HAL
open science

Contribution a l'étude de capteurs interferometriques et polarimetriques a fibres optiques monomodes : application a la mesure simultanée de la pression et de la température

Dominique Chardon

To cite this version:

Dominique Chardon. Contribution a l'étude de capteurs interferometriques et polarimetriques a fibres optiques monomodes : application a la mesure simultanée de la pression et de la température. Optique [physics.optics]. Université Paris Sud - Paris XI, 1987. Français. NNT : . pastel-00718041

HAL Id: pastel-00718041

https://pastel.hal.science/pastel-00718041v1

Submitted on 16 Jul 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ORSAY
n° d'ordre : 3308

UNIVERSITE DE PARIS-SUD

CENTRE D'ORSAY

THESE

présentée

Pour obtenir

Le grade de Docteur ès sciences physiques

PAR

Mr CHARDON Dominique

SUJET : Contribution à l'étude de capteurs polarimétriques et interférométriques à fibre optique monomode : application à la mesure de la pression et de la température.

soutenue le 16 Juin 1987 devant la commission d'examen.

MM. C. IMBERT Président
J. BADOZ
A. BRUN
G. CHARTIER
S. HUARD
R. KIST

ABSTRACT

This work is devoted to the study of interferometric and polarimetric optical fiber sensors. The basic principle relies on the birefringence induced by tension coiling a single mode fiber. Before coiling, such a fiber can propagate two degenerated modes with orthogonal states of polarization (S.O.P.). The bending of the fiber induces anisotropic stesses which produce a linear birefringence owing to the photoelastic effect. We thus use a fiber wrapped into several turns around a hollow cylindrical former. The fast axis is locally normal to the cylinder. The differential phase shift between the components of the electric field respectively parallel to the principal axes highly depends on the radius of curvature of the fiber. This last one may vary either because of thermal expansion, or because of an internal overpressure into the hollow mandrel. The study of the temperature sensitivity leads to the need of thermal effect compensation when measuring pressure variations. We show that this aim can be reached by performing a differential measurement between two fiber coils. Two configurations of such a device are described.

On the other hand, an interference phenomenon occurs between the different waves partially reflected at the fiber ends. Because of the birefringence of the fiber coil, the round trip phase has different values for waves polarized parallel to each of the principal axes. We show that the measurement of both the mean round trip phase and the differential phase shift allows the simultaneous measurement of a couple of parameters, the pressure and the temperature. All these principles are demonstrated experimentally.

Ce travail a été accompli de 1982 à 1987 à l'Institut d'Optique. Je remercie Messieurs les Professeurs A. MARECHAL et C. IMBERT de m'avoir accueilli dans leur laboratoire.

J'adresse mes sincères remerciements à Monsieur le Professeur C. IMBERT pour avoir accepté la Présidence du Jury et pour le soutien qu'il a apporté à ce thème.

Après avoir guidé mes premiers pas dans la recherche, Serge HUARD a proposé le sujet de cette thèse que j'ai développé au sein d'une nouvelle équipe dont il avait la responsabilité à l'Institut d'Optique. Il a dirigé ce travail avec un dynamisme et une rigueur qui ont rendu fructueuses et stimulantes nos nombreuses discussions scientifiques. Je suis heureux de le remercier pour sa confiance et de lui témoigner ici reconnaissance et amitié.

Je suis très sensible à l'intérêt que Monsieur le Professeur G. CHARTIER a témoigné pour ce travail, plus particulièrement en acceptant d'établir un rapport malgré ses nombreuses préoccupations. Je lui adresse mes très sincères remerciements.

Monsieur le Professeur J. BADOZ me fait le plaisir et l'honneur de participer pour la seconde fois au jugement de mon travail ; je l'en remercie tout particulièrement.

Monsieur le Professeur A. BRUN m'a fait l'amitié de lire et de commenter ce mémoire. Je tiens à le remercier vivement pour sa participation au jury.

Une partie de ce travail est le fruit d'une collaboration avec le Docteur Rainer KIST. Qu'il sache combien j'ai apprécié ses conseils lors de son séjour en France et lors de ma visite à Freiburg. Je lui suis particulièrement reconnaissant de l'intérêt qu'il témoigne pour ces études et lui adresse mes sincères remerciements pour avoir accepté de faire partie du jury.

Gisèle ROGER a partagé mon enthousiasme et mes interrogations. La qualité des montages expérimentaux lui doit énormément. En alliant soin, imagination et sens critique, elle a souvent contribué à la compréhension des résultats les plus déroutants. Je tiens à la remercier chaleureusement pour son aide constante.

La fréquence d'un laser et la température ont été une fois de plus privées de liberté grâce aux asservissements sans failles d'André VILLING et d'Alain AIDE. Je les remercie amicalement pour leur disponibilité et leur intérêt pour des domaines autres que l'électronique.

Les collègues de l'Atelier de Mécanique m'ont toujours fourni les petits montages "urgent" avec promptitude sans affecter la qualité qui caractérise leurs réalisations ; merci à eux.

Je témoigne mon amitié à mes collègues du laboratoire que je ne peux tous citer. Que ce soit pour une aide technique, une discussion ou un conseil, je les en remercie.

Je remercie vivement Monsieur VALENTIN du Laboratoire de Spectronomie Moléculaire de l'Université de Paris VI qui m'a très gentiment consacré une partie de son temps pour tester la stabilité d'un laser.

Les qualificatifs qui caractérisent la qualité du travail de Nelly BONAVENT ont été épuisés. Je tiens néanmoins à la remercier pour son efficacité et la bonne humeur dont elle a fait preuve. Les multiples difficultés que pose la présentation d'un mémoire n'ont pas résisté à son expérience. J'associe à ces remerciements Gérard ROGER pour son amicale contribution aux figures.

Madame DELMOTTE a assuré le tirage de ce mémoire dans des délais très brefs malgré de nombreux problèmes techniques. Je la remercie cordialement pour sa contribution.

Mes remerciements vont enfin à la Division Optique de la D.R.E.T. qui a soutenu financièrement une partie de ce travail.

INTRODUCTION

Bien que les fibres optiques aient été conçues pour permettre la propagation de la lumière à l'abri de toute perturbation, elles s'avèrent sensibles à certains paramètres extérieurs. Aussi, beaucoup de principes de capteurs à fibres optiques ont été proposés depuis bientôt une dizaine d'années.

La fibre peut jouer un double rôle : le plus connu est le guidage de la lumière, c'est à dire le transport de l'information ; le second est le rôle de transducteur. Lorsque ces deux fonctions sont remplies, on parle de capteur intrinsèque. Si, par contre, la fibre ne fait que transporter l'information, en apportant toutefois un avantage spécifique, le capteur considéré est de type extrinsèque.

En vue d'applications industrielles à court terme, un grand nombre de recherches actuelles se dirigent vers ce deuxième type de capteurs : parmi les projets actuels figure la réalisation de réseaux qui nécessite le multiplexage de plusieurs capteurs. Notre travail se situe plus en amont et s'inscrit dans le cadre de l'étude de capteurs intrinsèques.

Plus précisément, qu'il soit intrinsèque ou extrinsèque, un capteur à fibre est en général sensible à plusieurs grandeurs physiques parmi lesquelles figure fréquemment la température. Notre idée directrice a donc été la recherche de dispositifs sensibles sélectivement à un paramètre qui s'affranchissent de l'influence des autres.

Les capteurs polarimétriques à fibre optique monomode basés sur les variations d'état de polarisation de la lumière qui s'y propage s'inscrivent dans ce cadre. Plus particulièrement, les systèmes à fibres bobinées se prêtent bien à de telles études, tant théoriques qu'expérimentales, grâce à leur géométrie régulière. Ils permettent en outre, de profiter de grandes longueurs d'interaction dans de faibles volumes.

Deux attitudes sont possibles devant les problèmes thermiques. La première consiste à imaginer des dispositifs qui compensent les effets de la température. La seconde, plus ambitieuse, repose sur la mesure simultanée d'une grandeur et de la température. Il faut noter que la mesure simultanée d'une de deux paramètres à l'aide d'une fibre optique fait à l'heure actuelle l'objet d'une importante recherche au plan

international. Dans ce travail, nous avons suivi les deux démarches ; les grandeurs dont nous avons analysé les effets sur les fibres optiques bobinés sont la pression et la température.

Les modes guidés par une fibre optique étant des ondes planes mais inhomogènes, il nous est apparu indispensable de préciser la notion d'état de polarisation dans le cadre des fibres optiques monomodes. Ces notions de bases constituent le début du premier chapitre. Le rappel de la théorie des modes couplés et son utilisation dans le cadre d'une fibre contrainte permet de décrire sous forme matricielle l'évolution de l'état de polarisation. L'étude détaillée de l'état de contrainte d'une fibre courbée sous traction mécanique complète les résultats existants dans la littérature. Au terme de ce chapitre, la fibre courbée apparait de façon idéalisée comme une lame linéairement biréfringente dont le déphasage induit dépend fortement du rayon de courbure. Le principe des capteurs étudiés repose sur cette propriété.

Le deuxième chapitre est destiné à une étude plus approfondie d'une bobine de fibre réelle. En premier lieu, l'influence de l'atténuation la fibre est examinée. On étudie ensuite les propriétés anisotropes plus spécifiques d'un bobinage de fibre. En particulier, la prise en compte de la structure hélicoïdale inévitable de l'enroulement montre que certaines précautions doivent être prises lors de la réalisation de tels systèmes. De la même façon, l'étude de la courbure de fibres spéciales à faible biréfringence met en évidence des propriétés qui s'éloignent beaucoup de celles du schéma idéal dans des conditions d'utilisation qui sont précisées.

Le troisème chapitre est consacré à l'établissement des principes qui seront utilisés par la suite. Le système de base est une fibre bobinée sur un cylidre creux. On étudie en particulier les sensibilités à la température et à une surpression intérieure au cylindre. La possibilité de compenser les effets thermiques apparaitra alors clairement. Cette démarche aboutit à une méthode de mesure différentielle des variations de pression insensible à la température. Le second point important de ce chapitre réside dans la démonstration de la possibilité de mesurer simultanément deux paramètres, ici pression et température.

Au cours du quatrième et dernier chapitre, nous décrivons des réalisations expérimentales mettant en oeuvre des principes décrits dans les chapitres précédents. En particulier, après avoir étudié les sensibilités à la presssion et à la température d'un bobinage de fibre, l'efficacité des méthodes de compensation thermique est démontrée. Nous terminons ce chapitre par la présentation d'un dispositif expérimental délivrant une mesure simultanée de la pression et de la température ; ses performances et ses limitations sont discutées.

CHAPITRE I

EVOLUTION DE L'ETAT DE POLARISATION DANS UNE FIBRE OPTIQUE MONOMODE : APPLICATION AUX FIBRES COURBEES

A. INTRODUCTION

Le but de ce chapitre est l'étude des propriétés d'anisotropie d'une fibre optique monomode bobinée sous tension mécanique avec un rayon de courbure uniforme R.

L'état de polarisation de la lumière est classiquement défini dans le cas des ondes planes homogènes. Les quelques rappels faits sur les fibres monomodes montrent que la structure d'onde plane inhomogène du champ électromagnétique exige une définition spécifique de l'état de polarisation dans ce cas.

A partir de cette définition, nous montrons comment la théorie des modes couplés permet d'étendre le formalisme matriciel de R.C. Jones et la représentation géométrique de Poincaré au cas des fibres optiques. Les notions de biréfringence linéaire, circulaire ou plus généralement élliptique peuvent alors être définies sans ambiguité.

Par ailleurs, la grande longueur des fibres optiques laisse apparaitre des variations de propriétés biréfringentes d'un point à un autre. Ces variations, parasites ou provoquées volontairement, conduisent à des propriétés globales qui se distinguent de celles des milieux anisotropes classiques tels que les cristaux. De plus, la grande flexibilité des fibres entraine une forte dépendance de leurs propriétés d'anisotropie diélectrique vis à vis de paramètres extérieurs tels qu'en particulier les contraintes mécaniques.

Nous présentons plus spécifiquement l'étude de la biréfringence induite par courbure sous tension, phénomène prépondérant dans les capteurs étudiés dans ce travail.

Pour conclure ce chapitre, le principe général de ces capteurs est présenté. En particulier, l'étude des variations de biréfringence en fonction de la courbure permet d'obtenir des ordres de grandeur de la sensibilité du principe.

B. ETAT DE POLARISATION DANS UNE FIBRE OPTIQUE MONOMODE

I. RAPPELS SUR LES FIBRES MONOMODES

1) Présentation du champ électromagnétique

Une fibre idéale est constituée d'un coeur cylindrique de rayon a et d'une gaine optique infinie. L'indice de réfraction de la gaine est une constante n_g alors que l'indice du coeur dépend de la distance r à l'axe suivant une loi $n_o(r)$. La fibre possède donc une parfaite symétrie de révolution autour de son axe Oz.

En général, dans les fibres d'intérêt courant, $n_o(r)$ est maximum au centre.

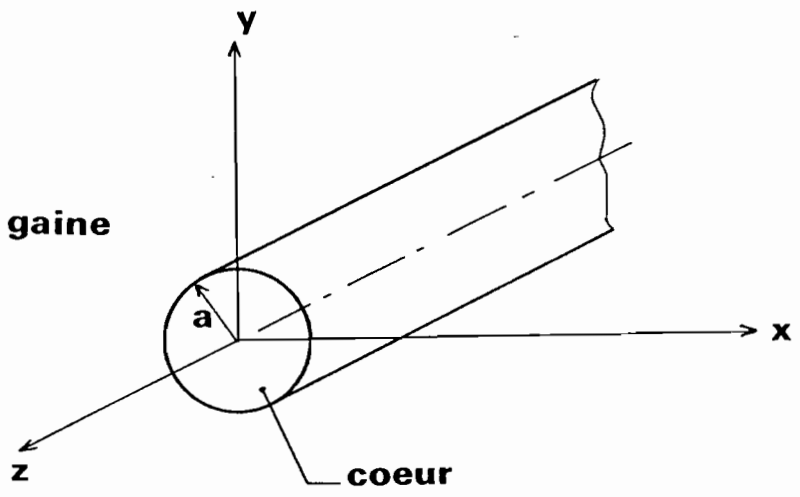


Figure 1 : Géométrie d'une fibre parfaite.

Dans un tel milieu, le vecteur déplacement électrique $\vec{D}$ et le vecteur champ électrique $\vec{E}$ sont reliés par :

$$\vec{D} = \varepsilon_o n^2(r)\ \vec{E}$$

ou encore :

$$\vec{D} = \varepsilon_o \varepsilon(r)\ \vec{E}$$

Le milieu étant d'autre part supposé non magnétique, le champ magnétique $\vec{H}$ et l'induction magnétique $\vec{B}$ sont reliés par :

$$\vec{B} = \mu_o\ \vec{H}$$

En l'absence de sources, les équations de MAXWELL conduisent à l'équation de propagation :

$$\Delta \vec{E} - \frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \overrightarrow{\mathrm{grad}}(\mathrm{div}\ \vec{E}) = 0$$

La recherche de solutions sous forme d'ondes planes harmoniques dont la notation de l'amplitude complexe est :

$$\vec{E}(x,y)\ e^{j(kz - \omega t)}$$

conduit à l'obtention de modes de propagation caractérisés par leur constante de propagation k_m et la répartition d'amplitude de champ électromagnétique dans un plan d'onde $\vec{E}_m(x,y)$, $\vec{H}_m(x,y)$ qui lui est associé. m est un indice discret pour les modes guidés. Il varie par contre continûment pour les modes rayonnants. Pour une fibre à symétrie de révolution, tous les modes guidés sauf un, dit mode fondamental, possèdent une longueur d'onde de coupure [1] au dessus de laquelle, la propagation leur est interdite.

Plus précisément, le nombre de modes guidés pouvant se propager dépend de la valeur du nombre :

$$V = k_o\ a \sqrt{n_o^2 - n_g^2}$$

où n_o est la valeur de l'indice au centre de la fibre et $k_o = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}$ (λ désigne la longueur d'onde dans le vide). Ce

paramètre V est appelé fréquence normalisée. Au dessous d'une valeur critique de V qui dépend du profil d'indice $n_o(r)$, il ne peut exister que le mode fondamental. Ce mode noté HE_{11} [1] est de type hybride, c'est-à-dire, qu'à la fois les champs $\vec{E}$ et $\vec{H}$ possèdent une composante longitudinale suivant l'axe de la fibre. Le module de cette composante est cependant petit devant celui de la composante transverse. Les lignes de champ électrique sont représentées sur la Figure 2.

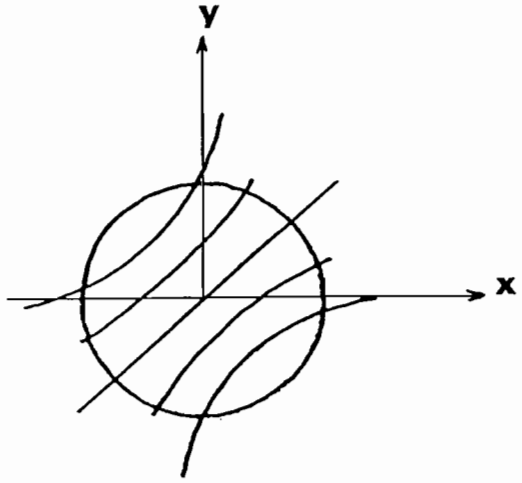


Figure 2 : Lignes de champ électrique transverse d'un mode HE_{11}.

Il apparait donc deux différences essentielles par rapport aux ondes homogènes dans un milieu infini.

- la direction et l'amplitude du champ $\vec{E}$, ainsi que celles du champ $\vec{H}$ varient dans un plan d'onde.

- il existe une composante longitudinale.

Ces deux caractéristiques constituent une difficulté pour définir l'état de polarisation à l'intérieur de la fibre. De plus, il existe une forte dégénérescence car la direction de la ligne de champ passant par le centre est totalement arbitraire. Une base de décomposition des modes guidés

peut alors être obtenue [1] en considérant deux modes HE_{11x} et He_{11y} orthogonaux et dégénérés, c'est-à-dire ayant même constante de propagation k_1. Les structures spatiales de ces deux modes se déduisent l'une de l'autre par rotation de $\pi/2$ autour de l'axe de la fibre. Notons que pour obtenir une base complète de l'espace, il faut adjoindre à ces deux modes les modes rayonnants.

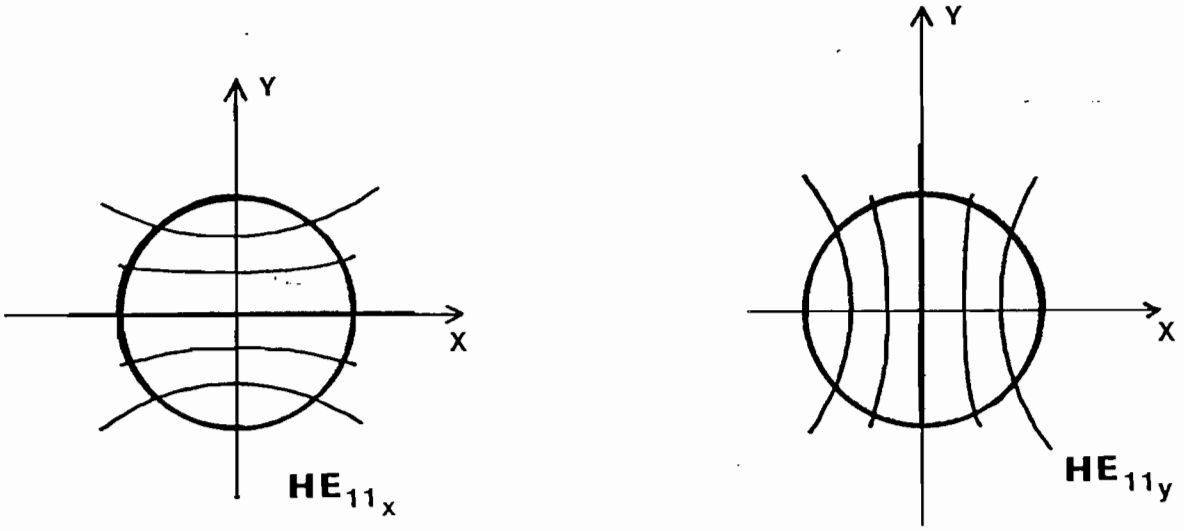


Figure 3 : Lignes de champ électrique transverse des deux modes dégénérés HE_{11x} et HE_{11y}.

2. Cas des fibres faiblement guidantes

La figure 2 montre que la ligne de champ passant par l'axe de la fibre est rectiligne. La courbure des autres lignes de champ dépend essentiellement des variations d'indice entre le coeur et la gaine mesurées classiquement par la quantité [1] :

$$\Delta = \frac{1}{2} \frac{n_o^2 - n_g^2}{n_o^2}$$

Dans le cas de faible différences d'indice, cette expression se réduit à :

$$\Delta = \frac{n_o - n_g}{n_o}$$

qui n'est autre que la variation relative d'indice entre le coeur et la gaine.

Si la condition $\Delta \ll 1$ est satisfaite, la fibre est dite faiblement guidante. Les différentes composantes des champs peuvent être développées suivant les puissances de Δ [1]. En se limitant à l'ordre le plus bas, on obtient :

$$\vec{E}_1 = \left| \begin{array}{c} F(r) \\ 0 \\ \frac{j}{k_1} \cos\theta \; F'(r) \end{array} \right. \qquad \vec{H}_2 = -\frac{n_o}{Z_o} \vec{E}_1$$

$$\vec{E}_2 = \left| \begin{array}{c} 0 \\ F(r) \\ \frac{j}{k_1} \sin\theta \; F'(r) \end{array} \right. \qquad \vec{H}_1 = \frac{n_o}{Z_o} \vec{E}_2$$

avec :

$$Z_o = \sqrt{\frac{\mu_o}{\varepsilon_o}}$$

où $\vec{E}_1$, $\vec{H}_1$ sont les champs associés au mode $HE_{11\,x}$ et $\vec{E}_2$, $\vec{H}_2$ ceux associés au mode $HE_{11\,y}$.

Dans ces relations, F est une fonction qui n'a de valeur appréciable qu'au voisinage du coeur et F' désigne sa dérivée par rapport à $r = \sqrt{x^2 + y^2}$. θ est l'angle polaire par rapport à l'axe Ox.

On doit remarquer que dans cette approximation, les lignes de champ deviennent rectilignes. Pour cette raison, on l'appelle aussi approximation des modes L.P. (linearly

polarized). Dans ce cadre, la constante de propagation commune k_1 des deux modes $HE_{11\,x}$ et $HE_{11\,y}$ est voisine de $n_g k_o$.

II. EQUATIONS DES MODES COUPLES POUR UNE FIBRE PERTURBEE

La théorie des modes couplés a été largement étudiée par plusieurs auteurs [2], [3], [4], [5], [6] dans le domaine des ondes guidées. Il faut souligner que ce formalisme rentre dans un cadre plus général de théorie des perturbations, très utilisée en mécanique quantique. Une synthèse récente est faite à ce sujet dans la référence [7].

Les résultats obtenus par R. Ulrich et A. Simon [2] qui sont rappelés ici ont l'avantage d'être utilisables pour une perturbation anisotrope.

Supposons que le tenseur de permittivité diélectrique relative subisse une perturbation anisotrope représentée par le tenseur $[\tilde{\varepsilon}]$. La relation entre les vecteurs $\vec{D}$ et $\vec{E}$ s'écrit alors :

$$\vec{D} = \varepsilon_o \left[\varepsilon\ [1] + [\tilde{\varepsilon}]\right] \vec{E}$$

où [1] est le tenseur identité.

Lorsque la perturbation n'existe pas, les modes $\vec{E}_m$, $\vec{H}_m$ constituent une base de décomposition pour le champ électromagnétique à condition toutefois de tenir compte des modes guidés et des modes rayonnants. Les champs $\vec{E}$ et $\vec{H}$ s'écrivent donc :

$$\vec{E} = \sum_m a_m\ e^{jk_m z}\ \vec{E}_m(x,y) \qquad (1.a)$$

et :

$$\vec{H} = \sum_m a_m\ e^{jk_m z}\ \vec{H}_m(x,y) \qquad (1.b)$$

où les **coefficients a_m sont des constantes.**

Dans le modèle des modes couplés, on considère que si la perturbation $[\tilde{\varepsilon}]$ est faible, le champ électromagnétique est encore une combinaison linéaire des modes de la fibre non perturbée mais qui dépend alors de z. Autrement dit, la perturbation $[\tilde{\varepsilon}]$ provoque un échange d'énergie entre modes au cours de la propagation. On écrit donc le champ électromagnétique sous la forme :

$$\vec{E} = \sum_m a_m(z)\ e^{jk_m z}\ \vec{E}_m(x,y)$$

$$\vec{H} = \sum_m a_m(z)\ e^{jk_m z}\ \vec{H}_m(x,y)$$

(m désigne aussi bien les modes guidés que les modes rayonnants qui consistuent un continuum). En introduisant les expressions ci-dessus, dans les équations de Maxwell et en supposant que les coefficients $a_m(z)$ ainsi que leurs dérivées $\frac{da_m}{dz}$ varient lentement à l'échelle de la longueur d'onde, on obtient les équations couplées [2] :

$$\frac{da_m}{dz} = j \sum_m \kappa_{mn}\ a_n\ e^{j(k_n - k_m)z}$$

Les coefficients de couplage ont pour expression [2] :

$$\kappa_{mn} = \frac{1}{Q_m} \iint_{S\infty} \left[k_o^2 \left[\left([\tilde{\varepsilon}]\vec{E}_n \right)^t \wedge \vec{H}_m^{t*} \right] . \vec{e}_z + \frac{k_o k_n}{Z_o} \left([\tilde{\varepsilon}]\ \vec{E}_n \right)_z E^*_{mz} - j\frac{k_o}{Z_o}\ \mathrm{div}\left([\tilde{\varepsilon}]\ \vec{E}_n \right) E^*_{mz} \right] dx\ dy \quad (2)$$

où Q_m est une constante de normalisation donnée par :

$$Q_m = 2\ k_m \iint_{S\infty} \left(\vec{E}_m^t \wedge \vec{H}_m^{t*} \right) . \vec{e}_z\ dx\ dy \quad (3)$$

Dans ces expressions l'exposant ^{t} désigne la composante transverse des vecteurs et l'indice $_z$ la composante longitudina-

le. $\vec{e}_z$ est le vecteur unitaire de l'axe z et S_∞ un plan de section droite de la fibre.

Dans le cas d'une fibre monomode, il n'existe que deux modes guidés dégénérés ayant même vitesse de phase ($k_1 = k_2$) et les modes rayonnants.

Le couplage entre les modes guidés et les modes rayonnants signifie que la perturbation provoque des pertes de puissance guidée. Nous montrerons dans le second chapitre que le problème des pertes avec le continuum peut être traité séparément dans les applications considérées. Il n'existe alors que deux équations couplées dans le cas d'une fibre idéale.

$$\begin{aligned} \frac{da_1}{dz} &= j\,\kappa_{11}\,a_1 + j\,\kappa_{12}\,a_2 \\ \frac{da_2}{dz} &= j\,\kappa_{21}\,a_1 + j\,\kappa_{22}\,a_2 \end{aligned} \qquad (4)$$

Nous limiterons l'étude au cas des fibres faiblement guidantes qui constituent la situation pratique la plus fréquente. Pour ce type de fibre les coefficients de couplage s'écrivent :

$$\kappa_{mn} = \frac{I_{mn}^{(1)} + I_{mn}^{(2)}}{Q}$$

avec :

$$Q = \frac{4\pi\, n_o\, k_1}{Z_o} \iint_0^\infty r\; J(r)^2\, dr$$

$$I_{mn}^{(1)} = \frac{k_o\, k_1}{Z_o} \iint_{S_\infty} \left([\tilde{\varepsilon}]\; \vec{E}_n \right) . \; \vec{E}_m^{\star}\; dx\; dy$$

$$I_{mn}^{(2)} = -\frac{jk}{Z_o} \iint_{S_\infty} \mathrm{div}\left([\tilde{\varepsilon}]\; \vec{E}_n \right)\; E_{mz}^{\star}\; dx\; dy$$

Les équations couplées (4) permettent de connaitre les coefficients a_1 et a_2 et par conséquent, l'évolution du champ électromagnétique :

$$\vec{E} = \left[a_1(z)\ \vec{E}_1(x,y) + a_2(z)\ \vec{E}_2(x,y)\right] e^{jk_1 z}$$
$$\vec{H} = \left[a_1(z)\ \vec{H}_1(x,y) + a_2(z)\ \vec{H}_2(x,y)\right] e^{jk_1 z} \qquad (5)$$

Le modèle des ondes couplées conduit à deux représentations équivalentes de l'état de polarisation dans une fibre monomode qui sont rappelées dans les paragraphes suivants.

III. ETAT DE POLARISATION DANS UNE FIBRE MONOMODE

L'état de polarisation n'est couramment défini que dans le cas d'ondes planes transverses électromagnétiques et homogènes pour lesquelles la structure du champ électromagnétique est invariante par translation dans un plan d'onde. Comme il a été souligné dans le paragraphe I, le mode HE_{11} est une onde inhomogène dont aucun des champs n'est transverse rigoureusement.

Par contre, en tout point d'un plan d'onde, les composantes du champ transverse $\vec{E}^t$ sont en phase [1]. En ce sens, on peut définir une direction de polarisation rectiligne locale, mais certainement pas globale. Toutefois, dans le cas d'un mode HE_{11}, la lumière est polarisée rectilignement en tout point, c'est-à-dire, que l'ellipticité de la vibration, nulle dans ce cas, est la même dans le tout plan d'onde. Seule la direction des axes de l'ellipse réduite ici à une droite varie. Malheureusement, cette propriété n'est valable que pour les deux modes propres HE_{11x} et HE_{11y}, et ne peut être étendue à une combinaison linéaire de ces deux modes. En effet, considérons une onde pouvant se propager dans la fibre et dont le champ électrique s'écrit :

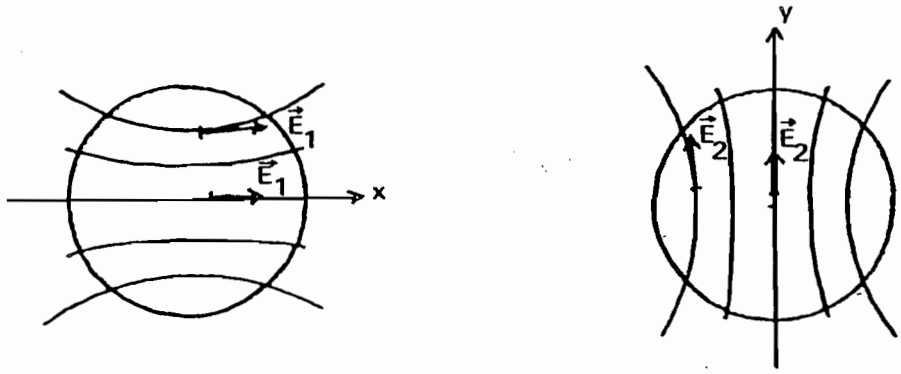


Figure 4 : Polarisation locale des modes HE_{11x} et He_{11y}

$$\vec{E} = \left(a_1 \vec{E}_1 + a_2 \vec{E}_2\right) e^{jk_1 z}$$

avec a_1 et a_2 déphasés. Du fait que l'angle entre les vecteurs $\vec{E}_1$ et $\vec{E}_2$ varie d'un point à un autre du plan d'onde, l'état de polarisation résultant de la composition des deux vibrations $a_1 \vec{E}_1$ et $a_2 \vec{E}_2$ est une ellipse dont la direction des axes, mais aussi l'ellipticité varient dans le plan d'onde.

Cependant, les relations (4) montrent que si les coefficients a_1 et a_2 sont connus, les champs sont connus en tout point. C'est la raison pour laquelle l'état de polarisation de l'onde sera défini [2] par le couple (a_1, a_2). Quelques remarques s'imposent à propos de cette définition. Dans le cas des fibres faiblement guidantes, l'approximation des modes LP permet de retrouver la notion classique d'état de polarisation. En effet, dans le cadre de cette approximation, les ondes deviennent presque transverses et les directions des champs $\vec{E}_1$ et $\vec{E}_2$ sont les mêmes dans tout un plan d'onde. L'état de polarisation local de la superposition de deux modes HE_{11x} et He_{11y} est alors constant dans tout le plan d'onde. C'est d'ailleurs, celui qui existe dans le cas général sur l'axe de la fibre où les composantes axiales des champs s'annule [1].

C. EVOLUTION DE L'ETAT DE POLARISATION DANS UNE FIBRE MONOMODE

Dans ce paragraphe, nous montrons que l'étude présentée jusqu'alors conduit à une représentation matricielle des propriétés anisotropes des fibres identique à celle de R.C. Jones [8] pour les milieux infinis. D'autre part, les coefficients a_1 et a_2 conduisent à une représentation géométrique de l'évolution de l'état de polarisation qui apparait comme la généralisation de la sphère de Poincaré. Une présentation synthétique de ces représentations peut être trouvée dans la référence [9] dans le cas des ondes planes homogènes.

I. MATRICE DE JONES ASSOCIEE A UNE FIBRE OPTIQUE MONOMODE

1) Formalisme de Jones pour les ondes homogènes

Dans une série de sept articles maintenant bien connus dans le domaine [8], R. Jones s'est attaché à démontrer que l'évolution des composantes transverses du champ électrique dans un milieu anisotrope peut être décrite à l'aide d'une matrice carrée M d'ordre deux. De façon plus précise, en désignant par Oz la direction de propagation et par Ox et Oy deux axes perpendiculaires complétant le trièdre, l'amplitude complexe de la composante transverse du champ électrique $\vec{E}^t = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}$ évolue suivant la loi :

$$\vec{E}^t(z) = M(z) . \vec{E}^t(0) \qquad (6.a)$$

M(z) est une matrice carrée dont l'expression dépend des axes Ox et Oy choisis. Dans un milieu sans perte, la relation de conservation de l'énergie implique :

$$M M^\dagger = M^\dagger M = I \qquad (6.b)$$

qui signifie que la matrice du système sans pertes est une

matrice unitaire († désigne la matrice transposée conjuguée et I la matrice identité).

Afin de décrire l'évolution de l'état de polarisation dans un milieu dont les propriétés dépendent de z, Jones a introduit dans l'avant dernier papier de la série une matrice élémentaire N qui décrit l'évolution de $\vec{E}^{\dagger}$ sur une distance infinitésimale dz par la relation :

$$\frac{d\vec{E}^{t}}{dz} = N_{o}(z)\ \vec{E}_{t} \qquad (7)$$

Cette expression associée à (8) conduit à l'équation matricielle :

$$\frac{dM}{dz} = N_{o}.M \qquad (8)$$

Soulignons que la manipulation de l'équation (8) doit se faire avec circonspection, les matrices N et M ne commutant pas en général. Cet oubli a conduit à des résulats erronés dans certaines publications [10], [11].

2. Cas d'une fibre monomode

Définissons le vecteur $\vec{A}$ de composantes a_1 et a_2. On voit immédiatement que les équations couplées (4) peuvent se résumer sous la forme :

$$\frac{d\vec{A}}{dz} = N_{o}\ \vec{A} \qquad (9)$$

où N_o est la matrice :

$$N_{o} = \begin{bmatrix} j\,\kappa_{11} & j\,\kappa_{12} \\ j\,\kappa_{21} & j\,\kappa_{22} \end{bmatrix}$$

L'analogie de l'expression (9) avec la définition (7) de Jones est évidente. Ces deux expressions s'identifient totalement sur l'axe de la fibre où la composante longitudinale du champ $\vec{E}$ s'annule.

A cette étape, les coefficients a_1 et a_2 peuvent être avantageusement remplacés par c_1 et c_2 suivant le changement de variable :

$$c_i(z) = a_i(z)\, e^{j\,\varphi(z)} \qquad i = 1,2 \tag{11}$$

avec :

$$\frac{d}{dz}\,\varphi(z) = \frac{K_{11} + K_{22}}{2}$$

$\varphi(z)$ représente le déphasage moyen dû à la propagation. Le champ électrique s'écrit donc :

$$\vec{E} = \left(c_1(z)\,\vec{E}_1(x,y) + c_2(z)\,\vec{E}_2(x,y)\right) e^{j(k_1 z + \varphi(z))} \tag{12}$$

L'état de polarisation dans la fibre ne dépendant que du déphasage relatif entre a_2 et a_1, l'étude peut être menée avec les coefficients c_i.

En reportant les expressions (11) dans les équations couplées (4), on obtient sans difficultés :

$$\frac{dc_1}{dz} = j\left(\frac{K_{11} - K_{22}}{2}\right) c_1 + j\,K_{12}\,c_2$$

$$\frac{dc_2}{dz} = j\,K_{21}\,c_1 - j\left(\frac{K_{11} - K_{22}}{2}\right) c_2$$

qui peuvent encore s'écrire sous la forme :

$$\frac{d\vec{C}}{dz} = N\,\vec{C} \tag{13}$$

où :

$$N = \begin{bmatrix} j\left(\dfrac{K_{11} - K_{22}}{2}\right) & j\,K_{12} \\ j\,K_{21} & -j\left(\dfrac{K_{11} - K_{22}}{2}\right) \end{bmatrix} \tag{14}$$

3) Propriétés de la matrice de Jones élémentaire d'une fibre sans perte

En absence d'atténuation, la conservation de l'énergie implique que :

$$\frac{d}{dz}\left(|a_1|^2 + |a_2|^2\right) = 0$$

ou de façon équivalente, d'après la définition des coefficients c_i :

$$\frac{\kappa_{11} + \kappa_{22}}{2} \text{ réel}$$

et

$$\frac{d}{dz}\left(|c_1|^2 + |c_2|^2\right) = 0$$

Ces deux conditions associées aux équations donnant l'évolution des coefficients c_i conduisent à :

$$\kappa_{11} \text{ et } \kappa_{22} \text{ réels}$$

$$\kappa_{21} = \kappa_{12}^*$$

pour une fibre sans perte. Ces relations seront vérifiées dans les cas étudiés par la suite.

4) Etats propres de la fibre perturbée

On recherche deux configurations du champ électromagnétique qui se propagent sans déformation dans la fibre. Suivant la méthode de perturbations appliquée, ces nouveaux modes sont décomposés sur la base des anciens modes sous la forme :

$$\left(v_{11}\ \vec{E}_1 + v_{12}\ \vec{E}_2\right) e^{j(k_1+\delta k_1)z + j\varphi(z)}$$

et

$$\left(v_{21}\ \vec{E}_1 + v_{22}\ \vec{E}_2\right)\ e^{j(k_1 + \delta k_2)z + j\varphi(z)}$$

les coefficients v_{ij} sont des constantes et δk_i représente la correction à la constante de propagation.

Les deux états de polarisation $\vec{C}_1$ et $\vec{C}_2$ associés à ces nouveaux modes sont donc :

$$\vec{C}_1 = \begin{pmatrix} v_{11} \\ v_{12} \end{pmatrix} e^{j\ \delta k_1\ z} \qquad \text{et} \qquad \vec{C}_2 = \begin{pmatrix} v_{21} \\ v_{22} \end{pmatrix} e^{j\ \delta k_2 z}$$

Ces deux vecteurs doivent vérifier la relation (13) ce qui conduit à :

$$j\ \delta k_1\ \vec{C}_1 = N\ \vec{C}_1$$

et

$$j\ \delta k_2\ \vec{C}_2 = N\ \vec{C}_2$$

On obtient donc le résultat simple déjà connu pour l'étude des milieux massifs [12] : les modes propres sont obtenus en diagonalisant la matrice N.

Les relations d'orthogonalité des nouveaux modes :

$$\iint_{S_\infty} \left(\vec{E}^t_m \wedge \vec{H}^t_n\right) \cdot \vec{e}_z\ dx\ dy = 0 \qquad \text{pour} \qquad m \neq n$$

imposent entre les coefficients v_{ij} la relation :

$$v_{11}\ v^*_{21} + v_{12}\ v^*_{22} = 0$$

On peut choisir sans restreindre le problème :

$$v_{21} = -\ v^*_{12} \tag{15}$$

et

$$v_{22} = v_{11}^{*}$$

Les solutions seront cherchées dans le cas d'une fibre sans perte. Les valeurs propres de la matrice N sont données par $j\delta k_1$ et $j\delta k_2$ avec :

$$\delta k_1 = \sqrt{\left(\frac{\kappa_{11} - \kappa_{22}}{2}\right)^2 + |\kappa_{12}|^2}$$

et

$$\delta k_2 = -\,\delta k_1$$

Les vecteurs propres associés peuvent être choisis tels que :

$$\begin{cases} v_{11} = \dfrac{\kappa_{11} - \kappa_{22}}{2} + \sqrt{\left(\dfrac{\kappa_{11} - \kappa_{22}}{2}\right)^2 + |\kappa_{12}|^2} \\ v_{12} = \kappa_{12}^{*} \end{cases} \qquad (16)$$

$$\begin{cases} v_{21} = -\,v_{12}^{*} \\ v_{22} = v_{11}^{*} \end{cases}$$

On peut remarquer que si κ_{12} est réel, les composantes de ces vecteurs sont réelles et dans ce cas, on pourra parler d'états propres polarisés rectilignement. La fibre est alors dite biréfringente linéaire.

Un autre cas remarquable est celui où $\kappa_{11} = \kappa_{22}$ et κ_{12} imaginaire pur. Les composantes des états propres sont en quadrature et de même module. Cela signifie qu'au centre de la fibre le champ électrique décrit un cercle. On parlera alors d'états propres circulaires et de biréfringence circulaire. Il ne faut toutefois pas oublier que si la fibre n'est pas faiblement guidante, en certains points du plan d'onde la lumière est malgré tout polarisée elliptiquement.

En conclusion de ce paragraphe, il apparait que si une fibre optique monomode est soumise à une perturbation ani-

sotrope sur le plan diélectrique, on peut définir un état de polarisation de la lumière guidée et décrire son évolution à l'aide d'une matrice 2 x 2 équivalente à la matrice de Jones élémentaire N [8] . Les notions de biréfringences linéaires et circulaires peuvent en particulier être étendues aux fibres monomodes.

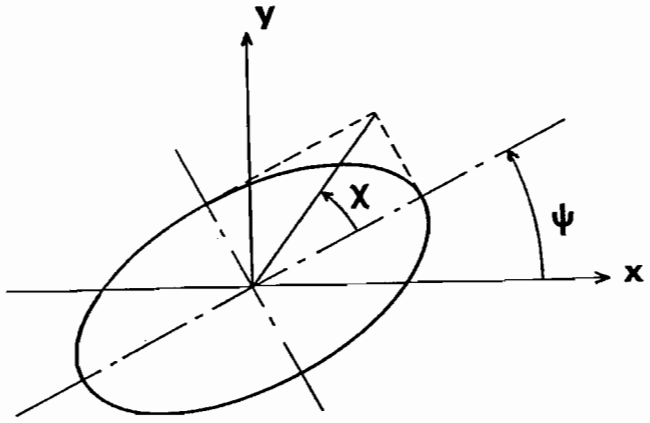
L'analogie avec les milieux non guidant ne s'arrête d'ailleurs pas là puisqu'une représentation géométrique de l'évolution d'un état de polarisation peut être étendue au cas des fibres optiques.

II. SPHERE DE POINCARE ASSOCIEE A UNE FIBRE OPTIQUE

Il a été récemment démontré que l'évolution de l'état de polarisation dans une fibre optique monomode, au sens défini précédemment, possède un support géométrique qui est une sphère de Poincaré généralisée [2], [4], [13], [14]. Le principe en est rappelé ici et le lien avec le traitement matriciel est dégagé.

1) Paramètres de Stokes

Etant donnée une vibration elliptique, il suffit de deux angles pour la définir par rapport à un repère fixe. L'angle ψ repère l'orientation du grand axe et l'angle χ mesure l'ellipticité [15].



Si $\mathcal{E}_x$ et $\mathcal{E}_y$ désignent les composantes complexes de la

vibration, les paramètres de Stokes S_o, S_1, S_2, S_3 sont définis de la façon suivante :

$$\begin{aligned} S_o &= |\mathcal{E}_x|^2 + |\mathcal{E}_y|^2 \\ S_1 &= S_o \cos 2\chi \cos 2\psi \\ & \qquad\qquad\qquad\qquad \left(-\frac{\pi}{4} \leqslant \chi \leqslant \frac{\pi}{4}\right) \qquad (17) \\ S_2 &= S_o \cos 2\chi \sin 2\psi \\ S_3 &= S_o \sin 2\chi \end{aligned}$$

($\chi > 0$ ellipse gauche, $\kappa < 0$ ellipse droite).

Ces quatre paramètres permettent de décrire complètement la vibration y compris en intensité.

Par définition, les paramètres de Stokes associés à un état de polarisation $\vec{A}$ dans une fibre optique monomode sont ceux de la vibration elliptique qui existe au centre de la fibre [16]. Ils s'expriment alors simplement en fonction des coefficients a_1 et a_2. Compte tenu du choix de dépendance temporelle exp $(-j\omega t)$, a_1 et a_2 s'écrivent :

$$\begin{aligned} a_1 &= a_o(\cos\chi \cos\psi - j \sin\chi \sin\psi) \\ a_2 &= a_o(\cos\chi \sin\psi + j \sin\chi \cos\psi) \end{aligned}$$

où :

$|a_o|^2 = |a_1|^2 + |a_2|^2$ représente l'intensité de la vibration.

Après quelques calculs, on obtient [16] :

$$\begin{aligned} S_o &= |a_1|^2 + |a_2|^2 \\ S_1 &= |a_1|^2 - |a_2|^2 \\ & \qquad\qquad\qquad\qquad (17.b) \\ S_2 &= a_1^* a_2 + a_1 a_2^* = 2 \operatorname{Re}\left(a_1^* a_2\right) \\ S_3 &= j\left(a_1 a_2^* - a_1^* a_2\right) = 2 \operatorname{Im}\left(a_1^* a_2\right) \end{aligned}$$

Remarquons pour finir que ces expressions sont identi-

ques si on remplace les coefficients a_i par les coefficients c_i définis par (11). Ils caractérisent l'état de polarisation de la même façon puisque $\varphi(z)$ représente un déphasage commun.

2) Sphère de Poincaré généralisée

Les expressions (17) associées aux relations ci-dessus permettent donc de représenter un état de polarisation dans la fibre par un point S de coordonnées cartésiennes S_1, S_2, S_3 sur une sphère de rayon S_o. Les quantités S_o, ψ et χ sont les coordonnées sphériques de S [2], [17].

Rappelons les points importants suivant : le pôle nord (resp. sud) correspond à une polarisation circulaire gauche (resp. droite), les polarisations rectilignes sont localisées sur l'équateur. Les parallèles représentent des vibrations qui ont même ellipticité, les axes des différentes ellipses ayant des orientations différentes. A l'inverse, un méridien regroupe des vibrations elliptiques d'axes communs mais d'ellipticité variable.

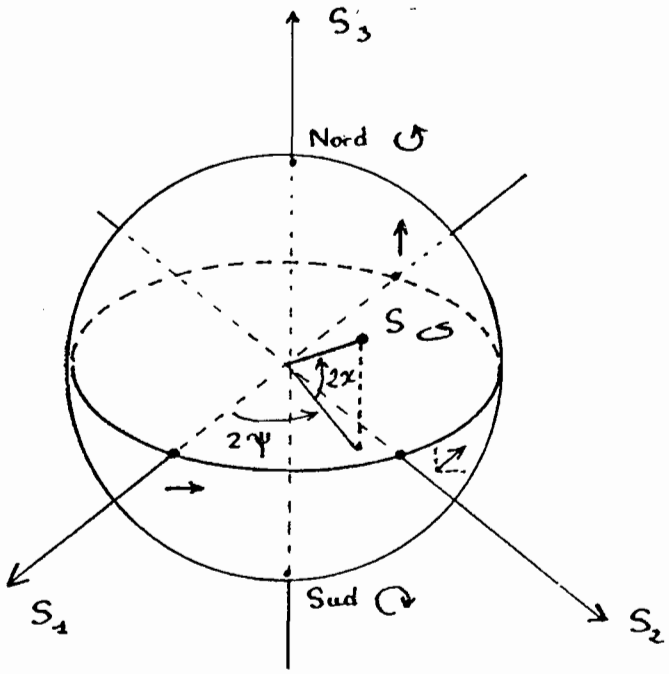


Figure 5 : Sphère de Poincaré

A partir des équations (17.b), on peut calculer l'évolution de S sur la sphère au cours de la propagation dans la fibre. On obtient :

$$\frac{dS_1}{dz} = -2\,\mathrm{Re}(\kappa_{12})\,S_3 - 2\,\mathrm{Im}(\kappa_{12})\,S_2$$

$$\frac{dS_2}{dz} = 2\,\mathrm{Im}(\kappa_{12})\,S_1 + (\kappa_{11} - \kappa_{22})\,S_3 \qquad (18)$$

$$\frac{dS_3}{dz} = 2\,\mathrm{Re}(\kappa_{12})\,S_1 - (\kappa_{11} - \kappa_{22})\,S_2$$

Ces relations peuvent s'écrire sous forme vectorielle. En posant $\vec{S} = \overrightarrow{OS}$, c'est-à-dire :

$$\frac{d\vec{S}}{dz} = \vec{\Omega} \wedge \vec{S} \qquad (19)$$

avec :

$$\vec{\Omega} \left| \begin{array}{l} -(\kappa_{11} - \kappa_{22}) \\ -2\,\mathrm{Re}(\kappa_{12}) \\ 2\,\mathrm{Im}(\kappa_{12}) \end{array} \right.$$

La relation (19) s'interprète de la façon suivante : au cours d'une propagation élémentaire sur une distance dz, le vecteur $\vec{S}$ représentant l'état de polarisation tourne d'un angle élémentaire.

$$d\theta = 2\sqrt{\left(\frac{\kappa_{11} - \kappa_{22}}{2}\right)^2 + |\kappa_{12}|^2}\;dz \qquad (20)$$

autour du vecteur $\vec{\Omega}$. Il est bien sûr équivalent de dire que la sphère a tourné du même angle autour de $-\vec{\Omega}$ [2].

3) Lien avec les états propres

La position des points représentatifs des états propres du système trouvés au paragraphe précédent s'obtient en calculant leurs paramètres de Stokes. Ces deux états étant orthogonaux, on doit d'abord remarquer que leurs points représentatifs respectifs sont diamètralement opposés. En effet, la condition (15) $\vec{C}_1 \cdot \vec{C}_2^* = 0$ conduit d'après les relations (18) à un changement de signe des trois paramètres S_1, S_2, S_3, c'est-à-dire, à un point symétrique par rapport au centre de la sphère.

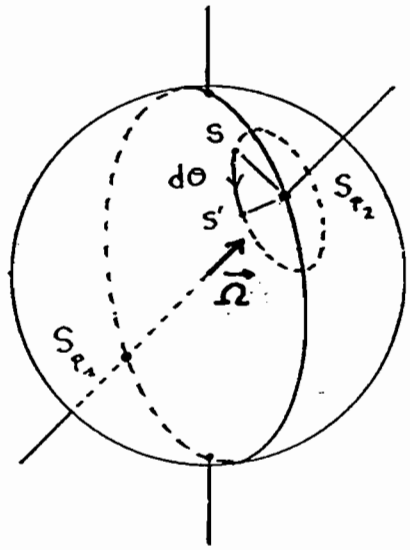


Figure 6 : Evolution de l'état de polarisation sur un parcours élémentaire.

On peut donc se limiter au calcul de la position du point S_{p_1} représentant l'état propre 1.

A partir des expressions (16) de v_{11} et v_{12} et des relations (18), il vient :

$$S_{o_p} = |v_{11}|^2 + |v_{12}|^2 = |\vec{\Omega}| \left[\frac{(K_{11} - K_{22})}{2} + \frac{|\Omega|}{2} \right]$$

$$S_{1_p} = \frac{S_{o_p}}{|\vec{\Omega}|} (\kappa_{11} - \kappa_{22})$$

$$S_{2_p} = \frac{S_{o_p}}{|\vec{\Omega}|} 2 \, Re(\kappa_{12})$$

$$S_{3_p} = \frac{S_{o_p}}{|\vec{\Omega}|} 2 \, Im(\kappa_{12})$$

Ces relations montrent de façon évidente que :

$$\vec{S}_p = - S_{o_p} \frac{\vec{\Omega}}{|\vec{\Omega}|} \qquad (21)$$

D'autre part, la relation (20) conduit à :

$$d\theta = (\delta k_1 - \delta k_2) \, dz$$

ou encore, puisque les δk_1 sont les corrections aux constantes de propagation :

$$d\theta = (k'_1 - k'_2) \, dz \quad .$$

$d\theta$ est donc le déphasage introduit entre les deux modes propres au cours d'une propagation élémentaire sur une distance dz.

L'axe de rotation instantané est d'après (21), l'axe joignant les points représentatifs des deux états propres S_{p_1} et S_{p_2} (figure 6). Examinons alors les cas particuliers soulignés au paragraphe 4.

Un système pour lequel κ_{12} est réel, c'est-à-dire, dont les états propres sont rectilignes possède un vecteur rotation dans le plan équatorial.

Par contre, si $\kappa_{11} = \kappa_{22}$ et κ_{12} imaginaire pur, c'est-à-dire, si le système est biréfringent circulaire, son vecteur rotation est porté par l'axe nord-sud. On peut en effet

remarquer qu'une rotation autour de cet axe ne modifie pas l'ellipticité car on se déplace sur des parallèles, il s'agit donc de pouvoir rotatoire.

Dans le cas général, le vecteur $\vec{\Omega}$ peut toujours être décomposé en la somme de sa projection $\vec{\Omega}_{//}$ sur le plan équatorial et de sa projection $\vec{\Omega}_{\perp}$ sur l'axe nord-sud. La variation élémentaire du vecteur $\vec{S}$ est alors :

$$d\vec{S} = \left(\vec{\Omega}_{\perp} \wedge \vec{S}\right) dz + \left(\vec{\Omega}_{//} \wedge \vec{S}\right) dz$$

qui représente la somme des variations élémentaires produites respectivement par un rotateur et une lame linéairement biréfringente. Une section élémentaire de fibre peut donc être représentée par la superposition d'une lame linéairement biréfringente et d'un rotateur dans un ordre quelconque. La possibilité de commutation provient du fait que seules des épaisseurs infinitésimales sont considérées. Pour une longueur de fibre macroscopique ce résultat devient inexact ; ce cas est envisagé dans le Chapitre II.

III. CONCLUSION

Au cours des deux parties précèdentes, nous avons présenté un traitement perturbatif de la propagation dans des fibres anisotropes. Cette étude a conduit à une représentation matricielle et une représentation géométrique de l'évolution de l'état de polarisation dans une fibre. Dans la partie suivante, ces résultats généraux sont appliqués au cas spécifique des fibres rendues biréfringentes par courbure. Plus particulièrement, l'étude des contraintes existant dans la fibre conduit à une perturbation diélectrique $[\tilde{\varepsilon}]$ qui permet d'établir l'expression de la matrice de Jones associée à la fibre courbée.

D. APPLICATION AUX FIBRES BOBINEES

I. DIFFERENTES CAUSES D'ANISOTROPIE

Lorsqu'une fibre optique est courbée, plusieurs facteurs perturbent la constante diélectrique du matériau.

Il peut s'agir de l'effet photoélastique [18] qui provoque des variations d'indice par l'intermédiaire des contraintes existant dans le matériau. Sous l'effet des contraintes, le coeur de la fibre peut d'autre part se déformer provoquant ainsi une anisotropie de forme [2]. Enfin, une structure courbée correspond à un guide toroïdal dont les modes propres ne sont pas dégénérés [19].

L'étude des différentes causes montre que l'effet photoélastique [20], [21] est prépondérant [19].

Dans ce paragraphe des résultats complétant ceux publiés dans la littérature [20], [21] sont présentés concernant la biréfringence induite par effet photoélastique lors de la courbure.

II. PERTURBATION AU TENSEUR DIELECTRIQUE DU A UN ETAT DE CONTRAINTES.

L'effet photoélastique est défini à partir du tenseur d'imperméabilité diélectrique qui relie le vecteur champ électrique $\vec{E}$ au vecteur excitation électrique $\vec{D}$ [17] par la relation

$$\vec{E} = \frac{[\eta]}{\varepsilon_o} \vec{D}$$

Rappelons que les éléments η_{ij} sont ceux qui servent à définir l'ellipsoïde des indices d'un matériau [15], [18].

$$\eta_{ij} \; X_i \; X_j = 1$$

avec :

$$X_i = \frac{D_i}{D}$$

Supposons que le matériau soit soumis à un état de contrainte $[\sigma]$ correspondant à un état de déformation $[U]$. L'effet photoélastique peut être défini d'une part, à partir du tenseur des contraintes $[\sigma]$ ou d'autre part à partir du tenseur des déformations $[U]$ par :

$$\Delta\eta_{ij} = p_{ijkl} \; U_{kl}$$

et :

$$\Delta\eta_{ij} = \pi_{ijkl} \; \sigma_{kl}$$

Les contraintes et les déformations étant reliées par le tenseur élastique [22], [24], les coefficients p et π ne sont pas indépendants. Les relations entre ces différents tenseurs sont rappelées en annexe II.

Les tenseurs $[\eta]$, $[\sigma]$, et $[U]$ étant en général symétriques, nous utiliserons la notation matricielle des tenseurs [18] ; deux indices suffisent alors à repérer les coefficients p et π. Dans le cas d'un matériau isotrope seuls douze coefficients ne sont pas nuls ; ils s'expriment tous en fonction de p_{11} et p_{12}. Les variations $\Delta\eta_{ij}$ sont données par [18] :

$$\Delta\eta_1 = p_{11} \; U_1 + p_{12} \; U_2 + p_{12} \; U_3 \qquad (22.a)$$

Les deux autres coefficients $\Delta\eta_{22}$, $\Delta\eta_{33}$ sont obtenus par permutations circulaires sur (1, 2, 3),

et

$$\Delta\eta_i = p_{44} \; U_i \quad \text{pour} \quad i = 4, 5, 6. \qquad (22.b)$$

avec :

$$p_{44} = \frac{1}{2} (p_{11} - p_{12})$$

La forme des relations faisant intervenir les coefficients π_{ij} et σ_{ij} est identique :

$$\Delta\eta_i = \pi_{11}\ \sigma_1 + \pi_{12}\ \sigma_2 + \pi_{12}\ \sigma_3 \qquad + \text{permutations}$$

$$\Delta\eta_i = \pi_{44}\ \sigma_i \qquad i = (4,\ 5,\ 6)$$

avec :

$$\pi_{44} = (\pi_{11} - \pi_{12})$$

Cherchons alors les variations des constantes diélectriques relatives. En supposant qu'on se place dans le repère propre du tenseur $[\eta]$ en l'absence de contraintes, les calculs de l'annexe II montrent que :

$$\Delta\varepsilon_i = -\ n_o^4\ \Delta\eta_i$$

dans le cas d'un milieu initialement isotrope. En reprenant les notations de la partie B, le tenseur perturbateur $\tilde{\varepsilon}$ a pour éléments :

$$\tilde{\varepsilon}_1 = -\ n_o^4\ [\pi_{11}\ \sigma_1 + \pi_{12}\ \sigma_2 + \pi_{12}\ \sigma_3] \qquad (23.a)$$

et permutation circulaire sur (1, 2, 3), et :

$$\tilde{\varepsilon}_i = -\ n_o^4\ \pi_{44}\ \sigma_i \qquad i = 4,\ 5,\ 6. \qquad (23.b)$$

Il faut alors calculer l'état de contraintes dans une fibre courbée sous tension pour en déduire les coefficients $\tilde{\varepsilon}_i$ et ensuite les coefficients de couplage κ_{ij}.

III. ETAT DE CONTRAINTES DANS UNE FIBRE COURBEE SOUS TENSION MECANIQUE [20], [21].

1) Etat de contrainte au premier ordre

Le problème étudié concerne le bobinage d'une fibre optique sur un cylindre circulaire, la fibre étant soumise à

une traction.

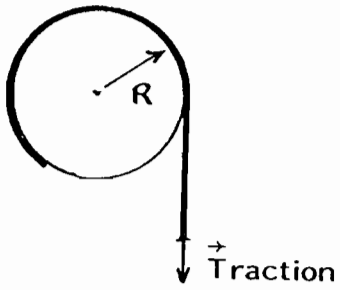


Figure 7

Dans ces conditions, l'état élastique de la partie bobinée est la superposition d'une traction simple et d'une flexion simple [24].

a) traction simple

Dans ce cas très classique [22], le seul élément non nul du tenseur des contraintes est $\sigma_{zz}^{(0)} = \sigma_z^{(0)}$, z étant à la fois l'axe de la fibre et la direction de la traction.

Pour une fibre mince, cette contrainte est la contrainte moyenne appliquée à son extrémité et toutes les autres composantes du tenseur des déformations sont constantes. Si ε désigne l'allongement relatif de la fibre, les relations contraintes - déformation (voir annexe II) conduisent à :

$$\sigma_{zz}^{(0)} = E\ \varepsilon$$

E désignant le module d'Young.

D'après les relations (23), la perturbation diélectrique $[\tilde{\varepsilon}]$ est donc diagonale. Le calcul des coefficients κ_{ij} associées à cet état de contraintes (annexe III) conduit à :

$$\kappa_{11} = \kappa_{22} = \frac{k_o}{2n_o}\ \tilde{\varepsilon}_1 \quad \text{et} \quad \kappa_{12} = \kappa_{21} = 0$$

Compte tenu des expressions (23), on obtient :

$$\kappa_{11} = \kappa_{22} = -\frac{k_o n_o^3}{2} [p_{12} - \nu(p_{11} + p_{12})] \varepsilon$$

La matrice N du système est donc diagonale avec deux éléments égaux. Il n'y a aucune biréfringence. Notons cependant que la constante de propagation commune aux deux modes est modifiée de la quantité κ_{11} conformément à la relation (12).

b) flexion simple

La fibre est courbée dans le plan yOz avec un rayon de courbure R (Figure 8).

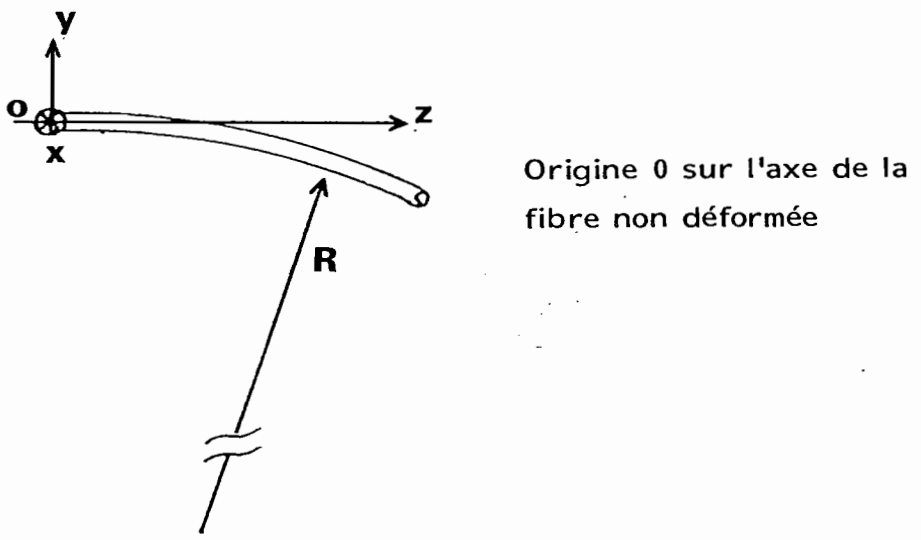


Figure 8 : Flexion simple

Pour les flexions faibles (R >> diamètre de la fibre), on démontre que le tenseur des contraintes suivant répond au problème élastique [22].

$$\sigma_{zz} = \sigma_3 = \frac{Ey}{R}$$

$$\sigma_i = 0 \quad \text{pour} \quad i \neq 3$$

Là encore la perturbation diélectrique est diagonale :

$$\tilde{\varepsilon}_1 = \tilde{\varepsilon}_2 = -n_o^4 \pi_{12} \sigma_3^{(0)}$$

$$\tilde{\varepsilon}_3 = - n_o^4 \ \pi_{11} \ \sigma_3^{(0)}$$

et constitue une fonction impaire de y. Cette parité entraine la nullité de tous les coefficients κ_{ij} à cause de la symétrie des champs. En particulier, ce tenseur des contraintes ne permet pas de rendre compte de la biréfringence observée expérimentalement [25] . Il faut prendre en compte les contraintes latérales au deuxième ordre [20].

2) Contraintes latérales dues à la courbure

Considérons un élément de volume (Figure 8) soumis aux contraintes de courbure.

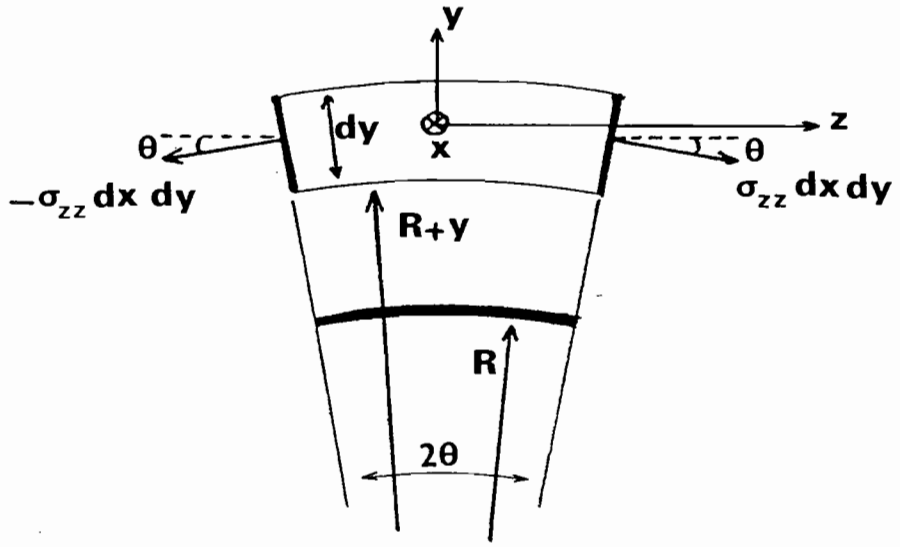


Figure 9 : Equilibre d'un élément de volume.

Pour qu'il y ait équilibre, il faut que la projection des forces appliquées suivant l'axe Oy soit nulle. Ceci exige la présence d'une composante σ_{yy} dans le tenseur des contraintes. L'équation d'équilibre en projection sur Oy s'écrit :

$$\left[\sigma_{yy}^{(1)}(y + dy) . R(y + dy) - \sigma_{yy}^{(1)}(y) . R(y)\right]$$

$$. \ 2\theta dx = 2 \ \sigma_{zz}^{(0)} \ \theta \ dy \ dx$$

En négligeant les variations de courbure, on obtient :

$$\frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} = \frac{\sigma_{zz}^{(0)}}{R+y} \simeq \frac{\sigma_{zz}^{(0)}}{R}$$

Par conséquent, pour une fibre courbée sous tension mécanique,

$$\frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} = \frac{Ey}{R^2} + \frac{E\varepsilon}{R} \qquad (24)$$

Pour préciser le problème supposons que σ_{yy} ne dépende que de y (une solution plus rigoureuse est exposée dans la suite de ce chapitre). Les surfaces étant libres, il faut écrire que pour $y = \rho$, (rayon de fibre), la contrainte est nulle. L'intégration de l'équation (24) conduit alors à :

$$\sigma_{yy}(y) = \frac{E}{2R^2}(y^2 - \rho^2) + \frac{E\varepsilon}{R}(y - \rho)$$

Cette relation montre que σ_{yy} contient des termes du second ordre en $\frac{y}{R}$. Il faut ajouter que le dernier terme, bien que proportionnel à $\frac{y}{R}$, est du même ordre de grandeur que le précédent à cause de la présence de ε, l'allongement relatif initial de la fibre. Ce dernier ne dépassera pas 10^{-2}. Par conséquent σ_{yy} est du second ordre par rapport à $\sigma_{zz}^{(0)}$.

En toute rigueur, cette remarque imposerait un traitement électromagnétique perturbatif du second ordre. Ulrich et al., qui ont souligné cette difficulté [20] ont supposé que, sur le plan photoélastique, le problème peut être résolu en considérant la fibre comme un matériau massif soumis à des contraintes uniformes. Leur valeur est alors celle des contraintes qui existent au centre de la fibre.

L'analyse de la répartition des contraintes dans la fibre qui est présentée ici justifie ce traitement en ce qui concerne les coefficients de couplage κ_{ij} au premier ordre. Les seuls termes qui ne sont pas pris en compte sont ceux qui représente la contribution de $\sigma_{zz}^{(0)}$ dans une perturbation électromagnétique d'ordre deux.

3) Méthode d'étude des contraintes latérales

Le principe de base de l'étude qui suit a été proposé par Ulrich et al. [20] . Il consiste tout d'abord à trouver l'état de contraintes qui existe dans un ruban plan d'épaisseur 2ρ égale au diamètre de la fibre et soumis à la même courbure. On appellera $[\sigma^{(1)}]$ le tenseur des contraintes correspondant.

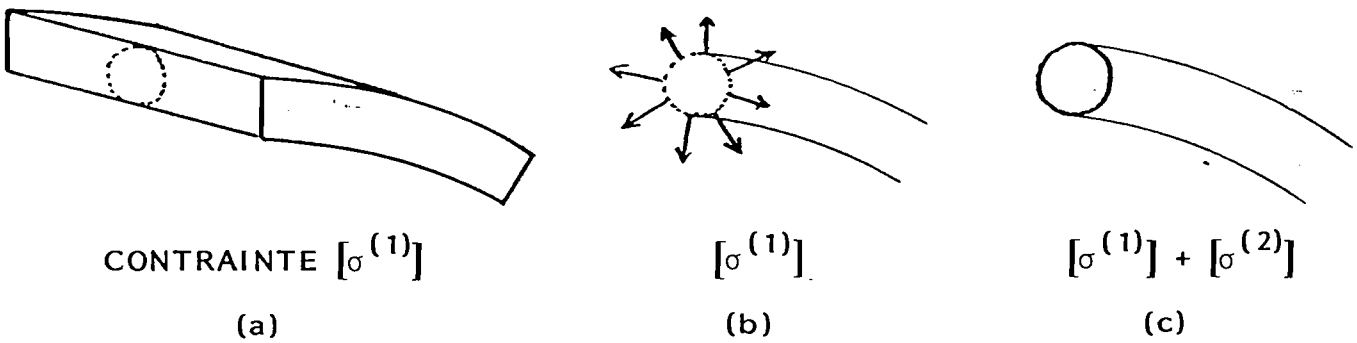


Figure 10 : Prise en compte des contraintes latérales dans une fibre cylindrique courbée.

Si ensuite on "découpe" la fibre dans le ruban (figure 10.a), il apparait à la surface de celle-ci, des tensions qui étaient compensées par la présence de matière (figure 10.b). Pour obtenir l'état de contrainte dans la fibre courbée, il faut donc trouver un état de contrainte $[\sigma^{(2)}]$ qui, superposé à $[\sigma^{(1)}]$ conduise à des tensions nulles à la surface de la fibre.

La linéarité des équations élastostatiques permet d'étudier séparément la courbure et la tension qui sont représentés respectivement par le premier terme et le deuxième terme du second membre de l'équation (24).

4) Etude de la courbure

Suivant la méthode précèdemment décrite, considérons un ruban infiniment large dans la direction Ox et dont la courbure se fait dans le plan yOz.

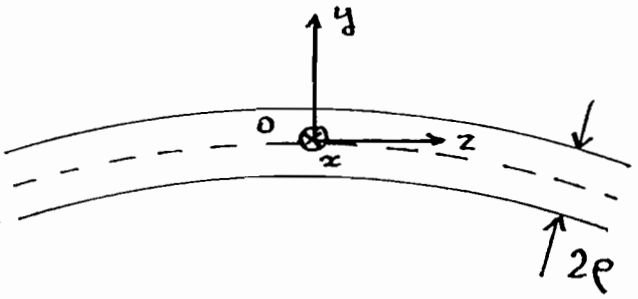


Figure 11 : Ruban courbé

L'invariance par translation dans la direction Ox impose au déplacement suivant x d'être nul. Par ailleurs, aucune quantité ne dépend de x et, au voisinage de O, la faible courbure autorise l'hypothèse de l'indépendance des grandeurs élastiques en fonction de z.

Toutes ces hypothèses étant faites, les seules contraintes et déformations non nulles sont :

$$\sigma^{(1)}_{xx}, \quad \sigma^{(1)}_{yy}, \quad \sigma^{(1)}_{zz} \qquad \text{et} \qquad U^{(1)}_{yy} \tag{25}$$

Dans ce cas, la seule équation d'équilibre qui ne soit pas identiquement vérifiée est :

$$\frac{d\sigma^{(1)}_{yy}}{dy} = \frac{Ey}{R^2}$$

Les conditions aux limites sont l'absence de contrainte

sur les deux faces du ruban, c'est-à-dire :

$$\sigma^{(1)}_{yy} \; (\pm \rho) = 0$$

On obtient alors :

$$\sigma^{(1)}_{yy} = \frac{E}{2} \left(\frac{\rho}{R}\right)^2 \left(\left(\frac{y}{\rho}\right)^2 - 1\right)$$

De plus, pour un état élastique correspondant à (25), les relations contraintes déformation donnent :

$$\sigma^{(1)}_{xx} = \sigma^{(1)}_{zz} = \frac{\nu}{1 - \nu} \sigma^{(1)}_{yy}$$

Considérons alors une surface cylindrique d'axe Oz de rayon 2ρ (figure 12).

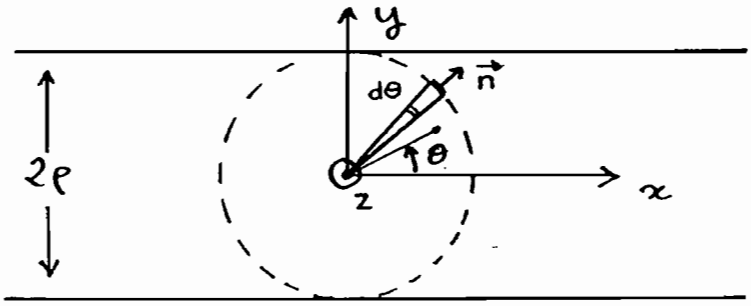


Figure 12 : Notations.

Soit $\vec{n}$ la normale à la surface en un point entouré de l'élément de surface dS. Par définition, la force appliquée à l'élément de surface est :

$$d\vec{F}^{(1)} = [\sigma^{(1)}] \; \vec{n} \; dS$$

Un élément de surface repéré par l'angle θ (figure 12), est donc soumis à une force de composantes :

$$dF_x^{(1)} = \left(\sigma_{xx}^{(1)} \cos\theta + \sigma_{xy}^{(1)} \sin\theta\right) \rho \, d\theta \, dz$$

$$dF_y^{(1)} = \left(\sigma_{xy}^{(1)} \cos\theta + \sigma_{yy}^{(1)} \sin\theta\right) \rho \, d\theta \, dz$$

L'état de contrainte $[\sigma^{(2)}]$ doit compenser ces efforts surfaciques de sorte que toute la surface de la fibre soit libre. Le problème est toujours supposé indépendant de la coordonnée axiale z, ce qui correspond à un problème plan [24] ; nous choisirons un état de déformation plane $U_{zz} = 0$. Ce choix par rapport à un état de contrainte plane, n'est pas critique pour le calcul final de la biréfringence car la contribution de σ_{zz} s'annulle. Dans ces conditions, les contraintes non nulles sont :

$$\sigma_{xx}^{(2)}, \ \sigma_{yy}^{(2)}, \ \sigma_{zz}^{(2)}, \ \sigma_{xy}^{(2)}$$

avec :

$$\sigma_{zz}^{(2)} = \nu\left(\sigma_{xx}^{(2)} + \sigma_{yy}^{(2)}\right) \tag{26}$$

On remarquera la présence de cisaillement $\sigma_{xy}^{(2)}$. Ces composantes doivent vérifier les conditions aux limites :

$$dF_x^{(2)} = - dF_x^{(1)}$$

$$dF_y^{(2)} = - dF_y^{(1)}$$

Les calculs effectués en coordonnées polaires dans l'annexe I conduisent à :

$$\sigma_{xx}^{(2)} = - \frac{\alpha_c}{8(1-\nu)}\left\{(1 + 6\nu) - 2\left(\frac{r}{\rho}\right)^2 + (1 + 2\nu)\left(\frac{r}{\rho}\right)^2 \cos 2\theta\right\}$$

$$\sigma_{yy}^{(2)} = \frac{\alpha_c}{8(1-\nu)}\left\{(2\nu + 1) - 2\left(\frac{r}{\rho}\right)^2 + (2\nu - 3)\left(\frac{r}{\rho}\right)^2 \cos 2\theta\right\}$$

$$\sigma_{zz}^{(2)} = \frac{\alpha_c}{8} \frac{2\nu-1}{1-\nu} \left(\frac{r}{\rho}\right)^2 \sin 2\theta$$

$\sigma_{zz}^{(2)}$ est donnée par (26).

Dans ces relations, ν est le coefficient de Poisson, r

la distance à l'axe de la fibre et θ l'angle polaire par rapport à l'axe Ox. On a posé :

$$\alpha_c = -\frac{E}{2}\left(\frac{\rho}{R}\right)^2$$

L'état de contrainte dû à la courbure simple est la superposition des états (1) et (2). Les composantes du tenseur des contraintes de courbure $[\sigma^{(c)}]$ sont alors :

$$\sigma^{(c)}_{xx} = \frac{2\nu-1}{1-\nu}\,\frac{\alpha_c}{8}\left[1 - 2\left(\frac{r}{\rho}\right)^2 + \left(\frac{r}{\rho}\right)^2 \cos 2\theta\right]$$

$$\sigma^{(c)}_{yy} = \frac{\alpha_c}{8(1-\nu)}\left((7-6\nu) + (2\nu-3)\,2\left(\frac{r}{\rho}\right)^2 + (1-2\nu)\left(\frac{r}{\rho}\right)^2 \cos 2\theta\right)$$

$$\sigma^{(c)}_{xy} = \frac{\alpha_c}{8}\,\frac{2\nu-1}{1-\nu}\left(\frac{r}{\rho}\right)^2 \sin 2\theta$$

Remarquons qu'au centre de la fibre, le cisaillement est nul et que la différence de contraintes est :

$$\sigma^{(c)}_{xx}(0) - \sigma^{(c)}_{yy}(0) = \frac{E}{2}\left(\frac{\rho}{R}\right)^2$$

qui est en accord avec les résultats de la référence [20]. Il reste maintenant à étudier le tenseur des contraintes $\sigma^{(t)}$ dû à la tension.

5) Influence de la tension avant la courbure

Pour l'étude du ruban qui constitue la première étape de la méthode utilisée, nous ferons les mêmes hypothèses qu'au sous paragraphe 4) quant au tenseur des contraintes. La seule équation d'équilibre non triviale est :

$$\frac{d\sigma^{(1)}_{yy}}{dy} = \frac{\varepsilon E}{R}$$

La raison à la présence d'un second membre est l'exis-

tence de la réaction du support sur lequel la fibre est bobinée. L'unique condition aux limites est :

$$\sigma^{(1)}_{yy}(\rho) = 0$$

On obtient alors :

$$\sigma^{(1)}_{yy}(y) = \frac{\varepsilon E}{R}(y - \rho)$$

Sur la face intérieure du ruban, on retrouve $-2\,\epsilon E\,\frac{\rho}{R}$ qui représente la réaction du support.

Les autres contraintes sont :

$$\sigma^{(1)}_{xx} = \sigma^{(1)}_{zz} = \frac{\nu}{1-\nu}\,\sigma^{(1)}_{yy}$$

La méthode du paragraphe précédent s'applique moyennant quelques précautions. En effet, après avoir "découpé" un cylindre à l'intérieur du ruban, il faut trouver un état de contrainte $[\sigma^{(2)}]$, qui, superposé à l'état $[\sigma^{(1)}]$ vérifie les équations d'équilibre avec les conditions aux limites suivantes : les efforts sur la surface de la fibre doivent être nuls partout sauf sur une ligne qui est la ligne de contact entre la fibre et son support. Sur celle-ci, la force est égale à la réaction du support cylindrique. En ce point la contrainte théoriquement, est infinie. En pratique, le contact se fait sur une petite surface ce qui correspond tout de même à une zone de grande contrainte.

Finalement, les composantes du tenseur des contraintes doivent vérifier les conditions aux limites, suivantes en coordonnées polaires :

$$\sigma^{(2)}_{rr} = -\sigma^{(1)}_{rr} - \frac{\varepsilon E \rho}{R}\,\pi\,.\,f(\theta)$$

$$\sigma^{(2)}_{r\theta} = -\sigma^{(1)}_{r\theta}$$

pour $r = \rho$

avec :

$$f(\theta) = \sum_{-\infty}^{+\infty} \delta\left(\theta + (4p+1)\,\frac{\pi}{2}\right)$$

qui traduit le contact lineique. En décomposant les efforts de surface en série de Fourier, les calculs menés en annexe III conduisent à un état de contrainte totale $[\sigma^{(t)}] = [\sigma^{(1)}] + [\sigma^{(2)}]$ dont les composantes sont :

$$\sigma_{xx}^{(t)} = \frac{\alpha_t}{2}\left[1 - 2\left(\frac{r}{\rho}\right)^2\right]$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \alpha_t \left(\frac{r}{\rho}\right)^{2n}\left[n\left(1 - \left(\frac{r}{\rho}\right)^2\right) - \left(\frac{r}{\rho}\right)^2\right] \cos 2n\theta$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\alpha_t}{2} \left(\frac{r}{\rho}\right)^{2n-1}\left[(2n-1)\left(1 - \left(\frac{r}{\rho}\right)^2\right) - 2\left(\frac{r}{\rho}\right)^n\right]\sin(2n-1)\theta$$

$$\sigma_{yy}^{(t)} = -\frac{3}{2}\alpha_t \left[1 - 2\left(\frac{r}{\rho}\right)^2\right]$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \alpha_t \left(\frac{r}{\rho}\right)^{2n}\left[-(n+2) + (n+1)\left(\frac{r}{\rho}\right)^2\right] \cos 2n\theta$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\alpha_t}{2} \left(\frac{r}{\rho}\right)^{2n-1}\left[-(n+2) + (n+1)\left(\frac{r}{\rho}\right)^2\right]\sin(2n-1)\theta$$

$$\sigma_{xy}^{(t)} = \left[1 - \left(\frac{r}{\rho}\right)^2\right]\left\{\sum_{n=1}^{\infty} -(-1)^{n+1} \alpha_t (n+1)\left(\frac{r}{\rho}\right)^{2n} \sin 2n\theta\right.$$

$$\left. + (-1)^n \frac{\alpha_t}{2}(2n+1)\left(\frac{r}{\rho}\right)^{2n-1} \cos(2n-1)\theta\right\}$$

où on a posé $\alpha_t = \frac{\varepsilon E \rho}{R}$.

Ces relations montrent comme dans le cas de la courbure, que les contraintes de cisaillement sont nulles au centre de la fibre. Sur sa surface, les séries ci-dessus conduisent encore à des distributions de Dirac périodisées en raison du contact fibre-cylindrique qui se fait sur une ligne.

Ce calcul conduit, sur l'axe de la fibre, à une différence de contraintes latérale :

$$\sigma_{xx}^{(t)}(0) - \sigma_{yy}^{(t)}(0) = 2\,\frac{\varepsilon E \rho}{R}$$

Cette relation diffère du résultat donné dans la référence [21] lui-même souvent cité dans d'autres références. Le facteur 2 est remplacé par $\frac{2-3\nu}{1-\nu}$ qui, dans le cas de la silice vaut 1,8. Les hypothèses faites pour calculer l'état de contraintes du ruban sont légèrement différentes de celles choisies par les auteurs de la référence [21]. Bien que ces derniers ne soient pas très explicites, nous avons aussi mené l'étude à partir de leurs hypothèses et des expressions identiques à celles présentées ci-dessus ont été à nouveau obtenues. Pour conclure, il faut souligner que, numériquement, les deux résultats sont compatibles et sont donc confirmés par l'expérience [21] . Seule la possibilité d'utiliser des fibres de coefficients de Poisson très différents permettrait de lever l'ambiguité. Les fibres monomodes disponibles étant toutes en silice dopée, ceci n'est actuellement pas possible.

6) Bilan du paragraphe

L'expression des contraintes latérales tant pour la courbure que pour la courbure sous tension sont disponibles pour calculer les coefficients de couplage κ_{ij}.

Notons que ces résultats montrent que le cisaillement est nul au centre de la fibre. Cependant, une telle condition n'est pas suffisante a priori pour que la contrainte correspondante ne contribue pas aux coefficients de couplage. En effet, dans l'étude de la torsion des fibres, tous

les éléments σ_{ij} sont nuls au centre de la fibre et il est connu que la fibre exhibe pourtant du pouvoir rotatoire [2].

IV. ANISOTROPIE D'UNE FIBRE BOBINEE SOUS TENSION

1) Correction au tenseur de permittivité diélectrique

L'étude des contraintes qui précède montre que les composantes non nulles du tenseur des contraintes sont, en utilisant la notation matricielle :

$$\sigma_1 , \sigma_2 , \sigma_3 \text{ et } \sigma_6$$

D'après les relations (23), on peut écrire :

$$\begin{aligned}
\tilde{\varepsilon}_1 &= - n_o^4 (\pi_{11}\sigma_1 + \pi_{12}\sigma_2 + \pi_{12}\sigma_3) \\
\tilde{\varepsilon}_2 &= - n_o^4 (\pi_{12}\sigma_1 + \pi_{11}\sigma_2 + \pi_{12}\sigma_3) \\
\tilde{\varepsilon}_3 &= - n_o^4 (\pi_{12}\sigma_1 + \pi_{12}\sigma_2 + \pi_{11}\sigma_3) \qquad (27) \\
\tilde{\varepsilon}_6 &= - n_o^4 \pi_{44}\sigma_6 \\
\tilde{\varepsilon}_4 &= 0 \quad \text{et } \tilde{\varepsilon}_5 = 0
\end{aligned}$$

En examinant les expressions des contraintes $\sigma^{(t)}$ et $\sigma^{(c)}$, on constate que la forme de $\sigma^{(t)} + \sigma^{(c)}$ permet d'écrire :

$$\tilde{\varepsilon}_q = F_{qo} + \sum_{p=1}^{\infty} F_{qp} \cos 2p\theta + G_{qp} \sin(2p-1)\theta \qquad (28)$$

pour q = 1, 2, 3, et :

$$\tilde{\varepsilon}_6 = \sum_{p=1}^{\infty} F_{6p} \cos(2p-1)\theta + G_{6p} \sin 2p\theta \qquad (29)$$

Dans ces expressions, les quantités F_{qp} et G_{qp} sont

des fonctions de r uniquement. Il n'est pas important de les expliciter à ce stade bien que cela n'offre aucune difficulté, mais on peut cependant remarquer que toutes ces fonctions à l'exception de F_{10}, F_{20} et F_{30} s'annulent sur l'axe de la fibre. En particulier $\tilde{\varepsilon}_6$ s'annule à cet endroit.

Les calculs présentés en annexe III montrent que si, à ce stade on considère la perturbation comme constante et égale à sa valeur sur l'axe, on obtient :

$$\frac{\kappa_{11} - \kappa_{22}}{2} = \frac{k_o}{2n_o}\left(\tilde{\varepsilon}_1 - \tilde{\varepsilon}_2\right)$$

et :

$$\kappa_{12} = 0$$

à condition que la longueur d'onde guidée soit petite devant le rayon du mode, c'est-à-dire, la distance à l'axe au delà de laquelle, il n'y a que peu d'énergie guidée.

La fibre est alors linéairement biréfringente et l'étude du paragraphe B montre que la différence entre les constantes de propagation est :

$$k'_1 - k'_2 = - \frac{k_o n_o^3}{2} (\sigma_1 - \sigma_2) (\pi_{11} - \pi_{12})$$

ou encore :

$$k'_1 - k'_2 = - \frac{kn_o^3}{2} (p_{11} - p_{12}) [\sigma_1(0) - \sigma_2(0)] \frac{(1+\nu)}{E} \quad (30)$$

qui correspond à la relation donnée par les auteurs des références [20] et [21].

Nous montrons dans la suite que ce résultat est vrai sans supposer la constance des coefficients $\tilde{\varepsilon}_i$ mais à condition de faire quelques hypothèses supplémentaires.

2) Coefficients de couplage - Biréfringence

Le calcul des coefficients de couplage κ_{ij} pour une perturbation $[\tilde{\varepsilon}]$ de la forme (27) avec les contraintes (28 et 29) est donné en annexe III. Il faut souligner que le calcul est fait dans le cas des fibres faiblement guidantes qui est en pratique très fréquent.

Malgré cette hypothèse, il reste des termes correctifs qui ne peuvent être calculés rigoureusement qu'en précisant le profil d'indice de la fibre. Cependant pour donner un ordre de grandeur et surtout pour décrire le comportement des coefficients κ_{ij}, nous avons évalué ces derniers en faisant l'approximation gaussienne [26] pour la dépendance radiale des champs des modes HE_{11}, c'est-à-dire :

$$F(r) = A\, e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{r}{r_o}\right)^2}$$

La fonction F est définie dans le paragraphe B.I.2. Une expression approchée du rayon de mode r_o donnée par Marcuse [30], est :

$$r_o = \frac{a}{\sqrt{2}}\,(0{,}65 + 1{,}619\, V^{-3/2} + 2{,}879\, V^{-6})$$

où V est la fréquence normalisée et a le rayon du coeur.

Dans le cadre de ces approximations on obtient :

$$\kappa_{11} - \kappa_{22} = -\frac{k\, n_o^3}{2}\left(\frac{1+\nu}{E}\right)\Big[(-\alpha_c + 2\,\alpha_t)\,(p_{11} - p_{12})$$

$$\left(1 - \frac{1}{2(k_1 r_o)^2}\right) - \alpha_c\,(p_{11} - p_{12})\left(\frac{r_o}{\rho}\right)^2 + \frac{1}{(k_1\rho)^2}$$

$$(\alpha_c\; 2(p_{11} - p_{12}) - \alpha_t\;(3\, p_{11}(1 + 4\nu) + p_{12}(S + 12\nu)))\Big]$$

$$\kappa_{12} = \kappa_{21} = 0.$$

où on a posé :

$$\alpha_c = -\frac{E}{c}\left(\frac{\rho}{R}\right)^2 \quad \text{et} \quad \alpha_t = E\varepsilon\,\frac{\rho}{R}$$

Il apparait qu'en plus du premier terme, prépondérant, il existe des termes correctifs faisant intervenir :

$$\frac{r_o}{\rho}\ ,\ \frac{\lambda_g}{\rho}\ ,\ \text{et}\ \frac{\lambda_g}{r_o}$$

où λ_g désigne la longueur d'onde guidée, voisine de λ/n_o pour une fibre faiblement guidante. Dans la plupart des cas λ_g est petite devant le rayon de la fibre ρ et le rayon du mode r_o. Le principe même des fibres optiques impose de choisir ρ supérieur à r_o lors de la fabrication.

Le rapport $\frac{r_o}{\rho}$ est donc inférieur à l'unité, mais n'est pas extrêmement petit. On pourra néanmoins négliger le terme correspondant qui de toute façon contribuerait à l'augmentation de $(\kappa_{11} - \kappa_{22})$.

Sous ces conditions, on obtient :

$$\kappa_{11} - \kappa_{22} = -\frac{k_o n_o^3}{2}(p_{11} - p_{12})(1+\nu)\left(\frac{1}{2}\left(\frac{\rho}{R}\right)^2 + 2\varepsilon\,\frac{\rho}{R}\right)$$

$$\kappa_{12} = \kappa_{21} = 0$$

Ces expressions, identiques à celles obtenues en considérant des contraintes constantes prises sur l'axe de la fibre justifie cette hypothèse sous les conditions discutées ci-dessus. Par ailleurs, elles montrent, d'après l'étude faite au paragraphe C.I.4. que les états propres sont polarisés rectilignement et que la différence entre les constantes de propagation est :

$$\beta_{ct} = k'_2 - k'_1 = \frac{k_o n_o^3}{2}(p_{11} - p_{12})(1+\nu)\left(\frac{1}{2}\left(\frac{\rho}{R}\right)^2 + 2\varepsilon\,\frac{\rho}{R}\right) \quad (31)$$

Cette relation, au facteur 2 du dernier terme près est

en accord avec l'expression de la référence [21]. Cette différence déjà discutée n'entraine pas de différence significative sur le plan numérique.

Précisons que l'indice (2) se rapporte à l'état de polarisation dont la direction est contenue dans le plan de courbure et (1) celui dont la direction est normale à ce plan, autrement dit parallèle à l'axe du cylindre sur lequel la fibre est bobinée.

Un bon ordre de grandeur est obtenu en prenant pour valeurs des coefficients photoélastiques celles correspondant à la silice :

$$p_{11} = 0,121 \qquad p_{12} = 0,270$$

Signalons qu'une étude expérimentale de ces coefficients en fonction de la fréquence normalisée et de la longueur d'onde a été récemment publiée [27]. Elle montre que seule la longueur d'onde intervient de façon significative. Dans les références déjà citées, les valeurs ci-dessus donnent un bon accord avec l'expérience pour $\lambda = 633$ nm.

A cette longueur d'onde, on obtient :

$$\beta_{ct} = -\ 2,7\ 10^{6} \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\rho}{R}\right)^{2} + 2\varepsilon\ \frac{\rho}{R} \right) \text{rd.m}^{-1} \qquad (32)$$

avec :

$$\nu = 0,17 \qquad \text{et} \qquad n_o = 1,46$$

Cette valeur négative indique que "l'axe lent" est parallèle à l'axe du bobinage et que "l'axe rapide" est localement parallèle à la normale au support cylindrique. En pratique, le rapport ρ/R est de l'ordre de 10^{-2} et ε est inférieur à cette valeur. Les deux contributions, de la courbure et de la tension sont donc du même ordre de grandeur. Toutefois, pour des rayons de courbure importants, de l'ordre de 10 cm, le terme dû à la tension est prépondérant.

L'expression (32) de β_{ct} conduit à une différence d'indice effectif entre les deux modes propres, donnée par :

$$\Delta n = 0,27\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\rho}{R}\right)^2 + 2\varepsilon\,\frac{\rho}{R}\right]$$

Classiquement, $\rho \simeq 50\ \mu m$, et les rayons de courbure utilisés ne sont pas inférieurs à 5 mm. La valeur de ε ne dépassant pas 1 %, on obtient une valeur de Δn qui peut être considérée comme maximum soit :

$$\Delta n = 6,8\ 10^{-5}$$

Dans le domaine des fibres optiques, la biréfringence est en général caractérisée par la longueur de battements l_B au bout de laquelle le déphasage entre les deux états propres a varié de 2π. Elle est donc égale à la période spatiale avec laquelle on retrouve un état de polarisation donné. Par conséquent, l'expression de l_B est :

$$l_B = \frac{2\pi}{|\beta_{ct}|} \qquad (33)$$

Une expression équivalente, facile à utiliser, relie l_B, Δn et la longueur d'onde dans le vide λ :

$$\Delta n = \frac{\lambda}{l_B}$$

La limite supérieure donnée ci-dessus concernant la biréfringence induite par courbure conduit à une valeur minimum $l_B = 9$ mm pour $\lambda = 633$ nm longueur d'onde couramment utilisée.

3) Influence des déformations du coeur de la fibre

Pour compléter cette étude, il reste à vérifier que la biréfringence linéaire qui résulte de la déformation du coeur sous l'action des contraintes de courbure sous tension est faible devant β_{ct}.

Pour celà, il faut évaluer les déformations du coeur dans les directions x et y. Désignons alors par $\vec{u}$ le champ

des déplacements. Si $(\Delta a)_x$ et $(\Delta a)_y$ désignent les

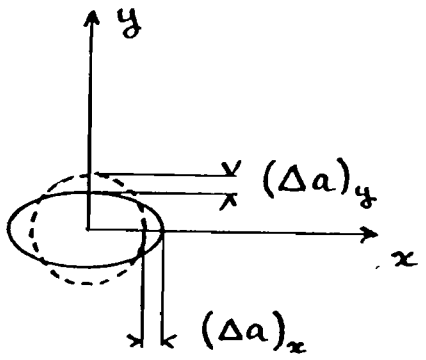


Figure 13 : Déformation du coeur

variations des dimensions du coeur suivant les directions x et y on peut écrire :

$$2(\Delta a)_x = u_x\ (0,\ a) - u_x\ (0,\ -\ a)$$

ou encore, puisque u_x varie peu à l'échelle de a car $a \ll \rho$:

$$2(\Delta a)_x = \frac{\partial u_x}{\partial x} \cdot 2a$$

La définition du tenseur des déformations [24] permet d'écrire :

$$(\Delta a)_x = U_{xx}(0) \cdot a$$

De la même façon, on obtient :

$$(\Delta a)_y = U_{yy}(0) \cdot a$$

Si on considère qu'en première approximation, la déformation du coeur est elliptique, il existe une biréfringence linéaire dont l'expression est [14] :

$$\beta_{déf} = 0{,}2\ k\ \frac{(\Delta a)_x - (\Delta a)_y}{a} \cdot (n_o \Delta)^2$$

où Δ est la variation relative d'indice entre coeur et gaine en supposant la fibre à saut d'indice.

Compte tenu de la relation générale (annexe II) :

$$U_{xx} - U_{yy} = \frac{1+\nu}{E} (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})$$

la biréfringence de déformation devient :

$$\beta_{def} = 0,2\ k_o\ [\sigma_{xx}(0) - \sigma_{yy}(0)]\ \frac{(1+\nu)}{E}\ (n_o\ \Delta)^2$$

En utilisant la relation (30) donnant β_{ct}, le rapport des contributions à la biréfringence peut s'écrire :

$$\frac{\beta_{déf}}{\beta_{ct}} = \frac{0,2}{n_o(p_{11} - p_{12})}\ \Delta^2 \qquad (34)$$

Pour les fibres de silice, cette relation donne :

$$\frac{\beta_{déf}}{\beta_{ct}} = 0,91\ \Delta^2$$

Dans le cas des fibres faiblement guidantes Δ est de quelques 10^{-3}. Le rapport ci-dessus vaut donc 10^{-6}. La contribution de la biréfringence modale due aux déformations du coeur est donc négligeable devant celle de l'effet photoélastique. Signalons enfin l'étude de la référence [27] qui met en évidence la biréfringence modale due à la géométrie toroïdale d'une fibre courbée. Cette contribution est, elle aussi négligeable devant β_{ct}. La biréfringence d'une fibre courbée pourra donc être attribuée exclusivement à l'effet photoélastique dans la suite du développement.

4) Bilan de l'étude de la courbure sous tension

Pour conclure ce paragraphe, il faut remarquer que les différences d'indice obtenues, inférieures à $7\ 10^{-5}$ sont petites devant celles qui existent dans des cristaux anisotropes, de l'ordre de 10^{-3}. Cependant, alors que les lames cristallines ont des épaisseurs de quelques micro-

mètres, la longueur de la fibre, c'est-à-dire l'"épaisseur" de la lame équivalente peut atteindre plusieurs mètres. Les déphasages obtenus seront donc tout à fait exploitables.

Dans cette partie, nous avons démontré qu'une fibre optique monomode courbée sous tension peut être considérée comme une "lame" biréfringente épaisse dont le déphasage dépend du rayon de courbure. Dans le paragraphe suivant les possibilités d'utilisation des variations de cette biréfringence en fonction du rayon de courbure sont présentées.

E. PRINCIPE DES CAPTEURS ETUDIES

I. CHOIX DES PARAMETRES

Le principe des capteurs étudiés dans ce travail repose sur les variations de biréfringence et plus exactement sur les variations de déphasage en fonction du rayon de courbure. Toute variation de ce dernier sous l'influence par exemple d'une modification de pression où de température entraine l'apparition d'une réponse du capteur.

Ce paramètre R sera donc retenu pour l'étude des variations de déphasage. Cependant, le cas de la température doit être étudié séparément car l'indice de réfraction n_o figurant dans l'expression (31) de β_{ct} dépend directement de la température.

II. VARIATIONS DE DEPHASAGE

1) Variations de biréfringence en fonction du rayon de courbure.

Réécrivons l'expression (31) de la biréfringence de courbure sous tension sous la forme :

$$\beta_{ct} = C_s \left[\frac{1}{2}\left(\frac{\rho}{R}\right)^2 + A\,\frac{\rho}{R}\,\varepsilon\right]$$

avec :

$$C_s = \frac{k_o\ n_o^3}{2}\,(p_{11} - p_{12})\,(1+\nu)$$

et :

$A = 2$ d'après le calcul présenté ou $\frac{2-3\nu}{1-\nu}$ d'après la référence [21] qui vaut 1,8 pour la silice.

Le calcul des variations de β_{ct} fait intervenir les variations de déformation ε en fonction du rayon de courbure. Ces dernières représentent une déformation orthoradiale $U_{\theta\theta}$ en coordonnées cylindriques. On peut alors écrire [22] :

$$\frac{d\varepsilon}{dR} = U_{\theta\theta} = \frac{1}{R}$$

Compte tenu de cette expression, on obtient :

$$\frac{\partial\beta_{ct}}{\partial R} = C_s\ A\,\frac{\rho}{R^2}\left[1 - \varepsilon - \frac{1}{A}\,\frac{\rho}{R}\right]$$

Les déformations initiales ne dépassant pas 1 % et les courbures utilisées étant telles que $\frac{\rho}{R} \leqslant 0{,}01$, les variations de biréfringence peuvent s'exprimer par :

$$\frac{\partial\beta_{ct}}{\partial R} = C_s\ A\,\frac{\rho}{R^2} \qquad (35)$$

Il reste alors à examiner l'influence d'une variation de température, second paramètre choisi pour décrire les variations de β_{ct}.

2) Variations d'indice en fonction de la température

Dans ce paragraphe, seule l'influence directe de la température est considérée. Les variations de rayon du support de la fibre par dilatation sont prises en compte par la relation (35).

La constante C_s étant proportionnelle à n_o^3, on peut écrire :

$$\frac{\partial \beta_{ct}}{\partial T} = \frac{3}{n_o} \frac{\partial n_o}{\partial T} \cdot C_s \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\rho}{R} \right)^2 + A \, \varepsilon \, \frac{\rho}{R} \right) \qquad (36)$$

Pour comparer les deux contributions, calculons la variaton de β_{ct} sous la seule influence d'une variation de température ΔT.

$$\Delta \beta_{ct} = \frac{\partial \beta_{ct}}{\partial T} \Delta T + \frac{\partial \beta_{ct}}{\partial R} \cdot \Delta R \qquad (37)$$

ou encore :

$$\Delta \beta_{ct} = C_s \, A \, \frac{\rho}{R} \left[\frac{1}{R} \frac{\Delta R}{\Delta T} + \frac{3}{n_o} \frac{\partial n_o}{\partial T} \left(\varepsilon + \frac{1}{2A} \frac{\rho}{R} \right) \right] \qquad (38)$$

Dans le crochet, le dernier terme, avec les valeurs de ε et ρ/R déjà citées et $\frac{\partial n_o}{\partial T} = 10^{-5} \cdot C^{-1}$ vaut quelques 10^{-7}.

Le premier terme est de l'ordre de grandeur du coefficient de dilatation du matériau constituant le support de bobinage si la variation de température est seule responsable des variations de rayon de courbure. Ce résultat sera démontré en détail dans le chapitre III.

En conséquence, pour des matériaux très dilatables tels que le cuivre qui ont un coefficient de dilatation de l'ordre de $10^{-5} \cdot C^{-1}$, l'influence du terme de variation d'indice est négligeable. Par contre, la sensibilité à la température ne peut être infiniment réduite en choisissant des matériaux très peu dilatables car, il reste le terme thermooptique pro-

portionnel à $\frac{\partial n_o}{\partial T}$. Dans la suite, l'étude sera poursuivie en prenant compte uniquement les variations de rayon R sachant que dans le cas d'un matériau peu dilatable et lorsque la température varie, la contribution (36) doit être ajoutée.

3) Variations de déphasage en fonction du rayon de courbure

Considérons une fibre de longueur L bobinée sur un cylindre de rayon R. Le déphasage existant entre les deux lignes neutres est :

$$\psi = \beta_{ct} . L \qquad (39)$$

ou, en introduisant le nombre de tours de fibre bobinée N :

$$\psi = 2\pi \ N \ R . \beta_{ct}$$

Par dérivation on obtient, en utilisant la relation (35) :

$$\frac{d\psi}{dR} = 2\pi \ C_s \ A \ N \ \frac{\rho}{R} \qquad (40)$$

Il apparait donc qu'une variation de rayon de courbure du support ΔR provoque une variation de déphasage :

$$\Delta\psi = 2\pi \ C_s \ A \ \rho . N . \frac{\Delta R}{R} \qquad (41)$$

Cette relation montre premièrement que les variations $\Delta\psi$ ne dépendent que des variations relatives de rayon R qui peuvent donc être étudiées de façon autonome ; Cela fait l'objet du chapitre III.

Deuxièmement, pour une fibre donnée de rayon ρ, la sensibilité aux variations relatives de rayon est proprotionnelle au nombre de spires bobinées. Typiquement, pour une fibre de silice de 100 µm de diamètre et pour la longueur d'onde λ = 633 nm, on obtient :

$$\Delta\psi = 1,7 \ 10^3 \ N . \frac{\Delta R}{R} \ \text{rad} \qquad (42)$$

Cette propriété est intéressante car elle montre que deux bobinages ayant même nombre de spires ont même sensibilité même s'il sont réalisés sur des tubes de diamètre différents. A titre d'exemple, nous choisirons 21 spires bobinées sur un cylindre de diamètre 15 mm, ce qui correspond à 1 m de fibre. Une variation $\Delta\phi$ de 10° est obtenue pour des variations relatives $\frac{\Delta R}{R}$ de $5\ 10^{-6}$. Ces chiffres permettent déjà d'estimer la sensibilité de la méthode puisque dans ce cas ΔR = 37 nm.

4) Variations de la longueur de battements

La définition de la longueur de battements qui a été donnée (33) montre que celle ci varie comme l'inverse de la biréfringence β_{ct}.
Les variations relatives de l_B sont donc égales à l'opposé de celles de β_{ct}. Les relations (35) et (41) permettent d'écrire :

$$\frac{\Delta l_B}{l_B} = \frac{\Delta\phi}{2\pi} \cdot \frac{l_B}{L} \qquad (43)$$

Ce résultat montre que les variations de la longueur de battement ne lorsque $\Delta\phi$ varie de 2π ne sont faibles que si la longueur de la fibre est grande devant la longueur de battement. Dans ce cas, cette dernière peut être considérée comme une caractéristique du bobinage. Elle est donnée par la relation :

$$l_B = \frac{2\pi}{|C_s|} \frac{R}{\rho} \frac{1}{A\varepsilon + \frac{1}{2}\frac{\rho}{R}} \qquad (44)$$

Les plus fortes valeurs de ε et de $\frac{\rho}{R}$ étant 10^{-2}, les longueurs de battement pour λ = 633 nm seront supérieures à 1 cm.

F. CONCLUSION

Ce chapitre a permis de préciser la définition de l'état de polarisation dans une fibre optique monomode et de donner deux représentations de son évolution au cours de la propagation. La première, issue de la théorie des modes couplés, est une représentation matricielle analogue à celle de Jones. La seconde apparait comme une généralisation de la sphère de Poincaré. Ce formalisme, joint à une étude détaillée de l'état de contraintes d'une fibre courbée sous tension mécanique a permis de préciser les résultats existant dans la littérature concernant les anisotropies induites par effet photoélastique.

Dans cet état, la fibre se révèle comme un élément linéairement biréfringent dont le déphasage dépend fortement de la courbure. La mesure de ces variations de déphasage permet de déduire les variations de rayon de courbure du support sur lequel est enroulée la fibre. Tout paramètre physique faisant varier ce rayon de courbure est donc susceptible d'être mesuré par ce principe. Dans le chapitre suivant, le formalisme introduit ici est appliqué une étude plus fine des propriétés anisotropes de bobines de fibres multispires.

CHAPITRE II

PROPRIETES BIREFRINGENTES D'UNE BOBINE DE FIBRE MULTISPIRE

A. INTRODUCTION

L'étude menée dans le premier chapitre a montré qu'une fibre bobinée peut être considérée de façon idéale comme une lame linéairement biréfringente de déphasage variable en fonction du rayon de courbure. Dans la suite du développement nous désignerons cette configuration par bobinage idéal. Le rôle de ce chapitre est d'analyser plus finement le dispositif pour mettre en évidence des écarts possibles à ce cas.

Dans une première partie, le rôle des pertes par courbure est analysé. Dans la deuxième partie, on établit l'équivalence du système réel avec la succession d'une lame linéairement biréfringente et d'un élément doué uniquement de pouvoir rotatoire. Ce schéma sert à l'étude des deux exemples traités dans la troisième partie. Le premier exemple est l'analyse de l'influence de la structure hélicoïdale de la fibre bobinée etle second illustre les problèmes qui peuvent être rencontrés lors de l'utilisation de fibres dites à très faible biréfringence. Les conséquences sur le choix des conditions expérimentales sont dégagées à la fin du chapitre.

B. ATTENUATION

I. POSITION DU PROBLEME

Il existe naturellement dans une fibre non bobinée des pertes provoquées par différents phénomènes tels qu'absorption et diffusion. Ces pertes sont liées au matériau lui-même. Par ailleurs, d'autres pertes trouvent leur origine dans la propagation guidée à l'intérieur d'une fibre courbée. En effet, comme il a été rappelé dans le premier chapitre, il existe, pour une fibre optique des modes guidés et des modes rayonnants. Schématiquement, la courbure introduit un couplage entre ces deux types de modes qui se traduit en pratique par une perte de puissance guidée [28].

Pour les applications abordées dans ce travail, il convient de distinguer les pertes isotropes qui affectent de la même façon tous les états de polarisation et les pertes de type anisotrope.

II. INFLUENCE DES PERTES SUR LE COMPORTEMENT DU BOBINAGE

Considérons un bobinage idéal représenté par une matrice de Jones élémentaire diagonale,

$$N_o = \begin{bmatrix} j\,\kappa_{11} & 0 \\ 0 & j\,\kappa_{22} \end{bmatrix} \qquad (1)$$

caractéristique d'un élément linéairement biréfringent dans le repère de ses états propres. Pour simplifier la discussion, supposons que N_o est une matrice indépendante de la position sur la fibre. Dans ces conditions, les coefficients a_1 et a_2 qui décrivent l'état de polarisation s'écrivent :

$$\begin{aligned} a_1 &= a_{10}\, e^{j\kappa_{11}z} = a_{10}\, e^{-Re(\kappa_{11})z}\, e^{jIm(\kappa_{11})z} \\ a_2 &= a_{20}\, e^{j\kappa_{22}z} = a_{20}\, e^{-Re(\kappa_{22})z}\, e^{jIm(\kappa_{22})z} \end{aligned} \qquad (2)$$

Ce sont par conséquent les parties imaginaires de κ_{11} et κ_{22} qui représentent l'atténuation. Cependant, il apparait que si ces deux quantités sont égales, le rapport a_1/a_2 a la même valeur que pour un bobinage sans perte. Le comportement anisotrope du bobinage réel n'est donc pas affecté dans ce cas, seul un facteur d'atténuation globale diminuera le flux transmis par le système. Il est donc nécessaire d'analyser plus précisément l'importance des pertes par courbure.

III. PERTES PAR COURBURE

1) Fibre isotrope

Différentes méthodes ont été utilisées pour calculer le coefficient d'atténuation induite par courbure dans une fibre optique. Un rappel de ces méthodes est disponsible dans l'introduction de la référence [28]. Nous dirons simplement que ce sont des méthodes perturbatives et qu'elles convergent toutes vers un résultat commun qui donne l'expression du coefficient d'atténuation en puissance [2] [28] pour le mode fondamental HE_{11} d'une fibre isotrope :

$$\alpha_p = \frac{1}{2a} \left(\frac{\pi a}{R}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{U^2}{V^2 W^{3/2}} \frac{1}{K_1(W)} e^{-\frac{4}{3}\frac{R}{a}\frac{W^3}{V^2}\Delta} \qquad (3)$$

Les différentes grandeurs sont définies dans le tableau 1 ci-dessous. K_1 est la fonction de Bessel modifiée de seconde espèce d'ordre 1 [29].

a = rayon du coeur
R = rayon de courbure
Δ = saut d'indice relatif
$V^2 = k_o^2 \; a^2 \left(n_o^2 - n_g^2\right)$

$$\left.\begin{aligned} U^2 &= a^2 \left(n_o^2 \; k_o^2 - k_1^2\right) \\ W^2 &= V^2 - U^2 \end{aligned}\right\} \text{ paramètres modaux.}$$

k_1 constante de propagation du mode HE_{11}.

Tableau 1 : Paramètres modaux.

Outre une perte de puissance guidée, la courbure induit une déformation du mode HE_{11} [30]. Dans le cadre de l'approximation gaussienne, cet effet se traduit par un élargissement du mode et à un décalage du maximum vers l'extérieur de la courbe. La prise en compte de cette modification conduit à une augmentation des pertes par rapport à la valeur donnée par (3). Cependant, la correction à apporter ne dépas-

>>>>>>>>>>>> Caractéristiques de la fibre <<<<<<<

diamètre du coeur	4.0 µm
rayon de courbure.....	0.75 cm
rayon courbure/rayon coeur.....	3.75E+03
saut d'indice	0.23E-02
indice de la gaine.....	1.46
longueur d'onde de coupure.....	520.8 nm

V	Longueur d'onde	Atténuation
1.00	1252.6 nm	0.13E+05 db/m
1.20	1043.8 nm	0.14E+05 db/m
1.40	894.7 nm	0.87E+04 db/m
1.60	782.9 nm	0.34E+04 db/m
1.80	695.9 nm	0.89E+03 db/m
2.00	626.3 nm	0.17E+03 db/m
2.20	569.3 nm	0.27E+02 db/m
2.40	521.9 nm	0.36E+01 db/m

(a)

>>>>>>>>>>>> Caractéristiques de la fibre <<<<<<<

diamètre du coeur	4.0 µm
rayon de courbure.....	1.00 cm
rayon courbure/rayon coeur.....	5.00E+03
saut d'indice	0.23E-02
indice de la gaine.....	1.46
longueur d'onde de coupure.....	520.8 nm

V	Longueur d'onde	Atténuation
1.00	1252.6 nm	0.11E+05 db/m
1.20	1043.8 nm	0.10E+05 db/m
1.40	894.7 nm	0.48E+04 db/m
1.60	782.9 nm	0.12E+04 db/m
1.80	695.9 nm	0.19E+03 db/m
2.00	626.3 nm	0.19E+02 db/m
2.20	569.3 nm	0.14E+01 db/m
2.40	521.9 nm	0.87E-01 db/m

(b)

>>>>>>>>>>>> Caractéristiques de la fibre <<<<<<<

diamètre du coeur	4.0 µm
rayon de courbure.....	0.75 cm
rayon courbure/rayon coeur.....	3.75E+03
saut d'indice	0.31E-02
indice de la gaine.....	1.46
longueur d'onde de coupure.....	600.5 nm

V	Longueur d'onde	Atténuation
1.00	1444.4 nm	0.13E+05 db/m
1.20	1203.6 nm	0.12E+05 db/m
1.40	1031.7 nm	0.56E+04 db/m
1.60	902.7 nm	0.14E+04 db/m
1.80	802.4 nm	0.22E+03 db/m
2.00	722.2 nm	0.23E+02 db/m
2.20	656.5 nm	0.17E+01 db/m
2.40	601.8 nm	0.11E+00 db/m

(c)

>>>>>>>>>>>> Caractéristiques de la fibre <<<<<<<

diamètre du coeur	4.0 µm
rayon de courbure.....	1.00 cm
rayon courbure/rayon coeur.....	5.00E+03
saut d'indice	0.31E-02
indice de la gaine.....	1.46
longueur d'onde de coupure.....	600.5 nm

V	Longueur d'onde	Attenuation
1.00	1444.4 nm	0.11E+05 db/m
1.20	1203.6 nm	0.83E+04 db/m
1.40	1031.7 nm	0.27E+04 db/m
1.60	902.7 nm	0.39E+03 db/m
1.80	802.4 nm	0.29E+02 db/m
2.00	722.2 nm	0.13E+01 db/m
2.20	656.5 nm	0.37E-01 db/m
2.40	601.8 nm	0.80E-03 db/m

(d)

Tableau 2 : Pertes induites par courbure.

se pas un facteur deux [30]. Enfin, des études plus précises en fonction de l'état de polarisation ont été menées [31]. Elles ont montré que les pertes par courbure ne dépendaient pas sensiblement de la polarisation du mode.

Nous avons par conséquent évalué les pertes dans un bobinage à l'aide de la relation (3) ; les résultats sont présentés sur le tableau 2. Les cas (a) et (b) d'une part, (c) et (d) d'autre part concernent deux fibres différentes correspondant à des cas rencontrés en pratique. Pour chaque fibre deux rayons de courbure sont envisagés 0,75 cm et 1 cm qui couvrent la gamme utilisée. Chaque tableau donne, pour une fibre et un rayon de courbure fixés la valeur du coefficient d'atténuation en dB/m pour différentes valeurs de la longueur d'onde de la source utilisée. Notons que le régime de fonctionnement monomode est caractérisé par le domaine $V \leqslant 2.405$. Il apparait premièrement que pour une fibre et un rayon de courbure donné, il est nécessaire de travailler à une longueur d'onde proche de la longueur d'onde de coupure. Deuxièmement, même dans ces conditions, l'atténuation varie de deux ordres de grandeur (en dB) en passant de 7,5 mm à 10 mm, ce qui est considérable. Dans les cas (c) et (d) qui correspondent à une coupure à 600 nm, la fibre est néanmoins utilisable sans difficulté jusqu'à 650 nm puisque pour cette valeur, l'atténuation varie de 0,04 dB/m à 2 dB/m. Un laser He-Ne rentre donc dans le cadre des sources possibles. Il faut cependant noter que le passage à des sources infrarouge vers 850 nm exigerait de changer de fibre, toutes choses égales par ailleurs, puisqu'alors l'atténuation atteint quelques 100 dB/m.

Il faut donc retenir de cette étude que l'atténuation induite par courbure doit influer fortement sur le choix de la fibre et de la source tout au moins pour les rayons de courbure envisagés, inférieurs au centimètre.

2) Influence de l'anisotropie de la fibre

Les modèles qui mènent à l'expression de l'atténuation (3) considèrent la fibre comme isotrope ; or, dans ce travail nous considérons les applications possibles de la biréfringence induite par courbure. Il a été démontré ces dernières années [32], [33] qu'on pouvait attendre une atténuation dif-

férentielle très forte entre les deux modes propres d'une fibre biréfringente. Ces attentes ont été par ailleurs confirmées expérimentalement par la réalisation de fibres polarisantes [34], [35], [36]. On peut dire schématiquement que si la biréfringence est suffisante pour que l'indice effectif d'un des deux modes devienne inférieur à l'indice de la gaine, ce mode fuit et ne participe plus au guidage. Pour atteindre de tels effets, il faut par conséquent réaliser des biréfringences importantes correspondant à des anisotropies d'indice comparables aux variations de celui-ci entre le coeur et la gaine c'est-à-dire, de l'ordre de 10^{-3}. Cette valeur n'a rien de commun avec les valeurs atteintes par courbure qui sont au maximum de 10^{-5} comme nous l'avons montré dans le précédent chapitre.

III. BILAN SUR LES PHENOMENES D'ATTENUATION

Le dernier paragraphe nous a montré que les biréfringences induites par courbure étaient trop faibles pour introduire des atténuations différentes pour les deux états propres. D'après notre étude, l'atténuation entrainera donc une chute de puissance sans affecter l'état de polarisation qui existerait dans une fibre parfaite. En d'autres termes, la représentation géométrique de l'évolution de l'état de polarisation le long de la fibre peut toujours se faire à l'aide d'une sphère de Poincaré. Cependant, le rayon de celle-ci, proportionnel à l'énergie transporté diminue progressivement. Du point de vue de l'anisotropie, la fibre sera donc considérée comme non atténuante. Néanmoins, l'atténuation globale ne devra pas être négligée en pratique puisqu'elle peut atteindre des valeurs considérables si la source et la fibre ne sont pas adaptées.

C. MATRICE DE JONES ASSOCIEE A UN BOBINAGE DE FIBRE REELLE

I. CAS GENERAL

Dans ce paragraphe, aucune hypothèse n'est faite sur

les propriétés d'anisotropie de la fibre. Seule la forme générale de la matrice associée est discutée.

1) Expression de la matrice de Jones

Nous supposerons ici que la fibre peut présenter des pertes mais uniquement de façon isotrope. Ceci revient à dire que les coefficients diagonaux définis par (I.14) κ_{11} et κ_{22} ne sont pas forcément réels, mais ont par contre des parties imaginaires identiques. La discussion de la partie B montre alors qu'on est ramené au cas d'une fibre non absorbante puisque le coefficient $\kappa_{11} - \kappa_{22}$ est réel. L'atténuation intervient de façon scalaire. Dans la suite, on pourra donc se limiter au cas des fibres sans perte du point de vue du formalisme.

On peut alors démontrer [8] dans ce cas, que la conservation de l'énergie impose à la matrice d'une section de longueur z d'être unitaire. Autrement dit, les contributions c_1 et c_2 des deux modes propres est donnée par :

$$\begin{pmatrix} c_1(z) \\ c_2(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P & Q \\ -Q^* & P^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1(0) \\ c_2(0) \end{pmatrix} \qquad (4)$$

avec

$$|P|^2 + |Q|^2 = 1$$

où P et Q sont deux nombres complexes quelconques. Pour étudier les écarts d'un système réel par rapport au cas idéal, il est commode de définir un système équivalent au bobinage.

2) Paramètres équivalents d'un système non absorbant

Considérons un système dont la matrice de Jones est de la forme (4). Ce système peut être représenté par la succession d'une lame linéairement biréfringente et d'un rotateur, c'est à dire, un élément biréfringent circulaire [8]. Soit θ_{eq} l'angle d'une ligne neutre de la lame avec l'axe Ox du

repère dans lequel la matrice du système est exprimée, R_{eq} le déphasage introduit entre les lignes neutres et α_{eq} le pouvoir rotatoire équivalent (Figure 14).

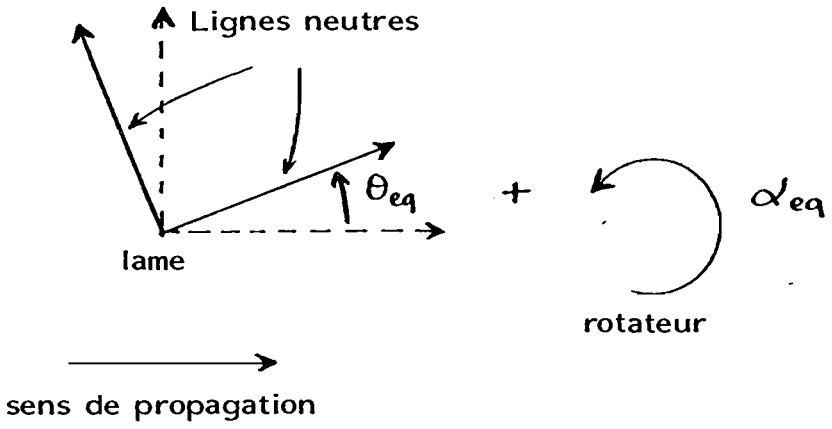


Figure 14 : Eléments équivalents d'un système anisotrope.

On démontre dans l'annexe IV que les paramètres équivalents sont reliés à P et Q par les relations :

$$\cos\frac{R_{eq}}{2}\cos\alpha_{eq} = P_r \qquad \sin\frac{R_{eq}}{2}\cos(2\theta_{eq}+\alpha_{eq}) = P_i$$
$$\cos\frac{R_{eq}}{2}\sin\alpha_{eq} = -Q_r \qquad \sin\frac{R_{eq}}{2}\sin(2\theta_{eq}+\alpha_{eq}) = Q_i \qquad (5)$$

Dans ces expressions (P_r, P_i) et (Q_r, Q_i) sont les parties réelles et imaginaires de P et Q respectivement. On retrouve sur ces expressions quelques cas particuliers. Premièrement, lorsque le déphasage R_{eq} vaut 0, la direction θ_{eq} ne peut être déterminée. Ceci est tout à fait logique puisque la lame équivalente est "onde" donc inopérante sur l'état de polarisation. Deuxièmement, lorsque la lame équivalente est demi-onde, les expressions (5.a et 5.b) sont identiquement nulles. Seule la combinaison $2\theta_{eq} + \alpha_{eq}$ peut être déterminée. Dans ce cas, il faut alors fixer arbitrairement l'un des deux paramètres.

Dans tous les cas, la représentation d'un système par le schéma équivalent n'est pas unique, elle est en particulier invariante sous la transformation.

$$R_{eq} \longrightarrow -R_{eq} \text{ ou } 2\pi - R_{eq}$$

et

$$\theta_{eq} \longrightarrow \theta_{eq} - \frac{\pi}{2}$$

En effet, inverser axe lent et axe rapide en même temps que changer le signe du déphasage, conduit physiquement au même système. Les expressions conduisant aux paramètres équivalents étant posées, il faut souligner que ces paramètres dépendent tous des propriétés locales de la fibre telles que biréfringence linéaire, pouvoir rotatoire par unité de longueur. La variation d'une seule de ces propriétés modifie a priori tous les paramètres équivalents R_{eq}, α_{eq} et θ_{eq} du système.

Signalons enfin que dans certains cas, il est plus pratique de représenter un système par la succession rotateur - lame biréfringente, c'est à dire d'inverser l'ordre des éléments (Figure 15). L'expression des paramètres équivalents correspondant est donnée dans l'Annexe IV.

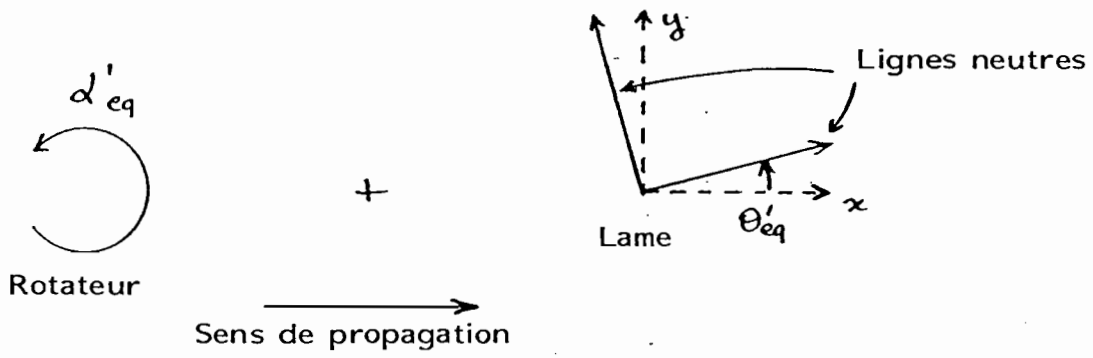


Figure 15 : Autre schéma équivalent

Pour conclure ce paragraphe, il apparait clairement qu'il existe toujours deux vibrations rectilignes orthogonales qui ressortent polarisées rectilignement du système. Ce sont les directions correspondant aux lignes neutres de la lame équivalente. Ces vibrations ne représentent cependant pas les états propres du système puisqu'elles subissent une rotation dans le cas général. Les états propres polarisés elliptiquement.

3) Méthode d'étude d'un bobinage réel

Comme il a été montré dans le premier chapitre, un bobinage idéal de fibre optique est équivalent à une lame linéairement biréfringente de déphasage variable ψ en fonction du rayon de courbure R. Dans ce cas, la valeur des paramètres équivalents est évidente :

$$\theta_{eq} = 0 \text{ ou } \pi \qquad \alpha_{eq} = 0 \text{ ou } \pi \qquad R_{eq} = \psi \qquad (7)$$

en choisissant comme repère local l'axe du bobinage et la normale au support.

Tout effet parasite se traduira par un écart aux relations (7). C'est de cette façon que nous caractériserons un bobinage réel. Plus précisément, il a été montré dans le premier chapitre que les variations de ψ sont proportionnelles aux variations relatives de rayon de courbure $\Delta R/R$. Il est donc équivalent d'étudier les paramètres $\theta_{eq}(\Delta\psi)$, $\alpha_{eq}(\Delta\psi)$ et $R_{eq}(\Delta\psi)$ pour connaitre leur comportement en fonction de $\Delta R/R$. Deux exemples se rapportant à des configurations de bobinage ou à des fibres particulières utilisées dans les expériences sont traités dans la partie D du présent chapitre. Cela nécessite une étude préliminaire de la matrice qui caractérise une fibre dans laquelle il existe une superposition de contraintes dont les effets respectifs sont connus individuellement.

II. CHANGEMENT DE REPERE POUR LES COEFFICIENTS DE COUPLAGE

1) Expression de nouveaux coefficients

En toute généralité, la théorie des modes couplés exposée au chapitre I impose de choisir comme base de décomposition du champ électromagnétique les modes propres de la fibre non perturbée. Cependant, dans le cas d'une fibre initialement isotrope, la forte dégénérescence permet de choisir n'importe quel couple de modes HE_{11x}, He_{11y} comme base de

décomposition. C'est cette propriété qui donne un sens à la notion de changement de repère pour les coefficients de couplage.

Supposons connus les coefficients de couplage x_{ij} correspondant à une perturbation diélectrique $[\tilde{\varepsilon}]$ et à une base de décomposition HE_{11x}, HE_{11y}. Effectuer un "changement de repère" consiste à considérer le couplage produit par la même perturbation $[\tilde{\varepsilon}]$ entre deux autres modes orthogonaux $HE_{11x'}$ et $HE_{11y'}$ et à calculer les coefficients κ'_{ij}. En reprenant les notations du chapitre I, $\left(\vec{E}_1, \vec{H}_1\right)$, $\left(\vec{E}_2, \vec{H}_2\right)$, $\left(\vec{E}'_1, \vec{H}'_1\right)$ et $\left(\vec{E}'_2, \vec{H}'_2\right)$ désigneront respectivement les amplitudes complexes des champs électromagnétiques associés aux modes HE_{11x}, HE_{11y}, $HE_{11x'}$, $HE_{11y'}$.

Les deux modes cités en dernier étant des solutions pour la fibre non perturbée, ils peuvent être décomposés sur les deux premiers. En appelant α l'angle de la rotation autour de l'axe de la fibre qui transforme les axes (x,y) en axes (x',y'), on peut écrire :

$$\begin{aligned}
\vec{E}'_1 &= \cos\alpha\ \vec{E}_1 + \sin\alpha\ \vec{E}_2 \\
\vec{E}'_2 &= -\sin\alpha\ \vec{E}_1 + \cos\alpha\ \vec{E}_2 \\
\vec{H}'_1 &= \cos\alpha\ \vec{H}_1 + \sin\alpha\ \vec{H}_2 \\
\vec{H}'_2 &= -\sin\alpha\ \vec{H}_1 + \cos\alpha\ \vec{H}_2
\end{aligned} \tag{8}$$

Les coefficients de cette décomposition sont les mêmes en tout point d'un plan de section droite de la fibre. Ils peuvent dont être calculés au centre, là où les champs ont une structure identique à celle de l'onde plane homogène vers laquelle tend le mode HE_{11} à la limite du faible guidage.

En reportant les expressions précédentes dans les relations (I-13) et (I-12) définissant les coefficients κ, on obtient les formules de passage :

$$
\begin{aligned}
\kappa'_{11} &= \frac{\kappa_{11}+\kappa_{22}}{2} + \cos 2\alpha\,\frac{\kappa_{11}-\kappa_{22}}{2} + \sin 2\alpha\,\frac{\kappa_{12}+\kappa_{21}}{2} \\
\kappa'_{22} &= \frac{\kappa_{11}+\kappa_{22}}{2} - \cos 2\alpha\,\frac{\kappa_{11}-\kappa_{22}}{2} - \sin 2\alpha\,\frac{\kappa_{12}+\kappa_{21}}{2} \\
\kappa'_{12} &= \frac{\kappa_{12}-\kappa_{21}}{2} + \cos 2\alpha\,\frac{\kappa_{12}+\kappa_{21}}{2} - \sin 2\alpha\,\frac{\kappa_{11}-\kappa_{22}}{2} \\
\kappa'_{21} &= -\frac{\kappa_{12}-\kappa_{21}}{2} + \cos 2\alpha\,\frac{\kappa_{12}+\kappa_{21}}{2} - \sin 2\alpha\,\frac{\kappa_{11}-\kappa_{22}}{2}
\end{aligned}
\qquad (9)
$$

En notation matricielle, ces relations sont strictement équivalentes à :

$$
\begin{pmatrix} \kappa'_{11} & \kappa'_{12} \\ \kappa'_{21} & \kappa'_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \kappa_{11} & \kappa_{12} \\ \kappa_{21} & \kappa_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \qquad (10)
$$

Cette relation de changement de base bien connue dans le cas des matrices de Jones décrivant l'évolution d'ondes planes homogènes peut donc être étendue au cas des modes d'une fibre optique initialement isotrope.

2) Exemples

Deux exemples sont d'un intérêt particulier pour la suite de l'étude présentée ici. Le premier concerne le changement de base pour le cas d'une perturbation entrainant une biréfringence linéaire et le second décrit la prise en compte d'un éventuel pouvoir rotatoire.

a) Biréfringence linéaire

Nous considérons ici une perturbation pour laquelle $\kappa_{12} = \kappa_{21} = 0$ dans le repère (x,y). Ceci correspond donc à une biréfringence linéaire, les deux modes propres restant inchangés et égaux à HE_{11x} et HE_{11y}. Le déphasage par unité de longueur est, conformément à l'expression (I-20) :

$$\beta = \kappa_{11} - \kappa_{22} \tag{11}$$

Le choix des modes HE_{11x}, et HE_{11y}, conduit donc aux coefficients κ' suivants :

$$\begin{aligned} \kappa'_{11} &= \frac{\kappa_{11} + \kappa_{22}}{2} + \frac{\beta}{2} \cos 2\alpha \\ \kappa'_{22} &= \frac{\kappa_{11} + \kappa_{22}}{2} - \frac{\beta}{2} \cos 2\alpha \\ \kappa'_{12} &= \kappa'_{21} = -\frac{\beta}{2} \sin 2\alpha \end{aligned} \tag{12}$$

Ces expressions conduisent donc à la matrice N :

$$N = j\,\frac{\beta}{2} \begin{bmatrix} \cos 2\alpha & -\sin 2\alpha \\ -\sin 2\alpha & -\cos 2\alpha \end{bmatrix} \tag{13}$$

b) Pouvoir rotatoire

Comme il a été souligné au chapitre I, les états propres de la fibre sont dits circulaires lorsque $\kappa_{11} = \kappa_{22}$ et κ_{12} imaginaire pur. En rappelant que pour une fibre sans perte $\kappa_{12} = \kappa^*_{21}$, on obtient $\kappa_{21} = -\kappa_{12}$. Les relations (9) montrent que quelque soit le repère choisi :

$$\kappa'_{11} = \kappa'_{22} = \kappa_{11} = \kappa_{22}$$

et

$$\begin{aligned} \kappa'_{12} &= \kappa_{12} \\ \kappa'_{21} &= -\kappa_{12}, \end{aligned} \tag{14}$$

ce qui est satisfaisant compte tenu de la symétrie de révolution des états propres et de la fibre. Dans ce cas la matrice N du système s'écrit :

$$N = \begin{bmatrix} 0 & j\,\kappa_{12} \\ -j\,\kappa_{12} & 0 \end{bmatrix} \tag{15}$$

avec κ_{12} imaginaire pur.

III. SUPERPOSITION D'ETATS DE CONTRAINTES DANS UNE FIBRE OPTIQUE.

1) Position du problème

Dans tous les problèmes étudiés ici, il existe dans la fibre un état de contraintes dû à la courbure sous tension qui a été présenté au premier chapitre. Le but de ce paragraphe est d'étudier l'influence de la superposition d'un second état de contrainte sur les propriétés biréfringentes de la fibre. Cet autre système de contrainte permettra en particulier de prendre en compte la biréfringence intrinsèque de la fibre réelle et la torsion inévitable d'un bobinage hélicoïdal.

2) Méthode d'étude

Les relations (I.27) entre contraintes et perturbations diélectriques étant linéaires, la superposition de deux états de contraintes $[\sigma_1]$ et $[\sigma_2]$ entrainera une modification du tenseur diélectrique donnée par :

$$\left[\tilde{\varepsilon}_1\right] + \left[\tilde{\varepsilon}_2\right]$$

D'autre part, la théorie des perturbations au premier ordre conduit à des relations linéaires (I-12) entre les coefficients κ_{ij} et le tenseur $[\tilde{\varepsilon}]$. A condition de choisir la même base de décomposition du champ électromagnétique pour les deux états de contrainte, les matrices de Jones élémentaires s'ajoutent :

$$N = N_1 + N_2$$

De plus, l'étude menée au paragraphe précédent montre que l'effet des contraintes peut être calculé dans un repère quelconque, en particulier dans le repère de contraintes principales puisque les relations de changement de repères sont connues. Deux cas particuliers sont étudiés suivant cette méthode dans le paragraphe suivant.

D. EXEMPLES D'ECART AUX PROPRIETES D'UN BOBINAGE IDEAL

I. INFLUENCE DE LA STRUCTURE HELICOIDALE

La fibre monomode est supposée parfaite, c'est à dire possédant deux modes dégénérés avant le bobinage. Elle est bobinée sous forme d'une hélice circulaire de rayon R et de pas p. Par nature, une telle courbe possède une torsion. Les contraintes de cisaillement qui sont produites dans cet état induisent du pouvoir rotatoire dans la fibre [2]. Celui-ci se superpose localement à la biréfringence linéaire de courbure, pour donner globalement un système ayant une biréfringence elliptique.

1) Torsion d'une hélice circulaire

Considérons une hélice circulaire de rayon R et de pas p.

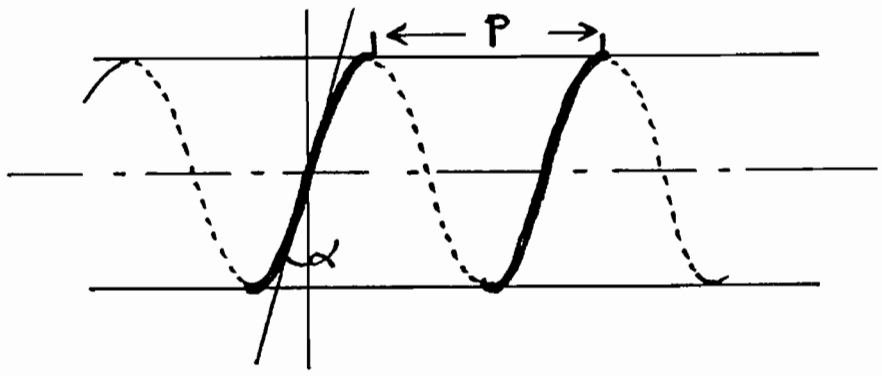


Figure 16 : Bobinage hélicoïdal

Si α désigne l'angle entre la tangente en un point et un plan perpendiculaire à l'axe, la courbure est donnée par [37]

$$\frac{1}{R'} = \frac{\cos^2 \alpha}{R}$$

et la torsion par :

$$\xi = \frac{\sin 2\alpha}{2R}$$

En considérant un élément de longueur infinitésimale, on obtient :

$$\mathrm{tg}\ \alpha = \frac{p}{2\pi R}$$

En éliminant α entre les deux relations précédentes, on obtient la torsion en fonction du pas :

$$\xi = \frac{p}{2\pi R^2 \left(1 + \left(\frac{p}{2\pi R}\right)^2\right)}$$

En se limitant aux faibles pas (spires jointives) tels que :

$$p \ll 2\pi R$$

la courbure et la torsion deviennent respectivement :

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R} \qquad (16.a)$$

et

$$\xi = \frac{p}{2\pi R^2} \qquad (16.b)$$

Dans le cas réaliste du bobinage à spires jointives d'une fibre de diamètre total 200 µm sur un cylindre de 15 mm de diamètre, on obtient :

$$\xi = 32,4°/m.$$

Remarquons enfin que pour un nombre N de spires, la longueur de fibre utilisée est en toute rigueur :

$$L = 2\pi\ N\ R.\sqrt{1 + \left(\frac{p}{2\pi R}\right)^2}$$

qui se réduit à :

$$L = 2\pi\ N\ R$$

dans le cadre de l'approximation qui conduit à (16.a) et (16.b).

2) Pouvoir rotatoire induit par torsion

La torsion d'un cylindre autour de son axe induit des déformations dont les seuls éléments non nuls sont $U_4 = \xi x$ et $U_5 = -\xi y$, où Ox et Oy sont les axes perpendiculaires à l'axe de torsion Oz complétant le trièdre trirectangle.

Dans ce cas, les relations (I.22) conduisent à une perturbation diélectrique de la forme :

$$[\tilde{\varepsilon}] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \tilde{\varepsilon}_5 \\ 0 & 0 & \tilde{\varepsilon}_4 \\ \tilde{\varepsilon}_5 & \tilde{\varepsilon}_4 & 0 \end{pmatrix}$$

avec :

$$\tilde{\varepsilon}_4 = -\ n_o^4\ p_{44}\ \xi x \quad \text{et} \quad \tilde{\varepsilon}_5 = n_o^4\ p_{44}\ \xi y$$

Les coefficients de couplages calculés par R. ULRICH [2] sont :

$$\kappa_{11} = \kappa_{22} = 0$$

et

$$\kappa_{12} = -\kappa_{21} = +j\,\frac{g\xi}{2} \qquad (17)$$

où

$$g = -n_o^2\, p_{44}$$

Pour la silice le coefficient g vaut 0,16. Ces coefficients conduisent à une matrice N_t de la forme :

$$N_t = \begin{bmatrix} 0 & -g\,\frac{\xi}{2} \\ +\frac{g\xi}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

caractéristique d'un système circulairement biréfringent d'après l'étude menée au paragraphe C.I.3. du premier chapitre. Le déphasage par unité de longueur entre les deux états propres circulaires est égal à :

$$2|\kappa_{12}| = g\xi$$

Le pouvoir rotatoire par unité de longueur est égal à la moitié de ce déphasage. Dans la suite, ce pouvoir rotatoire spécifique sera noté ω :

$$\omega = \frac{g\xi}{2} \qquad (18)$$

Dans le cas de la silice, cette expression donne :

$$\omega = 0{,}08\ \xi$$

Pour une fibre de 200 µm de diamètre et bobinée avec des spires jointives sur un tube de diamètre 15 mm la torsion calculée au paragraphe qui précède, la rotation d'une vibration rectiligne est :

$$\omega = 2{,}6°/m$$

3) Paramètres équivalents d'un bobinage hélicoïdal

a) Matrice de Jones du système

D'après les deux paragraphes précédents, la fibre doit être considérée comme le siège de deux systèmes de contraintes, l'un dû à la courbure sous tension et l'autre dû à la torsion. En d'autres termes, cette fibre possède localement biréfringence linéaire et circulaire. Les résultats obtenus dans le paragraphe C.III du présent chapitre permettent d'écrire la matrice élémentaire du système où existe la superposition de contraintes sous la forme :

$$N_h = \begin{bmatrix} j\dfrac{\beta_{ct}}{2} & -\omega \\ \omega & -j\dfrac{\beta_{ct}}{2} \end{bmatrix} \qquad (19)$$

Bien évidemment, l'expression de cette matrice est valable dans un repère local, contenant le plan de courbure et sa normale. Il est vrai que pour une fibre bobinée la notion de repère fixe n'a pas de signification évidente. Elle peut cependant apparaitre du point de vue de l'analyse des propriétés d'anisotropie. En effet, ce qui vient d'être dit jusque là permet de considérer la fibre comme un empilement de lames élémentaires dont la matrice est N_h. Ces lames sont régulièrement tournées les unes par rapport aux autres à un taux constant ξ. Le problème se ramène donc à l'étude d'un milieu biréfringent elliptique torsadé uniformément par rapport à un repère fixe. Dans ce repère fixe, l'évolution de l'état de polarisation est donné par :

$$\frac{d\vec{C}}{dz} = R(\xi z)\ N_h\ R(-\xi z)\ \vec{C}$$

où $R(\theta)$ désigne la matrice de rotation de l'angle θ.

En posant :

$$\vec{C}' = R(-\xi z)\ \vec{C} \qquad (20)$$

un calcul identique à celui de Jones [8] conduit à :

$$\frac{d\vec{C}'}{dz} = N'_h \vec{C}' \tag{21}$$

où :

$$N'_h = \begin{bmatrix} j\dfrac{\beta_{ct}}{2} & -\omega + \xi \\ \omega - \xi & -j\dfrac{\beta_{ct}}{2} \end{bmatrix} \tag{22}$$

est une matrice indépendante de z.

Notons que la transformation (20) revient à faire un changement de repère, c'est à dire à se placer dans le repère torsadé au sens défini dans le paragraphe C.II de ce chapitre. C'est de plus, dans ce repère qu'il importe de connaitre les champs à l'extrémité de la fibre, c'est à dire relativement au plan de courbure.

La résolution de l'équation (21) se fait classiquement en diagonalisant la matrice N'_h [8]. Le résultat bien connu est :

$$\vec{C}'(z) = \begin{bmatrix} P_h & Q_h \\ -Q_h^* & P_h^* \end{bmatrix} \vec{C}(0) \tag{23}$$

avec :

$$P_h = \cos \Gamma z + j\frac{\beta_{ct}}{2\Gamma} \sin \Gamma z$$

et :

$$Q_h = -\frac{(\omega - \xi)}{\Gamma} \sin \Gamma z \tag{24}$$

où :

$$\Gamma^2 = \left(\frac{\beta_{ct}}{2}\right)^2 + (\omega - \xi)^2 \quad \text{et} \quad \omega = \frac{g\xi}{2} \tag{25}$$

b) Paramètres équivalents du système

En choisissant de décrire le bobinage hélicoïdal comme la succession d'un élément linéairement biréfringent et d'un rotateur, on obtient d'après les relations (5) les expressions :

$$\sin \frac{R_{eq}}{2} = \frac{\beta_{ct}}{2\Gamma} \sin \Gamma z \tag{26}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{eq} = \frac{(g - 2)\xi}{2\Gamma} \operatorname{tg} \Gamma z \tag{27}$$

et :

$$\theta_{eq} = - \frac{\alpha_{eq}}{2} \tag{28}$$

L'expression (25) montre que si $\left|\left(\frac{g-2}{2}\right) \xi\right| \ll \frac{\beta_{ct}}{2}$ le facteur Γ est très voisin de $\frac{\beta_{ct}}{2}$. Dans ce cas la relation (26) entraine que, R_{eq} est proche de $\beta_{ct} z$. L'angle de rotation α_{eq} est alors faible sauf au voisinage de situations telles que $\Gamma z \simeq \frac{\pi}{2}$. Des résultats quantitatifs sont donnés un peu plus loin. On peut cependant déjà affirmer qu'en dehors de zones où le système parfait se comporterait comme une lame demi-onde $\left(\Gamma z = \frac{\pi}{2}\right)$, le modèle du bobinage idéal sans torsion est une bonne approximation. Il importe donc d'évaluer l'étendue de ces zônes critiques.

c) Variations des paramètres équivalents avec le rayon de courbure.

A la fin du premier chapitre, les variations de β_{ct} ont été étudiées en fonction du rayon de courbure R. Les variations de Γ peuvent être exprimées à partir de (25).

$$\frac{\Delta\Gamma}{\Gamma} = \frac{\beta_{ct}^2}{4\,\Gamma^2}\,\frac{\Delta\beta_{ct}}{\beta_{ct}} + \left(\frac{g-2}{2}\,\xi\right)^2 \frac{1}{\Gamma^2}\,\frac{\Delta\xi}{\xi} \qquad (28)$$

Evaluons les variations de ξ. D'après l'expression de la torsion (18) :

$$\frac{\Delta\xi}{\xi} = -\,2\,\frac{\Delta R}{R} \qquad (29)$$

Cette expression est à comparer aux variations relatives de biréfringence données par (I.31) et (I.35) :

$$\frac{\Delta\beta_{ct}}{\beta_{ct}} = \frac{A}{\frac{1}{2}\,\frac{\rho}{R} + A\varepsilon}\,\frac{\Delta R}{R} \qquad (30)$$

Dans le cas typique $\rho \simeq 50\ \mu m$, $R \simeq 15$ mm et $\varepsilon \leqslant 10^{-3}$, on peut négliger les variations relatives de pas devant les variations relatives de biréfringence.

$$\left|\frac{\Delta\xi}{\xi}\right| \ll \left|\frac{\Delta\beta_{ct}}{\beta_{ct}}\right|$$

Puisque, de plus :

$$\Gamma \simeq \frac{\beta_{ct}}{2} \qquad \text{et} \qquad \frac{g-2}{2}\,\xi \ll \frac{\beta_{ct}}{2} \qquad (31)$$

L'expression (28) montre que :

$$\frac{\Delta\Gamma}{\Gamma} \simeq \frac{\Delta\beta_{ct}}{\beta_{ct}} \qquad (32)$$

Finalement, on peut écrire avec un bon degré d'approximation que :

$$\frac{\Delta R_{eq}}{R_{eq}} \simeq \frac{\Delta(\Gamma z)}{\Gamma z} \simeq \frac{\Delta(\beta_{ct} z)}{\beta_{ct} z} \qquad (33)$$

En ce sens, le déphasage introduit par la lame équivalente subit des variations relatives identiques à celles du déphasage du système idéal.

d) Résultats

Les paramètres équivalents d'un bobinage hélicoïdal sont représentés sur la figure 17 en fonction de ϕ. Pour toutes les courbes, on considère une fibre de rayon 52 μm bobinée sur un cylindre de 15 mm de diamètre, sous une tension provoquant une déformation initiale $\varepsilon = 5\ 10^{-4}$. Ces caractéristiques représentent un cas expérimental typique.

La figure 17.a correspond à un pas de bobinage 0,2 mm ou encore à des spires jointives compte tenu du revêtement synthétique présent sur la fibre. Dans ce cas, on constate que les variations de R_{eq} sont égales à celles de $\Delta\phi$. D'autre part, excepté dans le domaine où la lame équivalente est demi-onde, les lignes neutres sont celles du bobinage idéal et le pouvoir rotatoire est très faible. La largeur de cette zône critique est de l'ordre de 20° en $\Delta\phi$. Les effets de la structure hélicoïdale sont donc faibles et le bobinage peut dans ce cas être considéré comme parfait.

Les figures (17.b) et (17.c) montrent que cette approximation devient caduque pour des pas d'hélices de 1 et 2 mm respectivement. Pour de telles configurations, la linéarité de R_{eq} en fonction de $\Delta\phi$, c'est à dire de $\Delta R/R$ est affectée. De plus, les lignes neutres de la lame équivalente tournent, et l'influence du rotateur équivalent ne peut plus être négligé. Il faut donc déjà retenir que la plus grande attention devra être apportée pour réaliser des spires jointives.

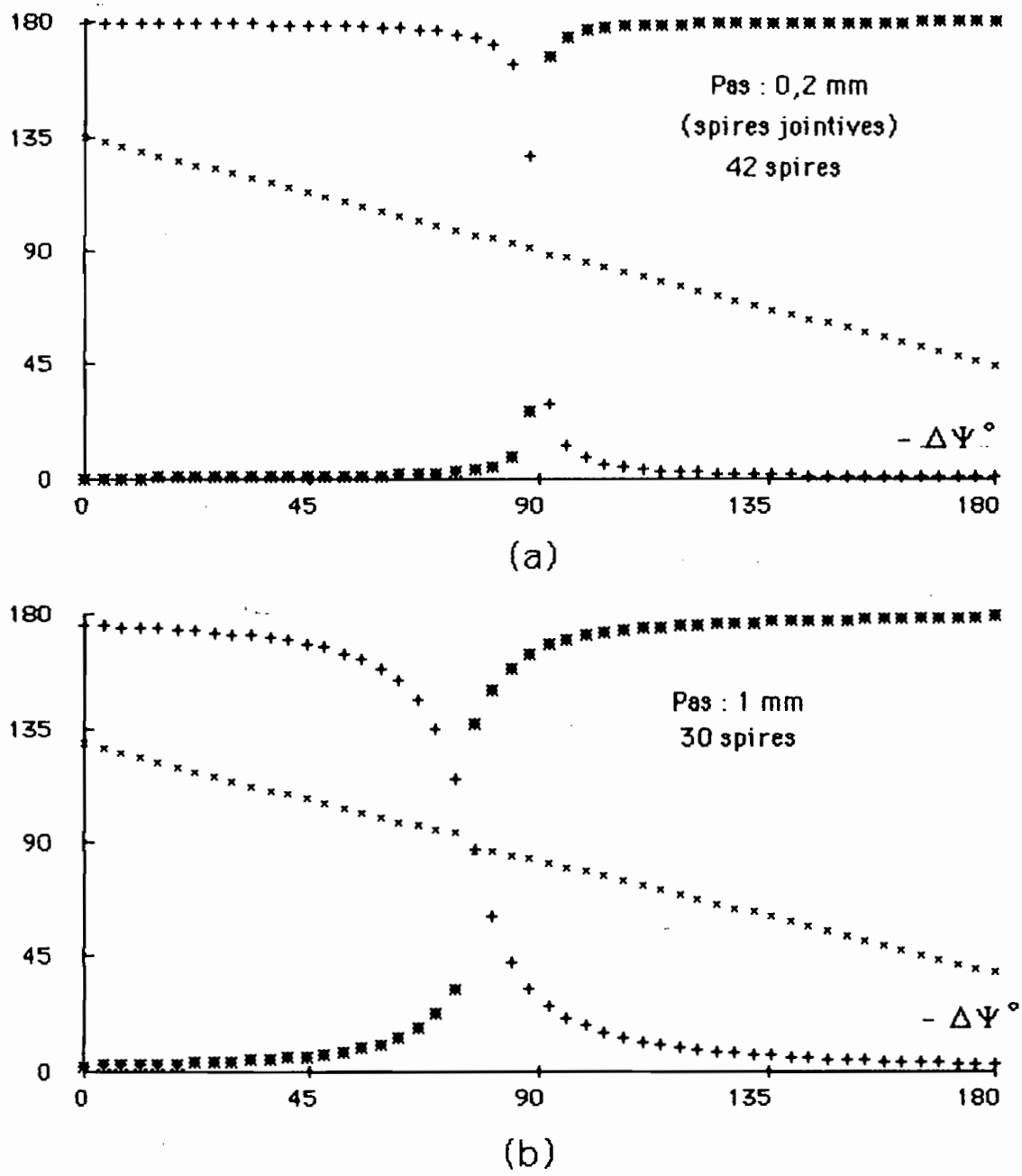


Figure 17 : Paramètres équivalents d'un bobinage hélicoïdal

- ✱ Lignes neutres (Θ_{eq})
- × Demi déphasage équivalent ($R_{eq}/2$)
- + Pouvoir rotatoire (α_{eq})

] en degrés

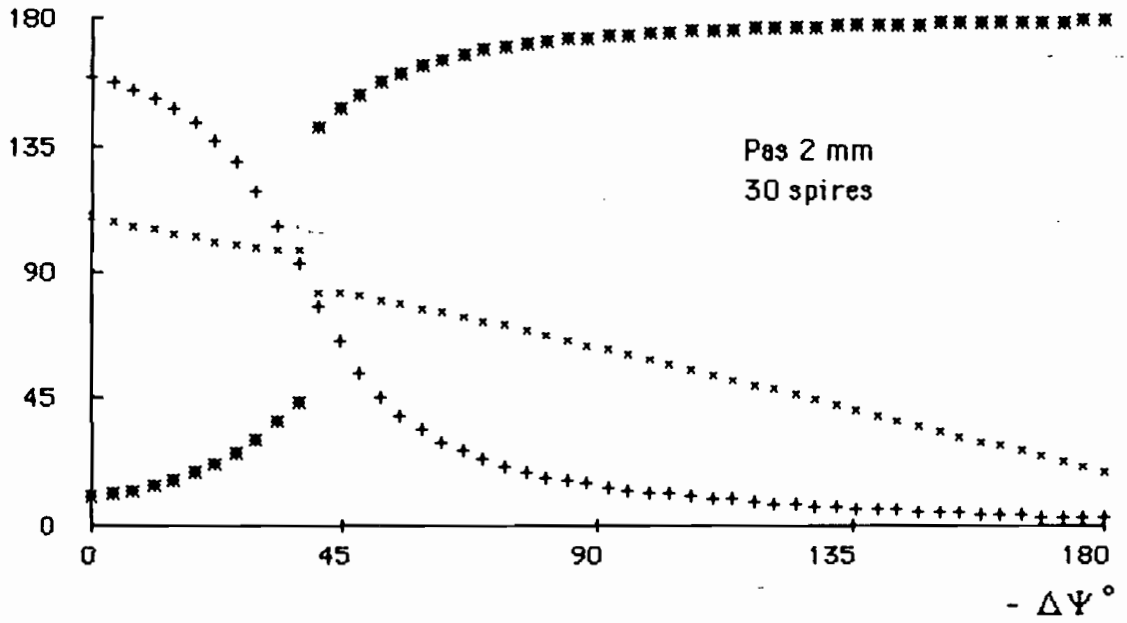


Figure 17 c : Paramètres équivalents d'un bobinage hélicoïdal

II. UTILISATION DE FIBRES "SPUN"

1) Description

La recherche de faibles biréfringences intrinsèques dans les fibres optiques pour des applications telles que les capteurs a conduit à des solutions artificielles. En effet, une fibre monomode fabriquée sans précaution particulière exhibe une biréfringence locale de plusieurs dizaines de degrés par mètre, avec des lignes neutres dont les directions varient d'un point à un autre de façon aléatoire. Ces biréfringences résiduelles sont en général dues à des contraintes rémanentes lors du refroidissement après fibrage. En apportant un soin particulier à toutes les étapes du fibrage, on obtient des fibres monomodes introduisant des déphasages inférieurs à 10°/m [38]. Tous ces efforts vont dans le sens d'une diminution locale de la biréfringence intrinsèque.

Une autre possibilité consiste à obtenir une biréfringence résultante, autrement dit un déphasage équivalent au sens ou nous l'avons défini, le plus faible possible.

Ceci a été réalisé par l'équipe D.N. PAYNE à Southampton [39]. La technique consiste à fabriquer une préforme biréfringente qui, étirée ainsi conduirait à une fibre optique biréfringente dont la direction des lignes neutres locales ne change pas. Cette biréfringence intrinsèque peut être forte comme nous allons le voir, c'est à dire, grande devant les biréfringences accidentelles précèdemment décrites. C'est grâce à cette propriété que les axes locaux sont bien définis.

Pour obtenir une biréfringence linéaire totale négligeable, on peut torsader la fibre [40]. On induit ainsi une biréfringence circulaire locale qui supplante largement la biréfringence linéaire. En suivant la description du paragraphe précédent, cela s'exprime en disant que :

$$\Gamma \simeq \left(\frac{g-2}{2}\right) \xi$$

La matrice (23) du système est alors la matrice d'un rotateur. L'inconvénient de cette technique est de conduire par nature à un fort pouvoir rotatoire et d'autre part à une fibre difficilement manipulable. Notons cependant qu'on trouve commercialement de telles fibres depuis peu de temps. L'état torsadé est figé par une gaine synthétique. L'équipe de Southhampton a eu l'idée de faire tourner la préforme autour de son axe lors de l'étirage. Au cours de cette étape, la silice a une viscosité très réduite et on peut tirer avantage d'une rotation des lignes neutres locales sans introduire de contraintes de cisaillement, c'est à dire du pouvoir rotatoire. On obtient donc une fibre optique qui possède une biréfringence linéaire locale β_1 et dont les lignes neutres tournent uniformément avec un taux τ le long de la fibre. Nous garderons le qualificatif spun pour désigner ces fibres.

2) Propriétés des fibres "spun"

L'analyse du bobinage hélicoïdal fait dans le paragraphe D.I est directement utilisable. En effet, il était question d'un milieu torsadé ayant localement une biréfringence linéaire et un pouvoir rotatoire proportionnel au taux de torsion. Dans le cas présent, il n'y a pas de pouvoir rotatoire, cela revient à "annuler" le coefficient g dans le résultat (25). De plus, ce résultat donne l'expression de l'état de polarisation dans le repère torsadé, soit $\vec{C}'$.

Compte tenu de la relation :

$$\vec{C}' = R(-\tau z)\ \vec{C} \quad ,$$

on obtient la matrice de la fibre spun de longueur z sous la forme :

$$\begin{pmatrix} \cos \tau z & -\sin \tau z \\ \sin \tau z & \cos \tau z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_s & Q_s \\ -Q_s^* & P_s^* \end{pmatrix} \qquad (34)$$

avec :

$$P_s = \cos \Gamma_s z + j \frac{\beta_1}{2\Gamma_s} \sin \Gamma_s z$$

et :

$$Q_s = \frac{\tau}{\Gamma_s} \sin \Gamma_s z \qquad (35)$$

où :

$$\Gamma_s^2 = \left(\frac{\beta_1}{2}\right)^2 + \tau^2$$

Les paramètres équivalents se déduisent simplement [41] :

$$\sin R_{eq} = \frac{\beta_1}{2\Gamma_s} \sin \Gamma_s z \qquad (36)$$

$$\alpha_{eq} = \tau z + \text{Arc tg}\left(- \frac{\tau}{\Gamma_s} \text{tg } \Gamma_s z\right) \qquad (37)$$

$$\theta_{eq} = \frac{\tau z - \alpha_{eq}}{2} \qquad (38)$$

Pour obtenir un système ayant globalement une faible anisotropie apparente, il suffit de réaliser :

$$\tau \gg \beta_1$$

En d'autres termes, il faut réaliser un pas d'hélice petit devant la longueur de battement intrinsèque de la fibre. En effet, dans le cadre de cette approximation on obtient :

$$\Gamma_s \simeq \tau \quad \text{et} \quad \Gamma_s \gg \beta_1$$

Les paramètres équivalents deviennent [40] :

$$R_{eq} = \frac{\beta_1}{\tau} \sin \tau z$$

$$\mathrm{tg}\ \alpha_{eq} = \frac{\beta_1^2}{8\ \tau^2}\ \mathrm{tg}\ \tau z$$

$$\theta_{eq} = \frac{\tau z}{2}$$

Ces relations montrent que R_{eq} oscille avec une amplitude aussi faible que $\beta_1/2\tau$. L'angle du rotateur équivalent reste très faible sauf peut être dans les régions où τz est un multiple impair de $\pi/2$. Les chiffres publiés dans la référence [42] sont typiquement :

β_1	60°/m	450°/m
τ	100 trs/m	20 trs/m

Dans les deux cas l'amplitude de déphasages résiduels est respectivement 0,1° et 2,3° au maximum.

Pour terminer ce paragraphe, donnons une interprétation géométrique du phénomène à l'aide de la sphère de Poincaré. Le vecteur rotation d'un élément linéairement biréfringent est contenu dans le plan équatorial. Pour un milieu uniformément torsadé, ce vecteur tourne lui-même à une "vitesse" 2τ dans le plan équatorial. Le terme vitesse se rapport au mouvement d'un observateur se déplacant à vitesse constante le long de la fibre.

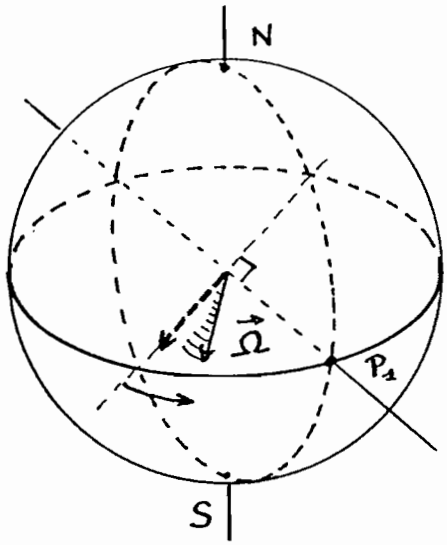


Figure 18 : Vecteur rotation local associé à une fibre spun.

Supposons un instant ce vecteur fixe, ce qui correspond au cas d'une fibre étirée sans faire tourner la préforme. La trajectoire d'un point représentatif de l'état de polarisation est un cercle sur la sphère. Le cercle le plus grand est obtenu par exemple en injectant dans la fibre un état de polarisation rectiligne à 45° des lignes neutres, représenté par P_1 sur la figure 18. Parcourir ce grand cercle revient à franchir une longueur de battement dans la fibre, c'est à dire à revenir à l'état de polarisation initial. Dans le cas de la fibre torsadée, la trajectoire circulaire est déformée par la rotation du vecteur $\vec{\Omega}$ lui-même. Cependant, la condition $\tau \gg \beta_1$ exprime que le vecteur $\vec{\Omega}$ tourne beaucoup plus dans le plan équatorial que le point représentatif M ne tourne autour de $\vec{\Omega}$, au cours d'une propagation élémentaire.

Cela signifie que si on injecte l'état rectiligne P_1 à 45° des lignes neutres locales à l'entrée de la fibre, le point M commence, par exemple à s'écarter de l'équateur en direction de l'hémisphère nord. Pendant ce temps, un effet d'entrainement très important dû à la rotation de $\vec{\Omega}$ prend naissance, de sorte que lorsque $\vec{\Omega}$ occupe une position diamètralement opposée, le point M ne s'est que peu éloigné de l'équateur. La rotation de M autour de $\vec{\Omega}$ se faisant toujours dans le même sens, celle ci tend alors à rapprocher M de l'équateur (figure 19).

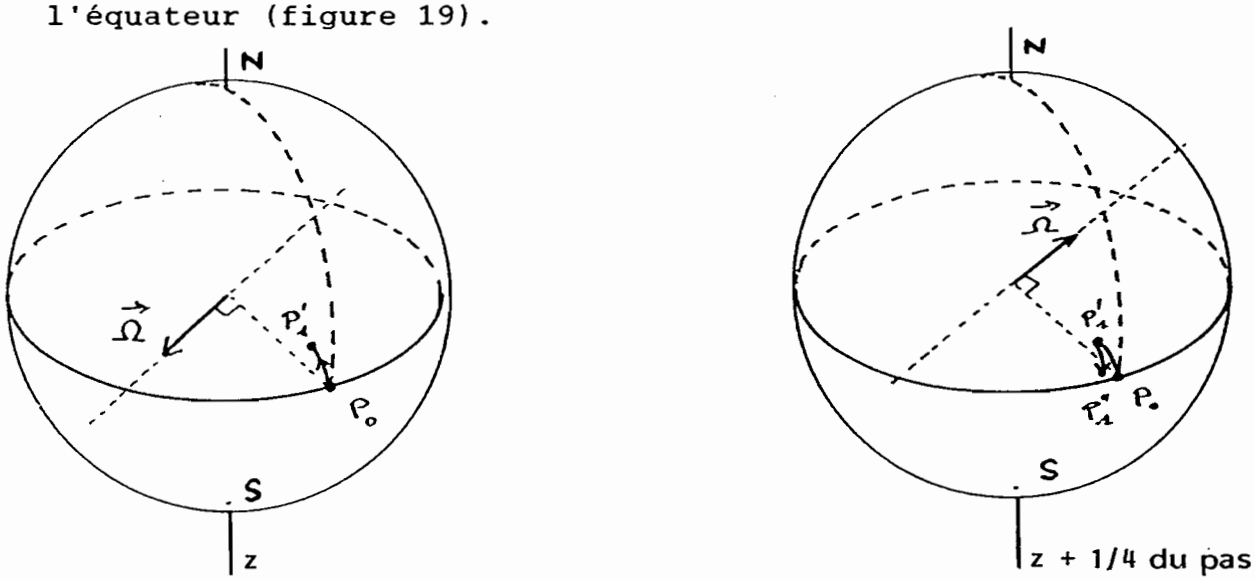


Figure 19 : Action d'une fibre spun sur une vibration rectiligne.

Conformément à cette analyse, les fibres "spun" se comportent donc comme des fibres isotropes. Cependant, l'étude présentée dans le prochain paragraphe montre que lorsqu'elles sont bobinées ces fibres peuvent conduire à un comportement s'écartant du cas idéal.

3) Courbure des fibres "spun" : position du problème

Avant de décrire plus en détail le système, il faut examiner l'origine de la biréfringence intrinsèque locale de la fibre. Celle-ci peut provenir d'un facteur géométrique, l'ellipticité du coeur ou de contraintes anisotropes par l'intermédiaire de l'effet photoélastique.

C'est la deuxième méthode qui est essentiellement utilisée pour produire une biréfringence permanente dans une fibre [45]. Le principe consiste à introduire dans la préforme des zônes fortement dopées autour du coeur de section circulaire. Le dopage confère à ces zônes un coefficient de dilatation très différent du reste de la gaine. Elles induisent donc dans le coeur des contraintes anisotropes. Plusieurs schémas de fibres existant actuellement sont donnés sur la figure 20.

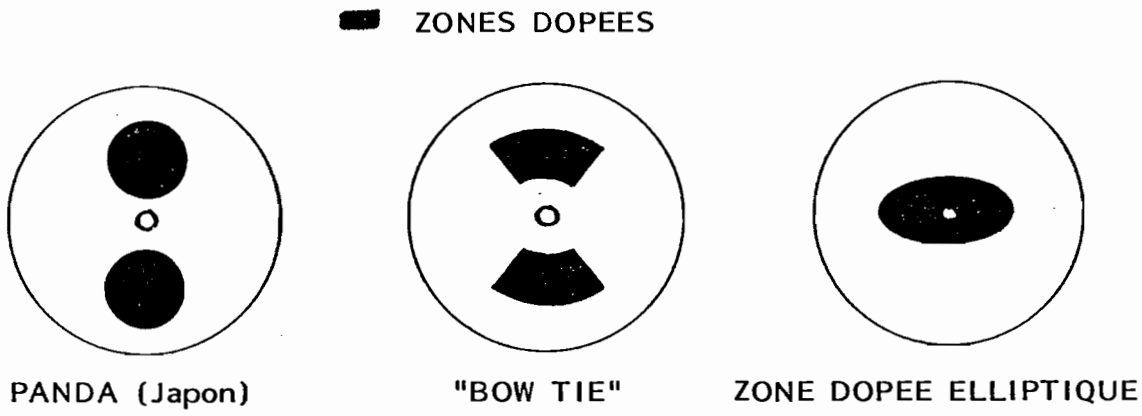


Figure 20 : Schéma de différents types de fibres biréfringentes.

Considérons alors une fibre "spun" bobinée. Localement, la fibre est le siège de la superposition de deux états de contraintes : le premier qui est responsable de la biréfringence intrinsèque β_i et le second, étudié au chapitre I responsable de la biréfringence de courbure sous tension β_{ct}.

Dans ce paragraphe, la structure hélicoïdale du bobinage sera négligée. La matrice N due à la courbure a pour expression :

$$\begin{bmatrix} j\dfrac{\beta_{ct}}{2} & 0 \\ 0 & -j\dfrac{\beta_{ct}}{2} \end{bmatrix}$$

dans le repère formé par l'axe du support cylindrique et sa normale. La matrice représentant l'effet de l'état de contraintes produisant la biréfringence intrinsèque de la fibre a pour expression :

$$\begin{bmatrix} j\dfrac{\beta_i}{2} & 0 \\ 0 & -j\dfrac{\beta_i}{2} \end{bmatrix}$$

dans un repère tourné de τz par rapport au précédent. Le résultat du paragraphe C.II concernant le changement de repère permet d'écrire cette matrice dans le même repère que celui de la biréfringence de courbure, en choisissant $\alpha = -\tau z$. On obtient :

$$j\frac{\beta_i}{2}\begin{bmatrix} \cos 2\tau z & \sin 2\tau z \\ \sin 2\tau z & -\cos 2\tau z \end{bmatrix}$$

Comme il a été démontré dans le paragraphe C.III.2, la matrice N liée à la superposition de l'état de contraintes est la somme des matrices liées à chaque état à condition de les exprimer dans le même repère. L'état de polarisation $\vec{C}$ dans une fibre "spun" courbée est donc décrit par l'équation :

$$\frac{d\vec{C}}{dz} = \frac{j}{2}\begin{pmatrix} \beta_{ct} + \beta_i \cos 2\tau z & \beta_i \sin 2\tau z \\ \beta_i \sin 2\tau z & -(\beta_{ct} + \beta_i \cos 2\tau z) \end{pmatrix} \quad (39)$$

Dans ces expressions, il convient de rappeler que :

$$\beta_i \ll \tau.$$

D'autre part, les ordres de grandeur donnés dans le paragraphe E.II du chapitre I conduisent à des longueurs de battement inférieures à 10 cm pour les courbures qui ont été utilisées. Les biréfringences intrinsèques correspondent quant à elle à des longueurs de battement supérieures à 1 m. On pourra donc raisonnablement considérer dans la plupart des cas que :

$$\beta_{ct} \gg \beta_i$$

Par contre, aucune hypothèse ne doit être faite a priori concernant l'importance relative de β_{ct} et τ ou encore de la longueur de battement induite et du pas de l'hélice. Notre propos est précisément maitenant d'étudier l'influence de ces deux paramètres sur le comportement du bobinage. Dans un premier temps une résolution approchée est proposée. Elle permet de cerner clairement les configurations conduisant à des comportements particuliers. Dans un second temps, le principe d'une étude numérique est décrit et des résultats typiques sont présentés.

4) Etats propres locaux d'une fibre spun courbée

La connaissance plus précise des propriétés d'une section élémentaire de fibre courbée permettra une compréhension plus intuitive des résultats de calculs à partir de la représentation géométrique de Poincaré, c'est pourquoi nous les caractérisons ici.

Comme une analyse précédente nous l'a montrée, ces états propres et leurs constantes de propagation sont obtenus en diagonalisant la matrice N. En effectuant ce calcul directement, ou en utilisant les relations (I.16), on obtient les états propres rectilignes :

$$\vec{C}_1 = \begin{pmatrix} \cos\alpha(z) \\ \sin\alpha(z) \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{C}_2 = \begin{pmatrix} -\sin\alpha(z) \\ \cos\alpha(z) \end{pmatrix} \qquad (40)$$

avec :

$$\cos 2\alpha(z) = \frac{1}{\beta}(\beta_{ct} + \beta_i \cos 2\tau z)$$

et (41)

$$\sin 2\alpha(z) = \frac{\beta_i}{\beta} \sin 2\tau z$$

où on a posé :

$$\beta^2(z) = \beta_{ct}^2 + \beta_i^2 + 2\beta_{ct}\,\beta_i \cos 2\tau z \qquad (42)$$

La différence entre les deux constantes de propagation donne la biréfringence linéaire du système :

$$\delta k_1 - \delta k_2 = \beta$$

Ces résultats peuvent être résumés en remarquant que la fibre bobinée est équivalente à un empilement de lames linéairement biréfringentes de déphasage variable et dont la direction des lignes neutres est torsadée de façon non uniforme. Ces deux paramètres peuvent être obtenus à partir d'une construction géométrique. Désignons, dans le formalisme de Poincaré par $\vec{\Omega}_i$ et $\vec{\Omega}_{ct}$ les vecteurs rotation qui correspondraient respectivement à des fibres de biréfringence uniforme β_i et β_{ct}. Ces deux vecteurs sont contenus dans le plan équatorial. Les repères propres de ces deux biréfringences linéaires étant tournés de τz l'un par rapport à l'autre, l'angle entre $\vec{\Omega}_i$ et $\vec{\Omega}_{ct}$ vaut $2\tau z$.

Les relations (41), (42) montrent que le vecteur rotation $\vec{\Omega}$ pour la section de fibre à l'abscisse z est donné par :

$$\vec{\Omega} = \vec{\Omega}_i + \vec{\Omega}_{ct}$$

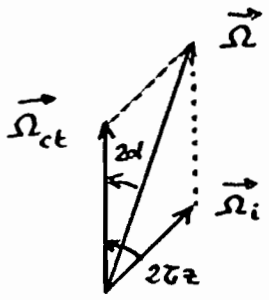


Figure 21 : Vecteur rotation local dans une fibre spun

Au fur et à mesure du déplacement le long de la fibre, le vecteur $\vec{\Omega}_i$ tourne uniformément. Ayant supposé $\beta_i < \beta_{ct}$, il apparait clairement que la direction du vecteur $\vec{\Omega}$ oscille entre deux valeurs extrêmes symétriques par rapport à $\vec{\Omega}_{ct}$. L'extrémité de $\vec{\Omega}$ décrit un cercle de rayon β_i autour de l'extrémité de $\vec{\Omega}_{ct}$ (figure 22).

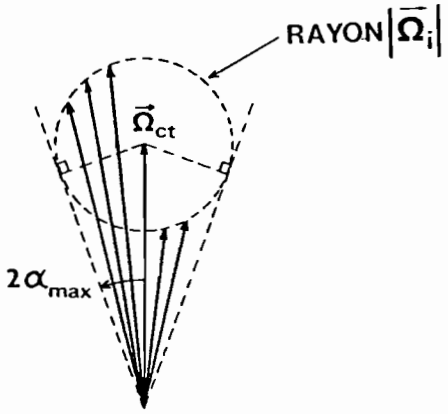


Figure 22 : Evolution du vecteur rotation local.

L'angle maximum α_{max} des lignes neutres locales avec les lignes neutres du système idéal est donc donné par :

$$\mathrm{tg}\ 2\alpha_{max} = \frac{\beta_i}{\sqrt{\beta_{ct}^2 - \beta_i^2}} \qquad (43)$$

On doit de plus remarquer que le système se retrouve identique à lui même chaque fois qu'on parcourt la distance $l_h = \frac{\pi}{\tau}$ égale à la moitié du pas de l'hélice.

5) Résolution approchée des équations couplées

L'équation (39) n'a pas de solution analytique essentiellement car la matrice N dépend de z sans être diagonalisable dans un repère fixe. En désignant par c_1 et c_2 les composantes du vecteur $\vec{C}$, on peut écrire l'équation (39) sous la forme :

$$\frac{dc_1}{dz} = j\,\frac{\beta_{ct} + \beta_i \cos 2\tau z}{2}\,c_1 + j\,\frac{\beta_i}{2}\sin 2\tau z\; c_2 \qquad (44.a)$$

$$\frac{dc_2}{dz} = j\,\frac{\beta_i}{2}\sin 2\tau z\; c_1 - j\,\frac{\beta_{ct} + \beta_i \cos 2\tau z}{2}\,c_2 \qquad (44.b)$$

Ces équations peuvent être simplifiées suivant une méthode classique [14] en posant :

$$b_1 = c_1\, e^{-j\frac{\varphi'}{2}} \quad \text{et} \quad b_2 = c_2\, e^{j\frac{\varphi'}{2}} \qquad (45)$$

où :

$$\varphi'(z) = \int_0^z (\beta_{ct} + \beta_i \cos 2\tau z')\, dz'$$

soit :

$$\varphi'(z) = \beta_{ct}\, z + \frac{\beta_i}{2\tau}\sin 2\tau z$$

Dans ces conditions, b_1 et b_2 vérifient les équations suivantes en se limitant au terme du premier ordre en $\frac{\beta_i}{\tau}$ et

$\frac{\beta_1}{\beta_{ct}}$:

$$\frac{db_1}{dz} = j\,\frac{\beta_1}{2}\,\sin 2\tau z\; e^{-j\,\beta_{ct} z}\; b_2$$
$$\frac{db_2}{dz} = j\,\frac{\beta_1}{2}\,\sin 2\tau z\; e^{j\,\beta_{ct} z}\; b_1 \qquad (46)$$

Ces équations couplées peuvent être résolues par itération [14]. Nous nous limiterons ici au premier ordre.

$$b_1(z) = b^\circ_1 + \int_0^z b^\circ_2\; j\,\frac{\beta_1}{2}\,\sin 2\tau z'\; e^{-j\,\beta_{ct} z'}\; dz'$$

$$b_2(z) = b^\circ_2 + \int_0^z b^\circ_1\; j\,\frac{\beta_1}{2}\,\sin 2\tau z'\; e^{-j\,\beta_{ct} z'}\; dz'$$

où b°_1 et b°_2 sont des constantes, solutions à l'ordre 0 c'est à dire vérifiant :

$$\frac{db^\circ_1}{dz} = 0 \qquad \text{et} \qquad \frac{db^\circ_2}{dz} = 0$$

On peut d'ailleurs remarquer que d'après (45) :

$$b^\circ_1 = c_1(0) \qquad \text{et} \qquad b^\circ_2 = c_2(0)$$

Dans ces conditions, les coefficients $c_1(z)$ et $c_2(z)$ s'obtiennent en fonction de $c_1(0)$ et $c_2(0)$ par la relation matricielle :

$$\begin{pmatrix} c_1(z) \\ c_2(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_s & Q_s \\ -Q_s^* & P_s^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1(0) \\ c_2(0) \end{pmatrix} \qquad (47)$$

avec :

$$P_s = e^{j\frac{\beta_{ct}}{2}z}\left(1 + j\frac{\beta_i}{4\tau}\sin 2\tau z\right)$$

et (48)

$$Q_s = -\frac{\beta_i}{2\beta_{ct}}\frac{e^{-j\frac{\beta_{ct}}{2}z}}{\left(1-\left(\frac{2\tau}{\beta_{ct}}\right)^2\right)}\left[\sin 2\tau z + \frac{2\tau}{j\beta_{ct}}\left(\cos 2\tau z - e^{j\beta_{ct}z}\right)\right]$$

Afin de simplifier la discussion de ce résultat analytique, on considère un nombre entier de demi-pas d'hélice.

$$z = N_p\, l_h$$

Les coefficients P_s et Q_s se simplifient et leur expression devient :

$$P_s(N_p l_h) = e^{j\frac{\beta_{ct}}{2}\frac{N_p\pi}{\tau}}$$

$$Q_s(N_p l_n) = \frac{(-1)^{N_p}\,\beta_i\,N_p\,\pi}{\beta_{ct} + 2\tau}\,\mathrm{sinc}\left(N_p\left(\frac{\beta_{ct}}{2\tau} - 1\right)\right) \qquad (49)$$

Ce résultat approché dans le cas d'un nombre entier de demi-pas d'hélice permet de mettre en évidence des propriétés singulières dans des situations que nous précisons maintenant.

6) Ecarts par rapport au bobinage idéal

a) Domaine concerné

La matrice du système idéal, c'est-à-dire d'un élément

linéairement biréfringent de biréfringence β_{ct} par unité de longueur aurait même coefficient P mais un coefficient Q nul. Ce coefficient mesure en quelque sorte l'écart par rapport au bobinage idéal. Il possède, en particulier, une résonance au voisinage de la valeur

$$\beta_{ct} = 2\tau$$

ou, en d'autres termes lorsque la longueur de battements induite $l_B = \frac{2\pi}{\beta_{ct}}$ est égale à l_h, le demi-pas de l'hélice. Ceci peut se comprendre à l'aide d'une interprétation géométrique, à l'aide de la sphère de Poincaré. Supposons le système parfait. Le vecteur rotation est $\vec{\Omega}_{ct}$, vecteur constant en direction et en intensité. Ainsi, en injectant une lumière polarisée rectilignement à 45° des lignes neutres, le point représentatif de l'état de polarisation dans la fibre décrit un grand cercle qui passe par le pôle et ce, à vitesse constante (Figure 23).

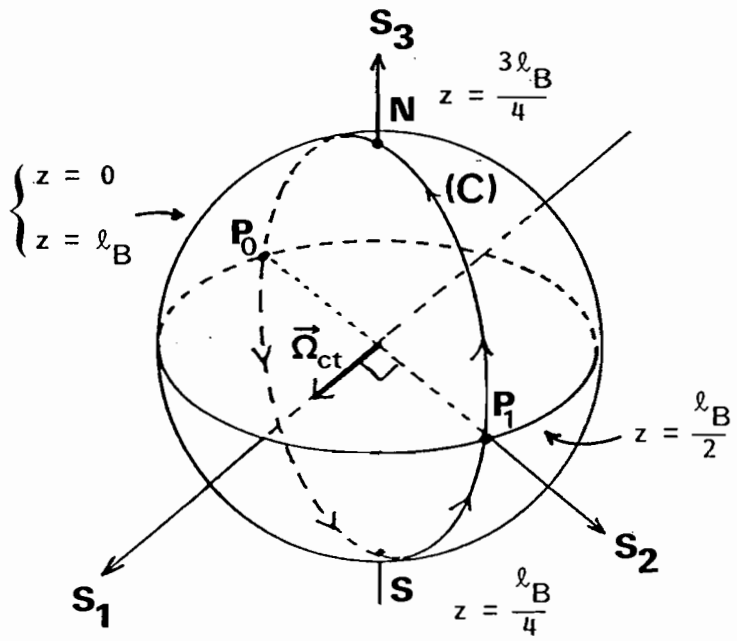


Figure 23 : Trajectoire associée à une bobine idéale

Dans le cas d'une fibre spun courbée, le vecteur rotation local $\vec{\Omega}$ oscille autour d'une direction moyenne qui est celle de $\vec{\Omega}_{ct}$, en même temps que sa longueur $|\Omega|$ varie. Dans l'approximation $\beta_{ct} \gg \beta_1$, la relation (41) conduit à l'ex-

pression de l'angle α entre $\vec{\Omega}$ et $\vec{\Omega}_{ct}$ soit :

$$2\alpha = \frac{\beta_1}{\beta_{ct}} \sin 2\tau z$$

Les variations de l'angle α sont représentées en fonction de z sur la figure 24.a. La déviation maximum de $\vec{\Omega}$ par rapport à $\vec{\Omega}_{ct}$ est atteinte pour $z = l_n/4$ et $z = 3\frac{l_n}{4}$ (modulo $2l_n$). La vitesse instantanée du point représentatif sur la sphère est, quant à elle, donnée par $|\Omega| = \beta(z)$ dont les variations sont représentées sur la figure 24.b.

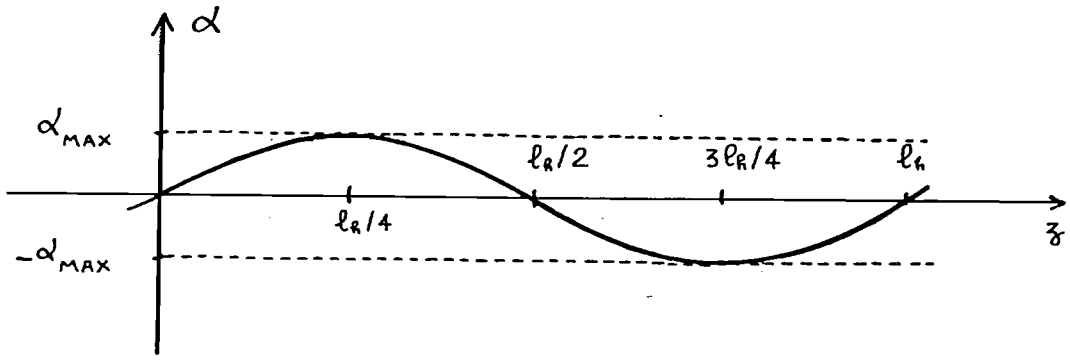


Figure 24.a : Evolution de la direction du vecteur rotation.

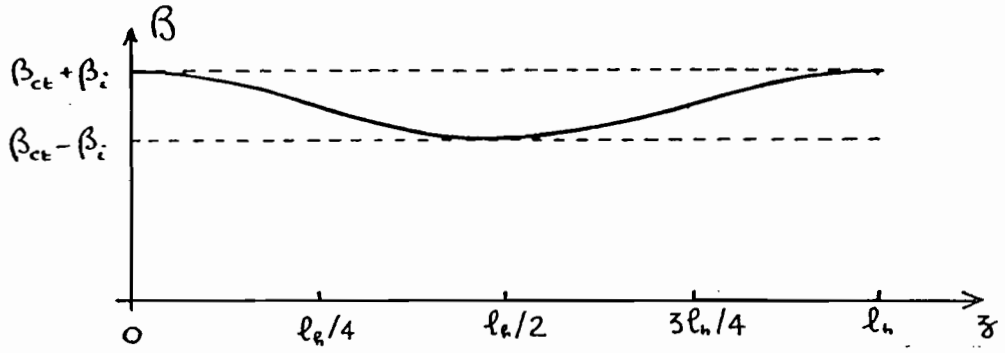
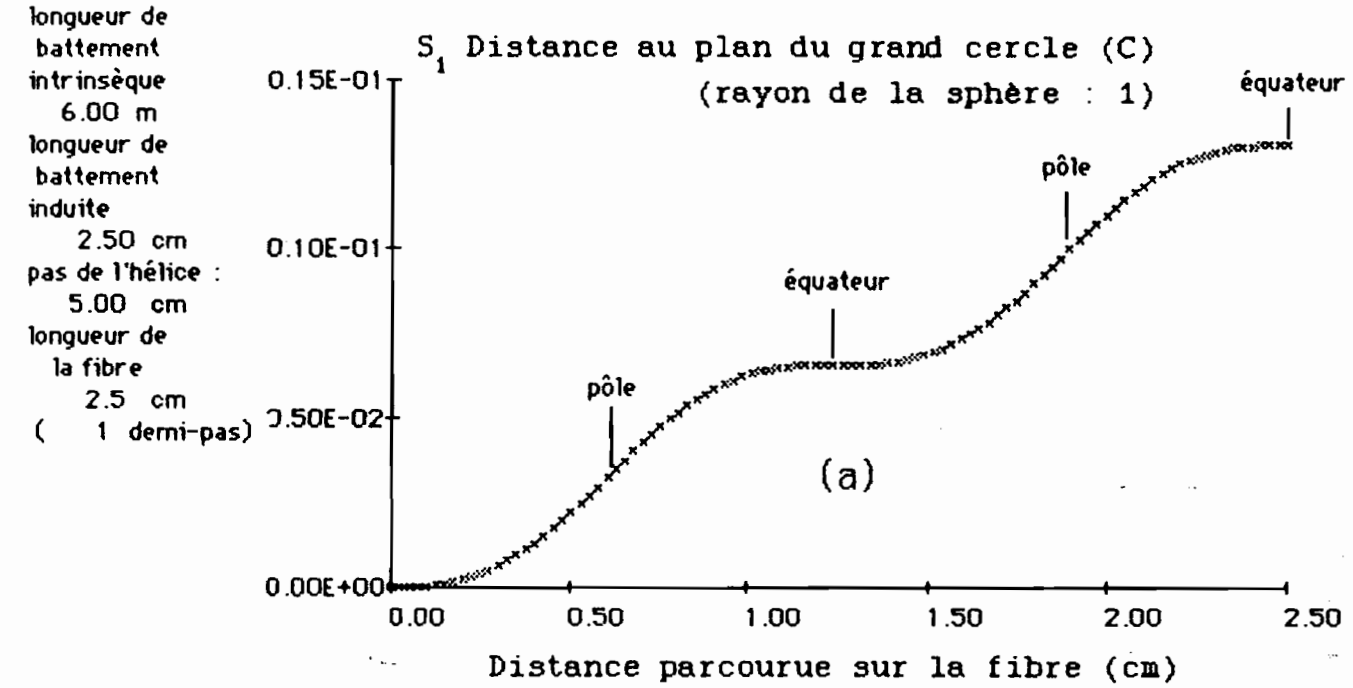


Figure 24.b : Evolution du module du vecteur rotation.

Considérons à nouveau le point P_o représentant un état de polarisation rectiligne orienté à 45° des lignes neutres locales à l'entrée de la fibre. En cet endroit le vecteur rotation $\vec{\Omega}$ est parallèle à $\vec{\Omega}_{ct}$. La trajectoire étant orientée dans le sens direct autour de $\vec{\Omega}$ le point courant M quitte P_o vers le sud. Simultanément, le vecteur rotation $\vec{\Omega}$ dérive vers l'est. En conséquence, le point M est dévié du grand cercle (C) (Figure 23), sa trajectoire idéale, vers l'ouest. Pour un angle donné entre $\vec{\Omega}$ et $\vec{\Omega}_{ct}$, il apparait géométriquement que la déviation par rapport au grand cercle (C) est d'autant plus forte que le point M se trouve près d'un pôle. Dans le cas $l_B = l_n$, les figures 24.a et 24.b montrent précisément qu'à cet endroit, l'angle entre $\vec{\Omega}$ et $\vec{\Omega}_{ct}$ est extremum. On comprend alors pourquoi dans ce cas, il apparait des termes non diagonaux importants dans la matrice de Jones du système, ce qui caractérise un écart par rapport au cas d'un bobinage idéal.

Pour appuyer ce raisonnement, nous avons calculé la coordonnée S_1 du point M en fonction de z (Figure 23), c'est à dire sa distance au plan qui contient le grand cercle (C). Les figures (25.a) et (25.b) représentent cette distance dans le cas $l_B = l_n$ pour des longueurs de fibre comportant respectivement 1 et 80 demi-pas de longueur l_n. La figure (25.a) montre clairement que le point M s'écarte du grand cercle à chaque passage au pôle. La figure (25.c) représente toujours la distance du point au plan contenant (C) mais



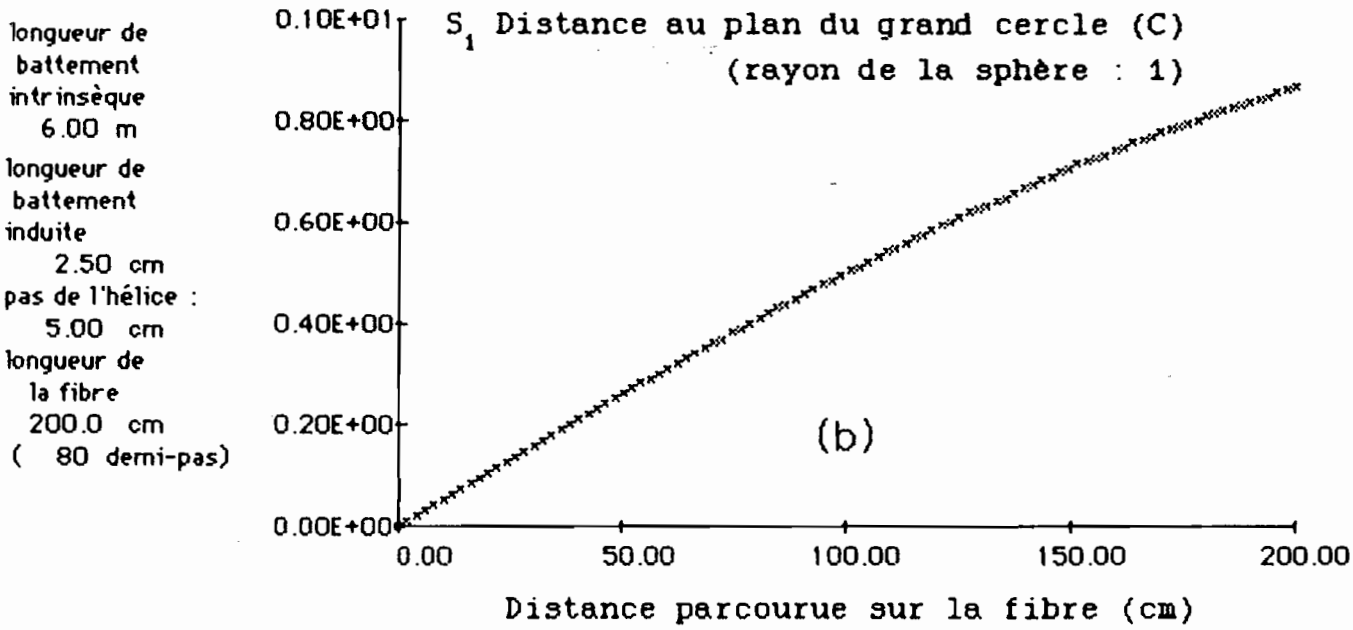


Figure 25 : Distance du point représentatif au plan de la trajectoire idéale

dans le cas où $l_B \neq l_n$. Le point M oscille de part et d'autre du grand cercle sans s'en écarter beaucoup (4.10^{-3} du rayon de la sphère). Le bobinage est alors proche du cas idéal.

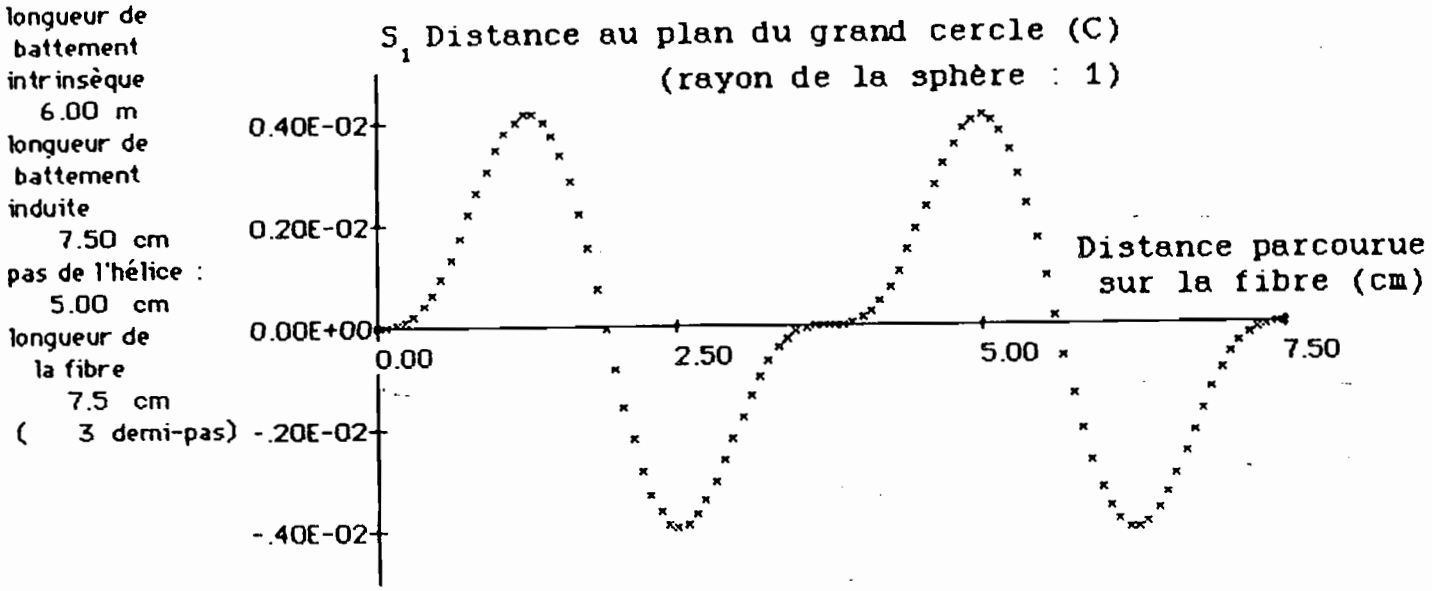


Figure 25.c : Distance du point représentatif au plan de la trajectoire idéale.

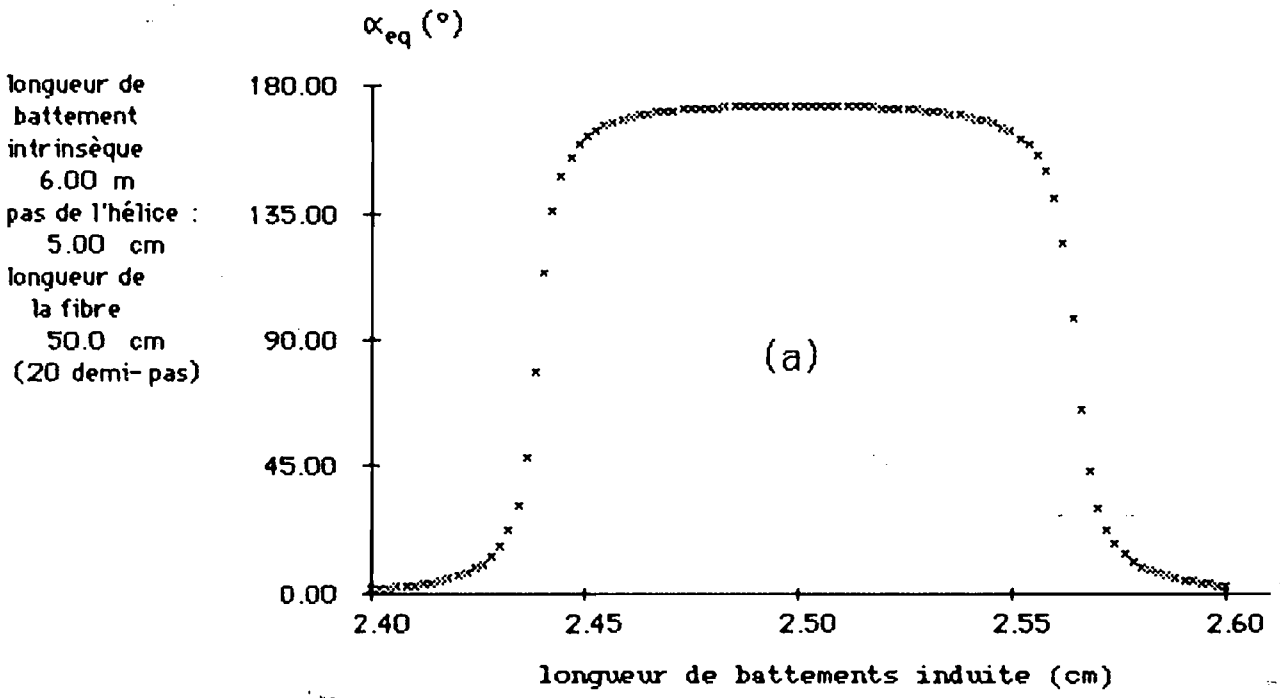
b) Paramètres équivalents du bobinage

Les cas particuliers illustrés géométriquement dans le précèdent paragraphe peuvent être caractérisés par les paramètres équivalents correspondants.

La longueur de fibre est toujours supposée égale à un nombre entier de demi-pas d'hélice. Les expressions (49) compte-tenu des relations (5) définissant les paramètres équivalents conduisent à :

$$R_{eq} = \beta_{ct} \frac{N_p \pi}{\tau} \qquad (50)$$

Cette quantité est égale au déphasage introduit par un bobinage idéal. Le pouvoir rotatoire équivalent et la direction des lignes neutres de la lame équivalente sont respec-



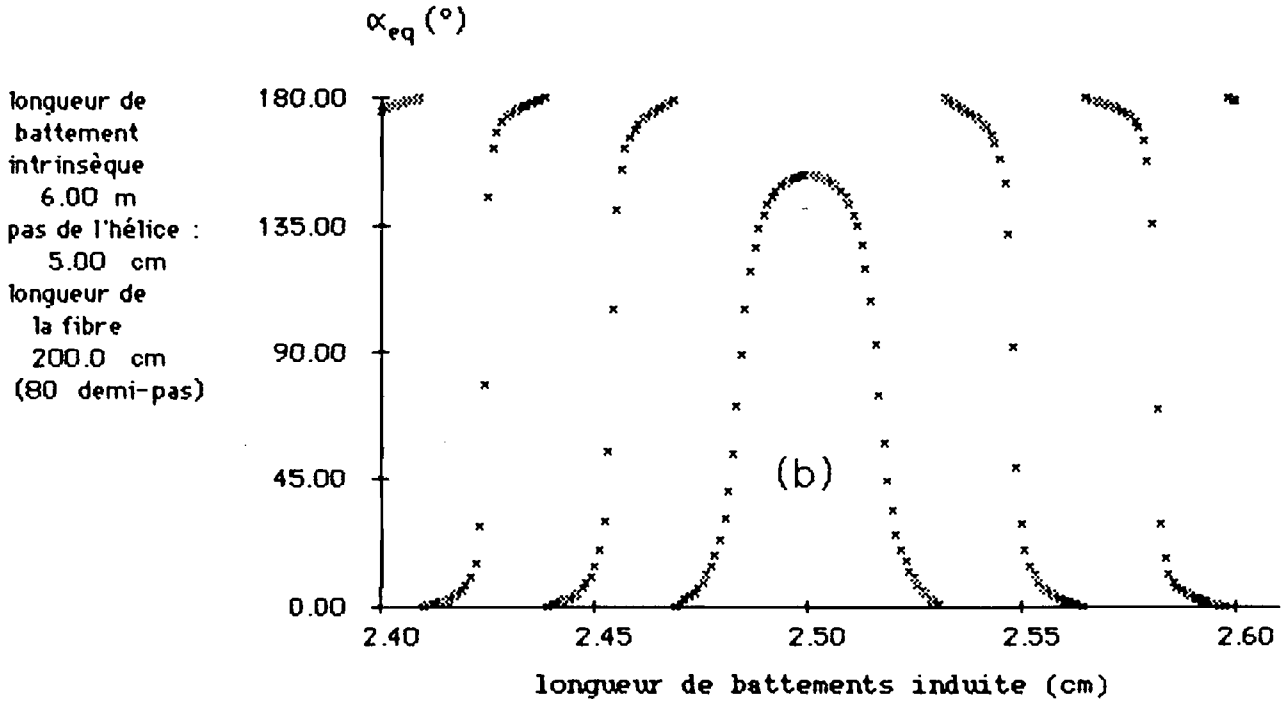
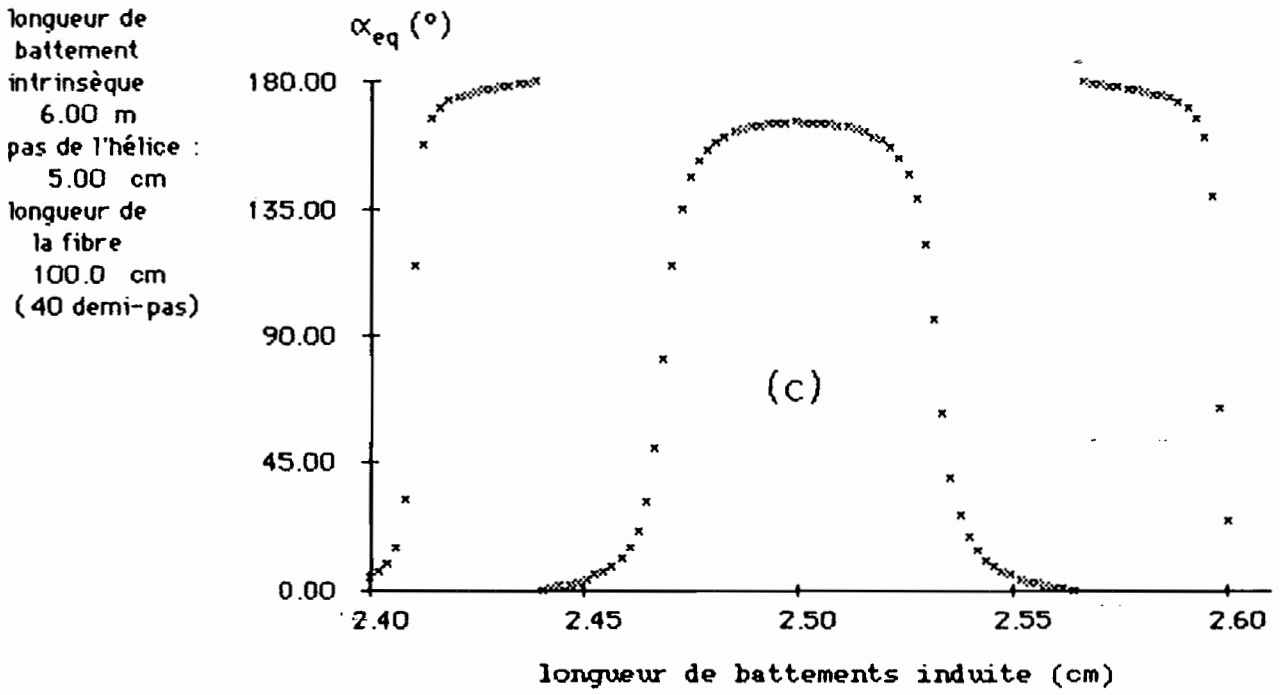


Figure 26 : Variations du pouvoir rotatoire équivalent de la longueur de battement induite



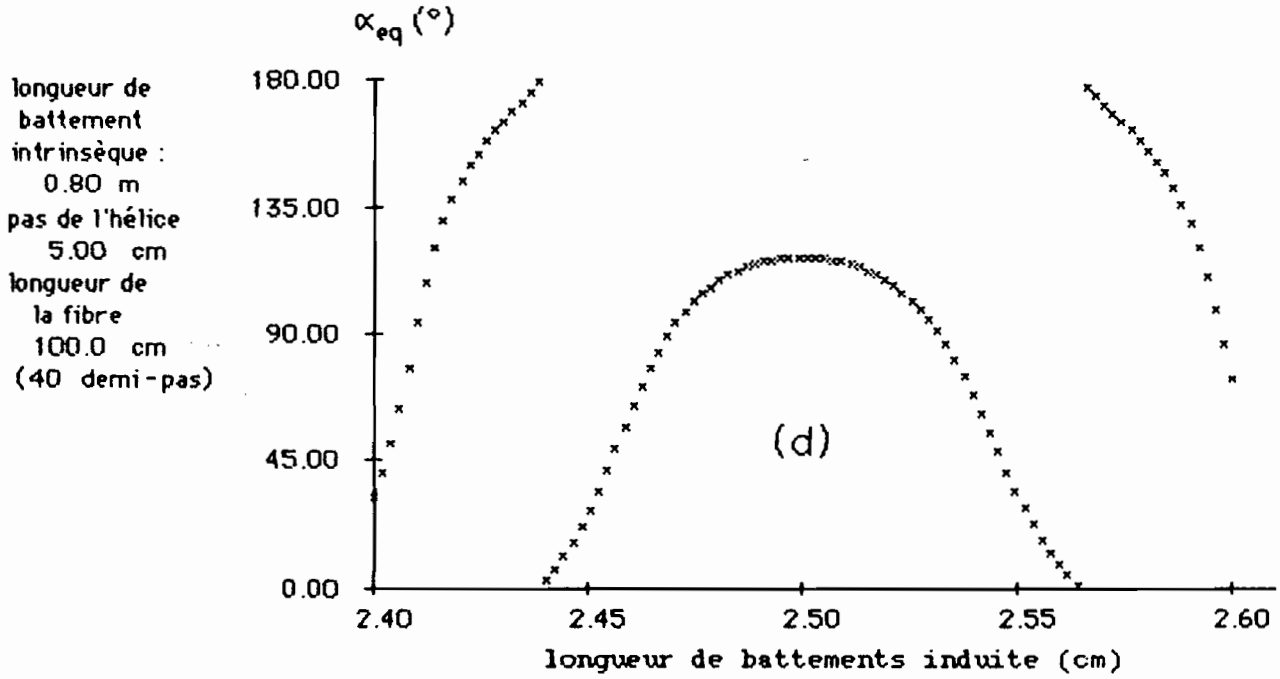


Figure 26 : Variations du pouvoir rotatoire équivalent de la longueur de battement induite

tivement donnés par :

$$\operatorname{tg} \alpha_{eq} = - \frac{\beta_1 \; N_p \; \pi}{\beta_{ct} + 2\tau} \; \frac{\operatorname{sinc}\left(N_p \left(\frac{\beta_{ct}}{2\tau} - 1\right)\right)}{\cos N_p \pi \left(\frac{\beta_{ct}}{2\tau} - 1\right)} \qquad (51.a)$$

$$\theta_{eq} = - \frac{\alpha_{eq}}{2} \qquad (51.b)$$

Ces expressions permettent de préciser la notion d'écart au cas idéal. Remarquons tout d'abord qu'il suffit de discuter la valeur de α_{eq} puisque θ_{eq} s'en déduit de façon évidente.

En examinant l'expression (51.a), on remarque la présence d'un terme résonnant pour $\beta_{ct} = 2\tau$, c'est à dire $l_B = l_n$. Par ailleurs, le membre de droite est divergent chaque fois que l'écart $l_B - l_n$ vaut :

$$l_B - l_n = \frac{2k + 1}{2\,k + 1 + 2\,N_p} \, l_n \quad (k \text{ entier}) \qquad (52)$$

Ces propriétés apparaissent clairement sur la figure 26. Les figures 26.a.b.c. représentent α_{eq} en fonction de l_B pour différentes longueurs de fibres soit respectivement 20, 40 et 80 demi-pas de longueur l_n. Il apparait que pour $l_B = l_n$, le pouvoir rotatoire est non nul et augmente avec la longueur de fibre. Pour une longueur de fibre donnée, l'effet est d'autant plus important que la biréfringence intrinsèque de la fibre est grande. Ceci apparait clairement en comparant les figures 26.c et 26.d. La largeur de la résonance de α_{eq} qui a existe pour $l_B = l_n$ est obtenue d'après (51.a), c'est à dire :

$$\delta l_B = \frac{l_n}{N_p + 1} \qquad (53)$$

On observe effectivement que cette largeur diminue lorsque le nombre de pas augmente.

L'analyse qui vient d'être faite montre que pour des

valeurs de l_B bien déterminées, le système diffère d'un simple système linéairement biréfringent. Il reste alors à estimer l'influence de ces situations singulières dans le cadre d'un bobinage de courbure variable et donc pour lequel la longueur de battement induite $l_B = \frac{2\pi}{\beta_{ct}}$ varie. Comme il apparaitra dans la suite, le domaine de variation de déphasage ψ utilisable pour les capteurs envisagés vaut au maximum 2π. Dans ces conditions, il a été démontré au chapitre I, paragraphe E que pour une fibre de longueur L, les variations de la longueur de battement sont :

$$\Delta l_B = \frac{l_B^2}{L}$$

Dans le cas particulier envisagé ici, $L = N_p\ l_n$, et :

$$\Delta l_B = \frac{l_B^2}{N_p\, l_n}$$

Si la longueur de battement de départ est égale à l_n, la plage balayée est :

$$\Delta l_B = \frac{l_n}{N_p}$$

qui est du même ordre de grandeur que δl_B donné par (53). Ce cas est donc à éviter puisque le système ne peut s'échapper de cette zône critique. Pour des valeurs de l_B très différentes de l_h, les effets parasites liés à la structure des fibres spun ne seront que très faibles comme les résultats numériques vont le prouver.

7) Résolution numérique

a) Méthode utilisée

Le fait que les équations (46) n'aient pas de solution analytique vient de la dépendance de la matrice N en fonction de z. Des analogies formelles existent avec les problè-

mes de torsion de cristaux liquides. Une méthode de résolution consiste à considérer le système comme un empilement de lames minces d'épaisseur $h \ll l_h$ et de biréfringence constante [43].

Considérons donc une fibre de longueur L. Désignons par A le premier point pour lequel les lignes neutres locales correspondent à celles du bobinage parfait $\left(\vec{\Omega} \,//\, \vec{\Omega}_{ct}\right)$. B désigne le dernier point possédant cette propriété, tel que AB soit égal à un nombre entier N_p de demi-pas d'hélice. δl_1 et δl_2 sont les fractions excédentaires du demi-pas d'hélice respectivement à l'entrée et à la sortie de la fibre (figure 27).

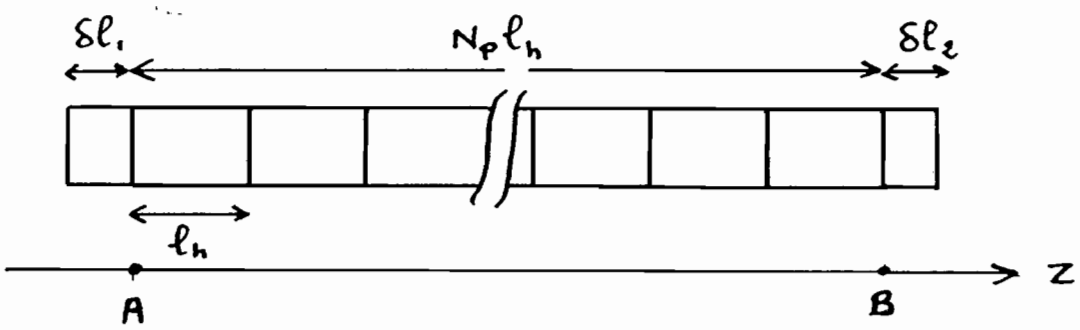


Figure 27

La fibre est ensuite découpée en lames minces d'épaisseur $h = l_h/N_e$ où N_e désigne le nombre d'échantillons sur un demi-pas d'hélice.

La (p+1)ième section est considérée comme une lame d'épaisseur h, de biréfringence par unité de longueur $\beta_p = \beta(ph)$ dont les lignes neutres sont tournées de l'angle $\alpha_p = \alpha(ph)$ par rapport au repère de courbure. α et β sont donnés par les relations (41) et (42) avec z = ph. Ces paramètres étant supposés constants sur cette distance on peut écrire :

$$\vec{C}((p+1)h) = M_p \, \vec{C}(ph) \qquad (55)$$

où M_p est la matrice

$$M_p = R(\alpha_p) \begin{pmatrix} e^{i\frac{\beta_p h}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\beta_p h}{2}} \end{pmatrix} . R(-\alpha_p)$$

(on rappelle que $R(\alpha_p)$ désigne la matrice de la rotation d'angle α_p). De cette façon, la matrice associée à un demi pas d'hélice est égale à :

$$M_{l_h} = M_{N_e} \ldots\ldots M_1$$

Remarquons qu'au cours de cette étape, on peut connaitre les matrices associées aux extrémités δl_1 et δl_2.

La matrice $M(l_n)$ est calculée de proche en proche. Au cours du calcul, on obtient la matrice associée à l'extrémité de la fibre soit $M(\delta l_2)$. La matrice de l'excédent δl_1 dans le sens de propagation ne peut être obtenue directement au cours de ce calcul. Par contre, il n'y a aucune difficulté pour isoler celle du complément $l_h - \delta l_1$. Ces deux matrices vérifient la relation :

$$M(l_h) = M(\delta l_1) . M(l_h - \delta l_1) \qquad (56)$$

Toutes ces matrices étant unitaires, on peut écrire :

$$M(\delta l_1) = M(l_h) . M^{\dagger}(l_h - \delta l_1)$$

A cette étape du calcul, on connait donc simplement :

$$M(l_h) \quad , \quad M(\delta l_2) \quad , \quad M(l_h - \delta l_1)$$

La matrice de la section AB est obtenue en élevant $M(l_n)$ à la puissance N_p ce qui peut être fait à l'aide du théorème de Sylvester [44]. La matrice de la fibre est finalement donnée par :

$$M(\delta l_1 + N_p\, l_n + \delta l_2) = M(\delta l_2) . M(l_n)^{N_p + 1} . M^{\dagger}(l_n - \delta l_1)$$

Les paramètres équivalents du système sont calculés d'après les relations (5). Plusieurs cas illustrant les propriétés des fibres spun courbées sont présentées dans le

paragraphe suivant.

b) Résultats

Les paramètres géométriques choisis pour le système sont communs à toutes les courbes soit :

rayon de la fibre 52 μm
rayon du support 7,5 mm
(1 spire ≡ 4,7 cm)

Ces valeurs sont typiques des montages présentés plus loin. Suivant la méthode d'étude établie à la fin de la partie C.I, les paramètres équivalents du système sont étudiés en fonction de $\Delta\phi$, la variation de déphasage du bobinage idéal soit $\Delta(\beta_{ct} . L)$. L'amplitude de variation de $\Delta\phi$ est volontairement limité à 2π, seul domaine utilisable sans ambiguité pour réaliser un capteur ; ce point sera précisé dans le chapitre III.

Les différents paramètres se rapportant aux propriétés anisotropes sont résumés dans le tableau 3 ci-dessous.

Dans tous les cas, à l'exception du dernier (figure 28.f), la longueur de battements induite est égale au demi-pas de l'hélice, situation dans laquelle, nous avons démontré que la matrice du système diffère de celle d'un élément linéairement biréfringent.

Les figures 28.a et 28.b illustrent le cas où la longueur de fibre est égale respectivement à 18 et 74 demi-pas soit environ 0,5 m et 2 m.

Le pouvoir rotatoire équivalent n'est jamais nul et les lignes neutres sont inclinées par rapport à celles du bobinage idéal. De plus, ces paramètres varient rapidement au voisinage des états pour lesquels la lame équivalente est demi-onde (R_{eq} = 180°). La figure 28.b montre que les différences par rapport à un bobinage idéal augmentent avec la longueur de la fibre.

Les situations illustrées sur les figures 28.c, 28.d et 28.e correspondent toujours à $l_B = l_h$, par contre, le nombre

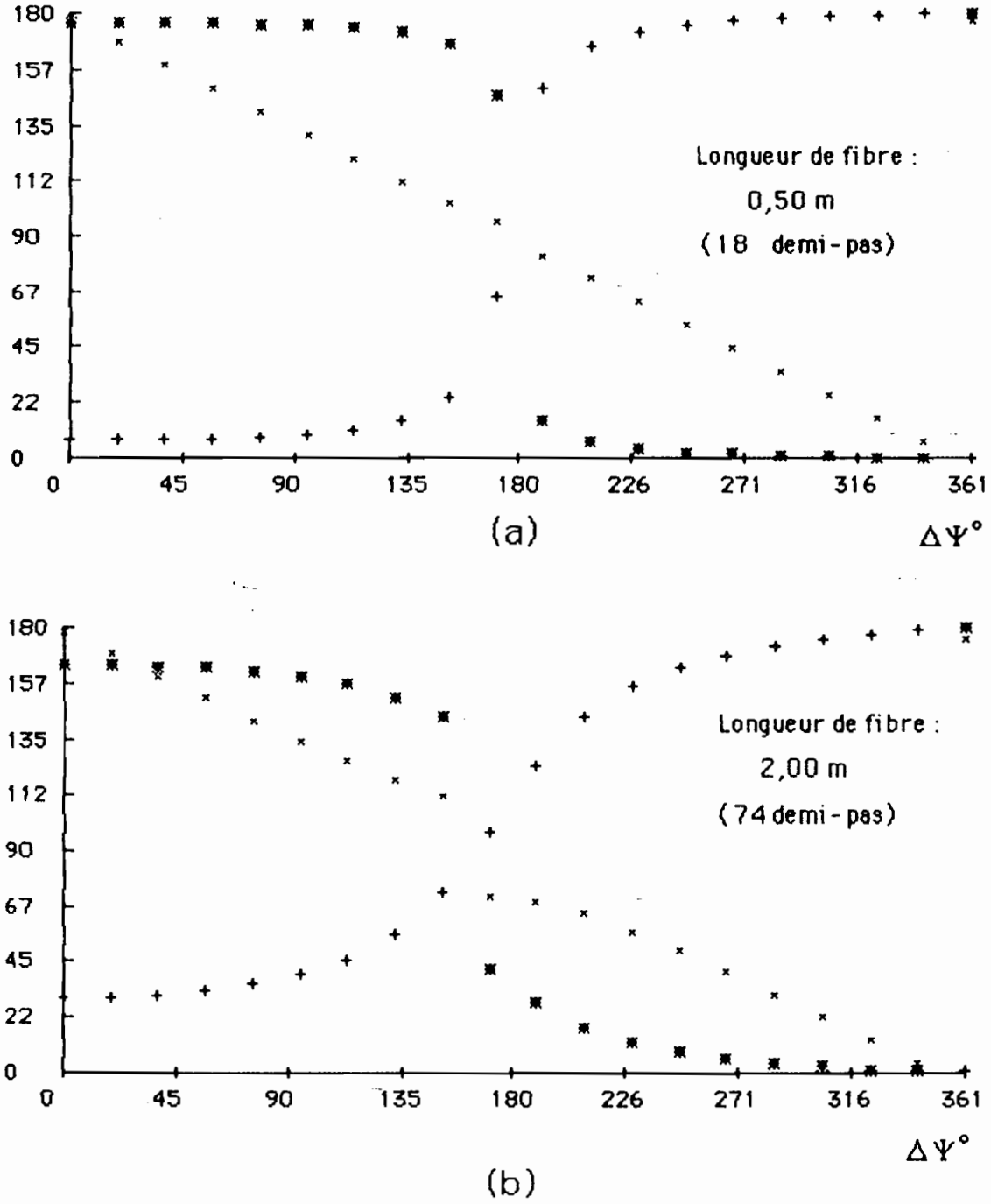
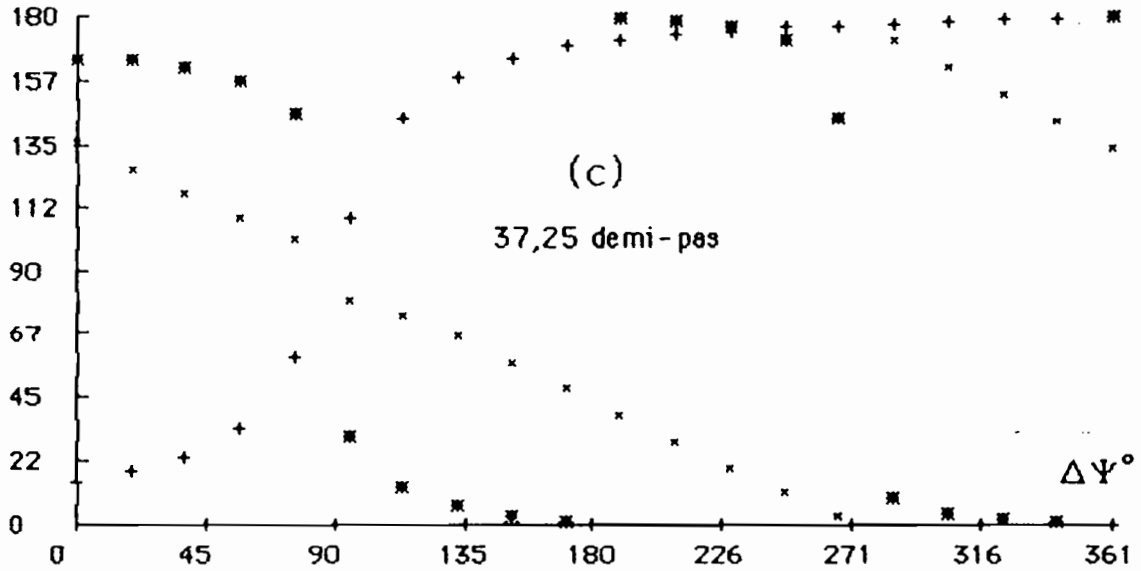
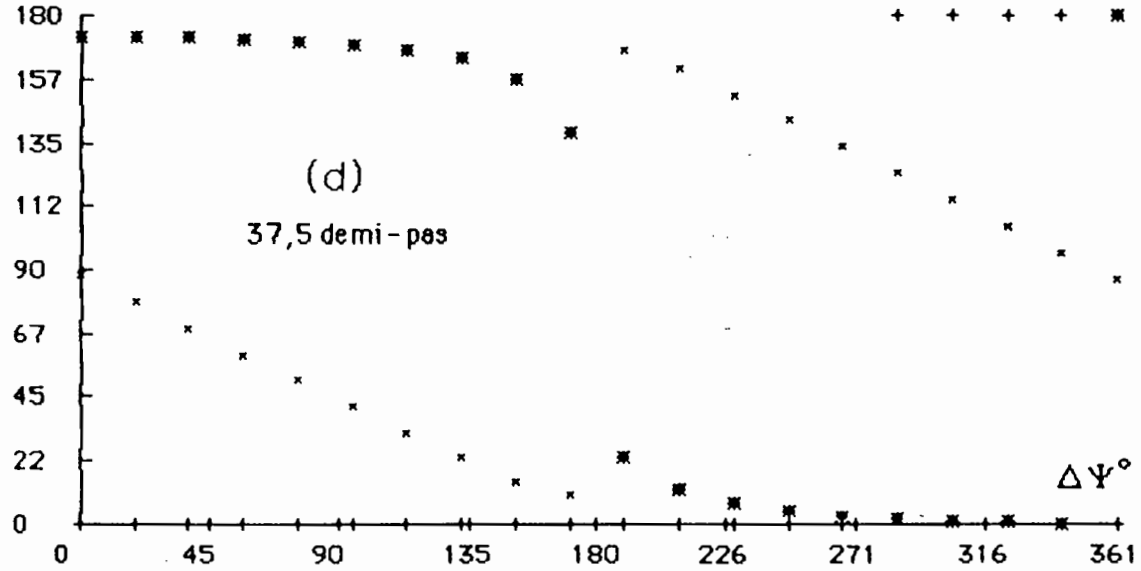


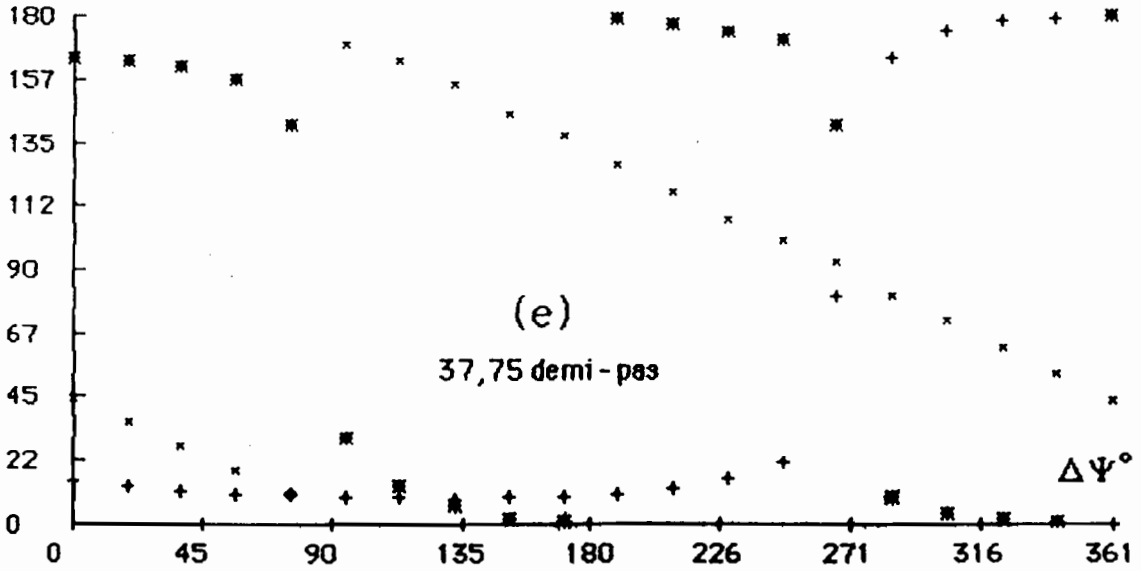
Figure 28 : paramètres équivalent d'une fibre "spun" courbée

- ✱ Lignes neutres (θ_{eq})
- × Demi déphasage équivalent ($R_{eq}/2$)
- + Pouvoir rotatoire (α_{eq})

} en °


180
157
135
112
90
67
45
22
0
(c)
37,25 demi-pas
ΔΨ°
0
45
90
135
180
226
271
316
361


180
157
135
112
90
67
45
22
0
(d)
37,5 demi-pas
ΔΨ°
0
45
90
135
180
226
271
316
361


180
157
135
112
90
67
45
22
0
(e)
37,75 demi-pas
ΔΨ°
0
45
90
135
180
226
271
316
361

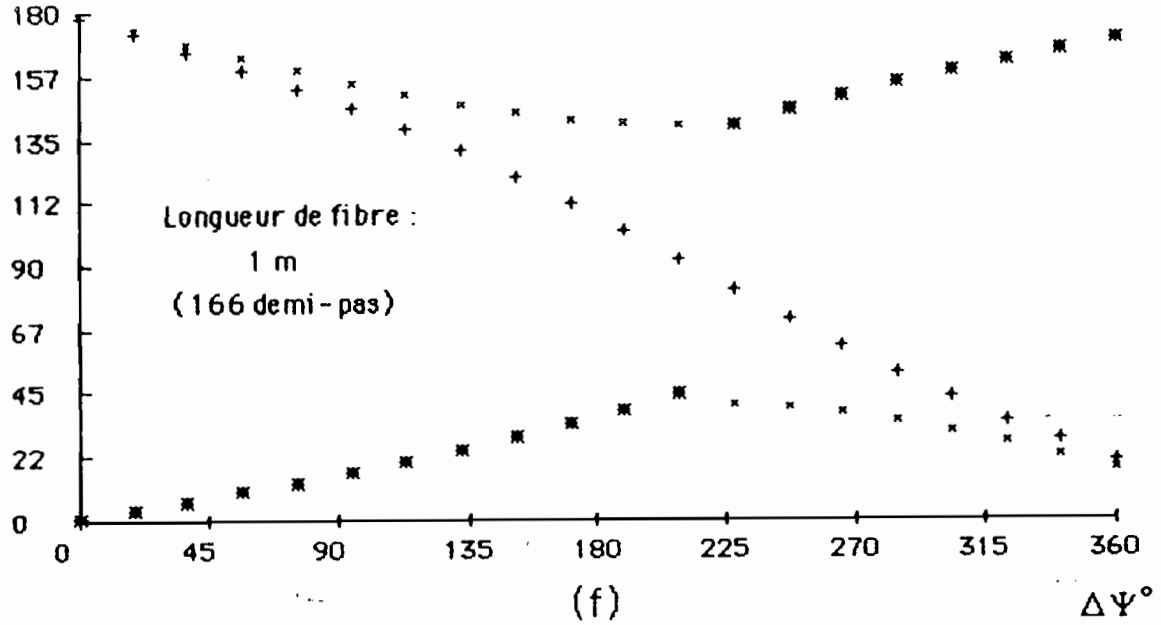


Figure 28-f : paramètres équivalents d'une fibre "spun" de faible pas (1,2 mm) courbée

Figure 28	a	b	c	d	e	f
Déformation initiale ε	$5\ 10^{-3}$	$5\ 10^{-3}$	$5\ 10^{-3}$	$5\ 10^{-3}$	$5\ 10^{-3}$	$5\ 10^{-4}$
nombre de spires	10	42	21	21	21	21
longueur de battement induite (cm)	2,7	2,7	2,7	2,7	2,7	7,7
demi pas de l'hélice (cm)	2,7	2,7	2,7	2,7	2,7	0,6
longueur de battements propre de la fibre (m)	6	6	6	6	6	0,019
nombre de demi pas contenus dans la longueur de la fibre	18	74	37,25	37,5	37,75	166

Tableau 3 : Paramètres se rapportant aux différentes courbes de la figure 28.

de demi-pas n'est plus entier. Des zones critiques existent toujours au voisinage des états pour lesquels $R_{eq} = 180°$. La présence d'excédents de longueur $l_h/4$ et $3l_h/4$ se traduit par une rotation supplémentaire des lignes neutres de la lame équivalente au voisinage des points où $R_{eq} = 0$.

Pour terminer, la figure 28.f concerne le cas d'une fibre spun fabriquée en laboratoire ayant un pas d'hélice très faible, 6 mm et une longueur de battement intrinsèque assez courte, 19 mm. Bien que de telles caractéristiques lui confèrent des propriétés d'anisotropie apparente lorsqu'elle est rectiligne [45] , les résultats que nous obtenons montrent que son comportement vis à vis de la courbure ne conduit pas à une bobine idéale. Notons que dans le cas présenté l_B est pourtant très différent de l_h. Les écarts sont attribuables au grand nombre de pas d'hélice (83 pas).

Nous discuterons dans le quatrième chapitre les conséquences expérimentales de telles variations des paramètres équivalents du système.

E. CONCLUSION

Ce chapitre a permis de préciser quelques propriétés d'un bobinage de fibre réel. En particulier, l'atténuation de la fibre, sensible à la courbure n'affecte pas l'état de polarisation de la lumière qui s'y propage. Elle peut cependant être importante si la longueur d'onde utilisée est très différente de la longueur d'onde de coupure de la fibre.

D'autre part, l'étude de l'influence de la structure hélicoïdale du bobinage a montré qu'elle est faible à condition de réaliser des spires jointives, ce qui sera donc fait dans les montages expérimentaux.

Enfin, une étude approfondie des fibres "spun", fibres à faible biréfringence globale, a démontré que leur utilisation pour réaliser des bobines de fibre doit faire l'objet de quelques précautions si on veut obtenir un système quasi-idéal, équivalent à une lame linéairement biréfringente de déphasage variable en fonction du rayon de courbure.

CHAPITRE III

SENSIBILITES A LA TEMPERATURE ET A LA PRESSION D'UN BOBINAGE DE FIBRE : COMPENSATION THERMIQUE ET MESURE SIMULTANEE DE DEUX PARAMETRES

A. INTRODUCTION

Ce chapitre est consacré aux applications des propriétés étudiées jusqu'ici, à la mesure des variations de pression et des variations de température. Lors des deux chapitres précédents, il est apparu que les variations de déphasage d'une bobine de fibre idéale ne dépendent que des variations relatives de rayon de courbure $\Delta R/R$ pour une fibre donnée et une longueur d'onde fixée.

Dans le cas d'un bobinage réel, quelques effets parasites peuvent prendre naissance, mais les variations de déphasage équivalent sont égales à celles du déphasage du bobinage idéal. Dans ce chapitre, on étudie plus particulièrement les propriétés d'un bobinage de fibre réalisé sur un cylindre creux. Les déformations de celui-ci sous l'action d'une surpression interne ou par dilatation thermique modifient le rayon de courbure de la fibre et par-là même sa biréfringence. La détection des variations de déphasage du bobinage permettent donc de remonter aux variations de pression ou aux variations de température. Dans une première partie, nous présentons donc les résultats de l'étude des variations relatives de rayon de courbure $\Delta R/R$ pour un cylindre creux soumis à des variations de température et à des variations de pression interne.

La possibilité de mesurer des variations de température d'une part et des variations de pression d'autre part, sont analysées en détail. En particulier, dans chaque cas, l'influence du paramètre qu'on ne souhaite pas mesurer est prise en compte. La nécessité de compenser les effets thermiques dans les mesures de pression apparait alors clairement. Nous démontrons que cette compensation est possible en utilisant une méthode de mesure différentielle. Deux dispositifs permettant d'effectuer ce type de mesure sont décrits.

Enfin, la dernière partie est consacrée à l'analyse des possibilités d'utiliser conjointement la biréfringence induite par courbure et le phénomène d'interférences entre les différentes ondes réfléchies sur les extrémités de la fibre. Il ressort de cette étude une méthode de mesure simultanée de deux paramètres. Nous décrivons plus particulièrement l'application de cette méthode aux mesures simultanées de pression et de température.

B. VARIATIONS RELATIVES DE COURBURE D'UN CYLINDRE CREUX

Un corps soumis à des efforts extérieurs sur sa surface et à des variations de température, devient le siège de contraintes à la fois d'origine thermique et d'origine élastique. Ces dernières ainsi que les déformations et les déplacements qu'elles entrainent doivent être calculés dans le cadre de la théorie thermoélastique [46].

I. ANALYSE THERMOELASTIQUE DU PROBLEME

1) Géométrie du système et notations

Nous considérons un cylindre circulaire, creux, de rayon interne R_i et de rayon externe R. Pour simplifier l'étude, nous le supposerons infiniment long. Cette hypothèse ne restreint pratiquement pas le cadre de l'étude, les effets de bord n'ayant d'influence que sur des distances comparables au diamètre du cylindre [23], domaines sur lesquels on évitera de placer la bobine de fibre.

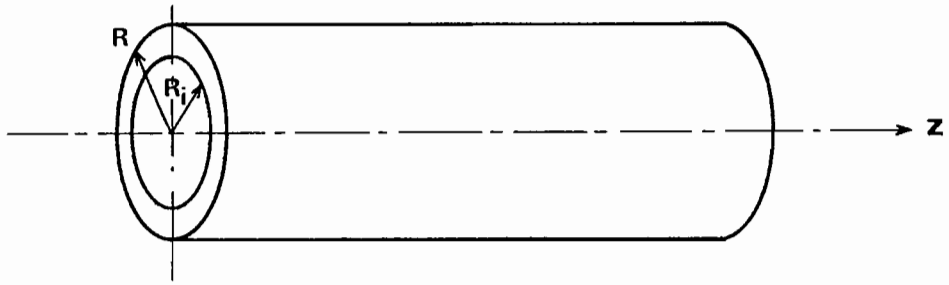


Figure 29 : Support cylindrique creux.

L'état élastique et l'état thermique de référence du

système sont choisis de la manière suivante :

- pressions identiques à l'intérieur et à l'extérieur du cylindre égales à P_o, la pression ambiante.
- température uniforme, à l'intérieur, à l'extérieur et dans l'épaisseur de la paroi du tube, soit T_o.

On se propose alors de calculer les variations relatives de rayon externe $\Delta R/R$ lorsque le système est soumis à des variations de pression et de température notées respectivement ΔP_i, ΔT_i à l'intérieur du tube et ΔP_e, ΔT_e à l'extérieur.

2) Equations thermoélastiques - méthode de résolution

L'état thermoélastique d'un système peut être caractérisé par le champ des déplacements $\vec{u}$ et par la distribution de température T en tout point. La symétrie de révolution et la longueur infinie du système permettent de conclure à l'unique dépendance radiale des grandeurs du problèmeet par conséquent, à l'absence de cisaillement. Dans ces conditions, le champ des déplacements dérive uniquement d'un potentiel scalaire ϕ suivant la relation :

$$\vec{u} = \overrightarrow{\text{grad}}\ \phi \qquad (1)$$

Pour les problèmes indépendants du temps, les équations thermoélastiques s'écrivent alors [46] en absence de source volumique de chaleur :

$$\Delta T = 0 \quad * \qquad (2)$$

$$\Delta\phi = m\ T \qquad (3)$$

** En toute rigueur T désigne l'écart de température par rapport à l'état de référence T_o. Cette notation a été conservée pour ne pas alourdir inutilement les expressions.*

où Δ est l'opérateur Laplacien et où m est défini par :

$$m = \frac{1 + \upsilon_c}{1 - \upsilon_c} a_t$$

expression dans laquelle υ_c est le coefficient de Poisson du matériau étudié et a_t son coefficient de dilatation thermique. Il apparait donc clairement que les variations de température interviennent comme une source de déformations élastiques par l'intermédiaire du coefficient de dilatation. Sans entrer dans le détail des calculs signalons que les équations (2) et (3) peuvent être découplées par dérivation [46]. On obtient alors :

$$\Delta T = 0 \qquad (4)$$

$$\Delta^2 \phi = 0 \qquad (5)$$

Parmi les solutions des équations (4) et (5), seules celles qui vérifient la relation (3) doivent être retenues. La solution définitive est obtenue en écrivant les conditions aux limites. Sur le plan élastique, on doit écrire la continuité de la contrainte radiale sur les surfaces internes et externes du tube. Sur le plan thermique, la température est continue sur ces mêmes surfaces.

II. RESULTATS POUR UN CYLINDRE HOMOGENE

L'application de la méthode précédente permet tous calculs faits [47] d'écrire les variations relatives de rayon externe comme la somme de deux termes, l'un lié uniquement aux variations de pression internes et externes, l'autre ne dépendant que des variations de température :

$$\frac{\Delta R}{R} = \left(\frac{\Delta R}{R}\right)_{el} + \left(\frac{\Delta R}{R}\right)_{th} \qquad (6)$$

avec :

$$\left(\frac{\Delta R}{R}\right)_{el} = \frac{1+\upsilon_c}{E_c}\left\{\frac{2\left(\frac{R_i}{R}\right)^2}{1-\left(\frac{R_i}{R}\right)^2}(1-\upsilon_c)\,\Delta P_i - \frac{\left(\frac{R_i}{R}\right)^2 + 1-2\upsilon_c}{1-\left(\frac{R_i}{R}\right)^2}\,\Delta P_e\right\} \quad (7)$$

et :

$$\left(\frac{\Delta R}{R}\right)_{th} = (1+\upsilon_c)\,a_t\left\{\frac{\Delta T_e - \left(\frac{R_i}{R}\right)^2 \Delta T_i}{1-\left(\frac{R_i}{R}\right)^2} - \frac{\Delta T_i - \Delta T_e}{\mathrm{Log}\left(\frac{R_i}{R}\right)^2}\right\} \quad (8)$$

où E_c désigne le module d'Young du matériau constituant le tube. Ces deux expressions servent de base pour la discussion des sensibilités à la pression et à la température d'une fibre bobinée qui est présentée dans les deux parties suivantes.

4) Extension au cas d'un cylindre stratifié

Une telle extension se justifie car elle permet de donner un ordre de grandeur des effets de bridage dû à la présence de la fibre bobinée. Celle-ci est modélisée par une couche de silice entourant le cylindre (figure 30.a).

Dans le même esprit, l'insertion d'une couche d'un matériau mou représentant le revêtement plastique de la fibre (Silicone, résine époxy ...), permet d'étudier son influence sur la sensibilité du système (Figure 30.b).

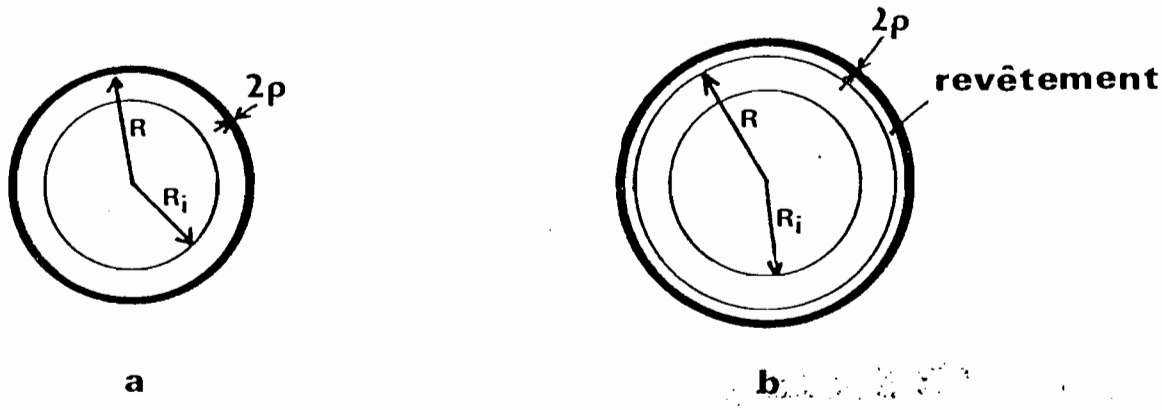


Figure 30 : a) Modélisation du bridage provoqué par la fibre.
b) Modélisation de la gaine plastique de la fibre.

D'un point de vue théorique, la longueur infinie du système et sa symétrie de révolution autour de Oz permettent de ne considérer qu'une dépendance radiale des grandeurs du problème. Il suffit alors de résoudre les équations (2) et (3) dans chaque milieu et de tenir compte des conditions aux limites suivantes :

- continuité de la température et du flux de chaleur à la surface de séparation de deux couches successives ainsi que celle des contraintes et du déplacement.

- continuité de la contrainte et de la température à l'intérieur et à l'extérieur du cylindre.

Ce modèle conduit en général à des solutions numériques à cause de la lourdeur des expressions analytiques. Nous ferons appel à ce modèle dans la suite du développement pour décrire en particulier les effets parasites précèdemment cités de façon quantitative.

C. APPLICATION AUX MESURES DE VARIATIONS DE TEMPERATURE

Le système considéré ici est une bobine de fibre compor-

tant N spires réalisée sur un tube creux de rayon interne R_i et de rayon externe R. Le tube est ouvert à ses extrémités et sa longueur est supposée suffisante pour que la fibre puisse être placée à un endroit où les effets de bord sont négligeables (Figure 31).

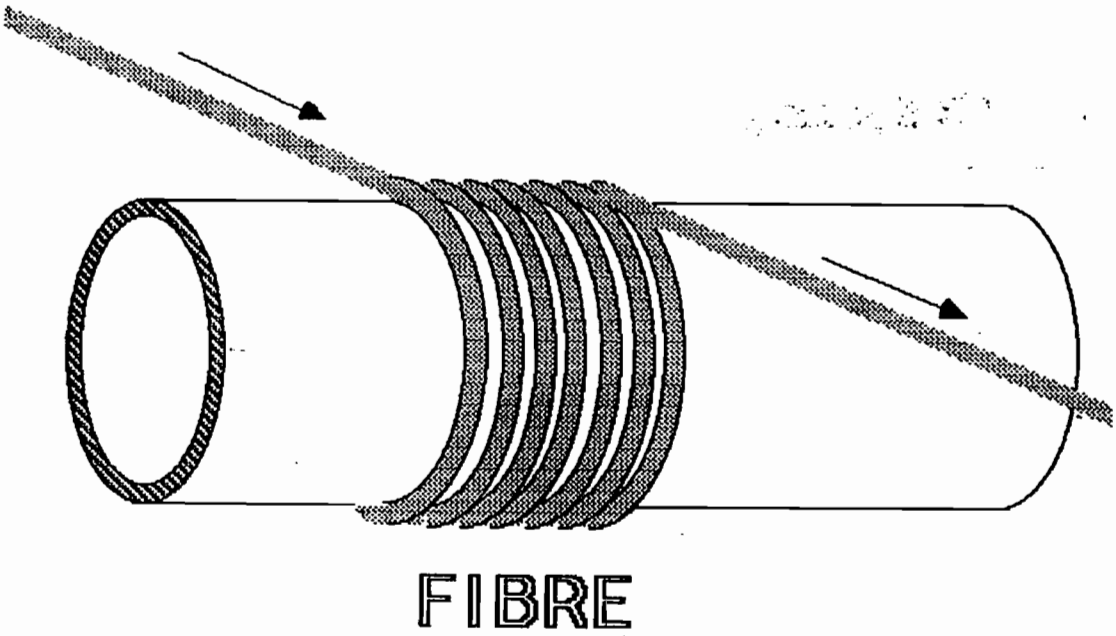


Figure 31 : Bobine de Fibre sur un cylindre creux

I. VARIATIONS DE DEPHASAGE D'UN BOBINAGE EN FONCTION DE LA TEMPERATURE.

Comme il a été démontré dans le chapitre I, les variations de déphasage dépendent directement de celles du rayon de courbure $\frac{\Delta R}{R}$, que nous étudions donc en premier lieu.

1) **Variations de courbure en fonction de la température**

a) cas général

Dans un premier temps, on supposera la pression constante, égale à P_o. Notons que le tube étant ouvert, les variations de pression ne pourrait être de toute façon, qu'uniformes. Ce cas est envisagé plus loin dans ce paragraphe. La pression étant constante, les relations (6), (7) et (8) conduisent à :

$$\left(\frac{\Delta R}{R}\right) = (1+\upsilon_c)\, a_t \left[\Delta T_m + \delta(\Delta T) \left(\frac{1}{2}\, \frac{1 + \left(\frac{R_i}{R}\right)^2}{1 - \left(\frac{R_i}{R}\right)^2} + \frac{1}{\mathrm{Log}\left(\frac{R_i}{R}\right)^2}\right)\right] \quad (9)$$

où :

$$\Delta T_m = \frac{\Delta T_i + \Delta T_e}{2} \quad (10)$$

désigne le changement de température moyen entre l'intérieur et l'extérieur du tube et

$$\delta(\Delta T) = \Delta T_e - \Delta T_i \quad (11)$$

représente l'écart de température entre les deux parois du cylindre.

L'expression (9) peut être simplifiée considérablement dans deux cas courants en pratique : les tubes minces et les variations de température uniformes.

b) Cas des tubes minces

Un tube sera qualifié de mince, si :

$$\frac{R_i}{R} \simeq 1$$

Pour une telle configuration une expression approchée est obtenue en se limitant aux termes du premier ordre en $\left(1 - \left(\frac{R_i}{R}\right)^2\right)$. On obtient :

$$\left(\frac{\Delta R}{R}\right) = (1+\upsilon_c)\ a_t \left[\Delta T_m + \frac{\delta(\Delta T)}{12}\left(1 - \left(\frac{R_i}{R}\right)^2\right)\right] \qquad (12)$$

Cette expression montre que pour les tubes minces, les variations différentielles de température ont une influence réduite par rapport à celle des variations moyennes. L'importance relative de ces deux phénomènes est d'ailleurs indépendante de la nature du matériau et ne dépend que des paramètres géométriques. Enfin, on peut remarquer que pour des variations de température quasi uniformes, les variations relatives de rayon de courbure ne dépendent que faiblement de l'épaisseur du cylindre.

c) Variations de température uniformes

Dans ce cas particulier $\Delta T_i = \Delta T_e = \Delta T$. L'expression (9) se simplifie considérablement et devient :

$$\left(\frac{\Delta R}{R}\right) = (1+\upsilon_c)\ a_t\ \Delta T \qquad (13)$$

Les variations relatives de courbure sont donc dans ce cas strictement indépendantes de l'épaisseur du tube considéré [48]. Cette situation est rencontrée quand les matériaux utilisés ont une forte conductivité thermique comme les métaux par exemple. Certains parmi eux, fortement dilatables, constituent des matériaux adaptés à la réalisation de ces dispositifs pour mesurer des variations de température. Considérons deux exemples qui illustrent des cas extrêmes, le cuivre très dilatable, et l'invar au contraire fai-

blement dilatable.

	υ_c	a_t ($^\circ C^{-1}$)	$\frac{1}{R}\frac{\Delta R}{\Delta T}$ ($^\circ C^{-1}$)
Cuivre	0,30	$1,7\ 10^{-5}$	$2,2\ 10^{-5}$
Invar	0,34	$6,9\ 10^{-7}$	$9,3\ 10^{-7}$

2) Variations de déphasage

Dans le cas de variations de températures, nous avons démontré dans le chapitre I que la contribution des variations d'indice en fonction de la température aux variations de déphasage $\Delta\phi$ est négligeable dans la plupart des cas. Cette hypothèse sera vérifiée dans les montages expérimentaux décrits dans le chapitre IV. Rappelons la relation (I-41) du chapitre I :

$$\Delta\phi = 2\pi\ C_s\ A\ \rho \cdot N\ \frac{\Delta R}{R}$$

où ρ est le rayon de la fibre, N est le nombre de spires C_s et A sont deux constantes dépendant des paramètres photoélastiques de la fibre. On obtient alors à l'aide de l'expression (13) et pour des variations de température homogènes [49] :

$$\frac{\Delta\phi}{\Delta T} = 2\pi\ C_s\ A\ \rho\ N\ (1+\upsilon_c)\ a_t \qquad (14)$$

Par exemple, pour une fibre en silice de diamètre 100 µm et pour la longueur d'onde λ = 633 nm, on obtient :

Pour le cuivre :

$$\frac{\Delta\phi}{N\Delta T} = -\ 37,6\ \text{mrad}\ ^\circ C^{-1}\ tr^{-1}\ \text{ou}\ -\ 2,15^\circ\ ^\circ C^{-1}\ tr^{-1}$$

Pour l'Invar :

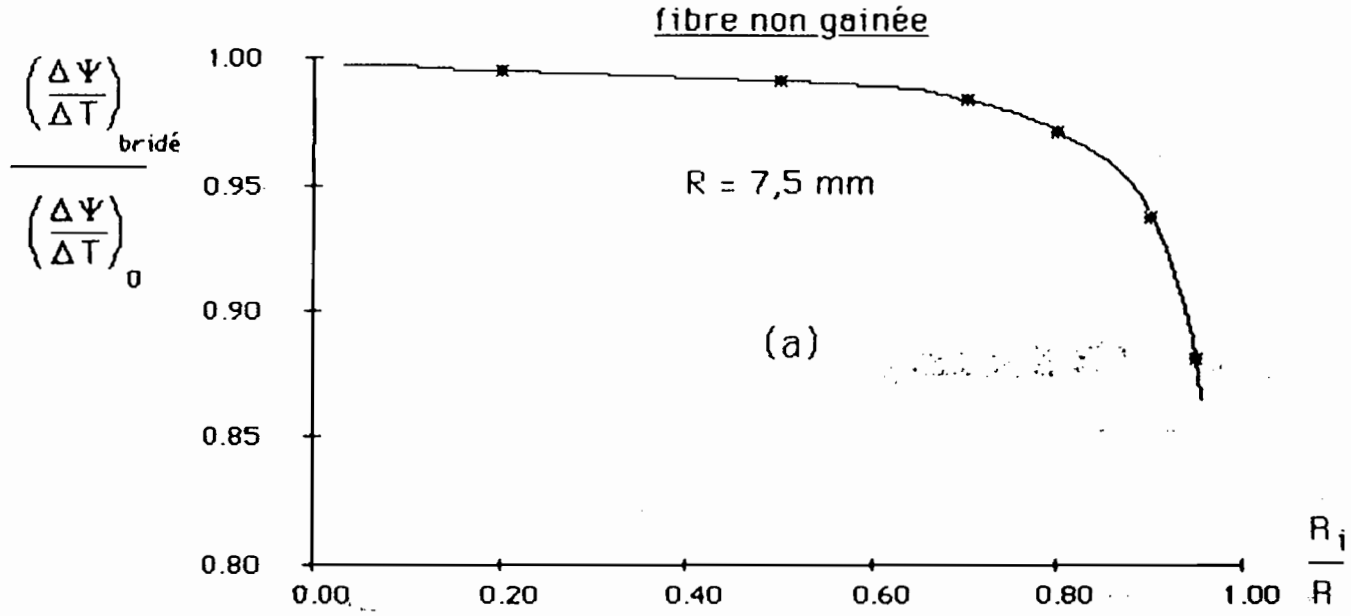
$$\frac{\Delta\phi}{N\Delta T} = -\ 1{,}6 \text{ mrad } {}^{\circ}C^{-1}\ tr^{-1} \text{ ou } -\ 0{,}09^{\circ}\ {}^{\circ}C^{-1}\ tr^{-1}$$

Le cuivre est bien sûr mieux adapté à la mesure de la température. Néanmoins, ces valeurs théoriques sont optimistes car il existe des effets parasites que nous décrivons maintenant.

3) Bridage du tube par la fibre

Les résultats présentés jusqu'ici ont été obtenus à partir des relations (7) et (8) qui résultent d'un calcul dans lequel le cylindre creux est supposé libre de toutes contraintes externes autres que les variations de pression éventuelles. En toute rigueur, cette hypothèse n'est pas très réaliste puisque la fibre bobinée tend à brider le cylindre. La prise en compte de ce phénomène de manière rigoureuse est complexe. La fibre a donc été modélisée par une couche de silice d'épaisseur égale au diamètre de la fibre, déposée sur le cylindre. A titre d'exemple, le cas d'un cylindre de cuivre, matériau que nous avons utilisé a été étudié. $\left(\frac{\Delta\phi}{\Delta T}\right)_{o}$ désigne dans la suite, la sensibilité du tube non bridée obtenue à part de l'expression (14). La figure (32.a) représente le facteur correctif à apporter à cette valeur pour des tubes d'épaisseurs différentes. Les variations de température sont de plus supposées homogènes. Ces résultats ont été obtenus à partir du modèle du cylindre stratifié décrit dans la partie B du présent chapitre. Ils montrent une chute de sensibilité provoquée par le bridage, essentiellement.

Par conséquent, plus le volume chauffé est grand, plus les efforts développés pour s'opposer au bridage du cylindre par la fibre sont importants. La déformation des tubes minces est donc plus affectée que celle des tubes épais par la présence de la fibre. Il faut cependant noter que l'emploi de tubes épais doit augmenter le temps de réponse car la masse à thermaliser est alors plus importante. On retiendra que dans les cas pratiques, l'effet de bridage diminue la sensibilité de l'ordre de 10 %.



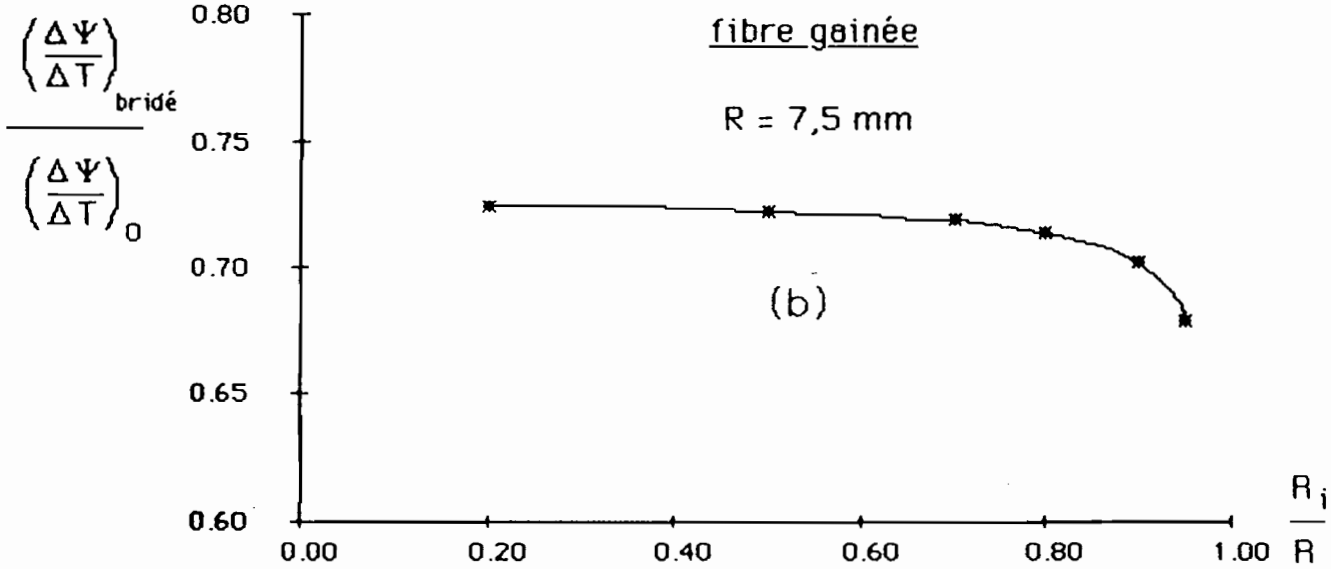
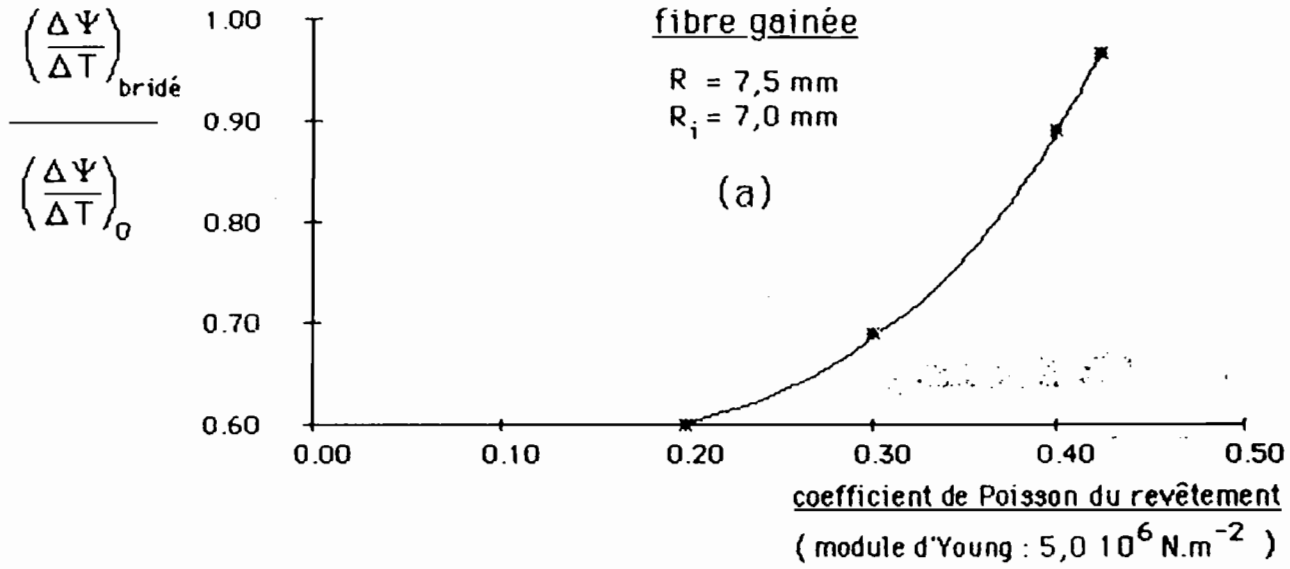
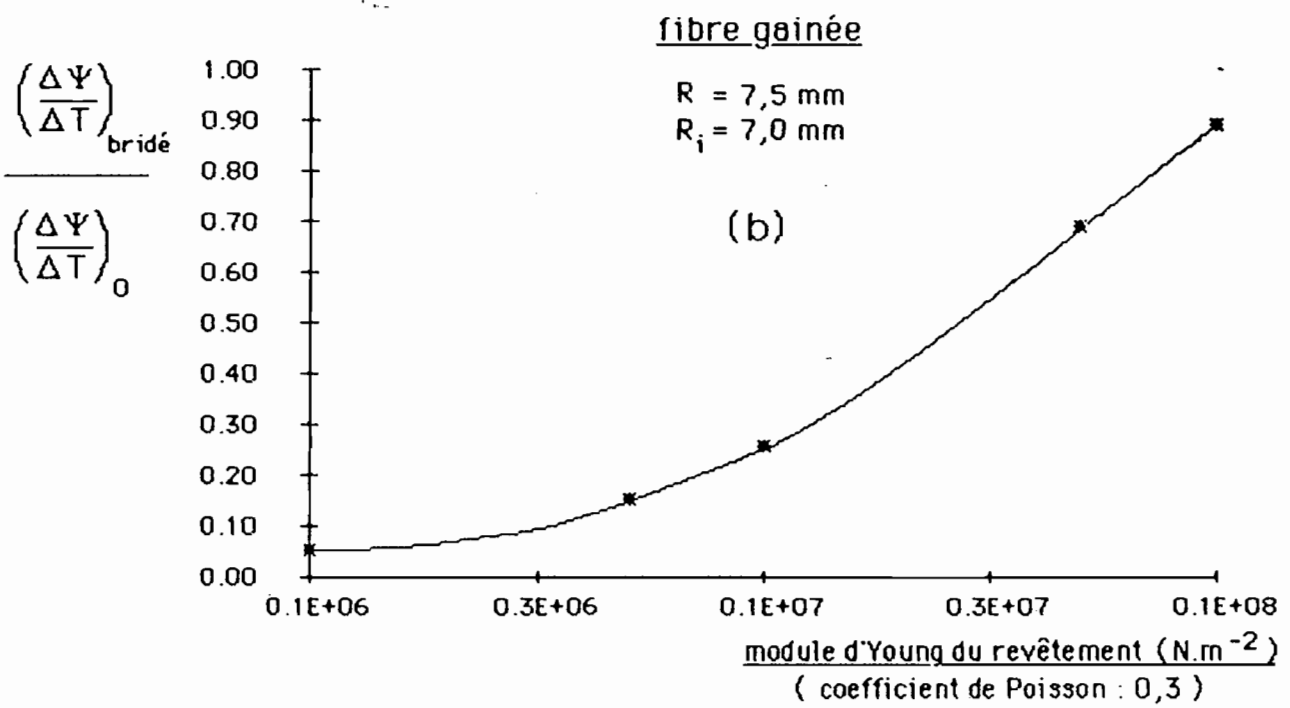


Figure 32 a et b : Effets du bridage du cylindre par la fibre sur la sensibilité thermique

Fibre en silice : diamètre ----------> 100 µm
coefficient de dilatation ----> 4,1 10^{-4} °C^{-1}
module d'Young ----------> 7,0 10^{10} N.m^{-2}
coefficient de Poisson------> 0,17

Revêtement : épaisseur ----------> 50 µm
coefficient de dilatation ----> 7,0 10^{-4} °C^{-1}
module d'Young ----------> 5,0 10^{6} N.m^{-2}
coefficient de Poisson------> 0,3





Figures 33 a et b : Influence des propriétés élastiques du revêtement sur la sensibilité thermique

Fibre en silice : diamètre ----------> 100 µm
coefficient de dilatation ----> 4,1 10^{-4} °C^{-1}
module d'Young ----------> 7,0 10^{10} N.m^{-2}
coefficient de Poisson------> 0,17

Revêtement : épaisseur ----------> 50 µm
coefficient de dilatation ----> 7,0 10^{-4} °C^{-1}

4) Rôle du revêtement de la fibre

La fibre optique est protégée par un revêtement synthétique (silicone, époxy...) de faible dureté. Ce revêtement permet de manipuler la fibre à moindre risque en particulier, lors d'étapes expérimentales telles que bobinage sous tension. En contre partie, les déformations du cylindre ne sont pas intégralement transmises à la fibre. Nous avons, ici encore, modélisé la fibre et son revêtement par des couches cylindriques coaxiales. Les résultats obtenus pour des caractéristiques typiques des revêtements de fibre sont présentés sur la figure 32.b. La chute de sensibilité est de l'ordre de 30 % dans le cas présenté et ne dépend que peu de l'épaisseur du tube. On peut remarquer que, malgré la présence d'effets parasites, la sensibilité thermique du dispositif semble ne dépendre que très faiblement de l'épaisseur du cylindre dans le cas de variations de température uniformes. Du fait de la connaissance imprécise de la nature exacte des matériaux constituant le revêtement et de ses variations d'épaisseur, nous avons étudié la chute de sensibilité du système en fonction des paramètres élastiques du revêtement, c'est-à-dire, le module d'Young et le coefficient de Poisson. Les diamètres interne et externe du tube sont choisis égaux à 14 mm et 15 mm, configuration que nous avons utilisée en pratique. La chute de sensibilité est représentée en fonction du coefficient de Poisson sur la figure 33.a et en fonction du module d'Young sur la figure 33.b.

Il faut signaler que ces résultats constituent des majorants des valeurs que l'on peut attendre en pratique. Ils sont en effet obtenus à partir d'un modèle de couches cylindriques infiniment étendues suivant leur axe. Comme il a été remarqué, cette propriété interdit tout déplacement dans cette direction. En pratique, il existe un espace entre les spires de fibres qui autorise un étalement latéral du revêtement plastique (figure 34).

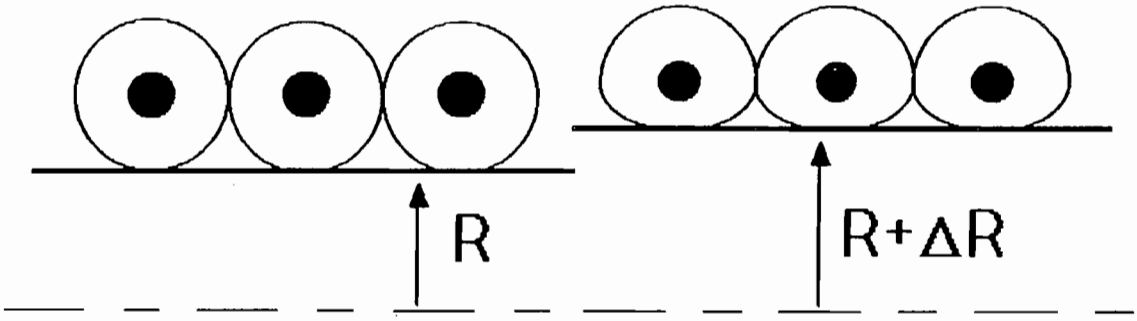


Figure 34 : Déformation du revêtement de la fibre

Les résultats obtenus et la remarque précédente montrent qu'on peut s'attendre à des chutes de sensibilité pouvant atteindre un facteur 5. L'importance du choix du revêtement des fibres a d'ailleurs été déjà souligné dans le domaine des applications aux hydrophones [52].

5) Influence de variations de pression ambiante

Jusqu'à ce point, les variations de pression tant à l'intérieur qu'à l'extérieur du tube ont été négligées. Si de telles variations existent, elles ne peuvent être qu'égales puisque le tube est ouvert à ses extrémités. Celui- ci est donc contraint et la relation (6) montre qu'on doit ajouter aux variations thermiques $\left(\frac{\Delta R}{R}\right)_{Th}$ déjà étudiées une contribution élastique qui, pour $\Delta P_i = \Delta P_e$ se réduit à :

$$\left(\frac{\Delta R}{R}\right)_{él.} = - \frac{1+\upsilon_c}{E_c} \Delta P$$

On peut évaluer cette quantité dans le cas d'un métal tel que le cuivre :

$$\frac{1}{R}\frac{\Delta R}{\Delta P} = - 1,1\ 10^{-11}\ Pa^{-1}$$

Cela signifie qu'une variation de pression d'un atmosphère donne la même variation de courbure relative qu'une varia-

tion de température de 0,05 °C. Cette perturbation reste à priori faible d'autant que les variations de pression ambiante sont très inférieures à 1 atm dans les domaines d'utilisation courants. On retiendra dont que les variations de pression peuvent être négligées lors des mesures de température, à la pression atmosphérique.

II. TEST EXPERIMENTAL

La présentation des résultats expérimentaux dans leur ensemble est faite dans le Chapitre IV. Nous présentons cependant les résultats d'un premier test confirmant une partie des prévisions issues de l'étude menée dans le paragraphe précédent. Une fibre de 100 µm de diamètre a été bobinée sur un cylindre en cuivre de diamètre intérieur de 14 mm et de 0,5 mm d'épaisseur ; le bobinage comporte 34 spires jointives. La mesure de la sensibilité thermique a été réalisée comme suit.

On injecte la lumière issue d'un laser hélium-néon polarisée rectilignement à 45° des lignes neutres du bobinage.

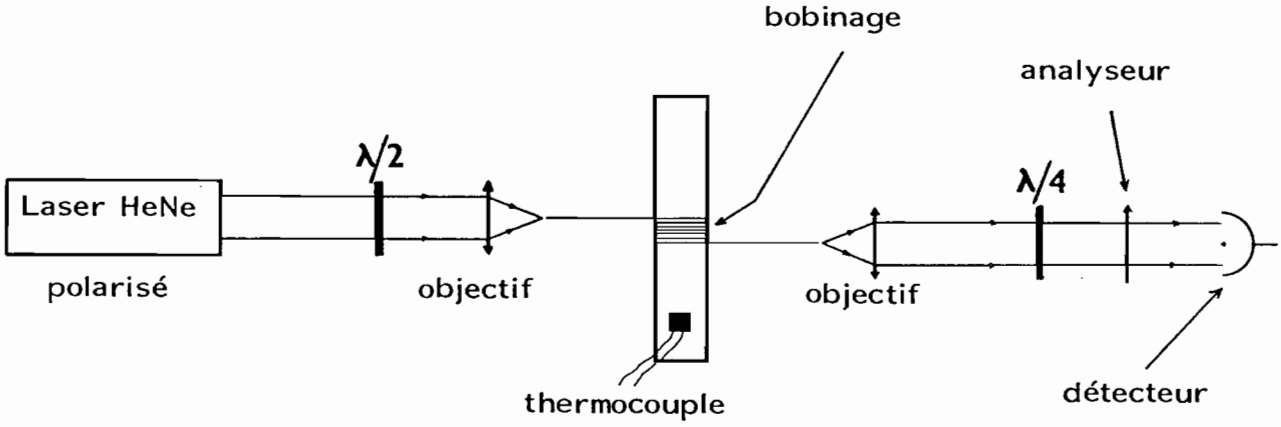


Figure 35 : Schéma du montage

Pour une température initiale d'environ 20°C (cette valeur n'est pas critique), on réalise l'extinction à l'aide d'une lame quart d'onde et d'un analyseur. Le tube est ensuite chauffé à l'aide d'enroulements de fils résistifs. Pour un tel dispositif, l'intensité reçue par le détecteur est de

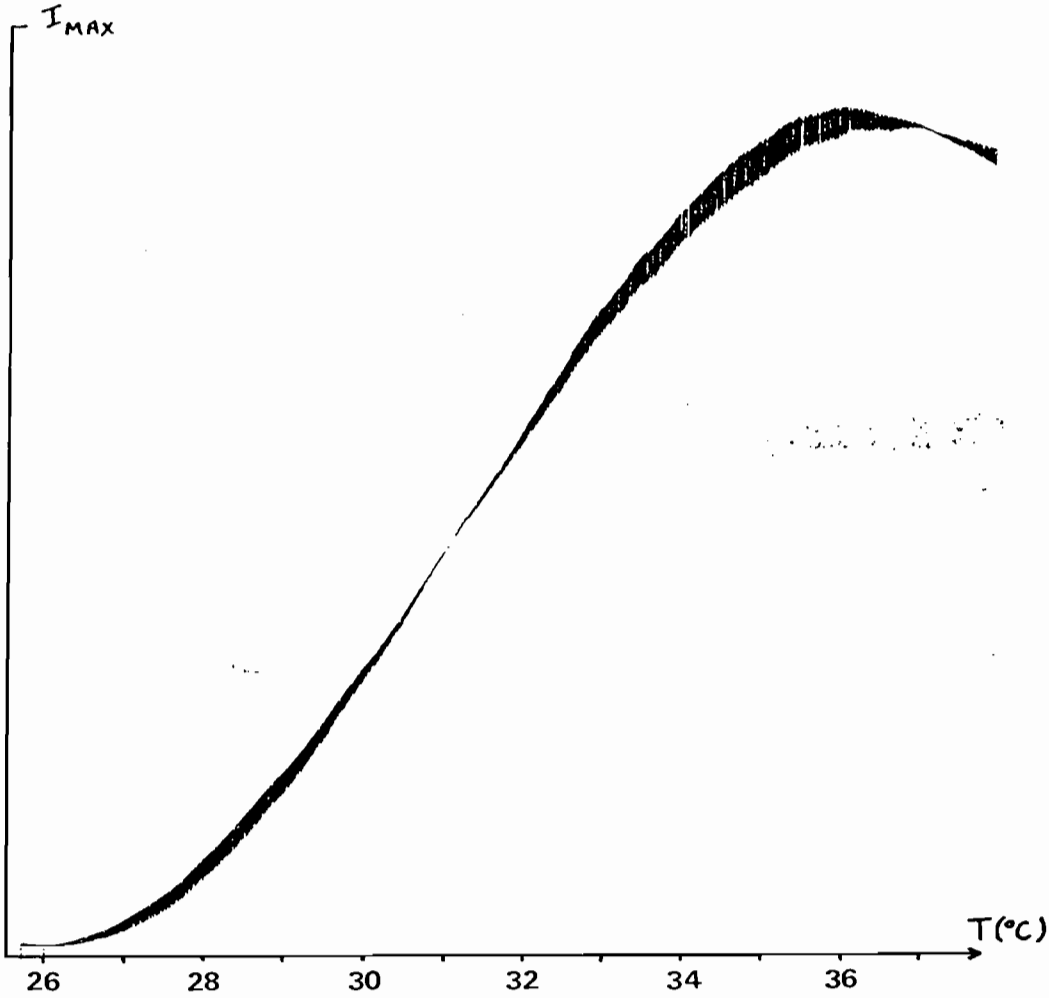


Figure 36.a

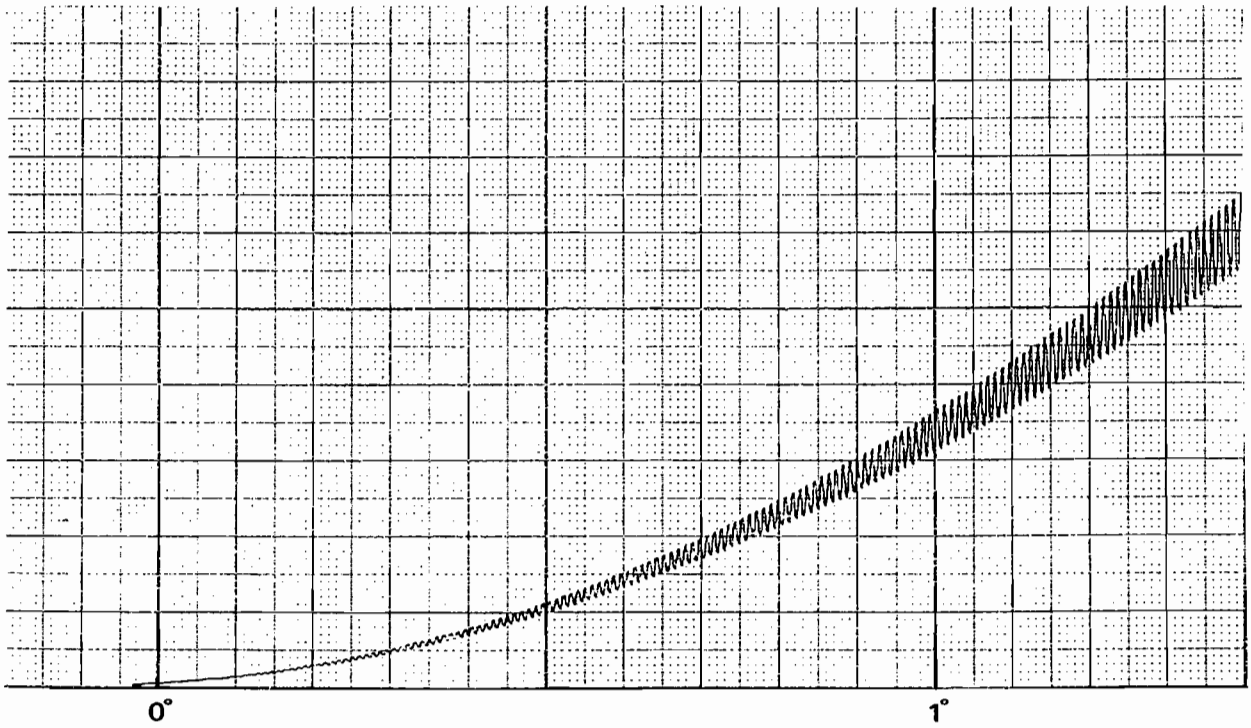


Figure 36.b

la forme (voir chapitre IV).

$$I = I_o \sin^2 \frac{\Delta\phi}{2}$$

où $\Delta\phi$ désigne les variations de déphasage par rapport à la valeur ϕ_o de celui-ci à la température de réglage T_o. La figure 36.a. représente les variations de flux transmis en fonction de la température du système. La forme moyenne de cette courbe peut être décrite par :

$$I = I_o \sin^2 \frac{N.\ S_T\ \Delta T}{2}$$

avec S_T = 8,7 mrad $^\circ C^{-1}$ tr^{-1}. Cela démontre donc la proportionalité de $\Delta\phi$ et ΔT, soit :

$$\frac{\Delta\phi}{N\Delta T} = S_T$$

Cette valeur doit être comparée à 37,6 mrad $^\circ C^{-1}$ tr^{-1}, valeur calculée théoriquement pour un cylindre libre. Le résultat expérimental est 4,3 fois plus faible que la valeur idéale. Cette différence est aisément explicable par la présence d'un revêtement en silicone matériau très mou. Ce facteur n'est donc pas suprenant compte tenu de la discussion du paragraphe II.

On peut remarquer sur ce résultat que le comportement périodique d'un tel système autorise une variation de déphasage de π pour obtenir une mesure de ΔT sans ambiguité. Cette limitation est propre aux systèmes interféromètriques et fera l'objet de développements ultérieurs. Outre la vérification d'un certain nombre d'ordres de grandeur, ce résultat expérimental met en évidence une surmodulation de période beaucoup plus faible qui apparait clairement sur la figure 36.b. Celle-ci représente un agrandissement d'une partie de la figure 36.a. Ces oscillations traduisent le phénomène d'interférences qui existe entre les différentes ondes partiellement réfléchies sur les extrémités de la fibre comme nous le démontrons dans le paragraphe suivant.

III. BIREFRINGENCE ET INTERFERENCES A DEUX ONDES

1) Position du problème

Considérons une fibre bobinée sur un cylindre de rayon R. Les faces de la fibre constituent des dioptres verre-air sur lesquels la lumière se réfléchit partiellement. A notre connaissance, le problème de la réflexion des modes guidés à l'extrémité d'une fibre optique n'est pas totalement résolu même dans le cas des fibres isotropes. Quelques travaux ont cependant été publiés dans le cas des guides plans [50], [51].

Nous ferons les hypothèses suivantes concernant la réflexion. Si les faces de la fibre sont perpendiculaires à son axe, la réflexion d'un mode propre de la fibre ne donne lieu qu'à la propagation de ce même mode en sens inverse. Autrement dit, si on injecte de la lumière polarisée parallèlement à une ligne neutre de la fibre bobinée, l'état de polarisation des ondes réfléchies reste identique à celui de l'onde incidente. Cette hypothèse parait raisonnable au moins dans le cas des fibres faiblement guidantes pour lesquelles on peut faire l'approximation des modes L.P.. Elle trouvera par ailleurs plusieurs justifications expérimentales par les conséquences qu'elle entraine.

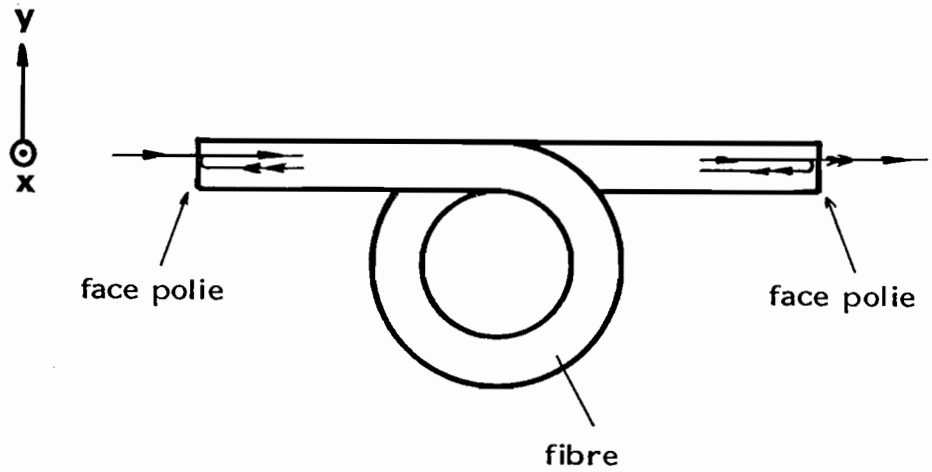


Figure 37 : Interférences à deux ondes dans la fibre

On supposera de plus que le coefficient de réflexion est le même pour les deux polarisations correspondant aux lignes neutres, ce qui se justifie pleinement car l'incidence est normale et les biréfringences induites sont très faibles. Sous ces hypothèses, si on injecte dans la fibre une lumière polarisée parallèlement à Ox (resp. Oy), les ondes transmises et les ondes réfléchies par les extrémités de la fibre sont polarisées parallèlement à Ox (resp. Oy). Les coefficients de réflexion étant faibles, il s'agit d'interférences à deux ondes. En désignant par k_x (resp. k_y) la constante de propagation du mode propre de polarisation parallèle à Ox (resp. Oy), le déphasage qui existe entre les deux ondes transmises d'une part et les deux ondes réfléchies d'autre part est :

$$\phi_x = 2\ k_x\ L \ (\text{resp. } \phi_y = 2\ k_y\ L) \qquad (15)$$

où L désigne la longueur de la fibre. On peut remarquer que le déphasage entre les deux lignes neutres qui a étudié jusqu'ici s'exprime simplement en fonction de ϕ_x et ϕ_y :

$$\psi = \frac{\phi_y - \phi_x}{2} \qquad (16)$$

Dans la suite, nous appellerons ψ le déphasage différentiel pour le distinguer des déphasages entre deux ondes successives. Le phénomène d'interférences à deux ondes peut être alors caractérisé par ψ et, par la valeur moyenne :

$$\phi = \frac{\phi_x + \phi_y}{2} \qquad (17)$$

L'étude de ψ menée dans ce qui précède permet d'accéder, le cas échéant à ϕ_x et ϕ_y simplement à partir de ϕ. Il reste alors à étudier les variations de ϕ et plus particulièrement en fonction de la température.

2) Variations de déphasage ϕ entre deux ondes transmises.

Nous considérerons ici le système comme un bobinage idéal au sens défini antérieurement, c'est-à-dire, comme un

système linéairement biréfringent. L'étude menée au chapitre I montre alors qu'il peut être caractérisé par une matrice diagonale dans le repère x, y de la figure 37 :

$$N_o = j \begin{bmatrix} \kappa_{11} & 0 \\ 0 & \kappa_{22} \end{bmatrix} \qquad (18)$$

Dans ces conditions, où κ_{11} et κ_{22} sont des constantes, les équations couplées (I-4) et l'expression (I-5) du champ électrique montrent que les constantes de propagation des modes propres sont, pour une fibre faiblement guidante :

$$k_x = n_o \; k_o + \kappa_{11}$$

et : (19)

$$k_y = n_o \; k_o + \kappa_{22}$$

Nous définirons alors naturellement les variations d'indices δn_x et δn_y par :

$$\delta n_x = \frac{\kappa_{11}}{k_o} \qquad \text{et} \qquad \delta n_y = \frac{\kappa_{22}}{k_o}$$

de sorte que :

$$\begin{aligned} k_x &= k_o \; (n_o + \delta n_x) \\ k_y &= k_o \; (n_o + \delta n_y) \end{aligned} \qquad (20.a)$$

et :

$$\phi = k_o (2n_o + \delta n_x + \delta n_y) \qquad (20.b)$$

a) Variations d'indice δn_x et δn_y

Dans le calcul de la biréfringence du système, il faut rappeler que seules les contraintes ne conduisant pas à des coefficients diagonaux de la matrice N identiques ont été pris en compte. Cependant, pour calculer δn_x et δn_y séparément, il est nécessaire de considérer toutes les contraintes. Il est utile de les rappeler ici schématiquement :

- contraintes de traction simple (premier ordre en

ρ/R).

- contraintes de courbure simple (premier ordre en ρ/R).
- contraintes latérales (deuxième ordre en ρ/R, conséquence des précédentes et conduisant au phénomène de biréfringence induite).

Les premières contraintes font uniquement apparaitre des coefficients diagonaux égaux $\kappa_{11}^{(1)}$ et $\kappa_{22}^{(1)}$ dont l'expression est donnée dans le paragraphe D.III.1 du premier chapitre, c'est-à-dire :

$$\kappa_{11}^{(1)} = \kappa_{22}^{(1)} = -\frac{k_o\ n_o^3}{2}\ [p_{12} - \upsilon(p_{11} + p_{12})]\ \varepsilon$$

où ε désigne, rappelons le, l'allongement relatif initial de la fibre. Le deuxième système de contraintes, de par ses symétries donne des coefficients de couplage nuls. Il reste alors à examiner le cas des contraintes latérales. En faisant référence à la discussion du paragraphe D.IV.2 du chapitre I, les coefficients de couplage corespondants $\kappa_{11}^{(1)}$ et $\kappa_{22}^{(2)}$ sont calculés en considérant les contraintes constantes égales à leur valeur sur l'axe de la fibre. Les expressions des coefficients κ_{ij} de l'annexe III et celles des contraintes conduisent, à :

$$\kappa_{11}^{(2)} + \kappa_{22}^{(2)} = \frac{k_o\ n_o^3}{2}\ C_1\ \left[\varepsilon\ \frac{\rho}{R} + C_2\ \left(\frac{\rho}{R}\right)^2\right] \qquad (21)$$

où :

$$C_1 = (p_{11} + p_{12})\ (1 + \upsilon)\ (1 - 2\upsilon)$$

et : (22)

$$C_2 = \frac{1}{8}\left(\frac{3 - 2\upsilon}{1 - \upsilon}\right)$$

Dans le cas de la silice, ces constantes valent respectivement 0,30 et 0,40. Les résultats obtenus à propos des superpositions de contraintes au chapitre II permettent d'écrire :

$$\kappa_{11} + \kappa_{22} = \left(\kappa_{11}^{(1)} + \kappa_{11}^{(2)}\right) + \left(\kappa_{22}^{(1)} + \kappa_{22}^{(2)}\right)$$

Compte-tenu de (19), la somme des variations d'indices s'écrit donc :

$$\delta n_x + \delta n_y = -\frac{n_o^3}{2}\left[(p_{12} - \upsilon\,(p_{11} + p_{12}))\,2\varepsilon - \frac{\rho}{R}\,C_1\left(\varepsilon + C_2\,\frac{\rho}{R}\right)\right] \quad (23)$$

Il est maintenant possible de calculer les variations de déphasage moyen ϕ.

b) Variations de déphasage moyen ϕ

Le but de cette section est de calculer les variations de déphasage $\Delta\phi$ lorsque la température varie de ΔT. A partir de l'expression de ϕ (20.b) on obtient :

$$\Delta\phi = k_o L\left[2\,\frac{\partial n_o}{\partial T} + \frac{d}{dT}(\delta n_x + \delta n_y) + (2n_o + \delta n_x + \delta n_y)\,\frac{1}{L}\,\frac{dL}{dT}\right]\Delta T \quad (24)$$

Le premier terme traduit l'effet thermooptique. Le second représente la dépendance thermique des variations d'indices induites par effet photoélastique lors de la courbure. Le dernier terme enfin, représente la contribution de l'allongement de la fibre aux variations de déphasage $\Delta\phi$. Exprimons alors les différents termes. Le second terme se décompose en deux parties :

$$\frac{d}{dT}(\delta n_x + \delta n_y) = \frac{\partial}{\partial T}(\delta n_x + \delta n_y) + \frac{\partial}{\partial R}(\delta n_x + \delta n_y)\,\frac{dR}{dT}$$

En supposant que les coefficients photoélastiques ne varient pas sur les gammes de température explorées, la dépendance explicite en fonction de la température est :

$$\frac{\partial}{\partial T}(\delta n_x + \delta n_y) = \frac{3}{n_o}\,\frac{\partial n_o}{dT}\,(\delta n_x + \delta n_y)$$

Quant aux variations de $\delta n_x + \delta n_y$ en fonction du rayon de courbure, on obtient, en tenant compte du fait que :

$$\frac{\rho}{R} << 1 \qquad \text{et} \qquad \varepsilon << 1$$

$$\frac{\partial}{\partial R}(\delta n_x + \delta n_y) = -\frac{n_o^3}{2}\frac{1}{R}\left[2(p_{12} - \upsilon(p_{11} + p_{12})) - C_1\frac{\rho}{R}\right]$$

Les variations totales de $\delta n_x + \delta n_y$ avec la température deviennent alors :

$$\frac{d}{dT}(\delta n_x + \delta n_y) = -\frac{n_o^3}{2}\left[2(p_{12} - \upsilon(p_{11} + p_{12}))\right.$$

$$\left.\left(\varepsilon\frac{3}{n_o}\frac{\partial n_o}{\partial T} + \frac{1}{R}\frac{dR}{dT}\right) - C_1\frac{\rho}{R}\left(\frac{1}{R}\frac{dR}{dT} + \frac{3}{n_o}\frac{\partial n_o}{\partial T}\left(\varepsilon + C_2\frac{\rho}{R}\right)\right)\right]$$

En tenant compte des valeurs :

$$\frac{\partial n_o}{\partial T} = 1{,}1\ 10^{-5}\ {}^\circ C^{-1} \qquad \text{et} \qquad \frac{1}{R}\frac{dR}{dT} \geqslant 10^{-6} \quad ,$$

qui seront couramment rencontrées, cette expression se réduit à :

$$\frac{d}{dT}(\delta n_x + \delta n_y) = -n_o^3\ (p_{12} - \upsilon\ (p_{11} + p_{12}))\ \frac{1}{R}\frac{dR}{dT} \qquad (25)$$

D'autre part, en négligeant la longueur des extrémités devant la longueur bobinée

$$L = 2\ \pi\ NR$$

ce qui implique :

$$\frac{1}{R}\frac{dR}{dT} = \frac{1}{L}\frac{dL}{dT} \qquad (26)$$

En reportant les expressions (25) et (26) dans (24), en tenant compte de $\delta n_x << n_o$, $\delta n_y << n_o$ et de :

$$\frac{1}{R}\frac{dR}{dT} = (1 + \upsilon_c)a_t$$

obtenue précèdemment, on obtient [49] l'expression de $\Delta\phi$,

c'est à dire :

$$\Delta\phi = 4\pi k_o N.R.\ \Delta T \left\{ \frac{\partial n_o}{\partial T} + \left[n_o - \frac{n_o^3}{2} (p_{12} - \upsilon(p_{11} + p_{12})) \right] (1 + \upsilon_c)\ a_t \right\} \quad (27)$$

On reconnait trois contributions dans $\Delta\phi$. La première est celle de l'effet thermooptique, la seconde proportionnelle à n_o est simplement celle de la variation de longueur de la fibre et enfin la dernière est celle de la variation d'indice qui prend naissance par effet Poisson suite à l'allongement de la fibre. Remarquons que cet effet est utilisé pour fabriquer des modulateurs de phase [52] en enroulant une fibre sur une céramique piézoélectrique cylindrique. Notons enfin que ce résultat est identique à celui que nous avons obtenu dans la référence [49] par une méthode différente en négligeant la géométrie cylindrique de la fibre. Cette forme n'est donc pas critique pour le calcul de $\Delta\phi$ contrairement à celui de $\Delta\psi$.

3) Comparaison des variations de déphasage moyen $\Delta\phi$ et des variations de déphasage différentiel $\Delta\psi$.

Il apparait donc une différence essentielle : pour une longueur d'onde, une fibre et un cylindre donnés, la variation de $\Delta\psi$ ne dépend que du nombre de tours de fibres bobinés alors que $\Delta\phi$ fait intervenir explicitement le rayon de courbure R. Le rapport $\Delta\psi/\Delta\phi$ peut être écrit sous la forme :

$$\frac{\Delta\psi}{\Delta\phi} = K\ \frac{\rho}{R} \quad (29)$$

où K est une constante qui ne dépend que des caractéristiques physiques de la fibre et du matériau constituant le cylindre. A titre d'exemple, pour une fibre de silice et un cylindre de cuivre, le coefficient K vaut théoriquement 0,15. En pratique, il sera différent du fait de l'absorption des déformations par le revêtement de la fibre. Cependant,

compte tenu de $\frac{\rho}{R} \simeq 10^{-2}$, un bon ordre de grandeur est $\Delta\phi \simeq 10^3\ \Delta\psi$. Compte tenu des valeurs de $\Delta\psi$ données précèdemment pour un tube de cuivre de 15 mm, on obtient une variation $\Delta\phi$ égale à 2π, c'est à dire le défilement d'une frange d'interférence pour une variation de température de 0,17°C pour une spire de fibre. En d'autres termes une variation de 1°C provoque le défilement de 6 franges par spires. Le nombre de spires pouvant atteindre plusieurs dizaines, l'utilisation du phénomène d'interférences semble permettre d'atteindre de hautes résolutions. Ces ordres de grandeur compatibles avec nos résultats expérimentaux seront discutés en détail au cours du quatrième chapitre.

Des effets semblables ont été observés indépendamment par S. LACROIX et al. [53] dans le cas des fibres rectilignes. Les sensibilités obtenues sont inférieures car, dans ce cas, on ne profite pas de l'allongement de la fibre dû à la déformation d'un cylindre. Par ailleurs, la sensibilité de tels systèmes peut être accrue en augmentant le pouvoir réflecteur des extrémités de la fibre. Des interféromètres de type Fabry-Pérot ont ainsi été réalisés [54], [55], [56] pour les mesures de température. Dans tous ces dispositifs, le problème majeur est par contre, la très faible dynamique. La détermination des variations de ϕ ne peut en effet se faire sans ambiguité que dans une zone de variation monotone du flux lumineux, c'est à dire, une demi frange. Les variations de déphasage différentiel ψ qui sont plus lentes en fonction de la température, peuvent être déterminées sur une étendue plus grande, typiquement mille fois plus importante. Il nous est donc apparu qu'une possibilité intéressante consiste à utiliser les variations de $\Delta\phi$ pour atteindre une bonne résolution et les variations $\Delta\psi$ pour bénéficier d'une dynamique importante. Cette même idée a été publiée par une équipe anglaise [57] [58]. Il reste cependant un problème à résoudre qui est la mesure simultanée de $\Delta\psi$ d'une part et de $\Delta\phi$ d'autre part. Une solution que nous avons suggérée [49] [59] consiste à utiliser deux sources de longueurs d'onde suffisamment différentes pour être facilement séparées ; l'une des sources doit avoir une longueur de cohérence suffisante pour observer le phénomène d'interférences à deux ondes pour lequel il existe de grandes différences de marche, typiquement 2 nL soit 3 m pour un mètre de fibre. L'autre source doit avoir la cohérence temporelle nécessaire à

l'observation des interférences entre les deux composantes du champ, c'est à dire le phénomène de biréfringence. Les longueurs de battement induites étant de l'ordre de 5 cm, la différence de marche correspond à 20 λ pour un mètre de fibre. Par contre, cette même source doit avoir une longueur de cohérence suffisamment faible pour ne pas autoriser l'observation des interférences à deux ondes. D'après les différences de marche obtenues pour un mètre de fibre, on arrive à une longueur de cohérence inférieure à 3 m. Cette deuxième source doit donc avoir une finesse spectrale supérieure à 20 et inférieure à $2\ 10^{7}$; le choix n'est pas critique puisqu'une source large filtrée à l'aide d'un filtre interférentiel ou une diode électroluminescente satisfont à cette condition.

Signalons enfin que des techniques de codage spectral intéressantes ont été récemment proposées [60]. Le principe consiste schématiquement à employer une source à spectre large dont la longueur de cohérence est inférieure à la différence de marche imposée par le capteur interférométrique envisagé. La lumière qui sort du capteur possède alors un spectre cannelé. Celle-ci est envoyée dans un interféromètre d'analyse dont la différence de marche est balayée de façon parfaitement connue. Le signal transmis par ce dernier interféromètre passe par un maximum au moment où sa différence de marche est égale à celle du capteur. On connait ainsi la variation de différence de marche et son signe.

IV. CONCLUSION SUR LES MESURES DE TEMPERATURE

Ainsi, nous avons démontré au cours de cette partie la possibilité de réaliser des mesures de variation de température en utilisant la biréfringence induite par courbure dans une fibre. Le premier examen d'un résultat expérimental a mis en évidence un phénomène d'interférences à deux ondes dont l'utilisation permet d'atteindre une grande résolution mais une faible dynamique. Enfin, une discussion détaillée des valeurs relatives des différents déphasage a permis de montrer la possibilité d'allier dynamique et résolution en utilisant conjointement les deux phénomènes.

Dans la partie qui suit sont présentées les possibilités de mesure des variations de pression.

D. APPLICATION AUX MESURES DE VARIATIONS DE PRESSION

Le système considéré maintenant est semblable à celui de la partie C, c'est à dire une bobine de fibre de N spires sur un cylindre creux de diamètre interne $2R_i$ et de diamètre externe 2R. Par contre l'intérieur est isolé du milieu ambiant pour autoriser des variations de pression interne P_i.

I. VARIATIONS DE DEPHASAGE DIFFERENTIEL EN FONCTION DE ΔP_i

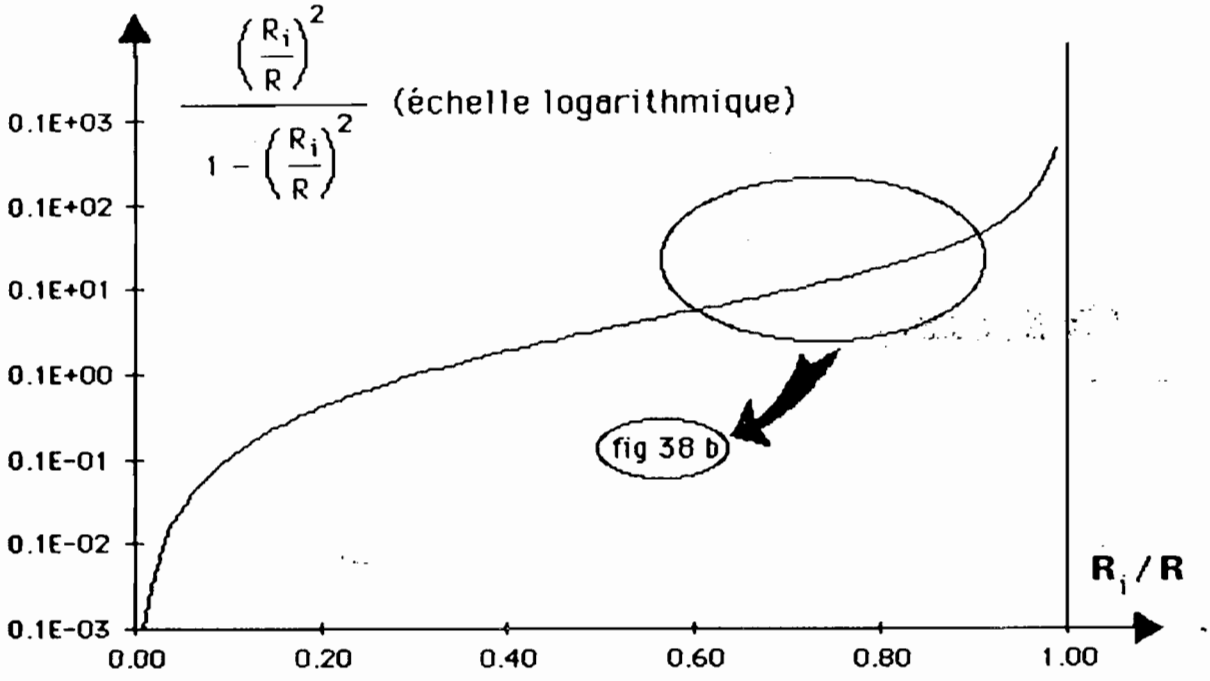
Ses variations sont proportionnelles aux variations relatives de rayon de courbure $\Delta R/R$.

1) Variations de courbure

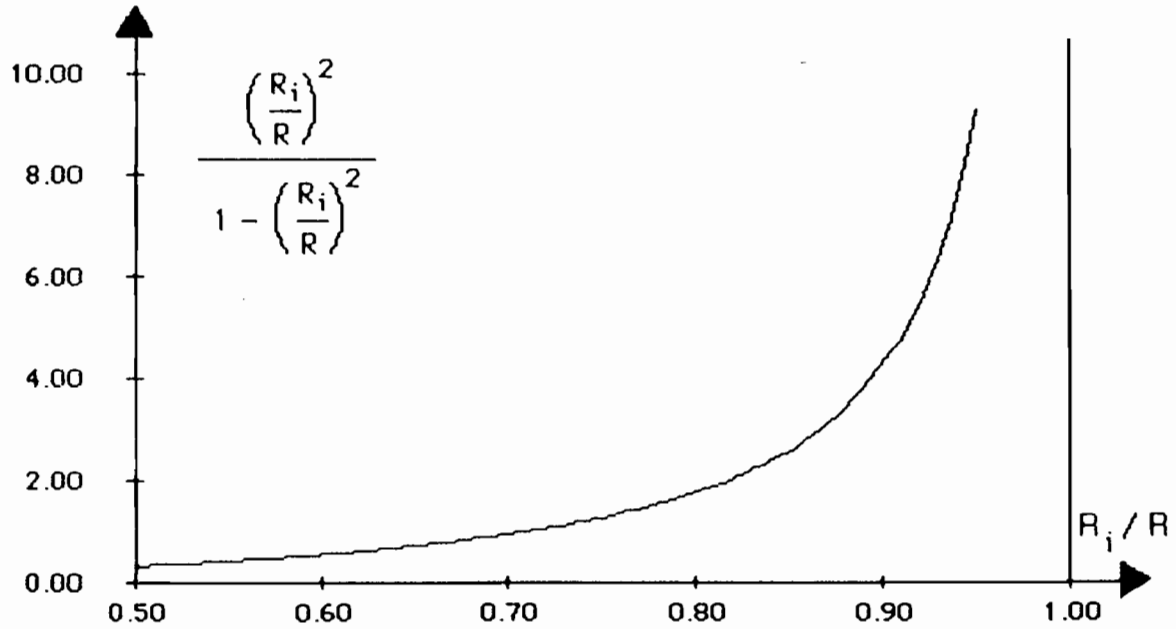
Dans un premier temps, la température du dispositif est supposée parfaitement stable, de sorte que les variations de courbure sont dues à la seule pression interne. Les relations (6) et (7) deviennent :

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{2(1 - \upsilon_c^2)}{E_c} \frac{\left(\frac{R_i}{R}\right)^2}{1 - \left(\frac{R_i}{R}\right)^2} \Delta P_i \qquad (30)$$

Cette relation montre que plus le cylindre est mince, plus il se déforme pour une variation de pression donnée, ce qui constituait d'ailleurs un résultat intuitif. La courbe présentée sur la figure 38 montre que le facteur géométrique qui ne dépend que du rapport R_i/R varie très vite pour des



(a)



(b)

Figure 38 : facteur géométrique dans les variations relatives de courbure

tubes minces.

2) Variations de déphasage différentiel

Dans le cas des variations de pression, aucun problème ne se pose concernant la dépendance directe de l'indice en fonction du paramètre à mesurer. L'expression (I.41) et l'expression de $\Delta R/R$ ci-dessus conduisent à :

$$\Delta\phi = 2\pi\, C_s\, A\, \rho\, N \,.\, \frac{\left(\frac{R_i}{R}\right)^2}{1 - \left(\frac{R_i}{R}\right)^2}\, \frac{2\left(1 - \upsilon_c^2\right)}{E_c}\, \Delta P_i \qquad (31)$$

Cette expression montre que la sensibilité du système dépend fortement de l'épaisseur du tube tout au moins pour les tubes minces. Quelques exemples caractéristiques sont donnés dans le tableau 1 pour une fibre en silice de diamètre 100 µm.

matériau	R_i/R en mm	$(\Delta\phi/N.\Delta P_i)$ en $mrad.bar^{-1}tr^{-1}$	$(\Delta\phi/N.\Delta P_i)$ en $°\ bar^{-1}\ tr^{-1}$
cuivre	10/15	- 2,1	- 0,12
cuivre	14/15	- 17,4	- 1,0
Invar	14/15	- 13,5	- 0,77

Tableau 1 : Exemples de sensibilité à la pression

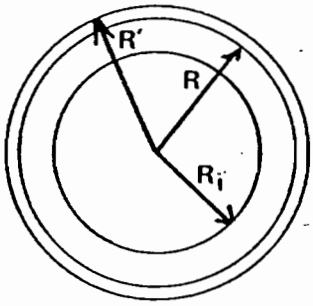
Il apparait sans ambiguïté que, pour une même géométrie, deux matériaux très différents sur le plan thermique comme le cuivre et l'Invar ont des sensibilités à la pression voisines. D'autre part, l'expression (31) montre que pour une fibre et une source données, la sensibilité ne dépend pas des dimensions absolues du dispositif mais seulement du rapport R_i/R et du nombre de spires bobinées. Cette propriété permet d'envisager l'utilisation de tels principes sur des cylindres de diamètres importants, typiquement quel-

ques dizaines de centimètres. Cependant, les sensibilités indiquées dans le Tableau 1 sont idéales ; il faut, comme dans le cas de la température tenir compte du bridage du cylindre par la fibre et de la présence d'un revêtement sur celle-ci.

3) Bridage du cylindre par la fibre

a) fibre nue

La fibre est ici encore modélisée par une couche de silice d'épaisseur 2ρ. Le modèle du cylindre composite est appliqué dans la configuration schématisée sur la figure 39 ci-dessous :



$$R' = R + 2\rho$$

Figure 39 : Modélisation du bridage

Dans ce cas simple, une expression analytique de la sensibilité du cylindre bridé peut être calculée. On obtient [47] :

$$\left(\frac{\Delta\phi}{\Delta P_i}\right)_{bridé} = \left(\frac{\Delta\phi}{\Delta P_i}\right)_0 \cdot \frac{1}{1 + \eta} \qquad (32)$$

avec :

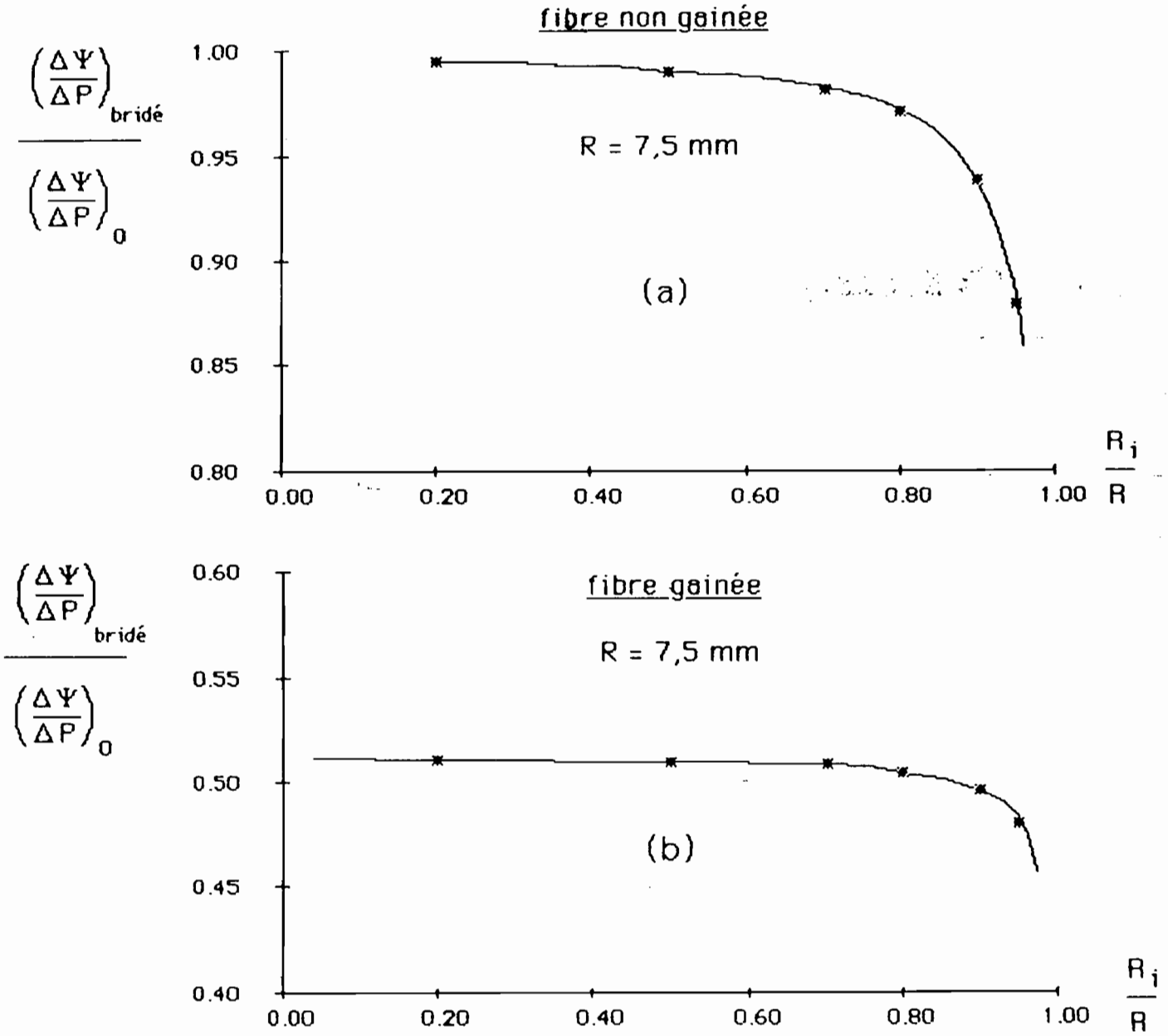


Figure 40 a et b : Effets du bridage du cylindre par la fibre sur la sensibilité à la pression

Fibre en silice : diamètre ----------> 100 µm
coefficient de dilatation ----> $4,1\ 10^{-4}$ °C^{-1}
module d'Young ----------> $7,0\ 10^{10}$ N.m^{-2}
coefficient de Poisson------> 0,17

Revêtement : épaisseur ----------> 50 µm
coefficient de dilatation ----> $7,0\ 10^{-4}$ °C^{-1}
module d'Young ----------> $5,0\ 10^{6}$ N.m^{-2}
coefficient de Poisson------> 0,3

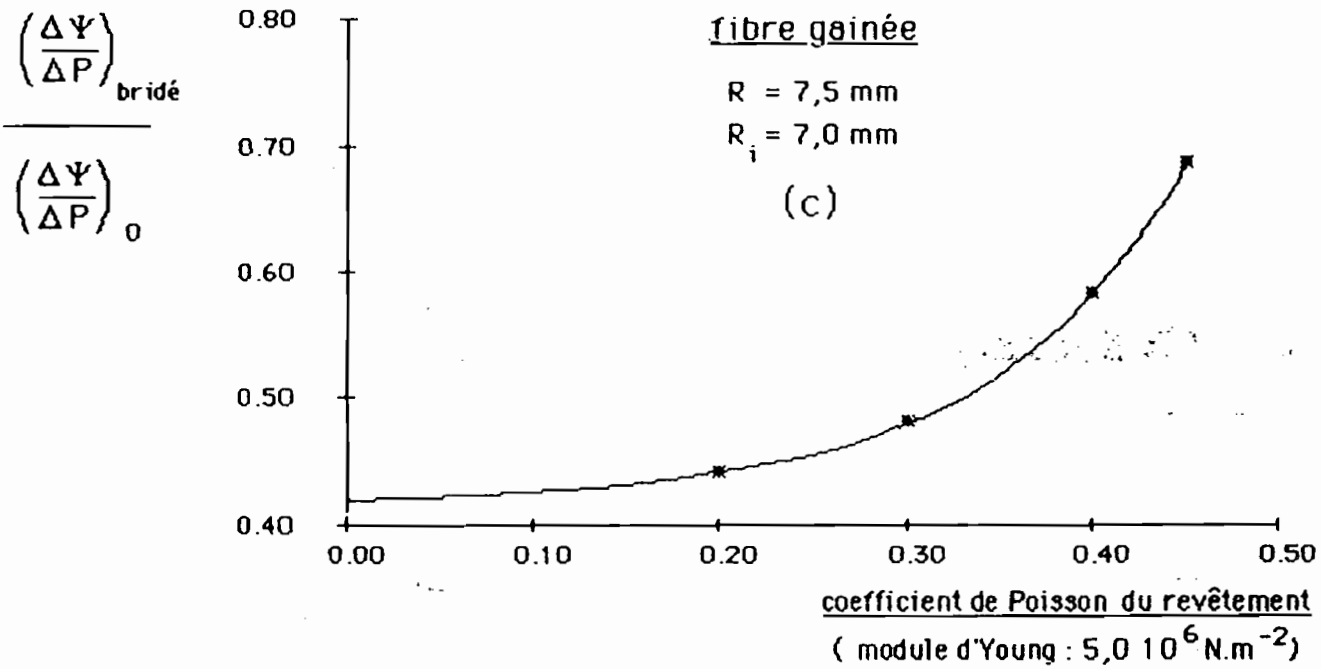
$$\eta = \frac{E_f}{E_c}\,\frac{(1+\upsilon_c)}{(1+\upsilon_f)} \cdot \frac{\left[\left(\frac{R}{R_1}\right)^2 + (1-2\upsilon_c)\right]}{\left[1+(1-2\upsilon_f)\left(\frac{R}{R'}\right)^2\right]}\;\frac{1-\left(\frac{R}{R'}\right)^2}{1-\left(\frac{R_1}{R}\right)^2}$$

Dans cette expression $\left(\frac{\Delta\psi}{\Delta P_1}\right)_0$ désigne la sensibilité du cylindre non bridé donnée par (31). Les indices f et c désignent respectivement la fibre et le cylindre creux. En pratique, du fait de la faible épaisseur de la couche de silice, le terme η est petit devant un et le facteur correctif à la sensibilité est proche de l'unité. Ses valeurs pour quelques épaisseurs de tube sont données sur la figure (40.a). Même pour des tubes très minces ce facteur est supérieur à 0,85. La situation est par contre différente avec une fibre gainée.

b) Fibre avec revêtement

Une étude similaire au cas de la température a été menée en utilisant le modèle du cylindre composite pour lequel des résultats numériques sont présentés sur les figures (40.b) (40.c) et (40.d). La figure (40.b) illustre la chute de sensibilité due au revêtement primaire pour des propriétés typiques de celui-ci en fonction de l'épaisseur du tube. Le facteur correctif varie peu avec l'épaisseur du cylindre et reste dans ce cas voisin de 0,5.

Les figures (40.c) et (40.d) permettent d'estimer l'influence des propriétés élastiques du revêtement sur la perte de sensibilité. On peut remarquer que, si le coefficient de Poisson n'a que peu d'influence, le module d'Young joue un rôle prépondérant puisque le facteur correctif appartient à un domaine s'étendant de 2 % à 50 % pour les revêtements envisagés.



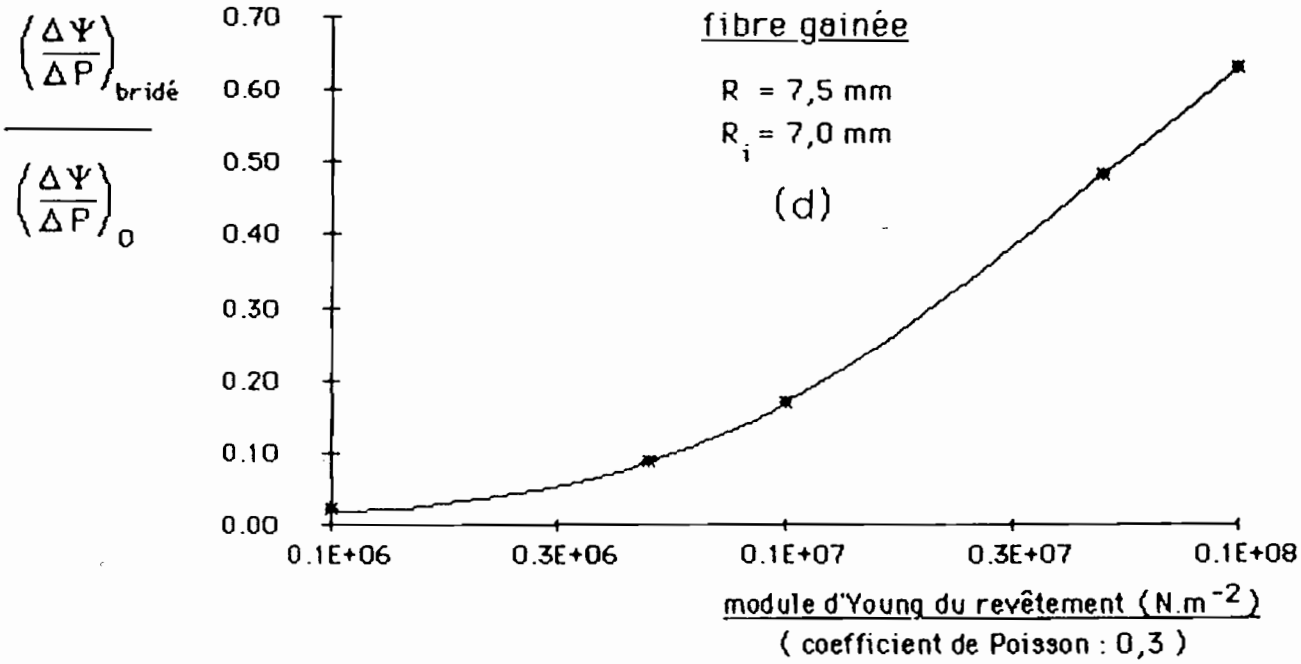


Figure 40 c et d : Influence des propriétés élastiques du revêtement sur la sensibilité à la pression

Fibre en silice : diamètre ----------> 100 µm
coefficient de dilatation ----> 4,1 10^{-4} °C^{-1}
module d'Young ----------> 7,0 10^{10} N.m^{-2}
coefficient de Poisson------> 0,17

Revêtement : épaisseur ----------> 50 µm
coefficient de dilatation ----> 7,0 10^{-4} °C^{-1}

La comparaison de ces résultats avec ceux concernant la sensibilité thermique montrent que l'influence du revêtement est plus importante sur la sensibilité à la pression. Ce résultat peut s'interpréter en remarquant que dans cette situation le revêtement subit un écrasement de façon passive, alors que lorsque la température varie, sa propre dilatation est une source de déformation qui tend à compenser l'écrasement. Enfin, la critique du modèle utilisé, qui a été faite au paragraphe C.I.4. demeure valable : la chute de sensibilité peut être légèrement supérieure à celle prédite par ce calcul. En conclusion, le bridage doit être pris en compte pour l'estimation des sensibilités thermiques (température) et élastique (pression) mais il peut au contraire être négligé pour comparer ces deux sensibilités.

4) Influence des variations de température ambiante

De même que nous avons analysé les conséquences d'une variation de pression ambiante, sur les mesures de température, il faut évaluer les effets thermiques sur les mesures de pression. Cela est fait en considérant un tube non bridé comme nous l'avons justifié précédemment. Il est soumis à une variation de pression interne ΔP_i et à une variation de température uniforme ΔT. La variation de déphasage induit s'écrit dans ce cas d'après (7) et (8) :

$$\Delta\psi = NS_T \ \Delta T + NS_p \ \Delta P_i \qquad (33)$$

avec :

$$S_T = 2\pi \ C_S A \ \rho \ a_t (1 + \upsilon_c) \qquad (34)$$

et :

$$S_p = 2\pi \ C_S \ A \ \rho \ \frac{2\left(1 - \upsilon_c^2\right)}{E_c} \cdot \frac{(R_i/R)^2}{1 - (R_i/R)^2} \qquad (35)$$

En ne mesurant que $\Delta\psi$, il apparait clairement qu'une variation de température peut être interprétée de façon erronée comme une variation de pression. Dans le tableau 2 sont résumées les variations de pression qui conduisent à la

même valeur de $\Delta\phi$ qu'une variation de température de 1°C à pression constante et ce, pour différents matériaux et différentes tailles.

matériau	R_i/R en mm	ΔP_i donnant le même $\Delta\phi$ que ΔT = 1°C
cuivre	14/15	2,2 bars
cuivre	10/15	17,9 bars
Invar	14/15	0,1 bar
Invar	10/15	1,0 bar

Tableau 2 : Influence de la température sur les mesures de pression.

Les valeurs obtenues sont trop contraignantes pour la réalisation de manomètres. Sauf dans le cas de l'Invar, alliage très particulier, ou pour de faibles épaisseurs, l'influence de 1°C se traduit par une erreur supérieure à 1 bar. Cette erreur devient dramatique pour des tubes épais en cuivre. Deux solutions potentielles apparaissent pour remédier à cet inconvénient majeur. La première solution consiste à compenser les effets thermiques et à obtenir un système dont la réponse est indépendante de la température. La seconde solution est la mesure des variations de températures en vue d'une correction des effets thermiques. Nous démontrons la possibilité de réaliser cette mesure simultanée de pression et de température à l'aide du même dispositif dans la dernière partie de ce chapitre. Les méthodes de compensation qui constituent la première solution sont analysées en premier lieu.

II. COMPENSATION DES EFFETS THERMIQUES DANS LES MESURES DE PRESSION

1) Principe général

En examinant à nouveau l'expression (33) du paragraphe précédent, il apparait clairement que la contribution thermique aux variations de déphasage est strictement indépendante des paramètres géométriques du cylindre. La contribution des variations de pression dépend au contraire du rapport des rayons interne et externe du cylindre. La courbe de la figure 38.a montre d'ailleurs que cette dépendance est d'autant plus aigüe que le cylindre est mince.

Considérons alors deux bobinages ayant même nombre de spires N réalisés sur des cylindres d'épaisseurs différentes, c'est-à-dire ayant des rapports $\frac{R_{i1}}{R_1}$ et $\frac{R_{i2}}{R_2}$ différents. Si ces deux cylindres sont soumis à la même variation de pression interne ΔP_i, il apparait des variations de déphasage $\Delta\phi_1$ et $\Delta\phi_2$ respectivement dans le premier et le second bobinage. D'après l'expression (33), la différence entre $\Delta\phi_1$ et $\Delta\phi_2$ s'écrit :

$$\Delta\phi_1 - \Delta\phi_2 = N \cdot S_p \frac{\left(\frac{R_{i1}}{R_1}\right)^2 - \left(\frac{R_{i2}}{R_2}\right)^2}{\left(1 - \left(\frac{R_{i1}}{R_1}\right)^2\right)\left(1 - \left(\frac{R_{i2}}{R_2}\right)^2\right)} \Delta P_i \qquad (34)$$

Cette différence est strictement indépendante des variations de température [49]. Une mesure différentielle entre deux bobinages ayant même nombre de spires conduit donc à une compensation des effets thermiques.

Notons enfin, que si les deux cylindres sont identiques mais soumis des variations de pression internes différentes ΔP_{i1} et ΔP_{i2}, la différence $\Delta\phi_1 - \Delta\phi_2$ s'écrit :

$$\Delta\phi_1 - \Delta\phi_2 = N\ S_p \frac{\left(\frac{R_i}{R}\right)^2}{1 - \left(\frac{R_i}{R}\right)^2} (\Delta P_{i1} - \Delta P_{i2}) \qquad (35)$$

La mesure de cette quantité permet donc d'envisager la mesure de variations de pression différentielle, indépendantes des variations de température éventuelles. Remarquons enfin que toute la validité de ce principe repose sur l'indépendance de la contribution thermique en fonction de l'épaisseur du cylindre. Cela n'est vrai en toute rigueur que pour des variations de température uniformes. Cependant la discussion du paragraphe B.II a montré que pour des tubes minces, l'influence de variations de température différentielles entre l'intérieur et l'extérieur du tube est secondaire. Cette propriété permettra donc de ne pas restreindre le champ d'application de la méthode de façon trop stricte.

Dans le paragraphe suivant, nous abordons les configurations des différents éléments bobinés qui peuvent conduire à la mesure de $\Delta\phi_1 - \Delta\phi_2$.

2) But à atteindre

L'analyse des variations d'état de polarisation de la lumière émergente de chaque bobine permettrait d'atteindre séparément $\Delta\phi_1$ et $\Delta\phi_2$ donc de calculer la différence. Outre le fait qu'une telle méthode double l'incertitude sur la mesure, elle entraine des complications expérimentales. Nous nous sommes donc orientés vers la recherche d'un système qui fournit directement $\Delta\phi_1 - \Delta\phi_2$ à l'issue d'une seule mesure.

Pour celà, il suffit que la composante du champ qui s'est propagée parallèlement à l'axe lent (resp. rapide) de la première bobine parcourt la seconde bobine suivant l'axe rapide (resp. lent). Il est donc nécessaire de réaliser un "échange" entre les lignes neutres lors de la transition d'un bobinage vers l'autre (Figure 41).

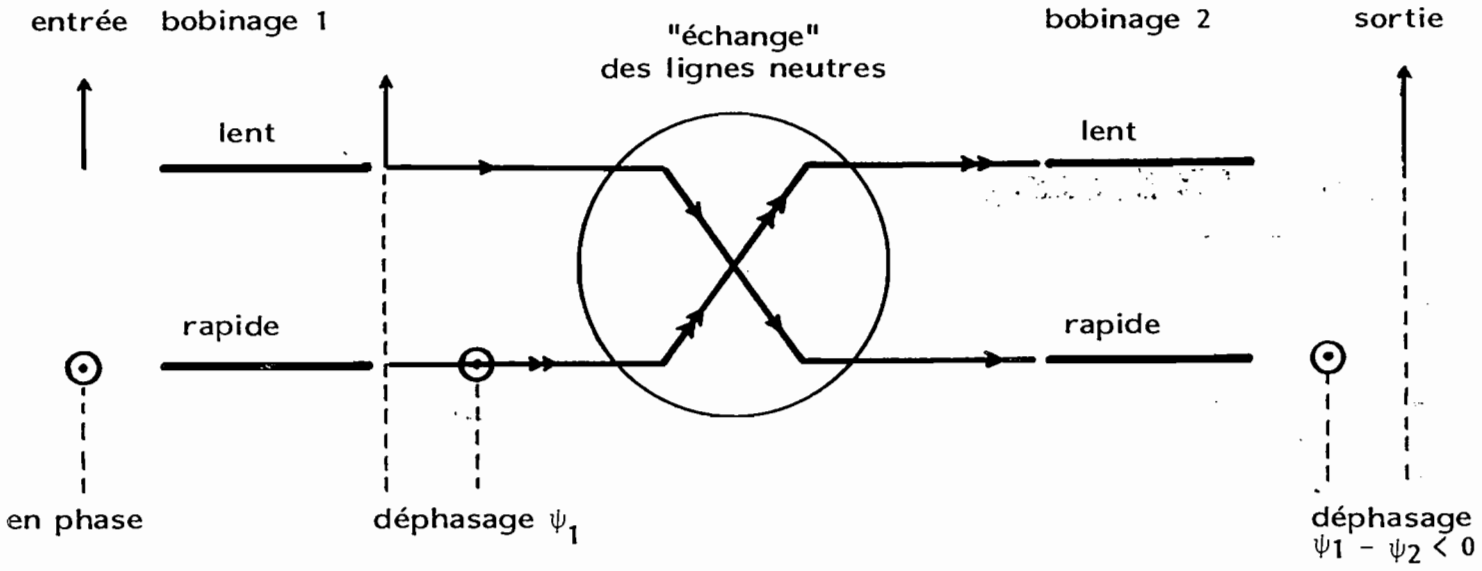


Figure 41 : "Echange" des lignes neutres

Nous avons mis au point deux méthodes qui réalisent cette opération.

3) Utilisation d'un boucle de fibre demi-onde

a) Cas idéal

Les bobinages de fibres seront supposés idéaux au sens défini dans le chapitre II, c'est-à-dire, assimilables à des lames linéairement biréfringentes de déphasage variable. Dans cette première méthode, les deux cylindres ont le même axe. Il s'agit donc d'un seul cylindre dont la moitié a été alésée (Figure 42.a).

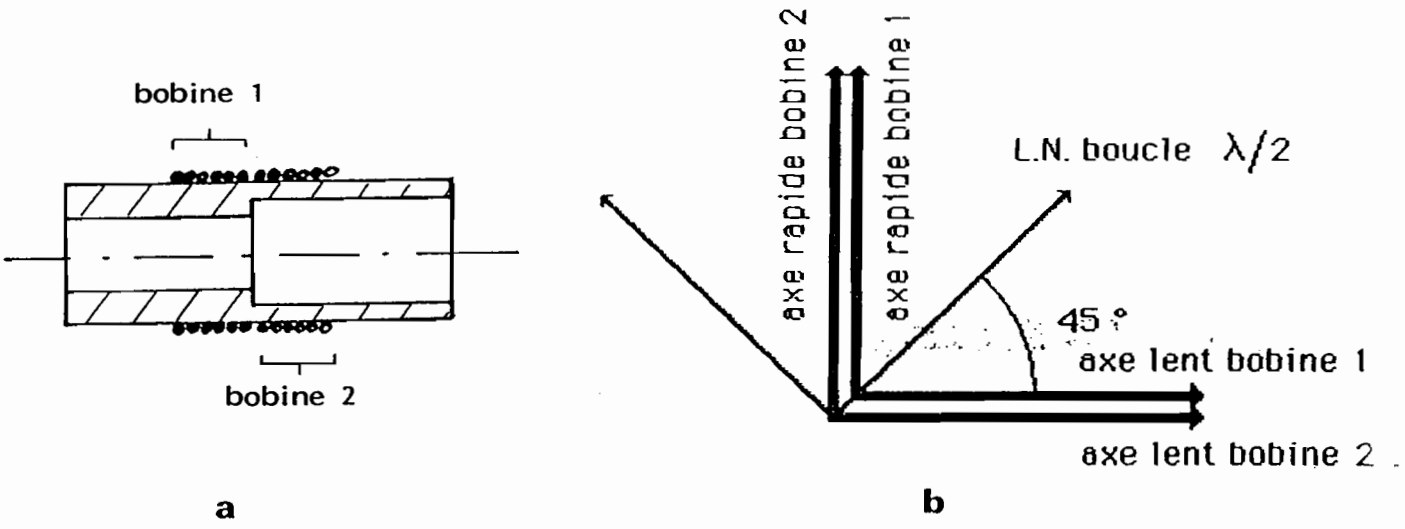


Figure 42 : Compensation thermique sur un seul cylindre

Un même nombre N de spires de fibre est bobinée sur chaque cylindre. Du point de vue optique, ce système est la succession de deux lames linéairement biréfrigentes dont les axes lents et rapides sont respectivement parallèles (Figure 42.b). Il est par ailleurs bien connu qu'une lame demi-onde transforme une vibration rectiligne en une autre vibration rectiligne, symétrique de la première par rapport à ses lignes neutres. Il suffit donc, pour réaliser l'échange souhaité d'insérer une lame demi-onde entre les deux bobinages, ses lignes neutres étant orientées à 45° des directions communes des lignes neutres des bobines de fibre (Figure 42.b). Cette propriété peut être aisément vérifiée à partir de la représentation matricielle de Jones. Choisissons le repère des lignes neutres des bobines comme repère de référence. Les déphasages introduits par les bobines n° 1 et n° 2 sont respectivement :

$$\psi_1 = \psi_{10} + \Delta\psi_1 \qquad \text{et} \qquad \psi_2 = \psi_{20} + \Delta\psi_2$$

l'indice 0 se rapportant à l'état de référence. Les matrices M_1 et M_2 respectivement des bobines 1 et 2 s'écrivent [8] :

$$M_1 = \begin{pmatrix} e^{j\psi_1/2} & 0 \\ 0 & e^{-j\psi_1/2} \end{pmatrix}$$

et :

$$M_2 = \begin{pmatrix} e^{j\psi_2/2} & 0 \\ 0 & e^{-j\psi_2/2} \end{pmatrix}$$

Quant à la matrice d'une lame demi-onde inclinée à 45°, son expression est [8] :

$$M_{\lambda/2} = \begin{pmatrix} 0 & j \\ j & 0 \end{pmatrix}$$

La matrice du système est donc donnée par :

$$M = M_2 \cdot M_{\lambda/2} \cdot M_1$$

On obtient :

$$M = \begin{pmatrix} 0 & j\, e^{-j\frac{(\psi_1-\psi_2)}{2}} \\ j\, e^{j\frac{(\psi_1-\psi_2)}{2}} & 0 \end{pmatrix}$$

Utilisons alors la représentation équivalente du chapitre II. Le système agit comme la succession d'une lame linéairement biréfringente de déphasage R_{eq} dont les lignes neutres sont inclinées d'un angle θ_{eq}, suivie d'un rotateur d'angle α_{eq}. Les expressions (II.5) et celle des coefficients de la matrice ci-dessus conduisent à :

$$\theta_{eq} = 0 \qquad R_{eq} = \pi + \psi_2 - \psi_1 \qquad \alpha_{eq} = \frac{\pi}{2}$$

θ_{eq} et α_{eq} sont des constantes. Lorsque ϕ_2 et ϕ_1 varient, le déphasage équivalent subit des variations données par :

$$\Delta R_{eq} = \Delta\phi_2 - \Delta\phi_1$$

Ce résultat démontre mathématiquement le principe décrit intuitivement au début du paragraphe. Notons que le rotateur de $\frac{\pi}{2}$ n'est pas surprenant. En effet, si on injecte de la lumière parallèlement à l'axe lent du premier bobinage, la lame $\lambda/2$ la "commute" sur l'axe rapide du second bobinage. La vibration émergente est donc rectiligne mais tournée de $\pi/2$ par rapport à la vibration incidente.

Enfin, la courbure d'une fibre induisant une biréfringence linéaire connue, on peut réaliser une boucle de fibre dont le rayon est choisi tel que le déphasage induit soit égal à π [61].

La relation I-31, avec $\varepsilon = 0$, conduit au rayon de la boucle $\lambda/2$, c'est-à-dire :

$$R_{\lambda/2} = C_s \cdot \rho^2$$

Pour une fibre de 50 µm de rayon, le rayon d'une boucle $\lambda/2$ pour $\lambda = 633$ nm est donc $R_{\lambda/2} = 6{,}75$ mm ce qui est tout à fait réalisable expérimentalement.

La configuration définitive sera donc celle de la figure 43. La boucle demi-onde peut être inclinée à 45°. En toute rigueur, son inclinaison provoque une torsion qui induit du pouvoir rotatoire. L'inclinaison sera donc légèrement différente de 45° pour compenser cet effet [62]. On réalise donc ainsi un système effectuant une mesure différentielle de déphasage, sans que la lumière ait à quitter la fibre optique. Notons que dans ce cas, on ne peut pas mesurer de pression différentielle puisque les volumes limités par les deux cylindres sont en contact.

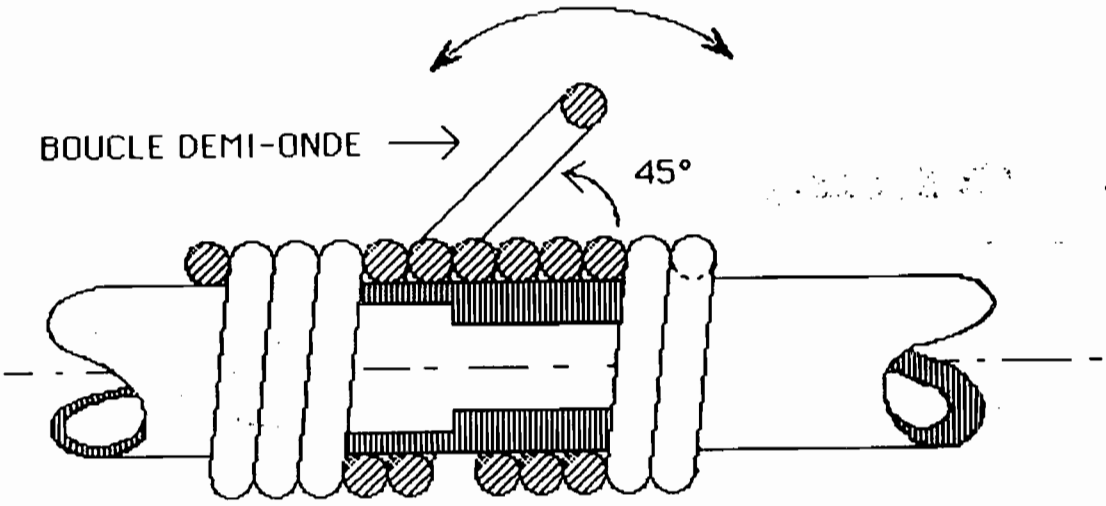


Figure 43 : Méthode utilisant une boucle de fibre λ/2.

b) Cas d'un bobinage réel

D'après l'étude menée au chapitre II, il est apparu que pour diverses raisons, un bobinage de fibre peut ne pas être aussi simple qu'une lame linéairement biréfringente. Il peut cependant être schématisé par un ensemble lame-rotateur ou rotateur-lame. Nous choisirons la seconde représentation pour la deuxième bobine. Le système (bobine 1 + bobine 2) est donc équivalent au système :

(rotateur 1 + lame 1) + (lame 2 + rotateur 2)

qui est schématisé sur la figure 44.

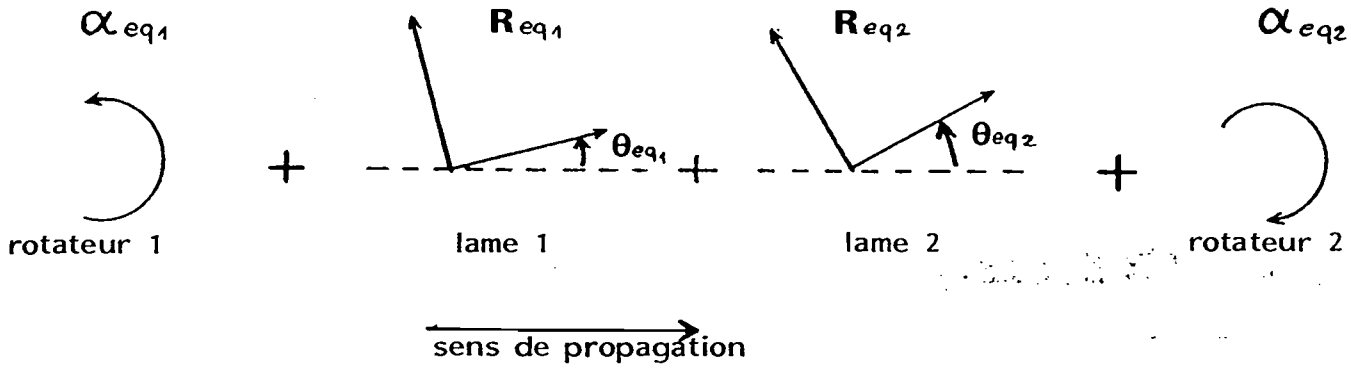


Figure 44 (a) : Schéma équivalent d'une suite de deux bobinages.

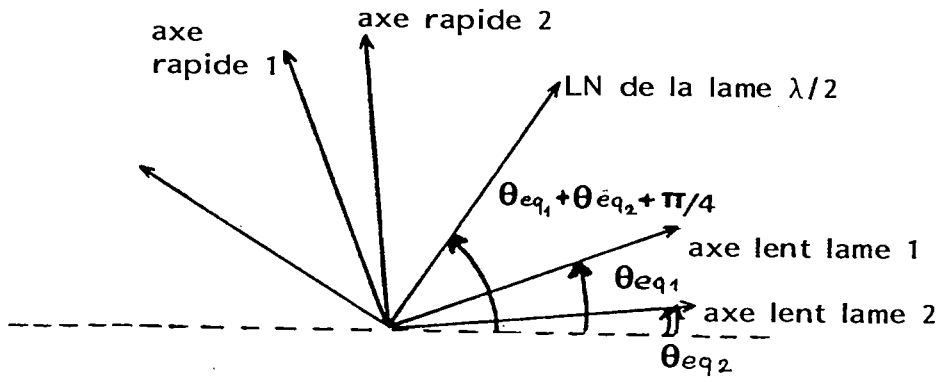


Figure 44 (b) : Disposition de la boucle λ/2 pour des bobinages réels.

On place alors une lame λ/2 dont une des lignes neutres est parallèle à la bissectrice de l'angle formé par l'axe lent 1 et l'axe rapide 2 des lames équivalentes. Ainsi la lame demi onde "commute" ces deux axes et réalise un système dont le déphasage est $R_{1eq} - R_{2eq}$. Dans le chapitre II, nous avons démontré que, sauf dans des cas extrêmes évitables expérimentalement, on peut écrire :

$$\Delta R_{1eq} - \Delta R_{2eq} = \Delta\psi_1 - \Delta\psi_2$$

En toute rigueur, le réglage de la lame $\lambda/2$ n'est valable que pour une valeur de ψ_1 et ψ_2 puisque les paramètres θ_{1eq} et θ_{2eq} dépendent respectivement de ψ_1 et ψ_2. Cependant, dans ce même chapitre, il a été démontré qu'on peut se placer dans de larges domaines où ces angles ne varient presque pas, et sont de plus, très faibles.

En conclusion, il est possible d'étendre le principe de la boucle demi-onde à des systèmes s'écartant légèrement du cas idéal.

4) Utilisation de cylindres perpendiculaires

Considérons deux bobinages de fibre sur des cylindres d'axes perpendiculaires. L'axe lent (respectivement rapide) du premier bobinage se trouve naturellement face à l'axe rapide (resp. lent) du second bobinage (figure 45). Il n'y a alors aucune difficulté à démontrer que le système induit un déphasage $\psi_1 - \psi_2$ en remarquant que tourner une lame de $\pi/2$ revient à changer le signe du déphasage qu'elle induit dans le repère de départ.

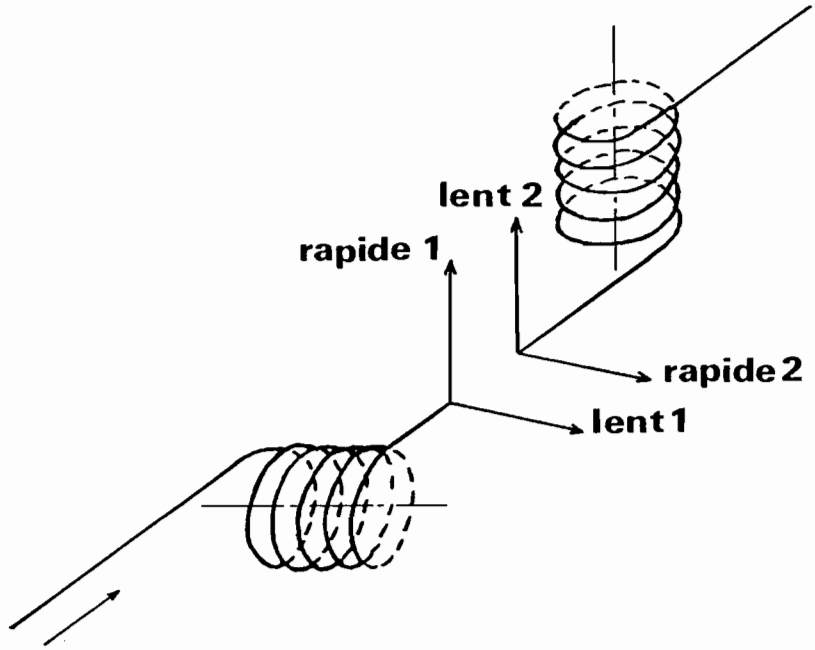


Figure 45 : Bobines à axes orthogonaux

De plus, la fibre ne subit dans ce cas aucune torsion à la transition entre les deux bobines.

Deux configurations peuvent être envisagées ; elles sont illustrées sur la figure 46. Dans le premier cas, un des cylindres traverse l'autre. La pression ne peut être changée que dans l'un des tubes. Le second ne sert que de compensateur thermique (Figure 46.a). Ainsi, aucune chute de sensibilité n'est attendue dans ce système, contrairement au cas de l'utilisation d'une boucle demi-onde.

Dans la seconde configuration, les deux cylindres sont identiques et tangents. Puisqu'ils ne communiquent pas, on peut faire varier la pression indépendamment dans l'un et l'autre. Comme nous l'avons démontré précèdemment, on réalise alors une mesure de variation de pression différentielle $\Delta p_1 - \Delta p_2$ en même temps que la compensation thermique [62]. Le contact thermique est toutefois plus difficile à assurer.

III. CONCLUSION SUR LES MESURES DE VARIATION DE PRESSION

Cette étude sur la sensibilité à la pression des systèmes à fibres bobinées a montré qu'ils sont adaptés à la mesure de variations de pression dont l'ordre de grandeur est très variable suivant l'épaisseur des cylindres utilisés et de la longueur de fibre bobinée. Dans tous les cas, les effets thermiques constituent un facteur limitatif mais leur compensation est possible en réalisant une mesure différentielle entre deux bobinages. Dans la partie suivante nous abordons la seconde solution aux problèmes thermiques, c'est à dire, la mesure simultanée des variations de pression et de température.

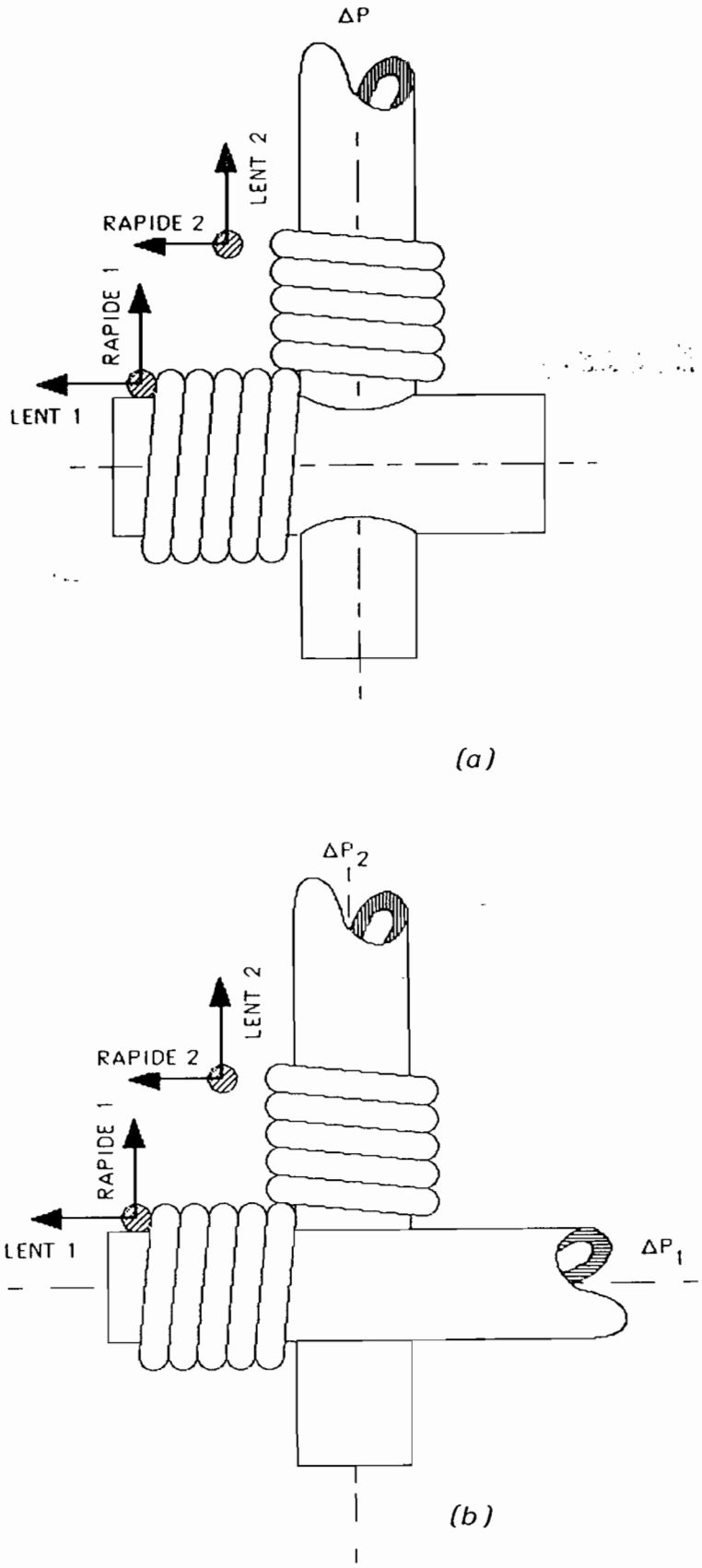


Figure 46 : Compensation thermique avec bobinages à axes perpendiculaires.

E. MESURE SIMULTANEE DE VARIATIONS DE PRESSION ET DE VARIATIONS DE TEMPERATURE

Le système considéré est toujours une fibre optique monomode bobinée sur un cylindre creux.

I. PRINCIPE DE BASE

Lors de l'étude des effets thermiques dans les mesures de variation de pression, nous avons démontré que les variations de déphasage différentiel s'expriment linéairement en fonction des variations de pression et des variations de température, c'est-à-dire :

$$\Delta\phi = m_{11}\ \Delta T + m_{12}\ \Delta P \qquad (36)$$

avec :

$$m_{11} = N\ .\ S_T \quad \text{et} \quad m_{12} = N\ .\ S_p \qquad (37)$$

où S_T et S_p sont donnés par les relations (34) et (35).

En prenant en compte les réflexions partielles sur les faces d'extrémités de la fibre, un phénomène d'interférences à ondes multiples (éventuellement deux) apparaît. Dans ce cas, le développement du paragraphe C.III a montré qu'il est nécessaire de définir séparément le déphasage entre deux ondes successivement transmises (ou réfléchies) pour les deux états propres du système, soit :

$$\phi_x = \frac{4\pi}{\lambda}\ n_x\ L$$

et :

$$\phi_y = \frac{4\pi}{\lambda}\ n_y\ L$$

Nous avons démontré que les variations de déphasage mo-

yen $\phi = \frac{1}{2}(\phi_x + \phi_y)$ sont données par :

$$\Delta\phi = 4\pi\, k_o\, N\, R \left\{ \frac{\partial n_o}{\partial T} \Delta T + \left[n_o - \frac{n_o^3}{2} [p_{12} - \upsilon(p_{11} + p_{12})] \right] \frac{\Delta R}{R} \right\} \quad (38)$$

En tenant compte du fait que $\frac{\Delta R}{R}$ est une combinaison linéaire de ΔT et ΔP (relations (6),(7) et (8)), on peut écrire :

$$\Delta\phi = m_{21}\, \Delta T + m_{22}\, \Delta P$$

avec :

$$m_{22} = 4\pi\, k_o\, N\, R \left\{ n_o - \frac{n_o^3}{2} [p_{12} - \upsilon(p_{11} + p_{12})] \right\} \frac{S_p}{2\pi |C_s|\, A\rho}$$

et :

$$m_{21} = 4.\pi.N.R.k_o \frac{\partial n_o}{\partial T} + m_{22} \cdot \frac{m_{11}}{m_{12}} \quad (40)$$

En mesurant simultanément les deux quantités $\Delta\psi$ et $\Delta\phi$, on dispose donc de deux combinaisons linéaires de ΔP et ΔT qui peuvent être regroupées sous la forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} \Delta\psi \\ \Delta\phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta T \\ \Delta P \end{pmatrix} \quad (41)$$

Il est alors évident que ΔT et ΔP ne peuvent être calculésseulement si la matrice $[m_{ij}]$ n'est pas singulière, c'est à dire :

$$\frac{m_{11}}{m_{12}} \neq \frac{m_{21}}{m_{22}} \quad (42)$$

En examinant les expressions des coefficients m_{ij}, on constate que cette condition ne peut être vérifiée que si la contribution thermooptique à m_{21}, proportionnelle à $\frac{\partial n_o}{\partial T}$, n'est pas négligeable devant les autres. En négligeant dans

un premier temps l'influence du revêtement de la fibre qui tend à diminuer le coefficient S_T, on peut expliciter le rapport de la contribution thermooptique aux autres termes par :

$$\frac{\dfrac{\partial n_o}{\partial T}}{\left\{n_o - \dfrac{n_o^3}{2}\left[p_{12} - \upsilon(p_{11} + p_{12})\right]\right\} a_t \ (1 + \upsilon_c)}$$

Dans le cas d'une fibre en silice, ce rapport vaut 0,43 pour un cylindre en cuivre et 10,8 pour un cylindre en Invar qui constituent deux extrêmes pour la dilatation thermique. Notons enfin qu'une diminution de S_T due à l'effet d'un revêtement jouerait en faveur du terme thermooptique ce qui contribue à la validité de la relation (42). Finalement, ces résultats laissent prévoir que la mesure simultanée de $\Delta\psi$ et $\Delta\phi$ permet de déduire ΔP et ΔT sans ambiguité. Nous décrivons maintenant une méthode qui permet de mesurer simultanément les variations de déphasage différentiel et les variations de déphasage moyen.

II. METHODE DE MESURE

Le bobinage est supposé idéal, c'est à dire, équivalent à une lame linéairement biréfringente. Les extrémités de la fibre, ou encore les faces de la lame équivalente ont un coefficient de réflexion (resp. de transmission) en intensité noté R_o (resp. T_o). Le problème est de mesurer d'une part les variations de ψ et d'autre part les variations de ϕ. Notons que d'après l'étude du paragraphe C.III, les variations $\Delta\psi$ sont dans la plupart des cas très faibles devant les variations $\Delta\phi$. En conséquence, la mesure de $\Delta\phi$ est équivalente à celle de $\Delta\phi_x$ ou de $\Delta\phi_y$.

De façon à trouver une solution à ce problème, nous avons étudié l'intensité transmise à travers un analyseur rectiligne dont la direction fait l'angle χ avec la ligne neutre x, le système étant éclairé par une vibration elliptique quelconque (figure 47).

Figure 47 : Schéma de principe

A l'entrée du système, les amplitudes complexes des composantes du champ électrique sont notées :

$$E_x(0) = a$$

$$E_y(0) = b\, e^{j\varphi_o}$$

où a et b sont réels. En ne faisant aucune hypothèse sur la valeur du coefficient de réflexion R_o, on doit tenir compte de toutes les ondes successivement transmises. On obtient alors sans difficultés les composantes complexes du champ électrique à la sortie du système avant le polariseur :

$$E_x(L) = \tau_x\, E_x(0)$$

et :

$$E_y(L) = \tau_y\, E_y(0)$$

avec :

$$\tau_{x,y} = \frac{T\, e^{j\frac{\phi_{x,y}}{2}}}{1 - R\, e^{j\,\phi_{x,y}}} \qquad (43)$$

où on a posé $R = R_o\, e^{-\alpha_p . L}$ et $T = T_o\, e^{-\alpha_p . L}$, α_p désignant le coefficient d'atténuation de la fibre. La relation (43) montre qu'on dispose de deux interféromètres de Pérot-Fabry dans un seul système. L'intensité transmise par le polariseur s'écrit alors :

$$I(\chi) = |\tau_x|^2\, a^2 \cos^2 \chi + |\tau_y|^2\, b^2 \sin^2 \chi + ab \sin 2\chi\, \mathrm{Re}\left(\tau_x\, \tau_y^*\, e^{-j\varphi_o}\right)$$

Après quelques transformations trigonométriques, cette expression devient :

$$I(\chi) = T_x\, a^2 \cos^2 \chi + T_y\, b^2 \sin^2 \chi + ab \sin 2\chi\, \frac{T_x T_y}{T^2}$$

$$\left[\cos(\psi + \varphi_o) + R^2 \cos(\psi - \varphi_o) - 2R \cos\phi \cos \varphi_o\right] \qquad (44)$$

avec :

$$T_{x,y} = |\tau_{x,y}|^2 = \frac{T^2}{(1 - R^2)} \cdot \frac{1}{1 + m \sin^2 \frac{\phi_{x,y}}{2}} \qquad (45)$$

où on a posé classiquement $m = \dfrac{4R}{(1 - R)^2}$.

On reconnait sur l'expression de T_x (resp T_y) la fonction d'Airy caractérisant la transmission d'un interféromètre de Pérot-Fabry de déphasage ϕ_x (resp. ϕ_y).

Notons que dans le cas des faibles coefficients de réflexion, les coefficients T_x et T_y deviennent :

$$T_{x,y} = T^2\, (1 + 2R \cos \phi_{x,y}) \qquad (46)$$

Plus précisément, la mesure des intensités :

$$I(0) = T_x \; a^2 \tag{47}$$

et :

$$I\left(\frac{\pi}{2}\right) = T_y \; b^2 \tag{48}$$

conduit aux variations de ϕ_x et de ϕ_y, donc à $\Delta\phi$. Dans le cas de la différence $\phi_x - \phi_y$, le problème est différent. Nous avons en effet démontré dans le paragraphe C.III que $\Delta\psi \ll \Delta\phi$, ce qui implique que $\Delta\psi$ risque d'être inférieur à la précision avec laquelle $\Delta\phi_x$ et $\Delta\phi_y$ sont mesurés. Il est donc préférable de faire interférer les vibrations x et y de façon à détecter une quantité qui ne dépend que de ψ. Dans ce but, on supposera que les axes de la vibration elliptique incidente sont confondus avec les lignes neutres, c'est à dire :

$$\varphi_o = \pm \frac{\pi}{2}$$

La relation (44) montre que :

$$I\left(\frac{\pi}{4}\right) - I\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \mp 2 \; ab \; \frac{T_x T_y}{T^2} \; (1 - R^2) \sin \psi \tag{47}$$

Dans la suite, on désignera par I_1, I_2, I_3, I_4 les intensités correspondant respectivement aux angles $\frac{\pi}{4}$, $\frac{3\pi}{4}$, 0, et $\frac{\pi}{2}$. Les expressions (45), (46) et (47) permettent d'écrire :

$$\frac{I_1 - I_2}{I_3 \; I_4} = \mp \frac{2}{ab} \; \frac{(1 - R^2)}{T^2} \sin \psi \tag{48}$$

La quantité ci-dessus ne dépend de ϕ_x et ϕ_y que par l'intermédiaire de ψ. Sa mesure permet donc de déterminer $\Delta\psi$. En résumé, la mesure des quatre intensités transmises par des polariseurs orientés à 0, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{2}$ et $3\frac{\pi}{4}$ permet de déterminer simultanément $\Delta\phi$ et $\Delta\psi$. Une réalisation expérimentale d'un tel dispositif est décrite dans le chapitre IV.

Nous venons donc de démontrer théoriquement que l'uti-

lisation d'un bobinage de fibre permet de mesurer simultanément les variations de pression et de température en exploitant à la fois la biréfringence du système et le phénomène d'interférence entre les ondes réfléchies sur les extrémités. Il faut souligner que des dispositifs basés sur la même idée ont été récemment proposés [64] [65] pour des mesures de déformation et des mesures de température. Comme nous le verrons, les techniques utilisées sont différentes puisque les mesures de $\Delta\phi_x$ et $\Delta\phi_y$ sont faites séparément pour atteindre $\Delta\phi$.

F. CONCLUSION DU CHAPITRE III

L'étude menée dans ce chapitre a montré que l'utilisation de fibres bobinées sur des cylindres creux permet de réaliser des mesures de variation de température avec des sensibilités de l'ordre de quelques milliradians par degrés et par tour de fibre bobinée. La pression ambiante a alors une influence négligeable sur les mesures. Au phénomène de biréfringence viennent s'ajouter les interférences entre les ondes réfléchies sur les extrémités de la fibre ; l'utilisation des deux phénomènes permet d'attendre une haute résolution sur une dynamique importante, typiquement 1000 points.

Les mesures de variation de pression s'avèrent possibles à l'aide de ces dispositifs avec des sensibilités qui dépendent fortement des caractéristiques géométriques du cylindre utilisé. Dans ce cas, les effets thermiques sont un handicap certain et doivent être compensés. La possibilité d'une telle opération a été démontrée en étudiant des configurations à deux bobinages fournissant une mesure différentielle. Enfin, une étude fine des phénomènes d'interférences à ondes multiples dans un milieu biréfiringent a permis d'établir le principe d'une mesure simultanée de variations de pression et de variations de température. Dans le prochain chapitre, nous décrivons les réalisations expérimentales de ces différents principes.

CHAPITRE IV

REALISATIONS EXPERIMENTALES

Ce dernier chapitre est consacré à la présentation des réalisations expérimentales qui s'appuient sur les principes établis précèdemment et, à l'analyse des résultats obtenus.

Nous décrivons tout d'abord, en toute généralité, la technique utilisée pour bobiner les fibres ainsi que les méthodes de mesure utilisées pour tous les montages à l'exception de ceux décrits dans la dernière partie. Les deuxième et troisième sections sont respectivement consacrées aux mesures de température et aux mesures de pression. On décrit plus particulièrement les montages qui permettent une compensation thermique.

Nous terminerons ce chapitre par la démonstration expérimentale de la possibilité de mesurer simultanément les variations de température et les variations de pression.

A. REALISATION DES BOBINAGES ET METHODES DE MESURE

I. REALISATION DES BOBINES DE FIBRE

1) Fibres utilisées

Au cours des expériences décrites, nous avons utilisé des fibres "spun", à faible biréfringence intrinsèque, fabriquées par York Technology. Leurs propriétés ont été largement décrites dans le chapitre II. Les caractéristiques géométriques des échantillons issus de différentes fabrications varient légèrement et les revêtements de protection sont de natures différentes. Ces caractéristiques sont rassemblées dans le tableau 1.

Le numéro attribué à la fibre permet de lui faire référence dans la suite du développement.

n° de la fibre	diamètre de la gaine optique (μm)	nature du revêtement
1	116	silicone
2	104	silicone
3	106	résine époxy
4	125	résine époxy

Tableau 1 : Diamètre et revêtement des fibres utilisées.

Le pas de torsion des axes locaux de ces fibres spun n'est pas précisé par le fabricant mais l'observation visuelle permet de l'estimer à 5 cm.

2) Bobinage

Le support cylindrique sur lequel on souhaite enrouler la fibre est disposé horizontalement. La fibre y est alors fixée sur quelques millimètres avec une colle à prise rapide. A l'autre extrémité de la fibre, on fixe une masse m qui provoque un allongement initial ε. Enfin, le bobinage est obtenu en faisant tourner le cylindre, tout en veillant à ne pas provoquer de torsion autre que celle due à la structure hélicoïdale. De plus, pour obtenir un système qui présente un faible pouvoir rotatoire résiduel, il est nécessaire de réaliser des spires jointives comme l'étude détaillée du chapitre II l'a démontré.

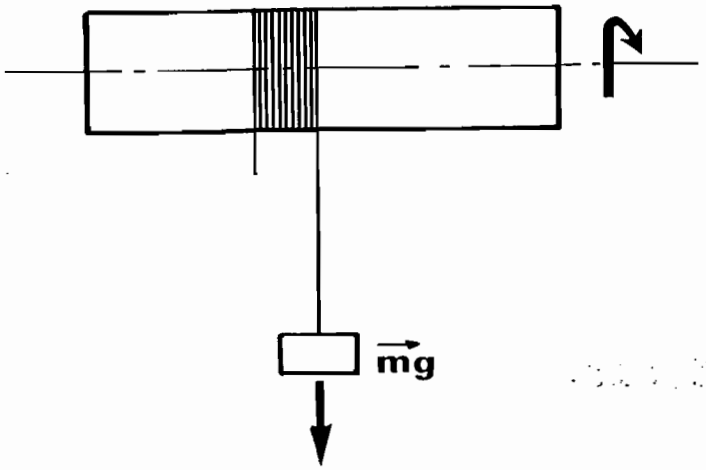


Figure 48 : Bobinage de la fibre

3) Longueur de battement induite

La masse m induit un allongement relatif ε qui, en supposant la rigidité de la fibre essentiellement due à la silice, s'écrit :

$$\varepsilon = \frac{m\ g}{E.S.}$$

où E est le module d'Young de la fibre, S sa section et g l'accélération de la pensanteur. On obtient numériquement :

$$\varepsilon = 4,5\ 10^{-2}\ \frac{m_{(g)}}{\rho^2_{(\mu m)}}$$

Dans les montages réalisés, les masses utilisées étaient comprises entre 40 g et 76 g. Compte-tenu des valeurs du tableau 1, on obtient pour ε :

$$1,0\ 10^{-4} \leqslant \varepsilon \leqslant 2,8\ 10^{-4}$$

L'expression (I.44) permet d'exprimer la longueur de battement induite :

$$l_{B(cm)} = 4,6\ 10^2\ R^2_{(mm)}\ \frac{\rho_{(\mu m)}}{\rho^3_{(\mu m)} + 1,78\ 10^2\ m_{(g)} R_{(mm)}}$$

On peut remarquer que pour une masse m donnée, la longueur de battement est maximum pour :

$$\rho_{(\mu m)} = 5,63\ (m_{(g)}\ R_{(mm)})^{1/3}$$

Pour les valeurs de m et de ρ utilisées et pour R = 7,5 mm, valeur commune à beaucoup de nos réalisations, on obtient :

$$4,7\ cm < l_B < 7,0\ cm$$

De cette façon, la longueur de battement induite est différente du demi-pas de l'hélice, situation dans laquelle les propriétés anisotropes du bobinage s'écartent de celles d'un élément linéairement biréfringent, comme l'étude du chapitre II l'a montré.

II. METHODES D'ETUDE

Les montages décrits au cours des parties B et C qui suivent, ont pour but, d'étudier les variations du déphasage différentiel ψ du bobinage en fonction du rayon de courbure du support cylindrique qui varie soit à la suite d'un échauffement soit à cause d'une surpression interne.

Rappelons qu'en toute généralité, le bobinage peut être représenté suivant le schéma équivalent d'une lame biréfringente, de déphasage R_{eq} et dont les lignes neutres font un angle θ_{eq} avec l'axe du cylindre, suivie d'un rotateur d'angle α_{eq}. Dans le chapitre II, ces trois paramètres équivalents ont été étudiés pour plusieurs configurations de bobinages. Sauf dans des cas extrêmes, les variatons ΔR_{eq} du déphasage de la lame équivalente sont égales à celles de $\Delta\psi$. La mesure de ΔR_{eq} en fonction de la température ou de la pression nous renseignera donc dans la plupart des cas sur la sensibilité du système.

1) Mesure des paramètres équivalents

La source utilisée est un laser He-Ne polarisé rectilignement. Une lame demi-onde permet d'orienter la direction de polarisation de la lumière qui est injectée dans la fibre à l'aide d'un objectif de microscope. A la sortie de la fibre, la lumière est colimatée et traverse un analyseur avant d'atteindre un détecteur photoélectrique. Dans la suite, on désignera ce montage par le numéro 1.

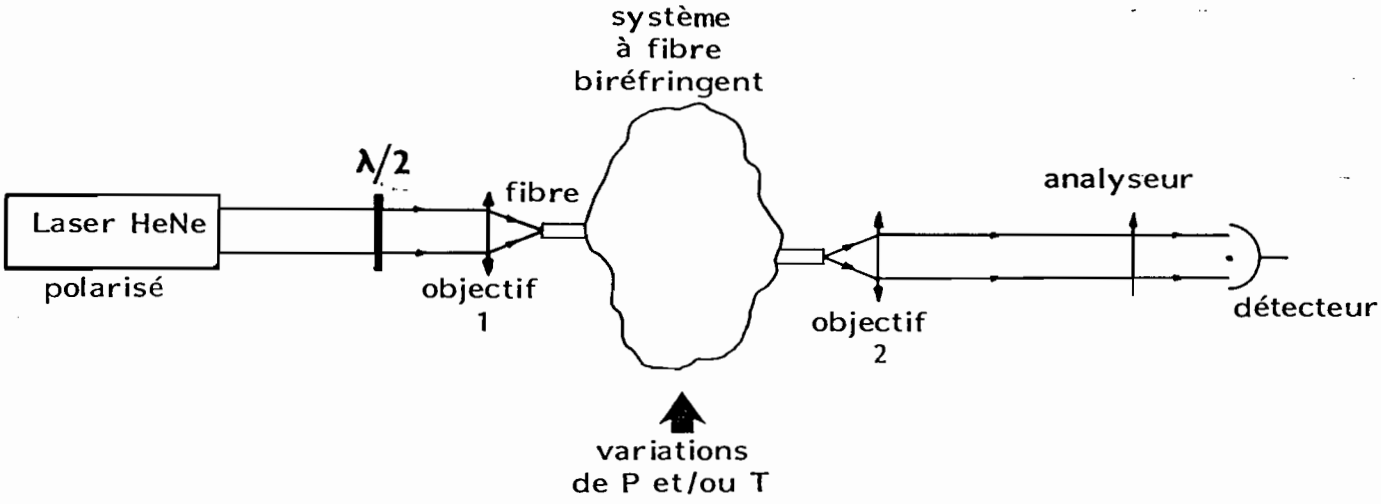


Figure 49 : Schéma du montage associé à la méthode 1.

2) Méthodes de mesure

Les différentes directions de polarisation rectilignes sont repérées par rapport à une ligne neutre du système idéalisé ; dans le cas d'un simple bobinage cette direction est parallèle à son axe.

a) Direction des lignes neutres de la lame équivalente et pouvoir rotatoire équivalent.

Etant donnée la représentation équivalente choisie, les directions des lignes neutres de la lame équivalente sont obtenues en recherchant deux vibrations rectilignes incidentes qui ressortent polarisées rectilignement du système.

Dans chacun des deux cas, l'angle entre les directions de polarisation incidente et émergente est égal au pouvoir rotatoire équivalent. Cette opération est effectuée en ajustant la lame $\lambda/2$ et l'analyseur de façon à obtenir l'extinction sur le détecteur. On en déduit alors la valeur des paramètres θ_{eq} et α_{eq}.

b) Déphasage de la lame équivalente

En injectant une lumière polarisée rectilignement à 45° des lignes neutres de la lame équivalente, on obtient une vibration elliptique dont les axes sont à 45° de ces mêmes lignes neutres [15] . Si I_{MAX} et I_{MIN} désignent respectivement les intensités transmises par un analyseur parallèle au grand axe et au petit axe de l'ellipse, le déphasage R_{eq} est donné par [15] :

$$\mathrm{tg}\,\frac{R_{eq}}{2} = \sqrt{\frac{I_{MIN}}{I_{MAX}}} \qquad (1)$$

Le rotateur ne modifie pas l'ellipticité de la vibration, il provoque simplement une rotation des axes de l'ellipse d'un angle α_{eq}. Toutes ces transformations sont résumées sur la figure 50 à l'aide de la sphère de Poincaré. $\vec{\Omega}_1$ et $\vec{\Omega}_2$ désignent respectivement les vecteurs rotation associés à la lame et au rotateur. L'état de polarisation de la lumière est représenté par P_1 après la lame et, par P_2 après le rotateur, c'est-à-dire, à la sortie du système.

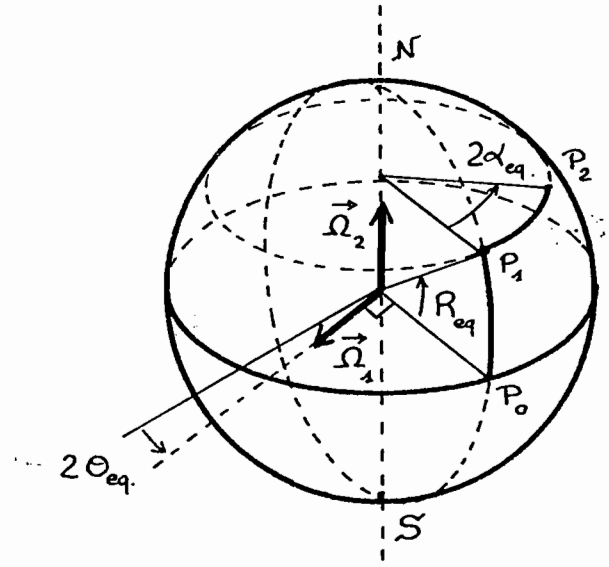


Figure 50 : Représentation des éléments équivalents sur la sphère de Poincaré.

A partir de la mesure I_{MAX} et I_{MIN}, on déduit :

$$R_{eq} = 2 \text{ Arctg} \sqrt{\frac{I_{min}}{I_{max}}} \qquad \text{ou} \qquad R_{eq} = \pi - 2 \text{ Arctg} \sqrt{\frac{I_{min}}{I_{max}}} .$$

Deux valeurs sont en effet possibles, car cette méthode ne fournit pas le sens de rotation de la vibration elliptique. La connaissance de cette grandeur n'est pas indispensable pour nos études car le déphasage R_{eq} étant peu modifié entre deux points de mesure, le passage à la valeur π se détecte sans ambiguité.

2) Utilisation d'une lame quart d'onde

La méthode décrite précèdemment nécessite un réglage du dispositif chaque fois que le déphasage est modifié soit par

la température, soit par la pression. Nous avons donc aussi utilisé une autre méthode où un seul réglage est nécessaire. On la désignera par méthode 2.

a) Montage

Le montage est très semblable au précédent. Une lame quart d'onde est simplement ajoutée entre l'objectif de sortie et l'analyseur.

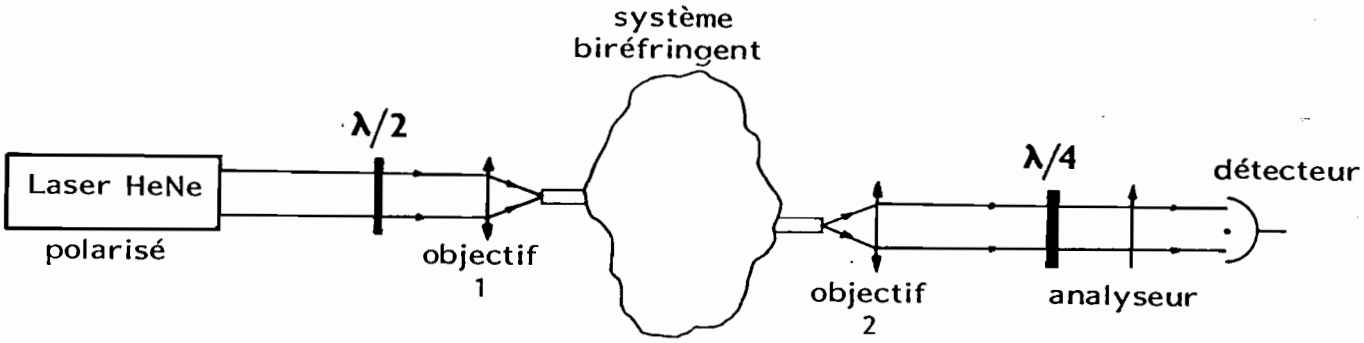


Figure 51 : Montage associé à la méthode n° 2.

b) Mesure des variations de déphasage

La recherche des lignes neutres se fait en ôtant la lame quart d'onde et en suivant la procédure décrite précèdemment. La direction de la polarisation incidente est alors ajustée à 45° des lignes neutres. On replace la lame λ/4 et sa direction est ajustée en même temps que celle de l'analyseur pour obtenir l'extinction sur le détecteur. On désignera par I_{MAX} l'intensité recueillie sur le détecteur en tournant l'analyseur de 90° à partir de cette position. A partir de cet état d'extinction, on enregistre les variations d'intensité lorsque le déphasage ψ du système varie. L'intensité reçue par le détecteur est alors donnée par [49] :

$$I = I_{MAX} \sin^2 \frac{\Delta\psi}{2} \qquad (2)$$

avec :

$$\Delta\psi = \psi - \psi_o .$$

où ψ_o est le déphasage initial du système Désignons maintenant par G la grandeur responsable des variations de déphasage. Si K_G est la sensibilité du système, la relation (2) devient :

$$I = I_{MAX} \sin^2 \left(\frac{K_G \ \Delta G}{2} \right) \qquad (3)$$

Deux situations sont alors possibles. Si les variations de G peuvent être suffisantes pour provoquer une variation de déphasage supérieure à π, la mesure de la demi période ΔG_π sur l'enregistrement de la courbe décrite par (3) conduit à la sensibilité du système par la relation :

$$K_G = \frac{\pi}{\Delta G_\pi} \qquad (4)$$

Dans le cas contraire, la représentation graphique de la quantité 2 Arcsin $\left(\sqrt{\frac{I}{I_{MAX}}} \right)$ en fonction de ΔG conduit à une droite dont la pente est égale à K_G. L'utilisation de cette méthode nécessite quelques précautions et en particulier l'emploi d'objectifs très faiblement biréfringents.

3) Influence de la biréfringence des objectifs

Pour évaluer l'importance des effets liés à ce paramètre, nous avons simplifié le plus possible la représentation des objectifs en les considérant, du point de vue de la polarisation comme des lames de faible biréfringence. Le système est donc modélisé comme un empilement de trois lames biréfringentes dont les lignes neutres sont inclinées les unes par rapport aux autres.

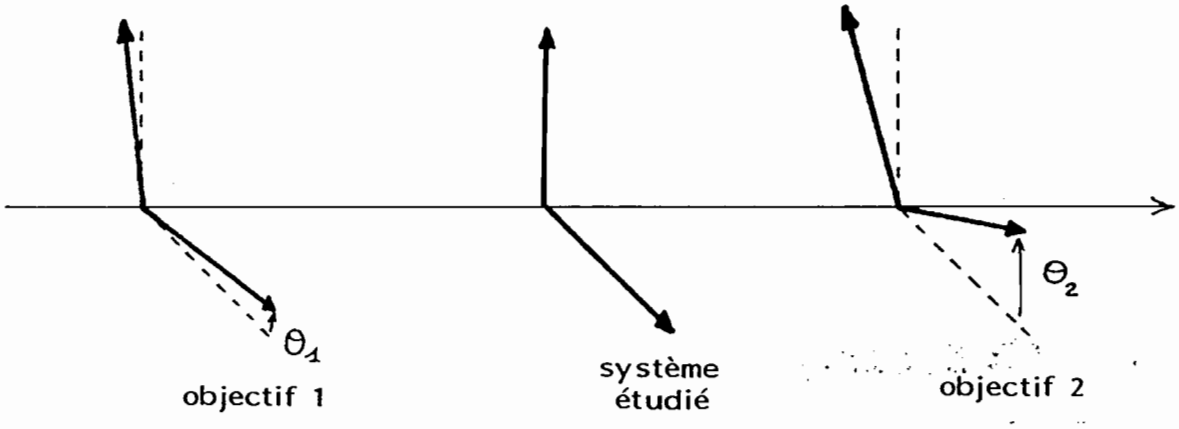


Figure 52 : Schématisation du système avec les objectifs d'entrée et de sortie.

Cet ensemble possède lui-même des paramètres équivalents qui peuvent être calculés d'après la méthode décrite dans le chapitre II-C. La direction des lignes neutres de la lame équivalente, son déphasage et le pouvoir rotatoire équivalents sont représentés en fonction du déphasage variable du système idéal sur les figures 53.a et 53.b pour différentes valeurs des angles θ_1 et θ_2. Dans tous les cas, bien que le déphasage équivalent R_{eq} ne soit pas forcément égal au déphasage ψ du système idéal, les variations ΔR_{eq} sont égales aux variations $\Delta\psi$ sauf dans des domaines étroits dont les caractéristiques sont discutées ci-dessous. Ce résultat est important car, les mesures de ΔR_{eq} en fonction d'un paramètre G conduisent bien à la sensibilité du dispositif.

Dans les domaines où ΔR_{eq} et $\Delta\psi$ diffèrent, le pouvoir rotatoire équivalent est important et les directions des lignes neutres de la lame équivalente sont très différentes de celles des lignes neutres du système idéal. Pour les configurations décrites, ce phénomène existe, lorsque $\psi = 0$ ou/et $\psi = 180°$. Effectivement, dans ces cas, le système ne produit aucune variation d'ellipticité et l'influence de la biréfringence des objectifs, même faible, se manifeste pleinement.

En dehors de ces zones critiques, le pouvoir rotatoire et l'angle de rotation des lignes neutres varient peu, mais ne sont pas nuls. La figure 54 représente les résultats obtenus expérimentalement avec une simple bobine de fibre. Les

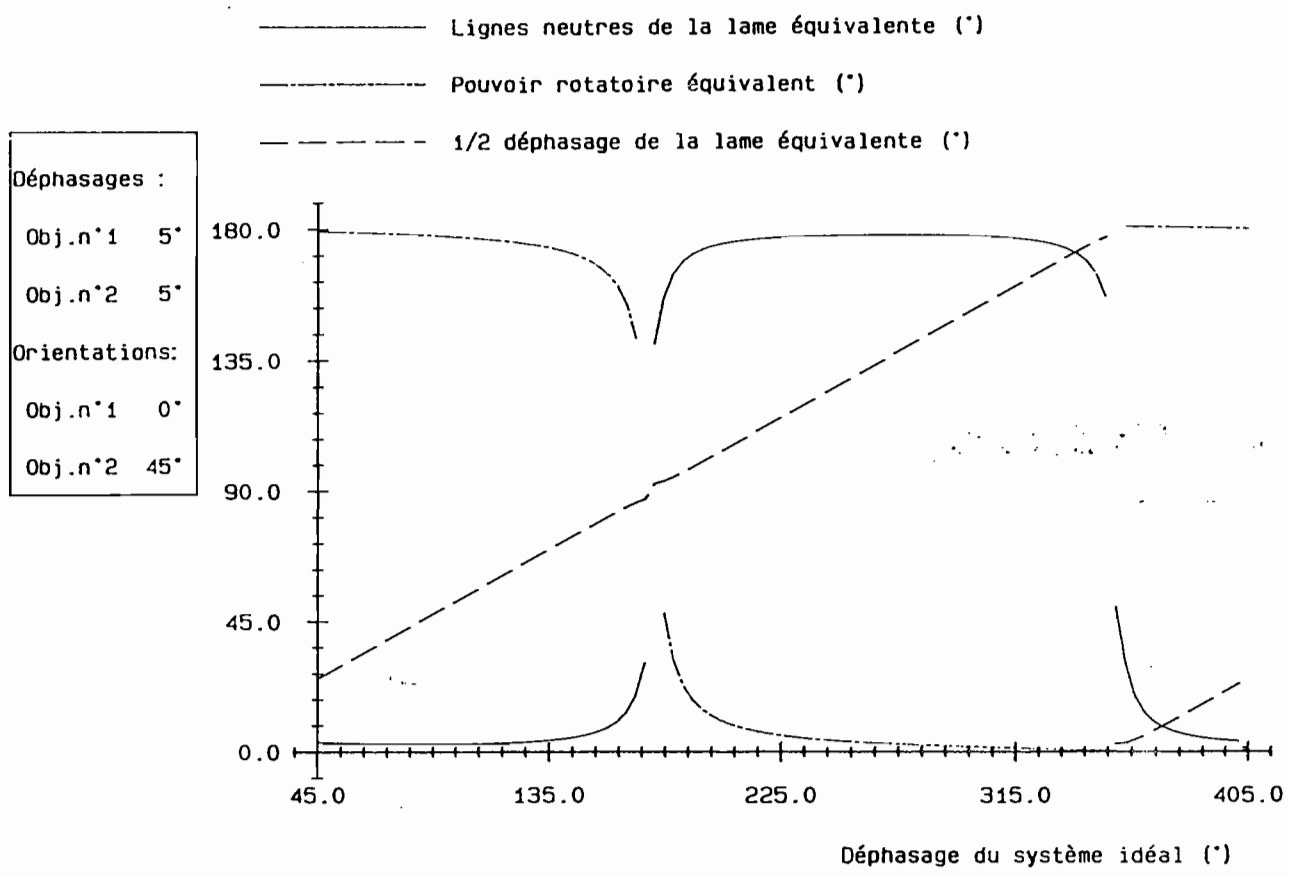


Figure 53.a

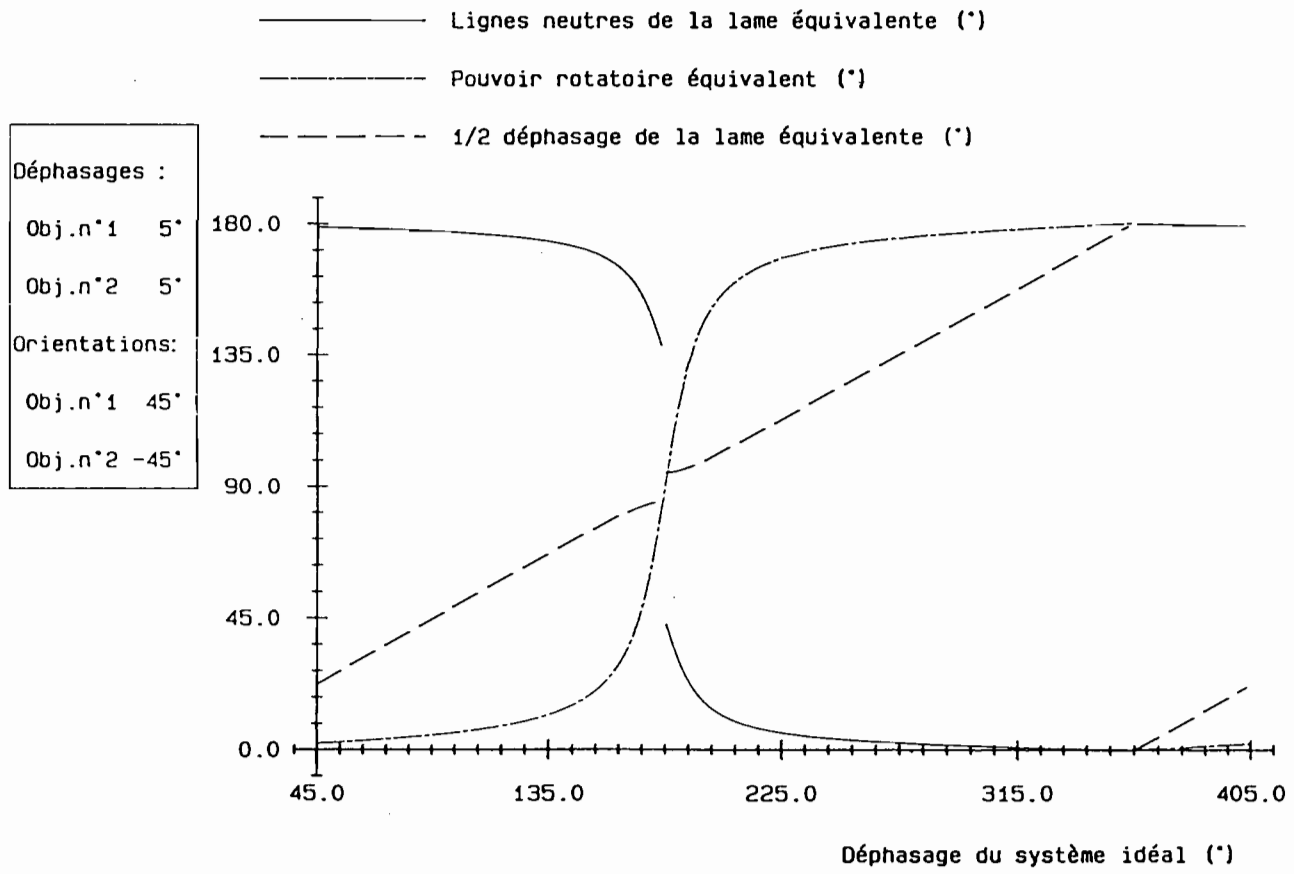


Figure 53.b

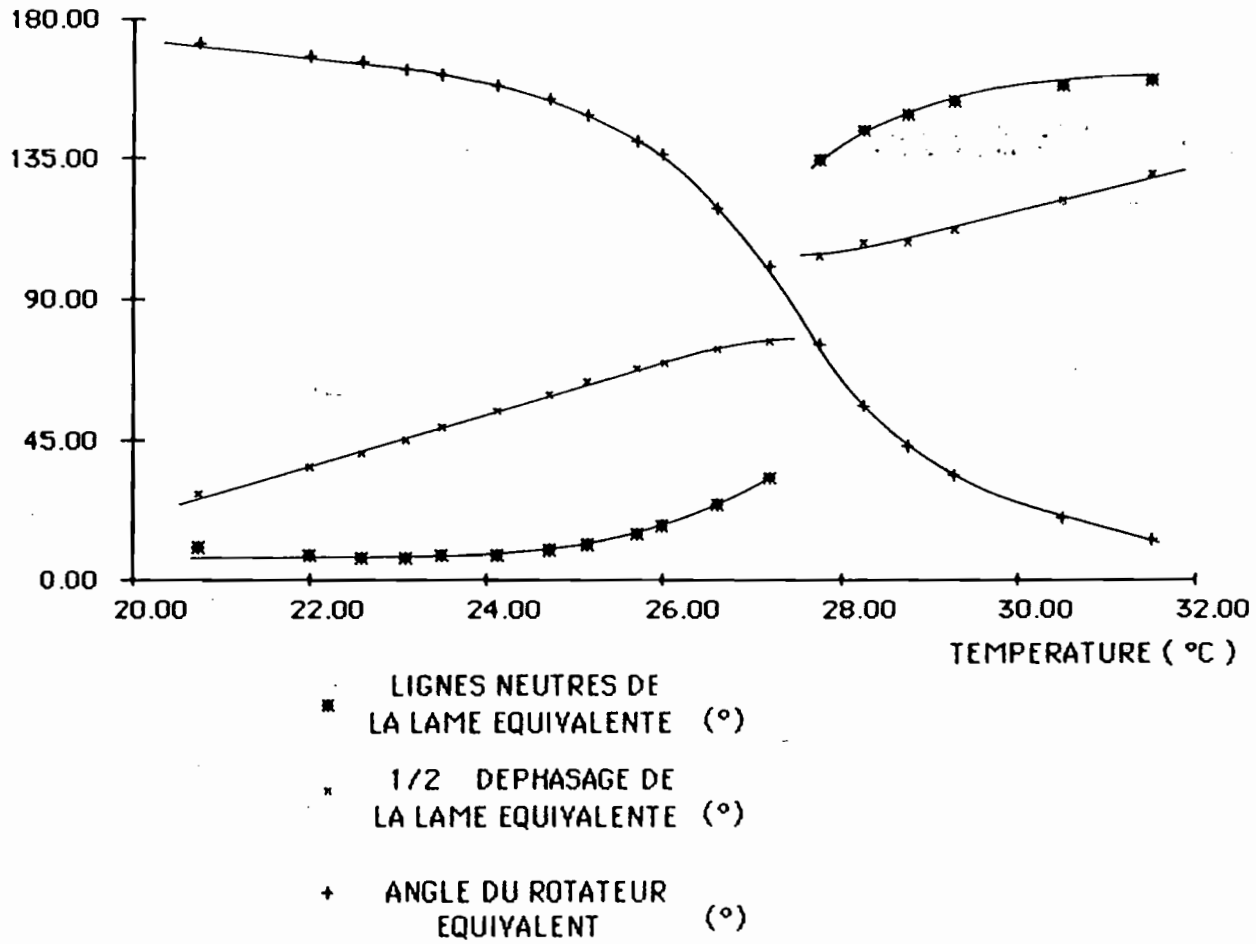

180.00
135.00
90.00
45.00
0.00
20.00
22.00
24.00
26.00
28.00
30.00
32.00
TEMPERATURE (°C)
LIGNES NEUTRES DE LA LAME EQUIVALENTE (°)
1/2 DEPHASAGE DE LA LAME EQUIVALENTE (°)
ANGLE DU ROTATEUR EQUIVALENT (°)

Figure 54

variations de rayon de courbure et donc de déphasage sont provoquées par chauffage du système. L'orientation des objectifs n'est malheureusement pas connue. Leurs déphasages respectifs étaient respectivement 6° et 4°. Ces résultats confirment les prévisions obtenues par le calcul.

L'influence de ces domaines critiques lors de l'utilisation de la méthode 2 peut être dramatique si aucune précaution n'est prise. Les figures 55.a et 55.b représentent chacune la simulation des deux expériences pour des conditions de réglage différentes.

- Les courbes en trait continu correspondent exactement à la méthode décrite au paragraphe 2). Pour un déphasage initial ψ_o, on injecte un état de polarisation rectiligne à 45° des lignes neutres qui sont celles de la lame équivalente. On ajuste la lame quart d'onde et l'analyseur pour obtenir l'extinction, puis la valeur de ψ est progressivement modifiée.

- La seconde expérience consiste à injecter de la lumière polarisée rectilignement parallèlement à une ligne neutre pour un état correspondant au déphasage ψ_o. Il n'y a pas de lame quart d'onde ; l'extinction est simplement obtenue en croisant un analyseur.

Dans le cas envisagé sur la figure 55.a la valeur de ψ_o est 92° et n'appartient donc pas aux zones critiques voisines de 0° et 180°. Les résultats sont pratiquement ceux que donnerait un système idéal, malgré de petits écarts. Une mise en évidence expérimentale d'un tel cas est présentée sur la figure 56.a. Les points et les croix correspondent respectivement aux expériences dont les simulations sont représentées en trait continu et en trait pointillé sur la figure 55.

Au contraire, la figure 56.b correspond à une simulation pour laquelle le déphasage initial ψ_o appartient à une zone critique. Lorsqu'on utilise la lame $\lambda/4$, on obtient une courbe de la forme :

$$I = I_o \sin^2 \frac{\Delta\psi}{2} \qquad (5)$$

mais I_o est très différent de I_{MAX}. La courbe en traits poin-

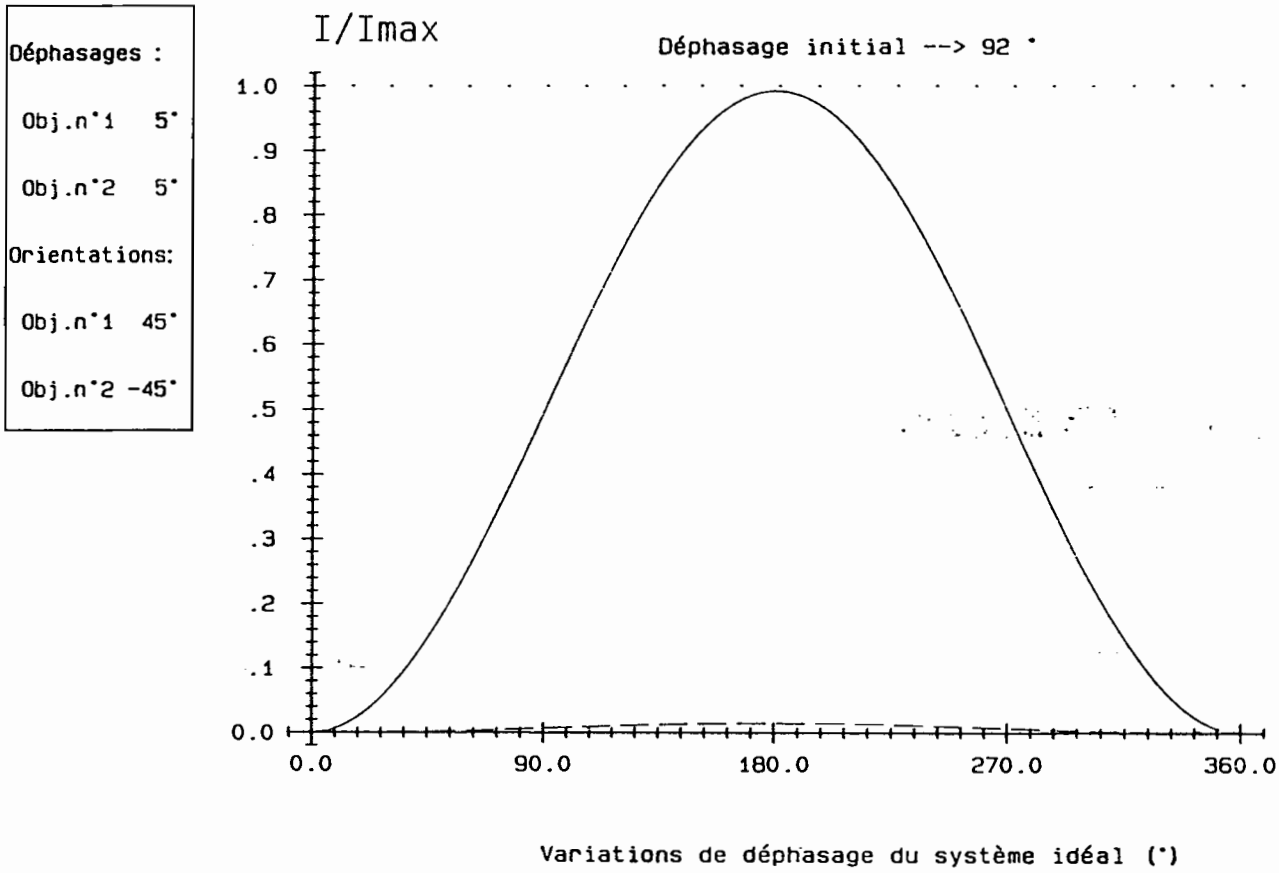


Figure 55.a

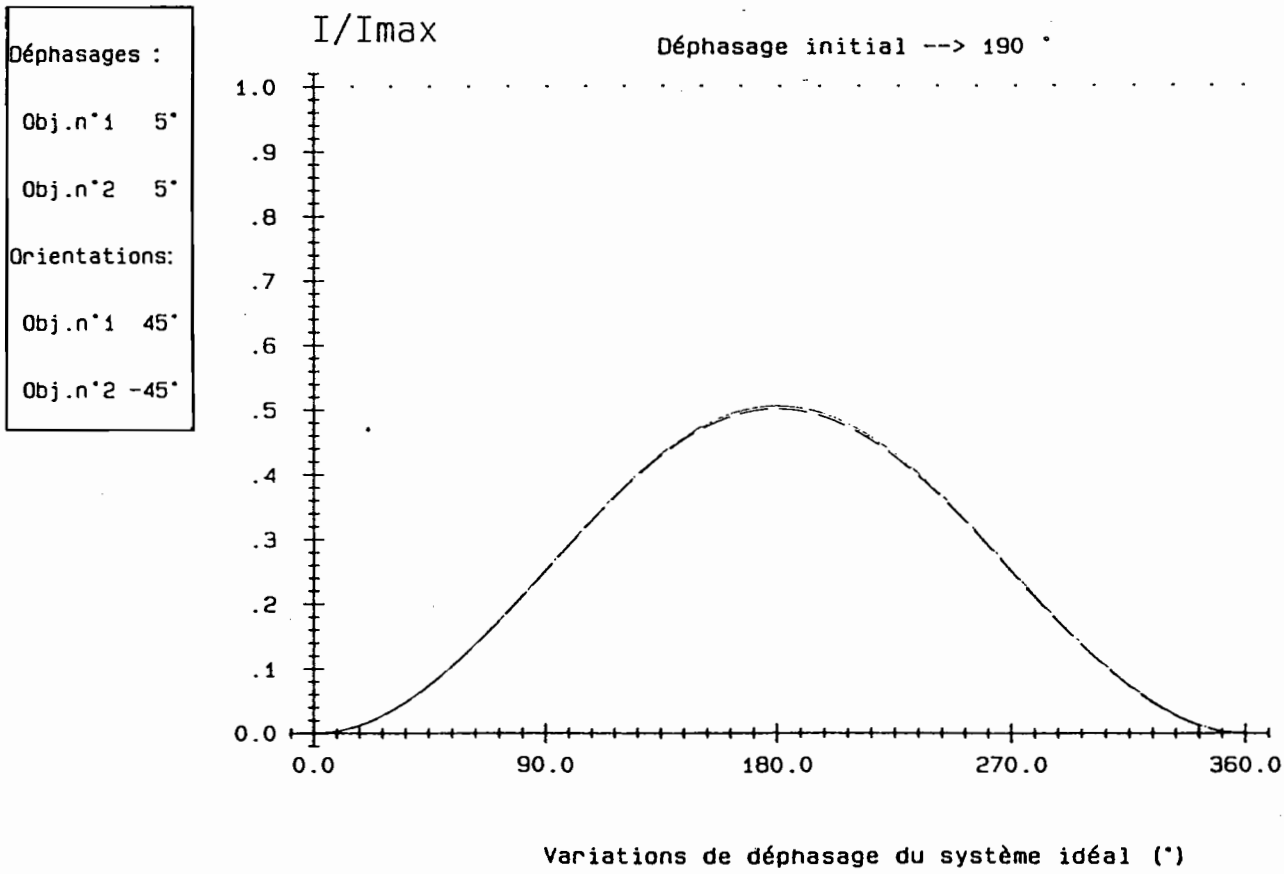


Figure 55.b

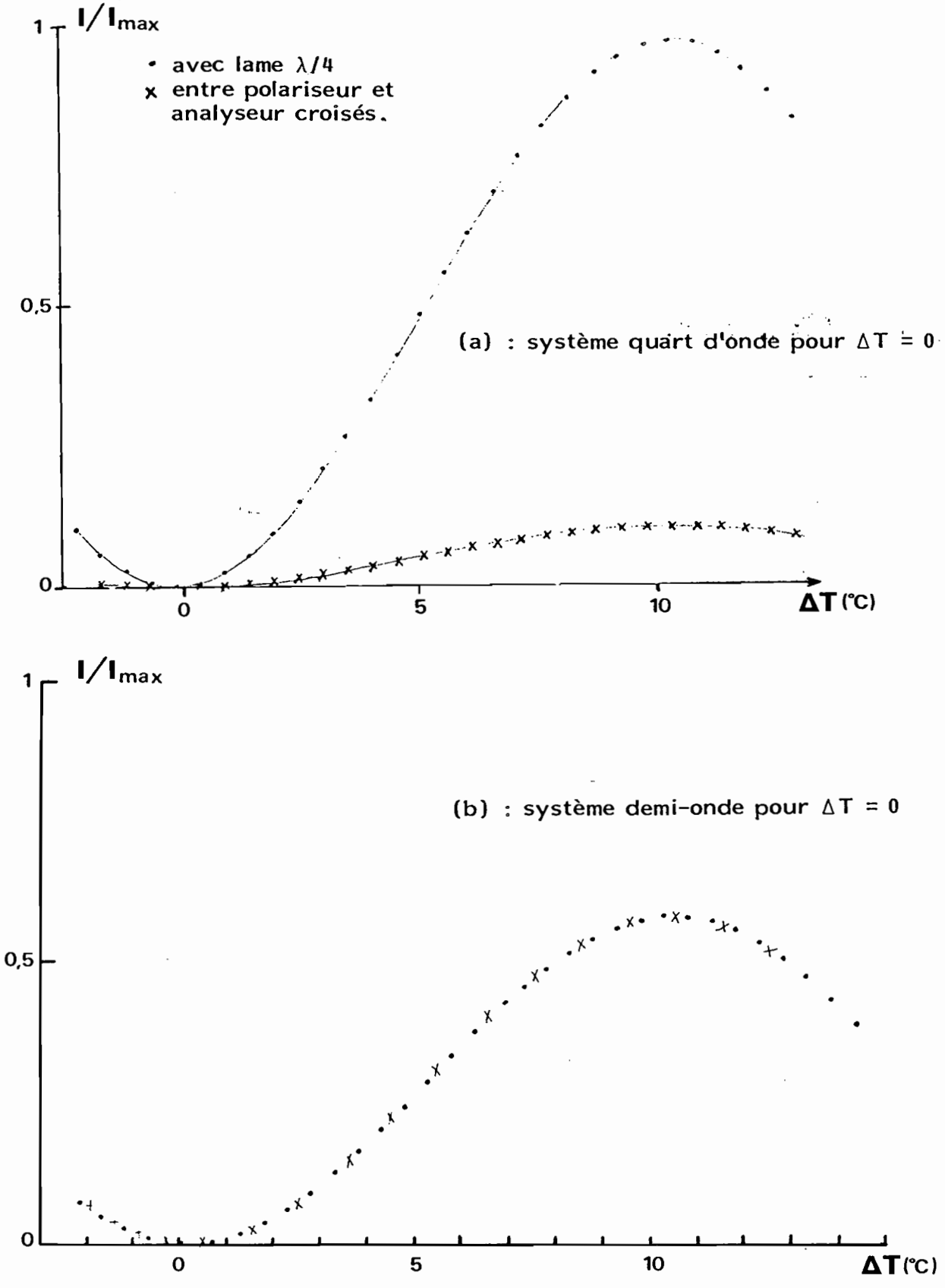

I/Imax
1
0,5
0
• avec lame λ/4
x entre polariseur et analyseur croisés.
(a) : système quart d'onde pour ΔT = 0
0
5
10
ΔT (°C)
I/Imax
1
0,5
0
(b) : système demi-onde pour ΔT = 0
0
5
10
ΔT (°C)

Figure 56

tillés témoigne d'une variation importante de la direction des lignes neutres dans la zone de réglage. La figure 56.b apporte une confirmation expérimentale de ce type de situation.

Les conséquences sur les modalités d'emploi de la méthode 2 utilisant une lame quart d'onde sont différentes suivant que la grandeur G varie sur une gamme plus grande que ΔG_π ou non.

Si la mesure de ΔG_π est possible, le résultat de la mesure de la sensibilité K_G n'est pas affectée. Dans le cas contraire, seul le tracé de la courbe :

$$2 \text{ Arcsin} \sqrt{\frac{I}{I_o}} = f(\Delta G)$$

peut conduire à K_G. La quantité I_o n'est cependant pas connue expérimentalement ; seule I_{MAX} est mesurée lors du réglage initial. Il faut donc prendre garde de ne pas se trouver dans des situations expérimentales correspondant à un déphasage initial quasi nul ou voisin de 180°, sous peine de résultats erronés pour la sensibilité K_G du dispositif.

B. MESURES DE TEMPERATURES

Dans un premier paragraphe, nous présentons les résultats obtenus avec une bobine de fibre en présence d'interférences à deux ondes.

I. BIREFRINGENCE ET INTERFERENCES A DEUX ONDES [49], [59].

1) Le bobinage

La fibre utilisée porte le n° 2 dans le Tableau 1. Ses extrémités sont polies perpendiculairement à son axe pour assurer un coefficient de réflexion maximum. Le support est

un cylindre creux en cuivre de diamètre intérieur 14 mm et de diamètre extérieur 15 mm. Sur celui-ci, 34 tours de fibre sont bobinés, ce qui conduit, en tenant compte des extrémités à une longueur totale L de 1,80 m.

De part et d'autre de la fibre sont bobinés deux fils résistifs qui permettent d'augmenter la température du système. Celle-ci peut être éventuellement asservie à mieux que 0,05 °C pendant les réglages, à l'aide d'une régulation basée sur un système classique P.I.D. (Proportionnel - Intégrateur - Dérivateur). Le contrôle de la température se fait à l'aide d'un thermocouple (Figure 57).

2) Montage

Le montage utilisé est du type 2. Une lame semi-réfléchissante a été ajoutée entre la source et la lame demi-onde pour permettre l'étude du phénomène en réflexion (figure 58).

La source est un laser He-Ne dont l'écart entre modes longitudinaux est 435 MHz. La largeur de la courbe de gain étant voisine de 1,5 GHz, il existe en général, quatre modes longitudinaux. Pour une telle source, la visibilité d'un phénomène d'interférences à deux ondes varie périodiquement en fonction de la différence de marche δ. Bien que celle-ci soit importante, ici de l'ordre de 6 m, le phénomène d'interférences est donc visible malgré la présence de plusieurs modes. La visibilité est par contre réduite.

3) Etude de la lumière transmise

La lumière transmise traverse une lame quart d'onde et un analyseur orientés de telle façon que l'intensité reçue par le détecteur soit nulle pour la valeur ψ_o du déphasage différentiel. En absence d'interférences à deux ondes, l'intensité transmise pour $\psi \neq \psi_o$ est de la forme [49] :

$$I_t = I_o \sin^2 \frac{\Delta\psi}{2}$$

En conservant le même réglage de la lame $\lambda/4$ et de

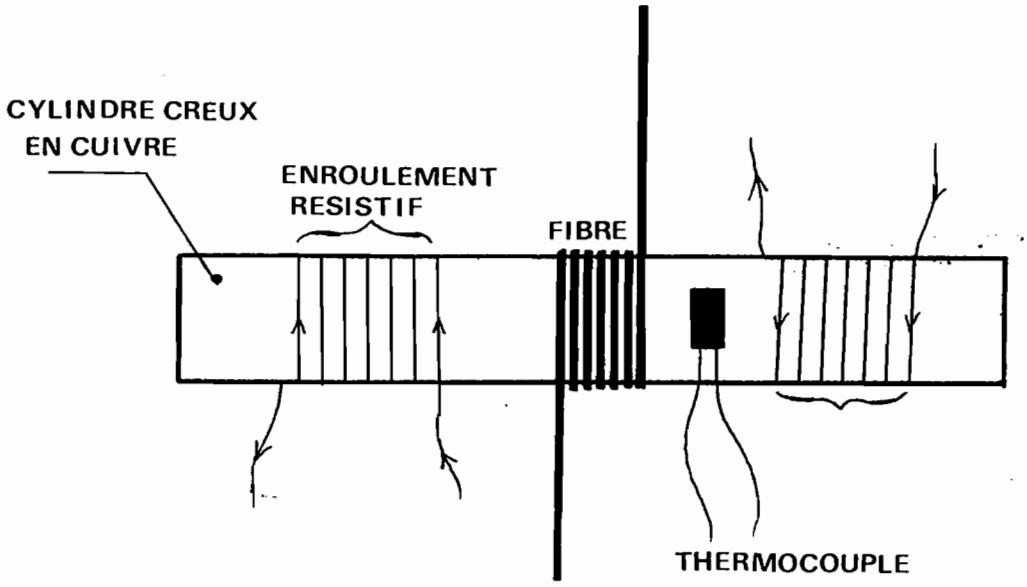


Figure 57 : Schéma du bobinage

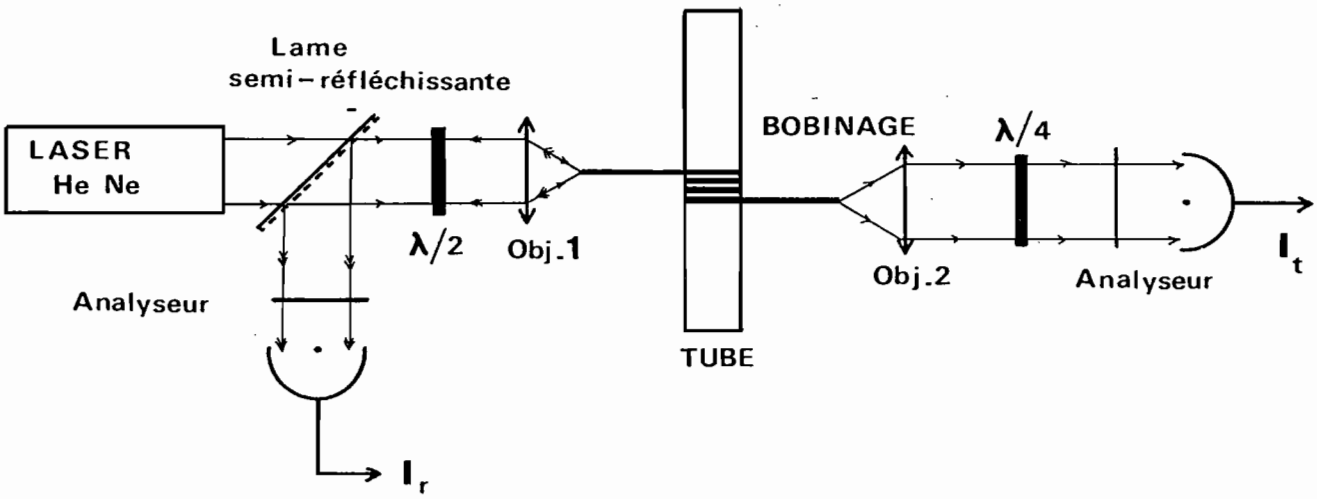


Figure 58 : Schéma du dispositif expérimental

l'analyseur, la prise en compte des interférences entre l'onde transmise directement et celle qui a subi une réflexion sur chaque face de la fibre conduit à [49] :

$$I_t = I_o \left[\sin^2 \frac{\Delta\phi}{2} + 2R\ f(\Delta\phi)\ \cos\phi \right] \qquad (6)$$

avec :

$$R = R_o\ e^{-\alpha_p L}$$

où R_o est le coefficient de réflexion en intensité des extrémités et α_p le coefficient d'atténuation de la fibre. ϕ désigne le déphasage moyen $(\phi_x + \phi_y)/2$. La fonction $f(\Delta\phi)$ est donnée par :

$$f(\Delta\phi) = \sin \frac{\Delta\phi}{2} \cdot \sin \left(\phi_o + \frac{3\Delta\phi}{2} \right) \qquad (7)$$

L'expression (6) montre qu'à la forme sinusoïdale "moyenne" due à la biréfringence est superposé le phénomène d'interférences à deux ondes de période beaucoup plus petite. La visibilité de ce phénomène est modulée par la fonction f liée uniquement à la biréfringence du bobinage. Le second facteur de (7) montre que la période de modulation est égale au tiers de la période de la courbe sans franges.

La figure 59.a représente un enregistrement de l'intensité transmise en fonction de la température. La mesure de la demi période de la courbe moyenne, sans franges conduit à $\Delta T_\pi = 10{,}6 \pm 0{,}2$ °C soit :

$$\left| \frac{\Delta\phi}{N\ \Delta T} \right| = 8{,}7 \pm 0{,}2 \text{ mrad} \cdot {}^\circ C^{-1} \cdot tr^{-1}$$

Comme nous l'avons déjà discuté dans le chapitre III, cette valeur est 4,3 fois plus faible que la valeur théorique ce qui s'explique par la présence d'une gaine en silicone. On peut vérifier que la période de modulation de la visibilité est égale à $\Delta T_\pi/3$.

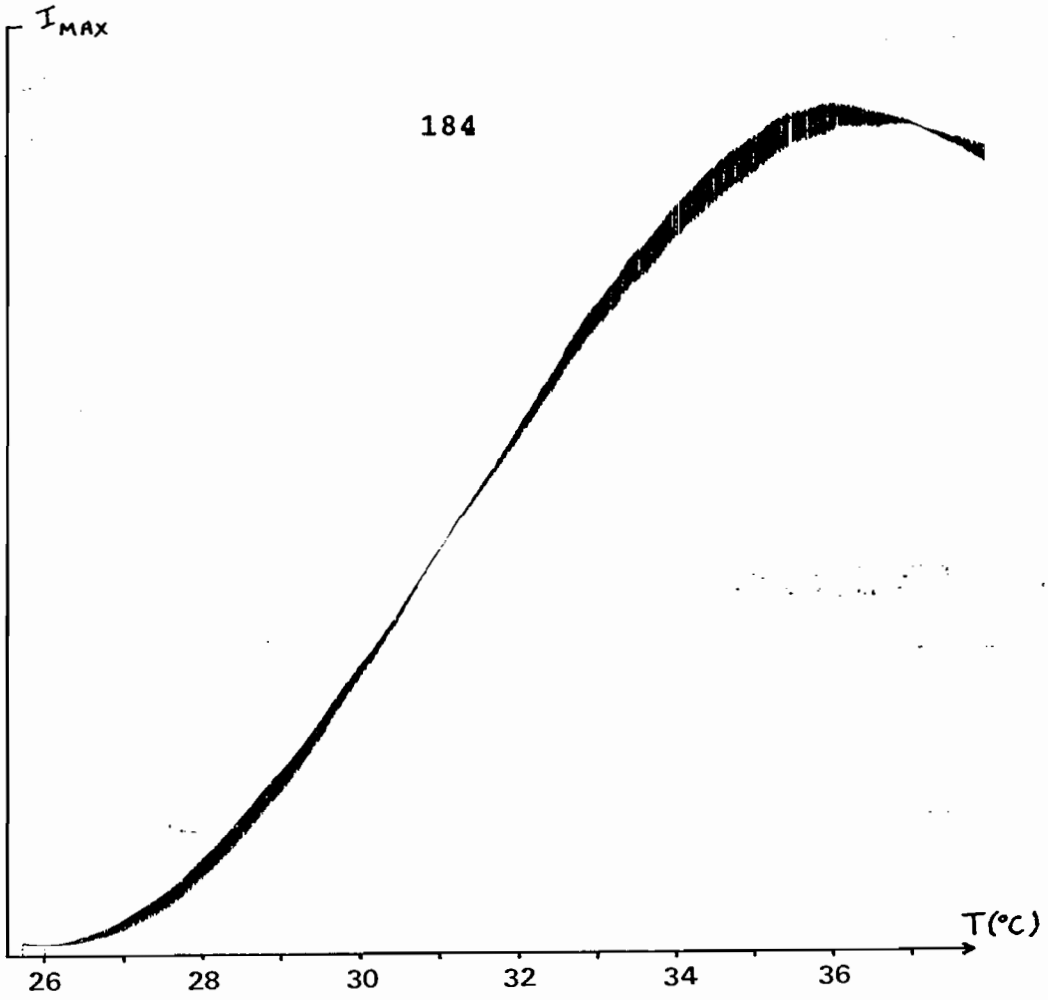


Figure 59.a

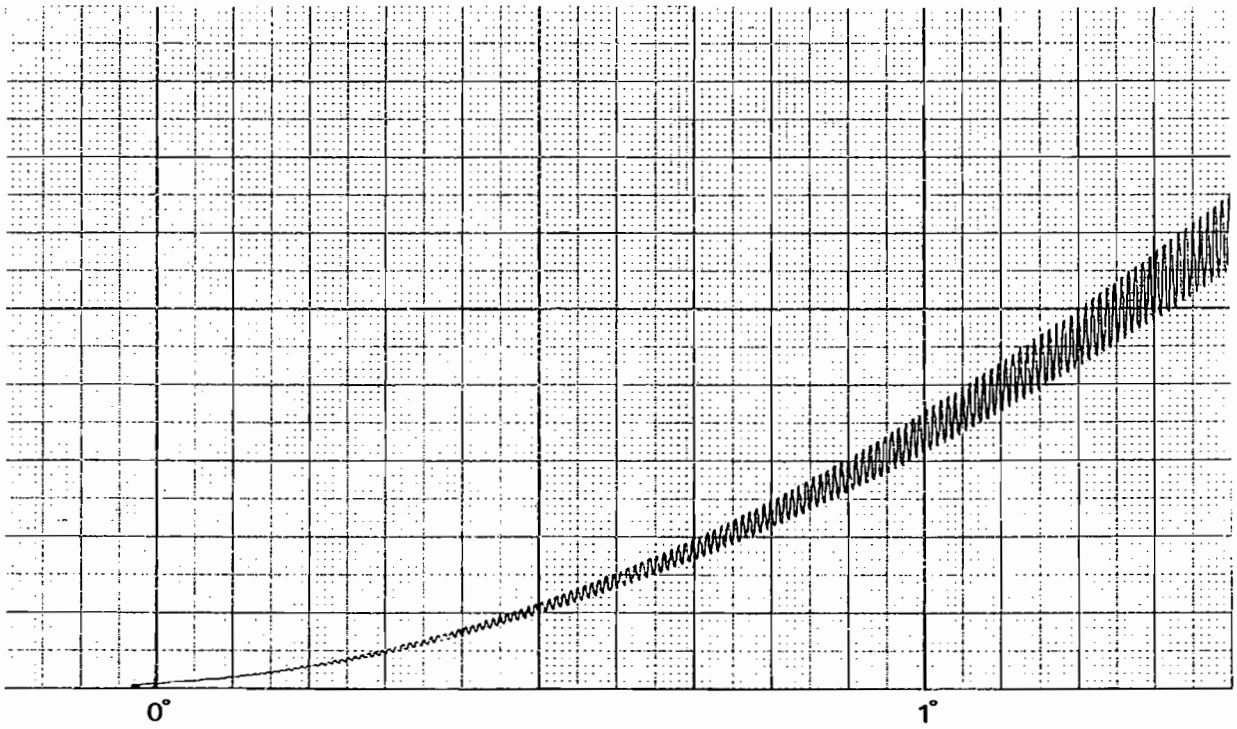


Figure 59.b

4) Etude de la lumière réfléchie

La lumière incidente est polarisée rectilignement et orientée à 45° par rapport aux lignes neutres du système. Deux enregistrements ont été effectués avec ou sans le polariseur A_2 (figure 58).

a) Intensité réfléchie (sans analyseur)

En écrivant l'amplitude de la lumière réfléchie après les différents éléments du montage, le calcul de l'intensité sur le détecteur conduit à :

$$I_r = I'_o \left[\frac{1 + g(\psi)}{2} + V_1(\psi) \cos \phi \right] \qquad (8)$$

avec :

$$I'_o = 2\, I_o\, R_o\, R_\perp$$

et :

$$g(\psi) = \eta_o\, e^{-2\alpha_p L} \left(\frac{R_\perp + R_{/\!/}}{2R_\perp} \right) \left(1 - \left(\frac{R_\perp - R_{/\!/}}{R_\perp + R_{/\!/}} \right) \cos 2\psi \right) \qquad (9)$$

et

$$V_1(\psi) = - \sqrt{\eta_o}\, e^{-\alpha_p L} \cos \psi \qquad (10)$$

où les notations sont résumées ci-dessous.

η_o : Efficacité de couplage à l'entrée de la fibre (flux guidé / flux incident).

$R_{\perp, /\!/}$: coefficient de réflexion de la lame semi-réfléchissante pour une vibration polarisée perpendiculairement ou parallèlement au plan d'incidence.

Dans le cas où $R_{/\!/} = R_\perp$, la fonction g est constante. On observe alors un phénomène d'interférences de visibilité $V_1(\psi)$ qui dépend fortement de la biréfringence du système.

Le phénomène n'est plus visible lorsque $\Psi = (2k + 1)\frac{\pi}{2}$, c'est-à-dire, lorsque le bobinage est équivalent à une lame quart d'onde ou trois quarts d'onde. Dans ce cas, en effet, la première onde réfléchie est polarisée à 45° des lignes neutres. La seconde, qui parcourt deux fois la fibre, c'est-à-dire, une lame demi onde, ressort polarisée orthogonalement à la première onde réfléchie et ne peut donc interférer avec elle.

La visibilité maximum est limitée par l'atténuation de la fibre et l'efficacité de couplage à l'entrée du système, comme le montre la relation (10).

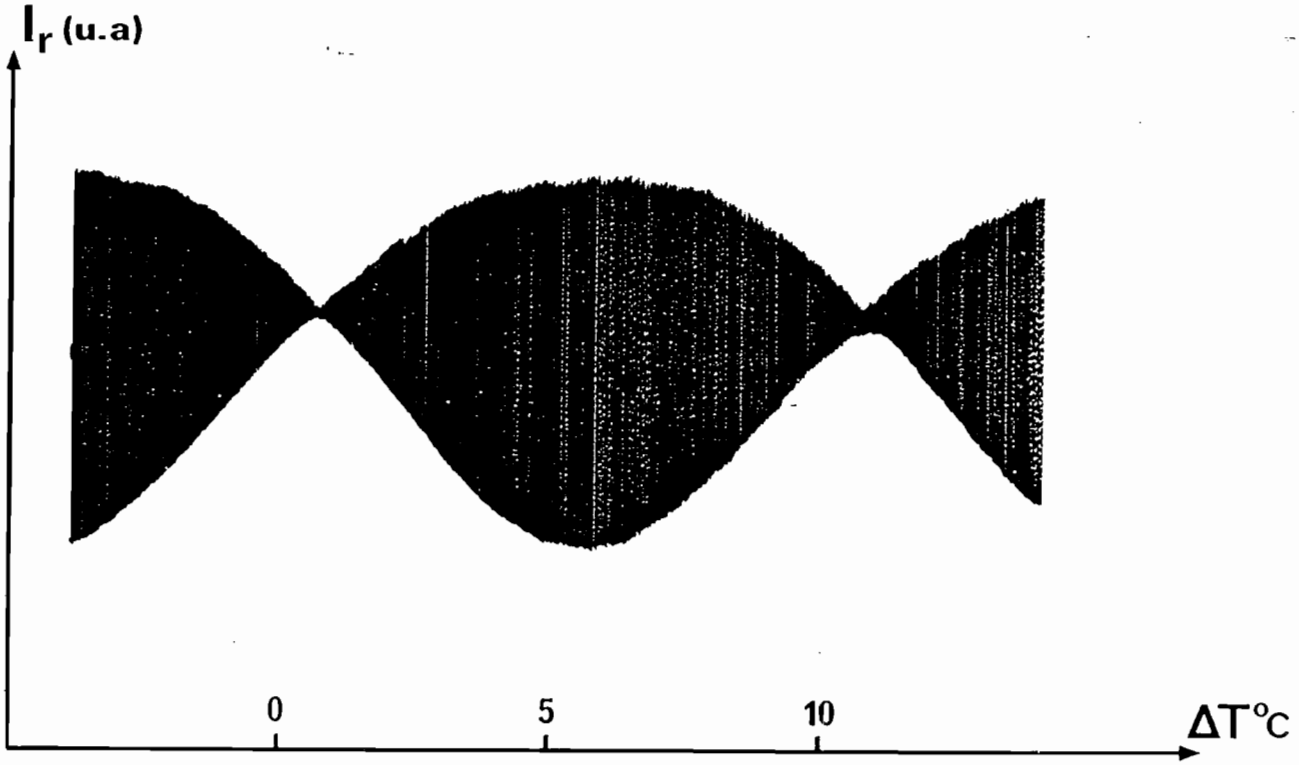


Figure 60

La figure 60 montre un enregistrement de ce phénomène. La valeur moyenne de l'intensité réfléchie n'est pas constante mais dépend de Ψ ce qui s'explique par la différence de réflectivité de la lame semi-réfléchissante pour les cas parallèles et perpendiculaires comme le montre l'expression (9). En pratique, les coefficients $R_{/\!/}$ et $R_{\perp}$ valent respecti-

vement 0,3 et 0,7 dans cette expérience.

Le fait que la visibilité s'annulle est gênant pour utiliser le phénomène d'interférence à deux ondes. Cette difficulté peut être évitée en plaçant un analyseur A_2 devant le détecteur.

b) Intensité réfléchie (avec analyseur)

On utilise dans ce cas un analyseur A_2 orienté de sorte qu'il ne transmette que la lumière polarisée parallèlement à une des lignes neutres de la fibre, Ox en l'occurence.

Dans ce cas, l'intensité réfléchie est :

$$I_r = I''_o \, [1 + V_2 \cos \phi_x] \qquad (11)$$

avec :

$$I'_o = I_o \, R_o \left(\frac{1 + \eta_o \, e^{-2\alpha_p L}}{2} \right) \qquad (12)$$

et

$$V_2 = \frac{2 \sqrt{\eta_o} \, e^{-\alpha_p L}}{1 + \eta_o \, e^{-2\alpha_p L}}$$

La visibilité du phénomène est constante mais là encore limitée par les pertes de la fibre et le rendement de l'injection. Notons qu'on détecte dans ce cas les variations de ϕ_x mais, du fait que $\Delta\phi \ll \Delta\phi$, celles-ci sont identiques aux variations de ϕ. La figure 61.a représente un enregistrement du phénomène. La modulation de la valeur moyenne est ici encore due à la lame semi-réfléchissante. La figure 61.b représente une partie de l'enregistrement 61.a avec une échelle de température dilatée. On mesure ainsi une sensibilité de 112 ± 5 franges par °C soit :

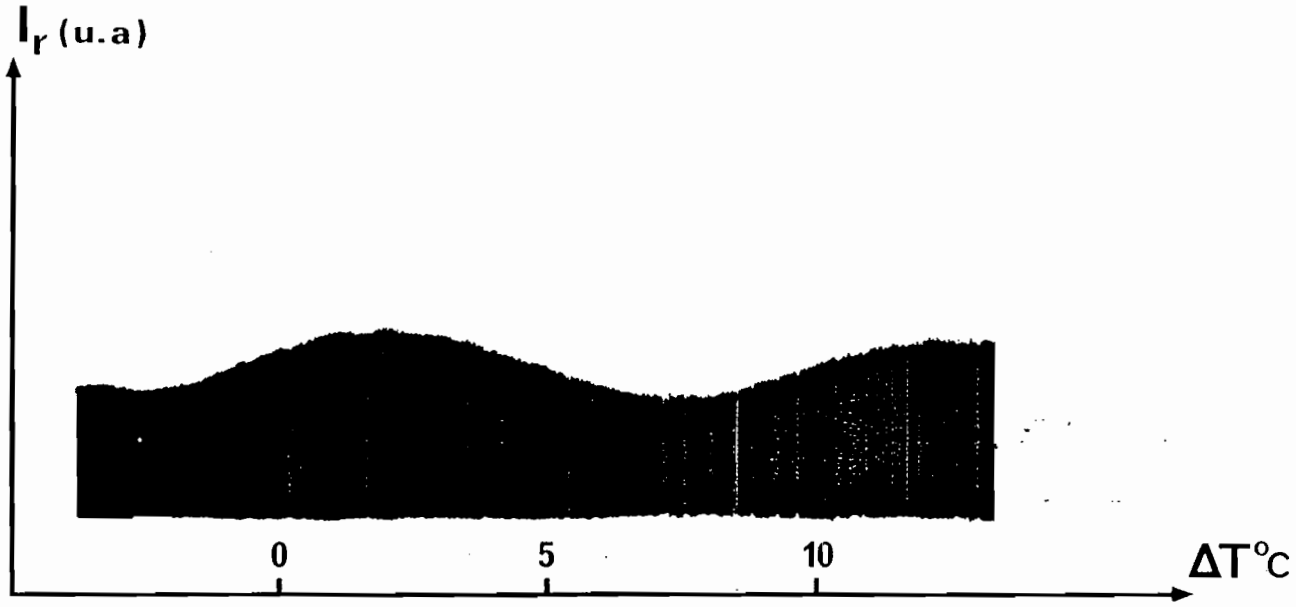


Figure 61.a

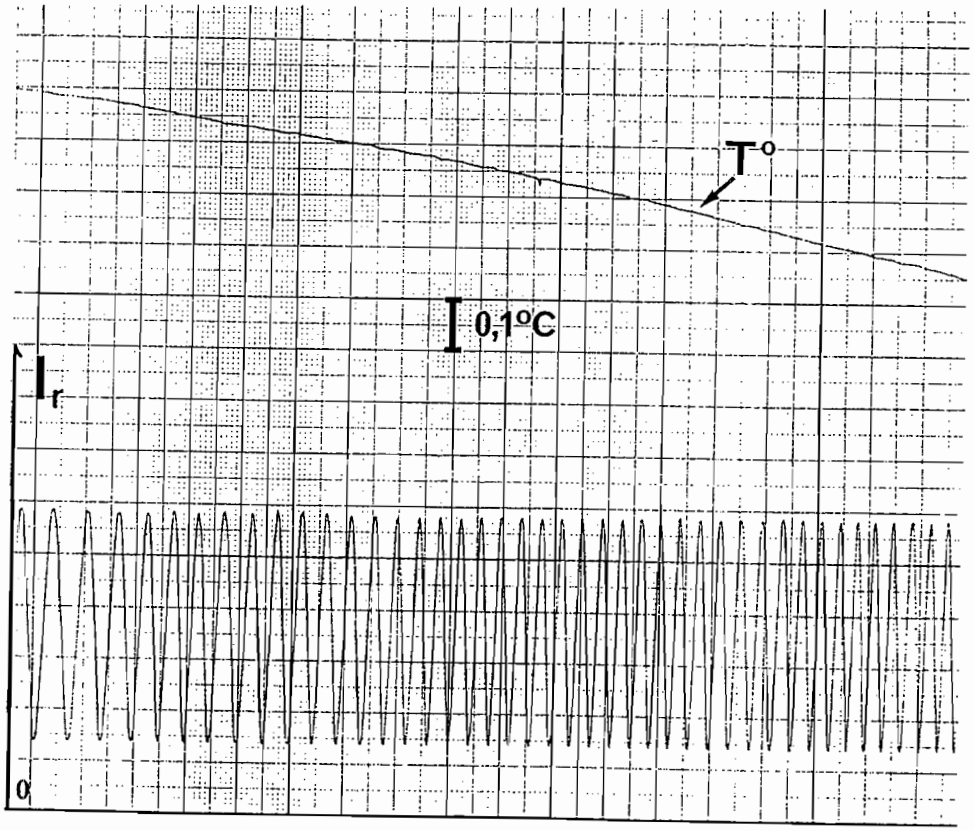


Figure 61.b

$$\frac{1}{L}\frac{\Delta\phi}{\Delta T} = 3,9\ 10^2 \pm 0,2\ 10^2\ \text{rad/°C}$$

Cette valeur est à comparer à la valeur théorique :

$$\frac{1}{L}\frac{\Delta\phi}{\Delta T} = 3,4\ 10^2\ \text{rad/°C}$$

obtenue à partir de la relation (III.35) dans laquelle on a remplacé $\Delta R/R$ par la valeur déduite de la mesure de $\frac{\Delta\phi}{\Delta T}$. Cette valeur conduit à 98,2 franges par degré. L'accord n'est pas excellent ; ceci peut être attribué aux dérives de fréquence du laser. A titre de vérification, calculons la variation de fréquence $\Delta\upsilon$ de la source nécessaire pour provoquer une variation de déphasage de 2π. En appelant δ la différence de marche, on obtient :

$$\Delta\upsilon = \frac{c}{\delta}$$

La différence de marche étant égale à 6 m, une frange est décrite pour $\Delta\upsilon$ = 50 MHz. Autrement dit, une dérive de la fréquence du laser sur un intervalle entre mode (435 MHz) provoque le défilement de 8,7 franges. Cette valeur permet d'expliquer le léger désaccord entre la valeur calculée et la valeur mesurée. Cela signifie donc que pour réaliser un capteur sur ce principe, il est nécessaire de disposer d'une source stable en fréquence. Si la résolution souhaitée est δT, la stabilité de la fréquence de la source doit être meilleure que :

$$\delta\upsilon \simeq 5000.\delta T\ \text{(MHz)}$$

en exprimant δT en °C.

5) Conclusion

L'étude qui précède montre que le comptage d'une frange d'interférence représente la détection d'une variation de température de $9\ 10^{-3}$ °C. Par conséquent, la mesure des variations de $\Delta\phi$ sur une zone de variations monotones, c'est à dire, une demi frange permet de détecter des variations de température de l'ordre de 10^{-4} °C si on admet une résolution de

1 % sur les variations de flux réfléchi.

Le problème du signe des variations lorsqu'on sort de cette zone monotone peut être résolu par la connaissance du signe de $\Delta\phi$ et ce, tant que $\Delta\phi$ lui-même varie de façon monotone. Ceci a lieu pour ce montage sur une plage de température de 10°C.

D'autres méthodes seront discutées dans la dernière partie de ce chapitre à propos de la mesure simultanée de deux paramètres.

II. VARIATIONS DE DEPHASAGE DIFFERENTIEL EN FONCTION DE LA TEMPERATURE

Au cours du chapitre III, nous avons démontré la possibilité de rendre un système à fibre bobinée insensible à la température en procédant à une mesure différentielle, à condition que la sensibilité d'un bobinage à la température soit indépendante de l'épaisseur du cylindre.

1) Influence de l'épaisseur du cylindre [48]

Les bobinages de fibres dont il est question dans la suite, ont été réalisés avec la fibre n° 2 (Tableau 1) sur des cylindres en cuivre. Nous avons tout d'abord vérifié que le mode de chauffage du tube n'influait pas sur le résultat.

Une bobine de 22 tours est fabriquée sur un cylindre de diamètres 10-15 mm. Celui-ci peut être chauffé soit extérieurement par des enroulements résistifs de part et d'autre de la fibre, soit intérieurement par un élément chauffant qui est inséré latéralement (figure 62).

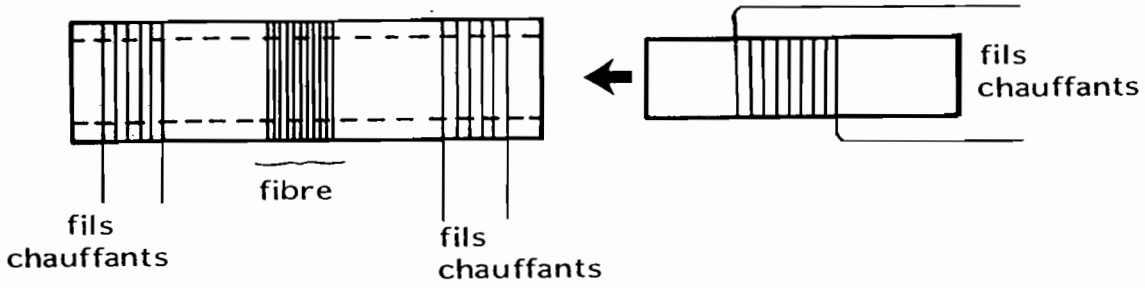


Figure 62

Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau 2.

diamètres du tube (mm)	chauffage	nombre de tours	$\frac{\Delta\phi}{\Delta T}$ mrad/°C	$\frac{1}{N}\frac{\Delta\phi}{\Delta T}$ mrad°C^{-1}tr^{-1}	rapport à la valeur théorique
10-15	ext.	22	195 ± 4	8,9 ± 0,2	0,22
10-15	int.	22	193 ± 4	8,8 ± 0,2	0,22

Tableau 2 : Influence du mode de chauffage

Ces valeurs ont été obtenues en utilisant la méthode 2, et en mesurant ΔT_{π}. Ils démontrent qu'on peut considérer que les variations de température sont uniformes dans l'épaisseur du cylindre.

L'influence de l'épaisseur a été étudiée en comparant les résultats obtenus pour deux cylindres d'épaisseur différentes sur lesquels on a bobiné des fibres de même nature. De plus, deux bobinages différents ont été réalisés sur des tubes identiques de façon à s'assurer de la répétabilité de la méthode.

Les résultats sont rassemblés dans le tableau 3.

diamètres du tube (mm)	chauffage	nombre de tours	$\frac{\Delta\phi}{\Delta T}$ mrad/°C	$\frac{1}{N}\frac{\Delta\phi}{\Delta T}$ mrad°C^{-1} tr^{-1}	rapport à la valeur théorique
14-15	ext.	34	296 ± 6	8,7 ± 0,3	0,22
14-15	ext.	42	374 ± 7	8,9 ± 0,3	0,22
10-15	ext.	22	193 ± 4	8,8 ± 0,2	0,22

Tableau 3 : Influence de l'épaisseur du cylindre

Ces résultats démontrent d'une part, que la sensibilité du système est proportionnelle au nombre de spires du bobinage et d'autre part, qu'elle ne dépend pas de l'épaisseur du support cylindrique. Cette propriété démontré théoriquement dans le chapitre III, est essentielle pour la compensation thermique.

2) Influence de la nature du revêtement de la fibre.

Les sensibilités de deux bobinages réalisés l'un avec une fibre gainée silicone et l'autre avec une résine époxy ont été comparées. Les cylindres utilisés sont en cuivre. Les résultats obtenus sont :

gaine silicone :

$$\frac{1}{N}\frac{\Delta\phi}{\Delta T} = 8,8 \pm 0,2 \text{ mrad } °C^{-1} \text{ tr}^{-1}$$

gaine résine époxy :

$$\frac{1}{N}\frac{\Delta\phi}{\Delta T} = 19,1 \pm 0,4 \text{ mrad } °C^{-1} \text{ tr}^{-1}$$

Ces résultats montrent un rapport voisin de deux en faveur de la gaine en résine époxy ce qui confirme l'importance des propriétés élastiques de la gaine de la fibre. Notons que cette propriété peut être utilisée pour désensibiliser

un système biréfringent dont on souhaite maintenir le déphasage constant.

3) Conclusion

Les résultats des expériences présentées dans ce paragraphe montrent qu'avec un matériau de grande conductivité thermique, la sensibilité à la température d'un bobinage de fibre est indépendante de l'épaisseur du cylindre sur lequel il est réalisé. Cette propriété peut donc être mise à profit pour la compensation thermique dans les mesures de pression que nous abordons maintenant.

C. MESURES DE PRESSION - COMPENSATION THERMIQUE

Cette partie est divisée en trois paragraphes. Le premier est consacré à la comparaison des sensibilités respectivement à la température et à la pression d'un bobinage de fibre pour différents matériaux. Les méthodes de compensation thermique suggérées dans le chapitre III sont illustrées expérimentalement dans les deux derniers paragraphes.

I. SENSIBILITE A LA PRESSION D'UN BOBINAGE DE FIBRE

Pour réaliser ces mesures, les fibres sont bobinées sur des cylindres creux à l'intérieur desquels la pression peut être modifiée (figure 63).

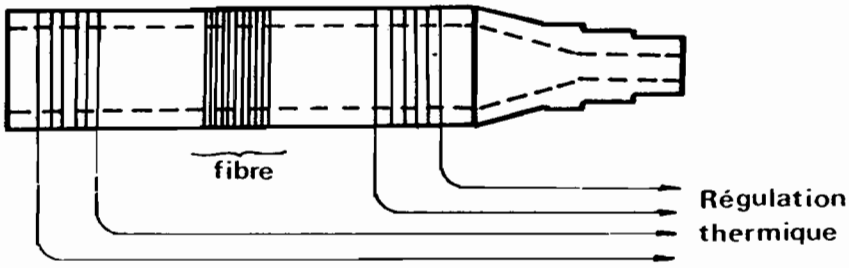


Figure 63

Des enroulements de fils chauffants reliés à une régulation de température permettent de maintenir celle ci constante à mieux que 0,05 °C lors des mesures de pression. Ils permettent par ailleurs d'étudier la sensibilité thermique comme dans les expériences décrites précèdemment.

1) Cas du cuivre

Une bobine de 40 spires de la fibre n° 1 réalisée sur un tube de diamètres 14-16 mm a été utilisée pour cette étude et les mesures ont été effectuées par la méthode 2.

Les résultats obtenus sont les suivants :

$$\left|\frac{1}{N}\ \frac{\Delta\Phi}{\Delta T}\right| = 9,6 \pm 0,3 \text{ mrad } °C^{-1}\ tr^{-1}$$

(rapport à la valeur théorique : 0,22).

$$\left|\frac{1}{N}\ \frac{\Delta\Phi}{\Delta P}\right| = 1,44 \pm 0,03 \text{ mrad bar}^{-1}\ tr^{-1}$$

(rapport à la valeur théorique : 0,15).

Il faut d'abord noter que la variation $\Delta\Phi$ produite par un changement de température de 1°C est la même que celle produite par un changmeent de pression de 6,7 bars. Cela confirme expérimentalement l'influence catastrophique de la température dans le cas du cuivre. On peut remarquer que la sensibilité thermique par tour est un peu plus élevée que pour

les bobinages testés dans la partie B. Ceci est logique car le diamètre de la fibre utilisée ici est 1,12 fois plus élevé que celui de la précédente. Ramenée au même diamètre que celui de la fibre 2, la sensibilité devient donc 8,6 mrad $^{\circ}C^{-1}$ tr^{-1} tout à fait en accord avec les résultats du Tableau 3.

2) Cas de l'Invar

La bobine utilisée possède 23 spires de la fibre n° 2. Elle est réalisée sur un tube en Invar, matériau très peu dilatable, dont les diamètres sont 13 mm et 13,9 mm. Les sensibilités obtenues sont :

$$\left|\frac{1}{N}\ \frac{\Delta\phi}{\Delta T}\right| = 1,6 \pm 0,03 \text{ mrad } {}^{\circ}C^{-1}\ tr^{-1}$$

$$\left|\frac{1}{N}\ \frac{\Delta\phi}{\Delta P}\right| = 3,1 \pm 0,1 \text{ mrad bar}^{-1}\ tr^{-1}$$

Ces valeurs sont déduites des courbes de la figure 64 obtenues par la méthode de mesure 2.

Elles montrent que dans le cas de l'Invar, l'influence de 1°C est ramenée à 0,5 bars. Toutefois, cette valeur doit être comparée à 3 bars pour un tube en cuivre de même géométrie et non aux 6,7 bars obtenus précèdemment dans le cas d'un tube plus épais.

L'emploi de l'Invar est néanmoins délicat car, si ses propriétés thermiques sont intéressantes dans le cadre de cette application, ses propriétés magnétiques sont un facteur limitant. L'Invar contient un fort pourcentage de Nickel qui est un matériau magnétostrictif. Un champ magnétique peut donc entrainer des variations de diamètre du cylindre. Une méthode de mesure de champs magnétiques par cette méthode [66] a d'ailleurs été proposée.

Dans tous les cas, une compensations des effets thermiques permettra une amélioration de ces résultats.

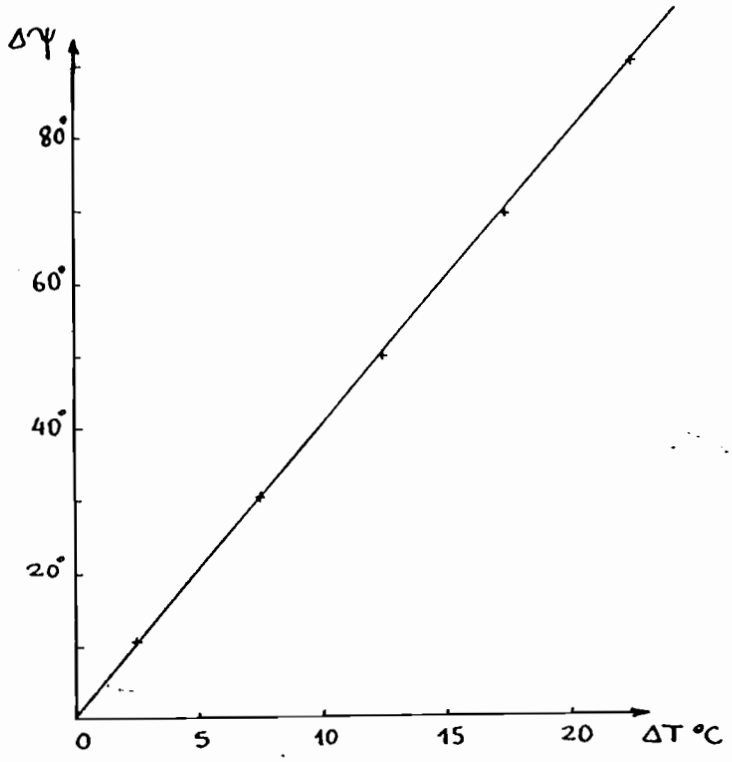


Figure 64.a : Bobinage sur tube en Invar : sensibilité thermique.

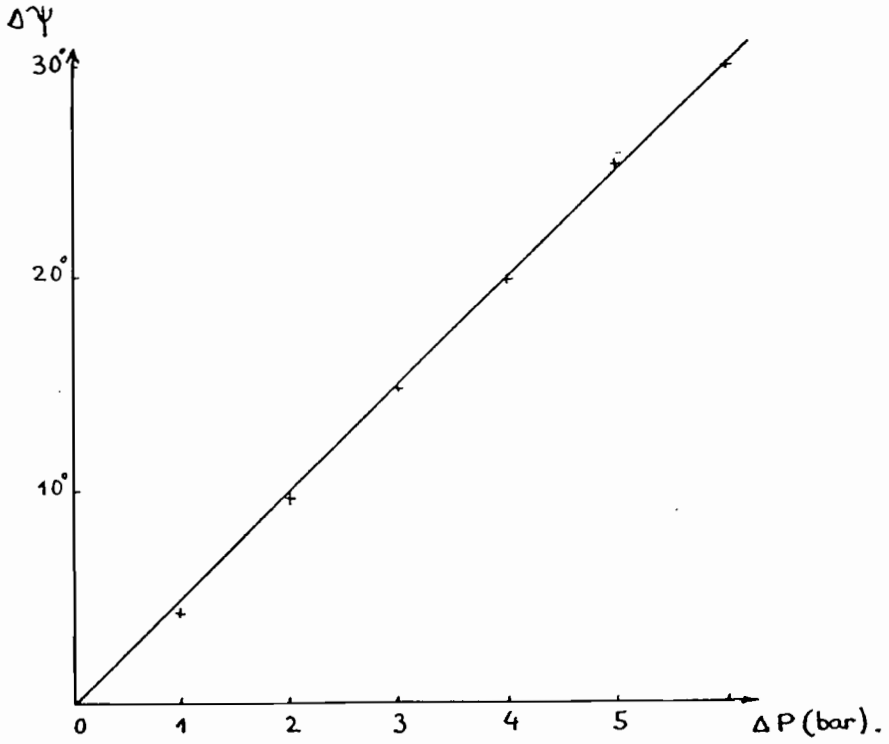


Figure 64.b : Bobinage sur tube en invar : sensibilité à la pression.

II. COMPENSATION THERMIQUE UTILISANT UNE BOUCLE DEMI-ONDE [48],[62]

Rappelons brièvement le principe. Il s'agit de réaliser deux bobinages de fibre ayant même nombre de spires sur deux parties d'épaisseurs différentes d'un même tube. Entre les deux bobinages, il faut en outre, réaliser une boucle de fibre équivalente à une lame demi-onde (figure 65).

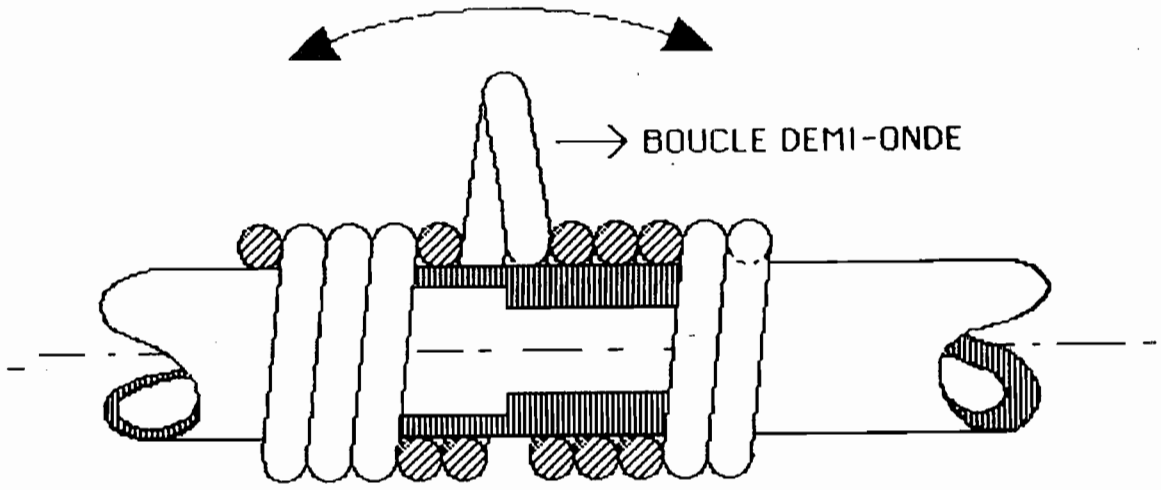


Figure 65

1) Rayon de la boucle demi-onde

Rappelons que le rayon de la boucle introduisant un déphasage de π entre ses lignes neutres, pour la longueur d'onde 633 nm utilisée est donné par :

$$R = 2,7\ 10^{-6}\ \rho^2\ \text{mm}$$

où ρ est le rayon de la fibre exprimé en microns. La fibre

utilisée est la fibre n° 2 pour laquelle :

$$\rho = 52\ \mu m \pm 1\ \mu m.$$

On obtient théoriquement :

$$R_{th} = 7,3\ mm \pm 0,3\ mm$$

Du fait que R dépend fortement de ρ, nous avons préféré déterminer expérimentalement le rayon de courbure.

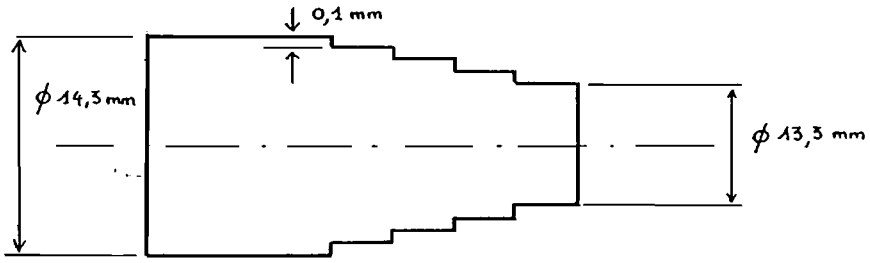


Figure 66 : Cylindre utilisé pour l'étude de la boucle demi-onde.

Pour celà, nous avons utilisé un cylindre comportant des zones de différents diamètres variant de 13,3 mm a 14,3 mm par pas de 0,2 mm. On injecte alors de la lumière polarisée rectilignement à 45° des lignes neutres de la boucle et on mesure l'ellipticité de la vibration résultante. Un minimum de 5 % est obtenu pour les diamètres 14,1 mm et 14,3 mm. La valeur retenue pour le rayon de la fibre est donc 14,2 mm. On vérifie alors que la boucle produit une vibration quasi rectiligne dont la direction est symétrique de celle de la polarisation incidente par rapport à ses lignes neutres. Cette propriété est caractéristique d'une lame demi-onde. Il faut signaler qu'une attention particulière doit être prise pour appliquer la boucle de fibre sur son support pour ne pas exercer de traction sur elle. En effet, ceci aurait pour conséquence d'augmenter la biréfringence induite par courbure. De plus, la fibre, juste en contact avec son support, n'est que peu sensible aux dilatations thermiques de ce dernier.

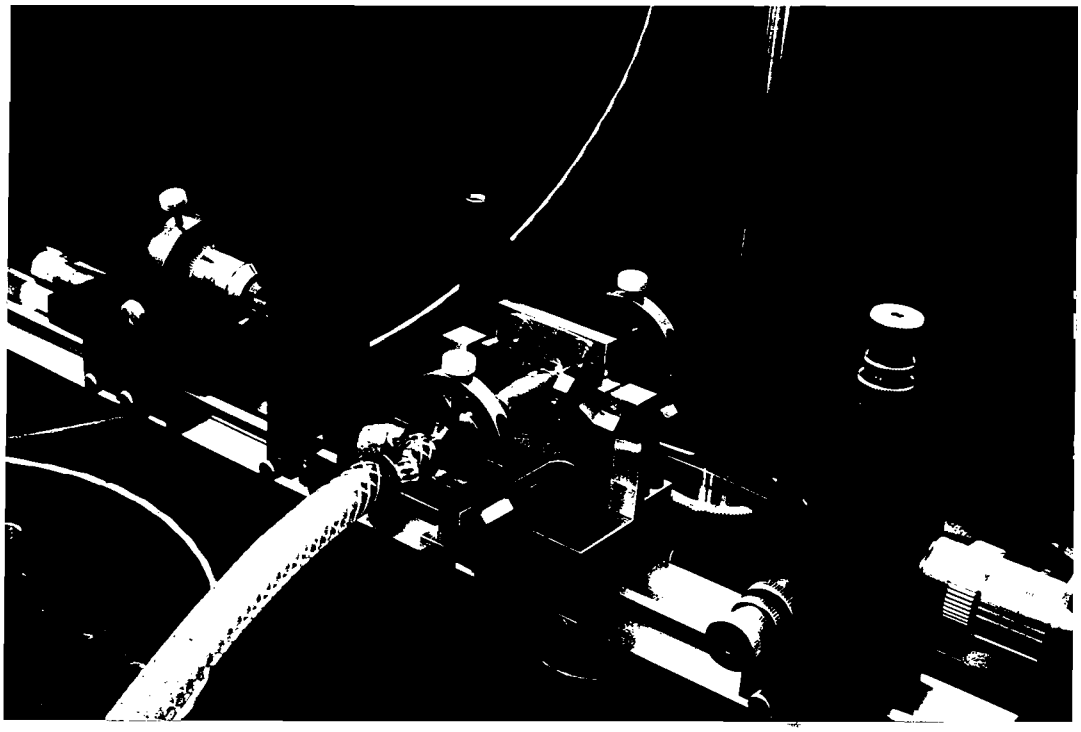


Figure 67.a : Système non compensé

Figure 67.b : Système compensé.

2) Dispositif complet

De façon à démontrer l'efficacité de la méthode, nous avons choisi le cuivre comme matériau. Le cylindre utilisé a un diamètre externe de 15 mm. Le diamètre interne vaut 10 mm sur la moitié de la longueur et 14 mm sur l'autre moitié. De part et d'autre de la section où l'épaisseur varie, on bobine 17,5 tours de fibre. La boucle, pour des raisons pratiques est séparée en deux demi-boucles (figure 67) ce qui permet de l'incliner à volonté.

3) Etude de la sensibilité thermique

a) Recherche de l'inclinaison de la boucle

Comme nous l'avons discuté en détail dans le chapitre III, plusieurs raisons font que l'inclinaison de la boucle qui permet d'obtenir la mesure de la différence des deux déphasages n'est pas exactement 45°. C'est pourquoi, l'inclinaison correcte est cherchée expérimentalement. Suivant la méthode 1, on détermine la direction des lignes neutres du système équivalent. On injecte ensuite de la lumière polarisée rectilignement à 45° de ces lignes neutres et on détermine l'ellipticité de la vibration en sortie du système. Les deux bobinages étant identiques, la position de la boucle est correcte lorsque cette ellipticité est minimum.

b) Sensibilité du système

Le plan de la boucle étant parallèle aux spires des bobinages, c'est à dire, dans une position où le système n'est pas compensé, on effectue un enregistrement du type 2 (figure 68) avec une lame quart d'onde. La sensibilité obtenue est :

$$\frac{\Delta\phi}{\Delta T} = 251 \text{ mrad/°C} \pm 5 \text{ mrad/°C}$$

Dans ce cas, le système est équivalent à un simple bobinage de 35 spires. La sensibilité par tour est alors :

$$\frac{1}{N}\frac{\Delta\phi}{\Delta T} = 7,2 \text{ mrad } {}^{\circ}C^{-1} \text{ tr}^{-1}$$

La fibre utilisée est la fibre n° 2. Cette valeur est inférieure à celle obtenue avec les autres bobinages réalisés avec la même fibre. Cela signifie que lorsque la boucle est droite, on ne fait pas tout à fait la somme des déphasages induits dans chaque bobine. Ceci peut être dû en particulier à une torsion résiduelle de la fibre qui constitue la boucle.

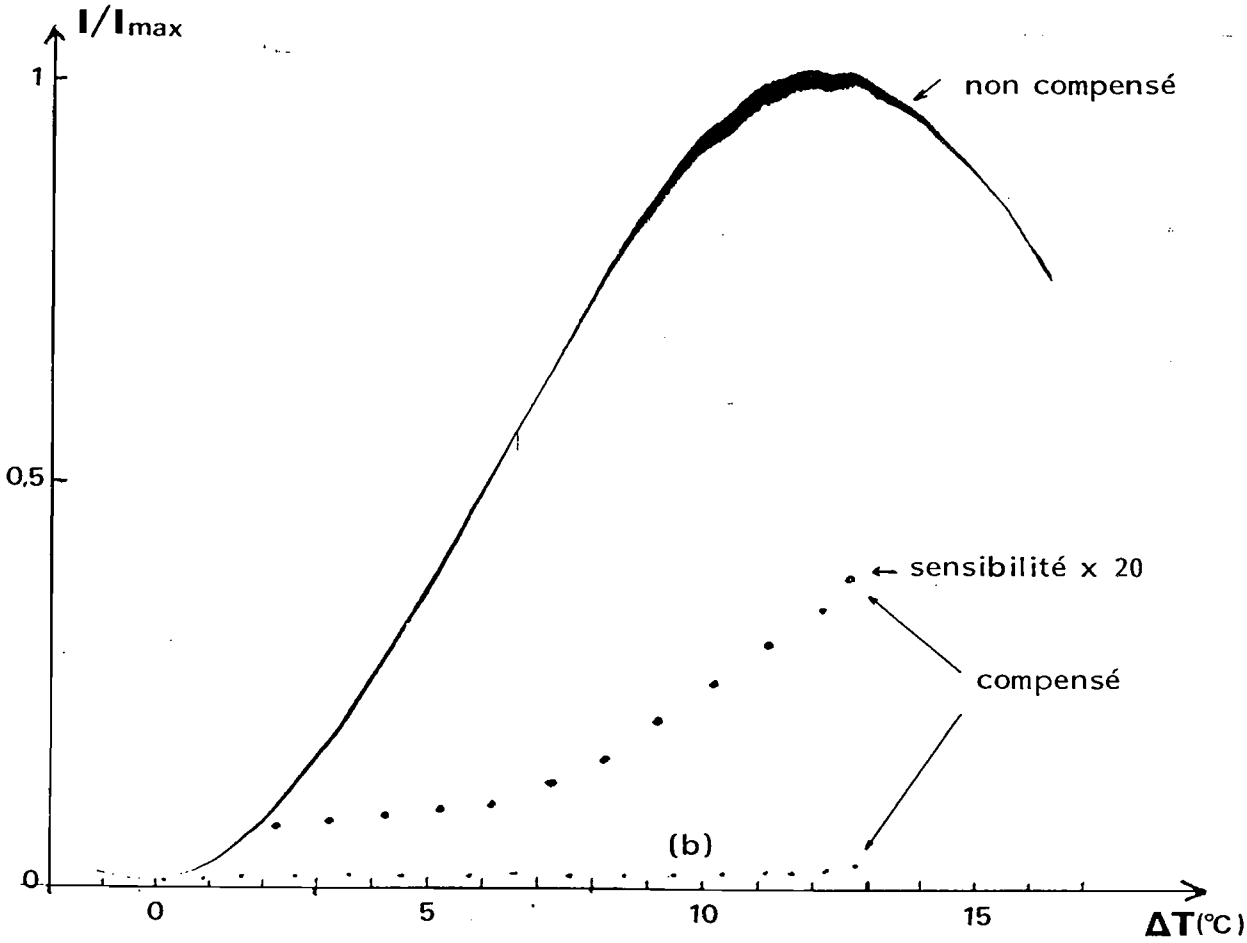


Figure 68 : Sensibilité thermique dans les configurations compensées et non compensée.

La courbe (b) de la figure 68 représente le résultat obtenu en effectuant la même opération, la boucle étant cet-

te fois inclinée. La sensibilité de l'enregistrement est multipliée par 20 par rapport au cas précédent.

Pour une variation de température de 12,5 °C, le rapport I/I_{max} n'est que de 0,014 alors qu'il valait 1 dans la configuration non compensée. Si on assimile cette courbe au début d'une sinusoïde, on obtient une sensibilité :

$$\frac{\Delta\phi}{\Delta T} = 19 \text{ mrad/°C}$$

La sensibilité à la température est donc réduite d'un facteur 13. La compensation est efficace mais n'est cependant pas totale ; ceci peut s'expliquer par le fait que le réglage idéal de la boucle n'est pas le même pour toutes les températures comme l'étude du chapitre III l'a montré. Il reste à faire une étude de la sensibilité à la pression.

4) Sensibilité à la pression

Pour ces études, la température du système est asservie. Les mesures sont effectuées en utilisant l'analyse avec lame quart-d'onde (méthode 2). Les figures (69.a) et (69.b) représentent les variations du déphasage en fonction de la pression respectivement dans les configurations non compensée et compensée. Les sensibilités obtenues sont respectivement :

$$\frac{\Delta\phi}{\Delta P} = 45 \text{ mrad/bar} \qquad \text{(non compensé)}$$

et

$$\frac{\Delta\phi}{\Delta P} = 40 \text{ mrad/bar} \qquad \text{(compensé)}$$

La sensibilité à la pression est donc réduite par un facteur 0,89 dans le montage compensé en température. Compte-tenu des diamètres internes et externes de chaque bobinage, soit 10-15 mm et 14-15 mm, la relation (III.35) conduit à un facteur de réduction de sensibilité égal à 0,80. Cette valeur est obtenue en faisant l'hypothèse que les deux parties du cylindre d'épaisseurs différentes se déforment sans interagir. En pratique, la partie la plus mince tend à se défor-

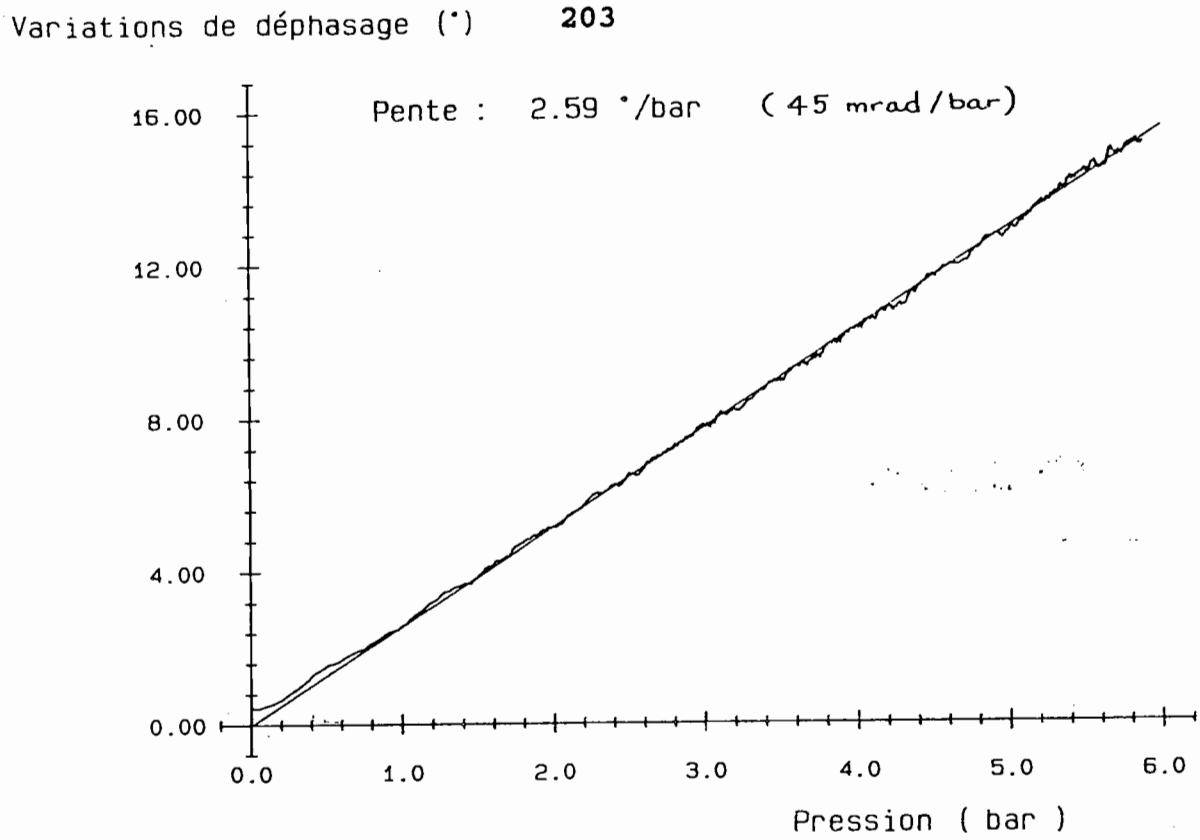


Figure 69.a

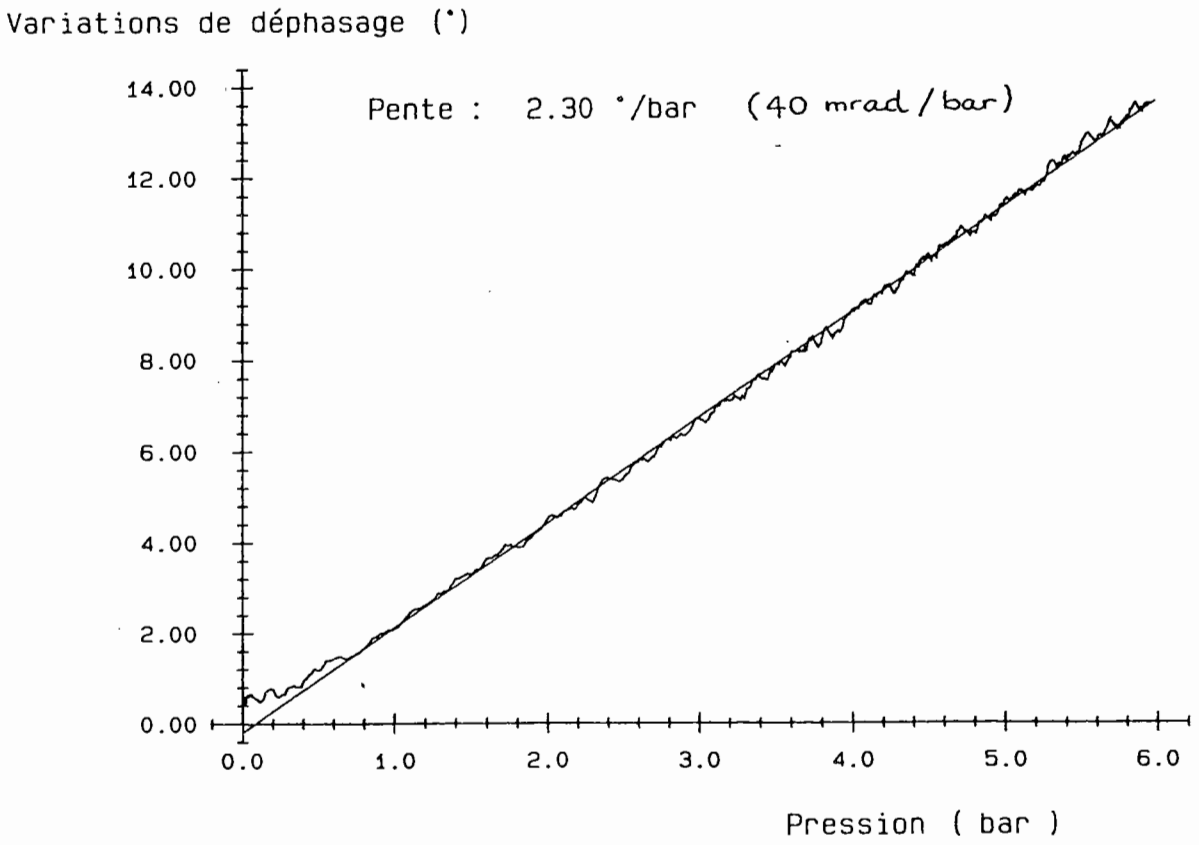


Figure 69.b

mer plus que la partie la plus épaisse. Il existe donc à l'endroit où est bobinée la fibre une zone de déformation progressive du cylindre (figure 70).

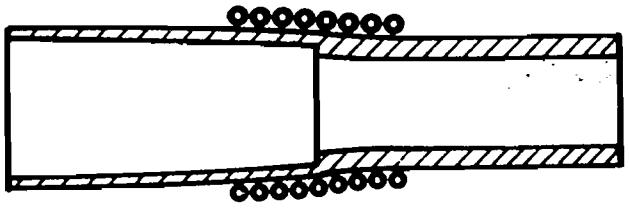


Figure 70 : Effets de bord dans les déformations

La prise en compte de cet effet conduit à une réduction de la sensibilité de la partie la plus mince et à une augmentation de celle de la partie voisine. On aboutit donc à des sensibilités moins différentes pour les configurations compensées et non compensées.

La comparaison des différentes sensibilités tant à la température et à la pression montrent que la variation de pression qui donne le même signal qu'une variation de température de 1°C a été ramenée de 5,6 bars pour la configuration non compensée à 0,48 bars pour la version compensée. La détermination de la sensibilité thermique lorsque la boucle est inclinée étant grossière, nous avons réalisé une expérience complémentaire. La méthode utilisée est toujours celle qui emploie une lame $\lambda/4$. On impose une variation de pression de 3,2 bars au système compensé et la température est ensuite augmentée progressivement. Les variations de flux reçu sur le détecteur sont représentées sur la figure 71.

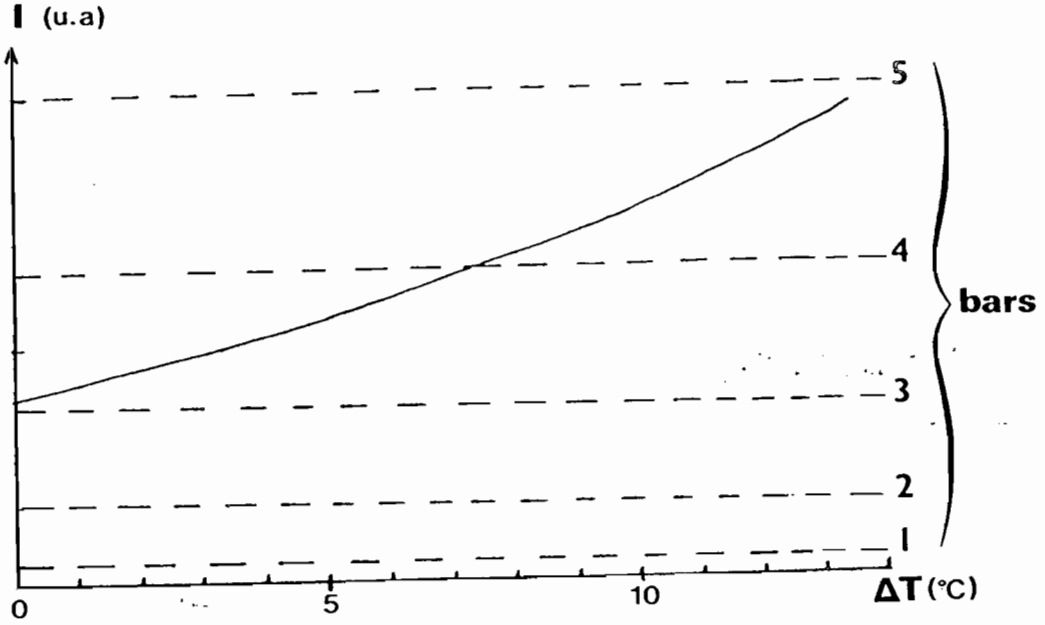


Figure 71

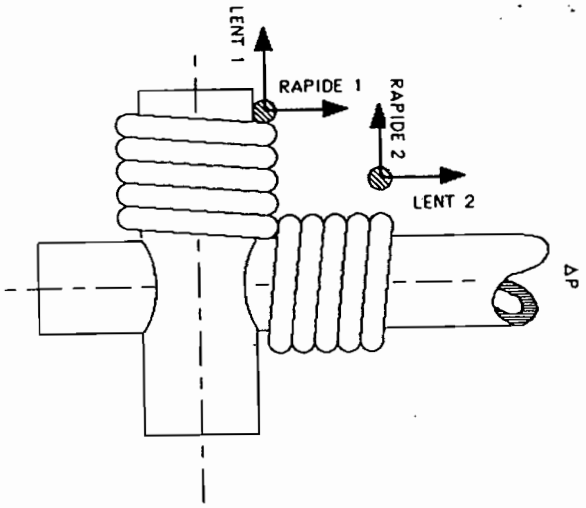
Les traits pointillés représentent les niveaux qui seraient obtenus pour différentes valeurs de la pression à température constante. On constate alors qu'une élévation de température de 13,5°C conduit le système à un niveau équivalent à une surpression de 4,7 bars. La surpression réelle étant de 3,2 bars, une variation de température de 1°C entraine une erreur de 0,11 bars sur la mesure de pression. Le résultat effectif est donc meilleur que celui calculé à partir des différentes sensibilité mesurées séparément. Ce dispositif permet donc de diminuer très sensiblement l'influence de la température en affectant peu la sensibilité à la pression. Un autre dispositif utilisant des bobinages d'axes perpendiculaires et permettant d'obtenir des résultats comparables est décrit dans le prochain paragraphe.

III. COMPENSATION THERMIQUE A L'AIDE DE BOBINAGES D'AXES ORTHOGONAUX [62]

Le système est toujours composé de deux bobinages ayant même nombre de spires, et réalisés sur des tubes d'épaisseurs différentes. Dans ce cas, l'échange de lignes neutres se fait géométriquement.

1) Description du système

Le premier système que nous avons réalisé est constitué de deux tubes en cuivre. Le premier est mince ; ses diamètres intérieur et extérieur sont respectivement 13mm et 14mm. Il traverse un second cylindre d'axe perpendiculaire de diamètre extérieur 16 mm et dont l'épaisseur est 3 mm. Un schéma complété par une photographie sont présentés sur la figure 72.



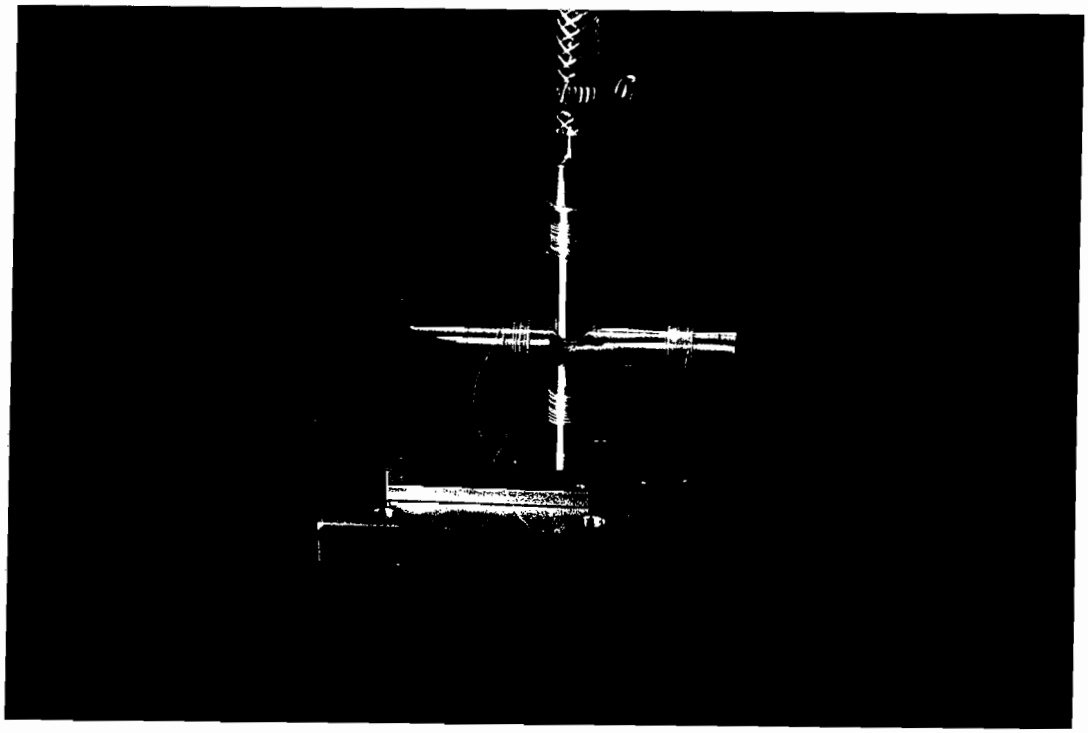


Figure 72 : Tubes d'axes perpendiculaires pour mesure de pression compensée en température.

Au voisinage de l'intersection des deux cylindres, on bobine sur chacun d'eux 17 spires de fibre (fibre n° 3 du tableau 1). Il existe entre les deux cylindres un jeu de quelques centièmes de millimètres de façon à ne pas brider le tube mince. Cependant, l'efficacité de la compensation exigeant une température identique pour les deux bobines de fibre et leur support, une graisse de grande conductivité thermique assure l'uniformité de la température. La température de l'ensemble du système peut être augmentée à l'aide de quatre enroulements résistifs placés sur les branches du montage. Lors des mesures de sensibilité à la pression une régulation de la température est réalisée à mieux que 0,1 °C. Etant donnée la géométrie du dispositif, la pression ne peut être augmentée que dans le cylindre mince.

2) Sensibilité à la pression

La méthode 2 utilisant une lame quart d'onde est ici encore utilisée. Les variations de déphasage en fonction de la pression sont représentées sur la figure 73. La sensibilité obtenue est :

$$\frac{\Delta\phi}{\Delta P} = 152 \text{ mrad/bar} \pm 3 \text{ mrad/bar}$$

Plusieurs remarques s'imposent. Premièrement, la sensibilité obtenue est celle du premier bobinage de 17 spires réalisé sur le tube mince puisque l'autre tube ne se déforme pas. Par conséquent, ce système ne subit aucune diminution de sensibilité à la pression. Deuxièmement, la valeur donnée ci-dessus ramenée à une spire conduit à :

$$\frac{\Delta\phi}{N\ \Delta P} = 8,9 \pm 0,3 \text{ mrad.bar}^{-1}\ \text{tr}^{-1}$$

La relation III-35 conduit à une estimation théorique de 17 mrad bar^{-1} tr^{-1}. La valeur expérimentale 1,9 fois plus faible s'explique par la présence d'un revêtement sur la fibre. Cependant, la comparaison de ce cas avec celui étudié au début de cette partie montre une chute de sensibilité bien moindre. La fibre utilisée dans le cas présent est en effet, revêtue d'une couche de résine époxy plus dure que le silicone qui constitue le revêtement de la fibre utilisée dans le premier cas.

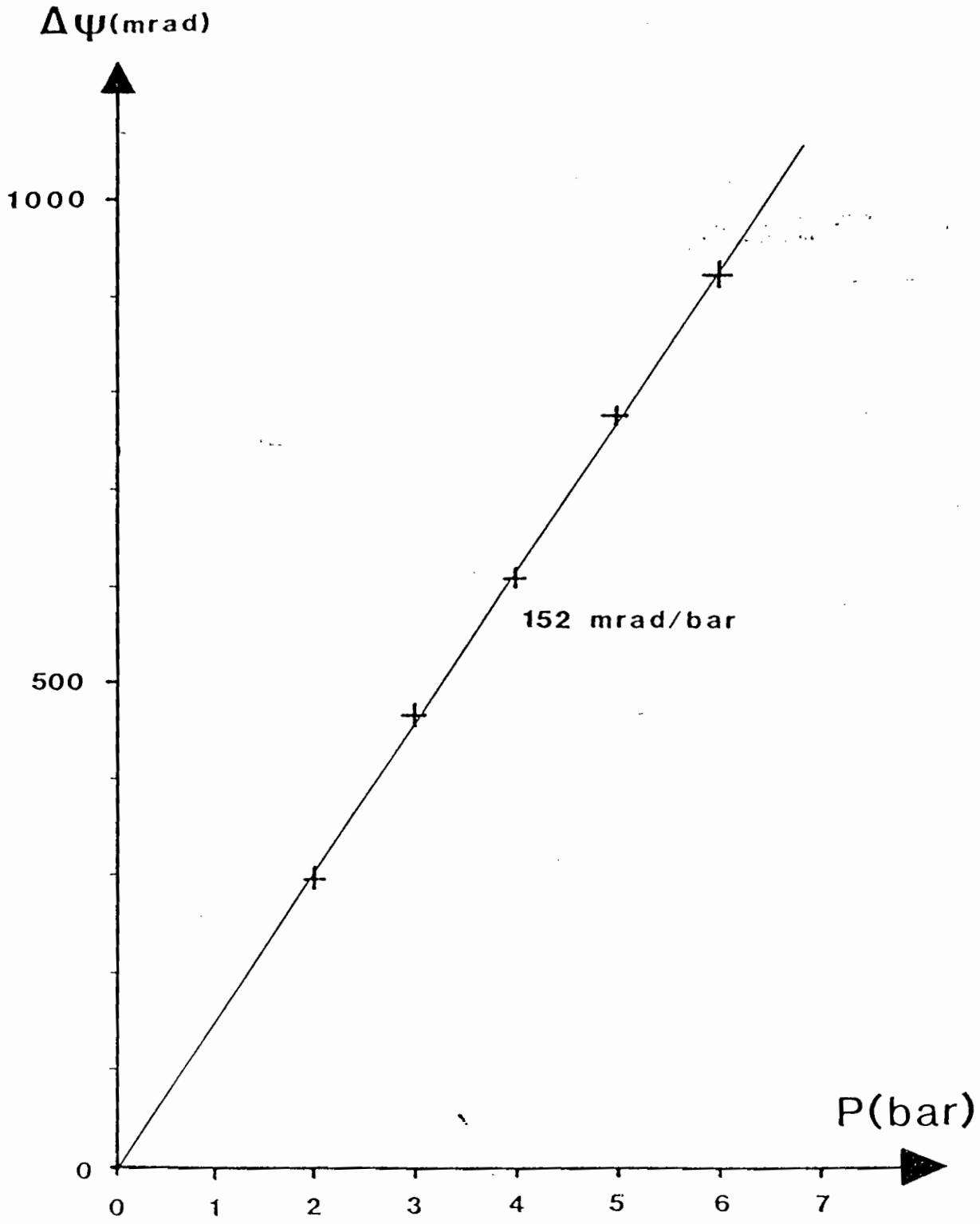


Figure 73

3) Efficacité de la compensation thermique

Trois expériences ont été réalisées pour caractériser l'efficacité de la compensation thermique. Dans une première expérience, la sensibilité thermique a été étudiée directement suivant la même technique que précèdemment (méthode 2). La valeur obtenue est :

$$\frac{\Delta\psi}{\Delta T} = 35 \pm 1 \text{ mrad/°C}$$

On peut donc déduire des sensibilités à la température et à la pression qu'une élévation de température de 1°C provoque la même variation de déphasage qu'une surpression de 0,23 bar. Ces résultats sont tout à fait comparables à ceux obtenus par la méthode utilisant la boucle demi-onde. De façon à confirmer ce résultat, une seconde expérience a été réalisée. Pour une surpression nulle et une température fixée, une lumière polarisée rectilignement à 45° des lignes neutres est injectée dans le système. L'analyse de la vibration émergente est faite avec une lame $\lambda/4$ comme dans la méthode 2. On se place cette fois sur fond clair. La pression à l'intérieur du tube mince est augmentée jusqu'à 4 bars. A partir de cet état, la température du système est augmentée. Les résultats sont présentés sur la figure 74.

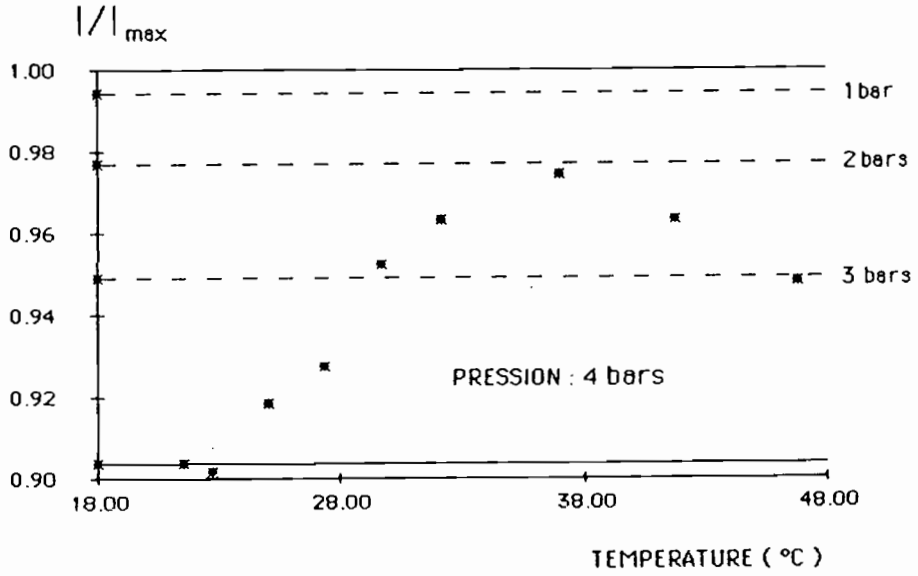


Figure 74 : Influence d'une élévation de température du système.

Les lignes pointillées représentent le niveau obtenu à température constante égale à la température initiale pour différentes valeurs de la surpression. La forme de la courbe suggère que l'élévation de température provoque globalement une variation de déphasage qui s'oppose à celle produite par la surpression. On ne détecte donc pas exactement les variations de la différence entre les déphasages induits dans chaque bobinage. Sur la courbe de la figure 74, on constate qu'une variation de température de 15°C provoque la même variation de niveau qu'une chute de pression de 2 bars soit 0,13 bar/°C. Cette valeur est compatible avec l'estimation précédente.

Enfin, le système n'étant pas réglable, contrairement au précédent avec la boucle pivotante, nous avons étudié la sensibilité thermique d'un bobinage de 17 spires réalisées avec la même fibre sur un cylindre de cuivre. Nous avons obtenu :

$$\frac{\Delta\phi}{\Delta T} = 317 \pm 9 \text{ mrad/°C}$$

soit pour une spire :

$$\frac{\Delta\phi}{N.\Delta T} = 18,6 \pm 0,6 \text{ mrad °C}^{-1} \text{ tr}^{-1}$$

Notons que la valeur théorique pour une fibre non gainée et un cylindre libre conduit à 39,8 mrad °C^{-1} tr^{-1}. On retrouve à nouveau un facteur voisin de 2 dû à la présence du revêtement. La valeur expérimentale, comparée à la sensibilité à la pression montre qu'en l'absence de compensation, 1°C produit le même effet que 2,1 bars contre 0,2 bars pour le système compensé. L'influence de la température a donc été réduite d'un facteur 10.

4) Comparaison des deux techniques

Cette réduction de la sensibilité thermique est du même ordre de grandeur que celle obtenue par l'utilisation d'une boucle de fibre demi-onde. Les erreurs de mesure provoquées par 1°C de variation de température sont, pour le cuivre de 0,2 bar.

A performances comparables, les bobinages d'axes orthogonaux sont peut être de réalisation plus aisée et n'entrainent aucune chute de sensibilité à la pression. Cependant, les échanges de chaleur entre les différentes parties du système sont plus critiques que dans le cas du cylindre utilisé dans le système à boucle demi-onde.

Les deux techniques, testées sur des dispositifs en cuivre, peuvent atteindre des performances supérieures en utilisant des matériaux moins dilatables. Le choix du cuivre avait pour but, la démonstration de l'efficacité des méthodes employées dans un cas très critique. Pour compléter cette étude, nous décrivons un dispositif autorisant des mesures différentielles de pression.

5) Mesure différentielle

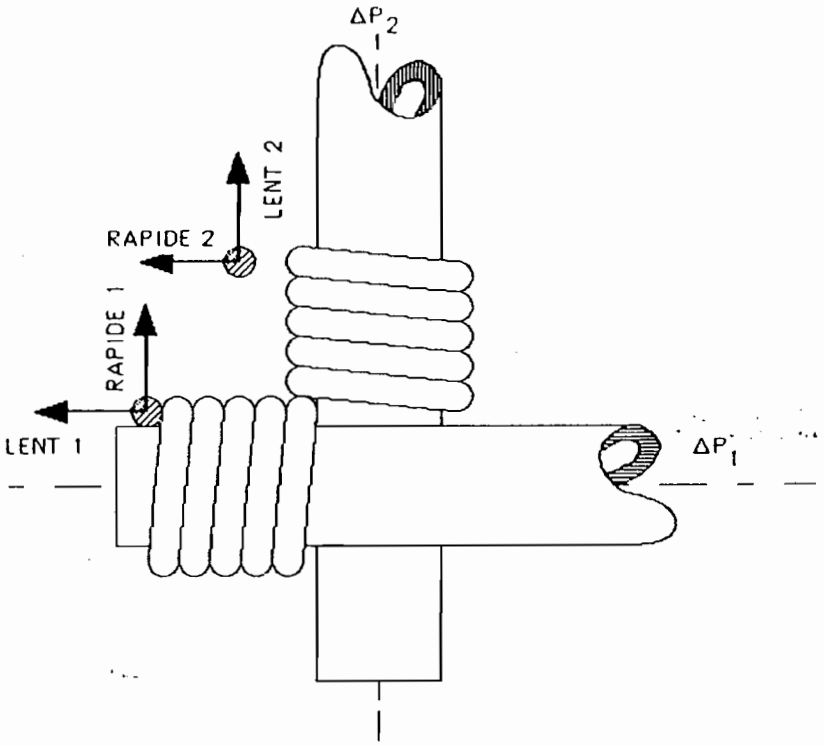
Le matériau choisi est l'INVAR, alliage de faible coefficient de dilatation thermique. On réalise dans ce cas deux cylindres creux identiques dont les diamètres internes et externes sont respectivement 13 mm et 14 mm. Ils sont disposés perpendiculairement tangents l'un à l'autre (figure 75).

Le contact thermique, plus difficile à assurer dans ce cas, est réalisé à l'aide d'une pâte de forte conductivité thermique. Sur chaque cylindre on enroule 29 spires de fibre (fibre n° 3 du tableau 1).

Ainsi, la pression peut être augmentée de façon indépendante dans chacun des deux cylindres. La détection de la différence des variations de déphasage induit dans chaque bobinage conduit donc à la différence de pression et théoriquement indépendamment des variations de température.

a) Variations de pression identiques

Suivant la méthode 2, on réalise l'extinction de la vibration émergente. Une surpression identique est alors appliquée à l'intérieur des deux cylindres. Les variations de déphasage enregistrées sont de 5 ± 2 mrad/bar, valeurs qui représente la sensibilité en mode commun. En théorie, cette



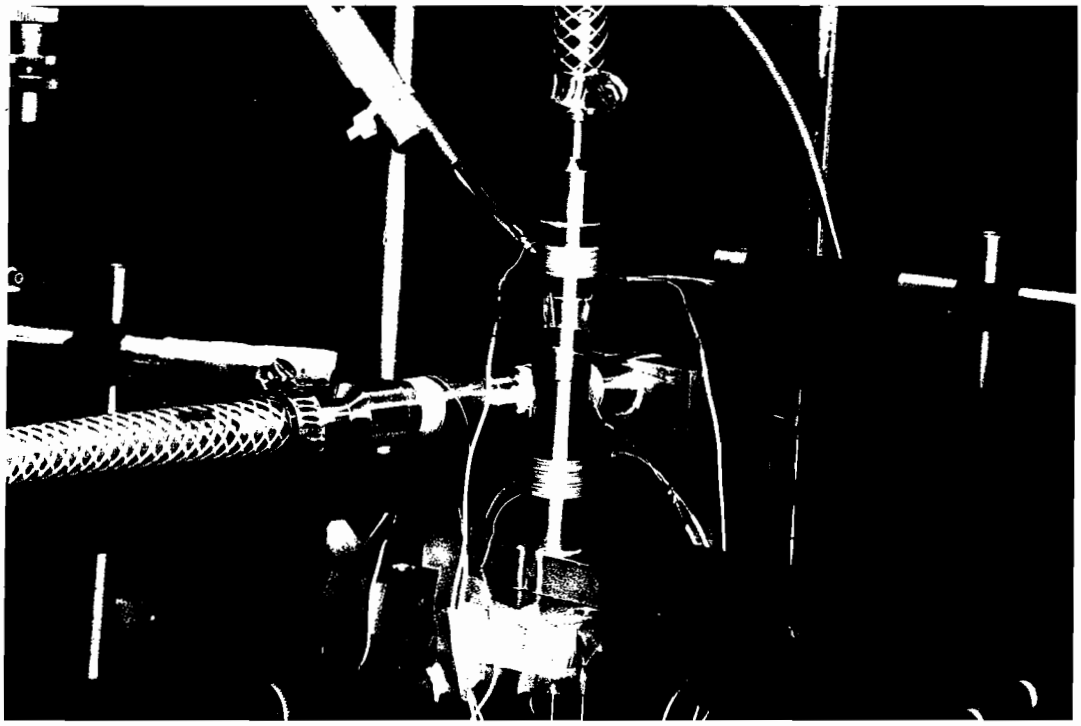


Figure 75 : Tube d'axes perpendiculaires pour mesure différentielle de pression.

grandeur est nulle. Sa valeur expérimentale peut refléter d'une part, le pouvoir rotatoire des bobinages, et d'autre part, une légère différence entre les nombres de spires des deux bobines. La sensibilité en mode différentiel dont nous abordons l'étude s'avère cependant plus importante.

b) Mesure différentielle

Pour étudier la sensibilité du dispositif en mode différentiel, la pression est fixée à une valeur dans l'un des tubes et est augmentée dans le second. La mesure du déphasage se fait ici par l'intermédiaire des paramètres équivalents du système (méthode 1). On obtient les résultats présentés sur la figure 76. Dans le cas d'un système parfait, toutes les droites devraient être confondues en une seule. Une explication possible des écarts observés est le pouvoir rotatoire existant dans chaque bobinage qui provoque un désalignement des lignes neutres de chacun d'entre eux. On ne réalise donc pas exactement la différence des deux déphasages.

Néanmoins, toutes ces droites sont parallèles et la sensibilité en mode différentiel est :

$$\frac{\Delta\phi}{\Delta P} = 209 \pm 6 \text{ mrad/bar}$$

ou encore ramenée à une spire :

$$\frac{\Delta\phi}{N.\Delta P} = 7,2 \pm 0,2 \text{ mrad bar}^{-1} \text{ tr}^{-1}$$

valeur 1,9 fois plus faible que la valeur théorique. On peut remarquer que dans les différentes expériences réalisées avec la même fibre, on retrouve des chutes de sensibilité dues au revêtement comparables. La sensibilité en mode différentiel est finalement 42 fois plus grande que la sensibilité en mode commun.

La sensibilité à la température a été évaluée par mesure de précaution. On obtient grossièrement 2 mrad/°C, ce qui à nombres de spires égaux est 28 fois plus faible que pour le montage en cuivre. Le rapport des coefficients de dilatation des deux matériaux étant 23,5, ces ordres de grandeur

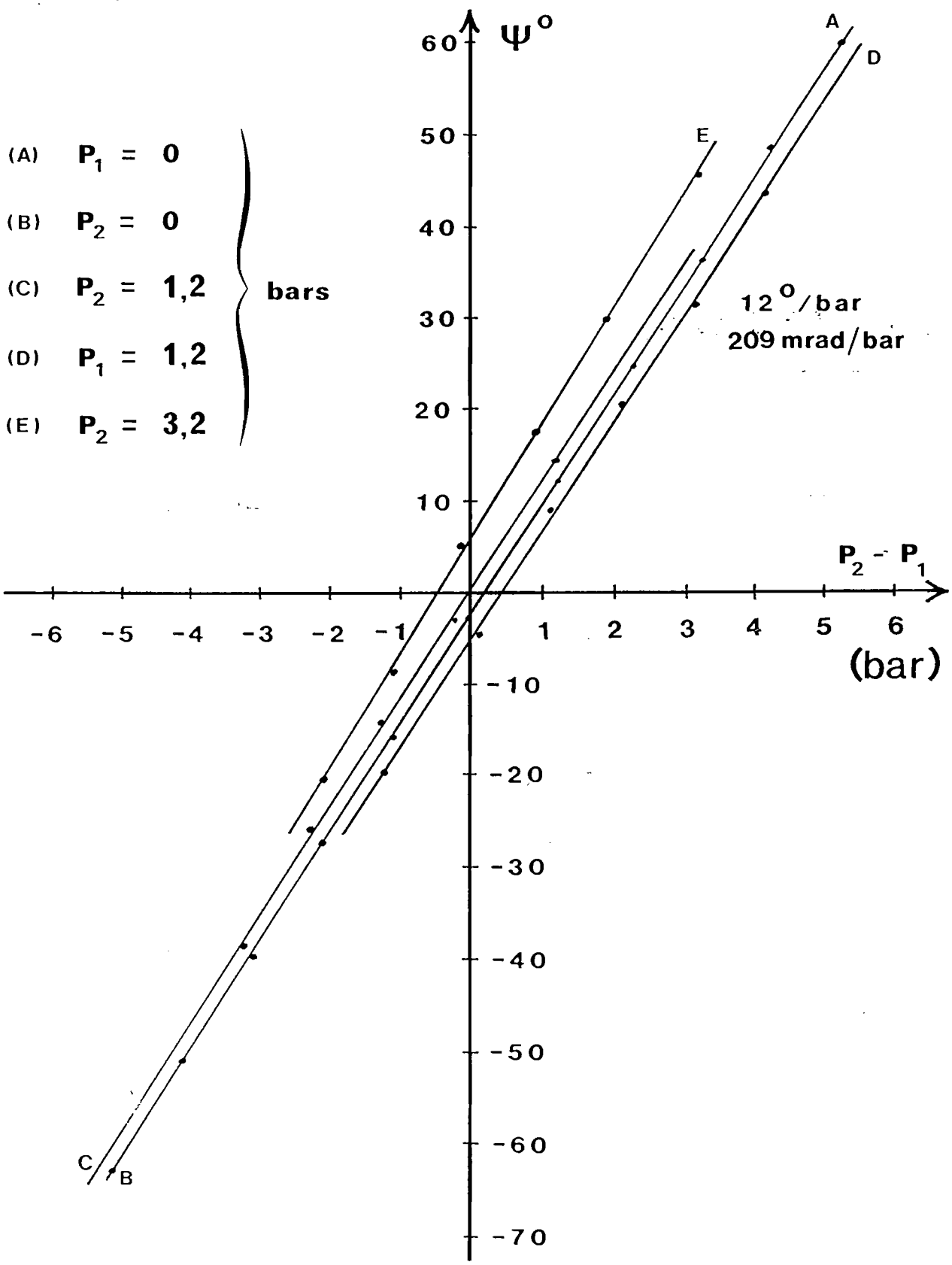


Figure 76 : Mesure de pression différentielle.

sont corrects. Une variation de 1°C de la température est alors équivalente à une variation de pression différentielle de l'ordre de 10^{-2} bar. Cette expérience démontre donc la possibilité de réaliser une mesure de pression différentielle avec sensibilité à la température très réduite.

IV. CONCLUSION

Les résultats présentés dans cette partie ont démontré la possibilité de réaliser expérimentalement des dispositifs dans lesquels on mesure la différence entre les variations de déphasage induit dans deux bobinages de fibres. Leur utilisation permet en particulier, de réduire l'influence des effets thermiques par un facteur 10 dans les mesures de pression. La compensation est loin d'être parfaite en particulier à cause des propriétés non idéales des bobinages, telles que l'existence de pouvoir rotatoire. Un contrôle plus fin de l'état de polarisation dans la fibre serait alors nécessaire pour améliorer les performances. Nous abordons maintenant les résultats expérimentaux concernant une approche différente des effets thermiques qui consiste à les mesurer simultanément plutôt que de les compenser.

D. MESURE SIMULTANEE DU DEPHASAGE MOYEN ET DU DEPHASAGE DIFFERENTIEL DANS UN SYSTEME INTERFEROMETRIQUE BIREFRINGENT

Cette partie est consacrée à la présentation des résultats expérimentaux concernant la mesure du déphasage moyen et du déphasage différentiel. Le premier paragraphe constitue un rappel du principe ; il est suivi de la description détaillée des différents éléments qui constituent le dispositif expérimental. Les deux derniers paragraphes traitent respectivement des applications aux mesures de température seules et aux mesures simultanées de température et de pression.

I. RAPPEL DU PRINCIPE

Le système biréfringent est schématisé sur la figure 77. L'amplitude complexe des composantes de la vibration incidente suivant les lignes neutres Ox et Oy sont respectivement a et ± jb.

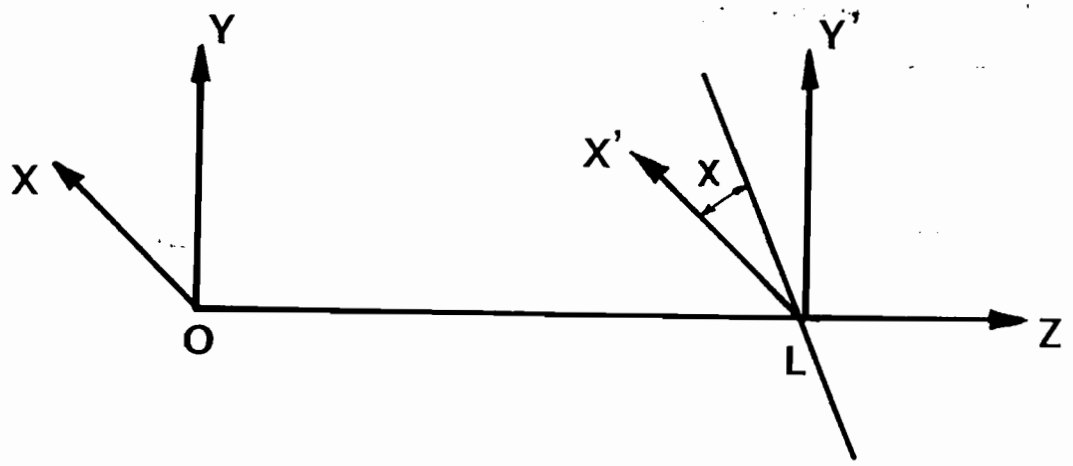


Figure 77 : Notations

Dans le chapitre III, nous avons démontré que la mesure des intensités I_1, I_2, I_3 et I_4 transmises par un analyseur orienté suivant les angles respectifs $\pi/4$, $3\pi/4$, 0 et $\pi/2$ vérifient les relations suivantes :

$$I_3 = a^2 \; T^2 \; (1 + 2R \cos \Phi_x) \qquad (13)$$

$$I_4 = b^2 \; T^2 \; (1 + 2R \cos \Phi_y) \qquad (14)$$

et

$$\sin \Phi = \pm \frac{ab \; T^2}{2} \frac{I_1 - I_2}{I_3 I_4} \qquad (15)$$

Rappelons que R et T sont des coefficients de réflexion et de transmission effectifs incluant les pertes de la fibre suivant les relations :

$$R = R_o \; e^{-\alpha_p L} \quad \text{et} \quad T = T_o \; e^{-\frac{\alpha_p L}{2}} \tag{15'}$$

Dans les relations (13) (14) et (15), R a été supposé très inférieur à l'unité.

Notons que les quantités a et b peuvent être mesurées en calculant la valeur moyenne des intensités I_3 et I_4, soit :

$$\langle I_3 \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} I_3 \; (\phi_x) \; d\phi_x = a^2 \; T^2 \tag{16}$$

et de façon analogue :

$$\langle I_4 \rangle = b^2 \; T^2$$

Les relations (13) à (15) peuvent donc être réécrites sous la forme où elles sont exploitées, c'est-à-dire :

$$I_3 = \langle I_3 \rangle \; (1 + 2R \cos \phi_x) \tag{17}$$

$$I_4 = \langle I_4 \rangle \; (1 + 2R \cos \phi_y) \tag{18}$$

$$\sin \phi = \frac{\sqrt{\langle I_3 \rangle \; \langle I_4 \rangle}}{2} \; \frac{I_1 - I_2}{I_3 \, I_4} \tag{19}$$

La relation (19) permet de déduire ϕ. Les relations (17) et (18) conduisent respectivement à ϕ_x et ϕ_y dont les variations peuvent être assimilées à celles de ϕ car $\Delta\phi \ll \Delta$. Nous décrivons maintenant le système expérimental qui permet de mesurer les intensités I_1, I_2, I_3 et I_4.

II. DESCRIPTION DU MONTAGE

1) Schéma général

L'utilisation de système induisant de grandes différen-

ces de marche (supérieure à 1 m) exige l'emploi d'une source de grande longueur de cohérence. La source est ici un laser Hélium Néon monomode stabilisé en fréquence. Un isolateur permet d'éliminer l'influence parasite de la lumière réfléchie sur la stabilité de la fréquence. Une lame quart d'onde permet de produire une vibration circulaire qui est injectée dans la fibre à l'aide d'un objectif de microscope. Un second objectif permet de collimater le faisceau issu de la fibre. La lumière est analysée à l'aide d'un dispositif décrit dans la suite, qui délivre les intensités souhaitées I_1, I_2, I_3 et I_4. Les signaux électriques des photodétecteurs sont envoyés vers un système d'acquisition numérique.

La température du bobinage est pilotée par un asservissement et contrôlée à l'aide d'un thermocouple. Par ailleurs, la pression à l'intérieur du cylindre sur lequel est bobinée la fibre est mesurée à l'aide d'un manomètre piézoélectrique. Nous décrivons maintenant les performances des différents éléments.

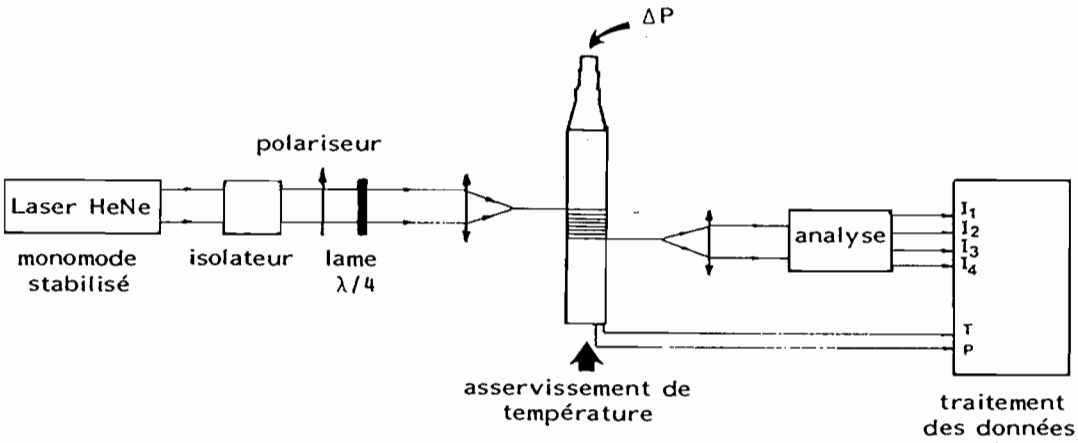


Figure 78 : Schéma du dispositif expérimental

2) Source

a) Performances nécessaires

De façon à obtenir la visibilité maximum autorisée par le système, la source choisie est un laser monomode longitudinal. D'autre part, si on veut attribuer l'origine des variations de déphasage à des variations de température ou à des variations de pression, il est évidemment nécessaire que la fréquence υ de la source soit stable. Plus précisément,

considérons l'expression (17) de l'intensité I_3 de l'intensité I_3 et sa représentation graphique sur la figure 79.

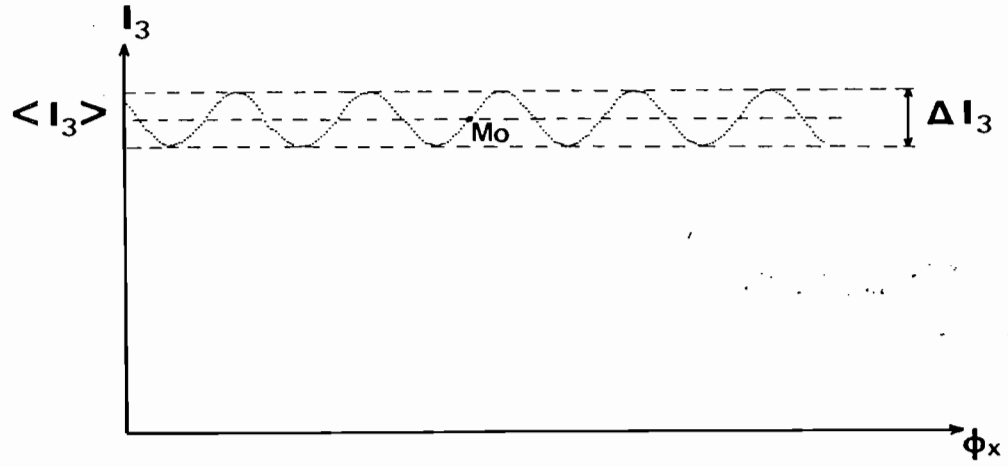


Figure 79 : Intensité transmise par un analyseur parallèle à une ligne neutre.

Supposons que le système soit au point M_o où l'intensité varie le plus vite en fonction du déphasage. En désignant par ΔI_3 l'amplitude de modulation, on obtient, en ce point :

$$\frac{dI_3}{d\phi} = \frac{\Delta I_3}{2}$$

(on confondra les variations de ϕ et celles de ϕ_x). Si la fréquence de la source varie de $\delta\upsilon$, la variation d'intensité transmise est donc :

$$\delta I_3 \simeq \Delta I_3 \frac{2\pi\, n_o L}{c} \delta\upsilon \qquad (20)$$

en assimilant la différence de marche à sa valeur pour la fibre non perturbée, soit $2n_o L$. Nous exprimerons nos exigences en terme de variations d'intensité relative maximum rapportée à l'amplitude de modulation soit :

$$\eta_{MAX} = \left(\frac{\delta I_3}{\Delta I_3}\right)_{MAX} \qquad (21)$$

Pour ne pas dépasser cette valeur, les variations de la

fréquence de la source doivent être inférieures à :

$$\delta\upsilon_{MAX} = \eta_{MAX} \frac{c}{2\pi\, n_o L}$$

En exprimant la longueur L de la fibre en mètres, on obtient :

$$\delta\upsilon_{MAX} = \frac{\eta_{MAX}}{L} \cdot 32 \text{ MHz}.$$

En choisissant comme objectif η_{MAX} = 2 % pour une fibre de 50 cm, la fréquence de la source doit varier de moins de 1,3 MHz ce qui représente pour un laser Hélium néon, une stabilité relative de $3\ 10^{-9}$. Cette valeur n'est pas atteinte naturellement et exige donc stabilisation de la fréquence de la source.

b) Réalisation

La source choisie est un laser He-Ne. La méthode de stabilisation utilisée a été suggérée, il y a maintenant quelques années [66] [67] et a fait l'objet d'améliorations récentes [68]. Le tube du laser comporte des miroirs scellés et sa longueur est telle qu'il existe deux modes longitudinaux. Pour le tube utilisé, l'écart de fréquence entre modes est de 760 MHz. L'expérience montre que les deux modes sont polarisés rectilignement suivant les directions orthogonales. Ces directions sont parfaitement stables au cours du temps. La justification théorique de l'état de polarisation rectiligne des modes semble liée à l'anisotropie des couches réfléchissantes qui constituent les miroirs [5].

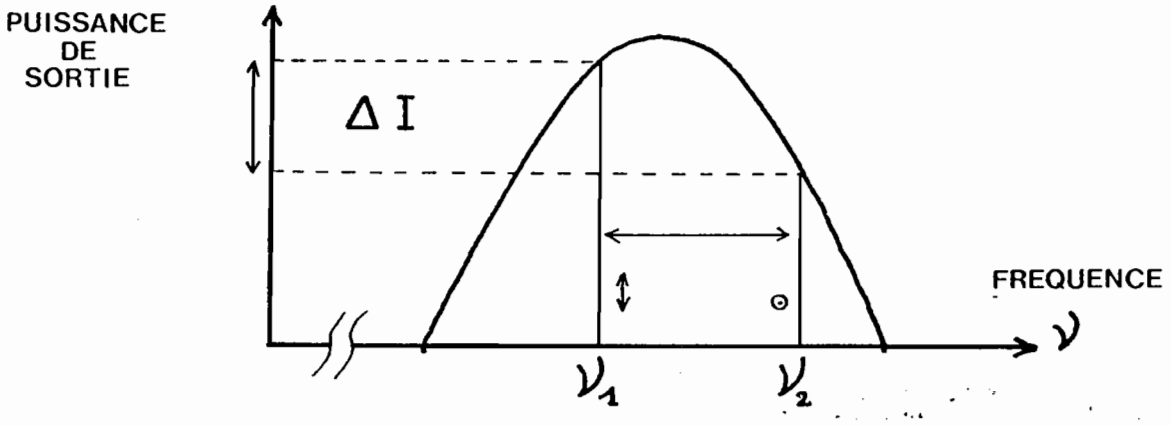


Figure 80 : Puissance de sortie du laser en fonction de la fréquence.

Soit ΔI la différence d'intensité entre les deux modes. Cette valeur est directement affectée par un glissement de fréquence à cause de la forme de la courbe de gain (figure 80). L'asservissement de l'égalité d'intensité des deux modes bloque donc leur fréquence. On réalise cette opération suivant le schéma de la figure 81.

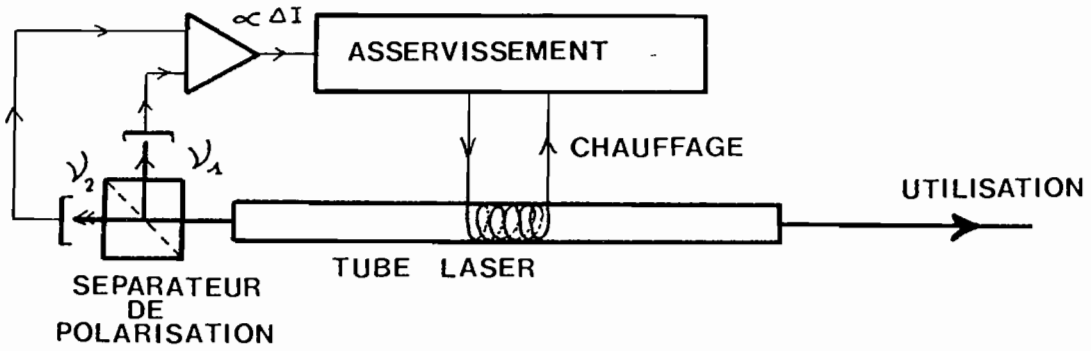


Figure 81 : Principe du dispositif d'asservissement de la fréquence du laser.

Les deux modes, grâce à la propriété énoncée précèdemment, sont divisés spatialement à l'aide d'un séparateur de polarisation. Leur intensité est détectée à l'aide de deux photodiodes.

Les fréquences respectives des deux modes ν_1 et ν_2 dé-

pendent de la longueur l du tube suivant les expressions :

$$\upsilon_1 = p \cdot \frac{c}{2l} \quad \text{et} \quad \upsilon_2 = (p+1)\frac{c}{2l} \quad (p \simeq 6\ 10^5)$$

en prenant l'indice du milieu amplificateur égal à 1. La température du tube et donc sa longueur sont alors asservies de sorte que les fréquences υ_1 et υ_2 soient bloquées à des valeurs conduisant à l'égalité des intensités des deux modes. La différence d'intensité ΔI sert donc de signal d'erreur à un asservissement qui réagit sur la température du tube par l'intermédiaire d'un enroulement résistif.

Sur le faisceau de sortie, un analyseur permet de sélectionner un des modes. On dispose ainsi d'une source mono fréquence stabilisée. La stabilité du laser ainsi réalisé a été controlée à l'aide d'un interféromètre de Michelson au laboratoire de spectronomie moléculaire de l'Université de Paris VI. La différence de marche entre les deux bras de l'interféromètre est asservie en utilisant un laser dont la stabilité est à priori meilleure que celle de notre source. Dans un environnement exempt de turbulences, une stabilité de ± 2 MHz a été enregistrée pendant une durée d'une heure. Cette valeur est tout à fait compétitive par rapport aux performances de lasers commerciaux de ce type (Spectra Physics 117 par exemple).

c) Conséquences sur le choix de la fibre

En utilisant les relations (20) (21), et compte-tenu des performances du laser, les variations d'intensité relatives η_{MAX} sont données par :

$$\eta_{MAX} = 6{,}3 \cdot L\ \% \qquad (L \text{ en mètres})$$

Nous avons donc choisi un compromis entre la longueur de fibre utilisée et le nombre de spires bobinées qui conditionne la sensibilité du déphasage différentiel en fonction du rayon de courbure. Deux bobinages ont été réalisés pour ces expériences. Dans les deux cas, 5 spires de fibres ont été bobinées sur des cylindres en cuivre de 15 mm de diamètre. En tenant compte des extrémités de fibre non bobinées, les longueurs des deux bobines sont respectivement 32,5 cm et 32,1 cm. Les variations d'intensité dues aux fluctuations

résiduelles de la fréquence de la source sont donc limitées à 2 % de la "hauteur d'une frange" dans la zone de pente maximum (figure 79).

d) Isolation de la lumière réfléchie

Le faisceau issu du laser est focalisé sur l'entrée de la fibre optique. La lumière réfléchie par le dispositif revient donc dans la cavité du laser, perturbant ainsi la stabilité de la fréquence émise si aucune précaution n'est prise. Les techniques d'isolation basées sur l'état de polarisation de la lumière réfléchie, telles que isolateur à lame quart d'onde, isolateur à effet Faraday, ne peuvent pas jouer pleinement leur rôle dans ce montage à cause de la biréfringence de la fibre. Cette dernière affecte en effet, l'état de polarisation de la lumière qui se réfléchit sur la face de sortie de la fibre. On a donc préféré utiliser un déflecteur acoustooptique.

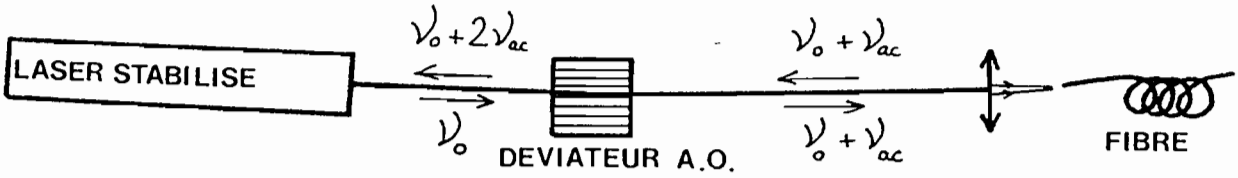


Figure 82 : isolation acoustooptique

La conservation de l'énergie implique [44] que la fréquence υ_o de la lumière diffractée par effet photoacoustique est décalée d'une quantité égale à la fréquence de l'onde ultrasonore υ_{ac}. La lumière revenant vers le laser a donc une fréquence décalée de $2\upsilon_{ac}$. Pour le déflecteur utilisé υ_{ac} = 40 MHz . L'écart entre modes du laser étant de 760 MHz et la finesse de la cavité étant très élevée, le décalage de 80 MHz suffit pour que la lumière réfléchie ne perturbe pas l'oscillateur laser. La stabilité en fréquence obtenue est alors conservée indépendamment du système biréfringent

étudié.

3) Etat de polarisation de la vibration incidente

Le principe rappelé dans le premier paragraphe impose un déphasage de $\pm \frac{\pi}{2}$ à l'entrée de la fibre entre les deux composantes du champ respectivement parallèles aux deux lignes neutres du système. Cela implique donc que les axes de la vibration elliptique soient confondus avec les lignes neutres. Pour éviter cette difficulté de réglage, on peut avantageusement choisir une vibration circulaire. Notons de plus que dans le cas d'un système non idéal (voir chapitre II) les directions des lignes neutres de la lame équivalente changent en fonction du rayon de courbure de la fibre. Cet effet parasite n'est sans conséquence que dans le cas d'une vibration circulaire. Celle-ci peut théoriquement être produite en éclairant une lame quart d'onde avec une lumière polarisée rectilignement à 45° des lignes neutres. En pratique, il existe des réflexions internes dans la lame quart d'onde. La relation (III-44) permet de calculer dans ce cas l'intensité transmise par un analyseur placé derrière la lame $\lambda/4$ et faisant un angle θ avec ses lignes neutres ; on obtient :

$$I(\theta) = \frac{I_o}{2} \left[1 - 2R_e \sin[2\theta + (-1)^k \phi']\right] \qquad (22)$$

où R_e est le coefficient de réflexion en intensité du dioptre air-lame, ϕ' le déphasage moyen entre deux ondes successivement transmises et k un entier caractérisant le déphasage $(2k + 1) \frac{\pi}{2}$ entre les vibrations parallèles aux lignes neutres de la lame. L'expression montre que lorsqu'on tourne l'analyseur, l'intensité transmise varie entre :

$$\frac{I_o}{2} (1 - 2R_e) \quad \text{et} \quad \frac{I_o}{2} (1 + 2R_e)$$

l'ellipticité résiduelle est donc $\frac{1 - 2R_e}{1 + 2R_e}$. Pour une lame non traitée $R_e \simeq 4$ % et l'ellipticité obtenue vaut 0,85. Nous avons donc utilisé une lame traitée antireflet pour laquelle on atteint une ellipticité de 0,91, ce qui correspond aux spécifications de la lame c'est-à-dire, $R_e \simeq 2$ %.

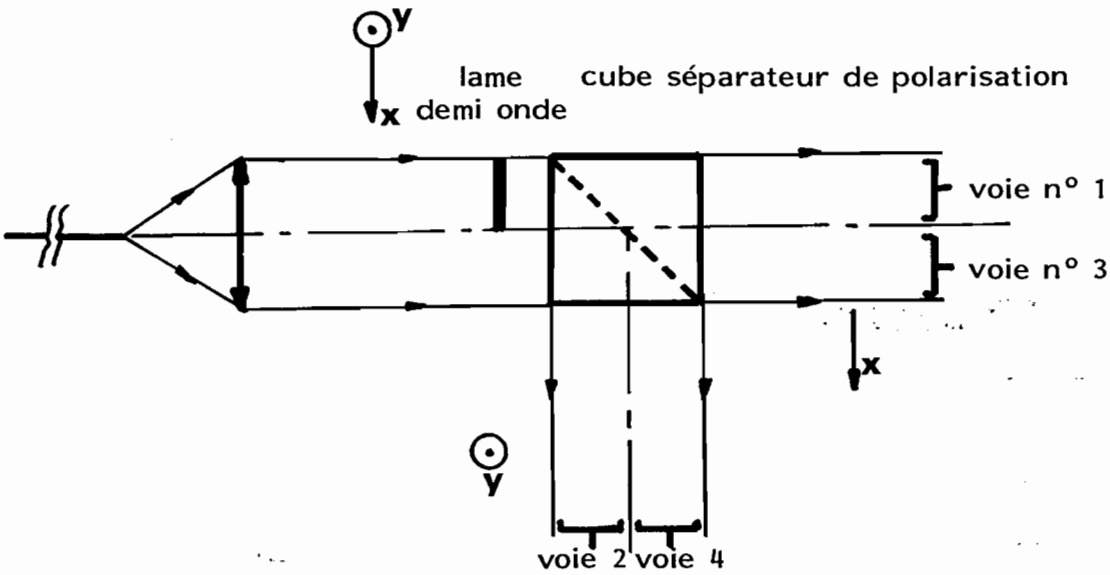
4) Dispositif d'analyse de la vibration émergente.

Désignons par E_x et E_y les amplitudes complexes des projections du champ sur les lignes neutres en sortie de fibre. La mesure simultanée de $\Delta\phi$ et de $\Delta\psi$ exige la mesure des intensités I_1, I_2, I_3 et I_4 transmises par des analyseurs ayant les directions $\pi/4$, $3\pi/4$, 0 et $\pi/2$ par rapport aux lignes neutres. On peut écrire :

$$I_1 = \frac{|E_x + E_y|^2}{2} \qquad I_3 = |E_x|^2$$

$$I_2 = \frac{|E_x + E_y|^2}{2} \qquad I_4 = |E_y|^2$$

La lumière issue de la fibre est collimatée pour obtenir un faisceau quasi-parallèle d'environ 12 mm de diamètre. Sur ce faisceau on interpose un cube séparateur de polarisation dont les directions propres sont parallèles aux lignes neutres de la fibre (Figure 83). Entre l'objectif de sortie et le cube séparateur on place sur la moitié du champ une lame demi onde dont les lignes neutres sont orientées à 22,5° de celles de la fibre. On dispose ainsi de quatre faisceaux de polarisations différentes après le cube : deux faisceaux transmis et deux faisceaux réfléchis (figure 83). Les voies 3 et 4 correspondent à la lumière qui n'a pas traversé la lame $\lambda/2$. Les intensités correspondant sont donc I_3 et I_4. Pour les deux autres voies, la lame $\lambda/2$ tranforme les vibrations E_x et E_y en deux vibrations symétriques par rapport à ses lignes neutres. Les directions de ces deux dernières vibrations sont donc inclinée à 45° des directions propres du cube. Les intensités respectivement transmises et réfléchies par le cube sont donc I_1, I_3 et I_4, I_2. Les photodiodes délivrent par conséquent quatre tensions proportion-



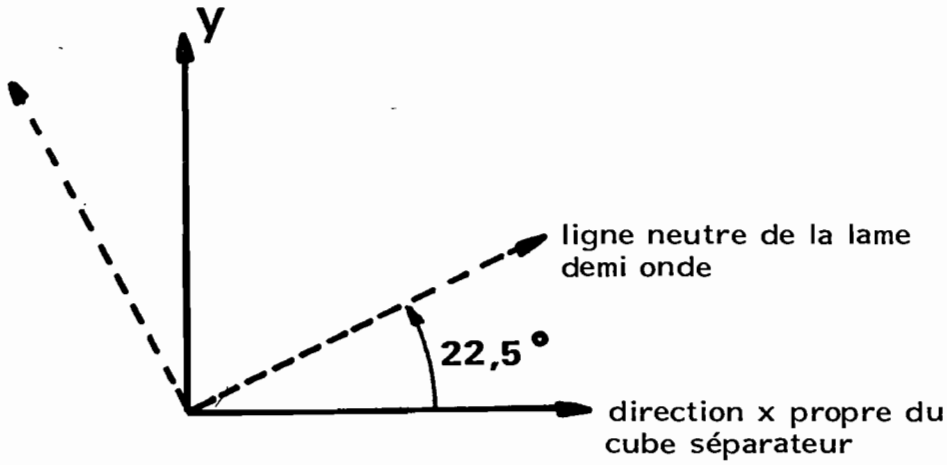


Figure 83 : Système d'analyse

nelles aux intensités I_1, I_2, I_3 et I_4 cherchées. Le cube séparateur, la lame demi-onde et les quatre détecteurs constituent un ensmeble solidaire qui peut être orienté devant la fibre. Du fait de l'inhomogénéité du faisceaux et des nombres différents de dioptres traversés par chacun des quatre faisceaux, les photodiodes sont équipés d'amplificateurs à gain ajustable. Ainsi, en désignant par α_i le coefficient de transmission global de la voie i et G_i le gain du détecteur correspondant, on enregistre quatre tensions :

$$V_i = \alpha_i \; G_i \; I_i$$

Les gains doivent êtres ajustés de sorte que :

$$\alpha_1 \; G_1 = \alpha_2 \; G_2 = \alpha_3 \; G_3 = \alpha_4 \; G_4$$

Le réglage du dispositif d'analyse ainsi constitué se fait en trois étapes :

- la première étape consiste à aligner les directions propres du cube avec les lignes neutres. Pour celà, on injecte de la lumière polarisée rectilignement dans la fibre et on ajuste la direction de polarisation et la position du dispositif d'analyse de façon à obtenir l'extinction sur la voie 3 par exemple.

- Dans cette position, $\langle I_4 \rangle$ est maximum et $\langle I_1 \rangle = \langle I_2 \rangle = \dfrac{\langle I_4 \rangle}{2}$, on règle donc les différents gains pour obtenir ces relations entre les tensions correspondantes.

- Enfin, la dernière étape consiste à orienter la direction de polarisation d'entrée à 45° des lignes neutres. Dans ce cas :

$$\langle I_3 \rangle = \langle I_4 \rangle$$

Le réglage du gain G_3 termine donc le réglage.

Signalons pour terminer que ce dispositif et ses applications à la mesure de deux paramètres fait actuellement l'objet d'un brevet européen [70] qui a été déposé à la suite d'une coopération franco-allemande entre l'Institut d'Optique et le Fraunhofer Institut de FREIBURG.

5) Traitement des signaux

Les différentes tensions V_1, V_2, V_3 et V_4 sont appliquées sur les entrées d'un convertisseur analogique digital 12 bits qui donne donc 4096 points sur la pleine échelle, autorisant ainsi une bonne résolution. A titre d'exemple, considérons la tension V_3 dont les variations sont représentées sur la figure 79. Malgré une visibilité assez faible de 8 % pour des extrémités de fibre non traitées, on dispose de 328 points sur l'amplitude de modulation. Les différentes voies sont contrôlées par un micro-ordinateur. L'ensemble du système d'acquisition autorise alors 10 mesures par seconde. Plus précisément, pour caractériser un état du système étudié six mesures sont nécessaires dans le cas le plus général : quatre mesures pour les intensités I_i et une mesure pour contrôler chacune des deux grandeurs pression et température. Il faut donc considérer que la caractérisation d'un état du système nécessite 0,6 s, durée pendant laquelle celui-ci doit varier le moins possible. Les conséquences sur les vitesses de variation de la pression et de la température seront précisées dans la suite. Il faut néanmoins retenir que la lenteur du système est une contre partie de sa grande souplesse nécessaire à l'étude de la faisabilité des capteurs envisagés. Dans le cadre d'un capteur opérationnel, la réalisation de circuits de traitement spécifiques permettrait d'augmenter la vitesse du système de plusieurs ordres de grandeur.

III. APPLICATION AUX MESURES DE TEMPERATURE

1) Caractéristiques du bobinage

La fibre utilisée porte le n° 4 dans le tableau 1. La longueur utilisée a été réduite par rapport aux montages déjà présentés pour diminuer l'influence des variations de fréquence du laser, conformément à la discussion du paragraphe II.1. Une bobine de cinq spires sur un cylindre de cuivre de diamètres interne et externe de 14 mm et 15 mm a été

réalisée. La longueur de fibre bobinée est donc 23,6 cm pour une longueur totale de 32,5 cm. Les extrémités de la fibre sont polies d'une part pour obtenir une bonne perpendicularité entre les faces de la fibre et son axe, et d'autre part, pour réduire le plus possible la rugosité de ces surfaces ; ces deux facteurs influent sur la réflectivité des extrémités de la fibre.

2) Contrôle de la température

D'après l'étude de la partie B, on peut déjà affirmer que pour un tel dispositif, une élévation de température de 1°C provoque le défilement d'environ 20 franges d'interférences. De plus, pour atteindre une bonne résolution sur les signaux étudiés, nous avons fixé notre choix sur 50 échantillons par franges. L'acquisition d'un échantillon demandant 0,6 s, la vitesse de défilement ne doit pas dépasser 2 franges par minutes. Finalement, ces valeurs limites conduisent à des vitesses de variation de la température de l'ordre de 0,1°C/mn ce qui exige un contrôle très fin de celle-ci. Ce but est atteint grâce à un asservissement dont le schéma de principe est représenté sur la figure 84. Le signal d'erreur est fourni par une thermistance (résistance CTN) qui constitue une branche d'un pont de mesure.

Les composants électroniques utilisés dans ce dispositif sont de haute qualité ; leurs coefficients de dérive thermique sont en particulier très faibles. Les variations de température sont produites par l'intermédiaire d'un élément à effet Peltier.

La résistance qui fixe le point de consigne est un potentiomètre de 2kΩ avec une résolution inférieure à 1Ω. Celui-ci est relié à un moteur qui permet donc de faire varier lentement le point de consigne.

Sur des plages de température de l'ordre de 1°C, les variations de résistance sont linéaires en fonction de la température. On obtient ainsi des rampes de température de pente inférieure à 0,05 °C/mn (figure 85).

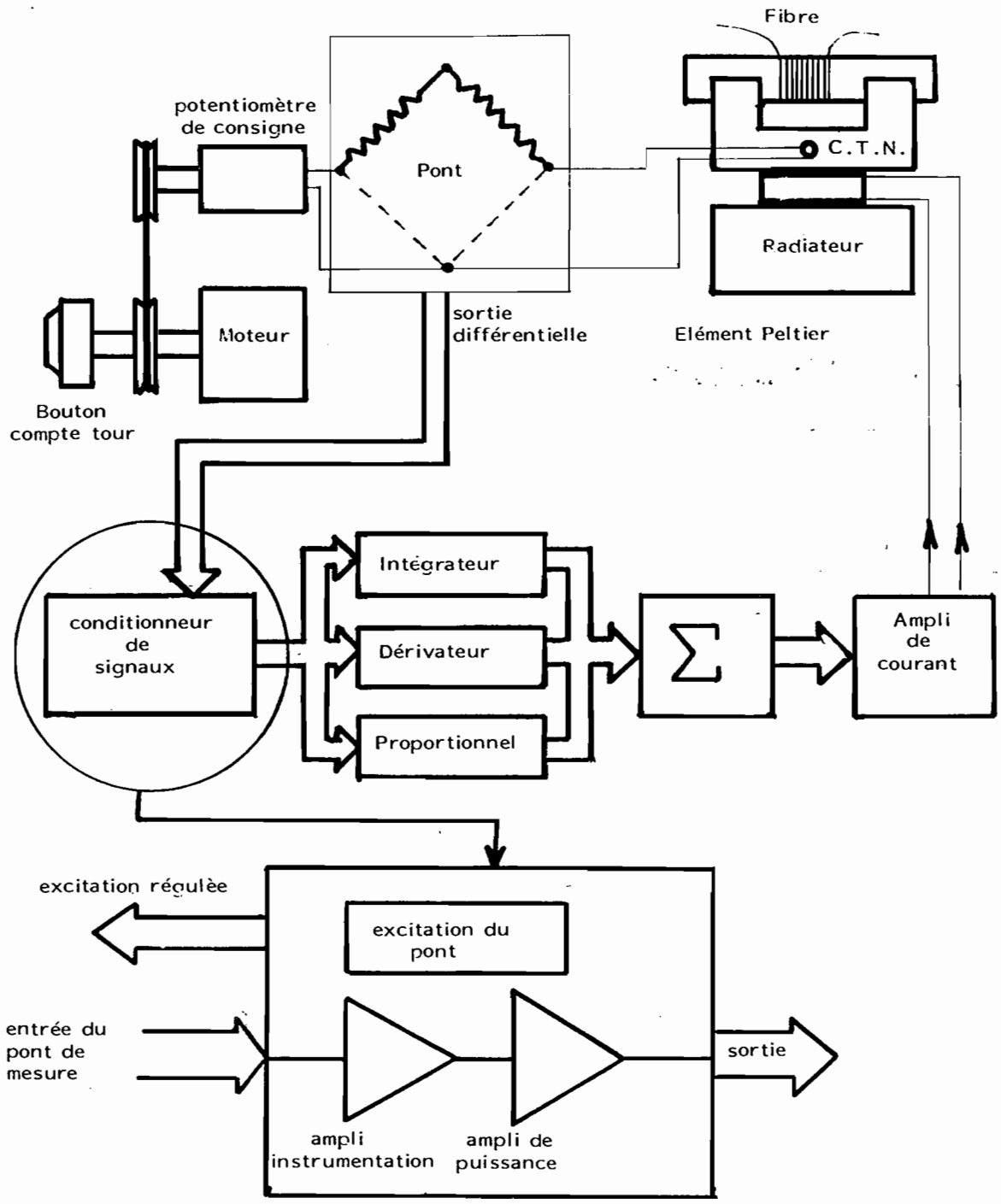


Figure 84 : Asservissement de température.

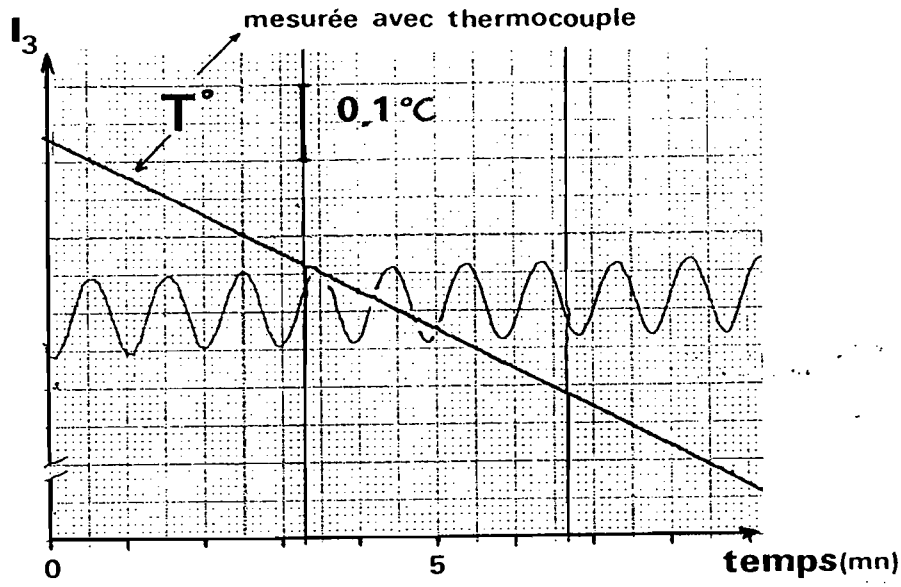


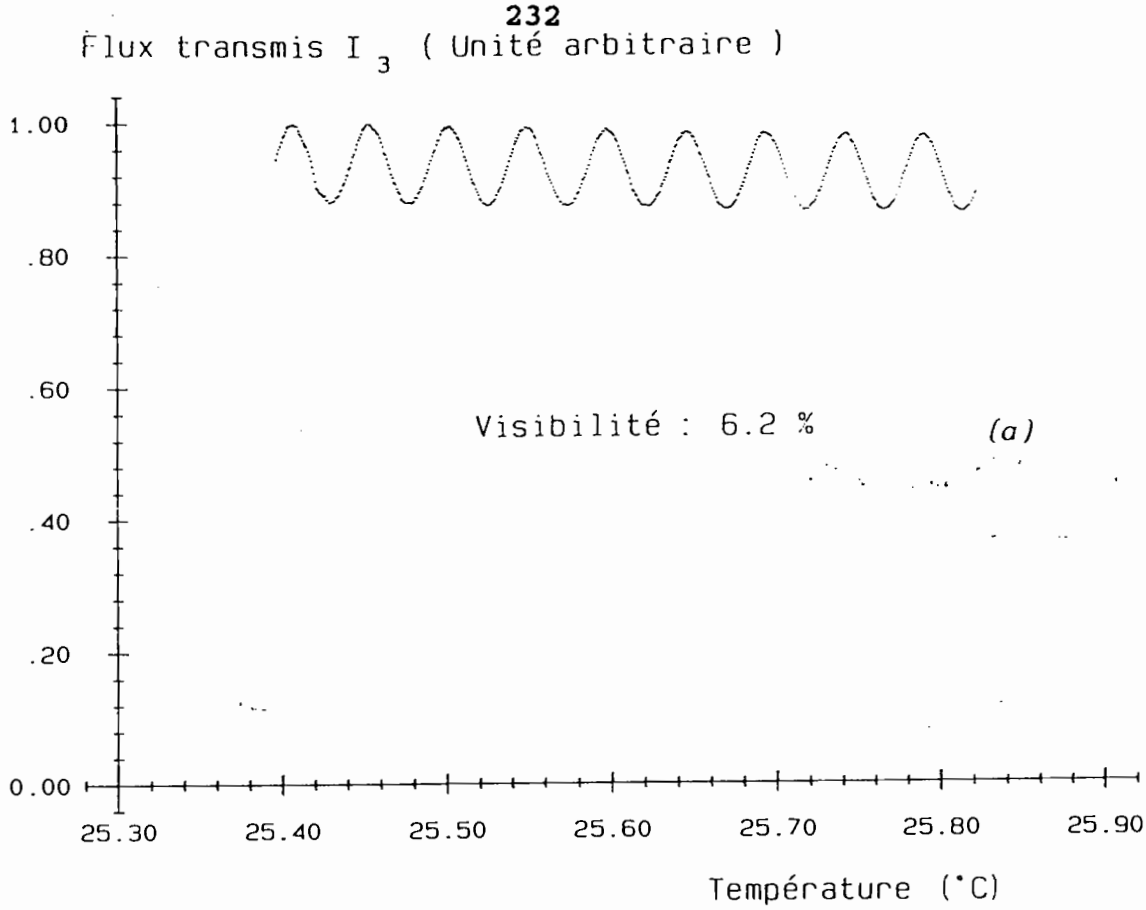
Figure 85 : Variations de température linéaires et intensité transmise (analyseur parallèle à une ligne neutre).

3) Mesure des variations de déphasage moyen

Les réglages du dispositif sont effectués suivant la procédure décrite dans le paragraphe II. Les figures 86.a et 86.b représentent les résultats obtenus lors de l'enregistrement des intensités I_3 et I_4 transmises par deux analyseurs respectivement parallèles aux lignes neutres. La visibilité du phénomène d'interférences est 6,0 ± 0,2%. Si on suppose que la réflectivité des faces de la fibre est donnée par la loi de Fresnel en incidence normale, la valeur théorique de la visibilité est de 7%. La différence avec la valeur mesurée peut provenir d'une modification du coefficient de réflexion due à la structure guidante de la fibre [50], [51] et des pertes de la fibre.

En leur attribuant entièrement cette différence, on obtient un facteur d'atténuation moyen de 2 dB/m d'après la relation (15'). Cette valeur est tout à fait compatible avec l'étude des pertes par courbure présentée dans le deuxième chapitre.

On doit observer que les deux systèmes de franges sont décalés, le déphasage correspondant étant d'ailleurs égal à


Flux transmis I 3 (Unité arbitraire)
1.00
.80
.60
.40
.20
0.00
Visibilité : 6.2 %
(a)
25.30
25.40
25.50
25.60
25.70
25.80
25.90
Température (°C)

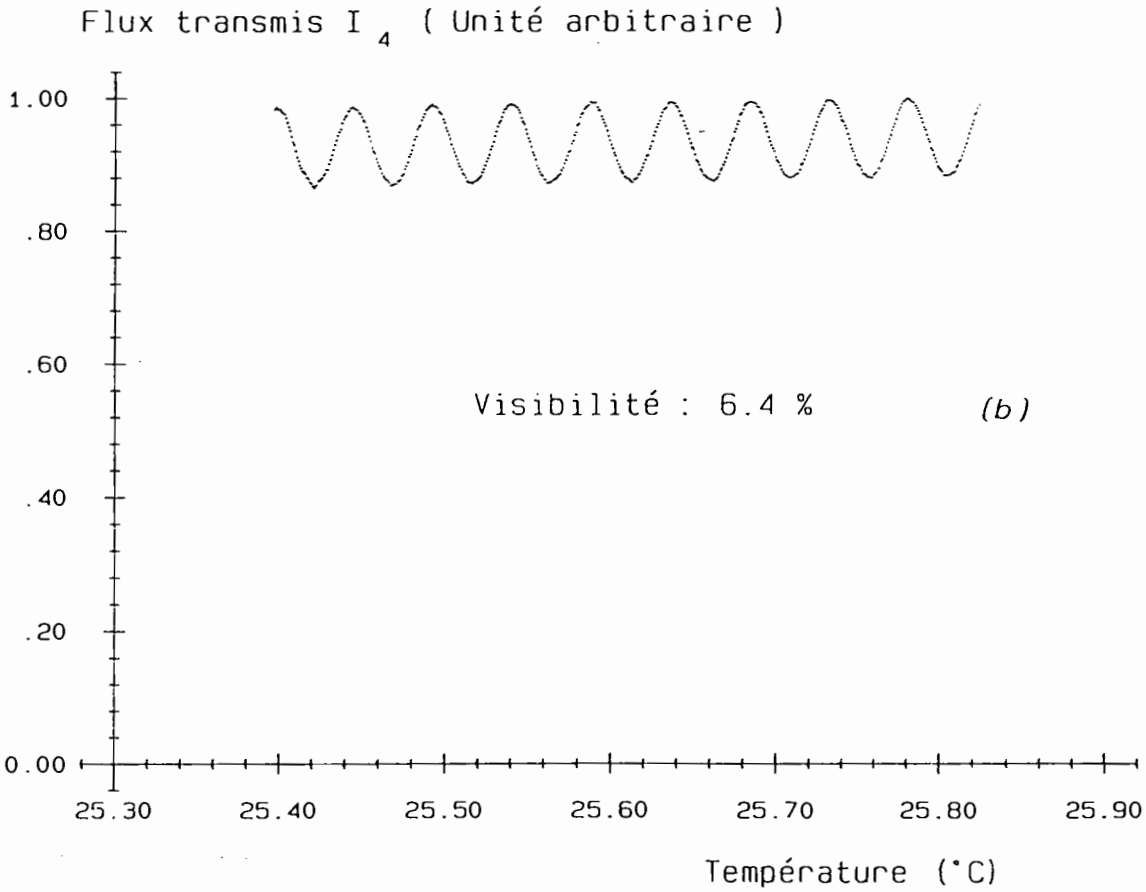

Flux transmis I 4 (Unité arbitraire)
1.00
.80
.60
.40
.20
0.00
Visibilité : 6.4 %
(b)
25.30
25.40
25.50
25.60
25.70
25.80
25.90
Température (°C)

Figure 86

ψ. Les variations de ϕ étant très grandes devant celles de ψ, on peut mesurer la sensibilité $\Delta\phi/\Delta T$ indifféremment sur l'un ou l'autre des deux enregistrements. On obtient alors 20,83 ± 0,08 franges par degré Celsius ou encore :

$$\frac{\Delta\phi}{\Delta T} = 130,9 \pm 0,5 \text{ rad/°C}$$

Ce résultat ramené à l'unité de longueur conduit à :

$$\frac{1}{L}\frac{\Delta\phi}{\Delta T} = 401 \pm 2 \text{ rad °C}^{-1} \text{ m}^{-1}$$

Cette valeur est à rapprocher de celle obtenue dans la partie B avec une autre fibre soit 390 rad °C^{-1} m^{-1}.

4) Mesure des variations de déphasage différentiel

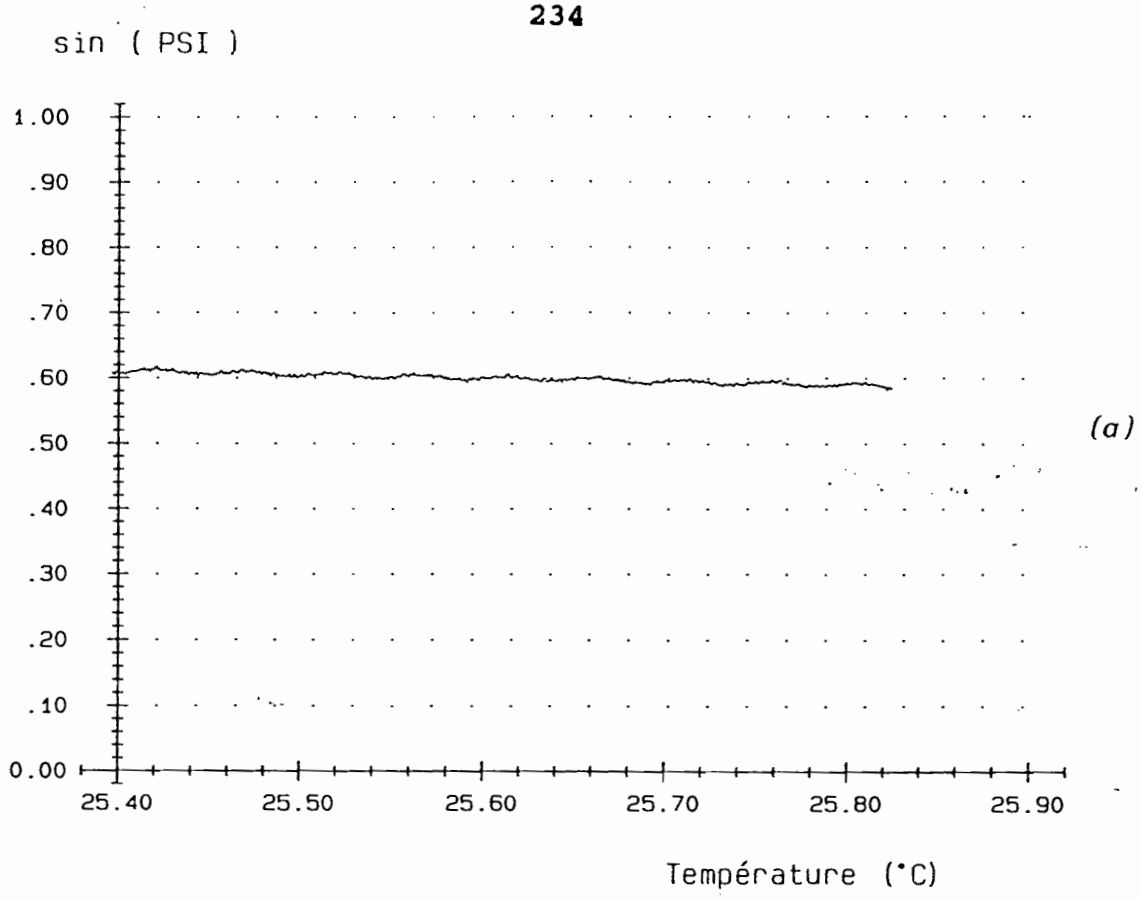
Au cours de l'expérience qui a fourni les résultats précédents, les intensités I_1 et I_2 transmises par des analyseurs orientés respectivement à 45° et à 135° des lignes neutres ont aussi été enregistrées. Les résultats de l'opération (19), c'est à dire :

$$\frac{\sqrt{\langle I_3 \rangle \langle I_4 \rangle}}{2} \frac{I_1 - I_2}{I_3 \; I_4}$$

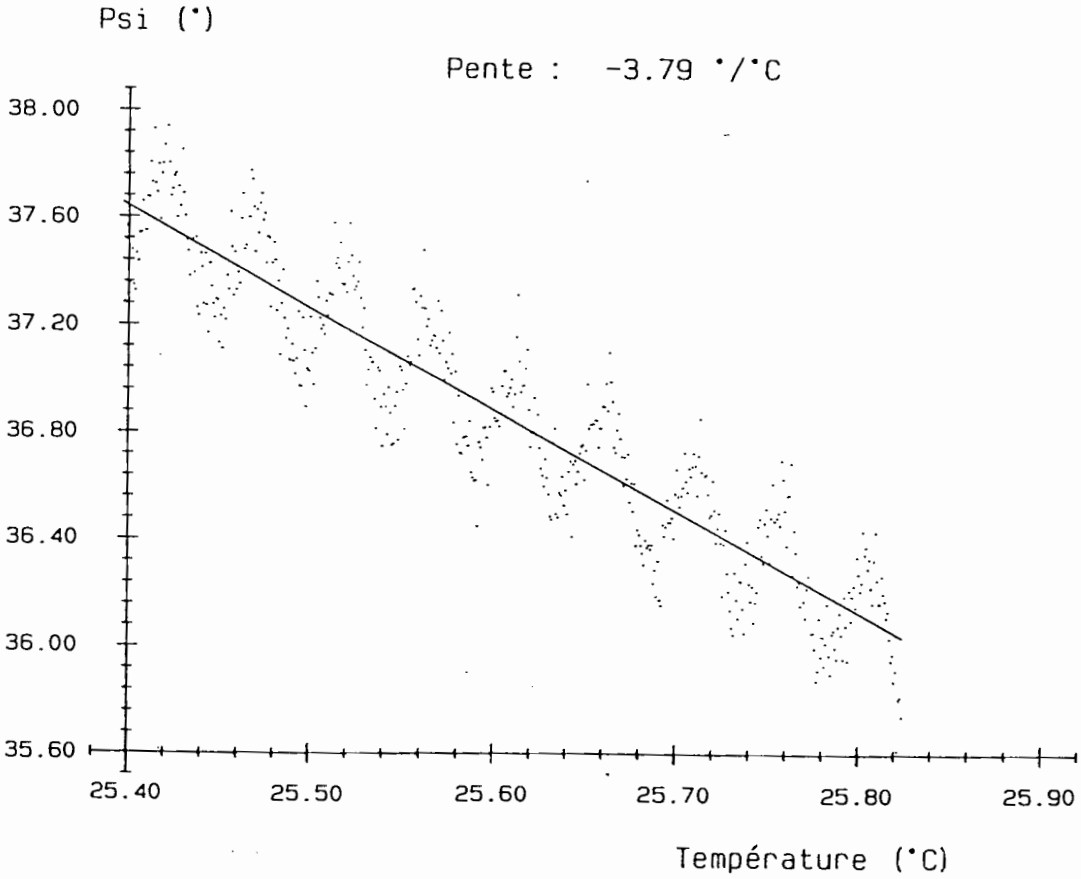
effectuée pour chaque état du système sont présentés sur la figure 87.a. Pour un système parfait, cette quantité est égale à sin ψ. On constate en pratique une faible modulation résiduelle qui a même périodicité que I_3 et I_4. En calculant néanmoins la valeur de ψ suivant la loi précédente, on obtient la courbe des variations de ψ avec la température (figure 87.b). L'emploi d'une échelle très dilatée, soit 2,4° de déphasage pleine échelle, met en évidence la modulation résiduelle et permet d'évaluer sa profondeur à 0,5°.

La pente moyenne, calculée par la méthode des moindres carrés est :

$$\frac{\Delta\psi}{\Delta T} = - 3,79 \pm 0,04 \text{ °/°C}$$


sin (PSI)
1.00
.90
.80
.70
.60
.50
.40
.30
.20
.10
0.00
25.40
25.50
25.60
25.70
25.80
25.90
Température (°C)

(a)


Psi (°)
Pente : -3.79 °/°C
38.00
37.60
37.20
36.80
36.40
36.00
35.60
25.40
25.50
25.60
25.70
25.80
25.90
Température (°C)

(b)

Figure 87

ou

$$\frac{\Delta\phi}{\Delta T} = -\ 66{,}1 \pm 0{,}7 \text{ mrad/°C}$$

L'incertitude sur chaque point peut être estimé à 0,1°, ce qui conduit aux incertitudes indiquées [71].

La présence de cette modulation résiduelle est due en partie à une mauvaise orientation des axes de la vibration elliptique incidente par rapport aux lignes neutres. Un enregistrement du même type a été réalisé en changeant cette orientation ; les résultats sont présentés sur la figure 87.c et montrent une modulation réduite à 0,25°. Il n'a cependant pas été possible de la réduire davantage. Parmi les difficultés expérimentales figure le problème de la lumière diffusée par les différents éléments optiques du système d'analyse. Ainsi, le photodétecteur de la voie 2 reçoit de la part de la voie 4 de la lumière diffusée, en faible quantité mais non nulle. Le même phénomène se produit entre les voies 1 et 3. Lors de l'opération $I_1 - I_2$ on obtient en particulier un résidu de modulation proportionnel à $I_3 - I_4$. D'autre part, l'emploi de quatre détecteurs impose un ajustement critique des différents gains. Un montage ne comportant qu'un seul détecteur est suggéré à la fin de cette partie.

5) Discussion des résultats

Notons tout d'abord qu'en calculant la valeur des variations relatives de rayon de courbure à partir de la mesure précédente et en reportant la valeur trouvée dans la relation (III.38), on obtient :

$$\left(\frac{1}{L}\frac{\Delta\phi}{\Delta T}\right)_{\text{calculée}} = 390 \pm 5 \text{ rad °C}^{-1}\ \text{m}^{-1}$$

L'accord avec la valeur mesurée directement n'est pas parfait ; il faut noter que dans la relation III-35 toutes les valeurs utilisées sont celles de la silice massive. Les propriétés de la fibre peuvent s'en éloigner légèrement et expliquer ce faible écart de 3 %. Des écarts de même signe ont d'ailleurs été observés par LACROIX et son équipe [53].

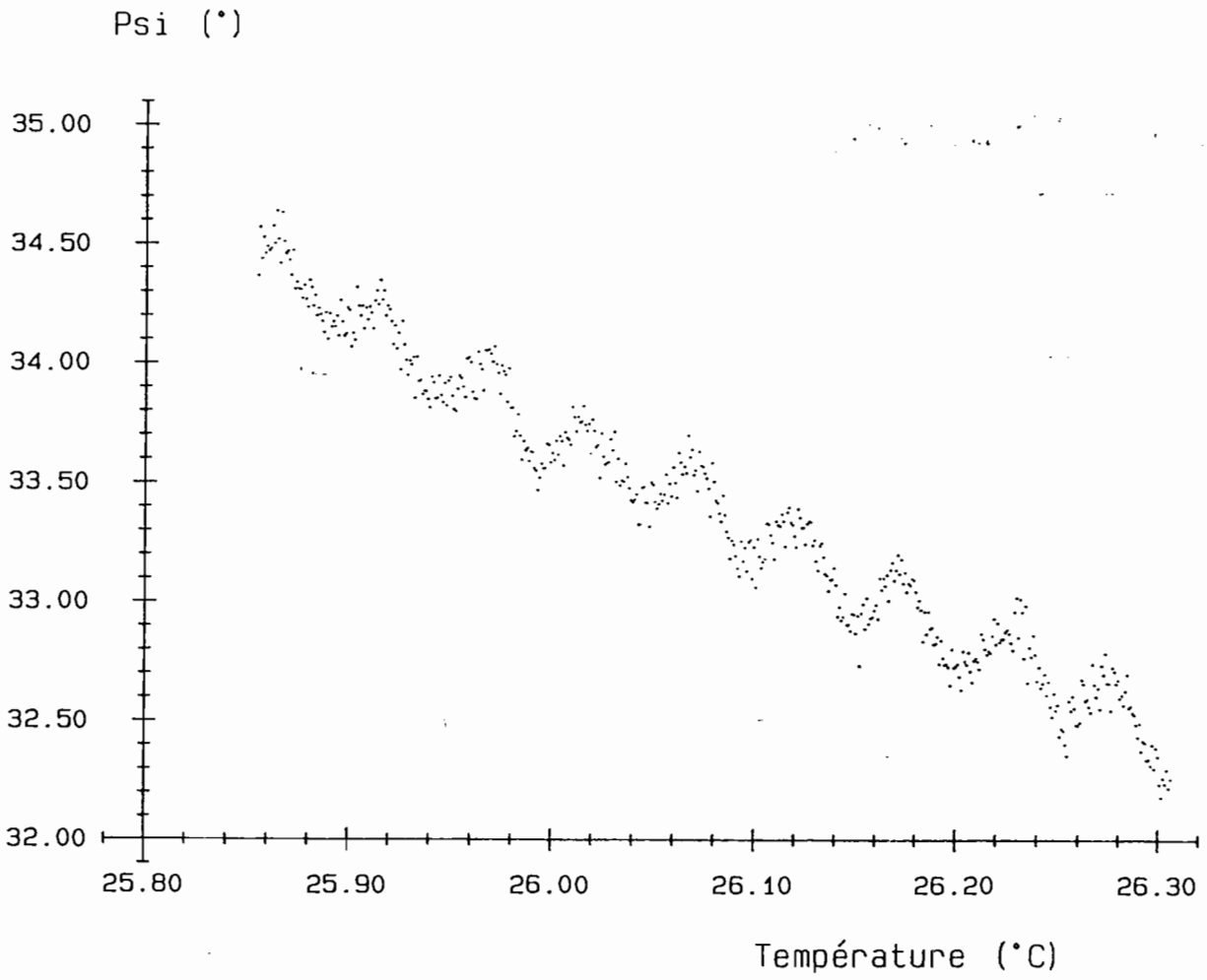

Psi (°)
35.00
34.50
34.00
33.50
33.00
32.50
32.00
25.80
25.90
26.00
26.10
26.20
26.30
Température (°C)

Figure 87.c

D'autre part, les résultats présentés montrent que cette technique permet d'allier résolution et dynamique dans les mesures interférométriques de variation de température. Dans l'état actuel du système, le comptage d'une frange correspond à 0,05 °C et le signe de la variation de déphasage différentiel fournit sans ambiguité celui de la variation de température. Ce résultat est obtenu malgré la présence de la modulation résiduelle sur la courbe $\psi(T)$ (figure 87.c). Autrement dit, une mesure digitale est possible avec une résolution de 0,05 °C et une dynamique égale à 50°C, valeur fixée par une variation de π du déphasage différentiel ψ. L'étude théorique du chapitre III a démontré que le rapport dynamique/résolution, fixé par le rapport $\Delta\psi/\Delta\phi$ est de l'ordre de 1000. La valeur exacte obtenue ici est 1013 en bon accord avec l'estimation théorique. Ce nombre, indépendant de la longueur de la fibre, est proportionnel à ρ/R, rapport du rayon de la fibre au rayon du support. Il ne peut cependant pas être augmenté de façon importante pour des raisons de résistance mécanique d'une part, et à cause des pertes induites par courbure d'autre part. L'ordre de grandeur à retenir est donc 1000 points de mesure.

Nous décrivons maintenant la principale application du dispositif considéré dans cette partie : la mesure simultanée des deux paramètres pression et température.

IV. APPLICATION A LA MESURE SIMULTANEE DES VARIATIONS DE TEMPERATURE ET DES VARIATIONS DE PRESSION

Rappelons tout d'abord que lorsque la pression et la température du système varient simultanément, les variations de déphasage moyen et les variations de déphasage différentiel sont données par les relations linéaires :

$$\begin{pmatrix} \Delta\psi \\ \Delta\phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta T \\ \Delta P \end{pmatrix} \qquad (23)$$

En maintenant la pression constante, et en faisant varier la température, une expérience analogue en tout point à celle décrite dans le précédent paragraphe conduit aux coefficients m_{11} et m_{21}.

De façon complémentaire, une seconde expérience à température constante permet d'atteindre les coefficients m_{12} et m_{22} en faisant varier la pression. Ces deux expériences ont été réalisées sur un dispositif semblable à celui décrit dans le paragraphe III. L'intérieur du cylindre est par contre isolé de l'extérieur pour permettre des variations de pression. Les valeurs obtenues pour les coefficients m_{ij} sont présentées dans les deux paragraphes qui suivent.

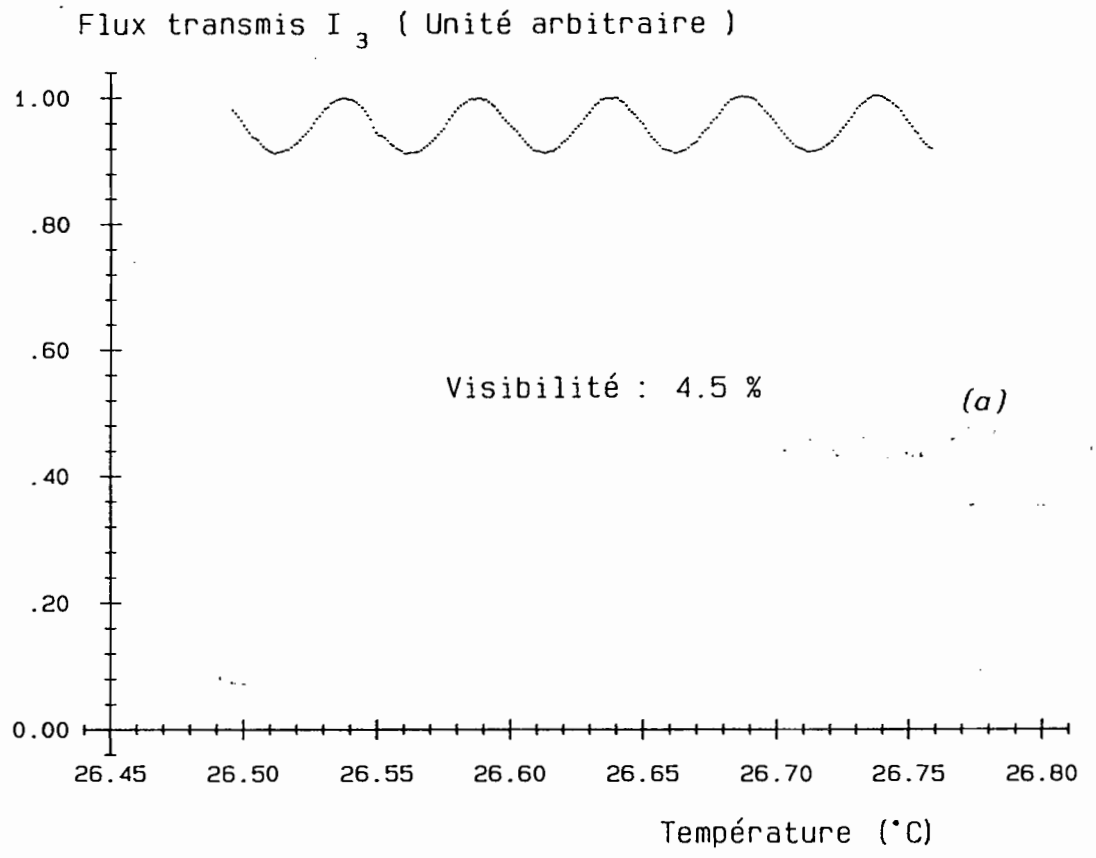
1) Sensibilité à la température

a) Déphasage moyen

La pression à l'intérieur du cylindre est égale à la pression ambiante. A l'aide de l'asservissement de température, on provoque un chauffage linéaire en fonction du temps de façon à faire défiler quelques franges d'interférences. L'échantillonnage est de 50 points par franges. Le résultat obtenu pour l'intensité I_3 est donné sur la figure 88.a. On obtient une frange pour $\Delta T = 0{,}050 \pm 0{,}001$ °C, ce qui correspond à :

$$m_{21} = \left(\frac{\Delta\phi}{\Delta T}\right)_{\Delta P = 0} = 125 \pm 2 \text{ rad/°C}$$

Notons que la fibre utilisée ici est un peu plus courte que la précédente (L = 32,1 cm). En conséquence, ce résultat ramené à l'unité de longueur donne 392 rad $°C^{-1}m^{-1}$.


Flux transmis I 3 (Unité arbitraire)
1.00
.80
.60
.40
.20
0.00
Visibilité : 4.5 %
(a)
26.45
26.50
26.55
26.60
26.65
26.70
26.75
26.80
Température (°C)

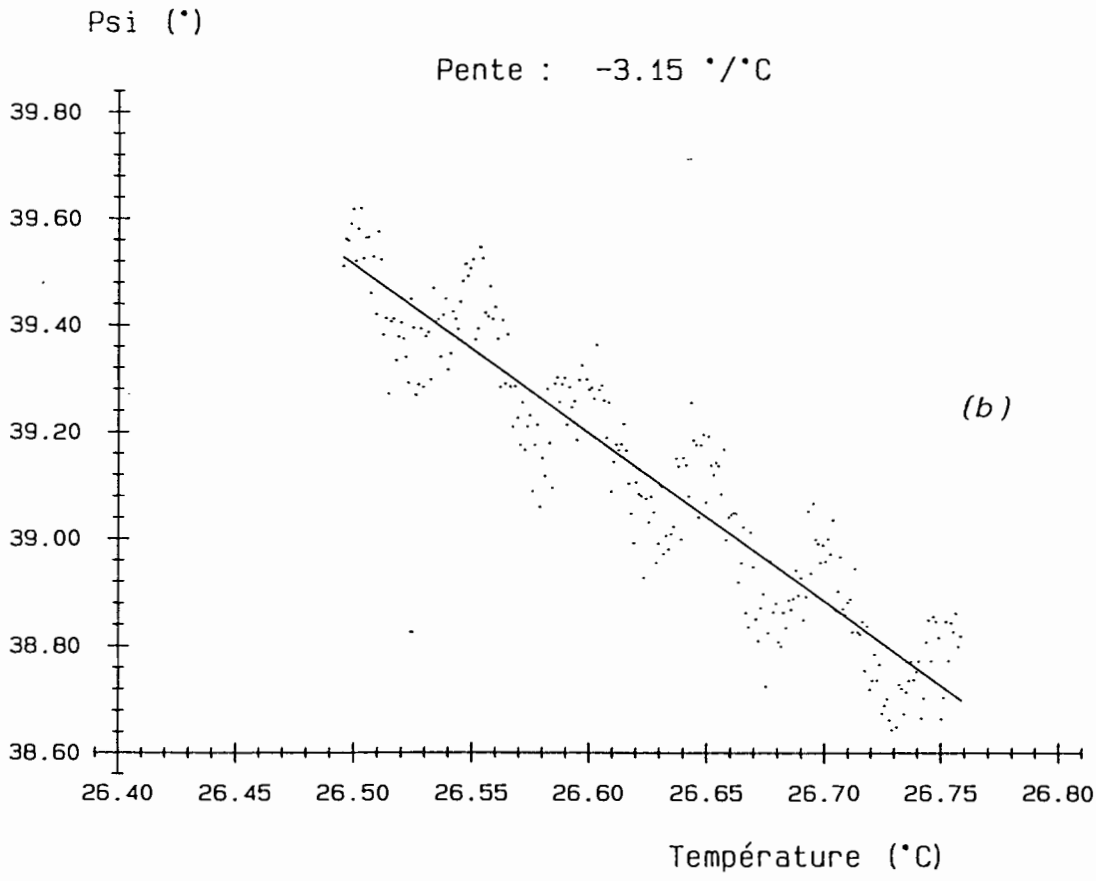

Psi (°)
Pente : -3.15 °/°C
39.80
39.60
39.40
39.20
39.00
38.80
38.60
(b)
26.40
26.45
26.50
26.55
26.60
26.65
26.70
26.75
26.80
Température (°C)

Figure 88

b) Déphasage différentiel

Au cours de la même expérience, l'enregistrement des quatre intensités I_1, I_2, I_3 et I_4 conduit par l'intermédiaire de (19) aux variations de $\Phi(T)$ représentés sur la figure 88.b. La présence d'une modulation parasite a déjà été discutée ; la pente, obtenue par la méthode des moindres carrés [71] est :

$$m_{11} = -\ 3{,}15 \pm 0{,}08\ ^\circ/^\circ C$$

ou

$$m_{11} = -\ 55{,}0 \pm 0{,}6\ \text{mrad}/^\circ C$$

Cette valeur conduit aux variations relatives de rayon de courbure :

$$\frac{1}{R}\frac{\Delta R}{\Delta T} = (5{,}2 \pm 0{,}1)\ 10^{-6}\ ^\circ C^{-1}$$

Notons que compte-tenu de R = 15 mm, on obtient :

$$\frac{\Delta R}{\Delta T} = 78\ \text{nm}/^\circ C$$

En reportant cette valeur dans III-38, on déduit la valeur de $\frac{\Delta\phi}{\Delta T}$ soit :

$$\left(\frac{\Delta\phi}{\Delta T}\right)_{\text{calculé}} = 113 \pm 5\ \text{rad}/^\circ C$$

Ce résultat est, là encore légèrement inférieur à la valeur mesurée ce qui tend à appuyer les remarques du paragraphe III-5.

2) Sensibilité à la pression

Pour cette deuxième étape de la détermination des coefficients m_{ij}, la température est maintenue constante à mieux que à 0,005 °C près à l'aide du dispositif décrit dans le paragraphe III. La pression est augmentée à l'intérieur du

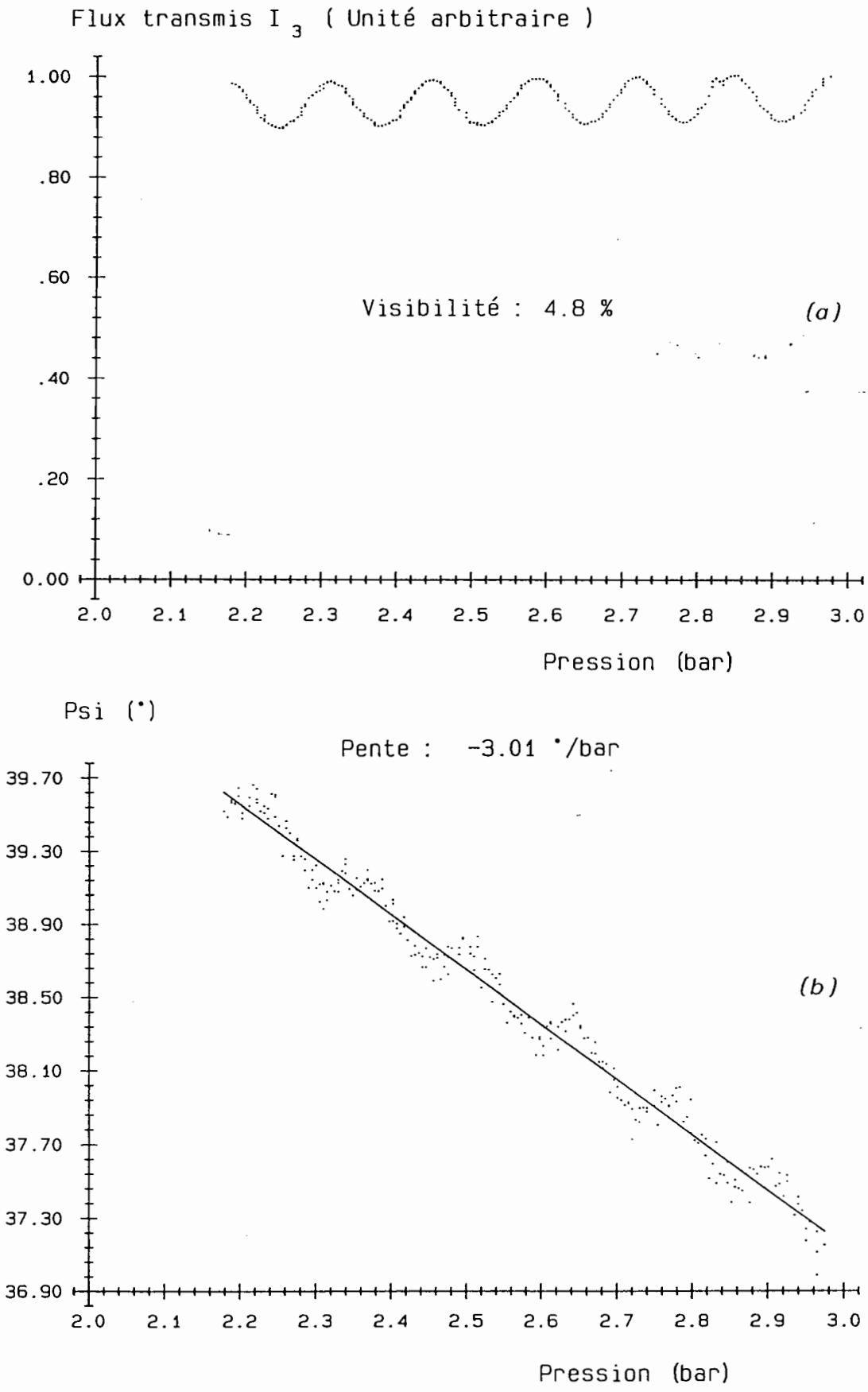

Flux transmis I 3 (Unité arbitraire)
1.00
.80
.60
.40
.20
0.00
Visibilité : 4.8 %
(a)
2.0 2.1 2.2 2.3 2.4 2.5 2.6 2.7 2.8 2.9 3.0
Pression (bar)
Psi (°)
Pente : -3.01 °/bar
39.70
39.30
38.90
38.50
38.10
37.70
37.30
36.90
(b)
2.0 2.1 2.2 2.3 2.4 2.5 2.6 2.7 2.8 2.9 3.0
Pression (bar)

Figure 89

cylindre jusqu'à 3 bars. Une microfuite permet de diminuer progressivement la pression pendant que les quatre intensités I_1, I_2, I_3 et I_4 sont enregistrées. La pression est contrôlée avec un manomètre piézoélectrique.

a) Déphasage moyen

La figure 89.a montre les variations de I_3 en fonction de la pression. On peut compter 7,5 franges pour une variation de pression de 1 bar, avec une incertitude de 1/40 de frange. La sensibilité est donc :

$$m_{22} = \left(\frac{\Delta\phi}{\Delta P}\right)_{\Delta T = 0} = 47,1 \pm 0,9 \text{ rad/bar}$$

A l'incertitude indiquée, il faut ajouter 1 % dû au manomètre.

b)Déphasage différentiel

La figure 89.b représente les variations de ψ avec la pression calculées à partir de (19). La pente obtenue par régression linéaire [72] est :

$$m_{12} = \left(\frac{\Delta\psi}{\Delta P}\right)_{\Delta T = 0} = -\ 3,01 \pm 0,03\ ^\circ/\text{bar}$$

ou

$$m_{12} = -\ 52,5 \pm 0,5 \text{ mrad/bar}$$

Là encore, en calculant les variations relatives de rayon de courbure à partir de cette mesure et en reportant le résultat dans (III.38), on obtient une valeur calculée de $\Delta\phi/\Delta P$ soit :

$$\left.\frac{\Delta\phi}{\Delta P}\right|_{\text{calculé}} = 42 \pm 3 \text{ rad/bar}$$

qui doit être comparée à la valeur mesurée de m_{22}.

c) Remarque

La stabilité de la température à 0,005 °C près garantit lors de ces mesures, des variations de déphasage moyen $\Delta\phi$ inférieures à 0,6 rad et des variations de déphasage différentiel $\Delta\psi$ inférieures à 0,3 mrad. Ces limites sont obtenues à partir des mesures de m_{11} et m_{21} faites précèdemment.

3) Propriétés de la matrice m_{ij}

Comme l'a démontrée la discussion du chapitre III, on peut espérer mesurer simultanément ΔP et ΔT à condition que la matrice M ne soit pas singulière. Compte tenu des valeurs mesurées précèdemment, on obtient pour le déterminant de cette matrice :

$$\det(M) = m_{11}\ m_{22} - m_{12}\ m_{21} = 3{,}97 \pm 0{,}25\ \text{rad}^2\ {}^\circ\text{C}^{-1}\ \text{bar}^{-1}$$

Ce résultat permet d'affirmer sans ambiguité la régularité de la matrice. Rappelons que cette propriété est essentiellement due à la présence de l'effet thermooptique, c'est à dire la dépendance directe de l'indice n_o de la fibre en fonction de la température. La mesure simultanée de ΔP et ΔT est donc possible.

4) Mesure simultanée des variations de pression et des variations de température.

Bien que la régularité de la matrice suffise à démontrer la possibilité de la mesure, nous avons réalisé une expérience au cours de laquelle la température et la pression varient en même temps. L'état initial du système est caractérisé par une température de 26,8 °C et une surpression de 3 bars à l'intérieur du cylindre.

A partir de cet état, on impose à la température une

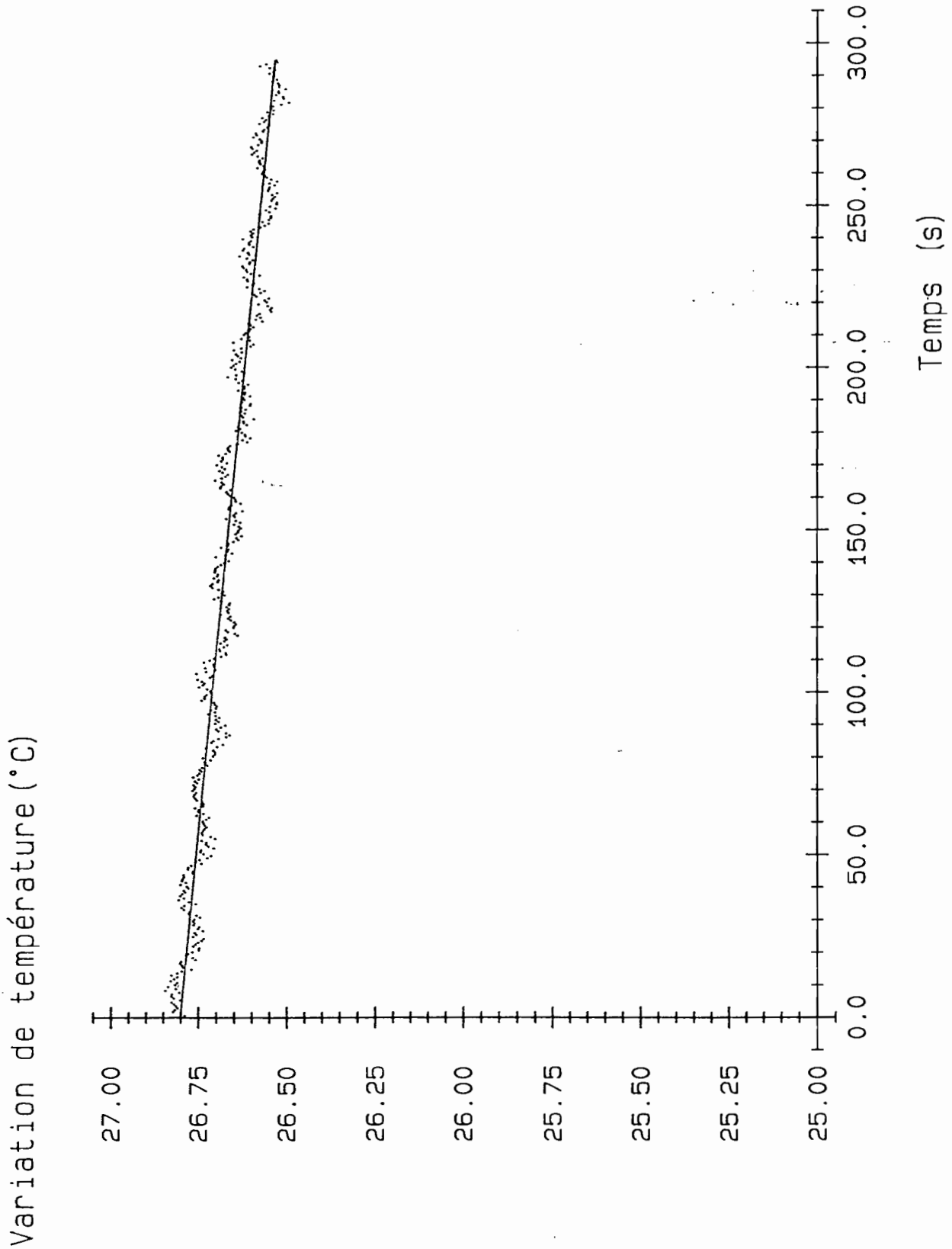

Variation de température (°C)
27.00
26.75
26.50
26.25
26.00
25.75
25.50
25.25
25.00
0.0
50.0
100.0
150.0
200.0
250.0
300.0
Temps (s)

Figure 90.a

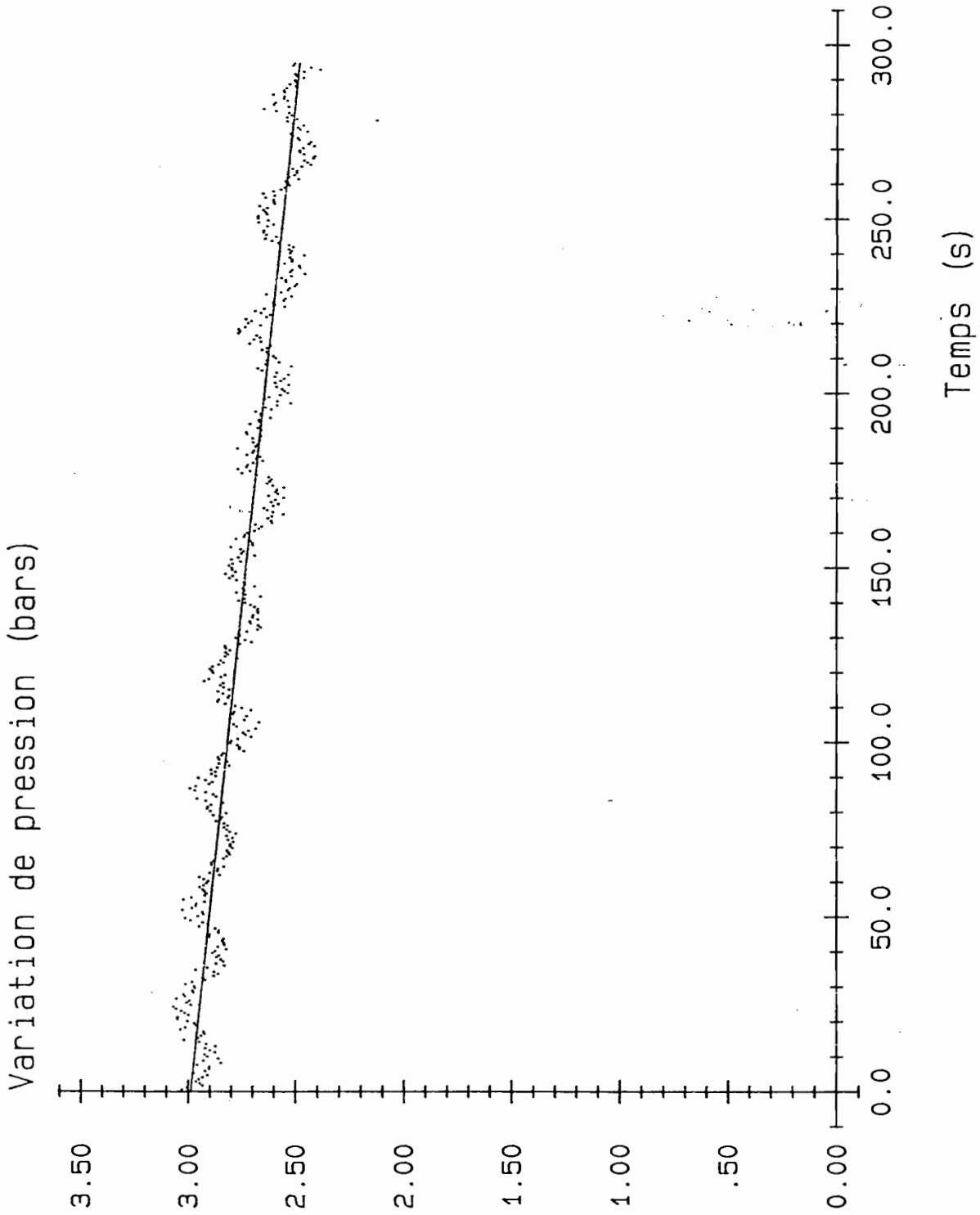

Variation de pression (bars)
3.50
3.00
2.50
2.00
1.50
1.00
.50
0.00
0.0
50.0
100.0
150.0
200.0
250.0
300.0
Temps (s)

Figure 90.b

décroissance linéaire en fonction du temps. Simultanément une microfuite permet de diminuer la pression avec des variations temporelles quasi linéaires.

Au cours de l'expérience, on acquiert 500 échantillons pour une durée de l'ordre de 5 mn. La température est contrôlée à l'aide d'un thermocouple et la pression est mesurée grâce à un manomètre piézoélectrique.

A l'issue de l'enregistrement, ces deux appareils indiquent des variations de température et de pression dont les valeurs respectives sont :

$$\Delta T_o = 0,25 \pm 0,01 \ ^\circ C$$

$$\Delta P_o = 0,51 \pm 0,01 \text{ bar}$$

A partir de la mesure des intensités I_1, I_2, I_3 et I_4 les variations de déphasage moyen $\Delta\phi$ et les variations de déphasage différentiel sont calculées à partir des relations (17)-(19). Par ailleurs, l'inversion de la relation matricielle (23) conduit à :

$$\begin{pmatrix} \Delta T \\ \Delta P \end{pmatrix} = \frac{1}{\det(M)} \begin{pmatrix} m_{22} & -m_{12} \\ -m_{21} & m_{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\psi \\ \Delta\phi \end{pmatrix}$$

En reportant dans cette expression les valeurs calculées de $\Delta\psi$ et $\Delta\phi$ et les valeurs des coefficients m_{ij} mesurées auparavant, on peut reconstruire les variations de température et de pression en fonction du temps. Les résultats de cette opération sont présentés sur les figures 90.a et 90.b. La surmodulation visible sur ces courbes a son origine dans la modulation résiduelle déjà observée sur les variations de ψ.

On peut cependant calculer la pente moyenne par la méthode des moindres carrés, on obtient alors :

$(8,81 \pm 0,26)\ 10^{-4}$ °C/s pour la température

et

$(1,69 \pm 0,05)\ 10^{-3}$ bar/s pour la pression.

Les incertitudes sur les pentes sont calculées [72] en considérant que l'incertitude sur chaque point est égale à l'écart moyen entre deux points voisins. Compte tenu de ces taux de variation, on obtient entre l'état initial et l'état final des variations de température et de pression respectivement égales à :

$$\Delta T_o = 0,260 \pm 0,007 \ ^\circ C$$

et

$$\Delta P_o = 0,50 \pm 0,01 \text{ bar}$$

Ces valeurs reconstruites à partir des mesures de $\Delta\psi$ et $\Delta\phi$ sont en bon accord avec les valeurs mesurées parallèlement par les méthodes conventionnelles.

5) Discussion et conclusion

La précision de 2 % sur ces résultats obtenue grâce à l'enregistrement d'un grand nombre de points et l'accord avec les méthodes classiques sont dus au fait que la modulation résiduelle est de valeur moyenne nulle. Par contre, dans le cadre de l'utilisation du dispositif en tant que capteur, la mesure doit être effectuée ponctuellement et on ne peut alors bénéficier de la propriété précédente. La précision est moindre dans ce cas et doit tenir compte de la modulation résiduelle ; les résolutions que l'on peut attendre sont malgré tout de 0,1 °C et 0,2 bar.

Comme nous l'avons déjà souligné, l'utilisation de plusieurs détecteurs facilite les échanges d'intensité entre les différentes voies et de cette façon, des effets parasites. Rappelons que la méthode utilisée exige seulement la connaissance des intensités qui résultent de l'analyse de la vibration émergente à l'aide de polariseurs orientés respectivement à 0°, 45°, 90°, 135° de la direction des lignes neutres. L'emploi d'un unique détecteur semble donc possible. Supposons en effet que l'on dispose un analyseur tournant devant un détecteur avec une période de rotation T. L'échantillonnage du signal électrique avec une période égale à T/8 fournit alors les quatre intensités requises moyennant la synchronisation des acquisitions avec le passage du polari-

seur parallèlement à une ligne neutre. Pendant la durée nécessaire à cette opération, c'est à dire 3T/8, le système ne doit pas évoluer sensiblement. La période de rotation de l'analyseur devra donc être choisie en conséquence.

Le second point à souligner concerne la détermination des variations de déphasage moyen $\Delta\Phi$ dont la valeur dépasse π. Dans le cas de la mesure d'un seul paramètre, le signe des variations de déphasage différentiel $\Delta\psi$ fournit celui de $\Delta\Phi$, ce point a d'ailleurs été discuté dans le paragraphe III. Par contre, dans le cas où les deux paramètres varient, l'expression (23) permet d'écrire :

$$\Delta\psi.\Delta\Phi = (m_{11}\ \Delta T + m_{12}\ \Delta P)\ (m_{21}\ \Delta T + m_{22}\ \Delta P)$$

qui montre que le signe relatif des variations des deux déphasages peut changer suivant l'importance relative de ΔT et ΔP. Dans l'expérience qui vient d'être décrite, les sens de variation de la pression et de la température était connus et tels que le produit $\Delta\Phi.\Delta\psi$ reste négatif. Dans un contexte plus général le problème de la détermination des variations de déphasage moyen $\Delta\Phi$ se pose. Un grand nombre de méthodes de détection hétérodynes qui permettent la détermination de déphasages sur de larges gammes ont été développées [73]. Elles exigent cependant bien souvent d'agir séparément sur les deux bras de l'interféromètre ce qui n'est pas possible dans les montages envisagés ici. Une solution possible utilisant un codage spectral de la différence de la différence de marche [60] a déjà été signalée dans la conclusion de la partie B du chapitre III. Dans tous les cas, le problème ne peut être obtenu qu'en rendant le système plus complexe.

Signalons enfin que des résultats concernant la mesure simultanée de l'allongement et de la température d'une fibre monomode utilisant interférences et biréfringence ont été récemment publiés par des chercheurs de l'Université de Kent [64] , [65] . Les différences essentielles par rapport à nos expériences résident d'une part dans l'emploi d'une fibre à forte biréfrigence intrinsèque et, d'autre part dans la méthode de mesure du déphasage différentiel. Dans les références citées, celui-ci est en effet obtenu à partir des mesures séparées de chacun des deux déphasages Φ_x et Φ_y alors que notre méthode produit une intensité qui dépend directement de la différence $\Phi_x - \Phi_y$.

E. CONCLUSION DU CHAPITRE IV

Les diverses méthodes étudiées sur le plan théorique dans le chapitre précédent ont pu être démontrées expérimentalement. Plus particulièrement, deux idées principales pour résoudre les problèmes thermiques, c'est à dire, la compensation thermique d'une part, et la mesure simultanée de la pression et de la température d'autre part, ont été illustrées.

Concernant la compensation thermique, le dispositif qui utilise des bobinages d'axes perpendiculaires est peut être plus simple à réaliser que celui qui comporte une boucle demi-onde. De plus, il offre avantageusement la possibilité d'effectuer une mesure de pression différentielle même si, dans cette configuration, le contact thermique entre les deux cylindres est plus délicat à assurer. Dans tous les cas, une étude systématique des propriétés des bobinages réalisés avec diverses fibres permettrait d'améliorer les performances de ces dispositifs.

La méthode décrite dans la dernière partie de ce chapitre réalise par nature une correction des effets thermiques puisqu'elle évalue leur contribution. L'obtention de ce résultat nécessite l'emploi d'un montage très élaboré mais les résultats concernant la mesure simultanée des deux grandeurs, température et pression, sont encourageants même si toutes les difficultés ne sont pas encore surmontées.

CONCLUSION

Au cours de ce travail, notre idée directrice a été une meilleure compréhension de l'évolution de l'état de polarisation dans les capteurs polarimétriques utilisant la biréfringence induite par courbure dans une fibre optique monomode. Une analyse approfondie de différents effets prenant naissance dans une fibre optique bobinée sur un support cylindrique nous a permis de mettre en évidence un certain nombre d'écueils à éviter sur le plan expérimental.

Sur le plan des principes, nous nous sommes attachés à établir théoriquement et à démontrer expérimentalement la possibilité de réduire les effets perturbateurs de la température lors des mesures de pression. Ce couple de paramètres a été un bon support d'étude pour dégager divers principes qui pourraient peut être s'appliquer à d'autres capteurs où les effets thermiques sont importants. Face à ces derniers, deux attitudes complémentaires ont été adoptées.

La première a consisté à rechercher de méthodes de compensation dans lesquelles l'information température est perdue. L'étude des déformations thermoélastiques du support sur lequel est enroulée la fibre nous a permis d'établir un principe de mesure différentielle. Deux méthodes expérimentales mettant en oeuvre ce principe ont été démontrées. Elles conduisent à la réalisation de capteurs de pression absolue ou différentielle.

La seconde voie dans laquelle nous nous sommes engagés, est celle de la mesure simultanée des deux paramètres. Nous avons démontré que la mesure en parallèle du déphasage moyen entre deux ondes successivement réfléchies sur les extrémités de la fibre et du déphasage différentiel dû à la biréfringence permet de déduire simultanément les variations de pression et les variations de température. Un système d'analyse de la lumière permettant d'atteindre ces deux déphasages a été décrit et réalisé expérimentalement. Les performances obtenues sont, de notre point de vue encourageantes et tout à fait comparables à celles obtenues par d'autres équipes. Cependant, le dispositif actuel comporte plusieurs détecteurs photoélectriques ce qui impose des contraintes expérimentales relativement strictes. Bien que nous ne l'ayons pas testée, nous suggérons une solution technique qui n'utilise qu'un seul détecteur. De plus, en vue d'une utilisation future de ces dispositifs, il est nécessaire d'envisager leur fonctionnement en réflexion.

Enfin, la mise en oeuvre des capteurs polarimétriques pose d'une façon générale, le problème du transport sans déformation de l'état de polarisation depuis la source jusqu'au capteur. Le développement récent de fibres très fortement biréfringentes, dites à maintien de polarisation, ne résoud que partiellement le problème à cause de leur sensibilité thermique. De surcroît, l'extraction de l'information renvoyée par le capteur exige l'utilisation de coupleur monomodes à maintien de polarisation dont la technologie est délicate. Aussi pensons nous qu'il serait préférable d'effectuer l'analyse de la lumière au niveau du capteur lui-même ce qui n'exigerait ensuite que le transport d'un flux de lumière. Cependant, bien que des éléments de contrôle de l'état de polarisation puissent être facilement réalisés en ligne sur la fibre, l'intégration d'éléments polarisant reste encore un facteur limitatif. Nous espérons donc qu'une étroite collaboration entre les spécialistes des composants pour fibres, ou pour l'optique guidée en général, et ceux des capteurs à fibres permettra le développement industriel de capteurs élaborés tels que ceux dont nous avons ébauché l'étude dans ce travail.

ANNEXE I

Dans le chapitre I, l'existence de contraintes latérales a été discutée. Dans cette annexe est présentée la méthode qui permet d'obtenir la correction $[\sigma^{(2)}]$ au tenseur $[\sigma^{(1)}]$ obtenu dans le cas d'un ruban pour tenir compte de la géométrie cylindrique de la fibre.

I. POSITION DU PROBLEME

1. Système de coordonnées

Etant donnée la symétrie cylindrique de la fibre, on choisit de travailler dans un système de coordonnées cylindriques dont l'axe coïncide localement avec celui de la fibre. Dans le problème plan étudié seules les composantes σ_{xx}, σ_{yy}, σ_{zz} et σ_{xy} sont non nulles en coordonnées cartésiennes. En conséquence, les composantes non nulles en cooordonnées cylindriques sont [22] :

$$\begin{aligned}
\sigma_{rr} &= \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} + \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2} \cos 2\theta + \sigma_{xy} \sin 2\theta \\
\sigma_{\theta\theta} &= \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} - \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2} \sin 2\theta - \sigma_{xy} \sin 2\theta \qquad \text{(A.1.1)} \\
\sigma_{r\theta} &= \sigma_{xy} \cos 2\theta - \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2} \sin 2\theta \\
\sigma_{zz} &\text{ inchangée}
\end{aligned}$$

2. Equations d'équilibre et conditions aux limites

a) Equations d'équilibre

Les éléments du tenseur $[\sigma^{(2)}]$ cherché doivent vérifier les équations d'équilibre en absence de forces de volume c'est-à-dire [23] :

$$\frac{\partial \sigma_{rr}^{(2)}}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(2)}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_{rr}^{(2)} - \sigma_{\theta\theta}^{(2)}}{r} = 0$$

et (A.1.2)

$$\frac{1}{r}\frac{\partial \sigma_{\theta\theta}^{(2)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(2)}}{\partial r} + \frac{2\,\sigma_{r\theta}^{(2)}}{r} = 0$$

b) Conditions aux limites : généralités.

On doit écrire la continuité des efforts sur la surface de la fibre. Les composantes cylindriques de la normale à cette surface sont :

$$\vec{n}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$$

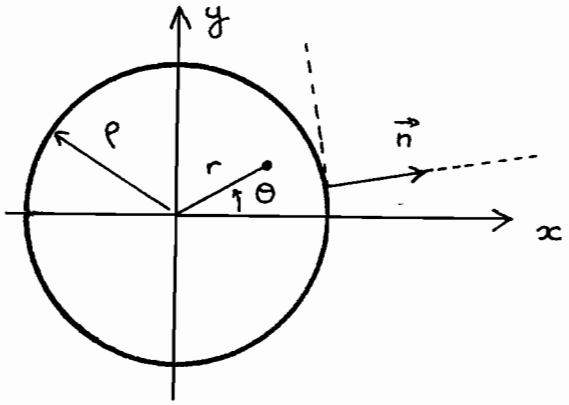


Figure 1 : Système de coordonnées.

La force par unité de surface est donc :

$$[\sigma^{(2)}]\,\vec{n} = \begin{pmatrix}\sigma_{rr}^{(2)}\\ \sigma_{r\theta}^{(2)}\\ 0\end{pmatrix}$$

La continuité des efforts en surface se traduit donc

dans ce problème par la continuité des composantes σ_{rr} et $\sigma_{r\theta}$ pour $r = \rho$ et ce quelque soit θ.

c) Conditions aux limites : cas de la courbure simple

Les conditions (page 38) établies au chapitre I s'expriment ici, par :

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^{(2)}(\rho,\theta) &= -\sigma_{rr}^{(1)}(\rho,\theta) \\ \sigma_{r\theta}^{(2)}(\rho,\theta) &= -\sigma_{r\theta}^{(1)}(\rho,\theta) \end{aligned} \qquad (A.1.3)$$

où $\sigma_{rr}^{(1)}$ et $\sigma_{r\theta}^{(1)}$ sont déduits des expressions en coordonnées cartésiennes par la transformation (A.1.1.). Ces conditions assurent que la surface de la fibre est libre.

d) Conditions aux limites : cas de la traction

Rappelons que dans ce cas, la surface de la fibre est libre sauf sur une ligne de contact avec le support cylindrique où il existe une réaction. Dans ce cas :

$$\sigma_{rr}^{(2)}(r,\theta) = -\sigma_{rr}^{(1)}(\rho,\theta) - \frac{\varepsilon E\rho}{R}\pi f(\theta)$$

et (A.1.4)

$$\sigma_{r\theta}^{(2)}(\rho,\theta) = -\sigma_{r\theta}^{(1)}(\rho,\theta)$$

II. METHODE DE RESOLUTION

Nous avons choisi la méthode de la fonction de contraintes [22]. Les équations d'équilibre (A.1.2.) sont automatiquement vérifiées s'il existe une fonction $A(r,\theta)$ appelée fonction de contraintes, telle que :

$$\sigma_{rr}^{(2)} = \frac{1}{r}\frac{\partial A}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 A}{\partial \theta^2}$$

$$\sigma_{\theta\theta}^{(2)} = \frac{\partial^2 A}{\partial r^2} \qquad (A.1.5)$$

$$\sigma_{r\theta}^{(2)} = -\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial A}{\partial \theta}\right]$$

Pour que les équations de compatibilité soient satisfaites [22] la fonction A doit vérifier :

$$\Delta^2 A = 0 \qquad (A.1.6)$$

c'est à dire être biharmonique. Dans le cas où la résultante des forces appliquées au contour considéré, ici la surface de la fibre, est nulle, la solution générale de (A.1.6.) a été donnée par Timoshenko [22] :

$$A(r,\theta) = b_o\ r^2 + b_1\ r^3 \cos\theta + d_1\ r^3 \sin\theta$$

$$+ \sum_{n=2}^{\infty}\left(a_n\ r^n + b_n\ r^{n+2}\right) \cos n\theta$$

$$+ \sum_{n=2}^{\infty}\left(c_n\ r^n + d_n\ r^{n+2}\right) \sin n\theta$$

On obtient les expressions des contraintes à l'aide (A.1.5.). Les conditions aux limites pour $r = \rho$ prennent la forme d'égalité de combinaisons linéaire de fonctins trigonométriques tant dans le cas de la courbure que de la traction. Par identification, on obtient donc les coefficients de la fonction A et par suite les expressions des contraintes $\sigma_{rr}^{(2)}$, $\sigma_{\theta\theta}^{(2)}$ et $\sigma_{r\theta}^{(2)}$.

L'utilisation des relations (A.1.1.) inverses permet alors d'écrire les expressions des composantes cartésiennes des contraintes. Finalement, on obtient les expressions données dans le Chapitre I.

ANNEXE II

Après quelques rappels élémentaires on donne l'expression de la variation des éléments du tenseur photoélastique en fonction des contraintes ou des déformations.

I. RAPPELS D'ELASTICITE

1. Déformations

Si $\vec{u}$ désigne le vecteur déplacement, les déformations sont définies en coordonnées cartésiennes par :

$$U_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \qquad (A.2.1)$$

2. Relations contraintes - déformations pour un matériau isotrope.

On désignera par E le module d'Young du matériau et par υ son coefficient de Poisson. Les relations contraintes-déformations sont :

$$\sigma_1 = \frac{E}{(1-2\upsilon)(1+\upsilon)}\left[(1-\upsilon)\ U_1 + \upsilon(U_2 + U_3\right] \qquad (A.2.2)$$

+ permutations circulaires sur (1, 2, 3), et :

$$\sigma_i = \frac{E}{2(1+\upsilon)}\ U_i \qquad (A.2.3)$$

pour i = 4, 5, 6 (le facteur 2 vient de la notation matricielle des tenseurs. Voir par exemple la référence [17] p. 134).

Les relations inverses, déformations-contraintes sont :

$$U_1 = \frac{1}{E}\left[\sigma_1 - \upsilon(\sigma_2 + \sigma_3)\right] \qquad (A.2.4)$$

+ permutations circulaires sur (1, 2, 3) et :

$$U_i = \frac{2(1+\upsilon)}{E}\sigma_i \quad \text{pour } i = 4, 5, 6 \qquad (4.2.5)$$

II. RELATIONS ENTRE LES COEFFICIENTS PHOTOELASTIQUES POUR UN CORPS ISOTROPE

A partir de la définition des coefficients π_{ij} et de celle des coefficients ρ_{ij}, l'utilisation des relations contraintes-déformations conduit à :

$$\text{(a)} \quad \pi_{11} = \frac{1}{E}(p_{11} - 2\upsilon\, p_{12}) \qquad (A.2.6)$$

$$\text{(b)} \quad \pi_{12} = \frac{1}{E}(p_{12} - \upsilon(p_{11} + p_{12}))$$

$$\text{(c)} \quad \pi_{44} = 2\frac{(1+\upsilon)}{E}\, p_{44}$$

et en sens inverse :

$$P_{11} - \frac{E}{(1+\upsilon)(1-2\upsilon)}((1-\upsilon)\,\pi_{11} + 2\upsilon\,\pi_{12})$$

et (A.2.7)

$$P_{12} = \frac{E}{(1+\upsilon)(1-2\upsilon)}(\pi_{12} + \upsilon\,\pi_{11})$$

III. RELATIONS ENTRE VARIATIONS DE PERMITTIVITE ET D'IMPERMEABILITE

Supposons que le repère de travail corresponde aux axes principaux du tenseur d'imperméabilité non perturbé $[\eta]$.

Le tenseur perturbé $[\eta']$ s'écrit alors :

$$\begin{pmatrix} \eta'_1 & \Delta\eta_6 & \Delta\eta_5 \\ \Delta\eta_6 & \eta'_2 & \Delta\eta_4 \\ \Delta\eta_5 & \Delta\eta_4 & \eta'_3 \end{pmatrix} \qquad (A.2.8)$$

avec $\eta'_i = \eta_i + \Delta\eta_i$ ou encore $\eta'_i = \dfrac{1}{n_i^2} + \Delta\eta_i$ où n_i sont les indices principaux en l'absence de perturbation.

Le nouveau tenseur permittivité s'obtient en inversant l'expression (A.2.8.). En menant les calculs au premier ordre en $\Delta\eta_1$, ..., $\Delta\eta_6$ on obtient :

$$\varepsilon'_i = n_i^2 \left(1 - n_i^2 \, \Delta\eta_i\right) \qquad i = 1, 2, 3$$

et :

$$\varepsilon_k = - n_i^2 \, n_j^2 \, \Delta\eta_k \qquad k = 4, 5, 6$$

(avec i, j = 1, 2, 3 et i + j = k). Si le matériau était initialement isotrope d'indice n_o, on obtient les perturbations $\tilde{\varepsilon}_i$ définies par :

$$\varepsilon'_i = \varepsilon_i + \tilde{\varepsilon}_i$$

$$\tilde{\varepsilon}_i = - n_o^4 \, \Delta\eta_i$$

ANNEXE III

CALCUL DES COEFFICIENTS DE COUPLAGE POUR UNE FIBRE COURBEE SOUS TENSION

Nous présentons ici le calcul des coefficients de couplage κ_{ij} pour une fibre faiblement guidante courbée sous tension mécanique. Dans ce cas, la perturbation $[\tilde{\varepsilon}]$ du tenseur diélectrique s'écrit :

$$[\tilde{\varepsilon}] = \begin{pmatrix} \tilde{\varepsilon}_1 & \tilde{\varepsilon}_6 & 0 \\ \tilde{\varepsilon}_6 & \tilde{\varepsilon}_2 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{\varepsilon}_3 \end{pmatrix}$$

I. EXPRESSION DES COEFFICIENTS DE COUPLAGE

Pour ne pas alourdir inutilement les expressions, la fonction radiale sera désignée par F uniquement, et on notera F' sa dérivée. Le coefficient de normalisation est :

$$Q = \frac{4\pi\, n_o\, k_1}{Z_o} \int_0^\infty r\, F^2\, dr.$$

Les expressions (2) des coefficients κ_{ij} et celle des champs pour une fibre faiblement guidante conduisent à :

$$\kappa_{11} = \frac{k_o}{QZ_o} \iint \left\{ k_1 \tilde{\varepsilon}_1 F^2 + \left(\frac{1 + \cos 2\theta}{2k_1}\right) \left(\tilde{\varepsilon}_3 - \tilde{\varepsilon}_1\right) F'^2 \right.$$

$$\left. - \frac{\tilde{\varepsilon}_6}{2k_1} \sin 2\theta\, F'^2 - \frac{1}{k_1} \left[\frac{\partial \tilde{\varepsilon}_1}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{\varepsilon}_6}{\partial y}\right] \cos\theta\, F\, F' \right\} r\, dr\, d\theta \qquad \text{(A.3.1a)}$$

$$\kappa_{22} = \frac{k_o}{QZ_o} \iint \left\{ k_1 \tilde{\varepsilon}_2 F^2 + \left(\frac{1 - \cos 2\theta}{2k_1}\right) \left(\tilde{\varepsilon}_3 - \tilde{\varepsilon}_2\right) F'^2 \right.$$

$$\left. - \frac{\tilde{\varepsilon}_6}{2k_1} \sin 2\theta \; F'^2 - \frac{1}{k_1} \left[\frac{\partial \tilde{\varepsilon}_2}{\partial y} + \frac{\partial \tilde{\varepsilon}_6}{\partial x}\right] \sin\theta \; F \; F' \right\} r \, dr \, d\theta \qquad (A.3.1b)$$

$$\kappa_{12} = \frac{k_o}{QZ_o} \iint \left\{ k_1 \tilde{\varepsilon}_6 F^2 + \frac{\sin 2\theta}{2k_1} \left(\tilde{\varepsilon}_3 - \tilde{\varepsilon}_1\right) F'^2 - \frac{\tilde{\varepsilon}_6}{2k_1} \right.$$

$$\left. (1 - \cos 2\theta) \; F'^2 - \frac{1}{k_1} \left[\frac{\partial \tilde{\varepsilon}_1}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{\varepsilon}_6}{\partial y}\right] \sin\theta \; F \; F' \right\} r \, dr \, d\theta \qquad (A.3.1c)$$

$$\kappa_{21} = \frac{k}{QZ_o} \iint \left\{ k_1 \tilde{\varepsilon}_6 F^2 + \frac{\sin 2\theta}{2k_1} \left(\tilde{\varepsilon}_3 - \tilde{\varepsilon}_2\right) F'^2 - \frac{\tilde{\varepsilon}_6}{2k_1} \right.$$

$$\left. (1 + \cos 2\theta) \; F'^2 - \frac{1}{k_1} \left[\frac{\partial \tilde{\varepsilon}_2}{\partial y} + \frac{\partial \tilde{\varepsilon}_6}{\partial x}\right] \cos\theta \; F \; F' \right\} r \, dr \, d\theta \qquad (A.3.1d)$$

Dans ces expressions les bornes pour r sont 0, ∞ et pour θ 0,2π.

II. EXPRESSION DES COEFFICIENTS DE $\tilde{\varepsilon}$

Les coefficients $\tilde{\varepsilon}$ calculés au chapitre I ont pour expression :

$$\tilde{\varepsilon}_q = F_{qo} + \sum_{p=1}^{\infty} F_{q,p} \cos 2p\theta + G_{q,p} \sin(2p - 1)\theta \qquad (A.3.2)$$

q = 1, 2, 3 et :

$$\tilde{\varepsilon}_6 = \sum_{p=1}^{\infty} F_{6,p} \cos (2p - 1)\theta + G_{6,p} \sin 2p\theta \quad (A.3.3)$$

III. CALCUL DES COEFFICIENTS κ_{ij}

Les expressions précédentes permettent de calculer les dérivées des coefficients $\tilde{\varepsilon}_i$ qui apparaissent dans les relations (A.3.1.). On peut ainsi procéder aux intégrations sur l'angle θ. Les relations d'orthogonalité entre fonctions trigonométriques conduisent à :

$$\kappa_{11} - \kappa_{22} = \frac{2\pi\, k_o\, k_1}{Q\, Z_o} \int_0^{\infty} \Bigg\{ (F_{10} - F_{20})\, F^2 + \left(\frac{F_{20} - F_{10}}{2\, k_1^2}\right) F'^2 + \frac{(2\, F_{31} - F_{11} - F_{21})}{4\, k_1^2} F'^2 - \frac{1}{2\, k_1^2} \left(F'_{10} - F'_{20} + F'_{11} + F'_{22} + \frac{2}{r}(F_{11} + F_{21})\right) F.F'rdr \Bigg\} \quad (A.3.4)$$

et $\kappa_{12} = \kappa_{21} = 0$.

En examinant l'expression des contraintes dans le chapitre I et en écrivant les coefficients $\tilde{\varepsilon}_i$ sous la forme (A.3.2.) et (A.3.3.), on peut écrire :

$$F_{i0} = \Lambda_{i1} + \Lambda_{i2} \left(\frac{r}{\rho}\right)^2 \qquad i = 1,2$$

et :

$$F_{i1} = \Delta_{i1} + \Delta_{i2} \left(\frac{r}{\rho}\right)^4 \qquad i = 1,3$$

Dans le cadre de l'approximation gaussienne de la fonc-

tion F :

$$F(r) \propto e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{r}{r_o}\right)^2}$$

Le calcul de l'expression (A.1.4.) conduit à :

$$\kappa_{11} - \kappa_{22} = \frac{k_o}{2\ n_o}\left[\Lambda_{11} - \Lambda_{21}\left(1 - \frac{1}{2(k_1\ r_o)^2}\right) + (\Lambda_{12} - \Lambda_{22})\left(\frac{r_o}{\rho}\right)^2 + \frac{1}{2\ k_1^2\ \rho^2}\left(4\ (\Lambda_{22} - \Lambda_{12}) + 2\ \Delta_{31} - 5\ (\Delta_{11} + \Delta_{21})\right)\right]$$

$$+ \frac{3}{2(k_1\rho)^2}\left(\frac{r_o}{\rho}\right)^2 (2\ \Delta_{32} - 5(\Delta_{12} + \Delta_{22}))$$

En remplaçant les Λ_{ij} et Δ_{ij} par leurs expressions déduites de (A.3.2.) (A.3.3.), on obtient directement l'expression de $\kappa_{11} - \kappa_{22}$ du chapitre I.

IV. APPROXIMATION DES CONTRAINTES UNIFORMES

On propose ici le calcul des coefficients κ_{ij} en considérant les contraintes constantes égales à leur valeur sur l'axe de la fibre. Dans ce cas, les coefficients $\tilde{\varepsilon}_1$, $\tilde{\varepsilon}_2$ et $\tilde{\varepsilon}_3$ sont des constantes, et $\tilde{\varepsilon}_6$ est nul. Dans ces conditions les expressions (A.3.1.) se réduisent à :

$$\kappa_{11} = \frac{k_o}{2\ n_o}\left(\tilde{\varepsilon}_1 + \left(\tilde{\varepsilon}_3 - \tilde{\varepsilon}_1\right)\frac{I}{2\ k_1^2}\right)$$

$$\kappa_{22} = \frac{k_o}{2\ n_o}\left(\tilde{\varepsilon}_2 + \left(\tilde{\varepsilon}_3 - \tilde{\varepsilon}_1\right)\frac{I}{2\ k_1^2}\right)$$

$$\kappa_{12} = \kappa_{21} = 0$$

avec :

$$I = \frac{\int_0^\infty r\ F'^2\ dr}{\int_0^\infty r\ F^2\ dr}$$

Toujours dans le cadre de l'approximation gaussienne, on obtient :

$$\kappa_{11} = \frac{k_o}{2\ n_o} \left(\tilde{\varepsilon}_1 + \left(\tilde{\varepsilon}_3 - \tilde{\varepsilon}_1 \right) \frac{I}{2\ (k_1 r_o)^2} \right)$$

et :

$$\kappa_{22} = \frac{k_o}{2\ n_o} \left(\tilde{\varepsilon}_2 + \left(\tilde{\varepsilon}_3 - \tilde{\varepsilon}_1 \right) \frac{I}{2\ (k_1 r_o)^2} \right)$$

Sous les hypothèses discutées au chapitre I, c'est-à-dire, $\frac{r_o}{\rho}$, $\frac{\lambda_g}{\rho}$ et $\frac{\lambda_g}{r_o}$ petits devant 1, ces dernières expressions se réduisent à :

$$\kappa_{11} = \frac{k_o}{2\ n_o}\ \tilde{\varepsilon}_1 \quad \text{et} \quad \kappa_{22} = \frac{k_o}{2\ n_o}\ \tilde{\varepsilon}_2$$

En particulier, on obtient :

$$\kappa_{11} - \kappa_{22} = \frac{k_o}{2\ n_o} \left(\tilde{\varepsilon}_1 - \tilde{\varepsilon}_2 \right)$$

Donnons pour terminer l'expression de $\kappa_{11} + \kappa_{22}$ qui sera utilisée dans le troisième chapitre.

$$\kappa_{11} + \kappa_{22} = \frac{k_o}{2\ n_o} \left(\tilde{\varepsilon}_1 + \tilde{\varepsilon}_2\right)$$

$$= \frac{k_o}{2\ n_o} \left((\pi_{11} + \pi_{12})\ (\sigma_1(0) + \sigma_2(0)) + 2\ \pi_{12}\sigma_3(0)\right)$$

pour les états de déformation planes envisagés :

$$\sigma_3 = \upsilon(\sigma_1 + \sigma_2)$$

ce qui permet d'écrire :

$$\kappa_{11} + \kappa_{22} = \frac{k_o}{2\ n_o} (\pi_{11} + \pi_{12}(1 + 2\upsilon))\ (\sigma_1(0) + \sigma_2(0))$$

On obtient alors sans difficulté l'expression (III.21) du troisième chapitre.

ANNEXE IV

PARAMETRES EQUIVALENTS D'UN SYSTEME BIREFRINGENT

I. LAME BIREFRINGENTE SUIVIE D'UN ROTATEUR

La matrice de la lame est donnée dans le repère de ses lignes neutres par :

$$M_L = \begin{pmatrix} e^{j\frac{R_{eq}}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-j\frac{R_{eq}}{2}} \end{pmatrix} \qquad (A.4.1)$$

Dans un repère tourné de θ_{eq}, la matrice devient :

$$M'_L = S^{-1}\ M_L\ S$$

où S est la matrice de passage.

$$S = \begin{pmatrix} \cos\theta_{eq} & \sin\theta_{eq} \\ -\sin\theta_{eq} & \cos\theta_{eq} \end{pmatrix} \qquad (A.4.2)$$

On obtient alors :

$$M'_L = \begin{pmatrix} \cos\frac{R_{eq}}{2} + j\cos 2\theta_{eq}\sin\frac{R_{eq}}{2} & j\sin 2\theta_{eq}\sin\frac{R_{eq}}{2} \\ j\sin 2\theta_{eq}\sin\frac{R_{eq}}{2} & \cos\frac{R_{eq}}{2} - j\cos 2\theta_{eq}\sin\frac{R_{eq}}{2} \end{pmatrix} \qquad (A.4.3$$

La matrice du rotateur d'angle α_{eq} est :

$$M_R = \begin{pmatrix} \cos\alpha_{eq} & -\sin\alpha_{eq} \\ \sin\alpha_{eq} & \cos\alpha_{eq} \end{pmatrix} \qquad (A.4.4)$$

La matrice du système lame suivie d'un rotateur est donc :

$$M_R\ .\ M'_L$$

qui peut s'écrire :

$$\begin{pmatrix} P & Q \\ -Q^* & P^* \end{pmatrix}$$

avec :

$$P = \cos\alpha_{eq}\cos\frac{R_{eq}}{2} + j\sin\frac{R_{eq}}{2}\cos(2\theta_{eq} + \alpha_{eq})$$
$$Q = -\sin\alpha_{eq}\sin\frac{R_{eq}}{2} + j\sin\frac{R_{eq}}{2}\sin(2\theta_{eq} + \alpha_{eq}) \qquad (A.4.5)$$

Ces relations sont identiques aux relations (II.5).

II. ROTATEUR SUIVI D'UNE LAME BIREFRINGENTE

Le traitement du problème est semblable au cas précédent, il suffit d'inverser l'ordre du produit des matrices respectives des deux éléments. La matrice du système est $M'_{L'} . M_{R'}$ soit :

$$\begin{pmatrix} P' & Q' \\ -Q'^* & P'^* \end{pmatrix}$$

avec :

$$P' = \cos\alpha'_{eq}\cos\frac{R'_{eq}}{2} + j\sin\frac{R'_{eq}}{2}\cos(2\theta'_{eq} - \alpha'_{eq})$$
$$Q' = -\sin\alpha'_{eq}\cos\frac{R'_{eq}}{2} + j\sin\frac{R'_{eq}}{2}\sin(2\theta'_{eq} - \alpha'_{eq}) \qquad (A.4.7)$$

La condition $M'_{L'} . M_{R'} = M_R . M'_L$ est donc équivalente à :

$$\cos \alpha'_{eq} \cos \frac{R'_{eq}}{2} = \cos \alpha_{eq} \cos \frac{R_{eq}}{2}$$

$$\sin \alpha'_{eq} \cos \frac{R'_{eq}}{2} = \sin \alpha_{eq} \cos \frac{R_{eq}}{2}$$

$$\cos(2\theta'_{eq} - \alpha'_{eq}) \sin \frac{R'_{eq}}{2} = \cos(2\theta_{eq} + \alpha_{eq}) \sin \frac{R_{eq}}{2} \qquad (A.4.8)$$

$$\sin(2\theta'_{eq} - \alpha'_{eq}) \sin \frac{R'_{eq}}{2} = \sin(2\theta_{eq} + \alpha_{eq}) \sin \frac{R_{eq}}{2}$$

Ces expressions impliquent :

$$\cos^2 \frac{R_{eq}}{2} = \cos^2 \frac{R'_{eq}}{2} \quad \text{et} \quad \sin^2 \frac{R'_{eq}}{2} = \sin^2 \frac{R_{eq}}{2} \qquad (A.4.9)$$

Il y a alors quatre possibilités :

$$R_{eq} = R'_{eq} \qquad R_{eq} = - R'_{eq} \qquad R'_{eq} = 2\pi \pm R_{eq} \qquad (A.4.10)$$

qui se réduisent à deux du point de vue de l'état de polarisation :

$$R'_{eq} = \pm R_{eq}$$

La relation (A.4.8) permet alors d'établir :

$$R'_{eq} = R_{eq} \qquad \alpha_{eq} = \alpha'_{eq} \qquad \theta'_{eq} = \theta_{eq} + \alpha_{eq}$$

ou

$$R'_{eq} = - R_{eq} \qquad \alpha_{eq} = \alpha'_{eq} \qquad \theta'_{eq} = \theta_{eq} + \alpha_{eq} + \frac{\pi}{2} \qquad (A.4.11)$$

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

[1] A.W. SNYDER and J.D. LOVE
"Optical waveguide theory"
Chapman and Hall (London, New-York, 1983).

[2] R. ULRICH et A. SIMON
"Polarization optics of twisted single mode fibers"
Appl. Opt., 18 (1979), 2241.

[3] D. MARCUSE
"Theory of dielectric optical waveguides"
(Academic Press, New-York, 1974).

[4] R. ULRICH
"Representation of codirectional coupled waves"
Opt. Lett., 1 (1977) 109.

[5] J.R. PIERCE
"Coupling of modes of propagation"
J. Appl. Phys., 25 (1954), 179.

[6] A. YARIV
"Coupled mode theory of guided wave optics"
IEEE, J. Quantum Electron. QE-9 (1977), 517.

[7] N.J. FRIGO
"A generalized geometrical representation of coupled mode theory".
IEEE, J. Quantum Electron. QE-22, (1986), 2151.

[8] R.C. JONES
"A new calculus for the treatment of optical systems"
J.O.S.A. 31 (1941), 488
" 31 (1941), 493
" 31 (1941), 500
" 32 (1942), 486
" 37 (1946), 107
" 38 (1948), 671
" 46 (1956), 126

[9] H.G. JERRARD
"Modern matrix description of polarized light : matrix methods".
Optic and Laser Tech., Décembre 1982.

[10] D.G. LUBNAU
"Polarization backscatter analysis of field distributions using fiber optics".
Appl. Opt. 22 (1983), 377.

[11] F.P. KAPRON, N.F. BORELLI and D.B. BECK
J. Quantum Electron. QE-8 (1972), 222.

[12] A. YARIV and P. YEH
"Optical waves in crystals"
Wiley-Interscience (1984).

[13] A. SIMON and R. ULRICH
"Evolution of polarization along a single mode fiber".
Appl. Phys. Lett. 31 (1977), 517.

[14] S.C. RASHLEIGH
"Origins and control of polarisation effects in single mode fibers".
IEEE Journ. Lightwave Tech. LT-1 (1983), 312.

[15] BORN and WOLF
"Principles of Optics"
(Pergamon Press, 6ème ed.)

[16] G. FRANCESCHETTI and C.P. SMITH
"Representation of the polarization of single-mode fibers using stokes parameters".
J.O.S.A. (1981), 1487.

[17] G.N. RAMACHANDRAN and S. RAMASESHAN
Encyclopedia of Physics - Editeur S. Flügge (Springer 1961), Vol. 25/1.

[18] J.F. NYE
"Physical properties of Crystals"
Oxford University Press (1979).

[19] XI-SHENG FANG and ZONG-QI LIN
"Birefringence in curved single-mode optical fiber due to waveguide geometry effect - Perturbation analysis".
IEEE Journ. Lightwave Tech. LT-3 (1985), 789.

[20] R. ULRICH, S.C. RASHLEIGH and W. EICKHOFF
"Bending induced birefringence in single mode fibers"
Opt. Lett. 5, (1980), 273.

[21] S.C. RASHLEIGH, R. ULRICH
"High birefringence in tension coiled single mode fibers"
Opt. Lett. 5 (1980), 354.

[22] L. LANDAU et E. LIFCHITZ
"Théorie de l'Elasticité"
Editions MIR (Moscou 1967).

[23] S.P. TIMOSHENKO et J.N. GOODIER
"Theory of elasticity"
(Mc Graw Hill, New-York 1968).

[24] J.P. HENRY, F. PARSY
"Cours d'élasticité"
Dunod Université - Bordas - Paris 1982

[25] A.M. SMITH
"Birefringence by bends and twist in single mode optical fibers".
Appl. Opt. 19 (1980), 2606.

[26] D. MARCUSE
"Loss analysis of single mode splices"
Bell Syst. Tech. Journ. 56 (1977), 703.

[27] Y. NAMIHIRA
"Optoelastic constants in single mode optical fibers"
IEEE Journ. of Lightwave Tech. LT-3 (1985), 1078.

[28] D. MARCUSE
"Curvature loss formula for optical fibers"
J.O.S.A., 66, (1976), 216.

[29] M. ABRAMOWITZ and I.A. STEGUN
"Handbook of mathematical functions"
(Dover, New-York, 1970).

[30] D. MARCUSE
"Field deformation and loss caused by curvature of optical fibers"
J.O.S.A. 66 (1976), 311

[31] D.C. CHANG and E.F. KUESTER
IEEE J. Quantum Electron. QE-11 (1975), 903-907.

[32] W. EICKHOFF
"Stress induced single polarization single mode fiber"
Opt. Lett. 7, (1982) 629.

[33] A.W. SNYDER and F. RÜHL
"Single mode, single polarization fibers made of birefringent material".
J.O.S.A. 73 (1983), 1165.

[34] M.P. VARNHAM, D.N. PAYNE, R.D. BIRCH, E.J. TARBOX
"Single polarisation operation of highly birefringent bow-tie optical fibers".
Elect. Lett. 19 (1983), 246.

[35] M.P. VARNHAM, D.N. PAYNE, R.D. BIRCH, E.J. TARBOX
"Bend behavior of polarising optical fibers".
Elect. Lett. 19, (1983), 679.

[36] M.P. VARNHAM, D.N. PAYNE, R.D. BIRCH, E.J. TARBOX
"Coiled birefringent-fiber polarizers".
Opt. Lett. 9 (1984), 306.

[37] G. CAGNAC, E. RAMIS, J. COMMEAU
"Applications de l'analyse à la géométrie"
(Masson, Paris 1975).

[38] H. SCHNEIDER, H. HARMS, A. PAPP and H. AULICH
"Low birefringence single mode fiber : preparation and polarization characteristics".
Appl. Opt. 17 (1978), 3035.

[39] A.J. BARLOW, J.J. RAMSKOV-HANSEN and D.N. PAYNE
"Birefringence and polarization mode dispersion in spun single mode fibers".
Appl. Opt. 20, (1981), 2962.

[40] A.J. BARLOW and D.N. PAYNE
"Polarisation maintenance in circularly birefringent fibers"
Elect. Lett. 17 (1981), 388.

[41] A.J. BARLOW, D.N. PAYNE, M.R. HADLEY and R.J. MANSFIELD
"Production of single mode fibers with negligible intrinsic birefringence and polarisation mode dispersion".
Elect. Lett. 17, (1981), 725.

[42] A.J. BARLOW, J.J. RAMSKOV-HANSEN and D.N. PAYNE
"Anisotropy in spun single mode fibers"
Elect. Lett., 18, (1982), 200.

[43] I. ABDULHALIM, L. BENGUIGUI, R. WEIL
"Selective reflection by hélicoïdal liquid crystal : results for an exact calculation using 4 x 4 characteristic matrix method".
J. Physique, 46, (1985), 815.

[44] A. YARIV and P. YEH
"Optical waves in crystals"
(Wiley-Interscience 1984).

[45] D.N. PAYNE, A.J. BARLOW and J.J. RAMSKOV-HANSEN
"Development of low and high birefringence optical fibers".
IEEE Journ. of Quantum Electron. QE-18 (1982), 477.

[46] W. NOWACKI
"Thermoelasticity"
(Pergamon Press, Oxford, New-York, London, Paris 1962).

[47] D. CHARDON and S. HUARD
"Sensors 84"
Paris 1984 - (Editeur CIAMÉ, Paris).

[48] D. CHARDON and G.R. ROGER
Proc. EFOC-LAN 85
(Montreux-Suisse), 1985, p. 225-227.

[49] D. CHARDON and S. HUARD
"A new interferometric and polarimetric temperature optical fiber sensor".
IEEE, Journ. Lightwave Tech. LT-4 (1986), 720.

[50] M.A.A. PUDENSI
"Method to calculate the reflection and transmission of guided waves"
J. Opt. Soc. Am. 72 (1982), 126.

[51] C.N. CAPSALIS, J.G. FIKIORIS and N.K. UZUNOGLU
"Scattering from an abruptly terminated dielectric slab waveguide".
J. Lightwave Tech. LT-38 (1985), 408.

[52] D.A. JACKSON, R. PRIEST, A. DANDRIDGE et A.B. TVETEN
"Elimination of drift in a single mode optical fiber interferometer using a piezoelectrically stretched coiled fiber".
Appl. Opt., 19 (1980), 2926.

[53] S. LACROIX, J. BURES, M. PARENT and J. LAPIERRE
"Capteur de température interféromètrique à fibre optique monomode".
Opt. Comm. 51 (1984), 65.

[54] T. YOSHINO, K. KUROSAWA, K. ITOH and T. OSE
"Fiber optic Fabry-Pérot interferometers and its sensor applications".
IEEE J. Quantum Elect. QE-18, (1982), 1624.

[55] A.D. KERSEY, D.A. JACKSON and M. CORKE
"A simple Fabry-Pérot Sensor"
Opt. Comm. 45 (1983), 71.

[56] R. KIST and S. DROPE
"Fiber optic Fabry-Pérot resonator as temperature sensor and optical spectrum analyser".
SPIE 83 - Vol. 412, p. 172.

[57] M. CORKE, J.D.C. JONES, A.D. KERSEY and D.A. JACKSON
"Combined Michelson and Polarimetric fiber optic interferometric sensor".
Elect. Lett. 21, (1985), 148.

[58] P.A. LEILABADY, J.D.C. JONES, D.A. JACKSON
"Interferometric strain measurement using optical fibers".
2nd Int. Tech. Symp. on optical and electrooptical applied science and engineering (Novembre 85 - Cannes, FRANCE).

[59] D. CHARDON and S. HUARD
"Temperature optical fiber sensor with enhanced sensitivity"
5th. IOOC-ECOC 85, Octobre 85, Venise ITALIE.

[60] C. MARILLER, M. LEQUIME
"Fiber optic "white light" birefringent temperature sensor"
4th Int. Symp. on optical and optoélectronic applied science and engineering". (April 1987 - La Hague - PAYS-BAS).

[61] H.C. LEFEVRE
"Single mode fiber fractional wave devices and polarization controllers".
Elect. Lett. 16-17 (1980), 778.

[62] R. BERGH
Ph.D Thesis, Juin 1982, Stanford University (Californie).

[63] D. CHARDON, G.R. ROGER and S. HUARD
"Two methods to compensate thermal effects in a polarimetric static pressure sensor".
Conference OFS 86 - Sept. 86 - TOKYO (JAPON).

[64] P.A. LEILABADY, J.D.C. JONES and D.A. JACKSON
"Combined interferometric-polarimetric fiber optic sensor capable of remote operation".
Opt. Comm. 57, (1986), 77.

[65] P.A. LEILABADY, J.D.C. JONES and D.A. JACKSON
"Monomode fiber optic strain gauge with simultaneous phase and polarization state detection".
Opt. Lett. 10 (1985), 576.

[66] S.C. RASHLEIGH
Opt. Lett. 6, (1981), 19.

[67] R. BALHORN, H. HUNZMANN et F. LEBOWSKY
"Frequency stabilization of internal-mirror Helium Neon lasers".
Appl. Opt. 11 (1972), 742.

[68] S.K. GORDON et S.F. JACOBS
Appl. Opt. 13 (1974), 231.

[69] P.E. CIDDOR et R.M. DUFFY
J. Phys. E. Scien. Inst. 16 (1983), 1224.

[70] T. YOSHINO
"Reflection anisotropy of 632,8 nm laser mirors".
Jap. Journ. of Appl. Phys. 18, (1979), 1503.

[71] D. CHARDON, S. HUARD, R. KIST et W. OTT
Brevet européen n° 87104279.2.

[72] Y.V. LINNIK
"Méthode des moindres carrés" (Dunod, Paris 1963).

[73] GIALORENZI et al.
IEEE Journ. of Quantum Elect. QE-18, 626 (1982).
"Optical fiber sensor technology".

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION 1

CHAPITRE I - EVOLUTION DE L'ETAT DE POLARISATION DANS UNE FIBRE OPTIQUE MONOMODE : APPLICATION AUX FIBRES COURBEES ... 4

A. INTRODUCTION 4

B. ETAT DE POLARISATION DANS UNE FIBRE OPTIQUE MONOMODE..... 5

I. RAPPELS SUR LES FIBRES MONOMODES 5

1) Présentation du champ électromagnétique 5
2) Cas des fibres faiblement guidantes 8

II. EQUATIONS DES MODES COUPLES POUR UNE FIBRE 10

III. ETAT DE POLARISATION DANS UNE FIBRE MONOMODE 13

C. EVOLUTION DE L'ETAT DE POLARISATION DANS UNE FIBRE MONOMODE 15

I. MATRICE DE JONES ASSOCIEE A UNE FIBRE OPTIQUE MONOMODE 15

1) Formalisme de Jones pour les ondes homogènes.. 15
2) Cas d'une fibre monomode 16
3) Propriétés de la matrice de Jones élémentaire d'une fibre sans perte 18
4) Etats propres de la fibre perturbée..... 18

II. SPHERE DE POINCARE ASSOCIEE A UNE FIBRE OPTIQUE .. 21

1) Paramètres de Stokes 21
2) Sphère de Poincaré généralisée 23
3) Lien avec les états propres 25

III. CONCLUSION 27

D. APPLICATION AUX FIBRES BOBINEES 28

I. DIFFERENTES CAUSES D'ANISOTROPIE 28

II. PERTURBATION AU TENSEUR DIELECTRIQUE DU A UN ETAT DE CONTRAINTES 28

III. ETAT DE CONTRAINTES DANS UNE FIBRE COURBEE SOUS TENSION MECANIQUE [20], [21] 30

1) Etat de contrainte au premier ordre 30
a) Traction simple 31
b) flexion simple 32
2) Contraintes latérales dues à la courbure 33
3) Méthode d'étude des contraintes latérales 35

4) Etude de la courbure 36
5) Influence de la tension avant la courbure 39
6) Bilan du paragraphe 42

IV. ANISOTROPIE D'UNE FIBRE BOBINEE SOUS TENSION 43

1) Correction au tenseur de permittivité thermique 43
2) Coefficients de couplage - Biréfringence 45
3) Influence des déformations du coeur de la fibre 48
4) Bilan de l'étude de la courbure sous tension... 50

E. PRINCIPE DES CAPTEURS ETUDIES 51

I. CHOIX DES PARAMETRES 51

II. VARIATIONS DE DEPHASAGE 51

1) Variations de biréfringence en fonction du rayon de courbure 51
2) Variations d'indice en fonction de la température 53
3) Variations de déphasage en fonction du rayon de courbure..... 54
4) Variations de la longueur de battements 55

F. CONCLUSION 56

CHAPITRE II - PROPRIETES BIREFRINGENTES D'UNE BOBINE DE FIBRE MULTISPIRE 57

A. INTRODUCTION 57

B. ATTENUATION 57

I. POSITION DU PROBLEME 57

II. INFLUENCE DES PERTES SUR LE COMPORTEMENT DU BOBINAGE 58

III. PERTES PAR COURBURE 59

1) Fibre optique 59
2) Influence de l'anisotropie de la fibre 61

IV. BILAN SUR LES PHENOMENES D'ATTENUATION 62

C. MATRICE DE JONES ASSOCIEE A UN BOBINAGE DE FIBRE REELLE . 62

I. CAS GENERAL 62

1) Expression de la matrice de Jones 63
2) Paramètres équivalents d'un système non absorbant 63
3) Méthode d'étude d'un bobinage réel 66

II. CHANGEMENT DE REPERE POUR CES COEFFICIENTS DE COUPLAGE 66

1) **Expression de nouveaux coefficients** 66
2) **Exemples** 68
a) Biréfringence linéaire 68
b) Pouvoir rotatoire 69

III. SUPERPOSITION D'ETATS DE CONTRAINTES DANS UNE FIBRE OPTIQUE 70

1) **Position du problème** 70
2) **Méthode d'étude** 70

D. EXEMPLES D'ECART AUX PROPRIETES D'UN BOBINAGE IDEAL 71

I. INFLUENCE DE LA STRUCTURE HELICOIDALE 71

1) **Torsion d'une hélice circulaire** 71
2) **Pouvoir rotatoire induit par torsion** 73
3) **Paramètres équivalents d'un bobinage hélicoïdal** 75
a) Matrice de Jones du système 75
b) Paramètres équivalents du système 77
c) Variations des paramètres équivalents avec le rayon de courbure 78
d) Résultats 79

II. UTILISATION DE FIBRES "SPUN"..... 82

1) **Description** 82
2) **Propriétés des fibres "spun"** 83
3) **Courbure des fibres "spun" position du problème** 87
4) **Etats propres locaux d'une fibre spun courbée** . 89
5) **Résolution approchée des équations couplées** ... 92
6) **Ecarts par rapport au bobinage réel** 94
a) Domaine concerné 94
b) Paramètres équivalents du bobinage 99
7) **Résolution numérique** 103
a) Méthode utilisée 103
b) Résultats 106

E. CONCLUSION 110

CHAPITRE III - SENSIBILITES A LA TEMPERATURE ET A LA PRESSION D'UN BOBINAGE DE FIBRE : COMPENSATION THERMIQUE ET MESURE SIMULTANEE DE DEUX PARAMETRES 111

A. INTRODUCTION 111

B. VARIATIONS RELATIVES DE COURBURE D'UN CYLINDRE CREUX 112

I. ANALYSE THERMOELASTIQUE DU PROBLEME 112

1) Géométrie du système et notations 112
2) Equations thermoélastiques - méthode de résolution 113

C. APPLICATION AUX MESURES DE VARIATIONS DE TEMPERATURE 116

I. VARIATIONS DE DEPHASAGE D'UN BOBINAGE EN FONCTION DE LA TEMPERATURE 117

1) Variations de courbure en fonction de la température 118
a) Cas général 118
b) Cas des tubes minces 118
2) Variations de déphasage 120
3) Bridage du tube par la fibre 121
4) Rôle du revêtement de la fibre 124
5) Influence de variations de pression ambiante .. 125

II. TEST EXPERIMENTAL 126

III. BIREFRINGENCE ET INTERFERENCES A DEUX ONDES 129

1) Position du problème 129
2) Variations de déphasage ϕ entre deux ondes transmises 130
a) Variations d'indice δn_x et δn_y 131
b) Variations de déphasage moyen ϕ 133
3) Comparaison des variations de déphasage $\Delta\phi$ et des variations de déphasage différentiel $\Delta\psi$ ... 135

IV. CONCLUSION SUR LES MESURES DE TEMPERATURE 137

D. APPLICATION AUX MESURES DE VARIATIONS DE PRESSION 138

I. VARIATIONS DE DEPHASAGE DIFFERENTIEL EN FONCTION DE ΔP 138

1) Variations de courbure 138
2) Variations de déphasage différentiel 140
3) Bridage du cylindre par la fibre 141
a) fibre nue 141
b) fibre avec revêtement 143
4) Influence des variations de température ambiante 145

II. COMPENSATION DES EFFETS THERMIQUES DANS LES MESURES DE PRESSION 147

1) Principe général 147
2) But à atteindre 148
3) Utilisation d'une boucle de fibre demi-onde ... 149
a) Cas idéal 149
b) Cas d'un bobinage réel 153
4) Utilisation de cylindres perpendiculaires 155

III. CONCLUSION SUR LES MESURES DE VARIATION DE PRESSION 156

E. MESURE SIMULTANEE DE VARIATIONS DE PRESSION ET DE VARIATIONS DE TEMPERATURE 158

I. PRINCIPE DE BASE 158

II. METHODE DE MESURE 160

F. CONCLUSION DU CHAPITRE III 164

CHAPITRE IV - REALISATIONS EXPERIMENTALES 165

A. REALISATION DES BOBINAGES ET METHODES DE MESURE 165

I. REALISATION DES BOBINES DE FIBRES 165

1) Fibres utilisées 165
2) Bobinage 166
3) Longueur de battement induite 167

II. METHODES D'ETUDE 168

1) Mesure des paramètres équivalents 169
2) Méthode de mesure 169
a) Direction des lignes neutres de la lame équivalente et pouvoir rotatoire équivalent . 169
b) Déphasage de la lame équivalente 170
3) Utilisation d'une lame quart d'onde 171
a) montage 172
b) mesure des variations de déphasage 172
4) Influence de la biréfringence des objectifs ... 173

B. MESURES DE TEMPERATURE 180

I. BIREFRINGENCE ET INTERFERENCES A DEUX ONDES 180

1) Le bobinage 180
2) Montage 181
3) Etude de la lumière transmise 181
4) Etude de la lumière réfléchie 185
a) Intensité réfléchie (sans analyseur) 185
b) Intensité réfléchie (avec analyseur) 187
5) Conclusion 189

II. ETUDE DE LA SENSIBILITE THERMIQUE DU DEPHASAGE DIFFERENTIEL 190

1) Influence de l'épaisseur du cylindre 190
2) Influence de la nature du revêtement de la fibre 192
3) Conclusion 193

C. MESURES DE PRESSION - COMPENSATION THERMIQUE 193

I. SENSIBILITE A LA PRESSION D'UN BOBINAGE DE FIBRE ... 193

1) Cas du cuivre 194
2) Cas de l'Invar 195

II. COMPENSATION THERMIQUE UTILISANT UNE BOUCLE DEMI-ONDE 197

1) Rayon de la boucle demi-onde 197
2) Dispositif complet 200
3) Etude de la sensibilité thermique 200
a) Recherche de l'inclinaison de la boucle .. 200
b) Sensibilité du système 200
4) Sensibilité à la pression 202

III. COMPENSATION THERMIQUE A L'AIDE DE BOBINAGES D'AXES ORTHOGONAUX 205

1) Description du système 206
2) Sensibilité à la pression 207
3) Efficacité de la compensation 209
4) Comparaison des deux techniques 210
5) Mesure différentielle de pression 211
a) Variations de pression identiques 211
b) Mesure différentielle 213

IV. CONCLUSION 215

D. MESURE SIMULTANEE DU DEPHASAGE MOYEN ET DU DEPHASAGE DIFFERENTIEL DANS UN SYSTEME INTERFEROMETRIQUE BIREFRINGENT. 215

I. RAPPEL DU PRINCIPE 216

II. DESCRIPTION DU MONTAGE 217

1) Schéma du dispositif expérimental 217
2) Source 218
a) Performances nécessaires 218
b) Réalisation 220
c) Conséquences sur le choix de la fibre 222
d) Isolation de la lumière réfléchie 223
3) Etat de polarisation de la vibration incidente. 224
4) Dispositif d'analyse de la vibration émergente. 225

5) Traitement des signaux 228

III. APPLICATION AUX MESURES DE TEMPERATURE 228

1) Caractéristiques du bobinage 228
2) Contrôle de la température 229
3) Mesure des variations de déphasage moyen 231
4) Mesure des variations de déphasage différentiel 233
5) Discussion des résultats..... 235

IV. APPLICATIONS A LA MESURE SIMULTANEE DES VARIATIONS DE TEMPERATURE ET DES VARIATIONS DE PRESSION 237

1) Sensibilité à la température 238
a) déphasage moyen 238
b) déphasage différentiel 240
2) Sensibilité à la pression 240
a) déphasage moyen 242
b) déphasage différentiel 242
3) Propriétés de la matrice m_{ij} 243
4) Mesure simultanée des variations de pression et des variations de température 243
5) Conclusion 247

E. CONCLUSION DU CHAPITRE IV 249

CONCLUSION 250

ANNEXES 252

REFERENCES..... 268