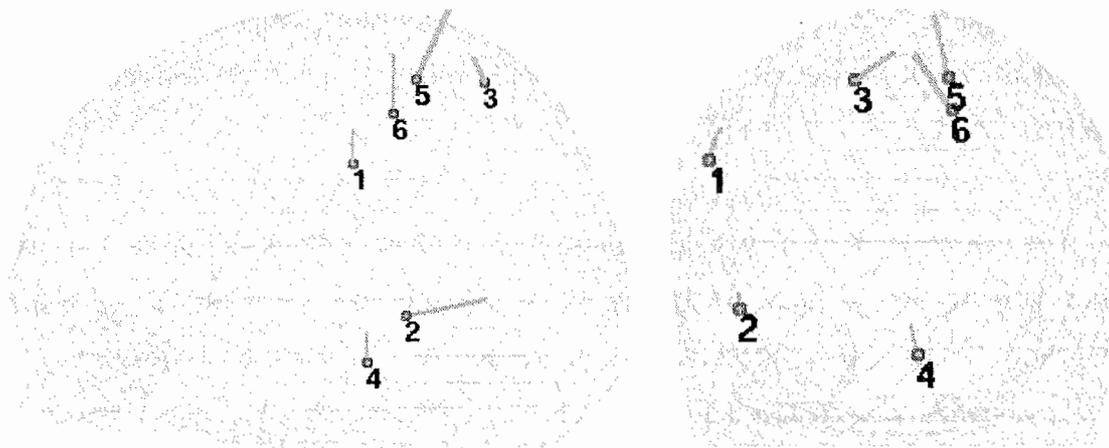


Figure 1.2a : position des dipôles dans le fantôme. Les dipôles 1, 2 et 3 sont des dipôles tangentiels. Le dipôle 1 est proche, le dipôle 3 très proche et le dipôle 2 plus profond. Les dipôles 5 et 6 sont radiaux. Le dipôle 4 est un dipôle très profond.

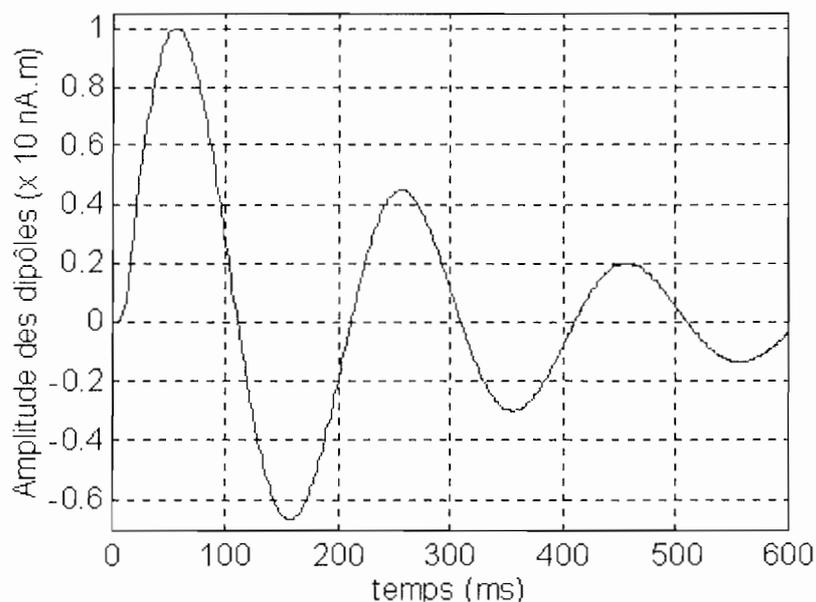


Figure 1.2b : allure temporelle des signaux du fantôme simulant l'activité électrique d'un groupe de neurone.

1.3 Mesures des conductivités

La conductivité de la gélatine a été mesurée sur un échantillon restant de la préparation utilisée pour remplir le fantôme à l'aide d'un schéma à deux électrodes. Une valeur de 0.33 Sm^{-1} a été obtenue.

La conductivité radiale du crâne a été estimée en plusieurs points. Des valeurs

comprises entre 0.2 et 0.02 Sm^{-1} ont été obtenues. Ces mesures ont été réalisées alors que le fantôme était rempli de gélatine, afin que le crâne possède la même conductivité que dans les expériences de mesures.

Ces mesures ne sont que des mesures préliminaires et des mesures plus précises devront être réalisées ultérieurement pour une étude plus approfondie du fantôme. Notamment, l'anisotropie de la conductivité du crâne n'a pas été estimée. Ces mesures ayant montré une grande variabilité spatiale de la conductivité du crâne, les calculs seront réalisés avec plusieurs valeurs de conductivité et comparées avec les mesures réalisées en EEG.

2 - Construction du modèle

2.1 Images

Comme nous l'avons vu au paragraphe 2 du chapitre IV, l'os n'est pas visible en IRM ce qui est fort gênant pour notre fantôme! Nous avons donc réalisé un scanner du fantôme, sur lequel l'os est parfaitement visible. Une série de 145 images espacées de 1 mm avec une résolution de 512x512 pixels pour un champ de 23 cm a été obtenue pour décrire la géométrie du fantôme en trois dimensions. Cette série d'images a également permis de positionner les sources de façon précise à l'intérieur du modèle du fantôme. En effet celles-ci sont parfaitement visibles sur les images scanner comme le montre la figure 2.1.

La position des capteurs EEG qui doit aussi être connue précisément sera lue sur une deuxième série d'images, ce qui permet de limiter les artefacts sur la première série d'images servant à extraire les contours de la géométrie.

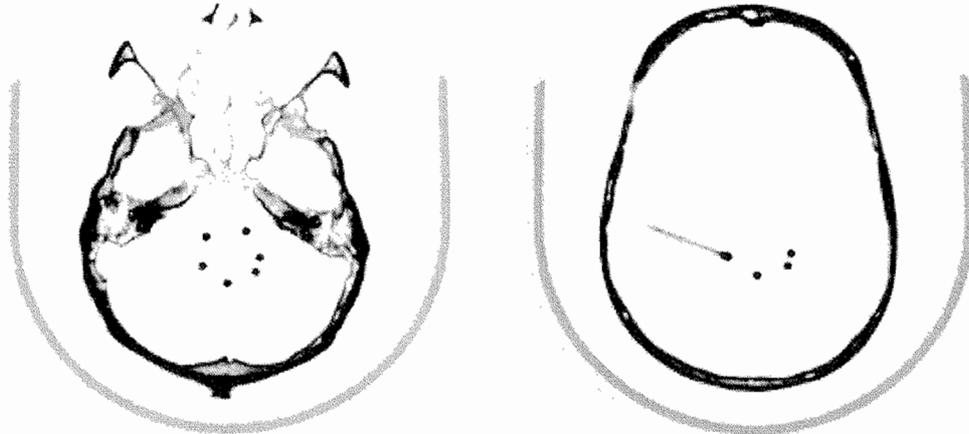


Figure 2.1 : images scanner du fantôme vues en contraste inversé pour plus de clarté. A gauche : bas du crâne, les points au centre sont les arrivées des six câbles coaxiaux formant les sources de courant. A droite : calotte supérieure, un des câbles est plié à 90 degrés pour réaliser un dipôle radial, deux des autres câbles ne sont plus visibles car les sources qu'ils forment sont situées sous la coupe observée. On peut également voir le support et le film plastique ayant servi à caler le fantôme. La mousse entre le fantôme et le support est à peine visible.

2.2 Extraction des contours

Nous avons réalisé une description précise des parois interne et externe de l'os. Cette description a nécessité la création de huit objets différents sur I-DEAS, trois pour la surface interne et cinq pour la surface externe (la calotte supérieure, la mâchoire, la partie postérieure inférieure et les deux orbites des yeux). Chaque partie est isolée des autres sur une série d'images différente.

Une première étape a donc consisté à modifier les images initiales à la main aux endroits où la séparation ne pouvait être obtenue de façon automatique. C'est le cas notamment pour séparer les mâchoires de la partie postérieure. Une paroi a également dû être ajoutée devant les orbites des yeux afin d'obtenir une surface fermée de la paroi des orbites (voir figure 2.2a).

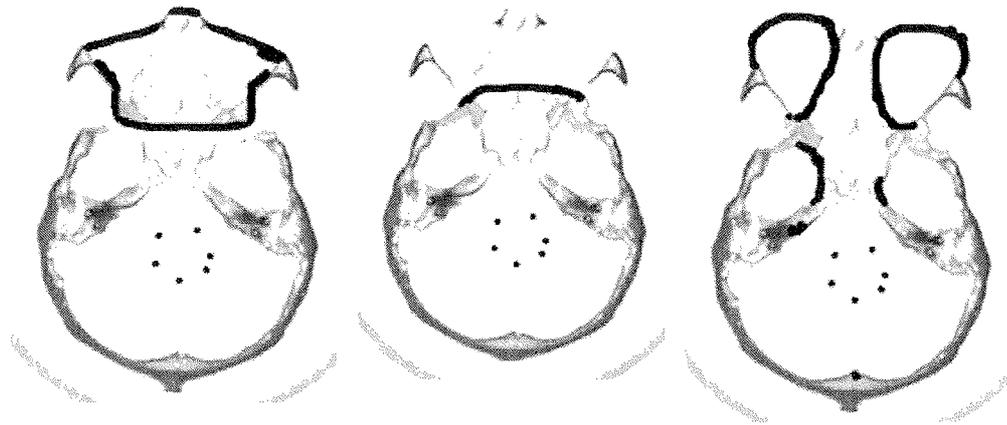


Figure 2.2a : modifications manuelles apportées aux images (parties noires). L'image initiale est celle de la figure 2.1. A gauche et au centre, séparation de l'avant et de l'arrière de la partie inférieure du crâne. A droite, séparation des parties internes et des orbites des yeux. Les renflements des parties internes ont été supprimés pour aider la réalisation du maillage.

Ces images sont ensuite binarisées en choisissant un seuil à 20 permettant de réduire le bruit de fond principalement dû aux artefacts de reconstruction de l'image scanner. Les niveaux de gris correspondant au support du fantôme peuvent également être supprimés avant la binarisation. Les parties interne du crâne sont extraites de l'image et les trous dans l'image sont comblés. A ce stade, nous avons donc une série d'images binaires pour chaque partie interne et externe du crâne qui sera modélisée (voir figure 2.2b). Un lissage tridimensionnel est réalisé sur chaque partie et un certain nombre de points de contour est extrait pour chaque partie. Le nombre de points choisi est fonction de la taille des parties traitées. Pour les petites parties (orbites des yeux, cavités internes correspondant au cervelet) huit points de contour sont extraits d'une image sur deux. Pour les autres parties, 32 points sont extraits d'une image sur quatre. La figure 2.2c résume les opérations réalisées pour la calotte supérieure du crâne.

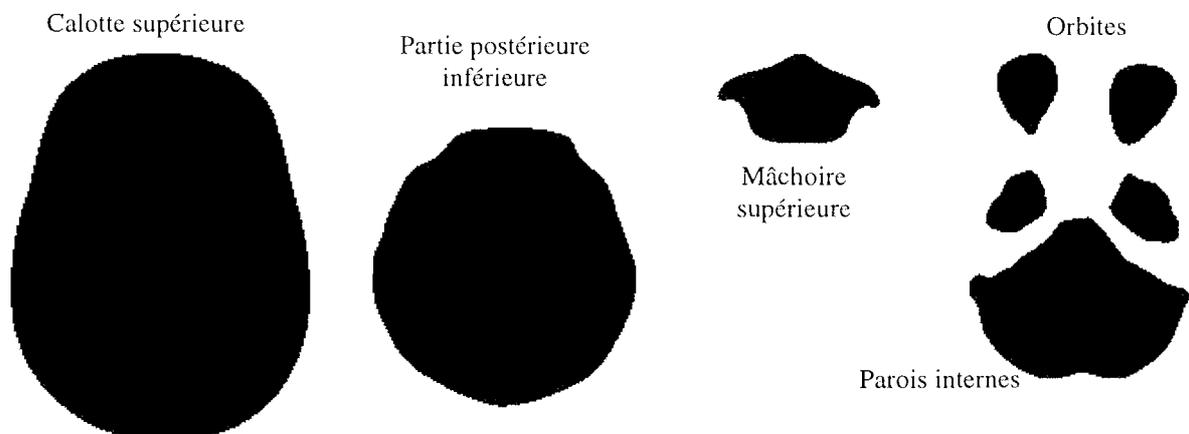


Figure 2.2b : les huit contours extraits des images du fantôme après un seuillage, une binarisation, l'extraction des parties internes et le remplissage des contours externes, et enfin un lissage en trois dimensions de chaque objet obtenu. Les images de départ sont l'image de droite de la figure 2.1 (qui n'a pas nécessité de modification) et les images de la figure 2.2a.

2.3 Réalisation du maillage

Huit objets sont réalisés sur I-DEAS à partir de huit séries de points de contour (voir chapitre IV). La figure 2.3a montre un éclaté de ces huit objets. Après assemblage de ces objets, et de nombreux essais de maillage, il a été possible de mailler l'os en deux parties (la calotte supérieure et le bas) tandis que l'intérieur a été maillé d'un seul bloc avec une taille de maille moyenne de 9 mm (figure 2.3b et 2.3c). Les cavités orbitales ont dû être légèrement rétrécies (de 5%) et déplacées pour obtenir une paroi d'une épaisseur acceptable au maillage. Seule la taille moyenne de 9 mm a pu permettre d'obtenir un maillage volumique du fantôme dans son ensemble. Des maillages surfaciques du modèle ont pu être obtenus pour diverses tailles d'éléments (figure 2.3d).

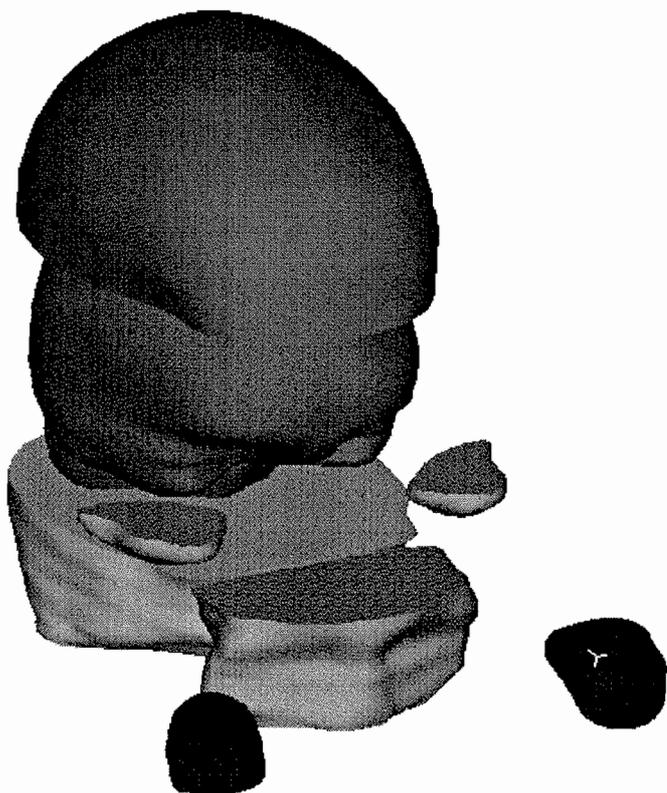


Figure 2.3a : représentation éclatée des huit objets obtenus sur I-DEAS pour la modélisation du fantôme.

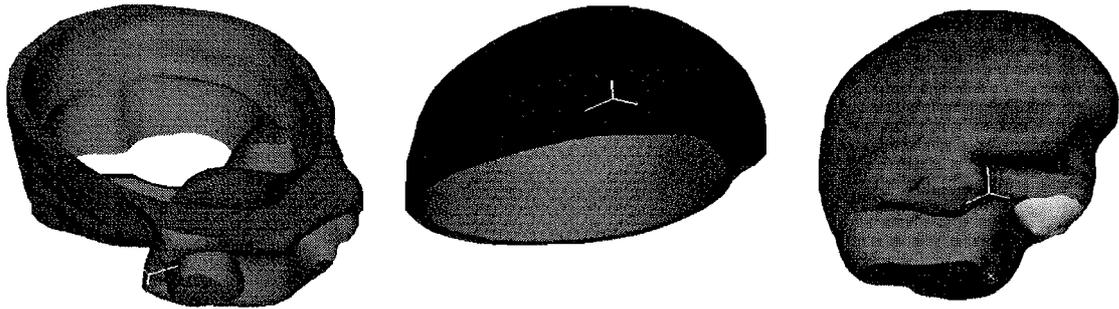


Figure 2.3b : les trois objets maillés sur I-DEAS obtenus à partir des objets de la figure 2.3a. Les deux objets de gauche représentent l'os maillé en deux parties. La partie interne (à droite) est maillée d'un seul bloc.

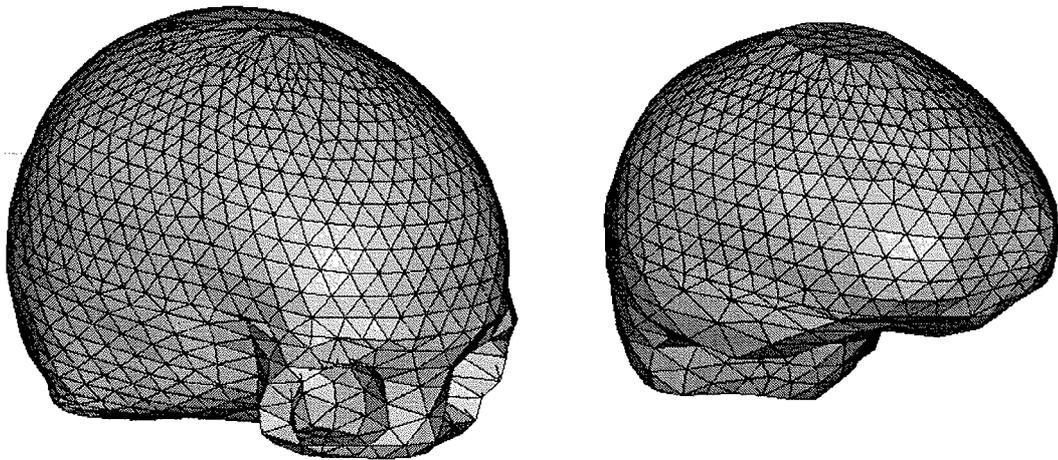


Figure 2.3c : maillage volumique du fantôme (7694 éléments pour l'os et 13067 éléments pour l'intérieur).

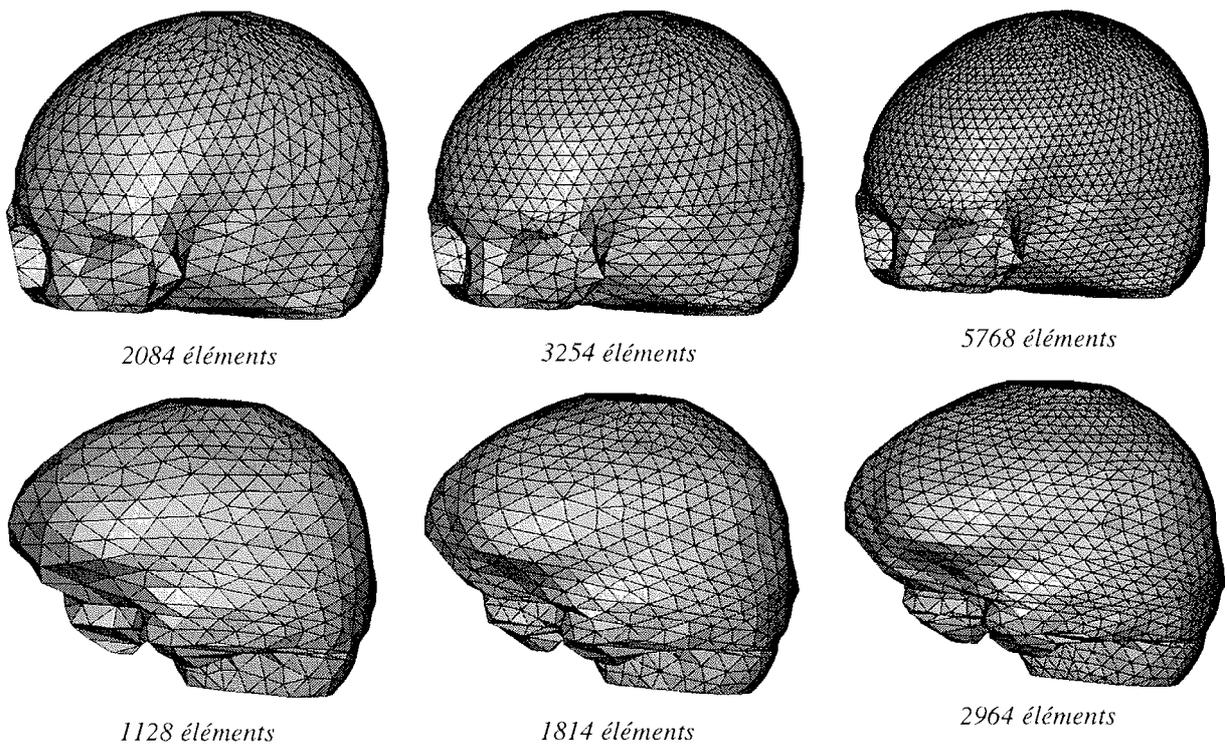


Figure 2.3d : maillages des surfaces interne et externe de l'os.

2.4 Choix des conductivités

Une conductivité de 0.33 correspondant à celle de la gélatine a été choisie pour le milieu intérieur. Pour la conductivité de l'os, plusieurs calculs seront réalisés avec des valeurs isotropes variant de 0.2, valeur supérieure obtenue sur les mesures (rapport 1.65 avec la conductivité de la gélatine) à 0.006 (rapport 55 avec la conductivité de la gélatine), valeur se rapprochant des mesures précédemment effectuées sur l'os et présentées au paragraphe 5.2 du chapitre I. Une anisotropie avec un rapport entre la conductivité radiale et la conductivité tangentielle variant de 1 à 10 sera également testée. Le tableau 2.4 donne toutes les valeurs utilisées pour la conductivité de l'os.

Cas	1	2	3	4	5	6	7
Conductivité radiale (Sm^{-1})	0.2	0.06	0.06	0.02	0.02	0.006	0.006
Conductivité tangentielle (Sm^{-1})	0.2	0.06	0.2	0.02	0.2	0.006	0.06

Tableau 2.4 : conductivités radiale et tangentielle du crâne utilisées pour le modèle du fantôme.

2.5 Positionnement des électrodes et des sources

Un scanner du fantôme avec le casque EEG (figure 2.5 et figure 3) en place a été réalisé juste après les mesures. Les images scanner permettent d'obtenir les coordonnées dans les trois dimensions de la position des 60 électrodes du casque, dans la position exacte où ont été réalisées les mesures.

La position des électrodes n'est pas lue sur les mêmes images que celle servant à la création du maillage. En effet, il est très visible sur l'image de la figure 2.5 que les électrodes induisent d'importants artefacts de reconstruction qui détruisent la géométrie du crâne. Il est donc nécessaire d'utiliser deux séries d'images différentes et de recalibrer ensuite les électrodes sur le maillage du crâne. Après une mise à l'échelle réelle du maillage et de la position des électrodes, celle-ci sont simplement repositionnées de façon à s'adapter au mieux à la surface du maillage, ce qui s'effectue assez aisément puisque la position des électrodes suit parfaitement la surface du crâne.

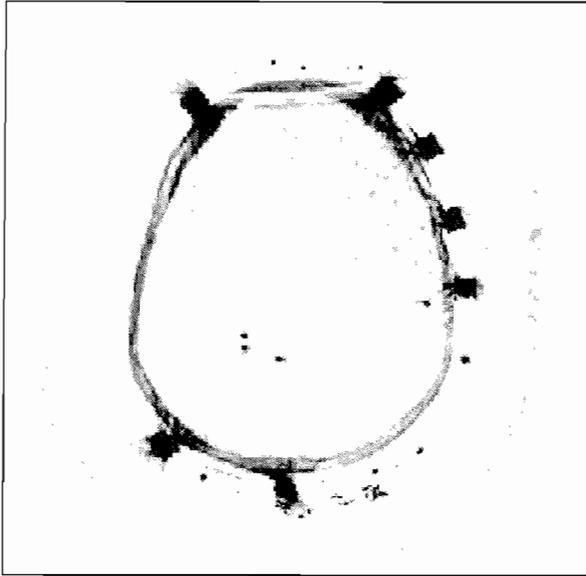


Figure 2.5 : image scanner du fantôme portant le casque EEG et ses électrodes. Les artefacts de reconstructions dus aux électrodes sont particulièrement visibles et détruisent la surface du crâne.

La position des sources se lit sur les images scanner sans les électrodes (figure 2.1). L'orientation du dipôle se déduit des images en regardant les positions du début et de la fin du câble coaxial. La précision sur l'orientation est assez mauvaise par cette méthode du fait de la taille relativement faible de la partie du câble simulant le dipôle. Sans doute sera-t-il nécessaire de trouver une méthode plus fiable pour déterminer plus précisément la direction des sources du fantôme.

3 - Mesures EEG

Les mesures EEG ont été réalisées sur le fantôme (figure 3a) pour toutes les configurations faisant intervenir un et deux dipôles. Les mesures ont été réalisées sur 60 électrodes. Le signal est échantillonné toutes les millisecondes. Pour chaque configuration de dipôle, une quinzaine d'essais a été enregistrée puis moyennée. L'allure des signaux moyennés obtenus est présentée figure 3b.



Figure 3a : mesures EEG réalisées sur le fantôme. Le casque (rouge) possède 60 électrodes (ronds blancs). On voit en haut à gauche le générateur de signaux.

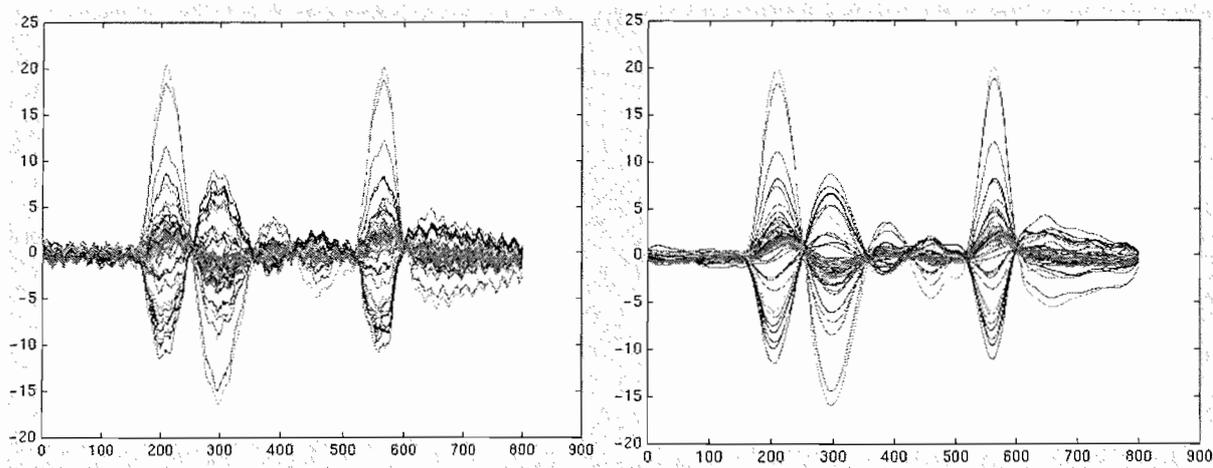


Figure 3b : enregistrements obtenus sur les 60 électrodes lorsque le dipôle 3 est allumé après moyennage sur une quinzaine d'essais. A gauche enregistrement sans filtrage. A droite enregistrement après filtrage du 50 Hz. L'échelle des abscisses est en milliseconde, celle des ordonnées en microvolt. Les enregistrements sont échantillonnés à la milliseconde.

4 - Comparaison avec le problème direct

Les mesures que nous avons utilisées sont prises à 210 ms, ce qui correspond au premier maximum de l'activité imposée aux dipôles (voir figures 1.2b et 3b).

La figure 4 montre les cartes de potentiel obtenues par interpolation des données mesurées sur les 60 électrodes d'une part et par interpolation des valeurs de potentiel aux électrodes obtenues par simulation numérique sur Flux3d d'autre part. L'interpolation dans le bas du crâne n'est pas réalisée, du fait qu'il n'y a pas d'électrode et le potentiel est mis à zéro.

Les tableaux 4a et 4b donnent les erreurs pour chaque cas choisi pour la conductivité de l'os. L'amplitude des dipôles choisie pour les simulations est de 125 nAm, ce qui correspond approximativement à l'intensité maximale des dipôles du fantôme lors des enregistrements. Celle-ci a été ajustée lors des simulations de façon à ce que les données simulées soient toujours plus élevées que les mesures (MAG supérieur à 1). Les erreurs sont calculées en comparant les valeurs mesurées sur les 60 électrodes aux valeurs obtenues par simulation sur les mêmes électrodes. Les potentiels mesurés sont pris comme référence.

Cas	Cond rad/tan	Dipôle 1	Dipôle 2	Dipôle 3	Dipôle 3'	Dipôle 4	Dipôle 5	Dipôle 6
1	0.2/0.2	0.35	0.38	1.00	0.60	0.58	0.51	0.59
2	0.06/0.06	0.37	0.44	1.14	0.63	0.69	0.52	0.61
3	0.06/0.2	0.33	0.35	1.19	0.49	0.56	0.54	0.49
4	0.02/0.02	0.38	0.45	1.16	0.64	0.75	0.52	0.62
5	0.02/0.2	0.34	0.38	1.18	0.55	0.57	0.50	0.54
6	0.006/0.006	0.38	0.46	1.17	0.65	0.77	0.52	0.62
7	0.006/0.06	0.32	0.37	1.20	0.50	0.66	0.55	0.50

Tableau 4a : RDM calculé sur les données simulées sur les 60 électrodes pour les 7 configurations de conductivité de l'os du tableau 2.4 et en prenant comme distribution de référence le potentiel mesuré sur les électrodes.

Cas	Cond rad/tan	Dipôle 1	Dipôle 2	Dipôle 3	Dipôle 3'	Dipôle 4	Dipôle 5	Dipôle 6
1	0.2/0.2	1.63	1.04	3.82	1.57	0.998	1.27	1.36
2	0.06/0.06	1.95	1.22	7.45	1.83	1.19	1.56	1.55
3	0.06/0.2	1.003	0.95	7.65	1.27	1.02	1.67	1.11
4	0.02/0.02	2.06	1.26	8.59	1.92	1.30	1.64	1.62
5	0.02/0.2	1.35	1.04	8.28	1.47	1.01	1.66	1.25
6	0.006/0.006	2.10	1.28	9.03	1.96	1.35	1.67	1.64
7	0.006/0.06	1.12	1.04	8.25	1.43	1.21	1.86	1.23

Tableau 4b : MAG calculé sur les données simulées sur les 60 électrodes pour les 7 configurations de conductivité de l'os du tableau 2.4 et en prenant comme distribution de référence le potentiel mesuré sur les électrodes.

Les valeurs obtenues pour le dipôle 3 sont très mauvaises. En effet, le dipôle 3 est tangent au crâne et se trouve donc dans une région où le calcul par éléments finis donne de mauvais résultats. Un deuxième calcul a été réalisé avec un dipôle plus enfoncé de 5 mm dans le cortex suivant la direction radiale (dipôle 3'). Les résultats comparés aux mesures obtenues sur le dipôle 3 sont nettement meilleurs et comparables aux autres dipôles, bien que le dipôle dans les simulations ne soit plus à la bonne place.

Les valeurs du RDM et du MAG restent assez élevées, et ce, quelles que soient les conductivités choisies pour le crâne. La figure 4 montre que les pics de potentiels simulés sont localisés sur les mêmes électrodes ou en des endroits très voisins des pics de potentiels mesurés. On observe malgré tout des petites différences dans la localisation des pics. Ces différences peuvent s'expliquer par les erreurs importantes sur l'estimation de l'orientation des dipôles. D'autre part, les données mesurées et simulées sont assez différentes au niveau des potentiels faibles (taches déformées). L'interpolation utilisée pour créer les cartes apporte en partie des déformations. Néanmoins, les erreurs (RDM et MAG) ont été calculées à partir des valeurs du potentiel aux électrodes (mesurées et simulées) et les mesures sont de toute façon entachées de bruit qui se manifeste surtout au niveau des potentiels les plus faibles. Tout ceci est suffisant pour expliquer les RDM relativement élevés du tableau 4a. Notons que les résultats obtenus avec les données non filtrées sont sensiblement les mêmes que ceux obtenus avec les données filtrées. Le 50 Hz affecte donc uniformément toutes les électrodes et n'est pas vraiment gênant ici.

Les valeurs des conductivités utilisées pour les simulations ont une importance relative plutôt faible (variations du RDM inférieures à 20%) compte tenu de la valeur élevée des erreurs. Les variations observées sur le MAG sont plus importantes mais elles sont liées à l'intensité donnée aux dipôles pour les résultats simulés. Dans l'état actuel des choses, il n'est donc pas nécessaire de connaître la valeur des conductivités avec une très grande précision. On peut néanmoins remarquer que les résultats obtenus avec une anisotropie forte de l'os (rapport 10 entre la conductivité radiale et la conductivité tangentielle) sont légèrement plus proche des mesures, en particulier pour les cas 3 et 5. Les erreurs sont peut-être cependant trop grandes pour conclure que ces cas sont les plus proches de la réalité.

Cette étude préliminaire est néanmoins encourageante, étant données les nombreuses imprécisions de l'expérience (valeurs des conductivités approximatives, présence de bruit dans les données, incertitudes sur l'amplitude et l'orientation des dipôles relativement importantes). Une étude plus approfondie devra être réalisée, notamment avec des valeurs de conductivité et d'anisotropie de l'os plus réalistes, tenant compte des inhomogénéités locales. Les premières mesures ont effectivement montré que la conductivité pouvait varier fortement d'un point à l'autre du crâne, des résultats similaires avaient été obtenus par Rush et Driscoll [Rush & Driscoll, 1968]. Des mesures plus précises sont en cours. Le modèle pourrait également être amélioré en maillant plus finement au niveau des six dipôles. Une étude sur le problème inverse est également en cours, pour essayer de retrouver les dipôles à partir des données mesurées.

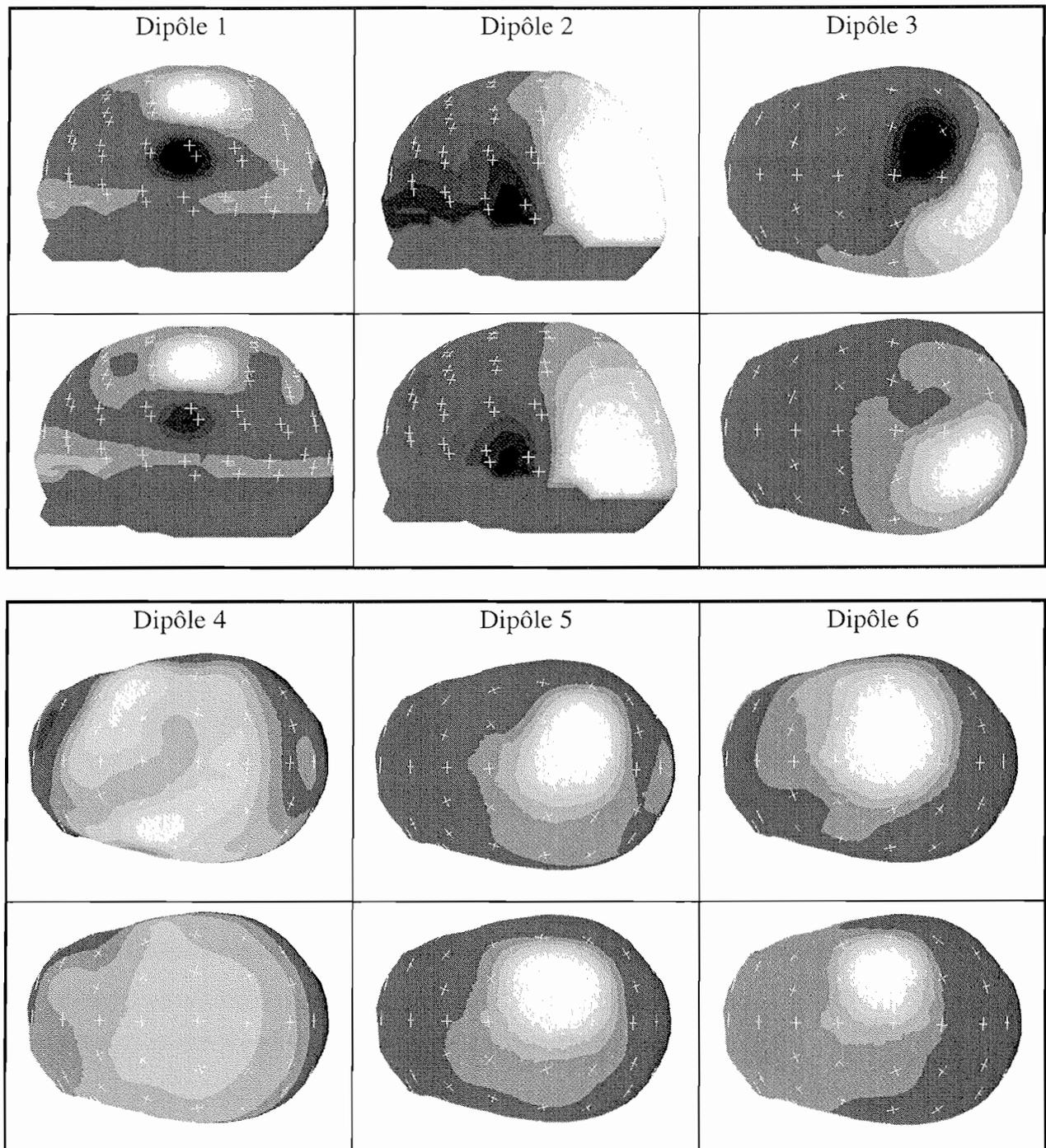


Figure 4 : cartes de potentiel obtenues par interpolation des potentiels mesurés (dessus) et simulés (dessous) sur les 60 électrodes pour chaque dipôle du fantôme. La position des électrodes est représentée par des croix blanches. L'interpolation n'est pas effectuée en dessous des électrodes (le potentiel est mis à zéro).

Conclusion

Dans le but d'améliorer la reconstruction de l'activité électrique en MEG et en EEG, nous avons développé un modèle volumique réaliste de tête permettant de modéliser des milieux inhomogènes et anisotropes. Nous avons mis en œuvre la méthode des éléments finis associée à ce type de modèle, sur le logiciel Flux3d, grâce à une collaboration avec le LEG. Nous avons réalisé des maillages volumiques réalistes d'une tête et de notre fantôme, nécessaires pour la résolution du problème par éléments finis. Le logiciel I-DEAS que nous avons utilisé pour la réalisation de ces maillages s'est avéré apte à mailler des structures complexes telles que celles de la tête, malgré les nombreuses difficultés que nous avons rencontrées. Peu de maillages de ce type avaient été obtenus auparavant.

Nous avons validé la méthode en comparant les résultats à des résultats analytiques grâce au modèle sphérique. Nous avons également étudié diverses configurations de calcul et l'influence de l'ordre et de la taille des éléments. Des éléments du second ordre d'une taille moyenne de 10 mm ont donné des résultats satisfaisants pour la plupart des dipôles situés dans les régions moyennes du cortex. Nous avons étudié l'influence des valeurs des conductivités en MEG et en EEG, ainsi que l'influence de l'anisotropie de l'os sur le problème direct et sur le problème inverse.

Nous avons montré qu'il n'était pas nécessaire de modéliser cette anisotropie dans le cas de la MEG, si la méthode de régularisation liée au problème inverse est bien adaptée. Nous avons montré que pour le problème inverse en EEG, l'influence de l'anisotropie de l'os n'est pas négligeable du tout. Une méthode de régularisation sophistiquée, permettant d'introduire un maximum de connaissances a priori sur la solution, est nécessaire si l'on utilise un modèle ne tenant pas compte de l'anisotropie de l'os. Les cas où la distribution de l'activité est simple peuvent alors être retrouvés. Mais malgré tout, pour les cas plus complexes, les erreurs commises ne sont pas négligeables et il sera nécessaire de tenir compte de l'anisotropie de l'os dans le problème direct.

Nous avons également observé les effets d'une géométrie réaliste. Les effets de l'anisotropie de l'os, par exemple, sont plus importants dans le cas d'une géométrie réaliste que dans le cas d'une géométrie sphérique. Nous avons aussi montré que l'influence des couches externes sur le calcul du champ magnétique n'est pas négligeable.

Enfin, la dernière partie présentait une comparaison entre les mesures EEG réalisées sur un fantôme et des simulations réalisées à partir d'un modèle volumique de ce fantôme. Les premiers résultats sont encourageants, même si des écarts significatifs ont été observés.

Cette étude montre que le modèle de tête utilisé est encore loin d'être suffisamment réaliste. En effet, de nombreux détails anatomiques qui ne sont pas modélisés peuvent avoir une influence au moins aussi importante que celle de l'anisotropie de l'os qui a été étudié ici. C'est le cas notamment de détails fins de l'os qui n'ont pas été modélisés, comme la mâchoire, des détails des circonvolutions du cortex, du LCR et des ventricules, de l'anisotropie de la substance blanche, etc.... S'il est certain que la MEG peut se contenter d'un modèle assez simplifié, il n'en est pas de même pour l'EEG.

L'étude que nous avons réalisée sur le problème inverse montre que l'amélioration du réalisme du modèle utilisé est nécessaire mais pas suffisante. En même temps que l'on développe le problème direct, il est nécessaire d'introduire de nouvelles méthodes de régularisation pour la reconstruction des sources. Ces méthodes doivent permettre d'introduire un maximum de connaissances a priori sur la solution. L'utilisation de plusieurs modalités (MEG et EEG, TEP et IRMf) peut également permettre d'améliorer nettement la solution.

Les limites que nous avons rencontrées à l'application de la méthode des éléments finis sont liées au maillage. L'utilisation d'un maillage plus raffiné au niveau de l'os et du cortex où se situent les sources pourrait améliorer la solution. La difficulté réside dans la fabrication d'un tel maillage, même si le logiciel I-DEAS possède les modalités pour le réaliser. La réalisation d'un maillage réaliste volumique reste en effet la principale limitation à l'utilisation de la méthode des éléments finis. Un mélange de la méthode des intégrales de frontière et de la méthode des éléments finis pourrait être une solution à ce problème. En effet, seuls dans ces conditions les milieux anisotropes (l'os, la substance blanche) devraient être

maillés en volume, les milieux isotropes n'étant représentés que par des maillages surfaciques aux interfaces. Le maillage volumique qui ne contient alors qu'une seule couche, est beaucoup plus facile à obtenir. La mise en œuvre d'une autre méthode numérique, les différences finis, pourrait également supprimer le problème du maillage. La méthode se base en effet sur un maillage cubique des volumes qui peut-être directement relié à une acquisition volumique IRM.

Le problème du maillage est lié à la localisation des dipôles. En effet, des problèmes ont été rencontrés (par de nombreux auteurs) pour des dipôles radiaux proches de la surface du cortex car ils provoquent de forts gradients sur le potentiel. Une des méthodes généralement employées consiste à utiliser des maillages raffinés aux alentours du dipôle. Une autre méthode consisterait à utiliser comme solution singulière des équations une autre forme de potentiel que celle utilisée pour la décomposition du potentiel (paragraphe 1.3 du chapitre II). Cette solution singulière, qui pourrait être le potentiel créé par le dipôle dans une sphère ou dans un demi-espace homogène, devrait permettre d'obtenir un potentiel réduit plus doux au niveau des interfaces et donc d'améliorer la solution.

Une limitation importante est aussi le temps de calcul que requiert l'application de la loi de Biot et Savart pour le calcul du champ magnétique. Même si des optimisations du calcul sont possibles, il semblerait plus judicieux d'utiliser un calcul direct du champ magnétique par éléments finis. Ainsi, le calcul en passant par un potentiel magnétique vecteur pourrait être envisageable sur Flux3d, de la même façon que le calcul du potentiel électrique scalaire. Les temps de calcul nécessaires pour le champ magnétique seraient alors du même ordre que pour le potentiel électrique, c'est à dire considérablement réduit !

Deux problèmes que nous avons déjà mentionnés mais que nous n'avons pas abordés durant ce travail sont également des limitations très importantes à l'amélioration et l'automatisation de la résolution du problème direct. Il s'agit du problème de la segmentation des images anatomiques et du problème de la mesure des conductivités. Un système interactif et semi-automatique semble être une bonne solution pour la segmentation des images. Pour les conductivités, nous avons vu au chapitre VII avec les données réelles que dans l'état actuel des choses, la connaissance approfondie de la distribution des conductivités n'était pas a priori nécessaire. Par contre une modélisation plus approfondie de l'anisotropie de l'os (non plus

radiale et tangentielle mais suivant les directions propres de l'os) pourrait être envisagée avec la version de Flux3d que nous avons réalisée, à condition de pouvoir la mesurer précisément en différents points du crâne. C'est ce qui devrait être réalisé prochainement sur le crâne de notre fantôme.

Beaucoup de travail reste donc à faire pour améliorer le problème direct de la MEG et de l'EEG. Un modèle "hyper-réaliste" de la tête devra probablement être développé afin d'étudier l'influence de chaque détail et d'en déduire ensuite les simplifications possibles. Car l'utilisation d'un modèle adapté à chaque individu nécessite d'être à la fois très précis et en même temps simple à réaliser.

Références

Angot A : Compléments de mathématiques. Paris Masson, 1972 869p.

Baillet S, Garnero L, (1997): A Bayesian approach to introducing anatomo-functional priors in the EEG / MEG inverse problem. IEEE Trans. On Biomed. Eng. Vol 44, No 5 pp 374-385.

Baillet S, Marin G, Garnero L, Hugonin JP, (1998): A joint maximum entropy processing of MEG and EEG for cortical source imaging, IEEE Transactions on Biomedical Engineering, soumis Juillet 1997

Barnard AC, Duck JM, Lynn MS, Timlake WP, (1967): The application of electromagnetic theory to electrocardiography. II. Numerical solution of the integral equations. Biophys. J. Vol 7 pp 433-462.

Bertrand O, Thevenet M, Perrin F, (1991): 3D finite element method in brain electrical activity studies. Report TKK-F-A689.

Cline HE, Lorensen WE, Kikinis R, Jolesz F, (1990): Three-dimensional segmentation of MR images of the head using probability and connectivity. J. of Comput. Assist. Tomogr. Vol 14, No 6.

Cuffin BN, (1990): Effects of head shape on EEG's and MEG's. IEEE Trans. on Biomed. Eng. Vol 37 No 1, jan.

Dale AM, Sereno MI, (1993): Improved localization of cortical activity by combining EEG and MEG with MRI cortical surface reconstruction: a linear approach. J. Cogni. Neurosci., Vol 5, pp 162-176.

De Munck JC, (1988): The potential distribution in a layered anisotropic spheroidal volume conductor. J. Appl. Phys. 64 464-70.

De Munck JC, (1989): A mathematical and physical interpretation of the electromagnetic field of the brain. PhD Thesis Amsterdam, The Netherlands.

De Munck JC, (1992): A linear discretization of the volume conductor boundary integral equation using analytically integrated elements. IEEE Trans. on Biomed. Eng. Vol 39, No 9, sept.

Ferguson AS, Zhang X, Stroink G, (1994): A complete linear discretization for calculating the magnetic field using boundary element method. IEEE Trans. on Biomed. Eng. Vol 41, No 5, may.

Geddes LA and Baker LE, (1967): The specific resistance of biological material - a compendium of data for the biomedical engineer and physiologist. Med. & Biol. Eng. Vol 5, 271-293.

Guerin C, Marin G, Garnero L, Meunier G, (1997): Méthodes de type éléments finis pour le calcul des champs électriques et magnétiques en Electroencéphalographie et Magnétoencéphalographie, Conférence NUMLEC'97, Ecole Centrale de Lyon, article soumis au Journal de Physique III.

Hämäläinen M. et al, (1993): Magnetoencephalography - Theory, instrumentation, and applications to noninvasive studies of the working human brain. Rev. of Mod. Phys. Vol 65, No 2, apr.

Hämäläinen M, Sarvas J, (1989): Realistic conductivity geometry model of the human head for interpretation of neuromagnetic data. IEEE Trans. Biomed. Eng. BME-86 165-71.

Hauelsen J, Ramon C, Czapski P, Eiselt M, (1995): On the influence of volume currents and extended sources on neuromagnetic fields : a simulation study. Annals of biomed. eng. Vol 25 728-739.

Hosek RS, Sances A, Jodat RW and Larson SJ, (1978): The contributions of intracerebral currents to the EEG and evoked potentials. IEEE Trans. on Biomed. Eng. Vol BME-25 No 5, sept.

Marin G, Guerin C, Baillet S, Garnero L, Meunier G, (1998): Influence of skull anisotropy for the forward and inverse problem in EEG : Simulation studies using FEM on realistic head models. Submitted to Human Brain Mapping, Juin 1997.

Mazoyer B, Belliveau J, (1996): Les nouveaux progrès de l'imagerie. La recherche, 289 : 26-33.

Meijs JWH, Bosch FGC, Peters MJ, Lopes da Silva FH, (1987): On the magnetic field distribution generated by a dipolar current source situated in a realistically shaped compartment model of the head. Electroenceph. and Clin. Neurophysiol. Vol 66, pp 286-296.

Meijs JWH, (1988): The influence of head geometries on electro- and magnetoencephalograms. Phd Thesis, Twente, The Netherland.

Meijs JWH, Weier OW, Peters MJ, Oosterom AV, (1989): On the numerical accuracy of the boundary element method. IEEE trans. on Biomed. Eng. Vol 36, No 10, oct.

Miller ChE, Henriquez CS, (1990): Finite element analysis of bioelectric phenomena. Crit. Rev. Biomed. Eng. 18(3): 207-233.

Morse PM, Feshbach H, (1953): Methods of Theoretical Physics. McGrawHill, New York, Vol 1, pp 828-832.

Nicholson PW, (1965): Specific impedance of cerebral white matter. Experim. Neurol. 13, 386-401.

Nunez PL, (1990): Localization of brain activity with electroencephalography. Adv. in Neurol. Vol 54. edited by Susumu Sato. Raven Press. New York.

- Pascual-Marqui RD et al, (1994): Low resolution electromagnetic tomography : a new method for localizing electrical activity of the brain. *Int. Journal of Psychophysiology*, vol. 18, pp. 49-65.
- Peters MJ, de Munck JC, (1990): The influence of model parameters on the inverse solution based on MEGs and EECs. *Acta Oto-laryngologica, Scand. Univ. Press, suppl 491*, 61-69.
- Peters MJ, Elias PJH, (1988): On the magnetic field and the electrical potential generated by bioelectric sources in an anisotropic volume conductor. *Med. Biol. Eng. Comput.* 26 617-23.
- Pethig R, (1987): Dielectric properties of body tissues. *Clin. Phys. Physiol. Meas.* Vol 8 suppl. A, 5-12.
- Phillips W et al, (1997): Imaging neural activity using MEG and EEG. *IEEE Eng. in Med. and Biol. Mag.* Vol 16 No 3, pp 34-41, May/June.
- Piegl L, Tiller W, (1987): Curve and surface constructions using rational B-splines. *Computer-aided design* Vol 19, No 9, nov.
- Rango J, Schlitt HA, Halling H, Müller-Gärtner HW, (1996): Numerische lösung des vorwärtsproblems in der magnetoenzephalographie (MEG). *Proceedings : aachener workshop: bildverarbeitung in der medizin.* Nov.
- Rao CR, Mitra SK, (1973): Theory and application of constrained inverses of matrices. *SIAM J. Appl. Math.*, vol. 24, pp. 476-488.
- Reddy GN and Subrata S, (1984): Electrical and dielectric properties of wet bone as a function of frequency. *IEEE Trans. on Biomed. Eng.* Vol BME-31 No 3, march.
- Rush S and Driscoll DA, (1968): Current distribution in the brain from surface electrodes. *Anesthesia and analgesia ... Current Researches* Vol 47 No 6, Nov.-Dec.
- Robillard PN and Poussart Y, (1977): Specific impedance measurements of brain tissues. *Med. & Biol. Eng. & Comput.* Vol 15 438-445, july
- Sarvas J, (1987): Basic mathematical and electromagnetic concepts of the biomagnetic inverse problem. *Phys. Med. Biol.* Vol 32, No 1, 11-22.
- Scherg M, (1990): Fundamentals of dipole source potential analysis, in: Grandori F, Hoke M, Roamni GL (Eds), *Auditory Evoked Magnetic Fields and Potentials, Advances in Audiology*, vol 6, Karger, Basel, pp 40-69.
- Schlitt HA, Heller L, Aaron R, Best E and Ranken DM, (1995): Evaluation of boudary element methods for the EEG forward problem: effect of linear interpolation. *IEEE Tans. on Biomed. Eng.* vol 42 No 1, jan.
- Schwan HP, (1963): *Physical techniques in biological research.* (WL Nastuk, Ed.) Academic Press, New York, Vol 6 Chap 6.

- Schwan HP, (1966): Alternating current electrode polarization. *Biophysik* 3, 181-201.
- Sepulveda NG, Walker CF and Heath RG, (1983): Finite element analysis of current pathways with implanted electrodes. *J. Biomed. Eng.* Vol 5, jan.
- Simkin J and Trowbridge CW, (1979): On the use of the total scalar potential in the numerical solution of fields problems in electromagnetics. *Int. J. for Num. Meth. in Eng.* , Vol 14,423-440.
- Stok CJ, (1987): The influence of model parameters on EEG/MEG single dipôle source estimation. *IEEE Trans. on Biomed. Eng.* , Vol BME-34 No 4, apr.
- Sutherling WW, Crandall PH, Darcey TM, Becker DP, Levesque MF, Barth DS, (1988): The magnetic and electric fields agree with intracranial localizations of somatosensory cortex. *Neurology*, Vol 38, pp 1705-1714, Nov.
- Thevenet M, (1992): Modélisation de l'activité électrique cérébrale par la méthode des éléments finis. These No 92 ISAL 0036 présentée à l'INSA de lyon.
- Thevenet M, Bertrand O, Perrin F, Dumont T and Pernier J, (1991): The finite element method for a realistic head model of electrical brain activities: preliminary results. *Clin. Phys. Physiol. Meas.* Vol 12, suppl A, 89-94
- Thompson RF, (1993): *The brain - A Neuroscience primer* (second edition). Freeman and compagny, USA.
- Tikhonov A, Arsenin V, (1977): *Solutions of ill-posed problems*. Washington, DC : Winston.
- Wells WM, Kikinis R, Jolesz FA, (1996): adaptive segmentation of MRI data. *IEEE Trans. on Med. Imaging.* Vol 15, No 4, aug.
- Wood CC, et al, (1985): Electrical sources in human somatosensory cortex : identification by combined magnetic and potential recordings. *Science*, vol 227, pp 1051-1053, march.
- Yamamoto T and Yamamoto Y, (1976): Electrical properties of the epidermal strum corneum. *Med. & Biol. Eng.*, march.
- Yvert B, Bertrand O, Echallier JF, Pernier J, (1995): Improved forward EEG calculations using local mesh refinement of realistic head geometries. *Electroenceph. and Clin. Neurophysiol.* 95, pp 381-392
- Zhou H, van Oosterom A, (1992): Computation of the potential distribution in a four-layer anisotropic concentric spherical volume conductor. *IEEE trans. on biomed. eng.* Vol 39, No 2, Feb.
- Zienkiewicz OC, (1977): *The finite element method in engineering science*. McGraw-Hill Ed.
- Zubal IG, Harrell CR, Smith EO, Rattner Z, Gindi GR, Hoffer PB, (1994): Computerized three-dimensional segmented human anatomy. *Med. Phys.* 21(2), 299-302.

ANNEXE

Identités utilisées pour le calcul analytique

- *Identité I :*

$$\operatorname{div}\left(\frac{\mathbf{J}_i(\mathbf{r}')}{\|\mathbf{r}-\mathbf{r}'\|}\right)=\frac{\operatorname{div}(\mathbf{J}_i(\mathbf{r}'))}{\|\mathbf{r}-\mathbf{r}'\|}+\mathbf{J}_i(\mathbf{r}')\cdot\operatorname{grad}\left(\frac{1}{\|\mathbf{r}-\mathbf{r}'\|}\right),$$

avec

$$\operatorname{grad}\left(\frac{1}{\|\mathbf{r}-\mathbf{r}'\|}\right)=\frac{(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{\|\mathbf{r}-\mathbf{r}'\|^3}.$$

- *Identité II :*

$$\operatorname{rot}\left(\frac{\mathbf{J}_i(\mathbf{r}')}{\|\mathbf{r}-\mathbf{r}'\|}\right)=\frac{\operatorname{rot}(\mathbf{J}_i(\mathbf{r}'))}{\|\mathbf{r}-\mathbf{r}'\|}+\operatorname{grad}\left(\frac{1}{\|\mathbf{r}-\mathbf{r}'\|}\right)\times\mathbf{J}_i(\mathbf{r}').$$

- *Identité III :*

$$\operatorname{rot}\left(V\frac{(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{\|\mathbf{r}-\mathbf{r}'\|^3}\right)=\operatorname{grad}(V)\times\frac{(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{\|\mathbf{r}-\mathbf{r}'\|^3}.$$

- *Identité IV :*

$$\iiint_{\Omega}\operatorname{rot}(\mathbf{f})d\Omega=-\iint_{\partial\Omega}\mathbf{f}\times\mathbf{n}dS$$

où $\partial\Omega$ représente la frontière de Ω et \mathbf{n} le vecteur normal à cette frontière orienté vers l'extérieur du volume. \mathbf{f} est une fonction vectorielle quelconque définie sur le volume Ω .

Résumé

La reconstruction de l'activité électrique du cerveau en magnétoencéphalographie (MEG) et électroencéphalographie (EEG) nécessite de modéliser la propagation des courants dans les milieux conducteurs de la tête. Récemment des modèles surfaciques à géométrie réaliste sont apparus. Ces derniers apportent une amélioration significative de la modélisation par rapport au modèle sphérique mais ne permettent pas de modéliser des inhomogénéités locales et l'anisotropie de certains milieux comme l'os.

Ce travail présente la réalisation d'un modèle volumique de tête et la mise en œuvre de la méthode des éléments finis pour permettre de modéliser les milieux anisotropes. L'influence de l'anisotropie de l'os, ainsi que l'influence des autres conductivités en présence d'un os anisotrope, ont ainsi pu être étudiées dans un modèle réaliste, aussi bien en MEG qu'en EEG.

La méthode a été validée par comparaison avec les résultats analytiques sur un modèle sphérique. Diverses configurations de calculs ont été testées. L'influence des paramètres du maillage a également été étudiée et la configuration optimale a été déterminée.

Nous avons montré que l'anisotropie de l'os introduit une diffusion supplémentaire dans l'EEG et que l'absence de modélisation de l'anisotropie empêche la reconstruction correcte des sources en EEG. Ceci dès que l'activité est répartie en plusieurs tâches séparées, même avec un algorithme de reconstruction sophistiqué, permettant de retrouver les discontinuités fortes dans l'activité. Nous avons montré que l'influence de l'anisotropie de l'os est beaucoup plus faible en MEG qu'en EEG. En effet, l'activité électrique a été correctement reconstruite dans tous les cas testés sans modélisation de l'anisotropie en MEG.

Une comparaison avec des données réelles obtenues sur un fantôme est également présentée.

Abstract

Reconstruction of the brain activity in magnetoencephalographie (MEG) and electroencephalographie (EEG) is in need for a model of current propagation in the conductive media of the head. Recently realistic surface models have brought a significant improvement compared with the spherical model. However, they do not allow to model neither local inhomogeneities nor anisotropy of medium like the skull.

In this work, we achieve a realistic volume model of the head and we implement a Finite Element Method to modelize media with anisotropy. The influence of skull anisotropy as well as the influence of other conductivities in the presence of anisotropy in the skull are studied in a realistic model, either in MEG and EEG.

The method is validated using a spherical model by comparison with the analytical results. Several computation configurations are tested. The influence of mesh parameters is also studied and the optimum configuration is derived.

We show that the skull anisotropy introduces additional diffusion in EEG and that the non-modelization of anisotropy prevent from a correct reconstruction of the sources in EEG. This especially when the activity is composed of multiple sparse spots, even if the reconstruction algorithm is a sophisticated one, allowing to recover strong discontinuities in the activity. We show that the influence of skull anisotropy is weaker in MEG than in EEG. Indeed, the brain activity has been correctly recovered in all cases without taking into account the anisotropy in MEG.

A comparison with real data obtained with a phantom is also computed.

