



**HAL**  
open science

# Couplage aéro-thermo-mécanique pour la prédiction de la déformation d'une plaque soumise à une flamme

Bénédicte Baqué

► **To cite this version:**

Bénédicte Baqué. Couplage aéro-thermo-mécanique pour la prédiction de la déformation d'une plaque soumise à une flamme. Autre. Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2012. Français. NNT : 2012ENMP0013 . pastel-00718738

**HAL Id: pastel-00718738**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00718738v1>**

Submitted on 18 Jul 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École doctorale n°432 : Sciences des Métiers de l'Ingénieur

**Doctorat ParisTech**

**T H È S E**

pour obtenir le grade de docteur délivré par

**l'École nationale supérieure des mines de Paris**

**Spécialité « Mécanique »**

*présentée et soutenue publiquement par*

**Bénédicte BAQUÉ**

le 25 avril 2012

**Couplage aéro-thermo-mécanique pour la prédiction  
de la déformation d'une plaque soumise à une flamme**

Directeur de thèse : **Frédéric FEYEL**

**Jury**

**M. Denis MAILLET**, Professeur, Université de Lorraine  
**M. Frédéric FEYEL**, Maître de recherches, ONERA  
**M. Patrick LE TALLEC**, Professeur, Ecole Polytechnique ParisTech  
**M. Morgan BALLAND**, Docteur, SNECMA  
**M. Emmanuel LAROCHE**, Ingénieur, ONERA  
**M. Serge PIPERNO**, Professeur, Ecole des Ponts ParisTech  
**Melle Aurélie ALLEAUME**, Ingénieur, DGA  
**M. David RYCKELYNCK**, Professeur, Mines ParisTech

Président, Rapporteur  
Directeur de thèse  
Rapporteur  
Examinateur  
Examinateur  
Examinateur  
Invitée  
Invité

**MINES ParisTech**  
**Centre des Matériaux CNRS UMR 7633**  
BP 87, 91003 Evry Cedex, France



# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Outils de couplage fluide-structure</b>	<b>9</b>
1.1 Formulation	9
1.1.1 Description lagrangienne	10
1.1.2 Description eulérienne	10
1.2 Mécanique des fluides	11
1.2.1 Equations de conservation	11
1.2.2 Combustion	14
1.2.3 Modèles de turbulence	15
1.2.4 Conditions aux limites	19
1.2.5 Discrétisation spatiale par volumes finis	21
1.2.6 Discrétisation temporelle	21
1.2.7 Maillage déformable	21
1.3 Mécanique et thermique du solide	23
1.3.1 Equations de conservation	23
1.3.2 Equation de la chaleur	23
1.3.3 Approche corotationnelle	24
1.3.4 Lois de comportement matériau	26
1.3.5 Conditions aux limites	28
1.3.6 Discrétisation spatiale par éléments finis	28
1.4 Conditions aux limites à l'interface de couplage	29
1.4.1 Couplage aéro-thermique	29
1.4.2 Couplage thermo-mécanique	31
1.4.3 Couplage aéro-mécanique	31
1.5 Discrétisation temporelle des conditions aux limites à l'interface de couplage	32
1.5.1 Schéma monolithique et schéma partitionné	32
1.5.2 Couplage faible et couplage fort	33
1.5.3 Procédure générale de couplage	34
1.6 Algorithmes de couplage	37
1.6.1 Couplage aéro-thermique en régime transitoire	37
1.6.2 Couplage thermo-mécanique	40
1.6.3 Couplage aéro-mécanique	40
1.7 Discrétisation spatiale des conditions aux limites à l'interface de couplage	42
1.8 Synthèse	45



<b>2</b>	<b>Interaction flamme-paroi</b>	<b>47</b>
2.1	Aérodynamique, combustion et transfert de chaleur à la paroi . . . . .	48
2.1.1	Structure des jets libre et impactant (non réactifs) . . . . .	48
2.1.2	Similitudes entre jet (non réactif) et flamme (jet réactif) à l'impact . . . . .	49
2.1.3	Modèles de combustion . . . . .	50
2.1.4	Flamme impactante . . . . .	51
2.1.5	Influence du matériau constituant la plaque . . . . .	53
2.1.6	De la théorie au modèle numérique . . . . .	53
2.1.7	Couplage thermique . . . . .	54
2.2	Mécanique : déformation de la plaque . . . . .	54
2.3	Synthèse . . . . .	56
<b>3</b>	<b>Simulation du transitoire thermique à travers une plaque en convection forcée</b>	<b>57</b>
3.1	Description de l'expérience . . . . .	57
3.2	Transitoire thermique dans le solide découplé . . . . .	60
3.2.1	Temps caractéristiques . . . . .	60
3.2.2	Conditions aux limites . . . . .	62
3.2.3	Calcul analytique par la méthode des quadripôles thermiques . . . . .	63
3.2.4	Calcul numérique découplé de conduction dans le solide . . . . .	67
3.2.5	Comparaison des résultats analytique et numérique avec l'expérience . . . . .	69
3.3	Couplage aéro-thermique . . . . .	70
3.3.1	Modélisation du problème fluide . . . . .	70
3.3.2	Modélisation du problème solide . . . . .	71
3.3.3	Algorithmes de couplage . . . . .	71
3.3.4	Comparaison des résultats numériques et expérimentaux . . . . .	73
3.4	Calcul découplé en thermique du solide a posteriori . . . . .	80
3.5	Bilan . . . . .	82
<b>4</b>	<b>Simulation du transitoire thermique à travers une plaque soumise à une flamme</b>	<b>83</b>
4.1	Présentation de l'expérience de l'interaction flamme-paroi . . . . .	83
4.1.1	Dispositif expérimental . . . . .	83
4.1.2	Résultats qualitatifs . . . . .	85
4.1.3	Mise en évidence des interactions physiques . . . . .	88
4.2	Flamme libre . . . . .	89
4.2.1	Thermo-chimie de la flamme . . . . .	89
4.2.2	Modélisation du problème dans CEDRE . . . . .	91
4.2.3	Simulation . . . . .	94
4.3	Etat initial fluide pour l'interaction flamme-paroi . . . . .	99
4.3.1	Modélisation du problème dans CEDRE . . . . .	99
4.3.2	Simulation . . . . .	101
4.4	Couplage aéro-thermique pour l'interaction flamme-paroi . . . . .	108
4.4.1	Modélisation du problème fluide . . . . .	109
4.4.2	Modélisation du problème solide . . . . .	109
4.4.3	Algorithme de couplage . . . . .	110
4.4.4	Simulation . . . . .	112

<b>5</b>	<b>Mise en place et validation du couplage aéro-thermo-mécanique</b>	<b>117</b>
5.1	Algorithme de couplage pour l'interaction flamme-paroi	118
5.1.1	Première solution	118
5.1.2	Deuxième solution	120
5.1.3	Troisième solution	120
5.2	Couplage aéro-thermique dans le cas d'un jet chaud 2D non réactif en impact	124
5.2.1	Modélisation du problème fluide	125
5.2.2	Modélisation du problème solide	128
5.2.3	Algorithme de couplage	128
5.2.4	Etude de performances	129
5.2.5	Simulation	133
5.3	Couplage thermo-mécanique	136
5.3.1	Modélisation du problème thermique	136
5.3.2	Modélisation du problème mécanique	138
5.3.3	Algorithme de couplage	140
5.3.4	Etude de performances	141
5.3.5	Simulation	146
5.4	Calcul couplé thermo-mécanique pour la relaxation de la plaque	154
5.4.1	Modélisation du problème thermique	154
5.4.2	Modélisation du problème mécanique	155
5.4.3	Algorithme de couplage	155
5.4.4	Simulation	155
5.5	Couplage aéro-mécanique	157
5.5.1	Modélisation du problème fluide	157
5.5.2	Modélisation du problème solide	158
5.5.3	Algorithme de couplage	158
5.5.4	Simulation	160
5.6	Couplage aéro-thermo-mécanique	163
5.6.1	Modélisation du problème fluide	163
5.6.2	Modélisation du problème thermique dans le solide	164
5.6.3	Modélisation du problème mécanique dans le solide	164
5.6.4	Algorithme de couplage	164
5.6.5	Simulation	166
<b>6</b>	<b>Simulation du jet chaud 3D en impact</b>	<b>173</b>
6.1	Calcul couplé aéro-thermique	173
6.1.1	Modélisation du problème fluide	174
6.1.2	Modélisation du problème solide	175
6.1.3	Algorithme de couplage	177
6.1.4	Simulation	178
6.2	Calcul couplé aéro-thermo-mécanique	181
6.2.1	Modélisation du problème fluide	181
6.2.2	Modélisation du problème thermique	182
6.2.3	Modélisation du problème mécanique	182
6.2.4	Algorithme de couplage	183
6.2.5	Simulation	184
6.3	Calcul couplé thermo-mécanique pour la relaxation de la plaque	192
6.3.1	Modélisation du problème thermique	192

6.3.2	Modélisation du problème mécanique . . . . .	192
6.3.3	Algorithme de couplage . . . . .	192
6.3.4	Simulation . . . . .	193
6.4	Bilan . . . . .	195
<b>Conclusions et perspectives</b>		<b>197</b>
	Simulation de l'interaction flamme-paroi . . . . .	199
	Mise en place de l'algorithme de couplage aéro-thermo-mécanique . . . . .	199
	Comparaison entre calcul couplé complet et expérience . . . . .	200
	Perspectives . . . . .	201
<b>Annexes</b>		<b>203</b>
<b>A Simulation de la flamme : résultats complémentaires</b>		<b>205</b>
A.1	Flamme libre . . . . .	205
A.2	Flamme en impact sur une paroi . . . . .	208
<b>B Couplage à 3 codes avec points de synchronisation</b>		<b>211</b>
<b>Bibliographie</b>		<b>213</b>

# Table des figures

1	Oscillation du pont de Tacoma précédant son effondrement. . . . .	3
2	Plateforme de calcul multiphysique à l'ONERA. . . . .	4
3	Banc de l'interaction flamme-paroi (DMAE, ONERA Toulouse). . . . .	7
1.1	Volume de contrôle dépendant du temps. . . . .	12
1.2	Pyramide des modèles de turbulence (adapté de Aupoix <i>et al.</i> [2]). . . . .	14
1.3	Condition aux limites thermique en paroi. . . . .	20
1.4	Changements de repères. . . . .	25
1.5	Système fluide-solide découplé, dont les milieux ne sont pas recouvrants. . . . .	30
1.6	Procédure générale de couplage entre deux milieux. . . . .	35
1.7	Algorithme transitoire-transitoire de couplage aéro-thermique (faible). . . . .	38
1.8	Algorithme quasi-instationnaire de couplage aéro-thermique fort. . . . .	38
1.9	Algorithme de couplage thermo-mécanique faible. . . . .	40
1.10	Algorithme de couplage aéro-mécanique faible. . . . .	41
1.11	Spectre des schémas de résolution pour l'interaction fluide-structure (adapté de Küttler <i>et al.</i> [49]). . . . .	42
1.12	Pré-contact géométrique (à gauche) et projection des points (à droite) (adapté de la documentation MpCCI [59]). . . . .	43
2.1	Banc de l'interaction flamme-paroi (DMAE, ONERA Toulouse). . . . .	47
2.2	Régions d'écoulements de jets libre (à gauche) et impactant (à droite) (adapté de Viskanta [78]). . . . .	49
2.3	Evolution de la fraction massique $Y$ des espèces à travers le front de flamme, pour des flammes de diffusion et de prémélange (adapté de Dupoirieux <i>et al.</i> [22]). . . . .	51
2.4	Types de flammes impactantes (adapté de Zhang & Bray [82]). . . . .	52
2.5	Interactions entre paroi, flamme et turbulence (adapté de Poinot & Veynante [65]). . . . .	54
3.1	Dispositif expérimental de mesure en convection forcée (LTM Université de Reims Champagne-Ardenne). . . . .	58
3.2	Données du problème, avec le développement des couches limites aérodynamique $\delta(x)$ et thermique $\delta_T(x, t)$ (LTM Université de Reims Champagne-Ardenne). . . . .	58
3.3	Evolution de la température ambiante (LTM Université de Reims Champagne-Ardenne). . . . .	59
3.4	Evolutions des températures en trois abscisses (LTM Université de Reims Champagne-Ardenne). . . . .	60
3.5	Modèle thermique unidirectionnel d'une plaque soumise à un flux constant et à la convection avec un fluide. . . . .	63
3.6	Evolutions de $\dot{Z}(t)$ (à gauche) et de $T(t)$ (à droite) pour différentes abscisses $x$ le long de la plaque. . . . .	66

3.7	Profils de température à l'avant de la plaque, obtenus par calcul de conduction avec un maillage linéaire constitué de triangles (à gauche) et un maillage linéaire réglé (à droite). . . . .	68
3.8	Evolutions de la température au point d'abscisse $x = 17$ cm, obtenues par calcul de conduction, pour différents pas de temps. . . . .	68
3.9	Comparaison avec les mesures expérimentales des évolutions des températures obtenues par la méthode des quadripôles thermiques et par le calcul découplé de conduction dans le solide, en deux points de la surface avant de la plaque. . . . .	69
3.10	Algorithme transitoire-transitoire de couplage aéro-thermique (faible). . . . .	72
3.11	Algorithme quasi-stationnaire de couplage aéro-thermique fort. . . . .	72
3.12	Comparaison avec les mesures expérimentales des évolutions des températures obtenues par calcul découplé de conduction dans le solide et par calcul couplé aéro-thermique, en deux points de la surface avant de la plaque. . . . .	74
3.13	Evolutions de la température en $x = 17$ cm, obtenues par calculs couplés aéro-thermiques. . . . .	75
3.14	Comparaison du domaine des résultats obtenus par le calcul <i>Dégradé 1</i> ( $\Delta t_c = 180$ s) avec les mesures expérimentales, en deux points de la surface avant de la plaque. . . . .	75
3.15	Evolutions du nombre de Nusselt en $x = 17$ cm, obtenues par calculs couplés aéro-thermiques de type « MAX ». . . . .	78
3.16	Erreurs relatives sur la température (à gauche) et sur le nombre de Nusselt (à droite) en $x = 17$ cm sur les résultats « MAX », par rapport au calcul couplé <i>Référence fluide</i> , avec $T_0 = 300$ K. . . . .	78
3.17	Nombre d'itérations de couplage pour les calculs couplés aéro-thermiques de type « MAX ». . . . .	79
3.18	Profil de $h(x)$ le long de la plaque, utilisé pour le calcul de conduction a posteriori. . . . .	81
3.19	Comparaison des profils de température expérimentaux et numériques (obtenus par calcul de conduction avec un $h(x)$ a posteriori) en face avant de la plaque. . . . .	81
4.1	Dispositif du banc de l'interaction flamme-paroi. . . . .	84
4.2	Flamme en impact expérimentale. . . . .	84
4.3	Carte de température à l'arrière d'une plaque de TA6V, obtenue par thermographie infrarouge ( $H/D = 1,3$ , $t = 150$ s). . . . .	86
4.4	Position du front de flamme, obtenue par caméra UV (plaque de TA6V, $H/D = 1,3$ , $t = 150$ s). . . . .	86
4.5	Position d'une plaque de TA6V, obtenue par photogrammétrie stéréoscopique ( $H/D = 1,3$ , $t = 150$ s). . . . .	86
4.6	Position d'une plaque de TA6V (en mm), reconstruite par traitement numérique ( $H/D = 1,3$ , $t = 150$ s). . . . .	87
4.7	Profil radial moyen du flux de chaleur pour une plaque d'INCONEL 600, obtenu par méthode inverse ( $H/D = 1,3$ , $t = 5$ à $11,7$ s). . . . .	87
4.8	Influence mutuelle des physiques de l'interaction flamme-paroi. . . . .	89
4.9	Flamme libre expérimentale. . . . .	90
4.10	Maillage pour la simulation de la flamme libre. . . . .	93
4.11	Limites du domaine de calcul de la flamme libre. . . . .	93
4.12	Lignes de courant sur le champ de température (K) à travers le front de flamme, en configuration libre. . . . .	95
4.13	Position de la flamme libre, obtenue par caméra UV (moyenne sur 100 images). . . . .	95

4.14	Répartition de la vitesse axiale $V_y$ (m/s) à l'intérieur du domaine de calcul de la flamme libre. . . . .	96
4.15	Répartition de la vitesse radiale $V_x$ (m/s) à l'intérieur du domaine de calcul de la flamme libre. . . . .	96
4.16	Température et vitesse le long de l'axe de symétrie du domaine de calcul de la flamme libre. . . . .	97
4.17	Répartition des fractions massiques de chacune des espèces en présence, le long de l'axe de symétrie du domaine de calcul de la flamme libre. . . . .	98
4.18	Evolution de la richesse $r$ à travers le front de flamme, en configuration libre. . . . .	98
4.19	Maillage pour la simulation de l'interaction flamme-paroi. . . . .	100
4.20	Limites du domaine de calcul de la flamme en impact. . . . .	100
4.21	Régions du système de la flamme de propane-air en impact sur une paroi (adapté de Milson & Chigier [58]). . . . .	102
4.22	Répartition de la température (K) à l'intérieur du domaine de calcul de la flamme en impact. . . . .	102
4.23	Comparaison des profils de flux de chaleur expérimental et généré par la flamme le long de la paroi ( $T = 300$ K), à l'état initial. . . . .	103
4.24	Evolution qualitative des flux thermiques dans le cas de l'impact d'une flamme le long d'un rayon de plaque. . . . .	103
4.25	Position de la flamme en impact sur une plaque d'INCONEL 600 à $t = 300$ s, obtenue par caméra UV (moyenne sur 100 images). . . . .	104
4.26	Lignes de courant sur le champ de température (K) à travers le front de flamme, en configuration d'impact. . . . .	104
4.27	Répartition de la vitesse axiale $V_y$ (m/s) à l'intérieur du domaine de calcul de la flamme en impact. . . . .	105
4.28	Répartition de la vitesse radiale $V_x$ (m/s) à l'intérieur du domaine de calcul de la flamme en impact. . . . .	105
4.29	Vitesse le long de l'axe de symétrie du domaine de calcul de la flamme en impact. . . . .	106
4.30	Répartition des fractions massiques de chacune des espèces en présence, le long de la plaque. . . . .	107
4.31	Evolution de la richesse $r$ le long de la plaque. . . . .	107
4.32	Propriétés thermiques de l'INCONEL 600 (données extraites de [74] et extrapolées). . . . .	110
4.33	Algorithme de couplage aéro-thermique quasi-instationnaire fort. . . . .	111
4.34	Carte de température ( $^{\circ}$ C) à l'arrière de la plaque d'INCONEL 600, par thermographie infrarouge ( $H/D = 1,3$ , $t = 30$ s). . . . .	113
4.35	Carte de température ( $^{\circ}$ C) à l'arrière de la plaque d'INCONEL 600, par thermographie infrarouge ( $H/D = 1,3$ , $t = 60$ s). . . . .	113
4.36	Profils de flux de chaleur générés par la flamme (code CEDRE) et de température à la paroi (code Z-set). . . . .	114
4.37	Profils de température mesurée à l'arrière de la plaque, obtenue par thermographie infrarouge (à gauche), et profils de température à l'avant de la plaque, obtenue par méthode inverse (à droite). . . . .	114
4.38	Champs de température fluide et solide à $t = 150$ s, pour la configuration de la flamme en impact sur la plaque. . . . .	115
5.1	Démarche de l'étude du problème aéro-thermo-mécanique d'un jet chaud 2D non réactif en impact. . . . .	118
5.2	Première solution pour l'algorithme de couplage aéro-thermo-mécanique. . . . .	121

5.3	Deuxième solution pour l'algorithme de couplage aéro-thermo-mécanique. . . . .	121
5.4	Troisième solution pour l'algorithme de couplage aéro-thermo-mécanique, en deux boucles imbriquées. . . . .	123
5.5	Maillage pour la simulation du jet chaud plan en impact. . . . .	126
5.6	Limites du domaine de calcul du jet chaud plan en impact. . . . .	126
5.7	Profils de flux de chaleur expérimental (à gauche) et généré par le jet chaud plan (à droite) le long de la plaque ( $T = 300$ K), à l'état initial. . . . .	127
5.8	Répartition des températures (K) à l'intérieur du domaine de calcul du jet chaud plan. . . . .	127
5.9	Algorithme de couplage aéro-thermique quasi-stationnaire fort. . . . .	129
5.10	Nombre d'itérations de couplage aéro-thermique nécessaires à la convergence, pour différents pas de temps de couplage $\Delta t_c$ . . . . .	131
5.11	Convergence du ratio de température à quelques instants du couplage aéro-thermique, pour $\Delta t_c = 10$ s. . . . .	132
5.12	Profils de température mesurée à l'arrière de la plaque, obtenue par thermographie infrarouge (à gauche), et profils de température à l'avant de la plaque, obtenue par méthode inverse (à droite). . . . .	134
5.13	Profils de température calculés par couplage aéro-thermique ( $\Delta t_c = 10$ s) à l'arrière de la plaque. . . . .	134
5.14	Profils de température (à gauche) et de flux de chaleur (à droite) calculés le long de la plaque par couplage aéro-thermique ( $\Delta t_c = 10$ s), de $t = 0$ à 300 s. . . . .	135
5.15	Evolutions de la température (à gauche) et du flux de chaleur (à droite) calculées au centre de la face avant de la plaque. . . . .	135
5.16	Etude du couple ( $h, T_0$ ) dans le cas du jet chaud plan, à différentes températures de plaque $T$ constantes, imposées comme condition aux limites du calcul fluide découplé. . . . .	137
5.17	Profils de température à l'avant de la plaque, obtenus par calcul thermique découplé. . . . .	138
5.18	Dispositif de maintien en position de la plaque. . . . .	139
5.19	Algorithme de couplage thermo-mécanique. . . . .	140
5.20	Organisation des échanges au sein du couplage thermo-mécanique faible. . . . .	142
5.21	Organisation des échanges au sein du couplage thermo-mécanique fort. . . . .	143
5.22	Positions expérimentales successives des points de mesure en face arrière de la plaque (à gauche) et déformées moyennes expérimentales successives des points placés sur les diagonales de la plaque (à droite), projetés sur la demi-diagonale de la plaque. . . . .	147
5.23	Profils de température le long de la plaque (à gauche) et déplacements verticaux successifs de la surface avant (à droite), calculés par couplage thermo-mécanique de $t = 0$ à 300 s. . . . .	147
5.24	Evolution du déplacement vertical expérimental au centre de la plaque (flèche). . . . .	148
5.25	Evolutions de la température (à gauche) et du déplacement vertical (à droite) calculées au centre de la face avant de la plaque (flèche). . . . .	148
5.26	Rapport des déplacements verticaux calculés sur les déplacements verticaux mesurés. . . . .	149
5.27	Profils de gradients de température calculés selon le rayon de la plaque (direction $x$ ) en face avant (à gauche) et en face arrière (à droite). . . . .	150
5.28	Profils de gradients de température calculés selon l'épaisseur de la plaque (direction $y$ ) en face avant (à gauche) et en face arrière (à droite). . . . .	150
5.29	Profils de contrainte $\sigma_{11}$ , calculés à l'avant (à gauche) et à l'arrière (à droite) de la plaque, extrapolés aux noeuds. . . . .	152

5.30	Profils de déformation viscoplastique cumulée, calculés à l'avant (à gauche) et à l'arrière (à droite) de la plaque, extrapolés aux noeuds. . . . .	152
5.31	Profils de déformation viscoplastique $\varepsilon_{xx}^{vp}$ , calculés à l'avant (à gauche) et à l'arrière (à droite) de la plaque, extrapolés aux noeuds. . . . .	153
5.32	Profils de déformation viscoplastique $\varepsilon_{yy}^{vp}$ , calculés à l'avant (à gauche) et à l'arrière (à droite) de la plaque, extrapolés aux noeuds. . . . .	153
5.33	Algorithme de couplage thermo-mécanique faible. . . . .	155
5.34	Déplacement vertical expérimental moyenné sur la demi-diagonale de la plaque (à gauche) et déplacement vertical calculé par couplage thermo-mécanique (à droite). . . . .	156
5.35	Evolutions de la température (à gauche) et du déplacement vertical (à droite) calculées au centre de la plaque. . . . .	156
5.36	Algorithme de couplage aéro-mécanique. . . . .	159
5.37	Maillage du jet chaud en impact déformé à $t = 300$ s. . . . .	161
5.38	Déplacements verticaux successifs de la surface avant de la plaque, calculés de $t = 0$ à $300$ s. . . . .	161
5.39	Comparaison des profils de pression le long de la plaque, calculés par couplage aéro-mécanique ( $\Delta t_c = 10$ s), pour $\Delta t_f^c = 0,5$ s (à gauche) et $\Delta t_f^c = 3$ s (à droite). . . . .	162
5.40	Comparaison des profils de flux de chaleur calculés le long de la plaque, pour $\Delta t_f^c = 0,5$ s (à gauche) et $\Delta t_f^c = 3$ s (à droite). . . . .	162
5.41	Algorithme de couplage aéro-thermo-mécanique. . . . .	165
5.42	Organisation des échanges au sein du couplage aéro-thermo-mécanique fort. . . . .	167
5.43	Comparaison des profils de flux de chaleur (à gauche) et de pression (à droite) le long de la plaque, calculés par couplage complet, de $t = 0$ à $300$ s. . . . .	168
5.44	Comparaison des profils de température le long de la plaque (à gauche) et des déplacements verticaux successifs de la surface avant (à droite), calculés par couplage complet. . . . .	169
5.45	Evolutions de la température (à gauche) et du déplacement vertical (à droite) calculées au centre de la face avant de la plaque, par couplage complet. . . . .	169
5.46	Algorithme de couplage aéro-thermo-mécanique faible. . . . .	170
6.1	Maillage pour la simulation du jet chaud 3D en impact. . . . .	174
6.2	Comparaison des profils de flux de chaleur expérimental et généré par le jet chaud circulaire le long d'une diagonale de la plaque ( $T = 300$ K), à l'état initial. . . . .	176
6.3	Répartition des températures (K) à l'intérieur du domaine de calcul du jet chaud 3D. . . . .	176
6.4	Algorithme de couplage aéro-thermique quasi-instationnaire fort. . . . .	178
6.5	Nombre d'itérations de couplage aéro-thermique nécessaires à la convergence, pour $\Delta t_c = 10$ s. . . . .	179
6.6	Profils de température (à gauche) et de flux de chaleur (à droite) le long de la diagonale de la plaque, calculés par couplage aéro-thermique ( $\Delta t_c = 10$ s), de $t = 0$ à $300$ s. . . . .	179
6.7	Champ de température (K) à la surface de la plaque, à $t = 300$ s. . . . .	180
6.8	Maillage de la plaque en mécanique. . . . .	183
6.9	Algorithme de couplage aéro-thermo-mécanique faible. . . . .	184
6.10	Déplacements verticaux expérimentaux moyennés sur une demi-diagonale de la plaque. . . . .	185



6.11	Profils de température le long de la diagonale de la plaque (à gauche) et déplacements verticaux successifs de l'interface (à droite), calculés par couplage complet, de $t = 0$ à 300 s. . . . .	185
6.12	Evolution du déplacement vertical expérimental au centre de la plaque. . . . .	186
6.13	Evolutions de la température (à gauche) et du déplacement vertical (à droite), calculées au centre de la face avant de la plaque. . . . .	186
6.14	Profils de flux de chaleur (à gauche) et de pression (à droite) calculés le long de la diagonale de la plaque. . . . .	187
6.15	Champs de température fluide et solide sur les domaines de calcul déformés à $t = 300$ s, pour la configuration du jet chaud 3D en impact sur la plaque. . . . .	187
6.16	Profils de gradients de température calculés selon le rayon de la plaque, en face avant (à gauche) et en face arrière (à droite). . . . .	188
6.17	Profils de gradients de température calculés selon l'épaisseur de la plaque, en face avant (à gauche) et en face arrière (à droite). . . . .	188
6.18	Profils de contrainte $\sigma_{11}$ , calculés à l'avant (à gauche) et à l'arrière (à droite) de la plaque, extrapolés aux noeuds. . . . .	189
6.19	Profils de déformation élasto-visco-plastique cumulée, calculés à l'avant (à gauche) et à l'arrière (à droite) de la plaque, extrapolés aux noeuds. . . . .	189
6.20	Profils de déformation élasto-visco-plastique $\varepsilon_{xx}^{vp}$ , calculés à l'avant (à gauche) et à l'arrière (à droite) de la plaque, extrapolés aux noeuds. . . . .	190
6.21	Profils de déformation élasto-visco-plastique $\varepsilon_{yy}^{vp}$ , calculés à l'avant (à gauche) et à l'arrière (à droite) de la plaque, extrapolés aux noeuds. . . . .	190
6.22	Algorithme de couplage thermo-mécanique faible. . . . .	193
6.23	Déplacement vertical expérimental moyenné sur la demi-diagonale de la plaque (à gauche) et déplacement vertical calculé par couplage thermo-mécanique (à droite). . . . .	194
6.24	Evolutions de la température (à gauche) et du déplacement vertical (à droite), calculées au centre de la plaque. . . . .	194
A.1	Répartition de la température (K) à l'intérieur du domaine de calcul de la flamme libre. . . . .	205
A.2	Répartition de la magnitude de la vitesse (m/s) à l'intérieur du domaine de calcul de la flamme libre. . . . .	206
A.3	Répartition de la fraction massique du propane à l'intérieur du domaine de calcul de la flamme libre. . . . .	206
A.4	Répartition du coefficient de turbulence $k$ ( $\text{m}^2/\text{s}^2$ ) à l'intérieur du domaine de calcul de la flamme libre. . . . .	207
A.5	Répartition de la longueur de mélange $L$ (m) à l'intérieur du domaine de calcul de la flamme libre. . . . .	207
A.6	Répartition du coefficient de turbulence $k$ ( $\text{m}^2/\text{s}^2$ ) à l'intérieur du domaine de calcul de la flamme en impact. . . . .	208
A.7	Répartition de la vorticité turbulente $\omega$ ( $\text{s}^{-1}$ ) à l'intérieur du domaine de calcul de la flamme en impact. . . . .	208
A.8	Répartition de la fraction massique du propane à l'intérieur du domaine de calcul de la flamme en impact. . . . .	209
B.1	Echanges par points de synchronisation au sein du couplage à 3 codes. . . . .	212

# Liste des tableaux

2.1	Limites des régimes d'écoulement d'un jet libre. . . . .	48
3.1	Coefficients $V_j$ pour $N = 10$ de l'algorithme d'inversion numérique de Stehfest. . .	66
3.2	Valeurs du coefficient d'échange $h(x)$ en plusieurs points de l'avant de la plaque. . .	66
3.3	Valeurs de température calculées à l'avant de la plaque, en régime stationnaire. . .	76
3.4	Erreurs maximales relatives sur la température et sur le nombre de Nusselt sur les résultats « MAX », par rapport au calcul couplé <i>Référence fluide</i> . . . . .	78
3.5	Récapitulatif des valeurs de $h$ , $Nu$ et $Bi$ en phase stabilisée, obtenues par le calcul couplé <i>Dégradé 2</i> ( $\Delta t_c = 540$ s). . . . .	79
3.6	Données de calcul couplé aéro-thermique pour les résultats de type « MAX ». . .	79
4.1	Flèches relevées au centre des plaques. . . . .	87
5.1	Valeurs extrêmes de température de plaque pour différents pas de temps de couplage aéro-thermique. . . . .	131
5.2	Performances du couplage aéro-thermique. . . . .	131
5.3	Temps fluides équivalents nécessaires à la convergence du couplage aéro-thermique, pour $\Delta t_c = 10$ s. . . . .	132
5.4	Erreur relative entre les températures obtenues par l'expérience et calculées par couplage aéro-thermique ( $\Delta t_c = 10$ s), au centre de la face arrière de la plaque. . .	133
5.5	Comparaison des valeurs extrêmes de température de plaque pour différents calculs thermiques et erreurs relatives par rapport au calcul couplé aéro-thermique, avec $\Delta t_{Th} = 10$ s. . . . .	138
5.6	Valeurs extrêmes de la température de plaque pour différents calculs couplés thermo-mécaniques et erreurs relatives par rapport au calcul de référence. . . . .	145
5.7	Valeurs extrêmes du déplacement vertical de la plaque pour différents calculs couplés thermo-mécaniques et erreurs relatives par rapport au calcul de référence. . .	145
5.8	Valeurs extrêmes de la température de plaque calculées par couplage complet. . .	170
5.9	Valeurs extrêmes du déplacement vertical de la plaque calculées par couplage complet. . . . .	170



# Remerciements

Dans cette « aventure » pour laquelle, avant 2007, je n'aurais jamais imaginé pouvoir m'engager, je tiens tout d'abord à remercier infiniment Frédéric Feyel de m'avoir fait confiance et d'avoir accepté le rôle de Directeur de thèse. En effet, il l'a à mes yeux parfaitement tenu, car il a su me guider à la fois sur le plan scientifique et sur le plan personnel.

Un grand merci à Patrick Le Tallec et à Denis Maillet d'avoir accepté de rapporter ma thèse. Leur rigueur scientifique, associée à une disponibilité à toute épreuve, m'ont permis d'enrichir considérablement le contenu de mon mémoire. Merci à Serge Piperno, Morgan Balland et Emmanuel Laroche d'avoir examiné ma soutenance. Leurs remarques pertinentes suite à ma présentation sont venues rajouter des éléments concrets et très instructifs à la discussion. Merci également à Aurélie Alleaume et à David Ryckelynck, qui ont chaleureusement accepté d'assister à cette soutenance, en qualité de membres invités du jury.

Cette expérience de recherche à l'ONERA ayant débuté avec mon Projet de Fin d'Etudes d'école d'ingénieurs, je remercie M. Naka de m'avoir accueillie pendant plus de quatre ans à Châtillon, au sein de son Département Matériaux et Structures Métalliques. Pour la collaboration avec les thermiciens (numériciens et expérimentateurs) du Département de Modélisation en Aérodynamique et Energétique de l'ONERA Toulouse, merci à Pierre Millan et Jean-Luc Véran de m'avoir permis de venir occasionnellement sur place pour travailler au sein de leur équipe.

Un grand merci à mes interlocuteurs au quotidien : Arjen Roos et Jean-Didier Garaud de l'équipe des mécaniciens des structures, Marc Errera et Gilles Chaineray du côté des fluidistes, pour leur aide, leurs conseils et toutes les discussions (d'ordre scientifique ou pas!) que nous avons pu avoir ensemble. Un grand merci également à Emmanuel Laroche, Philippe Reulet, David Donjat et Francis Micheli, les collègues Toulousains, pour l'enrichissement scientifique et humain qu'ils ont su apporter à mon travail de thèse. Grâce à eux, c'était toujours un plaisir de revenir faire un petit tour du côté de la « ville rose » et dans la région de mes racines.

Merci à Didier Locq pour avoir fourni les tôles métalliques pour l'expérience de l'interaction flamme-paroi et aux gens de l'atelier pour s'être occupé de leur découpe. Merci également à Emeric Martin, qui m'a bien aidée en fin de thèse pour faire passer mes calculs couplés à trois codes en 3D (la totale!) de manière optimisée sur le calculateur de l'ONERA.

Merci à toutes les personnes qui ont pu me donner un coup de pouce occasionnellement (je vais certainement en oublier et je m'en excuse!), me permettant ainsi d'avancer certes d'un petit pas, mais souvent débloquent dans mon travail de thèse. Je pense notamment à Jean-Louis Chaboche, Serge Kruch, Pascale Kanouté, Vincent Chiarrutini, Johann Rannou, Sylvia Feld-Payet, Josselyn Touzeau, Dominique Goeffroy, Bernard Courbet, Denis Dutoya, Julien Troyes, Jean-Baptiste Dargaud, Guillaume Turpin, Luc-Henry Dorey, Gilian Leplat, ... Un merci tout particulier à Sophie Garabédian, Sylvie Ruffaut, Noémie Rakotomalala et Teddy Chantrait,

pour leur aide dans la préparation de la soutenance et du pot qui a suivi. Enfin, merci à tous les collègues pour le sympathique cadeau « à déguster » qu'ils m'ont offert.

Merci également à tous les gens que j'ai pu rencontrer lors de formations ou de conférences et qui ont su attiser mon esprit de curiosité pour qu'il reste grand ouvert à tout autre chose que mon sujet de thèse. Merci notamment à Anaïs Gaubert pour avoir fait découvrir et partager à l'équipe sa passion pour la chute libre, en nous organisant une petite initiation en toute sécurité.

Cette aventure n'aurait sans doute pas pu commencer sans l'implication de René Schmitt, à l'époque responsable de l'option Aéronautique et Espace de l'EPF (Ecole d'Ingénieurs). En effet, c'est par son intermédiaire que j'ai pu rencontrer dès 2007 Franck Gallerneau et Frédéric Feyel, mes futurs chefs d'unité successifs. Je le remercie infiniment d'avoir cru en moi et de m'avoir ouvert les portes de la recherche aéronautique.

Enfin, un énorme merci à mes parents et à mon compagnon, pour m'avoir toujours soutenue, dans les bons comme dans les mauvais moments de cette expérience scientifique, qui se révèle avoir été en grande partie une expérience humaine. Même si j'ai souvent eu l'impression d'atteindre mes limites, le regard des autres me fait finalement penser que j'ai tout même réussi à les dépasser...

# Introduction



# Introduction

Depuis Descartes, l'étude d'un problème complexe a consisté à isoler chaque phénomène physique en présence, pour pouvoir le traiter séparément (cf. De Langre [19]). Le développement d'une démarche scientifique s'intéressant aux interactions entre la mécanique des fluides et celle des structures a réellement été engagé suite à la rupture du pont de Tacoma, survenue en 1940 (cf. photographie en figure 1). L'action du vent a été responsable du changement de forme de la structure, qui a elle-même entraîné un changement de comportement de l'écoulement de l'air. Après avoir connu de nombreuses oscillations d'amplitude croissante, le pont s'est effondré (cf. Billah & Scanlan [9]). A cette époque, seules des modélisations expérimentales étaient employées pour établir le profil d'un pont, ce qui représentait un processus long et coûteux (cf. Piperno [63]). Avec la montée en puissance du calcul par ordinateur, la simulation numérique est désormais utilisée dans le cadre d'études préliminaires, pour l'analyse aéroélastique de sections simplifiées de ponts, ce qui permet de réduire considérablement les délais et les coûts.

A partir du début des années 1990, des besoins de plus en plus importants en matière d'études pluridisciplinaires ont été exprimés. Dans le domaine de l'aérospatial, les industriels souhaitent désormais disposer de méthodes de résolution des problèmes couplés précises et peu coûteuses en temps de calcul, qui sachent prendre en compte la complexité des phénomènes. Par exemple, l'étude de l'évolution des températures et des déformations de la paroi de la chambre de combustion d'un moteur fait intervenir simultanément la mécanique des fluides, la mécanique des structures et la thermique du solide. Actuellement, pour résoudre indépendamment chacun des sous-problèmes, il existe un grand nombre de codes de calcul spécialisés très performants. Une des stratégies d'élaboration d'un outil de simulation multiphysique consiste donc à mettre directement à profit les logiciels propres à chaque discipline, en les couplant : c'est ce qu'on appelle le « couplage externe ».

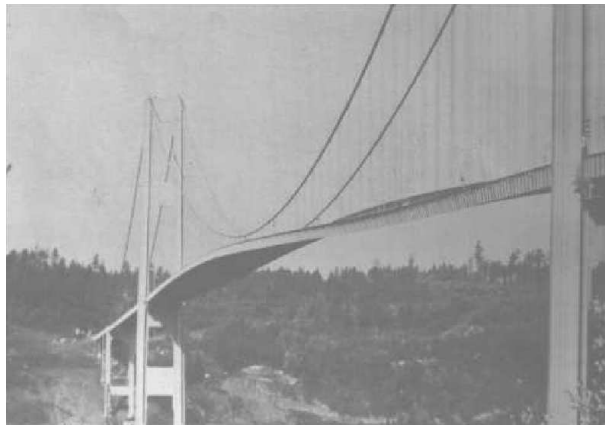


FIG. 1 – Oscillation du pont de Tacoma précédant son effondrement.



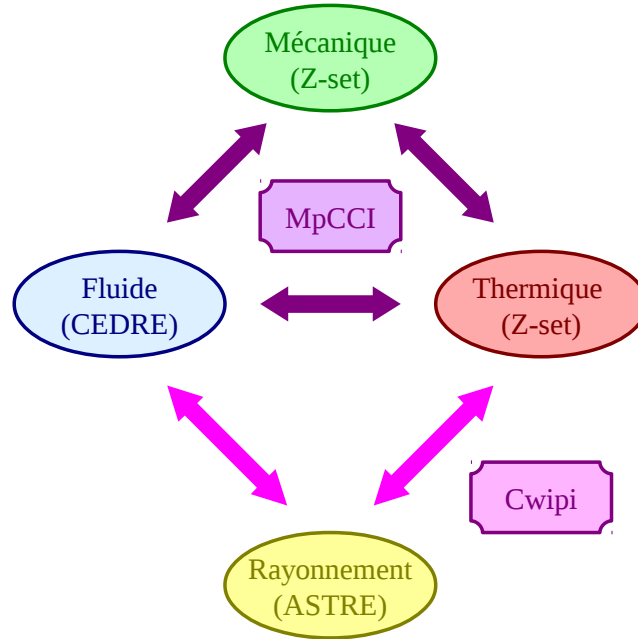


FIG. 2 – Plateforme de calcul multiphysique à l'ONERA.

Cette voie a été retenue par l'ONERA, dans le but de développer une plateforme de calcul multiphysique, schématisée en figure 2, destinée à traiter des applications liées au domaine de l'aérospatial, en couplant ses propres codes de recherche en mécanique des fluides (CEDRE [12]), en mécanique non-linéaire des structures (Z-set [81], co-développé avec l'Ecole des Mines de Paris et la société NWNumerics aux Etats-Unis) et en thermique (module de conduction du code Z-set). A terme, le code de rayonnement ASTRE (co-développé avec Centrale), actuellement couplé avec le module thermique de Z-set par l'intermédiaire de la bibliothèque de couplage Cwipi, viendra s'ajouter à cet « atelier de couplage » aéro-thermo-mécanique.

Actuellement, par souci de coût de calcul, les industriels se contentent le plus souvent de résoudre un problème multiphysique uniquement en régime stationnaire. De plus, le « chaînage » est préféré au « couplage », en considérant une interaction à sens unique entre deux physiques : par exemple, l'état final de l'une est injecté comme état initial de l'autre. Ainsi, à travers ses Projets de Recherche Fédérateurs (PRF) dédiés au couplage, l'ONERA propose d'enrichir cette première évaluation de la solution multiphysique du problème par une réponse transitoire, permettant de décrire l'évolution du système couplé en fonction du temps.

Des méthodes de couplage aéro-thermo-mécanique adaptées à la résolution de problèmes complexes liés à l'aérospatial sont mises en place progressivement, en commençant par s'intéresser à l'étude du transitoire thermique au sein du matériau. Pour ce faire, l'influence du fluide sur l'évolution des champs thermiques à travers le solide est prise en compte par l'intermédiaire d'un couplage aéro-thermique.

Du point de vue de la thermique, certains cas d'application montrent une grande disparité entre les temps caractéristiques des milieux fluide et solide (par exemple, de l'ordre de quelques

millisecondes pour le fluide comparés à plusieurs minutes pour le solide). De ce fait, la simulation numérique d'un processus entièrement transitoire dans chacun des deux milieux amène certes à une solution très précise mais également très coûteuse en temps de calcul.

Partant de cette constatation, Chemin [16] a mis en place en 2006 un algorithme de couplage aéro-thermique simplifié, basé sur la méthode du couplage convection-conduction (*Conjugate Heat Transfer*), qui permet de décrire le transitoire thermique au sein du solide, tout en considérant le fluide comme une succession d'états stationnaires. Cette procédure a été validée par confrontation avec des mesures expérimentales, dans un cas d'application simple : celui d'une plaque placée dans un écoulement laminaire et soumise à un flux thermique. Le gain en temps de calcul obtenu par l'utilisation de cette méthode a également été démontré, pour une précision des résultats équivalente à celle d'un calcul couplé entièrement transitoire.

Par contre, l'aspect mécanique de la déformation du solide due à l'échauffement (directement lié à l'évolution de la température et donc au transitoire thermique dans le matériau) et à la pression exercée par le fluide n'a pas été évoquée dans ces travaux.

Pour compléter le volet mécanique de l'interaction fluide-structure, Garaud [36] a développé en 2008 un outil de couplage aéro-thermo-mécanique « orienté objet », qui donne la possibilité à l'utilisateur de construire lui-même son algorithme à partir de « briques » de base, en fonction du problème qu'il veut résoudre. Cependant, le développement ultérieur de nouvelles briques, dont l'assemblage permet de construire des stratégies de couplage encore non explorées (comme le contact et le changement de forme du domaine, par exemple), reste à prévoir.

De plus, la validation de cet outil a été effectuée dans une configuration très simplifiée du problème complexe initialement choisi. En effet, il s'agissait au départ de simuler le comportement d'un tube de refroidissement de la tuyère du moteur Vulcain II, tout au long des 600 secondes de vol de la fusée Ariane 5. Finalement, sur la longueur totale d'environ 2 mètres, seuls les 4 centimètres du tube autour du point critique ont été modélisés avec de l'air circulant à l'intérieur, en remplacement du fluide supercritique normalement utilisé. Ces simplifications ont été opérées dans le but de réduire le temps de calcul total, dimensionné par la résolution des équations de la mécanique des fluides et par la taille des maillages. En ce qui concerne la stratégie de couplage, l'influence de la déformation du tube (déterminée par le calcul mécanique) sur l'évolution des températures au sein du solide a pu être négligée. Elle a également dû être négligée sur la dynamique de l'écoulement pour pouvoir mener le calcul couplé aéro-thermo-mécanique à terme, sans créer d'instabilités.

Les études de Chemin et Garaud ont toutes les deux été réalisées avec le code de mécanique des fluides MSD (à maillage structuré), dont l'utilisation dans le cadre d'études multiphysiques a été progressivement abandonnée depuis au sein de l'ONERA au profit du code CEDRE (à maillage non-structuré).

Pour résumer, au commencement de cette thèse, l'ONERA dispose d'une méthode de calcul aéro-thermique robuste pour la simulation du régime transitoire thermique de structures aérospatiales. De plus, un outil de couplage aéro-thermo-mécanique a récemment été développé. Il permet de mettre en place des algorithmes de résolution de problèmes, sous réserve de l'implémentation de briques de stratégie manquantes. Cependant, les développements précédents ont été réalisés dans le cadre d'un couplage entre Z-set et MSD. Ils doivent donc être adaptés au changement de code de mécanique des fluides. Enfin, la performance de cet outil face à la simulation d'un cas de physique complexe, mettant en présence un fluide réactif par exemple, reste encore à évaluer.

Outre-atlantique, la NASA s'intéresse également depuis plus de 20 ans à la résolution des problèmes aéro-thermo-mécaniques rencontrés par les structures légères et les protections thermiques d'engins hypersoniques ou de véhicules ayant à subir une rentrée dans l'atmosphère. Dans ce type d'applications, c'est la thermique du solide qui produit principalement le couplage entre les différentes physiques : d'une part la température de surface impacte l'intensité du flux thermique généré par l'écoulement et absorbé par la structure, et d'autre part les gradients de température au sein de la structure sont responsables de la déformation de la surface aérodynamique, ce qui peut modifier à la fois les pressions et les flux thermiques exercés par l'écoulement à l'interface fluide-structure. Les interactions entre les différentes physiques ne sont donc pas négligeables. Ainsi, pour résoudre ce type de problème présentant de fortes non-linéarités de températures et de déformations, associées à un écoulement complexe comportant des chocs, Dechaumphai *et al.* [18] proposent une analyse intégrée par éléments finis (algorithme explicite de Taylor-Galerkin), qui permet de résoudre à la fois les équations de Navier-Stokes pour des écoulements hypersoniques compressibles et les équations associées de la thermo-mécanique (la réponse de la structure est décrite par les équations quasi-statiques du mouvement). Le volet thermo-mécanique de cette étude est approfondi par les travaux de Pandey *et al.* [62] qui proposent une approche par éléments finis pour prédire plus particulièrement la déformation plastique (à l'aide d'un modèle viscoplastique de Bodner-Partom) de structures soumises à de hautes températures. L'utilisation d'une approche monolithique a l'avantage d'éviter l'interpolation entre les différents modèles physiques. Par contre, sa stabilité est conditionnée par l'emploi de petits pas de temps. Sa convergence est donc ralentie et le coût en temps de calcul devient très cher. De plus, l'existence d'un flux de chaleur de forte intensité et localisé peut nécessiter plusieurs itérations de couplage pour atteindre la convergence du système complet.

Récemment, Zhao *et al.* [83] ont proposé une amélioration de l'algorithme de Dechaumphai *et al.*, en basant le couplage aéro-thermo-mécanique sur la simulation aéro-thermique. Les équations régissant chacune des physiques sont résolues indépendamment, à l'aide des modèles qui leur sont propres : la méthode des volumes finis est utilisée pour la simulation du couplage aéro-thermique (équations moyennées de Navier-Stokes pour un écoulement hypersonique compressible associées aux équations de transfert de chaleur dans le solide), alors que la méthode des éléments finis sert à calculer la réponse quasi-statique de la structure. Contrairement à la méthode de Dechaumphai *et al.*, l'impact des transferts de chaleur sur l'écoulement est pris en considération, puisque toutes les quantités susceptibles d'influencer le résultat du calcul de structure à un instant donné (pressions et flux de chaleur exercés par le fluide à l'interface fluide-structure, température à l'intérieur du solide) sont préalablement obtenues par couplage aéro-thermique instationnaire. L'écoulement et le champ de température à travers le solide sont résolus alternativement et des itérations sont effectuées à chaque pas de temps jusqu'à atteindre la convergence des quantités à l'interface. Les maillages fluides et solides sont ensuite remis à jour, en fonction du déplacement de la structure.

Pour des bords d'attaque soumis à l'échauffement d'un écoulement hypersonique, ces études ont permis de démontrer que l'influence de la déformation de la structure sur l'écoulement est négligeable, alors que le couplage aéro-thermique est important, car il est responsable de la hausse des températures à l'intérieur du solide, ce qui conduit à réduire l'échauffement aérodynamique.

Le couplage aéro-thermo-mécanique entre les codes CEDRE et Z-set doit être capable de résoudre des problèmes de complexité équivalente à ceux présentés ci-dessus. Par exemple, il pourrait s'agir de s'intéresser à un fluide réactif qui viendrait influencer le transitoire thermique d'une structure présentant un comportement viscoplastique. La déformation subie par le matériau provoquerait le déplacement de l'interface avec le fluide, modifiant ainsi les pressions et le flux de chaleur exercés par l'écoulement sur la structure.



FIG. 3 – Banc de l’interaction flamme-paroi (DMAE, ONERA Toulouse).

C’est ce qui justifie cette étude. Elle consiste à mettre en place un algorithme de couplage aéro-thermo-mécanique entre les codes de recherche Z-set et CEDRE. Les résultats numériques obtenus par le couplage sont confrontés à deux expériences. Dans un premier temps, suite à la migration du code de mécanique des fluides MSD vers le code CEDRE, le couplage aéro-thermique doit être validé par comparaison avec les mesures effectuées dans un cas simple de convection forcée sur une plaque plane soumise à un flux thermique (Laboratoire de Thermo-Mécanique de l’Université de Reims Champagne-Ardenne). Puis l’essentiel du travail de thèse se concentre sur la prédiction de la déformation d’une plaque soumise à une flamme, en régime transitoire. Dans ce cas, les résultats de l’expérience de l’interaction flamme-paroi sont utilisés pour valider la totalité de la chaîne de couplage aéro-thermo-mécanique.

Lorsqu’un incendie se déclare dans un moteur d’avion, en dehors de la chambre de combustion, il génère une flamme « standard ». L’expérience de l’interaction flamme-paroi (cf. photographie en figure 3) a été élaborée en 2006 au sein du Département des Modèles pour l’Aérodynamique et l’Energétique (DMAE) de l’ONERA Toulouse, dans le but de reproduire cette flamme en laboratoire. Il s’agissait à l’époque de caractériser et de simuler le comportement thermique d’un élément rentrant en compte dans le processus de certification de la résistance au feu d’un moteur d’avion. L’aspect mécanique du problème, à savoir la déformation de la plaque métallique sous l’effet de la chaleur transmise par la flamme, n’avait alors pas été étudié. Pourtant, il s’agit bien d’un problème de couplage aéro-thermo-mécanique complet. Ainsi, l’étude numérique de l’interaction flamme-paroi réalisée dans le cadre de cette thèse a donné lieu à une collaboration étroite avec les thermiciens (numériciens et expérimentateurs) du DMAE. Une nouvelle campagne d’essais a ainsi été menée en 2010, dans le but de mesurer à la fois les champs thermiques et la déformation de plaques métalliques.

Les équations régissant chacune des physiques mises en jeu dans le cadre de cette thèse (mécanique des fluides, thermique et mécanique du solide) sont tout d’abord énoncées. Les conditions aux limites utilisées indépendamment par chacun des solveurs sont ensuite différenciées de celles imposées aux interfaces de couplage. Cet état de l’art se concentre sur les schémas numériques en temps et en espace adoptés dans le cadre du couplage externe entre les codes CEDRE et Z-set. De plus, la disparité en terme de temps caractéristiques, présentée par les deux problèmes étudiés dans cette thèse, permet d’utiliser des algorithmes de couplage simplifiés. (Chapitre 1)

Un autre état de l’art fait le point sur les connaissances théoriques (expérimentales) et sur la simulation (résolution numérique) de l’interaction flamme-paroi, en fonction des différents

aspects (aérodynamique, thermique et mécanique) du phénomène. (Chapitre 2)

La démarche de la thèse consiste dans un premier temps à mettre en place le couplage aéro-thermique entre les codes Z-set et CEDRE, dans le but d'étudier le transitoire thermique au sein d'un solide, tout en tirant parti de la disparité des temps caractéristiques entre les milieux fluide et solide. Afin de valider l'algorithme de couplage, les résultats numériques obtenus sont comparés aux mesures expérimentales correspondantes, dans le cas d'une plaque placée dans un écoulement laminaire et soumise à un flux thermique, déjà traité par Chemin (pour rappel, à l'aide du code de mécanique des fluides MSD). Une évaluation des performances de cette méthode est également menée. Ce travail a d'ailleurs fait l'objet d'une publication, soumise au *International Journal for Multiscale Computational Engineering* [6]. (Chapitre 3)

Puis cette procédure de couplage aéro-thermique en régime transitoire est appliquée à un cas de physique plus complexe, celui de l'interaction flamme-paroi, modélisé de manière axisymétrique, en adaptant les paramètres du couplage (pas de temps de calcul fluide et solide) à ce nouveau cas d'étude. Les résultats de calcul sont comparés aux quantités thermiques relevées lors de l'expérience. (Chapitre 4)

Un algorithme de couplage aéro-thermo-mécanique, adapté à la résolution particulière du problème de l'impact d'une flamme (jet réactif) pour la prédiction de la déformation d'une plaque métallique, est ensuite proposé. Sa mise en place est réalisée progressivement, en étudiant préalablement un à un et par ordre d'importance des interactions chacun des sous-couplages potentiels (aéro-thermique, thermo-mécanique et aéro-mécanique), dans le but de déterminer les paramètres optimaux (pas de temps de calcul fluide, thermique et mécanique, type et fréquence de couplage) du couplage complet. En se basant sur les similitudes entre jets non réactifs et réactifs (de type flamme) dans le cas de l'impact, les réglages de l'algorithme sont effectués dans la configuration plus générale de l'impact d'un jet chaud non réactif. L'évolution de la flèche calculée pour la plaque dans cette configuration 2D hybride (jet chaud plan, plaque axisymétrique) est comparée aux relevés expérimentaux. (Chapitre 5)

Enfin, dans le but de mieux modéliser les conditions aux limites de l'expérience (un jet circulaire en impact sur une plaque maintenue par quatre cales), les paramètres du couplage optimal déterminé dans la configuration 2D du jet chaud en impact sur la plaque métallique sont réutilisés pour mener un calcul aéro-thermo-mécanique en 3D. Les résultats numériques sont comparés à ceux de l'expérience et à ceux obtenus par le calcul en 2D. (Chapitre 6)

# Chapitre 1

## Outils de couplage fluide-structure

Dans le contexte du développement d'une plateforme de calcul multiphysique à l'ONERA, la stratégie du couplage « externe » a été retenue entre les codes de recherche en mécanique des fluides (CEDRE), en mécanique des structures et en thermique du solide (deux modules indépendants du code Z-set), pour pouvoir profiter de la performance de chacun à modéliser un phénomène physique particulier. Un « atelier de couplage » aéro-thermo-mécanique (orienté objet), récemment développé par Garaud [36], permet de mettre en place des algorithmes adaptés à la résolution de problèmes spécifiques au domaine de l'aérospatial. Par exemple, les milieux fluide et solide peuvent présenter des échelles de temps caractéristiques très différentes. Chemin [16] a tiré parti de cette particularité pour développer une méthode de couplage aéro-thermique robuste, qui permet d'étudier le régime transitoire thermique au sein d'une structure aérospatiale.

Dans le cadre de cette thèse, ces outils de couplage sont simplement utilisés. L'objectif principal des travaux est d'étudier numériquement un cas de physique complexe, celui de l'interaction flamme paroi (expliqué au chapitre 2), et de comparer les résultats des calculs couplés avec l'expérience (présentée au chapitre 4).

Les équations qui régissent la mécanique des fluides, la thermique et la mécanique du solide sont d'abord énoncées dans ce chapitre. Les conditions aux limites utilisées pour la résolution indépendante de chacune des physiques sont ensuite différenciées de celles appliquées aux interfaces de couplage. Enfin, les schémas numériques en temps et en espace utilisés pour le couplage externe entre les codes CEDRE et Z-set sont présentés.

### 1.1 Formulation

La mécanique des fluides et la mécanique des structures découlent toutes deux de la mécanique des milieux continus. Historiquement, l'étude séparée des différents phénomènes physiques en présence dans un système complexe a amené à distinguer deux méthodes de description, pour des besoins bien spécifiques : les formulations de Lagrange et d'Euler. Classiquement, la formulation de Lagrange est adaptée à la description de la mécanique des structures (déplacements, déformations et contraintes), alors que la formulation d'Euler est retenue dans le cas des fluides. Dans l'espace euclidien usuel, en fonction du référentiel choisi, le mouvement d'un milieu continu peut donc être représenté par :

- une description lagrangienne, basée sur le suivi de la trajectoire d'un point matériel donné. La déformation du milieu  $\Omega$  est définie par rapport à une configuration de référence  $\Omega_0$ , à partir de laquelle sont mesurées les positions.

- une description eulérienne, basée sur les vitesses des particules qui peuvent entrer et sortir du milieu, qui lui est fixe.
- une description ALE (*Arbitrary Lagrangian-Eulerian*), combinaison des deux précédentes.

### 1.1.1 Description lagrangienne

Le mouvement des particules de matière est caractérisé par la transformation  $\vec{\phi}$  qui définit la position  $\vec{x}(\vec{X}, t)$  en tout temps  $t$  de chaque point matériel en fonction de sa position  $\vec{X}$  en configuration de référence et de l'instant  $t$  considéré, c'est-à-dire sa trajectoire :

$$\vec{x}(t) = \vec{\phi}(\vec{X}, t) \quad (1.1)$$

Le déplacement  $\vec{u}$  du point matériel est défini par :

$$\vec{x}(t) = \vec{X} + \vec{u}(\vec{X}, t) \quad (1.2)$$

A particule  $\vec{X}$  fixée, la vitesse est obtenue en dérivant en temps l'expression de la position :

$$\vec{V}(\vec{X}, t) = \frac{\partial \vec{\phi}}{\partial t} \Big|_{\vec{X}}(\vec{X}, t) \quad (1.3)$$

Classiquement, la carte  $\vec{\phi}$  doit respecter la notion de milieu continu et représenter un mouvement collectif respectant les voisinages à l'échelle étudiée (cf. Le Tallec [52]) :

1. continue et différentiable par morceaux en espace et en temps (les phénomènes étudiés sont en général réguliers),
2. avec une inverse continue  $\vec{\psi}$  définie sur l'image de l'intérieur  $\Omega_0$  de la configuration de référence, diminuée des lignes de discontinuité,
3. avec un Jacobien  $J(\vec{X}, t) = \det \left( \frac{\partial \vec{\phi}}{\partial \vec{X}}(\vec{X}, t) \right)$  strictement positif presque partout (la matière ne se « renverse » pas).

### 1.1.2 Description eulérienne

Le mouvement des particules est représenté par un champ de vitesses  $\vec{V}(\vec{x}, t)$  à définir en tout point de la configuration actuelle. Le mouvement est ainsi construit de façon incrémentale, en prenant à chaque instant la configuration actuelle comme configuration de référence pour décrire l'évolution du milieu entre les instants  $t$  (position  $\vec{x}$ ) et  $t + dt$  (position  $\vec{x} + \vec{V}(\vec{x}, t)dt$ ).

#### 1.1.2.1 Equivalence avec la description lagrangienne

La description eulérienne se déduit de la description lagrangienne par identification du champ de vitesse :

$$\vec{V}(\vec{x}, t) = \frac{\partial \vec{\phi}}{\partial t}(\vec{X}, t) = \frac{\partial \vec{\phi}}{\partial t}(\vec{\psi}(\vec{x}, t), t) \quad (1.4)$$

Réciproquement, la représentation lagrangienne est obtenue par intégration du processus de construction incrémentale, en intégrant l'équation différentielle suivante en chaque point matériel  $\vec{X}$  :

$$\frac{\partial \vec{\phi}}{\partial t}(\vec{X}, t) = \vec{V}(\vec{\phi}(\vec{X}, t), t) \quad (1.5)$$

$$\vec{\phi}(\vec{X}, 0) = \vec{X} \quad (1.6)$$

Le Jacobien reste quant à lui positif au cours du temps.

### 1.1.2.2 Dérivées particulières

Ces dérivées mesurent les variations en temps de quantités physiques liées à un point matériel  $\vec{X}$  en mouvement. Comme  $\vec{x}(t) = \vec{\phi}(\vec{X}, t)$ , la dérivée particulière d'un champ de tenseur  $b$  est obtenue par un calcul direct de dérivée de fonction composée :

$$\frac{Db}{Dt}(\vec{x}, t) = \frac{\partial b}{\partial t}(\vec{\phi}(\vec{X}, t), t)|_{\vec{X}} = \frac{\partial b}{\partial t}|_{\vec{x}}(\vec{x}, t) + \frac{\partial b}{\partial \vec{x}}(\vec{x}, t) \cdot \frac{\partial \vec{x}}{\partial t} \quad (1.7)$$

Le champ de vitesse  $\vec{V}$  est tel que :

$$\vec{V} = \frac{\partial \vec{x}}{\partial t} = \frac{\partial \vec{\phi}}{\partial t} \quad (1.8)$$

Le gradient du champ de tenseur est défini comme :

$$\vec{\nabla} b = \frac{\partial b}{\partial \vec{x}} \quad (1.9)$$

La formule de la dérivée particulière d'un champ de tenseur devient :

$$\frac{Db}{Dt} = \frac{\partial b}{\partial t}|_{\vec{x}} + \vec{\nabla} b \cdot \vec{V} \quad (1.10)$$

Le premier terme de cette dérivée mesure la variation du champ  $b$  en fonction du temps au point géométrique  $\vec{x}$ . Le second terme de convection est proportionnel à la vitesse du milieu continu. Il mesure la variation de  $b$  induite par le mouvement du point matériel qui change de position géométrique et qui peut ainsi être soumis à une autre valeur du champ  $b$ .

## 1.2 Mécanique des fluides

### 1.2.1 Equations de conservation

En mécanique des fluides, les équations de Navier-Stokes (cf. Padet [61]) sont des équations aux dérivées partielles non-linéaires qui décrivent le mouvement des fluides homogènes visqueux dans l'approximation des milieux continus. La forme locale des équations de bilan pour les quantités conservées  $\gamma$  est la suivante :

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot (\gamma \vec{V} + \varphi_E + \varphi_{NS}) + S \quad (1.11)$$

Avec la vitesse du fluide  $\vec{V}$  (en m/s), les densités de flux Euler  $\varphi_E$  (relative aux forces de pression) et Navier-Stokes  $\varphi_{NS}$  (forces de frottement, puissance et flux de chaleur) et les sources volumiques  $S$ . La non-linéarité est due à l'accélération convective associée aux changements de vitesse selon la position, donnée par le terme  $\vec{\nabla} \cdot (\gamma \vec{V})$ .

Après intégration sur un volume de contrôle  $V(t)$  dépendant du temps, illustré en figure 1.1, limité par une surface fermée  $A(t)$  de normale  $\vec{n}$  et dont la vitesse est  $\vec{W}(\vec{x}, t)$  :

$$\frac{d}{dt} \int_V \gamma dV = - \int_A \gamma (\vec{V} - \vec{W}) \cdot \vec{n} dA + \int_A (\varphi_E + \varphi_{NS}) \cdot \vec{n} dA + \int_V S dV \quad (1.12)$$

L'écriture des bilans sur des volumes de contrôle variables permet au code CEDRE de prendre en compte la vitesse de l'interface dans les calculs sur le maillage déformable.

La formulation différentielle générale pour un fluide constitué de plusieurs espèces chimiques est donnée par les équations de conservation suivantes, obtenues de 1.11.



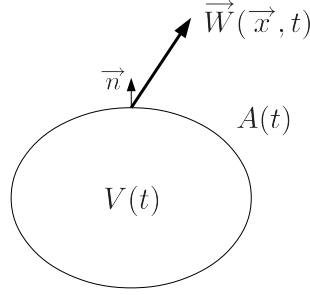


FIG. 1.1 – Volume de contrôle dépendant du temps.

**Conservation de la masse (équation de continuité) :  $\gamma = \rho Y$** 

Un fluide est dit compressible si la masse volumique  $\rho Y$  (en  $\text{kg}/\text{m}^3$ ) de chacune des espèces de fraction massique  $Y$  peut varier sur le domaine et au cours du temps :

$$\frac{\partial \rho Y}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}) \text{ avec } \sum Y = 1 \quad (1.13)$$

Le fluide est dit incompressible lorsque les masses volumiques  $\rho Y$  peuvent être considérées comme constantes. La contrainte cinématique suivante est dérivée de l'équation 1.13 :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0 \quad (1.14)$$

**Conservation de la quantité de mouvement :  $\gamma = \rho \vec{V}$** 

$$\frac{\partial \rho \vec{V}}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V} \cdot \vec{V} + p \mathbf{I} - \underline{\tau}) + \rho \vec{g} \quad (1.15)$$

Le terme  $\rho \vec{g}$  représente les forces volumiques, avec l'accélération gravitationnelle  $\vec{g}$  (en  $\text{m}/\text{s}^2$ ). Le terme  $\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V} \cdot \vec{V} + p \mathbf{I})$  correspond au flux Euler, avec la pression  $p$  (en Pa). Le flux Navier-Stokes de la quantité de mouvement (tenseur d'ordre 2) est égal à l'opposé du tenseur des contraintes visqueuses :  $\varphi_{NS} = -\underline{\tau}$ .

Soit le tenseur des déformations  $\mathbf{S}$  (symétrique) et son déviateur  $\mathbf{D}$  (de trace nulle), pour un fluide newtonien :

$$\underline{\tau} = 2\mu \mathbf{D} \quad (1.16)$$

$$= 2\mu \left[ \mathbf{S} - \frac{1}{3}(\vec{\nabla} \cdot \vec{V}) \mathbf{I} \right] \quad (1.17)$$

$$= 2\mu \left[ \frac{1}{2} (\vec{\nabla} \vec{V} + \vec{\nabla} \vec{V}^T) - \frac{1}{3}(\vec{\nabla} \cdot \vec{V}) \mathbf{I} \right] \quad (1.18)$$

$$= \mu (\vec{\nabla} \vec{V} + \vec{\nabla} \vec{V}^T) - \frac{2}{3} \mu (\vec{\nabla} \cdot \vec{V}) \mathbf{I} \quad (1.19)$$

Avec la viscosité dynamique  $\mu$  (en  $\text{N}/\text{s}/\text{m}^2$ ). La contrainte fluide  $\underline{\sigma}$  est telle que :

$$\underline{\sigma} = -p \mathbf{I} + \underline{\tau} \quad (1.20)$$

La conservation de la quantité de mouvement (équation 1.15) est une application de la deuxième loi de Newton : les termes d'accélération instationnaire  $\partial\rho\vec{V}/\partial t$  et d'accélération convective  $\vec{\nabla} \cdot (\rho\vec{V} \cdot \vec{V})$  décrivent une inertie (« termes de convection ») alors que les autres termes représentent les forces exercées sur le corps (« termes de diffusion »). Le gradient de pression  $\vec{\nabla} \cdot p\mathbf{I}$  provient des contraintes normales, la viscosité  $\vec{\nabla} \cdot \underline{\tau}$  est un effet de cisaillement et  $\rho\vec{g}$  représente d'autres forces telles que la gravité. La turbulence et la formation d'une couche limite sont le résultat de la diffusion dans l'écoulement.

**Conservation de l'énergie** :  $\gamma = \rho e_t$

$$\frac{\partial\rho e_t}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot (\rho e_t \vec{V} + p\vec{V} - \underline{\tau} \cdot \vec{V} + \vec{q}) + \rho\vec{g} \cdot \vec{V} \quad (1.21)$$

L'énergie totale par unité de masse  $e_t$  (en J/kg) est la somme de l'énergie interne  $e = e(\rho, T)$ , de l'énergie cinétique de l'écoulement moyen et de l'énergie de turbulence  $k$  (cf. équation 1.29) :

$$e_t = e + \frac{V^2}{2} + k \quad (1.22)$$

Le flux de chaleur  $\vec{q}$  perdu par conduction thermique (en J/m<sup>2</sup>/s ou en W/m<sup>2</sup>) est considéré comme proportionnel au gradient de température  $T$  (en K), selon la loi de Fourier :

$$\vec{q} = -\lambda\vec{\nabla}T = -\frac{\mu C_p}{Pr}\vec{\nabla}T \quad (1.23)$$

Avec la conductivité thermique  $\lambda$  du fluide (en W/K/m), la capacité calorifique massique à pression constante  $C_p$  (en J/kg/K) et le nombre de Prandtl  $Pr$  (sans dimension), comparant la quantité de mouvement et le transport de chaleur :

$$Pr = \frac{\nu}{\lambda/(\rho \cdot C_p)} = \frac{\mu \cdot C_p}{\lambda} \quad (1.24)$$

Avec la viscosité cinématique du fluide  $\nu$  (en m<sup>2</sup>/s).

Dans l'équation 1.21, le terme  $\rho\vec{g} \cdot \vec{V}$  représente la puissance des forces volumiques et le terme  $\rho e_t \vec{V} + p\vec{V}$  peut également s'écrire  $\rho h_i \vec{V}$ , avec l'enthalpie d'arrêt :

$$h_i = e_t + \frac{p}{\rho} \quad (1.25)$$

Le modèle de paroi Navier-Stokes impose une vitesse du fluide égale à la vitesse de la paroi :

$$\vec{V} = \vec{W} \quad (1.26)$$

Ainsi, le flux d'énergie le long de la paroi est le suivant :

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho e_t dV = - \int_A p\vec{V} \cdot \vec{n} dA + \int_A (\underline{\tau} \cdot \vec{V}) \cdot \vec{n} dA - \int_A \vec{q} \cdot \vec{n} dA \quad (1.27)$$

Le premier terme représente la puissance des forces de pression, le second la puissance des forces visqueuses et le troisième le flux de chaleur.

Une équation supplémentaire est nécessaire pour résoudre ce système : l'équation d'état relie pression, température et masse volumique. Pour un gaz parfait, elle s'exprime de la manière suivante :

$$p = \rho \frac{R}{M} T \quad (1.28)$$

Avec la constante des gaz parfaits  $R$  (8,314472 J/mol/K) et la masse molaire du fluide  $M$  (en kg/mol).

## 1.2.2 Combustion

Dans leur ouvrage, Poinso & Veynante [65] comparent trois niveaux de modélisation, parmi ceux représentés en figure 1.2, pour la simulation de la combustion turbulente :

- RANS (*Reynolds Averaged Navier-Stokes*) : Les équations sont obtenues en moyennant les équations d'équilibre instantanées. Un modèle de fermeture est nécessaire pour la description de la turbulence et de la combustion. Les quantités moyennes calculées correspondent à la moyenne en temps pour les écoulements stationnaires et sur différents cycles pour les écoulements périodiques. Dans le cas d'une flamme stabilisée, la température calculée en un point donné est constante et correspond à la température moyenne en ce point.
- LES (*Large Eddy Simulation*) : Les grandes échelles de la turbulence sont résolues explicitement alors que les petites échelles sont traitées séparément, avec des équations de fermeture, sur un maillage raffiné. Les équations sont obtenues en filtrant les équations d'équilibre instantanées dans l'espace spectral (seuil de fréquence) ou dans l'espace physique (moyenne pondérée des variables sur un volume donné). Les variations de température sont capturées à basse fréquence.
- DNS (*Direct Numerical Simulation*) : La totalité des équations instantanées de Navier-Stokes sont résolues sans aucun modèle de turbulence. Toutes les échelles sont déterminées explicitement. Les variations de température sont capturées à chaque instant.

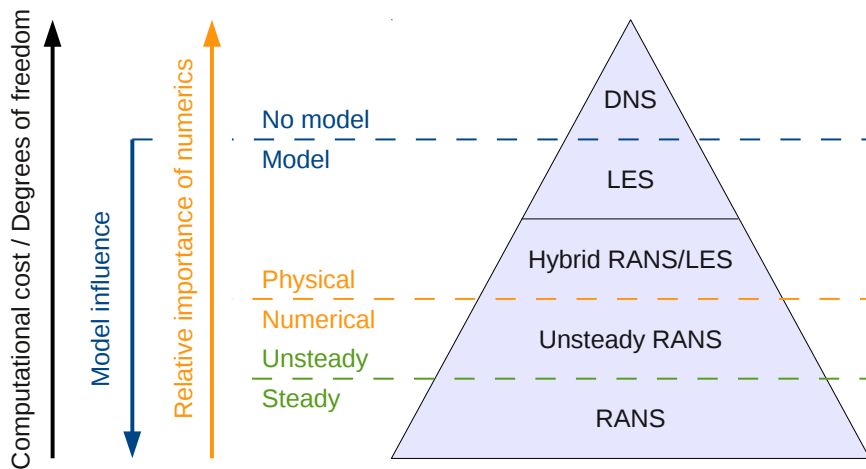


FIG. 1.2 – Pyramide des modèles de turbulence (adapté de Aupoix *et al.* [2]).

Le modèle RANS permet l'utilisation de maillages très grossiers car les gradients sont petits. Alors qu'en DNS ou LES, les maillages doivent être fins pour pouvoir capturer les petits mouvements turbulents. En terme de géométrie, la méthode RANS est applicable à n'importe quelle configuration et permet des simplifications (écoulements 2D, symétrie, etc.), contrairement à la LES qui requiert des simulations 3D et à la DNS qui se limite aux cas académiques à cause des capacités de calcul actuelles. La technique RANS est utilisée massivement à cause de sa faible demande en terme de ressources. En effet, un seul état a besoin d'être calculé (écoulement établi) alors que la LES et la DNS doivent résoudre l'écoulement en fonction du temps. Par conséquent, ces deux méthodes sont plus chères en temps de calcul.

La DNS doit pouvoir décrire les plus petites échelles de l'écoulement et calculer la position instantanée du front de flamme. Au contraire, la méthode RANS calcule seulement l'écoulement moyen et aucun mouvement turbulent (fluctuations possibles autour d'une valeur moyenne) n'est explicitement capturé. Par conséquent, seules les caractéristiques moyennes de turbulence et la position statistique moyenne du front de flamme sont calculées : le front de flamme moyen s'étend sur une région plus grande, sans épaisseur associée à la zone de réaction chimique (c'est le cas de la flamme libre simulée au chapitre 4). La structure interne de la flamme n'est donc jamais calculée et l'écoulement moyen est de plus grande échelle que l'épaisseur instantanée de la flamme.

Malgré son coût en temps de calcul, la LES est bien adaptée pour la combustion : meilleure description des petites structures, système de contrôle numérique des instabilités de combustion (dûes au couplage entre production de chaleur, écoulement hydrodynamique et ondes acoustiques), similarités entre grandes et petites échelles de turbulence. De plus, les zones instantanées de gaz frais et brûlés, où les caractéristiques de la turbulence sont très différentes, sont clairement identifiées en LES. C'est un avantage significatif par rapport au modèle RANS, pour lequel il s'agit d'une probabilité en un point donné de l'espace.

Bien que la méthode LES semble être la mieux adaptée à la simulation de combustion turbulente, le modèle RANS du code CEDRE est utilisé dans cette étude, afin de travailler avec une solution stationnaire pour l'écoulement fluide, moins coûteuse, au sein du couplage.

### 1.2.3 Modèles de turbulence

Dans le code CEDRE, la turbulence est traitée par la résolution des équations de Navier-Stokes moyennées (RANS) et l'utilisation d'un modèle de fermeture.

Les variables d'état, comme la pression  $p$ , la température  $T$ , le vecteur vitesse  $\vec{V}$  ou les scalaires supplémentaires  $z$ , caractérisent l'écoulement moyen au sens de Favre. Chacune des variables ( $\vec{V}$  par exemple) peut ainsi être décomposée en un terme moyen (noté  $\tilde{V}$ ) et un terme fluctuant (noté  $V''$ ). De plus, parmi les scalaires  $z$  peuvent figurer diverses propriétés de la turbulence, telles que l'énergie cinétique massique moyenne  $k$ , définie comme :

$$k = \frac{1}{2} \overline{(V'')^2} \quad (1.29)$$

La contribution Euler aux flux de scalaires  $z$  étant purement convective, leurs équations de bilan (avec  $\gamma = \rho z$ ), en particulier celles du modèle de turbulence, sont de la forme :

$$\frac{\partial \rho z}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot (\rho z \vec{V} + \varphi_z) + S_z \quad (1.30)$$

Le choix du modèle détermine le nombre d'équations de bilan et la nature des scalaires  $z$ . C'est un ensemble de formules algébriques (hypothèses de fermeture) qui permet de calculer

toutes les propriétés de la turbulence, en fonction des variables d'état et de leur gradients.

Ainsi, chaque composante des densités de flux est la somme d'une contribution laminaire et d'une contribution liée aux corrélations de fluctuations turbulentes (au sens de Favre) :

$$\underline{\tau} = 2\mu\underline{\mathbf{D}} - \overline{\rho V'' V''} \quad (1.31)$$

$$\underline{\vec{q}} = -\lambda \underline{\nabla} T + \overline{\rho V'' T''} \quad (1.32)$$

$$\varphi_Y = -d_Y \underline{\nabla} Y + \overline{\rho V'' Y''} \quad (1.33)$$

$$\varphi_z = -\mu \underline{\nabla} z + \overline{\rho V'' z''} \quad (1.34)$$

Le tenseur de Reynolds  $\underline{\mathbf{R}}$  est défini comme :

$$\rho \underline{\mathbf{R}} = \overline{\rho V'' V''} \quad (1.35)$$

Suivant l'hypothèse de Boussinesq,  $\underline{\mathbf{R}}$  est supposé être une fonction linéaire du tenseur des déformations :

$$\rho \underline{\mathbf{R}} = \frac{2}{3} \rho k \underline{\mathbf{I}} - 2\mu_t \underline{\mathbf{D}} \quad (1.36)$$

Le tenseur des contraintes, somme des contributions laminaire et turbulente du flux de quantité de mouvement, est donc :

$$\underline{\tau} = 2(\mu + \mu_t) \underline{\mathbf{D}} - \frac{2}{3} \rho k \underline{\mathbf{I}} \quad (1.37)$$

Les flux des masses des espèces sont liés aux gradients de composition par une loi de Fick et les coefficients de diffusion turbulente sont supposés proportionnels à  $\mu_t$  :

$$\varphi_Y = -(d_Y + d_{Yt}) \underline{\nabla} Y \text{ avec } d_{Yt} = \frac{\mu_t}{Sc_t} \quad (1.38)$$

Le flux de chaleur obéit quant à lui à une loi phénoménologique de type Fourier :

$$\underline{\vec{q}} = -(\lambda + \lambda_t) \underline{\nabla} T \text{ avec } \lambda_t = \frac{\mu_t C_p}{Pr_t} \quad (1.39)$$

Enfin, les flux de scalaires supplémentaires, y compris ceux du modèle de turbulence, sont de la forme :

$$\varphi_z = -(\mu + d_{zt}) \underline{\nabla} z \text{ avec } d_{zt} = \frac{\mu_t}{\sigma_z} \quad (1.40)$$

Par défaut dans le code CEDRE, les nombres de Prandtl turbulent  $Pr_t$  et de Schmidt turbulent  $Sc_t$  sont égaux à 0,9. Le nombre de Schmidt  $Sc$  (sans dimension) représente le rapport entre la viscosité cinématique  $\nu$  et un coefficient de diffusion dans le mélange.

Le coefficient  $\mu_t$  est appelé viscosité turbulente ou tourbillonnaire. Sa formulation dépend du modèle de turbulence choisi. Dans tous les cas, le degré de liberté est le suivant :

$$\nu_t = \frac{\mu_t}{\rho} \quad (1.41)$$

**Modèle  $k$ - $L$**  Il fait intervenir l'hypothèse de Prandtl-Kolmogorov, reliant la viscosité turbulente  $\nu_t$  à la valeur moyenne de l'énergie cinétique de turbulence  $k$  et à l'échelle intégrale de longueur  $L$ , supposée proportionnelle à la taille des grosses structures turbulentes :

$$\nu_t = c_\nu \sqrt{k} L \quad (1.42)$$

Le nombre de Reynolds turbulent mesure le rapport entre le transport turbulent à grande échelle et la dissipation visqueuse directe des tourbillons :

$$r_t = c_\nu \frac{\rho \sqrt{k} L}{\mu} \quad (1.43)$$

Les effets d'amortissement liés à la viscosité moléculaire  $\mu$ , en particulier au voisinage immédiat des parois, sont pris en compte en introduisant les fonctions correctrices  $f_\nu$  et  $f_\varepsilon$  dans l'écriture de la viscosité turbulente :

$$\mu_t = c_\nu f_\nu f_t \rho \sqrt{k} L = \mu f_\nu f_L r_t \quad (1.44)$$

$$f_\nu = \tanh\left(\frac{r_t}{r_\nu}\right) \quad (1.45)$$

$$f_\varepsilon = \tanh\left(\frac{r_t}{r_\varepsilon}\right) \quad (1.46)$$

Les constantes  $r_\nu$  et  $r_\varepsilon$  sont numériquement ajustées pour donner des résultats satisfaisants dans les couches limites d'équilibre sur toute la zone interne ( $L = \kappa y$ ,  $y$  étant la distance à la paroi la plus proche). Les valeurs conseillées dans la documentation de CEDRE sont les suivantes :  $r_\nu = 21,3$  et  $r_\varepsilon = 16,8$ . Une troisième fonction du nombre  $r_t$  est définie :

$$f_\beta = 1 + \frac{r_t}{f_\nu} \frac{df_\nu}{dr_t} = 1 + \frac{1 - f_\nu^2}{f_\nu} \frac{r_t}{r_\nu} \quad (1.47)$$

Le taux de dissipation par unité de masse est quant à lui composé de deux contributions :

$$\varepsilon = \varepsilon_{lam} + \varepsilon_{tur} = 2\kappa^2 \nu \frac{k}{L^2} + c_\varepsilon f_\varepsilon \frac{k^{3/2}}{L} \quad (1.48)$$

Avec la constante de Karman  $\kappa$ , dont la valeur doit être comprise entre 0,40 et 0,43 pour que le modèle soit applicable aux couches limites pariétales. Le premier terme  $\varepsilon_{lam}$  représente la dissipation directe des tourbillons énergétiques par effets visqueux. Il est négligeable devant le second terme  $\varepsilon_{tur}$  lorsque la turbulence est pleinement développée, mais il devient prépondérant au voisinage immédiat des parois.

Pour que  $L$  soit égal à la longueur de mélange de Prandtl près des parois, il suffit de poser :

$$c_\nu = c_\mu^{1/4} \quad (1.49)$$

$$c_\varepsilon = c_\mu^{3/4} \quad (1.50)$$

Avec  $c_\mu = 0,09$  par défaut.

Les variables  $k$  et  $L$  obéissent à deux équations de bilan de la forme de l'équation 1.30. Les flux des scalaires  $z = k$  et  $z = L$  sont donnés par les relations suivantes :

$$\varphi_k = \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \vec{\nabla} k \quad (1.51)$$

$$\varphi_L = \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_L} \right) \vec{\nabla} L \quad (1.52)$$

Par défaut,  $\sigma_k = \sigma_L = 1$ . La source de  $k$  est la suivante :

$$S_k = P - \rho\varepsilon = 2\mu_t D^2 - \rho\varepsilon \quad (1.53)$$

Avec la production de turbulence  $P$ . La source du scalaire  $L$  doit quant à elle être corrigée, pour obtenir la solution  $L = \kappa y$  au voisinage des parois. Le choix des corrections bas-Reynolds par le modèle de Dutoya-Bertier fixe la forme suivante :

$$S_L = \beta \frac{\mu}{L} (\kappa^2 - \vec{\nabla} L \cdot \vec{\nabla} L) + \frac{\mu_t}{\sigma_L L} \left( \kappa^2 - b_{LL} \vec{\nabla} L \cdot \vec{\nabla} L \right) \quad (1.54)$$

Avec  $\beta = 0,4$  et  $b_{LL} = 1 + f_\beta$ .

**Modèle  $k-\omega$**  Ce schéma est basé sur le modèle proposé par Menter [57], pour combiner les avantages des modèles  $k-\varepsilon$  et  $k-\omega$  de Wilcox (cf. Schiestel [72]). Il est mieux adapté aux écoulements autour d'obstacles de forme complexe. La viscosité turbulente  $\nu_t$  est définie comme :

$$\nu_t = \frac{k}{\omega} \quad (1.55)$$

L'énergie cinétique de la turbulence  $k$  et le taux spécifique de dissipation  $\omega$  obéissent à deux équations de bilan de la forme de l'équation 1.30. Les densités de flux  $\varphi_z$  des scalaires  $z = k$  et  $z = \omega$  sont calculées à l'aide d'une approximation de type Boussinesq (cf. équations 1.37 à 1.40) et sont donnés par les relations suivantes :

$$\varphi_k = \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \vec{\nabla} k \quad (1.56)$$

$$\varphi_\omega = \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \vec{\nabla} \omega \quad (1.57)$$

La variable  $\omega$ , qui peut également être interprétée comme la fréquence caractéristique d'apparition (ou d'extinction) des tourbillons les plus énergétiques, est définie par la relation suivante :

$$\omega = \frac{\varepsilon}{\beta^* k} \text{ avec } \beta^* = 0,09 \quad (1.58)$$

Une fonction de raccord  $F_1$  assure la transition d'un modèle  $k-\omega$  (meilleure description des décollements) près des parois à un modèle  $k-\varepsilon$  (insensible à la turbulence du courant extérieur), reformulé en variables  $k-\omega$ , en dehors de la couche limite pariétale et dans les écoulements libres. Les termes sources de  $k$  et  $\omega$  s'écrivent :

$$S_k = P_k - \beta^* \rho \omega k \quad (1.59)$$

$$S_\omega = \frac{\zeta}{\nu_t} P_k - \beta \rho \omega^2 + (1 - F_1) 2\rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \vec{\nabla} k \cdot \vec{\nabla} \omega \quad (1.60)$$

Avec  $P_k = -\mathbf{R} \cdot \vec{\nabla} \vec{V}$ . Les constantes  $c$  de ce modèle (par exemple  $\zeta$ ) sont obtenues à partir des constantes de chacun des modèles initiaux, par interpolation en fonction de  $F_1$  :

$$c = F_1 c_1 + (1 - F_1) c_2 \quad (1.61)$$

Les constantes  $c_1$  correspondent au modèle de Wilcox, tandis que les constantes  $c_2$  correspondent au modèle  $k-\varepsilon$  standard transformé :

$$\beta_1 = 0,075, \quad \sigma_{k1} = 2, \quad \sigma_{\omega 1} = 2, \quad \zeta_1 = 0,5532 \quad (1.62)$$

$$\beta_2 = 0,0828, \quad \sigma_{k2} = 1, \quad \sigma_{\omega 2} = 1,168, \quad \zeta_2 = 0,4403 \quad (1.63)$$

La fonction  $F_1$  est définie de la manière suivante :

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4) \quad (1.64)$$

$$\arg_1 = \min \left( \max \left( \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right), \frac{4\rho\sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} y^2} \right) \quad (1.65)$$

$$CD_{k\omega} = \max \left( 2\rho\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \nabla k \nabla \omega, 10^{-10} \right) \quad (1.66)$$

Le modèle SST (*Shear Stress Transport*) introduit une limitation sur la viscosité turbulente, afin d'éviter la surestimation du cisaillement turbulent dans les écoulements en présence d'un gradient de pression adverse. Ainsi, dans l'équation 1.59, le terme de production d'énergie cinétique  $P_k$  est remplacé par :

$$\tilde{P}_k = \min(P_k, c_L \rho \varepsilon) \quad (1.67)$$

Avec les constantes indépendantes  $\kappa = 0,41$  et  $c_L = 10$ . En introduisant une seconde fonction  $F_2$ , qui permet d'éviter à la limitation SST de s'appliquer en dehors des couches limites, la viscosité tourbillonnaire est définie par :

$$\mu_t = \rho \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega, \sqrt{2S^2 F_2})} \quad (1.68)$$

Avec  $a_1 = 0,31$ . Les constantes  $c_1$  sont légèrement modifiées :

$$\beta_1 = 0,075, \quad \sigma_{k1} = 1,1765, \quad \sigma_{\omega 1} = 2, \quad \zeta_1 = 0,5532 \quad (1.69)$$

La fonction  $F_2$  est définie de la manière suivante :

$$F_2 = \tanh(\arg_2^2) \quad (1.70)$$

$$\arg_2 = \max \left( \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right) \quad (1.71)$$

#### 1.2.4 Conditions aux limites

Pour une paroi solide Navier-Stokes imperméable, la condition cinématique imposée est celle de l'adhérence :

$$\vec{V}_p = \vec{W} \quad (1.72)$$

Si la paroi est mobile ou déformable, la vitesse du fluide à la paroi  $\vec{V}_p$  est égale à la vitesse de la paroi  $\vec{W}$ , imposée par un autre code ou par un mouvement de translation ou de rotation. Au repos,  $\vec{W} = 0$ .

D'un point de vue thermique, une condition aux limites générale de type Robin permet d'imposer une relation linéaire liant densité de flux de chaleur  $q$  et température  $T$  :

$$q_n = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = h_\infty (T_p - T_\infty) + q_r \quad (1.73)$$

La condition mixte ci-dessus est de troisième espèce, également appelée condition de Fourier. Cette relation peut être interprétée comme un modèle d'interface entre le fluide et la paroi,



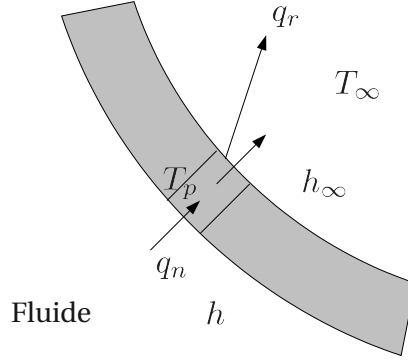


FIG. 1.3 – Condition aux limites thermique en paroi.

schématisé en figure 1.3. Le flux de chaleur  $q_n$  sortant du fluide traverse une couche mince, dans laquelle la température  $T_p$  (correspondant à la température du fluide à la paroi) est constante à travers l'épaisseur. Le paramètre  $h_\infty$  imposé par l'intermédiaire du modèle est différent du coefficient d'échange  $h$  (en  $\text{W}/\text{m}^2/\text{K}$ ) calculé par le code fluide, même si les unités sont consistantes. Le terme  $q_r$  est un flux thermique prescrit, qui peut inclure une contribution due au rayonnement par exemple.

Lorsque  $h_\infty = 0$ , la condition de flux thermique de deuxième espèce, également nommée condition de Neumann, est retrouvée. Si la frontière est isolée thermiquement, la valeur du flux de chaleur est nulle.

A l'inverse, lorsque  $h_\infty \rightarrow \infty$ , alors  $T_p$  est égale à la température de référence du milieu extérieur  $T_\infty$ . Ce cas dégénéré, pour lequel  $T_p = T_\infty$ , est utilisé à l'interface fluide-structure pour tous les calculs fluides de la thèse (couplés ou non), avec la température  $T_\infty$  correspondant à celle du solide. C'est la condition de première espèce : la condition de Dirichlet.

En ce qui concerne les scalaires de turbulence, les conditions aux limites diffèrent selon le modèle utilisé. Pour le modèle  $k-L$ , la présence d'une sous-couche visqueuse au voisinage de la paroi implique qu'il n'y ait pas de turbulence. Les conditions à imposer sur les parois ( $y = 0$ ) sont donc les suivantes :

$$k = 0 \quad (1.74)$$

$$L = 0 \quad (1.75)$$

Pour le modèle  $k-\omega$ , les conditions aux limites à la paroi pour les grandeurs turbulentes, valables à la fois dans la sous-couche visqueuse et dans la zone logarithmique de la couche limite, sont les suivantes :

$$\frac{\partial k}{\partial n} = 0 \quad (1.76)$$

$$\omega = \sqrt{\omega_{vis}^2 + \omega_{log}^2} \text{ avec } \omega_{vis} = \frac{6\nu}{0,075y^2} \text{ et } \omega_{log} = \frac{V_\tau}{0,3\kappa y} \quad (1.77)$$

Avec  $V_\tau$  la vitesse de friction définie par :

$$V_\tau = \sqrt{\frac{\tau_p}{\rho}} \quad (1.78)$$

Où  $\tau_p$  est la contrainte de cisaillement à la paroi, donnée par :

$$\tau_p = \mu \left( \frac{\partial V}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (1.79)$$

Au voisinage de la paroi ( $y \rightarrow 0$ ), les grandeurs présentent un comportement asymptotique. Aucun état n'est imposé sur la face limite : la valeur de  $\omega$  à la paroi est évaluée en fonction de la taille de la première cellule.

### 1.2.5 Discrétisation spatiale par volumes finis

Les solutions numériques consistent à donner une solution approchée d'un système complètement défini : le problème est décrit mathématiquement par un système d'équations aux dérivées partielles applicables dans l'espace modélisé, avec des conditions établies aux frontières de l'espace considéré. Le code multisolveur CEDRE permet l'utilisation de maillages non-structurés et s'appuie sur la méthode des volumes finis, centrés sur les cellules, pour résoudre les équations de Navier-Stokes.

La méthode des volumes finis, tout comme celle des éléments finis, consiste à discrétiser un espace fonctionnel : un sous-espace infini est remplacé par un sous-espace de dimension finie. Dans la méthode des volumes finis, un bilan local des flux est effectué au sein d'un volume de contrôle. Les équations aux dérivées partielles de Navier-Stokes sont transformées en une forme « conservative », puis discrétisées, ce qui garantit la conservation des flux à travers le volume de contrôle. Les quantités sont moyennées pour être constantes sur chaque élément de volume.

### 1.2.6 Discrétisation temporelle

Les schémas temporels implicites proposés par le code CEDRE permettent d'utiliser de grands pas de temps de calcul. Le choix de l'ordre du schéma est un compromis entre robustesse et précision. Si seule la solution stationnaire du problème fluide est recherchée, le schéma d'ordre 1 est le plus indiqué. En effet, il est peu précis mais robuste. Il est donc capable de converger vers un état d'équilibre stable. A grands pas de temps, ce choix équivaut à la résolution du problème stationnaire par une méthode « pseudo-Newton ». La solution du système linéaire implicite est déterminée par la méthode itérative GMRES (généralisation de la Méthode de Minimisation du Résidu). Pour accroître sa vitesse de convergence, cette méthode est combinée à un préconditionnement diagonal par blocs.

### 1.2.7 Maillage déformable

Pour simuler la déformation de la plaque soumise à l'échauffement de la flamme, le couplage avec la mécanique des structures nécessite de pouvoir intégrer le déplacement de l'interface fluide-structure sur le maillage du domaine de calcul fluide, qui se doit donc d'être déformable.

La formulation ALE permet de réécrire les équations physiques dans un repère mobile, lié au point considéré. Ainsi, la zone du maillage fluide à proximité de l'interface avec la structure adopte une approche plutôt Lagrangienne, alors que les zones éloignées sont décrites de manière plutôt Eulérienne (cf. Piperno [63]). Les détails de l'utilisation de la formulation ALE par le code CEDRE sont présentés dans Cerqueira *et al.* [13].

Ce schéma numérique doit respecter la loi de conservation géométrique GCL (*Geometric Conservation Law*) (cf. Fahrat *et al.* [26]), qui requiert que les paramètres géométriques (positions

des noeuds et vitesses) soient calculés de manière à représenter exactement une solution constante sur un maillage mobile. C'est une condition nécessaire et suffisante pour préserver la précision et la stabilité du schéma, par rapport à une configuration de maillage fixe.

La méthode ALE nécessite la connaissance complète des déplacements de chaque noeud du maillage. Or, si différents codes sont utilisés pour réaliser le couplage fluide-structure, la déformation du domaine fluide n'est connue qu'au niveau de l'interface avec la structure déformable, qui impose ses déplacements. Cette déformation localisée doit donc être propagée à l'ensemble du domaine fluide, en le considérant par exemple comme une structure déformable. Il ne s'agit pas de remaillage, car la topologie reste la même (l'apparition et la disparition de « trous » est interdite à l'intérieur du domaine, aucun noeud ou élément n'est ajouté au maillage) et seules les coordonnées des noeuds évoluent.

L'outil de déformation de maillage intègre la position de la plaque reçue à l'instant fluide  $t_f^c$  de manière progressive, sur un intervalle de temps constant  $\Delta t_f^c$ , préalablement fixé par l'utilisateur. Autrement dit, le maillage se déforme à chaque itération fluide par interpolation (définie par une fonction de propagation) entre la position du domaine à  $t_f^c$  (avant réception des nouvelles coordonnées de la frontière mobile) et la position à atteindre à  $t_f^c + \Delta t_f^c$ . La propagation est effectuée par rapport à l'instant précédent.

Dans le cas du jet chaud en impact, deux lois sont paramétrées et traitées successivement. Après avoir récupéré les déplacements des frontières, inconnus a priori, par l'intermédiaire du couplage avec le code de mécanique, une loi de propagation est appliquée à partir des limites, pour propager le mouvement aux noeuds internes. La loi est contrôlée à travers 3 paramètres :

- un rayon de saturation  $R_s$  délimitant la zone de mouvement de corps rigide,
- un rayon d'action  $R_a$  au-delà duquel les noeuds ne subissent aucun déplacement,
- un coefficient d'amortissement  $C_a$  pour calculer le déplacement des noeuds compris entre les deux rayons précédents.

Soit  $\vec{V}$  la vitesse du point courant et  $\vec{V}_p$  la vitesse de la frontière génératrice, la loi d'amortissement est telle que :

$$\vec{V} = C \times \vec{V}_p \quad (1.80)$$

La fonction de propagation choisie impose que la vitesse de déplacement d'un noeud interne soit uniquement fonction du point frontière moteur le plus proche.

Soit  $R$  la distance à la frontière motrice :

- Si  $0 < R < R_s$ , les noeuds du maillage subissent un mouvement de corps solide à la vitesse de la frontière :

$$C = 1 \quad (1.81)$$

- Si  $R_s < R < R_a$ , le mouvement de la frontière est amorti par une loi en coefficient :

$$C = 1 - \left( \frac{R - R_a}{R_a - R_s} \right)^{C_a} \quad (1.82)$$

- Si  $R_a < R$ , les noeuds ne subissent aucun mouvement :

$$C = 0 \quad (1.83)$$

## 1.3 Mécanique et thermique du solide

### 1.3.1 Equations de conservation

Tout comme la mécanique des fluides, la mécanique des solides déformables (corps réels à l'état solide de la matière, pour lesquels les déformations locales sous l'effet des contraintes sont prises en compte) repose sur la mécanique des milieux continus (cf. Forest *et al.* [34]). Les équations de conservation sont donc comparables entre les deux physiques.

Les équations de la mécanique et de la thermique du solide sont résolues sur la configuration actuelle  $\Omega_t$ , en grands déplacements. Les calculs sont réalisés sur des géométries réactualisées successives, en conservant l'historique des déformations. La configuration actuelle est supposée avoir subi peu de transformations par rapport à la configuration de calcul précédente.

**Conservation de la masse** Sa forme locale s'écrit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (1.84)$$

Avec la masse volumique  $\rho$  du matériau et le champ de vitesses  $\vec{V}$ .

**Conservation de la quantité de mouvement** L'équation locale de la dynamique (première loi de Cauchy) découle de ce principe et s'exprime dans la formulation actuelle :

$$\rho \frac{d^2 \vec{u}}{dt^2} = \vec{\nabla} \cdot \underline{\underline{\sigma}} + \rho \vec{f} \quad (1.85)$$

Avec le champ de déplacements  $\vec{u}$  (en m), le tenseur des contraintes de Cauchy  $\underline{\underline{\sigma}}$  (d'ordre 2) et un effort volumique  $\vec{f}$  (comme la gravité  $\vec{g}$ , par exemple).

Lorsque l'accélération ou les effets d'inertie peuvent être négligés devant les efforts mis en jeu dans le problème, l'évolution est dite « quasi-statique » et l'équation 1.85 est réduite à :

$$\vec{\nabla} \cdot \underline{\underline{\sigma}} + \rho \vec{f} = \vec{0} \quad (1.86)$$

**Conservation de l'énergie** Elle constitue le premier principe de la thermodynamique, qui stipule que la variation d'énergie interne et cinétique est due à la puissance mécanique et à l'apport de chaleur. Ce bilan d'énergie peut s'exprimer dans une formulation locale :

$$\rho \frac{de}{dt} = \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\mathbf{D}}} - \vec{\nabla} \cdot \vec{q} + \rho r \quad (1.87)$$

Avec la densité massique d'énergie interne  $e$ , le tenseur taux de déformation  $\underline{\underline{\mathbf{D}}}$  (en  $s^{-1}$ ), le flux de chaleur  $\vec{q}$  (apport surfacique de chaleur) et les sources de chaleur non mécanique  $r$  (apport volumique). Le terme  $\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\mathbf{D}}}$  représente quant à lui l'apport d'énergie mécanique par unité de volume actuel.

### 1.3.2 Equation de la chaleur

En considérant le matériau comme ayant des liaisons parfaites et en négligeant toute transformation chimique ou physique de la matière, l'énergie interne est proportionnelle à la température

absolue  $T$  par l'intermédiaire d'une constante  $C_p$ , la capacité calorifique massique (en J/kg/K) [56] :

$$\frac{de}{dt} = C_p \frac{dT}{dt} \quad (1.88)$$

De plus, en supposant que le terme de chaleur volumique est nul ( $r = 0$ ), l'équation de l'énergie 1.87 devient :

$$\rho C_p \frac{dT}{dt} = \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\mathbf{D}}} - \vec{\nabla} \cdot \vec{q} \quad (1.89)$$

Tout comme pour le fluide, la loi de conduction de Fourier dans le solide stipule que le flux de chaleur par unité de surface actuelle est une fonction linéaire du gradient thermique :

$$\vec{q} = -\lambda \vec{\nabla} T \quad (1.90)$$

Si le corps est isotrope, la conductivité thermique  $\lambda$  est un scalaire. Si le corps n'est pas isotrope, c'est un tenseur. Dans le cadre de cette thèse, les matériaux étudiés sont isotropes. De plus,  $\lambda$  est supposée indépendante des déformations mécaniques, d'autant plus que ces dernières sont petites (au maximum, de l'ordre de  $10^{-2}$ ).

Le solide étant mobile, l'équation de la chaleur doit faire apparaître la dérivée particulaire du champ de température à travers le solide :

$$\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{\nabla} T \cdot \vec{V} \right) = \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\mathbf{D}}} + \vec{\nabla} \cdot (\lambda \vec{\nabla} T) \quad (1.91)$$

D'une part, dans le cas de l'impact de jets chauds (réactifs ou non) sur une plaque métallique en INCONEL 600 (nickel-chrome-fer) étudiés dans le cadre de la thèse, la vitesse maximale de montée en température relevée en début d'expérience est de l'ordre de  $10^1$  K/s, alors que le gradient de température maximal est de l'ordre de  $5 \cdot 10^3$  K/m et la vitesse maximale de l'interface de l'ordre de  $10^{-4}$  m/s au même instant. Le terme convectif  $\vec{\nabla} T \cdot \vec{V}$ , dû à la prise en compte de la vitesse de déplacement du solide, peut donc être négligé.

D'autre part, la contrainte est maximale après 50 s de simulation, de l'ordre de  $5 \cdot 10^8$  Pa, alors que le taux de déformation est de l'ordre de  $2 \cdot 10^{-4}$  s<sup>-1</sup>. Le terme de production de chaleur mécanique  $\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\mathbf{D}}}$ , de l'ordre de  $10^5$ , peut donc également être négligé, par comparaison avec les autres termes d'ordre  $5 \cdot 10^7$  (la capacité du matériau  $\rho C_p$  est de l'ordre de  $5 \cdot 10^6$  et sa conductivité thermique de l'ordre de  $2 \cdot 10^1$  W/m/K). L'analyse du transfert de chaleur est donc découplée du problème mécanique, la température  $T$ , inconnue du problème, ne dépendant pas des contraintes ou des déformations.

L'équation de la chaleur 1.91 en configuration actuelle se simplifie donc :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \cdot (\lambda \vec{\nabla} T) = 0 \quad (1.92)$$

### 1.3.3 Approche corotationnelle

Dans le cadre de cette thèse, la plaque métallique étudiée en mécanique présente de grands déplacements (grandes rotations) associés à de petites déformations de la matière. Les calculs

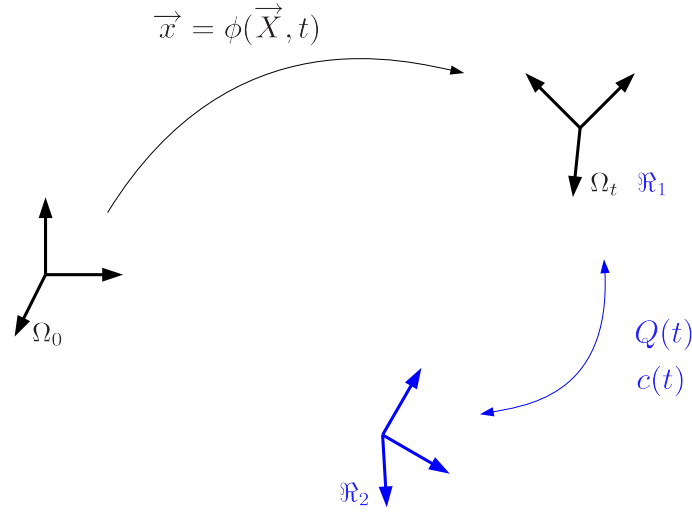


FIG. 1.4 – Changements de repères.

ne sont pas menés dans l'hypothèse des petites perturbations, mais dans le cadre des transformations finies. L'approche corotationnelle est utilisée en supposant que la phénoménologie reste valable pour de grandes elongations.

Sur la figure 1.4, le référentiel  $\mathfrak{R}_1$  est considéré comme le référentiel courant  $\Omega_t$  et  $\mathfrak{R}_2$  est un référentiel intermédiaire. Le repère  $\mathfrak{R}_1$  est lié à  $\mathfrak{R}_2$  par une transformation euclidienne composée d'une rotation  $\mathbf{Q}(t)$  et d'une translation  $\vec{c}(t)$ . La position  $\vec{x}_1$  d'un point de l'espace défini dans  $\mathfrak{R}_1$  peut être exprimée en fonction des coordonnées  $\vec{x}_2$  du même point dans  $\mathfrak{R}_2$  :

$$\vec{x}_1 = \mathbf{Q}(t) \cdot \vec{x}_2 + \vec{c}(t) \quad (1.93)$$

Tout champ de vecteur  $\vec{\diamond}$  et plus généralement tout tenseur  $\mathbf{\blacklozenge}$  (d'ordre 2) sont dits objectifs par changement de référentiel si, respectivement :

$$\vec{\diamond}_1 = \mathbf{Q}(t) \cdot \vec{\diamond}_2 \quad (1.94)$$

$$\mathbf{\blacklozenge}_1 = \mathbf{Q}(t) \mathbf{\blacklozenge}_2 \mathbf{Q}^T(t) \quad (1.95)$$

D'où :

$$\vec{\diamond}_2 = \mathbf{Q}^T(t) \cdot \vec{\diamond}_1 \quad (1.96)$$

$$\mathbf{\blacklozenge}_2 = \mathbf{Q}^T(t) \mathbf{\blacklozenge}_1 \mathbf{Q}(t) \quad (1.97)$$

Dans le cas des transformations finies, il n'est plus possible d'utiliser le tenseur des déformations de la théorie des petites perturbations. L'utilisation de repères locaux objectifs fournit une méthode systématique, proposée par Ladevèze [50], pour transposer des lois de comportement développées dans le cadre des petites déformations au cas des transformations finies.

Ainsi, pour pouvoir utiliser directement les lois de comportement telles qu'elles sont définies dans l'hypothèse des petites perturbations, les variables telles que le tenseur des taux de déformations  $\mathbf{D}$  (correspondant à la partie symétrique du gradient des vitesses) et le tenseur des

contraintes de Cauchy  $\underline{\sigma}$ , exprimées dans le référentiel  $\mathfrak{R}_1$  sur la figure 1.4, doivent être ramenées dans un référentiel  $\mathfrak{R}_2$  qui n'a pas subi de rotation, pour être calculées :

$$\underline{\mathbf{D}}_2 = \underline{\mathbf{Q}}^T \underline{\mathbf{D}}_1 \underline{\mathbf{Q}} \quad (1.98)$$

$$\underline{\sigma}_2 = \underline{\mathbf{Q}}^T \underline{\sigma}_1 \underline{\mathbf{Q}} \quad (1.99)$$

Contrairement au tenseur des taux de déformation  $\underline{\mathbf{D}}$ , le tenseur des taux de rotation  $\underline{\mathbf{W}}$  (correspondant à la partie antisymétrique du gradient des vitesses) n'est pas un tenseur objectif :

$$\underline{\mathbf{W}}_1 = \dot{\underline{\mathbf{Q}}} \underline{\mathbf{Q}}^T + \underline{\mathbf{Q}} \underline{\mathbf{W}}_2 \underline{\mathbf{Q}}^T \quad (1.100)$$

Il existe une famille unique de référentiels locaux objectifs tels qu'en tout point et à chaque instant, le taux de rotation du milieu par rapport au référentiel  $\mathfrak{R}_2$  soit nul ( $\underline{\mathbf{W}}_2 = 0$ ). C'est le référentiel corotationnel, par rapport auquel la matière au voisinage d'un point matériel de la structure se déforme sans tourner. Connaissant le taux de rotation  $\underline{\mathbf{W}}_1$ , la résolution de l'équation différentielle suivante donne la rotation  $\underline{\mathbf{Q}}_c(t)$  à chaque instant et définit entièrement le référentiel corotationnel à une translation près :

$$\dot{\underline{\mathbf{Q}}}_c = \underline{\mathbf{W}}_1 \underline{\mathbf{Q}}_c \quad (1.101)$$

Comme indiqué en figure 1.4, le référentiel  $\mathfrak{R}_1$  correspond à la configuration actuelle  $\Omega_t$  et le référentiel  $\mathfrak{R}_2$  est le référentiel corotationnel. Par conséquent, le modèle phénoménologique établi en petites perturbations, donc en négligeant les rotations matérielles, peut être appliqué sur  $\mathfrak{R}_2$ , moyennant son extension éventuelle aux grandes déformations. En effet, la caractérisation expérimentale devrait alors être reconduite dans ce domaine pour compléter si nécessaire les lois de comportement [8].

Pour résumer, l'approche corotationnelle permet non seulement de prendre en compte les grandes rotations de la matière, mais elle suppose également que la phénoménologie caractérisée dans le cas de petites déformations reste valable pour de grandes déformations. Cette hypothèse étant vérifiée, les lois de comportement telles qu'elles sont exposées au §1.3.4 peuvent directement être appliquées. En effet, le taux de déformation dans  $\mathfrak{R}_2$  ( $\underline{\xi}^{tot} = \underline{\mathbf{D}}_2$ ) est calculé de la manière suivante :

$$\underline{\xi}^{tot} = \underline{\mathbf{Q}}^T \underline{\mathbf{D}}_{\Omega_t} \underline{\mathbf{Q}} \quad (1.102)$$

La déformation  $\underline{\xi}^{tot}$  est ensuite déterminée par intégration (Runge-Kutta) de  $\underline{\xi}^{tot}$ .

### 1.3.4 Lois de comportement matériau

Les lois de comportement matériau définissent l'expression des contraintes  $\underline{\sigma}$ . La relation entre la contrainte (causée par les forces externes) et la déformation (provenant du changement de géométrie) dépend du type de matériau. Dans l'hypothèse des petites perturbations, cette déformation  $\underline{\xi}^{tot}$  est définie comme le gradient symétrisé de  $\vec{u}$  :

$$\underline{\xi}^{tot} = \frac{1}{2}(\nabla \vec{u} + (\nabla \vec{u})^T) \quad (1.103)$$

En uniaxial, cette quantité revient à un allongement relatif. Afin de modéliser le comportement thermo-élasto-visco-plastique de l'alliage d'INCONEL 600, étudié dans le cadre de la simulation de la déformation d'une plaque métallique soumise à une flamme (cf. chapitres 5 et 6),

chacun des phénomènes doit être pris en compte, à travers la superposition des différents types de déformation (élastique, viscoplastique et dilatation thermique) :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^{tot} = \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \underline{\underline{\varepsilon}}^{vp} + \underline{\underline{\varepsilon}}^{th} \quad (1.104)$$

Dans le respect des deux principes de la thermodynamique (conservation de l'énergie et inégalité de Clausius-Duhem relative à l'entropie), l'approche « phénoménologique » permet de décrire simplement le comportement des matériaux et de les hiérarchiser :

- Comportement élastique : après avoir subi une déformation sous l'action de sollicitations, quel que soit leur niveau, jusqu'à la rupture, le matériau reprend instantanément sa forme initiale lorsque les sollicitations cessent (déformation réversible). Si les contraintes sont proportionnelles aux déformations, le comportement du matériau est linéaire et décrit par la loi de Hooke :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\mathbb{C}}} : \underline{\underline{\varepsilon}}^e \quad (1.105)$$

Avec  $\underline{\underline{\varepsilon}}^e$  la partie élastique (réversible) de la déformation totale  $\underline{\underline{\varepsilon}}^{tot}$  et  $\underline{\underline{\mathbb{C}}}$  le tenseur d'élasticité (d'ordre 4) dont les coefficients peuvent dépendre de la température. En élasticité linéaire isotrope, la relation entre contraintes et déformations peut être décrite par le module d'élasticité  $E$  (ou module d'Young) et le coefficient de Poisson  $\nu$ , sous la forme :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^e = \frac{1 + \nu}{E} \underline{\underline{\sigma}} - \frac{\nu}{E} Tr(\underline{\underline{\sigma}}) \underline{\underline{\mathbf{I}}} \quad (1.106)$$

- Comportement plastique : au-delà d'une certaine limite élastique, dépendamment du tenseur de contrainte, le matériau conserve une partie de sa déformation après le retrait des sollicitations. Une déformation permanente (irréversible) est ainsi observée.
- Comportement viscoplastique : contrairement aux matériaux élastique et plastique, la déformation (irréversible) que subit un matériau viscoplastique dépend du temps, et par conséquent de la vitesse de chargement. Des phénomènes tels que le fluage ou la relaxation apparaissent alors. Le comportement viscoplastique des métaux et des alliages métalliques à haute température se manifeste dès que la moitié de la température de fusion est atteinte. C'est le cas de l'INCONEL 600, pour lequel le fluage n'est plus négligeable au-delà de 800 K [74]. Ce mode de déformation à haute température peut donc être présumé. Le tenseur des déformations viscoplastiques  $\underline{\underline{\varepsilon}}^{vp}$  est donné par l'intégration d'une loi de type Chaboche, avec une direction de l'écoulement normale à la surface de charge :

$$\|\underline{\underline{\varepsilon}}^{vp}\| = \left\langle \frac{\|\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\mathbf{X}}}\| - R}{K} \right\rangle^n \quad (1.107)$$

Avec le tenseur d'écrouissage cinématique  $\underline{\underline{\mathbf{X}}}$ , l'écrouissage isotrope  $R$  et les coefficients de viscosité de Norton  $K$  et  $n$  qui peuvent dépendre de la température. L'évolution des écrouissages est décrite dans Garaud [36].

Les évolutions de la partie irréversible de la déformation peuvent être décrites par l'approche thermodynamique de l'état local, détaillée dans Besson *et al.* [8].

La variation de température au sein du matériau entraîne également une déformation qui doit venir s'ajouter aux déformations élastiques et viscoplastiques. Pour un matériau thermiquement isotrope, la déformation due à la dilatation thermique est définie par :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^{th} = \alpha \Delta T \underline{\underline{\mathbf{I}}} \quad (1.108)$$

Avec le coefficient de dilatation thermique isotrope  $\alpha$  et l'écart de température  $\Delta T$ . Si le matériau n'est pas isotrope,  $\alpha$  est un tenseur.



### 1.3.5 Conditions aux limites

#### 1.3.5.1 Mécanique du solide

A chaque instant et en chaque point de  $\partial\Omega_t$  sont imposées les conditions aux limites en déplacement et en contraintes (conditions de Dirichlet et de Neumann) :

$$\vec{u} = \vec{u}_0 \text{ sur } S_u \quad (1.109)$$

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \vec{n} = \vec{T}_0 \text{ sur } S_T \quad (1.110)$$

$S_u$  représente la partie de la frontière  $\partial\Omega_t$  sur laquelle est appliquée un déplacement  $\vec{u}_0$  et  $S_T$  celle sur laquelle est appliquée un vecteur contrainte  $\vec{T}_0$  (qui peut également être nul), telles que :  $S_u \cup S_T = \partial\Omega_t$  et  $S_u \cap S_T = \emptyset$ .

#### 1.3.5.2 Thermique du solide

Lorsque le solide est en contact avec un fluide, le transfert de chaleur à l'interface est traduit par une loi convective linéarisée de type Robin :

$$q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = h(T - T_0) + q_0 \quad (1.111)$$

Avec le coefficient d'échange thermique  $h$  avec le milieu extérieur, une température caractéristique  $T_0$  et un flux de chaleur supplémentaire  $q_0$ .

D'autres conditions aux limites couplant le flux de chaleur et la température existent, comme pour prendre en compte la radiation, par exemple. Dans ce cas :

$$q_0 = a(T^4 - T_0^4) \text{ avec } a = \sigma\epsilon \quad (1.112)$$

Avec la constante de Stephan-Boltzman  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$  et l'émissivité du corps  $\epsilon$  (sans dimension).

### 1.3.6 Discrétisation spatiale par éléments finis

Le code Z-set a été utilisé pour les calculs des parties mécanique et thermique au sein du couplage. Il s'agit d'un code de résolution non-linéaire par éléments finis. A l'origine, c'est un outil de recherche et d'enseignement, développé en Fortran par l'Ecole des Mines, au début des années 1980. Le programme, orienté objet, a été entièrement réécrit en C++ à partir de 1992. Actuellement, le logiciel est développé et maintenu au sein d'un partenariat étroit entre NW Numerics, le Centre des Matériaux de l'Ecole des Mines de Paris et l'ONERA.

En mécanique du solide, l'équilibre du système est exprimé sous forme « faible » (par opposition à la forme locale, dite « forte »), souvent en terme de bilan énergétique, discrétisé par la suite. La méthode des éléments finis utilise une formulation intégrale (formulation faible de Galerkin) pour réduire le problème à un système d'équations algébriques, pouvant être résolu numériquement. Elle est basée sur deux principes fondamentaux : la discrétisation et l'interpolation.

La méthode de Rayleigh-Ritz pose les bases des éléments finis en approximant la solution de l'équation différentielle par un nombre fini de fonctions  $v(x, y, z)$  dont la forme est connue, sur des formes géométriques simples. Les paramètres sont évalués par la minimisation de l'énergie potentielle du système. L'approximation polynomiale est la plus répandue.

Le principe de la méthode des éléments finis consiste à restreindre la solution continue à un nombre fini de points du domaine, les noeuds, par discrétisation. Le champ restant inconnu dans le domaine entre les noeuds, un modèle approché et continu est défini par interpolation des valeurs nodales. Pour cela, des fonctions de forme sont utilisées à l'intérieur de chaque maille joignant un groupe de noeuds. L'expression générale de l'interpolation est donnée par :

$$\hat{v}(x, y, z) \approx v(x, y, z) = \sum N_i(x, y, z) \cdot v_i \quad (1.113)$$

avec le champ réel continu  $\hat{v}(x, y, z, t)$ , son approximation continue  $v(x, y, z, t)$  et la fonction de forme (ou d'interpolation)  $N_i(x, y, z)$  représentant le poids associé au noeud  $i$  de l'élément.

Les fonctions de forme doivent être continues sur le domaine, conduire à des valeurs uniques du champ en tout point du domaine (c'est-à-dire à l'intérieur de l'élément et sur ses frontières) et satisfaire les valeurs nodales : une fonction  $N_i(x, y, z)$  doit donc avoir la valeur 1 au noeud  $i$  et 0 à tous les autres noeuds.

La méthode des éléments finis consiste à définir une forme discrétisée de l'équilibre structural (minimisation de l'énergie potentielle, par exemple). Elle conduit à un système non linéaire dont les inconnus sont les déplacements. Ils peuvent être interprétés comme visant à assurer l'équilibre des efforts internes et externes. Classiquement, le système est exprimé sous forme incrémentale et résolu par une méthode dite de « quasi-Newton ».

Les propriétés tangententes de la structure sont obtenues par assemblage de celles des éléments et par la prise en compte des conditions aux limites. La résolution du système tangent permet d'obtenir les corrections des incréments des déplacements nodaux ainsi que les contraintes et les déformations en tout point de la structure. Pour résoudre le système matriciel tangent, il existe deux grandes familles de méthodes : « directes » (Gauss, directe par factorisation de la matrice de rigidité, etc.) ou « itératives » (Gauss-Seidel, relaxation, gradient conjugué).

## 1.4 Conditions aux limites à l'interface de couplage

L'emploi d'une stratégie de couplage externe entre différents codes de calcul conduit à imposer certaines conditions aux limites à l'interface entre deux physiques considérées. Dans le cadre de cette thèse, ces interfaces pourront être :

- linéiques : c'est le cas de deux physiques dont les domaines 2D ne sont pas recouvrants (au sein des couplages aéro-thermique et aéro-mécanique en 2D), schématisé en figure 1.5,
- surfaciques : entre deux physiques dont les domaines 2D sont recouvrants (les deux domaines de calcul dans le solide en thermo-mécanique), ou dont les domaines 3D ne le sont pas (couplages aéro-thermique et aéro-mécanique en 3D),
- volumiques : les domaines 3D de deux physiques sont recouvrants (thermo-mécanique au sein d'une structure 3D).

### 1.4.1 Couplage aéro-thermique

Le couplage aéro-thermique traite de l'interaction thermique entre deux domaines fluide et solide (fixe et indéformable) non recouvrants, qui présentent donc une surface commune. La conduction au sein du solide est modélisée par l'équation de la chaleur. Le rayonnement n'est pas pris en compte dans cette étude.

Pour qu'un couplage aéro-thermique atteigne la stabilité numérique, Giles [38] a montré, grâce à un étude de stabilité sur un modèle 1D, que la température pariétale devait être transférée au

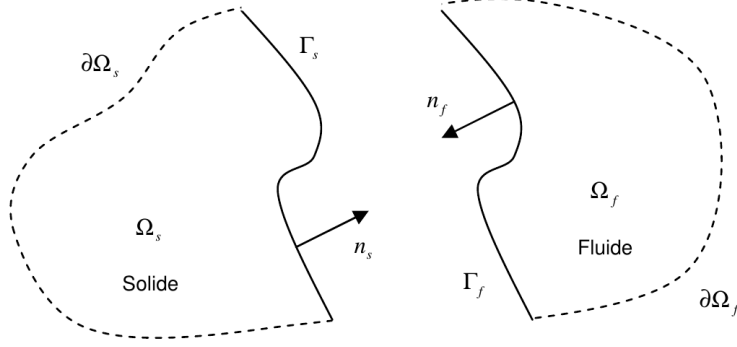


FIG. 1.5 – Système fluide-solide découplé, dont les milieux ne sont pas recouvrants.

fluide (condition aux limites de Dirichlet) et le flux de chaleur généré par le fluide transmis au solide (condition de Neumann). L'étude des conditions à l'interface dans le cas d'un couplage aéro-thermique stationnaire par décomposition de domaines, réalisée par Roux & Garaud [71], a permis de généraliser les résultats obtenus par Giles et de confirmer que les conditions de Dirichlet sont à imposer aux frontières du domaine qui présente la conductivité thermique la plus faible. Dans un second temps, l'étude du complément de Schur a permis de mettre en évidence l'instabilité potentielle de cette condition de Dirichlet-Neumann. La convergence peut être améliorée en introduisant un paramètre de relaxation dans la condition de température à l'interface. La vitesse de convergence étant liée à la valeur de ce paramètre, le processus peut être lent si le coefficient de relaxation est faible. L'utilisation d'une condition mixte de Robin (ou de Fourier) permet non seulement de formuler le problème local associé de manière appropriée (contrairement à la condition de Neumann), mais aussi d'introduire une raideur d'interface, ce qui force les frontières des deux domaines à se comporter de la même manière. Egalement préconisé par Chemin [16], ce type de conditions de raccord mixte a prouvé son efficacité en terme de gain en stabilité dans le cas de couplages aéro-thermiques.

La condition aux limites de Fourier est en fait une combinaison linéaire des équilibres des flux de chaleur ( $q_s = -q_f$ ) et des températures ( $T_s = T_f$ ), de sorte que :

$$q_s + \alpha T_s = -q_f + \alpha T_f \quad (1.114)$$

Les températures  $T_s$  et  $T_f$  correspondent respectivement à la température de paroi exprimée côté solide et à la température de paroi côté fluide. Le coefficient numérique  $\alpha$  est homogène à un coefficient de transfert de chaleur. En arrangeant l'équation 1.114 :

$$q_s = -q_f - \alpha(T_s - T_f) \quad (1.115)$$

A la place du coefficient  $\alpha$ , Chemin [16] préconise d'utiliser le coefficient d'échange  $h_f$  calculé par le code fluide. D'une part, cela permet de respecter la condition aux limites 1.111, définie à la frontière du solide en contact avec un fluide, de laquelle la contribution de flux supplémentaire  $q_0$  est retirée. En considérant  $T_0$  comme la température de référence fluide et le flux comme sortant du fluide (donc entrant dans le solide : le signe est inversé), la condition 1.111 devient :

$$q_s = -h_f(T_s - T_0) \quad (1.116)$$

D'autre part, côté fluide, en négligeant la contribution radiative, le flux sortant peut s'exprimer selon une loi convective, en fonction des paramètres de l'écoulement stationnaire :

$$q_f = h_f(T_f - T_0) \quad (1.117)$$

Ainsi, à l'interface du couplage aéro-thermique, une condition aux limites de Dirichlet est imposée côté fluide, alors qu'une condition de Fourier est imposée côté solide :

$$T_f = T_s \quad (1.118)$$

$$q_s = -q_f - h_f(T_s - T_f) \quad (1.119)$$

L'emploi de ces conditions aux limites implique la continuité des températures et des flux de chaleur à l'interface fluide-structure, ce qui permet d'assurer le couplage conduction-convection. En effet, lorsque l'équilibre  $T_f = T_s$  est atteint, l'équation 1.119 donne bien  $q_s = -q_f$ . L'article d'Errera & Baqué [25] donne plus de précisions sur le coefficient d'échange utilisé pour le couplage aéro-thermique.

### 1.4.2 Couplage thermo-mécanique

Le couplage thermo-mécanique traite de l'interaction entre la thermique (équation de la chaleur) et la mécanique des milieux continus, au sein du solide. Le comportement mécanique d'un matériau dépend fortement de sa température. L'influence de la température sur les propriétés thermiques (conductivité et capacité) et mécaniques (module d'Young, limite d'élasticité, paramètres de la loi de Norton pour le fluage à haute température, etc.) prédomine par rapport à celle des déformations, qui n'a que peu d'incidence sur la thermique du solide. En effet, la chaleur générée par la dissipation liée à la déformation (le terme  $\underline{\sigma} : \underline{\mathbf{D}}$  de l'équation 1.91) est négligeable devant les flux thermiques provenant d'une flamme, par exemple.

Ce couplage, surfacique en 2D et volumique en 3D, consiste donc à imposer les cartes de température calculées dans le solide par le solveur thermique au solveur mécanique. Ainsi, la déformation de la structure, donc sa position, sont déterminées par l'évolution des températures à travers le solide. Les déplacements sont à leur tour imposés au solveur thermique, dans le but de réactualiser la géométrie de la structure.

### 1.4.3 Couplage aéro-mécanique

Le couplage aéro-mécanique traite de l'interaction entre la dynamique du fluide et la mécanique du solide. Les continuités des vitesses (condition cinématique de Dirichlet) et des contraintes (condition dynamique de Neumann) à l'interface découlent respectivement des conditions aux limites imposées côté fluide (cf. équation 1.72) et côté solide (cf. équation 1.110). Elles s'expriment de la manière suivante :

$$\vec{V}_f = \vec{V}_s \quad (1.120)$$

$$\underline{\sigma}_s \cdot \vec{n} = \underline{\sigma}_f \cdot \vec{n} \quad (1.121)$$

Malgré la turbulence et l'échauffement du fluide qui induisent une augmentation de la viscosité, le mélange de gaz étudié dans le cas de l'impact de la flamme sur la plaque est peu visqueux ( $\mu_{max} \simeq 8 \cdot 10^{-5}$  Pa.s et  $\mu_{min} \simeq 2 \cdot 10^{-5}$  Pa.s dans les simulations). Compte tenu de la faible masse volumique des gaz ( $\rho_f$  est de l'ordre de  $10^0$  kg/m<sup>3</sup>), l'effet de la viscosité peut être négligé.

Le temps étant discrétisé, la continuité des vitesses est équivalente à celle des déplacements (cf. Donea et al. [20]). Dans le cadre de cette thèse, c'est la continuité des déplacements qui est utilisée. Quant à la continuité des contraintes, seule la pression est prise en compte (car  $\tau_f = 0$ ). Les conditions aux limites à l'interface de couplage sont donc les suivantes :

$$\vec{u}_f = \vec{u}_s \quad (1.122)$$

$$\underline{\sigma}_s \cdot \vec{n} = -p\mathbf{I} \cdot \vec{n} \quad (1.123)$$

Les équations régissant chacune des physiques rencontrées dans cette thèse viennent d'être rappelées, de même que les conditions aux limites à imposer aux interfaces de couplage. Dans le contexte particulier du couplage externe entre plusieurs codes de calcul, des schémas suffisamment précis en temps et en espace doivent être utilisés pour disposer simultanément de toutes les inconnues liées au fluide et à la structure (cf. Piperno [63]).

## 1.5 Discrétisation temporelle des conditions aux limites à l'interface de couplage

Dans le cadre du développement d'une plateforme de couplage multiphysique à l'ONERA, la stratégie retenue du couplage externe entre les différents codes de recherche impose l'utilisation de schémas de couplage partitionnés (à opposer aux schémas monolithiques). Deux possibilités s'offrent ensuite entre processus séquentiel et itératif. Dans le cas de méthodes de couplage partitionnées, les schémas séquentiels sont du type couplage « faible ». Pour améliorer leur stabilité et leur précision, il existe plusieurs solutions, dont l'ajout d'un processus itératif, pour obtenir un couplage « fort ».

### 1.5.1 Schéma monolithique et schéma partitionné

Comme le rappelle Felippa [29], un système est habituellement décomposé en « partitions », adaptées à la simulation numérique, pour être analysé. Dans un « système couplé », les différentes partitions interagissent de façon dynamique (dans le sens d'interactions mutuelles). Les équations qui régissent le système doivent donc être résolues simultanément pour pouvoir prendre en compte ces interactions. Il existe trois approches de simulation d'un problème couplé :

- l'élimination d'un champ, par transformées intégrales ou réduction de modèle : les champs restants sont traités par un schéma de discrétisation temporelle simultanée.
- le traitement monolithique ou simultané : le problème est traité dans son ensemble comme un bloc et tous les composants avancent simultanément dans le temps.
- le traitement partitionné : les modèles de chacun des milieux sont traités numériquement comme des entités isolées, séparément discrétisées dans le temps, voire dans l'espace, avec une entité supplémentaire pour le couplage.

Bien qu'elle permette de diminuer le nombre d'inconnues du problème, la méthode d'élimination d'un champ est restreinte à des problèmes linéaires spéciaux, qui permettent un découplage efficace. Le choix d'une stratégie de couplage pour la simulation numérique de problèmes instationnaires et non linéaires d'interaction fluide-structure porte donc la plupart du temps sur les approches monolithiques ou partitionnées.

Heil *et al.* [40] rappellent que dans l'approche monolithique, le système complet des équations algébriques non-linéaires, provenant de la discrétisation couplée des équations de mouvement dans les domaines fluide et solide, est résolu d'un bloc, en utilisant habituellement une variante de la

méthode de Newton. L'intégration simultanée des équations combinées (continuité cinématique et dynamique) présente l'avantage de ne pas rajouter d'instabilités supplémentaires à un système déjà complexe.

Ces méthodes sont donc connues pour être plus robustes que les méthodes partitionnées, mais elles ne possèdent pas l'avantage de la modularité logicielle, dans le sens de la réutilisation de codes fluide et solide existants. De plus, la mise à jour de la plateforme de simulation ainsi développée est difficile lorsque de nouvelles méthodes numériques sont proposées. Les solutions monolithiques peuvent également paraître trop chères en temps de calcul, dans le cas de la résolution de problèmes de grande échelle (grands déplacements ou grande disparité des temps caractéristiques, par exemple).

Actuellement, l'approche partitionnée est la plus généralement utilisée. Le système couplé est résolu sous-système par sous-système, successivement ou itérativement, et des variables (correspondant aux forces d'action et de réaction d'un point de vue physique) sont échangées à l'interface fluide-structure (directement entre les solveurs ou par l'intermédiaire d'un coupleur). D'après Felippa [29], les méthodes partitionnées présentent les avantages suivants :

- l'adaptation aux spécificités de chaque milieu en matière de performance des modèles de résolution (discrétisations spatiales et temporelles, algorithmes),
- l'indépendance de la modélisation (possibilité d'utiliser des méthodes de discrétisation différentes et des maillages non coïncidents, par exemple),
- la possibilité de réutiliser des codes existants, spécialisés dans la résolution d'une physique particulière,
- la modularité dans l'implémentation de nouveaux modèles, indépendamment du couplage.

Le plus souvent, le choix d'une méthode partitionnée par rapport à une méthode monolithique est motivé par les contraintes de réutilisation des codes existants. C'est le cas pour cette thèse.

Toutefois, la résolution dissociée des physiques entraîne un décalage lors de l'intégration temporelle séparée, induisant une incohérence entre les sous-problèmes à chaque pas de temps. Au cours du calcul, ces équilibres peuvent soit se compenser (cas favorable), soit se cumuler (cas défavorable).

Ces approches partitionnées requièrent donc une attention particulière dans leur formulation et leur implémentation pour éviter la dégradation en stabilité (qui peut être causée par la prédiction dans les problèmes linéaires) et en précision (en principe, récupérable par itérations entre les milieux). Ainsi, le gain en efficacité numérique par rapport à une approche monolithique n'est pas garanti.

De plus, il paraît évident que la stabilité d'un problème couplé dépend dans un premier temps de la stabilité de chacun des sous-problèmes, mais ce n'est pas une condition suffisante. Et si le couplage converge (c'est-à-dire que l'équilibre des quantités considérées est atteint à l'interface), il n'est pas garanti que le résultat numérique obtenu soit comparable à la solution du problème couplé continu.

### 1.5.2 Couplage faible et couplage fort

Dans la littérature, la distinction entre couplage « faible » et couplage « fort » peut se faire à partir de critères différents : pour différencier un schéma partitionné d'un schéma monolithique, une formulation explicite d'une implicite, ou bien encore pour qualifier le respect du principe d'action-réaction. Les principaux usages pour ces deux termes sont présentés plus en détails

dans la thèse de Garaud [36]. Son choix de terminologie est conservé.

La différence se fait donc ici sur la manière de traiter l'équilibre des champs à l'interface des domaines, autrement dit en se basant sur le principe d'action-réaction. Ce dernier est en effet présent dans les équations mais il n'est pas forcément assuré par les discrétisations spatiale et temporelle, sources d'instabilité. S'il n'est pas respecté, la solution obtenue ne correspondra pas à la solution du problème continu couplé. Le choix de l'algorithme est donc un compromis entre coût de calcul et précision, sa stabilité étant un prérequis essentiel.

Au sein de la famille des schémas partitionnés, le critère de distinction entre couplage faible et couplage fort correspond au schéma en temps retenu. Ainsi, le principe d'action-réaction est assuré à chaque pas de temps dans le cas du couplage partitionné fort, sensé conduire à des résultats comparables à ceux d'un schéma monolithique, qui lui est forcément fort. Cette contrainte n'est pas imposée dans le cas du couplage partitionné faible, qui fournit des résultats corrects lorsque l'équilibre des champs à l'interface est quasiment atteint.

### 1.5.3 Procédure générale de couplage

Pour réaliser un couplage entre des solveurs séparés, l'algorithme de couplage (inséré dans les solveurs ou existant au sein d'un code coupleur) doit organiser l'échange des informations dans le temps. Piperno *et al.* [64] ont comparé les avantages et les inconvénients de différentes variantes du schéma partitionné dit « décalé » (*staggered*), à cause de son intégration en temps des physiques séparées.

La procédure générale de couplage utilisée dans le cadre de cette thèse est illustrée en figure 1.6. Les conditions aux limites suivantes peuvent être imposées à l'interface du couplage :

$$a_B^n = a_A^n \quad (1.124)$$

$$b_A^{n+1} = b_B^n \quad (1.125)$$

Les étapes de la résolution du système couplé sont les suivantes :

1. Calcul de l'état du milieu  $A^{n+1}$  à l'instant de couplage  $t_c + \Delta t_c$ , avec sous-cyclage éventuel de pas de temps  $\Delta t_A$ .
2. Transfert des quantités  $a_A^{n+1}$  à l'interface du milieu  $A$  vers le milieu  $B$ .
3. Calcul de l'état du milieu  $B^{n+1}$  à l'instant de couplage  $t_c + \Delta t_c$ , sur le domaine mis à jour s'il est déformable, avec sous-cyclage éventuel de pas de temps  $\Delta t_B$ .
4. Transfert des quantités  $b_B^{n+1}$  à l'interface du milieu  $B$  vers le milieu  $A$ .

#### 1.5.3.1 Schémas séquentiels

Le schéma en temps présenté en figure 1.6 est basé sur la procédure de couplage CSS (*Conventional Serial Staggered*), décrite par Piperno *et al.* [64]. Son coût de calcul reste raisonnable, puisqu'il représente la somme des temps de calcul des deux milieux. Sa stabilité et sa précision dépendent quant à elles de la qualité des prédictions, en fonction des schémas en temps propres à chacun des solveurs.

Le calcul d'une des physiques a généralement besoin d'une résolution temporelle plus fine que celle de l'autre. Le sous-cyclage des calculs permet d'effectuer l'échange de données entre les deux solveurs à certains instants de la physique la plus rapide, à la fréquence de la physique

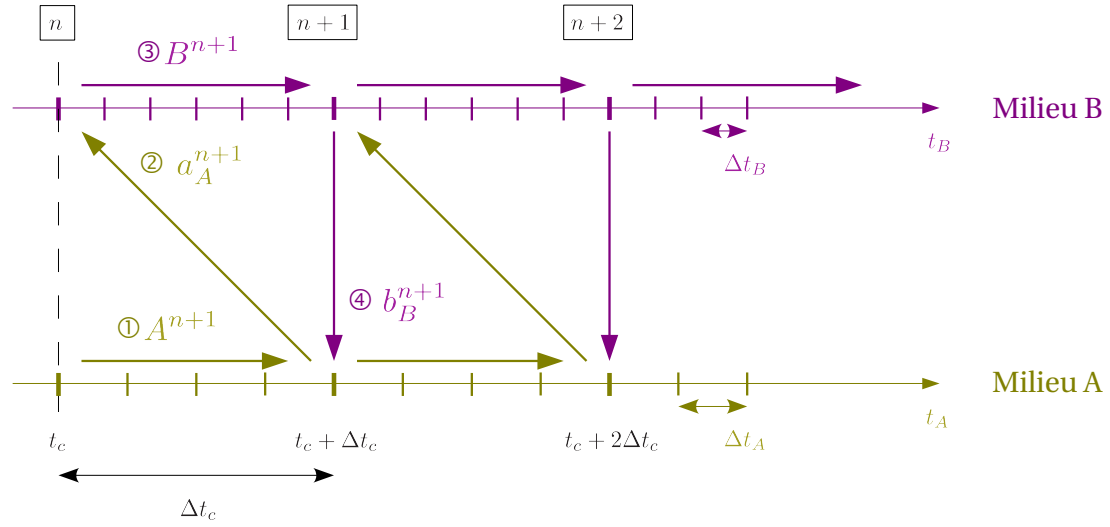


FIG. 1.6 – Procédure générale de couplage entre deux milieux.

la plus lente (par exemple avec un pas de temps de couplage  $\Delta t_c$  correspondant au temps caractéristique). Cette procédure CSS avec sous-cyclage offre un gain en temps de calcul et en transferts. En effet, le nombre de pas de temps pour la résolution de chaque sous-problème n'est pas surestimé par la nécessité de coupler.

Afin de réduire encore le temps de calcul sur des calculateurs à architecture parallèle, Farhat *et al.* [27] proposent la procédure CPS (*Conventional Parallel Staggered*), qui requiert deux prédictions sur les quantités  $a_B$  et  $b_A$  pour la résolution simultanée des deux problèmes. Le choix d'utilisation de cette variante n'a d'intérêt que si les temps de calcul des deux physiques sont similaires, car le coût de calcul est de l'ordre de celui de la physique la plus chère. Mais ce gain de calcul se fait au détriment de la précision du résultat, voire de la stabilité, puisque deux prédictions sont effectuées, au lieu d'une. Ce type de schéma en temps n'est pas utilisé dans le cadre de cette thèse, car les caractéristiques du problème de l'impact d'une flamme sur une plaque métallique ne s'y prêtent pas : l'écart de temps de calcul entre les différentes physiques en jeu est en effet trop important.

Dans le but d'améliorer la précision des algorithmes parallèles, Piperno *et al.* [64] proposent de désynchroniser les échanges entre les deux codes, en introduisant des demi pas de temps de couplage, pour lesquels un échange d'informations supplémentaire est effectué. Cette technique du décalage d'un demi pas de temps entre la résolution indépendante des physiques est réutilisée par Farhat & Lesoinne [27] pour améliorer le schéma CSS.

Afin de prendre en compte les effets d'interaction entre les deux milieux, d'autres solutions existent pour forcer la communication entre les composants individuels (cf. Felippa [29]), notamment par des techniques de correction, substitution et synchronisation.

D'après Wall *et al.* [80] et Farhat *et al.* [28], la façon la plus rapide de résoudre un problème d'interaction fluide-structure est d'employer un couplage faible partitionné, qui résout chaque



champ une seule fois par intervalle de temps, formulé de manière à obtenir la précision souhaitée. Les deux problèmes non-linéaires couplés à l'interface entre les milieux sont résolus grâce à un schéma de Gauss-Seidel en séquentiel et à un schéma de Jacobi en parallèle (cf. Matthies *et al.* [54]).

Cependant, Le Tallec & Mouro [53] soulèvent un point clé dans la construction d'un schéma d'intégration temporel, à savoir le respect de la conservation de l'énergie, crucial pour préserver la stabilité et pour assurer la précision à long terme des prédictions numériques. Ce principe est violé par l'emploi de schémas trop dissipatifs ou de schémas d'intégration décalés inappropriés, conduisant à un déséquilibre des énergies à l'interface.

De plus, Badia *et al.* [4] mettent en avant les fortes non-linéarités de certains problèmes, comme ceux d'hémodynamique, pour lesquels des fluides incompressibles sont en interaction avec des structures à paroi mince :

1. Non-linéarité géométrique : la position de l'interface est l'inconnue du problème couplé.
2. Non-linéarité du terme convectif côté fluide.
3. Continuité des vitesses et des contraintes normales à l'interface non satisfaite dans le cas de l'utilisation d'un couplage faible (instabilité).

L'effet de masse ajoutée (cf. Causin & al [11], Förster & al. [35]) conduit à appliquer une force proportionnelle à l'accélération à l'interface. Ainsi, l'inertie du fluide vient se rajouter à la masse de la structure pour en modifier le comportement dynamique. Cet effet est à prendre en compte lorsque les masses volumiques du fluide et du solide sont du même ordre de grandeur. Ce n'est pas le cas des problèmes étudiés dans le cadre de cette thèse. Ainsi, plus la structure est « lourde », plus des schémas simples peuvent être utilisés.

La variation totale d'énergie correspond donc à l'énergie dissipée par l'effet visqueux côté fluide, complétée par un terme de dissipation positif. Afin d'améliorer la précision et la stabilité numérique, une première solution consiste à rajouter des itérations de prédiction a priori ou de correction a posteriori, pour transformer ces schémas en algorithmes de couplage fort (cf. Fahrat & Lesoinne [27]).

### 1.5.3.2 Schémas itératifs

Pour assurer l'équilibre des champs à l'interface, il s'agit de vérifier la qualité de la prédiction à la fin de chaque pas de temps de couplage  $\Delta t_c$ . Un critère de convergence doit donc avoir été préalablement défini pour pouvoir déterminer si la prédiction a besoin d'être corrigée (et donc le pas de temps  $\Delta t_c$  recommencé) en imposant de nouvelles conditions aux limites, avant de passer au pas de temps de couplage suivant. La convergence du processus itératif permet ainsi de stabiliser le schéma.

Chaque étape de correction impose de refaire autant de fois que nécessaire le calcul fluide-structure complet entre les instants  $t_c$  et  $t_c + \Delta t_c$ , ce qui augmente de façon significative le temps de calcul total. Le nombre d'itérations sera important si l'effet de masse ajoutée l'est aussi.

Afin d'améliorer la vitesse de convergence et de réduire le coût de calcul induit par le traitement des non-linéarités, des processus telles que la relaxation (cf. Le Tallec & Mouro [53], Küttler & Wall [47]) ou le préconditionnement peuvent être employés. Le taux de convergence peut être amélioré en utilisant des méthodes itératives plus complexes, telles que les méthodes de Newton (cf. Badia *et al.* [5], Gerbeau & Vidrascu [37], Matthies & Steindorf [55], Fernandez & Moubachir [32]). Cependant, ces méthodes ont généralement besoin de la construction du Jacobien, dont la forme ne peut pas être explicitement formulée pour le couplage.

## 1.6 Algorithmes de couplage

Les algorithmes de couplage utilisés dans le cadre de cette thèse sont issus d'une combinaison entre les conditions aux limites présentées au §1.4 et le schéma en temps détaillé au §1.5.3, qu'il soit séquentiel ou itératif.

### 1.6.1 Couplage aéro-thermique en régime transitoire

Lorsque les temps caractéristiques thermiques entre les milieux fluide et solide sont très différents, le régime transitoire s'établit de manière beaucoup plus rapide dans le fluide que dans le solide. La mise en place du couplage transitoire thermique doit donc pouvoir tirer parti de cette spécificité.

#### 1.6.1.1 Couplage transitoire-transitoire

Le couplage « transitoire-transitoire » décrit l'évolution de ce régime à la fois dans les milieux fluide et solide. L'algorithme de couplage illustré en figure 1.7 est basé sur la procédure générale présentée en figure 1.6. Le milieu  $A$  correspond au transitoire thermique dans le solide et le milieu  $B$  à un écoulement transitoire, avec une évolution des temps solide et fluide similaire :  $t_s = t_f = t$ . Les quantités sont échangées à l'interface entre les deux domaines au bout de chaque pas de temps de couplage  $\Delta t_c$ , basé sur le temps caractéristique fluide, tel que  $\Delta t_c = \Delta t_f = \Delta t_s$ .

Dans la mesure où le calcul suit l'évolution de la physique la plus rapide (celle du fluide) en utilisant de petits pas de temps, cet algorithme de couplage faible n'a pas besoin d'itérations supplémentaires pour obtenir des résultats corrects (la convergence du problème couplé n'est pas évaluée). Des conditions aux limites de Dirichlet-Neumann à l'interface de couplage suffisent :

$$T_f^n = T_s^n \quad (1.126)$$

$$q_s^{n+1} = -q_f^n \quad (1.127)$$

Cette approche produit une solution précise mais très coûteuse en temps de calcul. Elle ne sera utilisée dans le cadre de cette thèse que pour effectuer un calcul de référence.

#### 1.6.1.2 Couplage quasi-stationnaire

Afin de profiter de la différence entre les échelles de temps des milieux fluide et solide, une approche alternative consiste à coupler le solide et le fluide à des fréquences moins importantes (donc avec un pas de temps de couplage  $\Delta t_c$  plus grand), caractéristiques du milieu solide :  $\Delta t_c = N\Delta t_{Th}$ , avec l'entier  $N \geq 1$ .

L'impact des variations du transitoire thermique à travers le solide est faible vis-à-vis du code fluide. Par conséquent, l'écoulement peut être représenté comme une suite d'états fluides stationnaires, résolus sur des pas de temps spécifiques, en accord avec les conditions aux limites aux instants de couplage.

Cette stratégie de couplage « quasi-stationnaire » réduit donc considérablement le coût de calcul par rapport à une démarche transitoire-transitoire, puisque l'écoulement fluide n'est pas calculé sur toute la durée du couplage, mais seulement sur des pas de temps spécifiques.

Le calcul aéro-thermique peut être effectué sans itération. Ce couplage « faible » n'assure pas le respect de l'équilibre à l'interface fluide-structure, mais convient à des simulations pour lesquelles la structure possède une conductivité thermique  $\lambda_s$  élevée. L'algorithme combine alors

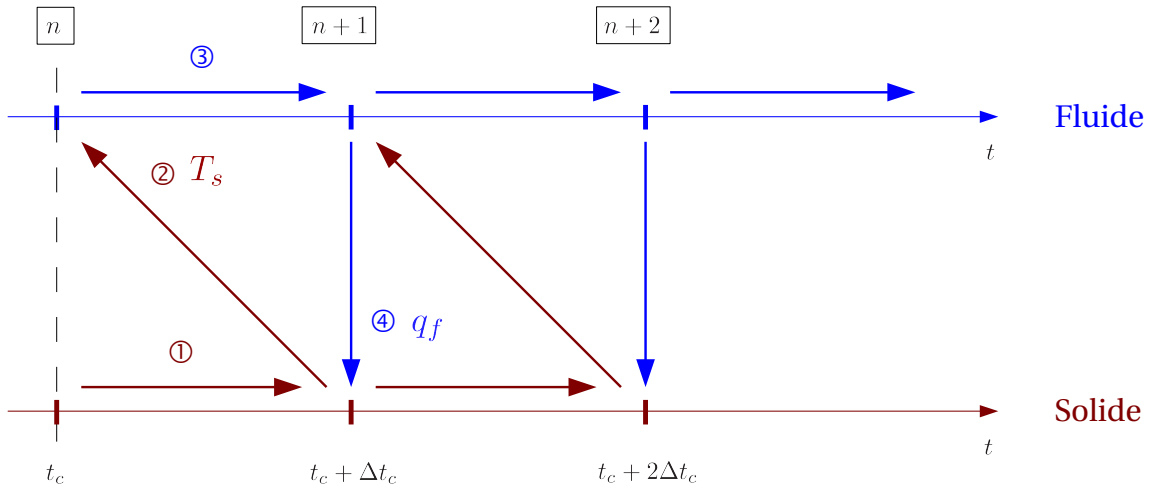


FIG. 1.7 – Algorithme transitoire-transitoire de couplage aéro-thermique (faible).

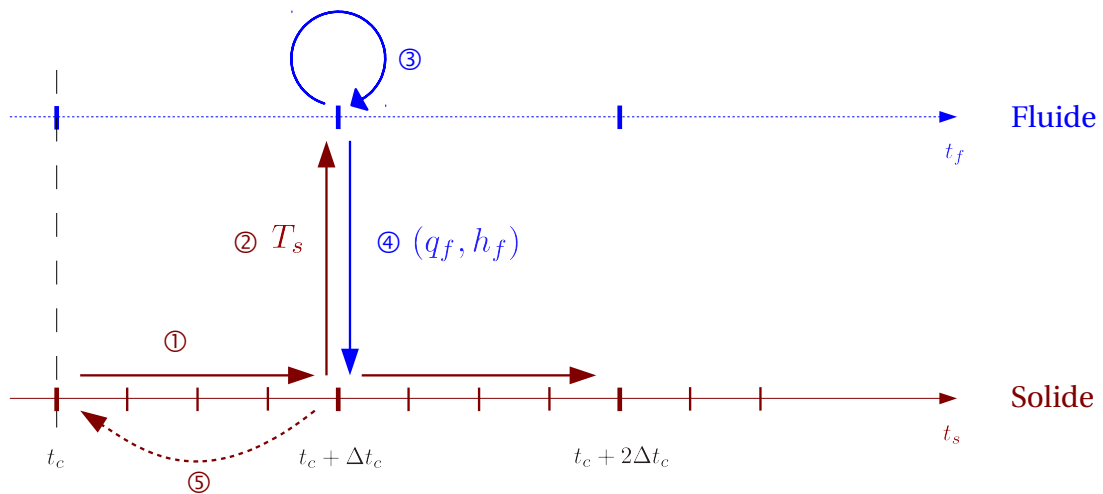


FIG. 1.8 – Algorithme quasi-stationnaire de couplage aéro-thermique fort.

les conditions aux limites de Dirichlet-Fourier (équations 1.118 et 1.119) à la procédure générale de couplage de la figure 1.6. Le milieu  $A$  correspond au transitoire thermique dans le solide et le milieu  $B$  à une suite d'états stationnaires fluides. L'évolution du temps fluide  $t_f$  est indépendante de celle du temps solide  $t_s$ .

La méthode du couplage « fort » permet d'atteindre une solution convergée à chaque instant de couplage, en introduisant un processus itératif. La convergence du système couplé repose sur quatre critères :

1. la convergence du solveur fluide Navier-Stokes,
2. la convergence de l'incrément de calcul transitoire thermique à travers le solide,
3. la convergence à l'interface fluide-solide : équilibre des températures et des flux,
4. la vérification de la qualité des interpolations spatiales à l'interface fluide-solide.

Pour tester que la solution du problème fluide fournie au solide à chaque instant de couplage est stabilisée (critère 1), un critère de convergence local est introduit. C'est une grandeur dimensionnée correspondant au maximum de la différence de flux de chaleur (en  $\text{W}/\text{m}^2$ ) sur la moyenne pariétale entre deux itérations du code fluide. La convergence du calcul thermique dans le solide à chaque incrément (critère 2) est quant à elle déterminée par l'évaluation d'un résidu.

Dans l'algorithme de couplage schématisé en figure 1.8, les conditions d'équilibre sont satisfaites par la recherche d'un point fixe [64, 16]. En supposant que l'échange d'informations du solide vers le fluide au temps  $t_c + \Delta t_c$  (étape 2) soit effectué à l'itération  $\nu$ , les conditions aux limites de Dirichlet (cf. équation 1.118) et de Fourier (cf. équation 1.119) à l'interface s'écrivent :

$$T_f^\nu = T_s^\nu \quad (1.128)$$

$$q_s^{\nu+1} = -q_f^\nu - h_f^\nu(T_s^{\nu+1} - T_f^\nu) \quad (1.129)$$

$$= -q_f^\nu - h_f^\nu(T_s^{\nu+1} - T_s^\nu) \quad (1.130)$$

Cette solution est valable dans la mesure où l'évolution du fluide est une suite d'états stationnaires. Les quantités  $T_s$ ,  $h_f$  et  $q_f$  sont interpolées entre leurs valeurs connues. Il est essentiel de faire la différence entre les deux températures au même point, car même si  $T_f^\nu = T_s^\nu$ , l'utilisation de  $T_f^\nu$  côté solide nécessite une interpolation spatiale d'un maillage à l'autre. L'équation 1.130 sera donc utilisée, plutôt que l'équation 1.129.

Avec le schéma en temps retenu, la convergence des températures à la paroi du solide entre deux itérations de couplage ( $T_s^{\nu+1} = T_s^\nu$ ) implique la continuité des flux ( $q_s = -q_f$ ) et donc la convergence à l'interface fluide-solide (critère 3). Par conséquent, un unique critère global, basé sur les températures à la paroi du solide, est utilisé pour tester la convergence du couplage. De plus, aucune erreur d'interpolation d'une partition à l'autre n'est introduite dans la définition du critère de convergence global :

$$\frac{\|T_s^{\nu+1} - T_s^\nu\|}{\|T_s^{\nu+1}\| + \|T_s^\nu\|} \quad (1.131)$$

Tant que la valeur fixée pour ce critère de convergence n'est pas atteinte, les étapes 1 à 4 de l'algorithme de la figure 1.8 sont répétées, en effectuant un retour en arrière au sein du calcul thermique dans le solide (étape 5). Dès que le critère de convergence est atteint, le calcul couplé peut se poursuivre, de  $t_c + \Delta t_c$  jusqu'à l'instant de couplage suivant.

Enfin, l'interpolation des quantités échangées entre les maillages fluide et solide est réalisée par le coupleur MpCCI [59] (critère 4). Elle est détaillée au §1.7.

Comme le coût de calcul est négligeable côté solide, aucune investigation n'a été menée pour améliorer l'accélération de la convergence du problème aéro-thermique. En effet, dans le contexte du couplage externe, la méthode du point fixe est facile à implémenter et sa robustesse a été démontrée pour un large spectre d'applications.

### 1.6.2 Couplage thermo-mécanique

L'évolution des températures à travers le solide détermine la déformation de la structure à un instant donné. En effet, la température est utilisée par le solveur mécanique comme un paramètre extérieur découplé dont dépend la loi de comportement définie pour le matériau. En pratique, comme le montre le schéma en figure 1.9, c'est la variation de température  $\Delta T$  qui est transférée du module thermique vers le module mécanique du code Z-set (étape 2). Les déplacements de la structure sont ensuite imposés au solveur thermique (étape 4) pour remettre à jour le domaine de calcul thermique. A priori, le couplage thermo-mécanique ne devrait donc pas avoir besoin d'un processus itératif pour atteindre l'équilibre des températures et des déplacements. Une étude est menée au chapitre 5.

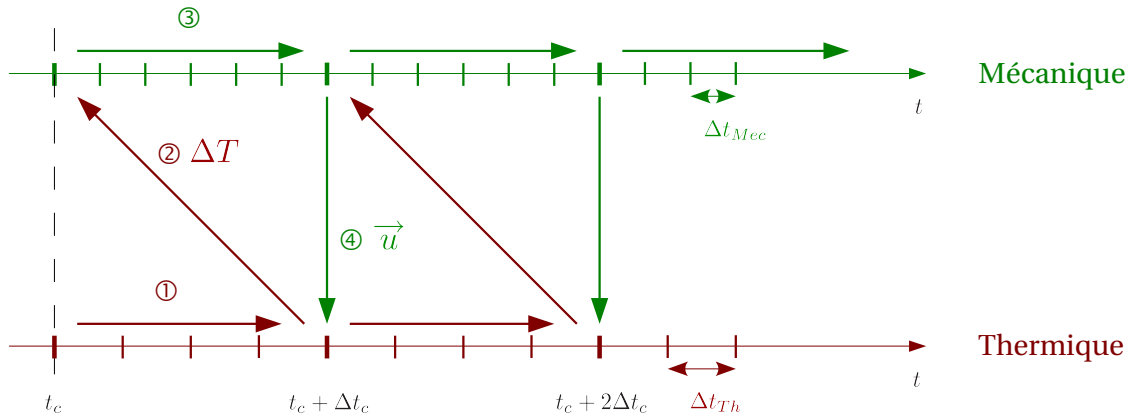


FIG. 1.9 – Algorithme de couplage thermo-mécanique faible.

### 1.6.3 Couplage aéro-mécanique

Les masses volumiques fluide et solide étant très différentes ( $\rho_f$  est de l'ordre de  $10^0$  kg/m<sup>3</sup> alors que  $\rho_s$  est de l'ordre de  $10^4$  kg/m<sup>3</sup>), l'effet de masse ajoutée n'affecte pas les conditions aux limites de Dirichlet-Neumann (cf. équations 1.122 et 1.123) imposées à l'interface du couplage :

$$\vec{u}_f^n = \vec{u}_s^n \quad (1.132)$$

$$\mathcal{G}_s^{n+1} \cdot \vec{n} = -p^n \mathbf{I} \cdot \vec{n} \text{ car } \mathcal{T}_f = 0 \quad (1.133)$$

Il est montré au chapitre 5 que ces conditions ne nécessitent pas de relaxation, ni d'itérations pour atteindre l'équilibre des déplacements et des contraintes. Le schéma en temps utilisé correspond donc à la procédure générale présentée en figure 1.6, pour laquelle le milieu A correspond à la mécanique du solide et le milieu B à une suite d'états stationnaires fluides. La géométrie du

domaine fluide est remise à jour en fonction des déplacements de l'interface fluide-structure. L'algorithme de couplage est schématisé en figure 1.10. En pratique, ce n'est pas le déplacement  $\vec{u}_s$  de l'interface qui est transféré du solide vers le fluide à l'étape 2, mais sa position  $(x, y, z)$ .

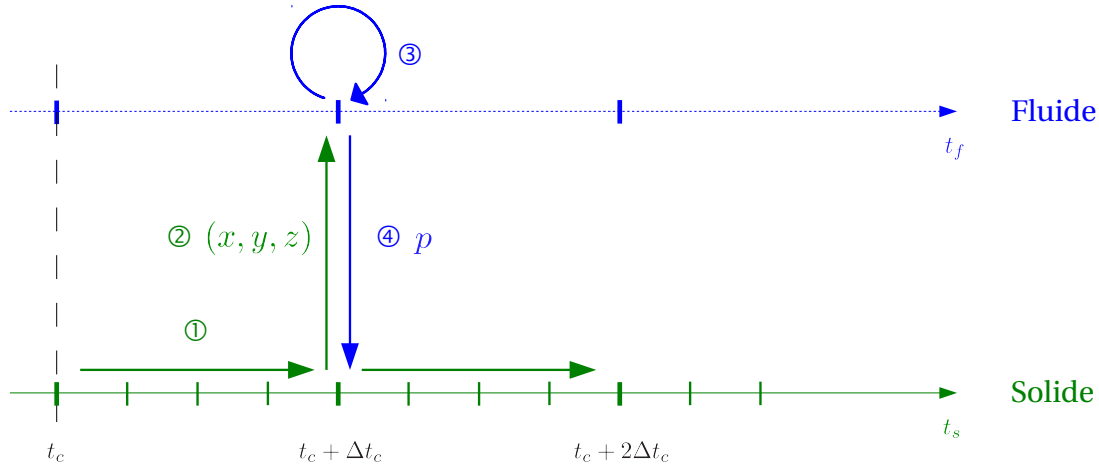


FIG. 1.10 – Algorithme de couplage aéro-mécanique faible.

Dans le but d'améliorer la convergence des algorithmes modulaires et de réduire le coût de calcul induit par le traitement des non-linéarités, Badia *et al.* [4] proposent une procédure itérative basée sur la condition de raccord de Robin, qui est une combinaison linéaire des conditions de Dirichlet et de Neumann et dont les coefficients sont obtenus par des modèles simplifiés. Contrairement à la condition Dirichlet-Neumann (et à celle de Dirichlet-Robin, qui donne les mêmes résultats en mécanique), la méthode Robin-Neumann permet de réduire le nombre d'itérations et la sensibilité à l'effet de masse ajoutée (cf. Fernandez *et al.* [31]). L'algorithme Robin-Robin présente quant à lui des propriétés de convergence encore meilleures, à condition de choisir judicieusement le coefficient de Robin côté structure.

Il existe de nombreuses solutions pour résoudre numériquement un problème d'interaction fluide-structure. Par exemple, au-delà du cadre de cette thèse, les principaux schémas recensés par Küttler & Wall [49] sont présentés en figure 1.11. Chaque stratégie est dérivée de sa voisine par une modification de l'algorithme de résolution et les méthodes applicables à chacune sont indiquées :

- FP : *Fixed Point iteration with dynamic relaxation*,
- VE : *Vector Extrapolation* : généralisation des schémas de point fixe incorporant l'historique de nombreuses valeurs dans un même pas de relaxation (cf. Küttler & Wall [48]),
- JFNK : *Jacobian-Free Newton-Krylov*,
- Krylov : *matrix-free linear Krylov solver*.

Ces auteurs préfèrent utiliser les schémas partitionnés ou les schémas préconditionnés Newton-Krylov à l'interface sur leur cas test en biomécanique. Les schémas partitionnés leur semblent plus performants lorsque des solveurs indépendants et hautement sophistiqués sont employés. Ces schémas sont également très efficaces si les milieux fluide et solide ont des caractéristiques très

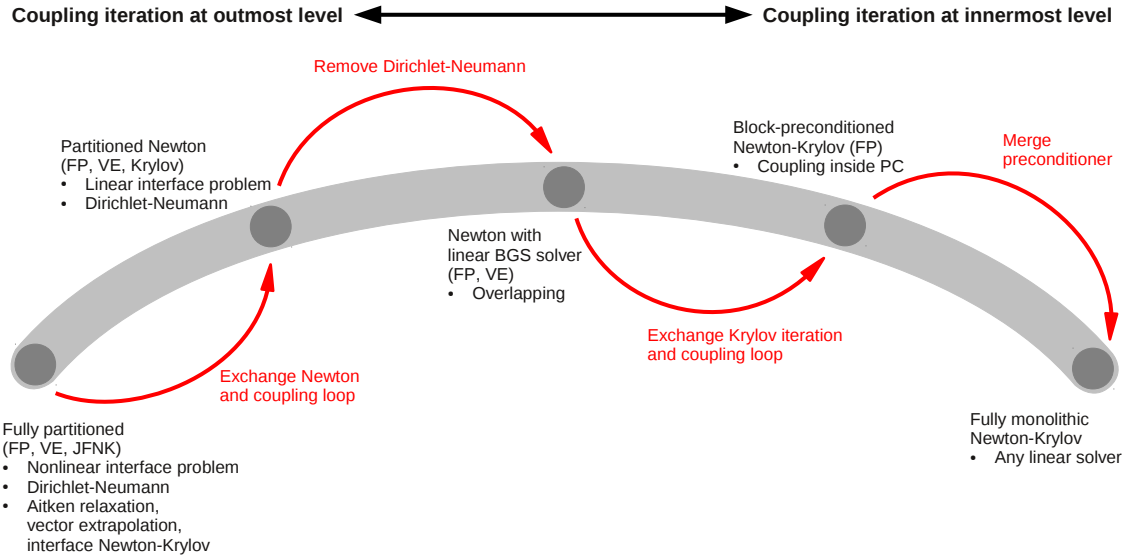


FIG. 1.11 – Spectre des schémas de résolution pour l’interaction fluide-structure (adapté de Küttler *et al.* [49]).

différentes. Dans un précédent papier [47], Küttler & Wall rappelaient déjà que les méthodes de couplage les plus populaires sont les méthodes du point fixe ou les méthodes de Newton-Krylov. L’approche la plus basique et la plus efficace et robuste reste la méthode du point fixe avec relaxation dynamique (Aitken), facile à implémenter.

## 1.7 Discrétisation spatiale des conditions aux limites à l’interface de couplage

Dans le cas de l’utilisation de codes différents pour réaliser le couplage, l’indépendance spatiale (les différents problèmes peuvent être approximés par des espaces discrétisés indépendants) est essentielle pour profiter au mieux des capacités de chacun des modèles. Le fluide est classiquement discrétisé par volumes finis et la structure par éléments finis, ce qui est respectivement le cas pour les codes CEDRE et Z-set.

Dans le cas d’une discrétisation par volumes finis, les quantités sont connues au centre des éléments ou des facettes et sont considérées constantes par élément. Pour les éléments finis, les quantités sont connues aux noeuds et interprétées à travers les fonctions de forme des éléments.

Les maillages de part et d’autre de l’interface de couplage décrivent la même entité géométrique, mais ils diffèrent en général quant à la taille des éléments et à la position des noeuds : ce sont des maillages non-coïncidents (au niveau discret). Il est essentiel de conserver une correspondance entre les coordonnées des points à l’interface (au niveau continu) pour pouvoir réaliser l’interpolation des champs d’un domaine à l’autre.

D’après Piperno [63], lorsque les maillages ou les formulations adoptées dans les codes fluide et solide sont différents, l’interface de couplage en espace (implémentée dans chacun des codes ou dans un code pilote indépendant) assure la « traduction » des informations échangées, indépendamment des schémas en temps présentés au §1.5.

De plus, au sein du couplage, chacun des codes doit fournir des données réutilisables par les autres codes en présence, indépendamment de leur transit par un éventuel serveur. Pour cela, il est nécessaire d'utiliser un système d'unité commun pour les champs et les maillages. Le plus simple est de se placer dans le système SI, dont voici les unités pour les données du problème aéro-thermo-mécanique :

- Température [K]
- Flux de chaleur [ $\text{W}/\text{m}^2$ ]
- Coefficient d'échange thermique [ $\text{W}/\text{m}^2/\text{K}$ ]
- Position ou déplacement [m]
- Pression [Pa]

Parfois, un code doit utiliser des résultats incrémentaux en interne pour pouvoir traiter de non-linéarités. C'est notamment le cas du code Z-set en ce qui concerne les températures et les déplacements. Une attention particulière doit donc être portée pour que les quantités échangées représentent de manière physique le champ calculé.

La bibliothèque MpCCI [59], développée au Fraunhofer Institute SCAI, est utilisée pour fournir une interface de couplage indépendante des différents codes de simulation. A l'initialisation, elle recherche la connectivité entre les maillages non-coïncidents d'au moins deux codes dans la zone de couplage (segments et surfaces en 2D, surfaces et volumes en 3D), pour en déduire les opérateurs de passage d'un domaine à l'autre. Puis elle se charge de transférer (envoyer et recevoir) les données à l'interface en effectuant une interpolation directe des données d'un maillage sur l'autre. Plus précisément, l'échange des données entre maillages non-coïncidents est réalisé en trois étapes :

1. Recherche du pré-contact : tri des éléments des maillages pour accélérer l'étape suivante.
2. Association : recherche de voisins pour chaque noeud ou élément d'une grille à l'autre (les données sont ensuite échangées entre les noeuds ou éléments associés).
3. Interpolation : adaptation des données transférées au maillage récepteur.

Dans le cadre de la thèse, l'association et l'interpolation (étapes 2 et 3) sont effectuées grâce à l'algorithme de la distance minimale, basé sur les relations point-élément.

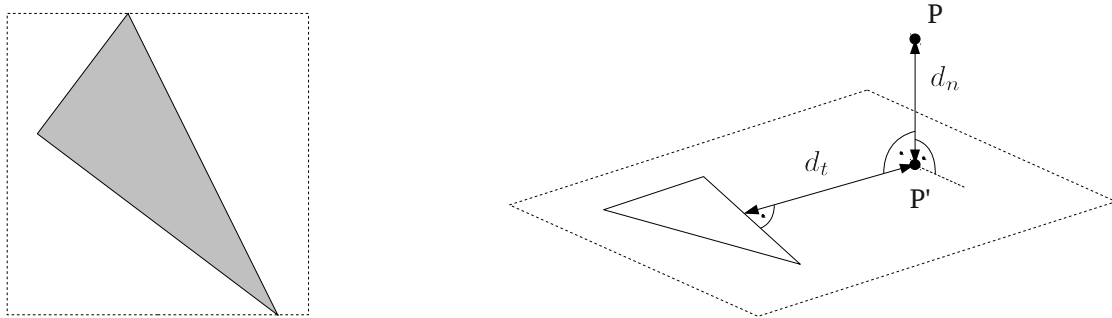


FIG. 1.12 – Pré-contact géométrique (à gauche) et projection des points (à droite) (adapté de la documentation MpCCI [59]).



Au cours d'une première recherche du contact (étape 1), tous les éléments de chacun des maillages sont décomposés en triangles (maillage 2D) ou en tétraèdres (maillage 3D). Chaque triangle ou tétraèdre est entouré par une boîte dont les côtés sont de longueur égale dans toutes les dimensions de l'espace. Dans le cadre de la thèse, les plus petits carrés ou cubes contenant les triangles sont utilisés, comme le montre la figure 1.12, à gauche. Ces boîtes délimitent une zone dans laquelle est recherché chaque point  $P$  d'un premier maillage (solide dans notre cas), déterminant ainsi les éléments du second maillage (fluide) les plus proches.

L'algorithme de la distance minimale est basé sur la position relative du triangle du second maillage par rapport au noeud  $P$  du premier. Tout d'abord, le point  $P$  est projeté perpendiculairement sur la surface de chaque triangle, pour obtenir le point  $P'$ , comme schématisé en figure 1.12, à droite. Trois distances différentes sont ensuite évaluées afin de déterminer le triangle, donc l'élément correspondant, à conserver pour effectuer des échanges avec le point  $P$ .

Dans un premier temps, la distance barycentrique du point  $P'$  est calculée :

$$d_b = |u| + |v| + |w| - 1 \quad (1.134)$$

Avec les coordonnées barycentriques  $u$ ,  $v$  et  $w$ . La valeur de  $d_b$  est nulle à l'intérieur de l'élément, mais augmente dès que le point en sort.

La seconde distance  $d_t$  est la distance entre le point  $P'$  et le point le plus proche du triangle (distance tangentielle au plan du triangle). Enfin, la troisième distance  $d_n$  est la distance entre le point  $P$  et le plan (distance normale). Cette dernière est nulle si les surfaces couplées sont confondues.

Un élément du second maillage est considéré comme couplé avec le point  $P$  du premier maillage si le critère suivant est respecté :

$$\tau < \theta_1 d_b + \theta_2 \frac{d_t^2}{A} + \theta_3 \frac{d_n^2}{A} \quad (1.135)$$

Avec l'aire  $A$  du triangle. Les valeurs des poids  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  et  $\theta_3$ , ainsi que le critère de rejet  $\tau$  sont fournies par l'utilisateur. Si elles sont faibles, seuls les éléments les plus proches de  $P$  sont sélectionnés. Dans le cadre de la thèse :  $\theta_1 = 0$ ,  $\theta_2 = 1$ ,  $\theta_3 = 1$  et  $\tau = 0,75$ .

L'interpolation des valeurs se termine par l'évaluation des fonctions de forme des éléments pour trouver la valeur au point  $P'$  (fluide par exemple), qui est ensuite transférée vers l'autre maillage, au noeud  $P$  (solide par exemple). Pour chacun des codes CEDRE et Z-set, la bibliothèque MpCCI permet d'une part de soumettre un champ à envoyer là où il est connu. Côté solide, la température et les déplacements sont connus aux noeuds. Côté fluide, le flux, le coefficient d'échange et la pression sont connus au centre des facettes. D'autre part, les champs sont récupérés directement à l'endroit où le code en a besoin. Côté fluide, la température est reçue et utilisée au centre de la facette alors que les déplacements sont reçus et appliqués aux noeuds. Côté solide, la pression est reçue et utilisée aux noeuds.

Cette méthode simple reste satisfaisante dans la plupart des cas. A convergence (pour des maillages extrêmement fins), toutes ces interpolations discrètes convergent vers une interpolation continue. Toutefois, Grandmont *et al.* [39] ont montré que cette stratégie vient ajouter une erreur supplémentaire non négligeable à l'ensemble du problème, car elle peut être d'un ordre supérieur à celle causée par la discrétisation spatiale par éléments finis.

Dans le cadre de cette thèse, la combinaison de différents types de solutions découplées (stationnaire dans le fluide, transitoire thermique et mécanique quasi-stationnaire dans le solide)

n'amène pas à une solution globale de type transitoire. Un état stabilisé est en fait calculé à chaque pas de temps de couplage. La solution est donc équilibrée, peu importe le chemin de calcul utilisé. De plus, l'évolution du système couplé est suffisamment lente pour que l'énergie dissipée artificiellement soit répartie. Il n'est donc pas essentiel que la discrétisation spatiale soit conservative. Par conséquent, la procédure présentée dans cette section est appliquée directement dans le cadre de cette thèse, sans faire l'objet d'une étude particulière.

## 1.8 Synthèse

Dans le contexte du couplage externe entre les codes de mécanique des fluides CEDRE et les deux modules indépendants du code Z-set pour la mécanique des structures et la thermique du solide, une stratégie partitionnée est utilisée. Deux possibilités s'offrent ensuite, entre des schémas en temps séquentiels (couplage faible) et itératifs (couplage fort). Le couplage aéro-thermo-mécanique mis en place pour simuler la déformation d'une plaque métallique soumise à une flamme est basé sur le couplage aéro-thermique quasi-instationnaire fort, car c'est la thermique qui pilote le système (cf. chapitre 2 et 4). La convergence de ce sous-système est recherchée par la méthode du point fixe. Cependant, les deux configurations de couplage faible et fort sont étudiées au chapitre 5 pour la résolution du problème complet. La recherche de l'équilibre thermo-mécanique est investiguée à l'aide d'un couplage volumique au chapitre 5. Des conditions aux limites classiques de Dirichlet-Neumann sont utilisées à l'interface de couplage pour traiter l'aspect mécanique du problème. Par contre, au niveau de l'interaction thermique, la condition de Dirichlet-Fourier, préconisée par Chemin [16], est retenue. En ce qui concerne la discrétisation spatiale des conditions aux limites du couplage, la bibliothèque MpCCI est en charge de l'interpolation des données transférées entre les codes CEDRE et Z-set.



## Chapitre 2

# Interaction flamme-paroi

Les outils de couplage disponibles, présentés au chapitre 1, sont utilisés pour l'étude numérique d'un phénomène complexe, lié au domaine de l'aérospatial, puisqu'il s'agit de l'impact d'une flamme sur une paroi.

Dans un moteur d'avion, un incendie peut se déclarer hors de la chambre de combustion, engendrant une flamme qualifiée de « standard » dans les documents de certification. Afin de reproduire en laboratoire une flamme de caractéristiques équivalentes (température de  $1100^{\circ}\text{C} \pm 10\%$ , flux total de  $116\text{ kW/m}^2$ ), une flamme de prémélange propane-air vient impacter une plaque plane, placée à une certaine distance de la buse d'éjection du gaz (cf. figure 2.1).

L'interaction flamme-paroi avec une plaque plane métallique est un problème complet de couplage aéro-thermo-mécanique puisque l'écoulement réactif que constitue la flamme provoque un échauffement du matériau qui engendre une déformation significative de la plaque, modifiant ainsi la forme même de la flamme.

L'état de l'art en matière expérimentale et numérique pour la compréhension et la simulation du phénomène de l'interaction flamme-paroi est présenté dans ce chapitre. Une première partie se concentre sur la thermique du problème pour exposer la relation entre la structure de l'écoulement réactif et le transfert de chaleur à la paroi. Une seconde partie introduit la déformation (mécanique) de la paroi, dont le type est limité dans cette thèse à une plaque plane métallique horizontale et perpendiculaire à l'écoulement.



FIG. 2.1 – Banc de l'interaction flamme-paroi (DMAE, ONERA Toulouse).

## 2.1 Aérodynamique, combustion et transfert de chaleur à la paroi

Les similitudes aérodynamiques entre jets non réactifs et réactifs (de type flamme) dans le cas de l'impact ont été mises en évidence très tôt, de manière expérimentale, par Milson & Chigier [58], en terme de distributions de pressions et de vitesses axiales. D'un point de vue thermique, la convection forcée est le mode de transfert dominant lors d'un impact de flamme, tout comme dans le cas d'un impact de jet chaud. Une revue de la littérature sur le transfert thermique lors de l'impact de flamme est présentée par Chander & Ray [14].

Pour une meilleure appréhension du phénomène de l'interaction flamme-paroi et dans l'éventuel besoin de simplifier l'écoulement réactif par un jet chaud équivalent pour la simulation de l'impact sur une plaque plane métallique (affranchissement des équations de combustion, gain en temps de calcul fluide), les deux types d'écoulement sont présentés et comparés.

### 2.1.1 Structure des jets libre et impactant (non réactifs)

Viskanta [78] a défini expérimentalement les limites des quatre régimes d'écoulement d'un jet libre en fonction du nombre de Reynolds  $Re$ , répertoriées dans le tableau 2.1. Le nombre de Reynolds correspond au rapport des forces d'inertie sur les forces visqueuses :

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{V D}{\nu} \quad (2.1)$$

Avec la masse volumique  $\rho$  (kg/m<sup>3</sup>), la vitesse initiale  $V$  (m/s), le diamètre de la buse  $D$  (m), la viscosité dynamique  $\mu$  (Pa.s) et la viscosité cinématique du fluide  $\nu$  (m<sup>2</sup>/s).

$Re < 300$	Jet laminaire dissipatif
$300 < Re < 1000$	Jet laminaire
$1000 < Re < 3000$	Jet de transition ou semi-turbulent
$Re > 3000$	Jet turbulent

TAB. 2.1 – Limites des régimes d'écoulement d'un jet libre.

L'écoulement d'un jet libre peut être divisé en trois zones (cf. figure 2.2, à gauche) :

- une zone de coeur potentiel, au sein de laquelle la vitesse d'écoulement est uniforme et égale à la vitesse d'éjection,
- une zone de développement de l'écoulement, pour laquelle la vitesse axiale diminue,
- une zone d'écoulement turbulent pleinement développé, qui correspond à l'expansion du jet.

Viskanta [78] a également distingué trois zones d'écoulement au sein d'un jet impactant (cf. figure 2.2, à droite) :

- une zone de type écoulement libre,
- une zone d'impact ou de stagnation, au sein de laquelle est observée une modification de l'orientation de l'écoulement sous l'influence amont de la paroi. L'épaisseur de la couche limite reste constante. La vitesse axiale diminue, jusqu'à devenir nulle au point d'arrêt.
- une zone de type écoulement le long d'une paroi. L'épaisseur de la couche limite augmente. Elle se sépare en deux sous-couches interne (avec profil de vitesse parabolique) et externe (diminution de la vitesse).

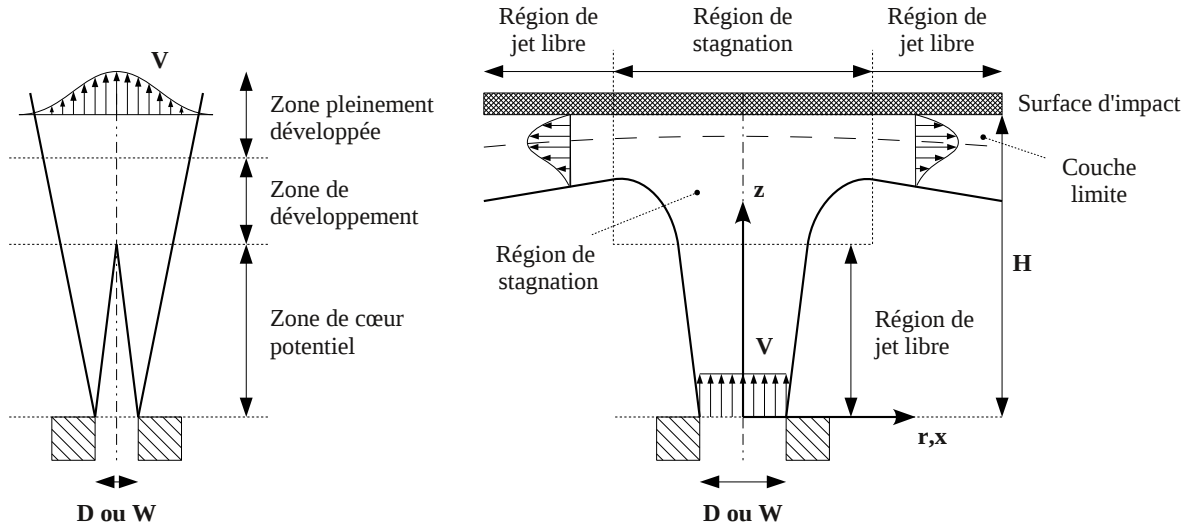


FIG. 2.2 – Régions d'écoulements de jets libre (à gauche) et impactant (à droite) (adapté de Viskanta [78]).

### 2.1.2 Similitudes entre jet (non réactif) et flamme (jet réactif) à l'impact

La caractérisation aérodynamique d'un jet passe par le nombre de Reynolds  $Re$ , la vitesse moyenne et l'intensité de turbulence  $I$  :

$$I = \sqrt{f'^2/\bar{f}} \quad (2.2)$$

Chaque grandeur caractéristique  $f$  de l'écoulement (comme la vitesse, par exemple) est séparée en une contribution moyenne  $\bar{f}$  et une contribution fluctuante  $f'$ . Le transfert thermique est quant à lui dominé par la convection.

En complément de l'hypothèse de similitude aérodynamique (en terme de pression et de vitesse axiale) entre un jet chaud isotherme et une flamme simple (cf. Milson & Chigier [58] et Viskanta [78]), les expériences menées par Van der Meer [77] ont montré que la vitesse axiale d'un jet isotherme faiblit légèrement plus vite que dans le cas de la flamme, alors que les gradients de vitesse radiale au point de stagnation sont comparables.

En faisant varier le nombre de Reynolds de la flamme, Van der Meer est également arrivé à montrer que les transferts thermiques au niveau du point de stagnation sont augmentés par la turbulence si la surface d'impact est située hors du coeur potentiel. Hou & Ko [41] ont quant à eux étudié l'effet de la variation de la distance de la buse d'éjection des gaz à la paroi sur la structure de la flamme, les champs de température et l'efficacité thermique.

Dans le cas de l'impact d'un jet circulaire turbulent sur une surface, tant que l'obstacle se situe en dehors du coeur potentiel ( $H/D > 6$ ), le maximum de transfert thermique est observé au point d'arrêt du jet et il dépend de la distance  $H/D$ . De plus, le transfert thermique évolue dans le même sens que le niveau de turbulence. L'échauffement maximal de la plaque par un jet chaud est donc atteint lorsque celle-ci se situe à l'extrémité du coeur potentiel.

L'impact de flamme étudié dans cette thèse est tel que  $H/D = 1,3$ . Pour une configuration équivalente de jet chaud non réactif (cf. chapitre 6), la plaque est donc située à l'intérieur du coeur potentiel. Par conséquent, le profil de flux thermique présente un creux au niveau du point

de stagnation et un maximum d'intensité légèrement décalé, en forme de couronne.

La flamme est définie comme un jet de gaz frais, prémélangés ou non, dans lequel se développe une zone de réaction à caractère global exothermique, permettant ainsi la formation de nouvelles espèces constituant les produits de combustion. De nouveaux paramètres influencent donc la position de la zone de réaction : la nature du combustible et la composition du mélange. En effet, l'augmentation de la concentration en oxydant accroît la température de flamme et la vitesse de combustion, d'où une vitesse plus élevée des gaz.

Dong *et al.* [21] ont récemment complété l'analogie de la structure en trois zones du jet impactant non réactif avec son équivalent réactif. Mais contrairement au cas du jet chaud impactant, le flux thermique généré par une flamme en impact sur une surface n'est pas forcément maximal au point de stagnation. L'influence de la présence du coeur froid dépend alors de la distance  $H/D$ .

Dans la configuration de flamme calculée au chapitre 4, le coeur froid est directement en contact avec la plaque en son centre. Par conséquent, le profil de flux pariétal présente un pic d'intensité, décalé par rapport au point de stagnation, correspondant au point d'impact du front de flamme avec la paroi.

C'est sur ce principe des similitudes entre jet et flamme à l'impact qu'une étude d'interaction flamme-paroi analytique ou numérique peut être simplifiée. Par exemple, Remie *et al.* [66] ont choisi d'approximer leur jet réactif par un jet chaud inerte (écoulement isotherme). L'effet de la recombinaison thermochimique (cf. §2.1.4.2) n'est donc plus pris en compte.

### 2.1.3 Modèles de combustion

Comme évoqué précédemment, il existe deux modèles de combustion : la flamme de diffusion et la flamme de prémélange. Dans le cas de la flamme de diffusion, les gaz frais ne sont pas prémélangés. Le front de flamme se situe à l'interface entre le combustible et le comburant. Sa position dépend de la concentration de combustible par rapport à celle de comburant (cf. figure 2.3, à gauche). Pour la flamme de prémélange étudiée dans cette thèse, les gaz frais sont homogènes. Il y a donc contact intime entre combustible et comburant au niveau moléculaire. La zone de réaction se situe entre les gaz frais et les gaz brûlés (cf. figure 2.3, à droite). La position du front de flamme est déterminée par la vitesse d'arrivée des gaz frais par rapport à la vitesse de propagation du front de flamme. Elle se stabilise à l'équilibre. Dans les deux cas, l'évolution de la température à travers le front de flamme a la même allure que celle de la concentration en gaz brûlés (cf. résultats au chapitre 4 et en annexe A).

La théorie thermique de Mallard-Le Chatelier (1880) stipule que les réactifs froids doivent être chauffés avant de brûler. Entre le coeur froid de la flamme de prémélange avec brûleur (de type bec Bunsen) et les gaz brûlés se succèdent deux zones :

- une zone thermique, au sein de laquelle une élévation en température des réactifs est observée,
- une zone chimique, siège des réactions chimiques qui produisent un dégagement de chaleur, entretenant ainsi la hausse de la température dans la zone thermique. C'est ici que se situe le front de flamme.

D'après Poinot & Veynante [65], la chimie et la turbulence s'influencent mutuellement. En effet, d'une part le phénomène de combustion modifie la turbulence : le dégagement de chaleur (et donc l'augmentation de la température) dans la zone de réaction provoque une forte accélération

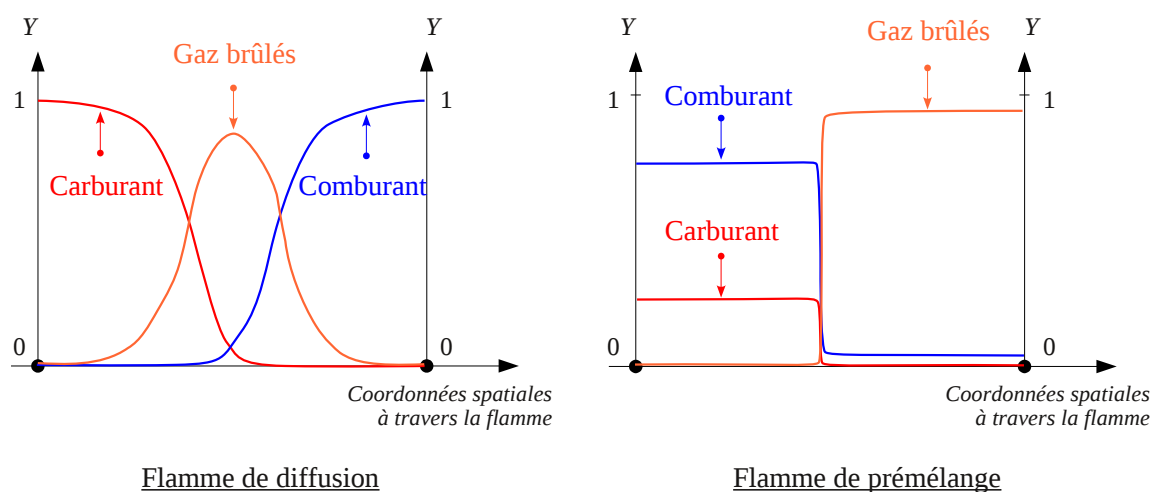


FIG. 2.3 – Evolution de la fraction massique  $Y$  des espèces à travers le front de flamme, pour des flammes de diffusion et de prémélange (adapté de Dupoirieux *et al.* [22]).

de l'écoulement à travers le front de flamme et un changement de la viscosité cinématique. D'autre part, la turbulence altère la structure de la flamme (plissement), ce qui peut améliorer la réaction chimique, mais aussi, dans des cas extrêmes, éteindre la flamme.

Dans le cas de flammes prémélangées, l'extinction se produit lorsque le front de flamme est soumis à des perturbations extérieures comme des pertes de chaleur ou un étirement aérodynamique de la flammelle suffisamment important pour amener le taux de réaction à une valeur négligeable (les réactifs frais diffusent dans les produits sans brûler), pouvant dans certains cas aller jusqu'à supprimer complètement la combustion.

Ce phénomène n'est pas étudié dans le cadre de cette thèse, notamment à cause de l'utilisation d'un modèle RANS pour décrire la turbulence. En effet, seuls l'écoulement turbulent moyen et la position statistique moyenne du front de flamme sont calculés (cf. §1.2.3), ce qui ne permet pas de capturer les mouvements turbulents et donc les variations de la structure de la flamme à l'échelle des plis.

## 2.1.4 Flamme impactante

### 2.1.4.1 Types de flamme impactante

Zhang & Bray [82] ont identifié expérimentalement cinq modes d'impact de flamme, attachée au brûleur ou détachée (cf. figure 2.4), en fonction de la vitesse d'éjection des gaz et de la distance entre la buse et la paroi. La flamme conique reste attachée au brûleur lorsque la plaque est éloignée de la buse (a). La vitesse axiale est faible en proche paroi. Deux types de flamme enveloppe peuvent se former lorsque le mélange des réactifs présente un excès de carburant. Si la proportion de carburant est trop forte, la combustion ne peut pas se produire autour de l'axe et une flamme à coeur central froid apparaît (c). Au contraire, une flamme enveloppe se forme pour des mélanges moins riches (b). Lorsque la vitesse d'éjection des gaz augmente, la flamme peut se détacher de la buse pour former un disque (d). Enfin, si la vitesse radiale de l'écoulement du jet impactant est élevée en proche paroi, une flamme en anneau peut se créer (e). Un sixième type de structure a été découvert par Fernandes & Leandro [30] : la flamme soulevée sur le côté,



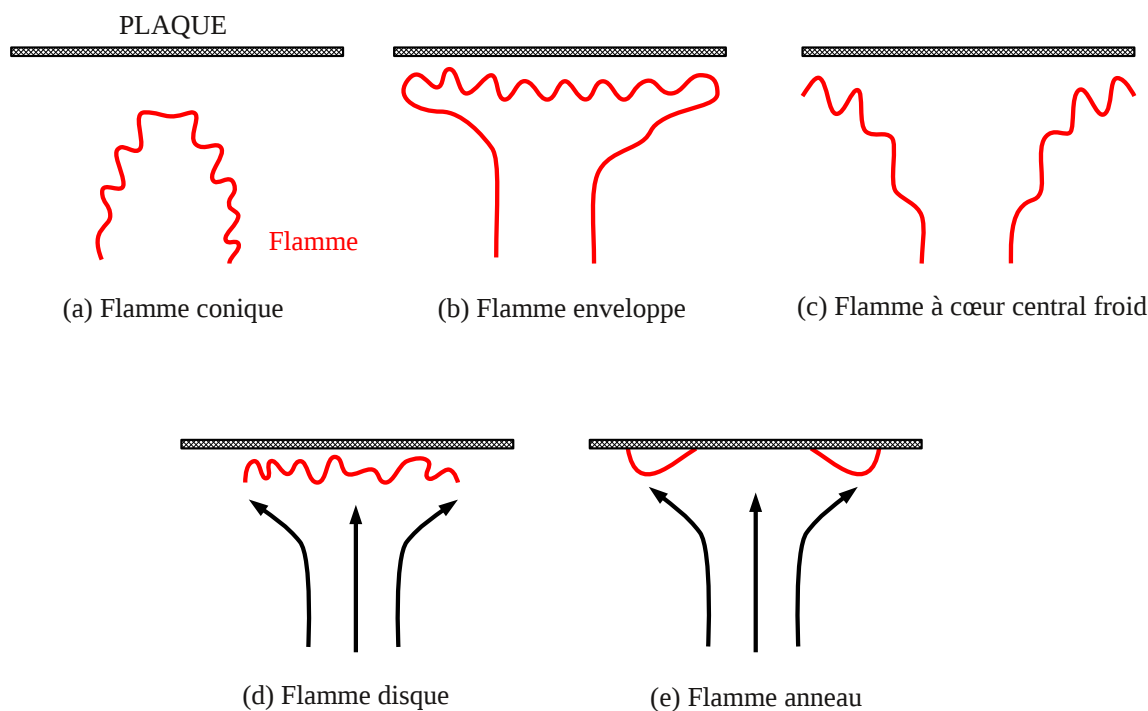


FIG. 2.4 – Types de flammes impactantes (adapté de Zhang & Bray [82])

similaire à la flamme disque mais à la fois inclinée et accrochée au brûleur.

Dans cette thèse, pour les mêmes paramètres d'écoulement, de richesse du mélange et de géométrie, la flamme observée expérimentalement est du type « enveloppe fermée » (b), alors que celle calculée par le code CEDRE est du type à « coeur central froid » (c). Les raisons d'une telle différence sont investiguées au chapitre 4.

#### 2.1.4.2 Mécanismes de transfert thermique

Baukal *et al.* [7] distinguent plusieurs mécanismes de transfert thermique lors de l'impact d'une flamme sur une paroi, le mécanisme dominant étant la convection forcée qui conduit à une élévation de la température dans la couche limite thermique. La convection naturelle n'est plus négligeable pour des flammes de basse vitesse.

En ce qui concerne la conduction, dans le cas des métaux qui possèdent généralement une conductivité thermique élevée, les forts gradients de température entre la surface et l'intérieur de l'échantillon peuvent mener à sa déformation (cf. §2.2).

Le rayonnement, quant à lui, est d'une part non visible, à cause des produits chauds ( $CO_2$  et  $H_2O$  dans l'infrarouge) en fin de zone de combustion. Dans le cas de l'impact, le transfert par radiation non-lumineuse n'est plus dominant, puisque 70 % du transfert de chaleur total est dû à la convection (cf. Viskanta [78]). Ainsi, l'influence de la radiation non-lumineuse de la flamme est généralement négligée (moins de 2 %, d'après Kilham & Purvis [45]). Elle est imputable à la faible émissivité d'une couche de gaz chauds de fine épaisseur, autrement dit par la faible opacité des flammes de laboratoire (cf. Van der Meer [77]). Cependant, à très haute température et dans le cas de flammes industrielles de grande échelle, le refroidissement des produits de

combustion par transfert radiatif ne doit plus être ignoré (cf. Viskanta & Mengüç [79]). D'autre part, le rayonnement visible est dû aux suies en fin de zone de combustion (couleur jaune) et aux radicaux libres ( $O$ ,  $H$  et  $OH$ ) dans le front de flamme (couleur bleue). Il existe également un rayonnement de surface (de la paroi impactée ou des surfaces environnantes dans le cas de fours), qui peut représenter une part non négligeable du flux thermique total.

Enfin, la recombinaison thermo-chimique (ou TCHR, pour *Thermo-Chemical Heat Release*) des radicaux libres en contact sur la paroi froide peut jouer un rôle important : à haute température, les produits de combustion (gaz dissociés chauds) diffusent à travers la couche limite de paroi vers la surface froide et réagissent de façon exothermique pour former de nouvelles espèces plus stables ( $CO_2$  et  $H_2O$ ). Ce processus provoque un échauffement tardif de l'écoulement, qui amplifie le transfert de chaleur.

Pour la configuration de flamme étudiée dans cette thèse, la part du flux radiatif (bilan du rayonnement de la flamme et de la surface de la plaque impactée) représente environ 10 % du flux convectif produit par le fluide réactif (cf. chapitre 4). Le rayonnement à l'interface flamme-paroi est donc négligé dans les calculs. De plus, l'hypothèse de paroi non catalytique est posée dans CEDRE, c'est à dire que le flux massique de chaque espèce est considéré comme nul à l'interface fluide-structure. Outre le fait que le niveau de température atteint est trop bas pour pouvoir prendre en compte la TCHR, cette dernière est de toute façon négligée dans ces travaux. Ainsi, les deux principaux mécanismes de transfert thermique retenus ici sont la convection due à la flamme et la conduction à travers la plaque métallique, dont la conductivité thermique est élevée.

### 2.1.5 Influence du matériau constituant la plaque

Pour la première fois, Zhao *et al.* [84] ont étudié expérimentalement l'influence de différents matériaux de plaque (cuivre et acier inoxydable) sur le transfert thermique au sein du système. C'est bien la conductivité thermique du matériau utilisé qui influence le plus le transfert de chaleur de la flamme vers la plaque. En effet, si la conductivité thermique  $\lambda$  est plus basse (cas de l'acier inoxydable par rapport au cuivre), la résistance thermique du matériau ( $R = L/\lambda$ , avec une longueur caractéristique  $L$ ) augmente et le flux thermique reçu par la plaque ( $q = \Delta T/R$ ) est significativement plus bas, plus particulièrement au niveau de la zone de stagnation.

De plus, lorsque le flux de chaleur transmis à la plaque par la flamme est moins important, la consommation de carburant est diminuée. La présence d'une plus grande quantité de gaz mélangés non brûlés (donc froids) ajoute encore à la diminution du flux de chaleur au niveau du point de stagnation.

### 2.1.6 De la théorie au modèle numérique

Sur le schéma en figure 2.5, Poinot & Veynante [65] montrent comment interagissent la flamme, la turbulence et la paroi. Chaque sous-couplage doit être considéré dans la modélisation du problème. En fait, comparée à la température des gaz brûlés, la température de paroi est relativement basse, ce qui empêche la réaction chimique de se produire. Ainsi, la flamme n'atteint pas la paroi mais s'éteint juste avant. Les forts gradients de température en proche paroi engendrent tout de même d'importants flux de chaleur. La turbulence change quant à elle d'échelle en proche paroi : le plissement et la courbure du front de flamme sont atténués. Enfin, la présence de la flamme modifie non seulement la turbulence mais aussi la densité et la viscosité en proche paroi (d'où l'utilisation de modèles de friction à la paroi et de modèles de transfert thermique adaptés aux écoulements réactifs).

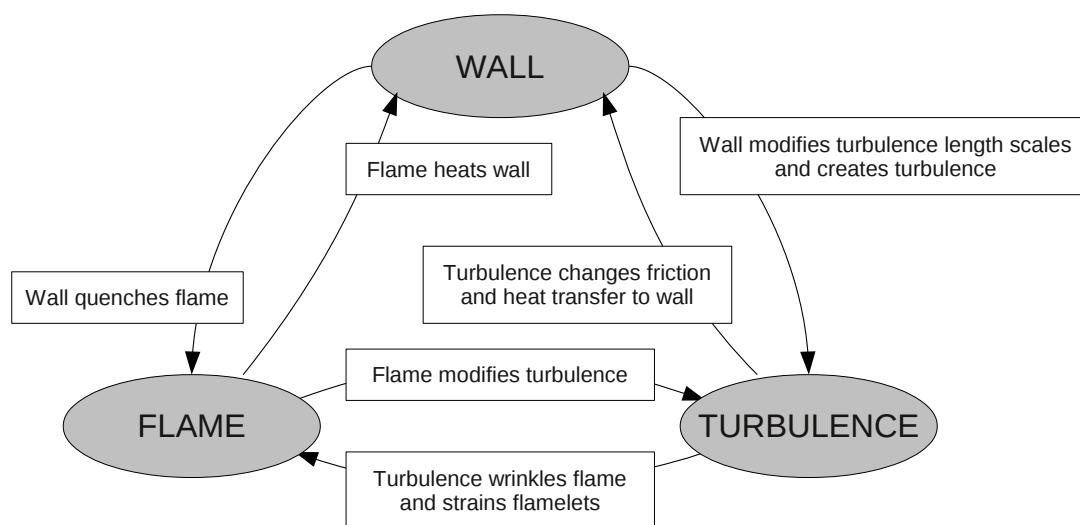


FIG. 2.5 – Interactions entre paroi, flamme et turbulence (adapté de Poinso & Veynante [65]).

En ce qui concerne plus particulièrement l'impact d'une flamme turbulente, Poinso & Veynante insistent sur le fait que les flux de chaleur sont contrôlés par l'alternance entre poches de gaz frais et poches de gaz brûlés (donc chauds) le long de la paroi. En effet, les gaz frais en contact avec la paroi génèrent de faibles flux de chaleur, contrairement aux gaz brûlés qui fournissent des flux plus importants. Le flux de chaleur maximum est produit lorsque le front de flamme entre en contact avec la paroi (cf. chapitre 4). Or, le modèle RANS sait calculer le flux moyen de paroi, mais il n'est pas capable de prédire le flux de paroi maximum.

### 2.1.7 Couplage thermique

Outre les couplages dits de convection-conduction (*Conjugate Heat Transfer*) existants, évoqués plus en détails au chapitre 3, Amaya [1] a plus spécialement développé un couplage convection-conduction-rayonnement pour l'étude thermique d'une chambre de combustion d'hélicoptère, en régime instationnaire. Dans ses travaux, l'utilisation de l'approche DNS est privilégiée côté fluide, car des champs radiatifs obtenus par couplage avec le modèle RANS (champs moyennés en temps) peuvent conduire à des valeurs incorrectes du flux radiatif à la paroi.

Dans le cadre de cette thèse, un algorithme de couplage « quasi-instationnaire », présenté au chapitre 3, est utilisé : l'écoulement est considéré comme une séquence d'états fluides stationnaires, résolus à l'aide du modèle RANS. Le rayonnement à l'interface flamme-paroi est négligé (cf. §2.1.4.2).

## 2.2 Mécanique : déformation de la plaque

En ce qui concerne l'aspect mécanique du problème de l'impact d'une flamme sur une plaque métallique, la bibliographie est riche dans le domaine de la construction navale. En effet, pour la production de plaques à surfaces courbées pour les coques de bateaux, seule la déformation finale est donnée et les conditions de charge doivent être déterminées (cf. Shin & Lee [73]). Le

procédé *line heating* consiste à chauffer une plaque métallique selon un réseau de lignes de chauffe prédéterminé, au moyen d'un chalumeau par exemple, afin d'appliquer un traitement thermique local pour que la plaque se plie (cf. Clausen [17]).

La déformation se produit alors à cause de l'expansion thermique du matériau et de sa plastification (cf. Jang *et al.* [43]). Le procédé *line heating* est un état transitoire thermique élasto-plastique tri-dimensionnel non-linéaire : les déformations résiduelles ne sont donc pas une fonction linéaire explicite des conditions de chauffe (cf. Shin & Lee [73]).

La déformation résultante d'une plaque chauffée localement dépend entre autres des paramètres variants de chauffe, tels que le taux et la vitesse de chauffe, la distance entre la flamme et la plaque, la pression de la flamme, la position des lignes de chauffe et du refroidissement. Mais elle dépend également des dimensions de la plaque (de l'épaisseur notamment) et des propriétés thermo-mécaniques du matériau en fonction de la température (cf. Shin & Lee [73]).

La simulation a priori du procédé thermique élasto-plastique (c'est-à-dire sans remplacer cette analyse par des résultats expérimentaux) associé aux non-linéarités du matériau et de la géométrie, en utilisant les méthodes numériques du type éléments finis ou éléments aux frontières, amène soit à des calculs précis mais coûteux en termes de temps et de stockage des résultats, soit à une solution peu précise obtenue plus rapidement (l'exactitude du résultat dépend de la prise en compte appropriée des régions en fusion). Jang *et al.* [43] proposent une méthode simplifiée d'analyse thermique élasto-plastique, avec l'utilisation d'un disque (axisymétrique) avec ressorts, pour représenter la région chauffée. La validation de cette méthode par l'expérience montre également que les déformations plastiques ont tendance à se concentrer dans la zone de hautes températures, alors qu'ailleurs, l'état du matériau reste élastique.

Le modèle éléments finis proposé par Clausen [17] prend quant à lui en compte la conduction et les pertes de chaleur par convection et radiation, en plus des propriétés thermo-mécaniques du matériau en fonction de la température et de la plasticité. La distribution de flux de chaleur généré par le chalumeau est classiquement modélisé par une gaussienne.

Dans cette thèse, la plaque est discrétisée par éléments finis (2D puis 3D), sur lesquels sont résolues les équations de la mécanique des structures d'une part et celle de la conduction dans le solide d'autre part (cf. chapitre 1). Au sein du couplage, le flux de chaleur imposé à la paroi provient directement du calcul fluide, alors que le rayonnement est négligé à l'interface flamme-paroi. La correspondance entre les régions de hautes températures et les zones de plastification du matériau est également observée dans le cadre de l'étude de la déformation des plaques d'INCONEL 600, menée aux chapitres 5 et 6. Ceci est dû à l'utilisation d'une loi de comportement élasto-visco-plastique pour le matériau (cf. §1.3.4), dont les paramètres dépendent de la température [70].

D'un point de vue expérimental, Tomita *et al.* [76] ont montré que le flux thermique, de même que la température, mesurés à l'intérieur de la flamme restent presque inchangés, même si la température augmente de façon significative dans la plaque. De plus, le coefficient local de transfert de chaleur à la paroi est dominé par l'énergie turbulente de l'écoulement. Les auteurs introduisent donc une nouvelle hypothèse pour le procédé *line heating* qui stipule que les distributions de température du gaz en proche paroi et du coefficient local de transfert de chaleur dépendent uniquement de la distance du chalumeau (ils sont indépendants du temps).

D'ailleurs, une telle hypothèse est courante en thermique, dans le cas d'un calcul couplant un fluide avec un solide. L'objectif est de modéliser l'influence de l'écoulement sur le matériau par une condition aux limites qui ne varie pas en fonction de l'évolution de la température

de paroi  $T_p$  au cours du temps (du moment que  $T_p$  n'est pas trop élevée). Ainsi, lorsque la convection est linéairement dépendante des gradients de température (ce qui n'est toutefois pas la règle générale), il est fréquent d'utiliser un coefficient d'échange thermique  $h$  associé à une température de référence  $T_0$  pour remplacer le fluide dans la résolution du système, qui se réduit alors à un unique calcul thermique au sein du solide.

Ce type de condition aux limites est utilisée à plusieurs reprises dans cette thèse, notamment pour les calculs thermiques découplés d'une plaque placée dans un écoulement laminaire et soumise à un flux thermique (chapitre 3) et pour le calcul couplé thermo-mécanique de l'impact d'un jet chaud 2D sur une plaque (chapitre 5). De façon plus générale, cette approximation sert ici à modéliser l'influence de la convection naturelle du fluide sur le solide.

## 2.3 Synthèse

Il existe donc des similitudes aérodynamiques et thermiques entre un jet chaud non réactif et une flamme (jet réactif), dans le cas de l'impact sur une plaque plane. La déformation du matériau métallique est pilotée par le flux thermique transmis à la paroi, principalement sous l'effet de la convection (le rayonnement peut donc être négligé). En effet, la chaleur reçue est diffusée à travers la plaque par conduction, engendrant la dilatation et la plastification du matériau, comme le prouve l'existence d'une déformation résiduelle après l'extinction de la flamme.

Ainsi, en se basant sur le principe des similitudes, le modèle du fluide réactif peut être simplifié par un cas de jet chaud équivalent. Il permet de s'affranchir de la résolution des équations de combustion, donc de réduire le temps de calcul fluide, tout en conservant un profil de flux de chaleur pariétal caractéristique de l'interaction flamme-paroi étudiée dans cette thèse. Cette approximation est utilisée pour mettre en place l'algorithme de couplage aéro-thermo-mécanique au chapitre 5.

## Chapitre 3

# Simulation du transitoire thermique à travers une plaque en convection forcée

L'état de l'art synthétisé au chapitre 2 a montré que la thermique domine l'interaction flamme-paroi. Ainsi, dans la démarche de la mise en place d'un algorithme de couplage aéro-thermo-mécanique entre les codes CEDRE et Z-set pour la simulation de ce phénomène, la première étape consiste à s'intéresser plus particulièrement au couplage aéro-thermique, en négligeant les effets mécaniques (pas de calcul de déformation).

En effet, afin de prédire par la suite la déformation de la plaque, il s'agit tout d'abord d'étudier plus en détails le transitoire thermique au sein du solide. Les cas d'étude retenus dans le cadre de cette thèse, représentatifs des problématiques du domaine de l'aérospatial, présentent une disparité des temps caractéristiques entre les milieux fluide et solide, qui doit être prise en compte dans la mise en place de l'algorithme de couplage aéro-thermique.

Dans ce chapitre, les résultats de calculs aéro-thermiques sont confrontés à des mesures expérimentales, dans le cas simple d'une plaque plane placée dans un écoulement d'air laminaire et soumise à deux échelons de flux thermique successifs. Pour la résolution de ce problème, l'emploi d'un couplage aéro-thermique, plutôt qu'un simple calcul de conduction dans le solide, est justifiée par la difficulté de modéliser correctement l'influence du fluide sur le solide découplé, notamment à travers la définition a priori du coefficient de convection  $h$ . Les performances de l'algorithme de couplage quasi-instationnaire fort sont évaluées.

### 3.1 Description de l'expérience

L'expérience, réalisée par le Laboratoire de Thermo-Mécanique (LTM) de l'Université de Reims Champagne Ardenne, est illustrée en figure 3.1. Elle consiste à étudier un cas de convection forcée sur une plaque plane soumise à un flux thermique variable en face arrière, le but étant de déterminer expérimentalement l'évolution de la température à la paroi en fonction du temps.

Les résultats de cette expérience avaient déjà permis de valider l'algorithme de couplage aéro-thermique quasi-instationnaire développé par Chemin [16] dans le cadre de sa thèse, soutenue en 2006, entre les codes MSD et Z-set. Cependant, à l'époque, des perturbations extérieures (un courant d'air dans la pièce) avaient conduit à modifier les conditions de mesure de manière trop importante, faussant ainsi les relevés de l'expérience. Une nouvelle campagne d'essais a donc été menée en juillet 2007. Ainsi, les résultats de calcul aéro-thermique, obtenus dans le cadre de cette étude, par le couplage entre les codes CEDRE et Z-set, sont confrontés aux données expérimentales les plus récentes.

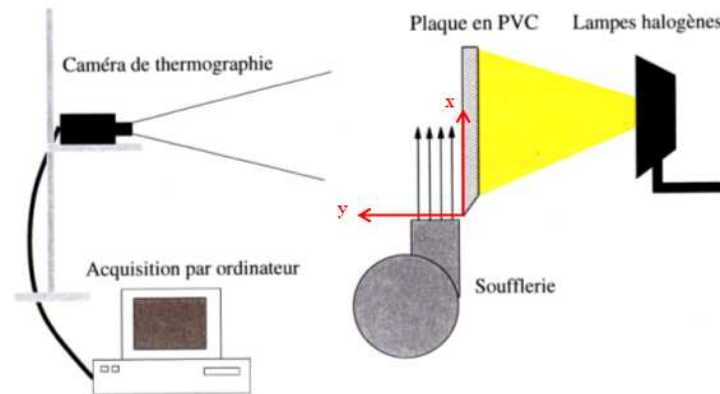


FIG. 3.1 – Dispositif expérimental de mesure en convection forcée (LTM Université de Reims Champagne-Ardenne).

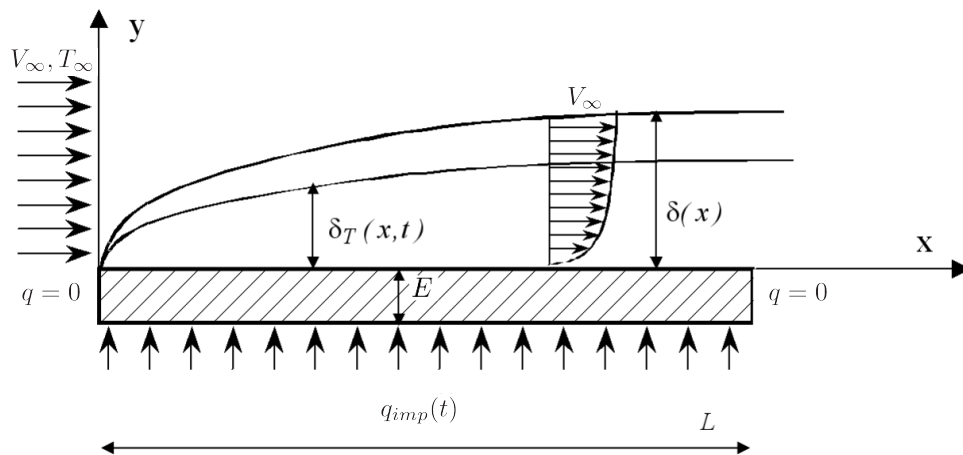


FIG. 3.2 – Données du problème, avec le développement des couches limites aérodynamique  $\delta(x)$  et thermique  $\delta_T(x, t)$  (LTM Université de Reims Champagne-Ardenne).

La caméra de thermographie infrarouge et la plaque sont fixes. La convection forcée est assurée par un système de soufflerie alors que des lampes halogènes délivrent un flux thermique  $q_{imp}(t)$  variable. La vitesse de l'air  $V_\infty$  ainsi que la puissance des lampes sont maintenues constantes à l'aide de variateurs de tension. Comme le montre la figure 3.2, un écoulement d'air de vitesse  $V_\infty = 5,6 \pm 0,7$  m/s est généré sur la face avant d'une plaque plane rectangulaire en PVC (choisie pour sa faible conductivité thermique) d'épaisseur  $E = 12$  mm et de longueur  $L = 35$  cm. Les caractéristiques thermophysiques de la plaque, fournies par le LTM de Reims, sont les suivantes :

- Conductivité thermique  $\lambda_s = 0,16$  W/m/K,
- Masse volumique  $\rho_s = 1200$  kg/m<sup>3</sup>,
- Chaleur spécifique à pression constante  $Cp_s = 1400$  J/kg/K.

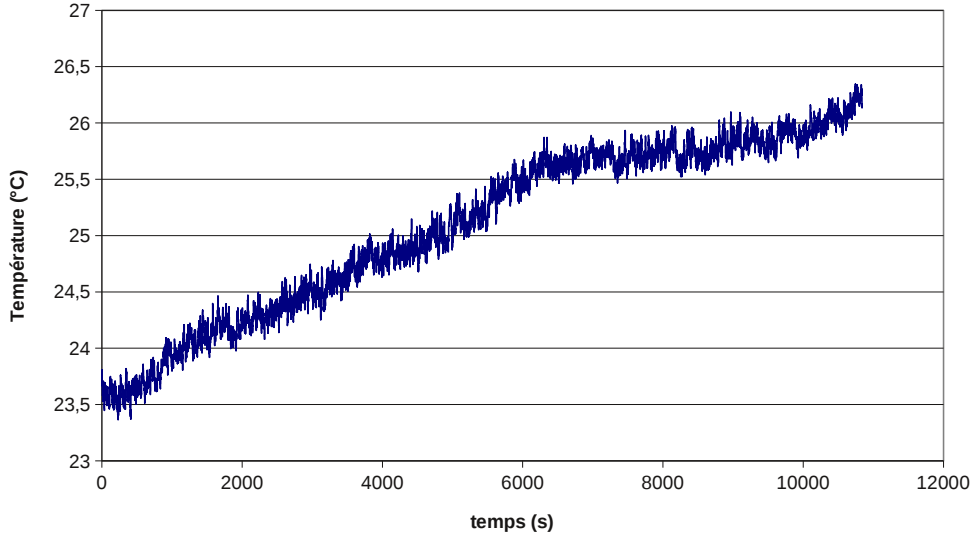


FIG. 3.3 – Evolution de la température ambiante (LTM Université de Reims Champagne-Ardenne).

Initialement (à  $t = 0$  s), la paroi est à la même température que l'air dont l'écoulement est établi (état isotherme) :  $T(x, y, 0) = T_\infty = 300$  K. La face arrière de la plaque est alors soumise à un premier échelon de flux thermique  $q_{imp}(t) = 140 \pm 10$  W/m<sup>2</sup>. Ce flux est maintenu jusqu'à  $t = 5400$  s où un second échelon  $q_{imp}(t) = 170 \pm 20$  W/m<sup>2</sup> est appliqué pour une durée identique au précédent. Les incertitudes de la mesure par la caméra infrarouge, incluant la dérive de la caméra, l'erreur sur l'émissivité et la résolution spatiale de la caméra, ont été estimées par le LTM de Reims à 0,2°C. Le montage expérimental est décrit plus en détails par Errera *et al.* [24].

L'évolution des températures a été relevée en cinq abscisses de la face avant de la plaque :  $x = 5, 11, 17, 20$  et  $23$  cm. Les résultats fournis par le LTM de Reims correspondent aux différences de température  $T - T_{amb}$  caractérisant l'échange entre l'air et la paroi, extraites toutes les 2 s en chacun de ces points. En effet, il est important de noter que l'expérience se déroulant dans une salle fermée, la température de l'air soufflé (correspondant à la température ambiante  $T_{amb}$ ) augmente légèrement avec le temps. Les mesures expérimentales ont donc été corrigées en tenant compte des variations de la température ambiante, pour pouvoir comparer ces résultats à ceux de la simulation numérique, pour laquelle  $T_{amb}$  est maintenue constante et égale à  $T_\infty$ . L'évolution de la température  $T_{amb}$ , mesurée tout au long de l'essai, est tracée en figure 3.3.

Les résultats numériques, obtenus par Chemin [16] grâce au couplage aéro-thermique entre les codes MSD et Z-set, sont comparés aux résultats expérimentaux en figure 3.4, où les préfixes des légendes « aire1 », « aire2 » et « aire3 » correspondent respectivement aux points d'abscisse  $x = 5, 11$  et  $17$  cm.

L'objectif de l'étude numérique qui suit est de retrouver des résultats de calcul aéro-thermique équivalents en utilisant le même algorithme de couplage quasi-instationnaire que Chemin, mais avec un solveur de mécanique des fluides différent, à savoir le code CEDRE. Dans le processus de mise en place du couplage aéro-thermo-mécanique, il est indispensable d'effectuer cette étape de



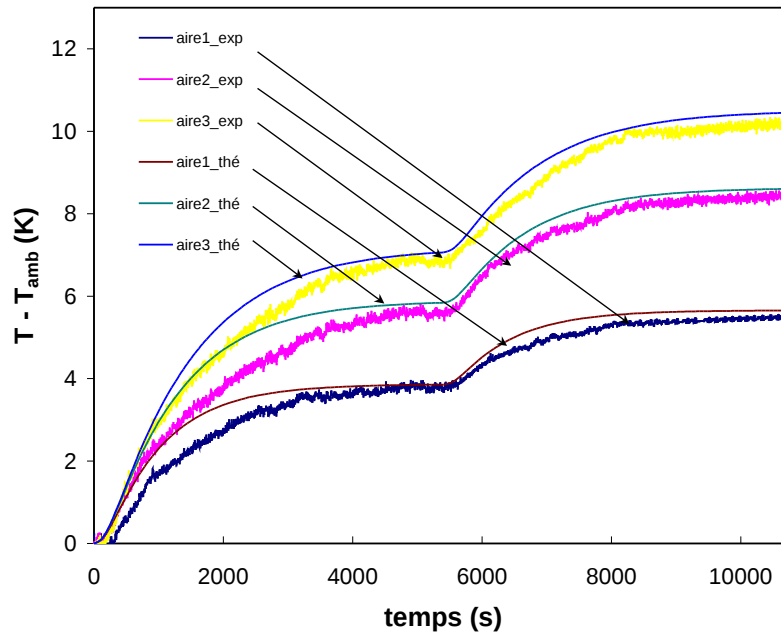


FIG. 3.4 – Evolutions des températures en trois abscisses (LTM Université de Reims Champagne-Ardenne).

validation de l'algorithme de couplage aéro-thermique, d'autant plus que cette interaction domine le problème multiphysique étudié aux chapitres suivants, à savoir l'interaction flamme-paroi.

## 3.2 Transitoire thermique dans le solide découplé

La configuration de la plaque placée dans un écoulement d'air laminaire et soumise à deux échelons de flux successifs est un cas d'étude académique. Dans un calcul découplé de conduction à travers le solide, l'influence du fluide est prise en compte à travers le coefficient de convection  $h$ , pour lequel différentes expressions sont disponibles dans la littérature.

Dans la démarche de justification de l'emploi d'un couplage aéro-thermique pour la résolution de ce problème, deux calculs découplés de conduction (analytique et numérique) sont menés à travers la plaque, afin de mettre en évidence les difficultés de modélisation de l'influence du fluide sur le solide, en régime transitoire.

### 3.2.1 Temps caractéristiques

Dans un premier temps, il est essentiel de déterminer les différents temps caractéristiques de diffusion et de convection au sein des milieux fluide et solide. Les caractéristiques thermophysiques prises pour l'air sont les suivantes [42] :

- Conductivité thermique  $\lambda_f = 23,6 \cdot 10^{-3}$  W/m/K,
- Masse volumique  $\rho_f = 1,1614$  kg/m<sup>3</sup>,
- Chaleur spécifique à pression constante  $Cp_f = 1007$  J/kg/K,
- Viscosité dynamique  $\mu_f = 184,6 \cdot 10^{-7}$  N.s/m<sup>2</sup>.

En ce qui concerne le fluide, le temps de convection dans la direction  $x$  est le suivant :

$$\tau_{f,x}^c = \frac{L}{V_\infty} = \frac{0,35}{5,6} = 0,0625 \text{ s} \quad (3.1)$$

Le nombre de Reynolds est égal à :

$$Re = \frac{\rho_f V_\infty L}{\mu_f} = \frac{1,1614 \cdot 5,6 \cdot 0,35}{184,6 \cdot 10^{-7}} = 1,23 \cdot 10^5 \quad (3.2)$$

Cette valeur est inférieure au niveau de transition laminaire-turbulent (de  $2 \cdot 10^6$  à  $3 \cdot 10^6$ ), l'écoulement d'air est donc bien laminaire le long de la plaque.

La dimension de la zone de proche paroi  $\delta$  est telle que :

$$\delta \approx \frac{L}{\sqrt{Re}} \quad (3.3)$$

Le temps de diffusion dans le fluide selon  $y$  est donc le suivant :

$$\tau_{f,y}^d = \frac{\rho_f C p_f \delta^2}{\lambda_f} = \frac{\rho_f C p_f \left(\frac{L}{\sqrt{Re}}\right)^2}{\lambda_f} = \frac{1,1614 \cdot 1007 \left(\frac{0,35^2}{123312}\right)}{26,3 \cdot 10^{-3}} = 0,0442 \text{ s} \quad (3.4)$$

En ce qui concerne le solide, les temps de diffusion dans la direction  $x$  et dans la direction  $y$  sont respectivement les suivants :

$$\tau_{s,x}^d = \frac{\rho_s C p_s L_s^2}{\lambda_s} = \frac{1200 \cdot 1400 \cdot 0,35^2}{0,16} = 1286250 \text{ s} = 286 \cdot Re \cdot \tau_{f,y}^d \quad (3.5)$$

$$\tau_{s,y}^d = \frac{\rho_s C p_s E^2}{\lambda_s} = \frac{1200 \cdot 1400 \cdot 0,012^2}{0,16} = 1512 \text{ s} \quad (3.6)$$

La différence entre les échelles de temps fluide ( $\tau_{f,y}^d$ ) et solide ( $\tau_{s,x}^d$ ) est non négligeable. Cela signifie que le transitoire thermique dans le solide évolue plus lentement au sein du système aéro-thermique. L'hypothèse d'une évolution stationnaire du fluide vis-à-vis de celle du solide peut donc être posée. Ainsi, l'utilisation ultérieure d'un algorithme de couplage quasi-instationnaire plutôt que transitoire-transitoire pour résoudre ce problème est justifiée.

Le temps  $\tau_{s,y}^d$  correspond à l'instant où l'onde thermique, initiée à  $t = 0$  s sur la surface arrière de la plaque, atteint la face avant en contact avec le fluide après s'être propagée à travers le solide. C'est à partir de ce moment-là que commence à se développer la couche limite thermique d'épaisseur  $\delta_T(x, t)$  dans le fluide. Une fois le régime permanent établi, le flux aura la même valeur sur les deux faces de la plaque. La dissipation visqueuse étant supposée négligeable, l'écoulement dynamique est considéré comme évoluant en régime stationnaire, entraînant la formation d'une couche limite dont l'épaisseur locale  $\delta(x)$  est indépendante du développement de la couche limite thermique dans le fluide.

### 3.2.2 Conditions aux limites

Dans la modélisation 2D du problème thermique au sein du solide, dont les données sont rassemblées en figure 3.2, la température de l'ensemble des éléments constituant la plaque est uniformément initialisée à 300 K :

$$T(x, y, 0) = T_\infty \quad (3.7)$$

De plus, les résultats expérimentaux montrent que la température en surface de plaque ne varie que d'une dizaine de degrés. Ainsi les caractéristiques du matériau (conductivité isotropique  $\lambda_s$  et capacité  $\rho_s C p_s$ ) peuvent être considérées comme constantes tout au long du calcul.

En supposant que la plaque est isolée thermiquement à ses extrémités, une première condition aux limites de flux nul (adiabatique) est imposée sur les faces perpendiculaires à la direction de l'écoulement (soit en  $x = 0$  et  $L$ ) :

$$-\lambda_s \frac{\partial T(0, y, t)}{\partial x} = -\lambda_s \frac{\partial T(L, y, t)}{\partial x} = 0 \quad (3.8)$$

L'application d'un flux constant sur la face arrière de la plaque (en  $y = -E$ ) est définie par une deuxième condition aux limites :

$$-\lambda_s \frac{\partial T(x, -E, t)}{\partial y} = q_{imp}(t) \quad (3.9)$$

Enfin, pour modéliser l'influence de la convection de l'air à l'avant de la plaque (en  $y = 0$ ), une troisième condition aux limites est utilisée. Elle est du type :

$$-\lambda_s \frac{\partial T(x, 0, t)}{\partial y} = h(x) \cdot [T(x, 0, t) - T_\infty] \quad (3.10)$$

Toute la difficulté de la mise en données réside ici dans le choix de la meilleure approximation du coefficient de convection  $h(x)$  a priori. Il s'exprime localement de la manière suivante :

$$h(x) = \frac{\lambda_f}{x} Nu_x \quad (3.11)$$

Le nombre de Nusselt local  $Nu_x$  pour une plaque plane placée dans un écoulement laminaire et soumise à un flux de chaleur uniforme (cf. Incropera *et al.* [42]) est donné par :

$$Nu_x = 0,453 \cdot (Re_x)^{\frac{1}{2}} \cdot (Pr)^{\frac{1}{3}} \quad (3.12)$$

Le nombre de Reynolds local  $Re_x$  et le nombre de Prandtl  $Pr$  sont définis comme :

$$Re_x = \frac{\rho_f V_\infty x}{\mu_f} \quad (3.13)$$

$$Pr = \frac{C p_f \mu_f}{\lambda_f} \quad (3.14)$$

La forme locale du nombre de Nusselt  $Nu_x$  de l'équation 3.12 n'est applicable que pour des nombres de Prandtl  $Pr \geq 0,6$ . C'est le cas ici, puisque  $Pr = 0,788$ .

Le coefficient  $h$  n'est pas constant sur toute la longueur de la plaque. Sa valeur dépend de l'abscisse  $x$  à la paroi. Pour une valeur normale de la vitesse de l'écoulement ( $V_\infty = 5,6$  m/s) :

$$h(x) = \frac{\lambda_f}{x} \cdot 0,453 \cdot \left( \frac{\rho_f V_\infty x}{\mu_f} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left( \frac{C p_f \mu_f}{\lambda_f} \right)^{\frac{1}{3}} = \frac{5,860}{\sqrt{x}} \quad (3.15)$$

Cette expression du coefficient de convection permet de prendre en compte l'influence du fluide sur le solide découplé. Elle sera déclarée dans le code de thermique du solide, en tant que condition aux limites sur la face avant de la plaque (cf. §3.2.4).

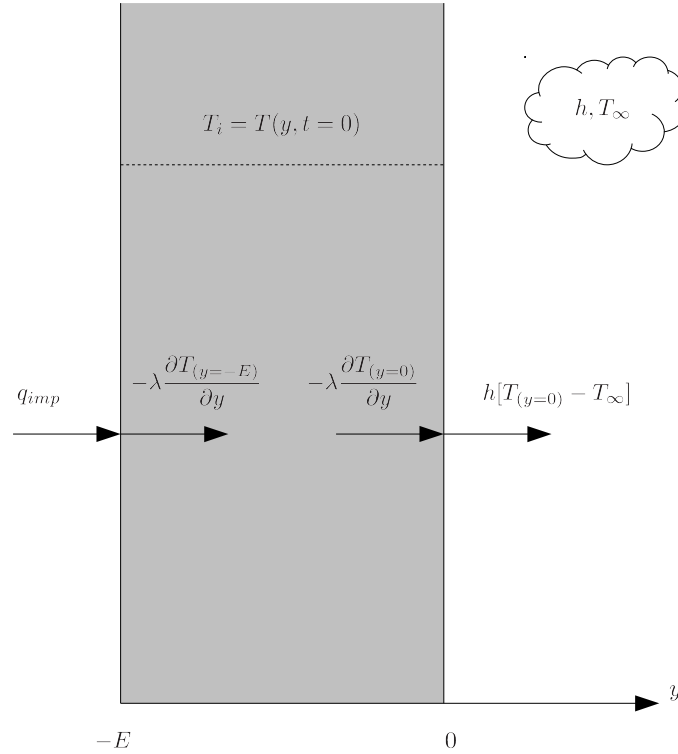


FIG. 3.5 – Modèle thermique unidirectionnel d’une plaque soumise à un flux constant et à la convection avec un fluide.

### 3.2.3 Calcul analytique par la méthode des quadripôles thermiques

Dans la démarche de recherche d’une solution analytique du transitoire thermique, la non-uniformité du coefficient d’échange  $h(x)$  le long de la surface de la plaque en contact avec l’écoulement d’air laminaire induit des composantes normale et tangentielle de la densité de flux à travers la plaque. En supposant que la solution en température recherchée est éloignée du bord d’attaque de la plaque et que le matériau est assez isolant (pour rappel,  $\lambda_s = 0,16$  W/m/K) pour pouvoir négliger la composante tangentielle du flux, un modèle local de dimension 1D peut être utilisé. Il est schématisé en figure 3.5. Dans le cas d’un transfert de chaleur unidirectionnel dans la plaque d’épaisseur  $E$ , l’équation de la chaleur à résoudre est la suivante :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.16)$$

La diffusivité thermique  $a$  (en  $\text{m}^2/\text{s}$ ) caractérise la vitesse de propagation d’un flux de chaleur à travers un matériau :

$$a = \frac{\lambda_s}{\rho_s C p_s} \quad (3.17)$$

La température initiale  $T_i$  du problème correspond à la température  $T_\infty$  du milieu ambiant :

$$T_i = T_\infty = 300 \text{ K} \quad (3.18)$$

Les conditions aux limites sont celles énoncées précédemment par les équations 3.9 et 3.10 :

$$-\lambda_s \frac{\partial T}{\partial y} = q_{imp}(t) \quad \text{en } y = -E \quad (3.19)$$

$$-\lambda_s \frac{\partial T}{\partial y} = h \cdot (T - T_\infty) \quad \text{en } y = 0 \quad (3.20)$$

La solution de l'équation de la chaleur 3.16 fait apparaître un produit de convolution :

$$T(t) = T_\infty + \int_0^t q(t')Z(t-t')dt' \quad (3.21)$$

Avec l'impédance temporelle  $Z$  du circuit thermique. Pour résoudre ce système complexe, la méthode des quadripôles thermiques est utilisée (cf. Jannot [44]), en notant :

- $\bar{Z}(\varrho)$  la transformée de Laplace de l'impédance  $Z(t)$
- $\Theta(y, \varrho)$  la transformée de Laplace de la température  $T(y, t)$ .
- $\Phi(y, \varrho)$  la transformée de Laplace du flux de chaleur  $q(y, t)$ .

En posant :

$$\Theta = T - T_\infty \quad (3.22)$$

La transformée de Laplace de cette différence de température est définie comme :

$$\Theta(y, \varrho) = \int_0^\infty \Theta(y, t) \exp(-\varrho t) dt \quad (3.23)$$

En appliquant la transformée de Laplace à l'équation de la chaleur 3.16, celle-ci devient :

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2} = \frac{\varrho}{a} \Theta \quad (3.24)$$

L'équation 3.24 admet une solution de la forme :

$$\Theta(y, \varrho) = k_1(\varrho) \cosh\left(\sqrt{\frac{\varrho}{a}}y\right) + k_2(\varrho) \sinh\left(\sqrt{\frac{\varrho}{a}}y\right) \quad (3.25)$$

Pour rappel, la théorie de la conduction repose sur l'hypothèse de Fourier, qui stipule que la densité de flux thermique est proportionnelle au gradient de température. La transformée de Laplace de la densité de flux en un point quelconque de la plaque s'écrit donc :

$$\Phi(y, \varrho) = -\lambda_s \frac{d\Theta}{dy}(y, \varrho) \quad (3.26)$$

Le flux peut donc s'exprimer en fonction de  $k_1(\varrho)$  et  $k_2(\varrho)$  :

$$\Phi(y, \varrho) = -\lambda_s k_1 \sqrt{\frac{\varrho}{a}} \sinh\left(\sqrt{\frac{\varrho}{a}}y\right) - \lambda_s k_2(\varrho) \sqrt{\frac{\varrho}{a}} \cosh\left(\sqrt{\frac{\varrho}{a}}y\right) \quad (3.27)$$

La température 3.25 et le flux 3.27 sont écrits en  $y = -E$  et  $y = 0$  :

$$\Theta(-E, \varrho) = k_1 \cosh\left(\sqrt{\frac{\varrho}{a}}E\right) - k_2 \sinh\left(\sqrt{\frac{\varrho}{a}}E\right) \quad (3.28)$$

$$\Phi(-E, \varrho) = \lambda_s k_1 \sqrt{\frac{\varrho}{a}} \sinh\left(\sqrt{\frac{\varrho}{a}}E\right) - \lambda_s k_2 \sqrt{\frac{\varrho}{a}} \cosh\left(\sqrt{\frac{\varrho}{a}}E\right) \quad (3.29)$$

$$\Theta(0, \varrho) = k_1 \quad (3.30)$$

$$\Phi(0, \varrho) = -\lambda_s k_2 \sqrt{\frac{\varrho}{a}} \quad (3.31)$$

Les variables  $k_1$  et  $k_2$  peuvent s'éliminer et la température  $\Theta$  et le flux  $\Phi$  en  $y = -E$  peuvent s'exprimer en fonction de ceux en  $y = 0$  :

$$\begin{bmatrix} \Theta(-E, \varrho) \\ \Phi(-E, \varrho) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Theta(0, \varrho) \\ \Phi(0, \varrho) \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

Avec les composantes de la matrice quadripolaire :

$$A = \cosh \left( \sqrt{\frac{\varrho}{a}} E \right) \quad (3.33)$$

$$B = \frac{1}{\lambda_s \sqrt{\frac{\varrho}{a}}} \sinh \left( \sqrt{\frac{\varrho}{a}} E \right) \quad (3.34)$$

$$C = \lambda_s \sqrt{\frac{\varrho}{a}} \sinh \left( \sqrt{\frac{\varrho}{a}} E \right) \quad (3.35)$$

$$D = \cosh \left( \sqrt{\frac{\varrho}{a}} E \right) \quad (3.36)$$

Les conditions aux limites 3.19 et 3.20 sont également écrites dans l'espace de Laplace :

$$-\lambda_s \frac{\partial \Theta}{\partial y} = \bar{q}_{imp}(\varrho) \quad \text{en } y = -E \quad (3.37)$$

$$-\lambda_s \frac{\partial \Theta}{\partial y} = h\Theta \quad \text{en } y = 0 \quad (3.38)$$

En incorporant les conditions aux limites transformées 3.37 et 3.38 dans le système 3.32, celui-ci devient :

$$\begin{bmatrix} \Theta(-E, \varrho) \\ \bar{q}_{imp}(\varrho) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ h & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Theta(0, \varrho) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + hB & B \\ C + hD & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Theta(0, \varrho) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

La deuxième équation du système 3.39 donne :

$$\Theta(0, \varrho) = \frac{1}{C + hD} \bar{q}_{imp}(\varrho) = \bar{Z}(\varrho) \bar{q}_{imp}(\varrho) \quad (3.40)$$

La transformée de Laplace  $\bar{Z}(\varrho)$  de l'impédance est donc définie comme :

$$\bar{Z}(\varrho) = \left[ \lambda_s \sqrt{\frac{\varrho}{a}} \sinh \left( \sqrt{\frac{\varrho}{a}} E \right) + h \cosh \left( \sqrt{\frac{\varrho}{a}} E \right) \right]^{-1} \quad (3.41)$$

La forme analytique de  $q(t)$  étant connue, la réponse en température aux deux échelons de flux successifs  $q_1$  et  $q_2$ , pour lesquels la transition s'effectue à l'instant  $t = t_{1 \rightarrow 2} = 5400$  s, s'écrit :

$$T(t) = T_\infty + q_1 \dot{Z}(t) + q_2 \dot{Z}(t - t_{1 \rightarrow 2}) \quad \text{avec } \bar{Z}(\varrho) = \frac{1}{\varrho} \bar{Z}(\varrho) = \frac{1}{\varrho} \frac{1}{C + hD} \quad (3.42)$$

La valeur originale de  $\dot{Z}(t)$  est obtenue en inversant  $\bar{Z}(\varrho)$  grâce à l'algorithme de Stehfest. La transformée inverse  $f(t)$  d'une fonction  $F(\varrho)$  est calculée par :

$$f(t) = \frac{\ln 2}{t} \sum_{j=1}^N V_j F \left( \frac{j \ln 2}{t} \right) \quad (3.43)$$

Les coefficients  $V_j$  sont définis de la manière suivante :

$$V_j = (-1)^{j+\frac{N}{2}} \sum_{k=\frac{k+1}{2}}^{\max(k, \frac{N}{2})} \frac{k^{\frac{N}{2}} (2k)!}{(2k-j)!(k-1)!(k)!(j-k)! (\frac{N}{2}-k)!} \quad (3.44)$$

Le calcul est mené avec 10 coefficients ( $N = 10$ ). Les valeurs des  $V_j$  utilisés sont consignées ci-dessous, dans le tableau 3.1.

$$\begin{array}{cccccc} V_1 = 0,0833333 & V_2 = -32,0833333 & V_3 = 1279 & V_4 = -15623,667 & V_5 = 84244,167 \\ V_6 = -236957,5 & V_7 = 375911,67 & V_8 = -340071,67 & V_9 = 164062,5 & V_{10} = -32812,5 \end{array}$$

TAB. 3.1 – Coefficients  $V_j$  pour  $N = 10$  de l'algorithme d'inversion numérique de Stehfest.

Compte tenu de la dépendance spatiale du coefficient  $h$  dans le cas de la plaque placée dans un écoulement laminaire, les calculs de  $\dot{Z}(t)$  puis de  $T(t)$  sont effectués pour plusieurs abscisses  $x$ . L'estimation de  $h(x)$  aux points d'intérêt est obtenue de la corrélation 3.15. Les valeurs utilisées sont présentées dans le tableau 3.2.

	$x = 5$ cm	$x = 11$ cm	$x = 17$ cm	$x = 20$ cm	$x = 23$ cm
$h$ (W/m <sup>2</sup> /K)	26,2	17,7	14,2	13,1	12,2

TAB. 3.2 – Valeurs du coefficient d'échange  $h(x)$  en plusieurs points de l'avant de la plaque.

Les évolutions de  $\dot{Z}(t)$  obtenue par transformée inverse et de la température  $T(t)$  sont présentées en figure 3.6. La comparaison de ces résultats avec les données expérimentales est illustrée en figure 3.9 et sera commentée en fin de section.

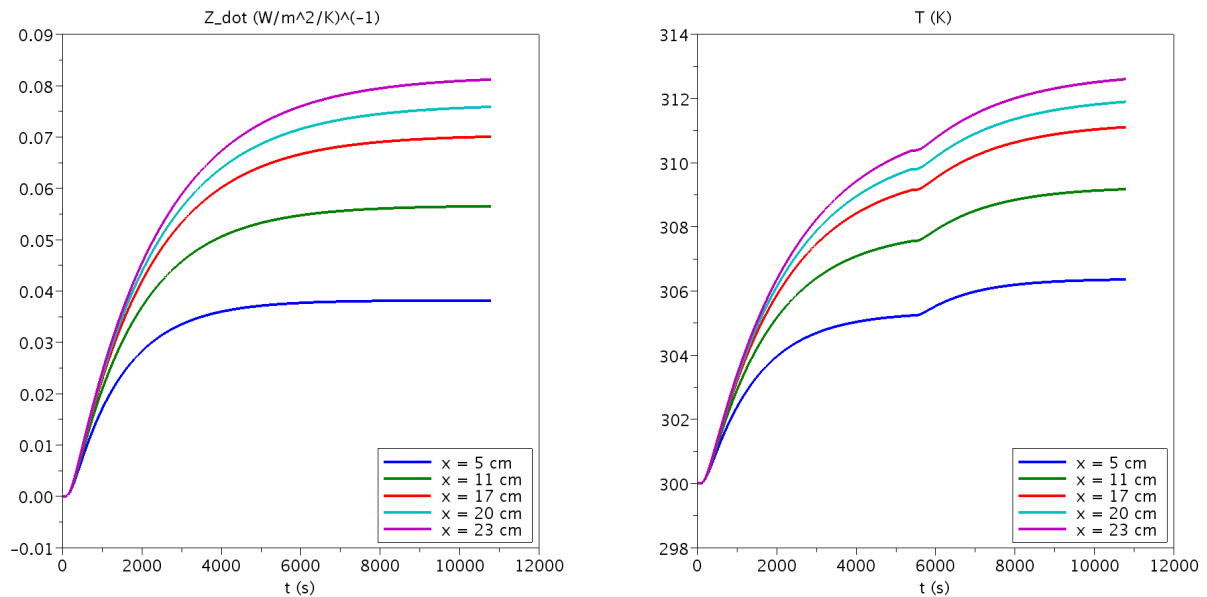


FIG. 3.6 – Evolutions de  $\dot{Z}(t)$  (à gauche) et de  $T(t)$  (à droite) pour différentes abscisses  $x$  le long de la plaque.

### 3.2.4 Calcul numérique découplé de conduction dans le solide

Le code Z-set effectue un calcul de conduction thermique en régime transitoire, en résolvant l'équation de la chaleur en 2D :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - \left( \frac{\rho_s C p_s}{\lambda_s} \right) \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (3.45)$$

Le flux de chaleur  $\vec{q}$  est défini par la loi de Fourier :

$$\vec{q} = -\lambda_s \vec{\nabla} T \quad (3.46)$$

Les conditions aux limites sur les faces arrière et latérales de la plaque sont celles énoncées par les équations 3.8 à 3.10. Pour rappel, à l'interface fluide-structure :

$$-\lambda_s \frac{\partial T}{\partial y} = h(x)(T - T_\infty) \quad (3.47)$$

Avec le coefficient d'échange thermique  $h(x)$  défini par la corrélation 3.15 et une température caractéristique  $T_\infty$  du fluide ( $T_\infty = 300$  K).

En ce qui concerne le choix de discrétisation spatiale pour la résolution numérique du problème transitoire thermique par le code Z-set, un maillage libre constitué de triangles linéaires et un maillage réglé possédant des éléments rectangulaires linéaires aux dimensions équivalentes fournissent des résultats similaires, comme le montre la figure 3.7, sur laquelle sont tracés les profils de températures le long de la plaque. Dans le cadre de cette thèse, seuls des maillages réglés sont utilisés pour la résolution du transitoire thermique dans le solide. Pour la suite de l'étude de convergence, plusieurs maillages de ce type ont été testés : plus ou moins raffinés, avec une progression variable de la taille de maille dans l'épaisseur de la plaque. Sur la base d'un compromis entre coût de calcul et précision du résultat, un maillage structuré régulier d'éléments rectangulaires (maillage réglé) de taille de l'ordre de 2,5 mm est conservé.

En supposant que la longueur caractéristique corresponde à la taille de maille du modèle de la plaque, le temps caractéristique de diffusion devient :

$$\tau_{s,\Delta y}^d = \frac{\rho_s C p_s (\Delta y)^2}{\lambda_s} = \frac{1200 \cdot 1400 \cdot 0,0025^2}{0,16} = 66 \text{ s} \quad (3.48)$$

C'est une première estimation du pas de temps thermique à tester dans le cadre de l'étude de convergence pour déterminer son optimum. Des simulations sont menées avec 1, 10, 100, 180 et 1080 incréments (ou pas de temps). Si le nombre d'incrémentes est trop petit (10 incréments par exemple, qui correspondent à un pas de temps de 1080 s, de l'ordre du temps caractéristique de diffusion à travers l'épaisseur entière de la plaque), le phénomène de conduction thermique est « lissé » (la pente de la montée en régime est adoucie). Au contraire, plus le nombre d'incrémentes est important, plus la forme du profil de température ressemble à celle obtenue par l'expérience. Comme le montre la figure 3.8, 100 incréments suffisent à obtenir une évolution précise des températures, mais le nombre légèrement supérieur de 180 pas de temps (correspondant au temps caractéristique de diffusion à l'échelle d'un élément) est retenu pour la suite des calculs.

De plus, à chaque calcul, un point de rebroussement est présent aux alentours de l'abscisse  $x = 0$  cm. Ceci est dû à la définition du coefficient de convection  $h(x)$  appliqué, dont la valeur tend vers l'infini lorsque l'abscisse tend vers zéro. Ainsi, les températures se retrouvent surestimées en tout début de plaque. Cette discontinuité est également visible sur la figure 3.7.



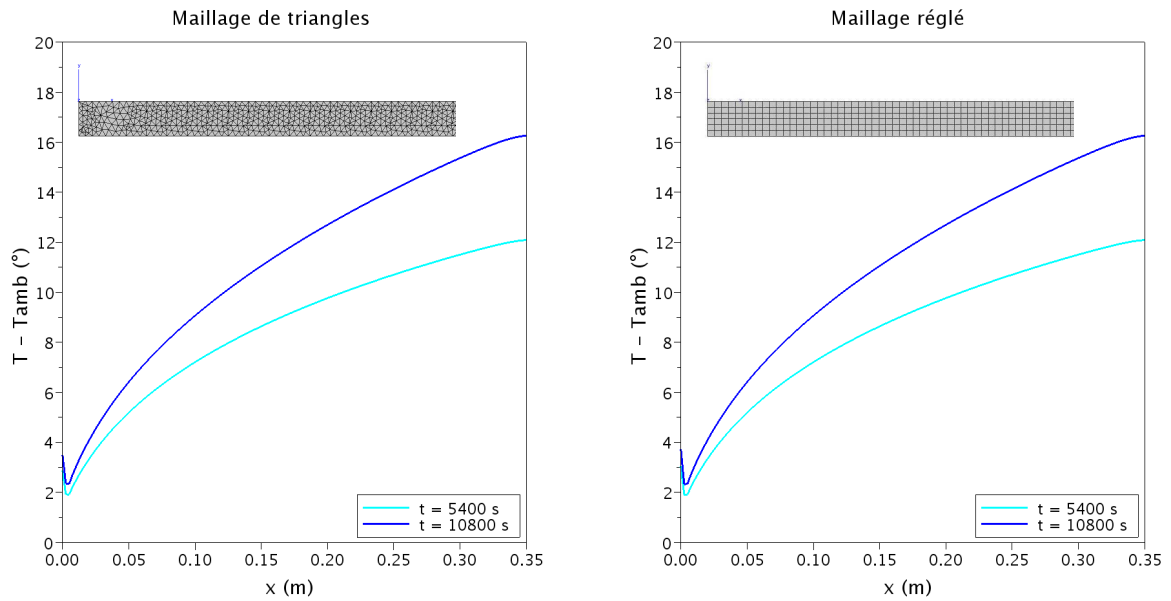


FIG. 3.7 – Profils de température à l’avant de la plaque, obtenus par calcul de conduction avec un maillage linéaire constitué de triangles (à gauche) et un maillage linéaire réglé (à droite).

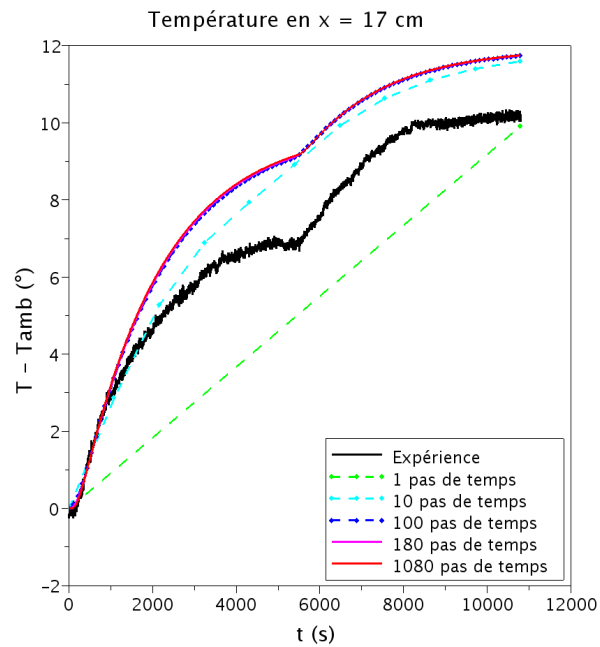


FIG. 3.8 – Evolutions de la température au point d’abscisse  $x = 17$  cm, obtenues par calcul de conduction, pour différents pas de temps.

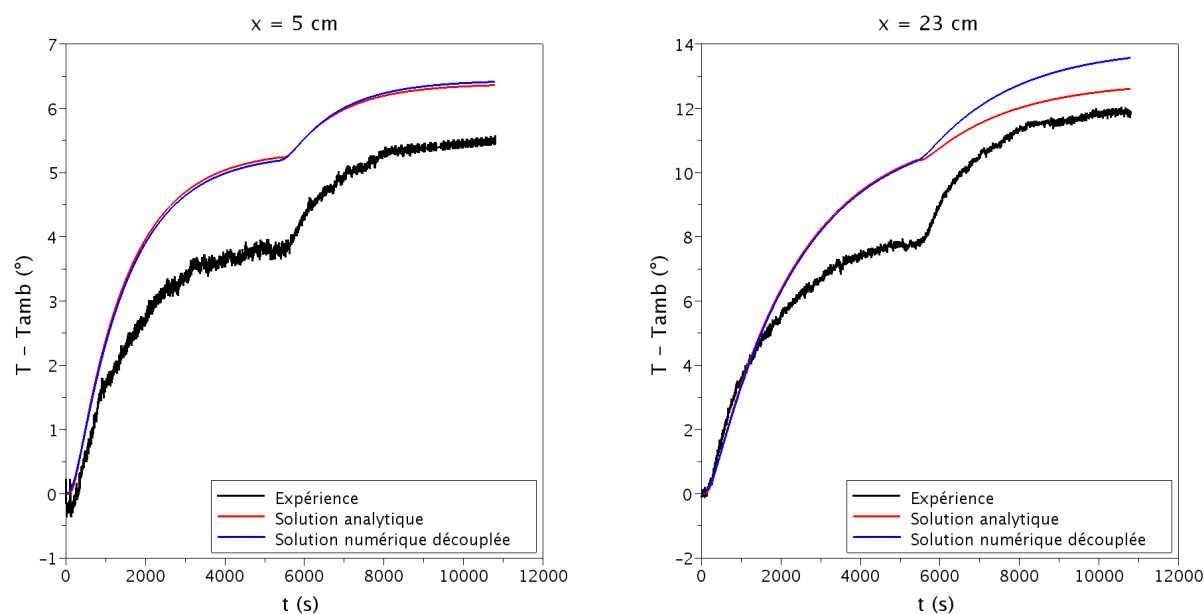


FIG. 3.9 – Comparaison avec les mesures expérimentales des évolutions des températures obtenues par la méthode des quadripôles thermiques et par le calcul découplé de conduction dans le solide, en deux points de la surface avant de la plaque.

### 3.2.5 Comparaison des résultats analytique et numérique avec l'expérience

Comme le montrent les évolutions des températures tracées en figure 3.9, les résultats obtenus analytiquement et numériquement pour le point le plus en amont ( $x = 5$  cm) sont équivalents, avec une erreur relative sur la variation de température inférieure à 1 % tout au long du calcul. Pour le point le plus en aval ( $x = 23$  cm), il en va de même au cours de la première phase de l'expérience. Après l'application du second échelon de flux, la température semble surestimée par le code Z-set, alors que la méthode des quadripôles thermiques permet de revenir vers la valeur finale de la température relevée expérimentalement. L'erreur entre les deux solutions calculées est alors d'environ 8 %. Elle peut s'expliquer par l'utilisation d'un modèle unidirectionnel pour le calcul de la solution analytique, qui revient à négliger le transfert conjugué au sein de la plaque.

Quelle que soit la méthode de calcul, l'erreur relative par rapport aux données expérimentales reste importante au cours de la première phase de l'expérience, puisqu'elle est comprise entre 32 et 44 % en milieu de simulation. Plus l'abscisse du point d'intérêt est éloignée de l'origine de l'écoulement, plus cet écart se réduit. Ceci est encore plus vrai pour la solution analytique qui présente une erreur d'environ 6 % par rapport à la mesure en fin d'expérience, alors que la solution numérique atteint une erreur de 14 % en fin de calcul.

La solution analytique obtenue par la méthode des quadripôles thermiques, de même que la solution numérique découplée calculée par le code Z-set, prennent toutes deux en compte l'influence du fluide sur la plaque par l'intermédiaire du coefficient de convection  $h(x)$ , dont l'expression est fournie par la corrélation de l'équation 3.15 pour un état stationnaire fluide. Dans les deux cas, il n'est pas certain qu'une définition plus précise de  $h(x)$  permette de retrouver les résultats de l'expérience. La mise en place d'un calcul couplé aéro-thermique s'avère donc nécessaire pour résoudre le problème de la plaque en convection forcée.

### 3.3 Couplage aéro-thermique

Les calculs découplés (analytique et numérique) de conduction dans la plaque ont montré les limites de la modélisation de l'influence du fluide sur le solide, à travers les difficultés pour définir a priori une expression du coefficient d'échange  $h(x)$  adaptée. Au sein du couplage aéro-thermique, l'influence du fluide sur le solide est prise en compte par l'intermédiaire d'un calcul Navier-Stokes. De plus, l'étude des temps caractéristiques du système aéro-thermique justifie l'emploi d'un algorithme simplifié de couplage quasi-instationnaire pour résoudre le transitoire thermique de la plaque placée dans un écoulement laminaire et soumise à un flux thermique.

Plusieurs configurations de couplage, en terme de stratégie (couplage faible et fort) et de fréquence des échanges, vont être comparées dans le but de déterminer un optimum. Les résultats des calculs aéro-thermiques sont également confrontés aux données expérimentales.

#### 3.3.1 Modélisation du problème fluide

Le modèle thermophysique utilisé pour l'air est celui présent par défaut dans la base de données du code CEDRE. Deux calculs ont été menés, d'une part avec un modèle d'écoulement laminaire, et d'autre part avec un modèle de turbulence  $k-L$  : la correspondance des résultats confirme le fait que l'écoulement n'a pas transitionné entre les deux régimes, le long de la plaque. Aucun scalaire de turbulence n'est donc défini. Pour rappel, les équations de Navier-Stokes pour un fluide mono-espèce sont les suivantes :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}) \quad (3.49)$$

$$\frac{\partial \rho \vec{V}}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V} \cdot \vec{V} + p \mathbf{I} - \underline{\tau}) + \rho \vec{g} \quad (3.50)$$

$$\frac{\partial \rho e_t}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot (\rho e_t \vec{V} + p \vec{V} - \underline{\tau} \cdot \vec{V} + \vec{q}) + \rho \vec{g} \cdot \vec{V} \quad (3.51)$$

Le flux de chaleur  $\vec{q}$  est défini par la loi de Fourier :

$$\vec{q} = -\lambda_f \vec{\nabla} T \quad (3.52)$$

##### 3.3.1.1 Conditions aux limites

Le calcul couplé est démarré en utilisant les résultats d'un calcul découplé effectué au préalable, donc pré-convergé (l'écoulement est établi). Les conditions aux limites imposées aux frontières du domaine fluide sont les suivantes :

- un débit d'entrée subsonique  $\rho V$  à température ambiante, correspondant à la vitesse de  $5,6 \pm 0,7$  m/s,
- une sortie subsonique à pression ambiante ( $p = p_{atm}$ ),
- une paroi couplée à l'interface fluide-structure, telle que :

$$\vec{V}_p = 0 \quad (3.53)$$

$$T_p = T_\infty \quad (3.54)$$

D'un point de vue mécanique, la paroi est considérée comme indéformable : aucune vitesse ne lui est imposée ( $\vec{W} = 0$ ). D'un point de vue thermique,  $T_\infty$  est fixée à 300 K pour un premier calcul découplé. Pour le calcul couplé,  $T_\infty$  correspond à la température de paroi  $T_s$  obtenue du code solide.

- une condition de symétrie à l'infini.

### 3.3.1.2 Discrétisation spatio-temporelle

Le calcul couplé est réalisé avec un maillage fluide monodomaine 2D, dont les caractéristiques (éléments rectangulaires et présence d'une couche limite) ont été fixées à la suite d'une étude de convergence.

Pour décrire l'évolution du fluide avec précision, quelques pas de temps de calcul fluide suffisent (de 3 à 10 itérations fluides par exemple) pour que l'écoulement parcoure toute la longueur de la plaque. La vitesse de l'écoulement étant de 5,6 m/s et la plaque mesurant 0,35 m de long, une particule fluide met 0,0625 s pour effectuer le trajet. Le pas de temps de 0,01 s (soit 10 ms) est retenu pour les calculs. Il est réalisable grâce aux schémas implicites du code CEDRE.

### 3.3.2 Modélisation du problème solide

#### 3.3.2.1 Conditions aux limites

Les conditions aux limites sur les faces arrière et latérales de la plaque utilisées pour le calcul découplé sont conservées. A l'interface fluide-structure, la condition imposée est du type :

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial y} = -h_f(T - T_\infty) \quad (3.55)$$

Le coefficient d'échange thermique  $h_f$  avec le milieu extérieur est désormais obtenu du code fluide, par l'intermédiaire du couplage. La température  $T_\infty$  est caractéristique du milieu fluide.

#### 3.3.2.2 Discrétisation spatiale

Le maillage réglé optimal obtenu lors de l'étude de convergence réalisée en préparation du calcul transitoire thermique dans le solide est réutilisé.

### 3.3.3 Algorithmes de couplage

Deux schémas en temps peuvent être utilisés pour assurer l'équilibre des températures et des flux à l'interface fluide-structure à chaque instant de couplage (conditions aux limites physiques) :

$$T_f = T_s \quad (3.56)$$

$$q_s = -q_f \quad (3.57)$$

Il s'agit d'une part de l'algorithme de couplage faible « transitoire-transitoire », présenté en figure 3.10, basé sur l'échelle de temps de la convection fluide. Dans la mesure où le calcul suit l'évolution de la physique la plus rapide (celle du fluide), les équilibres énoncés par les équations 3.56 et 3.57 sont atteints à chaque pas de temps de couplage. Des conditions aux limites de Dirichlet-Neumann sont imposées à l'interface de couplage :

$$T_f^n = T_s^n \quad (3.58)$$

$$q_s^{n+1} = -q_f^n \quad (3.59)$$

Cette procédure n'est utilisée ici que pour calculer une solution dite *Référence fluide*, avec  $\Delta t_c = \Delta t_s = \Delta t_f = 50$  ms.

D'autre part, l'algorithme de couplage fort « quasi-stationnaire », illustré en figure 3.11, comporte une procédure itérative de recherche du point fixe [64, 16] pour atteindre les équilibres

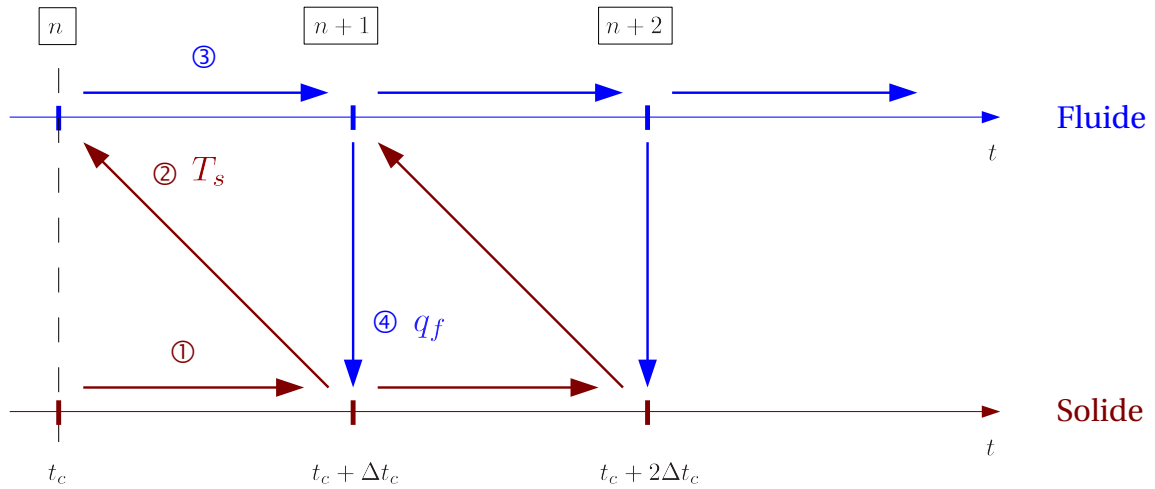


FIG. 3.10 – Algorithme transitoire-transitoire de couplage aéro-thermique (faible).

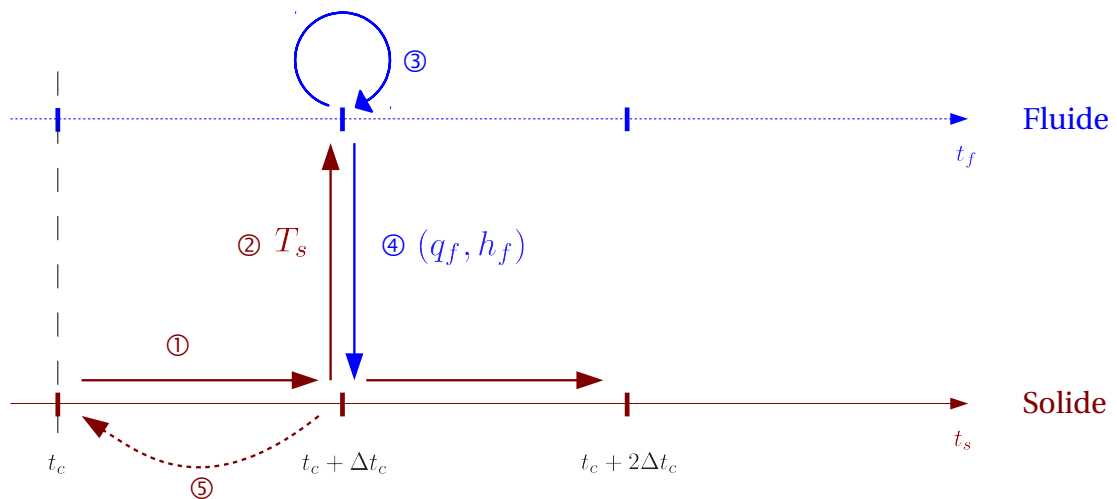


FIG. 3.11 – Algorithme quasi-instationnaire de couplage aéro-thermique fort.

3.56 et 3.57. Des conditions aux limites de Dirichlet-Fourier sont imposées à l'interface. Elle s'écrivent en fonction de l'itération  $\nu$  du couplage :

$$T_f^\nu = T_s^\nu \quad (3.60)$$

$$q_s^{\nu+1} = -q_f^\nu - h_f^\nu(T_s^{\nu+1} - T_s^\nu) \quad (3.61)$$

Pour rappel, le critère local de convergence côté fluide correspond au maximum de la différence de flux thermique sur la moyenne pariétale entre deux itérations du code CEDRE. Au fur et à mesure que la valeur de ce rapport de flux diminue, les résultats se rapprochent d'une évolution limite des températures. Plus la valeur fixée pour le critère est petite, plus le code fluide a besoin d'effectuer un nombre important d'itérations avant de déclencher le couplage, ce qui provoque une augmentation non négligeable du temps de calcul. Suite à une étude de convergence, une valeur optimale de  $0,2 \text{ W/m}^2$  est retenue pour la suite de cette étude (le flux imposé à l'arrière de la plaque étant de l'ordre de la centaine de  $\text{W/m}^2$ ).

Le critère de convergence global du couplage teste quant à lui le ratio de températures suivant :

$$\frac{\|T_s^{\nu+1} - T_s^\nu\|}{\|T_s^{\nu+1}\| + \|T_s^\nu\|} \quad (3.62)$$

La valeur retenue pour ce critère suite à une étude de convergence est de  $10^{-5}$ .

Plusieurs calculs couplés ont été menés avec la méthode de couplage quasi-stationnaire fort :

- *Référence solide* : calcul basé sur le temps caractéristique de conduction à travers une maille du solide de largeur 2 mm ( $\Delta t_c = \Delta t_s = 60 \text{ s}$ ),
- *Dégradé 1* : après avoir réalisé plusieurs études de convergence, avec différentes durées de pas de temps, le nombre optimal de 60 couplages équidistants sur toute la durée de l'expérience est retenu ( $\Delta t_c = \Delta t_s = 180 \text{ s}$ ),
- *Dégradé 2* ( $\Delta t_c = \Delta t_s = 540 \text{ s}$ ),
- *Dégradé 3* ( $t_c = \{2700 ; 5340 ; 5460 ; 8100 ; 10800\} \text{ s}$ ).

Dans le but d'accélérer le processus itératif, il est essentiel de fixer une condition aux limites initiale pertinente à l'interface fluide-solide. Un tout premier échange est donc réalisé pour fournir au code fluide la distribution de température à la paroi telle qu'elle est définie côté solide à l'état initial. Ce champ est ensuite appliqué comme condition aux limites du domaine fluide pour calculer l'état stationnaire initial de l'écoulement.

### 3.3.4 Comparaison des résultats numériques et expérimentaux

Les évolutions des températures calculées par le code Z-set de façon découplée et grâce au couplage aéro-thermique (ici,  $\Delta t_c = 180 \text{ s}$ , pour des conditions normales de vitesse de l'écoulement à l'avant et de flux thermique imposé à l'arrière de la plaque) sont tracées en figure 3.12.

Le calcul couplé surestime beaucoup moins les températures que le calcul découplé. En effet, l'erreur relative entre les valeurs calculées et mesurées à la fin de la première phase de l'expérience est désormais comprise entre 20 et 32 %. L'utilisation du couplage aéro-thermique permet donc de se rapprocher des résultats expérimentaux. Plus l'abscisse  $x$  augmente, plus le calcul couplé fournit des températures proches de celles relevées. Pour le point d'intérêt le plus en amont ( $x = 5 \text{ cm}$ ), l'erreur sur la température finale est réduite à 9 %, alors que pour le point le plus en aval ( $x = 23 \text{ cm}$ ), elle devient même inférieure à 1 %. L'influence du fluide sur le solide est donc mieux prise en compte par le couplage aéro-thermique.

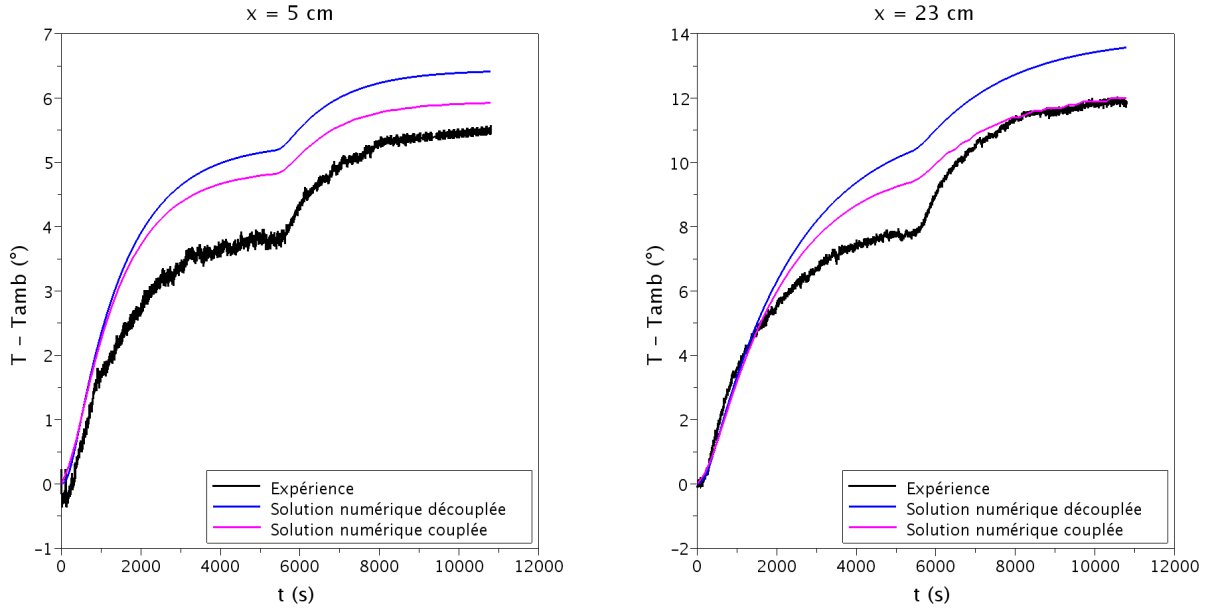


FIG. 3.12 – Comparaison avec les mesures expérimentales des évolutions des températures obtenues par calcul découplé de conduction dans le solide et par calcul couplé aéro-thermique, en deux points de la surface avant de la plaque.

La figure 3.13 présente les évolutions expérimentale et numériques de la température au point milieu de la surface de la plaque ( $x = 17$  cm). Au vu des incertitudes de l'expérience, deux configurations extrêmes de calcul sont étudiées, en fonction des valeurs utilisées pour la vitesse de l'écoulement et le flux imposé en face arrière :

- « MAX » :  $q_{imp}(t)$  maximum et  $V_{\infty}$  minimum,
- « MIN » :  $q_{imp}(t)$  minimum et  $V_{\infty}$  maximum.

Les données expérimentales sont bien comprises dans le domaine de solution calculé. Les résultats des différents calculs couplés prennent en compte les incertitudes sur les valeurs expérimentales, réévaluées de la manière décrite ci-dessous, à partir des observations sur les courbes expérimentales de températures.

### 3.3.4.1 Réévaluation des conditions de l'expérience

La température  $T(t)$  d'une plaque excitée par un flux de chaleur évolue de façon linéaire. Elle peut s'exprimer comme le produit de convolution du flux et d'une fonction de transfert, homogène à une impédance  $Z(t)$  (cf. équation 3.21). La relation suivante est donc valable pour une abscisse  $x$  donnée :

$$\int_0^t Z(t-t') dt' = \frac{T(t) - T_{\infty}}{q_{imp}} \quad (3.63)$$

Pour rappel, le flux imposé  $q_{imp}$  est constant par morceaux, tel que  $q_{imp} = q_1 = 140$  W/m<sup>2</sup> de  $t = 0$  à 5400 s et  $q_{imp} = q_2 = 170$  W/m<sup>2</sup> de  $t = 5400$  à 10800 s. En s'inspirant de l'équation 3.63, le rapport des variations des températures par rapport à la température ambiante, calculées à la fin de chaque phase de l'expérience et divisées par l'intensité du flux imposé correspondant, est

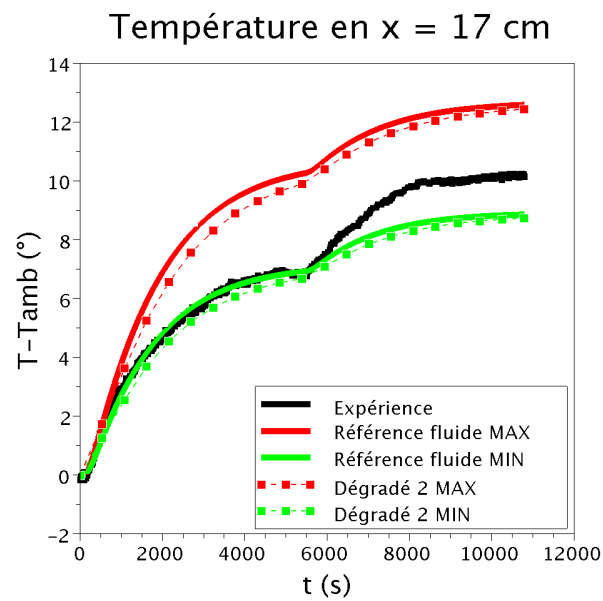


FIG. 3.13 – Evolutions de la température en  $x = 17$  cm, obtenues par calculs couplés aéro-thermiques.

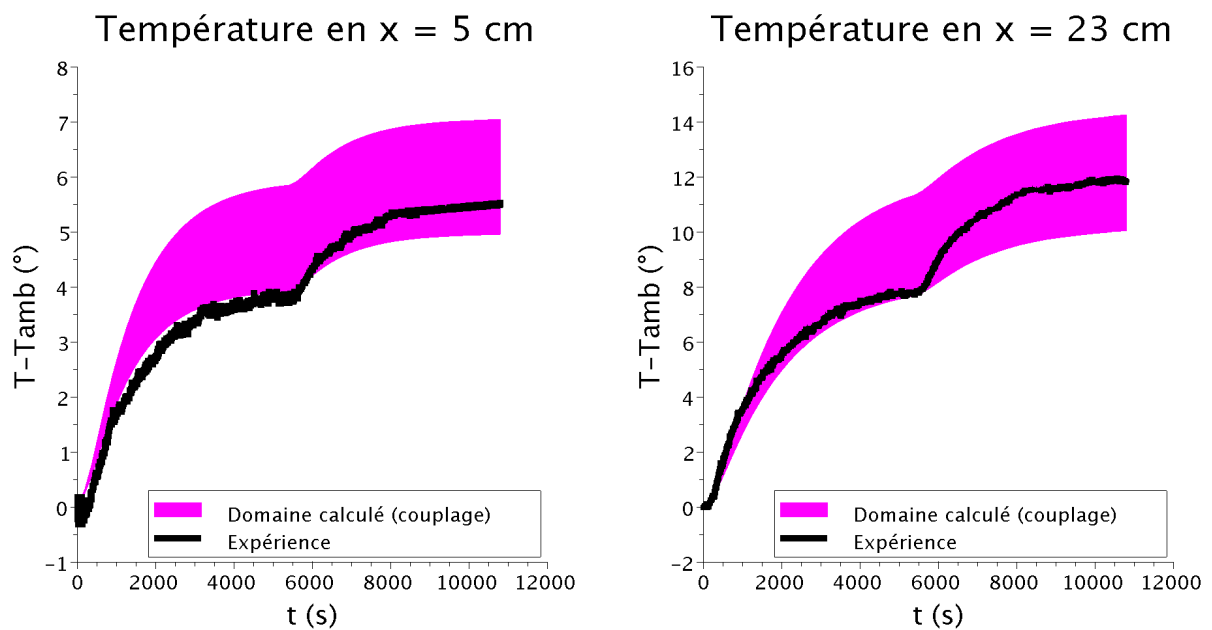


FIG. 3.14 – Comparaison du domaine des résultats obtenus par le calcul *Dégradé 1* ( $\Delta t_c = 180$  s) avec les mesures expérimentales, en deux points de la surface avant de la plaque.



évalué pour chacun des points d'intérêt à l'avant de la plaque ( $y = -E$ ) :

$$\frac{(T_{(y=-E, t=10800 \text{ s})} - T_{\infty})/170}{(T_{(y=-E, t=5400 \text{ s})} - T_{\infty})/140} \quad (3.64)$$

Que ce soit pour une solution transitoire ou stationnaire calculée à travers la plaque par le module thermique du code Z-set (les températures stationnaires sont rassemblées dans le tableau 3.3), ce rapport reste constant le long de la plaque. Il est de l'ordre de 1.

Flux	$x = 5 \text{ cm}$	$x = 11 \text{ cm}$	$x = 17 \text{ cm}$	$x = 20 \text{ cm}$	$x = 23 \text{ cm}$
140 W/m <sup>2</sup>	305,19 K	307,73 K	309,63 K	310,45 K	311,20 K
170 W/m <sup>2</sup>	305,70 K	308,49 K	310,56 K	311,46 K	312,29 K

TAB. 3.3 – Valeurs de température calculées à l'avant de la plaque, en régime stationnaire.

Diverses études de convergence, relatives aux sources d'erreurs de modélisation potentielles (maillages, pas de temps de calcul, convergence des calculs, etc.), ont été menées pour le calcul couplé. Un calcul découplé de conduction dans le solide a même été effectué avec un autre solveur thermique, en utilisant pour condition aux limites un coefficient d'échange thermique obtenu grâce à un calcul fluide, dans le but de vérifier l'ordre de grandeur des évolutions de température obtenues grâce au couplage. Ainsi, d'un point de vue numérique, tous les calculs effectués restituent le rapport de 1, contrairement à l'expérience, pour laquelle ce rapport est de l'ordre de 1,2.

De plus, comme le montrent les évolutions de température présentées en figure 3.14 calculées avec un pas de temps de couplage optimal  $\Delta t_c = 180 \text{ s}$  (calcul *Dégradé 1*), une variation négative de la température relative mesurée aux premiers instants de l'expérience est relevée au point d'abscisse le plus en amont de l'écoulement ( $x = 5 \text{ cm}$ ), alors que ce phénomène ne se manifeste pas au cours du calcul des évolutions de température. La tolérance sur la valeur de la vitesse de l'écoulement n'évolue pas au cours de l'expérience, contrairement à celle sur le flux thermique. Pour la première phase, l'incertitude totale ne semble pas être suffisante pour que les courbes expérimentales appartiennent au domaine de solutions calculées, alors qu'en seconde phase, les mesures de température sont bien comprises dans la plage des résultats du calcul couplé.

Les erreurs numériques liées à la convergence ainsi qu'au couplage lui-même ayant été exclues, l'incertitude sur la valeur du flux thermique imposé reste la seule condition qui diffère entre les deux phases de l'expérience. En supposant que la modélisation de la physique du problème ne soit pas en cause, le seul moyen pour rendre compte des observations dans le modèle consiste à revoir la tolérance sur le premier échelon de flux, afin qu'elle soit au moins égale à celle sur la seconde partie ( $\pm 20 \text{ W/m}^2$ ), sans pour autant être plus dégradante. Ainsi, les résultats présentés suggèrent que l'écoulement à proximité de la paroi ainsi que le couplage aéro-thermique en régime transitoire sont modélisés de façon raisonnable.

### 3.3.4.2 Etude de performances

L'évolution des erreurs sur les valeurs de température calculées grâce à la méthode de couplage quasi-instationnaire, par rapport à la solution *Référence fluide* sont tracées en figure 3.16 (à gauche). Pour les deux calculs couplés simplifiés effectués, l'erreur atteint un pic de valeur non négligeable en début de calcul, au cours de la montée en régime transitoire, sur une période qui correspond au temps caractéristique de diffusion à travers l'épaisseur du solide. Puis l'erreur

chute pour atteindre une valeur de 1 à 2 %, lorsque la température finale est calculée.

Le nombre adimensionnel de Nusselt  $Nu$  correspond au rapport des flux thermiques de convection et de conduction dans l'air :

$$Nu = \frac{h \cdot L_c}{\lambda_f} \quad (3.65)$$

Dans le cas d'une plaque plane, la dimension caractéristique  $L_c$  peut correspondre à la longueur  $L$  de la plaque, ou à l'abscisse  $x$  à compter du bord d'attaque de la plaque. C'est cette seconde hypothèse qui est considérée ici, en utilisant la valeur locale du coefficient d'échange  $h(x)$ . Comme le montre la figure 3.15, le nombre de Nusselt est ici toujours supérieur à 1 : dans le milieu fluide, le phénomène de convection forcée l'emporte donc sur le transfert de chaleur par conduction. De plus, les évolutions calculées à l'aide de la méthode de couplage quasi-stationnaire sont très proches de celle obtenue par le calcul *Référence fluide*.

Le graphe des erreurs relatives par rapport au calcul *Référence* présenté en figure 3.16 (à droite) montre le même type de pics que précédemment. Mais ici, dès que le régime transitoire est établi, l'erreur sur le nombre de Nusselt reste inférieure à 1% tout au long du calcul.

Le tableau 3.4 présente les valeurs maximales atteintes par les courbes d'erreur sur la température et sur le nombre de Nusselt dans le cas des calculs couplés effectués à l'aide de la méthode quasi-stationnaire, au delà du temps caractéristique de diffusion à travers l'épaisseur du solide. Hormis pour le calcul *Dégradé 3*, la précision des résultats reste acceptable.

Le nombre de Biot  $Bi$ , sans dimension, est utilisé dans le cas du régime transitoire thermique afin de comparer les résistances au transfert thermique à l'intérieur et à la surface d'un corps. Il est défini de la manière suivante :

$$Bi = \frac{h \cdot L_c}{\lambda_s} \quad (3.66)$$

La longueur caractéristique  $L_c$  est habituellement définie par le rapport du volume  $V$  du corps et de la surface d'échange  $A$  :

$$L_c = \frac{V}{A} = \frac{L \cdot E \cdot w}{L \cdot w} = E \quad (3.67)$$

Le tableau 3.5 recense les valeurs finales du coefficient d'échange  $h$ , du nombre de Nusselt  $Nu$  et du nombre de Biot  $Bi$ , en chacun des points d'abscisse d'intérêt à la surface de la plaque, pour le calcul *Dégradé 2*. Un nombre de Biot supérieur à 1 signifie que la conduction de la chaleur à l'intérieur du corps est plus lente qu'à sa surface, et que les gradients de température sont non négligeables au sein du corps. Ainsi, le solide répond plus lentement que le fluide à l'évolution des conditions thermiques. De plus, la résistance interne est non négligeable : la température n'est donc pas uniforme à l'intérieur du corps.

Comme le montrent la figure 3.17 et le tableau 3.6, le nombre total d'itérations est fortement lié à la longueur du pas de temps de couplage choisi et il conditionne la durée totale du calcul. Ainsi, le calcul *Référence solide* est 260 fois plus rapide que le calcul employant l'approche transitoire-transitoire, qui même si elle ne nécessite pas d'itération de couplage, est très coûteuse en temps de calcul (nombre de calculs successifs de l'ordre de 200 000). Le pas de temps de couplage optimal  $\Delta t_c = 180$  s produit environ 300 calculs successifs, dont une dizaine d'itérations aux premiers instants de couplage, lors de la montée en régime, puis 2 à 3 en phase stabilisée.

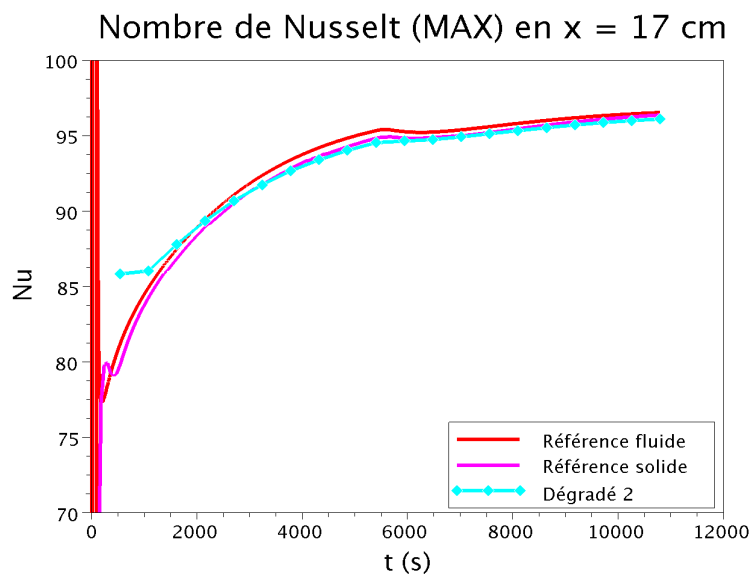


FIG. 3.15 – Evolutions du nombre de Nusselt en  $x = 17$  cm, obtenues par calculs couplés aérothermiques de type « MAX ».

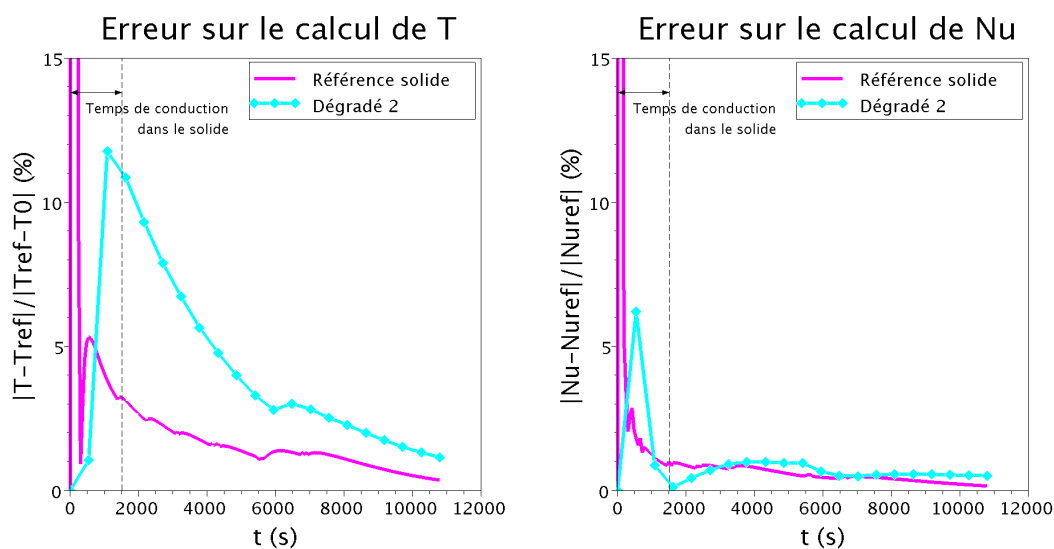


FIG. 3.16 – Erreurs relatives sur la température (à gauche) et sur le nombre de Nusselt (à droite) en  $x = 17$  cm sur les résultats « MAX », par rapport au calcul couplé *Référence fluide*, avec  $T_0 = 300$  K.

Calcul couplé	Erreur max. sur $T$	Erreur max. sur $Nu$
<i>Référence solide</i>	3,22 %	1,01 %
<i>Dégradé 1</i>	4,78 %	0,87 %
<i>Dégradé 2</i>	11,76 %	0,98 %
<i>Dégradé 3</i>	21,45 %	1,83 %

TAB. 3.4 – Erreurs maximales relatives sur la température et sur le nombre de Nusselt sur les résultats « MAX », par rapport au calcul couplé *Référence fluide*.

Type de calcul	$x = 5$ cm	$x = 11$ cm	$x = 17$ cm	$x = 20$ cm	$x = 23$ cm
$h$ ( $W/m^2/K$ )					
« MIN »	29,9	20,6	16,8	15,5	14,6
« MAX »	26,6	18,3	14,9	13,8	12,9
$Nu$					
« MIN »	56,8	86,0	108,3	118,2	127,4
« MAX »	50,6	76,6	96,5	105,3	113,6
$Bi$					
« MIN »	2,24	1,55	1,26	1,16	1,10
« MAX »	2,00	1,37	1,12	1,04	0,97

TAB. 3.5 – Récapitulatif des valeurs de  $h$ ,  $Nu$  et  $Bi$  en phase stabilisée, obtenues par le calcul couplé *Dégradé 2* ( $\Delta t_c = 540$  s).

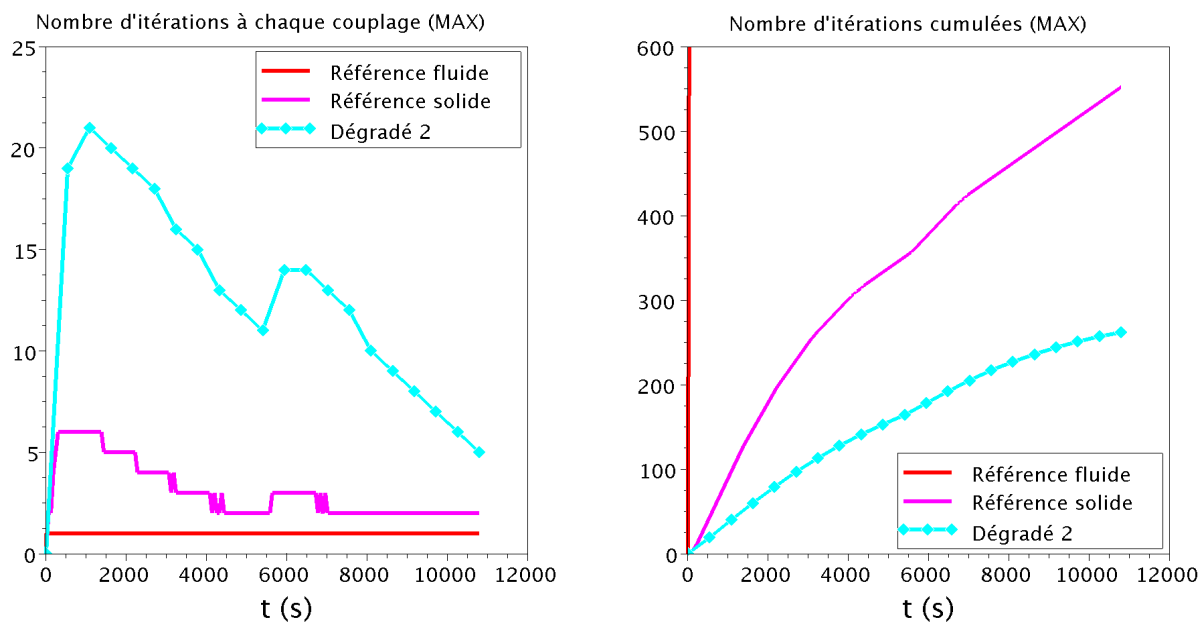


FIG. 3.17 – Nombre d'itérations de couplage pour les calculs couplés aéro-thermiques de type « MAX ».

Calcul couplé	Iterations	Temps CPU
<i>Référence fluide</i> ( $\Delta t_c = 50$ ms)	216000	158280 s $\sim$ 44 h
<i>Référence solide</i> ( $\Delta t_c = 60$ s)	552	600 s = 10 min
<i>Dégradé 1</i> ( $\Delta t_c = 180$ s)	337	376 s $\sim$ 6 min
<i>Dégradé 2</i> ( $\Delta t_c = 540$ s)	262	320 s $\sim$ 5 min
<i>Dégradé 3</i> ( $5 t_c$ )	151	229 s $\sim$ 4 min

TAB. 3.6 – Données de calcul couplé aéro-thermique pour les résultats de type « MAX ».

Le gain d'efficacité en coût de calcul est particulièrement important pour le modèle *Dégradé 2*, puisque le temps CPU est divisé par 500, tout en maintenant une précision acceptable au niveau des résultats.

Ainsi, en prenant en compte les différences d'échelle de temps caractéristiques entre les milieux fluide et solide, la méthode de couplage aéro-thermique quasi-instationnaire étudiée ici permet d'obtenir des résultats de précision équivalente à une solution de référence transitoire-transitoire, tout en améliorant le temps de calcul d'un facteur important (de l'ordre de plusieurs centaines). Une telle simplification du calcul couplé le rend donc abordable par rapport à un calcul découplé en thermique du solide, qui de surcroît peut présenter quelques difficultés à modéliser l'influence du fluide sur la structure.

### 3.4 Calcul découplé en thermique du solide a posteriori

Un calcul de conduction est mené a posteriori dans le solide, en utilisant le coefficient d'échange thermique  $h(x)$  obtenu par le couplage aéro-thermique précédent pour une configuration normale de l'expérience ( $q_{imp}(t) = 140 \text{ W/m}^2$  de 0 à 5400 s et  $q_{imp}(t) = 170 \text{ W/m}^2$  de 5400 à 10800 s). Comme sa distribution est constante en fonction du temps ( $h(x)$  ne dépend pas de  $t$ ), une nouvelle condition aux limites à l'interface fluide-solide est déterminée, en modifiant simplement le coefficient au numérateur de la forme approximée définie à l'équation 3.15 :

$$h(x) = \frac{6,630}{\sqrt{x}} \quad (3.68)$$

Le profil de  $h(x)$  ainsi déterminé est tracé en figure 3.18.

La comparaison des profils expérimentaux de température en face avant de la plaque avec ceux recalculés par le module thermique de Z-set seul, en imposant la distribution  $h(x)$  approximée sur la base des résultats du calcul couplé aéro-thermique, est présentée en figure 3.19. De plus, les profils de températures numériques obtenus de la sorte correspondent à ceux qui avaient été déterminés par le calcul couplé (la différence maximale étant de 0,22 K en montée de régime, lors de la première phase).

Ce rebouclage montre bien l'utilité du calcul couplé dans la résolution de ce problème, car à moins d'imposer une distribution de  $h(x)$  expérimentale ou obtenue par un calcul couplé préalable, le coefficient d'échange le plus réaliste possible semble difficile à déterminer a priori. Une fois calculée par couplage aéro-thermique, cette solution de  $h(x)$  convergée peut être réutilisée dans la même configuration d'écoulement laminaire, avec des conditions de chauffage différentes à l'arrière de la plaque.

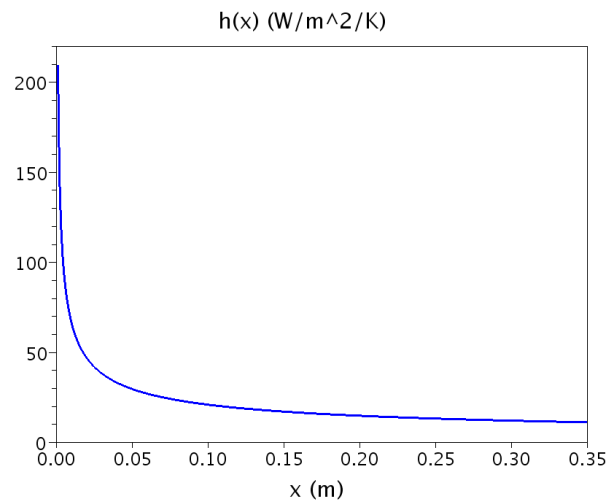


FIG. 3.18 – Profil de  $h(x)$  le long de la plaque, utilisé pour le calcul de conduction a posteriori.

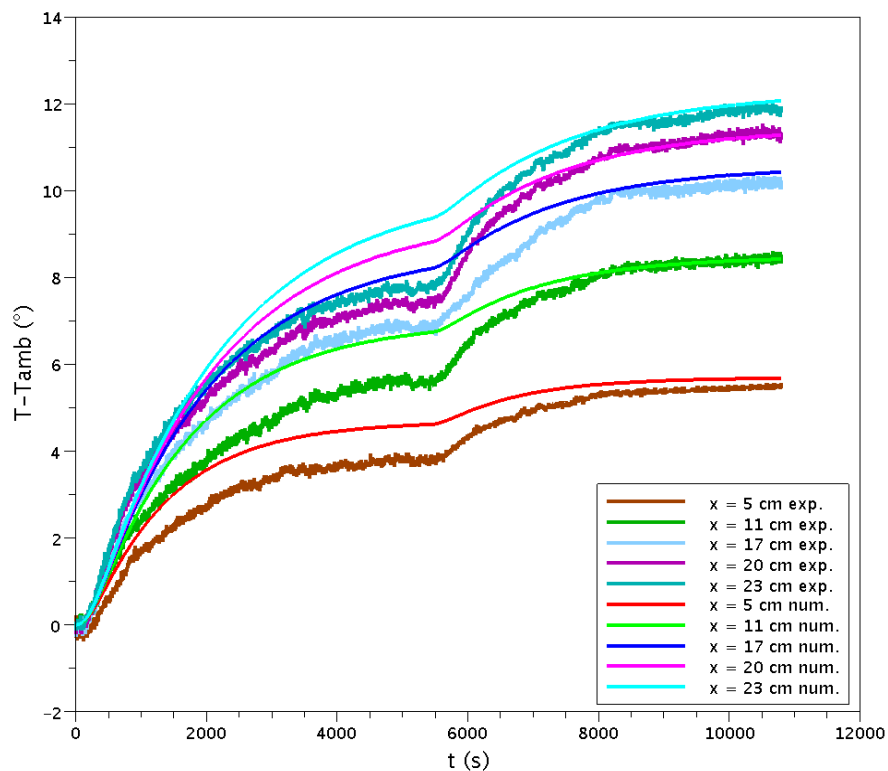


FIG. 3.19 – Comparaison des profils de température expérimentaux et numériques (obtenus par calcul de conduction avec un  $h(x)$  a posteriori) en face avant de la plaque.

### 3.5 Bilan

Dans le cadre de la mise en place progressive du couplage aéro-thermo-mécanique pour la simulation du phénomène de l'interaction flamme-paroi, l'algorithme de couplage aéro-thermique quasi-stationnaire fort a été utilisé dans ce chapitre pour simuler le transitoire thermique à travers une plaque en convection forcée. Cette méthode prend en compte et tire profit des disparités temporelles entre les milieux fluide et solide.

Les performances de ce couplage aéro-thermique en terme de compromis entre précision du résultat et coût de calcul ont été démontrées par comparaison avec des données expérimentales. L'emploi d'un tel outil de couplage est justifié dans les configurations étudiées dans le cadre de cette thèse, à cause de la difficulté à modéliser correctement l'influence du fluide sur le solide a priori. Ainsi, le chapitre 4 est consacré à l'application du couplage quasi-stationnaire au cas plus complexe de l'interaction flamme-paroi, dans le but d'étudier dans un premier temps la thermique du phénomène.

## Chapitre 4

# Simulation du transitoire thermique à travers une plaque soumise à une flamme

Les performances de la méthode de couplage aéro-thermique quasi-instationnaire ont été démontrées au chapitre 3, dans le cas d'une plaque plane placée dans un écoulement laminaire et soumise à un flux thermique. Elle est maintenant appliquée au cas de l'interaction flamme-paroi, dont les résultats de l'expérience menée au DMAE de l'ONERA sont disponibles et présentés dans ce chapitre.

Afin de modéliser au mieux le phénomène, il faut tout d'abord s'intéresser à la chimie de la flamme libre de prémélange (sans obstacle), puis à l'écoulement fluide seul de cette même flamme dans le cas de l'impact, avant de coupler la mécanique des fluides avec la thermique du solide.

### 4.1 Présentation de l'expérience de l'interaction flamme-paroi

#### 4.1.1 Dispositif expérimental

L'expérience de l'interaction flamme-paroi a été élaborée en 2006 au DMAE de l'ONERA Toulouse, dans le cadre d'une étude de caractérisation et de simulation du comportement thermique d'un élément entrant en compte dans le processus de certification de la résistance au feu des moteurs d'avion (cf. Roinard *et al.* [69]). L'étude numérique de l'interaction flamme-paroi par le couplage de codes de calcul en aéro-thermo-mécanique a conduit à une nouvelle campagne d'essais menée en 2010, afin de compléter les données expérimentales thermiques par de nouvelles mesures de déformations sur des plaques métalliques.

Le banc d'essais, présenté en figure 4.1, est constitué autour d'un brûleur de type bec Bunsen, générant une flamme de prémélange propane-air, de richesse  $r = 1,2$  (excès de carburant) et de vitesse à l'éjection  $V_0 = 2,4$  m/s pour cette expérience. Ce niveau de vitesse correspond à un nombre de Reynolds  $Re$  à l'éjection de 6400 : la flamme est à la limite de la turbulence. Deux distances flamme-paroi  $H$  (mesurées entre la sortie de buse du brûleur et la paroi impactée) sont testées successivement : 54 puis 108 mm, pour un diamètre de buse  $D = 41$  mm (soit respectivement  $H/D = 1,3$  et  $H/D = 2,6$ ). Une photographie de la flamme en impact est présentée en figure 4.2.

La paroi servant d'échantillon est une plaque métallique carrée de dimensions  $400 \times 400$  mm. Pour cette expérience, des tôles de 3 mm d'épaisseur constituées de deux alliages aéronautiques



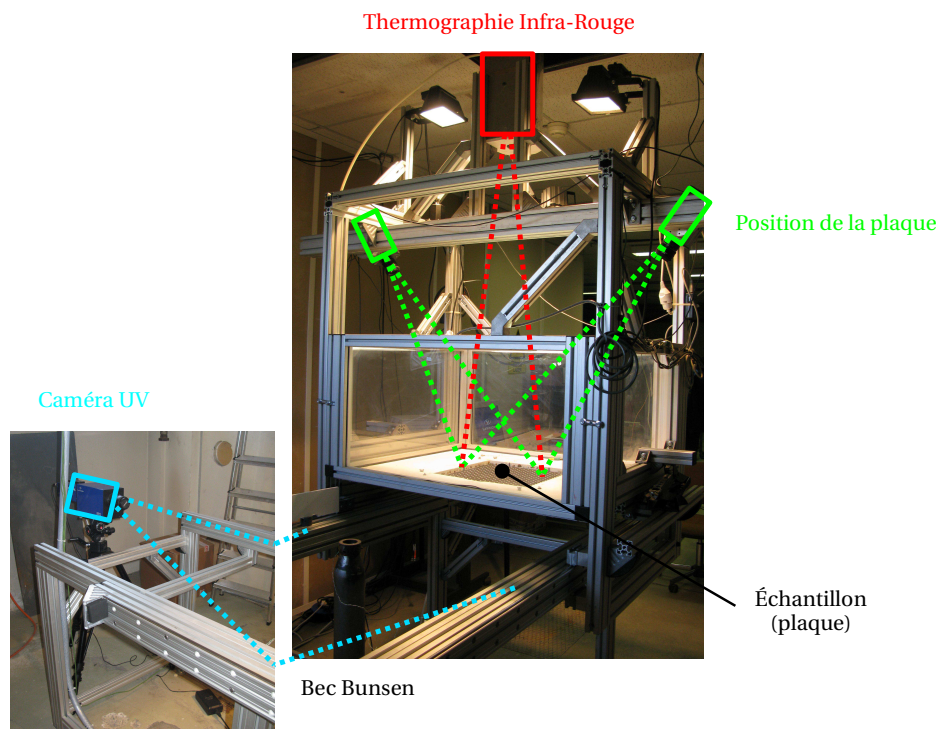


FIG. 4.1 – Dispositif du banc de l'interaction flamme-paroi.

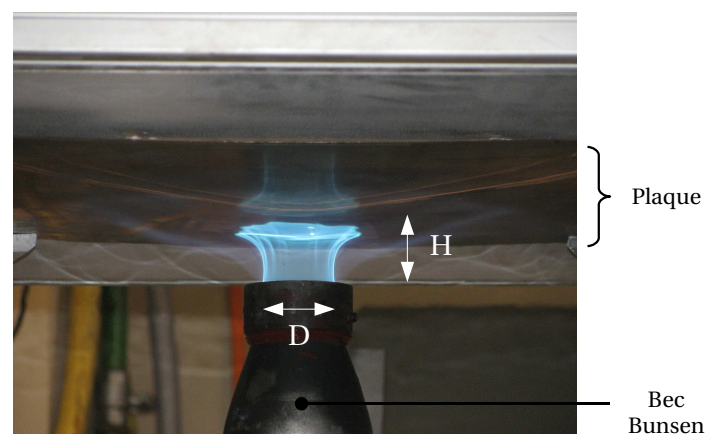


FIG. 4.2 – Flamme en impact expérimentale.

différents (TA6V et INCONEL 600) sont soumises à la flamme. Sa mise en position est assurée par un cadre en céramique de faible conductivité thermique ( $0,44 \text{ W/m/K}$ ), dans le but de réaliser un contact adiabatique en bord de plaque et ainsi éviter les pertes de flux de chaleur par conduction. La plaque est maintenue à l'horizontale en reposant sur quatre cales en forme de V, également en céramique. Le contact est donc hyperstatique. Les conditions aux limites mécaniques du dispositif expérimental seront discutées plus en détails au chapitre 5.

L'expérience durant 300 s, l'évolution transitoire du système est quantifiée à partir de la mesure simultanée des températures (thermographie infrarouge), de la position de la plaque de TA6V (photogrammétrie stéréoscopique) et de celle du front de flamme (caméra UV pour la visualisation des radicaux OH par fluorescence). Les fréquences d'acquisition sont de 3 Hz pour la thermographie infrarouge et le suivi de position de la plaque, et de 0,3 Hz pour la caméra UV. Des exemples de visualisation pour chacune de ces méthodes de mesure sont donnés respectivement en figure 4.3, figure 4.5 et figure 4.4, à mi-expérience ( $t = 150 \text{ s}$ ), pour une plaque de TA6V en configuration  $H/D = 1,3$ .

Une enceinte dont les parois verticales sont faites de plexiglas protège la zone de mesure au dessus de la plaque des gaz chauds. Afin d'assurer une émissivité homogène pour la caméra de thermographie infrarouge, la face arrière de la plaque a été peinte en noir (émissivité normale à la plaque :  $\epsilon = 0,94$ ). De plus, des pastilles blanches de la même qualité de peinture ont été rajoutées pour former un réseau régulier de 361 points ( $19 \times 19$ ), suivis par les caméras en stéréoscopie.

#### 4.1.2 Résultats qualitatifs

La carte des températures à mi-expérience en figure 4.3, obtenue par la caméra de thermographie infrarouge, montre un champ quasi-axisymétrique (moyennant les imperfections de l'expérience), avec une valeur de température maximale au centre de la plaque de TA6V. En combinant l'incertitude de l'étalonnage de la caméra à l'aide d'un corps noir et les 2 % d'incertitude sur l'émissivité, la précision de la mesure de température est de l'ordre de  $10^\circ\text{C}$  à  $700^\circ\text{C}$ .

Sur la capture du front de flamme en figure 4.4, la flamme est du type « enveloppe fermée » (cf. figure 2.4) : des gaz brûlés (chauds) sont emprisonnés entre la zone de réaction chimique et la paroi, ce qui induit la présence d'un transfert de chaleur important au centre de la plaque. Ces données, intégrées à partir d'images successives, restent qualitatives.

La position de la plaque de TA6V à mi-expérience, reconstruite par traitement numérique, est présentée en figure 4.6. Les valeurs maximales de flèche mesurées au centre de la plaque sont récapitulées dans le tableau 4.1. A priori, les données pour chacun des matériaux évoluent peu entre  $t = 150$  et  $300 \text{ s}$  : un état stationnaire semble avoir été atteint avant la mi-expérience. La précision de ce moyen de mesure est comprise entre 0,2 et 0,4 mm en début d'expérience. L'étalonnage n'ayant pas été réalisé dans des conditions optimales, cette incertitude est importante mais elle reste faible par rapport à la déformation des plaques (de l'ordre de 20 mm au centre, en fin d'expérience).

Ces premiers éléments de mesures permettent de supposer un profil de flux de chaleur présentant la forme d'une cloche. Cette hypothèse est confirmée par le profil radial du flux thermique moyenné entre des instants proches de l'état initial, tracé en figure 4.7, dans le cas d'une plaque en INCONEL 600 (le profil de flux a subi peu de variations jusqu'à  $t = 11,7 \text{ s}$ ).

La distribution de flux à l'avant de la plaque est obtenue à partir des mesures par thermographie infrarouge en face arrière, en utilisant une méthode inverse non linéaire de conduction de la chaleur, développée par Nortershauser [60] et décrite par Reulet *et al.* [68]. L'équation de la chaleur est résolue numériquement à l'aide d'un schéma linéarisé. Elle est discrétisée par un schéma

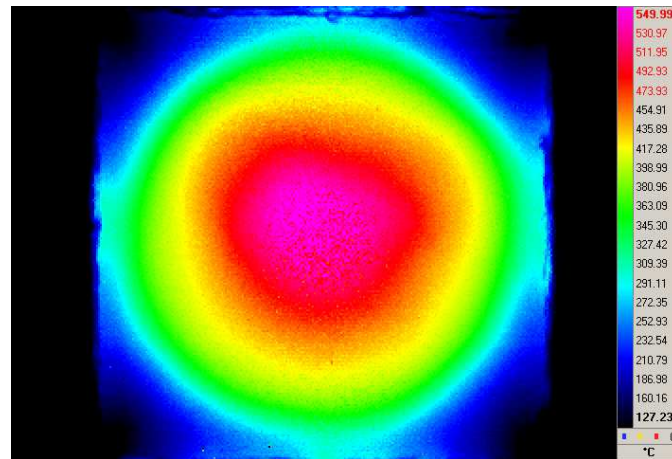


FIG. 4.3 – Carte de température à l'arrière d'une plaque de TA6V, obtenue par thermographie infrarouge ( $H/D = 1,3$ ,  $t = 150$  s).

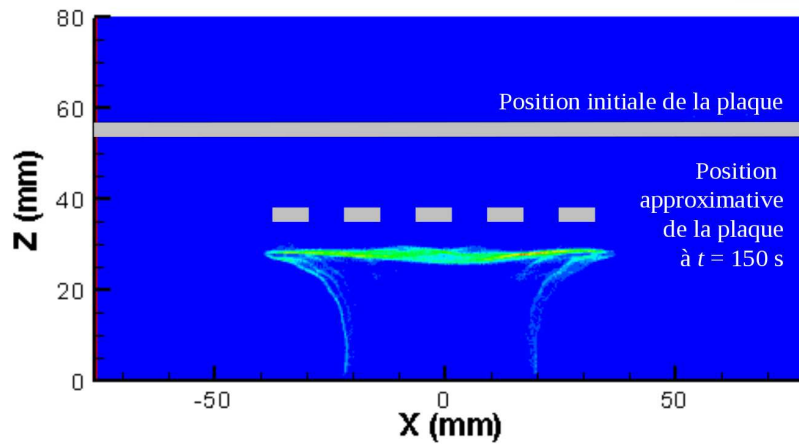


FIG. 4.4 – Position du front de flamme, obtenue par caméra UV (plaque de TA6V,  $H/D = 1,3$ ,  $t = 150$  s).

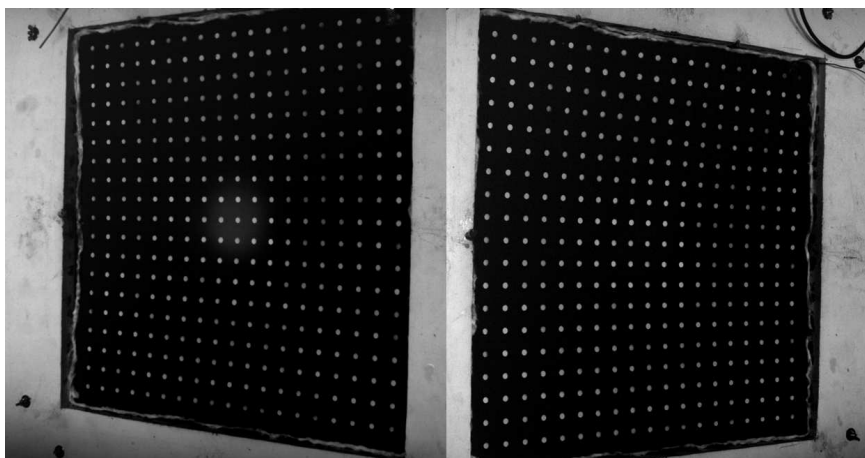


FIG. 4.5 – Position d'une plaque de TA6V, obtenue par photogrammétrie stéréoscopique ( $H/D = 1,3$ ,  $t = 150$  s).

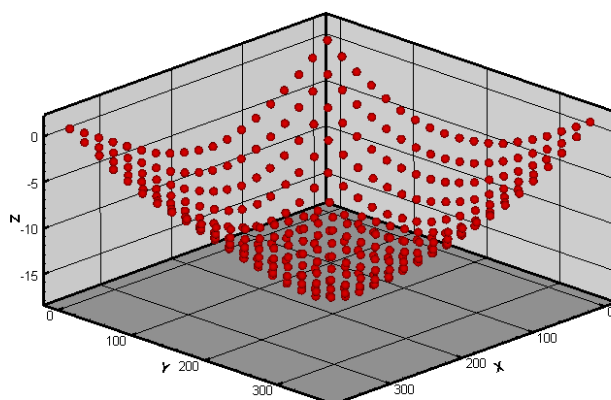


FIG. 4.6 – Position d'une plaque de TA6V (en mm), reconstruite par traitement numérique ( $H/D = 1,3$ ,  $t = 150$  s).

Flèche maximum	$t = 150$ s	$t = 300$ s
INCONEL 600	20 mm	20 mm
TA6V	17 mm	17 mm

TAB. 4.1 – Flèches relevées au centre des plaques.

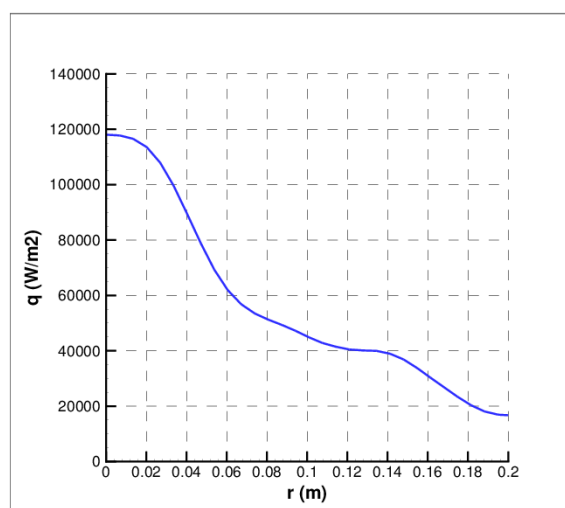


FIG. 4.7 – Profil radial moyen du flux de chaleur pour une plaque d'INCONEL 600, obtenu par méthode inverse ( $H/D = 1,3$ ,  $t = 5$  à  $11,7$  s).

aux différences finies ADI (*Alternating Direction Implicit*), dont l'instabilité en 3D est corrigée par l'algorithme de Douglas. La conductivité thermique  $\lambda_s$  étant dépendante de la température (de même que la chaleur spécifique  $Cp_s$ ), le modèle reste valable pour de petites variations de  $\lambda_s$  entre deux pas de temps. Les champs de température ainsi calculés à l'arrière de la plaque alimentent l'algorithme d'optimisation. La cartographie de flux de chaleur est identifiée au cours du temps par une méthode séquentielle de Beck, chargée de minimiser la fonctionnelle représentant la somme des différences entre les champs de température transitoire mesurés et calculés en face arrière. Le nombre d'inconnues est préalablement réduit en utilisant la compression de données par transformée en cosinus discrète.

En ce qui concerne les conditions aux limites utilisées pour l'inversion des mesures thermographiques, un flux nul est imposé aux bords de la plaque pour représenter le contact adiabatique :

$$-\lambda_s \frac{\partial T}{\partial n} = 0 \quad (4.1)$$

En face arrière, le transfert de chaleur est réalisé à la fois par rayonnement de surface et par convection naturelle. La condition aux limites de flux imposé prend donc en compte ces deux contributions :

$$-\lambda_s \frac{\partial T}{\partial n} = h(T - T_0) + q_r \text{ où } q_r = \sigma \epsilon (T^4 - T_0^4) \quad (4.2)$$

Avec l'émissivité totale de la peinture  $\epsilon = 0,9$ , le coefficient d'échange  $h = 5 \text{ W/m}^2/\text{K}$  (dédié de l'expérience par la corrélation de convection naturelle de Fischenden et Sauner [75]) et une température de référence  $T_0 = 300 \text{ K}$ . La constante de Stefan-Boltzmann  $\sigma$  a pour valeur  $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2/\text{K}^4$ .

### 4.1.3 Mise en évidence des interactions physiques

Les influences mutuelles de chacune des physiques, ainsi que leur importance relative, sont schématisées en figure 4.8. C'est l'action de la flamme, à travers le flux de chaleur  $q$  qu'elle transmet à la plaque, qui stimule le système couplé. Le couplage aéro-thermique est donc prépondérant. En retour, la température  $T$  de la plaque augmente. Sous l'effet de la dilatation et du fluage (couplage thermo-mécanique), la plaque se déforme de manière élasto-visco-plastique. Le déplacement  $U$  de la plaque induit un changement de topologie de la flamme (couplage aéro-mécanique), modifiant ainsi le profil de flux thermique.

En reprenant le chemin dans l'autre sens en partant du fluide, deux commentaires s'imposent en ce qui concerne les influences secondaires. Tout au long de l'expérience, la pression  $p$  exercée par la flamme est voisine de la pression atmosphérique. La variation de pression est donc négligeable, ce qui permettra de simplifier la modélisation du système couplé. Ainsi, les contraintes induites par la dilatation dominent celles dues à la pression, ce qui explique que la plaque se déplace vers le bas.

Au sein du système solide isolé, le comportement mécanique du matériau dépend fortement de la température. La thermique quant à elle, est influencée par la mécanique non pas directement (la déformation de la plaque n'a que peu d'effet sur l'évolution des températures à travers le solide) mais principalement par l'intermédiaire du fluide.

De plus, les rayonnements de la flamme de prémélange propane-air et de la surface de la plaque impactée sont négligés dans cette étude (cf. §4.3.2). Cette hypothèse est confirmée par les résultats expérimentaux, le flux évoluant peu en fonction de la nature de la surface (peinte ou métal à nu) à l'avant de la plaque.

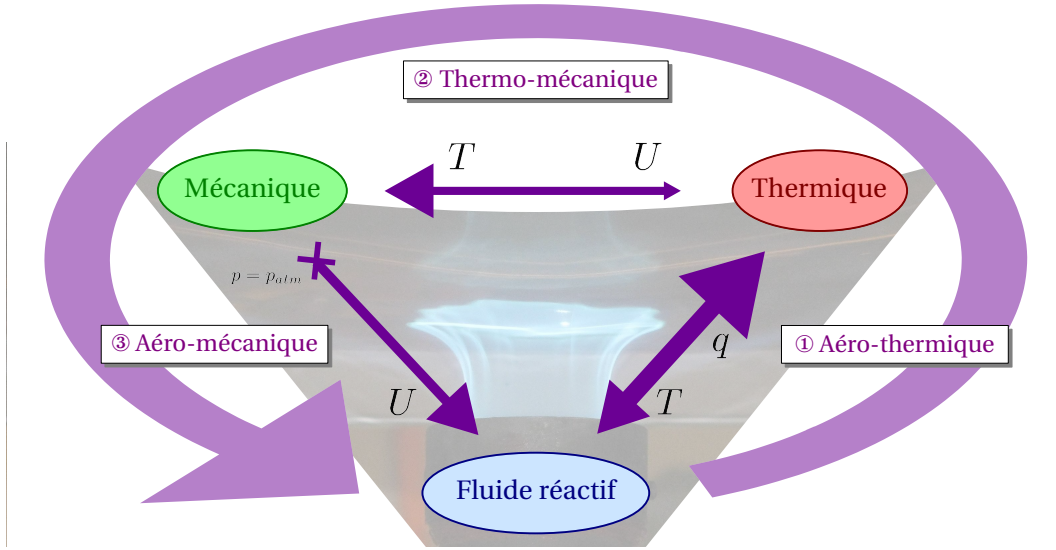


FIG. 4.8 – Influence mutuelle des physiques de l'interaction flamme-paroi.

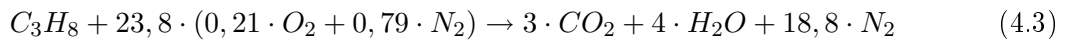
## 4.2 Flamme libre

Avant de s'intéresser à l'impact de la flamme de prémélange propane-air sur une paroi, il faut tout d'abord étudier la chimie et la structure de la flamme libre (cf. photographie en figure 4.9), afin de définir la modélisation aérodynamique et réactive la mieux adaptée.

### 4.2.1 Thermo-chimie de la flamme

Les calculs suivants ont été effectués sur la base de l'ouvrage de Poinot & Veynante [65], dédié à la théorie et au calcul numérique de la combustion.

La réaction chimique entre le propane et l'air est la suivante :



Soit  $Y_k$  la fraction massique d'une espèce et  $W_k$  sa masse molaire, telles que :

$$Y_k = \frac{m_k}{m_{tot}} \quad (4.4)$$

avec la masse  $m_k$  de l'espèce  $k$  présente dans un volume donné et la masse totale de gaz  $m_{tot}$  dans le même volume.

$$\frac{1}{W} = \sum_{k=1 \dots N} \frac{Y_k}{W_k} \quad (4.5)$$

La réaction chimique considérée est de la forme :





FIG. 4.9 – Flamme libre expérimentale.

avec les coefficients  $\nu'_F$  et  $\nu'_O$  correspondant respectivement au carburant (*Fuel*) et au comburant (*Oxidizer*).

Le ratio stoechiométrique de masse a donc pour valeur :

$$s = \left( \frac{Y_O}{Y_F} \right)_{st} = \frac{\nu'_O W_O}{\nu'_F W_F} \quad (4.7)$$

La richesse du mélange s'exprime de la manière suivante :

$$r = s \frac{Y_F}{Y_O} = \frac{\frac{Y_F}{Y_O}}{\left( \frac{Y_F}{Y_O} \right)_{st}} \quad (4.8)$$

Pour l'application numérique de ces formules, les masses molaires respectives du carburant et de l'oxydant sont les suivantes :

$$W_F = W_{C_3H_8} = 0,044 \text{ g/mol} \quad (4.9)$$

$$W_O = W_{air} = 0,21 \cdot W_{O_2} + 0,79 \cdot W_{N_2} = 0,029 \text{ g/mol} \quad (4.10)$$

Le ratio stoechiométrique de masse a donc pour valeur :

$$s = \frac{\nu'_O W_O}{\nu'_F W_F} = \frac{23,8 \times 0,029}{1 \times 0,044} = 15,7 \quad (4.11)$$

D'où  $1/s = 0,064$  : la constante du mélange propane-air est retrouvée (cf. Reulet & Roinard [67]).

La consigne pour la richesse du mélange est  $r = 1,2$  :

$$\frac{Y_F}{Y_O} = \frac{r}{s} = \frac{1,2}{15,7} = 0,076 \quad (4.12)$$

Les fractions massiques de chacune des espèces peuvent également s'exprimer par le rapport du débit massique de l'espèce concernée sur le débit massique total :

$$Y_F = \frac{\dot{m}_F}{\dot{m}_{tot}} = \frac{\dot{m}_F}{\dot{m}_F + \dot{m}_O} = \frac{0,076 \cdot \dot{m}_O}{(0,076 + 1) \cdot \dot{m}_O} = 0,071 \quad (4.13)$$

$$Y_O = 1 - Y_F = 1 - 0,071 = 0,929 \quad (4.14)$$

Sachant que le débit massique total mesuré à la sortie du bec bunsen est  $D_s = 3,17 \text{ kg/m}^2/\text{s}$  et que le bec bunsen a pour rayon  $2,05 \text{ cm}$  :

$$\dot{m}_{tot} = D_s S = 3,17 \cdot 10^3 \cdot (\pi \times 0,0205^2) = 4,20 \text{ g/s} \quad (4.15)$$

$$\dot{m}_F = Y_F \dot{m}_{tot} = 0,071 \times 4,19 = 0,30 \text{ g/s} \quad (4.16)$$

$$\dot{m}_O = Y_O \dot{m}_{tot} = 0,929 \times 4,19 = 3,90 \text{ g/s} \quad (4.17)$$

Ces deux débits sont contrôlés lors de l'expérience.

### 4.2.2 Modélisation du problème dans CEDRE

Pour rappel, les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie telles qu'elles sont exprimées dans le code CEDRE pour un fluide composé de plusieurs espèces chimiques sont les suivantes :

$$\frac{\partial \rho Y}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}) \text{ avec } \sum Y = 1 \quad (4.18)$$

$$\frac{\partial \rho \vec{V}}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V} \cdot \vec{V} + p \underline{\mathbf{I}} - \underline{\boldsymbol{\tau}}) + \rho \vec{g} \quad (4.19)$$

$$\frac{\partial \rho e_t}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot (\rho e_t \vec{V} + p \vec{V} - \underline{\boldsymbol{\tau}} \cdot \vec{V} + \vec{q}) + \rho \vec{g} \cdot \vec{V} \quad (4.20)$$

Le flux de chaleur  $\vec{q}$  est défini par la loi de Fourier :

$$\vec{q} = -\lambda_f \vec{\nabla} T \quad (4.21)$$

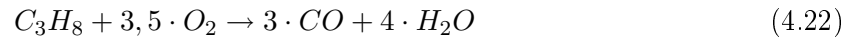
#### 4.2.2.1 Réactions chimiques

En théorie, le processus chimique comprend un nombre important de réactions et d'espèces intermédiaires pour pouvoir décrire correctement la vitesse de propagation de la flamme et la température adiabatique de fin de combustion. De ce point de vue, un modèle à une équation reste imparfait. Ainsi, dans le but de limiter le nombre de degrés de liberté et ainsi mener une



résolution des équations de combustion moins coûteuse, un compromis est trouvé avec l'utilisation d'une cinétique chimique de la flamme réduite, régie par le système des équations 4.22 et 4.23.

Le diazote ( $N_2$ ) étant un gaz inerte, il n'intervient pas dans la combustion du mélange propane-air. L'équation 4.22 correspond donc à l'équation 4.3 à laquelle le terme en  $N_2$  a été retiré. De plus, le mélange présentant un excès de carburant, le supplément de propane ( $C_3H_8$ ) est brûlé en utilisant l'oxygène ( $O_2$ ) environnant.



#### 4.2.2.2 Turbulence

Afin de prendre en compte la turbulence de la flamme, le modèle RANS (présenté au §1.2.3) est associé aux équations de fermeture en  $k$ - $L$ , avec un niveau de  $k$  (représentant l'énergie de turbulence) tiré de données expérimentales à  $0,1 \text{ m}^2/\text{s}^2$  et une longueur  $L$  de l'ordre de 15 % du diamètre de la buse ( $D = 41 \text{ mm}$ ), soit  $L = 0,006 \text{ m}$ , au niveau des entrées d'écoulement du brûleur. Le modèle  $k$ - $L$  est associé à un modèle de paroi de Couette turbulent (sur  $Re$ ), avec des nombres de Prandtl et de Schmidt turbulents de 0,7, comme préconisés dans le cas de jets [23].

#### 4.2.2.3 Autres sources

L'effet de la gravité sur tout le domaine de calcul est pris en compte à travers l'accélération gravitationnelle  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ .

#### 4.2.2.4 Discrétisation spatiale

Le maillage hybride (triangles et quadrilatères en paroi) utilisé est présenté en figure 4.10. C'est un monodomaine axisymétrique, composé de 11 258 sommets, 32 592 faces (dont 489 limites) et de 21 335 cellules internes. Il est issu d'une étude de convergence sur plusieurs maillages effectuée au DMAE. En effet, pour stabiliser le schéma numérique, le sens de propagation de l'information est pris en compte à travers l'écriture des dérivées. Ce décentrement du schéma volumes finis est à l'origine d'une viscosité numérique qui peut augmenter artificiellement la vitesse de propagation de flamme. Une taille de maille appropriée (suffisamment fine) dans la région du front de flamme est nécessaire pour garantir une vitesse de propagation et donc un angle de cône corrects.

#### 4.2.2.5 Intégration temporelle

Dans les cas réactifs, le temps caractéristique chimique impose un pas de temps de l'ordre de  $10^{-5}$  à  $10^{-7}$  s lors de la phase d'allumage. Le pas de temps peut être augmenté jusqu'à  $10^{-4}$  s lorsque l'allumage a été réalisé et que les variations de pression sont de plus faible amplitude que dans la phase initiale.

#### 4.2.2.6 Conditions aux limites

Les conditions suivantes, présentées en figure 4.11, sont imposées aux limites du domaine fluide :

- AXE : Glissement/symétrie,
- BRULEUR : Paroi immobile adiabatique, avec couche limite,

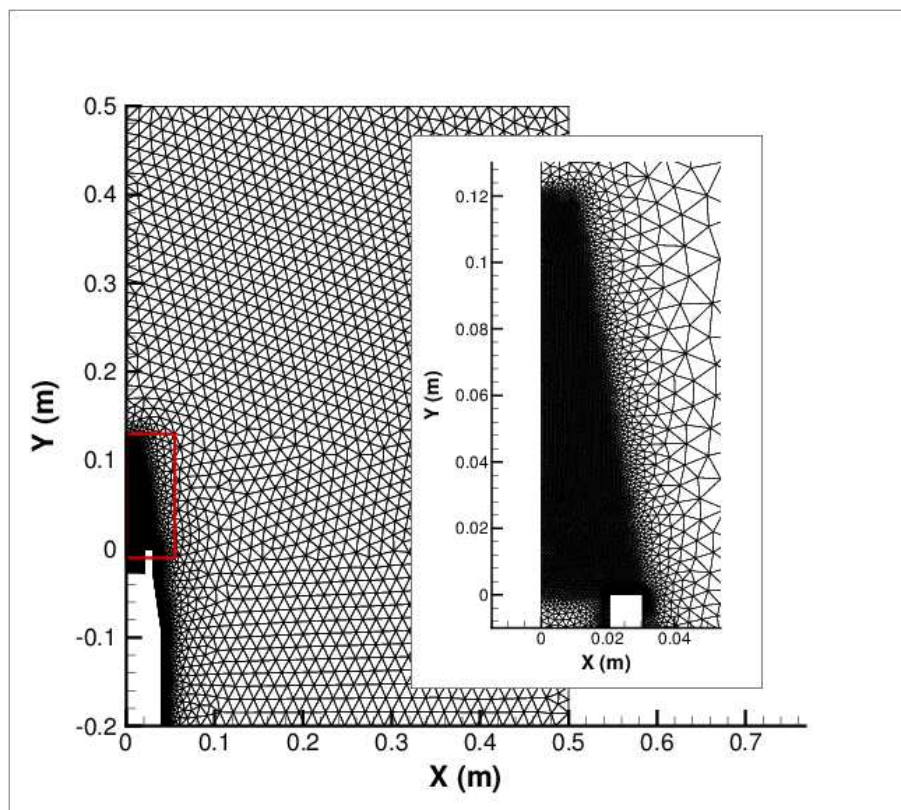


FIG. 4.10 – Maillage pour la simulation de la flamme libre.

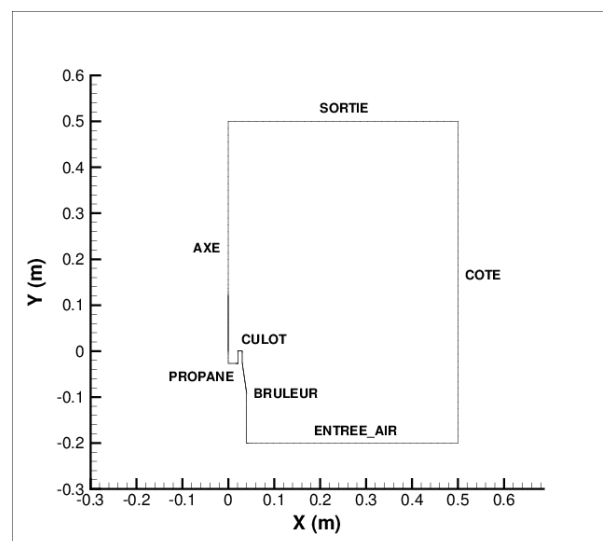


FIG. 4.11 – Limites du domaine de calcul de la flamme libre.

- CULOT : Paroi immobile à température imposée (chauffage artificiel à 2000 K pour l’allumage, qui peut être baissé ensuite), avec couche limite,
- COTE : Glissement/symétrie, scalaires de turbulence  $k = 0,01 \text{ m}^2/\text{s}^2$  et  $L = 0,001 \text{ m}$ ,
- ENTREE\_AIR : Entrée Débit ( $1 \text{ kg}/\text{m}^2/\text{s}$ ) -  $Ti$  (293 K) subsonique, fractions massiques  $Y_{O_2} = 0,21$  et  $Y_{N_2} = 0,79$ , scalaires de turbulence  $k = 0,1 \text{ m}^2/\text{s}^2$  et  $L = 0,006 \text{ m}$ ,
- PROPANE : Entrée Débit ( $3,17 \text{ kg}/\text{m}^2/\text{s}$ ) -  $Ti$  (293 K) subsonique, fractions massiques  $Y_{C_3H_8} = 0,071$ ,  $Y_{O_2} = 0,21 \times 0,929 = 0,195$  et  $Y_{N_2} = 0,79 \times 0,929 = 0,734$ , scalaires de turbulence  $k = 0,1 \text{ m}^2/\text{s}^2$  et  $L = 0,006 \text{ m}$ ,
- SORTIE : Sortie  $Ps$  (101325 Pa) subsonique.

A noter qu’en entrée sont définies les températures et les pressions d’arrêt (respectivement  $Ti$  et  $Pi$ ), alors que seule la pression statique ( $Ps$ ) est définie en sortie.

#### 4.2.2.7 Limitations

Pour la phase d’allumage, des limiteurs sont utilisés sur la température (2000 K) et la pression (2 bar). Ils ne sont plus utiles après la phase d’allumage, puisque les niveaux de température et de pression sont retombés en dessous de ces valeurs.

#### 4.2.3 Simulation

Les figures suivantes montrent les résultats de température et lignes de courant (figure 4.12), vitesse axiale (figure 4.14) et radiale (figure 4.15).

La vitesse de propagation de la flamme en régime laminaire  $V_f$  est définie par :

$$V_f = \sqrt{\frac{\nu}{\tau_c}} \quad (4.24)$$

Avec la viscosité cinématique  $\nu$  et le temps caractéristique chimique  $\tau_c$ . La vitesse de propagation de flamme dépend de la richesse. Le temps caractéristique chimique n’est pas connu a priori. Expérimentalement, elle est de l’ordre de 50 cm/s au moment de l’allumage, lorsque la chimie est importante.

Si la flamme s’accroche sur la lèvre du brûleur, le demi-angle d’ouverture du cône  $\alpha$  équivaut alors à la condition d’équilibre :

$$\sin \alpha = \frac{V_f}{V_0} = \frac{0,5}{2,4} \quad (4.25)$$

Avec la vitesse des gaz de prémélange en sortie du brûleur  $V_0 = 2,4 \text{ m/s}$ . D’où  $\alpha = 12^\circ$ , ce qui conduit à une longueur de flamme de 9,4 cm pour le diamètre de buse considéré ( $D = 4,1 \text{ cm}$ ).

Dans le cas d’un écoulement turbulent, l’ouverture de la flamme dépend de la viscosité totale (laminaire et turbulente). La vitesse de propagation  $V_f$  étant supérieure au cas laminaire, le cône a tendance à se refermer. Ici, la valeur théorique calculée est retrouvée par la simulation (environ 9,5 cm relevés sur la figure 4.12 par exemple), la turbulence étant à peine atteinte. La longueur du cône observé expérimentalement est quant à elle légèrement inférieure (environ 8,5 cm), comme le montre la figure 4.13, ce qui représente une erreur de l’ordre de 10 %. Comme expliqué au chapitre 1 (cf. §1.2.2), le modèle RANS ne calcule que les caractéristiques moyennes de turbulence ainsi que la position statistique moyenne du front de flamme, qui s’étend sur une région plus grande.

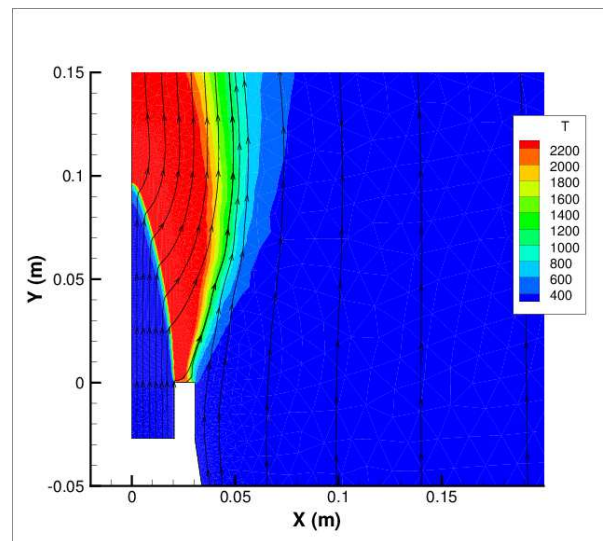


FIG. 4.12 – Lignes de courant sur le champ de température (K) à travers le front de flamme, en configuration libre.

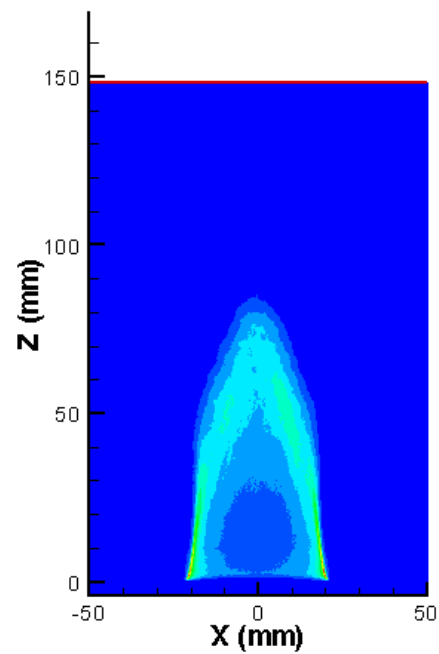


FIG. 4.13 – Position de la flamme libre, obtenue par caméra UV (moyenne sur 100 images).

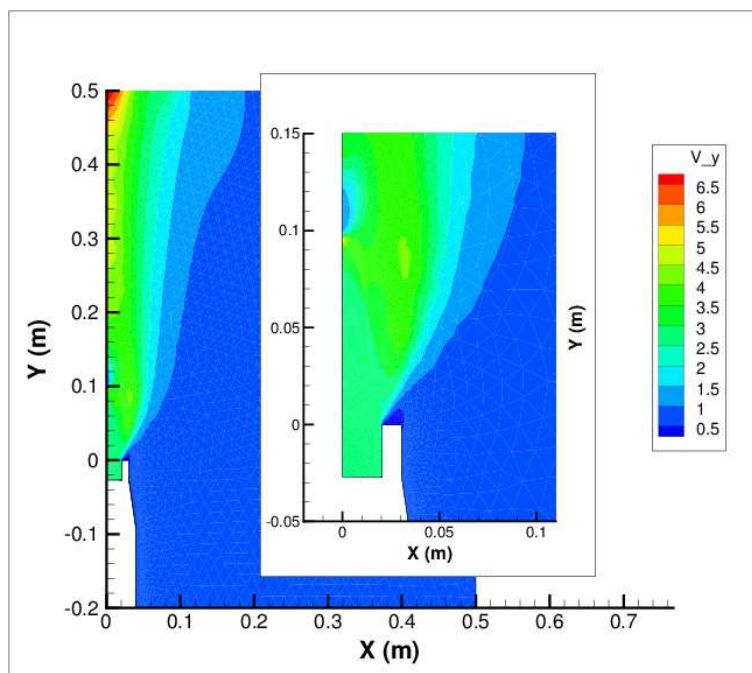


FIG. 4.14 – Répartition de la vitesse axiale  $V_y$  (m/s) à l'intérieur du domaine de calcul de la flamme libre.

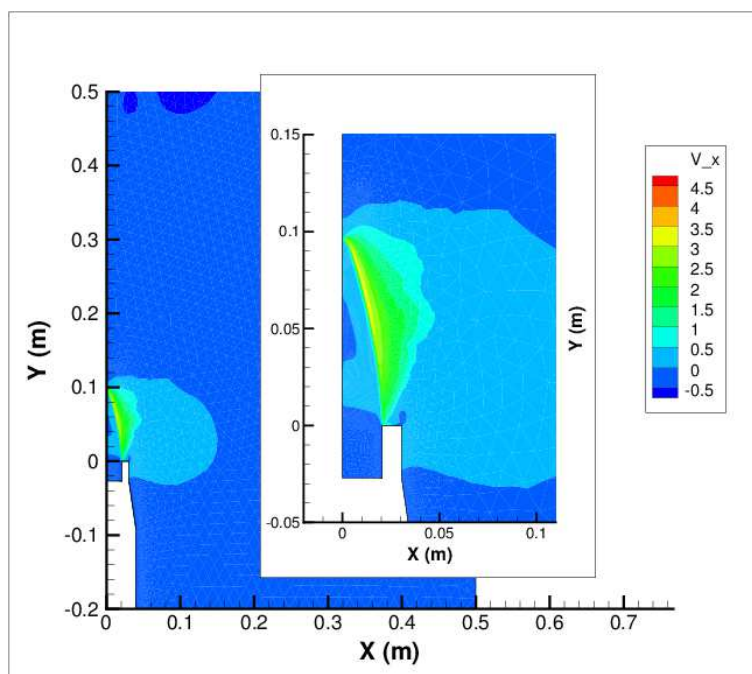


FIG. 4.15 – Répartition de la vitesse radiale  $V_x$  (m/s) à l'intérieur du domaine de calcul de la flamme libre.

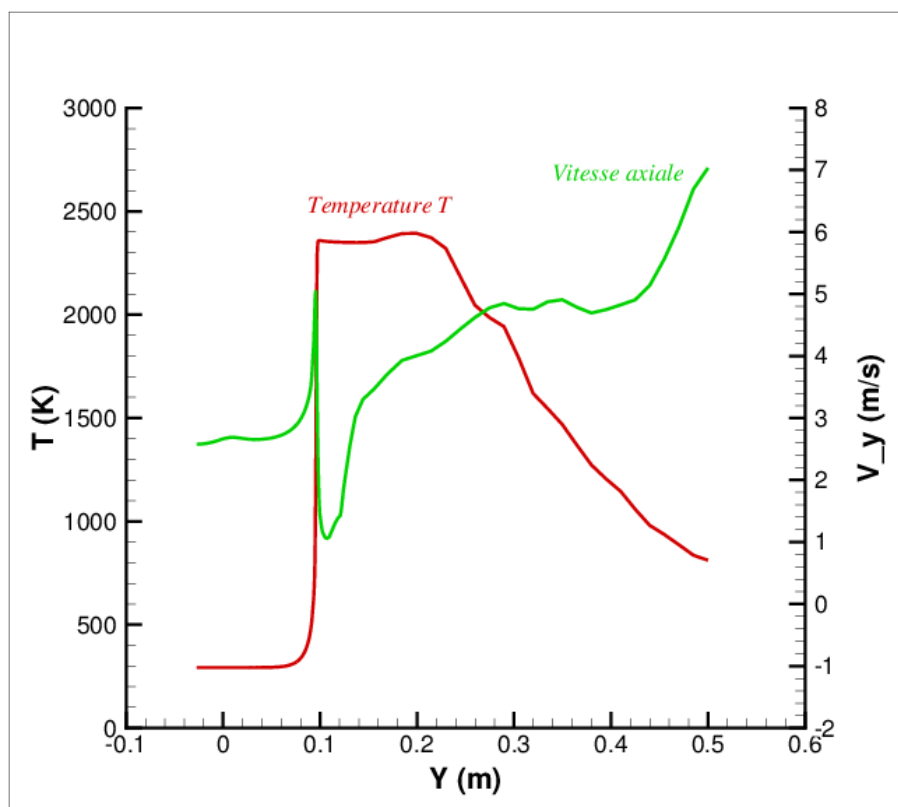


FIG. 4.16 – Température et vitesse le long de l’axe de symétrie du domaine de calcul de la flamme libre.

Sur les figures 4.12, 4.14 et 4.15, une accélération de l’écoulement est observée à la traversée du front de flamme. Cependant, ce comportement diffère au niveau de l’axe : alors que la vitesse le long de l’axe reste quasiment constante jusqu’à la pointe de la flamme, l’écoulement accélère puis décélère sur une région de quelques millimètres au voisinage du front de flamme. Ces évolutions sont visibles sur le graphe de la figure 4.16, où la vitesse de l’écoulement présente aussi un pic au niveau du sommet de la flamme, à l’endroit où la température subit une hausse soudaine.

En effet, comme l’expliquent Chander & Ray [15], la haute température des produits de combustion dans cette région engendre une baisse de la masse volumique et une augmentation de la vitesse axiale. La décélération consécutive au passage du front de flamme est due quant à elle à la divergence de l’écoulement à ce niveau, dans d’autres directions que la direction axiale. Puis, en aval, l’augmentation progressive de la vitesse axiale peut être attribuée à la convergence des lignes de courant.

En ce qui concerne la température, elle est égale à celle du mélange jusqu’à la pointe de la flamme. La libération de chaleur par la combustion provoque alors un saut de la température. Celle-ci croît encore légèrement au delà de la zone de réaction interne, à cause de la combustion de l’excédent de propane et de l’accumulation de gaz brûlés chauds (le profil de température correspond à celui de la fraction massique de  $CO_2$ , tracé en figure 4.17).

L’évolution des fractions massiques des espèces et le profil de la richesse le long de l’axe de la flamme sont respectivement présentés en figure 4.17 et 4.18. Une combustion très rapide du propane se produit peu avant 10 cm au-delà de la sortie de la buse (à la pointe du cône de la

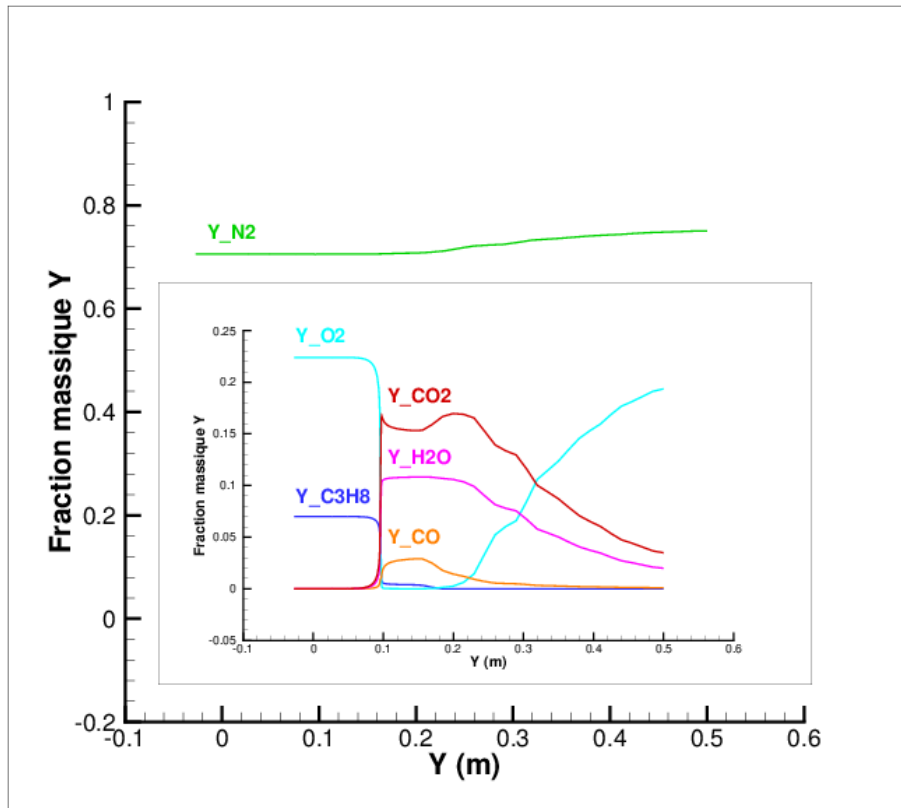


FIG. 4.17 – Répartition des fractions massiques de chacune des espèces en présence, le long de l'axe de symétrie du domaine de calcul de la flamme libre.

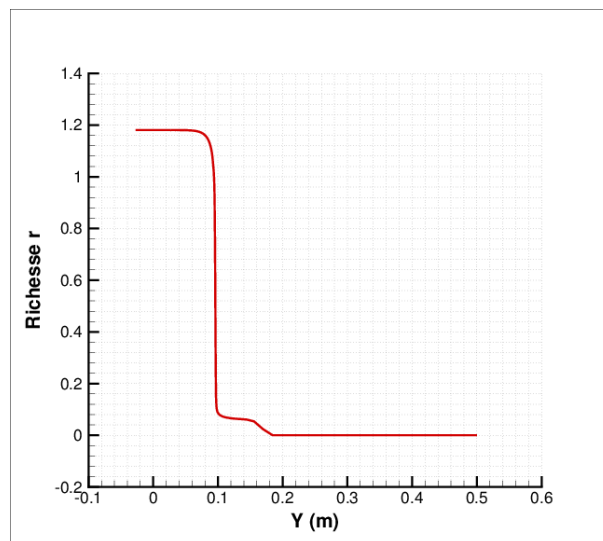


FIG. 4.18 – Evolution de la richesse  $r$  à travers le front de flamme, en configuration libre.

flamme). Le mélange propane-air étant riche en carburant ( $r = 1,2$  en sortie de buse), la totalité de l'air du mélange est consommée dans une première phase, pour atteindre une richesse de 0,2. Une seconde phase de combustion s'engage alors, pour laquelle l'excédent de propane brûle grâce à l'oxygène apporté par l'air extérieur. Une première partie du carburant restant est consommé rapidement à la sortie du front de flamme, jusqu'à  $r = 0,08$ . Un palier est ensuite observé à la fois pour l'évolution de  $Y_{C_3H_8}$  et pour celle de  $r$ . Ce phénomène s'explique par le comportement des lignes de courant qui, comme le montre la figure 4.12, sont déviées vers l'extérieur à la traversée du front de flamme. Par conséquent, l'oxygène est éloigné de la zone de réaction. A une distance d'environ 6 cm au delà du front de flamme, ces mêmes lignes de courant redeviennent parallèles à la direction de l'éjection des gaz du brûleur. L'oxygène de l'air extérieur est ainsi ramené vers le propane, pour terminer sa combustion.

D'autres figures, concernant les répartitions sur le domaine de calcul de la flamme libre de la température, de la magnitude de la vitesse, des scalaires de turbulence  $k$  et  $L$ , ainsi que de la fraction massique du propane (pour la visualisation de la position du front de flamme), sont disponibles en annexe A.1.

### 4.3 Etat initial fluide pour l'interaction flamme-paroi

Une modélisation permettant de simuler correctement la flamme libre vient d'être déterminée. La paroi peut donc maintenant être insérée dans le domaine de calcul fluide. Dans le cadre de cette thèse, l'étude numérique réalisée est limitée à la configuration d'impact pour laquelle la plaque se situe à la distance de la sortie de la buse la plus proche, à savoir  $H = 54$  mm (soit  $H/D = 1,3$ ). La plaque représente un obstacle perpendiculaire à l'écoulement réactif, placée ici à une distance inférieure à la longueur du coeur potentiel de la flamme libre.

Le temps de calcul de l'écoulement d'un fluide réactif étant très long, la solution stationnaire à l'état initial du calcul couplé aéro-thermique (température de plaque homogène et égale à la température ambiante  $T_{amb} = 300$  K) est déterminée à l'aide d'un calcul fluide découplé.

#### 4.3.1 Modélisation du problème dans CEDRE

Le maillage utilisé, présenté en figure 4.19, est composé de 14 645 sommets, 39 435 faces (dont 559 limites) et de 24 791 cellules internes. Le pas de temps retenu est de  $10^{-5}$  s.

Le modèle  $k-\omega$ , mieux adapté aux configurations de type jets en impact (cf. Zuckerman & Lior [85]), est utilisé. Le niveau de  $\omega$  est ajusté de manière à retrouver une vitesse de flamme conforme avec l'angle de cône observé dans le cas de la flamme libre. Les différences de conditions aux limites (schéma en figure 4.20) avec la flamme libre sont les suivantes :

- ENTREE : scalaires de turbulence  $k = 0,1 \text{ m}^2/\text{s}^2$  et  $\omega = 100 \text{ s}^{-1}$ .
- PLAQUE : paroi immobile à température imposée, avec couche limite :

$$\vec{V}_p = 0 \quad (4.26)$$

$$T_p = 300 \text{ K} \quad (4.27)$$

- PREMELANGE : scalaires de turbulence  $k = 0,1 \text{ m}^2/\text{s}^2$  et  $\omega = 100 \text{ s}^{-1}$ .
- SORTIE : sortie  $P_s$  (101325 Pa) subsonique.



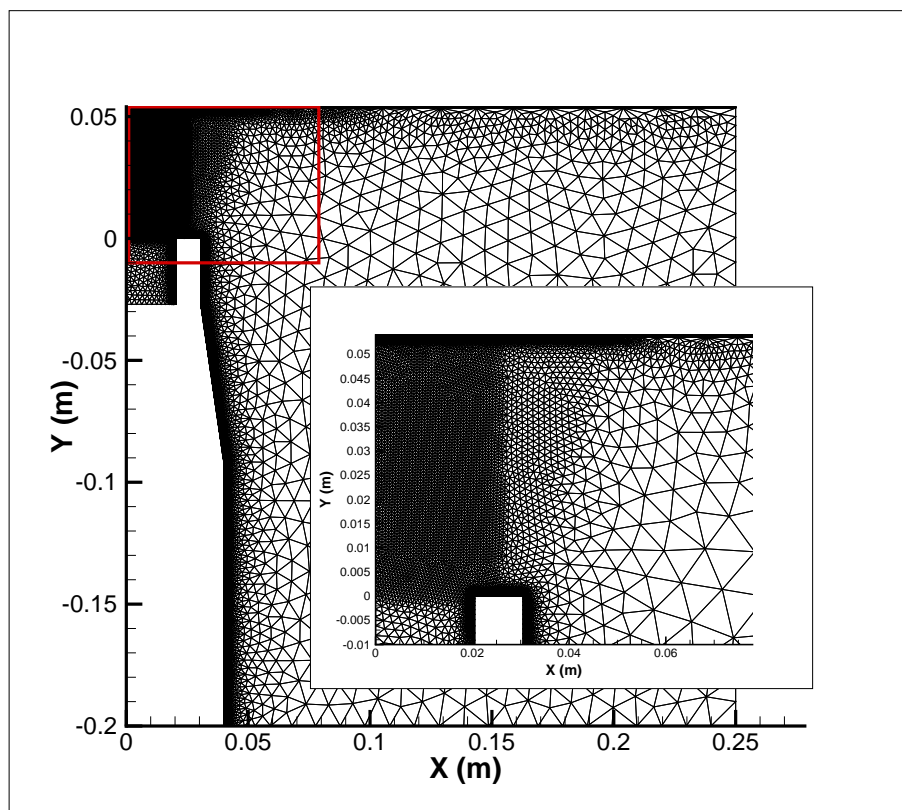


FIG. 4.19 – Maillage pour la simulation de l'interaction flamme-paroi.

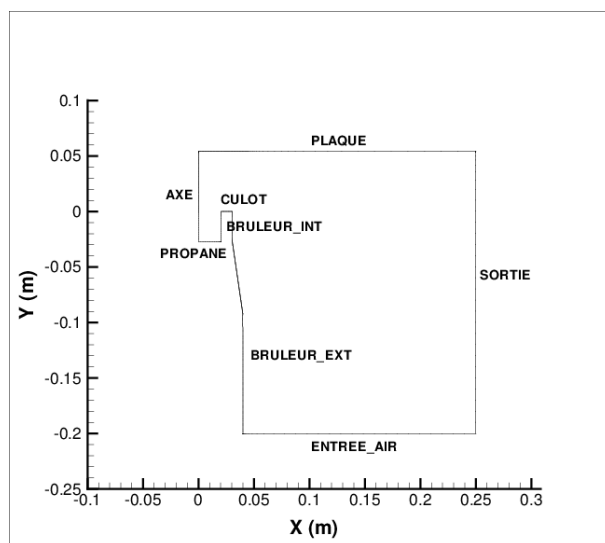


FIG. 4.20 – Limites du domaine de calcul de la flamme en impact.

### 4.3.2 Simulation

Sur les figures 4.26, 4.27 et 4.28, comme dans le cas de la flamme libre, une accélération de l'écoulement à travers le front de flamme est observée. La vitesse axiale de la flamme diminue également, jusqu'à être nulle au point d'arrêt (cf. figure 4.29), ce qui est typique d'un écoulement réactif en impact.

Comme le montre la figure 4.22, la flamme calculée est du type à « coeur central froid » (cf. figure 2.4), puisque le front de flamme vient lécher la paroi, sans se refermer avant l'impact avec la plaque. Cela signifie que les gaz froids non brûlés (à température ambiante), en contact direct avec le matériau de la plaque en son centre, ne transmettent pas de flux de chaleur à ce niveau.

La température théorique de la flamme (2000 K) est approchée dans la zone d'impact, qui correspond à une zone de combustion très petite mais très intense, stimulée par l'augmentation de la turbulence (donc de l'intensité du mélange) à proximité de la paroi (cf. Milson & Chigier [58]). La figure 4.21 schématise la structure du système, interprétée à partir de résultats expérimentaux, avec les différentes régions de la flamme de propane-air en impact.

La figure 4.23 compare le profil de flux obtenu par inversion des mesures thermographiques avec le profil de flux généré par le calcul fluide, pour lequel une condition de température constante est imposée à la paroi. L'objectif étant de déterminer l'état initial de l'écoulement réactif pour le calcul couplé, même si les conditions aux limites sont différentes entre les deux méthodes, la variation de température mesurée le long de la plaque en tout début d'expérience (de l'ordre de 120 K au centre à  $t = 10$  s) reste négligeable par rapport au gradient de température dans le fluide (de l'ordre de 1600 K). La comparaison des flux expérimentaux et numériques est donc possible sur le même graphique.

Ainsi, le profil de flux calculé présente bien un palier de flux nul entre le centre de la plaque et le point d'impact du front de flamme avec la paroi (aux alentours de  $x = 5$  cm), où se produit un pic de flux thermique dont l'intensité (environ 140 kW/m<sup>2</sup>) est du même ordre de grandeur que celle mesurée au centre de la plaque en début d'expérience (environ 120 kW/m<sup>2</sup>). Au-delà du point d'impact, le profil de flux calculé est similaire à celui de l'expérience. Cette allure de flux est typique des flammes à coeur central froid (cf. chapitre 2). La seule différence notable entre flux de chaleur numérique et expérimental se situe donc au centre de la plaque. Elle est directement liée à la différence de structure de l'écoulement réactif.

L'image de l'impact de la flamme sur la plaque, obtenue par caméra UV, est présentée en figure 4.25. En plus de la flamme en enveloppe fermée, une seconde zone de combustion, dans laquelle l'excès de propane se consume avec l'air extérieur, est observable au-delà du front de flamme. Ce halo de gaz chauds est responsable de la stagnation de la valeur du flux pariétal, observée à la fois expérimentalement et par le calcul.

D'autre part, un calcul analogue à celui mené dans cette thèse, pour simuler l'impact d'une flamme sur une paroi, produit les contributions du flux convectif et du flux radiatif (obtenu par le code de rayonnement ASTRE) tracées en figure 4.24. Pour des raisons de confidentialité, ce résultat n'est donné que de manière qualitative. Le flux radiatif calculé est le bilan du rayonnement de la flamme et de la plaque. Conformément à l'hypothèse émise au départ sur l'importance du rayonnement dans le cas de la flamme « standard », la proportion du flux radiatif reste négligeable le long de la plaque, puisqu'elle représente environ 10 % du flux expérimental dans le cas présenté.

Foat *et al.* [33] ont montré par l'expérience que la transition entre une flamme enveloppe et un coeur central froid est un processus quasi-instantané. Ces deux types de flamme peuvent être rencontrés pour un mélange de même richesse (obligatoirement riche en carburant, d'après

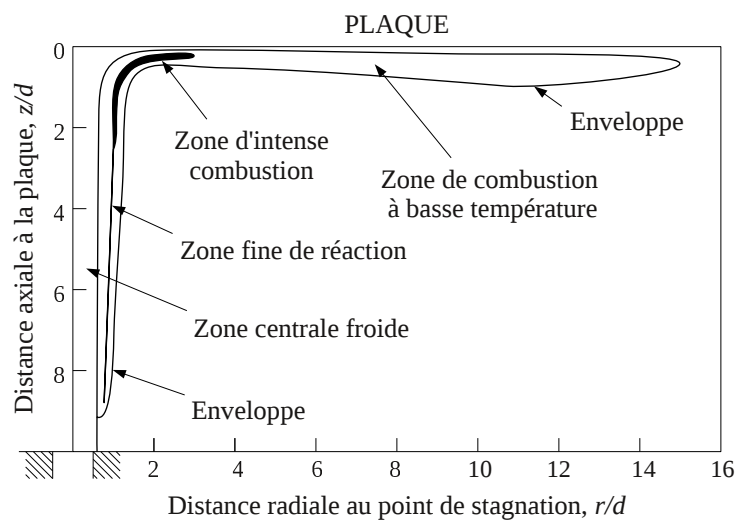


FIG. 4.21 – Régions du système de la flamme de propane-air en impact sur une paroi (adapté de Milson & Chigier [58]).

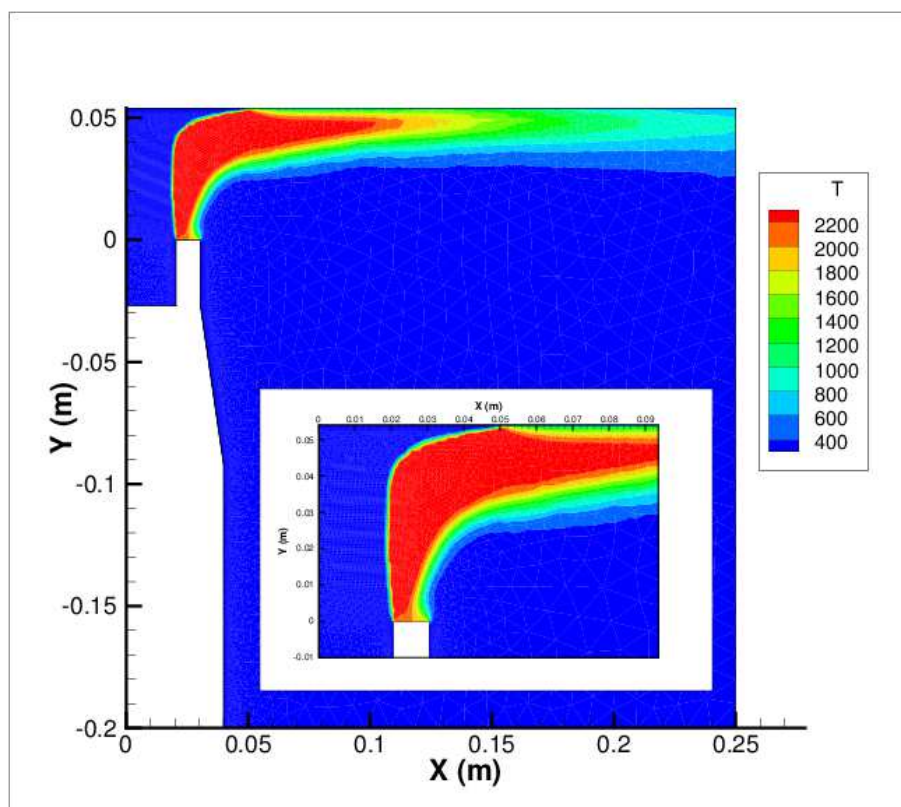


FIG. 4.22 – Répartition de la température (K) à l'intérieur du domaine de calcul de la flamme en impact.

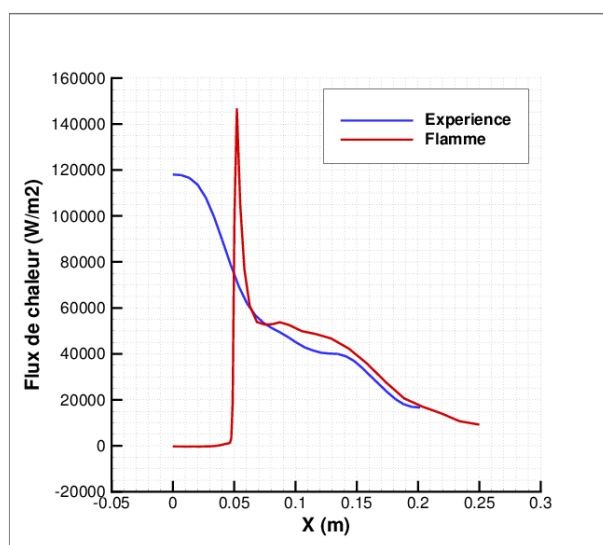


FIG. 4.23 – Comparaison des profils de flux de chaleur expérimental et généré par la flamme le long de la paroi ( $T = 300$  K), à l'état initial.

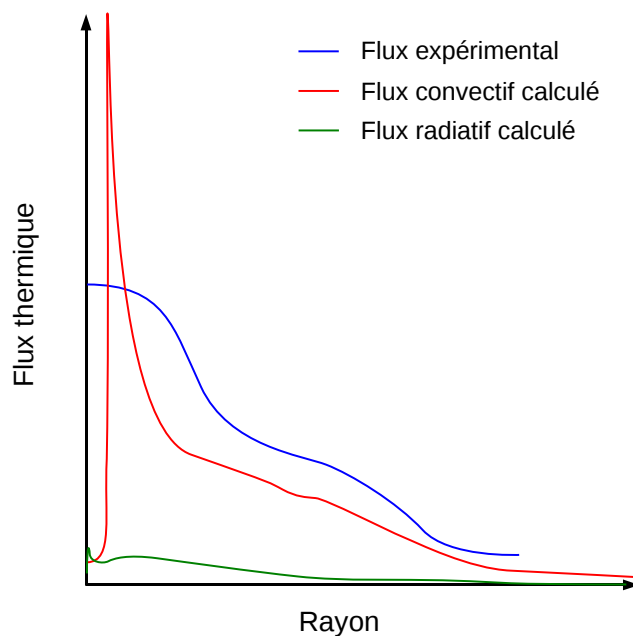


FIG. 4.24 – Evolution qualitative des flux thermiques dans le cas de l'impact d'une flamme le long d'un rayon de plaque.

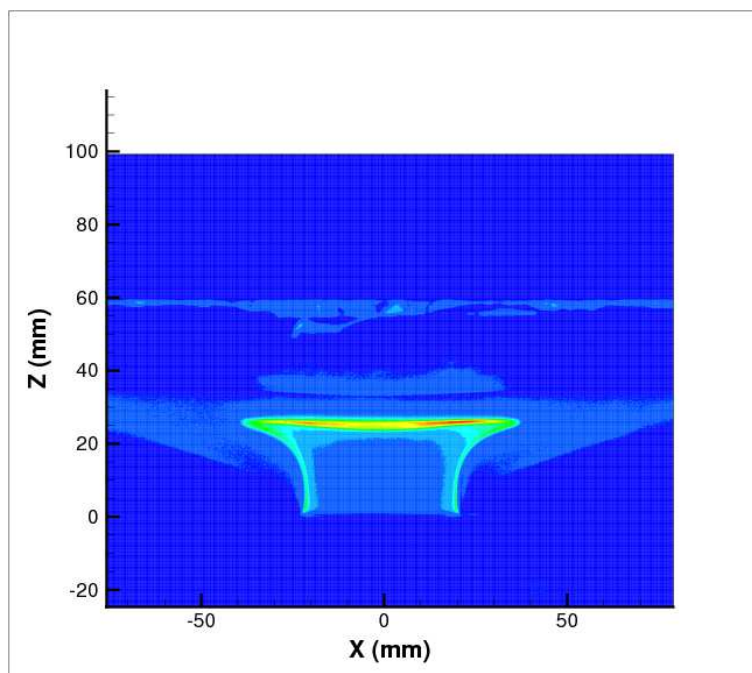


FIG. 4.25 – Position de la flamme en impact sur une plaque d'INCONEL 600 à  $t = 300$  s, obtenue par caméra UV (moyenne sur 100 images).

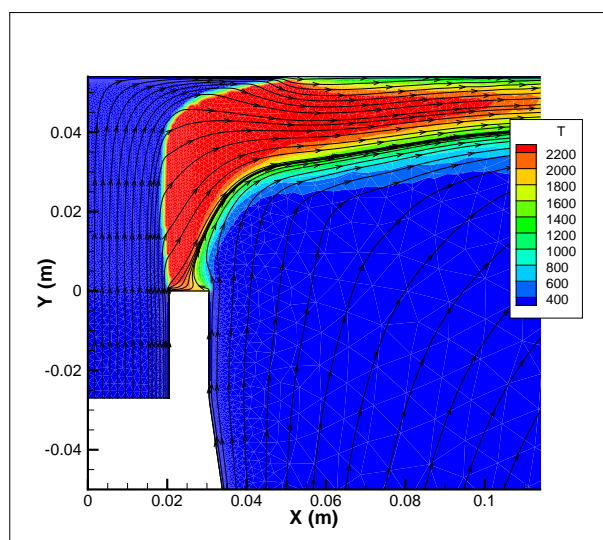


FIG. 4.26 – Lignes de courant sur le champ de température (K) à travers le front de flamme, en configuration d'impact.

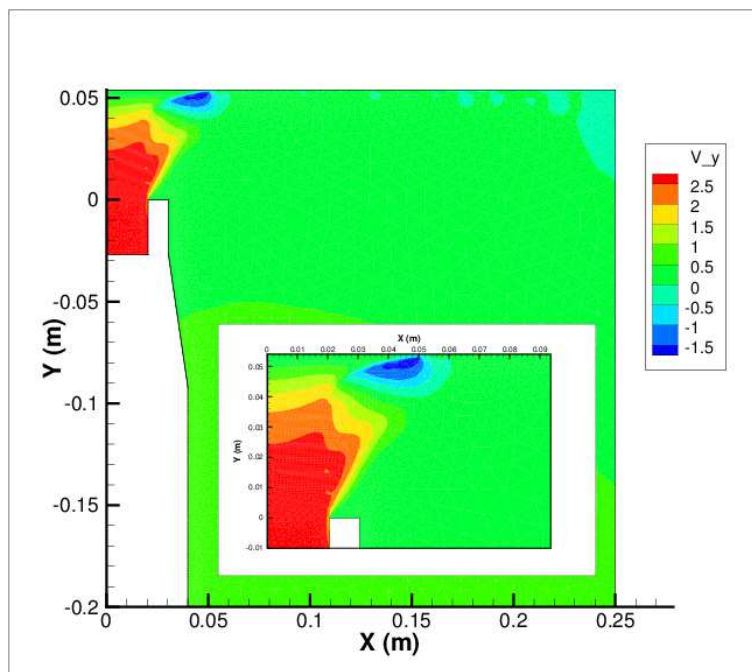


FIG. 4.27 – Répartition de la vitesse axiale  $V_y$  (m/s) à l'intérieur du domaine de calcul de la flamme en impact.

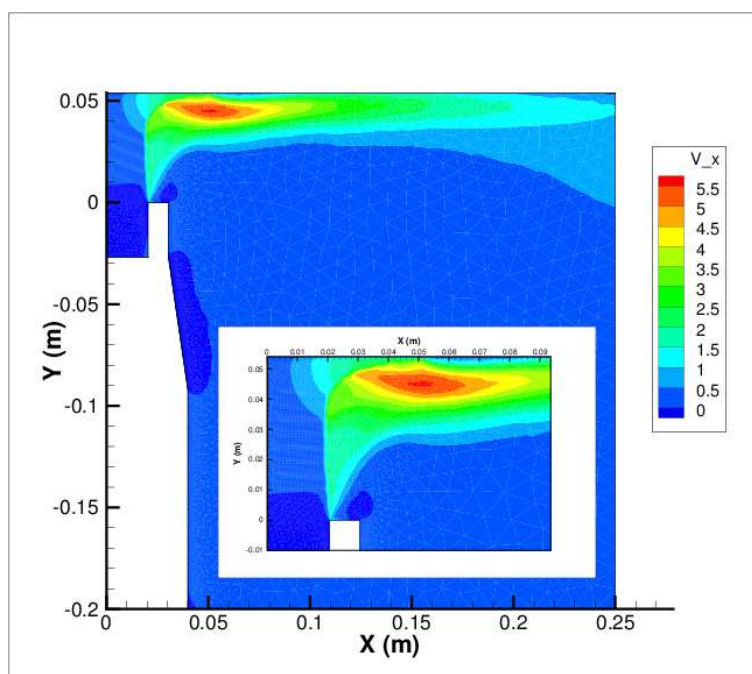


FIG. 4.28 – Répartition de la vitesse radiale  $V_x$  (m/s) à l'intérieur du domaine de calcul de la flamme en impact.

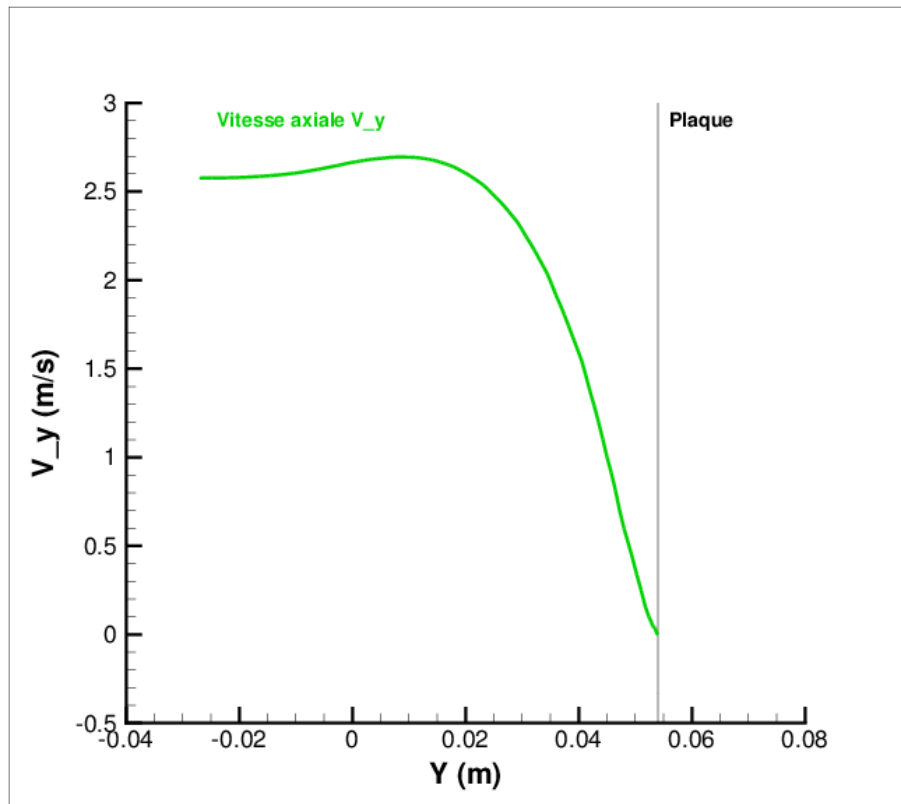


FIG. 4.29 – Vitesse le long de l'axe de symétrie du domaine de calcul de la flamme en impact.

Zhang & Bray [82]), en fonction de l'augmentation ou de la diminution du débit de carburant. En effet, dès que le coeur central froid s'est formé, il devient difficile pour l'air ambiant de diffuser à travers la zone chaude des gaz brûlés, puisque la direction prédominante de l'écoulement fait s'éloigner les gaz de la zone de stagnation.

Dans le cas de l'étude numérique de l'impact d'un jet menée par Kubacki & Dick [46], les limitations du calcul RANS sont soulevées. En effet, lorsque la distance entre la sortie de la buse et la plaque est petite (la plaque est placée à l'intérieur du coeur du jet), l'énergie cinétique turbulente est surestimée dans la zone de stagnation, ce qui a comme première conséquence de surestimer le nombre de Nusselt au point d'arrêt. Le taux de transfert de chaleur le long de la plaque et la magnitude de la vitesse fluctuante sont également surestimés dans la zone d'impact.

Pour une distance de la buse à la plaque élevée (la plaque est placée en dehors du coeur du jet), le mélange turbulent est sous-estimé par la méthode RANS dans la zone de cisaillement du jet. Les gradients de température sont alors trop élevés, conduisant à une surestimation du taux de transfert thermique dans la zone d'impact. La prédiction de la longueur du coeur de jet est également surestimée. Ce phénomène a aussi été observé par Boudier *et al.* [10] dans le cas d'un jet réactif pénétrant.

C'est en partie pour cela que le modèle  $k-\omega$  SST (*Shear Stress Transport*) est utilisé, car il limite la production d'énergie cinétique de turbulence  $k$  dans les zones fortement cisillées. Cependant, il a été évalué sur des configurations plus simples que celles étudiées dans cette thèse, à savoir des écoulements non réactifs, avec un écart plus faible entre les températures du fluide et de la paroi (cf. Zuckerman & Lior [85]). Dans le cas du calcul de la flamme libre, réalisé

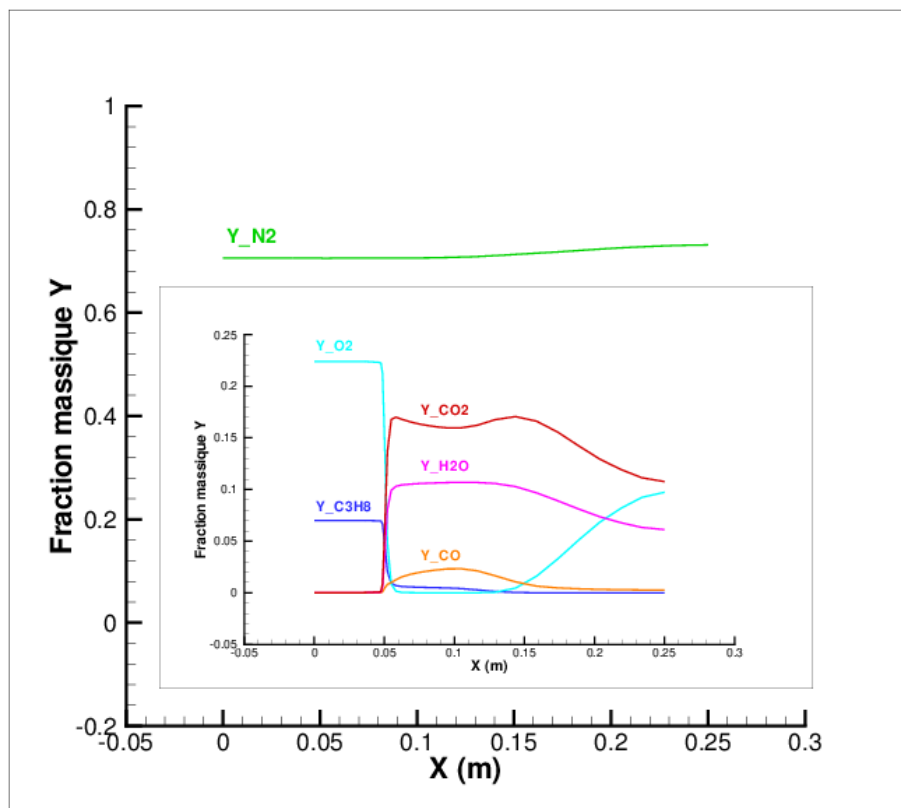


FIG. 4.30 – Répartition des fractions massiques de chacune des espèces en présence, le long de la plaque.

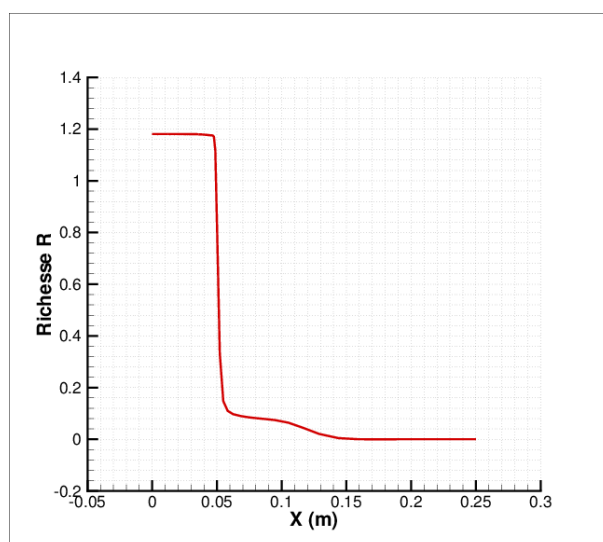


FIG. 4.31 – Evolution de la richesse  $r$  le long de la plaque.



avec un modèle  $k$ - $L$ , la longueur du cône est proche de la valeur théorique. Par contre, l'impact de cette même flamme sur une paroi semble être moins bien géré par le modèle  $k$ - $\omega$  SST.

En ce qui concerne les observations de l'expérience dans le cas de l'impact, la zone de réaction chimique est localisée par les émissions de radiaux  $OH$  les plus importantes sur la figure 4.25. En « dépliant » cette zone de faible épaisseur, la longueur totale du front de flamme est mesurée : elle est de l'ordre de 16 cm. Ceci correspond à une longueur équivalente du cône de la flamme libre de 7,7 cm. Pour une même configuration de vitesse d'éjection et de richesse de mélange, la flamme présente donc un front de longueur équivalente, qu'elle soit libre ou qu'elle rencontre un obstacle.

La longueur du front de flamme calculé par le code CEDRE (mesurée sur la figure 4.22) est quant à elle d'environ 7,8 cm. C'est donc plus court (de l'ordre de 20 %) que la longueur théorique du cône de la flamme libre (9,4 cm pour rappel). Ainsi, comme l'avaient également observé Kubacki & Dick [46], la turbulence semble surestimée dans le calcul de cette configuration d'impact de la flamme, pour laquelle la plaque se situe dans le coeur du jet.

Cependant, la longueur du front de flamme obtenu par le calcul dans le cas de l'impact correspond à celle observée expérimentalement. Une vitesse turbulente plus élevée au niveau de l'impact avec la plaque pourrait donc expliquer la transition réalisée entre la flamme enveloppe observée lors de l'expérience et le coeur central froid obtenu par le calcul.

Enfin, les figures 4.30 et 4.31 présentent l'évolution de la réaction chimique le long de la plaque. Les commentaires sur les mêmes figures pour la flamme libre s'appliquent au cas de la flamme en impact.

Le champ de pression n'est pas représenté ici puisque l'écoulement présente simplement de très légères variations de pression au niveau du front de flamme (quelques dizaines de Pa) qui peuvent être négligées pour le couplage des physiques.

D'autres figures, concernant les répartitions sur le domaine de calcul de la flamme en impact des scalaires de turbulence  $k$  et  $\omega$ , ainsi que de la fraction massique du propane, sont disponibles en annexe A.2.

L'écoulement réactif vient d'être établi pour les conditions aux limites de l'instant initial de l'expérience (à savoir une température de paroi constante et égale à la température ambiante :  $T = 300$  K). Même si la forme de la flamme générée numériquement (à coeur central froid) ne correspond pas aux observations de l'expérience (enveloppe fermée), ce calcul fluide préconvergé va maintenant être intégré au sein du couplage aéro-thermique, dans le but d'étudier l'interaction entre l'écoulement réactif et le transitoire thermique à travers la plaque.

## 4.4 Couplage aéro-thermique pour l'interaction flamme-paroi

Le couplage aéro-thermique étant prépondérant au sein du système de l'interaction flamme-paroi, l'hypothèse est faite dans cette section que la déformation de la plaque influence peu l'intensité du transfert thermique de l'écoulement réactif vers la paroi, à condition que la topologie de la flamme ne soit pas modifiée. Dans un premier temps, le changement de position de la plaque n'a donc pas besoin d'être pris en compte (l'aspect mécanique du problème est étudié dans les chapitres 5 et 6). L'algorithme de couplage validé au chapitre 3 (couplage « quasi-instationnaire ») est utilisé pour l'étude du transitoire thermique dans le solide.

#### 4.4.1 Modélisation du problème fluide

Par rapport à la modélisation découplée de l'interaction flamme-paroi (cf. §4.3.1), le pas de temps fluide est désormais de  $10^{-4}$  s. De plus, le maillage est découpé en 56 sous-domaines de taille similaire, de façon à équilibrer les charges de calcul.

Les conditions aux limites imposées à l'interface fluide-structure, modélisée par une paroi immobile avec couche limite, sont les suivantes :

$$\vec{V}_p = 0 \quad (4.28)$$

$$T_p = T_s \quad (4.29)$$

La température imposée  $T_s$  est obtenue du code Z-set par l'intermédiaire du couplage.

#### 4.4.2 Modélisation du problème solide

Pour rappel, le code Z-set résout l'équation de la chaleur suivante :

$$\nabla \cdot (\vec{\nabla} T) - \left( \frac{\rho_s C p_s}{\lambda_s} \right) \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (4.30)$$

Le flux de chaleur  $\vec{q}$  est défini par la loi de Fourier :

$$\vec{q} = -\lambda_s \vec{\nabla} T \quad (4.31)$$

L'aspect mécanique du problème n'est pas pris en compte dans cette étude. Les déformations de la plaque associées aux évolutions de température ne sont donc pas calculées.

##### 4.4.2.1 Conditions aux limites

La température de l'ensemble des éléments constituant la plaque est initialisée à la température ambiante :

$$T(x, y, 0) = 300 \text{ K} \quad (4.32)$$

Les conditions aux limites imposées dans le code de thermique correspondent à celles utilisées pour l'inversion des mesures de thermographie infrarouge. Ainsi, le contact adiabatique au bord de la plaque est modélisé par une condition aux limites de flux nul :

$$-\lambda_s \frac{\partial T}{\partial n} = 0 \quad (4.33)$$

A l'arrière de la plaque, la condition aux limites combine un flux de convection naturelle et un flux radiatif :

$$-\lambda_s \frac{\partial T}{\partial n} = h(T - T_0) + q_r \text{ où } q_r = \sigma \epsilon (T^4 - T_0^4) \quad (4.34)$$

Avec l'émissivité totale de la peinture  $\epsilon = 0,9$ , le coefficient d'échange  $h = 5 \text{ W/m}^2/\text{K}$  et une température de référence  $T_0 = 300 \text{ K}$ .

Dans l'idéal, afin de représenter au mieux l'influence de la convection libre à l'arrière de la plaque, il faudrait rajouter un domaine de calcul fluide à coupler au reste du système, pour obtenir un coefficient  $h$  adapté. Cependant, cette solution nécessitant une résolution du problème couplé

en parallèle (qui n'est pas l'objet de la thèse), elle a été abandonnée au profit de l'utilisation d'un coefficient constant.

L'effet du rayonnement n'est pris en compte dans cette étude qu'à l'arrière de la plaque, car il permet d'évacuer une partie de la chaleur du système. Les rayonnements de la flamme et de la surface de la plaque exposée à l'écoulement réactif sont quant à eux négligés.

La condition aux limites imposée à l'interface fluide-structure est donc de la forme :

$$-\lambda_s \frac{\partial T}{\partial n} = -h_f(T - T_0) \quad (4.35)$$

Avec le coefficient d'échange  $h_f$  obtenu par le couplage avec le code CEDRE et une température  $T_0$  caractéristique du fluide.

#### 4.4.2.2 Comportement du matériau

Dans le cadre de cette thèse, un seul des deux matériaux constituant les plaques métalliques testées lors de l'expérience est étudié. Il s'agit de l'INCONEL 600, pour lequel les caractéristiques thermiques et mécaniques sont bien connues (la loi de comportement mécanique est disponible dans Roos & Chaboche [70]). Ses propriétés thermiques (conductivité  $\lambda_s$  et chaleur spécifique à pression constante  $Cp_s$ ) varient en fonction de la température, comme le montre la figure 4.32.

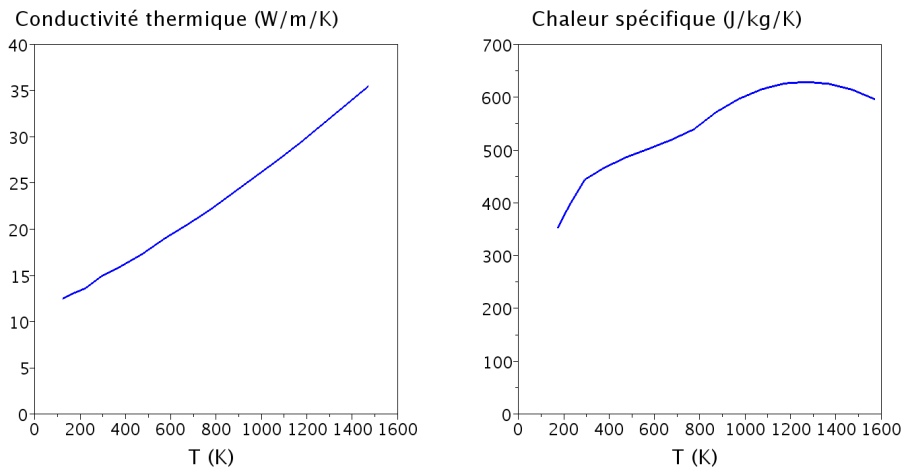


FIG. 4.32 – Propriétés thermiques de l'INCONEL 600 (données extraites de [74] et extrapolées).

#### 4.4.2.3 Discrétisation spatiale

Après une étude de convergence sur un maillage réglé linéaire pour plusieurs tailles d'éléments (3 mm, 1,5 mm, 1 mm, 0,75 mm, 0,6 mm et 0,5 mm), la taille de maille  $\Delta y = 1$  mm est retenue pour la discrétisation de la thermique du solide. A signaler que dans Z-set, la norme pour traiter des problèmes axisymétriques est de placer l'axe selon la direction  $y$ .

#### 4.4.3 Algorithme de couplage

L'algorithme de couplage quasi-stationnaire fort, illustré en figure 4.33 et dont les performances ont été évaluées au chapitre 3, est utilisé pour mener le calcul couplé aéro-thermique de

l'impact de la flamme sur la plaque.

En fonction des fréquences d'acquisition des différentes caméras de l'expérience (au minimum 0,3 Hz), les pas de temps de calcul côté solide (thermique ici puis mécanique plus tard) doivent être choisis de manière à fournir des résultats au minimum toutes les 10 s. Dans le but de minimiser le temps total de calcul, seule une dizaine d'échanges est effectuée. Le pas de temps de couplage est pris égal au pas de temps thermique, soit  $\Delta t_c = \Delta t_s = 30$  s.

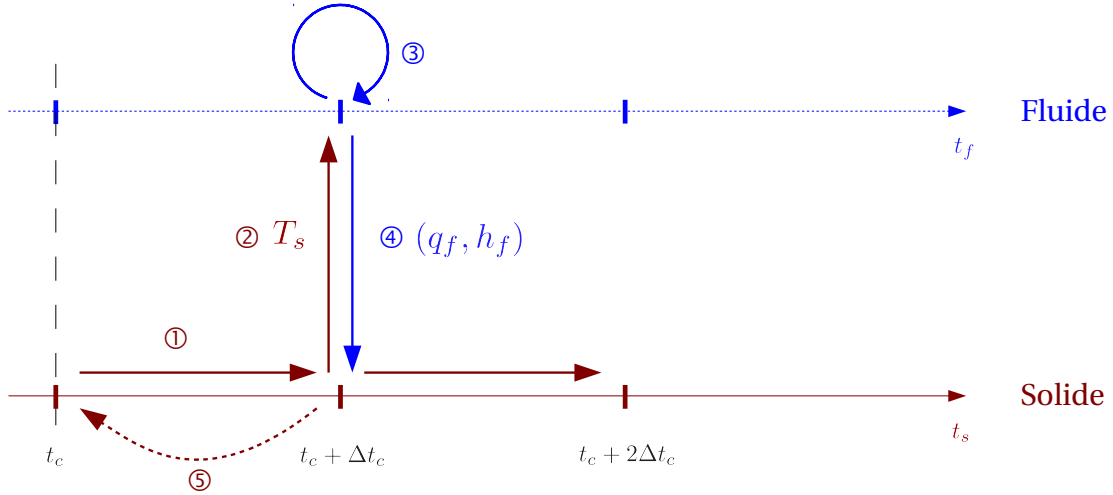


FIG. 4.33 – Algorithme de couplage aéro-thermique quasi-stationnaire fort.

Pour rappel, l'emploi d'une procédure itérative assure l'équilibre des températures et des flux à l'interface fluide-structure à chaque instant de couplage (conditions aux limites physiques) :

$$T_f = T_s \quad (4.36)$$

$$q_s = -q_f \quad (4.37)$$

Les conditions aux limites de Dirichlet-Fourier imposées à l'interface s'écrivent en fonction de l'itération  $\nu$  du couplage (recherche du point fixe [64, 16]) :

$$T_f^\nu = T_s^\nu \quad (4.38)$$

$$q_s^{\nu+1} = -q_f^\nu - h_f^\nu(T_s^{\nu+1} - T_s^\nu) \quad (4.39)$$

Deux critères de convergence sont utilisés. Le premier (critère local) sert au code fluide uniquement, afin de déclencher l'échange d'informations. Il correspond au maximum de la différence de flux thermique sur la moyenne pariétale entre deux itérations du code CEDRE. Proportionnellement à la valeur retenue dans le cas de la plaque en convection forcée du chapitre 3, le critère local est ici fixé à 50 W/m<sup>2</sup>. Le second critère de convergence (global) teste le ratio de températures suivant dans la boucle itérative de l'algorithme de couplage aéro-thermique :

$$\frac{\|T_s^{\nu+1} - T_s^\nu\|}{\|T_s^{\nu+1}\| + \|T_s^\nu\|} \quad (4.40)$$

Une valeur de ce ratio à  $10^{-5}$  permet d'obtenir des températures précises à moins de 0,05 K près, pour des valeurs dépassant les 1000 K.

#### 4.4.4 Simulation

Les résultats numériques pour les flux de chaleur et les températures présentés en figures 4.36 et 4.38 ont été obtenus pour la configuration  $H/D = 1,3$ , avec une plaque d'INCONEL 600. Le calcul a été mené jusqu'au pas de temps  $t = 150$  s, avant d'être confronté à une instabilité de la flamme, au bout de 8 heures de calcul.

A cause de la structure calculée pour la flamme, présentant un coeur central froid, la température de la plaque n'est pas maximale au niveau du point de stagnation, contrairement aux observations de l'expérience. Un problème de saturation des températures mesurées, rencontré avec la caméra infrarouge aux environs de  $t = 60$  s, limite la comparaison des résultats numériques avec les données expérimentales aux premiers instants de l'expérience. Au-delà, la précision des valeurs mesurées n'est plus garantie.

Les profils de température mesurés par thermographie infrarouge sur la face arrière de la plaque, tracés le long d'un rayon (figure 4.37, à gauche, en K), correspondent aux cartes de température (en °C) présentées en figure 4.34 et figure 4.35, respectivement aux temps  $t = 30$  et  $60$  s. Aux premiers instants de l'expérience, le flux est maximal à l'avant de la plaque et il augmente progressivement à l'arrière. Ainsi, les valeurs de température mesurées en face arrière sont légèrement inférieures à celles obtenues par méthode inverse en face avant (figure 4.37, à droite, en K), plus particulièrement à proximité du centre de la plaque (la différence est de 40 K à ce niveau).

Au delà du point d'impact du front de flamme sur la plaque ( $r = 5$  cm), dans la zone de combustion de l'excès de carburant où le profil de flux pariétal stagne, les valeurs de température calculées correspondent à celles relevées lors de l'expérience. Par exemple, à l'avant de la plaque, la moyenne des températures calculées entre les rayons  $r = 5$  et  $15$  cm (cf. figure 4.36, à droite) est sous-estimée d'environ 30 K par rapport à la moyenne du profil de température mesuré sur la même zone (cf. figure 4.37, à droite) à  $t = 30$  s (environ 440 K) et à  $t = 60$  s (environ 550 K).

Au cours de la simulation, à mesure que les physiques évoluent en temps, l'effet du transfert de chaleur par conduction dans la plaque se fait ressentir. En effet, la température au centre de la plaque (qui ne reçoit aucun flux de la flamme) augmente (cf. figure 4.36, à droite), provoquant un transfert de chaleur qui vient réchauffer l'écoulement, comme en témoigne le flux thermique négatif au niveau du coeur central froid de la flamme (cf. figure 4.36, à gauche).

De plus, il est important de signaler que le point d'impact avec la plaque a tendance à se rapprocher lentement de l'axe de la flamme. Ce phénomène, conjugué au réchauffement progressif de la couche limite de paroi dans le coeur froid de la flamme pourrait amener à un changement de topologie de la flamme en enveloppe fermée (d'où l'instabilité du calcul à partir de  $t = 150$  s), ce qui permettrait de retrouver les mesures de l'expérience.

Pour résumer, la résolution du problème de l'interaction flamme-paroi par le couplage est complexe non seulement de par la nature instable de l'écoulement réactif, mais également à cause du coût de calcul lié à la résolution des équations de combustion. D'une part, les 6 espèces en présence nécessitent 12 équations à résoudre par cellule, et d'autre part le pas de temps transitoire est limité à  $10^{-4}$  s (par rapport au temps caractéristique chimique de l'ordre de  $10^{-7}$  s). Par conséquent, le temps de calcul fluide dimensionne le temps total du calcul couplé, puisqu'il représente environ 95% du coût de calcul total.

C'est pourquoi le choix est fait dans cette thèse de simplifier la physique de l'écoulement, dans le but de se concentrer sur la mise en place de la chaîne de couplage aéro-thermo-mécanique. Toutefois, il est important de conserver une description de l'écoulement qui soit la plus proche possible de celle de la flamme, pour que l'étude qui suit soit adaptée au cas de l'interaction

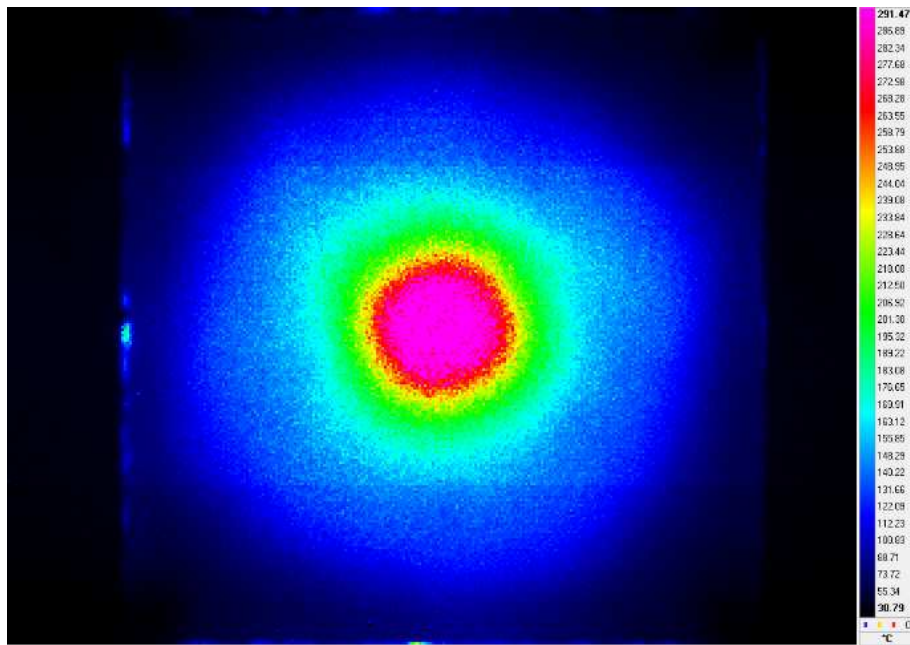


FIG. 4.34 – Carte de température ( $^{\circ}\text{C}$ ) à l'arrière de la plaque d'INCONEL 600, par thermographie infrarouge ( $H/D = 1,3$ ,  $t = 30$  s)

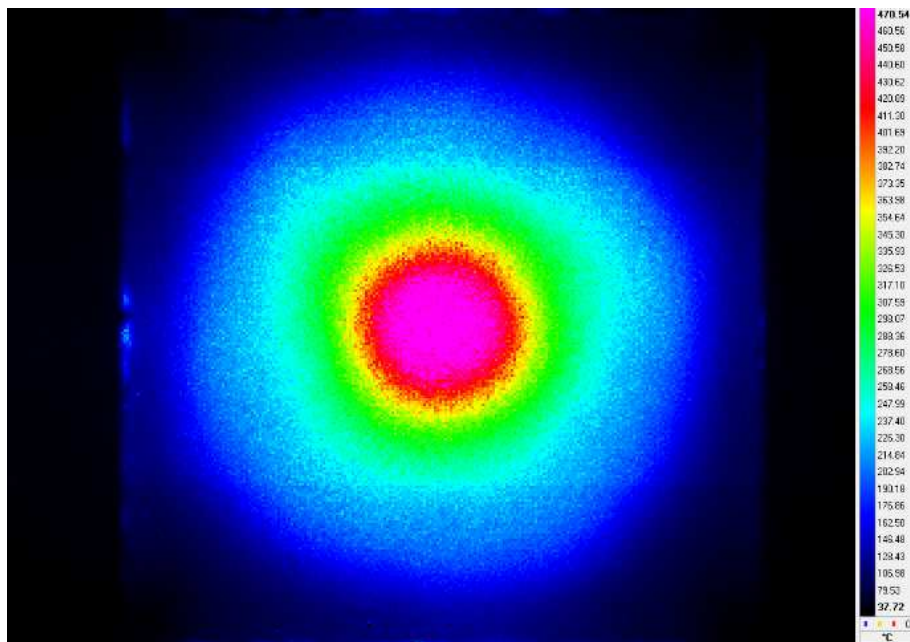


FIG. 4.35 – Carte de température ( $^{\circ}\text{C}$ ) à l'arrière de la plaque d'INCONEL 600, par thermographie infrarouge ( $H/D = 1,3$ ,  $t = 60$  s)

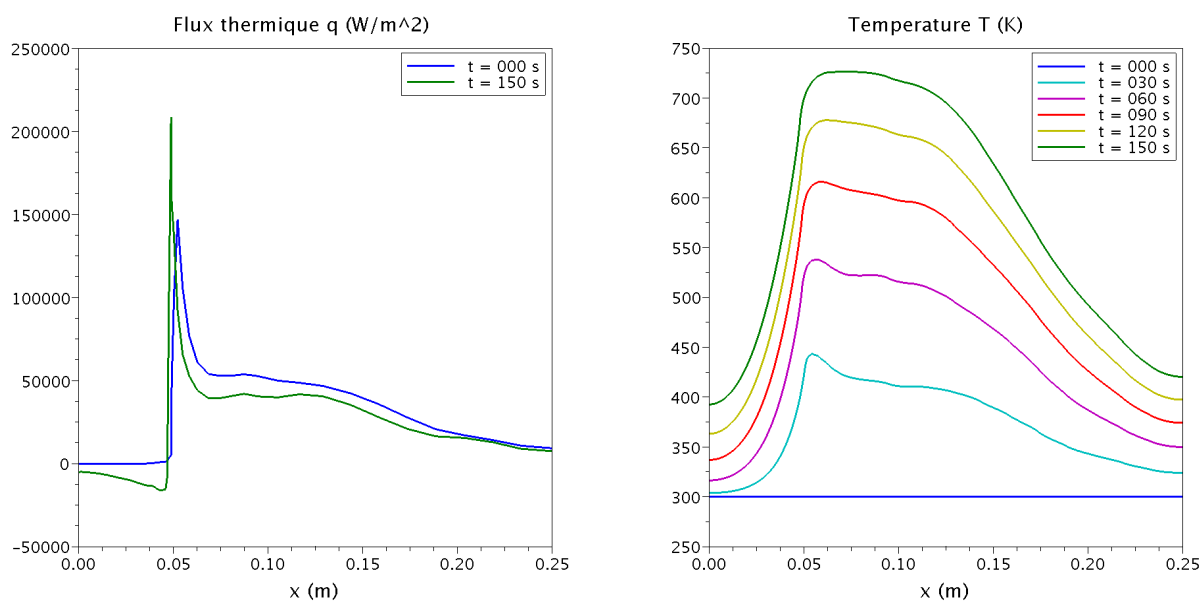


FIG. 4.36 – Profils de flux de chaleur générés par la flamme (code CEDRE) et de température à la paroi (code Z-set).

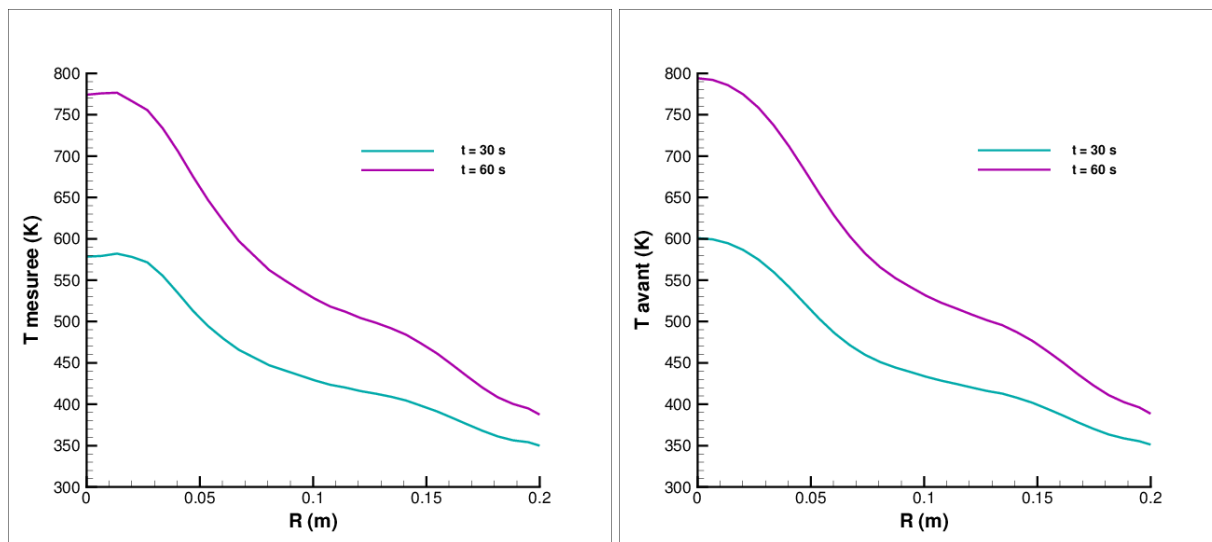


FIG. 4.37 – Profils de température mesurée à l'arrière de la plaque, obtenue par thermographie infrarouge (à gauche), et profils de température à l'avant de la plaque, obtenue par méthode inverse (à droite).

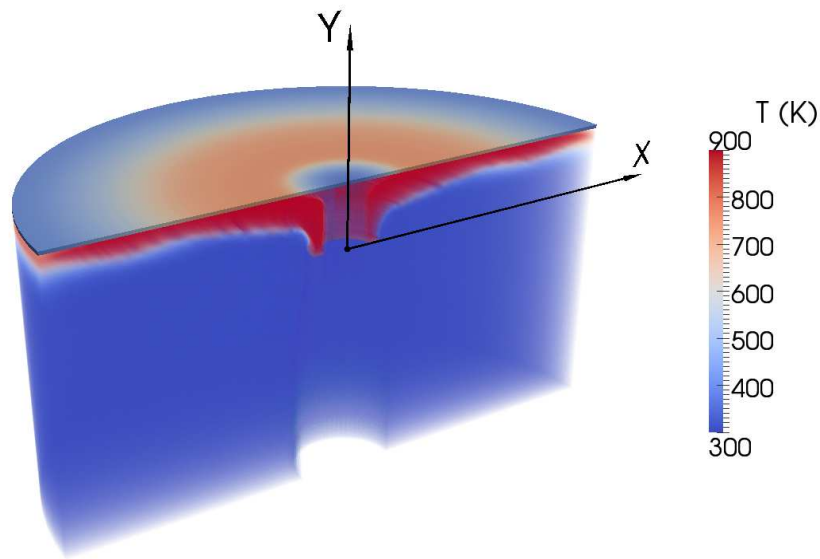


FIG. 4.38 – Champs de température fluide et solide à  $t = 150$  s, pour la configuration de la flamme en impact sur la plaque.

flamme-paroi. Ainsi, sur le principe des similitudes aérodynamiques entre jets non réactifs et réactifs (de type flamme) dans le cas de l'impact, mises en évidence par Milson & Chigier [58] et Viskanta [78] (cf. chapitre 2), un cas équivalent de jet chaud va maintenant être utilisé pour régler les différents couplages. Cette solution permet d'une part de s'affranchir de la résolution des équations de combustion, afin de limiter le temps de calcul fluide, et d'autre part de produire un profil de flux de chaleur pariétal en « cloche », correspondant à celui de l'expérience.





## Chapitre 5

# Mise en place et validation du couplage aéro-thermo-mécanique

L'algorithme de couplage aéro-thermo-mécanique proposé dans ce chapitre est adapté à la résolution particulière du problème de l'impact d'une flamme (jet réactif) pour la prédiction de la déformation d'une plaque métallique. La stratégie est validée progressivement, en étudiant un à un et par ordre d'importance des interactions chacun des sous-couplages potentiels (cf. §4.1.3). En se basant sur les similitudes aérodynamiques entre jets non réactifs et réactifs (de type flamme) dans le cas de l'impact (cf. chapitre 2), les réglages de l'algorithme ont été effectués dans la configuration plus générale de l'impact d'un jet chaud non réactif. Un schéma de la démarche employée est présenté en figure 5.1. La mise en place du couplage complet suit plusieurs étapes :

- Elaboration d'un algorithme de couplage **aéro-thermo-mécanique** capable de traiter a priori le problème de l'interaction flamme-paroi (cf. §5.1).
- Etude du couplage **aéro-thermique** dominant dans une configuration de jet chaud équivalent (étape 1 de la démarche en figure 5.1, cf. §5.2).
- Etude du couplage **thermo-mécanique** dans la même configuration (étape 2 en figure 5.1, cf. §5.3). Une première estimation de la déformation de la plaque soumise au jet chaud est donnée. Un calcul thermo-mécanique de relaxation de la plaque est également mené (cf. §5.4), afin de déterminer la flèche résiduelle. Les résultats numériques sont comparés aux mesures expérimentales.
- Etude du couplage **aéro-mécanique**, toujours dans la même configuration (étape 3 en figure 5.1, cf. §5.5), pour le réglage des paramètres de déformation du maillage fluide.
- Réutilisation des différents paramètres optimaux (pas de temps de calcul, stratégie de couplage) déterminés lors des étapes précédentes, pour le calcul **aéro-thermo-mécanique** (étape 4 en figure 5.1, cf. §5.6), dans le but d'obtenir une nouvelle estimation de la déformation de la plaque.

Lors du travail de thèse, la déformation de maillage n'était opérationnelle dans le code CEDRE que pour des configurations 2D plan ou 3D, mais pas dans la configuration 2D axisymétrique. Une première série de calculs couplés a donc été réalisée avec un jet 2D plan, non représentatif du caractère axisymétrique de l'écoulement réactif de l'expérience de l'interaction flamme-paroi, mais qui offre la possibilité de mettre au point l'algorithme de couplage de manière plus rapide qu'en 3D, en raison de son faible coût de calcul. Les modélisations seront par la suite transposées en 3D dans le chapitre 6, avec un découpage du domaine de simulation pour un traitement parallèle du calcul fluide.

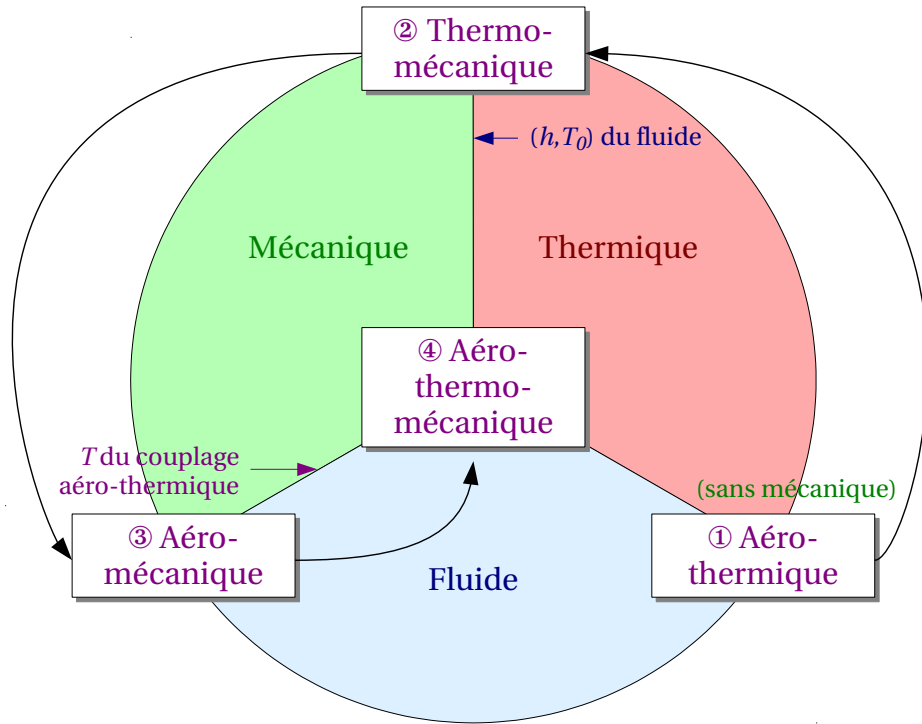


FIG. 5.1 – Démarche de l'étude du problème aéro-thermo-mécanique d'un jet chaud 2D non réactif en impact.

## 5.1 Algorithme de couplage pour l'interaction flamme-paroi

### 5.1.1 Première solution

Au vu de l'importance relative des interactions physiques (cf. §4.1.3), le couplage aéro-thermique, moteur dans l'interaction flamme-paroi, est placé dans un premier temps au centre de la résolution du système complet. La mécanique (déformation de la plaque) est ensuite simplement remise à jour en fonction de l'évolution des champs thermiques dans le système.

Cette approche de couplage aéro-thermo-mécanique a été retenue par Zhao *et al.* [83] pour la simulation de l'échauffement aérodynamique d'un bord d'attaque cylindrique placé dans un écoulement hypersonique, pour des applications liées à la rentrée atmosphérique.

L'algorithme de couplage est schématisé en figure 5.2. En partant d'un instant  $t_c$  convergé, le calcul couplé démarre par un calcul de conduction dans le solide (étape 1), dont la géométrie a été remise à jour en fonction des derniers déplacements reçus. L'équation de la chaleur 5.1, pour laquelle les termes de transport sont négligés (cf. §1.3.2), est résolue en configuration actualisée, car cette dernière est supposée avoir subi peu de transformations par rapport à la configuration de calcul précédente :

$$\nabla \cdot (\vec{\nabla} T) - \left( \frac{\rho_s C p_s}{\lambda_s} \right) \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (5.1)$$

Le flux de chaleur  $\vec{q}$  est défini par la loi de Fourier :

$$\vec{q} = -\lambda_s \vec{\nabla} T \quad (5.2)$$

Un processus itératif de recherche du point fixe [64, 16] est ensuite utilisé sur la boucle aéro-thermique du couplage. Un retour en arrière est effectué à l'étape 5 et les étapes 1 à 4 incluses sont répétées pour atteindre l'équilibre des températures et des flux à l'interface fluide-structure à  $t_c + \Delta t_c$  :

$$T_f = T_s \quad (5.3)$$

$$q_s = -q_f \quad (5.4)$$

Les conditions aux limites de Dirichlet-Fourier imposées à l'interface fluide-structure s'expriment donc en fonction de l'itération  $\nu$  du couplage aéro-thermique :

$$T_f^\nu = T_s^\nu \quad (5.5)$$

$$q_s^{\nu+1} = -q_f^\nu - h_f^\nu (T_s^{\nu+1} - T_s^\nu) \quad (5.6)$$

Le critère de convergence de ce couplage aéro-thermique teste un ratio de températures :

$$\frac{\|T_s^{\nu+1} - T_s^\nu\|}{\|T_s^{\nu+1}\| + \|T_s^\nu\|} \quad (5.7)$$

Dès que la température est déterminée à l'instant de couplage  $t_c + \Delta t_c$ , elle est transférée au module mécanique (étape 6), qui détermine la déformation de la plaque associée à cette valeur (étape 7). Puis la nouvelle position de la plaque ainsi calculée à l'instant  $t_c + \Delta t_c$  est envoyée au système aéro-thermique à l'étape 8 : d'un côté au module de conduction qui remet ainsi à jour la géométrie de la plaque, de l'autre au fluide par l'intermédiaire d'une condition aux limites de Dirichlet imposée à l'interface du couplage aéro-mécanique :

$$\vec{u}_f^n = \vec{u}_s^n \quad (5.8)$$

La variation de pression générée par l'écoulement le long de l'interface fluide-structure est quant à elle négligable (de l'ordre de quelques dizaines de Pa). Le champ de pression en face avant de la plaque peut donc être considéré comme constant et égal à la pression atmosphérique ( $p_{atm} = 101325$  Pa). La condition aux limites mécanique suivante est directement imposée dans le code Z-set :

$$\underline{\sigma}_s \cdot \vec{n} = -p_{atm} \vec{n} \quad (5.9)$$

De plus, l'effet de la viscosité des gaz est négligé :  $\underline{\tau}_f = 0$ . Par conséquent, l'équilibre des déplacements est assuré à l'interface fluide-structure alors que la condition exacte de continuité des vecteurs contraintes ( $\underline{\sigma}_s = \underline{\sigma}_f$ ) est approchée par l'égalité 5.11 :

$$\vec{u}_f = \vec{u}_s \quad (5.10)$$

$$\underline{\sigma}_s \cdot \vec{n} = -p_{atm} \vec{n} \quad (5.11)$$

Les résultats des divers calculs couplés menés dans ce chapitre montrent que l'erreur sur les contraintes a très peu d'influence sur la réponse en déplacement du solide.

C'est un problème auquel se heurte cette première version du couplage à trois codes, car l'information de dernière position de la plaque est utilisée comme condition aux limites du pas de temps de couplage suivant, entre  $t_c + \Delta t_c$  et  $t_c + 2\Delta t_c$ , par les deux autres codes. Par conséquent, l'influence du déplacement de la plaque, sur l'écoulement fluide d'une part et sur la thermique de la plaque d'autre part, n'est prise en compte qu'à partir du pas de temps de couplage suivant : les résultats en température et en position se retrouvent donc décalés, la thermique ayant toujours un pas de temps de couplage  $\Delta t_c$  d'avance sur la mécanique.

Un processus itératif devrait être en mesure d'atteindre à la fois la convergence du sous-système aéro-thermique et la convergence du système complet (incluant l'aspect mécanique du problème), à un instant donné du calcul couplé. Cette amélioration est proposée dans un deuxième algorithme de couplage.

### 5.1.2 Deuxième solution

Une deuxième solution consisterait à ajouter un second processus itératif de recherche du point fixe, sur la remise à jour de la position de la plaque à un instant de couplage donné, afin d'obtenir un couple de valeurs convergées en température et en position. Le schéma de l'algorithme de couplage complet ainsi modifié est illustré en figure 5.3. Un retour en arrière est effectué à l'étape 9, de manière à ce que les étapes 6 à 8 incluses soit reprises pour atteindre l'équilibre des déplacements. L'indice d'une itération de ce couplage thermo-mécanique est noté  $\mu$ . Un critère de convergence teste la valeur d'un ratio de déplacements verticaux :

$$\frac{\|u_{y,s}^{\mu+1} - u_{y,s}^{\mu}\|}{\|u_{y,s}^{\mu+1}\| + \|u_{y,s}^{\mu}\|} \quad (5.12)$$

Mais ceci implique d'imbriquer dans cette nouvelle boucle le schéma itératif aéro-thermique existant (répétition des étapes 1 à 4 grâce au retour en arrière de l'étape 5). Or, il a été constaté à la fin du chapitre 4 que, dans le cas de la simulation du système aéro-thermique de l'interaction flamme-paroi, le calcul fluide dimensionne le coût de calcul total, notamment à cause de la résolution des équations de combustion. Un objectif majeur de la mise en algorithme du couplage complet doit donc être de minimiser ce temps cumulé de calcul fluide. Dans ce contexte, il n'est pas permis d'utiliser à outrance des itérations de couplage à double niveau de convergence.

### 5.1.3 Troisième solution

Une troisième stratégie met cette fois-ci le code fluide au centre du couplage aéro-thermo-mécanique, en présentant un nombre optimal d'appels à la remise à jour de l'état stationnaire fluide. En effet, il semble moins coûteux de remettre à jour l'écoulement en ayant la meilleure prédiction possible de la position de la plaque à un instant de couplage donné, afin de limiter le nombre d'itérations de couplage pour la remise à jour du maillage fluide. Pour une meilleure compréhension, ce troisième algorithme, également constitué de boucles imbriquées, a été divisé en deux parties (cf. figure 5.4). Dans le but d'optimiser la précision de la solution du calcul couplé, il est important de conserver des pas de temps de calcul adaptés à chacune des physiques.

La première boucle consiste à stabiliser l'état thermo-mécanique. Une fois le calcul de conduction dans le solide effectué (étape 1), la température  $T$  sur l'ensemble du domaine est envoyée au module mécanique du code Z-set (étape 2), qui calcule le nouveau déplacement  $\vec{u}$  de la plaque associée à ce champ au même instant (étape 3) et renvoie l'information au module thermique (étape 4).

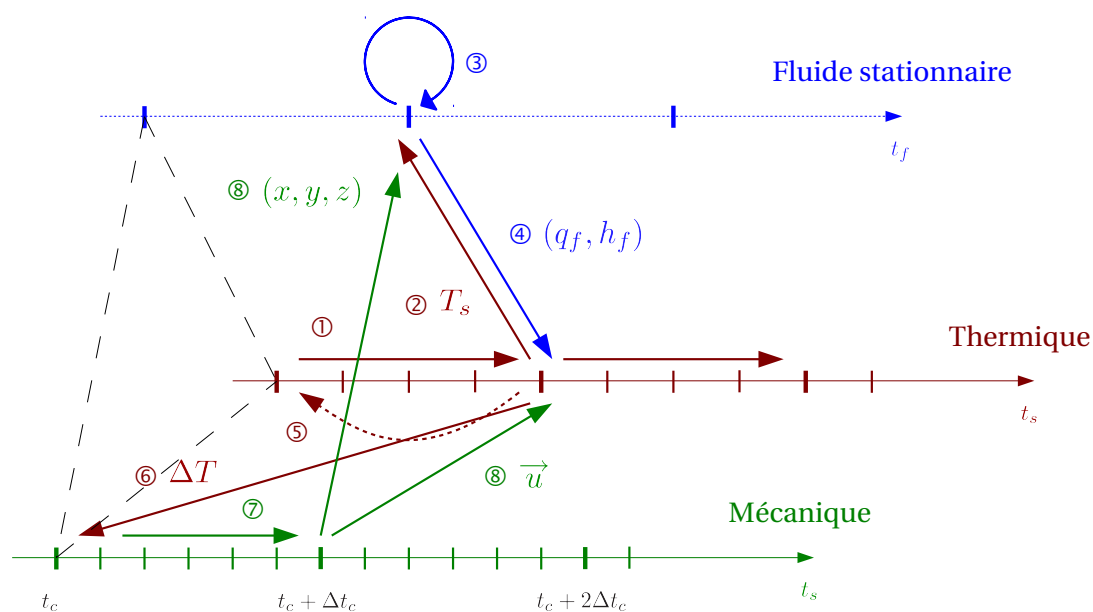


FIG. 5.2 – Première solution pour l'algorithme de couplage aéro-thermo-mécanique.

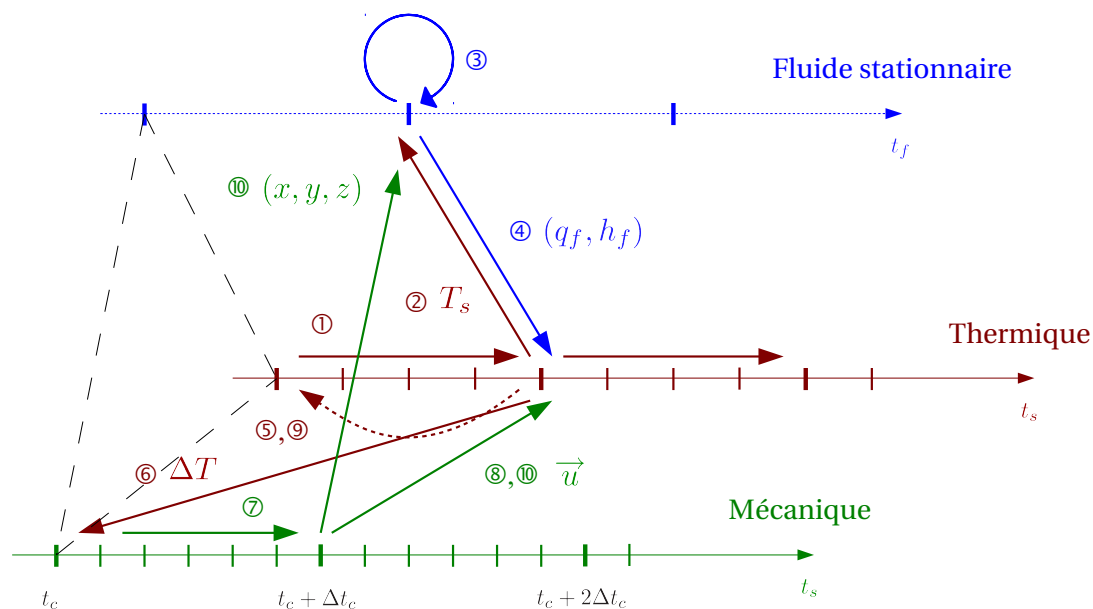


FIG. 5.3 – Deuxième solution pour l'algorithme de couplage aéro-thermo-mécanique.

A ce niveau-là, la question peut se poser de la nécessité ou non d'employer un processus itératif (grâce à un retour en arrière éventuel, correspondant à l'étape 5 sur le schéma) pour atteindre l'équilibre des températures et des positions au sein du sous-couplage thermo-mécanique. Ainsi, il s'agirait de faire un choix entre une stratégie de couplage faible et une stratégie de couplage fort (cf. chapitre 1).

D'un point de vue physique, si d'un côté la température influence grandement le comportement mécanique du matériau, la déformation engendrée principalement par la dilatation n'a de l'autre que peu d'incidence (voire aucune) sur l'évolution de la thermique à travers le solide. C'est donc une interaction à sens unique, de la thermique vers la mécanique.

De plus, la déformation de la plaque est déterminée à un instant donné en fonction de la distribution des températures à travers le solide. Donc, si la température ne change pas, la déformation associée restera identique. Par conséquent, des itérations de couplage supplémentaires sur la boucle thermo-mécanique n'apporteront rien de plus à la précision de la solution, puisqu'au sein du système solide isolé, la température n'en sera pas modifiée. Il en sera alors de même pour la déformation de la plaque, qui restera inchangée.

Un test de convergence sur la valeur de la position verticale de l'interface est donc inutile. En effet, la convergence globale du système couplé complet, dominé par l'aéro-thermique, sera vérifiée plus loin, sur une quantité relevant de la thermique, à savoir la température à l'interface.

Dans une seconde partie, dès que le couple  $(T, \vec{u})$  est fixé à l'instant de couplage  $t_c + \Delta t_c$ , ces deux champs sont envoyés simultanément au fluide (étape 6), dont le maillage est ainsi réactualisé avant de remettre à jour l'écoulement, au sein du couplage aéro-thermique. Une fois l'état stationnaire atteint (étape 7), le code fluide renvoie un flux thermique  $q$  et un coefficient d'échange  $h$  au module de conduction (étape 8), à  $t_c + \Delta t_c$ .

Un processus itératif est mis en place sur le couplage aéro-thermique (comprenant la boucle de couplage thermo-mécanique) à l'étape 9, afin de respecter les équilibres de flux et de température (et par conséquent de position) à chaque pas de temps du couplage. Des conditions aux limites de Dirichlet-Fourier, dépendantes de l'itération  $\nu$ , sont imposées à l'interface :

$$T_f^\nu = T_s^\nu \quad (5.13)$$

$$q_s^{\nu+1} = -q_f^\nu - h_f^\nu (T_s^{\nu+1} - T_s^\nu) \quad (5.14)$$

Par simplification, la pression générée par l'écoulement réactif à l'avant de la plaque est considérée comme constante et équivalente à la pression atmosphérique  $p_{atm}$ . Sa valeur est directement imposée comme condition aux limites dans le code de mécanique :

$$\underline{\sigma}_s \cdot \vec{n} = -p_{atm} \vec{n} \quad (5.15)$$

Le couplage aéro-mécanique se limite donc à la simple remise à jour de la position de la plaque, grâce à une condition aux limites de Dirichlet :

$$\vec{u}_f^\nu = \vec{u}_s^\nu \quad (5.16)$$

Pour résumer, l'algorithme de couplage proposé assure les équilibres suivants à la fin de chaque pas de temps de couplage (conditions aux limites physiques) :

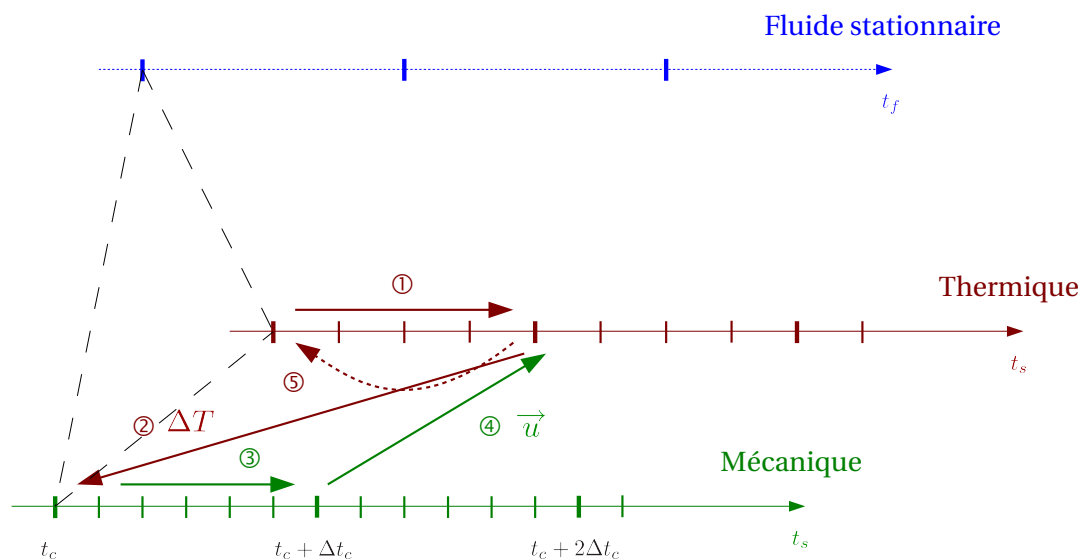
$$T_f = T_s \quad (5.17)$$

$$q_s = -q_f \quad (5.18)$$

$$\vec{u}_f = \vec{u}_s \quad (5.19)$$

$$\underline{\sigma}_s \cdot \vec{n} = -p_{atm} \vec{n} \quad (5.20)$$

## Boucle 1 : Stabilisation de l'état thermo-mécanique



## Boucle 2 : Couplage aéro-mécanique avec remise à jour de la position de la plaque

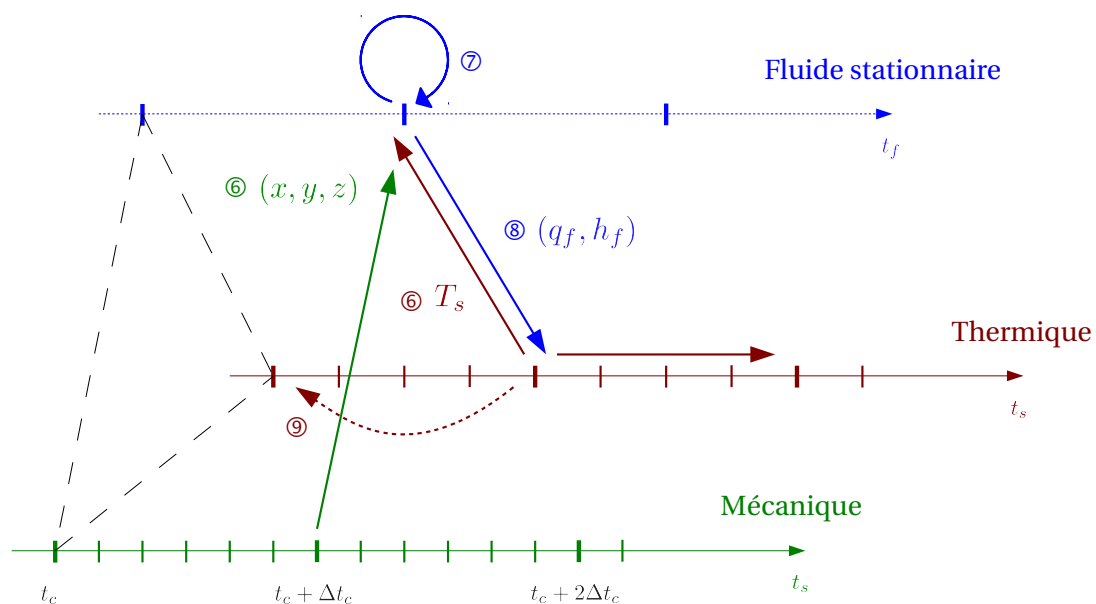


FIG. 5.4 – Troisième solution pour l'algorithme de couplage aéro-thermo-mécanique, en deux boucles imbriquées.



Un premier processus itératif est utilisé pour atteindre la convergence du couplage aéro-thermique (l'itération est notée  $\nu$ ). La pertinence de l'emploi d'un second processus itératif de recherche du point fixe pour le couplage thermo-mécanique de la boucle 1 (d'itération  $\mu$ ) est investiguée au §5.3. Les deux critères de convergence associés à chacun des sous-couplages sont de la même forme. Ils testent respectivement un ratio de températures et un ratio des déplacements verticaux :

$$\frac{\|T_s^{\nu+1} - T_s^\nu\|}{\|T_s^{\nu+1}\| + \|T_s^\nu\|} \quad (5.21)$$

$$\frac{\|u_{y,s}^{\mu+1} - u_{y,s}^\mu\|}{\|u_{y,s}^{\mu+1}\| + \|u_{y,s}^\mu\|} \quad (5.22)$$

A ce stade de l'étude, l'importance relative de l'influence du déplacement de la plaque sur les caractéristiques aérodynamiques et thermiques de l'écoulement fluide, par rapport à l'évolution de la température pariétale dictée par la conduction à travers la plaque, est difficilement appréhendée. Comme c'est la thermique qui pilote le système couplé complet, une comparaison des profils de températures et de flux de chaleur à l'interface fluide-structure, dans le cas d'un calcul couplé aéro-thermique et d'un couplage aéro-thermo-mécanique, pourront amener des éléments de réponse.

La mise en place et la validation de la totalité de la chaîne de couplage est réalisée brique par brique (sous-système par sous-système), par ordre d'importance des interactions entre les différentes physiques en présence dans l'interaction flamme-paroi. Se placer dans un premier temps dans une configuration 2D pour tester chacun des algorithmes de couplage permet avant tout de gagner en facilité et donc en temps de calcul, par rapport à la configuration 3D. Dans les deux cas, côté fluide, il s'agit de produire un flux de chaleur dont le profil est le plus représentatif de ce qui a été observé lors de l'expérience de l'interaction flamme-paroi, puisque c'est lui qui stimule le système couplé.

Ainsi, chaque algorithme de couplage (aéro-thermique, thermo-mécanique, aéro-mécanique puis aéro-thermo-mécanique) est testé avec un jet chaud 2D non réactif dont le profil de flux de chaleur généré à l'interface fluide-structure est équivalent à celui de la flamme expérimentale. La validation des résultats passe par la comparaison avec les mesures effectuées pour la première configuration de l'expérience ( $H/D = 1,3$ ), dans le cas d'une plaque d'INCONEL 600.

## 5.2 Couplage aéro-thermique dans le cas d'un jet chaud 2D non réactif en impact

Dans le chapitre 4, le calcul couplé aéro-thermique dans le cas de la flamme était d'une part très lent et présentait d'autre part trop d'instabilités pour pouvoir étudier convenablement la convergence de l'algorithme de couplage quasi-instationnaire fort. Avec la mise en données d'un jet chaud non réactif équivalent, un optimum des paramètres de couplage, basé sur la thermique dominante dans le problème complet, peut être déterminé. Le processus de validation des sous-couplages à mettre en place par la suite sera ainsi mieux appréhendé.

### 5.2.1 Modélisation du problème fluide

Pour rappel, les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie pour un fluide mono-espèce sont exprimées dans le code CEDRE comme :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}) \quad (5.23)$$

$$\frac{\partial \rho \vec{V}}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V} \cdot \vec{V} + p \underline{\mathbf{I}} - \underline{\boldsymbol{\tau}}) + \rho \vec{g} \quad (5.24)$$

$$\frac{\partial \rho e_t}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot (\rho e_t \vec{V} + p \vec{V} - \underline{\boldsymbol{\tau}} \cdot \vec{V} + \vec{q}) + \rho \vec{g} \cdot \vec{V} \quad (5.25)$$

Le flux de chaleur  $\vec{q}$  est défini par la loi de Fourier :

$$\vec{q} = -\lambda_f \vec{\nabla} T \quad (5.26)$$

#### 5.2.1.1 Turbulence

Pour représenter l'écoulement du jet d'air en impact, un modèle de turbulence  $k$ - $L$  est utilisé. Même s'il est moins précis que le modèle  $k$ - $\omega$  dans le cas de l'impact, il présente l'avantage d'être plus stable (cf. Laroche [51]).

#### 5.2.1.2 Discrétisation spatio-temporelle

Alors que la durée du pas de temps fluide est de l'ordre de  $10^{-4}$  ou  $10^{-5}$  s dans le cas de la combustion, le calcul de jet nécessite des pas de temps de l'ordre de  $10^{-2}$  ou  $10^{-3}$  s. Pour que l'écoulement ne batte pas (instabilités), le pas de temps  $\Delta t_f$  retenu est de 0,01 s.

Le monodomaine 2D plan est maillé de façon structurée (cf. figure 5.5). Il contient 9376 sommets, 18 525 faces (dont 450 limites) et 9150 cellules internes.

#### 5.2.1.3 Conditions aux limites

Les conditions aux limites, présentées en figure 5.6, sont les suivantes :

- BUSE : Paroi immobile adiabatique, avec couche limite,
- JET : Entrée Débit ( $3,70 \text{ kg/m}^2/\text{s}$ ) -  $Ti$  (1793 K), subsonique, scalaires de turbulence  $k = 10 \text{ m}^2/\text{s}^2$  et  $L = 0,005 \text{ m}$ ,
- LAT : Entrée  $Pi$  (101325 Pa) -  $Ti$  (293 K), subsonique, scalaires de turbulence  $k = 0,5 \text{ m}^2/\text{s}^2$  et  $L = 0,01 \text{ m}$ ,
- PLAQUE : Paroi immobile à température imposée, avec couche limite :

$$\vec{V}_p = 0 \quad (5.27)$$

$$T_p = T_s \quad (5.28)$$

$$k = 0 \text{ et } L = 0 \quad (5.29)$$

La température  $T_s$  correspond à la température de paroi obtenue du module thermique du code Z-set, par l'intermédiaire du couplage.

- SORTIE : Sortie  $Ps$  (101325 Pa) subsonique,
- SYM : Glissement/symétrie.

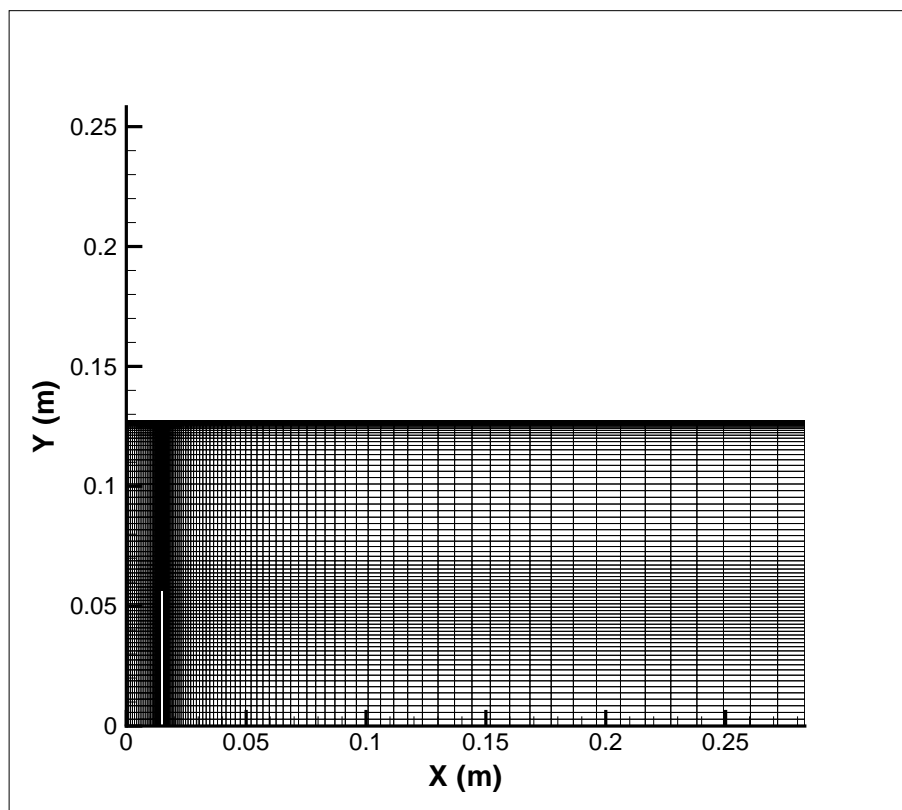


FIG. 5.5 – Maillage pour la simulation du jet chaud plan en impact.

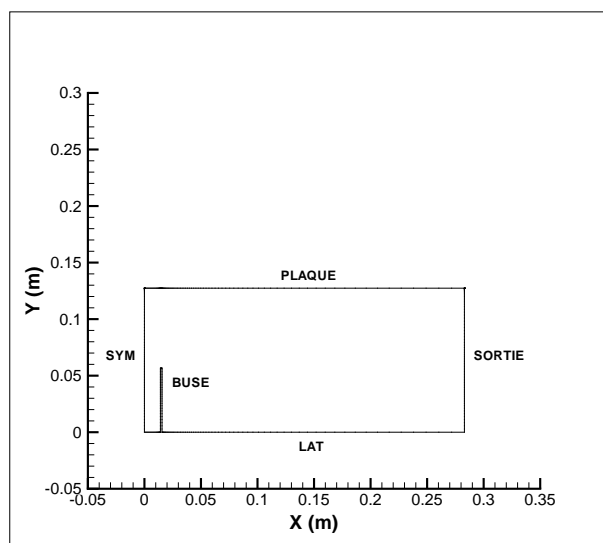


FIG. 5.6 – Limites du domaine de calcul du jet chaud plan en impact.

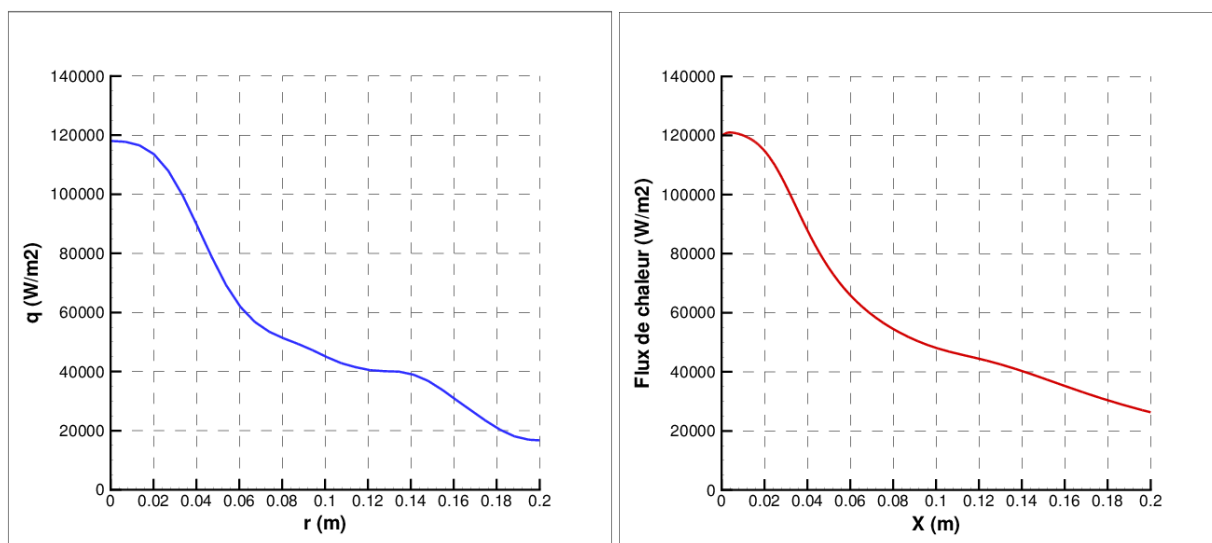


FIG. 5.7 – Profils de flux de chaleur expérimental (à gauche) et généré par le jet chaud plan (à droite) le long de la plaque ( $T = 300$  K), à l'état initial.

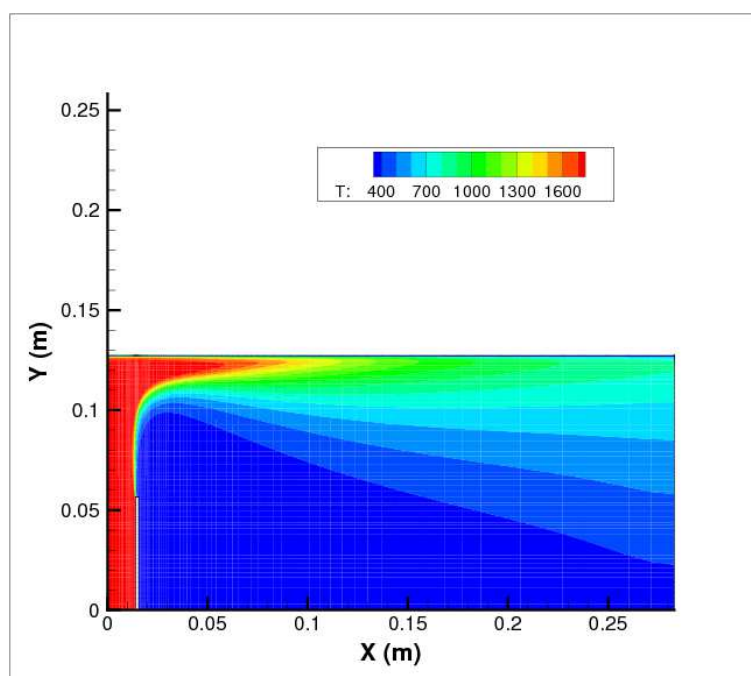


FIG. 5.8 – Répartition des températures (K) à l'intérieur du domaine de calcul du jet chaud plan.

La vitesse et la température du jet chaud ont été réglées de manière à ce que le flux de chaleur calculé à la paroi (cf. figure 5.7, à droite) présente une évolution équivalente au profil de flux expérimental (cf. figure 5.7, à gauche). De plus, la température dans la couche limite de la plaque est en moyenne de 1450 K dans la zone de stagnation du jet, ce qui correspond à la température moyenne de 1400 K calculée dans la couche limite au niveau de la zone de réaction de la flamme en impact. La carte des températures est présentée en figure 5.8.

### 5.2.2 Modélisation du problème solide

La modélisation axisymétrique de la thermique du solide, décrite au chapitre 4 (cf. §4.4.2), est conservée. En effet, entre les configurations 2D plan et 2D axisymétrique, les flux thermiques sont intégrés différemment sur la surface équivalente qui leur est propre (un rectangle de 1 unité de profondeur dans le cas plan, un disque dans le cas axisymétrique). Pour pouvoir obtenir dans un deuxième temps (couplage thermo-mécanique) des déformations correspondant le mieux possible à la réalité, il faut que l'évolution des températures à travers la plaque soit calculée dans le cas le plus représentatif de l'expérience, à savoir la configuration axisymétrique.

Pour rappel, la température initiale de la plaque est uniforme et correspond à la température ambiante :

$$T(x, y, 0) = 300 \text{ K} \quad (5.30)$$

Les conditions aux limites thermiques imposées sont les suivantes :

- En bord de plaque : contact adiabatique (flux nul).

$$-\lambda_s \frac{\partial T}{\partial n} = 0 \quad (5.31)$$

- A l'arrière de la plaque : combinaison d'un flux de convection naturelle et d'un flux radiatif.

$$-\lambda_s \frac{\partial T}{\partial n} = h(T - T_0) + q_r \text{ où } q_r = \sigma \epsilon (T^4 - T_0^4) \quad (5.32)$$

Avec l'émissivité totale de la peinture  $\epsilon = 0,9$ , le coefficient d'échange  $h = 5 \text{ W/m}^2/\text{K}$  et une température de référence  $T_0 = 300 \text{ K}$ . La constante de Stefan-Boltzmann  $\sigma$  vaut  $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2/\text{K}^4$ .

- A l'avant de la plaque (interface fluide-structure) : flux convectif.

$$-\lambda_s \frac{\partial T}{\partial n} = -h_f(T - T_0) \quad (5.33)$$

Avec le coefficient d'échange  $h_f$  obtenu du code CEDRE par l'intermédiaire du couplage et une température  $T_0$  caractéristique du fluide.

### 5.2.3 Algorithme de couplage

Pour réaliser le calcul aéro-thermique de l'impact du jet plan sur une plaque axisymétrique, l'algorithme de couplage quasi-instationnaire est utilisé. Il est illustré en figure 5.9. Le pas de temps de couplage  $\Delta t_c$  correspond au pas de temps du calcul thermique  $\Delta t_{Th}$ . L'emploi d'une procédure itérative (couplage fort) de recherche du point fixe [64, 16] assure l'équilibre des températures et des flux à l'interface fluide-structure à chaque instant de couplage (conditions aux

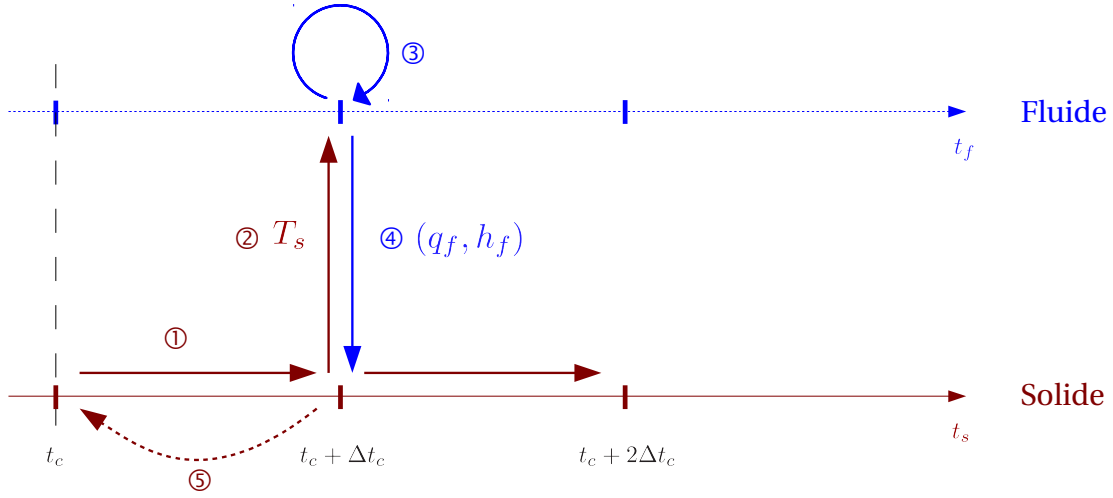


FIG. 5.9 – Algorithme de couplage aéro-thermique quasi-instationnaire fort.

limites physiques) :

$$T_f = T_s \quad (5.34)$$

$$q_s = -q_f \quad (5.35)$$

Les conditions aux limites de Dirichlet-Fourier sont imposées à l'interface du couplage aéro-thermique. Elle s'écrivent en fonction de l'itération  $\nu$  :

$$T_f^\nu = T_s^\nu \quad (5.36)$$

$$q_s^{\nu+1} = -q_f^\nu - h_f^\nu(T_s^{\nu+1} - T_s^\nu) \quad (5.37)$$

Un premier critère de convergence est utilisé au niveau local par le code fluide dans le but de déclencher le couplage. Pour rappel, il correspond au maximum de la différence de flux thermique sur la moyenne pariétale entre deux itérations du code CEDRE. Comme le calcul fluide du jet chaud est beaucoup plus rapide que celui du fluide réactif du chapitre 4, ce critère peut être reserré à  $10 \text{ W/m}^2$ . Cette nouvelle valeur pour le critère local peut paraître stricte. Cependant, pour le calcul couplé complet qui traite également de l'aspect mécanique du problème, il sera important de conserver des critères de convergence serrés, notamment sur le ratio qui contrôle la convergence globale du système :

$$\frac{\|T_s^{\nu+1} - T_s^\nu\|}{\|T_s^{\nu+1}\| + \|T_s^\nu\|} \quad (5.38)$$

En effet, l'utilisation de l'outil de déformation de maillage côté fluide ne permet plus de contrôler la convergence du flux à la paroi (cf. §5.6). La valeur du ratio de température à atteindre est conservée à  $10^{-5}$  pour les calculs aéro-thermiques.

#### 5.2.4 Etude de performances

A température ambiante ( $20^\circ\text{C}$ ), les propriétés de l'INCONEL 600 sont les suivantes :

- masse volumique  $\rho_s = 8700 \text{ kg/m}^3$ ,
- conductivité thermique  $\lambda_s = 14,9 \text{ W/m}^2/\text{°C}$ ,
- chaleur spécifique  $Cp_s = 444 \text{ J/kg/°C}$ .

Le calcul des temps caractéristiques de conduction fournit une première estimation du pas de temps thermique à tester dans le cadre de l'étude de convergence pour déterminer son optimum.

A travers l'épaisseur d'une maille élémentaire ( $\Delta y = 1 \text{ mm}$ ) :

$$\tau_{cond}^{\Delta y} = \frac{\rho_s Cp_s (\Delta y)^2}{\lambda_s} = 0,25 \text{ s} \quad (5.39)$$

A travers l'épaisseur de la plaque ( $E = 3 \text{ mm}$ ) :

$$\tau_{cond}^E = \frac{\rho_s Cp_s E^2}{\lambda_s} = 2,27 \text{ s} \quad (5.40)$$

Une étude de convergence est réalisée avec différents pas de temps de couplage ( $\Delta t_c = 0,25 \text{ s}$ ,  $2 \text{ s}$ ,  $10 \text{ s}$ ,  $20 \text{ s}$  et  $30 \text{ s}$ ), en utilisant l'algorithme de couplage quasi-instationnaire fort. Un compromis entre précision du résultat et temps de calcul est établi pour  $\Delta t_c = 10 \text{ s}$ . Au-delà, les erreurs de calcul sur la température de plaque, compilées dans le tableau 5.1, deviennent significatives par rapport à la solution de référence pour laquelle  $\Delta t_c = 0,25 \text{ s}$  (aux alentours de 5% sur la valeur maximale à  $t = 60 \text{ s}$  et plus de 1% sur la valeur minimale en fin de calcul).

En ce qui concerne les performances du calcul couplé aéro-thermique, la figure 5.10 et le tableau 5.2 font le point sur le nombre d'itérations de couplage, pour les différentes valeurs de  $\Delta t_c$  étudiées. Plus le pas de temps de couplage  $\Delta t_c$  augmente (et donc le nombre de couplages diminue), plus le nombre d'itérations nécessaires pour atteindre la convergence aux premiers instants de couplage est élevé, mais plus le nombre d'itérations cumulées est réduit. Le tableau 5.2 récapitule également les temps de calcul pour chacun des  $\Delta t_c$  testés. Outre leur moins bonne précision du résultat, les pas de temps de couplage à 20 ou 30 s n'apportent pas un gain significatif en temps de calcul par rapport au choix de  $\Delta t_c = 10 \text{ s}$ . Plus le pas de temps de couplage augmente, plus la part du calcul de conduction au sein du solide diminue et donc le pourcentage du temps de calcul fluide par rapport au temps de calcul total augmente. Cependant, il reste assez constant, pour des valeurs comprises entre 95 et 97 %.

Pour donner un ordre d'idée du temps fluide nécessaire pour atteindre la convergence, par exemple dans le cas du calcul avec  $\Delta t_c = 10 \text{ s}$ , le tableau 5.3 récapitule par tranches de 30 s de simulation, le nombre cumulé d'itérations de couplage associé au nombre d'itérations fluides, pour en déduire un temps fluide équivalent. Bien qu'en début de calcul, le temps fluide équivalent soit supérieur au temps réel de la simulation, le temps fluide équivalent total reste inférieur au temps réel d'une stratégie transitoire-transitoire. Ce schéma de couplage fort reste donc intéressant par rapport à un couplage faible avec les pas de temps minimaux (de la durée d'une itération fluide, soit 0,01 s), puisque le gain en temps de calcul côté fluide est de 33 %.

Malgré l'utilisation d'une condition de Fourier côté solide (le fluide envoie le flux de chaleur pariétal  $q$  et le coefficient d'échange  $h$ ), la convergence du point fixe pour atteindre la solution aéro-thermique est très lente à chaque instant de couplage, comme le montre l'évolution du ratio en fonction du nombre d'itérations, tracée en figure 5.11. Des méthodes d'accélération de la convergence, telles que la relaxation ou le préconditionnement, ont été proposées par de nombreux auteurs (cf. §1.5.3.2). Si le problème persiste dans des cas de simulation équivalents (impact de jets chauds sur une plaque présentant une conductivité thermique élevée), une perspective de ce travail de thèse pourrait consister à étudier différentes solutions afin de retenir la plus adaptée.

$\Delta t_c$	$t_c$	$T_{min}$ (K)	Erreur	$T_{max}$ (K)	Erreur
0,25 s	60 s	388,603		727,870	
	300 s	599,831		1000,05	
2 s	60 s	388,393	-0,05 %	724,459	-0,47 %
	300 s	599,140	-0,12 %	999,550	-0,05 %
10 s	60 s	387,483	-0,29 %	711,145	-2,30 %
	300 s	596,511	-0,55 %	997,740	-0,23 %
20 s	60 s	386,345	-0,58 %	696,205	-4,35 %
	300 s	593,299	-1,09 %	995,338	-0,47 %
30 s	60 s	385,222	-0,87 %	682,807	-6,19 %
	300 s	590,204	-1,60 %	992,733	-0,73 %

TAB. 5.1 – Valeurs extrêmes de température de plaque pour différents pas de temps de couplage aéro-thermique.

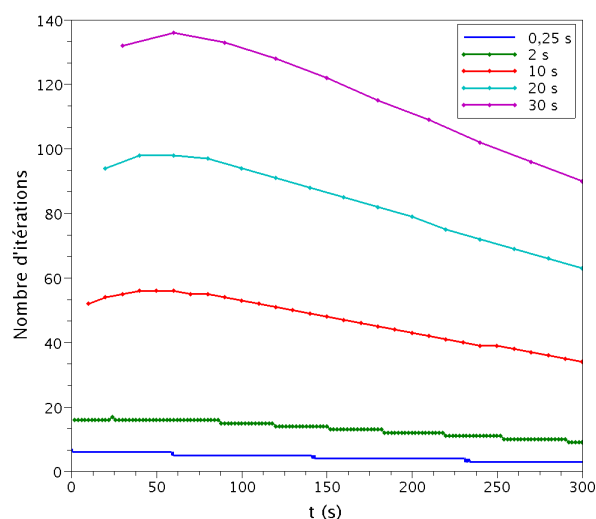


FIG. 5.10 – Nombre d'itérations de couplage aéro-thermique nécessaires à la convergence, pour différents pas de temps de couplage  $\Delta t_c$ .

$\Delta t_c$	Nb. it. cumulées	Nb. it. fluides	Temps Z-set	Temps total	% Temps fluide
0,25 s	5332	28909	14 min 23 s	5 h 1 min 38 s	95,23
2 s	1999	22911	6 min 20 s	2 h 44 min 50 s	96,16
10 s	1402	20135	4 min 34 s	2 h 18 min 45 s	96,71
20 s	1251	19567	4 min 18 s	2 h 15 min 4 s	96,82
30 s	1163	19080	3 min 51 s	2 h 8 min 58 s	97,01

TAB. 5.2 – Performances du couplage aéro-thermique.



$t_c$	Nb. it. couplage cumulées	Nb. it. fluides cumulées	Temps fluide équivalent cumulé	Temps fluide équivalent sur 30 s
30 s	161	6355	63 s	63 s
60 s	329	10573	105 s	42 s
90 s	493	13298	132 s	27 s
120 s	649	15011	150 s	18 s
150 s	796	16270	162 s	12 s
180 s	934	17290	172 s	10 s
210 s	1063	18160	181 s	9 s
240 s	1183	18909	189 s	8 s
270 s	1297	19563	195 s	6 s
300 s	1402	20135	201 s	6 s

TAB. 5.3 – Temps fluides équivalents nécessaires à la convergence du couplage aéro-thermique, pour  $\Delta t_c = 10$  s.

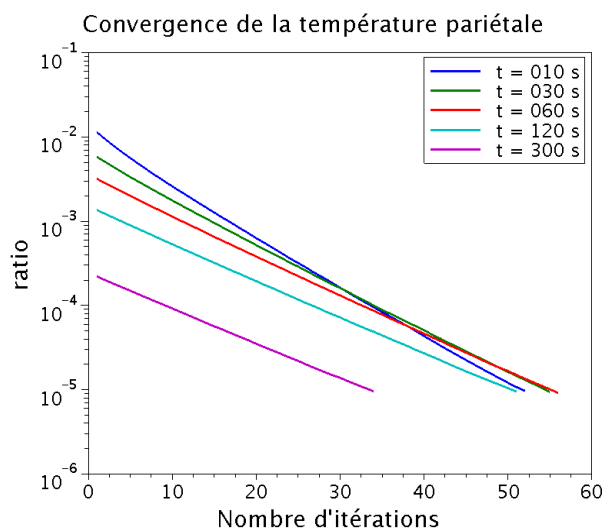


FIG. 5.11 – Convergence du ratio de température à quelques instants du couplage aéro-thermique, pour  $\Delta t_c = 10$  s.

### 5.2.5 Simulation

Les profils de température et de flux thermique calculés à chaque instant de couplage, dans le cas optimal où  $\Delta t_c = 10$  s, sont présentés en figure 5.14. En comparaison du calcul aéro-thermique pour l'interaction flamme-paroi mené au chapitre 4, les valeurs maximales de température et de flux à la paroi se situent cette fois-ci au centre de la plaque, ce qui correspond mieux aux observations de l'expérience. Ces résultats numériques peuvent maintenant être confrontés aux mesures, dans la limite des premiers instants de l'expérience (pour rappel, un problème de saturation des températures avait été rencontré avec la caméra infrarouge aux environs de  $t = 60$  s). Les profils de température le long d'un rayon à l'arrière et à l'avant de la plaque, respectivement obtenus par la mesure directe de thermographie infrarouge et par méthode inverse, sont tracés en figure 5.12.

Quelques uns des profils de température calculés en début de simulation à l'arrière de la plaque sont tracés en figure 5.13, pour les comparer aux données brutes de l'expérience. Les températures obtenues par calcul couplé dans la configuration du jet chaud sont sous-estimées par rapport aux mesures de la figure 5.12 (à droite). Le tableau 5.4 compile les températures mesurées et calculées au centre de la face arrière de la plaque. Bien qu'à un instant donné, ces valeurs soient du même ordre de grandeur, l'erreur reste importante puisqu'elle est comprise entre 5 et 10 %.

	Expérience	Calcul couplé	Erreur
$t = 30$ s	$T = 580$ K	$T = 541$ K	6,72 %
$t = 60$ s	$T = 776$ K	$T = 704$ K	9,28 %

TAB. 5.4 – Erreur relative entre les températures obtenues par l'expérience et calculées par couplage aéro-thermique ( $\Delta t_c = 10$  s), au centre de la face arrière de la plaque.

Les évolutions de la température et du flux de chaleur calculées au centre de la face avant de la plaque sont reportées en figure 5.15. A mi-expérience ( $t = 150$  s), 90 % des variations de température et de flux pariétal ont été vues par ce point. Cela correspond aux premières observations de l'expérience, pour laquelle un régime stationnaire semble avoir été atteint à cet instant, en considérant l'évolution de la déformée de la plaque. Un calcul couplé thermo-mécanique va maintenant permettre de déterminer une première estimation des valeurs de cette déformation, en fonction des niveaux de température.

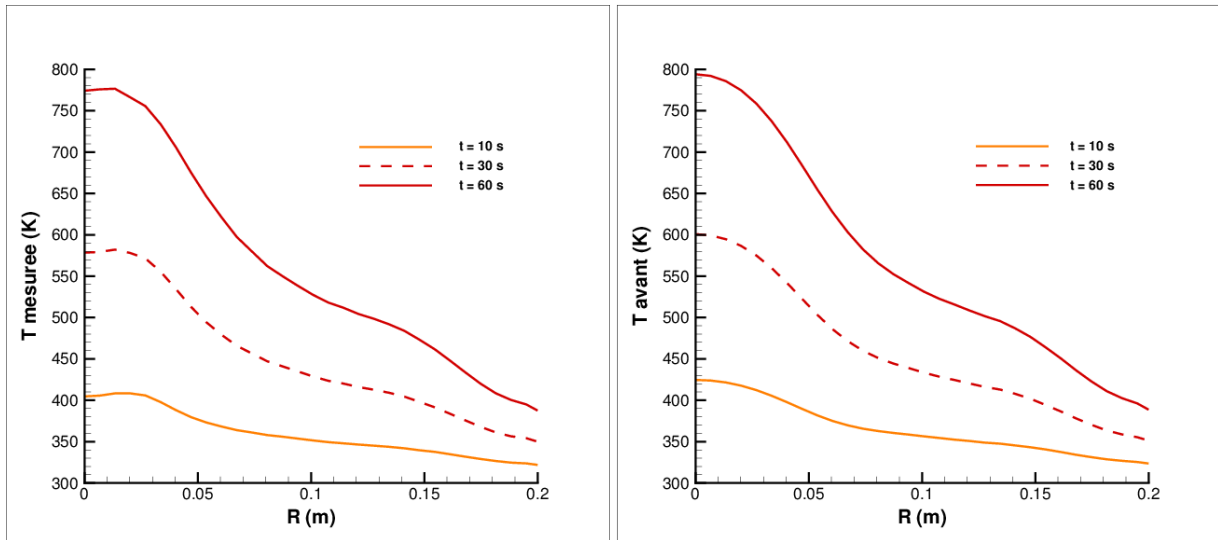


FIG. 5.12 – Profils de température mesurée à l'arrière de la plaque, obtenue par thermographie infrarouge (à gauche), et profils de température à l'avant de la plaque, obtenue par méthode inverse (à droite).

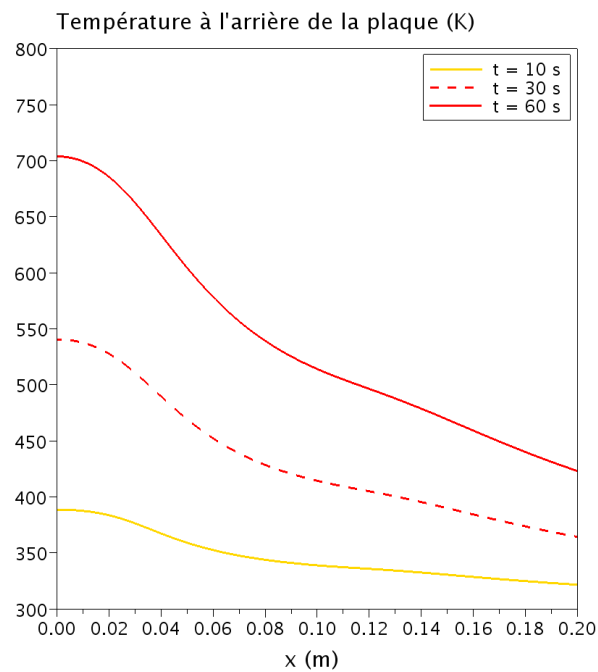


FIG. 5.13 – Profils de température calculés par couplage aéro-thermique ( $\Delta t_c = 10$  s) à l'arrière de la plaque.

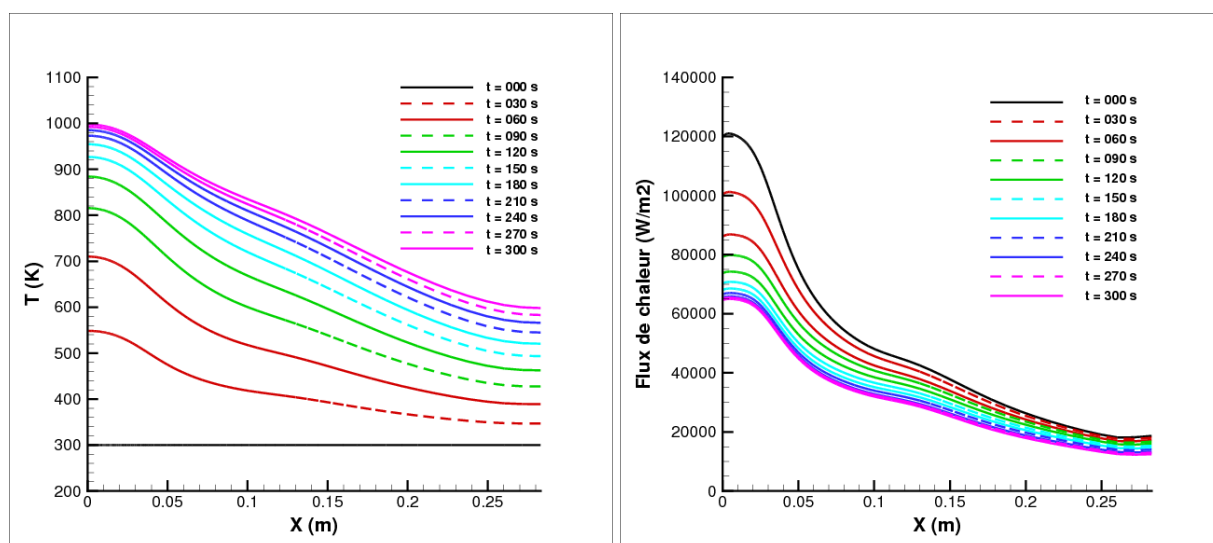


FIG. 5.14 – Profils de température (à gauche) et de flux de chaleur (à droite) calculés le long de la plaque par couplage aéro-thermique ( $\Delta t_c = 10$  s), de  $t = 0$  à 300 s.

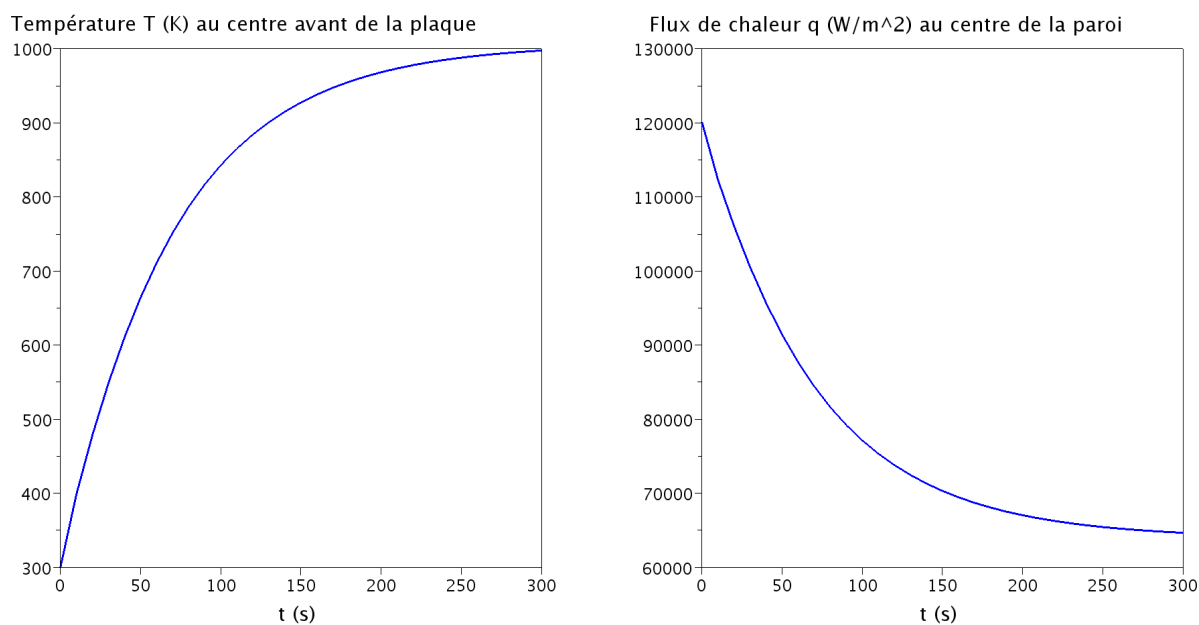


FIG. 5.15 – Evolutions de la température (à gauche) et du flux de chaleur (à droite) calculées au centre de la face avant de la plaque.

### 5.3 Couplage thermo-mécanique

Dorénavant, chaque sous-couplage à tester (thermo-mécanique et aéro-mécanique) étant secondaire dans le système de l'interaction flamme-paroi, il faut prendre en compte « artificiellement » l'influence de la troisième physique sur le sous-système considéré.

Ainsi, pour le couplage thermo-mécanique, l'influence du fluide est modélisée par l'application d'un flux thermique le long de la face avant de la plaque. Alors que dans le cas du couplage aéro-mécanique, c'est l'évolution des températures à travers le solide qui conditionne la déformation de la plaque. Il faudra donc imposer les cartes de température calculées lors du couplage aéro-thermique précédent.

La mise en place du couplage thermo-mécanique entre les deux solveurs du code Z-set peut tout à fait être réalisée en interne, c'est-à-dire sans externaliser le transfert d'informations. Cependant, dans un souci d'interchangeabilité des codes de calcul au sein du couplage aéro-thermo-mécanique, les transferts de quantités (température et déplacement du domaine complet) sont effectués via la même plateforme d'échange de données que les autres calculs couplés. Ainsi, par exemple, si le module de conduction dans le solide venait à être remplacé, seuls les branchements du nouveau code au coupleur seraient à implémenter.

#### 5.3.1 Modélisation du problème thermique

Le maillage réglé linéaire de taille de maille  $\Delta y = 1$  mm est conservé. Les conditions aux limites thermiques au bord (flux nul) et à l'arrière de la plaque (radiation et convection naturelle) sont identiques à celles énoncées pour le couplage aéro-thermique dans le cas de l'interaction flamme-paroi (cf. §4.4.2) et par conséquent, dans celui de l'impact du jet chaud 2D (cf. §5.2.2). Respectivement :

$$-\lambda_s \frac{\partial T}{\partial n} = 0 \quad (5.41)$$

$$-\lambda_s \frac{\partial T}{\partial n} = h(T - T_0) + q_r \text{ où } q_r = \sigma \epsilon (T^4 - T_0^4) \quad (5.42)$$

Avec l'émissivité totale  $\epsilon = 0,9$ , le coefficient de convection  $h = 5$  W/m<sup>2</sup>/K et une température de référence  $T_0 = 300$  K.

Au sein du couplage thermo-mécanique (surfaccique en 2D) entre deux instances du code solide, se pose le problème de la modélisation de l'influence du jet chaud sur le système. Une première solution consisterait à récupérer les profils de flux de chaleur calculés en fonction du temps par le couplage aéro-thermique précédent (cf. §5.2). La condition aux limites à appliquer à l'avant de la plaque serait alors du type :

$$-\lambda_s \frac{\partial T}{\partial n} = -q_f(x, t) \quad (5.43)$$

Cependant, il existe une autre solution, plus simple, basée sur la définition du coefficient d'échange  $h$ , qui relie linéairement la variation de température à celle du flux dans le cas d'un écoulement stationnaire. L'étude synthétisée en figure 5.16 consiste à effectuer plusieurs calculs fluides découplés, en augmentant progressivement la température constante de la paroi, de 300 à 1000 K, par intervalles de 100 K. Entre deux valeurs constantes de température de paroi  $T_1$  et

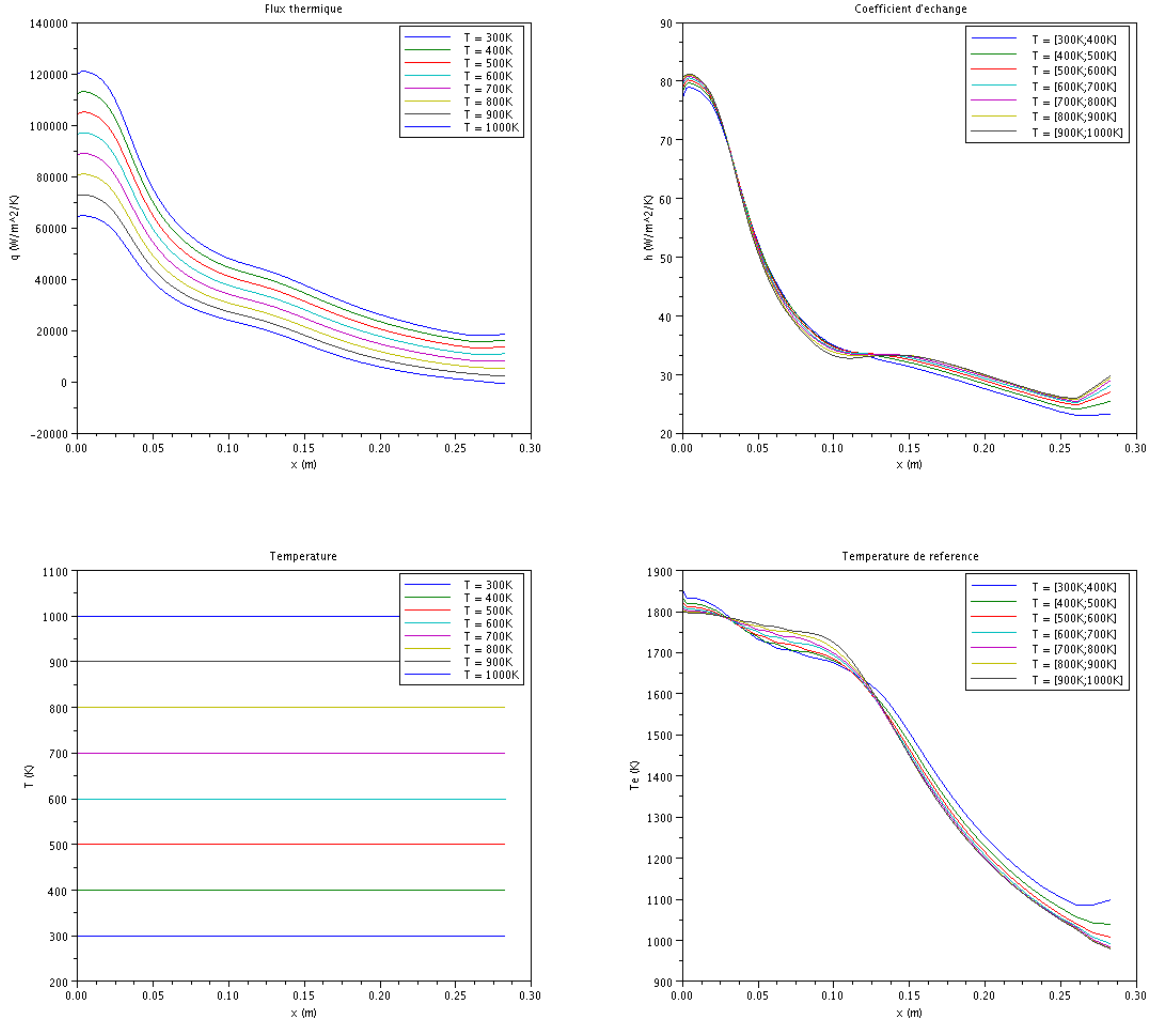


FIG. 5.16 – Etude du couple  $(h, T_0)$  dans le cas du jet chaud plan, à différentes températures de plaque  $T$  constantes, imposées comme condition aux limites du calcul fluide découplé.

$T_2$  ( $T_1 < T_2$ ), les expressions utilisées pour calculer  $h$  et  $T_0$  sont les suivantes :

$$h_{(T_1 \rightarrow T_2)}(x) = -\frac{q_2(x) - q_1(x)}{T_2 - T_1} \quad (5.44)$$

$$T_{0(T_1 \rightarrow T_2)}(x) = \frac{q_1(x)}{h_{(T_1 \rightarrow T_2)}(x)} + T_1 \quad (5.45)$$

Contrairement à l'écoulement réactif, le cas du jet chaud se prête bien à cet exercice. En effet, les profils de  $h(x)$  et de température d'échange  $T_0(x)$  associés à chaque intervalle de température de paroi ne varient quasiment pas : ils sont indépendants de la température de la plaque. Les distributions ainsi déterminées peuvent maintenant être imposées le long de la face avant, par l'intermédiaire d'une condition aux limites de la forme :

$$-\lambda_s \frac{\partial T}{\partial n} = h(x)[T - T_0(x)] \quad (5.46)$$

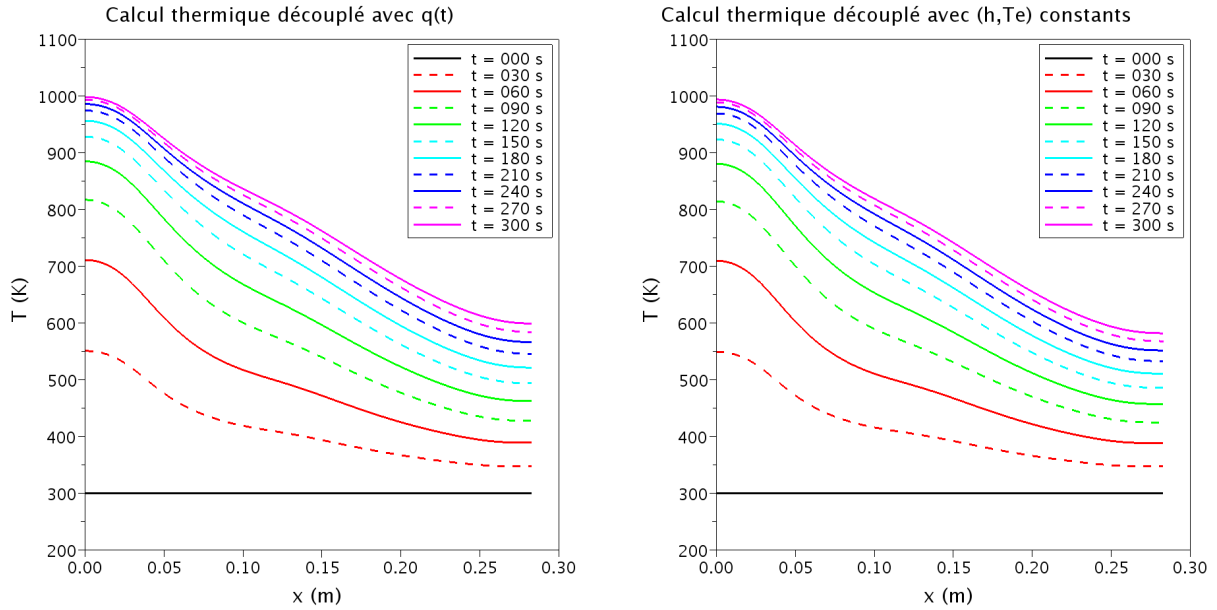


FIG. 5.17 – Profils de température à l’avant de la plaque, obtenus par calcul thermique découplé.

Calcul	$t$	$T_{min}$ (K)	Erreur	$T_{max}$ (K)	Erreur
Couplé aéro-thermique ( $\Delta t_c = \Delta t_{Th}$ )	60 s	387,5		711,1	
	300 s	596,5		997,7	
Découplé avec $q(t)$ imposé	60 s	387,2	-0,08 %	711,1	-0,01 %
	300 s	597,5	+0,17 %	998,5	+0,08 %
Découplé avec $(h, T_0)$ imposé	60 s	386,6	-0,22 %	709,7	-0,20 %
	300 s	580,4	-2,70 %	994,0	-0,37 %

TAB. 5.5 – Comparaison des valeurs extrêmes de température de plaque pour différents calculs thermiques et erreurs relatives par rapport au calcul couplé aéro-thermique, avec  $\Delta t_{Th} = 10$  s.

Le fait d’imposer le couple  $(h, T_0)$  à l’avant de la plaque revient à utiliser les résultats du calcul couplé aéro-thermique, comme le montrent les profils de température tracés en figure 5.17. Les valeurs extrêmes de température obtenues par chacun des calculs sont répertoriées dans le tableau 5.5. L’utilisation de  $(h, T_0)$  sous-estime la valeur minimale en fin de calcul, mais l’erreur est acceptable puisqu’elle reste inférieure à 3 %.

## 5.3.2 Modélisation du problème mécanique

### 5.3.2.1 Loi de comportement matériau

La plaque métallique soumise à un jet chaud (réactif ou non) présente de grands déplacements associés à de petites déformations de la matière. Les calculs mécaniques sont donc menés dans le cadre des transformations finies. L’approche corotationnelle (cf. §1.3.3) prend en compte les grandes rotations de la matière, tout en supposant qu’une loi de comportement développée dans le cadre de petites déformations est transposable aux grandes déformations (cf. Ladevèze [50]). Le comportement mécanique de l’INCONEL 600 est modélisé par une loi élasto-visco-plastique (cf. §1.3.4), caractérisée par Roos & Chaboche [70].



FIG. 5.18 – Dispositif de maintien en position de la plaque.

### 5.3.2.2 Conditions aux limites

Afin de modéliser l'effet des quatre cales en céramique sur lesquelles repose la plaque dans l'expérience (cf. photographie en figure 5.18), un appui ponctuel est réalisé à 22,5 cm du centre de la plaque, en bloquant le déplacement vertical  $U_2$  du noeud correspondant ( $U_2 = 0$ ). De plus, un champ de pression uniforme et égale à la pression atmosphérique ( $p_{atm} = 101325$  Pa) est imposé sur toutes les faces « mouillées » de la plaque :

$$\underline{\sigma}_s \cdot \vec{n} = -p_{atm} \vec{n} \quad (5.47)$$

Lors de la première campagne de mesures dans le cas de l'interaction flamme-paroi menée en 2006, une déformation de la plaque vers le haut avait été observée pour certaines configurations de l'expérience (à vitesse d'éjection, richesse du mélange et distance  $H/D$  spécifiques). C'est pourquoi la gravité  $\vec{g}$  est également prise en compte, à travers le terme lié à l'effort volumique  $\vec{f}$ , dans l'équation locale de la dynamique :

$$\vec{\nabla} \cdot \underline{\sigma} + \rho_s \vec{f} = \vec{0} \quad (5.48)$$

Pour rappel, en quasi-statique, l'accélération et les effets d'inertie sont négligés devant les efforts mis en jeu dans le problème. La gravité est responsable d'un fléchissement de la plaque sous son propre poids (flèche d'environ  $5,3 \cdot 10^{-5}$  m, soit 0,053 mm). Ainsi, la légère courbure initiale de la plaque peut préconditionner son déplacement vers le bas, lorsqu'elle est soumise à un flux de chaleur sur sa face avant.

### 5.3.2.3 Discrétisation spatio-temporelle

Une première étude de convergence est menée avec différentes tailles d'éléments (1 mm, 0,5 mm et 0,25 mm) sur un maillage réglé mais cette fois-ci quadratique, indispensable dans le traitement des problèmes de flexion, pour éviter le phénomène de verrouillage des éléments. Les déformations de la plaque étant provoquées par l'évolution des températures à travers le solide, les cartes de températures déterminées par le calcul couplé aéro-thermique (à la fréquence



$\Delta t_c = 10$  s) sont imposées à l'ensemble du domaine. Une interpolation temporelle linéaire des valeurs est effectuée à chaque pas de temps  $\Delta t_{Mec}$  du calcul mécanique découplé, lui-même déterminé à l'aide d'une seconde étude de convergence, menée en parallèle.

Pour assurer la convergence du calcul (et éviter toute perturbation, comme l'augmentation du résidu de Newton-Raphson par exemple), le pas de temps maximal de  $\Delta t_{Mec} = 0,2$  s est retenu. Les résultats obtenus en déplacements sont identiques à ceux calculés avec un pas de temps minimum de 0,01 s (correspondant à la durée de l'itération fluide). De plus, la taille de maille quadratique  $\Delta y = 1$  mm est conservée.

### 5.3.3 Algorithme de couplage

Le couplage thermo-mécanique est réalisé ici de façon surfacique (il sera volumique en 3D), entre deux instances du code Z-set, qui effectuent d'une part un calcul thermique transitoire à travers la plaque et d'autre part un calcul mécanique quasi-statique (les effets d'inertie ne sont pas pris en compte). Le temps doit donc être échangé entre les deux modules. L'algorithme de couplage est schématisé en figure 5.19. La température est utilisée par le solveur mécanique comme paramètre de la loi de comportement matériau. Le domaine de calcul thermique est ensuite remis à jour avec les déplacements de la structure déterminés à un instant donné.

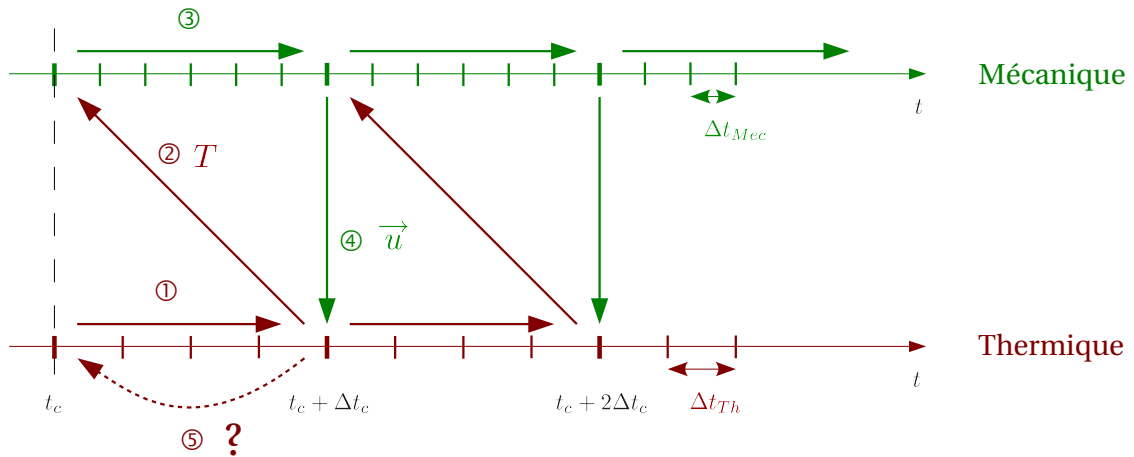


FIG. 5.19 – Algorithme de couplage thermo-mécanique.

Dans le but de déterminer l'utilité ou non d'une procédure itérative de recherche du point fixe (retour en arrière éventuel à l'étape 5) pour atteindre la convergence du système thermo-mécanique, un critère sur la composante verticale du déplacement est introduit :

$$\frac{\|u_{y,s}^{\nu+1} - u_{y,s}^{\nu}\|}{\|u_{y,s}^{\nu+1}\| + \|u_{y,s}^{\nu}\|} \quad (5.49)$$

L'objectif initial était de calculer les déplacements avec une précision au moins équivalente à celle des mesures expérimentales. Une valeur du ratio fixée à  $10^{-5}$  permet d'obtenir une précision inférieure à 0,0005 mm pour les flèches les plus importantes de l'ordre de 20 mm au centre de la plaque, soit au micron près. Même si cette valeur peut sembler excessive au sein du couplage thermo-mécanique, l'intérêt d'utiliser un critère de convergence global serré apparaîtra dans le couplage complet (cf. §5.6).

### 5.3.4 Etude de performances

Deux algorithmes différents sont employés, selon qu'une stratégie de couplage faible ou de couplage fort est retenue. Dans le cas du couplage aéro-thermique précédent, la réception du flux  $q_f$  et du coefficient d'échange  $h_f$  côté solide se faisait en début d'incrément, alors que l'envoi de la température de paroi  $T_s$  vers le fluide se faisait en fin d'incrément. L'évolution de la thermique du solide étant soumise à la thermique du fluide, cette convention est conservée pour la physique « suiveuse » au sein d'un couplage entre deux instances. Ainsi, comme la déformation de la plaque dépend de sa température, la réception du champ thermique  $T$  côté mécanique se fera en début d'incrément, et l'envoi du déplacement  $U$  en fin d'incrément. En retour, la réception de cette dernière information côté thermique peut donc se faire soit en début, soit en fin d'incrément.

Dans le cas d'un couplage faible, il est préférable de fixer un couple  $(T, U)$  homogène en temps (c'est-à-dire que les deux quantités sont calculées au même instant, par exemple  $t_c$ ) en fin de pas de temps de couplage. La réception du déplacement  $U_{t_c}$  côté thermique se fera donc en fin d'incrément, soit à  $t = t_c$ . Le module thermique travaille donc toujours avec la condition aux limites mécanique calculée au pas de temps précédent. Une fréquence de couplage peut également être introduite, telle que :

$$\Delta t_c = A\Delta t_{Th} = B\Delta t_{Mec} \quad (5.50)$$

avec  $A$  et  $B$  des entiers constants, tels que  $A < B$  dans le cas de l'impact d'un jet chaud (réactif ou non) sur une plaque métallique. Dans le sous-système thermo-mécanique, l'évolution du transitoire thermique est plus lente que celle de la mécanique : le pas de temps thermique est plus grand que le pas de temps mécanique. L'organisation des échanges au sein de ce premier algorithme est présentée en figure 5.20.

Pour pouvoir évaluer correctement le prédicteur du déplacement côté thermique, il faut utiliser un processus itératif (recherche de point fixe), ce qui impose de pouvoir redémarrer le calcul à  $t_c$  plusieurs fois de suite (avec des champs de paramètres modifiés à chaque itération), donc de revenir en arrière dans le temps de  $\Delta t_c$ , qui peut compter plusieurs incréments  $\Delta t_{Mec}$ . Dans le cas de ce choix de couplage fort, la réception du déplacement  $U_{t_c}$  côté thermique doit se faire en début d'incrément suivant, soit à  $t = t_c$ , mais cette fois sur le pas de temps de  $t_c$  à  $t_c + \Delta t_c$ . De plus, avec l'utilisation du retour en arrière, l'état initial ( $t = 0$  s) est enregistré à l'initialisation du problème couplé, puis les enregistrements se font en fin de pas de temps lorsque la convergence du système thermo-mécanique est atteinte. Ce second algorithme, dont l'organisation des envois et des réceptions est illustrée en figure 5.21, permet de travailler, dès la deuxième itération sur un pas de temps de couplage, avec une prédiction du déplacement  $U_{t_c + \Delta t_c}$  réévaluée côté thermique. Sur ce schéma, les cassettes qui présentent une flèche entrante signifient qu'un enregistrement de l'état physique est réalisé à l'instant indiqué, alors que les cassettes avec les flèches sortantes renvoient le calcul au dernier enregistrement effectué, réalisant ainsi le retour en arrière.

Différents calculs ont été menés pour l'étude de la convergence de l'état thermo-mécanique. Le premier est un couplage faible dont la durée des pas de temps thermique et mécanique correspond à celle d'une itération fluide, à savoir 0,01 s. Les pas de temps mécaniques des autres calculs sont ensuite choisis de manière à éviter la divergence du calcul. Ainsi, le pas de temps mécanique maximal applicable dans le cas d'un calcul faible (sous-cyclé ou non côté mécanique) est de 0,1 s, alors qu'il peut être relevé à 0,2 s dans le cas d'un couplage fort avec  $\Delta t_c = \Delta t_{Th} = 10$  s. Cette valeur de 10 s pour le pas de temps de couplage provient de l'étude du sous-couplage aéro-thermique menée au §5.2, pour laquelle un optimum avait été déterminé. Pour chacune des cinq configurations énumérées ci-dessous, le pas de temps de couplage correspond au pas de temps de calcul thermique :

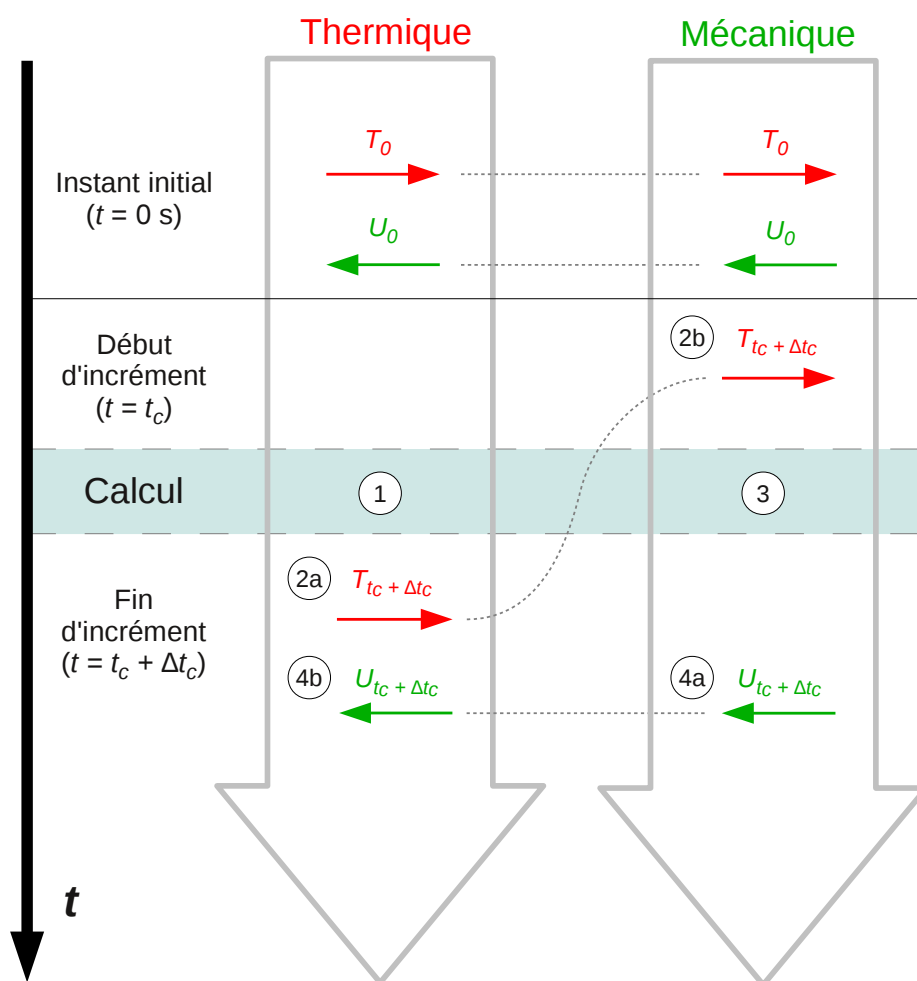


FIG. 5.20 – Organisation des échanges au sein du couplage thermo-mécanique faible.

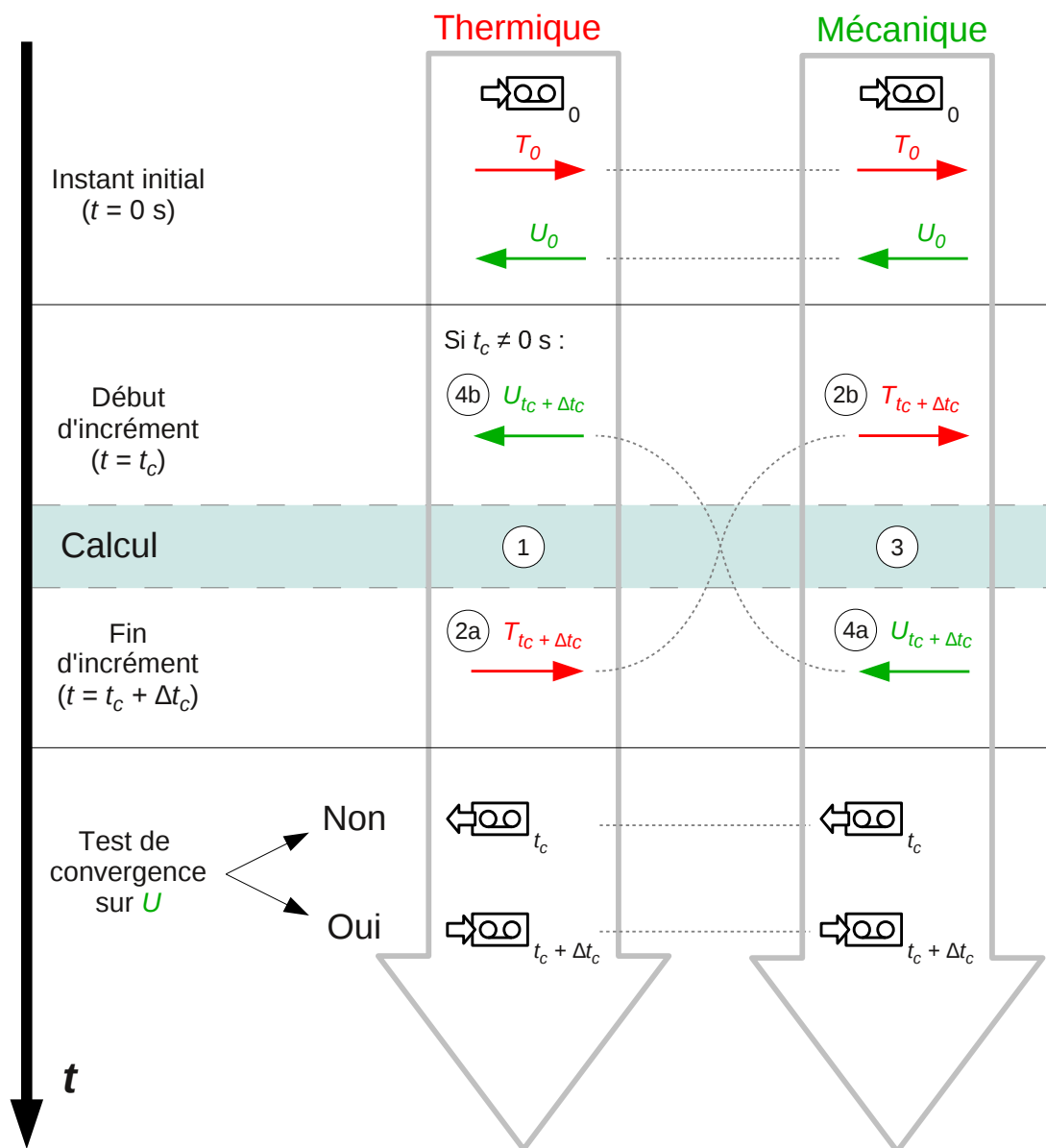


FIG. 5.21 – Organisation des échanges au sein du couplage thermo-mécanique fort.

1. Couplage faible basé sur le pas de temps fluide :  $\Delta t_c = \Delta t_{Th} = \Delta t_{Mec} = 0,01$  s,
2. Couplage faible basé sur le pas de temps de calcul mécanique maximum :  $\Delta t_c = \Delta t_{Th} = \Delta t_{Mec} = 0,1$  s,
3. Couplage faible basé sur le pas de temps de couplage optimal du calcul aéro-thermique précédent, sous-cyclé en mécanique :  $\Delta t_c = \Delta t_{Th} = 10$  s et  $\Delta t_{Mec} = 0,1$  s,
4. Couplage fort correspondant au couplage faible 3. auquel vient s'ajouter un processus itératif (référence) :  $\Delta t_c = \Delta t_{Th} = 10$  s et  $\Delta t_{Mec} = 0,1$  s,
5. Couplage fort basé sur le pas de temps de couplage optimal du calcul aéro-thermique précédent, avec le pas de temps de calcul mécanique maximum :  $\Delta t_c = \Delta t_{Th} = 10$  s et  $\Delta t_{Mec} = 0,2$  s.

Le couplage fort présentant le plus petit  $\Delta t_{Mec}$  (à savoir le calcul 4.) est choisi comme calcul de référence, car l'équilibre est vérifié à chaque pas de temps de couplage  $\Delta t_c$ . Les valeurs extrêmes en température et en déplacement obtenues pour chaque calcul sont compilées dans les tableaux 5.6 et 5.7. Tout d'abord, ces résultats montrent que le nombre de couplages effectués par le calcul de référence est suffisant, puisque pour des pas de temps  $\Delta t_c$ ,  $\Delta t_{Th}$  et  $\Delta t_{Mec}$  identiques, les températures et les déplacements obtenus par le calcul faible 3. sont équivalents à ceux du calcul fort 4. (référence). Le couplage faible est donc plus avantageux en terme de temps de calcul, puisqu'il fournit des résultats de précision équivalente.

Par rapport au calcul de référence, l'erreur sur les déplacements dépend directement de la précision de la température calculée (même ordre de grandeur entre  $T_{max}$  et  $U2_{min}$ ), qui elle-même varie en fonction du pas de temps thermique retenu (0,01, 0,1 ou 10 s). C'est pourquoi toutes les solutions obtenues avec le même  $\Delta t_c$  se valent (par exemple, les couplages 3., 4. et 5., pour lesquels  $\Delta t_c = \Delta t_{Th} = 10$  s). Ainsi, lorsque le pas de temps de couplage  $\Delta t_c$  (qui correspond à  $\Delta t_{Th}$ ) diminue dans le cas de calculs faibles (d'abord pour le calcul 2., puis pour le calcul 1.), les températures augmentent et le déplacement vertical est plus important que celui obtenu par le calcul de référence. Cependant, l'erreur sur la valeur de la flèche reste acceptable, puisqu'elle est inférieure à 2 % (elle est de l'ordre de 0,5 % sur la flèche finale).

En ce qui concerne les calculs couplés forts, pour les instants de couplage de  $t_c = 10$  à 70 s, trois itérations de couplage sont nécessaires pour atteindre la convergence fixée par le ratio sur les déplacements verticaux, puis la suite du calcul n'en nécessite plus que deux. Cela signifie qu'au début de la simulation, le champ de température est légèrement influencé par la déformation rapide de la plaque, puisque que le système a besoin d'une itération de couplage supplémentaire pour atteindre la précision de résultat souhaitée.

En effet, au cours de l'itération de couplage  $\nu$  entre  $t_c$  et  $t_c + \Delta t_c$ , la définition du ratio (cf. équation 5.49) utilise les valeurs du déplacement vertical  $U2^{\nu-1}$  et  $U2^\nu$  calculées successivement au même instant  $t_c + \Delta t_c$ . Or, s'il s'agit de la première itération de couplage sur cet intervalle de temps ( $\nu = 1$ ),  $U2^\nu$  à  $t_c + \Delta t_c$  est comparée à la valeur du déplacement vertical convergé à l'instant de couplage précédent  $t_c$ . La discrétisation temporelle du calcul mécanique étant plus fine que celle du calcul thermique ( $\Delta t_c = \Delta t_{Th} = N\Delta t_{Mec}$ ), les déplacements à comparer peuvent être calculés à plusieurs incréments mécaniques  $\Delta t_{Mec}$  d'écart (si  $N > 1$ ). De plus, les conditions aux limites (notamment en température) ont évolué entre  $t_c$  et  $t_c + \Delta t_c$ , ce qui rend les résultats du calcul mécanique différents entre ces deux instants. Le ratio ainsi évalué est donc relativement élevé lors de cette première itération. Par contre, au cours de la seconde itération de couplage ( $\nu = 2$ ), le champ de température envoyé par le module thermique est équivalent à celui de l'itération précédente (l'influence de la mécanique sur la thermique est négligeable). Par conséquent, les déplacements qui en résultent sont identiques aux précédents, conduisant tout de

Calcul couplé	$t_c$	$T_{min}$ (K)	Erreur	$T_{max}$ (K)	Erreur
Fort 4.	60 s	386,6		709,6	
	300 s	580,1		995,7	
Fort 5.	60 s	386,6	$\sim 0$ %	709,6	$\sim 0$ %
	300 s	580,1	$\sim 0$ %	995,7	$\sim 0$ %
Faible 3.	60 s	386,6	$\sim 0$ %	709,7	$\sim 0$ %
	300 s	580,2	$\sim 0$ %	995,7	$\sim 0$ %
Faible 2.	60 s	388,1	+0,38 %	726,5	+2,38 %
	300 s	583,1	+0,50 %	997,9	+0,22 %
Faible 1.	60 s	388,1	+0,39 %	726,7	+2,40 %
	300 s	583,1	+0,51 %	997,9	+0,22 %

TAB. 5.6 – Valeurs extrêmes de la température de plaque pour différents calculs couplés thermo-mécaniques et erreurs relatives par rapport au calcul de référence.

Calcul couplé	$t_c$	$U2_{max}$ (mm)	Erreur	$U2_{min}$ (mm)	Erreur
Fort 4.	60 s	3,14005		-11,5836	
	300 s	4,81297		-16,1503	
Fort 5.	60 s	3,14004	$\sim 0$ %	-11,5837	$\sim 0$ %
	300 s	4,81297	$\sim 0$ %	-16,1503	$\sim 0$ %
Faible 3.	60 s	3,14059	+0,02 %	-11,5854	+0,02 %
	300 s	4,81299	$\sim 0$ %	-16,1502	$\sim 0$ %
Faible 2.	60 s	3,19338	+1,69 %	-11,8910	+2,65 %
	300 s	4,83390	+0,43 %	-16,1787	+0,18 %
Faible 1.	60 s	3,19386	+1,71 %	-11,8938	+2,68 %
	300 s	4,83408	+0,44 %	-16,1789	+0,18 %

TAB. 5.7 – Valeurs extrêmes du déplacement vertical de la plaque pour différents calculs couplés thermo-mécaniques et erreurs relatives par rapport au calcul de référence.

suite à un ratio très petit. De manière générale, l'algorithme doit donc avoir besoin d'exactly deux itérations de couplage pour converger.

### 5.3.5 Simulation

Les profils de température calculés par le module thermique en utilisant le couple  $(h, T_0)$  sont bien équivalents (aux imprécisions près détaillées plus haut) à ceux obtenus par le couplage aéro-thermique précédent, comme le montre la figure 5.23 qui présente les résultats du couplage fort 6 ( $\Delta t_c = \Delta t_{Th} = 10$  s et  $\Delta t_{Mec} = 0,2$  s). Il en va de même de l'évolution de la température au centre de la face avant de la plaque, tracée en figure 5.25 (à gauche).

Les déplacements verticaux successifs de l'interface fluide-structure obtenus par l'expérience et par le calcul couplé thermo-mécanique sont présentés respectivement en figure 5.22 et 5.23 (à droite). Dans les deux cas, les évolutions sont semblables à un facteur de proportionnalité près (la figure 5.26 montre que le rapport entre déplacement calculé et déplacement mesuré est de l'ordre de 0,75 au delà de 30 s) et la déformée de la plaque semble tendre vers une position limite au delà de 150 s. En fait, l'évolution du déplacement du centre avant de la plaque en figure 5.25 (à droite) indique que la déformation maximale calculée (16,3 mm) est atteinte autour de  $t = 230$ s. A partir de la troisième minute de simulation, la plaque remonte légèrement pour atteindre une flèche de 16,15 mm au centre de la plaque à  $t = 300$  s. Ce phénomène est encore plus marqué dans le cas de l'expérience, comme le montre la figure 5.24 : une flèche maximale de 21,6 mm est atteinte autour de  $t = 210$  s, pour terminer avec un déplacement au centre de la plaque de 21 mm. Ainsi, bien que les flèches numériques et expérimentales soient du même ordre de grandeur, il subsiste une erreur non négligeable (comprise entre 23 et 25 %).

Ainsi, des incertitudes demeurent tant sur le plan expérimental que numérique. En ce qui concerne les conditions de l'expérience, les positions successives de la face arrière tracées en figure 5.22 (à gauche) montrent bien que la plaque n'est pas rigoureusement plate dès le départ. De plus, le système de maintien sur quatre cales, même s'il a été réglé, présente inévitablement un caractère hyperstatique. Les nuages de points aux instants successifs sont dispersés sur environ 3 mm de hauteur pour les rayons les plus importants, soit du même ordre que l'épaisseur de la tôle. Le point d'appui correspondant à l'extrémité des cales sur les diagonales de la plaque, dont l'abscisse a été mesurée sur le banc d'essai à 225 mm, est repérable à l'intersection des différents nuages de points. Par contre, lorsque les valeurs du déplacement vertical des points situés sur les diagonales de la plaque sont moyennées (figure 5.22, à droite), ce point d'appui semble être plus éloigné du centre, aux alentours de 250 mm à la convergence des courbes. Cela peut signifier que la plaque a « glissé » sur ses quatre appuis et peut-être même fléchi entre eux. Cette non-axisymétrie des conditions aux limites de l'expérience pourrait expliquer la dispersion croissante des nuages de points à proximité des bords de la plaque.

Du point de vue de la modélisation, les incertitudes reposent principalement sur trois points : la loi de comportement élasto-visco-plastique utilisée pour l'INCONEL 600 (le traitement thermique subi par les tôles utilisées n'est pas connu), ainsi que les conditions aux limites mécaniques et thermiques. En effet, dans la configuration axisymétrique, le point d'appui est bloqué en translation verticale dans le calcul (la plaque repose en quelque sorte sur un cercle), ce qui ne permet pas à la plaque de glisser. Cependant, un calcul mécanique simple, dans lequel les cartes de température obtenues par le couplage aéro-thermique sont imposées et le point fixe remplacé par un contact sans friction, montre que si le glissement de la plaque sur la cale est permis, la matière a tendance à être repoussée vers les bords de la plaque, induisant une flèche (maximale de 16,15 mm à  $t = 220$  s et de 15,9 mm à  $t = 300$  s) d'environ 10 à 15 % inférieure à ce qui a

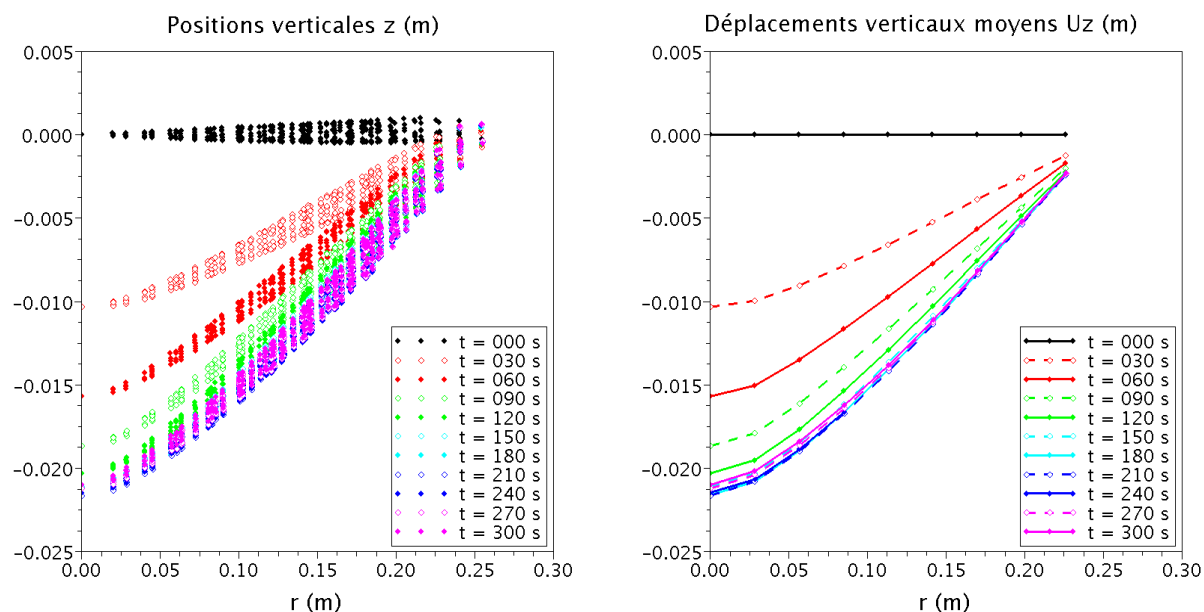


FIG. 5.22 – Positions expérimentales successives des points de mesure en face arrière de la plaque (à gauche) et déformées moyennes expérimentales successives des points placés sur les diagonales de la plaque (à droite), projetés sur la demi-diagonale de la plaque.

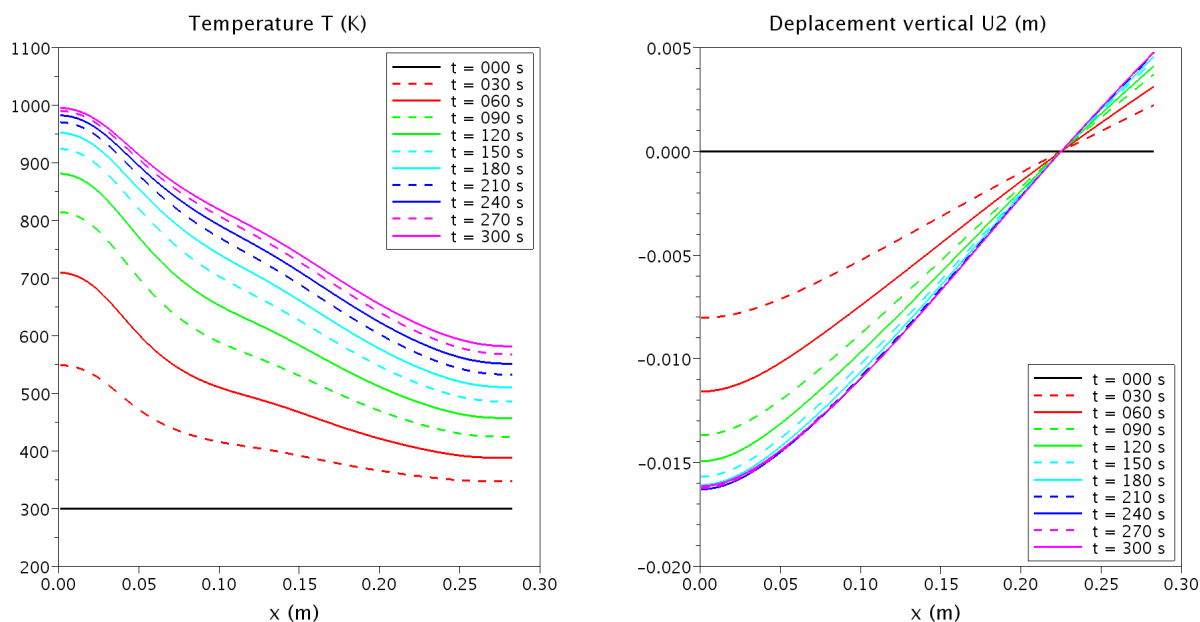


FIG. 5.23 – Profils de température le long de la plaque (à gauche) et déplacements verticaux successifs de la surface avant (à droite), calculés par couplage thermo-mécanique de  $t = 0$  à 300 s.



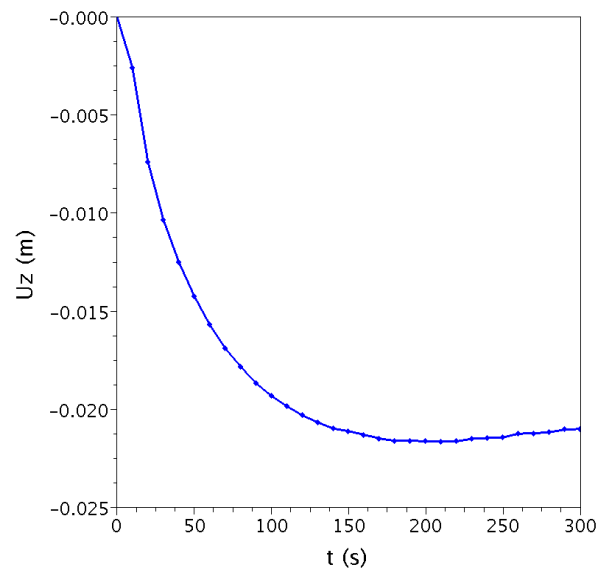


FIG. 5.24 – Evolution du déplacement vertical expérimental au centre de la plaque (flèche).

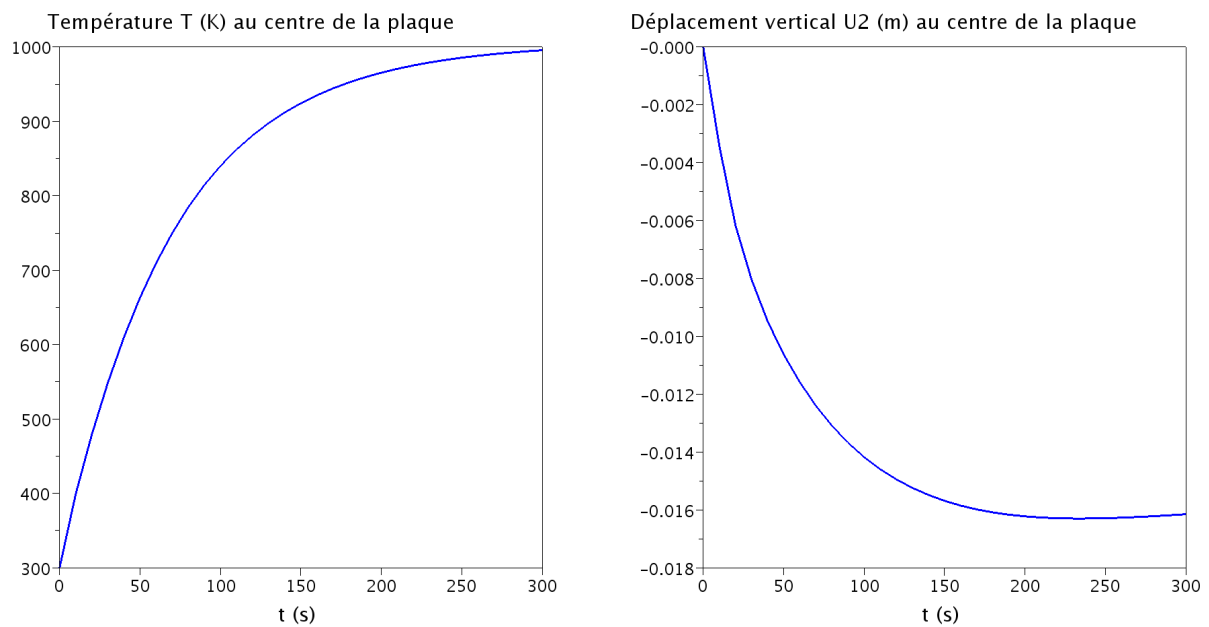


FIG. 5.25 – Evolutions de la température (à gauche) et du déplacement vertical (à droite) calculées au centre de la face avant de la plaque (flèche).

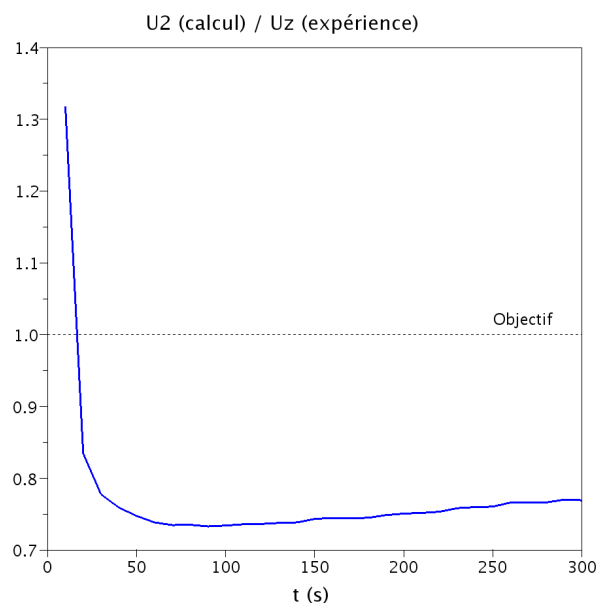


FIG. 5.26 – Rapport des déplacements verticaux calculés sur les déplacements verticaux mesurés.

été calculé avec un point d'appui fixe. Cette variation ne va donc pas dans le bon sens.

Un calcul couplé thermo-mécanique a par ailleurs été réalisé avec de nouvelles coordonnées pour le point d'inflexion (à 250 mm du centre), pour évaluer l'influence du bras de levier sur le résultat en déformation. Dans cette configuration, les déplacements verticaux calculés atteignent 18,3 mm au centre de la plaque en fin de simulation (l'erreur par rapport aux données expérimentales est comprise entre 12 et 15 %). Bien que ce résultat présente un léger gain au niveau de la flèche, il n'explique toujours pas les différences entre déformées calculées et mesurées.

Côté thermique, les distributions de température sont calculées non pas en imposant un profil de flux, mais le couple  $(h, T_0)$  le long d'une paroi non déformable. Cette méthode fournit certes un flux de chaleur initial correspondant à celui de l'expérience, mais les valeurs des paramètres de cette condition aux limites ont été obtenues sur une configuration de jet 2D plan (*slot*), dont le comportement diffère par rapport à un jet circulaire. La question de l'exactitude de l'évolution du flux thermique au cours de la simulation peut donc être posée. Toutefois, la configuration du jet 2D utilisée jusqu'à présent est conservée pour la suite des réglages de l'algorithme aéro-thermo-mécanique. En effet, en ajoutant l'aspect mécanique pour le traitement du problème complet, le flux de chaleur sera remis à jour en fonction de la déformation engendrée sur le maillage fluide, ce qui pourrait avoir comme conséquence de modifier les résultats en température au sein du solide, et donc l'amplitude de la flèche calculée.

Dans le but d'expliquer le phénomène de remontée de la plaque observé à la fois expérimentalement et numériquement, les gradients de température calculés successivement à l'avant et à l'arrière de la plaque dans les directions  $x$  (le long de la demi-diagonale de la plaque) et  $y$  (à travers l'épaisseur de la plaque) sont respectivement tracés en figure 5.27 et figure 5.28.

L'allure des profils de flux thermique imposés en face avant par le code fluide dans le cas du calcul aéro-thermique précédent (figure 5.14, à droite) est retrouvée sur les courbes de gradients de température selon  $y$  (figure 5.28, à gauche), au facteur  $\lambda_s$  près (conductivité thermique), dépendant de la température. A l'arrière de la plaque, l'intensité du flux, nulle en début de simulation, augmente progressivement pour tendre vers un profil commun aux deux faces de

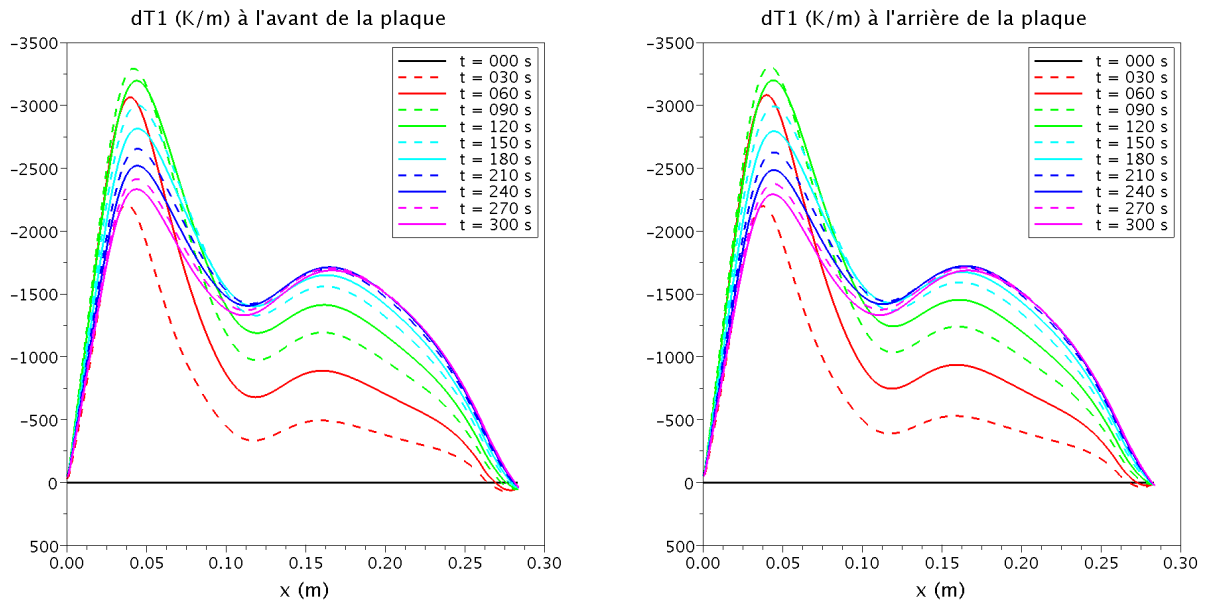


FIG. 5.27 – Profils de gradients de température calculés selon le rayon de la plaque (direction  $x$ ) en face avant (à gauche) et en face arrière (à droite).

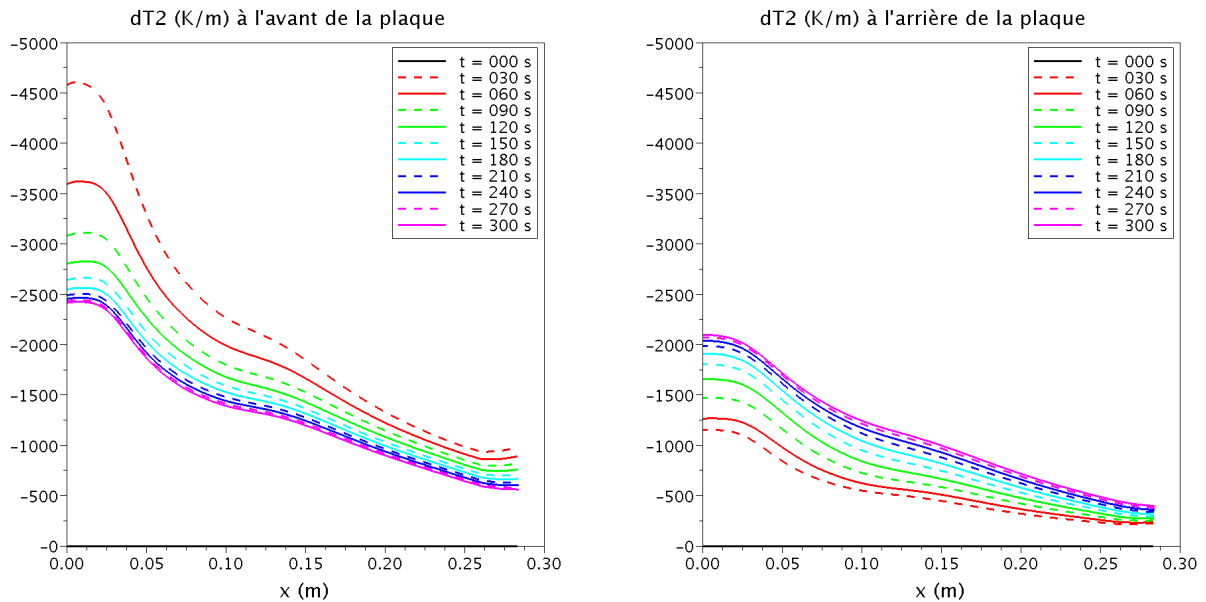


FIG. 5.28 – Profils de gradients de température calculés selon l'épaisseur de la plaque (direction  $y$ ) en face avant (à gauche) et en face arrière (à droite).

la plaque. Le léger décalage entre les courbes de gradients selon  $y$  à  $t = 300$  s à l'avant et à l'arrière de la plaque (au centre, les valeurs sont respectivement de 2400 W/K et de 2100 W/K) montre que l'état stationnaire du système n'a pas tout à fait été atteint en fin de calcul. Ainsi, le gradient de température selon l'épaisseur est toujours plus élevé à l'avant qu'à l'arrière de la plaque. Comme la dilatation du matériau dépend directement de la différence de température, la déformation occasionnée est plus importante en face avant, ce qui fait se bomber la plaque vers le bas. De plus, le flux thermique transmis par le jet présente une intensité maximale au centre. Par conséquent, le déplacement de la plaque est d'autant plus important à ce niveau.

Ainsi, l'évolution des gradients de température à travers l'épaisseur de la plaque décrit le comportement mécanique général du système, de l'état initial jusqu'à l'instant pour lequel le déplacement est maximal au centre de la plaque (aux environs de  $t = 230$  s). Au-delà, il faut maintenant étudier l'évolution des gradients de température le long de la diagonale de la plaque, pour tenter d'expliquer la remontée de la matière.

Dans la direction radiale, les gradients de température (figure 5.27) sont similaires à l'avant et à l'arrière de la plaque. Deux zones de comportement se distinguent. Du centre de la plaque jusqu'à un rayon de 12 cm, l'intensité du gradient commence par augmenter jusqu'aux environs de  $t = 200$  s, pour ensuite diminuer, en présentant une valeur maximale pour des abscisses comprises entre 4 et 5 cm. Au-delà du rayon de 12 cm, la valeur du gradient augmente progressivement au cours du calcul pour atteindre un profil limite, avec un maximum d'intensité situé autour de 16 cm. En fin de simulation, la courbe du gradient de température le long de la diagonale de la plaque présente donc deux bosses, dont les valeurs aux sommets sont du même ordre de grandeur (2300 W/K pour la bosse intérieure et 1700 W/K pour la bosse extérieure). Cela signifie que la conduction dans la direction radiale a tendance à s'homogénéiser au long du calcul. Les sollicitations thermiques se déplacent donc progressivement vers le bord de la plaque, en se concentrant plus particulièrement autour du rayon de 12 cm. Il s'agit là d'une autre zone de dilatation importante, pour laquelle le déplacement de la plaque est relativement plus marqué. Par conséquent, la plaque a tendance à se bomber à ce niveau (le phénomène est visible sur les courbes d'évolution du déplacement vertical calculé pour la plaque, en figure 5.23 à droite), provoquant la remontée de la matière située au centre de la tôle.

Du point de vue de la mécanique, la température pour laquelle le fluage n'est plus négligeable dans le cas de l'INCONEL 600 ( $T > 800$  K) a été atteinte. Ainsi, le phénomène sera observé dans certaines zones de la plaque. Du point de vue expérimental, il existe une déformation permanente de la plaque après extinction de la flamme (cf. figure 5.34, à gauche), sous l'effet combiné de la déformation plastique (due à une contrainte élevée) et du fluage.

La figure 5.30 présente l'évolution de la déformation viscoplastique cumulée  $p$ , à l'avant et à l'arrière de la plaque, définie par :

$$p = \int_0^t \dot{p} d\tau \text{ avec } \dot{p} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\xi}^{vp} : \dot{\xi}^{vp}} \quad (5.51)$$

Bien que la température soit toujours plus élevée à l'avant qu'à l'arrière de la plaque, cette déformation plastique se déclare d'abord en face arrière. C'est la conséquence d'une norme plus élevée à l'arrière de la plaque pour la contrainte  $\sigma_{11}$ , tracée en figure 5.29, jusqu'à la moitié de la simulation ( $t = 150$  s). Puis les intensités de  $\sigma_{11}$  ont tendance à s'équilibrer à l'avant et à l'arrière de la plaque, alors que les températures font de même. De plus, la partie viscoplastique de la déformation totale est de plus en plus importante : les composantes  $\varepsilon_{xx}^{vp}$  et  $\varepsilon_{yy}^{vp}$ , tracées respectivement en figure 5.31 et figure 5.32, continuent à augmenter. Par conséquent, la

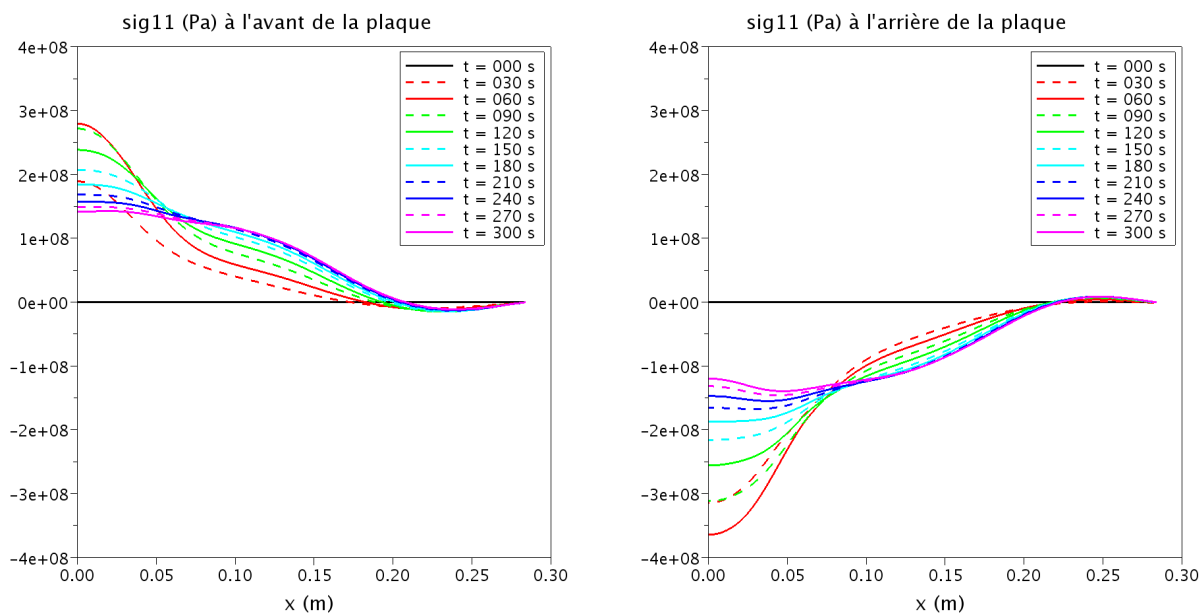


FIG. 5.29 – Profils de contrainte  $\sigma_{11}$ , calculés à l'avant (à gauche) et à l'arrière (à droite) de la plaque, extrapolés aux noeuds.

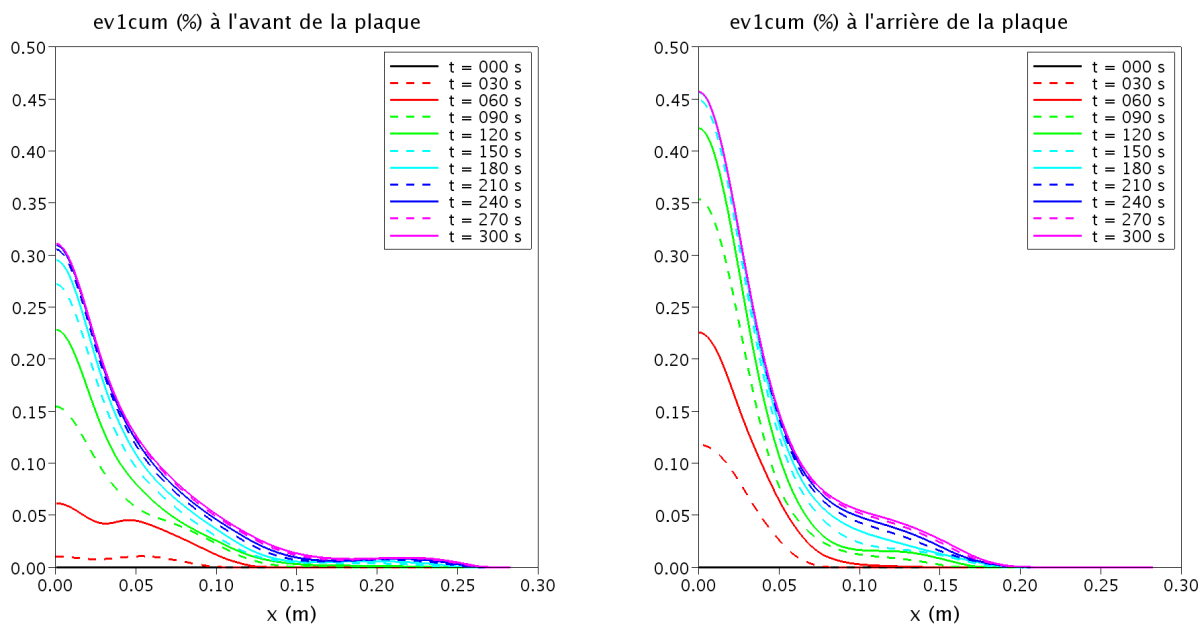


FIG. 5.30 – Profils de déformation viscoplastique cumulée, calculés à l'avant (à gauche) et à l'arrière (à droite) de la plaque, extrapolés aux noeuds.

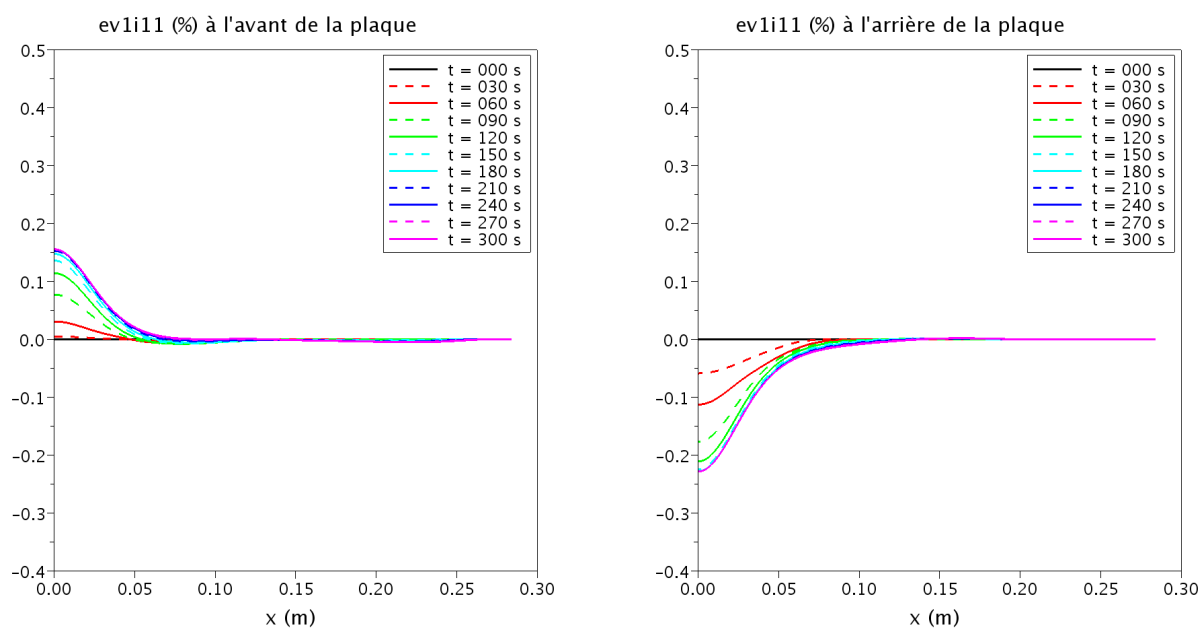


FIG. 5.31 – Profils de déformation viscoplastique  $\varepsilon_{xx}^{vp}$ , calculés à l'avant (à gauche) et à l'arrière (à droite) de la plaque, extrapolés aux noeuds.

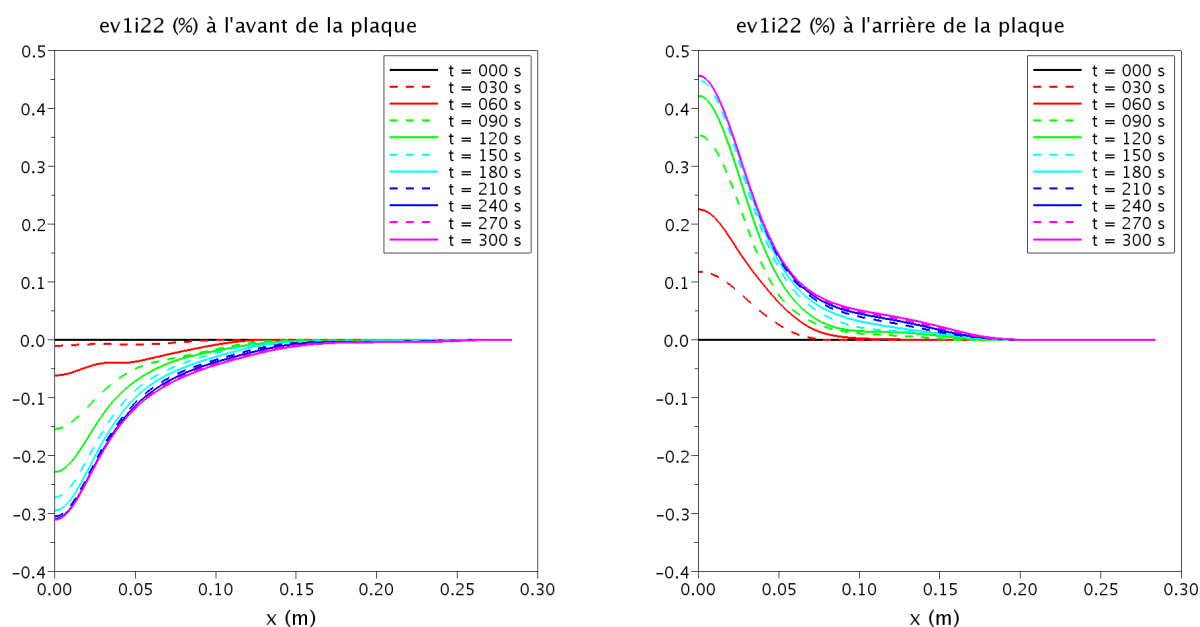


FIG. 5.32 – Profils de déformation viscoplastique  $\varepsilon_{yy}^{vp}$ , calculés à l'avant (à gauche) et à l'arrière (à droite) de la plaque, extrapolés aux noeuds.

contrainte  $\sigma_{11}$  diminue. La déformation plastique se concentre au milieu de la plaque, sur une surface équivalente à l'avant et à l'arrière.

Ainsi, le matériau subit une traction à l'avant de la plaque ( $\varepsilon_{xx} > 0$  et  $\varepsilon_{yy} < 0$  : la matière se déforme vers le bas et les bords de la plaque) et une compression à l'arrière ( $\varepsilon_{xx} < 0$  et  $\varepsilon_{yy} > 0$  : la matière se déforme vers le haut et le centre de la plaque). En fin de simulation, la déformation plastique radiale  $\varepsilon_{xx}^{vp}$  présente une amplitude maximale au centre de la plaque, dont la valeur est deux fois plus petite que selon l'axe vertical  $y$ . De plus, cette norme est toujours 50 % plus importante à l'arrière qu'à l'avant de la plaque, sur toutes les figures (déformation viscoplastique selon  $x$ , selon  $y$  et cumulée). Or, la déformation viscoplastique induit la déformation résiduelle de la plaque, après relaxation. La section suivante (cf. §5.4) est dédiée à l'étude de ce phénomène thermo-mécanique.

Comme supposé au moment de la mise en algorithme aéro-thermo-mécanique, l'emploi d'une stratégie de couplage fort (utilisant des itérations pour atteindre la convergence à chaque pas de temps) pour traiter le sous-problème thermo-mécanique n'est pas nécessaire, puisque le déplacement de la plaque n'a quasiment pas d'effet sur l'évolution des températures à travers le solide. Ainsi, dans le cas du couplage à 3 codes, une fois le résultat thermique convergé, la position de la plaque calculée sera stable, sans avoir besoin d'itérer. Un unique critère de convergence sur les températures sera donc utilisé.

Cependant, cette étude a permis d'implémenter les retours en arrière sur plusieurs pas de temps, qui seront utiles pour la résolution du problème complet. D'autre part, les pas de temps suivants seront testés pour le calcul couplé aéro-thermo-mécanique :

1. Couplage faible :  $\Delta t_c = \Delta t_{Th} = \Delta t_{Mec} = 0,1$  s.
2. Couplage fort :  $\Delta t_c = \Delta t_{Th} = 10$  s et  $\Delta t_{Mec} = 0,2$  s.

Le travail préparatoire sur le couplage thermo-mécanique va maintenant être réutilisé dans le but de réaliser un calcul de relaxation de la plaque à partir des résultats du calcul couplé faible.

## 5.4 Calcul couplé thermo-mécanique pour la relaxation de la plaque

Après extinction de la flamme, une déformation résiduelle de la plaque métallique a été observée et mesurée environ 10 mois après le déroulement de l'expérience. Le déplacement vertical résiduel de la plaque est tracé en figure 5.34 (à gauche) : la flèche est de 3,1 mm. Un calcul couplé thermo-mécanique est mené dans le but de simuler le processus de relaxation de la plaque d'INCONEL 600, soumise à un fluage non négligeable au cours de l'expérience.

### 5.4.1 Modélisation du problème thermique

Les conditions aux limites thermiques définies précédemment au bord (flux nul) et à l'arrière de la plaque (combinaison de flux convectif et radiatif) sont respectivement les suivantes :

$$-\lambda_s \frac{\partial T}{\partial n} = 0 \quad (5.52)$$

$$-\lambda_s \frac{\partial T}{\partial n} = h(T - T_0) + q_r \text{ où } q_r = \sigma \epsilon (T^4 - T_0^4) \quad (5.53)$$

Avec l'émissivité totale  $\epsilon = 0,9$ , le coefficient de convection  $h = 5$  W/m<sup>2</sup>/K et une température de référence  $T_0 = 300$  K.

La flamme éteinte, le transfert de chaleur à l'avant de la plaque est réalisée en partie par le rayonnement de surface, non peinte, pour laquelle le coefficient d'émission hémisphérique  $\epsilon$  du métal à nu est de 0,25. Le flux radiatif ainsi généré permet d'accélérer la baisse des températures et par conséquent la relaxation de la plaque. De plus, la convection naturelle de l'air est prise en compte à l'avant de la plaque, avec les mêmes valeurs de  $h$  et  $T_0$  qu'à l'arrière. La condition aux limites imposée à l'avant de la plaque est donc également de la forme :

$$-\lambda_s \frac{\partial T}{\partial n} = h(T - T_0) + q_r \text{ où } q_r = \sigma \epsilon (T^4 - T_0^4) \quad (5.54)$$

### 5.4.2 Modélisation du problème mécanique

La mise en données est identique à la précédente (cf. §5.3.2). Pour rappel, la plaque axisymétrique repose sur un appui ponctuel, modélisé par le blocage du déplacement vertical du noeud correspondant. La gravité  $\vec{g}$  est également prise en compte dans le calcul. Enfin, le code fluide n'étant pas inclus dans ce calcul thermo-mécanique, la pression est imposée constante et égale à la pression atmosphérique sur toutes les faces mouillées de la plaque :

$$\underline{\sigma}_s \cdot \vec{n} = -p_{atm} \vec{n} \quad (5.55)$$

### 5.4.3 Algorithme de couplage

Un calcul de reprise est effectué à partir des résultats fournis par le code Z-set en thermique et en mécanique à la fin du calcul couplé faible thermo-mécanique. Le couplage thermo-mécanique faible est utilisé, comme schématisé en figure 5.33, avec  $\Delta t_c = \Delta t_{Th} = \Delta t_{Mec} = 0,1$  s.

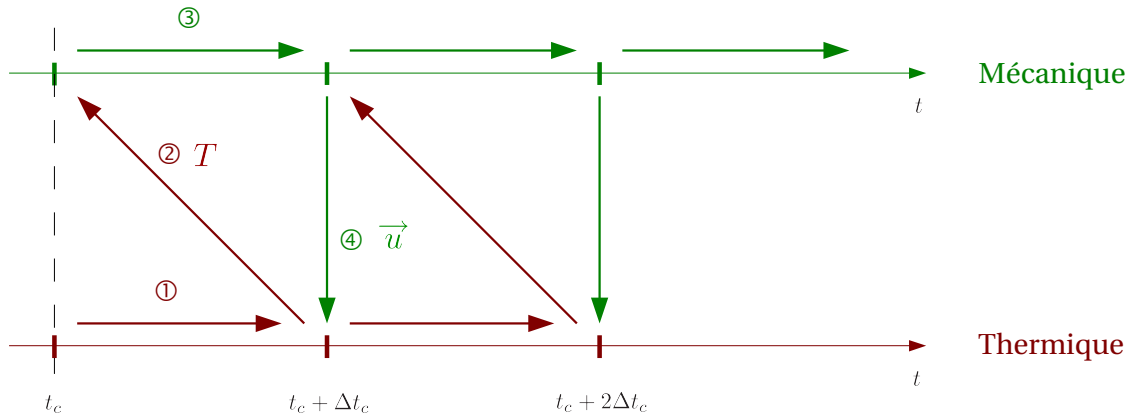


FIG. 5.33 – Algorithme de couplage thermo-mécanique faible.

### 5.4.4 Simulation

Le calcul a été mené jusqu'à  $t = 3000$  s pour atteindre des résultats approchant le plus possible d'une asymptote. La température à l'avant de la plaque à cet instant est de  $303,6 \pm 0,1$  K. Les courbes d'évolution des champs thermo-mécaniques au centre de la plaque présentées en figure 5.35 montrent que le déplacement vertical atteint une valeur limite plus rapidement que la température. La partie viscoplastique de la déformation n'évolue plus si la température est trop



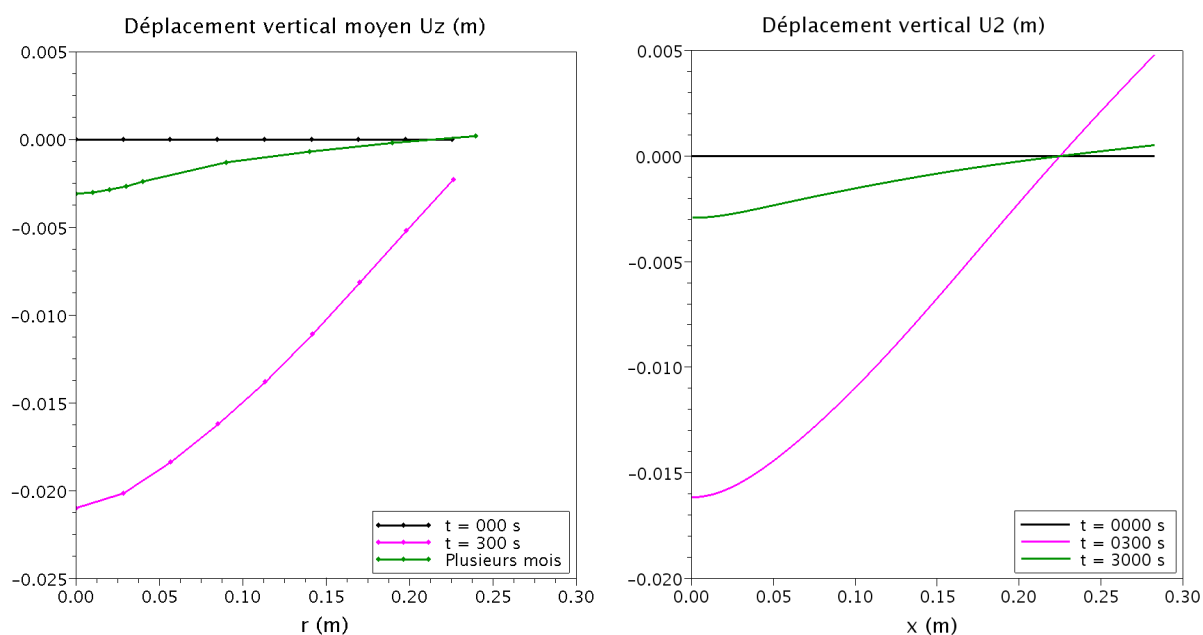


FIG. 5.34 – Déplacement vertical expérimental moyenné sur la demi-diagonale de la plaque (à gauche) et déplacement vertical calculé par couplage thermo-mécanique (à droite).

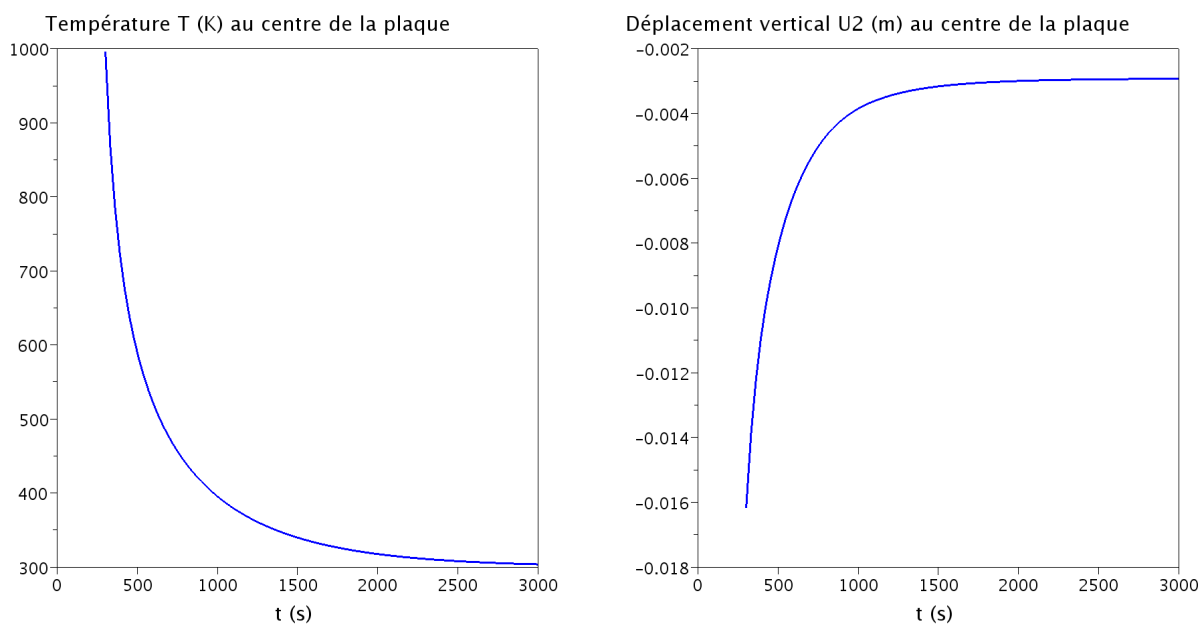


FIG. 5.35 – Evolutions de la température (à gauche) et du déplacement vertical (à droite) calculées au centre de la plaque.

basse ( $< 800$  K), alors que la partie due à la dilatation thermique suit directement l'évolution des températures, car elle est proportionnelle à  $\Delta T$  (cf. §1.3.4). La flèche calculée à  $t = 3000$  s est égale à 2,9 mm, soit avec une erreur d'environ 6 % par rapport à la flèche mesurée plusieurs mois après l'expérience.

Ce calcul de relaxation amène finalement à un résultat assez proche de ce qui a été observé et mesuré à la suite de l'expérience. Cela signifie que les zones où la déformation viscoplastique n'est plus négligeable sont relativement bien cernées par le couplage thermo-mécanique entre  $t = 0$  et 300 s dans cette configuration 2D hybride d'un jet plan en impact sur une plaque axisymétrique, même si l'amplitude des flèches calculées à la section précédente (cf. §5.3) présente un niveau d'erreur non négligeable par rapport aux mesures.

Un travail équivalent sera effectué à partir des résultats d'un calcul couplé complet, dans la configuration d'un jet chaud circulaire en 3D. Les résultats obtenus seront comparés et les différences discutées au chapitre 6.

## 5.5 Couplage aéro-mécanique

Il s'agit ici d'étudier l'influence du déplacement de l'interface fluide-structure sur l'écoulement du jet chaud. Comme la déformation de la plaque est provoquée par l'évolution des températures à travers le solide, les champs déterminés lors du calcul aéro-thermique précédent sont imposés côté mécanique.

### 5.5.1 Modélisation du problème fluide

Il s'agit toujours du même jet chaud (cf. §5.2.1). Les conditions aux limites à la paroi correspondant à l'interface fluide-structure sont les suivantes :

$$\vec{V}_p = \vec{W} \quad (5.56)$$

$$T_p = 300 \text{ K} \quad (5.57)$$

$$k = 0 \text{ et } L = 0 \quad (5.58)$$

L'outil de déformation de maillage du code CEDRE intègre de manière progressive la position de l'interface fluide-structure reçue à l'instant fluide  $t_f^c$  par l'intermédiaire du couplage avec le code de mécanique, sur un intervalle de temps constant  $\Delta t_f^c$ , préalablement fixé par l'utilisateur. Autrement dit, le maillage se déforme à chaque itération fluide par interpolation entre la position du domaine à  $t_f^c$  (avant réception des nouvelles coordonnées de la frontière mobile) et la position à atteindre à  $t_f^c + \Delta t_f^c$ . La vitesse  $W$  correspond donc au rapport du déplacement de chacun des points de la paroi sur l'intervalle de temps d'intégration  $\Delta t_f^c$ .

Le mouvement de la frontière est propagé à l'ensemble du domaine fluide par l'application d'une loi de propagation. Pour rappel, la vitesse de déplacement d'un noeud interne  $\vec{V}$  est définie en fonction de la vitesse du point frontière moteur le plus proche :

$$\vec{V} = C \times \vec{V}_p \quad (5.59)$$

Soit  $R$  la distance à la frontière motrice :

- Si  $0 < R < R_s$ , avec un rayon de saturation  $R_s = 0,01$  m, les noeuds subissent un mouvement de corps rigide à la vitesse de la frontière :

$$C = 1 \quad (5.60)$$

- Si  $R_s < R < R_a$ , avec un rayon d'action  $R_a = 0,05$  m et un coefficient d'amortissement  $C_a = 1$ , le mouvement de la frontière est amorti :

$$C = 1 - \left( \frac{R - R_a}{R_a - R_s} \right)^{C_a} = 1 - \frac{R - R_a}{R_a - R_s} \quad (5.61)$$

- Si  $R_a < R$ , les noeuds ne subissent aucun déplacement :

$$C = 0 \quad (5.62)$$

### 5.5.2 Modélisation du problème solide

Comme dans la modélisation du système thermo-mécanique (cf. §5.3.2), la plaque repose sur un appui ponctuel (déplacement vertical bloqué au noeud correspondant) et la gravité  $\vec{g}$  est prise en compte dans le calcul. La condition aux limites mécanique imposée à l'avant de la plaque est la suivante :

$$\underline{\sigma}_s \cdot \vec{n} = -p \vec{n} \quad (5.63)$$

Avec la pression  $p$  obtenue du code CEDRE par l'intermédiaire du couplage. Sur toutes les autres faces mouillées de la plaque, la pression est imposée égale à la pression atmosphérique :

$$\underline{\tau}_s \cdot \vec{n} = -p_{atm} \vec{n} \quad (5.64)$$

Les cartes de températures déterminées par le calcul couplé aéro-thermique sont imposées à l'ensemble du domaine (à la fréquence  $\Delta t_c = 10$  s), dans le but d'engendrer une déformation de la plaque. Cela revient en fait à réutiliser les résultats obtenus en température et en position (à la variation de pression près) dans le cas du couplage thermo-mécanique du §5.3.

Enfin, le pas de temps retenu dans le cadre du couplage aéro-mécanique est  $\Delta t_{Mec} = 0,2$  s. Il permet d'assurer la stabilité et la convergence du calcul mécanique.

### 5.5.3 Algorithme de couplage

Pour rappel, l'effet de la viscosité des gaz étudiés (mélange propane-air ou air seul) est négligé :  $\underline{\tau}_f = 0$ . Les conditions aux limites de Dirichlet-Neumann imposées à l'interface de couplage aéro-mécanique sont donc de la forme :

$$\vec{u}_f^n = \vec{u}_s^n \quad (5.65)$$

$$\underline{\sigma}_s^{n+1} \cdot \vec{n} = -p^n \vec{n} \quad (5.66)$$

Les masses volumiques fluide et solide étant très différentes, ces conditions aux limites ne sont pas affectées par l'effet de masse ajoutée. A priori, elles ne nécessitent donc pas de processus itératif pour atteindre l'équilibre des déplacements et des contraintes à l'interface fluide-structure.

L'algorithme de couplage aéro-mécanique utilisé est schématisé en figure 5.36. En pratique, c'est la position  $(x, y, z)$  de l'interface qui est envoyée au fluide à l'étape 2. Tout comme dans le cas du couplage thermo-mécanique, la pertinence de l'utilisation d'un processus itératif (recherche du point fixe) pour atteindre la convergence du système aéro-mécanique est tout de

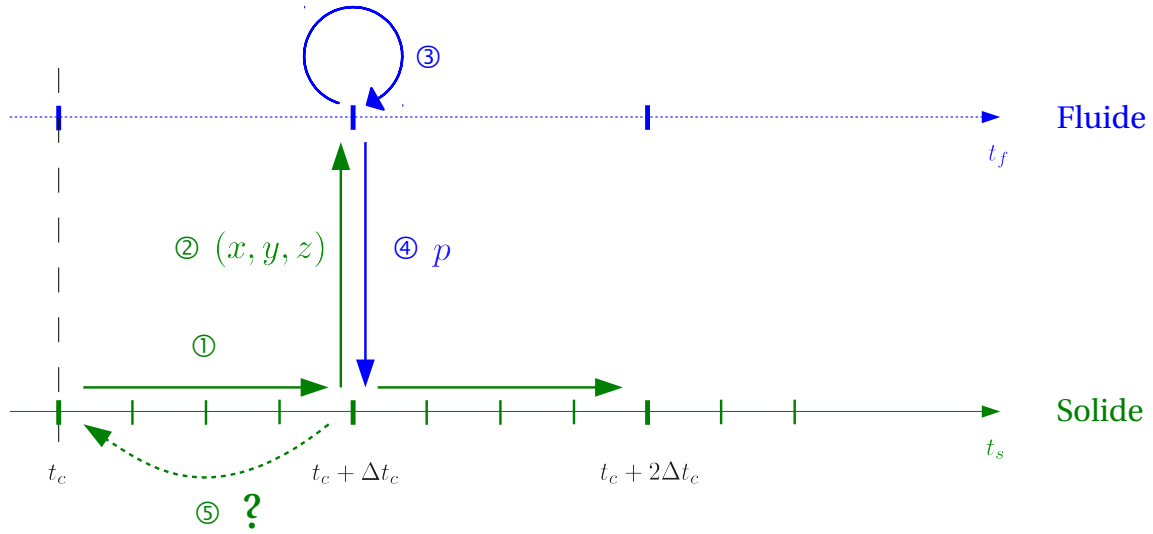


FIG. 5.36 – Algorithme de couplage aéro-mécanique.

même investiguée. Le critère de convergence global utilisé correspond au ratio des composantes verticales de la position de l'interface fluide-structure :

$$\frac{\|y_s^{\nu+1} - y_s^\nu\|}{\|y_s^{\nu+1}\| + \|y_s^\nu\|} \quad (5.67)$$

La valeur de  $10^{-5}$  est conservée, pour une précision du résultat au micron près. Dans le cas du couplage aéro-thermo-mécanique, le critère de convergence global sera de nouveau appliqué aux températures, puisque le couplage aéro-thermique domine le système.

Côté fluide, il n'existe plus de critère de convergence local pour déclencher le couplage avec le code de mécanique. C'est l'intervalle de temps constant  $\Delta t_f^c$ , sur lequel le code CEDRE propage progressivement l'information de la position de l'interface fluide-structure reçue, qui fixe la fréquence de l'échange des données.

Deux intervalles de temps  $\Delta t_f^c$  sont testés pour la déformation progressive du maillage fluide. Le premier,  $\Delta t_f^c = 3$  s, est du même ordre de grandeur que le nombre d'itérations fluides nécessaires pour atteindre la convergence du flux pariétal à la première itération de couplage sur le premier pas de temps  $\Delta t_c$  de 0 à 10 s du calcul aéro-thermique précédent (à savoir 268 itérations fluides de 0,01 s). Or, le nombre d'itérations fluides nécessaires à cette convergence interne diminue à chaque itération de couplage. Afin de gagner en temps de calcul, un second intervalle de temps,  $\Delta t_f^c = 0,5$  s, est évalué. Il correspond à la moyenne du nombre d'itérations fluides à convergence du flux sur le premier pas de temps de couplage  $\Delta t_c$  (de 0 à 10 s) du même calcul aéro-thermique (à savoir 48 itérations fluides).

Les choix de modélisation et de stratégie de couplage énoncés précédemment conduisent à travailler avec des durées de calcul fluide équivalentes entre deux échanges d'informations ( $\Delta t_f^c = 3$  et  $0,5$  s) supérieures à la durée du pas de temps de calcul mécanique ( $\Delta t_{Mec} = 0,2$  s). De plus, le processus itératif engagé dans un premier temps pour atteindre la convergence de la position verticale de l'interface va encore amplifier cette différence.

Pour que l'algorithme de couplage soit pertinent par rapport à la solution de calcul transitoire-transitoire par couplage faible, le temps physique cumulé côté fluide ( $N\Delta t_f^c$ , avec le nombre d'itérations de couplage  $N$ ) sur un pas de temps de couplage ne doit pas dépasser la durée  $\Delta t_c$  de ce dernier : il faut donc que  $\Delta t_c > N\Delta t_f^c$ .

Sachant que  $\Delta t_f^c > \Delta t_{Mec}$ , alors  $\Delta t_c \gg \Delta t_{Mec}$ . Dans le contexte plus général du couplage à trois codes, l'introduction d'une fréquence de couplage avec un pas de temps de couplage  $\Delta t_c$  plus grand que celui de la mécanique  $\Delta t_{Mec}$ , permettra de conserver deux des principaux avantages du couplage, à savoir d'une part un temps de calcul fluide cumulé inférieur à ce qu'aurait été celui d'un calcul entièrement transitoire, et d'autre part la résolution de la mécanique avec un pas de temps qui lui est adapté.

Le pas de temps de couplage  $\Delta t_c$  retenu ici correspond à l'optimum déterminé par étude de convergence dans le cas du calcul aéro-thermique (cf. §5.2), soit 10 s.

#### 5.5.4 Simulation

La figure 5.37 montre le domaine fluide déformé en fin de simulation. L'évolution du déplacement vertical de la plaque qui découle des cartes de température imposées est présentée en figure 5.38. Ces résultats correspondent à ceux obtenus par le calcul couplé thermo-mécanique. Ils ne dépendent pas de l'intervalle de temps pour la propagation de la déformation du maillage fluide  $\Delta t_f^c = 0,5$  ou 3 s.

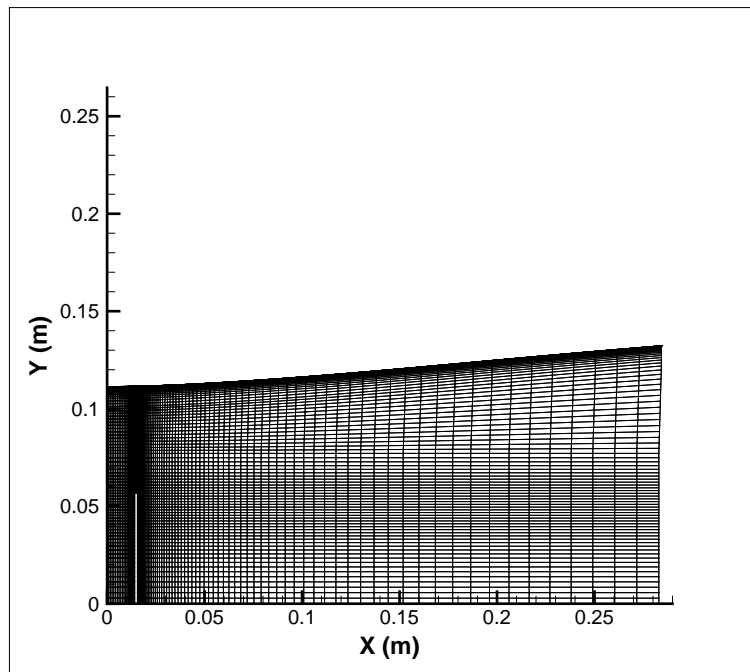
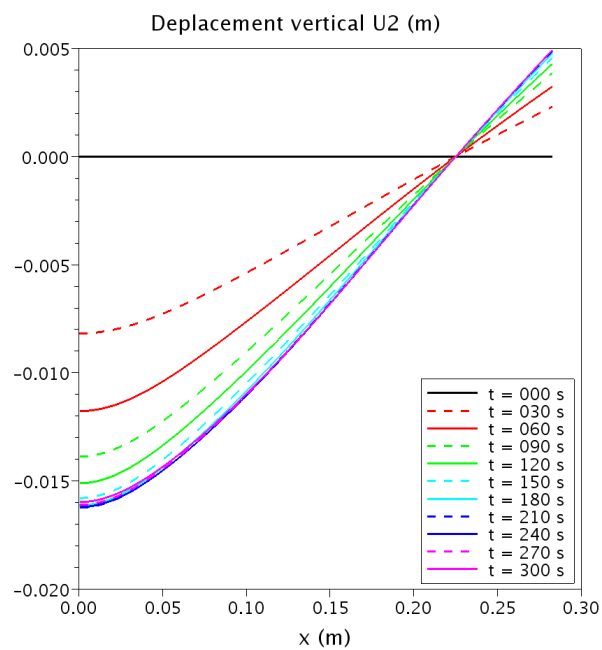
Le calcul aéro-mécanique a également permis de confirmer l'hypothèse de pression constante et quasiment égale à la pression atmosphérique ( $p_{atm} = 101325$  Pa) le long de la plaque, et ce tout au long du calcul, comme le montre le faisceau des profils de pression en figure 5.39. Seule une valeur légèrement supérieure de 43 Pa est relevée au niveau du point de stagnation, mais celle-ci ne représentant qu'une variation d'environ 0,04% par rapport à la pression de référence, elle peut être négligée. Conserver l'échange de cette quantité au sein du couplage aéro-thermo-mécanique ne devrait donc pas rajouter de difficultés à la résolution du problème complet.

Un examen du faisceau des profils de flux le long de la plaque, présenté en figure 5.40, permet de constater que la déformation du domaine fluide n'a pas modifié de façon significative la courbe initiale du flux de chaleur : seule la valeur maximale au centre a augmenté de  $5 \text{ kW/m}^2$  (soit 4 % de la valeur initiale à  $120 \text{ kW/m}^2$ ). A noter tout de même que bien que le niveau de flux soit respecté à chaque instant de couplage, les courbes obtenues pour  $\Delta t_f^c = 0,5$  s sont moins lisses au niveau du point de stagnation qu'avec  $\Delta t_f^c = 3$  s.

Toutefois, il est utile de rappeler que l'évolution des températures à la paroi n'a pas été réintégré dans le calcul fluide dans le cas de ce couplage aéro-mécanique : la température de paroi reste constante et égale à 300 K. Il s'agira donc, grâce au couplage aéro-thermo-mécanique, de confirmer ou non la stabilité du flux, lorsque la température et la position de l'interface fluide-structure évoluent.

La pertinence de l'utilisation d'un processus itératif pour résoudre le sous-problème aéro-mécanique est remise en question par les résultats obtenus. En effet, la différence sur la valeur de la position verticale en chacun des noeuds de l'interface, entre les deux seules itérations de couplage (même explication que pour le couplage thermo-mécanique au §5.3), pour un instant  $t_c$  donné, est inférieure à  $5 \cdot 10^{-8}$  m. La seconde itération est donc inutile.

Côté fluide, la pression est le seul paramètre susceptible d'influencer en retour la mécanique. Elle reste au demeurant constante et quasiment égale à la pression atmosphérique tout au long du calcul. Par conséquent, la prévision de position faite par le code mécanique n'a pas besoin d'être

FIG. 5.37 – Maillage du jet chaud en impact déformé à  $t = 300$  s.FIG. 5.38 – Déplacements verticaux successifs de la surface avant de la plaque, calculés de  $t = 0$  à 300 s.

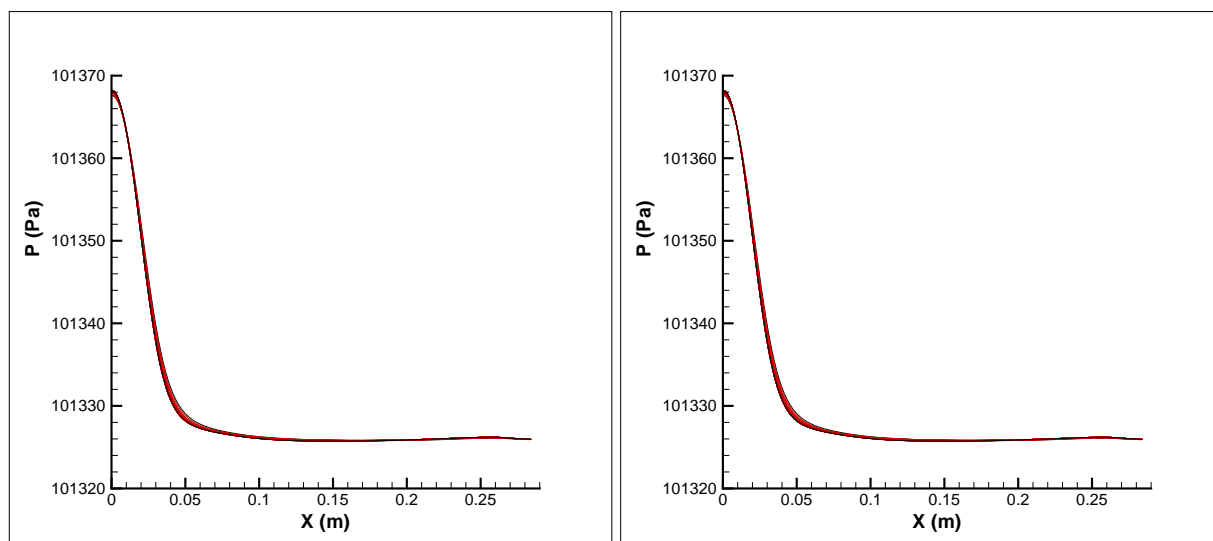


FIG. 5.39 – Comparaison des profils de pression le long de la plaque, calculés par couplage aéro-mécanique ( $\Delta t_c = 10$  s), pour  $\Delta t_f^c = 0,5$  s (à gauche) et  $\Delta t_f^c = 3$  s (à droite).

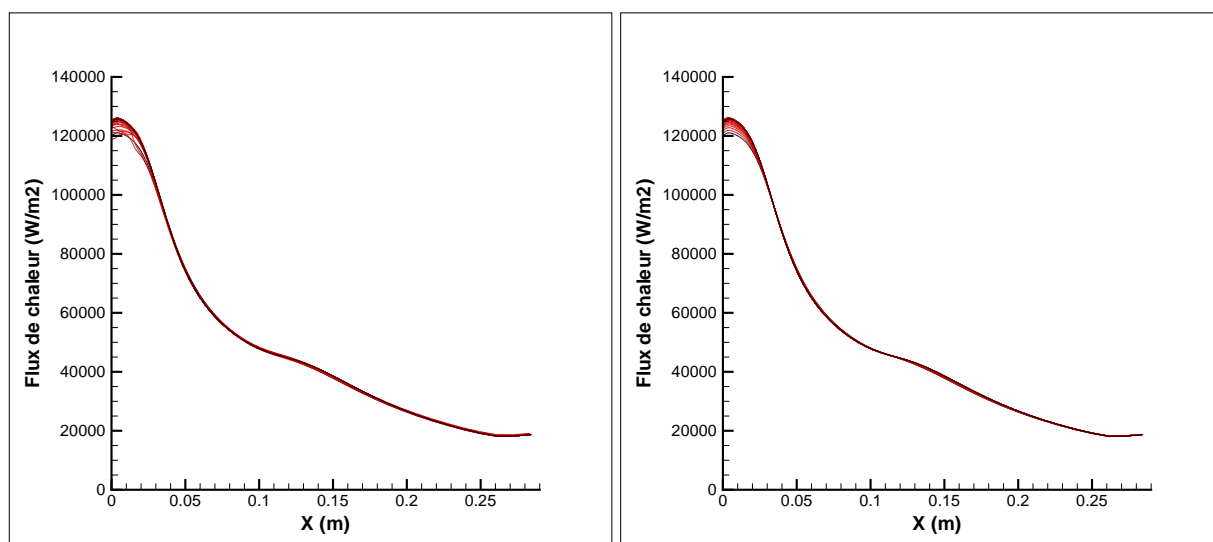


FIG. 5.40 – Comparaison des profils de flux de chaleur calculés le long de la plaque, pour  $\Delta t_f^c = 0,5$  s (à gauche) et  $\Delta t_f^c = 3$  s (à droite).

réactualisée, puisque les conditions aux limites imposées à la plaque (notamment en température) n'évoluent pas sur le pas de temps solide.

L'évolution du sous-système aéro-mécanique ne présente donc pas d'instabilités. C'est pourquoi un schéma de couplage faible partitionné convient à la résolution de ce problème, pour lequel les masses volumiques des milieux fluide et solide sont très différentes.

Dans le cas du couplage aéro-thermo-mécanique, le flux thermique stimule le système. La prévision mécanique devra donc être réévaluée en fonction de l'évolution des températures au sein de la plaque, déterminée par la variation du profil de flux, elle-même engendrée par le changement de forme du domaine fluide, à l'itération de couplage précédente. Il faudra donc réintroduire un critère de convergence global pour le couplage, basé sur la physique prédominante, à savoir la thermique.

## 5.6 Couplage aéro-thermo-mécanique

L'étude séparée de chaque sous-couplage a permis non seulement de déterminer les réglages optimaux pour pouvoir mener à bien un calcul aéro-thermo-mécanique, mais aussi d'appréhender le comportement global de la physique. Ainsi, la convergence du problème complet va être dominée par la stabilisation du système aéro-thermique, dont sera directement déduite la position de la plaque.

Il faut tout de même s'attendre à ce que l'influence de la déformation de la plaque sur la thermique du système dans le cas du jet chaud soit moins importante que dans celui de la flamme. En effet, à déformation équivalente, le déplacement de la plaque modifie profondément la position du front de flamme, ce qui influence grandement le profil de flux thermique généré. Ce n'est pas le cas pour le jet chaud non réactif, dont la structure n'est pas sensiblement modifiée. Le changement de forme du domaine fluide ne devrait donc pas influencer grandement l'évolution des flux de chaleur pariétaux.

### 5.6.1 Modélisation du problème fluide

Le modèle de jet chaud décrit précédemment pour la simulation des sous-problèmes aéro-thermique (cf. §5.2.1) et aéro-mécanique (cf. §5.5.1) est réutilisé. Pour rappel, les conditions aux limites à la paroi correspondant à l'interface fluide-structure sont les suivantes :

$$\vec{V}_p = \vec{W} \quad (5.68)$$

$$T_p = T_s \quad (5.69)$$

$$k = 0 \text{ et } L = 0 \quad (5.70)$$

La température  $T_s$  est obtenue du module thermique du code Z-set, par l'intermédiaire du couplage. La vitesse  $W$  correspond au rapport du déplacement de chacun des points de la paroi sur l'intervalle de temps  $\Delta t_f^c$  entre deux réceptions de la position de l'interface fluide-structure, fournie par le module de mécanique.

Les paramètres de contrôle de la loi de propagation du mouvement de la frontière à l'ensemble du domaine fluide restent inchangés par rapport à ceux qui ont été définis dans le cas du couplage aéro-mécanique seul (cf. §5.5.1) :

- rayon de saturation :  $R_s = 0,01$  m,
- rayon d'action :  $R_a = 0,05$  m,
- coefficient d'amortissement :  $C_a = 1$ .



### 5.6.2 Modélisation du problème thermique dans le solide

Le modèle thermique de la plaque décrit au §5.2.2 pour le sous-couplage aéro-thermique est réutilisé. Pour rappel, les conditions aux limites imposées au bord (flux nul) et à l'arrière de la plaque (combinaison de flux convectif et radiatif) sont respectivement :

$$-\lambda_s \frac{\partial T}{\partial n} = 0 \quad (5.71)$$

$$-\lambda_s \frac{\partial T}{\partial n} = h(T - T_0) + q_r \text{ où } q_r = \sigma\epsilon(T^4 - T_0^4) \quad (5.72)$$

Avec l'émissivité totale  $\epsilon = 0,9$ , le coefficient de convection  $h = 5 \text{ W/m}^2/\text{K}$  et une température de référence  $T_0 = 300 \text{ K}$ . A l'avant de la plaque (interface fluide-structure), la condition aux limites est de la forme :

$$-\lambda_s \frac{\partial T}{\partial n} = -h_f(T - T_0) \quad (5.73)$$

Avec le coefficient d'échange  $h_f$  obtenu du code CEDRE par l'intermédiaire du couplage et une température  $T_0$  caractéristique du fluide.

### 5.6.3 Modélisation du problème mécanique dans le solide

Le maintien en position de la plaque est modélisé par un appui ponctuel, en bloquant le déplacement vertical du noeud correspondant. La gravité  $\vec{g}$  est prise en compte dans le calcul.

La condition aux limites imposée à l'avant de la plaque est de la forme :

$$\underline{\sigma}_s \cdot \vec{n} = -p\vec{n} \quad (5.74)$$

Avec la pression  $p$  obtenue du code fluide par l'intermédiaire du couplage. La pression atmosphérique est imposée sur toutes les autres faces mouillées de la plaque :

$$\underline{\sigma}_s \cdot \vec{n} = -p_{atm}\vec{n} \quad (5.75)$$

### 5.6.4 Algorithme de couplage

L'algorithme de couplage utilisé pour mener le calcul aéro-thermo-mécanique de l'impact du jet chaud sur la plaque métallique est basé sur la troisième solution proposée au §5.1 (cf. figure 5.4). Compte-tenu des études successives de chacun des sous-couplages, quelques modifications ont tout de même été apportées. L'algorithme de couplage est schématisé en figure 5.41. La mise en place informatique des échanges au sein du couplage à 3 codes est détaillée en annexe B.

D'une part, le processus itératif de recherche du point fixe [64, 16] qui permet d'atteindre la convergence du couplage aéro-thermique est conservé (étape 7 de la figure 5.41). Toutefois, la pertinence de son utilisation pour simuler le problème complet est investiguée dans cette section.

D'autre part, les études réalisées sur les sous-couplages thermo-mécanique et aéro-mécanique ont montré la redondance de l'utilisation d'un test de convergence global sur le déplacement de la paroi (cf. équation 5.22). En effet, la déformation de la plaque en un instant donné dépend directement du champ de température, lui même fortement dépendant du flux thermique imposé par le fluide. En retour, cette déformation n'a que peu d'influence directe sur l'évolution de la thermique au sein du solide (par contre, il se peut qu'elle en ait indirectement, à travers la perturbation de l'écoulement fluide). Tester l'équilibre des températures à l'interface dans le



Côté fluide, le couplage à 3 codes active à la fois le mode de couplage thermique et le mode de couplage mécanique du code CEDRE. Par conséquent, il n'est plus possible de fixer un critère de convergence local sur la thermique de l'écoulement, car l'outil de déformation de maillage nécessite d'intégrer progressivement la dernière position de la plaque reçue sur un intervalle de temps constant  $\Delta t_c^f$ . Cette contrainte n'avait dans un premier temps pas été prise en compte dans la mise en algorithmes du couplage aéro-thermo-mécanique. Mais comme l'algorithme utilisé minimise les appels au code fluide, aucune modification n'est apportée en ce qui concerne ce point. Pour le calcul fluide, c'est donc le critère mécanique qui doit être fixé afin de déclencher les échanges. Les deux valeurs de  $\Delta t_c^f$  testées dans le cadre de la mise en place du sous-couplage aéro-mécanique, à savoir 3 s et 0,5 s, sont réutilisées.

De même que pour le sous-couplage thermo-mécanique, il existe ici deux manières d'échanger les informations, en fonction de la stratégie de couplage choisie : couplage faible (la convergence des quantités à l'interface est approchée avec de petits pas de temps de couplage) ou couplage fort (un processus itératif est utilisé pour atteindre l'équilibre à l'interface, à chaque pas de temps de couplage). Le schéma en figure 5.42 détaille l'organisation des échanges entre les trois codes de calcul pour la solution du couplage fort.

Au vu des résultats des calculs couplés thermo-mécanique, les deux types de couplage (faible et fort) sont étudiés et comparés, pour les configurations suivantes :

1. Couplage fort de référence :  $\Delta t_c = \Delta t_{Th} = 10$  s et  $\Delta t_{Mec} = 0,2$  s ( $\Delta t_f^c = 3$  ou 0,5 s),
2. Couplage faible :  $\Delta t_c = \Delta t_{Th} = \Delta t_{Mec} = 0,1$  s ( $\Delta t_f^c = 0,1$  s).

### 5.6.5 Simulation

Dans le cas du couplage fort, avec l'intervalle de temps fluide  $\Delta t_c^f = 3$  s, le nombre d'itérations nécessaires à la convergence pour les sept premiers instants de couplage (jusqu'à  $t_c = 70$  s, avec  $\Delta t_c = 10$  s) est quasiment identique à celui du sous-couplage aéro-thermique : la convergence est atteinte à chaque instant de couplage avec le même nombre d'itérations, voire avec une de moins. Ainsi, l'estimation de la durée de calcul pour cette configuration est simplifiée : elle dépasse le nombre d'heures autorisées sur le calculateur utilisé (limité à 30 h).

Le calcul couplé itératif est donc mené avec  $\Delta t_c^f = 0,5$  s. Même si les profils de flux observés dans le cadre de l'étude du sous-couplage aéro-mécanique étaient moins lisses, le processus itératif engagé ici pour atteindre la convergence du sous-système aéro-thermique donne au fluide tout le temps nécessaire pour se stabiliser. En effet, la convergence du système complet dans ce cas correspond exactement à celle du calcul couplé avec  $\Delta t_c^f = 3$  s, pour un gain en temps de calcul plus que multiplié par trois.

Comme observé lors de l'étude du sous-système aéro-mécanique, l'intensité du flux au centre de la plaque est plus importante lorsque la plaque se déforme et se rapproche de la source du jet chaud. Sur les profils de flux, présentés en figure 5.43 (à gauche), une différence de valeur au centre de la plaque est relevée en début de calcul entre les deux types de calcul couplé (5200 W/m<sup>2</sup> à  $t = 30$  s, soit environ 6 % de l'intensité calculée par couplage fort). Puis l'écart s'estompe, pour arriver à un profil similaire en fin de simulation. Cette lenteur relative du couplage faible à atteindre un état stationnaire fluide convergé (et par la même un état global convergé) à chaque instant de couplage explique les différences de température (et donc de valeur des déplacements associés), entre les deux solutions couplées.

Les résultats en température et déplacement pour chacun des couplages sont rassemblés respectivement dans le tableau 5.8 et le tableau 5.9. Comme le montre également le tracé des profils de température le long de la plaque et des déplacements verticaux successifs de l'interface

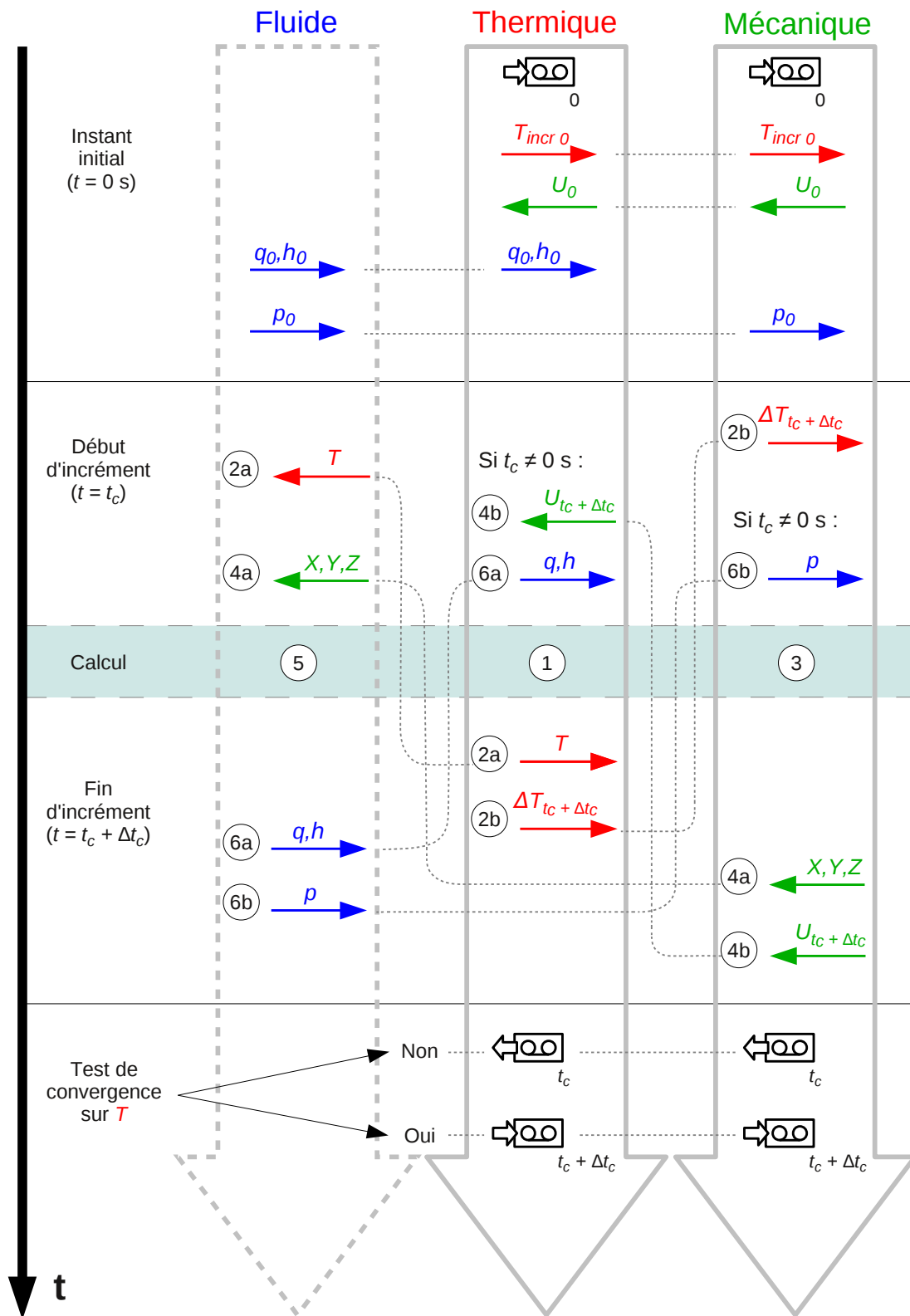


FIG. 5.42 – Organisation des échanges au sein du couplage aéro-thermo-mécanique fort.

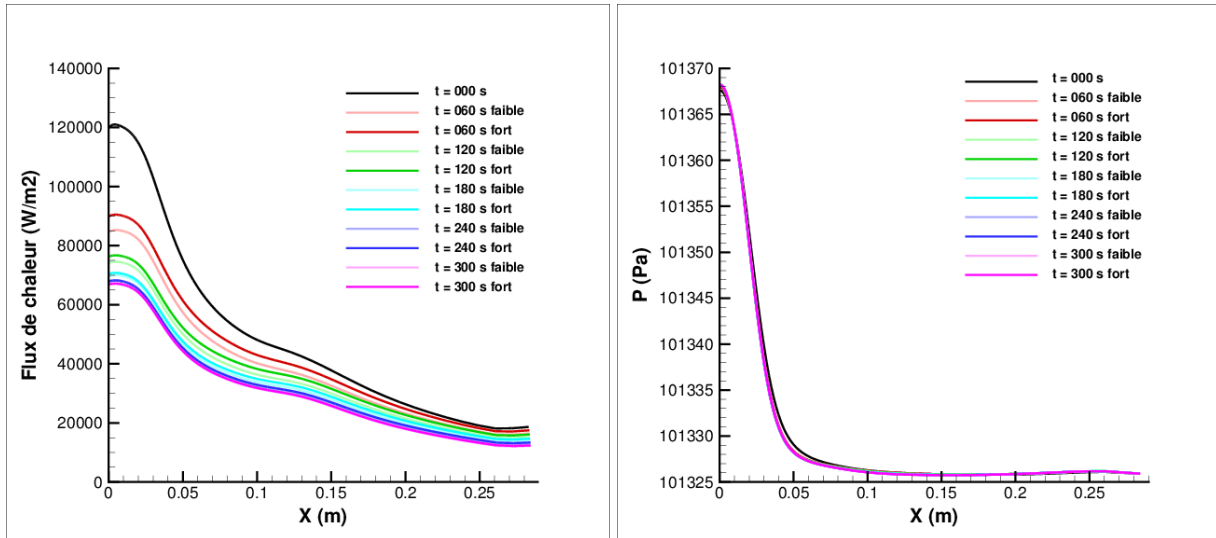


FIG. 5.43 – Comparaison des profils de flux de chaleur (à gauche) et de pression (à droite) le long de la plaque, calculés par couplage complet, de  $t = 0$  à 300 s.

fluide-structure en figure 5.44, de manière générale, même si les valeurs de température sont légèrement sous-estimées par le couplage faible (l'écart maximal est d'à peine plus de 1 % sur les températures minimales), le résultat final en terme de déplacements est atteint avec une différence inférieure à 1 %. Par conséquent, les solutions en déplacements sont légèrement moins dispersées (cf. tableau 5.9). En ce qui concerne le couplage fort, la température et le déplacement au centre de la plaque évoluent à peine plus rapidement que dans le cas du couplage faible, comme le montre la figure 5.45. La remontée de la plaque en fin de simulation est également un peu plus marquée, avec une flèche maximale relevée légèrement plus tôt, autour de  $t = 220$  s, au lieu de 230 s pour le couplage faible.

Enfin, les profils de pression le long de la plaque présentés en figure 5.43 (à droite) confirment de nouveau l'hypothèse d'une pression quasi-constante et correspondant à la pression atmosphérique, à une variation de 43 Pa près au centre de la plaque. La valeur de cette pression est identique à celle calculée lors du sous-couplage aéro-mécanique : la déformation de la plaque n'a donc aucune influence sur ce paramètre du fluide.

Pour résumer, la solution du couplage faible est plus avantageuse dans le cas du jet chaud 2D, puisque le temps de calcul est accéléré par un facteur de 4,5 par rapport au couplage fort, tout en conservant une précision sur les résultats équivalente. Le schéma de l'algorithme retenu est présenté en figure 5.46. Tout comme un schéma de couplage faible partitionné convient au traitement d'un problème aéro-mécanique pour lequel les masses volumiques des milieux fluide et solide sont très différentes (la structure est « lourde »), il est également adapté à la résolution du problème aéro-thermo-mécanique étudié, dominé par l'interaction thermique entre un jet chaud (réactif ou non) et le matériau métallique, qui présente une conductivité thermique  $\lambda_s$  élevée.

Le type de comportement thermique adopté par la plaque en régime transitoire peut d'ailleurs être retrouvé en étudiant le nombre de Biot, défini comme :

$$Bi(x) = \frac{h(x) \cdot E}{\lambda_s(T)} \quad (5.85)$$

En fin de simulation (à  $t = 300$  s), les valeurs de  $Bi$  sont comprises entre 0,0095 au centre de la plaque et 0,005 au bord. La résistance thermique interne ( $E/\lambda_s$ ) est donc bien négligeable.

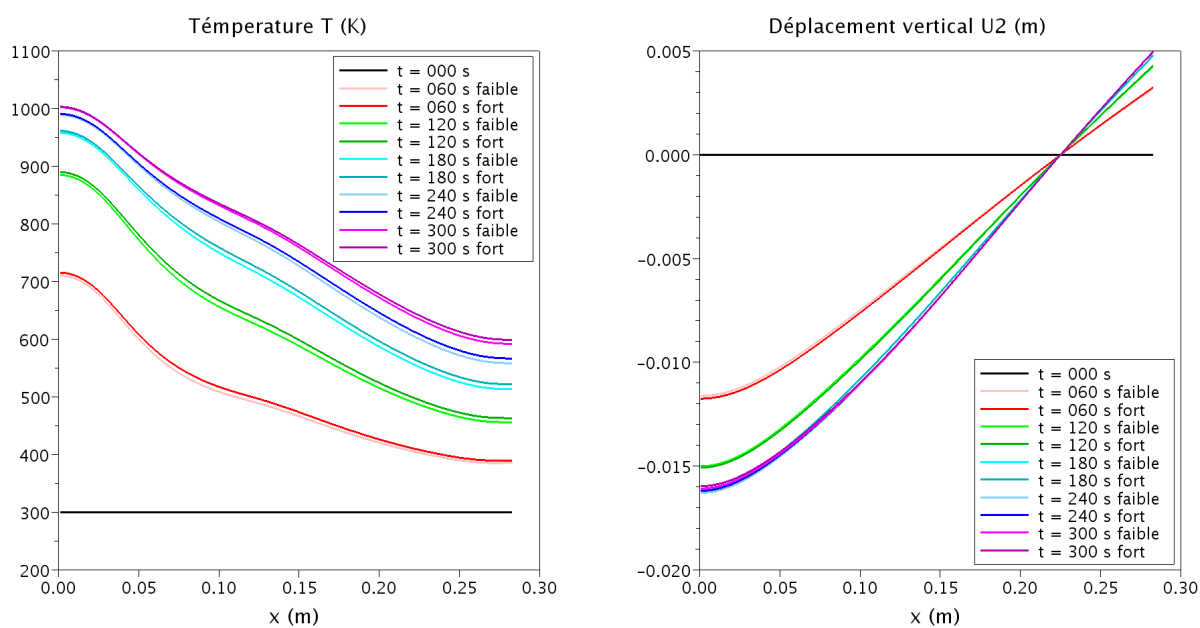


FIG. 5.44 – Comparaison des profils de température le long de la plaque (à gauche) et des déplacements verticaux successifs de la surface avant (à droite), calculés par couplage complet.

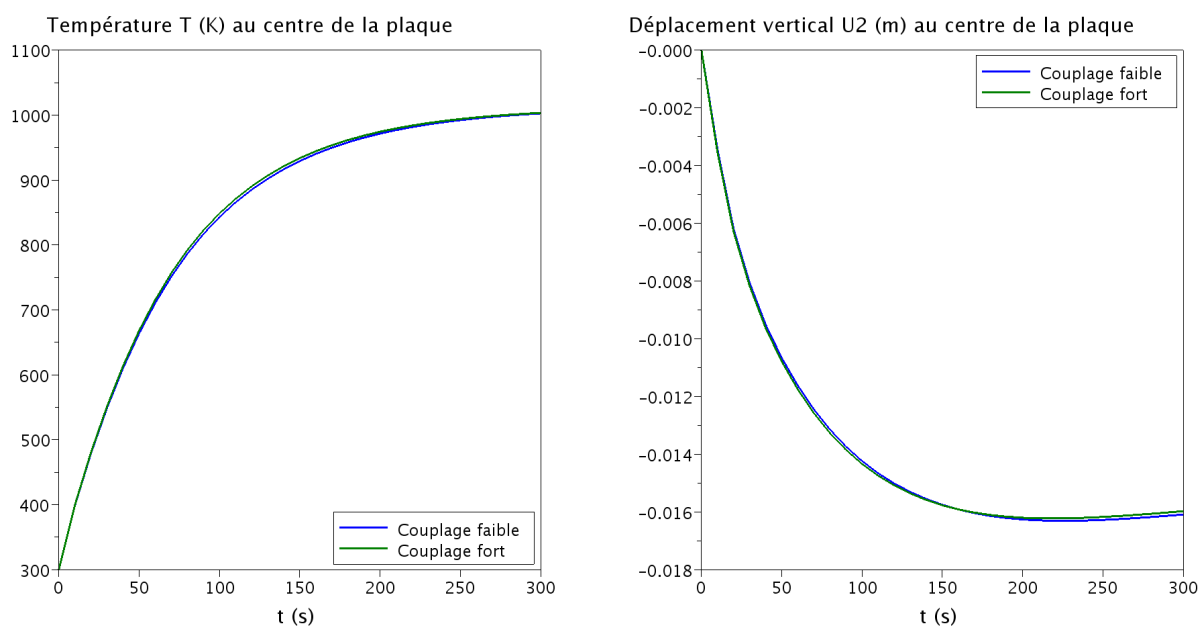


FIG. 5.45 – Evolutions de la température (à gauche) et du déplacement vertical (à droite) calculées au centre de la face avant de la plaque, par couplage complet.

Couplage	$t_c$	$T_{min}$ (K)	Erreur	$T_{max}$ (K)	Erreur
Fort	60 s	387,821		715,608	
	300 s	597,339		1003,56	
Faible	60 s	383,549	-1,10 %	710,579	-0,70 %
	300 s	590,485	-1,15 %	1002,69	-0,09 %

TAB. 5.8 – Valeurs extrêmes de la température de plaque calculées par couplage complet.

Couplage	$t_c$	$U2_{max}$ (mm)	Erreur	$U2_{min}$ (mm)	Erreur
Fort	60 s	3,266		-11,755	
	300 s	4,985		-15,976	
Faible	60 s	3,199	-2,05 %	-11,624	+1,11 %
	300 s	5,009	+0,50 %	-16,091	-0,72 %

TAB. 5.9 – Valeurs extrêmes du déplacement vertical de la plaque calculées par couplage complet.

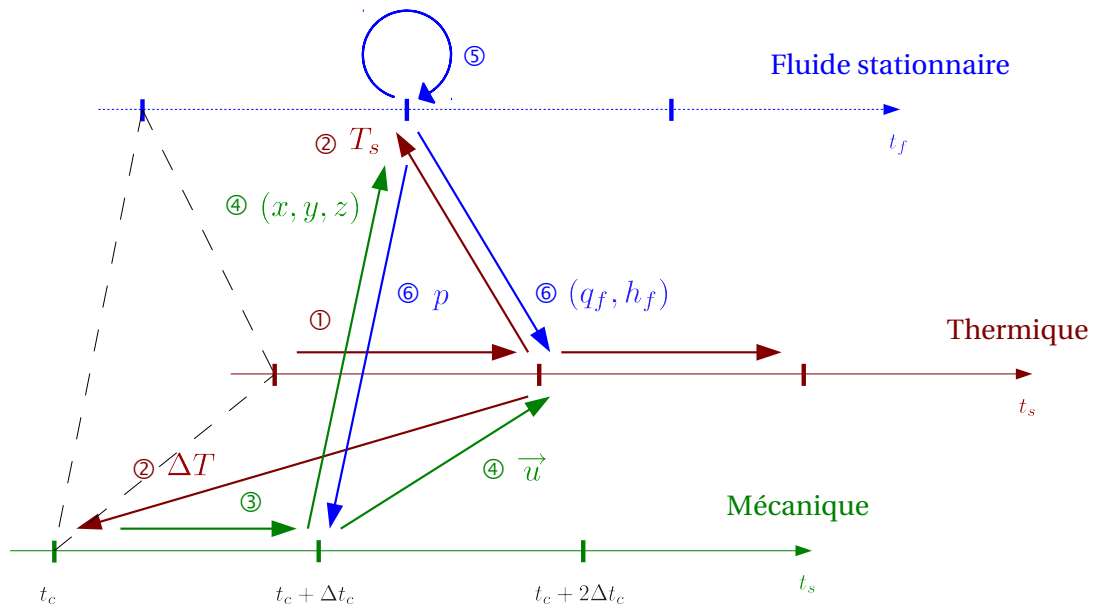


FIG. 5.46 – Algorithme de couplage aéro-thermo-mécanique faible.

La plaque métallique se comporte en fait comme une ailette, avec un transfert de chaleur radial. Par conséquent, pour une abscisse  $x$  et un instant donnés, la température peut être considérée comme uniforme dans l'épaisseur de la plaque.

Finalement, les résultats déterminés par le couplage aéro-thermo-mécanique complet sont très proches de ceux qui avaient été obtenus par les sous-couplages successifs. En effet, dans cette configuration hybride de jet chaud 2D plan associé à une modélisation axisymétrique de la plaque, le calcul couplé thermo-mécanique suffit à fournir une estimation des résultats en terme de déplacements : par rapport au calcul couplé complet, l'erreur sur la valeur de la flèche à  $t = 300$  s déterminée par couplage fort n'est que de 1 %. Cependant, cette précision du résultat ne peut être atteinte qu'à condition d'avoir modélisé de manière appropriée l'influence du fluide sur le sous-système thermo-mécanique. Cela sous-entend d'avoir au préalable une bonne connaissance de l'évolution de l'aérodynamique et de la thermique du fluide. Dans le cas de l'impact d'un jet chaud, il est aisé de déterminer a priori un couple  $(h, T_0)$  à imposer le long de la paroi. Pour des cas plus complexes dans lesquels la thermique domine le système (comme l'interaction flamme-paroi, où le rayonnement pourrait être intégré dans le modèle car le flux thermique généré n'est pas seulement convectif), le chaînage des calculs couplés aéro-thermique puis thermo-mécanique est un minimum. Enfin, si le changement de topologie de l'écoulement est susceptible d'influencer au moins la thermique du problème, un couplage complet s'impose. Comme intuité dans le cas du jet chaud équivalent en 2D, la déformation du domaine fluide influence peu la variation du profil de flux : le flux de chaleur calculé au centre de la plaque par simple couplage aéro-thermique est sous-estimé d'environ 3 % par rapport à la solution obtenue par couplage complet.

L'algorithme de couplage aéro-thermo-mécanique vient donc d'être mis en place et validé en 2D, dans le cas d'un jet chaud dont le profil de flux initial était équivalent à celui généré par le fluide réactif au cours de l'expérience. Les différents paramètres déterminés pour le couplage vont maintenant être directement appliqués à une configuration 3D, dans le but d'obtenir une meilleure estimation du comportement d'un jet circulaire, plus représentatif de l'interaction flamme-paroi.





## Chapitre 6

# Simulation du jet chaud 3D en impact

L'algorithme de couplage aéro-thermo-mécanique adapté à la simulation de l'interaction flamme-paroi proposé au chapitre 5 a été validé dans le cas plus général d'un jet chaud équivalent en 2D, dans une configuration hybride artificielle, dont les paramètres de l'écoulement et de la géométrie du domaine fluide ne correspondaient pas aux conditions aux limites de l'expérience.

Ainsi, l'étude d'une configuration en 3D permet de mieux modéliser l'expérience de l'interaction flamme-paroi, en remplaçant la flamme (jet circulaire réactif) par un jet circulaire non réactif équivalent. Tout comme au chapitre précédent, cette solution permet de simuler un écoulement plus stable et moins coûteux en temps de calcul que ne l'aurait été un calcul fluide réactif sur la même géométrie, puisque les équations de combustion ne sont pas résolues.

Le caractère axisymétrique de l'écoulement et de la thermique du fluide amène à retenir un domaine de calcul de la forme d'un secteur. De plus, pour simplifier la discrétisation du problème côté solide, la plaque est représentée par un quart de cylindre, de rayon correspondant à la diagonale de la plaque carrée. Ainsi, d'un point de vue mécanique, le système de maintien en position de la plaque par quatre cales peut être représenté par deux appuis ponctuels placés chacun sur un des côtés du secteur de  $90^\circ$ .

Les paramètres optimaux, en terme de pas de temps de calcul et de fréquences de couplage, déterminés dans la configuration du jet chaud en 2D, sont réutilisés pour réaliser les calculs couplés en 3D.

### 6.1 Calcul couplé aéro-thermique

La première étape de la simulation du problème 3D de l'impact du jet chaud circulaire sur la plaque consiste à étudier le sous-problème aéro-thermique, dominant dans le système aéro-thermo-mécanique, et plus particulièrement les profils de flux de chaleur générés par le jet chaud en 3D à l'interface fluide-structure. En effet, l'évolution du champ de température à travers la plaque détermine son déplacement. Il faut donc s'assurer dans un premier temps que la thermique de l'interaction flamme-paroi est simulée de manière satisfaisante par l'approximation du jet chaud circulaire, avant de s'intéresser à l'aspect mécanique du problème.

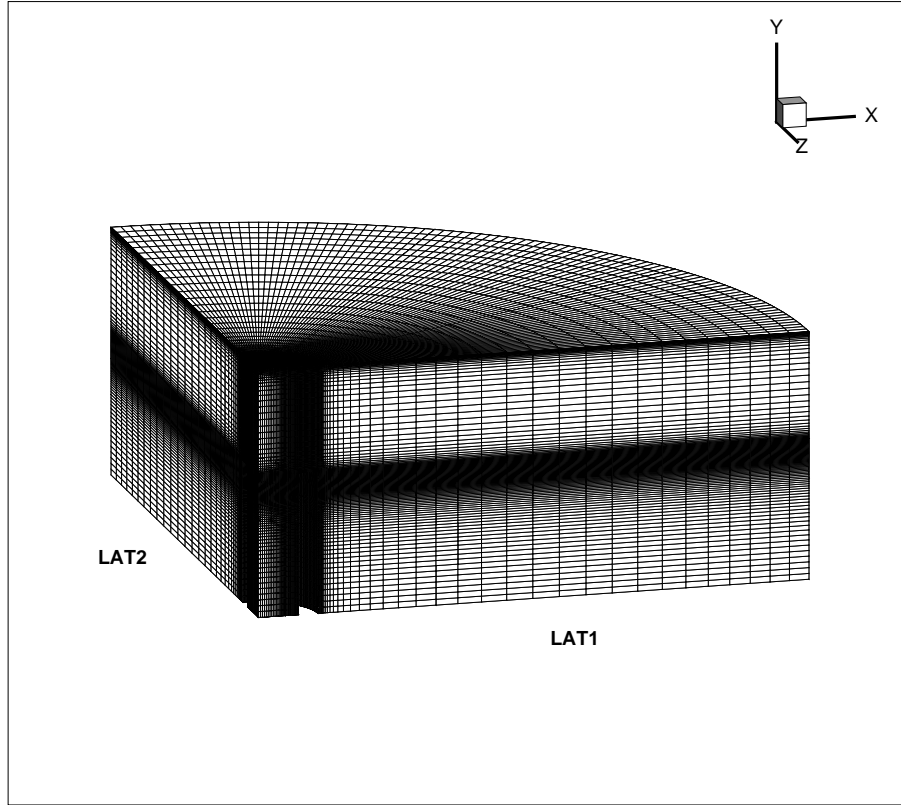


FIG. 6.1 – Maillage pour la simulation du jet chaud 3D en impact.

### 6.1.1 Modélisation du problème fluide

Pour rappel, les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie pour un fluide mono-espèce sont exprimées dans le code CEDRE comme :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}) \quad (6.1)$$

$$\frac{\partial \rho \vec{V}}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V} \cdot \vec{V} + p \mathbf{I} - \boldsymbol{\tau}) + \rho \vec{g} \quad (6.2)$$

$$\frac{\partial \rho e_t}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot (\rho e_t \vec{V} + p \vec{V} - \boldsymbol{\tau} \cdot \vec{V} + \vec{q}) + \rho \vec{g} \cdot \vec{V} \quad (6.3)$$

Le flux de chaleur  $\vec{q}$  est défini par la loi de Fourier :

$$\vec{q} = -\lambda_f \vec{\nabla} T \quad (6.4)$$

#### 6.1.1.1 Turbulence

Le modèle de turbulence  $k-L$  est conservé (cf. §1.2.3).

#### 6.1.1.2 Discrétisation spatio-temporelle

Le maillage fluide structuré utilisé est présenté en figure 6.1. Il possède des caractéristiques géométriques correspondant à celle de l'expérience, à savoir une distance de la buse à la paroi

de 54 mm et un rayon interne du brûleur de 2,05 cm. Il est constitué de 921 661 sommets, 2 710 389 faces (dont 62 988 limites) et 894 510 cellules internes. Afin d'accélérer le temps de calcul, le maillage est découpé en 64 sous-domaines de taille similaire, de façon à équilibrer les charges de calcul. La durée d'une itération fluide est conservée à 0,01 s par rapport au cas 2D.

### 6.1.1.3 Conditions aux limites

La vitesse d'éjection est identique à celle de l'écoulement réactif. Les conditions aux limites sont donc les suivantes :

- BRUL\_EXT : Paroi immobile adiabatique, avec couche limite,
- BRUL\_INT : Paroi immobile adiabatique, avec couche limite,
- CULOT : Paroi immobile adiabatique, avec couche limite,
- ENTREE : Entrée  $P_i$  (101325 Pa) -  $T_i$  (293 K), subsonique, scalaires de turbulence  $k = 0,1 \text{ m}^2/\text{s}^2$  et  $L = 0,001 \text{ m}$ ,
- JET : Entrée Débit (3,17 kg/m<sup>2</sup>/s) -  $T_i$  (1793 K), subsonique, scalaires de turbulence  $k = 0,1 \text{ m}^2/\text{s}^2$  et  $L = 0,003 \text{ m}$ ,
- LAT1 : Glissement/symétrie,
- LAT2 : Glissement/symétrie,
- PLAQUE : Paroi immobile à température imposée, avec couche limite :

$$\vec{V}_p = 0 \quad (6.5)$$

$$T_p = T_s \quad (6.6)$$

$$k = 0 \text{ et } L = 0 \quad (6.7)$$

La température  $T_s$  correspond à la température de paroi obtenue du code Z-set, par l'intermédiaire du couplage.

- SORTIE : Sortie  $P_s$  (101325 Pa) subsonique.

Cette configuration de jet chaud circulaire en 3D fournit un profil de flux pariétal présenté en figure 6.2, le long d'un rayon du domaine. Comparé au profil de flux radial engendré par la flamme au cours de l'expérience, le point de la surface de la plaque où le flux généré par le jet chaud est maximal n'est pas situé au centre mais il est décalé d'environ un rayon de buse ( $D/2$ ). Ce profil de flux est typique du cas où la plaque est située à l'intérieur du coeur potentiel du jet chaud, décrit au chapitre 2 (ici,  $H/D = 1,3$ ). Toutefois, l'intensité de ce flux moyennée sur le premier diamètre de buse ( $D$ ) correspond à celle de l'expérience, soit environ 120 kW/m<sup>2</sup>. Au delà de 2,5  $D$ , le flux de chaleur diminue nettement, pour arriver à être quasiment nul au bout de 5  $D$ . Malgré ces différences entre le profil de flux expérimental et celui produit par le jet chaud équivalent en 3D, cette configuration de calcul est conservée. La carte des températures sur les 64 sous-domaines du pré-calcul fluide découpé est présentée en figure 6.3. La répartition de ce champ est axisymétrique.

### 6.1.2 Modélisation du problème solide

Pour rappel le code Z-set résout l'équation de la chaleur suivante :

$$\nabla \cdot (\vec{\nabla} T) - \left( \frac{\rho_s C p_s}{\lambda_s} \right) \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (6.8)$$

Le flux de chaleur  $\vec{q}$  est défini par la loi de Fourier :

$$\vec{q} = -\lambda_s \vec{\nabla} T \quad (6.9)$$

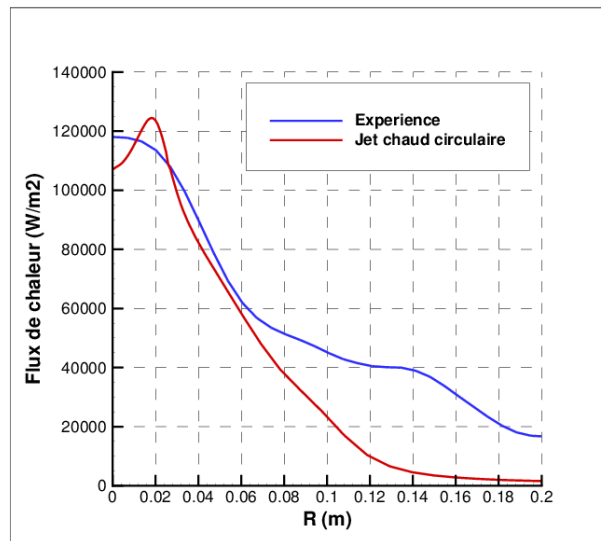


FIG. 6.2 – Comparaison des profils de flux de chaleur expérimental et généré par le jet chaud circulaire le long d'une diagonale de la plaque ( $T = 300$  K), à l'état initial.

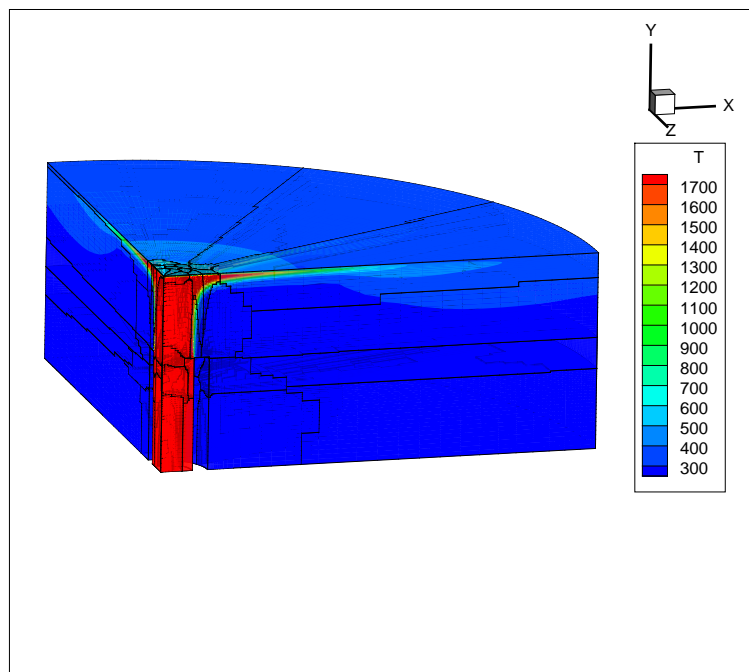


FIG. 6.3 – Répartition des températures (K) à l'intérieur du domaine de calcul du jet chaud 3D.

Dans un premier temps, l'aspect mécanique du problème n'est pas pris en compte. La déformation de la plaque sera étudiée à la section suivante (cf. §6.2).

### 6.1.2.1 Conditions aux limites

De même que pour les calculs thermiques précédents, la température de la plaque d'INCONEL 600 est fixée à 300 K à l'instant initial :

$$T(x, y, 0) = 300 \text{ K} \quad (6.10)$$

Les conditions aux limites imposées à l'extrémité (flux nul) et à l'arrière de la plaque (combinaison d'un flux de convection naturelle et d'un flux radiatif) sont respectivement :

$$-\lambda_s \frac{\partial T}{\partial n} = 0 \quad (6.11)$$

$$-\lambda_s \frac{\partial T}{\partial n} = h(T - T_0) + q_r \text{ où } q_r = \sigma \epsilon (T^4 - T_0^4) \quad (6.12)$$

Avec l'émissivité totale  $\epsilon = 0,9$ , le coefficient d'échange  $h = 5 \text{ W/m}^2/\text{K}$  et une température de référence  $T_0 = 300 \text{ K}$ . La constante de Stefan-Boltzmann  $\sigma$  vaut  $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2/\text{K}^4$ .

A l'avant de la plaque (interface fluide-structure), la condition aux limites est de la forme :

$$-\lambda_s \frac{\partial T}{\partial n} = -h_f(T - T_0) \quad (6.13)$$

Avec une température  $T_0$  caractéristique du fluide. Le coefficient d'échange  $h_f$  est fourni par le code fluide, par l'intermédiaire du couplage.

### 6.1.2.2 Comportement du matériau

Les propriétés thermiques de l'INCONEL 600 varient en fonction de la température. La conductivité  $\lambda_s$  et chaleur spécifique à pression constante  $Cp_s$  sont tracées en figure 4.32.

### 6.1.2.3 Discrétisation spatiale

La discrétisation spatiale de la plaque pour la résolution du transitoire thermique nécessite un maillage réglé, visible en figure 6.7. La taille de maille radiale au niveau du centre de la plaque est conservé à 1 mm et elle atteint progressivement les 5 mm à l'extrémité, pour correspondre à l'abscisse curviligne du découpage du domaine fluide, à savoir tous les degrés. L'épaisseur de cette plaque circulaire est quand à elle toujours constituée de trois couches d'éléments de 1 mm chacune. Ainsi, le maillage linéaire utilisé compte 25 650 éléments et 34 584 degrés de liberté.

### 6.1.3 Algorithme de couplage

L'algorithme de couplage aéro-thermique quasi-instationnaire fort, schématisé en figure 6.4, est utilisé. La mise en place d'une procédure itérative de recherche du point fixe [64, 16] garantit l'équilibre des températures et des flux à l'interface fluide-structure à chaque instant de couplage (conditions aux limites physiques) :

$$T_f = T_s \quad (6.14)$$

$$q_s = -q_f \quad (6.15)$$

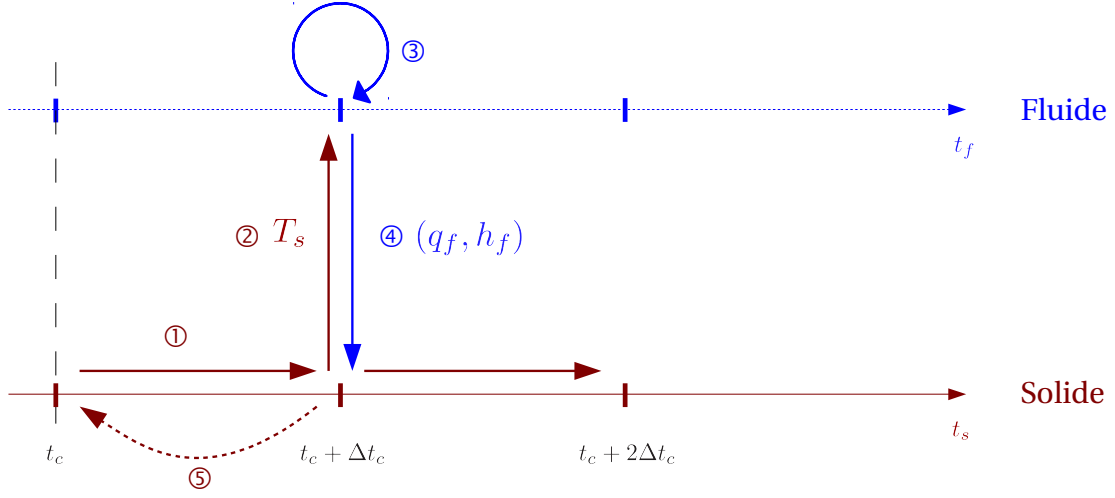


FIG. 6.4 – Algorithme de couplage aéro-thermique quasi-instationnaire fort.

Les conditions aux limites de Dirichlet-Fourier sont imposées à l'interface du couplage aéro-thermique. Elle s'écrivent en fonction de l'itération  $\nu$  :

$$T_f^\nu = T_s^\nu \quad (6.16)$$

$$q_s^{\nu+1} = -q_f^\nu - h_f^\nu(T_s^{\nu+1} - T_s^\nu) \quad (6.17)$$

Afin d'obtenir une convergence propre du problème aéro-thermique tout en conservant un nombre d'itérations fluides à la convergence du même ordre qu'en 2D, la valeur du critère de convergence du calcul fluide est fixée à  $20 \text{ W/m}^2$ . Pour rappel, il s'agit du maximum de la différence de flux thermique sur la moyenne pariétale entre deux itérations du code CEDRE.

Le ratio de températures, définissant le critère de convergence global du système aéro-thermique, reste quant à lui égal à  $10^{-5}$  :

$$\frac{\|T_s^{\nu+1} - T_s^\nu\|}{\|T_s^{\nu+1}\| + \|T_s^\nu\|} \quad (6.18)$$

Le pas de temps de couplage aéro-thermique est identique à l'optimum déterminé lors de l'étude de performances dans le cas du jet chaud en 2D (cf. §5.2), à savoir  $\Delta t_c = \Delta t_{Th} = 10 \text{ s}$ .

#### 6.1.4 Simulation

Bien que la valeur du critère de convergence local côté fluide soit légèrement supérieure à celle fixée dans le cas de la configuration du jet chaud en 2D, la convergence du problème aéro-thermique est plus stable et plus rapide en 3D, puisqu'elle nécessite seulement 238 itérations cumulées de couplage. L'évolution du nombre d'itérations de couplage nécessaires pour atteindre la convergence à chaque pas de temps  $\Delta t_c$  est tracée en figure 6.5.

Comme le montrent les courbes des profils de température et de flux de chaleur le long d'un rayon de la plaque en figure 6.6, les niveaux de température et de flux moyennés sur le premier diamètre de buse  $D$  correspondent aux valeurs obtenues lors du calcul aéro-thermique dans la

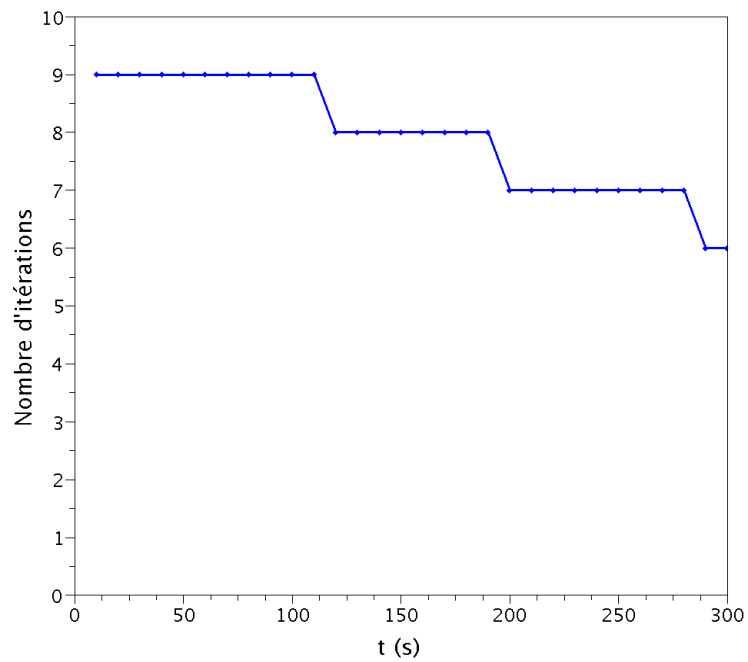


FIG. 6.5 – Nombre d'itérations de couplage aéro-thermique nécessaires à la convergence, pour  $\Delta t_c = 10$  s.

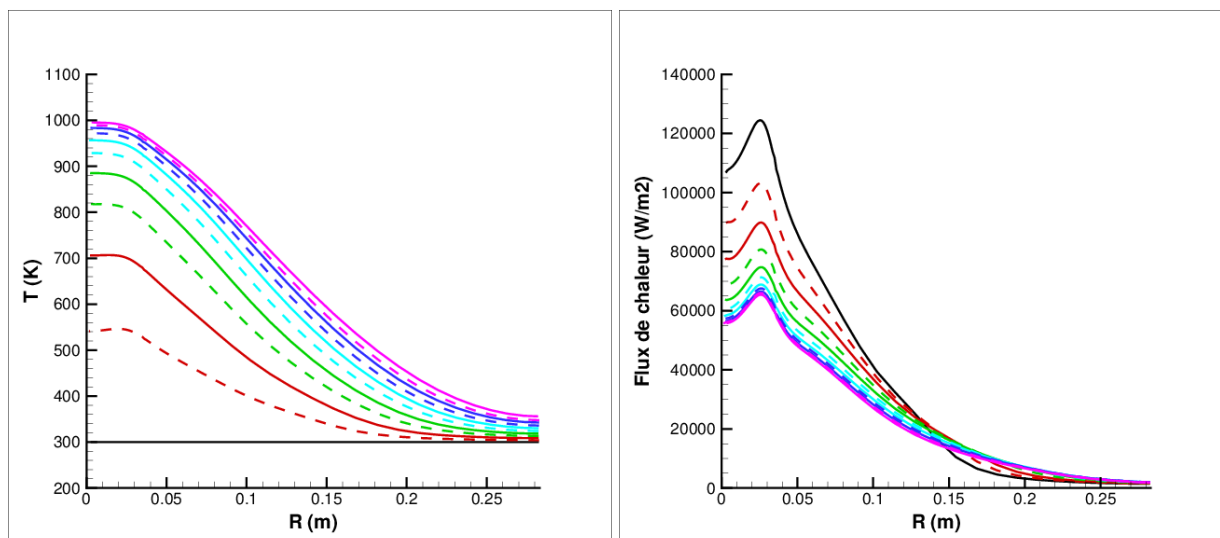


FIG. 6.6 – Profils de température (à gauche) et de flux de chaleur (à droite) le long de la diagonale de la plaque, calculés par couplage aéro-thermique ( $\Delta t_c = 10$  s), de  $t = 0$  à 300 s.



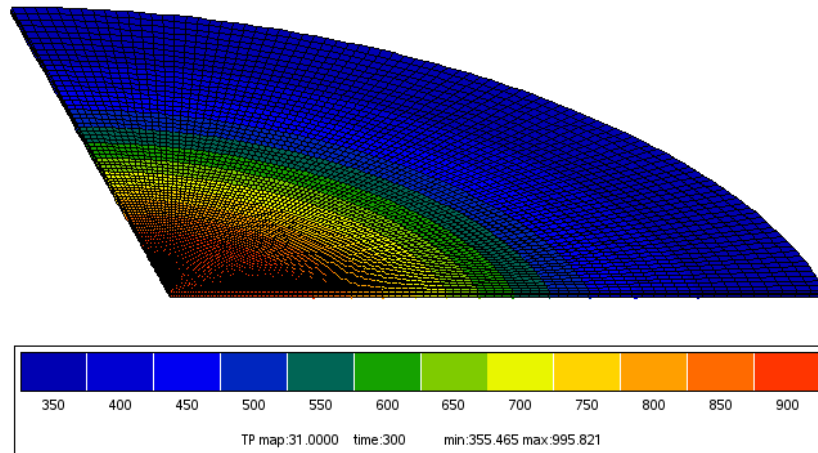


FIG. 6.7 – Champ de température (K) à la surface de la plaque, à  $t = 300$  s.

configuration du jet chaud en 2D. Par contre, les niveaux de température sont beaucoup plus bas à l'extrémité de la plaque circulaire : la température finale au bord de la plaque est d'à peine 356 K en 3D, alors qu'elle avoisine les 600 K en 2D (la température relevée en fin d'expérience n'est quant à elle pas exploitable, à cause de la saturation de la caméra infrarouge). Ceci est dû au profil de flux thermique produit par le jet chaud circulaire qui, même s'il a tendance à augmenter au fur et à mesure du calcul à proximité de l'extrémité de la plaque, reste bien inférieur aux valeurs obtenues dans le cas du jet chaud plan. La figure 6.7 montre que le champ de température à la surface de la plaque (ici en fin de simulation) est bien axisymétrique, conformément aux observations de l'expérience.

Le calcul aéro-thermique produit donc bien une répartition axisymétrique des champs thermiques sur les deux domaines de calcul, fluide et solide. Cependant, en comparaison avec le profil de flux produit dans la configuration de jet chaud 2D hybride, le flux généré par le jet chaud circulaire en 3D est moins ressemblant aux relevés de l'expérience de l'interaction flamme-paroi. Par conséquent, les températures sont sous-estimées à proximité du bord de la plaque.

Tout comme en 2D, une incertitude demeure sur l'évolution des flux de chaleur pariétaux, puisque les résultats expérimentaux en thermique ne sont exploitables que jusqu'à  $t = 60$  s. L'ajout de l'aspect mécanique du problème va donc permettre d'étudier le champ de déplacements associé à l'évolution des températures à travers la plaque et de comparer les résultats avec les mesures de flèches expérimentales.

Au chapitre 5, la mise en place de l'algorithme de couplage complet a été réalisée progressivement, en s'intéressant également aux sous-problèmes thermo-mécanique et aéro-mécanique. Ici, un simple chaînage a été réalisé entre les résultats du calcul couplé aéro-thermique, placés en entrée du couplage aéro-mécanique, pour tester la déformation du maillage fluide en 3D. Les résultats de ce calcul n'ont rien de physique, puisque la température de paroi n'a pas été remise à jour côté fluide. Ils ne sont donc pas présentés dans cette thèse.

## 6.2 Calcul couplé aéro-thermo-mécanique

En s'intéressant non seulement à la thermique mais également à la partie mécanique de l'interaction d'un jet chaud circulaire sur une plaque, le couplage complet permet d'imposer des conditions aux limites sur le domaine solide en mécanique qui ne sont a priori pas axisymétriques (modélisation de l'effet des cales par un appui ponctuel placé sur chaque diagonale de la plaque). L'objectif est d'étudier le déplacement associé à l'évolution des températures à travers la plaque. De plus, l'utilisation d'un maillage déformable côté fluide permet de remettre à jour l'écoulement, en fonction de la température et de la position de l'interface fluide-structure. Les résultats obtenus en déplacement sont comparés aux flèches calculées dans la configuration du jet chaud 2D hybride et aux mesures de l'expérience.

### 6.2.1 Modélisation du problème fluide

La configuration du jet chaud circulaire décrite précédemment est conservée. Avec la prise en compte du déplacement de l'interface fluide-structure, les conditions aux limites à la paroi deviennent :

$$\vec{V}_p = \vec{W} \quad (6.19)$$

$$T_p = T_s \quad (6.20)$$

$$k = 0 \text{ et } L = 0 \quad (6.21)$$

La température  $T_s$  est obtenue du module thermique du code Z-set, par l'intermédiaire du couplage. La vitesse  $W$  correspond au rapport du déplacement de chacun des points de la paroi sur l'intervalle de temps  $\Delta t_f^c = 0,1$  s, entre deux réceptions de la position  $(x, y, z)$  de l'interface fluide-structure, fournie par le module de mécanique. Le mouvement de la paroi est propagé à l'ensemble du domaine fluide de manière à ce que la vitesse de déplacement d'un noeud interne  $V$  soit définie en fonction de la vitesse du point frontière moteur le plus proche :

$$\vec{V} = C \times \vec{V}_p \quad (6.22)$$

Les paramètres de la loi de propagation sont adaptés à la géométrie du problème fluide :

- rayon de saturation :  $R_s = 0,01$  m,
- rayon d'action :  $R_a = 0,02$  m,
- coefficient d'amortissement :  $C_a = 1$ .

Soit  $R$  la distance à la frontière motrice :

- Si  $0 < R < R_s$  :

$$C = 1 \quad (6.23)$$

- Si  $R_s < R < R_a$  :

$$C = 1 - \frac{R - R_a}{R_a - R_s} \quad (6.24)$$

- Si  $R_a < R$  :

$$C = 0 \quad (6.25)$$

### 6.2.2 Modélisation du problème thermique

L'équation de la chaleur résolue par le module thermique du code Z-set est identique à celle énoncée par l'équation 6.8, car les termes de transport dû à la déformation du maillage sont négligés :

$$\nabla \cdot (\vec{\nabla} T) - \left( \frac{\rho_s C p_s}{\lambda_s} \right) \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (6.26)$$

Pour rappel, les conditions aux limites imposées à l'extrémité et à l'arrière de la plaque sont respectivement :

$$-\lambda_s \frac{\partial T}{\partial n} = 0 \quad (6.27)$$

$$-\lambda_s \frac{\partial T}{\partial n} = h(T - T_0) + q_r \text{ où } q_r = \sigma \epsilon (T^4 - T_0^4) \quad (6.28)$$

Avec l'émissivité totale  $\epsilon = 0,9$ , le coefficient d'échange  $h = 5 \text{ W/m}^2/\text{K}$  et une température de référence  $T_0 = 300 \text{ K}$ . A l'avant de la plaque, la condition aux limites est de la forme :

$$-\lambda_s \frac{\partial T}{\partial n} = -h_f (T - T_0) \quad (6.29)$$

Avec un coefficient d'échange  $h_f$  fourni par le code CEDRE et une température  $T_0$  caractéristique du fluide.

### 6.2.3 Modélisation du problème mécanique

#### 6.2.3.1 Loi de comportement matériau

L'approche corotationnelle est utilisée (cf. Ladevèze [50]), d'une part pour pouvoir prendre en compte les grandes rotations de la matière, et d'autre part pour pouvoir transposer la loi de comportement élasto-visco-plastique de l'INCONEL 600 (caractérisée par Roos & Chaboche [70]) dans le cadre des transformations finies.

#### 6.2.3.2 Conditions aux limites

Tout comme pour les calculs mécaniques précédents, la gravité  $\vec{g}$  est prise en compte à travers l'effort volumique  $\vec{f}$  de l'équation locale de la dynamique, adaptée à la résolution quasi-statique du problème (l'accélération et les effets d'inertie sont négligés) :

$$\vec{\nabla} \cdot \underline{\underline{\sigma}} + \rho_s \vec{f} = \vec{0} \quad (6.30)$$

Un champ de pression uniforme et égal à la pression atmosphérique ( $p_{atm} = 101325 \text{ Pa}$ ) est imposé à l'arrière et à l'extrémité de la plaque :

$$\underline{\underline{\sigma}}_s \cdot \vec{n} = -p_{atm} \vec{n} \quad (6.31)$$

Un champ de pression est également imposé à l'avant de la plaque (interface fluide-structure) :

$$\underline{\underline{\sigma}}_s \cdot \vec{n} = -p \vec{n} \quad (6.32)$$

Avec des valeurs de  $p$  provenant du code fluide, par l'intermédiaire du couplage.

Pour modéliser l'effet des cales de maintien de la plaque, deux appuis ponctuels sont réalisés en face avant, sur chacun des côtés du secteur, au rayon  $r = 22,5$  cm, en bloquant la translation verticale des noeuds correspondants ( $U2 = 0$ ). Afin de compléter la symétrie du problème, la translation selon  $z$  est bloquée sur la face latérale du plan  $(xy)$  ( $U3 = 0$ ) et celle selon  $x$  est bloquée sur la face latérale du plan  $(yz)$  ( $U1 = 0$ ).

### 6.2.3.3 Discrétisation spatiale

Un maillage plus léger et plus adapté à la résolution du transitoire mécanique que celui présenté dans le cas du calcul thermique (cf. figure 6.7) est utilisé. Comme le montre la figure 6.8, l'ordre de grandeur des tailles de maille décrit précédemment est conservé, mais le nouveau maillage est constitué de prismes triangulaires quadratiques. Il compte 4782 éléments et 50 070 degrés de liberté.

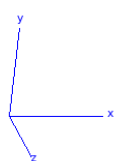
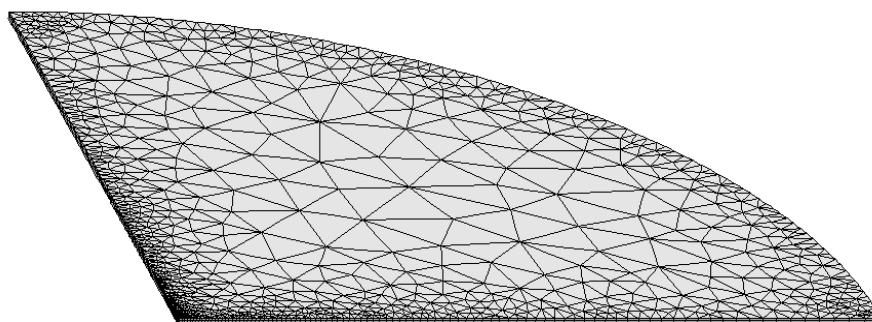


FIG. 6.8 – Maillage de la plaque en mécanique.

### 6.2.4 Algorithme de couplage

L'étude réalisée au chapitre 5 dans le cas de l'impact du jet chaud 2D a montré qu'un algorithme de couplage faible, schématisé en figure 6.9, était adapté à la résolution du problème aéro-thermo-mécanique.

Pour rappel, les effets de la viscosité de l'air sont négligés :  $\tau_f = 0$ . Les conditions aux limites de Dirichlet-Fourier et de Dirichlet-Neumann sont respectivement imposées à l'interface

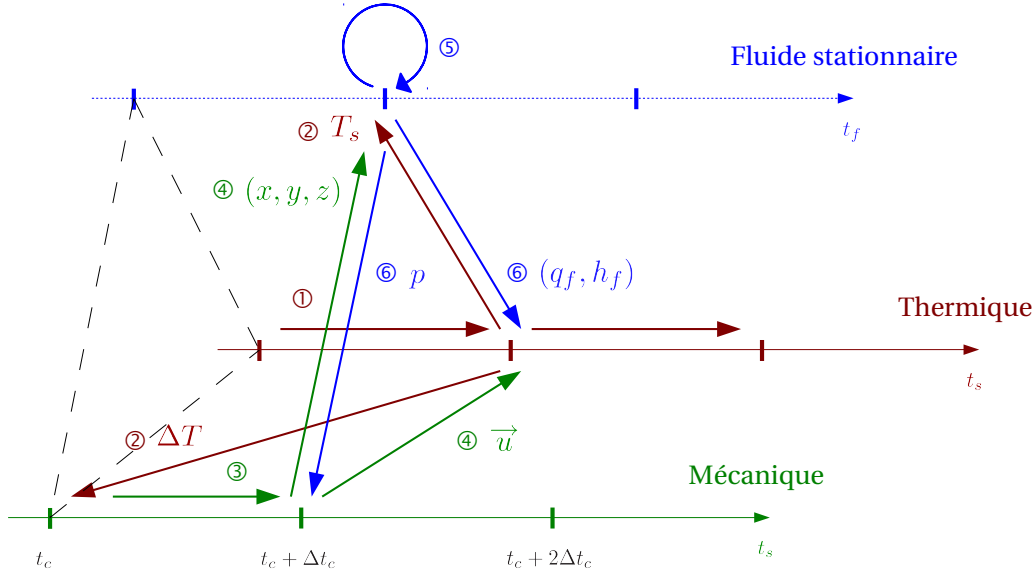


FIG. 6.9 – Algorithme de couplage aéro-thermo-mécanique faible.

du couplage aéro-thermique et à celle du couplage aéro-mécanique :

$$T_f^n = T_s^n \quad (6.33)$$

$$q_s^{n+1} = -q_f^n - h_f^n(T_s^{n+1} - T_s^n) \quad (6.34)$$

$$\vec{u}_f^n = \vec{u}_s^n \quad (6.35)$$

$$\vec{\sigma}_s^{n+1} \cdot \vec{n} = -p^n \vec{n} \quad (6.36)$$

Pour la simulation du phénomène en 3D, les pas de temps sont identiques à ceux déterminés en 2D, à savoir :  $\Delta t_c = \Delta t_{Th} = \Delta t_{Mec} = 0,1$  s.

### 6.2.5 Simulation

Bien que les conditions aux limites imposées dans la mise en données du problème de mécanique du solide ne soient a priori pas axisymétriques, le champ de déplacements de la plaque évolue bien de manière concentrique, comme le montre la figure 6.15.

Les températures imposées à la mécanique et les déplacements qui en résultent sont tracés le long d'un rayon à l'avant de la plaque en figure 6.11. Les évolutions de ces champs au centre de la plaque sont quant à elle présentées en figure 6.13. En comparaison avec les résultats expérimentaux (cf. figures 6.10 et 6.12), l'évolution de la flèche calculée est plus lente dans le cas du jet chaud équivalent circulaire par rapport aux mesures successives réalisées dans le cas réactif : seules les flèches prédites en début et en fin de simulation (10,4 mm à  $t = 30$  s et 20,9 mm à  $t = 300$  s) correspondent aux résultats expérimentaux. Ainsi, malgré une légère diminution de la flèche relevée sur les 10 dernières secondes du calcul (de l'ordre de 5 microns), la remontée de la plaque n'est pas franchement observée dans cette configuration de calcul.

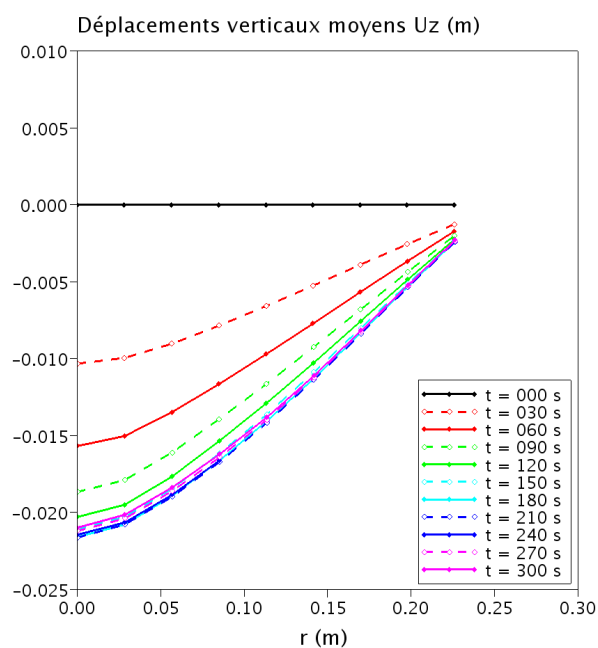


FIG. 6.10 – Déplacements verticaux expérimentaux moyennés sur une demi-diagonale de la plaque.

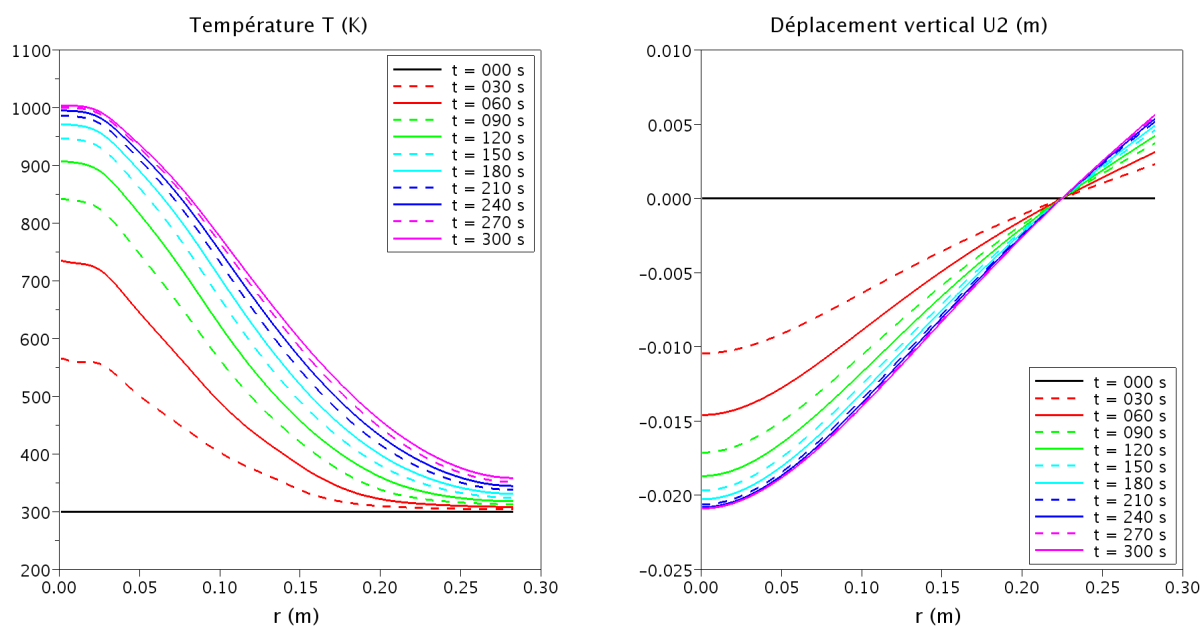


FIG. 6.11 – Profils de température le long de la diagonale de la plaque (à gauche) et déplacements verticaux successifs de l'interface (à droite), calculés par couplage complet, de  $t = 0$  à 300 s.

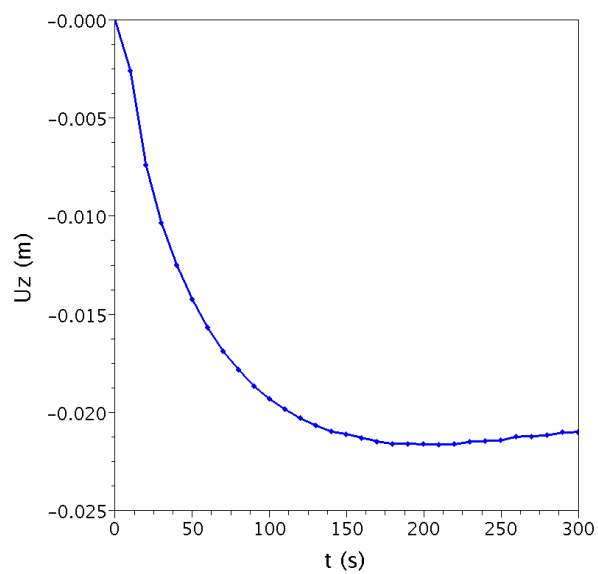


FIG. 6.12 – Evolution du déplacement vertical expérimental au centre de la plaque.

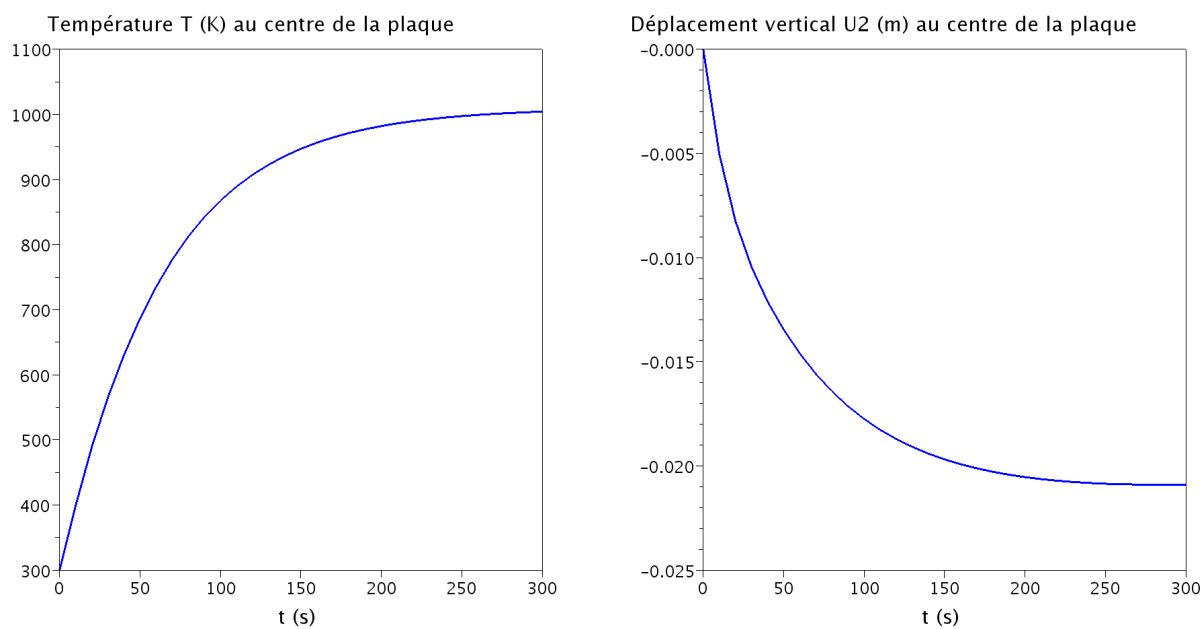


FIG. 6.13 – Evolutions de la température (à gauche) et du déplacement vertical (à droite), calculées au centre de la face avant de la plaque.

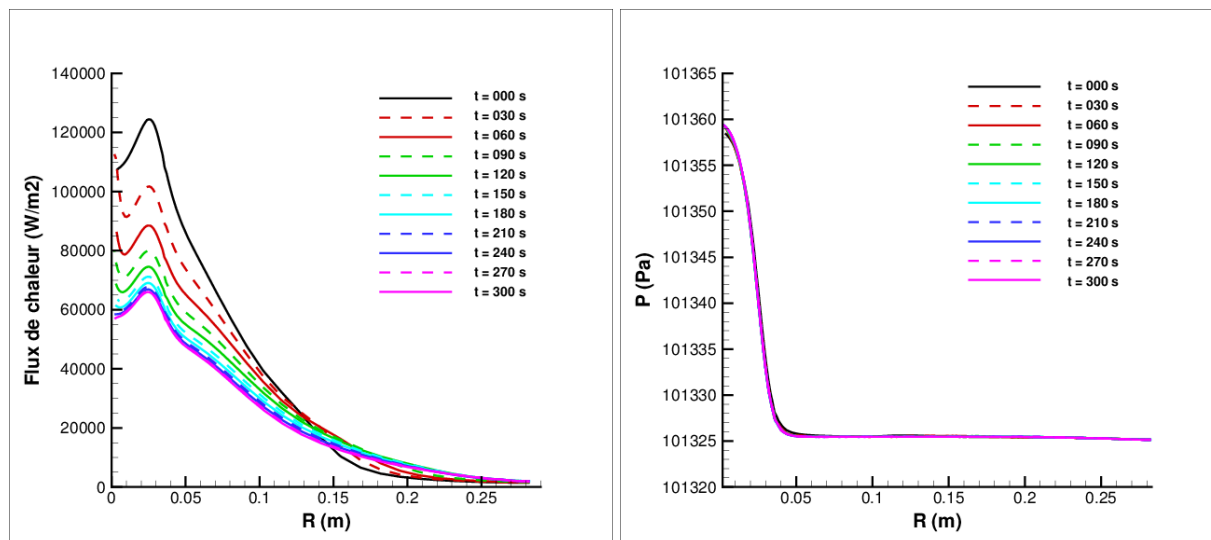


FIG. 6.14 – Profils de flux de chaleur (à gauche) et de pression (à droite) calculés le long de la diagonale de la plaque.

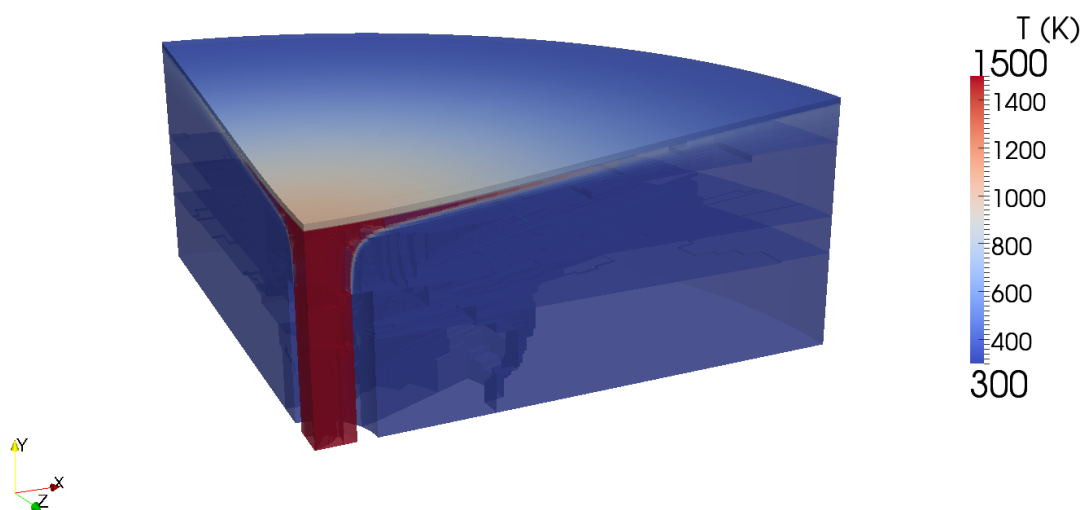


FIG. 6.15 – Champs de température fluide et solide sur les domaines de calcul déformés à  $t = 300$  s, pour la configuration du jet chaud 3D en impact sur la plaque.



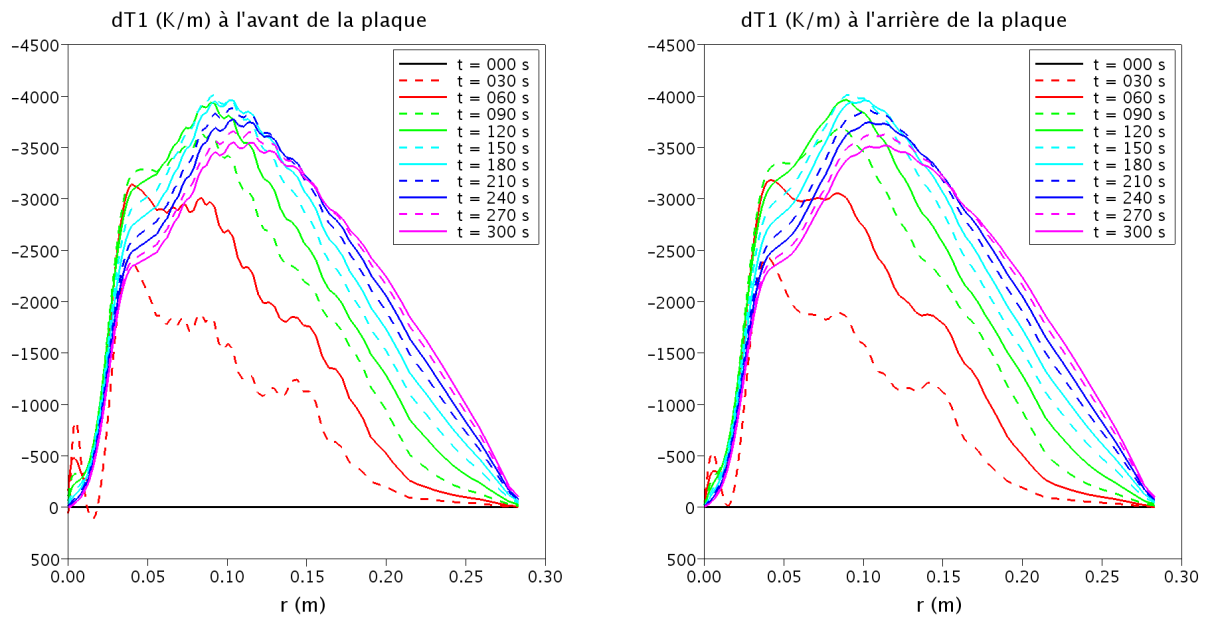


FIG. 6.16 – Profils de gradients de température calculés selon le rayon de la plaque, en face avant (à gauche) et en face arrière (à droite).

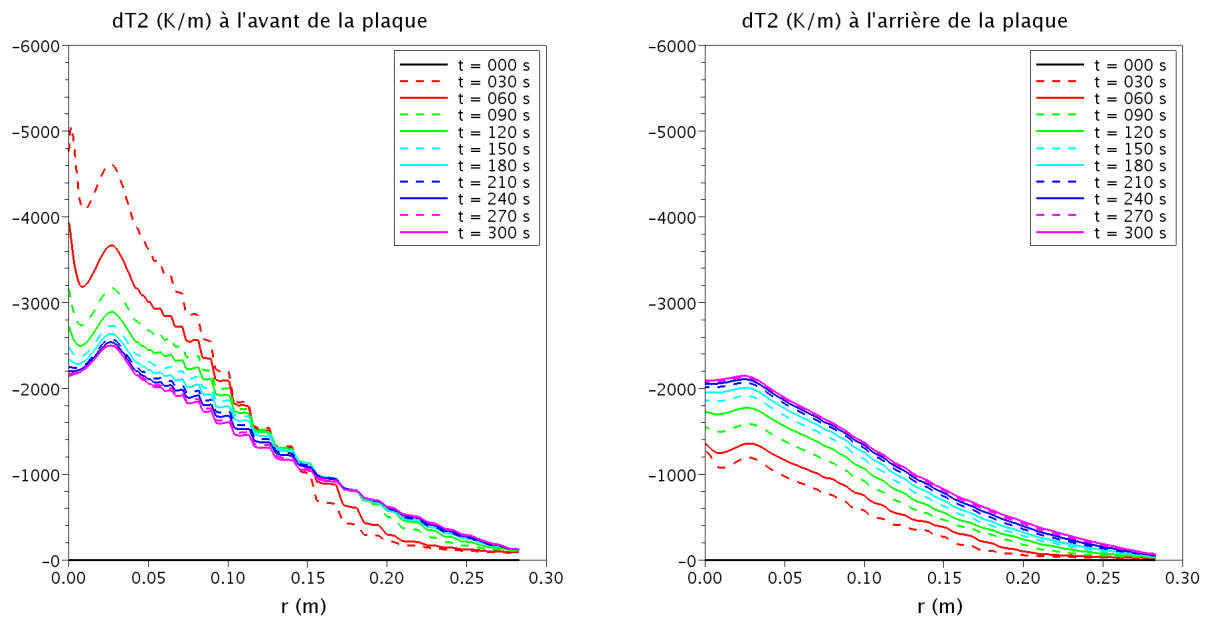


FIG. 6.17 – Profils de gradients de température calculés selon l'épaisseur de la plaque, en face avant (à gauche) et en face arrière (à droite).

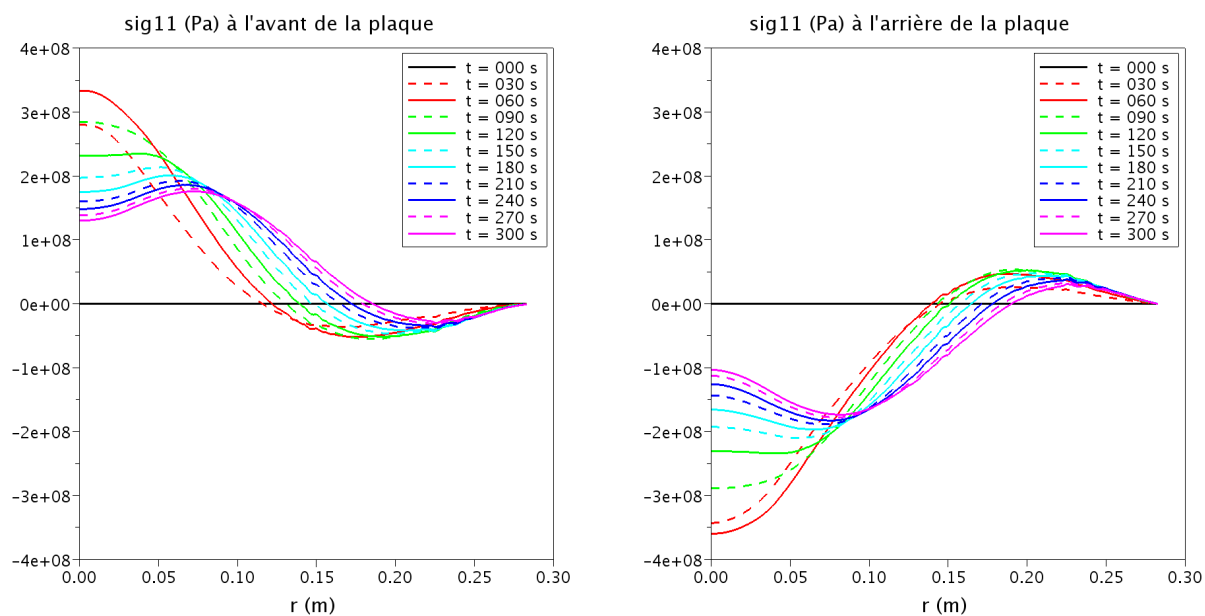


FIG. 6.18 – Profils de contrainte  $\sigma_{11}$ , calculés à l'avant (à gauche) et à l'arrière (à droite) de la plaque, extrapolés aux noeuds.

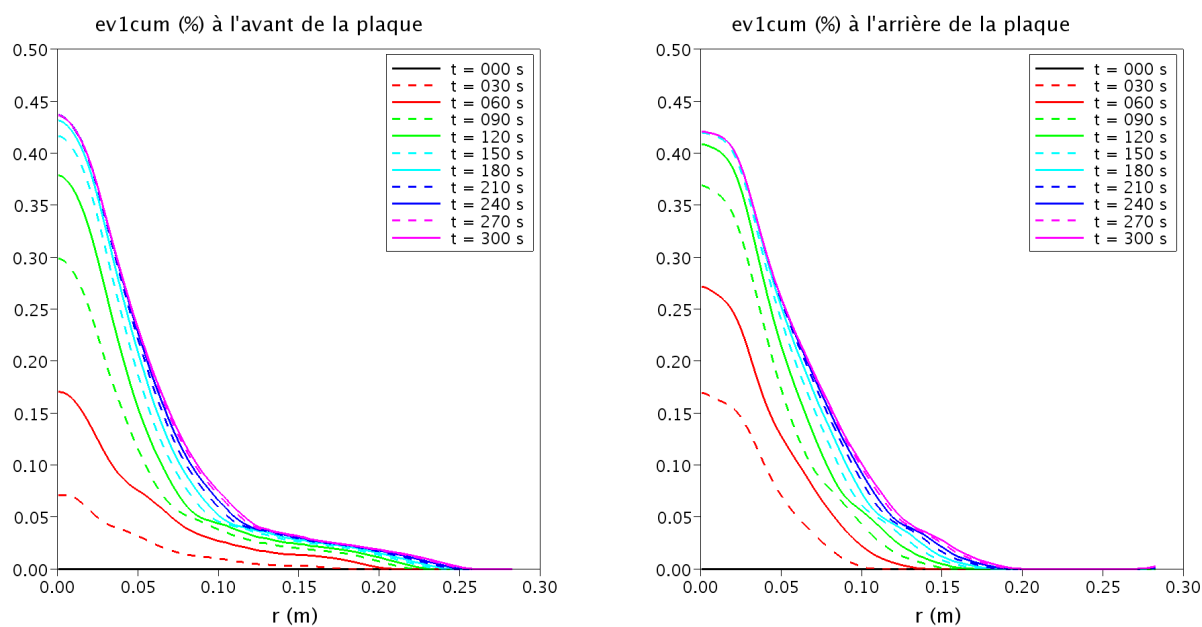


FIG. 6.19 – Profils de déformation élasto-viscoplastique cumulée, calculés à l'avant (à gauche) et à l'arrière (à droite) de la plaque, extrapolés aux noeuds.

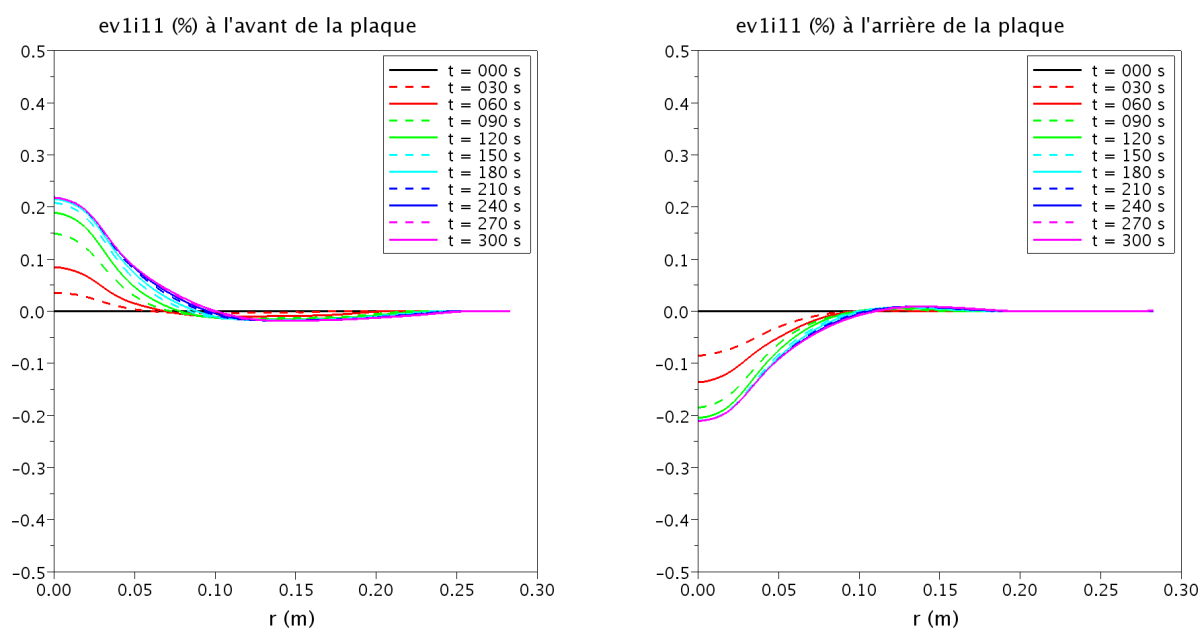


FIG. 6.20 – Profils de déformation élasto-visco-plastique  $\varepsilon_{xx}^{vp}$ , calculés à l'avant (à gauche) et à l'arrière (à droite) de la plaque, extrapolés aux noeuds.

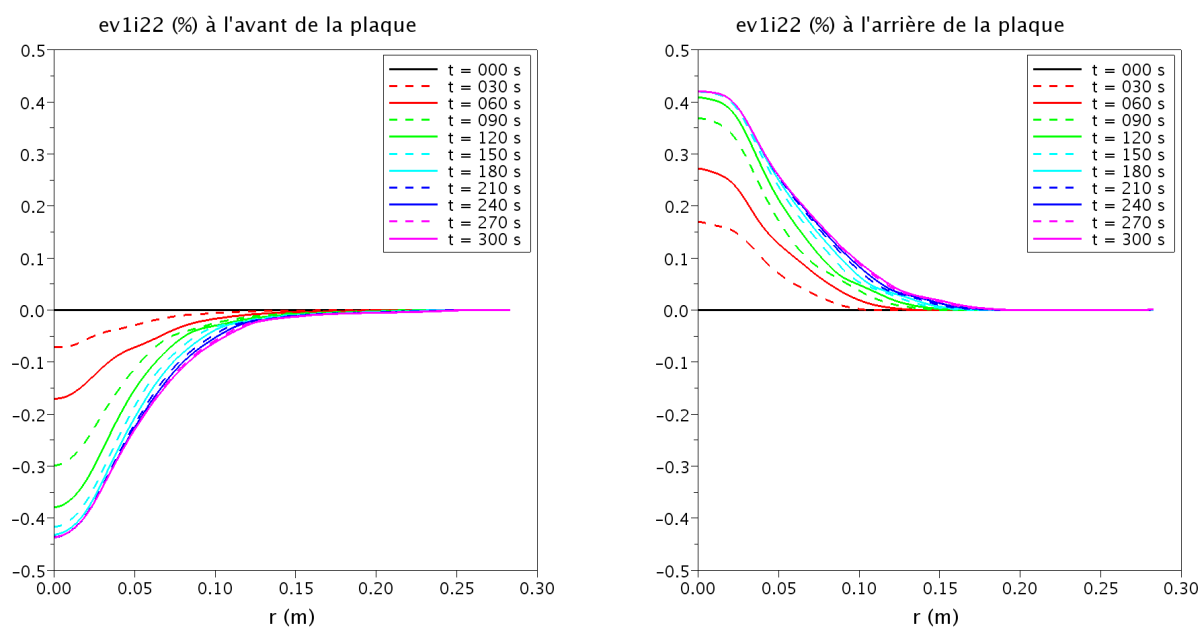


FIG. 6.21 – Profils de déformation élasto-visco-plastique  $\varepsilon_{yy}^{vp}$ , calculés à l'avant (à gauche) et à l'arrière (à droite) de la plaque, extrapolés aux noeuds.

Les gradients de température selon l'épaisseur de la plaque (selon  $y$ ), tracés en figure 6.17, ont une évolution similaire à celle étudiée dans la configuration du jet chaud 2D. En effet, ils correspondent d'une part aux flux de chaleur pariétaux successifs, présentés en figure 6.14 (à gauche), à un facteur  $\lambda_s$  près, dépendant de la température. D'autre part, ils tendent vers un profil limite commun en face avant et en face arrière, le long d'un rayon de la plaque. Ici, seule une légère différence est perceptible autour du rayon  $r = 3$  cm entre les courbes de gradient de température selon  $y$  à l'avant et à l'arrière de la plaque (le maximum local est de 2500 W/K à l'avant et de 2100 W/K à l'arrière). Contrairement au cas 2D, un état stationnaire global semble avoir été atteint en fin de simulation. C'est donc cette logique que suit l'évolution du déplacement vertical au centre de la plaque en figure 6.13 (à droite).

Comparées au cas en 2D, l'allure générale des courbes d'évolution du gradient de température le long du rayon de la plaque, tracées en figure 6.16, ne présente ici qu'un maximum global (une seule bosse), qui se déplace du centre vers le bord de la plaque au fur et à mesure du calcul. Sa valeur commence par augmenter jusqu'à atteindre 4000 W/K au niveau de  $r = 9$  cm à  $t = 150$  s, puis elle diminue et se décale encore légèrement pour arriver à 3500 W/K autour de  $r = 11$  cm, en fin de simulation. La non existence d'une zone où les gradients de température ne feraient qu'augmenter le long du rayon de la plaque et où la chaleur pourrait ainsi se concentrer, en créant un point de dilatation plus important, permet d'expliquer l'absence de remontée de la tôle dans le cas en 3D.

Les discontinuités observées sur les courbes des figures 6.16 et 6.17 sont dues à l'utilisation d'un maillage linéaire pour discrétiser le domaine de calcul en thermique du solide, ce qui conduit à des gradients de température constants par morceaux.

Contrairement à la configuration du jet chaud 2D, les évolutions de la déformation viscoplastique cumulée et des composantes  $\varepsilon_{xx}^{vp}$  et  $\varepsilon_{yy}^{vp}$ , présentées respectivement en figures 6.19, 6.20 et 6.21, sont équivalentes à l'avant et l'arrière de la plaque. La norme au centre est légèrement supérieure à l'avant (de 3 à 4 %). Cependant, comme en 2D, la déformation plastique apparaît plus rapidement à l'arrière qu'à l'avant de la plaque, à cause de la contrainte  $\sigma_{11}$ , tracée en figure 6.18, dont la norme est plus importante sur la face arrière, au cours de la première minute de simulation.

De plus, les signes de chaque composante de la déformation plastique au centre de la plaque (où l'amplitude est maximale) correspondent à ceux de la 2D, ce qui signifie que la matière est en compression à l'arrière de la plaque et en traction à l'avant. Par contre, une particularité est observée pour  $\varepsilon_{xx}^{vp}$  : le signe est inversé par rapport à la tendance dominante sur chacune des faces, à partir de  $r = 10$  cm. Il existe donc une zone de compression de la matière autour de ce rayon à l'avant de la plaque et une traction au même niveau à l'arrière. Ainsi, le profil déformé de la plaque est légèrement différent : de forme plutôt parabolique en 2D, il présente un point d'inflexion en 3D, visible sur la figure 6.11.

Enfin, l'hypothèse de pression constante et égale à la pression atmosphérique sur la face avant de la plaque est à nouveau confirmée côté fluide, puisqu'une variation négligeable de 35 Pa est relevée au centre de la plaque, comme le montre la figure 6.14.

Pour compléter l'étude de la déformation de la plaque d'INCONEL 600 simulée par le couplage aéro-thermo-mécanique dans le cas d'un jet chaud circulaire en 3D, les résultats numériques obtenus sur le domaine solide en thermique et en mécanique sont maintenant injectés en entrée d'un calcul couplé thermo-mécanique de relaxation.

### 6.3 Calcul couplé thermo-mécanique pour la relaxation de la plaque

Dans le but de déterminer la déformation résiduelle de la plaque pour la configuration 3D, un calcul thermo-mécanique de relaxation est mené, à partir des résultats du calcul couplé complet. La mise en données est basée sur celle du cas 2D axisymétrique (cf. §5.4), moyennant quelques changements dus au passage géométrique à la 3D.

#### 6.3.1 Modélisation du problème thermique

Pour rappel, le contact adiabatique est modélisé par une condition aux limites imposant un flux nul à l'extrémité de la plaque :

$$-\lambda_s \frac{\partial T}{\partial n} = 0 \quad (6.37)$$

Les conditions aux limites imposées à l'avant et à l'arrière sont du même type, puisqu'elles combinent un flux de convection naturelle et un flux radiatif dû au rayonnement de surface :

$$-\lambda_s \frac{\partial T}{\partial n} = h(T - T_0) + q_r \text{ où } q_r = \sigma\epsilon(T^4 - T_0^4) \quad (6.38)$$

Avec le coefficient d'échange  $h = 5 \text{ W/m}^2/\text{K}$  et une température de référence  $T_0 = 300 \text{ K}$ , communs aux deux faces de la plaque. A l'arrière, l'émissivité totale  $\epsilon$  de la peinture vaut 0,9 alors qu'à l'avant, le métal à nu présente une valeur de 0,25.

#### 6.3.2 Modélisation du problème mécanique

Pour rappel, la gravité  $\vec{g}$  est prise en compte dans les calculs. Un champ de pression correspondant à la pression atmosphérique est imposé sur toutes les surfaces mouillées de la plaque :

$$\vec{\sigma}_s \cdot \vec{n} = -p_{atm} \vec{n} \quad (6.39)$$

Le maintien en position de la plaque est modélisé par deux appuis ponctuels en face avant, sur chacun des côtés du secteur (translation verticale bloquée pour les noeuds correspondants). La symétrie du problème est assurée en bloquant la translation selon  $z$  sur la face latérale du plan  $(xy)$  et celle selon  $x$  sur la face latérale du plan  $(yz)$ .

#### 6.3.3 Algorithme de couplage

Les états thermique et mécanique obtenus par les deux modules du code Z-set à la fin du calcul couplé aéro-thermo-mécanique sont récupérés et imposés comme état initial du calcul thermo-mécanique. L'algorithme de couplage faible schématisé en figure 6.22 est utilisé, avec les mêmes pas de temps que pour le calcul couplé complet, à savoir  $\Delta t_c = \Delta t_{Th} = \Delta t_{Mec} = 0,1 \text{ s}$ .

La température de la plaque est utilisée par le solveur mécanique comme paramètre de la loi de comportement matériau. Les déplacements de la plaque déterminés à un instant donné servent ensuite à remettre à jour la géométrie du domaine de calcul thermique.

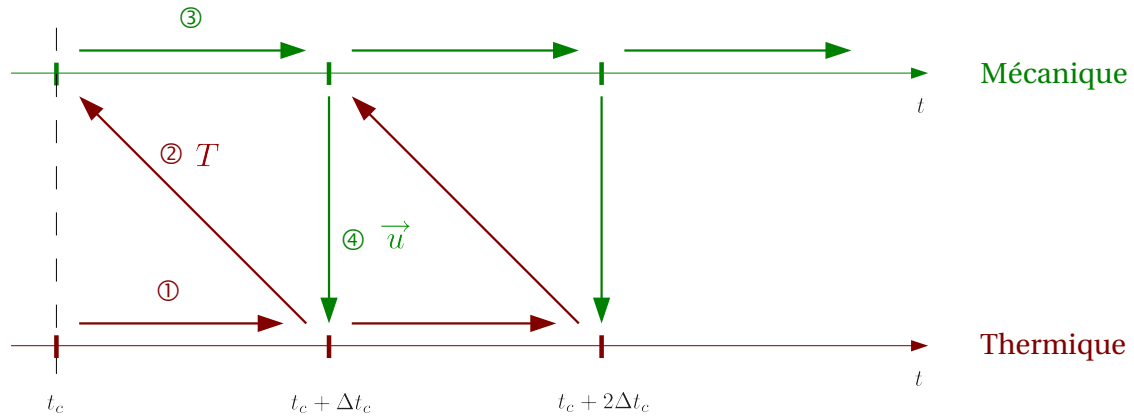


FIG. 6.22 – Algorithme de couplage thermo-mécanique faible.

### 6.3.4 Simulation

Tout comme dans le cas en 2D, l'asymptote est atteinte plus rapidement pour le déplacement que pour la température (cf. figure 6.24). A  $t = 3000$  s, la température est de 302,8 K et la flèche résiduelle de 6,2 mm. Cette valeur est le double de la mesure effectuée sur la plaque d'INCONEL 600 (pour rappel, 3,1 mm relevés sur la figure 6.23, à gauche).

Dans le problème aéro-thermo-mécanique de l'interaction d'un jet chaud (réactif ou non) avec une plaque métallique, c'est la thermique qui pilote l'évolution du système. La différence entre les valeurs de flèche résiduelle calculées en 2D et en 3D doit donc pouvoir être expliquée par la comparaison des profils de flux de chaleur pariétaux imposés. En effet, la concentration du flux au centre de la plaque influence directement celle du gradient thermique, responsable de l'augmentation de la température à travers la tôle et par conséquent de la dilatation du matériau. A partir d'une certaine température, le fluage n'est plus négligeable, ce qui provoque une concentration de la déformation plastique au centre de la plaque, d'amplitude équivalente sur les deux faces dans le cas de la 3D. De plus, l'avant de la plaque présente ici une déformation plastique 50 % plus importante qu'en 2D, ce qui explique en partie le fait que la flèche résiduelle calculée soit également plus importante.

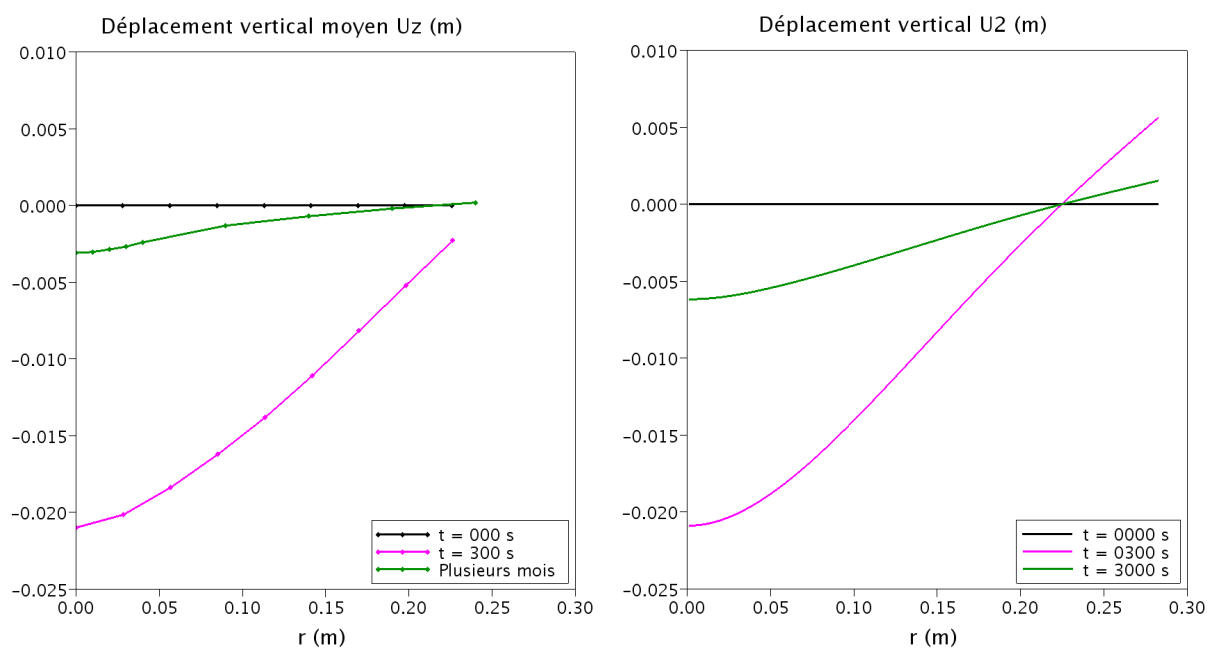


FIG. 6.23 – Déplacement vertical expérimental moyenné sur la demi-diagonale de la plaque (à gauche) et déplacement vertical calculé par couplage thermo-mécanique (à droite).

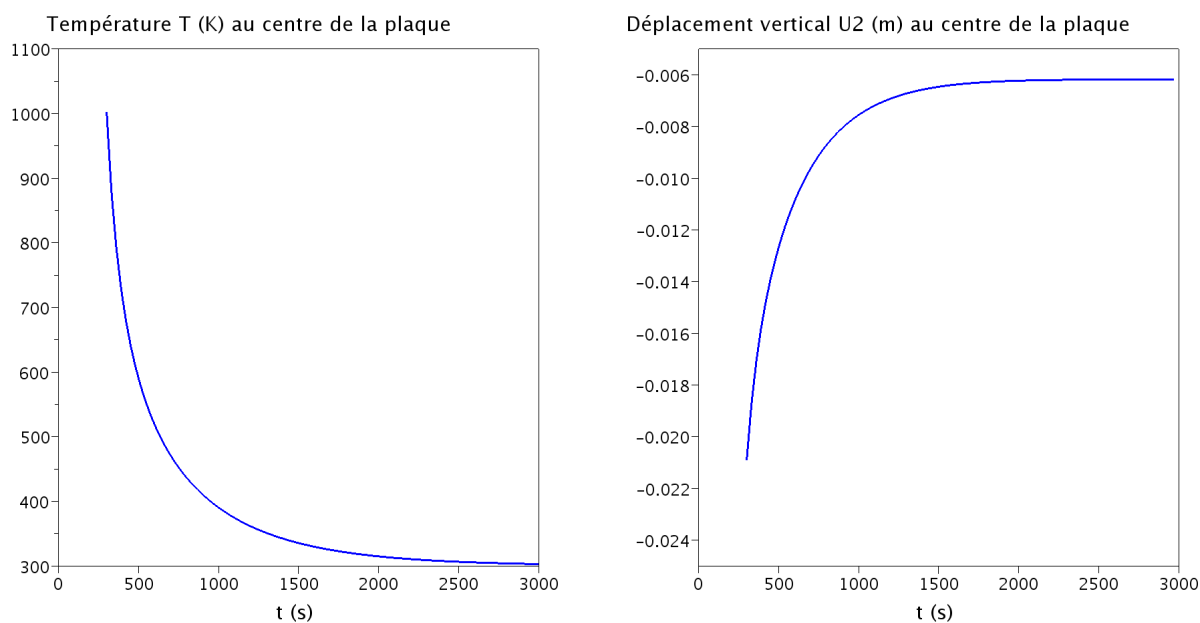


FIG. 6.24 – Evolutions de la température (à gauche) et du déplacement vertical (à droite), calculées au centre de la plaque.

## 6.4 Bilan

Compte tenu des déplacements obtenus par calculs couplés, la configuration 2D présente une allure du profil de flux générant deux zones successives de dilatation le long de la plaque. Ainsi, une remontée de la plaque est captée en fin de simulation et le calcul de relaxation de la plaque permet de retrouver un niveau de déformation résiduelle correspondant à celui mesuré. Cependant, l'intensité du flux thermique semble être sous-estimée par rapport à l'expérience, puisque la plaque présente une flèche qui l'est également à  $t = 300$  s.

De son côté, la configuration 3D modélise les conditions aux limites de l'expérience, avec un jet circulaire (contrairement au *slot* en 2D) et deux points d'appuis pour représenter l'effet des cales de maintien en position de la plaque. Ici, la flèche finale est prédite correctement (avec une erreur d'environ 0,5 %). Par contre, l'ensemble du processus de déformation de la plaque ne ressemble pas à celui observé lors de l'expérience : d'une part, aucune remontée significative de la plaque n'est simulée, et d'autre part, la valeur de la flèche résiduelle calculée par relaxation du système thermo-mécanique représente le double de celle mesurée. Dans ce cas, la concentration du flux de chaleur au milieu de la plaque a conduit à une localisation de la plastification qui ne permet pas de retrouver les résultats expérimentaux.

Pour conclure, en 2D comme en 3D, une incertitude demeure sur l'exactitude des flux de chaleur imposés à la plaque, tout au long du calcul couplé. A cause du problème de saturation rencontré par la caméra de thermographie infrarouge en cours d'expérience (autour de  $t = 60$  s), le profil de flux initial reste l'unique référence thermique sur laquelle peuvent s'appuyer les conditions de calcul. Par conséquent, la comparaison des résultats numériques avec les relevés expérimentaux n'est possible que sur l'aspect mécanique du problème, en se basant sur les mesures de déformation de la plaque.

Dans le problème aéro-thermo-mécanique de l'interaction flamme-paroi, la thermique stimule le système : le profil de flux de chaleur transféré à la paroi détermine l'échauffement de la plaque et par conséquent sa déformation. Ainsi, une mauvaise prédiction du flux en cours de calcul conduit à une mauvaise estimation de la déformation de la plaque. De plus, l'approximation de la flamme par un jet chaud équivalent ne présente pas que des avantages. En effet, le changement de forme du domaine fluide est moins critique sur la structure d'un jet non réactif (donc sur le profil de flux qu'il génère), comparé au cas de la flamme, pour laquelle toute modification de la position du front de flamme conduit à une production de flux très différente (comme en témoignent les flux pariétaux présentés au chapitre 4, pour des flammes de types enveloppes fermée et à coeur froid).

Ainsi, la simulation du phénomène de l'interaction flamme-paroi en remplaçant le fluide réactif par un jet chaud équivalent n'est pas le moyen le plus sûr pour aboutir à une prédiction correcte de la déformation de la plaque. Maintenant que le couplage aéro-thermo-mécanique est mis en place, de façon adaptée à la résolution du problème de l'impact d'une flamme sur une plaque, il serait intéressant d'essayer de mener un calcul couplé complet avec le fluide réactif. Cependant, quelques réserves sont à émettre en ce qui concerne d'une part, la capacité du modèle RANS à simuler la flamme à enveloppe fermée, et d'autre part, le coût de calcul généré par le traitement des équations de combustion en 3D (même avec une gestion parallélisée de la résolution de l'écoulement fluide).





# Conclusions et Perspectives



# Conclusions et perspectives

Ce travail de thèse a porté sur l'analyse d'un problème multiphysique complexe, à travers la mise en place d'un algorithme de couplage aéro-thermo-mécanique entre les codes de calcul Z-set et CEDRE. Les résultats numériques ont été comparés aux mesures de l'expérience réalisée par le DMAE de l'ONERA Toulouse, pour l'étude du phénomène de l'interaction flamme-paroi. L'objectif est de prédire la déformation d'une plaque métallique soumise à une flamme, en régime transitoire. En se basant sur les similitudes entre jets non réactifs et réactifs (de type flamme) dans le cas de l'impact, des calculs couplés ont été menés dans des configurations 2D et 3D de l'impact d'un jet chaud non réactif.

## Simulation de l'interaction flamme-paroi

Dès la simulation de l'impact de la flamme sur une paroi, par un calcul fluide découplé, une différence marquée est relevée entre les structures de flamme calculée et expérimentale. En effet, le front de flamme observé expérimentalement se referme avant l'impact, contrairement à la flamme calculée dont le coeur froid est en contact direct avec la paroi. Par conséquent, le profil de flux thermique pariétal généré par le calcul ne correspond pas à celui produit lors de l'expérience.

Malgré l'utilisation d'une stratégie de couplage aéro-thermique, qui permet de prendre en compte l'évolution transitoire des champs thermiques à travers la plaque, et bien que la conduction dans le solide ait eu pour effet de faire se rapprocher le point d'impact du front de flamme du centre de la plaque, le calcul couplé s'est arrêté en milieu de simulation, confronté à une instabilité de l'écoulement.

Ainsi, les difficultés rencontrées pour la simulation de la flamme, combinées au coût de calcul de la résolution des équations de combustion, ont conduit à remplacer le fluide réactif par un jet chaud équivalent (le profil de flux thermique généré à la paroi correspond à celui de l'expérience), sur le principe des similitudes entre jets non réactifs et réactifs dans le cas de l'impact.

## Mise en place de l'algorithme de couplage aéro-thermo-mécanique

Dans la simulation du problème de l'interaction flamme-paroi, le calcul fluide dimensionne le coût de calcul total, notamment à cause de la résolution des équations de combustion. Par conséquent, un des critères dimensionnant la mise en algorithme du couplage complet a été de minimiser ce temps cumulé de calcul fluide. Le processus consiste dans un premier temps à stabiliser un état thermo-mécanique, avant de traiter la partie aéro-thermique du problème de façon simplifiée (à cause de la disparité des temps caractéristiques fluide et solide et de la lenteur relative du transitoire thermique au sein du solide, le fluide peut être considéré comme une suite d'états stationnaires), en ayant préalablement remis à jour la forme du domaine fluide.

La mise en place du couplage aéro-thermo-mécanique a ensuite été réalisée brique par brique, par ordre d'importance des interactions (aéro-thermique, thermo-mécanique, aéro-mécanique). Les réglages optimaux de l'algorithme, en terme de pas de temps de calcul (fluide, thermique, mécanique et de couplage) et de stratégie de couplage (faible ou fort), ont été déterminés dans le cas de l'impact d'un jet chaud équivalent, dans une configuration 2D hybride (un jet plan est associé à une plaque axisymétrique) qui génère un profil de flux thermique pariétal équivalent à celui relevé lors de l'expérience.

En ce qui concerne le couplage thermo-mécanique, l'étude isolée de ce sous-système a montré la redondance de l'utilisation d'un processus itératif pour atteindre la convergence du déplacement de l'interface fluide-structure. En effet, l'influence directe de la déformation de la plaque est négligeable sur l'évolution de la température à travers le solide. Par conséquent, dès que la thermique est convergée, la position de la plaque est stabilisée.

De l'étude progressive de la totalité de la chaîne de calcul, il est ressorti qu'un couplage faible est plus avantageux pour simuler le processus aéro-thermo-mécanique, à condition de retenir des pas de temps de calcul également adaptés à la résolution indépendante de chacune des physiques. En effet, les solutions obtenues dans les configurations optimales des couplages faible et fort sont équivalentes (l'erreur maximale sur les valeurs finales de température et de déplacement vertical est d'environ 1 %), mais le couplage faible reste beaucoup moins cher en temps de calcul (d'un facteur 4,5). Ce type de schéma convient à la résolution du problème aéro-thermo-mécanique, pour lequel les masses volumiques des milieux fluide et solide sont très différentes. De plus, le phénomène étudié est dominé par l'interaction thermique entre un jet chaud (réactif ou non) et un matériau métallique, dont la conductivité thermique est élevée.

Les paramètres du couplage complet optimal déterminés dans la configuration 2D du jet chaud en impact sur la plaque ont été réutilisés pour mener un calcul aéro-thermo-mécanique en 3D. En effet, les conditions aux limites de l'expérience (un jet circulaire en impact sur une plaque maintenue par quatre cales) sont ainsi mieux modélisées. La mise en données de ce cas respecte la géométrie de l'expérience de l'interaction flamme-paroi, en essayant là encore de produire un flux thermique à la paroi de même allure et de même intensité.

## Comparaison entre calcul couplé complet et expérience

Les résultats numériques obtenus par le couplage aéro-thermo-mécanique optimal, avec des approximations de l'écoulement réactif par des jets chauds 2D puis 3D, ont été comparés aux mesures de l'expérience. La thermique pilotant le système couplé, il s'avère que l'évolution de la déformation de la plaque est directement liée à celle du profil de flux pariétal.

En ce qui concerne la configuration hybride 2D, les paramètres fluides ont été réglés de manière à ce que le profil de flux thermique initial soit identique à celui de l'expérience. Le processus de déformation de la plaque est simulé de façon correcte, en faisant apparaître une remontée de la plaque en fin de calcul, comme le montrent les relevés expérimentaux. Cependant, l'erreur sur l'amplitude de la flèche reste de 25 % tout au long du calcul. Malgré cela, un calcul de relaxation thermo-mécanique, mené à partir des résultats finaux du calcul couplé, fournit une flèche résiduelle qui correspond à ce qui a été mesuré quelques mois après l'expérience. La distribution du flux le long de la plaque influence directement celle du gradient thermique, responsable de l'augmentation de la température du matériau. Or, à partir d'une certaine valeur, le fluage n'est plus négligeable. Ainsi, l'utilisation d'un profil de flux présentant une allure similaire à celui de l'expérience a permis de localiser convenablement les zones de plastification.

Pour la simulation de l'impact du jet chaud en 3D, l'écoulement présente des caractéristiques qui correspondent mieux aux données de l'expérience de l'interaction flamme-paroi, mais

le profil de flux initial généré est moins ressemblant car seule l'intensité au centre de la plaque est respectée. Par rapport au cas précédent, le suivi des déplacements est moins bien reproduit (aucune remontée significative de la plaque n'est observée), mais la valeur de la flèche finale calculée correspond aux mesures de l'expérience. Contrairement au cas hybride en 2D, le flux de chaleur est ici concentré au milieu de la plaque. Il en va de même pour la plastification, dont la localisation produit une flèche résiduelle qui représente le double de celle mesurée, suite à un calcul de relaxation thermo-mécanique.

En 2D comme en 3D, l'évolution en terme d'allure et d'intensité du profil de flux de chaleur fourni par le jet (réactif ou non) se révèle donc être un point critique pour reproduire le processus de déformation de la plaque et atteindre des flèches correspondant aux mesures de l'expérience de l'interaction flamme-paroi.

## Perspectives

Des questions sur la physique même de l'interaction flamme-paroi restent en suspens. Pourquoi le calcul fluide n'arrive-t-il pas à reproduire la structure de flamme en enveloppe fermée, observée lors de l'expérience ? Cette configuration de flamme est-elle physiquement instable comme ont pu l'observer Foat *et al.* [33] ? Est-ce à cause de l'emploi d'un modèle RANS qui surestime la vitesse turbulente au niveau de l'impact et qui fait que la transition entre les deux formes de flamme (enveloppe fermée et ouverte) a été réalisée ? Ou bien le système a-t-il besoin d'être résolu à l'aide d'un couplage aéro-thermo-mécanique pour pouvoir prendre en compte toutes les interactions entre les physiques en présence ?

Pour essayer de répondre à ces questions, un calcul couplé complet pourrait dans un premier temps être mené, dans une configuration en 3D de l'impact de la flamme sur la plaque. Il suffirait pour cela de remplacer la mise en données du jet chaud circulaire du chapitre 6 par celle de l'écoulement réactif de l'expérience (sur la base des données du chapitre 4). L'algorithme optimal de calcul aéro-thermo-mécanique élaboré au chapitre 5, pour la résolution particulière du problème de l'interaction flamme-paroi, peut en effet être directement réutilisé.

Cependant, la recherche de l'association d'un modèle de turbulence et d'un modèle de réaction chimique adaptés à la simulation de la structure en enveloppe fermée de la flamme expérimentale nécessitera une étude approfondie.

Dans un second temps, malgré le coût en temps de calcul que cela implique, la LES pourrait être utilisée pour modéliser la combustion turbulente de manière plus appropriée (cf. §1.2.2). L'algorithme de couplage aéro-thermo-mécanique tel qu'il est décrit au chapitre 5, devra alors être retravaillé, car il ne sera plus question de rechercher une solution stationnaire côté fluide.

De plus, la part du flux thermique engendrée par le rayonnement de la flamme, combiné à celui de la face avant de la plaque métallique, représente environ 10 % du flux convectif (cf. chapitre 4). Négligé dans cette thèse, il serait tout de même intéressant de le prendre en compte dans une étude du système au complet. Le modèle de simulation aéro-thermo-mécanique pourrait donc être étendu, en ajoutant un quatrième code de calcul spécialisé, comme ASTRE par exemple.

Ainsi, la plateforme de calcul multiphysique présentée en introduction (cf. figure 2), impliquant quatre codes de calcul de l'ONERA, sera mise en oeuvre pour la résolution de problèmes complexes, tels que l'interaction flamme-paroi.

Les difficultés rencontrées pour mettre en place un algorithme de couplage aéro-thermo-mécanique capable de simuler le phénomène de l'interaction flamme-paroi amènent à réfléchir à

l'élaboration d'une nouvelle expérience de moindre complexité, mais mieux adaptée au processus de validation de la méthode numérique. Il s'agirait d'ajouter une étape intermédiaire entre l'étude d'une plaque soumise à la convection forcée et celle d'une plaque soumise à une flamme, en s'intéressant à l'impact d'un jet chaud non réactif. Toutefois, même si le cas paraît plus simple, il faut s'attendre à ce que les modèles de turbulence classiques ne rendent pas correctement compte des effets de gradient de température pour un jet chaud débouchant dans un environnement « froid », en particulier sur l'ouverture de la couche de mélange. Par conséquent, le pseudo-cône potentiel et donc les flux à la paroi seront mal estimés (Cf. Aupoix [3]).

Le prochain défi à relever sera de simuler un problème aéro-thermo-mécanique complet, dans lequel entre en jeu le contact et le changement de topologie des domaines de calcul, puisqu'il s'agit d'étudier la recirculation de l'air à travers les labyrinthes de moteurs d'avion (parties abradables en périphérie de disque), en collaboration avec SNECMA.

Dans un cadre plus général, le projet COSMOS+, qui associe les acteurs majeurs dans le domaine de l'aérospatial français (organismes de recherche et industriels), a pour objectif de créer un environnement complet et évolutif de couplage externe, entre codes interchangeables. En effet, le développement et le partage d'outils multiphysiques correspond à une forte demande actuelle en matière de calculs pluridisciplinaires.

# Annexes





## Annexe A

# Simulation de la flamme : résultats complémentaires

### A.1 Flamme libre

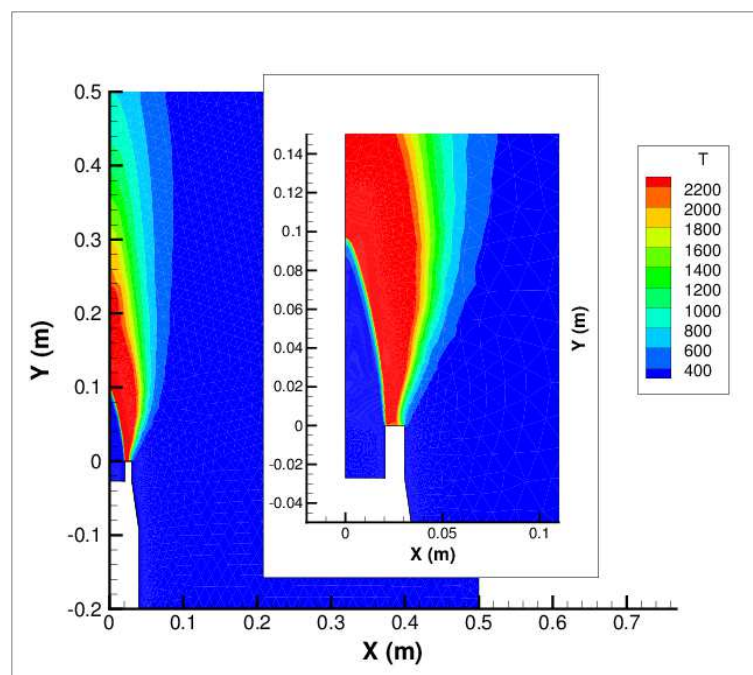


FIG. A.1 – Répartition de la température (K) à l'intérieur du domaine de calcul de la flamme libre.

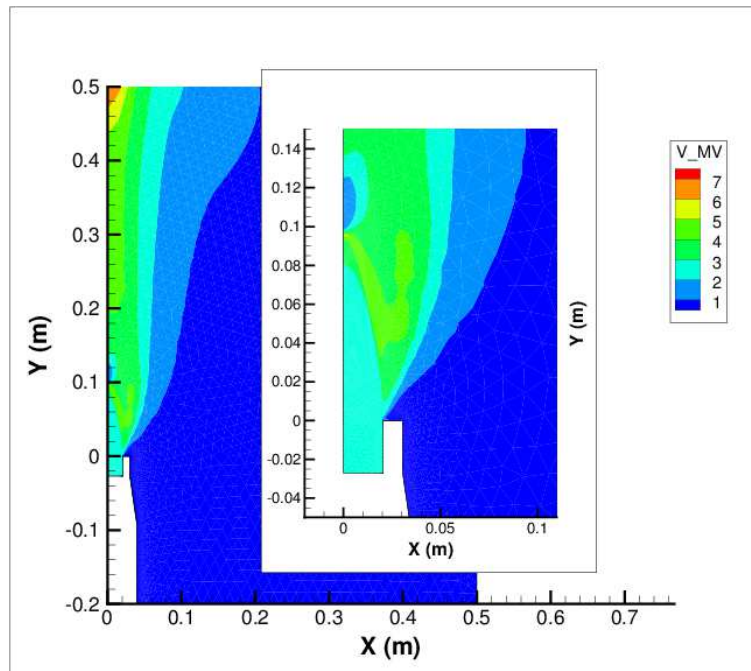


FIG. A.2 – Répartition de la magnitude de la vitesse (m/s) à l'intérieur du domaine de calcul de la flamme libre.

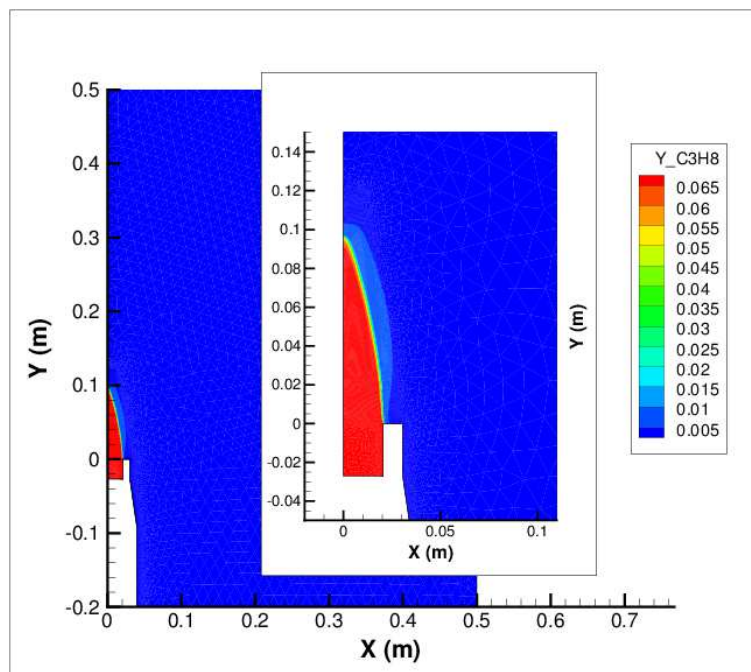


FIG. A.3 – Répartition de la fraction massique du propane à l'intérieur du domaine de calcul de la flamme libre.

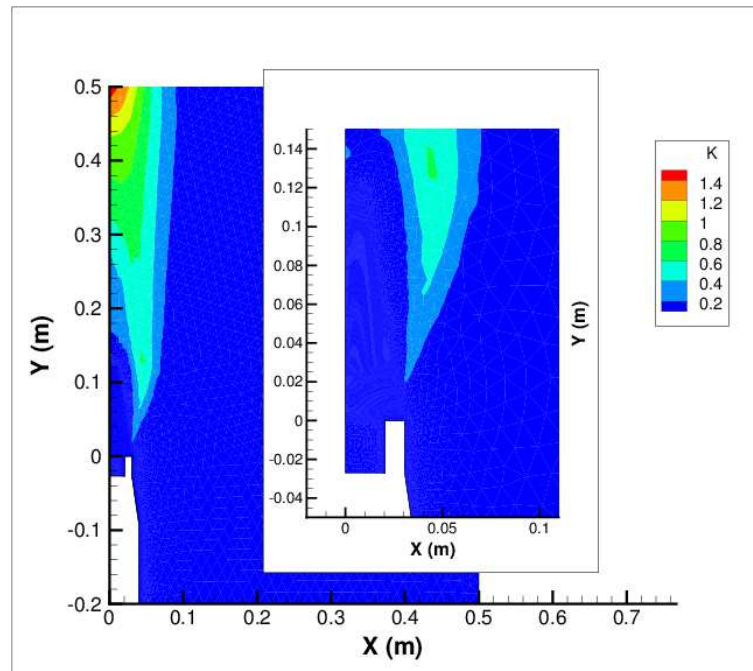


FIG. A.4 – Répartition du coefficient de turbulence  $k$  ( $\text{m}^2/\text{s}^2$ ) à l'intérieur du domaine de calcul de la flamme libre.

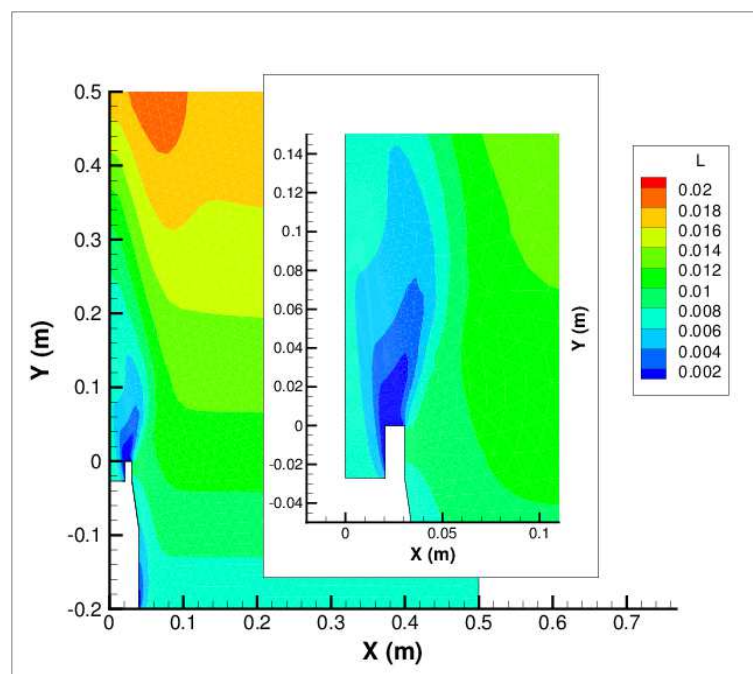


FIG. A.5 – Répartition de la longueur de mélange  $L$  (m) à l'intérieur du domaine de calcul de la flamme libre.

## A.2 Flamme en impact sur une paroi

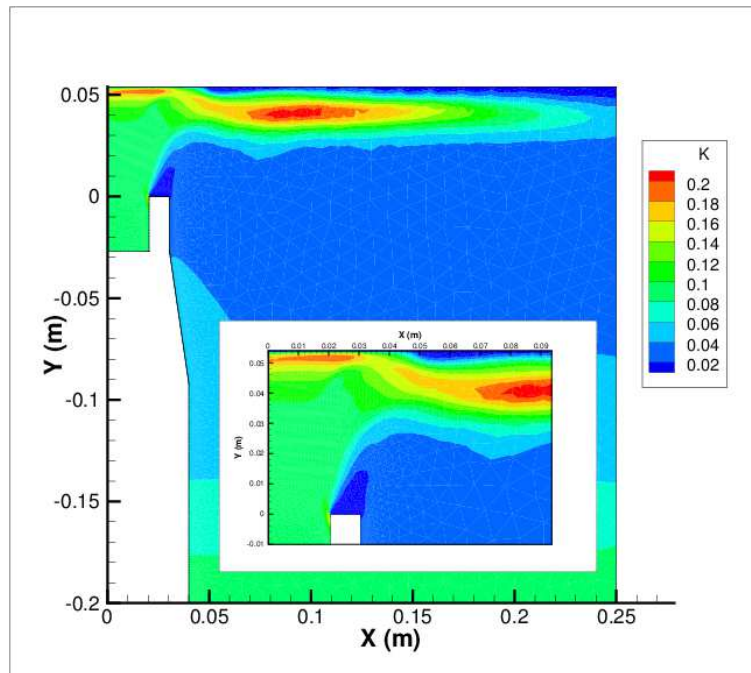


FIG. A.6 – Répartition du coefficient de turbulence  $k$  ( $\text{m}^2/\text{s}^2$ ) à l'intérieur du domaine de calcul de la flamme en impact.

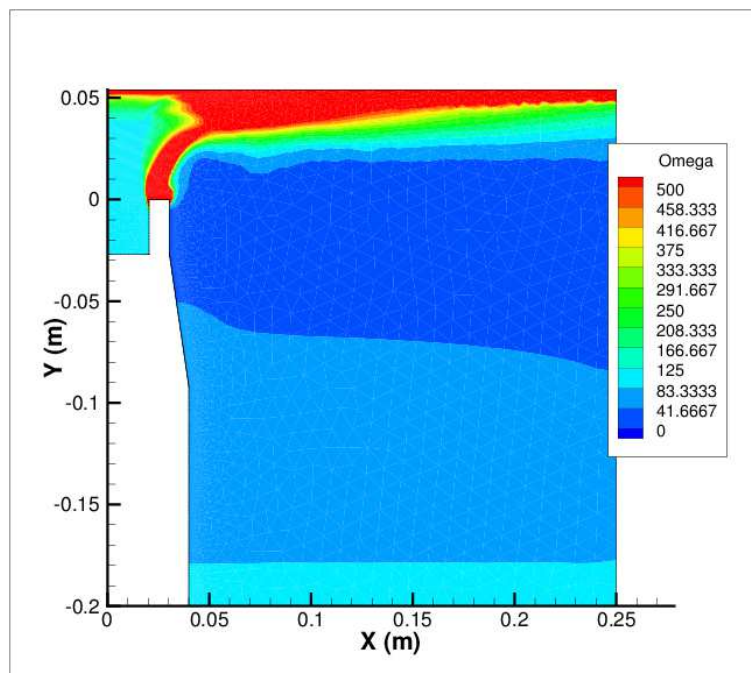


FIG. A.7 – Répartition de la vorticité turbulente  $\omega$  ( $\text{s}^{-1}$ ) à l'intérieur du domaine de calcul de la flamme en impact.

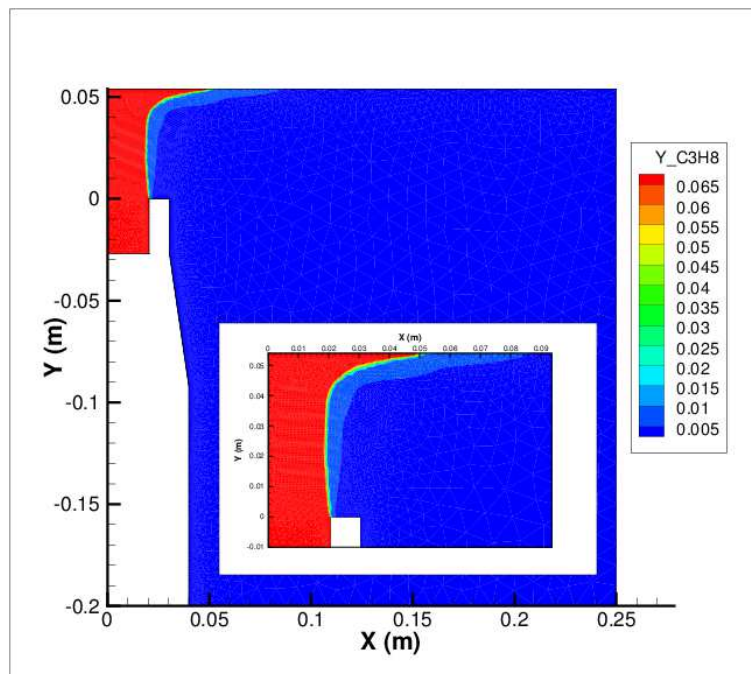


FIG. A.8 – Répartition de la fraction massique du propane à l'intérieur du domaine de calcul de la flamme en impact.



## Annexe B

# Couplage à 3 codes avec points de synchronisation

Les communicateurs MpCCI par défaut sont utilisés par les trois codes. L'identifiant 1 est réservé au code fluide, alors que les deux instances du code solide sont associées à l'identifiant 2 pour le module thermique et 3 pour la mécanique.

Le code fluide travaille toujours avec un rendez-vous unique pour l'échange des quantités à l'interface fluide-structure :

- Envoi : flux de chaleur  $q$ , coefficient d'échange  $h$ , pression  $p$
- Réception : température  $T$ , position  $(X, Y, Z)$

Côté solide, pour rester cohérent avec ce qui a été mis en place dans les cas de couplage à deux codes, une norme de numérotation des points de synchronisation a été fixée : les numéros d'identifiants impairs (1 et 3) sont réservés à l'envoi alors que les numéros pairs (0 et 2) gèrent la réception. Ainsi, chacune des instances solides déclare quatre points de synchronisation.

Pour le module thermique :

- SP0 : Réception du couple  $(q, h)$  à l'interface fluide-structure.
- SP1 : Envoi de la température  $T$  à l'interface fluide-structure.
- SP2 : Réception du déplacement  $U(t)$  sur l'ensemble du domaine solide.
- SP3 : Envoi de la température incrémentale  $\Delta T(t)$  sur l'ensemble du domaine solide.

Pour le module mécanique :

- SP0 : Réception de la pression  $p$  à l'interface fluide-structure.
- SP1 : Envoi de la position  $(X, Y, Z)$  à l'interface fluide-structure.
- SP2 : Réception de la température incrémentale  $\Delta T(t)$  sur l'ensemble du domaine solide.
- SP3 : Envoi du déplacement  $U(t)$  sur l'ensemble du domaine solide.

A noter que le temps est transmis comme une variable globale uniquement entre les deux entités de Z-set (le calcul stationnaire côté CEDRE n'a pas besoin de cette information). Une nouvelle option pour le moteur de couplage a été créée dans Z-set afin de traiter ce type de couplage « hybride » en temps, dans le cas de la mise en présence de trois codes.

Afin de différencier les échanges à l'interface fluide-structure (linéaire en 2D, surfacique en 3D) de ceux sur l'ensemble du domaine (surfacique en 2D, volumique en 3D), deux partitions doivent être déclarées dans chacun des modules solides.



Comme dans le cas des couplages à deux codes, tous ces points de synchronisation locaux doivent être associés entre eux. Quatre correspondances sont ainsi déclarées :

- La partie envoi du code fluide avec les réceptions (0) des modules thermique et mécanique,
- La partie réception du code fluide avec les envois (1) des modules thermique et mécanique,
- La réception (2) du module thermique avec l’envoi (3) du module mécanique,
- L’envoi (3) du module thermique avec la réception (2) du module mécanique.

Le schéma en figure B.1 synthétise toutes les informations concernant la mise en données des échanges pour le couplage à 3 codes : identifiants des codes et des points de synchronisation locaux, ainsi que le type de partition à déclarer côté solide.

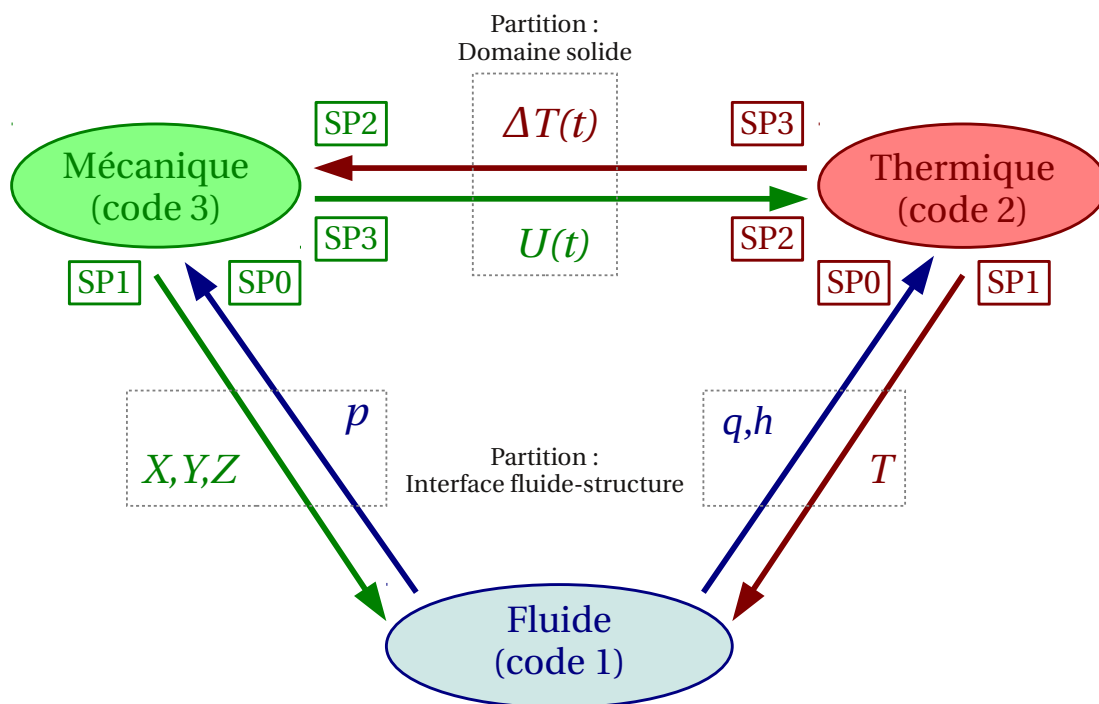


FIG. B.1 – Echanges par points de synchronisation au sein du couplage à 3 codes.

# Bibliographie



# Bibliographie

- [1] J. Amaya, *Unsteady coupled convection, conduction and radiation simulations on parallel architectures for combustion applications*, PhD Thesis, Université de Toulouse, 2010.
- [2] B. Aupoix, D. Arnal, H. Bézard, B. Chaouat, F. Chedeveigne, S. Deck, V. Gleize, P. Grenard, E. Laroche, *Transition and Turbulence Modeling*, The ONERA Journal AerospaceLab 2, 2011.
- [3] B. Aupoix, *Modelling of compressibility effects in mixing layers*, Journal of Turbulence 5, 2004.
- [4] S. Badia, F. Nobile, C. Vergara, *Fluid-structure partitioned procedures based on Robin transmission conditions*, Journal of Computational Physics 227, pp. 7027-7051, 2008.
- [5] S. Badia, A. Quaini, A. Quarteroni, *Modular vs. non-modular preconditioners for fluid-structure systems with large added-mass affect*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 197, pp. 4216-4232, 2008.
- [6] B. Baqué, M.-P. Errera, A. Roos, F. Feyel, *Simulation of transient conjugate heat transfer in a flat plate*, soumis au International Journal for Multiscale Computational Engineering.
- [7] C.E. Baukal, L.K. Farmer, B. Gebhart, I. Chan, *Heat transfer mechanisms in flame impingement heating*, Proceedings of International Gas Research Conference, Cannes, France, pp. 156-166, 1995.
- [8] J. Besson, G. Cailletaud, J.-L. Chaboche, S. Forest, *Mécanique non linéaire des matériaux*, Hermès, 2001.
- [9] K.Y. Billah, R.H. Scanlan, *Resonance, Tacoma Narrows bridge failure, and undergraduate physics textbooks*, American Journal of Physics 59 (2), pp. 118-124, 1991.
- [10] G. Boudier, L.Y.M. Gicquel, T. Poinsot, D. Bissières, C. Bérat, *Comparison of LES, RANS and experiments in an aeronautical gas turbine combustion chamber*, Proceedings of the Combustion Institute 31, pp. 3075-3082, 2007.
- [11] P. Causin, J.F. Gerbeau, F. Nobile, *Added-mass effect in the design of partitioned algorithms for fluid-structure problems*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 194, pp. 4506-4527, 2005.
- [12] CEDRE, *Calcul d'Écoulements (Diphasiques) (Réactifs) pour l'Énergétique*, <http://cedre.onera.fr/>
- [13] S. Cerqueira, G. Chaineray, B. Courbet, M. Errera, F. Feyel, F. Vuillot, *Validation of fluid-structure coupling computations for solid propellant rocket motors applications*, Proceedings of 3rd European Conference for AeroSpace Sciences (EUCASS), 2009.
- [14] S. Chander, A. Ray, *Flame impingement heat transfer : A review*, Energy Conversion and Management 46, pp. 2803-2837, 2005.
- [15] S. Chander, A. Ray, *An experimental and numerical study of stagnation point heat transfer for methane/air laminar flame impinging on a flat surface*, Int. Journal of Heat and Mass Transfer 51, pp. 3595-3607, 2008.

- [16] S. Chemin, *Etudes des interactions thermiques fluide-structure par un couplage de codes de calcul*, thèse de Doctorat, Université de Reims / ONERA, 2006.
- [17] H.B. Clausen, *Plate Forming by Line Heating*, PhD Thesis, Technical University of Denmark / Department of Naval Architecture and Offshore Engineering, 2000.
- [18] P. Dechaumphai, E.A. Thornton, A.R. Wieting, *Fluid-thermal-structural study of aerodynamically heated leading edges*, NASA Technical Memorandum 100579, 1988.
- [19] E. de Langre, *Fluides et Solides*, Editions de l'Ecole Polytechnique, 2006.
- [20] J. Donea, A. Huerta, J.-P. Ponthot, A. Rodríguez-Ferran, *Arbitrary Lagrangian-Eulerian methods*, Encyclopedia of Computational Mechanics, John Wiley & Sons Ltd., 2004.
- [21] L.L. Dong, C.S. Cheung, C.W. Leung, *Heat transfer from an impinging premixed butane/air slot flame jet*, International Journal of Heat and Mass Transfer 45, pp. 979-992, 2002.
- [22] F. Dupoirieux, N. Bertier, *The Models of Turbulent Combustion in the CHARME Solver of CEDRE*, The ONERA Journal AerospaceLab 2, 2011.
- [23] J.A. Durbin, B.A. Pettersson Reif, *Statistical Theory and Modeling for Turbulent Flows*, Second Edition, Ed. John Wiley & Sons, 2011.
- [24] M.-P. Errera, B. Baqué, M. Rebay, *A numerical and experimental study of transient Conjugate Heat Transfer in a flat plate*, Proceedings of Int. Symp. on Convective Heat and Mass Transfer in Sustainable Energy, Hammamet, Tunisia, 2009.
- [25] M.-P. Errera, B. Baqué, *Transient Heat Conduction Analysis in Structures Using Fluid-Structural Coupling*, soumis au International Journal for Numerical Methods in Fluids.
- [26] C. Farhat, P. Geuzaine, C. Grandmont *The Discrete Geometric Conservation Law and the Nonlinear Stability of ALE Schemes for the Solution of Flow Problems on Moving Grids*, Journal of Computational Physics 174, pp. 669-694, 2001.
- [27] C. Farhat, M. Lesoinne, *Two efficient staggered algorithms for the serial and parallel solution of three-dimensional nonlinear transient aeroelastic problems*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 182, pp. 499-515, 2000.
- [28] C. Farhat, A. Rallu, K. Wang, T. Belytschko, *Robust and provably second-order explicit-explicit and implicit-explicit staggered time-integrators for highly non-linear compressible fluid-structure interaction problems*, Int. J. Numer. Meth. Engrg., 2010.
- [29] C.A. Felippa, K.C. Park, C. Farhat, *Partitioned analysis of coupled mechanical systems*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 190, pp. 3247-3270, 2001.
- [30] E.C. Fernandes, R.E. Leandro, *Modeling and experimental validation of unsteady impinging flames*, Combustion and Flame 146, pp. 674-686, 2006.
- [31] M.A. Fernandez, Y. Maday, J. Mullaert, *Préconditionnement d'un algorithme partitionné d'interaction fluide-structure*, 10e Colloque National en Calcul des Structures, Giens (France), 2011.
- [32] M.A. Fernandez, M. Moubachir, *A Newton method using exact Jacobians for solving fluid-structure coupling*, Computers and Structures 83, pp. 127-142, 2005.
- [33] T. Foat, K.P. Yap, Y. Zhang, *The Visualization and Mapping of Turbulent Premixed Impinging Flames*, Combustion and Flame 125, pp. 839-851, 2001.
- [34] S. Forest, M. Amestoy, S. Cantournet, G. Damamme, S. Kruch, V. Maurel, *Mécanique des milieux continus*, Ecole des Mines de Paris, 2008-2009.

- [35] C. Förster, W.A. Wall, E. Ramm *Artificial added mass instabilities in sequential staggered coupling of nonlinear structures and incompressible viscous flows*, Comp. Methods Appl. Mech. Engrg. 196, pp. 1278-1293, 2007.
- [36] J.-D. Garaud, *Développement de méthodes de couplage aéro-thermo-mécanique pour la prédiction d'instabilités dans les structures spatiales chaudes*, thèse de Doctorat, Université Pierre et Marie Curie / ONERA 2008.
- [37] J.-F. Gerbeau, M. Vidrascu, *A Quasi-Newton Algorithm Based on a Reduced Model for Fluid-Structure Interaction Problems in Blood Flows*, Tech. Rep. RR-4691, INRIA, 2003.
- [38] M.B. Giles, *Stability Analysis of Numerical Interface Conditions in Fluid-Structure Thermal Analysis*, International Journal for Numerical Methods in Fluids 25, pp. 421-436, 1989.
- [39] C. Grandmont, Y. Maday, *Nonconforming Grids for the Simulation of Fluid-Structure Interaction*, Contemporary Mathematics 218, pp. 262-270, 1998.
- [40] M. Heil, A.L. Hazel, J. Boyle, *Solvers for large-displacement fluid-structure interaction problems : segregated versus monolithic approaches*, Comput. Mech. 43, pp. 91-101, 2008.
- [41] S.-S. Hou, Y.-C. Ko, *Influence of oblique angle and heating height on flame structure, temperature field and efficiency of an impinging laminar jet flame*, Energy Conversion and Management 46, pp. 941-958, 2005.
- [42] F.P. Incropera, D.P. DeWitt, T.L. Bergman, A.S. Lavine, *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*, 6th ed., John Wiley & Sons, 2007.
- [43] C.D. Jang, S.I. Seo, D.E. Ko, *A Study on the Prediction of Deformations of Plates Due to Line Heating Using a Simplified Thermal Elasto-Plastic Analysis*, Journal of ship production 13 (1), pp. 22-27, 1997.
- [44] Y. Jannot, *Transferts thermiques*, Ecole des Mines de Nancy, 2011.
- [45] J.K. Kilham, M.R.I. Purvis, *Heat Transfer From Normally Impinging Flames*, Combustion Science and Technology 18, pp. 81-90, 1978.
- [46] S. Kubacki, E. Dick, *Hybrid RANS/LES of flow and heat transfer in round impinging jets*, International Journal of Heat and Fluid Flow 32, pp. 631-651, 2011.
- [47] U. Küttler, W.A. Wall, *Fixed-point fluid-structure interaction solvers with dynamic relaxation*, Comput. Mech. 43, pp. 61-72, 2008.
- [48] U. Küttler, W.A. Wall, *Vector Extrapolation for Strong Coupling Fluid-Structure Interaction Solvers*, Journal of Applied Mechanics 76, 2009.
- [49] U. Küttler, W.A. Wall, *Strong coupling schemes for fluid-structure interaction*, Comp. Meth. in Appl. Mech. and Engrg., submitted, 2010.
- [50] P. Ladevèze, *Sur la théorie de la plasticité en grandes déformations*, Rapport interne LMT numéro 9, 1980.
- [51] E. Laroche, *Validation du code MSD sur un jet impactant isolé*, ONERA RT 6/00053 DEFA, 2001.
- [52] P. Le Tallec, *Notes de cours Mécanique des milieux continus*, Ecole Polytechnique.
- [53] P. Le Tallec, J. Mouro, *Fluid structure interaction with large structural displacement*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 190, pp. 3039-3067, 2001.
- [54] H.G. Matthies, R. Niekamp, J. Steindorf, *Algorithms for strong coupling procedures*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 195, pp. 2028-2049, 2006.

- [55] H.G. Matthies, J. Steindorf, *Partitionned strong coupling algorithms for fluid-structure interaction*, Computers and Structures 81, pp. 805-812, 2003.
- [56] M. Maya, *Cours de Mécanique des milieux continus*, Arts et Métiers ParisTech, Centre d'enseignement et de recherche de Cluny, 2011-2012.
- [57] F.R. Menter, *Zonal two-equation k-omega turbulence models for aerodynamic flows*, AIAA Paper, number 1993-2906, 1993.
- [58] A. Milson, N.A. Chigier, *Studies of Methane and Methane-Air Flames Impinging on a Cold Plate*, Combustion and Flame 21, pp. 295-305, 1973.
- [59] MpCCI, *Mesh-based Parallel Code Coupling Interface*, <http://www.scai.fraunhofer.de/mpcci.html>.
- [60] D. Nortershauser, *Résolution de problèmes inverses tridimensionnels instationnaires de conduction de la chaleur*, Thèse de Doctorat de l'ENSAE, 2000.
- [61] J. Padet, *Fluides en écoulement - Méthodes et modèles*, Seconde édition revue et argumentée, <http://www.sft.asso.fr/document.php?pagendx=9800&project=sft>.
- [62] A.K. Pandey, P. Dechaumphai, E.A. Thornton, *Finite element thermo-viscoplastic analysis of aerospace structures*, NASA Technical Memorandum 102761, 1990.
- [63] S. Piperno, *Interactions fluide-structure*, Cours de Mastère de Mécanique Numérique de l'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2005-2006.
- [64] S. Piperno, C. Farhat, B. Larrouturou, *Partitionned procedures for the transient solution of coupled aeroelastic problems - part 1*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 124, pp. 79-112, 1995.
- [65] T. Poinso, D. Veynante, *Theoretical and numerical combustion*, Second Edition, Ed. R.T. Edwards, 2005.
- [66] M.J. Remie, M.F.G. Cremers, K.R.A.M. Schreel, L.P.H. de Goey, *Analysis of the heat transfer of an impinging laminar flame jet*, International Journal of Heat and Mass Transfer 50, pp. 2816-2827, 2007.
- [67] P. Reulet, H. Roinard, *Note Technique ACTTIF-ONERA-NT01*, 2006.
- [68] P. Reulet, D. Nortershauser, P. Millan *Inverse Method Using Infrared Thermography for Surface Temperature and Heat Flux Measurements*, in Proceedings of International Congress on Instrumentation in Aerospace Simulation Facilities 1, pp. 118-126, 2003.
- [69] H. Roinard, F. Micheli, P. Reulet, P. Millan, *Transferts thermiques lors de l'interaction flamme paroi*, Actes de congrès Société Française de Thermique, Les Embiez, France, 2007.
- [70] A. Roos, J.-L. Chaboche, *Vulcain II cooling tubes - final report*, Tech. Rep. RT 2/08500, ONERA, 2005.
- [71] F.-X. Roux, J.-D. Garaud, *Domain Decomposition Methods Methodology with Robin Interface Matching Conditions for Solving Strongly Coupled Fluid-Structure Problems*, International Journal for Multiscale Computational Engineering 7 (1), pp. 9-16, 2009.
- [72] R. Schiestel, *Méthodes de modélisation et de simulation des écoulements turbulents*, Editions Hermès Lavoisier, 2006.
- [73] J.G. Shin, J.H. Lee, *Nondimensionalized Relationship Between Heating Conditions and Residual Deformations in the Line Heating Process*, Journal of Ship Research 46 4, pp. 229-238, 2002.
- [74] Special Metals, *Properties of INCONEL 600 alloy*, <http://www.specialmetals.com/products/inconelalloy600.php>

- [75] J. Taine, J.-P. Petit, *Transferts thermiques - Mécanique des fluides anisothermes - Cours et données de base*, 2e Edition, Ed. Dunod, 1998.
- [76] Y. Tomita, N. Osawa, K. Hashimoto, N. Shinkai, J. Sawamura, K. Matsuoka, *Study on heat transfer between gas flame and plate during line-heating process*, Practical Design of Ships and Other Floating Structures, pp. 389-396, 2001.
- [77] T.H. van der Meer, *Stagnation Point Heat Transfer from Turbulent Low Reynolds Number Jets and Flame Jets*, Experimental Thermal and Fluid Science 4, pp. 115-126, 1991.
- [78] R. Viskanta, *Heat Transfer to Impinging Isothermal Gas and Flame Jets*, Experimental Thermal and Fluid Science 6, pp. 111-134, 1993.
- [79] R. Viskanta, M.P. Mengüç, *Radiation heat transfer in combustion systems*, Prog. Energy Combust. Sci. 13, pp. 97-160, 1987.
- [80] W.A. Wall, U. Küttler, A. Gerstenbergen, M. Gee, C. Förster, *Advances in Computational Fluid-Structure Interaction - Formulations and Solvers*, Lecture at the CISM course « Computational Fluid Structure Interaction », 2010.
- [81] Z-set, *Finite element solver and material constitutive model library*, <http://www.zset-software.com>.
- [82] Y. Zhang, K.N.C. Bray, *Characterization of Impinging Jet Flames*, Combustion and Flame 116, pp. 671-674, 1999.
- [83] X. Zhao, Z. Sun, L. Tang, G. Zheng, *Coupled flow-thermal-structural analysis of hypersonic aerodynamically heated cylindrical leading edge*, Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics 5 (2), pp. 170-179, 2011.
- [84] Z. Zhao, T.T. Wong, C.W. Leung, *Impinging premixed butane/air circular laminar flame jet - influence of impingement plate on heat transfer characteristics*, International Journal of Heat and Mass Transfer 47, pp. 5021-5031, 2004.
- [85] N. Zuckerman, N. Lior, *Impingement Heat Transfer : Correlations and Numerical Modeling*, Journal of Heat Transfer 127, pp. 544-552, 2005.



## Couplage aéro-thermo-mécanique pour la prédiction de la déformation d'une plaque soumise à une flamme

**Résumé :** Cette thèse consiste à mettre en place un couplage externe aéro-thermo-mécanique, sur la base d'un schéma partitionné, entre les codes de recherche CEDRE (mécanique des fluides, volumes finis) et Z-set (modules indépendants pour la mécanique des structures et la thermique du solide, éléments finis). Les résultats numériques sont confrontés à ceux de l'expérience (une campagne de mesures a été menée dans le cadre de cette étude), dans le cas d'un problème complexe lié au domaine de l'aérospatial : l'interaction flamme-paroi. Ce phénomène est piloté par la thermique, à travers le flux de chaleur pariétal généré par la flamme. A cause de la disparité des temps caractéristiques thermiques entre les milieux fluide et solide, la partie aéro-thermique du couplage est traitée de façon simplifiée, en considérant le fluide comme une suite d'états stationnaires. L'échauffement de la plaque métallique provoque sa déformation (la loi de comportement mécanique du matériau est de type élasto-visco-plastique). Le déplacement de l'interface fluide-structure est propagé sur le maillage fluide. En se basant sur les similitudes entre jets non réactifs et réactifs (de type flamme) dans le cas de l'impact, des calculs couplés sont menés dans des configurations 2D et 3D de l'impact d'un jet chaud non réactif.

**Mots clés :** Couplage fluide-structure, aéro-thermique, thermo-mécanique, aéro-mécanique, algorithme de couplage partitionné, couplage à 3 codes, interaction flamme-paroi.

## Fluid-thermal-structural coupling to predict the deformation of a plate impacted by a flame

**Abstract:** This thesis consists in setting up an external fluid-thermal-structural coupling, based on a partitioned scheme, between the research codes CEDRE (fluid mechanics, finite volumes) and Z-set (independent solvers for structural mechanics and heat transfer through the solid). The numerical results are compared with experimental data, to study a complex problem related to the aerospace certification process: the flame-wall interaction. This phenomenon is driven by the heat flux generated by the flame close to the wall. Because of the disparity of thermal characteristic times between the fluid and the solid, the aero-thermal part of the coupling is simplified by considering the fluid as a sequence of steady states. The heating of the metallic plate causes its deformation (the material has a viscoplastic behavior). The displacement of the fluid-structure interface is propagated through the fluid mesh. Based on similitudes between impinging reacting jets (flames) and non-reacting jets, coupled computations are performed in 2D and 3D configurations with an equivalent non-reacting hot jet.

**Keywords:** Fluid-structure coupling, Conjugate Heat Transfer, thermo-viscoplastic behavior, partitioned scheme, 3 codes coupling, flame-wall interaction.

